

**Titre:** Modélisation et caractérisation des transistors bipolaires de puissance à hétérojonction  
Title: [Modélisation et caractérisation des transistors bipolaires de puissance à hétérojonction](#)

**Auteur:** Louay Degachi  
Author: [Louay Degachi](#)

**Date:** 2007

**Type:** Mémoire ou thèse / Dissertation or Thesis

**Référence:** Degachi, L. (2007). Modélisation et caractérisation des transistors bipolaires de puissance à hétérojonction [Thèse de doctorat, École Polytechnique de Montréal].  
Citation: [PolyPublie. <https://publications.polymtl.ca/8059/>](https://publications.polymtl.ca/8059/)

## Document en libre accès dans PolyPublie

Open Access document in PolyPublie

**URL de PolyPublie:** <https://publications.polymtl.ca/8059/>  
PolyPublie URL: <https://publications.polymtl.ca/8059/>

**Directeurs de recherche:** Fadel M. Ghannouchi  
Advisors: [Fadel M. Ghannouchi](#)

**Programme:** Non spécifié  
Program: [Non spécifié](#)

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

MODÉLISATION ET CARACTÉRISATION DES TRANSISTORS  
BIPOLAIRES DE PUISSANCE À HÉTÉROJONCTION

LOUAY DEGACHI

DÉPARTEMENT DE GÉNIE ÉLECTRIQUE  
ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

THÈSE PRÉSENTÉE EN VUE DE L'OBTENTION  
DU DIPLÔME DE PHILOSOPHIAE DOCTOR (Ph.D.)  
(GÉNIE ÉLECTRIQUE)

MAI 2007



Library and  
Archives Canada

Published Heritage  
Branch

395 Wellington Street  
Ottawa ON K1A 0N4  
Canada

Bibliothèque et  
Archives Canada

Direction du  
Patrimoine de l'édition

395, rue Wellington  
Ottawa ON K1A 0N4  
Canada

*Your file* *Votre référence*  
ISBN: 978-0-494-35510-7

*Our file* *Notre référence*  
ISBN: 978-0-494-35510-7

#### NOTICE:

The author has granted a non-exclusive license allowing Library and Archives Canada to reproduce, publish, archive, preserve, conserve, communicate to the public by telecommunication or on the Internet, loan, distribute and sell theses worldwide, for commercial or non-commercial purposes, in microform, paper, electronic and/or any other formats.

The author retains copyright ownership and moral rights in this thesis. Neither the thesis nor substantial extracts from it may be printed or otherwise reproduced without the author's permission.

In compliance with the Canadian Privacy Act some supporting forms may have been removed from this thesis.

While these forms may be included in the document page count, their removal does not represent any loss of content from the thesis.

#### AVIS:

L'auteur a accordé une licence non exclusive permettant à la Bibliothèque et Archives Canada de reproduire, publier, archiver, sauvegarder, conserver, transmettre au public par télécommunication ou par l'Internet, prêter, distribuer et vendre des thèses partout dans le monde, à des fins commerciales ou autres, sur support microforme, papier, électronique et/ou autres formats.

L'auteur conserve la propriété du droit d'auteur et des droits moraux qui protège cette thèse. Ni la thèse ni des extraits substantiels de celle-ci ne doivent être imprimés ou autrement reproduits sans son autorisation.

Conformément à la loi canadienne sur la protection de la vie privée, quelques formulaires secondaires ont été enlevés de cette thèse.

Bien que ces formulaires aient inclus dans la pagination, il n'y aura aucun contenu manquant.

\*\*  
Canada

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

Cette thèse intitulée :

MODÉLISATION ET CARACTÉRISATION DES TRANSISTORS  
BIPOLAIRES DE PUISSANCE À HÉTÉROJONCTION

présentée par : DEGACHI Louay

en vue de l'obtention du diplôme de : Philosophiae Doctor

a été dûment accepté par le jury d'examen constitué de :

M. KASHYAP Raman, Ph.D., président

M. GHANNOUCHI Fadhel M., Ph.D., membre et directeur de recherche

M. AKYEL Cevdet, Ph.D., membre

M. BIRAFANE Ahmed, Ph.D., membre

## **REMERCIEMENTS**

Je tiens à remercier sincèrement le professeur Fadhel Ghannouchi pour avoir accepté de diriger mes travaux de recherche. Je tiens à lui exprimer ma reconnaissance pour toutes les ressources techniques, matérielles et financières qu'il a mises à ma disposition tout le long de mes études.

Mes remerciements vont aussi à Slim Boumaiza, Oualid Hammi et Mohamed Helaoui pour leurs réponses pertinentes à toutes mes questions.

Je tiens à remercier les professeurs Raman Kashyap, Cevdet Akyel et Ahmed Birafane pour avoir accepté de juger ma thèse.

## RÉSUMÉ

Cette thèse présente une nouvelle approche de modélisation des transistors bipolaires à hétérojonction (HBTs). L'approche proposée inclut un modèle grand-signal relativement avancé, pouvant assurer une description précise du composant, ainsi qu'une technique d'extraction permettant la détermination des paramètres du modèle à partir de mesures électriques DC et RF effectuées sur le transistor. L'objectif principal est de fournir au concepteur de circuits à bases de HBT, une procédure de modélisation précise et rapide, couvrant une grande variété de transistors et nécessitant le minimum d'intervention humaine.

Le modèle adopté est basé sur celui de Gummel-Poon, mais certaines caractéristiques des modèles avancés HICUM et MEXTRAM, ont été incluses afin de tenir compte de certains effets tels que l'auto-échauffement, l'accumulation de courant et l'effet de la jonction externe base-collecteur. L'inclusion de tels effets permet d'étendre le champ d'application du modèle à une large bande de fréquence et de conditions de polarisation.

Une technique systématique et rigoureuse a été développée pour l'extraction des paramètres intrinsèques et extrinsèques du modèle petit-signal, à partir de mesures RF. Cette technique utilise exclusivement les mesures de paramètres S. Des expressions analytiques rigoureuses ont été élaborées, permettant de relier les paramètres du modèle linéaire à des grandeurs directement mesurables.

Les résultats de l'extraction petit-signal, combinés avec des mesures DC, ont été utilisés afin de caractériser le comportement statique du transistor en mode d'opération actif. Cette procédure assure la consistance entre les simulations RF et DC. Elle montre, par ailleurs, que l'étude du comportement petit-signal est une importante source d'information sur le comportement statique du transistor.

Le modèle grand-signal a été implanté et simulé à l'aide du logiciel ADS (Advanced Design System) d'Agilent Technologies. Un SDD (Symbolically Defined Device) a été utilisé pour représenter les non-linéarités les plus dominantes du modèle.

La validation de l'approche a été effectuée sur des transistors provenant de deux fonderies différentes. Un bon accord est obtenu entre les mesures et les simulations RF et DC.

## ABSTRACT

A new HBT modelling approach is presented in this thesis. It includes a relatively advanced equivalent-circuit large-signal model as well as an extraction procedure allowing for the determination of the model parameters from DC and RF measurements performed on the component. The proposed approach is intended as an easy and efficient modelling tool for the designers of HBT-based circuits.

The adopted circuit topology is based on the Gummel-Poon model, but presents certain features of the advanced models HICUM and MEXTRAM, which allows accounting for some effects such as self-heating, current crowding and the effects of the external base-collector junction.

A rigorous procedure was developed for the extraction of small-signal model parameters, from S-parameter measurements. The results of small-signal extraction are used in conjunction with DC measurements to characterize the static behaviour of the transistor. Such a procedure ensures consistency between small-signal and DC simulations.

The proposed large-signal model is implemented and simulated using ADS software from Agilent Technologies. An SDD (Symbolically Defined Device) is used to represent the dominant nonlinearities in the model.

Three HBTs from different foundries were used to validate the proposed approach. DC and RF measurements are performed at the ambient temperature 25°C. Excellent agreement is observed between measured  $I_c$ - $V_{ce}$  curves and multi-bias S-parameters up to 20 GHz.

## TABLE DES MATIÈRES

REMERCIEMENTS .....	iv
RÉSUMÉ .....	v
ABSTRACT .....	vii
TABLE DES MATIÈRES .....	ix
LISTE DES ANNEXES.....	xiii
LISTE DES TABLEAUX.....	xiv
LISTE DES FIGURES.....	xv
LISTE DES SIGLES ET ABRÉVIATIONS .....	xvii
INTRODUCTION GÉNÉRALE .....	1
1. GÉNÉRALITÉS SUR LES HBTs .....	7
1.1 Introduction.....	7
1.2 Principaux phénomènes physiques dans les HBTs .....	8
1.2.1 Injection de porteurs.....	9
1.2.2 Phénomènes de recombinaison .....	9
1.2.3 Capacités .....	10
1.3 Autre phénomènes dans les HBT .....	11
1.3.1 Résistance intrinsèque et accumulation de courant.....	11
1.3.2 Auto-échauffement.....	11
1.3.3 Effets distribués.....	13
1.4 Performances en fréquence .....	13

1.4.1 Fréquence de transition $f_T$ .....	14
1.4.2 Fréquence maximale d'oscillation $f_{max}$ .....	14
1.5 Avantage des HBTs par rapport aux BJTs.....	15
1.6 Comparaison entre les HBTs et les transistors à effet de champ .....	17
1.7 Technologies des HBTs .....	19
1.8 Potentialité des HBTs pour l'amplification en puissance .....	19
1.9 Modélisation et caractérisation des HBTs.....	20
2. REVUE CRITIQUE DE LA LITTÉRATURE .....	24
2.1 Modélisation grand-signal.....	24
2.2 Modélisation petit-signal.....	27
3. MODÉLISATION ET CARACTÉRISATION DES HBTs .....	32
3.1 Modèle grand-signal.....	32
3.1.1 Circuit intrinsèque .....	33
3.1.2 Éléments extrinsèques.....	36
3.1.3 Éléments parasites .....	37
3.2 Modèle petit-signal.....	37
3.2.1 Résistances dynamiques $R_{be}$ , $R_{bc}$ et $R_{cx}$ .....	39
3.2.2 Transconductance.....	40
3.2.3 Le temps de transit .....	40
3.3 Corrélation entre le modèle petit-signal et le modèle statique .....	41
3.4 Extraction des éléments parasites .....	42
3.4.1 Extraction des capacités parasites .....	42

3.4.2 Extraction des inductances parasites .....	46
3.5 Extraction des résistances extrinsèques .....	47
3.5.1 Résistance d'émetteur $R_e$ .....	47
3.5.2 Résistance de base $R_b$ .....	48
3.5.3 Résistance de collecteur $R_c$ .....	51
3.6 Extraction petit-signal .....	52
3.6.1 De-embedding .....	53
3.6.2 Extraction des éléments intrinsèques et extrinsèques .....	56
3.7 Extraction des paramètres du modèle statique en mode actif .....	64
3.8 Validation de la technique.....	66
3.8.1 Banc de mesures.....	66
3.8.2 Extraction des résistances .....	67
3.8.3 Extraction des capacités et inductances parasites .....	68
3.8.4 Implantation du modèle petit-signal .....	69
3.8.5 Implantation du modèle grand-signal.....	75
4. DISCUSSION GÉNÉRALE .....	79
CONCLUSION ET RECOMMANDATIONS .....	83
REFÉRENCES.....	85
ANNEXES .....	101
ARTICLE I: Systematic and Rigorous Extraction Method of HBT Small-Signal Model Parameters.....	102

ARTICLE II: Simple Technique for a Quick Evaluation of HBT Temperature-Dependant DC Model Parameters in Forward Active Regime .....	110
ARTICLE III: Characterization of AC Emitter Current Crowding and Consequences on Small-Signal Extraction .....	115

## LISTE DES ANNEXES

ANNEXES .....	101
ARTICLE I: Systematic and Rigorous Extraction Method of HBT Small-Signal Model Parameters.....	102
ARTICLE II: Simple Technique for a Quick Evaluation of HBT Temperature- Dependant DC Model Parameters in Forward Active Regime .....	110
ARTICLE III: Characterization of AC Emitter Current Crowding and Consequences on Small-Signal Extraction .....	115

## LISTE DES TABLEAUX

Tableau 1-1 : Conductivités thermiques de certains matériaux .....	12
Tableau 1-2 : Comparaison entre les BJTs et les HBTs.....	16
Tableau 1-3 : Comparaison entre le HBT, MESFET et HEMT.....	18
Tableau 3-1 : Valeurs des résistances extrinsèques .....	67
Tableau 3-2 : Valeurs des capacités parasites .....	68
Tableau 3-3 : Valeurs des inductances parasites.....	68
Tableau 3-4 : Résultats de l'extraction pour le transistor 2 x 20 .....	70
Tableau 3-5 : Résultats de l'extraction pour le transistor 1 x 100 .....	72
Tableau 3-6 : Résultats de l'extraction pour le transistor 1 x 100 .....	74

## LISTE DES FIGURES

Figure 1-1 : Coupe transversale d'un HBT .....	8
Figure 1-2 : Illustration des effets distribués.....	13
Figure 2-1 : Modèle d'Ebers-Moll .....	24
Figure 2-2 : Modèle Gummel-Poon .....	25
Figure 2-3 : Modèle en T .....	28
Figure 2-4 : Modèle en $\pi$ .....	28
Figure 3-1 : Circuit grand signal .....	33
Figure 3-2 : Modèle petit-signal.....	38
Figure 3-3 : Modèle statique .....	41
Figure 3-4 : Modèle petit-signal en mode cut-off. ....	43
Figure 3-5 : Modèle petit-signal en mode collecteur ouvert.....	46
Figure 3-6 : Flyback pour la mesure de $R_e$ .....	48
Figure 3-7 : Détermination de $R_e$ .....	49
Figure 3-8 : Flyback pour la mesure de $R_b$ .....	49
Figure 3-9 : Détermination de $R_e + R_b$ .....	50
Figure 3-10 : Flyback pour la mesure de $R_c$ .....	51
Figure 3-11 : Détermination de $R_e + R_c$ .....	52
Figure 3-12 : Étapes de de-embedding.....	55
Figure 3-13 : Circuit final après de-embedding .....	56
Figure 3-14 : Transformation T- $\Pi$ .....	57

Figure 3-15 : Circuit final après la transformation T-Π.....	58
Figure 3-16 : Circuit statique en mode actif .....	64
Figure 3-17 : Schéma ADS du modèle petit-signal .....	69
Figure 3-18 : Comparaison entre les paramètres S mesurés (o) et simulés (-) pour HBT 2 x 20, ( $V_{ce} = 2$ V, $I_b = 240$ $\mu$ A, $I_c = 19.3$ mA) .....	71
Figure 3-19 : Comparaison entre les paramètres S mesurés (o) et simulés (-) pour HBT 1 x 100, ( $V_{ce} = 5$ V, $I_c = 45$ mA, $I_b = 326.97$ $\mu$ A) .....	73
Figure 3-20 : Comparaison entre les paramètres S mesurés (o) et simulés (-) pour HBT 1 x 100, ( $V_{ce} = 2$ V, $I_b = 215.74$ $\mu$ A, $I_c = 30$ mA) .....	75
Figure 3-21 : Implantation ADS du modèle grand signal .....	76
Figure 3-22 : Comparaison entre les paramètres S mesurés (o) et simulés (-) pour HBT 1x10 , ( $V_{ce} = 2$ V, $I_c = 5$ mA, $I_b = 24.5$ $\mu$ A) .....	77
Figure 3-23 : Évolution de la puissance de sortie en fonction de la puissance d'entrée à la fondamentale, 2 <sup>e</sup> et 3 <sup>e</sup> harmonique ( $V_{ce} = 3$ V et $I_b = 29.55$ $\mu$ A) .....	77
Figure 3-24 : Évolution du gain en fonction de la puissance d'entrée.....	78
Figure 3-25 : Spectre de la puissance de sortie.....	78
Figure 4-1 : Linéarisation.....	79

## LISTE DES SIGLES ET ABRÉVIATIONS

ADS : Advanced Design System

BJT : Transistor bipolaire à homojonction (Bipolar junction transistor)

CAD : Conception assistée par ordinateur (Computer assisted design)

$C_{be}$ ,  $C_{bc}$ ,  $C_{cx}$  : Capacités de jonctions

$C_{pbe}$ ,  $C_{pbc}$ ,  $C_{pce}$  : Capacités parasites

DC : Courant continu (Direct current)

FET : Transistor à effet de champs (Field effect transistor)

$f_{max}$  : Fréquence maximale d'oscillation

$f_T$  : Fréquence de transition

GaAs : Arséniure de Gallium (Gallium arsenide)

$G_m$  : Transconductance

HBT : Transistor bipolaire à hétérojonction (Heterojunction bipolar transistor)

$I_s$  : Courant de saturation

K : Constante de Boltzman

$L_e$ ,  $L_b$ ,  $L_c$  : Inductances parasites

MBE : Épitaxie par jet moléculaire (Molecular Beam Epitaxy)

MOCVD : Épitaxie en phase vapeur (Metal-organic chemical vapor deposition)

N : Coefficient d'émission

$P_{diss}$  : Puissance dissipée

$P_{in}$  : Puissance d'entrée

$P_{out}$  : Puissance de sortie

$q$  : Charge élémentaire

RF : Radio-fréquence

$R_b$ ,  $R_c$ ,  $R_e$  : Résistances extrinsèques

$R_{bi}$  : Résistance intrinsèque de la base

$R_{be}$ ,  $R_{bc}$ ,  $R_{ce}$  : Résistances dynamiques des jonctions

$R_{th}$  : Résistance thermique

SDD: Symbolically defined device

$T_o$  : Température ambiante

$T_j$  : Température de jonction

$\tau$  : Temps de transit

$V_{be}$ ,  $V_{bc}$  : Tensions des jonctions internes

$V_{bce_{ext}}$  : Tension de la jonction externe base-collecteur

$V_{th}$  : Voltage thermique

## INTRODUCTION GÉNÉRALE

Les systèmes de communications sans fil et par satellite connaissent depuis les deux dernières décennies une importante évolution qui se traduit, entre autres, par un besoin incessant de mettre au point de nouvelles composantes actives offrant de meilleures performances en fréquence et en puissance. Les transistors bipolaires à hétérojonction (HBTs) sont des composantes potentielles, ayant suscité beaucoup d'intérêt dans le domaine des circuits analogiques et numériques opérant aux ondes centimétriques et millimétriques [1]-[4].

Pour pouvoir concevoir un circuit intégré à base d'un HBT, il faut disposer préalablement d'une description précise du comportement électrique du transistor. Plus précisément, le concepteur doit disposer d'un modèle sous forme d'un circuit équivalent constitué d'éléments électriques localisés et pouvant reproduire le fonctionnement du transistor dans le régime d'opération d'intérêt. La disponibilité d'un tel modèle est un élément essentiel pour l'utilisation des simulateurs, outils indispensables dans la conception assistée par ordinateur (CAD). Un modèle électrique fiable doit tenir compte des principaux phénomènes physiques ayant lieu au sein du transistor. Éventuellement, le modèle doit inclure les effets parasites dus aux lignes d'accès et aux interconnexions utilisées au cours de la caractérisation expérimentale du composant.

Ayant adopté un modèle pour le HBT, il faut disposer d'une technique permettant une extraction systématique des paramètres du circuit équivalent, à partir des mesures effectuées sur le transistor. La technique d'extraction est d'autant plus difficile à élaborer que le nombre de paramètres est grand.

Alors qu'une grande variété de modèles existe actuellement, permettant de tenir compte de tous les aspects de fonctionnement pour les transistors à base de matériaux III-V ainsi que ceux à base de SiGe, les procédures d'extraction sont souvent complexes, nécessitant plusieurs itérations. Par ailleurs, plusieurs techniques d'extraction souffrent de problème de non-convergence et de multiplicité de solutions.

L'objectif de ce projet est de développer une approche systématique de modélisation des HBTs. L'approche devrait inclure un modèle non-linéaire, ainsi qu'une technique d'extraction systématique et donc facilement automatisable. L'aspect d'automatisation, très peu abordé dans les travaux précédents, sera d'une importance capitale dans ce projet. L'objectif final est de fournir au concepteur de circuits, un outil de modélisation fiable et facile à utiliser.

La réalisation de cet objectif est effectuée selon les étapes suivantes :

- Un modèle non-linéaire est adopté. Le choix du modèle est un compromis entre la simplicité requise pour l'élaboration d'une technique d'extraction, et la complexité nécessaire pour assurer une description précise du HBT.

- Une technique d'extraction est élaborée, permettant la caractérisation du transistor, dans le cadre du modèle choisi. En une première étape, les paramètres du modèle petit-signal sont déterminés, essentiellement à partir de mesures RF. Les valeurs des paramètres obtenus, combinés avec des mesures DC, sont utilisées pour la caractérisation du comportement statique du transistor.
- Finalement, la validation de la technique d'extraction est effectuée sur des transistors provenant de deux fonderies différentes.

La contribution principale de ce projet consiste en l'élaboration d'une technique d'extraction offrant les avantages suivant :

- La procédure d'extraction petit-signal, au meilleur de notre connaissance, semble être supérieure à toutes les techniques déjà publiées. En effet, cette procédure traite un modèle relativement avancé d'une manière rigoureuse. Aucune approximation n'est utilisée. Ceci permet, d'une part, de garantir sa validité sur une bande large de fréquences et de conditions de polarisations, et d'autre part, d'assurer son automatisation et implantation pratique. Ainsi, l'application de cette technique nécessite le minimum d'intervention humaine, et permet une caractérisation rapide et fiable du composant.
- Il est possible de suivre étape par étape le déroulement de l'extraction petit-signal, ce qui permet de vérifier sa consistance interne.
- L'utilisation des paramètres du modèle petit-signal, conjointement avec les mesures DC, pour l'extraction des paramètres du modèle statique assure la

consistance entre les simulations DC et petit-signal. Au meilleur de notre connaissance, cette approche est la première à faire usage du comportement petit-signal comme source d'information sur le comportement statique du transistor.

Les travaux réalisés dans cette thèse ont été publiés en grande partie dans des journaux avec comité de lecture. D'autres résultats sont soumis pour publication. Les articles sont énumérés dans liste suivante :

Articles dans des journaux avec comité de lecture :

- Louay Degachi, Fadhel M. Ghannouchi, “Systematic and Rigorous Extraction Method of HBT Small-Signal Model Parameters”, *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 54, no 2, Part 1, pp. 682 – 688, 2006.
- Louay Degachi, Fadhel M. Ghannouchi, “Simple Technique for a Quick Evaluation of HBT Temperature-Dependant DC Model Parameters in Forward Active Regime”, *International Journal of Microwave and Optical Technology*, vol. 2, no 1, pp. 14 – 17, 2007.
- Louay Degachi, Fadhel M. Ghannouchi, “Characterization of AC emitter current crowding and consequences on small-signal extraction”, *International Journal of*

*Microwave and Optical Technology*, (soumis le 26 Janvier 2007, no. de référence IJMOT-2007-1-233).

Article de conférence:

- Louay Degachi, Fadhel M. Ghannouchi, “Novel and simple table-based HBT large-signal model”, *50th IEEE Midwest Symposium on Circuits and Systems*, (soumis le 13 Février 2007).

Le premier chapitre présente, d'une part, certaines généralités sur les HBTs, telles que la structure physique, le principe de fonctionnement, les performances des HBTs comparées à d'autres composantes comme les BJTs et les FETs, etc. Et d'autre part, ce chapitre aborde le problème de modélisation et de caractérisation, mettant en place, un contexte général pour le sujet traité dans cette thèse.

Le deuxième chapitre présente une revue critique des travaux les plus importants, effectués au cours des deux dernières décennies, dans le domaine de la modélisation et caractérisation des HBTs. Un intérêt particulier est réservé à la modélisation en régime petit-signal.

Le troisième chapitre est dédié à une synthèse de l'ensemble des travaux réalisés. D'une part, le cadre général de la recherche est présenté, ainsi que certains aspects n'ayant pas

été traités dans les articles soumis ou publiés. Et d'autre part, ce chapitre présente une description sommaire des travaux réalisés et dont les détails se trouvent dans les articles présentés en annexes, conformément aux normes de présentation de thèse par article.

Le quatrième chapitre présente une discussion générale sur l'ensemble de la thèse, en particulier sur la portée de certains résultats, et sur certains aspects méthodologiques.

Finalement, une conclusion achève la thèse, avec quelques recommandations pour des travaux futures.

# 1. GÉNÉRALITÉS SUR LES HBTs

## 1.1 *Introduction*

Les HBTs diffèrent des transistors bipolaires classiques à homojonction (BJTs) par la présence d'une hétérojonction, i.e. une interface entre deux semi-conducteurs différents.

La figure 1.1 illustre une coupe transversale typique d'un HBT npn. L'idée d'utiliser une hétérojonction afin d'améliorer les performances du composant, a été initialement proposée par Shockley en 1951 [5], et plus tard, développée par Kroemer [6]-[7]. Cependant, le développement pratique des HBTs a commencé dans les années 80 avec l'avènement de nouvelles techniques de croissance épitaxiale telles que l'épitaxie par jet moléculaire (MBE) et l'épitaxie en phase vapeur (MOCVD), ayant permis de réaliser des hétérostructures de très hautes qualités.

La structure de la figure 1.1 comprend essentiellement cinq niveaux :

- Un émetteur faiblement dopé (n GaAlAs ou n InGaP)
- Une base de faible épaisseur fortement dopée (p+ GaAs).
- Un collecteur faiblement dopé (n- GaAs)
- Un sous-collecteur fortement dopé (n+ GaAs)
- Un substrat semi-isolant (GaAs)

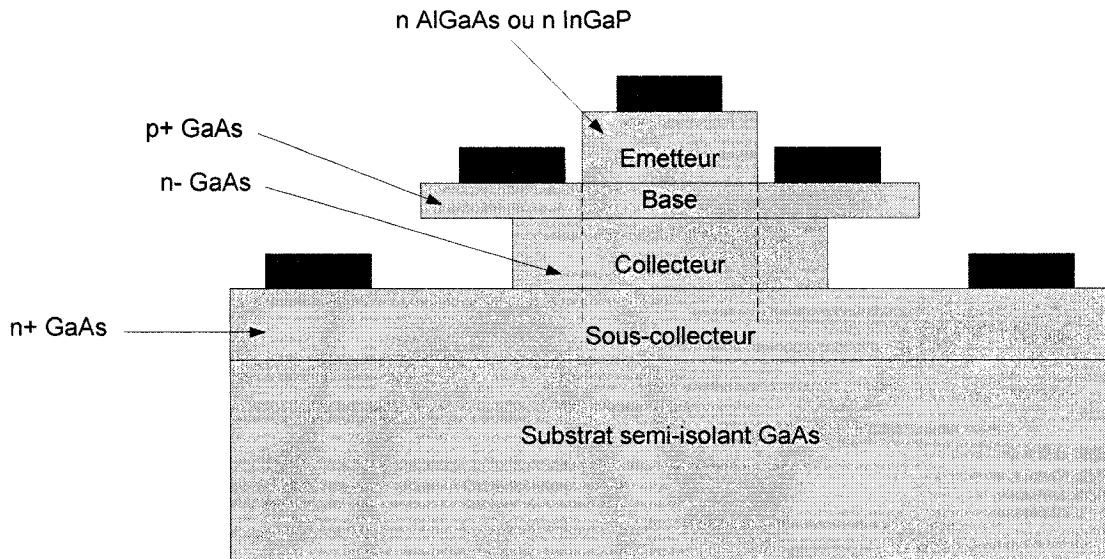


Figure 1-1 : Coupe transversale d'un HBT

Dans la figure 1.1, les lignes en pointillé séparent le transistor en une partie intrinsèque (à l'intérieur des lignes) et une partie extrinsèque (à l'extérieur des lignes). Cette dernière n'a aucun effet utile sur le fonctionnement du transistor, mais plutôt, détériore le gain en puissance et la fréquence maximale d'oscillations.

## 1.2 Principaux phénomènes physiques dans les HBTs

Les phénomènes physiques dans les HBTs incluent principalement l'injection de porteurs, les phénomènes de recombinaison, et les phénomènes de capacitance au niveau des jonctions base-émetteur et base-collecteur.

### **1.2.1 Injection de porteurs**

L'injection d'électrons de l'émetteur vers le collecteur, à travers la région de base, constitue l'effet fondamental des transistors bipolaires. En mode d'opération actif, la jonction base-émetteur est polarisée en direct, alors que la jonction base-collecteur est polarisée en inverse. Un courant d'électrons est injecté de l'émetteur vers la base. L'effet transistor est réalisé lorsque la majorité des électrons injectés traversent la base sans subir de recombinaison, atteignant ainsi la jonction base-collecteur où règne un champ électrique assurant leur transit vers la région quasi-neutre du collecteur. L'injection inverse des trous de la base vers l'émetteur et le collecteur, est considéré comme un courant de fuite et constitue un effet indésirable.

### **1.2.2 Phénomènes de recombinaison**

Les phénomènes de recombinaison ont lieu dans les zones de charges d'espace et au niveau de la surface du transistor. Différents mécanismes de recombinaison existent :

- La recombinaison Shockley-Red-Hall (SRH), étant le mécanisme le plus important.
- La recombinaison Auger, étant d'autant plus importante que le niveau de dopage est élevé.

- La recombinaison radiative, ayant lieu principalement dans les semi-conducteurs à gap direct.

Notons qu'en régime de fonctionnement actif, la recombinaison d'électron est négligeable dans la région de charge d'espace base-collecteur, vu la présence d'un champ électrique élevé régnant dans cette région et réduisant le temps de transit à travers celle-ci.

### **1.2.3 Capacités**

Il existe deux types de capacités au niveau des deux jonctions base-émetteur et base-collecteur :

- La capacité de transition, localisée au niveau de la zone de charge d'espace et représentant la partie prépondérante de la capacité totale, lorsque la jonction est polarisée en inverse.
- La capacité de diffusion, localisée au niveau des régions quasi-neutre. Cette capacité constitue une contribution significative lorsque la jonction est polarisée en direct.

### 1.3 Autre phénomènes dans les HBT

#### 1.3.1 Résistance intrinsèque et accumulation de courant

La région intrinsèque de la base présente une résistance latérale. Cette résistance entraîne la variation de la tension à travers la base. Cette variation entraîne une variation de la densité du courant d'émetteur, puisque cette densité dépend exponentiellement de la tension locale base-émetteur. Cet effet est minimal au centre de la jonction base-émetteur, et augmente fortement vers les bords où le courant s'accumule.

#### 1.3.2 Auto-échauffement

L'auto-échauffement se traduit par une augmentation de la température de la jonction base-émetteur  $T_j$ , donnée par :

$$T_j = T_0 + R_{th}(T_j) P_{diss} \quad (1.1)$$

où  $T_0$  est la température ambiante,  $P_{diss}$  est la puissance dissipée, et  $R_{th}$  est la résistance thermique du matériau donnée par :

$$R_{th}(T) = \frac{e}{\kappa(T) \cdot S} \quad (1.2)$$

où  $e$ ,  $S$  et  $\kappa$  représentent respectivement l'épaisseur, la surface et la conductivité thermique du matériau. Le tableau 1.1 donne les valeurs des conductivités thermiques de certains matériaux, à la température 300 K [8].

Matériau	$\kappa$ (W/°C.cm)
Germanium (Ge)	0.586
Silicium (Si)	1.465
Arséniure de Gallium (GaAs)	0.44
Phosphure d'indium (InP)	0.65

Tableau 1-1 : Conductivités thermiques de certains matériaux

La variation de  $T_j$  est due d'une part à la variation de la température ambiante et d'autre part à la puissance dissipée. A température ambiante constante, le phénomène d'auto-échauffement peut être caractérisé par la température de jonction, ou d'une façon équivalente, par la puissance dissipée.

### 1.3.3 Effets distribués

La nature distribuée des jonctions base-émetteur et base-collecteur est illustrée à la figure 1.2.

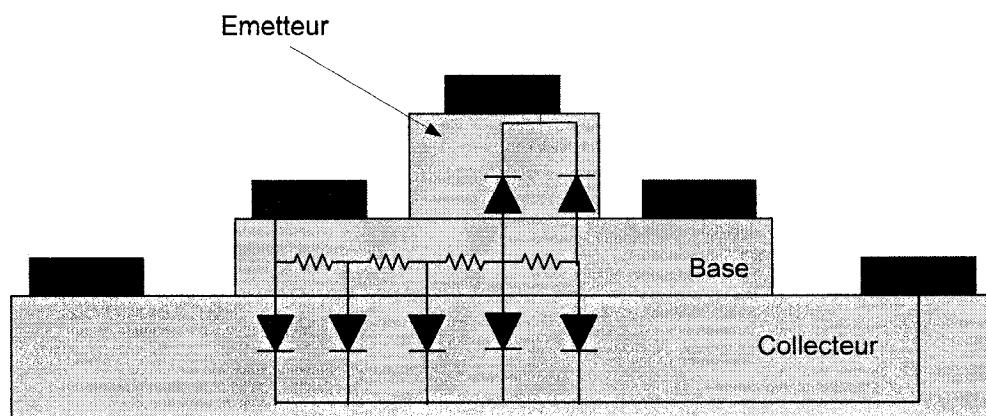


Figure 1-2 : Illustration des effets distribués

Les effets distribués de la jonction base-collecteur sont prépondérants et affectent le comportement du transistor dans le régime des hautes fréquences.

### 1.4 Performances en fréquence

Les performances en fréquences sont caractérisées par la fréquence de transition et la fréquence maximale d'oscillation.

### 1.4.1 Fréquence de transition $f_T$

La fréquence de transition  $f_T$  représente la fréquence à laquelle le gain dynamique en courant est égal à 1.  $f_T$  caractérise la rapidité du composant. Elle est reliée au temps de transit émetteur-collecteur  $\tau_{ec}$  par l'expression suivante :

$$f_T = \frac{1}{2 \pi \tau_{ec}} \quad (1.3)$$

### 1.4.2 Fréquence maximale d'oscillation $f_{max}$

La fréquence maximale d'oscillation  $f_{max}$  caractérise l'étendue de la largeur de bande utile du composant. Elle est reliée à la fréquence de transition par la relation suivante :

$$f_{max} = \sqrt{\frac{f_T}{8 \pi R_b C_{bc}}} \quad (1.4)$$

où  $R_b$  et  $C_{bc}$  représentent respectivement la résistance de base et la capacité de la jonction base-collecteur. Il est clair qu'il faut réduire  $R_b$  et  $C_{bc}$  afin d'élargir la bande d'utilisation du transistor.

### ***1.5 Avantage des HBTs par rapport aux BJTs***

Les HBTs jouissent de certains avantages par rapport aux transistors bipolaires à homojonction. En effet, la différence des largeurs de bande entre l'émetteur et la base, permet de contrôler indépendamment leurs niveaux de dopage, tout en maintenant une excellente efficacité d'injection. Ainsi, il est possible d'augmenter le niveau de dopage de la base, et de réduire celui de l'émetteur, cette opération ne pouvant être réalisée dans les BJTs sans en altérer l'efficacité d'injection.

Les avantages des HBTs par rapport aux BJTs sont les suivants :

- L'augmentation du niveau de dopage de la base entraîne la réduction de sa résistance grâce à une forte concentration des porteurs de charge. Cette réduction se traduit par un gain en puissance élevé.
- Grâce au fort niveau de dopage de la base, il est possible de concevoir des structures avec des couches de base très minces, réduisant ainsi le temps de transit à travers celle-ci, cette possibilité étant très limitée dans les BJTs à cause de l'effet de percement de base (base-punchthrough).
- Grâce au fort niveau de dopage de la base, la conductance de sortie est faible, ce qui réduit la modulation de base et résulte en une bonne linéarité et une faible distorsion harmonique.
- La forte mobilité des électrons réduit davantage le temps de transit.

- la réduction du niveau de dopage de l'émetteur permet de réduire la capacité de la jonction base-émetteur, améliorant ainsi les performances en fréquence du composant ( $f_T$  et  $f_{max}$  élevées).
- L'utilisation d'un substrat semi-isolant permet de réduire les effets parasites des connexions, facilitant ainsi l'intégration du composant.
- L'augmentation du niveau de dopage de la base permet d'augmenter la tension Early et d'atténuer les effets de forte injection.

Cependant, les HBTs souffrent de l'effet d'auto-échauffement, due à la faible conductivité thermique des matériaux utilisés (tels que les matériaux III-V), un tel effet étant négligeable dans les BJTs en silicium. Le tableau 1.2 présente une comparaison entre les BJTs et les HBTs.

Caractéristiques	HBTs	BJTs
Rapidité ( $f_T$ )	50-200 GHz	20-40 GHz
Densité de courant	50 KA/cm <sup>2</sup>	2-5 fois plus faible
Variation de $V_{seuil}$	$V_{BE} \sim 1 \text{ à } 2 \text{ mV}$	Comparable
Transconductance	5-20 S/mm	Comparable
Conductance de sortie	0.2 mS/mm	10-20 fois plus grande

Tableau 1-2 : Comparaison entre les BJTs et les HBTs.

## 1.6 Comparaison entre les HBTs et les transistors à effet de champ

Les avantages des HBTs par rapport aux transistors à effet de champs (FETs) sont les suivants :

- Les HBTs sont dotés d'une structure verticale. Ainsi, le temps de transit, paramètre principal caractérisant la rapidité des HBTs, dépend des épaisseurs des couches épitaxiales, ces épaisseurs étant très bien contrôlées par les procédés modernes de croissance épitaxiale. Par contre, les FETs sont dotés d'une structure latérale. Le temps de transit est alors défini par la longueur de grille. Ainsi, pour obtenir des performances comparables à celles des HBTs, il est nécessaire d'utiliser une lithographie submicronique complexe.
- La fréquence de coupure  $f_T$  du HBT est beaucoup plus élevée, essentiellement grâce à la faible résistance de base et à la faible capacité de la jonction base-émetteur.
- La transconductance  $g_m$  du HBT est très élevée, comparée à celle du MESFET. Ceci est du à la variation exponentielle du courant de sortie en fonction de la tension d'entrée. Une valeur de  $g_m$  élevée permet d'opérer avec des tensions d'entrées faibles.
- La conductance de sortie  $g_o$  est très faible grâce au fort dopage de la base.
- La tension de seuil du HBT (turn-on voltage), étant dépendante de la largeur de bande interdite du matériau, est facilement contrôlable par les procédés de

croissance épitaxiale. Une faible tension de seuil permet de réduire le temps de commutation, ce qui étend le domaine d'utilisation des HBTs aux circuits intégrés ultra-rapides.

- Les densités de puissances de sortie sont très élevées comparés à celles obtenues par les FETs à la même fréquence [9].

Le tableau 1.3 compare les performances du HBT et celles du MESFET et HEMT [10]-[11].

Paramètres	MESFET	HEMT	HBT	Conclusion
$f_T$	F	M	G	Le HBT est plus rapide
$f_{max}$	F	M	G	Le HBT a une bande d'utilisation plus étendue
Gain x BP	M	G	G	Le HEMT est plus efficace en large bande
$G_m/g_o$	F	M	G	Le HBT est meilleur pour les amplificateurs hautement linéaires
Densité de puissance	M	M	G	Le HBT est potentiellement meilleur pour les composantes de puissance

Tableau 1-3 : Comparaison entre le HBT, MESFET et HEMT

## ***1.7 Technologies des HBTs***

Il existe différents types d'hétérostructures, en particulier AlGaAs/GaAs et GaInP/GaAs, pour les HBTs à base de GaAs, InP/InGaAs, InAlAs/InGaAs, pour les HBTs à base d'InP, Si/SiGe pour les HBTs à base de Si, et AlGaN/GaN pour les HBTs à base de GaN. L'hétérostructure la plus utilisée est AlGaAs/GaAs, du fait que AlGaAs et GaAs ont des constantes de maille et des coefficients d'expansion thermique très similaires. Ceci permet d'éliminer les problèmes de désaccord de maille, et de rupture thermique pendant la fabrication. Les HBTs à base d'InP peuvent opérer à des fréquences plus élevées que ceux à base de GaAs, grâce à une plus grande mobilité des porteurs. La technologie en silicium est relativement limitée dans les applications en hyperfréquence. Cependant, afin de tirer profit de sa maturité technologique, des efforts ont été déployés afin d'élargir son champ d'application. Ainsi, les performances du Si ont été améliorées en augmentant le contenu en Germanium. Les HBTs à base de GaN représentent une nouvelle technologie prometteuse pour des applications à hautes puissance, haute température et hautes fréquences.

## ***1.8 Potentialité des HBTs pour l'amplification en puissance***

La plupart des applications des HBTs sont déjà réalisées par les BJTs en silicium. L'objectif est d'obtenir de meilleures performances à des fréquences plus élevées, tirant

profit de l'hétérostructure du composant. En particulier, les HBTs sont capables de générer de fortes densités de puissance de sortie, permettant ainsi de s'affranchir des structures complexes de circuits à plusieurs transistors [12]. L'obtention d'une forte densité de puissance est possible du fait que les HBTs peuvent supporter de fortes densités de courant, et des tensions de claquages élevées. Par ailleurs, des résultats rapportés dans la littérature montrent des RPAs (rendements en puissance ajouté) intéressants pour un HBT fonctionnant en classe B [13], [14]. En effet, le courant collecteur parasite est nul pendant la période de non-conduction. Ceci n'est pas le cas pour les FETs puisque d'une part, le courant de grille n'est pas nul pendant cette période, et d'autre part, la tension de claquage dépend de la tension d'entrée.

Le problème principal des HBTs dans les applications en puissance est le phénomène d'auto-échauffement du à la forte dissipation de puissance dans ces composantes à base de matériaux de faible conductivité thermique. L'auto-échauffement entraîne la dégradation des performances en fréquence telle que la fréquence de transition du transistor [15].

### **1.9 Modélisation et caractérisation des HBTs**

Alors que la conception assistée par ordinateur (CAD) est un élément indispensable à la réalisation de circuits micro-ondes à base de HBTs, son efficacité dépend, entre autres,

de la disponibilité d'un modèle fiable pouvant reproduire le comportement non-linéaire du transistor. Les modèles non-linéaires des HBTs diffèrent de ceux des BJTs essentiellement par la prise en compte des phénomènes d'auto-échauffement et des effets distribués.

La modélisation en régime petit-signal est d'une importance particulière, étant une source indispensable d'information sur le comportement dynamique du transistor. Les modèles linéaires sont groupés en deux configurations : la topologie en T et la topologie en  $\pi$ , le choix de l'une ou l'autre étant dépendant du point de vue physique adopté pour la modélisation des HBTs. Notons que dans le cas des FETs, une seule configuration existe [16].

Généralement, l'extraction des éléments du modèle linéaire comporte trois grands sujets :

- L'extraction des éléments parasites représentant les effets des lignes d'accès et des interconnexions.
- L'extraction des éléments représentant la partie extrinsèque du transistor, et incluant particulièrement les effets résistifs des matériaux et les effets distribués.
- L'extraction des éléments intrinsèques représentant les phénomènes intrinsèques au fonctionnement du transistor.

Différentes techniques d'extraction ont été proposées pour les modèles linéaires. On peut distinguer essentiellement deux grandes catégories : les techniques par optimisation numérique [45]-[54], et les techniques analytiques [55]-[60], [64]-[66]. Les techniques par optimisation numérique consistent à minimiser l'écart entre les performances calculées et celles mesurées. Généralement, trois étapes majeures sont requises :

1. Choix de valeurs initiales pour les paramètres du modèle.
2. Choix de la fonction d'erreur à minimiser.
3. Choix d'un algorithme fiable pour les itérations numériques.

La fonction d'erreur possède généralement plusieurs minimums locaux, en plus d'un minimum global correspondant à la solution du problème. La convergence de l'algorithme vers l'un ou l'autre des minimums dépend du choix des valeurs initiales.

Ceci engendre les problèmes suivants :

- Multiplicité des solutions
- Convergence vers des solutions non-physiques
- Non-convergence

Au cours de la dernière décennie les techniques par optimisations ont commencé à céder de la place au profit des techniques analytiques. Celles-ci sont plus précises mais plus difficiles à élaborer. Elles consistent à établir des équations reliant les paramètres du modèle à des grandeurs mesurables. Ces équations sont d'autant plus complexes que le nombre d'éléments est élevé. Ainsi, certains auteurs adoptent des techniques hybrides combinant l'approche analytique avec l'optimisation numérique [61]-[63].

Différentes techniques sont utilisées pour l'extraction des éléments parasites. Certains auteurs utilisent des structures de tests particulières [17]. D'autres auteurs utilisent des mesures des paramètres S, effectués dans des conditions particulières de polarisation [18]. Dans plusieurs techniques, les éléments parasites sont déterminés analytiquement ou par optimisation, conjointement avec les éléments extrinsèques et intrinsèques.

## 2. REVUE CRITIQUE DE LA LITTÉRATURE

### 2.1 Modélisation grand-signal

Les BJTs et les HBTs partagent les mêmes principes fondamentaux d'opération. Ainsi, les premiers travaux de modélisation des HBTs ont fait usage des modèles conventionnels des BJTs, particulièrement le modèle de Gummel-Poon (G-P), et rarement le modèle d'Ebers-Moll (E-M). Ce dernier, introduit en 1954 [19], fut le premier modèle proposé pour les transistors bipolaires (voir figure 2.1).

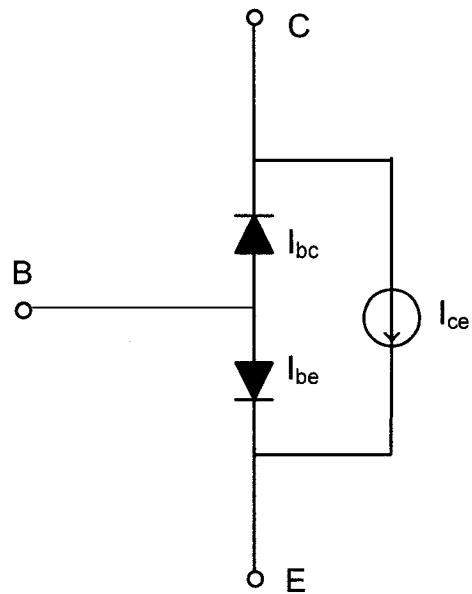


Figure 2-1 : Modèle d'Ebers-Moll

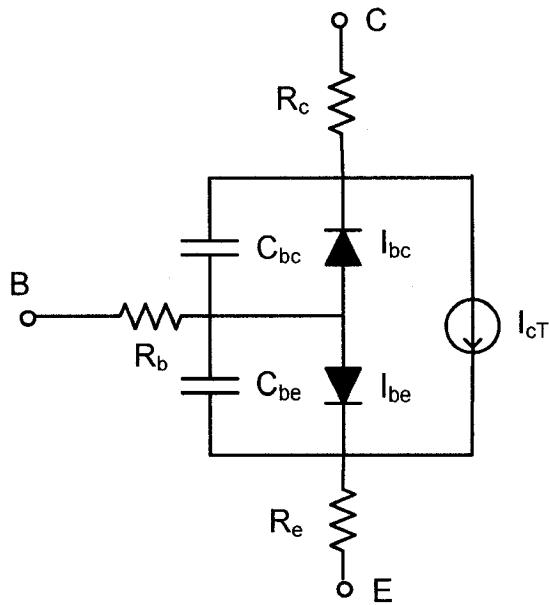


Figure 2-2 : Modèle Gummel-Poon

En 1970, Gummel et Poon ont introduit leur modèle basé sur le concept de contrôle de charge [20]. Ce modèle, illustré à la figure 2.2, a été considéré comme standard pour les transistors bipolaires. Le modèle G-P, bien que populaire chez les industriels, souffre de certaines insuffisances. Ainsi, d'autres modèles ont été développés pour palier à ces difficultés. En particulier, le modèle VBIC, introduit en 1995 [21]-[23], a été proposé comme nouveau standard par un groupe représentatif de l'industrie des circuits intégrés et des transistors bipolaires. Ce modèle tient compte d'effets non inclus dans le modèle G-P, tels que l'effet substrat, la quasi-saturation, et l'effet d'avalanche. Cao et al. [24] ont procédé à une comparaison entre les deux modèles afin de mettre en évidence les caractéristiques avancées du modèle VBIC. Dans le cas des HBTs de puissance à base

de GaAs, et plus généralement les transistors à base de matériaux III-V, l'effet substrat est négligeable [25]. D'autre part, la densité maximale du courant d'opération est limitée par les propriétés thermiques du transistor. Ainsi, le domaine d'opération du composant se trouve confiné à une région où certains effets tels que la quasi-saturation sont négligeables [26]. Par conséquent, le modèle VBIC est souvent réduit à une architecture proche de celle du modèle G-P : C'est l'une des raisons pour lesquelles, le modèle G-P est encore largement utilisé pour les transistors à base de GaAs, bien que le modèle VBIC soit disponible dans plusieurs simulateurs commerciaux.

D'autres modèles avancés ont été développés par certaines fonderies afin de simuler des transistors de technologies particulières. Le modèle MEXTRAM a été élaboré par Phillips en 1985 [27]-[29], et le modèle HICUM a été proposé par le professeur Schroter en 1987 [30]-[32].

Récemment, le modèle UCSD a été développé. Il est disponible dans certains simulateurs commerciaux tels qu'ADS. Ce modèle est plus complet mais il est d'une énorme complexité, étant constitué d'un grand nombre d'éléments.

En plus des modèles mentionnés ci-haut, la littérature disponible présente une grande variété de modèles [33]-[43], dont la plupart sont basés sur le modèle G-P, mais présentant certaines caractéristiques des modèles avancés. Par exemple, Schroter et al. [33] ont introduit un modèle combinant la simplicité du modèle G-P avec certaines

caractéristiques du modèle HICUM. Les modifications apportées permettent de tenir compte de certains effets comme l'auto-échauffement, l'accumulation de courant, les effets de forte injection de porteurs, etc.

Il existe également certaines versions modifiées du modèle Ebers-Moll, bien que rares [34]-[36].

## ***2.2 Modélisation petit-signal***

La modélisation des HBTs en régime petit-signal a suscité beaucoup d'intérêts [44]-[71]. Deux types de topologies sont utilisés pour les modèles linéaires : la topologie en T (voir figure 2.3) et la topologie en  $\pi$  (voir figure 2.4). Les modèles en T sont directement reliés à la physique du transistor, et par conséquent, ils sont préférés par les fabricants des composantes. Les modèles en  $\pi$  sont préférés par les concepteurs de circuits, et les modèles les plus populaires (G-P, VBIC, MEXTRAM, HICUM) se réduisent à une architecture en  $\pi$ , dans le régime petit-signal. Teeter et al. [44] ont démontré la possibilité d'établir une équivalence entre les paramètres des deux topologies, mais au prix de considérer les paramètres du modèle en  $\pi$  comme dépendant de la fréquence, une dépendance d'autant plus prononcée que la fréquence est élevée.

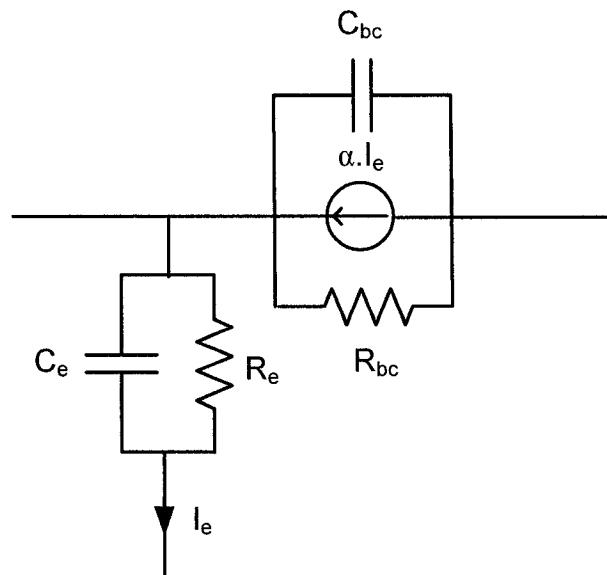
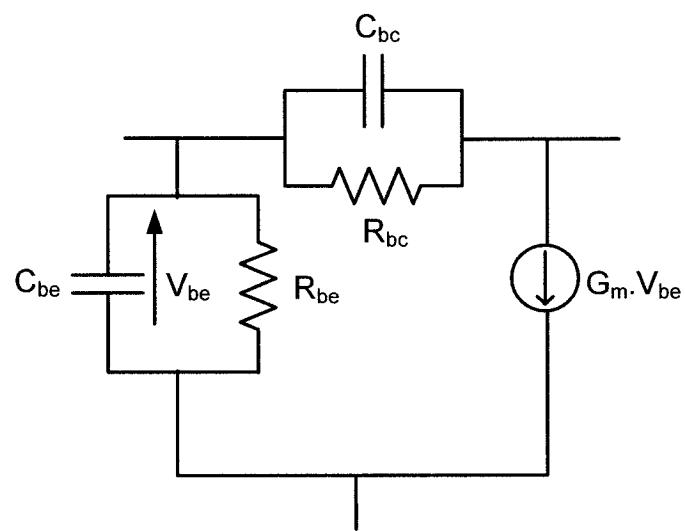


Figure 2-3 : Modèle en T

Figure 2-4 : Modèle en  $\pi$

Une grande variété de techniques d'extraction a été proposée pour les modèles linéaires [45]-[71]. Les techniques par optimisation sont les plus populaires du fait de leurs simplicités [45]-[54]. Cependant, elles souffrent de problèmes de non-convergence, multiplicité de solutions et de convergence vers des solutions non-physiques. Ceci est du à la sensibilité de ces techniques au choix des valeurs initiales [47]. Certains auteurs ont tenté de remédier à ces problèmes. Bilbro et al. [50] ont introduit une technique appelée «Tree Annealing» permettant d'éviter la convergence vers les minimums locaux. Trew et al. [51] ont proposé une technique utilisant une équation du temps de transit émetteur-collecteur, comme contrainte supplémentaire à la procédure d'optimisation, forçant ainsi les valeurs des paramètres à évoluer, au cours de l'optimisation, d'une manière consistante avec le fonctionnement physique du transistor. Menozzi et al. [48]-[49] ont développé un algorithme minimisant la sensibilité de la procédure d'extraction au choix des valeurs initiales. D'autres auteurs ont tenté de réduire le nombre de paramètres inconnus à travers la détermination expérimentale préalable de certains éléments parasites, utilisant différentes techniques. Par exemple, Lee et al. ont utilisé des structures de tests particulières, ainsi qu'un modèle électrique représentant ces effets [52]. Dans une autre publication, Lee et al. ont proposé une nouvelle technique utilisant des mesures sur des transistors, polarisé en mode cut-off [53], [54].

Costa et al. [55]-[56] ont proposé la première technique permettant l'extraction analytique des éléments intrinsèques. Les éléments parasites sont déterminés par des structures de tests particulières. Cependant, la résistance intrinsèque est considérée

comme un élément parasite indépendant du point de polarisation. Et d'autre part, la détermination des éléments parasites nécessite trois structures pour chaque composant. Wei et al. [57] ont développé la première technique n'utilisant ni optimisation numérique, ni des structures de tests particulières. Tous les éléments intrinsèques, extrinsèques et parasites ont été déterminés analytiquement à partir de mesures sous différentes conditions de polarisation. Pehlke et Pavlidis [58] ont proposé une autre technique analytique permettant l'évaluation directe des paramètres. Cependant, certains éléments ont été déterminés par optimisation, cet inconvénient ayant été traité ultérieurement par Sotoodeh et al [60]. Et d'autre part, le caractère distribué de la résistance de base et de la capacité de jonction base-collecteur, n'a pas été pris en compte, cet inconvénient ayant été corrigé par Spiegel et al. [61] qui ont proposé une technique combinant l'approche analytique avec l'optimisation numérique. Schaper et al. [62] ont également proposé une technique hybride utilisant certaines hypothèses et optimisations locales. Rios et al. [63] ont proposé une technique utilisant certaines contraintes afin de minimiser le nombre de paramètres inconnus qui sont à évaluer par optimisation numérique. Li. B et al. [64] ont proposé une technique basée sur des expressions appropriées des paramètres Z. Ouslimani et al. ont suivi un principe similaire à celui de Li et ont proposé une technique plus sophistiquée pour l'extraction [65]. Kameyama et al. [66] ont adopté une approche similaire pour extraire les éléments du circuit pour un transistor pnp, tout en affirmant que l'approche demeure applicable pour les transistors npn. Ghaddab et al. ont développé une technique utilisant une

approche statistique [67], cette technique ayant été amélioré par Tseng et al. [68] qui ont proposé une version purement analytique.

La plupart des techniques analytiques d'extraction proposées dans la littérature utilisent des approximations pour dériver des expressions analytiques. Ceci limite la possibilité de leur automatisation et implémentation pratique, et par conséquent, leurs utilités industrielles. Shienman et al. [69] ont proposé une technique permettant une extraction rigoureuse des éléments intrinsèques d'un modèle linéaire en T. Bousnina et al [70] ont aussi proposé une technique rigoureuse pour un modèle en  $\pi$ . Cependant, cette technique nécessite la connaissance préalable de certains paramètres du modèle statique, tels que le coefficient d'émission et la température de la jonction base-émetteur. Et d'autre part, la capacité de la jonction est déterminée comme solution d'une équation du second degré. Une telle équation possède généralement deux solutions et nécessite donc des arguments supplémentaires afin de sélectionner la bonne solution. Dans une autre publication Bousnina et al. [78] ont proposé une nouvelle technique basée sur une simulation électromagnétique et permettant l'élimination des effets parasites des mesures RF.

### 3. MODÉLISATION ET CARACTÉRISATION DES HBTs

#### 3.1 Modèle grand-signal

Une version modifiée du modèle de Gummel-Poon a été adoptée. Certaines caractéristiques des modèles avancés HICUM et MEXTRAM ont été incluses dans le modèle choisi. Le circuit grand-signal correspondant est illustré à la figure 3.1. Les principales modifications par rapport à la version originale du modèle G-P représentent :

- La résistance intrinsèque de la base.
- Le phénomène d'accumulation du courant
- Les effets de la jonction externe base-collecteur.
- L'effet d'auto-échauffement.

Le circuit est subdivisé en trois parties :

- Le circuit intrinsèque illustré à l'intérieur des lignes en pointillé et représentant la partie intrinsèque du transistor.
- Les éléments représentant la partie extrinsèque du transistor.
- Les effets parasites représentés à l'aide d'un réseau d'inductances et de capacités.

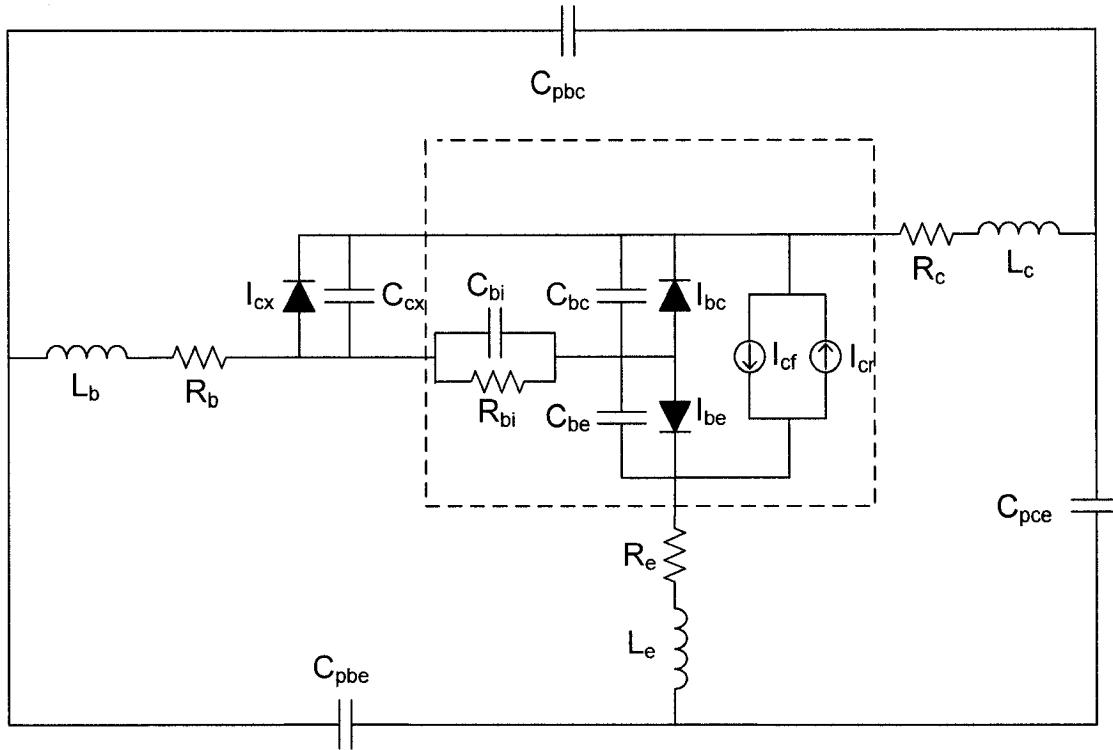


Figure 3-1 : Circuit grand signal

### 3.1.1 Circuit intrinsèque

Le circuit intrinsèque comprend des sources de courant non-linéaires modélisant l'effet fondamental du transistor, des diodes représentant les courants de fuite liés essentiellement aux phénomènes de recombinaison et d'injection de trous au niveau des jonctions base-émetteur et base-collecteur, des capacités modélisant les effets d'accumulation de charge, une résistance intrinsèque représentant la résistance latérale de la base et une capacité modélisant l'effet d'accumulation de courant.

$I_{be}$  représente les phénomènes de recombinaison au niveau de la jonction base-émetteur, l'injection inverse des trous de la base vers l'émetteur étant négligeable à cause de l'hétérojonction. Le courant  $I_{be}$  est donné par :

$$I_{be} = I_{sbe} \left( \exp \left( \frac{V_{be}}{N_{be} V_{th}} \right) - 1 \right) \quad (3.1)$$

où  $I_{sbe}$  est le courant de saturation,  $V_{be}$  est la tension à travers la jonction interne base-émetteur,  $N_{be}$  est le coefficient d'idéalité de la jonction base-émetteur et  $V_{th}$  est le voltage thermique donné par :

$$V_{th} = \frac{K T_j}{q} \quad (3.2)$$

où  $K$  est la constante de Boltzman,  $T_j$  est la température de jonction et  $q$  est la charge élémentaire.

$I_{bc}$  représente la recombinaison de porteurs au niveau de la jonction base-collecteur, et l'injection inverse des trous de la base vers le collecteur. Le courant  $I_{bc}$  est donné par l'expression suivante :

$$I_{bc} = I_{sbc} \left( \exp \left( \frac{V_{bc}}{N_{bc} V_{th}} \right) - 1 \right) \quad (3.3)$$

$I_{sbc}$  et  $N_{bc}$  représentent respectivement le courant de saturation et le coefficient d'idéalité.

$V_{bc}$  est la tension à travers la jonction interne base-collecteur.

$I_{cf}$  représente le courant de transfert direct. Il est donné par l'expression suivante :

$$I_{cf} = I_{scf} \left( \exp \left( \frac{V_{be}}{N_{cf} V_{th}} \right) - 1 \right) \quad (3.4)$$

$I_{scf}$  et  $N_{cf}$  représentent respectivement le courant de saturation et le coefficient d'idéalité.

$I_{cr}$  représente le courant de transfert inverse. Il est donné par l'expression suivante :

$$I_{cr} = I_{scr} \left( \exp \left( \frac{V_{bc}}{N_{cr} V_{th}} \right) - 1 \right) \quad (3.5)$$

$I_{scr}$  et  $N_{cr}$  représentent respectivement le courant de saturation et le coefficient d'idéalité.

Les courants  $I_{cf}$  et  $I_{cr}$  sont contrôlés par la tension interne  $V_{be}$ . La somme des deux courants représente le courant de transfert total donné par :

$$I_{cT} = I_{cf} + I_{cr} \quad (3.6)$$

Les courants de saturation et les coefficients d'émission sont considérés comme fonctions de la puissance dissipée ou de la température de jonction. Ceci permet de tenir compte de l'effet d'auto-échauffement. En mode d'opération actif, qui est le mode le plus intéressant dans les applications micro-ondes, les courants  $I_{be}$  et  $I_{cf}$  représentent les non-linéarités les plus dominantes.

$C_{be}$  représente la capacité de la jonction interne base-émetteur, tandis que  $C_{bc}$  représente la capacité de la jonction interne base-collecteur.

$R_{bi}$  représente la résistance de base intrinsèque. La capacité  $C_{bi}$  modélise l'effet d'accumulation de courant (current crowding).

### 3.1.2 Éléments extrinsèques

$I_{cx}$  représente les courants de fuite au niveau de la jonction externe base-collecteur. Le courant  $I_{cx}$  est donné par l'expression suivante :

$$I_{cx} = I_{scx} \left( \exp \left( \frac{V_{cx}}{N_{cx} V_{th}} \right) - 1 \right) \quad (3.7)$$

$I_{scx}$  et  $N_{cx}$  représentent respectivement le courant de saturation et le coefficient d'idéalité.

$C_{cx}$  représente la capacité de la jonction externe base-collecteur. Elle permet, conjointement avec la diode  $I_{cx}$ , de tenir compte de la nature distribuée de la jonction base-collecteur.

$R_b$ ,  $R_c$  et  $R_e$  représentent les résistances extrinsèques des régions quasi-neutres de la base, du collecteur et de l'émetteur, respectivement.

### 3.1.3 Éléments parasites

Le modèle proposé tient compte des effets parasites des lignes d'accès et des interconnexions. Les capacités  $C_{pce}$ ,  $C_{pbe}$  et  $C_{pbc}$  représentent les effets capacitifs inter-électrodes, tandis que les inductances  $L_e$ ,  $L_b$  et  $L_c$  représentent les effets inductifs dus aux longueurs des lignes d'accès.

### 3.2 Modèle petit-signal

Le modèle petit-signal représente le comportement dynamique du transistor lorsque le signal d'excitation est de très faible amplitude, comparé au signal DC de polarisation. Dans ce régime linéaire, le modèle grand signal se réduit au circuit illustré à la figure

3.2. Les sources de courant et les diodes sont remplacées par des éléments représentant la linéarisation de leurs caractéristiques courant-tension, autour du point de polarisation.

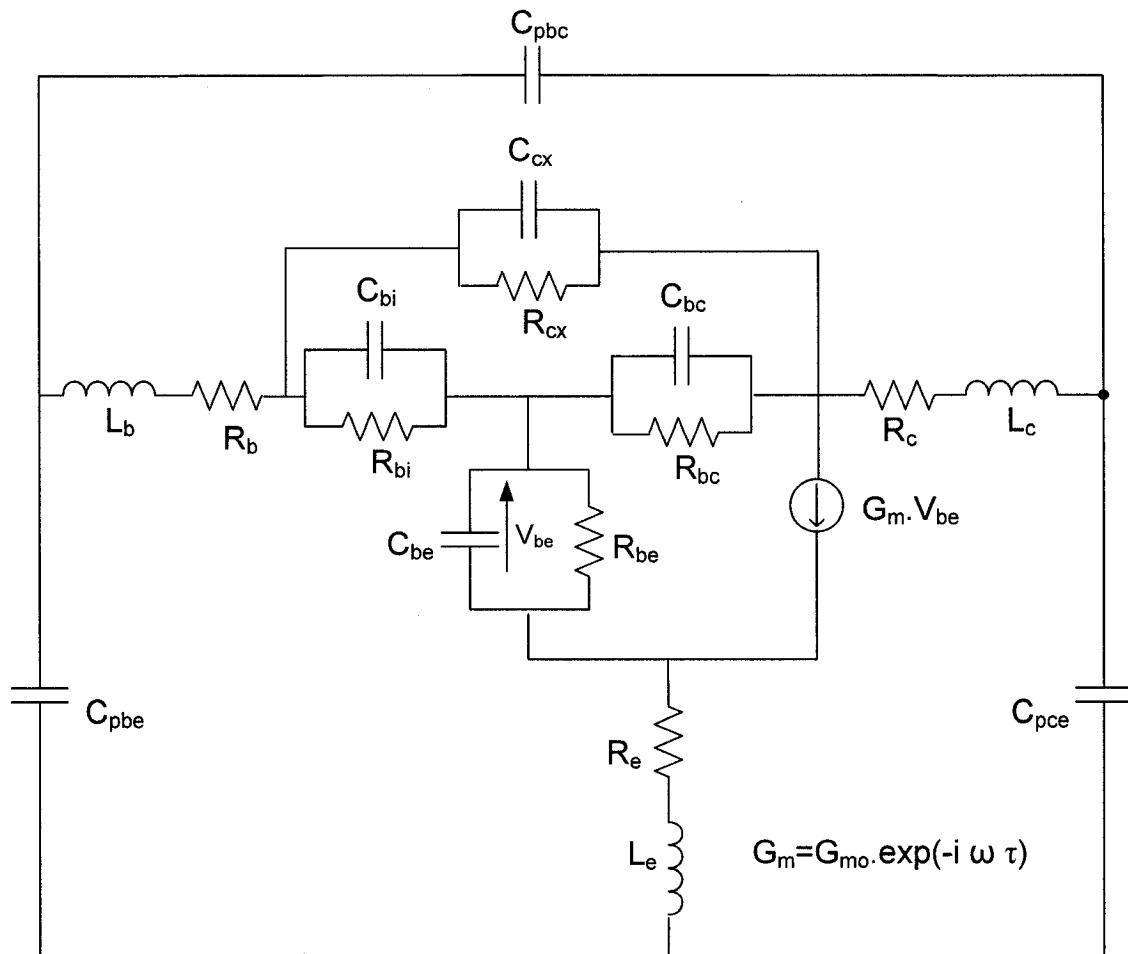


Figure 3-2 : Modèle petit-signal

### 3.2.1 Résistances dynamiques $R_{be}$ , $R_{bc}$ et $R_{cx}$

En régime petit-signal, la diode  $I_{be}$  est remplacée par la résistance dynamique  $R_{be}$  donnée par l'expression:

$$\frac{1}{R_{be}} = \frac{\delta I_{be}}{\delta V_{be}} \quad (3.8)$$

De même, la résistance dynamique  $R_{bc}$  remplace la diode  $I_{bc}$ . Elle est donnée par l'expression:

$$\frac{1}{R_{bc}} = \frac{\delta I_{bc}}{\delta V_{bc}} \quad (3.9)$$

Finalement, la résistance dynamique  $R_{cx}$  remplace la diode  $I_{cx}$ . Elle est donnée par l'expression:

$$\frac{1}{R_{cx}} = \frac{\delta I_{cx}}{\delta V_{bcext}} \quad (3.10)$$

$V_{be}$  et  $V_{bc}$  représentent les tensions à travers les jonctions internes base-émetteur et base-collecteur, respectivement.  $V_{bcext}$  représente la tension à travers la jonction externe base-

collecteur. Notons que les résistances  $R_{bc}$  et  $R_{cx}$  sont généralement très élevées. Et par conséquent, leurs effets peuvent être négligés.

### 3.2.2 Transconductance

La source du courant de transfert est remplacée par  $G_m V_{be}$  où  $V_{be}$  est la tension à travers la jonction interne base-émetteur, et  $G_m$  est la transconductance petit-signal donnée par :

$$G_m = G_{mo} e^{-i\omega\tau} \quad (3.11)$$

où  $G_{mo}$  est la transconductance DC et  $\tau$  est le temps de transit.

La transconductance  $G_{mo}$  est donnée par l'expression :

$$G_{mo} = \frac{\delta I_c}{\delta V_{be}} \quad (3.12)$$

### 3.2.3 Le temps de transit

L'approximation quasi-statique est valable pour  $f \ll f_T$ . Ainsi, pour tenir compte des effets de propagation, il est nécessaire d'adopter un point de vue non-quasi-statique [72]. L'approche choisie consiste à ajouter un terme de phase à la transconductance,

permettant de modéliser le retard du temps de transit des électrons à travers les régions quasi-neutres.

### 3.3 Corrélation entre le modèle petit-signal et le modèle statique

En régime statique, le modèle grand signal est réduit à celui de la figure 3.3.

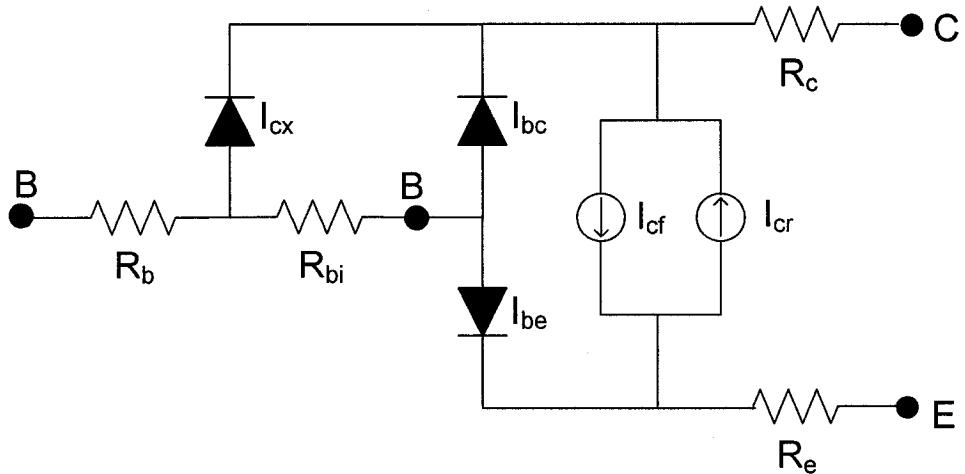


Figure 3-3 : Modèle statique

Les modèles petit-signal et statique représentent deux aspects d'un même problème. Et par conséquent, une corrélation doit exister entre les paramètres des deux modèles. En particulier, la résistance  $R_{be}$  et la source  $G_m V_{be}$  représentent les linéarisations des caractéristiques courant-tension de la diode  $I_{be}$  et de la source du courant de transfert, respectivement. On peut établir les relations suivantes [73] :

$$N_{cf} V_{th} = \frac{I_{cf}}{G_{mo}} \quad (3.13)$$

$$N_{be} V_{th} = R_{be} I_{be} \quad (3.14)$$

### 3.4 Extraction des éléments parasites

Il est nécessaire de déterminer les paramètres représentant les effets parasites afin de les éliminer des mesures des paramètres S, avant de procéder à l'extraction des éléments intrinsèques et extrinsèques du circuit.

#### 3.4.1 Extraction des capacités parasites

La technique d'extraction des capacités parasites a été proposée initialement par Dambrine et al. [74] dans le cas des FETs, puis appliquée aux HBTs par Belquin et al. [75]. Cette technique est constituée des étapes suivantes :

1. Le transistor est polarisé en mode cut-off. Une tension négative est appliquée à la base ( $V_{be} < 0$ ), tandis que le collecteur est court-circuité ( $V_{ce} = 0$ ). Les jonctions base-émetteur et base-collecteur sont bloquées, et les courants sont nuls. Ainsi, les effets résistifs deviennent négligeables.

2. Les paramètres S sont mesurés à basses fréquences, où les effets inductifs sont négligeables. Dans ces conditions, le circuit petit-signal se réduit à celui de la figure 3.4.

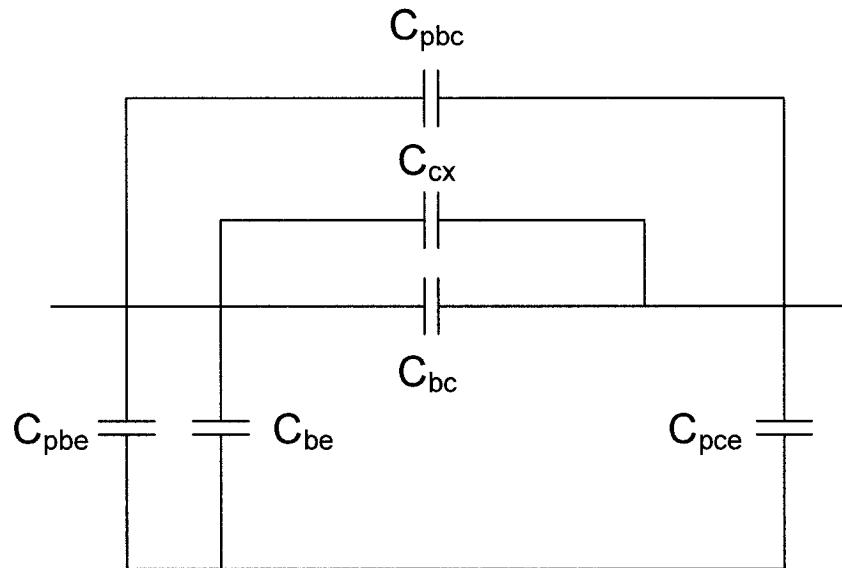


Figure 3-4 : Modèle petit-signal en mode cut-off.

3. Les paramètres S sont transformés en paramètres Y selon les équations suivantes :

$$Y_{11} = \frac{1}{50} \cdot \frac{(1 - S_{11}) \cdot (1 + S_{22}) + S_{12} \cdot S_{21}}{Y_s} \quad (3.15)$$

$$Y_{21} = -\frac{1}{50} \cdot \frac{2 \cdot S_{21}}{Y_s} \quad (3.16)$$

$$Y_{12} = -\frac{1}{50} \cdot \frac{2 \cdot S_{12}}{Y_s} \quad (3.17)$$

$$Y_{22} = \frac{1}{50} \cdot \frac{(1+S_{11}) \cdot (1-S_{22}) + S_{12} \cdot S_{21}}{Y_s} \quad (3.18)$$

$$\text{où } Y_s = (1+S_{11}) \cdot (1+S_{22}) - S_{12} \cdot S_{21} \quad (3.19)$$

4. Les paramètres Y sont exprimés en fonction des éléments constituant le circuit de la figure 3.4. On trouve ainsi les relations suivantes :

$$\text{Im}[Y_{11}] = \omega(C_{pbe} + C_{pbc} + C_{cx} + C_{bc} + C_{be}) \quad (3.20)$$

$$\text{Im}[Y_{12}] = \text{Im}[Y_{21}] = -\omega(C_{pbc} + C_{cx} + C_{bc}) \quad (3.21)$$

$$\text{Im}[Y_{22}] = \omega(C_{pce} + C_{pbc} + C_{cx} + C_{bc}) \quad (3.22)$$

où "Im" dénote la partie imaginaire. En combinant les équations précédentes, on obtient :

$$C_{pbe} + C_{be} = \frac{\text{Im}[Y_{11} + Y_{12}]}{\omega} \quad (3.23)$$

$$C_{pce} = \frac{\text{Im}[Y_{22} + Y_{12}]}{\omega} \quad (3.24)$$

$$C_{pbc} + C_{cx} + C_{bc} = -\frac{\text{Im}[Y_{12}]}{\omega} \quad (3.25)$$

$$C_{pbe} + C_{be} - C_{pce} = \frac{\text{Im}[Y_{11} - Y_{22}]}{\omega} \quad (3.26)$$

L'équation (3.24) permet de trouver directement la capacité  $C_{pce}$ . Pour trouver les deux autres capacités parasites  $C_{pbe}$  et  $C_{pbc}$ , il faut procéder à une étude de la variation de  $(C_{pbe} + C_{be})$  et  $(C_{pbc} + C_{cx} + C_{bc})$  en fonction du point de polarisation, permettant ainsi de séparer les capacités parasites indépendantes de la polarisation, des capacités de jonctions ( $C_{be}$ ,  $C_{cx}$  et  $C_{bc}$ ) qui dépendent des tensions appliquées à leurs bornes, selon les équations suivantes :

$$C_{be} = \frac{C_{hco}}{\left(1 - \frac{V_{be}}{\Phi_{be}}\right)^{m_{be}}} \quad (3.27)$$

$$C_{bc} = \frac{C_{hco}}{\left(1 - \frac{V_{bc}}{\Phi_{bc}}\right)^{m_{bc}}} \quad (3.28)$$

$$C_{cx} = \frac{C_{cxo}}{\left(1 - \frac{V_{bcext}}{\Phi_{cx}}\right)^{m_{cx}}} \quad (3.29)$$

où  $\Phi_{be}$ ,  $\Phi_{bc}$  et  $\Phi_{cx}$  représentent les potentiels des jonctions,  $m_{be}$ ,  $m_{bc}$  et  $m_{cx}$  sont des coefficients rendant compte de la nature de la jonction ( $m = 1/2$  pour une jonction

abrupte,  $m = 1/3$  pour une jonction graduelle). L'équation (17) semble redondante. Cependant, elle permet de vérifier les résultats des équations précédentes.

### 3.4.2 Extraction des inductances parasites

Les inductances parasites sont déterminées à l'aide des paramètres S mesurés lorsque le transistor est polarisé en mode de collecteur ouvert, i.e.  $I_c = 0$  A. Dans cette condition de polarisation, les jonctions base-collecteur et base-émetteur sont polarisées en direct à cause des fortes densités de courant de base [16], [57], [76]. Ainsi, les capacités des jonctions sont court-circuitées par les résistances dynamiques  $R_{be}$ ,  $R_{bc}$  et  $R_{cx}$  de faibles valeurs. Dans ces conditions le circuit de la figure 3.1 est réduit à celui de la figure 3.5.

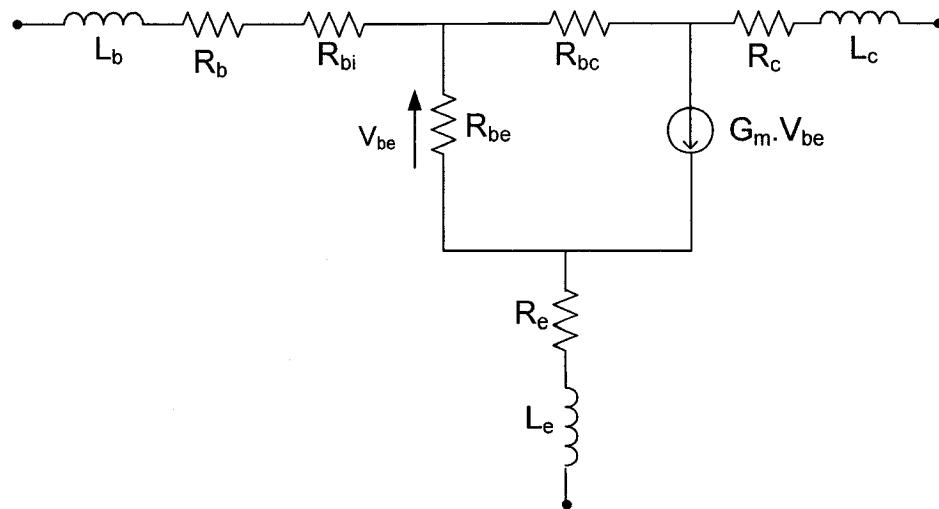


Figure 3-5 : Modèle petit-signal en mode collecteur ouvert

Les inductances sont alors déterminées à l'aide des expressions suivantes :

$$\omega L_c = \text{imag}(Z_{22} - Z_{21}) \quad (3.30)$$

$$\omega L_e = \text{imag}(Z_{12}) \quad (3.31)$$

$$\omega L_b = \text{imag}(Z_{11} - Z_{12}) \quad (3.32)$$

### **3.5 Extraction des résistances extrinsèques**

La technique du fly-back a été utilisée pour extraire les résistances extrinsèques  $R_e$ ,  $R_b$  et  $R_c$  [77].

#### **3.5.1 Résistance d'émetteur $R_e$**

La résistance  $R_e$  est déterminée en mesurant la tension  $V_{ce}$  en fonction du courant  $I_b$ . Cette mesure est appelée  $R_e$ -Flyback. Le transistor est monté en émetteur commun et à collecteur ouvert tel qu'illustré à la figure 3.6.

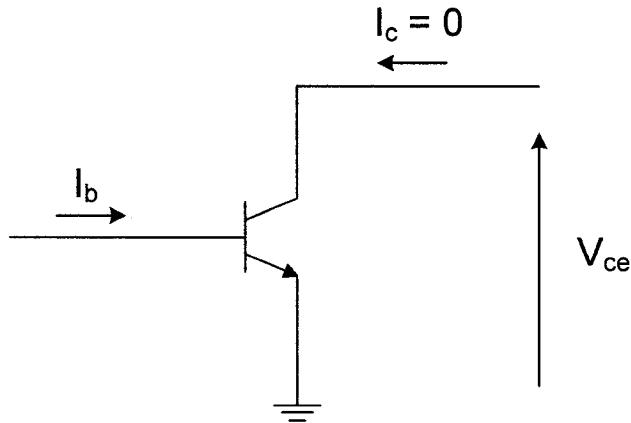


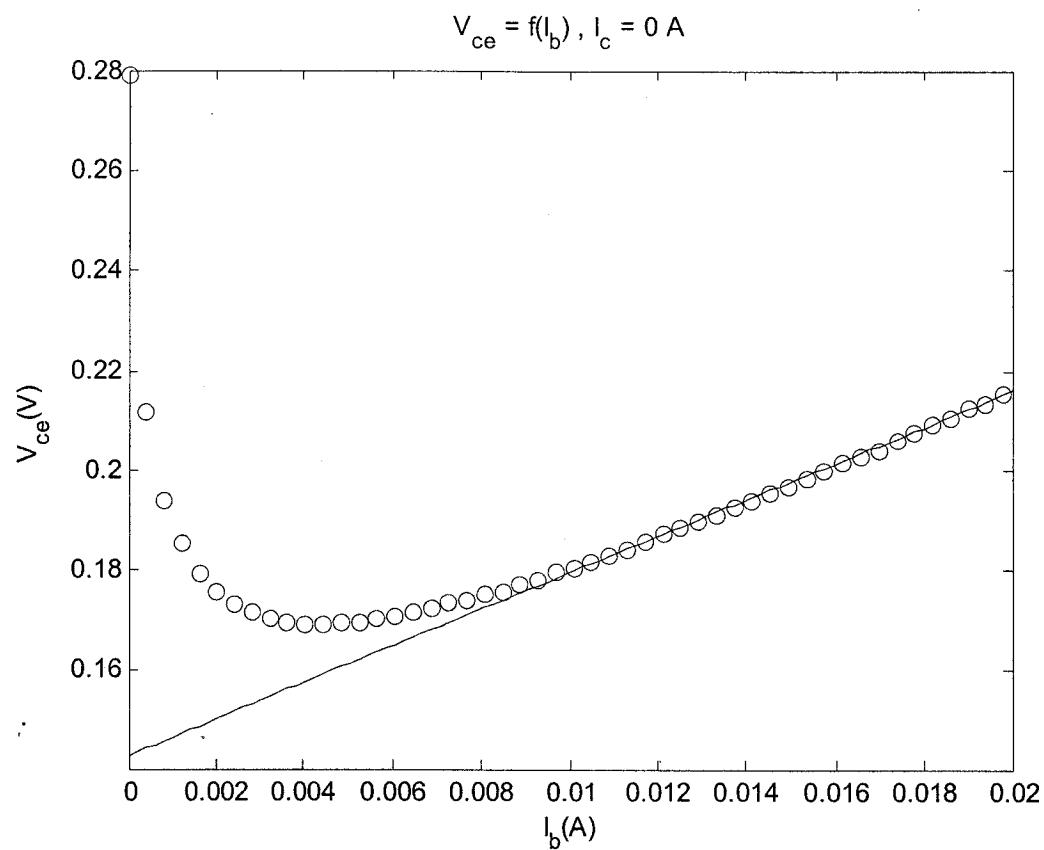
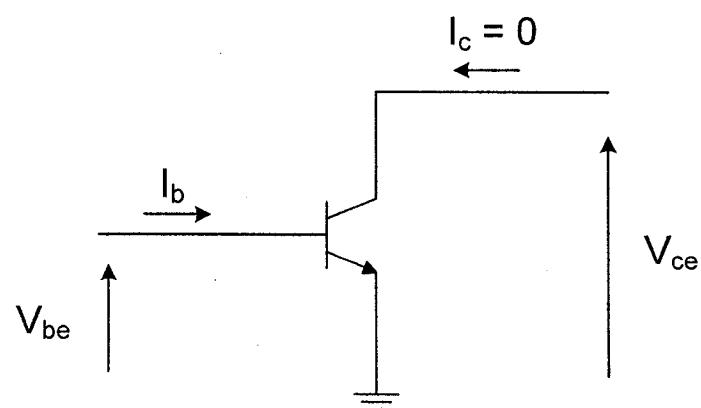
Figure 3-6 : Flyback pour la mesure de  $R_e$

$R_e$  représente la dérivée de  $V_{ce}$  par rapport à  $I_b$ , évaluée à haute valeur de courant de base (voir figure 3.7), i.e.

$$R_e = \left. \frac{\partial V_{ce}}{\partial I_b} \right|_{I_b \rightarrow \infty} \quad (3.33)$$

### 3.5.2 Résistance de base $R_b$

La résistance  $R_b$  est déterminée en mesurant  $V_{be}$  en fonction du courant  $I_b$ . Le transistor est toujours monté en émetteur commun et à collecteur ouvert tel qu'illustiqué à la figure 3.8.

Figure 3-7 : Détermination de  $R_e$ Figure 3-8 : Flyback pour la mesure de  $R_b$

La somme  $R_e + R_b$  représente la dérivée de  $V_{be}$  par rapport à  $I_b$ , évaluée à haute valeur de courant de base (voir figure 3.9), i.e. :

$$R_b = \left. \frac{\partial V_{be}}{\partial I_b} \right|_{I_b \rightarrow \infty} - R_e \quad (3.34)$$

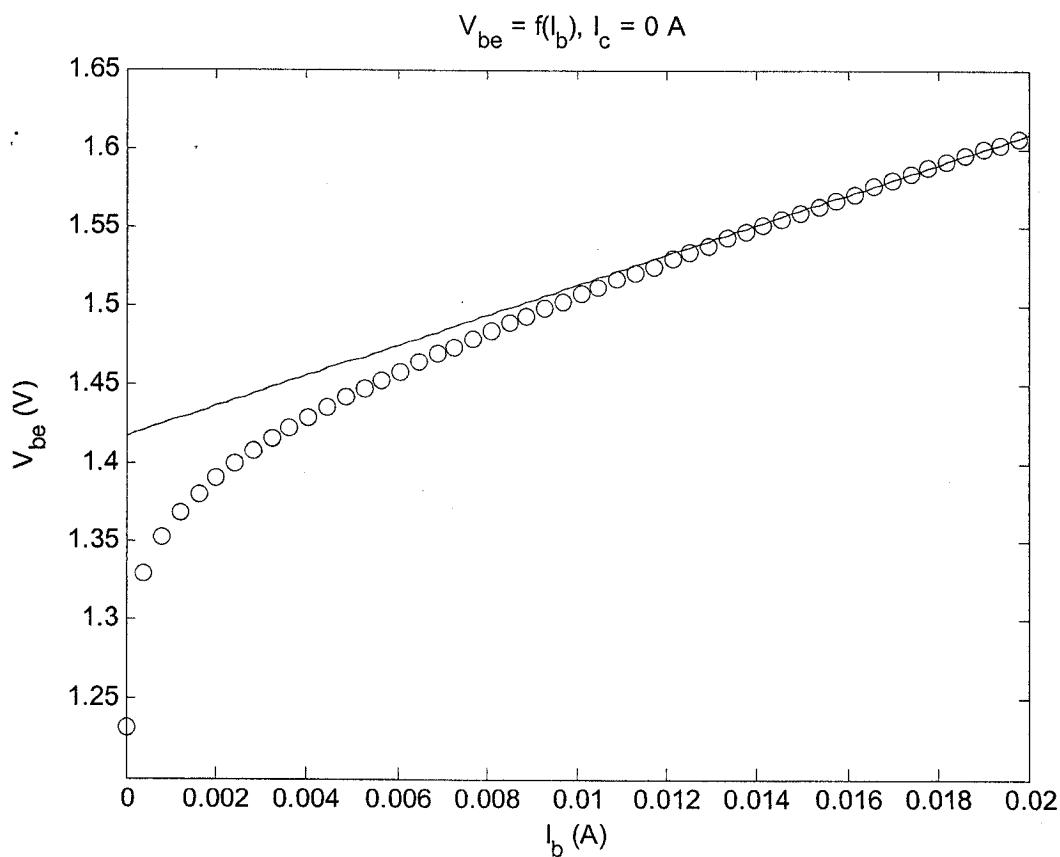


Figure 3-9 : Détermination de  $R_e + R_b$

### 3.5.3 Résistance de collecteur $R_c$

La résistance  $R_c$  est déterminée lorsque le courant de base  $I_b$  est constant, tel qu'illustré à la figure 3.10.

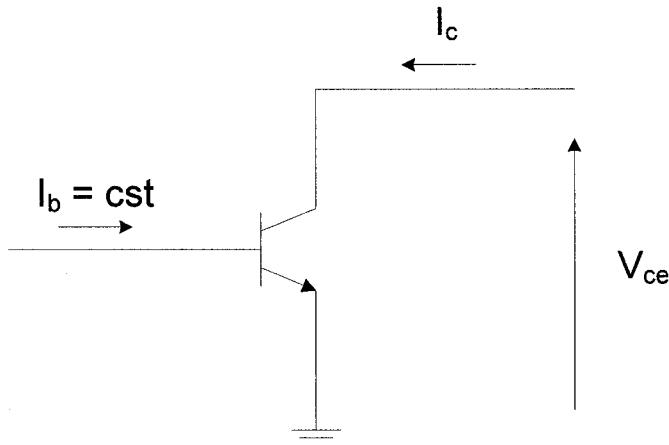


Figure 3-10 : Flyback pour la mesure de  $R_c$

Dans ce cas, la somme  $R_c + R_e$  représente la dérivée de  $V_{ce}$  par rapport à  $I_c$ , évaluée à haute valeur de courant de collecteur (voir figure 3.11), D'où :

$$R_c = \frac{\partial V_{ce}}{\partial I_c} \bigg|_{I_b=cst} - R_e \quad (3.35)$$

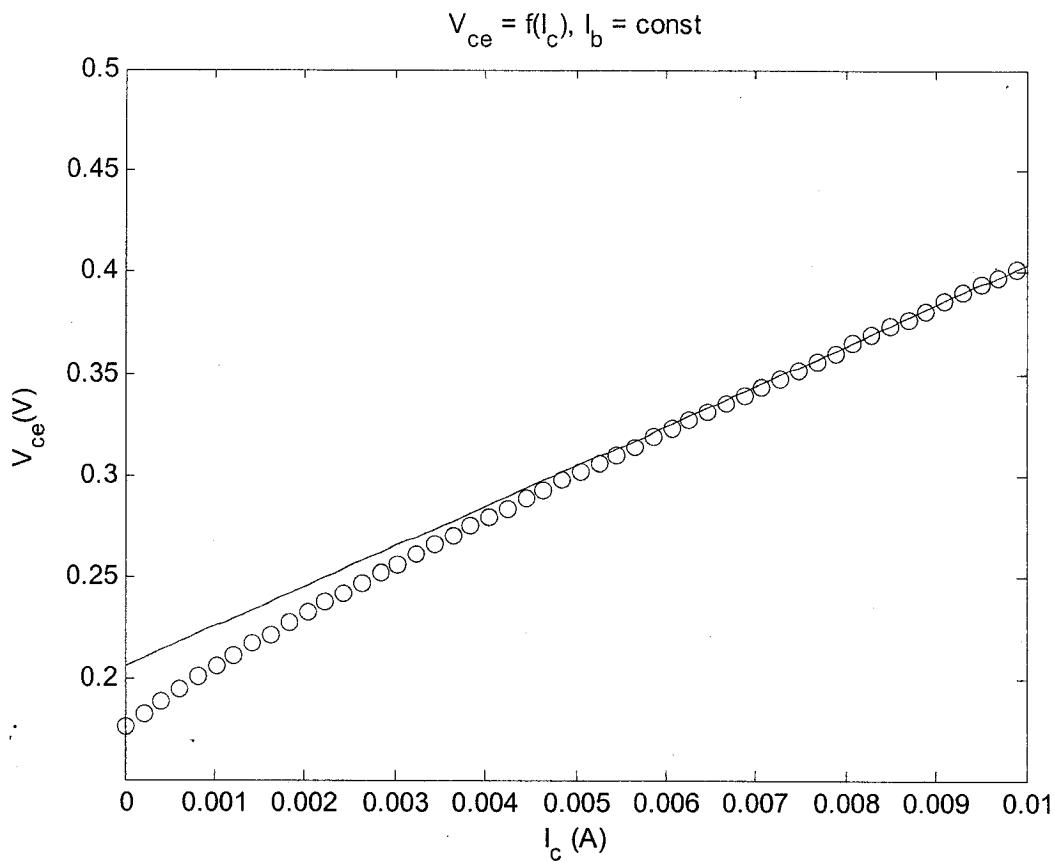


Figure 3-11 : Détermination de  $R_e + R_c$

### 3.6 Extraction petit-signal

L'extraction des éléments du modèle linéaire se fait en deux étapes :

- 1- Les valeurs des éléments parasites et des résistances extrinsèques sont éliminées des mesures de paramètres S. Une telle procédure est appelée de-embedding.

2- Les valeurs des éléments intrinsèques et extrinsèques (autres que les résistances  $R_b$ ,  $R_c$  et  $R_e$ ) sont déterminées analytiquement.

### 3.6.1 De-embedding

Deux techniques peuvent être utilisées pour effectuer le de-embedding. La première technique consiste à soustraire les valeurs trouvées des éléments parasites et des résistances extrinsèques, à partir des mesures des paramètres S, selon les étapes suivantes :

1. Les paramètres S sont transformés en paramètres Y selon les équations (3.15)-(3.19)
2. Les capacités parasites sont éliminées des paramètres Y selon les équations suivantes :

$$Y'_{11} = Y_{11} - i \cdot \omega \cdot (C_{phe} + C_{pce}) \quad (3.36)$$

$$Y'_{21} = Y_{21} + i \cdot \omega \cdot C_{pbc} \quad (3.37)$$

$$Y'_{12} = Y_{12} + i \cdot \omega \cdot C_{pbc} \quad (3.38)$$

$$Y'_{22} = Y_{22} - i \cdot \omega \cdot (C_{pbc} + C_{pce}) \quad (3.39)$$

3. Les nouveaux paramètres  $Y'$  sont transformés en paramètres  $Z$  selon les équations suivantes :

$$Z_{11}' = \frac{Y_{22}'}{DY} \quad (3.40)$$

$$Z_{21}' = -\frac{Y_{21}'}{DY} \quad (3.41)$$

$$Z_{12}' = -\frac{Y_{12}'}{DY} \quad (3.42)$$

$$Z_{22}' = \frac{Y_{11}'}{DY} \quad (3.43)$$

où

$$DY = Y_{11}' \cdot Y_{22}' - Y_{12}' \cdot Y_{21}' \quad (3.44)$$

4. Les résistances extrinsèques et les inductances parasites sont éliminées des paramètres  $Z$  selon les équations suivantes :

$$Z_{11}' = Z_{11} - R_e - R_b - i \cdot \omega \cdot (L_e + L_b) \quad (3.45)$$

$$Z_{21}' = Z_{21} - R_e - i \cdot \omega \cdot L_e \quad (3.46)$$

$$Z_{12}' = Z_{12} - R_e - i \cdot \omega \cdot L_e \quad (3.47)$$

$$Z_{22}' = Z_{22} - R_e - R_c - i \cdot \omega \cdot (L_e + L_c) \quad (3.48)$$

5. Finalement, les nouveaux paramètres Z sont transformés en paramètres Y selon les équations suivantes :

$$Y_{11} = \frac{Z'_{22}}{DZ} \quad (3.49)$$

$$Y_{21} = -\frac{Z'_{21}}{DZ} \quad (3.50)$$

$$Y_{12} = -\frac{Z'_{12}}{DZ} \quad (3.51)$$

$$Y_{22} = \frac{Z'_{11}}{DZ} \quad (3.52)$$

où

$$DZ = Z'_{11} \cdot Z'_{22} - Z'_{12} \cdot Z'_{21} \quad (3.53)$$

Le de-embedding est illustré schématiquement à la figure 3.12.

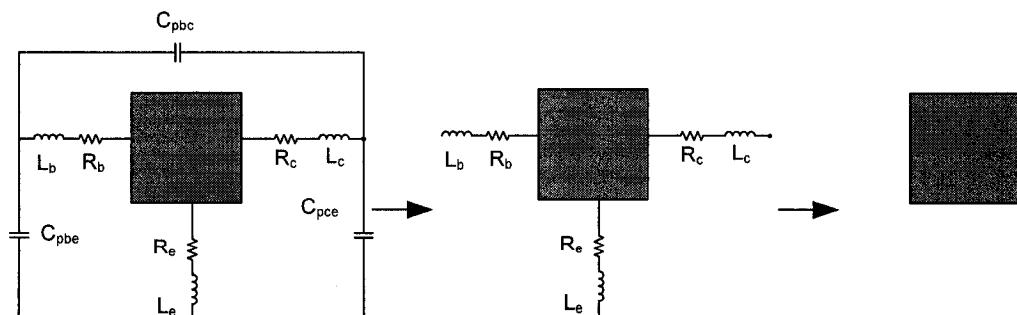


Figure 3-12 : Étapes de de-embedding

Le circuit final se réduit à celui de la figure 3.13.

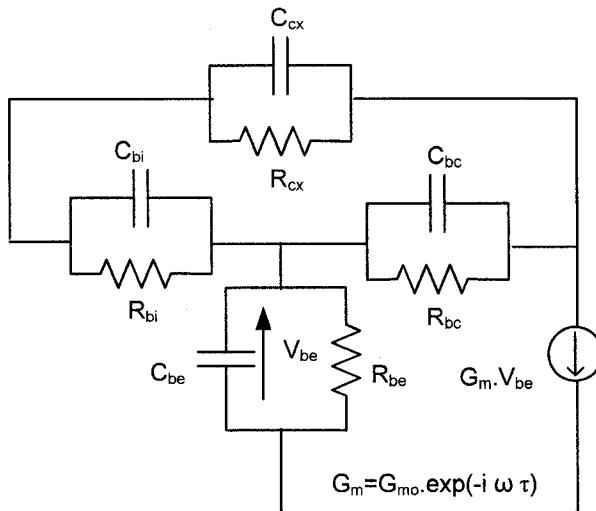


Figure 3-13 : Circuit final après de-embedding

La deuxième technique de de-embedding est basée sur une simulation électromagnétique qui nécessite la connaissance préalable du layout du transistor [78].

### 3.6.2 Extraction des éléments intrinsèques et extrinsèques

Les éléments intrinsèques et extrinsèques (autre que les résistances  $R_b$ ,  $R_c$  et  $R_e$ ) sont déterminés analytiquement à partir des paramètres Y du circuit de la figure 3.13. La procédure d'extraction est décrite en détail dans les annexes I et III. On se contente de présenter une brève description des principales étapes de la procédure.

Au départ, on applique la transformation T-Π tel qu'illustré à la figure 3.14.

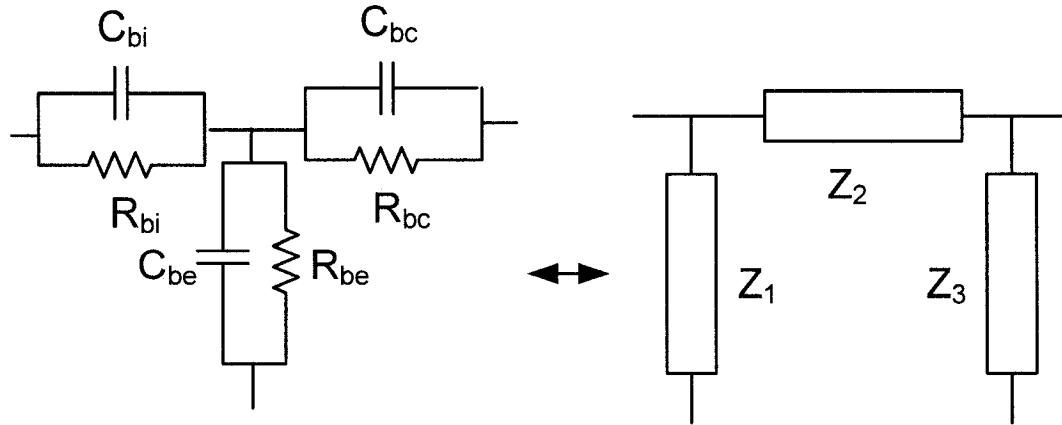


Figure 3-14 : Transformation T-Π

Les paramètres  $Z_1$ ,  $Z_2$  et  $Z_3$  sont donnés par [79]:

$$Z_1 = \frac{D}{Z_{bc}} \quad (3.54)$$

$$Z_2 = \frac{D}{Z_{be}} \quad (3.55)$$

$$Z_3 = \frac{D}{Z_{bi}} \quad (3.56)$$

où

$$Z_{bi} = \frac{R_{bi}}{1 + i \omega R_{bi} C_{bi}} \quad (3.57)$$

$$Z_{bc} = \frac{R_{bc}}{1 + i \omega R_{bc} C_{bc}} \quad (3.58)$$

$$Z_{be} = \frac{R_{be}}{1 + i \omega R_{be} C_{be}} \quad (3.59)$$

$$D = Z_{bi} Z_{bc} + Z_{be} Z_{bc} + Z_{bi} Z_{be} \quad (3.60)$$

Le circuit final est montré à la figure 3.15, où

$$Z_4 = \frac{Z_2 Z_{cx}}{Z_2 + Z_{cx}} \quad (3.61)$$

$$Z_{cx} = \frac{R_{cx}}{1 + i \omega R_{cx} C_{cx}} \quad (3.62)$$

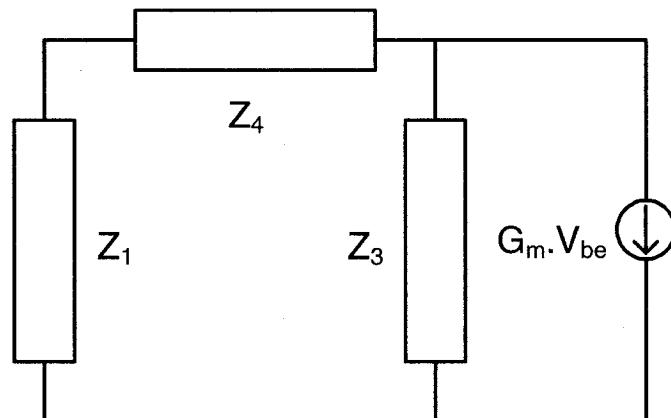


Figure 3-15 : Circuit final après la transformation T-Π

On peut montrer que les paramètres  $Z_1$ ,  $Z_3$ , et  $Z_4$  sont reliés aux paramètres  $Y$  selon les équations suivantes [80]

$$Z_1 = \frac{1}{Y_{11} + Y_{12}} \quad (3.63)$$

$$Z_3 = \frac{Y_{21} + Y_{11}}{(Y_{11} + Y_{12}) \cdot (Y_{22} + Y_{12})} \quad (3.64)$$

$$Z_4 = -\frac{1}{Y_{12}} \quad (3.65)$$

On définit par ailleurs, le paramètre suivant :

$$X = B \cdot G_{mo} \cdot \exp(-i \omega \tau) \quad (3.66)$$

$$B = \frac{Z_1}{Z_1 + Z_2 + Z_3} \quad (3.67)$$

Le paramètre  $X$  est relié aux paramètres  $Y$  selon l'équation suivante [81]:

$$X = (Y_{22} + Y_{12}) \cdot \frac{Y_{21} - Y_{12}}{Y_{21} + Y_{11}} \quad (3.68)$$

À ce point, l'extraction se déroule selon la procédure suivante :

### 1. Extraction de la constante de temps $T_{bi}$

On définit la fonction  $F_{bi}$  et la constante  $T_{bi}$  selon les équations suivantes :

$$F_{bi} \square \frac{\omega}{\text{imag}(Z_1 / Z_3)} \quad (3.69)$$

$$T_{bi} = R_{bi} C_{bi} \quad (3.70)$$

On montre que  $F_{bi}$  est fonction linéaire de  $\omega^2$  [79], i.e.

$$F_{bi} = A_0 + \omega^2 B_0 \quad (3.71)$$

La constante de temps  $T_{bi}$  est alors donnée par

$$T_{bi} = \sqrt{\frac{B_0}{A_0}} \quad (3.72)$$

La constante de temps  $T_{bi}$  permet de caractériser le phénomène d'accumulation de courant, étant directement reliée à la capacité  $C_{bi}$ .

## 2. Détermination de $R_{bi}/R_{bc}$ et $R_{bi} \times C_{bc}$

On peut déterminer  $R_{bi}/R_{bc}$  et  $R_{bi} \times C_{bc}$  à l'aide des relations suivantes :

$$\text{real} \left( \frac{Z_1}{Z_3} (1 + i \omega T_{bi}) \right) = \frac{R_{bi}}{R_{bc}} \quad (3.73)$$

$$\text{imag} \left( \frac{Z_1}{Z_3} (1 + i \omega T_{bi}) \right) = \omega R_{bi} C_{bc} \quad (3.74)$$

## 3. Détermination de $T_{be}$

On définit la fonction  $F_1$  et la constante  $T_{be}$  selon les équations suivantes :

$$F_1 \square \frac{\omega}{\text{imag} (Z_1 (1 + i \omega T_{bi}))} \quad (3.75)$$

$$T_{be} = R_{be} C_{be} \quad (3.76)$$

On montre que  $F_1$  est fonction linéaire de  $\omega^2$  [79], i.e.

$$F_1 = A + \omega^2 B \quad (3.77)$$

La constante de temps  $T_{be}$  est alors donnée par

$$T_{be} = \sqrt{\frac{B}{A}} \quad (3.78)$$

#### 4. Détermination de $R$ et $R \times T$

On définit la fonction  $F_2$  par la relation :

$$F_2 = Z_1 (1 + i \omega T_{be}) (1 + i \omega T_{bi}) \quad (3.79)$$

On définit, par ailleurs, les constantes  $R$  et  $T$  comme :

$$R = R_{bi} R_{be} \left[ \frac{1}{R_{bc}} + \frac{1}{R_{be}} + \frac{1}{R_{bi}} \right] \quad (3.80)$$

$$T = \frac{C_{be} + C_{bc} + C_{bi}}{\frac{1}{R_{bc}} + \frac{1}{R_{be}} + \frac{1}{R_{bi}}} \quad (3.81)$$

On montre alors que :

$$\text{real}(F_2) = R \quad (3.82)$$

$$\text{imag}(F_2) = \omega R T \quad (3.83)$$

### 5. Détermination de $R_{be}$ et $R_{bi}$

À partir des relations (3.80) et (3.81), les résistances  $R_{be}$  et  $R_{bi}$  sont déterminées à l'aide du système linéaire suivant :

$$\begin{pmatrix} R_{be} \\ R_{bi} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 + \frac{R_{bi}}{R_{bc}} & 1 \\ T_{bi} + R_{bi} C_{bc} & T_{be} \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} R \\ RT \end{pmatrix} \quad (3.84)$$

### 6. Détermination de $R_{bc}$ , $C_{bc}$ , $C_{be}$ et $C_{bi}$

Connaissant  $R_{be}$  et  $R_{bi}$ , on détermine  $R_{bc}$ ,  $C_{bc}$ ,  $C_{be}$  et  $C_{bi}$  directement à partir de  $R_{bi}/R_{bc}$ ,  $R_{bi} \times C_{bc}$ ,  $R_{be} \times C_{be}$  ( $= T_{be}$ ) and  $R_{bi} \times C_{bi}$  ( $= T_{bi}$ ).

### 7. Détermination de $C_{cx}$ , $R_{cx}$ , $G_{mo}$ et $\tau$

On détermine  $C_{cx}$ ,  $R_{cx}$ ,  $G_{mo}$  et  $\tau$ , à l'aide des équations suivantes :

$$\omega C_{cx} = \text{imag} \left( \frac{1}{Z_4} - \frac{1}{Z_2} \right) \quad (3.85)$$

$$\frac{1}{R_{cx}} = \text{real} \left( \frac{1}{Z_4} - \frac{1}{Z_2} \right) \quad (3.86)$$

$$G_{mo} = \left| \frac{X}{B} \right| \quad (3.87)$$

$$\omega \tau = -\text{phase} \left( \frac{X}{G_{mo} B} \right) \quad (3.88)$$

### 3.7 Extraction des paramètres du modèle statique en mode actif

L'extraction des paramètres caractérisant le mode de fonctionnement direct est décrit en détail dans l'annexe II. Dans cette section, on se contente de présenter les principaux résultats. En mode d'opération direct, le circuit statique se réduit à celui de la figure 3.16.

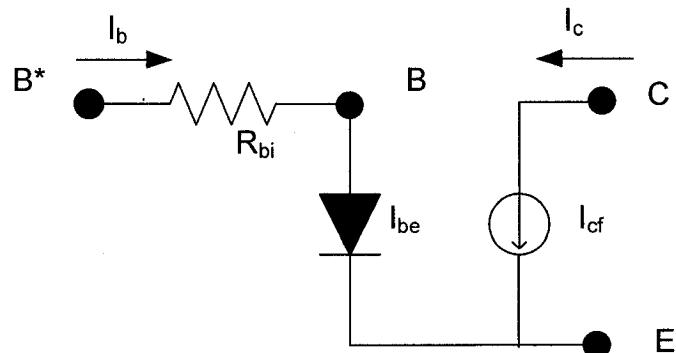


Figure 3-16 : Circuit statique en mode actif

Le courant  $I_{be}$  s'identifie au courant de base  $I_b$ , et le courant  $I_{cf}$  s'identifie au courant de collecteur  $I_c$ . Ainsi, les relations (3.1), (3.4), (3.13) et (3.14) deviennent

$$I_b = I_{sbe} \left( \exp \left( \frac{V_{be}}{N_{be} V_{th}} \right) - 1 \right) \quad (3.89)$$

$$I_c = I_{scf} \left( \exp \left( \frac{V_{be}}{N_{cf} V_{th}} \right) - 1 \right) \quad (3.90)$$

$$N_{cf} V_{th} = \frac{I_c}{G_{mo}} \quad (3.91)$$

$$N_{be} V_{th} = R_{be} I_b \quad (3.92)$$

$R_{be}$  et  $G_{mo}$  ont été déterminés au cours de l'extraction petit-signal. Ainsi, à l'aide des équations (3.91) et (3.92), on peut déterminer  $N_{cf} V_{th}$  et  $N_{be} V_{th}$  en fonction du point de polarisation.

Lorsque la température ambiante est constante,  $N_{cf} V_{th}$  et  $N_{be} V_{th}$  dépendent uniquement de la puissance dissipée  $P_{diss}$ , définie comme

$$P_{diss} = I_c V_{ce} + I_b V_{be} \quad (3.93)$$

Ainsi, on peut définir deux fonctions  $f$  et  $h$  telles que :

$$f(P_{diss}) = N_{cf} V_{th} \quad (3.94)$$

$$h(P_{diss}) = N_{be} V_{th} \quad (3.95)$$

En utilisant les équations (3.1) et (3.4), on peut déterminer les courants de saturation  $I_{scf}$  et  $I_{sbe}$  comme fonctions de la puissance dissipée, selon les équations suivantes :

$$I_{scf} = \frac{I_c}{\exp\left(\frac{V_{be}}{N_{cf} V_{th}}\right) - 1} = \frac{I_c}{\exp\left(\frac{V_{be}}{f(P_{diss})}\right) - 1} \quad (3.96)$$

$$I_{sbe} = \frac{I_b}{\exp\left(\frac{V_{be}}{N_{be} V_{th}}\right) - 1} = \frac{I_b}{\exp\left(\frac{V_{be}}{h(P_{diss})}\right) - 1} \quad (3.97)$$

Ainsi, le fonctionnement du HBT en mode actif est complètement caractérisé par quatre fonctions de la puissance dissipée.

### 3.8 Validation de la technique

#### 3.8.1 Banc de mesures

Des transistors à un doigt d'émetteur, provenant de deux fonderies différentes ont été utilisés pour valider le modèle et la technique d'extraction. Le premier transistor est un

HBT AlGaAs/GaAs sur tranche (on wafer), à une surface d'émetteur  $2 \times 20 \mu\text{m}^2$ . Les autres transistors sont des HBTs GaInP/GaAs, fabriqués par Nortel et dont les surfaces d'émetteurs sont  $1 \times 10 \mu\text{m}^2$  et  $1 \times 100 \mu\text{m}^2$ .

Les mesures DC ont été effectuées à l'aide d'un mesureur de précision programmable HP 4142. Les mesures de paramètres S ont été effectuées à l'aide d'un analyseur de réseaux vectoriel HP 8510, associé à une station de mesures sous pointes, équipée d'un support thermique permettant de contrôler la température ambiante. Les conditions de polarisation sont assurées par le mesureur HP 4142.

### 3.8.2 Extraction des résistances

Les valeurs des résistances, déterminées à l'aide de la technique du Fly-back, sont résumées au tableau suivant :

Transistor	$R_e$ (Ohm)	$R_c$ (Ohm)	$R_b$ (Ohm)
1 x 10	3.68	11.92	1.71
2 x 20	1.275	1.439	1.6
1 x 100	0.52	1.46	0.93

Tableau 3-1 : Valeurs des résistances extrinsèques

### 3.8.3 Extraction des capacités et inductances parasites

Dans le cas des transistors 1 x 10 et 1 x 100, le de-embedding a été effectué en utilisant la technique de la simulation électromagnétique.

Dans le cas du transistor 1 x 20, les valeurs des capacités et inductances parasites ont été déterminées à l'aide des techniques décrites dans les paragraphes 3.4.1 et 3.4.2. Les capacités parasites sont données au tableau 3.2. Les inductances parasites sont données au tableau 3.3.

$C_{pce}$ (fF)	33.22
$C_{pbe}$ (fF)	1.3
$C_{pbc}$ (fF)	6

Tableau 3-2 : Valeurs des capacités parasites

$L_e$ (pH)	22.39
$L_c$ (pH)	8.7
$L_b$ (pH)	17

Tableau 3-3 : Valeurs des inductances parasites

### 3.8.4 Implantation du modèle petit-signal

Le logiciel de simulation ADS a été utilisé pour l'implantation du circuit petit-signal, tel que montré à la figure 3.17.

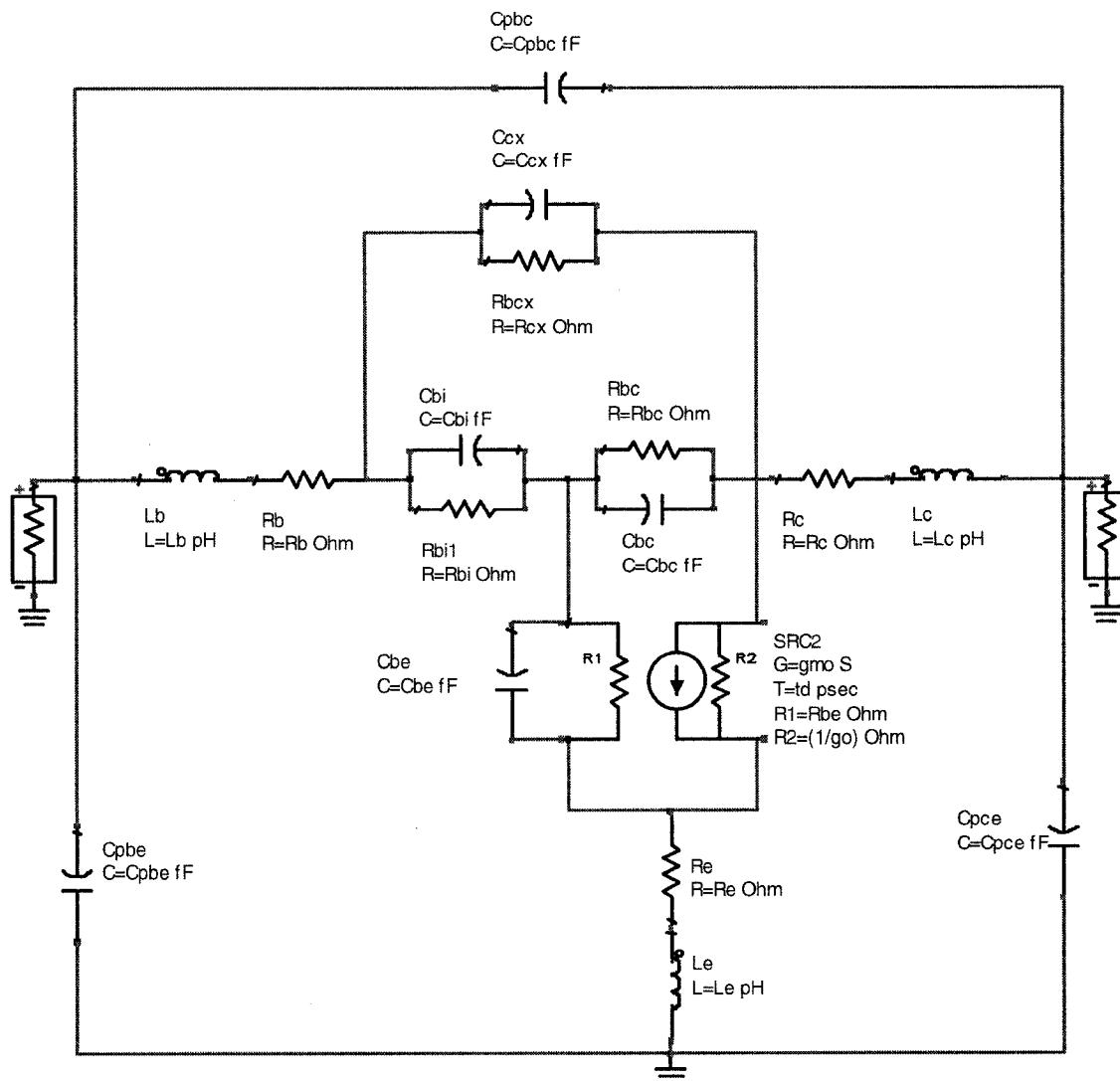


Figure 3-17 : Schéma ADS du modèle petit-signal

On présente des exemples de simulation pour les transistors 2x20 et 1x100. Les paramètres S sont illustrés sur l'abaque de Smith, sur une bande de fréquences de 1 à 20 GHz.

**1<sup>er</sup> exemple : HBT 2 x 20, polarisé au point  $V_{ce} = 2$  V,  $I_b = 240$   $\mu$ A,  $I_c = 19.3$  mA**

Les résultats de l'extraction sont donnés au tableau 3.4. La simulation est montrée sur l'abaque de Smith à la figure 3.18.

élément	Valeur
$R_{bi}$ [ohm]	1.97
$R_{be}$ [ohm]	115.87
$R_{bc}$ [ohm]	$3.39 \times 10^4$
$R_{cx}$ [ohm]	Très élevée
$C_{bi}$ [fF]	0
$C_{be}$ [fF]	2849
$C_{bc}$ [fF]	6.33
$C_{cx}$ [fF]	52.28
$G_{mo}$ [S]	0.76
$\tau$ [ps]	1.71

Tableau 3-4 : Résultats de l'extraction pour le transistor 2 x 20

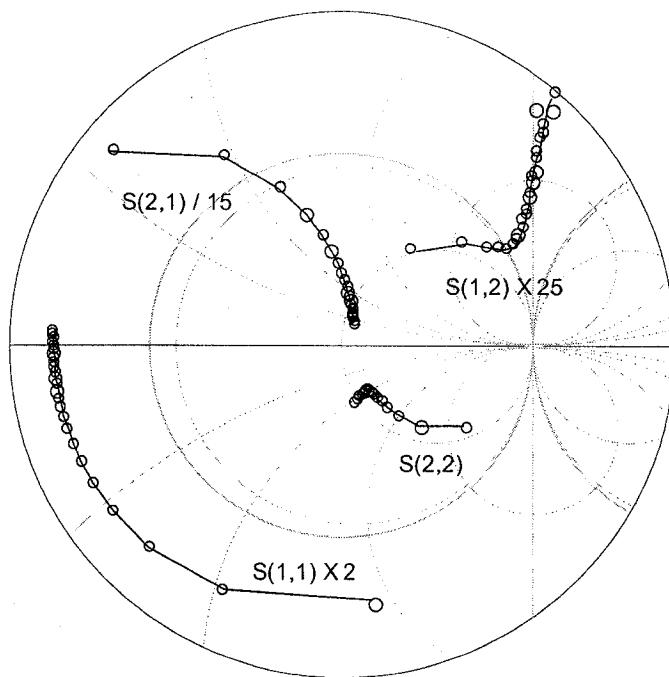


Figure 3-18 : Comparaison entre les paramètres S mesurés (o) et simulés (-) pour HBT  
 $2 \times 20$ , ( $V_{ce} = 2$  V,  $I_b = 240$   $\mu$ A,  $I_c = 19.3$  mA)

**2<sup>e</sup> exemple : HBT 1x100, polarisé au point  $V_{ce} = 5$  V,  $I_b = 326.97$   $\mu$ A,  $I_c = 45$  mA**

Les résultats de l'extraction sont donnés au tableau 3.5. La simulation est montrée sur l'abaque de Smith à la figure 3.19.

élément	Valeur
$R_{bi}$ [ohm]	13.2
$R_{be}$ [ohm]	1562.4
$R_{bc}$ [ohm]	$2.94 \times 10^5$
$R_{cx}$ [ohm]	$2.248 \times 10^5$
$C_{bi}$ [fF]	0
$C_{be}$ [fF]	428.6
$C_{bc}$ [fF]	2.97
$C_{cx}$ [fF]	6.7
$G_{mo}$ [S]	0.14
$\tau$ [ps]	1.11

Tableau 3-5 : Résultats de l'extraction pour le transistor 1 x 100

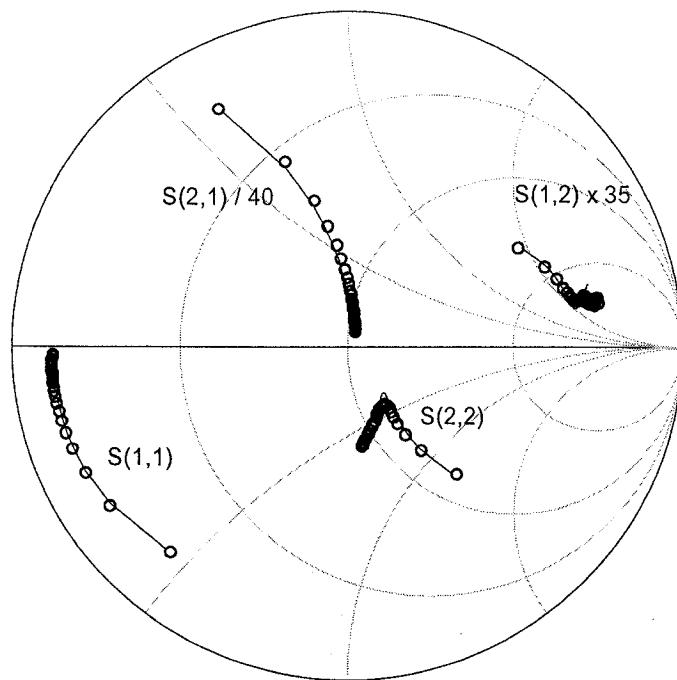


Figure 3-19 : Comparaison entre les paramètres S mesurés (o) et simulés (-) pour HBT 1 x 100, ( $V_{ce} = 5$  V,  $I_c = 45$  mA,  $I_b = 326.97$   $\mu$ A)

**3<sup>e</sup> exemple : HBT 1x100, polarisé au point  $V_{ce} = 2$  V,  $I_b = 215.74$   $\mu$ A,  $I_c = 30$  mA**

Les résultats de l'extraction sont donnés au tableau 3.6. La simulation est montrée sur l'abaque de Smith à la figure 3.20.

élément	Valeur
$R_{bi}$ [ohm]	2.05
$R_{be}$ [ohm]	149.31
$R_{bc}$ [ohm]	$2 \times 10^5$
$R_{bx}$ [ohm]	Très élevée
$C_{bi}$ [fF]	0
$C_{be}$ [fF]	3559
$C_{bc}$ [fF]	63.34
$C_{cx}$ [fF]	40.03
$G_{mo}$ [S]	1.05
$\tau$ [ps]	1.03

Tableau 3-6 : Résultats de l'extraction pour le transistor 1 x 100

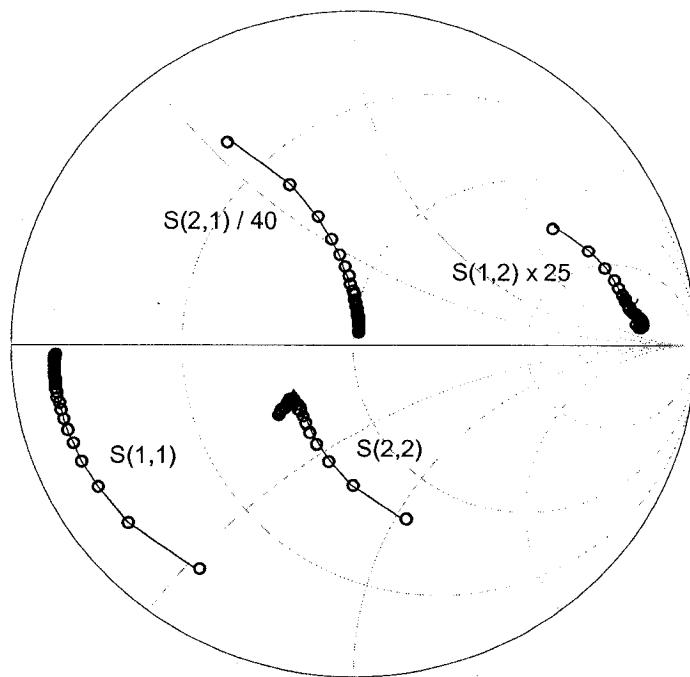


Figure 3-20 : Comparaison entre les paramètres S mesurés (o) et simulés (-) pour HBT

$$1 \times 100, (V_{ce} = 2 \text{ V}, I_b = 215.74 \mu\text{A}, I_c = 30 \text{ mA})$$

### 3.8.5 Implantation du modèle grand-signal

Le modèle grand-signal a été implanté à l'aide du logiciel ADS, tel qu'illustré à la figure 3.21. Un SDD (symbolically defined device) a été utilisé pour modéliser la partie fortement non-linéaire du transistor 1x10. Une comparaison de paramètres S simulés et mesurés est montrée à la figure 3.22. Faute de ne pas avoir de mesures de puissance, on s'est contenté d'effectuer des simulations d'équilibrage harmonique (Harmonic balance),

afin de montrer la convergence et la cohérence du modèle. La figure 3.23 montre l'évolution de la puissance de sortie en fonction de la puissance d'entrée, à la fréquence fondamentale 10 GHz, ainsi qu'à la deuxième et la troisième harmonique, au point de polarisation  $V_{ce} = 3V$  et  $I_b = 29.55 \mu A$ . La figure 3.24 montre l'évolution du gain en fonction de la puissance d'entrée. La figure 3.25 montre le spectre de la puissance de sortie, pour un test à deux tones aux fréquences 9.995 GHz et 10.005 GHz, et à une puissance d'entrée de 5 dBm.

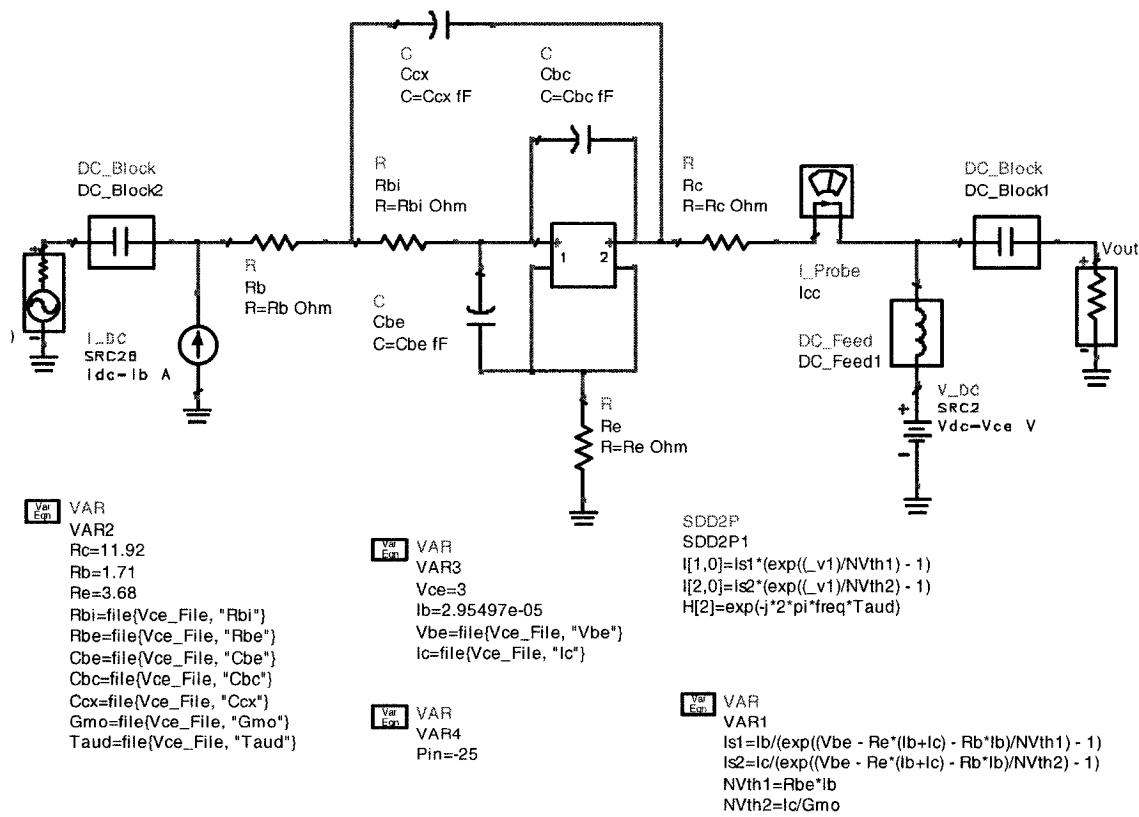


Figure 3-21 : Implantation ADS du modèle grand-signal

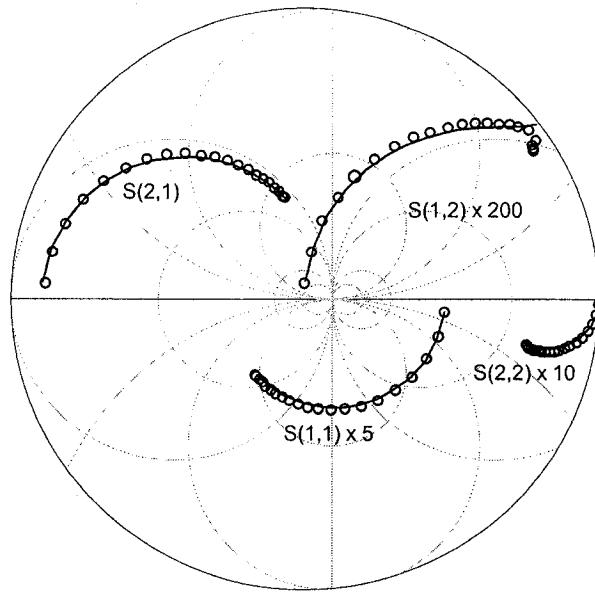


Figure 3-22 : Comparaison entre les paramètres S mesurés (o) et simulés (-) pour HBT 1x10, ( $V_{ce} = 2$  V,  $I_c = 5$  mA,  $I_b = 24.5$   $\mu$ A)

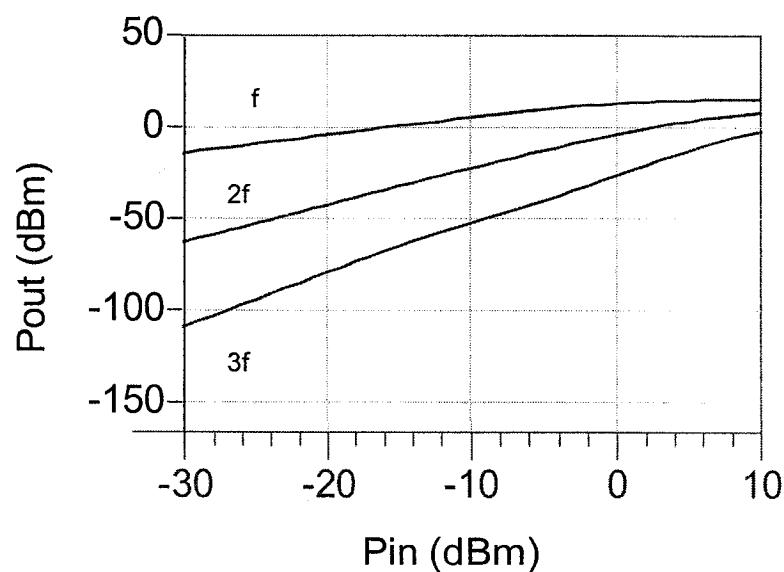


Figure 3-23 : Évolution de la puissance de sortie en fonction de la puissance d'entrée à la fondamentale, 2<sup>e</sup> et 3<sup>e</sup> harmonique ( $V_{ce} = 3$  V et  $I_b = 29.55$   $\mu$ A)

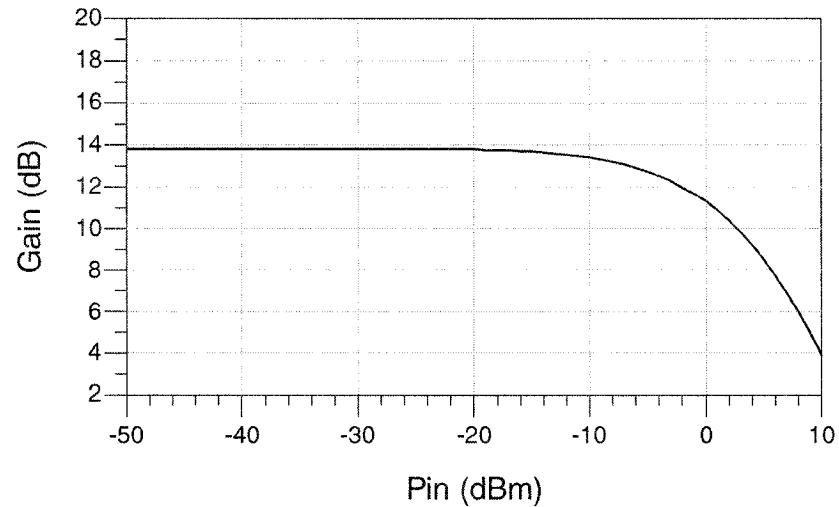


Figure 3-24 : Évolution du gain en fonction de la puissance d'entrée

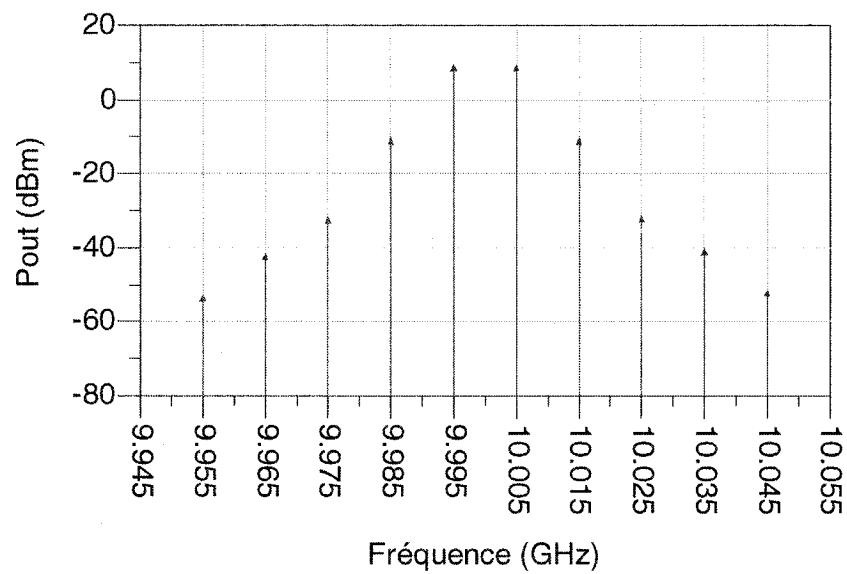


Figure 3-25 : Spectre de la puissance de sortie

## 4. DISCUSSION GÉNÉRALE

La technique d'extraction proposée est une technique séquentielle, où les résultats de chaque étape sont utilisés pour l'étape suivante. Ceci engendre le risque de propagation d'erreur. Éventuellement, il serait nécessaire, au cours de l'implantation pratique, d'inclure des étapes d'optimisations locales. L'optimisation requise est de nature différente de celle discutée dans le chapitre I. Cette dernière représente une étape essentielle et prépondérante de l'extraction. Dans notre cas, il s'agit d'une étape complémentaire dont le but est d'optimiser une solution déjà trouvée par la technique analytique.

Dans le modèle adopté, on aurait pu inclure plus d'une diode par jonction, l'une représentant la recombinaison et l'autre l'injection inverse. Ceci n'aurait aucune répercussion sur l'extraction petit-signal qui demeure valide, tout en interprétant chaque résistance de jonction ( $R_{be}$ ,  $R_{bc}$  et  $R_{cx}$ ) comme l'équivalent de deux résistances dynamiques en parallèles, tel qu'illustré sur la figure 4.1 :

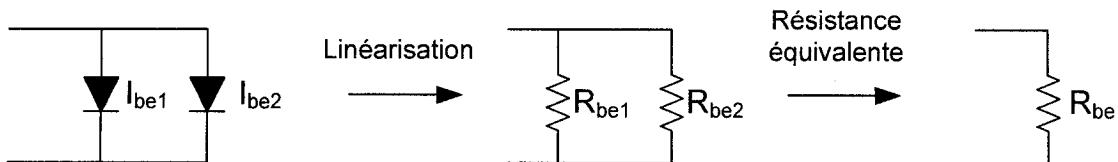


Figure 4-1 : Linéarisation

L'extraction DC demeure également inaffectée puisque d'une part, l'injection inverse est négligeable au niveau de la jonction base-émetteur, et d'autre part, en régime direct, la recombinaison est négligeable au niveau de la jonction base-collecteur.

Il est possible aussi d'associer une diode (i.e. un coefficient d'émission) pour chaque mécanisme de recombinaison. Ceci n'affecte toujours pas la validité de l'extraction petit-signal, où chaque jonction est représentée par une seule résistance représentant l'association en parallèle, de plusieurs résistances dynamiques. Cependant, au niveau de l'extraction DC, il faut tenir compte de la contribution de chaque diode à la résistance  $R_{be}$ . Dans ce dernier cas la relation (68) se généralise à la forme suivante :

$$\frac{1}{R_{be}} = \sum \frac{I_{bei}}{N_{bei} V_{th}} \quad (4.1)$$

où  $I_{bei}$  représente le courant traversant la  $i^e$  diode, et  $N_{bei}$  est son coefficient d'émission.

Cette relation est très importante. Dans notre modèle, elle a permis une extraction directe des paramètres de la diode base-émetteur. Dans le cas d'un modèle plus complexe, à plusieurs diodes, cette relation peut servir de contrainte supplémentaire qu'on peut appliquer à technique par optimisation.

Notons que les relations (67) et (68), ont déjà été utilisées par d'autres auteurs afin de calculer la résistance dynamique  $R_{be}$  et la transconductance  $G_{mo}$  [73], [76], [82]-[83].

Une telle procédure requiert la connaissance préalable des paramètres du modèle statique. Cette stratégie de modélisation n'est pas efficace : En effet, la modélisation en régime statique est plus difficile qu'en régime petit-signal. Ceci est du à la présence de composantes fortement linéaires dans le modèle statique, alors que le modèle petit-signal est composé uniquement d'éléments linéaires. Une bonne stratégie de modélisation consisterait à commencer par l'extraction petit-signal, puis de s'en servir dans la résolution du problème plus complexe de l'extraction en régime statique. Dans notre approche, l'extraction en régime linéaire n'a fait usage d'aucun paramètre du modèle statique.  $R_{be}$  et  $G_{mo}$  ont été déterminés exclusivement à l'aide des mesures RF de paramètres S. Ainsi, il a été possible d'utiliser les relations (67) et (68) comme source d'information supplémentaire sur le comportement statique du transistor.

En régime petit-signal, chaque jonction a été représentée par une seule capacité représentant la somme des capacités de diffusion et de jonction. Pour séparer les deux composantes, il est nécessaire de procéder à une étude de la capacité totale en fonction du point de polarisation.

L'extraction petit-signal a fait usage de quatre types de mesures :

- Mesures DC pour l'extraction des résistances  $R_b$ ,  $R_c$  et  $R_e$ .
- Mesures RF en mode cut-off pour l'extraction des capacités parasites.
- Mesures RF en mode collecteur-ouvert pour l'extraction des inductances parasites.

- Mesures RF en régime normale pour l'extraction des éléments intrinsèques et certains éléments extrinsèques.

La validation de l'extraction petit-signal donne une preuve de la consistance interne de la procédure et de la validité du modèle.

Il est possible d'inclure l'effet Kirk dans le modèle DC, en considérant que  $I_{scf}$  est fonction de deux paramètres (au lieu d'un seul paramètre  $P_{diss}$ ). Dans le cas de ce projet, il n'était pas nécessaire d'inclure cet effet.

Les erreurs de mesures peuvent affecter considérablement la précision de la technique d'extraction petit-signal. En effet, elles introduisent, à leurs tours, des erreurs sur les paramètres du modèle. De telles erreurs peuvent se propager et s'amplifier. Ainsi, il est important d'effectuer l'extraction sur l'intervalle de fréquences le plus grand possible. Ceci permet d'atténuer l'erreur introduite par les mesures au cours de l'application de la technique de la droite des moindres carrés.

## CONCLUSION ET RECOMMANDATIONS

Vue l'amélioration des performances, en fréquence et en puissance, des transistors bipolaires à hétérojonction, ils sont de plus en plus utilisées dans les applications des circuits opérant aux ondes millimétriques et centimétriques. La disponibilité d'un modèle fiable, pour ces composantes, est un élément essentiel pour la conception assistée par ordinateur (CAD).

L'objectif principal de cette thèse était de développer une approche facile et fiable pour la modélisation des HBTs. Le modèle adopté est relativement avancé, pouvant couvrir une bonne catégorie de transistors opérant à des conditions variées de fréquence et de polarisation. Une procédure entièrement analytique a été développée, pour la détermination des paramètres du modèle à partir de mesures RF et DC. Cette procédure d'extraction est systématique et donc facilement automatisable. Il permet une caractérisation rapide et fiable du comportement statique et petit-signal du transistor.

La détermination des éléments parasites et des résistances extrinsèques a fait usage de techniques standards. La procédure d'extraction des éléments intrinsèques et extrinsèque du modèle petit-signal, a été effectuée à l'aide d'une nouvelle technique rigoureuse, utilisant exclusivement les mesures des paramètres S. Les résultats de cette étape d'extraction ont été utilisés conjointement avec les mesures DC, afin de caractériser le

comportement statique du transistor. Un bon accord a été observé entre les simulations et les mesures des paramètres S et des courbes  $I_c$ - $V_{ce}$ .

À la lumière de ce qui a été présenté, il s'avère que la caractérisation en régime petit-signal est un élément déterminant pour une modélisation systématique et fiable du composant. Cette étape est une source d'information sur le comportement dynamique, mais aussi le comportement statique du composant. Ainsi, il est indispensable de disposer d'une technique d'extraction rigoureuse pour le modèle linéaire, quelque soit son degré de complexité. La faisabilité d'une telle technique a été démontrée dans cette thèse, sur un modèle relativement avancé.

Le modèle présenté peut être utilisé dans le régime des hautes puissances, puisque l'effet d'auto-échauffement a été pris en considération. Cependant, pour modéliser les HBTs dans le régime des très hautes fréquences (au-delà de 40 GHz), il faut modifier le modèle. En particulier, il est nécessaire d'inclure une meilleure description des effets distribués, non seulement au niveau de la jonction base-collecteur, mais aussi, au niveau de la jonction base-émetteur.

## REFÉRENCES

- [1] K. Fricke, G. Gatti, H. L. Hartnagel, V. Krozer, J. Wurfl, "Performance capabilities of HBT devices and circuits for satellite communication," *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 40, no. 6, pp. 1205-1214, 1992.
- [2] P. M. Asbeck, M. F. Chang, K. -C. Wang, D. L. Miller, G. J. Sullivan, N. H. Sheng, E. Sovero, J. A. Higgins, "Heterojunction bipolar transistors for microwave and millimeter-wave integrated circuits," *IEEE Transactions on Electron Devices*, vol. 34, no. 12, pp. 2571-2579, 1987.
- [3] M. B. Das, "High-frequency performance limitations of millimeter-wave heterojunction bipolar transistors," *IEEE Transactions on Electron Devices*, vol. 35, no. 5, pp. 604-614, 1988.
- [4] M. E. Kim, A. K. Oki, J. B. Camou, P. D. Chow, B. L. Nelson, D. M. Smith, J. C. Canyon, C. C. Yang, R. Dixit, B. R. Allen, "12-40 GHz low harmonic distortion and phase noise performance of GaAs heterojunction bipolar transistors," in *IEEE GaAs IC Symp.*, 1988, pp. 117-120.
- [5] W. Shockley, "Circuit Element Utilizing Semiconductive Material," *U.S. Patent*, No. 2,569,347, 1951.

- [6] H. Kroemer, "Theory of a wide-gap emitter for transistors," in *Proc. IRE*, vol. 45, 1957, pp 1535-1537.
- [7] H. Kroemer, "Heterostructure bipolar transistors and integrated circuits," in *Proc. IEEE*, vol. 70, 1982, pp 13-25.
- [8] G. -B. Gao, M. -Z. Wang, X. Gui, H. Morkoc, " Thermal design studies of high-power heterojunction bipolar transistors," *IEEE Transactions on Electron Devices*, vol. 35, no. 5, pp. 854-863, 1989.
- [9] B. Bayraktaroglu, R. D. Hudgens, M. A. Khatibzadeh, "Monolithic X-band heterojunction bipolar transistor power amplifiers," in *Proc. IEEE GaAs IC Symp.*, 1989, pp. 11-14.
- [10] F. Ali, A. Gupta, *HEMTs and HBTs: devices, fabrication and circuits*, Norwood, MA: Artech House, 1991.
- [11] J. S. Yuan, SiGe, *GaAs and InP heterojunction bipolar transistors*. New York, NY: John Wiley & Sons, 1999.

- [12] B. Bayraktaroglu, R. D. Hudgens, M. A. Khatibzadeh, H. Q. Tserng, "2.5 W cw X-band heterojunction bipolar transistors," in *IEEE MTT-S International Microwave Symposium Digest*, 1989, pp. 1057-1060.
- [13] N. L. Wang, N. H. Sheng, M. F. Chang, W. J. Ho, G. J. Sullivan, E. A. Sovero, J. A. Higgins, P. M. Asbeck, "Ultrahigh power efficiency operation of common-emitter and common-base HBT's at 10 GHz," *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 38, no. 10, pp. 1381 - 1390, 1990.
- [14] N. L. Wang, N. H. Sheng, W. J. Ho, M. F. Chang, G. J. Sullivan, J. A. Higgins, P. M. Asbeck, "18 GHz high gain, high efficiency power operation of AlGaAs/GaAs HBT," in *IEEE MTT-S International Microwave Symposium Digest*, 1990, pp. 997-1000.
- [15] J. Chen, G. B. Gao, H. Morkoc, " Thermal dependence of HBT high-frequency performance," *Electronics Letters*, vol. 26, no. 21, pp. 1770 - 1772, 1990.
- [16] Y. Gobert, P. J Tasker, K. H. Bachem, "A physical, yet simple, small-signal equivalent circuit for the heterojunction bipolar transistor," *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 45, no. 1, pp. 149 - 153, 1997.

- [17] H. Cho, D. E. Burk, "A three-step method for the de-embedding technique for on-wafer high-frequency characteristics," *IEEE Transactions on Electron Devices*, vol. 38, no. 6, pp. 1371-1375, 1991.
- [18] Y. Suh, E. Seok, J. H. Shin, B. Kim, D. Heo, A. Raghavan, J. Laskar, "Direct extraction method for internal equivalent circuit parameters of HBT small-signal hybrid- $\pi$  model," in *IEEE MTT-S International Microwave Symposium Digest*, 2000, pp. 1397-1400.
- [19] J. J. Ebers, J. L. Moll, "Large-signal behaviour of junction transistors," in *Proc. IRE*, 1954, 42, pp. 1761-1772.
- [20] H. K. Gummel, H. C. Poon, "An integrated charge control model of bipolar transistors," *Bell Syst. Tech. Journal*, vol. 49, pp. 827-852, 1970.
- [21] C. C. McAndrew, J. A. Seitchik, D. F. Bowers, M. Dunn, M. Foisy, I. Getreu, M. McSwain, S. Moinian, J. Parker, D. J. Roulston, M. Schröter, P. van Wijnen, L. F. Wagner, "VBIC95, the vertical bipolar inter-company model," *IEEE Journal of Solid-State Circuits*, vol. 31, no. 10, pp. 1476 – 1483, 1996.
- [22] C. C. McAndrew, J. A. Seitchik, D. F. Bowers, M. Dunn, M. Foisy, I. Getreu, M. McSwain, S. Moinian, J. Parker, P. van Wijnen, L. F. Wagner, "VBIC95: An improved

vertical, IC bipolar transistor model," in *IEEE Bipolar/BiCMOS Circuits and Technology Meeting*, 1996, pp. 170-171.

[23] F. Najm, "VBIC95: An improved bipolar transistor model," *IEEE Circuits and Devices Magazine*, vol. 12, no. 2, pp. 11-15, 1996.

[24] X. Cao, J. McMacken, K. Stiles, P. Layman, J. J. Liou, A. Ortiz-Conde, S. Moinian, "Comparison of the new VBIC and conventional Gummel-Poon bipolar transistor models," *IEEE Transactions on Electron Devices*, vol. 47, no. 2, pp. 427-433, 2000.

[25] K. Lee, K. Choi, S. -H. Kook, D. -H. Cho, K. -W. Park, B. Kim, "Direct parameter extraction of SiGe HBTs for the VBIC bipolar compact model," *IEEE Transactions on Electron Devices*, vol. 52, no. 3, pp. 375-384, 2005.

[26] H. -M. Park, S. Hong, "A novel temperature-dependant large-signal model of heterojunction bipolar transistor with a unified approach for self-heating and ambient temperature effects," *IEEE Transactions on Electron Devices*, vol. 49, no. 12, pp. 2099-2106, 2002.

[27] H. C. de Graaff, W. J. Kloosterman, "New formulation of the current and charge relations in bipolar transistor modeling for CACD purposes," *IEEE Transactions on Electron Devices*, vol. 32, no. 11, pp. 2415-2419, 1985.

- [28] H. C. de Graaff, W. J. Kloosterman, "New formulation of the current and charge relations in bipolar transistor modeling for CACD purposes," in *Proceedings of the Bipolar Circuits and Technology Meeting*, 1989, pp. 246-249.
- [29] H. C. de Graaf, F. M. Klaassen, *Compact transistor modelling for circuit design*, Wein, New York: Springer-Verlag, 1990.
- [30] H.- M. Rein, M. Schroter, " A compact physical large-signal model for high-speed bipolar transistors at high current densities—Part III: Two-dimensional model and experimental results," *IEEE Transactions on Electron Devices*, vol. 34, no. 8, pp. 1752-1761, 1987.
- [31] H.- M. Rein, M. Schroter, " A compact physical large-signal model for high-speed bipolar transistors at high current densities—Part I: One-dimensional model," *IEEE Transactions on Electron Devices*, vol. 34, no. 8, pp. 1741-1751, 1987.
- [32] M. Schröter, T. -Y. Lee, "Physics-based minority charge and transit time modelling for bipolar transistors," *IEEE Transactions on Electron Devices*, vol. 46, no. 2, pp. 288-300, 1999.

- [33] M. Schroter, S. Lehmann, H. Jiang, S. Komarow, " HICUM/Level0 - a simplified compact bipolar transistor model," in *IEEE Bipolar/BiCMOS Circuits and Technology Meeting*, 2002, pp. 112-115.
- [34] P. C. Grossman, J. Choma, Jr., "Large-signal modeling of HBTs including self-heating and transit time effects," *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 40, no. 3, pp. 449-464, 1992.
- [35] M. S. Lundstrom, "An Ebers-Moll model for the heterostructure bipolar transistor," *Solid-State Electronics*, vol. 29, no. 11, pp. 1173-1179, 1986.
- [36] J. P. Bailbe, A. Marty, G. Rey, J. Tasselli, A. Bouyahyaoui "Electrical behavior of double heterojunction NpN GaAlAs/GaAs/GaAlAs bipolar transistors," *Solid-State Electronics*, vol. 28, no. 6, pp. 627-638, 1985.
- [37] M. Rudolph, R. Doerner, K. Beilenhoff, P. Heymann, " Scalable GaInP/GaAs HBT large-signal model," *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 48, no. 12, pp. 2370-2376, 2000.
- [38] K. Lu, X. Zhang, G. N. Henderson, "A simplified large-signal HBT model for RF circuit design," in *IEEE MTT-S International Microwave Symposium Digest*, 1998, pp. 1607-1610.

- [39] C. M. Snowden, " Large-signal microwave characterization of AlGaAs/GaAs HBT's based on a physics-based electrothermal model," *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 45, no. 1, pp. 58-71, 1997.
- [40] Q. M. Zhang, H. Hu, J. Sitch, R. K. Surridge, J. M. Xu, " A new large-signal HBT model," *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 44, no. 11, pp. 2001-2009, 1996.
- [41] C. -J. Wei, J. C. M. Hwang, W. -J. Ho, J. A. Higgins, " Large-signal modeling of self-heating, collector transit-time, and RF-breakdown effects in power HBTs," *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 44, no. 12, pp. 2641-2647, 1996.
- [42] K. Lu, P. A. Perry, T. J. Brazil, "A new large-signal AlGaAs/GaAs HBT model including self-heating effects, with corresponding parameter-extraction procedure," *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 43, no. 7, pp. 1433–1445, 1995.
- [43] A. Raghavan, S. Venkataraman, B. Banerjee, Y. Suh, D. Heo, J. Laskar, "Direct extraction of an empirical temperature-dependent InGaP/GaAs HBT large-signal model," *IEEE Journal of Solid-State Circuits*, vol. 38, no. 9, pp. 1443-1450, 2003.

- [44] D. A. Teeter, W. R. Curtice, "Comparison of hybrid Pi and T circuit topologies and their relationship to large signal modeling," in *IEEE MTT-S International Microwave Symposium Digest*, 1997, pp. 375-378.
- [45] U. K. Mishra, J. F. Jensen, D. B. Rensch, A. S. Brown, W. E.; Trew, R. J. Stanchina, M. W. Pierce, T. V. Kargodorian," Self-aligned AlInAs-GaInAs heterojunction bipolar transistors and circuits," *IEEE Electron Device Letters*, vol. 10, no. 10, Oct. pp. 467-469, 1989.
- [46] B. Willén, M. Rohner, I. Schnyder, H. Jäckel, "Improved automatic extraction of InP-HBT small-signal equivalent circuits," *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 50, no. 2, pp. 580 – 583, 2002.
- [47] S. Lee, B. R. Ryum, S. W. Kang, "A new parameter extraction technique for small-signal equivalent circuit of Polysilicon emitter bipolar transistors," *IEEE Transactions on Electron Devices*, vol 41, no. 2, pp. 233 – 238, 1994.
- [48] R. Menozzi, A. Piazz, " HEMT and HBT small-signal model optimization using a genetic algorithm," in *IEEE Workshop on High Performance Electron Devices for Microwave and Optoelectronic Applications*, 1997, pp. 13-18.

- [49] R. Menozzi, M. Borgarino, J. Tasselli, A. Marty, "HEMT and HBT small-signal model optimization using a genetic algorithm," in *Proc. IEEE GaAs IC Symp.*, 1998, pp. 157-160.
- [50] G. L. Bilbro, M. B. Steer, R. J. Trew, C. R. Chang, S. G. Skaggs, "Extraction of the parameters of equivalent circuits of microwave transistors using tree annealing," *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 38, no. 11, pp. 1711 – 1718, 1990.
- [51] R. J. Trew, U. K. Mishra, W. L. Pribble, J. F. Jensen, " A parameter extraction technique for heterojunction bipolar transistors," in *IEEE MTT-S International Microwave Symposium Digest*, 1989, pp. 897 – 900.
- [52] S. Lee, A. Gopinath, "New circuit model for RF probe pads and interconnections for the extraction of HBT equivalent circuits," *IEEE Transactions on Electron Devices*, vol 12, no. 10, pp. 521 – 523, 1991.
- [53] S. Lee, A. Gopinath, "New RF-probe pad and interconnection model and parameter extraction technique for HBT equivalent circuit," in *IEEE Bipolar Circuits and Technology Meeting*, 1991, pp. 192 - 195.

- [54] S. Lee, A. Gopinath, "New circuit model for RF probe pads and interconnections for the extraction of HBT equivalent circuits," *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol 40, no. 3, pp. 574 – 577, 1992.
- [55] D. Costa, W.U. Liu, J.S. Harris, Jr., "Direct extraction of the AlGaAs/GaAs heterojunction bipolar transistor small-signal equivalent circuit," *IEEE Transactions on Electron Devices*, vol 38, no. 9, pp. 2018 – 2024, 1991.
- [56] D. Costa, W.U. Liu, J.S. Harris, Jr., "A new direct method for determining the heterojunction bipolar transistor equivalent circuit model," in *IEEE Bipolar Circuits and Technology Meeting*, 1990, pp. 118-121.
- [57] C. J. Wei, J. C. M. Hwang, "Direct extraction of equivalent circuit parameters for heterojunction bipolar transistors," *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 43, no. 9, pp. 2035–2040, 1995.
- [58] D. R. Pehlke, D. Pavlidis, "Evaluation of the factors determining HBT high-frequency performance by direct analysis of S-parameter data," *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 40, no. 12, pp. 2367 - 2373, 1992.
- [59] D. R. Pehlke, D. Pavlidis, "Direct calculation of the HBT equivalent circuit from measured S-parameters," in *IEEE MTT-S Int. Microwave Symp. Dig.*, 1992, pp. 735-738.

- [60] M. Sotoodeh, A. H. Khalid, H. Sheng, F. A. Amin, T. Gokdemir, A. A. Rezazadeh, A. P. Knights, C. C. Button, " Direct extraction and numerical simulation of the base and collector delay times in double heterojunction bipolar transistors," *IEEE Transactions on Electron Devices*, vol. 46, no. 6, pp. 1081–1086, 1999.
- [61] S. J. Spiegel, D. Ritter, R. A. Hamm, A. Feygenson, P. R. Smith, "Extraction of the InP/GaInAs heterojunction bipolar transistor small-signal equivalent circuit," *IEEE Transactions on Electron Devices*, vol. 42, no. 6, pp. 1059 - 1064, 1995.
- [62] U. Schaper, B. Holzapfl, "Analytical parameter extraction of the HBT equivalent circuit with T-like topology from measured S-parameters," *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 43, no. 3, pp. 493 - 498, 1995.
- [63] J. M. M. Rios, L. M. Lunardi, S. Chandrasekhar, Y. Miyamoto, "A self-consistent method for complete small-signal parameter extraction of InP-based heterojunction bipolar transistors (HBT's)," *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 45, no. 1, pp. 39 - 45, 1997.
- [64] B. Li, S. Prasad, "Basic expressions and approximations in small-signal parameter extraction for HBT's," *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 47, no. 5, pp. 534–539, 1999.

- [65] A. Ouslimani, J. Gaubert, H. Hafdallah, A. Birafane, P. Pouvil, H. Leier, "Direct extraction of linear HBT-model parameters using nine analytical expression blocks," *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 50, no. 1, pp. 218–221, 2002.
- [66] A. Kameyama, A. Massengale, D. Changhong, J. S. Harris Jr., "Analysis of device parameters for pnp-type AlGaAs/GaAs HBTs including high-injection using new direct parameter extraction," *IEEE Transactions on Electron Devices*, vol. 44, no. 1, pp. 1–10, 1997.
- [67] H. Ghaddab, F. M. Ghannouchi, F. Choubani, A. Bouallegue, "Small-signal modeling of HBT's using a hybrid optimization/statistical technique," *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 46, no. 3, pp. 292–298, 1998.
- [68] H. -C. Tseng, J. -H. Chou, "An efficient analytical approach for extracting the emitter inductance of collector-up HBTs," *IEEE Transactions on Electron Devices*, vol. 51, no. 7, pp. 1200–1202, 2004.
- [69] B. Sheinman, E. Wasige, M. Rudolph, R. Doerner, V. Sidorov, S. Cohen, "A peeling algorithm for extraction of the HBT small-signal equivalent circuit," *IEEE*

*Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 50, no. 12, pp. 2804–2810, 2002.

[70] S. Bousnina, P. Mandeville, A. B. Kouki, R. Surridge, F. M. Ghannouchi, "A new analytical and broadband method for determining the HBT Small-signal model parameters," in *IEEE MTT-S Int. Microwave Symp. Dig.*, 2000, pp. 1397-1400.

[71] H. C. Tseng, J. H. Chou, "A pure analytic method for direct extraction of collector-up HBT's small-signal parameters," *IEEE Transactions on Electron Devices*, vol. 51, no. 12, pp. 1972–1977, 2004.

[72] M. -K. Chen, "The importance of the non-quasi-static bipolar transistor model for circuit applications," *IEEE Journal of Solid-State Circuits*, vol. 26, no. 2, pp. 153-160, 1991.

[73] R. Hajji, F. M. Ghannouchi, "Small-signal distributed model for GaAs HBT's and S-parameter prediction at millimeter-wave frequencies," *IEEE Transactions on Electron Devices*, vol. 44, no. 5, pp. 723–732, 1997.

[74] G. Dambrine, A. Cappy, F. Heliodore, E. Playez, "A new method for determining the FET small-signal equivalent circuit," *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 36, no. 7, pp. 1151–1159, 1988.

- [75] J. M. Belquin, A. Tachafine, S. Delage, A. Cappy, G. Dambrine, " Determination of the equivalent circuit of heterojunction bipolar transistors using a full analytical method," in *APMC*, 1994, pp. 603 – 606.
- [76] S. Bousnina, F. M. Ghannouchi, "An equivalent circuit of forward-biased HBT for determination of series parameters of GaInP/GaAs HBTs small-signal model," in *31st European Microwave conference*, 2001.
- [77] I. E. Getreu, *Modeling the bipolar transistor*, Amsterdam: Elsevier, 1978.
- [78] S. Bousnina, C. Falt, P. Mandeville, A. B. Kouki, F. M. Ghannouchi, "An accurate on-wafer deembedding technique with application to HBT device characterization," *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 50, no.2, pp. 420–424, 2002.
- [79] L. Degachi, F. M. Ghannouchi, "Characterization of AC Emitter Current Crowding and Consequences on Small-Signal Extraction," soumis à *International Journal Of Microwave and Optical Technology*.

- [80] S. Bousnina, P. Mandeville, A. B. Kouki, R. Surridge, F. M. Ghannouchi, "Direct parameter-extraction method for HBT small-signal model," *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 50, no. 12, pp. 529–536, 2002.
- [81] L. Deguchi, F. M. Ghannouchi, "Systematic and rigorous extraction method of HBT small-signal model parameters," *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 54, no. 2, Part 1, pp. 682 – 688, 2006.
- [82] R. Hajji, F. M. Ghannouchi, A. B. Kouki "A systematic layout-based method for the modelling of high power HBT's using the scaling approach," *IEEE Transactions on Electron Devices*, vol. 42, no. 3, pp. 528–533, 1995.
- [83] D. Dousset, A. Issaoun, F. M. Ghannouchi, A. B. Kouki " Wideband closed-form expressions for direct extraction of HBT small-signal parameters for all amplifier bias classes," *IEE Proceedings-Circuits, Devices and Systems*, vol. 152, no. 5, pp. 441–450, 2005.

## ANNEXES

***ARTICLE I: Systematic and Rigorous Extraction Method of HBT******Small-Signal Model Parameters***

# Systematic and Rigorous Extraction Method of HBT Small-Signal Model Parameters

Louay Deguchi and Fadhel M. Ghannouchi, *Senior Member, IEEE*

**Abstract**—This paper presents a systematic and rigorous analytical parameter-extraction method for a heterojunction bipolar transistor (HBT) small-signal equivalent-circuit model. The proposed method relies exclusively on *S*-parameter measurements. Exact closed-form equations are used for the direct extraction of circuit elements. The method is characterized by its simplicity and ease of implementation. It is applied to predict the small-signal characteristics of transistors from different foundries. Excellent agreement between modeled and measured *S*-parameters is observed up to 20 GHz.

**Index Terms**—Heterojunction bipolar transistor (HBT), parameter extraction, small-signal equivalent-circuit model.

## I. INTRODUCTION

A KEY issue in heterojunction bipolar transistor (HBT) modeling is the availability of an accurate and systematic model-parameter extraction procedure. Over the last decade, several analytical methods were proposed for the parameter extraction of HBT small-signal models [1]–[8]. Most of these methods make use of approximations when deriving appropriate equations allowing for the direct determination of model parameters.

Of particular interest is the method developed by Bousmina *et al.* [5], where small-signal hybrid- $\pi$  model parameters are extracted rigorously and no approximations are used. However, certain shortcomings are noticed. On the one hand, the derivation of the intrinsic base–emitter resistance makes use of the formula  $R_{be} = nKT/qI_{be}$  involving parameters such as the junction temperature and junction emission coefficient, thus requiring a prior dc-parameter extraction. On the other hand, the base–emitter capacitance is derived as the solution of a second-degree equation. Such an equation generally has two roots, and additional arguments are necessary to eliminate one of them.

This paper presents an improved analytical extraction method compared to [5]. The proposed method is rigorous, simple, and relies exclusively on *S*-parameter measurements. Therefore, it is very suited for automation. In Section II, a brief description of the adopted model is given. In Section III, the extraction method is described in detail. Section IV presents the extraction results. Section V concludes this paper.

Manuscript received June 20, 2005; revised September 13, 2005.

L. Deguchi is with the Poly-Grames Research Center, Electrical Engineering Department, École Polytechnique de Montréal, Montréal, QC, Canada H3C 3A7 (e-mail: louay.deguchi@polymtl.ca).

F. M. Ghannouchi is with the Electrical and Computer Engineering Department, Schulich School of Engineering, The University of Calgary, Calgary, AB, Canada T2N 1N4 (e-mail: fghannou@ucalgary.ca).

Digital Object Identifier 10.1109/TMTT.2005.862661

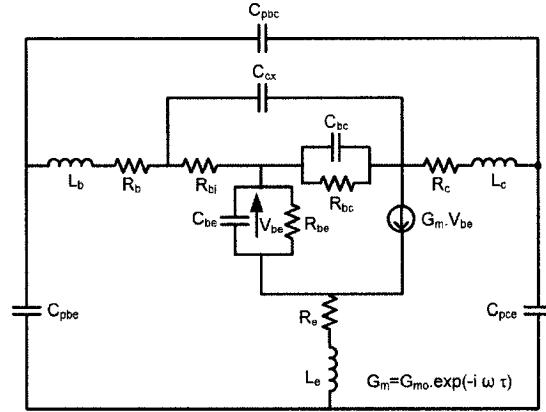


Fig. 1. Adopted HBT small-signal equivalent-circuit model.

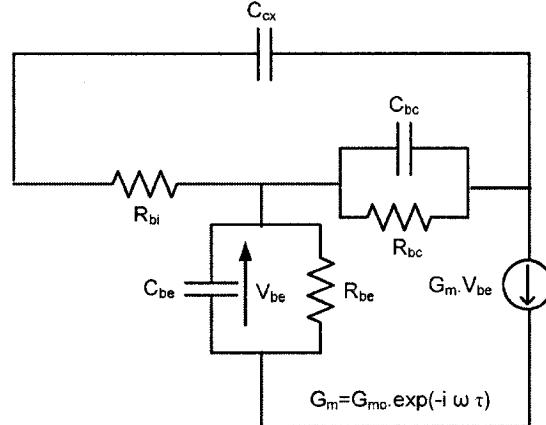


Fig. 2. HBT small-signal equivalent-circuit model after deembedding.

## II. MODEL DESCRIPTION

The adopted HBT small-signal equivalent-circuit model is shown in Fig. 1. Parasitic capacitances ( $C_{pbe}$ ,  $C_{pce}$  and  $C_{pbc}$ ) and inductances ( $L_b$ ,  $L_c$ , and  $L_e$ ) are extracted from *S*-parameter measurements when the transistor is biased, respectively, in the cutoff and open-collector conditions [5].  $R_b$ ,  $R_c$ , and  $R_e$  are the series resistances and they are determined from fly-back measurements. All these parasitic elements are deembedded from *S*-parameter measurements following the procedure described by Dambrine *et al.* [9]. After deembedding, the circuit is reduced to the one shown in Fig. 2.  $C_{be}$  is the intrinsic

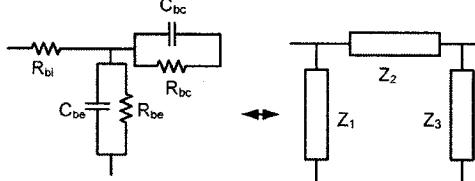


Fig. 3. T-II transformation.

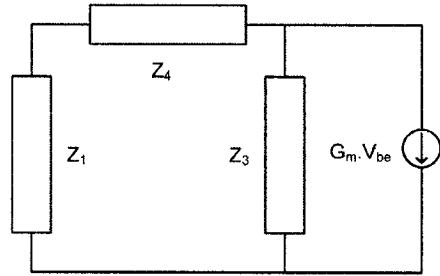


Fig. 4. Final circuit after T-II transformation.

base-emitter capacitance.  $C_{bc}$  and  $C_{ce}$  are the intrinsic and extrinsic base-collector capacitances, respectively.  $R_{be}$  and  $R_{bc}$  are the intrinsic base-emitter and base-collector resistances, respectively. Generally  $R_{bc}$  has a high value and, therefore, its effect might be neglected. Nevertheless, we include it in our model for the sake of completeness.  $G_m$  and  $G_{mo}$  are the small-signal and dc transconductances, respectively.  $R_{bi}$  is the intrinsic base resistance.  $\tau$  is the delay time.

### III. PARAMETER-EXTRACTION PROCEDURE

First, the well-known T-II transformation is applied as described in Fig. 3. The parameters  $Z_1$ ,  $Z_2$ , and  $Z_3$  are given by

$$Z_1 = \frac{D}{Z_{bc}} \quad (1)$$

$$Z_2 = \frac{D}{Z_{be}} \quad (2)$$

$$Z_3 = \frac{D}{Z_{bi}} \quad (3)$$

where

$$\begin{aligned} Z_{bi} &= R_{bi} \\ Z_{bc} &= \frac{R_{bc}}{1 + i\omega R_{bc} C_{bc}} \\ Z_{be} &= \frac{R_{be}}{1 + i\omega R_{be} C_{be}} \\ D &= Z_{bi} Z_{bc} + Z_{bc} Z_{be} + Z_{bi} Z_{be}. \end{aligned}$$

The final circuit is shown in Fig. 4 where

$$Z_4 = \frac{Z_2 Z_{ce}}{Z_2 + Z_{ce}} \quad (8)$$

$$Z_{ce} = \frac{1}{i\omega C_{ce}}. \quad (9)$$

The parameters  $Z_1$ ,  $Z_3$ , and  $Z_4$  are related to  $Y$ -parameters as follows [5]:

$$Y_{11} = \frac{Z_1 + Z_4}{Z_1 \cdot Z_4}$$

$$Y_{12} = -\frac{1}{Z_4}$$

$$Y_{22} = \frac{Z_3 + Z_4}{Z_3 \cdot Z_4} + X$$

$$Y_{21} = X \cdot \frac{Z_3}{Z_1} - \frac{1}{Z_4}$$

where

$$X = B \cdot G_{mo} \cdot \exp(-i\omega\tau) \quad (10)$$

$$B = \frac{Z_1}{Z_1 + Z_2 + Z_3}. \quad (11)$$

It follows that

$$Z_1 = \frac{1}{Y_{11} + Y_{12}} \quad (12)$$

$$Z_3 = \frac{Y_{21} + Y_{11}}{(Y_{11} + Y_{12}) \cdot (Y_{22} + Y_{12})} \quad (13)$$

$$Z_4 = -\frac{1}{Y_{12}} \quad (14)$$

$$X = (Y_{22} + Y_{12}) \cdot \frac{Y_{21} - Y_{12}}{Y_{21} + Y_{11}}. \quad (15)$$

At this point, the circuit parameters are determined analytically as follows.

#### A. Determination of $R_{bi}/R_{bc}$ and $R_{bi} \times C_{bc}$

From (1) and (3), it can be written that

$$\frac{Z_1}{Z_3} = \frac{R_{bi}}{R_{bc}} (1 + i\omega R_{bc} C_{bc}) \quad (16)$$

or, equivalently,

$$\text{real} \left( \frac{Z_1}{Z_3} \right) = \frac{R_{bi}}{R_{bc}} \quad (17)$$

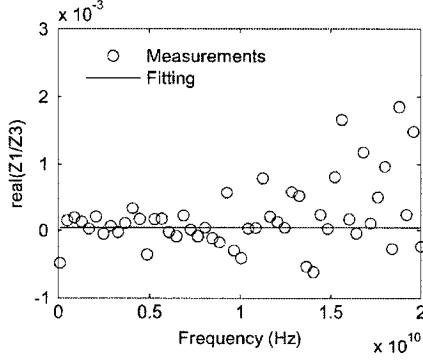
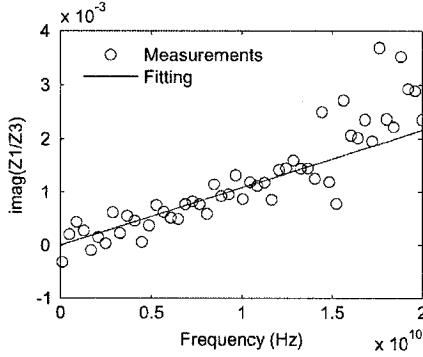
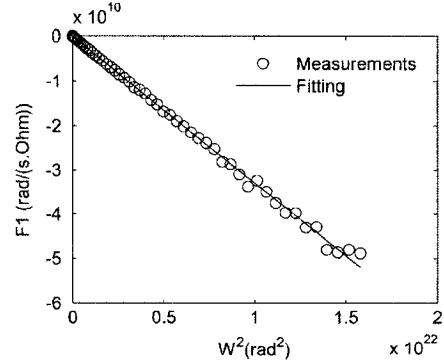
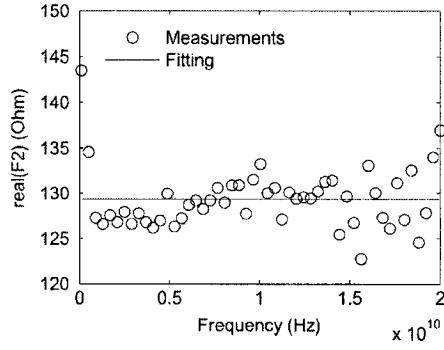
$$\text{imag} \left( \frac{Z_1}{Z_3} \right) = \omega R_{bi} C_{bc}. \quad (18)$$

$R_{bi}/R_{bc}$  and  $R_{bi} \times C_{bc}$  are determined from the least squares lines fitting to  $\text{real}(Z_1/Z_3)$  and  $\text{imag}(Z_1/Z_3)$ , respectively, considered as functions of the angular frequency  $\omega$ . Equations (17) and (18) are illustrated in Figs. 5 and 6.

#### B. Determination of $R_{be} \times C_{be}$

Using (1) and (4)–(7),  $Z_1$  can be written as

$$\begin{aligned} Z_1 &= R_{bi} + \frac{R_{be}}{1 + i\omega R_{be} C_{be}} + R_{bi} \frac{R_{be}}{1 + i\omega R_{be} C_{be}} \\ &\quad \cdot \frac{1 + i\omega R_{bc} C_{bc}}{R_{bc}} \end{aligned}$$

Fig. 5. Plot of  $\text{real}(Z_1/Z_3)$  versus frequency.Fig. 6. Plot of  $\text{imag}(Z_1/Z_3)$  versus frequency.Fig. 7. Plot of  $F_1$  versus frequency.Fig. 8. Plot of  $\text{real}(F_2)$  versus frequency.

or, equivalently,

$$Z_1 = \frac{R(1 + i\omega T)}{1 + i\omega T_{\text{be}}} \quad (19)$$

where

$$R = R_{\text{bi}}R_{\text{be}} \left[ \frac{1}{R_{\text{bc}}} + \frac{1}{R_{\text{be}}} + \frac{1}{R_{\text{bi}}} \right] \quad (20)$$

$$T = \frac{C_{\text{be}} + C_{\text{bc}}}{\frac{1}{R_{\text{bc}}} + \frac{1}{R_{\text{be}}} + \frac{1}{R_{\text{bi}}}} \quad (21)$$

$$T_{\text{be}} = R_{\text{be}}C_{\text{be}}. \quad (22)$$

From (19), it can be deduced that

$$\text{imag}(Z_1) = \frac{\alpha\omega}{1 + \omega^2 T_{\text{be}}^2}$$

or, equivalently,

$$F_1 \triangleq \frac{\omega}{\text{imag}(Z_1)} = A + \omega^2 B \quad (23)$$

where

$$A = \frac{1}{\alpha} \quad (24)$$

$$B = \frac{T_{\text{be}}^2}{\alpha} \quad (25)$$

$$\alpha = R(T - T_{\text{be}}). \quad (26)$$

$A$  and  $B$  are determined from the least squares line fitting to  $F_1$ , considered as function of  $\omega^2$ . Equation (23) is illustrated in Fig. 7. From (24) and (25),  $T_{\text{be}}$  is then determined as

$$T_{\text{be}} = \sqrt{\frac{B}{A}}. \quad (27)$$

### C. Determination of $R$ and $R \times T$

From (19), it can be written that

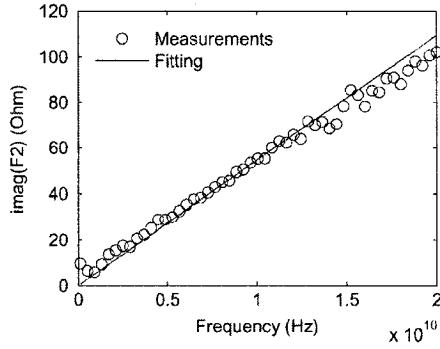
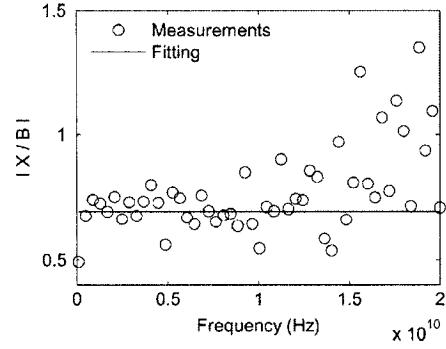
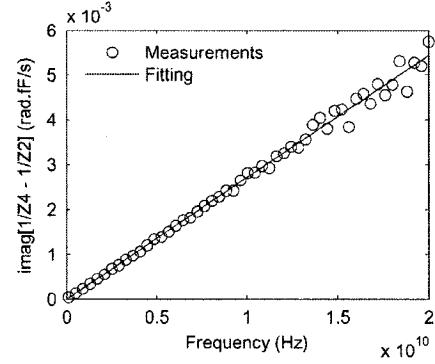
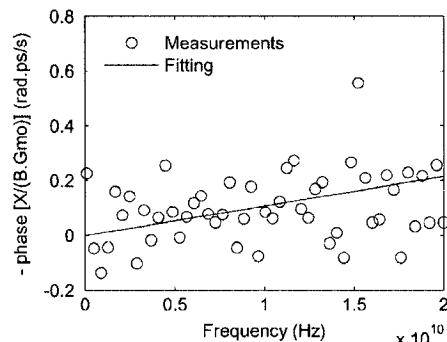
$$F_2 \triangleq Z_1(1 + i\omega T_{\text{be}}) = R(1 + i\omega T) \quad (28)$$

or, equivalently,

$$\text{real}(F_2) = R \quad (27)$$

$$\text{imag}(F_2) = \omega RT. \quad (28)$$

$R$  and  $R \times T$  are determined from the least squares lines fitting to  $\text{real}(F_2)$  and  $\text{imag}(F_2)$ , respectively, considered as functions of  $\omega$ . Equations (27) and (28) are illustrated in Figs. 8 and 9.

Fig. 9. Plot of  $\text{imag}(F_2)$  versus frequency.Fig. 11. Plot of  $\text{mag}(X/B)$  versus frequency.Fig. 10. Plot of  $\text{imag}(1/Z_4 - 1/Z_2)$  versus frequency.Fig. 12. Plot of [-phase  $(X/B \cdot G_{mo})$ ] versus frequency.

#### D. Determination of $R_{be}$ and $R_{bi}$

From (20) and (21), the following linear system can be written:

$$\begin{cases} R = \left(1 + \frac{R_{bi}}{R_{bc}}\right) R_{be} + R_{bi} \\ RT = R_{bi} C_{bc} R_{be} + T_{be} R_{bi} \end{cases}$$

or in a matrix form

$$\begin{pmatrix} R_{be} \\ R_{bi} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 + \frac{R_{bi}}{R_{bc}} & 1 \\ R_{bi} C_{bc} & T_{be} \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} R \\ RT \end{pmatrix}.$$

This directly gives  $R_{be}$  and  $R_{bi}$ .

#### E. Determination of $R_{bc}$ , $C_{bc}$ , and $C_{be}$

Once  $R_{be}$  and  $R_{bi}$  are determined, it becomes straightforward to calculate  $R_{bc}$ ,  $C_{bc}$ , and  $C_{be}$ , respectively, from  $R_{bi}/R_{bc}$ ,  $R_{bi} \times C_{bc}$ , and  $R_{be} \times C_{be}$  ( $= T_{be}$ ).

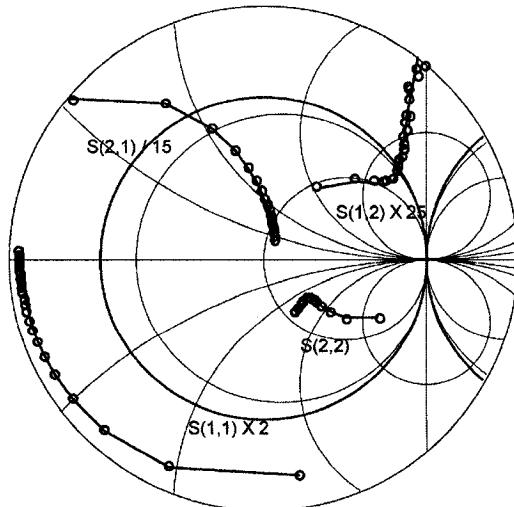


Fig. 13. Measured (o) and simulated (—)  $S$ -parameters for a  $2 \times 20 \mu\text{m}^2$  emitter-area HBT ( $V_{ce} = 3$  V,  $I_c = 18.728$  mA,  $I_b = 240 \mu\text{A}$ ).

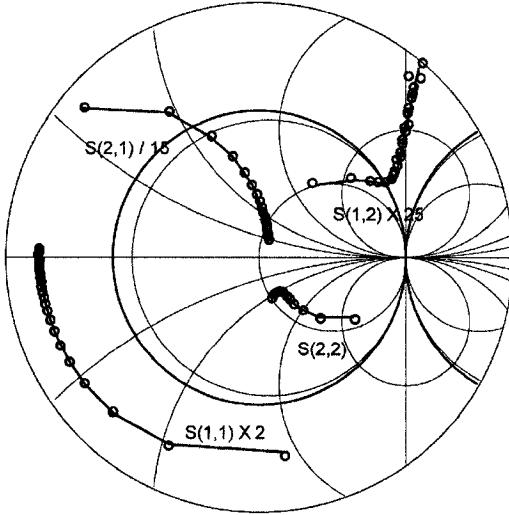


Fig. 14. Measured (o) and simulated (—)  $S$ -parameters for a  $2 \times 20 \mu\text{m}^2$  emitter-area HBT ( $V_{ce} = 2 \text{ V}$ ,  $I_c = 19.302 \text{ mA}$ ,  $I_b = 240 \mu\text{A}$ ).

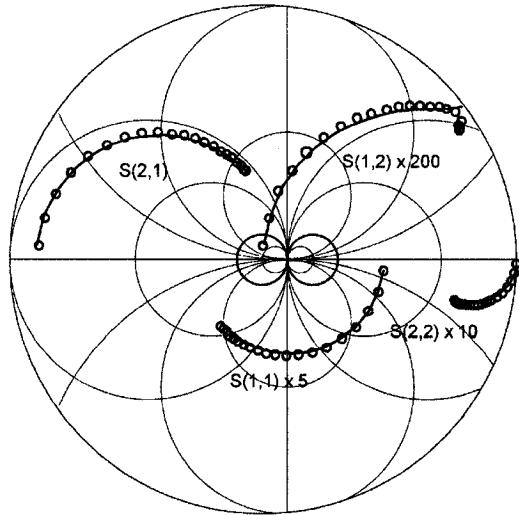


Fig. 15. Measured (o) and simulated (—)  $S$ -parameters for a  $1 \times 10 \mu\text{m}^2$  emitter-area HBT ( $V_{ce} = 2 \text{ V}$ ,  $I_c = 5 \text{ mA}$ ,  $I_b = 24.5 \mu\text{A}$ ).

TABLE I  
EXTRACTED SMALL-SIGNAL PARAMETERS FOR A  $2 \times 20 \mu\text{m}^2$   
EMITTER-AREA HBT

Circuit element	$V_{ce} = 2 \text{ V}$ , $I_b = 240 \mu\text{A}$ , $I_c = 19.302 \text{ mA}$	$V_{ce} = 3 \text{ V}$ , $I_b = 240 \mu\text{A}$ , $I_c = 18.728 \text{ mA}$
$R_{be}$ [ohm]	1.97	2.49
$R_{bc}$ [ohm]	115.87	129.32
$R_{pc}$ [ohm]	$3.39 \times 10^4$	$4.5 \times 10^4$
$C_{be}$ [fF]	2849	3058
$C_{bc}$ [fF]	6.335	5.514
$C_{ce}$ [fF]	52.28	44.47
$G_{mo}$ [S]	0.755	0.701
$\tau$ [ps]	1.71	1.62

#### F. Determination of $C_{ce}$ , $G_{mo}$ , and $\tau$

Once the values of the intrinsic elements are calculated, parameters  $Z_2$  and  $B$  are determined from (2) and (11), respectively. From (8) and (9), it can be written that

$$\omega C_{ce} = \text{imag} \left( \frac{1}{Z_4} - \frac{1}{Z_2} \right). \quad (29)$$

From (10), it can be written that

$$G_{mo} = \left| \frac{X}{B} \right| \quad (30)$$

$$\omega \tau = -\text{phase} \left( \frac{X}{G_{mo} B} \right). \quad (31)$$

$C_{ce}$ ,  $G_{mo}$ , and  $\tau$  are then determined from the least squares lines fitting, respectively, to  $\text{imag}(1/Z_4 - 1/Z_2)$ ,  $|X/B|$ , and  $[-\text{phase}(X/(G_{mo} B))]$ . Equations (29)–(31) are illustrated in Figs. 10–12, respectively.

#### IV. RESULTS AND DISCUSSION

In order to validate and assess the accuracy of the extraction procedure, three transistors from two different foundries

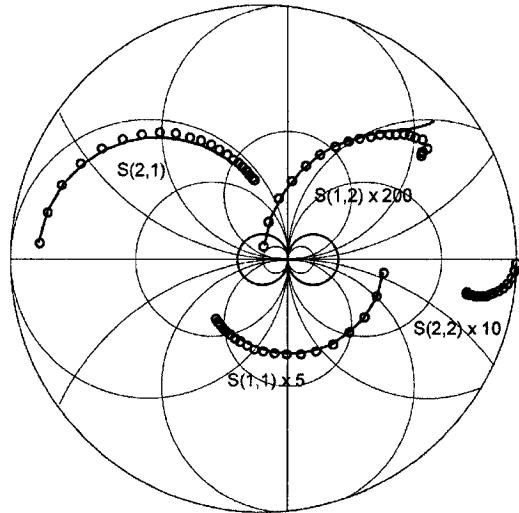


Fig. 16. Measured (o) and simulated (—)  $S$ -parameters for a  $1 \times 10 \mu\text{m}^2$  emitter-area HBT ( $V_{ce} = 3 \text{ V}$ ,  $I_c = 5 \text{ mA}$ ,  $I_b = 24.72 \mu\text{A}$ ).

were investigated. Measurements were performed with a microwave probing system and a vector network analyzer (VNA) over the frequency range of 1–20 GHz. The extraction procedure was implemented as a MATLAB program. The first transistor was an AlGaAs/GaAs HBT with a  $2 \times 20 \mu\text{m}^2$  emitter area. Figs. 13 and 14 show comparisons between measured and simulated  $S$ -parameters at the bias point  $V_{ce} = 3 \text{ V}$ ,  $I_c = 18.728 \text{ mA}$ , and  $I_b = 240 \mu\text{A}$ , and at the bias point  $V_{ce} = 2 \text{ V}$ ,  $I_c = 19.302 \text{ mA}$ , and  $I_b = 240 \mu\text{A}$ , respectively. Table I shows the extracted values of the different circuit elements. The second transistor was a GaInP/GaAs HBT with a  $1 \times 10 \mu\text{m}^2$

TABLE II  
EXTRACTED SMALL-SIGNAL PARAMETERS FOR A  $1 \times 10 \mu\text{m}^2$  Emitter-Area HBT

Circuit element	$V_{ce} = 2 \text{ V}$ , $I_c = 5 \text{ mA}$ , $I_b = 24.50 \mu\text{A}$	$V_{ce} = 3 \text{ V}$ , $I_c = 5 \text{ mA}$ , $I_b = 24.72 \mu\text{A}$
$R_{be} [\text{ohm}]$	13.5	13.2
$R_{bc} [\text{ohm}]$	1509.8	1562.4
$R_{hc} [\text{ohm}]$	$3.67 \times 10^5$	$2.94 \times 10^5$
$C_{be} [\text{fF}]$	358	428.6
$C_{bc} [\text{fF}]$	3.368	2.969
$C_{hc} [\text{fF}]$	6.724	6.705
$G_{mo} [\text{S}]$	0.1393	0.1383
$\tau [\text{ps}]$	1.41	1.11

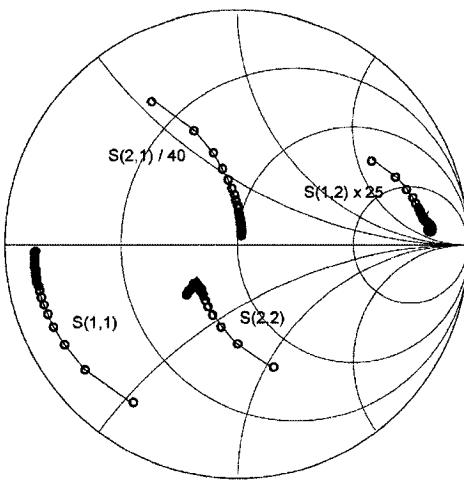


Fig. 17. Measured (o) and simulated (—)  $S$ -parameters for a  $1 \times 100 \mu\text{m}^2$  emitter-area HBT ( $V_{ce} = 2 \text{ V}$ ,  $I_c = 30 \text{ mA}$ ,  $I_b = 215.742 \mu\text{A}$ ).

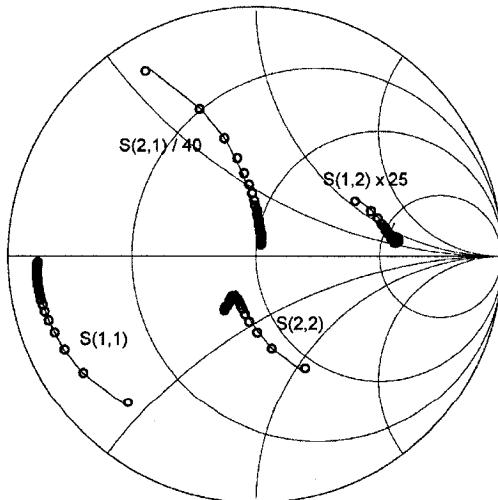


Fig. 18. Measured (o) and simulated (—)  $S$ -parameters for a  $1 \times 100 \mu\text{m}^2$  emitter-area HBT ( $V_{ce} = 3 \text{ V}$ ,  $I_c = 50 \text{ mA}$ ,  $I_b = 355.760 \mu\text{A}$ ).

emitter area. Figs. 15 and 16 show comparisons between measured and simulated  $S$ -parameters at the bias point  $V_{ce} = 2 \text{ V}$ ,

TABLE III  
EXTRACTED SMALL-SIGNAL PARAMETERS FOR A  $1 \times 100 \mu\text{m}^2$  Emitter-Area HBT

Circuit element	$V_{ce} = 2 \text{ V}$ , $I_c = 30 \text{ mA}$ , $I_b = 215.742 \mu\text{A}$	$V_{ce} = 3 \text{ V}$ , $I_c = 50 \text{ mA}$ , $I_b = 355.760 \mu\text{A}$
$R_{be} [\text{ohm}]$	2.05	1.88
$R_{bc} [\text{ohm}]$	149.31	78.209
$R_{hc} [\text{ohm}]$	$2 \times 10^5$	$8.04 \times 10^4$
$C_{be} [\text{fF}]$	3559	5926
$C_{bc} [\text{fF}]$	63.34	51.21
$C_{hc} [\text{fF}]$	40.03	28.51
$G_{mo} [\text{S}]$	1.0465	1.8396
$\tau [\text{ps}]$	1.03	0.555

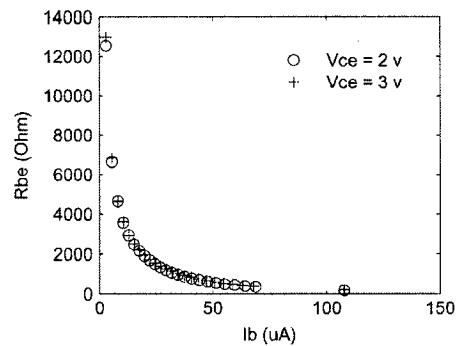


Fig. 19. Plot of  $R_{be}$  versus  $I_b$  for the  $1 \times 10$  transistor.

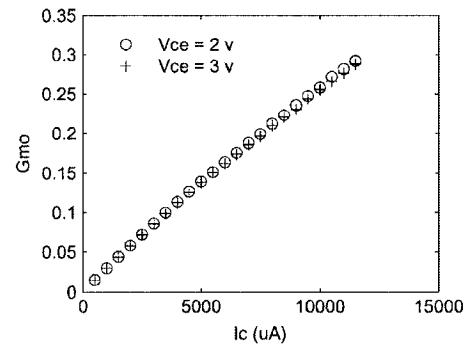


Fig. 20. Plot of  $G_{mo}$  versus  $I_c$  for the  $1 \times 10$  transistor.

$I_c = 5 \text{ mA}$ , and  $I_b = 24.5 \mu\text{A}$  and at the bias points  $V_{ce} = 3 \text{ V}$ ,  $I_c = 5 \text{ mA}$ , and  $I_b = 24.72 \mu\text{A}$ , respectively. Table II depicts the extracted values of the different elements. The third transistor was a GaInP/GaAs HBT with a  $1 \times 100 \mu\text{m}^2$  emitter area. Figs. 17 and 18 show comparisons between measured and simulated  $S$ -parameters at the bias point  $V_{ce} = 2 \text{ V}$ ,  $I_c = 30 \text{ mA}$ , and  $I_b = 215.742 \mu\text{A}$  and at the bias points  $V_{ce} = 3 \text{ V}$ ,  $I_c = 50 \text{ mA}$ , and  $I_b = 355.760 \mu\text{A}$ , respectively. Table III depicts the extracted values of the different elements. Excellent agreement was obtained over the selected range of frequencies. The deviations occurring in  $S_{12}$  at high frequencies (Figs. 15–18) are attributable to measurement problems. As expected, the value of  $R_{bc}$  is very high. The evolutions with bias of  $R_{be}$  and  $G_{mo}$  for the  $1 \times 10$  transistor are given in Figs. 19 and 20, respectively.

Both parameters show smooth behaviors, which further validate the proposed extraction technique.

## V. CONCLUSION

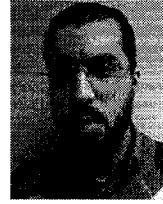
In this paper, a simple and systematic parameter-extraction method has been presented. The main features of this method are as follows.

- The method relies exclusively on  $S$ -parameter measurements. No dc parameter is required.
- The extraction of all elements is rigorously achieved by skillfully deriving a number of relations without employing any approximation.

These features make the method very suited for automation. Excellent agreement is obtained between modeled and measured  $S$ -parameters for three transistors from two different foundries. The results indicate the accuracy and consistency of this method.

## REFERENCES

- [1] B. Li and S. Parsad, "Basic expressions and approximations in small-signal parameter extraction for HBT's," *IEEE Trans. Microw. Theory Tech.*, vol. 47, no. 5, pp. 534–539, May 1999.
- [2] A. Ouslimani, J. Gaubert, H. Hafidallah, A. Birafane, P. Pouvil, and H. Leier, "Direct extraction of linear HBT-model parameters using nine analytical expression blocks," *IEEE Trans. Microw. Theory Tech.*, vol. 50, no. 1, pp. 218–221, Jan. 2002.
- [3] H. C. Tseng and J. H. Chou, "An efficient analytical approach for extracting the emitter inductance of collector-up HBTs," *IEEE Trans. Electron Devices*, vol. 51, no. 7, pp. 1200–1202, Jul. 2004.
- [4] —, "A pure analytic method for direct extraction of collector-up HBTs small-signal parameters," *IEEE Trans. Electron Devices*, vol. 51, no. 12, pp. 1972–1977, Dec. 2004.
- [5] S. Boushna, P. Mandeville, A. B. Kouki, R. Surridge, and F. M. Ghannouchi, "Direct parameter-extraction method for HBT small-signal model," *IEEE Trans. Microw. Theory Tech.*, vol. 50, no. 2, pp. 529–536, Feb. 2002.
- [6] M. Rudolph, R. Doerner, and P. Heymann, "Direct extraction of HBT equivalent-circuit elements," *IEEE Trans. Microw. Theory Tech.*, vol. 47, no. 1, pp. 82–84, Jan. 1999.
- [7] B. Sheinman, E. Wasige, M. Rudolph, R. Doerner, V. Sidorov, S. Cohen, and D. Ritter, "A peeling algorithm for extraction of the HBT small-signal equivalent circuit," *IEEE Trans. Microw. Theory Tech.*, vol. 50, no. 12, pp. 2804–2810, Dec. 2002.
- [8] D. Costa, W. U. Liu, and J. S. Harris, "Direct extraction of the Al-GaAs/GaAs heterojunction bipolar transistor small-signal equivalent circuit," *IEEE Trans. Electron Devices*, vol. 38, no. 9, pp. 2018–2024, Sep. 1991.
- [9] G. Dambrine, A. Cappy, F. Heliodore, and E. Playez, "A new method for determining the FET small-signal equivalent circuit," *IEEE Trans. Microw. Theory Tech.*, vol. 36, no. 7, pp. 1151–1159, Jul. 1988.



**Louay Degachi** received the B.Eng. degree in engineering physics from the École Polytechnique de Montréal, Montréal, QC, Canada, in 1999, and is currently working toward the Ph.D. degree at the École Polytechnique de Montréal.

His research interest is the modeling of HBTs.



**Fadhel M. Ghannouchi** (S'84–M'88–SM'93) received the B.Eng. degree in engineering physics and the M.S. and Ph.D. degrees in electrical engineering from the École Polytechnique de Montréal, Montréal, QC, Canada, in 1983, 1984, and 1987, respectively.

He is currently an iCORE Professor with the Intelligent RF Radio Laboratory, Electrical and Computer Engineering Department, University of Calgary, Calgary, AB, Canada, and Tier-I Canada Research Chair in Intelligent RF Radio Technology. From 1984 to 2005, he was a Professor with the Department of Electrical Engineering, École Polytechnique de Montréal. He has taught microwave theory and techniques and RF communications systems. He held several invited positions at several academic and research institutions in Europe, North America, Japan, and North Africa. He has provided consulting services to numerous microwave and wireless communications companies. He is also the founder of AmpliX Inc., Montréal, QC, Canada, a company that offers linearization products and services to wireless and satellite communication equipment manufacturers. His research interests are in the areas of microwave instrumentation and measurements, nonlinear modeling of microwave devices and communications systems, design of power- and spectrum-efficient microwave amplification systems, and design of intelligent RF transceivers for wireless communications. He has authored or coauthored approximately 300 publications. He holds seven patents.

Dr. Ghannouchi is a Registered Professional Engineer in the Province of Quebec, Canada. He has served on the Technical Committees of several international conferences and symposiums.

***ARTICLE II: Simple Technique for a Quick Evaluation of HBT  
Temperature-Dependant DC Model Parameters in Forward  
Active Regime***



## Simple Technique for a Quick Evaluation of HBT Temperature-Dependent DC Model Parameters in Forward Active Regime

Louay Degachi\* and Fadhel M. Ghannouchi

Poly-GRAMES Research Center, Electrical Engineering Department

Ecole Polytechnique de Montreal, Montreal, QC, CANADA

Tel: 1-514-340-4711; Fax: 1-514-340-5892; E-mail: [louay.degachi@polyintl.ca](mailto:louay.degachi@polyintl.ca)

**Abstract-** This paper presents a simple parameter-extraction technique for an HBT temperature-dependant equivalent-circuit DC model, in the forward active regime. The proposed approach is characterized by its ease of implementation. It was applied to predict the DC characteristics of a  $1 \times 10 \mu\text{m}^2$  emitter-area InGaP/GaAs HBT device.

**Index Terms-** Heterojunction bipolar transistor, DC equivalent-circuit model, parameter extraction.

### I. INTRODUCTION

A key issue for a successful heterojunction bipolar transistor (HBT) modeling is the availability of a systematic parameter extraction technique. Of particular interest is the problem of DC extraction, where, due to self-heating effects, certain parameters are junction-temperature dependant.

Despite the wealth of publications in this area, the aspect of practical implementation was rarely addressed. On the other hand, most of the published techniques presuppose particular forms for the temperature-dependent parameters, before proceeding to extraction [1]-[3].

In the present technique, no particular functions are presupposed. Instead, the emission coefficients and saturation currents are directly determined as vector functions of the dissipated

power (or the junction temperature). This technique requires small-signal extraction as a prerequisite. In fact, small-signal parameters constitute a valuable source of information about DC operation. Such procedure ensures consistency between DC and RF simulations.

### II. MODEL DESCRIPTION

The adopted HBT intrinsic large-signal equivalent-circuit model is shown in fig. 1. Its small-signal counterpart is shown in fig. 2. A rigorous technique was developed, allowing for the extraction of small-signal parameters solely from S-parameter measurements [4]. Of particular interest are the small-signal intrinsic base-emitter resistance  $R_{be}$  and the DC gain  $G_{mo}$ .

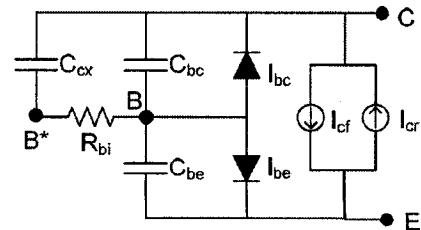


Fig.1. Adopted HBT large-signal equivalent-circuit model.

### III. PARAMETER EXTRACTION PROCEDURE

### A. DC Circuit in Forward Active Regime

In forward active regime, the DC equivalent circuit is reduced to the one shown in fig. 3.

### B. Extraction of the Current Source Parameters

The collector current  $I_c$  is given by:

$$I_c = I_{scf} \left( \exp \left( \frac{V_{be}}{N_{cf} V_{th}} \right) - 1 \right) \quad (1)$$

where  $V_{th}$  is the thermal voltage ( $= kT/q$ ).

At each bias point, the product  $N_{cf}V_{th}$  is given by [5]:

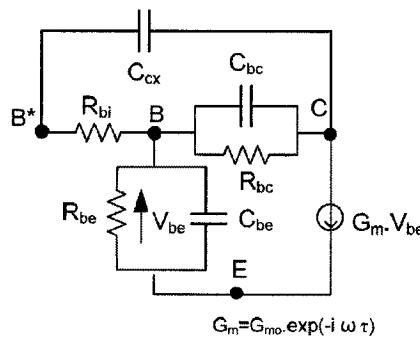


Fig.2. Small-signal model

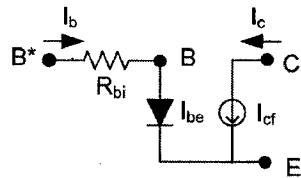


Fig.3. DC model in forward active regime

$$N_{cf} V_h = \frac{I_c}{G_{mo}} \quad (2)$$

and the dissipated power is given by:

$$P_{diss} = I_e V_{ee} + I_b V_{be} \quad (3)$$

At a fixed ambient temperature,  $N_{cf} V_{th}$  depends only on  $P_{diss}$ . Then, a one-to-one vector function  $f$  can be defined such that:

$$f(P_{diss}) = N_{cf} V_{th} \quad (4)$$

The saturation current is determined from (1) as:

$$I_{scf} = \frac{I_c}{\exp\left(\frac{V_{be}}{N_{cf} V_{th}}\right) - 1} = \frac{I_c}{\exp\left(\frac{V_{be}}{f(P_{diss})}\right) - 1} \quad (5)$$

Then, a second vector function  $g$  can be defined such that:

$$g(P_{diss}) = I_{scf} \quad (6)$$

### C. Extraction of the base-emitter current parameters

The extraction is performed in an analogous manner to the last paragraph, where in this case, the current  $I_b$  is given by:

$$I_b = I_{sbe} \left( \exp \left( \frac{V_{be}}{N_{be} V_{th}} \right) - 1 \right) \quad (7)$$

and the product  $N_{be} V_{th}$  is given by [5]:

$$N_{he} V_{th} = R_{he} I_b \quad (8)$$

Using (8) and (9), two vector functions can be defined, as in the last paragraph.

*D. Determination of the Different Parameters as Functions of the Junction Temperature*

The thermal resistance  $R_{th}$  can be determined using the simple technique of Dawson et al. [6]. Then, using equation (4), together with the variable change  $P_{diss} = (T - T_o)/R_{th}$ , where  $T_o$  is the ambient temperature, a function  $F$  can be determined such as  $F(T) = f((T - T_o)/R_{th})$ . The emission coefficient is then given by

$$N_{ef} = \frac{F(T)}{V_{th}} = \frac{q}{k} \cdot \frac{F(T)}{T} \quad (9)$$

In a similar manner, all other parameters can be determined as functions of the junction temperature.

Note that if  $P_{diss}$  is the chosen variable, the emission coefficient cannot be dissociated from the thermal voltage. This is not a limitation as it is the product  $N_{ef} V_{th}$  that is involved in the current equation.

IV. IMPLEMENTATION AND VALIDATION OF THE EXTRACTION PROCEDURE

The extraction procedure was applied to an on-wafer InGaP/GaAs HBT with an emitter area of  $1 \times 10 \mu\text{m}^2$  in the common emitter configuration. Excellent agreement was obtained between modeled and measured  $I_c$ - $V_{ce}$  curves, as illustrated in fig. 4.

A simple technique was developed, where four vector functions completely characterized the forward active regime of operation. This feature makes it very suited for practical implementation. The fact of using small-signal extracted parameters for DC extraction ensures consistency between DC and RF simulations. The proposed approach could be extended to cover more complex models, in which case more general relations have to be proposed in place of relations (2) and (8).

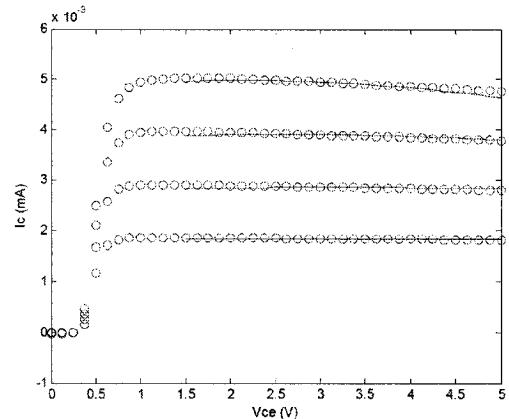


Fig.4. Comparison between measured (o) and simulated (-)  $I_c$ - $V_{ce}$  characteristics at  $I_b = 10, 15, 20$  and  $25 \mu\text{A}$ .

REFERENCES

- [1] K. Lu, P. A. Perry, T. J. Brazil, "A new large-signal AlGaAs/GaAs HBT model including self-heating effects, with corresponding parameter-extraction procedure," *IEEE Trans. Microwave Theory and Tech.*, Vol. 43, pp. 1433-1445, July 1995.

INTERNATIONAL JOURNAL OF MICROWAVE AND OPTICAL TECHNOLOGY,  
VOL. 2, NO. 1, JANUARY 2007

- [2] C. M. Snowden, "Large-signal microwave characterization of AlGaAs/GaAs HBT's based on a physics-based electrothermal model," *IEEE Trans. Microwave Theory and Tech.*, Vol 45, pp 58-71, Jan. 1997.
- [3] A. Raghavan, S. Venkataraman, B. Banerjee, Y. Suh, D. Heo, J. Laskar, "Direct extraction of an empirical temperature-dependent InGaP/GaAs HBT large-signal model," *IEEE Journal of Solid-State Circuits*, Vol. 38, pp. 1443-1450, Sept. 2003.
- [4] L. Deguchi, F. M. Ghannouchi, "Systematic and rigorous extraction method of HBT small-signal model parameters," *IEEE Trans. Microwave Theory and Tech.*, Vol. 54, pp. 682-688, Feb. 2006.
- [5] R. Hajji, F. M. Ghannouchi, "Small-signal distributed model for GaAs HBT's and S-parameter prediction at millimeter-wave frequencies," *IEEE Trans. Electron Devices*, Vol. 44, pp. 723-732, May 1997.
- [6] D. E. Dawson, A.K. Gupta, M.L. Salib, "CW measurement of HBT thermal resistance," *IEEE Trans. Electron Devices*, Vol. 39, pp. 2235 -2239, Oct. 1992.

***ARTICLE III: Characterization of AC Emitter Current Crowding  
and Consequences on Small-Signal Extraction.***



## Characterization of AC Emitter Current Crowding and Consequences on Small-Signal Extraction

Louay Degachi\* and Fadhel M. Ghannouchi

Poly-GRAMES Research Center, Electrical Engineering Department

Ecole Polytechnique de Montreal, Montreal, QC, CANADA

Tel: 1-514-340-4711; Fax: 1-514-340-5892; E-mail: [louay.degachi@polymtl.ca](mailto:louay.degachi@polymtl.ca)

**Abstract-** This paper presents a simple and systematic test that allows assessing the importance of AC emitter current crowding effect in heterojunction bipolar transistors (HBTs). The consequences of this effect on small-signal extraction are accounted for through the generalization of a previously published technique, to an advanced small-signal model.

**Index Terms-** Heterojunction bipolar transistor, parameter extraction, AC emitter current crowding, small-signal equivalent-circuit model.

### I. INTRODUCTION

In the last decade, many HBT small-signal models were proposed [1]-[10]. However, only few of them accounted for AC emitter current crowding [9]-[10], even though, this effect becomes significant for HBTs with low base resistance, particularly in the high frequency range [10]. In most models, AC current crowding is assumed to be negligible without any prior test for validating this assumption.

The present paper proposes a simple and systematic test allowing to confirm (or disconfirm) this hypothesis. A time constant parameter will be defined and used to assess the importance of AC current crowding. It will be shown that the consequences of this effect (if any) on small-signal extraction can be accounted for through the generalization of a previously published technique, to an advanced small-signal

model which accounts for the external base-collector junction in addition to the aforementioned AC current crowding.

### II. MODEL DESCRIPTION AND TRANSFORMATION

The adopted HBT small-signal equivalent-circuit model is shown in figure 1. AC current crowding is accounted for through the capacitance  $C_{bi}$  in shunt with the spreading resistance  $R_{bi}$  [9]-[10]. The external base-collector junction is accounted for through the dynamic resistance  $R_{ex}$  in shunt with the capacitance  $C_{ex}$ .

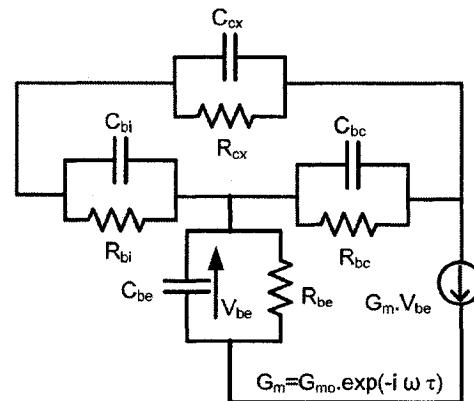


Fig.1. Adopted HBT small-signal equivalent-circuit model.

Compared to the model presented in [8], the new circuit model has two additional elements, related to second order effects.

First, the well-known T- $\Pi$  transformation is applied as described in figure 2. The parameters  $Z_1$ ,  $Z_2$  and  $Z_3$  are given by:

$$Z_1 = \frac{D}{Z_{be}} \quad (1)$$

$$Z_2 = \frac{D}{Z_{be}} \quad (2)$$

$$Z_3 = \frac{D}{Z_{bi}} \quad (3)$$

where

$$Z_{bi} = \frac{R_{bi}}{1 + i \omega R_{bi} C_{bi}} \quad (4)$$

$$Z_{bc} = \frac{R_{bc}}{1 + i \omega R_{bc} C_{bc}} \quad (5)$$

$$Z_{be} = \frac{R_{be}}{1 + i \omega R_{be} C_{be}} \quad (6)$$

$$D = Z_{bi} Z_{bc} + Z_{be} Z_{bc} + Z_{bi} Z_{be} \quad (7)$$

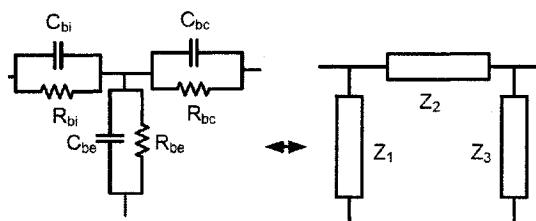


Fig.2. T- $\Pi$  transformation

The final circuit is shown in figure 3 where

$$Z_4 = \frac{Z_2 Z_{cx}}{Z_2 + Z_{cx}} \quad (8)$$

$$Z_{cx} = \frac{R_{cx}}{1 + i \omega R_{cx} C_{cx}} \quad (9)$$

The parameters  $Z_1$ ,  $Z_3$  and  $Z_4$  are related to  $Y$ -parameters as follows [8]:

$$Y_{11} = \frac{Z_1 + Z_4}{Z_1 \cdot Z_4} \quad Y_{12} = -\frac{1}{Z_4} \quad Y_{22} = \frac{Z_3 + Z_4}{Z_3 \cdot Z_4} + X \quad \text{and}$$

$$Y_{21} = X \cdot \frac{Z_3}{Z_1} - \frac{1}{Z_4}$$

where

$$X = B \cdot G_{mo} \cdot \exp(-i \omega \tau) \quad (10)$$

$$B = \frac{Z_1}{Z_1 + Z_2 + Z_3} \quad (11)$$

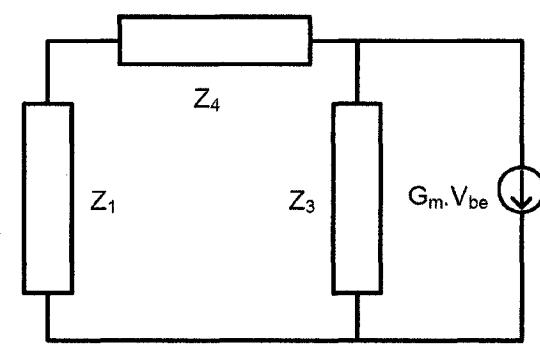


Fig.3. Final circuit after T- $\Pi$  transformation.

It follows that:

$$Z_1 = \frac{1}{Y_{11} + Y_{12}} \quad (12)$$

$$Z_3 = \frac{Y_{21} + Y_{11}}{(Y_{11} + Y_{12}) \cdot (Y_{22} + Y_{12})} \quad (13)$$

$$Z_4 = -\frac{1}{Y_{12}} \quad (14)$$

$$X = (Y_{22} + Y_{12}) \cdot \frac{Y_{21} - Y_{12}}{Y_{21} + Y_{11}} \quad (15)$$

### III. CHARACTERIZATION OF AC Emitter CURRENT CROWDING

From (1) and (3), it can be written that

$$\frac{Z_1}{Z_3} = \frac{R_{bi}}{R_{bc}} \frac{1 + i\omega R_{bc} C_{bc}}{1 + i\omega R_{bi} C_{bi}} \quad (16)$$

A time constant  $T_{bi}$  can be defined as  $T_{bi} = R_{bi} C_{bi}$ . This parameter, involving both  $R_{bi}$  and  $C_{bi}$ , can be used to assess the importance of AC current crowding. The determination of  $T_{bi}$  is performed as follows:

From (16), it can be shown that:

$$F_{bi} \triangleq \frac{\omega}{\text{imag}(Z_1/Z_3)} = A_0 + \omega^2 B_0 \quad (17)$$

where

$$A_0 = \frac{1}{\alpha_0} \quad (18)$$

$$B_0 = \frac{T_{bi}^2}{\alpha_0} \quad (19)$$

$$\alpha_0 = \frac{R_{bi}}{R_{bc}} (R_{bc} C_{bc} - T_{bi}) \quad (20)$$

$F_{bi}$  is calculated from the device intrinsic  $Y$ -parameters, according to (17).  $A_0$  and  $B_0$  are determined from the least-squares line fitting to  $F_{bi}$ , considered as function of  $\omega^2$ . Equation (17) is illustrated in figure 4. Then, from (18) and (19),  $T_{bi}$  is determined as

$$T_{bi} = \sqrt{\frac{B_0}{A_0}}$$

In the absence of AC current crowding,  $T_{bi} = 0$  ( $C_{bi} = 0$ ), and the small-signal elements can be extracted using the procedure described in [8]. If current crowding is appreciable, then the same technique can still be applied providing it is appropriately generalized as it will be explained in the next section.

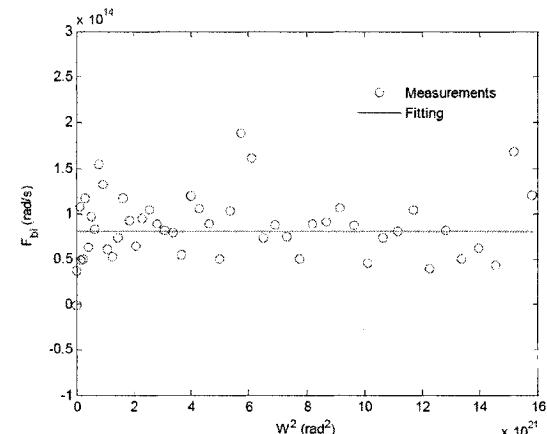


Fig.4. Plot of  $F_{bi}$  vs.  $\omega^2$ .

IV. EXTRACTION OF SMALL-SIGNAL  
PARAMETERS IN THE PRESENCE OF AC  
CURRENT CROWDING

A. Determination of  $R_{bi}/R_{bc}$  and  $R_{bi} \times C_{be}$

From (16), it can be deduced that

$$\text{real}\left(\frac{Z_1}{Z_3}(1+i\omega T_{bi})\right) = \frac{R_{bi}}{R_{bc}} \quad (21)$$

$$\text{imag}\left(\frac{Z_1}{Z_3}(1+i\omega T_{bi})\right) = \omega R_{bi} C_{be} \quad (22)$$

B. Determination of  $R_{be} \times C_{be}$

Using relations (1) and (4)-(7),  $Z_1$  can be written as:

$$Z_1 = \frac{R_{bi}}{1+i\omega T_{bi}} + \frac{R_{be}}{1+i\omega R_{be} C_{be}} + \frac{R_{bi}}{1+i\omega T_{bi}} \frac{R_{be}}{1+i\omega T_{be}} \frac{1+i\omega T_{be}}{R_{be}}$$

or equivalently

$$Z_1(1+i\omega T_{bi}) = \frac{R(1+i\omega T)}{1+i\omega T_{be}} \quad (23)$$

where

$$R = R_{bi} R_{be} \left[ \frac{1}{R_{be}} + \frac{1}{R_{be}} + \frac{1}{R_{bi}} \right] \quad (24)$$

$$T = \frac{C_{be} + C_{bc} + C_{bi}}{\frac{1}{R_{bc}} + \frac{1}{R_{bc}} + \frac{1}{R_{bi}}} \quad (25)$$

$$T_{be} = R_{be} C_{be} \quad (26)$$

From (19), it can be deduced that

$$\text{imag}\left(Z_1(1+i\omega T_{bi})\right) = \frac{\alpha \omega}{1+\omega^2 T_{be}^2}$$

or equivalently

$$F_1 \triangleq \frac{\omega}{\text{imag}(Z_1(1+i\omega T_{bi}))} = A + \omega^2 B \quad (27)$$

where

$$A = \frac{1}{\alpha} \quad (28)$$

$$B = \frac{T_{be}^2}{\alpha} \quad (29)$$

$$\alpha = R(T - T_{be}) \quad (30)$$

$A$  and  $B$  are determined from the least-squares line fitting to  $F_1$ , considered as function of  $\omega^2$ . Then, from (24) and (25),  $T_{be}$  is determined as

$$T_{be} = \sqrt{\frac{B}{A}}$$

C. Determination of  $R$  and  $R \times T$

From (19), it can be written that

$$F_2 \triangleq Z_1(1+i\omega T_{be})(1+i\omega T_{bi}) = R(1+i\omega T) \quad (31)$$

or equivalently

$$\text{real}(F_2) = R \quad (31)$$

$$\text{imag}(F_2) = \omega R T \quad (32)$$

*D. Determination of  $R_{be}$  and  $R_{bi}$*

From equations (20) and (21), the following linear system can be written:

$$\begin{cases} R = \left(1 + \frac{R_{bi}}{R_{bc}}\right) R_{be} + R_{bi} \\ RT = (T_{bi} + R_{bi} C_{bc}) R_{be} + T_{be} R_{bi} \end{cases}$$

or in a matrix form

$$\begin{pmatrix} R_{be} \\ R_{bi} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 + \frac{R_{bi}}{R_{bc}} & 1 \\ T_{bi} + R_{bi} C_{bc} & T_{be} \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} R \\ RT \end{pmatrix} \quad (33)$$

This gives directly  $R_{be}$  and  $R_{bi}$ .

*E. Determination of  $R_{bc}$ ,  $C_{bc}$ ,  $C_{be}$  and  $C_{bi}$*

Once  $R_{be}$  and  $R_{bi}$  are determined, it becomes straightforward to calculate  $R_{bc}$ ,  $C_{bc}$ ,  $C_{be}$  and  $C_{bi}$  respectively from  $R_{bi}/R_{bc}$ ,  $R_{bi} \times C_{bc}$ ,  $R_{be} \times C_{be}$  ( $= T_{be}$ ) and  $R_{bi} \times C_{bi}$  ( $= T_{bi}$ ).

*F. Determination of  $G_{mo}$ ,  $\tau$ ,  $C_{cx}$  and  $R_{cx}$*

Once the values of the intrinsic elements are calculated, the parameters  $Z_2$  and  $B$  are determined from equations (2) and (11), respectively.

From (10), it can be written that

$$G_{mo} = \left| \frac{X}{B} \right| \quad (34)$$

$$\omega \tau = -\text{phase} \left( \frac{X}{G_{mo} B} \right) \quad (35)$$

From (8) and (9), it can be written that

$$\omega C_{cx} = \text{imag} \left( \frac{1}{Z_4} - \frac{1}{Z_2} \right) \quad (36)$$

$$\frac{1}{R_{cx}} = \text{real} \left( \frac{1}{Z_4} - \frac{1}{Z_2} \right) \quad (37)$$

It should be noted that all relations (21)-(36) have their counterparts in [8], to which they reduce when  $T_{bi} = 0$ . The last relation (37) has no counterpart in [8], as it is related to an additional element.

## V. RESULTS AND DISCUSSION

A  $1 \times 100 \mu\text{m}^2$  emitter area GaInP/GaAs HBT was investigated. Figs. 5 shows comparisons between measured and simulated S-parameters at the bias point  $V_{ce} = 5 \text{ V}$ ,  $I_c = 45 \text{ mA}$  and  $I_b = 326.97 \mu\text{A}$ . Table 1 depicts the extracted values of the different elements.

Table 1: Extracted small-signal parameters

Element	$V_{ce} = 5 \text{ V}$ , $I_c = 45 \text{ mA}$ , $I_b = 326.97 \mu\text{A}$
$R_{bi}$ [ohm]	2.01
$R_{be}$ [ohm]	99.463
$R_{bc}$ [ohm]	$7.07 \times 10^5$
$R_{cx}$ [ohm]	$2.248 \times 10^5$
$C_{bi}$ [fF]	0
$C_{be}$ [fF]	6655
$C_{bc}$ [fF]	52.54
$C_{cx}$ [fF]	20.52
$G_{mo}$ [S]	1.5165
$\tau$ [ps]	1.03

Excellent agreement was obtained over the selected range of frequencies. The deviations occurring in  $S_{12}$  at high frequencies are attributable to measurement problems. AC emitter current crowding was found to be negligible in this transistor.

## VI. CONCLUSION

A simple and systematic test was developed allowing assessing the importance of AC emitter current crowding in HBT's. The consequences of this effect on small-signal extraction were accounted for through the generalization of a previously published technique, to an advanced model. The proposed test was applied to an HBT sample, and AC current crowding was found to be negligible.

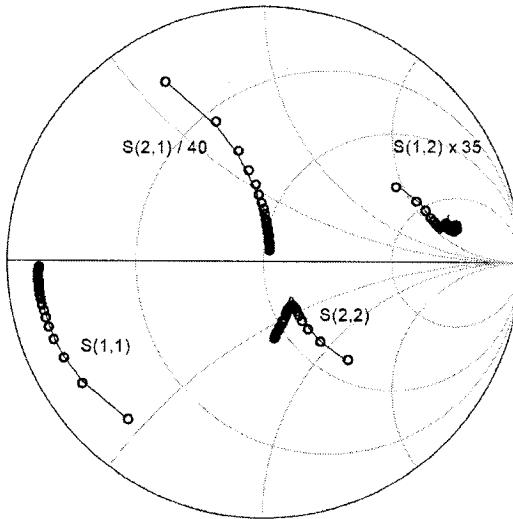


Fig.5. Measured (o) and simulated (-) S-parameters ( $V_{ce} = 5$  V,  $I_c = 45$  mA,  $I_b = 326.97$   $\mu$ A).

## REFERENCES

- [1] B. Li, S. Parsad, "Basic expressions and approximations in small-signal parameter extraction for HBT's," *IEEE Trans. Microwave Theory and Tech.*, Vol. 47, pp. 534-539, May 1999.
- [2] A. Ouslimani, J. Gaubert, H. Hafidallah, A. Biraflane, P. Pouvil, H. Leier, "Direct extraction of linear HBT-model parameters using nine analytical expression blocks," *IEEE Trans. Microwave Theory and Tech.*, Vol 50, pp 218-221, Jan. 2002.
- [3] H. -C. Tseng, J. -H. Chou, "An efficient analytical approach for extracting the emitter inductance of collector-up HBT's," *IEEE Trans. Electron Devices*, Vol. 51, pp. 1200-1202, July 2004.
- [4] H. -C. Tseng, J. -H. Chou, "A pure analytic method for direct extraction of collector-up HBT's small-signal parameters," *IEEE Trans. Electron Devices*, Vol. 51, pp. 1972-1977, Dec. 2004.
- [5] S. Bousmina, P. Mandeville, A. B. Kouki, R. Surridge, F. M. Ghannouchi, "Direct parameter-extraction method for HBT small-signal model," *IEEE Trans. Microwave Theory and Tech.*, Vol. 50, pp. 529-536, Feb. 2002.
- [6] B. Sheinman, E. Wasige, M. Rudolph, R. Doerner, V. Sidorov, S. Cohen, D. Ritter, "A peeling algorithm for extraction of the HBT small-signal equivalent circuit," *IEEE Trans. Microwave Theory and Tech.*, Vol. 50, pp. 2804-2810, Dec. 2002.
- [7] D. Costa, W. U. Liu, J.S. Harris, "Direct extraction of the AlGaAs/GaAs heterojunction bipolar transistor small-signal equivalent circuit," *IEEE Trans. Electron Devices*, Vol. 38, pp. 2018-2024, Sept. 1991.
- [8] L. Deguchi, F. M. Ghannouchi, "Systematic and rigorous extraction method of HBT small-signal model parameters," *IEEE Trans. Microwave Theory and Tech.*, Vol. 54, pp. 682-688, Feb. 2006.
- [9] M. Schröter, "Staying current with HICUM," *IEEE Circuits and devices Magazine*, Vol. 18, pp. 16-25, May 2002.
- [10] W. -B. Tang, C. -M. Wang, Y. -M. Hsin, "A new extraction technique for the complete small-Signal equivalent-circuit model of InGaP/GaAs HBT including base contact impedance and AC current crowding effect," *IEEE Trans. Microwave Theory and Tech.*, Vol. 54, pp. 3641-3647, Oct. 2006.