

**Titre:** Détermination de l'épaisseur du cartilage par mesures de la conductivité électrique  
Title: Determination of cartilage thickness by electrical conductivity measurements

**Auteur:** Antoine Larouche  
Author:

**Date:** 2007

**Type:** Mémoire ou thèse / Dissertation or Thesis

**Référence:** Larouche, A. (2007). Détermination de l'épaisseur du cartilage par mesures de la conductivité électrique [Mémoire de maîtrise, École Polytechnique de Montréal].  
Citation: PolyPublie. <https://publications.polymtl.ca/8014/>

## Document en libre accès dans PolyPublie

Open Access document in PolyPublie

**URL de PolyPublie:** <https://publications.polymtl.ca/8014/>  
PolyPublie URL:

**Directeurs de recherche:** Michael D. Buschmann, & Robert Guardo  
Advisors:

**Programme:** Non spécifié  
Program:

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

DÉTERMINATION DE L'ÉPAISSEUR DU CARTILAGE PAR MESURES DE LA  
CONDUCTIVITÉ ÉLECTRIQUE

ANTOINE LAROUCHE  
INSTITUT DE GÉNIE BIOMÉDICAL  
ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

MÉMOIRE PRÉSENTÉ EN VUE DE L'OBTENTION  
DU DIPLÔME DE MAÎTRISE ÈS SCIENCES APPLIQUÉES  
(GÉNIE BIOMÉDICAL)  
AOÛT 2007



Library and  
Archives Canada

Published Heritage  
Branch

395 Wellington Street  
Ottawa ON K1A 0N4  
Canada

Bibliothèque et  
Archives Canada

Direction du  
Patrimoine de l'édition

395, rue Wellington  
Ottawa ON K1A 0N4  
Canada

*Your file* *Votre référence*  
ISBN: 978-0-494-35687-6

*Our file* *Notre référence*  
ISBN: 978-0-494-35687-6

#### NOTICE:

The author has granted a non-exclusive license allowing Library and Archives Canada to reproduce, publish, archive, preserve, conserve, communicate to the public by telecommunication or on the Internet, loan, distribute and sell theses worldwide, for commercial or non-commercial purposes, in microform, paper, electronic and/or any other formats.

The author retains copyright ownership and moral rights in this thesis. Neither the thesis nor substantial extracts from it may be printed or otherwise reproduced without the author's permission.

In compliance with the Canadian Privacy Act some supporting forms may have been removed from this thesis.

While these forms may be included in the document page count, their removal does not represent any loss of content from the thesis.

#### AVIS:

L'auteur a accordé une licence non exclusive permettant à la Bibliothèque et Archives Canada de reproduire, publier, archiver, sauvegarder, conserver, transmettre au public par télécommunication ou par l'Internet, prêter, distribuer et vendre des thèses partout dans le monde, à des fins commerciales ou autres, sur support microforme, papier, électronique et/ou autres formats.

L'auteur conserve la propriété du droit d'auteur et des droits moraux qui protège cette thèse. Ni la thèse ni des extraits substantiels de celle-ci ne doivent être imprimés ou autrement reproduits sans son autorisation.

Conformément à la loi canadienne sur la protection de la vie privée, quelques formulaires secondaires ont été enlevés de cette thèse.

Bien que ces formulaires aient inclus dans la pagination, il n'y aura aucun contenu manquant.

\*\*  
**Canada**

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

Ce mémoire intitulé:

DÉTERMINATION DE L'ÉPAISSEUR DU CARTILAGE PAR MESURES DE LA  
CONDUCTIVITÉ ÉLECTRIQUE

présenté par : LAROUCHE Antoine  
en vue de l'obtention du diplôme de: Maîtrise ès sciences appliquées  
a été dûment accepté par le jury d'examen constitué de :

M. BERTRAND Michel, Ph.D., président

M. BUSCHMANN Michael, Ph.D., membre et directeur de recherche

M. GUARDO Robert, Ph.D., membre et codirecteur de recherche

M. VINET Alain, Ph.D., membre

## **Remerciements**

Je tiens d'abord à remercier mon directeur de recherche, le Pr Michael Buschmann, pour avoir rendu possible ce projet de recherche.

Je désire aussi remercier mon co-directeur de recherche, le Pr Robert Guardo, pour ses indications pour la partie électronique de ce projet.

Pour son aide au quotidien, ses nombreux conseils et nombreuses réponses à mes questions, je remercie très sincèrement Martin Garon, qui était comme le troisième directeur de recherche.

Je tiens aussi à mentionner le soutien que j'ai reçu du groupe de la sonde et des gens qui y sont passés, soit Éric, Anne, Adele, Luc et Frédéric, ainsi que les employés de BioSyntech pour les nombreux coups de mains.

Je remercie Josée-Christine à Polytechnique pour toute l'aide administrative apportée.

Je désire également souligner le soutien de ma famille et mes amis : je les remercie pour leurs encouragements tout au long du projet.

Finalement, je remercie BioSyntech pour le soutien financier et le matériel fourni pour l'expérimentation, ainsi que le CRSNG, également pour le soutien financier.

## Résumé

L'épaisseur du cartilage articulaire est une donnée importante pour l'analyse de ses propriétés mécaniques, comme les potentiels d'écoulement mesurés par la sonde arthroscopique Arthro-BST™. Cette sonde mesure les propriétés électromécaniques du cartilage à l'aide d'une matrice d'électrodes en or disposée sur la pointe sphérique d'un embout jetable. Le cartilage articulaire est un tissu conjonctif situé aux extrémités des os dans les articulations, ne se régénérant pas une fois dégradé. L'arthrose, une des formes les plus répandues de l'arthrite, est un exemple de maladie causant la dégénérescence du cartilage. Elle entraîne une réduction de la mobilité, principalement dans les articulations portantes, et est douloureuse puisque le cartilage n'est plus présent pour diminuer la friction entre les os et pour distribuer la charge sur la surface de l'articulation.

Une technique non destructive pour la mesure de l'épaisseur du cartilage est adaptée. Elle consiste à faire des mesures de la conductivité apparente du cartilage articulaire situé sur l'os sous-chondral. La conductivité électrique du cartilage est assurée par des ions en solution dans une matrice extracellulaire. L'utilité de cette technique repose sur la différence relativement importante de conductivité électrique entre le cartilage et l'os. Il s'agit alors de modéliser les perturbations du champ électrique causées par l'interface du cartilage et de l'os, en considérant une analogie avec le cas en optique des images occasionnées par un miroir semi-transparent.

Un système de mesure de la conductivité électrique du cartilage articulaire a donc été développé. Les mesures de conductivité sont faites en utilisant la méthode tétrapolaire, avec deux électrodes servant à l'application d'un courant électrique et deux autres pour la mesure du potentiel, avec une série de dérivations d'électrodes qui permettent d'obtenir une grande quantité d'information sur le comportement conducteur de l'échantillon à l'étude. Le système de mesures développé est contrôlé par un ordinateur. Ce système comprend un module électronique comportant une puce qui sert d'analyseur de réseau pour des mesures d'impédance faites grâce à huit canaux qui

s'adaptent à autant d'électrodes d'Ag/AgCl. Chaque canal comprend une source de courant qui a été caractérisée afin de s'assurer qu'elle permet l'application du courant requis et que son impédance de sortie ( $1,5 \text{ M}\Omega$  à  $1 \text{ kHz}$ ) est suffisamment élevée par rapport aux impédances de contact des électrodes et aux impédances des échantillons à l'étude. La matrice d'électrodes d'Ag/AgCl fabriquée dans le cadre de ce projet a aussi été caractérisée : à une fréquence de  $1 \text{ kHz}$ , l'impédance de contact des électrodes se situe entre  $400$  à  $750 \Omega$ . Ces valeurs sont suffisamment faibles comparativement à l'impédance de sortie des sources de courant pour réaliser les mesures avec précision.

L'utilisation de huit électrodes et l'approche tétrapolaire permet d'obtenir 40 mesures (appelées dérivations ci-après) dont la moitié seulement sont linéairement indépendantes. Un modèle basé sur la méthode des images électriques a été adapté à la situation à l'étude, pour traiter les données obtenues par les 40 dérivations d'électrodes. Il a ainsi été possible de déterminer la distance entre un piston non-conducteur et les électrodes de mesure avec une erreur de  $11\%$  ou moins pour des distances variant de  $100 \mu\text{m}$  à  $2 \text{ mm}$ . L'erreur approchait  $20\%$  pour des distances de  $6 \text{ mm}$  et moins. Ceci démontre une limite de la méthode : la résolution diminue en fonction de la profondeur dans l'échantillon, à cause de la pénétration limitée du courant. La conductivité de la solution de NaCl de  $1,500 \text{ S/m}$ , entourant les électrodes et le piston, a aussi été calculée avec cette méthode. La valeur obtenue était de  $1,51 \pm 0,09 \text{ S/m}$ . La très faible conductivité du piston a aussi été bien évaluée pour certaines configurations, mais quelques valeurs étaient surestimées.

Le modèle a aussi permis d'obtenir l'épaisseur du cartilage pour trois sections d'échantillons de cartilage de patella équine en équilibre dans du PBS. On a obtenu ainsi des épaisseurs moyennes de  $2,3 \pm 0,2 \text{ mm}$ , de  $1,62 \pm 0,03 \text{ mm}$  et de  $1,8 \pm 0,1 \text{ mm}$  respectivement pour les trois sections. Ces valeurs, bien qu'inférieures aux valeurs réelles, se comparent bien aux valeurs de  $2,5 \pm 0,4 \text{ mm}$ ,  $2,0 \pm 0,3 \text{ mm}$  et  $1,9 \pm 0,3 \text{ mm}$  mesurées par la technique de l'aiguille, puisque l'erreur est de  $8\%$ ,  $20\%$  et  $8\%$  environ. La conductivité du cartilage a été évaluée entre  $1,51$  et  $1,61 \text{ S/m}$  environ. Elle est donc

légèrement supérieure à la valeur de la conductivité de la solution de PBS sans cartilage (environ 1,4 S/m), ce qui suggère qu'il s'agissait d'échantillons dégradés. Les conductivités obtenues pour l'os sous-chondral sont de 0,18 S/m, 0,26 S/m et 0,16 S/m.

Finalement, un modèle a été développé pour représenter le module électronique et les électrodes du système lors de mesures sur du cartilage. Ce modèle a entre autres permis de confirmer que les impédances des sources de courant étaient suffisamment élevées par rapport à l'impédance de contact des électrodes d'Ag/AgCl et que les capacités parasites entre les lignes des électrodes étaient suffisamment faibles pour ne pas influencer les mesures directement. La fréquence maximale à laquelle les mesures peuvent être faites est essentiellement limitée par l'impédance de sortie des sources de courant et par les capacités parasites des interconnexions entre les électrodes et les circuits de mesure.

Le modèle des circuits électroniques permet aussi d'analyser l'effet d'un débalancement du courant appliqué par deux sources, de la variation de l'impédance de contact inter-électrode ainsi que la dynamique entre l'impédance de contact des électrodes et les capacités parasites du système. Une simulation faite avec les caractéristiques des électrodes situées sur l'embout jetable de la sonde Arthro-BST™ a révélé que l'impédance de contact des électrodes était trop élevée pour que l'on puisse faire des mesures de conductivité fiables, puisqu'un courant trop important passe par les capacités parasites plutôt que par les électrodes d'application du courant.

Pour corriger la situation, il faudrait développer un système d'électrodes ayant une impédance de contact plus faible, comme celle des électrodes en Ag/AgCl. Il s'agirait donc d'une prochaine étape pour la poursuite de ce projet. La modélisation de ces électrodes pour faire de la tomographie d'impédance électrique (TIE) pourrait alors être faite. La méthode des images pourrait être abandonnée au profit de la TIE pour ainsi obtenir une « carte » de la conductivité en fonction de l'épaisseur de l'échantillon. Une

autre étape serait le développement d'une version améliorée du module électronique comportant plus de canaux et suffisamment petit pour être intégré à la sonde.

## Abstract

Articular cartilage thickness is an important parameter when assessing the mechanical and electromechanical properties of cartilage, like the streaming potentials measured by the Arthro-BST™ arthroscopic probe. This probe measures the electromechanical properties of cartilage using a gold-plated electrode array located on the spherical end of a disposable tip. Articular cartilage is a dense white connective tissue at the bone extremities in articulations and does not regenerate itself once damaged. Osteoarthritis, one of the most common type of arthritis, is an example of a cartilage degenerating disease. It reduces mobility mainly in the load bearing joints and is painful, since cartilage is no longer present to reduce bone friction and to distribute load on the articular surface.

A non-destructive method to assess the thickness of cartilage is herein developed by measuring its effective conductivity, while still attached to subchondral bone. Cartilage electrical conductivity is due to ions in solution in an extracellular matrix. Our method can be used since a relatively important difference in conductivity exists between cartilage and bone. We rely on modeling the electrical field perturbations caused by the cartilage-bone interface, in analogy to the optical case of images from a semi-transparent mirror.

An articular cartilage electrical conductivity measuring system was developed. Measurements were taken in a four-electrode configuration, where two electrodes apply current and two other electrodes measure the resulting voltage, using a series of electrode connections, leading to a large amount of information on the conductivity behavior of the sample. The computer-controlled system has a network analyzer impedance converter chip which evaluates measurements made by the eight channels. Each of these channels has a current source which was characterized to make sure that it applies the right current and that its output impedance is high relative to the electrode-electrolyte interface impedance and to the impedance of the sample. The fabricated

Ag/AgCl electrode array was also characterized. For example, at a 1 kHz frequency, the contact impedance is about 400 to 750  $\Omega$ , which is sufficiently low compared to the 1.5 M $\Omega$  current source output impedance at the same frequency.

The model based on the image method was then adapted and fit to data obtained from a subset of 40 electrode configurations. It was then possible to compute the distance between a non-conducting piston and the electrodes with an error of 11% or less for distances from 100  $\mu\text{m}$  to 2 mm, and an error of less than 20% for distances from 2 to 6 mm or less. This showed the limit of the technique since resolution decreases with depth in the sample because of the limited penetration of current. The 1.500 S/m NaCl conductivity standard was also measured as  $1.51 \pm 0.09$  S/m with the four electrode system. The very low piston conductivity was also well estimated with some configurations while other values were overestimated.

It was also possible to obtain the thickness of the cartilage for three sections of equine patella cartilage samples in PBS with this model. Average thicknesses of  $2.3 \pm 0.2$  mm,  $1.62 \pm 0.03$  mm and  $1.8 \pm 0.1$  mm respectively were computed for the three sections. Although being all slightly lower, these values compare well to the values of  $2.5 \pm 0.4$  mm,  $2.0 \pm 0.3$  mm and  $1.9 \pm 0.3$  mm measured with the needle technique, the error being approximately 8%, 20% and 8%. Cartilage conductivity was measured as between 1.51 and 1.61 S/m and is thus higher than the PBS conductivity without the cartilage sample, which suggests that the samples were degraded. The conductivities obtained for the subchondral bone were 0.18 S/m, 0.26 S/m and 0.16 S/m.

Finally, a model was developed to represent the electronic module and the electrode array of the system, during measurements on cartilage. This model permitted us to confirm that the current source impedances were sufficiently high compared to the Ag/AgCl electrode contact impedance and that the stray capacities between the electrode lines were sufficiently low to not directly influence measurements. The parameter limiting the frequency at which measurements can be taken is thus the source output

current, which decreases at a certain frequency. This frequency is linked to the current source output impedance and to stray capacitances in the system due to electrode interconnections.

The circuit model also made it possible to analyze the effect of any imbalance in the current applied by two sources, variation of inter-electrode contact impedance, as well as the relation between the electrode contact impedance and the stray capacitances within the system. From a simulation made with the values obtained from the disposable tip of the Arthro-BST™ probe, we concluded that the electrode contact impedance was too high compared to the values of the stray capacitances. This suggests that it will not be possible to make reliable conductivity measurements with this electrode array, since most of the current is shunted by the stray capacitances without passing through the electrodes

To correct this situation, it would thus be necessary to develop an electrode array having lower contact impedance, like that of the Ag/AgCl electrodes. This would be a future step for the continuation of this project. Modeling of the electrode array to use electrical impedance tomography (EIT) could then be made. The image method could thus be abandoned to use solely EIT and obtain the distribution of conductivity in the sample thickness. Another step would be the development of a third version of the electronic module which would have more channels and could be integrated into the probe.

## Table des matières

<b>Remerciements .....</b>	<b>iv</b>
<b>Résumé .....</b>	<b>v</b>
<b>Abstract.....</b>	<b>ix</b>
<b>Table des matières.....</b>	<b>xii</b>
<b>Liste des figures .....</b>	<b>xv</b>
<b>Liste des tableaux .....</b>	<b>xix</b>
<b>Liste des annexes .....</b>	<b>xx</b>
<b>Liste des sigles et abréviations .....</b>	<b>xxi</b>
<b>Introduction .....</b>	<b>1</b>
<b>Chapitre 1 : Propriétés du cartilage articulaire.....</b>	<b>4</b>
1.1    Cartilage articulaire.....	4
1.2    Conductivité électrique du cartilage.....	7
1.3    Conductivité de l'os sous-chondral.....	11
1.4    Mesure de la conductivité .....	11
1.4.1    Électrode de biopotentiel.....	11
1.4.2    Impédance des électrodes.....	15
1.4.3    Mesure tétrapolaire d'impédance électrique .....	18
1.5    Revue de littérature .....	20
1.5.1    Mesures non-destructives de l'épaisseur du cartilage .....	20
1.5.2    Mesures tétrapolaires de la conductivité électrique .....	21
1.5.3    Mesures de la conductivité électrique du cartilage .....	21
1.5.4    Mesures de la conductivité électrique de l'os .....	25
<b>Chapitre 2 : Système développé pour les mesures de la conductivité électrique du cartilage.....</b>	<b>26</b>
2.1    Module électronique.....	26
2.1.1    Description .....	26

2.1.2	Caractérisation du système.....	30
2.2	Logiciel de contrôle.....	35
2.2.1	Description générale.....	35
2.2.2	Description des fonctions du logiciel.....	36
2.2.3	Calibration du système .....	39
2.3	Réseau d'électrodes d'Ag/AgCl.....	43
2.3.1	Design .....	43
2.3.2	Caractérisation des électrodes .....	45
<b>Chapitre 3 : Mesures de conductivité et d'épaisseur .....</b>	<b>49</b>	
3.1	Série de dérivations des électrodes .....	49
3.2	Modélisation du champ de potentiel dans un milieu semi-infini par la méthode des images .....	51
3.2.1	Milieu homogène semi-infini .....	51
3.2.2	Milieu inhomogène : superposition de deux couches .....	52
3.2.3	Mesure tétrapolaire sur un milieu inhomogène.....	55
3.2.4	Simulation et analyse des résultats.....	60
3.3	Vérification de la validité du modèle .....	61
3.3.1	Montage expérimental.....	61
3.3.2	Résultats .....	62
3.4	Mesures sur le cartilage d'une patella.....	66
3.4.1	Montage expérimental.....	66
3.4.2	Résultats .....	69
<b>Chapitre 4 : Modélisation du système pour les mesures de la conductivité électrique du cartilage .....</b>	<b>74</b>	
4.1	Présentation du modèle .....	74
4.1.1	Schéma électrique équivalent.....	74
4.1.2	Impédance de sortie des sources de courant.....	76
4.1.3	Gain des amplificateurs opérationnels .....	77
4.1.4	Impédance de l'interface électrode-milieu et résistance du milieu .....	77
4.1.5	Capacités parasites .....	79
4.2	Mise en équations et simulation du modèle .....	79

4.2.1	Mise en équations.....	79
4.2.2	Simulation .....	83
4.3	Discussion sur l'utilisation de l'embout jetable de l'Arthro-BST™ pour des mesures de conductivité électrique .....	89
<b>Conclusion</b> .....		<b>91</b>
<b>Bibliographie</b> .....		<b>94</b>
<b>Annexes</b> .....		<b>97</b>

## Liste des figures

Figure 1.1 : Cartilage articulaire (Buckwalter, et al., 2000) .....	5
Figure 1.2 (a) Composition et arrangement du collagène et (b) Agrégane de protéoglycane (Buckwalter, et al., 2000) .....	6
Figure 1.3 : (a) Structure d'une membrane à échange de cation (Maroudas, 1968) et (b) Organisation moléculaire de la MEC (Buckwalter, et al., 2000) .....	7
Figure 1.4 : (a) Concentrations et (b) conductivité en fonction de la densité des charges fixes .....	10
Figure 1.5 : Interface électrode-électrolyte .....	11
Figure 1.6 : (a) Schéma général de l'interface électrode-électrolyte (De Boer et Van Oosterom, 1978); (b) Double couche d'Helmholtz à l'interface .....	16
Figure 1.7 : Modèle de l'interface électrode-électrolyte de Geddes et Baker.....	16
Figure 1.8 : Courbe typique de l'impédance en fonction de la fréquence du signal pour l'interface électrode-électrolyte (Geddes et Baker, 1989) .....	18
Figure 1.9 : Configuration tétrapolaire .....	19
Figure 2.1 : Schéma bloc du module.....	27
Figure 2.2 : Schéma bloc d'un canal.....	28
Figure 2.3 : Circuit simplifié pour l'empilement .....	29
Figure 2.4 : Schéma bloc de l'étage d'entrée servant au conditionnement de la différence de potentiel mesurée par le système.....	30
Figure 2.5 : Empilement des circuits formant le système .....	30
Figure 2.6 : Configuration pour la mesure de la transconductance.....	30
Figure 2.7 : (a) Branchement pour la mesure de l'impédance d'entrée de la sonde active et (b) pour la mesure de la transconductance à l'aide la sonde active .....	31
Figure 2.8 : (a) Configuration utilisée pour la simulation du courant de sortie d'une source et (b) Courant mesuré pour les 8 sources et simulation du courant d'une source, en fonction de la fréquence du signal.....	32

Figure 2.9 : (a) Schéma équivalent de la source de courant avec son impédance de sortie et l'impédance inconnue ; (b) Configuration pour la mesure de l'impédance de sortie d'une source de courant .....	33
Figure 2.10 : (a) Configuration utilisée pour la simulation de l'impédance de sortie d'une source et (b) Impédance de sortie mesurée pour les 8 sources de courant et simulation de l'impédance de sortie d'une source, en fonction de la fréquence du signal.....	34
Figure 2.11 (b) : Fenêtre principale du logiciel de contrôle pour le mode de mesure à quatre électrodes .....	37
Figure 2.12 : Contrôle des portes linéaires du circuit .....	39
Figure 2.13 : (a) Module et (b) phase en fonction de la fréquence pour les 8 canaux du système. Ces courbes sont utilisée pour le calcul du paramètre $\alpha$ .....	41
Figure 2.14 : Impédance de sortie des sources de courant pour les 8 canaux.....	43
Figure 2.15 : (a) Schéma du socle pour les électrodes et (b) Photo du réseau d'électrodes assemblé dans le bain .....	44
Figure 2.16 : Impédance de contact d'une électrode d'Ag/AgCl en fonction de la fréquence.....	46
Figure 2.17 : Module des mesures en fonction du temps pour 20 dérivations d'électrodes .....	48
Figure 3.1 : Matrice linéaire de 8 électrodes avec application du courant par la paire 1-2 et mesure du potentiel par la paire 3-4 .....	50
Figure 3.2 : Deux électrodes de courant ( $C_1$ et $C_2$ ) et deux électrodes de potentiel ( $P_1$ et $P_2$ ) à la surface d'un échantillon isotrope et homogène de conductivité $\sigma_1$ .....	51
Figure 3.3 : Images résultant de deux couches horizontales.....	53
Figure 3.4 : Trois arrangements d'électrodes possibles tirés des dérivations d'électrodes .....	58
Figure 3.5 : Série (3.19) en fonction du nombre d'images considérées.....	59
Figure 3.6 : Voltage en fonction des 40 dérivations d'électrodes.....	60
Figure 3.7 : Montage expérimental pour les mesures avec le piston isolant.....	62

Figure 3.8 : (a) Potentiel mesuré avec les 40 dérivations d'électrodes, pour 9 distances différentes entre le réseau d'électrodes et le piston et (b) Potentiel mesuré et paramétré pour une distance $d$ de 2 mm .....	63
Figure 3.9 : Potentiel mesuré avec un angle entre le piston et les électrodes .....	66
Figure 3.10 : (a) Deuxième patella durant le dégel dans le PBS et (b) Première patella avec les indications des 2 sections découpées pour les mesures.....	67
Figure 3.11 : (a) Section 1 (vue de dessus), (b) Section 2 (vue de côté) de la première patella et (c) Section 2 (vue de côté) de la seconde patella.....	67
Figure 3.12 : Montage expérimental d'un échantillon de cartilage et d'os dans le bain..	68
Figure 3.13 : (a) Potentiel mesuré pour les 40 dérivations d'électrodes pour les 5 séquences et (b) Potentiel mesuré et paramétré pour la 1 <sup>ère</sup> séquence de mesure.....	70
Figure 4.1 : Schéma électrique équivalent du système .....	75
Figure 4.2 : Schéma équivalent d'une source de courant avec l'impédance de sortie $Z_{in}$ et l'impédance du circuit ( $Z_{circuit}$ ) tirée de la Figure 4.1 .....	76
Figure 4.3 : Matrice d'électrodes d'un embout jetable de l'Arthro-BST™.....	79
Figure 4.4 : (a) Courant $I_x$ et (b) Résistance estimée $R_{x, \text{est}}$ en fonction de la fréquence du signal .....	84
Figure 4.5 : (a) Courant $I_x$ et (b) Résistance estimée $R_{x, \text{est}}$ en fonction de la fréquence du signal, pour une variation de 10% du courant $I_{out}$ .....	85
Figure 4.6 : (a) Courant $I_x$ et (b) Résistance estimée $R_{x, \text{est}}$ en fonction de la fréquence du signal, pour une variation de l'impédance de contact des électrodes .....	86
Figure 4.7 : (a) Courant $I_x$ et (b) Résistance estimée $R_{x, \text{est}}$ en fonction de la fréquence du signal, en variant le paramètre $k$ .....	87
Figure 4.8 : (a) Courant $I_x$ et (b) Résistance estimée $R_{x, \text{est}}$ en fonction de la fréquence du signal, en variant le paramètre $k$ et en diminuant la capacité $C_S$ .....	87
Figure 4.9 : (a) Courant $I_x$ et (b) Résistance estimée $R_{x, \text{est}}$ en fonction de la fréquence du signal, en variant le paramètre $k$ et en diminuant la capacité $C = C_1 = C_2 = C_3$ .....	88
Figure 4.10 : (a) Parcours du courant parasite dans le circuit et (b) Ratio de la résistance estimée $R_{x, \text{est}}$ sur la résistance $R_x$ en fonction de la valeur du paramètre $k$ .....	89

Figure I.1 : (a) Première, (b) Deuxième, (c) Troisième et (d) Quatrième parties du schéma du module électronique.....	99
Figure I.2 : (a) Face supérieure et (b) Face inférieure du circuit imprimé du module électrique.....	100
Figure II.1 : (a) Seconde, (b) Troisième et (c) Quatrième parties du schéma du module électronique.....	103
Figure II.2 : Étage d'entrée pour la puce AD5933.....	105
Figure II.3 : (a) Face supérieure et (b) Face inférieure du second modèle de circuit imprimé du module électrique .....	106
Figure I.1 : (a) Filtre passe-bas et (b) filtre passe-haut du premier ordre .....	107
Figure II.1 : Schéma électrique d'une source de courant.....	108

## Liste des tableaux

Tableau 2.1 : Paramètres relatifs aux impédances de contact des électrodes .....	47
Tableau 3.1 : Paramètres calculés pour les 15 distances.....	64
Tableau 3.2 : Paramètres calculés pour la section 1 du premier échantillon de patella ...	70
Tableau 3.3 : Paramètres calculés pour la section 2 du premier échantillon de patella ...	71
Tableau 3.4 : Paramètres calculés pour la section 2 du second échantillon de patella ....	71
Tableau 4.1 : Paramètres $k$ et $m$ pour les impédances $Z_1$ à $Z_4$ .....	85
Tableau II.1 : Liste des principaux composants utilisés pour le module électronique ..	104
Tableau II.2 : Liste des principaux composants utilisés pour l'étage d'entrée .....	105
Tableau III.1 : Paramètres de calibration du système .....	109
Tableau V.1 : Dérivations des électrodes utilisées par le logiciel de contrôle du système .....	112

## Liste des annexes

Annexe I : Schéma du module électronique – version fabriquée.....	97
Annexe II : Schéma du module électronique – version utilisée.....	101
Annexe III : Rappel sur les filtres actifs du 1 <sup>er</sup> ordre .....	107
Annexe IV : Schéma d'une source de courant.....	108
Annexe V : Paramètres de calibration du système.....	109
Annexe VI : Algorithme pour déterminer les paramètres $m$ et $k$ du modèle de l'impédance de l'interface électrode-électrolyte.....	110
Annexe VII : Série de dérivations d'électrodes .....	112
Annexe VIII : Algorithme pour déterminer les paramètres $d$ , $\sigma_1$ et $\sigma_2$ du modèle de la différence de potentiel produite par une source et un puits de courant.....	113
Annexe IX : Fonction générale pour le calcul des potentiels pour la simulation du système.....	116

## Liste des sigles et abréviations

A	Ampère
A / A <sup>-</sup>	Atome / Anion de l'atome A
Ag / Ag <sup>+</sup>	Argent / Argent ionisé
AgCl	Chlorure d'argent
Ampli op	Amplificateur opérationnel
<i>A(s)</i>	Gain en fonction de la fréquence
<i>A</i> <sub>0</sub>	Gain en boucle ouverte
<i>a</i>	Distance entre les électrodes pour la mesure du potentiel
<i>α</i>	Facteur de conversion entre la magnitude et la tension
<i>β</i>	Facteur de la série
C / C <sup>+</sup>	Atome métallique/ Cation de l'atome métallique C
C	Coulomb
Ca <sup>2+</sup>	Calcium ionisé
CaCl <sub>2</sub>	Bichlorure de calcium
Cl <sup>-</sup>	Chlore ionisé
COOH	Groupe carboxyle
<i>C</i> <sub>1</sub> et <i>C</i> <sub>2</sub>	Points des électrodes de courant

$C_1$ à $C_3$	Capacités parasites
$C_S$	Capacité
$C_w$	Capacité de Warburg
c-	Centi- ( $10^{-2}$ )
$c_i$ / $\bar{c}_i$	Concentration de l'ion $i$ dans la solution / dans la matrice
$c_o$	Concentration de l'équilibre de Donnan
DC	Composante direct du courant
dB	Décibel
$d$	Distance séparant les milieux 1 et 2
°C	Degré Celsius
$\Delta\varphi$	Déphasage dû à $Z_x$
$\Delta t$	Délai d'échantillonnage
$\Delta V$	Potentiel mesuré
$\Delta V_{2-3}$	Différence de potentiel entre les électrodes 2 et 3
$\Delta V_{\text{out}}$	Différence de potentiel générée par l'impédance du tissu
EDTA	Acide éthylène-diamine-tétraacétique
Eq	Équivalent
$E_{1/2}$	Potentiel de demi-cellule

$e^-$	Électron libre
F	Farad
$F$	Constante de Faraday
$F(x)$	Fonction vectorielle
f-	Femto- ( $10^{-15}$ )
$f$	Fréquence du signal
$f(x)$	Fonction à minimiser
$f_b$	Fréquence de coupure du signal
$\varphi_o$	Déphasage intrinsèque de la puce
$\phi$	Déphasage du signal
$\phi$	Fraction volumique de fluide dans la matrice
GAG	Glycosaminoglycanes
GF	Facteur de gain
$G$	Facteur d'amplification
$H^+$	Hydrogène ionisé
Hz	Hertz
IRM	Imagerie par résonnance magnétique
$I$	Courant appliqué

$I$	Vecteur du courant à chaque nœud
$I_{in} / I_{out}$	Courant appliqué par les sources de courant
$I_k$	Vecteurs des courants connus
$I_{out}$	Courant résultant dans une résistance $R_c$ ou $R_x$
$I_u$	Vecteurs des courants inconnus
$I_x$	Courant traversant une résistance connue $R_c$
$i_{in}$	Courant parvenant au circuit
$i_{Zin}$	Courant perdu dans le système
$j$	$\sqrt{-1}$
KCl	Chlorure de potassium
k-	Kilo- ( $10^3$ )
$k$	Coefficient de réflexion à l'interface 2
$k$	Paramètre de l'impédance des électrodes
$k$	Terme de la série
$k_s$	Coefficient de réflexion à l'interface 1
$l$	Distance séparant des électrodes
M	Molaire
M-	Méga- ( $10^6$ )

Mag	Module du signal (ou Magnitude)
MEC	Matrice extracellulaire
m	Mètre
m-	Milli- ( $10^{-3}$ )
mol	Mole
<i>m</i>	Distance séparant des électrodes
<i>m</i>	Paramètre de l'impédance des électrodes
<i>m</i>	Valence de l'atome A
$\mu$ -	Micro- ( $10^{-6}$ )
$\bar{u}_i$	Mobilité des ions <i>i</i> dans le cartilage
N	Normal
$\text{Na}^+$	Sodium ionisé
NaCl	Chlorure de sodium
$\text{NaHCO}_3$	Bicarbonate de soude
n-	Nano- ( $10^{-9}$ )
<i>n</i>	Valence de l'atome C
PBS	Tampon phosphate salin ( <i>phosphate buffered saline</i> )

PC	Ordinateur
$P_1$ et $P_2$ .	Point des électrodes de potentiel
p-	Pico- ( $10^{-12}$ )
pH	Potentiel hydrogène
$R_b$	Résistance de l'électrolyte
$R_{b1}$ et $R_{b2}$	Résistance de l'électrolyte entre les électrodes 1-2 et 3-4
$R_c$	Résistance de charge
$R_e$	Résistance de l'électrode
$R_f$	Résistance faradique
$R_s$	Résistance de précision pour le courant
$R_w$	Résistance de Warburg
$R_x$	Résistance à déterminer
$R_{x, \text{est}}$	Valeur estimée de la résistance à déterminer
rad	Radian
$r$	Distance séparant des électrodes
$\bar{\rho}$	Résistivité de la membrane
$\bar{\rho}_m$	Densité des charges fixes négatives des GAG
S	Siemens

$\text{SO}_4$	Groupe sulfate
$S_{n \rightarrow \infty}$	Série
s	Seconde
$s$	Distance séparant des électrodes
$s$	$J\omega$
$\sigma / \bar{\sigma}$	Conductivité électrique / d'un électrolyte dans une membrane
$\sigma_1$ et $\sigma_2$	Conductivité des milieux 1 et 2
TIE / EIT	Tomographie d'impédance électrique / Electrical Impedance Tomography
V	Volt
$V$	Vecteurs du potentiel à chaque nœud.
$V_{in}$	Potentiel connu aux bornes d'une source de courant
$V_k$	Vecteur des voltages connus
$V_{out}$	Potentiel aux bornes d'une résistance $R_c$
$V_{outf}$	Voltage appliqué par la puce, filtré
$V_u$	Vecteur des voltages inconnus
$V_x$	Tension test
$V_{Z_x}$	Tension aux bornes de l'impédance $Z_x$

$v^+$ et $v^-$	tensions aux bornes non-inversante et inversante
$v_{out}$	tension à la sortie
$\Omega$	Ohm
$\omega$	Pulsation du signal
$\omega_b$	Pulsation de coupure du signal
$X_w$	Réactance de Warburg
$x$	Vecteur
$Y$	Admittance
$Z_1$ à $Z_4$	Impédance à l'interface électrode-électrolyte pour les électrodes 1 à 4
$Z_{cap}$	Impédance d'une capacité
$Z_{circuit}$	Impédance du circuit
$Z_e$	Impédance à l'interface électrode-électrolyte
$Z_{eq}$	Impédance équivalente
$Z_{in}$ et $Z_{out}$	Impédance de sortie des sources de courant
$Z_{probe}$	Impédance d'entrée de la sonde active
$Z_{source}$	l'impédance de sortie de la source
$Z_x$	Impédance du milieu/inconnue
$z_i$	Valence de l'ion $i$

## Introduction

L'épaisseur du cartilage articulaire est une donnée importante pour l'analyse de ses propriétés mécaniques, comme les potentiels d'écoulement mesurés par la sonde arthroscopique Arthro-BST™ (Bio Syntech Canada Inc.) (Quenneville, 2006; Garon, 2007). Cette sonde mesure les propriétés électromécaniques du cartilage à l'aide d'une matrice d'électrodes en or disposée sur la pointe sphérique d'un embout jetable. Une hypothèse ayant motivé son développement est que ces propriétés électromécaniques sont représentatives des propriétés fonctionnelles du cartilage et que la mesure de celles-ci pourrait éventuellement permettre l'évaluation quantitative de l'état de santé du cartilage. Le cartilage articulaire, un tissu conjonctif situé aux extrémités des os dans les articulations, ne se régénérant pas une fois dégradé, on conçoit que le développement d'une telle sonde est d'un intérêt certain. L'arthrose, une des formes les plus répandues de l'arthrite, est un exemple de maladie causant la dégénérescence du cartilage. Elle entraîne une réduction de la mobilité, principalement dans les articulations portantes, et est douloureuse puisque le cartilage n'est plus présent pour diminuer la friction entre les os et distribuer la charge sur la surface de l'articulation.

Plusieurs techniques pour la mesure de l'épaisseur du cartilage existent et peuvent être classées selon qu'elles soient destructives ou non. Parmi les techniques destructives, on retrouve la mesure sur un échantillon de cartilage extrait d'une articulation ou l'utilisation d'une sonde munie d'une aiguille. On conçoit que ces techniques ne peuvent être appliquées *in vivo*, d'où l'intérêt pour le développement des techniques non destructives. Les principales sont les mesures par ultrasons et l'imagerie par résonnance magnétique. La première demeure relativement peu précise puisqu'il s'avère difficile d'obtenir une bonne mesure de la vitesse du son dans le cartilage alors que la deuxième nécessite un équipement au coût pouvant être prohibitif (Yao et Seedhom, 1999).

Une autre technique non destructive a été étudiée par Binette (Binette, 2002; Binette, et al., 2004) et consiste à faire des mesures de la conductivité apparente du cartilage articulaire, situé sur l'os sous-chondral, pour en déterminer l'épaisseur. L'utilité de cette technique repose sur la différence relativement importante de conductivité électrique entre le cartilage et l'os. Il s'agit alors de modéliser les perturbations du champ électrique causées par l'interface du cartilage et de l'os, en considérant une analogie avec le cas en optique des réflexions occasionnées par un miroir semi-transparent. Les mesures de conductivité sont faites en utilisant la méthode tétrapolaire, avec deux électrodes servant à l'application d'un courant électrique et deux autres pour la mesure du potentiel.

Un premier objectif de ce projet de maîtrise est de développer et de caractériser un système de mesure pour déterminer la conductivité du cartilage articulaire et son épaisseur, en adaptant la technique utilisée par Binette. Il faut donc développer et caractériser un système comportant des sources de courant et des amplificateurs différentiels pour la mesure du potentiel. Un second objectif est d'évaluer la possibilité d'utiliser les électrodes de la sonde arthroscopique Arthro-BST™ pour faire les mesures de conductivité. Ainsi, on pourrait éventuellement intégrer la fonctionnalité des mesures de conductivité et d'épaisseur du cartilage à la capacité de cette sonde arthroscopique de mesurer les potentiels d'écoulement. Dans le cas où il ne serait pas possible de faire les mesures avec ces électrodes, il faudra développer et caractériser un autre réseau d'électrodes. Les troisième et quatrième objectifs sont le développement d'un logiciel servant au contrôle du système ainsi qu'à l'acquisition et au traitement des mesures, et l'adaptation d'un modèle analytique pour le traitement des mesures de conductivité afin de pouvoir évaluer l'épaisseur du cartilage articulaire. Il s'agira ensuite de faire des mesures de conductivité sur le cartilage articulaire pour en déterminer l'épaisseur. Finalement, on voudra développer un modèle pour déterminer les caractéristiques que doit rencontrer un système de mesure de la conductivité en fonction de divers paramètres, dont l'impédance de sortie des sources de courant, l'impédance associée à l'interface électrode-échantillon ou le couplage capacitif entre les électrodes.

Dans le premier chapitre de ce mémoire, les principales propriétés du cartilage seront présentées avant d'expliquer le mécanisme de la conductivité électrique du cartilage et de l'os sous-chondral. La théorie pour les mesures de la conductivité électrique ainsi que les principales techniques pour faire ces mesures et des mesures d'épaisseur du cartilage seront introduites.

Le second chapitre présente le système de mesure de la conductivité développé pour ce projet. On y décrit le module électronique ainsi que sa caractérisation. Les logiciels servant au contrôle du système et à la prise des mesures sont aussi décrits. Finalement, le réseau d'électrodes d'Ag/AgCl développé et sa caractérisation sont présentés.

Le troisième chapitre décrit la configuration utilisée pour les mesures de conductivité et l'analyse des résultats qui a été faite. On y présente le modèle développé pour obtenir l'épaisseur d'une couche de matériau homogène conducteur sur un matériau moins conducteur, ainsi que la conductivité de ces deux milieux. Les résultats de mesures faites sur du cartilage de patella équine sont ensuite présentés.

Finalement, le quatrième chapitre présente la modélisation du système de mesure. Une fois résolu, le modèle permet de déterminer quels sont les paramètres critiques du système quant à l'impédance de sortie des sources de courant, l'impédance de contact des électrodes et le couplage capacitif entre les connexions aux électrodes.

## Chapitre 1 : Propriétés du cartilage articulaire

Ce chapitre traite tout d'abord du cartilage articulaire, en introduisant sa composition et ses propriétés de conduction électrique. On présente ensuite des techniques pour l'évaluation de la conductivité, en introduisant entre autres les électrodes servant aux mesures des biopotentiels et la configuration tétrapolaire pour la mesure de l'impédance. Finalement, une revue de la littérature traitant des mesures de l'épaisseur du cartilage, des mesures de conductivité électrique de tissus biologiques en configuration tétrapolaire, des mesures de la conductivité du cartilage et de l'os sera présentée.

### 1.1 Cartilage articulaire<sup>1</sup>

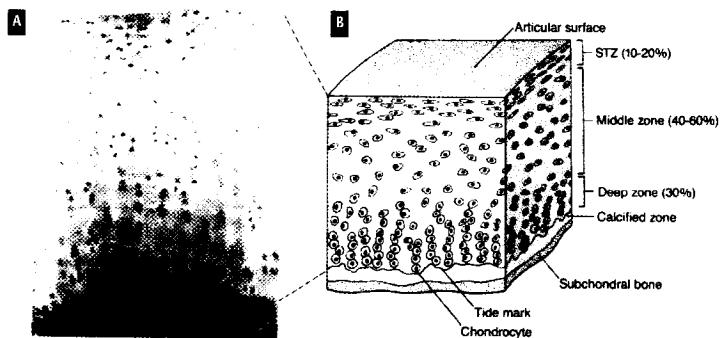
Le cartilage articulaire a pour fonction principale d'offrir une surface possédant un coefficient de friction extrêmement faible afin de réduire le frottement entre les os des articulations. Il doit alors subir de fortes pressions et donc résister de façon durable. Il permet aussi la distribution des forces afin de répartir les contraintes mécaniques sur l'os sous-chondral.

Ce tissu est formé d'une matrice extracellulaire (MEC) parsemée de cellules spécialisées, les chondrocytes. Les chondrocytes sont les principaux responsables de la formation et de l'entretien de la MEC. Cette matrice est composée d'environ 80% d'eau, de 15% de collagènes, de 5% de protéoglycans et d'un très faible pourcentage d'autres protéines et glycoprotéines. La structure et la composition du cartilage articulaire varient en fonction de la profondeur, comme le présente la Figure 1.1. L'épaisseur moyenne du cartilage articulaire humain se situe entre 2 et 4 mm. On y retrouve une région non-calcifiée, puis une zone calcifiée qui se rattache à l'os sous-chondral et qui ne contient pas de chondrocyte. La partie non-calcifiée est divisée en trois zones : la zone superficielle (10-20% de l'épaisseur), la zone transitionnelle (40-60% de l'épaisseur) et

---

<sup>1</sup> Cette section est inspirée de Buckwalter, et al. (2000) et de Vignon (2000)

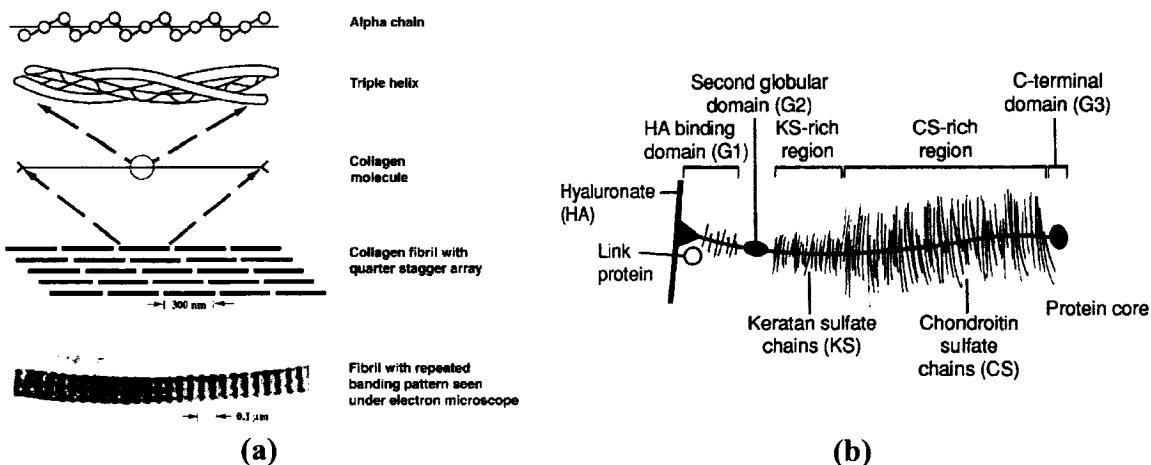
la zone profonde ou radiale (~30% de l'épaisseur). La zone superficielle est faite principalement de fibrilles de collagènes disposées parallèlement à la surface du cartilage. Les chondrocytes y sont aplatis, plus nombreux et moins actifs métaboliquement que dans les autres zones. La zone transitionnelle contient plus de protéoglycans et les fibrilles y sont plus épaisses et moins denses, alors que les chondrocytes y sont arrondis. Dans la zone profonde, les chondrocytes s'alignent en colonnes perpendiculaires à la surface articulaire, les fibrilles sont plus épaisses et aussi alignées perpendiculairement à la surface, alors que les protéoglycans sont en plus grande concentration.



Les collagènes sont les macromolécules structurales principales de la MEC. Il en existe au moins 15 types différents, dont le type II est le principal. Tous les types de collagènes contiennent une structure de triple-hélice (Figure 1.2 (a)) qui forme la presque totalité de la longueur de la molécule. Le collagène s'organise en motifs que l'on appelle fibrilles. Ces fibrilles peuvent atteindre des longueurs variant de 10 à 100 nm. Leur orientation, qui comporte un intérêt certain, varie selon la profondeur du cartilage. Les collagènes du cartilage articulaire donnent au tissu ses propriétés en tension et en cisaillement, en plus d'immobiliser les protéoglycans dans la MEC.

Les protéoglycans sont des macromolécules complexes qui, par définition, contiennent une protéine centrale à laquelle sont rattachées par des liens covalents des

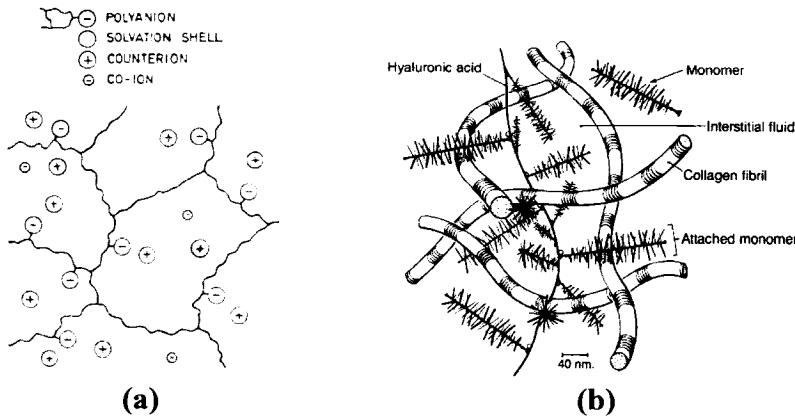
chaînes de polysaccharides, que l'on nomme glycosaminoglycans (GAG). La Figure 1.2 (b) présente un agrégane de protéoglycane avec ses principales composantes.



**Figure 1.2 (a) Composition et arrangement du collagène et  
(b) Agrégane de protéoglycane (Buckwalter, et al., 2000)**

Tous les GAG que l'on retrouve dans le cartilage possèdent des groupes carboxyles ( $\text{COOH}$ ) et/ou sulfates ( $\text{SO}_4^-$ ). En solution, ces groupes deviennent ionisés ( $\text{COO}^-$  ou  $\text{SO}_3^-$ ), ce qui requiert la présence de contre-ions, tels  $\text{H}^+$ ,  $\text{Ca}^{2+}$  et  $\text{Na}^+$ , afin de préserver la neutralité de charge. La Figure 1.3 (a) présente un schéma de la structure comme une membrane. La présence de ces ions qui flottent librement dans l'eau des interstices engendrera l'effet nommé pression osmotique de Donnan. On peut en fait percevoir que, puisque les protéoglycanes sont compactés dans un volume restreint, les charges négatives portées par les GAG se repousseront fortement. L'amplitude de cette force dépendra également de la concentration de contre-ions présents dans le tissu.

La Figure 1.3 (b) présente l'organisation moléculaire de la MEC : on y voit des fibrilles de collagènes entrelacées avec des agrégats de protéoglycane. Le réseau de collagènes subit des contraintes internes en tension provenant de la répulsion entre les charges électriques négatives portées par les protéoglycane.



**Figure 1.3 : (a) Structure d'une membrane à échange de cation (Maroudas, 1968) et (b) Organisation moléculaire de la MEC (Buckwalter, et al., 2000)**

## 1.2 Conductivité électrique du cartilage<sup>2</sup>

La faible densité cellulaire du cartilage implique qu'un courant qui traverse ce tissu passera principalement par la matrice. La condition d'électroneutralité de la membrane s'énonce alors comme suit :

$$\sum_i z_i \bar{F} \bar{c}_i + \bar{\rho}_m = 0 \quad (1.1)$$

Avec  $\bar{\rho}_m$ , la densité des charges fixes négatives des GAG (en mEq/cm<sup>3</sup> ou en mol/cm<sup>3</sup>, dans le cas où la valence des ions est 1);  $z_i$ , la valence de l'ion  $i$ ;  $F$ , la constante de Faraday (en C/mol);  $\bar{c}_i$ , les concentrations des ions en solution, dans les interstices de la matrice (en mol/cm<sup>3</sup>). La barre sur les variables indique qu'elles font référence à des paramètres relatifs à la matrice.

La densité des charges fixes peut être estimée en considérant le fait que le contre-ion est le principal ion en solution dans les interstices de la matrice du cartilage. Pour une solution avec une faible concentration en NaCl, l'équation (1.1) devient :

$$\bar{\rho}_m = -\bar{F} \bar{c}_{Na^+} \quad (1.2)$$

---

<sup>2</sup> Cette section est tirée de Buschmann (2003) et Grodzinsky (n.d.)

On peut alors mesurer la densité de charges fixes en fonction de l'épaisseur de l'échantillon à l'aide d'une solution contenant à environ 0,015 M l'isotope 22 du sodium, qui est radioactif. En mesurant la concentration de  $^{22}\text{Na}^+$  pour des tranches de cartilage de diverses épaisseurs, on obtiendra par l'équation (1.2), la variation de la densité de charge. On pourra valider ces mesures par des analyses permettant de déterminer la distribution des GAG dans l'épaisseur de l'échantillon.

Lorsque l'on fait des mesures de conductivité sur un extrait de cartilage, il sera aussi possible de l'immerger dans une solution pour laquelle les concentrations en ions  $\text{H}^+$  et  $\text{Ca}^{2+}$  seront négligeables, simplifiant du même coup deux termes de l'expression (1.1). On peut ensuite introduire l'équation donnant la conductivité d'un électrolyte, qui s'appliquera à l'électrolyte dans la membrane :

$$\bar{\sigma} = \frac{1}{\bar{\rho}} = \phi F \sum_i |z_i| \bar{u}_i \bar{c}_i \quad (1.3)$$

Avec  $\bar{\rho}$ , la résistivité de la membrane (en  $\Omega/\text{cm}$ ), qui est en fait l'inverse de la conductivité  $\bar{\sigma}$ ;  $\phi$ , la fraction volumique de fluide dans la matrice (sans unité) et  $\bar{u}_i$ , la mobilité des ions dans le cartilage (en  $\text{cm}^2/\text{V s}$ ).

Dans le cas présent, cette équation devient :

$$\bar{\sigma} \approx \phi F (\bar{u}_{\text{Na}^+} \bar{c}_{\text{Na}^+} + \bar{u}_{\text{Cl}^-} \bar{c}_{\text{Cl}^-}) \quad (1.4)$$

Ensuite, sous l'hypothèse que le cartilage est un matériau qui permet l'échange d'ions, les concentrations des ions mobiles à l'intérieur et à l'extérieur du cartilage pourront être données par l'équation suivante de l'équilibre de Donnan :

$$\frac{c_{\text{Na}^+}}{\bar{c}_{\text{Na}^+}} = \frac{\bar{c}_{\text{Cl}^-}}{c_{\text{Cl}^-}} \Leftrightarrow c_{\text{Na}^+} c_{\text{Cl}^-} = \bar{c}_{\text{Na}^+} \bar{c}_{\text{Cl}^-} = c_o^2 \quad (1.5)$$

Avec  $c_{Na^+}$  et  $c_{Cl^-}$ , les concentrations d'ions  $Na^+$  et  $Cl^-$  dans la solution dans laquelle est immergé l'échantillon de cartilage et  $c_o$ , la concentration d'électrolytes dans le bain.

Par l'équation (1.5) dans l'équation (1.1), on peut trouver des expressions de la concentration membranaire des ions  $Na^+$  et  $Cl^-$  en fonction de la densité des charges fixes et des concentrations externes. On a alors :

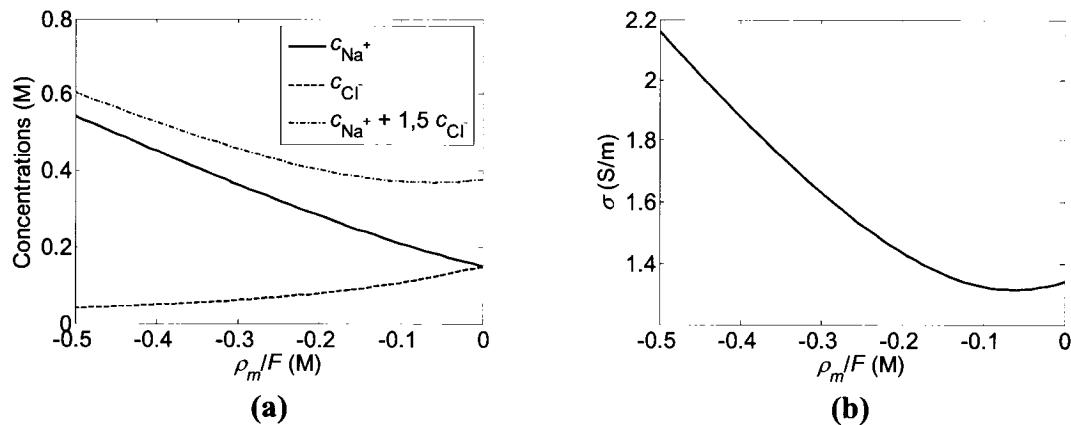
$$\begin{aligned} \bar{c}_{Na^+}^2 + \frac{\bar{\rho}_m}{F} \bar{c}_{Na^+} - c_o^2 &= 0 & -\bar{c}_{Cl^-}^2 + \frac{\bar{\rho}_m}{F} \bar{c}_{Cl^-} + c_o^2 &= 0 \\ \Leftrightarrow & \quad \text{et} \quad \Leftrightarrow & & \\ \bar{c}_{Na^+} = -\frac{\bar{\rho}_m}{2F} \pm \sqrt{\left(\frac{\bar{\rho}_m}{2F}\right)^2 + c_o^2} & & \bar{c}_{Cl^-} = \frac{\bar{\rho}_m}{2F} \pm \sqrt{\left(\frac{\bar{\rho}_m}{2F}\right)^2 + c_o^2} & \end{aligned} \quad (1.6)$$

On ne gardera que la racine positive pour obtenir une concentration positive. Il a ensuite été démontré expérimentalement (Maroudas, 1968) que le rapport des mobilités des ions de  $Na^+$  et de  $Cl^-$  dans le cartilage est constant et vaut  $\bar{u}_{Cl^-}/\bar{u}_{Na^+} = 1,5$ , et ce pour plusieurs concentrations de NaCl. On peut alors insérer les équations en (1.6) dans l'équation (1.4) pour obtenir :

$$\bar{\sigma} = \frac{\phi \bar{u}_{Na^+}}{4} \left( 5\sqrt{\bar{\rho}_m^2 + 4c_o^2 F^2} + \bar{\rho}_m \right) \quad (1.7)$$

On peut ensuite attribuer une valeur aux concentrations externes de  $Na^+$  et de  $Cl^-$  puisqu'elles pourront facilement être connues. On donnera ici une valeur de 0,15 M, puisqu'il s'agit de la concentration physiologique :  $c_o$  aura donc la même valeur. Par exemple, une solution de Ringer comporte 0,15 M de NaCl ainsi que des traces de KCl, de  $CaCl_2$  et de  $NaHCO_3$ , ce qui justifie les approximations précédentes. La Figure 1.4 (a) présente alors les concentrations calculées par les équations en (1.6) ainsi que la forme générale de l'équation (1.4), en considérant que  $\bar{u}_{Cl^-}/\bar{u}_{Na^+} = 1,5$ . La Figure 1.4 (b) présente le graphique associé à l'équation (1.7). On utilise ici une valeur de mobilité pour  $Na^+$  de  $3,71 \times 10^{-4} \text{ cm}^2/\text{V s}$  (Binette, 2002) et une valeur de  $\phi$  de 1. On aurait aussi

pu prendre  $\phi$  de 0,6 à 0,8 (car il y a environ 60 à 80% d'eau dans le cartilage) : la conductivité aurait alors été généralement plus faible mais l'allure de la courbe aurait été la même. La forme de la courbe est la même que celle de  $\bar{c}_{Na^+} + 1,5\bar{c}_{Cl^-}$  à la Figure 1.4 (a). On remarque que la conductivité augmente de façon générale avec l'augmentation de la densité de charges fixes dans le cartilage. On peut aussi remarquer que la conductivité atteint une valeur minimale pour  $\bar{\rho}_m/F$  valant environ -0,061 M. Ce minimum est attribuable au fait que la mobilité des ions  $Cl^-$  est plus grande que celle des ions  $Na^+$  dans le cartilage : la diminution de la concentration de  $Cl^-$  doit donc être compensée par une plus grande augmentation de la concentration de  $Na^+$  pour avoir la même conductivité.



**Figure 1.4 : (a) Concentrations et (b) conductivité en fonction de la densité des charges fixes**

On peut aussi remarquer que la variation de la conductivité avec la densité des charges fixes est plutôt faible : pour une augmentation de  $\bar{\rho}_m/F$  de -0,05 à -0,5 M (1000%), la conductivité varie seulement de 1,32 à 2,16 S/m (164%). La conductivité est donc relativement constante pour une plage limitée de densité de charges fixes. On obtient la conductivité du cartilage en considérant  $\bar{\rho}_m/F \approx -0,17$  M (Chammas et Eisenberg, 1994) dans la relation (1.7) ce qui donne une valeur de 1,39 S/m.

### 1.3 Conductivité de l'os sous-chondral

De tous les tissus du corps, la valeur de la conductivité de l'os est la plus variable puisque la composition des os est aussi variable (Geddes et Baker, 1967). Cette conductivité provient typiquement de la solution saline présente dans les divers pores de l'os (Reinish et Nowick, 1979).

### 1.4 Mesure de la conductivité

#### 1.4.1 Électrode de biopotentiel<sup>3</sup>

Afin de mesurer un biopotentiel, une interface entre le corps et l'appareil faisant la mesure électronique doit être créée. Ce rôle est joué par les électrodes de biopotentiel qui permettent la conduction d'un courant à travers l'interface entre le corps et le circuit de mesure électronique. Dans le corps, le courant est transporté par des ions en solution dans un électrolyte, alors qu'il est transporté par les électrons dans les électrodes. Il doit donc y voir une transduction à l'interface électrode-électrolyte. Cette interface peut être analysée en considérant tout d'abord le schéma de la Figure 1.5. L'électrode est formée d'atomes métalliques C alors que l'électrolyte est une solution aqueuse contenant des cations  $C^+$  de l'électrode métallique et des anions  $A^-$ .

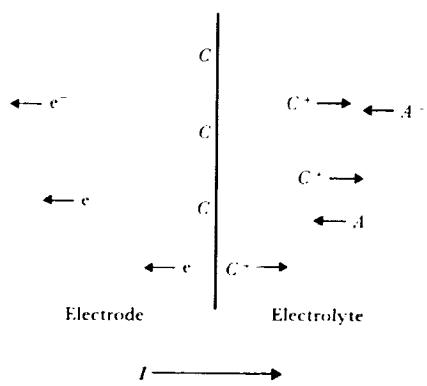


Figure 1.5 : Interface électrode-électrolyte

<sup>3</sup> Cette section est inspirée de Webster et Clark (1998)

Le courant traversant l'interface consiste en (1) des électrons  $e^-$  qui vont dans le sens opposé du courant dans l'électrode, (2) des cations  $C^+$  qui se déplacent dans le sens du courant et (3) des anions  $A^-$  qui se déplacent dans le sens opposé du courant dans l'électrolyte. Les électrons libres ne se retrouvent pas dans l'électrolyte, alors que les cations et les anions libres ne se retrouvent pas dans l'électrode : il se produit plutôt une réaction chimique à l'interface durant laquelle les charges sont transférées entre les porteurs. La réaction est la suivante :



Avec  $n$ , la valence de C et  $m$ , la valence de A.

Pour l'équation (1.8), on considère que l'électrode comporte des atomes de même nature que les cations et qu'il s'en trouve à l'interface de l'électrode qui puissent être oxydés pour former un cation et un ou plusieurs électrons libres. Le cation se retrouve dans l'électrolyte alors que l'électron transporte le courant dans l'électrode. L'équation (1.9) présente la réaction relative à l'anion. Dans ce cas, un anion s'approchant de l'interface électrode-électrolyte peut être oxydé en un atome neutre, cédant un ou plusieurs électrons libres à l'électrode. Il faut noter que ces réactions sont souvent réversibles et que la réaction de réduction peut aussi avoir lieu.

On peut alors analyser ce qui se produit lorsque l'on place un métal dans une solution contenant des ions de ce métal, qui seront en fait des cations. On conçoit d'abord que pour conserver la neutralité de charge, l'électrolyte comportera une quantité équivalente d'anions. Lorsque l'on placera le métal dans la solution, la réaction (1.8) débute immédiatement, vers la gauche ou la droite, selon la concentration des cations et les conditions d'équilibre pour la réaction, ce qui entraîne que la neutralité de charge n'est pas maintenue pour cette région. L'électrolyte autour du métal est alors à un potentiel électrique différent du reste de la solution. Une différence de potentiel, appelée

potentiel de demi-cellule, est déterminée par le métal impliqué dans la réaction, la concentration de ces ions en solution et la température, en plus de facteurs de second ordre.

Il est impossible de mesurer le potentiel de demi-cellule d'une électrode car on ne peut obtenir une connexion entre l'électrolyte et l'appareil servant à la mesure du potentiel sans utiliser une seconde électrode qui aura aussi un potentiel de demi-cellule qui sera inclus dans la mesure. L'électrode d'hydrogène a dès lors été choisie comme électrode de référence standard pour déterminer le potentiel de demi-cellule des autres types d'électrode.

L'application d'un courant électrique altère le potentiel de demi-cellule à cause de la polarisation de l'électrode. On nomme surpotentiel la différence entre le potentiel de demi-cellule observé et celui à l'équilibre, en l'absence d'un courant. Trois mécanismes contribuent à ce phénomène et permettent de séparer le surpotentiel en trois composantes qui s'additionnent : les surpotentiels ohmique, de concentration et d'activation. Le surpotentiel ohmique provient de la résistance de l'électrolyte qui provoque une chute de potentiel lorsqu'un courant traverse le milieu. Le surpotentiel de concentration provient du changement de la distribution des ions près de l'interface électrode-électrolyte lorsqu'un courant est appliqué par rapport à la situation à l'équilibre. Les réactions (1.8) et (1.9) sont alors entraînées hors de l'équilibre, selon le sens du courant. Finalement, le surpotentiel d'activation réfère au fait qu'il existe une certaine énergie d'activation pour oxyder ou réduire un atome.

On peut alors imaginer deux types d'électrodes : celles qui seront parfaitement polarisables et celles qui seront parfaitement non-polarisables. La polarisabilité réfère à ce qui se passe lorsqu'un courant passe de l'électrode à l'électrolyte. Les électrodes parfaitement polarisables sont celles pour lesquelles aucune charge ne traverse l'interface électrode-électrolyte lorsqu'un courant est appliqué. Le courant traverse donc l'interface de façon semblable à la polarisation qui se produit dans une capacité. Les

électrodes parfaitement non-polarisables sont celles pour lesquelles le courant passe librement à travers l'interface électrode-électrolyte, en ne nécessitant aucune énergie pour faire la transition. Il n'y a donc pas de surpotentiels pour les électrodes non-polarisables.

Ces électrodes théoriques ne peuvent être fabriquées en tant que tel, sauf que les électrodes réelles auront un comportement se rapprochant de l'un ou l'autre type d'électrode. Par exemple, les électrodes faites de métaux nobles comme l'or ou le platine seront plutôt du type polarisable, puisque ces matériaux sont relativement inertes et qu'ils s'oxydent ou se dissolvent difficilement.

Un exemple d'électrodes non-polarisables serait celles d'argent/chlorure d'argent ( $\text{Ag}/\text{AgCl}$ ). Elles font parties d'une classe d'électrodes qui sont formées d'un métal ( $\text{Ag}$ ) recouvert d'une couche d'un composé ionique légèrement soluble ( $\text{AgCl}$ ) qui est en fait le métal en question ( $\text{Ag}^+$ ) avec un anion approprié ( $\text{Cl}^-$ ). Cette structure est alors immergée dans un électrolyte contenant une concentration relativement élevée de l'anion. Les deux réactions chimiques suivantes gouvernent alors le comportement de l'électrode :



La première implique l'oxydation des atomes d'argent à la surface de l'électrode pour former des ions d'argent en solution à l'interface. La seconde réaction a lieu immédiatement après la formation d'ions  $\text{Ag}^+$ . Ces ions se combinent avec les ions de  $\text{Cl}^-$  déjà en solution pour former le composé ionique  $\text{Ag}/\text{AgCl}$ . Comme il a été mentionné,  $\text{AgCl}$  est faiblement soluble dans l'eau, il précipite majoritairement hors de la solution sur l'électrode d'argent et contribue au dépôt d' $\text{AgCl}$ .

On peut aussi noter que ces électrodes sont photosensibles : il est donc préférable de les garder à l'obscurité durant les mesures.

#### 1.4.2 *Impédance des électrodes*<sup>4</sup>

Lorsqu'on applique un courant dans un électrolyte ou sur un tissu, à l'aide d'une électrode, il faut réaliser que l'impédance de l'électrode s'ajoutera en série à la résistance du milieu, comme le présente la Figure 1.6 (a). On y voit la résistance de l'électrolyte ( $R_b$ ) en série avec l'impédance à l'interface électrode-électrolyte ( $Z_e$ ) et avec la résistance de l'électrode ( $R_e$ ) à proprement parler, qui peut souvent être négligée, étant plus faible que les deux autres. Le potentiel de demi-cellule s'ajoutera aussi au potentiel mesuré. On pourra toutefois l'éliminer en filtrant la composante directe d'un signal alternatif. On cherchera à minimiser le plus possible et à quantifier l'impédance des électrodes afin qu'elle n'influence pas la mesure de l'impédance du tissu. Il devient alors important de bien analyser les phénomènes se produisant à l'interface électrode-électrolyte, comme il a été présenté dans la section précédente. Une approche répandue consiste à modéliser l'interface par un circuit électrique équivalent, afin d'obtenir l'impédance de l'interface en fonction de la fréquence du signal électrique.

Une des premières approches fut celle d'Helmholtz qui proposa qu'une double couche de charges existe à l'interface, comme le présente la Figure 1.6 (b). Ce concept sera important en ce sens où ce type de couche rappelle une capacité chargée. Il appert alors que tout modèle par circuit devra comporter un condensateur pour en tenir compte. De plus, comme la cellule voltaïque ainsi formée fournit un courant direct, qui traverse l'interface, au moins une résistance devra faire partie du modèle.

---

<sup>4</sup> Cette section est inspirée de Geddes (1997) ainsi que de de Boer et van Oosterom (1978).

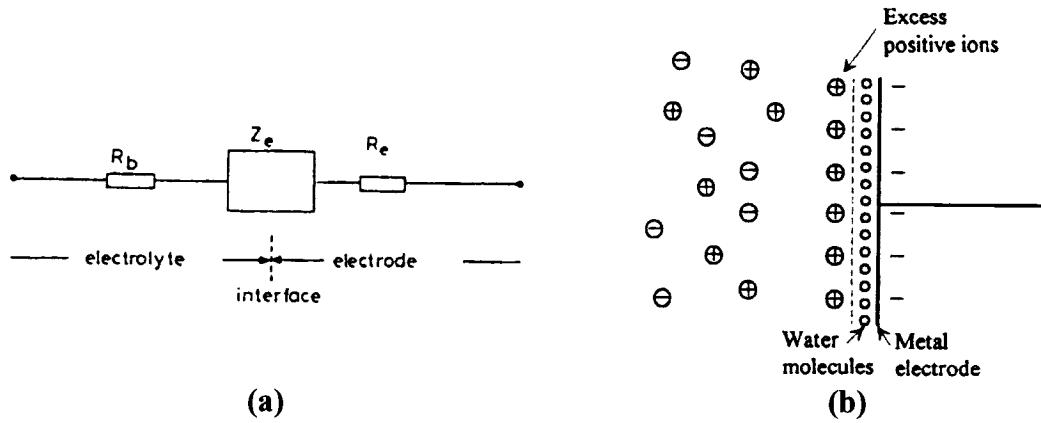


Figure 1.6 : (a) Schéma général de l'interface électrode-électrolyte (De Boer et Van Oosterom, 1978); (b) Double couche d'Helmholtz à l'interface<sup>5</sup>

En se basant sur ces constatations, un premier modèle par circuit peut être introduit. Il s'agit du circuit de Warburg, éventuellement raffiné par Fricke, qui consiste en une résistance  $R_w$  en série avec un condensateur  $C_w$ , variant tous deux en fonction de la fréquence du signal électrique. Ces deux modèles n'admettent toutefois pas le passage d'un courant direct à travers l'interface, comme c'est le cas pour une électrode non-polarisable. Pour y arriver, Geddes et Baker ont présenté deux modèles en 1968, illustrés à la Figure 1.7, qui incluaient une résistance faradique ( $R_f$ ) (a) en parallèle avec la capacité  $C_w$  et (b) en parallèle avec cette capacité et la résistance  $R_w$ . On y inclut aussi le potentiel de demi-cellule  $E_{1/2}$ . En analysant sommairement ces configurations, on réalise que la résistance faradique jouera un rôle principalement lorsque la fréquence du signal est faible alors que la capacité  $C_w$  agit comme un circuit ouvert.

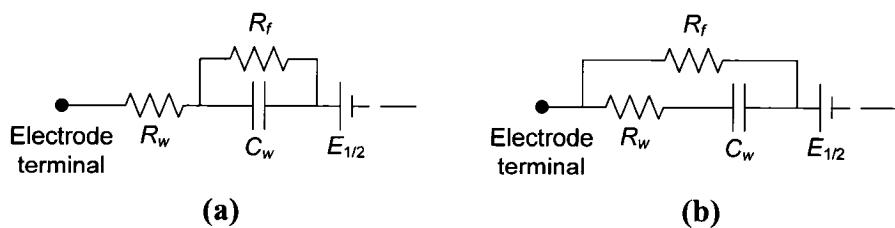


Figure 1.7 : Modèle de l'interface électrode-électrolyte de Geddes et Baker

<sup>5</sup> Cette figure est adaptée de Gulrajani (1998)

L'équation (1.12) (Geddes, 1997) présente la variation de la capacité  $C_w$  et de la résistance  $R_w$  en fonction de la fréquence, telle que déterminée expérimentalement :

$$C_w = \frac{k}{\omega^m} = \frac{1}{\omega X_w} \quad \text{et} \quad R_w = \frac{X_w}{\tan(\phi)} \quad \text{avec } \phi = m\pi/2 \quad (1.12)$$

Avec  $X_w$ , la réactance,  $\omega$ , la pulsation du signal et  $k$  et  $m$ , des constantes variant selon la nature du matériau de l'électrode.

La configuration de la Figure 1.7 (b) est généralement admise (Geddes et Roeder, 2001). On peut alors obtenir l'impédance de l'interface pour cette configuration en considérant d'abord l'impédance de la capacité et de la résistance en série du modèle de Warburg :

$$\begin{aligned} Z_w &= R_w + jX_w \\ &= \frac{1}{k\omega^{1-m}} \left( \frac{1}{\tan(\phi)} + j \right) \\ &= \frac{j}{ks^{1-m} \sin(\phi)} \end{aligned} \quad (1.13)$$

Avec  $s$ , donné par  $s = j\omega = j2\pi f$ , où  $j = \sqrt{-1}$  et  $f$ , la fréquence du signal.

L'impédance de l'interface est alors donnée par :

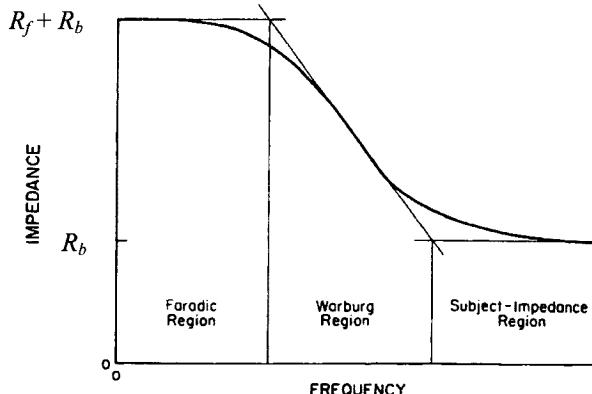
$$Z_e = Z_w \parallel R_f \quad (1.14)$$

En tenant compte de la résistance du milieu à l'étude ( $R_b$ ), telle que présentée à la Figure 1.6 (a), on obtient la relation suivante pour l'impédance qui sera mesurée :

$$Z = Z_w \parallel R_f + R_b \quad (1.15)$$

Pour des fréquences plus élevées, le terme de l'impédance de l'électrode devient négligeable devant la résistance du milieu et c'est cette dernière qui sera mesurée. Pour

des fréquences plus basses, la résistance faradique a une plus grande importance et sera alors mesurée. La Figure 1.8 présente l'allure de la relation (1.15) avec les trois régimes en fonction de la fréquence du signal.



**Figure 1.8 : Courbe typique de l'impédance en fonction de la fréquence du signal pour l'interface électrode-électrolyte (Geddes et Baker, 1989)**

La variabilité de l'impédance des électrodes, tant selon leur composition, leur géométrie ou en fonction de la fréquence, explique pourquoi on appliquera un courant pour mesurer un potentiel, et non le contraire, lors de mesures d'impédance. En effet, le courant sera toujours le même, malgré le changement d'impédance, ce qui augmentera la stabilité du système.

On peut aussi noter que ces paramètres varieront en fonction de la densité de courant qui traversera l'électrode. De façon générale, les résistances  $R_w$  et  $R_f$  diminuent alors que la capacité  $C_w$  augmente avec l'augmentation de la densité de courant.

#### 1.4.3 Mesure tétrapolaire d'impédance électrique

Il existe deux circuits de base pour la mesure de l'impédance électrique : le circuit de pont de mesure et les circuits bipolaire et tétrapolaire. Le circuit tétrapolaire offre une plus grande précision puisqu'il permet d'éliminer toutes les erreurs d'impédance reliées aux électrodes et au sujet : c'est donc cette configuration qui a été retenue pour ce projet (Geddes et Baker, 1989).

La configuration tétrapolaire, schématisée à la Figure 1.9, consiste à appliquer un courant sinusoïdal de fréquence connue entre deux électrodes, soit 1 et 4 sur le schéma. La différence de potentiel générée par l'impédance du tissu ( $\Delta V_{out}$ ) à l'étude est ensuite mesurée grâce à deux autres électrodes (2 et 3). Lorsqu'une source de courant est utilisée pour appliquer le courant servant à la mesure, la valeur du courant est indépendante de l'impédance de contact des électrodes avec le sujet ou le milieu à l'étude (soit  $Z_1$  et  $Z_4$ ) et de l'impédance entre les électrodes 1 et 4 (soit  $Z_x$ ,  $R_{b1}$  et  $R_{b2}$ ), à condition que l'impédance de sortie des sources de courant soit largement supérieure à cette série d'impédances.

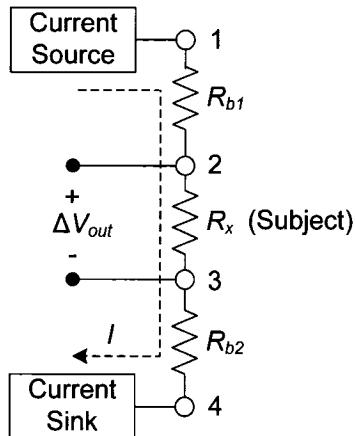


Figure 1.9 : Configuration tétrapolaire

Dans un milieu conducteur bi- ou tridimensionnel, la distribution du courant est la plus uniforme entre les électrodes de mesure du potentiel (2 et 3) lorsque les électrodes servant à l'application du courant (1 et 4) sont très espacées des électrodes servant à la mesure du potentiel.

Dans le cas où l'impédance d'entrée des appareils de mesure du potentiel est très élevée, la différence de potentiel ( $\Delta V_{out}$ ) entre les électrodes 2 et 3 est proportionnelle au courant appliqué ( $I$ ) et à l'impédance du matériau se trouvant entre ces électrodes ( $Z_x$ ). Le potentiel est donc donné par :

$$\Delta V_{out} = Z_x I \quad (1.16)$$

## 1.5 Revue de littérature

### 1.5.1 Mesures non-destructives de l'épaisseur du cartilage

Parmi les techniques permettant de déterminer l'épaisseur du cartilage articulaire de façon non destructive, deux ressortent principalement dans la littérature, soit la mesure par ultrasons et l'imagerie par résonnance magnétique (IRM).

Les mesures d'épaisseur du cartilage par ultrasons sont basées sur la détermination du délai temporel entre l'écho provenant de la surface articulaire et celui de la *tide-mark* (ligne de démarcation entre la zone non-calcifiée et calcifiée du cartilage). Dès lors, la connaissance de la vitesse du son dans le cartilage est nécessaire pour les mesures d'épaisseur. On doit supposer que cette vitesse est constante, ce qui n'est pas nécessairement le cas : cela constitue une limite sérieuse pour les mesures de l'épaisseur du cartilage (Jurvelin, et al., 1995). Des vitesses variant de 1419 à 2428 m/s ont été calculées pour le cartilage articulaire humain, ce qui laisse entrevoir une possibilité d'erreur allant jusqu'à 33,6% (Yao et Seedhom, 1999). Yao et Seedhom concluent que cette technique n'est pas appropriée pour la mesure de l'épaisseur du cartilage *in situ*. Ils suggèrent donc l'utilisation de l'IRM, qui comporte un coût prohibitif pour une application de ce genre.

L'IRM du cartilage articulaire est une technique présentement en développement qui pourrait permettre la détermination de l'épaisseur du cartilage à travers l'ensemble des surfaces d'une articulation (Eckstein, et al., 1997). Il a été démontré qu'elle permettait d'obtenir des mesures justes de la topographie, de l'épaisseur des surfaces de contacts et des courbures de surface du cartilage, dans une situation clinique (Cohen, et al., 1999).

### **1.5.2 Mesures tétrapolaires de la conductivité électrique**

La méthode tétrapolaire pour la mesure de la résistance et de l'impédance électriques fut développée en 1876 par Lippmann. L'objectif était d'éliminer l'erreur due à l'impédance de l'interface électrode-électrolyte lors de la mesure de la conductivité d'une substance conductrice (Geddes, 1996).

Cette méthode a ensuite été utilisée pour la mesure de la conductivité de nombreux tissus biologiques (Burger et Van Dongen, 1961; Rush, et al., 1963).

Dans le cas où l'on se retrouve avec diverses couches superposées possédant des conductivités électriques différentes, l'évaluation de la conductivité de chacune des couches peut être faite en se basant sur la technique des images (ou du coefficient de réflexion), adaptée de la méthode tétrapolaire. Cette dernière a été initialement utilisée en géophysique pour mesurer la résistivité de diverses couches sédimentaires, sous la surface du sol (Mooney et Wetzel, 1956). La technique a aussi été utilisée pour la mesure de la résistivité apparente d'un gel d'AGAR avec l'air comme seconde couche (Robillard et Poussart, 1979), la résistivité apparente du tissu de l'oreille interne (Suesserman et Spelman, 1993) et pour la détermination de la résistivité apparente du tissu du myocarde, qui est un milieu anisotrope (Steendijk, et al., 1993; Le Guyader, et al., 1994; Le Guyader, et al., 1994).

### **1.5.3 Mesures de la conductivité électrique du cartilage**

Les premières mesures pour la détermination des propriétés de transport du cartilage articulaire, à savoir la diffusion, la perméabilité, la conductivité électrique et le potentiel d'écoulement, ont été entreprises par Maroudas (1968). Ces mesures, effectuées sur des échantillons de cartilage humain, ont été analysées en se basant sur la théorie des échanges ioniques. Une analyse de ces propriétés en fonction de la profondeur dans l'échantillon a été effectuée. Pour la mesure de la conductivité électrique, le cartilage est installé entre deux électrodes de platine en utilisant la méthode du pont : les électrodes servant à l'application du courant et à la mesure du potentiel sont

donc les mêmes. Les échantillons de cartilage ont été équilibrés successivement dans une solution Ringer à 0,15 N, dans une solution de Ringer diluée à 1 : 10 et dans de l'eau distillée. La conductivité spécifique du cartilage obtenue se situe entre 0,65 et 0,85 S/m pour la solution de Ringer à 0,15 N et ne varie pas en fonction de la profondeur dans l'échantillon. Pour le cartilage équilibré dans la solution de Ringer 1 : 10, une légère augmentation de la conductivité spécifique a été notée en fonction de la profondeur dans l'échantillon. La conductivité variait entre 0,25 et 0,45 S/m et diminuait d'environ 10% dans le cas du cartilage équilibré dans l'eau distillée.

D'autres mesures bipolaires ont été réalisées par la suite et ont été présentées par Grodzinsky (1983). Des échantillons de cartilages bovins ont été utilisés. Ils ont été équilibrés dans des solutions de NaCl à 0,1 et 0,01 M, avec différentes valeurs de pH. Des électrodes d'Ag/AgCl ont été utilisées pour appliquer un courant de 1 à 5  $\mu$ A à 10 kHz. La conductivité électrique était d'environ 0,25 et 0,2 S/m pour les concentrations de NaCl de 0,1 et de 0,01 M, pour un pH neutre. Il est intéressant de noter que le déphasage à 10 kHz était à peu près nul, ce qui indique que l'effet capacitif de l'interface électrode-cartilage et/ou du cartilage était négligeable.

En faisant une mesure de conductivité avec une configuration à deux électrodes, l'impédance de contact s'ajoute à l'impédance du tissu à l'étude, ce qui pourrait diminuer la valeur de la conductivité mesurée, selon la nature des électrodes entre autres (Webster, 1990). Pour palier à ce problème, la méthode tétrapolaire a été développée. Hasegawa, et al. ont été les premiers à appliquer cette technique sur le cartilage articulaire pour démontrer la variation de la conductivité électrique du cartilage en fonction de la densité de charges fixes et de la profondeur de l'échantillon (Hasegawa, et al., 1983). Les échantillons de cartilage, séparés de l'os sous-chondral, étaient équilibrés dans une solution de Ringer et dans de l'eau distillée. Ils ont ensuite été installés entre deux plaques conductrices (l'une en haut et l'autre en bas) alimentées par un courant à 1 kHz. La différence de potentiel a ensuite été mesurée entre deux autres électrodes : l'une ponctuelle, située sur la plaque conductrice du bas; l'autre une électrode-aiguille

située dans la plaque du haut, qui peut être déplacée pour sonder le cartilage en fonction de la profondeur. Les résultats obtenus pour les échantillons dans la solution de Ringer ne présentaient pas de variation significative de conductivité en fonction de la profondeur et les valeurs obtenues se situaient entre 0,6 et 1,0 S/m, pour 20 échantillons. Pour les échantillons équilibrés dans l'eau distillée, une variation de la conductivité en fonction de la profondeur a pu être notée, passant d'environ 0,07-0,1 S/m dans la zone superficielle à environ 0,2-0,3 S/m dans les zones transitionnelle et profonde.

La méthode tétrapolaire a aussi été retenue pour obtenir la conductivité spécifique du cartilage en fonction de son contenu en eau (Gu et Justiz, 2002). La configuration utilisée était semblable à celle de Hasegawa, et al. (1983). Le cartilage provenait d'annulus fibrosis porcin et a été équilibré dans une solution tampon phosphate salin (phosphate buffered saline, PBS). La conductivité électrique a augmenté de 0,50 à 1,10 S/m pour une augmentation induite du contenu en eau de 71 à 87%.

Une sonde servant à l'analyse de la dégradation du cartilage en faisant des mesures de l'impédance électrique a été développée (Frank, et al., 2004). Cette sonde est munie de quatre électrodes coplanaires et utilise trois configurations pour l'application du courant et la mesure du potentiel. L'impédance est ensuite calculée en considérant le ratio du potentiel mesuré sur le courant appliqué et est normalisée par l'impédance mesurée dans le bain. Les trois configurations permettent de sonder l'impédance du cartilage à différentes profondeurs, à partir de la surface. Des tests ont été effectués sur du cartilage bovin (équilibré dans un PBS à 0,15 M) et humain (équilibré dans un PBS à 0,1 M avec 0,01 M de EDTA), en appliquant un courant de 1 mA/cm<sup>2</sup> à des fréquences variant de 250 à 1000 Hz. Aucune donnée de conductivité n'a été calculée car il s'agissait ici de faire ressortir l'impact relatif d'une dégradation contrôlée du cartilage sur l'impédance. Il a donc été démontré que l'impédance du cartilage augmente (donc la conductivité diminue) lorsque les protéoglycanes sont dégradés alors qu'elle diminue (donc la conductivité augmente) lorsque les collagènes sont dégradés. Ceci peut être expliqué par le fait que la dégradation des protéoglycane entraîne une diminution de la

densité de charges dans la matrice. Ceci est exprimé dans la relation (1.7). La dégradation des collagènes entraîne pour sa part un gonflement de la matrice, puisque les collagènes s'opposent normalement à la répulsion ionique des protéoglycane chargés dans la matrice. Il y a donc une augmentation de la quantité d'ions en solution dans le liquide interstitiel et une augmentation de la taille des pores de la matrice. On comprend que la conductivité s'en trouve augmentée, en se référant à la relation (1.4), puisque la conductivité est proportionnelle à la mobilité ionique dans le tissu. Celle-ci augmente avec le gonflement pour s'approcher de la valeur d'une solution sans macromolécules, comme le PBS. On présente aussi que, de façon plus générale, la conductivité augmente lorsque le cartilage est dégradé (par exemple, suite à une blessure), ce qui implique que la dégradation du collagène a une influence plus grande que celle des protéoglycane sur la conductivité.

D'autres mesures avec la méthode tétrapolaire sur le cartilage articulaire ont été effectuées (Binette, et al., 2004). Une matrice linéaire de huit électrodes ponctuelles de platine/iridium a été utilisée. Deux électrodes plus éloignées servaient à l'application du courant et deux électrodes au centre à la mesure du potentiel. Trois configurations d'électrodes distinctes, pour lesquelles on faisait varier la distance entre les électrodes d'application du courant, ont ainsi été utilisées. La conductivité du tissu était ensuite obtenue en calculant le ratio du potentiel mesuré sur le courant appliqué, qui doit ensuite être multiplié par un coefficient dépendant de la géométrie et des caractéristiques du tissu, ainsi que de la configuration des électrodes. Il a ainsi été possible de déterminer la conductivité du cartilage et de l'os sous-chondral en plus d'obtenir l'épaisseur du cartilage. Ainsi pour le cartilage de la tête humérale d'un bœuf la conductivité du cartilage a été évaluée à 1,14 S/m et celle de l'os à 0,306 S/m. Pour un échantillon provenant d'une vache, ces valeurs étaient de 0,88 S/m pour le cartilage et de 0,179 S/m pour l'os. Aucune dépendance significative de la conductivité du cartilage en fonction de la profondeur dans l'échantillon n'a été observée. L'épaisseur du cartilage était déterminée en utilisant la technique des images, un modèle considérant une série de « réflexions » du courant électrique sur l'interface entre le cartilage et l'os, qui possèdent

des conductivités électriques différentes. Ce modèle sera utilisé dans le présent mémoire pour l'analyse des résultats.

#### **1.5.4 *Mesures de la conductivité électrique de l'os***

Comme il a été présenté, Binette, et al. (2004) ont pu déterminer la conductivité de l'os sous-chondral. On peut aussi rappeler que la conductivité des os en général est plutôt variable à cause de la variabilité de leur composition. C'est dans cette optique que quelques valeurs de conductivité, tirées de la littérature, sont présentées. Dans leur compendium relevant la résistance spécifique de divers tissus biologiques, Geddes et Baker (1967) rapportent une valeur d'environ 0,06 S/m pour un os humain. Cette valeur a été obtenue par une mesure à deux électrodes. Saha et Williams (1992) notent que la conductivité d'un os cortical (tibia) humain varie peu en fonction de la fréquence du courant appliqué lors de la mesure. Ils obtiennent des valeurs comprises entre 0,06 et 0,08 S/m pour une plage de fréquences allant de 100 Hz à 10 MHz, toujours en utilisant seulement deux électrodes. Gabriel, et al. (1996) recensent des valeurs d'environ 0,06 à 0,4 S/m pour la même plage de fréquence, pour des os bovins (tibia et fémur).

## Chapitre 2 : Système développé pour les mesures de la conductivité électrique du cartilage

Afin de réaliser les mesures de conductivité électrique par la méthode tétrapolaire, un système composé d'un module électronique, d'un logiciel de contrôle ainsi que d'un réseau d'électrodes a été développé et sera présenté dans ce chapitre. On présente d'abord le module électronique qui comporte des sources de courant et des amplificateurs différentiels. La caractérisation électrique du module est décrite. La génération du signal et la prise des mesures de potentiel sont assurés par une puce servant d'analyseur de réseau. Le logiciel développé pour programmer les registres de cette puce, ainsi que pour contrôler le reste du module et faire l'analyse des résultats, est ensuite présenté. Ce logiciel permet aussi de faire la calibration du système. Finalement, on présente la matrice d'électrodes qui a été développée et caractérisée pour faire les mesure avec le système.

### 2.1 Module électronique

#### 2.1.1 *Description*

Le module électrique est composé de deux types de circuits imprimés : le premier contient quatre canaux comportant une source de courant et un amplificateur pour la mesure du potentiel, alors que le second contient les circuits servant à conditionner le signal mesuré, avant qu'il soit analysé. Le premier type de circuit imprimé est utilisé deux fois dans le module pour obtenir huit canaux en tout. Toutefois, la seconde copie ne comporte pas tous les composants de la première car certains composants ne sont nécessaires qu'une fois pour tout le module. Le module est donc composé de trois circuits imprimés qui sont branchés l'un à l'autre. Un schéma bloc du système de mesure est présenté à la Figure 2.1. On trouvera les schémas du premier type de circuit imprimé ainsi qu'une description plus détaillée de certains composants dans l'Annexe I. Les schémas du second circuit imprimé et la liste des principaux composants

utilisés sont présentés à l'Annexe II. Une description du système est donnée aux paragraphes suivants.

En premier lieu, on retrouve un module d'interface USB à I<sup>2</sup>C (U1) qui sert à contrôler le système grâce à une connexion USB avec l'ordinateur (PC). Ce module est alimenté par le port USB de l'ordinateur ainsi que par un bloc externe de 5 V DC qui fournit aussi l'alimentation ±15 V DC pour d'autres puces du circuit.

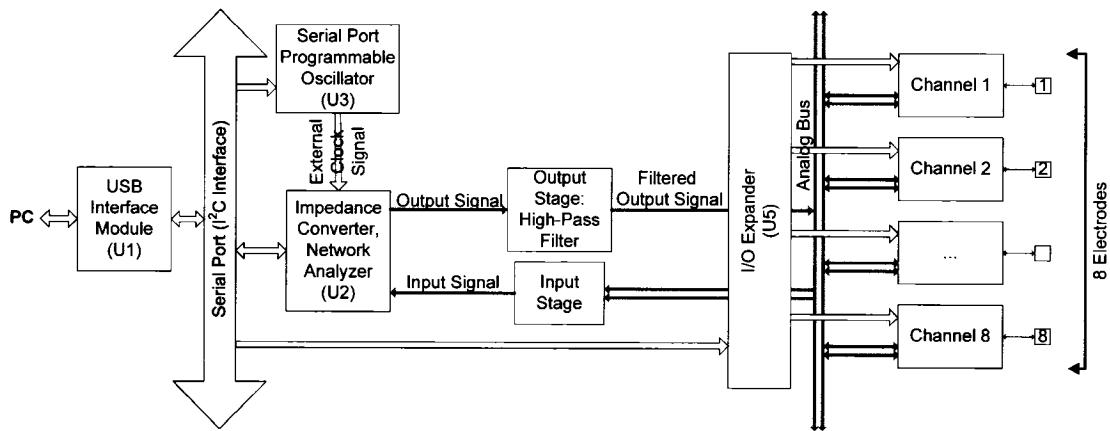


Figure 2.1 : Schéma bloc du module

L'élément central du circuit imprimé est une puce (AD5933, Analog Devices) servant d'analyseur de réseau (U2). Cette puce fournit un signal sinusoïdal dont on peut varier la fréquence et l'amplitude. Ce signal est appliqué à l'entrée d'un convertisseur tension-courant (Voltage Controlled Current Source). Le courant à la sortie du convertisseur est appliquée à la partie du corps dont les caractéristiques électriques doivent être analysées. La puce comprend d'autre part un amplificateur à gain programmable, un convertisseur analogue/numérique et un processeur spécialisé qui effectue la transformée de Fourier d'un vecteur d'échantillons. De cette façon, une caractérisation de l'impédance de la partie du corps visée, en fonction de la fréquence, est effectuée. La puce fonctionne avec un oscillateur interne fixé à 16,776 MHz ou avec un oscillateur externe (U3) dont la fréquence peut être programmée par l'interface I<sup>2</sup>C. L'utilisation de l'oscillateur externe est particulièrement indiquée lorsque l'on veut utiliser l'analyseur à des fréquences plus basses (typiquement 1 kHz).

Comme le signal généré par la puce contient une composante DC, un filtre passe-haut est requis. La fréquence de coupure de ce filtre a été fixée à 0,80 Hz mais on peut la modifier en changeant les valeurs de résistances et condensateurs comme indiqué à l'Annexe III.

La Figure 2.2 présente le schéma détaillé d'un canal. Le signal généré par U2 parvient à un multiplexeur formé de quatre portes linéaires (U20-23). Chaque multiplexeur est associé à une électrode. Il y en a quatre sur les deux circuits imprimés comportant les sources de courant, car chaque circuit permet le contrôle de quatre électrodes. Deux portes linéaires servent à la sélection de la source de courant à utiliser, tandis que les deux autres servent à sélectionner les signaux (potentiels produits par le passage du courant) qui seront connectés à l'entrée de l'analyseur de réseau (U2).

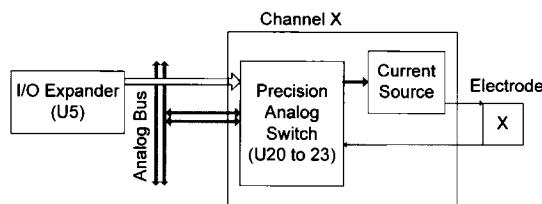


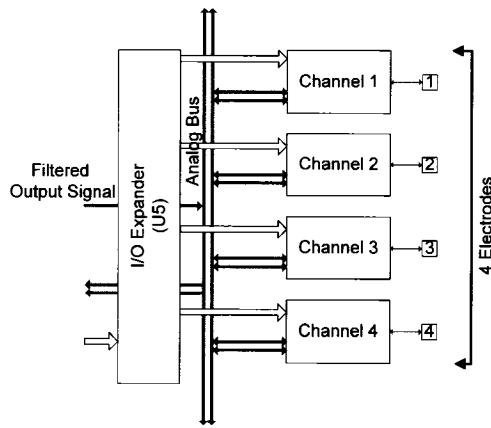
Figure 2.2 : Schéma bloc d'un canal

La sélection des différents canaux est faite grâce à un démultiplicateur de ports I<sup>2</sup>C (U5). Ce composant a seize bits de sortie, ce qui permet de contrôler les seize portes linéaires présentes sur quatre puces.

Les sources de courant sont composées d'un amplificateur différentiel, un amplificateur opérationnel (ampli op) et une résistance de précision permettant de fixer la transconductance du circuit. L'Annexe IV présente le schéma d'une source de courant. Ce circuit agit comme source ou comme puits de courant selon que le signal de contrôle, provenant de la puce analyseur de réseau (U2), est appliqué à l'entrée + ou l'entrée - de l'amplificateur différentiel. Une des électrodes servant à appliquer le courant au corps est reliée à la sortie d'un circuit configuré comme source et une autre électrode est reliée à la sortie d'un circuit configuré comme puits de courant. Lorsqu'un

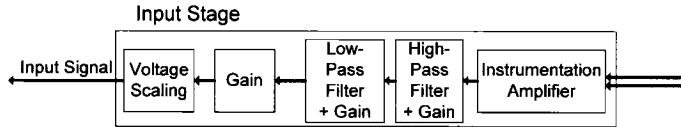
circuit n'est pas utilisé, les deux entrées de l'amplificateur différentiel sont connectées à la masse. Le courant appliqué est alors très faible.

Le second circuit imprimé comportant des sources de courant comprend une démultiplicateur de ports I<sup>2</sup>C et l'électronique pour le contrôle de quatre autres canaux, comme le présente la Figure 2.3.



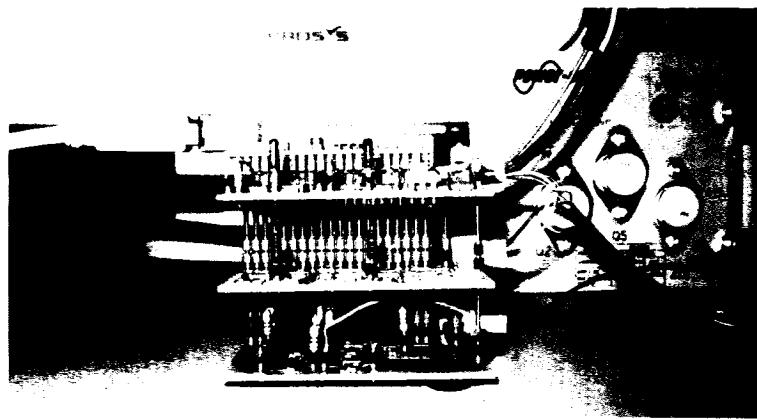
**Figure 2.3 : Circuit simplifié pour l'empilement**

En se référant de nouveau à la Figure 2.1, on remarque que les signaux des deux électrodes de mesure de la tension résultant de l'application du courant, sont dirigés vers l'étage d'entrée du convertisseur d'impédance, dont le schéma bloc est présenté à la Figure 2.4. Cet étage est disposé sur un autre circuit imprimé qui se fixe sous le circuit principal à l'aide de broches de raccordement. Le schéma du circuit est présenté à l'Annexe II. Les signaux parviennent d'abord aux entrées d'un amplificateur d'instrumentation. La sortie de celui-ci est reliée à un filtre passe-haut actif qui élimine la composante DC du signal. Le signal va ensuite à un filtre passe-bas. Deux autres étages de filtres et de gain ont été ajoutés, quoiqu'un seul des deux ne soit actuellement utilisé. Un atténuateur permet ensuite de ramener le signal dans la plage d'amplitude acceptée par la puce analyseur de réseau.



**Figure 2.4 : Schéma bloc de l'étage d'entrée servant au conditionnement de la différence de potentiel mesurée par le système**

La Figure 2.5 présente une photo du système assemblé. On y voit l'empilement des trois circuits imprimés en premier plan ainsi que le bloc d'alimentation.

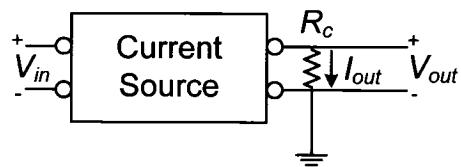


**Figure 2.5 : Empilement des circuits formant le système**

### 2.1.2 Caractérisation du système

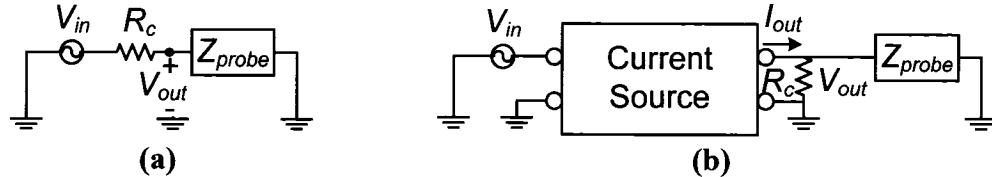
#### 2.1.2.1 Transconductance des sources de courant

Les caractéristiques des sources de courant, telles la transconductance et l'impédance de sortie, ont été mesurées à l'aide d'un analyseur de réseau Agilent 4395A. La configuration utilisée est schématisée à Figure 2.6. On applique un signal connu ( $V_{in}$ ) aux entrées de la source de courant et on détermine le courant de sortie ( $I_{out}$ ) en mesurant la tension ( $V_{out}$ ) aux bornes d'une résistance ( $R_c$ ) connue.



**Figure 2.6 : Configuration pour la mesure de la transconductance**

Pour obtenir la valeur de  $I_{out}$ , on doit considérer le fait que la sonde active Agilent 41800A utilisée pour la mesure de  $V_{out}$  a une impédance d'entrée finie ( $Z_{probe}$ ). On peut déterminer  $Z_{probe}$  en faisant le branchement de la Figure 2.7 (a).



**Figure 2.7 : (a) Branchement pour la mesure de l'impédance d'entrée de la sonde active et (b) pour la mesure de la transconductance à l'aide la sonde active**

La relation suivante donne alors l'impédance d'entrée de la sonde en fonction des autres variables, pour le branchement présenté à la Figure 2.7 (a). La relation est gardée en fonction du rapport  $V_{out}/V_{in}$  car c'est le paramètre fourni par l'analyseur de réseau.

$$Z_{probe} = \frac{R_c}{V_{in}/V_{out} - 1} \quad (2.1)$$

On réalise le branchement de la Figure 2.7 (b) pour obtenir le courant généré par la source. Le courant est donné par la relation suivante :

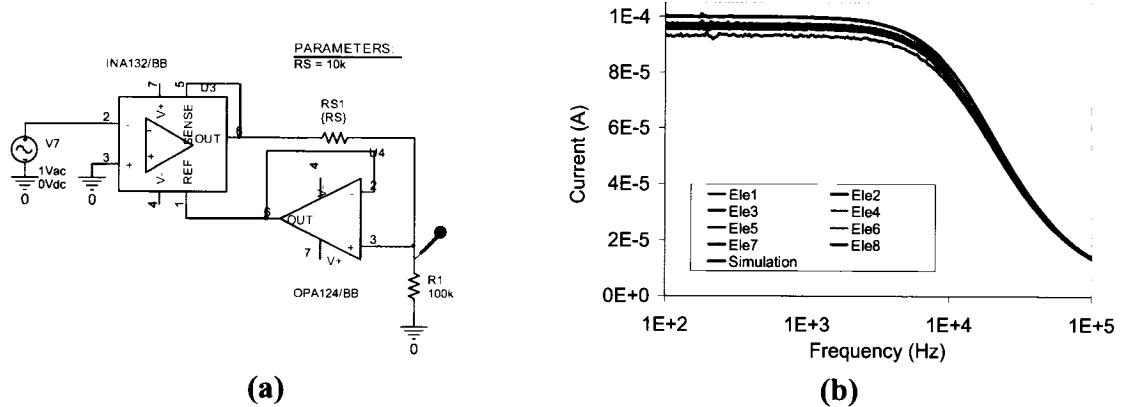
$$I_{out} = V_{in} \left( \frac{1 - V_{out}/V_{in}}{Z_{eq}} \right) \quad (2.2)$$

Avec  $Z_{eq} = R_c \parallel Z_{probe}$ .

Ces mesures sont faites à un nombre prédéterminé de fréquences dans une plage choisie par l'usager.

Une simulation des résultats a d'abord été réalisée à l'aide du logiciel Capture CIS (OrCAD). La configuration considérée est présentée à la Figure 2.8 (a), avec une résistance  $R_S$  de 10 kΩ. Les mesures ont ensuite été prises avec une résistance  $R_c$  de

100,4 kΩ et une tension  $V_{in}$  de 1 V crête. Le courant attendu est alors  $V_{in}/R_S = 10 \mu\text{A}$  crête (de l'équation (IV.1)). Les résultats sont présentés à la Figure 2.8 (b). On remarque que le courant  $I_{out}$  diminue à partir d'une certaine fréquence. Ceci se produit lorsque l'impédance de sortie des sources devient comparable puis inférieure à la résistance  $R_c$ . L'utilisation d'une résistance de charge  $R_c$  plus faible fait que la diminution du courant aura lieu à plus haute fréquence. Il importe donc de connaître l'impédance de sortie pour établir la fréquence maximale à laquelle des mesures pourront être effectuées. On remarque aussi que l'amplitude du courant est stable à basse fréquence, avec un écart de 0 à 7% avec les valeurs simulées. On peut conclure que les caractéristiques des sources sont adéquates pour notre application.



**Figure 2.8 : (a)** Configuration utilisée pour la simulation du courant de sortie d'une source et **(b)** Courant mesuré pour les 8 sources et simulation du courant d'une source, en fonction de la fréquence du signal

### 2.1.2.2 Impédance de sortie des sources de courant

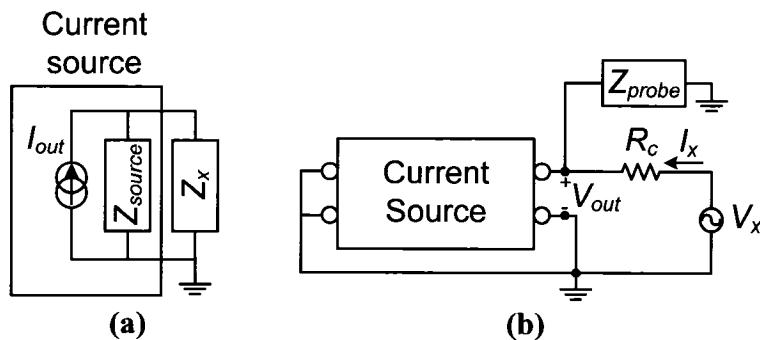
Pour déterminer la valeur maximale d'une impédance pouvant être mesurée par le système, on doit déterminer l'impédance de sortie  $Z_{source}$  des sources. Nos simulations et mesures précédentes suggèrent que  $Z_{source}$  est essentiellement due à une capacité parasite. La Figure 2.9 (a) présente un schéma équivalent à la situation : l'impédance de sortie de la source se retrouve en parallèle avec l'impédance inconnue ( $Z_x$ ) que l'on désire déterminer. L'impédance qui sera mesurée sera donc une impédance équivalente ( $Z_{eq}$ ) donnée par :

$$Z_{eq} = \frac{Z_{source} Z_x}{Z_{source} + Z_x} \quad (2.3)$$

L'impédance de la source est alors donnée par :

$$Z_{source} = \frac{Z_x Z_{eq}}{Z_x - Z_{eq}} \quad (2.4)$$

La relation (2.4) entraîne qu'il est possible de déterminer l'impédance de sortie d'une source en faisant une série de mesures avec des impédances  $Z_x$  connues, idéalement du même ordre de grandeur que l'impédance de la source.



**Figure 2.9 : (a) Schéma équivalent de la source de courant avec son impédance de sortie et l'impédance inconnue ;  
(b) Configuration pour la mesure de l'impédance de sortie d'une source de courant**

La technique de mesure de l'impédance de sortie de circuits à amplificateurs opérationnels peut être appliquée<sup>6</sup>. On peut se référer à la Figure 2.9 (b) pour suivre les étapes. (1) On doit d'abord désactiver la source de signal d'entrée. Dans notre cas, ceci se fait en connectant les deux entrées de la source de courant à la masse. (2) On enlève la charge présente à la sortie du circuit. (3) On applique une source de tension test ( $V_x$ ) à la sortie du circuit. (4) On calcule le courant  $I_x$  traversant une résistance connue ( $R_c$ ) en prenant la différence de potentiel aux bornes de cette résistance. (5) On calcule l'impédance de sortie par la relation :

---

<sup>6</sup> Cette technique est tirée des notes du cours ELE2310 : Électronique, par Guardo et Bertrand (2005).

$$Z_{source} = V_x / I_x \quad (2.5)$$

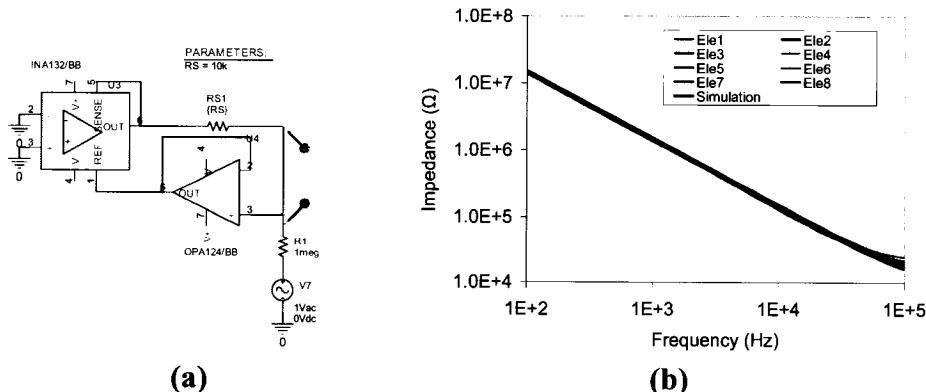
Le circuit doit bien entendu être alimenté durant les mesures et être en régime linéaire (c'est-à-dire que le courant  $I_x$  ne doit pas dépasser la limite de courant de sortie du circuit testé). On utilise pour faire cette mesure un analyseur de réseau Agilent 4395A. Comme cet appareil donne le ratio  $V_{out}/V_x$ , on peut retrouver une expression pour l'impédance de la source en fonction de ces paramètres. En analysant la Figure 2.9 (b), on peut écrire :

$$\frac{V_{out}}{V_x} = \frac{Z_{source} \| Z_{probe}}{R_c + Z_{source} \| Z_{probe}} \quad (2.6)$$

L'impédance de la source est donc :

$$Z_{source} = \left( \frac{1}{R_c} \left( \frac{V_x}{V_{out}} - 1 \right) - \frac{1}{Z_{probe}} \right)^{-1} \quad (2.7)$$

L'impédance de la sonde  $Z_{probe}$  est obtenue avec le même montage qu'à la Figure 2.7 (a), avec une résistance  $R_c$  de  $1 M\Omega$ . La Figure 2.10 (b) présente l'impédance de sortie obtenue avec l'analyseur en fonction de la fréquence, ainsi que les résultats d'une simulation du circuit de la Figure 2.10 (a) avec le logiciel Capture CIS (OrCAD).



**Figure 2.10 : (a) Configuration utilisée pour la simulation de l'impédance de sortie d'une source et (b) Impédance de sortie mesurée pour les 8 sources de courant et simulation de l'impédance de sortie d'une source, en fonction de la fréquence du signal**

L'allure de courbes de la Figure 2.10 (b) indique que  $Z_{source}$  est essentiellement due à une capacité parasite. La paramétrisation de ces courbes est faite avec la relation :

$$Z_{cap} = \frac{1}{C_s s}, \quad (2.8)$$

Avec  $Z_{cap}$ , l'impédance de la capacité ;  $C_s$ , la valeur de la capacité et  $s$ , donné par  $s = j\omega$ .

On obtient une capacité d'environ 110 pF pour la simulation, alors que les mesures donnent une capacité moyenne de  $111 \pm 3$  pF pour l'ensemble des canaux, en excluant les points au-dessus de 50 kHz. On peut donc conclure que la simulation et les mesures sont en accord pour des fréquences en-dessous de cette valeur.

## 2.2 Logiciel de contrôle

### 2.2.1 Description générale

Le développement du logiciel s'est fait de façon incrémentielle, parallèlement au développement du matériel. Il s'agissait en fait de développer un logiciel permettant :

- (1) D'assurer la communication entre le matériel et l'ordinateur.
- (2) De contrôler la puce servant d'analyseur de réseau, l'oscillateur externe et les portes analogiques. Ces dernières sont contrôlées par le biais de démultiplicateurs de ports I<sup>2</sup>C.
- (3) D'analyser les données et de sauvegarder les résultats.

Deux modes d'opération ont été développés :

- (1) Un mode de balayage en fréquence, pour déterminer la caractéristique d'une impédance inconnue en fonction de la fréquence.

(2) Un mode faisant une série de mesures tétrapolaires d'impédance à une fréquence donnée. Ces mesures sont faites pour diverses dérivations d'électrodes. C'est le mode utilisé pour les mesures de conductivité et d'épaisseur du cartilage.

La plateforme LabVIEW (National Instruments) a été choisie pour la réalisation du logiciel de contrôle en raison de ses fonctions bien intégrées d'acquisition de données par un port USB, d'analyse de données et de présentation graphique.

### 2.2.2 *Description des fonctions du logiciel*

Les différentes fonctions du logiciel sont présentées dans cette partie du mémoire, incluant une explication sommaire de leur rôle. Au démarrage, le logiciel affiche une fenêtre comme celle de la Figure 2.11 (a) pour le mode balayages de fréquence ou (b) pour le mode de mesure à quatre électrodes. Plusieurs boutons de réglage des paramètres d'acquisition sont présentés dans la partie de gauche de la fenêtre alors que les résultats sont affichés dans la partie de droite.

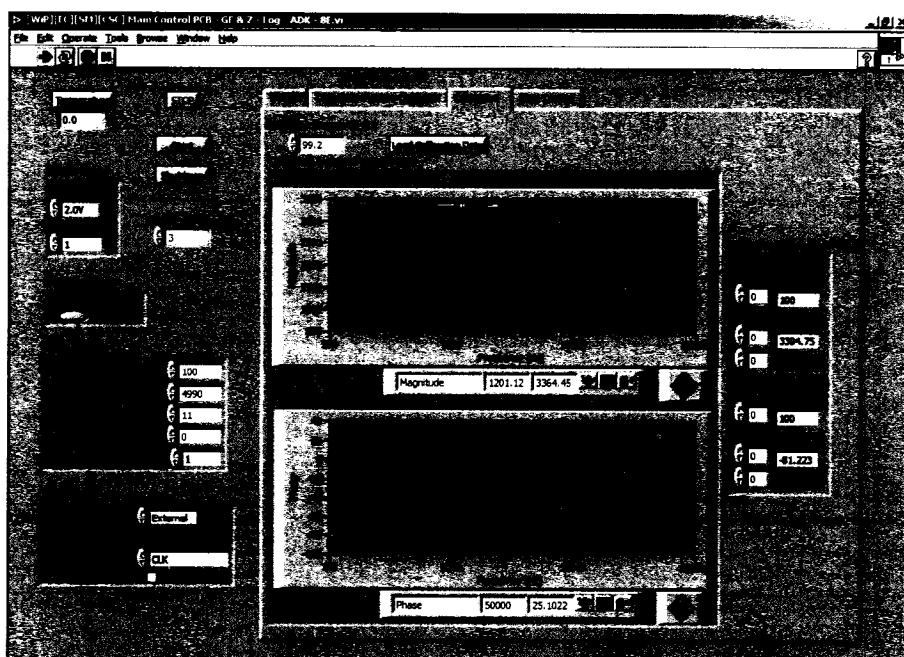
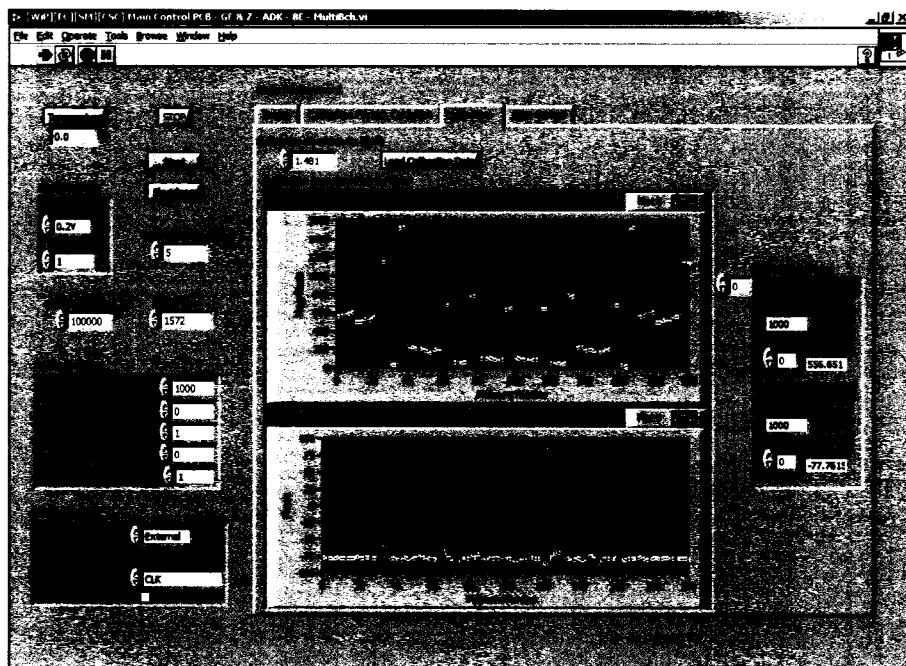


Figure 2.11 (a) : Fenêtre principale du logiciel de contrôle pour le mode de balayage en fréquence



**Figure 2.11 (b) : Fenêtre principale du logiciel de contrôle pour le mode de mesure à quatre électrodes**

#### 2.2.2.1 Paramètres commun aux deux modes

##### (1) Mesure de la température :

La puce servant d'analyseur de réseau contient un capteur de température qu'il est possible de lire. La commande de lecture permet essentiellement de vérifier que la communication avec la puce se fait correctement. La valeur lue (température de la puce) n'intervient dans aucun des calculs.

##### (2) Paramètres du signal, nombre de mesures et choix de l'oscillateur :

La case *Signal Settings* permet entre autres d'ajuster la valeur crête-à-crête du signal sinusoïdal (0,198 V, 0,383 V, 0,97 V ou 1,98 V) généré par la puce servant d'analyseur de réseau.

Le signal résultant du courant appliqué à la partie du corps visée (cartilage) peut être acquis en prenant une série de mesures qui seront moyennées, afin de réduire le

bruit du signal. Il est possible de choisir le nombre de mesures qui seront prises par la case *Number of Measures*.

On peut aussi choisir d'utiliser l'oscillateur interne de la puce ou un oscillateur externe. La fréquence de ce dernier est programmée de façon à ce que le même nombre de cycles du signal sinusoïdal généré soient considérés pour l'analyse par transformée de Fourier rapide. Ceci donne donc de meilleurs résultats, peu importe la fréquence du signal.

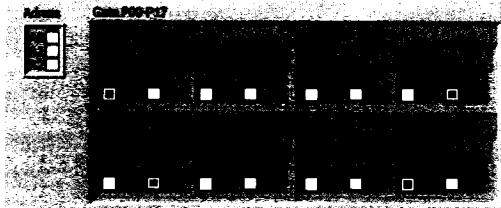
### (3) Paramètre de calibration :

Lors de la calibration du système avec une résistance connue, on entre la valeur de cette dernière dans l'onglet de *Calibration*.

#### 2.2.2.2 *Paramètres et traitement des résultats pour le mode de balayage en fréquence*

On ajuste les paramètres de balayage dans la case *Sweep Settings*. On définit la plage de fréquence qui sera utilisée et les temps d'attente pour que la puce complète l'analyse des résultats. On choisit si le balayage en fréquence se fera de façon linéaire ou logarithmique. L'avantage de la seconde option est que les mesures sont mieux réparties sur la plage de fréquence considérée.

L'onglet *Gate Control* permet de rediriger les signaux dans le circuit par un contrôle des diverses portes linéaires, comme indiqué à la Figure 2.12. On choisit dans un premier temps quelle borne d'entrée d'une source de courant sera alimentée, choisissant ainsi le sens du courant qui sera appliqué (c'est-à-dire source ou puits de courant), dans les cases ELE1 à ELE4. On choisit en second lieu quels signaux parviendront aux bornes de l'amplificateur d'instrumentation servant à la mesure de la différence de potentiel, par les cases V\_ELE1 à V\_ELE4.



**Figure 2.12 : Contrôle des portes linéaires du circuit**

Une fois un balayage terminé, les résultats sont affichés sous forme de graphiques et de tableaux, en fonction de la fréquence, comme présenté à la Figure 2.11 (a). L’onglet *Calibration* donne le module et la phase des mesures obtenues par la puce, alors que l’onglet *Sweep* donne les valeurs en ohms.

#### *2.2.2.3 Paramètres et traitement des résultats pour le mode de mesure à quatre électrodes*

Pour le second mode, la case *Sweep Settings* sert à définir la fréquence à laquelle les mesures seront faites. On fixe aussi les temps d’attente nécessaires pour que la puce effectue l’analyse du signal. On peut faire environ 200 mesures par minute avec un signal d’excitation de 1 kHz.

Le contrôle des portes linéaires est automatisé afin de faire des mesures consécutives avec une série de dérivations d’électrodes inscrites dans un fichier.

Lorsque la série de mesures est complétée, les résultats s’affichent sous la forme de graphiques et de tableaux, en fonction du numéro de la mesure, comme présenté à la Figure 2.11 (b). L’onglet *Calibration* donne le module et la phase des mesures faites par la puce, alors que l’onglet *Sweep* donne les valeurs en siemens/mètre.

#### **2.2.3 Calibration du système**

Une fois que les paramètres de mesure ont été sélectionnés, l’opérateur clique sur le bouton *Start* pour démarrer la séquence de mesure. Cette section présente la première étape de la séquence, la calibration du système. Elle est tirée du feuillet technique de la puce AD5933 (Analog Devices) servant d’analyseur de réseau.

Chaque mesure effectuée par la puce comporte une partie réelle et une partie imaginaire. Le module de ce nombre complexe est proportionnel à la différence de potentiel mesurée :

$$\text{Mag} = \text{GF} \cdot V_{Z_x} \quad (2.9)$$

Avec Mag (Magnitude), le module du signal; GF, le facteur de gain et  $V_{Z_x}$ , la tension aux bornes de l'impédance que l'on désire déterminer.

Le facteur de gain (GF) comprend un facteur d'amplification ( $G$ ) provenant du circuit et un facteur de conversion entre le module du résultat et la tension d'entrée de la puce ( $\alpha$ ). On a alors  $\text{GF} = \alpha G$ .

La tension  $V_{Z_x}$  est donnée par :

$$\begin{aligned} V_{Z_x} &= Z_x I_{out} \\ &= Z_x \frac{V_{outf}}{R_S} \end{aligned} \quad (2.10)$$

Avec  $I_{out}$ , le courant appliqué par les sources de courant. Ce courant correspond au ratio du signal appliqué par la puce duquel on a éliminé la composante DC ( $V_{outf}$ ), sur la résistance ( $R_S$ ) permettant de fixer la valeur du courant.

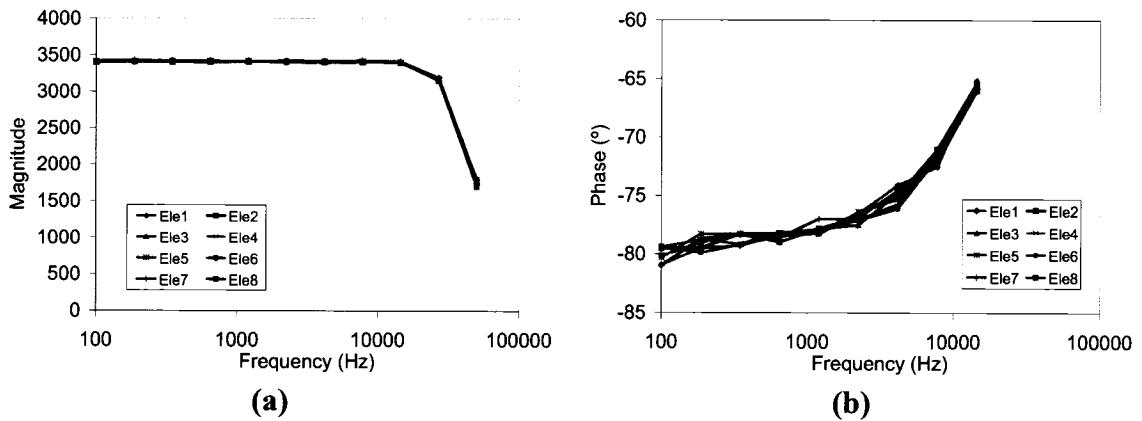
En introduisant (2.10) dans (2.9), on obtient la relation suivante pour la valeur de l'impédance inconnue :

$$Z_x = \frac{\text{Mag} \cdot R_S}{\alpha G V_{outf}} \quad (2.11)$$

On conçoit alors que pour cette configuration, la valeur maximale de l'impédance mesurée dépendra de la tension de saturation de la puce analyseur de réseau. Nous avons évalué que la tension  $V_{Z_x}$  avant l'atténuateur devait être inférieure à

environ 6V crête, ce qui correspond à une magnitude d'environ 13 000. De plus, il a été noté que la linéarité du système se détériore pour des modules inférieurs à 100.

Dans le cas de la calibration du système, le seul paramètre inconnu de la relation (2.11) est le facteur  $\alpha$ . Ce facteur peut être déterminé expérimentalement en faisant un balayage sur une plage de fréquence. La Figure 2.13 présente les courbes de module et de phase en fonction de la fréquence pour les huit canaux du système. Pour réaliser ce balayage, on branche le système dans une configuration bipolaire, pour laquelle les électrodes appliquant le courant sont les mêmes que celles de la mesure du potentiel. On fait la mesure sur une impédance  $Z_x$  connue (soit une résistance dans ce cas) pour une plage de fréquence allant de 100 Hz à 50 kHz. Les paramètres utilisés pour la mesure sont les suivants : une résistance connue ( $Z_x$ ) de  $99,8\Omega$ ;  $R_S = 100 \text{ k}\Omega$ ;  $V_{outf} = 0,99 \text{ V}$  crête (le courant attendu est donc de  $9,9 \mu\text{A}$  crête) et un gain  $G$  d'environ 1572 V/V.



**Figure 2.13 : (a) Module et (b) phase en fonction de la fréquence pour les 8 canaux du système. Ces courbes sont utilisée pour le calcul du paramètre  $\alpha$**

On remarque en examinant la Figure 2.13 que les mesures se superposent pour les huit canaux du système. Comme la mesure est faite sur une résistance, on s'attendrait théoriquement à ce que le module soit constant et que le déphasage du signal soit nul sur toute la plage de fréquence. En pratique, chaque étage du système a une réponse en fréquence qui lui est spécifique. La fréquence maximale pour les mesures est environ 15 kHz pour l'ensemble du système. Nous reviendrons sur les facteurs déterminant cette

fréquence maximale dans le Chapitre 4. Le déphasage observé peut être expliqué par le délai provenant des divers étages de filtres. La relation suivante permet de tenir compte de ce déphasage :

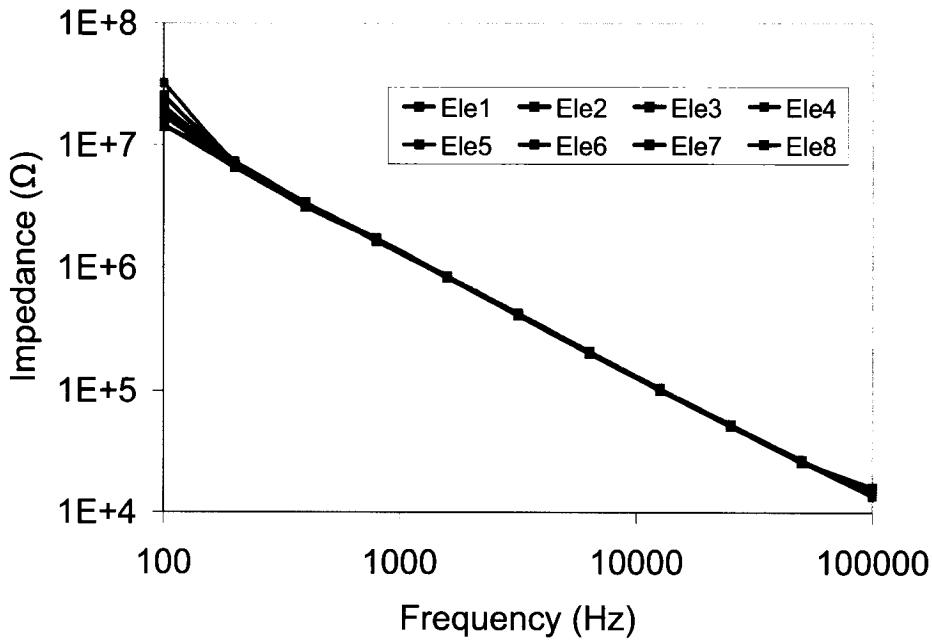
$$\Delta\varphi = \text{Phase} - (\Delta t \cdot 2\pi f + \varphi_o) \quad (2.12)$$

Avec  $\Delta\varphi$ , le déphasage de l'impédance mesurée par le système ; Phase, le déphasage mesuré par la puce ;  $\Delta t$ , le délai provenant des étages de filtres et  $\varphi_o$ , le déphasage intrinsèque à la puce.

En utilisant les données de la Figure 2.13 (a) dans la relation (2.11) on obtient un paramètre  $\alpha$  d'environ  $2195 \pm 4 \text{ V}^{-1}$ . En paramétrisant la courbe de la Figure 2.13 (b) et en comparant avec la relation (2.12), on obtient un délai  $\Delta t$  de  $152 \pm 5 \mu\text{s}$  et un déphasage  $\varphi_o$  de  $-79,3 \pm 0,2^\circ$ . De la même façon, on peut obtenir ces paramètres pour les autres amplitudes du signal généré par la puce (voir l'Annexe V).

#### *2.2.3.1 Mesure de l'impédance de sortie des sources avec des résistances élevées*

Le système peut être utilisé pour mesurer l'impédance de sortie des sources de courant en utilisant une résistance de charge ( $Z_x$ ) connue et en appliquant la relation (2.4) développée dans la section 2.1.2.2. En faisant un balayage en fonction de la fréquence, on obtient une mesure de l'impédance équivalente à l'impédance de sortie de la source en parallèle avec  $Z_x$ . La Figure 2.14 présente l'impédance de sortie des sources de courant pour chacun des huit canaux, obtenue grâce à des mesures effectuées sur une résistance de  $555 \text{ k}\Omega$ . L'amplitude du signal ( $V_{outf}$ ) était de  $0,99 \text{ V}$  crête et la résistance  $R_S$  de  $10 \text{ k}\Omega$ . On remarque que les valeurs se superposent sur presque toute la plage de fréquence. Quelques mesures effectuées à  $100 \text{ Hz}$  et à  $100 \text{ kHz}$  divergent légèrement et ont été exclues du calcul de la capacité équivalente. La valeur moyenne de la capacité équivalente est  $\sim 116 \pm 7 \text{ pF}$ . Cette valeur est très semblable à celle obtenue par la simulation ( $110 \text{ pF}$ ) et à celle mesurée avec l'analyseur de réseau Agilent 4395A ( $111 \pm 3 \text{ pF}$ ), présentées dans la section 2.1.2.2.



**Figure 2.14 : Impédance de sortie des sources de courant pour les 8 canaux**

La valeur de la résistance  $R_S$  a une influence sur l'impédance de sortie. En utilisant une résistance de  $1 \text{ M}\Omega$ , au lieu de  $10 \text{ k}\Omega$ , et une charge de  $51,5 \text{ M}\Omega$ , on obtient une capacité équivalente d'environ  $40 \text{ pF}$ , donc une impédance de sortie plus grande. La simulation donnait toutefois  $1,1 \text{ pF}$  ce qui suggère que le modèle utilisé dans les simulations ne tient pas compte d'une saturation possible du système électronique.

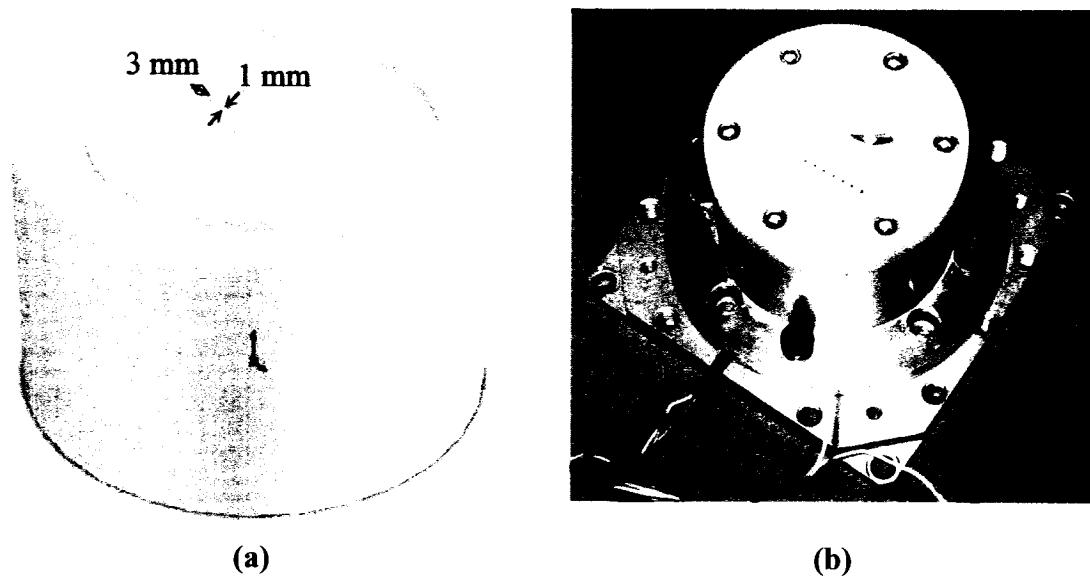
## 2.3 Réseau d'électrodes d'Ag/AgCl

### 2.3.1 Design

L'objectif initial du projet était d'utiliser les électrodes d'or de l'embout jetable de la sonde arthroscopique Arthro-BST™ (Bio Syntech Canada Inc.) pour faire les mesures de conductivité électrique. Comme il s'est avéré impossible de faire des mesures de conductivité avec ces électrodes, pour des raisons qui seront présentées au Chapitre 4, nous avons tenté d'utiliser un réseau de microélectrodes en platine/iridium (80%/20%) précédemment utilisé par Légaré (1998) et Binette (2002). Ces électrodes de

50  $\mu\text{m}$  de diamètre étaient séparées de 300  $\mu\text{m}$  centre à centre. Malheureusement, ce réseau a été endommagé et n'a pu être réparé.

Nous avons donc opté pour la fabrication d'un réseau d'électrodes d'Ag/AgCl. Il s'agit d'électrodes cylindriques de 1 mm de diamètre, fixées à un fil d'argent (E205, Warner Instruments). Les huit électrodes sont encastrées dans un cylindre d'acétal à 3 mm de distance centre à centre. Un schéma du cylindre est présenté à la Figure 2.15 (a). La Figure 2.15 (b) présente une photo du réseau d'électrodes assemblé dans un bain servant pour l'expérimentation, qui a été conçu et réalisé par Martin Garon pour des travaux antérieurs. Le bain est de forme cylindrique, avec un diamètre d'environ 3,8 cm et une hauteur d'environ 2,4 cm.



**Figure 2.15 : (a) Schéma du socle pour les électrodes et  
(b) Photo du réseau d'électrodes assemblé dans le bain**

Le modèle qui sera utilisé pour faire l'analyse des mesures de conductivité implique l'utilisation d'électrodes ponctuelles. Or, ce critère est normalement rempli lorsque la distance entre les électrodes est au moins 5 fois leur diamètre (Suesserman et Spelman, 1993). Pour des électrodes de 1 mm de diamètre, la distance entre les électrodes devrait donc être au moins 5 mm. Comme il n'existe pas d'électrodes

d'Ag/AgCl plus petites disponibles commercialement et que nous étions limités au niveau de la largeur que pouvait avoir le réseau d'électrodes, il nous a été impossible de rencontrer le critère. L'impact de cette omission sera évalué lors de l'analyse des mesures.

### 2.3.2 Caractérisation des électrodes

#### 2.3.2.1 Impédance de contact des électrodes

L'impédance de contact des électrodes du réseau a été obtenue en faisant des mesures bipolaires dans une solution servant à calibrer un conductimètre. Les mesures ont été faites entre chaque électrode du réseau et une grande électrode d'Ag/AgCl immergée dans le même milieu. Les mesures ont été prises sur une plage de fréquence allant de 100 Hz à environ 14,4 kHz. Un courant d'environ 100  $\mu$ A crête est appliqué (densité de courant de 3,2 mA/cm<sup>2</sup>) et le signal est amplifié par un facteur de 12,1 V/V. On se retrouve alors dans la région de Warburg (voir Figure 1.8) de l'impédance de l'interface électrode-électrolyte, puisque la fréquence est trop élevée pour voir l'effet de la résistance faradique et trop basse pour voir l'effet de la résistance du milieu. On peut donc faire la paramétrisation des courbes obtenues par la relation (1.13). Les paramètres  $k$  et  $m$  ont été obtenus en utilisant la fonction *lsqnonlin* de MATLAB (The MathWorks), avec l'algorithme présenté à l'Annexe VI. Cette fonction permet en fait la résolution de problèmes non-linéaires de moindre carré en considérant la fonction suivante :

$$\min_x(f(x)) = f_1(x)^2 + f_2(x)^2 + \dots + f_m(x)^2 \quad (2.13)$$

Au lieu de calculer la valeur de  $f(x)$  (la somme des carrés), *lsqnonlin* requiert que la fonction définie par l'utilisateur calcule la fonction vectorielle :

$$F(x) = \begin{bmatrix} f_1(x) \\ f_2(x) \\ \vdots \\ f_m(x) \end{bmatrix} \quad (2.14)$$

En termes vectoriels, ce problème d'optimisation peut être écrit sous la forme :

$$\min_x \frac{1}{2} \|F(x)\|_2^2 = \frac{1}{2} \sum_i f_i(x)^2 \quad (2.15)$$

Avec  $x$ , un vecteur et  $F(x)$ , une fonction retournant un vecteur.

La fonction optimisée dans le cas présent est la somme de l'erreur sur la norme et de l'erreur sur l'angle. L'erreur est en fait la différence entre l'impédance mesurée et celle calculée avec les paramètres  $k$  et  $m$  qui varient.

La Figure 2.17 montre un exemple de mesure pour laquelle la paramétrisation sur la plage de 350 Hz à 4 kHz est superposée. On reconnaît aisément la région de Warburg de la Figure 1.8.

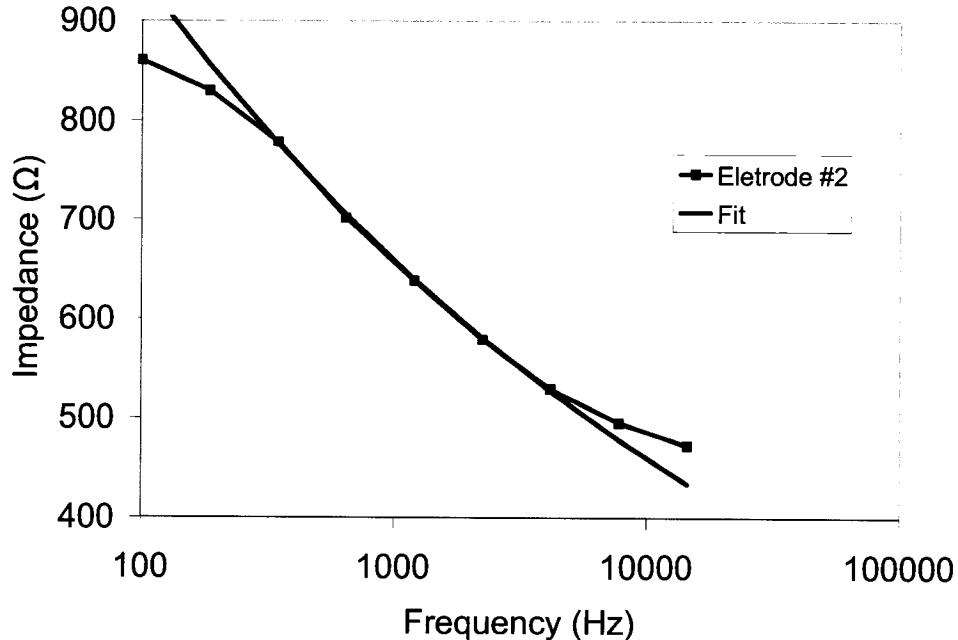


Figure 2.16 : Impédance de contact d'une électrode d'Ag/AgCl en fonction de la fréquence

On remarque qu'à 1 kHz, l'impédance est d'environ  $650 \Omega$ , ce qui est bien en deçà de l'impédance de sortie d'environ  $1,5 \text{ M}\Omega$  des sources de courant à la même fréquence. Le Tableau 2.1 présente les valeurs des paramètres  $k$  et  $m$  obtenus pour

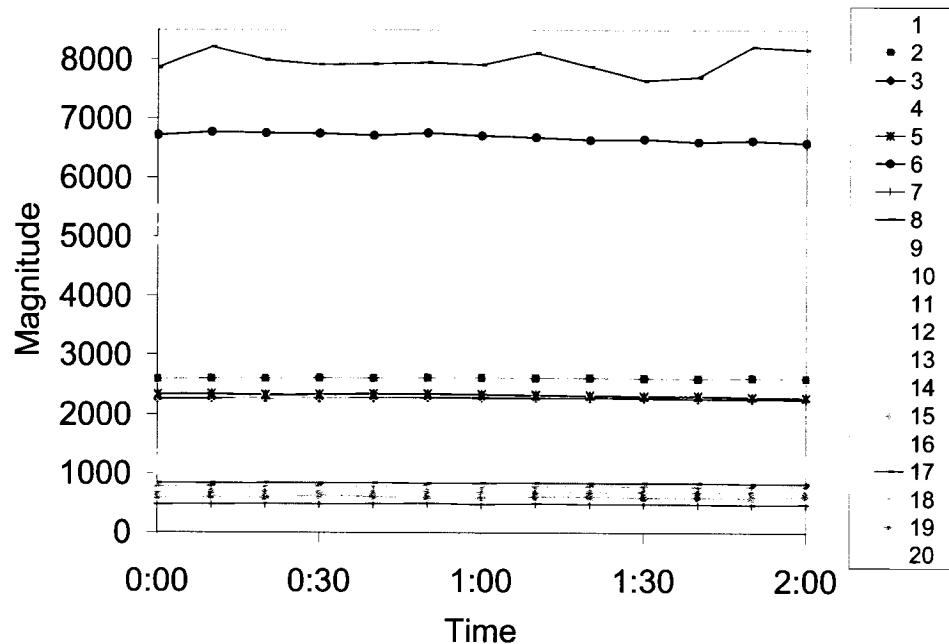


Figure 2.17 : Module des mesures en fonction du temps pour 20 dérivations d'électrodes

Les mêmes mesures ont été prises dans les mêmes conditions à une journée d'intervalle, après avoir fait le resurfaçage des électrodes en les sablant à l'aide d'un papier abrasif très fin. Les résultats, qui ne sont pas présentés ici, sont semblables à ceux de la Figure 2.17, ce qui indique que des mesures prises à des journées différentes pourront être comparées.

### 2.3.2.3 Capacités parasites entre les électrodes (« crosstalk »)

Les capacités parasites du réseau d'électrodes d'Ag/AgCl ont été mesurées avec un multimètre numérique (2707A, BK Tool Kit) et sont de l'ordre de 20 pF. Cette capacité provient principalement des fils servant à relier les électrodes au système de mesure puisqu'elle est toujours la même, peu importe entre quelle paire d'électrodes elle est mesurée.

## Chapitre 3 : Mesures de conductivité et d'épaisseur

Comme il a été présenté au Chapitre 1, les mesures de conductivité avec la configuration tétrapolaire sont utilisées en géophysique pour faire l'analyse des sols. Dans le cas d'un sol non-homogène formé de deux couches horizontales parallèles de conductivité électrique différente, il est possible d'obtenir la conductivité des deux couches ainsi que l'épaisseur de la première couche par des mesures d'impédance effectuées à partir de la surface. La méthode des images peut être appliquée pour l'analyse des résultats. Binette (2002) a adapté cette méthode pour l'utiliser sur un autre système formé de deux couches de conductivité électrique différente, soit le cartilage articulaire sur l'os sous-chondral. Il a ainsi pu obtenir une évaluation de la conductivité du cartilage et de l'os ainsi que de l'épaisseur du cartilage à partir de trois dérivations d'électrodes.

Dans ce chapitre, la technique des miroirs sera généralisée pour faire l'analyse de mesures obtenues avec un plus grand nombre de dérivations d'électrodes. Le système présenté au Chapitre 2 permet en effet de réaliser rapidement des mesures avec une série de dérivations d'électrodes programmée dans le logiciel, par opposition aux dérivations contrôlées manuellement utilisées par Binette. Pour valider le modèle, des mesures ont été faites avec un système simple formé d'une couche d'électrolyte sur une surface isolante. Finalement, le modèle est utilisé avec des mesures d'impédance effectuées sur le cartilage articulaire de patella équines. L'épaisseur du cartilage déterminée de cette façon sera comparée à des mesures directes d'épaisseur faites avec une aiguille et avec un pied à coulissoise.

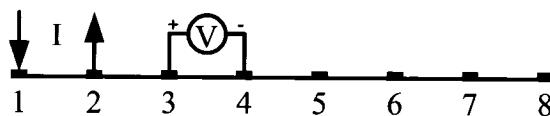
### 3.1 Série de dérivations des électrodes<sup>7</sup>

En considérant un réseau linéaire de 8 électrodes, il existe un nombre important (1680) de combinaisons d'électrodes qui peuvent être utilisées pour faire des mesures

---

<sup>7</sup> Cette section est inspirée du chapitre 8 de Webster (1990).

tétrapolaires d'impédance. Toutefois, ces configurations ne sont pas linéairement indépendantes car il est possible de combiner les mesures obtenues par certaines combinaisons d'électrodes pour obtenir celle d'une autre combinaison. Pour éviter cette redondance et pour limiter le nombre de combinaisons à utiliser, plusieurs méthodes de collecte de données ont été développées. La méthode des « paires adjacentes » a été retenue pour notre application. Cette technique est fréquemment utilisée en tomographie d'impédance électrique (TIE) avec une série d'électrodes placée autour de l'objet à étudier. Nous avons modifié cette technique pour l'adapter à une matrice linéaire. Elle consiste en fait à appliquer le courant par deux électrodes voisines et à mesurer la différence de potentiel entre toutes les autres paires d'électrodes voisines. La Figure 3.1 montre une matrice de 8 électrodes pour laquelle le courant est appliqué entre la paire 1-2 et la différence de potentiel mesurée entre la paire 3-4. On applique ensuite le courant entre la paire 2-3 et on mesure la différence de potentiel entre la paire 4-5. On continue ainsi pour le reste de la matrice, en considérant que l'électrode 1 suit l'électrode 8. La huitième et dernière mesure de cette séquence est donc faite par l'application du courant par la paire 8-1 et la mesure de la différence de potentiel par la paire 2-3. Une fois arrivé au bout, on applique de nouveau le courant par la paire 1-2, en mesurant cette fois avec la paire 4-5, puis en déplaçant cette configuration le long de la matrice, pour obtenir une autre séquence de 8 mesures. Il y a de la sorte 5 séquences possibles, pour un total de 40 mesures de potentiel. Il reste que ces mesures ne sont pas toutes indépendantes, puisque l'inversion des paires d'électrodes qui appliquent le courant et qui mesurent le potentiel donnent théoriquement la même impédance en raison du principe de réciprocité. On se retrouve donc avec 20 mesures linéairement indépendantes. L'ensemble des dérivations d'électrodes retenues est présenté à l'Annexe VII.



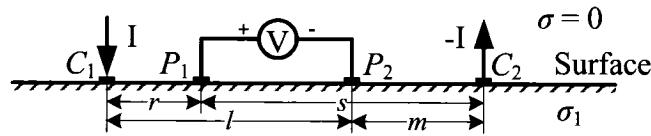
**Figure 3.1 : Matrice linéaire de 8 électrodes avec application du courant par la paire 1-2 et mesure du potentiel par la paire 3-4**

On peut noter certains points inconvénients à l'utilisation d'une matrice linéaire en surface relativement à une matrice qui entoure l'échantillon. Comme la densité de courant diminue considérablement lorsqu'on s'éloigne d'une électrode, la résolution et la sensibilité diminuent en s'éloignant de la matrice. En fait, on considère que la résolution spatiale et la distingabilité de deux points est bonne jusqu'à une profondeur d'environ deux fois la distance séparant les électrodes, soit 6 mm dans notre cas.

### 3.2 Modélisation du champ de potentiel dans un milieu semi-infini par la méthode des images<sup>8</sup>

#### 3.2.1 Milieu homogène semi-infini

Les mesures tétrapolaires d'impédance permettent d'obtenir la conductivité de l'échantillon à l'étude. On peut donc introduire une configuration tétrapolaire, comme celle de la Figure 3.2, où l'on fait une mesure d'impédance sur un échantillon semi-infini, isotrope et homogène avec des électrodes considérées ponctuelles.



**Figure 3.2 : Deux électrodes de courant ( $C_1$  et  $C_2$ ) et deux électrodes de potentiel ( $P_1$  et  $P_2$ ) à la surface d'un échantillon isotrope et homogène de conductivité  $\sigma_1$**

Dans cette figure, les points  $C_1$  et  $C_2$  représentent les électrodes appliquant le courant ( $I$ ), alors que les électrodes de mesure du potentiel ( $\Delta V$ ) sont aux points  $P_1$  et  $P_2$ . Les distances  $r$ ,  $s$ ,  $l$  et  $m$  séparant les électrodes sont aussi présentées. On peut alors démontrer<sup>9</sup> que la conductivité électrique du milieu ( $\sigma_1$ ) est donnée par :

$$\sigma_1 = \frac{I}{2\pi\Delta V} \left[ \left( \frac{1}{r} - \frac{1}{s} \right) - \left( \frac{1}{l} - \frac{1}{m} \right) \right] \quad (3.1)$$

<sup>8</sup> Cette section est tirée du chapitre 8 de Telford, et al. (1990) et du chapitre 2 de Binette (2002)

<sup>9</sup> Voir Chapitre 8 de Telford, et al. (1990)

### 3.2.2 *Milieu inhomogène : superposition de deux couches*

On peut maintenant considérer le cas de deux couches homogènes et isotropes de conductivité électrique différente. En faisant une mesure selon la configuration de la Figure 3.2, on obtient une conductivité apparente qui est équivalente à celle d'une couche unique, homogène et isotrope. Cette conductivité varierait en fonction de la position des électrodes à la surface de l'échantillon.

On entrevoit que la densité de courant et le champ de potentiel subissent une « distorsion » en traversant l'interface entre les deux milieux. On pourrait retrouver le champ de potentiel en résolvant l'équation de Laplace avec des conditions aux frontières appropriées ou en l'intégrant directement. Même pour une géométrie relativement simple la solution exigerait des méthodes numériques comme la méthode des éléments finis ou des différences finies. On préfère utiliser ici une approche par images électriques qui découle d'une analogie avec l'optique géométrique. Cette dernière permet de résoudre un nombre limité de problèmes, dont celui d'une frontière séparant deux couches. L'analogie optique serait celle d'une source de lumière ponctuelle dans un milieu qui serait séparé d'un second milieu par un miroir semi-transparent ayant un coefficient de réflexion  $k$  et de transmission  $1 - k$ . L'intensité lumineuse reçue par un point du premier milieu est alors en partie attribuable à la source ponctuelle et en partie à son image provenant du second milieu. La contribution du second milieu serait atténuée par la réflexion partielle dans le miroir. D'un autre côté, l'intensité d'un point dans le second milieu est seulement due à la source dans le premier milieu, atténuée par la transmission à travers le miroir.

La mesure de la conductivité se complexifie si elle est prise à partir de la surface de la première couche, au-dessus d'une interface horizontale entre les deux milieux de conductivité  $\sigma_1$  et  $\sigma_2$ , séparés d'une distance  $d$  : la surface du premier milieu est alors une interface supplémentaire avec la matrice d'électrodes utilisée pour les mesures. Pour retrouver une expression de la conductivité des milieux en fonction des mesures de potentiel, on peut d'abord présenter l'effet d'une source de courant  $C_1$  à la surface du

milieu 1, tel qu'illustre à la Figure 3.3. On se retrouve en fait avec une infinité d'images de la source de courant au-dessus et en-dessous de l'électrode de courant. La première image,  $C_1'$ , est produite par l'interface 1 et se trouve à une distance  $2d$  au-dessous de la source. Cette image est alors réfléchie par l'interface 1 pour produire l'image  $C_1''$ , à une distance  $2d$  au-dessus de la source. Cette seconde image est ensuite réfléchie par l'interface 2 pour produire l'image  $C_1'''$  à une distance  $4d$  au-dessous de la source, et ainsi de suite.

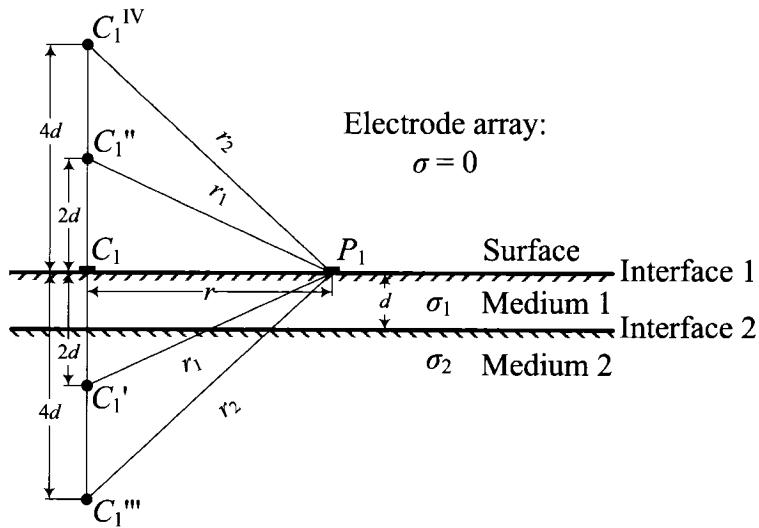


Figure 3.3 : Images résultant de deux couches horizontales

L'effet de chaque image successive sur le potentiel au point  $P_1$  est réduit par le coefficient de réflexion à chaque interface. Si on ne considère que l'effet de la source de courant, le potentiel est donné par :

$$V^0 = \frac{I}{2\pi\sigma_1} \frac{1}{r} \quad (3.2)$$

On peut ensuite déterminer l'effet de la première image sur le potentiel au point  $P_1$  en considérant un coefficient de réflexion  $k$  à l'interface 2. Le potentiel de la source et de la première image est alors donné par :

$$V' = \frac{I}{2\pi\sigma_1} \left( \frac{1}{r} + \frac{k}{r_1} \right) \quad (3.3)$$

Le coefficient de réflexion  $k$  est déterminé par les conductivités des milieux de part et d'autre de l'interface :

$$k = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{\sigma_1 + \sigma_2} \quad (3.4)$$

Pour déterminer l'effet de la troisième image, on considère maintenant un coefficient de réflexion  $k_s$  à l'interface 1. Le potentiel au point  $P_1$  dû à la seconde image uniquement est donné par :

$$V'' = \frac{I}{2\pi\sigma_1} \left( \frac{k \cdot k_s}{r_1} \right) \quad (3.5)$$

Comme le support de la matrice d'électrodes est fait d'un matériau isolant, sa conductivité est pratiquement nulle et le coefficient de réflexion  $k_s$  vaut 1. Le potentiel dû à la source et aux deux premières images est donné par :

$$V' + V'' = \frac{I}{2\pi\sigma_1} \left( \frac{1}{r} + \frac{2k}{r_1} \right) \quad (3.6)$$

De la même façon, le potentiel dû à la troisième et quatrième image, situées à une distance  $4d$  de la source, sera donné par :

$$\begin{aligned} V''' + V^{IV} &= \frac{I}{2\pi\sigma_1} \left( \frac{k \cdot k}{r_2} + \frac{k \cdot k \cdot k_s}{r_2} \right) \\ &= \frac{I}{2\pi\sigma_1} \left( \frac{2k^2}{r_2} \right) \end{aligned} \quad (3.7)$$

Le potentiel au point  $P_1$  peut alors être représenté par une série infinie :

$$V = \frac{I}{2\pi\sigma_1} \left( \frac{1}{r} + \frac{2k}{r_1} + \frac{2k^2}{r_2} + \dots + \frac{2k^n}{r_n} + \dots \right) \quad (3.8)$$

Avec :

$$r_1 = \sqrt{r^2 + (2d)^2}$$

$$r_2 = \sqrt{r^2 + (4d)^2}$$

$$r_n = \sqrt{r^2 + (2nd)^2}$$

### 3.2.3 Mesure tétrapolaire sur un milieu inhomogène

À partir de l'équation (3.8), on peut déterminer le potentiel qui serait obtenu pour des mesures tétrapolaires, en considérant d'abord une seconde source de courant ( $C_2$ ) située à une distance  $s$  du point  $P_1$ . Comme cette source agit comme un puits de courant (- $I$ ), le potentiel est donné par :

$$V_- = \frac{-I}{2\pi\sigma_1} \left( \frac{1}{s} + \frac{2k}{s_1} + \frac{2k^2}{s_2} + \dots + \frac{2k^n}{s_n} + \dots \right) \quad (3.9)$$

Avec :

$$s_1 = \sqrt{s^2 + (2d)^2}$$

$$s_2 = \sqrt{s^2 + (4d)^2}$$

$$s_n = \sqrt{s^2 + (2nd)^2}$$

Par le principe de superposition, le potentiel au point  $P_1$  est donné par la somme des potentiels dus à la source et au puits de courant :

$$V_{P_1} = V_+ + V_- \\ = \frac{I}{2\pi\sigma_1} \left( \left( \frac{1}{r} - \frac{1}{s} \right) + 2k \left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{s_1} \right) + 2k^2 \left( \frac{1}{r_2} - \frac{1}{s_2} \right) + \dots + 2k^n \left( \frac{1}{r_n} - \frac{1}{s_n} \right) + \dots \right) \quad (3.10)$$

Avec  $V_+$  donné par la relation (3.8).

On peut ensuite déterminer le potentiel à un point  $P_2$  en développant une équation de la forme de (3.10). Ce potentiel sera obtenu en replaçant les distances  $r$  et  $s$  entre le point  $P_1$  et les deux électrodes du courant par les distances  $l$  et  $m$  entre le point  $P_2$  et ces électrodes. On obtient donc :

$$V_{P_2} = \frac{I}{2\pi\sigma_1} \left( \left( \frac{1}{l} - \frac{1}{m} \right) + 2k \left( \frac{1}{l_1} - \frac{1}{m_1} \right) + 2k^2 \left( \frac{1}{l_2} - \frac{1}{m_2} \right) + \dots + 2k^n \left( \frac{1}{l_n} - \frac{1}{m_n} \right) + \dots \right) \quad (3.11)$$

Avec :

$$l_1 = \sqrt{l^2 + (2d)^2} \quad m_1 = \sqrt{m^2 + (2d)^2}$$

$$l_2 = \sqrt{l^2 + (4d)^2} \quad m_2 = \sqrt{m^2 + (4d)^2}$$

$$l_n = \sqrt{l^2 + (2nd)^2} \quad m_n = \sqrt{m^2 + (2nd)^2}$$

La différence de potentiel qui sera mesurée avec la méthode tétrapolaire est finalement donnée par :

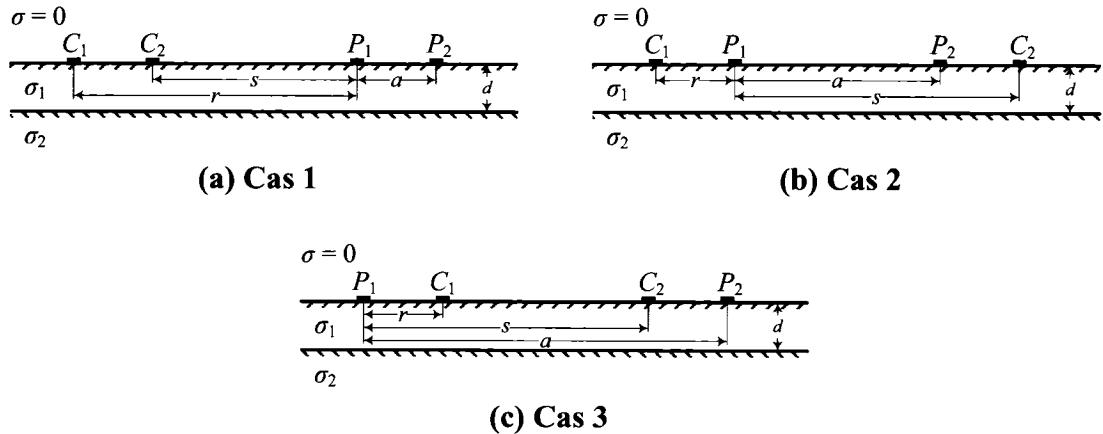
$$\begin{aligned}
\Delta V &= V_{R_1} - V_{R_2} \\
&= \frac{I}{2\pi\sigma_1} \left[ \left( \frac{1}{r} - \frac{1}{s} \right) + 2k \left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{s_1} \right) + 2k^2 \left( \frac{1}{r_2} - \frac{1}{s_2} \right) + \dots + 2k^n \left( \frac{1}{r_n} - \frac{1}{s_n} \right) + \dots \right. \\
&\quad \left. - \left( \frac{1}{l} - \frac{1}{m} \right) - 2k \left( \frac{1}{l_1} - \frac{1}{m_1} \right) - 2k^2 \left( \frac{1}{l_2} - \frac{1}{m_2} \right) - \dots - 2k^n \left( \frac{1}{l_n} - \frac{1}{m_n} \right) - \dots \right] \quad (3.12) \\
&= \frac{I}{2\pi\sigma_1} \left[ \left( \frac{1}{r} - \frac{1}{s} \right) - \left( \frac{1}{l} - \frac{1}{m} \right) + 2k \left( \left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{s_1} \right) - \left( \frac{1}{l_1} - \frac{1}{m_1} \right) \right) \right. \\
&\quad \left. + 2k^2 \left( \left( \frac{1}{r_2} - \frac{1}{s_2} \right) - \left( \frac{1}{l_2} - \frac{1}{m_2} \right) \right) + \dots + 2k^n \left( \left( \frac{1}{r_n} - \frac{1}{s_n} \right) - \left( \frac{1}{l_n} - \frac{1}{m_n} \right) \right) + \dots \right]
\end{aligned}$$

Ce qui donne sous forme compacte :

$$\Delta V = \frac{I}{2\pi\sigma_1} \left[ \left( \frac{1}{r} - \frac{1}{s} \right) - \left( \frac{1}{l} - \frac{1}{m} \right) + 2 \sum_{n=1}^{\infty} k^n \left( \left( \frac{1}{\sqrt{r^2 + (2nd)^2}} - \frac{1}{\sqrt{s^2 + (2nd)^2}} \right) - \left( \frac{1}{\sqrt{l^2 + (2nd)^2}} - \frac{1}{\sqrt{m^2 + (2nd)^2}} \right) \right) \right] \quad (3.13)$$

On se retrouve donc avec une expression du potentiel qui dépend du courant appliqué et de paramètres géométriques ( $r$ ,  $s$ ,  $l$  et  $m$ ) connus ainsi que de l'épaisseur  $d$  de la couche du second milieu et des conductivités  $\sigma_1$  et  $\sigma_2$  incluses dans le paramètre  $k$  de l'équation (3.4). On reconnaît dans le premier terme l'expression du potentiel normal pour une couche homogène, présentée par l'équation (3.1). Le second terme incluant la série infinie correspond à un potentiel de perturbation. Il s'agira donc de faire la paramétrisation de cette équation avec les résultats obtenus expérimentalement pour déterminer les valeurs de  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$  et  $d$ , pour le cartilage et l'os sous-chondral.

En analysant la série de dérivations développée à la section 3.1, on peut faire ressortir trois arrangements différents d'électrodes, illustrés à la Figure 3.4, qui mèneront à trois définitions distinctes des distances  $l$  et  $m$ .



**Figure 3.4 : Trois arrangements d'électrodes possibles tirés des dérivations d'électrodes**

Pour le cas 1, les distances  $l$  et  $m$  sont donnés par :

$$l = r + a \quad \text{et} \quad m = s + a \quad (3.14)$$

Avec  $a$ , la distance entre les électrodes pour la mesure du potentiel.

Pour les cas 2 et 3, ces distances sont :

$$l = r + a \quad \text{et} \quad m = s - a \quad (3.15)$$

et

$$l = a - r \quad \text{et} \quad m = a - s \quad (3.16)$$

La série de l'équation (3.13) est convergente puisqu'elle serait inférieure à une série géométrique convergente de la forme :

$$S_{n \rightarrow \infty} = \beta \sum_{n=1}^{\infty} k^n \quad (3.17)$$

Avec  $|k| < 1$  et  $\beta$ , une constante que l'on peut choisir de façon à remplir la condition :

$$\beta < \left( \frac{1}{\sqrt{r^2 + (2nd)^2}} - \frac{1}{\sqrt{s^2 + (2nd)^2}} \right) - \left( \frac{1}{\sqrt{l^2 + (2nd)^2}} - \frac{1}{\sqrt{m^2 + (2nd)^2}} \right) \quad (3.18)$$

puisque le terme de la série diminue avec l'accroissement de  $n$ .

La Figure 3.5 présente les valeurs de la série (3.19) pour les 30 premiers termes. On utilise les valeurs suivantes pour les paramètres, avec la configuration du cas 1 :  $d = 1 \text{ mm}$  ;  $a = 3 \text{ mm}$  ;  $r = 2a$  et  $s = a$  ;  $\sigma_1 = 1,4 \text{ S/m}$  et  $\sigma_2 = 0,1 \text{ S/m}$ . On remarque bien la convergence de la série.

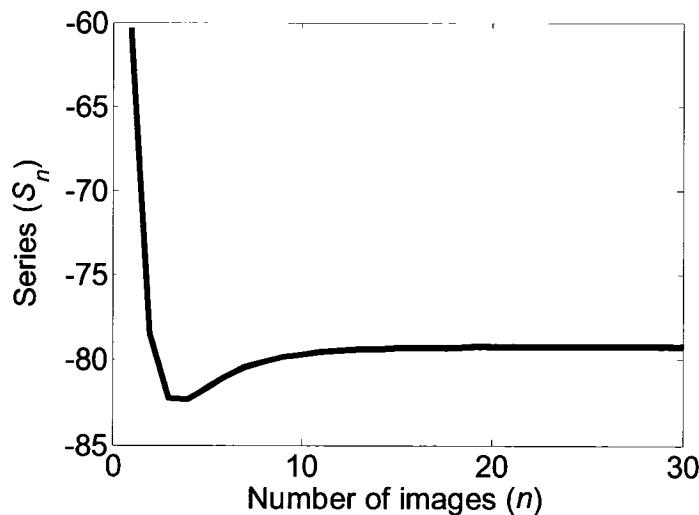


Figure 3.5 : Série (3.19) en fonction du nombre d'images considérées

Avec la série :

$$S_n = \sum_{n=1}^{\infty} k^n \left( \left( \frac{1}{\sqrt{r^2 + (2nd)^2}} - \frac{1}{\sqrt{s^2 + (2nd)^2}} \right) - \left( \frac{1}{\sqrt{l^2 + (2nd)^2}} - \frac{1}{\sqrt{m^2 + (2nd)^2}} \right) \right) \quad (3.19)$$

### 3.2.4 Simulation et analyse des résultats

En conservant les paramètres utilisés pour générer la Figure 3.5, on peut faire le graphe de la fonction (3.13) pour les 40 dérivations d'électrodes de la section 3.1, en appliquant un courant de  $10 \mu\text{A}$  crête. La Figure 3.6 est donc une simulation des résultats attendus et donne par le fait même la forme générale d'une série de 40 mesures (aussi appelée « trame ») obtenue par le système. On y aperçoit une série de plateaux et de pics qui s'expliquent par la configuration des électrodes dans chaque cas. Les plateaux et les pics plus près de 0 adviennent lorsque les électrodes ont la configuration du cas 1 de la Figure 3.4 (a). Comme les électrodes qui appliquent le courant sont alors très proches, tout comme celles qui mesurent le potentiel, la valeur du potentiel mesurée est plus faible. Les pics plus élevés surviennent lorsque les électrodes qui appliquent le courant ou celles qui mesurent le potentiel ne sont pas directement voisines, ce qui correspond aux cas 2 et 3 de la Figure 3.4 (b) et (c)

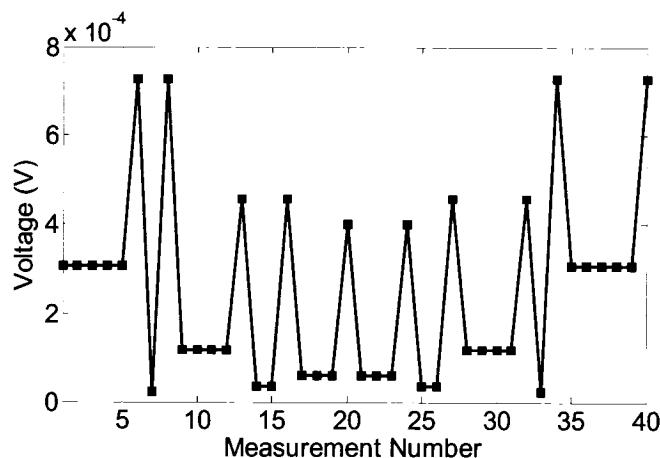


Figure 3.6 : Voltage en fonction des 40 dérivations d'électrodes

Pour retrouver les paramètres  $d$ ,  $\sigma_1$  et  $\sigma_2$  de l'équation (3.13), on procèdera à la paramétrisation des mesures, avec la fonction *lsqnonlin* (MATLAB), tel que décrit dans la section 2.3.2.1. La fonction  $f(x)$  à optimiser sera dans ce cas la différence entre le potentiel simulé et le potentiel mesuré avec les 40 dérivations. Les fonctions utilisées sont présentées à l'Annexe VIII. Il est à noter que l'on conserve ici l'ensemble des

dérivations pour la paramétrisation car la redondance des mesures pourrait apporter une certaine robustesse à la paramétrisation.

### 3.3 Vérification de la validité du modèle

#### 3.3.1 *Montage expérimental*

Pour vérifier que le modèle décrit à la section 3.2.3 décrit bien la situation physique, des mesures d'impédance ont été faites avec le montage de la Figure 3.7. Le bain est rempli d'un électrolyte dont on avait précédemment mesuré la conductivité avec un conductimètre (HI 9032, HANNA Instruments) calibré avec une solution connue de 12 880 µS/cm à 25°C (HI 7030, HANNA Instruments). Un piston d'acétal (conductivité de l'ordre de  $10^{-12}$  S/m<sup>10</sup>) est ensuite déplacé au-dessus des électrodes grâce au testeur micromécanique Mach-I™ (modèle A400, Bio Syntech Canada Inc.). Le diamètre du piston est de 3,7 cm afin qu'il puisse se déplacer librement dans le bain. On reproduit ainsi la situation décrite à la section 3.2.2, avec les électrodes placées sur fond du bain et les deux milieux au-dessus : le milieu 1 est l'électrolyte et le milieu 2, le piston isolant. Le testeur micromécanique permet de déplacer le piston en contrôlant sa distance au-dessus des électrodes, de façon à faire varier la conductivité apparente de l'électrolyte. Il est important de s'assurer qu'il ne reste pas de bulles d'air sous le piston car cela modifie la conductivité apparente mesurée. Pour cela, il suffit de déplacer les électrodes jusqu'à ce qu'elles entrent en contact avec le piston, après avoir introduit l'électrolyte dans le bain.

---

<sup>10</sup> Valeur tirée des données techniques du Delrin 100P NC010 (DuPont)

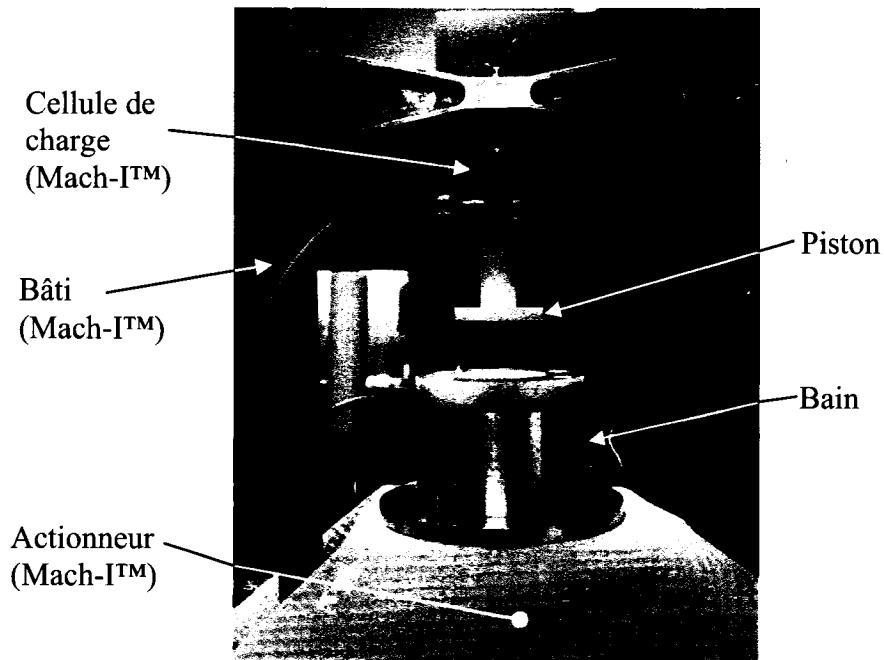


Figure 3.7 : Montage expérimental pour les mesures avec le piston isolant

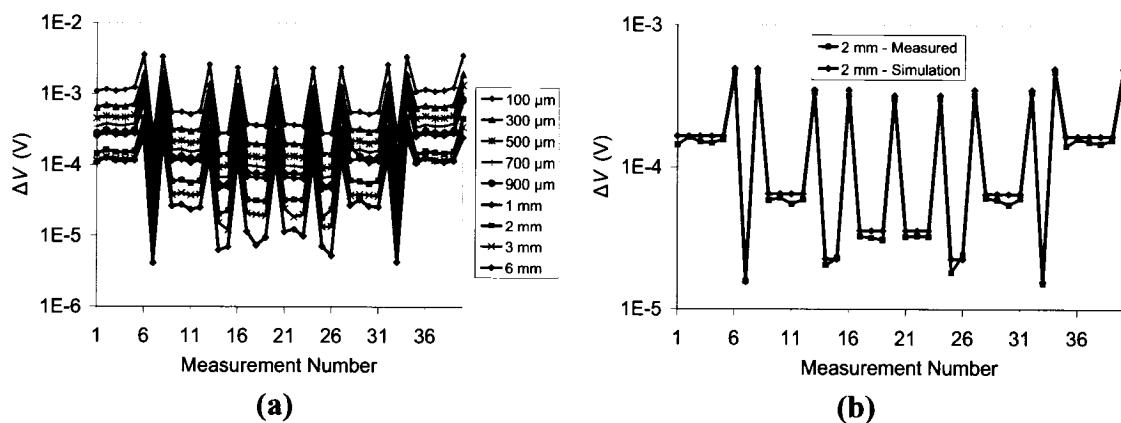
On effectue ensuite une série de mesures à partir du logiciel de contrôle. Les résultats sont d'abord analysés avec le chiffrier Excel (Microsoft) afin de calculer les potentiels qui ont été mesurés avec les 40 dérivations d'électrodes avant d'être analysés par la fonction de paramétrisation décrite dans la section 3.2.4.

### 3.3.2 Résultats

Des mesures ont été faites en utilisant une solution de NaCl à 0,15 M ayant une conductivité de 1,500 S/m. Un courant de 9,9  $\mu$ A crête ( $V_{outf} = 0,099$  V et  $R_s = 10$  k $\Omega$ ) à une fréquence de 1 kHz est appliqué. L'amplitude du courant et la fréquence d'excitation ont été choisies après avoir fait plusieurs essais (non présentés) avec le système. Le courant choisi est suffisamment élevé pour qu'on obtienne un signal clair. L'impédance de sortie des sources de courant à cette fréquence est suffisamment élevée pour que l'impédance de contact des électrodes puisse être négligée. Cinq mesures ont été prises pour chaque dérivation d'électrodes et c'est la moyenne de ces mesures qui est analysée. Pour la série de mesures présentée, 15 distances comprises entre 100  $\mu$ m et 6 mm ont été considérées. La distance maximale (6 mm) représente 2 fois la distance

entre les électrodes. La Figure 3.8 (a) présente la valeur du potentiel obtenue pour neuf de ces distances, pour les 40 dérivations d'électrodes. On remarque que la valeur du potentiel diminue avec la distance, pour chacune des dérivations. Ceci indique que la conductivité apparente augmente avec la distance entre le piston et le réseau d'électrodes, tel qu'attendu.

La Figure 3.8 (b) présente le potentiel calculé en paramétrisant la courbe mesurée pour une distance  $d$  de 2 mm. On remarque que la superposition est très bonne pour les pics, mais qu'il y a un certain décalage pour les plateaux. De plus, les plateaux ne sont pas tout à fait droits. On peut supposer que cela vient de l'incertitude sur la position des électrodes. Ainsi, on mesure un potentiel plus grand ou plus faible si la distance entre les électrodes est plus grande ou plus petite que les 3 mm prévus.



**Figure 3.8 : (a) Potentiel mesuré avec les 40 dérivations d'électrodes, pour 9 distances différentes entre le réseau d'électrodes et le piston et  
(b) Potentiel mesuré et paramétré pour une distance  $d$  de 2 mm**

Le Tableau 3.1 présente la valeur des paramètres obtenus après l'analyse des mesures. La première colonne donne la distance  $d$  entre le piston et la surface du réseau d'électrodes, telle que fixée par le testeur Mach-1™.

La seconde colonne est la distance  $d$  obtenue par la paramétrisation des 15 courbes avec la fonction présentée à la section 3.2.4. On remarque que les valeurs obtenues sont systématiquement surévaluées pour des distances allant jusqu'à 2 mm.

Pour les distances de 3 mm et plus, la distance calculée est systématiquement inférieure à la valeur attendue. L'erreur absolue entre les valeurs attendues et les valeurs calculées varie entre 5,9 et 120%.

**Tableau 3.1 : Paramètres calculés pour les 15 distances**

$d$ Mach-1™ (mm)	$d$ calculé (mm)	$\Delta d$ (mm)	$d$ corrigée (mm)	$\sigma_1$ (S/m)	$\sigma_2$ (S/m)
0,1	0,219	0,119	0,087	1,799	2,220E-14
0,2	0,350	0,150	0,219	1,496	6,152E-3
0,3	0,441	0,141	0,310	1,500	1,029E-2
0,4	0,536	0,136	0,405	1,499	1,293E-2
0,5	0,631	0,131	0,500	1,499	1,443E-2
0,6	0,728	0,128	0,597	1,498	1,498E-2
0,7	0,830	0,130	0,699	1,496	1,420E-2
0,8	0,931	0,131	0,800	1,494	1,323E-2
0,9	1,018	0,118	0,886	1,508	1,316E-2
1	1,127	0,127	0,996	1,488	9,376E-3
2	2,117	0,117	1,986	1,439	2,220E-14
3	2,577	-0,423	2,446	1,621	2,051E-12
4	3,518	-0,482	3,387	1,507	2,220E-14
5	4,440	-0,560	4,309	1,443	2,220E-14
6	5,224	-0,776	5,093	1,433	7,960E-4

La troisième colonne donne la différence  $\Delta d$  entre la valeur attendue et la valeur estimée. Cette valeur est relativement constante pour les distances de 2 mm et moins (moyenne  $\pm$  écart-type =  $0,13 \pm 0,01$  mm). Nous avons constaté que cette différence augmentait à chaque séance d'expérimentation. On peut l'expliquer par le fait que les électrodes sont resurfacées, à l'aide de papier sablé, avant chaque série de mesure, pour contrôler leur impédance de contact. Ainsi, après plusieurs sablages, un sillon se forme au centre de la matrice, augmentant la distance minimale entre le piston et la matrice d'électrodes. Il faudrait donc sabler toute la surface de la matrice d'électrodes pour diminuer, voire annuler ce décalage. Pour expliquer la différence pour les distances de 3 mm et plus, on peut supposer que l'on s'approche de la limite de sensibilité du système. À cette distance, il est plus difficile de distinguer deux distances différentes de la matrice linéaire placée en surface. On peut effectivement voir à la Figure 3.8 (a) que

les potentiels mesurés pour les dérivations 1 à 5 et 35 à 39 se superposent, pour des distances de 3 et de 6 mm.

La quatrième colonne donne les valeurs de distances  $d$  corrigées en soustrayant la différence moyenne à l'ensemble des valeurs calculées. On remarque que ces valeurs sont beaucoup plus proches des valeurs attendues. Pour des distances de 2 mm et moins, l'erreur relative se situe entre 0,055 et 11%. Cette correction n'améliore pas les valeurs calculées pour les distances de 3 mm et plus, pour lesquelles l'erreur relative est comprise entre 15 et 18%.

Les cinquième et sixième colonnes présentent les valeurs calculées pour la conductivité de la solution de NaCl 0,15 M ( $\sigma_1$ ) et du piston ( $\sigma_2$ ). Pour la conductivité de la solution, on remarque que les valeurs calculées sont en général très près de la valeur attendue de 1,500 S/m (moyenne  $\pm$  écart-type = 1,51  $\pm$  0,09 S/m). Pour la conductivité du piston, on s'attendait à une valeur très faible, la conductivité de l'acétal étant de l'ordre de  $10^{-12}$  S/m. On retrouve une valeur de cet ordre de grandeur avec la paramétrisation des courbes de certaines distances. La paramétrisation d'autres courbes donne une conductivité inférieure d'au moins deux ordres de grandeur à celle de la solution. On constate donc ici une limite de la paramétrisation à trois paramètres.

### *3.3.2.1 Angle entre le piston et la surface du réseau d'électrode*

Dans le bus d'analyser la situation où l'interface entre l'os et le cartilage ne serait pas parfaitement parallèle à la surface du cartilage, des mesures ont été faites avec un angle (non mesuré) entre la surface du piston et la surface de la matrice d'électrodes. La partie la plus basse du piston se situe au-dessus de l'électrode 1 et la partie plus éloignée au-dessus de l'électrode 8. Les résultats sont présentés à la Figure 3.9. En comparant cette courbe à celle de la Figure 3.8 (b), on remarque que les plateaux sont inclinés de façon notable et que la hauteur relative de certains pics est différente. On peut comprendre que la conductivité apparente diminue lorsque le piston est plus près des électrodes tandis que le potentiel mesuré augmente et vice-versa.

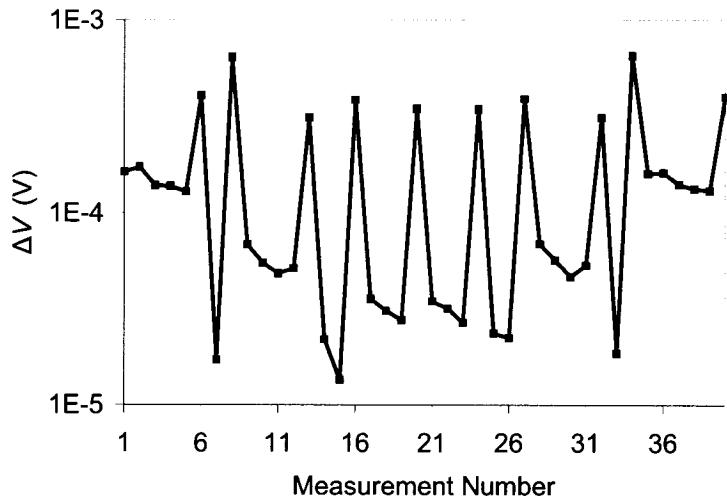
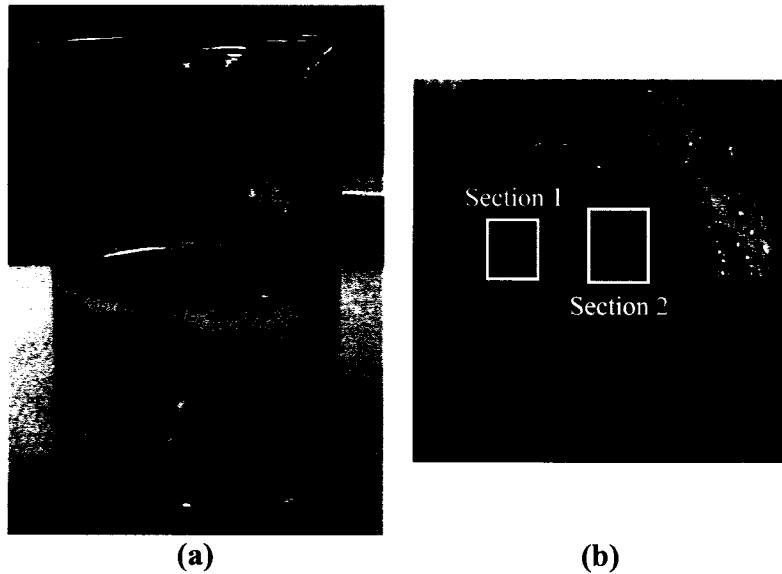


Figure 3.9 : Potentiel mesuré avec un angle entre le piston et les électrodes

### 3.4 Mesures sur le cartilage d'une patella

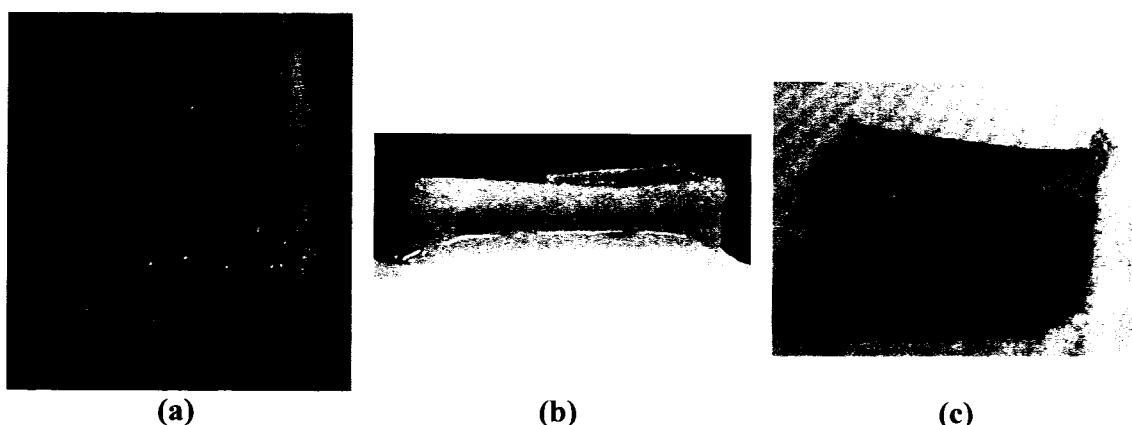
#### 3.4.1 Montage expérimental

L'une des conditions pour l'utilisation du modèle présenté à la section 3.2.3 est que l'interface entre la matrice d'électrodes et le milieu 1 doit être plane. Pour remplir cette condition avec une matrice de 2,4 cm, des échantillons provenant du cartilage de 2 patella (rotules) d'un cheval âgé de 16 ans ont été utilisés. Le cartilage provenant de cette partie du genou équin est en effet relativement plat et l'épaisseur du cartilage est suffisamment constante. Les patella ont été prélevées en 2003 et ont été préservées à une température de -20°C. Elles ont été dégelées dans une solution de PBS (P3813, Sigma) pendant une nuit et ont été découpées à l'aide d'une scie à plâtre. La conductivité du PBS mesurée avec le conductimètre est de 1,481 S/m à 23,9°C. La Figure 3.10 (a) montre la seconde patella durant le dégel à température ambiante. La Figure 3.10 (b) présente, sur la première patella, les deux sections qui ont été considérées comme étant suffisamment planes pour faire les mesures de conductivité. On y voit aussi une première coupe qui a été faite pour séparer l'échantillon en deux parties.



**Figure 3.10 : (a) Deuxième patella durant le dégel dans le PBS et  
(b) Première patella avec les indications des 2 sections découpées pour les mesures**

Les sections 1 et 2 de la première patella ainsi que la section 2 de la seconde ont été jugées suffisamment grandes (longueur : environ 2,7 cm; largeur : entre 1,5 et 2,5 cm) et planes pour faire les mesures. Ces trois sections sont présentées à la Figure 3.11 : on voit bien la démarcation entre le cartilage et l'os en (b) et en (c).

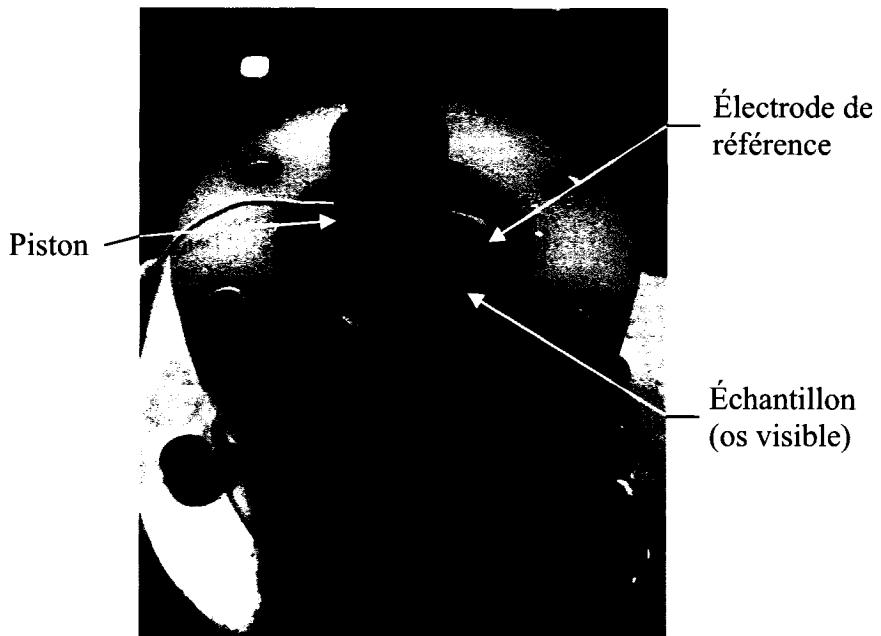


**Figure 3.11 : (a) Section 1 (vue de dessus), (b) Section 2 (vue de côté) de la première patella et  
(c) Section 2 (vue de côté) de la seconde patella**

Les sections ont ensuite été placées dans le bain, comme le présente la Figure 3.12, en s'assurant que le cartilage recouvre entièrement la matrice d'électrodes. La

section est maintenue en place par un piston cylindrique qui applique une force d'environ 2 g, qui ne cause pas trop de déformation du cartilage. On immerge finalement la section dans du PBS et on place l'électrode de référence dans le bain. On laisse le temps au système pour qu'il s'équilibre (environ 5 minutes) avant de faire les mesures.

La séquence de mesures et l'analyse des résultats sont les même que ceux présentés à la section 3.3.1. On obtient une mesure de la valeur moyenne de l'épaisseur du cartilage. Dans le but de s'assurer de la reproductibilité des mesures, on tourne l'échantillon de 180° pour faire une seconde série de mesures que l'on analyse comme la précédente. On ramène ensuite l'échantillon dans sa position initiale pour faire une troisième série de mesures, puis on le retourne une dernière fois pour faire une quatrième série. Finalement, on retire l'échantillon et le piston du bain pour faire une mesure dans le PBS uniquement, pour en déterminer la conductivité et ainsi obtenir une cinquième série de mesures. Dans ce cas, le premier milieu est le PBS et le second, l'air (conductivité nulle).

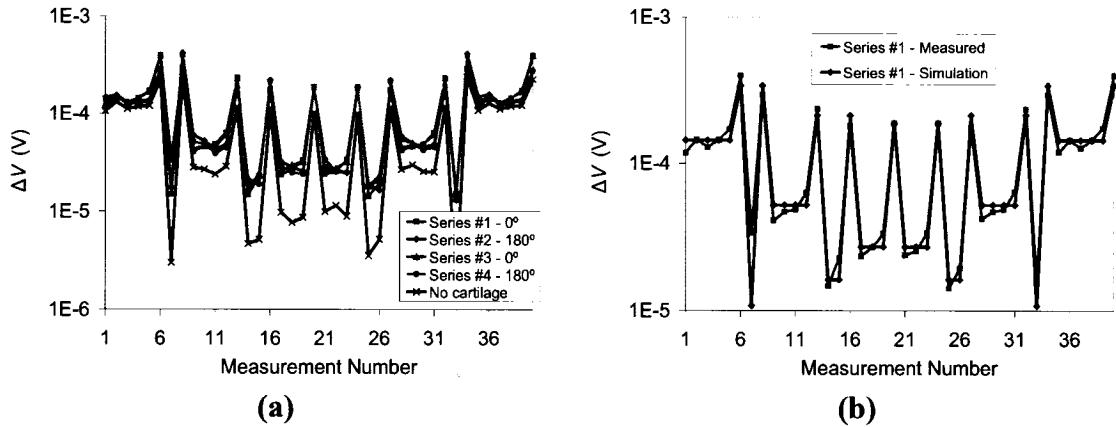


**Figure 3.12 : Montage expérimental d'un échantillon de cartilage et d'os dans le bain**

Pour évaluer l'épaisseur moyenne du cartilage d'une section par une méthode indépendante, on utilise la technique de l'aiguille. Cette technique consiste à piquer une aiguille à travers le cartilage jusqu'à l'os, en s'assurant qu'elle soit le plus perpendiculaire possible à la surface, pour ensuite mesurer avec un pied à coulisse la profondeur de pénétration. Une feuille de papier ciré est initialement placée sur la surface du cartilage : la distance entre la feuille piquée par l'aiguille et la pointe de l'aiguille correspond à l'épaisseur du cartilage. On fait cette mesure en une dizaine de sites afin d'obtenir une bonne évaluation de l'épaisseur moyenne. On peut ensuite se servir du pied à coulisse pour mesurer l'épaisseur du cartilage sur chaque côté de l'échantillon. On aura ainsi une autre évaluation de l'épaisseur, à partir du contour de l'échantillon cette fois.

### 3.4.2 Résultats

Les mesures ont été faites avec un courant de  $9,9 \mu\text{A}$  crête ( $V_{outf} = 0,099 \text{ V}$  et  $R_S = 10 \text{ k}\Omega$ ) à une fréquence de  $1 \text{ kHz}$ . Pour chaque dérivation d'électrodes, 5 mesures ont été prises et c'est la moyenne de ces mesures qui est analysée. La Figure 3.13 (a) présente la valeur du potentiel mesuré pour les 5 séries de mesures sur la section 1 de l'échantillon 1. On remarque que les mesures se superposent bien pour les 4 premières configurations. La Figure 3.13 (b) présente la courbe paramétrée (*Simulation*) des potentiels pour chaque dérivation d'électrodes superposée aux mesures de la première série (*Series #1*). On remarque que les plateaux des potentiels sont inclinés, comme à la Figure 3.9, et que l'inclinaison s'inverse lorsque l'on retourne l'échantillon. Ceci peut être dû au fait que la surface du cartilage n'est pas plane sur la matrice d'électrodes et suggère aussi que l'interface entre le cartilage et l'os est inclinée par rapport à la surface du réseau d'électrodes, donc que l'épaisseur du cartilage varie. En plus, comme on peut le voir à la Figure 3.11 (a) et (b), les échantillons ne sont pas parfaitement plans sur l'ensemble de la surface. Il s'agira donc de sources d'erreur possibles.



**Figure 3.13 : (a) Potentiel mesuré pour les 40 dérivations d'électrodes pour les 5 séquences et (b) Potentiel mesuré et paramétré pour la 1<sup>ère</sup> séquence de mesure**

L'épaisseur du cartilage ( $d$ ) ainsi que la conductivité du cartilage ( $\sigma_1$ ) et de l'os ( $\sigma_2$ ) obtenues pour les sections 1 et 2 du premier échantillon de patella à l'étude ainsi que la section 2 du deuxième sont données respectivement dans le Tableau 3.2, le Tableau 3.3 et le Tableau 3.4.

On peut d'abord remarquer que le fait de tourner l'échantillon de  $180^\circ$  ne semble pas affecter les mesures obtenues, car on observe autant de variation en le replaçant dans sa position originale qu'en le tournant.

**Tableau 3.2 : Paramètres calculés pour la section 1 du premier échantillon de patella**

	$d$ (mm)	$\sigma_1$ (S/m)	$\sigma_2$ (S/m)
Séquence #1 - $0^\circ$	2,266	1,488	0,1741
Séquence #2 - $180^\circ$	2,157	1,523	0,1833
Séquence #3 - $0^\circ$	2,159	1,528	0,1861
Séquence #4 - $180^\circ$	2,479	1,490	0,1562
Moyenne $\pm$ écart-type	$2,3 \pm 0,2$	$1,51 \pm 0,02$	$0,18 \pm 0,01$
Aiguille	$2,5 \pm 0,4$		
Pied à coulisse	$2,5 \pm 0,2$		
Sans cartilage	7,05	1,40	7E-14

**Tableau 3.3 : Paramètres calculés pour la section 2 du premier échantillon de patella**

	$d$ (mm)	$\sigma_1$ (S/m)	$\sigma_2$ (S/m)
Séquence #1 - 0°	1,589	1,618	0,2691
Séquence #2 - 180°	1,649	1,607	0,2453
Séquence #3 - 0°	1,618	1,618	0,2681
Séquence #4 - 180°	1,638	1,606	0,2430
Moyenne ± écart-type	$1,62 \pm 0,03$	$1,612 \pm 0,007$	$0,26 \pm 0,01$
Aiguille	$2,0 \pm 0,3$		
Pied à coulisse	$2,2 \pm 0,4$		
Sans cartilage	6,49	1,44	0,27E-3

**Tableau 3.4 : Paramètres calculés pour la section 2 du second échantillon de patella**

	$d$ (mm)	$\sigma_1$ (S/m)	$\sigma_2$ (S/m)
Séquence #1 - 0°	1,639	1,761	0,1616
Séquence #2 - 180°	1,821	1,567	0,1648
Séquence #3 - 0°	1,743	1,563	0,1592
Séquence #4 - 180°	1,874	1,589	0,1460
Moyenne ± écart-type	$1,8 \pm 0,1$	$1,6 \pm 0,1$	$0,158 \pm 0,008$
Aiguille	$1,9 \pm 0,3$		
Pied à coulisse	$2,0 \pm 0,4$		
Sans cartilage	6,89	1,38	0,021

En second lieu, on remarque que l'épaisseur du cartilage calculée à partir des mesures d'impédance est environ 8% inférieure à l'épaisseur mesurée avec la technique de l'aiguille et celle du pied à coulisse, pour la section 1 de l'échantillon 1 et la section 2 de l'échantillon 2. Nous obtenons donc une estimation valable de l'épaisseur du cartilage. Comme ces mesures sont de l'ordre de 2 mm, on peut penser que l'on arrive à la limite de sensibilité identifiée à la section 3.3.2, ce qui pourrait expliquer pourquoi les valeurs calculées sont légèrement inférieures à celles mesurées avec les deux autres techniques. Cette sous-estimation vient peut-être masquer la surévaluation de l'épaisseur engendrée par la présence du sillon dans la matrice d'électrodes. L'épaisseur calculée pour la section 2 de l'échantillon 1 est environ 20% inférieure à l'épaisseur mesurée par les deux autres techniques. Cette estimation est aussi acceptable et les causes de la sous-

évaluation de l'épaisseur peuvent être attribuables aux mêmes raisons que les sous-évaluations observées pour les deux autres sections.

La valeur de la distance  $d$  dans le cas sans cartilage devrait correspondre à la hauteur du PBS dans le bain. On remarque toutefois que cette valeur varie entre 6,5 et 7 mm pour les trois sections, soit un peu plus que 2 fois la distance entre les électrodes correspondant à la limite de la sensibilité pour des mesures faites à partir de la surface d'un échantillon. On conclut que cette estimation de la hauteur de l'électrolyte dans le bain, qui était entre 10 et 15 mm, n'est pas valable.

D'autre part, l'évaluation de la conductivité du cartilage donne des valeurs comprises entre 1,5 et 1,6 S/m, ce qui est supérieur aux valeurs recensées dans la littérature, qui sont plutôt autour de 1 S/m. De plus, cette valeur est supérieure à la valeur de la conductivité calculée pour le cas où il n'y a pas d'échantillon de cartilage dans le bain, soit environ 1,4 S/m. Ceci pourrait être expliqué par le fait que l'échantillon est très âgé et donc possiblement détérioré. On pourrait supposer qu'il y a du largage du calcium provenant de l'os dans le cartilage, ce qui augmenterait la conductivité. On peut aussi supposer, comme l'ont rapporté Frank et al. (2004), que l'impédance du cartilage diminue, donc la conductivité augmente (toutes autres choses étant égales), lorsque le tissu se dégrade. Pour vérifier cette hypothèse, il faudrait faire des mesures sur du cartilage sain, idéalement avec un réseau d'électrodes non usé. On pourrait alors s'assurer qu'il ne s'agit pas d'une surestimation de la conductivité entraînant une sous-estimation de l'épaisseur du cartilage.

D'autres explications relatives à la méthodologie peuvent aussi être explorées. D'abord on peut supposer qu'une sous-estimation de l'épaisseur est compensée par une surestimation de la conductivité, lors de la paramétrisation des résultats. D'autre part, le modèle des images utilisé pour l'analyse implique que l'épaisseur de l'os et la taille de l'échantillon sont infinies. Comme cette condition ne peut être remplie en pratique, la conductivité calculée peut s'en trouver affectée.

Finalement, les valeurs calculées pour la conductivité de l'os sont difficiles à analyser puisque la littérature donne de valeurs variant entre 0,1 et 0,4 S/m. L'ensemble des valeurs calculées se trouvent dans cette plage.

## Chapitre 4 : Modélisation du système pour les mesures de la conductivité électrique du cartilage

Dans le but de déterminer quels sont les paramètres à rencontrer pour l'utilisation du système développé, un modèle équivalent à été élaboré. L'objectif est d'établir les paramètres qui présentent une limite au niveau de la fréquence d'excitation et la vitesse avec laquelle les mesures peuvent être prises. Plus la fréquence du signal est élevée, plus il sera possible d'acquérir les mesures rapidement et ainsi diminuer le temps nécessaire à l'échantillonnage d'un grand nombre de dérivations d'électrodes. Cette optimisation est nécessaire si l'on désire développer un système capable de faire des mesures de conductivité et d'épaisseur en temps réel. Cette section présente le modèle équivalent développé ainsi que la stratégie utilisée pour sa résolution mathématique et les principaux résultats qui en découlent.

### 4.1 Présentation du modèle

#### 4.1.1 Schéma électrique équivalent

Le schéma électrique considéré est présenté à la Figure 4.1. Le modèle tient compte de l'impédance de sortie des sources de courant ( $Z_{in}$  et  $Z_{out}$ ), de l'impédance de contact des électrodes ( $Z_1$  à  $Z_4$ ), des résistances entre les électrodes d'application du courant et de mesure du potentiel ( $R_x$ ,  $R_{b1}$  et  $R_{b2}$ ) ainsi que des capacités parasites entre les divers canaux ( $C_1$ ,  $C_2$  et  $C_3$ ).

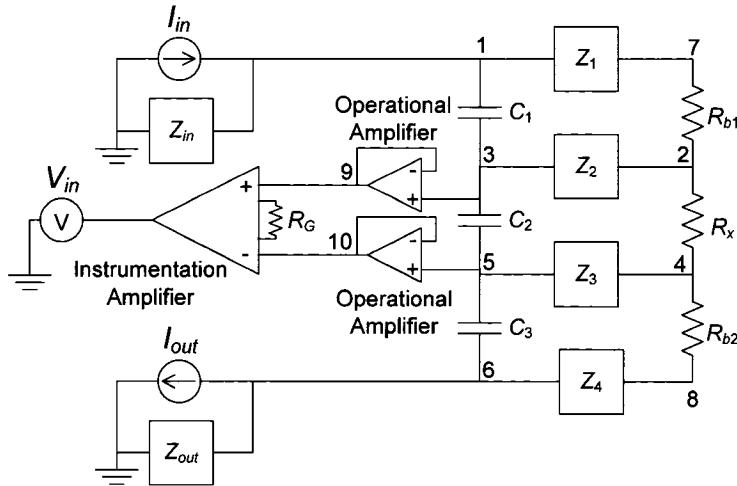


Figure 4.1 : Schéma électrique équivalent du système<sup>11</sup>

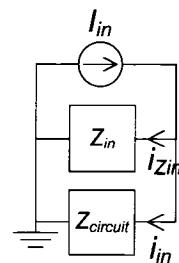
Une particularité de notre système est due au fait que la différence de potentiel mesurée aux sorties des amplificateurs opérationnels associés aux sources de courant, et non directement aux électrodes (un schéma plus détaillé se trouve à l'Annexe II). L'impédance de sortie de l'amplificateur opérationnel est faible comparativement à l'impédance d'entrée de l'amplificateur d'instrumentation. Ce critère n'est pas nécessairement rempli par l'impédance de contact d'électrodes très petites (comme celle de la sonde Arthro-BST™) qui pourrait ainsi agir en diviseur de tension. On considère donc la variation du gain en fonction de la fréquence pour les amplificateurs opérationnels branchés en suiviteur entre les électrodes et l'amplificateur d'instrumentation. On considère aussi que l'impédance d'entrée des amplificateurs opérationnels et de l'amplificateur d'instrumentation est très élevée et donc que le courant qui entrerait est négligeable. Comme il a été présenté au Chapitre 2, l'impédance de sortie des sources de courant, l'impédance de contact des électrodes, les diverses résistances et capacités parasites de notre système peuvent être mesurées ou estimées.

<sup>11</sup> Le schéma est construit en considérant le circuit électrique utilisé ainsi que les articles de Webster et Clark (1998), Geddes et Baker (1989) et Binette (2002)

En se rapportant à la Figure 4.1, on retrouve d'abord les deux sources qui appliquent un courant électrique entre les électrodes 1 et 4 (nœuds 7 et 8). Le courant appliqué traverse les électrodes puis l'interface entre l'électrode et le milieu, ce qui est représenté par les boîtes  $Z_1$  et  $Z_4$ . La différence de potentiel est ensuite mesurée entre les électrodes 2 et 3 (nœuds 2 et 4) : l'interface électrode-milieu ainsi que la résistance interne des électrodes sont représentées par les boîtes  $Z_2$  et  $Z_3$ . La résistance du milieu est représentée par  $R_{b1}$  et  $R_{b2}$  tandis que la résistance (ou l'impédance) à déterminer est  $R_x$ . Les capacités parasites entre les divers canaux du système sont représentées par les capacités  $C_1$  à  $C_3$ . Les nœuds considérés sont numérotés sur le schéma. Les sections suivantes présentent de façon plus détaillée les diverses parties de ce modèle.

#### 4.1.2 Impédance de sortie des sources de courant

Comme il a été présenté à la section 2.1.2.2, l'impédance de sortie des sources de courant est attribuable à une capacité parasite et peut être modélisée par l'équation (2.8). Cette impédance doit être beaucoup plus grande que l'impédance de l'interface électrodes/milieu biologique afin de minimiser les erreurs de mesure. La Figure 4.2 présente un schéma électrique de la situation pour une source de courant. Dans ce cas, le courant  $I_{in}$  est celui qui est attendu de la source. Comme son impédance de sortie  $Z_{in}$  n'est pas infini, un courant  $i_{Zin}$  sera perdu dans le système et donc seulement un courant  $i_{in}$  parviendra au circuit.



**Figure 4.2 :** Schéma équivalent d'une source de courant avec l'impédance de sortie  $Z_{in}$  et l'impédance du circuit ( $Z_{circuit}$ ) tirée de la Figure 4.1

#### 4.1.3 Gain des amplificateurs opérationnels<sup>12</sup>

La relation entre le signal de sortie  $v_{out}$  et les signaux d'entrée ( $v^+$  et  $v^-$ ) pour un amplificateur opérationnel est donné par :

$$v_{out} = A(s)(v^+ - v^-) \quad (4.1)$$

Avec  $A(s)$ , le gain en boucle ouverte en fonction de la fréquence ( $s = j\omega = j2\pi f$ ).

Pour les amplis-op dits « à compensation interne » le gain en boucle ouverte est donné par :

$$A(s) = \frac{A_0}{1 + s/\omega_b} \quad (4.2)$$

Avec  $A_0$ , le gain DC en boucle ouverte et  $\omega_b$ , la pulsation de coupure du signal à -3 dB ( $\omega_b = 2\pi f_b$ ).  $A_0$  et  $\omega_b$  sont donnés dans la fiche technique de l'amplificateur.

Par exemple, pour l'ampli-op OPA124U (Texas Instruments), on a  $A_0$  de 125 dB ( $1,78 \times 10^{-6}$  V/V) et  $f_b$  de 0,84 Hz ( $\omega_b = 5,3$  rad/s).

#### 4.1.4 Impédance de l'interface électrode-milieu et résistance du milieu

La nature de l'impédance due à l'interface des électrodes a été présentée à la section 1.4.2. L'équation (1.14) peut alors être utilisée dans le modèle pour représenter  $Z_1$  à  $Z_4$ . Les paramètres  $k$  et  $m$  pour les électrodes d'Ag/AgCl ont été calculés à la section 2.3.2.1, tandis que la valeur de la résistance faradique ( $R_f$ ) a été jugée négligeable pour la plage de fréquence étudiée.

La résistance du milieu  $R_b$  n'a pu être calculée lors de la paramétrisation de l'impédance de contact des électrodes à cause du manque de mesures à des fréquences plus élevées. Une analyse visuelle des graphes obtenus pour l'impédance des électrodes

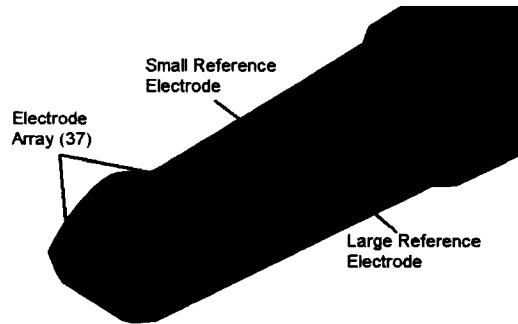
---

<sup>12</sup> Cette section est tirée de Guardo et Bertrand (2005)

en fonction de la fréquence permet d'évaluer cette résistance à environ  $400\ \Omega$  dans le PBS.

Les paramètres  $k$ ,  $m$  et  $R_b$  ont aussi été calculés avec la même technique en faisant une mesure sur du cartilage, avec un courant de  $10\ \mu\text{A}$  crête, et les valeurs obtenues sont respectivement  $2,9\text{E-}5 \pm 0,5\text{E-}5\ \Omega^{-1}$ ,  $0,52 \pm 0,04$  et  $330 \pm 30\ \Omega$  (moyenne  $\pm$  écart-type). Ces valeurs de  $k$  et  $m$  seront utilisées pour la simulation.

Comme il a été présenté dans l'introduction du mémoire, un des objectifs de ce projet était la réalisation des mesures de conductivité en utilisant l'embout jetable de la sonde Arthro-BST™. Cet embout comporte une pointe sphérique, présentée à la Figure 4.3, sur laquelle est disposée une matrice de 37 microélectrodes en cuivre plaqué d'or. On peut obtenir les paramètres de ces électrodes dans le but de déterminer les caractéristiques que doit posséder un système de mesure pour les utiliser. Elles ont en fait une forme presque rectangulaire et mesurent environ  $25\ \mu\text{m}$  par  $85\ \mu\text{m}$ . Leur impédance de contact a été mesurée en utilisant un circuit développé par Martin Garon lors de travaux précédents (non publié). Les électrodes ont été placées dans du PBS et un courant de  $1\ \mu\text{A}$  crête de fréquence variant entre 1 à 2500 Hz a été appliqué. La densité de courant était donc d'environ  $470\ \text{A/m}^2$ . Les paramètres  $k$  et  $m$  obtenus par une paramétrisation rapide avec le logiciel Excel étaient respectivement de  $8 \pm 1 \times 10^{-7}\ \Omega^{-1}$  et  $0,52 \pm 0,06$  (moyenne  $\pm$  écart-type) pour un échantillon de six électrodes prises au hasard. Tout comme pour les électrodes d'Ag/AgCl, la paramétrisation n'a pas permis de calculer la résistance du milieu  $R_b$ . On peut encore une fois estimer visuellement cette valeur à environ  $75\ \text{k}\Omega$ .



**Figure 4.3 : Matrice d'électrodes d'un embout jetable de l'Arthro-BST<sup>TM</sup><sup>13</sup>**

La résistance effective  $R_x$  des échantillons de cartilage sur l'os est pour sa part calculée en considérant le ratio des potentiels mesurés à la section 3.4.2 sur le courant appliqué. Les valeurs varient entre 1 et 45  $\Omega$  pour une valeur moyenne d'environ 15  $\Omega$ .

#### 4.1.5 *Capacités parasites*

Comme il a été présenté à la section 2.3.2.3, les capacités parasites du réseau d'électrodes d'Ag/AgCl sont de l'ordre de 20 pF. Les capacités parasites de l'embout jetable de l'Arthro-BST<sup>TM</sup> peuvent aussi être mesurées avec un multimètre numérique. On obtient des valeurs de l'ordre de 30 pF principalement attribuables aux connexions entre les électrodes et le système.

### 4.2 Mise en équations et simulation du modèle

#### 4.2.1 *Mise en équations*

La méthode de modélisation pour l'analyse du circuit de la Figure 4.1 est celle décrite par Hartinger, et al. (2006). La méthode comporte deux étapes : l'analyse matricielle des sous-circuits et l'assemblage de la matrice d'admittance globale.

On commence par écrire l'équation caractéristique de chaque sous-circuit, qui sera de la forme :

---

<sup>13</sup> Image fournie par BioSyntech Canada Inc.

$$YV = I \quad (4.3)$$

Avec  $Y$ , la matrice d'admittance de chaque sous-circuit;  $V$  et  $I$ , les vecteurs du potentiel et du courant à chaque nœud.

L'équation matricielle est obtenue en appliquant la loi des nœuds de Kirchhoff. On inclut les amplificateurs opérationnels dans la matrice d'admittance en considérant leur gain en boucle ouverte  $A(s)$ . L'analyse de circuits implique que le voltage ou le courant est connu pour chaque nœud du circuit. Lorsque le voltage à un nœud est connu, c'est le courant qui est inconnu et vice-versa. On peut représenter la situation en divisant la matrice d'admittance en 4 parties :

$$\begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_k \\ V_u \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_u \\ I_k \end{bmatrix} \quad (4.4)$$

Avec  $V_k$  et  $I_k$ , les vecteurs des voltages et des courants connus;  $V_u$  et  $I_u$ , les vecteurs des voltages et des courants inconnus. On retrouve les matrices des voltages et courants inconnus en résolvant les relations suivantes :

$$V_u = Y_{22}^{-1} (I_k - Y_{21}V_k) \quad (4.5)$$

$$I_u = Y_{11}V_k + Y_{12}V_u \quad (4.6)$$

Dans notre cas, les courants sont connus pour tous les nœuds, ce qui implique que la relation (4.5) soit de la forme :

$$V_u = Y_{22}^{-1}I_k \quad (4.7)$$

En se référant au numéro des nœuds apparaissant à la Figure 4.1, on obtient les équations suivantes donnant les courants des nœuds 1 à 8 en fonction des valeurs de potentiel à ces nœuds :

$$I_{in} - V_1 Y_1 + (V_3 - V_1) Y_3 + (V_7 - V_1) Y_2 = I_1 \quad (4.8)$$

$$(V_7 - V_2) Y_4 + (V_3 - V_2) Y_5 + (V_4 - V_2) Y_7 = I_2 \quad (4.9)$$

$$(V_1 - V_3) Y_3 + (V_5 - V_3) Y_6 + (V_2 - V_3) Y_5 = I_3 \quad (4.10)$$

$$(V_5 - V_4) Y_8 + (V_2 - V_4) Y_7 + (V_8 - V_4) Y_{10} = I_4 \quad (4.11)$$

$$(V_3 - V_5) Y_6 + (V_6 - V_5) Y_9 + (V_4 - V_5) Y_8 = I_5 \quad (4.12)$$

$$-I_{out} - V_6 Y_{12} + (V_8 - V_6) Y_{11} + (V_5 - V_6) Y_9 = I_6 \quad (4.13)$$

$$(V_1 - V_7) Y_2 + (V_2 - V_7) Y_4 = I_7 \quad (4.14)$$

$$(V_6 - V_8) Y_{11} + (V_4 - V_8) Y_{10} = I_8 \quad (4.15)$$

Avec :

$Y_1 = 1/Z_{in}$	$Y_4 = 1/R_{b1}$	$Y_7 = 1/R_x$	$Y_{10} = 1/R_{b2}$
$Y_2 = 1/Z_1$	$Y_5 = 1/Z_2$	$Y_8 = 1/Z_3$	$Y_{11} = 1/Z_4$
$Y_3 = C_1 s$	$Y_6 = C_2 s$	$Y_9 = C_3 s$	$Y_{12} = 1/Z_{out}$

En insérant les potentiels appropriés dans l'équation (4.1), on obtient les équations pour les deux amplificateurs opérationnels, soit :

$$A(s)(V_3 - V_9) = V_9 \quad (4.16)$$

$$A(s)(V_5 - V_{10}) = V_{10} \quad (4.17)$$

On peut alors retrouver la forme de l'équation (4.7) avec les expressions suivantes :

$$V_u' = [V_1 \ V_2 \ V_3 \ V_4 \ V_5 \ V_6 \ V_7 \ V_8 \ V_9 \ V_{10}] \quad (4.18)$$

$$I_k' = [-I_{in} \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ I_{out} \ 0 \ 0 \ 0 \ 0] \quad (4.19)$$

Où  $V_u'$  et  $I_k'$  sont les matrices transposées de  $V_u$  et  $I_k$ .

Et :

$$Y_{22} = \begin{bmatrix} -\left(Y_1 + Y_2\right) & 0 & Y_3 & 0 & 0 \\ 0 & -\left(Y_4 + Y_5\right) & Y_5 & Y_7 & 0 \\ Y_3 & Y_5 & -\left(Y_3 + Y_5\right) & 0 & Y_6 \\ 0 & Y_7 & 0 & -\left(Y_7 + Y_8\right) & Y_8 \\ 0 & 0 & Y_6 & Y_8 & -\left(Y_6 + Y_8\right) \\ 0 & 0 & 0 & 0 & Y_9 \\ Y_2 & Y_4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & Y_{10} & 0 \\ 0 & 0 & A & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & A \\ 0 & Y_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & Y_4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Y_{10} & 0 & 0 \\ Y_9 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\left(Y_9 + Y_{11}\right) & 0 & Y_{11} & 0 & 0 \\ 0 & -\left(Y_2 + Y_4\right) & 0 & 0 & 0 \\ Y_{11} & 0 & -\left(Y_{10} + Y_{11}\right) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\left(A+1\right) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\left(A+1\right) \end{bmatrix} \quad (4.20)$$

#### 4.2.2 *Simulation*

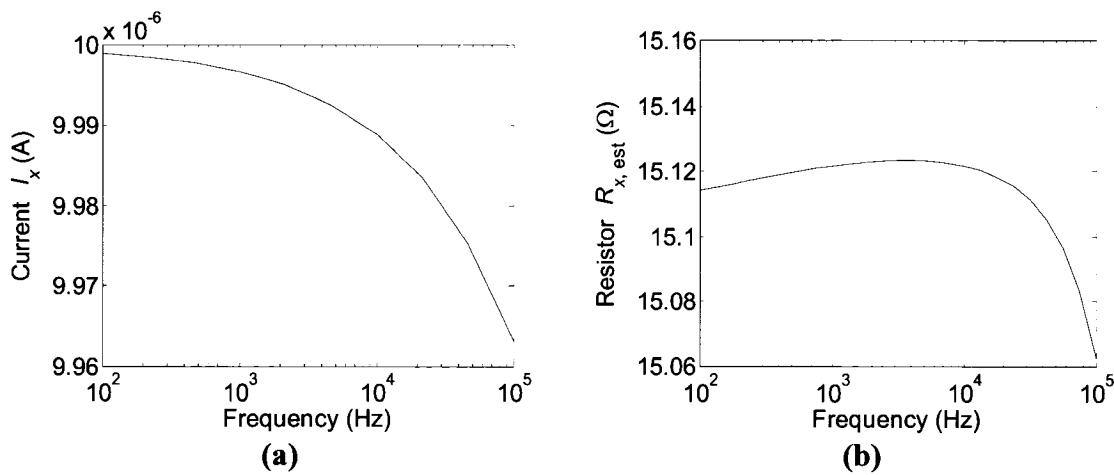
Une fonction pour la résolution de la matrice (4.20) a été créée avec MATLAB et est présentée dans l'Annexe IX. Il s'agit d'inverser la matrice des admittances et de la multiplier par le vecteur des courants connus afin d'obtenir le vecteur des voltages inconnus pour une plage de fréquence. L'analyse porte ensuite sur deux valeurs en fonction de la fréquence. La première est le courant  $I_x$  qui traverse réellement la résistance  $R_x$ . On s'attend à ce que cette valeur soit égale au courant appliqué et constante en fonction de la fréquence. On considère ici que les sources appliquent toujours le courant désiré alors que la simulation de la transconductance dans la section 2.1.2.1 a démontré que le courant de 10 µA crête diminuait de 10% (9 µA) à une fréquence d'environ 6,5 kHz avec une résistance de charge  $R_c$  de 100 kΩ. La Figure 2.13 (a) montre que la diminution du courant a lieu pour une fréquence d'environ 15 kHz avec une résistance de charge d'environ 100 Ω. Le courant  $I_x$  est donné par :

$$I_x = \frac{V_2 - V_4}{R_x} \quad (4.21)$$

La seconde valeur analysée est celle de la résistance  $R_x$  qui sera calculée en fonction du voltage mesuré. On considère la différence de potentiel aux bornes de l'amplificateur d'instrumentation qui devrait normalement être la même que celle aux bornes de la résistance  $R_x$ . Il reste que la présence des capacités parasites entre les fils servant à la connexion des électrodes amène la possibilité que le courant ne passe pas seulement dans les électrodes 1 et 4, causant ainsi une erreur pour la valeur de la différence de potentiel mesurée. On considère aussi que le courant traversant effectivement la résistance est le courant  $I_{in}$  que l'on désire appliquer et donc qu'il n'y a pas de variation avec la fréquence. L'expression pour la résistance estimée  $R_{x, \text{est}}$  est alors :

$$R_{x, \text{est}} = \frac{V_9 - V_{10}}{I_{in}} \quad (4.22)$$

La Figure 4.4 (a) présente le courant  $I_x$  qui passera dans une résistance  $R_x$  de  $15 \Omega$  et la Figure 4.4 (b) la valeur de cette résistance qui sera mesurée, dans le cas où l'on applique un courant de  $10 \mu\text{A}$  crête sur une plage de fréquence de  $100 \text{ Hz}$  à  $100 \text{ kHz}$ . On remarque que les valeurs obtenues sont à moins de  $1\%$  des valeurs attendues. Le facteur limitant la fréquence à laquelle des mesures peuvent être faites est donc le courant à la sortie des sources qui diminue pour des fréquences supérieures à environ  $15 \text{ kHz}$ , puisque les résistances dans le milieu sont de l'ordre de  $100 \Omega$ .



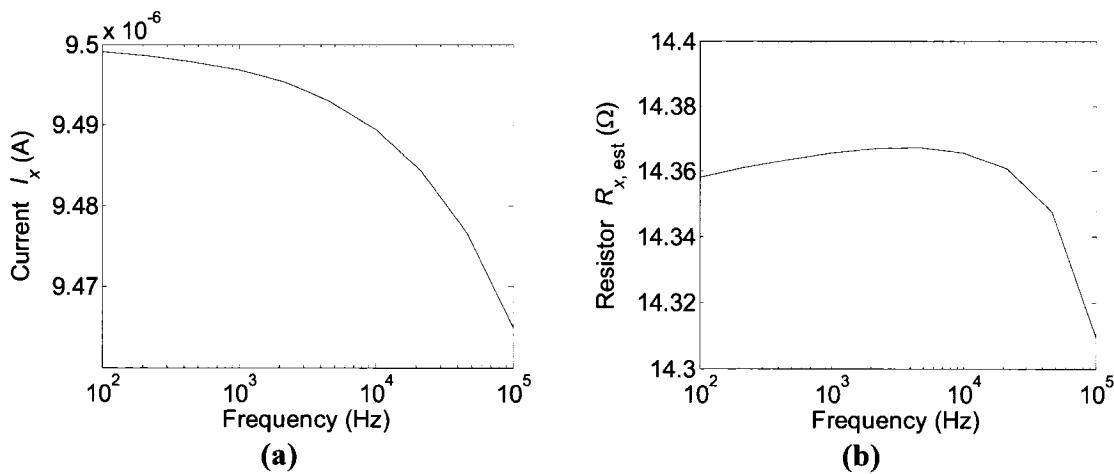
**Figure 4.4 : (a) Courant  $I_x$  et (b) Résistance estimée  $R_{x, \text{est}}$  en fonction de la fréquence du signal**

Une série de simulations réalisées en faisant varier certains paramètres clés est présentée aux sections suivantes. On y analyse dans un premier temps l'effet d'un débalancement entre les courants de source et de puits ( $I_{in}$  et  $I_{out}$ ) ainsi que l'effet de la variation de l'impédance de contact entre les électrodes. Pour déterminer quelles sont les limites du système, on augmente ensuite l'impédance de contact des électrodes pour simuler une situation semblable à l'utilisation de l'embout jetable de l'Arthro-BST™.

#### 4.2.2.1 Variation entre les valeurs des courants de source et de puits

La Figure 2.8 (b) montrait que la valeur du courant à la sortie des sources peut varier de  $7\%$  par rapport à la valeur attendue. On peut évaluer l'effet sur le courant  $I_x$  et sur la résistance  $R_{x, \text{est}}$  d'une variation de  $10\%$  du courant de la source servant de puits (donc  $I_{out} = 9 \mu\text{A}$  crête). La Figure 4.5 (a) et (b) présente les résultats de la simulation.

On remarque en (a) que le courant est maintenant de 5 à 5,4% inférieur au courant attendu. La résistance estimée est alors 4,3 à 4,6% inférieure à la résistance attendue. Comme cette erreur est répartie sur l'ensemble de la plage des fréquences, il ne s'agira pas d'un facteur limitatif pour la fréquence à laquelle les mesures peuvent être effectuées, seulement d'une source d'erreur globale.



**Figure 4.5 : (a) Courant  $I_x$  et (b) Résistance estimée  $R_{x, \text{est}}$  en fonction de la fréquence du signal, pour une variation de 10% du courant  $I_{out}$**

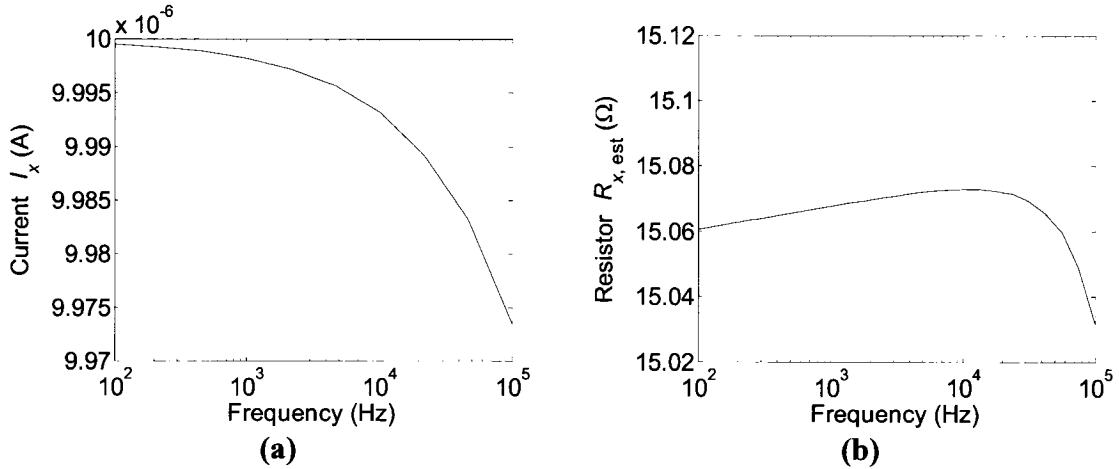
#### 4.2.2.2 Variation de l'impédance de contact des électrodes

Le Tableau 2.1 montre que l'impédance de contact varie d'une électrode à l'autre. On peut analyser l'effet de cette variation sur le courant  $I_x$  et sur la valeur de la résistance  $R_{x, \text{est}}$ . On attribue les paramètres  $k$  et  $m$  du Tableau 4.1 aux impédances  $Z_1$  à  $Z_4$ . Ces paramètres sont choisis en considérant les valeurs minimale ( $Z_1$ ) et maximale ( $Z_4$ ) obtenues lors de mesures sur le cartilage ainsi que la valeur moyenne ( $Z_2$ ) présentée à la section 4.1.4 et une valeur inférieure de un écart-type à cette valeur ( $Z_3$ ).

**Tableau 4.1 : Paramètres  $k$  et  $m$  pour les impédances  $Z_1$  à  $Z_4$**

	$Z_1$	$Z_2$	$Z_3$	$Z_4$
$k (\Omega^{-1})$	2,2E-3	2,9E-5	2,4E-5	3,5E-5
$m$	0,80	0,52	0,48	0,56

La Figure 4.6 (a) et (b) présente les résultats de la simulation. On remarque que les valeurs obtenues sont à moins de 1% des valeurs attendues, ce qui confirme que le réseau d'électrodes d'Ag/AgCl a une impédance de contact suffisamment faible pour être utilisé avec le système de mesure.



**Figure 4.6 : (a) Courant  $I_x$  et (b) Résistance estimée  $R_{x, \text{est}}$  en fonction de la fréquence du signal, pour une variation de l'impédance de contact des électrodes**

Il devient alors intéressant de déterminer quelle serait l'impédance de contact maximale que pourrait avoir un réseau d'électrodes tout en restant compatible avec le système, à une fréquence de 1 kHz. Pour ce faire, on fait varier le paramètre  $k$  pour l'ensemble des impédances de contact des électrodes, en lui attribuant les valeurs de  $5 \times 10^{-5}$ ,  $5 \times 10^{-6}$  et  $5 \times 10^{-7} \Omega^{-1}$ , alors que le paramètre  $m$  est fixé à 0,5. La Figure 4.7 (a) et (b) présente les résultats de la simulation. En analysant les résultats de la Figure 4.7 (a) pour  $k$  valant  $5 \times 10^{-5}$  et  $5 \times 10^{-6} \Omega^{-1}$ , on remarque que le courant  $I_x$  est à moins de 2,5% de la valeur attendue pour toute de la plage de fréquence. Pour une valeur du paramètre  $k$  de  $5 \times 10^{-7} \Omega^{-1}$ , soit de l'ordre de celui de l'embout jetable, le courant  $I_x$  atteint 10% de la valeur attendue à environ 30 kHz et 2,5% à 1 kHz. L'augmentation de la valeur du paramètre  $k$  entraîne une erreur plus importante pour l'évaluation de la valeur de la résistance  $R_x$ : pour  $k$  valant  $5 \times 10^{-6}$  et  $5 \times 10^{-7} \Omega^{-1}$ , une erreur d'environ 20% et supérieure à 1500% respectivement, ce qui rend impossible la prise de mesures dans cette configuration.

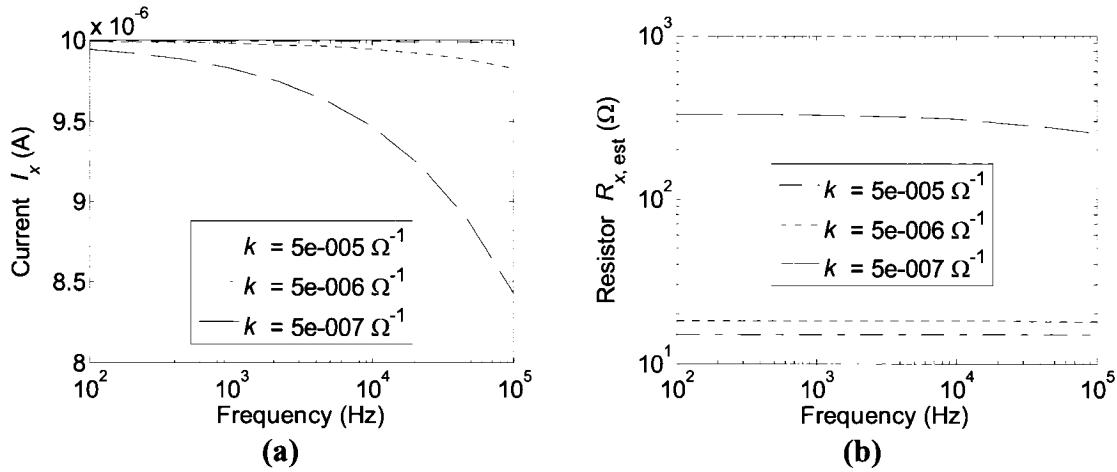


Figure 4.7 : (a) Courant  $I_x$  et (b) Résistance estimée  $R_{x, \text{est}}$  en fonction de la fréquence du signal, en variant le paramètre  $k$

Pour tenter d'améliorer la situation, on diminue la valeur de la capacité de sortie des sources de courant d'un ordre de grandeur, en faisant passer la capacité  $C_S$  à 11 pF. Les résultats de la simulation sont présentés à la Figure 4.8 (a) et (b). L'augmentation de l'impédance de sortie a pour effet de réduire l'erreur sur le courant à moins de 2%, sur la plage de fréquence. Toutefois, il n'y a aucune influence sur la valeur de la résistance  $R_x$  calculée : on remarque que les graphes de la Figure 4.7 (b) et de la Figure 4.8 (b) sont identiques.

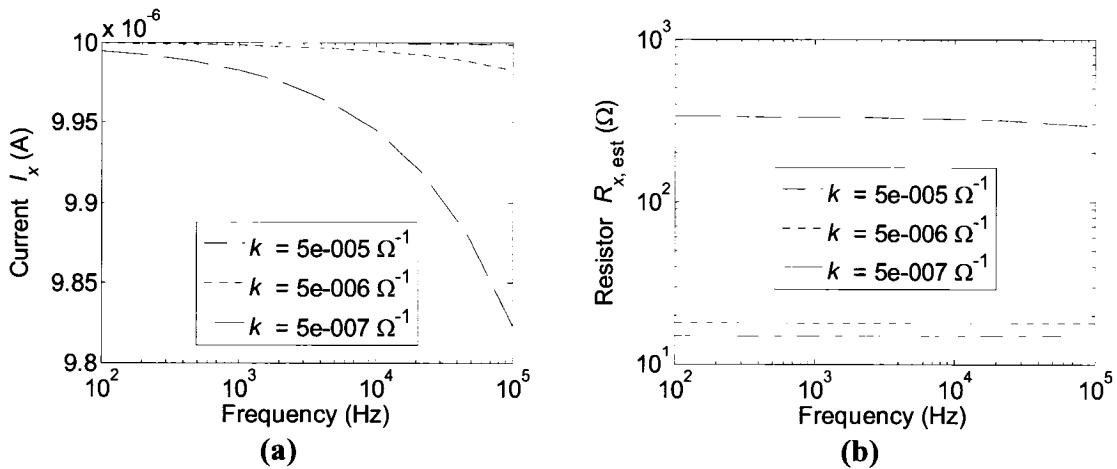
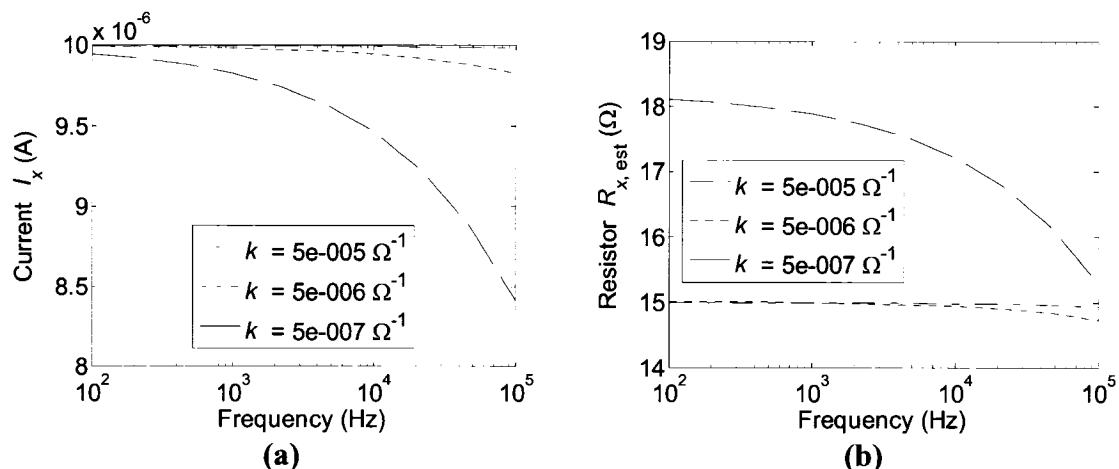


Figure 4.8 : (a) Courant  $I_x$  et (b) Résistance estimée  $R_{x, \text{est}}$  en fonction de la fréquence du signal, en variant le paramètre  $k$  et en diminuant la capacité  $C_S$

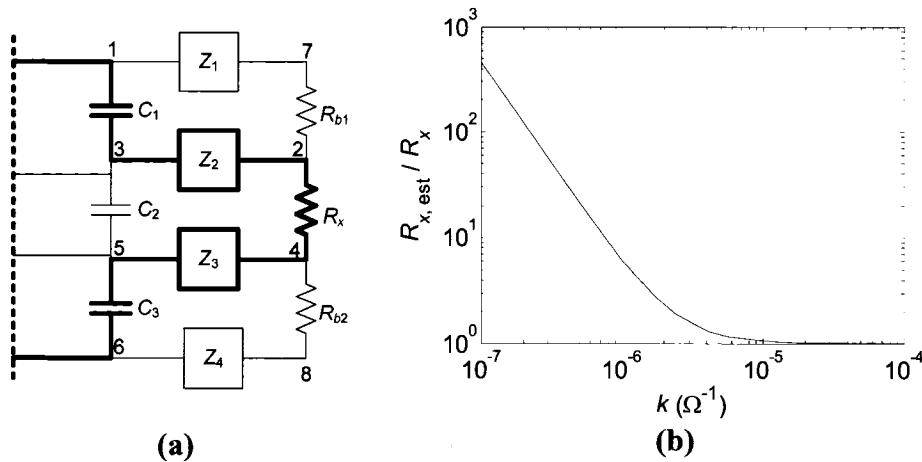
Comme l'augmentation de l'impédance de sortie des sources de courant ne permet pas d'obtenir une meilleure estimation de la valeur de la résistance  $R_x$ , une autre simulation est faite en diminuant la valeur de la capacité parasite entre les lignes de deux ordres de grandeur, soit à 200 fF, et en rétablissant la valeur de la capacité de sortie des sources de courant à 110 pF. Les résultats sont présentés à la Figure 4.9 (a) et (b). On remarque d'abord, en comparant la Figure 4.7 (a) et la Figure 4.9 (a), que le changement de capacité parasite ne modifie pas le courant  $I_x$ . Toutefois, la valeur de la résistance estimée  $R_{x,\text{est}}$  est maintenant à moins de 2% de la valeur attendue dans le cas où le paramètre  $k$  vaut  $5 \times 10^{-6} \Omega^{-1}$ . Toutefois, on a une erreur d'environ 20% à 1 kHz sur l'estimation de la valeur de la résistance lorsque  $k$  vaut  $5 \times 10^{-7} \Omega^{-1}$ . En diminuant de nouveau la valeur des capacités parasites, à 20 fF cette fois, on arrive à une estimation plutôt bonne de la valeur de la résistance, avec moins de 2% d'erreur à 1 kHz.



**Figure 4.9 :** (a) Courant  $I_x$  et (b) Résistance estimée  $R_{x,\text{est}}$  en fonction de la fréquence du signal, en variant le paramètre  $k$  et en diminuant la capacité  $C = C_1 = C_2 = C_3$

L'erreur la plus importante sur l'estimation de la valeur de  $R_x$  provient donc du fait qu'une impédance de contact des électrodes plus élevée force plus de courant à passer dans les capacités parasites  $C_1$  et  $C_3$ . Le trajet de ce courant parasite est illustré par une ligne grasse à la Figure 4.10 (a). Ce courant est toutefois beaucoup plus faible que celui traversant la résistance  $R_x$ , ce qui explique que le courant  $I_x$  demeure près de la valeur attendue, même si on diminue la valeur du paramètre  $k$ . Il reste que, même faible,

ce courant entraîne une différence de potentiel plus importante entre les points 3 et 5 que celle aux bornes de la résistance  $R_x$ , augmentant donc l'estimation de sa valeur. Dès lors, si on diminue suffisamment la capacité parasite entre les lignes des électrodes, on pourrait arriver à une estimation plus juste de la valeur de la résistance  $R_x$ . La Figure 4.10 (b) présente le ratio de la résistance estimée  $R_{x, \text{est}}$  sur la résistance réelle en fonction du paramètre  $k$  de l'impédance des électrodes. On remarque que ce ratio tend vers 1 lorsque l'impédance des électrodes diminue (augmentation de la valeur du paramètre  $k$ ).



**Figure 4.10 : (a) Parcours du courant parasite dans le circuit et (b) Ratio de la résistance estimée  $R_{x, \text{est}}$  sur la résistance  $R_x$  en fonction de la valeur du paramètre  $k$**

### 4.3 Discussion sur l'utilisation de l'embout jetable de l'Arthro-BST™ pour des mesures de conductivité électrique

À la lumière des simulations effectuées à la section 4.2.2, on peut confirmer que le réseau d'électrodes d'Ag/AgCl a des caractéristiques compatibles avec le système de mesure développé dans le cadre de ce projet.

Un des objectifs du projet était l'utilisation des électrodes de l'embout jetable de l'Arthro-BST™ pour les mesures de conductivité. Les résultats des simulations nous amène à conclure que cela est impossible, puisque l'impédance de contact des électrodes d'or et les capacités parasites entre les lignes d'interconnexion des électrodes sont trop élevées. Pour corriger la situation, il faudrait développer un embout qui aurait de plus

faibles capacités parasites, ce qui peut s'avérer difficile compte tenu des contraintes sur les dimensions que doit avoir la sonde. Une autre possibilité serait la diminution d'un facteur 10 de l'impédance de contact des électrodes. Ceci est possible sans changer le matériau et le plaquage en augmentant la surface des électrodes.

## Conclusion

Ce mémoire a présenté le développement et les résultats obtenus à l'aide d'un système de mesure de la conductivité électrique du cartilage articulaire. Les mesures en configuration tétrapolaire sont prises avec une série de dérivations d'électrodes qui permettent d'obtenir une grande quantité d'information sur les propriétés électriques de l'échantillon à l'étude. Pour un matériau non homogène comme le cartilage articulaire sur l'os sous-chondral, il est possible de calculer l'épaisseur de la couche de cartilage ainsi que la conductivité du cartilage et de l'os à partir des mesures de la conductivité apparente faites grâce au système.

Le système développé comprend un module électronique basé sur une puce servant d'analyseur de réseau. Cette puce dessert huit canaux composés d'une source de courant et d'un ensemble de portes linéaires pour relier les électrodes à un circuit d'amplification et de filtrage commun. Les sources ont été caractérisées afin de s'assurer qu'elles permettaient l'application du courant attendu et que leur impédance de sortie était suffisamment élevée relativement aux impédances de contact des électrodes pour permettre des mesures fiables des impédances des échantillons à l'étude. Deux logiciels pour contrôler le module ont été développés sur la plateforme LabVIEW. Le premier permet de faire un balayage pour obtenir l'impédance d'un échantillon en fonction de la fréquence. Le second logiciel utilise une série de dérivations d'électrodes pour mesurer la conductivité apparente d'un échantillon à une fréquence donnée. Ils permettent tous deux d'établir les paramètres d'un test et d'afficher les résultats. La matrice d'électrodes d'Ag/AgCl fabriquée dans le cadre de ce projet a aussi été caractérisée : à 1 kHz, l'impédance de contact des électrodes se situe entre 400 et 750  $\Omega$ . Ces valeurs sont suffisamment petites comparativement à l'impédance de sortie des sources de courant (1,5 M $\Omega$ ) pour réaliser des mesures fiables.

Un modèle basé sur la méthode des images électriques a été adapté à l'étude, pour traiter les données obtenues avec 40 dérivations d'électrodes. Il a ainsi été possible

de déterminer la distance entre un piston non-conducteur et les électrodes de mesure avec une erreur de 11% ou moins pour des distances variant de 100 µm à 2 mm, et de moins de 20% pour des distances variant de 2 à 6 mm. Ces expériences ont démontré une limite de la méthode : la résolution diminue en fonction de la profondeur dans l'échantillon, à cause de la pénétration limitée du courant. La conductivité d'une solution de NaCl de 1,500 S/m, telle que mesurée avec une conductimètre, a aussi pu être calculée : on a obtenu une valeur de  $1,51 \pm 0,09$  S/m. La très faible conductivité du piston a aussi été bien évaluée par certaines configurations, mais quelques valeurs étaient surestimées.

Ce modèle a permis d'obtenir l'épaisseur du cartilage pour trois sections d'échantillons de cartilage de patella équine en équilibre dans du PBS. On a obtenu des épaisseurs moyennes de  $2,3 \pm 0,2$  mm, de  $1,62 \pm 0,03$  mm et de  $1,8 \pm 0,1$  mm respectivement pour les trois sections. Bien que toutes légèrement inférieures, ces valeurs se comparent bien aux valeurs mesurées par la technique de l'aiguille puisque l'erreur était de 8%, 20% et 8% pour les trois échantillons. La conductivité du cartilage évaluée à partir des mesures était entre 1,51 et 1,61 S/m environ et est donc supérieure à la valeur de la conductivité de la solution de PBS sans cartilage, ce qui suggère qu'il s'agissait d'échantillons dégradés. Les conductivités obtenues pour l'os sous-chondral, 0,18 S/m, 0,26 S/m et 0,16 S/m, sont comparables aux valeurs obtenues par Binette, et al. (2004), soit entre 0,179 et 0,306 S/m.

Finalement, un modèle équivalent a été développé pour représenter le module électronique et les électrodes du système lors de mesures sur du cartilage. Ce modèle a permis de confirmer que les impédances des sources de courant étaient suffisamment élevées comparativement à l'impédance de contact des électrodes d'Ag/AgCl et que les capacités parasites entre les lignes des électrodes étaient suffisamment faibles pour ne pas influencer les mesures directement. Le facteur qui limite la fréquence maximale à laquelle les mesures peuvent être faites est le courant fourni par les sources, c'est-à-dire

la transconductance et l'impédance de sortie qui diminuent toutes deux avec la fréquence.

Le modèle équivalent permet aussi d'analyser l'effet d'un débalancement du courant fourni par deux sources, de la variation de l'impédance de contact inter-electrode ainsi que de l'interaction entre l'impédance de contact des électrodes et les capacités parasites du système. À l'aide de simulations faites avec les valeurs obtenues pour l'embout jetable de la sonde Arthro-BST™, on peut conclure que l'impédance de contact de ces électrodes est trop élevée pour faire des mesures de conductivité, puisqu'un courant trop important passe par les capacités parasites, sans passer par les électrodes d'application du courant. Pour corriger la situation, il faudrait développer un système d'électrodes ayant une impédance de contact plus faible, comme celle des électrodes en Ag/AgCl. Il s'agirait donc d'une prochaine étape pour la poursuite de ce projet. La modélisation de cette matrice d'électrodes dans le but d'utiliser la tomographie d'impédance électrique (TIE) pourrait alors être faite. La méthode des images pourrait être abandonnée au profit d'algorithmes utilisés en TIE pour obtenir la distribution de la conductivité des tissus en fonction de l'épaisseur de l'échantillon.

Une autre étape serait le développement d'une nouvelle version du système comportant plus de canaux et suffisamment petit pour être intégré à la sonde. On pourrait par le fait même améliorer les sources de courant en substituant des amplificateurs d'instrumentation aux amplificateurs différentiels actuellement utilisés. Ceci pourrait avoir comme effet d'uniformiser la transconductance et l'impédance des sources de courant sur une plus grande plage de fréquences.

L'intégration à la sonde Arthro-BST™ d'une fonction temps-réel pour la mesure de l'épaisseur du cartilage, en ferait un outil encore plus puissant pour l'étude des propriétés fonctionnelles du cartilage articulaire.

## Bibliographie

- Binette, J.-S. (2002). Mesure de conductivité électrique tétrapolaire du cartilage articulaire bovin. École Polytechnique de Montréal, Mémoire de maîtrise, 162 p.
- .
- Binette, J. S., Garon, M., Savard, P., McKee, M. D. et Buschmann, M. D. (2004). Tetrapolar measurement of electrical conductivity and thickness of articular cartilage. *J Biomech Eng.* **126**(4): 475-84.
- Buckwalter, J. A., Einhorn, T. A. et Simon, S. R. (2000). Orthopaedic basic science : Biology and biomechanics of the musculoskeletal system. Rosemont, IL, American Academy of Orthopaedic Surgeons.
- Burger, H. C. et Van Dongen, R. (1961). Specific electric resistance of body tissues. *Phys Med Biol.* **5**: 431-47.
- Buschmann, M. (2003). Phénomènes d'échanges en génie tissulaire et en biotechnologie: Cours gch6312. Montréal, Presses internationales Polytechnique.
- Chammas, P. et Eisenberg, S. R. (1994). A microcontinuum model of electrokinetic coupling in the extracellular matrix: Perturbation formulation and solution: 748-749 vol.2.
- Cohen, Z. A., McCarthy, D. M., Kwak, S. D., Legrand, P., Fogarasi, F., Ciaccio, E. J. et Ateshian, G. A. (1999). Knee cartilage topography, thickness, and contact areas from mri: In-vitro calibration and in-vivo measurements. *Osteoarthritis Cartilage.* **7**(1): 95-109.
- De Boer, R. W. et Van Oosterom, A. (1978). Electrical properties of platinum electrodes: Impedance measurements and time-domain analysis. *Med Biol Eng Comput.* **16**(1): 1-10.
- Eckstein, F., Adam, C., Sittek, H., Becker, C., Milz, S., Schulte, E., Reiser, M. et Putz, R. (1997). Non-invasive determination of cartilage thickness throughout joint surfaces using magnetic resonance imaging. *J Biomech.* **30**(3): 285-9.
- Frank, E., Evans, R., Lee, C., Treppo, S., Spector, M. et Grodzinsky, A. (2004). Quantitative electrical impedance analysis of cartilage degradation. *Biorheology.* **41**(3-4): 195-202.
- Gabriel, C., Gabriel, S. et Corthout, E. (1996). The dielectric properties of biological tissues: I. Literature survey. *Phys Med Biol.* **41**(11): 2231-49.
- Garon, M. (2007). Conception et validation d'une sonde arthroscopique pour l'évaluation des propriétés électromécaniques fonctionnelles du cartilage articulaire. École Polytechnique de Montréal, Ph.D., 201.
- Geddes, L. A. (1996). Who introduced the tetrapolar method for measuring resistance and impedance? *15*(5): 133-134.

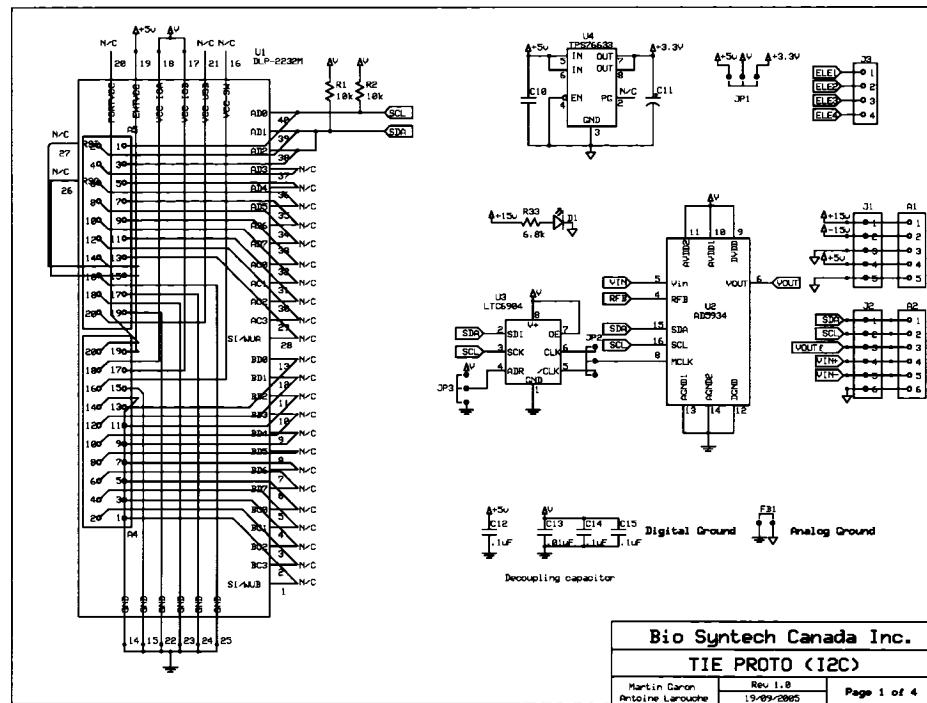
- Geddes, L. A. (1997). Historical evolution of circuit models for the electrode-electrolyte interface. *Ann Biomed Eng.* **25**(1): 1-14.
- Geddes, L. A. et Baker, L. E. (1967). The specific resistance of biological material--a compendium of data for the biomedical engineer and physiologist. *Med Biol Eng.* **5**(3): 271-93.
- Geddes, L. A. et Baker, L. E. (1989). Principles of applied biomedical instrumentation. New York ; Toronto, Wiley.
- Geddes, L. A. et Roeder, R. (2001). Measurement of the direct-current (faradic) resistance of the electrode-electrolyte interface for commonly used electrode materials. *Ann Biomed Eng.* **29**(2): 181-6.
- Grodzinsky, A. J. (1983). Electromechanical and physicochemical properties of connective tissue. *Crit Rev Biomed Eng.* **9**(2): 133-99.
- Grodzinsky, A. J. (n.d.). Fields, forces, and flows in biological tissues and membranes. Boston, Massachusetts Institute of Technology.
- Gu, W. Y. et Justiz, M. A. (2002). Apparatus for measuring the swelling dependent electrical conductivity of charged hydrated soft tissues. *J Biomech Eng.* **124**(6): 790-3.
- Guardo, R. et Bertrand, M. (2005). Notes du cours ele2310: Électronique, École Polytechnique de Montréal.
- Gulrajani, R. M. (1998). Bioelectricity and biomagnetism. New York, J. Wiley.
- Hartinger, A. E., Gagnon, H. et Guardo, R. (2006). A method for modelling and optimizing an electrical impedance tomography system. *Physiol Meas.* **27**(5): S51-64.
- Hasegawa, I., Kuriki, S., Matsuno, S. et Matsumoto, G. (1983). Dependence of electrical conductivity on fixed charge density in articular cartilage. *Clin Orthop Relat Res.*(177): 283-8.
- Jurvelin, J. S., Rasanen, T., Kolmonen, P. et Lyyra, T. (1995). Comparison of optical, needle probe and ultrasonic techniques for the measurement of articular cartilage thickness. *J Biomech.* **28**(2): 231-5.
- Le Guyader, P., Savard, P., Guardo, R., Pouliot, L., Trelles, F. et Meunier, M. (1994). Myocardial impedance measurements with a modified four electrode technique. Engineering in Medicine and Biology Society, 1994. Engineering Advances: New Opportunities for Biomedical Engineers. Proceedings of the 16th Annual International Conference of the IEEE: 880-881 vol.2.
- Légaré, A. (1998). Détection de la dégénérescence du cartilage articulaire par la distribution spatiale des potentiels d'écoulement. École Polytechnique de Montréal, Mémoire de maîtrise, 170 p. --.

- Maroudas, A. (1968). Physicochemical properties of cartilage in the light of ion exchange theory. *Biophys J.* **8**(5): 575-95.
- Mooney, H. M. et Wetzel, W. W. (1956). The potentials about a point electrode and apparent resistivity curves for a two-, three-, and four-layered earth. Minneapolis, University of Minnesota Press.
- Quenneville, É. (2006). Les distributions de potentiel électrique dans le cartilage articulaire. École Polytechnique de Montréal, Ph.D., 253.
- Reinisch, G. B. et Nowick, A. S. (1979). A model for dielectric behavior of wet bone. Electrical properties of bone and cartilage : Experimental effects and clinical applications. Brighton, C. T., Black, J. et Pollack, S. R. New York; Toronto, Grune & Stratton: 13-29.
- Robillard, P. N. et Poussart, D. (1979). Spatial resolution of four electrode array. *IEEE Trans Biomed Eng.* **26**(8): 465-70.
- Rush, S., Abildskov, J. A. et Mcfeer (1963). Resistivity of body tissues at low frequencies. *Circ Res.* **12**: 40-50.
- Saha, S. et Williams, P. A. (1992). Electric and dielectric properties of wet human cortical bone as a function of frequency. *IEEE Trans Biomed Eng.* **39**(12): 1298-304.
- Steendijk, P., Mur, G., Van Der Velde, E. T. et Baan, J. (1993). The four-electrode resistivity technique in anisotropic media: Theoretical analysis and application on myocardial tissue in vivo. *IEEE Trans Biomed Eng.* **40**(11): 1138-48.
- Suesserman, M. F. et Spelman, F. A. (1993). Quantitative in vivo measurements of inner ear tissue resistivities: I. In vitro characterization. *IEEE Trans Biomed Eng.* **40**(10): 1032-47.
- Telford, W. M., Geldart, L. P. et Sheriff, R. E. (1990). Applied geophysics. Cambridge [England], Cambridge University Press.
- Vignon, E. (2000). Structure et metabolisme du cartilage articulaire. *Revue du rhumatisme.* **67**(Supplement 3): 112-118.
- Webster, J. G. (1990). Electrical impedance tomography. Bristol [Angleterre], Hilger.
- Webster, J. G. et Clark, J. W. (1998). Medical instrumentation : Application and design. New York ; Toronto, Wiley.
- Yao, J. Q. et Seedhom, B. B. (1999). Ultrasonic measurement of the thickness of human articular cartilage in situ. *Rheumatology (Oxford).* **38**(12): 1269-71.

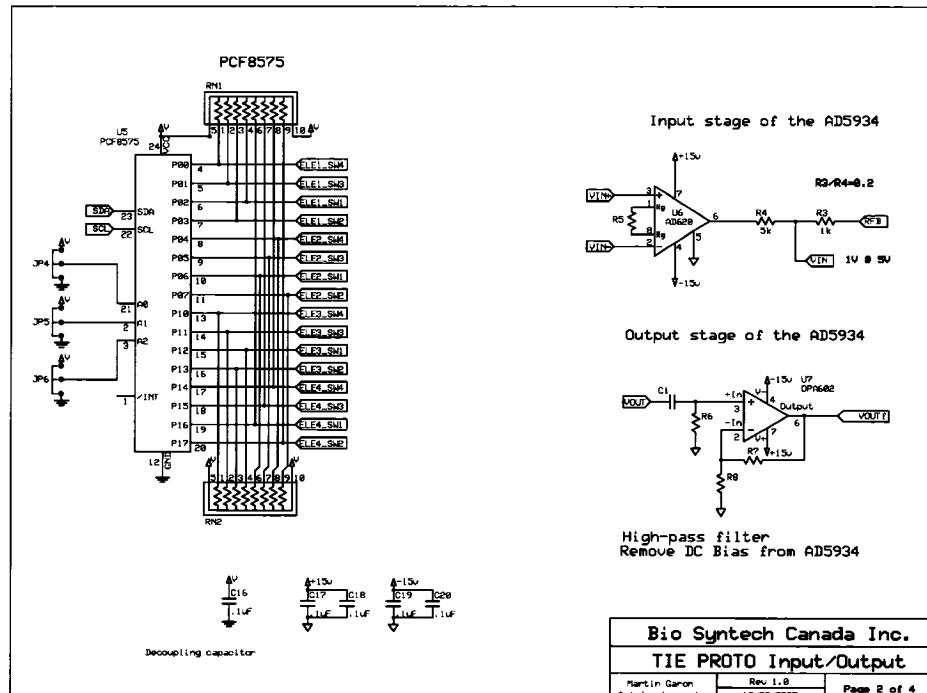
## Annexe I : Schéma du module électronique – version fabriquée

Dans le but d'obtenir une correspondance accrue des paramètres pour les filtres, il a été jugé préférable de filtrer et d'amplifier la différence de potentiel mesurée plutôt que d'obtenir la différence de potentiel des signaux filtrés et amplifiés. La version originale du circuit, présentée à la Figure I.1 (a), a été modifiée pour inclure ces considérations : une série d'amplificateurs et de filtres avait été montée sur une carte de prototypage afin de vérifier le design. Pour remplacer la maquette, un circuit imprimé comportant une série de quatre amplificateurs/filtres a donc été ajouté au module. Ce circuit est empilé sous le second circuit en se branchant aux endroits qui avaient été initialement prévus pour les connexions lors de l'empilement. On peut voir le design du circuit imprimé à la Figure I.2. Le schéma du nouveau circuit est présenté dans l'Annexe II, à la Figure II.1 et la Figure II.2.

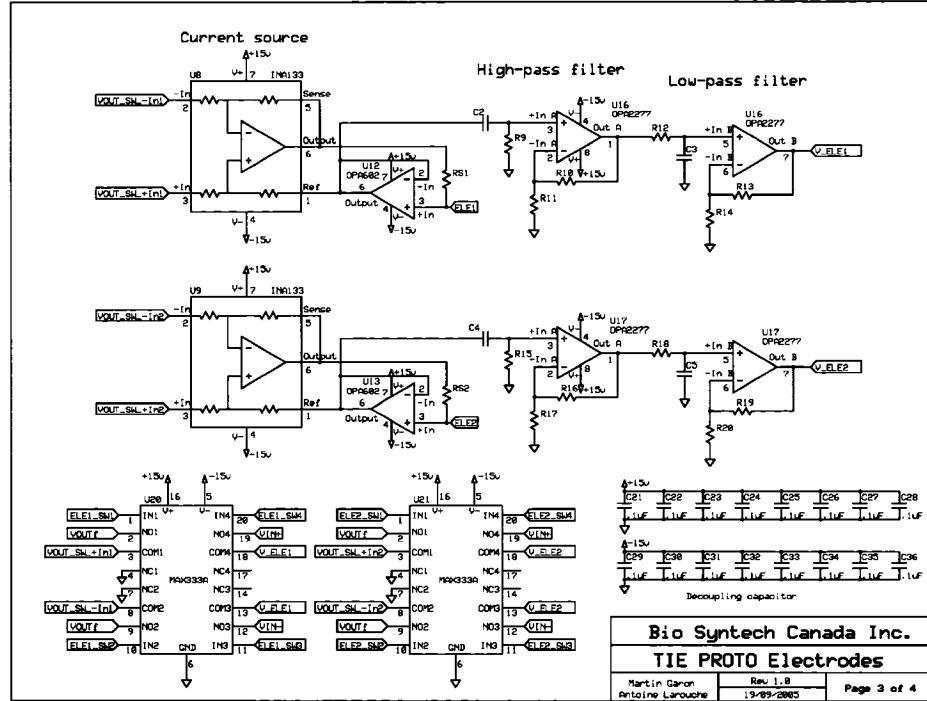
La Figure I.1 (a) est la même pour les deux versions du système et on peut s'y référer pour la description suivante (sauf si spécifié autrement). Une diode électroluminescente (D1) indique que le système est sous tension. On retrouve trois connecteurs sur le circuit : un connecteur à 5 broches (J1) pour l'alimentation du circuit ; un connecteur à 6 broches (J2) pour les signaux de l'interface I<sup>2</sup>C (SDA et SCL) et des signaux de la puce AD5933 ; et un connecteur à 4 broches (J3) pour la connexion avec les impédances à mesurer (ELE1 à ELE4). Un cavalier (JP3,) permet de déterminer l'adresse de l'oscillateur (U3) et un autre permet de choisir entre deux signaux d'horloge (JP2). Trois cavaliers (JP4-6, Figure II.1 (a)) permettent de fixer l'adresse I<sup>2</sup>C du composant U5. On peut aussi fixer la tension d'alimentation de U2, U3, des deux canaux de communication de U1 et de U5, à 3,3 V (au lieu de 5 V) par le cavalier JP1. La tension de 3,3 V est assurée par un régulateur de tension (U4), alimenté sur 5 V. Chaque source de courant est composée d'un amplificateur différentiel (U8 à U11, Figure II.1 (b) et (c)) relié à un amplificateur opérationnel (U12 à U15, Figure II.1 (b) et (c)) et à une résistance de précision ( $\pm 0,1\%$ ) permettant de fixer la valeur crête du courant (RS1 à RS4, Figure II.1 (b) et (c)).



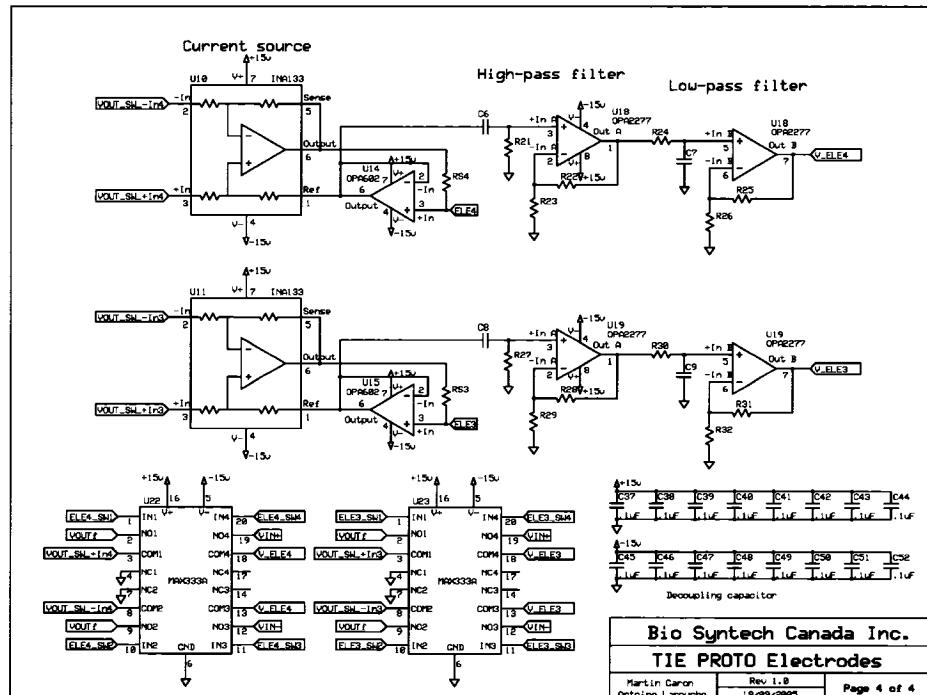
(a)



(b)



(c)



(d)

Figure I.1 : (a) Première, (b) Deuxième, (c) Troisième et (d) Quatrième parties du schéma du module électronique fabriqué

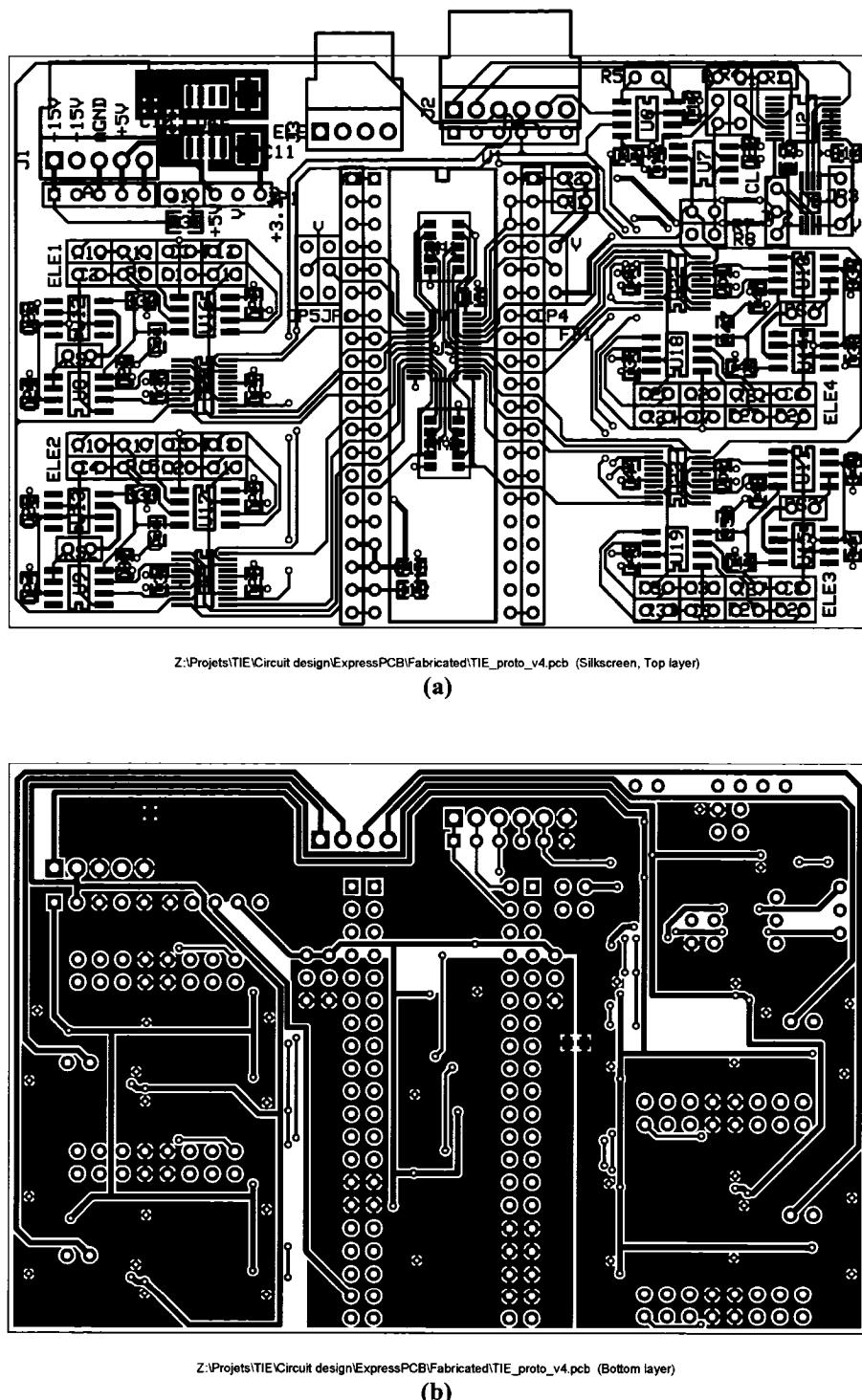
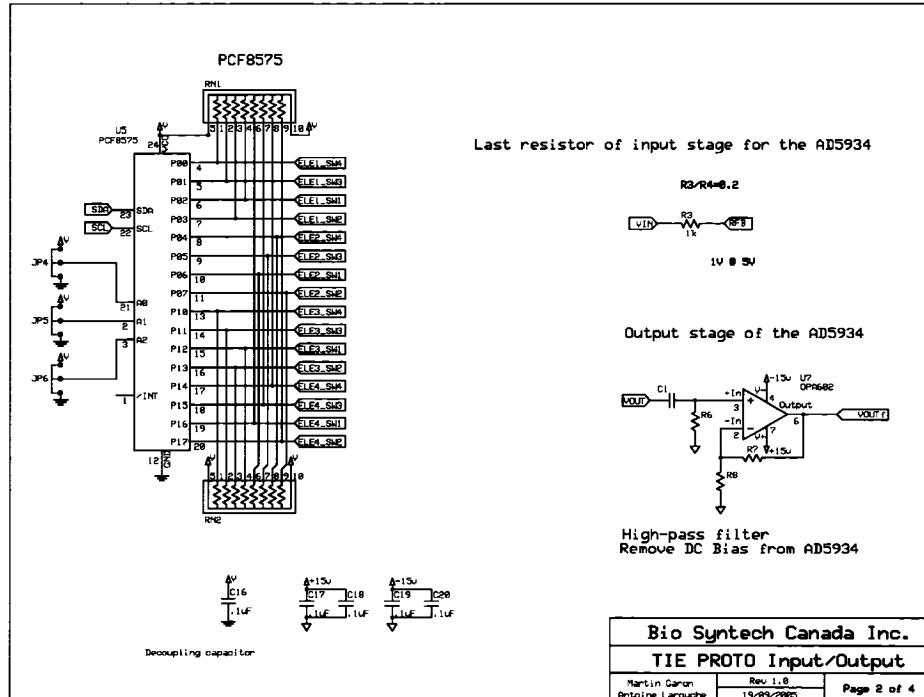


Figure I.2 : (a) Face supérieure et (b) Face inférieure du circuit imprimé du module électrique

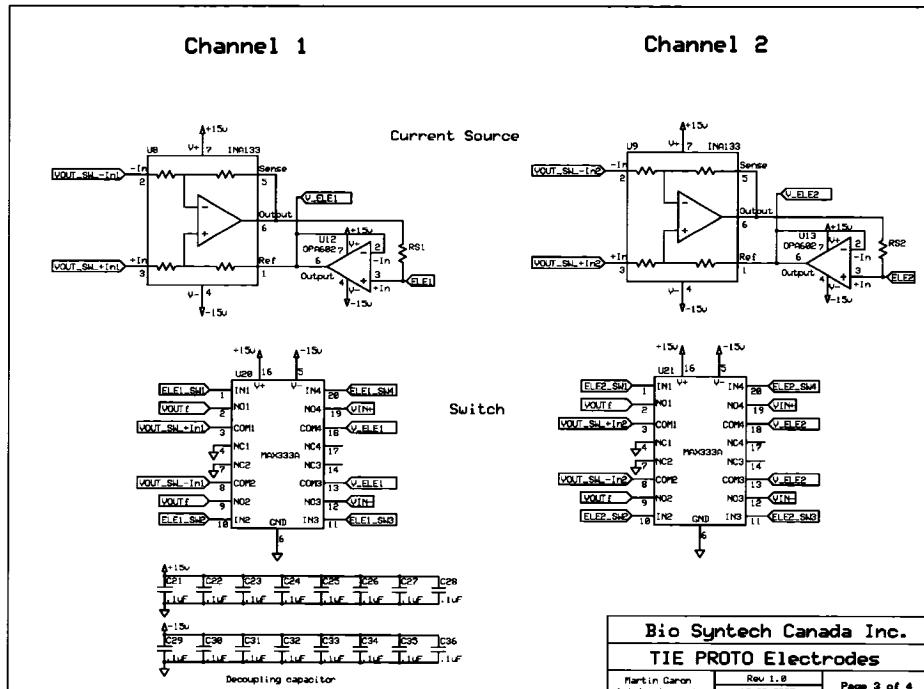
## Annexe II : Schéma du module électronique – version utilisée

Un second circuit imprimé comportant 4 autres sources de courant a été monté et fixé sous le premier circuit. Pour corriger des lacunes du circuit qui avaient été identifiées précédemment, il avait été envisagé de refaire un nouveau design pour le module. Ces lacunes étaient les suivantes : (1) l'utilisation de filtres et d'amplificateurs pour chacun des canaux au lieu d'une seule série de filtres et d'amplificateurs ; et (2) l'utilisation d'amplificateurs différentiels au lieu d'amplificateurs d'instrumentation pour les sources de courant. Toutefois, les délais impliqués et le coût d'un tel redesign, nous ont amené à envisager une solution de compromis, soit le design d'un nouveau circuit imprimé décrit dans la section 2.1.1. Le système résultant est présenté à la Figure 2.5. Les sources de courant sont situées sur les deux circuits imprimés du haut alors que le nouveau circuit comporte les amplificateurs et les filtres. Il est à remarquer que seulement une des deux lacunes identifiées du circuit a été corrigée puisque les sources de courants comportent toujours des amplificateurs différentiels.

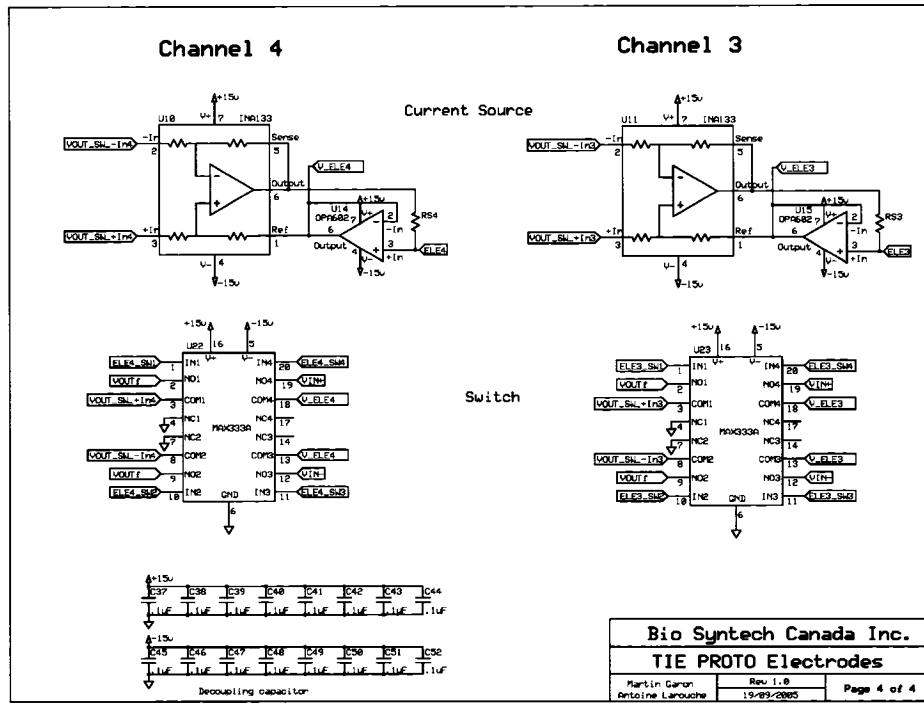
Le schéma du circuit illustré à la Figure I.1 (a) est le même pour les deux versions du circuit.



(a)



(b)



(c)

**Figure II.1 : (a) Seconde, (b) Troisième et (c) Quatrième parties du schéma du module électronique**

Étant donné l'indisponibilité de certaines pièces pour le second circuit imprimé, nous avons dû choisir de nouveaux types d'amplificateurs différentiels et opérationnels pour les sources de courant. Le Tableau II.1 donne la liste des principaux composants utilisés. Les numéros des composants sont ceux de la Figure II.1.

Tableau II.1 : Liste des principaux composants utilisés pour le module électronique

Numéro du composant	Modèle	Fabricant	Description
U1	DLP-22232M	DLP Design	FT2232C Dual-channel USB to UART converter evaluation kit
U2	AD5933	Analog Devices	1 MSPS, 12 Bit Impedance Converter Network Analyzer
U3	LTC6904	Linear Technology	1kHz - 68MHz Serial Port Programmable Oscillator
U4	TPS76633	Texas Instruments	Low Dropout regulator (250 mA, 3.3V), with Power Good (PG) Output
U5	PCF8575	Texas Instruments	16-Bit I <sup>2</sup> C and SMBus I/O Expander
U8 à U11	INA132U	Texas Instruments	Low Power, Single-Supply Differential Amplifier
U12 à U15	OPA124U	Texas Instruments	Low Noise, Precision Difet Operational Amplifier
U20 à U23	MAX333A	Maxim Integrated Products	Precision, Quad, SPDT, CMOS Analog Switches
RS1 à RS8	VISHAY DALE		Metal Film Resistor; 10 kohm; Tolerance: +/- 0.1 %; Series: PTF-56; Power Rating: 0.125W; Temperature Coefficient: +/-10 ppm
			Metal Film Resistor; 100 kohm; Tolerance: +/- 0.1 %; Series: PTF-56; Power Rating: 0.125W; Temperature Coefficient: +/-10 ppm
			Metal Film Resistor; 1 Mohm; Tolerance: +/- 0.1 %; Series: PTF-65; Power Rating: 0.25W; Temperature Coefficient: +/-5 ppm;

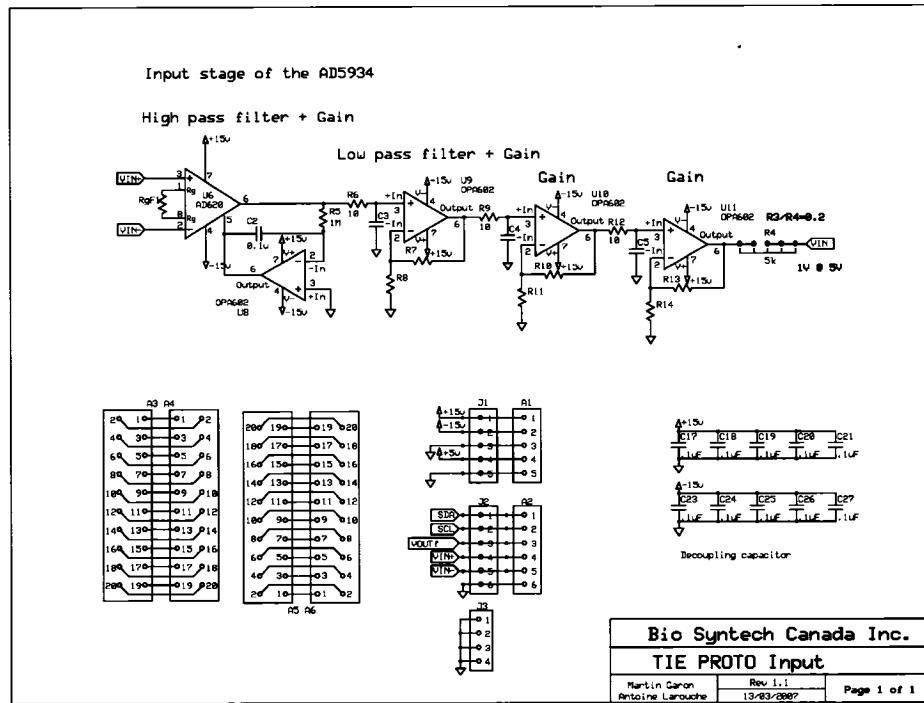
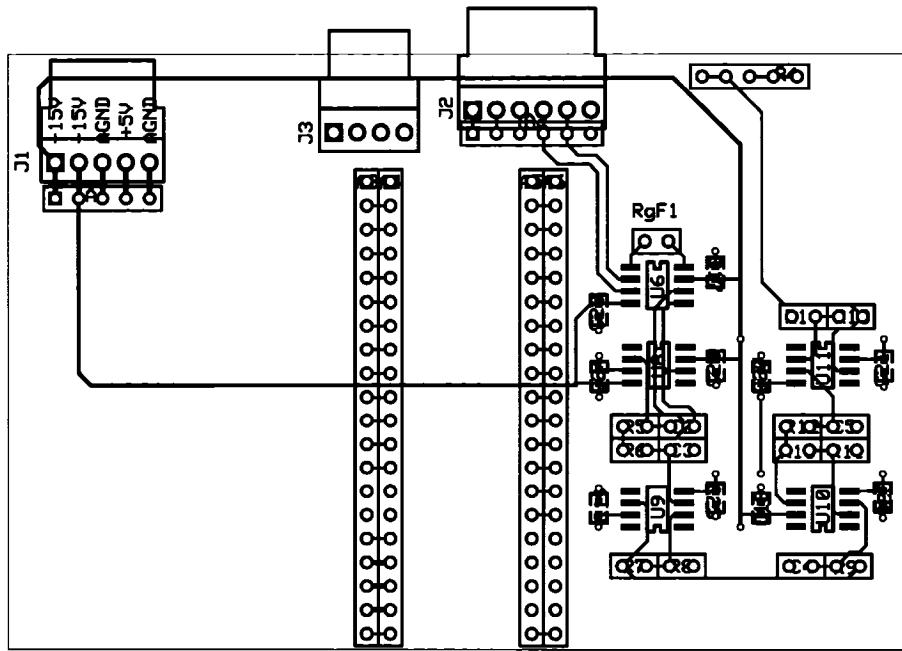


Figure II.2 : Étage d'entrée pour la puce AD5933

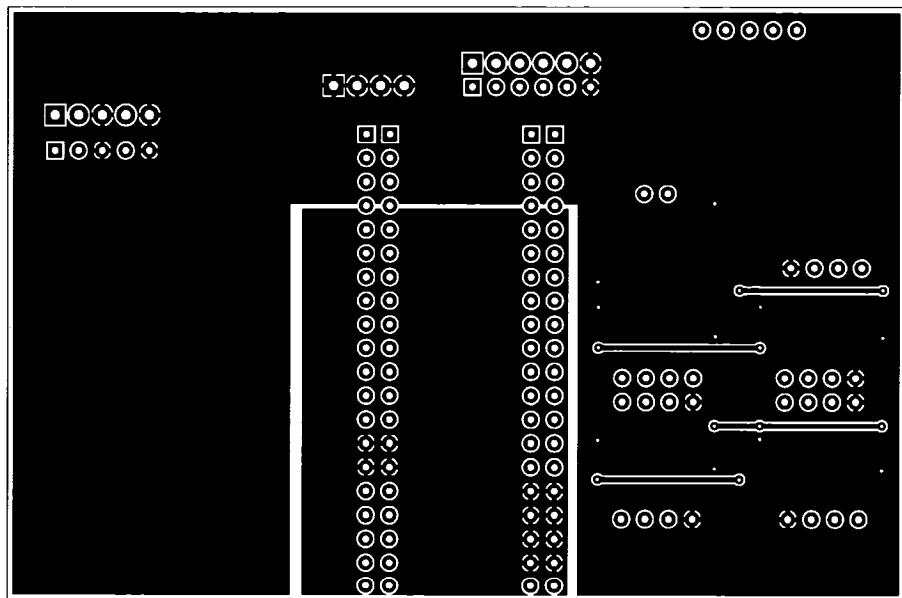
Le Tableau II.2 donne la liste des principaux composants utilisés. Les numéros des composants sont ceux de la Figure II.2.

Tableau II.2 : Liste des principaux composants utilisés pour l'étage d'entrée

Numéro du composant	Modèle	Fabricant	Description
U6	AD620	Analog Devices	Low Drift, Low Power Instrumentation Amp with Set Gains of 1 to 10000
U8 à U11	OPA602	Texas Instruments	High-Speed Precision Difet(R) Operational Amplifier



Z:\Projets\TIE\Circuit design\ExpressPCB\Filter\TIE\_proto\_Input\_Stage\_v1.pcb (Silkscreen, Top layer)  
(a)



Z:\Projets\TIE\Circuit design\ExpressPCB\Filter\TIE\_proto\_Input\_Stage\_v1.pcb (Bottom layer)  
(b)

**Figure II.3 : (a) Face supérieure et (b) Face inférieure du second modèle de circuit imprimé du module électronique**

### Annexe III : Rappel sur les filtres actifs du 1<sup>er</sup> ordre

La Figure III.1 présente les topologies de filtres passe-bas et passe-haut du premier ordre.

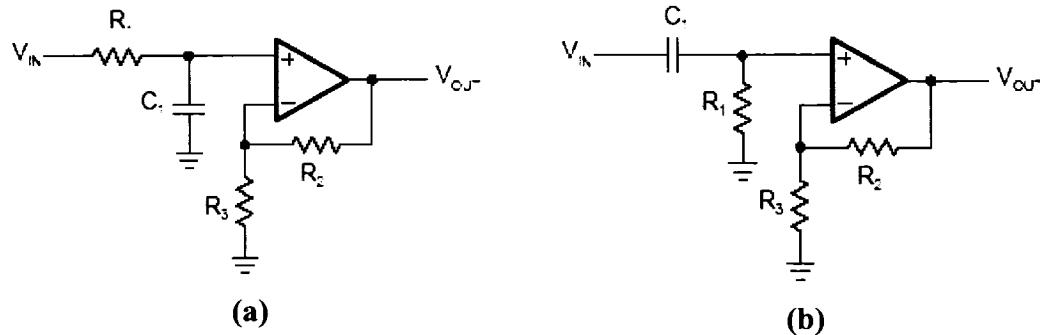


Figure III.1 : (a) Filtre passe-bas et (b) filtre passe-haut du premier ordre

Pour les deux topologies, la fréquence de coupure et le gain sont donnés par les mêmes expressions. La fréquence de coupure est donnée par :

$$f_c = \frac{1}{2\pi R_1 C_1} \quad (\text{III.1})$$

Le gain à mi-bande est donné par :

$$G = 1 + \frac{R_2}{R_3} \quad (\text{III.2})$$

## Annexe IV : Schéma d'une source de courant

La Figure IV.1 présente le schéma d'une source de courant contrôlée par une différence de potentiel.

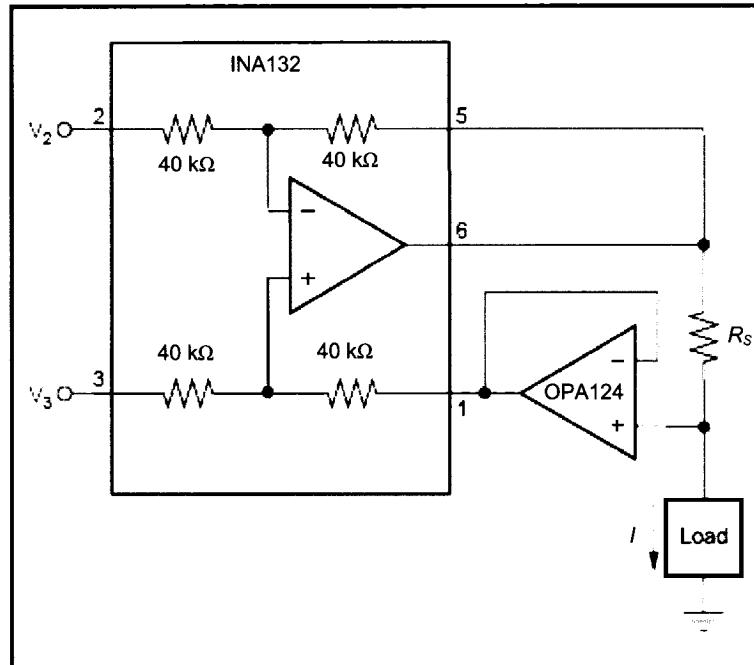


Figure IV.1 : Schéma électrique d'une source de courant<sup>14</sup>

Le courant  $I$  appliqué à la charge est donnée par :

$$I = \frac{V_3 - V_2}{R_S} \quad (\text{IV.1})$$

<sup>14</sup> Inspirée du feuillet technique de la puce INA133 (Texas Instruments)

## Annexe V : Paramètres de calibration du système

Les paramètres de calibration pour les différentes amplitudes du signal de sortie de la puce servant d'analyseur de réseaux peuvent être obtenus par la technique présentée à la section 2.2.3. On utilise les équations (2.11) et (2.12) pour obtenir les valeurs présentées dans le Tableau V.1. On utilise une résistance  $R_s$  de 100 kΩ, un gain  $G$  de 1572 V/V et on fait varier la tension  $V_{outf}$  à 0,099 V, 0,1915 V, 0,485 V et 0,99 V.

**Tableau V.1 : Paramètres de calibration du système**

$V_{outf}$ (V)	Courant ( $\mu\text{A}$ )	$\alpha \pm \text{écart-type}$ ( $\text{V}^{-1}$ )	$\Delta t \pm \text{écart-type}$ ( $\mu\text{s}$ )	$\varphi_0$ écart-type ( $^\circ$ )
0,99	10	$2195 \pm 4$	$152 \pm 5$	$-79,3 \pm 0,2$
0,485	5	$2235 \pm 6$	$150 \pm 4$	$-79,2 \pm 0,2$
0,1915	2	$2190 \pm 10$	$152 \pm 6$	$-79,4 \pm 0,2$
0,099	1	$2190 \pm 30$	$150 \pm 10$	$-79,3 \pm 0,6$

Rappel :  $V_{outf}$  est le signal appliqué par la puce duquel on a éliminé la composante DC ;  $\alpha$  est le facteur de conversion entre le module du résultat et la tension d'entrée de la puce ;  $\Delta t$  est le délai provenant des étages de filtres et  $\varphi_o$  est le déphasage intrinsèque à la puce.

## Annexe VI : Algorithme pour déterminer les paramètres $m$ et $k$ du modèle de l'impédance de l'interface électrode-électrolyte

La fonction MATLAB suivante a été écrite par l'auteur. Elle permet de déterminer les paramètres  $m$  et  $k$  de la relation (1.13) qui modélise l'impédance de l'interface électrode-électrolyte.

```
%%%%%%
% Find Minimum of Error Function %
%%%%%

function x = minim()
clear all
close all

x0 = [500e-6, 0.9];      % k, m first estimate
lb = [100e-6, 0.5];      % lower boundary
ub = [2000e-6, 1];       % upper boundary

f = [100; 186.16; 347.57; 645.2; 1201.1; 2236.1; 4163.8; 7750.6;
14427];      % Frequency Array

% Loop to find the parameter for 8 electrodes
for j=1:8

    % Minimizing function
    x(j,:) = lsqnonlin(@funcerror,x0,lb,ub, optimset('TolFun', 1e-
15, ...
        'MaxFunEvals', 1e10, 'MaxIter', 4e3, 'TolX', 1e-15),j,f);

    % Plot to see the results
    figure(j)
    Z_test = 1./(x(j,1)*sin(x(j,2)*pi/2).*((i*2*pi.*f).^(1-x(j,2))));
    data = dlmread('Ele.txt', '\t');
    Z_meas = data(:, 2*j-1).*exp(i.*data(:, 2*j));
    loglog(f, abs(Z_test), '- ', f, abs(Z_meas), '.')
end

%%%%%
% Error Function %
%%%%%

function error = funcerror(x,j,f)

k = x(1);    % Parameter to fit
m = x(2);

% Test function with parameters k & m
```

```
Z_test = 1./(k*sin(m*pi/2).* (i^2*pi.*f).^(1-m));  
% Data to fit  
data = dlmread('Ele.txt', '\t');  
Z_meas = data(:, 2*j-1).*exp(i.*data(:, 2*j));  
% Function to minimize  
error = abs(Z_test) - abs(Z_meas) + angle(Z_test) - angle(Z_meas);
```

## Annexe VII : Série de dérivations d'électrodes

Le Tableau VII.1 présente les dérivations obtenues en considérant que le courant est appliqué par des électrodes adjacentes et que les mesures de différence de potentiel sont également faites entre des électrodes adjacentes. Les chiffres 1 et 4 dans les colonnes (EleX) représentent la source et le puits de courant utilisés alors que les chiffres 2 et 3 sont les bornes positive et négative pour la mesure du potentiel. Le chiffre 0 indique que l'électrode est flottante : c'est-à-dire qu'elle n'est pas utilisée pour appliquer un courant ou mesurer un potentiel. Les mesures 1 à 20 sont en gras pour dénoter des mesures linéairement indépendantes. Le chiffre entre parenthèse après le numéro des mesures 21 à 40 indique à quelle autre mesure elles sont équivalentes en vertu du principe de réciprocité.

**Tableau VII.1 : Dérivations des électrodes utilisées par le logiciel de contrôle du système**

Mesure	Ele1	Ele2	Ele3	Ele4	Ele5	Ele6	Ele7	Ele8	Mesure	Ele1	Ele2	Ele3	Ele4	Ele5	Ele6	Ele7	Ele8
1	1	4	2	3	0	0	0	0	21 (17)	2	3	0	0	1	4	0	0
2	0	1	4	2	3	0	0	0	22 (18)	0	2	3	0	0	1	4	0
3	0	0	1	4	2	3	0	0	23 (19)	0	0	2	3	0	0	1	4
4	0	0	0	1	4	2	3	0	24 (20)	4	0	0	2	3	0	0	1
5	0	0	0	0	1	4	2	3	25 (14)	1	4	0	0	0	2	3	0
6	3	0	0	0	0	1	4	2	26 (15)	0	1	4	0	0	0	2	3
7	2	3	0	0	0	0	1	4	27 (16)	3	0	1	4	0	0	0	2
8	4	2	3	0	0	0	0	1	28 (9)	2	3	0	1	4	0	0	0
9	1	4	0	2	3	0	0	0	29 (10)	0	2	3	0	1	4	0	0
10	0	1	4	0	2	3	0	0	30 (11)	0	0	2	3	0	1	4	0
11	0	0	1	4	0	2	3	0	31 (12)	0	0	0	2	3	0	1	4
12	0	0	0	1	4	0	2	3	32 (13)	4	0	0	0	2	3	0	1
13	3	0	0	0	1	4	0	2	33 (7)	1	4	0	0	0	0	2	3
14	2	3	0	0	0	1	4	0	34 (8)	3	1	4	0	0	0	0	2
15	0	2	3	0	0	0	1	4	35 (1)	2	3	1	4	0	0	0	0
16	4	0	2	3	0	0	0	1	36 (2)	0	2	3	1	4	0	0	0
17	1	4	0	0	2	3	0	0	37 (3)	0	0	2	3	1	4	0	0
18	0	1	4	0	0	2	3	0	38 (4)	0	0	0	2	3	1	4	0
19	0	0	1	4	0	0	2	3	39 (5)	0	0	0	0	2	3	1	4
20	3	0	0	1	4	0	0	2	40 (6)	4	0	0	0	0	2	3	1

### Annexe VIII : Algorithme pour déterminer les paramètres $d$ , $\sigma_1$ et $\sigma_2$ du modèle de la différence de potentiel produite par une source et un puits de courant

La fonction MATLAB suivante a été écrite par l'auteur. Elle permet de déterminer les paramètres  $d$ ,  $\sigma_1$  et  $\sigma_2$  de la relation (3.13) qui modélise le potentiel mesuré en fonction de la dérivation d'électrode utilisée.

```
%%%%%%
% Find Minimum of Error Function %
%%%%%

function x = minim()
clear all
close all

x0 = [0, 1.5, 0];    % d, sigma1, sigma2
lb = [0, 1, 0];        % Lower boundary
ub = [10e-3, 2, 2]; % Upper boundary

n = 100;                % Number of terms in series
I = 10e-6;              % Applied current (in A)

% Loop for the optimisation of a set of data
for j=1:3
    x(j,:) = lsqnonlin(@funcerror,x0,lb,ub, ...
        optimset('TolFun',1e-12, 'MaxFunEvals', 1e10),j,n,I);
end

%%%%%
% Error Function %
%%%%%

function error = funcerror(x,j,n,I)

d = x(1);            % Parameters definition
sigma1 = x(2);
sigma2 = x(3);

% Calculation of the potential to test with the function
% "Pattern_for_d_sigma1_sigma2"
Pattern = Pattern_for_d_sigma1_sigma2(d,sigma1,sigma2,n,I);

% Reading of measured data in the file "test.txt"
V_vs_Meas_Num = dlmread('test.txt', '\t');

% Error function: difference between calculated and measured data
error = Pattern - V_vs_Meas_Num(:,j);
```

La fonction précédente fait appel à la fonction *Pattern\_for\_d\_sigma1\_sigma2.m*, présentée ci-dessous. Cette dernière calcule la différence de potentiel pour les 40 dérivations d'électrodes utilisées pour les mesures. Le potentiel pour chacune des dérivations est calculé par une fonction *VCalcX\_Y.m*, avec *X* représentant le cas considéré, tel que présenté à la Figure 3.4, et *Y*, un numéro permettant d'identifier les divers valeurs que peuvent prendre les paramètres *r* et *s*.

```
function Pattern = Pattern_for_d_sigma1_sigma2(d,sigma1,sigma2,n,I)

% Calculation of the electrical potential for the 40 electrode
connections
Pattern(1) = VCalc1_1(n,d,I,sigma1,sigma2);
Pattern(2) = VCalc1_1(n,d,I,sigma1,sigma2);
Pattern(3) = VCalc1_1(n,d,I,sigma1,sigma2);
Pattern(4) = VCalc1_1(n,d,I,sigma1,sigma2);
Pattern(5) = VCalc1_1(n,d,I,sigma1,sigma2);
Pattern(6) = VCalc3_1(n,d,I,sigma1,sigma2);
Pattern(7) = VCalc1_5(n,d,I,sigma1,sigma2);
Pattern(8) = VCalc2_1(n,d,I,sigma1,sigma2);
Pattern(9) = VCalc1_2(n,d,I,sigma1,sigma2);
Pattern(10) = VCalc1_2(n,d,I,sigma1,sigma2);
Pattern(11) = VCalc1_2(n,d,I,sigma1,sigma2);
Pattern(12) = VCalc1_2(n,d,I,sigma1,sigma2);
Pattern(13) = VCalc3_2(n,d,I,sigma1,sigma2);
Pattern(14) = VCalc1_4(n,d,I,sigma1,sigma2);
Pattern(15) = VCalc1_4(n,d,I,sigma1,sigma2);
Pattern(16) = VCalc2_2(n,d,I,sigma1,sigma2);
Pattern(17) = VCalc1_3(n,d,I,sigma1,sigma2);
Pattern(18) = VCalc1_3(n,d,I,sigma1,sigma2);
Pattern(19) = VCalc1_3(n,d,I,sigma1,sigma2);
Pattern(20) = VCalc3_3(n,d,I,sigma1,sigma2);
Pattern(21) = VCalc1_3(n,d,I,sigma1,sigma2);
Pattern(22) = VCalc1_3(n,d,I,sigma1,sigma2);
Pattern(23) = VCalc1_3(n,d,I,sigma1,sigma2);
Pattern(24) = VCalc2_3(n,d,I,sigma1,sigma2);
Pattern(25) = VCalc1_4(n,d,I,sigma1,sigma2);
Pattern(26) = VCalc1_4(n,d,I,sigma1,sigma2);
Pattern(27) = VCalc3_2(n,d,I,sigma1,sigma2);
Pattern(28) = VCalc1_2(n,d,I,sigma1,sigma2);
Pattern(29) = VCalc1_2(n,d,I,sigma1,sigma2);
Pattern(30) = VCalc1_2(n,d,I,sigma1,sigma2);
Pattern(31) = VCalc1_2(n,d,I,sigma1,sigma2);
Pattern(32) = VCalc2_2(n,d,I,sigma1,sigma2);
Pattern(33) = VCalc1_5(n,d,I,sigma1,sigma2);
Pattern(34) = VCalc3_1(n,d,I,sigma1,sigma2);
```

```

Pattern(35) = VCalc1_1(n,d,I,sigma1,sigma2);
Pattern(36) = VCalc1_1(n,d,I,sigma1,sigma2);
Pattern(37) = VCalc1_1(n,d,I,sigma1,sigma2);
Pattern(38) = VCalc1_1(n,d,I,sigma1,sigma2);
Pattern(39) = VCalc1_1(n,d,I,sigma1,sigma2);
Pattern(40) = VCalc2_1(n,d,I,sigma1,sigma2);

Pattern = abs(Pattern);

```

On présente ci-dessous un exemple d'appel de fonction *VCalcX\_Y.m* avec la fonction *VCalc1\_1.m*.

```

function V = VCalc1_1(n,d,I,sigma1,sigma2)

k = (sigma1-sigma2)/(sigma1+sigma2);

% Case1 - Distance 1 %
a = 3e-3;
r = 2*a;
s = a;

% Incrementation of the potential for each image
for j=1:n
    DV{j} = I/(2*pi*sigma1)*(2*k^j*((1./sqrt(r^2+(2*j.*d).^2))...
        -1./sqrt(s^2+(2*j.*d).^2))...
        -(1./sqrt((r+a)^2+(2*j.*d).^2)-1./sqrt((s+a)^2+(2*j.*d).^2)));
end

% Potential difference for each image
V{1} = I/(2*pi*sigma1)*((1/r-1/s)-(1/(r+a)-1/(s+a))) + DV{1};
for j=2:n
    V{j} = V{1,j-1} + DV{j};
end

% Potential difference for n images
V = V{n};

```

## **Annexe IX : Fonction générale pour le calcul des potentiels pour la simulation du système**

La fonction MATLAB suivante se nomme *hartinger\_method\_example.m* et a été écrite par l'auteur.

```

clear all
close all

Iin = 10e-6; % Output current value
Iout = 10e-6;

n = 11; % Number of frequencies in
simulation
f = logspace(2,5,n); % Frequency matrix
s = i*2*pi.*f; % s matrix

Cs = 110e-12; % Output capacitance value
Zin = 1./(Cs.*s); % In/output impedance value
Zout = 1./(Cs.*s);

A0 = 10^(125/20); % Open-loop gain
wb = 2*pi*1.5e6/A0; % Cutoff frequency
A = A0./(1+s/wb); % Frequency dependent gain

k = 2.9e-5; % Electrode impedance parameter
value
m = 0.52;
Z = 1./(k*sin(m*pi/2).*s.^(1-m)); % Electrode impedance value
Z1 = Z;
Z2 = Z;
Z3 = Z;
Z4 = Z;

Rb = 15; % Bulk resistances between
electrodes
Rb1 = Rb;
Rb2 = Rb;

Rx = 15; % Unknown resistance

C = 20e-12; % Crosstalk capacity value
C1 = C;
C2 = C;
C3 = C;

Ik = [-Iin; 0; 0; 0; 0; Iout; 0; 0; 0; 0]; % Ik of Vu = Y22-1 Ik

Y1 = 1./Zin; % Admittance (Y) values
Y2 = 1./Z1;

```

```

Y3 = C1.*s;
Y4 = 1/Rb1;
Y5 = 1./Z2;
Y6 = C2.*s;
Y7 = 1/Rx;
Y8 = 1./Z3;
Y9 = C3.*s;
Y10 = 1/Rb2;
Y11 = 1./Z4;
Y12 = 1./Zout;

for j = 1:n
    % Y22 of Vu = Y22-1 Ik, for each frequency
    Y22{j} = [-(Y1(j)+Y2(j)+Y3(j)) 0 Y3(j) 0 0 0 Y2(j) 0 0 0
               0 -(Y4+Y5(j)+Y7) Y5(j) Y7 0 0 Y4 0 0 0
               Y3(j) Y5(j) -(Y3(j)+Y5(j)+Y6(j)) 0 Y6(j) 0 0 0 0 0
               0 Y7 0 -(Y7+Y8(j)+Y10) Y8(j) 0 0 Y10 0 0
               0 0 Y6(j) Y8(j) -(Y6(j)+Y8(j)+Y9(j)) Y9(j) 0 0 0 0
               0 0 0 0 Y9(j) -(Y9(j)+Y11(j)+Y12(j)) 0 Y11(j) 0 0
               Y2(j) Y4 0 0 0 0 -(Y2(j)+Y4) 0 0 0
               0 0 0 Y10 0 Y11(j) 0 -(Y10+Y11(j)) 0 0
               0 0 A(j) 0 0 0 0 0 -(A(j)+1) 0
               0 0 0 A(j) 0 0 0 0 -(A(j)+1)];
    % Vu of Vu = Y22-1 Ik, for each frequency
    Vu{j} = inv(Y22{j})*Ik;

    % Current in resistor Rx for each frequency
    ix_mag(j)= abs((Vu{j}(4)-Vu{j}(2))/Rx);

    % Measured value of resistor Rx
    Zx_mag(j) = abs((Vu{j}(9)-Vu{j}(10))/Iin);

end

% Current in Rx plot %
figure()
axes('FontSize', 14)
semilogx(f,ix_mag, '-.', 'Color', 'k')
xlabel('Frequency (Hz)')
ylabel('Current in \itR_x\rm (A)')

% Rx plot %
figure()
axes('FontSize', 14)
semilogx(f,Zx_mag, '-.', 'Color', 'k')
xlabel('Frequency (Hz)')
ylabel('Resistor \itR_x\rm (\Omega)')

```