



Titre: Dynamique transitoire d'une plaque impactée, partiellement
recouverte d'un traitement amortissant contraint

Auteur: Abdelhak Oulmane
Author:

Date: 2007

Type: Mémoire ou thèse / Dissertation or Thesis

Référence: Oulmane, A. (2007). Dynamique transitoire d'une plaque impactée, partiellement
recouverte d'un traitement amortissant contraint [Mémoire de maîtrise, École
Citation: Polytechnique de Montréal]. PolyPublie. <https://publications.polymtl.ca/7941/>

 **Document en libre accès dans PolyPublie**
Open Access document in PolyPublie

URL de PolyPublie: <https://publications.polymtl.ca/7941/>
PolyPublie URL:

**Directeurs de
recherche:** Annie Ross
Advisors:

Programme: Non spécifié
Program:

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

DYNAMIQUE TRANSITOIRE D'UNE PLAQUE IMPACTÉE, PARTIELLEMENT
RECOUVERTE D'UN TRAITEMENT AMORTISSANT CONTRAINT

ABDELHAK OULMANE

DÉPARTEMENT DE GÉNIE MECANIQUE
ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

MÉMOIRE PRÉSENTÉ EN VUE DE L'OBTENTION
DU DIPLÔME DE MAÎTRISE ÈS SCIENCES APPLIQUÉES
(GÉNIE MECANIQUE)

AVRIL 2007



Library and
Archives Canada

Bibliothèque et
Archives Canada

Published Heritage
Branch

Direction du
Patrimoine de l'édition

395 Wellington Street
Ottawa ON K1A 0N4
Canada

395, rue Wellington
Ottawa ON K1A 0N4
Canada

Your file Votre référence

ISBN: 978-0-494-29249-5

Our file Notre référence

ISBN: 978-0-494-29249-5

NOTICE:

The author has granted a non-exclusive license allowing Library and Archives Canada to reproduce, publish, archive, preserve, conserve, communicate to the public by telecommunication or on the Internet, loan, distribute and sell theses worldwide, for commercial or non-commercial purposes, in microform, paper, electronic and/or any other formats.

The author retains copyright ownership and moral rights in this thesis. Neither the thesis nor substantial extracts from it may be printed or otherwise reproduced without the author's permission.

AVIS:

L'auteur a accordé une licence non exclusive permettant à la Bibliothèque et Archives Canada de reproduire, publier, archiver, sauvegarder, conserver, transmettre au public par télécommunication ou par l'Internet, prêter, distribuer et vendre des thèses partout dans le monde, à des fins commerciales ou autres, sur support microforme, papier, électronique et/ou autres formats.

L'auteur conserve la propriété du droit d'auteur et des droits moraux qui protègent cette thèse. Ni la thèse ni des extraits substantiels de celle-ci ne doivent être imprimés ou autrement reproduits sans son autorisation.

In compliance with the Canadian Privacy Act some supporting forms may have been removed from this thesis.

Conformément à la loi canadienne sur la protection de la vie privée, quelques formulaires secondaires ont été enlevés de cette thèse.

While these forms may be included in the document page count, their removal does not represent any loss of content from the thesis.

Bien que ces formulaires aient inclus dans la pagination, il n'y aura aucun contenu manquant.


Canada

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

Ce mémoire intitulé:

DYNAMIQUE TRANSITOIRE D'UNE PLAQUE IMPACTÉE, PARTIELLEMENT
RECOUVERTE D'UN TRAITEMENT AMORTISSANT CONTRAINT

présenté par: OULMANE Abdelhak

en vue de l'obtention du diplôme de: Maîtrise ès sciences appliquées

a été dûment accepté par le jury d'examen constitué de:

M. LAKIS Aouni A., Ph.D., président

Mme ROSS Annie, Ph.D., membre et directrice de recherche

M. LÉVESQUE Martin, Ph.D., membre

REMERCEMENTS

Avant de commencer le présent travail, je désire adresser mes plus profonds remerciements au professeure Annie Ross de m'avoir proposé ce sujet, pour son accueil et les moyens donnés pour réaliser ce travail dans de bonnes conditions.

Si un mémoire ne peut se réaliser hors d'un environnement scientifique, le cadre humain est tout aussi indispensable. A ce titre, j'exprime toute ma reconnaissance aux membres de la section mécanique appliquée de l'École polytechnique de Montréal pour leur soutien qui n'a jamais fait défaut. Je voudrais aussi remercier ma famille, et tous mes amis. Témoins de tant de doutes, sans vous ce mémoire n'aurait peut être jamais vu le jour.

RÉSUMÉ

Les propriétés des matériaux viscoélastiques rendent leur utilisation très intéressante d'un point de vue industriel. Ces matériaux sont aujourd'hui de plus en plus utilisés dans différents secteurs de l'industrie. Cette utilisation concerne généralement la réduction du bruit dans les structures résonnantes.

Ce mémoire de maîtrise présente plusieurs simulations numériques faites à l'aide du logiciel utilisant la méthode des éléments finis (Abaqus 6.5) dans le but de développer des techniques numériques permettant la réduction de la réponse dynamique des plaques soumises à des impacts par l'ajout d'un traitement viscoélastique partiel.

Dans un premier temps, un modèle numérique est introduit. Ce modèle est utilisé pour voir l'effet de différents paramètres (épaisseur, rigidité et positionnement de la couche viscoélastique et la couche de contrainte). Une validation expérimentale et analytique confirme la validité du modèle de simulation numérique. Les résultats de ces essais ont permis de démontrer que :

- la rigidité de la couche viscoélastique est un paramètre très important dans la réponse dynamique transitoire de la plaque impactée;
- la position des tampons viscoélastiques joue aussi un rôle important sur la réponse dynamique de la structure;
- l'augmentation de l'épaisseur du matériau viscoélastique améliore l'atténuation dynamique du système;
- l'augmentation de l'épaisseur de la couche de contrainte réduit la réponse dynamique.

Enfin, la discontinuité créée par l'ajout de tampons viscoélastique, modifie le comportement des structures et amène une amélioration de la réponse dynamique du système.

ABSTRACT

Due to their dynamic properties, viscoelastic materials are being increasingly used in different sectors of the industry. Their main application is generally related to noise reduction in mechanical structures.

The present work focuses on the development of new numerical techniques to predict the effect of partial viscoelastic treatment on the reduction of dynamic responses of planar structures subject to different impacts. A thorough analysis is carried out, illustrated with simulations based on the finite element method performed with Abaqus 6.5, a commercially available code.

Firstly, a numerical model is introduced. This model reflects the effects of several parameters including thickness, stiffness, location of the viscoelastic layer and the constraining layer. Secondly, experimental and analytical approaches are used to validate the numerical simulation approach. The results obtained demonstrate several key points, namely:

- the stiffness of the viscoelastic layer is a crucial parameter in the transient dynamic response of the impacted plate;
- the location of the viscoelastic pad considerably affects the dynamic response of the structure;
- increasing the thickness of the viscoelastic material decreases the system dynamic response;
- increasing the thickness and stiffness of the stress layer improves damping.

Finally, the discontinuity created by adding a viscoelastic pad modifies the structure behavior and improves the system dynamic response.

TABLE DES MATIÈRES

REMERCIEMENTS.....	iv
RÉSUMÉ.....	v
ABSTRACT.....	vi
TABLE DES MATIÈRES.....	vii
LISTE DES TABLEAUX.....	x
LISTE DES FIGURES.....	xi
LISTE DES SYMBOLES ET DES ABRÉVIATIONS.....	xvi
INTRODUCTION.....	1
CHAPITRE I.....	4
Revue de la littérature.....	4
1.1. Introduction.....	4
1.2. Historique de l'amortissement viscoélastique.....	5
1.3. Modèle de la plaque sandwich.....	10
1.4. Modèle de plaques avec couverture partielle.....	11
1.5. Propagation des bruits d'impact.....	12
1.6. Comment arrêter la propagation des vibrations dans une plaque.....	18
1.7. Méthodes des éléments finis.....	19
1.8. Modèles de plaque sandwiches.....	21
Synthèse.....	22
CHAPITRE II.....	24
Méthode.....	24
2.1. Introduction.....	24
2.2. Méthodologie expérimentale.....	25
2.3. Approche analytique.....	27
2.3.1. Modèle analytique.....	27
2.3.2 Premier cas : plaque sans tampon.....	29
2.3.3 Deuxième cas : plaque avec tampon.....	30
Hypothèses.....	31

2.4. Modèle par éléments finis.....	33
2.4.1 Propriétés dissipatives des matériaux viscoélastiques.....	33
2.4.2 Expériences de relaxation et de fluage.....	36
Les modèles rhéologiques en viscoélasticité linéaire.....	36
2.4.3 Formulation viscoélastique utilisée dans le code de calcul Abaqus.....	38
2.4.4 Méthodes de résolution.....	39
Implicite versus explicite.....	39
2.4.5 Méthode de résolution implicite.....	42
2.5 Description du modèle généré.....	45
2.5.1 Force de frappe et temps de contact.....	50
2.5.2 Maillage du modèle.....	53
2.5.3 Choix des éléments de plaque dans Abaqus/Standard.....	55
2.5.3.1 Utilisation des éléments incompatibles.....	55
2.5.3.2 Considérations de forme.....	57
2.5.4 Modèle de plaques avec couverture partielle.....	58
CHAPITRE III.....	67
Validation des modèles.....	67
3.1. Comparaison des modèles numérique et expérimental.....	67
3.2 Validation analytique du modèle numérique.....	73
3.3 Bilan des comparaisons.....	78
CHAPITRE IV.....	79
Résultats et discussion.....	79
4.1 Réponse à l'impact de la plaque nue.....	79
4.2 Réponse à l'impact de la plaque avec traitement amortissant	82
4.2.1 Influence des traitements amortissant sur la réponse dynamique de la plaque.....	82
4.2.2 Influence du module d'Young de la couche viscoélastique.....	84
4.2.3 Influence de l'épaisseur de la couche viscoélastique.....	86
4.2.4 Effet de l'épaisseur de la couche de contrainte.....	87

4.2.5 Influence de la position du traitement amortissant.....	88
4.3-Phénomènes de la discontinuité d'épaisseur sur la propagation des ondes de flexion.....	92
CONCLUSION.....	104
RÉFÉRENCES.....	107

LISTE DES TABLEAUX

Tableau 2.1. Différences entre <i>Abaqus/Standard</i> et <i>Abaqus/Explicit</i>	41
Tableau 2.2. Propriétés et dimensions des différentes parties du modèle.....	59
Tableau 2.3. Description des différentes dimensions des tampons amortissant.....	64
Tableau 2.4. Différentes configurations de tampons amortissant.....	65
Tableau 4.1 Évolution de la réponse dynamique de la plaque sandwich en fonction de divers paramètres du tampon.....	92

LISTE DES FIGURES

Fig.1.1 :	Déformation du matériau viscoélastique avec et sans couche de contrainte (Dennis Tat. Heung. 1980).....	7
Fig.1.2 :	Choc du marteau sur la paroi.....	11
Fig.1.3 :	Effet d'une coupure.....	11
Fig.1.4 :	Barre de fer frappée à l'une de ses extrémités.....	12
Fig.1.5 :	Le choc produit des ondes de pression dans le matériau.....	12
Fig.1.6 :	Les ondes de vibration se réfléchissent à la surface de la barre.....	13
Fig.1.7 :	Sources de bruit d'impact.....	16
Fig.1.8 :	Discontinuité d'épaisseur.....	17
Fig.1.9 :	Effet d'une coupure	18
Fig.1.10 :	Propagation d'ondes dans une plaque avec traitement amortissant partiel.	18
Fig.2.1 :	Montage expérimental pour la mesure des accélérations d'une structure impactée.....	24
Fig.2.2 :	Montage expérimental.....	25
Fig.2.3 :	Système de coordonnées des modèles analytiques : a) plaque nue b) plaque avec un tampon c) plaque avec deux tampons.....	28
Fig. 2.4 :	Schéma du modèle analytique (masse-ressort-amortisseur).....	30
Fig. 2.5 :	Contrainte et déformation représentées dans le plan (ϵ , σ). Cycle d'hystérésis.....	33
Fig.2.6 :	Représentation schématique du module dynamique dans le plan complexe.....	34

Fig.2.7 :	Schématisation des éléments rhéologiques usuels en viscoélasticité.....	36
Fig. 2.8 :	Modèle usuels en viscoélasticité.....	36
Fig.2.9 :	Dimensions de la plaque avec les deux tampons.....	45
Fig.2.10 :	Déplacement et rotation des degrés de liberté.....	46
Fig.2.11 :	Modélisation de la moitié de la plaque.....	47
Fig.2.12 :	Maillage global du modèle (a) de la plaque et (b) de la sphère.....	48
Fig.2.13 :	Conditions aux limites appliquées (a) au point de référence de la sphère...	49
Fig.2.14 :	Impact de la sphère contre la paroi de la plaque.....	50
Fig.2.15 :	La pénétration des nœuds extérieurs maîtres dans la surface esclave est possible avec l'algorithme de contact "master-slave".....	51
Fig.2.16 :	Définition du contact entre les deux surfaces.....	52
Fig.2.17 :	Partition des surfaces autour du point d'impact.....	53
Fig.2.18 :	Raffinement du maillage autour du point d'impact.....	54
Fig.2.19 :	Comparaison des déformations entre (a) élément régulier et (b) élément incompatible (C3D8I).....	55
Fig. 2.20 :	Élément incompatible à 8 nœuds.....	56
Fig.2.21 :	Dimensions du modèle à un et à deux tampons.....	58
Fig.2.22 :	Schématisation d'un essai de relaxation en cisaillement.....	59
Fig.2.23 :	Essai de relaxation.....	60
Fig.2.24 :	Essai expérimental de relaxation (Polyuréthane-déformation de 1%).....	60
Fig.2.25 :	Valeurs expérimentales des paramètres de la série de Prony.....	61

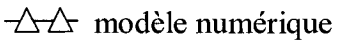

Fig.2.26 :	Maillage de la plaque à un seul tampon.....	61
Fig.2.27 :	Maillage de la plaque à deux tampons.....	62
Fig.3.1 :	Comparaison simulation-expérience pour la plaque nue;  modèle numérique  modèle expérimental.....	66
Fig.3.2 :	Force d'impact expérimentale et numérique au point d'impact de la plaque nue.....	67
Fig.3.3 :	Comparaison simulation-expérience pour la plaque nue à 10 cm du point d'impact.....	67
Fig.3.4 :	Comparaison simulation-expérience au point d'impact pour la plaque avec un seul tampon	69
Fig.3.5 :	Force d'impact expérimentale et numérique au point d'impact.....	69
Fig.3.6 :	Comparaison simulation-expérience pour la plaque avec deux tampons.....	70
Fig.3.7 :	Force d'impact expérimentale et numérique au point d'impact.....	71
Fig.3.8 :	Ligne des nœuds passant par la ligne de symétrie de la plaque.....	72
Fig.3.9 :	Déplacement transversal d'une coupe du modèle de la plaque nue.....	72
Fig.3.10 :	Déplacement transversal d'une coupe du modèle de la plaque avec deux tampons.....	74
Fig.3.11 :	Déplacement transversal d'une coupe du modèle de la plaque avec deux tampons.....	75
Fig.4.1 :	Forme de la force d'impact pour les trois cas.....	78
Fig.4.2 :	Déplacement transversal du point d'impact de 0 ms à 4,1 ms.....	79

Fig.4.3 :	Déplacement transversal de la plaque nue; ----- point d'impact; ———— à 10cm du point d'impact.....	80
Fig.4.4 :	Influence de l'application de tampons sur la plaque.....	81
Fig.4.5 :	Déplacement de la plaque avec un grand tampon épais pour deux rigidités différentes du viscoélastique (a) point d'impact; (b) à 3 cm du point d'impact.....	83
Fig.4.6 :	Effet du changement de l'épaisseur des tampons.....	84
Fig.4.7 :	Effet de la rigidité de la couche de contrainte.....	85
Fig.4.8 :	Effet de l'épaisseur de la couche de contrainte.....	86
Fig.4.9 :	Trois positions de la couverture partielle de la couche viscoélastique; cas1: à 25mm du point d'impact; cas2 : à 35 mm du point d'impact cas 3 : à 45 mm du point d'impact.....	87
Fig.4.10 :	Influence de la position de la couche viscoélastique.....	88
Fig.4.11 :	Les trois positions de la couche viscoélastique.....	89
Fig.4.12 :	Propagation de l'onde de flexion dans une plaque.....	91
Fig.4.13 :	Déplacement transversal d'une coupe de la plaque nue.....	93
Fig.4.14 :	Déplacement transversal d'une coupe de la plaque avec un tampon.....	93
Fig.4.15 :	Déplacement transversal d'une coupe de la plaque avec deux tampons.....	94
Fig.4.16 :	Déplacement transversal à 4,8 cm à gauche du point d'impact.....	95
Fig.4.17 :	Déplacement transversal à 4,8 cm du point d'impact.....	96
Fig.4.18 :	Propagation des déformations dans la plaque nue (à gauche) et dans la plaque avec deux tampons (à droite).....	98

Fig.4.19 :	Propagation des déformations dans la plaque avec un tampon (à gauche)	
	et dans la plaque avec deux tampons (à droite).....	100

LISTE DES SYMBOLES ET DES ABRÉVIATIONS

a, b :	longueur et largeur de la plaque (m)
β_N :	matrice qui dépend de la position du point x
E :	module de Young (Pa)
E' :	module de stockage
E'' :	module de perte
f :	force volumique
F :	force de frappe (148N)
g_R :	module de cisaillement normalisé
G_0 :	module instantané de cisaillement.
G^* :	module de cisaillement complexe
h :	épaisseur de la plaque
H_{ik} :	modes propres
I^N :	vecteur interne de force
K :	coefficient de compression volumique
m :	longueur de la plaque subissant l'impact (m)
n :	largeur de la plaque subissant l'impact (m)
M^{NM} :	matrice de masse
N^N :	fonctions d'interpolation
P^N :	vecteur externe de force
S :	surface
U_c :	énergie dissipée
U_i :	degré de liberté en translation
U_{Ri} :	degré de liberté en rotation
V :	volume occupé par une partie du corps solide

- δ_v : champ de vitesse virtuelle
 w : déplacement transversal de la plaque
 α et β : des constantes d'amortissement proportionnel numérique
 ω_{\max} : pulsation propre la plus élevée.
 ρ : masse volumique de la plaque subissant l'impact (kg/m^3)
 Ω_{ik} : valeurs propres
 ν : coefficient de Poisson de la plaque subissant l'impact
 ε : déformation
 σ : contrainte
 τ : vecteur des temps de calculs (s)

Abréviation

- Vac Damp : *Vacuum Damping*.
 DMA : *Dynamic Mechanical Analyser*

INTRODUCTION

Problématique

La problématique du bruit et des vibrations est cruciale en matière de santé et de sécurité du travail. Plusieurs études ont déjà été entreprises afin de lutter contre le bruit engendré par des machines vibrantes. L'amortissement vibratoire est une technique qui utilise un principe passif (viscoélastique contraint) afin de réduire le bruit nuisible généré par des structures vibrantes. Ce type d'amortissement consiste à déposer une couche de matériau viscoélastique contrainte par une tôle rigide à la surface de la structure présentant des problèmes de vibrations. Ce type de traitement amortissant s'avère très efficace pour réduire les bruits de réverbération. Toutefois, leur effet sur les bruits d'impact demeure peu connu. L'objectif de ce mémoire est donc d'étudier l'effet de traitements viscoélastiques contraints sur la réponse dynamique d'une plaque soumise à un impact. Dans un premier temps, un modèle numérique (utilisant un logiciel de calculs par éléments finis) d'une plaque simplement supportée et traitée à l'aide d'un dispositif partiel d'amortissement viscoélastique est introduit. Une validation expérimentale (à l'aide d'une plaque simplement supportée) confirme la validité du modèle pour la simulation numérique. Ce modèle est utilisé pour étudier l'effet de différents paramètres (emplacement, positionnement et épaisseur du matériau viscoélastique).

Plan du mémoire

Ce mémoire est subdivisé en quatre grands chapitres. Le premier chapitre présente la revue de la littérature qui nous a permis de définir nos objectifs. On débute ce chapitre par une revue de publications ayant trait à la modélisation expérimentale et analytique des plaques multicouches, ainsi que les différentes techniques utilisées pour la réduction du bruit d'impact. Par la suite, les publications portant sur les éléments finis multicouches sont recensées. Finalement, on dégage les objectifs et l'approche de ce travail.

Le deuxième chapitre traite de la modélisation d'un impact sur une plaque nue et multicouche simplement supportée, ainsi que son utilisation en vue de dégager les paramètres vibratoires influents. Dans un premier temps, on présente un modèle expérimental et des modèles analytiques antérieurs dont les résultats serviront à des fins de comparaison. Par la suite, ce chapitre se consacre aux modèles numériques de cette étude. On compte dans ce chapitre plusieurs sections qui conduisent tour à tour à la formulation des équations dynamiques. On présente le développement théorique de l'élément multicouche. On y établit aussi les raisons qui nous ont poussés vers une analyse par éléments finis. Par la suite, la mise en œuvre nécessaire à l'obtention des indicateurs vibratoires des plaques rectangulaires est décrite.

Le troisième chapitre présente des résultats concernant la validation du modèle par éléments finis et les conclusions qui s'y rapportent. La validation est faite en comparant les résultats des modèles numériques avec des résultats analytiques et expérimentaux antérieurs.

Le quatrième chapitre présente les résultats de simulations numériques. Une analyse de ces résultats permet d'identifier l'effet de divers paramètres sur le comportement dynamique transitoire du système.

En conclusion, le bilan de l'étude permet de dégager les axes de recherche à plus long terme.

Originalité principale du mémoire

Par rapport à l'état actuel des connaissances la présente étude se démarque par l'étude de la réponse transitoire à un impact, plutôt que de la réponse harmonique d'une structure avec traitement amortissant de surface. Une première étude expérimentale et analytique avait été effectuée, mais la modélisation numérique par éléments finis est nouvelle pour ce genre d'étude. Cette technique est originale et très intéressante en ce sens qu'elle ne gêne pas la production et qu'elle permet de faire varier plus facilement les différents paramètres qui influencent le phénomène étudié.

CHAPITRE I

REVUE DE LA LITTERATURE

1.1 Introduction

Les problèmes de bruit et de vibration représentent une source importante d'inconfort dans la société d'aujourd'hui. De plus, la problématique vibration-bruit s'avère être l'une des principales causes d'indemnisation au niveau de la santé et sécurité du travail (Turcot, 1993). L'utilisation d'outils pour l'opération de rivetage est largement répandue dans plusieurs secteurs industriels. Un travail intensif avec ce type d'outil expose les travailleurs à des niveaux sonores et vibratoires importants. Cette utilisation continue entraîne divers problèmes de santé. En effet, en plus des problèmes de surdité qu'elle peut causer, il semble que cette problématique soit la cause d'un nombre important d'accidents dus à une augmentation de la fatigue et à une baisse de la concentration chez le travailleur.

Il existe toutefois plusieurs techniques qui permettent une réduction à la source des problèmes de vibration-bruit. L'une de ces techniques, l'amortissement passif, consiste à traiter la structure à l'aide d'éléments amortissants (matériaux viscoélastiques) afin de dissiper l'énergie vibratoire et ainsi atténuer le bruit qui y est associé. D'autre part, il est également possible de contrôler de façon active le niveau vibratoire d'une structure. De façon générale, le contrôle vibratoire actif consiste à superposer à la structure un capteur et un actionneur. Le rôle de l'actionneur est de minimiser, à l'aide d'une contre-réaction, le signal vibratoire provenant du capteur.

L'amortissement vibratoire passif consiste à insérer un matériau viscoélastique en sandwich entre la structure à amortir et une couche de contrainte. Le rôle de la couche de contrainte consiste alors à maximiser, de façon passive, l'amortissement vibratoire apporté par le matériau viscoélastique. Cette technique d'amortissement viscoélastique permet de solutionner un nombre important de problèmes de vibration et de bruit, tout en ajoutant peu de poids à la structure traitée.

1.2 Historique de l'amortissement viscoélastique

L'histoire de la technologie d'amortissement viscoélastique remonte au dix-neuvième siècle. Les premières références de l'amortissement sont très rares. Dans les années 1930, il y avait un nombre restreint de chercheurs tels que Foppl. En 1936 et 1937, Zener et Davidenkoff ont discuté de l'atténuation dans les métaux, mais une seule référence sur l'amortissement dans les matériaux plastiques a été publiée par Leaderman en 1939.

Les années 40 ont été marquées par la guerre, ce qui a stimulé le développement de ce secteur, mais il n'y avait aucune publication. Les contributions de Lazan (1943), Leaderman (1943), Dillon *et al.* (1941), Alfrey (1945), Schmitt et Marlies (1949), Ashworth (1949), Ferry et Zener (1949) étaient uniques à cette époque, marquant ainsi un grand intérêt pour le domaine de l'amortissement. Cependant, l'attention était prêtée pratiquement pour la première fois à l'atténuation par les matériaux polymères.

Les années 50 ont vu une grande expansion de l'effort à décrire le comportement des matériaux polymères. Les investigations de Ferry *et al.* (1959), Nolle *et al.* (1947) Leaderman *et al.* (1954), Fletcher et Gent (1952), Rouse et Sittel (1954), Philippoff (1953), Becker (1953), Robinson *et al.* (1951), Grootenhuis (1952), Painter et McCrum (1952), aussi bien que beaucoup d'autres, illustrent les progrès accomplis en décrivant le comportement mécanique des polymères et des traitements d'atténuation par des polymères, aussi bien que quelques applications. Le travail de Ross *et al.* (1951) et Kerwin (1959) était une première présentation d'une analyse du cisaillement dans les traitements amortissant. En outre pendant cette période, Myklestad (1945) a présenté ce qui peut être la première définition du module complexe d'amortissement, alors que le célèbre livre de Hartog (1957) sur les vibrations mécaniques était déjà dans sa quatrième édition. C'était une décennie de progrès considérables, mais c'était seulement le début.

Les années 60 ont vu une grande activité du domaine de la caractérisation et l'application des matériaux viscoélastiques. Quelques points culminants incluent la publication par

Ferry en 1961 de la première édition du livre «*Viscoelastic Properties of Polymer*», et en 1964 d'un important article publié par M.L. Williams qui décrivait le comportement viscoélastique, puis en 1968 du livre de John Snowdon «*Damping of Structural Systems*».

La période entre 1970 et aujourd'hui a vu un développement rapide de la technologie. Pendant cette période, l'utilisation de la dérivée partielle des équations du mouvement s'est accrue, intégrant le module complexe des matériaux viscoélastiques, pour modéliser le comportement des structures dans les domaines du temps et des fréquences.

La quatrième édition du manuel «*Shock and Vibration*» a été publiée en 1995. D'autres livres significatifs écrits pendant cette période incluent «*Vibration Damping*» (Nashif *et al.*), «*Vibration Damping of Structural Elements*» (Sun et Lu, 1996), «*Passive Vibration Control*» (Mead, 1999) et «*Viscoelastic Properties of Polymers*» (Ferry, 2004).

La plupart des matériaux tels l'acier, l'aluminium et les matériaux composites ont un faible amortissement vibratoire intrinsèque. Par contre, il existe certains polymères appelés matériaux viscoélastiques, qui possèdent un fort amortissement intrinsèque. L'addition de matériaux viscoélastiques à des structures présentant des problèmes de résonance permet de produire un amortissement supplémentaire pouvant diminuer l'amplitude vibratoire à un niveau très faible. Un avantage supplémentaire des matériaux viscoélastiques est qu'ils ajoutent de la masse et de la rigidité à l'ensemble du système.

La première analyse de structures traitées par des matériaux viscoélastiques fut effectuée par Oberst (1952). Cette étude consistait simplement à coller une couche de matériau viscoélastique à la surface de la structure hôte (structure dont on veut réduire l'amplitude vibratoire). Une telle façon de procéder est toutefois peu efficace puisque le matériau viscoélastique est sujet à de faibles déformations en extension le long de l'axe de la structure ainsi qu'à des faibles déformations en cisaillement, ce qui limite les capacités amortissantes du viscoélastique. Une meilleure façon de procéder consiste à contraindre le matériau viscoélastique en ajoutant une couche contraignante rigide sur la surface libre du matériau viscoélastique.

Le viscoélastique se trouvant collé entre deux couches élastiques rigides (la couche à amortir et la couche de contrainte), il se produit une déformation en cisaillement supplémentaire. En effet, la déformation différentielle entre la couche de contrainte et la structure hôte augmente le cisaillement du matériau viscoélastique. Une déformation en cisaillement plus importante se traduit par un amortissement plus important, le matériau viscoélastique dissipant l'énergie vibratoire par déformations cycliques. Le premier modèle d'amortissement des ondes de flexion par ce procédé a été proposé par Kerwin (1959). Un modèle plus détaillé a été par la suite présenté par Ross, Kerwin et Ungar (1959).

Bien que le modèle de Ross, Kerwin et Ungar puisse être très utile, il n'est valable que pour une poutre avec un seul type de conditions aux limites (rotules aux extrémités). Une avancée majeure a été effectuée avec le modèle de Mead et Markus (1969). Cette méthode permet de trouver la solution du problème dynamique lorsque la poutre est traitée à l'aide d'un matériau viscoélastique contraint avec des conditions aux limites quelconques aux extrémités de la poutre. Par contre, la résolution des équations provenant de cette méthode peut s'avérer très difficile.

Plusieurs modifications ont été apportées au matériau viscoélastique contraint afin d'accroître son efficacité, telle l'utilisation de ces matériaux en couches multiples, l'ajout d'espacements entre les matériaux contraignants ainsi que l'ancrage à la structure de l'une des extrémités de la couche de contrainte.

De plus, plusieurs types de géométries de sections droites de poutres ont été conçus afin de maximiser le cisaillement à l'intérieur du matériau viscoélastique et ainsi augmenter l'amortissement de la structure (Torvik, 1980).

L'utilisation des matériaux viscoélastiques contraints, augmente l'amortissement et la rigidité de façon significative.

Cependant, la présence de la couche viscoélastique et la couche de contrainte a comme conséquence d'augmenter considérablement la masse de l'ensemble.

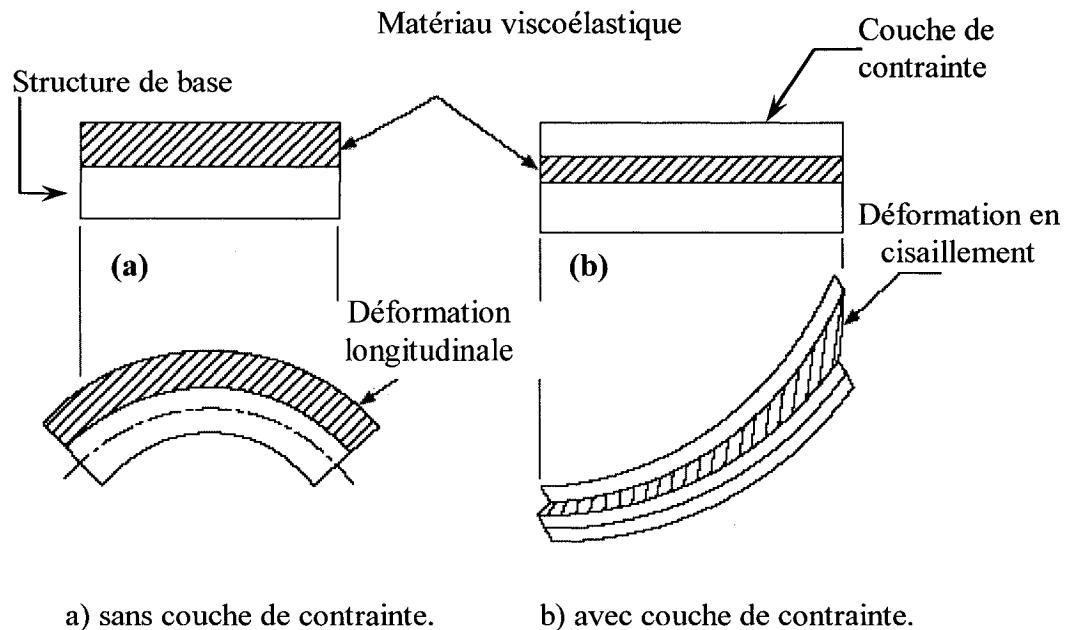


Fig.1.1. Déformation du matériau viscoélastique avec et sans couche de contrainte (Dennis Tat. Heung. 1980)

En résumé, les matériaux viscoélastiques sont relativement faciles à appliquer par collage et peu dispendieux, donc leur niveau d'amortissement ainsi que leur largeur de bande peuvent se trouver illimités.

L. Cheng & R. Lapointe (1994) ont présenté une étude analytique sur l'amortissement vibratoire au moyen d'une couche partielle de viscoélastique (sans couche de contrainte) appliqué à la surface des structures vibrantes (panneaux et plaques rectangulaires). La structure étudiée était une plaque mince rectangulaire couverte partiellement par des couches viscoélastiques (sans couche de contrainte). Les conditions aux rives étaient produites par un ensemble de ressorts et d'amortisseurs reliant la plaque le long de ses bords à une base fixe. Ils ont utilisé un procédé mathématique d'optimisation qui cherchait l'endroit et la forme du matériau viscoélastique afin d'avoir la meilleure performance d'amortissement d'une structure soumise à des vibrations libres et forcées. Leur résultats montrent que l'utilisation des couches partielles du viscoélastiques augmente de manière significative l'amortissement du système.

L'emphase est également mise sur les caractéristiques dépendantes de la température et de la fréquence du matériau viscoélastique. L'effet de la température et de la fréquence est crucial pour la formulation du procédé mathématique qui tient compte des propriétés des matériaux viscoélastiques sous des variations de la fréquence et de la température. Cheng et Lapointe ont démontré qu'une augmentation de température est équivalente à une diminution en fréquence, du point de vue phénoménologique. Cette caractéristique est une propriété générale valable pour une grande classe de polymères sur une large gamme de températures et de fréquences.

Pour vérifier l'exactitude de leur modèle, Cheng et Lapointe ont procédé à un essai expérimental sur une plaque en aluminium, simplement supportées aux quatre coins. Six couches partielles de viscoélastiques (sans couches de contrainte) ont été appliquées à divers endroits sur la plaque. Une force transversale contrôlée a été appliquée au système. Cette force a été appliquée, premièrement sur une plaque sans couches viscoélastiques, puis sur une plaque avec des couches viscoélastiques. Des résultats satisfaisants ont été obtenus. En fait, les auteurs rapportent que non seulement la théorie a prévu la même tendance que l'expérience, mais également que l'erreur entre la théorie et l'expérience est très faible.

Yi-Cheng Chen et Shyh-Chin Huang (2002) ont aussi présenté une étude sur le placement optimal d'une couche viscoélastique d'un traitement amortissant, afin de diminuer les vibrations des plaques. Leurs travaux comportaient un modèle analytique basé sur une approche d'énergie présentée précédemment dans une de leurs études (1999).

Ils ont considéré une plaque rectangulaire simplement supportée, partiellement couverte d'une couche de viscoélastique avec couche de contrainte. La plaque était excitée par une force harmonique appliquée en un point de coordonnées (x, y) . D'après les résultats de cette étude, doubler l'épaisseur de la couche de contrainte (2×0.38 mm) augmente l'amortissement de la couche viscoélastique (amortissement global amélioré). Quant au placement optimal de la couche viscoélastique sur la structure, ils ont montré que le taux d'amortissement et l'épaisseur de cette couche ont une influence importante sur

l'amortissement global. Ils ont aussi démontré que la position optimale de ladite couche se trouve au centre de la plaque.

1.3. Modèles de plaques sandwichs

Le problème des plaques sandwichs (plaque de base + couche viscoélastique + couche rigide) a été étudié de manière spécifique à cause de son intérêt industriel très important. Ce paragraphe ne vise pas à fournir des modèles généraux pour des plaques multicouches quelconques, mais plutôt de décrire les études effectuées et les phénomènes principaux qui interviennent dans l'amortissement des plaques avec des couches viscoélastiques contraintes. Les premières études (Kerwin, 1959; Ungar, 1959) utilisent des méthodes analytiques, car à cette époque les modèles variationnels (Reissner *et al.* 1961; Yang *et al.* 1966), qui utilisent un champ de déplacement global sur toute l'épaisseur de la plaque, ne sont pas capables de prendre en compte la différence entre les déformations dues au cisaillement des couches élastiques et les déformations des couches viscoélastiques.

Par la suite, les modèles de plaques sandwichs ont utilisé des approches variationnelles en faisant des simplifications par rapport aux modèles généraux des plaques multicouches. Kerwin (1959) est le premier à calculer la rigidité complexe d'une poutre sandwich, en supposant que seules les déformations en cisaillement de la couche viscoélastique dissipent de l'énergie. Il montra également que cette rigidité dépend de la fréquence. Ce modèle a été développé par la suite (Ross et Ruzicka, 1959 ; Ungar *et al.* 1962) pour prendre en compte certains effets négligés par Kerwin dans sa première étude (par exemple, les pertes d'énergie par traction-compression de la couche viscoélastique et de la couche supérieure). Le modèle défini par Ungar (1962) est à la fois simple et précis, et permet de calculer la rigidité complexe d'une plaque sandwich avec un minimum de calculs. Il est couramment utilisé par les ingénieurs acousticiens (Beranek, 1988, chapitre 14). Di Taranto (1965) est le premier à déterminer l'équation du mouvement d'une poutre sandwich en vibrations libres. Il met en évidence le fait que l'équation trouvée par Kerwin est un cas particulier de cette nouvelle équation. Le modèle de Di Taranto consiste à déterminer des caractéristiques vibratoires libres et

forcées d'une poutre composée de deux couches extérieures élastiques faites de matériaux isotrope homogène et de couche internes composées d'un matériau élastique et d'un matériau viscoélastique. Le développement des équations est fait en utilisant dans un premier temps un module de cisaillement réel et dans un deuxième temps un module de cisaillement complexe. Par la suite Mead et Markus (1968) ont résolu l'équation de Di Taranto pour divers types de conditions aux limites.

1.4. Modèles de plaques avec couverture partielle

Peu de travaux ont été consacrés à l'étude du comportement vibro-acoustique de plaques partiellement couvertes par un traitement viscoélastique contraint. On peut néanmoins citer l'étude de Lall *et al.* (1987) qui considère le cas d'une plaque simplement supportées avec une couverture partielle. Il utilise l'approche variationnelle et la méthode de Ritz pour résoudre le système aux valeurs propres, ce qui lui permet de déduire les fréquences propres et les amortissements modaux associés à ces fréquences. Garrison *et al.* (1992, 1994) ont étudié la réponse vibratoire d'une plaque rectangulaire avec couverture partielle (couche viscoélastique) soumise à une excitation aléatoire répartie sur toute la plaque. Une étude paramétrique a été entreprise pour optimiser la position, la surface de couverture et l'épaisseur de la couche viscoélastique. Ils ont considéré une plaque de base (en aluminium) simplement supportée, une couverture partielle constituée d'une couche viscoélastique et d'une couche de contrainte en aluminium. La plaque est mise en mouvement par une excitation aléatoire appliquée dans la direction transversale de la plaque. Leurs résultats montrent que pour une plaque partiellement couverte, l'endroit de la couche viscoélastique peut sensiblement influencer l'amortissement global de la structure. Pour les structures utilisées au cours de leur étude, les résultats indiquent qu'une bande de viscoélastique, placée légèrement près du centre, produit les meilleurs résultats.

Les avantages de l'application des traitements amortissants de surface amènent plusieurs applications possibles. Ils peuvent être appliqués dans les domaines de l'aérospatiale et du transport car le rapport amortissement/poids doit être maximum, ainsi qu'au contrôle vibratoire de structures flexibles. De plus, tout porte à croire que l'amortissement

trouvera de nombreuses applications en ce qui concerne la réduction du bruit. De ce fait, on s'intéresse à mieux comprendre comment l'application des traitements amortissants de surface affecte le comportement vibratoire des plaques subissant des impacts.

1.5. Propagation des bruits d'impact

Lorsqu'une plaque subit l'impact d'un objet très petit, comme une bille par exemple, cela engendre dans la structure une déformation initiale près du point de contact. Cette déformation locale crée des changements de pression qui génèrent la partie du bruit d'impact appelée le bruit transitoire initial (Akay, 1978).

Les bruits d'impact sont dus au choc d'un objet sur une paroi. Au moment du choc, une quantité d'énergie importante est communiquée directement à la paroi (voir fig.1.2).

Cette énergie incidente n'est pas répartie sur toute la paroi, mais sur une surface très limitée. La paroi est mise en vibration, donc elle rayonne un bruit. Dans le cas d'un impact, il ne faut compter que sur les revêtements de surface, ou sur une coupure dans le matériau pour obtenir un amortissement suffisant des vibrations (Fig.1.3).

Considérons une barre de fer frappée à une de ses extrémités (Fig.1.4). Au moment du choc, une quantité d'énergie importante est mise en jeu. Une partie de cette énergie est transformée en mouvement de solides rigides:

- Rebondissement de l'impacteur.
- Déplacement de la barre.

Une autre partie est transmise au matériau. La barre vibre et émet un bruit. L'énergie transmise au matériau, au point d'impact, se propage rapidement le long de la barre. Elle

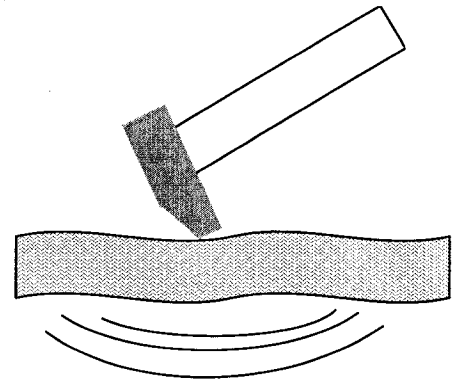


Fig.1.2. Choc du marteau sur la paroi

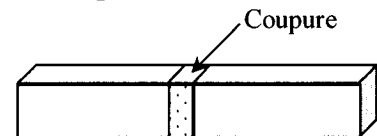


Fig.1.3. Effet d'une coupure.

est véhiculée par une onde de pression longitudinale (Fig.1.5) dont la vitesse de propagation est beaucoup plus élevée que la vitesse des ondes de pression dans l'air.

La vitesse de propagation est constante pour un matériau donné et indépendante de la forme et de l'intensité de l'énergie incidente. Lorsque l'onde arrive à l'extrémité de la barre, elle est réfléchiée, puis arrive à l'autre extrémité, où elle est de nouveau réfléchiée (Fig.1.6).

L'onde a donc un mouvement de va-et-vient très rapide dans la barre. Chaque fois que l'onde atteint une des extrémités, elle comprime puis relâche les molécules d'air qui sont en contact. Cette agitation périodique se propage dans l'air. Il y a donc production d'un son.

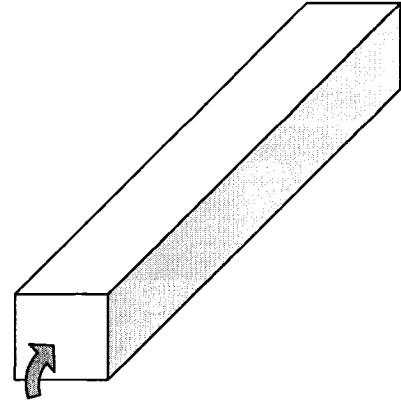


Fig.1.4. Barre de fer frappée à l'une de ses extrémités.

Lors d'un impact transversal, les ondes produites comportent une onde de flexion qui se propage dans la structure en s'éloignant du point de contact. Dans ce cas, la quantité d'énergie qui avait été communiquée à la barre au moment du choc est graduellement transformée en énergie sonore et en chaleur dans la barre (par frottement des molécules les unes sur les autres). Donc, en se propageant, les ondes de pression produites par l'impact génèrent du bruit et chaque point à la surface de la structure peut être vu comme une source sonore (French, 1971).

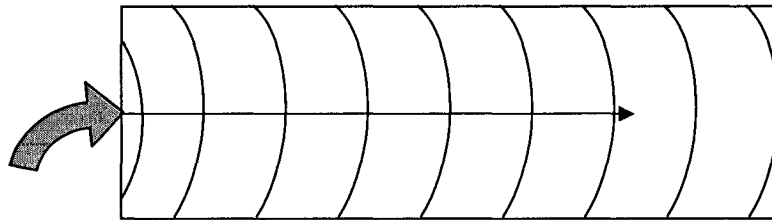


Fig.1.5. Le choc produit des ondes de pression dans le matériau.

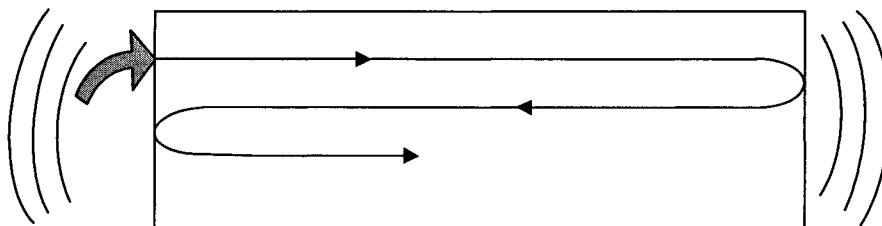


Fig.1.6. Les ondes de vibration se réfléchissent à la surface de la barre.

Les ondes qui seront traitées dans notre étude sont les ondes de flexion. Ces ondes ont été choisies car ce sont celles qui causent la majorité du bruit d'impact dans le cas d'un impact transversal sur une plaque mince. En effet ces ondes engendrent un déplacement très rapide des points de la structure dans la direction normale à celle-ci. Ces points vibrants transportent avec eux l'air avec lequel ils sont en contact. Ce déplacement rapide de l'air provoque un changement local et brusque de pression. Donc, en se propageant, les ondes de flexion produites par l'impact génèrent une impulsion sonore (bruit, détonation). Pour plus de détails, le lecteur peut se reporter aux travaux de French (1971) et Akay (1978).

L'impact entre deux structures est une source importante de bruit dans l'industrie. Cependant, ce n'est pas un phénomène bien connu d'un point de vue théorique. Les modèles disponibles dans la littérature concernant le bruit d'impact ne portent que sur une partie du phénomène.

Mais lors des travaux, de Philippe Troccaz *et al.* (2000), un modèle plus complet est développé. Dans leur étude le rayonnement acoustique dû à l'impact d'une sphère non élastique avec une plaque rectangulaire mince simplement supportée, est formulé et validé expérimentalement. La force d'impact est calculée à partir de la loi de Hertz, qui a été prolongée au cas des déformations plastiques, et le rayonnement acoustique dans le domaine de temps est obtenu en utilisant l'intégrale de Rayleigh. Leur modèle est employé pour prouver que le mécanisme de rayonnement du bruit inclut deux sources séparées, soit la déformation initiale de la plaque et la propagation des ondes de flexion.

Leur modèle est également employé pour déterminer que le bruit d'impact est influencé par les paramètres qui caractérisent les deux structures impactées et par la configuration d'impact (par exemple : plasticité, amortissement, matériaux et vitesse d'impact).

Sharma *et al.* (2004) ont étudié l'influence de l'application d'une couche de polyuréthane insérée en sandwich entre deux couches d'une structure sur la réponse à l'impact. Des essais expérimentaux d'impact à basse vitesse ont été effectués sur des panneaux en sandwich avec une couche centrale de polyuréthane. Leurs résultats ont démontré que les spécimens contenant une couche de polyuréthane au centre de la structure possèdent une bonne capacité de dissipation, à cause de la haute rigidité de ces couches.

En somme, trois sources de bruit sont donc considérées lors de l'impact d'une plaque. Le bruit de contact généré par le contact entre les deux corps, le bruit transitoire initial généré par le déplacement local autour du point de contact et le bruit de réverbération généré par les ondes de flexion qui se propagent dans la structure suite à l'impact. Comme il a été mentionné plus haut, ce mémoire vise à étudier plus particulièrement l'effet des discontinuités sur la propagation des ondes de flexion.

Dans le cas du rivetage, des mesures préliminaires de plusieurs autres études ont permis d'exclure immédiatement les sources provenant du marteau seul. En effet, il a été constaté que son niveau sonore était inférieur par rapport à celui du procédé complet; ceci permet d'exclure dès maintenant les bruits d'origines aérodynamique et mécanique du marteau (riveteuse) comme étant des sources importantes dans la composition globale du niveau sonore. Cette constatation rejoint la perception subjective des opérateurs de riveteuse à savoir que "le bruit que pourrait faire seulement le marteau (en isolant les coups sur le rivet et la tôle) n'est pas perçu" (Y. Goudreault 1994).

L'assemblage de plaques et tôles par rivetage demeure un cas typique de structure soumise à une excitation créant des ondes de flexion. Donc de l'énergie s'échappant en vibration, une partie sera dissipée par rayonnement sous forme de bruit et l'autre sous forme d'amortissement structural.

En définitive, le bruit par rayonnement associé à la réverbération constitue une source continue dont les paramètres importants sont l'aire de la surface en mouvement S , le niveau efficace au carré de la vitesse (v^2) et l'efficacité de rayonnement.

Dans le cas de bruit d'impact, ce mécanisme génère des crêtes de pression dont l'amplitude sera directement reliée à la durée du contact. Tel que le démontre Richards et *al.* (1979), cette amplitude est inversement proportionnelle à la durée de l'impact. Le bruit d'impact dépend donc du temps écoulé pendant le changement de vitesse considéré; une grande rigidité sera caractéristique d'une courte période de contact donnant lieu à des bruits d'impact importants.

L'étude de Richards et *al.* (1979) démontre de plus que la "dureté" du contact influence directement la distribution spatiale et le niveau d'intensité sonore. Un contact métal-métal aura une période de contact relativement courte caractérisée par une intensité sonore plus élevée dans l'axe de percussion. A l'opposé, augmenter la durée d'impact en rendant le contact plus souple, diminue le niveau sonore dans l'axe.

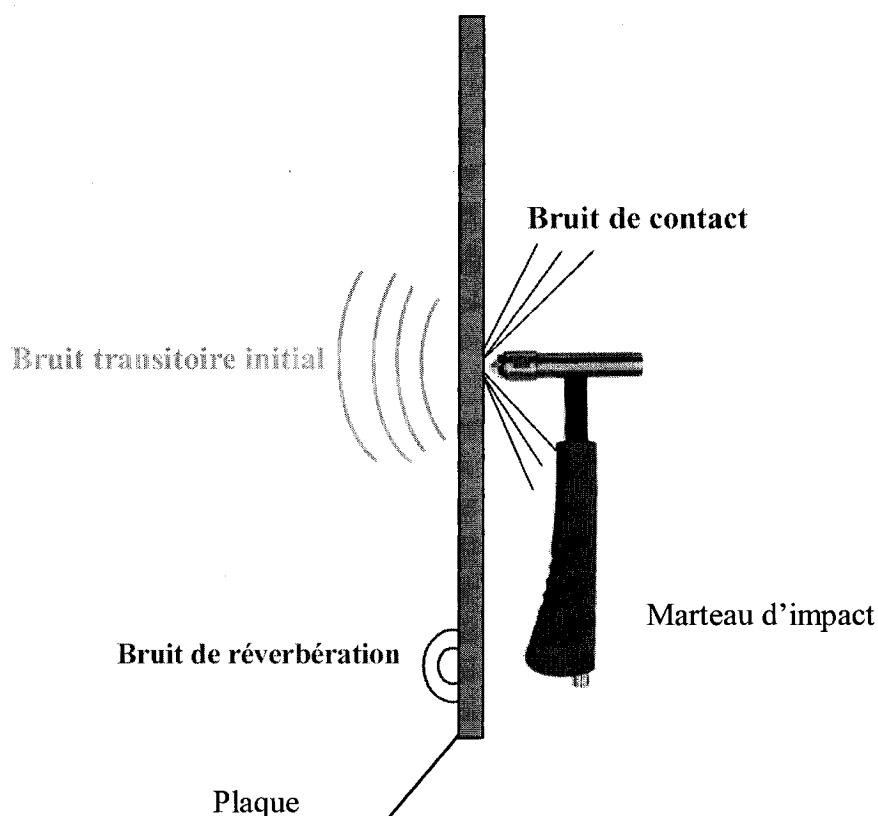


Fig.1.7. Sources de bruit d'impact.

Une onde de flexion génère du bruit en se propageant dans une plaque. Ross et Ostiguy (2001) ont étudié ce phénomène. Leur étude est basée sur des calculs analytiques en utilisant la théorie classique des plaques et l'intégrale de Rayleigh. Elle est complétée par des données expérimentales. Une plaque rectangulaire mince est impactée par une sphère. La force d'impact est définie selon le développement de Heitkämper (1985).

Leurs résultats prouvent que dans le domaine proche de la plaque, le long de l'axe d'impact, le bruit transitoire initial a la même forme et la même durée que la force d'impact. Quand l'énergie d'impact est faible, leur forme est semblable à un demi-sinus court, tandis que dans le cas des impacts de grande énergie, leur forme est plus longue et exponentiellement décroissante. Si la durée de contact est courte, le bruit transitoire initial et de réverbération peuvent être considérés comme étant séquentiels. Autrement, il y a un chevauchement. Les simulations de la propagation des ondes acoustiques ont

prouvé qu'un modèle dispersif représente mieux le bruit d'accélération, comparé à un modèle non dispersif Ross et *al.* (2001). Par conséquent, les ondes de flexion dans la plaque propagent non seulement le bruit de réverbération, mais elles transportent également le bruit transitoire initial, d'où la nécessité d'étudier la propagation de l'onde de flexion.

1.6. Comment arrêter la propagation des vibrations dans une plaque

Lorsqu'une onde rencontre une discontinuité dans le milieu dans lequel elle se propage, elle subit certains changements. Une partie de l'énergie de l'onde est transmise et continue de l'autre côté de la discontinuité alors qu'une autre partie de l'énergie est réfléchiée et retourne en direction de la source. La discontinuité rencontrée par l'onde peut être à la fois un changement d'épaisseur, de masse volumique, de rigidité, ou tout autre changement qui affecte la vitesse de propagation de l'onde dans ce milieu (French, 1971). Par conséquent l'amplitude et la forme des ondes transmises et réfléchiées diffèrent de celles de l'onde incidente. En effet, supposons qu'une onde de flexion se propage dans une plaque comportant une variation subite d'épaisseur, telle qu'à la figure 1.8. L'amplitude du déplacement transversal transmis au delà de la discontinuité est réduite, puisque la rigidité et la masse du système sont plus fortes du côté épais de la structure. Cela entraîne une variation de forme et d'amplitude des ondes qui y voyagent (ce phénomène sera expliqué en détails au chapitre 4).

D'autres types de discontinuités sont possibles. Par exemple, supposons qu'on veuille empêcher les vibrations d'atteindre l'extrémité opposée d'une plaque recevant un choc. Pour cela, on peut couper la plaque (fig.1.9). Le morceau situé du côté du choc sera parcouru par les ondes de vibration. Ces ondes ne pourront pas se transmettre à l'autre côté car elles se heurteront à une couche d'air qui ne transmettra que très peu d'énergie.

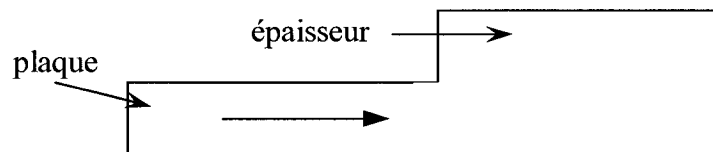


Fig.1.8. Discontinuité d'épaisseur.

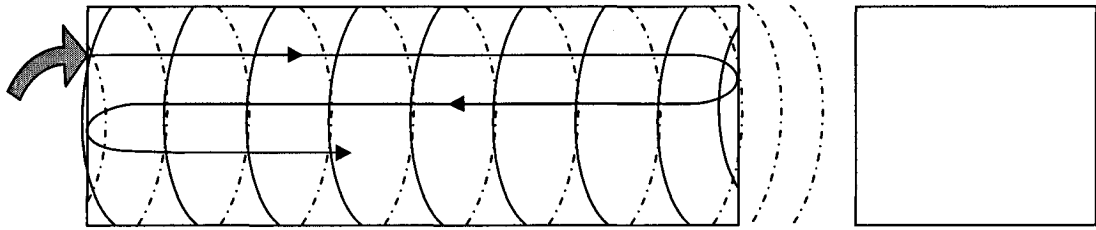


Fig.1.9. Effet d'une coupure.

En effet, chaque fois que les ondes qui se propagent dans un matériau rencontrent un matériau différent, il y a réflexion à l'interface d'une partie de l'énergie véhiculée par les ondes. Si le matériau au-delà de la discontinuité est rigide, une faible partie de l'énergie y est réfléchi. Le reste est transmis. À la limite, si les deux morceaux du même matériau sont fixés l'un sur l'autre, toute l'énergie des vibrations passe d'une extrémité à l'autre. Si la structure est composée d'une unique plaque et qu'un traitement amortissant (matériau viscoélastique) est appliqué sur une partie de la surface de la structure subissant l'impact (fig.1.10), la partie de l'onde transmise à la zone traitée est amortie.

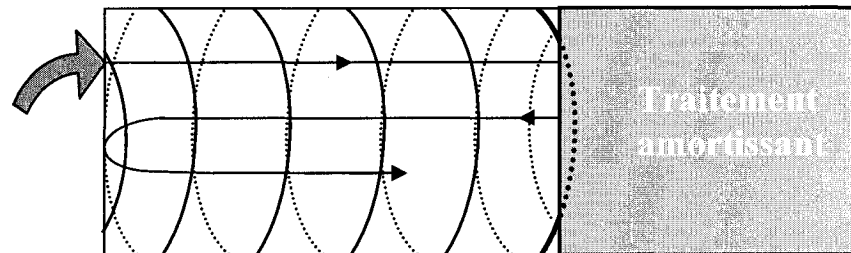


Fig.1.10. Propagation d'ondes dans une plaque avec traitement amortissant partiel.

1.7 Méthodes des éléments finis

La méthode des éléments finis se base sur l'approche variationnelle. Bien que les modèles qui sont utilisés dans la suite de ce document ne font pas appel à cette méthode, il est important de donner un bref aperçu des nombreuses études qui ont été faites dans ce domaine (Reddy, 1989, a écrit un article de synthèse sur ce sujet). Il existe un très

grand nombre de publications définissant un élément de référence afin de pouvoir traiter le cas de plaques multicouches par la méthode des éléments finis. La modélisation de structures multicouches par éléments finis se divise en deux grandes catégories : les théories tridimensionnelles et les théories bidimensionnelles.

La plupart des modèles utilisent les différentes hypothèses définies dans les paragraphes précédents. Certains modèles utilisent un champ de déplacement global pour toute la plaque en prenant en compte le cisaillement transversal (Pryor *et al.* 1970 ; Cook, 1972). D'autres (Di Sciuva, 1984) considèrent un champ de déplacement qui prend en compte un déplacement indépendant pour chaque couche, tel que défini par Srinivas (1973).

Les théories tridimensionnelles appliquent les lois de l'élasticité tridimensionnelle aux couches viscoélastiques constituant la structure. L'avantage principal de ces théories est qu'elles procurent des résultats très précis. Cependant, les difficultés mathématiques considérables qu'engendre leur mise en œuvre pour des conditions aux limites générales, réduisent leur champ d'application.

Johnson *et al.* (1982) et Yiu (1993) proposent des modèles dédiés aux plaques sandwichs incluant des matériaux viscoélastiques. Cournoyer (1994, 1995) et Guertin (1998) utilisent la théorie avec un élément quadrilatéral à 9 nœuds (*Simplified discrete layer theory*). Reddy *et al.* (1989) s'appuient sur un modèle de type 3 (*Simplified higher shear theory*) qui satisfait de manière précise la continuité des contraintes en comparaison avec la théorie tridimensionnelle de l'élasticité.

La plupart des études utilisent plutôt des éléments bidimensionnels, soit des éléments quadrilatéraux à 4 nœuds (Pryor et Barker, 1971; Di Sciuva, 1985; Reddy, 1989) soit triangulaires à trois nœuds (Cook, 1972). Le nombre de degrés de liberté pris en compte est en général très supérieur à celui considéré pour les plaques monocouches et élastiques, ceci afin de prendre en compte les effets du cisaillement transversal.

Les théories bidimensionnelles, utilisent des hypothèses compatibles avec les phénomènes physiques afin de simplifier la formulation du problème. On peut diviser ces théories en deux catégories suivant que le champ de déplacement choisi soit le

champ global (un seul champ de déplacement pour toutes les couches) ou le champ distinct (un champ de déplacement par couche).

Ces modèles numériques peuvent être basés soit sur une approche en déplacement, auquel les champs de déplacement sont donnés par hypothèse, soit sur une approche mixte. Pour les détails de ces approches on peut se référer aux volumes de Batoz et Dhatt (1992).

On peut aussi consulter quelques articles qui présentent de nombreuses références à des études traitant les structures multicouches [Cook (1972); Reddy (1985); Yang, Norris, et Stavsky(1966); Chow (1971) et finalement Noor et Burton (1989)].

Pour la modélisation de traitement viscoélastique contraint par des éléments solides, le livre de Sun et Lu (1995) donne une revue complète de la littérature de ce sujet ainsi qu'une description de sa mise en œuvre.

1.8 Modèles de plaques sandwichs

Le problème des plaques sandwichs a été étudié à cause de son intérêt industriel très important. Les premières études (Kerwin, Ungar, 1959) ont utilisé des méthodes analytiques en éléments finis, car à cette époque les modèles variationnels ne sont pas capables de prendre en compte la différence entre la déformation en cisaillement de couches élastiques et celles des couches viscoélastiques.

Kerwin est le premier à avoir calculé la rigidité complexe d'une poutre sandwich, en supposant que seules les déformations en cisaillement de la couche viscoélastique dissipent de l'énergie.

Ce modèle a été développé par (Ruzicka, 1962; Ungar et *al.* 1962) pour tenir compte de certains effets négligés par Kerwin. Il est couramment utilisé par les ingénieurs acousticiens, car c'est un modèle qui est à la fois simple et précis. Finalement, peu d'études ont été consacrées à l'étude du comportement vibratoire des plaques partiellement couvertes par un traitement viscoélastique contraint. On peut néanmoins citer les études de Lall et *al.* (1987) et de Garrison et *al.* (1994) qui ont étudié la réponse

vibratoire d'une plaque rectangulaire avec couverture partielle soumis à une excitation aléatoire répartie sur toute la plaque. En somme, une formulation et une mise en œuvre simples demeurent les atouts majeurs de ces modèles.

Synthèse

Afin d'améliorer les performances des traitements amortissants de surface, il est important de mieux comprendre leurs effets sur la structure. C'est avec cet objectif en tête que les travaux présentés dans ce mémoire ont été effectués. Les résultats de cette étude tentent d'approfondir les connaissances sur les effets des discontinuités causées par les tampons sur la propagation des ondes dans une plaque.

Avec le développement récent dans les règles de santé et sécurité, la réduction du bruit dans le milieu de travail est devenue plus importante. De plus en plus les ingénieurs conçoivent leurs produits en essayant de réduire au maximum le bruit qu'ils génèrent. En pratique, toutefois, certaines machines et certains procédés vont toujours générer du bruit. Dans ce projet, on s'attarde plus particulièrement aux bruits générés lors des opérations de rivetage pendant la pose des panneaux d'aluminium sur la carlingue d'un avion. L'objectif consiste à simuler numériquement des impacts sur une plaque métallique avec ou sans tampons amortissants dans le but de confirmer les mécanismes d'atténuation et d'amplification des bruits d'impacts.

Un produit a été spécialement développé pour réduire ce type de bruit. Ce produit, breveté sous le nom Vac Damp, est un traitement amortissant de surface appliqué sans colle, par dépressurisation. Il réduit le bruit en amortissant les vibrations causées par l'impact sur la structure. Notre projet vise à modéliser le Vac Damp à l'aide du logiciel de calcul numérique Abaqus 6.5 afin de faire une simulation du phénomène. Nous nous intéressons particulièrement au bruit transitoire initial (choc instantané) dû aux impacts locaux transversaux. Notre objectif est de développer des techniques numériques permettant la réduction des vibrations des structures impactées.

Plusieurs séries d'expériences acoustiques et vibratoires ont été exécutées sur le Vac Damp au cours des années. Ces essais ont montré une bonne atténuation du bruit de réverbération pendant le rivetage des revêtements d'avions. Ces mesures acoustiques et vibratoires ont permis d'observer que les Vac Damps :

- réfléchissent une partie de l'onde de flexion provenant du point d'impact;
- filtrent une partie de l'onde transmise au-delà de la discontinuité formée par le tampon;
- augmentent localement la vitesse de l'onde de flexion dans la structure couverte;
- subissent possiblement des décollements locaux et transitoires avec la structure (interface sous vide, non collée);
- subissent possiblement du micro frottement au niveau de l'interface.

Le modèle numérique servira à vérifier et à expliquer ces observations expérimentales. Il servira par la suite à simuler diverses variantes des Vac Damps pour arriver à un produit qui réduit efficacement le bruit d'accélération et le bruit de réverbération.

Les expériences ont été exécutées sur une plaque rectangulaire verticale d'aluminium, simplement soutenue le long de ses quatre bords par une armature en acier rigide. Les tampons amortissants sont faits d'une couche dense de polyuréthane, collée sur une feuille mince d'aluminium. On utilise une pompe à vide pour les appliquer sur la plaque. Les tampons sont garnis d'un joint de mousse, et un connecteur de vide est monté au centre des tampons. Un vide a été créé entre la couche viscoélastique et la plaque, afin de maintenir les tampons en leur position d'ensemble. Le modèle représentera ces expériences et les résultats obtenus seront comparés avec les résultats expérimentaux. La réponse transitoire en divers points du système sera observée tout en faisant varier les paramètres d'impact (force et durée du contact).

CHAPITRE II

METHODE

2.1 Introduction

Les opérations de rivetage sont une source importante de bruit dans l'industrie des transports, particulièrement dans la fabrication des avions et des autobus où des niveaux sonores importants peuvent être atteints. Afin d'étudier ce procédé, il est plus simple et plus pratique d'étudier un système simplifié dans un laboratoire que de faire des mesures directement sur le système réel. La nécessité d'effectuer les mesures sur un tel montage apparaît évidente car de cette manière, il est possible et plus facile de faire varier les différents paramètres qui influencent le plus la réponse vibratoire du système. Le but est de pouvoir réduire le bruit d'impact, par l'atténuation de l'onde de flexion.

Ce chapitre porte sur l'évaluation numérique des ondes de flexion propagées dans une plaque rectangulaire avec et sans discontinuité. Cette partie de l'étude vise à déterminer l'effet des discontinuités causées par les tampons amortissant sur la propagation des ondes dans une plaque.

Toutefois, il faut mentionner que le modèle expérimental et un modèle analytique utilisé antérieurement (Roy, 2005) sont présentés dans cette étude afin de pouvoir établir une comparaison avec le modèle numérique. Certains résultats obtenus précédemment par les deux méthodes expérimentale et analytique pourront ainsi être validés.

2.2 Méthodologie expérimentale.

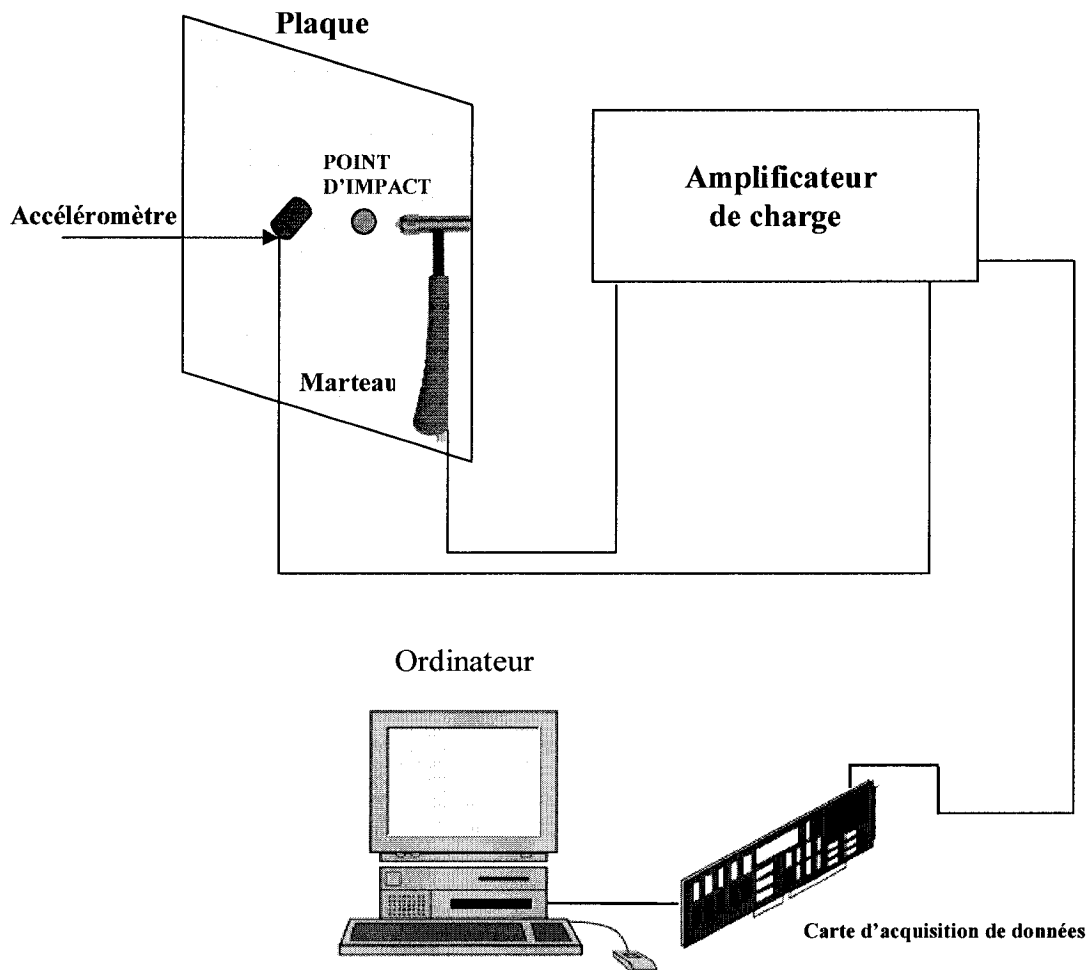


Fig.2.1. Montage expérimental pour la mesure des accélérations d'une structure impactée.

Dans l'étude expérimentale (Roy, 2005), des impacts étaient réalisés sur une plaque d'aluminium. Les essais étaient faits à l'aide d'un marteau d'impact muni d'un accéléromètre (modèle 086B01 de PCB Piezotronics) qui permet de mesurer l'amplitude ainsi que la forme temporelle de la force appliquée lors de l'impact. Les vibrations étaient mesurées à l'aide de deux petits accéléromètres (modèle 4344 de Brüel & Kjær) branchés à un amplificateur de charge (modèle 2635 de Brüel & Kjær).

Le marteau, alimenté par un amplificateur de charge, et les accéléromètres étaient branchés à la carte d'acquisition de données. Le signal du marteau servait de gâchette pour démarrer l'acquisition des données (voir fig.2.1).

Les essais ont été réalisés dans un laboratoire de l'École Polytechnique de Montréal. Le montage était constitué d'une plaque d'aluminium rectangulaire de 600 mm par 900 mm de côtés et 4,8 mm d'épaisseur sur laquelle ont été faits les impacts. La plaque représentait le revêtement d'un avion subissant les impacts d'un marteau riveteur. Pour imiter le type de support du panneau de la carlingue, la plaque était simplement supportée sur ses 4 arêtes au moyen d'un cadre rigide.

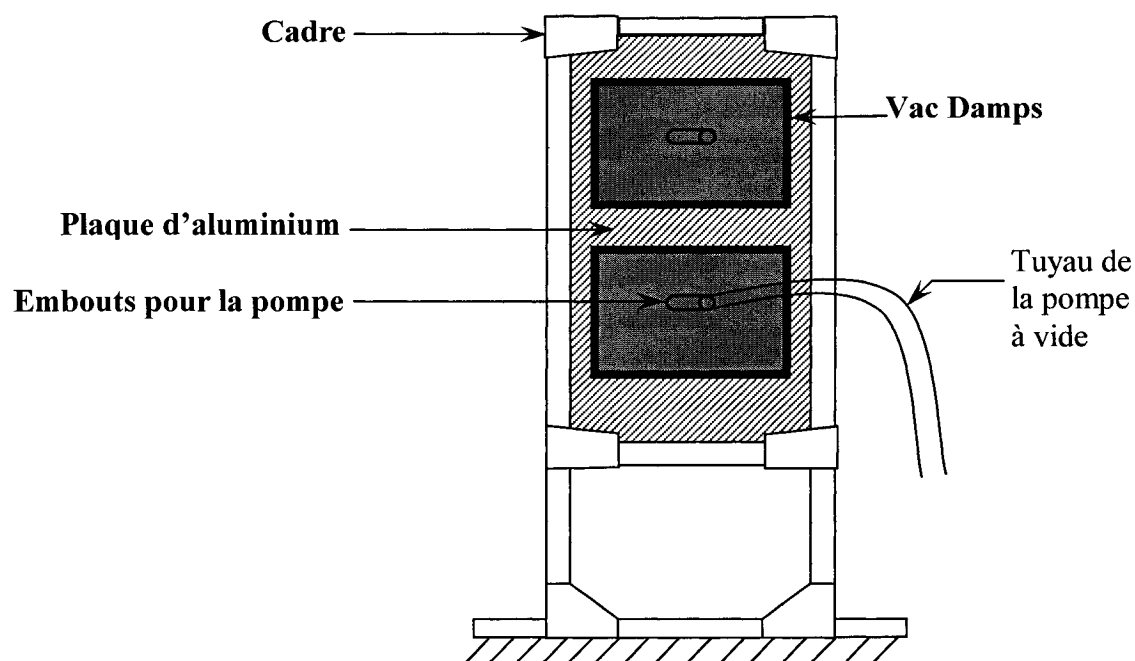


Figure.2.2. Montage expérimental.

Les tampons étaient maintenus en place à l'aide d'une pompe à vide créant une dépression d'environ 90 kPa. Cette pompe était reliée aux tampons à l'aide des tubes et des embouts.

L'étude paramétrique avait pour objectif de déterminer quelle variable influence le plus la réponse. Dans le cas présent, les réponses mesurées étaient l'accélération transversale de la plaque de base à différents endroits afin de retirer le maximum d'information des tests effectués (Roy, 2005).

Différentes configurations de tampons amortissant furent obtenues en faisant varier le positionnement, le nombre de tampons ainsi que le type de tampon utilisé. L'effet de chaque facteur fut analysé à l'aide des mesures de vibration transversale effectuées en différents points sur le système pour déterminer le comportement de la plaque dans diverses configurations des tampons.

L'impact était fait directement au centre de la face avant de la plaque, dans la direction perpendiculaire à sa surface. Pour chaque configuration d'accéléromètres, plusieurs impacts étaient effectués avec une force d'environ 148 Newtons.

Les résultats de ces essais expérimentaux seront utilisés pour valider les modèles numériques et par la suite effectuer des observations sur le comportement vibratoire de la plaque impactée.

2.3 Approche analytique

A la suite des essais expérimentaux, l'étude a été poursuivie à l'aide de modèles théoriques afin de mieux comprendre les facteurs influençant la propagation d'onde dans la plaque.

Cette double approche avait pour but d'offrir une validation supplémentaire en comparant mutuellement les résultats fournis par chacun des deux modèles, ceci avant même de les confronter aux résultats expérimentaux.

2.3.1 Modèles analytiques

Deux modèles mathématiques capables de prédire le comportement vibratoire d'une plaque rectangulaire ont été proposés. Ces formulations analytiques furent implantées

dans un code informatique afin de pouvoir réaliser des études sur le comportement de structures multicouches. Le modèle permet d'effectuer plus facilement une étude paramétrique du système en modifiant certains paramètres et en calculant leurs effets.

Il faut mentionner que le modèle analytique réalisé par Roy (2005) est présenté brièvement dans ce mémoire afin de pouvoir établir une comparaison avec le modèle numérique développé ci-après. Quelques résultats de ce modèle seront présentés à titre de comparaison. Chaque modèle mathématique proposé est un système matriciel d'équations différentielles. Ces modèles ont les mêmes caractéristiques physiques que le montage expérimental (même dimensions, même force d'impact et mêmes conditions aux rives).

La force $f(x,y,t)$, appliquée au centre de la plaque de base est modélisée de façon à ressembler autant que possible à la forme de la force d'impact réelle générée par le marteau d'impact dans les essais expérimentaux. Théoriquement la forme de la force d'impact s'apparente à celle d'un demi-sinus (Goldsmith, 1960) :

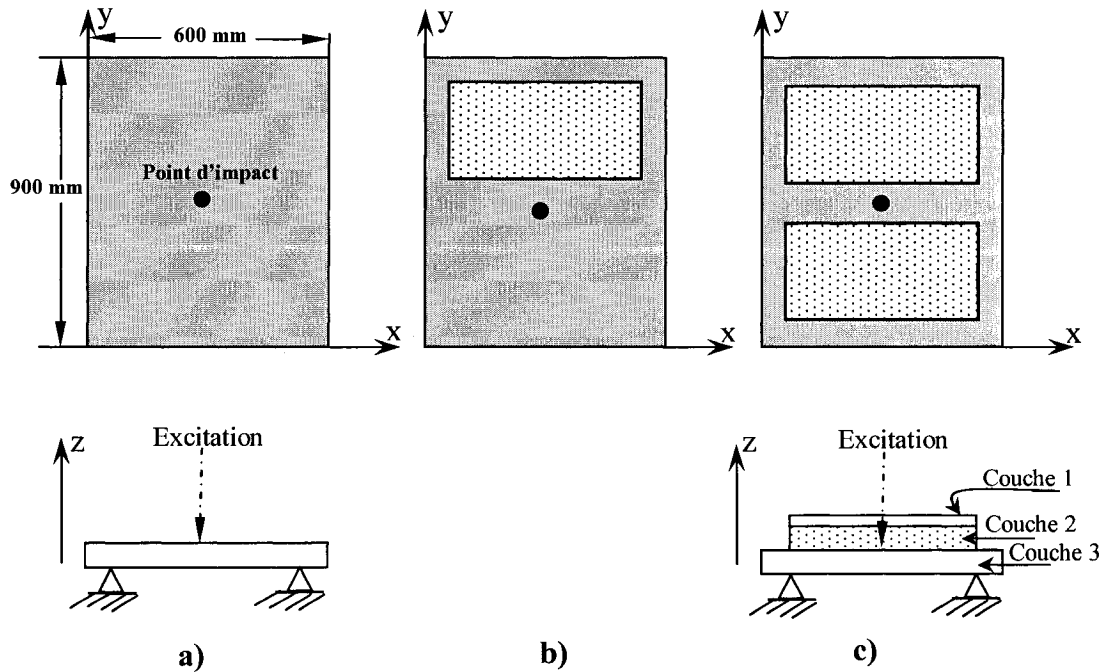
$$f(t) = F \sin\left(\frac{\pi}{\tau}t\right) \quad (2.1)$$

où τ représente le temps de contact de la force et t est la variable du temps (avec $F = 148\text{N}$, $\tau = 0,65\text{ms}$ et t qui varie de Δt à τ).

Différentes configurations ont été étudiées à l'aide des calculs analytiques. Elles représentent les différentes configurations étudiées lors des essais expérimentaux (plaque avec ou sans tampons).

On considère tout d'abord le premier cas simplifié de l'opération de rivetage sur une plaque rectangulaire simplement supportée sans couche viscoélastique, car il permet de mieux comprendre les différents phénomènes qui entrent en jeu en offrant des résultats plus simples à analyser. Par la suite, le deuxième cas simplifié représente le rivetage de

la structure sur laquelle sont posées soit un ou deux tampons viscoélastiques, tel que dans l'étude expérimentale (voir figure 2.3).



**Figure.2.3. Système de coordonnées des modèles analytiques : a) plaque nue
b) plaque avec un tampon c) plaque avec deux tampons.**

2.3.2 Premier cas : plaque sans tampon

Dans le cas du modèle de la plaque sans la couche viscoélastique, un programme a été écrit pour faire le calcul du déplacement transversal d'une plaque subissant un impact. Il s'agit d'une plaque mince, rectangulaire, d'épaisseur uniforme et simplement supportée sur ses quatre arêtes.

La théorie à la base de ce programme provient de la formule classique d'une plaque (Goldsmith, 1960) :

$$w(x, y, t) = \frac{1}{2b\rho} \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{H_{ik}(x, y) H_{ik}(x_0, y_0)}{\omega_{ik} \int \int H_{ik}^2 dx dy} \int_0^t F(\tau) \sin \omega_{ik}(t - \tau) d\tau \quad (2.2)$$

où $w(x, y, t)$ est le déplacement transversal de la plaque au point (x, y) calculé au temps t . Les variables et les constantes de cette équation sont les suivantes :

- b : moitié de l'épaisseur de la plaque subissant l'impact (m)
- ρ : masse volumique de la plaque subissant l'impact (kg/m^3)
- ω_k : fréquence naturelle du mode i, k (Hz)
- H_{ik} : modes propres
- τ : vecteur des temps de calculs (s)
- Ω_{ik} : valeurs propres
- m : longueur de la plaque subissant l'impact (m)
- n : largeur de la plaque subissant l'impact (m)
- E : module de Young de la plaque subissant l'impact (Pa)
- ν : coefficient de Poisson de la plaque subissant l'impact

Avec :

$$H_{ik} = \sin \frac{i\pi x}{m} \sin \frac{k\pi y}{n} \quad (2.3)$$

$$\iint H_{ik}^2 dx dy = \frac{m \times n}{4} \quad (2.4)$$

$$\omega_{ik} = b \sqrt{\frac{E}{3\rho(1-\nu^2)}} \times \Omega_{ik}^2 \quad (2.5)$$

$$\Omega_{ik}^2 = \left[\left(\frac{i\pi}{m} \right)^2 + \left(\frac{k\pi}{n} \right)^2 \right] \quad (2.6)$$

2.3.3 Deuxième cas : plaque avec tampon

Dans ce cas, la plaque rectangulaire comporte trois couches. La plaque de base est rectangulaire de dimensions $a \times b$ et d'épaisseur h_1 . La couche viscoélastique et la couche de contrainte sont également rectangulaires et d'épaisseurs h_2 et h_3 respectivement.

D'une manière générale les indices 1, 2, 3 sont associés à la plaque de base, à la couche viscoélastique et la couche de contrainte, respectivement.

Dans ce modèle la plaque de base (la formulation utilisée est modifiée un peu pour prendre en compte les forces qui existent entre la plaque de base et les tampons), la plaque de contrainte et la couche viscoélastique sont considérés comme des masses reliées entre elles par des ressorts et des amortisseurs (Figure 2.4).

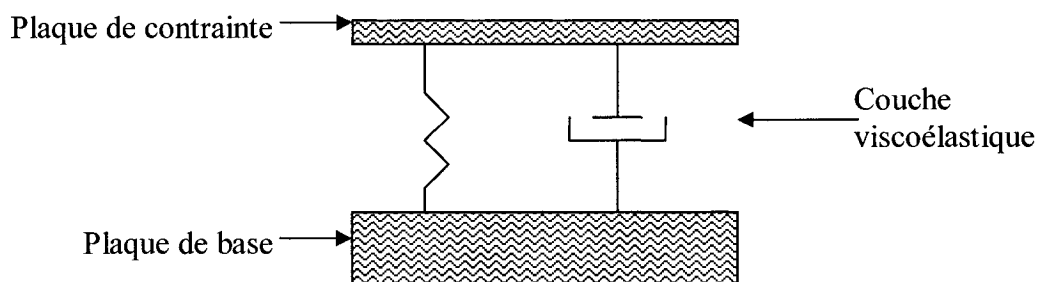


Fig. 2.4. Schéma du modèle analytique (masse-ressort-amortisseur).

Hypothèses

Les principales hypothèses qui ont servi de base à l'élaboration et la modélisation de la plaque avec tampon sont données comme suit :

- Le champ de force appliqué sur la plaque est représenté par une matrice tridimensionnelle représentant non seulement la force d'impact mais aussi les forces générées par les éléments des tampons.
- Dans le modèle, la plaque de contrainte, la couche viscoélastique et la plaque de base sont modélisés comme étant un seul ensemble (liées sans colle et sans vide).
- En réalité, la couche de contrainte est une plaque libre en flexion, dont le modèle est difficile à résoudre analytiquement. C'est pourquoi elle est modélisée soit comme un corps rigide, soit en éléments indépendants. L'analyse a donc été conduite de la manière suivante : dans un premier modèle, la plaque est considérée comme infiniment rigide et ayant seulement un déplacement dans la direction normale de la plaque de base.

De cette manière, la force exercée sur la plaque de contrainte sera la résultante des forces générées par la compression de la couche viscoélastique. À l'inverse, le déplacement de la plaque de contrainte agit sur la plaque de base par des forces que génèrent les éléments de la couche viscoélastique. Dans un deuxième modèle, chacun des éléments de la plaque de contrainte est indépendant des autres, donc la plaque n'est pas considérée comme infiniment rigide, mais plutôt par un ensemble d'éléments indépendants les uns des autres. Les éléments de la plaque de contrainte se déplacent seulement dans la direction perpendiculaire de la plaque de base.

- Afin de simplifier le système et les calculs, les propriétés de la couche viscoélastique sont supposées constantes. La discrétisation temporelle utilisée pour les calculs a été choisie de manière à ce que les courbes d'accélération transversales soient lisses afin d'éviter les changements brusques dans les valeurs de ces accélérations. Un raisonnement similaire fut utilisé afin de déterminer le nombre de modes requis dans les calculs.

La vitesse (w') et l'accélération (w'') transversales de la plaque sont calculées à l'aide des expressions de dérivation numérique suivantes (James *et al.*, 1967) :

$$w'_i = \frac{3w_i - 4w_{i-1} + w_{i-2}}{2\Delta t} \quad (2.7)$$

$$w''_i = \frac{w_i - 2w_{i-1} + w_{i-2}}{2\Delta t^2} \quad (2.8)$$

où Δt est l'incrément de temps et i est l'indice des contenues dans les vecteurs.

Inversement, l'intégration numérique est calculée comme suit :

$$w_i = \Delta t \left(\frac{w'_i + w''_{i+1}}{2} \right) \quad (2.9)$$

Les résultats obtenus durant les calculs analytiques sont tridimensionnels. C'est-à-dire qu'il est possible de connaître, à l'aide d'une seule série de calculs, le déplacement, la

vitesse et l'accélération transversale à n'importe quel point du système bidimensionnel et à n'importe quel temps. Ces trois valeurs sont nécessaires pour le calcul des forces élastiques et visqueuses, ainsi que pour le calcul des termes d'inertie (Roy, 2005).

2.4 Modèle par éléments finis

Si les équations de base de la mécanique et de l'acoustique sont établies depuis longtemps, ce n'est qu'avec l'arrivée d'outils informatiques performants que la vibroacoustique s'est développée. La recherche en vibroacoustique est largement liée à des applications industrielles, ce qui nécessite des nouveaux outils numériques pour concevoir des produits silencieux. En effet, les démarches purement expérimentales sont en générale longues, compliquées et coûteuses. Elles peuvent être parfois très peu efficaces.

Quant aux modèles analytiques, les phénomènes physiques étudiés doivent être modélisés. Toutefois, il n'est pas toujours possible de représenter parfaitement et exactement ces phénomènes. Que ce soit pour des raisons de temps de calcul, ou par manque de formules appropriées, il est parfois nécessaire de faire des approximations dans les modèles afin d'arriver à des résultats jugés acceptables.

Donc, avec une approche numérique par éléments finis (Abaqus 6.5) il est possible de faire varier des paramètres qui sont très difficiles à modifier ou à contrôler sur un dispositif expérimental réel.

Une attention particulière sera maintenant portée sur les modèles de plaques sandwich utilisés pour réduire le bruit dû aux vibrations et sur la notion d'amortissement dans les matériaux viscoélastiques.

2.4.1 Propriétés dissipatives des matériaux viscoélastiques

L'énergie dissipée sous forme de chaleur au cours d'un cycle d'hystérésis est liée aux propriétés d'amortissement du matériau. Dans le cas d'oscillations libres cela se traduit par une diminution de l'amplitude des vibrations au cours du temps.

Pour caractériser l'amortissement d'une structure, on définit les notions fondamentales d'angle de perte et de module complexe. L'amortissement correspond à l'énergie dissipée autour d'un cycle.

Considérons le cas où un système est soumis à des déformations sinusoïdales cycliques :

$$\varepsilon(t) = \varepsilon_0 \sin(\omega t) \quad (2.10)$$

Si on estime que la contrainte transmise répond de façon sinusoïdale, mais avec un déphasage δ , ou angle de perte, on peut écrire :

$$\sigma(t) = \sigma_0 \sin(\omega t + \delta) \quad (2.11)$$

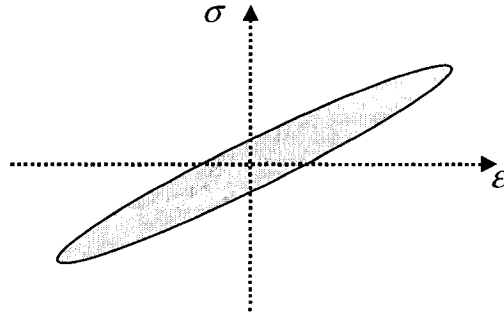


Fig. 2.5. Contrainte et déformation représentées dans le plan (ε, σ) . Cycle d'hystérésis.

Généralement, cette hypothèse, dite de première harmonique, n'est pas suffisante. Typiquement, la réponse en effort contient des harmoniques d'ordre supérieur, et la réponse réelle est du type :

$$\sigma(t) = \sum_k \sigma_k \sin(k\omega t + \delta_k) \quad (2.12)$$

Dans le cas de l'hypothèse de première harmonique, l'énergie dissipée au cours d'un cycle correspond à l'aire de l'ellipse représentée à la figure 2.5 et s'exprime comme :

$$U_c = \oint \sigma d\varepsilon = \sigma_0 \varepsilon_0 \int_0^{2\pi} \cos(\omega t) \sin(\omega t + \delta) d(\omega t) = \pi \sigma_0 \varepsilon_0 \sin(\delta) \quad (2.13)$$

Les équations (2.10) et (2.11) peuvent être réécrites sous la forme $\varepsilon(t) = \varepsilon_0 e^{j\omega t}$ et $\sigma(t) = \sigma_0 e^{j\omega t}$. Ainsi, on peut définir le module d'Young complexe $E^* = \frac{\sigma}{\varepsilon}$, qui se calcule comme suit:

$$E^* = \frac{\sigma_0}{\varepsilon_0} e^{i\delta} = \frac{\sigma_0}{\varepsilon_0} (\cos \delta + i \sin \delta) \quad (2.14)$$

Ou encore,

$$E^* = E' + iE'' = E'(1 + itg\delta) \quad (2.15)$$

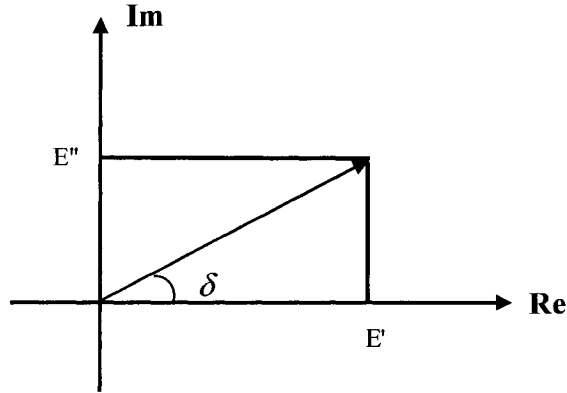


Fig.2.6. Représentation schématique du module dynamique dans le plan complexe.

- $|E^*| = \frac{\sigma_0}{\varepsilon_0}$ est le module dynamique
- $E' = \frac{\sigma_0}{\varepsilon_0} \cos \delta$ est la partie réelle du module dynamique. Cette grandeur caractérise la partie de la réponse en phase avec l'excitation. On l'appelle également module de stockage ("*Storage modulus*") : elle est liée à l'énergie emmagasinée et restituée au cours d'un cycle.
- $E'' = \frac{\sigma_0}{\varepsilon_0} \sin \delta$ est la partie imaginaire du module dynamique. Cette grandeur caractérise la partie de la réponse en quadrature de phase avec l'excitation. On l'appelle

également module de perte ("*loss modulus*") : elle est liée à l'énergie dissipée sous forme de chaleur pendant le cycle.

Les caractéristiques de l'amortissement sont donc E'' ou δ : si ces grandeurs sont petites aux températures et fréquences données, l'amortissement sera faible, et inversement, si ces grandeurs sont importantes l'amortissement sera élevé. Un raisonnement similaire peut être fait pour introduire le module de cisaillement complexe $G^* = G' + iG''$.

2.4.2 Expériences de relaxation et de fluage

Comme signalé ci-dessus, les élastomères présentent des propriétés dissipatives associées à leur élasticité. Nous avons vu qu'une partie de ces propriétés amortissantes étaient dues à une dissipation visqueuse. Par "viscoélasticité", on exprime le fait qu'à chaque instant, le tenseur des contraintes dépend non seulement du niveau de la sollicitation à cet instant, mais également des valeurs de la sollicitation aux instants antérieurs. On peut ainsi dire que de tels matériaux ont une forme de "mémoire" qui leur permet de se "souvenir" des sollicitations auxquelles ils ont été soumis dans le passé.

L'existence de cette "mémoire" se traduit par l'apparition de mécanismes différés, mis-en évidence par des essais de fluage et de relaxation. Lorsque le matériau est maintenu sous déformation constante, les tensions qui s'y sont développées diminuent avec le temps au fur et à mesure que l'ensemble s'approche d'une condition d'équilibre. C'est ce qu'on appelle la relaxation des contraintes. Un processus de relaxation similaire se produit lors de la suppression de la déformation ou de la contrainte imposée.

Le phénomène dual est appelé "fluage". Le matériau continue à se déformer sous une contrainte donnée. Ces expériences de relaxation et de fluage mettent en évidence le comportement viscoélastique du matériau, comportement intermédiaire entre :

- un ressort idéal (solide élastique, pour lequel la réversibilité est instantanée), pour lequel la relation contrainte déformation est :

$$\sigma = E\varepsilon \quad (2.16)$$

- un amortisseur idéal (fluide visqueux pour lequel il y a écoulement pour toute valeur de la contrainte) dont la relation est :

$$\sigma = D \dot{\varepsilon} \quad (2.17)$$

Pour pouvoir facilement intégrer la loi de comportement viscoélastique dans des calculs prédictifs, il est préférable de disposer d'un modèle pour approximer les fonctions de relaxation ou de fluage. Pour ce faire, on utilise des modèles rhéologiques qui seront présentés dans les paragraphes suivants.

Les modèles rhéologiques en viscoélasticité linéaire

Le comportement viscoélastique est intermédiaire entre celui du solide élastique modélisé par un ressort et celui du fluide visqueux, modélisé par un amortisseur. Ce sont ces éléments qui vont servir de base à la modélisation du comportement viscoélastique.

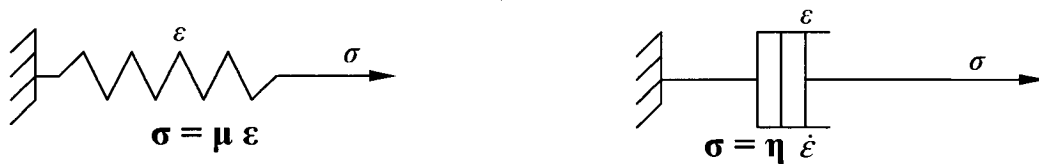
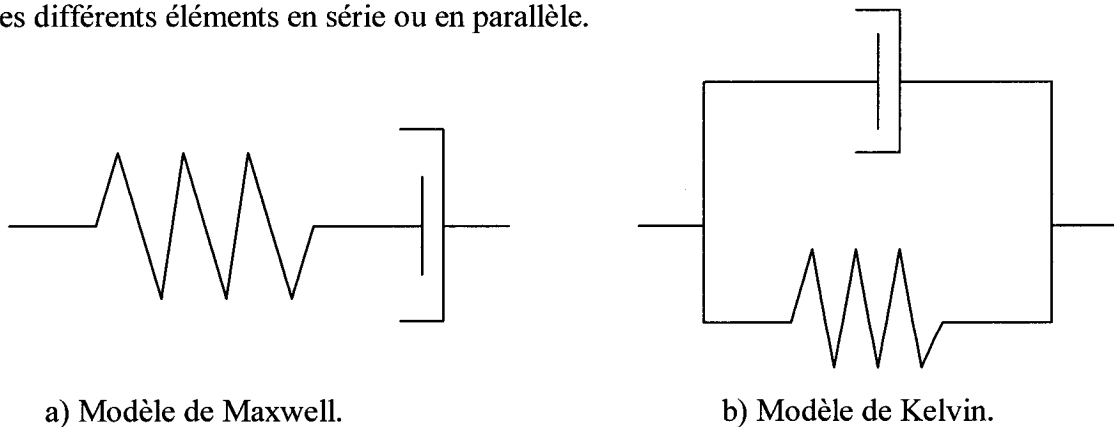


Fig.2.7. Schématisation des éléments rhéologiques usuels en viscoélasticité.

Afin de représenter correctement le comportement complexe d'un matériau, on assemble ces différents éléments en série ou en parallèle.



a) Modèle de Maxwell.

b) Modèle de Kelvin.

Fig. 2.8. Modèle usuels en viscoélasticité.

On désigne par σ la force agissant sur l'élément, par ε l'allongement de celui-ci et par $\dot{\varepsilon}$ son taux d'allongement. On va écrire les relations dans le cadre de sollicitations de cisaillement. On pourrait faire intervenir soit le module de Young soit le coefficient de compression volumique $K = E/3(1 - 2\nu)$.

Pour avoir la fonction de relaxation associée à chaque élément, on résout l'équation correspondante en imposant un échelon de déformation :

$$\varepsilon = \varepsilon_0 \quad t \geq 0$$

$$\varepsilon = 0 \quad t < 0$$

De même, pour avoir la fonction de fluage, on impose un échelon en contrainte:

$$\sigma = \sigma_0 \quad t \geq 0$$

$$\sigma = 0 \quad t < 0$$

Pour des éléments en parallèle (modèle de Kelvin), la fonction de relaxation de l'ensemble est la somme des fonctions de relaxation des éléments (tous les éléments subissent la même déformation, la contrainte totale est la somme des contraintes sur chaque élément).

Pour les éléments en série (modèle de Maxwell), la fonction de fluage de l'ensemble est la somme des fonctions de fluage des éléments. La même force est supportée par tous les éléments, mais la déformation totale est la somme des déformations de chaque élément.

2.4.3 Formulation viscoélastique utilisée dans le code de calcul Abaqus

Le modèle implanté dans le code de calcul Abaqus est très similaire aux deux modèles présentés ci-dessus. Elle est applicable dans le cas de petites déformations viscoélastiques, et plus généralement quand la dissipation est linéaire. Des modèles viscoélastiques linéaires ont été développés et mis en application dans Abaqus.

En utilisant la terminologie d'Abaqus, le comportement du matériau en fonction du temps est défini par la série de Prony pour le module de relaxation en cisaillement $G_R(t)$:

$$\frac{G_R(t)}{G_0} = 1 - \sum_{i=1}^N g_i (1 - e^{-\frac{t}{\tau_i}}) \quad (2.18)$$

où N (nombre de termes des séries de Prony), g_i (module relatif du terme i) et τ_i (temps de relaxation du terme i) sont des paramètres du matériau qui doivent être définis. La valeur maximale de N permise par le code de calcul Abaqus est 13. G_0 est le module instantané de cisaillement déterminé à partir des valeurs des modules élastiques instantanés E_0 et ν_0 :

$$G_0 = \frac{E_0}{2(1+\nu_0)} \quad (2.19)$$

Par exemple, pour un essai de cisaillement à faible niveau de contrainte dans lequel une déformation en cisaillement $\gamma(t)$ est appliquée au matériau, la réponse est la contrainte en cisaillement $\tau(t)$ qui est donnée par :

$$\tau = \int_0^t G_R(t-s) \frac{d\gamma(s)}{ds} ds \quad (2.20)$$

Les constantes g_i et τ_i de l'équation (2.18), peuvent être entrées directement ou calculées par Abaqus à partir des courbes expérimentales de relaxation ou de fluage en cisaillement. Dans ce cas, les données expérimentales doivent être saisies en tant que module de cisaillement normalisé $g_R = G_R(t)/G_0$ où G_0 est le module instantané de cisaillement.

2.4.4 Méthodes de résolution

Le code de calcul Abaqus 6.5 offre plusieurs méthodes pour exécuter des analyses dynamiques des problèmes dans lesquels les effets d'inertie sont importants. Dans le cas des systèmes purement linéaires, des méthodes basées sur l'analyse modale sont toujours choisies parce qu'elles sont habituellement plus efficaces que les autres méthodes. Par

contre les méthodes d'intégration directe sont employées quand la réponse dynamique non linéaire est étudiée et quand la réponse transitoire est cherchée. Le code de calcul Abaqus 6.5 fournit l'intégration temporelle directe en utilisant l'opérateur explicite ou implicite. L'intégration implicite est fournie dans *Abaqus/Standard*; l'intégration explicite est fournie dans *Abaqus/Explicit*.

Implicite versus explicite

Abaqus/Standard et *Abaqus/Explicit* sont capables de résoudre une grande variété de problèmes. Les caractéristiques de ces méthodes déterminent quelle procédure est appropriée pour un problème donné.

L'opérateur d'intégration directe utilisé pour intégrer les équations de mouvement des procédés dynamiques implicites (*Abaqus/Standard*) est celui de Hilber-Hughes-Taylor. *Abaqus/Explicit* emploie alors l'opérateur des différences finies centrées. Dans une analyse dynamique implicite, la matrice d'opérateur d'intégration doit être inversée et un ensemble d'équations non linéaires d'équilibre doit être résolu à chaque incrément de temps. Par contre, dans une analyse dynamique explicite les déplacements et les vitesses sont calculés quantitativement et sont connus au début des incréments de temps; les matrices globales de masse et de rigidité ne sont pas calculées, ce qui signifie que chaque incrément est relativement peu coûteux numériquement comparé aux incréments de temps dans un arrangement d'intégration implicite. Cependant, la taille des incréments de temps dans une analyse dynamique explicite est limitée, parce que l'opérateur doit être conditionnellement stable (stabilité par rapport au temps $\Delta t \leq \frac{2}{\omega_{\max}}$), où ω_{\max} est la pulsation propre la plus élevée.

Par contre, l'opérateur de Hilber-Hughes-Taylor est inconditionnellement stable. Donc, il n'y a aucune limite de taille pour cet incrément et par conséquent il peut être employé pour la plupart des analyses dans *Abaqus/Standard*. En effet, pour l'utilisateur, l'insertion directe de la taille d'incrément est possible. Le contrôle automatique est défini comme suit: l'utilisateur définit l'étape et indique certaines tolérances ou mesures

d'erreur; *Abaqus/Standard* choisit alors automatiquement les incréments pendant qu'il développe la réponse de l'analyse. Dans *Abaqus/Explicit* l'augmentation du temps est commandée par la limite de stabilité de l'opérateur. Elle est, par conséquent, entièrement automatique et n'exige aucune intervention de l'utilisateur. Malgré les avantages d'*Abaqus/Explicit*, il offre moins de types d'élément qu'*Abaqus/Standard*. Suite à ces considérations, le choix d'utiliser la méthode implicite a été fait dans la présente étude. Le choix de ce critère a été guidé par le fait qu'*Abaqus/Explicit* n'offre pas les éléments incompatibles (principal type d'éléments utilisés dans notre étude).

Tableau 2.1. Différences entre *Abaqus/Standard* et *Abaqus/Explicit*.

Considération	<i>Abaqus/Standard</i> (implicite)	<i>Abaqus/Explicit</i>
Bibliothèque d'éléments	Offre une importante bibliothèque d'éléments.	Offre une bibliothèque étendue des éléments bien adaptés aux analyses explicites (les éléments disponibles sont un sous-ensemble de ceux disponibles dans <i>Abaqus/Standard</i>).
Procédure d'analyse	Les procédures générales et les procédures linéaires de perturbation sont disponibles.	Seules les procédures générales sont disponibles.
Matériaux	Offre un grand choix de matériaux.	Offre aussi un grand choix de matériaux.
Formulation de contact	A des fortes possibilités pour résoudre des problèmes de contact.	A une formulation de contact qui résout même les simulations de contact les plus complexes.
Mémoire et espace disque	En raison du grand nombre d'itérations possibles dans un incrément de temps, un espace disque et une utilisation de mémoire très grands sont exigés.	L'espace disque et l'utilisation de mémoire sont en général beaucoup plus petits que ceux requis par <i>Abaqus/Standard</i> .

2.4.5 Méthode de résolution implicite

La méthode d'analyse implicite est couramment utilisée lors de la résolution de problèmes dynamiques par éléments finis, la section suivante énonce les grandes lignes de cette méthode.

Plusieurs problèmes auxquels le code de calcul Abaqus est utilisé exigent de trouver une solution approximative (éléments finis) pour les déplacements, déformations, efforts, les forces, etc. La solution exacte pour un tel problème nécessite que la force et l'équilibre du moment soient maintenus à tout instant à n'importe quel volume arbitraire du corps solide. L'approche du déplacement en éléments finis est basée sur l'approximation de cette condition d'équilibre en la remplaçant par une condition plus faible. Cet équilibre doit être maintenu pour un nombre fini du volume de ce corps solide. L'équation virtuelle de travail sous la forme classique (*Abaqus, theory manual*) est :

$$\int_V \sigma : \delta D dV = \int_S \delta v \cdot t dS + \int_V \delta v \cdot f dV. \quad (2.21)$$

où V est un volume occupé par une partie du corps solide dans la configuration courante, S est la surface entourant ce volume, t est la force de traction extérieure à un point quelconque sur la surface S , f est la force volumique à un point quelconque dans le volume V , δv est un champ de vitesse virtuelle, qui est complètement arbitraire sauf qu'il doit obéir toutes les contraintes cinématiques prescrites : le produit scalaire (.) de cette fonction d'essai avec le champ de force d'équilibre représente alors le taux de travail virtuel. Ce taux de travail virtuel équivaut à l'intégrale sur le volume du double produit contracté (:) de la matrice de rigidité σ avec δD :

$$\delta D = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \delta v}{\partial x} + \left[\frac{\partial \delta v}{\partial x} \right]^T \right) \quad (2.22)$$

où l'exposant T représente la transposée.

Cette section décrit les équations de base utilisées par le code de calcul Abaqus pour une analyse dynamique implicite. Nous commençons par le rapport d'équilibre, écrit sous forme de travail virtuel. L'équation 2.21 devient :

$$\int_V \sigma : \delta D dV = \int_S t^T \cdot \delta v dS + \int_V f^T \cdot \delta v dV. \quad (2.23)$$

Le côté gauche de cette équation est remplacé par l'intégrale du taux de travail virtuel par volume de référence défini par la déformation et la contrainte :

$$\int_{V^0} \tau^c : \delta \varepsilon dV^0 = \int_S t^T \cdot \delta v dS + \int_V f^T \cdot \delta v dV. \quad (2.24)$$

où τ^c et ε sont les mesures de la contrainte et la déformation du matériau.

Pour discuter d'avantage des procédures dynamiques, nous écrivons la force de d'Alembert dans l'équation globale d'équilibre (équation 2.24). La force volumique f en un point peut être écrite comme la résultante de la force volumique extérieure F et du terme d'inertie :

$$f = F - \rho \ddot{u} \quad (2.25)$$

où ρ est la densité du matériau et u est le déplacement du point. La force volumique dans l'équation virtuelle de travail donne :

$$\int_V f \cdot \delta v dV = \int_V F \cdot \delta v dV - \int_V \rho \ddot{u} \cdot \delta v dV. \quad (2.26)$$

Le terme d'Alembert peut être écrit plus simplement en termes de volume de référence et densité de référence ρ_0 :

$$\int_{V_0} \rho_0 \ddot{u} \cdot \delta v dV_0, \quad (2.27)$$

où \ddot{u} est le champ d'accélération. Quand l'intégration implicite est employée, les équations d'équilibre sont écrites à la fin d'une étape de temps (à $t + \Delta t$) et \ddot{u} est calculé à partir de l'opérateur d'intégration de temps. L'interpolateur rapproche le déplacement en un point comme suit:

$$u = N^N u^N,$$

où N^N sont les fonctions d'interpolation qui dépendent des coordonnées du système, u^N sont les variables nodales.

Donc

$$\ddot{u} = N^N \ddot{u}^N, \quad (2.28)$$

Avec cette hypothèse d'interpolation, le terme d'inertie de d'Alembert devient :

$$-\left(\int_{V_0} \rho_0 N^N \cdot N^M dV_0 \right) \ddot{u}^M, \quad (2.29)$$

c'est-à-dire, la matrice de masse multipliée par l'accélération des variables nodales. En éléments finis l'approximation à l'équilibre de l'équation non linéaire:

$$\int_{V_0} \beta_N : \tau^c dV_0 = \int_s N_N^T t dS + \int_V N_N^T f dV. \quad (2.30)$$

où β_N est une matrice qui dépend, en général, de la position actuelle, du point x .

En éléments finis l'approximation de l'équation 2.30 à l'équilibre est:

$$M^{NM} \ddot{u}^M + I^N - P^N = 0 \quad (2.31)$$

où

$$M^{NM} = \int_{V_0} \rho_0 N^N \cdot N^M dV_0 \quad (2.32)$$

est la matrice de masse,

$$I^N = \int_{V_0} \beta^N : \sigma dV_0 \quad (2.33)$$

est le vecteur interne de force et

$$P^N = \int_S N^N t dS + \int_V N^N F dV \quad (2.34)$$

est le vecteur externe de force.

L'opérateur implicite utilisé pour l'intégration dans le temps des problèmes dynamiques est un opérateur défini par Hilber, Hughes, et Taylor (1978). Cet opérateur simple de qui contrôle l'amortissement numérique dans la discrétisation automatique du temps. En effet, à haute fréquence un léger bruit numérique est inévitablement généré lors des changements d'incrément temporels. Ce bruit est enlevé rapidement par un peu d'amortissement numérique. L'opérateur remplace l'équation d'équilibre (équation 2.31) par un équilibre de termes d'inertie à la fin de l'étape de temps :

$$M^{NM} \ddot{u}^M \Big|_{t+\Delta t} + (1+\alpha) \left(I^N \Big|_{t+\Delta t} - P^N \Big|_{t+\Delta t} \right) - \alpha \left(I^N \Big|_t - P^N \Big|_t \right) + L^N \Big|_{t+\Delta t} = 0, \quad (2.35)$$

où $L^N \Big|_{t+\Delta t}$ est la somme de toutes les forces du multiplicateur de Lagrange liées aux N degrés de libertés. La définition de l'opérateur implicite est complétée par les formules des trapèzes pour l'intégration du déplacement et la vitesse:

$$u \Big|_{t+\Delta t} = u \Big|_t + \Delta t \dot{u} \Big|_t + \Delta t^2 \left(\left(\frac{1}{2} - \beta \right) \ddot{u} \Big|_t + \beta \ddot{u} \Big|_{t+\Delta t} \right) \quad (2.36)$$

$$\dot{u} \Big|_{t+\Delta t} = \dot{u} \Big|_t + \Delta t \left((1-\gamma) \ddot{u} \Big|_t + \gamma \ddot{u} \Big|_{t+\Delta t} \right) \quad (2.37)$$

$$\beta = \frac{1}{4}(1-\alpha)^2, \quad \gamma = \frac{1}{2} - \alpha \quad \text{et} \quad -\frac{1}{3} \leq \alpha \leq 0.$$

Les constantes α et β sont des constantes d'amortissement proportionnel numérique.

2.5 Description du modèle généré

Comme dans le cas des essais analytiques et expérimentaux, le premier système à être étudié est celui de la plaque nue (sans tampon). De cette façon, on obtient une bonne base de comparaison pour les systèmes qui s'ensuivent. Par la suite des simulations sont faites sur des systèmes ayant un ou deux tampons. De cette façon, on peut facilement observer et comparer la différence entre les résultats obtenus du côté sans tampon à ceux

obtenus du côté avec un ou deux tampons. Les modèles ayant deux tampons sont faits dans le but de les comparer aux cas avec un seul tampon. Le modèle de la plaque nue a les mêmes dimensions sauf qu'il ne comporte pas de tampon. Dans tous les cas, la plaque de base est frappée transversalement en son centre par une sphère rigide. La figure suivante montre les dimensions de la plaque avec les deux tampons.

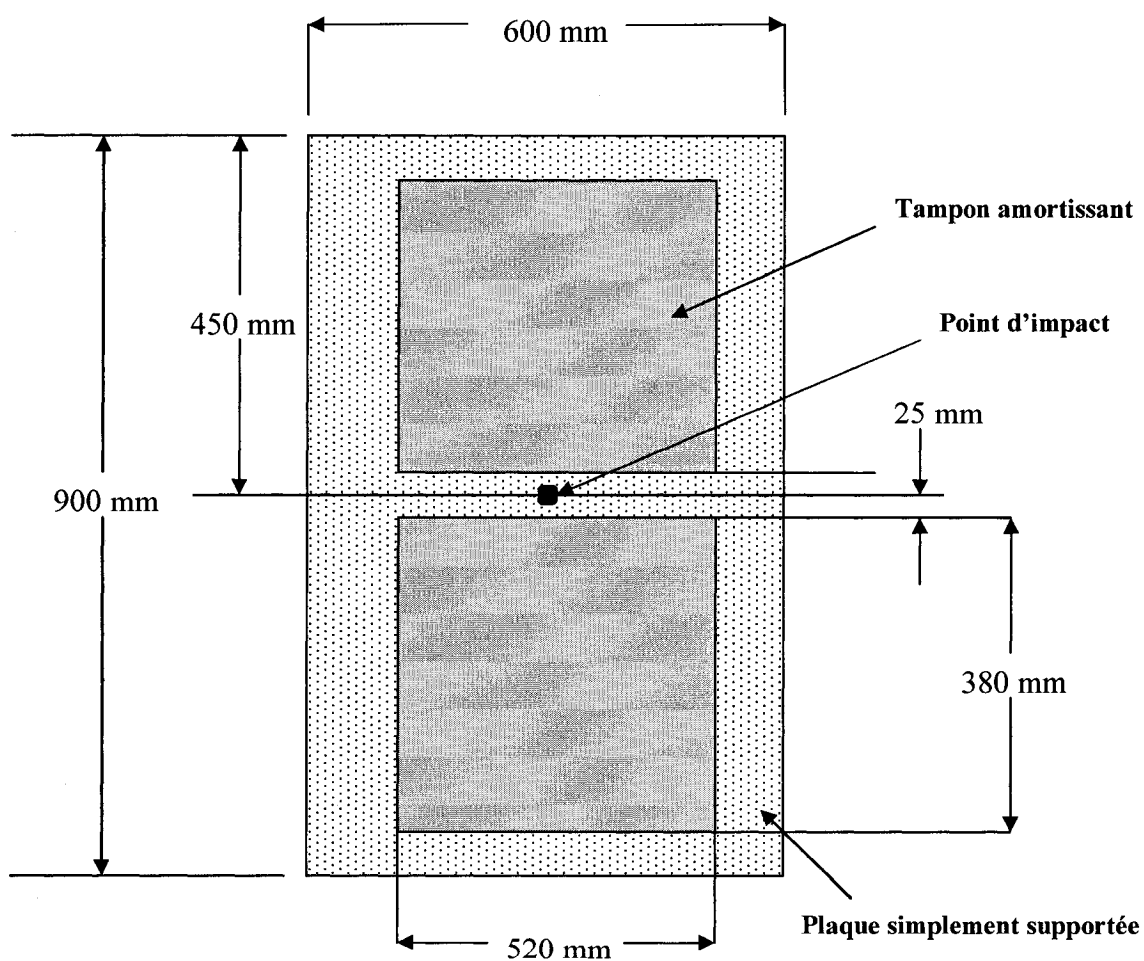


Fig.2.9. Dimensions de la plaque avec les deux tampons.

Cette section détaille les étapes nécessaires pour développer le modèle d'éléments finis utilisé dans le code de calcul d'Abaqus. Abaqus/CAE est un environnement complet qui

fournit une interface simple et cohérente pour créer des modèles et exécuter des simulations dans Abaqus/Standard. Abaqus/CAE est divisé en modules, où chaque module définit un aspect logique du processus de création du modèle; par exemple, la définition de la géométrie, la définition des propriétés du matériau, la création du maillage etc. Le module d'analyse exécute l'analyse, envoie l'information à Abaqus/CAE pour permettre de surveiller le progrès de la simulation, et produit une base de données de toutes les inconnus. Le module de visualisation permet de lire la base de données de n'importe quelle variable et permet de voir les résultats de l'analyse.

Chaque module contient seulement des outils qui sont appropriés à une partie spécifique de la modélisation. Par exemple, le module de maillage contient seulement les outils requis pour créer les mailles en éléments finis, alors que le module d'exécution ne contient que les outils utilisés pour créer, éditer, soumettre et surveiller le processus d'analyse. L'ordre des modules dans le menu correspond à l'ordre logique suivi pour créer un modèle. Par exemple, il faut créer des pièces du modèle avant de créer un ensemble et ainsi de suite.

La structure choisie est une plaque rectangulaire en aluminium avec une longueur de 900 mm, une largeur de 600 mm et une épaisseur de 4,8 mm. La plaque est modélisée avec 9540 éléments solides incompatibles C3D8I (trois dimensions incompatible). Le matériau de la plaque a un module de Young de 71 GPa, un coefficient de Poisson de 0,33 et une densité de 2714 kg/m^3 . Pour imiter fidèlement le type de support réel, la plaque était simplement supportée sur ses 4 arêtes. Pour notre cas on a bloqué les translations suivant les axes x, y et z ($U1=U2=U3=0$).

- 1 Translation dans la direction-1 ($U1$).
- 2 Translation dans la direction-2 ($U2$).
- 3 Translation dans la direction-3 ($U3$).

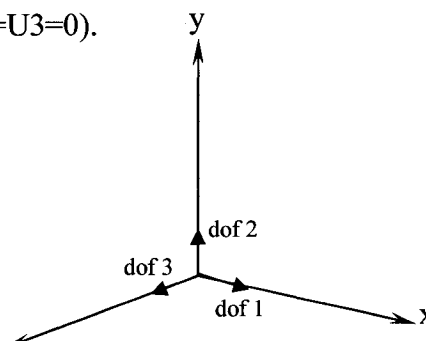


Fig.2.10. Degrés de libertés actifs.

Seulement la moitié de la plaque a été modélisée, en utilisant des conditions aux rives appropriées à la symétrie dans le plan $x-z$ (fig.2.11).

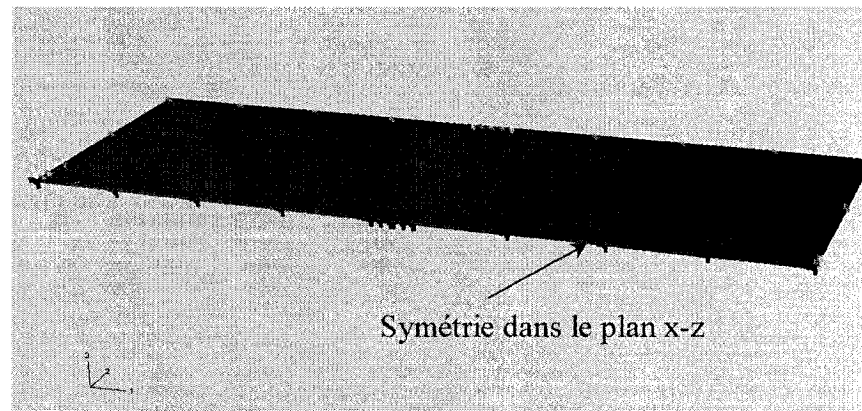


Fig.2.11. Modélisation de la moitié de la plaque.

Le montage expérimental consiste en une plaque soumise à des impacts effectués à l'aide d'un marteau d'impact dont l'embout est une sphère en acier "non déformable". La dureté de l'embout du marteau conditionne la forme temporelle et la distribution de l'impact. Pour cette raison, dans le modèle numérique, le marteau est modélisé par une sphère rigide pour que l'impact produit corresponde assez fidèlement à celui du modèle expérimental. Un corps rigide est une collection de nœuds, d'éléments et/ou de surfaces dont le mouvement est régi par le mouvement d'un seul nœud simple appelé le nœud rigide de référence. Les positions relatives des nœuds et des éléments qui font partie du corps rigide demeurent constantes durant toute la simulation. Par conséquent, les éléments constitutifs ne déforment pas.

La sphère est de diamètre 6,4 millimètres, avec une masse correspondant à un matériau uniforme qui a une densité de 7800 kg/m^3 . Des conditions aux limites sont appliquées pour contraindre le mouvement de la sphère dans les directions x et y . L'approche utilisée pour modéliser la surface de la sphère est l'emploi des éléments rigides R3D4 (150 éléments) le maillage est illustré à la figure 2.12. La figure 2.13 montre les conditions aux rives appliquées aux différentes parties du modèle. En effet la plaque est simplement supportée sur ces quatre arêtes, alors les translations sont bloquées

($U_1=U_2=U_3=0$). Des conditions de symétrie sont appliquées au centre de la plaque suivant le plan x,z , alors $U_2=0$. En ce qui concerne le mouvement de la sphère elle n'est autorisée qu'à se déplacer suivant l'axe z , donc $U_1=U_2=U_3=0$.

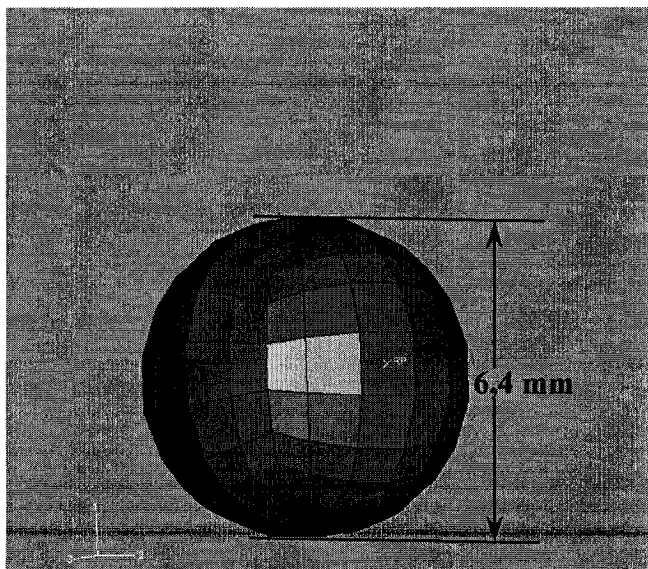
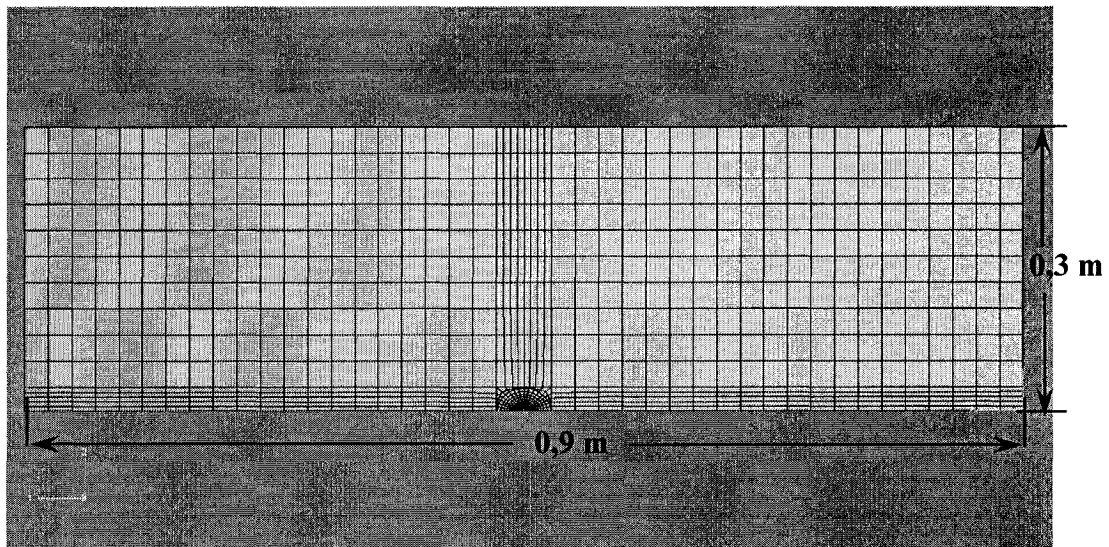


Fig.2.12. Maillage global du modèle (a) de la plaque et (b) de la sphère.

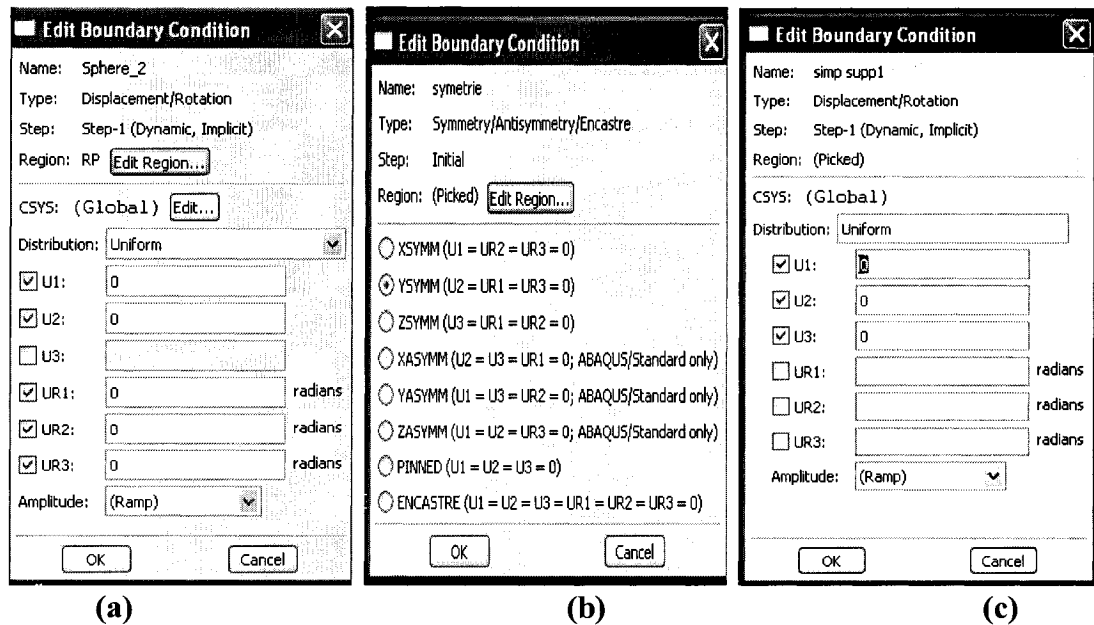
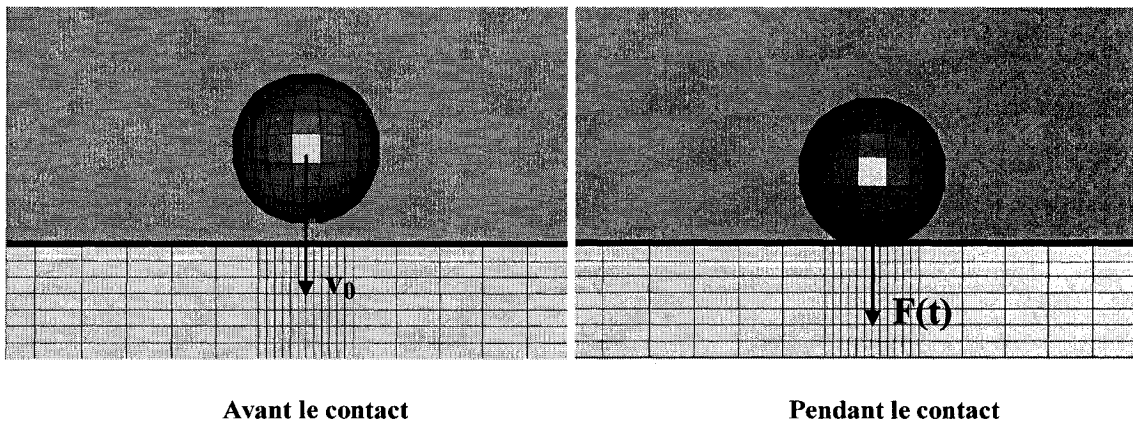
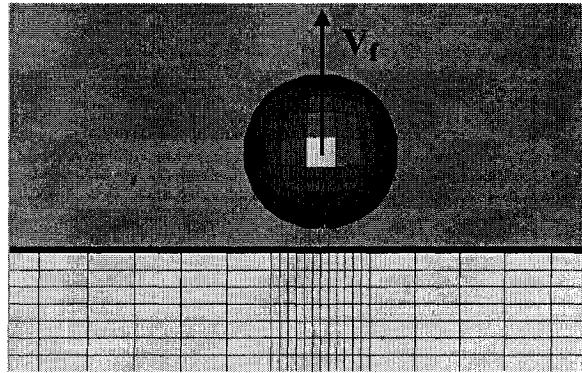


Fig.2.13 conditions aux limites appliquées (a) au point de référence de la sphère, (b) au centre de la plaque (symétrie) et (c) aux arêtes de la plaque.

2.5.1 Force de frappe et temps de contact

Le projectile sphérique frappe la plaque à une vitesse de 0,18 m/s suivant l'axe z. Au cours de cette étape, l'allure de la vitesse suit une courbe d'amplitude pour décrire le chargement et le déchargement de la force impulsive expérimentale, sous forme de demi-sinus avec un pic maximum de 148 N.





Après le contact

Fig.2.14. Impact de la sphère contre la paroi de la plaque.

Lorsque la sphère heurte la paroi avec une vitesse v_0 normale à la paroi, il y a un impact et l'objet est renvoyé dans la direction opposée à celle de son arrivée (2.14).

Pendant la durée τ de l'impact qui est très courte (0,65 ms), la paroi est soumise à une force $F(t)$ qui varie suivant une demi-sinusoïde. $F(t)$ est nulle au début et à la fin du contact et passe au maximum F_m pour $t = \tau/2$. La force de contact est illustrée au chapitre 3.

Enfin un dernier élément, mais d'une grande importance pour les simulations effectuées est la définition du contact entre les corps du modèle qui se touchent.

La formulation du contact (par défaut dans la direction normale) dans le code de calcul d'Abaqus est le *Hard* contact. Ce type de contact a été choisi pour sa simplicité de calcul. Il utilise un type de contact surface à surface. En effet, *Abaqus/Standard* définit le contact entre deux corps en termes de deux surfaces qui peuvent agir l'une sur l'autre; ces surfaces s'appellent "paire de contact". L'ordre dans lequel les deux surfaces sont indiquées est critique en raison de la façon dont laquelle des interactions extérieures sont discrétisées. *Abaqus/Standard* définit les conditions de contact entre deux corps en utilisant un algorithme "*master-slave*" (ou "maître-esclave"). Dans des problèmes de contact, quand deux corps sont attachés ensemble ou quand des surfaces sont collées ensemble, les interactions extérieures impliquent des contraintes entre les deux corps. Dans les problèmes mécaniques :

- chaque condition de contact est définie en termes de nœud "esclave" et de surface "maîtresse";
- les nœuds esclaves sont contraints pour ne pas pénétrer dans la surface maîtresse ; cependant, les nœuds de la surface maîtresse peuvent, en principe, pénétrer dans la surface esclave (voir fig.2.15); et
- la direction du contact est toujours normale à la surface maîtresse.

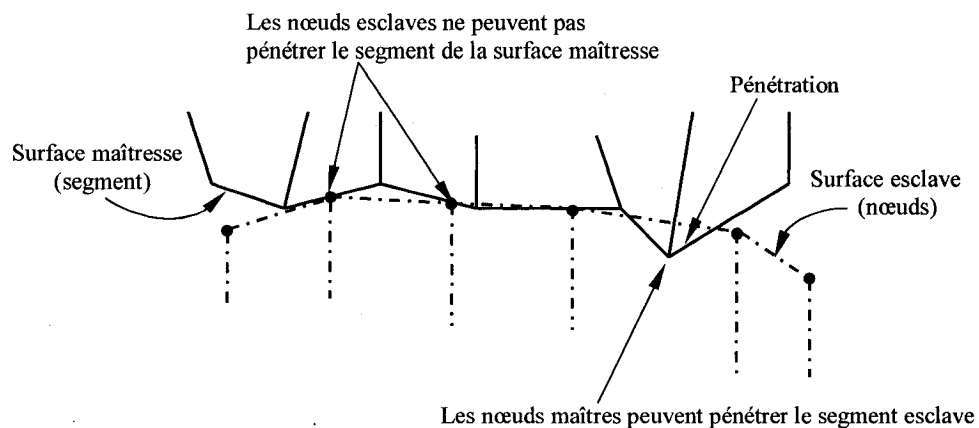


Fig.2.15 La pénétration des nœuds extérieurs maîtres dans la surface esclave est possible avec l'algorithme de contact "*master-slave*".

Des surfaces esclaves doivent être toujours attachées aux corps déformable. Les surfaces rigides doivent être toujours des surfaces maîtresses dans une paire de contact (les deux surfaces ne peuvent pas être des surfaces rigides dans une paire de contact). Quand les deux surfaces d'une paire de contact sont des surfaces déformables, la surface principale devrait généralement être choisie comme la surface du corps le plus rigide ou comme la surface avec le maillage le plus fin (Abaqus6.5).

Puisque des éléments de la plaque seront exposés au contact avec la surface rigide de la sphère, alors le contact doit être modélisé entre la surface de la sphère, définie comme surface maîtresse, et une surface (déformable) de la plaque. La surface de la plaque se trouvait dans un rayon de 24 millimètres du point d'impact (rayon utilisé pour la partition de la plaque afin de raffiner cette zone d'impact) définie comme surface esclave (voir fig.2.16).

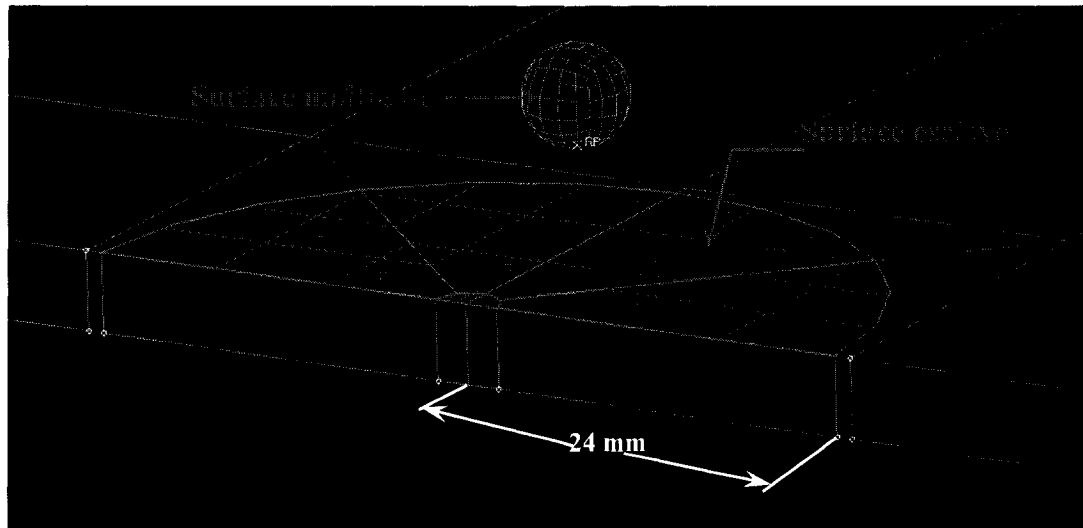


Fig.2.16. Définition du contact entre les deux surfaces.

2.5.2 Maillage du modèle

Après que la géométrie du modèle et les différentes spécifications ont été accomplies, la prochaine étape est le maillage de chaque partie. Le maillage est la simplification de la réalité géométrique du modèle.

Avec l'évolution explosive de la performance que les ordinateurs ont subie dans les dernières années, il est devenu possible d'effectuer des maillages très complexes.

Pour une géométrie de plaque se composant de lignes individuelles et de segments, le maillage est produit en employant les différentes techniques de maillage utilisées par le logiciel Abaqus.

Un maillage fin est employé autour du point d'impact, et la taille des éléments est augmentée au fur et à mesure qu'on s'éloigne de ce point (voir fig.2.17 et fig.2.18). Cette méthode offre l'avantage de mailler de façon plus fine les endroits où une plus grande précision est nécessaire.

Le maillage final choisi était de 9540 éléments solides le long de la plaque, et 150 éléments rigides pour la sphère. Des conditions de symétrie ont été utilisées pour réduire la taille du modèle et le temps de simulation associé.

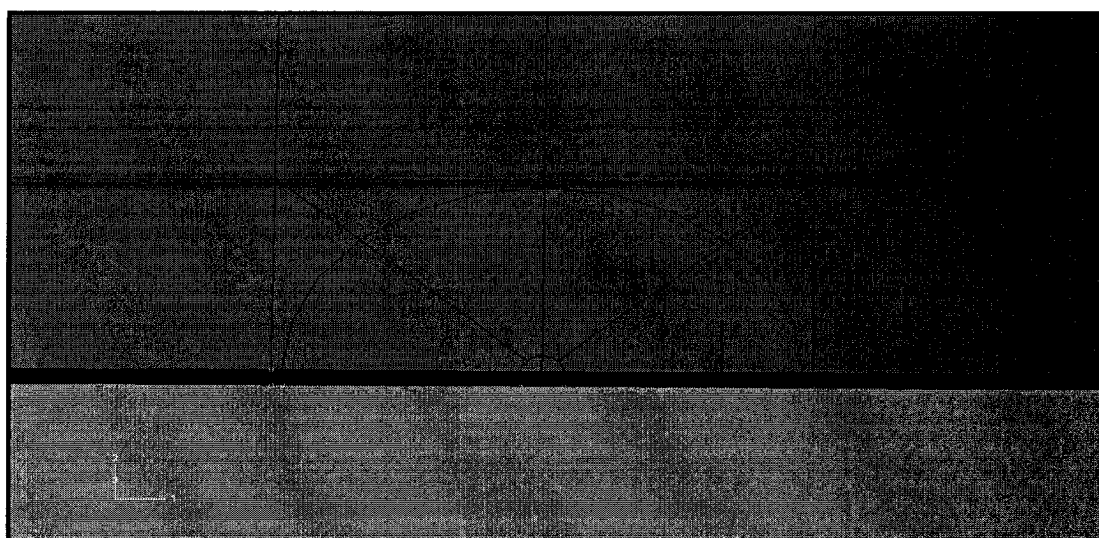


Fig.2.17. Partition des surfaces autour du point d'impact.

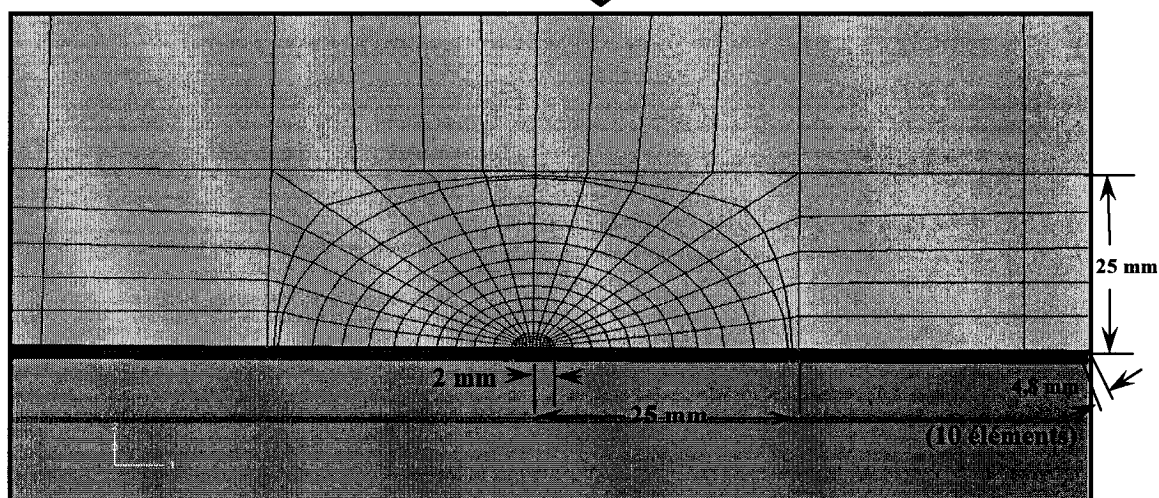


Fig.2.18. Raffinement du maillage autour du point d'impact.

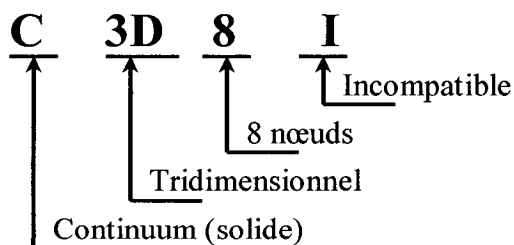
2.5.3 Choix des éléments de plaque dans Abaqus/Standard.

Alors que des plaques minces sont typiquement modélisées en utilisant des éléments coques, les cas suivants exigent des éléments tridimensionnels solides avec un ou plusieurs éléments cubiques par couche : (1) quand les effets du cisaillement transversal sont prédominants; (2) quand la contrainte normale peut ne pas être ignorée; et (3) quand l'évaluation des contraintes inter-laminaires est exigée, comme dans les régions situées près du chargement ou de la géométrie complexe.

Comme il a été mentionné plus haut, dans l'étude expérimentale, les accéléromètres sont montés sur la structure à différentes positions. Cette méthode permet de connaître l'accélération transversale en fonction du temps à un point donné. Avec cette méthode, il faut utiliser un très grand nombre d'accéléromètres ou faire une très grande quantité d'essais pour permettre d'observer la propagation des ondes partout sur la surface de la structure. Les accéléromètres étaient positionnés à différents endroits sur les faces avant (du côté de la frappe) ou arrière (du côté opposé) de la plaque et sur la plaque de contrainte des tampons, afin de retirer le maximum d'information des tests effectués. Donc afin de faire une comparaison fidèle entre les essais expérimentaux et numériques, les résultats doivent être pris aux mêmes points, les éléments utilisés sont donc des éléments solides incompatibles parce que l'épaisseur de la plaque est faible sur toute sa surface.

2.5.3.1 Utilisation des éléments incompatibles

Les éléments incompatibles (C3D8I) sont des éléments de premier ordre (interpolation linéaire : la contrainte volumétrique est constante dans tout l'élément) rehaussés par des modes incompatibles afin d'améliorer leur comportement en flexion; ces éléments sont disponibles seulement dans Abaqus/Standard.



En plus des degrés de liberté de déplacement standard, des modes de déformations incompatibles sont ajoutés intérieurement aux éléments. L'effet primaire de ces modes incompatibles est d'éliminer les contraintes de cisaillement parasites. La figure 2.19 compare la forme des éléments réguliers (a) avec celle des éléments incompatibles (b) avant et après la flexion. On peut voir facilement que la déformée des faces des deux éléments n'est pas la même. En effet, la position en x des nœuds pour les éléments réguliers change après la flexion suivant l'axe y . Dans le cas des éléments incompatibles, les nœuds gardent la même position en x . En outre, ces éléments éliminent la rigidité artificielle due à l'effet de Poisson en flexion (qui se manifeste dans les éléments réguliers de déplacement par une variation géométrique linéaire de la contrainte normale à la direction de flexion). En raison des degrés de liberté internes supplémentaires dus aux modes incompatibles (13 pour C3D8I), ces éléments sont légèrement plus coûteux que les éléments de premier ordre réguliers en déplacement; cependant, ils sont sensiblement plus économiques que les éléments de second ordre.

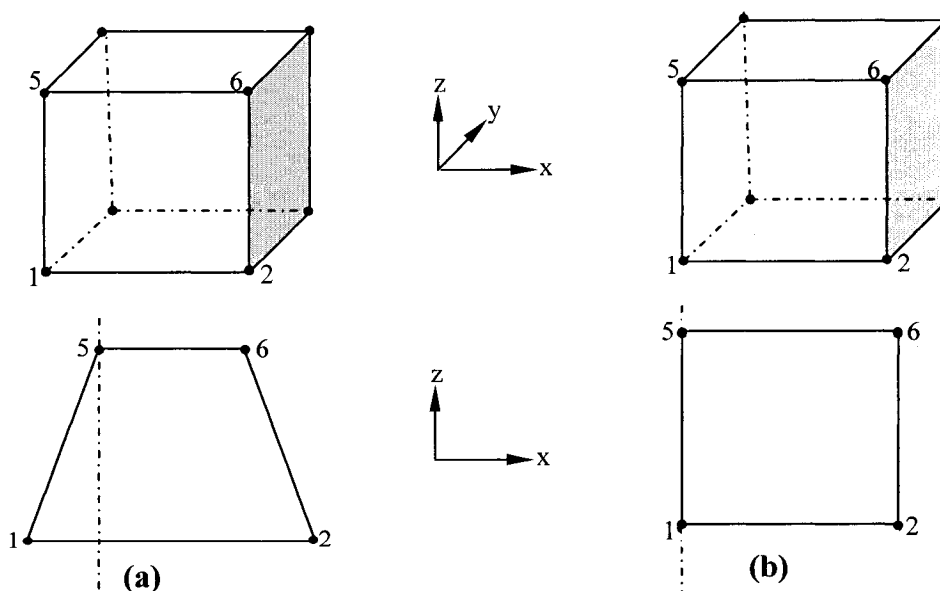


Fig.2.19. Comparaison des déformations entre (a) élément régulier et (b) élément incompatible(C3D8I).

2.5.3.2 Considérations de forme

Dans beaucoup de situations les éléments incompatibles performant presque aussi bien que les éléments de second ordre si les éléments ont une forme à peu près rectangulaire. En effet, la performance est considérablement moindre si les éléments ont une forme de parallélogramme ou trapézoïdale (*Abaqus theory manual v6.5-1*). Des éléments incompatibles peuvent être employés dans un même maillage que les éléments solides réguliers (dans notre modèle numérique tous les éléments de la plaque sont des éléments incompatibles). Généralement les éléments incompatibles devraient être employés dans les régions où la réponse en flexion doit être modélisée exactement, et ils devraient être de forme rectangulaire pour fournir une grande précision. Les éléments incompatibles ont d'excellentes propriétés en flexion, même avec l'utilisation de plusieurs couches (dans notre cas 10 couches) d'éléments dans une seule épaisseur de la structure. Par contre il est intéressant de signaler que ces éléments ne présentent pas des degrés de liberté actifs en rotation suivant les différents axes.

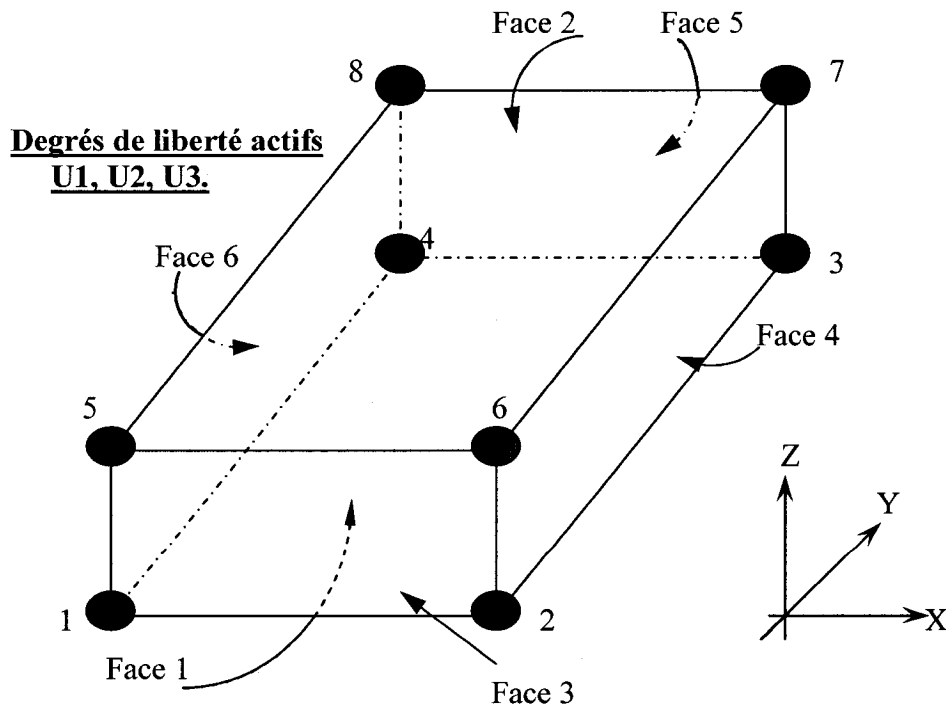


Fig. 2.20. Élément incompatible à 8 nœuds.

Maintenant que la configuration de l'analyse est terminée, les résultats sont observés avec le logiciel Abaqus, qui permet de voir l'évolution temporelle du modèle dans le temps.

Certains paramètres peuvent être observés et leur évolution temporelle peut être tracée sur un graphe. Ces paramètres peuvent être, par exemple, les contraintes, les accélérations, les déplacements, les déformations selon chaque axe, ou les résultantes....Ils peuvent être fournis sur tout le modèle ou seulement sur certains nœuds ou éléments, selon le choix de l'analyse.

2.5.4 Modèle de plaques avec couverture partielle

Le présent projet de maîtrise vise à paramétrer l'application des traitements amortissant de surface à l'aide de simulations numériques. Pour ce faire, plusieurs variantes du dit concept sont analysées avec le logiciel Abaqus pour fin de comparaison.

On se base alors sur la série effectuée précédemment (plaque nue) et on regarde les variations géométriques possibles. Etant donné que la géométrie du modèle est différente de celle utilisée lors de la première série d'analyses (ajout des matériaux amortissant et de la couche de contrainte) plusieurs modèles de géométries diverses sont analysés pour fin de comparaison et de vérification des résultats pour la première série. Pour cette partie du mémoire, la description du concept existant (maillage de la géométrie, assignation des types d'éléments, assignation des matériaux du modèle, définition de l'algorithme de contact, application des états de frontière et des états initiaux de la plaque de base) ne sera pas faite, car elle l'a été antérieurement (voir section précédente). Donc uniquement la géométrie des nouveaux modèles est décrite.

On considère une plaque de base en aluminium (Tableau 2.2), la couverture partielle est constituée d'une couche viscoélastique de polyuréthane (Tableau 2.2). La couche supérieure est en aluminium (Tableau 2.2). Les dimensions et la position de la couverture partielle sont présentées à la Figure 2.21.

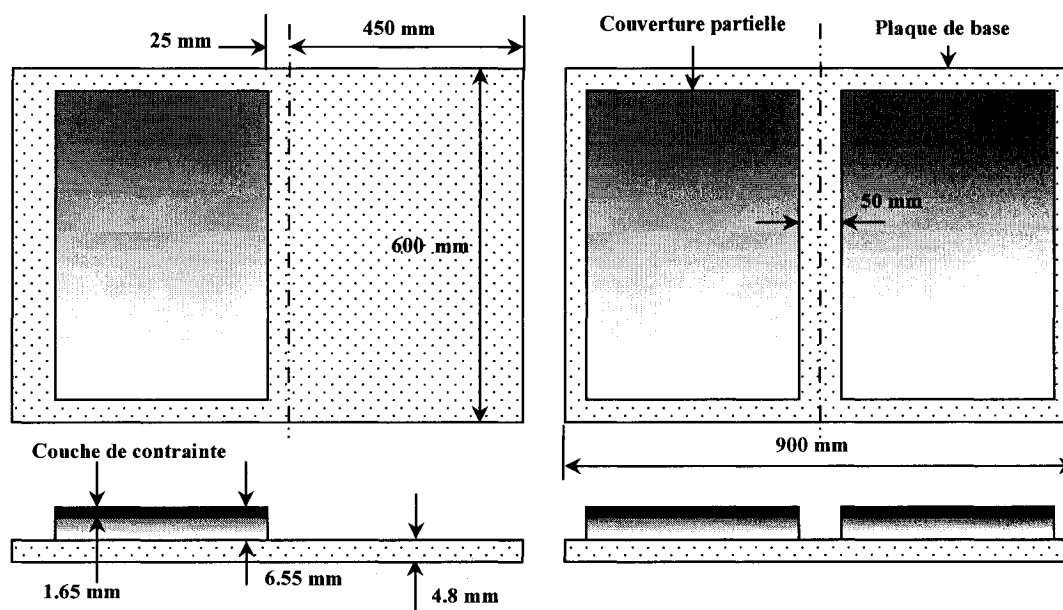


Fig.2.21. Dimensions du modèle à un et à deux tampons.

Tableau 2.2 : Propriétés et dimensions des différentes parties du modèle.

	Longueur (mm)	Largeur (mm)	Épaisseur (mm)	Masse volumique (kg/m ³)	Module d'Young (Pa)	Coefficient de poisson
<u>Plaque de base</u>	900	600	4,8	2714	7.17E +10	0,34
<u>Couche de contrainte</u>	760	520	1,65	2714	7.17E +10	0,34
<u>Matériau viscoélastique</u>	760	520	6,55	1124	7,239 E+6	0,5
<u>Sphère (acier)</u>	-	-	-	7800	2E+011	0,3

Les propriétés viscoélastiques dans le code de calcul Abaqus sont spécifiées en termes de courbe de relaxation du module de relaxation normalisé $G(t)/G_0$, où $G(t)$ est le module de cisaillement en fonction du temps et G_0 est le module instantané. Ceci exige l'utilisation du paramètre d'essais de temps de relaxation avec l'option "VISCOÉLASTIQUE". Les données de relaxation sont indiquées avec l'option "ESSAIS de CISAILLEMENT".

Abaqus exécute un ajustement des moindres carrés non-linéaire des données de relaxation à une série de Prony pour déterminer les coefficients g_i et les périodes de relaxation τ_i . Un ordre maximum de 2 a été employé pour adapter la série de Prony. L'ordre de l'expansion de la série de prony a été choisi pour être 2 puisque l'exactitude des essais était suffisante. Il permet également d'avoir un modèle plus stable que le cas où l'ordre est 3. Des essais de relaxation on été faits sur un appareil *Dynamic Mechanical Analyser* (DMA) au laboratoire de l'École Polytechnique de Montréal pour avoir les paramètres de la série de Prony (τ_i et g_i).

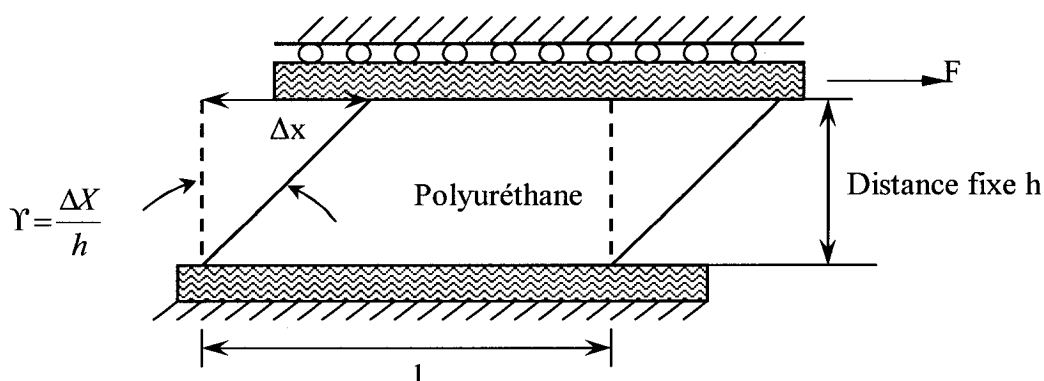


Fig.2.22. Schématisation d'un essai de relaxation en cisaillement.

Lorsque le polyuréthane est maintenu sous déformation constante, les tensions qui s'y sont développées diminuent avec le temps au fur et à mesure que le réseau approche d'une condition d'équilibre. C'est ce qu'on appelle la relaxation des contraintes. Un processus de relaxation similaire se produit lors de la suppression de la déformation ou de la contrainte imposée. Cette expérience de relaxation est représentée à la figure 2.22. Une déformation de 1% a été appliquée à un échantillon de polyuréthane, schématisé figure 2.21. La figure 2.23 illustre, en théorie, la déformation échelon imposée et la contrainte en fonction du temps. À la figure 2.24, un graphe réel du module de relaxation en fonction du temps est donné à titre indicatif. Les paramètres de la série de Prony sont calculés à partir de cette courbe et sont représentés à la figure 2.25.

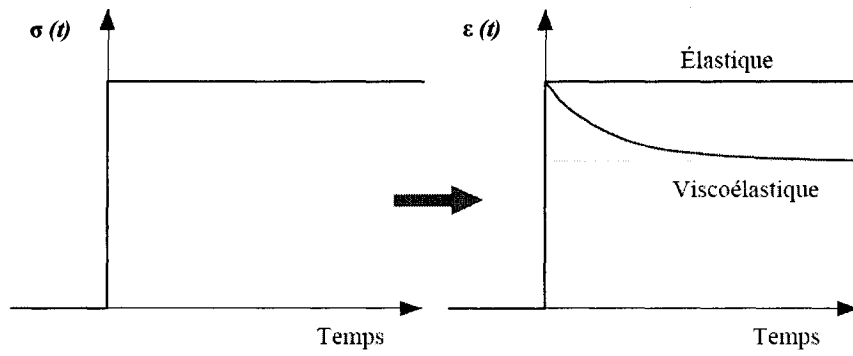


Fig.2.23. Essai de relaxation.

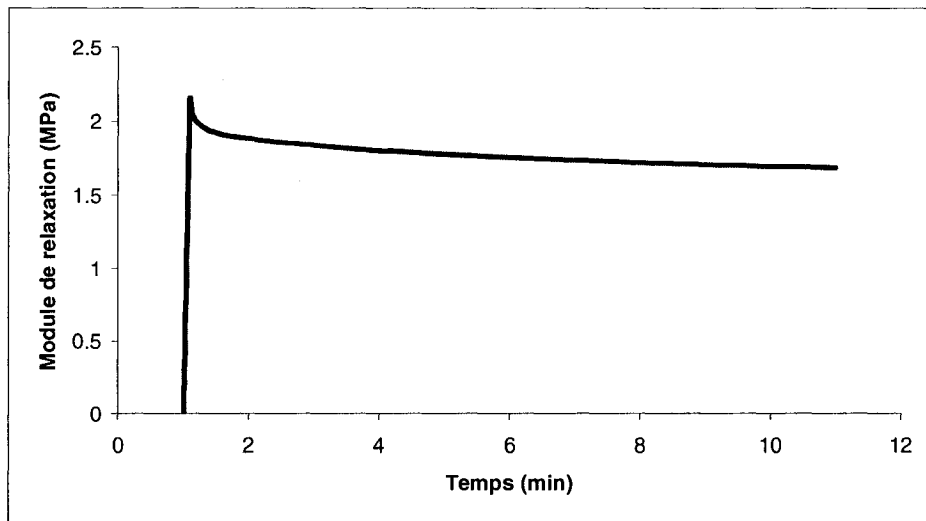


Fig. 2.24. Essai expérimental de relaxation (Polyuréthane-déformation de 1%).

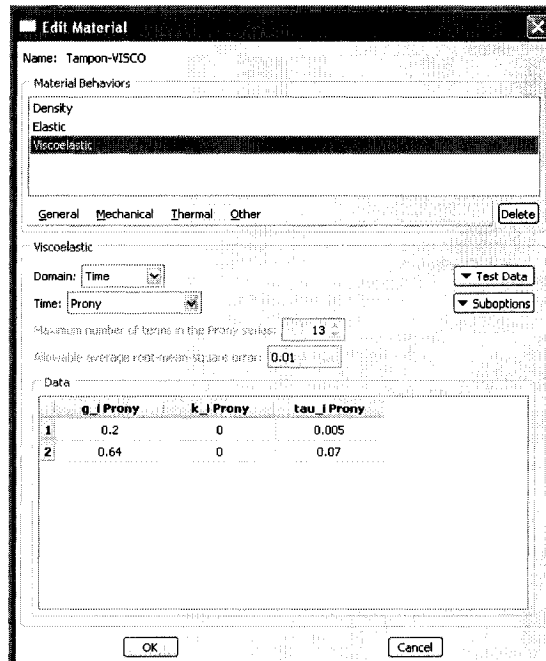


Fig.2.25. Valeurs expérimentales des paramètres de la série de Prony.

Finalement, le maillage est le même pour les trois modèles, donc des éléments incompatibles sont utilisés pour les trois cas (figures 2.26 et 2.27). Il est intéressant de signaler aussi qu'il y a 1664 éléments dans la couche viscoélastique et 832 éléments dans la couche de contrainte.

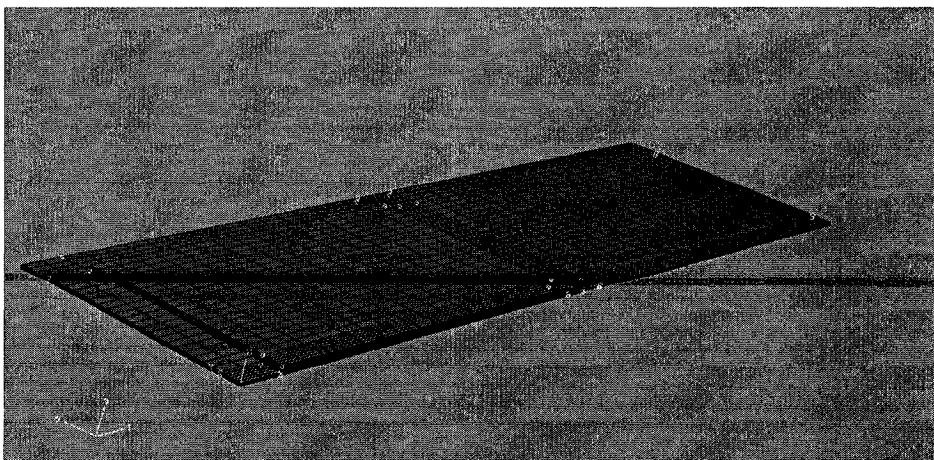


Fig.2.26. Maillage de la plaque à un seul tampon.

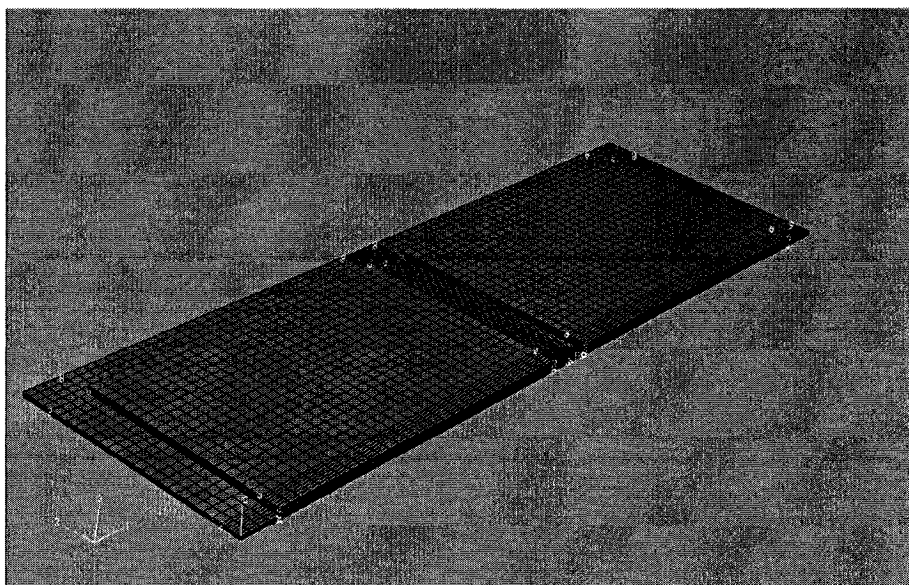


Fig.2.27. Maillage de la plaque à deux tampons.

La seconde série d'analyse porte sur la variation de plusieurs paramètres qui touchent la géométrie du modèle, dans le but d'observer leurs effets sur le système. Ces paramètres sont :

- le nombre de tampons utilisés;
- l'épaisseur de la plaque de contrainte et de la couche viscoélastique;
- la masse volumique de la plaque de base, de la plaque de contrainte et de la couche viscoélastique; et
- le positionnement et les dimensions des tampons.

La méthode de mesure consistait à faire impacter la sphère à une vitesse de 0.18 m/s au centre de la plaque. Le point d'impact se situait toujours entre les deux tampons amortissants pour représenter fidèlement le cas réel.

Dans une première étape, l'évaluation numérique portait exclusivement sur la mesure du déplacement selon les configurations de tampons amortissant. Pour simuler les différents cas réels des essais expérimentaux, différentes positions types ont été établies. Les divers tampons utilisés sont décrits au tableau 2.3.

Tableau 2.3. Description des différentes dimensions des tampons amortissant.

Description	Nom	Dimensions
Tampon avec viscoélastique épais	Grand VD épais	523 X 380 X 8,2 mm
Tampon avec viscoélastique épais	Petit VD épais	330 X 243 X 8,2 mm
Tampon avec viscoélastique mince	Grand VD mince	523 X 380 X 4,9 mm
Tampon avec viscoélastique mince	Petit VD mince	419 X 306 X 4,9 mm

Les positions types sont présentées au Tableau 2.4.

Tableau 2.4. Différentes configurations de tampons amortissant.

Type du modèle	Nombre de tampons	Positionnement du tampon par rapport au point d'impact
Plaque nue (aucun tampon)	0	s / o
Plaque avec grand tampon épais	2	25 mm du point d'impact
Plaque avec grand tampon épais	1	25 mm du point d'impact
Plaque avec grand tampon épais	2	50 mm du point d'impact
Plaque avec grand tampon épais	2	35 mm du point d'impact
Plaque avec grand tampon épais	2	45 mm du point d'impact
Plaque avec grand tampon mince	2	25 mm du point d'impact
Plaque avec grand tampon mince	2	50 mm du point d'impact
Plaque avec grand tampon mince	1	25 mm du point d'impact
Plaque avec petit tampon épais	1	25 mm du point d'impact

Plaque avec petit tampon mince	2	25 mm du point d'impact
Plaque avec petit tampon mince	2	50 mm du point d'impact

La présente étude a comme objectif de paramétrer les performances des tampons amortissant. En effectuant plusieurs essais on peut déterminer les combinaisons idéales de la couche viscoélastique et évaluer par la suite les différentes épaisseurs et diverses configurations de tampons pour augmenter de façon importante l'amortissement de la structure impactée.

CHAPITRE III

Validation des modèles

Lorsque l'on présente une méthode originale, il est certain qu'une comparaison avec des résultats théoriques et expérimentaux dans des conditions contrôlées est non seulement souhaitable mais essentielle pour en assurer la validité.

Ce chapitre présente une comparaison de nos résultats numériques avec des résultats analytiques et expérimentaux, obtenu dans l'environnement réel de la plaque impactée présentée dans les chapitres précédents.

Cette validation par comparaison est effectuée en trois parties : on valide d'abord la plaque nue, puis la plaque avec un tampon et finalement la plaque avec deux tampons amortissants.

3.1 Comparaison des modèles numérique et expérimental

Pour valider notre approche nous comparons nos résultats avec ceux du mémoire de Roy (2005). On débute la validation par l'étude du déplacement transversal de la plaque monocouche (sans tampon viscoélastique). Pour ce faire la plaque décrite au tableau 2.2 est utilisée à nouveau. La figure 3.1 montre le déplacement transversal en fonction du temps au centre de la plaque (point d'impact). La courbe avec les points ronds provient des mesures expérimentales, alors que la courbe avec les triangles provient des simulations par éléments finis. On remarque clairement qu'il y a un excellent accord entre les résultats numériques et expérimentaux (Roy, 2005). Au départ, le point d'impact pour les deux cas se déplace tant que la force de frappe est appliquée et atteint un maximum à la fin du contact ($\sim 0,63$ ms dans les deux cas). Le point d'impact de la plaque pour les deux modèles demeure à cette position pour quelques fractions de secondes après la fin du contact, ce qui est exactement conforme à la théorie classique des plaques. La figure 3.1 permet aussi de voir que les deux courbes sont presque confondues ce qui nous donne une très bonne comparaison entre les deux méthodes.

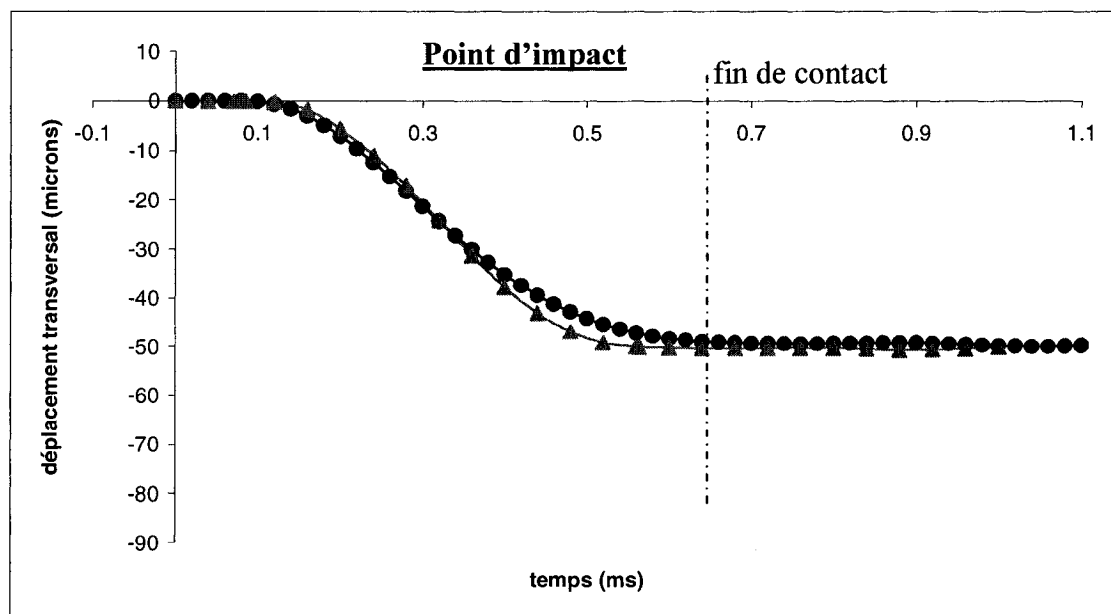


Figure 3.1. – Comparaison simulation-expérience pour la plaque nue; $\triangle\triangle\triangle$ modèle numérique; $\bullet\bullet\bullet$ modèle expérimental.

La très légère variation entre les deux courbes peut être attribuée à la légère différence de la force d'impact entre les deux méthodes (voir figure 3.2) ou aux différences entre l'approche expérimentale et l'approche par élément finis pour le calcul des vibrations de la plaque. En effet, le procédé expérimental de l'impact représente une combinaison d'équipement et de méthode susceptible d'apporter des sources de variabilité (par la rigidité exercée par l'opérateur et l'alignement selon l'axe de frappe). En plus, quant au marteau d'impact, sa représentation numérique est faite à l'aide d'une masse ponctuelle (sphère). L'étude numérique peut ainsi expliquer en partie la variabilité parfois importante des résultats obtenus lors des essais expérimentaux. L'approche par simulation amène à constater la nécessité de faire une représentation la plus fidèle possible avec le modèle expérimental (des conditions aux limites par exemple).

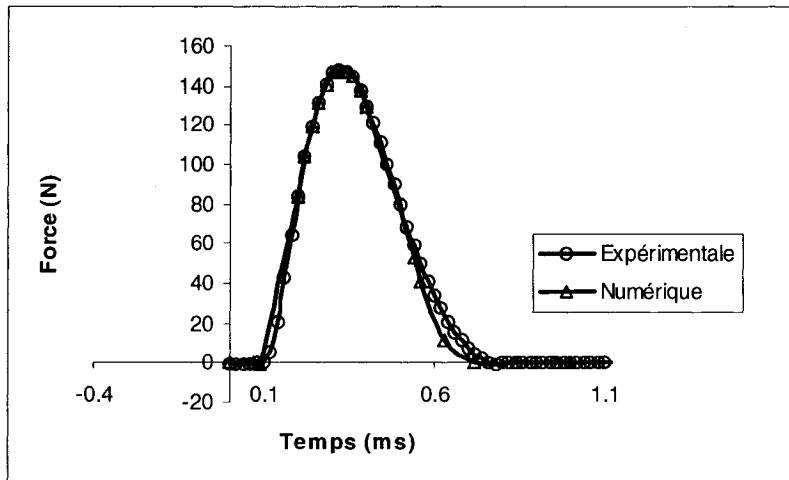


Figure 3.2 – Force d’impact expérimentale et numérique au point d’impact de la plaque nue.

La figure 3.3 compare aussi les résultats obtenus par la présente approche (numérique) et les résultats donnés par l’étude expérimentale, mais cette fois à 10 cm du point d’impact. On remarque que chacune des deux courbes présente une allure très proche, bien qu’elles ne soient pas entièrement confondues.

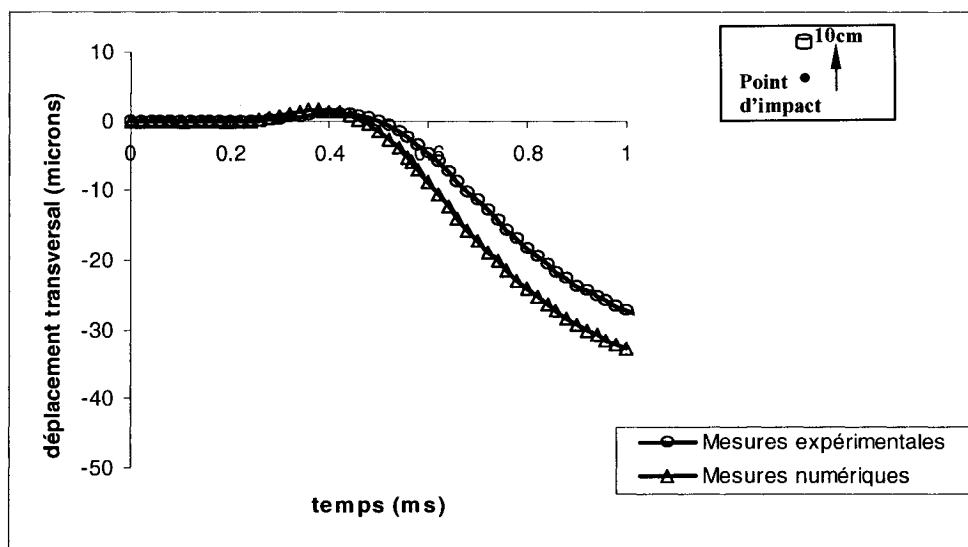


Figure 3.3 – Comparaison simulation-expérience pour la plaque nue à 10 cm du point d’impact.

On ajoute maintenant une couche viscoélastique à la plaque d'aluminium déjà utilisée.

Le déplacement transversal obtenu à l'aide du logiciel Abaqus pour cette plaque partiellement couverte est comparée avec celui obtenu à partir des mesures expérimentales. La figure 3.4 montre également le déplacement en fonction du temps au centre de la plaque avec un tampon. Encore une fois, les courbes numériques et expérimentales sont très semblables. Cette fois, la différence entre les deux courbes qui pourrait s'expliquer soit par la faible différence des forces d'impact entre les deux méthodes (voir figure 3.5), soit par une différence de rigidité entre le modèle physique et le modèle numérique. En effet, dans le modèle expérimental une colle époxy est utilisée pour fixer le viscoélastique sur la plaque de contrainte : l'application de cette colle pourrait avoir comme effet de rigidifier le viscoélastique près de ses interfaces. Par contre, le viscoélastique est appliqué par dépressurisation, ce qui pourrait constituer une interface moins rigide que celle du modèle numérique. On constate également une diminution d'amplitude des deux courbes (expérimentale et numérique) entre le cas de la plaque avec un tampon (fig. 3.4) et celui de la plaque nue (fig.3.1). Il fallait s'attendre à cette variation d'amplitude, puisque des propriétés dynamiques différentes sont obtenues par l'ajout de la couche viscoélastique. L'examen de la figure 3.4 montre que les deux courbes ont une allure similaire et suivent la même tendance. En effet, le point d'impact pour les deux cas se déplace tant que la force de frappe est appliquée et atteint aussi un maximum à la fin du contact. Après le contact le point d'impact ne reste pas à la même place, puisque il y a un retour de la plaque vers sa position initiale plus rapidement lorsqu'on applique le tampon. En dépit des quelques petites différences entre les deux courbes du graphique 3.4, une très bonne concordance a été obtenue.

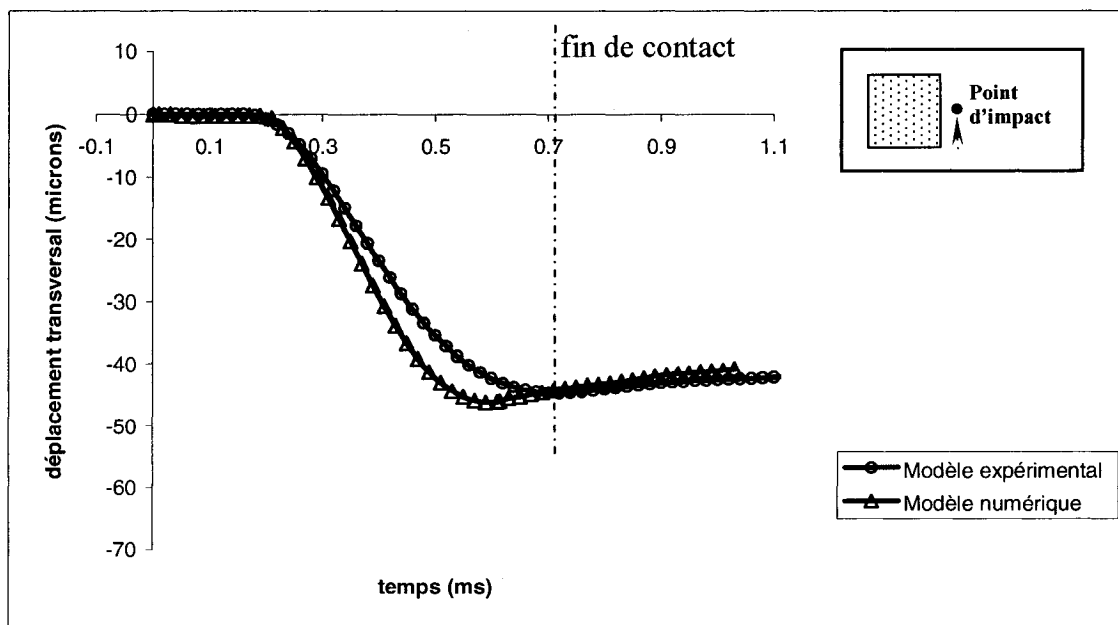


Figure 3.4 – Comparaison simulation-expérience au point d'impact pour la plaque avec un seul tampon.

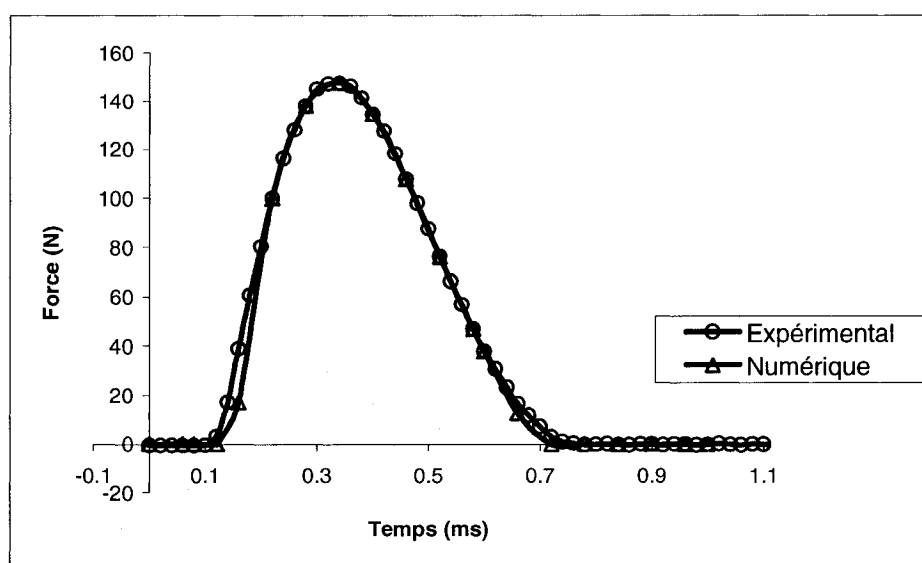


Figure 3.5 – Force d'impact expérimentale et numérique au point d'impact.

On étudie maintenant le cas de la plaque avec deux tampons viscoélastiques et on compare le déplacement transversal mesuré expérimentalement avec celui obtenu par le code de simulation numérique. Le résultat est présenté à la figure 3.6. L'accord entre les

deux courbes est excellent pendant toute la simulation. Ainsi, on constate que notre modèle prédit de façon assez précise le comportement des plaques avec deux traitements viscoélastiques contraints.

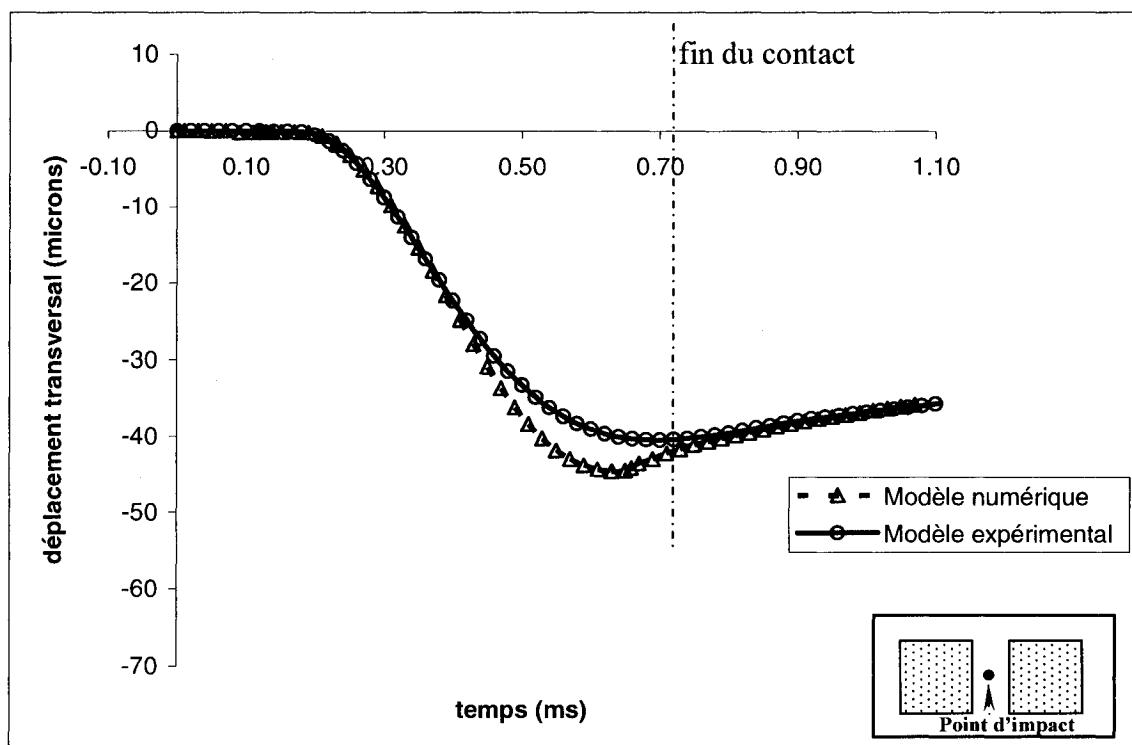


Figure 3.6 – Comparaison simulation-expérience pour la plaque avec deux tampons.

En effet la plaque du modèle numérique se comporte de la même façon que celle du modèle expérimental. On peut voir sur les graphiques que, comme dans le cas de la plaque avec un tampon, le point d'impact pour les deux cas se déplace tant que la force de frappe est appliquée et atteint aussi un maximum à la fin du contact, mais après ce temps, la plaque revient vers sa position initiale plus rapidement lorsqu'on applique deux tampons. L'amplitude des deux courbes est presque identique, et elle est nettement plus faible que dans le cas de la plaque nue et la plaque avec un seul tampon.

Cependant, en consultant la figure 3.6, on remarque qu'il y a une légère différence entre les deux courbes. Les raisons de cette différence sont identiques à celles évoquées pour

la configuration avec un seul tampon, ou tout simplement, peut être les appuis utilisés pour les mesures expérimentales ne sont pas parfaits comme le suppose le modèle numérique (rigidité infinie en translation). Donc à l'exception de ces différences, on constate une très bonne corrélation des résultats entre les deux méthodes.

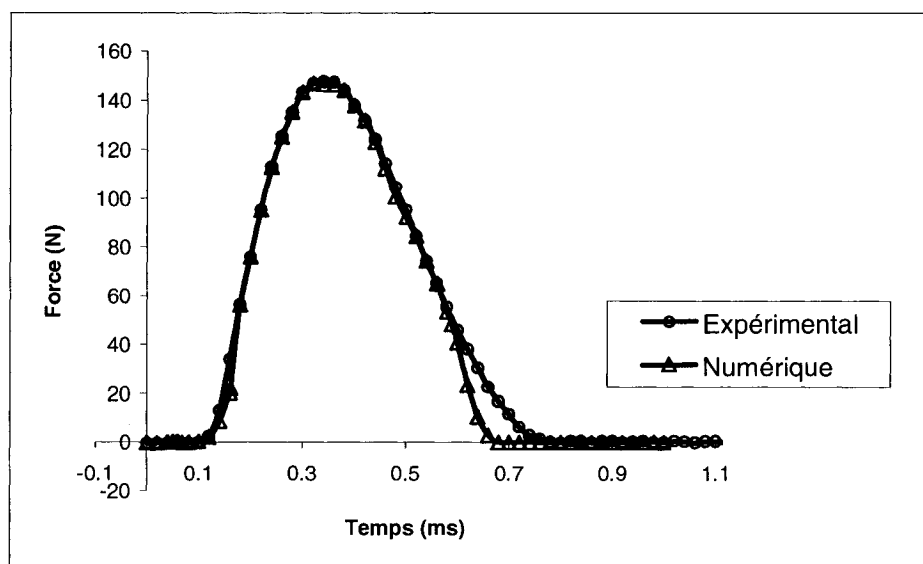


Figure 3.7 – Force d'impact expérimentale et numérique au point d'impact.

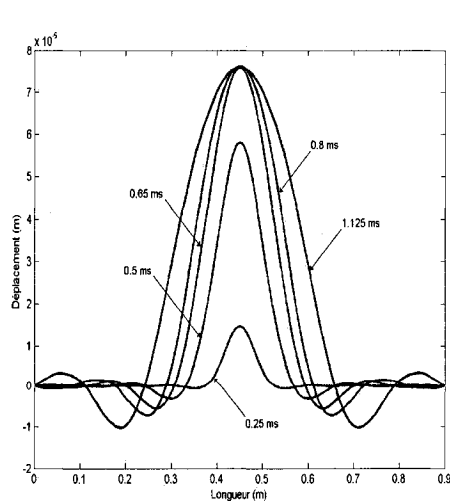
3.2 Validation analytique du modèle numérique

Pour tester l'efficacité de notre modèle numérique on propose une deuxième validation qui est le cas de la plaque analytique. Les mesures obtenues avec notre méthode sont comparées avec celles obtenues lors de l'analyse théorique Roy (2005). Pour pouvoir comparer le modèle numérique avec la méthode analytique, on a calculé le déplacement transversal de la structure sur une ligne formée des nœuds passant par la ligne de symétrie.

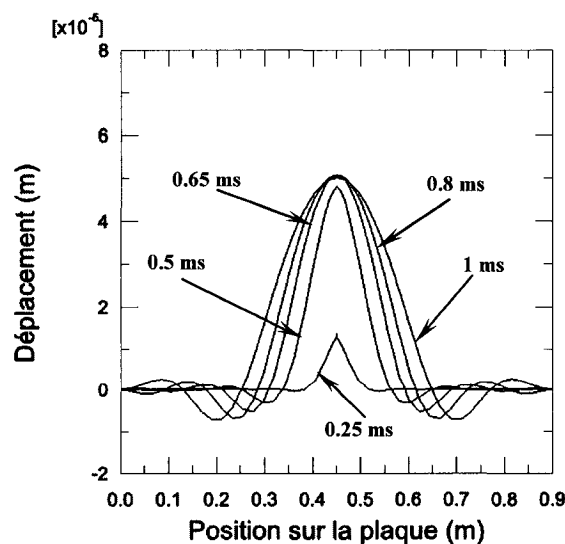


Figure 3.8.-Ligne des nœuds passant par la ligne de symétrie de la plaque

Le logiciel Abaqus va permettre de calculer ce déplacement avec le même type de conditions que le modèle théorique. La figure 3.9 montre le déplacement transversal pour le cas de la plaque nue en fonction de la position des nœuds sur la ligne de mesure. Cette fois-ci, la position, l'allure et l'amplitude des courbes pour les deux méthodes sont presque similaires. En effet, la position du pic de déplacement pour les deux cas est toujours symétrique par rapport au point d'impact, et la tendance de la déformée de la plaque est la même pour les deux graphiques. La seule différence provient de l'amplitude du déplacement pendant et après la fin du contact (0.65 ms).



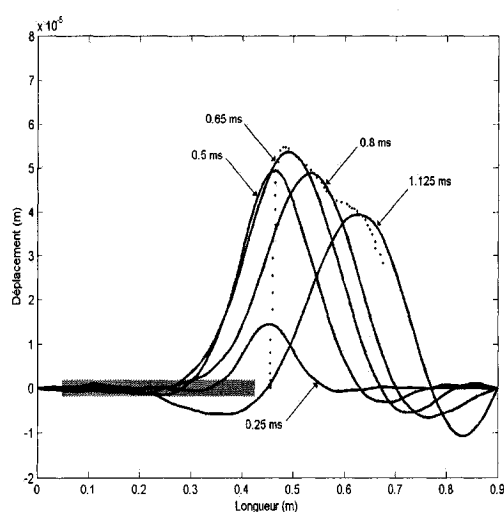
a-Théorique (Roy, 2005)



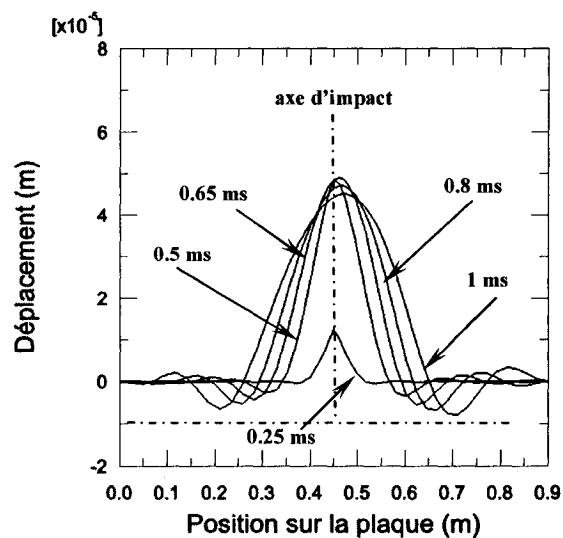
b-Abaqus

Figure 3.9. Déplacement transversal d'une coupe du modèle de la plaque nue.

Dans les deux cas de la figure 3.9, on remarque qu'il y a un très léger retour du pic vers sa position initiale à la fin du contact. Ce retour est associé à l'élasticité de la plaque. La figure 3.10 représente le déplacement transversal pour le cas de la plaque avec un seul tampon. Tout comme pour le cas de la plaque nue, on retrouve une excellente concordance entre les deux méthodes. On consultant les graphiques de la figure 3.10, on constate que l'amplitude du déplacement n'est pas symétrique par rapport au point d'impact tant dans l'étude numérique qu'analytique. Une ligne discontinue horizontale permet de bien observer la discontinuité de l'onde propagée. Il semble que du côté où se trouve le tampon (côté gauche des deux graphiques), la rigidité est beaucoup plus grande que du côté sans tampon. En fait, on peut voir clairement qu'il y a une différence entre la forme et l'amplitude des ondes entre les deux côtés. On retrouve donc pour les deux modèles, le même effet remarqué précédemment, à savoir que l'ajout d'une couche viscoélastique (une discontinuité) a un effet très important sur la propagation de l'onde de flexion. Une discussion approfondie à ce sujet est présentée au chapitre 4. Par contre, on observe une différence de l'amplitude des ondes entre les deux modèles. En plus, il faut souligner que le modèle théorique est très approximatif, notamment en ce qui a trait à la modélisation de la plaque de contrainte.



a-Théorique (Roy, 2005)



b-Abaqus

Figure 3.10. – Déplacement transversal d'une coupe du modèle de la plaque avec un tampon.

Dans la suite de cette section, nous allons étudier la validation du modèle numérique pour le cas avec deux tampons viscoélastiques. On constate que les résultats des calculs donnés par la figure 3.11 sont similaires. On voit facilement que la plaque du modèle numérique se comporte pratiquement de la même façon que celle du modèle analytique. Dans chaque figure, on remarque que, comme dans le cas de la plaque nue, les courbes sont parfaitement symétriques par rapport au point d'impact (le système est symétrique pour les deux cas). Leurs amplitudes sont plus faibles ici que dans le cas avec un seul tampon ou le cas de la plaque nue. On remarque également sur les deux graphiques que l'atténuation de l'onde de flexion est très visible sur les deux côtés de la plaque, car l'amplitude et la forme des ondes sont encore plus faibles que le cas de la plaque avec un tampon et la plaque nue.

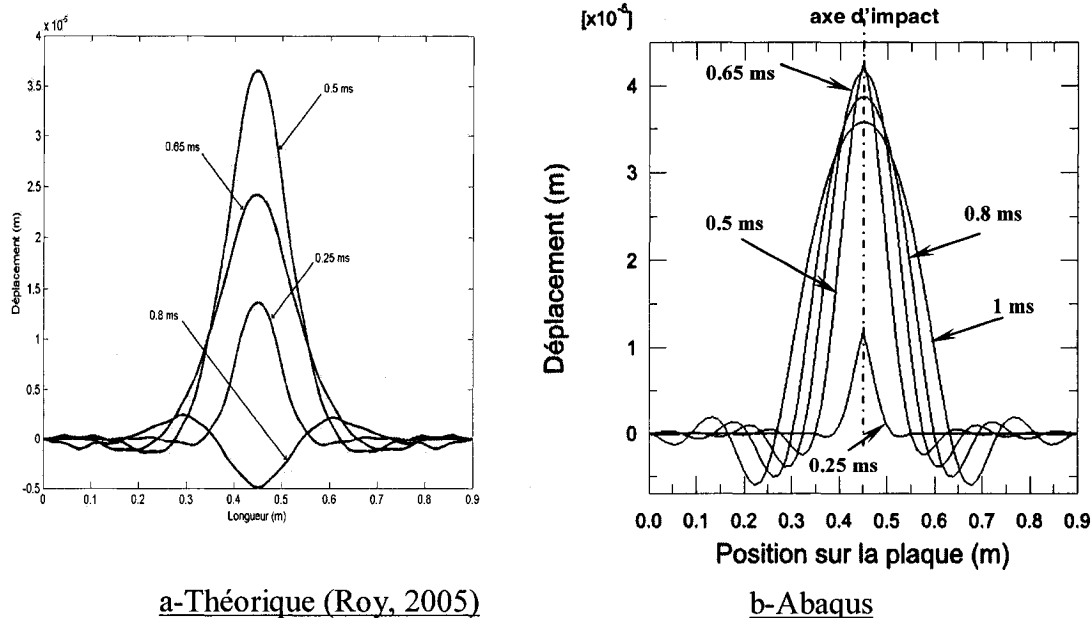


Figure 3.11. Déplacement transversal d'une coupe du modèle de la plaque avec deux tampons.

Cependant, pour le cas de l'approche théorique, on constate que le point d'impact retourne vers sa position initiale plus rapidement que dans le cas de la simulation numérique. Il est probable que le modèle analytique soit en cause, puisque la validation expérimentale a permis de constater que les amplitudes provenant du modèle numérique sont conformes aux expériences (fig.3.6). On pourrait attribuer ce phénomène par le fait que le modèle analytique présenté surestime les niveaux de pics de la déformation transversale, d'où l'hypothèse d'un problème de prise en compte de l'amortissement.

Ceci vient principalement du fait que, comme dans toutes les études analytiques, il est toujours difficile de représenter exactement certains phénomènes physiques, que ce soit par manque de formules, ou tout simplement pour des raisons de temps de calcul. Il est intéressant de rappeler que le modèle analytique est très simple. Il y a donc plusieurs facteurs physiques qui ne sont pas introduits (pas de cisaillement transversal). Peut être aussi que le modèle théorique souffre d'un certain nombre de limitations et qu'il ne représente pas rigoureusement le comportement vibratoire de la plaque. Pour plus de détails, voir Roy (2005).

3.3 Bilan des comparaisons

Nous constatons dans l'ensemble une très bonne concordance de notre modèle avec les deux autres approches. La réponse dynamique obtenue par la simulation numérique présentée dans cette étude permet donc d'obtenir assez fidèlement la réponse donnée par le modèle expérimental et l'analyse théorique. Les quelques différences observées peuvent être expliquées par la nature même de ces méthodes.

Les corrélations présentées dans les paragraphes précédents montrent que la démarche employée pour la modélisation numérique de l'impact semble pertinente et donne de bons résultats. De façon générale, on constate que le modèle numérique utilisé pour la présente étude est valide, puisqu'il donne un excellent accord avec les données expérimentales et reflète bien la théorie.

Maintenant que les conditions de l'analyse numérique et la méthodologie suivie ont été décrites, il est possible de passer aux résultats obtenus, de les interpréter et d'en tirer des conclusions.

Nous analyserons dans un premier temps les résultats obtenus pour la plaque nue, puis ceux de la plaque échantillon avec ou sans tampons. Nous procéderons ensuite aux observations et remarques des résultats des tests et simulations.

CHAPITRE IV

Résultats et discussion

Le but de ce chapitre est d'exploiter les modèles numériques développés et validés aux chapitres précédents, afin de comprendre la dynamique transitoire des structures multicouches incluant des matériaux viscoélastiques. Les études paramétriques dans cette section présentent les principaux paramètres à considérer afin d'amortir efficacement les vibrations de ces structures à l'aide de matériaux viscoélastiques. Une étude paramétrique est menée afin de connaître l'influence des principaux paramètres mis en jeu dans les plaques multicouches sur la réponse dynamique du système.

En particulier, l'existence d'une rigidité optimale de la couche viscoélastique qui procure un amortissement maximal est mise en évidence. L'influence de l'épaisseur de la couche viscoélastique est étudiée, ainsi que la rigidité de la couche supérieure. La position optimale de la couche viscoélastique sur la structure fait l'objet d'une analyse. Une étude complète est menée sur l'influence de ces paramètres, en comparant la réponse des plaques sandwich avec celle de la plaque de base (voir tableau 2.2).

Tous les essais numériques effectués sur les plaques sandwichs montrent que l'ajout de matériau viscoélastique sur une structure augmente légèrement le facteur de rayonnement de la structure (Foin et *al.*, 1998). Cela signifie que le gain obtenu sur la réponse vibratoire est légèrement supérieur au gain obtenu sur la réponse acoustique. Etant donné que le but de ce mémoire est d'étudier la réponse vibratoire des structures multicouches, l'étude paramétrique présentera principalement les résultats en termes de déplacements.

4.1 Réponse à l'impact de la plaque nue

Tout d'abord, il faut rappeler que la vitesse de la sphère qui produit l'impact entre la plaque et la sphère est modélisée de façon à ce que la force de contact ressemble autant que possible à la forme de la force d'impact réelle générée par le marteau d'impact dans

les essais expérimentaux et analytiques. Cette force est montrée à la figure 4.1. La force d'impact est modélisée afin qu'elle atteigne la valeur maximale de 148 Newtons qui avait été établie comme étant la valeur de référence pour la normalisation des échantillons expérimentaux.

Pour les essais d'impact, nous avons observé au chapitre 3 qu'Abaqus/Standard donne de très bonnes approximations de la force maximale de contact expérimentale et analytique. On constate à la figure 4.1 que la force de contact est très semblable dans les cas de la plaque nue (Δ), la plaque avec un tampon (x) et la plaque avec deux tampons (o).

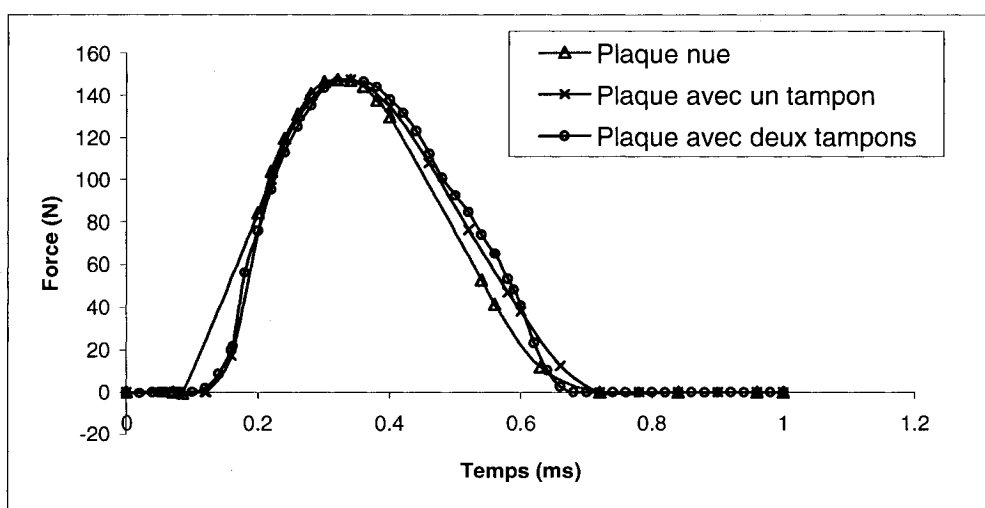


Fig.4.1-Forme de la force d'impact pour les trois cas.

Lorsqu'une plaque est frappée transversalement, l'onde de flexion causée par l'impulsion s'éloigne du point d'impact et est réfléchiée lorsqu'elle atteint les extrémités de la plaque. La figure 4.2, qui présente le déplacement transversal en fonction du temps au point d'impact, suit fidèlement les tendances de la théorie.

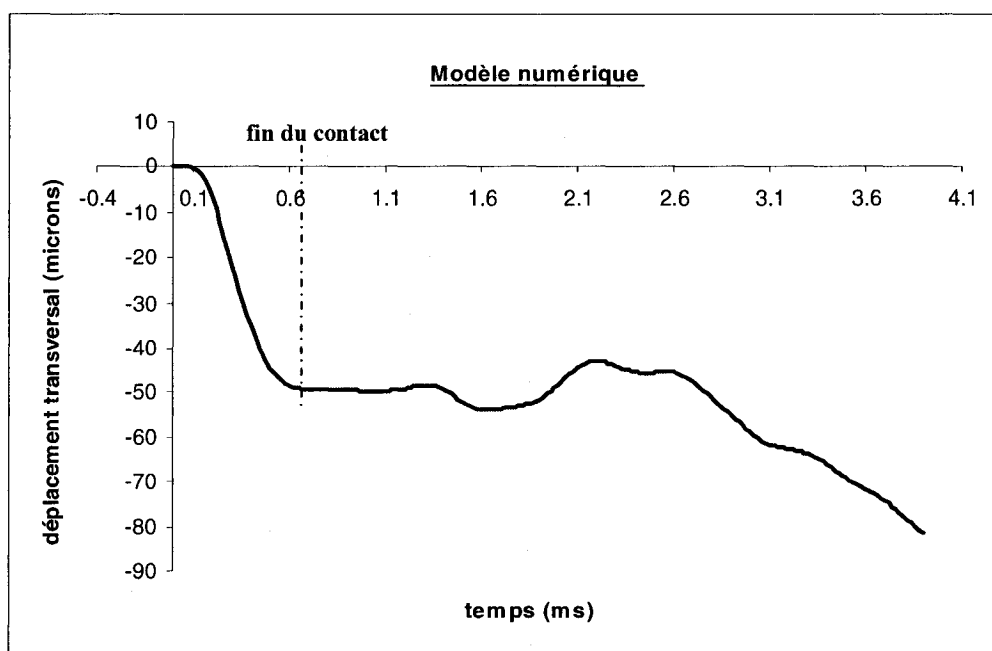


Fig.4.2 Déplacement transversal du point d'impact de 0 ms à 4,1 ms.

En effet, la figure 4.2 montre clairement que le point d'impact de la plaque se déplace tant que la force est appliquée et qu'il atteint un maximum à la fin du contact (0,63 ms). Par la suite, ce point garde cette position pour quelques millièmes de secondes après la fin du contact. En même temps, l'onde de flexion se propage dans la plaque en s'éloignant du point de contact et elle est réfléchié lorsqu'elle atteint les bords de cette dernière. On peut aussi remarquer que le retour de l'onde réfléchié provoque un déséquilibre du point de contact et le remet en mouvement. C'est exactement ce que la théorie établit (Goldsmith, 1960).

Le graphique 4.3, présente deux courbes de résultats obtenues au point d'impact et à 10 cm de celui-ci pour le cas de la plaque nue.

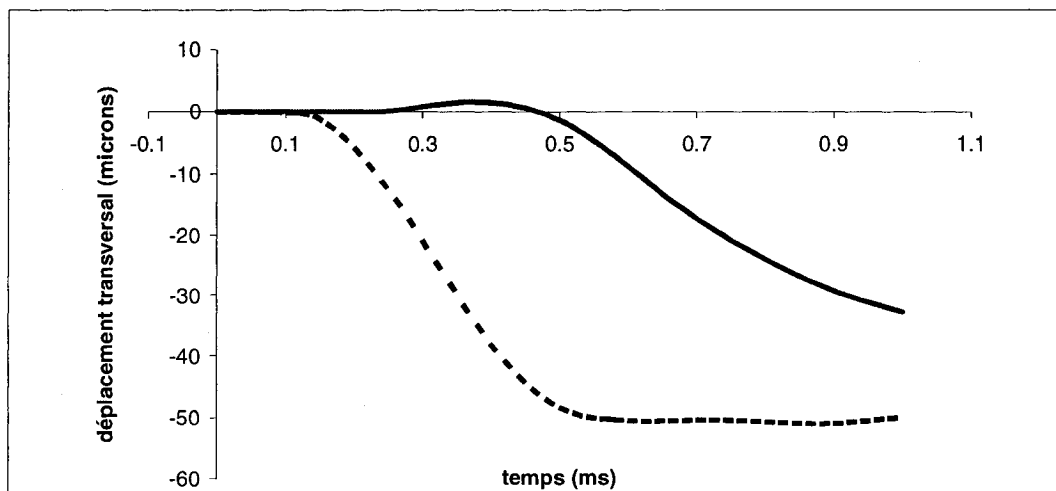


Fig.4.3. Déplacement transversal de la plaque nue; ----- point d'impact; ——— à 10cm du point d'impact.

La figure 4.3 montre que le point situé à 10cm du point d'impact est excité après un certain retard (\sim à 0.26 ms). Ce délai était prévu car il est dû à la distance que de l'onde de flexion doit parcourir pour atteindre ce point de mesure.

4.2 Réponse à l'impact de la plaque avec traitement amortissant

Tous les résultats présentés précédemment traitaient le cas d'une plaque de base sans couche viscoélastique, nous allons maintenant nous intéresser aux structures recouvertes d'un traitement amortissant partiel, afin de procéder à des comparaisons.

Bien que la même plaque de base soit considérée, les résultats présentés dans ce paragraphe sont pour les mêmes modèles présentés au chapitre précédent (même géométrie, mêmes dimensions telles qu'on les retrouve dans le montage expérimental de la figure 2.8). L'excitation de la structure pour les deux modèles (avec un et deux tampons) est une force appliquée au centre de la plaque (force de frappe de la sphère rigide). Tous les tests effectués sur ces plaques multicouches montrent que l'ajout de matériaux viscoélastiques modifie les propriétés dynamiques globales de la structure.

4.2.1 Influence des traitements amortissant sur la réponse dynamique de la plaque

La figure 4.4 compare le déplacement transversal de la plaque de base seule (plaque nue) avec le cas où elle est recouverte par un traitement amortissant (1 et 2 grands tampons

épais situés à 2,5 cm du point d'impact). Cette figure montre qu'appliquer les tampons sur la structure réduit la vibration de la structure (soit par l'augmentation de la rigidité ou de la masse de la structure, soit par l'amortissement amenés par l'ajout des tampons).

En particulier on remarque que plus on augmente le nombre de tampons et plus l'amplitude de la déformation diminue.

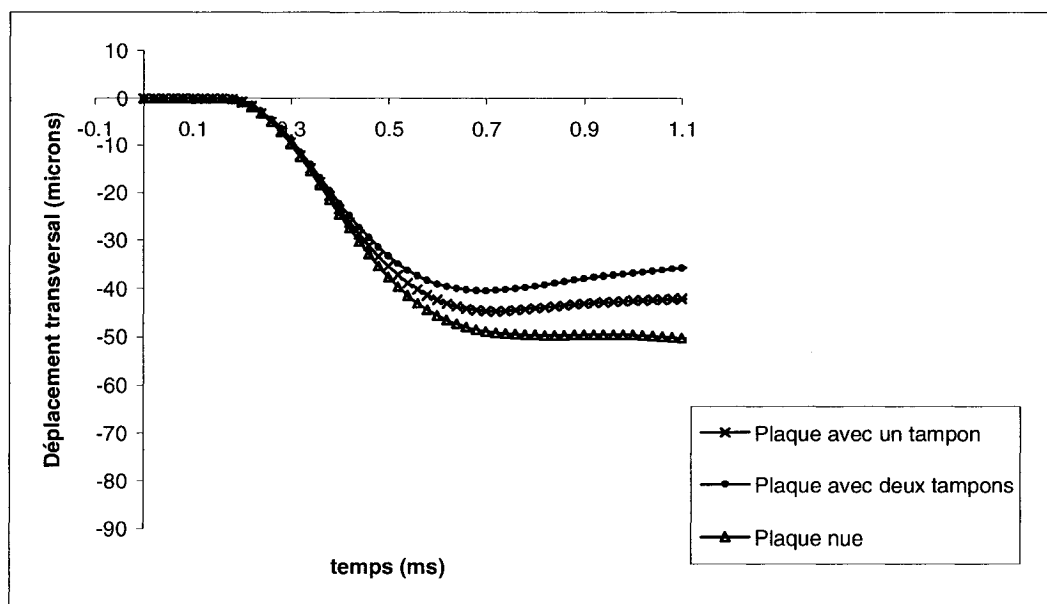


Fig.4.4.-Influence de l'application de tampons sur la plaque (modèle numérique).

On voit donc que l'ajout d'un matériau viscoélastique sur une structure entraîne une diminution de l'amplitude de la réponse transitoire. De plus, la présence des tampons semble amener le point d'impact à revenir plus rapidement vers sa position initiale.

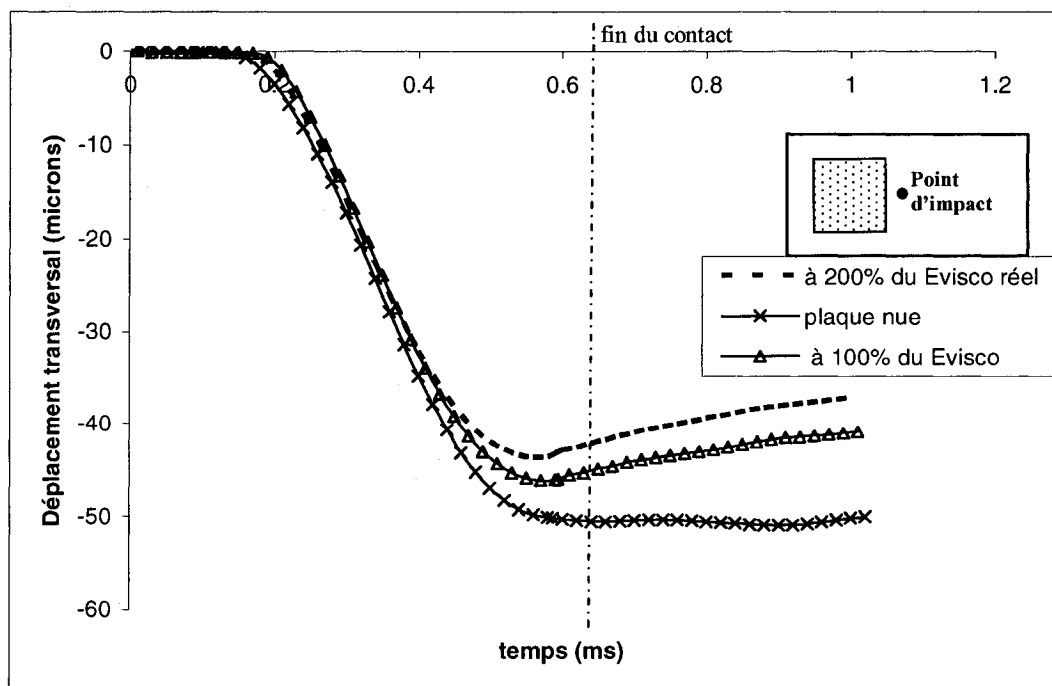
Cette section vise à mieux comprendre les mécanismes importants dans la réduction du bruit associé aux opérations de rivetage. Cette approche porte sur l'étude détaillée des différents facteurs jugés potentiellement influents sur la réponse vibratoire engendrée. Donc en faisant varier les facteurs choisis, des mesures de la réponse dynamique sont prises pour chacun des différents essais.

4.2.2 Influence du module d'Young de la couche viscoélastique

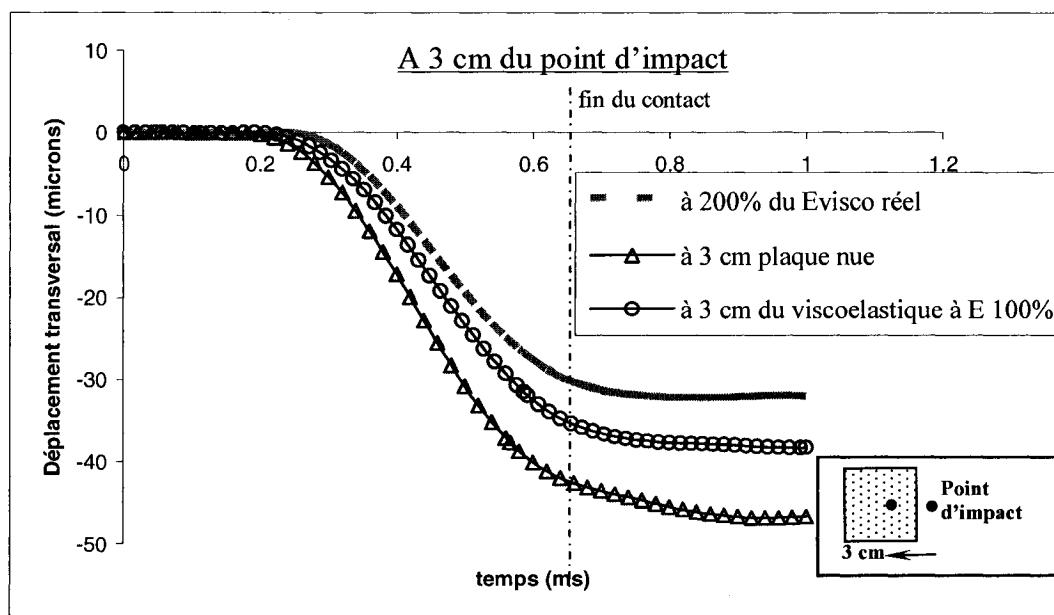
La plupart des matériaux viscoélastiques sont isotropes et peuvent donc être caractérisés par quatre facteurs : la densité, le module d'Young, le facteur de perte et le coefficient de Poisson. Comme le module de cisaillement est relié au module d'Young par la relation : $G = E / (2(1+\nu))$, on peut utiliser l'un ou l'autre de ces deux paramètres pour caractériser la rigidité du matériau. Dans la suite de ce paragraphe, nous allons utiliser le module d'Young et étudier par la suite son influence sur l'amortissement total de la structure (plaque avec un seul tampon). On considère deux cas extrêmes pour la rigidité de la couche viscoélastique :

$E_{visco\ réel} = 7.239$ MPa et $E_{visco} = 1.4478$ MPa (à 200% du $E_{visco\ réel} = 7.239$ MPa) toutes les autres caractéristiques du système restent identiques. La figure 4.5 présente le déplacement transversal pour trois cas soit 100% $E_{visco\ réel}$, 200% $E_{visco\ réel}$ et sans tampon. On remarque que chacune des courbes de cette figure présente une allure presque semblable. On constate à la figure 4.5 (a) que l'augmentation de rigidité de la couche viscoélastique entraîne une légère amélioration de la réponse dynamique de la structure. Cette amélioration est caractérisée par un retour rapide de la plaque vers sa position initiale à la fin du contact. La figure 4.5 (b) montre que le déplacement transversal de la plaque diminue sensiblement au fur-et-à-mesure qu'on s'éloigne du point d'impact, on peut remarquer facilement que l'effet de rigidité de la couche viscoélastique (augmentation de la rigidité) a plus d'effets sur le déplacement transversal des points qui se trouvent loin du centre de la plaque que ceux qui se trouvent au point d'impact.

Cette réduction est justifiée par le fait que l'augmentation du module d'Young de la couche viscoélastique augmente le cisaillement dans cette couche et entraîne une atténuation dynamique plus grande. Le point le plus important mis en évidence dans ce test est que la rigidité de la couche viscoélastique est un paramètre fondamental pour l'amortissement.



(a)



(b)

Fig.4.5. Déplacement de la plaque avec un grand tampon épais pour deux rigidités différentes du viscoélastique (a) point d'impact; (b) à 3 cm du point d'impact.

4.2.3 Influence de l'épaisseur de la couche viscoélastique

La section suivante présente l'effet de la variation de l'épaisseur du matériau viscoélastique en ce qui a trait à la réponse dynamique des structures multicouches. Nous avons donc simulé la réponse vibratoire de la plaque pour différentes épaisseurs de la couche viscoélastique, soit : 2,5 mm, 4,5 mm et 6,55 mm. Les résultats obtenus montrent que l'augmentation de l'épaisseur de cette couche entraîne une atténuation de la réponse dynamique de la structure. Ce point est illustré à la figure 4.6. Sur ce graphique on peut voir que l'amplitude du déplacement transversal est plus grande lorsque l'épaisseur de la couche viscoélastique est plus petite. En fait l'augmentation de l'épaisseur des tampons entraîne un net accroissement des atténuations globales car la contribution du cisaillement et la masse de ces couches augmente. On peut donc venir à la conclusion que l'accroissement de l'amortissement vibratoire avec l'augmentation de l'épaisseur devient visible.

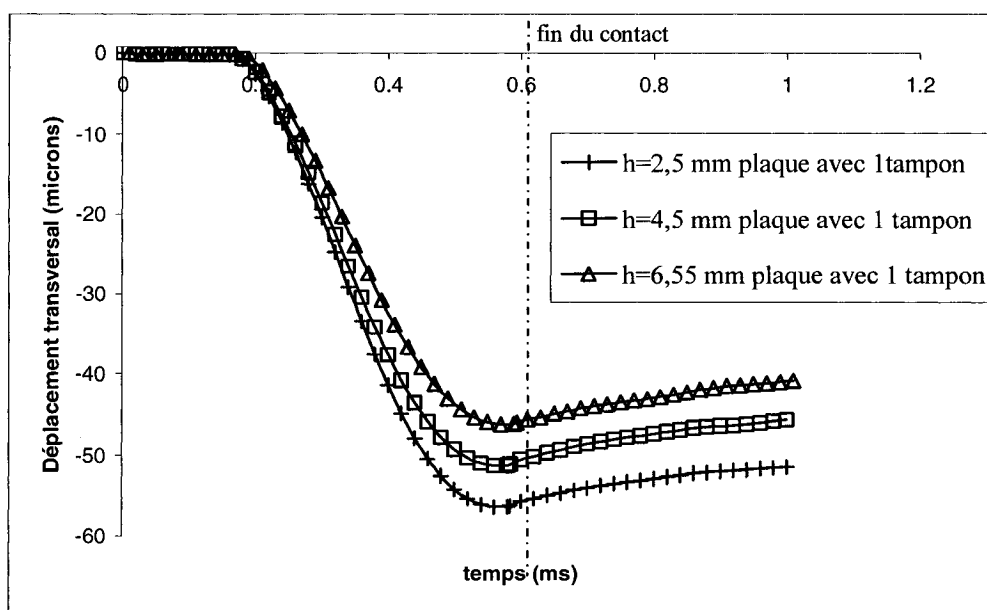


Fig.4.6-Effet du changement de l'épaisseur des tampons.

4.2.4 Effet de l'épaisseur de la couche de contrainte

Dans ce paragraphe, nous reprenons l'étude menée en 4.2.1 mais nous faisons cette fois varier l'épaisseur et la rigidité de la couche contraignante.

Les figures 4.7 et 4.8 comparent le déplacement transversal au point d'impact de la plaque avec un tampon avec les cas où la rigidité et l'épaisseur de la plaque de contrainte sont respectivement augmentée et diminuée de 200% et 50%. Accroître la rigidité de la couche supérieure améliore l'amortissement car cela augmente les déformations de cisaillement transversal de la couche viscoélastique.

Ce point est illustré aux figures 4.7 et 4.8. On voit clairement que le déplacement transversal de la plaque au point d'impact diminue lorsqu'on augmente la rigidité de la plaque de contrainte (fig4.7). Par contre, le déplacement transversal augmente avec l'épaisseur de la couche de contrainte, ce qui laisse croire à un effet de masse.

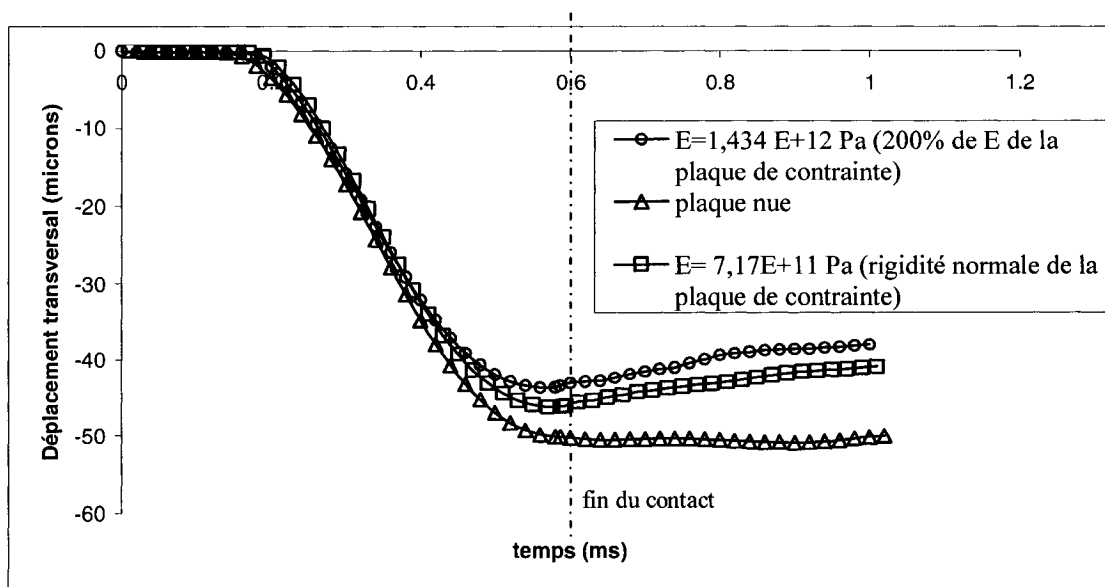


Fig.4.7-Effet de la rigidité de la couche de contrainte.

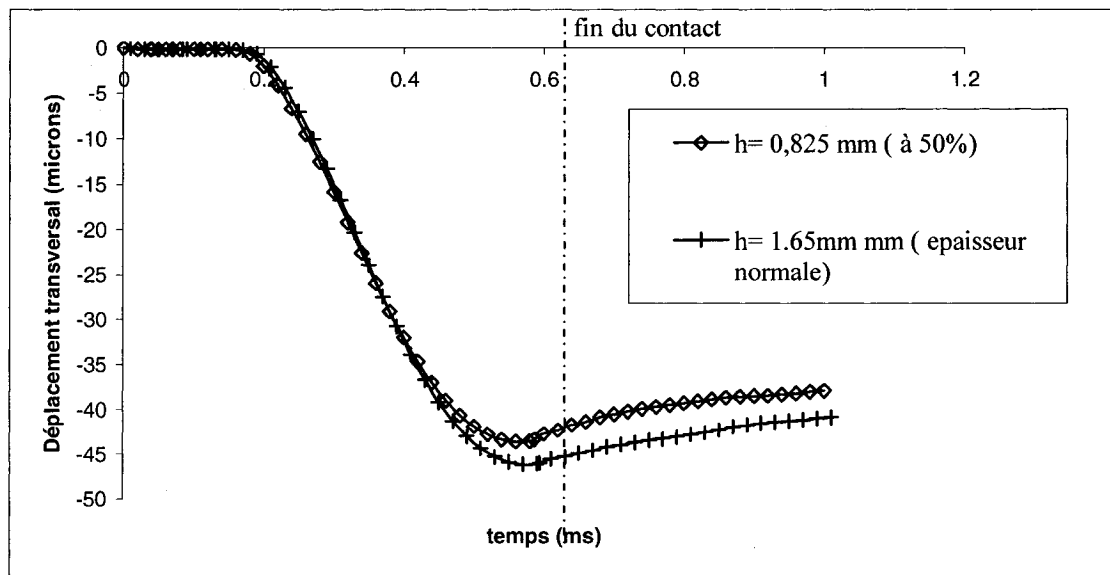


Fig.4.8-Effet de l'épaisseur de la couche de contrainte.

4.2.5 Influence de la position du traitement amortissant

Dans ce paragraphe, nous étudions l'influence de la position de la couche viscoélastique sur la réponse dynamique. L'objectif est de déterminer la position du traitement viscoélastique qui va minimiser la réponse transitoire de la plaque.

Trois positions différentes d'un traitement viscoélastique contraint sont considérées (figure 4.9).

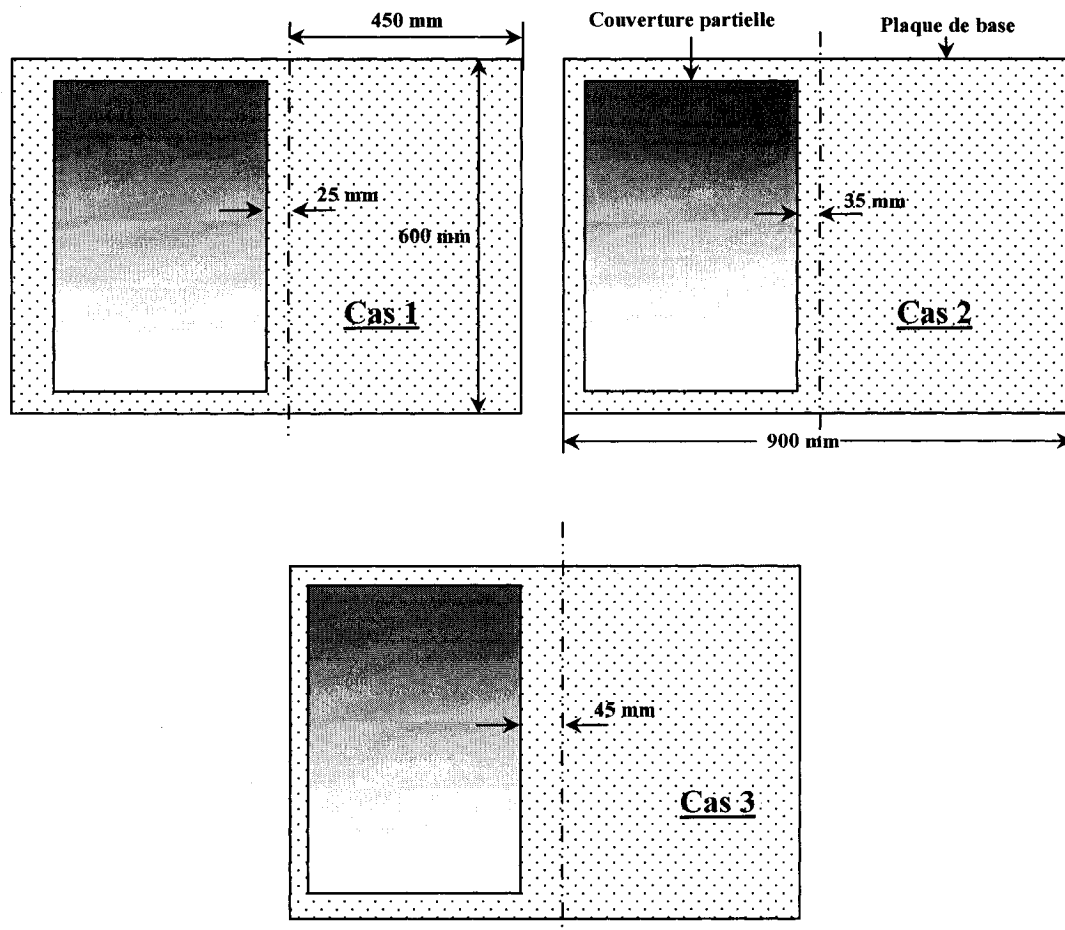


Fig.4.9. Trois positions de la couverture partielle de la couche viscoélastique; cas1 : à 25 mm du point d'impact; cas2 : à 35 mm du point d'impact cas3 : à 45 mm du point d'impact

La figure 4.10 présente le déplacement transversal du point d'impact pour ces trois cas. Cette figure confirme que la position de la couche viscoélastique joue un rôle non négligeable sur la réponse à l'impact (le déplacement transversal est plus important lorsque la position du tampon est éloignée du point d'impact).

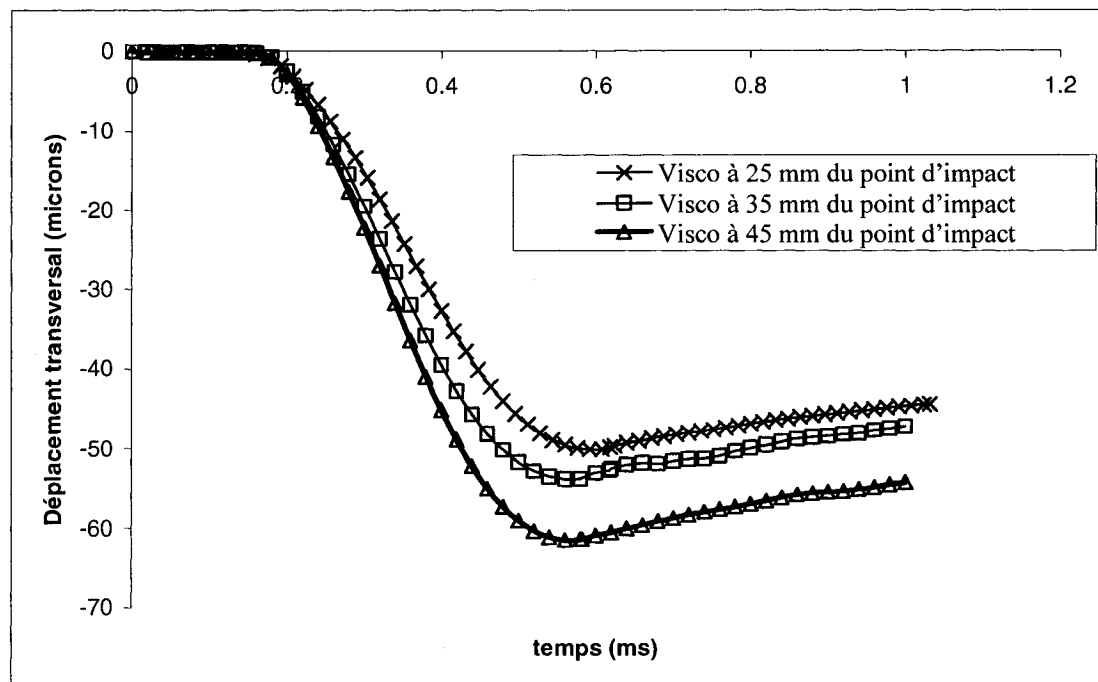


Fig.4.10-Influence de la position de la couche viscoélastique.

En effet on remarque que le tampon à 25 mm limite plus les déplacements que le tampon à 35 mm et 45 mm. Toutefois, la flexion de la plaque de base est responsable de l'étirement de la couche viscoélastique et, par conséquent, de la dissipation d'énergie par la couche viscoélastique. Ainsi l'atténuation sera maximisée si la couche viscoélastique est placée près du point d'impact, où la flexion est maximale.

Selon nos résultats, il existe trois zones sur la plaque pour lesquelles le rôle des tampons est très différent. La première zone est celle du champ proche du point d'impact; c'est la zone où la dissipation d'énergie semble être haute à cause du fait que le tampon est supposé non loin du point d'impact. Quand le bord du tampon se trouve dans cette zone, la réponse dynamique de la plaque est réduite de façon substantielle. La deuxième zone est celle pour laquelle le bord du tampon est loin du point d'impact. Cette zone se caractérise par des réflexions et des fluctuations de l'onde. La troisième zone est celle pour laquelle le bord du tampon se situe très loin du point d'impact. Ces zones sont illustrées de façon qualitative à la figure 4.11.

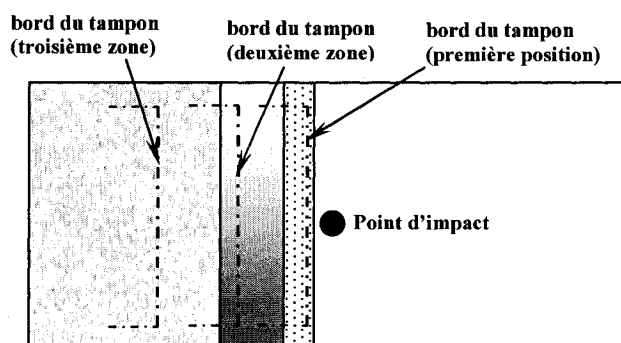












Fig. 4.11. Les trois positions de la couche viscoélastique

L'avantage de ces zones est qu'elles permettent d'évaluer les distances maximales de positionnement des tampons. Les essais numériques ont montré qu'une couche viscoélastique qui se trouve dans les première et deuxième zones peut réduire sensiblement les vibrations de la structure, alors que dans la troisième zone, l'amortissement n'est pas très important.

Le tableau 4.1 résume les effets observés sur l'atténuation globale de la plaque quand on augmente la valeur de divers paramètres du traitement amortissant. Dans ce tableau, une flèche ascendante représente une augmentation de la valeur. Une flèche descendante représente une diminution. Une flèche épaisse représente une variation importante, alors qu'une flèche mince représente une faible variation.

Tableau 4.1 Évolution de la réponse dynamique de la plaque sandwich en fonction de divers paramètres du tampon.

Paramètres	Amplitude du paramètre	Atténuation globale
h_{visco}		
E_{visco}		
distance _{visco}		
$h_{\text{plaque de contrainte}}$		
$E_{\text{plaque de contrainte}}$		

Dans la littérature, Jianmi (2004), Foin (1999), Simard (1997) et Yeun (1998) ont trouvé des conclusions similaires selon lesquels l'atténuation vibratoire, pour une plaque couverte partiellement par un traitement amortissant augmente en augmentant divers paramètres parmi lesquels on trouve la rigidité, l'épaisseur et la position de la couche viscoélastique ainsi que l'épaisseur de la plaque de contrainte.

4.3-Phénomènes de la discontinuité d'épaisseur sur la propagation des ondes de flexion.

Le mécanisme de la propagation des ondes de flexion dans une structure avec traitement amortissant est tout à fait différent de celui dans une structure sans traitement. L'ajout d'une variation brusque d'épaisseur dans la structure provoque une discontinuité au niveau de la propagation de ces ondes et par conséquent une modification du comportement vibratoire de cette structure par rapport à une autre structure d'épaisseur uniforme. Grâce à des simulations numériques, nous pouvons donc observer les phénomènes de la propagation des ondes dans un tel milieu.

Nos simulations ont révélé que l'effet d'une discontinuité d'épaisseur est important sur la propagation des ondes de flexion. Dans un premier temps, une comparaison de l'évolution temporelle des déplacements transversaux est considérée. Pour ceci, nous avons étudié la plaque dans trois configurations différentes: (1) plaque nue (ce qui donne la solution de référence); (2) plaque avec un tampon amortissant dans la partie gauche de la plaque; et (3) plaque avec deux tampons identiques.

Lorsqu'une plaque subit un impact, cela produit dans la structure une déformation initiale près du point de contact. Cette déformation se propage ensuite dans la structure sous la forme d'ondes qui s'éloignent du point de contact (Goldsmith, 1960). Les ondes de flexion occasionnent entre autres un déplacement très rapide des points (particules) de la structure dans la direction normale à celle-ci. Ces points vibrants entraînent avec eux l'air avec lequel ils sont en contact. Ce déplacement rapide de l'air produit ce qu'on nomme le bruit de réverbération (Akay, 1978).

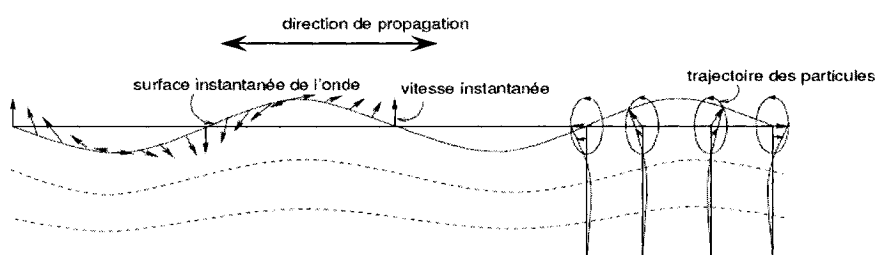


Fig.4.12. Propagation de l'onde de flexion dans une plaque.
Source : <http://www.paris.ensam.fr/lmsp>.

Donc, en se propageant, les ondes de flexion produites par l'impact génèrent du bruit (fig.4.12). Les figures (4.13, 4.14 et 4.15) donnent l'évolution du déplacement transversal des nœuds passant par la ligne de symétrie de la plaque pour les trois cas. On voit que les trois modélisations diffèrent beaucoup et l'amplitude de la courbe pour le cas de la plaque nue est très différente (plus grande) que celle donnée par les deux autres types de modélisation. Une première explication vient du fait que l'ajout des tampons augmente la masse, la rigidité et l'amortissement du système. On s'aperçoit clairement

que, tout comme dans le cas de la plaque nue, les courbes du graphique de la plaque avec deux tampons, sont parfaitement symétriques par rapport à l'axe d'impact. Ceci vient du fait que les deux systèmes sont symétriques par rapport à cet axe. Ce n'est pas le cas pour la plaque avec un seul tampon, où les courbes ne sont pas symétriques: elles s'éloignent du point d'impact et se dirigent vers le côté où il n'y a pas la discontinuité. De plus comme le montre la figure 4.13, la déformation initiale de la plaque augmente au fur et à mesure que le temps augmente pour atteindre un maximum au temps 0,8 ms, après quoi on voit qu'il y a un léger retour de la courbe à 1 ms qui est dû apparemment à l'élasticité de la plaque.

Comme il a été mentionné plus haut, la rigidité de la couche viscoélastique est un paramètre très important dans l'étude de l'amortissement des structures. Cela est confirmé dans la figure 4.14, car on remarque que la rigidité est plus grande du côté où est appliqué le tampon. En effet, on peut observer sur cette figure que le côté avec tampon se comporte de la même façon que celui de la plaque avec deux tampons (figure 4.15). Par contre, on remarque que ce n'est pas le cas pour le côté sans tampon. Cette différence se traduit par une différence d'amplitude et de forme des ondes entre les deux côtés de la plaque avec un seul tampon. L'effet de cette dissymétrie semble prévenir en partie la propagation du côté où se trouve le tampon. À partir de la figure 4.18, on peut voir que le point d'impact retourne plus rapidement vers sa position initiale que les deux autres modèles (plaque nue et plaque avec un tampon). En plus, on peut remarquer que la zone déformée pour ce cas est plus étroite, mais d'une amplitude plus faible. Encore une fois, on peut remarquer comment l'ajout et le nombre de tampons influence la vibration dynamique de la structure impactée.

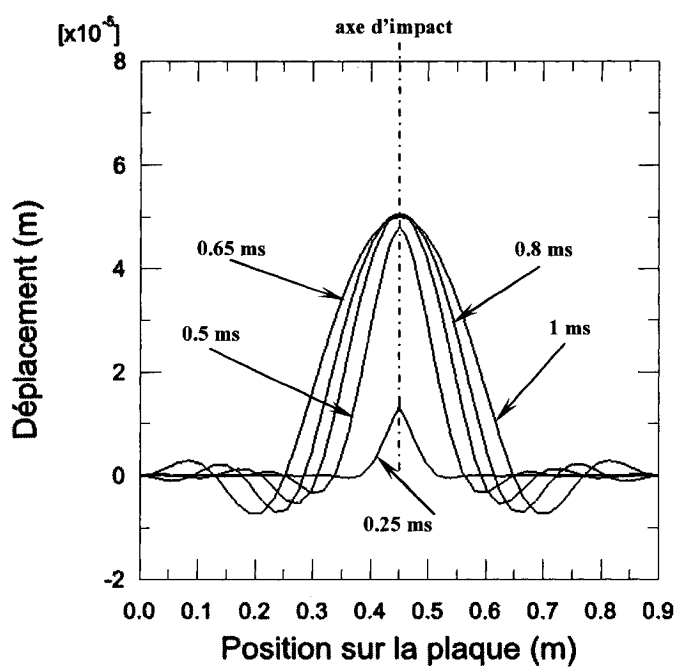


Fig.4.13. Déplacement transversal d'une coupe de la plaque nue.

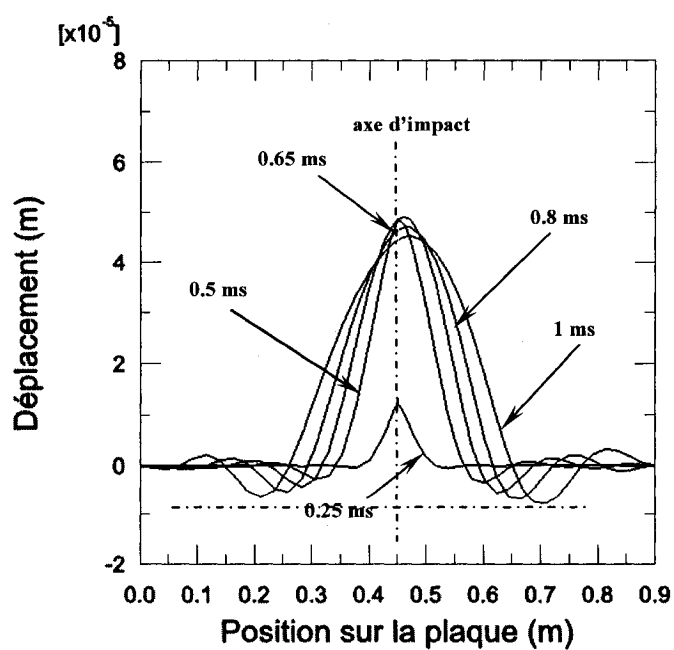


Fig.4.14. Déplacement transversal d'une coupe de la plaque avec un tampon.

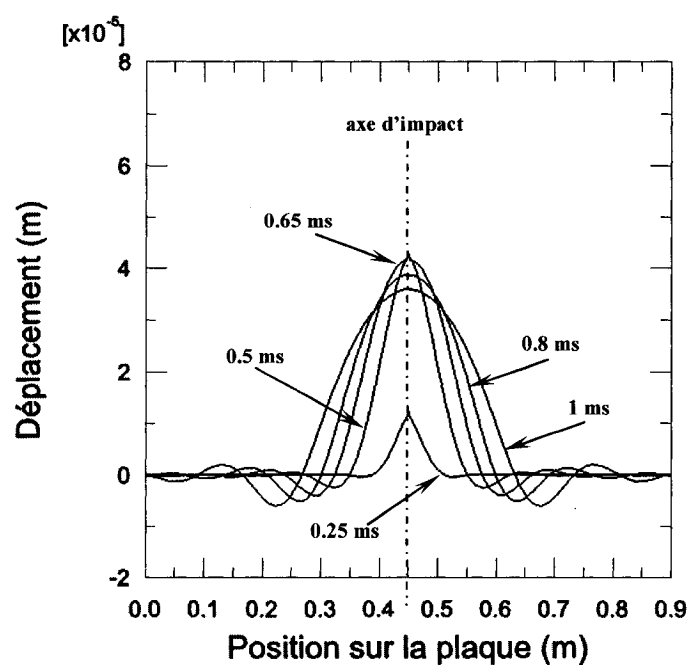


Fig.4.15. Déplacement transversal d'une coupe de la plaque avec deux tampons.

La figure 4.16 montre le déplacement transversal de la plaque à 4,8 cm à gauche du point d'impact en fonction du temps. Dans les cas de la plaque nue, de la plaque avec un seul tampon à gauche, et de la plaque avec un tampon de chaque côté du point d'impact. Bien que les trois courbes ont la même allure, l'amplitude des courbes obtenues diminue quand on passe de zéro à un, puis à deux tampons.

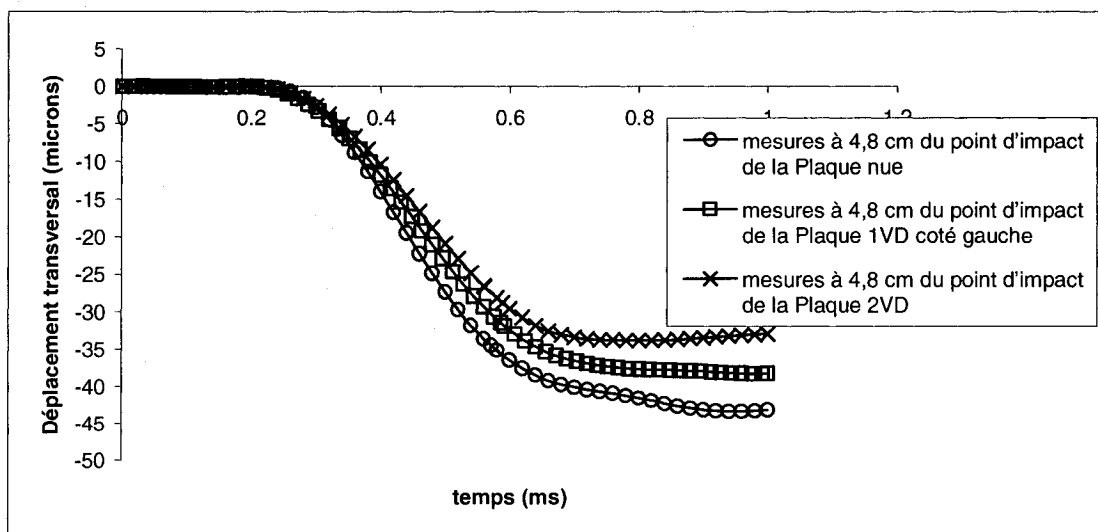


Fig.4.16. Déplacement transversal à 4,8 cm à gauche du point d'impact.

À la figure 4.17 l'amplitude du déplacement transversal de la plaque avec un tampon à 4,8 cm à droite du point d'impact est différente de celle du côté gauche (côté gauche où se trouve la discontinuité et côté droit sans discontinuité). L'amplitude est nettement plus forte du côté droit (+) que du côté gauche (\square). La discontinuité a donc engendré une diminution importante de l'onde de flexion après que celle-ci ait franchi la discontinuité. Ceci vient confirmer les résultats du paragraphe précédent selon lesquels la présence d'une discontinuité d'épaisseur sur un seul côté de la structure modifie le comportement de cette dernière par rapport au côté où l'épaisseur est constante (ce qui explique la présence de la dissymétrie du graphique par rapport au point d'impact).

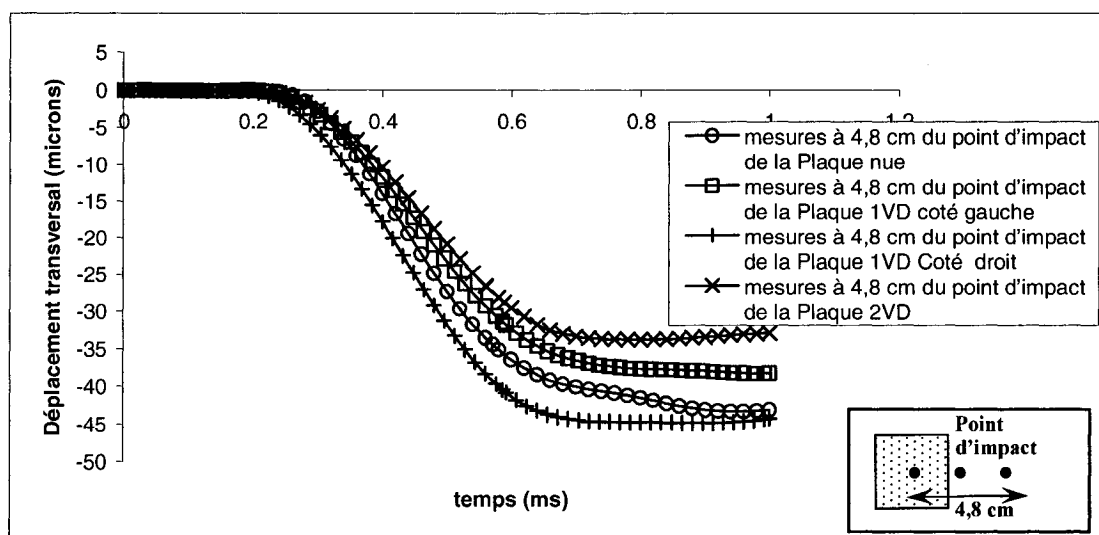
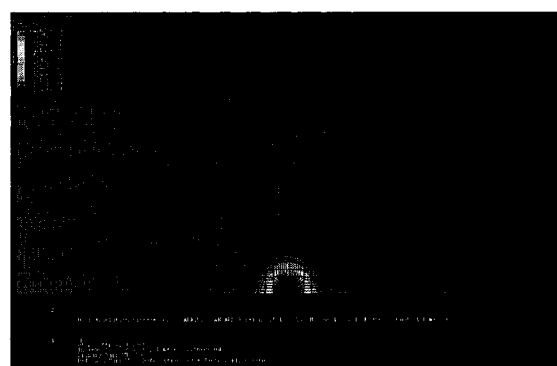
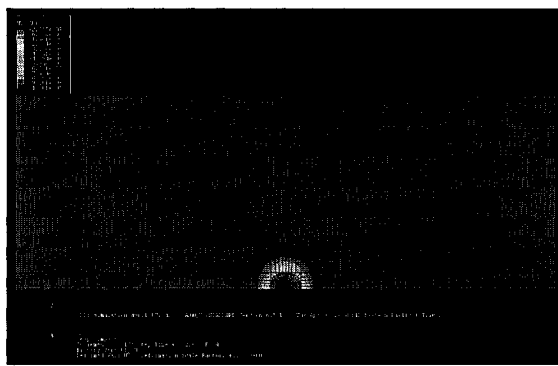
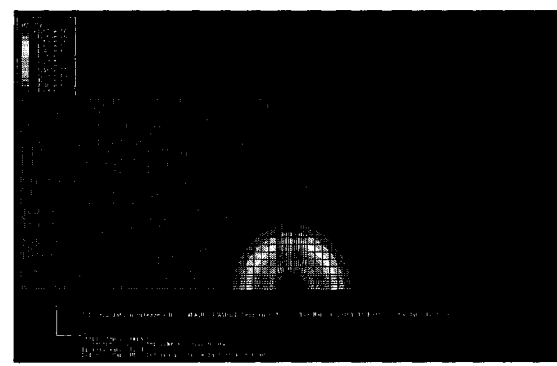
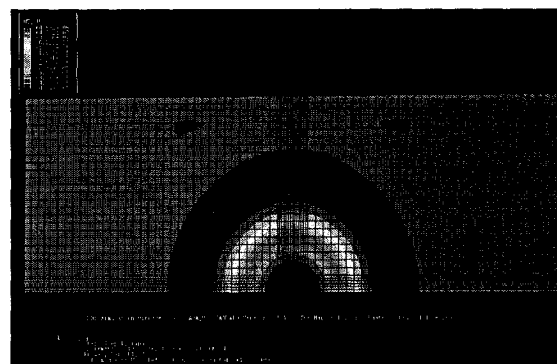
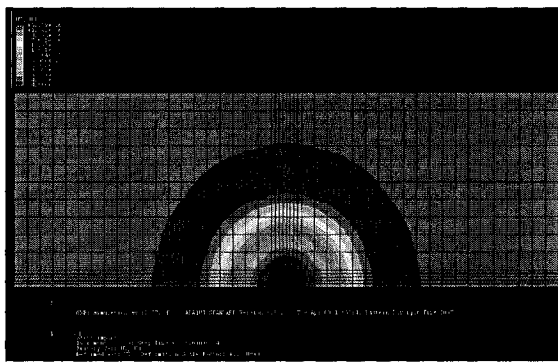


Fig.4.17.Déplacement transversal à 4,8 cm du point d'impact.

Un traitement d'image des séquences décrivant l'évolution temporelle des figures 4.13, 4.14 et 4.15 a permis d'établir la cartographie de la déformation locale de la plaque (nue, avec un ou deux tampons grands, épais et à une distance de 2,5 cm du point d'impact) soumise à une excitation. Les figures 4.18 et 4.19 montrent la propagation des ondes dans la plaque nue ainsi que dans la plaque avec un et deux tampons aux temps 0,25, 0,5, 0,65, 0,8 et 1 ms. À la figure 4.18, la colonne de gauche représente le cas de la plaque nue et la colonne de droite représente le cas de la plaque avec deux tampons (il faut mentionner que le maillage est plus fin quand il y a des tampons). Cette figure montre que l'onde de flexion générée par l'impact de la sphère se propage dans la plaque de façon symétrique par rapport au point d'impact pour les deux cas. Par contre on voit que le parcours de l'onde ne suit pas la même tendance à partir de 0.5 ms. L'amplitude commence même à changer bien avant la fin du contact. En effet une partie de l'onde qui se propage dans la plaque de la colonne de droite (onde incidente) est réfléchiée lorsqu'elle rencontre les deux discontinuités, l'autre partie est transmise dans les tampons.

a) $t = 0.25ms$ b) $t = 0.5ms$ c) $t = 0.65ms$

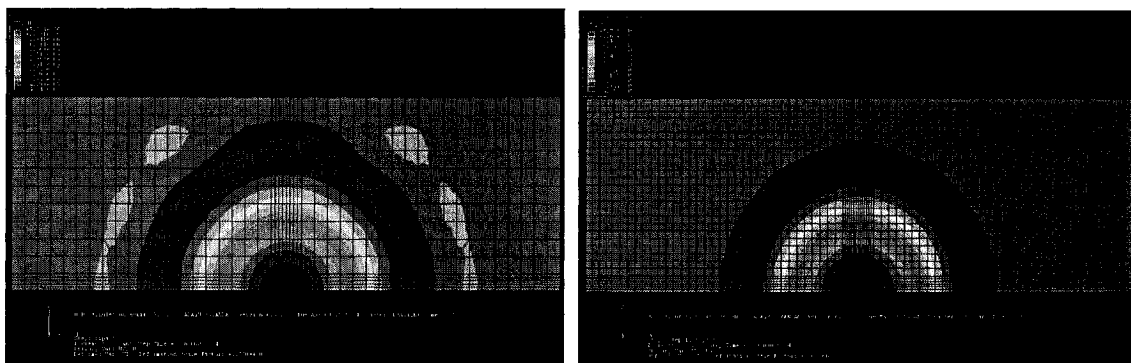
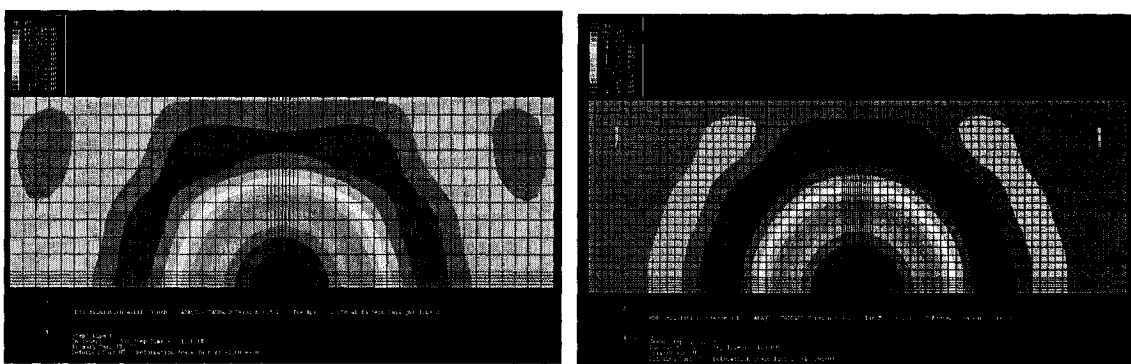
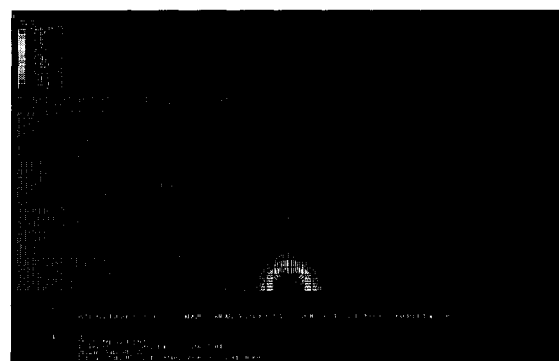
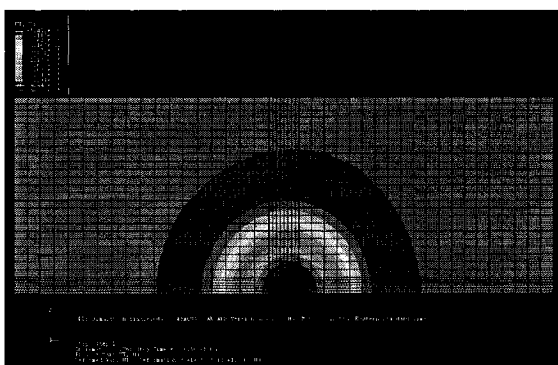
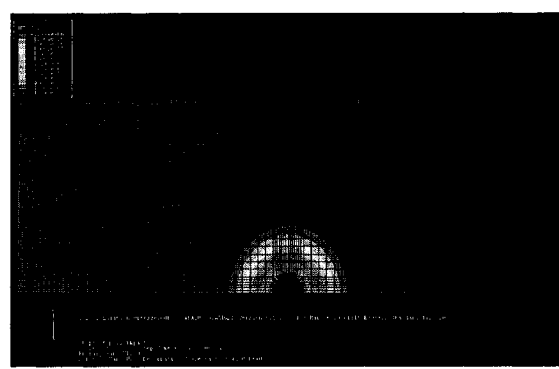
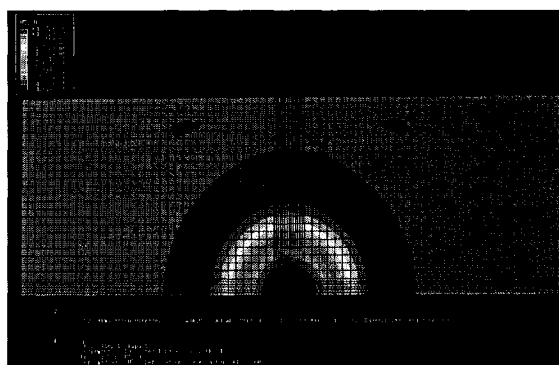
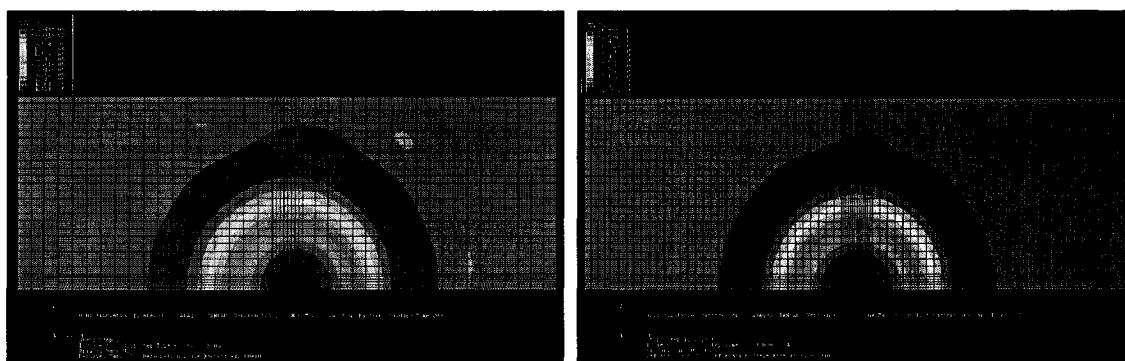
d) $t = 0.8\text{ms}$ e) $t = 1\text{ms}$

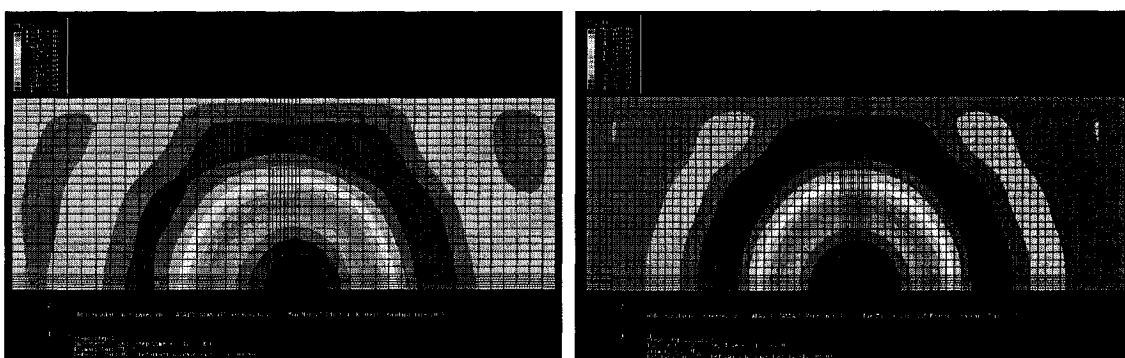
Fig.4.18. Propagation des déformations dans la plaque nue (à gauche) et dans la plaque avec deux tampons (à droite) en fonction du temps.

La figure 4.19 présente la comparaison entre la plaque avec un seul tampon (colonne de gauche) et la plaque avec deux tampons (colonne de droite). On remarque tout d'abord que la propagation de l'onde dans le cas de la plaque avec un seul tampon n'est plus symétrique par rapport au point d'impact. Au fur et à mesure que le temps augmente, la déformation s'éloigne de la discontinuité et se dirige vers le côté sans tampon. La figure 4.19 montre aussi que l'amplitude de déplacement dans le cas de la plaque avec deux tampons est plus faible que celle du cas de la plaque avec un seul tampon. Ceci est en accord avec les résultats des graphiques 4.14 et 4.15.

a) $t = 0.25ms$ b) $t = 0.5ms$ c) $t = 0.65ms$ 



d) $t = 0.8\text{ms}$



e) $t = 1\text{ms}$

Fig.4.19. Propagation des déformations dans la plaque avec un tampon (à gauche) et dans la plaque avec deux tampons (à droite) en fonction du temps.

L'analyse du phénomène d'amortissement à partir des graphiques 4.18 et 4.19 a permis de mettre plusieurs points en évidence :

- 1- l'amplitude du déplacement transversal de la structure reste symétrique par rapport au point d'impact si le système et lui aussi symétrique par rapport à ce point;
- 2- l'application des tampons engendre une réduction de l'amplitude de déplacement de la plaque de base;
- 3- l'application d'un seul tampon crée une dissymétrie du système (la masse et la rigidité sont plus grande dans le côté avec tampon);

- 4- l'amplitude du déplacement décroît lorsqu'on applique un tampon et décroît encore lorsqu'on applique deux.

CONCLUSION GÉNÉRALE

Ce chapitre présente la conclusion des résultats et observations obtenus dans le cadre de cette étude. L'objectif général des travaux réalisés était de progresser dans la compréhension du phénomène de réduction des vibrations des structures procuré par un traitement viscoélastique de surface.

Cette étude a été mise en œuvre afin d'améliorer les méthodes de contrôle de bruit sur des structures soumises à des impacts. Pour ce faire, des modèles numériques originaux ont été développés, puis les résultats obtenus ont fait l'objet d'une analyse minutieuse afin de dégager les principes physiques qui permettent de réduire le bruit rayonné par une structure impactée.

Dans le cadre de l'étude numérique de l'amortissement, trois sujets sont successivement abordés, (1) la réponse vibratoire d'une plaque nue, (2) l'amortissement des vibrations d'une plaque par l'ajout d'un tampon viscoélastique, (3) l'amortissement des vibrations d'une plaque par l'ajout de deux tampons viscoélastiques. Les résultats obtenus par la simulation numérique sont validés le plus précisément possible avec des mesures et des comparaisons des résultats des études expérimentales et analytiques. L'analyse des résultats de cette étude a permis de mettre en évidence les points suivants :

- 1) La rigidité de la couche viscoélastique est un paramètre très important dans l'étude de l'amortissement des structures. En effet, il suffit d'augmenter cette rigidité pour augmenter l'énergie de déformation de la couche viscoélastique et par conséquent diminué la réponse du système.
- 2) La position des tampons viscoélastiques est un paramètre qui joue un rôle important sur l'amortissement de la plaque. Il a été montré que pour maximiser les déformations de cisaillement transversal de la couche viscoélastique, il faut placer les tampons sur les zones où la plaque de base se déforme le plus, c'est-à-dire sur les zones où la flexion est maximale.

- 3) Il a été montré qu'en augmentant l'épaisseur du matériau viscoélastique, on réduit la réponse de la structure. Il ne faut néanmoins pas oublier qu'il existe une épaisseur optimale pour les matériaux viscoélastiques, donc il n'est pas pratique d'augmenter l'épaisseur de la couche viscoélastique indéfiniment.
- 4) Pour ce qui est de la plaque de contrainte, on constate qu'une augmentation de son module d'Young ou une diminution de son épaisseur améliore la réponse de la plaque. Il faut toute fois noter que la variation de la rigidité de la plaque de contrainte a plus d'effet sur l'amortissement de la structure que la variation de l'épaisseur.

Le deuxième point abordé dans cette étude est l'effet de la discontinuité mécanique sur la propagation des ondes dans une structure impactée. Il a été montré que la discontinuité obtenue par l'ajout de tampons viscoélastiques modifie le comportement de ces structures et permet d'amener l'amplitude vibratoire à un niveau plus acceptable.

Les nombreuses validations ont permis de valider le code de simulation numérique en comparant les résultats obtenus à des mesures effectuées en laboratoire et à des mesures analytiques.

Enfin, suite aux conclusions obtenues dans cette étude, l'amortissement des structures vibrantes à l'aide de traitements viscoélastiques partiels et contraints, semble très prometteur, puisque il permettra de solutionner un nombre important de problèmes de vibration-bruit, tout en ajoutant peu de poids à la structure traitée. En plus, la paramétrisation du matériau du traitement est maintenant bien maîtrisée grâce à l'emploi du logiciel Abaqus.

Bien que ces études et analyses aient été menées avec succès, d'autres travaux peuvent être faits à la suite de ceux présentés ici. Il est intéressant de trouver une méthode qui allie mesures numériques et expériences, afin de prédire le champ acoustique rayonné par les structures. Cette méthode permet par exemple, d'isoler le bruit dû au rayonnement acoustique de ces structures.

RÉFÉRENCES

- Adler F. T., Sawyer W. M., Ferry J. D. (1949). Propagation of transverse waves in viscoelastic media. *Journal of Applied Physics* 20 1036-1041
- Alfrey T. (1945). Methods of representing the properties of visco-elastic materials. *Quarterly of Applied Mathematics* 3 143-150
- Ashworth J. N., Ferry J. D. (1949). Mechanical properties of substances of high molecular weight. *Journal of the American Chemical Society* 71 622-628
- Aslan Z K. R., Okutan B. (2003). The response of laminated composites under low-velocity impact loading. *Compos Struct* 59 119-27.
- Batoz J.L. D. G. (1992). Modélisation des structures par éléments finis. Edition les presses de l'Université Laval. 1 et 2
- Chen YC H. S., (1999). Parametric effects of plates with CLD treatment on vibration suppression. *Journal of the Chinese Society of Mechanical Engineers* 120 (2): 159-67
- Cook R. D. (1972). Two hybrid elements for analysis of thick, thin and sandwich plates,. *International Journal for Numerical Methods in Engineering* 5 277-288.
- Cournoyer B. (1995). Modélisation analytique et numérique de plaques multicouches, application aux traitements viscoélastiques de disques encastrés libres. Dissertation.
- Davies G. A. O., Zhang X. (1995). Impact damage prediction in carbon composite structures. *International Journal of Impact Engineering* 16 (1): 149-170

Davies GAO Z. X. (1995). Impact damage predictions in carbon composite structures. *Int J Impact Eng* 16 (1): 149-70.

Di Siciuva M. (1985). Development of an anisotropic, multilayered, shear deformable rectangular plate element. *Computer and Structures* 21 (4): 789-796

Di Taranto R. A., Blasingame W. (1966). Composite loss factors of selected laminated beams. *Journal of the Acoustical Society of America* 40 (1): 187-194

Dvorak G. J., Suvorov A. P. (2005). Enhancement of low velocity impact damage resistance of sandwich plates. *International Journal of Solids and Structures* 42 (8): 2323-44

Fletcher W. P., Gent A. N. (1952). Apparatus for the measurement of the dynamic shear modulus and hysteresis of rubber at low frequencies. *Journal of Scientific Instruments* 29 186-188

Garison M. r., Miles, R.N., Sun, J.Q., Bao, W. (1994). Random response of a plates partially covered by a constrained layer damper. *Journal of Sound Vib* 172 (2): 231-245.

Goudreault Y. (1994). Bruit et vibrations causées par l'utilisation de marteaux à rivets. *Ecole de Technologie Supérieure, Montréal.*

Green ER M. C., Luo RK. (2000). Simulation and experimental Investigation of impact damage in composite plates with holes. *J Compos Mater* 34 (6): 502-21.

Grootenhuis P., Powell R. W., Tye R. P. (1952). Thermal and electrical conductivity of porous metals made by power metallurgy methods. Proceedings of the Physical Society. Section B 65 502-511

Gueritin L. (1998). Modélisation par élément finis de plaques multicouches aux propriétés élastiques viscoélastiques et piézoélectriques. Mémoire de maîtrise, Université de Sherbrooke.

Guinard S A. O., Gue'dra-Degeorges D, Vinet A. (2002). A 3D damage analysis of low-velocity impacts on laminated composites. Compos Sci Technol 62 585-9

Heitkamper W. (1985). Numerical approximation of sound radiation of impact-excited plates. Univ. Berlin, West Germany) Source: Acustica 58 (3): 141-8

Helms JE L. G., Pang S. (2001). Impact response of a composite laminate bonded to a metal substrate. J Compos Mater 35 (3): 237-52

Hilber H. M., T. J. R. Hughes, and R. L. Taylor. (1978). Collocation, Dissipation and 'Overshoot' for Time Integration Schemes in Structural Dynamics. Earthquake Engineering and Structural Dynamics, 6 99-117

Horrigan D A. R. (1998). Finite element analysis of impact damaged honeycomb sandwich. FEA Ltd., Surrey, UK; Available from: www.lusas.com.

Johnson C. D., Kienholz D. A. (1982). Finite element prediction of damping in structures with constrained viscoelastic layers. AIAA Journal 20 (9): 1284-1290

Kerwin E. D. (1959). Damping of flexural waves by a constrained viscoelastic layer,. J. Acoustic. Soc. Am. 31 (7): 952-962.

Kerwin E. M., Jr. (1959). Damping of flexural waves by a constrained viscoelastic layer. *Journal of the Acoustical Society of America* 31 (7): 952-962

Lall A. K., Asnani N.T., Nacra B.C. (1987). Vibration and damping analysis of rectangular plate with partially covered constrained viscoelastic layer. *Journal of vibration., Acoustic., Stress, and reliability in design* 109 241-247.

Lapointe. L. C. R. (1994). Vibration Attenuation of Panel Structures by Optimally Shaped Viscoelastic Coating with Added Weight Considerations.

Lazan B. J. (1943). Some mechanical properties of plastics and metals under sustained vibrations. *Transactions of the ASME* 65 87-104

Leaderman H., Marvin R. S. (1953). Dynamic compliance, dynamic modulus and equivalent Voigt and Maxwell models for polyisobutylene. *Journal of Applied Physics* 24 812-813

Lee L. J., Huang, K.Y., Fann, Y.J. (1993). Dynamic responses of composite sandwich plate impacted by a rigid ball. *Journal of Composite Materials* 27 1238-1256.

Lindholm C. J., Abrahamsson, P. (2003). Modeling and testing of the indentation behavior of sandwich panels subject to localized load. *Proceedings of the 6th International Conference on Sandwich Structures* 279-291.

Myklestad N. O. (1945). New method of calculating natural modes of coupled bending-torsion vibration of beams. *Transactions of the American Institute of Electrical Engineers* 67 61-67

N. R. J. (1985). A review of the literature on finite element modeling of laminated composite plates Shock. Vib. Dig 17 (4): 3-8

NAKRA. B. (2000). Structural dynamic modification using additive damping.

Ninomiya K., Ferry J. D. (1959). Some approximate equations useful in the phenomenological treatment of linear viscoelastic data. Journal of Colloid Science 14 (1): 36-48

Nolle A. W. (1947). Acoustic determination of the physical constants of rubber-like materials. Journal of the Acoustical Society of America 19 194-201

Noor A.K. B. W. S., , , , vol No., pp. (1989). Assessment of shear deformation theories for multilayered composite plates Apply Mech. Rev. 42, (1): 1-13.

Ogden R. W., . In: Horwood, E. (Ed.). (1984). Non-linear elastic deformations. Halsted Press, New York.

Philippe Troccaz R. W. a. F. L. (2000). Acoustic radiation due to the inelastic impact of a sphere on a rectangular plate.

Pryor C. W., Braker, R.M., (1971). A finite element analysis including transverse shear effects for applications to laminated plates. AIAA Journal 9 (5): 912-917.

Raju BB L. D., Dang X. (1998). Thickness effects on impact response of composite laminates. Proceedings of 13th Annual Technical Conference on Composite Materials, Baltimore, Maryland, USA

Reddy J. N., , vol.22, No.7, pp.3-17. (1990). A review of refined theories of laminated composite plates. Shock and Vibration digest 22 (7): 3-17

Richards E. J., Westcott, M.E., Jeyapalan, R-K. (1979). On the prediction of impact noise, 1 : Acceleration noise. *Journal of Sound and Vibration* 62 (4): 547-575.

Rizov V. I. (2006). Elastic-plastic response of structural foams subjected to localized static loads. *Materials and Design* 27 (10): 947-954

Robinson F. N. H. (1957). Noise and its "spectrum". *Journal of the British Institution of Radio Engineers* 17 (2): 115-119

Ross F. W. (1951). The propagation in a compressible fluid of finite oblique disturbances with energy exchange and change of state. *Journal of Applied Physics* 22 1414-1421

Ross A., Amram M., Ostiguy G. (2001). Benefits of Vac Damps over adhesive bonded damping pads for impact noise control. *Applied Acoustics* 62 (7): 813-30

Roy J.-F. (2005). Étude de la propagation des ondes de flexion dans une plaque amortie subissant un impact. Mémoire de maîtrise, Université de Moncton.

Ruzicka J. E., Ross, Ungar, Kerwin. (1959). Damping of plate flexural vibration by means of viscoelastic Structural damping, *American Society of Mechanical Engineers* (III): 49

S. A. (1994). Impact on laminated composites. recent advances. *Appl Mech Rev* 47 (11): 517-44.

S. A. (1998). Impact on composite structures. NY, USA: Cambridge University Press.

S.C Sharma H. N. N. M. a. M. K. (2004). Low-Velocity Impact Response of Polyurethane Foam Composite Sandwich Structures.

Smith T. L., Ferry J. D., Schremp F. W. (1949). Measurements of the mechanical properties of polymer solutions by electromagnetic transducers. *Journal of Applied Physics* 20 142-153

Srinivas R. (1973). A refined analysis of composite laminates. *J. Sound Vibration* 30 (4): 495-507

Street J. N., Dillon J. H. (1941). Physical characteristics of synthetic rubbers. *Journal of Applied Physics* 12 45-54

Sun C.T. L. Y. P. (1995). *Vibration Damping of Structural Elements*. Prentice Hall PTR

Sun C. T., Hasebe, R.S. (2000). Performance of sandwich structures with composite reinforced core. *Journal of Sandwich Structures and Materials* 2 75-100.

Sun C. T., Wu, C.L. (1991). Low velocity impact of composite sandwich panels. *Proceedings of 32nd AIAA/ASME/ASCE Structures, Structural Dynamics and Materials Conference* 1991. 1123-1129.

Thomas T., Mahfuz, H., Kanny, K., Jeelani, S. (2003). Dynamic compression of foam core sandwich composites. *Proceedings of the 6th International Conference on Sandwich Structures* 410-417.

Ungar E. E. (1962). Loss factor of viscoelastically damped beam structures. *J. Acoustic. Soc. Am.* 34 (8): 1082-1089.

Vadakke V., Carlsson, L.A. (2003). Compression failure of glass/vinyl ester/PVC foam sandwich,. *Proceedings of the 6th International Conference on Sandwich Structures* 127-141.

W.T.S. C. (1971). On the propagation of flexural waves in an orthotropic laminates plates and its response to an impulsive load. *Journal of Composite Materials* 5 306-319.

Wu C. L., Weeks, C.A., Sun, C.T. (1995). Improving honeycomb-core sandwich structures for impact resistance. *Journal of Advanced Materials* (July) 41-47

Yang P.C. N. C. H., Stavsky Y. (1966). Elastic wave propagation in heterogeneous plates. *Int. J Solids Structures* 2 665-684

Yi-Cheng C., Shyh-Chin H. (1999). Parametric effects of plates with CLD treatment on vibration suppression. *Journal of the Chinese Society of Mechanical Engineers* 20 (2): 159-67

Yi-Cheng C., Shyh-Chin H. (2002). An optimal placement of CLD treatment for vibration suppression of plates. *International Journal of Mechanical Sciences* 44 (8): 1801-21

Yiu Y. C. (1993). Finite element analysis of structures with classical viscoelastic materials. *AIAA*, 93 (1551CP):

Zhou G D. G. (1994). Impact response of thick glass fiber reinforced polyester laminates. *Int J Impact Eng* 16 (3): 357-74