

**Titre:** Problème d'affectation de types d'avions aux vols : prise en compte  
Title: des flots de passagers

**Auteur:** Fati Aithnard  
Author:

**Date:** 2007

**Type:** Mémoire ou thèse / Dissertation or Thesis

**Référence:** Aithnard, F. (2007). Problème d'affectation de types d'avions aux vols : prise en  
Citation: compte des flots de passagers [Mémoire de maîtrise, École Polytechnique de  
Montréal]. PolyPublie. <https://publications.polymtl.ca/8031/>

 **Document en libre accès dans PolyPublie**  
Open Access document in PolyPublie

**URL de PolyPublie:** <https://publications.polymtl.ca/8031/>  
PolyPublie URL:

**Directeurs de  
recherche:** François Soumis  
Advisors:

**Programme:** Non spécifié  
Program:

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

PROBLÈME D'AFFECTATION DE TYPES D'AVIONS AUX VOLS : PRISE EN  
COMPTE DES FLOTS DE PASSAGERS

FATI AITHNARD

DÉPARTEMENT DE MATHÉMATIQUES ET DE GÉNIE INDUSTRIEL  
ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

MÉMOIRE PRÉSENTÉ EN VUE DE L'OBTENTION  
DU DIPLOME DE MAÎTRISE ÈS SCIENCES APPLIQUÉES  
(MATHÉMATIQUES APPLIQUÉES)

AOÛT 2007



Library and  
Archives Canada

Bibliothèque et  
Archives Canada

Published Heritage  
Branch

Direction du  
Patrimoine de l'édition

395 Wellington Street  
Ottawa ON K1A 0N4  
Canada

395, rue Wellington  
Ottawa ON K1A 0N4  
Canada

*Your file    Votre référence*

*ISBN: 978-0-494-35660-9*

*Our file    Notre référence*

*ISBN: 978-0-494-35660-9*

#### NOTICE:

The author has granted a non-exclusive license allowing Library and Archives Canada to reproduce, publish, archive, preserve, conserve, communicate to the public by telecommunication or on the Internet, loan, distribute and sell theses worldwide, for commercial or non-commercial purposes, in microform, paper, electronic and/or any other formats.

The author retains copyright ownership and moral rights in this thesis. Neither the thesis nor substantial extracts from it may be printed or otherwise reproduced without the author's permission.

#### AVIS:

L'auteur a accordé une licence non exclusive permettant à la Bibliothèque et Archives Canada de reproduire, publier, archiver, sauvegarder, conserver, transmettre au public par télécommunication ou par l'Internet, prêter, distribuer et vendre des thèses partout dans le monde, à des fins commerciales ou autres, sur support microforme, papier, électronique et/ou autres formats.

L'auteur conserve la propriété du droit d'auteur et des droits moraux qui protègent cette thèse. Ni la thèse ni des extraits substantiels de celle-ci ne doivent être imprimés ou autrement reproduits sans son autorisation.

---

In compliance with the Canadian Privacy Act some supporting forms may have been removed from this thesis.

Conformément à la loi canadienne sur la protection de la vie privée, quelques formulaires secondaires ont été enlevés de cette thèse.

While these forms may be included in the document page count, their removal does not represent any loss of content from the thesis.

Bien que ces formulaires aient inclus dans la pagination, il n'y aura aucun contenu manquant.

  
**Canada**

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

Ce mémoire intitulé :

PROBLÈME D'AFFECTATION DE TYPES D'AVIONS AUX VOLS : PRISE EN  
COMPTE DES FLOTS DE PASSAGERS

présenté par : AITHNARD Fati

en vue de l'obtention du diplôme de : Maîtrise ès sciences appliquées

a été dûment accepté par le jury d'examen constitué de :

M. DESAULNIERS Guy, Ph.D., président

M. SOUMIS François, Ph.D., membre et directeur de recherche

M. ROUSSEAU Louis-Martin, Ph.D., membre

## REMERCIEMENTS

Je désire remercier très sincèrement Monsieur François Soumis pour avoir accepté de me superviser durant mes études de deuxième cycle. Ses conseils, son encouragement et ses commentaires furent fortement appréciés et très utiles lors de l'élaboration des travaux de recherche et de la rédaction finale de ce mémoire.

De plus, je tiens à remercier Monsieur Guy Desaulniers, pour avoir accepté de présider le comité de jury, ainsi que Monsieur Louis-Martin Rousseau, pour avoir consenti à être membre du jury.

Finalement, une pensée pleine de gratitude et de reconnaissance est adressée à tous ceux et celles qui ont contribué de près ou de loin à rendre possible l'aboutissement de mes travaux de recherche.

Mes études de maîtrise ont également bénéficié de l'appui financier du Fonds Québécois de la Recherche sur la Nature et les Technologies (FQRNT).

## RÉSUMÉ

Dans son processus de planification, un des problèmes qu'un transporteur aérien doit résoudre est le problème d'affectation des types d'avions aux vols. Ce problème consiste à décider du type d'avion qui effectuera chacun des vols inscrits à l'horaire de la compagnie afin de maximiser le profit. Ceci se fait en tenant compte entre autres du nombre d'avions disponibles et en s'assurant que chaque vol a une flotte qui lui est attribuée.

Bien que posé aussi simplement, ce problème représente un défi de taille car la formulation adéquate de sa fonction objectif est complexe. La difficulté réside dans le fait que les revenus tout comme une partie des coûts dépendent des passagers. Or, il est bien connu que le comportement de ces derniers dépend de facteurs aléatoires et de ce fait, l'incertitude dans la demande n'est plus à démontrer. Dans le transport aérien, l'inconnue que représente la demande peut grandement compliquer la situation, en ce sens que la demande estimée influence le choix du type d'avion sur un vol et celui-ci conditionne le nombre de clients acceptés, c'est-à-dire le nombre de voyageurs à bord.

Le présent mémoire se propose donc d'analyser les interactions entre les flots de passagers et les affectations de flotte sur les vols. Par conséquent, il y est question d'intégrer un modèle de prédiction de flot de passagers dans la résolution du problème d'affectation de flotte aux vols. Pour ce faire, nous avons développé un système d'affectation des types d'avions aux segments de vols en utilisant leurs coûts et les revenus provenant des passagers.

Afin d'améliorer la fonction objectif du problème d'affectation, on détermine itérativement les flots de passagers et les attributions de capacités. Le système comprend deux modules dont le premier, un modèle de flot de passagers, estime à partir des

capacités assignées aux vols, le nombre de clients et les variations des revenus par type d'avion et ce, en faisant une analyse de sensibilité. Le deuxième module utilise la solution du premier, à savoir de nouveaux coûts calculés avec les coûts des avions et les variations de revenus, pour produire de nouvelles affectations.

Des études numériques effectuées sur un réseau de grande taille ont démontré que le système implanté est prometteur. Ainsi, sur les différents scénarios de demande qui sont créés, on anticipe une amélioration potentielle des profits qui varie de 0.17% à 0.67% par rapport aux coûts. En termes monétaires, ceci représente plusieurs millions par année pour une grande compagnie aérienne. De plus, les temps de résolution sont acceptables comme en témoigne la durée moyenne par itération qui est de vingt minutes.

## ABSTRACT

In the planning process, one of the problems that air transporters have to resolve is the Fleet Assignment Problem. This problem consists in deciding the type of airplane that should be used on each scheduled flight in order to maximize the profits. This is done by taking into account the number of airplanes available and making sure that every flight is assigned exactly one fleet type.

As simple as this may sound, this problem is quite a challenge due to the complexity in the formulation of its objective function. The difficulty resides in the fact that the revenues, as well as a part of the cost, depend on the numbers of passengers. Then again, it is common knowledge that the passengers' behavior depends on random factors, which in fact make the uncertainty of the demand no longer left to prove. In air transportation, the unknown represented by the demand can greatly complicate the situation in the sense that the estimated demand influences the choice of airplane on a flight and the type of airplane influences the number of clients accepted, in other words the number of passengers on board.

This master's thesis aims to explore the relationship between passenger flows and the assignments of aircraft types to flights. It will try to integrate a passenger flow model into the fleet assignment solver. To do so, we have developed a system assigning the types of airplanes to flight legs by using their costs and the revenues of the passengers.

In order to improve the objective function of the fleet assignment problem, we determine iteratively the flow of passengers and the attributions of capacities. The system includes two modules. The first one is a passenger flow model. It estimates, based on the capacities assigned to the flights, the number of clients and the variations of revenues per type of airplane by doing a sensitivity analysis. The second module uses the output of the first, which is new cost calculated with the cost of the airplanes and the variations of revenues, to produce new affectations.



Computational experiences conducted on a full-scale network have shown that the implemented system is promising. Therefore, on different scenarios of demand that are created, we anticipate a potential increase of profits that can vary from 0.17% to 0.67% based on the costs. In terms of money, this represents many millions per year for a major airline. Furthermore, the problem resolution time is acceptable as shown by the average run time per iteration, which is twenty minutes.

# TABLE DES MATIÈRES

<b>REMERCIEMENTS . . . . .</b>	<b>iv</b>
<b>RÉSUMÉ . . . . .</b>	<b>v</b>
<b>ABSTRACT . . . . .</b>	<b>vii</b>
<b>TABLE DES MATIÈRES . . . . .</b>	<b>ix</b>
<b>LISTE DES TABLEAUX . . . . .</b>	<b>xiii</b>
<b>LISTE DES FIGURES . . . . .</b>	<b>xv</b>
<b>LISTE DES ANNEXES . . . . .</b>	<b>xvii</b>
<b>CHAPITRE 1 : INTRODUCTION . . . . .</b>	<b>1</b>
1.1 Contexte général du transport aérien . . . . .	1
1.2 La planification aérienne . . . . .	3
1.2.1 Les principales étapes du processus de planification aérienne .	3
1.2.2 Variantes et intégration . . . . .	7
1.2.3 Problématique et objectifs de recherche . . . . .	8

1.2.4	Plan du mémoire . . . . .	11
<b>CHAPITRE 2 : LES FLOTS DE PASSAGERS . . . . .</b>		<b>12</b>
2.1	Aperçu général . . . . .	12
2.2	Facteurs non considérés . . . . .	14
2.3	Les phénomènes de débordement et de recapture . . . . .	16
2.3.1	Le débordement . . . . .	17
2.3.2	La recapture . . . . .	17
2.4	Les effets de réseaux : définition et impact . . . . .	18
2.5	Revue de littérature sur les modèles de flot de passagers . . . . .	23
2.6	Description du modèle d'équilibre de flot de passagers . . . . .	25
2.6.1	Définitions et notations . . . . .	26
2.6.2	Équations de base du modèle . . . . .	27
2.7	Aperçu du modèle de flot de passagers amélioré . . . . .	28
2.7.1	Quelques hypothèses et notations . . . . .	29
2.7.2	Les équations de base du modèle amélioré . . . . .	30
<b>CHAPITRE 3 : AFFECTATION DES TYPES D'AVIONS AUX VOLS . . . . .</b>		<b>33</b>
3.1	Définition du FAP . . . . .	33

3.2	Revue de littérature . . . . .	36
3.3	Modélisation du FAP de base . . . . .	39
3.3.1	Description du réseau . . . . .	40
3.3.2	Formulation mathématique du FAP . . . . .	41
3.4	La fonction objectif du FAM de base . . . . .	47
3.4.1	L'estimation du débordement . . . . .	48
3.4.2	L'estimation des coûts de débordement . . . . .	51
 <b>CHAPITRE 4 : INTÉGRATION DU MODÈLE DE FLOT DE PAS-</b>		
<b>SAGERS AU PROCESSUS DE RÉOLUTION DU</b>		
<b>FAP . . . . .</b>		<b>55</b>
4.1	Description du processus itératif . . . . .	55
4.1.1	Estimation des pertes de revenus initiales . . . . .	58
4.1.2	Génération de nouveaux coefficients pour la fonction objectif du FAM . . . . .	58
4.2	Expériences numériques . . . . .	64
4.2.1	Données . . . . .	64
4.2.2	Analyse des tests . . . . .	65
 <b>CONCLUSION . . . . .</b>		<b>79</b>

<b>BIBLIOGRAPHIE . . . . .</b>	<b>82</b>
<b>ANNEXES . . . . .</b>	<b>89</b>

## LISTE DES TABLEAUX

Tableau 2.1 : Tableau d'informations sur les vols, itinéraires et demandes. . . . .	19
Tableau 2.2 : Tableau indiquant la capacité de chaque type d'avion. . . . .	20
Tableau 4.1 : Tableau de statistiques sur les données utilisées. . . . .	64
Tableau 4.2 : Capacités des types d'avions . . . . .	65
Tableau 4.3 : Tableau récapitulatif - $\beta = 1, \gamma = 0.2$ . . . . .	76
Tableau 4.4 : Tableau récapitulatif - $\beta = 1.1, \gamma = 0.2$ . . . . .	77
Tableau 4.5 : Tableau récapitulatif - $\beta = 1.2, \gamma = 0.2$ . . . . .	78
Tableau A.1 : Résultats numériques - $\beta = 1, \gamma = 0.2$ . . . . .	90
Tableau A.2 : Résultats numériques - $\beta = 1, \gamma = 0.25$ . . . . .	91
Tableau A.3 : Résultats numériques - $\beta = 1, \gamma = 0.3$ . . . . .	92
Tableau A.4 : Résultats numériques - $\beta = 1, \gamma = 0.4$ . . . . .	93
Tableau A.5 : Résultats numériques - $\beta = 1, \gamma = 0.5$ . . . . .	94
Tableau A.6 : Résultats numériques - $\beta = 1.1, \gamma = 0.2$ . . . . .	96
Tableau A.7 : Résultats numériques - $\beta = 1.1, \gamma = 0.25$ . . . . .	97
Tableau A.8 : Résultats numériques - $\beta = 1.1, \gamma = 0.3$ . . . . .	98

Tableau A.9 : Résultats numériques - $\beta = 1.1, \gamma = 0.4$ . . . . .	99
Tableau A.10 : Résultats numériques - $\beta = 1.1, \gamma = 0.5$ . . . . .	100
Tableau A.11 : Résultats numériques - $\beta = 1.2, \gamma = 0.2$ . . . . .	102
Tableau A.12 : Résultats numériques - $\beta = 1.2, \gamma = 0.25$ . . . . .	103
Tableau A.13 : Résultats numériques - $\beta = 1.2, \gamma = 0.3$ . . . . .	104
Tableau A.14 : Résultats numériques - $\beta = 1.2, \gamma = 0.4$ . . . . .	105
Tableau A.15 : Résultats numériques - $\beta = 1.2, \gamma = 0.5$ . . . . .	106

# LISTE DES FIGURES

Figure 1.1 : Principaux aspects de la planification aérienne. . . . .	5
Figure 1.2 : Illustration des interactions entre les limites de capacités et les flots de passagers . . . . .	9
Figure 2.1 : Réseau représentant la demande par segment de vol. . . . .	20
Figure 2.2 : Réseau présentant la demande par itinéraire. . . . .	21
Figure 3.1 : Exemple de réseau chronologique. . . . .	42
Figure 3.2 : Illustration du débordement. . . . .	50
Figure 4.1 : Schéma illustratif de l'approche itérative . . . . .	56
Figure 4.2 : Variation de l'écart entre les pertes de revenus $\widetilde{PRev}$ au fil des itérations . . . . .	62
Figure 4.3 : Variation de l'espérance du profit en fonction du nombre d'itéra- tions pour différents coefficients $\gamma$ ( $\beta = 1$ ) . . . . .	67
Figure 4.4 : Variation de l'espérance du profit en fonction du nombre d'itéra- tions pour différents coefficients $\gamma$ ( $\beta = 1.1$ ) . . . . .	68
Figure 4.5 : Variation de l'espérance du profit en fonction du nombre d'itéra- tions pour différents coefficients $\gamma$ ( $\beta = 1.2$ ) . . . . .	69



Figure 4.6 : Variation de l'écart (pertes de revenus a priori versus a posteriori) pour $\beta = 1.1$ . . . . .	72
Figure 4.7 : Variation de l'écart absolu (pertes de revenus a priori versus a posteriori) pour $\beta = 1.1$ . . . . .	73
Figure B.1 : Variation de l'écart (pertes de revenus a priori versus a posteriori) pour $\beta = 1$ . . . . .	108
Figure B.2 : Variation de l'écart absolu (pertes de revenus a priori versus a posteriori) pour $\beta = 1$ . . . . .	109
Figure B.3 : Variation de l'écart (pertes de revenus a priori versus a posteriori) pour $\beta = 1.2$ . . . . .	110
Figure B.4 : Variation de l'écart absolu (pertes de revenus a priori versus a posteriori) pour $\beta = 1.2$ . . . . .	111

# LISTE DES ANNEXES

<b>ANNEXE A : RÉSULTATS NUMÉRIQUES . . . . .</b>	<b>89</b>
A.1 Résultats numériques détaillés pour le multiplicateur de demande $\beta$ = 1 . . . . .	89
A.2 Résultats numériques détaillés pour le multiplicateur de demande $\beta$ = 1.1 . . . . .	95
A.3 Résultats numériques détaillés pour le multiplicateur de demande $\beta$ = 1.2 . . . . .	101
<b>ANNEXE B : GRAPHIQUES ADDITIONNELS . . . . .</b>	<b>107</b>

# CHAPITRE 1 : INTRODUCTION

## 1.1 Contexte général du transport aérien

Le contexte économique de l'industrie du transport aérien peut être représenté par le triplet « féroce concurrence, chiffres d'affaires considérables, faibles marges de profit ». Ce constat est toujours d'actualité puisque l'Association Internationale du Transport Aérien (AITA) [24] s'attend, pour 2007, à des bénéfices de 2.5 milliards de dollars US, soit une modique somme, pour un chiffre d'affaires de 466 milliards de dollars US. Par ailleurs, les compagnies aériennes évoluent dans un monde en perpétuelle mutation où le mot d'ordre est efficacité. De ce fait, leur survie dépend de leur capacité à bien gérer leurs ressources afin de réduire les coûts et d'accroître les profits. Elles cherchent constamment à améliorer leurs opérations et à rationaliser leurs activités. Pour atteindre ce but, elles se tournent vers la recherche opérationnelle (R.O.), susceptible de leur fournir des outils d'optimisation les plus efficaces. Cette collaboration, vieille de plus de cinquante ans entre la R.O. et le domaine du transport aérien, peut être aisément qualifiée de franc succès. En effet, les recherches publiées rapportent des retombées positives attribuées à l'utilisation des modèles de la R.O. À ce propos, l'on peut citer l'exemple de deux compagnies aériennes américaines à savoir, Delta Airlines (où des économies annuelles de 100 millions de dollars sont estimées dans Subramanian *et al.* [43]) et American Airlines (où on rapporte 105 millions de dollars de bénéfices nets annuels dans Abara [1], 20 millions de dollars

d'économies annuelles sur les coûts d'équipage dans Anbil *et al.* [3] et 892 millions de dollars de profits nets sur trois ans dans Smith *et al.* [38]).

Il appert que cette industrie est aussi caractérisée par le fait que les pertes et les économies annuelles atteignent rapidement des millions de dollars. À cet effet, l'AITA [24] a estimé les pertes des cinq dernières années à 42 milliards de dollars US. Avec de tels chiffres, il va s'en dire qu'elle regorge d'énormes potentialités pour le domaine de l'optimisation. Pour être rentables, les transporteurs aériens doivent améliorer leurs revenus et diminuer leurs coûts. Bien que formulé aussi simplement, ce but peut se révéler un défi de taille. Une façon de le réaliser est de mieux harmoniser l'offre, c'est-à-dire la capacité ou le nombre de sièges, avec la demande (en termes de passagers). En effet, les revenus des vols provenant des passagers (et du cargo) dépendent des avions affectés à ces vols. Ainsi, le fait d'assigner un « petit » avion à un vol donné peut se traduire par un manque de sièges. Il y a donc une partie de la demande qui n'est pas satisfaite. Ceci résulte en un débordement de passagers et donc, en des pertes de revenus pour la ligne aérienne. À l'opposé, si l'avion affecté est trop grand, le vol aura des sièges inoccupés. Les coûts seront alors supérieurs aux revenus. Étant donné que chaque type d'avion a une capacité spécifique, le choix du type d'équipement pour un vol donné peut produire un faible coefficient d'occupation (en anglais, *load factor*), ou une perte de passagers au profit de la compétition. Par conséquent, il est crucial pour les lignes aériennes de désigner l'avion approprié pour effectuer chacun des vols inscrits à leurs horaires afin de maximiser les profits. Il s'agit du problème d'affectation des types d'avions aux vols. La solution à ce problème est fonction du revenu associé à chaque vol. Or, ce revenu dépend de la demande, de

la capacité attribuée et du revenu par passager. Ainsi, la qualité de la répartition de la flotte est liée aux estimations des coûts et des revenus. Cette remarque met en exergue l'importance de disposer de meilleures prévisions de la demande pour chaque vol. C'est dans cette quête inlassable d'approches plus performantes pour la résolution du problème d'affectation de types d'avions aux vols que s'inscrit le présent mémoire. Il y est question du problème de l'affectation des types d'avions aux vols et de la prise en compte des effets de réseaux, des phénomènes de débordement et de recapture afin de mieux évaluer les flots de passagers.

## 1.2 La planification aérienne

Pour mener à bien leurs opérations, les compagnies aériennes doivent gérer un processus de planification complexe. Afin de résoudre le problème correspondant à ce processus décisionnel, ce dernier est subdivisé en entités plus petites. De ce fait, différents problèmes d'optimisation, présentés à la section suivante, sont résolus et non un seul.

### 1.2.1 Les principales étapes du processus de planification aérienne

En général, le processus de planification dans le transport aérien est décomposé en cinq étapes qui sont :

1. L'élaboration de l'horaire des vols (en anglais, *Flight scheduling*). Il s'agit de décider des aéroports à desservir et des heures des services (ou des vols) à offrir

en répondant aux questions : où et quand voler. En se servant des analyses et des modélisations de marchés, cette étape fournit la liste des vols à effectuer durant une période de temps donnée.

2. L'affectation des types d'avions aux vols (en anglais, *Fleet assignment*). Il s'agit d'assigner le type d'avion adéquat à chacun des vols de l'horaire construit à l'étape précédente.
3. La construction des itinéraires d'avions (en anglais, *Aircraft routing*). En considérant l'affectation précédente et les contraintes de maintenance, un avion (identifié par un numéro spécifique) est attribué à chaque vol et son itinéraire est déterminé. Pour chaque type d'avion, le problème d'itinéraire est résolu et différentes stations et exigences de maintenance sont considérées.
4. La construction des rotations d'équipage (en anglais, *Crew pairing*). Étant donné le type d'avion, le nombre du personnel de bord nécessaire pour l'opérer est déterminé. En fonction des qualifications et des réglementations de travail, des rotations d'équipage sont alors construites de façon à couvrir chacun des vols. Une rotation est constituée d'une série de tâches (vols, déplacements, repos, ...) devant être réalisées par un équipage, débutant et se terminant au même aéroport.
5. La génération des horaires mensuels des membres d'équipage (en anglais, *Crew rostering*). En tenant compte des rotations d'équipages, un horaire de travail constitué d'une suite d'activités (rotations, congés, entraînements, ...) est créé pour chaque membre de l'équipage (cabine et cockpit).

Chaque étape constitue un sous-problème dont la résolution fournit des données qui servent au traitement du sous-problème suivant. Par exemple, la solution du problème d'affectation de type d'avions influence les décisions de planifications subséquentes telles que les itinéraires d'avions et l'horaire du personnel.

Les étapes 2 et 3 concernent la répartition des avions tandis que les étapes 4 et 5 ont trait à la planification des équipages.

Ainsi, la planification aérienne porte sur trois aspects principaux tels que montrés par la figure 1.1.

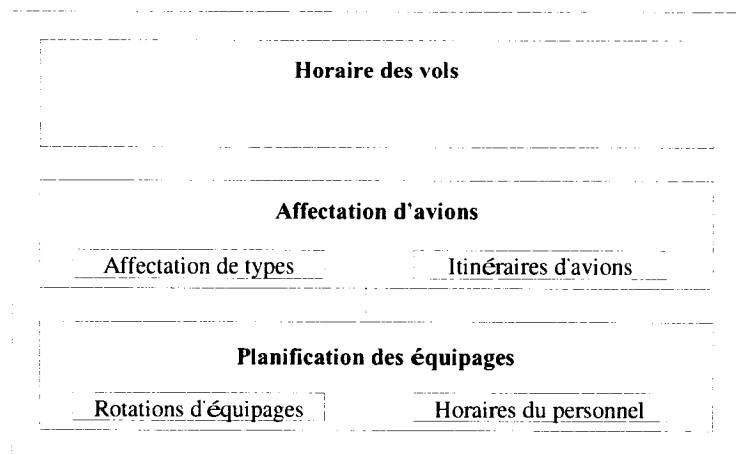


Figure 1.1: Principaux aspects de la planification aérienne.

Il arrive qu'une sixième étape soit considérée pour traiter du contrôle des avions, des équipages et des passagers durant les opérations. Il s'agit de la planification du rétablissement des opérations (en anglais, *recovery planning*) au cours de laquelle différents scénarios sont évalués pour parer aux événements imprévus tels que des pannes mécaniques, des perturbations météorologiques, des retards et des absences des membres de l'équipage.

Par ailleurs, il est à noter que certaines compagnies aériennes peuvent avoir leur

propre subdivision qui diffère des cinq phases présentées précédemment. Par exemple, dans Ahuja et Orlin [2], on découvre la décomposition utilisée chez United Airlines. Il s'agit d'une division en quatre phases qui sont : l'affectation de flotte, la sélection de vols directs (en anglais, *through assignment*), la construction des itinéraires d'avions (ou *maintenance routing*, en anglais) et la planification des équipages (en anglais, *crew scheduling*). De plus, il paraîtrait que la décomposition utilisée par la majorité des lignes aériennes européennes soit différente de celle largement répandue en Amérique du Nord qui est celle présentée plus haut. Dans [44], Suhl présente la séquence adoptée par les transporteurs européens, à cause de l'accent mis sur l'utilisation économique des ressources, et qui est : l'affectation de types d'avions, la construction d'horaires, les itinéraires d'avions et la planification des équipages.

L'approche séquentielle a été nécessaire, entre autres, à cause des moyens informatiques limités. Cependant, l'évolution des connaissances et la révolution technologique, ayant permis d'avoir des machines de plus en plus puissantes, ont donné l'opportunité aux chercheurs de résoudre simultanément aux moins deux sous-problèmes. Cette démarche s'inscrit dans la recherche constante de meilleures solutions et méthodes de résolution. À cet effet, la prochaine partie (sous-section 1.2.2) donne quelques exemples des variantes du problème d'optimisation du processus de planification aérienne et est suivie par un aperçu de la problématique et des objectifs abordés dans ce mémoire (sous-section 1.2.3) dont la structure est présentée juste après, dans la sous-section 1.2.4.



### 1.2.2 Variantes et intégration

Ferguson et Dantzig [19] proposent un modèle intégrant les problèmes d'affectation de types d'avions et d'itinéraires d'avion avec une demande stochastique alors qu'un an auparavant, ils avaient présenté la version déterministe.

Pour Etschmaier et Mathaisel [17], l'horaire d'une compagnie aérienne peut être amélioré en retardant certaines décisions d'affectation de flotte pour tirer parti de prévisions de demande et de revenus plus précises.

Clarke *et al.* [10] prennent en compte les aspects de maintenance et d'équipage dans leur modélisation du problème d'affectation de types d'avions.

Rushmeier et Kontogiorgis [36] incluent les considérations d'itinéraires d'avions dans la formulation du modèle d'affectation de flotte dans le but d'obtenir des solutions réalisables du point de vue de la maintenance et de la planification des équipages.

Desaulniers *et al.* [13] étudient le problème journalier d'affectation et d'itinéraires d'avions avec des fenêtres de temps autour de chaque départ en utilisant la technique de génération de colonnes.

Barnhart *et al.* [4] intègrent directement le problème d'itinéraires d'avions dans celui de l'affectation de flotte en utilisant des « strings » ou séquences de vols avec une maintenance.

Rexing *et al.* [34] proposent un modèle d'affectation de flotte intégrant les décisions

d'horaires en permettant la variabilité dans les heures de départ.

Cordeau *et al.* [11] ont recours à la décomposition de Benders pour résoudre leur modèle intégrant les problèmes d'itinéraires d'avions et de rotations d'équipage.

Plus récemment, Lohatepanont et Barnhart [30] ont combiné les problèmes de construction d'horaires et d'affectation de flotte. Avant eux, Götz *et al.* [21] ont développé une approche de recuit simulé pour le problème d'affectation de flotte qui, dans El Sakkout [15], a été résolu en utilisant la programmation par contraintes. Par ailleurs, Ahuja et Orlin [2] ont présenté une méthode de recherche à voisinage pour combiner les problèmes d'affectation de types d'avions et d'itinéraires d'avions.

### 1.2.3 Problématique et objectifs de recherche

D'aucuns affirment que le problème de construction de l'horaire des vols est le plus important car sa solution, en tant que produit clé vendu par la compagnie aérienne, définit sa part de marché et influe sur ses revenus tout comme sur les solutions des autres étapes du processus de planification. Pour d'autres, c'est le problème d'affectation de types qui revêt un caractère primordial car il a un impact direct sur les coûts opérationnels et sur les revenus provenant des passagers. En déterminant les capacités à assigner à chaque segment de vol dans le réseau, ce problème conditionne le nombre de réservations des clients. À cet effet, la figure 1.2 donne un aperçu succinct des interactions entre les flots de passagers et l'attribution des avions.

Par ricochet, il influence la composition et le nombre des équipages (sur les vols

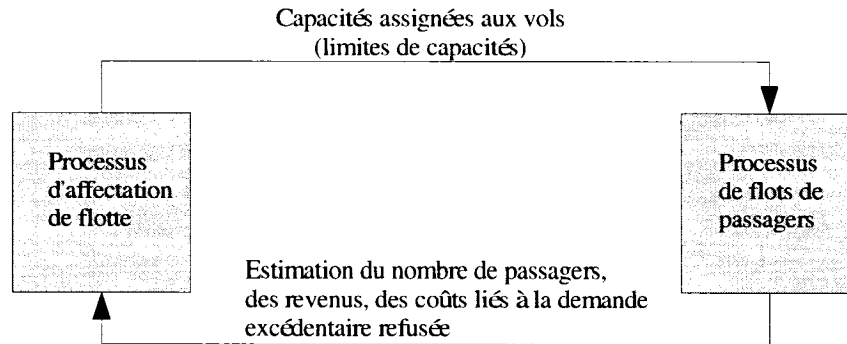


Figure 1.2: Illustration des interactions entre les limites de capacités et les flots de passagers

tout comme au sol), donc les coûts d'équipage, et aussi les limites de réservation. Pour ce qui est de ce dernier aspect, les interactions entre la tarification flexible et le problème d'affectation de flotte sont mises en exergue par Farkas dans sa thèse de doctorat [18].

Quoi qu'il en soit, ces deux problèmes sont basés, entre autres, sur les estimations de la demande de passagers, des tarifs et des ressources disponibles. En outre, ils sont liés. Pour générer un horaire, il est de plus en plus rare que les planificateurs partent de zéro. Une des méthodologies utilisées est de partir d'un horaire existant, d'évaluer les coûts opérationnels minimaux pour l'exécuter à l'aide d'un modèle d'affectation de flotte et d'estimer les revenus en se basant sur les passagers transportés (voir Marsten *et al.* [31] et Lohatepanont et Barnhart [30]). Cette démarche rappelle celle utilisée par Kliwer dans [27]. Après avoir intégré le modèle d'affectation de flotte et les prévisions de demande en utilisant le recuit simulé, il évalue les revenus avec un modèle de flots de passagers.

Une fois que l'horaire est connu (supposition faite pour les travaux de ce mémoire), toute compagnie aérienne aimerait effectuer chacun de ses vols avec l'avion « par-

fait ». Idéalement, l'assignation de capacités devrait permettre de satisfaire toute la demande qui se manifeste afin d'augmenter les revenus et de maximiser le profit. En pratique, la réalité est tout autre car il est impossible de connaître avec certitude le nombre de passagers avant le jour de l'opération. En fait, ce chiffre est disponible seulement au décollage de l'avion. Comme la répartition des types d'avions doit être faite bien avant le jour de l'opération, au moins 90 jours plus tôt, les planificateurs ont recours aux prévisions de demande dont dépendent les estimations de revenus et de coûts. Il s'agit d'une tâche ardue car il faut composer avec la variabilité de la demande de passagers aériens liée, entre autres, aux variations saisonnières, aux épidémies et aux coûts de carburant. Ces derniers, en poussant les transporteurs à augmenter leurs tarifs, affectent indirectement la demande. La précision des estimations conditionne la qualité de la solution du problème d'affectation de flotte et ce faisant, la rentabilité de l'entreprise. Il va s'en dire qu'à défaut de disposer de revenus exacts, il est crucial d'avoir les meilleures estimations de demande de passagers que possible. Pour répondre à ce besoin, il est nécessaire d'avoir des modèles de flot de passagers permettant de modéliser l'incidence des contraintes de capacité des avions sur la demande totale. Ils doivent être à même de produire une estimation précise du nombre de clients, une donnée qui détermine les revenus d'une ligne aérienne, afin de fournir une meilleure fonction objectif pour le problème d'affectation de flotte.

L'objectif de ce mémoire est donc de développer un système permettant de faire concorder le plus possible l'offre d'une ligne aérienne à la demande ou de trouver un équilibre entre ces deux éléments. Il s'agit d'une approche itérative impliquant un modèle de flot de passagers et un modèle d'affectation de flotte. En considérant la

demande totale pour les différents vols d'un possible horaire d'une certaine période (par exemple, une semaine), le modèle de flot de passagers estime le nombre de passagers sur chaque vol et les revenus potentiels. Ces derniers sont ensuite utilisés dans le processus d'assignation des types d'avions aux vols.

#### **1.2.4 Plan du mémoire**

Suite à ces sections introductives, la structure de ce mémoire est la suivante. Le deuxième chapitre traite de l'estimation des flots de passagers en présentant les effets des limites de capacités des avions assignés et en évoquant certaines faiblesses inhérentes à la façon usuelle de traiter la circulation du trafic de voyageurs. Après un survol des recherches faites dans ce domaine, les principales caractéristiques d'un nouveau modèle de répartition de passagers sont présentées. Il s'agit du modèle de flot de passagers utilisé lors des travaux de recherches entrepris dans le cadre de ce mémoire. Le troisième chapitre décrit le problème d'affectation des types d'avions aux vols et présente son modèle de base. Quant au dernier chapitre, il détaille la méthodologie itérative proposée dans le but d'améliorer la fonction objectif. Ensuite, les résultats numériques sont exposés et les économies potentielles pouvant être réalisées grâce à cette approche sont mises en évidence. Enfin, une conclusion achève ce mémoire.

## CHAPITRE 2 : LES FLOTS DE PASSAGERS

### 2.1 Aperçu général

Pour assurer sa survie dans un environnement hautement compétitif, toute compagnie aérienne vise à exécuter son horaire de vols au coût le moins élevé possible tout en maximisant la satisfaction des passagers des différentes classes tarifaires. Ce dernier objectif est d'une importance capitale car il peut permettre à un transporteur aérien de protéger sa part de marché. Ceci est vital dans le domaine aussi volatil qu'instable du transport aérien de passagers car la fidélisation de ces derniers peut constituer un avantage concurrentiel. Par conséquent, la satisfaction des voyageurs influence grandement la pérennité d'une ligne aérienne et la réalisation de sa mission qui est le transport des individus. Celle-ci peut être compromise par des manques de place sur des vols. En effet, il est difficile de garder des clients qui sont mécontents ou frustrés du fait de n'avoir pas pu se procurer une place sur le vol désiré.

En réalité, l'accommodement de toute la demande qui se manifeste pour un vol, désignée demande pure, est ardu car cette demande totale est assez variable d'une journée à l'autre. Limitée par la disponibilité des sièges sur un vol, elle est partiellement observable. Les compagnies essaient de l'approximer à partir de l'historique de la demande observée, c'est-à-dire le nombre de personnes effectivement transportées. À cet effet, une approche est développée par Swan [45] pour estimer la demande pure à partir des réservations observées.

À partir de cette demande totale, des prévisions sont faites en utilisant l'historique des données mais également, en tenant compte des événements ponctuels prévus susceptibles d'influencer la demande tels que la coupe mondiale de soccer et les jeux olympiques. La différence entre la demande pure et les réservations est le débordement (voir sous-section 2.3.1).

Certes, la satisfaction de la demande totale peut permettre de capter un important flot de passagers mais elle ne garantit pas la maximisation de profit. De plus, l'acceptation de toutes les requêtes de vols est sujette aux ressources limitées des transporteurs aériens. En effet, les flottes dont elles disposent sont composées d'un nombre limité d'avions ayant chacun un nombre fini de places. Par conséquent, leur utilisation efficiente s'impose.

Pour transporter le nombre total de passagers désirant un vol, les lignes aériennes doivent attribuer à ce vol l'équipement « parfait », c'est-à-dire un avion avec suffisamment de sièges. Pour ce faire, les planificateurs doivent pouvoir quantifier les requêtes de voyage pour être à même de les accommoder en fournissant l'avion adéquat. L'idéal est d'effectuer chacun des vols sans refuser aucune partie de la demande et sans avoir de places inoccupées au départ de l'avion.

Comme l'utilisation des avions engendre des coûts, il faut trouver un compromis entre ces coûts d'opérations et les revenus provenant des passagers. C'est à ce rôle que s'attellent les modèles d'affectation de types d'avions aux vols qui seront présentés ultérieurement dans ce document. Aussi, la suite de ce chapitre s'intéresse-t-elle aux inputs requis par ces modèles d'affectation, en l'occurrence les estimations des flots

de passagers. Elle aborde également les phénomènes influençant les flots de passagers tels que le débordement ainsi que leur estimation biaisée par des effets de réseau. Quelques recherches faites pour estimer les flots de passagers y sont également citées ainsi que certains modèles de flot de passagers.

## 2.2 Facteurs non considérés

Les lignes aériennes desservent plusieurs types de passagers dont la catégorisation est faite en fonction du tarif payé pour l'itinéraire. De ce fait, les clients peuvent faire des réservations, entre autres, pour la classe Affaires, la Première classe et la classe Économique. Ainsi, le revenu associé à un vol est influencé par ces classes tarifaires dans la mesure où les passagers d'un vol donné proviennent de divers groupes de prix. L'on parle alors de mix (ou de sélection) de passagers. Il s'agit d'un sujet qui est en lui même un problème d'optimisation abordé par les systèmes de la tarification flexible (en anglais, *revenue management*).

En général, les modèles d'optimisation impliquent différents niveaux d'agrégation de la demande des passagers. Dans certains modèles, la demande est fortement agrégée c'est-à-dire que les demandes des diverses classes de réservation sont regroupées. Il faut noter que l'agrégation de la demande peut être faite par marché, par saison, par mois, par jour de la semaine, par itinéraire, etc. Toutefois, il faut souligner que les pratiques de la tarification flexible ont aussi des répercussions sur les flots de passagers. La tarification flexible est le processus utilisé par les compagnies aériennes pour déterminer le nombre de places à rendre disponible, dans chacune des différentes



classes tarifaires, dans le but de maximiser le revenu total. Ainsi, il est courant que les transporteurs aériens imposent des *limites de réservations* (en anglais, *booking limits*) en empêchant délibérément les réservations de certains types de passagers afin de protéger des places pour d'éventuels passagers disposés à payer plus cher. En outre, les compagnies favorisent également des *surréservations* (en anglais, *overbooking*) c'est-à-dire qu'elles permettent des réservations d'un nombre de sièges plus important que le nombre de places réelles dans un avion. Cette technique est adoptée par la majorité des compagnies aériennes car elles cherchent à compenser les pertes occasionnées par les *défections* (en anglais, *no-shows*). Les défections, c'est-à-dire les passagers avec réservation qui ne se présentent pas au départ d'un vol, influent sur la charge réelle d'un avion à son départ tout comme les *passagers sans réservation* (en anglais, *go-show*), c'est-à-dire les clients qui se présentent au moment du départ avec un billet valide pour lesquels il n'y a pas d'information dans le système de réservations, les *passagers refusés* (en anglais, *denied boardings*), c'est-à-dire les passagers à qui l'accès à bord est refusé en général pour cause de surréservation et les *annulations de dernière minute* (en anglais, *cancellations*), c'est-à-dire les changements de réservations effectués si tardivement qu'ils ne permettent pas de réservations ultérieures. Un excellent résumé sur la tarification flexible se trouve dans [32] de McGill et van Ryzin.

La tarification flexible est faite un peu plus tard dans la planification, après que les capacités aient été affectées, et utilise les réservations réelles qui commencent à rentrer dans le système de réservations. Cette différence dans les périodes de prise de décision rend impertinent la prise en compte d'un certain niveau de détails. Ainsi,

dans le travail présenté dans ce mémoire, la demande considérée est agrégée et de ce fait, la distinction entre les classes tarifaires est ignorée. L’assignation des capacités se situant au niveau de la planification, il ne serait pas judicieux de considérer des niveaux d’agrégation plus faibles d’une demande dont la répartition par classe au moment de l’opération risque d’être très différente. De plus, l’utilisation d’un tarif moyen représente assez bien les classes surtout pour les itinéraires similaires. Aussi, les informations concernant la tarification flexible n’ont pas été intégrées car elles sont déterminées ultérieurement. Elles peuvent être utilisées si elles sont disponibles.

## 2.3 Les phénomènes de débordement et de recapture

Pour mettre en contexte ces deux notions, considérons le processus de circulation des passagers ci-dessous :

*Étant donné la demande pour chaque itinéraire offert, les compagnies reçoivent les requêtes des passagers. Au fur et à mesure que les segments de vols sollicités se remplissent, les passagers changent leurs requêtes si un des segments de vol dans leur itinéraire de premier choix est plein.*

Il va de soi qu’un avion, ayant un nombre fixe de sièges, ne peut transporter qu’un certain nombre de personnes. Par conséquent, lorsque beaucoup plus de passagers que ne le permet l’aménagement de l’avion sont intéressés par un vol offert, une partie de ces personnes doivent donc changer leurs requêtes afin de considérer d’autres vols de la compagnie ou ceux offerts par les lignes aériennes concurrentes.

### 2.3.1 Le débordement

Le débordement (en anglais, *spill*) est donc le nombre total de passagers potentiels qui n'ont pas pu faire de réservation pour effectuer un vol à cause de la capacité limitée de l'avion. L'on parle aussi de demande *rejetée* (ou *refusée*) pour exprimer le fait que des passagers sont refusés par la compagnie à cause de la demande totale potentielle qui est plus élevée que le nombre de sièges de l'avion affecté au vol considéré. Pour McGill et van Ryzin, le débordement représente la demande insatisfaite du fait de l'atteinte de la limite de capacité ou de réservation [32].

### 2.3.2 La recapture

Les passagers qui changent leur requêtes peuvent choisir de prendre un autre vol de la même compagnie (on parle alors de recapture) ou opter plutôt pour des vols offerts par la concurrence. McGill et van Ryzin [32] définissent la recapture comme la réservation d'un passager, pour des vols alternatifs, avec une compagnie aérienne avec laquelle il n'a pas pu réserver pour un vol (ou un ensemble de vols) spécifique.

C'est donc essentiellement par le truchement des phénomènes de débordement et de recapture que la demande pure se concrétise en passagers réels. Le débordement et la recapture peuvent être perçus comme les conséquences des contraintes de capacité sur les vols. À ce titre, ils influencent les coûts et les revenus liés aux opérations de vols. La détermination de ces données pour leur utilisation dans les modèles d'affectation de flotte est faite en considérant les requêtes des passagers au niveau

de chaque segment de vol. Cette façon de faire méconnaît que les clients désirent se procurer un titre de transport pour un itinéraire en entier et non pour chaque segment de vol le composant. En d'autres mots, elle ignore l'interdépendance des flots de passagers sur les différents vols, c'est-à-dire les effets de réseaux.

## 2.4 Les effets de réseaux : définition et impact

Les effets de réseaux (en anglais, *network effects*) indiquent le fait qu'une réservation sur un segment de vol du réseau d'une compagnie aérienne pourrait bloquer les réservations sur tout itinéraire comprenant ce segment de vol. De la même manière, les interactions ultérieures entre l'itinéraire bloqué et d'autres segments de vol pourraient se répandre dans le réseau entier [32]. Autrement dit, les effets de réseaux décrivent la propagation de l'effet d'une restriction de capacité sur un vol à travers le réseau. Cette influence prend tout son sens dans le cas des passagers dont les itinéraires comportent plus d'un segment de vol. Or, depuis l'introduction des réseaux hub-and-spoke<sup>1</sup> qui favorisent plus de connections, le nombre de passagers voyageant sur des itinéraires multi-segments de vol a fortement augmenté. De ce fait, les limites de capacité et le débordement des passagers sur un segment de vol influencent les flots de passagers sur les autres segments de vol de l'itinéraire. Ces interactions sont ignorées et introduisent ainsi des erreurs dans les estimations de revenus utilisées comme inputs par les modèles traditionnels d'affectation de flotte.

---

<sup>1</sup>Définition de McGill et van Ryzin [32] adaptée : c'est une configuration du réseau d'une ligne aérienne autour d'une (ou plusieurs) plaque tournante principale servant de centre de correspondance qui est relié aux périphéries (constituées de plus petits centres) dans les itinéraires de passagers. La prolifération de ce type de réseau a considérablement augmenté le nombre d'itinéraires de passager avec connections.

En effet, ces derniers supposent l'indépendance des segments de vol. Ce faisant, ils estiment la demande, le nombre de passagers débordant et le revenu associé à chaque passager (tout comme les pertes de revenus engendrées) par segment de vol alors qu'en fait, ces éléments dépendent de l'itinéraire en entier. En clair, il est présumé que le nombre de passagers sur un segment de vol donné est indépendant des capacités affectées aux autres segments de vols du réseau.

Pour illustrer l'impact de cette hypothèse et des effets de réseaux, l'exemple suivant est présenté. Il y est supposé que la demande de passagers est déterministe, que le taux de réservation est constant et proportionnel à la demande pure. Afin d'avoir un exemple très simple, on suppose que le même type d'avion est affecté aux segments de vol (par exemple, pour des raisons opérationnelles). Soit une compagnie aérienne disposant de deux types d'avions et desservant trois marchés. Les détails sont résumés dans les tableaux présentés ci-dessous.

Le premier (2.1) précise les demandes et les itinéraires de chaque vol offert.

Tableau 2.1: Tableau d'informations sur les vols, itinéraires et demandes.

Marchés ( Origine - Destination )	Itinéraires	Demande (Nombre de passagers)
A - B	Segment de vol 1	80
B - C	Segment de vol 2	50
A - C	Segments de vol 1 et 2	70

Quant au second (2.2), il spécifie le nombre de places disponibles pour chaque type d'avion.

Tableau 2.2: Tableau indiquant la capacité de chaque type d'avion.

Type d'avion	Capacité (Nombre de sièges)
$A_1$	120
$A_2$	105

En adoptant l'approche traditionnelle d'indépendance des segments de vol, le réseau aérien est comme celui de la figure 2.1 ci-dessous.

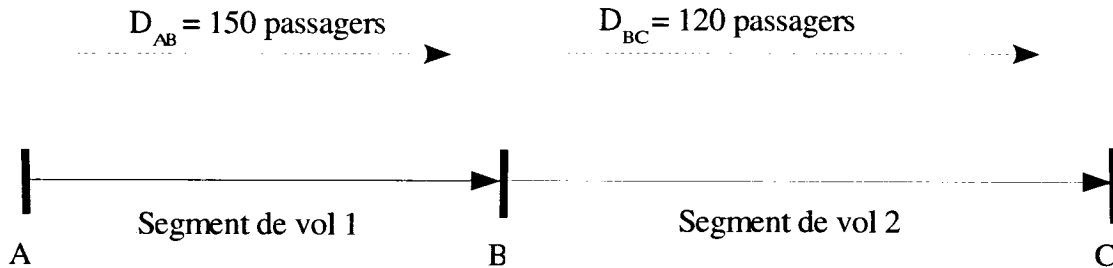


Figure 2.1: Réseau représentant la demande par segment de vol.

À contrario, la prise en compte de l'interaction entre les différents segments de vols, créée par les passagers en correspondance, donne le schéma 2.2.

Dans un premier temps, la limite de capacité équivalente à la taille de la flotte  $A_1$  sur chacun des segments de vols est évaluée et les deux scénarios représentés par

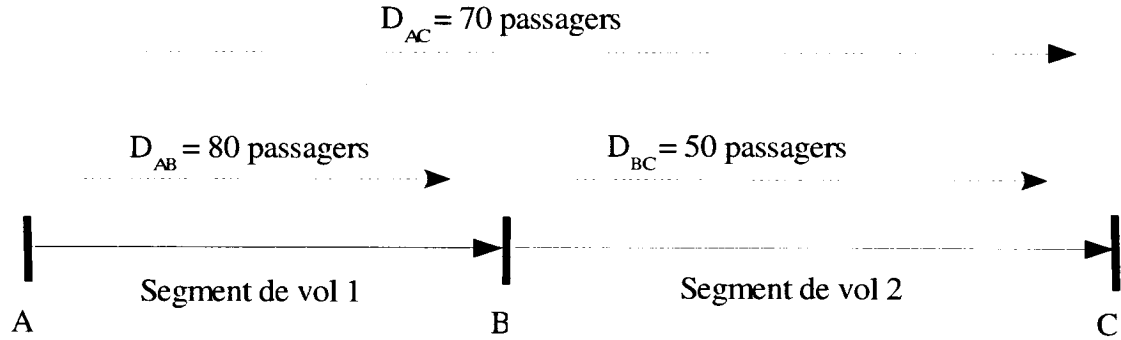


Figure 2.2: Réseau présentant la demande par itinéraire.

les figures 2.1 et 2.2 sont analysés. La même démarche est suivie, dans un deuxième temps, en considérant la taille du type d'avion  $A_2$ .

i) Utilisation du type d'avion  $A_1$  :

En considérant le premier réseau (figure 2.1), l'on est tenté de conclure que les deux segments de vol sont pleins avec 120 passagers sur chacun d'eux. Trente personnes ont été refoulées sur le segment de vol 1 tandis que le deuxième est exempt de débordement.

Avec le deuxième réseau (figure 2.2), une attention particulière est accordée à la répartition du débordement. L'on sait qu'avec une capacité de 120 sièges, il est inévitable de refuser une partie de la demande sur le premier segment de vol. Sur les 30 voyageurs débordant, il y a 53% de ce nombre qui souhaitent se rendre de A à B (vol A-B) et 47% désirent l'itinéraire A-C. Par conséquent, seulement 80% (et non 100%) des personnes de A-C ont pu réserver et sont à même de voyager sur le segment de vol 2. De ce fait, le nombre total de passagers sur ce segment est de 106 (et non 120 comme estimé en considérant isolément les segments de vol).

Dans ce premier cas, on peut dire que la négligence des effets de réseaux mène à une

surestimation du nombre de passagers effectivement transportés sur un segment de vol.

ii) Utilisation du type d'avion  $A_2$  :

L'évaluation du débordement basée sur l'indépendance des segments de vol détermine qu'une partie de la demande est refusée sur chacun des segments de vol. Ainsi, 45 personnes ne se déplacent par sur le segment de vol 1 et 15 connaissent le même sort sur le deuxième segment de vol. Face à ce constat, la compagnie pourrait être tentée d'allouer un plus gros avion.

Toutefois, un calcul à l'échelle de l'itinéraire révèle, qu'avec 45 clients qui débordent, le segment de vol 1 est rempli par 70% des passagers de A-B et du même pourcentage des passagers de l'itinéraire A-C. Conséquemment, le segment de vol 2, avec 99 passagers, n'a pas atteint sa capacité. Il n'y a donc pas de débordement sur ce segment de vol, contredisant ainsi les résultats du premier calcul. L'attribution d'une plus grande capacité aurait augmenté le nombre de places vides.

De cette analyse, il ressort que la capacité assignée à un segment de vol influence les flots de passagers sur les autres segments de vol. Ce fait, lorsqu'il n'est pas pris en compte, peut conduire à la surestimation du débordement.

En ignorant les effets de réseaux, un passager peut être débordé de certains, mais pas de tous, segments de vol dans son itinéraire.



## 2.5 Revue de littérature sur les modèles de flot de passagers

En général, la modélisation de l'utilisation du transport par la clientèle est faite sur la base de deux hypothèses de comportement des usagers. On parle alors de « user optimization », c'est-à-dire, de l'optimisation « égoïste » et de « system optimization », c'est-à-dire, de l'optimisation « coopérative » ou encore de l'optimisation du système. Dans le premier cas qui correspond à l'optimisation du point de vue de l'utilisateur, il y est supposé que :

*"Chaque usager utilise l'itinéraire disponible qui lui convient le mieux pour se déplacer d'une origine à une destination."*

Dans le second cas où les intérêts de la compagnie sont considérés, il y est conjecturé que :

*"Chaque usager utilise pour se déplacer d'une origine à une destination, l'itinéraire contribuant le mieux à un objectif global de la compagnie qui peut combiner le profit et la satisfaction de l'ensemble des utilisateurs."*

Dans sa thèse de doctorat, Soumis [40] propose quatre modèles de répartition des passagers dont le premier, du type « optimisation du système » est nommé MAPUM<sup>2</sup> et le dernier, du type « optimisation égoïste », est un modèle d'équilibre prenant en compte le débordement et la recapture. Soumis et al. (1981) utilisent le MAPUM dans [41]. C'est un modèle de programmation mathématique pour assigner les passagers aux itinéraires. Des coûts d'insatisfaction sont attribués aux itinéraires non

---

<sup>2</sup>Modèle Allocation de Passagers Université de Montréal

attrayants (c'est-à-dire, aux itinéraires différents de ceux idéalement désirés) et des coûts de débordement sont assignés aux itinéraires surchargés.

Le modèle d'équilibre de flot de passagers, inspiré par la recherche faite dans le domaine du transport urbain, est repris par Soumis et Nagurney dans [42]. Ils le généralisent à un réseau aérien multi-classes tarifaires pour déterminer le choix des passagers en se basant sur l'attraction de l'itinéraire et de la capacité disponible. Ce modèle désigné P4 dans [40] est présenté plus en détails dans la section 2.6. Il a inspiré le modèle de flot de passagers utilisé pour les travaux de ce mémoire et qui est décrit dans la section 2.7.

Une décennie plus tard, Phillips *et al.* [33] présentent un algorithme déterministe pour traiter le problème de l'estimation des flots de passagers cohérents sur les itinéraires, sans considérer la recapture. En considérant une demande pure pour chaque itinéraire, leur approche fournit un ensemble de flots de passagers sur chaque segment de vol n'excédant pas les contraintes de capacités maximales et dont la répartition par itinéraire est compatible sur l'ensemble des vols à travers le réseau.

Par ailleurs, Kniker [28] propose un modèle de sélection de passagers (en anglais, *Passenger Mix Model*) qui, à partir d'un horaire de vols avec des capacités connues et des demandes de passagers par itinéraire, détermine le flot de passagers optimal pour l'horaire considéré. En fait, il s'agit d'identifier la meilleure combinaison de passagers de chaque itinéraire sur chaque segment de vol. Le modèle refuse des passagers sur les itinéraires moins profitables afin de garantir des places pour les passagers des itinéraires plus rentables. Dans son travail, le taux de recapture est

calculé en se basant sur l'indice du service de qualité (en anglais, *Quality of Service Index*) qui mesure l'attractivité d'un itinéraire par rapport aux autres itinéraires dans un marché donné (y compris les itinéraires des lignes aériennes concurrentes). Kniker suppose ainsi que la compagnie aérienne a un contrôle complet sur le choix d'itinéraires des passagers, c'est-à-dire que la ligne aérienne fait voyager les passagers dans son réseau sans tenir compte de leurs préférences de façon à minimiser ses dépenses (ou de façon optimale du point de vue de sa rentabilité).

## 2.6 Description du modèle d'équilibre de flot de passagers

Dans cette section, le modèle d'équilibre de flot de passagers, proposé en 1978 par Soumis dans sa thèse de doctorat [40], est présenté. Ce modèle a le mérite de considérer le débordement ainsi que la recapture et de formuler le débordement par route. Ce dernier est fonction du débordement par arc. On y traite simultanément l'effet de la disponibilité des itinéraires sur la demande et la répartition des passagers. En effet, le nombre de passagers transportés est lié à l'attraction et à la disponibilité des itinéraires offerts. De ce fait, la demande dépend de la disponibilité des routes qui dépend de la circulation des passagers qui dépend de la demande. Le problème de répartition de passagers considéré par Soumis se résume comme suit :

*Étant donné un ensemble de vols, déterminer comment les passagers se déplacent des origines aux destinations, en tenant compte de l'attraction des routes, des heures de vols et de la limite de capacité des avions.*

L'attraction des différentes routes sur les passagers est conditionnée par des facteurs tels que l'heure de départ (ou d'arrivée) désirée, le type d'avion, les arrêts et correspondances, le prix du billet, etc. Pour présenter les équations caractérisant le modèle de Soumis, il est nécessaire de préciser certaines définitions et notations.

### 2.6.1 Définitions et notations

Soient

$a$ , un arc de vol correspondant au déplacement sans escale d'un avion, d'une origine à une destination ;

$r$ , une route constituée d'un ou plusieurs arcs.  $a \in r$  veut dire que  $a$  est un arc utilisé par la route  $r \in R$  (ou  $a$  fait partie de la route  $r$ ) ;

$\mathcal{R}$ , l'ensemble des routes. Les routes sont regroupées en marchés ;

$\mathcal{M}$ , l'ensemble des marchés indexés par  $m$ . Chaque marché regroupe quelques routes desservant la même paire origine-destination (O-D) ;

$\mathcal{R}^m$ , l'ensemble des routes du marché  $m$ . Il est supposé que les passagers débordant d'une route ne sont reconquis que par une route du même marché ;

$d_m$ , l'espérance de la demande totale pour le marché  $m$  ;

$u_m$ , le nombre total de tentatives de réservations, en vue d'utiliser une route, effectués par les passagers du marché  $m$  ;

$A_r$ , le coefficient d'attraction de la route  $r$ . Il s'agit de la proportion de passagers du marché  $m$  qui préfèrent la route  $r$ . On doit avoir  $\sum_{r \in m} A_r = 1$  ;

$u_r$ , le nombre de tentatives de réservations pour la route  $r$  du marché  $m$  (ou nombre total de passagers essayant d'utiliser la route  $r$ ) ;

$u_a$ , le nombre de tentatives de réservations sur l'arc  $a$  ;

$\lambda_r$ , la proportion de clients refusés sur la route  $r$  qui essaient de nouveau de réserver une route du même marché.

### 2.6.2 Équations de base du modèle

Le système d'équations déterminant l'équilibre des variables  $u$  est :

$$u_m = d_m + \sum_{r \in \mathcal{R}^m} \lambda_r SP_r(u) \quad \forall m \in \mathcal{M} \quad (2.1)$$

où

$$SP_r(u) = \sum_{a \in r} \frac{u_r}{u_a} SP_a(u_a) \quad \forall r \in \mathcal{R} \quad (2.2)$$

$$u_r = A_r u_m \quad \forall r \in \mathcal{R}^m, \forall m \in \mathcal{M} \quad (2.3)$$

$$u_a = \sum_{r: a \in r} u_r \quad \forall a \in r, \forall r \in \mathcal{R}. \quad (2.4)$$

Ainsi, le débordement d'une route est le produit du nombre de tentatives de réservations qui lui sont attribuables et de la somme des taux de débordement de ses arcs. Quant au débordement d'un arc (ici,  $SP_a(u_a)$ ), il est donné par l'équation (3.7) présentée à la section 3.4.1 du chapitre suivant.

Le débordement d'un marché est reconquis uniquement par ce marché et les passagers reconquis se répartissent selon les coefficients d'attraction  $A_r$ , sans tenir compte de la route de laquelle ils ont été débordés.

## 2.7 Aperçu du modèle de flot de passagers amélioré

Le modèle de flot de passagers utilisé pour nos recherches est inspiré du modèle d'équilibre présenté ci-haut et détaillé dans [40, 42]. Le modèle amélioré, décrit par Dumas et Soumis dans [14], vise à estimer l'espérance du flot de passager dans le réseau aérien en supposant que l'offre de service est constante sur une certaine période et que la demande ainsi que l'attraction des clients pour ces différents services sont connues. Une variable aléatoire d'une densité connue est associée à la demande pour une route donnée. Pour chaque route, le taux de tentatives de réservation par unité de temps est constant.

Le problème de flot de passagers considéré peut se formuler comme suit :

*Étant donné un réseau de transport  $(\mathcal{A}, \mathcal{R})$ , des prévisions de demande stochastique et en supposant que le comportement des passagers est soumis aux règles du processus synthétique de réservation, déterminer l'espérance du nombre de passagers sur chaque itinéraire,*

avec

$\mathcal{R}$ , l'ensemble des routes offertes aux consommateurs. Une route relie une origine à une destination au moyen d'un ou plusieurs vols ; et

$\mathcal{A}$ , l'ensemble des arcs. Chacun de ces arcs correspond à un vol de l'horaire et a une capacité  $cap_a$ .

Quelques-unes des particularités du modèle sont énumérées ci-dessous :

- Il considère le débordement et la recapture entre les itinéraires et non les segments

de vol.

- Il est stochastique c'est-à-dire qu'il prend les prévisions de demande stochastique comme inputs et vise à calculer le nombre de passagers espéré sur chaque itinéraire.
- Il est temporel dans le sens que la période de réservation est divisée en tranches de temps et le placement des passagers est calculé une tranche de temps après l'autre. Ceci permet au modèle de tenir compte de la distribution en fonction du temps des réservations pour chaque itinéraire.
- Il peut intégrer les limites de réservation découlant de la politique de la tarification flexible adoptée par la compagnie aérienne.
- Il fait de l'optimisation égoïste et vise la maximisation de la satisfaction des passagers.

### 2.7.1 Quelques hypothèses et notations

Soient

$d_r$ , l'espérance de la demande pour la route  $r$  ;

$u_r^k$ , l'espérance du nombre de tentatives de réservations pour la route  $r$  durant  $[t_k, t_{k+1}]$  ;

$P_r^k$ , la probabilité que la route  $r$  soit bloquée à l'instant  $t_k$  (supposée être constante durant  $[t_k, t_{k+1}]$ ) ;

$P_a^k$ , la probabilité que l'arc  $a$  soit bloqué à l'instant  $t_k$  (supposée être constante durant  $[t_k, t_{k+1}]$ ) ;

$b_r$ , la fonction déterminant le taux auquel la demande pour la route  $r$  se manifeste.

Au moment  $t$ , ce taux est  $d_r b_r(t)$ . De plus,  $\int_0^1 b_r(t) dt = 1$  ;

$\lambda_{r,q}$ , la proportion de clients qui débordent de la route  $q$  vers une route alternative  $r$ .

Le processus de réservation est supposé se dérouler durant l'intervalle de temps  $[0,1]$ . Ce dernier peut être partitionné en sous-intervalles  $[t_k, t_{k+1}]$  avec  $k = 0, \dots, K$ ,  $t_0 = 0$  et  $t_K = 1$ . Il est supposé qu'une route  $q$  est bloquée si et seulement si au moins un de ses arcs est complètement réservé. Par conséquent, toutes les routes passant par cet arc débordent. En plus, il est présumé qu'une proportion  $\lambda_{r,q}$  des clients qui débordent essaiera de faire des réservations sur la route  $r$ . Les équations caractéristiques du modèle sont présentées dans la prochaine sous-section.

### 2.7.2 Les équations de base du modèle amélioré

En considérant les notations définies précédemment, l'espérance du nombre de tentatives de réservations pour la tranche de temps  $k$ , correspondant à l'intervalle de temps  $[t_k, t_{k+1}]$ , est donnée par les équations (2.5) ci-dessous :

$$u_r^k = d_r b_r(t_k)(t_{k+1} - t_k) + \sum_{q \in \mathcal{R}} \lambda_{r,q} u_q^k P_q^k \quad \forall r \in \mathcal{R} \quad (2.5)$$

où

$$P_r^k = 1 - \left( \prod_{a \in r} (1 - P_a^k) \right) \quad \forall r \in \mathcal{R}. \quad (2.6)$$

La valeur de  $P_a^k$  est une fonction du nombre de tentatives de réservations et du nombre de tentatives de réservations infructueuses pour  $a$  durant  $[t_k, t_{k+1}]$ .



Pour dégager les améliorations du nouveau modèle, un petit rappel des propriétés du modèle de Soumis s'impose.

Dans le modèle de Soumis, les routes sont regroupées en marchés et le débordement d'un marché est reconquis uniquement par ce marché. Le débordement d'une route est additif, c'est-à-dire qu'il est donné par une somme pondérée du débordement des arcs (équations (2.2)). De plus, Soumis a utilisé une hypothèse « oubliante » selon laquelle les passagers qui débordent tentent de nouveau de réserver sur les routes, qu'elles aient été essayées précédemment ou pas. En fait, la recapture d'un marché est répartie entre toutes ses routes sans tenir compte de la provenance des passagers qui débordent. Le regroupement des routes en marchés fait que le débordement d'une route contribue à celui du marché auquel elle appartient et aussi à sa recapture.

Le modèle amélioré est un modèle temporel en ce sens qu'il modélise le déroulement dans le temps du processus de réservation en entier. Dans la nouvelle formulation, le concept de marché est abandonné. Si l'on veut se permettre une analogie, chaque route peut être considérée en quelque sorte comme un marché. Au niveau des tentatives de réservations sur un arc, une distinction est faite entre les essais réussis (qui se traduisent en passagers) et ceux qui sont infructueux. Ainsi, le débordement d'une route est multiplicatif dans la nouvelle version, en ce sens qu'il est déterminé par le produit de probabilités de blocage des arcs. En outre, les coefficients de recapture dépendent des deux routes impliquées (celle qui déborde et celle qui reconquiert) et non plus seulement du marché. De ce fait, l'auto-reconquête peut être évitée en imposant  $\lambda_{r,r} = 0$  ( $r \in \mathcal{R}$ ).

Pour prendre connaissance des détails et des explications supplémentaires du modèle amélioré, le lecteur intéressé peut se référer à [14].

Comme le but du modèle est d'étudier et de modéliser la façon dont les contraintes de capacité des avions affectent la demande pure, le prochain chapitre s'intéresse à l'assignation des capacités c'est-à-dire à l'affectation des types d'avions aux vols.

## CHAPITRE 3 : AFFECTATION DES TYPES D'AVIONS AUX VOLS

Au chapitre 1, le processus de planification généralement utilisé dans le transport aérien a été décrit. Une de ses composantes est l'affectation de type d'avion qui consiste à attribuer des types d'avions à chaque segment de vol d'un horaire de vols considéré. Ce chapitre donne donc un aperçu du problème d'affectation des types d'avions aux vols, indique quelques recherches effectuées à ce sujet et expose la formulation mathématique utilisée pour mener à bien les travaux effectués lors de ce mémoire.

Par souci de clarté, il faut préciser que dans le reste de ce document, les termes FAP, FAM et PFM lorsqu'utilisés, feront référence respectivement au problème, au modèle mathématique d'affectation de types d'avions aux vols et au modèle de flot de passagers. Ils représentent l'acronyme anglais de *Fleet Assignment Problem*, de *Fleet Assignment Model* et *Passenger Flow Model*.

### 3.1 Définition du FAP

Pour opérer, un transporteur aérien dispose d'une flotte composée de différents types d'avions (par exemple, Boeing 737, CRJ 100), d'un nombre limité d'avions de chaque type et d'une liste de vols à desservir. Une des décisions tactiques qu'il doit prendre consiste à déterminer le type d'avion devant effectuer chacun des vols afin de mini-

miser les coûts tout en respectant un ensemble de conditions.

La liste des vols constitue ce qu'on appelle l'horaire des vols et comprend les aéroports de départ et de destination ainsi que les heures de départ et d'arrivée. Cet horaire peut être journalier (c'est-à-dire que c'est le même pour chaque jour de la semaine) ou hebdomadaire (c'est-à-dire qu'il ne varie pas d'une semaine à l'autre). Les différences entre les diverses catégories de types d'avions peuvent porter sur leurs capacités (en terme de nombres de places pour les passagers) et leurs caractéristiques opérationnelles telles que la vitesse, la consommation en carburant, l'autonomie de vol et les coûts de maintenance.

Les coûts à minimiser proviennent de la somme des coûts opérationnels et des coûts de débordement. Les coûts de débordement représentent les pertes de revenus potentiels encourues par la ligne aérienne dues au fait qu'elle ne transporte pas tous les passagers désirant voyager.

Pour ce qui est des coûts opérationnels, ils dépendent du type d'avion et représentent le coût engendré par l'assignation d'un type d'avion particulier à un segment de vol donné. Ils ont trait au carburant, à l'équipage, à la maintenance, aux opérations au sol (décollage, atterrissage, etc). Barnhart *et al.* [5] distinguent les coûts de portage (en anglais, *carrying costs*) qui sont liés au nombre de passagers transportés (contrairement aux coûts opérationnels qui sont indépendants du nombre de clients à bord) et qui incluent, sans s'y limiter, les coûts de carburant supplémentaire, la manutention des bagages, les repas et le traitement des systèmes de réservation. En général, les coûts opérationnels sont élevés pour les avions ayant une plus grande

capacité. De ce fait, l'approche intuitive serait d'affecter les petits avions aux vols à faible demande passagère puisque leurs coûts opérationnels sont plus petits. À contrario, il serait souhaitable d'effectuer les vols ayant des demandes de passagers plus élevées avec de gros avions pour éviter un manque à gagner résultant des passagers qui débordent. Cependant, dépendamment des problèmes à résoudre, le débordement des passagers peut être inévitable et même souhaitable. Dans le même ordre d'idées, l'affectation d'un gros avion pour des vols à faible demande, pour des raisons de correspondance ou de disponibilité d'avions, peut être plus avantageuse.

Dans sa forme la plus simple, le FAP peut se poser comme suit :

*Étant donné un horaire de vols avec des coûts fixes correspondants et un ensemble de types d'avions, attribuer un type d'avion à chaque vol de façon à minimiser le coût de l'affectation tout en garantissant que (a) chaque vol est assuré par un avion, (b) l'équilibre des flots d'avions par type est maintenu en tout temps à chaque aéroport, et (c) seulement le nombre d'avions disponibles pour chaque type est assigné.*

La solution de ce problème peut faire la différence entre les pertes et les profits d'une ligne aérienne, d'où son importance. L'objectif visé peut varier suivant les compagnies. Ainsi, le problème peut être un de minimisation ou un de maximisation. Dans le dernier cas, il peut être question de maximiser les revenus ou les profits (c'est-à-dire, la différence entre les revenus et les coûts).

Vu la taille importante d'un réseau typique (2700 vols par jour, 14 types d'avions pour certaines compagnies) et la complexité des problèmes des transporteurs aériens, la nécessité d'une formulation mathématique s'impose d'elle-même.

## 3.2 Revue de littérature

Comme suggéré antérieurement au chapitre 1, l'étape correspondant à l'affectation des types d'avions aux vols est considérée comme l'une des plus importantes car d'elle, dépendent les revenus et les coûts de la compagnie aérienne. À ce titre, elle a retenu l'attention des spécialistes de l'optimisation comme en témoignent les nombreuses recherches dont elle a fait l'objet. Cette section présente un survol des travaux ayant porté sur le problème d'affectation de flotte aux vols dont les propriétés sont présentées dans Gu *et al.* [22].

Abara [1] est un des premiers à fournir un modèle mathématique pour ce problème. Dans sa formulation qui est un programme linéaire en nombres entiers, il utilise les arcs de connections comme des variables de décision et définit une connection (ou *turn*) comme étant une suite de vols successifs effectués par un avion. Cette utilisation a causé une explosion du nombre de variables. Pour rendre le problème résolvable en pratique, il procède à une énumération partielle des connections réalisables en limitant le nombre d'opportunités de connection entre des paires de segments de vols. Ce modèle utilisé par la compagnie American Airlines y a rapporté des résultats satisfaisants en permettant une augmentation de 1.4% de la marge bénéficiaire.

La même année, Daskin et Panayotopoulos [12] présentent un modèle en nombres entiers qui affecte les avions aux routes dans un réseau de type hub-and-spoke. Ils utilisent la relaxation lagrangienne pour obtenir des bornes sur la valeur optimale de la fonction objectif. Ils développent également des heuristiques pour convertir

les solutions lagrangiennes obtenues en des affectations réalisables et les améliorer. Berge et Hopperstad [9] introduisent le concept de *Demand Dispatch Driven* ( $D^3$ ) qui effectue des réattributions de flotte à l'approche de la date de départ afin de mieux satisfaire les passagers en profitant de la disponibilité d'informations plus précises sur la demande.

Subramanian *et al.* [43] développent, pour Delta Airlines, un modèle d'optimisation qu'ils ont nommé *coldstart* car il ne requiert aucune affectation de flotte initiale contrairement à l'approche *warmstart* de Talluri [47] qui améliore une solution existante. Ce dernier propose un algorithme pour améliorer une répartition journalière valide des avions en effectuant des échanges d'avions pour certains vols.

Hane *et al.* [23] proposent une formulation similaire à celle d'Abara [1]. Ils présentent le problème comme un de réseau de flots de type multicommodités et formulent les contraintes en utilisant un réseau chronologique pour chaque paire d'aéroport et de type d'avion. Leur modèle constitue la base de la majorité des recherches faites dans ce domaine. Leur modèle est également utilisé pour le travail effectué dans ce mémoire et est présenté en détails dans la section 3.3.

Cependant, il arrive souvent que les opérations aériennes ne se déroulent pas comme prévu. C'est pourquoi des recherches récentes traitent de la problématique des perturbations afin de trouver des solutions robustes. C'est ainsi que Rosenberger *et al.* [35] proposent une version robuste du modèle d'affectation de flotte en utilisant la formulation (*string based model*) présentée dans Barnhart *et al.* [4]. Leur approche consiste à trouver des affectations contenant plusieurs cycles courts et impliquant le

moins de stations principales (en anglais, *hub*) que possible afin de limiter le nombre de vols annulés en cas de perturbations.

Smith [39] cherche à obtenir des solutions permettant plus de flexibilité dans la planification en introduisant le concept de pureté de station (en anglais, *station purity*) qui consiste à limiter le nombre de types d'avions permis à chaque aéroport.

La question de l'interdépendance des segments de vol (présentée dans le chapitre précédent) est soulevée par Phillips *et al.* [33]. Ils signalent alors l'impact de l'occultation des effets de réseaux sur l'estimation de flots de passagers cohérents, susceptible d'influencer à son tour les décisions d'affectation de types d'avions.

Cinq ans plus tard, cette préoccupation est reprise dans [18] par Farkas, qui démontre que le fait d'ignorer ces effets affecte la détermination correcte du débordement (et de ses coûts) et engendre des solutions d'affectations de flotte sous-optimales.

Ainsi, pour répondre à cette nécessité de considérer les effets de réseaux, un modèle d'affectation de types d'avions basé sur les itinéraires (en anglais, *Origin-Destination Fleet Assignment Model*) est développé. À cet effet, le travail de Barnhart *et al.* [5] peut être mentionné. Ils tirent parti du travail de Farkas [18], dans lequel la recapture faisait défaut, pour combiner le FAM et le modèle de sélection de passagers de Kniker [28]. La formulation proposée par Barnhart *et al.* [5] est un modèle d'affectation de flotte prenant en compte les itinéraires (en anglais, *Itinerary-Based Fleet Assignment Model*). Ils y utilisent des variables de décision qui représentent l'affectation des passagers aux itinéraires. Les variables de flots de passagers sont liées aux variables d'affectations d'avions par le biais des contraintes de capacité qui assurent



que le nombre de sièges disponibles ne dépasse pas celui des passagers assignés. Toutefois, ce modèle qui optimise simultanément l’assignation des avions et le flot de passagers fait une affectation des passagers qui maximise le bénéfice de la compagnie plutôt que la satisfaction des passagers.

Par ailleurs, Barnhart *et al.* [6] proposent une reformulation du même modèle plus facile à résoudre dans laquelle ils utilisent des variables qui assignent un sous-ensemble de segments de vol à un type d’avion à la place des variables de décision représentant l’affectation individuelle des segments de vol aux flottes.

Auparavant, Erdmann *et al.* [16] ont proposé une approche séquentielle qui leur permet de résoudre le PMM en utilisant la solution fournie par la résolution précédente du modèle d’affectation de types. Dans un effort similaire pour incorporer les décisions de flots de passagers dans le FAM, Jacobs *et al.* [25] ont recours à la décomposition de Benders pour résoudre leur formulation de l’ODFAM.

À toute fin utile, il est à noter qu’un résumé intéressant des recherches faites pour les problèmes du processus de planification aérien se trouve dans Gopalan et Talluri [20], Klabjan [26] ainsi que Rushmeier et Kontogiorgis [36].

### 3.3 Modélisation du FAP de base

Les modèles du problème d’affectation de types d’avions sont basés sur la formulation en nombres entiers de Hane *et al.* [23]. Le FAP est donc modélisé comme un problème

de flots de type multi-commodités dans un réseau espace-temps.

### 3.3.1 Description du réseau

Un sous-réseau, associé à chaque type d'avion (ou commodité), décrit la chronologie des activités (événements d'arrivée et de départ) à chaque aéroport. Il est composé :

**de noeuds** qui correspondent à un début de vol ou à une fin de vol. En fait, l'heure d'arrivée est ajustée pour comprendre le délai au sol qui est le temps minimum nécessaire pour apprêter un type d'avion après son atterrissage pour son prochain vol. Ce délai peut varier suivant les types d'avions et permet d'accomplir des tâches requises telles que le débarquement des passagers, des bagages, le ravitaillement en essence, le nettoyage de la cabine etc. L'on parle donc de temps de disponibilité (en anglais, *ready time*) et l'événement d'arrivée est donc remplacé par un événement de disponibilité. Ainsi, un vol arrivant peut se connecter à un vol partant si l'heure de départ prévue de ce dernier se situe après le temps de disponibilité du premier vol.

**d'arcs** qui peuvent être classés en deux catégories à savoir :

- *arc de vol* : ils représentent les segments de vols de l'horaire. Pour chaque vol, un arc de cette catégorie est défini pour chaque type d'avion pouvant effectuer ce vol et relie le noeud de départ (début de vol) et le noeud d'arrivée (fin de vol). Autrement dit, il relie deux noeuds dans deux aéroports distincts.
- *arcs d'attente* : ils désignent l'attente au sol des avions et relient deux noeuds

consécutifs dans le temps du même aéroport. En outre, un arc d'attente relie le dernier noeud au premier noeud dans chaque station d'aéroport.

Un exemple de la chronologie des activités pour un type d'avion est donné par la figure 3.1 à la page suivante.

Par ailleurs, la littérature fait état d'un deuxième type de réseau utilisé pour modéliser ce problème. Il s'agit du réseau de connection (en anglais, *connection network*) dans lequel, les noeuds représentent les vols et les arcs correspondent aux connections possibles entre les vols. Des variables de décision sont définies pour inclure les connections entre les vols. Le réseau de connection est aussi désigné comme un réseau « activités aux noeuds » tandis que le réseau chronologique (en anglais, *time-line network*), décrit ci-haut, est vu comme un réseau « activités-sur-les-arcs ».

### 3.3.2 Formulation mathématique du FAP

Le modèle mathématique a deux types de variables qui sont :

- la variable d'affectation de type d'avion,  $x$  : il s'agit d'une variable binaire,  $x_{fl}$ , qui est définie pour chaque segment de vol  $l$  à l'horaire et pour chaque type d'avion  $f$  pouvant effectuer ce vol.
- la variable d'arc au sol,  $y$  : il s'agit d'une variable non-négative,  $y_{gf}$ , qui est définie pour chaque arc au sol  $g$  et chaque type d'avion  $f$ . Elle dénombre le nombre d'avions au sol durant l'intervalle de temps correspondant à l'arc d'attente.

Il peut donc être formulé comme suit :

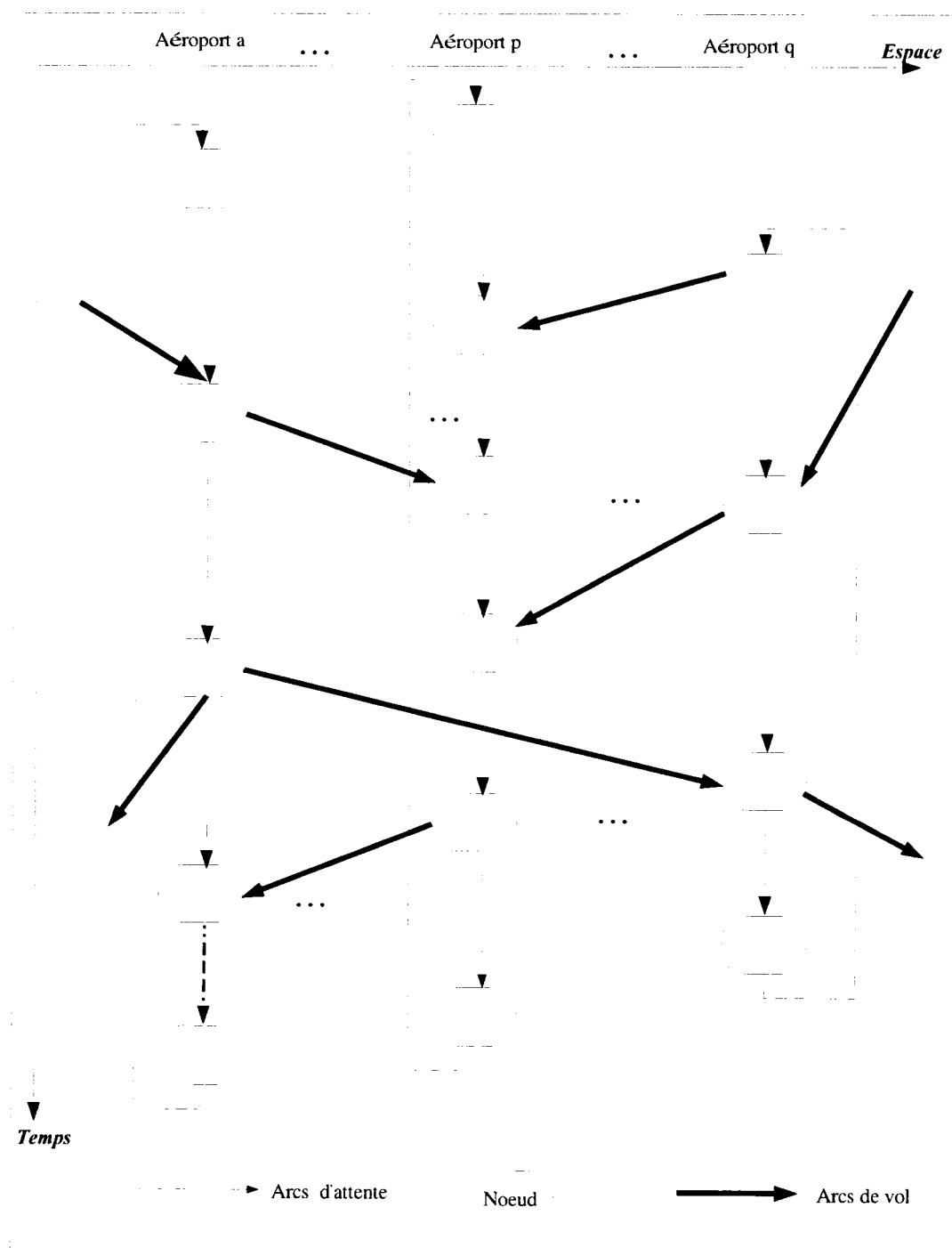


Figure 3.1: Exemple de réseau chronologique.

Minimiser

$$\sum_{f \in F} \sum_{l \in L} c_{fl} x_{fl} \quad (3.1)$$

Sujet à :

$$\sum_{f \in F} x_{fl} = 1 \quad \forall l \in L \quad (3.2)$$

$$y_{i(n)f} + \sum_{l \in I(n)} x_{fl} - y_{o(n)f} - \sum_{l \in O(n)} x_{fl} = 0 \quad \forall n \in N, \forall f \in F \quad (3.3)$$

$$\sum_{l \in A} x_{fl} + \sum_{g \in W} y_{gf} \leq S_f \quad \forall f \in F \quad (3.4)$$

$$x_{fl} \in \{0, 1\} \quad \forall l \in L, \forall f \in F \quad (3.5)$$

$$y_{gf} \geq 0 \quad \forall g \in G, \forall f \in F \quad (3.6)$$

où

$N$  est l'ensemble des noeuds dans le réseau espace-temps, indexés par  $n$  ;

$F$  est l'ensemble de tous les types d'avions, indexés par  $f$  ;

$L$  est l'ensemble de tous les arcs de vol, indexés par  $l$  ;

$G$  est l'ensemble de tous les arcs d'attente au sol, indexés par  $g$  ;

$I(n)$  est l'ensemble des arcs de vols arrivant au noeud  $n$ ,

$O(n)$  est l'ensemble des arcs de vols partant du noeud  $n$ ,

$W$  est l'ensemble des arcs au sol traversant l'heure de référence CT,

$A$  est l'ensemble des arcs de vols (vols dans le ciel) au moment CT,

$i(n)$  représente un arc au sol entrant au noeud  $n$ ,

$o(n)$  représente un arc au sol sortant du noeud  $n$ ,

$$x_{fl} = \begin{cases} 1 & \text{si le type d'avion } f \in F \text{ est assigné au segment de vol } l \in L, \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

$y_{gf}$  représente le nombre d'avions de type  $f \in F$  sur l'arc d'attente  $g \in G$ ,

$S_f$  représente le nombre d'avions disponibles de type  $f \in F$  et

$c_{fl}$  représente le coût associé à l'affectation du type d'avion  $f \in F$  au segment de vol  $l \in L$ .

Les contraintes (3.2) sont les contraintes de couverture qui forcent chaque segment de vol à être effectué par un et un seul type d'avion. Les contraintes (3.3) correspondent aux contraintes de conservation de flots et requièrent, qu'à chaque noeud et pour chaque type d'avion, le nombre d'arrivées soit égal au nombre de départs. Les contraintes (3.4) exigent que le nombre d'avions utilisés n'excède pas l'effectif disponible dans une flotte. À cet effet, l'on choisit arbitrairement un moment,  $CT$ , (en anglais, *Count time*) qui permet de dénombrer le nombre d'avions nécessaire pour opérer l'horaire de vols spécifié. En général, le CT se situe entre trois heures et quatre heures du matin. Par exemple, Gopalan et Talluri [20] ont choisi trois heures trente (heure de l'Est) qui correspond à une période de faible activité où la plupart des avions sont au sol. Ainsi, pour satisfaire cette contrainte, l'on compte tout simplement le nombre d'avions en vols et en attente au moment CT pour chaque type et l'on s'assure que la somme soit égale ou inférieure à la taille de la flotte.

Les dernières contraintes, (3.5) et (3.6), stipulent que les variables de décision du modèle sont binaires dans le cas de celles associées aux affectations et non-négatives pour celles associées aux attentes au sol.

Des contraintes supplémentaires peuvent être ajoutées au modèle pour tenir compte de certaines exigences spécifiques aux transporteurs aériens. Elles peuvent concerner les considérations de maintenance, d'équipage, etc.

En outre, des restrictions d'ordre opérationnel peuvent réduire les possibilités d'affectations des types d'avions à certains segments de vols. Par exemple, les limitations sur le bruit durant certaines périodes du jour ou de la nuit dues aux réglementations résidentielles peuvent engendrer des couvre-feux dans des aéroports pour certains types d'avions dont l'atterrissage et le décollage ne sont pas autorisés à certaines heures spécifiques. Aussi, il y a des types d'avions qui ne sont pas adaptés pour effectuer des survols maritimes et ne peuvent donc être affectés à des vols transocéaniques. Du reste, d'autres types d'avions ne peuvent réaliser certains vols à cause des limitations sur les distances franchissables. Ces restrictions peuvent être intégrées dans le modèle en n'incluant pas le type d'avion en question comme permis pour le segment de vol donné.

La solution de ce modèle est utilisée répétitivement à une fréquence déterminée par un laps de temps qui peut être d'une journée ou d'une semaine. Toutefois, c'est le FAM résolu sur une base quotidienne qui est le modèle le plus répandu en pratique comme dans la littérature. Cette démarche suppose que les compagnies aériennes ont un horaire quotidien qui ne change pas ou que les variations dans les horaires ne sont pas assez significatives pour considérer séparément l'horaire de chaque jour de la semaine.

La résolution du FAM sur une base quotidienne est appréciée car elle fournit une affectation qui est utilisée telle quelle pour chaque jour de la semaine. Au demeurant, elle facilite l'organisation des opérations en permettant d'utiliser les mêmes types d'avions pour effectuer les mêmes vols chaque jour. Ainsi, la programmation des équipages, des activités de maintenance et les réservations des portes d'embarque-

ment et de débarquement sont plus aisées. Compte tenu de cet avantage, l'affectation quotidienne est utilisée pour obtenir une assignation sur un horizon d'une semaine. Il est courant de l'adapter pour qu'elle tienne compte des particularités des horaires de la fin de semaine. Cependant, il n'en demeure pas moins que cette approche ne garantit pas une affectation optimale puisque l'horaire hebdomadaire n'est pas considéré dans son ensemble. Cette remarque est d'autant plus à propos que l'horaire de la fin de semaine peut varier significativement par rapport à celui du reste de la semaine et que d'importantes fluctuations peuvent caractériser les horaires des jours ouvrables (surtout pour les vols long-courriers).

Ainsi, la considération du problème d'affectation sur une base hebdomadaire peut s'avérer pertinent. Pour le résoudre, Gopalan et Talluri [20] rapportent qu'une solution heuristique est utilisée et qu'elle consiste à résoudre, dans un premier temps, le FAP quotidien pour une journée typique dans la mesure où les horaires des jours ouvrables sont considérés fixes. Ensuite, ils résolvent un FAP sur la base des deux jours de la fin de semaine en s'assurant que le nombre d'avions à la fin du week-end concorde avec le nombre fourni par la première résolution. Bélanger *et al.* [7] signalent que Air Canada utilise un modèle de programmation linéaire en nombres entiers pour résoudre le problème d'affectation sur un horizon d'une semaine et qu'une affectation globalement optimale pour la semaine entière est obtenue en un temps raisonnable.

En général, les données requises pour la résolution de ce problème de planification (peu importe l'horizon choisi) sont, entre autres, le coût potentiel déterminé pour



chaque combinaison segment de vol - type d'avion, c'est-à-dire, pour toute attribution possible. La section suivante analyse la fonction objectif des FAM de base.

### 3.4 La fonction objectif du FAM de base

On rappelle que le FAP de base est un problème de minimisation de coûts et que les coûts concernés sont les coûts opérationnels et les coûts de débordement. Cependant, nonobstant la nature du problème (minimisation ou maximisation), les données relatives au débordement des passagers sont prises en compte soit directement dans les revenus (on parle de pertes de revenus) soit par le biais des coûts associés aux passagers rejetés. Par ailleurs, la fonction objectif peut intégrer d'autres éléments tels que les pénalités et les bonus associés à certaines activités [43]. Par exemple, Subramanian *et al.* imposent une pénalité lorsqu'un avion gros porteur est utilisé pour effectuer un vol vers une station qui n'est pas actuellement desservie par les avions gros porteurs ; ils appliquent un bonus qui favorise l'utilisation d'un type d'avion pour aller dans une ville considérée comme la base d'affectation pour l'équipage de ce type d'avion.

Comme la décision d'assignation doit être prise plusieurs mois à l'avance, des estimations doivent être utilisées. L'estimation des revenus, tout comme celle des coûts de débordement, représente un défi car il faut tenir compte de facteurs aléatoires et complexes tels que la demande de passagers (pour chaque classe de réservation lorsque la demande n'est pas agrégée). Elle dépend des prévisions de demande et donc de l'anticipation de la réaction des clients face à l'offre de service de la compa-

gnie.

La détermination des coûts de débordement implique indubitablement la modélisation du débordement. Dans les lignes suivantes, nous décrivons la prise en compte du débordement dans les FAM de base ainsi que l'approche pour estimer les coûts (ou pertes de revenus) qui lui sont associés.

### 3.4.1 L'estimation du débordement

Le débordement est le nombre de personnes que la compagnie aérienne ne peut accommoder à cause du nombre de places insuffisant à bord de l'avion. Dans les modèles de base du FAP, il est supposé que la demande pour un segment de vol est indépendante de celles des autres. De ce fait, le calcul du débordement se fait par segment de vol et ne dépend donc que du type d'avion qui lui est affecté.

La demande de passagers dans le transport aérien est très incertaine. Elle est sujette à des fluctuations de diverses natures telles que les variations suivant les jours de la semaine, les variations saisonnières et les événements imprévisibles. Habituellement, la demande stochastique d'un segment de vol est représentée par une distribution de probabilité.

En considérant donc la distribution de la demande prévue sur un segment de vol  $l$ , le débordement  $SP$  peut être déterminé à l'aide de la formule suivante :

$$SP_l = \int_{x=Cap_l}^{\infty} (x - Cap_l) f_l(x) dx \quad (3.7)$$

où

$Cap_l$  est la capacité de l'avion assigné au segment de vol  $l$ , c'est-à-dire, la limite de

capacité sur le segment de vol  $l$  ; et

$f_l$  est la fonction de densité de probabilité de la demande  $x$  du segment de vol  $l$ .

Pour modéliser la demande, différentes distributions comme la distribution normale (ou gaussienne), log-normale, Poisson et gamma sont considérées. Cependant, l'utilisation de la loi normale comme une bonne approximation lorsque la demande est agrégée est répandue (Soumis *et al.* [41], Swan [46]). Pour les petites demandes (par exemple, demandes pour la première classe ), d'autres lois de probabilité telles que la distribution gamma semblent être d'intérêt (Swan [46]).

La distribution gaussienne est caractérisée par deux paramètres standards : la moyenne  $\mu$  et la variance dont la racine carrée est l'écart type  $\sigma$ . Il est supposé qu'en général, l'écart type de la demande d'un segment de vol est dépendant de la moyenne [8]. Pour le déterminer, deux estimations sont habituellement utilisées dans l'industrie [46, 8] :

$$\text{i) } \sigma = K\mu,$$

avec  $0.2 < K < 0.5$ .  $K$  est communément appelé coefficient de variation (ou en anglais, *K-factor*).

$$\text{ii) } \sigma = Z\sqrt{\mu},$$

avec  $1.0 < Z < 2.5$ ,  $Z$  étant désigné *Z-factor*.

À titre d'exemple, considérons le segment de vol  $l$  dont l'espérance de la demande est  $Dem_l$ , l'écart type est  $\sigma_l$  et auquel est assigné un avion de capacité  $Cap_l$ . Le débordement est illustré par la partie foncée de la figure 3.2.

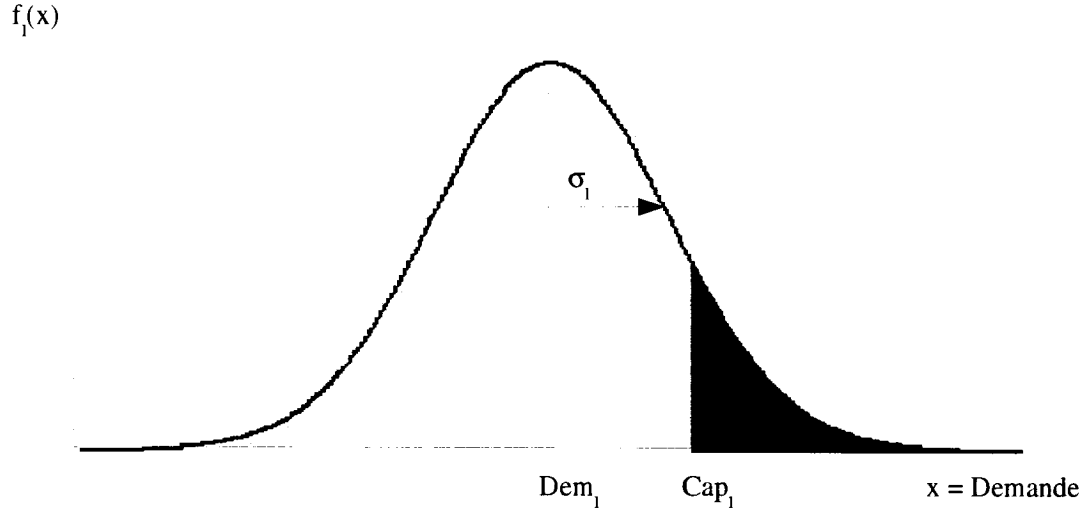


Figure 3.2: Illustration du débordement.

Dans [46], Swan rappelle qu'en 1980, il a développé une autre formule qui est une simplification de l'équation (3.7) pour déterminer le débordement. Il s'agit de :

$$SP = \frac{\sigma}{1.7} \ln(1 + e^{-1.7B}), \text{ avec } B = \frac{\text{Cap} - \mu}{\sigma}.$$

Pour ce qui est du cas déterministe, une description de l'estimation du débordement lorsque la demande est connue est faite par Barnhart *et al.* dans [5].

Lorsque la recapture est considérée comme dans [43], des taux de recapture propres à chaque arc sont évalués à l'aide de modèles de part de marchés. Ces coefficients servent à estimer le nombre de clients «complètement» perdus au profit des autres transporteurs afin de chiffrer les pertes de revenus encourues.

### 3.4.2 L'estimation des coûts de débordement

En général, le coût (ou le profit) anticipé d'un vol dépend, entre autres, de la demande de passagers, du revenu par passager, de la capacité de l'avion assigné, de son coût opérationnel, des pratiques de la tarification flexible adoptées par la compagnie aérienne et de la structure de prix. En ce qui concerne les pratiques de la tarification flexible (par exemple, les limites de réservation, les surréservations), il convient de rappeler qu'elles n'ont pas été prises en compte lors des travaux effectués dans le cadre de ce mémoire. Cette remarque est également valable pour les phénomènes influençant la charge réelle d'un avion à son départ (voir chapitre 2).

Dans leur formulation intrinsèque, fondée sur des estimations par segment de vol, les FAM de base évaluent des facteurs tels que le flot de passagers et le revenu moyen à l'échelle du segment de vol. En pratique, comme la demande de passagers se manifeste par paire d'origine-destination, les tarifs sont aussi par itinéraire et non par segment de vol. De plus, tous les passagers ne voyagent pas que sur des vols directs. En effet, bon nombre de personnes, pour pouvoir se déplacer d'un point à un autre, doivent voyager sur plus d'un segment de vol pouvant appartenir à des vols différents. La répartition des revenus s'avère donc nécessaire pour pouvoir associer un prix à chaque segment de l'itinéraire, conformément à l'hypothèse faite dans les FAM de base, et évaluer le coût occasionné par le débordement. En général, le coût de débordement anticipé peut être évalué comme le produit du débordement et du tarif moyen estimé de débordement. Il est supposé que toute la demande d'un segment de vol a un revenu par passager égal au revenu moyen et que chaque client qui déborde

engendre une perte de revenu équivalent au tarif moyen estimé de débordement (noté  $\overline{SPT}$ ).

Dans le cas d'un vol direct, la détermination du tarif estimé de débordement va de soi, en ce sens que le tarif de l'itinéraire est attribué à l'unique segment de vol. Pour ce qui est des itinéraires constitués de multiples segments de vols, il existe deux principales méthodes de calcul : l'allocation complète et la répartition proportionnelle. Avant de les décrire, quelques notations sont à préciser : soient un segment de vol  $l$  dont la distance (ou longueur) parcourue est  $Distance_l$  ;  $I$  l'ensemble des itinéraires indexés par  $i$  ;  $Dem_i$  la demande pour l'itinéraire  $i$  dont le tarif est dénoté  $tarif_i$  et finalement,  $\theta_l^i = \begin{cases} 1 & \text{si le segment de vol } l \text{ appartient à l'itinéraire } i, \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases}$

Ainsi, les deux approches sont :

- L'allocation complète ou le taux intégral (en anglais, *full fare*) : elle consiste à octroyer le montant total du tarif à chaque segment de vol de l'itinéraire.

$$\overline{SPT}_l = \frac{\sum_{i \in I} tarif_i \cdot \theta_l^i \cdot Dem_i}{\sum_{i \in I} \theta_l^i \cdot Dem_i}$$

- L'allocation proportionnelle ou le taux partiel : elle peut être faite en considérant la distance (ou la durée) ou en fonction du nombre de segments de vols.

- Par rapport à la distance (en anglais, *mileage-based prorated fare*) : il s'agit d'attribuer, à chaque segment de vol, une partie du tarif total de l'itinéraire proportionnellement au parcours sur le segment de vol.

$$\overline{SPT}_l = \frac{\sum_{i \in I} \frac{Distance_l \cdot tarif_i}{DistanceTotale_i} \cdot \theta_l^i \cdot Dem_i}{\sum_{i \in I} \theta_l^i \cdot Dem_i}$$

$$\text{avec } DistanceTotale_i = \sum_{l \in L} \theta_l^i \cdot Distance_l$$

- Par rapport au nombre de segments de vols : en se basant sur le nombre de segments de vol contenus dans un itinéraire, ce calcul répartit équitablement le

tarif total entre ces segments de vol.

$$\overline{SPT}_l = \frac{\sum_{i \in I} \frac{\text{tarif}_i}{N_{\text{segment}_i}} \cdot \theta_l^i \cdot Dem_i}{\sum_{i \in I} \theta_l^i \cdot Dem_i}$$

où  $N_{\text{segment}_i} = \sum_{l \in L} \theta_l^i$ , c'est-à-dire, le nombre de segments de vols compris dans l'itinéraire.

Selon Barnhart *et al.* [5], les deux premières approches (le taux intégral et le taux partiel basé sur la distance) sont les plus utilisées en industrie. Plusieurs scénarios d'allocation des tarifs d'itinéraires aux segments de vols sont analysés par Kniker et Barnhart dans [29] et ils concluent qu'aucun des scénarios ne peut toujours garantir l'obtention d'une assignation de type d'avion optimale. Différentes méthodes de calculs produisent différentes décisions d'affectation de type d'avion et donc, aucune approche ne surpasse systématiquement les autres.

L'estimation des coûts de débordement faite dans les FAM de base est fondamentalement basée sur une approche par segment de vol. Pour Sandhu et Klabjan [37], il est clair que cette formulation n'est pas cohérente avec les récentes pratiques de la tarification flexible qui tiennent compte des revenus à l'échelle de l'itinéraire.

Les faiblesses de la conjecture caractérisant les FAM de base ont déjà été mises en exergue au chapitre précédent. L'une d'elles est l'omission des effets de réseaux entraînant un biais dans la modélisation des phénomènes de débordement. L'on peut donc affirmer sans risque de se tromper que les calculs de coûts faits en utilisant un débordement erroné sont lacunaires. Il y a forcément un effet domino sur le FAP puisque l'attribution de capacités résultant de sa résolution peut échouer à satisfaire la demande totale qui se manifeste. D'une manière générale, même si les coûts opérationnels de la fonction objectif du FAM peuvent avoir une composante

variable, ils sont relativement plus stables et ne comportent pas de difficulté de modélisation [39]. La situation est tout autre pour les coûts de débordement et les revenus à cause des interactions entre les flots de passagers et les affectations de capacité (figure 1.2 du chapitre 1). Ceci est d'autant plus vrai que le revenu d'un vol est fonction de la demande, du revenu moyen par passager et de la capacité assignée qui est elle-même, influencée par l'estimation de revenu. Par conséquent, il est de tout intérêt de disposer d'affectations de types d'avions séant le plus aux requêtes des voyageurs. Pour ce faire, une formulation plus précise de la fonction objectif du FAM est nécessaire. Elle passe par des estimations plus judicieuses des coûts de débordement et des revenus et ultimement, par une meilleure modélisation du comportement des passagers.



## CHAPITRE 4 : INTÉGRATION DU MODÈLE DE FLOT DE PASSAGERS AU PROCESSUS DE RÉOLUTION DU FAP

Dans les chapitres précédents, la question de l'estimation des flots de passagers et le problème d'affectation de types d'avions aux vols ont été abordés. C'est ainsi que certaines faiblesses inhérentes à la considération des flots de passagers dans les approches traditionnelles ont été mises en exergue dans le chapitre 2. Il y a été également présenté un récent modèle de flot de passagers [14] dont l'idée centrale est tirée du modèle d'équilibre de Soumis [40, 42]. Le chapitre 3 s'est attelé à décrire les composantes de la fonction objectif du FAM ainsi que la méthodologie usuelle pour sa formulation. Le présent chapitre vise à établir une meilleure fonction objectif linéaire pour le FAM. Pour ce faire, il se propose d'examiner les répercussions des assignations de capacités sur la répartition des passagers. À cette fin, une approche itérative a été développée. Celle-ci est décrite dans les sections suivantes et l'analyse des résultats des expériences effectuées est aussi présentée.

### 4.1 Description du processus itératif

La figure 4.1 illustre la méthodologie itérative. Elle comporte deux principales composantes qui sont le module de résolution du FAM et le module du PFM.

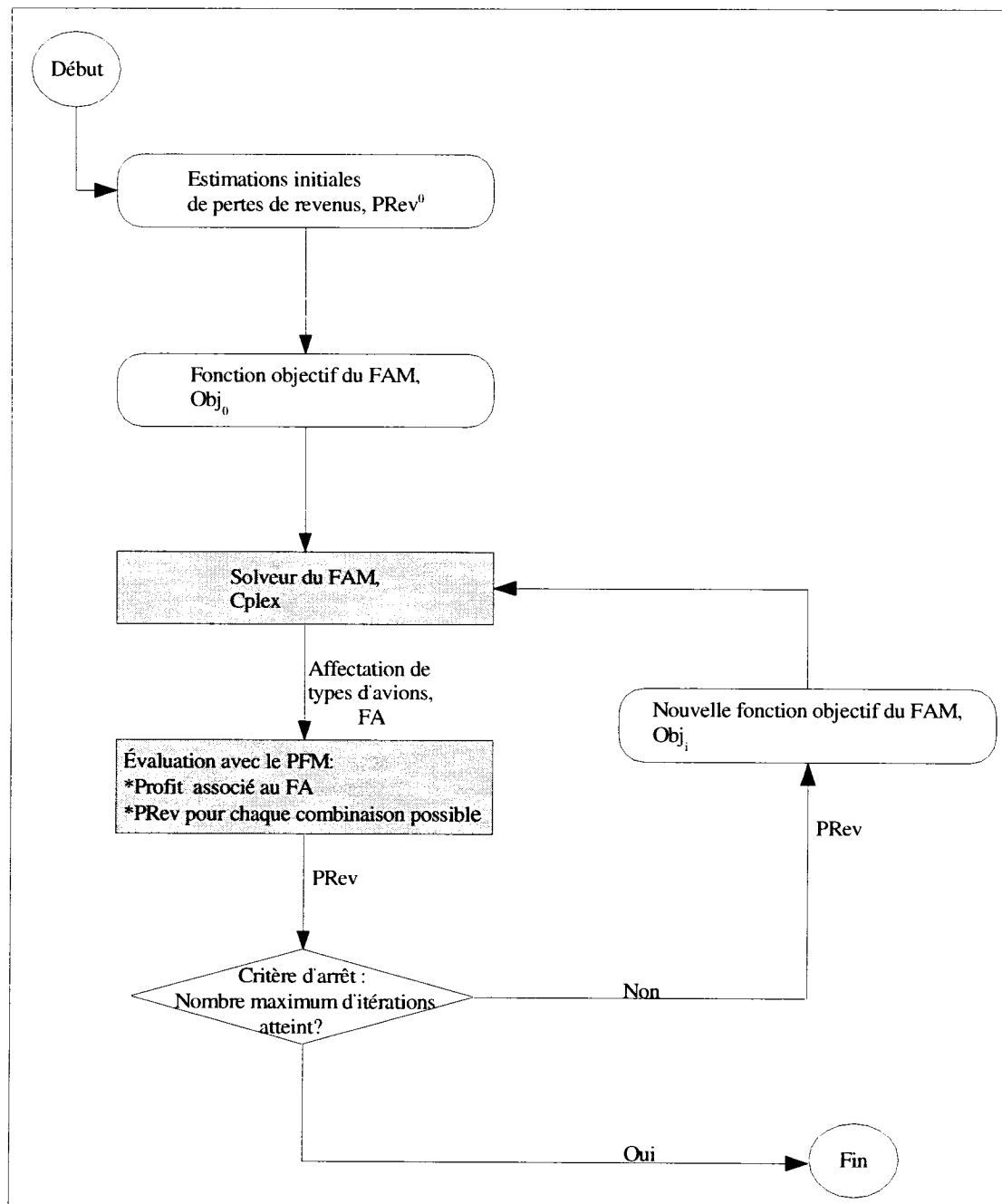


Figure 4.1: Schéma illustratif de l'approche itérative

Le processus itératif débute avec le module de résolution du FAM qui, en utilisant des estimations de pertes de revenus initiales décrites dans la sous-section 4.1.1, détermine une assignation des types d'avions aux différents segments de vols. En considérant cette affectation obtenue à partir des estimations de pertes de revenus initiales, la composante PFM fait son évaluation en déterminant la manière dont les passagers utilisent les capacités assignées. Ce faisant, elle détermine l'espérance des flots de passagers à travers le réseau. Elle évalue également de nouvelles pertes de revenus qui permettront de modifier la fonction objectif pour la résolution suivante du FAM.

La prochaine sous-section donne un aperçu de l'estimation des pertes de revenus initiales. Dans le reste de ce document, lorsqu'il s'avérera nécessaire de se référer à l'affectation obtenue à partir des estimations de pertes de revenus initiales, elle sera désignée *affectation de flotte initiale*.

D'une manière générale, les méthodologies itératives adoptées pour résoudre certains problèmes utilisent deux principes dans leur fonctionnement. Il s'agit du critère utilisé pour mettre fin à l'exécution de l'algorithme et de la procédure pour modifier le problème d'itération en itération. Pour ce qui est du premier point, le critère d'arrêt utilisé dans notre cas est simplement un nombre maximal d'itérations. Cependant, en pratique, l'évolution de l'amélioration du profit peut servir à décider de la terminaison de l'algorithme. Le deuxième principe est développé dans la sous-section 4.1.2.

### 4.1.1 Estimation des pertes de revenus initiales

Les estimations de pertes de revenus initiales constituent une base de comparaison pour les expériences effectuées avec le modèle de flot de passagers développé. Elles sont déterminées selon l'approche basée sur l'indépendance des segments de vols. La méthode d'allocation des pertes de revenus d'un itinéraire aux segments de vols le composant est basée sur la durée. Elle est donc, à quelques différences près, similaire à l'allocation proportionnelle à la distance décrite dans la section 3.4.2. Pour un arc  $l$ , la perte de revenu initiale  $PRev_l^0$  est estimée par l'équation formulée ci-dessous :

$$PRev_l^0 = SP_l \sum_{i \in I} \left[ \text{tarif}_i \left( \frac{Dem_i}{Dem_l} \right) \left( \frac{durée_l}{durée_i} \right) \theta_l^i \right]$$

où  $Dem_l = \sum_{i \in I} Dem_i \theta_l^i$ ,

et  $\text{tarif}_i$  est le prix moyen payé pour l'itinéraire  $i$ .

Rappelons que  $\theta_l^i = \begin{cases} 1 & \text{si le segment de vol } l \text{ appartient à l'itinéraire } i, \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$

et  $SP_l$  est l'espérance du débordement de l'arc  $l$  donnée par la formule (3.7) de la section 3.4.1 (voir page 48).

### 4.1.2 Génération de nouveaux coefficients pour la fonction objectif du FAM

Avant d'expliquer la procédure de modification de la fonction objectif d'une itération à une autre, nous présentons ici quelques notations.

Soit  $\mathcal{L}$  l'ensemble des arcs dans le réseau  $(\mathcal{A}, \mathcal{R})$  décrit dans la section 2.7 (voir

page 28),  $k_l$  le nombre de types possibles pouvant être assignés à l'arc  $l$  ( $\forall l \in \mathcal{L}$ ),  $K = \sum_{l \in \mathcal{L}} k_l$  le nombre total de combinaisons (segment de vol, type d'avion) possibles dans tout le réseau et  $e_{k,l}$  le vecteur caractéristique de l'assignation du type  $k$  à l'arc  $l$ , c'est-à-dire le vecteur dont la composante  $(l,k)$  est 1 et dont les autres composantes sont 0.

Considérons une assignation de flotte comme un vecteur FA appartenant à  $\{0,1\}^K$ . Soit  $F : \{0,1\}^K \rightarrow \mathcal{R}$  la fonction qui, à une assignation de flotte FA, associe l'espérance du revenu fournie par le modèle de flot de passagers, PFM. À cet effet, comme le PFM estime l'espérance de flots de passagers sur chaque itinéraire et que le prix moyen du billet d'avion pour chaque itinéraire est connu, l'espérance du revenu est donnée par la somme du produit de ces deux données évalué pour chacun des itinéraires du réseau.

Soit une assignation de flotte  $FA$  telle que  $FA_{k,l} = 1$ , c'est-à-dire, qui attribue le type  $k$  à l'arc  $l$ . L'affectation de flotte qui assigne le type  $k'$  à l'arc  $l$  (et assigne les mêmes types aux autres arcs que  $FA$ ) est :

$$FA - e_{k,l} + e_{k',l}.$$

La différence de revenu imputable à l'assignation du type  $k'$ , plutôt que le type  $k$ , au segment de vol  $l$  est :

$$F(FA - e_{k,l} + e_{k',l}) - F(FA).$$

Pour éviter que notre évaluation de perte de revenu attribuable à l'affectation du type  $k'$  à l'arc  $l$  ne dépende du type d'avion assigné par  $FA$  à ce dernier, nous

proposons de la définir comme étant la différence  $\widetilde{PRev}_{k',l}$  explicitée comme suit :

$$\widetilde{PRev}_{k',l} = F(FA - e_{k,l} + e_{k',l}) - F(FA - e_{k,l} + e_{k^{max},l}) \quad (4.1)$$

où  $k^{max}$  est un type d'avion artificiel d'une très grande capacité.

Dans l'assignation  $FA - e_{k,l} + e_{k^{max},l}$ , la capacité attribuée à l'arc  $l$  n'est aucunement contraignante.  $F(FA - e_{k,l} + e_{k^{max},l})$  est le revenu maximal atteignable par une affectation de flotte qui coïncide avec  $FA$  en tous les arcs autres que  $l$ .

Autrement dit, l'équation (4.1) représente les pertes de revenus encourues en utilisant un type d'avion  $k'$  sur un vol  $l$  en comparaison au revenu maximal atteignable sur ce vol pendant que les autres vols sont effectués avec leurs capacités assignées courantes.

Le calcul de  $\widetilde{PRev}_{k',l}$  requiert une durée d'exécution d'environ 3 secondes. Son évaluation pour un réseau entier comportant 5180 segments de vols et 13 types d'avions occasionnerait  $K$  estimations, équivalant au nombre total de paires (segment de vol, type d'avion) possibles et, par conséquent, nécessiterait un minimum de 30 heures de temps de calcul.

À chacune de ces  $K$  estimations, un seul changement de type d'avion est supposé dans l'affectation de flotte considérée  $FA - e_{k,l} + e_{k',l}$ . De ce fait, on peut présumer qu'une partie du réseau n'est, à toute fin pratique, pas influencée et que certains calculs effectués précédemment demeurent inchangés. Aussi, pour calculer efficacement les pertes de revenus  $\widetilde{PRev}_{k',l}$ , un algorithme particulier a été implémenté. Il utilise les données stockées lors de l'évaluation de l'assignation  $FA$  par le PFM et est spécifiquement conçu pour évaluer l'espérance du flot de passagers associée à

une affectation de flotte ne différant de  $FA$  que pour un seul arc. Pour ce faire, on identifie des parties du réseau affectées par une modification dans l'affectation de flotte courante. À cet effet, on définit :

$I_l = \{i \in I \mid \theta_l^i = 1\}$ , c'est-à-dire l'ensemble des itinéraires utilisant l'arc  $l$  ;

$I'_l$ , l'ensemble des itinéraires qui donnent ou qui reçoivent du débordement à au moins un des itinéraires appartenant à  $I_l$ .

En d'autres mots, il s'agit de l'ensemble des routes considérées suffisamment perturbées par l'affectation d'une certaine capacité à  $l$  pour nécessiter le recalcul de certains de leurs attributs ainsi que de ceux de tous les arcs qui les composent.

Ainsi, des quantités telles que la probabilité de blocage, l'espérance du débordement, de la recapture sont calculées de nouveau à l'équilibre pour les itinéraires appartenant à  $I'_l \cup I_l$  et pour tous leurs arcs.

Dans le but de disposer d'une fonction objectif linéaire, on essaie d'approximer une fonction non-linéaire non-séparable, en l'occurrence, la fonction associée au modèle de flot de passagers, par des variations en fonction de chaque variable. Cette approximation, comme toute approximation linéaire, néglige les interactions entre les différents segments de vols. À première vue, on pourrait penser utiliser les pertes de revenus  $\widetilde{PRev}$  définies ci-haut dans la fonction objectif du FAM. Cependant, cette estimation donne des coefficients qui sont très dépendants de la dernière affectation de flotte évaluée. À titre d'exemple, considérons un petit réseau constitué de deux vols desservant la même paire de stations (origine - destination). Ces vols ont la même demande moyenne de 150 et sont susceptibles de déborder l'un sur l'autre. Supposons qu'à une certaine itération, un type d'avion de capacité 100 est attribué

aux deux vols. La nouvelle détermination des pertes de revenus  $\widetilde{PRev}$  se fait en tenant compte de cette affectation de flotte. Conséquemment, à la prochaine itération, les avions de grandes capacités ont plus de chance d'être assignés. Par la suite, si un type d'avion de capacité 180 a été assigné aux deux vols, les nouvelles pertes de revenus  $\widetilde{PRev}$  vont indiquer une économie à utiliser des avions de petites capacités pour effectuer les vols. Le processus itératif va donc osciller entre les avions de petites capacités et les avions de grandes capacités. Le phénomène d'oscillation, dans un réseau d'au moins 5000 arcs, est illustré par la figure 4.2. Elle montre la différence entre les pertes de revenus  $\widetilde{PRev}$  déterminées d'une itération à une autre et ce, pour 22 itérations.

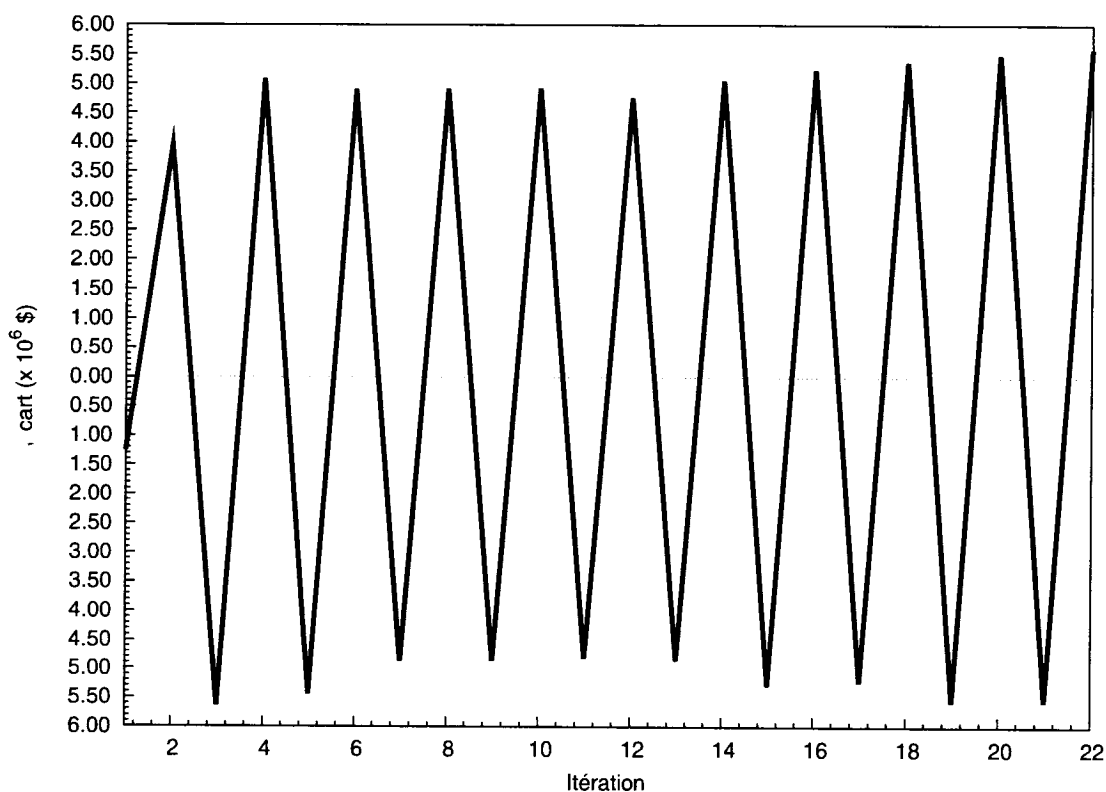


Figure 4.2: Variation de l'écart entre les pertes de revenus  $\widetilde{PRev}$  au fil des itérations



À l'itération 4, par exemple, la différence entre les pertes de revenus est positive. Ceci veut dire que les pertes de revenus  $\widetilde{PRev}$ , calculées à partir de l'affectation précédente à l'itération 3 et qui ont conditionné la solution actuelle du FAP, ont été surestimées par rapport aux pertes de revenus engendrées par l'affectation de flotte courante. Une telle situation favorise l'utilisation d'avions de grandes capacités. À l'itération 5, la différence entre les pertes de revenus  $\widetilde{PRev}$  étant négative, on en déduit que la nouvelle affectation de flotte courante favorise l'utilisation d'avions de petites capacités et que les pertes de revenus qui leur sont associées sont plus élevées que celles sous-estimées, précédemment calculées. Cette fluctuation dans l'affectation des capacités est observée tout au long des 22 itérations.

Aussi, pour réduire cette tendance à osciller, nous définissons un vecteur de pertes de revenus pondérées  $PRev^t$  qui, à l'itération  $t$ , est une combinaison convexe de  $\widetilde{PRev}^t$  et de  $PRev^{t-1}$ . On a donc :

$$PRev^t = \gamma \widetilde{PRev}^t + (1 - \gamma) PRev^{t-1}$$

où  $\gamma \in (0, 1)$  désigne un coefficient de modification quelconque et  $\widetilde{PRev}$  représente le vecteur de pertes de revenus défini antérieurement.

La méthodologie itérative présentée dans cette section a été testée sur le réseau à grande échelle d'un transporteur aérien. À cet effet, la prochaine section résume les expériences menées.

## 4.2 Expériences numériques

Cette section décrit les données ayant servi aux expériences effectuées avec la méthode de résolution séquentielle du FAM et du PFM. Elle présente également l'analyse des résultats de ces tests.

### 4.2.1 Données

Les données utilisées proviennent de la compagnie aérienne Air Canada et se rapportent à une saison de l'année 2002. Leurs principales caractéristiques sont indiquées dans les tableaux 4.1 et 4.2. Le premier tableau (4.1) mentionne le nombre de types d'avions, le nombre de segments de vol, le nombre moyen de types d'avions pouvant être affectés à un segment de vol et le nombre total d'avions.

Tableau 4.1: Tableau de statistiques sur les données utilisées.

Nombre de types d'avions	Nombre de segments de vols	Nombre moyen de types d'avion par segment de vol	Nombre d'avions
13	5180	7	205

Le second tableau (4.2) porte sur le nombre de sièges disponibles dans chaque type d'avion.

On dispose d'une estimation de la demande pure pour les différentes routes offertes. La demande pure est la demande potentielle indépendante des restrictions de capa-

cité sur les vols.

Tableau 4.2: Capacités des types d'avions

Type d'avion	Nombre de sièges
aCRJ	50
a76P	226
a76B	194
a767	198
a763	210
a74E	296
a744	421
a73Q	100
a343	284
a333	272
a321	166
a320	140
a319	120

Le FAP considéré est résolu pour un réseau couvrant un horaire hebdomadaire typique.

Pour des raisons de concision, les résultats numériques détaillés sont montrés dans l'annexe A et leur analyse est faite dans la sous-section suivante.

#### 4.2.2 Analyse des tests

Plusieurs expériences sont effectuées en considérant divers niveaux de demande. Le coefficient d'occupation (en anglais, *load factor*) moyen était de 75% en 2002. Depuis ce temps, ce coefficient augmente. Pour preuve, des rapports de gestion de la compagnie font état de coefficients d'occupation de 80.2% et de 82.1% pour les deuxièmes

trimestres des années 2005 et 2006, respectivement. C'est dans cette optique que, pour nos expériences, différents scénarios ont été créés en augmentant la demande. Pour chaque itinéraire  $i$ , l'espérance de la demande est multipliée par un facteur  $\beta$ . Pour chaque scénario de demande, des tests sont exécutés avec plusieurs valeurs de  $\gamma$  qui est le facteur de modification utilisé dans la génération des nouveaux coefficients de la fonction objectif du FAM (voir la sous-section 4.1.2). Les expériences considérées dans ce document concernent  $\beta = 1, 1.1$  et  $1.2$  et  $\gamma = 0.2, 0.25, 0.3, 0.4$  et  $0.5$ . Quarante itérations sont exécutées pour chaque scénario. À partir des informations contenues dans les tableaux de l'annexe A, différents graphiques sont réalisés. Les figures 4.3, 4.4 et 4.5 montrent, pour chaque multiplicateur de demande  $\beta$ , la variation de l'espérance du profit en fonction des valeurs de  $\gamma$  au fil des itérations.

Pour le multiplicateur de demande  $\beta = 1$ , nous remarquons que les profits les plus élevés sont réalisés lorsque  $\gamma$  est compris entre 0.2 et 0.3. En fait, sur la figure 4.3, les courbes correspondant aux coefficients 0.2, 0.25 et 0.3 semblent plafonner à un niveau plus élevé que celui des autres courbes. L'espérance du profit maximal s'élève à plus de 10 660 000\$ et permet d'évaluer un potentiel d'augmentation du profit de 0.17% par rapport aux coûts initiaux (c'est-à-dire le coût associé à l'affectation initiale). Ce niveau de profit est atteint lorsque  $\gamma = 0.2$ , bien que la courbe de profit avec cette valeur de  $\gamma$  soit plus lente à monter que les courbes avec  $\gamma = 0.25$  et  $0.3$ . Une augmentation du profit d'au moins 80% de l'amélioration maximale est obtenue après 15 itérations avec  $\gamma = 0.2$ , après 8 itérations avec  $\gamma = 0.25$  et après 9 itérations pour  $\gamma = 0.3$ . À ces nombres d'itérations, l'augmentation du profit est d'au moins 90% pour les trois valeurs de  $\gamma$ .

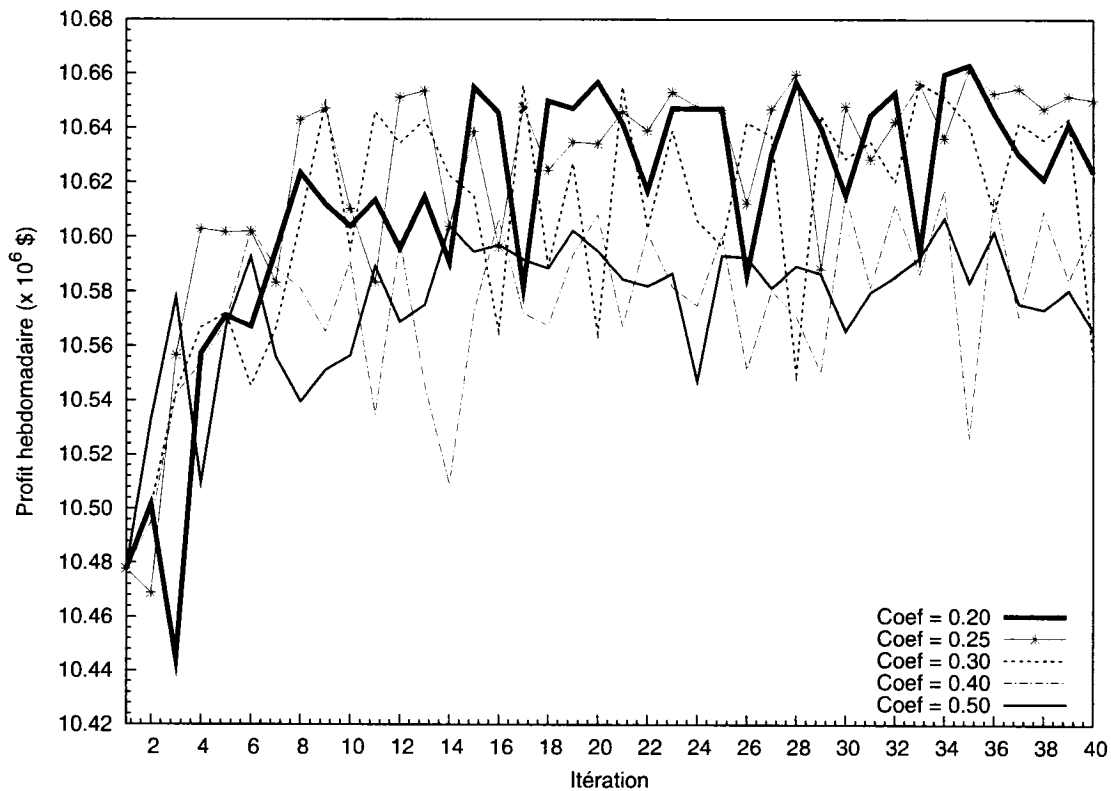


Figure 4.3: Variation de l'espérance du profit en fonction du nombre d'itérations pour différents coefficients  $\gamma$  ( $\beta = 1$ )

En considérant le graphique 4.4 correspondant à  $\beta = 1.1$ , l'impression que les meilleurs profits sont réalisés lorsque  $\gamma$  est compris entre 0.2 et 0.3 est renforcée. La démarcation entre les courbes associées aux coefficients plus petits ( $\gamma = 0.2, 0.25$  et  $0.3$ ) et celles représentant les autres coefficients plus élevés est plus prononcée et plus distincte que celle observée sur la figure 4.3. Pour ce niveau de demande, l'espérance du profit maximal est également réalisée avec  $\gamma = 0.2$  et est évaluée à plus de 19 860 000\$. Elle correspond à une augmentation potentielle du profit par rapport aux coûts initiaux de 0.45%. Pour  $\beta = 1.1$ , la progression du profit est rapide et un minimum d'amélioration de 80% est atteint en 5 itérations pour  $\gamma = 0.2$ , en 6

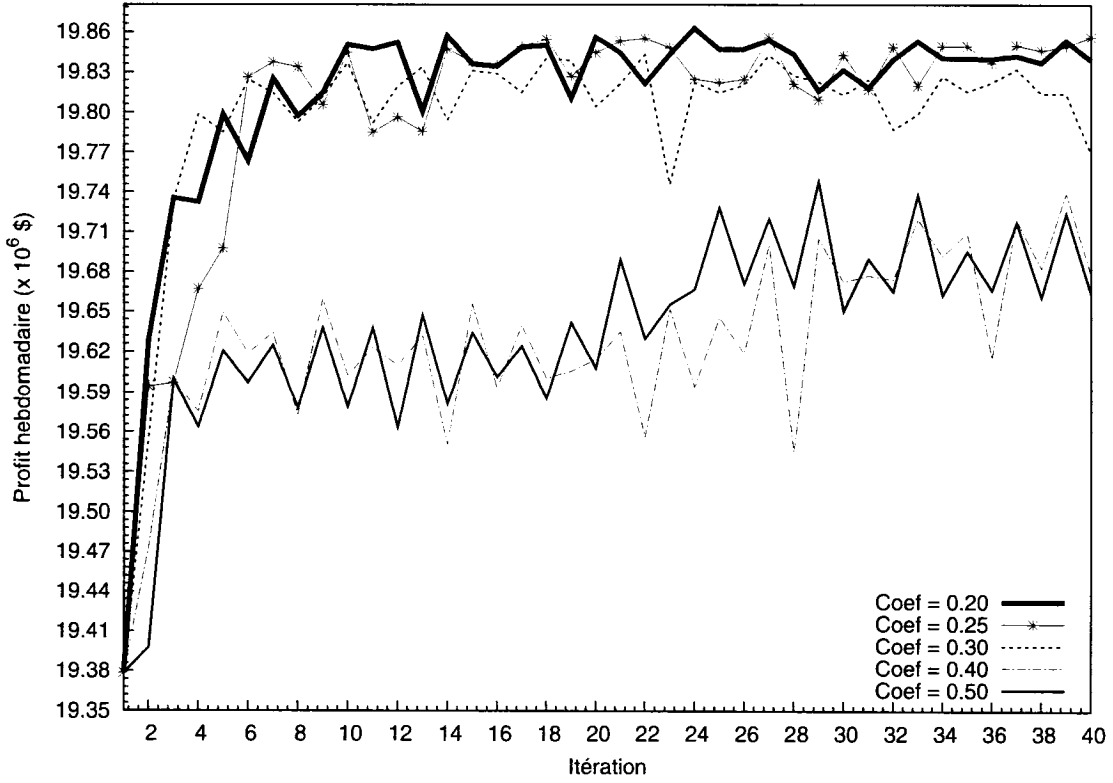


Figure 4.4: Variation de l'espérance du profit en fonction du nombre d'itérations pour différents coefficients  $\gamma$  ( $\beta = 1.1$ )

itérations pour  $\gamma = 0.25$  et en 4 itérations pour  $\gamma = 0.3$ .

Le graphique 4.5 représentant  $\beta = 1.2$  est aussi révélateur car il indique clairement que l'utilisation des coefficients plus élevés n'est pas pertinente. Les profits correspondant au coefficient  $\gamma = 0.5$  y sont systématiquement plus petits que ceux procurés par les autres coefficients. On voit aussi que  $\gamma$  n'est pas assez petit pour empêcher le phénomène d'oscillation décrit à la sous-section 4.1.2. En observant cette figure, on peut dire que l'utilisation de  $\gamma = 0.4$  donne des résultats intéressants comparativement aux deux premiers cas. En effet, la courbe lui correspondant se situe au même niveau que les courbes de  $\gamma = 0.2$ ,  $0.25$  et  $0.3$  contrairement à sa courbe sur

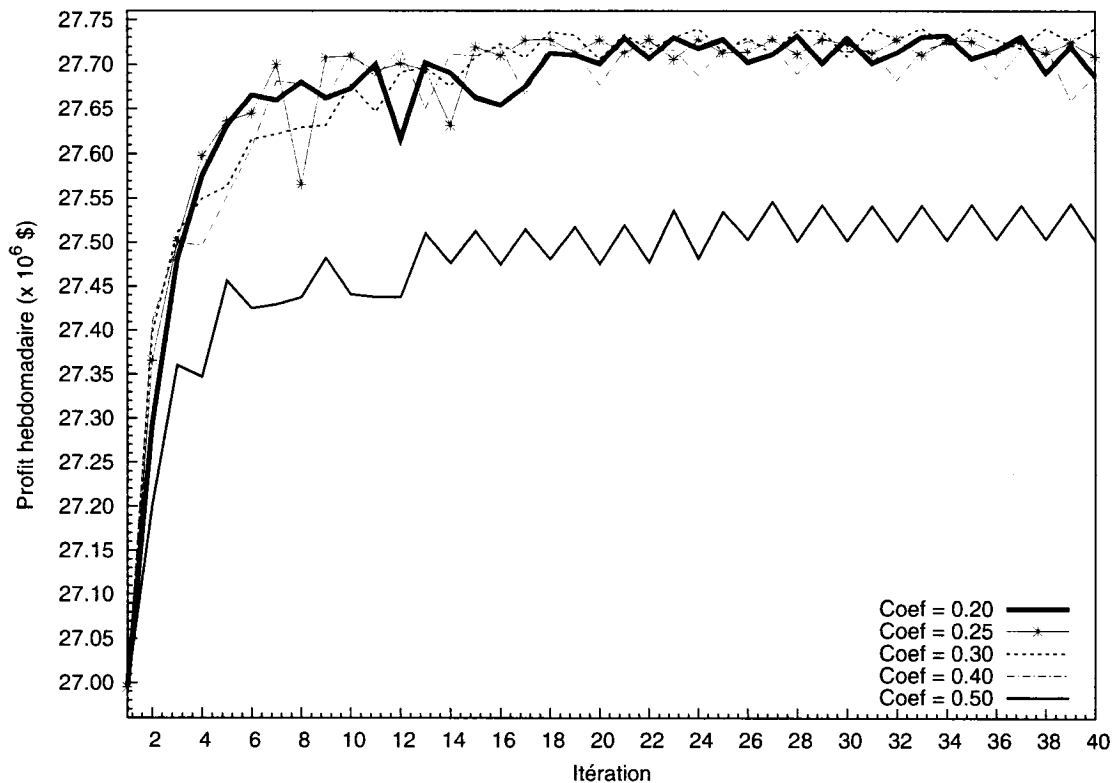


Figure 4.5: Variation de l'espérance du profit en fonction du nombre d'itérations pour différents coefficients  $\gamma$  ( $\beta = 1.2$ )

les graphiques 4.3 et 4.4. À ce niveau de demande, l'assignation de flotte la plus profitable est trouvée avec  $\gamma = 0.3$  et coûte 0.26% de moins que l'affectation de flotte initiale. Le PFM lui attribue une espérance de revenu plus élevée de 0.33% pour un profit, estimé à presque 27 741 000\$, plus élevé de 0.67% par rapport aux coûts de l'affectation de flotte initiale. Pour  $\beta = 1.2$ , 80% de cette augmentation maximale de profit est obtenue à la 5ième itération avec  $\gamma = 0.2$ , à la 4ième itération avec  $\gamma = 0.25$  et à la 6ième itération avec  $\gamma = 0.3$ .

Il ressort de ces observations que les coefficients de modification de coût 0.2, 0.25 et 0.3 sont à toutes fins utiles également efficaces, tout en étant significativement plus

performants que les coefficients  $\gamma$  plus grands.

Afin de poursuivre les analyses, nous définissons deux notions statistiques qui sont : l'écart et l'écart absolu. Ils mesurent respectivement la différence entre les pertes de revenus pondérées déterminées au début (avant une quelconque assignation) et les pertes de revenus estimées à la fin à partir de l'affectation obtenue et la valeur absolue de cette différence.

À une certaine itération  $t$ ,

l'écart,  $\acute{E}cart^t$ , est donné par :

$$\acute{E}cart^t = \sum_{l,k} (PRev_{l,k}^{t-1} - \widetilde{PRev}_{l,k}^t)$$

et l'écart absolu,  $\acute{E}cartAbsolu^t$ , est donné par :

$$\acute{E}cartAbsolu^t = \sum_{l,k} | PRev_{l,k}^{t-1} - \widetilde{PRev}_{l,k}^t | .$$

Des graphiques sont faits pour analyser le comportement de l'écart et de l'écart absolu. Nous présentons ici seulement les figures concernant le multiplicateur de demande  $\beta = 1.1$ . Les graphiques correspondant aux autres valeurs de  $\beta$  sont disponibles dans l'annexe B (figures B.1, B.2, B.3 et B.4).

La figure 4.6 décrit la variation de l'écart  $\acute{E}cart^t$  au fil des itérations. En d'autres termes, il s'agit de comparer les pertes de revenus estimées a priori versus les pertes de revenus estimées a posteriori.

En analysant ces graphiques, on remarque que les écarts demeurent élevés pour  $\gamma =$



0.4 et 0.5 et qu'ils ne tendent pas vers 0 au fil des itérations. On remarque également que le phénomène d'oscillation subsiste. Ces observations contrastent avec l'allure des écarts correspondant aux autres valeurs de  $\gamma$ . Pour ces dernières, on constate que les écarts s'approchent de 0 et sont beaucoup plus petits, surtout pour  $\gamma = 0.2$  et 0.25, que ceux de  $\gamma = 0.4$  et 0.5.

Quant aux graphiques 4.7, ils illustrent les écarts absolus  $\acute{E}cartAbsolu^t$ . Une valeur nulle de l'écart absolu indiquerait que notre estimation des pertes de revenus a priori est égale, pour tout segment de vol et tout type d'avion, à la perte de revenu calculée a posteriori. C'est évidemment impossible puisque l'estimation a posteriori est faite en fonction de la dernière affectation de flotte trouvée. De petites valeurs de la statistique  $\acute{E}cartAbsolu^t$  indiquent que les estimations  $PRev$  jouent bien le rôle qu'on leur fait jouer.

L'observation de cette figure semble confirmer la déduction faite à partir des graphiques 4.6, c'est-à-dire que l'écart absolu diminue grandement au fil des itérations lorsque les coefficients de modification de coûts  $\gamma$  sont petits. Pour  $\gamma = 0.4$  et 0.5, l'écart absolu demeure élevé même s'il décroît au fil des itérations.

La différence de performance entre les petites valeurs de  $\gamma$  versus les valeurs plus élevées peut être attribuée au fait qu'avec ces dernières, l'influence des capacités précédemment assignées est plus grande qu'avec les premières. Lorsque  $\gamma = 0.2, 0.25$  et 0.3, les estimations des pertes de revenus  $PRev$  changent moins brusquement au fil des itérations et cela semble être suffisant pour empêcher le phénomène d'oscillation de s'installer.

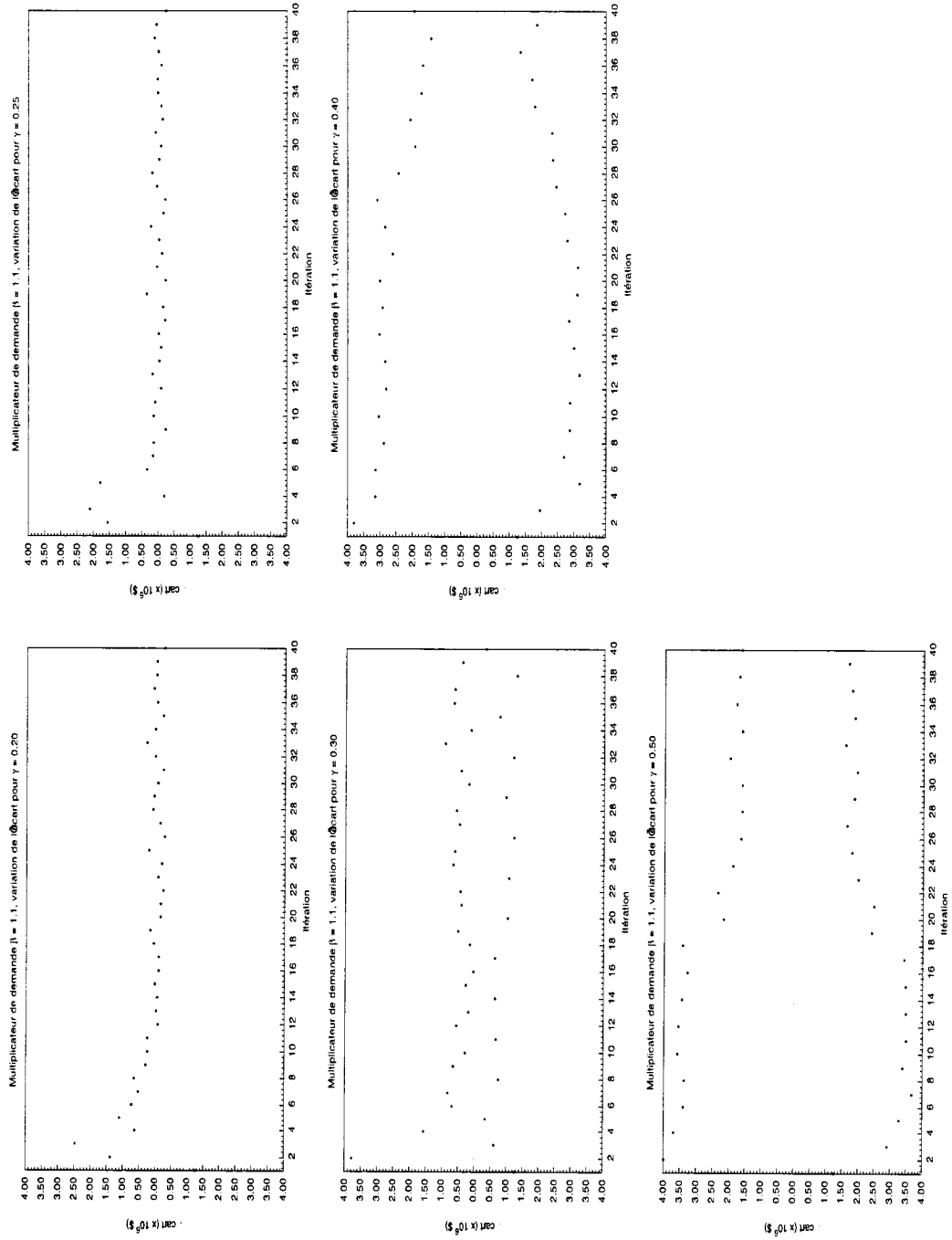


Figure 4.6: Variation de l'écart (pertes de revenus a priori versus a posteriori) pour  $\beta = 1.1$

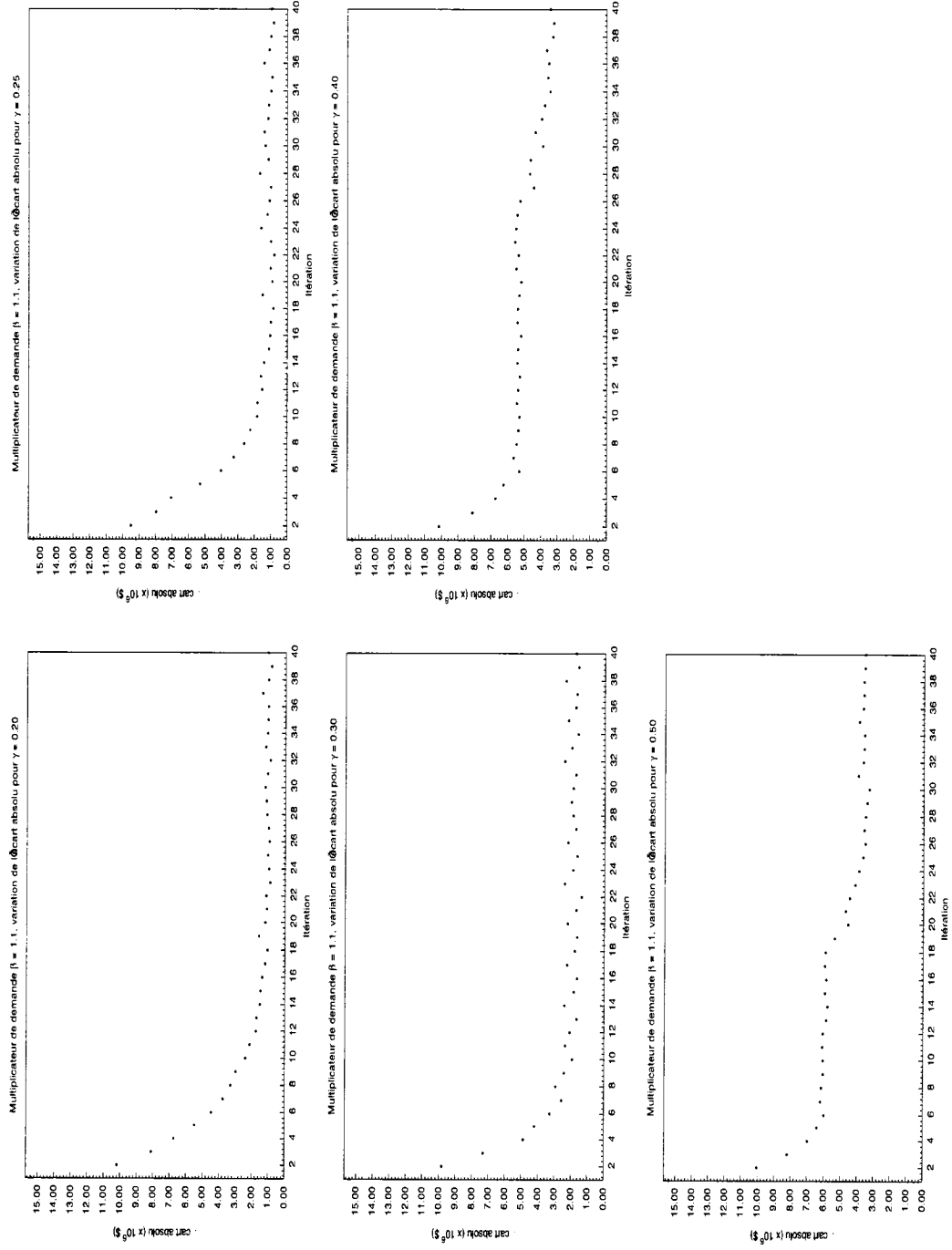


Figure 4.7: Variation de l'écart absolu (pertes de revenus a priori versus a posteriori) pour  $\beta = 1.1$

En somme, nous pouvons dire que les estimations des pertes de revenus  $\widetilde{PRev}$  faites avec le modèle de flots de passagers sont assez bonnes lorsque les valeurs de  $\gamma$  sont inférieures à 0.3.

D'autres expériences pourront être menées en essayant d'autres valeurs plus petites de  $\gamma$  (par exemple, des valeurs plus petites que 0.2). Ceci pourrait peut-être permettre de réduire les oscillations qui subsistent après plusieurs itérations. Par contre, des  $\gamma$  plus petits sont susceptibles de ralentir la convergence. On observe déjà que pour  $\gamma = 0.2$ , il faut plus d'itérations pour atteindre les grandes valeurs de profit et les petites valeurs pour ce qui est des écarts. L'idéal serait donc d'utiliser pour l'itération  $t$ , une suite  $\gamma^t$  qui décroît avec les itérations de façon à avoir des  $\gamma$  plus grands durant les premières itérations et des  $\gamma$  plus petits à la fin. Une autre possibilité est d'utiliser une suite qui dépend de l'amélioration du profit.

La méthodologie itérative adoptée est prometteuse, d'autant plus qu'elle nécessite des temps de calculs acceptables. En outre, les récents résultats financiers publiés par Air Canada rapportent un coefficient d'occupation de 83.2% en Avril 2007. Ceci se compare assez bien au 81% et au 85% obtenus avec notre approche sur les niveaux de demande correspondant respectivement à  $\beta = 1.1$  et  $\beta = 1.2$ .

Nous avons résumé dans les tableaux 4.3, 4.4 et 4.5 les informations sur l'affectation de flotte procurant le profit le plus élevé en considérant l'itération spécifiée et celles la précédant. Ces données sont le revenu, le coût, le profit, l'amélioration du profit, l'écart, l'écart absolu, les temps de calculs cumulatifs du FAM, du PFM et les temps de calculs totaux. L'amélioration du profit concerne l'augmentation du profit

de l'affectation la plus profitable par rapport à l'amélioration de profit maximale enregistrée au cours des 40 itérations. Ces trois tableaux concernent les expériences menées avec  $\gamma = 0.2$  sur chacun des niveaux de demande considérés.

L'observation des tableaux révèle que plus le réseau est chargé, plus le temps de calcul requis par le PFM augmente. Après 12 itérations, on obtient presque 80% d'amélioration du profit pour  $\beta = 1$ . Cette proportion est de 98% pour  $\beta = 1.1$  et de 96% pour  $\beta = 1.2$ . Les temps de calculs requis par quarante itérations sont de l'ordre de dix à quinze heures. Ce temps pourrait être réduit car après quinze itérations, on atteint au moins 96% de l'augmentation maximale du profit pour les trois niveaux de demande. Les écarts d'estimations de pertes de revenus sont devenus assez petits et s'améliorent peu. En considérant les quinze premières itérations, on a pour  $\beta = 1$ , une diminution moyenne des coûts opérationnels de 0.02% et une augmentation moyenne des revenus de 0.1% par itération par rapport aux coûts et aux revenus de l'affectation de flotte initiale. Pour  $\beta = 1.1$ , on a respectivement une augmentation moyenne de 0.2% et de 0.5%. Pour  $\beta = 1.2$ , il s'agit respectivement d'une diminution moyenne de 0.22% et d'une augmentation moyenne de 0.3%.

Tableau 4.3: Tableau récapitulatif -  $\beta = 1, \gamma = 0.2$

Éléments		Itération									
		1	3	5	7	9	12	15	20	30	
(*10 <sup>6</sup> \$)	Revenu	118.40	118.38	118.62	118.30	118.62	118.62	118.47	118.53	118.53	
	Coût	107.92	107.88	108.05	107.70	108.00	108.00	107.82	107.87	107.87	
	Profit	10.48	10.5	10.57	10.60	10.62	10.62	10.65	10.66	10.66	
	Écart	1.29	1.02	1.90	-0.54	1.3	1.3	0.02	0.06	0.06	
	Écart Absolu	9.23	7.41	3.88	3.79	2.6	2.6	1.29	0.88	0.88	
Amélioration du profit par rapport à aug.max.(%)		-	13	50	63	79	79	96	97	97	
Temps CPU cumulatif (minutes)	FAM	10	52	78	149	185	249	327	455	560	
	PFM	8	24	40	57	73	98	122	163	246	
	Total	18	78	120	207	260	350	452	622	812	

Tableau 4.4: Tableau récapitulatif -  $\beta = 1.1$ ,  $\gamma = 0.2$

Éléments		Itération										
		1	3	5	7	9	12	15	20	30		
(*10 <sup>6</sup> \$)	Revenu	128.14	128.92	128.78	128.73	128.73	128.71	128.73	128.73	128.7		
	Coût	108.76	109.19	108.98	108.91	108.91	108.86	108.87	108.87	108.84		
	Profit	19.38	19.74	19.80	19.83	19.83	19.85	19.86	19.86	19.86		
	Écart	-1.26	2.47	1.10	0.52	0.52	-0.08	-0.05	-0.05	-0.18		
	Écart Absolu	15.39	8.10	5.48	3.75	3.75	1.75	1.52	1.52	1.00		
Amélioration du profit par rapport à aug.max.(%)		-	74	87	92	92	98	99	99	100		
Temps CPU cumulatif (minutes)	FAM	6	70	101	123	148	207	243	297	446		
	PFMI	10	30	50	71	91	122	153	204	306		
	Total	16	101	153	196	241	332	399	506	759		

Tableau 4.5: Tableau récapitulatif -  $\beta = 1.2$ ,  $\gamma = 0.2$

Éléments		Itération									
		1	3	5	7	9	12	15	20	30	
(*10 <sup>6</sup> \$)	Revenu	137.69	138.00	137.99	138.06	138.04	138.15	138.16	138.13	138.22	
	Coût	110.70	110.52	110.36	110.4	110.36	110.45	110.46	110.42	110.49	
	Profit	26.99	27.48	27.63	27.66	27.68	27.70	27.70	27.71	27.73	
	Écart	-4.12	-1.81	-2.05	-1.28	-1.07	-0.54	-0.33	-0.54	-0.13	
	Écart Absolu	22.26	13.10	9.28	7.52	5.35	3.64	3.02	2.57	1.34	
Amélioration du profit par rapport à aug.max.(%)		-	66	86	91	93	96	96	97	100	
Temps CPU cumulatif (minutes)	FAM	8	45	54	67	83	114	135	193	253	
	PFM	12	37	62	88	115	152	189	251	374	
	Total	20	82	118	157	200	269	328	448	635	



## CONCLUSION

L'objectif visé par ce document est de fournir une meilleure fonction objectif au problème d'affectation de types d'avions aux vols (FAP) et ce, en analysant les interactions entre les flots de passagers et les attributions de capacités aux segments de vols. Pour ce faire, nous avons proposé une méthodologie itérative qui intègre un modèle de flot de passagers dans le processus de résolution du FAP dans le but d'améliorer la fonction objectif de ce dernier. La qualité de la fonction objectif a été jugée en comparaison à celle utilisée dans les modèles traditionnels d'affectation de flotte et qui est fondée sur un calcul de perte de revenu par segment de vol. On sait que cette façon de faire est lacunaire puisque les demandes de passagers se manifestent essentiellement en termes de transport d'une origine à une destination et non en termes de segments de vols.

Ainsi, le principal mérite de ce mémoire est l'incorporation d'un modèle d'équilibre de flots de passagers qui détermine le débordement et la recapture entre les itinéraires dans l'approche proposée.

Cette approche a été appliquée sur des données provenant d'un transporteur aérien. Il s'est avéré que l'optimisation par l'approximation des pertes de revenus de façon successive donnait lieu à de grandes oscillations. De ce fait, un processus convergeant mieux a été obtenu en combinant les estimations de pertes de revenus des itérations consécutives.

Les résultats obtenus avec cette méthode sont encourageants car ils démontrent un

potentiel d'augmentation des profits et les temps de résolution sont raisonnables. Cependant, des tests supplémentaires peuvent être menés en appliquant, après la résolution du noeud racine, une procédure heuristique d'arrondi dans le branchement qui, dit-on, facilite l'obtention de bonnes solutions entières beaucoup plus efficacement.

Il pourrait être également intéressant d'essayer de modifier la fonction objectif durant la procédure de branchement lors de la résolution par Cplex.

Les expériences faites avec les différents niveaux de demande considérés suggèrent une amélioration du profit par rapport aux coûts de 0.44% en moyenne. Il s'agit d'une augmentation du profit d'au moins 9 620 000\$ par an pour les réseaux moins chargés et d'environ 40 000 000\$ par an pour les réseaux chargés.

Par ailleurs, la méthode utilisée fournit de bonnes affectations qui coûtent moins cher puisqu'elles engendrent des économies sur les coûts opérationnels allant jusqu'à 0.26%.

Pour ce qui est des temps de calculs, l'exécution d'une itération requiert vingt minutes en moyenne.

Toutefois, il a été observé que lorsque les coefficients de modification des pertes de revenus étaient élevés, les affectations obtenues oscillaient entre les avions de grandes capacités et ceux de petites capacités d'une itération à une autre. À cet effet, nous pensons qu'il serait pertinent de mener des investigations supplémentaires en utilisant des petites valeurs pour ces coefficients. Cette recommandation est renforcée par le fait que l'analyse des tests effectués a révélé que les valeurs maximales des profits étaient atteintes lorsque les coefficients de modification de coûts utilisés étaient

moins élevés.

Pour les tests additionnels suggérés, il serait souhaitable d'avoir recours à une suite de valeurs pour ces coefficients qui varie avec les itérations.

## BIBLIOGRAPHIE

- [1] ABARA, J. (1989). Applying integer linear programming to the fleet assignment problem. *Interfaces* **19**(4), 20-28.
- [2] AHUJA, R.K., ORLIN, J.B. (2002). Very large-scale neighborhood search in airline fleet scheduling. *SIAM News* **35**(9).
- [3] ANBIL, R., GELMAN, E., PATTY, B., TANGA, R. (1991). Recent advances in crew pairing optimization at American Airlines. *Interfaces* **21**, 62-74.
- [4] BARNHART, C., BOLAND, N.L., CLARKE, L.W., JOHNSON, E.L., NEMHAUSER, G.L., SHENOI, R.G. (1998). Flight string models for aircraft fleet and routing. *Transportation Science* **32**(3), 208-220.
- [5] BARNHART, C., KNIKER, T., LOHATEPANONT, M. (2002A). Itinerary-based airline fleet assignment. *Transportation Science* **36**(2), 199-217.
- [6] BARNHART, C., FARAHAT, A., LOHATEPANONT, M. (2002B). Airline fleet assignment : an enhanced model. Rapport technique, Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, MA.

- [7] BÉLANGER, N., DESAULNIERS, G., DESROSIERS, J., LAVIGNE, J., SOUMIS, F. (2006). Weekly airline fleet assignment with homogeneity. *Transportation Research B* **40**(4), 306-318.
- [8] BELOBABA, P., FARKAS, A. (1996). Yield management impacts on airline spill estimation. Document de travail, Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, MA.
- [9] BERGE, M.E., HOPPERSTAD, C.A. (1993). Demand Driven Dispatch : A method for dynamic aircraft capacity assignment, models and algorithms. *Operations Research* **41**(1), 153-168.
- [10] CLARKE, L.W., HANE, C.A., JOHNSON, E.L., NEMHAUSER, G.L. (1996). Maintenance and crew considerations in fleet assignment. *Transportation Science* **30**(3), 249-260.
- [11] CORDEAU, J.-F., DESROSIERS, J., STOJKOVIC, G., SOUMIS, F. (2001). Benders decomposition for simultaneous aircraft routing and crew scheduling. *Transportation Science* **35**, 375-388.
- [12] DASKIN, M.S., PANAYOTOPOULOS, N.D. (1989). A Lagrangian relaxation approach to assigning aircraft to routes in hub and spoke networks. *Transportation Science* **23**, 91-99.

- [13] DESAULNIERS, G., DESROSIERS, J., DUMAS, Y., SOLOMON, M.M., SOUMIS, F. (1997). Daily aircraft routing and scheduling. *Management Science* **43**(6), 841-855.
- [14] DUMAS, J., SOUMIS, F. (2007). Passenger flow model for airline networks. *Transportation Science* À paraître.
- [15] EL-SAKKOUT, H. (1996). Modelling fleet assignment in a flexible environment. *Proceedings of the Second International Conference on the Practical Application of Constraint Technology (PACT 96)* 27-39.
- [16] ERDMANN, A., KIAHASCHEMI, M., NOLTEMEIER, A., SCHRADER, R. (1997). Fleet assignment with respect to itineraries. Présentation au *Mathematical Programming Conference*, Lausanne, Suisse.
- [17] ETSCHMAIER, M. M. ET MATHAISEL, D. F. X. (1984). Airline scheduling : the state of the art. *Proceedings of the 24th AGIFORS Annual Symposium* 181-225, Strasbourg, France.
- [18] FARKAS, A. (1996). The influence of network effects and yield management on airline fleet assignment decisions. Thèse de doctorat, Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, MA.

- [19] FERGUSON, A.R., DANTZIG, G.B. (1956). The allocation of aircraft to routes : an example of linear programming under uncertain demand. *Management Science* **3**, 45-73.
- [20] GOPALAN, R., TALLURI, K.T. (1998). Mathematical models in airline schedule planning : a survey. *Annals of Operations Research* **76**(1), 155-185.
- [21] GÖTZ, S., GROTHKLAGS, S., KLIEWER, G., TSCHÖKE, S. (1999). Solving the weekly fleet assignment problem for large airlines. *Proceedings of the Third Metaheuristics International Conference MIC'99* 241-246.
- [22] GU,Z., JOHNSON, E.L., NEMHAUSER, G.L, WANG, Y. (1994). Some properties of the fleet assignment problem. *Operations Research Letters* **15**(2), 59-71.
- [23] HANE, C.A., BARNHART, C., JOHNSON, E.L., MARSTEN, R.E., NEMHAUSER, G.L., SIGISMONDI, G. (1995). The fleet assignment problem : solving a large-scale integer program. *Mathematical Programming* **70**, 211-232.
- [24] INTERNATIONAL AIR TRANSPORTATION ASSOCIATION (2006). Industry Outlook. Consulté en décembre 2006, tiré de [http ://www.iata.org/whatwedo/economics](http://www.iata.org/whatwedo/economics).
- [25] JACOBS, T.L., JOHNSON, E.L., SMITH, B.C. (1999). O&D FAM : Incorporating passenger flows into the fleet planning process. *AGIFORS Symposium Proceedings* **39** New Orleans, LA.

- [26] KLABJAN, D. (2005). Large-scale models in the airline industry. Dans : Desautniers, G., Desrosiers, J., Solomon, M. M., éditeurs, *Column generation*, 163-196. Kluwer Academic Publishers.
- [27] KLEWER, G. (2000). Cooperative approaches for market modeling and fleet assignment. *Proceedings of the 17th International Symposium on Mathematical Programming (ISMP 2000)* Atlanta, GA.
- [28] KNIKER, T.S. (1998). Itinerary-based airline fleet assignment. Thèse de doctorat. Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, MA.
- [29] KNIKER, T.S., BARNHART, C. (1998). Shortcomings of the conventional airline fleet assignment model. *Proceedings Tristan III* 17-23, San Juan, Porto Rico.
- [30] LOHATEPANONT, M., BARNHART, C. (2004). Airline schedule planning : integrated models and algorithms for schedule design and fleet assignment. *Transportation Science* **38**(1), 19-32.
- [31] MARSTEN, R., SUBRAMANIAN, R., GIBBONS, L. (1996). Junior analyst extraordinaire (JANE). *AGIFORS Symposium Proceedings* Athènes, GA.
- [32] MCGILL, J., VAN RYZIN, G.J. (1999). Revenue management : research overview and prospects. *Transportation Science* **33**(2), 233-256.



- [33] PHILLIPS, R.L., BOYD, D.W., GROSSMAN, T.A. (1991). An algorithm for calculating consistent itinerary flows. *Transportation Science* **25**(3), 225-239.
- [34] REXING, B., BARNHART, C., KNIKER, T., JARRAH, A., KRISHNAMURTHY, N. (2000). Airline fleet assignment with time windows. *Transportation Science* **34**(1) 1-20.
- [35] ROSENBERGER, J.M., JOHNSON, E.L., NEMHAUSER, G. (2003). A robust fleet assignment model with hub isolation and short cycles. *Transportation Science* **38**(3), 357-368.
- [36] RUSHMEIER, R.A., KONTOGIORGIS, S.A. (1997). Advances in the optimization of airline fleet assignment. *Transportation Science* **31**(2), 159-169.
- [37] SANDHU R., KLABJAN, D.(2006). Fleeting with passenger and cargo origin-destination booking control. *Transportation Science* **40**, 517-528.
- [38] SMITH, B.C., DARROW, R.M., LIEMKUHLE, J.F. (1992). Yield management at American Airlines. *Interfaces* **22**(1) 8-31.
- [39] SMITH, B.C. (2004). Robust airline fleet assignment. Thèse de doctorat. Georgia Institute of Technology, Atlanta, GA.
- [40] SOUMIS, F. (1978). Planification d'une flotte d'avions. Thèse de doctorat. Université de Montréal, Montréal, Canada.

- [41] SOUMIS, F., FERLAND, J.A., ROUSSEAU, J.-M. (1981). MAPUM : a model for assigning passengers to a flight schedule. *Transportation Research* **15A**, 155-162.
- [42] SOUMIS, F., NAGURNEY, A. (1993). A stochastic, multiclass airline network equilibrium model. *Operations Research* **41**(4), 721-730.
- [43] SUBRAMANIAN, R., SCHEFF, R.P., QUILLINAN, J.D., WIPER, D.S., MARTEN, R.E. (1994). Coldstart : fleet assignment at Delta Air Lines. *Interfaces* **24**(1), 104-120.
- [44] SUHL, L. (1995). Computer-aided scheduling - an airline perspective. Deutscher Universitäts-Verlag (DUV), Wiesbaden.
- [45] SWAN, W.M. (1983). Traffic losses at high load factors. *AGIFORS Symposium Proceedings* **23** Olive Branch, MS.
- [46] SWAN, W.M. (1998). Spill modeling for airlines. Document de travail, Compagnie Boeing, Seattle, WA.
- [47] TALLURI, K.T. (1996). Swapping applications in a daily fleet assignment. *Transportation Science* **30**(3), 237-248.

## ANNEXE A : RÉSULTATS NUMÉRIQUES

Cette annexe expose les résultats des expériences effectuées ayant permis de faire les graphiques présentés dans la sous-section 4.2.2 du chapitre 4. Chaque tableau de résultats indique, pour chaque itération, le profit anticipé, l'écart, l'écart absolu, le facteur de demande (en anglais, *demand factor*) et le coefficient d'occupation.

### A.1 Résultats numériques détaillés pour le multiplicateur de demande $\beta = 1$

Dans cette section se trouvent les résultats des tests effectués en considérant  $\beta = 1$  et  $\gamma = 0.2, 0.25, 0.3, 0.4$  et  $0.5$ .

Tableau A.1: Résultats numériques -  $\beta = 1$ ,  $\gamma = 0.2$ 

Iteration	Profit (*10 <sup>6</sup> \$)	Écart	Écart absolu	Facteur de demande (%)	Coefficient d'occupation (%)
1	10.48	1.29	9.23	76.62	75.09
2	10.50	1.02	7.41	76.64	75.10
3	10.44	0.62	6.98	76.63	75.13
4	10.56	0.40	5.05	76.70	75.14
5	10.57	1.90	3.88	76.64	75.23
6	10.57	1.66	3.95	76.59	75.22
7	10.60	-0.54	3.79	76.81	75.22
8	10.62	1.30	2.60	76.74	75.33
9	10.61	0.35	2.84	76.71	75.25
10	10.60	-0.88	3.08	76.81	75.22
11	10.61	0.60	1.83	76.64	75.19
12	10.60	0.49	2.32	76.63	75.20
13	10.61	0.36	1.38	76.67	75.21
14	10.59	0.19	1.26	76.71	75.24
15	10.65	0.02	1.29	76.77	75.28
16	10.65	0.23	0.99	76.69	75.22
17	10.58	0.76	2.24	76.61	75.23
18	10.65	-0.12	1.12	76.73	75.26
19	10.65	0.04	1.01	76.72	75.26
20	10.66	0.06	0.88	76.69	75.24
21	10.64	-0.11	1.03	76.74	75.26
22	10.62	0.04	1.51	76.69	75.25
23	10.65	-0.16	1.12	76.76	75.25
24	10.65	-0.11	0.89	76.72	75.25
25	10.65	-0.06	0.77	76.72	75.25
26	10.59	0.00	1.66	76.67	75.21
27	10.63	0.08	0.80	76.66	75.20
28	10.66	-0.17	0.94	76.71	75.24
29	10.64	-0.09	0.82	76.72	75.24
30	10.62	-0.11	1.20	76.71	75.25
31	10.64	0.06	0.85	76.69	75.23
32	10.65	-0.03	1.04	76.74	75.28
33	10.59	-0.38	0.86	76.71	75.21
34	10.66	0.05	0.85	76.69	75.23
35	10.66	0.15	0.76	76.67	75.23
36	10.65	0.07	1.15	76.69	75.25
37	10.63	-0.20	0.84	76.75	75.24
38	10.62	-0.22	1.03	76.76	75.25
39	10.64	0.01	0.87	76.73	75.24
40	10.62	-0.05	1.29	76.74	75.28

Tableau A.2: Résultats numériques -  $\beta = 1$ ,  $\gamma = 0.25$ 

Iteration	Profit (*10 <sup>6</sup> \$)	Écart	Écart absolu	Facteur de demande (%)	Coefficient d'occupation (%)
1	10.48	1.29	9.23	76.62	75.09
2	10.47	0.67	7.24	76.70	75.19
3	10.56	0.39	4.97	76.72	75.16
4	10.60	1.64	3.82	76.65	75.23
5	10.60	1.13	2.62	76.71	75.29
6	10.60	-1.01	3.15	76.82	75.21
7	10.58	1.14	3.09	76.64	75.25
8	10.64	0.10	1.63	76.78	75.30
9	10.65	0.40	1.38	76.68	75.24
10	10.61	-0.03	1.94	76.75	75.29
11	10.58	0.01	1.57	76.70	75.21
12	10.65	0.19	1.06	76.64	75.20
13	10.65	-0.16	0.98	76.81	75.32
14	10.60	-0.14	1.61	76.75	75.26
15	10.64	-0.11	1.10	76.71	75.23
16	10.60	0.04	1.19	76.64	75.17
17	10.65	-0.04	0.96	76.69	75.21
18	10.62	0.16	1.42	76.71	75.27
19	10.63	-0.05	0.98	76.68	75.20
20	10.63	0.04	1.23	76.70	75.25
21	10.65	-0.14	0.95	76.71	75.22
22	10.64	0.12	1.49	76.64	75.20
23	10.65	-0.08	0.98	76.73	75.25
24	10.65	-0.10	1.02	76.66	75.20
25	10.65	0.01	0.84	76.68	75.22
26	10.61	0.05	1.36	76.67	75.22
27	10.65	-0.10	1.11	76.72	75.23
28	10.66	-0.07	0.91	76.69	75.22
29	10.59	-0.16	0.83	76.62	75.13
30	10.65	-0.03	1.33	76.73	75.28
31	10.63	0.12	1.02	76.65	75.18
32	10.64	-0.11	0.87	76.72	75.23
33	10.66	-0.08	0.63	76.71	75.22
34	10.64	0.03	1.32	76.72	75.28
35	10.66	-0.12	0.79	76.73	75.23
36	10.65	0.12	0.81	76.72	75.24
37	10.65	-0.11	0.62	76.73	75.24
38	10.65	0.00	1.18	76.73	75.28
39	10.65	0.21	1.09	76.66	75.21
40	10.65	-0.13	0.81	76.73	75.25

Tableau A.3: Résultats numériques -  $\beta = 1, \gamma = 0.3$ 

Iteration	Profit (*10 <sup>6</sup> \$)	Écart	Écart absolu	Facteur de demande (%)	Coefficient d'occupation (%)
1	10.48	1.29	9.23	76.62	75.09
2	10.50	0.81	6.38	76.67	75.14
3	10.54	0.25	4.93	76.73	75.16
4	10.57	1.83	4.47	76.63	75.23
5	10.57	-0.49	3.59	76.76	75.16
6	10.55	1.35	3.47	76.70	75.28
7	10.57	-0.56	3.22	76.72	75.15
8	10.61	1.09	3.14	76.74	75.33
9	10.65	0.35	1.67	76.73	75.26
10	10.60	0.18	1.34	76.73	75.25
11	10.65	0.06	1.16	76.70	75.20
12	10.63	0.09	1.61	76.77	75.31
13	10.64	0.19	1.09	76.67	75.23
14	10.62	-0.03	0.88	76.68	75.21
15	10.61	-0.08	0.94	76.74	75.24
16	10.57	0.15	1.75	76.56	75.14
17	10.66	-0.09	1.01	76.73	75.24
18	10.59	-0.19	1.21	76.71	75.21
19	10.63	-0.02	0.84	76.71	75.23
20	10.56	0.12	1.70	76.63	75.19
21	10.66	-0.09	1.30	76.73	75.25
22	10.60	-0.23	1.04	76.72	75.21
23	10.64	-0.10	0.89	76.74	75.24
24	10.61	0.19	1.68	76.73	75.29
25	10.60	0.00	1.22	76.67	75.18
26	10.64	-0.09	1.02	76.64	75.17
27	10.64	-0.21	0.88	76.74	75.21
28	10.55	-0.34	1.75	76.73	75.23
29	10.64	0.03	1.31	76.75	75.24
30	10.63	0.13	1.08	76.65	75.18
31	10.63	-0.03	0.90	76.72	75.21
32	10.62	0.06	1.41	76.71	75.24
33	10.66	0.28	1.08	76.71	75.27
34	10.65	-0.03	0.94	76.70	75.21
35	10.64	-0.21	0.96	76.71	75.21
36	10.61	0.16	1.40	76.68	75.23
37	10.64	0.05	1.08	76.66	75.19
38	10.64	-0.24	1.03	76.74	75.21
39	10.64	0.06	1.02	76.68	75.21
40	10.55	-0.31	1.66	76.69	75.16

Tableau A.4: Résultats numériques -  $\beta = 1, \gamma = 0.4$ 

Iteration	Profit (*10 <sup>6</sup> \$)	Écart	Écart absolu	Facteur de demande (%)	Coefficient d'occupation (%)
1	10.48	1.29	9.23	76.62	75.09
2	10.49	1.12	6.16	76.72	75.23
3	10.54	-0.06	5.10	76.75	75.16
4	10.55	1.02	3.79	76.70	75.25
5	10.57	-0.40	3.57	76.83	75.22
6	10.60	0.84	3.08	76.75	75.32
7	10.59	-0.53	3.02	76.81	75.23
8	10.58	0.54	2.99	76.74	75.27
9	10.57	-0.46	3.08	76.80	75.20
10	10.59	0.56	2.90	76.72	75.27
11	10.53	-0.82	3.06	76.82	75.18
12	10.60	0.84	2.81	76.69	75.26
13	10.55	-0.69	2.91	76.80	75.20
14	10.51	1.23	3.04	76.64	75.22
15	10.57	-0.92	2.87	76.85	75.25
16	10.61	0.55	2.82	76.68	75.24
17	10.57	-0.75	2.82	76.83	75.22
18	10.57	0.54	2.81	76.71	75.24
19	10.59	-0.74	2.80	76.83	75.24
20	10.61	0.60	2.88	76.73	75.27
21	10.57	-0.72	2.85	76.77	75.16
22	10.60	0.64	2.83	76.72	75.27
23	10.58	-0.49	2.83	76.81	75.21
24	10.57	0.44	2.88	76.77	75.29
25	10.60	0.38	2.26	76.73	75.23
26	10.55	0.28	2.27	76.68	75.24
27	10.58	-1.02	3.19	76.81	75.21
28	10.57	0.53	2.61	76.70	75.24
29	10.55	0.11	1.89	76.74	75.23
30	10.62	0.30	2.04	76.77	75.31
31	10.58	-0.93	3.27	76.85	75.24
32	10.61	0.38	2.65	76.73	75.27
33	10.59	-0.62	2.92	76.79	75.20
34	10.62	0.75	2.66	76.69	75.26
35	10.53	-0.78	2.88	76.79	75.18
36	10.62	0.65	2.65	76.72	75.28
37	10.57	-0.85	3.00	76.81	75.18
38	10.61	0.70	3.05	76.72	75.30
39	10.58	-0.02	1.93	76.76	75.22
40	10.60	0.40	2.22	76.73	75.28

Tableau A.5: Résultats numériques -  $\beta = 1$ ,  $\gamma = 0.5$ 

Iteration	Profit (*10 <sup>6</sup> \$)	Écart	Écart absolu	Facteur de demande (%)	Coefficient d'occupation (%)
1	10.48	1.29	9.23	76.62	75.09
2	10.53	0.94	5.56	76.70	75.23
3	10.58	-0.19	4.18	76.89	75.27
4	10.51	1.48	4.09	76.58	75.20
5	10.57	-0.86	3.57	76.85	75.23
6	10.59	0.75	3.21	76.70	75.27
7	10.56	-0.76	3.36	76.80	75.19
8	10.54	0.79	3.52	76.68	75.23
9	10.55	-0.74	3.50	76.82	75.19
10	10.56	1.06	3.48	76.67	75.26
11	10.59	-0.87	3.18	76.80	75.21
12	10.57	1.10	2.92	76.61	75.23
13	10.57	-1.67	3.14	76.85	75.20
14	10.60	1.47	2.98	76.67	75.29
15	10.59	-1.03	2.92	76.84	75.24
16	10.60	1.17	2.92	76.68	75.29
17	10.59	-1.11	2.85	76.81	75.21
18	10.59	1.10	3.12	76.57	75.21
19	10.60	-1.26	3.07	76.79	75.18
20	10.59	1.18	3.09	76.69	75.29
21	10.58	-1.35	3.00	76.85	75.23
22	10.58	0.96	3.09	76.68	75.24
23	10.59	-1.09	3.14	76.83	75.21
24	10.55	1.29	3.04	76.60	75.22
25	10.59	-0.98	3.08	76.81	75.21
26	10.59	1.18	3.00	76.66	75.27
27	10.58	-1.26	3.15	76.89	75.25
28	10.59	1.19	2.99	76.68	75.30
29	10.59	-1.17	2.98	76.81	75.21
30	10.57	1.06	3.13	76.66	75.26
31	10.58	-1.16	3.19	76.80	75.18
32	10.59	1.23	3.15	76.68	75.30
33	10.59	-1.02	2.90	76.81	75.22
34	10.61	0.96	2.91	76.70	75.30
35	10.58	-1.00	2.92	76.78	75.20
36	10.60	0.98	2.96	76.70	75.31
37	10.58	-1.17	3.15	76.81	75.18
38	10.57	1.25	3.06	76.67	75.30
39	10.58	-1.12	2.91	76.79	75.19
40	10.57	0.99	3.17	76.66	75.27



## **A.2 Résultats numériques détaillés pour le multiplicateur de demande $\beta = 1.1$**

Cette section résume les résultats des tests effectués en considérant  $\beta = 1.1$  et  $\gamma = 0.2, 0.25, 0.3, 0.4$  et  $0.5$ .

Tableau A.6: Résultats numériques -  $\beta = 1.1$ ,  $\gamma = 0.2$ 

Iteration	Profit (*10 <sup>6</sup> \$)	Écart	Écart absolu	Facteur de demande (%)	Coefficient d'occupation (%)
1	19.38	-1.26	15.39	83.43	80.60
2	19.63	1.38	10.19	83.30	80.74
3	19.74	2.47	8.10	83.19	80.78
4	19.73	0.62	6.74	83.33	80.78
5	19.80	1.10	5.48	83.28	80.81
6	19.76	0.73	4.46	83.29	80.82
7	19.83	0.52	3.75	83.34	80.84
8	19.80	0.65	3.28	83.25	80.82
9	19.81	0.30	2.97	83.23	80.77
10	19.85	0.24	2.39	83.28	80.84
11	19.85	0.24	2.13	83.28	80.86
12	19.85	-0.08	1.75	83.34	80.85
13	19.80	-0.02	1.71	83.30	80.82
14	19.86	-0.05	1.52	83.33	80.85
15	19.84	0.03	1.47	83.32	80.87
16	19.83	-0.09	1.38	83.29	80.82
17	19.85	-0.09	1.20	83.32	80.83
18	19.85	0.06	1.05	83.30	80.84
19	19.81	0.17	1.58	83.26	80.80
20	19.86	-0.15	1.20	83.37	80.88
21	19.84	-0.15	1.11	83.35	80.86
22	19.82	-0.23	1.15	83.36	80.84
23	19.84	-0.07	0.92	83.31	80.82
24	19.86	-0.18	1.00	83.35	80.86
25	19.85	0.22	1.06	83.28	80.85
26	19.85	-0.27	0.95	83.38	80.86
27	19.85	-0.13	1.01	83.32	80.83
28	19.84	0.09	1.12	83.35	80.86
29	19.82	0.06	1.15	83.26	80.77
30	19.83	-0.06	1.21	83.35	80.87
31	19.82	-0.22	1.08	83.33	80.83
32	19.84	0.02	0.92	83.32	80.84
33	19.85	0.28	1.19	83.29	80.85
34	19.84	0.02	1.09	83.29	80.81
35	19.84	-0.22	1.06	83.35	80.85
36	19.84	-0.03	1.04	83.30	80.81
37	19.84	0.07	1.40	83.34	80.87
38	19.84	-0.01	1.04	83.27	80.81
39	19.85	-0.02	0.86	83.33	80.87
40	19.84	-0.25	1.08	83.30	80.81

Tableau A.7: Résultats numériques -  $\beta = 1.1$ ,  $\gamma = 0.25$ 

Iteration	Profit (*10 <sup>6</sup> \$)	Écart	Écart absolu	Facteur de demande (%)	Coefficient d'occupation (%)
1	19.38	-1.26	15.39	83.43	80.60
2	19.59	1.55	9.48	83.31	80.74
3	19.60	2.10	7.95	83.05	80.68
4	19.67	-0.20	7.06	83.38	80.71
5	19.70	1.79	5.30	83.22	80.81
6	19.83	0.33	4.02	83.32	80.84
7	19.84	0.15	3.25	83.32	80.82
8	19.83	0.13	2.61	83.34	80.84
9	19.81	-0.24	2.24	83.34	80.79
10	19.84	0.13	1.82	83.38	80.86
11	19.79	0.08	1.80	83.23	80.76
12	19.80	-0.09	1.52	83.34	80.84
13	19.79	0.17	1.61	83.20	80.70
14	19.85	-0.04	1.41	83.33	80.82
15	19.84	-0.09	1.12	83.33	80.81
16	19.84	-0.02	1.04	83.31	80.82
17	19.85	-0.22	1.00	83.41	80.87
18	19.85	-0.16	0.85	83.42	80.89
19	19.83	0.35	1.51	83.25	80.81
20	19.84	-0.24	0.91	83.41	80.87
21	19.85	0.03	1.02	83.37	80.87
22	19.86	-0.12	0.79	83.40	80.87
23	19.85	-0.03	0.99	83.37	80.85
24	19.82	0.22	1.59	83.27	80.78
25	19.82	-0.16	1.21	83.34	80.82
26	19.82	-0.23	1.08	83.37	80.83
27	19.86	0.03	1.00	83.34	80.84
28	19.82	0.18	1.67	83.33	80.81
29	19.81	-0.04	1.15	83.38	80.85
30	19.84	-0.09	1.33	83.34	80.84
31	19.82	0.08	1.40	83.30	80.81
32	19.85	-0.14	1.17	83.38	80.86
33	19.82	-0.10	1.13	83.37	80.85
34	19.85	0.01	0.99	83.32	80.81
35	19.85	0.01	0.92	83.35	80.85
36	19.84	-0.11	1.40	83.39	80.87
37	19.85	-0.02	1.09	83.37	80.86
38	19.85	0.11	0.99	83.36	80.89
39	19.85	0.05	0.83	83.34	80.86
40	19.86	-0.25	0.96	83.40	80.88

Tableau A.8: Résultats numériques -  $\beta = 1.1$ ,  $\gamma = 0.3$ 

Iteration	Profit (*10 <sup>6</sup> \$)	Écart	Écart absolu	Facteur de demande (%)	Coefficient d'occupation (%)
1	19.38	-1.26	15.39	83.43	80.60
2	19.56	3.78	9.82	83.01	80.67
3	19.73	-0.62	7.31	83.44	80.78
4	19.80	1.56	4.88	83.27	80.82
5	19.79	-0.35	4.21	83.41	80.84
6	19.82	0.68	3.28	83.35	80.87
7	19.81	0.82	2.57	83.21	80.80
8	19.79	-0.75	2.93	83.41	80.83
9	19.81	0.65	2.42	83.29	80.85
10	19.84	0.28	1.93	83.38	80.89
11	19.79	-0.67	2.35	83.32	80.80
12	19.82	0.55	2.09	83.34	80.90
13	19.83	0.19	1.67	83.32	80.84
14	19.79	-0.64	2.41	83.30	80.79
15	19.83	0.27	1.84	83.33	80.87
16	19.83	0.04	1.65	83.41	80.90
17	19.82	-0.63	2.26	83.34	80.78
18	19.84	0.15	1.79	83.40	80.89
19	19.84	0.51	1.65	83.28	80.85
20	19.80	-1.03	2.22	83.41	80.81
21	19.82	0.41	1.71	83.36	80.87
22	19.84	0.44	1.39	83.30	80.84
23	19.75	-1.06	2.42	83.33	80.75
24	19.82	0.67	1.91	83.32	80.85
25	19.81	0.63	1.66	83.24	80.84
26	19.82	-1.22	2.21	83.49	80.87
27	19.84	0.48	1.74	83.31	80.84
28	19.83	0.57	1.90	83.28	80.83
29	19.82	-0.96	2.01	83.42	80.83
30	19.81	0.19	1.90	83.35	80.83
31	19.82	0.43	1.75	83.30	80.84
32	19.79	-1.19	2.43	83.41	80.78
33	19.80	0.92	2.01	83.18	80.76
34	19.83	0.13	1.62	83.38	80.88
35	19.82	-0.77	2.21	83.38	80.81
36	19.82	0.66	1.77	83.30	80.85
37	19.83	0.63	1.70	83.19	80.77
38	19.81	-1.29	2.36	83.47	80.84
39	19.81	0.39	1.59	83.28	80.81
40	19.77	-0.32	1.76	83.24	80.75

Tableau A.9: Résultats numériques -  $\beta = 1.1$ ,  $\gamma = 0.4$ 

Iteration	Profit (*10 <sup>6</sup> \$)	Écart	Écart absolu	Facteur de demande (%)	Coefficient d'occupation (%)
1	19.38	-1.26	15.39	83.43	80.60
2	19.47	3.80	10.14	83.02	80.67
3	19.60	-1.95	8.12	83.41	80.67
4	19.58	3.14	6.73	83.13	80.83
5	19.65	-3.19	6.24	83.69	80.81
6	19.62	3.14	5.30	83.08	80.77
7	19.63	-2.70	5.63	83.46	80.72
8	19.57	2.88	5.45	83.08	80.76
9	19.66	-2.88	5.35	83.51	80.74
10	19.60	3.04	5.29	83.06	80.76
11	19.62	-2.88	5.44	83.53	80.73
12	19.61	2.81	5.37	83.09	80.79
13	19.63	-3.18	5.27	83.48	80.66
14	19.55	2.84	5.42	83.06	80.74
15	19.66	-3.01	5.38	83.54	80.71
16	19.59	3.02	5.19	83.06	80.75
17	19.64	-2.86	5.41	83.50	80.72
18	19.60	2.92	5.39	83.07	80.75
19	19.61	-3.11	5.30	83.48	80.69
20	19.61	3.00	5.18	83.14	80.82
21	19.63	-3.13	5.48	83.53	80.72
22	19.56	2.61	5.34	83.22	80.82
23	19.65	-2.80	5.57	83.46	80.69
24	19.59	2.85	5.50	83.12	80.74
25	19.65	-2.73	5.42	83.44	80.70
26	19.62	3.09	5.25	83.10	80.78
27	19.70	-2.46	4.43	83.53	80.77
28	19.54	2.43	4.67	83.05	80.71
29	19.70	-2.35	4.63	83.53	80.81
30	19.67	1.91	3.88	83.20	80.81
31	19.68	-2.33	4.33	83.49	80.76
32	19.67	2.06	3.94	83.21	80.81
33	19.72	-1.79	3.76	83.44	80.74
34	19.69	1.72	3.44	83.24	80.82
35	19.71	-1.71	3.56	83.47	80.77
36	19.62	1.67	3.51	83.12	80.73
37	19.72	-1.34	3.65	83.41	80.78
38	19.68	1.43	3.26	83.24	80.81
39	19.74	-1.86	3.21	83.52	80.80
40	19.68	1.93	3.43	83.14	80.79

Tableau A.10: Résultats numériques -  $\beta = 1.1$ ,  $\gamma = 0.5$ 

Iteration	Profit (*10 <sup>6</sup> \$)	Écart	Écart absolu	Facteur de demande (%)	Coefficient d'occupation (%)
1	19.38	-1.26	15.39	83.43	80.60
2	19.40	3.99	10.03	82.93	80.63
3	19.60	-2.92	8.19	83.51	80.73
4	19.56	3.69	6.98	83.11	80.80
5	19.62	-3.28	6.40	83.46	80.68
6	19.60	3.39	5.99	83.08	80.78
7	19.63	-3.67	6.21	83.56	80.73
8	19.58	3.37	6.15	83.10	80.80
9	19.64	-3.39	6.05	83.53	80.73
10	19.58	3.58	6.06	83.03	80.74
11	19.64	-3.50	6.09	83.53	80.73
12	19.56	3.55	6.07	82.99	80.72
13	19.65	-3.48	5.86	83.55	80.74
14	19.58	3.44	5.79	83.03	80.75
15	19.63	-3.47	5.94	83.53	80.72
16	19.60	3.27	5.86	83.11	80.79
17	19.62	-3.43	5.95	83.51	80.70
18	19.59	3.42	5.91	83.07	80.77
19	19.64	-2.41	5.37	83.34	80.65
20	19.61	2.17	4.56	83.09	80.74
21	19.69	-2.48	4.71	83.49	80.77
22	19.63	2.34	4.48	83.14	80.79
23	19.66	-1.99	4.14	83.40	80.73
24	19.67	1.89	3.91	83.13	80.77
25	19.73	-1.79	3.66	83.49	80.81
26	19.67	1.64	3.54	83.19	80.81
27	19.72	-1.63	3.61	83.41	80.78
28	19.67	1.61	3.52	83.20	80.81
29	19.75	-1.86	3.43	83.46	80.79
30	19.65	1.61	3.30	83.23	80.83
31	19.69	-1.94	3.96	83.45	80.75
32	19.67	1.99	3.67	83.16	80.80
33	19.74	-1.59	3.61	83.46	80.81
34	19.66	1.61	3.59	83.22	80.83
35	19.70	-1.87	3.91	83.43	80.76
36	19.67	1.78	3.68	83.19	80.81
37	19.72	-1.78	3.64	83.45	80.78
38	19.66	1.70	3.65	83.20	80.81
39	19.72	-1.69	3.57	83.45	80.79
40	19.66	1.63	3.56	83.20	80.80

### **A.3 Résultats numériques détaillés pour le multiplicateur de demande $\beta = 1.2$**

Cette section montre les résultats des tests effectués en considérant  $\beta = 1.2$  et  $\gamma = 0.2, 0.25, 0.3, 0.4$  et  $0.5$ .

Tableau A.11: Résultats numériques -  $\beta = 1.2$ ,  $\gamma = 0.2$ 

Iteration	Profit (*10 <sup>6</sup> \$)	Écart	Écart absolu	Facteur de demande (%)	Coefficient d'occupation (%)
1	26.99	-4.12	22.26	89.35	85.05
2	27.29	-4.01	17.44	89.48	85.24
3	27.48	-1.81	13.10	89.35	85.29
4	27.58	-2.32	11.66	89.50	85.31
5	27.63	-2.05	9.28	89.38	85.30
6	27.67	-1.28	7.52	89.38	85.31
7	27.66	-0.70	6.11	89.26	85.30
8	27.68	-1.07	5.35	89.43	85.35
9	27.66	-0.82	4.64	89.25	85.29
10	27.67	-1.06	4.40	89.42	85.39
11	27.70	-0.54	3.64	89.28	85.30
12	27.62	-0.09	5.00	89.08	85.21
13	27.70	-0.33	3.02	89.30	85.32
14	27.69	-0.02	2.72	89.20	85.29
15	27.66	-0.07	2.75	89.23	85.28
16	27.65	-1.14	3.47	89.30	85.27
17	27.68	-0.27	3.49	89.20	85.27
18	27.71	-0.54	2.57	89.31	85.33
19	27.71	0.00	2.56	89.19	85.28
20	27.70	-0.20	3.06	89.22	85.29
21	27.73	-0.09	2.18	89.23	85.29
22	27.71	-0.09	2.20	89.21	85.30
23	27.73	-0.10	1.86	89.27	85.31
24	27.72	0.11	1.76	89.15	85.26
25	27.73	-0.30	1.81	89.25	85.29
26	27.70	-0.11	2.07	89.20	85.28
27	27.71	-0.05	1.84	89.18	85.28
28	27.73	-0.13	1.34	89.25	85.30
29	27.70	0.02	1.68	89.17	85.26
30	27.73	-0.24	1.33	89.25	85.29
31	27.70	0.16	2.14	89.20	85.26
32	27.71	-0.03	1.59	89.18	85.28
33	27.73	-0.24	1.18	89.26	85.31
34	27.73	-0.09	1.07	89.25	85.31
35	27.71	-0.03	1.63	89.18	85.26
36	27.72	-0.28	1.61	89.27	85.31
37	27.73	-0.08	1.26	89.26	85.31
38	27.69	-0.01	1.88	89.12	85.23
39	27.72	-0.24	1.75	89.25	85.28
40	27.69	0.15	1.66	89.14	85.24



Tableau A.12: Résultats numériques -  $\beta = 1.2$ ,  $\gamma = 0.25$ 

Iteration	Profit (*10 <sup>6</sup> \$)	Écart	Écart absolu	Facteur de demande (%)	Coefficient d'occupation (%)
1	26.99	-4.12	22.26	89.35	85.05
2	27.37	-3.42	15.96	89.34	85.17
3	27.50	-1.78	11.60	89.40	85.26
4	27.60	-2.20	9.61	89.35	85.27
5	27.64	-1.16	7.34	89.35	85.30
6	27.64	-1.12	6.07	89.32	85.32
7	27.70	-0.80	5.11	89.33	85.32
8	27.57	-0.90	5.62	89.26	85.28
9	27.71	-0.29	3.68	89.28	85.30
10	27.71	-0.21	2.76	89.28	85.30
11	27.69	-0.30	3.73	89.23	85.34
12	27.70	-0.18	2.44	89.35	85.34
13	27.69	-0.05	2.31	89.28	85.33
14	27.63	0.05	2.82	89.17	85.24
15	27.72	-0.35	2.29	89.34	85.38
16	27.71	0.21	2.15	89.24	85.38
17	27.73	-0.14	1.85	89.34	85.39
18	27.73	-0.09	1.36	89.34	85.40
19	27.71	0.16	1.55	89.23	85.35
20	27.73	-0.15	1.24	89.35	85.39
21	27.71	0.09	1.40	89.24	85.36
22	27.73	-0.15	1.12	89.35	85.39
23	27.71	0.13	1.64	89.18	85.32
24	27.73	-0.24	1.19	89.36	85.40
25	27.71	-0.19	1.20	89.36	85.39
26	27.71	0.11	1.28	89.22	85.34
27	27.73	-0.19	0.97	89.36	85.40
28	27.71	0.19	1.31	89.24	85.37
29	27.73	-0.21	0.98	89.36	85.40
30	27.72	-0.22	0.94	89.35	85.40
31	27.71	0.20	1.26	89.25	85.38
32	27.73	-0.15	0.99	89.36	85.40
33	27.71	0.11	1.19	89.28	85.39
34	27.73	-0.16	1.00	89.36	85.40
35	27.73	-0.14	0.80	89.37	85.42
36	27.71	0.19	1.20	89.25	85.37
37	27.72	-0.22	0.95	89.37	85.40
38	27.71	0.15	1.18	89.26	85.38
39	27.72	-0.22	0.98	89.37	85.40
40	27.71	0.12	1.08	89.28	85.39

Tableau A.13: Résultats numériques -  $\beta = 1.2$ ,  $\gamma = 0.3$ 

Iteration	Profit (*10 <sup>6</sup> \$)	Écart	Écart absolu	Facteur de demande (%)	Coefficient d'occupation (%)
1	26.99	-4.12	22.26	89.35	85.05
2	27.40	-4.36	16.07	89.51	85.24
3	27.51	-0.80	10.74	89.37	85.27
4	27.55	-1.53	8.83	89.30	85.24
5	27.56	-1.26	8.05	89.33	85.32
6	27.62	-1.25	6.41	89.33	85.26
7	27.62	0.55	6.11	89.17	85.26
8	27.63	-1.47	4.88	89.35	85.31
9	27.63	0.68	5.20	89.20	85.27
10	27.68	-1.14	4.97	89.30	85.28
11	27.65	1.13	4.38	89.23	85.36
12	27.69	-0.85	4.56	89.29	85.30
13	27.70	0.22	4.11	89.15	85.28
14	27.68	0.32	3.32	89.31	85.33
15	27.71	-0.05	3.09	89.21	85.34
16	27.72	-0.22	2.51	89.30	85.36
17	27.71	0.00	2.03	89.20	85.33
18	27.74	-0.25	1.81	89.29	85.34
19	27.73	-0.31	1.48	89.33	85.37
20	27.71	0.03	1.79	89.25	85.36
21	27.73	-0.14	1.51	89.32	85.37
22	27.72	0.18	1.54	89.18	85.32
23	27.73	-0.45	1.89	89.37	85.38
24	27.74	-0.18	1.81	89.38	85.37
25	27.71	-0.05	1.93	89.24	85.31
26	27.73	-0.32	1.71	89.42	85.41
27	27.71	-0.04	2.10	89.25	85.31
28	27.74	-0.05	1.53	89.37	85.39
29	27.74	-0.04	1.23	89.36	85.37
30	27.71	-0.02	1.56	89.25	85.32
31	27.74	-0.12	1.13	89.38	85.39
32	27.73	0.22	1.40	89.24	85.34
33	27.74	-0.14	1.03	89.39	85.40
34	27.72	0.18	1.22	89.22	85.32
35	27.74	-0.19	0.98	89.39	85.40
36	27.73	-0.18	1.00	89.34	85.35
37	27.72	0.01	1.32	89.28	85.34
38	27.74	-0.11	0.87	89.38	85.39
39	27.72	0.06	1.52	89.22	85.31
40	27.74	-0.12	0.99	89.38	85.39

Tableau A.14: Résultats numériques -  $\beta = 1.2$ ,  $\gamma = 0.4$ 

Iteration	Profit (*10 <sup>6</sup> \$)	Écart	Écart absolu	Facteur de demande (%)	Coefficient d'occupation (%)
1	26.99	-4.12	22.26	89.35	85.05
2	27.41	-4.09	15.91	89.50	85.21
3	27.50	-0.38	9.89	89.30	85.28
4	27.50	-1.05	8.56	89.34	85.25
5	27.55	-1.37	8.56	89.34	85.29
6	27.61	1.15	6.83	89.24	85.26
7	27.68	-0.13	4.85	89.18	85.31
8	27.68	-0.29	3.84	89.30	85.34
9	27.66	0.17	4.90	89.20	85.30
10	27.71	-0.23	3.44	89.27	85.34
11	27.69	0.05	2.91	89.21	85.32
12	27.72	-0.66	2.72	89.31	85.34
13	27.65	1.05	3.99	89.17	85.32
14	27.71	-1.04	2.83	89.37	85.37
15	27.71	0.29	2.37	89.14	85.29
16	27.72	-0.47	1.96	89.32	85.35
17	27.67	0.77	3.30	89.19	85.32
18	27.72	-0.65	2.07	89.32	85.36
19	27.72	-0.15	2.03	89.19	85.32
20	27.68	0.32	2.93	89.25	85.30
21	27.72	-0.21	2.12	89.18	85.30
22	27.71	-0.56	1.93	89.33	85.36
23	27.72	0.04	1.48	89.20	85.32
24	27.69	0.53	3.04	89.27	85.33
25	27.72	-0.19	2.06	89.20	85.32
26	27.73	-0.32	1.93	89.29	85.35
27	27.72	-0.02	1.32	89.21	85.32
28	27.69	0.62	2.98	89.26	85.34
29	27.72	-0.30	1.92	89.19	85.30
30	27.71	-0.46	1.86	89.28	85.33
31	27.72	-0.04	1.37	89.19	85.31
32	27.68	0.64	3.38	89.29	85.33
33	27.72	-0.30	2.09	89.20	85.32
34	27.72	-0.31	1.79	89.27	85.32
35	27.71	-0.08	1.35	89.19	85.31
36	27.68	0.50	3.16	89.27	85.33
37	27.72	-0.19	2.08	89.19	85.32
38	27.72	-0.35	1.82	89.27	85.31
39	27.66	-0.09	2.21	89.17	85.27
40	27.69	0.66	3.15	89.27	85.34

Tableau A.15: Résultats numériques -  $\beta = 1.2$ ,  $\gamma = 0.5$ 

Iteration	Profit (*10 <sup>6</sup> \$)	Écart	Écart absolu	Facteur de demande (%)	Coefficient d'occupation (%)
1	26.99	-4.12	22.26	89.35	85.05
2	27.20	-5.32	18.08	89.46	85.02
3	27.36	1.86	12.43	89.14	85.18
4	27.35	-2.28	10.40	89.31	85.16
5	27.46	1.23	9.21	89.19	85.23
6	27.43	-2.03	8.35	89.39	85.22
7	27.43	2.10	8.78	89.14	85.18
8	27.44	-1.97	8.12	89.40	85.23
9	27.48	1.70	8.03	89.17	85.22
10	27.44	-1.76	7.65	89.38	85.23
11	27.44	1.74	8.23	89.17	85.19
12	27.44	-1.82	7.76	89.40	85.25
13	27.51	1.47	7.85	89.17	85.21
14	27.48	-1.05	7.12	89.26	85.22
15	27.51	1.09	7.45	89.21	85.24
16	27.47	-1.06	7.23	89.26	85.23
17	27.51	1.33	7.36	89.18	85.23
18	27.48	-1.29	7.34	89.24	85.20
19	27.52	1.29	7.25	89.18	85.23
20	27.48	-2.25	7.11	89.30	85.21
21	27.52	1.84	6.85	89.18	85.24
22	27.48	-2.17	6.83	89.33	85.22
23	27.54	2.63	7.16	89.08	85.22
24	27.48	-2.50	6.76	89.33	85.21
25	27.53	2.44	6.83	89.09	85.22
26	27.50	-1.92	6.31	89.33	85.23
27	27.55	2.03	6.09	89.10	85.23
28	27.50	-2.10	5.98	89.31	85.20
29	27.54	1.90	6.06	89.14	85.26
30	27.50	-2.01	5.92	89.31	85.21
31	27.54	1.90	6.01	89.13	85.25
32	27.50	-1.98	5.95	89.31	85.21
33	27.54	1.95	5.97	89.14	85.26
34	27.50	-1.97	5.93	89.30	85.19
35	27.54	1.94	5.90	89.14	85.26
36	27.50	-1.97	5.88	89.32	85.21
37	27.54	1.90	5.92	89.13	85.25
38	27.50	-1.95	5.88	89.32	85.21
39	27.54	1.99	5.88	89.12	85.24
40	27.50	-2.00	5.90	89.31	85.20

## **ANNEXE B : GRAPHIQUES ADDITIONNELS**

Cette annexe présente les graphiques de la variation de l'écart et de la variation de l'écart absolu pour les valeurs suivantes du multiplicateur de demande  $\beta$ , 1 et 1.2.

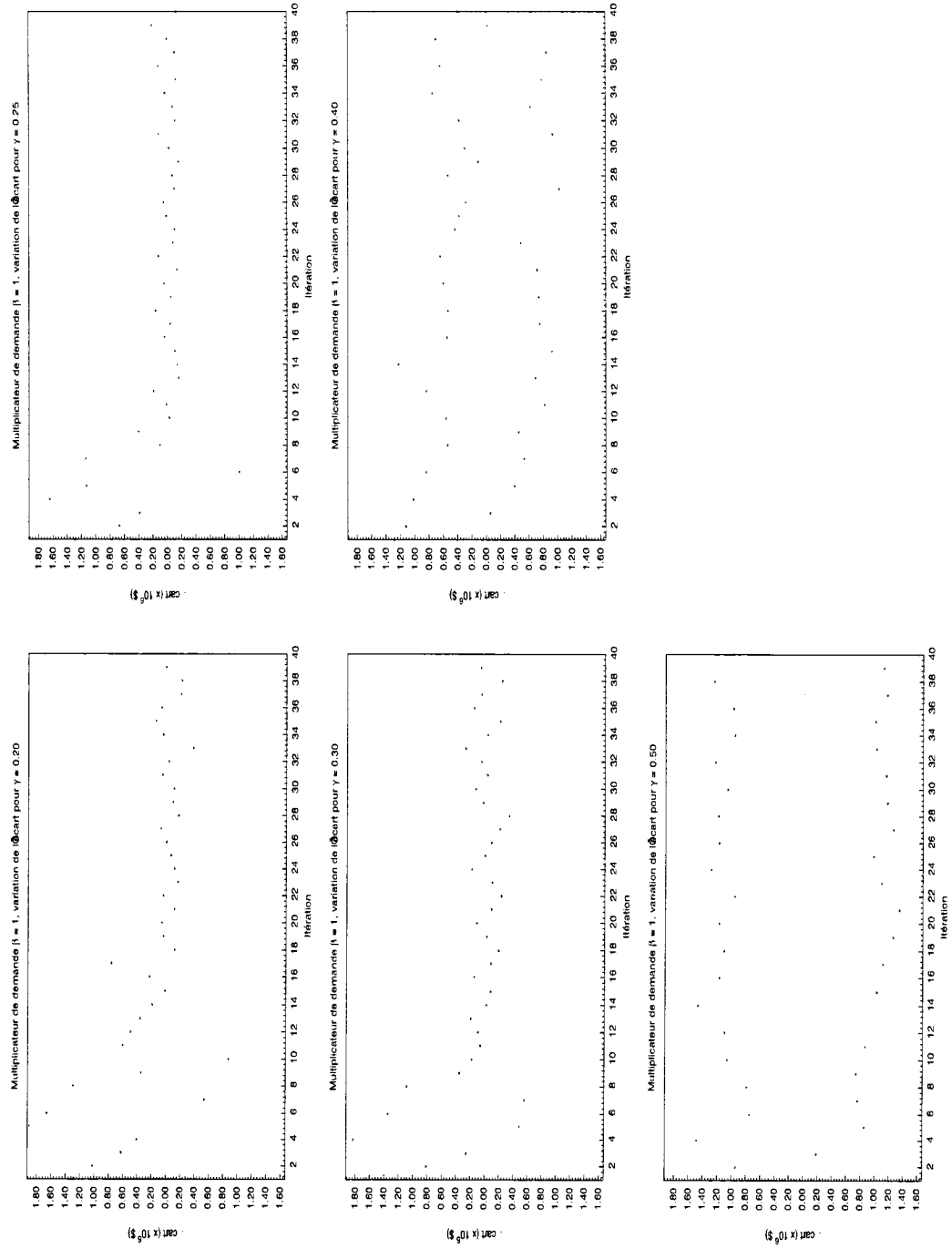


Figure B.1: Variation de l'écart (pertes de revenus a priori versus a posteriori) pour  $\beta = 1$ .

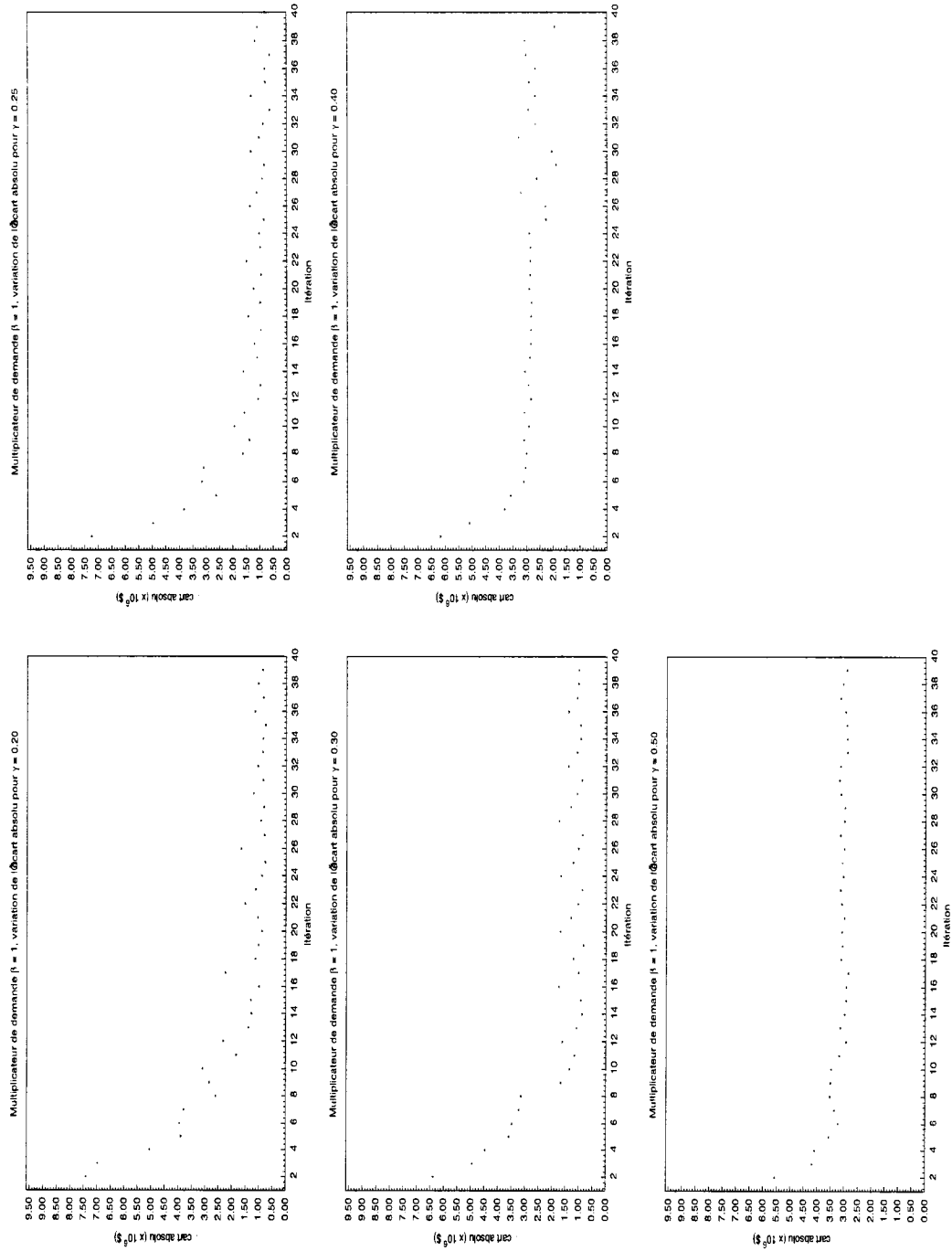


Figure B.2: Variation de l'écart absolu (pertes de revenus a priori versus a posteriori) pour  $\beta = 1$ .

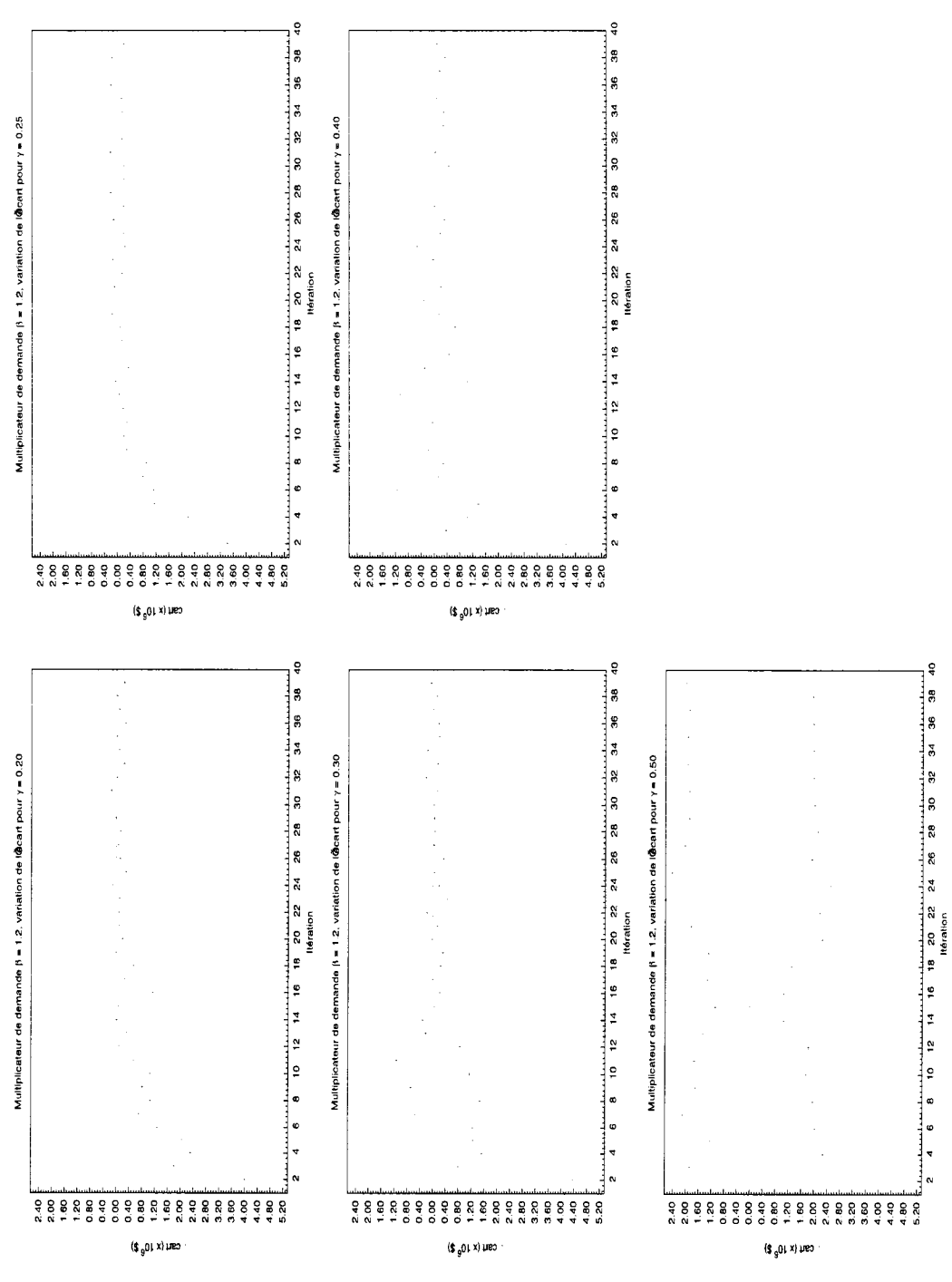


Figure B.3: Variation de l'écart (pertes de revenus a priori versus a posteriori) pour  $\beta = 1.2$



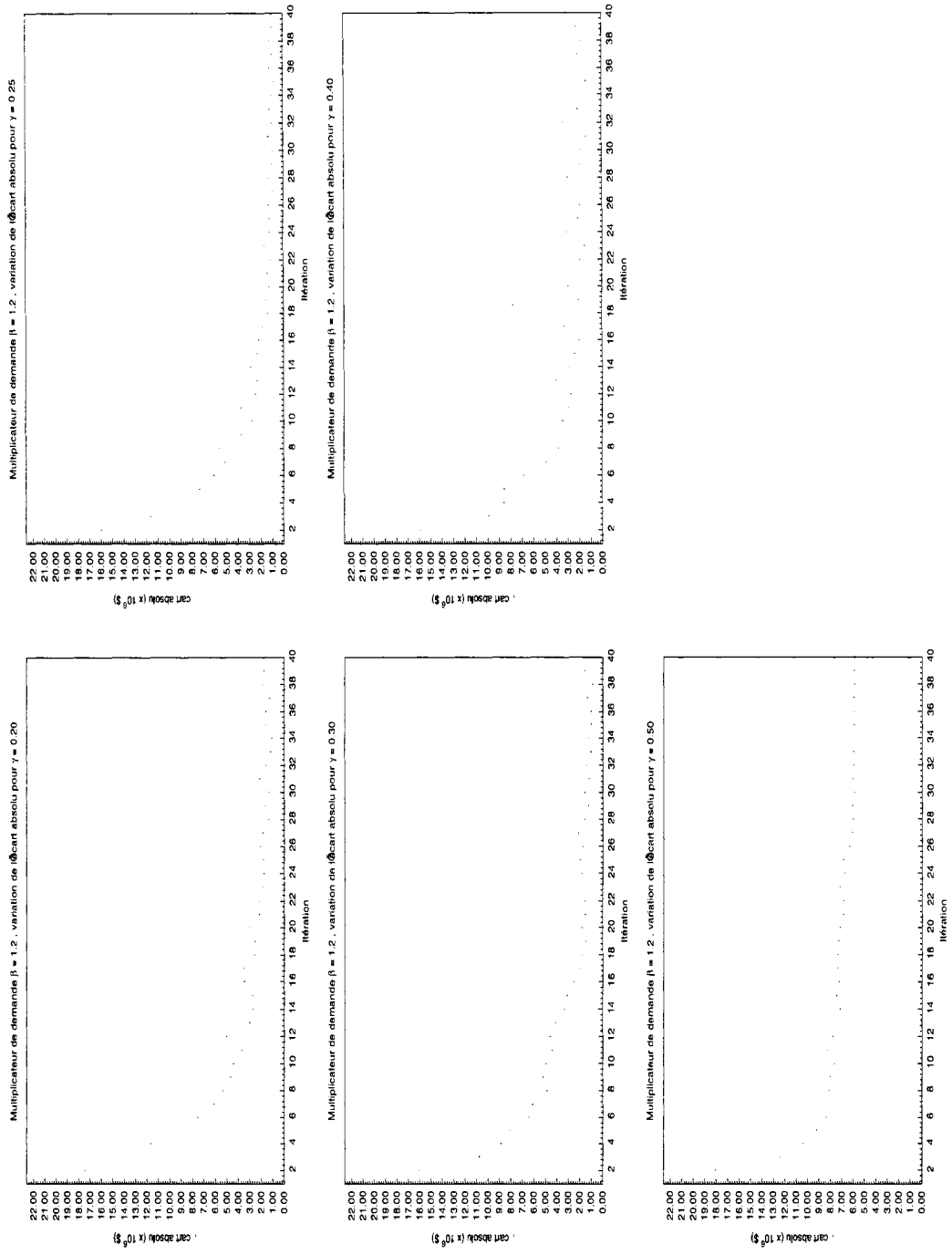


Figure B.4: Variation de l'écart absolu (pertes de revenus a priori versus a posteriori) pour  $\beta = 1.2$ .