

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

ESTIMATION DU CHAMP DE CHARGES HYDRAULIQUES PAR
KRIGEAGE AVEC DÉRIVE EXTERNE

MARTINE RIVEST

DÉPARTEMENT DES GÉNIES CIVIL, GÉOLOGIQUE ET DES MINES
ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

MÉMOIRE PRÉSENTÉ EN VUE DE L'OBTENTION
DU DIPLÔME DE MAÎTRISE ÈS SCIENCES APPLIQUÉES
(GÉNIE MINÉRAL)

MARS 2007



Library and
Archives Canada

Bibliothèque et
Archives Canada

Published Heritage
Branch

Direction du
Patrimoine de l'édition

395 Wellington Street
Ottawa ON K1A 0N4
Canada

395, rue Wellington
Ottawa ON K1A 0N4
Canada

Your file Votre référence

ISBN: 978-0-494-29255-6

Our file Notre référence

ISBN: 978-0-494-29255-6

NOTICE:

The author has granted a non-exclusive license allowing Library and Archives Canada to reproduce, publish, archive, preserve, conserve, communicate to the public by telecommunication or on the Internet, loan, distribute and sell theses worldwide, for commercial or non-commercial purposes, in microform, paper, electronic and/or any other formats.

The author retains copyright ownership and moral rights in this thesis. Neither the thesis nor substantial extracts from it may be printed or otherwise reproduced without the author's permission.

AVIS:

L'auteur a accordé une licence non exclusive permettant à la Bibliothèque et Archives Canada de reproduire, publier, archiver, sauvegarder, conserver, transmettre au public par télécommunication ou par l'Internet, prêter, distribuer et vendre des thèses partout dans le monde, à des fins commerciales ou autres, sur support microforme, papier, électronique et/ou autres formats.

L'auteur conserve la propriété du droit d'auteur et des droits moraux qui protègent cette thèse. Ni la thèse ni des extraits substantiels de celle-ci ne doivent être imprimés ou autrement reproduits sans son autorisation.

In compliance with the Canadian Privacy Act some supporting forms may have been removed from this thesis.

Conformément à la loi canadienne sur la protection de la vie privée, quelques formulaires secondaires ont été enlevés de cette thèse.

While these forms may be included in the document page count, their removal does not represent any loss of content from the thesis.

Bien que ces formulaires aient inclus dans la pagination, il n'y aura aucun contenu manquant.


Canada

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

Ce mémoire intitulé:

ESTIMATION DU CHAMP DE CHARGES HYDRAULIQUES PAR
KRIGEAGE AVEC DÉRIVE EXTERNE

présenté par: RIVEST Martine

en vue de l'obtention du diplôme de: Maîtrise ès sciences appliquées

a été dûment accepté par le jury d'examen constitué de:

M. CHAPUIS Robert P., D.Sc.A., président

M. MARCOTTE Denis, Ph.D., membre et directeur de recherche

M. PASQUIER Philippe, Ph.D., membre et codirecteur de recherche

M. SMITH Marc, Ph.D., membre

REMERCIEMENTS

Je tiens à remercier Denis Marcotte pour sa générosité, son dévouement, son excellent encadrement, mais surtout pour ses encouragements qui ont souvent fait toute la différence.

Merci également à Philippe Pasquier pour tout le temps et l'énergie consacrés à ce projet de recherche, que ce soit pour les innombrables coups de main avec Femlab ou pour la révision de manuscrits et de présentations.

Je remercie chaleureusement Josée Boudrault et Pierre Langlois pour m'avoir non seulement offert la possibilité d'utiliser les données d'Hydro-Québec, mais également celle de rencontrer leur équipe et de visiter les ouvrages concernés et leurs infrastructures.

Un grand merci aux étudiants et associés de recherche du laboratoire de géophysique. Les discussions et les scéances de aki du midi ont été très appréciées et des remèdes efficaces contre le stress.

Je remercie également ma famille et mes amis pour leur présence et leur compréhension.

Merci à Jérémie. Beaucoup.

La réalisation de ce projet a été rendue possible grâce à un soutien financier provenant de fonds de recherche du CRSNG.

RÉSUMÉ

L'estimation du champ de charges hydrauliques est un élément important dans plusieurs études hydrogéologiques, environnementales ou géotechniques. La carte piézométrique, en montrant le réseau d'écoulement, permet d'évaluer la zone d'influence d'une installation de pompage. Dans le cadre du suivi des ouvrages de retenue, la connaissance du champ de charges permet d'identifier des zones problématiques où de forts gradients hydrauliques pourraient, sous certaines conditions, causer de l'érosion interne et ainsi, mettre en péril l'intégrité de l'ouvrage. Les champs de charges sont également requis comme solution initiale dans les problèmes en régime transitoire, de même que comme point de départ à certaines méthodes de calibration.

Parmi les méthodes couramment utilisées pour estimer le champ de charges hydrauliques, on retrouve le krigeage et la modélisation numérique. Le krigeage étant un interpolateur, il tient compte des observations piézométriques disponibles. Par contre, celui-ci n'assure généralement pas une reproduction adéquate d'éléments importants, tels que les conditions frontières et les perturbations engendrées par la présence d'un puits. Certaines techniques permettent d'améliorer l'apparence des champs krigés, mais celles-ci sont limitées à des cas 2D pour lesquels des solutions analytiques sont disponibles. La modélisation numérique permet, quant à elle, de produire des champs de charges réalistes, qui intègrent l'information présente dans le modèle conceptuel du problème. Toutefois, comme le modèle conceptuel est une simplification de la réalité, des différences importantes peuvent être retrouvées entre les charges calculées aux points de mesure et les observations piézométriques. Une étape de calibration est alors nécessaire. Par contre, comme la calibration constitue un problème mal posé, plusieurs solutions sont possibles.

L'approche proposée se base sur l'idée que l'information contenue dans le modèle

conceptuel, lorsqu'utilisée dans un contexte de modélisation numérique, permet de générer des champs de charges hydrauliques réalistes. Ainsi, en utilisant de tels champs comme variables auxiliaires dans le système de krigeage, on peut tenir compte d'informations qualitatives et semi-quantitatives présentes dans le modèle conceptuel. Ceci est fait par krigeage avec dérive externe (KDE), les champs numériques servant alors à estimer la composante déterministe de la charge hydraulique. Cette approche permet donc de produire des champs de charges compatibles avec les données piézométriques, tout en tenant compte de l'information contenue dans le modèle conceptuel.

L'approche proposée est testée sur des cas synthétiques d'aquifères homogènes et hétérogènes, en 2D et en 3D. Elle est également utilisée sur des données réelles provenant du suivi d'ouvrages de retenue. Dans chaque cas, la validation croisée permet de comparer la précision du KDE avec celle du krigeage ordinaire (KO) et celle du krigeage universel avec dérive d'ordre un (KDL). Les champs de charges obtenus pour les digues sont utilisés dans un algorithme d'inversion afin de produire un estimé du champ de conductivités hydrauliques.

Les résultats obtenus montrent que l'utilisation de champs issus de la modélisation numérique comme variables auxiliaires lors du KDE permet l'obtention de champs de charges plus précis et plus réalistes que ceux obtenus par KO et par KDL. Visuellement, les champs issus du KDE présentent une meilleure reproduction des conditions frontières. Les cas hétérogènes ont permis de montrer les limites de l'approche proposée. Ainsi, en présence d'une forte part d'incertitude sur la géométrie et les caractéristiques des structures présentes, il est peut être hasardeux de tenter de fournir un champ auxiliaire adéquat. Les résultats obtenus pour les cas réels de digues montrent une précision de l'ordre de l'incertitude sur les données.

L'utilisation des cartes krigées dans un algorithme d'inversion a permis de générer des cartes de conductivité hydraulique présentant des structures potentiellement

liées à des phénomènes documentés. L'étude de cas concernant les digues fait également ressortir un autre usage potentiel de la méthode, soit celui d'aider à l'identification de lacunes au niveau du modèle conceptuel.

ABSTRACT

Many hydrogeological, environmental, and geotechnical studies require a reliable estimate of the hydraulic head field for design or monitoring purposes. A head map can be used directly to determine the zone of influence of a well. In the context of dam monitoring, it enables the identification of areas where high hydraulic gradients could, in the presence of specific conditions, threaten the earth dam's integrity. A head map is also required as an initial solution for transient state problems, a first evaluation for non-linear numerical problems or a starting point for some inversion algorithms.

Hydraulic head fields are typically obtained by direct interpolation (e.g. kriging) or by numerical modelling. Kriging allows exact interpolation at data points; however, consistency of the kriged head field with the physics of groundwater flow is not guaranteed. In fact, kriging often fails to properly reproduce important features such as no-flow and constant head boundaries, or the influence of pumping wells (drawdowns and shape). Heads calculated by numerical simulation are conform to the diffusion equation; however, uncertainties regarding the model's characteristics lead to important differences between computed and observed heads at measurement points. Model calibration helps to improve the head fit but can be time-consuming if done manually. Furthermore, model calibration does not always produce a unique solution.

The proposed approach is based on the idea that numerical solutions integrating conceptual model information should provide a good estimate of the hydraulic heads field's trend. Moreover, kriging with an external drift allows the use of auxiliary variables to account for the deterministic component of a primary variable. Thus, numerical solutions can be used as auxiliary variables in the kriging equations to account for qualitative and semi-quantitative information. By combining

the advantages of kriging and numerical modelling, this approach can produce head fields that match piezometric observations while integrating conceptual model information.

The approach is tested with 2D and 3D synthetic case studies involving homogeneous and heterogeneous aquifers. It is also used with real data to map the hydraulic head fields of two earth dams. In each case, cross-validation is used to assess the precision of the method and to compare it with ordinary kriging (OK) and universal kriging with linear drift (UK). Head fields obtained with the monitoring data are used in an inversion procedure to estimate the hydraulic conductivity within the dam's core.

It is shown that KED with numerical drift significantly improves the head field estimation compared to OK and UK. Head fields obtained by KDE are more precise and more realistic, as they show a better reproduction of the boundary conditions. Heterogeneous cases highlighted some limitations of the approach. In such cases, the complexity of the geometry makes it difficult to provide useful auxiliary fields. Results obtained with actual earth dam data show a precision within measurement error. Hydraulic conductivity maps obtained by inversion reveal several transmissive structures that can be linked with observed or documented phenomena. The use of real data showed another advantage of the proposed approach : it allows the identification of weaknesses in the conceptual model.

TABLE DES MATIÈRES

REMERCIEMENTS	iv
RÉSUMÉ	v
ABSTRACT	viii
TABLE DES MATIÈRES	x
LISTE DES FIGURES	xiii
LISTE DES NOTATIONS ET DES SYMBOLES	xvi
LISTE DES TABLEAUX	xviii
CHAPITRE 1 INTRODUCTION	1
1.1 Objectifs	2
1.2 Plan de travail	3
CHAPITRE 2 REVUE DE LITTÉRATURE	4
2.1 Solutions analytiques	4
2.2 Modélisation numérique	5
2.3 Triangulation	6
2.4 Krigage	6
2.4.1 Krigage universel	7
2.4.2 Méthodes multivariées	8
2.4.3 Autres méthodes	10
2.5 Approche inverse	10
CHAPITRE 3 RAPPELS THÉORIQUES	13
3.1 Géostatistique	13

3.1.1	Variogramme	13
3.1.2	Krigeage ordinaire	16
3.1.3	Krigeage universel	18
3.1.4	Krigeage avec dérive externe	20
3.1.5	Krigeage dual	21
3.2	Hydrogéologie	22
3.2.1	Loi de Darcy	22
3.2.2	Écoulement en milieu saturé	23
CHAPITRE 4 ASPECTS MÉTHODOLOGIQUES		25
4.1	Approche proposée	25
4.2	Champ de référence et champs auxiliaires	27
4.2.1	Modélisation numérique par éléments finis	28
4.2.2	Procédure de sélection des champs auxiliaires	30
4.3	Modèle de covariance	31
4.4	Normes d'évaluation	32
4.4.1	Comparaison directe	33
4.4.2	Validation croisée	34
CHAPITRE 5 ÉTUDE DE CAS - AQUIFÈRES SYNTHÉTIQUES		35
5.1	Dérive externe et paramètres de krigeage	35
5.2	Cas 2D	36
5.2.1	Cas 1 : Homogène (2D)	36
5.2.2	Cas 2 : Contact entre 2 unités (2D)	43
5.2.3	Cas 3 : Hétérogène (2D)	48
5.3	Cas 3D	54
5.3.1	Cas 4 : Homogène (3D)	55
5.3.2	Cas 5 : Hétérogène (3D)	59

CHAPITRE 6	ÉTUDE DE CAS - DIGUES	64
6.1	Description des ouvrages	64
6.2	Données utilisées	66
6.2.1	Instrumentation et incertitude sur les données	66
6.2.2	Choix des données	69
6.3	Modèle conceptuel	71
6.4	Résultats du krigeage	74
6.5	Inversion	79
CHAPITRE 7	DISCUSSION	85
CHAPITRE 8	CONCLUSION ET RECOMMANDATIONS	89
RÉFÉRENCES		90

LISTE DES FIGURES

FIG. 3.1	Variogrammes expérimental (+) et théorique (courbe) incluant la représentation des paramètres géostatistiques . . .	15
FIG. 4.1	Schéma explicatif de l'approche proposée	27
FIG. 5.1	Cas 1. Modèle de référence (a) Conditions frontières, (b) Maillage (2618 éléments), (c) Champ de charges hydraulique de référence (MEF)	38
FIG. 5.2	Cas 1. Champ de charges hydrauliques auxiliaire (MEF) . .	39
FIG. 5.3	Cas 1. (a) Champ de charges krigé (KDE), (b) Différences entre le champ de référence et le champ krigé	41
FIG. 5.4	Cas 1. Champs de charges krigés avec quatre observations (a) KDE_{4p} , (b) KDL_{4p} et (c) KO_{4p}	42
FIG. 5.5	Cas 2. Conditions frontières du modèle de référence	43
FIG. 5.6	Cas 2. (a) Maillage (6991 éléments), (b) Champ de charges hydrauliques de référence (MEF)	44
FIG. 5.7	Cas 2. Champs de charges hydrauliques auxiliaires utilisées pour la dérive externe (MEF)	45
FIG. 5.8	Cas 2. (a) Champ de charges krigé (KDE_0), (b) Différence entre le champ de référence et le champ krigé	46
FIG. 5.9	Cas 2. Champs de charges krigés (a) KDE_{25} , (b) KDE_{100} , (c) KDL et (d) KO	48
FIG. 5.10	Cas 3. Conditions frontières du modèle de référence	49
FIG. 5.11	Cas 3. Modèle de référence (a) Champ de transmissivité ($\log(T)$), (b) Champ de charges hydrauliques de référence (MEF)	50
FIG. 5.12	Cas 3. Modèles auxiliaires - Champs de $\log(T)$	51

FIG. 5.13	Cas 3. (a) Champ de charge krigé (KDE), (b) Différences entre le champ de référence et le champ krigé	52
FIG. 5.14	Cas 3. Champs de charges krigés (a) KDL, (b) KO	53
FIG. 5.15	Cas 3. Champ de charges hydrauliques (sans utilisation du modèle de la figure 5.12f)	54
FIG. 5.16	Cas 4. Modèle de référence (a) Maillage (30474 éléments) et conditions frontières, (b) Champ de charges hydrauliques de référence (MEF)	56
FIG. 5.17	Cas 4. Champ de charges auxiliaire (MEF)	57
FIG. 5.18	Cas 4. (a) Champ de charges krigé (KDE), (b) Différences entre le champ de référence et le champ krigé	57
FIG. 5.19	Cas 4. Autres résultats	59
FIG. 5.20	Cas 5. Modèle de référence (a) et (b) Champ de $\log(K)$, (c) Champ de charges hydrauliques de référence (MEF)	60
FIG. 5.21	Cas 3. Modèles auxiliaires - Champs de $\log(K)$	61
FIG. 5.22	Cas 5. (a) Champ de charges krigé (KDE), (b) Différences entre le champ krigé et le champ de référence	62
FIG. 6.1	Vue partielle de la Digue A	64
FIG. 6.2	Vue partielle de la Digue B	65
FIG. 6.3	Piézomètres à tube ouvert et système d'acquisition des données pour les piézomètres à corde vibrante	67
FIG. 6.4	Îlot d'instrumentation	67
FIG. 6.5	Digue A. Série temporelle des données piézométrique	70
FIG. 6.6	Digue B. Série temporelle des données piézométrique	71
FIG. 6.7	Modèle conceptuel	73
FIG. 6.8	Digue A. Résultats du krigeage des charges hydrauliques (a) KDE , (c) KDL, (d) KO	75

FIG. 6.9	Digue B. Résultats du krigage des charges hydrauliques (a) KDE, (b) KDL, (c) KO	76
FIG. 6.10	Comparaison des dérives utilisées (Digue A). (a) dérive numérique (MEF), (b) dérive linéaire	78
FIG. 6.11	Schéma explicatif de l'algorithme d'inversion MESF	80
FIG. 6.12	Digue A. Résultats de l'inversion (a) Champ de $\log(K)$, (b) Champ de charges hydrauliques calibré et quelques lignes de courant (MEF)	82
FIG. 6.13	Digue B. Résultats de l'inversion (a) Champ de $\log(K)$, (b) Champ de charges hydrauliques et quelques lignes de courant (MEF)	83

LISTE DES NOTATIONS ET DES SYMBOLES

L : longueur

M : masse

T : temps

$\gamma(r)$	Variogramme (unité ²)
λ_i	Poids de krigeage (sans unité)
$\boldsymbol{\lambda}$	Vecteur des poids de krigeage (sans unité)
μ	Multiplicateur de Lagrange (unité ²)
$\boldsymbol{\mu}$	Vecteur des multiplicateurs de Lagrange (unité ²)
σ^2	Variance (unité ²)
$\boldsymbol{\sigma}_0$	Vecteur des covariances <i>observation-estimation</i> (unité ²)
$\boldsymbol{\Sigma}$	Matrice des covariances <i>observation-observation</i> (unité ²)
a	Paramètre de portée (L)
a_{opt}	Paramètre de portée optimisé (L)
C_0	Effet de pépité (unité ²)
C	Amplitude de la partie structurée de la covariance (unité ²)
$C(r)$	Fonction de covariance (unité ²)
$Cov(r)$	Fonction de covariance (unité ²)
$err.max_d$	Erreur absolue maximum, par comparaison directe (L)
$err.max_{vc}$	Erreur absolue maximum, par validation croisée (L)
$\%err.max_d$	Erreur relative maximum, par comparaison directe (L)
$\%err.max_{vc}$	Erreur relative maximum, par validation croisée (L)
$\mathbf{F}$	Matrice de la dérive évaluée aux points d'observation
$\mathbf{f}$	Vecteur de la dérive évaluée aux points d'estimation

h	Charge hydraulique (L)
K	Conductivité hydraulique (L/T)
KDE	Krigeage avec dérive externe
KDL	Krigeage avec dérive linéaire
KO	Krigeage ordinaire
KU	Krigeage universel
log	Logarithme en base 10
MDF	Méthode des différences finies
MEF	Méthode des éléments finis
mae_d	Moyenne des erreurs absolues par comparaison directe (L)
mae_{vc}	Moyenne des erreurs absolues par validation croisée (L)
$N(r)$	Nombre de paires dont les points sont espacés d'une distance r
r	Distance entre deux observations (L)
r_{puits}	Rayon du puits (L)
R^2	Coefficient de détermination
T	Transmissivité (L ² /T)
$W_j(x)$	Variable auxiliaire
$Z(x)$	Variable régionalisée (unité)
Z_i	Observation de $Z(x)$
$\mathbf{Z}$	Vecteur des observations de $Z(x)$
z	Élévation (L)

LISTE DES TABLEAUX

TAB. 5.1	Cas 1. Statistiques d'erreur	40
TAB. 5.2	Cas 2. Statistiques d'erreur	47
TAB. 5.3	Cas 3. Statistiques d'erreur	53
TAB. 5.4	Cas 4. Statistiques d'erreur	58
TAB. 5.5	Cas 5. Statistiques d'erreur	62
TAB. 6.1	Statistiques d'erreurs - Digue A	77
TAB. 6.2	Statistiques d'erreurs - Digue B	77

CHAPITRE 1

INTRODUCTION

L'estimation du champ de charges hydrauliques est un élément important dans plusieurs études hydrogéologiques, environnementales ou géotechniques. La carte piézométrique, en montrant le réseau d'écoulement, permet d'évaluer la zone d'influence d'une installation de pompage. Dans le cadre du suivi des ouvrages de retenue, la connaissance du champ de charges permet d'identifier des zones problématiques où de forts gradients hydrauliques pourraient, sous certaines conditions, causer de l'érosion interne et ainsi mettre en péril l'intégrité de l'ouvrage. Les champs de charges hydrauliques sont également requis comme solution initiale dans les problèmes en régime transitoire, de même que comme point de départ pour certaines méthodes de calibration.

Les champs de charges hydrauliques sont généralement obtenus par interpolation (triangulation, krigeage) ou par modélisation numérique (méthode des éléments finis). Le krigeage assure la reproduction des valeurs observées aux piézomètres et permet aisément de filtrer l'erreur de mesure en évitant d'estimer aux points où une donnée est disponible. Toutefois, puisqu'il s'agit d'un interpolateur, le krigeage ne garantit pas la production d'un champ de charges hydrauliques conforme aux principes physiques de l'écoulement en milieu poreux. En fait, le krigeage ne parvient généralement pas à reproduire correctement des éléments importants tels que les frontières à charges constantes ou imperméables, de même que la présence de puits, tant au niveau des rabattements que de la forme du cône de dépression. Diverses approches ont été développées afin d'améliorer le réalisme des cartes de charges krigées. Toutefois, celles-ci sont limitées aux cas bidimensionnels pour les-

quels des solutions analytiques sont disponibles.

La modélisation numérique permet le passage d'un modèle conceptuel, lequel comprend, entre-autres, la géométrie, les conditions frontières et les paramètres hydrogéologiques du milieu, à un modèle mathématique permettant de faire des prédictions. Ainsi, les champs de charges hydrauliques obtenus numériquement respectent les équations d'écoulement. Par contre, comme le modèle conceptuel est une représentation simplifiée de la réalité et qu'il comporte une part d'incertitude, il peut exister des différences importantes entre les charges estimées numériquement et les charges observées aux points de mesure. Une étape de calibration est généralement nécessaire afin d'améliorer la reproduction des valeurs observées.

L'approche proposée dans ce mémoire consiste à utiliser le krigeage avec dérive externe comme un moyen de combiner les avantages du krigeage et ceux de la modélisation numérique.

1.1 Objectifs

L'objectif général du projet de maîtrise est de développer et de tester une méthode d'estimation des charges hydrauliques basée sur l'utilisation de solutions numériques comme variables auxiliaires lors du krigeage. On cherche ainsi à combiner les avantages du krigeage à ceux de la modélisation numérique afin de produire des cartes krigées plus réalistes et plus précises, et ce, aussi bien en 3D qu'en 2D.

Les travaux visent à tester l'approche sur des cas synthétiques, mais aussi à l'aide de données réelles. Les problèmes étudiés se limitent au régime permanent, bien que l'approche se généralise aisément au régime transitoire.

De plus, on cherche à tester l'utilisation des champs obtenus dans un contexte de calibration à l'aide d'un algorithme d'inversion.

1.2 Plan de travail

Le mémoire comprend huit chapitres. Le chapitre 2 passe en revue diverses méthodes d'estimation du champ de charges hydrauliques, en insistant plus particulièrement sur les méthodes basées sur le krigeage. De plus, on discute brièvement de l'approche inverse. Le chapitre 3 présente les notions théoriques de géostatistique et d'hydrogéologie en lien avec l'approche proposée. Les aspects opérationnels de l'approche proposée sont détaillés au chapitre 4. Le chapitre 5 est dédié à l'expérimentation de la méthode sur des cas synthétiques d'aquifères 2D et 3D. Au chapitre 6, des données provenant du suivi d'ouvrages de retenue sont utilisées pour tester la méthode sur des cas réels. Un algorithme d'inversion est utilisé sur les champs krigés à partir de données réelles. Les résultats des cas synthétiques et des cas réels sont discutés au chapitre 7. Finalement, le chapitre 8 conclut sur la synthèse des travaux effectués et les principales recommandations.

CHAPITRE 2

REVUE DE LITTÉRATURE

Plusieurs applications nécessitent la connaissance du champ de charges hydrauliques. Toutefois, puisqu'on ne dispose en pratique que d'un nombre limité d'observations ponctuelles, on doit recourir à diverses méthodes afin d'approximer l'ensemble du champ de charges.

2.1 Solutions analytiques

Des solutions analytiques ont été développées pour des problèmes simples d'écoulement souterrain. Celles-ci permettent d'obtenir la charge hydraulique pour des écoulements régionaux et radiaux, impliquant des aquifères à nappe captive et à nappe libre. Des solutions sont également disponibles dans le cas d'un aquifère à nappe semi-captive alimenté par drainance, de même que pour le cas d'un aquifère à nappe libre réalimenté par infiltration efficace (Chapuis, 1999). Ces solutions sont basées sur les équations générales d'écoulement et sur les hypothèses simplificatrices formulées par Dupuit (1863).

De manière générale, les solutions analytiques se rapportent à des aquifères homogènes, d'épaisseur constante et reposant sur un substratum horizontal (aquifère idéal). Dans le cas d'un écoulement radial, le diamètre du puits est considéré infinitésimal. La technique des puits images permet de tenir compte de la présence de frontières imperméables ou de recharge (Todd, 1980; Chapuis, 1999).

Dans le cas d'un aquifère à nappe captive idéal, la solution de Bear et Jacobs

(1965) permet de modéliser le pompage (ou l'injection) en présence d'un gradient régional (Chapuis, 1999).

2.2 Modélisation numérique

Pour des cas plus complexes où les solutions analytiques discutées plus haut ne sont pas applicables (ex. géométrie complexe ou milieu géologique hétérogène), des méthodes de modélisation numérique peuvent être utilisées afin d'obtenir une solution approximative au problème d'écoulement. Ces méthodes permettent d'intégrer l'information contenue dans le modèle conceptuel (géométrie, équations régissant le phénomène, paramètres physiques, conditions frontières) dans un modèle mathématique du problème.

Bien que d'autres approches existent, on note que les méthodes des différences finies (MDF) et des éléments fins (MEF)¹ sont les plus abondamment couvertes dans les ouvrages de références consultés (Domenico, 1998; Fetter, 2001; Fitts, 2002). Ces deux méthodes sont basées sur la discrétisation du domaine d'étude. Dans le cas de la MDF, le domaine est sous-divisé en une grille de cellules rectangulaires, à l'intérieur desquelles les propriétés physiques peuvent être considérées homogènes (Fitts, 2002). On peut donc modéliser des milieux hétérogènes en assignant des propriétés différentes d'une cellule à l'autre. Un réseau de noeuds est également associé à la grille de cellules. La solution est obtenue pour chaque noeud de charge hydraulique inconnue, en résolvant un système d'équations algébriques basées sur le principe de conservation de masse et la loi de Darcy.

Le principe derrière la MEF est sensiblement le même que pour la MDF. Toutefois,

¹On note cependant que ces deux méthodes ne sont pas propres au domaine de l'hydrogéologie et ont de nombreuses autres applications.

la formulation mathématique utilisée est plus complexe et on reconnaît que cette méthode offre en général plus de flexibilité (Fetter, 2001; Fitts, 2002). En particulier, la MEF permet une meilleure reproduction de la géométrie du domaine puisqu'elle n'est pas limitée à l'utilisation d'éléments rectangulaires, ce qui est le cas de la MDF (Fetter, 2001; Fitts, 2002).

Pour une discussion générale sur le fonctionnement et l'utilisation de ces méthodes de modélisation numérique dans le contexte de l'hydrogéologie le lecteur est invité à consulter Fitts (2002).

2.3 Triangulation

Il est également possible d'approximer la surface piézométrique par triangulation. Dans le cas d'un aquifère à nappe captive, les charges hydrauliques peuvent être interpolées linéairement entre les sommets des triangles définis par observations piézométriques. On trace ensuite les équipotentiels en reliant les points de mêmes charges. En supposant l'écoulement perpendiculaire aux équipotentiels, ce qui est le cas lorsque la conductivité hydraulique est isotrope et le régime permanent, la direction d'écoulement peut être déterminée à l'intérieur de chaque triangle (Todd, 1980, p.87). Dans le cas des aquifères à nappe libre, des fonctions d'interpolation de 2^e degré sont plus appropriées.

2.4 Krigeage

Contrairement aux approches d'interpolation classiques, le krigeage est un interpolateur basé sur un modèle statistique de la variable que l'on cherche à estimer (Chilès et Delfiner, 1999, p.150). Il s'agit d'un interpolateur exact et sans biais,

minimisant la variance d'estimation.

L'utilisation du krigeage à des fins d'estimation du champ de charges hydrauliques a débuté avec les travaux de Delhomme (1976, 1978), lequel a montré que la charge hydraulique, de même que d'autres paramètres hydrogéologiques, étaient des variables régionalisées. Toutefois, étant donné les principes physiques gouvernant l'écoulement souterrain, la charge hydraulique est une variable non-stationnaire (Delhomme, 1978) et par conséquent, elle ne peut être modélisée adéquatement à l'aide des techniques conventionnelles, i.e. calcul direct du variogramme et krigeage ordinaire. Ainsi, diverses approches ont été étudiées afin de tenir compte des particularités liées à l'estimation du champ de charges hydrauliques.

2.4.1 Krigeage universel

La présence de non-stationnarité peut être prise en compte par l'utilisation d'une dérive d'ordre supérieur à zéro dans le système de krigeage. La dérive d'ordre un (ou dérive linéaire) permet de modéliser le gradient régional (Delhomme, 1978; Aboufirassi et Marino, 1983). Bien que l'utilisation d'une dérive linéaire améliore l'apparence de la carte krigée dans les zones où les gradients sont relativement uniformes (Tonkin et Larson, 2002), ceci ne permet pas de reproduire adéquatement les perturbations engendrées par la présence de puits (d'extraction ou d'injection). Afin de pallier à ceci, Brochu (2002), Brochu et Marcotte (2003) et Tonkin et Larson (2002) proposent l'utilisation conjointe de la dérive linéaire et d'une composante logarithmique, suite à l'interprétation de la solution analytique de Bear et Jacobs (1965). Ceci entraîne de nettes améliorations au niveau de la reproduction des écoulements radiaux générés par la présence d'un puits. Cette technique permet également la prise en compte de plusieurs puits, la contribution de ceux-ci s'additionnant dans le terme de dérive logarithmique (principe de superposition). Ceci

permet d'ailleurs la modélisation de frontières linéaires et infinies par la méthode des puits images (Brochu, 2002; Brochu et Marcotte, 2003).

2.4.2 Méthodes multivariables

En sciences de la Terre, l'information concernant un phénomène est rarement prise en compte par une seule variable. Chilès et Delfiner (1999, p.292) identifient quatre sources d'information additionnelles :

1. les observations d'autres variables, éventuellement échantillonnées en d'autres points ;
2. les observations de la même variable à un autre moment dans le temps ;
3. les relations entre les variables (de la formule empirique à la loi fondamentale) ;
4. les connaissances liées au domaine d'application (information qualitative).

Ainsi, certaines techniques de krigeage permettent d'utiliser l'information contenue dans une autre variable afin d'améliorer le réalisme des cartes krigées. L'intérêt de ces méthodes réside dans le choix d'une variable auxiliaire mieux connue (échantillonnée de façon plus abondante) et suffisamment corrélée avec la variable principale. Parmi ces méthodes, dites multivariables, on retrouve le cokrigeage et le krigeage avec dérive externe (KDE) (Chilès et Delfiner, 1999; Wackernagel, 2003). On retrouve de nombreuses applications de ces techniques dans le domaine de l'hydrogéologie.

Hoeksema *et al.* (1989) utilisent la topographie comme variable auxiliaire lors du cokrigeage de la nappe phréatique. Desbarats *et al.* (2002) rapportent toutefois

que cette méthode peut être problématique dans les cas où l'hypothèse de la stationnarité de la charge hydraulique n'est pas appropriée pour l'échelle considérée.

La formulation du krigeage avec dérive externe est semblable à celle du krigeage universel, en ce que la variable principale est décomposée en la somme d'une composante déterministe (la dérive) et d'une composante aléatoire. Toutefois, la dérive est maintenant définie par la variable auxiliaire et non par des fonctions des coordonnées géographiques (Chilès et Delfiner, 1999). Contrairement au cokrigeage, le KDE a l'avantage de ne pas nécessiter la détermination de la covariance croisée entre la variable principale et la variable auxiliaire, ce qui peut être très complexe (Carrera *et al.*, 2005). Gambolati et Volpi (1979*a,b*) insistent sur l'importance d'utiliser une dérive externe ayant un sens physique clair. Ces derniers utilisent des valeurs obtenues par un modèle analytique décrivant un cône de dépression régional pour le krigeage du champ de charges hydrauliques. Une approche développée par Maréchal (1984) se sert d'une dérive externe discontinue afin de tenir compte de la présence de failles. Par contre, les détails introduits par une dérive externe discontinue doivent être supportés par des observations (Chilès et Delfiner, 1999). Castelier (1993) montre que l'utilisation d'une fonction de dérive (ou variable auxiliaire) moins régulière que la covariance des résidus peut engendrer des effets indésirables. Desbarats *et al.* (2002) utilisent l'information provenant de modèles numériques de terrain comme dérive externe lors de l'estimation de la nappe phréatique. Des résultats issus de modèles numériques peuvent être fournis comme variables auxiliaires (Wackernagel, 2003).

On note que dans le cas du KDE, de même que pour le cokrigeage, plusieurs variables auxiliaires peuvent être utilisées simultanément (Chilès et Delfiner, 1999; Wackernagel, 2003).

2.4.3 Autres méthodes

Un exemple provenant de Delhomme (1979*a*) et décrit par Chilès et Delfiner (1999, p.319) illustre bien l'importance de la prise en compte des conditions frontières sur la validité du champ krigé. Dans cet exemple, des points doublons sont utilisés afin de spécifier la direction et la valeur du gradient hydraulique près de frontières imperméables. Seule la différence entre les valeurs des points doublons reçoit un poids de krigeage. Le positionnement d'un « couple » de points est également important puisqu'il détermine la direction du gradient, le positionnement de l'ensemble des doublons détermine quant à lui l'extension de la frontière modélisée. Cette technique est également utilisée par Brochu (2002) et Brochu et Marcotte (2003) afin de modéliser des frontières à charge constante et ce, sans devoir spécifier la valeur de cette charge constante (la composante vectorielle du gradient hydraulique est nulle parallèlement à une frontière de charge constante). Par ailleurs, ce type de frontière peut être modélisé par l'ajout de points d'observation « fictifs » si la valeur de la charge hydraulique est connue (Brochu, 2002; Brochu et Marcotte, 2003).

2.5 Approche inverse

L'approche inverse, ou calibration, consiste à déterminer les paramètres hydrogéologiques à partir des observations de la variable d'état i.e. la charge hydraulique. Le cas le plus fréquemment rencontré consiste en l'estimation de la conductivité hydraulique à partir des observations piézométriques.

Il est reconnu que l'utilisation de la modélisation numérique (ex. MDF, MEF) en l'absence de calibration peut engendrer des écarts importants entre les charges calculées numériquement et les charges observées (Delhomme, 1979*b*; Clifton et

Neuman, 1982; Alcolea *et al.*, 2002). Ainsi, étant donné les besoins accrus pour des modèles précis décrivant des systèmes hydrogéologiques complexes, l'utilisation de l'inversion est appelée à devenir une pratique courante (Carrera *et al.*, 2005). Toutefois, le problème inverse est généralement « mal posé » (Hadamard, 1932), ce qui signifie qu'il ne possède pas une solution unique. De nombreuses tentatives ont été faites afin d'atténuer ce problème dans le contexte de l'hydrogéologie, ce qui a donné lieu à une littérature abondante. Puisque l'inversion ne constitue pas le but premier de ce projet de maîtrise on se contentera ici d'un bref survol de quelques méthodes d'inversion. Les revues faites par Neuman (1973), Yeh (1986), Carrera (1987), Ginn et Cushman (1990), McLaughlin et Townley (1996), de Marsily *et al.* (2000) et Carrera *et al.* (2005) peuvent être consultées pour une vue d'ensemble des approches inverses.

La plupart des méthodes d'inversions peuvent être divisées en deux grandes classes : les approches directes et les approches indirectes (Neuman, 1973; Yeh, 1986; Carrera *et al.*, 2005; Pasquier et Marcotte, 2006). Cette distinction découle du fait que certaines approches requièrent la connaissance du champ de charges hydrauliques (approches directes), alors que d'autres se basent uniquement sur les observations (approches indirectes).

Les méthodes d'inversion indirectes consistent à minimiser l'écart entre les valeurs fournies par le modèle et les valeurs observées, par l'intermédiaire d'une fonction objectif. Certaines de ces méthodes se basent sur l'utilisation de techniques d'optimisation non-linéaire (de Marsily *et al.*, 1984; Carrera et Neuman, 1986; Rama Rao *et al.*, 1995; Gómez-Hernández *et al.*, 1997; Hu, 2000; Nowak et Cirpka, 2004). Ce genre d'approche permet d'utiliser non seulement la charge hydraulique, mais également d'autres types de mesures telles que la concentration, la recharge ou des données géophysiques. Toutefois, les approches basées sur l'optimisation non-linéaire sont généralement coûteuses en temps de calcul et sujettes à des problèmes

de convergence (Carrera *et al.*, 2005). Parmi les approches d'inversion dites indirectes on retrouve également des méthodes basées sur le cokrigeage (Kitanidis et Vomvoris, 1983; Hoeksema et Kitanidis, 1984; Carrera et Glorioso, 1991; Kitanidis, 1995; Yeh *et al.*, 1995; Nowak et Cirpka, 2004). Ces dernières nécessitent la détermination de la covariance du paramètre d'intérêt, ce qui est plutôt complexe étant donné le faible nombre d'observations généralement disponibles. De plus, la fonction de covariance étant associée à un support donné, la prise en compte des effets d'échelle lors de la discrétisation du problème peut être délicate.

Contrairement aux méthodes indirectes, pour lesquelles la calibration est effectuée uniquement aux points de mesure, les méthodes directes requièrent la connaissance du champ de charges hydrauliques en tout point. Celles-ci nécessitent donc le recours à un champ de charges estimé, lequel peut être plus ou moins précis. Parmi les approches directes on retrouve la méthode du modèle de comparaison (Ponzini et Lozej, 1982), laquelle présente des similarités avec la méthode des tubes (Emsellem et de Marsily, 1971). Cette méthode produit des résultats exacts dans les cas unidimensionnels et dans le cas d'un écoulement radial dans un milieu homogène de dimensions infinies (Pasquier, 2005). La méthode d'estimation successive des flux (Pasquier et Marcotte, 2005; Pasquier, 2005; Pasquier et Marcotte, 2006) comporte des améliorations par rapport à la méthode du modèle de comparaison (MMC). L'ajout d'une fonction d'amortissement permet de réduire les instabilités numériques de la MMC. De plus, l'approche est généralisée aux cas transitoires et tridimensionnels.

Le krigeage avec dérive externe est une méthode souple et facile d'application ayant démontré son efficacité lorsqu'une variable auxiliaire pertinente est disponible. Les approches actuelles ont surtout utilisé la topographie ou les solutions analytiques développées pour les cas 2D. Les cas 3D et les cas complexes où ce type de solutions n'est pas disponible nécessitent une nouvelle approche.

CHAPITRE 3

RAPPELS THÉORIQUES

Ce chapitre se veut un rappel des principales notions théoriques liées à l'approche proposée. On se penche d'abord sur les concepts utilisés en géostatistique et sur diverses approches de krigeage. Des notions élémentaires d'hydrogéologie sont ensuite présentées.

3.1 Géostatistique

On présente ici un bref rappel concernant les notions de géostatistique utilisées dans le cadre de ce projet de maîtrise. La première sous-section permet d'introduire les paramètres géostatistiques. On examine ensuite trois approches différentes : le krigeage ordinaire, le krigeage universel et le krigeage avec dérive externe. La formulation duale est également présentée.

3.1.1 Variogramme

Le variogramme est un outil permettant de décrire la continuité spatiale d'un phénomène. Celui-ci se base sur le fait que deux observations rapprochées devraient en moyenne se ressembler davantage que deux observations situées à une plus grande distance. L'expression théorique décrivant le variogramme est la suivante :

$$\gamma(r) = \frac{1}{2}E [(Z(x_i) - Z(x_i + r))^2] \quad (3.1)$$

Toutefois, en pratique celui-ci est estimé par le variogramme expérimental, lequel est obtenu à partir des observations disponibles.

$$\gamma_e(r) = \frac{1}{2N(r)} \sum_{i=1}^{N(r)} [Z(x_i) - Z(x_i + r)]^2 \quad (3.2)$$

où r est la distance entre deux observations, $N(r)$ est le nombre de paires d'observations séparées d'une distance r , $Z(x_i)$ est l'observation au point x_i .

Suite à l'obtention du variogramme expérimental, on procède à l'ajustement d'une expression analytique, ou modèle, permettant de déduire la covariance $C(r)$, laquelle est nécessaire lors du krigeage. Dans les cas où l'on peut supposer la stationnarité des deux premiers moments de la variable $Z(x)$, la covariance est liée à l'expression du variogramme par la relation suivante :

$$C(r) = \sigma^2 - \gamma(r) \quad (3.3)$$

où σ^2 est la variance de la variable $Z(x)$ et $\gamma(r)$ le variogramme.

La figure 3.1 présente un variogramme expérimental (+), le modèle ajusté (courbe), de même que les paramètres décrivant le modèle. La portée représente la distance pour laquelle les observations sont corrélées. Pour des distances supérieures à la portée, le variogramme atteint un palier égal à la variance σ^2 de $Z(x)$. Il arrive fréquemment que le palier soit la somme de deux composantes : C et C_0 . C représente la variation à grande échelle, alors que C_0 , aussi appelé *effet de pépite*, représente la variation à courte échelle (i.e. quand $r \rightarrow 0$) pouvant découler (Chilès et Delfiner, 1999) :

- d’une structure ayant une portée inférieure au support des observations ;
- d’une structure ayant une portée inférieure à l’espacement entre les échantillons ;
- d’erreurs de positionnement ou de mesure.

Ainsi, la somme de C et C_0 correspond à la variabilité totale présente dans les observations. On reconnaît la présence d’un effet de pépite sur le variogramme expérimental par la présence d’une valeur non nulle à l’origine (voir figure 3.1).

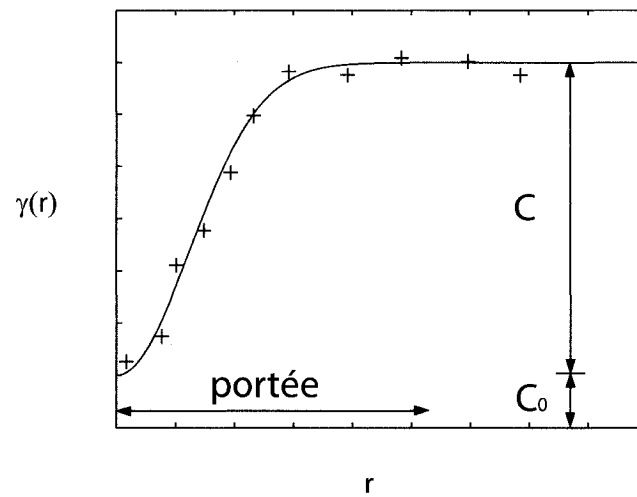


FIG. 3.1 Variogrammes expérimental (+) et théorique (courbe) incluant la représentation des paramètres géostatistiques

Notons que la covariance peut être anisotrope. Le modèle est alors spécifié en indiquant les rotations et les dilatations permettant de ramener le problème à un modèle isotrope. De plus, un modèle peut comprendre plusieurs composantes de grande échelle, chacune ayant sa propre anisotropie.

3.1.2 Krigeage ordinaire

Le krigeage vise l'estimation d'une variable dans un contexte où celle-ci présente une corrélation spatiale. Les valeurs estimées sont obtenues par une combinaison linéaire des valeurs observées. L'estimateur utilisé est donc de la forme :

$$Z_0^* = \sum_i^n \lambda_i Z_i \quad (3.4)$$

où Z_0^* est l'estimation de la variable au point x_0 , λ_i est le poids associé à l'observation située en x_i et Z_i est la valeur observée au point x_i .

La particularité du krigeage réside dans l'obtention des poids de krigeage. Ceux-ci sont choisis de manière à minimiser la variance d'estimation σ_e^2 :

$$\sigma_e^2 = Var[Z_0 - Z_0^*] = Var[Z_0] + \sum_i^n \sum_j^n \lambda_i \lambda_j C[Z_i, Z_j] - 2 \sum_i^n \lambda_i C[Z_0, Z_i] \quad (3.5)$$

où $Var[Z_0]$ est la variance de la variable à estimer, $C[Z_i, Z_j]$ est la covariance entre les observations i et j et $C[Z_0, Z_i]$ la covariance entre la variable à estimer (en un point donné) et l'observation i .

Afin que l'interpolateur obtenu soit sans biais, i.e. que $E[Z_0^*]$ soit égale à la moyenne, une contrainte (équ. 3.6) doit être incluse au système d'équations. La minimisation sous contrainte est effectuée à l'aide de la méthode de Lagrange (équ. 3.7).

$$\sum_i^n \lambda_i = 1 \quad (3.6)$$

$$L(\lambda) = \sigma_e^2 + 2\mu \left(\sum_i^n \lambda_i - 1 \right) \quad (3.7)$$

Le système d'équations menant à l'obtention des poids (λ_i) recherchés est obtenu lorsque les dérivées partielles par rapport aux λ_i et à μ s'annulent (éqs 3.8 et 3.9).

$$\sum_i^n \lambda_i C[Z_i, Z_j] + \mu = C[Z_0, Z_i] \quad (3.8)$$

$$\sum_i^n \lambda_i = 1 \quad (3.9)$$

Ce système d'équations, communément appelé *système de krigeage*, peut être réécrit sous forme matricielle (éq. 3.10).

$$\begin{bmatrix} \Sigma & \mathbf{1} \\ \mathbf{1}' & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{\lambda} \\ \mu \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\sigma}_0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (3.10)$$

où Σ est la matrice des covariances entre les observations, $\mathbf{1}$ est un vecteur composé de 1, $\boldsymbol{\lambda}$ est le vecteur des poids de krigeage, μ est le multiplicateur de Lagrange associé à la contrainte de non-biais exprimée à l'équation 3.6 et $\boldsymbol{\sigma}_0$ est le vecteur des covariances entre le point à estimer et les points d'observations.

L'équation 3.10 démontre très clairement la nécessité de connaître le modèle de covariance décrivant la corrélation spatiale de la variable étudiée. Elle indique que

l'on doit être en mesure de calculer la covariance pour toute paire *observation-observation* ou *observation-estimation* afin d'obtenir les poids de krigeage nécessaires à l'estimation. Ainsi, le modèle de covariance est généralement déterminé préalablement au krigeage en ajustant un modèle sur le variogramme expérimental (voir section précédente).

Il est à noter que le krigeage ordinaire considère une moyenne constante, mais inconnue, sur l'ensemble du domaine d'étude (cas stationnaire). Si toutefois la moyenne de la variable étudiée était connue, celle-ci pourrait être soustraite des données et un autre type de krigeage, ne requérant pas de contrainte de non-biais, pourrait être utilisé. On parle alors de krigeage simple.

3.1.3 Krigeage universel

Dans certains cas, le phénomène observé ne peut pas être considéré stationnaire, c'est à dire que la moyenne n'est pas constante sur l'ensemble du domaine. La variable peut alors être divisée en deux composantes : la dérive $m(x)$, laquelle tient compte de la partie déterministe du phénomène, et le résidu $Y(x)$, qui représente les fluctuations aléatoires (Chilès et Delfiner, 1999, p.165).

$$Z(x) = m(x) + Y(x) \quad (3.11)$$

La dérive est exprimée comme la somme de plusieurs fonctions¹ :

$$m(x) = \sum_{l=0}^L a_l f^l(x) \quad (3.12)$$

¹Monômes constitués des coordonnées (x,y,z)

où les $f^l(x)$ sont des fonctions connues et les a_l sont des coefficients fixes et inconnus. Par convention, $l = 0, 1, \dots, L$ (Chilès et Delfiner, 1999, p.166). Il est à noter que $l = 0$ correspond au cas où la moyenne est constante sur l'ensemble du domaine, soit le cas du krigeage ordinaire.

Dans le cas du krigeage universel, $L + 1$ conditions d'universalité doivent être respectées afin d'assurer le non-biais de l'estimateur. Celles-ci sont de la forme :

$$\sum_{i=1}^n \lambda_i f_i^l = f_0^l \quad (3.13)$$

où les λ_i sont les poids de krigeage, les f_i^l sont les $L + 1$ fonctions évaluées aux points d'observations et les f_0^l sont les $L + 1$ fonctions évaluées au point à estimer.

Le système de krigeage résultant peut être exprimé de façon matricielle :

$$\begin{bmatrix} \Sigma & \mathbf{F} \\ \mathbf{F}' & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{\lambda} \\ \boldsymbol{\mu} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\sigma}_0 \\ \mathbf{f}_0 \end{bmatrix} \quad (3.14)$$

où Σ est la matrice de covariance entre les observations, $\mathbf{F}$ est la matrice contenant la dérive évaluée aux points d'observations ², $\boldsymbol{\lambda}$ est le vecteur des poids de krigeage, $\boldsymbol{\mu}$ est le vecteur des $L + 1$ multiplicateurs de Lagrange, $\boldsymbol{\sigma}_0$ est le vecteur de covariance entre le point à estimer et les points d'observations et $\mathbf{f}_0$ est le vecteur de la dérive évaluée au point que l'on cherche à estimer³.

²La première colonne de cette matrice est composée de 1, soit la valeur de f_i^0 .

³Le premier élément de ce vecteur est 1, soit la valeur de f_0^0 .

3.1.4 Krigeage avec dérive externe

Dans certains cas, on peut considérer l'utilisation d'une (ou plusieurs) variable auxiliaire pour décrire la composante déterministe de la variable $Z(x)$. On parle alors de krigeage avec dérive externe (KDE). La variable auxiliaire est choisie en fonction de sa capacité à reproduire la « forme » de la variable principale. À la manière du cokrigeage, le KDE permet de compenser pour un sous échantillonnage de la variable principale. Toutefois, contrairement à celui-ci, le KDE ne nécessite pas la connaissance de la covariance croisée entre la variable principale et la variable auxiliaire.

Le krigeage avec dérive externe revient à postuler que l'on peut écrire l'équation (3.12) avec :

$$m(x) = E[Z(x)|W_1(x), W_2(x), \dots, W_p(x)] = a_0 + a_1 W_1(x) + \dots + a_p W_p(x) \quad (3.15)$$

où les $W_j(x)$ sont des variables auxiliaires connues et les coefficients a_j sont constants mais inconnus.

Une estimation sans biais est obtenue en posant :

$$\sum_i^n \lambda_i = 1 \quad (3.16)$$

$$\sum_{i=1}^n \lambda_i W_{ij} = W_j(x_0) \quad \forall j = 1 \dots p \quad (3.17)$$

Le système matriciel obtenu est identique à celui présenté en (3.14). La différence est dans le contenu de la matrice $\mathbf{F}$ et du vecteur $\mathbf{f}_0$, lesquels contiennent main-

tenant les variables auxiliaires au lieu des f_i^l . Ainsi, pour $p = 3$ et $n = 4$, on a :

$$F = \begin{bmatrix} 1 & W_1(x_1) & W_2(x_1) & W_3(x_1) \\ 1 & W_1(x_2) & W_2(x_2) & W_3(x_2) \\ 1 & W_1(x_3) & W_2(x_3) & W_3(x_3) \\ 1 & W_1(x_4) & W_2(x_4) & W_3(x_4) \end{bmatrix} \quad (3.18)$$

$$f_0 = \begin{bmatrix} 1 \\ W_1(x_0) \\ W_2(x_0) \\ W_3(x_0) \end{bmatrix} \quad (3.19)$$

3.1.5 Krigeage dual

Le krigeage dual consiste à formuler différemment les équations permettant l'estimation de $Z(x)$. Comme on l'a vu précédemment, l'estimateur utilisé lors du krigeage est de la forme :

$$Z_0^* = \lambda' Z = [Z' \ 0] \begin{bmatrix} \lambda \\ \mu \end{bmatrix} \quad (3.20)$$

Or, les poids de krigeage sont issus de :

$$\begin{bmatrix} \lambda \\ \mu \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Sigma & F \\ F' & 0 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \sigma_0 \\ f_0 \end{bmatrix} \quad (3.21)$$

Ce qui permet de réécrire l'estimateur de la façon suivante :

$$Z_0^* = [\mathbf{Z}' \quad \mathbf{0}] \begin{bmatrix} \boldsymbol{\Sigma} & \mathbf{F} \\ \mathbf{F}' & \mathbf{0} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \boldsymbol{\sigma}_0 \\ \mathbf{f}_0 \end{bmatrix} = [\mathbf{b}' \quad \mathbf{c}'] \begin{bmatrix} \boldsymbol{\sigma}_0 \\ \mathbf{f}_0 \end{bmatrix} \quad (3.22)$$

où $\mathbf{b}$ et $\mathbf{c}$ sont les coefficients duaux. L'équation 3.22 montre que ceux-ci ne varient pas avec la position du point à estimer (Chilès et Delfiner, 1999), puisque l'obtention des poids de krigeage n'implique pas les termes de covariance observation-estimation i.e. $\boldsymbol{\sigma}_0$. Les coefficients duaux peuvent donc être calculés une seule fois. Ainsi, dans les cas où l'on utilise un voisinage global, le krigeage dual permet une estimation plus rapide. Par contre, cette formulation ne permet pas d'obtenir la variance de krigeage.

Le système de krigeage dual fait ressortir le lien entre le krigeage avec dérive externe et la régression généralisée (Marcotte et David, 1988). En effet, l'équation 3.22 montre que l'estimateur Z^* combine une composante stochastique ($\mathbf{b}'\boldsymbol{\sigma}_0$) et une composante déterministe ($\mathbf{c}'\mathbf{f}_0$). Ceci permet de souligner que lors du krigeage, les composantes de la dérive ($\mathbf{f}_0$) sont pondérées individuellement par les coefficients contenus dans le vecteur $\mathbf{c}$. Le krigeage avec dérive externe contient donc implicitement une régression linéaire (Castelier, 1993).

3.2 Hydrogéologie

3.2.1 Loi de Darcy

L'écoulement de l'eau à travers un milieu poreux est exprimé par la loi de Darcy. Celle-ci est valide lorsque l'écoulement de l'eau peut être considéré comme laminaire et s'énonce comme suit :

$$\vec{q} = -K\vec{i} \quad (3.23)$$

où $\vec{q}$ est le flux hydraulique (L/T), K est la conductivité hydraulique (L/T)⁴, laquelle dépend des propriétés du milieu poreux et $\vec{i}$ est le gradient hydraulique. Le signe négatif indique que l'écoulement se fait dans la direction opposée à l'augmentation du gradient hydraulique. Autrement dit, l'eau s'écoule d'un point où la charge hydraulique h est plus élevée vers un point où elle est plus basse.

3.2.2 Écoulement en milieu saturé

L'équation décrivant l'écoulement de l'eau souterraine fait appel au principe de conservation de masse. Ce principe stipule que la variation de masse à l'intérieur d'un élément de volume⁵ est égale au taux de variation dans le temps de la masse présente à l'intérieur de cet élément. En combinant le principe de conservation de masse et la loi de Darcy, on obtient l'équation d'écoulement en régime transitoire pour un milieu poreux saturé et anisotrope (Freeze et Cherry, 1979, p.65) :

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(K_x \frac{\partial h}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(K_y \frac{\partial h}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(K_z \frac{\partial h}{\partial z} \right) = S_s \frac{\partial h}{\partial t} \quad (3.24)$$

où h est la charge hydraulique, K_x , K_y , K_z représentent la conductivité hydraulique dans les principales directions d'anisotropie, S_s correspond au coefficient d'emménagement spécifique et $\frac{\partial h}{\partial t}$ est le taux de variation de la charge hydraulique dans le temps. La résolution de l'équation 3.24 permet d'obtenir la valeur de la charge hydraulique en tout point du domaine considéré. En supposant un milieu

⁴ K est une constante en 1D et un tenseur en 2D et 3D.

⁵Volume d'eau entrant moins volume d'eau sortant

homogène et isotrope, l'équation 3.24 est simplifiée :

$$\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} = \frac{S_s}{K} \frac{\partial h}{\partial t} \quad (3.25)$$

Pour un écoulement en régime permanent, le terme $\frac{\partial h}{\partial t}$ est nul dans les équations 3.24 et 3.25. Ainsi, dans le cas d'un milieu homogène et isotrope, l'équation permettant d'obtenir h (régime permanent) correspond à l'équation de Laplace :

$$\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} = 0 \quad (3.26)$$

Les équations 3.24, 3.25 et 3.26 décrivent une classe de phénomènes et ont, par conséquent, une infinité de solutions (Bear, 1979, p.94). En régime permanent, l'obtention du champ de charge propre à une situation donnée nécessite donc le choix de conditions frontières et la détermination de la conductivité hydraulique⁶.

⁶En régime transitoire, on doit également déterminer S_s et une solution initiale au problème (i.e. valeur de h au temps t_0).

CHAPITRE 4

ASPECTS MÉTHODOLOGIQUES

Ce chapitre présente en premier lieu une description de l’approche proposée. On y voit ensuite les principaux éléments liés à l’implémentation de celle-ci.

4.1 Approche proposée

Tel que mentionné au Chapitre 2, le krigeage et la modélisation numérique sont deux méthodes couramment utilisées pour obtenir une estimation du champ de charges hydrauliques.

Le krigeage permet d’obtenir une carte de charges hydrauliques tenant compte des observations piézométriques disponibles. Par contre, comme il s’agit d’un interpolateur, le champ produit par krigeage ne respecte pas la physique du problème d’écoulement en milieu poreux. L’autre inconvénient lié à l’utilisation du krigeage dans le contexte de l’hydrogéologie est la faible quantité de données disponibles qui, combiné à la non-stationnarité intrinsèque de cette variable, rend difficile une modélisation adéquate de la fonction de covariance.

La modélisation numérique offre quant à elle la possibilité de produire des champs de charges conservatifs qui intègrent l’information présente dans le modèle conceptuel du problème (conditions frontières, présence de puits, valeurs de conductivité hydraulique, contact entre deux unités hydrogéologiques, équations régissant le phénomène). Toutefois, comme le modèle utilisé est une simplification de la réalité, les charges hydrauliques calculées aux points d’observation présentent générale-

ment des écarts non-négligeables avec les charges mesurées aux piézomètres. On doit donc avoir recours à une procédure de calibration. De plus, les conditions frontières utilisées, lesquelles sont souvent mal connues, ont une forte influence sur le résultat.

L'approche proposée consiste à combiner les deux méthodes décrites précédemment afin de tirer profit de leurs avantages respectifs. Celle-ci se base sur l'idée que l'information contenue dans le modèle conceptuel, lorsqu'utilisée dans un contexte de modélisation numérique, permet de générer des champs de charges hydrauliques représentatifs de la tendance générale du phénomène. Ainsi, en utilisant ces champs comme variables auxiliaires dans le système de krigeage on peut donc tenir compte de cette information. Les champs numériques constituent alors la dérive externe et servent à estimer la composante déterministe de la charge hydraulique $m(x)$. Ceci permet donc de produire un champ de charge compatible avec les données piézométriques, tout en tenant compte de l'information contenue dans le modèle conceptuel. L'approche proposée est illustrée schématiquement à la figure 4.1.

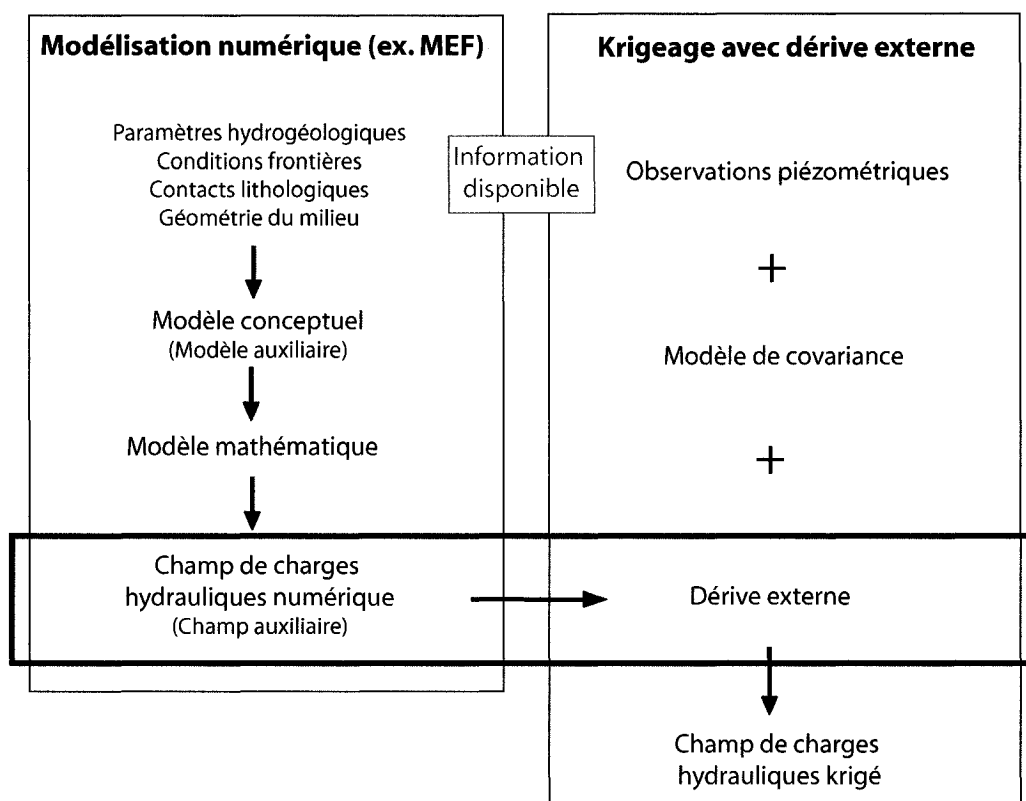


FIG. 4.1 Schéma explicatif de l'approche proposée

4.2 Champ de référence et champs auxiliaires

Les modèles numériques utilisés pour produire les champs de charges composant la dérive externe sont désignés par *modèles auxiliaires*. Ceux-ci sont élaborés à partir de l'information contenue dans le modèle conceptuel du problème. Plusieurs approches sont testées en ce qui concerne la façon de spécifier les modèles auxiliaires :

1. L'utilisation d'un seul modèle auxiliaire représentant le modèle conceptuel dans son entièreté.
2. La décomposition du problème en plusieurs modèles auxiliaires comportant chacun un élément du problème.

3. L'élaboration d'un ensemble de modèles auxiliaires constituant différentes interprétations du phénomène.

On appelle *champs auxiliaires* les solutions numériques correspondant aux modèles auxiliaires.

Les cas présentés au chapitre 5 requièrent l'obtention d'un autre type de champ de charges numérique : le *champ de référence*. Cette appellation désigne la solution numérique qui représente la « réalité » dans les cas d'aquifères synthétiques, et dont sont issues les données utilisées pour le krigeage.

4.2.1 Modélisation numérique par éléments finis

Les solutions numériques, ou *champs auxiliaires*, utilisées pour la dérive externe sont obtenues par la méthode des éléments finis (MEF). Les aspects concernant l'implémentation de la méthode des éléments finis dépassent le cadre de cette recherche. Les formulations mathématiques de la MEF utilisées dans le domaine de l'hydrogéologie sont présentées en détail par Pinder et Gray (1977). Le logiciel utilisé est *Femlab*® 3.2 (Comsol), lequel permet la modélisation d'une vaste gamme de phénomènes physiques. Bien que celui-ci possède sa propre interface graphique, il peut être utilisé directement à partir de *Matlab*® (The MathWorks), ce qui facilite grandement le traitement des données.

Les maillages utilisés sont générés automatiquement par *Femlab*®, lequel permet de contraindre manuellement la taille des éléments près des frontières ou dans les zones de gradient élevé, ce qui peut être requis dans certains cas. Des tests préliminaires (non présentés dans le mémoire) ont été faits afin de vérifier l'influence de la taille des éléments sur les résultats et ainsi faire un choix quant à la densité de maillage à utiliser lors de l'élaboration des modèles. La résolution du

problème numérique ayant lieu aux noeuds du maillage, on choisit d'utiliser les noeuds provenant du maillage du modèle auxiliaire également comme grille pour le krigage. Pour les cas synthétiques, ceci a l'avantage de faciliter la comparaison entre le champ de référence (obtenu par la MEF) et le champ krigé.

Il convient de définir les deux types de conditions frontières les plus rencontrés : les frontières de type Dirichlet à charges fixes (et connues) et les frontières de type Neumann à flux hydraulique fixe (et connu). Dans le cas des frontières à charge fixe, un cas particulier est lorsque la valeur de la charge hydraulique est constante sur toute la frontière. On est alors en présence d'une équipotentielle et, dans le cas d'un milieu isotrope, l'écoulement se fait perpendiculairement à celle-ci (Domenico, 1998, p.69). Les frontières à flux hydraulique fixe permettent, quant à elles, de modéliser les conditions prévalant sur la circonférence d'un puits¹, de même que les frontières imperméables, ces dernières correspondant à un flux nul. Dans le cas d'un milieu isotrope, les équipotentielles recoupent de façon perpendiculaire une frontière où le flux est nul (Domenico, 1998, p.69).

Puisque dans les exemples présentés aux Chapitres 5 et 6 on suppose des milieux isotropes, l'allure des équipotentielles près des frontières est utilisée pour évaluer visuellement la reproduction des frontières imperméables et à charge constante sur les champs de charges krigés.

On souligne cependant que l'approche développée dans le cadre des travaux de recherche est indépendante du logiciel de modélisation utilisé. De plus, bien que la méthode des éléments finis ait été préférée, d'autres méthodes de modélisation numérique pourraient être utilisées pour obtenir la dérive externe.

¹On note qu'en régime permanent, la condition frontière au puits peut également être spécifiée par une charge hydraulique fixe.

4.2.2 Procédure de sélection des champs auxiliaires

Dans le cas où plusieurs champs de charges sont utilisés simultanément dans la dérive externe, une procédure de sélection est utilisée afin d'éviter une paramétrisation excessive du problème. Cette procédure assure également que les vecteurs contenus dans la matrice $\mathbf{F}$ (voir équation 3.14) sont linéairement indépendants et ainsi, d'éviter que la matrice de gauche du système de krigeage soit singulière.

La procédure de sélection utilisée est empruntée à la régression multivariable (Draper et Smith, 1981). Celle-ci consiste introduire une à une les variables (les champs numériques) dans le modèle (i.e. dans la dérive externe) et à vérifier l'effet de leur introduction sur le coefficient de détermination (R^2). Une variable entraînant une augmentation significative (test de Fischer $\alpha = 0.05$) de R^2 est retenue pour la dérive externe. Le test détermine ensuite si certaines des variables sélectionnées peuvent être retirées, i.e. si le fait de les retirer ne produit pas une diminution significative de R^2 . La procédure se termine lorsqu'aucune variable ne peut plus être incluse ou exclue de l'ensemble. On note que le test de Fischer suppose l'indépendance des résidus. Ce test est donc approximatif dans le contexte où on s'attend à ce que les résidus $Y(x)$ soient corrélés spatialement.

Il est à noter que la composante correspondant à une fonction de dérive constante (krigeage ordinaire) est toujours incluse dans la dérive externe. Les coordonnées (dérive linéaire) font également partie des variables auxiliaires dans certains cas et sont sujettes à la procédure de sélection.

4.3 Modèle de covariance

Le choix du modèle de covariance est une question délicate. D'abord, la charge hydraulique est une variable non-stationnaire en raison des phénomènes physiques qui gouvernent l'écoulement de l'eau souterraine. De plus, le faible nombre de données piézométriques généralement disponibles ne permet pas une modélisation adéquate du variogramme. Dans le cas du krigeage avec dérive externe, le variogramme à modéliser est celui des résidus $Y(x)^2$. Lorsque l'on ne possède pas suffisamment de données pour modéliser celui-ci, Chilès et Delfiner (1999) indiquent que l'on peut faire une hypothèse quant à sa forme (i.e. type de modèle) et ajuster ses paramètres par validation croisée.

On choisit donc d'utiliser un modèle de covariance ad hoc, en prenant compte des considérations établies par Brochu (2002). La fonction de covariance de type gravimétrique (équation 4.1) est utilisée pour tous les cas présentés ici (Chapitres 5 et 6).

$$Cov(r) = C_0\delta(r) + C(1 + \frac{r^2}{a^2})^{-0.5} \quad (4.1)$$

où $Cov(r)$ est la covariance entre deux observations séparées d'une distance r , C_0 est l'effet de pépité, $\delta(r)$ la fonction de Dirac, C représente la variance du phénomène et a est le paramètre de portée. Dans le cas du modèle gravimétrique la portée effective (a_{eff} tel que $(1 - \frac{a_{eff}^2}{a^2}) = 0.05$) est 20 fois supérieure au paramètre de portée.

Les paramètres géostatistiques du modèle de covariance ont été ajustés par validation croisée. Cette technique consiste à retirer une observation de l'ensemble

²C'est également le cas pour le krigeage universel

et à en estimer la valeur par krigeage en utilisant les données restantes. Ceci est répété pour chacune des observations, ce qui permet ensuite de comparer les valeurs estimées aux valeurs réelles et de calculer des normes d'évaluation (ex. résidus normalisés, somme des erreurs au carré). Ceci peut ensuite servir de base pour la comparaison de plusieurs modèles.

Ainsi, le paramètre de portée est ajusté en minimisant³ la somme des erreurs au carré obtenue par validation croisée. Dans le cas des paramètres C et C_0 , des tests de sensibilité ont indiqué que ces paramètres avaient relativement peu d'impact sur les résultats comparativement au paramètre de portée. De plus, on sait que l'effet de pépite peut être choisi afin de représenter l'erreur de mesure. Le ratio C_0/C est fixé arbitrairement à 0.001 pour les cas synthétiques (Chapitre 5) et à 0.1 pour les cas impliquant des données réelles (Chapitre 6). Ces valeurs reflètent le fait que la variance de l'erreur de mesure est plus importante dans le cas des données réelles⁴.

4.4 Normes d'évaluation

Les normes d'évaluation utilisées sont la moyenne des erreurs absolues (*mae*) et l'erreur absolue maximum (*err.max*). Toutefois, deux méthodes sont utilisées afin d'obtenir ces statistiques : la comparaison directe et la validation croisée.

³Ceci est fait à l'aide de la fonction *fminsearch* (*Matlab*®).

⁴Dans le cas des données synthétiques, l'« erreur de mesure » peut être due à l'interpolation loin d'un noeud du maillage.

4.4.1 Comparaison directe

Dans le cas des aquifères synthétiques, on dispose des charges de référence et des charges krigées en chaque noeud. Ceci permet l'évaluation de l'erreur d'estimation en chaque point du domaine d'étude. La répartition des noeuds étant irrégulière, les charges hydrauliques du champ de référence et du champ krigé sont d'abord interpolées au centre des éléments (fonction *postinterp* dans *Femlab*®) puis comparées entre elles. La taille des éléments est prise en compte lors du calcul de la moyenne.

$$mae_d = \frac{1}{A_T} \sum_{i=1}^{n_{ele}} |h_i^R - h_i^*| A_i \quad (4.2)$$

où A_T est l'aire totale du domaine d'étude, A_i est l'aire de l'élément i , h_i^R est la charge hydraulique du modèle de référence interpolée au centre de l'élément i , h_i^* est la charge hydraulique krigée et interpolée au centre de l'élément i et n_{ele} est le nombre d'éléments finis du modèle numérique.

Dans le cas de la comparaison directe, $err.max_d$ est simplement obtenue à l'endroit où le plus grand écart entre les deux champs est observé. L'erreur relative est quand à elle obtenue de la manière suivante :

$$\%err.max_d = \frac{err.max_d}{h_{max} - h_{min}} \quad (4.3)$$

où h_{max} et h_{min} sont les valeurs de charges maximale et minimale retrouvées sur le champ de référence.

4.4.2 Validation croisée

Étant donné qu'on présente également des cas utilisant des données réelles, on doit recourir à la validation croisée afin de pouvoir évaluer la précision des résultats obtenus. La moyenne des erreurs absolues est alors calculée de la façon suivante :

$$mae_{vc} = \frac{1}{n_{obs}} \sum_{i=1}^{n_{obs}} |h_i^{obs} - h_i^*| \quad (4.4)$$

où h_i^{obs} est la valeur de la charge hydraulique observée au point i , h_i^* est la valeur de la charge estimée au point i lorsque h_i^{obs} est retirée du jeu de donnée et n_{obs} est le nombre d'observations. La comparaison se fait uniquement au niveau des points de mesure. Dans ce cas, $err.max_{vc}$ représente la différence absolue maximale obtenue pour l'ensemble des observations. L'erreur relative est calculée comme suit :

$$\%err.max_{vc} = \frac{err.max_{vc}}{h_{max} - h_{min}} \quad (4.5)$$

où h_{max} et h_{min} sont les observations de charge hydraulique maximale et minimale.

La validation croisée mesure en quelque sorte la capacité du modèle choisi à reproduire les observations. Les normes d'évaluation obtenues par validation croisée sont également utilisées pour les cas synthétiques afin de les comparer aux normes d'évaluations obtenues par comparaison directe, et ainsi vérifier si celles-ci sont représentatives de l'ensemble du champ.

CHAPITRE 5

ÉTUDE DE CAS - AQUIFÈRES SYNTHÉTIQUES

On explore ici le potentiel de l'approche proposée à l'aide de cinq cas synthétiques représentant des écoulements en régime permanent pour des aquifères à nappe captive, en 2D et 3D. Les cas homogènes sont inspirés de ceux utilisés par Brochu (2002), alors que les cas hétérogènes utilisent la géométrie, les conditions frontières et les champs de paramètres de cas synthétiques tirés des travaux de Pasquier (2005).

5.1 Dérive externe et paramètres de krigeage

On établit ici des règles afin de systématiser l'élaboration des modèles servant à obtenir les champs de charges auxiliaires. Autrement dit, on fait certaines hypothèses quant à l'information qui serait réellement disponible en pratique. Ainsi, lors de l'élaboration des modèles dits auxiliaires, on suppose que les éléments suivants sont connus :

1. la localisation des puits, ainsi que leurs débits respectifs ;
2. la présence d'unités hydrogéologiques distinctes et la position de leurs contacts ;
3. les rapports entre les perméabilités des différentes unités (A plus perméable que B, C moins perméable que B, etc.) ;
4. le type de frontières : imperméable (Neumann) ou charge constante (Dirichlet) ;

5. la direction du gradient régional.

Les autres caractéristiques, la conductivité hydraulique (K) et les valeurs de charges hydrauliques aux frontières (et par conséquent, la valeur du gradient régional), sont considérées mal connues et se voient attribuer des valeurs arbitraires.

Au niveau des paramètres de krigeage, le rapport entre l'effet de pépité et le palier du variogramme, C_0/C , utilisé pour tout les cas présentés ici est de 0.001. Cette valeur a été choisie en raison de l'incertitude quasi-inexistante que l'on a sur les observations issues d'un modèle synthétique. On note toutefois que, pour les exemples présentés ici, ce paramètre avait relativement peu d'impact sur les résultats obtenus. Le paramètre de portée a , quant à lui, été systématiquement optimisé.

À moins d'un avis contraire, les charges hydrauliques, de même que les coordonnées présentes sur les cartes de charges, sont exprimées en mètres. Parmi les champs de charges présentés, ceux obtenus par éléments finis sont identifiés comme tels.

5.2 Cas 2D

5.2.1 Cas 1 : Homogène (2D)

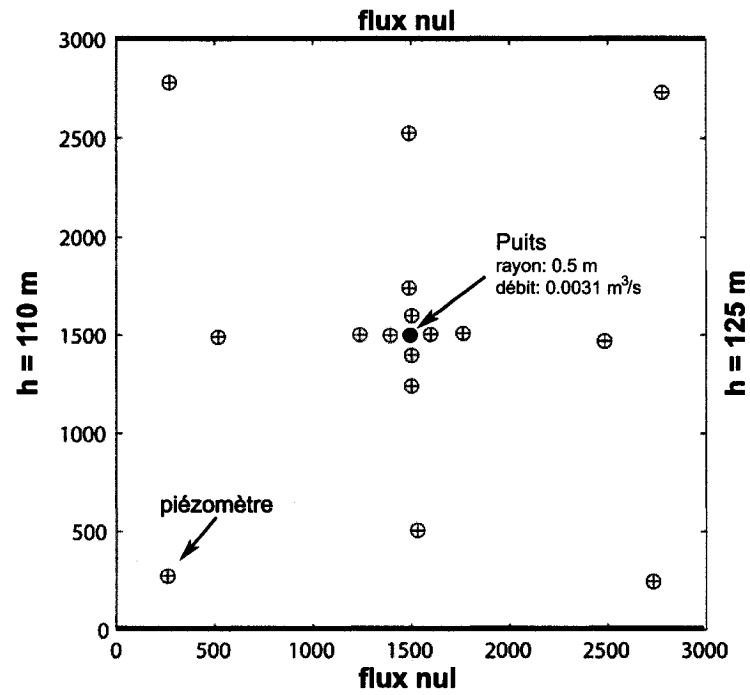
Le premier cas synthétique consiste en un milieu homogène ($T = 1 \times 10^{-3} \text{ m}^2/\text{s}$) ayant une extension de $3000 \text{ m} \times 3000 \text{ m}$. Un puits, ayant un rayon de 0.5 m , est situé au centre du domaine d'étude (débit de $3.1 \times 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$). Les conditions frontières, l'emplacement des 16 points d'observation, de même que la discrétisation du problème, sont représentés à la figure 5.1(a). La solution numérique de ce problème est représentée à la figure 5.1(c). Celle-ci constitue le champ de charges

hydrauliques de référence. La charge hydraulique au puits calculée par *Femlab*® est de 113.28 m, ce qui se compare bien avec la valeur théorique approchée de 113.50 m, obtenue à l'aide de l'équation suivante (Todd, 1980) :

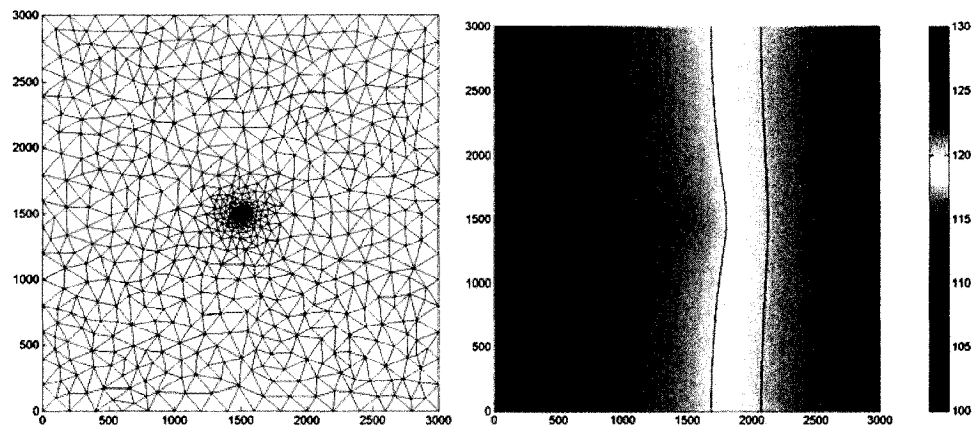
$$Q = 2\pi T \frac{h_0 - h_{puits}}{\ln(r_0/r_{puits})} \quad (5.1)$$

où Q est le débit du puits, T est la transmissivité du milieu, h_0 est la charge hydraulique à la distance r_0 du puits, h_{puits} est la charge hydraulique et r_{puits} est le rayon du puits. La présence de frontières imperméables sur le modèle considéré (ce qui accroît le rabattement au puits) peut expliquer l'écart entre la valeur numérique et la valeur théorique. On note toutefois que la solution analytique utilisée correspond au cas d'un aquifère à nappe captive sur une île circulaire de rayon r_0 et que la prise en compte des frontières pourrait être faite à l'aide de la méthode des puits images. La discrétisation utilisée pour le problème pourrait également contribuer à expliquer cet écart.

Pasquier (2005) présente une évaluation du logiciel *Femlab*® où les résultats numériques obtenus sont comparés aux solutions analytiques de Thiem et de Dupuit.



(a)



(b)

(c)

FIG. 5.1 Cas 1. Modèle de référence (a) Conditions frontières, (b) Maillage (2618 éléments), (c) Champ de charges hydraulique de référence (MEF)

Étant donné la simplicité du problème, un seul champ auxiliaire est utilisé pour la dérive externe. Ce dernier joue le rôle du modèle conceptuel dont on disposerait

suite à une étude hydrogéologique. Il contient les caractéristiques du modèle de référence que l'on considère connues, à savoir la géométrie du domaine d'étude, la direction du gradient régional¹, ainsi que la position et le débit du puits de pompage. Toutefois, la transmissivité du modèle auxiliaire est 10 fois plus élevée et les conditions frontières latérales sont de 100 m (gauche) et 130 m (droite). Ainsi, le champ de charges auxiliaire présenté à la figure 5.2 est donc relativement différent du champ de référence de la figure 5.1(c), particulièrement au niveau du puits où les rabattements sont très faibles.

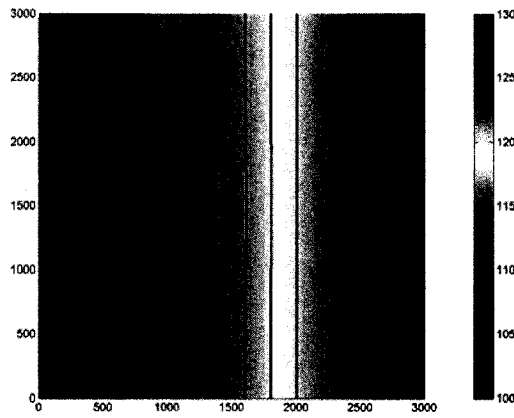


FIG. 5.2 Cas 1. Champ de charges hydrauliques auxiliaire (MEF)

Lors du krigeage, le champ de charges hydrauliques auxiliaire est utilisé comme dérive externe, de même que la coordonnée x , laquelle a également été sélectionnée lors du test d'ajout (section 4.2.2). Le paramètre de portée issu de l'optimisation est de 81 m. La figure 5.3(a) présente le champ de charges hydrauliques obtenu par krigeage avec dérive externe (KDE). Visuellement, ce dernier est identique au champ de référence illustré à la figure 5.1(c). D'ailleurs, la figure 5.3(b) montre que la différence entre les deux cartes de charges est pratiquement nulle. Ceci est vérifié par les statistiques d'erreur obtenues (tableau 5.1). En effet, la moyenne

¹On note toutefois que pour cet exemple, des résultats semblables sont obtenus même si on inverse la direction du gradient régional sur le modèle auxiliaire.

des erreurs absolues obtenue par validation croisée (mae_{vc}) est de 3.3×10^{-5} m, alors que celle obtenue par comparaison directe du champ de référence et du champ krigé (mae_d) est de 6.6×10^{-6} m. Le tableau 5.1 présente également les statistiques d'erreurs obtenues pour deux autres méthodes de krigeage : le krigeage ordinaire (KO) et le krigeage avec dérive linéaire (KDL)². Le KDE se compare avantageusement à ces deux méthodes, les gains en précision étant d'ailleurs de plusieurs ordres de grandeur. Les différences les plus importantes entre le champ obtenu par KDE et ceux obtenus par KDL et KO se retrouvent au niveau du puits. Ces dernières n'incorporent pas d'information concernant le cône de rabattement, d'où des erreurs de plus de deux mètres localisées dans la zone du puits.

TAB. 5.1 Cas 1. Statistiques d'erreur

Méthode	mae_{vc}	mae_d	$err.max_{vc}$		$err.max_d$	
	(m)	(m)	abs.(m)	rel.(%)	abs.(m)	rel.(%)
KDE_{16p}	3.3×10^{-5}	6.6×10^{-6}	2.2×10^{-4}	0.0017	4.8×10^{-2}	0.32
KDL_{16p}	1.5×10^{-1}	7.9×10^{-2}	3.9×10^{-1}	3.1	2.5	17
KO_{16p}	6.3×10^{-1}	2.0×10^{-1}	7.0×10^{-1}	5.6	2.9	19
KDE_{4p}	5.2×10^{-6}	5.5×10^{-5}	8.0×10^{-6}	0.0003	4.8×10^{-2}	0.32
KDL_{4p}	8.1×10^{-2}	5.1×10^{-1}	8.3×10^{-2}	3.2	3.1	21
KO_{4p}	1.6×10^{-1}	8.1×10^{-1}	3.3×10^{-1}	13	6.4	43

²Il est à noter que les paramètres de portées utilisés pour le KDL et le KO ont également été optimisés et que ceux-ci sont de 341 m et 3034 m, respectivement.

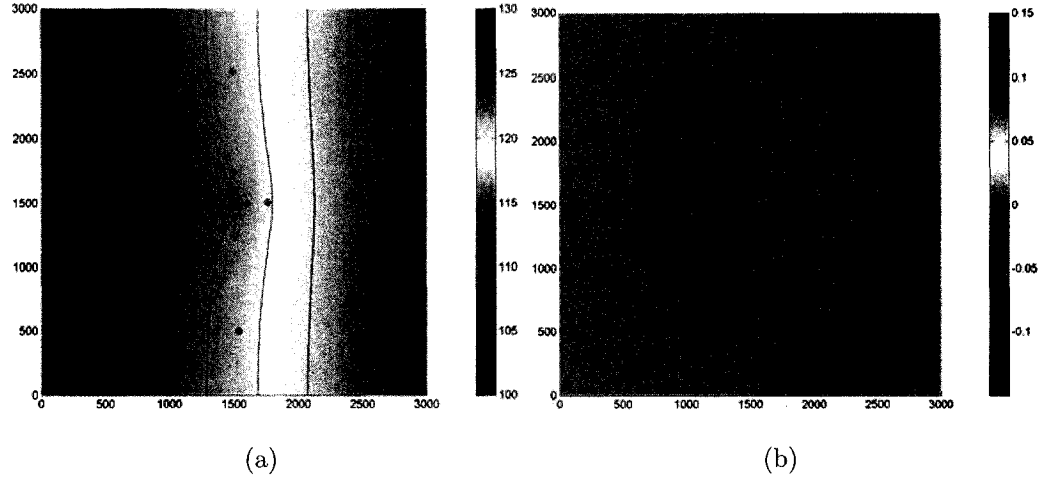


FIG. 5.3 Cas 1. (a) Champ de charges krigé (KDE), (b) Différences entre le champ de référence et le champ krigé

Cet exemple est repris en réduisant le nombre de données disponibles à quatre observations piézométriques³ (au lieu de seize). Une fois de plus, le krigage est effectué avec les trois méthodes : KDE, KDL, KO. Les résultats obtenus (tableau 5.1) font ressortir l'efficacité du KDE. En effet, la réduction du nombre d'observations affecte peu les résultats obtenus par KDE, alors qu'on note des augmentations significatives des erreurs maximums pour le KDL et le KO. Les figures 5.4(b) et 5.4(c) montrent bien que ces deux méthodes n'arrivent pas à reproduire les rabattements causés par le puits en l'absence d'observations situées très près de ce dernier. On note que l'amélioration des statistiques de validation croisée (mae_{vc} et $err.max_{vc}$) est due au fait que les observations utilisées sont situées très près les unes des autres.

³Celles-ci sont localisées en (1241,1502), (1765,1507), (1503,1239) et (1491,1737).

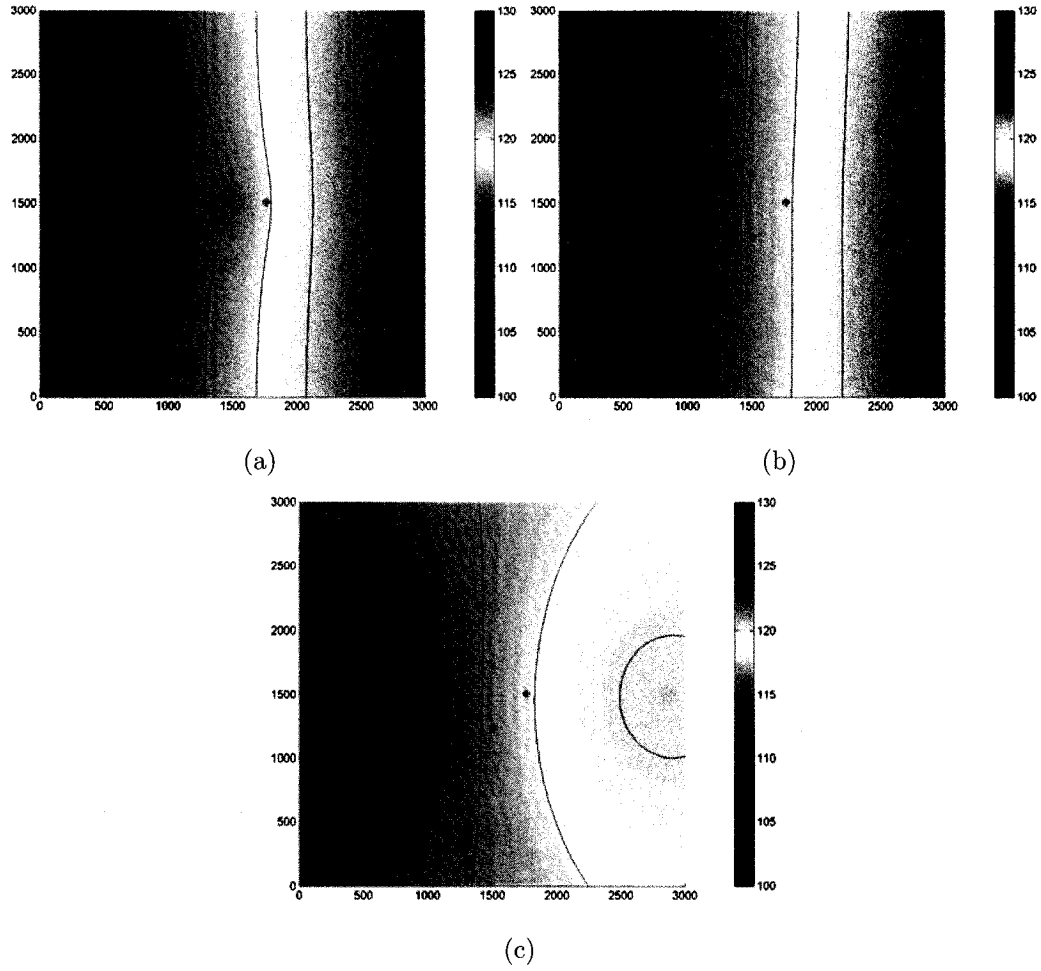


FIG. 5.4 Cas 1. Champs de charges krigés avec quatre observations (a) KDE_{4p} , (b) KDL_{4p} et (c) KO_{4p}

On note que les normes d'évaluations obtenues par validation croisée se comportent de façon similaire à celles obtenues par comparaison directe. Ceci semble indiquer que les erreurs obtenues par validation croisée aux points d'observation permettent de comparer les modèles entre eux et de fournir un classement des modèles comparable à celui obtenu sur l'ensemble du champ, i.e. par comparaison directe. Ceci est particulièrement important puisque lors de l'utilisation de données réelles, on ne dispose que de la validation croisée.

5.2.2 Cas 2 : Contact entre 2 unités (2D)

Dans cet exemple, l'aquifère synthétique est composé de deux unités dont le contact est un plan vertical orienté selon l'axe des y. Les transmissivités sont de $1 \times 10^{-3} \text{ m}^2/\text{s}$ dans l'unité de gauche, et de $4.5 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$ dans l'unité de droite. Deux puits (rayons de 0.15 m) ayant des débits différents ($Q_{haut} = 9.4 \times 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$ et $Q_{bas} = 4.7 \times 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$) sont présents dans l'unité la plus perméable. Les conditions frontières, de même que l'emplacement des 16 points d'observation, sont représentés à la figure 5.2.2. La solution numérique correspondante est présentée à la figure 5.6(b).

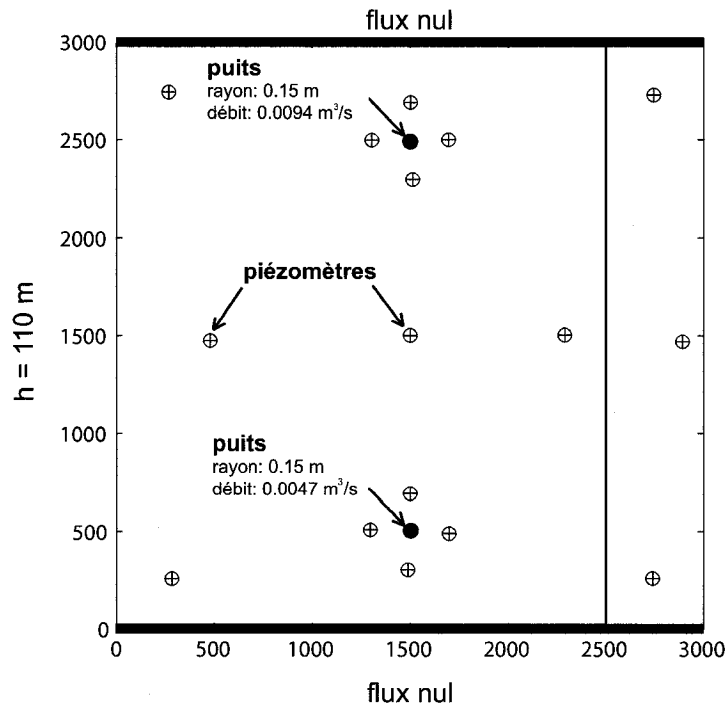


FIG. 5.5 Cas 2. Conditions frontières du modèle de référence

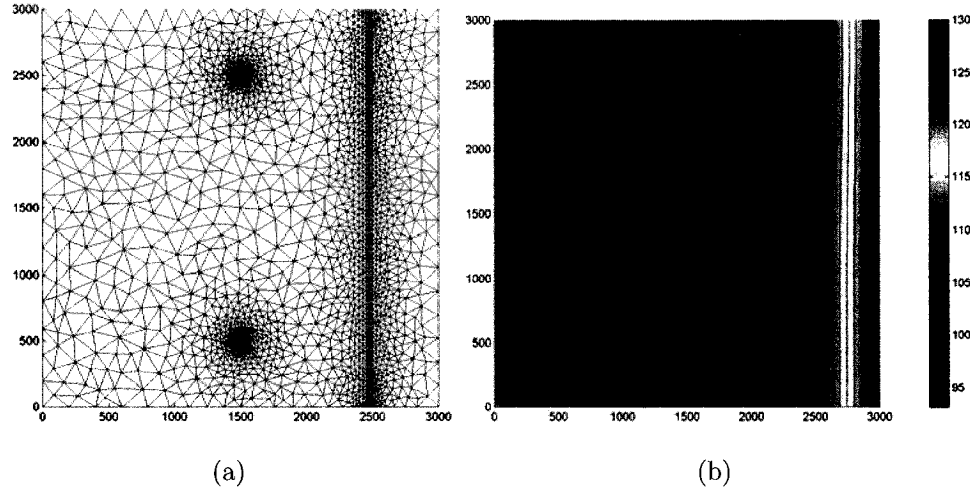


FIG. 5.6 Cas 2. (a) Maillage (6991 éléments), (b) Champ de charges hydrauliques de référence (MEF)

On utilise ici une autre approche pour spécifier la dérive externe. Le modèle conceptuel est décomposé en quatre modèles plus simples, lesquels prennent chacun en compte un aspect du problème :

1. un aquifère homogène avec $T = 5 \times 10^{-4} \text{ m}^2/\text{s}$;
2. un aquifère comportant deux unités avec $T_{gauche} = 1 \times 10^{-2} \text{ m}^2/\text{s}$ et $T_{droite} = 4.5 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$;
3. même qu'en 2. avec un débit dans le puits du haut ($Q_{haut} = 9.4 \times 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$) ;
4. même qu'en 2. avec un débit dans le puits du bas ($Q_{bas} = 4.7 \times 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$).

Les champs de charges hydrauliques correspondant à ces quatre modèles sont présentés à la figure 5.7. Pour chacun de ces modèles, les conditions frontières latérales sont de 100 m (gauche) et 130 m (droite). Le contraste de transmissivité pour les modèles 2, 3 et 4, est 100 fois plus important que celui du modèle de

référence. Évidemment, d'autres décompositions du modèle conceptuel auraient pu être considérées et auraient permis d'obtenir des résultats équivalents.

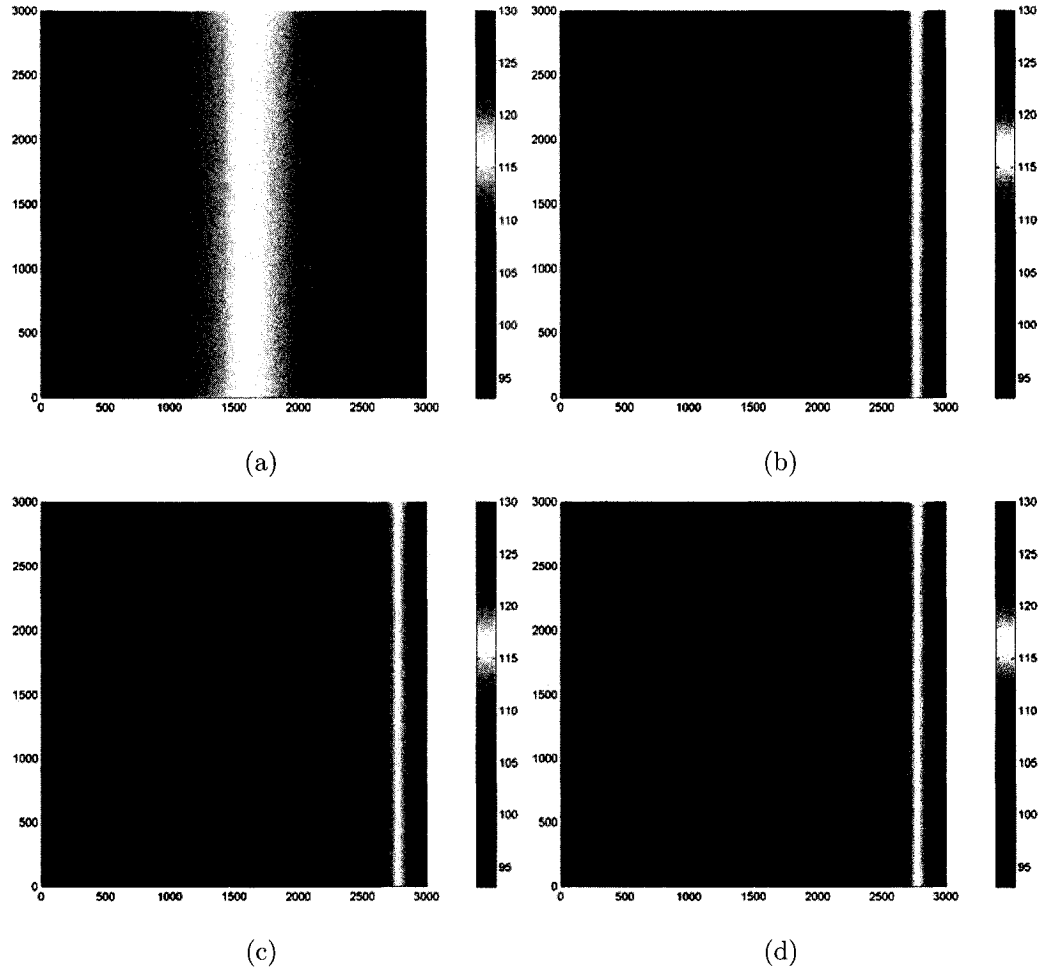


FIG. 5.7 Cas 2. Champs de charges hydrauliques auxiliaires utilisées pour la dérive externe (MEF)

Individuellement, chacun des modèles utilisés pour la dérive ne comporte pas autant d'éléments de complexité que le modèle de référence. Cet exemple montre comment il est possible de profiter de la flexibilité du krigeage avec dérive externe, chaque composante de la dérive étant pondérée par le système de krigeage selon sa corrélation avec la variable principale, i.e. les observations de la charge hydraulique

provenant du modèle de référence. Pour le présent exemple, on note que les quatre modèles sont effectivement retenus par la procédure de sélection. Contrairement au cas 1, les variables x et y (dérive d'ordre 1) n'ont pas été considérées dans les variables candidates. La figure 5.8(a) présente le champ de charge obtenu par KDE. Une fois de plus les différences avec le champ de référence sont très faibles (figure 5.8(b)). La moyenne des erreurs absolues obtenue par validation croisée est de 3.2×10^{-3} ($mae_d = 4.9 \times 10^{-3}$ m).

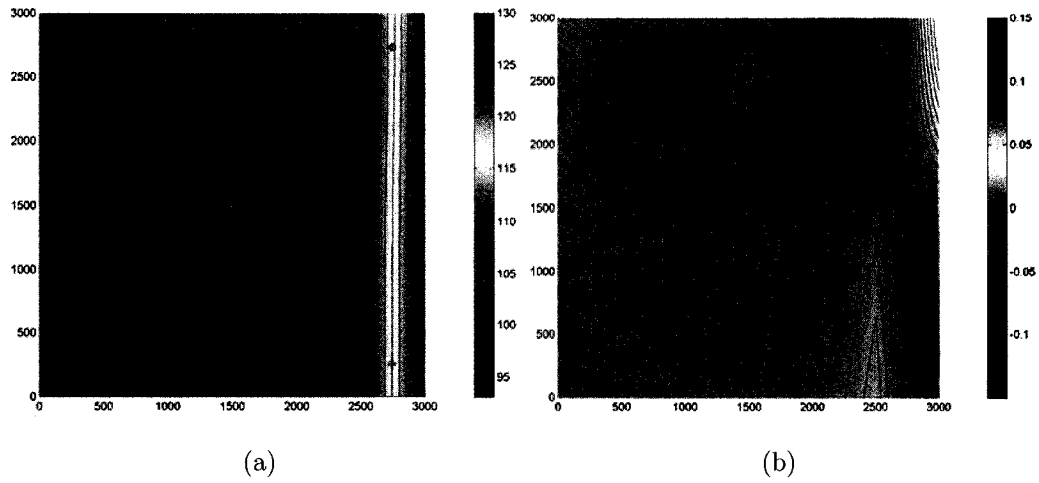


FIG. 5.8 Cas 2. (a) Champ de charges krigé (KDE_0), (b) Différence entre le champ de référence et le champ krigé

Dans cet exemple, on cherche également à vérifier l'impact d'une incertitude sur la position du contact entre les deux unités. Pour ce faire, le krigeage est répété en utilisant des modèles auxiliaires où le contact est déplacé vers la gauche, de 25 m (KDE_{25}), puis de 100 m (KDE_{100}), relativement à sa position réelle. Le tableau 5.2 présente l'ensemble des statistiques d'erreur pour les trois krigeages, de même que celles obtenues pour le KDL et le KO. Les résultats obtenus avec le KDE⁴, avec ou sans erreur sur la position du contact, sont tous plus précis que

⁴Les paramètres de portée optimisés (a_{opt}) pour KDE_0 , KDE_{25} et KDE_{100} , sont respectivement de 2085, 867 et 763 m.

ceux obtenus par KO⁵ et KDL⁶, tant au niveau des statistiques d'erreur, que du réalisme des champs de charges hydrauliques (voir figures 5.9a et 5.9b). Les figures 5.9(c) et 5.9(d) montrent que les champs obtenus par KO et KDL sous-estiment les gradients dans l'unité hydrogéologique de droite (la moins perméable). De plus, ces derniers ne sont pas compatibles avec la présence de frontières imperméables (haut et bas) et de frontières à charge constante (droite et gauche), et ils ne parviennent pas à reproduire correctement la perturbation engendrée par la présence des puits.

TAB. 5.2 Cas 2. Statistiques d'erreur

Méthode	mae_{vc}	mae_d	$err.max_{vc}$		$err.max_d$	
	(m)	(m)	abs.(m)	rel.(%)	abs.(m)	rel.(%)
KDE_0	3.2×10^{-3}	4.9×10^{-3}	1.2×10^{-2}	0.068	4.7×10^{-2}	0.15
KDE_{25}	7.2×10^{-2}	7.8×10^{-2}	4.7×10^{-1}	2.7	7.9×10^{-1}	2.5
KDE_{100}	2.3×10^{-1}	2.8×10^{-1}	1.5	8.5	2.7	8.5
KDL	1.8	1.1	9.1	51.6	10.5	32.9
KO	1.6	1.0	9.0	51.1	10.6	33.2

⁵ $a_{opt} = 1565m$

⁶ $a_{opt} = 1011m$

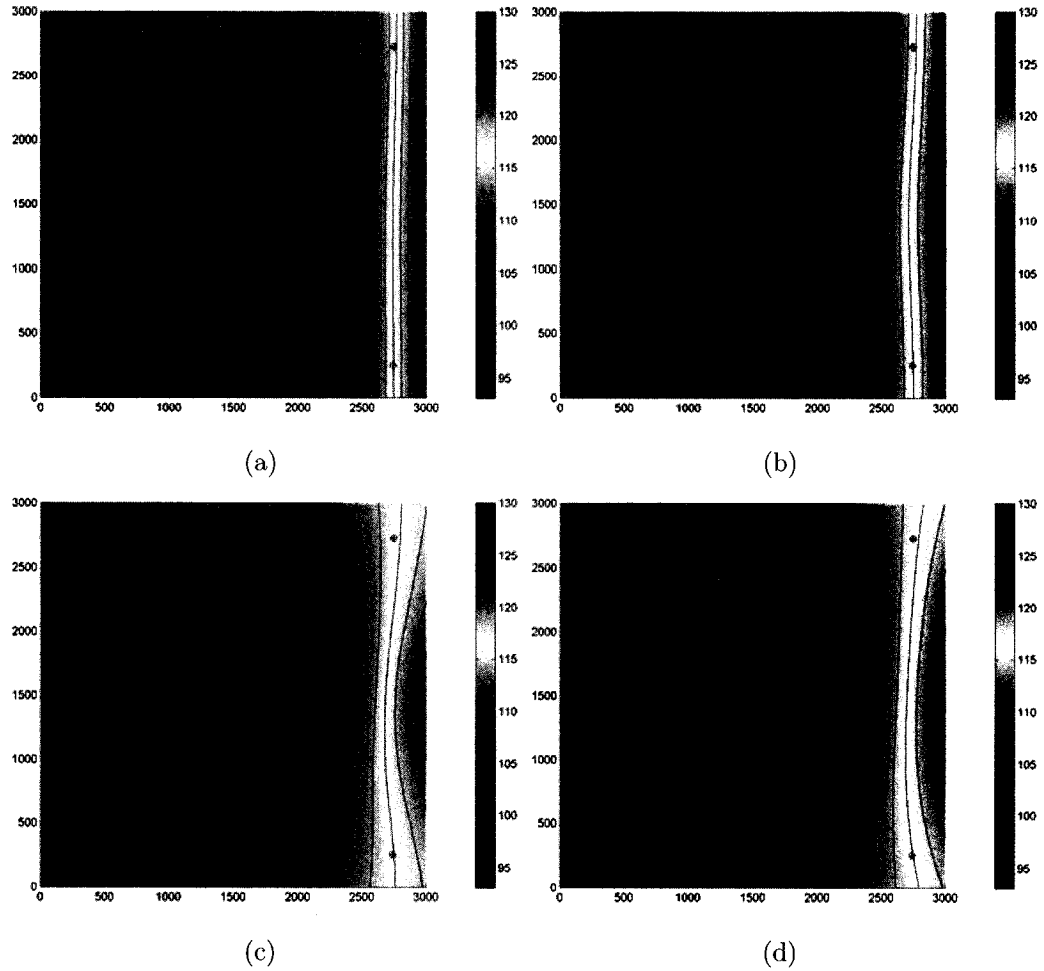


FIG. 5.9 Cas 2. Champs de charges krigés (a) KDE_{25} , (b) KDE_{100} , (c) KDL et (d) KO

5.2.3 Cas 3 : Hétérogène (2D)

On ajoute ici un autre degré de complexité en utilisant un champ de transmissivités hétérogène tiré de Pasquier (2005). Ce champ présente une structure très perméable s'apparentant à un esker (voir figure 5.11a), lequel est bordé par des zones ayant des transmissivités plus faibles. Le domaine est plus petit que celui des cas précédents, avec des dimensions de $2000 \text{ m} \times 2000 \text{ m}$. Un puits (0.5 m de

rayon) ayant un débit est de $1.3 \times 10^{-2} \text{ m}^3/\text{s}$ est situé dans la zone perméable. Le gradient régional induit par les conditions frontières est de l'ordre de 7.5×10^{-3} dans la direction de l'axe des x. Les conditions frontières et la position des 25 points d'observation sont présentées à la figure 5.2.3. La figure 5.11(b) présente le champ de charges correspondant, lequel est beaucoup moins lisse que ceux retrouvés aux exemples précédents.

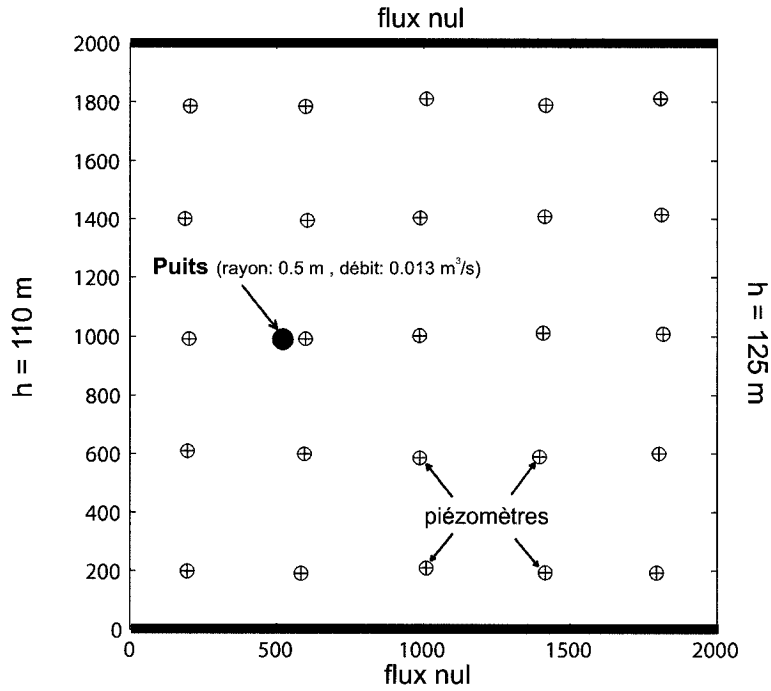


FIG. 5.10 Cas 3. Conditions frontières du modèle de référence

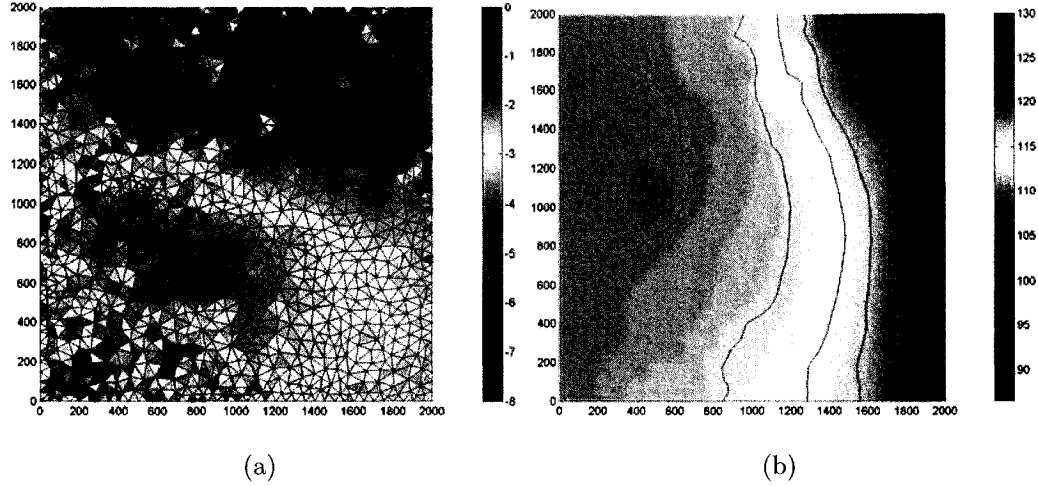
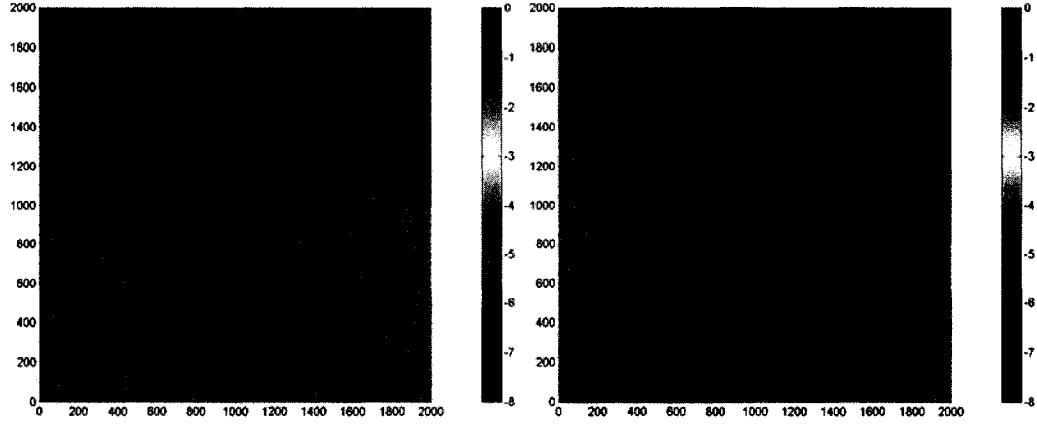


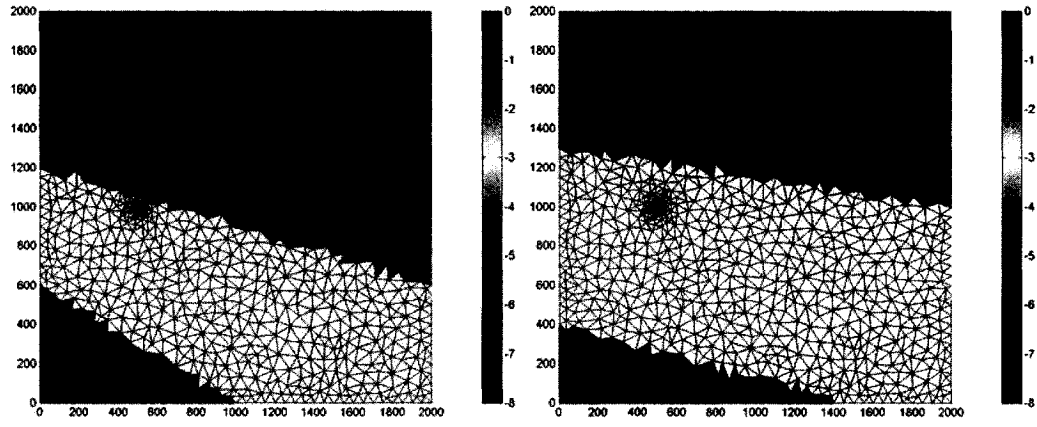
FIG. 5.11 Cas 3. Modèle de référence (a) Champ de transmissivité ($\log(T)$), (b) Champ de charges hydrauliques de référence (MEF)

Dans ce cas-ci, plusieurs modèles différents sont considérés pour former la dérive. Cinq champs de transmissivité sont élaborés et visent à reproduire grossièrement la structure observée. Ceux-ci sont représentés aux figures 5.12(a) à 5.12(e). À cet ensemble, on ajoute également un champ de transmissivité hétérogène (figure 5.12f), correspondant à la moyenne des 100 germes de transmissivité utilisés par Pasquier (2005), et un champ de transmissivité homogène. La dérive linéaire (variables x et y) fait partie des variables candidates. Contrairement au cas 2, où les modèles pouvaient être considérés complémentaires, les modèles auxiliaires du cas 3 constituent plutôt des alternatives, le test d'ajout identifiant alors celles dont les champs de charges hydrauliques expliquent le mieux les 25 observations extraites du champ de référence.



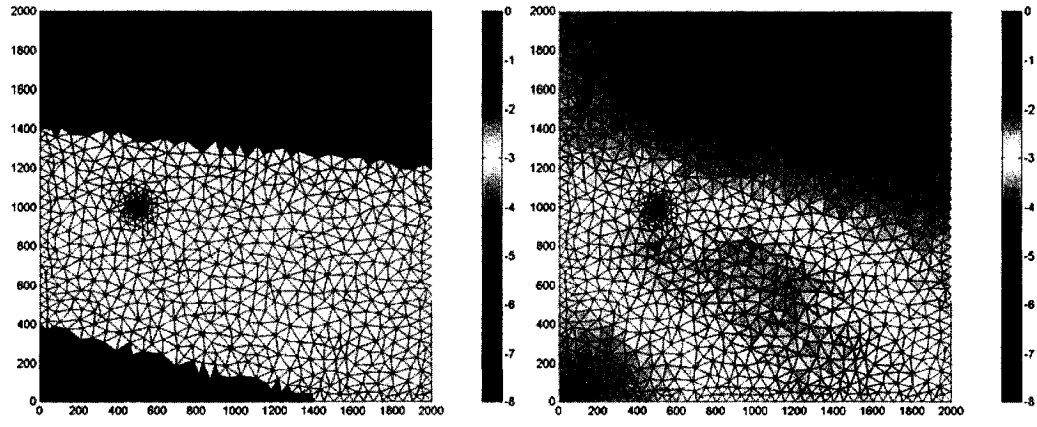
(a)

(b)



(c)

(d)



(e)

(f)

FIG. 5.12 Cas 3. Modèles auxiliaires - Champs de $\log(T)$

Le test d'ajout retient la variable y et les champs de charges associés aux modèles des figures 5.12(f) et 5.12(b). Le paramètre de portée optimisé est de 1356 m. La carte de charge obtenue est présentée à la figure 5.13(a). Cette dernière reproduit moins précisément le champ de référence que dans les cas 1 et 2, comme en témoignent les erreurs obtenues (figure 5.13b). Les *mae* calculées indiquent une précision de l'ordre de quelques dizaines de centimètres (voir tableau 5.3). Les résultats obtenus par krigeage avec dérive externe sont d'ailleurs comparables à ceux obtenus par les méthodes conventionnelles. Visuellement, le champ de charges obtenu par KDE n'est pas beaucoup plus près du champ de référence que ceux obtenus par KDL et KO⁷ (figures 5.14a et 5.14b). Les conditions frontières de charges constantes sont mal reproduites et les rabattements à proximité du puits diffèrent beaucoup de ceux observés sur le champ de référence (figure 5.11b). Par contre, les frontières imperméables sont mieux prises en compte par le krigeage avec dérive externe, les équipotentielles étant davantage perpendiculaires aux frontières du haut et du bas sur la figure 5.13(a) qu'aux figures 5.14(a) et 5.14(b).

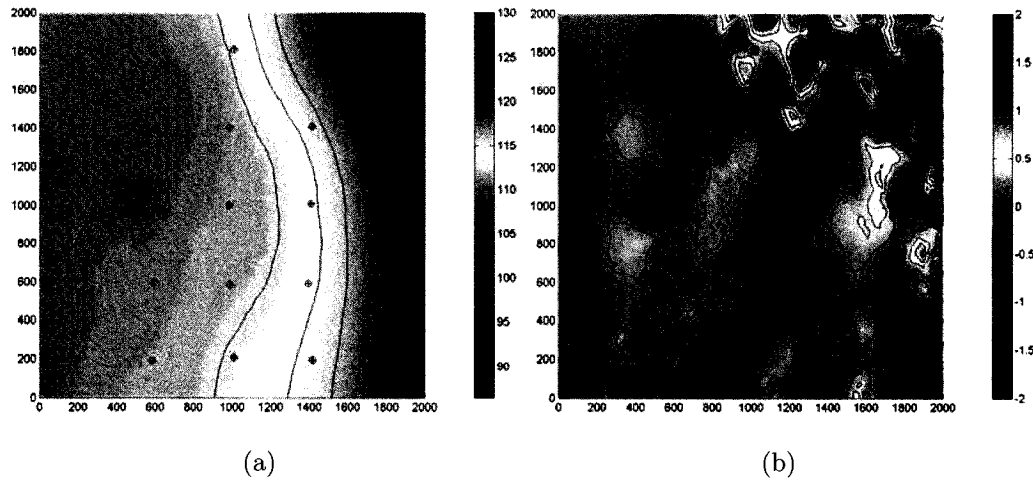


FIG. 5.13 Cas 3. (a) Champ de charge krigé (KDE), (b) Différences entre le champ de référence et le champ krigé

⁷Les paramètres de portée optimisés pour le KDL et le KO sont respectivement de 826 m et de 1569 m

TAB. 5.3 Cas 3. Statistiques d'erreur

Méthode	mae_{vc}	mae_d	$err.max_{vc}$		$err.max_d$	
	(m)	(m)	abs.(m)	rel.(%)	abs.(m)	rel.(%)
KDE	3.4×10^{-1}	1.9×10^{-1}	1.1	8.1	2.3	12.5
KDL	3.9×10^{-1}	2.1×10^{-1}	1.1	8.1	3.1	16.8
KO	4.4×10^{-1}	2.1×10^{-1}	1.6	11.7	3.3	17.9

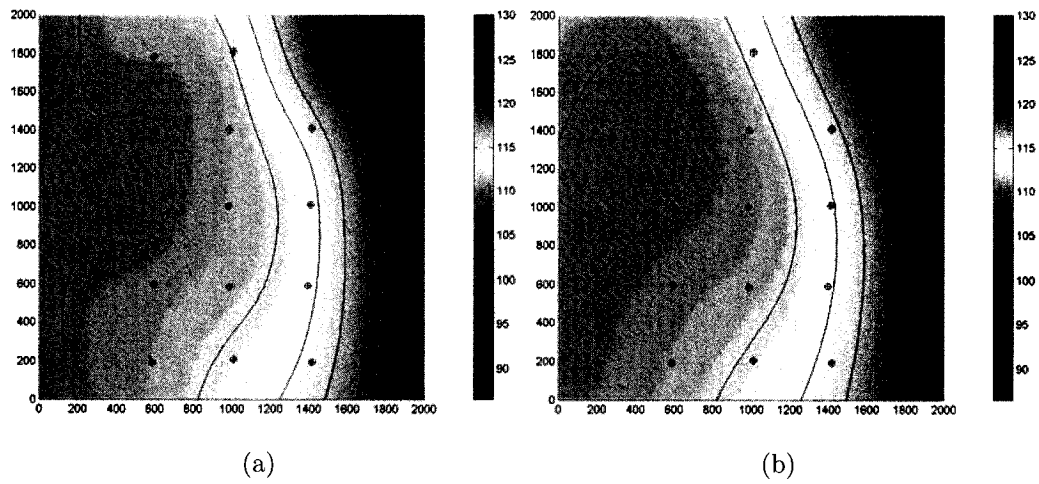


FIG. 5.14 Cas 3. Champs de charges krigés (a) KDL, (b) KO

On note que des résultats similaires sont obtenus en enlevant le modèle illustré à la figure 5.12(b) de la dérive externe. Ainsi, ce dernier n'apportait pas suffisamment d'information pour améliorer la précision du champ krigé. Dans un autre test, le champ de transmissivités hétérogène (figure 5.12f) a été retiré des modèles candidats. Dans ce cas-ci, la dérive externe déterminée par le test d'ajout était composée des modèles des figures 5.12(a), 5.12(c) et 5.12(d), ainsi que de la coordonnée y . Bien que les statistiques d'erreurs soient comparables à celles présentées pour le KDE au tableau 5.3, le champ de charges obtenu contient plusieurs artéfacts (voir figure 5.15), lesquels sont probablement issus de l'utilisation de champs incompa-

tibles entre-eux⁸. Ainsi, l'utilisation simultanée de modèles auxiliaires représentant des versions différentes de la même caractéristique (des alternatives), est à proscrire. Dans ce cas-ci, les détails introduits dans la dérive externe par chacun des modèles auxiliaires sont plus ou moins représentatifs des caractéristiques réellement présentes sur le champ de référence. Ainsi, seul le modèle le plus représentatif devrait être inclus dans la dérive externe.

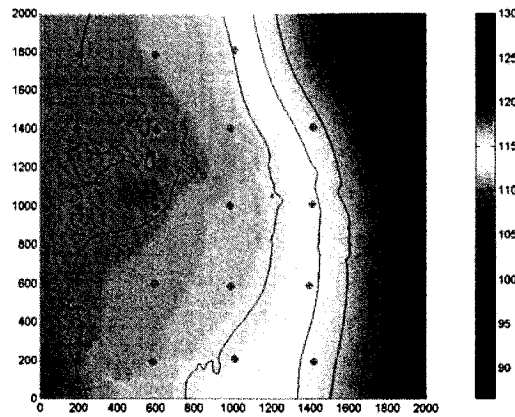


FIG. 5.15 Cas 3. Champ de charge (sans utilisation du modèle de la figure 5.12f)

5.3 Cas 3D

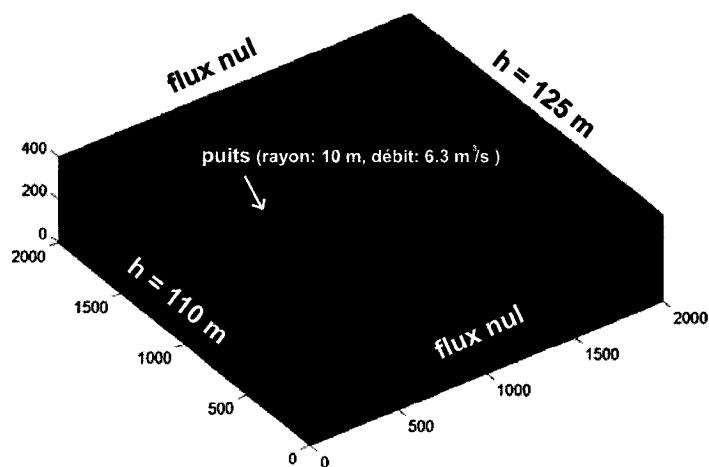
On expérimente ici l'utilisation de l'approche proposée dans un contexte tridimensionnel.

⁸Les champs de charges hydrauliques correspondant aux modèles présentés à la figure 5.12 présentent des discontinuités dues aux contrastes de transmissivité importants, lesquels sont positionnés différemment selon le modèle.

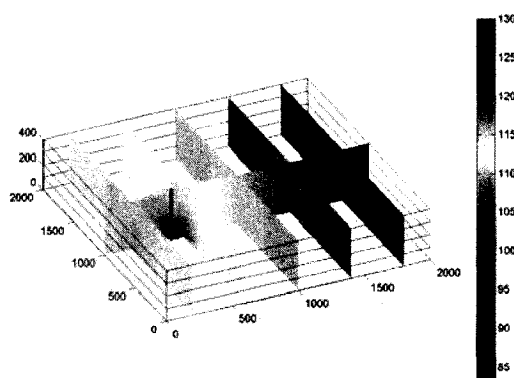
5.3.1 Cas 4 : Homogène (3D)

Le premier cas tridimensionnel est un milieu homogène ($K = 1 \times 10^{-3} \text{ m/s}$) de $2000 \text{ m} \times 2000 \text{ m}$ et de 400 m d'épaisseur. Des charges constantes sont imposées sur les frontières latérales (gauche : $h = 110 \text{ m}$, droite : $h = 125 \text{ m}$), alors que la base et les frontières parallèles à l'axe des x , sont considérées imperméables (voir figure 5.16a). Un puits ayant un rayon de 10 m est présent sur le domaine. Celui-ci est crépiné sur 100 mètres en partant de la base et son débit est de $6.3 \text{ m}^3/\text{s}$. Ces choix ont été faits afin de représenter un ensemble de puits produisant des rabattements importants⁹. Le champ de référence est illustré à la figure 5.16(b). Celui-ci est échantillonné en 50 points, lesquels sont répartis en deux grilles quasi-régulières de 25 points ($z = 50 \text{ m}$ et $z = 250 \text{ m}$).

⁹Le problème peut également être vu autrement. En considérant que les unités de longueur sont en centimètres plutôt qu'en mètres, un seul puits ayant un débit de 37.8 l/min est présent sur un champ de $20 \text{ m} \times 20 \text{ m} \times 4 \text{ m}$.



(a)



(b)

FIG. 5.16 Cas 4. Modèle de référence (a) Maillage (30474 éléments) et conditions frontières, (b) Champ de charges hydrauliques de référence (MEF)

Le modèle auxiliaire reprend les caractéristiques principales du problème (géométrie et débit au puits), mais possède une conductivité hydraulique 10 fois plus élevée que celle du modèle de référence. Les conditions frontières sur les faces de gauche et de droite sont respectivement de 100 m et 130 m au dessus du sommet de l'aquifère. La solution numérique est représentée à la figure 5.17. Le champ auxiliaire et la

variable x sont retenus par la procédure de sélection ¹⁰. Le paramètre de portée optimisé est de 143 m.

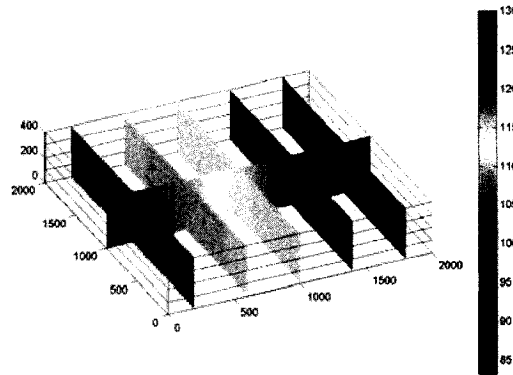


FIG. 5.17 Cas 4. Champ de charges auxiliaire (MEF)

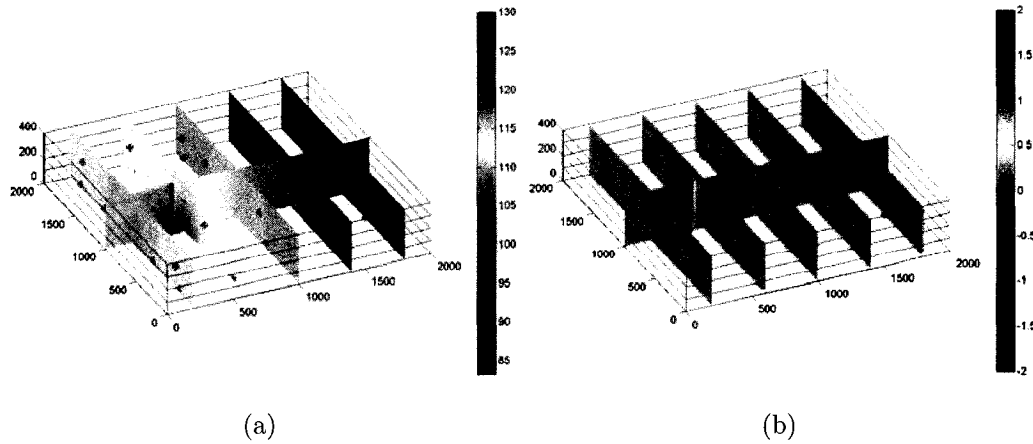


FIG. 5.18 Cas 4. (a) Champ de charges krigé (KDE), (b) Différences entre le champ de référence et le champ krigé

La figure 5.18(a) présente la carte de charge obtenue par KDE. Celle-ci reproduit relativement bien le champ de référence, excepté pour une zone verticale entourant le puits (voir figure 5.18(b)). Les statistiques d'erreur (tableau 5.4) montrent une

¹⁰Dans les cas 3D, la variable d'élévation (z) s'ajoute maintenant aux variables x et y comme composante de la dérive linéaire.

meilleure performance du KDE¹¹, en particulier en ce qui à trait aux erreurs absolues maximales, lesquelles sont 10 fois supérieures pour les méthodes de krigeage conventionnelles. Les figures 5.19(a) et 5.19(b) montrent comment ces méthodes sous-estiment les rabattements dans la zone immédiate du puits. C'est d'ailleurs là que se situent les erreurs maximales. Ceci illustre bien l'avantage de KDE sur les deux autres méthodes. Contrairement aux cas 1 et 2, les observations du cas 4 ont été recueillies sur une grille quasi-régulière qui ne favorise pas la zone du puits. Or, c'est dans cette zone que sont observées les variations les plus importantes de la charge hydraulique. Ainsi, l'utilisation d'une dérive qui modélise un cône de rabattement permet de compenser pour le sous-échantillonnage dans la zone critique entourant le puits. Le fait que ces erreurs se retrouvent sur une petite portion du domaine explique que l'on n'observe pas des différences aussi marquées au niveau de la statistique mae_d .

TAB. 5.4 Cas 4. Statistiques d'erreur

Méthode	mae_{vc}	mae_d	$err.max_{vc}$		$err.max_d$	
	(m)	(m)	abs.(m)	rel.(%)	abs.(m)	rel.(%)
KDE	6.7×10^{-3}	7×10^{-3}	5.6×10^{-2}	0.3	2.0	4.8
KDL	3.3×10^{-1}	1.8×10^{-1}	1.6	8.6	22.2	53.1
KO	4.4×10^{-1}	3.6×10^{-1}	2.3	12.3	21.6	51.7

¹¹Les paramètres de portée optimisés pour KDL et KO sont respectivement de 236 et 347 m.

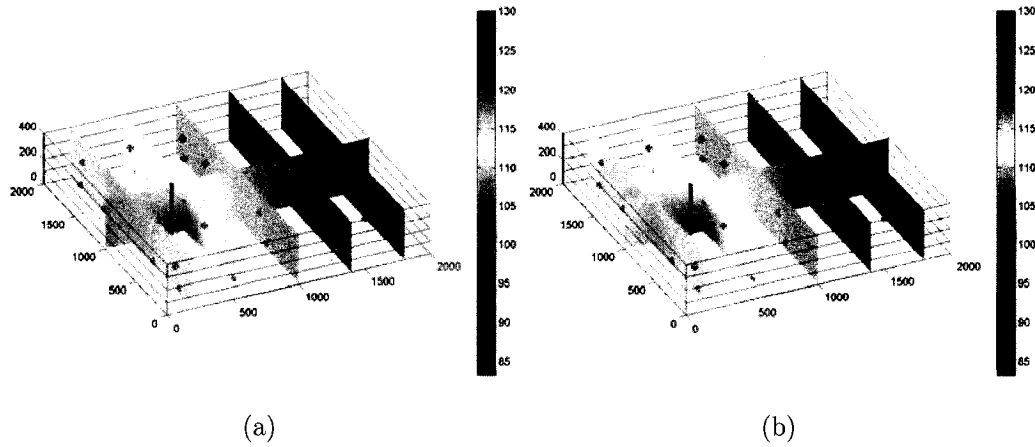


FIG. 5.19 Cas 4. Champ de charges krigés (a) KDL, (b) KO

5.3.2 Cas 5 : Hétérogène (3D)

Pour l'exemple suivant on conserve la géométrie et les conditions frontières du cas précédent (voir figure 5.16(a)), en utilisant cette fois-ci un champ de conductivités hydrauliques hétérogène (tiré de Pasquier (2005)). Celui-ci présente une bande très perméable dans sa partie inférieure (voir figures 5.20(a) et 5.20(b)). La solution numérique correspondante est représentée à la figure 5.20(c).

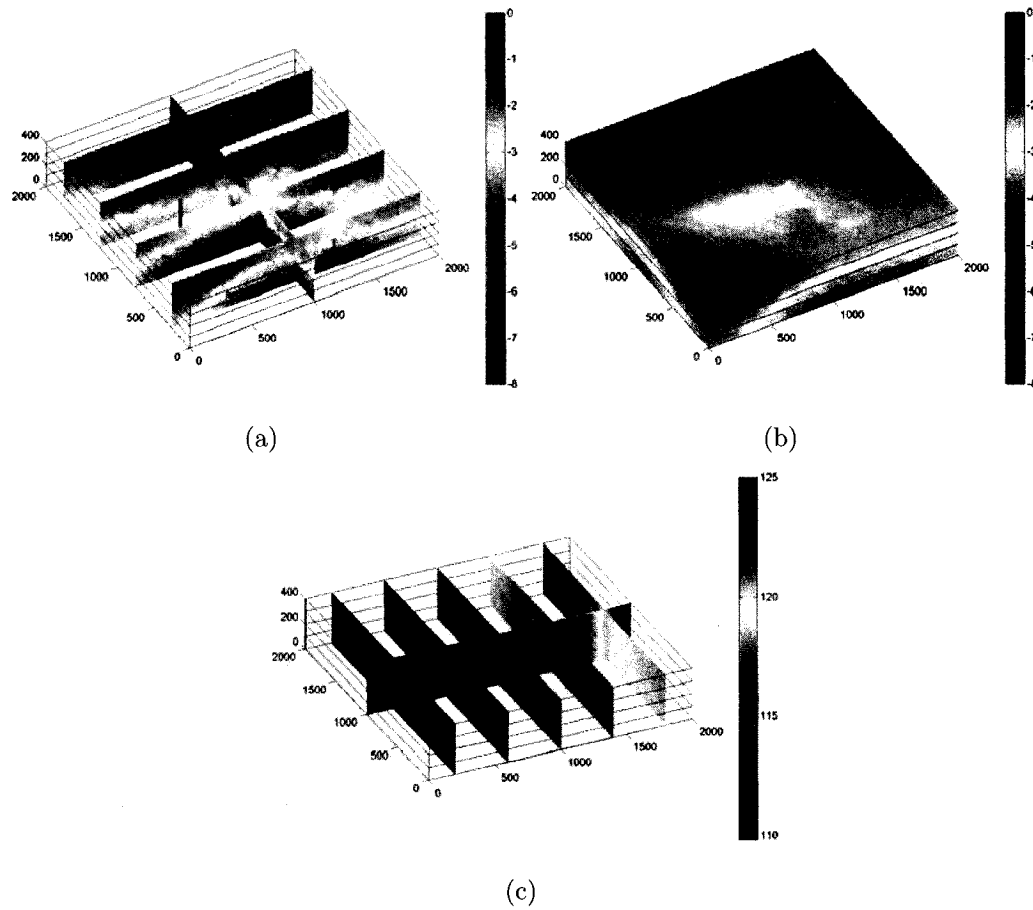


FIG. 5.20 Cas 5. Modèle de référence (a) et (b) Champ de $\log(K)$, (c) Champ de charges hydrauliques de référence (MEF)

De façon similaire au cas 3, les trois modèles auxiliaires élaborés visent à reproduire de façon rudimentaire la structure présente sur le modèle de référence. Ces modèles sont représentés aux figures 5.21(a) à 5.21(c). À ceux-ci s'ajoute également un modèle homogène ($K = 1 \times 10^{-3} \text{ m/s}$). Les conditions frontières imposées à ces modèles sont les mêmes que celles utilisées pour le modèle auxiliaire du cas précédent.

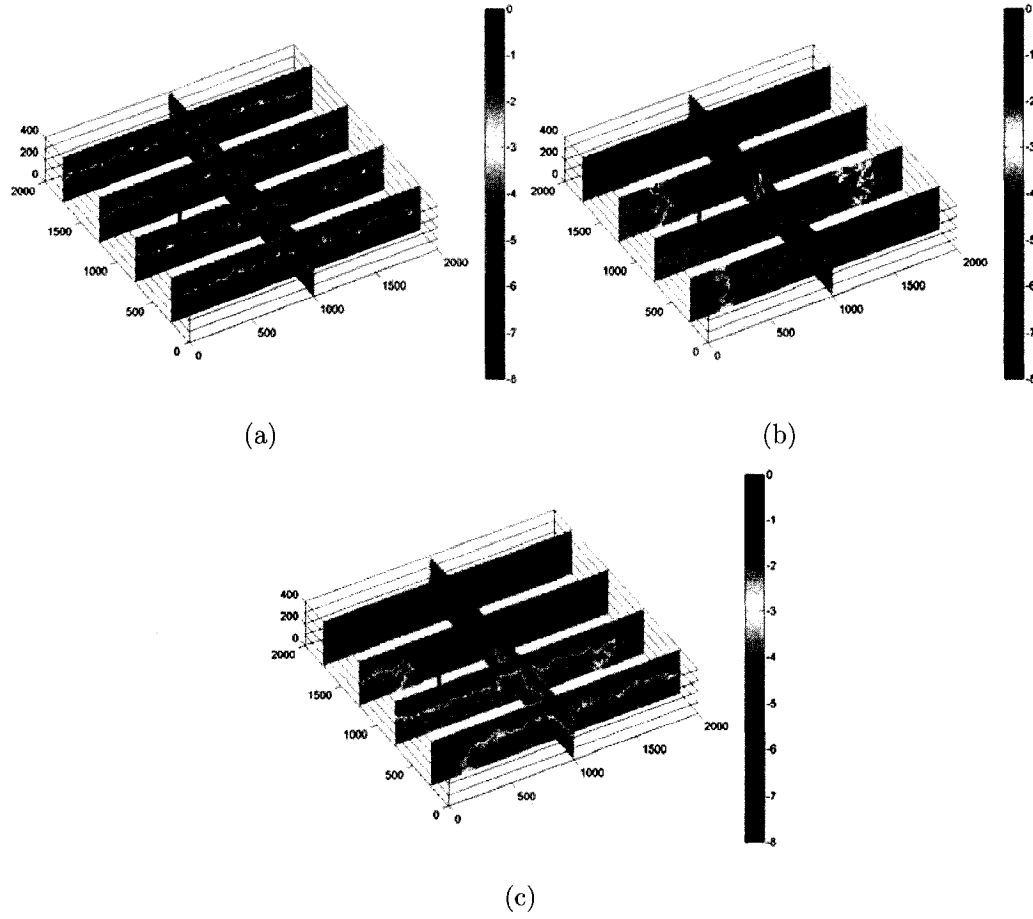


FIG. 5.21 Cas 3. Modèles auxiliaires - Champs de $\log(K)$

Les champs de charges hydrauliques sélectionnés sont ceux du modèle homogène et du modèle de la figure 5.21(c). Les variables x et y sont également choisies et incluses dans la dérive externe. Le paramètre de portée optimisé est de 1166 m. Le champ de charges hydrauliques résultant est représenté à la figure 5.22(a). Le tableau 5.5 montre que les statistiques d'erreur obtenues pour KDE sont très comparables à ce qu'on obtient par KDL et KO¹².

¹²Les paramètres de portée optimisés pour KDL et KO sont respectivement de 725 et 900 m.

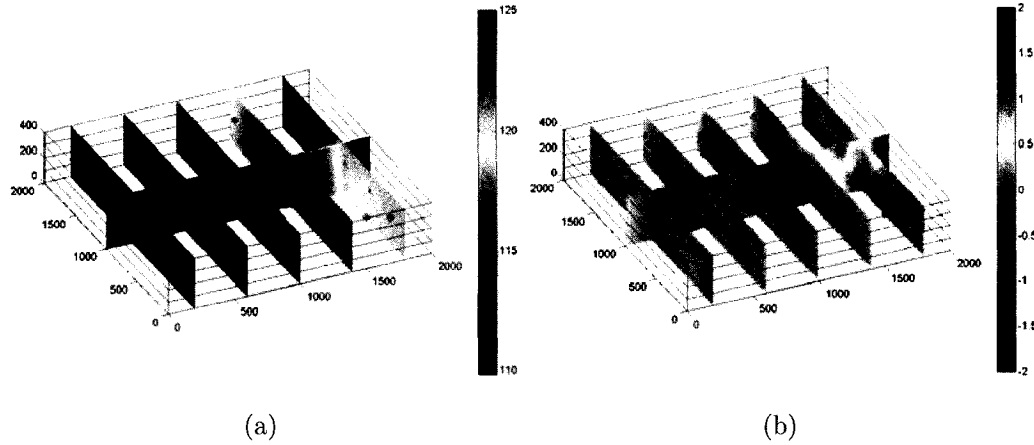


FIG. 5.22 Cas 5. (a) Champ de charges krigé (KDE), (b) Différences entre le champ krigé et le champ de référence

TAB. 5.5 Cas 5. Statistiques d'erreur

Méthode	mae_{vc}	mae_d	$err.max_{vc}$		$err.max_d$	
	(m)	(m)	abs.(m)	rel.(%)	abs.(m)	rel.(%)
KDE	1.4×10^{-1}	1.5×10^{-1}	8.8×10^{-1}	6.6	1.8	11.9
KDL	1.1×10^{-1}	1.7×10^{-1}	4.7×10^{-1}	3.5	2.4	15.8
KO	1.3×10^{-1}	2.3×10^{-1}	5.0×10^{-1}	3.7	3.5	23

L'exemple a été repris en excluant le champ auxiliaire correspondant au modèle de la figure 5.21(c) de la dérive externe. Les résultats obtenus sont pratiquement identiques à ceux présentés au tableau 5.5. Ainsi, le champ correspondant au modèle de la figure 5.21(c) n'apportait pas réellement d'information permettant d'améliorer la précision du champ krigé.

Il peut paraître étonnant que les erreurs maximums obtenues ici pour KDL et KO soient moins importantes que pour le cas 3D homogène (cas 4). Ceci est en partie dû au fait que la conductivité hydraulique du cas 4 est plus faible que celles retrouvées dans la zone du puits pour le champ hétérogène du cas 5. Ainsi, pour

un même débit, les rabattements sont beaucoup plus importants pour le cas 4 et ne peuvent pas être bien reproduits sans dérive. Il a été vérifié que, pour le cas 5, l'utilisation d'un débit plus élevé fait ressortir l'efficacité du KDE par rapport aux autres méthodes.

CHAPITRE 6

ÉTUDE DE CAS - DIGUES

L'estimation du champ de charges hydrauliques par krigeage avec dérive externe (KDE) est appliquée à des données réelles provenant du suivi d'ouvrages de retenue d'Hydro-Québec. Les champs obtenus sont ensuite utilisés dans un algorithme d'inversion afin d'obtenir un estimé de la conductivité hydraulique.

6.1 Description des ouvrages

Les digues A et B¹ sont de grande envergure, avec des hauteurs maximales de 93 et 125 m, respectivement. Les figures 6.1 et 6.2 présentent un aperçu de ces deux ouvrages.

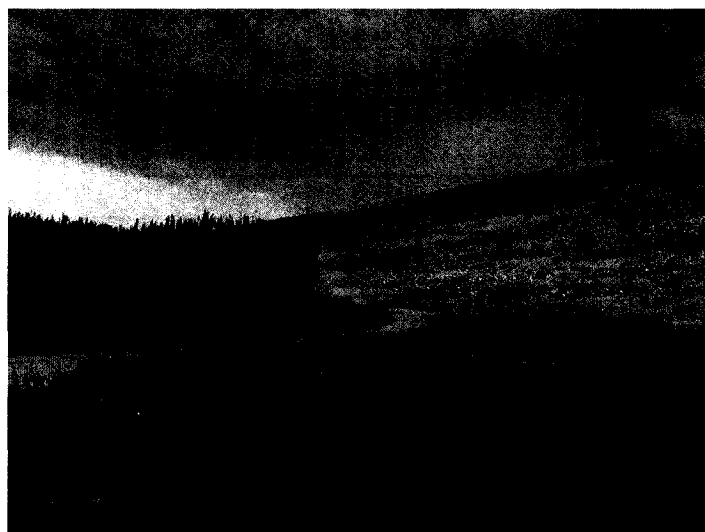


FIG. 6.1 Vue partielle de la Digue A

¹Les ouvrages ne sont pas identifiés pour des raisons de confidentialité.



FIG. 6.2 Vue partielle de la Digue B

Les deux ouvrages sont de type zoné. Chacun d'eux possède en son centre un noyau imperméable composé de till compacté (K de l'ordre de $1 \times 10^{-6} \text{ m/s}$). De part et d'autre, on retrouve une série de filtres constitués de sable, devenant plus grossier en s'éloignant du noyau. Leur rôle est de protéger l'intégrité du noyau, laquelle pourrait être compromise par l'entraînement de particules fines sous l'action de forts gradients hydrauliques présents à l'intérieur d'un noyau imperméable (phénomène d'érosion interne). C'est dans le but de s'assurer du bon comportement des barrages que l'on procède au suivi des niveaux piézométriques présents à l'intérieur d'ouvrages de retenue de cette taille. Les deux ouvrages concernés sont pourvus de plusieurs sections instrumentées, ce qui a d'ailleurs motivé leur utilisation pour la présente étude.

6.2 Données utilisées

Les observations piézométriques sont réparties sur des sections instrumentées ayant été aménagées lors de la construction des ouvrages. Ces observations fournissent aux ingénieurs des indications sur le comportement des ouvrages au fil du temps, et ce depuis leur mise en eau. Dans le cadre de cette étude de cas, on s'intéresse uniquement aux données de type piézométrique, lesquelles sont utilisées afin de déterminer la carte de charges hydrauliques, et ainsi, l'ampleur des gradients hydrauliques.

6.2.1 Instrumentation et incertitude sur les données

Les données utilisées proviennent de piézomètres à tube ouvert et de piézomètres à corde vibrante. Les piézomètres à corde vibrante sont disposés sur plusieurs niveaux horizontaux. Pour une même section, les câbles remontent tous par une même colonne, où sont d'ailleurs localisés les piézomètres à tube ouvert (voir figures 6.3 et 6.4).

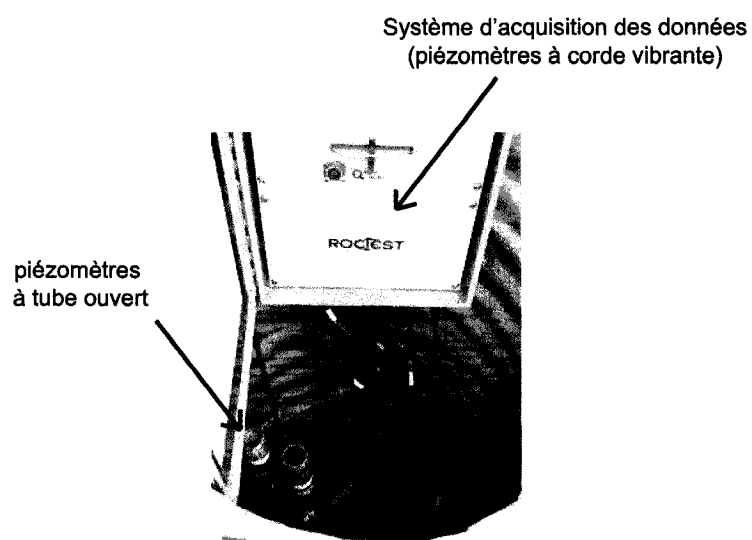


FIG. 6.3 Piézomètres à tube ouvert et système d'acquisition des données pour les piézomètres à corde vibrante

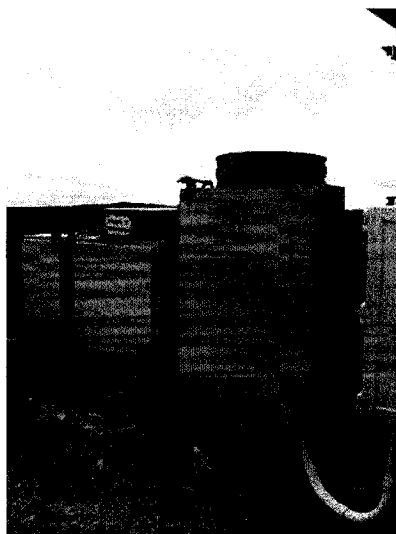


FIG. 6.4 Îlot d'instrumentation

Les données piézométriques comportent des incertitudes pouvant découler de l'instrumentation, de la prise de mesure et de divers phénomènes. Parmi les sources possibles d'erreur, on retrouve :

- la précision propre à l'instrument ;
- la dérive instrumentale ;
- les effets liés à la fluctuation de la pression atmosphérique ;
- les erreurs de localisation des piézomètres ;
- les erreurs dans la prise des données (erreurs de retranscription) ;
- la possibilité de courts-circuits hydrauliques.

Divers types de piézomètres sont retrouvés au sein d'une même section instrumentée, auxquels sont associés des incertitudes différentes. Dans le cas des piézomètres à tube ouvert, la lecture est faite manuellement à l'aide d'une sonde graduée émettant un signal sonore au contact de l'eau (indicateur de niveau d'eau). La précision généralement admise pour ce genre d'instrument est de l'ordre de quelques millimètres. La précision d'un piézomètre à corde vibrante dépend quant à elle de l'étendue de mesure de l'instrument. De plus, les piézomètres à corde vibrante sont également sujets à un autre type d'erreur : la dérive instrumentale. L'observation de l'évolution des lectures dans le temps semble indiquer que certains piézomètres subiraient une dérive plus ou moins importante. Ici encore, on hésite à quantifier l'erreur associée puisque les tendances observées ne peuvent être reliées hors de tout doute à une dérive instrumentale². On note toutefois que les tendances observées varient d'un instrument à l'autre.

La fluctuation de la pression atmosphérique est une seconde source potentielle d'incertitude sur les lectures. Bien que ces effets soient plus marqués dans les aquifères à nappes captives, ce phénomène est également observé pour les aquifères à nappe libre (Todd, 1980, p.238). Dans le cas des aquifères non-confinés, les variations de pression atmosphérique produisent des changements du volume des bulles d'air emprisonnées dans le milieu (Todd, 1980), causant ainsi des variations

²Autre phénomène possible : saturation du noyau

du niveau de l'eau.

Finalement, les erreurs de localisation des instruments, de même que les erreurs dues à la prise de mesures sont d'autres facteurs influençant la précision des données. On note également la possibilité de courts-circuits hydrauliques entre piézomètres, résultant de défauts dans la protection de bentonite utilisée pour isoler les instruments.

Chercher à tenir compte des sources d'erreur de façon précise serait plutôt complexe et s'écarter des objectifs poursuivis par la présente étude. Ainsi, on admettra que l'incertitude sur les mesures piézométriques est de l'ordre du mètre, ce qui est jugé raisonnable par les ingénieurs en charge de ces ouvrages.

6.2.2 Choix des données

Devant un ensemble de données s'échelonnant sur plusieurs années, des choix ont dus être faits quant à la période à considérer. Ainsi, les données utilisées ont été sélectionnées en se basant sur les critères suivants :

1. mise en eau complète de l'ouvrage ;
2. faible nombre de piézomètres défectueux ou hors-fonction (secs, gelés...) ;
3. période de l'année associée à un niveau d'opération stable.

Les figures 6.5 et 6.6 présentent l'évolution des données piézométriques pour une période de quelques années et situent les jeux de données utilisés dans le temps³. On note que dans les deux cas, les données utilisées proviennent de périodes où

³On note que le krigeage a également été utilisé sur d'autres ensembles de données que ceux indiqués sur les figures 6.5 et 6.6. Des résultats similaires à ceux présentés dans ce mémoire ont été obtenus.

le niveau du réservoir semble être stabilisé⁴. On suppose donc que le niveau du réservoir est constant et que les niveaux piézométriques retrouvés dans le noyau correspondent à ce niveau de réservoir. Autrement dit, on fait l'hypothèse qu'un régime permanent est atteint et on néglige l'influence potentielle de phénomènes transitoires tels que les variations de pression atmosphérique.

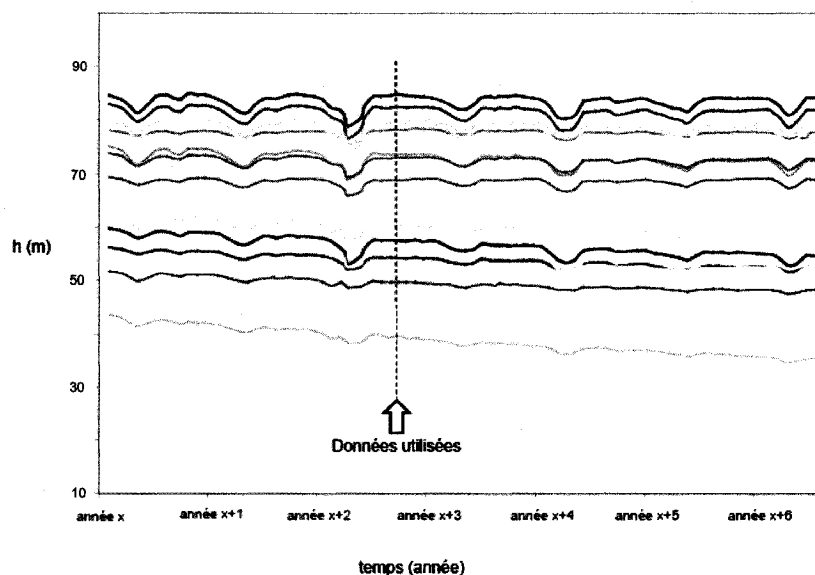


FIG. 6.5 Digue A. Série temporelle des données piézométriques

⁴Le niveau du réservoir correspond à la courbe la plus élevée sur les figures 6.5 et 6.6.

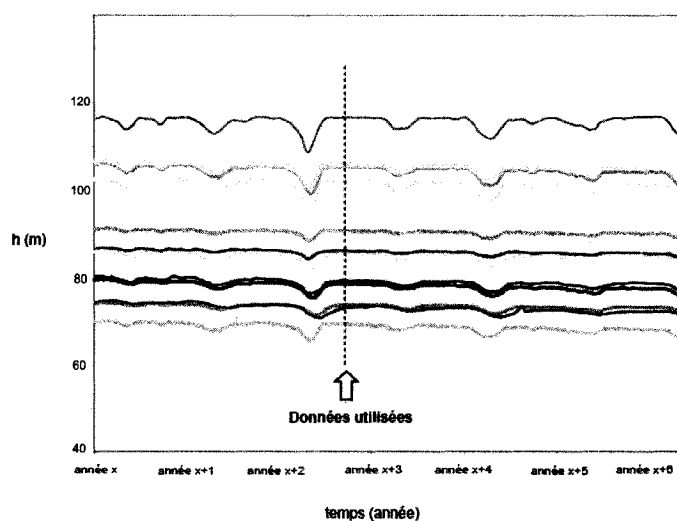


FIG. 6.6 Digue B. Série temporelle des données piézométriques

6.3 Modèle conceptuel

Seuls les noyaux sont considérés lors de la modélisation, ceux-ci constituant la zone critique où l'essentiel des pressions interstitielles sont dissipées puisque les deux digues reposent sur des fondations imperméables. Ce choix se justifie également d'un point de vue géostatistique, toutes les observations (ou presque) étant localisées dans le noyau imperméable. De plus, en modélisant uniquement le noyau, on cherche à éviter des problèmes lors de la résolution numérique par éléments finis, vu l'existence d'un contraste de conductivité hydraulique important entre le noyau et les filtres adjacents à celui-ci. Le modèle décrit dans ce qui suit concerne les deux ouvrages.

La géométrie du noyau est directement tirée de plans ayant été fournis par Hydro-Québec. Par contre, la géométrie au niveau de la fondation a été simplifiée. Un

seul modèle auxiliaire est utilisé, le problème ne se prêtant pas à la décomposition de la dérive externe effectuée au cas 2 du chapitre précédent.

Certains facteurs, tels que le pourcentage de fines et les conditions de compactage, ont un impact sur la conductivité hydraulique du till. Bien que des variations importantes de conductivité hydraulique puissent être présentes au sein du noyau, on suppose que le milieu est homogène en l'absence d'information permettant de modéliser adéquatement ces hétérogénéités. La possibilité d'inclure une anisotropie dans le modèle a été envisagée. En effet, un rapport K_h/K_v supérieur à 1 est fréquent pour des ouvrages de retenue en remblai (Fell, 2005). Toutefois, les rapports d'anisotropie fournis se situant près de 1, il n'a pas été jugé nécessaire d'utiliser un modèle anisotrope. Ainsi, le modèle auxiliaire utilisé pour la dérive externe est homogène et isotrope⁵.

Le modèle conceptuel est représenté à la figure 6.7. Certaines hypothèses sont faites au niveau des conditions frontières. D'abord, on considère que la perte de charge entre le réservoir et le côté amont du noyau est négligeable en raison de la granulométrie des matériaux présents dans les filtres amont. On impose donc une charge constante, égale au niveau d'eau dans le réservoir, sur la frontière amont du modèle. En ce qui concerne la frontière aval, on suppose que le contraste de conductivité hydraulique entre le noyau et le filtre aval est suffisamment important pour qu'il y ait création d'une surface de suintement à l'interface entre les deux milieux. Ainsi, la charge hydraulique est égale à l'élévation sur le côté aval du noyau. Ce choix nécessite cependant que l'on détermine la position de la surface de suintement. Ceci est fait en utilisant une technique itérative utilisée par Chapuis et Aubertin (2001). Dans un premier temps, on obtient une solution numérique sans

⁵Le champ auxiliaire obtenu suite à la résolution du problème est entièrement déterminé par les conditions frontières utilisées. Ainsi, la valeur utilisée pour la conductivité hydraulique n'a ici aucune importance. Par contre, l'utilisation d'un rapport d'anisotropie K_h/K_v différent de 1 aurait pu affecter la position du point de suintement.

spécifier la position de la surface de suintement. Les charges hydrauliques obtenues sur la frontière concernée sont examinées et on impose la condition $h = z$ sur tous les points où la charge est supérieure à l'élévation (i.e. où les pressions interstitielles sont positives). Des itérations sont faites tant que les solutions numériques présentent des pressions interstitielles positives sur la frontière où se situe la surface de suintement.

La fondation des ouvrages ayant fait l'objet de travaux d'injection lors de la construction, on considère que la base des digues est parfaitement imperméable. Finalement, on impose un flux nul sur la partie supérieure du noyau allant du réservoir à l'extrémité de la surface de suintement en aval.

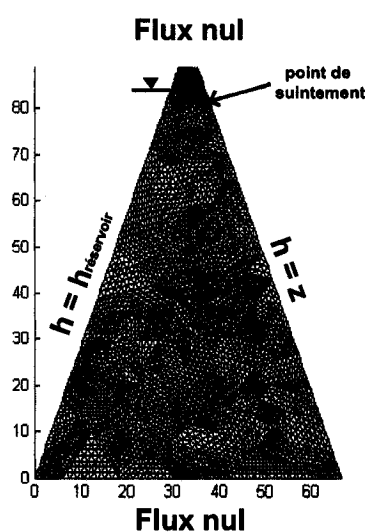


FIG. 6.7 Modèle conceptuel

6.4 Résultats du krigage

Pour la digue A, le krigage est effectué en utilisant quinze observations piézométriques, de même que neuf données fictives⁶, localisées directement sur le côté amont du noyau. Ces données fictives ont une valeur de charge hydraulique égale au niveau d'eau dans le réservoir. Ceci est une mesure complémentaire visant à renforcer la condition de charge constante sur la frontière amont. Il est à noter que ces points ne sont pas considérés lors du calcul des erreurs (mae_{vc}). Dans le cas de la digue B, on dispose de douze observations, auxquelles treize observations fictives sont ajoutées pour les raisons évoquées précédemment.

Un rapport C_0/C de 0.1 est utilisé pour le krigage. L'utilisation d'une proportion d'effet de pépité plus importante que dans les cas synthétiques reflète les imprécisions présentes dans les données. Les paramètres de portée utilisés pour le krigage des digues A et B sont respectivement de 23 m et 15 m.

⁶Le nombre d'observations fictives utilisées sur la frontière amont a peu d'effet sur la précision des champs de charges hydrauliques krigés (tests non documentés). Toutefois, ces observations semblent être la cause de petits artéfacts numériques sur les champs de conductivités hydrauliques (K) obtenus lors de l'inversion (voir section 6.5, figures 6.12a et 6.13a). Dans ce cas, le nombre d'observations fictives utilisées a un impact local sur les résultats.

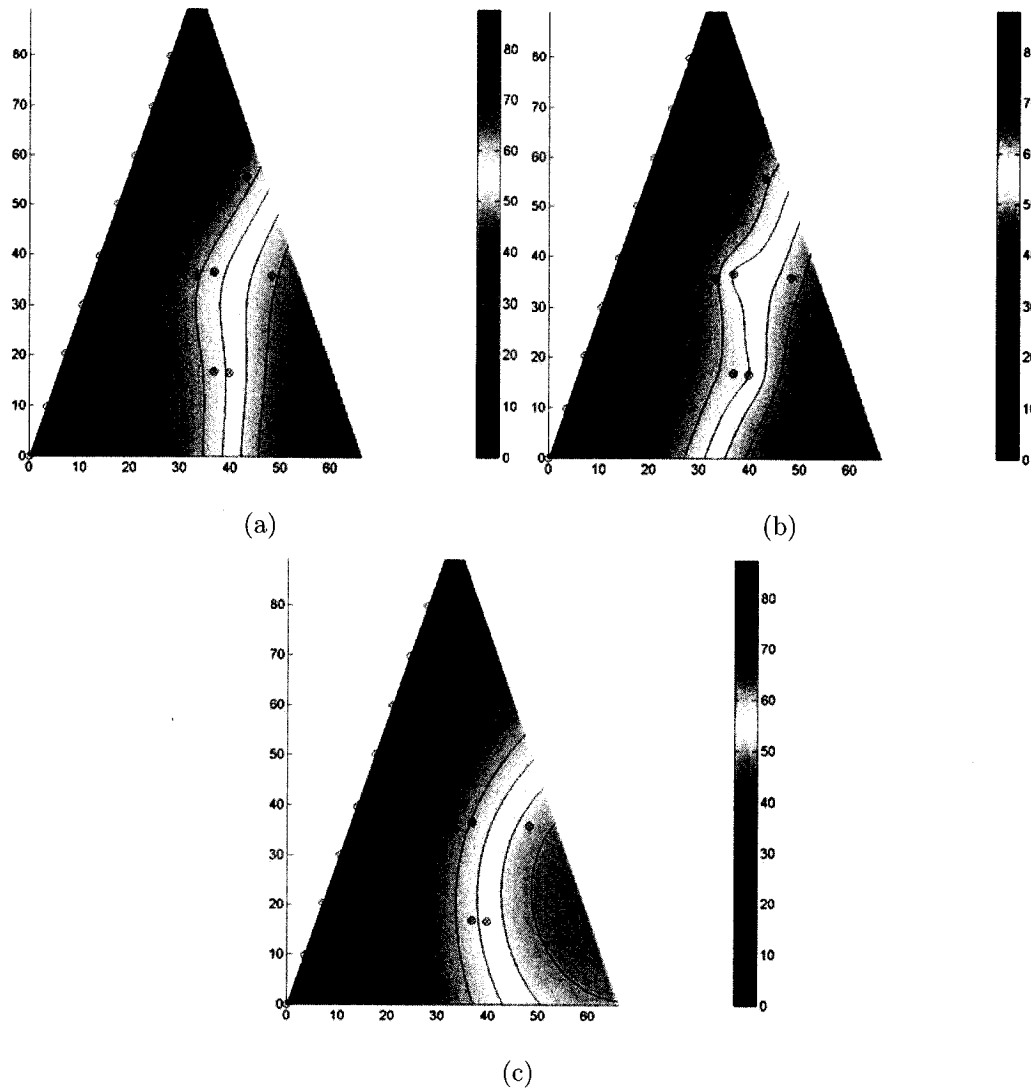


FIG. 6.8 Digue A. Résultats du krigeage des charges hydrauliques (a) KDE , (b) KDL, (c) KO

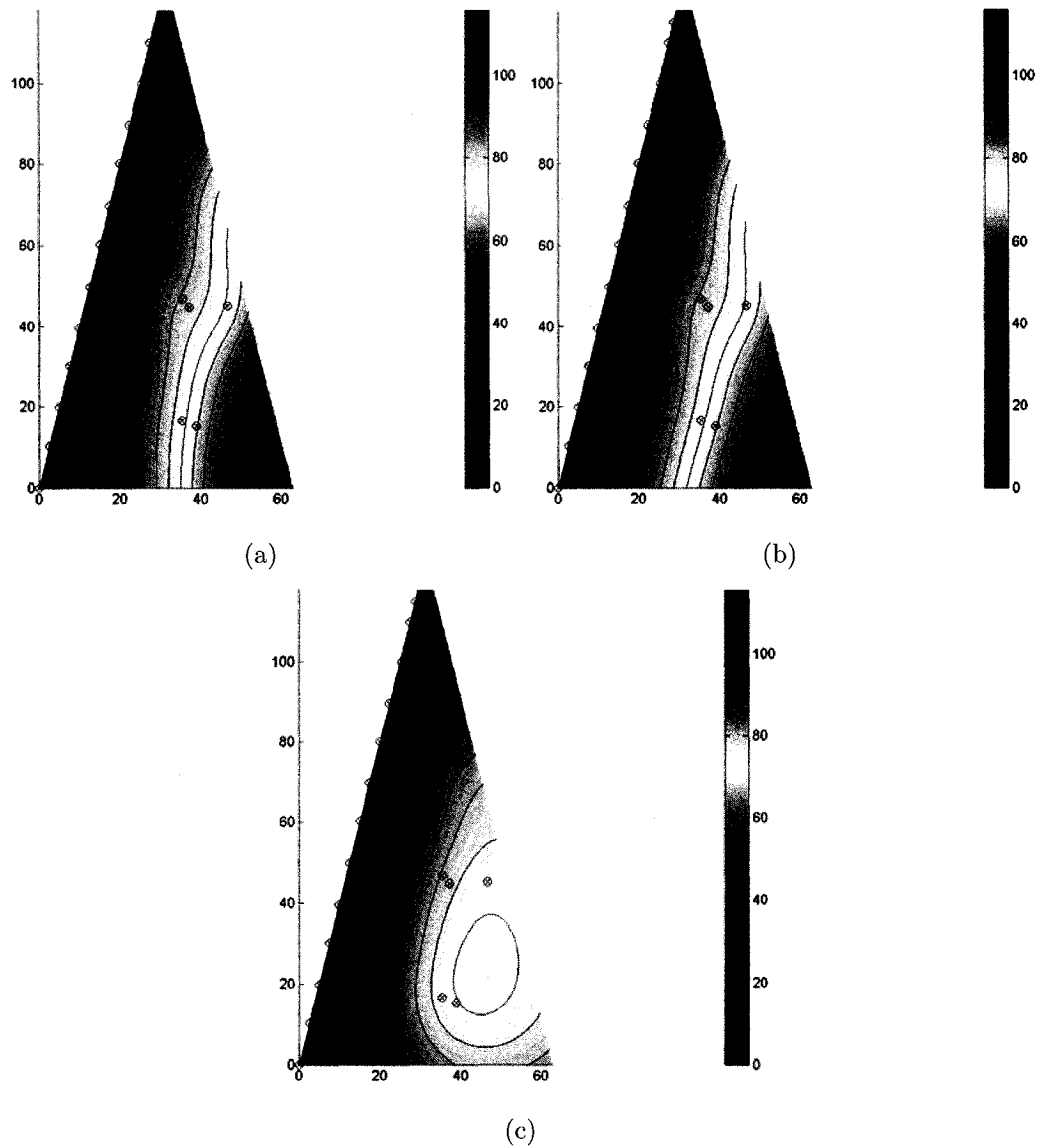


FIG. 6.9 Digue B. Résultats du krigeage des charges hydrauliques (a) KDE, (b) KDL, (c) KO

Les champs de charges hydrauliques obtenus par KDE sont présentés aux figures 6.8(a) et 6.9(a). Celles-ci permettent également de visualiser l'emplacement des données. Les tableaux 6.1 et 6.2 présentent les erreurs obtenues. On remarque que les résultats obtenus par KDE et KDL sont significativement meilleurs que

ceux obtenus par KO. Les champs de charges hydrauliques obtenus par KO pour les deux ouvrages sont d'ailleurs très peu réalistes (figure 6.8c et 6.9c). Ceci est particulièrement vrai dans la partie aval où on retrouve un point de convergence s'apparentant à un puits. De plus, les équipotentiels près de la base suggèrent un écoulement au travers de la fondation, tandis qu'au sommet, elles suggèrent un écoulement dirigé vers le haut du noyau.

TAB. 6.1 Statistiques d'erreurs - Digue A

Méthode	mae_{vc}	$err.max_{vc}$	
	(m)	abs.(m)	rel.(%)
KDE	1.8	5.5	11.8
KDL	1.7	6.4	13.7
KO	2.8	11.6	24.8

TAB. 6.2 Statistiques d'erreurs - Digue B

Méthode	mae_{vc}	$err.max_{vc}$	
	(m)	abs.(m)	rel.(%)
KDE	2.7	9.3	19.9
KDL	2.2	8.2	17.6
KO	3.6	6.7	14.3

Toutefois, en comparant les statistiques obtenues pour KDE et KDL, on remarque que l'utilisation d'une dérive numérique ne semble pas améliorer la précision de la carte de charges, relativement à ce qu'on obtient en utilisant une dérive linéaire. Ces résultats plutôt comparables peuvent toutefois être expliqués par le fait que ces deux dérives sont en fait très semblables. En effet, la surface piézométrique correspondant au problème d'écoulement (2D) au travers d'une digue homogène n'est pas très différente d'un plan incliné (voir figure 6.10). Ainsi, ce dernier peut

être bien approximé par une dérive ayant x et z comme variables auxiliaires. Visuellement, les champs de charges produits par KDE et KDL sont également très semblables (comparer la figure 6.8(a) à 6.8(b), et la figure 6.9(a) à 6.9(b)). Toutefois, les champs de charges obtenus par KDE présentent un meilleur respect de la physique du problème. En observant les figures 6.8(a) et 6.9(a), on remarque que les équipotentiels sont davantage perpendiculaires à la base que sur les figures 6.8(b) et 6.9(b). Une différence non-négligeable est également observée au sommet. Sur les cartes de charges obtenues par KDE, la forme des équipotentiels dans la partie supérieure du noyau suggère des gradients clairement dirigés vers le bas, alors que les résultats de KDL ont une forte composante latérale (vers l'extérieur).

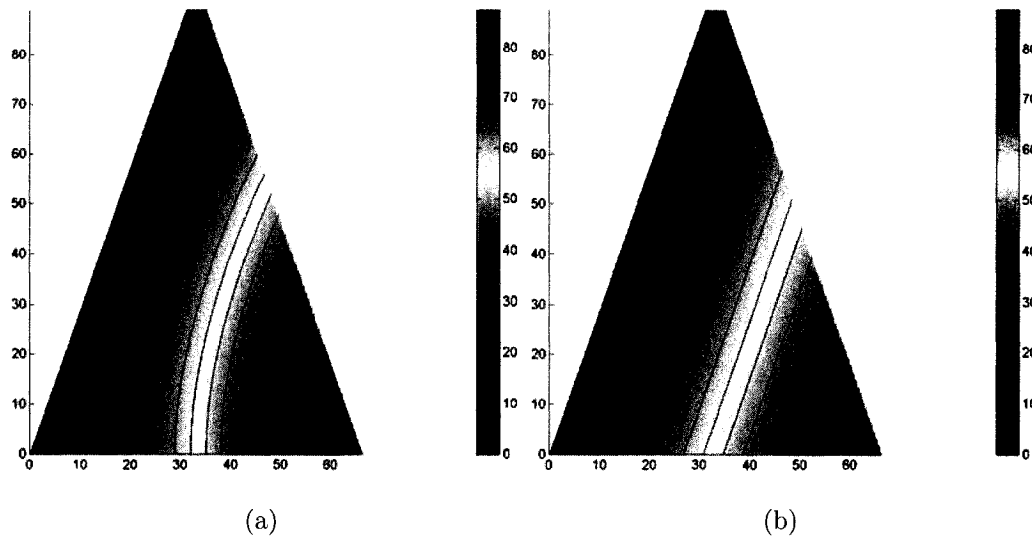


FIG. 6.10 Comparaison des dérives utilisées (Digue A). (a) dérive numérique (MEF), (b) dérive linéaire

La surface de suintement n'est pas reproduite sur les cartes de charges obtenues par KDE. En effet, la charge, et donc la pression⁷, au pied aval du noyau est supérieure à 0 (voir figure 6.8(a) et 6.9(a)). Toutefois, ceci est compatible avec les données

⁷On a fait coïncider la base des ouvrages avec le repère d'élévation 0.

localisées près de la frontière aval et avec le fait que des pressions interstitielles positives sont observées dans le bas du filtre adjacent au noyau (données non-utilisées pour le krigeage), et ce pour les deux ouvrages. Ainsi, dans les cas où la dérive externe et les données sont plus ou moins compatibles, le krigeage donne priorité aux données. Loin des données, les résultats sont plus dépendants des contraintes imposées par la dérive externe (ex. près de la fondation et au sommet du noyau).

Suite à ces constatations, on a modifié la condition frontière aval des modèles auxiliaires afin qu'elle tienne compte du niveau de la nappe aval ($h = h_{nappe}$ au pied aval et $h = z$ au-dessus de h_{nappe}). Toutefois, les résultats obtenus ne se sont pas avérés concluants, ni la précision, ni l'apparence des champs de charges krigés n'ayant été améliorées grâce à cette nouvelle information. On note que les valeurs des niveaux aval étaient substantiellement inférieurs aux charges hydrauliques krigées au pied aval des noyaux. Ceci laisse présager que d'autres informations seraient nécessaires afin de modéliser adéquatement l'interface noyau-filtre aval.

Un test utilisant un modèle synthétique de digue a été fait afin de voir quel genre de perturbations apparaissent sur le champ krigé lorsqu'on impose au pied de la frontière aval du modèle auxiliaire, une pression inférieure à celle retrouvée sur le modèle de référence. Dans ce cas, le champ krigé de la digue synthétique présente des perturbations semblables à celles observées sur le champ krigé obtenu avec les données réelles et le niveau aval imposé.

6.5 Inversion

Tel qu'il a été mentionné précédemment, certains algorithmes d'inversion nécessitent un estimé de la surface piézométrique en tout point du domaine afin de

permettre l'obtention du champ de conductivité hydraulique. Dans ce contexte, l'approche proposée peut contribuer au processus de calibration puisqu'elle permet de fournir des champs de charges hydrauliques qui incorporent davantage d'information que ceux obtenus à l'aide des méthodes conventionnelles. Afin d'illustrer ceci, les deux champs de charges obtenus précédemment par KDE, soit ceux présentés aux figures 6.8(a) et 6.9(a), sont utilisés à titre d'estimés de la surface piézométrique pour la résolution du problème inverse.

L'algorithme utilisé pour l'inversion est la méthode d'estimation successive des flux (MESF), laquelle est implémentée dans le programme *HydroGeo_Inv* (Pasquier, 2005). Le fonctionnement de l'algorithme est illustré à la figure 6.11.

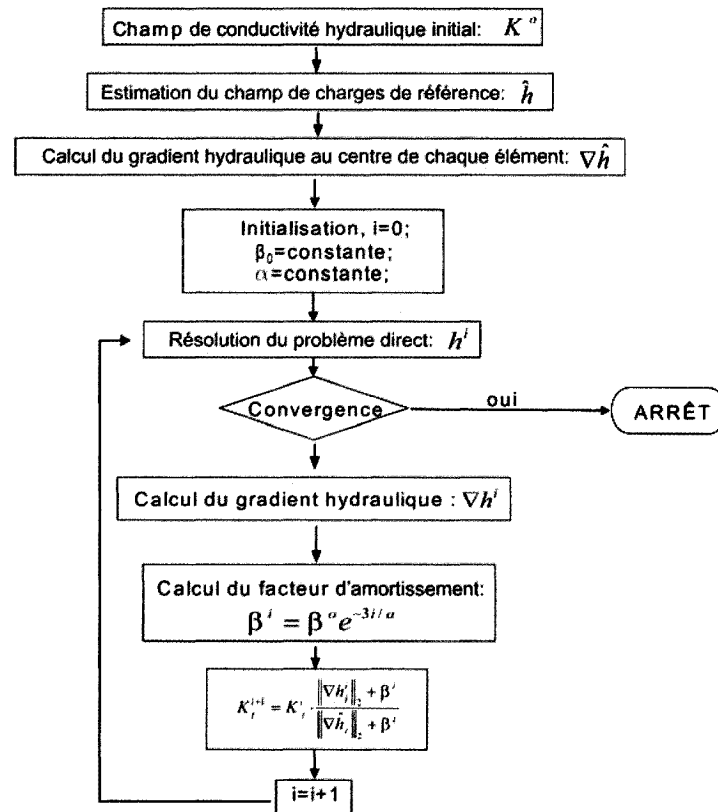


FIG. 6.11 Schéma explicatif de l'algorithme d'inversion MESF

L'inversion est utilisée ici afin de voir s'il est possible de faire le lien entre les conductivités hydrauliques estimées et certaines problématiques évoquées par les ingénieurs d'Hydro-Québec, à savoir la possibilité de courts-circuits hydrauliques entre certains piézomètres et la présence d'une zone moins compactée autour de l'îlot d'instrumentation. Toutefois, comme on ne dispose pas d'information sur la présence éventuelle d'hétérogénéités, des champs homogènes sont donc utilisés comme champs de K initiaux ($K = 1 \times 10^{-6} \text{ m/s}^8$). On note que la distance entre les piézomètres est un élément ayant un impact important sur la taille des structures pouvant éventuellement être observées lors de l'inversion.

La figure 6.12(a) présente le champ de conductivité hydraulique résultant de l'inversion pour la digue A. Les valeurs de K estimées se situent dans une gamme de 2.3×10^{-6} à $1.0 \times 10^{-7} \text{ m/s}$ ($K_{moyen} = 1.1 \times 10^{-6} \text{ m/s}$). Deux structures se détachent de l'ensemble à mi-hauteur de l'ouvrage, l'une présentant des valeurs de K plus faibles que la moyenne, l'autre étant une zone plus perméable. On note également la présence d'une mince zone de faible conductivité hydraulique dans la partie supérieure du noyau. *HydroGeo_Inv* étant couplé au solveur d'éléments finis *Femlab*®, on obtient également le champ de charges hydrauliques correspondant aux conductivités hydrauliques ajustées (figure 6.12(b)). Ainsi, l'utilisation conjointe du KDE et d'un algorithme de calibration couplé à un simulateur d'écoulement, permet d'obtenir un champ de charges hydrauliques conservatif qui respecte les observations piézométriques de façon satisfaisante. En effet, l'erreur moyenne absolue de reproduction des observations piézométriques est de 1.0 m, ce qui est de l'ordre de la précision supposée pour ces observations.

⁸Ceci est une valeur approximative (ayant été suggérée par Hydro-Québec) et représentative de l'ordre de grandeur de K dans le noyau.

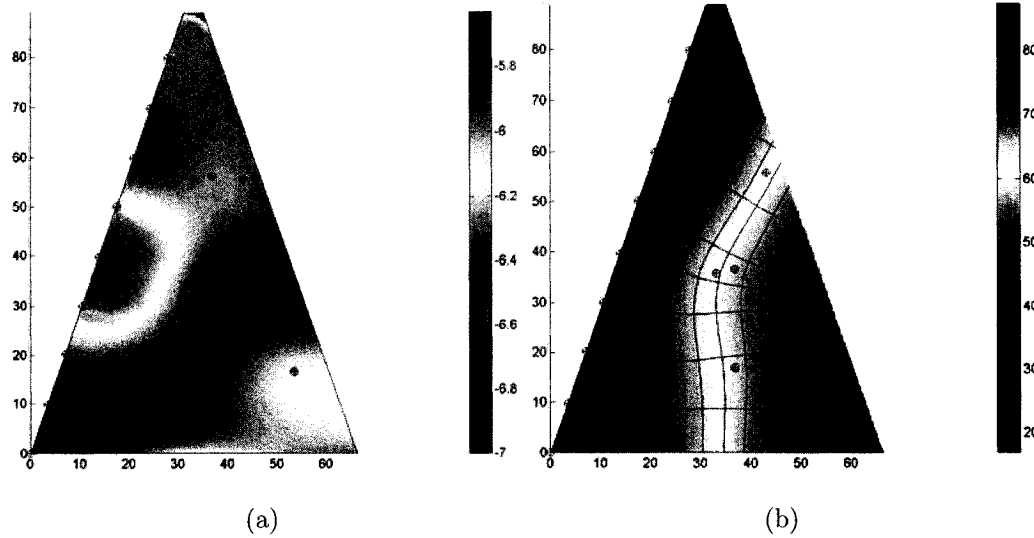


FIG. 6.12 Digue A. Résultats de l'inversion (a) Champ de $\log(K)$, (b) Champ de charges hydrauliques calibré et quelques lignes de courant (MEF)

L'étendue des valeurs de K estimées pour la digue B est semblable à celle obtenue pour la digue A (4.0×10^{-6} à $1.0 \times 10^{-7} m/s$). Par contre, les structures observées (figure 6.13(a)) sont davantage ponctuelles que celles observées dans le cas de la digue A (figure 6.12(a)). On note que ces structures isolées se regroupent en deux « bandes » sub-verticales, les structures situées en amont étant moins perméables que celles retrouvées plus en aval. Ici encore, on retrouve une zone moins perméable au sommet du noyau. La figure 6.13(b) présente le champ de charges hydrauliques calibrées, c'est à dire la solution numérique obtenue en utilisant les conductivités hydrauliques de la figure 6.12(a). L'erreur moyenne de reproduction des observations piézométriques est de 0.96 m.

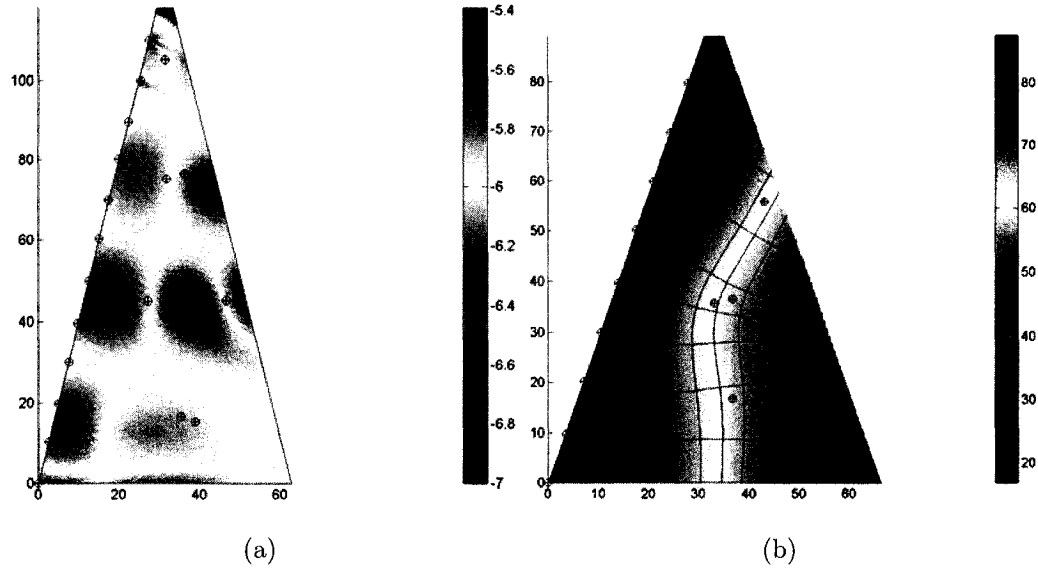


FIG. 6.13 Digue B. Résultats de l'inversion (a) Champ de $\log(K)$, (b) Champ de charges hydrauliques et quelques lignes de courant (MEF)

Dans les deux cas, les structures observées se regroupent près des observations piézométriques, alors qu'en s'éloignant de celles-ci les conductivités hydrauliques estimées se rapprochent de la valeur initiale i.e. $1 \times 10^{-6} \text{ m/s}$. Ceci est dû au fait qu'en s'éloignant des données, la surface piézométrique krigée est davantage compatible avec un champ homogène (la dérive externe). Ainsi, le paramètre de portée utilisé lors du krigeage du champ de charges hydrauliques a une influence importante sur la dimension des structures présentes sur les champs de conductivité estimés, un paramètre de portée plus petit favorisant l'estimation de structures isolées et centrées sur les données, alors qu'un paramètre de portée plus élevé favorise l'estimation de structures de plus grande taille. Il a été vérifié que l'écart entre les paramètres de portée optimisés pour les digues A et B (23 et 15 m respectivement) explique en bonne partie les différences au niveau de l'étendue des structures (grandes structures continues vs. petites structures isolées) présentes sur les cartes de conductivités hydrauliques.

On peut tenter de relier certaines des structures observées à des problématiques réelles. Par exemple, la zone ayant les valeurs de K les plus élevées à la figure 6.12(a) suggère la présence d'un court-circuit hydraulique entre les piézomètres situés en (37,37) et en (48,36). On peut tenter la même hypothèse pour les zones de perméabilité plus élevées retrouvées sur la figure 6.13(a). Ces dernières se superposent approximativement avec la position de l'îlot d'instrumentation où la possibilité de liens hydrauliques verticaux n'est pas exclue. Une autre hypothèse expliquant la présence de ces zones plus perméables est la possibilité d'une compaction moins importante du matériel situé autour de l'îlot d'instrumentation. Cette hypothèse a d'ailleurs été avancée dans le cas de la digue A, suite à un affaissement des sols entourant l'îlot d'instrumentation. Le fait que cet événement ait eu lieu pourrait d'ailleurs expliquer pourquoi on n'observe pas de structure verticale sur la carte de K de la digue A, le matériau ayant subi un remaniement lors de l'affaissement.

Il n'est toutefois pas possible d'exclure complètement la possibilité qu'une part des variations de conductivité hydraulique obtenues soit également le reflet d'artéfacts numériques liés à la méthode de calibration utilisée.

CHAPITRE 7

DISCUSSION

Pour les cas synthétiques impliquant des modèles homogènes (cas 1, 2 et 4), l'utilisation de l'information présente dans un modèle conceptuel, par l'intermédiaire de la dérive externe, permet d'améliorer la précision des champs krigés et la reproduction des conditions frontières. L'approche proposée évite donc le recours à des points doublons pour imposer les différents types de frontières. Les erreurs d'estimation sont inférieures ou comparables à l'erreur généralement admise pour des observations piézométriques. Bien qu'ils ne soient pas parfaitement conservatifs, les champs de charges hydrauliques obtenus par krigeage avec dérive externe (KDE) reproduisent de façon beaucoup plus satisfaisante les différentes caractéristiques de l'écoulement que ceux obtenus par krigeage avec dérive linéaire (KDL) et par krigeage ordinaire (KO). Cette différence n'est pas toujours très marquée au niveau des statistiques mae_{vc} et mae_d , cependant les résultats obtenus pour les erreurs maximums montrent bien le gain apporté par l'utilisation de la dérive externe. L'utilisation d'une dérive modélisant le cône de rabattement, même de façon imparfaite, compense pour le sous-échantillonnage de cette zone plutôt critique.

Les erreurs d'estimation obtenues pour les cas hétérogènes (cas 3 et 5) sont plus élevées. De plus, les trois méthodes de krigeage fournissent des résultats plutôt comparables, tant au niveau des erreurs que des cartes de charges produites. Ceci peut être expliqué par le fait que dans le cas d'une modélisation inadéquate du phénomène, la dérive externe introduit une certaine part d'erreur. Il est possible que dans les cas hétérogènes présentés, les gains générés par la prise en compte d'information connue (puits, conditions frontières) soient annulés par l'introduc-

tion d'information erronée (géométrie des structures transmissives, exagération des contrastes de K). À titre indicatif, la statistique d'erreur mae_d calculée sur une portion restreinte du domaine d'étude du cas 3, près d'une frontière à charge constante, montre une meilleure précision de la part du KDE. Les autres méthodes, KDL et KO, n'introduisent quant à elles pas ce genre de « bruit » dans les résidus, la composante déterministe étant dans les deux cas très lisse. Cet aspect du krigeage est facile à illustrer pour les cas bidimensionnels : la composante déterministe peut être vue comme un plan horizontal (moyenne constante) dans le cas du KO et comme un plan incliné (moyenne suivant un gradient) dans le cas du KDL. Toutefois, ces deux méthodes ne permettent pas de tenir compte de l'information connue. Dans le cas de l'approche proposée, la composante déterministe a la forme du champ auxiliaire, ou de la combinaison linéaire de champs auxiliaires, utilisé dans la dérive. Il est donc plus prudent de faire preuve de parcimonie lors de l'élaboration des modèles numériques servant à générer les champs auxiliaires. Il est à noter que dans les cas hétérogènes, l'utilisation de débits plus élevés aurait davantage fait ressortir l'efficacité du KDE par rapport aux deux autres méthodes.

Un autre point important concernant l'approche proposée est qu'elle a l'avantage de permettre l'estimation du champ de charges hydrauliques en 3D, ce qui n'est pas le cas pour la méthode de krigeage basée sur l'utilisation d'une dérive analytique (Tonkin et Larson, 2002; Brochu, 2002; Brochu et Marcotte, 2003). Bien que l'on n'ait pas exploré cette possibilité ici, l'approche proposée peut également être utilisée en régime transitoire. On effectue alors le krigeage avec dérive externe pour chaque incrément de temps, en utilisant les données et la solution numérique correspondantes.

L'utilisation de l'approche proposée sur des données réelles provenant du suivi d'ouvrages de retenue d'Hydro-Québec a également produit des résultats intéressants. Bien que les statistiques d'erreur ne permettent pas de conclure à une

meilleure précision du KDE par rapport au KDL et au KO, les cartes de charges hydrauliques obtenues par KDE présentent une amélioration importante au niveau du respect des conditions frontières et du réalisme général. Sur ces cartes, l'allure des équipotentielles près de la fondation est conforme avec la présence d'une frontière imperméable, tandis que la direction des gradients dans le haut de l'ouvrage est davantage compatible avec la présence d'une zone non-saturée. L'amélioration par rapport au krigeage ordinaire est particulièrement importante dans le cas de la digue B. Bien que l'erreur maximale ($err.max_{vc}$) obtenue par KDE soit supérieure de près de 3 m à celle du KO, son champ de charges hydrauliques est de loin le plus réaliste des deux. La différence avec les résultats du KDL est moins importante, ceci étant expliqué par la ressemblance de la dérive numérique utilisée et de la dérive linéaire. Tel qu'attendu, les erreurs d'estimation sont plus élevées que celles des cas synthétiques. Plusieurs causes peuvent être évoquées pour expliquer de telles erreurs, entre-autres, les erreurs de mesure et l'incompatibilité des données avec un modèle numérique homogène.

À ce titre, la modélisation inadéquate de la condition frontière aval contribue sans doute de façon importante aux erreurs observées. Des pressions interstitielles positives sont observées au pied aval sur les cartes de charges des deux digues, malgré l'hypothèse d'une surface de suintement incluse dans la dérive externe. Ceci résulte de l'incompatibilité entre les observations situées en aval et la condition frontière présente sur le champ auxiliaire. Le KDE peut donc contribuer à identifier des lacunes dans le modèle conceptuel. Quelques itérations, de même que l'apport de nouvelles informations, pourraient ainsi permettre d'améliorer les résultats obtenus. Toutefois, on note que l'utilisation du niveau de la nappe aval dans la condition frontière aval du noyau n'a pas permis d'améliorer la précision de la carte piézométrique krigée, bien qu'en théorie, l'ajout d'une information pertinente dans le modèle auxiliaire aurait dû avoir un effet positif sur les résultats.

Il semble, dans ce cas-ci du moins, que l'on doive également tenir compte d'autres informations afin de modéliser l'interface entre les deux milieux. Une solution à ce problème pourrait être d'inclure le filtre aval dans le modèle.

Les champs de charges hydrauliques des deux digues ont été utilisés dans un contexte de calibration. La méthode d'estimation successive des flux (Pasquier, 2005; Pasquier et Marcotte, 2006) a permis d'effectuer l'inversion basée sur les estimés fournis par KDE et ainsi, de faire ressortir des zones de conductivités hydrauliques inférieures ou supérieures à la moyenne de l'ensemble. Les dimensions de ces structures sont très dépendantes du paramètre de portée utilisé lors du krigeage. Ce paramètre, en caractérisant la distance d'autocorrélation spatiale des données, détermine en quelque sorte la zone d'influence de chaque donnée. Or, dans le cas présent, ce sont uniquement les observations piézométriques qui engendrent des écarts entre le champ krigé et un champ issu d'un modèle de digue homogène, puisque le modèle utilisé pour la dérive externe ne comporte pas d'hétérogénéités. Vu l'espacement vertical entre les observations piézométriques, il n'est pas étonnant que l'inversion n'ait pas permis de retrouver le type de structures généralement attendu, soit des bandes horizontales plus ou moins minces, issues du mode de construction des ouvrages. Il a toutefois été possible d'avancer certaines hypothèses concernant certaines des structures observées sur les champs de conductivités hydrauliques issus de la calibration.

L'inversion permet également d'obtenir des champs de charges hydrauliques calibrés. Ces champs, présentés aux figures 6.12(b) et 6.13(b), sont conservatifs (i.e. respectent l'équation d'écoulement) et peuvent être utilisés pour le tracé des lignes de courant et le calcul des gradients et des débits, lesquelles possibilités sont généralement offertes par les logiciels de modélisation numérique.

CHAPITRE 8

CONCLUSION ET RECOMMANDATIONS

L'information contenue dans le modèle conceptuel d'un aquifère (ou autre milieu), lorsqu'utilisée dans un contexte de modélisation numérique, permet de générer des champs de charges hydrauliques représentatifs de la tendance générale du phénomène. L'utilisation de ces champs comme variables auxiliaires lors du krigeage avec dérive externe (KDE) permet l'obtention de champs de charges conformes aux observations piézométriques disponibles, lesquels sont davantage précis et réalistes que ceux obtenus par krigeage ordinaire et par krigeage universel (avec dérive d'ordre un, i.e. linéaire). Dans la plupart des cas, la précision obtenue est de l'ordre de grandeur de l'erreur généralement admise pour les observations piézométriques. Visuellement, les champs issus du KDE présentent une meilleure reproduction des conditions frontières. Les cas synthétiques hétérogènes ont permis de montrer les limites de l'approche proposée. Ainsi, en présence d'une forte part d'incertitude sur la géométrie et les caractéristiques des structures présentes, il est peut être hasardeux de tenter de fournir un champ auxiliaire adéquat.

Les résultats obtenus pour les cas réels de digues montrent également une précision de l'ordre de l'incertitude sur les données. L'utilisation des cartes krigées dans un algorithme d'inversion a permis de générer des cartes de conductivités hydrauliques présentant des structures potentiellement liées à des phénomènes documentés et des champs de charges hydrauliques conservatifs. L'étude de cas concernant les digues fait également ressortir un autre usage potentiel de la méthode, soit celui d'aider à l'identification de lacunes au niveau du modèle conceptuel.

Divers travaux futurs peuvent être envisagés. Il serait intéressant d'appliquer la

méthode sur un cas réel d'aquifère hétérogène en 3D. On pourrait avoir une idée plus juste de l'amélioration apportée par le KDE par rapport au krigeage universel et au krigeage ordinaire, ainsi que des conséquences possibles sur, par exemple, la modélisation de la migration des contaminants. Au niveau des applications relatives aux digues, une meilleure modélisation de la condition frontière aval, et en particulier, la prise en compte des filtres aval dans le modèle, seraient des voies à explorer. L'approche proposée pourrait être utilisée pour modéliser l'écoulement au travers d'ouvrages fondés sur des matériaux perméables. Des aspects pratiques découlant de la calibration (évaluation des débits, production de cartes de gradients hydrauliques) pourraient être davantage mis en valeur. Finalement, dans les cas d'aquifères, comme dans ceux de digues, l'incertitude associée aux données piézométriques pourrait être prise en compte par le recours à des simulations conditionnelles de la charge hydraulique. Plusieurs champs équiprobables seraient alors produits. Dans le cas des digues, ces champs permettraient d'obtenir la distribution statistique des gradients hydrauliques maximums présents au sein du noyau. Cette approche, couplée à l'inversion, pourrait également servir à évaluer l'incertitude sur les champs de conductivités hydrauliques.

L'approche proposée a l'avantage de simplifier l'intégration d'informations qualitatives et semi-quantitatives dans le système de krigeage, puisqu'elle ne nécessite pas le recours à plusieurs techniques individuelles (i.e. points doublons, dérive de puits, puits images). L'information contenue dans le modèle conceptuel peut être modélisée en une seule étape. La méthode a également l'avantage de pouvoir être utilisée en 3D et en régime transitoire. De plus, la dérive externe peut être obtenue à l'aide d'autres logiciels et/ou méthodes de modélisation numérique, que ceux ayant été utilisés ici. Il s'agit donc d'une approche flexible, permettant de jeter un nouveau regard sur les données et pouvant être adaptée à d'autres contextes.

RÉFÉRENCES

- ABOUFIRASSI, M. et MARINO, M. (1983). Kriging of water levels in the Souss aquifer, Morocco. *Mathematical Geology*, 15, 537–551.
- ALCOLEA, A., MEDINA, A., CARRERA, J. et JÒDAR, J. (2002). Geostatistical inverse problem : A modified technique for characterizing heterogeneous fields. Dans *4th European Conference on Geostatistics for Environmental Applications*.
- BEAR, J. (1979). Hydraulics of groundwater. McGraw-Hill ed. London, New York.
- BEAR, J. et JACOBS, M. (1965). On the movement of water bodies injected into aquifers. *Journal of Hydrology*, 3, 37–57.
- BROCHU, Y. (2002). Estimation directe des charges hydrauliques d'un aquifère par krigeage. Mémoire de maîtrise, École Polytechnique de Montréal.
- BROCHU, Y. et MARCOTTE, D. (2003). A Simple Approach to Account for Radial Flow and Boundary Conditions When Kriging Hydraulic Head Fields for Confined Aquifers. *Mathematical Geology*, 35, 111–136.
- CARRERA, J. (1987). State of the art of inverse problem applied to the flow and solute transport equations. Dans *Groundwater Flow and Quality Modeling*, Édité par E. Custodio et al., Dordrecht, 549–585.
- CARRERA, J., ALCOLEA, A., MEDINA, A., HIDALGO, J. et L.J., S. (2005). Inverse problem in hydrogeology. *Hydrogeology Journal*, 13, 206–222.
- CARRERA, J. et GLORIOSO, L. (1991). On geostatistical formulation of the groundwater flow inverse problem. *Advances in Water Resources*, 14, 273–283.
- CARRERA, J. et NEUMAN, S. (1986). Estimation of aquifer parameters under transient and steady state conditions : 1. Maximum likelihood method incorporating prior information. *Water Resources Research*, 22, 199–210.

- CASTELIER, E. (1993). Dérive externe et régression linéaire : compte-rendu des journées de géostatistique. *Fontainebleau : cahiers de géostatistique, Fascicule 3*, 47–59.
- CHAPUIS, R. (1999). Guide des essais de pompage et leurs interprétations. Les publications du Québec, Sainte-Foy.
- CHAPUIS, R. P. et AUBERTIN, M. (2001). A simplified method to estimate saturated and unsaturated seepage through dikes under steady-state conditions. *Canadian Geotechnical Journal*, 38, 1321–1328.
- CHILÈS, J.-P. et DELFINER, P. (1999). Geostatistics : Modeling Spatial Uncertainty, 1st ed. Wiley-Interscience, New York.
- CLIFTON, P. et NEUMAN, S. (1982). Effects of kriging and inverse modeling on conditional simulation of the Avra Valley aquifer in southern Arizona. *Water Resources Research*, 18, 1215–1234.
- DE MARSILY, G., DELHOMME, J. P., COUDRAIN-RIBSTEIN, A., et LAVENUE, A. M. (2000). Four decades of inverse problems in hydrogeology. *Geological Society of America*, 348, 1–17.
- DE MARSILY, G., LAVEDAN, G., BOUCHER, M. et FASANINO, G. (1984). Interpretation of interference tests in a well field using geostatistical techniques to fit the permeability distribution in a reservoir model, South Lake Tahoe, CA. Dans *Geostatistics for Natural Resources Characterization 2nd NATO Advanced Study Institute*, Édité par G. Verly et al., volume 122 of *NATO ASI Series C : Mathematical and Physical Sciences*, D. Reidel, Norwell, Mass., 831–849.
- DELHOMME, J. (1976). Applications de la théorie des variables régionalisées dans les sciences de l'eau. Thèse de doctorat, Université Pierre et Marie Curie-Paris VI.

- DELHOMME, J. (1978). Kriging in the hydrosociences. *Advances in Water Resources*, 1, 251–266.
- DELHOMME, J. (1979a). Kriging under boundary conditions. *American Geophysical Union Conference, San Francisco*.
- DELHOMME, J. (1979b). Spatial variability and uncertainty in groundwater flow parameters : A geostatistical approach. *Water Resources Research*, 1, 269–280.
- DESBARATS, A. J., LOGAN, C. E., HINTON, M. J. et SHARPE, D. R. (2002). On the kriging of water table elevations using collateral information from a digital elevation model. *Journal of Hydrology*, 255, 25–38.
- DOMENICO, P. (1998). Physical and chemical hydrogeology. John Wiley and Sons, New York. 2^e edition.
- DRAPER, N. et SMITH, H. (1981). Applied regression analysis. Wiley, New York, 2^e edition.
- DUPUIT, J. (1863). Études théoriques et pratiques sur le mouvement des eaux dans les canaux découverts et à travers les terrains perméables. Dunod, Paris, 2^e edition.
- EMSELLEM, Y. et DE MARSILY, G. (1971). An automatic solution for the inverse problem. *Water Resources Research*, 7, 1264–1283.
- FELL, R. (2005). Geotechnical engineering of dams. A.A. Balkema Publishers, Leiden, Pays-Bas.
- FETTER, C. W. (2001). Applied hydrogeology. Prentice Hall, Upper Saddle River, NJ, 4th edition.
- FITTS, C. (2002). Groundwater science. Academic Press, San Diego, CA.

- FREEZE, R. A. et CHERRY, J. A. (1979). Groundwater. Prentice-Hall, New Jersey.
- GAMBOLATI, G. et VOLPI, G. (1979*a*). A conceptual deterministic analysis of the kriging technique in hydrology. *Water Resources Research*, 15, 625–629.
- GAMBOLATI, G. et VOLPI, G. (1979*b*). Groundwater contour mapping in Venice by stochastic interpolators 1. Theory. *Water Resources Research*, 15, 281–290.
- GINN, T. et CUSHMAN, J. (1990). Inverse methods for subsurface flow : A critical review of stochastic techniques. *Stochastic Hydrology and Hydraulics*, 4, 1–26.
- GÒMEZ-HERNÁNDEZ, J., SAHUQUILLO, A. et CAPILLA, J. (1997). Stochastic simulation of transmissivity fields conditional to both transmissivity and piezometric data - I. Theory. *Journal of Hydrology*, 203, 162–174.
- HADAMARD, J. (1932). Le Problème de Cauchy. Herman et Cie., Paris.
- HOEKSEMA, R., CLAPP, R., THOMAS, A., HUNLEY, A., FARROW, N. et DEARSTONE, K. (1989). Cokriging model for estimation of the water table elevation. *Water Resources Research*, 25, 429–438.
- HOEKSEMA, R. et KITANIDIS, P. (1984). Application of the geostatistical approach to the inverse problem in two-dimensional groundwater modeling. *Water Resources Research*, 20, 1003–1020.
- HU, L. (2000). Gradual deformation and iterative calibration of Gaussian-related stochastic models. *Mathematical Geology*, 32, 87–108.
- KITANIDIS, P. (1995). Quasi-linear geostatistical theory for inversing. *Water Resources Research*, 31, 2411–2420.

- KITANIDIS, P. et VOMVORIS, E. (1983). Geostatistical approach to the inverse problem in groundwater modeling (steady-state) and one-dimensional simulations. *Water Resources Research*, 19, 677–690.
- MARÉCHAL, A. (1984). Kriging seismic data in the presence of faults. Dans *Geostatistics for Natural Resources Characterization.*, Édité par G. Verly et al., volume 122 of *NATO ASI Series C : Mathematical and Physical Sciences*, D. Reidel Publ, Dordrecht, Netherlands, 271–294.
- MARCOTTE, D. et DAVID, M. (1988). Trend surface analysis as a special case for IRF-k kriging. *Mathematical Geology*, 20, 821–824.
- MCLAUGHLIN, D. et TOWNLEY, L. (1996). A reassessment of the groundwater inverse problem. *Water Resources Research*, 32, 1131–1161.
- NEUMAN, S. (1973). Calibration of distributed parameter groundwater flow models viewed as a multiple objective decision process under uncertainty. *Water Resources Research*, 9, 1006–1021.
- NOWAK, W. et CIRPKA, O. (2004). A modified Levenberg-Marquardt algorithm for quasi-linear geostatistical inversing. *Advances in Water Resources*, 27, 737–750.
- PASQUIER, P. (2005). Résolution du problème inverse en hydrogéologie par une estimation successive des flux. Thèse de doctorat, École Polytechnique de Montréal.
- PASQUIER, P. et MARCOTTE, D. (2005). Solving the groundwater inverse problem by successive flux estimation. Dans *Geostatistics for environmental applications, Proceedings of the fifth European conference on geostatistics for environmental applications, Neuchâtel (2004)*, Édité par P. Renard et al., Springer, Berlin, 297–308.

- PASQUIER, P. et MARCOTTE, D. (2006). Steady- and transient-state inversion in hydrogeology by successive flux estimation. *Advances in Water Resources*, 29, 1934–1952.
- PINDER, F. et GRAY, W. (1977). Finite element simulation in surface and subsurface hydrology. Academic Press, New York.
- PONZINI, G. et LOZEJ, A. (1982). Identification of aquifer transmissivities : The comparison model method. *Water Resources Research*, 18, 597–622.
- RAMA RAO, B., LAVENUE, M., DE MARSILY, G. et MARIETTA, M. (1995). Pilot point methodology for automated calibration of an ensemble of conditionally simulated transmissivity fields : 1. Theory and computational experiments. *Water Resources Research*, 31, 475–493.
- TODD, D. K. (1980). Groundwater hydrology. Wiley, New-York, 2^e edition.
- TONKIN, M. et LARSON, S. (2002). Kriging water levels with a regional-linear and point logarithmic drift. *Ground Water*, 33, 185–193.
- WACKERNAGEL, H. (2003). Multivariate geostatistics : an introduction with applications. Springer, Berlin, 3^e edition.
- YEH, T.-C., GUTJAHR, A. et JIN, M. (1995). Iterative cokriging-like technique for ground-water flow modeling. *Ground Water*, 33, 33–41.
- YEH, W.-G. (1986). Review of Parameter Identification Procedures in Groundwater Hydrology : The Inverse Problem. *Water Resources Research*, 22, 95–108.