UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

CONTRIBUTIONS À LA COMPRÉHENSION, À LA GÉNÉRALISATION ET À L'UTILISATION DE LA THÉORIE CINÉMATIQUE DANS L'ANALYSE ET LA SYNTHÈSE DU MOUVEMENT HUMAIN

MOUSSA DJIOUA
DÉPARTEMENT DE GÉNIE ÉLECTRIQUE
ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

THÈSE PRÉSENTÉE EN VUE DE L'OBTENTION
DU DIPLÔME DE PHILOSOPHIÆ DOCTOR
(GÉNIE ÉLECTRIQUE)
21 MARS 2007

© Moussa Djioua, 2007.

Library and Archives Canada

Published Heritage Branch

395 Wellington Street
Ottawa ON K1A 0N4
Canada

Bibliothèque et Archives Canada

Direction du Patrimoine de l'édition

395, rue Wellington
Ottawa ON K1A 0N4
Canada

Your file Votre référence
ISBN: 978-0-494-29201-3
Our file Notre référence
ISBN: 978-0-494-29201-3

NOTICE:
The author has granted a non-exclusive license allowing Library and Archives Canada to reproduce, publish, archive, preserve, conserve, communicate to the public by telecommunication or on the Internet, loan, distribute and sell theses worldwide, for commercial or non-commercial purposes, in microform, paper, electronic and/or any other formats.

The author retains copyright ownership and moral rights in this thesis. Neither the thesis nor substantial extracts from it may be printed or otherwise reproduced without the author's permission.

AVIS:
L'auteur a accordé une licence non exclusive permettant à la Bibliothèque et Archives Canada de reproduire, publier, archiver, sauvegarder, conserver, transmettre au public par télécommunication ou par l'Internet, prêter, distribuer et vendre des thèses partout dans le monde, à des fins commerciales ou autres, sur support microforme, papier, électronique et/ou autres formats.

L'auteur conserve la propriété du droit d'auteur et des droits moraux qui protège cette thèse. Ni la thèse ni des extraits substantiels de celle-ci ne doivent être imprimés ou autrement reproduits sans son autorisation.

In compliance with the Canadian Privacy Act some supporting forms may have been removed from this thesis.

While these forms may be included in the document page count, their removal does not represent any loss of content from the thesis.

Conformément à la loi canadienne sur la protection de la vie privée, quelques formulaires secondaires ont été enlevés de cette thèse.

Bien que ces formulaires aient inclus dans la pagination, il n'y aura aucun contenu manquant.

Canada

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

Cette thèse intitulée:

CONTRIBUTIONS À LA COMPRÉHENSION, À LA GÉNÉRALISATION ET À L'UTILISATION DE LA THÉORIE CINÉMATIQUE DANS L'ANALYSE ET LA SYNTHÈSE DU MOUVEMENT HUMAIN

présentée par: DJIOUA Moussa

en vue de l'obtention du diplôme de: Philosophiæ Doctor

a été dûment acceptée par le jury d'examen constitué de:

M. PRES Pierre SAVARD , Ph.D., président

M. DIR Réjean PLAMONDON , Ph.D., membre et directeur de recherche

M. MEMBRE Jean F. KALASKA , Ph.D., membre

M. MEMBRE EXTERNE Rachid AÏSSAOUI , Ph.D., membre

À ma femme Karima, à mes filles Julia et Maya, à ma famille et à mes amis

REMERCIEMENTS

Je tiens à remercier mon Directeur Réjean Plamondon de m'avoir permis d'étudier à l'École Polytechnique de Montréal, pour son encadrement, sa rigueur, ses conseils et l'aide financière qu'il m'a accordée tout au long de ce travail.

Je remercie aussi les membres du laboratoire Scribens pour les moments agréables passés ensemble. Je pense particulièrement à Christian O'Reilly, Mr. Feng , Anna Woch, Mohamed Kefil-Landou, Mohamed Nabil Ben-Abid et à mon ami Nicolas Leduc qui m'a entre autres fait découvrir pas mal de subtilités québécoises. Je tiens aussi à remercier Hélène Dallaire pour sa constante disponibilité et ses conseils.

Je remercie toute l'équipe d'ingénieurs du laboratoire Scribens, Jean-Philippe Morin, Frederic Nguyenphat-Therrien, Benoît Gervais-Laurendeau et Alexandre Fortin.

Je remercie le Professeur P.A Mathieu de m'avoir permis de réaliser dans son laboratoire des expériences avec son équipe. Plus particulièrement, je remercie Jean-François Touin et David Filion pour m'avoir énormément aidé dans le design et la réalisation de l'expérience impliquant les signaux EMG.

Enfin, je remercie ma femme Karima Seddaoui pour sa patience et surtout pour m'avoir enduré tout au long de cette longue thèse, particulièrement à la fin.

RÉSUMÉ

La théorie cinématique du mouvement rapide, introduite en 1995 par Plamondon, décrit le profil de vitesse par une équation delta-lognormale. Depuis, le modèle delta-lognormal a évolué et a été utilisé dans différents domaines d'applications. Il a particulièrement été exploité avec succès dans l'analyse et la synthèse de l'écriture manuscrite et dans la vérification de signatures. Sur le plan de l'ajustement des courbes de vitesse de mouvements rapides, sa comparaison avec plus de vingt six autres modèles, œuvrant dans le domaine du contrôle moteur, a donné les meilleures performances au sens des moindres carrés. Par la suite, le modèle delta-lognormal a été consolidé par la publication en 2003 d'une preuve mathématique de la convergence de la réponse impulsionnelle d'un système neuromusculaire vers un profil lognormal. Toutefois, cette théorie n'est qu'à ses débuts et il existe plusieurs avenues de recherche qui restent encore à développer. Par exemple, le modèle devra disposer d'un outil performant de mesures capable d'extraire, avec une précision appréciable, les paramètres delta-lognormaux à partir de données expérimentales. De plus, l'hypothèse de l'existence d'une relation proportionnalité sur laquelle la théorie se base n'a pas encore été observée dans le fonctionnement du système neuromusculaire.

Les travaux de recherche, contenus dans cette thèse, ont été menés dans le même esprit que ceux antérieurement développés au laboratoire Scribens. Ceux-ci consistaient à poursuivre le développement de la théorie cinématique et à l'appliquer dans de nouveaux domaines. Les objectifs de la présente thèse consistent à offrir des éléments de réponse à certaines interrogations soulevées par la communauté scientifique et à proposer d'autres champs d'applications jusque-là non explorés. Les apports majeurs de cette recherche commencent par proposer une autre preuve mathématique de la convergence de la réponse impulsionnelle d'un système neuromusculaire vers une fonction lognormale. Celle-ci contient l'expression analytique

de l'erreur de convergence. De plus, ces travaux mettent en évidence l'origine possible de l'effet de proportionnalité qui régit les temps de délai d'un système neuromusculaire. Cette hypothèse de proportionnalité conduit à un théorème qui montre l'infinie divisibilité autosimilaire d'une fonction lognormale. Les autres apports originaux concernent les travaux de recherche suivants:

1. Réalisation et caractérisation d'un extracteur de paramètres delta-lognormaux, en proposant un nouvel algorithme d'estimation.

2. Comparaison du modèle delta-lognormal avec quelques modèles cinématiques offrant une expression analytique du profil de vitesse.

3. Expérience de non réfutabilité de l'hypothèse de proportionnalité en utilisant l'électromyographie de surface.

4. Généralisation de la théorie cinématique à l'aide du modèle vectoriel sigma-lognormal

5. Analyse et synthèse de la variabilité des traits d'écriture

Ajouté à cela, un autre travail de recherche termine cette thèse par l'exposition d'une perspective d'application de la théorie cinématique dans le domaine de la neuroscience, en proposant de représenter le profil d'un potentiel d'action par une équation delta-lognormale. Une fois appuyée par des résultats d'ajustement de données expérimentales, cette nouvelle prédiction, si elle s'avère vérifiée, ouvrirait certainement des avenues de recherche en neuroscience en utilisant le modèle delta-lognormal comme instrument d'analyse et de synthèse des phénomènes neurophysiologiques.

ABSTRACT

A Kinematic Theory was proposed a few years ago to analyze rapid human movements. The theory is based on a delta-lognormal equation which can be used to globally describe the basic properties of velocity profiles using seven parameters. This realistic model has been of great use to solve pattern recognition problems (signature verification, handwriting analysis and synthesize, etc.). This model has been demonstrated to successfully fit the experimental data of velocity profiles with a minimum reconstruction error in comparison to twenty six other models dealing with motor control . Afterward, the formal mathematical proof of the convergence was published in 2003. However, this theory is only in its startup applications, and there are several aspects which remain to be developed. For example, it has been showed that it is important to made up a robust extractor of delta-lognormal parameters to deal with experimental data. Furthermore, the proportionality relationship hypothesis of the Kinematic Theory was not yet observed in the behaviors of the neuromuscular system.

This thesis was led in the same spirit in which had already developed previous works at the Scribens laboratory. These consist in promoting the Kinematic Theory and proposing new insights. The aims of the present thesis consist in giving some answers to questions raised by the scientific community and in suggesting other applications that have not been investigated by the theory yet. The major contributions of this search begins by proposing another formal mathematical proof of convergence of the impulse response of neuromuscular system toward a lognormal function. This leads to an analytical expression of the error of convergence. Furthermore, the proportionality hypothesis leads to one theorem that underlines the autosimilar infinite divisibility property of a lognormal function.

From the refutability point of view, the hypotheses of any theory must be subjected to experience, and in many applications,it needs hardware and software

tools to analyze real data. Furthermore, one theory is more viable when it escapes the experimental refutability and when it describes one physical phenomenon with simple analytical equations. Besides its descriptive behavior capabilities, any theory should have the ability to predict some behaviors that have not been observed yet. Also, one of the best ways to deduct the strongest importance of any model in relation to other ones dealing in the same domain of application is to compare their concepts and search which concepts are the approximation of others.
In case of the Kinematic Theory, the aims of this thesis are to give some answers to these theoretical requirements. Its main chapters contain the following points:

1. Construction and characterization of a delta-lognormal extractor system,
2. Comparison of the delta-lognormal model with some kinematic models, offering an analytical expression of the velocity profile,
3. Design of a non refutability experience using the surface electromyography signals,
4. Generalization of the Kinematic Theory by proposing sigma-lognormal model,
5. Analysis and synthesis of the handwriting stroke variability.

This research is concluded by describing a new perspective of the theory. It deals with neuroscience and proposes the use of a delta-lognormal equation as a representation of an action potential. Once confirmed by fitting experimental data, it is expected that this new prediction of the Kinematic Theory would certainly open new insights in neuroscience research, by using a delta-lognormal model as an analysis and synthesis instrument dealing with neurophysiologal phenomena.

TABLE DES MATIÈRES

DÉDICACE iv

REMERCIEMENTS v

RÉSUMÉ vi

ABSTRACT viii

TABLE DES MATIÈRES x

LISTE DES FIGURES xviii

LISTE DES NOTATIONS ET DES SYMBOLES xxxiii

LISTE DES TABLEAUX xxxiv

LISTE DES ANNEXES xxxv

INTRODUCTION 1

CHAPITRE 1 PRÉSENTATION DU MODÈLE DELTA-LOGNORMAL . 10

1.1 Introduction 10

1.2 Méthode des systèmes en physiologie 11

1.2.1 Identification du système neuromusculaire 13

1.3 Choix du modèle delta-lognormal 14

1.4 Présentation du modèle delta-lognormal 18

1.5 Choix du profil lognormal comme réponse du SNM 21

1.6 Construction de la preuve formelle 22

1.6.1 Réponse impulsionnelle d'un produit de convolution 22

1.6.1.1 Cas de sous-systèmes indépendants 23

1.6.1.2 Cas de sous-systèmes non indépendants 30
1.6.1.3 Conséquence de l'effet proportionnel sur la convergence 32
1.7 Discussion 38
1.8 Infinie divisibilité d'une lognormale 42
1.9 Conclusion 44

CHAPITRE 2 SYSTÈME D'EXTRACTION DES PARAMÈTRES DELTA-LOGNORMAUX 45
2.1 Introduction 45
2.2 État de l'art du système d'extraction existant 45
2.3 Architecture globale du système d'extraction 47
2.4 Algorithme d'optimisation de Levenberg-Marquardt 51
2.5 Algorithme d'estimation de Guerfali-Plamondon (Algorithme INFLEX) 56
2.6 Algorithme d'estimation de Li-Plamondon (Algorithme MINIT) . 59
2.6.1 Estimation des paramètres de la composante agoniste . . . 59
2.6.2 Estimation des paramètres de la composante antagoniste . . 61
2.7 Analyse du système d'extraction existant 62
2.7.1 Cas de l'algorithme INFLEX 63
2.7.2 Cas de l'algorithme MINIT 64
2.8 Algorithme d'estimation XZERO 65
2.8.1 Estimation des paramètres de la fonction lognormale 66
2.8.1.1 Estimation de l'intervalle de dispersion du paramètre σ 68
2.8.1.2 Estimation du paramètre μ 70
2.8.1.3 Estimation du paramètre t_0 71
2.8.1.4 Estimation du paramètre D 71

2.8.1.5 Implantation de l'algorithme d'estimation des paramètres de la fonction lognormale 72
2.9 Estimation des paramètres de la fonction delta-lognormale 74
2.9.1 Estimation des paramètres de la composante agoniste . . . 74
2.9.2 Estimation des paramètres de la composante antagoniste . . 75
2.9.2.1 Estimation primaire du paramètre σ_2 76
2.9.2.2 Estimation de l'intervalle de dispersion du paramètre μ_2 78
2.9.2.3 Nouvelle estimation du paramètre σ_2 79
2.9.2.4 Estimation du paramètre D_2 79
2.9.3 Implantation de l'algorithme d'estimation des paramètres de la fonction delta-lognormale 79
2.10 Résultats 82
2.11 Conclusion 83

CHAPITRE 3 CARACTÉRISATION DU SYSTÈME D'EXTRACTION DES PARAMÈTRES DELTA-LOGNORMAUX 84
3.1 Introduction 84
3.2 Caractérisation du système d'extraction 86
3.3 Identification du système de mesures 87
3.3.1 Analyse des résultats de l'extraction 88
3.3.2 Performances du système d'extraction en présence du bruit . 92
3.3.2.1 Addition du bruit gaussien au profil delta-lognormal 93
3.3.2.2 Analyse des résultats 93
3.3.3 Vérification de la relation entre le RSB et l'EQM 94
3.3.4 Relation entre le bruit et les erreurs de mesures 97
3.3.4.1 Test de normalité de la fonction d'erreur de mesures 97
3.3.5 Relation entre le RSB et l'ICM 100

3.3.6 Origines de la relation entre le RSB et l'ICM 102
3.4 Origine des erreurs de mesure engendrées par la tablette à numériser 104
3.5 Effets sur l'extraction engendrée par la numérisation et les filtrages dérivatif et passe-bas 106
3.6 Application aux données expérimentales 108
3.7 Discussion 109
3.8 Conclusion 111

CHAPITRE 4 EXPÉRIENCE DE NON RÉFUTABILITÉ DE L'HYPOTHÈSE DE PROPORTIONNALITÉ 113
4.1 Introduction 113
4.2 Moyen d'observation de l'effet proportionnel 115
4.3 Types de mouvements 118
4.4 Choix des muscles 119
4.5 Matériel et méthodes 120
4.5.1 Phases de préparation et d'acquisition 123
4.5.2 Description du protocole expérimental 124
4.5.3 Phase des prétraitements 126
4.5.3.1 Calcul de l'origine du temps et de la fin du mouvement 126
4.5.3.2 Calcul de l'enveloppe EMG et du temps de délai cumulatif 128
4.6 Résultats 130
4.6.1 Validation des données 130
4.6.2 Première phase de l'analyse 134
4.6.2.1 Interprétation des résultats 136
4.6.2.2 Discussion 137
4.6.3 Deuxième phase de l'analyse 139
4.6.4 Troisième phase de l'analyse 141

4.6.4.1 Résultats des régressions 142
4.6.5 Quatrième phase de l'analyse 146
4.7 Résultats supplémentaires 148
4.7.1 Séquencement possible du recrutement des muscles du membre supérieur 149
4.8 Retour sur le modèle delta-lognormal 153
4.9 Conclusion 156

CHAPITRE 5 COMPARAISON DU MODÈLE DELTA-LOGNORMAL AVEC CERTAINS MODÈLES CINÉMATIQUES 159
5.1 Introduction 159
5.2 Origine de la théorie de la minimisation dans le contrôle moteur . . 160
5.3 Théorie de la minimisation 163
5.4 Description du modèle jerk-minimum 164
5.4.1 Analyse du modèle jerk-minimum 167
5.4.2 Conséquences 171
5.5 Principe du modèle temps-minimum 172
5.5.1 Analyse du modèle du temps-minimum 174
5.5.2 Conséquences 176
5.6 Lien entre la convergence et le principe minimisateur 178
5.7 Conclusion 181

CHAPITRE 6 GÉNÉRALISATION DE LA THÉORIE CINÉMATIQUE DU MOUVEMENT HUMAIN 186
6.1 Introduction 186
6.2 État de l'art de la forme vectorielle du modèle delta-lognormal . . . 187
6.2.1 Modèle vectoriel 2D 187
6.2.2 Modèle vectoriel 3D 192
6.3 Généralisation de la théorie cinématique 194

6.4 Cas d'un mouvement rapide effectué dans un plan 197
6.4.1 Conformité avec le modèle delta-lognormal 1D 200
6.4.2 Conformité avec le modèle delta-lognormal 2D 202
6.5 Modèle sigma-lognormal dans le plan 204
6.6 Analyse de la complexité du modèle sigma-lognormal et de ses variantes 209
6.7 Conclusion 212

CHAPITRE 7 ANALYSE ET SYNTHÈSE DE LA VARIABILITÉ DES TRAITS RAPIDES D'ÉCRITURE PAR LE MODÈLE SIGMA-LOGNORMAL 213
7.1 Introduction 213
7.2 Analyse et synthèse de la variabilité temporelle 216
7.2.1 Première classification de la variabilité temporelle 217
7.2.2 Deuxième classification de la variabilité temporelle 220
7.2.2.1 Construction des classes 222
7.2.2.2 Construction des classes $C_{di}, C_{d1}, C_{fi}, C_{f0}, C_{f1}, C_{f2}$ 223
7.2.2.3 Intervalles de distribution des paramètres de la log-normale 223
7.2.2.4 Intervalles de dispersion des sept paramètres de la fonction delta-lognormale 228
7.3 Génération des sept classes 231
7.4 Analyse et synthèse de la variabilité spatiale du trait courbe 231
7.4.1 Synthèse de la variabilité spatiale 236
7.5 Conclusion 242

CHAPITRE 8 SIMULATION DE PROFILS DE VITESSE D'UN MOUVEMENT RAPIDE 243
8.1 Introduction 243
8.2 Choix du sous-système 244

8.2.1 Mise en oeuvre de la relation de proportionnalité 247
8.2.1.1 Recherche par simulation d'une relation de proportionnalité 248
8.3 Construction du sous-système 252
8.4 Construction du système neuromusculaire (agoniste ou antagoniste) 252
8.5 Test de lognormalité 256
8.5.1 Cas où la fonction F ne dépend que de σ : $n_1 = n_2 a$ . . . 257
8.5.2 Cas où la fonction F ne dépend que de μ : $n_1 = n_2\sqrt{a}$ . . . 257
8.6 Test de lognormalité de la réponse impulsionnelle du système couplé 259
8.7 Construction de la synergie et génération des profils de vitesse . . . 261
8.8 Analyse des performances du simulateur 261
8.9 Conclusion 265

CHAPITRE 9 PERSPECTIVE 268
9.1 Introduction 268
9.2 Équivalence entre parallélisme anatomique et sérialisme fonctionnel 269
9.2.1 Représentation fonctionnelle de la membrane par un système de convolution 275
9.2.2 Autre explication du fonctionnement sériel 276
9.3 Modélisation du potentiel d'action par l'équation delta-lognormale . 279
9.3.1 Description du potentiel d'action par le modèle de Hodgkin – Huxley 280
9.3.2 Description quantitative du modèle H-H 284
9.3.3 Autre modélisation du profil de la conductance GNa 286
9.3.4 Genèse de la composante GNa du potentiel d'action 290
9.4 Forme plausible du profil de GNa 291
9.4.1 Dépendance des canaux expliquée par l'équation de Nernst-Planck 294

9.5 Modélisation du profil de la conductance GK 297
9.6 Autre modélisation de la conductance membranaire 301
9.7 Conclusion 303

CONCLUSION 304

ANNEXES 331

LISTE DES FIGURES

Figure 1.1 Représentation du système neuromusculaire par un système linéaire. 14

Figure 1.2 Illustration d'un mouvement rapide correspondant à une tâche élémentaire qui consiste à déplacer l'effecteur terminal d'une distance D entre deux points A et B. D_1 et D_2 sont des distances qui correspondent respectivement aux effets de l'activité des systèmes agoniste et antagoniste durant le mouvement rapide. 16

Figure 1.3 Illustration du système neuromusculaire selon le modèle delta-lognormal. 19

Figure 1.4 Illustration du produit de convolution d'un nombre N de sous-systèmes linéaires et indépendants. 23

Figure 1.5 Évolution du profil de la réponse impulsionnelle du système total en fonction du nombre de sous-systèmes. 40

Figure 1.6 Représentation grossière d'une réponse impulsionnelle par une impulsion rectangulaire, calculée à partir des temps de délai et de réponse. 41

Figure 1.7 Représentation de l'architecture complexe d'un système physique où les sous-systèmes sont disposés d'une manière sérielle et parallèle. En utilisant la propriété de l'infini, chaque bloc mis en parallèle possède le même nombre de sous-systèmes. Une même impulsion de Dirac est envoyée vers les M blocs de sous-systèmes. 41

Figure 2.1 Profil typique d'une fonction delta-lognormale avec un seul passage par zéro. 48

Figure 2.2 Schéma bloc du système d'extraction des paramètres delta-lognormaux. 50

Figure 2.3 Caractéristiques globales du profil lognormal utilisées par la méthode de Wise (pentes des tangentes aux points d'inflexion I_1 et I_2 , surface A du triangle (C, t_1, t_2) , indices temporels t_1 , et t_2) 58

Figure 2.4 Caractéristiques globales (t_0, t_i, t_j, t_m) du profil lognormal utilisées par l'algorithme MINIT. La partie de la courbe mise en gras correspond à la composante agoniste du profil de vitesse delta-lognormal. 60

Figure 2.5 Profils typiques de la fonction lognormale et de ses dérivées première et seconde 66

Figure 2.6 Ajustements typiques de profils de vitesse par le modèle delta-lognormal en utilisant le système d'extraction 83

Figure 3.1 Modélisation du SNC et du SNM d'un sujet par un système linéaire avec une entrée et une sortie, et son identification par sept paramètres delta-lognormaux. 87

Figure 3.2 Influence des contraintes supplémentaires sur le paramètre D_2 , utilisées dans l'évaluation des performances du système d'extraction. **a)** Application de l'EQM comme seul critère de performance, **b)** Application simultanée de l'EQM et des contraintes sur les paramètres comme critère de performance. 92

Figure 3.3 Exemple d'un profil delta-lognormal bruité avec un bruit gaussien en prenant cinq différents rapports signal sur bruit. 95

Figure 3.4 Exemples de la représentation des valeurs mesurées versus les valeurs idéales du paramètre μ_1 extraites sur 1000 profils delta-lognormaux de la classe C_{f0} . Nous remarquons l'augmentation de la qualité de l'extraction en fonction du RSB. 96

Figure 3.5 Courbe de régression exponentielle entre la moyenne des erreurs quadratiques moyennes EQMmoy représentant les erreurs de reconstruction de 1000 profils delta-lognormaux bruités appartenant à la classe C_{f0}. 97

Figure 3.6 Variation de l'erreur de mesures $\Delta\mu_1$ en fonction des 1000 profils delta-lognormaux de la classe C_{f0} et estimation de son histogramme. Nous remarquons que ce dernier possède le patron d'une densité de probabilité similaire à celle d'un bruit gaussien. 99

Figure 3.7 Test de normalité de la fonction erreur $\Delta\mu_1$ en utilisant l'outil X-bar et les R Chart de l'outil SixSigma du logiciel Statistica. 99

Figure 3.8 Résultats de régression exponentielle entre les paramètres RSB et STD appliquées aux sept paramètres delta-lognormaux de la classe C_{f0}. 101

Figure 3.9 Illustration de la position enregistrée du stylet sur la tablette à numériser et délimitation de l'intervalle dans lequel se trouve sa vraie position. 105

Figure 3.10 **a)** Illustration du trait rapide produit par la pointe du stylet lors d'un mouvement rapide effectué sur une tablette à numériser, **b)** profil de vitesse correspondant. 106

Figure 3.11 Cas d'un profil de vitesse delta-lognormal idéal. Illustration de l'effet de la distorsion due à la tablette à numériser au filtrage passe bas et dérivatif sur un profil delta-lognormal idéal **a)** agrandissement du début du profil de vitesse, **b)** agrandissement à la fin du profil de vitesse, **c)** agrandissement autour du maximum du profil de vitesse 107

Figure 3.12 **a)** Profil de l'erreur de reconstruction $v_{err}(t)$ d'un profil delta-lognormal idéal distordu par les effets de numérisation par la tablette à numériser et par les filtrages dérivatif et passe-bas, **b)** histogramme de $v_{err}(t)$ 108

Figure 3.13 Cas d'un profil réel de vitesse. Illustration de l'effet de la distorsion due par les filtrage dérivatif et passe bas **a)** tracé du trait rapide **b)** profil de vitesse **c)** fonction erreur de reconstruction **d)** histogramme de la fonction erreur. . . . 110

Figure 4.1 Exécution du mouvement rapide sur la surface d'une tablette à numériser 119

Figure 4.2 Illustration du fonctionnement des deux systèmes d'acquisition du mouvement et des signaux EMG (pour plus de détails, voir l'annexe IV). 122

Figure 4.3 Illustration du protocole expérimental utilisé pour acquérir le mouvement rapide en éliminant le biais lié à son éventuelle anticipation par le sujet. Pour effectuer un mouvement de pointage entre deux points, le sujet réagit à un stimulus visuel et sonore généré par un système électronique en respectant le protocole expérimental. 126

Figure 4.4 **a)** Exemple typique de superposition du signal EMG du muscle fléchisseur du sujet no 7 et du signal de synchronisation pour déterminer l'origine temporelle de l'essai. **b)** Superposition du signal EMG et de la pression du stylet sur la tablette à numériser pour identifier la fin de l'action du mouvement rapide (pour plus de détails, voir Annexe IV)**(c)** Extraction de la portion du signal EMG qui correspond au mouvement rapide. 127

Figure 4.5 Illustration du processus de calcul semi automatisé du temps de délai cumulatif **a)** partie utile du signal EMG rectifié, **b)** calcul de son enveloppe avec le filtre de Savitzky-Golay (utilisation d'un lissage linéaire avec une largeur de la fenêtre de lissage égale à 20 ms). L'intervalle $[t_{\text{inf}}, t_{\text{sup}}]$ dans lequel est calculé le temps de délai cumulatif est illustré par un carré en pointillés. 129

Figure 4.6 Illustration du calcul des enveloppes des sept muscles lors d'un essai typique effectué par un même sujet, ainsi que le profil de vitesse du mouvement correspondant. Nous remarquons que la plupart des enveloppes sont des superpositions de plusieurs modes. De plus, ce cas typique sous-entend que dans cette expérience, le mode phasique est significatif, ce qui est adapté pour le calcul des temps de délai avec l'équation (4.8). 131

Figure 4.7 Carte de Schewhart du temps de délai cumulatif du muscle Supinateur du sujet no 7 132

Figure 4.8 Carte de Schewhart du temps de délai cumulatif du muscle Biceps du sujet no 4 133

Figure 4.9 Carte de Schewhart du temps de délai cumulatif du muscle Deltoïde du sujet no 7 133

Figure 4.10 Exemple typique de résultats de régression proportionnelle entre deux temps de délai cumulatifs obtenus à partir du premier échantillon réunissant les données de cinq sujets. . . 135

Figure 4.11 Construction de la droite de régression proportionnelle entre deux temps de délai cumulatifs sans le biais lié au temps d'occurrence t_0 . En comparant cette figure avec la Figure 4.10, on constate que le biais de t_0 s'était traduit ainsi par la surestimation de la qualité de la régression qui était de 0.97 et qui est maintenant de $r^2 \approx 0.75$. 139

Figure 4.12 Carte de Schewhart du temps de délai cumulatif du muscle Deltoïde du sujet no 10 142

Figure 4.13 Carte de Schewhart du temps de délai cumulatif du muscle Deltoïde du sujet no 5 143

Figure 4.14 Carte de Schewhart du temps de délai cumulatif du muscle Deltoïde du sujet no 9 143

Figure 4.15 Cas typique de constructions de la droite de régression entre deux temps de délai cumulatifs sans le biais lié au temps d'occurrence t_0 144

Figure 4.16 Résultat de la construction de la droite de régression entre deux temps de délai cumulatifs sans le biais lié au temps d'occurrence t_0 des données de tous les dix sujets. Le résultat de la régression montre une amélioration du coefficient de corrélation 145

Figure 4.17 Résultats typiques de la superposition des traces EMG de tous les essais du sujet no 6. Nous remarquons qu'une vingtaine de traces ont permis de faire ressortir le comportement de la réponse de chaque muscle. Cette réponse correspond à un mode phasique représentant une forme de cloche asymétrique. 147

Figure 4.18 Résultats typiques d'ajustements par régression proportionnelle entre les différents temps de délai cumulatifs; calculés à partir des enveloppes des EMG moyens. Ces résultats illustrent l'existence de l'effet proportionnel entre tous les muscles étudiés. 148

Figure 4.19 Séquence probable de recrutement des muscles du membre supérieur pour exécuter un mouvement rapide en abduction. 152

Figure 4.20 Régression linéaire entre les paramètres de commande D_1 et D_2 du modèle delta-lognormal, régression obtenue à partir des données des dix sujets qui ont participé à l'expérience EMG. 154

Figure 4.21 Régression linéaire entre les paramètres neuromusculaires μ_1 et μ_2 du modèle delta-lognormal, obtenue à partir des données des dix sujets qui ont participé à l'expérience EMG 155

Figure 4.22 Régression proportionnelle entre les paramètres neuromusculaires σ_1 et σ_2 du modèle delta-lognormal, obtenue à partir des données des dix sujets qui ont participé à l'expérience EMG 155

Figure 6.1 Exemple de reconstruction en deux dimensions d'une écriture manuscrite par le modèle delta-lognormal: a) l'écriture du mot '*elle*' b) Vitesse curviligne correspondante c) vitesse angulaire (tirée de [18], Fig.2) 188

Figure 6.2 Exemple de mouvement rapide simple **a)** trait produit par le mouvement de l'effecteur terminal ayant une courbure constante **b)** Profil de vitesse de forme delta-lognormale (tirées de [18],Figure 1.b,c) 190

Figure 6.3 Exemples de traits rapides générés par des sujets humains ayant des variabilités où l'effet de la composante antagoniste ne s'est effectué dans une direction de 180 degrés par rapport à l'effet de la composante agoniste. 191

Figure 6.4 Exemple d'un trait simple effectué par un mouvement rapide dans l'espace à trois dimensions et reconstruit par le modèle delta-lognormal vectoriel 3D (source:[17], Figures 2a,b) . . 192

Figure 6.5 Illustrations de l'exécution d'un mouvement simple et rapide par la composante agoniste du système neuromusculaire. . 195

Figure 6.6 Représentation de la synergie vectorielle produisant un mouvement rapide dans une direction repérée par l'angle θ . . . 199

Figure 6.7 Représentation selon le modèle sigma-lognormal du système neuromusculaire générateur d'un mouvement rapide. . . . 199

Figure 6.8 Illustrations de l'activité électrique enregistrée à partir des EMG de quatre muscles agonistes d'un sujet humain et d'un singe en fonction de la direction (tiré de[99]). Ces courbes montrent une variation en forme de cloche asymétrique des activités électriques en fonction de la direction que les auteurs ont ajustée avec une fonction cosinus du même type que celle proposée par Georgoupolos et coll.[100]. 205

Figure 6.9 Exemples typiques de traits rapides produits par des sujets humains en exécutant des mouvements rapides sur une tablette à numériser (tiré de[89]) 207

Figure 6.10 Utilisation du modèle sigma-lognormal dans la reproduction par simulation des traits rapides observés expérimentalement (tiré de[89]) 208
Figure 7.1 Classification primaire en neuf classes potentielles des profils delta-lognormaux idéaux. 220
Figure 7.2 Classification des profils delta-lognormaux idéaux en sept classes. 223
Figure 7.3 Évaluation de l'intervalle relatif à la surface recouverte par une fonction lognormale. 224
Figure 7.4 Représentation des profils extrêmes de la réponse lognormale en fonction de la durée du mouvement 227
Figure 7.5 Illustration des résultats de synthèse des variabilités temporelles des profils de vitesse similaires aux données réelles. 232
Figure 7.6 Exemples types de traits courbes produits par un sujet humain lors d'un mouvement rapide de l'effecteur terminal de son membre supérieur: les courbes d'en haut représentent les trajectoires et les courbes d'en bas les profils de vitesse correspondants 234
Figure 7.7 Exemples typiques de traits courbes et leurs profils de vitesse simulés par le modèle sigma-lognormal. Cas de traits rectilignes et courbes sans fluctuations. 238
Figure 7.8 Exemples typiques de traits courbes et leurs profils de vitesse simulés par le modèle sigma-lognormal. Cas de traits rectilignes et courbes avec une fluctuation au début ou à la fin du mouvement. 239

Figure 7.9 Exemples typiques de traits courbes et leurs profils de vitesse simulés par le modèle sigma-lognormal. Cas de traits rectilignes et courbes avec deux fluctuations, l'une au début et l'autre à la fin du mouvement. 240

Figure 7.10 Exemples typiques de traits courbes et leurs profils de vitesse simulés par le modèle sigma-lognormal. Cas de traits rectilignes et courbes avec deux fluctuations situées toutes les deux à la fin du mouvement. 241

Figure 8.1 Couplage de deux sous-systèmes adjacents régis par la loi de proportionnalité et identification des temps de délai cumulatifs. 249

Figure 8.2 Calcul du temps de délai cumulatif et du temps de réaction à partir de la réponse du sous-système. 251

Figure 8.3 Système de simulation utilisé pour déduire les relations empiriques linéaires entre les différents paramètres. Le paramètre μ du signal gaussien est choisi d'une façon aléatoire dans l'intervalle $]0.25, 0.5[$ en utilisant un générateur de valeurs aléatoires *randn* qui suit une loi normale de moyenne nulle et d'écart type égal à l'unité. 251

Figure 8.4 Implantation du sous-système régi par la loi de proportionnalité. 252

Figure 8.5 Implantation du système neuromusculaire agoniste ou antagoniste selon le modèle lognormal. 253

Figure 8.6 Résumé des réponses de tous les sous-systèmes. Nous remarquons que la réponse de l'effecteur terminal, représentée par une courbe en gras, possède un profil asymétrique. 254

Figure 8.7 Exemple de résultat de la régression de la relation $\Delta T_{12} = T_{12} - T_{11} = \alpha_{12} T_{11} \simeq 0.07008 T_{11}$ pour le couple de sous-systèmes adjacents (h_{11}, h_{12}) . Nous retrouvons bien une valeur du facteur de proportionnalité très proche de la valeur empirique 0.071. 255

Figure 8.8 Exemple de résultat de la régression linéaire du test de log-normalité appliqué à la réponse impulsionnelle globale du système couplé à 12 étages. 260

Figure 8.9 Architecture globale du simulateur de vitesse des mouvements rapides selon le modèle delta-lognormal. 262

Figure 8.10 Exemples typiques de profils de vitesse. Les courbes **a, b** et **c** sont obtenues par simulation en variant les valeurs du coefficient d'amortissement, le nombre de sous-systèmes ainsi que les paramètres de commande (t_0, D_1, D_2). Les courbes **a** et **c** représentent les cas où le système antagoniste a agi après le système agoniste, alors que la courbe **b** représente le cas où le système antagoniste a agi avant l'agoniste (cas d'anticipation). La courbe **d** en points représente des données réelles du profil de vitesse échantillonné avec une fréquence de 200Hz. 263

Figure 8.11 Exemple d'un profil de vitesse réel lissé par l'équation delta-lognormale. La courbe en points représente les échantillons des données réelles et la courbe continue représente la reconstruction de la vitesse par le profil delta-lognormal en considérant les valeurs estimées suivantes des sept paramètres: $D_1 = 34.648\ cm$; $D_2 = 7.874\,cm$; $\mu_1 = -1.634$; $\mu_2 = -1.333$; $\sigma_1 = 0.348$; $\sigma_2 = 0.136$; $t_0 = 0.132\ s$; $EQM = 1.437 cm^2/s^2$. . . 264

Figure 8.12 Exemple d'un profil de vitesse simulé lissé par l'équation delta-lognormale. La courbe en points représente les échantillons simulés du profil et la courbe continue représente la reconstruction de la vitesse par le profil delta-lognormal en considérant les valeurs estimées suivantes des sept paramètres:$D_1 = 30.806\ cm$; $D_2 = 10.646\,cm$; $\mu_1 = -2.083$; $\mu_2 = -1.671$;$\sigma_1 = 0.574$; $\sigma_2 = 0.235$; $t_0 = 0.110\ s$; $EQM = 0.114cm^2/s^2$. . . 265

Figure 8.13 Résultats des régressions linéaires entre les valeurs originales et les valeurs estimées des paramètres de la commande neuromotrice. **(a)** Courbes de régression de D_1 ($r \simeq 0.96$) et D_2 ($r \simeq 0.95$); **(b)** courbe de régression de $t_0(r \simeq 0.96)$. Les erreurs d'estimation engendrées par l'extracteur delta-lognormal produit de légères différences entre les valeurs des pentes estimées et celles des pentes théoriques (égales à 1). 266

Figure 9.1 Illustration de la conversion du parallélisme anatomique en sérialisme fonctionnelle. 275

Figure 9.2 Représentation fonctionnelle du canal ionique par un système linéaire. La dépolarisation est représentée par une impulsion de Dirac, pondérée par l'énergie équivalente, nécessaire pour faire passer n ions. La mesure du taux de variation du nombre d'ions par seconde montre que celle-ci semble correspondre à une réponse impulsionnelle d'un système. En effet, la surface sous l'enveloppe du taux représente le nombre total d'ions qui correspond à l'énergie impulsionnelle et son profil est en forme de cloche généralement asymétrique. 276

Figure 9.3 Correspondance entre parallélisme anatomique et sérialisme fonctionnel. 278

Figure 9.4 Comparaison entre **a)** le profil du potentiel d'action d'un neurone dépolarisé par une impulsion et **b)** le profil de vitesse d'un mouvement rapide. **c)** illustration de la superposition des composantes liées aux ions du sodium et du potassium **d)** illustration de la superposition entre les composantes agoniste et antagoniste de la vitesse (la figure **a** est tirée de [132] et les figures **b** et **d** sont tirées de [9]). 280

Figure 9.5 Représentation de la membrane cellulaire du neurone par un circuit électrique équivalent. Vm étant la ddp transmembranaire, Cm représente une capacité de couplage considérée comme constante avoisinant $1\mu\mathrm{F/cm}^2$,G_L , E_L respectivement la conductance et le potentiel de repos de la membrane par rapport aux ions responsables du courant de fuite, GNa, E_{Na} celles liées aux ions de Sodium et GK,E_K celles liées aux ions de Potassium. 283

Figure 9.6 Illustration de la réponse d'une cellule neuronale à une dépolarisation ayant la forme d'une fonction de Heaviside. La réponse à une dépolarisation forcée de la cellule est la superposition des différents courants dus à la capacité parasite de la membrane, et des principaux courants ioniques du Sodium et du Potassium (les ions de fuite sont négligés ici). Les ions Na^+ entrent du milieu extérieur vers l'intérieur alors que les ions K^+ sortent de l'intérieur vers l'extérieur, ceci est indiqué par le signe du courant où le courant zéro est lié au potentiel extracellulaire de référence (voir description détaillée de l'expérience de H-H présentée par exemple dans[137]) 284

Figure 9.7 Profils des variables intermédiaires $n^4(t)$, $m^3(t)$ et $h(t)$ relatifs à la réponse à une dépolarisation forcée de la membrane cellulaire (tiré de [137]). 286

Figure 9.8 Variation des conductances GNa et GK en fonction de l'amplitude de la tension de dépolarisation Vm (tiré de [137]) 287

Figure 9.9 Enregistrement d'un train de potentiels d'action au niveau d'un neurone (tiré de [138]). 288

Figure 9.10 Enregistrement du passage des ions à travers la membrane B : courant enregistré par le système de mesure en absence de potentiel de dépolarisation. C : Enregistrement du courant ionique à travers les canaux après application d'une dépolarisation de 20 mV. D : même phénomène après une application d'un potentiel de -20 mV. E : Relation linéaire entre l'amplitude de la dépolarisation et celle du courant ionique. Nous remarquons à travers ces observations le caractère impulsionnel du courant ionique (tiré de [139]). Les signaux carrés qui en résultent ne seraient que la succession d'un train d'impulsions 289

Figure 9.11 Illustration de l'enregistrement du potentiel d'action par deux types d'électrodes. Dans le premier cas, la dimension de l'électrode étant inférieure ou de mêmes grandeurs que celle de l'ion, celle-ci enregistrerait un train d'impulsions. Dans le deuxième cas, la dimension de l'électrode est très grande par rapport à celle des ions, celle-ci enregistrerait le résultat de la démodulation du train d'impulsions qui représente le résultat d'un filtrage passe-bas. 290

Figure 9.12 Illustration de la réaction de la membrane cellulaire à une dépolarisation, présentée sous la forme d'un train de potentiels d'action. **a)** représentation d'un train d'impulsions qui correspond à une dépolarisation forcée et **b)** sa représentation par une commande indicielle après filtrage **c)**illustration du profil lognormal de la conductance GK qui répond à une seule impulsion **d)** illustration du profil *erf* de la conductance GK qui répond à un train d'impulsions. 300

Figure 9.13 Représentation de la réponse du neurone à une dépolarisation impulsionnelle. Les conductances GNa et GK sont représentées par deux systèmes linéaires dont les réponses impulsionnelles correspondent respectivement aux variations du nombre d'ions. 302

Figure 9.14 Représentation de la réponse du neurone à une dépolarisation forcée où la tension électrique Vm est représentée par un train d'impulsions. La conductance GNa est représentée par la réponse à la première impulsion, alors que la réponse de GK est représentée par la sommation des réponses impulsionnelles successives déclenchées par le train d'impulsions. . 302

Figure I.1 Profil asymétrique typique de la fonction lognormale. 333

LISTE DES NOTATIONS ET DES SYMBOLES

$\Lambda(t)$: fonction lognormale

N(t): fonction gaussienne

$\Gamma(t)$: fonction Gamma

B(t): fonction Bêta

$\Delta\Lambda$: modèle delta-lognormal

$\vec{\Sigma}\Lambda$: modèle sigma-lognormal

t_0: temps d'occurrence de la commande neuromotrice

μ: temps de délai logarithmique

σ: temps de réponse logarithmique

$h(t)$: réponse impulsionnelle d'un système linéaire

$U_0(t)$: impulsion de Dirac

$U_1(t)$: commande en échelon

$TD(ouT)$: temps de délai cumulatif

T_{RT}: temps de réaction

ε: coefficient de proportionnalité

ξ: coefficient d'amortissement d'un système

Nomenclature

$INFLEX$:méthode d'estimation des paramètres delta-lognormaux

$MINIT$: méthode d'estimation des paramètres delta-lognormaux

PA: potentiel d'action

SNM: système neuromusculaire

SNC: système nerveux central

SMS: système musculo-squelettique

TM: temps du mouvement (Durée significative du mouvement)

$XZERO$: méthode d'estimation des paramètres delta-lognormaux

LISTE DES TABLEAUX

Tableau 3.1 89
Tableau 3.2 89
Tableau 4.1 120
Tableau 4.2 135
Tableau 4.3 136
Tableau 4.4 140
Tableau 4.5 140
Tableau 4.6 144
Tableau 4.7 145
Tableau 4.8 150
Tableau 4.9 150
Tableau 6.1 203
Tableau 6.2 211
Tableau 7.1 222
Tableau 8.1 255
Tableau 8.2 260
Tableau I.1 332
Tableau I.2 333

LISTE DES ANNEXES

ANNEXE I PROPRIÉTÉS DE LA FONCTION LOGNORMALE . . . 331

I.1 Introduction . . . 331

I.2 Comparaison de la fonction normale $N(t, \mu, \sigma)$ avec la fonction lognormale $\Lambda(t, \mu, \sigma)$ . . . 334

I.3 Propriétés de la fonction lognormale . . . 334

I.3.1 Intégrale de la lognormale . . . 334

I.4 Dérivées de la fonction lognormale . . . 337

I.4.1 Dérivée première $\dot{\Lambda}(t, \mu, \sigma)$ . . . 337

I.4.2 Zéro de la dérivée première $\dot{\Lambda}(t, \mu, \sigma)$ . . . 337

I.5 Dérivée seconde $\ddot{\Lambda}(t, \mu, \sigma)$ . . . 338

I.5.1 Zéros de la dérivée seconde $\ddot{\Lambda}(t, \mu, \sigma)$ . . . 339

I.6 Dérivées de la fonction lognormale par rapport à ses paramètres . 340

ANNEXE II PRÉSENTATION DU SYSTÈME D'EXTRACTION DES PARAMÈTRES DELTA-LOGNORMAUX . . . 343

II.1 Introduction . . . 343

II.2 Présentation du logiciel d'extraction . . . 343

ANNEXE III PERFORMANCES DU SYSTÈME D'EXTRACTION . . 347

III.1 Description des résultats . . . 347

ANNEXE IV SYSTÈME COGNITIF D'ACQUISITION DE L'ÉCRITURE MANUSCRITE . . . 351

IV.1 Introduction . . . 351

IV.2 Description du système d'acquisition . . . 352

IV.3 Stimulateur Cognitif visuel . . . 353

IV.4 Fonctionnement du stimulateur 356
IV.5 Module de numérisation 357
IV.6 Module de prétraitement 359
IV.7 Programme principal 360
IV.8 Description du protocole expérimental 363
IV.9 Résultats d'acquisition 365

ANNEXE V DESCRIPTION DU SYSTÈME DE SYNTHÈSE DES MOUVEMENTS COMPLEXES PAR L'UTILISATION DU MODÈLE SIGMA-LOGNORMAL 370
V.1 Introduction 370
V.2 Présentation de l'application Sign@Imit 371
V.3 Interface 372
V.4 Applications 376

INTRODUCTION

La réalité est issue de l'imaginaire qui,lui, s'inspire de la réalité. C'est l'interaction perpétuelle entre le monde extérieur dans lequel l'homme évolue et son monde intérieur. Ce processus évolutionniste rend compte de l'histoire de l'homme à travers la concrétisation de son imaginaire, matérialisé par ses œuvres. Le mouvement est le seul moyen de communication qui permet à l'homme d'exprimer son intérieur par son génie, son art, sa poésie, ses sentiments, etc. D'un autre côté, sa perception de la réalité n'est que le résultat de la reconstruction au niveau de son cerveau des fragments d'informations recueillis par ses sens. Et même à ce niveau, l'information en question n'est que le mouvement de tout ce qui nous entoure.

C'est dire que le mouvement est le support de communication du monde intérieur avec l'environnement extérieur. D'une façon intuitive ou volontaire, l'homme s'est toujours intéressé au mouvement de tout ce qui l'entoure, et cela, depuis la nuit des temps.

Pratiquement, la plupart des sciences physiques ont émergé de l'étude du mouvement particulier des systèmes dynamiques. L'homme scientifique a d'abord commencé à s'intéresser aux mouvements des planètes et des étoiles. Celles-ci évoluent à une échelle d'observation où la variation spatiotemporelle de leurs positions est faible dans l'échelle humaine et par conséquent, il était donc plus facile de mesurer ces variations et d'en dégager des lois physiques qui ont permis de faire des prédictions (lois cinématiques de Kepler et dynamiques de Newton). D'un autre côté, il s'est attaqué à l'observation des mouvements d'éléments infinitésimaux sur une échelle microscopique où seuls les instruments de mesure qu'il a conçus ont permis d'observer leurs comportements. Dans ce cas, il s'est rendu compte que la prédiction de la trajectoire des éléments de dimension infinitésimale, comme un

électron ou une molécule, n'est pas une chose facile. Pour ramener l'observation sur sa propre échelle d'observation, il a dû se résigner à ne considérer que le mouvement d'ensemble d'une infinité de ces éléments. C'est de là que sont nées, par exemple, les lois thermodynamiques des gaz parfaits, où le mouvement d'une molécule est considéré comme aléatoire, mais où les mouvements d'une infinité de ces molécules sont décrits par des lois déterministes. C'est le cas aussi de la mécanique quantique où le mouvement d'un électron est décrit par des lois statistiques.

Par rapport à sa propre échelle d'observation, l'homme scientifique ne s'est intéressé que tardivement à son propre mouvement. À une échelle immédiatement supérieure, la sociologie et ses branches subséquentes sont aussi des sciences du mouvement des populations d'individus et des espèces. Ces disciplines n'ont atteint leur maturité, et n'ont suscité un intérêt que plus tard, bien que les moyens d'observations dont elles disposent soient plus accessibles et plus faciles à concevoir que les télescopes ou les accélérateurs de particules.

L'étude du mouvement est devenue une science à part entière: c'est la cinématique. La présente thèse s'inscrit dans le contexte d'une cinématique particulière, celle du mouvement humain.

Cinématique du mouvement humain

La cinématique du mouvement humain n'est pas totalement définie. Elle est abordée sous différentes facettes. Par exemple, en neuroscience, le mouvement humain a été exploré sur différentes échelles d'observations, allant du comportement du neurone jusqu'à l'écriture manuscrite. La science du neurone prend de plus en plus de place dans l'analyse du mouvement humain, car c'est du neurone que partent les commandes qui font mouvoir les effecteurs terminaux des membres.

À l'échelle humaine, l'intérêt suscité par la cinématique a permis d'observer certains

paradigmes qui ont amené les chercheurs à proposer des modèles du contrôle moteur. En effet, selon Bernstein[1],le mouvement humain est le résultat du contrôle d'un système moteur à plusieurs articulations, un système redondant possédant un très grand nombre de degrés de liberté. Ainsi, prendre une tasse de café de son bureau en faisant déplacer sa main d'un endroit à un autre dans un environnement où il existe toutes sortes de contraintes extérieures (obstacles, changement de luminosité, etc.) revient à gérer cette redondance en contrôlant l'activation de chaque articulation de façon à obtenir un mouvement lisse, fluide et précis. L'une des études les plus fructueuses à ce jour sur le mouvement humain est sans doute celle liée au mouvement rapide. En effet, celui-ci possède des caractéristiques invariantes, faisant émerger des paradigmes. Trois principales observations ont été mises en évidence au cours des dernières décennies.

La première observation concerne le paradigme du compromis vitesse et précision, initialement abordé par Fitts [2] par ses expériences psychophysiques. Dans les mouvements de pointage, l'auteur a montré que le temps minimal requis pour atteindre une cible de largeur W situé à une distance D varie en fonction du logarithme du rapport D/W. Par la suite, plusieurs auteurs ont proposé d'autres relations en ajoutant par exemple des coefficients correctifs à la relation originale de Fitts ou bien en l'étendant à l'espace tri-dimensionnel [151,152].

La deuxième observation concerne le profil de la vitesse tangentielle, qui se présente sous la forme d'une seule cloche (ou mode) dont l'asymétrie diminue en fonction de la diminution de la durée du mouvement [3, 4]. Soechting et Lacquaniti[5], ont montré que ce profil en cloche n'est pas affecté par des variations de l'environnement, par exemple, un changement de la charge. Hollerbach[6] a montré que les trajectoires des mouvements, effectuées dans le plan sagittal, sont plus courbées que celles des mouvements effectués dans le plan horizontal.

La troisième observation a été mise en évidence par Viviani et coll. [7] où ils ont montré que dans le cas d'un mouvement rapide, il existe une relation entre la vitesse tangentielle et la courbure de la trajectoire, paradigme connu sous le nom de loi de puissance 2/3.

Depuis, les modèles du contrôle moteur proposés pour reproduire les caractéristiques des mouvements rapides reposent principalement sur ces paradigmes. Le modèle qui est resté le plus populaire est sans doute le modèle jerk-minimum (ou *minimum-jerk* en anglais), proposé en 1984 par Hogan [8]. C'est un modèle purement cinématique qui ne dépend pas de la structure biomécanique du système moteur, et qui n'a pas besoin ni de cinématique ni de dynamique inverses pour reconstituer les trajectoires du mouvement. Plus particulièrement, il décrit le profil de vitesse par une équation analytique. Son principal point faible est la représentation du profil de vitesse par une fonction symétrique. Parmi les autres modèles cinématiques, apparus par la suite pour suggérer des solutions qui tiennent compte de l'asymétrie, il y a le modèle delta-lognormal, proposé en 1995 par Plamondon[9]. Ce modèle a l'avantage de tenir compte en même temps de l'asymétrie et de la synergie entre les muscles agonistes et antagonistes dans l'exécution du mouvement. Cette approche devient séduisante, car la fonction analytique avec laquelle le profil de la vitesse tangentielle est décrit n'a pas été obtenue d'une manière empirique par un quelconque ajustement des données expérimentales, mais elle résulte de l'émergence du comportement limite d'un nombre infini de sous-systèmes neuromusculaires, connectés entre eux d'une manière hiérarchique et parallèle.

Signalons qu'à ce jour, il y a peu de modèles qui offrent des solutions analytiques du profil de vitesse, la plupart se contentent d'offrir des solutions numériques obtenues par la résolution de systèmes d'équations différentielles. Ils offrent ainsi, une solution approximative qui s'éloigne le plus souvent du fonctionnement réel du système moteur qui produit le mouvement.

Théorie cinématique du mouvement humain

Le modèle delta-lognormal a été utilisé avec succès en analyse et en synthèse de l'écriture manuscrite[10] et de la vérification de signatures[11]. Du point de vue de l'ajustement de courbes (*curve fitting* en anglais), il a été comparé à plus de vingt-six autres modèles et les résultats de l'ajustement de plus de trois milles huit cents profils de vitesse ont montré qu'il offre la plus faible erreur de reconstruction au sens des moindres carrés[12, 13]. Malgré ses succès, il demeure toujours un modèle délicat à utiliser, qu'une grande partie de la communauté scientifique du domaine hésite encore à adopter même si une preuve mathématique formelle a été publiée en 2003 [14], et qu'il offre plus de possibilités que le modèle jerk-minimum comme par exemple la capacité d'ajuster des profils asymétriques et de reproduire les variabilités observées au début et à la fin de la trajectoire d'un mouvement rapide. Parmi les points objectés, il y a celui lié à sa seule hypothèse de proportionnalité liant les temps de délai cumulatifs des sous-systèmes neuromusculaires [15]. En effet, il apparaît difficile de saisir ce concept de sous-systèmes mis en série pour représenter le système neuromusculaire, alors que par exemple les muscles attachés sur le système squelettique forment un réseau parallèle où les forces produites par ces derniers s'additionnent au niveau de l'effecteur terminal.

Du point de vue de la physiologie neuromusculaire, on peut se poser la question suivante au sujet du modèle delta-lognormal: que représente un sous-système et quel genre de signal peut-on observer sur son entrée et sur sa sortie ? Peut-on étudier cet effet proportionnel? Et si oui, comment procéder pour l'observer?

À ces questions s'ajoute celle concernant la comparaison du modèle delta-lognormal avec les autres modèles. Les opposants diront avec raison que même si on obtient les meilleurs résultats d'ajustement cela ne permet pas d'affirmer qu'il est le meilleur ou le plus adapté, car tout dépend de la complexité du modèle. Dans l'analyse des

mouvements complexes par exemple, il est mieux d'utiliser un modèle avec deux ou trois paramètres que d'utiliser un modèle à sept paramètres, même si ce dernier donnerait les meilleurs résultats d'ajustement. Ils argumenteront aussi, qu'il faut faire un compromis entre la précision de l'ajustement et le nombre de paramètres, et dans certains cas il est préférable de manipuler un nombre restreint de paramètres en tolérant une médiocre précision de l'ajustement. Après tout, dans le domaine de l'appariement ou de l'ajustement de courbes certains chercheurs pensent qu'il n'y a pas de modèles meilleurs que d'autres, tout est une question de choix de critères, d'approximations et de conditions initiales [16]. À la limite, on peut faire passer n'importe quelle courbe sur les données expérimentales et par ajustement des paramètres on arrivera à la précision voulue, circonscrite dans des limites établies par les conditions expérimentales.

À notre avis, la question ne se pose pas selon cet angle. Une des meilleures manières de juger la pertinence d'une théorie est, d'une part, de confronter son ou ses hypothèses de base à des expériences, et d'autre part, de mettre en évidence le ou les concepts de base sur lesquels celle-ci est bâtie. De plus, il y a lieu de vérifier si ses concepts ne font pas partie de ceux d'une autre théorie, mais exprimés différemment. Effectivement, il ne faut pas perdre de vue que tous les modèles essayent de décrire le même phénomène physique. Ce qui les différencie ce sont leurs concepts et leurs hypothèses qui jouent un rôle de loupe ou de microscope avec lesquels le mouvement est observé. C'est là qu'il faut à notre avis focaliser la comparaison entre les modèles pour déterminer les limites de chacun à représenter la cinématique du mouvement et éventuellement à définir un *modèle limite* vers lequel tendront les autres, au sens de la convergence en loi des expressions analytiques de leurs profils de vitesse.

Si l'on s'en tient à sa définition, la théorie cinématique proposée par Plamondon devrait à elle seule englober toutes les autres théories. Nous verrons au cours de

cette thèse que des éléments de réponse tendent à confirmer cette constatation.

Objectifs de recherche

Toute théorie est un livre ouvert qui évolue autant sur ses aspects théoriques que sur ses applications. La théorie cinématique du mouvement rapide a pour sa part subi plusieurs améliorations au cours des dix dernières années. Les objectifs de cette recherche visent à continuer dans cette direction en apportant des éléments de réponse à certaines interrogations souvent soulevées et non encore résolues. Nous pensons par exemple à l'hypothèse de proportionnalité et à la construction d'un outil d'extraction des paramètres delta-lognormaux.

En effet, cette théorie a besoin de plus de visibilité et surtout d'outils matériels et logiciels qui vont faciliter son application dans d'autres domaines, autres que l'écriture manuscrite et la vérification des signatures. D'un autre côté, il y a lieu de positionner la théorie cinématique par rapport aux autres théories et modèles œuvrant dans la compréhension du contrôle moteur.

Cette thèse s'inscrit dans un cadre de la généralisation, de la compréhension et de l'utilisation de la théorie cinématique dans l'analyse et la synthèse du mouvement humain. Elle réunit plusieurs recherches que nous avons menées dans ce sens.

Tout travail de recherche est comme un éclair qui part de la source pour aller foudroyer une cible avec un apport d'énergie considérable, et durant son passage, il trace dans le ciel des bifurcations dans toutes les directions. Ainsi, les travaux de recherche que nous avons développés autour de cette théorie ont dévoilé l'existence de plusieurs avenues de recherche que la théorie cinématique est potentiellement capable d'aborder. Cependant, les objectifs de la présente thèse se concentrent autour des sept points suivants:

1. Consolider l'aspect mathématique de la théorie
2. Développer un système de mesures des paramètres delta-lognormaux
3. Confronter l'hypothèse de proportionnalité à l'expérimentation.
4. Comparer le modèle delta-lognormal à quelques autres modèles cinématiques proposant des profils de vitesse analytiques.
5. Généraliser la théorie cinématique
6. Analyser et synthétiser la variabilité des traits d'écritures.
7. Explorer d'autres applications de la théorie cinématique

La section suivante présente le plan de cette thèse.

Plan de thèse

L'objectif de cette thèse est d'arriver à complémenter et à améliorer les différents travaux déjà développés dans le cadre de la compréhension et de l'application de la théorie cinématique.

Ainsi, le premier chapitre est consacré à la présentation du modèle delta-lognormal à travers une relecture de ses concepts de base, et la présentation d'une autre preuve formelle de convergence.

Dans le second chapitre, nous rappelons l'état de l'art des méthodes actuelles d'extraction des paramètres delta-lognormaux à partir des profils de vitesse. Ensuite, nous présentons une méthode originale d'extraction qui va être utilisée avec celles déjà existantes pour construire un système d'extraction plus performant.

Au chapitre trois, nous abordons la caractérisation du système d'extraction en calculant les intervalles de confiance des valeurs extraites de chaque paramètre.

La soumission à l'expérience de non réfutabilité de l'hypothèse de proportionnalité sur laquelle la théorie cinématique est bâtie, est décrite au chapitre quatre.

Dans le chapitre cinq, nous présentons certains modèles pertinents utilisés pour décrire la cinématique du mouvement humain, et d'un point de vue conceptuel, nous montrons que certains modèles cinématiques ne sont qu'une expression approximative du modèle delta-lognormal.

Dans le chapitre six, nous présentons une généralisation de la théorie cinématique. Cette proposition, désignée par modèle sigma-lognormal, permet de tenir compte de la direction du mouvement dans l'espace tridimensionnel. Ensuite, nous montrons que cette généralisation est en accord avec les versions précédentes du modèle delta-lognormal à une, à deux et à trois dimensions[17, 18].

Le chapitre sept est consacré à l'étude de la variabilité des traits d'écriture. Cette étude porte sur l'analyse et la synthèse de cette variabilité considérée tant du point de vue du tracé que de son profil de vitesse.

Au chapitre huit, nous présentons une construction par l'outil Simulink de Matlab du système neuromusculaire décrit par la théorie cinématique, en ne faisant intervenir que des systèmes linéaires du second ordre.

Dans le chapitre neuf, nous présentons une tentative que nous avons faite pour étendre la théorie cinématique à d'autres applications jusque-là non explorées. Plus, précisément, nous exposons une méthodologie qui explique comment il est possible de représenter le profil du potentiel d'action par une équation delta-lognormale.

Finalement, nous concluons par résumer les objectifs principaux atteints dans cette thèse, en soulignant les contributions originales et en mettant de l'avant différentes perspectives de recherche découlant de ces travaux.

CHAPITRE 1

PRÉSENTATION DU MODÈLE DELTA-LOGNORMAL

1.1 Introduction

Dans le contexte de la théorie cinématique du mouvement rapide humain, Plamondon a proposé en 1995 de représenter le profil asymétrique en forme de cloche de la vitesse tangentielle d'un mouvement rapide par une équation delta-lognormale[9]. Depuis, plusieurs applications utilisant ce modèle ont vu le jour, touchant des domaines aussi variés que la reconnaissance de l'écriture manuscrite et de la vérification de signatures[9-12, 19]. Nous trouvons ainsi une riche documentation consacrée à ce modèle, qui est disponible à travers les travaux de Plamondon et de ses collaborateurs.

Dans ce chapitre, nous allons faire l'exercice d'une relecture du modèle delta-lognormal pour présenter un complément à ce qui existe déjà. Au-delà de son expression analytique, de la signification de ses paramètres et de ses applications, cette relecture met l'accent sur le concept de base de ce modèle. C'est-à-dire que l'expression analytique, décrivant le profil de vitesse d'un mouvement rapide, est le résultat de l'émergence du fonctionnement du système neuromusculaire (SNM), et non le résultat de l'ajustement de données expérimentales. De plus, nous proposons l'ajout d'une autre preuve mathématique de la convergence du modèle et de l'expression de son erreur de convergence en supplément à celles déjà publiées[19, 20].

1.2 Méthode des systèmes en physiologie

Les signaux que nous manipulons dans l'analyse des systèmes biologiques tel que le SNM sont le résultat de la superposition des réponses d'un nombre important de systèmes différents,localisées dans le temps et dans l'espace. C'est le cas par exemple des mouvements de pointage où la trajectoire, décrite par une articulation quelconque du membre supérieur, est le résultat de la superposition d'un très grand nombre de forces élémentaires, développées par différents muscles. Les actions de ces derniers sont localisées dans une représentation spatiotemporelle. Les forces, représentées par des vecteurs, possèdent des directions et des amplitudes qui varient en fonction du temps. Pour mieux comprendre le contrôle moteur du mouvement humain, l'une des études développées dans ce domaine consiste à analyser sa cinématique: au lieu de se concentrer sur les forces qui produisent le mouvement, la cinématique rend compte des variations spatiotemporelles des *effets* de ces forces sur un effecteur terminal, assimilé à un point matériel. Contrôler le mouvement revient donc à contrôler l'application des forces dans l'espace spatiotemporel. Le spatial fait référence à la position et à la direction du vecteur d'une force élémentaire et le temps fait référence à l'instant où celle-ci apparaît au cours d'un mouvement, et à la durée effective de son action. En effet, les forces sont produites par les muscles et par conséquent, elles possèdent une source localisée dans l'espace (endroit du squelette où les muscles sont attachés) et une durée transitoire d'activité. Puisque la manifestation spatiotemporelle de chacune d'elles est contrôlée par le système nerveux central (SNC), le contrôle moteur peut donc être observé et analysé à travers les effets de ces forces. Nous considérons alors que le mouvement humain n'est que l'*effet* du contrôle moteur qui, lui, en est la *cause*. Les forces produites par les différents muscles ne sont donc qu'un moyen de traduire la commande neuromotrice. Dans cette étude, le contrôle moteur concerne le contrôle des mouvements volontaires. Ces derniers sont exécutés

dans le but de réaliser des objectifs spécifiques, par exemple écrire, tenir une tasse de café, marcher, éviter un obstacle, etc. Par conséquent, les objectifs, traduits en tâches motrices, sont les sorties désirées du système neuromusculaire qui exécute des commandes adaptées à sa structure et à son fonctionnement intrinsèques. Selon des points de vue complémentaires, pour certains [9], le système moteur est le système neuromusculaire (SNM) et pour d'autres [8,25,65], c'est le système musculo – squelettique (SMS). En faisant une analogie avec les systèmes robotiques (en réalité, c'est l'inverse qui devrait se faire), le SMS constitue l'ossature du membre avec les actuateurs et le SNM constitue les actuateurs avec leur système de contrôle. Le contrôle moteur du membre supérieur se fait alors en recrutant et en synchronisant les différentes parties actives du SNM, suivant un plan d'exécution spécifique, élaboré au niveau du SNC. Ce recrutement séquentiel qui se fait en fonction de la grosseur des unités motrices est connu sous le nom de principe de recrutement de Henneman[21]. Pour mieux comprendre les stratégies impliquées dans le contrôle moteur, il est à notre avis plus approprié de s'intéresser au comportement du SNM, plutôt que sur celui du SMS. Wolpert et coll. ont montré qu'il est plus adéquat pour le SNC de contrôler le mouvement par sa cinématique[22]. En d'autres termes, il devrait y avoir plus de chance de voir émerger des lois du contrôle moteur dans l'analyse de la cinématique du mouvement que dans l'analyse de sa dynamique.

Généralement, la modélisation du fonctionnement d'un système physiologique se fait en établissant un système d'équations différentielles, reliant les différentes variables observables. Chaque équation différentielle représente le fonctionnement d'un sous-système. En ingénierie, cela revient à représenter le système physiologique par un système couplé, formé d'un réseau de sous-systèmes.

Par exemple, Partridge considère que les synapses interneurales et neuromusculaires ainsi que les muscles sont des filtres passe-bas [23, 24]. Cette représentation du SNM

par un réseau hiérarchique et parallèle du système neuromusculaire corrobore celle décrite dans la théorie cinématique du mouvement rapide[9].

1.2.1 Identification du système neuromusculaire

Pour caractériser le fonctionnement d'un système, il existe en théorie des systèmes linéaires, plusieurs techniques d'identification. Les réponses impulsionnelle et indicielle sont les techniques les plus éprouvées. Ce type d'identification consiste à envoyer à l'entrée du système une impulsion de Dirac ou bien un échelon de Heaviside et enregistrer en même temps son signal de sortie.

Les formes impulsionnelle et en échelon du signal d'entrée ne sont que des concepts qui aident à déduire le profil limite de la réponse du système. Ces signaux ne peuvent exister dans le monde physique. Dirac et Heaviside les ont respectivement introduits pour asseoir leurs théories. Par exemple, c'est Schwartz qui par la suite a inventé la théorie des distributions pour manipuler aisément ce genre d'objets mathématiques. Ces outils mathématiques, qui n'ont pas d'équivalents physiques, sont ainsi couramment utilisés en traitement du signal et spécialement dans l'identification des systèmes. Dans un contexte physique, si la dimension de l'impulsion de commande est très inférieure par rapport à son effet, nous l'assimilons à une impulsion de Dirac. De la même façon, si le temps de montée de l'échelon de commande est très inférieur à celui de son effet, nous l'assimilons à un échelon de Heaviside. Par conséquent, lorsque cela est adéquat, les signaux de la commande neuromotrice sont idéalisés par ces signaux tests.

Selon la théorie cinématique, il est possible d'identifier la réponse impulsionnelle du système neuromusculaire. Dans ce cas, le SNM représente toute la partie neuronale prise à partir des aires motrices jusqu'aux muscles. Les aires neuronales situées en

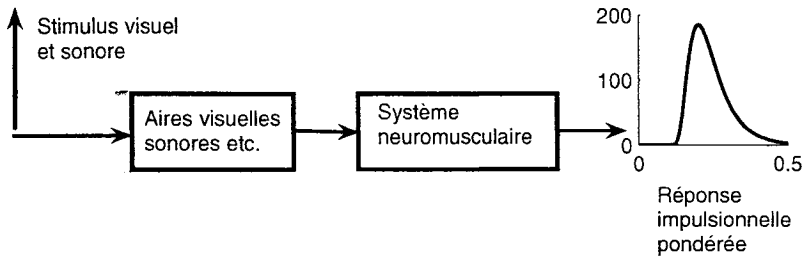


Figure 1.1 Représentation du système neuromusculaire par un système linéaire.

amont sont considérées comme un système qui engendre un retard pur. Ainsi, demander à un sujet humain ou à un primate d'effectuer un mouvement rapide en réaction à un stimulus visuel ou sonore est un processus d'identification de son SNM. Le stimulus est le signal d'entrée, représenté par une impulsion de Dirac, et le profil de vitesse du mouvement de son effecteur terminal reflète la réponse impulsionnelle de ce système (voir la Figure 1.1 où l'entrée du SNM correspond à un stimulus et la sortie correspond au profil de la vitesse tangentielle du mouvement rapide de l'effecteur terminal).

Dans cette thèse, nous abordons le fonctionnement du SNM, générateur du mouvement, à travers sa modélisation par le produit de convolution d'un très grand nombre de sous-systèmes linéaires. Le contrôle moteur sous-jacent va aussi être abordé à travers les différentes réponses, observées à travers le mouvement.

1.3 Choix du modèle delta-lognormal

L'une des premières étapes aidant à la compréhension du contrôle moteur est donc d'observer le comportement du SNM lors de l'exécution du plus simple mouvement. Ce dernier étant celui effectué en déplaçant l'effecteur terminal entre un

point origine et une cible le plus rapidement possible et sans aucune correction de la trajectoire par les informations de la rétroaction visuelle. Plutôt que d'entrer dans une discussion du genre: *qu'est-ce qu'un mouvement simple? À quoi correspond la plus simple commande neuromotrice?*, imposons l'hypothèse suivante: *le mouvement le plus simple et le plus élémentaire que peut exécuter un humain est le mouvement rapide dont le profil de sa vitesse tangentielle possède un profil en forme de cloche asymétrique.*

Le mouvement rapide nécessite une seule commande neuromotrice modélisée par une seule impulsion de Dirac. Nous arrivons ainsi au stade où le SNM est modélisé par une boîte noire qui traduit une commande neuromotrice impulsionnelle par un mouvement élémentaire.

Étant donné que les tâches motrices liées aux mouvements volontaires consistent à déplacer l'effecteur terminal depuis un point de départ vers une cible d'une distance quelconque en empruntant une trajectoire particulière, la commande neuromotrice peut donc être modélisée par une impulsion pondérée par un vecteur dont le module correspond à la distance à parcourir et la direction correspond à la direction du support liant les deux points (voir Figure 1.2).

Revenons sur le choix du profil de vitesse comme la réponse la plus adaptée pour identifier le comportement du SNM. Les premières études, faites sur les singes pour comprendre le contrôle moteur qui ont ensuite été vérifiées chez l'humain, concernent la cinématique des mouvements rapides de pointage. Certaines caractéristiques intrinsèques du SNM ont émergé de ces études: le mouvement rapide génère un trait rectiligne où la variation temporelle de la coordonnée curviligne des points de la trajectoire est sigmoïdale, sa vitesse possède une forme en cloche généralement asymétrique et son accélération possède au moins deux pics inversés illustrant les phases d'accélération et de décélération du mouvement[4, 8, 25, 26].

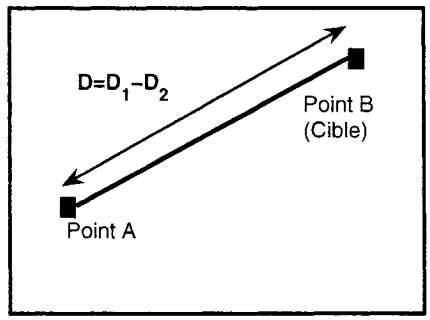


Figure 1.2 Illustration d'un mouvement rapide correspondant à une tâche élémentaire qui consiste à déplacer l'effecteur terminal d'une distance D entre deux points A et B. D_1 et D_2 sont des distances qui correspondent respectivement aux effets de l'activité des systèmes agoniste et antagoniste durant le mouvement rapide.

Parmi les quantités cinématiques, laquelle est la plus adaptée pour représenter la réponse du SNM? Avant de répondre, revenons sur le caractère neurophysiologique du SNM. Celui-ci possède une architecture complexe, beaucoup plus complexe que nous pouvons l'imaginer. Mais heureusement, de toute structure complexe, peut émerger d'une façon ou d'une autre une loi parmi celles qui gouvernent sa dynamique. Nous avons qu'à regarder les systèmes dynamiques chaotiques, de la turbulence par exemple, qui peut être décrite par des équations dynamiques simples, mais dont le comportement à long terme devient imprévisible. Ou bien, des systèmes dynamiques régis par l'aléatoire, comme le jeu de cartes par exemple, où il est possible de caractériser sa dynamique par une loi bien déterminée si l'on observe suffisamment longtemps sa dynamique. Cette parenthèse, concernant les systèmes dynamiques, étant introduite ici juste pour illustrer que si nous l'abordons correctement, la complexité structurelle et fonctionnelle observées sur un système physique peut être décrite par un comportement déterministe, faisant office de règle ou de loi de son fonctionnement. Dans le cas du SNM, celui-ci est constitué d'une partie neuronale connectée à une partie musculaire. C'est un

ensemble d'unités motrices distribuées sur la surface du système squelettique regroupées d'une façon sérielle et parallèle pour former les différents muscles. Les unités motrices ont un comportement non-linéaire, mais peuvent être considérées comme des sous-systèmes linéaires fonctionnant dans une zone de linéarité. Pour mieux illustrer, cette considération de linéarité, reprenons la remarque faite par Plamondon en 1997 lorsqu'on lui a posé la question à ce sujet. En le paraphrasant, il a donné une réponse du genre: *en électronique, le transistor, et par suite tous les systèmes électroniques à semi-conducteurs ont un comportement non linéaire, cela n'a pas empêché les ingénieurs de construire des systèmes linéaires par exemple les amplificateurs audio et vidéo*[15]. La structure parallèle et sérielle du SNM nous suggère de considérer les unités motrices qui sont en série comme des systèmes formés d'un très grand nombre de sous-systèmes couplés. Ces systèmes sont ensuite disposés en parallèle pour fonctionner en synergie. L'un des avantages de cette disposition parallèle est la possibilité d'amplifier la contraction musculaire. Chaque sous-système peut être une unité purement neuronale, purement musculaire ou bien une unité neuromusculaire. Peu importe, nous n'allons pas analyser le SNM à travers le comportement individuel d'une de ses composantes, ce qui serait comme essayer d'observer la trajectoire d'un électron pour analyser le courant électrique ou celle des molécules pour analyser la dynamique d'un gaz, nous allons plutôt développer une connaissance globale de son architecture et analyser son comportement à l'échelle macroscopique.

Ainsi, la structure de la boîte noire est représentée par une infinité de sous-systèmes linéaires connectés entre eux d'une façon hiérarchique et parallèle, chaque sous-système peut représenter une entité neuronale, musculaire ou neuromusculaire. Il reste maintenant à définir la nature du profil de sa sortie. Cette démarche nous amène directement vers la modélisation du profil de la réponse impulsionnelle d'un réseau de sous-systèmes linéaires. Le modèle delta-lognormal lie cette réponse

impulsionnelle au profil de vitesse. En effet, modéliser un tel système biologique revient à mettre son comportement dynamique[1] sous la forme d'équations ou de systèmes d'équations. Dans ce cas-ci, le comportement du SNM est analysé à travers la cinématique de l'effecteur terminal. Parmi les quantités cinématiques du mouvement rapide, laquelle semble la plus adéquate pour être liée à la réponse impulsionnelle du SNM (en réalité connaissant l'une des quantités, nous pouvons généralement retrouver les autres)? La réponse à cette question est le profil de vitesse, pour la simple raison que c'est le seul profil cinématique qui ressemble aux réponses impulsionnelles positives et non oscillantes des systèmes linéaires. Plus encore, pour justifier ce choix, les enveloppes des signaux d'électromyographies (EMG), enregistrés au niveau des muscles lors de leurs contractions, sont formées d'un ou de plusieurs modes surimposés en forme de cloches [27, 28]. En résumé, la méthode des systèmes utilisée dans la modélisation du SNM peut être abordée selon un angle cinématique.

1.4 Présentation du modèle delta-lognormal

Dans le cas d'un mouvement rapide avec une trajectoire rectiligne, l'entrée du système moteur représente la commande impulsionnelle pondérée par la distance à parcourir et sa sortie représente le profil de la vitesse tangentielle du mouvement qu'il génère. Notons que, selon la théorie cinématique, le mouvement rapide est la superposition de deux actions motrices: la première, qualifiée d'*agoniste*, exprime les effets de toutes les forces développées par les contractions musculaires qui initient et maintiennent le mouvement dans la direction spécifiée par la tâche à réaliser et

[1]La dynamique est utilisée ici pour exprimer la variation dans le temps du comportement du système biologique suite à une commande.Subtilité terminologique à distinguer avec la notion de dynamique utilisée plus haut pour désigner l'étude de l'effet dans le temps des forces appliquées sur le système squelettique

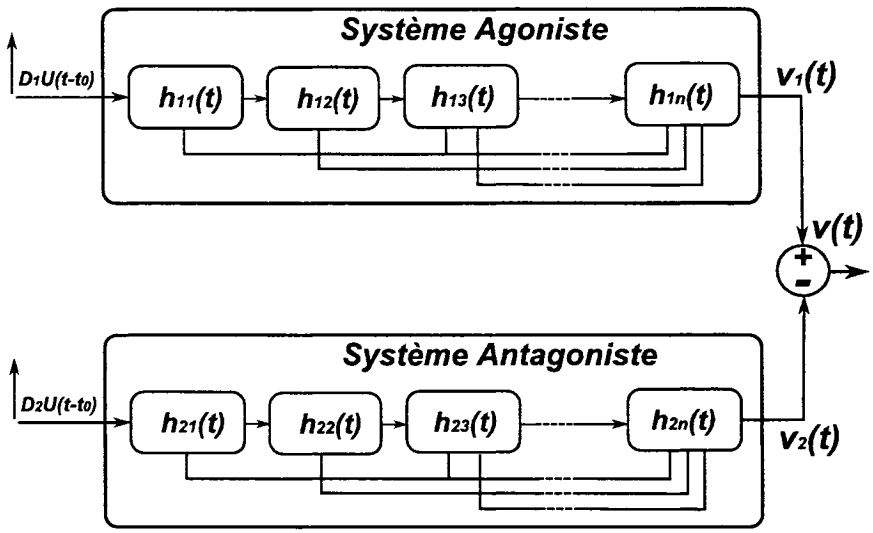


Figure 1.3 Illustration du système neuromusculaire selon le modèle delta-lognormal.

la seconde activité, qualifiée d'*antagoniste*, exprime les effets de toutes les forces développées par les activités réflexes des muscles antagonistes dans la direction opposée au mouvement. Il y a donc deux systèmes neuromusculaires travaillant en synergie. Dans la Figure 1.3, l'architecture du SNM est illustrée par deux systèmes neuromusculaires agoniste et antagoniste contrôlés simultanément par deux commandes impulsionnelles envoyées au même temps d'occurrence t_0. La vitesse tangentielle du mouvement rapide est égale à la différence des vitesses des mouvements élémentaires produits par chacune de ces deux composantes.

Pour exprimer le profil de vitesse par une équation analytique, Plamondon a exploité le théorème de la limite centrale et a émis l'hypothèse de l'existence d'une relation de proportionnalité entre les temps de délai cumulatifs, mesurés au niveau de la sortie de chaque sous-système. Ainsi, le profil de la vitesse tangentielle d'un

mouvement rapide est exprimé par l'équation delta-lognormale suivante:

$$v(t) = D_1 \Lambda\left(t; t_0, \mu_1, \sigma_1^2\right) - D_2 \Lambda\left(t; t_0, \mu_2, \sigma_2^2\right) \tag{1.1}$$

avec

$$\Lambda(t; t_0, \mu, \sigma^2) = \begin{cases} \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}(t-t_0)} \exp\left\{-\frac{1}{2\sigma^2}\left[\ln(t-t_0) - \mu\right]^2\right\} & \text{si } t_0 < t \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \tag{1.2}$$

et ,

D_1, D_2 : Représentent les amplitudes des commandes impulsionnelles. Leurs effets correspondent respectivement aux distances qu'auraient parcourues les composantes agonistes et antagonistes du SNM si elles étaient activées individuellement.

t_0 : Le temps d'occurrence de la commande neuromotrice, correspondant au retard pur introduit par la commande dans le profil de vitesse

μ : Le temps délai du SNM, exprimé sur une échelle logarithmique (exprimé en logtemps).

σ : Le temps de réponse du SNM, exprimé sur une échelle logarithmique (exprimé en logtemps).

1.5 Choix du profil lognormal comme réponse du SNM

Notre relecture du modèle a permis de fixer les idées quant à la nature et à la forme de la commande neuromotrice et de la réponse. Il reste à éclaircir le choix du profil lognormal de la réponse. Le profil de vitesse étant en forme de cloche asymétrique, il existe plusieurs autres candidats qui peuvent le représenter. Cette question du choix de ce profil par rapport à d'autres candidats sera abordée et résolue au chapitre cinq.

Le choix du profil lognormal a été guidé, d'une part, par la structure du SNM proposée par la théorie cinématique, et d'autre part, par l'hypothèse de l'existence d'une relation de proportionnalité entre les temps de délai, mesurés à la sortie de chaque sous-système.

La preuve mathématique formelle de la convergence vers un profil lognormal de la réponse impulsionnelle d'un SNM a déjà été donnée en 2003 par Plamondon et coll. [14]. Le profil de l'erreur de convergence a ensuite été proposé par Feng [20].

Dans la section suivante, nous proposons une autre preuve formelle de la convergence du profil de vitesse vers un profil delta-lognormal en intégrant la forme de l'erreur de convergence. Ce besoin de chercher à construire une autre preuve, alors qu'il en existait une, a été motivé par notre souci de montrer la généralité de la solution sous l'hypothèse de l'effet proportionnel. Sous cette hypothèse, cette généralité va conduire à la conclusion de l'infinie divisibilité d'une fonction lognormale dans le cas où les sous-systèmes sont régis par une relation de proportionnalité.

1.6 Construction de la preuve formelle

Dans la théorie des systèmes, la réponse impulsionnelle d'un système linéaire de n sous-systèmes linéaires est représentée par un produit de convolution. Si n tend vers l'infini, la réponse impulsionnelle d'un tel système tend un profil gaussien. Pour utiliser le théorème de la limite centrale, Papoulis a fait une équivalence entre la théorie des probabilités et celle des systèmes linéaires[29]. La somme de variables aléatoires indépendantes correspond dans l'espace des systèmes linéaires au produit de convolution des réponses impulsionnelles. Le profil de la réponse impulsionnelle de chaque sous-système correspond au profil de la densité de probabilité de chaque variable aléatoire [29, 30]. Par exemple, la densité de probabilité de la somme de n variables aléatoires indépendantes gamma correspond au produit de convolution de n fonctions gamma. Cette équivalence permet d'utiliser les résultats importants obtenus dans l'une des disciplines pour expliquer les résultats obtenus dans l'autre et vice versa.

Dans le cadre de la théorie cinématique, la réponse impulsionnelle du système moteur est représentée par le produit de convolution des réponses impulsionnelles d'une infinité de sous-systèmes. Comme ces sous-systèmes ne sont pas indépendants, mais régis par l'hypothèse de proportionnalité, le profil de cette réponse n'est par une gaussienne, mais une fonction lognormale.

1.6.1 Réponse impulsionnelle d'un produit de convolution

Dans un premier temps, nous allons considérer un système dont la réponse impulsionnelle est égale au produit de convolution des réponses impulsionnelles d'un très grand nombre de sous-systèmes (voir Figure 1.4)

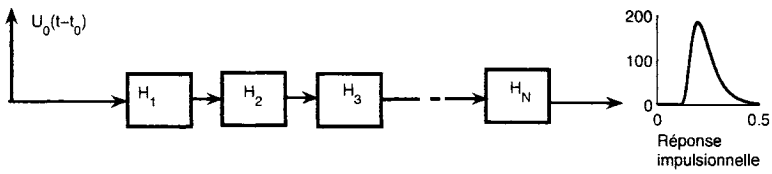


Figure 1.4 Illustration du produit de convolution d'un nombre N de sous-systèmes linéaires et indépendants.

1.6.1.1 Cas de sous-systèmes indépendants

Considérons un système formé d'un très grand nombre N de sous-systèmes linéaires et indépendants, caractérisés par leurs réponses impulsionnelles $\{h_i\}_{i=1,\ldots,N}$. Chaque réponse impulsionnelle est caractérisée par son temps de délai μ_i , son temps de réponse σ_i, son moment centré d'ordre trois χ_i et son coefficient d'asymétrie γ_i . Supposons que la réponse impulsionnelle de chaque sous-système est une fonction positive et normalisée, dont le moment d'ordre zéro est égal à 1.

$$h_i(t) \geq 0, \qquad \text{tel que} \qquad \int_{-\infty}^{+\infty} h_i(t)\, dt = 1 \tag{1.3}$$

Les quatre caractéristiques de la réponse impulsionnelle sont respectivement données par:

$$\begin{aligned} \mu_i &= \textstyle\int_{-\infty}^{\infty} t h_i(t)\, dt \\ \sigma_i^2 &= \textstyle\int_{-\infty}^{\infty} (t-\mu_i)^2 h_i(t)\, dt = \int_{-\infty}^{\infty} t^2 h_i(t)\, dt - \mu_i^2 \\ \chi_i &= \textstyle\int_{-\infty}^{\infty} (t-\mu_i)^3 h_i(t)\, dt \\ \gamma_i &= \textstyle\frac{1}{\sigma_i^3} \int_{-\infty}^{\infty} (t-\mu_i)^3 h_i(t)\, dt = \frac{\chi_i}{\sigma_i^3} \end{aligned} \tag{1.4}$$

En appliquant le théorème de la limite centrale (ou théorème central limite), cherchons alors à quoi va correspondre le produit de convolution des N réponses impulsionnelles $h_i(t)$, et qu'elle sera la réponse impulsionnelle quand N tend vers l'infini ?

La réponse à cette question a déjà été résolue. Cependant, les preuves étaient données d'une manière abrégée [29]. Une preuve détaillée de ce résultat a déjà été développée par Plamondon et coll.[14]. Quand N ne tend pas vers l'infini, l'erreur de convergence a explicitement été donnée par Feller dans le cadre de l'utilisation du théorème de la limite centrale en probabilités [31]. Papoulis a utilisé les polynômes de l'Hermite et de Laguerre pour estimer l'erreur de convergence qu'il a désignée par erreur de correction[29]. Feng a reprit le développement de Feller et l'a adapté au cas d'une fonction lognormale pour aboutir à un résultat égal au polynôme d'Hermite d'ordre 3[20]. Nous allons exposer dans ce qui va suivre une autre démarche tout aussi intéressante qui aboutira à la généralisation donnée par Papoulis en utilisant les polynômes d'Hermite.

En utilisant la technique des moments, la transformée de Fourier de la réponse est exprimée en fonction des moments [29].

Soit $H_i(\omega)$ la transformée de Fourier de $h_i(t)$ donnée par :

$$H_i(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} h_i(t)\, e^{-j\omega t} dt \tag{1.5}$$

$$H_i(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} h_i(t)\, dt \sum_{m=0}^{\infty} (-j)^m \frac{\omega^m t^m}{m!} = \sum_{m=0}^{\infty} (-j)^m \frac{\omega^m}{m!} \int_{-\infty}^{+\infty} t^m h_i(t)\, dt \tag{1.6}$$

$$H_i(\omega) = 1 + \sum_{m=1}^{\infty} (-j)^m \frac{\omega^m}{m!} \int_{-\infty}^{+\infty} t^m h_i(t)\, dt = 1 + \sum_{m=1}^{\infty} (-j)^m \frac{\omega^m}{m!} M_{i,m} = 1 + z_i \quad (1.7)$$

Avec $z_i = \sum_{m=1}^{\infty} (-j)^m \frac{\omega^m}{m!} M_{i,m}$ un nombre complexe et, $M_{i,m}$ le moment d'ordre m de $h_i(t)$ pour $\omega \neq 0$

La réponse impulsionnelle du produit de convolution est donnée par:

$$h^{(N)}(t) = h_1(t) * h_2(t) * ... * h_N(t) \quad (1.8)$$

Où l'opérateur (*) désigne le produit de convolution. Sa transformée de Fourier est égale à:

$$H^{(N)}(\omega) = H_1(\omega) H_2(\omega) ... H_N(\omega) \quad (1.9)$$

Dans le domaine logarithmique, nous obtenons la relation suivante :

$$\ln H^{(N)}(\omega) = \sum_{i=1}^{N} \ln H_i(\omega) = \sum_{i=1}^{N} \ln(1 + z_i) \simeq \sum_{i=1}^{N} \left(z_i - \frac{z_i^2}{2} + \frac{z_i^3}{3} + O\left(z_i^4\right) \right) \quad (1.10)$$

Avec $|z_i| < 1$ pour $\omega \neq 0$

En effet en utilisant l'inégalité de Schwartz :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} h_i(t)\,dt = 1 \rightarrow H_i(0) = 1$$
$$|H_i(\omega)| = \left|\int_{-\infty}^{+\infty} h_i(t)\,e^{-j\omega t}dt\right| \leq \int_{-\infty}^{+\infty} h_i(t)\,dt = 1, \quad \omega \neq 0$$
$$|H_i(\omega)| \leq 1 \rightarrow |z_i| \leq 1, \text{ pour } \omega \neq 0$$

Dans ce développement en série de Taylor, nous négligerons tous les termes de rangs supérieurs ou égaux à ω^4 . En d'autres termes, nous négligeons tous les coefficients d'Hermite supérieurs ou égaux à 4. Ce développement aboutit au résultat suivant

$$\ln H^{(N)}(\omega) \simeq \sum_{i=1}^{N}\left[-j\omega M_{i1} - \frac{\omega^2}{2!}\left(M_{i,2} - M_{i,1}^2\right) + j\frac{\omega^3}{3!}\left(M_{i,3} - 3M_{i,2}M_{i,1} + 2M_{i,1}^3\right)\right] \tag{1.11}$$

$$\ln H^{(N)}(\omega) \simeq -j\omega\sum_{i=1}^{N} M_{i1} - \frac{\omega^2}{2!}\sum_{i=1}^{N}\left(M_{i,2} - M_{i,1}^2\right) + j\frac{\omega^3}{3!}\sum_{i=1}^{N}\left(M_{i,3} - 3M_{i,2}M_{i,1} + 2M_{i,1}^3\right) \tag{1.12}$$

En remarquant que :

$$\begin{aligned} M_{i,1} &= \mu_i \\ M_{i,2} - M_{i,1}^2 &= \sigma_i^2 \\ M_{i,3} - 3M_{i,2}M_{i,1} + 2M_{i,1}^3 &= \chi_i \end{aligned} \tag{1.13}$$

On en déduit

$$\ln H^{(N)}(\omega) \simeq -j\omega\sum_{i=1}^{N}\mu_i - \frac{\omega^2}{2!}\sum_{i=1}^{N}\sigma_i^2 + j\frac{\omega^3}{3!}\sum_{i=1}^{N}\chi_i \tag{1.14}$$

Et en posant

$$\mu_N = \sum_{i=1}^{N} \mu_i \ , \quad \sigma_N^2 = \sum_{i=1}^{N} \sigma_i^2 \ , \quad \chi_N = \sum_{i=1}^{N} \chi_i$$

$$H^{(N)}(\omega) \simeq \exp\left\{-j\omega\mu_N - \frac{\omega^2}{2}\sigma_N^2 + j\frac{\omega^3}{3!}\chi_N\right\} \tag{1.15}$$

Cette relation peut être réécrite de la façon suivante, en négligeant les coefficients de rangs supérieurs ou égaux à quatre par rapport à la variable ω .

$$H^{(N)}(\omega) \simeq \exp\left\{-j\omega\mu_N - \frac{\omega^2}{2}\sigma_N^2\right\} \exp\left\{j\frac{\omega^3}{3!}\chi_N\right\} \tag{1.16}$$

$$H^{(N)}(\omega) \simeq e^{-j\omega\mu_N} e^{-\frac{\omega^2}{2}\sigma_N^2} \left(1 + j\frac{\omega^3}{3!}\chi_N\right) \tag{1.17}$$

$$H^{(N)}(\omega) \simeq e^{-j\omega\mu_N} e^{-\frac{\omega^2}{2}\sigma_N^2} \left(1 + j\frac{\omega^3}{3!}\chi_N\right) = e^{-j\omega\mu_N} e^{-\frac{\omega^2}{2}\sigma_N^2} \left(1 - (j\omega)^3 \frac{\chi_N}{6}\right) \tag{1.18}$$

$$H^{(N)}(\omega) \simeq e^{-j\omega\mu_N} e^{-\frac{\omega^2}{2}\sigma_N^2} - (j\omega)^3 \frac{\chi_N}{6} e^{-j\omega\mu_N} e^{-\frac{\omega^2}{2}\sigma_N^2} \tag{1.19}$$

Nous obtenons une transformée de Fourier $H^{(N)}(\omega)$ composée d'un terme qui correspond à la transformée de Fourier de la fonction gaussienne translatée de μ_N et d'un terme qui correspond à la transformée de Fourier de la troisième dérivée de la fonction gaussienne pondérée par le paramètre $\frac{\chi_N}{6}$.

Ainsi, en utilisant les propriétés de la transformée de Fourier inverse, la réponse impulsionnelle $h^{(N)}(t)$ est donnée par la relation suivante :

$$h^{(N)}(t) \simeq \mathrm{N}\left(t;\mu_N,\sigma_N^2\right) - \frac{\chi_N}{6}\frac{d^3}{dt^3}\mathrm{N}\left(t;\mu_N,\sigma_N^2\right) \tag{1.20}$$

$$\mathrm{E}_{h^{(N)}}(t) \simeq \frac{\chi_N}{6}\frac{d^3}{dt^3}\mathrm{N}\left(t;\mu_N,\sigma_N^2\right) \tag{1.21}$$

Avec $\mathrm{N}\left(t;\mu_N,\sigma_N^2\right) = \frac{1}{\sigma_N\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{(t-\mu_N)^2}{2\sigma_N^2}}$

Ce résultat montre qu'indépendamment de la forme et des propriétés des réponses des sous-systèmes prises individuellement, tout en restant mutuellement indépendants, la réponse impulsionnelle du produit de convolution possède un profil gaussien auquel est ajoutée une erreur $\mathrm{E}_{h^{(N)}}(t)$, dite de *convergence*, qui dépend principalement de la troisième dérivée de la gaussienne et du coefficient d'asymétrie ${\gamma_N}^2$.

Considérons le cas où les sous-systèmes linéaires sont identiques et indépendants. C'est-à-dire que leurs réponses impulsionnelles $h_i(t)$ possèdent les mêmes caractéristiques μ_0, σ_0 et γ_0. En utilisant l'expression analytique de la troisième dérivée de la fonction gaussienne, nous obtenons le résultat suivant :

$$\mathrm{E}_{h^{(N)}}(t) \simeq \frac{\chi_N}{6\sigma_N^3}\left[3\left(\frac{t-\mu_N}{\sigma_N}\right) - \left(\frac{t-\mu_N}{\sigma_N}\right)^3\right]\mathrm{N}\left(t;\mu_N,\sigma_N^2\right) \tag{1.22}$$

$$\mathrm{E}_{h^{(N)}}(t) \simeq \frac{\chi_0}{6\sigma_0^3\sqrt{N}}\left[3\left(\frac{t-\mu_N}{\sigma_N}\right) - \left(\frac{t-\mu_N}{\sigma_N}\right)^3\right]\mathrm{N}\left(t;\mu_N,\sigma_N^2\right) \tag{1.23}$$

[2]Il faut juste se rappeler qu'en réalité nous avons négligé tous les autres coefficients du polynôme d'Hermite supérieurs ou égal à l'ordre 4.

Avec: $\mu_N = N\mu_0$, $\sigma_N^2 = N\sigma_0^2$, $\chi_N = N\chi_0$

L'équation (1.23) exprime la même relation proposée par Papoulis [29] et par Feller [31].

Ainsi, nous avons pu exprimer *l'erreur de convergence* en fonction de N, en supposant que nous connaissons les caractéristiques de chaque sous-système. Quand N tend vers l'infini, l'*erreur de convergence* tend vers zéro, du fait que son amplitude, et donc son énergie, tend vers zéro. La réponse du produit de convolution tend dans ce cas vers un *profil gaussien.*

Dans le cas où les caractéristiques des sous-systèmes indépendants sont différentes, en choisissant celui dont les caractéristiques sont minimales ($\mu_0 = \min_{i=1,\ldots,N} \{\mu_i\}$, etc.), nous pouvons représenter les autres sous-systèmes par un produit de convolution d'ordre M du sous-système minimal. Ainsi, nous ramenons le produit de convolution initial à un autre produit de convolution formé de sous-systèmes indépendants quasi identiques.

Indépendamment des caractéristiques des sous-systèmes, la fonction d'erreur de convergence tendra toujours vers zéro lorsque N tend vers l'infini, et nous obtiendrons alors une réponse impulsionnelle qui convergera vers un profil gaussien.

Du fait de l'indépendance des sous-systèmes, le temps de délai cumulatif de la fonction gaussienne est égal à la somme des temps de délai des N sous-systèmes. De la même manière, le carré de son temps de réponse est égal à la somme des carrés des temps de réponse. Bien sur, cette convergence n'a de sens que si les séries μ_N, σ_N^2 et γ_N convergent vers des valeurs finies. Cette convergence est assurée par la condition de Lindeberg [32]. Quand nous parlons d'une infinité de sous-systèmes, nous sous-entendons alors que leur échelle spatiotemporelle est très inférieure à celle du système. Particulièrement, la condition de convergence de Lindeberg exige que

les temps de réponses des sous-systèmes doivent être négligeables par rapport au temps de réponse du système. Dans le cas du SNM, il est facile de se rendre compte par exemple que le temps de réponse d'un neurone ou d'une fibre musculaire est négligeable par rapport à celui du profil de vitesse...

En pratique, cette convergence existe du fait que nous sommes en mode analyse et non en mode synthèse. En d'autres termes, nous partons d'un système global qui possède une réponse finie, et nous considérons que celui-ci est formé par la mise en réseau d'un grand nombre de sous-systèmes indépendants.

1.6.1.2 Cas de sous-systèmes non indépendants

La notion d'indépendance est du type fonctionnel. Les caractéristiques de chaque sous-système ne dépendent pas de celles des autres sous-systèmes. C'est ce qui nous a d'ailleurs permis de considérer que la somme des carrés des N temps de réponse des sous-systèmes est égale au carré du temps de réponse du système non couplé. Dans le cas d'indépendance, le temps de délai de chaque sous-système n est égal à μ_n. Cependant, les sous-systèmes biologiques réels ne sont pas indépendants et c'est le cas du SNM. Les différentes liaisons entre les sous-systèmes créent des couplages qui font perdre cette indépendance. Ainsi, dès qu'un sous-système est mis en réseau, son temps de délai intrinsèque va nécessairement dépendre de l'influence des autres sous-systèmes. Particulièrement, en s'inspirant du réseau neuromusculaire où chaque motoneurone est relié d'une manière directe ou à travers des couches intermédiaires à n autres motoneurones, considérons un cas particulier de couplage qui pourrait survenir : supposons qu'il existe une relation entre le nouveau temps de délai η_n d'un sous-système de rang n avec ceux des *n-1* sous-systèmes situés en amont dans le réseau. Ainsi, par rapport à l'origine des temps fixé arbitrairement, nous considérons qu'il s'est écoulé un temps η_0 avant que la commande arrive au

premier sous-système. Celui-ci possède un temps de délai intrinsèque égal à η_1 . D'une manière générale, le temps de délai intrinsèque d'un sous-système de rang n est donné par:

$$\eta_n = \frac{\varepsilon_{n.0}}{n} \sum_{i=0}^{n-1} \eta_i = \varepsilon_n \sum_{i=0}^{n-1} \eta_i, \quad n \geq 1 \tag{1.24}$$

Avec $\varepsilon_{n,0} \ll 1$ un facteur de pondération, fonction du rang n qui peut varier ou être constant Dans ce cas, les sous-systèmes peuvent être représentés par des systèmes linéaires et indépendants où la dépendance est encapsulée par la relation décrite à l'équation (1.24).

Dans ce cas, le temps de délai cumulatif T_n , calculé après n convolutions, est donné par:

$$\begin{aligned}
&T_0 = \eta_0 \\
&T_1 = \eta_0 + \eta_1 = \eta_0 + \varepsilon_1 \eta_0 = (1 + \varepsilon_1)\, \eta_0 = (1 + \varepsilon_1)\, T_0 \\
&T_2 = \eta_0 + \eta_1 + \eta_2 = T_1 + \varepsilon_2\, (\eta_0 + \eta_1) = (1 + \varepsilon_2)\, T_1 \\
&\vdots \\
&T_n = \eta_0 + \eta_1 + \eta_2 + ... + \eta_n = (1 + \varepsilon_n)\, T_{n-1} \\
&T_n = T_{n-1} + \eta_n
\end{aligned}$$

$$T_n = (1 + \varepsilon_n)\, T_{n-1} \tag{1.25}$$

$$\varepsilon_n = \frac{T_n - T_{n-1}}{T_{n-1}} = \frac{\Delta T_n}{T_{n-1}} \tag{1.26}$$

$$T_n = T_0 \prod_{i=1}^{n} (1 + \varepsilon_i) \tag{1.27}$$

La relation entre les temps de délai des sous-systèmes, décrite par l'équation (1.24) fait apparaître une relation de proportionnalité entre les temps de délai cumulatifs, décrite par l'équation (1.27). Le paramètre $\varepsilon_n = \frac{\varepsilon_{n.0}}{n}$, désigné par *coefficient de proportionnalité*, correspond à la variation relative du temps de délai cumulatif, mesuré entre l'entrée et la sortie du sous-système de rang n.

1.6.1.3 Conséquence de l'effet proportionnel sur la convergence

Pour pouvoir utiliser les outils d'analyse des systèmes linéaires, tels que la notion de convolution, il faudra que les caractéristiques des sous-systèmes restent invariantes dans le temps. Plus particulièrement, leurs temps de délai et leurs temps de réponse à une impulsion doivent être invariants pendant toute la durée d'un mouvement. Reprenons l'exemple cité précédemment où les temps de délai des sous-systèmes dépendent de la moyenne des temps de délai des sous-systèmes qui le précèdent. Si nous prenons isolément un sous-système, en l'extrayant du réseau, celui-ci va se comporter différemment que lorsqu'il est à l'intérieur de ce réseau. Pratiquement, le fait de le mettre dans un réseau va affecter ces caractéristiques intrinsèques. Ce qui est généralement le cas des systèmes biologiques : cette mise en réseau ne se résume pas à brancher ce qui apparaît comme son entrée à ce qui apparaît comme une sortie d'un autre système et vice versa. Comme ce sont des entités physiques, la mise en réseau d'un sous-système va influencer ses caractéristiques physiques. Par exemple, toutes sortes de paramètres extérieurs vont agir sur son comportement. Certes, ses caractéristiques vont être modifiées en fonction du rang dans lequel il se trouve dans le réseau, mais il en demeure qu'une fois mis en place, nous faisons l'hypothèse que ses nouvelles caractéristiques restent invariantes dans le temps. Donc, l'existence de l'effet proportionnel entre les temps de délai cumulatifs ne va rien changer au fait que les sous-systèmes sont linéaires et invariants dans le temps. Vérifions, dans ce cas, si la linéarité est sauvegardée. C'est-à-dire, si le temps de

délai du système global est égal à la somme des temps de délai de ses sous-systèmes.

Soient deux sous-systèmes adjacents, le temps de délai du résultat de la convolution est donné par:

$$t_{n+1} = \frac{\int t\,(h_n * h_{n+1})\,(t)\,dt}{\int (h_n * h_{n+1})\,(t)\,dt}$$

$$\begin{aligned}
&\int t\,(h_n * h_{n+1})\,(t)\,dt = \int_t t\left[\int_\tau h_n\,(\tau)\,h_{n+1}\,(t-\tau)\,d\tau\right]dt \\
&\qquad = \int_\tau h_n\,(\tau)\left[\int_t t h_{n+1}\,(t-\tau)\,dt\right]d\tau \\
&\text{Posons} \quad l = t-\tau \rightarrow t = l+\tau \\
&= \int_\tau h_n\,(\tau)\left[\int_t (l+\tau)\,h_{n+1}\,(l)\,dl\right]d\tau \\
&= \int_\tau h_n\,(\tau)\,d\tau\left[\int_t l h_{n+1}\,(l)\,dl + \tau\int_t h_{n+1}\,(l)\,dl\right] \\
&= \int_\tau h_n\,(\tau)\,d\tau\left[\eta_{n+1}+\tau\right] = \int_\tau \tau h_n\,(\tau)\,d\tau + \eta_{n+1}\int_\tau h_n\,(\tau)\,d\tau \\
&\int t\,(h_n * h_{n+1})\,(t)\,dt = \eta_n + \eta_{n+1}
\end{aligned}$$

D'autre part,

$$\begin{aligned}
\int (h_n * h_{n+1})\,(t)\,dt &= \int_t\left[\int_\tau h_n\,(\tau)\,h_{n+1}\,(t-\tau)\,d\tau\right]dt \\
&= \int_\tau h_n\,(\tau)\left[\int_t h_{n+1}\,(t-\tau)\,dt\right]d\tau
\end{aligned}$$

Or, quelque soit la valeur de la translation τ , $\int_t h_{n+1}\,(t-\tau)\,dt = 1$

Ce qui implique que $\int (h_n * h_{n+1})\,(t)\,dt = \int_\tau h_n\,(\tau)\,d\tau = 1$

Et finalement $t_{n+1} = \eta_n + \eta_{n+1}$

Par conséquent la linéarité est sauvegardée. Dans la suite de cette thèse, nous

désignons le temps de délai de chaque sous-système h_n par μ_n .

Quand nous calculons un temps de délai qui correspond au moment d'ordre 1 de la réponse impulsionnelle, nous supposons que le temps de délai du signal d'entrée est égal à zéro, c'est-à-dire que l'entrée est assimilée à une impulsion de Dirac $U_0(t)$. Si le sous-système se trouve dans un réseau, le temps de délai de son signal d'entrée n'est pas égal à zéro. Donc, celui-ci correspond au temps de délai cumulatif. Rappelons que si le sous-système était indépendant des sous-systèmes qui le précèdent et de ceux qui le suivent, son propre temps de délai serait égal à la différence des deux temps de délai cumulatifs, mesurés à son entrée et à sa sortie. L'indépendance mutuelle des sous-systèmes se traduirait par le fait que pour chacun d'eux, le temps de délai individuel est égal à la différence de deux temps de délai cumulatifs adjacents: $\mu_i = T_i - T_{i-1}$.

En effet, dans le cas où les sous-systèmes sont indépendants, nous avons:

$$T_N - T_0 = \sum_{i=1}^{N} \mu_i \tag{1.28}$$

Cette équation peut être réécrite de la façon suivante:

$$T_N - T_0 = \sum_{i=1}^{N} (T_i - T_{i-1}) \tag{1.29}$$

À partir de cette condition d'indépendance qui garantit la linéarité des sous-systèmes, la réponse du système tend vers un profil gaussien lorsque N tend vers l'infini.

Par contre, dans le cas de l'existence de l'effet proportionnel, en utilisant l'équation (1.27) nous aboutissons aux relations suivantes:

$$\frac{T_N}{T_0} = \prod_{i=1}^{N} \frac{T_i}{T_{i-1}} \tag{1.30}$$

$$\ln(T_N) - \ln(T_0) = \sum_{i=1}^{N} (\ln(T_i) - \ln(T_{i-1})) \tag{1.31}$$

Interprétons ce résultat: en comparant les équations (1.29) et (1.30), l'existence de l'effet proportionnel entre les temps de délai cumulatifs a fait passer l'espace de la variable temps muni d'une addition et d'une soustraction à un espace où l'addition est remplacée par une multiplication et la soustraction par une division. Mais, en passant dans l'espace logarithmique, où la variable est le logtemps, les équations (1.29) et (1.31) sont équivalentes. En faisant l'analogie entre la réponse impulsionnelle du système total et une densité de probabilité d'une variable aléatoire, rappelons que si une variable aléatoire X a une densité de probabilité gaussienne, il est montré que la variable aléatoire $Y = \ln X$ possède une densité de probabilités lognormale[31].

Nous pouvons conclure sans aucune démonstration supplémentaire que dans le cas de l'existence de l'effet proportionnel entre les temps de délai cumulatifs, le profil de la réponse impulsionnelle du système couplé tend vers un profil lognormal lorsque le nombre N des sous-systèmes tend vers l'infini.

Dans l'espace *logtemps* la réponse impulsionnelle est gaussienne, et les paramètres μ_N, σ_N , χ_N représentent respectivement les logtemps de délai, de réponse et le coefficient d'asymétrie du profil gaussien correspondant.

Lorsque, nous revenons dans l'espace linéaire de la variable temps, ces paramètres ne représentent plus les mêmes caractéristiques de la réponse. Plus précisément, les temps de délai t_d et le temps de réponse t_r , ainsi que le moment non centré

d'ordre 3 de la réponse lognormale après N convolutions sont alors respectivement donnés par les relations suivantes :

$$t_d = e^{\mu_N + 0.5\sigma_N^2} \tag{1.32}$$

$$t_r^2 = e^{2\mu_N + \sigma_N^2}\left[e^{\sigma_N^2} - 1\right] = t_d^2\left[e^{\sigma_N^2} - 1\right] \tag{1.33}$$

$$M_3 = e^{3\mu_N + 4.5\sigma_N^2} \tag{1.34}$$

Notons que l'équation (1.33) souligne que le temps de réponse dépend du temps de délai. En d'autres termes, la variance dépend de la moyenne. Plus la moyenne augmente, plus la variance augmente. Dans le cas particulier où σ_N est de faible valeur, le temps de réponse peut être approximé par :

$$t_r \approx \sigma_N t_d \tag{1.35}$$

Dans le cas du profil gaussien, le moment centré d'ordre 3 χ_N peut être exprimé en fonction de μ_N et σ_N en utilisant la relation tirée de (1.13):

$$\chi_N = M_{N3} - \mu_N\left(3\sigma_N^2 + \mu_N^2\right) \tag{1.36}$$

Avec M_{N3} le moment non centré d'ordre 3. En transposant les relations (1.33) – (1.36) au cas du profil lognormal, et après transformation, le coefficient χ_N est alors exprimé par la relation donnée par Yuan (cité dans[33]):

$$\chi_N = t_r^3 \left(e^{\sigma_N^2} + 2\right) \left(e^{\sigma_N^2} - 1\right)^{\frac{1}{2}} \tag{1.37}$$

Si à un instant t_0, nous stimulons un système à réponse impulsionnelle lognormale avec une impulsion de Dirac d'amplitude D, la réponse de ce système couplé, régi par une loi de proportionnalité, est alors donnée par la relation suivante:

$$v_\sigma(t) = D\Lambda\left(t; t_0, \mu_N, \sigma_N^2\right) - \mathrm{E}_{conv}\left(t; t_0, \mu_N, \sigma_N^2\right) \tag{1.38}$$

Avec

$$\Lambda\left(t; t_0, \mu_N, \sigma_N^2\right) = \frac{1}{\sigma_N (t - t_0)\sqrt{2\pi}} \exp\left\{-\frac{1}{2\sigma_N^2}\left[\ln(t - t_0) - \mu_N\right]^2\right\} \tag{1.39}$$

$$\mathrm{E}_{conv}\left(t; t_0, \mu_N, \sigma_N^2\right) \simeq \frac{\chi_N}{6\sigma_N^3}\left[3k - k^3\right] D\Lambda\left(t; t_0, \mu_N, \sigma_N^2\right) \tag{1.40}$$

Et

$$k = \frac{\ln(t - t_0) - \mu_N}{\sigma_N} \tag{1.41}$$

$$t_d = t_0 + e^{\mu_N + 0.5\sigma_N^2} \tag{1.42}$$

$$t_r^2 = e^{2\mu_N + \sigma_N^2}\left[e^{\sigma_N^2} - 1\right] = (t_d - t_0)^2\left[e^{\sigma_N^2} - 1\right] \tag{1.43}$$

$$\chi_N = t_r^3 \left(e^{\sigma_N^2} + 2\right) \left(e^{\sigma_N^2} - 1\right)^{\frac{1}{2}} \tag{1.44}$$

Comme dans l'espace logtemps, la fonction de l'erreur de convergence tend vers zéro quand N tend vers l'infini, elle tendra aussi vers zéro dans l'espace linéaire de la variable temps (la valeur de la réponse ne change pas, ce qui change c'est l'axe du temps sur lequel elle est représentée).

Remarque:

Nous aurions pu penser que puisque dans l'espace linéaire de la variable temps, l'erreur de convergence $\mathrm{E}_{conv}(t;...)$ correspond à la troisième dérivée de la fonction gaussienne pondérée par le coefficient d'asymétrie, elle serait égale à la troisième dérivée de la fonction lognormale dans l'espace *logtemps*. Ceci n'est pas vrai dans le sens où, dans ce cas, la dérivée doit être calculée par rapport à la variable *logtemps* et non pas par rapport à la variable du temps linéaire.

1.7 Discussion

À partir de ces résultats, considérons le cas où le système régi par la relation de proportionnalité est le SNM. Discutons s'il est possible de représenter sa réponse impulsionnelle par une fonction lognormale.

Rappelons que nous sommes partis de N sous-systèmes de réponse impulsionnelle $h_i(t)$ dont le moment d'ordre zéro est égal à 1. Sous l'hypothèse de l'effet proportionnel, la réponse impulsionnelle du produit de convolution de ces N sous-systèmes converge vers un profil lognormal dont le moment d'ordre zéro vaut également 1. Les autres moments sont égaux à la somme des moments des réponses impul-

sionnelles des sous-systèmes. Nous avons supposé dans ce cas que le système est Hamiltonien, c'est-à-dire qu'il n'y a pas de perte d'énergie. L'impulsion de Dirac transmet au SNM une quantité physique quelconque d'énergie égale à l'unité que l'on retrouve à la sortie de chaque sous-système en évaluant son moment d'ordre zéro. Au fur et à mesure que N augmente, les temps de délai et de réponse de la sortie de la convolution augmentent, ce qui a pour effet de dilater et de translater la réponse tout en gardant la surface sous la courbe toujours égale à 1. Nous pouvons alors imaginer que pour avoir une sortie dont l'amplitude est mesurable à l'échelle macroscopique, les amplitudes de l'impulsion de Dirac et des réponses impulsionnelles $h_i(t)$ doivent être très importantes. Dans la Figure 1.5, nous remarquons la décroissance de l'amplitude, causée par la dilatation et la translation de la réponse au fur et à mesure que le nombre de sous-systèmes augmente. La surface sous la courbe demeure constante et égale à 1. Si nous analysons toute réponse à partir de son temps de délai et de son temps de réponse, nous pouvons grossièrement représenter $h_i(t)$ par un rectangle centré au temps μ_i , de largeur égale à $2\sigma_i$ et d'amplitude égale à $\frac{1}{2\sigma_i}$ (voir Figure 1.6).

Deux interrogations surgissent alors: la largeur des réponses impulsionnelles de chaque sous-système et l'amplitude de l'impulsion de commande.

La première interrogation a déjà été résolue a priori par la condition de convergence de Lindeberg [32].

Intéressons-nous maintenant à la deuxième interrogation. En s'inspirant du modèle du SNM, il serait inconcevable de considérer par exemple que la commande neuromotrice dont la durée est infinitésimale par rapport à celle de la vitesse du mouvement qu'il engendre, puisse avoir une amplitude $\sqrt{N}$ fois plus importante que celle du profil de vitesse. Cependant, le SNM du membre qui génère le mouvement n'est pas tout à fait architecturé comme cela a été représenté sur la Figure 1.4. En

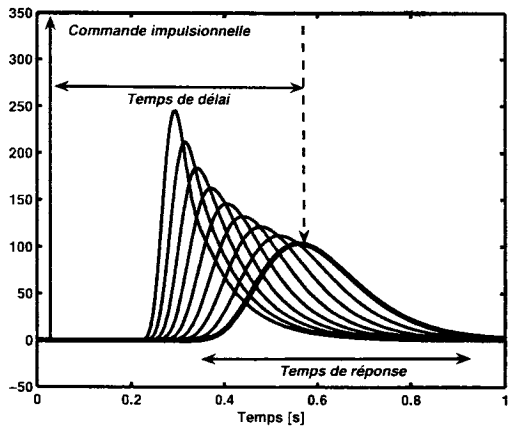


Figure 1.5 Évolution du profil de la réponse impulsionnelle du système total en fonction du nombre de sous-systèmes.

effet, un très grand nombre M de ses sous-systèmes sont disposés en parallèle (voir Figure 1.7). Si une même commande est envoyée à un nombre M d'unités motrices, égal à $\sqrt{N}$ alors, l'amplitude de la réponse totale du système sera de la même grandeur que celle de l'impulsion de Dirac. Cependant, les grandeurs physiques de l'impulsion qui émanent du SNC et du profil de vitesse sont exprimées sur des échelles spatiotemporelles différentes.

Le nombre M doit donc être très grand par rapport à N. Ceci implique alors que l'architecture anatomique du SNM devrait être dominée par sa structure parallèle. Par exemple, dans le réseau musculaire, chaque muscle est formé d'un très grand nombre de fibres musculaires disposées en parallèle. Chaque fibre est formée d'un ensemble de sarcomères disposés en série. Le muscle possède alors une architecture similaire à celle illustrée à la Figure 1.7. Cette discussion souligne le fait que même si son architecture anatomique est dominée par une structure en parallèle, le SNM peut être représenté par un système de convolution.

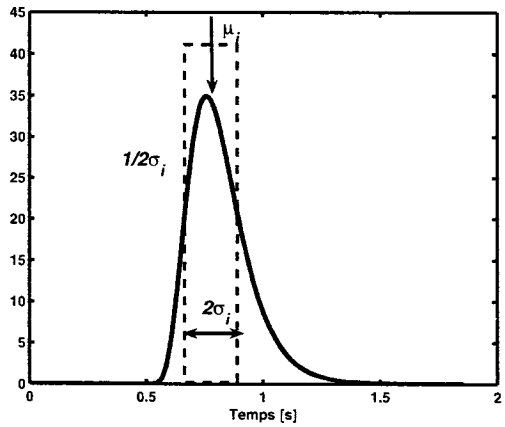


Figure 1.6 Représentation grossière d'une réponse impulsionnelle par une impulsion rectangulaire, calculée à partir des temps de délai et de réponse.

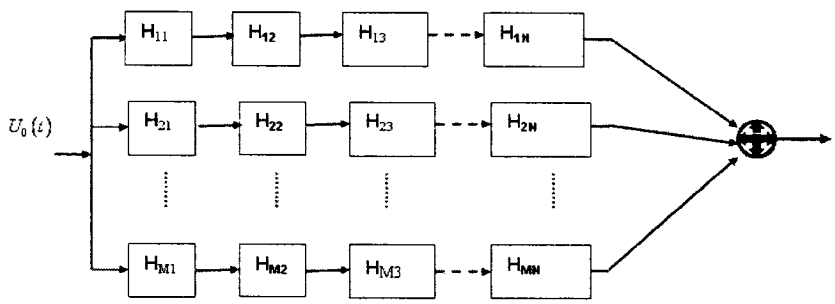


Figure 1.7 Représentation de l'architecture complexe d'un système physique où les sous-systèmes sont disposés d'une manière sérielle et parallèle. En utilisant la propriété de l'infini, chaque bloc mis en parallèle possède le même nombre de sous-systèmes. Une même impulsion de Dirac est envoyée vers les M blocs de sous-systèmes.

1.8 Infinie divisibilité d'une lognormale

Par définition, l'infinie divisibilité est une notion philosophique qui remonte au temps de Platon et d'Aristote. Elle considère que toute matière peut être divisible à l'infini. Dans le cas de la physique classique, on pense par exemple que l'espace et le temps sont infiniment divisibles. Cependant, en physique quantique, Planck suggère qu'il existe une limite physique pour la distance (longueur de Planck = $1.616 \cdot 10^{-35}$ mètre) et pour le temps (temps de Planck = $5.391 \cdot 10^{-44}$ secondes) au deçà desquelles les mesures sont impossibles à réaliser. En probabilité, les variables aléatoires sont infiniment divisibles si leurs distributions peuvent être exprimées par la convolution d'un très grand nombre n d'autres distributions (c'est par exemple le cas des distributions de poisson, gaussienne et gamma). Par analogie, dans la théorie des systèmes, nous pouvons dire qu'un système linéaire est infiniment divisible s'il peut être représenté par la convolution d'un très grand nombre de sous-systèmes linéaires. Par conséquent, sa réponse impulsionnelle est aussi infiniment divisible si son profil est du type gaussien, poisson ou gamma. Toutefois, ce type de profils suppose l'indépendance des sous-systèmes.

Dans le cas de variables aléatoires indépendantes, Thorin a déjà montré que le profil lognormal est aussi infiniment divisible et de plus, qu'il est la limite d'un produit de convolution de n fonctions gamma, lorsque n tend vers l'infini[34].

Intéressons-nous à l'infinie divisibilité autosimilaire. C'est-à-dire, chaque fonction est similaire à elle-même en changeant d'échelle spatiotemporelle. Dans le cas de variables indépendantes, il n'y a que la fonction gaussienne qui possède cette propriété, car en nous translatant dans le domaine des probabilités, nous savons que la somme de n variables aléatoires gaussiennes est aussi une variable aléatoire gaussienne.

Par contre, le produit de convolution d'un grand nombre de fonctions lognormales indépendantes n'est pas une lognormale.

Cependant, lorsqu'il s'agit de systèmes biologiques, les sous-systèmes ne sont pas indépendants et les réponses sont généralement asymétriques. Jusqu'à présent, la notion d'infinie divisibilité n'a été appliquée qu'aux distributions indépendantes et la distribution lognormale est considérée comme émergeant d'une variable aléatoire qui correspond au logarithme d'une variable gaussienne. Dans la théorie des systèmes, Plamondon a souligné que la réponse impulsionnelle d'un produit de convolution de sous-systèmes linéaires, régis par une relation de proportionnalité, est aussi une lognormale.

La preuve mathématique que nous avons proposée plus haut avec celle proposée par Plamondon et coll. [14], montrent que la fonction lognormale est aussi infiniment divisible dans le cas où les réponses impulsionnelles des sous-systèmes sont *dépendantes* par une relation de proportionnalité. De plus, comme il n y a aucune contrainte sur le profil de ces réponses. Nous énonçons le théorème suivant:

La réponse impulsionnelle d'un système, constitué d'un très grand nombre de sous-systèmes linéaires, est égale au produit de convolution des réponses impulsionnelles des sous-systèmes.

Si les temps de délai cumulatifs, mesurés à la sortie de chaque sous-système, sont régis par une relation de proportionnalité, ce produit de convolution converge vers un profil lognormal.

Si de plus, il existe une autosimilarité structurelle des sous-systèmes et que cette relation de proportionnalité existe sur toutes les échelles, le produit de convolution d'une fonction lognormale est aussi une fonction lognormale et l'infinie divisibilité est dans ce cas autosimilaire.

1.9 Conclusion

Dans le contexte de la théorie cinématique du mouvement humain, les considérations anatomiques du SNM conjuguées avec les constations et observations rapportées par les travaux publiés dans ce domaine soutiennent, d'une part, que le contrôle moteur semble être effectué par le SNC à travers la cinématique, et d'autre part, que le profil de vitesse est le paramètre cinématique invariant par rapport aux changements des contraintes extérieures subies par l'effecteur terminal. L'utilisation du concept de méthodes des systèmes en physiologie a conduit au modèle delta-lognormal. Ce dernier peut être vu comme une méthode d'identification de la réponse du système neuromusculaire à un stimulus impulsionnel.

Mis à part l'hypothèse de l'existence de l'effet proportionnel, qui sera spécialement abordée au chapitre cinq, ce modèle repose sur des observations pertinentes du comportement des systèmes physiques. À savoir

1. L'asymétrie structurelle et fonctionnelle
2. L'émergence de lois déterministes dans le comportement d'un système complexe formé d'une infinité de systèmes simplexes
3. La notion d'agoniste/antagoniste.
4. L'utilisation d'outils d'analyse, classiquement utilisés dans d'autres domaines, comme le théorème de la limite centrale.

Du point de vue théorique, le modèle delta-lognormal identifie un SNM par quatre paramètres et la commande neuromotrice par trois paramètres. L'étape suivante consiste à développer des algorithmes et des techniques d'extraction de ces paramètres à partir de données réelles.

CHAPITRE 2

SYSTÈME D'EXTRACTION DES PARAMÈTRES DELTA-LOGNORMAUX

2.1 Introduction

L'objectif de ce chapitre est de présenter les fondements théoriques utilisés pour construire un système d'extraction des paramètres delta-lognormaux à partir de trois types de profils de vitesse d'un mouvement rapide: réel, simulé ou idéal. L'architecture globale de ce système est composée d'un module d'estimation et d'un module d'optimisation non-linéaire de Levenberg-Marquardt [35, 36]. Nous commençons par présenter l'état de l'art sur le système d'extraction existant, constitué de deux algorithmes développés par Guerfali et Li sous la direction de Plamondon [37, 38]. L'évaluation de la capacité qu'ont ces deux algorithmes à extraire n'importe quel profil delta-lognormal nous a conduit à proposer un nouvel algorithme d'estimation, basé sur les passages par zéro de la dérivée première et seconde du profil lognormal. L'association des trois algorithmes a conduit à une augmentation appréciable des performances du système d'extraction.

2.2 État de l'art du système d'extraction existant

Pour pouvoir appliquer le modèle delta-lognormal à la théorie cinématique des mouvements humains rapides, le premier défi est de pouvoir déterminer les valeurs optimales des sept paramètres, permettant d'ajuster le profil de vitesse d'un mouvement rapide avec un minimum d'erreurs de reconstruction. Rappelons que le

modèle théorique du profil de vitesse est la différence de deux fonctions lognormales pondérées par deux distances. Les systèmes dédiés à l'extraction des sept paramètres doivent nécessairement s'appuyer sur des méthodes d'estimation des paramètres de la fonction lognormale. De plus, comme l'équation du modèle est non linéaire en fonction de plusieurs paramètres, nous sommes donc en présence d'un problème d'optimisation non linéaire, nécessitant l'utilisation d'un algorithme d'optimisation non linéaire capable de converger rapidement vers la solution optimale.

Nous commençons cet état de l'art en dégageant, en premier lieu, l'architecture adaptée à la problématique du *système d'extraction.* Celle-ci a été proposée par Guerfali et Plamondon [37]. Ces derniers ont adopté l'algorithme d'optimisation non linéaire de Levenberg-Marquardt [36] comme outil d'optimisation, et les valeurs initiales des paramètres ont été déterminées en utilisant l'algorithme que Wise [39] avait développé pour estimer les paramètres des fonctions lognormales. Ainsi, l'architecture de ce système d'extraction est composée de deux modules : un module d'estimation des valeurs initiales du vecteur de paramètres et un module d'optimisation non linéaire.

Du côté estimation, les travaux de Li-Plamondon ont permis d'améliorer en 2002 le module d'estimation. Ces chercheurs ont proposé une autre méthode d'estimation des paramètres de la fonction delta-lognormale en gardant la même architecture du système d'extraction [38]. Le principe reste le même que celui de l'algorithme précédent, sauf que des relations analytiques originales autres que celles développées par Wise ont été utilisées.

Du côté optimisation, une étude a été effectuée à ce sujet en 2002 par Leduc pour déterminer quels sont les algorithmes qui sont les mieux adaptés pour ce problème d'extraction [40]. En premier lieu, l'auteur a identifié les problèmes auxquels nous

aurions à faire face: à savoir le choix d'une méthode d'optimisation adéquate, mais surtout de la fonction d'erreur à minimiser. Il a donc proposé quelques fonctions d'erreurs à minimiser et a passé en revue une multitude de méthodes d'optimisation. Parmi ces méthodes, il y a celles qui ont été développées au laboratoire Scribens comme les deux méthodes citées précédemment, mais il existe bien d'autres avenues telles que les algorithmes génétiques, le recuit simulé, les réseaux de neurones, la recherche tabou et les méthodes d'optimisation par relaxation, etc. Comme il est démontré dans le théorème du '*No Free Lunch*', un problème spécifique nécessite une solution algorithmique spécifique[16]. Leduc en est venu à la même conclusion: le succès de toutes ces méthodes repose sur leur adaptation à un problème particulier et par conséquent il faudra une recette particulière pour résoudre notre problématique. Pour réaliser le système d'extraction, nous allons donc utiliser la même architecture existante en améliorant le module d'estimation.

2.3 Architecture globale du système d'extraction

Le modèle delta-lognormal décrit le profil de vitesse d'un mouvement rapide par la différence de deux fonctions lognormales pondérées avec les amplitudes D_1 et D_2. L'équation delta-lognormale, dont le profil est illustré dans la Figure 2.1, est donnée par la relation suivante:

$$v_\sigma(t) = D_1 \Lambda\left(t, t_0, \mu_1, \sigma_1^2\right) - D_2 \Lambda\left(t, t_0, \mu_2, \sigma_2^2\right), \quad 0 \leq t_0 < t \tag{2.1}$$

avec:

$$\Lambda\left(t, t_0, \mu, \sigma^2\right) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}\,(t - t_0)} e^{-\left\{\frac{1}{2\sigma^2}[\ln(t-t_0)-\mu]^2\right\}} \tag{2.2}$$

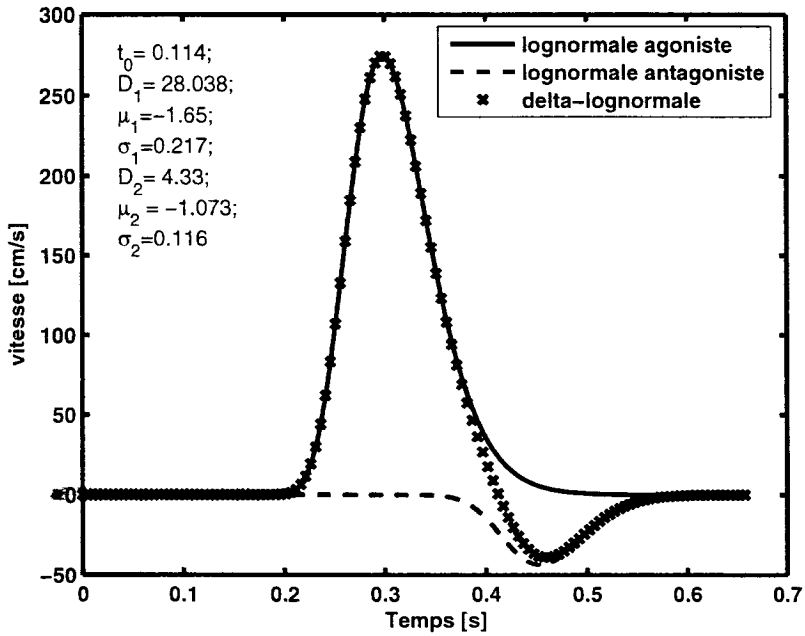


Figure 2.1 Profil typique d'une fonction delta-lognormale avec un seul passage par zéro.

Le système d'extraction vise à extraire les valeurs optimales des sept paramètres $(t_0, D_1, \mu_1, \sigma_1, D_2, \mu_2, \sigma_2)$ qui ajustent, avec un minimum d'erreur de reconstruction, le profil de vitesse d'un mouvement rapide. L'idée de base de l'extraction consiste à estimer en premier lieu les paramètres de la lognormale agoniste à partir du profil initial, et d'isoler ensuite la lognormale antagoniste pour en estimer ses paramètres. Le problème se réduit donc à estimer les quatre paramètres (t_0, D, μ, σ) d'une fonction lognormale pondérée par D . Généralement, la méthode d'estimation utilisée exploite toutes sortes de caractéristiques du profil (vitesse maximale, valeurs des pentes aux points d'inflexions, etc.) pour ensuite les relier aux paramètres à estimer.

Dépendamment des conditions dans lesquelles est acquise la trajectoire du mouvement humain, et plus particulièrement du rapport signal sur bruit, les valeurs

estimées des paramètres par les modules d'estimation ne représentent que des approximations grossières de la solution recherchée. Ceci est dû à deux causes principales. Premièrement, les résolutions spatiale et temporelle du système d'acquisition ne sont pas suffisantes pour obtenir une précision adéquate sur les valeurs estimées des caractéristiques du profil de vitesse, telle que les points d'inflexion, pour que ces dernières donnent à leur tour une précision assez satisfaisante sur les valeurs des paramètres. Deuxièmement, les méthodes utilisées dans l'estimation n'emploient que des relations approximatives entre les caractéristiques d'un profil et ses paramètres. Dans tous les cas, il faut donc utiliser un module d'optimisation non linéaire qui va faire converger la solution estimée vers la solution optimisée ou recherchée. L'algorithme d'optimisation utilise une technique de régression non-linéaire qui consiste à trouver le vecteur de paramètres de l'équation delta-lognormale qui permet de mieux représenter les données expérimentales en respectant un certain critère d'optimisation. Parmi la multitude de critères d'optimisation qui existent, celui qui est employé dans l'algorithme de Levenberg-Marquardt repose sur la minimisation de la distance au sens quadratique entre les données expérimentales et le modèle prédictif, connu sous le terme du critère de l'ajustement aux moindres carrés.

La Figure 2.2 illustre l'architecture globale du système d'extraction. Ce dernier est constitué de deux modules : le module d'estimation des valeurs initiales du vecteur de paramètres et le module d'optimisation de Levenberg-Marquardt[36]. Généralement, ce système fonctionne de la manière suivante : le profil de vitesse est transmis au module d'estimation où sont estimés, en premier lieu, les paramètres de la composante agoniste en considérant ce premier comme un profil lognormal puis, sont estimés les paramètres de la composante antagoniste en isolant d'abord celle-ci par soustraction (voir l'équation 2.1). Nous obtenons à la fin de ce processus de calcul, les valeurs initiales du vecteur de paramètres. Ce dernier est transmis

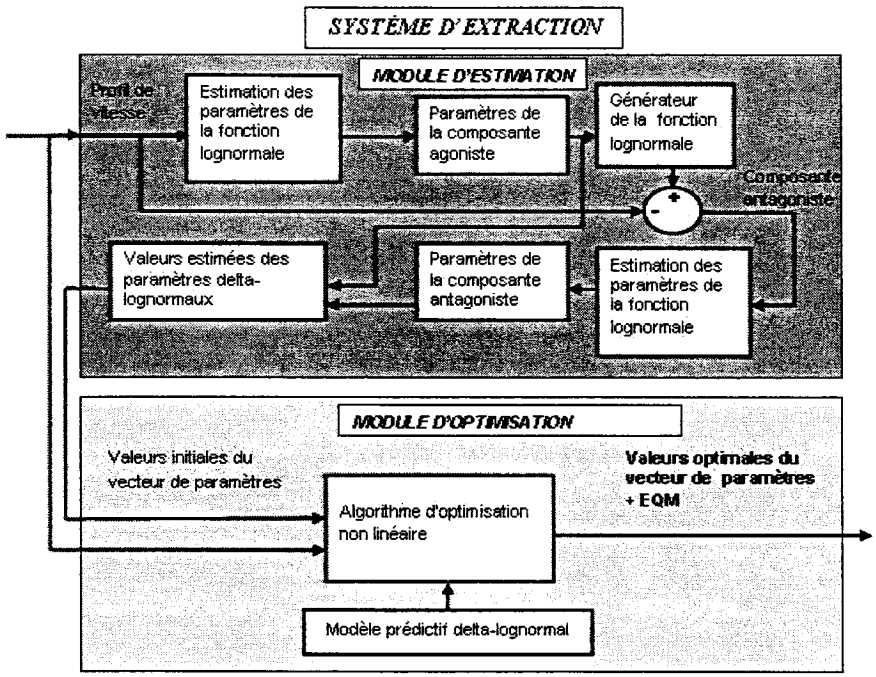


Figure 2.2 Schéma bloc du système d'extraction des paramètres delta-lognormaux.

avec le profil de vitesse au module d'optimisation qui, en fonction du modèle delta-lognormal et de la fonction coût à minimiser, donne à sa sortie les valeurs optimales du vecteur de paramètres. Tant que le module d'estimation donne des valeurs assez proches d'un optimum local, le module d'optimisation converge rapidement vers une solution. Nous faisons l'hypothèse que cette solution correspond aux valeurs optimales des paramètres, si l'erreur quadratique moyenne (EQM) est en deçà d'un certain seuil. C'est cette architecture qui sera utilisée pour implanter les deux modules d'estimation et d'optimisation qui forment le système d'extraction.

2.4 Algorithme d'optimisation de Levenberg-Marquardt

Cette méthode d'optimisation très populaire introduite par Marquardt en 1963 est très bien documentée et est utilisée dans beaucoup de domaines d'applications où le modèle prédictif est connu [41]. Rappelons tout de même, les traits principaux de cet algorithme visant à minimiser une fonction quadratique ou bien une fonction quelconque pouvant être considérée avec une bonne approximation comme une fonction quadratique.

Prenons par exemple une fonction scalaire quelconque $f(\vec{a})$ définie dans un espace affine $\vec{a}$ où les coordonnées sont exprimées dans un système d'origine $\vec{a}_0$, et développons-la en série de Taylor au voisinage de ce point origine. Ce qui donne.

$$f(\vec{a}) = f(\vec{a}_0) + \sum_k \frac{\partial f}{\partial a_k}(\vec{a}_0)\, a_k + \frac{1}{2}\sum_{k,l} \frac{\partial^2 f}{\partial a_k \partial a_l}(\vec{a}_0)\, a_k a_l + \ldots \tag{2.3}$$

$$f(\vec{a}) \simeq f_0 - \vec{g}\vec{a} + \frac{1}{2}\vec{a}H\vec{a} \tag{2.4}$$

Avec f_0 , la valeur à l'origine de $f(\vec{a})$, $\vec{g} = -\vec{\nabla} f(\vec{a}_0)$ son gradient et $H = \left[\frac{\partial^2 f}{\partial a_k \partial a_l}(\vec{a}_0)\right]$ la matrice Hessienne ou bien le Hessien de $f(\vec{a})$ en $\vec{a}_0$. Étudions les trois possibilités suivantes :

1. La fonction f est réellement quadratique

Dans ce cas, l'équation (2.4) est exacte et le gradient de la fonction $f(\vec{a})$ s'obtient directement par la relation suivante :

$$\vec{\nabla} f = H\vec{a} - \vec{g} \tag{2.5}$$

L'optimum de $f(\vec{a})$ est atteint lorsque le gradient s'annule, c'est-à-dire les valeurs du vecteur $\vec{a}$ sont celles de la solution de l'équation suivante :

$$\begin{aligned} H\vec{a} &= \vec{g} \\ \vec{a} &= -H^{-1}\vec{\nabla} f(\vec{a}_0) \end{aligned} \tag{2.6}$$

Cette solution exige que le Hessien soit une matrice inversible.

2. La forme quadratique est une approximation acceptable de la fonction f

Partons d'un point initial $\vec{a}_0$, et utilisons l'équation (2.5) pour déterminer un minimum de f . Celui-ci est donné par :

$$\vec{a}_{\min} = \vec{a}_0 - H^{-1}\vec{\nabla} f(\vec{a}_0) \tag{2.7}$$

Dans ce cas, la valeur initiale du vecteur est déterminante si l'on veut trouver rapidement le minimum de f .

3. La forme quadratique est une mauvaise approximation de la fonction f .

Dans cette situation et c'est souvent le cas : soit que l'équation (2.4) n'est plus valide, soit que la matrice Hessienne n'est pas inversible. Le déplacement vers la direction opposée au gradient depuis le point origine $\vec{a}_0$ vers le minimum se fait avec un pas arbitraire C . On utilise alors la méthode des plus fortes pentes résumée par l'équation suivante.

$$\vec{a}_{\min} = \vec{a}_0 + C\vec{\nabla} f(\vec{a}_0) \tag{2.8}$$

Notons que généralement la fonction f est non linéaire et n'est pas quadratique, et dans ce cas, pour trouver le minimum recherché, l'idée originale de l'algorithme de Levenberg-Marquardt est de passer de l'équation (2.7) à l'équation (2.8) selon que le Hessien est inversible ou non.

Revenons maintenant au cas de l'ajustement aux moindres carrés des modèles non-linéaires. Prenons un cas général où il y a lieu d'ajuster un modèle à M paramètres donnés par le vecteur $\vec{a} = (a_1, a_2, a_3, ..., a_M)$. Ce modèle est défini par la fonction $v(t; \vec{a})$ et la fonction coût à minimiser qui correspond à l'erreur de reconstruction est la fonction chi-carré χ^2 , construite par rapport à N mesures expérimentales de $v(t; \vec{a})$ notées $v_i(t_i)$. Elle est donnée par :

$$\chi^2(\vec{a}) = \sum_{i=1}^{N} \left[\frac{v(t_i, \vec{a}) - v_i}{\sigma_i} \right]^2 \tag{2.9}$$

Les composantes de son gradient et de son Hessien sont respectivement données par les relations suivantes :

$$\frac{\partial \chi^2}{\partial a_k} = -2 \sum_{i=1}^{N} \frac{[v_i - v(t_i, \vec{a})]}{\sigma_i^2} \frac{\partial v(t_i, \vec{a})}{\partial a_k} \tag{2.10}$$

$$\frac{\partial^2 \chi^2}{\partial a_k \partial a_l} = 2 \sum_{i=1}^{N} \frac{1}{\sigma_i^2} \left[\frac{\partial v(t_i, \vec{a})}{\partial a_k} \frac{\partial v(t_i, \vec{a})}{\partial a_l} \right] \tag{2.11}$$

Simplifions les notations en posant:

$$\beta_k \equiv -\frac{1}{2}\frac{\partial\chi^2}{\partial a_k}, \alpha_{kl} \equiv \frac{1}{2}\frac{\partial\chi^2}{\partial a_k \partial a_l}$$

Et sous forme vectorielle

$$\vec{\beta} = -\frac{1}{2}\frac{\partial\chi^2}{\partial a_k}, [\alpha] = \frac{1}{2}H$$

La minimisation de la fonction chi-carré χ^2 (considérée quadratique) revient donc à résoudre le système linéaire suivant(tiré de l'équation (2.7)):

$$[\alpha]\,\partial\vec{a} = \vec{\beta} \tag{2.12}$$

Avec $\partial\vec{a} = \vec{a}_{\min} - \vec{a}_0$ l'incrément utilisé pour se déplacer depuis les paramètres initiaux vers les paramètres optimaux qui minimisent χ^2 .

Dans le cas où la forme de χ^2 n'est pas quadratique ou bien que le Hessien n'est pas inversible, on utilise la méthode des fortes pentes de constante C donnée par:

$$C\partial\vec{a} = \vec{\beta} \tag{2.13}$$

L'astuce proposée par Marquardt consiste à passer continuellement de l'équation d'inversion du Hessien à celle des plus fortes pentes. C'est en fait une stratégie de la recherche du minimum de χ^2 en utilisant l'une des équations (2.12) ou (2.13) selon les deux critères suivants : le premier critère, lié à la méthode des plus fortes pentes, consiste à choisir judicieusement la constante C en prenant les valeurs de

la diagonale du Hessien, ce qui se traduit par une relation entre les composantes des vecteurs de l'équation (2.13) telle que :

$$\partial a_k = \frac{1}{\lambda \alpha_{kk}} \beta_k \tag{2.14}$$

Où λ est un facteur de pondération de valeur supérieure à 1.

Le deuxième critère consiste à remplacer le Hessien original par la matrice suivante:

$$[\alpha]^* = [\alpha] + \lambda I \tag{2.15}$$

Où I est la matrice identité de dimension MxM.

Dans le schéma global de l'optimisation de Levenberg-Marquardt les équations (2.12) et (2.14) sont remplacées par l'unique équation suivante :

$$[\alpha]^* \, \partial \vec{a} = \vec{\beta} \tag{2.16}$$

Quand λ est grand, la matrice $[\alpha]^*$ est à diagonale dominante et l'équation (2.16) tend vers l'équation (2.14) alors que lorsque λ tend vers zéro, (2.16) tend vers l'équation (2.12). Ainsi, dépendamment de la possibilité d'inverser le Hessien, la valeur du paramètre λ est choisie de façon à résoudre le système linéaire de l'équation (2.16) pour trouver les valeurs des paramètres qui minimisent χ^2 .

Cette méthode a fait ses preuves et a été appliquée dans plusieurs domaines de la physique et de l'expérimentation au point qu'elle constitue actuellement le standard pour résoudre les problèmes d'ajustement aux moindres carrés de modèles non-

linéaires tels que celui que nous étudions, à savoir le modèle delta-lognormal. C'est cette méthodologie que nous avons utilisée pour implanter le module d'optimisation du système d'extraction. Les détails des calculs du Hessien et du gradient du modèle delta-lognormal sont donnés à l'annexe I.

2.5 Algorithme d'estimation de Guerfali-Plamondon (Algorithme INFLEX)

Pour extraire les paramètres delta-lognormaux d'un profil de vitesse, Guerfali et Plamondon ont proposé une méthode originale qui utilise l'architecture du système d'extraction décrite précédemment[37]. Le module d'optimisation est celui de Levenberg-Marquardt et le module d'estimation des valeurs initiales repose sur la méthode graphique d'estimation des paramètres d'une fonction lognormale, proposée par Wise[39].

Dans son algorithme d'estimation des paramètres d'un profil lognormal, Wise a développé une méthode graphique qui lie les paramètres aux caractéristiques globales du profil, telles que les pentes des tangentes aux points d'inflexion, la valeur du maximum du profil, etc. (voir 2.3). Le paramètre σ du profil lognormal est estimé en utilisant les valeurs des pentes des tangentes aux deux points d'inflexion I_1 et I_2 et d'une table des valeurs, donnée par Wise[39], qui relie ces valeurs au paramètre σ. Connaissant la valeur estimée de σ ainsi que les valeurs des indices temporels t_1 et t_2 (voir Figure 2.3), les valeurs de t_0 et de μ sont respectivement estimées en utilisant les relations suivantes:

$$t_0 = \frac{1}{2}(t_2 + t_1) - \frac{1}{2}\frac{(t_2 - t_1)}{L} \tag{2.17}$$

Avec

$$L = \left[1 + \Phi \tanh\left(\sigma\sqrt{1 + 0.25\sigma^2}\right)\right]\left[\tanh\left(\sigma\sqrt{1 + 0.25\sigma^2}\right) + \Phi\right]^{-1} \tag{2.18}$$

Et

$$\Phi = \frac{1 + 0.5\sigma^2}{\sigma\sqrt{1 + 0.25\sigma^2}} \tag{2.19}$$

Ensuite,

$$\mu = \frac{3}{2}\sigma^2 + \frac{1}{2}\ln\left[(t_1 - t_0)(t_2 - t_0)\right] \tag{2.20}$$

En évaluant la surface A du triangle (C, t_1, t_2), la valeur de D est estimée en utilisant la relation suivante:

$$D = 1.0332A\left(1 + \frac{\sigma^2}{3}\right) \tag{2.21}$$

Cette approche graphique permet d'estimer les quatre paramètres de la lognormale. Comme il a été signalé auparavant, cet algorithme utilise les étapes citées plus haut pour estimer les quatre premiers paramètres d'un profil de vitesse delta-lognormal, c'est-à-dire les paramètres de la composante agoniste, en considérant le profil de vitesse comme une fonction lognormale. Ensuite il déduit la composante antagoniste par soustraction du profil original à la composante agoniste reconstruite. Puis, l'algorithme reprend les mêmes étapes pour estimer les trois autres paramètres sur la composante résiduelle.

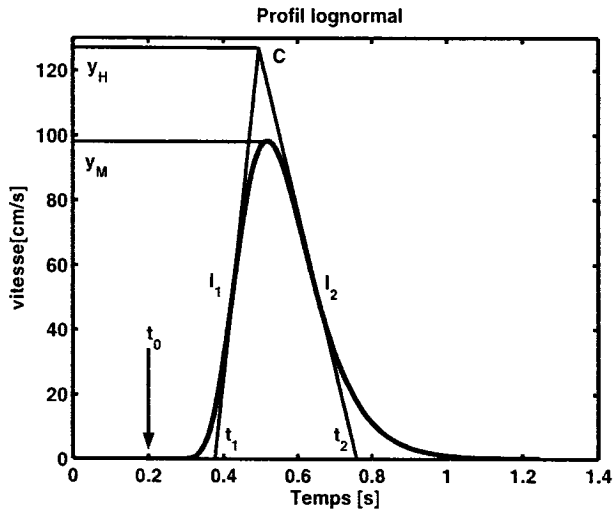


Figure 2.3 Caractéristiques globales du profil lognormal utilisées par la méthode de Wise (pentes des tangentes aux points d'inflexion I_1 et I_2 , surface A du triangle (C, t_1, t_2) , indices temporels t_1 , et t_2)

Nous désignerons dans la suite de cette thèse cet algorithme d'estimation par algorithme INFLEX en faisant référence au fait que celui-ci se base sur l'évaluation les pentes des tangentes aux points d'inflexion du profil delta-lognormal pour estimer les paramètres

Les points importants de l'algorithme INFLEX peuvent être résumés de la façon suivante:

1. Pour estimer les paramètres de la composante agoniste, la méthode considère dans un premier temps que le pic principal du profil de vitesse est lognormal.

2. Elle considère aussi que la composante antagoniste devient significative seulement après le maximum du pic principal du profil de vitesse.

3. Elle estime les paramètres à partir les caractéristiques graphiques du profil lognormal.

2.6 Algorithme d'estimation de Li-Plamondon (Algorithme MINIT)

À partir des limitations observées dans l'algorithme d'extraction INFLEX, Li et Plamondon ont proposé un nouvel algorithme basé sur des relations entre certaines caractéristiques du profil delta-lognormal et ses paramètres[38,149]. Cette méthode analytique considère que l'activité du système antagoniste devient significative après que le mouvement a atteint sa vitesse maximale à l'instant t_m . Ainsi, la portion du profil de vitesse située en amont du maximum est considérée comme exclusivement constituée de sa composante agoniste. Globalement, dans cette méthode, on choisit arbitrairement deux points du profil d'indices temporels t_i et t_j tels que $t_0 < t_i, t_j < t_m$ (voir Figure 2.4). À partir de ces trois quantités temporelles (t_i, t_j, t_m) , il existe des relations qui permettent d'estimer les quatre paramètres d'une fonction lognormale. Cet algorithme comporte les deux étapes suivantes de calcul :

2.6.1 Estimation des paramètres de la composante agoniste

À partir de l'équation (2.2), les caractéristiques liées au maximum de la composante agoniste lognormale sont données par les relations suivantes :

$$t_m = t_0 + e^{\mu_1 - \sigma_1^2} \tag{2.22}$$

$$v_m = \frac{D_1}{\sigma_1\sqrt{2\pi}} e^{-\mu_1 + \frac{\sigma_1^2}{2}} \tag{2.23}$$

Prenons deux points quelconques de la lognormale tels que : $t_0 < t_i < t_j < t_m$

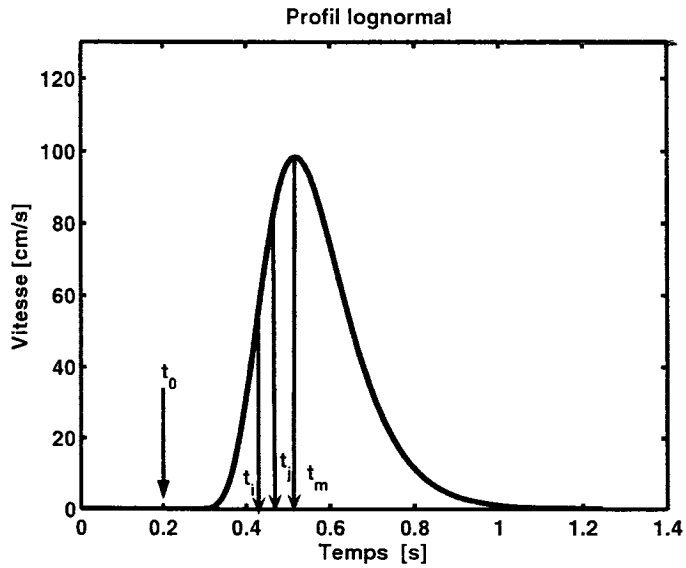


Figure 2.4 Caractéristiques globales (t_0, t_i, t_j, t_m) du profil lognormal utilisées par l'algorithme MINIT. La partie de la courbe mise en gras correspond à la composante agoniste du profil de vitesse delta-lognormal.

$$\begin{aligned} t_i &= t_0 + e^{\mu_1 - \sigma_1^2 - \sigma_1\sqrt{2\ln\alpha_i}} \\ t_j &= t_0 + e^{\mu_1 - \sigma_1^2 - \sigma_1\sqrt{2\ln\alpha_j}} \end{aligned} \tag{2.24}$$

Avec

$$\begin{aligned} \alpha_i &= \frac{v_m}{v(t_i)} \\ \alpha_j &= \frac{v_m}{v(t_j)} \end{aligned} \tag{2.25}$$

Ensuite, l'équation (2.26) est utilisée pour estimer la valeur de σ_1

$$\frac{t_m - t_i}{t_m - t_j} = \frac{1 - e^{-\sigma_1\sqrt{2\ln\alpha_i}}}{1 - e^{-\sigma_1\sqrt{2\ln\alpha_j}}} \tag{2.26}$$

La valeur du paramètre μ_1 est estimée en utilisant l'équation suivante :

$$t_m - t_i = e^{\mu_1 - \sigma_1^2} \left(1 - e^{-\sigma_1 \sqrt{2 \ln \alpha_i}}\right) \tag{2.27}$$

Les valeurs des paramètres t_0 et D_1 sont respectivement estimées en utilisant les équations (2.22) et (2.23)

2.6.2 Estimation des paramètres de la composante antagoniste

La deuxième phase consiste à déduire le profil de la composante antagoniste en soustrayant le profil delta-lognormal de la lognormale agoniste extrait dans l'étape précédente. Les relations précédentes sont ensuite appliquées pour estimer les paramètres de la composante antagoniste. Connaissant la valeur de D_1 , celle de D_2 est directement déduite en évaluant la distance L parcourue durant le mouvement (longueur de la trajectoire):

$$L = \int_{t_0}^{\infty} v\,(t)\,dt = D_1 - D_2 \tag{2.28}$$

Les valeurs des paramètres σ_2 et μ_2 sont respectivement calculées en évaluant les équations suivantes :

$$2\pi\,(t_m - t_0)^2\, v_m^2 \sigma_2^2 = D_2^2 e^{-\sigma_2^2} \tag{2.29}$$

$$\ln\,(t_m - t_0) = \mu_2 - \sigma_2^2 \tag{2.30}$$

Cette méthode d'estimation considère que la composante antagoniste n'est significative qu'après le temps d'occurrence t_m du pic principal de la vitesse maximale. De plus, tous les calculs reposent sur la qualité de l'estimation du paramètre σ. La valeur de celui-ci est déterminée en évaluant le passage par zéro d'une fonction non-linéaire (Équations (2.26) et (2.29)). Ainsi, si l'asymétrie du profil de vitesse est accentuée, le paramètre σ est mal estimé, ce qui donne une solution initiale inadaptée qui fait diverger l'algorithme d'optimisation.

Nous avons choisi de désigner cet algorithme par algorithme MINIT en faisant référence au fait que celui-ci considère la montée initiale du profil de vitesse comme une portion de la composante agoniste.

2.7 Analyse du système d'extraction existant

À partir de 2002, le laboratoire Scribens disposait ainsi de deux systèmes d'extraction basés respectivement sur les algorithmes d'estimation INFLEX et MINIT. L'étude que nous avons menée sur ces deux systèmes d'extraction montre que ces derniers ne peuvent pas extraire tous les types de profils de vitesse observés expérimentalement ou générés par simulation. En effet, dans le module d'estimation, ces algorithmes possèdent deux phases de calcul. La première phase consiste à estimer les paramètres de la composante agoniste et la seconde phase consiste à estimer les paramètres de la composante antagoniste du profil de vitesse.

Dans leur première phase, ces deux algorithmes reposent sur l'hypothèse selon laquelle le système agoniste s'active avant le système antagoniste. Plus précisément, l'algorithme INFLEX se base sur l'hypothèse que nous pouvons dans un premier temps supposer que tout le pic principal d'un profil de vitesse résulte de l'action du système neuromusculaire agoniste. Cette hypothèse est d'autant plus justifiée

que l'action du système antagoniste est faible ou survient avec un délai important par rapport à l'action agoniste. L'algorithme MINIT tente d'améliorer cette approximation en ne considérant que la montée du pic principal et en l'associant à l'action du système agoniste.

Dans la deuxième phase du calcul, les deux algorithmes extraient le profil de la composante antagoniste par soustraction du profil de vitesse de la composante agoniste déjà estimé dans la première phase, puis estiment ses paramètres. Nous avons circonscrit les limitations observées sur ces deux algorithmes à travers les points suivants :

2.7.1 Cas de l'algorithme INFLEX

Les caractéristiques de l'algorithme INFLEX sont résumées à travers les points suivants:

1. La méthode graphique est difficilement adaptée pour les profils réels, souvent accompagnés de distorsions dues aux conditions de leur acquisition. Ainsi, de petites erreurs d'estimation graphique des valeurs des points d'inflexion du profil, engendrent des erreurs non négligeables dans le calcul des valeurs des tangentes en ces points, celles-ci conduisent parfois à des résultats non conformes au modèle delta-lognormal. Dans le cas d'une faible asymétrie du profil de vitesse, cet algorithme peut donner une valeur négative du paramètre t_0 qui représente le temps d'occurrence dont la valeur est positive.

2. L'architecture de l'algorithme considère que la composante antagoniste n'est significative qu'après le maximum du profil de vitesse. Ceci limite considérablement les possibilités d'extraction de l'algorithme pour d'autres types de profils de vitesse décrits au chapitre 7.

2.7.2 Cas de l'algorithme MINIT

Les caractéristiques de l'algorithme MINIT sont résumées à travers les points suivants:

1. L'algorithme d'estimation considère que la composante antagoniste n'est significative qu'en aval du maximum du profil de vitesse. Ce qui limite aussi ses possibilités d'extraction.

2. Le fait d'associer uniquement la partie du profil de vitesse située en amont du maximum de vitesse à la composante agoniste, sous-estime l'information principale liée à son coefficient d'asymétrie (paramètre σ_1). Ainsi, nous constatons que l'algorithme MINIT donne des valeurs initiales du vecteur de paramètres qui font diverger l'algorithme d'optimisation dans le cas où l'asymétrie du profil de vitesse est prononcée.

L'un et l'autre des deux algorithmes INFLEX et MINIT ont des démarches originales pour estimer les valeurs initiales du vecteur des paramètres, cependant, ces démarches sont sous-exploitées dans leurs implantations. En effet, l'algorithme INFLEX utilise les points d'inflexion pour calculer les tangentes et l'algorithme MINIT utilise des relations analytiques en exploitant les caractéristiques de deux points situés en amont du temps d'occurrence t_m . En nous inspirant des travaux antérieurs développés au laboratoire Scribens [10-12, 38, 42], et eu égard aux limites observées précédemment, nous nous sommes alors intéressés à la construction d'une nouvelle méthode d'estimation des paramètres. Le nouvel algorithme que nous avons développé est construit sur des considérations de recherche des passages par zéro de la première et de la seconde dérivée du profil de vitesse. Si nous observons ce nouvel algorithme sous un autre angle, nous constatons qu'il fusionne en quelque sorte les deux idées maîtresses des algorithmes INFLEX et MINIT. Ainsi, au lieu

de considérer deux points arbitraires du profil, pourquoi ne pas utiliser les deux points d'inflexion situés de part et d'autre du maximum pour d'une part, mieux estimer le paramètre σ (car nous considérons tout le profil comme une fonction lognormale) et d'autre part, éviter d'évaluer des tangentes sur des profils bruités? Ce nouvel algorithme, appelé XZERO, utilise des relations analytiques entre les quatre paramètres et les passages par zéro de la première et de la seconde dérivée d'un profil lognormal. Il permet d'offrir un estimateur fiable indépendamment de la position de la composante antagoniste par rapport à l'agoniste. Ceci vise à concevoir un module d'estimation complémentaire à ceux utilisés par les deux autres algorithmes et qui prendra en compte toutes les positions relatives des composantes agonistes et antagonistes. Ainsi, l'association des trois méthodes devrait offrir une plus grande performance d'extraction. En d'autres termes, ce nouvel algorithme reprend l'architecture initiale du système d'extraction en y ajoutant une nouvelle méthode d'estimation des valeurs initiales du vecteur de paramètres.

2.8 Algorithme d'estimation XZERO

L'étude du profil lognormal en tant que fonction déterministe continue et positive, décrite par l'équation (2.2), a révélé des caractéristiques intéressantes qui ont conduit au développement de l'algorithme XZERO. Le calcul de ces caractéristiques à partir d'un profil réel, simulé ou idéal permet d'estimer les quatre paramètres d'une lognormale. En observant le profil d'une fonction lognormale, nous considérons que la connaissance de trois de ces points suffit à déterminer ses paramètres. Il s'agit des temps d'occurrence liés à son maximum et aux deux points d'inflexion. Or ces points sont en réalité les solutions des équations de la dérivée première et seconde du profil (voir Figure 2.5). Autrement dit, le temps d'occurrence lié au maximum du profil correspond au temps de passage par zéro t_{11} de sa dérivée première du

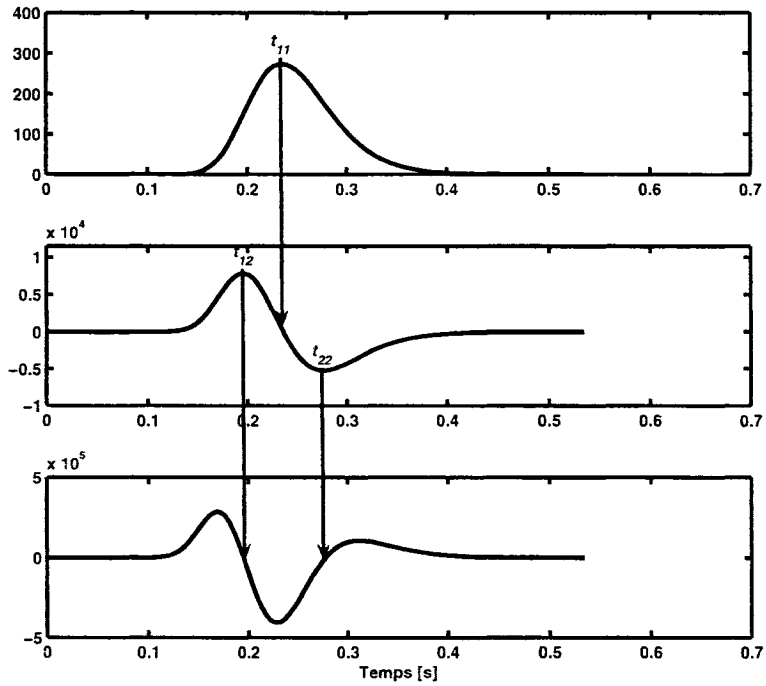


Figure 2.5 Profils typiques de la fonction lognormale et de ses dérivées première et seconde

profil et les points d'inflexion correspondent aux deux temps de passages par zéro t_{12} et t_{22} de sa dérivée seconde. Ces relations analytiques sont exploitées pour estimer les paramètres des profils lognormaux et delta-lognormaux.

2.8.1 Estimation des paramètres de la fonction lognormale

En estimant les temps t_{11} , t_{12} et t_{22} (voir les détails à l'annexe I) nous pouvons estimer les quatre paramètres (t_0, D, μ, σ) . Nous avons pondéré la fonction lognormale par l'amplitude D pour que cette méthode d'estimation soit la base de celle de l'estimation des paramètres de la fonction delta-lognormale. Nous résumons les

résultats obtenus sous forme d'un système d'équations donné par :

$$t_{11} = t_0 + e^{\mu-\sigma^2} \tag{2.31}$$

$$t_{12} = t_0 + e^{\mu-\sigma\left\{\frac{3\sigma+\sqrt{\sigma^2+4}}{2}\right\}} \tag{2.32}$$

$$t_{22} = t_0 + e^{\mu-\sigma\left\{\frac{3\sigma-\sqrt{\sigma^2+4}}{2}\right\}} \tag{2.33}$$

Posons:

$$a_{12} = \sigma\left\{\frac{\sigma+\sqrt{\sigma^2+4}}{2}\right\} \tag{2.34}$$

et

$$a_{22} = \sigma\left\{\frac{\sigma-\sqrt{\sigma^2+4}}{2}\right\} \tag{2.35}$$

Alors,

$$\begin{aligned} t_{12} &= t_0 + e^{\mu-\sigma\left\{\frac{3\sigma+\sqrt{\sigma^2+4}}{2}\right\}} = t_0 + e^{\mu-\sigma^2-\sigma\left\{\frac{\sigma+\sqrt{\sigma^2+4}}{2}\right\}} \\ t_{12} &= t_0 + e^{\mu-\sigma^2-a_{12}} \end{aligned} \tag{2.36}$$

et:

$$\begin{aligned} t_{22} &= t_0 + e^{\mu-\sigma\left\{\frac{3\sigma-\sqrt{\sigma^2+4}}{2}\right\}} = t_0 + e^{\mu-\sigma^2-\sigma\left\{\frac{\sigma-\sqrt{\sigma^2+4}}{2}\right\}} \\ t_{22} &= t_0 + e^{\mu-\sigma^2-a_{22}} \end{aligned} \tag{2.37}$$

Calculons ensuite les quantités $t_{22} - t_{11}$ et $t_{11} - t_{12}$ en tenant compte du fait que $t_{12} < t_{11} < t_{22}$.

$$\begin{aligned} t_{22} - t_{11} &= e^{\mu-\sigma^2}\left(e^{-a_{22}} - 1\right) \\ t_{11} - t_{12} &= e^{\mu-\sigma^2}\left(1 - e^{-a_{12}}\right) \end{aligned} \tag{2.38}$$

2.8.1.1 Estimation de l'intervalle de dispersion du paramètre σ

Comme nous l'avons vu plus haut, ces méthodes d'estimation reposent en premier lieu sur l'estimation du paramètre σ. Quoi que nous utilisions comme artifices pour y arriver, il en demeure, que la valeur obtenue soit souvent très approximative ! Notre stratégie étant donc de ne pas chercher directement une valeur précise de σ, mais plutôt, de construire un intervalle dans lequel nous sommes presque certain d'y retrouver sa valeur réelle. La détermination de cet intervalle se base sur un autre intervalle de temps I qui couvre 99.97% de la surface totale recouverte par la courbe lognormale. C'est-à-dire:

$$I = \left[e^{\mu-3\sigma}, e^{\mu+3\sigma}\right] \tag{2.39}$$

À l'extérieur de celui-ci, les valeurs prises par la lognormale sont considérées comme négligeables. Soient, $t_{\min}$ et $t_{\max}$ les limites temporelles extrêmes où la lognormale prend des valeurs non nulles. Dans ce cas, nous avons les relations suivantes :

$$t_{11} = t_0 + e^{\mu-\sigma^2} \tag{2.40}$$

$$t_{\max} = t_0 + e^{\mu+3\sigma} \tag{2.41}$$

$$t_{\min} = t_0 + e^{\mu-3\sigma} \tag{2.42}$$

$$\begin{aligned} e^{\mu+3\sigma} - e^{\mu-3\sigma} &= t_{\max} - t_{\min} = \Delta t \\ e^{\mu}\left(e^{3\sigma} - e^{-3\sigma}\right) &= 2e^{\mu}\sinh 3\sigma = \Delta t \end{aligned} \tag{2.43}$$

$$t_{\min} - t_{11} = e^{\mu-3\sigma} - e^{\mu-\sigma^2} \rightarrow e^{\mu} = \frac{t_{\min} - t_{11}}{e^{3\sigma} - e^{\sigma^2}} \tag{2.44}$$

$$2\frac{t_{\min} - t_{11}}{e^{3\sigma} - e^{\sigma^2}}\sinh 3\sigma = t_{\max} - t_{\min} \tag{2.45}$$

Et finalement

$$\frac{\sinh 3\sigma}{e^{3\sigma} - e^{\sigma^2}} = \frac{t_{\max} - t_{\min}}{2\left(t_{\min} - t_{11}\right)} \tag{2.46}$$

Ainsi, nous obtenons une relation entre le paramètre σ de la lognormale et sa durée Δt. Pour extraire la valeur de σ , il faudra trouver le zéro de la fonction $F(\sigma)$ telle que:

$$F(\sigma) = \frac{\sinh 3\sigma}{e^{3\sigma} - e^{\sigma^2}} - \frac{t_{\max} - t_{\min}}{2\left(t_{\min} - t_{11}\right)} \tag{2.47}$$

Si nous considérons que les temps $t_{\min}$ et $t_{\max}$ se trouvent aux positions où les valeurs de la lognormale sont à 5 % [1] de son maximum $V_{\max}$, de part et d'autre du mode, nous obtenons une valeur sous-estimée $\sigma_{\inf}$ de σ . Par contre, si nous prenons tout le domaine de dispersion de la courbe ($t_{\min} = 0$ et $t_{\max}$ égal au nombre de points

[1]Le seuil de 5 % est choisi d'une manière empirique. Nous pouvons utiliser d'autres seuils. Ce qui va changer c'est la valeur de la borne inférieure $\sigma_{\inf}$ de l'intervalle de dispersion du paramètre σ. Ce changement n'affecte nullement le résultat de recherche de la meilleure estimation de σ. La même remarque est aussi valable dans le choix de la valeur surestimée $\sigma_{\sup}$ de σ. Étant donné que dans les deux cas, le pas de variation est très petit, le seul paramètre qui sera affecté par ces choix empiriques est le temps de calcul.

de la courbe multiplié par la période d'échantillonnage) nous obtenons une valeur surestimée σ_{sup} de σ . Ainsi, ces valeurs extrêmes forment son intervalle d'évolution. Par la suite, nous utilisons les relations qui vont suivre en faisant varier avec un pas approprié le paramètre σ dans cet intervalle $[\sigma_{inf}, \sigma_{sup}]$. La meilleure combinaison des valeurs des quatre paramètres est obtenue en minimisant l'erreur quadratique moyenne entre le profil lognormal reconstitué par le vecteur des paramètres et le profil vitesse.

2.8.1.2 Estimation du paramètre μ

Posons:

$$A = e^{-\hat{a}_{22}} - e^{-\hat{a}_{12}} \tag{2.48}$$

Avec $\hat{a}_{22}$ et $\hat{a}_{12}$ respectivement les valeurs estimées de a_{22} et a_{12} . En remplaçant σ par sa valeur estimée $\hat{\sigma}$, la valeur estimée $\hat{\mu}$ de μ est donnée par:

$$t_{22} - t_{12} = e^{\hat{\mu}-\hat{\sigma}^2}\left(e^{-\hat{a}_{22}} - e^{-\hat{a}_{12}}\right) = Ae^{\hat{\mu}-\hat{\sigma}^2} \tag{2.49}$$

$$e^{\hat{\mu}-\hat{\sigma}^2} = \frac{t_{22} - t_{12}}{A} \tag{2.50}$$

Et

$$\hat{\mu} = \hat{\sigma}^2 + \ln\left(\frac{t_{22} - t_{12}}{A}\right) \tag{2.51}$$

2.8.1.3 Estimation du paramètre t_0

En utilisant l'équation de (2.31), nous obtenons:

$$\hat{t}_0 = t_{11} - e^{\hat{\mu}-\hat{\sigma}^2} \tag{2.52}$$

2.8.1.4 Estimation du paramètre D

Considérons la fonction lognormale pondérée avec l'amplitude D donnée par $v(t) = D\Lambda\left(t; t_0, \mu, \sigma\right)$. Le temps t_{11} représente le temps d'occurrence du maximum de $v\left(t\right)$. Celui-ci est donné par:

$$v\left(t_{11}\right) = v_{\max} = \frac{D}{\hat{\sigma}\left(t_{11} - \hat{t}_0\right)\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2\hat{\sigma}^2}\left(\ln\left(t_{11}-\hat{t}_0\right)-\hat{\mu}\right)^2} \tag{2.53}$$

$$v_{\max} = \frac{D}{\hat{\sigma}\sqrt{2\pi}e^{\hat{\mu}-\hat{\sigma}^2}} e^{-\frac{1}{2\hat{\sigma}^2}\left(\hat{\mu}-\hat{\sigma}^2-\hat{\mu}\right)^2} = \frac{D}{\hat{\sigma}\sqrt{2\pi}} e^{-\hat{\mu}+\frac{\hat{\sigma}^2}{2}} \tag{2.54}$$

La valeur estimée de D est donnée par:

$$\hat{D} = v_{\max}\hat{\sigma}\sqrt{2\pi}e^{\hat{\mu}-\frac{\hat{\sigma}^2}{2}} \tag{2.55}$$

2.8.1.5 Implantation de l'algorithme d'estimation des paramètres de la fonction lognormale

Nous résumons ci-après les étapes à effectuer pour estimer les quatre paramètres (t_0, D, μ, σ) de la fonction lognormale $v(t)$.

1. Calculer la dérivée première $\dot{v}(t)$ de $v(t)$
2. Estimer les temps de passages par zéro de $\dot{v}(t)$ et $\ddot{v}(t)$ (le passage par zéro de $\dot{v}(t)$ est égal au temps d'occurrence du maximum de $v(t)$, et les temps de passages par zéro de $\ddot{v}(t)$ sont respectivement égaux aux temps d'occurrence du maximum et du minimum de $\dot{v}(t)$). Nous obtenons les temps suivants : t_{11} , t_{12} et t_{22}
3. Estimer la valeur maximale $V_{\max}$ de $v(t)$.
4. Estimer les temps $t_{\inf}$ et $t_{\sup}$ correspondants aux temps d'occurrence des points du profil dont les valeurs sont les plus proches de 5 % de $V_{\max}$.
5. Calculer les valeurs extrêmes $\sigma_{\inf}$ et $\sigma_{\sup}$ de σ en utilisant l'équation (2.47) et en choisissant dans chaque cas les temps $t_{\min}$ et $t_{\max}$ de la manière suivante:

$$\sigma_{\inf} = \arg\left(F(\sigma) = 0, / t_{\min} = t_{\inf}; t_{\max} = t_{\sup}\right)$$
$$\sigma_{\sup} = \arg\left(F(\sigma) = 0, / t_{\min} = 0; t_{\max} = (N-1)\,dt\right)$$

   Avec N le nombre d'échantillons et dt le pas d'échantillonnage[2].
6. Pour chaque valeur $\hat{\sigma}$ de σ prise dans l'intervalle $[\sigma_{\inf}, \sigma_{\sup}]$et échantillonné avec un pas $d\sigma$, faire les calculs suivants:

[2]Dans le cas de profils réels, il arrive que le profil de vitesse possède des échantillons nuls enregistrés après l'exécution du mouvement rapide (par exemple, le sujet a gardé son stylo après le mouvement rapide sur la tablette à numériser). Dans ce cas, une étape de segmentation est faite pour isoler la portion du profil qui correspond au mouvement effectué.

(a) Calculer la valeur de $\hat{\mu}$

Posons:

$$\hat{a}_{12} = \hat{\sigma}\left\{\frac{\hat{\sigma} + \sqrt{\hat{\sigma}^2 + 4}}{2}\right\}, \hat{a}_{22} = \hat{\sigma}\left\{\frac{\hat{\sigma} - \sqrt{\hat{\sigma}^2 + 4}}{2}\right\}$$

Et

$$A = e^{-\hat{a}_{12}} - e^{-\hat{a}_{22}}$$

$$\hat{\mu} = \hat{\sigma}^2 + \ln\left(\frac{t_{22} - t_{12}}{A}\right)$$

(b) Estimer la valeur de t_0 en utilisant la relation suivante

$$\hat{t}_0 = t_{11} - e^{\hat{\mu} - \hat{\sigma}^2}$$

(c) Estimer la valeur de D en utilisant la relation suivante

$$\hat{D} = v_{\max}\hat{\sigma}\sqrt{2\pi}e^{\hat{\mu} - \frac{\hat{\sigma}^2}{2}}$$

(d) Régénérer la fonction lognormale estimée $\hat{v}(t)$ en utilisant les résultats d'estimation des quatre paramètres.

(e) Évaluer l'erreur quadratique moyenne de l'estimation $EQM\,(\hat{\sigma})$ et sauvegarder le résultat dans un vecteur.

$$EQM\,(\hat{\sigma}) = \frac{1}{N}\sum_{n=0}^{N-1}\left[v\,(n) - \hat{v}\,(n)\right]^2$$

(f) Refaire les étapes a, b, c, d et e en balayant tout l'intervalle $[\sigma_{\text{inf}}, \sigma_{\text{sup}}]$

avec le pas $d\sigma$

7. Déterminer le minimum de la fonction $EQM\,(\hat{\sigma})$ et déduire la valeur optimale $\hat{\sigma}_{opt}$ de $\hat{\sigma}$.

8. Les valeurs estimées des quatre paramètres de la lognormale sont celles où $\hat{\sigma} = \hat{\sigma}_{opt}$

Ainsi, nous obtenons une méthode d'estimation des quatre paramètres de la fonction lognormale basée sur les relations qui existent entre les paramètres et les passages par zéro de la première et de la seconde dérivée. Dans le cas de notre problématique, elle constitue la première phase de calcul du module d'estimation. C'est-à-dire l'estimation des paramètres de la composante agoniste du profil de vitesse.

2.9 Estimation des paramètres de la fonction delta-lognormale

Nous allons utiliser l'estimateur lognormal développé plus haut comme l'outil de base pour construire l'estimateur des sept paramètres $(t_0, D_1, \mu_1, \sigma_1, D_2, \mu_2, \sigma_2)$ de la fonction delta-lognormale ($\Delta\Lambda$). Dans la première phase d'estimation, nous utilisons les mêmes relations décrites précédemment pour estimer les paramètres de la lognormale agoniste. Par contre, nous allons déduire d'autres relations analytiques qui lient les passages par zéro avec les paramètres de la lognormale antagoniste.

2.9.1 Estimation des paramètres de la composante agoniste

Soit un profil delta-lognormal donné par l'équation suivante :

$$v(t) = v_1(t) - v_2(t) \tag{2.56}$$

Tout comme pour les algorithmes INFLEX et MINIT, la méthode d'estimation consiste à considérer le profil de vitesse $v(t)$ comme une seule fonction lognormale et à appliquer l'estimateur lognormal pour estimer les quatre premiers paramètres $(t_0, D_1, \mu_1, \sigma_1)$. Par la suite, la composante antagoniste $v_2(t)$ est déduite en faisant la différence entre la composante agoniste $v_1(t)$ et le profil delta-lognormal $v(t)$. Nous obtenons alors un profil lognormal sur lequel est appliqué un autre estimateur pour évaluer les trois autres paramètres (D_2, μ_2, σ_2) en utilisant la valeur précédemment estimée de t_0 .

2.9.2 Estimation des paramètres de la composante antagoniste

Considérons le profil lognormal antagoniste $v_2(t)$ et calculons les temps de passages par zéro de sa première et seconde dérivée. Les équations (2.31), (2.32), (2.33), (2.34) et (2.35) sont réécrites de la manière suivante :

$$t_{11} = t_0 + e^{\mu_2 - \sigma_2^2} \tag{2.57}$$

$$t_{12} = t_0 + e^{\mu_2 - \sigma_2^2} e^{-a_{12}} \tag{2.58}$$

$$t_{22} = t_0 + e^{\mu_2 - \sigma_2^2} e^{-a_{22}} \tag{2.59}$$

Avec

$$a_{12} = \frac{\sigma_2}{2}\left(\sigma_2 + \sqrt{\sigma_2^2 + 4}\right) \tag{2.60}$$

$$a_{22} = \frac{\sigma_2}{2}\left(\sigma_2 - \sqrt{\sigma_2^2 + 4}\right) \tag{2.61}$$

2.9.2.1 Estimation primaire du paramètre σ_2

Contrairement à l'estimation de la composante agoniste, la courbe reconstruite de la composante antagoniste possède en général un profil qui n'a pas tout à fait une forme de cloche. Cela est principalement causé par l'estimation de $v_1(t)$. Dans ce cas, il est difficile de retrouver l'intervalle d'évolution de σ_2 . Après plusieurs essais plus ou moins fructueux, il nous est apparu plus intéressant de construire plutôt un intervalle de variation du paramètre μ_2 .

Les relations suivantes sont utilisées pour estimer la valeur de σ_2:

$$\frac{t_{22} - t_0}{t_{12} - t_0} = \frac{e^{\mu_2 - \sigma_2^2} e^{-a_{22}}}{e^{\mu_2 - \sigma_2^2} e^{-a_{12}}} = e^{a_{12} - a_{22}} \tag{2.62}$$

Posons $B = a_{12} - a_{22} = \ln\left(\frac{t_{22}-t_0}{t_{12}-t_0}\right)$ une constante positive du fait que:

$$t_{12} < t_{22} \rightarrow 1 < \frac{t_{22} - t_0}{t_{12} - t_0} \rightarrow 0 < B = \ln\left(\frac{t_{22} - t_0}{t_{12} - t_0}\right) \tag{2.63}$$

Développons cette expression en fonction de σ_2

$$B = \ln\left(\frac{t_{22} - t_0}{t_{12} - t_0}\right) = a_{12} - a_{22} \tag{2.64}$$

$$a_{12} - a_{22} - B = \frac{\sigma_2}{2}\left(\sigma_2 + \sqrt{\sigma_2^2 + 4}\right) - \frac{\sigma_2}{2}\left(\sigma_2 - \sqrt{\sigma_2^2 + 4}\right) - B = 0 \tag{2.65}$$

$$\sigma_2\left(\sigma_2+\sqrt{\sigma_2^2+4}\right)=B \tag{2.66}$$

$$\sigma_2^2\left(\sigma_2^2+4\right)=B^2 \tag{2.67}$$

En posant $l=\sigma_2^2$, l'équation se réduit à un polynôme du second degré.

$$l^2+4l-B^2=0 \tag{2.68}$$

Son déterminant est positif et est égal à :

$$\Delta_l=4\left(B^2+4\right) \tag{2.69}$$

Nous ne retiendrons que la solution positive de l donnée par $l=-2+\sqrt{B^2+4}$

Et ainsi la valeur estimée de σ_2 est donnée par :

$$\hat{\sigma}_2=\sqrt{\sqrt{B^2+4}-2} \tag{2.70}$$

Avec,

$$B=\ln\left(\frac{t_{22}-t_0}{t_{12}-t_0}\right) \tag{2.71}$$

2.9.2.2 Estimation de l'intervalle de dispersion du paramètre μ_2

En remplaçant dans les équations précédentes, σ_2 par sa valeur estimée $\hat{\sigma}_2$, les équations (2.60) et (2.61) sont réécrites de la manière suivante

$$\widehat{a}_{12} = \frac{\widehat{\sigma}_2}{2}\left(\widehat{\sigma}_2 + \sqrt{\widehat{\sigma}_2^2 + 4}\right) \tag{2.72}$$

$$\widehat{a}_{22} = \frac{\widehat{\sigma}_2}{2}\left(\widehat{\sigma}_2 - \sqrt{\widehat{\sigma}_2^2 + 4}\right) \tag{2.73}$$

Et

$$A = e^{-\widehat{a}_{22}} - e^{-\widehat{a}_{12}} \tag{2.74}$$

$$\widehat{\mu}_2 = \widehat{\sigma}_2^2 + \ln\left[\frac{t_{22} - t_{12}}{A}\right] \tag{2.75}$$

Connaissant la valeur estimée $\hat{\mu}_2$ de μ_2 construisons un intervalle autour de cette valeur de rayon égal à 10 %[3] de sa valeur, c'est-à-dire l'intervalle suivant :

$$[0.9\hat{\mu}_2, 1.1\hat{\mu}_2] \tag{2.76}$$

[3]L'intervalle de dispersion du paramètre μ_2 est choisi d'une manière empirique en fixant son étendu à 10% de $\hat{\mu}_2$. Comme de faibles variations de μ_2 agissent d'une manière non négligeable sur le profil lognormal, après plusieurs essais de simulation, il est apparu que le choix de 10% de $\hat{\mu}_2$ est un compromis acceptable qui conduit à de meilleurs résultats d'estimation.

Faisons varier alors μ_2 dans cet intervalle avec un pas bien approprié $d\mu$ et recalculons les valeurs des deux autres paramètres σ_2 et D_2

2.9.2.3 Nouvelle estimation du paramètre σ_2

Définissons une fonction $F(\sigma_2)$ telle que:

$$F(\sigma_2) = [t_{22} - t_{12}] - \left[e^{-a_{22}} - e^{-a_{12}}\right] e^{\mu_2 - \sigma_2^2} \tag{2.77}$$

Connaissant la valeur de μ_2 prise dans l'intervalle donné par l'équation (2.76), la valeur estimée de σ_2 correspond à l'argument $\hat{\sigma}_2$ qui annule $F(\sigma_2)$

2.9.2.4 Estimation du paramètre D_2

Soit $V_{2\max}$ la valeur maximale de la lognormale antagoniste $v_2(t)$. La valeur de D_2 est estimée par la relation suivante.

$$\widehat{D_2} = V_{2\max}\widehat{\sigma}_2\sqrt{2\pi}e^{\widehat{\mu_2} - 0.5\widehat{\sigma_2^2}} \tag{2.78}$$

2.9.3 Implantation de l'algorithme d'estimation des paramètres de la fonction delta-lognormale

Nous résumons ci-après les étapes à effectuer pour estimer les sept paramètres $(t_0, D_1, \mu_1, \sigma_1, D_2, \mu_2, \sigma_2)$ d'un profil de vitesse delta-lognormal.

1. Estimer les quatre paramètres $(t_0, D_1, \mu_1, \sigma_1)$ de la lognormale agoniste $v_1(t)$

en considérant le profil original de la vitesse $v(t)$ comme un profil lognormal.

2. Déduire le profil de la composante antagoniste $v_2(t) = v_1(t) - v(t)$

3. Calculer la dérivée première $\dot{v}_2(t)$ de $v_2(t)$.

4. Estimer les temps de passages par zéro de $\dot{v}_2(t)$ et de $\ddot{v}_2(t)$ (le temps de passage par zéro de $\dot{v}_2(t)$ est égal au temps d'occurrence du maximum de $v_2(t)$, et les temps de passages par zéro de $\ddot{v}_2(t)$ sont respectivement égaux aux temps d'occurrence du maximum et du minimum de $\dot{v}_2(t)$). Nous obtenons les temps suivants t_{11} , t_{12} et t_{22} .

5. Estimer la valeur maximale $V_{2\max}$ de $v_2(t)$.

6. Estimer les valeurs d'initialisation de σ_2 et de μ_2 en utilisant les relations suivantes

$$\hat{\sigma}_2 = \sqrt{\sqrt{B^2+4}-2}$$
$$B = \ln\left(\frac{t_{22}-t_0}{t_{12}-t_0}\right)$$

Et

$$A = e^{-\widehat{a}_{22}} - e^{-\widehat{a}_{12}}$$

$$\widehat{\mu}_2 = \widehat{\sigma}_2^2 + \ln\left[\frac{t_{22}-t_{12}}{A}\right]$$

7. Définir l'intervalle de variation du paramètre μ_2 tel que $\mu_2 \in [0.9\hat{\mu}_2, 1.1\hat{\mu}_2]$

8. Pour chaque valeur μ_2 appartenant à l'intervalle $[0.9\hat{\mu}_2, 1.1\hat{\mu}_2]$ et échantillonné avec un pas $d\mu$, faire les calculs suivants:

(a) Recalculer la valeur de σ_2 en déduisant l'argument de la relation suivante

$$F(\sigma_2) = [t_{22} - t_{12}] - \left[e^{-a_{22}} - e^{-a_{12}}\right] e^{\mu_2 - \sigma_2^2} = 0$$

(b) Estimer la valeur estimée de D_2 en utilisant la relation suivante

$$\widehat{D_2} = V_{2\max}\widehat{\sigma}_2\sqrt{2\pi}e^{\widehat{\mu}_2 - 0.5\widehat{\sigma}_2^2}$$

(c) Régénérer la fonction delta-lognormale $\hat{v}(t)$ en utilisant les résultats d'estimation des sept paramètres.

(d) Évaluer l'erreur quadratique moyenne de l'estimation $EQM(\hat{\mu}_2)$ et sauvegarder le résultat dans un vecteur.

$$EQM(\hat{\mu}_2) = \frac{1}{N}\sum_{n=0}^{N-1}[v(n) - \hat{v}(n)]^2$$

(e) Refaire les étapes a, b, c et d en balayant tout l'intervalle $[0.9\hat{\mu}_2, 1.1\hat{\mu}_2]$

9. Déterminer le minimum de la fonction $EQM(\hat{\mu}_2)$ et en déduire la valeur optimale $\hat{\mu}_{opt}$ de μ_2 .

10. Recalculer les valeurs estimées des trois paramètres de la lognormale antagoniste en utilisant la valeur $\hat{\mu}_{opt}$ tirée de l'étape 9.

11. Regrouper les valeurs estimées des sept paramètres sous la forme d'un vecteur $\left(\hat{t}_0, \hat{D}_1, \hat{\mu}_1, \hat{\sigma}_1, \hat{D}_2, \hat{\mu}_2, \hat{\sigma}_2\right)$

2.10 Résultats

Les trois algorithmes d'estimation jumelés à l'algorithme d'optimisation ont été implantés sous la forme d'un programme informatique. Cette application se présente sous la forme d'une interface humaine machine (IHM) qui permet à l'utilisateur de manipuler facilement les courbes de vitesse issues de la phase d'acquisition. Elle possède la plupart des tâches dont un opérateur a besoin pour lire, prétraiter et extraire les paramètres delta-lognormaux du profil de vitesse. Il offre aussi d'autres outils supplémentaires afin d'automatiser par exemple l'extraction des paramètres de plusieurs profils qu'ils soient réels, idéaux ou simulés. Les détails sur cette application sont décris à l'annexe II. Les figures Figure 2.6a-d illustrent quelques exemples typiques de profils de vitesse ajustés par le système d'extraction.

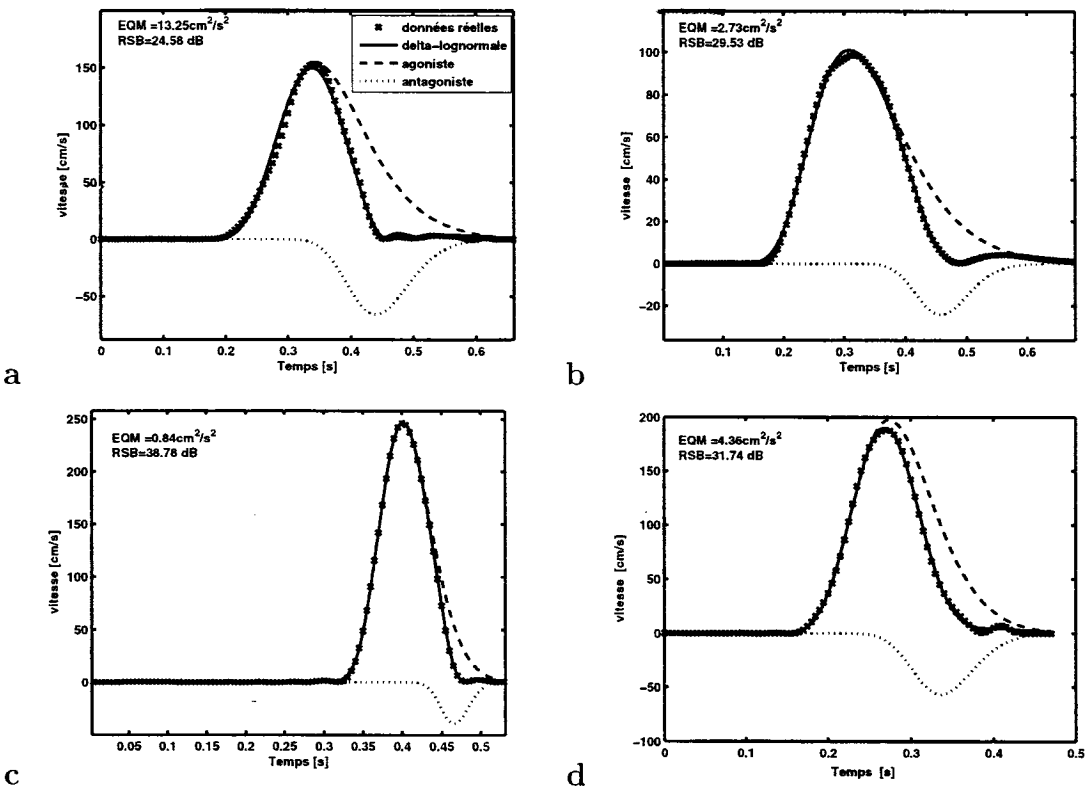


Figure 2.6 Ajustements typiques de profils de vitesse par le modèle delta-lognormal en utilisant le système d'extraction

2.11 Conclusion

L'amélioration majeure du système d'extraction a été faite en proposant une nouvelle méthode d'estimation, désignée par XZERO. Le système d'extraction est implanté sous la forme d'un banc d'essais qui choisit la meilleure extraction offerte par l'un des trois algorithmes. Dans le chapitre suivant, nous allons quantifier l'augmentation des performances d'extraction apportée par l'algorithme XZERO, et pour pouvoir utiliser un tel système dans l'analyse du comportement du système neuromusculaire à travers la variabilité des paramètres delta-lognormaux, il faudra évaluer en premier lieu la précision avec laquelle les valeurs de ces paramètres sont mesurées.

CHAPITRE 3

CARACTÉRISATION DU SYSTÈME D'EXTRACTION DES PARAMÈTRES DELTA-LOGNORMAUX

3.1 Introduction

Dans le chapitre précédent, nous avons présenté les outils mathématiques sur lesquels est construit le système d'extraction des paramètres delta-lognormaux. Ce dernier permet de caractériser le profil de vitesse d'un mouvement rapide par sept paramètres. Le modèle delta-lognormal identifie avec les valeurs de ces paramètres l'état dans lequel le SNM a exécuté la commande neuromotrice.

L'étude de la variabilité du système neuromusculaire et du contrôle moteur peut donc se faire à travers la variabilité des valeurs des paramètres delta-lognormaux. Cependant, le processus de mesure de ces valeurs passe par les étapes d'acquisition, de prétraitement et d'extraction. Chacune de ces étapes engendre des distorsions sur le profil de vitesse, affectant la qualité et la précision de l'extraction. Ainsi, de la variabilité indésirable s'ajoute à la variabilité recherchée du SNM.

Dans ce chapitre, nous allons caractériser le système d'extraction en identifiant les intervalles de confiance de chaque valeur mesurée en fonction du bruit engendré par le processus d'acquisition et de prétraitement des données cinématiques du mouvement rapide. Dans un premier temps, nous allons mesurer les performances du système dans l'extraction des paramètres de profils idéaux, obtenus par simulation à partir de l'équation delta-lognormale. Par la même occasion, nous mettons en évidence l'amélioration de la performance du système d'extraction apportée par

l'algorithme XZERO. En absence de bruit, les résultats du processus d'extraction appliqué à une banque de données de sept milles courbes delta-lognormales montrent que les valeurs exactes des paramètres sont parfaitement retrouvées à plus de 98% des cas. Nous faisons alors l'hypothèse que le système d'extraction n'engendre aucune distorsion. En présence d'un bruit additif sur le profil de vitesse, la qualité de l'extraction dépend du type de bruit et de la variabilité du trait rapide d'écriture dont l'analyse est détaillée au chapitre sept. L'étude entamée dans ce chapitre vise à caractériser la qualité de l'extraction dans le cas le plus défavorable : c'est-à-dire dans le cas d'un bruit gaussien qui s'ajoute au profil de vitesse n'ayant pas de passages par zéro, situation où la composante antagoniste est noyée par l'agoniste. Ainsi, le système d'extraction est mis à rude épreuve et les intervalles de confiance obtenus vont circonscrire l'erreur maximale de la mesure.

Pour caractériser ce système de mesures, nous faisons les hypothèses suivantes:

Hypothèse 1

Le scripteur produit un mouvement parfait dont le profil de vitesse est idéal (profil delta-lognormal).

Hypothèse 2

Les erreurs de mesures des paramètres delta-lognormaux, engendrées par le système de mesures, sont uniquement localisées au niveau du système d'acquisition et de prétraitement.

Hypothèse 3

Les distorsions, observées sur les profils de vitesse réels, sont induites après l'ajout d'un bruit à un profil delta-lognormal.

3.2 Caractérisation du système d'extraction

Le système d'extraction mesure les valeurs des paramètres delta-lognormaux du profil de vitesse d'un mouvement rapide. Le mouvement rapide est déclenché par un stimulus auditif ou visuel reçu par les récepteurs sensoriels du scripteur. Ensuite, le stimulus est décodé par le SNC, et après un temps t_0 , une commande neuromotrice est envoyée vers les aires motrices. Au niveau de ces aires, la commande neuromotrice est traduite en un ensemble de trains de potentiels d'action envoyés vers les muscles recrutés. En se contractant, ces derniers vont créer des mouvements élémentaires des parties mobiles du système squelettique qui vont contribuer à la génération du mouvement rapide de l'effecteur terminal. Le système d'acquisition numérise sa trajectoire et calcule le profil de vitesse (voir Figure 3.1).

Pour générer un mouvement rapide, l'effet déclenché par un stimulus extérieur, passe donc par un ensemble de composantes du SNM. L'enregistrement de la réponse de cet effet au niveau de l'effecteur terminal passe aussi par les étapes d'acquisition, de prétraitement et d'extraction. Chacune de ces étapes engendre des distorsions. Dans cette étude, les distorsions engendrées par la synergie neuromusculaire sont des informations que nous cherchons à analyser et dont nous voulons étudier la variabilité, tandis que les distorsions engendrées par le système de mesures sont des bruits que nous essayons de circonscrire pour mieux les filtrer de la variabilité totale.

Nous en déduisons alors qu'avant d'entamer toutes analyses sur la cinématique de la synergie neuromusculaire en utilisant le modèle delta-lognormal, il est important de caractériser d'abord le système de mesures. Celle-ci est menée en considérant l'*hypothèse* 1 (la synergie neuromusculaire produit un profil de vitesse idéal) et l'*hypothèse* 2 (le système d'extraction n'engendre pas d'erreurs de mesures).

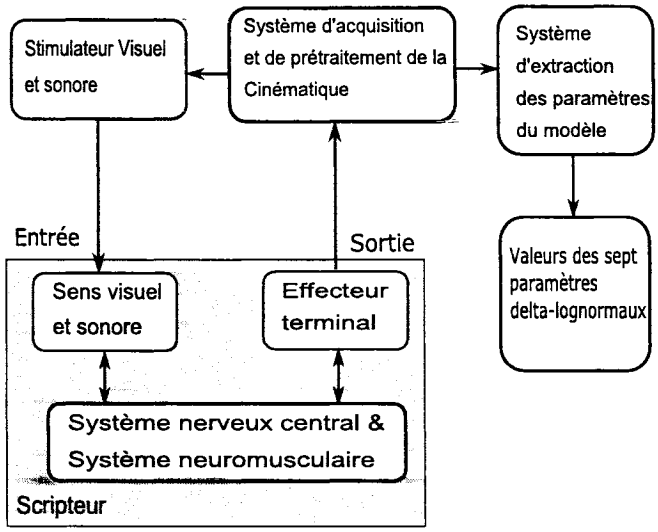


Figure 3.1 Modélisation du SNC et du SNM d'un sujet par un système linéaire avec une entrée et une sortie, et son identification par sept paramètres delta-lognormaux.

3.3 Identification du système de mesures

Dans l'identification du système de mesures, nous partons de l'hypothèse 1 et nous cherchons à vérifier l'hypothèse 2. Pour ce faire, nous générons des profils de vitesse idéaux avec des combinaisons aléatoires de valeurs connues des paramètres que nous désignons par table de vérité. Dans cette étude, nous avons construit une banque de données contenant 7000 courbes delta-lognormales identifiées par sept classes contenant 1000 courbes chacune. Ces classes caractérisent les différentes variabilités observées sur des courbes réelles de vitesse. Elles sont construites en fonction du nombre de passages par zéro du profil de vitesse et en fonction de la position de la composante agoniste par rapport à la composante antagoniste. Pour des besoins de compréhension, nous renvoyons le lecteur au chapitre sept pour s'acquérir de la nature des 7 classes que nous avons désignées par $C_{f0}, C_{f1}C_{f2}, C_{fi}, C_{di}, C_{d1} et C_{s2}$. Le fait de séparer les variabilités en classes permet de circonscrire les performances

de chaque algorithme d'extraction. Cette classification permet de localiser la variabilité dans laquelle le système réussit à extraire les paramètres et celle dans laquelle il échoue. La procédure de caractérisation consiste donc à extraire les valeurs des paramètres à partir des courbes de la banque de données. Les valeurs obtenues sont ensuite comparées avec celles de la table de vérité. La qualité de l'extraction est mesurée selon le critère du minimum d'erreur reconstruction au sens des moindres carrés. Les résultats de l'extraction des paramètres de ces 7000 courbes idéales sont décrits comme suit.

3.3.1 Analyse des résultats de l'extraction

Les résultats obtenus montrent que le système d'extraction donne des performances[1] évaluées à plus de 99% avec un minimum de 98.1% et un maximum de 100% (voir le Tableau 3.1 qui illustre les performances du système d'extraction relatif à chaque classe). En prenant individuellement chacun des trois algorithmes d'extraction INFLEX, Minit et XZERO, ces résultats montrent aussi qu'en moyenne, l'algorithme XZERO est le plus performant des trois. En plus de cela, ces algorithmes sont complémentaires et convergent tous dans la plupart des cas vers la même solution optimale (voir Tableau 3.2 qui illustre les performances individuelles de chaque algorithme d'extraction pour chaque classe de la banque de données). La réduction vers 100 et l'augmentation vers 10000 du nombre de courbes idéales de chaque classe n'ont pas affecté les performances de l'algorithme (les pourcentages des courbes parfaitement extraites demeurent approximativement les mêmes).

Comme il faut une combinaison de sept paramètres pour ajuster un profil delta-lognormal, une erreur de reconstruction nulle ne suffit pas pour la qualifier d'une

[1]La notion de performance du système d'extraction est dans ce cas liée à la capacité de celui-ci d'extraire les vraies valeurs des paramètres delta-lognormaux de sorte que l'erreur de reconstruction soit minimale. Elle correspond à un rapport signal sur bruit supérieur à 100 dB.

No Classe	Classe	NExtraites	NConformes	%Extractions Parfaites
1	C_{f0}	999	997	99.7
2	C_{di}	999	983	98.1
3	C_{fi}	1000	1000	100
4	C_{d1}	999	998	98.5
5	C_{f1}	1000	995	99.5
6	C_{s2}	1000	998	99.6
7	C_{f2}	1000	1000	100

Tableau 3.1

	Performances en % du système d'extraction							
	C_{f0}	C_{di}	C_{fi}	C_{d1}	C_{f1}	C_{s2}	C_{f2}	**Total %**
Algorithme INFLEX	77.1	0	75.1	6.9	89.4	87.9	90	**60.9**
Algorithme MINIT	74.6	0.4	95.9	39.4	89.2	57.5	100	**65.2**
Algorithme XZERO	95.2	98.1	100	97.9	96.6	92	100	**97.1**
Système d'extraction	**99.7**	**98.1**	**100**	**98.5**	**99.5**	**99.6**	**100**	**99.3**

Tableau 3.2

"extraction parfaite". En effet, il arrive quelquefois que l'erreur quadratique moyenne (EQM) soit nulle[2] avec une combinaison de paramètres delta-lognormaux différente de celle de la table de vérité.

Par exemple, il est facile d'obtenir deux valeurs différentes des paramètres D_1 et D_2 dont la différence reste identique. Ainsi, en plus d'une EQM nulle, nous avons ajouté les contraintes suivantes sur les valeurs des paramètres pour qualifier

[2]L'erreur quadratique moyenne n'est jamais nulle, elle dépend de la précision des nombres avec laquelle les calculs numériques sont effectués. Dans ce cas , la valeur de l'EQM est considérée comme nulle si sa valeur est inférieure à $10^{-10} cm^2/s^2$.

l'extraction de parfaitement extraite.

$$
\begin{aligned}
& t_0 \geq 0.05 \\
& 0 < D_1 < 70 \\
& 0 < D_2 < 7 \\
& \mu_1 < 0 \\
& \mu_2 < 0 \\
& 0 < \sigma_1 < 1 \\
& 0 < \sigma_2 < 1
\end{aligned}
\tag{3.1}
$$

En effet, nous considérons que la durée d'un mouvement rapide est inférieure à une seconde. Par exemple, l'équation décrivant le mode du profil lognormal impose des valeurs négatives du paramètre μ, et par définition, des valeurs positives de σ. De plus, si nous nous référons aux profils de vitesse des mouvements rapides acquis expérimentalement par une tablette à numériser de diagonale égale à 50cm, nous faisons l'hypothèse que la distance maximale que doit parcourir l'effecteur terminal du système agoniste ne peut raisonnablement pas dépasser 70cm et que celle de l'antagoniste ne peut raisonnablement pas dépasser 7cm. Cette hypothèse repose sur le fait que si la distance à parcourir durant le mouvement rapide ne peut pas dépasser 50cm par exemple, si nous voulons rester dans le cas raisonnable, le système nerveux central ne va pas donner une commande au système neuromusculaire agoniste pour effectuer un mouvement rapide sur une distance de 200cm! En plus de cela et mis à part le cas d'une correction au début et à la fin du mouvement qu'il est rare de rencontrer expérimentalement, le système neuromusculaire antagoniste ne possède probablement d'actions significatives que pendant un temps court durant tout le mouvement rapide. Son action significative se limite à la correction du mouvement au début ou à la fin du mouvement. Nous considérons que la distance maximale à parcourir par l'antagoniste, fixée empiriquement à 10% de celle

de l'agoniste, demeure une valeur raisonnable et conservative. Si le pourcentage choisi est plus grand que 10%, les performances d'extraction vont augmenter du fait que la composante antagoniste est moins noyée dans le profil de vitesse. Les valeurs non conformes au modèle calculées par le système d'extraction sont dues à la convergence du système d'optimisation non-linéaire vers de faux minimums locaux.

Nous considérons aussi que, dans le cas où la commande neuromotrice est envoyée à la synergie neuromusculaire après le stimulus (non-anticipation du SNC), le temps d'occurrence t_0 nécessaire pour envoyer cette commande est supérieur ou égal à 50 ms.

Les résultats de l'extraction sont résumés dans le Tableau 3.1. Celui-ci comporte deux colonnes supplémentaires : l'une, désignée par *NExtraites*, donne le nombre de courbes jugées parfaitement extraites avec comme seul critère une EQM nulle, et l'autre, désignée par *NConformes*, donne le nombre de courbes après avoir appliqué les contraintes sur les paramètres, citées dans l'équation (3.1). Par exemple, dans le cas de la classe C_{di} où nous observons le plus de fausses extractions parfaites, la Figure 3.2 représente les valeurs extraites versus originales du paramètre D_2 avant et après application des contraintes de l'équation (3.1).

Ainsi, si le profil de vitesse est idéal, c'est-à-dire qu'il est généré par l'équation delta-lognormale, quelle que soit la classe à laquelle il appartient, le système d'extraction est capable d'extraire les vraies valeurs des paramètres delta-lognormaux avec un taux de réussite supérieur à 98.1%. Dans ce cas, nous considérons que celui-ci engendre des erreurs de mesures négligeables et que l'*hypothèse 2* est vérifiée.

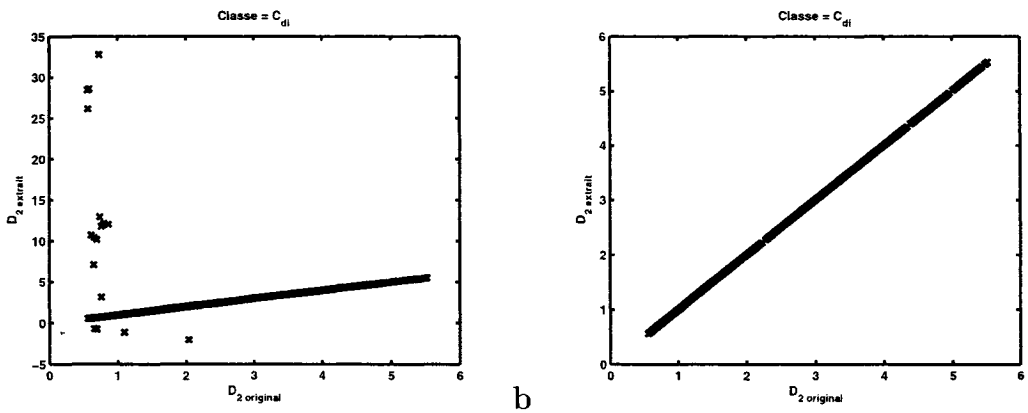


Figure 3.2 Influence des contraintes supplémentaires sur le paramètre D_2 , utilisées dans l'évaluation des performances du système d'extraction. **a)** Application de l'EQM comme seul critère de performance, **b)** Application simultanée de l'EQM et des contraintes sur les paramètres comme critère de performance.

3.3.2 Performances du système d'extraction en présence du bruit

La deuxième étape de caractérisation est portée sur l'étude du système d'extraction en présence du bruit. C'est-à-dire, étudier son fonctionnement en situation réelle. En effet, les profils réels de la vitesse sont toujours accompagnés de bruits qui peuvent provenir soit du système d'acquisition, soit du protocole expérimental avec lequel le mouvement rapide est exécuté ou bien de l'état fonctionnel du système neuromusculaire (effet de fatigue, maladies neuromusculaires, etc.). Dans cette caractérisation, nous ne considérons que la distorsion induite par le système d'acquisition et de prétraitement. Cette distorsion peut survenir de deux manières, soit qu'elle enlève certaines composantes du profil par un filtrage inadapté, soit qu'elle en ajoute d'autres indésirables. Dans le premier cas, c'est la dégénérescence fréquentielle du profil de vitesse et dans le second cas, c'est son bruitage. Ces deux cas de figure vont certainement affecter la performance du système d'extraction dans le sens où celui-ci ne donnera pas une EQM nulle et ainsi, il ne fournira que des valeurs approximatives des paramètres delta-lognormaux.

3.3.2.1 Addition du bruit gaussien au profil delta-lognormal

Pour rendre compte du comportement du système d'extraction en présence du bruit, nous avons repris de la banque de données, les 1000 profils delta-lognormaux de la classe C_{f0}. Cette classe réunit les profils qui ne possèdent pas de passages par zéro. À partir de ces profils, nous avons construit une autre banque de données en ajoutant à chaque courbe de vitesse un bruit gaussien avec différents rapports signal sur bruit (RSB). Nous avons choisi les 8 niveaux de bruits suivants 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40 et,80 dB. À titre d'exemple, les Figures 3.3a-f illustrent un profil delta-lognormal de classe C_{f0} et ses différentes versions bruitées.

3.3.2.2 Analyse des résultats

En présence du bruit, le système d'extraction ne donne que des valeurs approximatives des paramètres qui se rapprochent de leurs vraies valeurs au fur et à mesure que le rapport signal sur bruit (RSB) augmente (voir Figure 3.4). Les résultats d'extraction et les performances du système d'extraction appliqué aux courbes de la classe C_{f0} bruitées avec huit niveaux de RSB sont résumés au Tableau III.1 de l'annexe III. Nous remarquons premièrement que dans ce cas-ci, nous ne pouvons parler d'extraction parfaite, car l'EQM n'est jamais nulle. De plus, les valeurs extraites ne sont que des approximations des valeurs idéales de la table de vérité. Ainsi, la performance de l'extraction réside dans la capacité du système à extraire les valeurs des paramètres avec un minimum d'erreurs de mesure en fonction du RSB. La démarche que nous avons choisie consiste, d'une part, à vérifier la relation entre le RSB et l'EQM décrite par l'équation (3.2) et, d'autre part, à étudier la nature et la distribution des erreurs de mesure pour chaque paramètre delta-lognormal. Ensuite, nous allons chercher des relations qui existent entre le RSB et les écart-types (STD) des erreurs de mesures. C'est à ce moment-là qu'il sera

possible de circonscrire la qualité de mesures du système d'extraction.

$$EQM = Pe^{-0.2303*RSB} \tag{3.2}$$

Avec P la puissance du profil de vitesse $v(t)$

3.3.3 Vérification de la relation entre le RSB et l'EQM

Comme cela a été signalé plus haut, nous allons vérifier la relation de l'équation (3.2) qui lie le RSB à l'EQM. Pour ce faire, nous avons déterminé la valeur moyenne de l'EQM correspondante à chaque RSB. Comme, l'EQM est toujours différente de zéro, nous avons appliqué les contraintes de l'équation (3.1) pour identifier les extractions désignées par conformes. Les résultats de l'extraction, résumés dans le Tableau de l'Annexe III, montrent que les valeurs moyennes (sur 1000 courbes) de l'EQM et les valeurs de l'écart type de la fonction erreur de tous les paramètres sont inversement proportionnelles au RSB (existence d'une relation exponentielle!). Ainsi, si la relation entre le EQM et le RSB est du type de l'équation (3.2), cela confirme le fait que le système d'extraction n'induit pas d'erreurs de mesures. Pour vérifier cela, nous avons calculé les EQM moyennes sur 1000 courbes correspondant à chaque RSB, ensuite nous avons calculé la relation entre ces deux paramètres par régression exponentielle. Le résultat, illustré à la Figure 3.5 montre effectivement que nous retrouvons la relation théorique. Ce qui indique vraisemblablement que le système d'extraction n'ajoute pas de bruit, mais translate plutôt celui additionné au profil de vitesse vers les valeurs des paramètres en respectant la relation (3.2). Nous allons maintenant analyser comment le bruit gaussien, ajouté au profil de vitesse, agit sur les erreurs de mesures des paramètres.

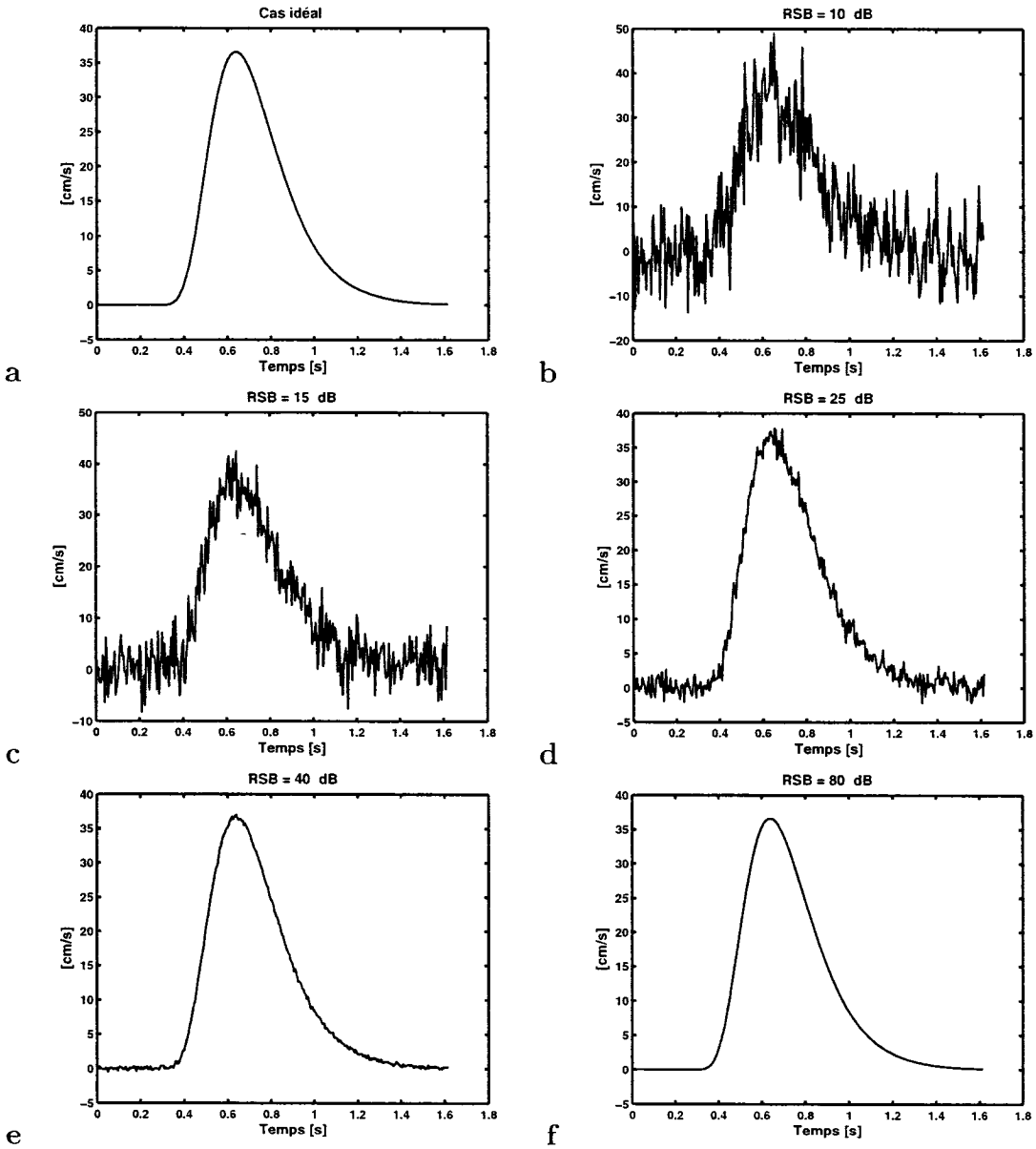


Figure 3.3 Exemple d'un profil delta-lognormal bruité avec un bruit gaussien en prenant cinq différents rapports signal sur bruit.

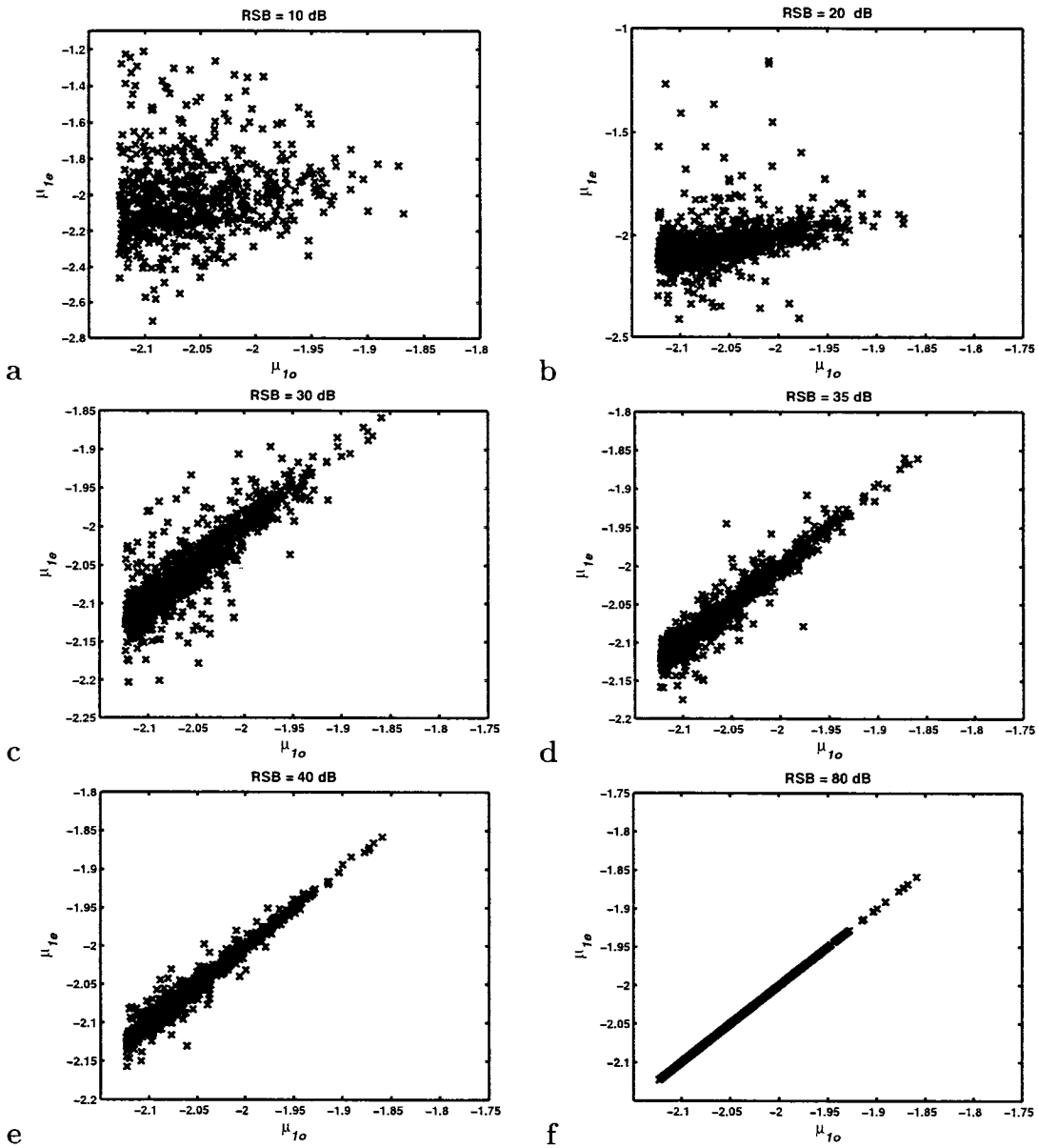


Figure 3.4 Exemples de la représentation des valeurs mesurées versus les valeurs idéales du paramètre μ_1 extraites sur 1000 profils delta-lognormaux de la classe C_{f0} . Nous remarquons l'augmentation de la qualité de l'extraction en fonction du RSB.

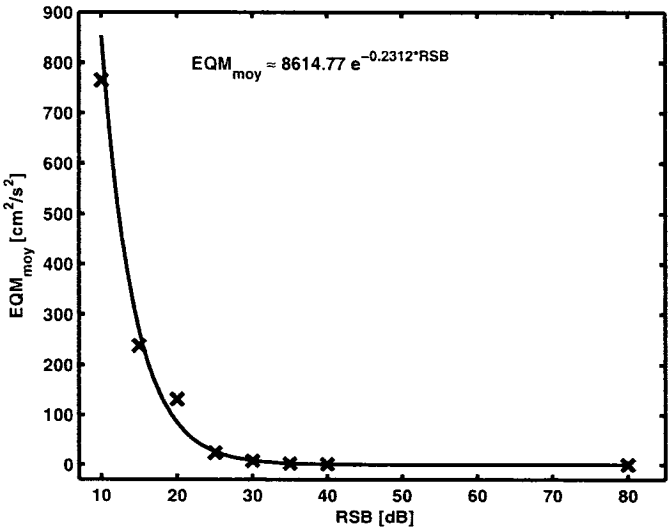


Figure 3.5 Courbe de régression exponentielle entre la moyenne des erreurs quadratiques moyennes EQMmoy représentant les erreurs de reconstruction de 1000 profils delta-lognormaux bruités appartenant à la classe C_{f0}.

3.3.4 Relation entre le bruit et les erreurs de mesures

3.3.4.1 Test de normalité de la fonction d'erreur de mesures

Dans les résultats d'extraction, les valeurs des paramètres des profils bruités sont toujours entachées d'erreurs. Celles-ci, que nous qualifions d'erreurs de mesures doivent nécessairement dépendre du RSB. Au fur et à mesure que la valeur du RSB augmente, les valeurs extraites se rapprochent de plus en plus des valeurs simulées (voir Figure 3.4). Considérons par exemple, les valeurs du paramètre μ_1 extraites des 1000 courbes de la classe C_{f0} bruitées avec les huit différents niveaux de RSB. Pour caractériser ces erreurs de mesures, construisons la fonction erreur suivante:

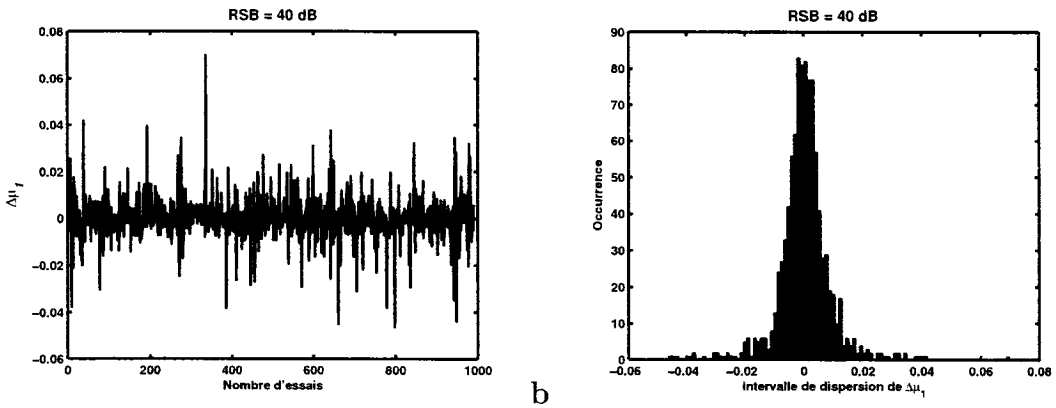
$$\Delta\mu_1 = \mu_{1o} - \mu_{1e} \tag{3.3}$$

Avec μ_{1o} la valeur originale de μ_1 et μ_{1e} sa valeur donnée par le système d'extraction. Cette fonction $\Delta\mu_1$ est considérée comme un signal bruit (voir Figure3.6).

Les histogrammes des erreurs des sept paramètres semblent avoir des profils proches de ceux des variables aléatoires gaussiennes. Ces résultats suggèrent que la nature du bruit se retrouve directement dans les erreurs de mesure et que le système d'extraction ne fait que transférer l'effet du bruit accompagnant le profil de vitesse sur les erreurs de mesures.

Pour être confiant quant au caractère gaussien de l'erreur de mesure, nous lui avons appliqué le test de normalité en utilisant l'outil Six-Sigma de Statistica. Les résultats sont résumés à la Figure 3.7: dans le graphe X-bar tous les points des erreurs sont à l'intérieur des limites, de plus le graphe de test de normalité ainsi que l'histogramme montre que la fonction erreur peut être considérée comme un processus gaussien (Cas où le RSB=40 dB). Le résultat de ce test de normalité de Henry est donné par le module SixSigma du logiciel Statistica. Dans le cas où l'erreur se présente comme un bruit gaussien, la caractérisation de l'erreur de mesures se fait alors en utilisant ses statistiques descriptives. Plus précisément, nous utilisons son écart-type $\sigma_{\Delta\mu_1}$ désigné par STD_μ . Ainsi, nous avons 95% de chance de retrouver la valeur recherchée μ_{1s} dans l'intervalle de confiance de la mesure désigné par ICM_μ :

$$ICM_\mu = [\mu_{1e} - 1.96 * STD_{\mu_1}, \mu_{1e} + 1.96 * STD_{\mu_1}] \tag{3.4}$$



a b

Figure 3.6 Variation de l'erreur de mesures $\Delta\mu_1$ en fonction des 1000 profils delta-lognormaux de la classe C_{f0} et estimation de son histogramme. Nous remarquons que ce dernier possède le patron d'une densité de probabilité similaire à celle d'un bruit gaussien.

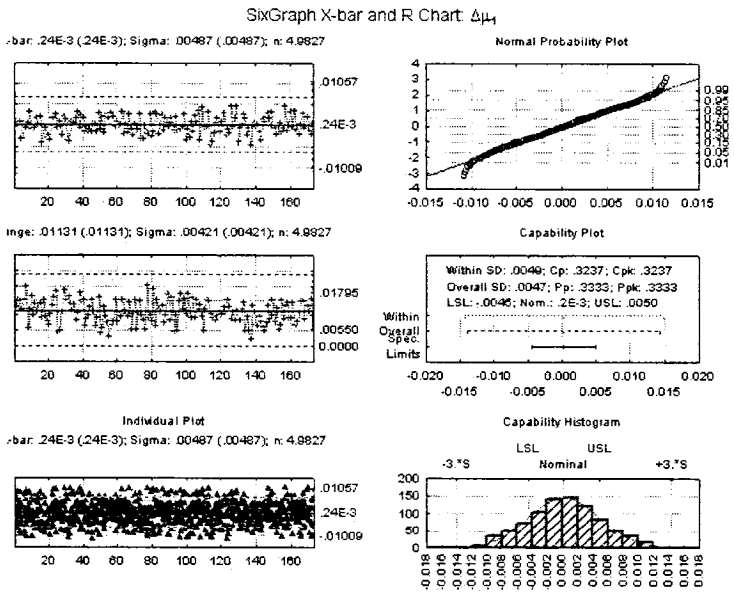


Figure 3.7 Test de normalité de la fonction erreur $\Delta\mu_1$ en utilisant l'outil X-bar et les R Chart de l'outil SixSigma du logiciel Statistica.

3.3.5 Relation entre le RSB et l'ICM

L'analyse qui a été faite précédemment s'appuie sur les connaissances simultanées des valeurs idéales et extraites des paramètres. Or, dans les extractions appliquées aux données expérimentales, nous n'avons pas les valeurs originales pour construire ces fonctions d'erreur. La seule valeur dont nous disposons est celle du RSB. Nous devons donc chercher une relation qui lie l'intervalle de confiance ICM au RSB. Ceci doit se faire à travers une autre analyse statistique des résultats.

Nous reprenons les résultats obtenus précédemment et nous calculons, à partir des fonctions erreurs, les écarts types, notés STD , des erreurs de mesures pour chaque paramètre. Ensuite, nous calculons par régression les relations entre le STD et le RSB. Connaissant le RSB du profil de vitesse, ainsi que la valeur extraite μ_{1e} du paramètre μ_1 par exemple, nous pouvons être affirmatif à 95 % que la valeur réelle de ce paramètre se trouve dans l'intervalle ICM, donné par l'équation (3.4). La Figure 3.8 résume les régressions obtenues pour chacun des sept paramètres extraits des 1000 profils delta-lognormaux de la classe C_{f0} bruités avec différents RSB. Nous en déduisons qu'effectivement il existe une relation analytique du type exponentielle entre le RSB et le STD. Il reste maintenant à chercher les origines des coefficients de ces relations comme c'est le cas pour la relation entre l'EQM et le RSB.

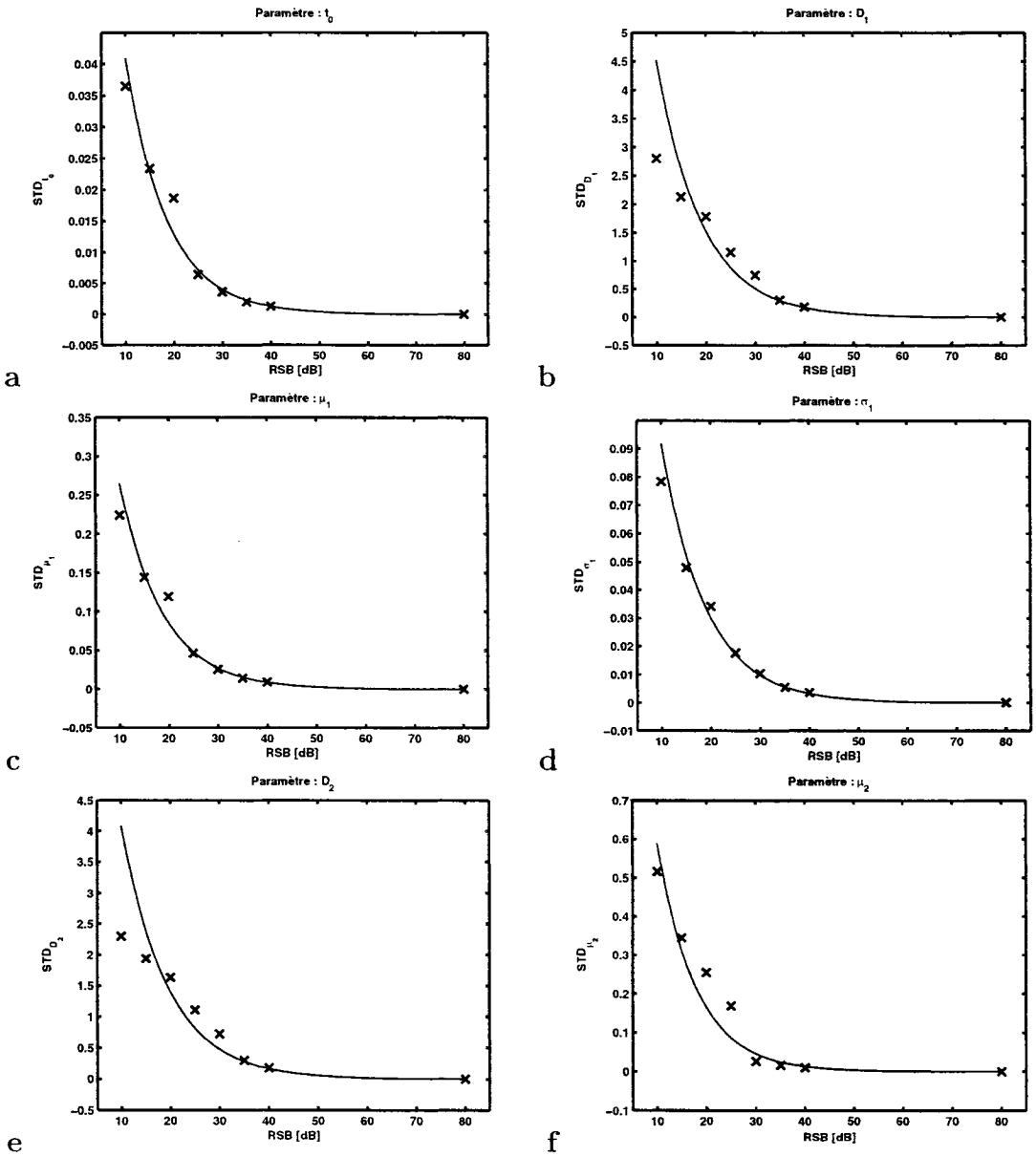


Figure 3.8 Résultats de régression exponentielle entre les paramètres RSB et STD appliquées aux sept paramètres delta-lognormaux de la classe C_{f0}.

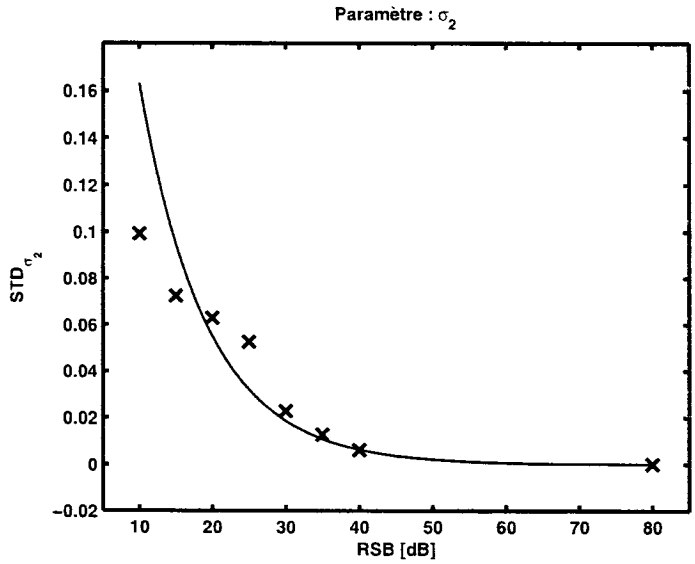


Figure 3.8-suite

3.3.6 Origines de la relation entre le RSB et l'ICM

Partons de l'équation qui lie la puissance du bruit au rapport signal sur bruit RSB, donnée par l'équation (3.2). Rappelons que cette équation exprime la relation qui lie le RSB à la puissance P du profil de vitesse et à l'EQM du bruit. Nous avons observé à travers les graphiques de la Figure 3.4 que la dispersion des valeurs extraites des paramètres autour de leurs valeurs simulées est d'autant plus faible que le RSB est important. En d'autres termes, la valeur de la variance de l'erreur de mesures, pour chaque paramètre, est fonction du RSB. D'un autre coté, nous avons montré plus haut que cette erreur de mesures est aussi un bruit gaussien. Et donc, sa variance, donnée par le carré de STD, représente aussi sa puissance. Nous nous attendons alors à ce que la relation entre le RSB et le STD soit du même type que celle de l'équation (3.2). Pour ce faire, résumons ces relations obtenues

par régressions exponentielles[3]:

$$STD_{t_0} \simeq 0.1304e^{-0.116*RSB} \tag{3.5}$$

$$STD_{D_1} \simeq 13.4248e^{-0.1089*RSB} \tag{3.6}$$

$$STD_{\mu_1} \simeq 0.827e^{-0.1139*RSB} \tag{3.7}$$

$$STD_{\sigma_1} \simeq 0.2818e^{-0.1121*RSB} \tag{3.8}$$

$$STD_{D_2} \simeq 11.953e^{-0.1075*RSB} \tag{3.9}$$

$$STD_{\mu_2} \simeq 2.1089e^{-0.1276*RSB} \tag{3.10}$$

$$STD_{\sigma_2} \simeq 0.4823e^{-0.1084*RSB} \tag{3.11}$$

À partir des équations ci-dessous, nous construisons d'autres relations qui vont lier les puissances[4] des erreurs de mesures (ou bien le carré de leur écart type) au RSB de la manière suivante.

$$EQM_{t_0} \simeq 0.017e^{-0.232*RSB} \tag{3.12}$$

$$EQM_{D_1} \simeq 180.225e^{-0.2178*RSB} \tag{3.13}$$

$$EQM_{\mu_1} \simeq 0.684e^{-0.2278*RSB} \tag{3.14}$$

[3]Nous attirons l'attention du lecteur sur le fait que ces relations empiriques sont uniquement valables pour les profils de vitesse appartenant à la classe C_{f0} et dont les paramètres delta-lognormaux sont supposés évoluer dans les intervalles de dispersion décrits au chapitre sept. La méthodologie demeure la même dans l'établissement des relations empiriques pour les autres classes.

[4]Nous avons désigné les puissances des erreurs de mesures de chaque paramètre de la même façon que le bruit accompagnant le profil de vitesse par l'erreur quadratique moyenne EQM car elles se comportent comme des bruits gaussiens. Pour obtenir les puissances des erreurs de mesure exprimées dans les équations (3.12) à (3.18), nous avons juste élevé au carré les équations (3.5) à (3.11).

$$EQM_{\sigma_1} \simeq 0.079e^{-0.2242*RSB} \tag{3.15}$$

$$EQM_{D_2} \simeq 142.874e^{-0.215*RSB} \tag{3.16}$$

$$EQM_{\mu_2} \simeq 4.4475e^{-0.2552*RSB} \tag{3.17}$$

$$EQM_{\sigma_2} \simeq 0.233e^{-0.2168*RSB} \tag{3.18}$$

Globalement, ces relations sont effectivement du même type que celle de l'équation (3.2). Elles expriment le fait que la puissance du bruit qui s'ajoute à l'extraction de chaque paramètre est une portion du bruit original accompagnant le profil delta-lognormal. Plus le RSB est grand, meilleure est l'extraction.

Nous venons de montrer que le système d'extraction n'engendre pas de bruits, mais qu'il distribue la puissance du bruit qui s'ajoute au profil delta-lognormal sous forme d'erreurs de mesures des paramètres. Ainsi, connaissant la valeur extraite de chaque paramètre ainsi que la valeur du RSB, nous pouvons déduire à 95% les intervalles de confiances de la mesure données par l'équation (3.4). Il nous reste maintenant à analyser la source des erreurs de mesure engendrée par le système d'acquisition.

3.4 Origine des erreurs de mesure engendrées par la tablette à numériser

Les données de profils de vitesse sont issues de l'acquisition de la cinématique des traits d'écriture effectués sur une tablette à numériser. L'acquisition est faite par le système d'acquisition de l'écriture manuscrite, décrit à l'Annexe IV. La tablette à numériser est de marque Wacom. Ce constructeur ne donne que la précision sur la position du stylet qui est de ± 0.25 mm. Nous faisons l'hypothèse que cette erreur de position dans les deux directions X et Y est normalement

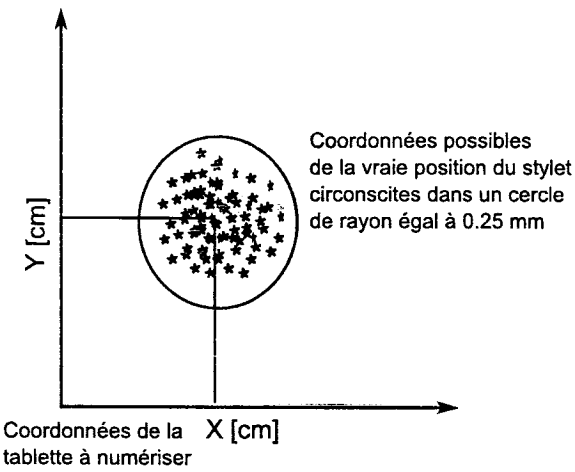
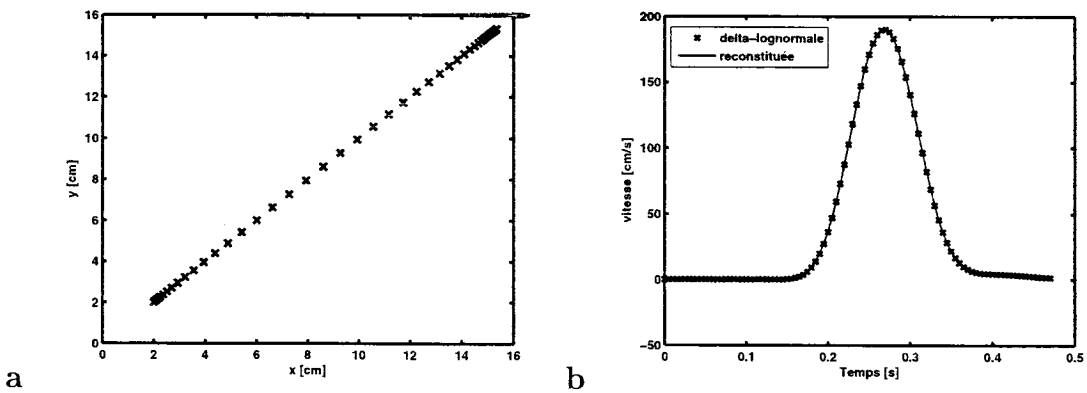


Figure 3.9 Illustration de la position enregistrée du stylet sur la tablette à numériser et délimitation de l'intervalle dans lequel se trouve sa vraie position.

distribuée de moyenne nulle et d'écart-type égal à 0.125mm. D'autre part, l'équipe d'ingénieurs du laboratoire Scribens qui ont perfectionné le système d'acquisition en un système qui porte le nom de sign@medic, ont déterminé la précision sur la fréquence d'échantillonnage qui est estimé à environ 1% du pas d'échantillonnage de 5 ms. Cette variabilité du pas d'échantillonnage est faible, ce qui nous permet de considérer dans la phase de prétraitement une fréquence d'échantillonnage fixe de 200 Hz. Nous faisons alors l'hypothèse que la seule distorsion engendrée par le système de numérisation est due uniquement à la précision sur les coordonnées X et Y des points de la trajectoire du mouvement rapide. Ainsi, comme le montre la Figure 3.9, chaque position réelle du stylet se trouve à l'intérieur d'un cercle de rayon 0.25 mm, dont les coordonnées du centre sont données par la tablette à numériser (les détails sur le système d'acquisition sont donnés à l'Annexe IV).



a b

Figure 3.10 **a)** Illustration du trait rapide produit par la pointe du stylet lors d'un mouvement rapide effectué sur une tablette à numériser, **b)** profil de vitesse correspondant.

3.5 Effets sur l'extraction engendrée par la numérisation et les filtrages dérivatif et passe-bas

Pour répondre à cette question, nous allons construire un profil de vitesse à partir de la banque de données en supposant au départ que le sujet humain a parfaitement effectué un mouvement rapide dont la trajectoire est rectiligne avec une direction de 45 degrés, comme cela est illustré à la Figure 3.10. Ensuite, nous simulons la distorsion spatiale due à la tablette à numériser, en ajoutant aux coordonnées idéales des points de la trajectoire, des erreurs de position normalement distribuées. Nous obtenons ainsi des données simulées équivalentes aux données brutes fournies par la tablette à numériser. Ensuite, nous déterminons le profil de vitesse en utilisant les filtres dérivatifs, puis nous le filtrons en utilisant un filtre passe-bas dont la fréquence de coupure est égale à 32 Hz (voir Figure 3.11). Nous analysons alors les effets des distorsions cumulées engendrées successivement par la tablette à numériser, le filtre dérivatif et le filtre passe-bas. La Figure 3.12 illustre les effets de la numérisation et du filtrage d'un profil delta-lognormal idéal.

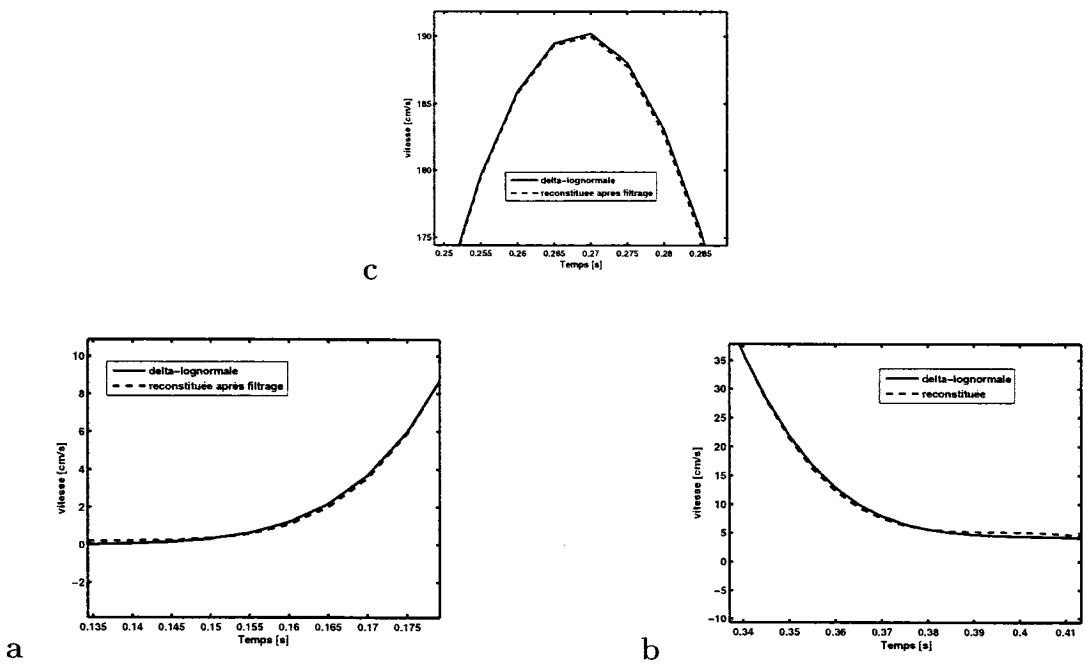


Figure 3.11 Cas d'un profil de vitesse delta-lognormal idéal. Illustration de l'effet de la distorsion due à la tablette à numériser au filtrage passe bas et dérivatif sur un profil delta-lognormal idéal **a)** agrandissement du début du profil de vitesse, **b)** agrandissement à la fin du profil de vitesse, **c)** agrandissement autour du maximum du profil de vitesse

Nous allons maintenant nous intéresser sur la relation entre le bruit engendré par le système d'acquisition et les erreurs de mesure des paramètres delta-lognormaux. Pour cela, analysons tout d'abord l'histogramme de la fonction erreur de reconstruction $v_{err}(t)$. Celui-ci, donné par la Figure 3.12-b, exprime une distribution qui s'apparente à celle d'un bruit gaussien.

Ainsi, nous assumons que les effets de la numérisation et des filtrages dérivatif et passe-bas sur le profil delta-lognormal idéal peuvent être considérés comme si s'était un bruit gaussien et de là, nous pouvons déduire les intervalles de confiance pour chaque paramètre delta-lognormal en utilisant les relations décrites dans les équations (3.5) à (3.11).

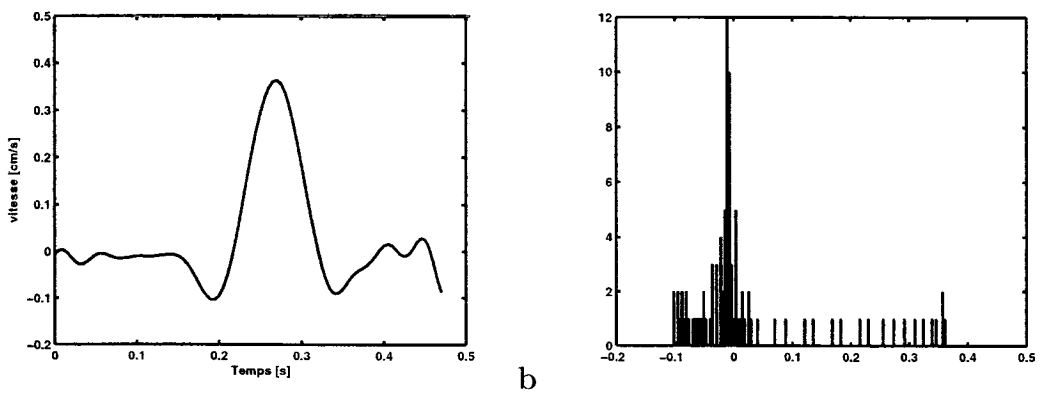


Figure 3.12 **a**) Profil de l'erreur de reconstruction $v_{err}(t)$ d'un profil delta-lognormal idéal distordu par les effets de numérisation par la tablette à numériser et par les filtrages dérivatif et passe-bas, **b**) histogramme de $v_{err}(t)$.

3.6 Application aux données expérimentales

Dans les sections précédentes, nous avons montré qu'en faisant l'hypothèse d'une distribution gaussienne du bruit accompagnant le profil delta-lognormal, nous pouvons déduire les intervalles de confiance dans lesquels nous sommes certains à 95% que les valeurs réelles des paramètres delta-lognormaux s'y trouvent. Nous allons alors appliquer cette méthodologie pour extraire les paramètres d'un profil de vitesse réel, donné à la Figure 3.13b. Les Figures 3.13c-d illustrent respectivement la fonction erreur de reconstruction du profil de vitesse par un profil delta-lognormal et son histogramme. Les résultats suivants illustrent les valeurs des paramètres delta-lognormaux mesurées par le système d'extraction décrit au chapitre deux et à l'Annexe II. En plus des caractéristiques globales du trait d'écriture, le système donne la précision de chaque paramètre : par exemple, les paramètres de la lognormale agoniste sont estimés avec des erreurs relatives inférieures à 6%. Ce qui réduit l'intervalle de confiance et augmente ainsi la précision de la mesure. Par contre, les paramètres D_2 et σ_2 sont mesurés avec des erreurs relatives assez importantes. Dans ces conditions, il serait difficile d'étudier leurs variabilités.

```
Méthode d'extraction = INFLEX+MINIT+XZERO
t0 = 0.534 ± 0.62
D1 = 7.828 ± 5.72
mu1 = -1.546 ± 1.48
sigma1 = 0.198 ± 4.20
D2 = 0.992 ± 42.35
mu2 = -1.255 ± 2.79
sigma2 = 0.091 ± 17.95
EQM = 0.075 [cm2/s2]
RSB = 37.397 [dB]
```

3.7 Discussion

Premièrement, nous remarquons que le profil de l'erreur de reconstruction, obtenu par l'ajustement du profil de vitesse idéal distordu par le filtrage numérique (voir Figure 4.12.a), est différent de celui obtenu par l'ajustement du profil de vitesse réel (voir Figure 4.13.c). Cela est dû à notre surestimation du type de bruit et à notre sous-estimation de sa grandeur. Nous en déduisons tout d'abord que ce bruit possède une distribution différente d'une gaussienne et qu'ensuite son étendue est presque le double de celui obtenu par simulation (voir Figure 3.12b et Figure 3.13d).

Deuxièmement, à la lecture des intervalles de confiance obtenus pour les paramètres du profil de vitesse réel, nous remarquons que le système de mesures extrait avec une plus grande précision les paramètres de la composante agoniste. Ceci est normal dans le sens où comme ce profil appartient à la classe C_{f0} (pas de passage par zéro du profil de vitesse), la composante antagoniste est presque noyée au point qu'en présence du bruit, il devient difficile pour le système de mesures d'extraire efficacement les valeurs de ses paramètres.

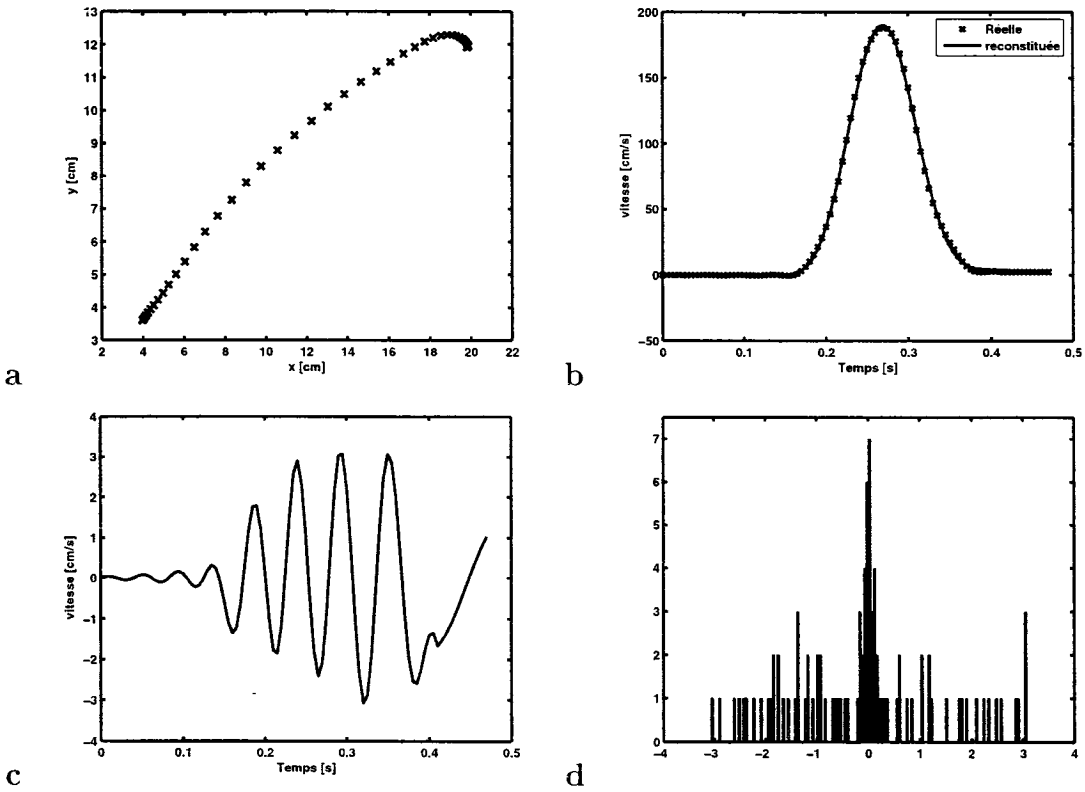


Figure 3.13 Cas d'un profil réel de vitesse. Illustration de l'effet de la distorsion due par les filtrage dérivatif et passe bas **a)** tracé du trait rapide **b)** profil de vitesse **c)** fonction erreur de reconstruction **d)** histogramme de la fonction erreur.

Troisièmement, nous avons procédé à la mesure du RSB intrinsèque du système de mesures en demandant à un sujet entraîné sur le système d'acquisition d'effectuer une centaine de traits rapides. Les résultats de l'extraction ont montré que le RSB intrinsèque est supérieur à 30 dB et en moyenne il est égal à $40dB$ pour les profils de la classe C_{f0} . En utilisant l'équation (3.5), pour un RSB de $30dB$, l'écart type de l'erreur commise sur le paramètre t_0 est égal à 4 ms. Comme la période d'échantillonnage est de 5 ms, chaque valeur mesurée de t_0 est obtenue à plus ou moins deux échantillons. Ce résultat important sera utilisé dans le chapitre quatre pour valider la précision avec laquelle les valeurs de ce paramètre sont mesurées.

Dans une collaboration avec une équipe italienne qui œuvre dans le développement

d'algorithmes génétiques appliqués à l'optimisation d'extracteurs de paramètres de n'importe quel modèle d'ajustement, nous avons comparé les performances de l'algorithme d'extraction INFLEX (voir chapitre deux, section 5) avec un algorithme évolutionnaire dénommé BGA pour Breeder Genetic Algorithm [43, 44]. Cette comparaison a été faite sur deux étapes. La première étape consistait à ajuster avec les deux algorithmes des profils delta-lognormaux simulés d'une même banque de données en utilisant un même protocole. Dans ce dernier, les deux algorithmes sont initialisés avec les mêmes informations a priori. Il ressort de cette étude comparative que la méthode déterministe d'extraction INFLEX donne les meilleurs résultats d'ajustement dans le cas de profils idéaux. Dans le cas de données bruitées avec un RSB de $20dB$, l'algorithme évolutionnaire BGA semble être moins sensible au bruit que le INFLEX. La deuxième étape consistait à comparer les performances de ces deux algorithmes dans le cas de données réelles. Comme le bruit n'est pas gaussien, ces deux algorithmes ont donné des performances similaires au sens des moindres carrés [45].

3.8 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté les performances du système d'extraction utilisé pour extraire les paramètres delta-lognormaux des profils de vitesse idéaux extraits d'une banque de données. Le système retrouve les valeurs originales des paramètres avec un taux de réussite de plus de 98%. Nous avons ensuite ajouté un bruit gaussien aux profils idéaux de classe C_{f0} en utilisant plusieurs rapports signal sur bruit. L'application du système de mesures aux profils bruités, montre d'une part que celui-ci n'engendre pas de bruits additionnels sur l'extraction et d'autre part, que des portions de la puissance du bruit se retrouvent dans les erreurs de mesures entachant les valeurs extraites des paramètres delta-lognormaux. De plus,

nous avons pu obtenir des relations empiriques liant le RSB aux intervalles de confiance des mesures, qui permettent de circonscrire la précision de la mesure de chaque paramètre.

L'apport original de ce travail réside dans le fait que maintenant les valeurs extraites des paramètres sont accompagnées de la précision avec laquelle elles sont extraites. Ainsi, il devient plus facile d'analyser la variabilité induite sur chaque paramètre par les variabilités des profils de vitesse des mouvements rapides. Ces dernières peuvent exprimer par exemple un dysfonctionnement particulier du système neuromusculaire ou bien du système nerveux central.

Nous soulignons que le travail contenu dans ce chapitre a été mené en choisissant les conditions les plus défavorables pour le système d'extraction. Premièrement, nous l'avons soumis à des profils où la composante antagoniste est noyée par la composante agoniste. En présence de bruit, cette composante est encore plus noyée, rendant l'extraction encore plus difficile. Deuxièmement, nous avons choisi le bruit gaussien reconnu pour être facile à modéliser, mais difficile à éliminer, car il possède un spectre de puissance étalé. Nous estimons alors que les performances obtenues représentent la limite inférieure des performances réelles du système de mesures. En quelque sorte, nous avons travaillé avec des conditions conservatives.

Après l'amélioration du système d'extraction par l'apport de l'algorithme XZERO, cette caractérisation vient ajouter une information supplémentaire sur la précision de la mesure des paramètres du modèle delta-lognormal. Le système de mesures est ainsi prêt à être utilisé dans des expériences non invasives œuvrant dans la caractérisation de certaines fonctionnalités du système nerveux central et du système neuromusculaire. Comme exemple d'application immédiate, ce système est utilisé dans l'expérience de non réfutabilité de l'hypothèse de proportionnalité qui fait l'objet du prochain chapitre.

CHAPITRE 4

EXPÉRIENCE DE NON RÉFUTABILITÉ DE L'HYPOTHÈSE DE PROPORTIONNALITÉ

4.1 Introduction

Toute construction d'un modèle, décrivant la dynamique d'un système biologique, a recourt à des hypothèses permettant de contourner toute la complexité du système afin de le représenter par des équations simples. La modélisation en tant que telle vise à représenter un fonctionnement particulier du système avec un minimum de paramètres de façon à faciliter la prédiction et la compréhension de sa dynamique. Le modèle delta-lognormal n'échappe pas à cette règle. L'hypothèse principale sur laquelle il repose soutient l'existence d'une relation de proportionnalité entre les temps de délai cumulatifs des sous-systèmes formant le système neuromusculaire.

Dans ce chapitre, nous allons répondre à la question suivante: *l'effet de proportionnalité explique l'asymétrie du profil de vitesse, conduit à de meilleurs résultats d'ajustement, et concorde vraisemblablement d'une façon indirecte avec des observations faites dans d'autres domaines de la science, autre que le contrôle moteur, mais est-ce que cette hypothèse régit vraiment le fonctionnement moteur du système neuromusculaire?.*

Par tradition, il existe en science une démarche pour savoir si une théorie décrit réellement un comportement particulier d'un système physique : l'expérimentation. Comme l'a souligné le philosophe Karl Popper, *nous pouvons prouver qu'un théorème mathématique est vrai, mais pas une théorie. Cependant, avec une expérience nous*

pouvons savoir si cette dernière est fausse. Ainsi, tester la validité d'une théorie scientifique est une question de *réfutabilité* et non une question de *vérification.* Plus une théorie, confrontée à l'expérience, échappe à la réfutabilité, plus elle a des chances d'être vraie. Elle le demeurera jusqu'à ce qu'un jour, un résultat expérimental vienne la remettre en cause...

Donc, même si le modèle delta-lognormal décrit la cinématique d'un mouvement humain, avec une bonne approximation au sens de l'ajustement, et qu'il a été obtenu à travers l'étude des équations analytiques issues des différentes branches de la science, il reste que le meilleur moyen de le considérer comme étant *la théorie cinématique* décrivant le comportement du système neuromusculaire est de le confronter à de nouvelles expériences.

L'observation par l'expérience de l'effet proportionnel constitue en ce sens une preuve de non réfutabilité du modèle delta-lognormal. Elle va en quelque sorte enlever le voile sur son hypothèse de base qui n'en serait plus une ; conduisant ainsi à la consistance du modèle déduite par triangularisation. Cette dernière est une méthode classique couramment utilisée en navigation pour localiser un objet avec trois observations délimitant une surface triangulaire. Dans le cas du modèle delta-lognormal, la preuve mathématique, les meilleurs résultats d'ajustement et une preuve expérimentale de non réfutabilité de son hypothèse de base constitueraient à notre avis trois sources d'observations qui positionneraient le modèle par rapport aux autres modèles du contrôle moteur. Ce quatrième chapitre porte donc sur ce test de non réfutabilité.

4.2 Moyen d'observation de l'effet proportionnel

D'après la théorie cinématique du mouvement rapide, la relation de proportionnalité exprime cette relation qui existe entre les temps de délai cumulatifs, mesurés à la sortie de chaque sous-système. Donc, l'observation d'une telle relation nécessite, d'une part, l'identification des sous-systèmes du système neuromusculaire, et d'autre part, la définition de la nature du signal de sortie.

Dans cette expérience, nous considérons que chaque muscle représente le fonctionnement d'un sous-système et la sortie correspond à l'enveloppe de son activité électrique, enregistrée par les signaux d'électromyographie (EMG) de surface. Ces considérations sont largement discutées au chapitre neuf. Pour l'instant, partons de ces considérations de travail pour construire l'expérience de non réfutabilité.

Cependant, quand vient le moment de construire le design d'une telle expérience en fonction de la physiologie du SNM, d'autres considérations techniques surviennent. Par exemple, pouvons-nous observer l'effet de proportionnalité sur des sous-systèmes qui ne sont pas adjacents et est-il adéquat de représenter un muscle par un sous-système?

Pour y répondre, exploitons l'architecture du SNM proposée dans le modèle delta-lognormal et ainsi, en utilisant la propriété d'associativité, il est possible de désigner un ensemble de sous-systèmes par un sous-système sans toucher à la généralité de la théorie. À notre échelle d'observation, le système neuromusculaire est composé d'un ensemble de muscles ; disposés en parallèle sur le système squelettique du membre. Sa réponse est mesurée au niveau de l'effecteur terminal du membre supérieur (la pointe d'un stylo tenue par main). Nous allons considérer les muscles du membre supérieur comme étant des *sous-systèmes*, regroupant d'autres sous-systèmes, dont les réponses, ou signaux de sortie, correspondent aux enveloppes

EMG enregistrées à la surface de la peau. Le calcul des temps de délai cumulatifs va se faire en exploitant leurs enveloppes.

La réponse à la deuxième partie de la question est discutée au chapitre neuf. Pour répondre à la première partie, exploitons la représentation du système neuromusculaire proposée par le modèle delta-lognormal. En effet, même si les sous-systèmes ne sont pas adjacents nous pouvons déduire une relation de proportionnalité entre leurs temps de délai cumulatifs, et en vertu de la linéarité, il est possible de désigner un ensemble de sous-systèmes par un sous-système sans modifier ni la structure ni le comportement global du système.

Soient deux sous-systèmes $h_j\,(t - t_0)$ et $h_k\,(t - t_0)$ obtenus par association d'un certain nombre de sous-systèmes avec des temps de délai cumulatif respectivement égaux à T_j [1] et T_k qui ne sont pas adjacents et régis par une loi de proportionnalité telle que :

$$T_j = (1 + \varepsilon_j)\, T_{j-1} \tag{4.1}$$

$$T_k = (1 + \varepsilon_k)\, T_{k-1} \tag{4.2}$$

Avec $k < j$

Nous pouvons alors écrire l'équation (4.1) sous la forme suivante :

[1] Le temps $T_j = \tilde{T}_j + t_0$ où t_0 est le temps d'occurrence de la commande neuromotrice et $\tilde{T}_j$ est le temps de délai cumulatif du système neuromusculaire enregistré à la sortie du sous-système h_j sans le biais de t_0 . Pour alléger les notations tout en gardant la généralité de la démarche mathématique, nous avons omis t_0 dans les équations.

$$T_j = (1+\varepsilon_j)(1+\varepsilon_{j-1})(1+\varepsilon_{j-2})...(1+\varepsilon_{k+1})T_k \tag{4.3}$$

$$\begin{aligned} T_j = (1 &+ \varepsilon_j + \varepsilon_{j-1} + \varepsilon_{j-2} + ... + \varepsilon_{k+1} + \varepsilon_j\varepsilon_{j-1} + \varepsilon_j\varepsilon_{j-2} + ... \\ &+ \varepsilon_j\varepsilon_{k+1} + ... + \varepsilon_j\varepsilon_{j-1}...\varepsilon_{k+1})T_k \end{aligned} \tag{4.4}$$

Comme les facteurs de proportionnalités sont des fractions dont les valeurs sont très inférieures à 1, les valeurs de leurs produits sont encore plus inférieures à 1. Ainsi, en négligeant les produits croisés des facteurs ε_j , nous aboutissons à une relation de proportionnalité entre T_j et T_k donnée par :

$$T_j \simeq (1+\varepsilon_j + \varepsilon_{j-1} + \varepsilon_{j-2} + ... + \varepsilon_{k+1})T_k \tag{4.5}$$

$$T_j \simeq (1+\varepsilon_{jk})T_k \tag{4.6}$$

$$\Delta T_j = T_j - T_k \simeq \varepsilon_{jk}T_k \tag{4.7}$$

où ε_{jk} représente le facteur de proportionnalité entre les temps de délai cumulatifs T_j et T_k . L'équation (4.6) montre que même si les sous-systèmes ne sont pas adjacents, ils sont toujours régis par une relation de proportionnalité — si celle-ci existe —. Ainsi, même si les muscles que nous considérons ne sont pas adjacents, s'ils sont régis par une relation de proportionnalité, nous pouvons considérer qu'il existera un effet de proportionnalité gouvernant les temps de délai cumulatifs des réponses des composantes du SNM.

En résumé, le fait que tout ensemble d'unités motrices (ou sous-systèmes) qui contribuent à l'amplification de la contraction musculaire sans modifier son profil peut être représenté par un seul muscle (ou sous-système) et, si le système SNM est régi par un effet proportionnel, il en est de même pour les temps de délai cumulatifs de deux sous-systèmes non adjacents. Ainsi, l'un des moyens d'observer cet effet est donc d'utiliser les activités électriques des différents muscles, enregistrées lors des mouvements de l'effecteur terminal du membre supérieur. Avant de décrire l'expérience et le protocole utilisé, définissons le type de ces mouvements et identifions les muscles mis en jeu.

4.3 Types de mouvements

Observer l'effet proportionnel requiert un fonctionnement particulier du système moteur. Premièrement, le mouvement doit posséder une amplitude suffisante pour avoir un bon rapport signal sur bruit à l'acquisition. Ensuite, il doit refléter le plus possible l'effet d'une seule commande motrice, car cet effet n'est pas lié à la commande motrice, mais bien à la structure du système neuromusculaire qui exécute la commande. Un tel comportement est décrit par le modèle delta-lognormal. C'est-à-dire que les mouvements effectués doivent être rapides avec un recrutement maximal du nombre d'unités motrices mises en jeu. En pratique, un tel mouvement correspond à un mouvement rapide de pointage entre un point de départ **A** et une cible **B** (voir Figure 4.1). De plus, ce type de mouvements permettra de fournir des informations sur les points suivants:

1. Observation de l'activité électrique des muscles avant le temps d'occurrence t_0 et le temps de réaction t_{RT} du scripteur.

2. Identification, à travers leurs activités électriques, du fonctionnement des

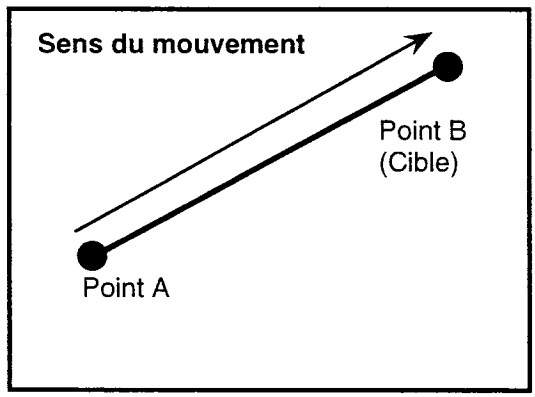


Figure 4.1 Exécution du mouvement rapide sur la surface d'une tablette à numériser

différents muscles agonistes et antagonistes durant un mouvement rapide.

En résumé, l'expérience consiste à observer l'effet proportionnel durant un mouvement rapide, car d'une part, cela ne nécessite qu'une seule commande neuromotrice, et d'autre part, c'est un cas intéressant du mouvement humain où les contractions de toutes les fibres musculaires de chaque muscle recrutées se surimposent en créant un effet d'amplification. De plus, si la direction de ce mouvement ne change pas d'une manière significative, les muscles mis en jeu sont séparés en deux catégories : les agonistes initient et maintiennent le mouvement et les antagonistes tendent à s'y opposer.

4.4 Choix des muscles

Dans cette expérience, le comportement du système neuromusculaire est observé à travers les activités électriques des muscles du membre supérieur où l'enregistrement des signaux EMG est accessible d'une manière non invasive, et avec un minimum

Muscles	Type de muscles	Numéro
Pectoral	Antagoniste	1
Deltoïde	Agoniste	2
Biceps	Antagoniste	3
Triceps	Agoniste	4
Fléchisseur	Antagoniste	5
Extenseur	Agoniste	6
Long supinateur	Antagoniste	7

Tableau 4.1

d'interférences. Nous avons qualifié d'agonistes les muscles qui se contractent dans le sens du mouvement et d'antagonistes les muscles qui se contractent dans le sens opposé. Ensuite, nous les avons numérotés de la façon suivante : les numéros impairs sont les antagonistes et les numéros pairs sont les agonistes (sauf pour le long supinateur qui agit selon une direction intermédiaire) (voir le Tableau 4.1 qui donne la nomenclature des différents muscles mis en jeu dans l'expérience).

Les choix du type de mouvements et des muscles étant déterminés, passons maintenant à la méthode utilisée pour acquérir les données.

4.5 Matériel et méthodes

Cette expérience, désignée dans la suite de ce chapitre par expérience EMG, a été menée après avoir obtenu l'autorisation du comité d'éthique à la recherche de l'École Polytechnique de Montréal. Nous avons recruté d'une façon volontaire, dix sujets en bonne santé, âgés de 22 à 38 ans, tous droitiers et dont 20% sont du genre féminin. Étant donnée que l'expérience consiste à réfuter ou non l'observation de l'effet proportionnel et ne s'intéresse pas à une éventuelle relation de cause à effet entre la santé du sujet et les temps de délai, les nombreuses variabilités inhérentes

aux sujets, tels que l'age, le genre, l'état de santé, etc., sont alors considérées comme une source de bruit qui s'ajoute aux données expérimentales. L'expérience, qui comprend un bloc de 20 essais, dure 10 minutes environ. Celle-ci est non invasive et peut être reproduite par d'autres chercheurs avec un protocole et un matériel facile d'accès. Elle utilise les signaux EMG de surface des muscles du membre supérieur des sujets humains.

L'observation ou la non observation de l'effet proportionnel va se faire à travers une analyse statistique des temps de délai cumulatifs, calculés à partir des enveloppes des signaux EMG. Ceci suppose que les essais sont effectués dans les mêmes conditions avec le minimum de biais lié à l'environnement et au système d'acquisition. Un problème surgit: pour calculer les temps de délai cumulatifs, il faudra disposer d'une origine temporelle qui corresponde à l'instant où le sujet reçoit la consigne pour effectuer les essais. L'utilisation, seule, d'un système d'acquisition EMG, ne permet pas de savoir ni le début ni la fin du signal EMG correspondant à l'événement lié au mouvement. Dans ce genre d'expérience, un autre système d'acquisition est généralement utilisé pour acquérir la trajectoire du mouvement [46].

Dans cette expérience, nous utilisons un système d'acquisition de traits d'écriture, développé au laboratoire Scribens et dénommé sign@médic. Celui-ci est composé d'une tablette à numériser et d'un stimulateur visuel et sonore ; pilotés par un programme informatique. Il permet d'acquérir les trajectoires des mouvements effectués sur la surface horizontale de la tablette avec une fréquence d'échantillonnage de 200Hz et une résolution spatiale de 100 points par millimètre (pour plus de détails, voir l'annexe IV).

Le système d'acquisition EMG utilisé est de marque GRASS. Il est piloté par le logiciel commercial LabView. Ce système est configuré de sorte à acquérir les

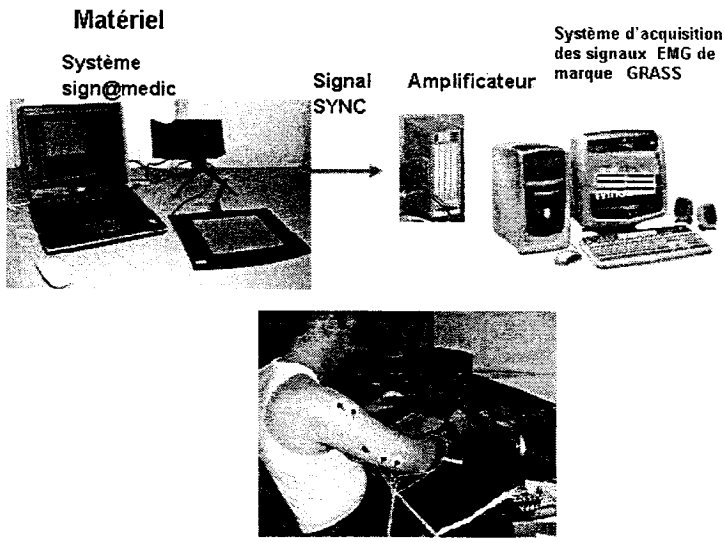


Figure 4.2 Illustration du fonctionnement des deux systèmes d'acquisition du mouvement et des signaux EMG (pour plus de détails, voir l'annexe IV).

signaux EMG de surface avec une fréquence d'échantillonnage de 2000 Hz.

Ces deux systèmes sont synchronisés par un signal électrique de type TTL (voir Figure 4.2). L'origine des temps est donc fixée par le stimulateur, qui, en plus d'envoyer au sujet un stimulus sonore ou visuel pour commencer le mouvement, celui-ci synchronise les origines des temps des deux systèmes. Les observations complémentaires du mouvement à travers sa cinématique et les signaux EMG sont critiques pour l'expérience, sans quoi l'analyse des données serait sans intérêt. En effet, cette double acquisition nous donne plus d'information sur le mouvement.

Du côté des signaux EMG, elle rend compte des phases de contraction et de relaxation des muscles durant un mouvement, des déphasages entre les activités des muscles agonistes entre eux, antagonistes entre eux et entre les couples agonistes antagonistes. Du côté de la cinématique, elle nous renseigne sur l'origine des temps qui marque l'instant qui sépare la phase préparatoire du mouvement, réunissant

tous les événements qui se sont produits avant l'apparition du stimulus auditif, de la phase qui recouvre les événements liés à la génération proprement dite du mouvement. Cette technique d'acquisition nous permet d'isoler les portions des EMG qui correspondent exactement au mouvement rapide, et de là, elle enlève tout biais de l'origine des temps dans le calcul des temps de délai.

4.5.1 Phases de préparation et d'acquisition

Après que le sujet ait pris connaissance du protocole et ait consenti à participer à l'expérience, nous plaçons des électrodes sur les différentes zones identifiées de la surface de son membre supérieur dominant et les connectons ensuite au système d'amplification. Sur chaque muscle, deux électrodes de surface sont utilisées en mode différentiel afin d'acquérir le faible signal d'électromyographie (EMG). La partie filaire, qui véhicule les signaux de faible amplitude vers les amplificateurs, est placée de façon à ne pas gêner le sujet dans la réalisation des différents mouvements de son membre. Une fois que le sujet est installé et qu'il a adopté une posture confortable, celui-ci effectue une vingtaine de traits d'écritures avec des mouvements rapides sur la tablette à numériser en allant d'un point origine vers un point cible de manière à ce que le mouvement s'effectue en abduction par rapport à l'articulation de l'épaule, considérée comme un point fixe.

Dans cette posture, les muscles du deltoïde, du triceps et de l'extenseur, qui initient et maintiennent ce mouvement, sont considérés comme étant des muscles agonistes, alors que les muscles du pectoral, du biceps, du fléchisseur et du long supinateur qui tendent à le freiner, sont considérés comme étant des antagonistes. Il est important de souligner que dans ce bloc d'essais, c'est l'épaule qui constitue le point fixe de la posture du mouvement.

4.5.2 Description du protocole expérimental

Le protocole adopté dans la présente expérience est celui généralement utilisé pour acquérir les mouvements rapides de pointage relatifs à des traits simples d'écriture; effectués sur une surface plane. Il est composé de trois phases principales. Dans la première phase, le sujet se prépare à effectuer le mouvement et le système de mesures le prévient par un stimulus visuel ou sonore que celui-ci est prêt à numériser la trajectoire du mouvement de son effecteur. La deuxième phase marque une pause d'une durée aléatoire, utilisée pour enlever le biais lié à l'anticipation possible du mouvement par le sujet. Et, la troisième phase déclenche le début effectif de la commande en excitant les sens du sujet par un stimulus visuel ou sonore[47]. Ainsi, le protocole expérimental de l'exécution d'un essai est mené selon les trois étapes suivantes, désignées respectivement par à vos marques, prêt, et partez, termes empruntés de la terminologie utilisée en athlétisme dans le déclenchement d'une course de vitesse (voir Figure 4.3):

1. Pour déclencher le signal '*à vos marques*', le stimulateur cognitif (voir Annexe IV) envoie un signal clignotant rouge, signalant au sujet humain que le système est prêt à enregistrer la trajectoire de son mouvement. Le sujet doit à ce moment-là poser le stylet sur un point de départ marqué sur la surface de la tablette à numériser pour informer le système qu'il est prêt à exécuter son mouvement.

2. Pour déclencher le signal '*prêt*', le stimulateur s'éteint pour informer le sujet qu'il doit attendre un signal sonore avant d'effectuer son mouvement. La durée de cette étape est une variable aléatoire qui suit une loi exponentielle de façon à obtenir une fonction de hasard constante qui enlève tout biais d'anticipation du mouvement par le sujet [30].

3. Après ce délai aléatoire, le stimulateur envoie un stimulus sonore, signalant le début du mouvement *'partez'*. À ce moment-là, le système commence à numériser et à enregistrer, avec une fréquence de 200Hz, toutes les informations liées au mouvement du stylet tenu par la main du sujet (trajectoire, pression, angles d'azimut et d'élévation du stylet, etc.). Notons qu'originairement, ce protocole a été conçu pour des expériences de temps de réaction dans lesquelles le sujet devra réagir le plus rapidement possible au stimulus. Cependant, dans cette expérience, il est uniquement demandé au sujet d'exécuter un mouvement rapide. Après le stimulus sonore, celui-ci peut prendre autant de temps qu'il veut avant d'initier son mouvement. Dans ce cas, la rapidité est dans l'exécution du mouvement et non dans la réaction aux stimuli. De plus, le système électronique d'acquisition utilisé détecte et élimine tout essai exécuté par le sujet avant l'apparition du stimulus auditif (phénomène d'anticipation).

4. À la fin du mouvement, le sujet doit retirer le stylet de la zone active de la tablette à numériser afin de signaler au système la fin de l'acquisition. Une fois que c'est fait, le système réinitialise le stimulateur pour une nouvelle acquisition, effectue le prétraitement des données brutes et affiche les profils cinématiques du mouvement effectué.

Si par exemple, le sujet humain a commencé son mouvement avant d'atteindre l'étape 3, le système réagit par un bip sonore et un motif visuel en forme de X, avertissant l'expérimentateur d'une situation d'anticipation. Une fois que le sujet a enlevé le stylet de la tablette pour refaire l'essai, le système va tout de même enregistrer le mouvement en l'indexant comme un mouvement anticipé. Après la phase d'acquisition vient la phase de prétraitement qui consiste à retrouver, à partir des données brutes, l'origine du temps, à calculer les enveloppes EMG de tous les muscles, à déterminer la fin du mouvement, à isoler la portion utile de l'EMG, et

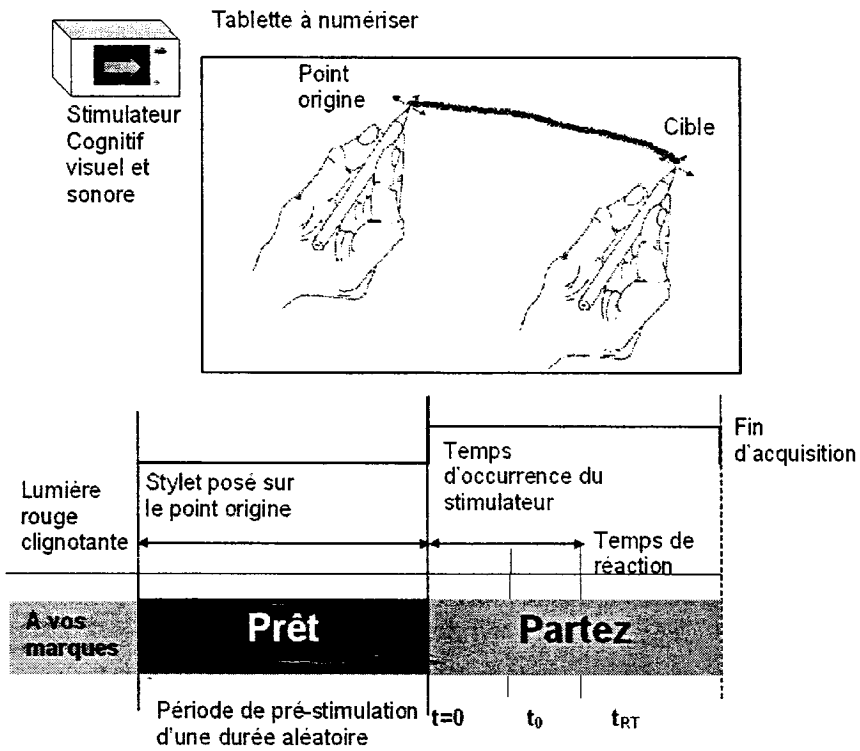


Figure 4.3 Illustration du protocole expérimental utilisé pour acquérir le mouvement rapide en éliminant le biais lié à son éventuelle anticipation par le sujet. Pour effectuer un mouvement de pointage entre deux points, le sujet réagit à un stimulus visuel et sonore généré par un système électronique en respectant le protocole expérimental.

enfin à calculer les temps de délai cumulatifs.

4.5.3 Phase des prétraitements

4.5.3.1 Calcul de l'origine du temps et de la fin du mouvement

L'une des originalités de cette expérience réside dans l'identification exacte de la portion du signal EMG qui correspond au mouvement rapide. Comme cela

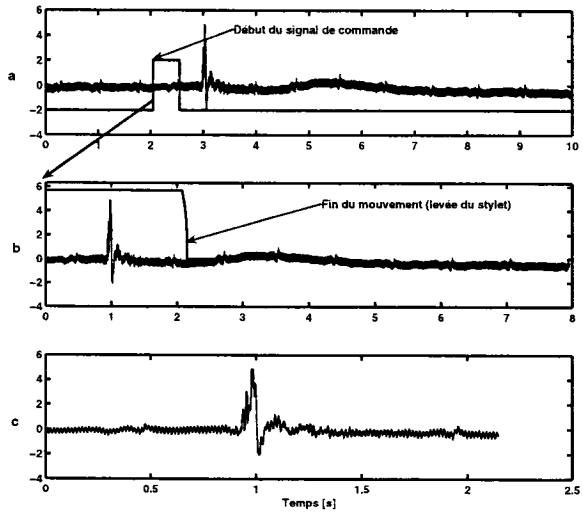


Figure 4.4 **a)** Exemple typique de superposition du signal EMG du muscle fléchisseur du sujet no 7 et du signal de synchronisation pour déterminer l'origine temporelle de l'essai. **b)** Superposition du signal EMG et de la pression du stylet sur la tablette à numériser pour identifier la fin de l'action du mouvement rapide (pour plus de détails, voir Annexe IV)**(c)** Extraction de la portion du signal EMG qui correspond au mouvement rapide.

a déjà été souligné plus haut, si nous n'utilisons que le système d'acquisition EMG pour acquérir les activités électriques des muscles, nous ne pouvons pas identifier l'origine du temps à partir de laquelle seront calculés les temps de délai mis par les différents muscles pour répondre à une commande neuromotrice, qui rappelons-le, est modélisée dans la théorie cinématique par une impulsion de Dirac pondérée par une distance et envoyée après un temps d'occurrence t_0 vers les aires motrices. L'une des solutions consiste donc à utiliser un stimulateur visuel ou auditif qui donnera le point de départ au mouvement. Ainsi, dès que le sujet perçoit le stimulus, tout un processus (perception, décodage, planification des tâches subséquentes, recrutement des unités motrices, etc.) se déclenche au niveau de son SNC pour effectuer le mouvement rapide.

Pour connaître l'origine du temps, le signal de synchronisation SYNC du stimulateur, qui se présente sous la forme d'un signal TTL, est enregistré par le système d'acquisition EMG. La transition du niveau haut vers le niveau bas indique l'envoi du stimulus sonore vers le système sensoriel du sujet. Ainsi, comme cela est illustré à la Figure 4.4, le signal SYNC du stimulateur permet d'identifier le temps $t = 0$ avec une précision inférieure à la milliseconde.

La deuxième étape du prétraitement vise à identifier la fin du mouvement. En effet, le calcul du temps de délai doit être effectué uniquement sur la portion du signal EMG qui est mise en jeu dans le mouvement rapide. Comme le calcul de ce temps de délai s'effectue sur l'évaluation d'une moyenne temporelle pondérée, ne pas isoler cette portion va conduire à des calculs erronés (surestimation des temps de délai et du temps du mouvement). Pour ce faire, nous avons donc utilisé, en première approximation, l'information de la levée de crayon du sujet lors de l'achèvement de son mouvement rapide comme instant final du mouvement (voir illustration à la Figure 4.4b).

4.5.3.2 Calcul de l'enveloppe EMG et du temps de délai cumulatif

Lors d'un mouvement rapide, chaque muscle possède une période de contraction et une période de relaxation, qui s'observent à travers l'enveloppe de son activité électrique par une forme en cloche généralement asymétrique, correspondant au mode phasique du signal EMG rectifié[48]. Généralement, l'enveloppe du signal EMG est obtenue en le filtrant avec une fenêtre glissante d'une largeur appropriée. Dans ce prétraitement, nous avons opté pour le filtre de lissage de Savitzky-Golay [49]. Comme cela est illustré à la Figure 4.5, son utilisation fait ressortir d'une façon satisfaisante les formes en cloche de l'enveloppe recherchée.

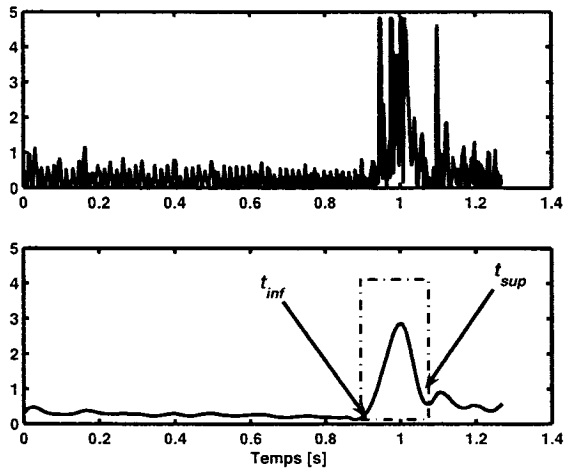


Figure 4.5 Illustration du processus de calcul semi automatisé du temps de délai cumulatif **a)** partie utile du signal EMG rectifié, **b)** calcul de son enveloppe avec le filtre de Savitzky-Golay (utilisation d'un lissage linéaire avec une largeur de la fenêtre de lissage égale à 20 ms). L'intervalle $[t_{\text{inf}}, t_{\text{sup}}]$ dans lequel est calculé le temps de délai cumulatif est illustré par un carré en pointillés.

Nous remarquons tout de suite que l'utilisation du signal SYNC et de la pression du stylet est nécessaire pour isoler l'enveloppe utile de l'EMG, mais pas suffisante pour calculer les temps de délai. En effet, il est rare de trouver une enveloppe formée d'un seul mode (une seule cloche). Chaque mouvement s'accompagne plutôt soit, de la superposition de deux ou de plusieurs EMG issus de muscles différents, soit, de la réplique du muscle qui fait suite à l'activité de son antagoniste ou bien les deux combinées. Dans tous les cas, nous avons à faire à une activité qui correspond soit, à un autre mouvement qui est en train de s'enclencher, soit à l'activité qui correspond au même mouvement, mais qui émane d'un autre muscle. Pour palier à ce problème, nous avons procédé au calcul des temps de délai d'une manière semi-automatisée; c'est-à-dire, en isolant manuellement la partie de l'enveloppe qui correspond au muscle considéré et au mouvement, avant de procéder au calcul automatique du temps de délai. Lorsqu'il y a surimposition de deux modes ou

plus, le mode principal est isolé en prenant comme limites les temps d'occurrence des vallées (voir Figure 4.5).

Ainsi, le temps de délai cumulatif t_{dc} est calculé en utilisant la relation suivante:

$$t_{dc} = \frac{\int_{t_{\text{inf}}}^{t_{\text{sup}}} t.Enveloppe_{EMG}(t)\,dt}{\int_{t_{\text{inf}}}^{t_{\text{sup}}} Enveloppe_{EMG}(t)\,dt} \tag{4.8}$$

La Figure 4.6 présente des enveloppes typiques des sept muscles considérés ainsi que le profil de vitesse de l'effecteur terminal

4.6 Résultats

4.6.1 Validation des données

Avant de commencer toute analyse, il faut d'abord s'assurer que les données enregistrées sont valides au sens de l'analyse statistique. Pour valider les données, nous avons recours à la technique de représentation des Cartes de Shewhart [50] qui met en évidence d'une part, la qualité des données obtenues, et d'autre part, vérifie si l'expérience menée est statistiquement contrôlée, c'est-à-dire si la variabilité observée est celle qui correspond au fonctionnement naturel du processus étudié et qu'il n'y a pas de données aberrantes qui indique un fonctionnement anormal du processus.

Pour effectuer une analyse statistique fiable, il faut que les données possèdent une variabilité prononcée à l'intérieur d'un intervalle de valeurs réalistes et que certaines d'entre elles ne soient pas des valeurs aberrantes. Les Figures 4.7- 4.9 illustrent trois cas de variation des temps de délai cumulatifs. Dans le premier cas, nous

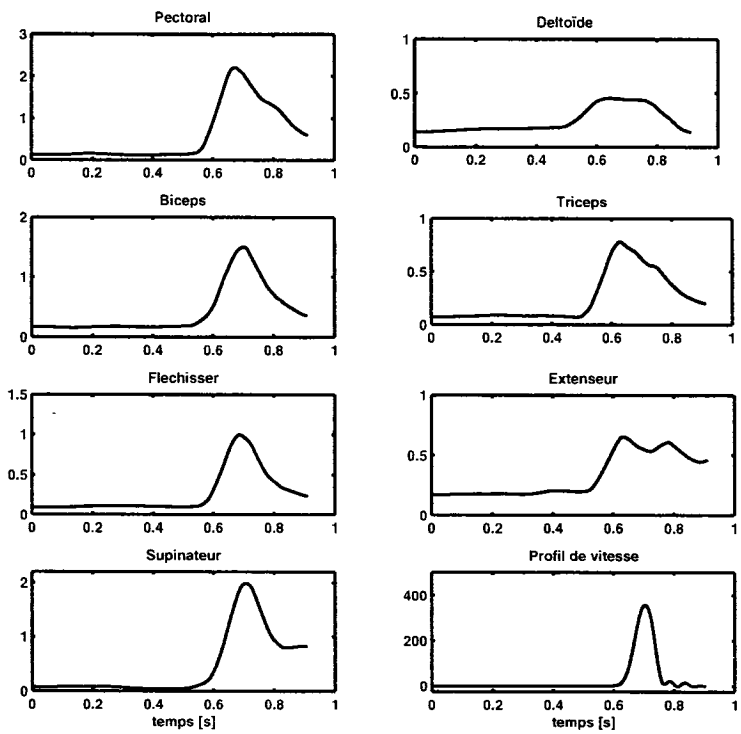


Figure 4.6 Illustration du calcul des enveloppes des sept muscles lors d'un essai typique effectué par un même sujet, ainsi que le profil de vitesse du mouvement correspondant. Nous remarquons que la plupart des enveloppes sont des superpositions de plusieurs modes. De plus, ce cas typique sous-entend que dans cette expérience, le mode phasique est significatif, ce qui est adapté pour le calcul des temps de délai avec l'équation (4.8).

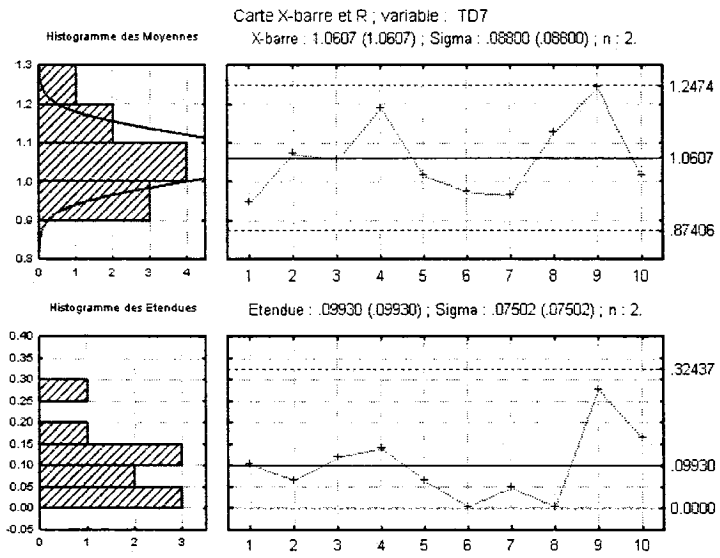


Figure 4.7 Carte de Schewhart du temps de délai cumulatif du muscle Supinateur du sujet no 7

observons sur la carte X-barre une variabilité appréciable des données à l'intérieur des limites calculées par les cartes de Shewhart.

Dans le second cas, nous observons une variabilité moins prononcée des données à l'intérieur des limites et dans le troisième cas, une situation de grande variabilité des données au point où quelques échantillons sont hors de la limite. Cependant, ces derniers n'ont pas été considérés comme des données aberrantes du fait qu'ils sont très proches de la limite. Cette analyse primaire, avec les cartes de Shewhart, a permis de confirmer que les données mesurées possédaient une variabilité suffisante pour entamer une analyse statistique. Notons que cette analyse a été effectuée en considérant individuellement les données pour chaque sujet, considéré comme étant un processus indépendant. Rappelons que dans cette technique, la variabilité du processus est décrite par une variable aléatoire suivant une loi normale. Il est évident qu'en regroupant les données, la distribution résultante ne sera pas une

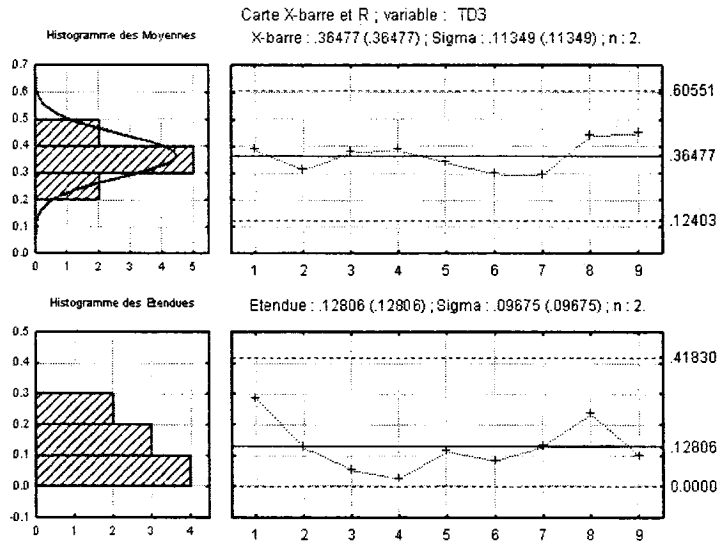


Figure 4.8 Carte de Schewhart du temps de délai cumulatif du muscle Biceps du sujet no 4

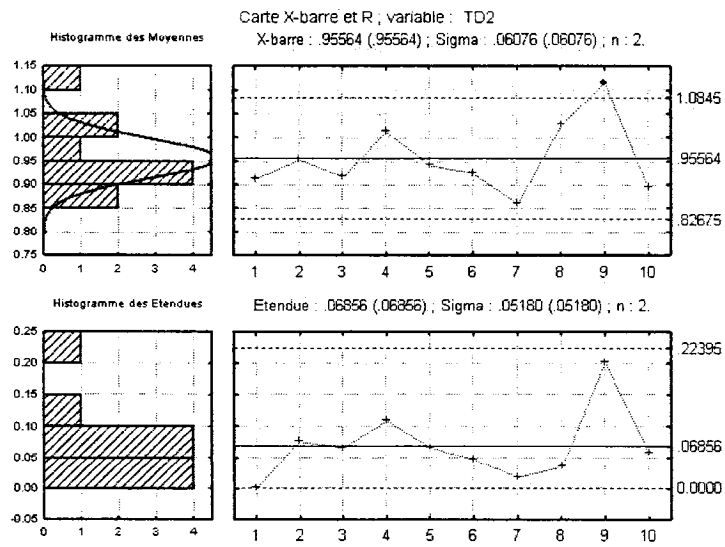


Figure 4.9 Carte de Schewhart du temps de délai cumulatif du muscle Deltoïde du sujet no 7

gaussienne, mais un mélange de gaussiennes, ce qui a pour effet de voir apparaître des points aberrants alors qu'ils ne le sont pas.

4.6.2 Première phase de l'analyse

Dans cette phase, nous avons pris au hasard les données de 5 sujets parmi les 10 (les sujets retenus sont les nos 1,3, 4,7 et 9) et, pour nous assurer qu'aucune situation n'est négligée pour l'observation ou non de cet effet de proportionnalité, nous avons procédé au calcul de toutes les droites de régression possible entre deux temps délai cumulatifs TD_j et TD_k ($j, k = 1, ..., 7$; $j \neq k$). Nous parlerons dans cette analyse de régression croisée lorsque nous calculons les pentes α_j et β_j des droites suivantes.

$$\begin{aligned} TD_j &= (1 + \varepsilon_{jk})\, TD_k = \alpha_j TD_k \\ TD_k &= (1 + \varepsilon_{kj})\, TD_j = \beta_j TD_j \end{aligned} \tag{4.9}$$

où TD_j et TD_k correspondent aux temps de délai cumulatifs des muscles de numéro j et k décrits au Tableau 4.1.

Les données étant entachées de bruit, la droite de régression obtenue possède alors une ordonnée à l'origine non négligeable qui engendre encore plus de bruit pour retrouver une relation de proportionnalité, nous avons donc utilisé cette régression croisée pour déterminer sans ambiguïté laquelle des pentes est supérieure à 1 et donc lequel des temps de délai est supérieur à l'autre. Étant donné que nous cherchons une loi de proportionnalité et non une loi de linéarité, les régressions sont effectuées avec une abscisse à l'origine nulle. Par exemple, le coefficient de proportionnalité ε_{jk} de l'équation (4.9) est obtenu à partir de celui de α_j en ôtant la valeur 1.

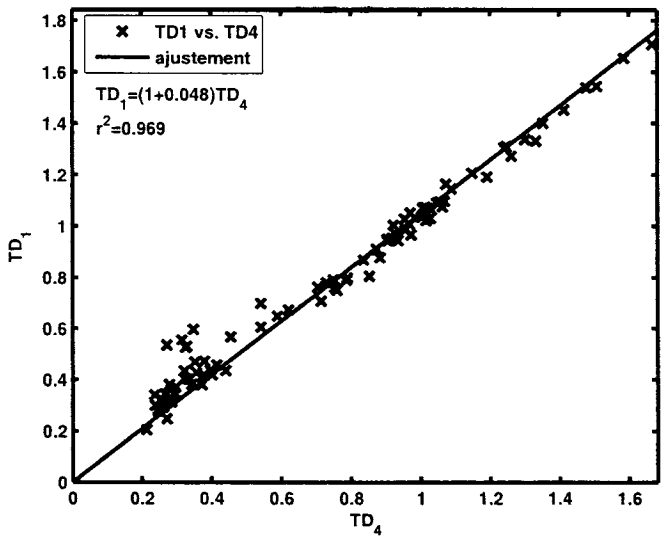


Figure 4.10 Exemple typique de résultats de régression proportionnelle entre deux temps de délai cumulatifs obtenus à partir du premier échantillon réunissant les données de cinq sujets.

y(x) x	**TD1**	**TD2**	**TD3**	**TD4**	**TD5**	**TD6**	**TD7**
TD1	**X**	0.903	0.989	0.948	0.988	0.996	0.995
TD2	1.099	**X**	1.09	1.047	1.089	1.099	1.095
TD3	1.007	0.911	**X**	0.957	0.997	1.005	1.004
TD4	1.048	0.95	1.039	**X**	1.039	1.048	1.043
TD5	1.005	0.91	0.997	0.957	**X**	1.004	1.005
TD6	0.998	0.904	0.989	0.951	0.989	**X**	0.995
TD7	0.996	0.9	0.988	0.946	0.989	0.993	**X**

Tableau 4.2

y(x) x	TD1	TD2	TD3	TD4	TD5	TD6	TD7
TD1	**X**	0.96	0.98	0.97	0.96	0.97	0.96
TD2	0.96	**X**	0.97	0.98	0.96	0.97	0.96
TD3	0.98	0.97	**X**	0.98	0.97	0.97	0.97
TD4	0.97	0.98	0.98	**X**	0.98	0.98	0.98
TD5	0.96	0.96	0.97	0.98	**X**	0.97	0.98
TD6	0.97	0.97	0.97	0.98	0.97	**X**	0.96
TD7	0.96	0.96	0.97	0.98	0.96	0.98	**X**

Tableau 4.3

Le critère d'existence de l'effet proportionnel se mesure à partir du carré du coefficient de corrélation r^2 . Si ce coefficient est supérieur à 0.7, alors nous considérons qu'il y a un effet proportionnel entre deux temps de délai cumulatifs. La figure 4.10 illustre un exemple typique parmi les résultats obtenus de la régression. Le Tableau 4.2 résume les résultats des régressions proportionnelles croisées et le Tableau 4.3 résume les valeurs correspondantes du carré du coefficient de corrélation r^2 .

4.6.2.1 Interprétation des résultats

Les résultats, décrits au Tableau 4.3, montrent d'une façon claire l'existence d'une très forte relation de proportionnalité entre tous les temps de délai cumulatifs avec $r^2 \geq 0.96$. Cela constitue une observation pertinente de l'existence d'une relation de proportionnalité induite par la structure complexe du SNM, qui gouverne les temps de délai cumulatifs; mesurés au niveau de chaque sous-système neuromusculaire. Nous remarquons aussi que les coefficients de proportionnalité sont très faibles, résultants de la rapidité du mouvement qui a nécessité le recrutement des muscles d'une manière quasi simultanée. Cette rapidité d'exécution du mouvement a d'ailleurs pour effet de conduire à des profils de vitesse quasi symétriques [51].

Dans cette première phase, la démarche adoptée pour analyser d'une façon statistique les données des 5 sujets nous a permis d'observer *l'émergence d'une relation de proportionnalité* qui semble confirmer la non réfutabilité de l'hypothèse de base du modèle delta-lognormal. De plus, dans le Tableau 4.2, nous remarquons que l'effet proportionnel existe dans tous les couples de muscles avec de grands coefficients de corrélation.

4.6.2.2 Discussion

Rappelons que les temps de délai, utilisés pour obtenir les Tableaux 4.2 et 4.3 sont composés du temps d'occurrence t_0 que le SNC a pris pour '*envoyer*' la commande volontaire vers les aires motrices, et du temps de délai cumulatif que toutes les composantes neuromotrices ont mis pour répondre à cette commande par une contraction musculaire. Nous ne mesurons donc pas directement le temps de délai mis par le SNM pour exécuter la commande, mais aussi celui mis par le SNC pour construire la commande après avoir reçu le stimulus. Le temps d'occurrence t_0 varie d'un essai à un autre et d'un sujet à un autre pour différentes raisons par exemple 1) le fait que le sujet est distrait ou bien 2) le fait que la répétition du même mouvement incite ce dernier à se reposer et à prendre son temps pour effectuer l'essai suivant ou bien, 3) dans un souci de bien réussir son essai, il prépare celui-ci en prenant son temps sans précipitation. Ainsi, toutes ces éventuelles sources de variabilités de t_0 font que le temps de délai mesuré avec la méthode décrite plus haut, s'allonge et devient, même, très important par rapport à la valeur recherchée (par exemple, il arrive qu'un sujet attende plus d'une seconde pour faire un mouvement d'une durée de 200 ms) [2]. Ce qui a pour effet de dilater les données sur la droite de

[2]Rappelons que le protocole expérimental utilisé n'est pas du type temps de réaction, mais du type exécution rapide du mouvement. Par conséquent, il arrive qu'un sujet réagisse tardivement au stimulus sonore

régression qui biaisent le résultat obtenu en augmentant les valeurs des coefficients de corrélation vers 1. Ce qui entraîne aussi la mesure de très faibles valeurs des coefficients de proportionnalité.

Comme l'observation de l'effet proportionnel est assujettie à la qualité de la régression proportionnelle et que celle-ci est biaisée par le temps d'occurrence t_0 , pouvons-nous alors observer l'effet proportionnel en éliminant ce biais?

Étant donné que les coefficients de corrélation sont très élevés ($r^2 \geq 0.96$) nous pouvons supposer que le biais introduit par le paramètre t_0 ne domine pas la variabilité des données et par conséquent nous pouvons utiliser le modèle delta-lognormal pour mesurer les valeurs de t_0 . C'est d'ailleurs l'un des atouts intéressants de ce modèle dans l'analyse des signaux neurophysiologiques: pouvoir mesurer le temps de délai cumulatif du SNC d'une façon indirecte et non invasive ne nécessitant aucun matériel sophistiqué, en utilisant simplement le système d'acquisition sign@medic ; jumelé au système d'extraction décrit au chapitre précédent.

Cette première phase d'analyse a permis d'observer l'existence de l'effet proportionnel avec le biais du temps d'occurrence t_0. Elle constitue une étape de prospection des données qui nous permet maintenant d'utiliser le modèle delta-lognormal pour mesurer les valeurs de t_0 , sans se retrouver dans une situation où nous aurions l'air de vérifier une hypothèse en nous servant d'un outil qui se base justement sur cette hypothèse.

La deuxième phase de cette analyse vise plutôt à confirmer cette observation après élimination du biais dû à t_0 .

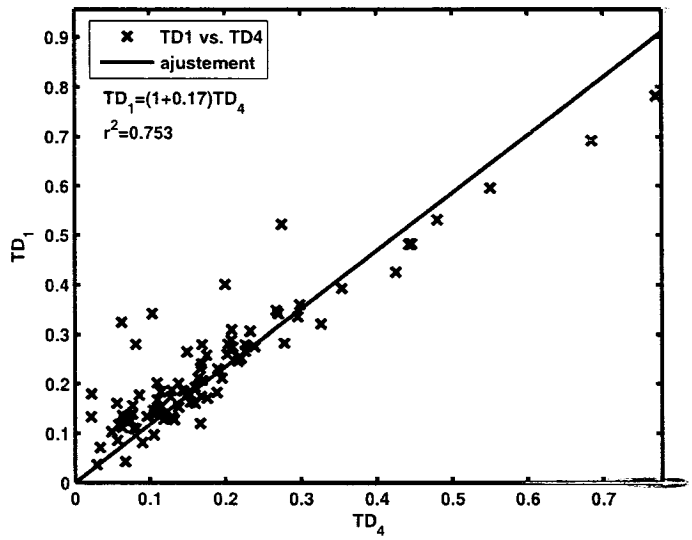


Figure 4.11 Construction de la droite de régression proportionnelle entre deux temps de délai cumulatifs sans le biais lié au temps d'occurrence t_0 . En comparant cette figure avec la Figure 4.10, on constate que le biais de t_0 s'était traduit ainsi par la surestimation de la qualité de la régression qui était de 0.97 et qui est maintenant de $r^2 \approx 0.75$.

4.6.3 Deuxième phase de l'analyse

Dans cette deuxième phase, nous reprenons les données des cinq même sujets, auxquelles nous soustrayons les valeurs de t_0 , ensuite nous calculons les régressions proportionnelles croisées pour tous les temps de délai. La Figure 4.11 illustre la variation de la régression du cas typique décrit à la Figure 4.10 et les résultats obtenus sur la qualité de la régression sont résumés dans les Tableaux 4.4 et 4.5.

À partir du Tableau 4.5, nous remarquons que les données TD7, correspondant au muscle supinateur, ne sont pas exploitables, même si les valeurs de r^2 sont proches de 0.7. Ceci est dû au fait que ce muscle est très près du fléchisseur et que probablement nous avons enregistré la superposition les activités électriques de ce dernier (ce qui n'est pas le cas pour les autres muscles). De plus, son emplacement

y(x) x	TD1	TD2	TD3	TD4	TD5	TD6	TD7
TD1	**X**	0.702	0.957	0.801	0.949	0.954	0.995
TD2	1.256	**X**	1.236	1.061	1.233	1.233	1.28
TD3	1.003	0.724	**X**	0.824	0.979	0.977	1.026
TD4	1.17	0.867	1.149	**X**	1.157	1.161	1.182
TD5	0.978	0.71	0.962	0.815	**X**	0.965	1.033
TD6	0.992	0.717	0.969	0.826	0.974	**X**	1.003
TD7	0.915	0.658	0.9	0.744	0.921	0.887	**X**

Tableau 4.4

y(x) x	TD1	TD2	TD3	TD4	TD5	TD6	TD7
TD1	**X**	0.76	0.85	0.76	0.74	0.81	0.65
TD2	0.76	**X**	0.8	0.82	0.74	0.75	0.7
TD3	0.85	0.8	**X**	0.87	0.79	0.81	0.71
TD4	0.75	0.82	0.87	**X**	0.85	0.89	0.69
TD5	0.74	0.74	0.79	0.85	**X**	0.79	0.82
TD6	0.81	0.75	0.81	0.89	0.79	**X**	0.61
TD7	0.65	0.7	0.71	0.69	0.82	0.61	**X**

Tableau 4.5

le long de l'os du cubitus de l'avant-bras ne se prête pas à un bon placement des électrodes EMG. Ce qui a pour effet d'engendrer du bruit dans les EMG. Pour toutes ces raisons, nous l'éliminons alors de cette analyse. Pour le reste des données, nous observons des coefficients de corrélation $r^2 \geq 0.74$. Encore une fois, même après l'élimination du biais dû à t_0 , l'existence de l'effet proportionnel reste nettement observable.

Les résultats obtenus dans ces deux phases d'analyse confirment l'observation de l'effet proportionnel avec un *même échantillon de données.*

Maintenant que l'effet proportionnel est observé dans ce premier échantillon, pour

qu'elle soit une loi[3] non réfutable, régissant le comportement du SNM, il faudra l'observer sur un autre échantillon de données.

4.6.4 Troisième phase de l'analyse

Dans cette phase d'analyse, nous allons traiter les données des cinq autres sujets. Soulignons tout de même que dans cette expérience, plutôt que de mener deux sessions d'acquisition, séparées par les analyses des deux phases précédentes, nous avons opté pour faire une seule session où les acquisitions ont été effectuées dans les mêmes conditions expérimentales, avec le même appareillage et avec le même expérimentateur. D'une part, cette démarche est justifiée dans notre souci d'éviter de faire des réglages sur le protocole et sur les données obtenues dans la troisième phase en fonction des résultats obtenus dans les deux phases précédentes, et d'autre part, nous cherchons à éviter des biais d'expérimentation qui pourraient exploiter les informations a priori ou a posteriori qui pourraient déséquilibrer les deux échantillons.

Cela dit, la première étape de cette troisième phase d'analyse consiste à vérifier s'il y a suffisamment de variabilité dans les échantillons pour effectuer une étude statistique et si les données sont raisonnablement confinées dans des limites réalistes. Ces deux informations sont données par les cartes de contrôle de Shewhart. Comme pour le premier échantillon, les données obtenues possèdent globalement une variabilité prononcée avec, dans certains cas, l'apparition de quelques échantillons

[3]Usuellement, il y a lieu de parler de règle plutôt que de loi pour décrire le comportement d'un système physique, car qualifier tout comportement de la loi sonne comme vérité absolue rigide à toute remise en cause, alors que nous savons que ces systèmes sont non-linéaires, et qu'il y a toujours une chance pour qu'il se comporte autrement. Alors que le qualifier de règle sonne plutôt comme une vérité relative ; flexible à toute critique de réfutabilité par d'autres types d'observations. Cependant, par abus de langage, nous adoptons le terme loi à la place de règle, comme cela est par exemple utilisé en psychophysique où on désigne l'effet proportionnel par la loi de Weber.

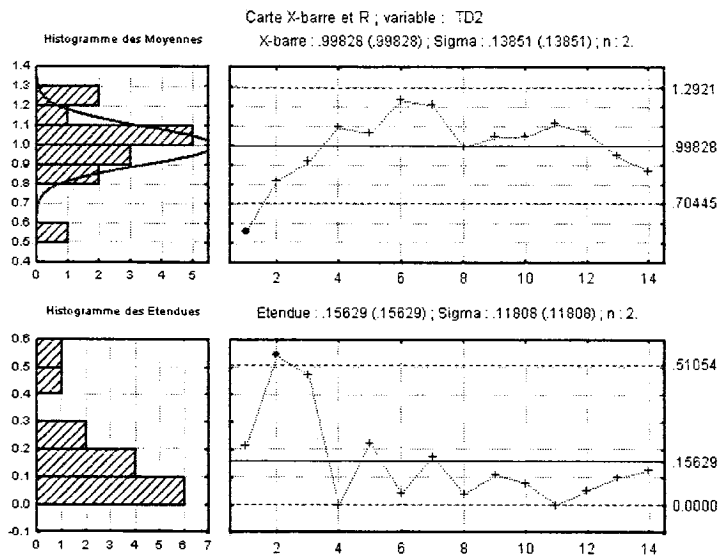


Figure 4.12 Carte de Schewhart du temps de délai cumulatif du muscle Deltoïde du sujet no 10

situés hors des limites (voir Figures 4.12- 4.14).

4.6.4.1 Résultats des régressions

Les résultats des régressions croisées entre tous les temps de délai calculés en leur soustrayant les valeurs de t_0 sont résumés dans les Tableaux 4.6 et 4.7. La Figure 4.15 donne le résultat de la régression correspondant aux temps de délai cumulatifs de l'exemple typique du premier échantillon. Cet exemple de la régression met en évidence une forte régression linéaire entre les temps de délai TD.

Ainsi, l'utilisation d'un second échantillon de données pris dans les mêmes conditions expérimentales valide l'observation d'une relation de proportionnalité des temps de délai cumulatifs.

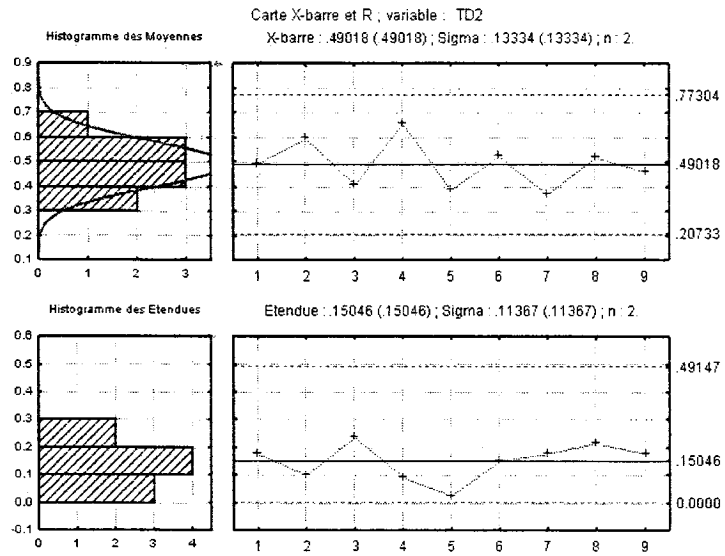


Figure 4.13 Carte de Schewhart du temps de délai cumulatif du muscle Deltoïde du sujet no 5

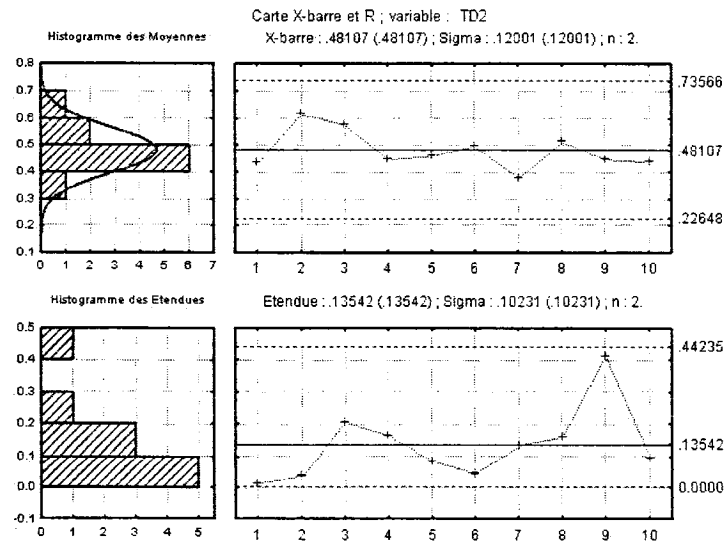


Figure 4.14 Carte de Schewhart du temps de délai cumulatif du muscle Deltoïde du sujet no 9

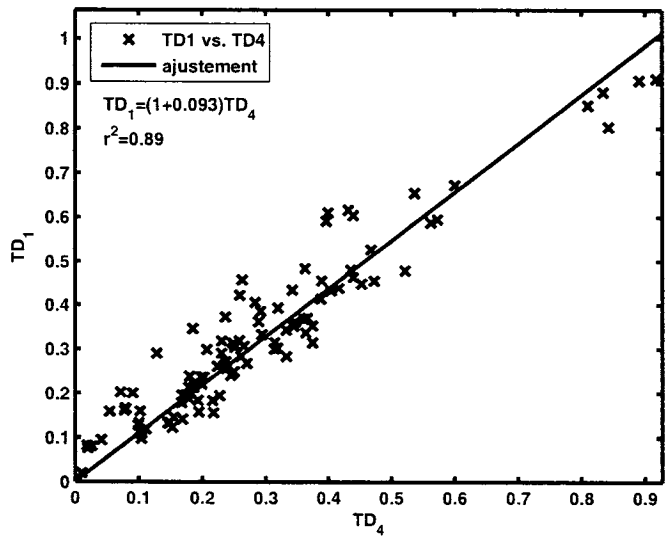


Figure 4.15 Cas typique de constructions de la droite de régression entre deux temps de délai cumulatifs sans le biais lié au temps d'occurrence t_0

y(x) x	TD1	TD2	TD3	TD4	TD5	TD6	TD7
TD1	**X**	0.726	1.024	0.888	1.023	0.872	1.033
TD2	1.294	**X**	1.329	1.178	1.328	1.159	1.345
TD3	0.959	0.699	**X**	0.86	0.994	0.844	1.003
TD4	1.093	0.813	1.129	**X**	1.128	0.97	1.14
TD5	0.953	0.694	0.987	0.854	**X**	0.839	0.997
TD6	1.115	0.831	1.151	1.009	1.152	**X**	1.164
TD7	0.945	0.691	0.98	0.849	0.981	0.835	**X**

Tableau 4.6

y(x) x	TD1	TD2	TD3	TD4	TD5	TD6	TD7
TD1	X	0.89	0.93	0.9	0.9	0.91	0.91
TD2	0.89	X	0.88	0.91	0.85	0.93	0.88
TD3	0.93	0.88	X	0.91	0.92	0.91	0.93
TD4	0.89	0.92	0.91	X	0.88	0.93	0.9
TD5	0.91	0.86	0.92	0.88	X	0.9	0.91
TD6	0.91	0.93	0.92	0.93	0.9	X	0.91
TD7	0.91	0.88	0.93	0.9	0.91	0.92	X

Tableau 4.7

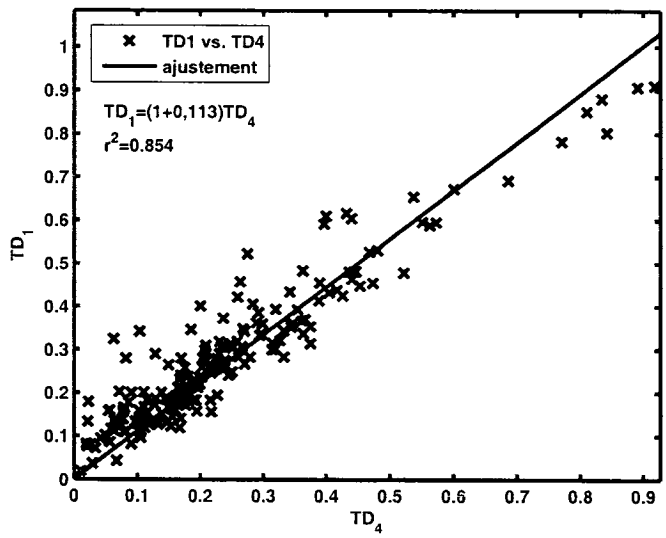


Figure 4.16 Résultat de la construction de la droite de régression entre deux temps de délai cumulatifs sans le biais lié au temps d'occurrence t_0 des données de tous les dix sujets. Le résultat de la régression montre une amélioration du coefficient de corrélation

À titre d'exemple, la Figure 4.16 illustre le résultat de la régression en considérant les données de tous les sujets. L'augmentation du nombre d'échantillons a amélioré les résultats de la régression.

4.6.5 Quatrième phase de l'analyse

Jusqu'à présent, chaque essai a été traité séparément, c'est-à-dire que l'enveloppe EMG a été calculé en utilisant un moyennage temporel. Les résultats obtenus ont montré que le biais engendré par le temps d'occurrence t_0 n'a pas empêché l'observation de l'effet proportionnel. D'un autre côté, les résultats exposés à la Figure 4.16, qui illustrent une régression proportionnelle typique obtenue en intégrant les données de tous les dix sujets, indiquent que l'effet proportionnel est aussi observé avec un fort coefficient de corrélation.

En physiologie, il est de tradition de travailler beaucoup plus avec la moyenne statistique des traces EMG obtenues, car cette sommation permet de faire émerger, après plusieurs essais, le comportement redondant de chaque muscle dans l'exécution d'une tâche motrice répétitive[48, 52]. Nous avons donc fait l'exercice de construire les EMG moyens et de vérifier si l'effet proportionnel est toujours observable. La Figure 4.17 donne des signaux moyens typiques, obtenus pour le sujet no 6.

Même avec une vingtaine d'essais par sujet, la réponse musculaire liée à un mouvement rapide semble posséder un profil en forme de cloche asymétrique à partir duquel il est facile de calculer les temps de délai cumulatifs de chaque muscle. Nous avons ensuite utilisé la même procédure de calcul des temps de délai cumulatifs à partir des enveloppes EMG. Les régressions proportionnelles appliquées à tous les couples (TD_i, TD_j) sont obtenues avec des coefficients de corrélation élevés $(r^2 \geq 0.83)$.

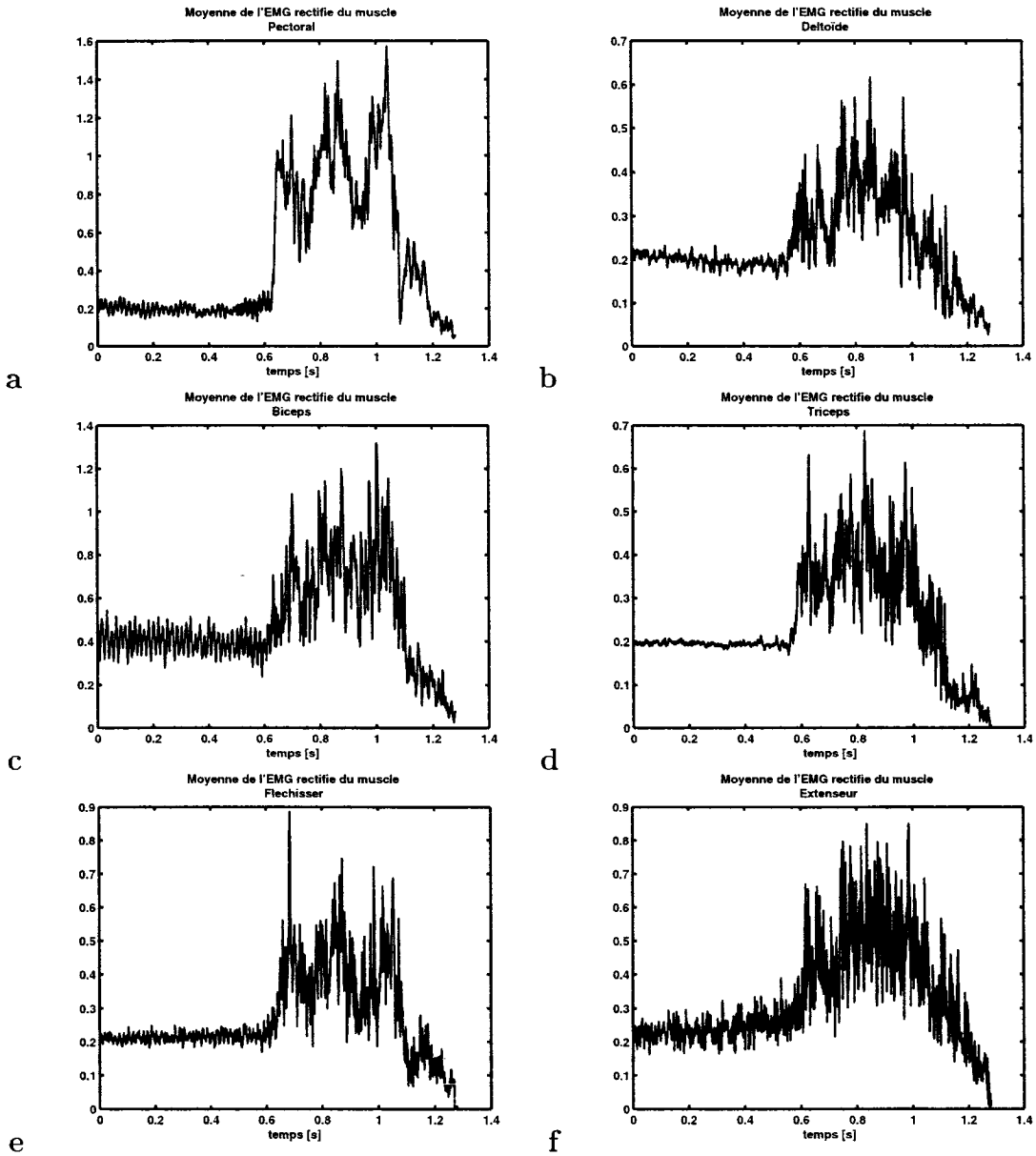


Figure 4.17 Résultats typiques de la superposition des traces EMG de tous les essais du sujet no 6. Nous remarquons qu'une vingtaine de traces ont permis de faire ressortir le comportement de la réponse de chaque muscle. Cette réponse correspond à un mode phasique représentant une forme de cloche asymétrique.

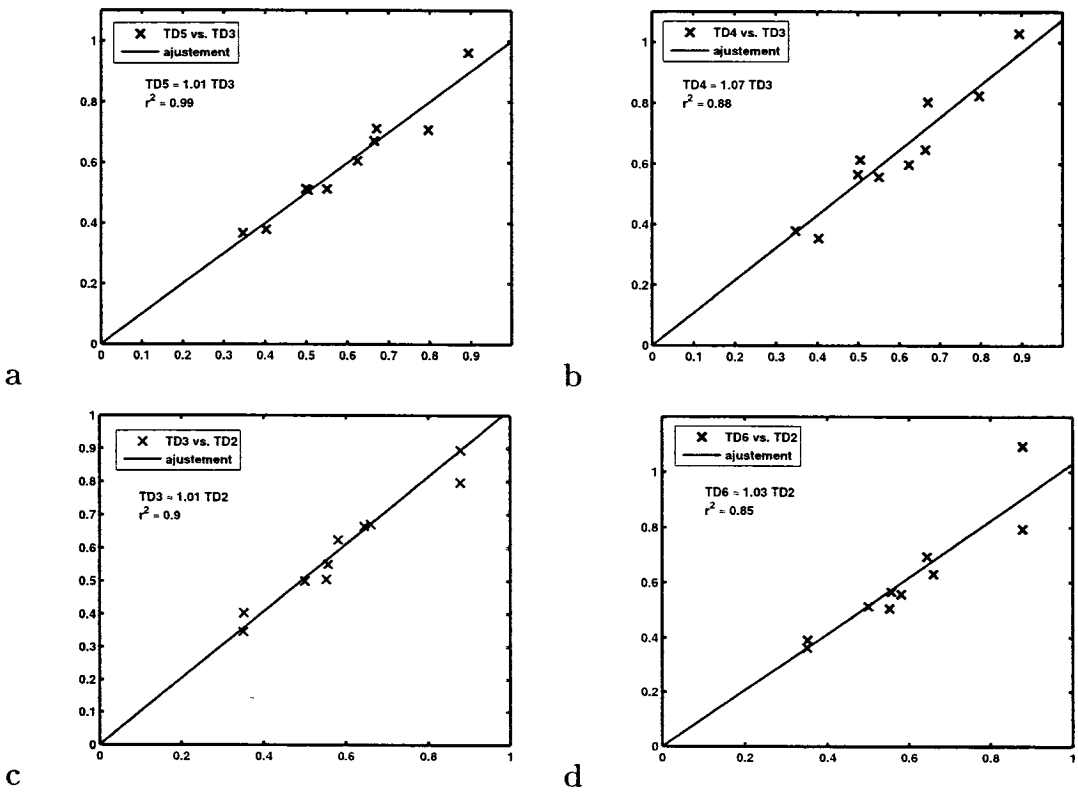


Figure 4.18 Résultats typiques d'ajustements par régression proportionnelle entre les différents temps de délai cumulatifs; calculés à partir des enveloppes des EMG moyens. Ces résultats illustrent l'existence de l'effet proportionnel entre tous les muscles étudiés.

Cette procédure de vérification, par un autre procédé de manipulation des signaux EMG, a permis la confirmation par les résultats de régression de l'existence de l'effet proportionnel (voir quelques résultats typiques illustrés à la Figure 4.18)

4.7 Résultats supplémentaires

Dans le processus expérimental qui a mené à la non réfutabilité de l'hypothèse de proportionnalité, nous avons calculé les temps de délai cumulatifs de chacune des réponses des sept muscles et nous avons mesuré avec le système d'extraction

les paramètres delta-lognormaux à partir des profils de vitesse pour exploiter les valeurs de t_0 . Nous allons exploiter ces résultats pour d'une part, déduire le séquencement possible des réponses des muscles du membre supérieur lié à la tâche motrice décrite dans l'expérience EMG, et d'autre part, discuter de la validité de l'architecture du SNM proposée par la théorie cinématique.

4.7.1 Séquencement possible du recrutement des muscles du membre supérieur

Dans la comparaison des temps de délai de tous les muscles, un point a surgi dans l'expérience EMG: est-il possible de déduire l'ordre avec lequel les muscles du membre supérieur sont recrutés pour produire le mouvement de pointage entre deux points d'équilibre ? Une autre question qui se pose est la suivante: est-ce que la disposition anatomique des muscles sur le squelette du membre supérieur coïncide avec la représentation du système moteur décrite par le modèle delta-lognormal?

Pour répondre à ces questions, déterminons l'ordonnancement des temps de délai de tous les muscles pour ensuite connaître la stratégie du contrôle moteur d'un mouvement rapide.

L'ordonnancement des temps de délai se fait selon la pente la plus élevée issue des régressions croisées (par exemple: TD1 vs TD2 et TD2 vs TD1 voir section 4.6.2). Si les données ne sont pas trop dispersées, l'une des pentes est toujours supérieure à 1 et l'autre inférieure à 1 de sorte que leur produit avoisine la valeur 1. Dans le cas contraire, nous ne rejetons pas le résultat si le carrée de son coefficient de corrélation est supérieur à 0.7, mais pour ordonner ces temps, nous tenons en compte de l'intervalle de confiance à 95% obtenu par la régression. Si les intervalles de confiances d'une régression croisée ne sont pas disjoints ou bien si les pentes sont

	TD4	-95.00%	95.00%
TD2	1.047707	1.033324	1.062091
	TD2	**-95.00%**	**95.00%**
TD4	0.95052	0.937471	0.963569

Tableau 4.8

	TD1	-95.00%	95.00%
TD3	1.007013	0.993973	1.020053
	TD3	**-95.00%**	**95.00%**
TD1	0.989382	0.976571	1.002194

Tableau 4.9

toutes les deux inférieures à 1, nous parlons alors d'ambiguïté d'ordonnancement. Voici deux cas où il y a absence et présence de l'ambiguïté:

Soient TD4 et TD2 respectivement deux temps de délai du Triceps et du Deltoïde. Les résultats de la régression croisée sont résumés dans le Tableau 4.8 où les valeurs des pentes correspondent aux valeurs nominales se trouvant à l'intérieur d'un intervalle de confiance. Ainsi, nous avons 95% de chance que la vraie valeur de la pente se trouve dans cet intervalle de confiance, et que nous avons 5% de chance de se tromper en assimilant la valeur nominale à la vraie valeur. Dans ce cas, le produit des pentes obtenues est proche de 1 et les intervalles de confiance sont disjoints. Nous pouvons alors affirmer qu'il existe une relation de proportionnalité décrite par l'équation (4.9) et que le temps de délai TD4 est supérieur à TD2. En d'autres termes, la réponse du Triceps est en retard par rapport à celle du Deltoïde.

Soient maintenant TD1 et TD3 les temps de délai cumulatifs des muscles du Pectoral et du Biceps. Les résultats de la régression croisée sont résumés dans le Tableau 4.9:

Là encore, le produit des pentes nominales est proche de 1, mais les intervalles de confiance ne sont pas disjoints. Ce résultat contient alors une ambiguïté qui nous empêche de nous prononcer sur l'ordonnancement de TD1 et de TD3. De plus, si nous considérons les résultats de tous les dix sujets et refaisons les régressions, les données qui ont induit de l'ambiguïté dans les phases deux ou trois de l'analyse précédente vont encore induire la même ambiguïté. Cependant, en analysant séparément les données des phases deux et trois, nous avons remarqué que l'ambiguïté observée dans le premier échantillon disparaît dans l'autre. C'est-à-dire que par exemple dans le premier échantillon une ambiguïté apparaît dans l'ordonnancement des temps de délai des activités d'un couple de muscles et qu'il devient impossible de prendre une quelconque décision. Mais, en analysant les données du second échantillon pour le même couple de muscles, l'ambiguïté disparaît. En procédant ainsi pour tous les autres couples de muscles, nous proposons alors à la Figure 4.19, le diagramme séquentiel du recrutement probable des différents muscles, opéré selon le modèle delta-lognormal.

Selon les résultats d'ordonnancement des temps de délai cumulatifs, c'est le Deltoïde qui répond en premier ensuite, il est suivi par les deux autres muscles agonistes (Triceps et Extenseur). Les premiers muscles antagonistes qui répondent, après les muscles agonistes, sont le Pectoral suivi par le Biceps, le Fléchisseur et le long Supinateur. Le sens de la flèche indique le sens probable de recrutement des muscles et la ligne en pointillés souligne que le premier antagoniste est recruté après le dernier muscle agoniste recruté. Les flèches verticales indiquent le couplage entre chaque couple de muscles agoniste – antagoniste et que l'antagoniste est en retard par rapport à l'agoniste. Le numéro suivant chaque muscle correspond au numéro attribué dans le Tableau 4.1 qui permet d'identifier ses temps de délai.

Ce résultat d'ordonnancement probable de la séquence d'activation des différents muscles souligne des comportements intéressants dans le fonctionnement du système

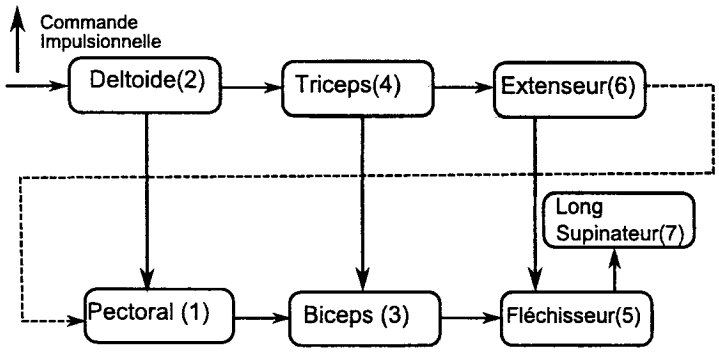


Figure 4.19 Séquence probable de recrutement des muscles du membre supérieur pour exécuter un mouvement rapide en abduction.

moteur:

1. Cette observation est en accord avec d'autres observations, notamment dans les signaux triphasiques des EMG, observés lors des mouvements rapides, l'antagoniste est toujours en retard par rapport à l'agoniste [53]

2. Pour les muscles agonistes comme pour les antagonistes, le recrutement s'effectue du muscle le plus loin vers le plus proche de l'effecteur terminal. Ceci suggère que pour effectuer un mouvement, il faudra d'abord stabiliser la posture en cherchant un point d'équilibre au niveau de l'articulation la plus proche du tronc du corps.

3. Le temps de délai est plus important en considérant un couple de muscles agoniste – antagoniste. Ce qui suggère que les muscles d'un même type sont recrutés rapidement, mais que les antagonistes sont recrutés uniquement

lorsque les agonistes ont atteint un certain seuil critique.

4.8 Retour sur le modèle delta-lognormal

La théorie cinématique décrit la production de tout mouvement rapide par la synergie de deux systèmes neuromusculaires agoniste et antagoniste (voir la Figure 1.3 décrite à la page 19 du chapitre 1). Nous retrouvons deux systèmes en parallèle travaillant en synergie et commandés par une double impulsions, envoyées avec un même temps d'occurrence t_0. Si une telle représentation du modèle est justifiée, plusieurs questions se posent quant à la signification de chaque sous-système, le type de signaux qui se propagent d'un sous-système à autre, la signification de la double commande et l'absence de couplage entre les deux systèmes agoniste et antagoniste.

Dans l'expérience EMG, nous avons donné plus de clarté au modèle delta-lognormal, notamment à la signification des sous-systèmes et des différents signaux. Ainsi, chaque sous-système représente un ensemble de fibres musculaires similaires; recrutées par un seul motoneurone, et chaque signal se propageant dans la structure du SNM représente le flux nerveux formé d'un train d'impulsions. Le signal observé à l'entrée et à la sortie de chaque sous-système du modèle delta-lognormal représente donc le taux de décharge des potentiels d'actions. Il est donc justifié de remplacer au niveau de la sortie du dernier sous-système le taux de décharge par le profil de vitesse, car l'enveloppe du train d'impulsions transmis au muscle pour se contracter, représente une variation du nombre de potentiels d'action. En effet, la commande neuromotrice est impulsionnelle et la réponse du SNM correspond à une variation d'une quantité physique dépendamment de l'échelle d'observation. À notre échelle, la quantité physique représente le déplacement.

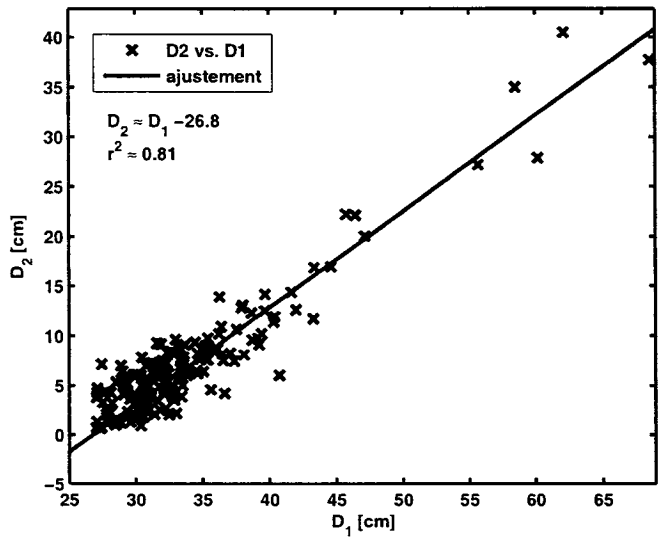


Figure 4.20 Régression linéaire entre les paramètres de commande D_1 et D_2 du modèle delta-lognormal, régression obtenue à partir des données des dix sujets qui ont participé à l'expérience EMG.

Il reste à justifier la double commande des systèmes agoniste et antagoniste et l'élimination du couplage entre eux.

L'expérience que nous avons menée nous a fourni d'autres informations pertinentes concernant les systèmes agoniste et antagoniste. En effet, les Figures 4.20- 4.22 montrent clairement l'existence d'une relation de linéarité entre les paramètres agonistes (D_1, μ_1, σ_1) et antagonistes (D_2, μ_2, σ_2) du modèle delta-lognormal.

Dans une certaine mesure, le comportement du système antagoniste dépend de celui de l'agoniste. Les signaux EMG ont montré que les muscles sont recrutés avec un même temps d'occurrence t_0 , mais c'est leurs temps de délai qui sont mutuellement décalés. Ce qui justifie la représentation des commandes, envoyées aux deux systèmes, par un seul et même temps d'occurrence t_0 . De plus, les distances D_1 et D_2 sont liées par une relation de linéarité qui corrobore la prédiction

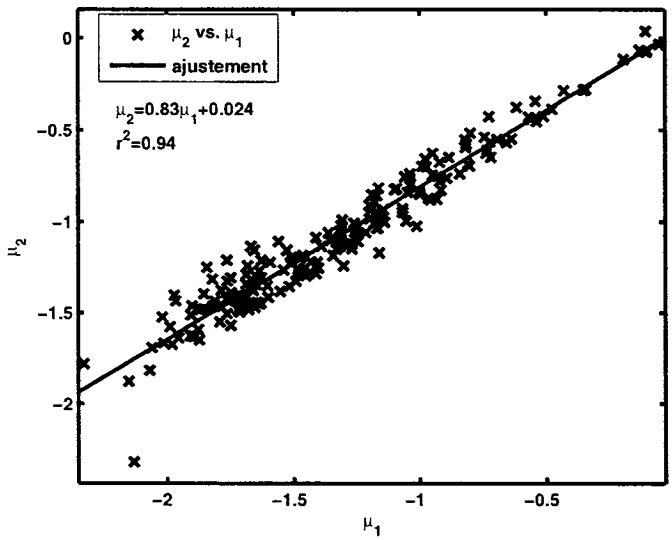


Figure 4.21 Régression linéaire entre les paramètres neuromusculaires μ_1 et μ_2 du modèle delta-lognormal, obtenue à partir des données des dix sujets qui ont participé à l'expérience EMG

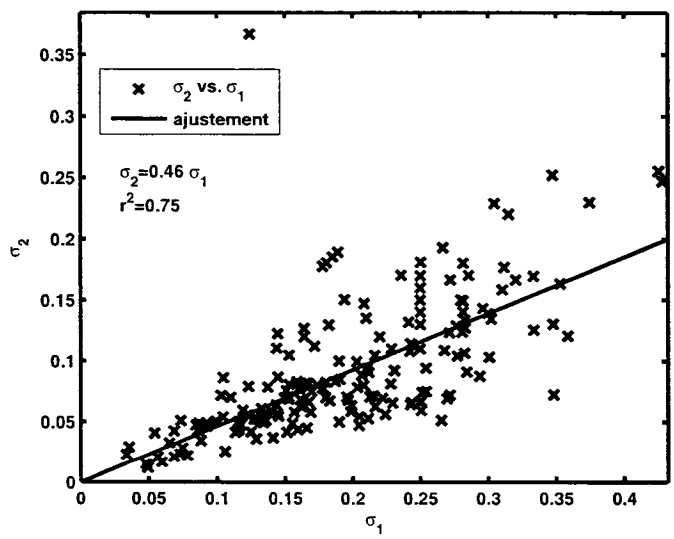


Figure 4.22 Régression proportionnelle entre les paramètres neuromusculaires σ_1 et σ_2 du modèle delta-lognormal, obtenue à partir des données des dix sujets qui ont participé à l'expérience EMG

du modèle qui stipule que $D = D_1 - D_2$. En effet, la distance moyenne D des traits rapides, effectués par les dix sujets, est égale à $24.53 \pm 5cm$ et la relation, obtenue par régression, de D_2 en fonction de D_1 est très proche $D_2 \simeq D_1 - D$ (voir Figure 4.20). Il est donc justifié de représenter le signal de contrôle par deux commandes différentes, tout en sachant qu'il n'y a qu'une seule commande qui est envoyée. Cependant, celle-ci est construite à partir d'une connaissance a priori par le SNC de l'effet de l'antagoniste qui module la proportion entre les deux effets à travers le recrutement pour garantir l'optimum du compromis vitesse et précision[15]. D'une manière indirecte, la représentation par une double commande du signal de commande est par conséquent adéquate.

De la même manière, il est judicieux d'enlever les lignes de couplage entre les sous-systèmes agonistes et antagonistes pour avoir une représentation plus claire du système neuromusculaire. En effet, puisqu'il existe une relation linéaire entre les paramètres neuromusculaires, $\mu_2 \propto \mu_1$ et $\sigma_2 \propto \sigma_1$ des deux systèmes (voir Figures 4.21 et 4.22), il est donc justifié d'enlever les signaux de couplage entre les couples de sous-systèmes agoniste et antagoniste, tout en sachant que ce couplage existe.

En résumé, l'architecture proposée par Plamondon pour représenter le système neuromusculaire demeure une représentation adéquate de son fonctionnement réel (voir Figure 1.3 du chapitre 1).

4.9 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons fait l'exercice de confronter l'hypothèse de base de la théorie cinématique du mouvement rapide à l'expérimentation. Pour savoir si oui ou non une telle hypothèse peut être observée, l'expérience en question a exploité les

signaux d'électromyographie de plusieurs muscles du membre supérieur, enregistrés durant des mouvements rapides de pointage.

Cette expérience devait fournir une réponse *sans aucune ambiguïté*sur la réfutabilité ou non de l'existence de l'effet proportionnel. Le critère décisionnel choisi a été construit sur la qualité de la régression proportionnelle, mesurée par le carré du coefficient de corrélation. En effet, nous avons repris le même seuil généralement utilisé en statistique pour prendre de telles décisions : une loi, décrite par un modèle, émerge des données expérimentales si le carré du coefficient de corrélation r de la régression est supérieur ou égal à 0.7 ($r^2 \geq 0.7$).

Étant donné que dans la théorie cinématique du mouvement humain, l'effet proportionnel existe uniquement entre les temps de délai cumulatifs, enregistrés au niveau des sorties des sous-systèmes du système neuromusculaire, nous avons montré comment l'effet du biais du temps d'occurrence t_0 de la commande neuromotrice pouvait fausser la décision sur la réfutabilité ou non de la théorie. Pour enlever ce biais, seul le modèle delta-lognormal pouvait estimer t_0 d'une manière non invasive. Nous nous sommes alors retrouvés dans une situation où nous cherchons à observer une hypothèse en utilisant un outil qui s'appuie sur cette hypothèse. Cependant, deux éléments ont indiqué que nous pouvions le faire sans introduire d'autres biais: premièrement, la qualité de la régression obtenue avec le biais, à partir du premier échantillon de données, est excellente ($r^2 \geq 0.96$) et, deuxièmement, l'élimination du biais par l'utilisation du modèle delta-lognormal n'a fait que dégrader la qualité de la régression proportionnelle. Donc dans le meilleur des cas, l'utilisation du modèle ne va pas augmenter la qualité de la régression et au pire, il pourrait réfuter son hypothèse. Ceci justifie à notre avis l'utilisation exceptionnelle du modèle dans la vérification de son hypothèse.

En tenant compte de tous ces aspects techniques, l'analyse a donc été menée en qua-

tre phases: les première et seconde phases ont été menées respectivement pour observer l'effet proportionnel avec et sans biais de t_0 en utilisant un même échantillon de données, la troisième phase a été menée pour vérifier cette observation avec un autre échantillon de données et la quatrième phase a exploité les enveloppes des EMG moyens, obtenues par superposition des traces EMG, pour calculer les temps TD.

Il ressort de cette analyse qu'effectivement la prédiction de l'effet proportionnel, faite par la théorie cinématique du mouvement humain, est observée et par conséquent cette théorie n'est pas réfutée par cette expérience.

Le second exercice, mené pour consolider encore plus la théorie, consiste à confronter le concept du modèle delta-lognormal avec ceux de certains autres modèles œuvrant dans le contrôle moteur.

CHAPITRE 5

COMPARAISON DU MODÈLE DELTA-LOGNORMAL AVEC CERTAINS MODÈLES CINÉMATIQUES

5.1 Introduction

Sur le plan de l'ajustement de courbes au sens des moindres carrées, le modèle delta-lognormal a déjà été comparé à plus de vingt-six autres modèles cinématiques[12, 13, 54]. Les résultats d'ajustement ont montré que celui-ci offre le minimum d'erreur de reconstruction. Dans ce chapitre, nous allons identifier quelques éléments qui ont probablement conduit à de telles performances. Nous allons précisément le comparer aux modèles cinématiques qui offrent des solutions analytiques du profil de vitesse. En effet, cette comparaison va se faire au niveau des concepts sur lesquels les modèles sont construits. Comparer deux modèles ou deux théories devra se faire dans un espace de représentation normalisé [12]. Dans notre cas, les modèles sont comparés à travers l'expression analytique de leurs profils de vitesse. Dans cette étude, le modèle delta-lognormal va être comparé à deux modèles qui reposent tous les deux sur un principe minimisateur. Il s'agit des modèles du jerk-minimum et du temps-minimum.

Pour mieux équilibrer cette comparaison, la première partie de ce chapitre va être consacrée à l'introduction au principe minimisateur utilisé dans le contrôle moteur. Cette partie est essentiellement basée sur les travaux de Engelbrecht [55]. C'est dans la deuxième partie que nous allons mettre en évidence le critère utilisé pour comparer ces modèles au modèle delta-lognormal.

5.2 Origine de la théorie de la minimisation dans le contrôle moteur

Quand un sujet humain effectue un mouvement entre deux points, il existe une infinité de trajectoires et de postures pour le faire. De plus, le membre supérieur possède plusieurs articulations et chaque degré de mobilité de l'effecteur peut être réalisé par une combinaison de plusieurs degrés de liberté des articulations.

Comment alors le SNC gère-t-il la redondance des degrés de liberté du système moteur, et parmi l'infinité des trajectoires possibles quel critère adopte-t-il pour en choisir une seule?

Cette question a été soulevée pour la première fois par Bernstein [1] qui a principalement souligné que le contrôle moteur a été mal défini dans le sens où une tâche motrice peut être exécutée par une infinité de possibilités de mouvements.

Parmi les théories qui ont été développées pour expliquer le contrôle moteur dans ces conditions de redondances, il y a celles qui s'appuient sur les principes minimisateurs. Comme l'a souligné Engelbrecht [55], l'indétermination du chemin pour exécuter une tâche motrice n'avait pas d'intérêt particulier dans le contrôle moteur, car celle-ci était considérée comme un processus aléatoire: les gens produisaient arbitrairement leurs mouvements et puis l'étude se faisait à travers des analyses statistiques. Cependant, ce sont les études expérimentales qui ont montré que la cinématique des mouvements du bras est fortement stéréotypée sous différentes conditions expérimentales. Par exemple, quelque soient les conditions expérimentales, le mouvement rapide de type pointage possède un profil de vitesse en forme de cloche, considéré, dans toutes les premières études, comme symétrique [4, 56]. De plus, la variabilité est faible entre les sujets [57] et qu'elle diminue avec la pratique [58]. Depuis 1993, Plamondon et coll. ont montré, d'après les résultats d'ajustements, que le profil de vitesse est asymétrique [59] et il a proposé en 1995

sa théorie cinématique du mouvement rapide [9, 14, 60, 61].

C'est à partir de ces observations que les chercheurs se sont penchés sur la question qu'a soulevée Bernstein en proposant des modèles qui tentent d'expliquer l'origine de cette indétermination et la stratégie adoptée par le SNC pour construire son contrôle moteur.

Ainsi, l'uniformité comportementale du système moteur commune à tous les gens réside dans la préférence systématique de certains mouvements sur d'autres, choisis selon un critère d'efficacité [55]. Pour expliquer l'origine de cette efficacité dans le contrôle moteur, on s'est inspiré des principes similaires établis dans d'autres disciplines de la science.

Dans le domaine de la mécanique, cette efficacité se traduit par la minimisation de la perte d'énergie durant le mouvement lié au principe de la conservation d'énergie: un corps en mouvement emprunte une trajectoire qui minimise la perte d'énergie lors du transfert de son énergie cinétique en énergie potentielle et vice versa.

Dans la biologie évolutionnaire, on invoque toujours le principe d'optimisation (ou de minimisation) pour expliquer le comportement d'un animal au sens large (qui inclut l'humain), que ce soit dans le développement de sa locomotion, de sa compétition, de sa coopération ou bien de sa reproduction. La principale motivation, derrière cette recherche d'un optimum, réside dans l'idée selon laquelle le processus de la sélection naturelle améliore continuellement la conception génétique des animaux, croit-on, dans le but d'obtenir de meilleurs designs au sens de la physionomie, de l'efficacité, de la résistance aux conditions climatiques, etc. (cité dans [55]).

En ingénierie, le système biologique est considéré comme un processus quelconque en fonctionnement. Le principe du minimum ne réside pas dans le comportement

de celui-ci, mais dans l'optimisation de ses performances, mesurées à travers deux critères de qualités : le temps d'exécution et l'énergie consommée. Généralement, l'optimum est obtenu en faisant un compromis entre ses deux critères.

En s'inspirant de ces trois interprétations (mécanique, biologique et ingénierie), le contrôle moteur peut être abordé de la manière suivante: l'exécution d'une tâche motrice exige de l'énergie métabolique et du temps. Dans le processus de génération du mouvement humain, le système moteur, dont il est question, est un système biologique, et son adaptation aux contraintes environnementales, dont il est assujetti, réside dans sa capacité à *minimiser* l'utilisation de son énergie et le temps qu'il met pour exécuter des tâches motrices, car sa survie en dépend. Si son comportement et son contrôle présentent des préférences envers certains types de mouvements, c'est, d'une part, à cause de sa physiologie musculaire et de son énergie finie et, d'autre part, à cause des contraintes environnementales qui, dans certaines postures, l'aident à économiser sa propre énergie en transformant par exemple de l'énergie potentielle en énergie cinétique. Toutes ces considérations font que le nombre infini de trajectoires possibles se réduit à un nombre fini de trajectoires préférentielles selon le critère de minimisation de l'énergie. Nous faisons référence ici à l'énergie qui engendre une quantité de mouvement.

Ainsi, certaines modélisations du contrôle moteur ont été influencées par ce critère d'optimisation. L'un des premiers modèles à être proposé est celui qui minimise les secousses durant le mouvement. Ce modèle, connu sous le nom de jerk-minimum (JM), postule que la trajectoire choisie est celle qui est la plus lisse [8, 62]. Ce critère correspond au *minimum* de l'intégration, dans le temps, du carré de l'amplitude de la troisième dérivée de la position. D'autres modèles ont été proposés par la suite dans la même lignée en postulant d'autres hypothèses tels le torque-minimum [63] et le temps-minimum [64]. Ensuite, Harris et Wolpert ont postulé que du fait de l'existence du bruit biologique dans le système sensorimoteur, le SNC choisit la

trajectoire qui minimise la variance de la position de l'effecteur considérée à la fin du mouvement [65]. Tanaka a proposé une amélioration le modèle du temps-minimum en s'inspirant de la théorie du minimum de variance (MV)[66].

Tous ces modèles ont principalement été construits à partir de l'équation du second ordre qui représente le système moteur par un système mécanique. De là, des outils d'optimisation ont été utilisés pour calculer la trajectoire optimale que le système de contrôle aurait choisie pour exécuter une tâche motrice de type pointage. Ces modèles minimisateurs considèrent donc que le contrôle moteur se fait au niveau de la cinématique du mouvement plutôt que sur sa dynamique[22].

5.3 Théorie de la minimisation

Les principes de la minimisation ce sont ces lois et outils mathématiques qui sont régulièrement utilisés en physique. La loi la plus connue en mécanique est le principe de Hamilton. C'est une loi qui n'est ni une fonctionnelle ni une différentielle, mais un principe minimisateur ou variationnel. Il stipule que la trajectoire de n'importe quel système dynamique correspond à l'extremum (minimum ou maximum) de l'intégrale dans le temps de la quantité scalaire $L \equiv T-U$, où T représente son énergie cinétique et U est son énergie potentielle. En d'autres termes, il exprime le principe de la conservation de l'énergie. Comme un corps physique ne peut transformer intégralement l'énergie potentielle qu'il reçoit en énergie cinétique du fait qu'il y a nécessairement une partie qui s'est perdue par toutes sortes de phénomènes physiques (perte par effet Joule par exemple), la trajectoire qu'il emprunte pour effecteur un mouvement est celle qui tend à minimiser cette perte P=T-U. Ce principe est décrit par la minimisation d'une fonction coût donnée par:

$$C = \int_0^{t_f} L\,(.)^2\,dt \tag{5.1}$$

Étant donné que ces deux énergies T et U dépendent de la position et de ses dérivées, le minimum de l'équation (5.1) correspond à la trajectoire optimale du mouvement. La technique utilisée pour calculer la trajectoire à partir du critère de minimisation est le calcul variationnel, initialement développé à partir de l'équation d'Euler-Poisson (pour plus de détails, voir par exemple [67]).

5.4 Description du modèle jerk-minimum

L'un des premiers modèles à avoir exploité ce principe minimisateur est le modèle jerk-minimum, ou le principe des secousses minimales. Ce modèle décrit le mouvement rapide à une seule articulation de l'avant-bras, en considérant la position angulaire de l'avant-bras par rapport à l'horizontale comme la variable décrivant la trajectoire du mouvement. L'équation mécanique est réécrite de la manière suivante:

$$I\ddot{\theta} = T\left(\theta, \dot{\theta}, \{a\}\right) \tag{5.2}$$

Avec I l'inertie de l'avant-bras (liée à sa masse), et $\{a\}$ un ensemble de paramètres liés à l'activité musculaire. Le torque $T\,(...)$ est égal à zéro lorsque la vitesse et l'accélération angulaires sont nulles. Des observations rapportées par des expériences de Bizzi et coll. ont montré que la posture du membre est maintenue en équilibre en absence de rétroaction [68]. Ce qui revient à dire qu'en absence de rétroaction durant un mouvement rapide, ce sont les états des muscles actifs qui maintiennent le membre en équilibre. Pour maintenir une force de torsion nulle sur le membre,

tout changement d'angle sera traduit par une activité immédiate des muscles (une action simultanée des muscles antagonistes). Hogan a émis l'hypothèse selon laquelle la force de torsion T et le mouvement de l'avant-bras sont considérés comme équivalents durant le mouvement. Ceci implique que l'activité musculaire a pour tâche de ramener toujours le membre à sa position d'équilibre virtuelle, formant ainsi une trajectoire virtuelle[8]. L'utilisation de la trajectoire virtuelle, décrite par l'activité musculaire durant le mouvement, a réduit l'équation dynamique du mouvement sous sa forme linéaire la plus simple. En supposant que la dépendance entre la position et la vitesse est linéaire, la force de torsion (Torque) s'écrit de la manière suivante :

$$T\left(\theta, \dot{\theta}, \{a\}\right) = T\left(\{a\}\right) - K\theta - B\dot{\theta} \tag{5.3}$$

Avec K la raideur du membre et B la viscosité. À l'équilibre, l'activité musculaire est donnée par :

$$\begin{aligned} T\left(\{a\}\right) &= K\theta \\ \theta_0\left(\{a\}\right) &= T\left(\{a\}\right)/K \end{aligned} \tag{5.4}$$

En écrivant l'équation en terme de trajectoire virtuelle, on obtient une équation simple du second ordre décrivant la dynamique de l'avant-bras.

$$I\ddot{\theta} + B\dot{\theta} + K\theta = K\theta_0\left(\{a\}\right) \tag{5.5}$$

Dans l'espace virtuel, l'avant-bras est toujours à la position initiale d'équilibre θ_0. L'idée suggérée par Hogan est de relier cette activité musculaire à l'activité

des entrées des motoneurones alpha. L'équation (5.5) modélise le mouvement de l'avant-bras par une réponse à la commande émanant des motoneurones alpha. Les entrées de l'équation différentielle sont déterminées en utilisant des techniques d'optimisation de la dynamique qui minimise un critère particulier. La minimisation de ce critère aboutit à modéliser le comportement organisationnel du mouvement. Le critère retenu concerne la régularité du mouvement : générer un mouvement le plus lisse possible par le membre d'un point d'équilibre vers un autre point d'équilibre. Le mouvement est lisse (*smooth* en anglais) dans le sens où les transitions de l'accélération demeurent minimales. Ainsi, maximiser le lissage de la trajectoire revient à minimiser la dérivée de l'accélération, désignée par le jerk du mouvement.

Ainsi, le choix du critère de minimisation aboutit à un modèle de l'organisation du mouvement volontaire qui ne dépend que des variables cinématiques relatives à la trajectoire du mouvement. Si le mouvement reste à l'intérieur des performances du SNM, résoudre le problème de minimisation du jerk, permet de déduire directement la trajectoire optimale du mouvement. Par conséquent, le résultat obtenu de la minimisation représente l'organisation du mouvement qui est complètement indépendante du système physique générateur du mouvement. Comme l'a souligné Hogan, ce résultat est en accord avec l'idée originale proposée par Bernstein qui considère que les mouvements sont coordonnés dans un espace extracorporel (virtuel)[1]. Le modèle jerk-minimum ne fait aucune modélisation sur la structure du SNM ni sur son comportement non-linéaire, seul l'aspect organisationnel, donc, fonctionnel du mouvement est abordé. La maximisation du lissage de la trajectoire est utilisée comme un moyen de contrôler le mouvement. Dans sa conclusion, Hogan soutient que ce critère de minimisation est une expression de l'organisation du mouvement au niveau du SNC et que dans l'espace virtuel des trajectoires, la commande peut être assimilée à la trajectoire réelle.

5.4.1 Analyse du modèle jerk-minimum

Faisons une analyse détaillée du concept sur lequel ce modèle est basé. En partant de l'équation dynamique du mouvement de l'avant-bras à une seule articulation, ce modèle propose de séparer la partie liée au système musculo-squelettique qui génère le mouvement de la partie commande qui spécifie le torque à produire pour maintenir l'effecteur terminal en équilibre. Il complémente la théorie du point d'équilibre [25, 69] en suggérant qu'un mouvement entre deux points d'équilibre se produit en maximisant le lissage (*smoothness* en anglais) de la trajectoire. Ce *lissage* est obtenu en minimisant les variations de l'accélération qui correspond à la minimisation du jerk.

Les travaux qui sont venus plus tard ont suggéré qu'il est plus intéressant d'utiliser le snap-minimum (l'accélération de la l'accélération) à la place du jerk-minimum, car celui-ci offre un meilleur ajustement des données expérimentales [51, 70].

Récemment, Richardson et Flash ont généralisé le critère de minimisation à l'ordre n pour un mouvement à deux dimensions où la trajectoire n'est plus l'angle, mais un point à deux dimensions[70].

$$C_n = \frac{1}{2}\int_0^T dt \left[\left(\frac{d^n x}{dt^n}\right)^2 + \left(\frac{d^n y}{dt^n}\right)^2\right] \tag{5.6}$$

La question qui se pose maintenant est la suivante : que signifie le choix par le SNC de la trajectoire la plus *lisse* ? Qu'elle est la relation qui existe entre le lissage d'une fonction et le minimum de l'énergie de sa nième dérivée ?

En utilisant la méthode du variationnel pour minimiser le jerk, la trajectoire optimale d'un mouvement entre un point d'équilibre θ_0 et un autre point d'équilibre

θ_f est donnée par l'expression suivante de sa position.

$$\theta(t) = \theta_0 + (\theta_f - \theta_0)\left[10\left(\frac{t}{T}\right)^3 - 15\left(\frac{t}{T}\right)^4 + 6\left(\frac{t}{T}\right)^5\right] \quad 0 \leq t \leq T \tag{5.7}$$

$$\theta(t) = \theta_0 + (\theta_f - \theta_0)\left[10\tau^3 - 15\tau^4 + 6\tau^5\right] \tag{5.8}$$

$$\omega(t) = 30\frac{(\theta_f - \theta_0)}{T}\left[\tau^2 - 2\tau^3 + \tau^4\right] \tag{5.9}$$

$$\omega(t) = 30\omega_{moy}\left[\tau(1-\tau)\right]^2 \tag{5.10}$$

avec T la durée totale du mouvement.

et $\tau = \frac{t}{T}$ une variable temps qui varie en 0 et 1, et ω_{moy} est la vitesse angulaire moyenne.

En tenant compte uniquement de l'expression de la position en fonction du temps, nous observons un polynôme du 5e ordre, qui ne donne aucune information sur l'organisation du système moteur. Mais si nous considérons le taux de variation de cette position, c'est-à-dire sa vitesse, l'expression analytique est plus significative. En effet, étudions la généralisation incomplète de la vitesse proposée par Richardson et Flash[70] en adoptant le principe minimisateur:

$$\omega_n(t) = \omega_{moy}\frac{(2n-1)!}{(n-1)!^2}\left[\tau(1-\tau)\right]^{n-1} \tag{5.11}$$

Par exemple pour le jerk-minimum n est égal à 3 et pour le snap-minimum, n est égal à 4. Cette généralisation, que les auteurs ne nomment pas, est en fait une autre écriture de la fonction de densité bêta[1], définie par:

[1]Dans le même esprit du modèle delta-lognormal, il est plus adéquat de désigner le modèle jerk-minimum et ses variantes par le modèle bêta!

$$\omega(\tau) = \begin{cases} \omega_{moy} \frac{1}{B(\alpha,\beta)} \tau^{\alpha-1} (1-\tau)^{\beta-1} & , \text{si } 0 < \tau < 1 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \tag{5.12}$$

Avec $B(\alpha,\beta) = \frac{\Gamma(\alpha)\Gamma(\beta)}{\Gamma(\alpha+\beta)}$ et $\Gamma(.)$ est une fonction gamma

Dans le cas du jerk-minimum les valeurs de α et β sont entières et égales à 3 et dans le cas du Snap-minimum, elles sont entières et égales à 4.

Par exemple, dans le cas du jerk-minimum, nous retrouvons l'expression donnée à l'équation (5.10) du profil de la vitesse, en utilisant la fonction bêta.

$$\begin{aligned} &\alpha = \beta = n \rightarrow B(\alpha,\beta) = \frac{\Gamma(n)^2}{\Gamma(2n)} \\ &n \text{ entier} \quad \rightarrow \Gamma(n) = (n-1)! \\ &\omega_n(\tau) = \omega_{moy} \frac{\Gamma(2n)}{\Gamma(n)^2} (\tau(1-\tau))^{n-1} = \omega_{moy} \frac{(2n-1)!}{(n-1)!^2} (\tau(1-\tau))^{n-1} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &\text{Jerk} - \text{minimum} \rightarrow n = 3 \rightarrow \omega_3(\tau) = \omega_{moy} \frac{5!}{2!^2} (\tau(1-\tau))^{3-1} \\ &\omega_3(\tau) = \omega_{moy} 30 (\tau(1-\tau))^2 \end{aligned} \tag{5.13}$$

Nous sommes partis d'un résultat issu du calcul variationnel et nous avons abouti à un résultat qui exprime un résultat particulier qui exprime un produit de convolution d'un très grand nombre de sous-systèmes, décrit par le théorème de la limite centrale.

En effet, Papoulis a précisément suggéré la fonction bêta comme une fonction d'approximation de la convergence d'une convolution d'une infinité de fonctions bornées dans le temps[29]. Plus exactement, quand les réponses impulsionnelles $h_i(t)$ des sous-systèmes sont définies sur un support borné (a_i, b_i) en dehors duquel elles sont nulles, le produit de convolution $h^{(N)}(t)$ est aussi une fonction du temps

à support borné définie dans l'intervalle (a, b) tel que $a = \sum_{i=1}^{N} a_i,\ b = \sum_{i=1}^{N} b_i$. Quand N est suffisamment grand, la réponse impulsionnelle $h^{(N)}(t)$ est approximée par la fonction bêta. L'erreur de convergence dans ce cas est exprimée par des termes du polynôme de Jacobi $J_N(\alpha, \alpha + \beta - 1; t)$.

Ainsi le modèle jerk-minimum et ses variantes suggèrent d'une manière indirecte que le système neuromusculaire est composé d'une infinité de sous-systèmes linéaires et indépendants effectuant des mouvements élémentaires bornés dans le temps, de sorte que le mouvement global, décrit par un produit de convolution, est aussi borné. Par conséquent, le profil de vitesse décrit par le jerk-minimum est la réponse impulsionnelle du SNM, déjà prédite par le modèle delta-lognormal.

La forme lisse de la trajectoire correspond donc à la convergence de ce produit de convolution vers un profil bêta.

Or, le théorème de la limite centrale stipule que dans le cas où les sous-systèmes sont indépendants et similaires, le profil limite d'une telle convolution est une fonction gaussienne. Sur le plan purement théorique, le profil bêta n'est donc qu'une approximation du profil gaussien, car premièrement la fonction bêta n'est qu'un cas particulier du théorème de la limite centrale où les réponses impulsionnelles des sous-systèmes sont bornées et deuxièmement cette fonction ne peut être utilisée que lorsqu'on connaît exactement le support du résultat de la convolution, ce qui est pratiquement difficile à obtenir directement sur les données expérimentales (des seuils empiriques sont généralement utilisés).

Dans l'approximation de la fonction gaussienne de moyenne μ et de variance σ^2 par la fonction bêta, les valeurs des paramètres α et β sont égales à:

$$\alpha = \frac{\mu(\mu - \mu^2 - \sigma^2)}{\sigma^2}$$
$$\beta = \alpha\frac{(1-\mu)}{\mu} \tag{5.14}$$

5.4.2 Conséquences

Sur les plans théorique et conceptuel, le modèle delta-lognormal peut être comparé au modèle jerk-minimum en utilisant les points suivants:

1. La fonction analytique décrivant le profil de vitesse par le modèle jerk-minimum est une fonction bêta. C'est un profil symétrique qui approxime le profil gaussien.
2. Il a été montré à travers les résultats d'ajustements que le profil lognormal ajuste mieux les données expérimentales que le modèle gaussien [59].
3. Le modèle delta-lognormal comporte deux composantes lognormales qui travaillent en synergie.
4. Le modèle lognormal est un cas particulier du modèle delta-lognormal où la composante antagoniste est négligée.

Par conséquent, les performances du modèle delta-lognormal obtenues en le comparant au modèle jerk-minimum [54]*sont justifiées par le fait que, du point de vue théorique, le profil de vitesse proposé par le jerk-minimum est une approximation du profil proposé par le modèle delta-lognormal.*

5.5 Principe du modèle temps-minimum

Dans le modèle jerk-minimum, la maximisation du lissage de la trajectoire peut être assimilée à une minimisation[2] de la perte d'énergie dans le sens où les secousses observées sont considérées comme le résultat du freinage dû aux forces de friction, issues de diverses sources, qui s'opposent au mouvement. D'ailleurs, dans un système hamiltonien, ces forces de friction n'existent pas et l'énergie perdue est nulle.

La deuxième approche qui pourrait motiver le système nerveux central à choisir la trajectoire du mouvement par une infinité de possibilités est la minimisation du temps de mouvement. Par exemple, Enderle et Wolfe [71] ont suggéré que les trajectoires des saccades du mouvement des yeux sont sélectionnées en minimisant le temps pour atteindre la cible.

Considérons le même cas simple d'un mouvement à un degré de liberté sur un plan horizontal où l'accélération angulaire est une fonction linéaire du torque appliqué à l'articulation. Hermes et LaSalle ont alors suggéré que le contrôle moteur d'un tel système linéaire est du type bang bang : la variable de contrôle est binaire[72]. Lors d'un mouvement, le torque commute d'une façon instantanée entre deux valeurs extrêmes avec un minimum de temps de transition. Cependant, Wiegner et Wierzbicka ont souligné que dans ce cas, l'accélération doit nécessairement posséder trois points de discontinuités : deux au niveau des points d'équilibre extrêmes et un au niveau de la commutation du torque entre ses valeurs extrêmes[51]. Ils ont souligné que de telles discontinuités ne s'observent pas sur des données réelles. Si

[2]Soulignons encore une fois que le principe de la minimisation de l'énergie ne veut pas dire réduire l'énergie nécessaire pour effectuer une tâche motrice, mais éviter d'en perdre inutilement. Chaque tâche à besoin d'une quantité d'énergie bien précise, si on donne moins elle ne sera pas exécutée comme il faut et si on en donne plus, le surplus sera inutilement utilisé, on parle alors de perte d'énergie.

le modèle bang-bang suggère que le torque développé possède des limites, il n'en est pas de même pour le temps du mouvement. Et c'est sur ce point que ce modèle a été écarté en soulignant que dans la plupart des théories en biologie, la recherche d'un optimum est confrontée aux limites physiques imposées par la nature. Particulièrement, le système neuromusculaire possède des comportements restrictifs qui se manifestent sur le contrôle du torque développé. L'une de ses restrictions est justement son comportement en filtre passe-bas qui empêche les hautes fréquences de se produire. Quand un muscle est stimulé électriquement par un train de potentiels d'action de faible fréquence, il produit un torque avec la même fréquence [24]. Mais quand celle-ci augmente, le muscle se comporte comme un filtre passe-bas. Ce phénomène ne s'observe pas uniquement au niveau des muscles, mais aussi au niveau des neurones. La transmission entre deux neurones passe à travers la synapse interneuronale qui se comporte aussi comme un filtre passe-bas [23]. Qui dit filtre, dit nécessairement que la transmission de la commande est décrite par le produit de convolution donné comme suit:

$$\varphi_n(t) = \int_0^t f(\tau)\,\varphi_{n-1}(t-\tau)\,d\tau \tag{5.15}$$

Avec φ_n le signal nerveux postsynaptique, φ_{n-1} le signal presynaptique et $f(t)$ la fonction poids de la synapse d'ordre n. Partridge considère que souvent $f(t)$ décroît d'une façon exponentielle avec le temps et propose de représenter le filtrage passe-bas par une réponse impulsionnelle en profil de Poisson[3][23]

$$\varphi_n(t) = -\ln\alpha \int_0^t \alpha^{\tau}\varphi_{n-1}(t-\tau)\,d\tau \tag{5.16}$$

[3]Nous désignons par profil de Poisson, le profil de type exponentiel décroissant. Cette terminologie est empruntée au langage des probabilités qui désigne par des noms spécifiques des lois de probabilités. Nous utiliserons donc dans cette thèse le profil de Poisson au même titre que les profils gaussien, bêta et lognormal déjà employés.

Avant d'arriver au muscle, la commande neuromotrice parcourt un nombre n de synapses et si cette commande est du type bang-bang, elle est représentée par la fonction échelon de Heaviside. Supposons que c'est le signal $\varphi_n(t)$ qui détermine le profil du torque à développer, même si la commande originale $\varphi_0(t)$ est discontinue l'effet de son filtrage successif fera que le torque obtenu au niveau de l'effecteur est continu. La réponse indicielle d'un tel système non couplé est donnée par[55]:

$$\hat{\varphi}_n(t) = H(t)\left(1 - e^{-t\lambda}\sum_{k=0}^{n-1}\frac{\lambda^k}{k!}t^k\right), \quad \lambda \equiv -\ln\alpha \tag{5.17}$$

Et sa réponse impulsionnelle est telle que:

$$f(t) = \frac{\omega^n}{(n-1)!}t^{n-1}e^{-\omega t} \tag{5.18}$$

Engelbrecht a ainsi montré que le système dynamique équivalent du système moteur peut être décrit à travers ce principe par un système de convolution de n filtres passe-bas de premier ordre. L'équation (5.17) correspond à sa réponse indicielle et l'équation (5.18) à sa réponse impulsionnelle.

5.5.1 Analyse du modèle du temps-minimum

Dans le cas du modèle temps-minimum (TM), la dynamique du système moteur est représentée par la convolution de n filtres passe-bas du premier ordre. La réponse d'un tel système représente le torque et la commande neuromotrice est un échelon. Comme nous l'avons fait pour le principe du jerk-minimum, où l'intérêt a été porté sur le profil de vitesse plutôt que sur la position, intéressons-nous alors sur sa réponse impulsionnelle, car c'est elle qui exprime l'organisation du

système moteur dans la production d'un mouvement avec un minimum de temps dans le contexte des contraintes biologiques. En d'autres termes, au niveau de la commande neuromotrice, le SNC envoie une commande indicielle pour générer un torque d'une manière instantanée, il réorganise alors le système moteur, par une stratégie de recrutement des unités motrices, pour exécuter cette commande avec un minimum de temps. En reprenant les hypothèses de Hogan selon lesquelles le signal nerveux encode la position[8], alors nous faisons l'hypothèse qu'il s'agit du torque lié à la raideur de l'effecteur terminal. Par conséquent, la position de ce dernier a le même profil que le torque. Ainsi, la dérivée du profil décrit par ce modèle représente le profil de vitesse.

Réécrivons l'équation (5.18) de la façon suivante :

$$f(t) = \frac{1}{\beta^{\alpha+1}\Gamma(\alpha+1)} t^{\alpha} e^{-t/\beta} \tag{5.19}$$

Avec : $\alpha = n-1, \beta = \frac{1}{\omega}, \Gamma(\alpha+1) = \alpha!$

Et sa transformée de Laplace est donnée par :

$$F(s) = \frac{\omega^n}{(s+\omega)^n} = \frac{1}{(1+s/\omega)^n} = \frac{1}{(1+s\beta)^{\alpha+1}} \tag{5.20}$$

Ces deux résultats correspondent exactement au profil gamma. Or, quand le nombre n de sous-systèmes tend vers l'infini, la fonction gamma est *l'approximation causale* d'un système causal représenté par un tel produit de convolution [29]. Dans les conditions de causalité, quand n est suffisamment grand, le profil limite décrit par le théorème de la limite centrale est approximé par une fonction gamma. En effet, la transformée de Laplace (5.20) de la réponse impulsionnelle du système

moteur, montre bien que celle-ci est égale au produit de convolution de n filtres passe-bas RC du premier ordre avec ($RC = \beta$) dont la réponse impulsionnelle est une fonction de Poisson. Dans ce cas, les valeurs α et β sont liées aux caractéristiques de la fonction gaussienne par les relations suivantes :

$$\alpha + 1 = \frac{\mu^2}{\sigma^2}, \quad \beta = \frac{\sigma^2}{\mu} \tag{5.21}$$

Nous venons de mettre en évidence que le principe du temps minimum, proposé par Partridge[23, 24], et Hermes et LaSalle [72], conduit à un comportement particulier du système moteur dont le *profil limite* de sa réponse impulsionnelle correspond au profil gamma. Ainsi, en tenant compte du caractère binaire du contrôle moteur et des contraintes biologiques du système neuromusculaire, ce principe exprime le résultat de la synergie d'une infinité de composantes neuromusculaires qui font émerger un profil en forme de cloche asymétrique du profil de vitesse.

5.5.2 Conséquences

Le modèle temps-minimum propose le profil gamma pour représenter le profil asymétrique du profil de vitesse. Il suggère avec plus de clartés que le SNM peut être représenté par un système de convolution d'un très grand nombre de sous-systèmes linéaires du premier ordre. Dans ce modèle, les sous-systèmes doivent être identiques et indépendants. De plus, la réponse impulsionnelle de chaque sous-système doit avoir un profil de Poisson. Comme cela a été souligné dans le chapitre 1, le modèle lognormal considère que les sous-systèmes ne sont pas indépendants, mais régis par la loi de proportionnalité entre leurs temps de délai cumulatifs, hypothèse qui n'a pas été réfutée par l'expérience décrite au chapitre précédent.

Si nous observons la physiologie neuromusculaire du système moteur, à défaut d'être identiques, ses unités motrices fonctionnent d'une manière similaire. C'est-à-dire, lorsqu'elles sont prises isolément, elles possèdent des réponses similaires. D'ailleurs, les études faites en physiologie, généralise par exemple le fonctionnement d'une seule fibre musculaire à toutes les autres du même type [52, 73, 74]. Cependant, si les sous-systèmes sont identiques (ou similaires), lorsqu'ils sont mis en réseau, ils ne sont pas nécessairement indépendants. En effet, si nous observons le système neuromusculaire de son point de vue anatomique, chaque sous-système est *physiquement* connecté à au moins un autre sous-système. Cette connexion physique fait que le sous-système perd son indépendance et il est soumis à des contraintes biologiques de toutes sortes. Son fonctionnement dépend ainsi de celui de ses voisins immédiats ou lointains. Dans cette considération, le sous-système perd son indépendance fonctionnelle une fois qu'il connecté à un autre sous-système

Ainsi, l'asymétrie observée sur le profil de vitesse ne peut être expliquée par le profil gamma. En effet, la contrainte selon laquelle la réponse impulsionnelle de chaque sous-système doit avoir un profil de Poisson est biologiquement improbable. Si tel est le cas, en prenant l'unité fondamentale du SNM et en l'excitant par une impulsion, il répondra instantanément sans aucun délai, puis sa réponse diminuera d'une manière exponentielle. Si nous nous référons aux remarques de Partridge selon lesquelles chaque sous-système est un filtre passe-bas, nous nous objectons sur le choix d'un filtre du premier ordre. En effet, indépendamment de l'échelle spatiotemporelle sur laquelle un système biologique est observé, que ce soit un motoneurone, une fibre musculaire, ou bien au niveau du muscle, celui-ci s'oppose à ce que sa réponse impulsionnelle passe instantanément entre deux valeurs extrêmes. Les résultats et observations neurophysiologiques montrent que la réponse temporelle de chaque système possède un temps de latence pure et une réponse impulsionnelle lisse en forme de cloche asymétrique. Ainsi, ceci démontre

que de tels profils ne peuvent être observés et qu'une telle hypothèse est très restrictive et ne tient pas compte du fonctionnement biologique.

Par contre, le modèle lognormal ne fait aucune restriction sur le profil de la réponse impulsionnelle du sous-système. Il demeure en accord avec le fonctionnement réel d'un tel système en imposant une énergie finie de cette réponse et en la normalisant à 1 (voir chapitre 1).

Un autre argument théorique vient clarifier la comparaison entre les deux modèles. Reprenons le théorème de l'infinie divisibilité de Thorin [34]. Il stipule entre autres que le profil lognormal est la limite d'un produit de convolution d'un grand nombre de fonctions gamma. Ce qui indique clairement que la fonction gamma possède une limite supérieure qu'est la fonction lognormale.

En résumé, en reprenant les mêmes arguments utilisés dans la comparaison avec le modèle jerk-minimum, le modèle delta-lognormal constitue la limite supérieure vers laquelle converge le profil gamma proposé par le modèle temps-minimum.

5.6 Lien entre la convergence et le principe minimisateur

Depuis que Bernstein s'est questionné sur la redondance du nombre de degrés de liberté dans le système moteur et sur la stratégie qu'adopte le système de contrôle dans le choix d'une seule trajectoire parmi une infinité de possibilités, les nombreux modèles qui ont été proposés reposent pour la plupart sur la minimisation d'une quantité physique en s'inspirant d'une façon directe ou indirecte du principe de Hamilton. En nous focalisant sur le principe de chaque modèle et particulièrement ceux qui offrent des expressions analytiques du profil de vitesse, nous avons montré que les modèles du jerk-minimum et de ses variantes ne sont qu'un cas particulier des modèles cinématiques de type bêta; généralement utilisés avec plus ou moins

de succès en génération de l'écriture manuscrite. D'un autre côté, nous avons aussi montré que les modèles qui minimisent le temps du mouvement représentent la vitesse par le profil gamma.

L'étude de ces deux modèles a mis en évidence le fait que les principes minimisateurs, appliqués dans le contrôle moteur pour expliquer la forme stéréotypée de la cinématique du mouvement, conduisent vers un même paradigme :

Le système neuromusculaire fonctionne comme un système de convolution. Il est composé d'une infinité de sous-systèmes linéaires couplés. La vitesse tangentielle avec laquelle un mouvement rapide est effectué entre deux points correspond à la réponse impulsionnelle du produit de convolution, et son profil converge vers un profil limite décrit par le théorème de la limite centrale.

Obtenir une trajectoire la plus lisse possible ou bien minimiser le temps du mouvement revient donc à faire tendre le profil de vitesse vers un profil limite.

Dans les systèmes biologiques, minimiser le temps ou bien l'énergie revient alors à minimiser l'erreur de convergence de la réponse de ces systèmes vers un profil limite. En effet, pour mieux illustrer cette conclusion, considérons le cas d'une réponse qui tend vers un profil limite gaussien et reprenons le résultat, obtenu au chapitre 1, qui décrit la réponse impulsionnelle d'un tel système formée de N sous-systèmes.

$$h^{(N)}(t) \simeq \mathrm{N}\left(t; \mu_N, \sigma_N^2\right) - \frac{\chi_N}{6}\frac{d^3}{dt^3}\mathrm{N}\left(t; \mu_N, \sigma_N^2\right) \tag{5.22}$$

Cette équation montre que pour atteindre le profil limite il faudra que l'erreur de convergence soit nulle. En pratique, elle n'est jamais nulle, car elle correspond à la somme de tous les coefficients d'Hermite. Considérons alors que l'erreur de convergence $E_{h^{(N)}}(t)$ ne dépende que du coefficient d'Hermite d'ordre 3.

$$\mathrm{E}_{h^{(N)}}(t) \simeq \frac{\chi_N}{6}\frac{d^3}{dt^3}\mathrm{N}\left(t;\mu_N,\sigma_N^2\right) \tag{5.23}$$

$$\mathrm{E}_{h^{(N)}}(t) \simeq \frac{\chi_N}{6\sigma_N^3}\left[3\left(\frac{t-\mu_N}{\sigma_N}\right)-\left(\frac{t-\mu_N}{\sigma_N}\right)^3\right]\mathrm{N}\left(t;\mu_N,\sigma_N^2\right) \tag{5.24}$$

En théorie, la convergence est atteinte lorsque cette erreur est nulle partout, c'est-à-dire lorsque le moment d'ordre 3 $\chi_N \equiv 0$. Dans les systèmes biologiques, ce paramètre peut avoir une valeur, aussi petite que nous puissions imaginer, mais elle n'est jamais nulle, car dans la nature il ne peut y avoir de symétrie parfaite. En pratique, nous considérons que la convergence est atteinte lorsque l'énergie de cette erreur qui dépend du coefficient d'asymétrie et de la troisième dérivée du profil gaussien est minimale.

$$\int_0^\infty E_{h^{(N)}}^2 dt \rightarrow \min \tag{5.25}$$

L'équation (5.24) montre qu'en théorie le profil obtenu n'est jamais symétrique, il existe toujours une valeur non nulle aussi faible du coefficient d'asymétrie. Deuxièmement, l'énergie de la troisième dérivée de la fonction gaussien est aussi une gaussienne pondérée par une fonction du temps dont l'énergie n'est jamais nulle en tout point.

La convergence vers un profil limite de la réponse impulsionnelle du système biologique correspond donc à la minimisation de l'énergie de la troisième dérivée du profil gaussien ou bien de ses approximations (bêta et gamma).

La recherche, par le modèle jerk-minimum, du maximum de lissage correspond donc à la minimisation de la troisième dérivée de la vitesse qui est le Snap. Ce résultat renforce d'ailleurs les remarques faites par Wiegner et Wierzbicka sur le

choix du snap-minimum à la place du jerk-minimum dans l'ajustement des données expérimentales[51].

Cette correspondance entre la minimisation du snap et la minimisation de l'erreur de convergence vers un profil limite explicite d'une façon indirecte que l'utilisation de la méthode du variationnel pour retrouver la réponse optimale d'un système linéaire revient à minimiser l'énergie de l'erreur de convergence formée par la somme des coefficients d'Hermite. Ceci suggère que tous les modèles du contrôle moteur qui utilisent la méthode du variationnel pour optimiser une quelconque quantité physique, expriment d'une autre manière la minimisation de l'erreur de convergence.

Jusqu'à présent, l'utilisation des fonctions bêta et gamma et de leurs variantes (Bêta-Splines et autres) dans la représentation des profils de vitesse dans l'analyse et la synthèse de l'écriture manuscrite s'est faite uniquement au sens de l'ajustement des courbes (*curve fitting* en anglais) [75-77]. Il n'y avait aucune allusion sur le comportement du système neuromusculaire qui a exécuté les tâches motrices pour produire cette écriture.

Les résultats que nous venons d'obtenir ont ainsi permis de justifier l'utilisation de ces fonctions en graphomotricité. Cependant, les conclusions obtenues montrent que du point de vue conceptuel et de l'ajustement des courbes, ces modèles demeurent des approximations du modèle delta-lognormal.

5.7 Conclusion

L'étude comparative entre le concept de la théorie cinématique du mouvement rapide et le principe minimisateur s'est faite à travers les expressions analytiques des profils de vitesse, proposées par les différents modèles sous-jacents. Plusieurs

points ont été ainsi mis en évidence:

1. Le modèle jerk-minimum et ses variantes sont des cas particuliers du modèle bêta.

2. Le modèle temps-minimum et ses variantes sont des cas particuliers du modèle gamma.

3. Le profil bêta est un cas particulier de la convergence de la réponse impulsionnelle d'un produit de convolution d'une infinité de sous-systèmes bornés et indépendants, réponse décrite par le théorème de la limite centrale.

4. Le profil gamma est un cas particulier de la convergence de la réponse impulsionnelle d'un produit de convolution d'une infinité de sous-systèmes causaux, indépendants et de réponses impulsionnelles de Poisson, réponse décrite par le théorème de la limite centrale.

5. À cause de l'asymétrie et de la causalité, les profils des réponses impulsionnelles des systèmes biologiques ne peuvent être représentés par les fonctions gaussienne et bêta.

6. Sous l'hypothèse d'indépendance des sous-systèmes, le profil le plus vraisemblable pour décrire les profils asymétriques des réponses est le profil lognormal, car le profil de Poisson est supplanté par le profil gamma, qui à son tour est supplanté par le profil lognormal.

7. Pour les profils symétriques le profil bêta est une approximation du profil gaussien

8. En utilisant la propriété de l'infinie divisibilité, nous considérons alors que pour les profils asymétriques, le profil de Poisson est une approximation du profil gamma et ce dernier est une approximation du profil lognormal.

9. Nous considérons que le profil symétrique n'est qu'un cas particulier du profil asymétrique où le coefficient d'asymétrie de ce dernier tend vers zéro.

10. Sous l'hypothèse de dépendance des sous-systèmes et plus particulièrement lorsqu'ils sont régis par une relation de proportionnalité, le profil de la réponse impulsionnelle converge vers un profil lognormal.

11. Le profil lognormal est le seul profil où le temps de latence pur t_0 couramment observé dans les biosignaux est bien identifié et distinct du temps de délai. De plus, c'est le seul profil parmi ceux étudiés précédemment qui empêche, d'une part, d'avoir un temps négatif, et d'autre part, d'inverser le sens du temps.

12. En tenant compte de la physiologie du système neuromusculaire, le modèle lognormal ne décrit que la réponse agoniste ou antagoniste de la synergie.

13. Par transitivité, les modèles jerk-minimum et temps-minimum sont des constructions approximatives et incomplètes du modèle delta-lognormal.

14. Le principe minimisateur d'une quantité physique traduit la minimisation de l'erreur de convergence de la réponse vers un profil limite.

Il existe des modèles minimisateurs qui expriment la minimisation du temps et de l'énergie d'une autre manière. Les solutions proposées par ces modèles sont obtenues par la résolution numérique de systèmes d'équations différentielles. Nous citons par exemple les modèles de minimisation de la variance [65]ou du minimum temps [66] qui ne donnent qu'une représentation approchée du comportement du système moteur, car d'une part, ils séparent le système neuromusculaire en deux systèmes: l'un est purement neuronal et l'autre est purement musculaire, et d'autre part, ils fixent un critère d'optimisation, tiré du compromis vitesse et précision décrit pour la première fois par Fitts[2], puis retrouvent les profils du signal de

commande et les réponses motrices correspondantes. Celles-ci sont, d'une manière ou d'une autre, le résultat d'un filtrage passe-bas d'une réponse impulsionnelle. Ces modèles n'ont pas été ajoutés à la présente étude, car ils n'offrent pas de solutions analytiques du profil de vitesse.

À la lumière des différents résultats obtenus dans les chapitres 1 à 4, la théorie cinématique proposée en 1995 par Plamondon semble être la plus adaptée pour décrire les mouvements rapides à travers leur cinématique.

Sur le plan structurel, la théorie tient compte de la structure hiérarchique et parallèle du système neuromusculaire (SNM), de l'asymétrie du profil de vitesse et de la synergie musculaire[9].

Sur le plan de la modélisation, elle représente le SNM par un système de convolution d'une infinité de sous-systèmes fonctionnant dans leurs zones de linéarités. La primitive du mouvement correspond à la réponse impulsionnelle du SNM [78-80]

Sur le plan de l'ajustement de courbes, le modèle delta-lognormal offre les meilleurs résultats par rapport à plus de vingt-six autres modèles [12, 13].

Sur le plan mathématique, la preuve formelle de convergence a été publiée en 2003 [14] et une autre est proposée au chapitre 1 de cette présente thèse.

Sur le plan conceptuel, nous venons de montrer que deux modèles construits à partir du principe minimisateur expriment avec d'autres arguments le même concept sur lequel la théorie cinématique est basée, mais sans vraiment l'exploiter complètement.

Sur le plan de réfutabilité d'une théorie, l'expérience EMG qui a été menée n'a pas réfuté l'hypothèse de l'existence d'une relation de proportionnalité. Par conséquent cette hypothèse est confirmée et n'en est plus une.

Autant d'arguments qui ont motivé notre choix dans l'adoption de la théorie cinématique du mouvement rapide comme base théorique dans la modélisation et la synthèse du mouvement humain.

Nous disposons ainsi d'une théorie robuste et d'outils matériels et logiciel performants que tout chercheur aura besoin pour explorer avec cette théorie des aspects particuliers du contrôle moteur.

CHAPITRE 6

GÉNÉRALISATION DE LA THÉORIE CINÉMATIQUE DU MOUVEMENT HUMAIN

6.1 Introduction

La forme initiale de la théorie cinématique du mouvement humain proposée en 1995 par Plamondon décrit le mouvement dans un espace à une dimension où la trajectoire est un trait rectiligne. Depuis, celle-ci a subi plusieurs améliorations pour être en mesure d'analyser des traces en deux et en trois dimensions[10-12, 18, 20, 42]. Ces extensions ont ainsi permis d'analyser et de synthétiser de l'écriture manuscrite et des signatures. Pour faire passer l'analyse à deux dimensions, deux paramètres supplémentaires ont été ajoutés : l'angle initial et la courbure de la trajectoire; et pour générer des mouvements complexes, telles que les signatures, le concept de cibles virtuelles a été adopté [10,11,81-84].

D'un autre côté, les études, effectuées pour comprendre le contrôle moteur des mouvements complexes, convergent vers l'existence de primitives motrices utilisées par le SNC pour former la commande neuromotrice [85-88]. Dans le cas de la théorie cinématique, la primitive correspond au mouvement rapide décrit par le modèle delta-lognormal [78-80].

L'évolution majeure de la théorie cinématique dans la représentation des mouvements complexes réside ainsi dans l'utilisation des concepts de cibles virtuelles et de la superposition vectorielle des vecteurs vitesses des mouvements élémentaires.

Cependant, la forme vectorielle du modèle a généralement été développée pour

décrire des mouvements uni-articulaires. Lorsque la posture du membre supérieur change lors d'un mouvement rapide impliquant la contribution de plusieurs articulations, des changements brusques de direction ou bien des fluctuations[1] (*glitches* en anglais) apparaissent généralement au début ou à la fin de la trajectoire. Certains de ces profils ne pouvaient pas être ajustés par cette version vectorielle. Ceci nous a amenés à réfléchir sur la construction d'une nouvelle formulation du modèle, baptisé modèle *sigma-lognormal* par Plamondon, en référence à la sommation vectorielle versus la différence scalaire du modèle delta-lognormal [89, 90].

Dans ce chapitre, nous allons passer en revue les différentes évolutions subies par la théorie cinématique en identifiant le domaine de validité de chacune des versions proposées. Nous allons ensuite présenter une généralisation de la théorie cinématique en mettant en exergue la complexité que celle-ci a induite en ajoutant des paramètres supplémentaires.

6.2 État de l'art de la forme vectorielle du modèle delta-lognormal

6.2.1 Modèle vectoriel 2D

Les résultats prometteurs obtenus dans l'ajustement du profil de vitesse de mouvements rapides par le modèle delta-lognormal à une dimension ont amené Plamondon et Guerfali à proposer la version vectorielle pour analyser les mouvements complexes[18]. Dans cette section, nous allons présenter les fondements de l'extension de ce modèle en deux dimensions qui ont permis d'extraire des paramètres sur des signatures et de l'écriture. La Figure 6.1 illustre un exemple typique de l'écriture

[1]Selon la traduction tirée de l'office québécois de la langue française, fluctuation est le mot approprié pour traduire de l'anglais le mot glitch. Nous l'utiliserons dans cette thèse pour désigner toute variation d'un trait d'écriture qui fluctue par rapport à sa trajectoire principale.

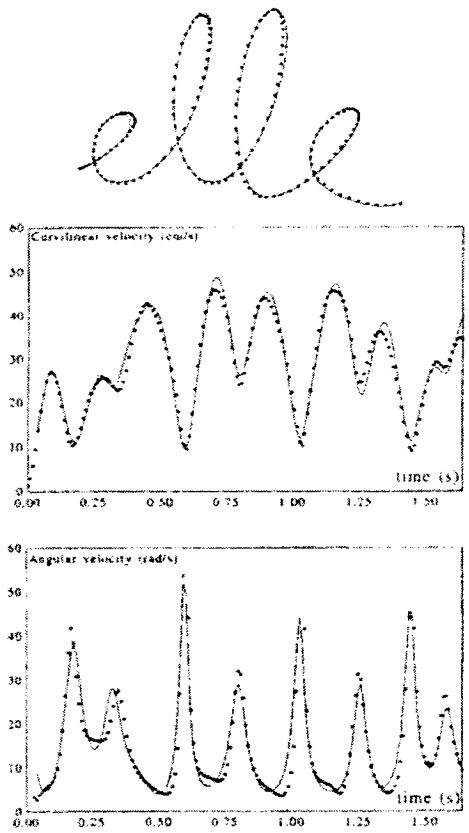


Figure 6.1 Exemple de reconstruction en deux dimensions d'une écriture manuscrite par le modèle delta-lognormal: a) l'écriture du mot '*elle*' b) Vitesse curviligne correspondante c) vitesse angulaire (tirée de [18], Fig.2)

du mot '*elle*'. Le modèle est capable de reconstruire aussi bien le tracé complexe que le profil de vitesse. Le passage à la forme vectorielle du modèle delta-lognormal nécessite l'estimation de deux paramètres supplémentaires représentant la courbure caractéristique du trait courbe C_0 et la direction initiale θ_0 [91-93]

Comme l'a souligné Guerfali [10], l'angle θ_0 reflète la posture initiale du membre en mouvement par rapport à un axe donné de référence, et la courbure C_0 reflète la jointure ou bien l'axe de rotation préférentiel associé à chaque mouvement. L'auteur déduit que la variation angulaire résulte plutôt de la relation qui

lie la vitesse angulaire $v_\theta(t)$ à la vitesse curviligne $v_\sigma(t)$, donnée par:

$$C(t) = \frac{v_\theta(t)}{v_\sigma(t)} \tag{6.1}$$

Pour un trait simple à courbure constante C_0 (voir Figure 6.2), les points de sa trajectoire sont repérés par l'angle $\theta(t)$, lié avec la vitesse curviligne par la relation suivante :

$$\theta(t) = \theta_0 + C_0 \int_{t_0}^{t} v_\sigma(\tau)\, d\tau \tag{6.2}$$

La courbure est considérée comme positive pour les mouvements de rotation dans le sens antihoraire et négative pour les mouvements effectués dans le sens horaire.

De plus, les deux paramètres supplémentaires sont respectivement qualifiés de statique et de postural. C'est-à-dire que la direction initiale du mouvement est préprogrammée à l'avance et ne changera pas durant le mouvement, ainsi que la posture du membre. Dans ce dernier cas, cette hypothèse implique que dans la posture il doit y avoir une jointure fixe du membre qui induit une courbure constante. Ainsi, le trait courbe d'un mouvement rapide possède toujours une courbure constante. Dans la suite de cette thèse, nous qualifierons la jointure fixe par *point fixe instantané* qui peut-être l'épaule, le coude, le poignet ou bien l'une des articulations du doigt.

Guerfali [10] et Leclerc [11] ont ensuite appliqué cette forme vectorielle pour analyser respectivement l'écriture manuscrite et les signatures.

L'équation (6.2) souligne le fait que les seules variabilités du tracé que nous pouvons interpréter par cette extension du modèle sont celles reliées à la direction initiale

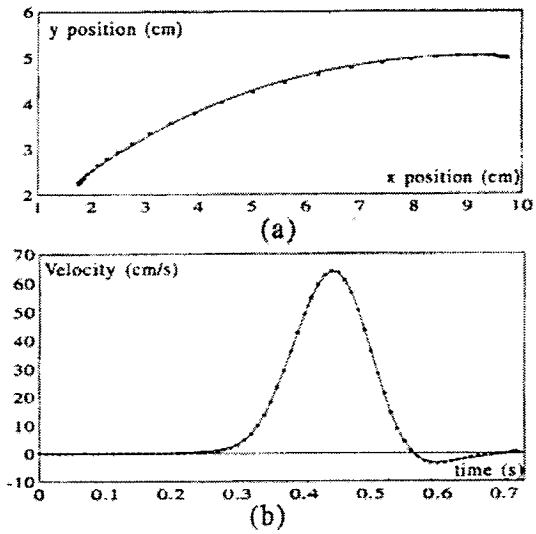


Figure 6.2 Exemple de mouvement rapide simple **a)** trait produit par le mouvement de l'effecteur terminal ayant une courbure constante **b)** Profil de vitesse de forme delta-lognormale (tirées de [18],Figure 1.b,c)

du mouvement et à la position de la jointure au moment de l'exécution de ce mouvement. En d'autres termes, le modèle delta-lognormal à une dimension considère que le mouvement s'effectue selon une direction donnée où les composantes agoniste et antagoniste du profil de vitesse sont en direction opposée d'un angle de 180 degrés. De la même façon, le modèle delta-lognormal à deux dimensions ou bien le modèle vectoriel considère qu'un mouvement simple et rapide s'effectue selon une direction fixe θ_0 décrivant un arc de cercle de rayon $1/C_0$, où les composantes agoniste et antagoniste du profil de vitesse sont de direction opposée d'un angle de 180 degrés. Nous considérons que cette forme vectorielle est très restrictive dans la mesure où les activités des systèmes neuromusculaires agoniste et antagoniste s'effectuent toujours en parfaite opposition de phase. Or, cette contrainte est très rigide dans le sens où le mouvement rapide implique d'autres types de mouvements des parties mobiles du membre, tels que l'adduction, l'abduction, la supination ou

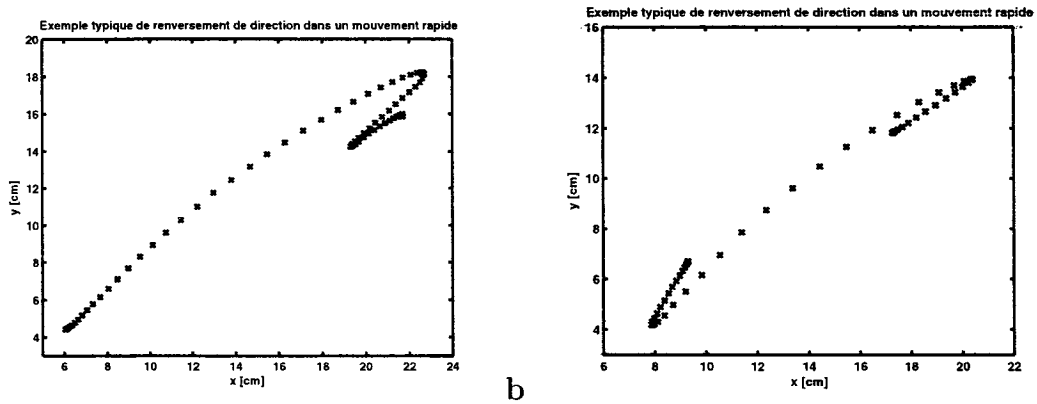


Figure 6.3 Exemples de traits rapides générés par des sujets humains ayant des variabilités où l'effet de la composante antagoniste ne s'est effectué dans une direction de 180 degrés par rapport à l'effet de la composante agoniste.

la pronation qui s'effectuent dans des directions quelconques. D'autres parts, Woch et Plamondon [79, 94]ont montré qu'il existe des primitives de mouvements rapides possédant des variabilités que la version vectorielle du modèle à deux dimensions ne peut interpréter. Par exemple, les traits simples illustrés dans les Figures 6.3a,b, possèdent des variabilités typiques rencontrées lors d'expérience où l'effet de la composante antagoniste ne s'est pas effectué dans une direction opposée à celle de l'agoniste (changement de direction d'un angle de 180 degrés).

La difficulté majeure rencontrée dans ce modèle vectoriel est l'estimation des deux paramètres supplémentaires. Par exemple, le paramètre θ_0 est très sensible aux bruits et aux fausses estimations. Le second problème réside dans le fait que, dans les mouvements complexes, la courbure n'est pas vraiment apparente et facile à déterminer. De plus, même s'il y a un point fixe durant le mouvement rapide, celui-ci varie de position durant un mouvement complexe de sorte qu'un mouvement élémentaire ne se termine pas avec l'action du mouvement élémentaire suivant. Ceci a pour effet d'avoir deux points fixes durant un seul mouvement élémentaire. Ainsi, il est difficile d'estimer la courbure des traits élémentaires constituant le tracé.

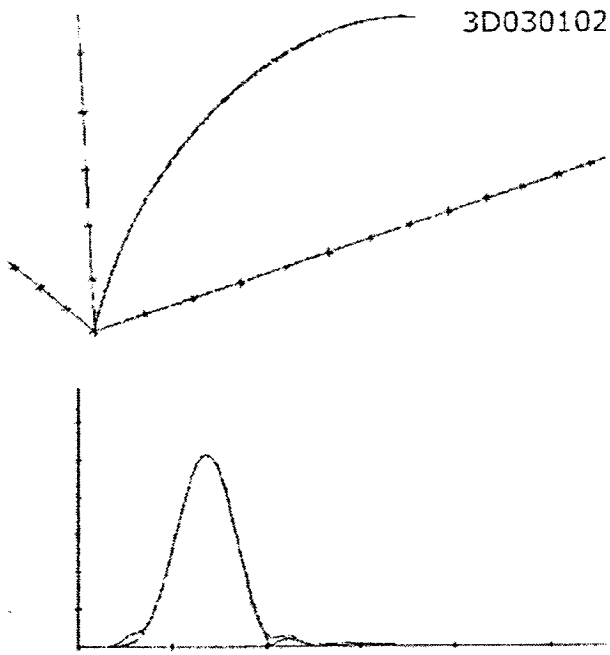


Figure 6.4 Exemple d'un trait simple effectué par un mouvement rapide dans l'espace à trois dimensions et reconstruit par le modèle delta-lognormal vectoriel 3D (source:[17], Figures 2a,b)

6.2.2 Modèle vectoriel 3D

Le modèle 3D proposé par Leduc[42] repose toujours sur le modèle delta-lognormal, par contre l'auteur a redéfini la notion du geste simple afin de simplifier l'analyse en trois dimensions: *un mouvement simple nécessite une seule paire de commandes qui ne font intervenir qu'une seule synergie agissant sur un seul plan* [42, 95]. Ce nouveau modèle décrit un mouvement rapide avec onze paramètres :

1. Sept paramètres du modèle en une dimension: $t_0, D_1, \mu_1, \sigma_1, D_2, \mu_2, \sigma_2$
2. Deux paramètres supplémentaires du modèle en deux dimensions : θ_0, C_0

3. Deux nouveaux paramètres ϕ et ρ qui représentent l'orientation du plan contenant le mouvement simple.

Il est décrit par les équations suivantes:

$$|\vec{v}(t)| = D_1(P_0, \theta_0, C_0, \rho_0, \phi_0)\,\Lambda\left(t; t_0, \mu_1, \sigma_1^2\right) - D_2(P_0, \theta_0, C_0, \rho_0, \phi_0)\,\Lambda\left(t; t_0, \mu_2, \sigma_2^2\right) \tag{6.3}$$

$$\theta(t) = \theta_0 + C_0 \int_{t_0}^{t} |\vec{v}(\tau)|\, d\tau \tag{6.4}$$

Les résultats d'ajustement des données expérimentales par ce modèle ont montré la validité de cette extension[42]. À titre d'exemple, la Figure 6.4 illustre la trace et le profil de vitesse d'un mouvement rapide exécuté dans l'espace 3D.

Cependant, la même remarque soulevée dans le cas du modèle 2D s'applique pour ce modèle. Le fait de choisir un plan pour la trajectoire du mouvement simple suppose que les actions des systèmes agoniste et antagoniste sont en parfaite opposition. Le choix d'un seul plan pour toute la trajectoire est autant plus restrictif que celui du modèle 2D, car le mouvement est effectué sans contraintes dans l'espace alors que dans le cas 2D, la friction du stylo sur une tablette à numériser peut par exemple amener les systèmes agoniste et antagoniste à travailler en opposition parfaite.

Devant les limitations observées sur les modèles à deux et à trois dimensions, Plamondon et Djioua[89, 90]ont proposé le modèle sigma-lognormal, une nouvelle formulation de la forme vectorielle qui tente de généraliser la théorie cinématique du mouvement rapide, tout en restant compatible avec les versions précédentes du modèle delta-lognormal à une, deux et trois dimensions. Dans ce chapitre, nous

allons proposer une généralisation plus complète du modèle, présentée dans les articles publiés en 2005 et 2006, en démarrant de la représentation 3D du modèle sigma-lognormal, noté par $\vec{\Sigma}\Lambda$.

6.3 Généralisation de la théorie cinématique

Rappelons que selon le modèle delta-lognormal, la distance à parcourir durant le mouvement rapide, estimé au niveau du SNC[2], correspond à la différence entre la distance D_1 (effectuée par l'effecteur terminal, s'il n'était contrôlé que par le système agoniste) et la distance D_2 (effectuée par l'effecteur terminal, s'il n'était contrôlé que par le système antagoniste).

L'hypothèse que nous allons faire est la suivante:

S'il n'existait pas de synergie neuromusculaire et que par exemple le membre ne disposait que de la partie agoniste (ou antagoniste), il effectuerait tout de même des mouvements rapides dans une direction, en parcourant une distance déterminée par une commande $D_1 U_0 (t - t_0)$. En effet, selon la théorie cinématique, pour que le SNM génère un profil de vitesse pour parcourir une distance D_1 , une population de neurones est activée au niveau du SNC dont l'effet moteur correspond au déplacement de l'effecteur terminal de la distance D_1 en réponse à l'activité du système neuromusculaire agoniste. Ainsi, dans un mouvement simple de pointage, décrivant une trajectoire courbe, la cible virtuelle va coïncider avec la cible réelle. Comme la trajectoire est courbée, l'effecteur doit nécessairement tourner autour d'un point fixe instantané qui coïncide avec la position d'une articulation (voir

[2]Lorsque nous parlons de distance qui est estimée au niveau du SNC, en réalité nous faisons référence aux populations de neurones dédiés à la motricité qui sont activées pour produire un mouvement s'effectuant sur une distance D . De ce fait, nous assimilons l'activité neuronale à l'effet moteur qu'elle engendre sur l'effecteur terminal du membre.

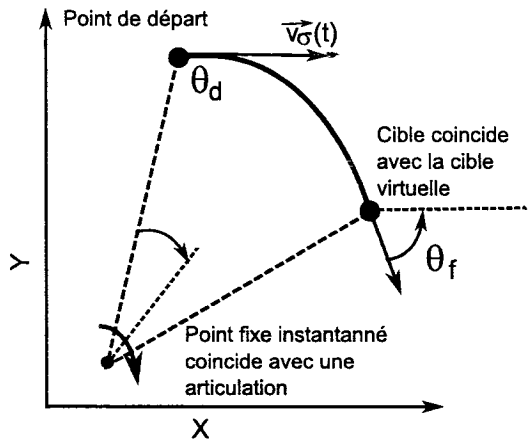


Figure 6.5 Illustrations de l'exécution d'un mouvement simple et rapide par la composante agoniste du système neuromusculaire.

illustration à la Figure 6.5).

D'après l'illustration de la Figure 6.5 et l'équation (6.2), les profils de vitesse tangentielle et angulaire sont équivalents (à une constante de courbure C_0 près). Comme le profil de vitesse est une fonction lognormale, le profil de l'angle $\theta_\sigma(t)$ que le vecteur vitesse $\vec{v}_\sigma(t)$ fait avec l'horizontal possède alors un profil en *erf*. L'une des deux composantes du mouvement rapide est alors décrite par les équations suivantes:

$$\vec{v}_\sigma(t) = v_{\sigma x}\vec{i} + v_{\sigma y}\vec{j} + v_{\sigma z}\vec{k} \tag{6.5}$$

avec

$$|\vec{v}_\sigma(t)| = v_\sigma(t) = D\Lambda\left(t; t_0, \mu, \sigma^2\right) \tag{6.6}$$

et

$$\theta_\sigma(t) = \theta_d + \frac{(\theta_f - \theta_d)}{2}\left[1 + erf\left(t; t_0, \mu, \sigma^2\right)\right] \tag{6.7}$$

Dans le souci d'homogénéiser les équations (6.2) et (6.4), au lieu de décrire le tracé courbe par un angle initial et une courbure, nous l'avons fait en utilisant l'angle de départ θ_d et l'angle final θ_f qui sont les angles que fait le vecteur vitesse avec l'horizontal, respectivement au niveau du point de départ et de la cible. Si maintenant le mouvement est effectué dans l'espace, où chaque point est décrit dans un repère cartésien, la direction de $\vec{v}_\sigma(t)$ est alors déterminée par les angles d'azimut $\theta_\sigma(t)$ et d'élévation $\rho_\sigma(t)$. Dans ce cas, le point origine et la cible sont respectivement décrits par les couples (θ_d, ρ_d) et (θ_f, ρ_f) et la cinématique du mouvement est formulée par les équations suivantes :

$$\rho_\sigma(t) = \rho_d + \frac{(\rho_f - \rho_d)}{2}\left[1 + erf\left(t; t_0, \mu, \sigma^2\right)\right] \tag{6.8}$$

$$\begin{aligned} v_{\sigma x}(t) &= v_\sigma(t)\cos\left[\theta_\sigma(t)\right]\cos\left[\rho_\sigma(t)\right] \\ v_{\sigma y}(t) &= v_\sigma(t)\sin\left[\theta_\sigma(t)\right]\cos\left[\rho_\sigma(t)\right] \\ v_{\sigma z}(t) &= v_\sigma(t)\sin\left[\rho_\sigma(t)\right] \end{aligned} \tag{6.9}$$

Dans le modèle sigma-lognormal, nous stipulons que la primitive est un mouvement élémentaire décrit par un système neuromusculaire dont le profil de vitesse est log-normal et que tout mouvement contient au moins deux primitives, car il émane d'une synergie neuromusculaire. En faisant référence à l'hypothèse non publiée de Plamondon, tout mouvement, qu'il soit rapide ou complexe, débute dans la plupart

des cas par une composante agoniste et se termine par une composante antagoniste. Le mouvement rapide est la primitive des mouvements simples formée par la synergie de deux mouvements élémentaires.

Indépendamment du repère dans lequel le mouvement est décrit, le modèle sigma-lognormal représente le vecteur de la vitesse tangentielle $\vec{v}(t)$, décrit par la relation suivante :

$$\vec{v}(t) = \sum_{i=1}^{L} \vec{v}_i(t) = \sum_{i=1}^{L} \vec{D}_i \Lambda\left(t; t_0, \mu_i, \sigma_i^2\right); \quad L \geq 2 \tag{6.10}$$

Et sa trajectoire, décrite par le vecteur position $\vec{r}(t)$, est donnée par

$$\vec{r}(t) = \vec{r}_0 + \int_{t_0}^{t} \vec{v}(\tau)\, d\tau \tag{6.11}$$

Avec $\vec{v}_i(t)$ le vecteur vitesse de la composante i de $\vec{v}(t)$ décrit par les mêmes équations (6.5)-(6.9) et $\vec{r}_0$ la position du point de départ.

6.4 Cas d'un mouvement rapide effectué dans un plan

Dans le cas d'un mouvement rapide, la synergie entre les systèmes agoniste et antagoniste est vectorielle et le profil de vitesse est formé de deux composantes. De plus, comme il est effectué dans un plan, l'angle d'élévation$\rho(t)$ étant constant, seul l'angle $\theta(t)$ sera considéré.

Prenons le cas où les angles de départ et d'arrivée sont égaux $\theta_{di} = \theta_{fi} = \theta_i$ pour chacune des deux composantes. Ainsi, la contribution individuelle d'un système neuromusculaire spécifique dans la production du mouvement rapide se traduit par

un mouvement élémentaire caractérisé par un vecteur $\vec{v}_i\,(t-t_0)$ de direction θ_i , dont le module correspond à la réponse impulsionnelle du système neuromusculaire associé:

$$|\vec{v}_i\,(t-t_0)| \;=\; D_i\Lambda_i(t\,;\,t_0\,,\,\mu_i\,,\,\sigma_i^2) \tag{6.12}$$

Le vecteur vitesse du mouvement rapide est alors défini par la relation suivante:

$$\vec{v}(t-t_0) = \vec{v}_1(t-t_0) + \vec{v}_2(t-t_0) \tag{6.13}$$

$$\vec{v}(t-t_0) = \vec{D}_1\Lambda_1(t\,;\,t_0\,,\,\mu_1\,,\,\sigma_1^2) + \vec{D}_2\Lambda_2(t\,;\,t_0\,,\,\mu_2\,,\,\sigma_2^2) \tag{6.14}$$

Son module $v\,(t-t_0)$ et sa direction $\theta\,(t-t_0)$ sont respectivement donnés par les relations suivantes (voir Figure 6.6):

$$\|\vec{v}(t-t_0)\| = v(t-t_0) = \sqrt{D_1^2\Lambda_1^2 \;+\; D_2^2\Lambda_2^2 \;+\; 2D_1D_2\Lambda_1\Lambda_2\cos(\theta_2 \;-\; \theta_1)} \tag{6.15}$$

$$\theta(t-t_0) \;=\; arc\,tg\left(\frac{D_1\Lambda_1\sin\theta_1 \;+\; D_2\Lambda_2\sin\theta_2}{D_1\Lambda_1\cos\theta_1 \;+\; D_2\Lambda_2\cos\theta_2}\right) \tag{6.16}$$

Le schéma équivalent représentant le système neuromusculaire est illustré à la Figure 6.7

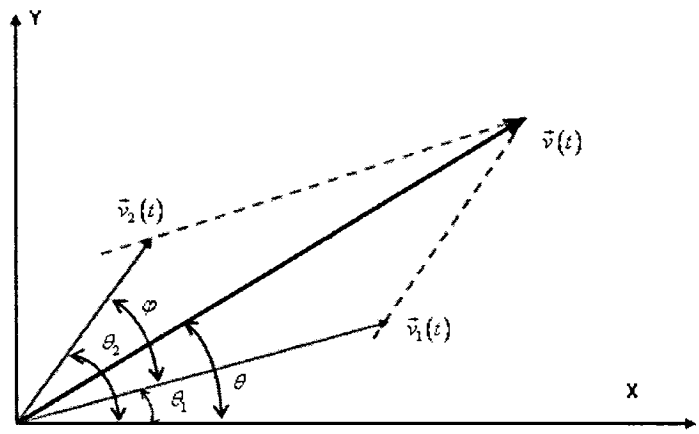


Figure 6.6 Représentation de la synergie vectorielle produisant un mouvement rapide dans une direction repérée par l'angle θ

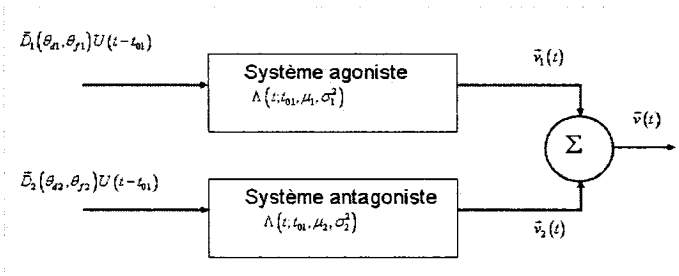


Figure 6.7 Représentation selon le modèle sigma-lognormal du système neuromusculaire générateur d'un mouvement rapide.

6.4.1 Conformité avec le modèle delta-lognormal 1D

Supposons une situation particulière où les deux systèmes neuromusculaires agoniste et antagoniste travaillent dans des directions parfaitement opposées, et supposons plus particulièrement que l'activité du système agoniste s'effectue horizontalement ($\theta_{d1} = \theta_{f1} = \theta_1 = 0,\ \theta_{d2} = \theta_{f2} = \theta_2 = \pi$). Dans ce cas, l'équation (6.15) devient :

$$v(t - t_0) = \sqrt{D_1^2\Lambda_1^2 + D_2^2\Lambda_2^2 - 2D_1D_2\Lambda_1\Lambda_2} \tag{6.17}$$

$$v(t - t_0) = D_1\Lambda_1 - D_2\Lambda_2 = \Delta\Lambda \tag{6.18}$$

Sous ces conditions, le profil du module de vitesse d'un mouvement rapide est décrit par une équation delta-lognormale donnée par :

$$v\,(t) = v_1\,(t) - v_2\,(t) \tag{6.19}$$

La forme du module de vitesse suppose que les vecteurs vitesse des mouvements produits par les deux systèmes neuromusculaires sont en opposition parfaite : c'est-à-dire qu'ils font un angle de 180 degrés. Ce cas particulier du mouvement produit par la synergie est aussi parfaitement décrit par le modèle sigma-lognormal en choisissant les valeurs particulières de l'angle initial et final. Dans ce cas :

$$\begin{aligned}\theta_{d1} &= cste \\ \theta_{f1} &= \theta_{d1} \\ \theta_{d2} &= \theta_{f1} + \pi \\ \theta_{f2} &= \theta_{d1} + \pi\end{aligned} \tag{6.20}$$

Ce qui implique

$$\begin{aligned}\theta_1(t) &= \theta_{d1} \\ \theta_2(t) &= \theta_{d1} + \pi\end{aligned} \tag{6.21}$$

Et ainsi

$$\begin{aligned}v_x(t) &= v_1(t)\cos\theta_1(t) + v_2(t)\cos\theta_2(t) = v_1(t)\cos\theta_{d1} + v_2(t)\cos(\theta_{d1}+\pi) \\ v_y(t) &= v_1(t)\sin\theta_1(t) + v_2(t)\sin\theta_2(t) = v_1(t)\sin\theta_{d1} + v_2(t)\sin(\theta_{d1}+\pi)\end{aligned} \tag{6.22}$$

$$\begin{aligned}v_x(t) &= v_1(t)\cos\theta_{d1} - v_2(t)\cos\theta_{d1} = (v_1(t) - v_2(t))\cos\theta_{d1} \\ v_y(t) &= v_1(t)\sin\theta_{d1} - v_2(t)\sin\theta_{d1} = (v_1(t) - v_2(t))\sin\theta_{d1}\end{aligned} \tag{6.23}$$

Et finalement

$$v(t) = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = |v_1 - v_2| \tag{6.24}$$

Si on veut de plus tenir du sens du mouvement en représentant par un signe moins le sens opposé à la direction initiale, on retrouve l'équation (6.19) du modèle delta-lognormal.

6.4.2 Conformité avec le modèle delta-lognormal 2D

La forme vectorielle du modèle delta-lognormal, publiée en 1998[18], tient compte des informations spatiales du tracé courbé d'un mouvement rapide. Dans ce cas, le modèle considère que les composantes agoniste et antagoniste sont parfaitement en opposition, et que l'effet de la superposition vectorielle de ces composantes engendre un tracé courbe décrit par un angle initial θ_0 et une courbure initiale C_0 . L'angle que fait le vecteur vitesse résultant avec l'axe horizontal est donné par la relation suivante :

$$\theta(t) = \theta_0 + C_0 \int_{t0}^{t} v(\tau)\, d\tau \tag{6.25}$$

Pour rendre la relation (6.25) compatible avec l'unité du radian, la courbure C_0 est exprimée en [rd/cm]. Dans ce modèle, le vecteur vitesse de la composante agoniste possède un angle initial θ_0 et un angle final qui dépend de θ_0 et de la courbure C_0 . Par contre, le vecteur vitesse de la composante antagoniste est en totale opposition avec l'agoniste. Ce modèle constitue aussi un cas particulier du modèle sigma-lognormal. En effet dans cette configuration nous avons :

$$\begin{aligned} \theta_{d1} &= \theta_0 \\ \theta_{f1} &= \theta_0 + C_0 D_1 \\ \theta_{d2} &= \theta_{d1} + \pi \\ \theta_{f2} &= \theta_{f1} + \pi \end{aligned} \tag{6.26}$$

Reprenons l'équation (6.25)

Modèles	Nombre de paramètres
Delta-lognormal (1D)	**7**
Delta-lognromal (2D)	**9**
Delta-lognromal (3D)	**11**
Sigma-lognromal (2D)	**11**
Sigma-lognromal (3D)	**15**

Tableau 6.1

$$\theta(t) = \theta_0 + C_0 \int_{t0}^{t} [v_1(\tau) - v_2(\tau)]\, d\tau = \theta_0 + C_0 \int_{t0}^{t} v_1(\tau)\, d\tau - C_0 \int_{t0}^{t} v_2(\tau)\, d\tau \quad (6.27)$$

Par un calcul géométrique, les angles liés aux vecteurs vitesse des composantes agoniste et antagoniste sont donnés par :

$$\begin{aligned} \theta_1(t) &= \theta_0 - C_0 \tfrac{(D_1 - D_2)}{D_1} \int_{t_0}^{t} v_1(\tau)\, d\tau \\ \theta_2(t) &= \theta_0 + C_0 D_1 + \pi + C_0 \tfrac{(D_1 - D_2)}{D_2} \int_{t_0}^{t} v_2(\tau)\, d\tau \end{aligned} \quad (6.28)$$

Ces expressions font ressortir la concordance qui existe entre les deux modèles vectoriels delta-lognormal et sigma-lognormal.

Notons que de la même manière, la version 3D du modèle, proposée par Leduc [42], peut être obtenue en imposant une relation entre les angles d'azimut et d'élévation.

Dans ce contexte, nous pouvons conclure que la fonction $\vec{\Sigma}\Lambda$ est une généralisation de l'équation delta-lognormale $\Delta\Lambda$ et de ses variantes vectorielles. Le Tableau 6.1 résume la première comparaison de ces deux modèles en fonction du nombre de paramètres.

6.5 Modèle sigma-lognormal dans le plan

Nous venons de montrer que le modèle sigma-lognormal est une généralisation des versions antérieures du modèle delta-lognormal. Les apports majeurs qu'il offre se retrouvent dans le changement de la primitive qui passe de l'équation delta-lognormal à la fonction lognormale et le caractère vectoriel de chaque composante. Ces changements ont été proposés pour tenir compte de la physiologie musculaire du membre supérieur. En effet, chaque muscle dédié au mouvement d'une partie quelconque de l'ossature du membre le fait suivant une direction bien spécifique qui correspond à sa direction préférentielle de contraction. Les travaux de Hoffman et Strick [96-99] ont montré que le mouvement du poignet est gouverné par pas moins de neuf muscles se contractant dans des directions différentes. La direction du mouvement du poignet dans une direction quelconque est fixée par la superposition des contractions de ces muscles. La superposition s'effectue d'une manière vectorielle et au final, leurs activités peuvent être séparées en deux : celles qui se contractent dans la direction choisie (forment la composante agoniste) et celles qui s'y opposent forment la composante antagoniste. Comme le montre la Figure 6.8, les activités des muscles sont liées avec la direction par une fonction en forme de cloche. Ceci supporte nos hypothèses, à savoir que l'effet sur la vitesse tangentielle du poignet de chacune des composantes agoniste et antagoniste peut être représenté par un vecteur et que leurs directions ne sont pas nécessairement en parfaite opposition. Dans ce contexte, le modèle sigma-lognormal offre plus de liberté quant à l'orientation des primitives lognormales, tout en sachant que le membre supérieur possède des limites physiologiques de fonctionnement.

Dans la suite de cette thèse, nous allons traiter uniquement la version en deux dimensions du modèle sigma-lognormal, appliquée à l'écriture manuscrite et à la signature. Dans l'espace cartésien (O, X, Y), la nouvelle formulation de ses équations

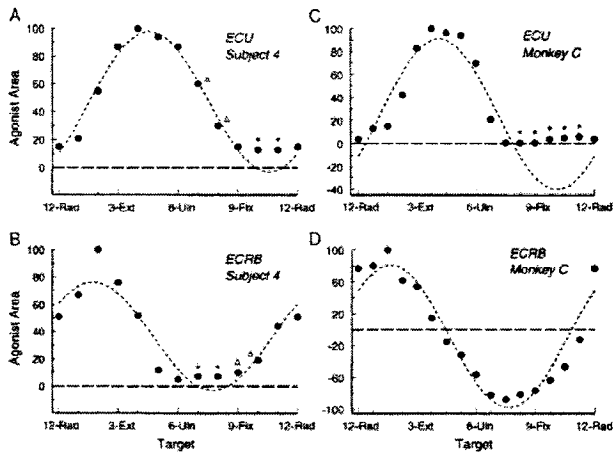


Figure 6.8 Illustrations de l'activité électrique enregistrée à partir des EMG de quatre muscles agonistes d'un sujet humain et d'un singe en fonction de la direction (tiré de[99]). Ces courbes montrent une variation en forme de cloche asymétrique des activités électriques en fonction de la direction que les auteurs ont ajustée avec une fonction cosinus du même type que celle proposée par Georgoupolos et coll.[100].

est donnée comme suit:

Nous avons

$$\vec{v}(t) = \sum_{i=1}^{L} \vec{v}_i(t) \tag{6.29}$$

ses coordonnées cartésiennes sont données par

$$v_x(t) = \sum_{i=1}^{L} v_i(t) \cos[\theta_i(t)] \tag{6.30}$$

$$v_y(t) = \sum_{i=1}^{M} v_i(t) \sin[\theta_i(t)] \tag{6.31}$$

avec

$$\theta_i(t) = \theta_{di} + \frac{(\theta_{fi} - \theta_{di})}{2}\left[1 + erf\left(\frac{\ln(t - t_{0i}) - \mu_i}{\sigma_i\sqrt{2}}\right)\right] \tag{6.32}$$

$$v_i(t) = \frac{D_i}{\sigma_i(t - t_{0i})\sqrt{2\pi}} \exp\left\{-\frac{1}{2\sigma_i^2}\left[\ln(t - t_{0i}) - \mu_i\right]^2\right\} \tag{6.33}$$

Et

$$\begin{aligned} x(t) &= x_0 + \int_{t_0}^{t} v_x(\tau)\, d\tau = x_0 + \sum_{i=1}^{L} \int_{t_0}^{t} v_i(\tau)\cos[\theta_i(\tau)]\, d\tau = x_0 + \sum_{m=1}^{L} x_i(t) \\ y(t) &= y_0 + \int_{t_0}^{t} v_y(\tau)\, d\tau = y_0 + \sum_{i=1}^{L} \int_{t_0}^{t} v_i(\tau)\sin[\theta_i(\tau)]\, d\tau = y_0 + \sum_{i=1}^{L} y_i(t) \end{aligned} \tag{6.34}$$

Tout mouvement élémentaire produit par un système neuromusculaire d'indice i est complètement décrit par les six paramètres: $(t_{0i}, D_i, \mu_i, \sigma_i, \theta_{di}, \theta_{fi})$.

Les Figures 6.9 et 6.10 illustrent respectivement la variabilité typique observée dans l'exécution par un sujet humain d'un mouvement rapide de pointage et sa reproduction par le modèle sigma-lognormal.

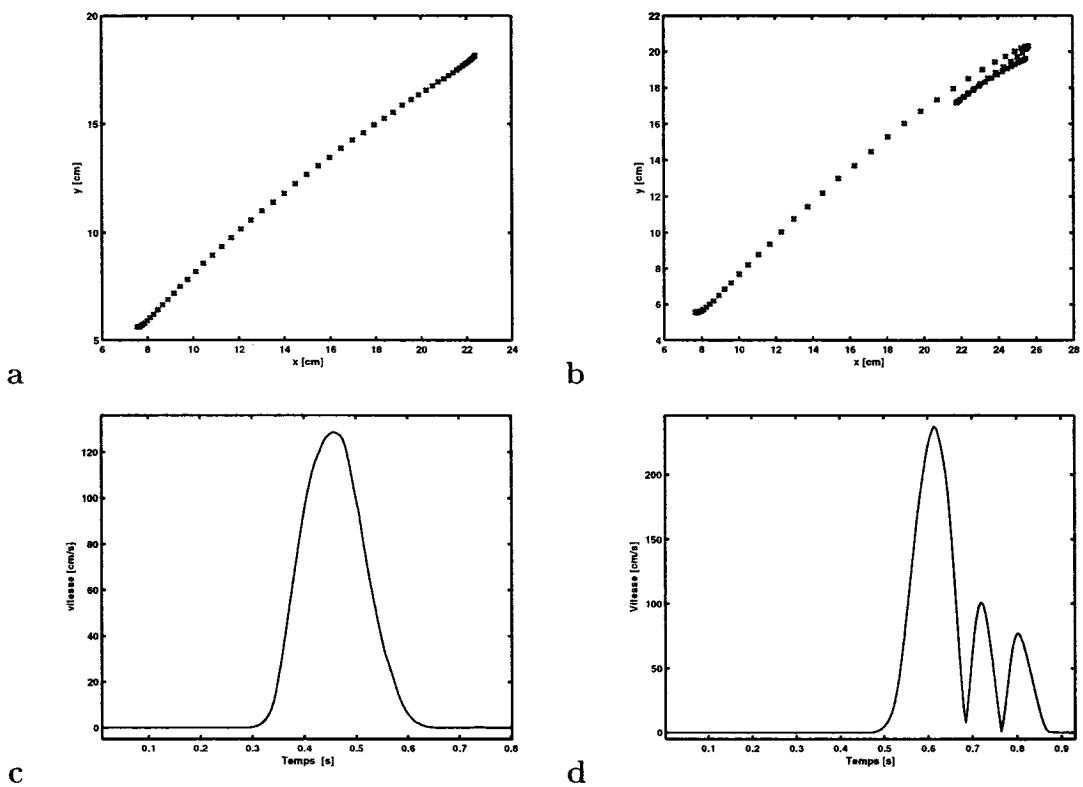


Figure 6.9 Exemples typiques de traits rapides produits par des sujets humains en exécutant des mouvements rapides sur une tablette à numériser (tiré de[89])

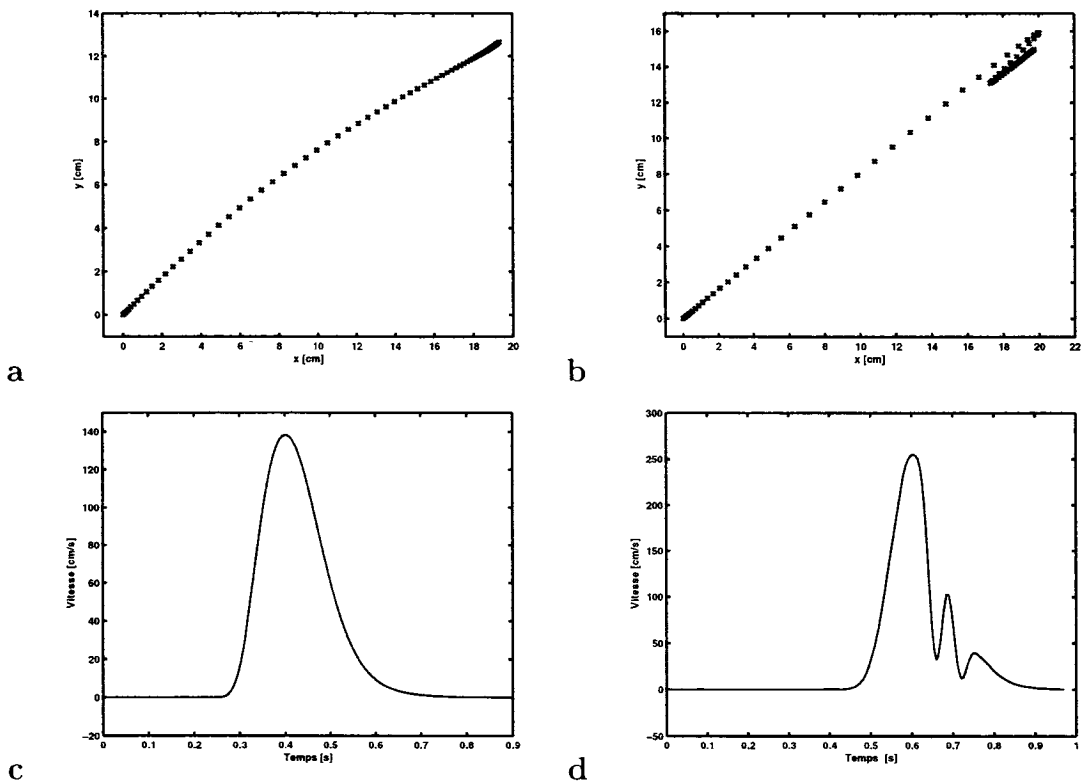


Figure 6.10 Utilisation du modèle sigma-lognormal dans la reproduction par simulation des traits rapides observés expérimentalement (tiré de[89])

6.6 Analyse de la complexité du modèle sigma-lognormal et de ses variantes

Dans le Tableau 6.1, nous avions souligné que la complexité du modèle est directement liée au nombre de paramètres utilisé pour décrire un mouvement rapide. Nous avons résumé dans le Tableau 6.2 avec un ordre décroissant de complexité, les divers niveaux possibles de représentation qu'offre le modèle[90]. Pour une représentation 2D plus fine, le modèle $\vec{\Sigma}\Lambda$ utilise 11 paramètres: 4 paramètres sont liés au système neuromusculaire, 6 aux paramètres de commande et le temps d'occurrence t_0 . Dépendamment de la précision recherchée, le modèle offre plusieurs variantes en fonction du compromis consenti entre la précision et le nombre de paramètres.

Les deux premières simplifications de ce modèle, illustrées dans les lignes 2 et 3 du Tableau 6.2 permettent de réduire le nombre de paramètres en intégrant quelques contraintes entre les directions des composantes agoniste et antagoniste (ligne 2), ou bien entre la courbure et la direction (ligne 3) conduisant au modèle delta-lognormal 2D. La troisième variante du modèle est presque aussi puissante que les deux premières, sauf que les fluctuations au début et à la fin d'un trait sont toujours placées sur le même côté (voir Figure 6.10b).

Un tel modèle peut être employé pour décrire un mouvement simple à une seule articulation, tandis que les deux premiers sont plus appropriés à l'étude de mouvements multi-articulaires.

La version linéaire du modèle $\vec{\Sigma}\Lambda$ (ligne4) représente le cas où les angles de départ et d'arrivée sont identiques. Les commandes sont alors rectilignes. Seule la direction initiale de la commande est nécessaire pour produire soit un trait réaliste quasi-linéaire avec diverses fluctuations soit des traits courbes, mais, dans ce dernier cas, les trajectoires ne peuvent avoir de fluctuations (compromis entre courbure

et fluctuations). Une version simplifiée de ce modèle (ligne 5) suppose que les valeurs des paramètres μ_i, σ_i sont fixées à des valeurs préalablement déterminées par des études statistiques sur des données de plusieurs scripteurs. Ces deux derniers modèles sont par exemple appropriés pour étudier la variabilité de traits rectilignes.

Le modèle delta-lognormal (ligne 6) est la version scalaire du modèle $\vec{\Sigma}\Lambda$ avec une opposition parfaite entre les directions des composantes agoniste et antagoniste. Ce modèle produit des traits rectilignes qui peuvent englober des fluctuations se trouvant dans la direction inverse, que nous ne pouvons observer qu'à partir du changement de signe du profil de vitesse. Ce modèle est généralement suffisant pour étudier les profils de vitesse associés à des traits rectilignes simples. Plus la trajectoire est rectiligne, meilleure est la description.

Ce dernier modèle est surtout employé en génération d'écriture, par exemple lors de la création de modèles de lettres pour apprendre aux enfants à écrire [10,150]. Une version simplifiée de ce modèle (ligne 7) suppose que les paramètres μ_i, σ_i sont fixés avec des valeurs réalistes.

Modèles	Paramètres	Nombre de Paramètres	Commentaires
1.Modèle Sigma-lognormal $\vec{\Sigma}\Delta$	Commande: $D_1, \theta_{d1}, \theta_{f1}, D_2, \theta_{d2}, \theta_{f2}, t_0$ Système: $\mu_1, \mu_2, \sigma_1, \sigma_2$	11	le modèle généralisant le mouvement à deux dimensions
2. Modèle $\vec{\Sigma}\Lambda$ avec contraintes sur la direction	Commande: $D_1, \theta_{d1}, \theta_{f1}, D_2, \theta_v, t_0$ Système :$\mu_1, \mu_2, \sigma_1, \sigma_2$	10	Direction de lantagoniste est liée à celle de lagoniste par: $\theta_{d2} = \theta_{f1} + \pi + \theta_v$ $\theta_{f2} = \theta_{f1} + \pi + \theta_v$
3.Modèle $\vec{\Sigma}\Lambda$ avec contraintes sur la courbure	Commande: $D_1, \theta_{d1}, D_2, C_0, t_0$ Système: $\mu_1, \mu_2, \sigma_1, \sigma_2$	9	Relation entre courbure et direction (nous retrouvons le modèle) delta-lognormal 2D $C_0 = (\theta_{fi} - \theta_{di}) / D_i \ ; \ i = 1, 2$
4. Modèle $\vec{\Sigma}\Lambda$ linéaire	Commande: $D_1, \theta_{d1}, D_2, \theta_{d2}, t_0$ Système:$\mu_1, \mu_2, \sigma_1, \sigma_2$	9	Génère la plupart des traits rectilignes
5. Modèle $\vec{\Sigma}\Lambda$	Commande: $D_1, \theta_{d1}, D_2, \theta_{f2}, t_0$	5	Le plus simple modèle $\vec{\Sigma}\Lambda$:les paramètres du SNM sont fixés avec des valeurs moyennes $(\mu_1, \mu_2, \sigma_1, \sigma_2)$,mesurées chez des sujets humains
6. Modèle Delta-lognormal $\Delta\Lambda$	Commande:D_1, D_2, t_0 Système:$\mu_1, \mu_2, \sigma_1, \sigma_2$	7	Opposition parfaite entre agoniste et antagoniste $\theta_{d2} - \theta_{d1} = \pi$, $\theta_{f2} = \theta_{d2}$, $\theta_{f1} = \theta_{d1}$
7. Modèle Delta-lognormal minimal	Commande: D_1, D_2, t_0	3	Le modèle $\Delta\Lambda$ le plus simplifié:les paramètres $(\mu_1, \mu_2, \sigma_1, \sigma_2)$ sont fixés avec des valeurs moyennes mesurées chez des sujets humains

Tableau 6.2

6.7 Conclusion

L'enseignement apporté par la physiologie neuromusculaire dans la compréhension du contrôle nous a ainsi amenés à considérer la possibilité d'améliorer le modèle lié à la théorie cinématique pour élargir l'éventail de son utilisation. En se basant sur des observations mises en évidence par les travaux de Hoffmann et Strick sur la synergie musculaire et sur les suggestions non publiées de Plamondon, la généralisation proposée permet d'affiner encore plus la représentation des mouvements aussi complexes que l'écriture manuscrite et la signature. Il offre aussi des variantes basées sur le compromis entre la précision d'ajustement et le nombre de paramètres. Nous avons aussi souligné que dépendamment du type de mouvement rapide à traiter, ces variantes permettent d'analyser sa cinématique avec un minimum de paramètres [90].

Cet apport supplémentaire s'est avéré un outil efficace. Après la confirmation de la théorie cinématique et sa généralisation sur des dimensions spatiales à deux et à trois dimensions, nous allons développer et améliorer les outils existants utilisés dans l'analyse et la synthèse de traits d'écritures simples et complexes.

CHAPITRE 7

ANALYSE ET SYNTHÈSE DE LA VARIABILITÉ DES TRAITS RAPIDES D'ÉCRITURE PAR LE MODÈLE SIGMA-LOGNORMAL

7.1 Introduction

Les traits d'écriture constituent une classe spécifique de mouvements rapides humains de pointage, effectués dans un plan horizontal à deux dimensions. Du point de vue de leurs représentations discontinues par des schèmes [101], ils sont généralement considérés comme les unités élémentaires des mouvements, c'est-à-dire des primitives à partir desquelles sont construits les mouvements complexes, tels que l'écriture manuscrite. Dans un sens, ce sont les quanta du mouvement (voir chapitre six).

De tels mouvements de traits ont été étudiés et employés dans plusieurs domaines de recherche et pour diverses raisons. Par exemple, en reconnaissance des formes, de nombreux algorithmes ont été conçus pour reconnaître l'écriture manuscrite. Ils sont basés sur la décomposition de cette dernière en traits élémentaires [102, 103]. Dans les sciences légales en identité judiciaire, une étude détaillée de modèles de traits individuels, se concentrant sur des variations minuscules, constitue souvent un des éléments de décision dans l'authentification d'une signature [104, 105]. Dans l'éducation, beaucoup de méthodes d'enseignement se basent sur la production de traits nets et leur concaténation pour produire des lettres et des mots [106, 107]. Dans le contrôle moteur, la production de traits est étudiée selon divers points de vue (compromis vitesse/précision, principes d'optimisation, stratégies fines du contrôle moteur, etc.) pour atteindre une meilleure compréhension des proces-

sus sous-jacents impliqués dans leur production qui s'opèrent au niveau cognitif et neuromusculaire [108-110]. En neuroscience, les traits sont analysés pour caractériser des processus de neurodégénérescence comme le Parkinson et la maladie d'Alzheimer [111, 112]. Ils sont aussi employés comme modèles de base pour évaluer les processus de rétablissement dans la réadaptation de patients atteints d'accidents vasculaires cérébraux ou (AVC) [113]. Dans la robotique anthropomorphique, les traits d'écriture sont utilisés pour explorer les principes biomécaniques employés par des humains pour produire des mouvements et appliquer ces concepts dans le contrôle d'un bras de robot [114].

Plusieurs techniques sont utilisées pour quantifier les variabilités des traits d'écriture. Certaines équipes de recherche sont par exemple plus intéressées sur leurs propriétés globales (nombre, longueur, courbure, durée, etc.), tandis que d'autres analysent des détails locaux comme les fluctuations de traits (variations brusques de la direction ou *glitches* en anglais), les maximums de la vitesse ou de l'accélération. D'autres techniques concernent plutôt la trajectoire de l'écriture imprimée sur une feuille, ou acquise par une tablette à numériser.

Plusieurs de ces études se basent, directement ou indirectement, sur un modèle de génération de traits. Un tel modèle est employé comme une base sur laquelle est construit le paradigme qui lui est associé. Beaucoup de ces modèles supposent que les traits complexes comme les mots ou phrases sont composés de traits simples qui sont soit concaténés, soit superposés pour produire une trajectoire spécifique du stylo.

Dans cette perspective, le trait simple est considéré comme le reflet de certaines propriétés fondamentales aussi bien du système neuromusculaire d'un scripteur que des stratégies de contrôle employées pour produire un mouvement simple. L'étude de traits simples est en soi un thème de recherche à part entière [90].

Plusieurs modèles de génération de traits ont été proposés au cours des dernières années dans le contexte des diverses applications précédemment mentionnées[18, 89, 90, 93, 115-117].

Quand un sujet humain sain produit un trait rapide avec sa main dominante sur une tablette à numériser, la trajectoire engendrée par le stylo est caractérisée par plusieurs propriétés semblables à celles normalement rencontrées dans la production de mouvements rapides [4, 19, 118-120]:

1. La trajectoire est presque rectiligne.
2. Il pourrait y avoir jusqu'à deux renversements dans la direction du mouvement (ou fluctuations du trait) à la fin de la trajectoire (ou un au commencement et un à la fin).
3. Le profil de vitesse pourrait avoir jusqu'à trois lobes, le lobe principal étant légèrement asymétrique.
4. L'asymétrie du lobe principal de la vitesse pourrait complètement changer de côté dans le cas d'un mouvement très rapide.
5. Le profil d'accélération pourrait avoir jusqu'à quatre lobes.

Si le protocole expérimental suggère au scripteur de produire un trait courbe, la trajectoire obtenue est partiellement tordue ou courbée, mais englobe toujours les quatre dernières propriétés déjà citées. De plus, quand un sujet répète plusieurs fois le même mouvement rapide, certaines variabilités sont observées, dépendamment de l'état de son membre, mais tant que les mouvements sont rapides et qu'il n'y a eu aucun tremblement ou hésitation, chaque trajectoire, prise individuellement, possède les propriétés mentionnées ci-dessus.

Dans ce chapitre, nous présentons la contribution de la théorie cinématique dans la compréhension et la synthèse de la plupart des variabilités rencontrées dans la production d'un trait d'écriture. Sous l'angle de cette théorie, nous avons identifié deux types de variabilités liées l'une à l'autre. La première variabilité, qualifiée de temporelle, est observée au niveau des profils de vitesse et la seconde variabilité, qualifiée de spatiale, est observée au niveau de l'image ou bien de la trace du trait d'écriture. Les résultats de l'analyse et de la synthèse de cette dernière ont fait l'objet d'une publication dans le journal de Human Movement Science [90].

7.2 Analyse et synthèse de la variabilité temporelle

L'origine possible de ces variabilités temporelles a brièvement été reportée dans des articles précédents [18, 79, 80, 94]. Précisément, les propriétés 3, 4 et 5 de la variabilité sont associées aux sept paramètres de l'équation delta-lognormale.

Dans cette section nous allons voir comment les variabilités du profil de vitesse se produisent en utilisant la structure du modèle delta-lognormal. Comme cette dernière est la différence de deux fonctions lognormales, nous disposons alors d'une richesse infinie de profils. Cette infinité, bien qu'elle donne plus de poids au modèle dans le sens où celui-ci est capable de générer n'importe quel profil de vitesse, doit cependant refléter des profils semblables à ceux produits par des humains. Pour cette raison, nous allons ramener cette infinité à un ensemble fini de patrons distincts de profils de vitesse. Chaque patron représente une catégorie de profils semblables pouvant correspondre à une infinité de possibilités. Ceci nous amène directement vers un processus de classification ou de discrétisation de cet espace infini. Cette classification va nous permettre de construire une banque de données avec un minimum de classes distinctes, réunissant la majorité des profils de vitesse observés ou susceptibles d'être observés expérimentalement. Ainsi, nous allons

classifier cette variabilité en classes réunissant des variabilités semblables. Le critère de semblable devient ainsi l'enjeu majeur de cette classification.

7.2.1 Première classification de la variabilité temporelle

La fonction delta-lognormale possède sept paramètres $(t_0, D_1, \mu_1, \sigma_1, D_2, \mu_2, \sigma_2)$. Nous nous intéressons à la génération d'une banque de courbes de profils delta-lognormaux idéaux recouvrant en globalité, les possibilités morphologiques que peuvent avoir des profils de vitesse d'un mouvement rapide idéal. L'enjeu majeur de cette classification est de trouver des critères objectifs qui rendent semblable une catégorie de profils delta-lognormaux.

Nous commençons par définir le premier critère de classification en considérant les formes des profils de vitesse en fonction de la composante antagoniste par rapport à la composante agoniste de la vitesse. Dans ce contexte, lorsque la commande impulsionnelle, émanant du système nerveux central, est simultanément envoyée aux deux systèmes neuromusculaires agoniste et antagoniste, trois situations d'exécution du mouvement sont possibles:

1. Le système neuromusculaire agoniste initie le mouvement rapide partant d'un point d'origine et le maintient jusqu'à ce que sa réponse impulsionnelle[1] atteigne son maximum, et c'est à ce moment-là que la réponse du système neuromusculaire antagoniste devient significative[2]; ce qui a pour effet de ralentir

[1]Rappelons que la réponse impulsionnelle du système neuromusculaire, qu'il soit agoniste ou antagoniste, représente la composante agoniste ou antagoniste de la vitesse curviligne du mouvement rapide. C'est aussi une fonction lognormale respectivement pondérée par la distance D_1 ou D_2.

[2]La notion de réponse impulsionnelle significative pour le système neuromusculaire antagoniste souligne dans ce contexte le fait que ce système engendre une activité motrice non négligeable dans une durée bien précise du mouvement rapide. En d'autres termes, le qualificatif significatif indique que la composante agoniste ou antagoniste du profil de vitesse est non nulle.

le mouvement pour atteindre la cible fixée au départ.

2. Les composantes agoniste et antagoniste du profil de vitesse sont significatives simultanément tout au long du mouvement, et dans ce cas, l'accélération et le ralentissement du mouvement rapide se font en même temps. Il s'agit probablement de cas plus rares, car cette stratégie de fonctionnement de la synergie entre les systèmes neuromusculaires agoniste et antagoniste n'est pas efficace dans le sens où les deux systèmes travaillent sans alternance durant tout le mouvement, consommant ainsi plus d'énergie.

3. La composante antagoniste du profil de vitesse devient significative au début du mouvement, c'est-à-dire que le système neuromusculaire antagoniste anticipe le freinage du mouvement avant même son initiation par le système agoniste. Dans ce cas, le système neuromusculaire global perd probablement sa précision pour atteindre la cible. Mais si le système antagoniste compense cette anticipation en maintenant une activité significative durant tout le mouvement, nous revenons au deuxième cas.

Ces trois possibilités d'amorçage des activités des systèmes agoniste et antagoniste donnent trois catégories de mouvements, liées à la stratégie de génération du mouvement par le système nerveux central (SNC).

Le deuxième critère de classification retenu est lié à la forme du profil de vitesse résultant de la synergie neuromusculaire. Nous les classons en fonction de ses passages par zéro:

1. Dans le cas où le profil de vitesse n'a pas de passages par zéro, l'activité du système agoniste domine celle de l'antagoniste durant tout le mouvement

rapide. Cette dominance que nous qualifions de prépondérante[3] exprime généralement le fait que l'amplitude D_2 de la composante antagoniste est sur une échelle inférieure par rapport à D_1 (par exemple $D_1 > 20D_2$).

2. Lorsque le profil de vitesse possède un passage par zéro, cela veut dire qu'à un instant donné du mouvement, la composante antagoniste de la vitesse devient prépondérante. Ce genre de patron est couramment observé sur des données réelles en notant que ce passage par zéro s'effectue soit en amont soit en aval du maximum de la vitesse. C'est une expression courante de la synergie qui existe entre les deux composantes: l'agoniste initialise et maintient le mouvement depuis le point de départ jusqu'au voisinage de la cible, ensuite si l'action du système antagoniste devient prépondérance, il en résulte un changement brusque de la direction du mouvement qui se traduit par un changement de signe du profil de vitesse. Ainsi, l'activité de l'antagoniste est prépondérante soit au début soit à la fin du mouvement.

3. Le profil de vitesse ayant deux passages par zéro correspond généralement à un mouvement de grande rapidité et de puissance au point que l'effet de compensation par l'activité du système antagoniste après le dépassement de la cible par l'activité du système agoniste s'est fait d'une manière trop puissante de sorte que la cible a encore été dépassée dans le sens inverse, et c'est l'activité du système agoniste qui achève en fin de compte le mouvement. Dans ce cas, l'activité du système neuromusculaire agoniste initie et termine le mouvement, alors que l'activité du système antagoniste n'a d'effets de prépondérance sur le mouvement que durant une partie du mouvement au voisinage de la cible. Notons que nous pouvons rencontrer dans des cas rares,

[3]La notion de prépondérance exprime dans ce cas le fait que durant une partie du mouvement rapide, l'activité d'un des deux systèmes agoniste ou antagoniste domine l'autre. Ainsi, durant cette partie du mouvement, le profil de vitesse correspond quasiment à la réponse du système neuromusculaire dont l'activité est dominante.

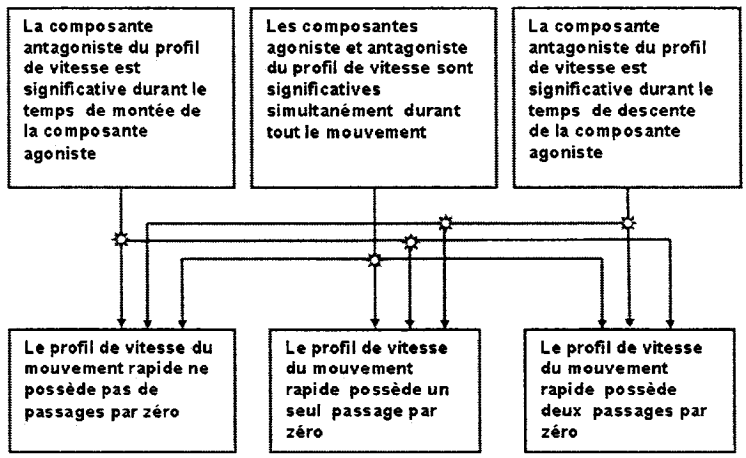


Figure 7.1 Classification primaire en neuf classes potentielles des profils delta-lognormaux idéaux.

des situations où l'activité du système antagoniste devient prépondérante au début puis à la fin du mouvement, ce qui engendre aussi deux passages par zéro du profil de vitesse.

En tenant compte de ces observations, nous avons construit une classification des profils delta-lognormaux idéaux selon le diagramme suivant (voir Figure 7.1).

7.2.2 Deuxième classification de la variabilité temporelle

En tenant compte de la signification de la composante antagoniste par rapport à la composante agoniste et des passages par zéro du profil de vitesse, nous avons abouti sur une classification primaire à neuf classes. Commençons en premier lieu par construire une nomenclature qui permet de facilement identifier ces classes en fonction des deux critères classification. Adoptons alors le codage suivant: C_{kl} , où l'indice k est un caractère qui va désigner la position d'une activité significative de la composante antagoniste durant le mouvement rapide, et l désigne le nombre de

passage par zéro du profil de vitesse.

L'indice k peut prendre soit le caractère **d** pour désigner une activité signification de la composante antagoniste au **début** du mouvement, soit le caractère **f** pour désigner une activité signification de la composante antagoniste à la **fin** du mouvement ou bien soit le caractère **s** pour désigner les activités significatives **simultanées** des composantes agoniste et antagoniste du profil de vitesse. L'indice l peut prendre les valeurs 0,1 ou 2 selon le nombre de passages par zéro. Lorsque l'équation delta-lognormale possède une solution imaginaire, l'indice l prend le caractère i .

Lorsqu'il n'y a pas de passages par zéro, le profil est soit, sous forme d'une cloche avec un maximum global (l'effet de la composante antagoniste est négligeable sur le profil de vitesse) soit, il a un deuxième maximum local qui peut se situer en amont ou en aval du maximum global du profil. Nous en déduisons alors dans ce cas, trois classes distinctes notées respectivement C_{f0} , C_{di} , et C_{fi} .

Nous avons aussi observé que dans le cas où le profil de vitesse d'un mouvement rapide possède un seul passage par zéro, celui-ci est situé soit au début (effet d'anticipation par le système antagoniste) ou bien soit à la fin du mouvement. Là encore, nous obtenons deux autres classes notées respectivement C_{d1} et C_{f1} . Il arrive assez souvent que le profil de vitesse possède deux passages par zéro. Ce cas se réalise soit, à la fin du mouvement soit, de part et d'autre du maximum global du profil delta-lognormal. En d'autres termes, soit que l'effet de l'activité du système agoniste est tellement rapide et puissant que le mouvement possède une oscillation autour de la cible soit, que le mouvement commence par une anticipation et se termine par une correction faite par l'activité significative du système antagoniste. Ceci nous amène à considérer deux classes supplémentaires notées respectivement C_{f2} et C_{s2}. Au total, la classification des profils delta-lognormaux idéaux sus-

	Activité significative de la composante antagoniste au début du mouvement	Activités significatives simultanées des composante agoniste et antagoniste	Activité significative de la composante antagoniste à la fin du mouvement
Pas de passages par zéro			C_{f0}
Passage par zéro imaginaire	C_{di}		C_{fi}
Un (1) passage par zéro réel	C_{d1}		C_{f1}
deux (2) passages par zéro réels		C_{s2}	C_{f2}

Tableau 7.1

ceptibles de représenter des profils de vitesse du mouvement rapide aboutit à une banque de sept classes (voir le Tableau 7.1 et la Figure 7.2). Le Tableau 7.1 résume la classification des profils delta-lognormaux idéaux en sept classes. La légende des colonnes représente l'activité significative de la composante antagoniste par rapport à celle de l'agoniste, et celle des lignes désigne le nombre de passage par zéro du profil delta-lognormal.

7.2.2.1 Construction des classes

La classification des profils delta-lognormaux en fonction de leur morphologie et de la synergie neuromusculaire nous amène à chercher des relations analytiques entre les paramètres qui la satisfont. En d'autres termes, la construction de ces classes et plus exactement la simulation des profils delta-lognormaux idéaux, ne peut se faire qu'en quantifiant cette classification par des équations analytiques. Notre point de

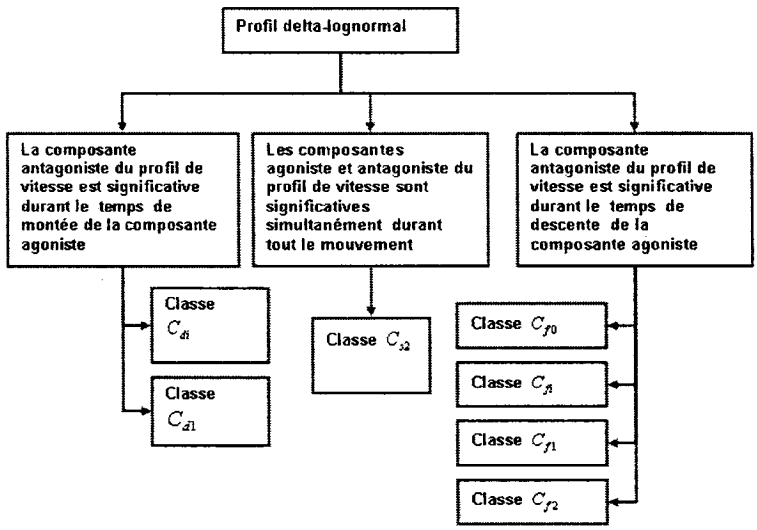


Figure 7.2 Classification des profils delta-lognormaux idéaux en sept classes.

départ repose sur les caractéristiques de la fonction lognormale, et dépendamment des positions relatives des composantes agoniste et antagoniste du profil de vitesse, nous déterminons les contraintes correspondantes qui existent entre les différents paramètres.

7.2.2.2 Construction des classes $C_{di}, C_{d1}, C_{fi}, C_{f0}, C_{f1}, C_{f2}$

La construction de ces classes consiste à déterminer les intervalles de dispersion des sept paramètres de façon à obtenir les courbes des profils correspondants.

7.2.2.3 Intervalles de distribution des paramètres de la lognormale

Dans un premier temps, partons d'une composante lognormale donnée par :

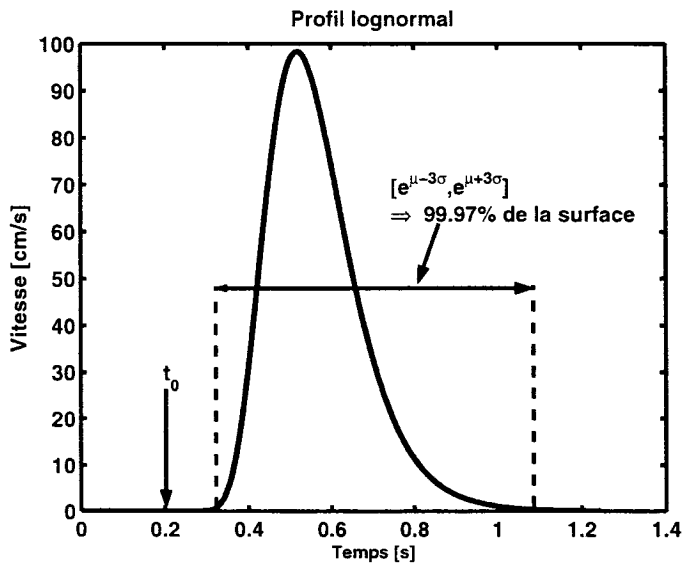


Figure 7.3 Évaluation de l'intervalle relatif à la surface recouverte par une fonction lognormale.

$$v_\sigma(t) = \frac{D}{\sigma\,(t-t_0)\,\sqrt{2\pi}} \exp\left\{-\frac{1}{2\sigma^2}\left[\ln\left(t-t_0\right)-\mu\right]^2\right\} \tag{7.1}$$

Cette fonction, continue et positive, couvre une surface égale à D qui correspond à son intégrale prise de moins l'infini à plus l'infini. Nous savons que 99.97 % de cette surface (c'est-à-dire que sa valeur est égale à 0.9997D) est comprise dans l'intervalle de temps suivant (voir Figure 7.3)

$$t \in \left[e^{\mu-3\sigma}, e^{\mu+3\sigma}\right] \tag{7.2}$$

Si cette composante lognormale représente la composante agoniste ou antagoniste du profil de vitesse, nous considérons alors que sa durée Δt est liée aux paramètres μ et σ par la relation suivante (nous faisons abstraction pour le moment du temps

d'occurrence t_0) :

$$e^{\mu+3\sigma} - e^{\mu-3\sigma} = \Delta t$$
$$2e^{\mu}\left(\frac{e^{3\sigma}-e^{-3\sigma}}{2}\right) = \Delta t$$

et, ainsi

$$e^{\mu}\sinh 3\sigma = \frac{\Delta t}{2} \tag{7.3}$$

La relation de l'équation (7.3) lie les deux paramètres de la lognormale à la durée significative Δt du mouvement correspondant. Pour une durée fixe, il existe alors une infinité de combinaisons de μ et de σ qui satisfont l'équation (7.3). Pour déterminer les intervalles de variation de ces deux paramètres, cherchons donc à trouver leurs valeurs extrêmes, c'est-à-dire, en considérant les deux profils extrêmes de la lognormale décrits à la Figure 7.4.

De l'équation (7.1), le mode et la médiane d'une lognormale sont donnés par :

$$M = e^{\mu-\sigma^2} \tag{7.4}$$

$$m = e^{\mu} = \frac{\Delta t}{2\sinh 3\sigma} \tag{7.5}$$

Nous nous intéressons alors au choix des positions extrêmes des modes de la lognormale ce qui nous amène à construire le système d'équations suivant:

$$\begin{cases} e^{\mu}\sinh 3\sigma = \frac{\Delta t}{2} \\ e^{\mu_{\min}-\sigma^2_{\max}} = M_{\min} \\ e^{\mu_{\max}-\sigma^2_{\min}} = M_{\max} \end{cases} \tag{7.6}$$

avec $M_{\min}$ le temps d'occurrence minimal du mode du profil de la lognormale

et $M_{\max}$ le temps d'occurrence maximal du mode. Ces valeurs seront choisies d'une façon empirique en fonction des observations effectuées sur des données expérimentales. À titre d'exemple, en considérant qu'un mouvement rapide dure environ 0.5 seconde et que les modes extrêmes du profil correspondent respectivement à 20 % et à 50 % de Δt , nous pouvons alors définir les valeurs extrêmes de μ et de σ . Nous aurons :

$$\begin{aligned} e^{\mu_{\min}-\sigma^2_{\max}} &= 0.2\Delta t \\ e^{\mu_{\min}} \sinh 3\sigma_{\max} &= 0.5\Delta t \\ e^{\mu_{\max}-\sigma^2_{\min}} &= 0.5\Delta t \\ e^{\mu_{\max}} \sinh 3\sigma_{\min} &= 0.5\Delta t \end{aligned} \tag{7.7}$$

Et par substitution nous obtenons :

$$\begin{aligned} e^{\sigma^2_{\max}} \sinh 3\sigma_{\max} - 2.5 &= 0 \\ e^{\sigma^2_{\min}} \sinh 3\sigma_{\min} - 1 &= 0 \end{aligned} \tag{7.8}$$

Les valeurs de $\sigma_{\min}$ et de $\sigma_{\max}$ sont calculées en retrouvant les passages par zéro des deux fonctions de l'équation (7.8). Ensuite, nous utilisons l'équation (7.3) pour déduire les valeurs extrêmes de μ . Les résultats obtenus sont résumés ci-après

$$\begin{aligned} \sigma_{\max} &= 0.4795 \\ \sigma_{\min} &= 0.2125 \\ \mu_{\min} &= -2.0727 \\ \mu_{\max} &= -1.3411 \end{aligned}$$

Ainsi, les intervalles de distribution de ces deux paramètres sont donnés par :

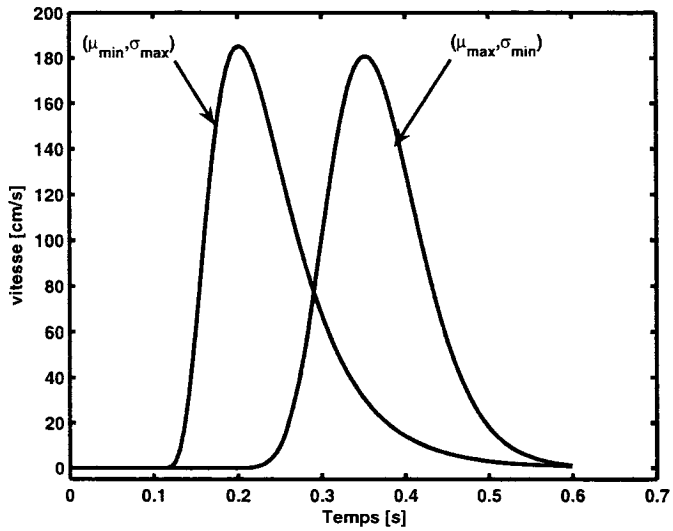


Figure 7.4 Représentation des profils extrêmes de la réponse lognormale en fonction de la durée du mouvement

$$\begin{aligned} \sigma &\in [\sigma_{\min}, \sigma_{\max}] \\ \mu &\in [\mu_{\min}, \mu_{\max}] \end{aligned} \tag{7.9}$$

Les intervalles de μ et de σ étant fixés, nous allons maintenant nous intéresser à ceux de t_0 et de D . De façon générale, le paramètre t_0 ne fait que translater la courbe lognormale et donc ses limites ne dépendent que des conditions expérimentales que nous voulons simuler. De même, si nous nous mettons dans le cas d'un mouvement rapide exécuté sur une tablette à numériser, l'amplitude D est fixée en fonction de la diagonale de cette dernière.

7.2.2.4 Intervalles de dispersion des sept paramètres de la fonction delta-lognormale

Étant donné que la fonction delta-lognormale est la différence pondérée de deux lognormales, nous allons utiliser les résultats obtenus précédemment pour fixer les intervalles de dispersion des sept paramètres. Examinons le cas où l'activité de la réponse antagoniste devient significative à la fin du mouvement : c'est à dire, considérons les profils de vitesse qui appartiennent à l'une des classes $C_{f0}, C_{fi}, C_{f1}, C_{f2}$.

Reprenons les mêmes contraintes déjà décrites dans le paragraphe précédent et appliquons-les pour la composante agoniste du profil de vitesse, en ajoutant les contraintes suivantes sur t_0 et D_1:

1. Pour t_0 , nous considérons que sa valeur minimale $t_{0\,\min}$ doit être fixée en considérant le temps de réaction du système nerveux central à un stimulus quelconque. Le temps minimum $t_{0\,\min}$ est fixé à 50 ms. La valeur maximale $t_{0\,\max}$ dépendra de l'expérience que nous voulons simuler.

2. Les valeurs de D_1 sont liées au matériel et au protocole expérimental utilisés. Dans le cas où nous utilisons une tablette à numériser de dimension d'environ 22x30 cm, nous considérons que la distance minimale générée par l'activité du système agoniste est égale à 5cm et que la valeur maximale est fonction de la diagonale de la tablette (environ 38cm). Nous savons que la distance totale parcourue durant le mouvement est $D = D_1 - D_2 (D_1 = D + D_2)$. Nous faisons l'hypothèse empirique qu'au maximum, la valeur de D_2 ne dépassera pas en moyenne 10 %[4] de la valeur maximale de D_1 . Dans ce cas, voici les contraintes

[4]Le choix empirique d'une proportion de 10% pour fixer la valeur maximale de D_2 par rapport à celle de D_1 est une valeur faible. Les données expérimentales donnent des pourcentages se

empiriques utilisées sur les paramètres de la commande neuromotrice pour construire la banque de données:

$$
\begin{aligned}
D_{1\,\max} &= D_{\max} + D_{2\,\max} = D_{\max} + 0.1D_{1\,\max} \\
D_{1\,\min} &= D_{\min} + D_{2\,\min} = D_{\min} + 0.1D_{1\,\min} \\
D_{2\,\max} &= D_{1\,\max} - D_{\max} = 10D_{2\,\max} - D_{\max} \\
D_{2\,\min} &= D_{1\,\min} - D_{\min} = 10D_{2\,\min} - D_{\min}
\end{aligned}
$$

et, par conséquent

$$
\begin{aligned}
D_{1\,\max} &= 1.11D_{\max} \\
D_{1\,\min} &= 1.11D_{\min} \\
D_{2\,\max} &= 0.11D_{\max} \\
D_{2\,\min} &= 0.11D_{\min}
\end{aligned}
\tag{7.10}
$$

3. Dans le cas où l'activité du système antagoniste se situe au début du mouvement, nous considérons que sa réponse devient non significative après le maximum du profil de vitesse. Nous obtenons ainsi la relation suivante :

$$e^{\mu_2+3\sigma_2} \leq e^{\mu_1-\sigma_1^2} \tag{7.11}$$

4. Dans le cas où l'activité du système antagoniste se situe à la fin du mouvement, sa réponse commence à devenir significative après le maximum du profil de vitesse. Cette classification se traduit par la relation suivante :

$$e^{\mu_2-3\sigma_2} \geq e^{\mu_1-\sigma_1^2} \tag{7.12}$$

---

situant entre 7 % et 20 % environ. Ce choix très conservateur de 10% est utilisé pour mettre en valeur la robustesse du système d'extraction des paramètres delta-lognormaux. Des pourcentages plus grands que 10% facilitent l'extraction des paramètres dans le sens où dans ce cas, l'activité de l'antagoniste n'est pas noyée dans celle de l'agoniste.

En résumé, voici les contraintes fixées sur les sept paramètres qui nous permettent de générer les profils des classes recherchés en fonction de l'activité significative du système antagoniste.

1. Fixer la durée du mouvement Δt en secondes
2. Fixer la distance minimale $D_{\min}$ et maximale $D_{\max}$ à parcourir lors d'un mouvement rapide.
3. Fixer l'intervalle $[t_{0\,\min}, t_{0\,\max}]$ dans lequel évoluera le temps d'occurrence t_0 .
4. Pour la réponse agoniste
   (a) Utiliser les relations des équations (7.8) et (7.9) pour déduire les valeurs extrêmes de μ et σ.
   (b) Choisir la valeur de D_1 comprise entre $D_{1\,\min}$ et $D_{1\,\max}$ en utilisant les relations de l'équation (7.10).
   (c) Fixer l'intervalle $[t_{0\,\min}, t_{0\,\max}]$ pour le paramètre t_0
5. Pour la réponse antagoniste
   (a) Garder la même valeur t_0
   (b) Choisir la valeur de D_2 prise dans l'intervalle $D_{2\,\min}$ et $D_{2\,\max}$ en utilisant les relations de l'équation (7.10).
   (c) Dépendamment du cas d'une activité au début ou à la fin du mouvement du système antagoniste, utiliser respectivement les relations des équations (7.11) ou (7.12) pour déduire respectivement les valeurs de μ_2 et de σ_2 . Dans le cas contraire de la classe C_{s2} n'utilisez aucune contrainte.

7.3 Génération des sept classes

L'implantation de l'algorithme décrit plus haut nous a permis de constituer une banque de données de profils delta-lognormaux idéaux. Celle-ci est formée de sept classes de 1000 courbes chacune, générées d'une façon aléatoire. Les Figure 7.5a-g illustrent des exemples de profils delta-lognormaux idéaux appartenant aux sept classes. Voici, la démarche que nous avons adoptée pour générer cette banque de données:

1. Choisir la durée Δt de du profil delta-lognormal
2. Choisir les limites extrêmes $D_{\min}$ et $D_{\max}$ de la distance D à parcourir durant un mouvement rapide.
3. Choisir l'intervalle d'évolution $[t_{0\,\min}, t_{0\,\max}]$ du temps d'occurrence t_0 .
4. Spécifier le moment où l'activité du système antagoniste devient significative puis générer d'une façon aléatoire (avec une distribution uniforme) la courbe delta-lognormale correspondant aux contraintes décrites par l'équation (7.11) ou (7.12).
5. Classer le profil delta-lognormal résultant
6. Répétez les étapes 4 et 5 jusqu'à obtenir 1000 courbes pour chaque classe.

7.4 Analyse et synthèse de la variabilité spatiale du trait courbe

Nous venons de montrer dans la section précédente que l'équation delta-lognormale peut expliquer les variabilités 3,4 et 5 énumérées précédemment, mais ne fournit pas

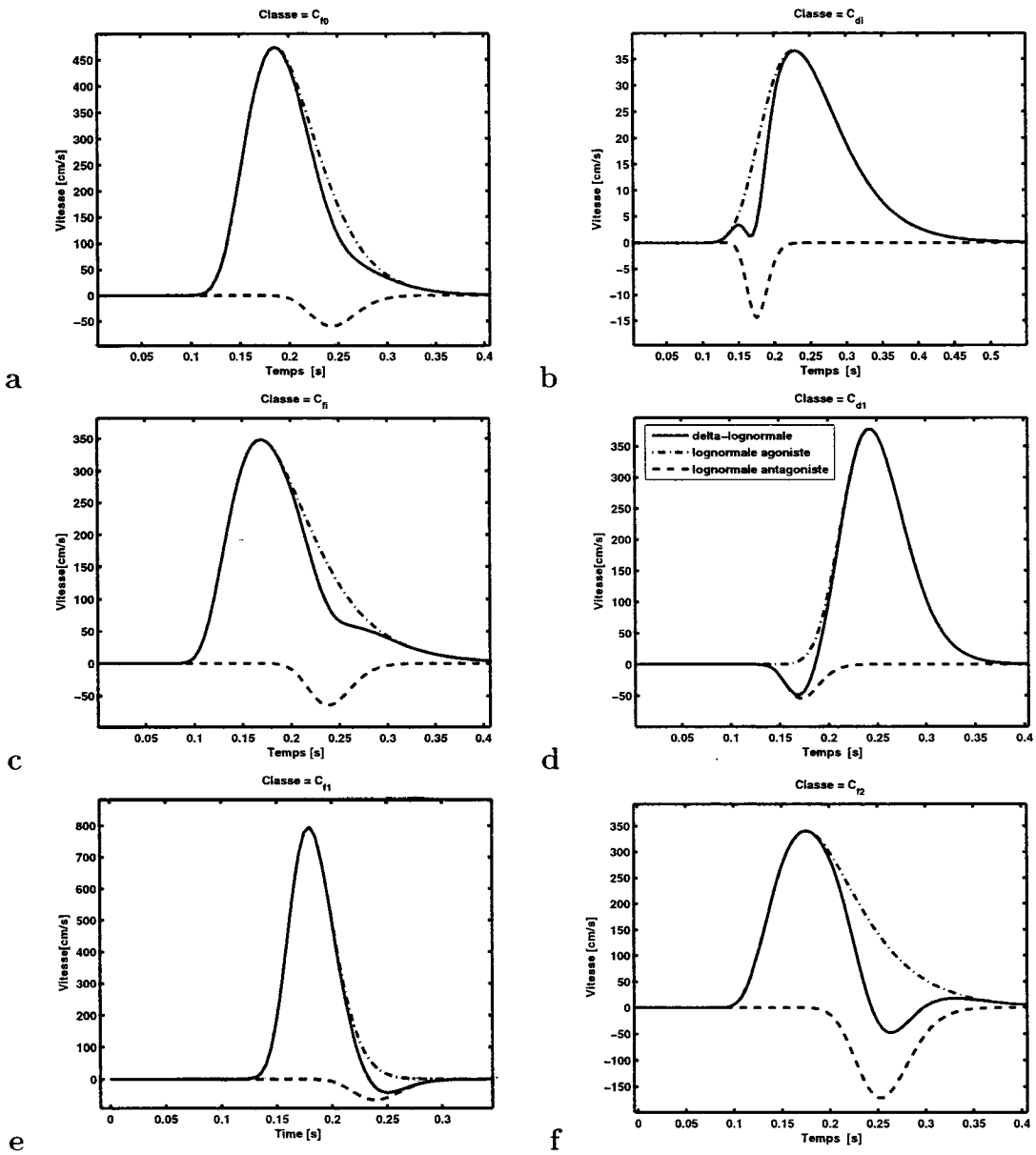


Figure 7.5 Illustration des résultats de synthèse des variabilités temporelles des profils de vitesse similaires aux données réelles.

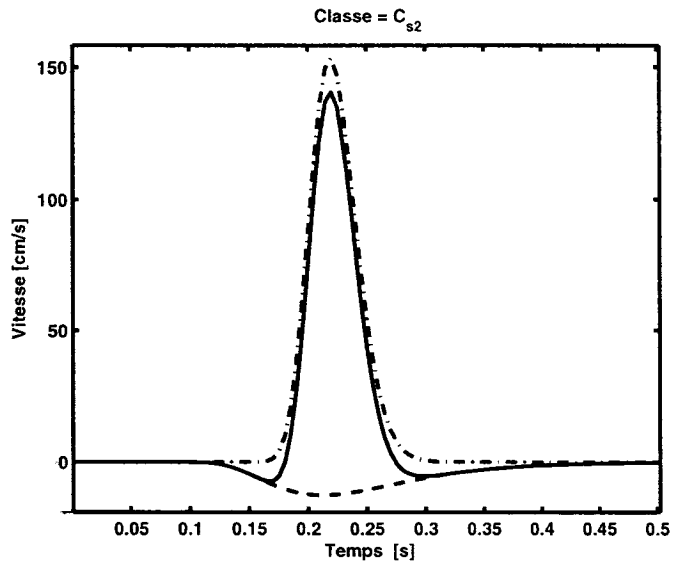


Figure 7.5 g-suite.

beaucoup d'informations pour analyser la variabilité de la trajectoire elle-même, à part les renversements de direction au commencement ou à la fin de la trajectoire (la propriété 2). Pour analyser avec plus de détails les effets de la direction des fluctuations observées, nous allons utiliser la version vectorielle de la théorie cinématique, présentée au chapitre six.

Observons les variabilités dont il est question à travers les figures suivantes. La Figure 7.6 résume des exemples typiques de traits produits par un sujet humain quand il lui est demandé d'exécuter un mouvement rapide. Les Figures 7.6a et 7.6b montrent des profils de traits rectilignes, tandis que les Figues 7.6c et 7.6d illustrent des traits courbes. Sous chaque trajectoire, nous avons représenté le profil de vitesse correspondant.

Comme nous pouvons le voir, certaines particularités de base, annoncées en introduction sont clairement illustrées dans ces exemples typiques. Les trajectoires

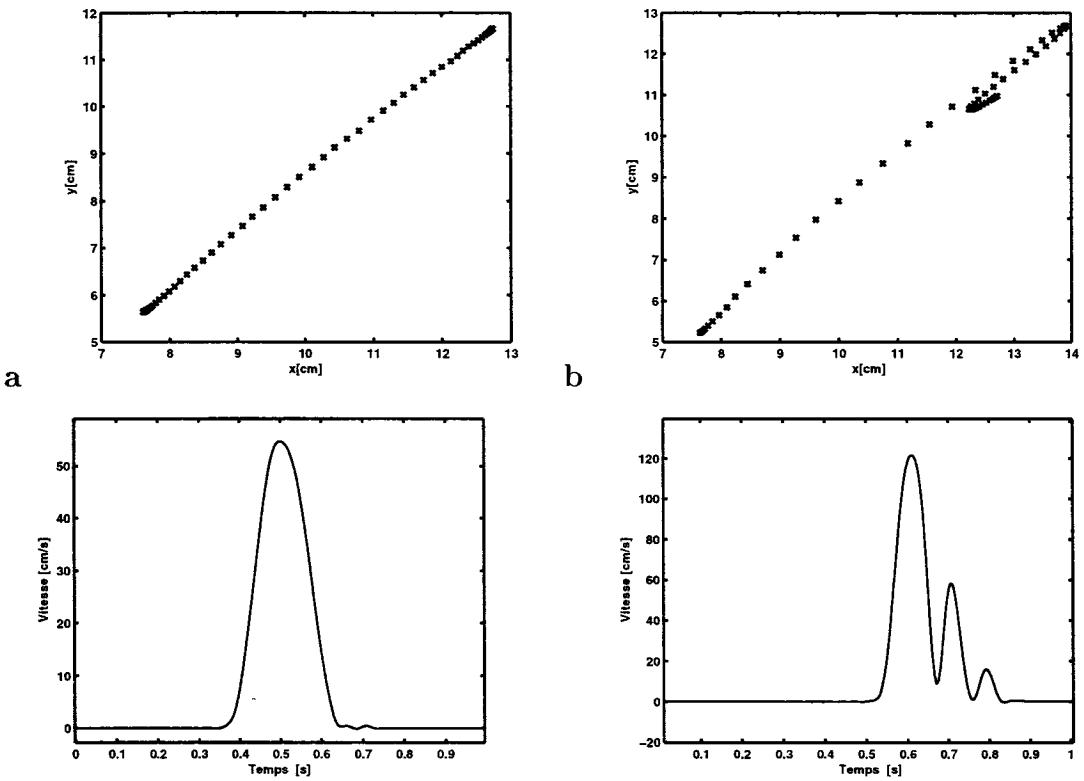


Figure 7.6 Exemples types de traits courbes produits par un sujet humain lors d'un mouvement rapide de l'effecteur terminal de son membre supérieur: les courbes d'en haut représentent les trajectoires et les courbes d'en bas les profils de vitesse correspondants

ne sont pas parfaitement rectilignes (Figues 7.6a et 7.6b) ou sont circulaires (Figues 7.6c et 7.6d). Quelques fluctuations peuvent être observées et certaines d'elles ne sont pas exactement de sens opposé à la direction principale du déplacement. Par exemple, la Figure 8.6.a présente une trajectoire presque rectiligne sans fluctuations et son profil de vitesse possède un seul lobe principal. La Figure 7.6b illustre une trajectoire presque droite avec une double fluctuation à la fin du mouvement, son profil de vitesse possède trois lobes. Les Figues 7.6c-d exposent deux trajectoires avec une fluctuation à la fin du mouvement: un trait courbé avec une fluctuation à la fin et un trait légèrement courbé avec une fluctuation à la fin du mouvement. Tous les deux profils de vitesse ont dans ce cas deux lobes.

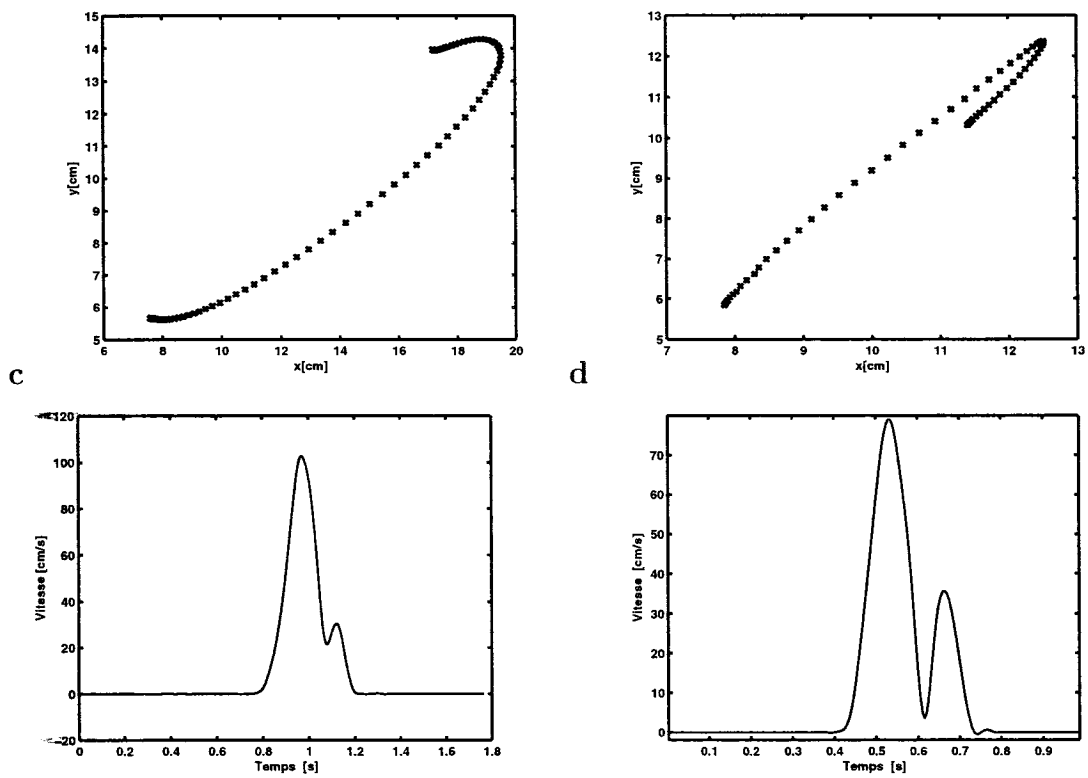


Figure 7.6-suite.

En tenant compte de la classification précédente des profils de vitesse et de la structure flexible du modèle sigma-lognormal par rapport à la direction, les différentes possibilités de variabilités qu'un trait rapide puisse avoir sont résumées dans le Tableau 7.2 qui donne les différents types de fluctuations que nous pouvons observer dans un seul trait rectiligne ou courbe[90].

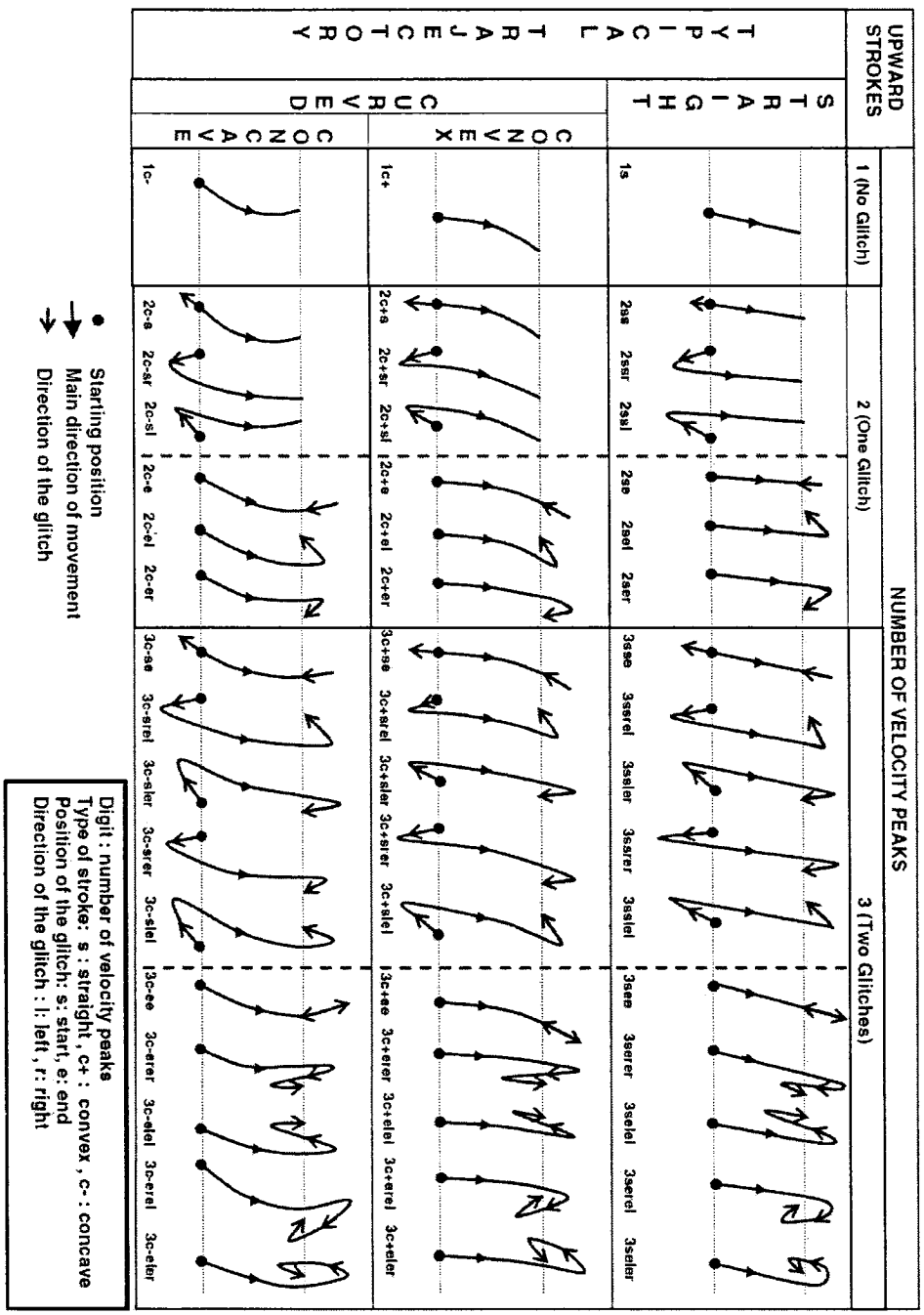
Le défi étant alors de pouvoir reproduire toutes ces possibilités avec la seule variation des paramètres sigma-lognormaux. Comme nous l'avons souligné au chapitre six, ce modèle possède suffisamment de paramètres pour répondre à la précision avec laquelle nous voulons reproduire n'importe quel trait simple ou complexe.

7.4.1 Synthèse de la variabilité spatiale

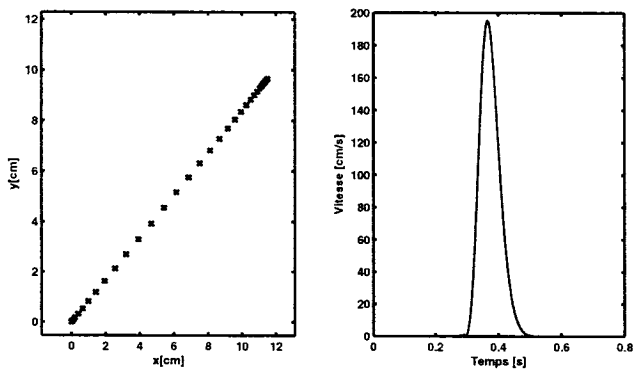
Pour reproduire une telle richesse de variabilités, nous avons utilisé le modèle sigma-lognormal décrivant un trait rapide. Celui-ci est formé de deux lognormales, utilisant un total de 11 paramètres. La stratégie adoptée est la suivante:

Les profils de vitesse des traits ayant des fluctuations sont construits en fonction de la classe à laquelle ils sont associés. Par exemple, le profil de la Figure 7.6b appartient à la classe C_{f2} décrite à la Figure 7.5f (comme il s'agit d'un profil réel, celui-ci est obtenu à partir de la valeur absolue: les parties négatives correspondent donc aux lobes secondaires). Une fois que le profil de vitesse est choisi, nous jouons alors sur les angles de départ et d'arrivée de chaque composante agoniste et antagoniste pour reproduire la courbure et les directions des fluctuations. Les Figures 7.7- 7.10 illustrent les résultats de synthèse de la plupart des variabilités décrites dans le Tableau 7.2

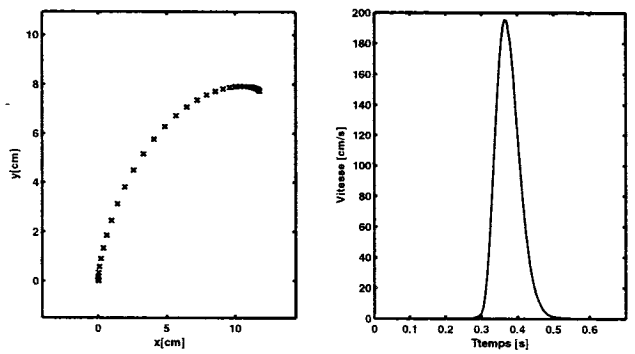
Tableau 7.2 (tiré de [90])



a



b



c

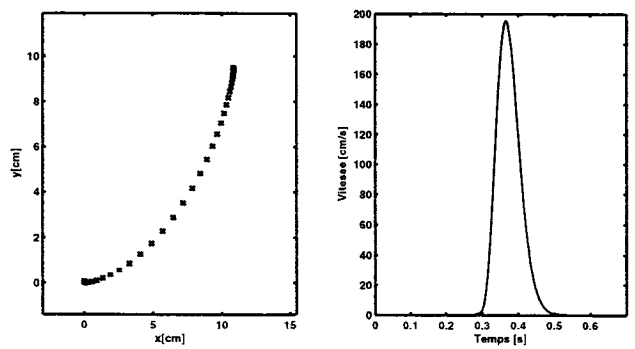
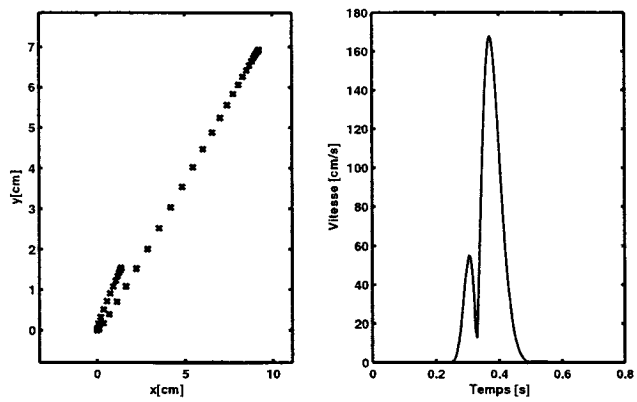
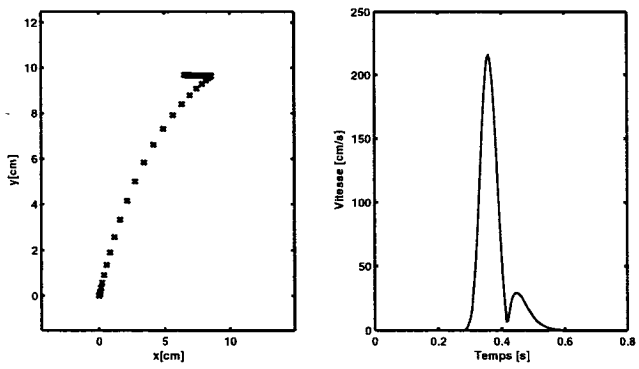


Figure 7.7 Exemples typiques de traits courbes et leurs profils de vitesse simulés par le modèle sigma-lognormal. Cas de traits rectilignes et courbes sans fluctuations.

a



b



c

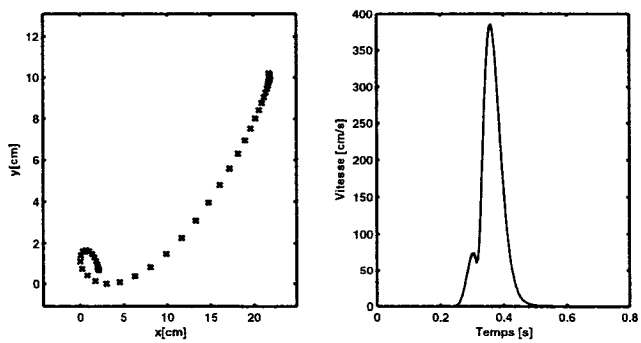
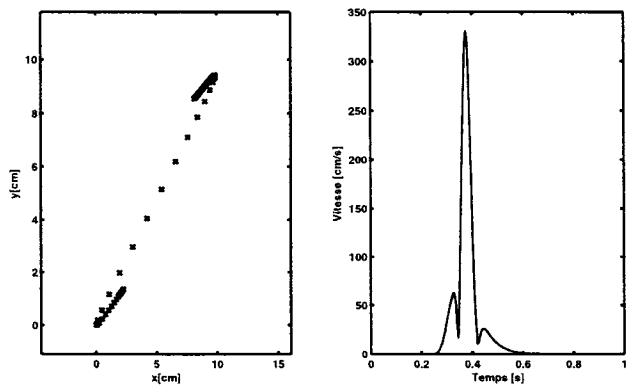
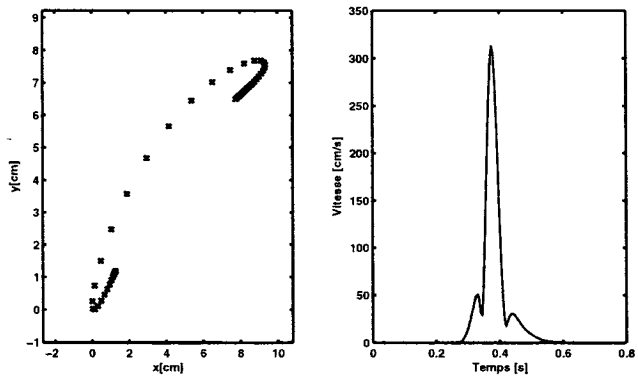


Figure 7.8 Exemples typiques de traits courbes et leurs profils de vitesse simulés par le modèle sigma-lognormal. Cas de traits rectilignes et courbes avec une fluctuation au début ou à la fin du mouvement.

a



b



c

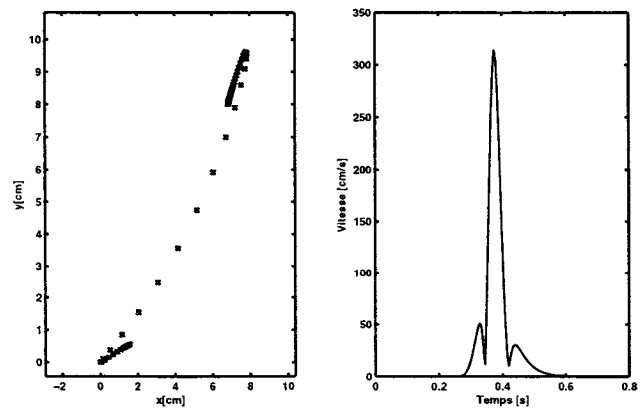
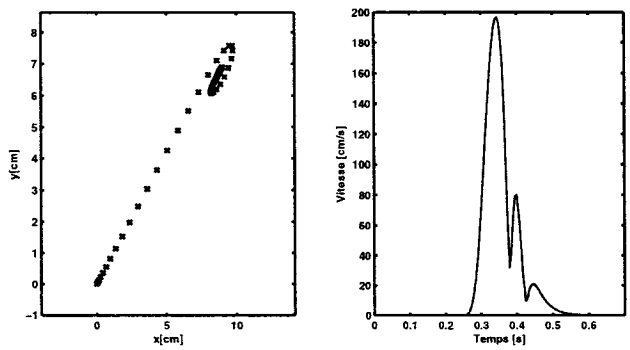
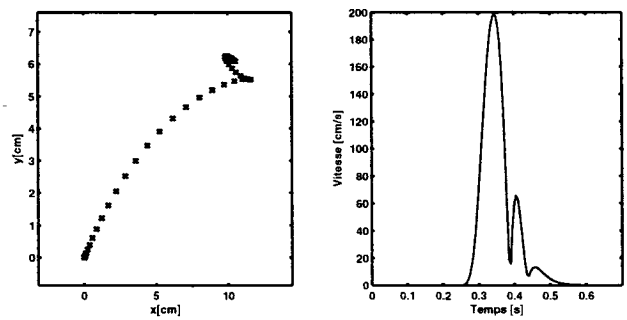


Figure 7.9 Exemples typiques de traits courbes et leurs profils de vitesse simulés par le modèle sigma-lognormal. Cas de traits rectilignes et courbes avec deux fluctuations, l'une au début et l'autre à la fin du mouvement.

a



b



c

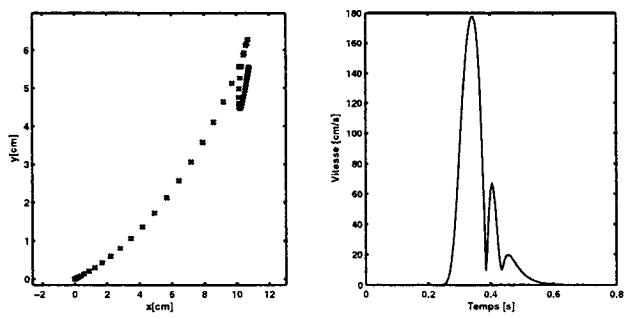


Figure 7.10 Exemples typiques de traits courbes et leurs profils de vitesse simulés par le modèle sigma-lognormal. Cas de traits rectilignes et courbes avec deux fluctuations situées toutes les deux à la fin du mouvement.

7.5 Conclusion

En partant des observations faites sur les propriétés morphologiques d'un trait d'écriture et de son profil de vitesse, le Tableau 8.2 résume la plupart des variabilités qu'un trait pourrait présenter. Dans un premier temps, trois des cinq propriétés, énoncées en introduction, ont été expliquées à travers les variabilités des sept paramètres du modèle delta-lognormal. Deux caractéristiques de l'équation delta-lognormale ont ensuite été utilisées pour classifier ces variabilités en sept classes. La première caractéristique utilisée émerge de la position relative de la composante antagoniste par rapport à l'agoniste et la seconde est liée au nombre de passages par zéro du profil total.

La puissance du modèle sigma-lognormal a été mise à contribution dans la synthèse des variabilités spatiales des traits d'écriture. Ces variabilités sont décrites dans le Tableau 7.2.

L'exercice que nous venons de faire complète la première partie de cette thèse. Cette partie est dédiée au renforcement sur le plan théorique et expérimental de la théorie cinématique proposée par Plamondon et au développement d'outils matériels et logiciels dont toute théorie a besoin pour sa compréhension, sa promotion et son utilisation. Le deuxième volet de cette thèse va porter sur des travaux de recherche initiateurs qui portent essentiellement sur les éventuelles utilisations potentielles de cette théorie par l'entremise du modèle sigma-lognormal.

CHAPITRE 8

SIMULATION DE PROFILS DE VITESSE D'UN MOUVEMENT RAPIDE

8.1 Introduction

La deuxième partie de cette thèse commence par présenter l'implantation de la synergie neuromusculaire décrite par le modèle delta-lognormal sous la forme de modules Simulink de Matlab. L'objectif étant de montrer qu'en construisant un réseau de sous-systèmes linéaires de n'importe quel ordre, régis par une relation de proportionnalité, la réponse impulsionnelle produite par un tel système possède un profil lognormal. Le simulateur est construit de manière à générer artificiellement des profils de vitesse semblables à ceux observés expérimentalement. Pour ce faire, nous proposons dans la section 2, l'équivalent Simulink du sous-système, utilisé comme l'élément de base dans le système neuromusculaire. L'origine et les hypothèses du choix du type du sous-système sont aussi discutées dans cette section. La méthodologie utilisée pour implanter la loi de proportionnalité entre les temps de délai cumulatifs de deux sous-systèmes adjacents est abordée dans la section 3. Ensuite, dans la section 4, ces sous-systèmes régis par la loi de proportionnalité sont mis en cascade pour construire un système couplé qui représente le système neuromusculaire. Dans la section 5, nous exposons l'outil qui permet de tester si le profil de la réponse impulsionnelle du système couplé est lognormal. Dans la section 6, deux systèmes couplés, l'un représentant le système neuromusculaire agoniste et l'autre, le système neuromusculaire antagoniste, sont mis en parallèle pour créer une synergie neuromusculaire. Cette synergie permet de générer des

profils de vitesse ayant des patrons semblables aux profils typiques de vitesses produits par des sujets humains. Pour illustrer les performances de ce simulateur, nous exposons dans la section 7, les méthodes adoptées pour faire varier les paramètres de commande du modèle, puis nous analysons leurs effets sur les profils de vitesse simulés.

La méthodologie utilisée pour construire ce simulateur ainsi que les performances obtenues dans la génération des profils de vitesse des mouvements rapides ont fait l'objet de deux publications, la première à la conférence IGS en 2003 [121] et la seconde dans le journal IJPRAI en 2004 [122]

8.2 Choix du sous-système

La première démarche de conception que nous avons entamée pour obtenir la version simulée du modèle delta-lognormal est de choisir la représentation Simulink équivalente du sous-système. Selon le modèle delta-lognormal, les constituantes de base d'un système neuromusculaire sont représentées par des systèmes linéaires, disposés d'une façon sérielle et parallèle[9]. Bien que les composantes neuronales et musculaires du système neuromusculaire soient non-linéaires et décrites dans le cas des muscles par un modèle de Hill ou de ses dérivées[74, 123] , le modèle delta-lognormal suppose que, quand un grand nombre d'éléments du réseau neuromusculaire travaillent en synergie pour produire des mouvements rapides, le système complet se comporte comme si chacun de ses sous-systèmes constitutifs travaille dans un mode linéaire autour d'un point de fonctionnement spécifique. Rappelons que le modèle suppose d'une part, qu'un mouvement rapide exige seulement une paire simple de commandes émanant du système nerveux central (SNC), où les rétroactions visuelles n'ont aucun effet pendant ce mouvement, et d'autre part, que les sous-systèmes opèrent dans un état de fonctionnement linéaire, les non-

linéarités étant encapsulées dans la loi de proportionnalité.

La nature linéaire du sous-système étant choisie à partir de la construction même du modèle delta-lognormal et à partir des travaux de Partridge[23] qui considèrent que les synapses et les muscles sont des filtres passe-bas, la deuxième décision de conception à prendre est de choisir son ordre. Dans la présente simulation, nous optons pour un système linéaire du second ordre.

Avant d'aborder les motivations de ce choix, rappelons premièrement que le sous-système en question est une composante du système neuromusculaire. Il regroupe la partie neuronale et la partie musculaire qui se comportent comme un élément individuel contribuant au mouvement total. Il répond à une commande émanant du SNC par un sous- mouvement de la partie mobile du système squelettique correspondante (par exemple, la contraction du muscle du biceps contribue au déplacement du bras humain). Autrement dit, de la lecture que nous faisons de l'architecture du modèle delta-lognormal, les réseaux de neurones dédiés au mouvement et les réseaux musculaires correspondants sont encapsulés sous la forme d'un sous-système. L'un des moyens d'observer le signal de réponse de ce dernier est l'utilisation des signaux électromyogrammes ou signaux EMG (voir chapitre quatre).

La décision de choisir un système linéaire du second ordre est basée sur des hypothèses et des observations rapportées dans des études publiées en neurophysiologie. Par exemple, dans les études traitant de la caractérisation des signaux électromyogrammes (EMG), un filtre passe-bas du second ordre est considéré comme suffisant pour l'évaluation des tensions musculaires à partir des trains d'impulsions des motoneurones [124]. Ces signaux EMG, employés pour estimer les tensions produites par des muscles, reflètent les actions cumulatives du potentiel d'action. Ainsi, les composantes haute fréquence sont associées à la forme individuelle du

potentiel d'action, tandis que son enveloppe est liée à l'activité électrique globale du muscle. De la même façon, Morita et coll. [125] ont filtré avec un filtre linéaire du deuxième ordre, le signal EMG pour représenter le profil de la tension développée par le muscle. Ensuite, Koike et Kawato [126] ont donné plus de clarté sur le contexte d'utilisation du filtrage. Ils ont souligné que dans un sens le plus strict, un signal EMG filtré par un filtre linéaire ne peut pas représenter la tension musculaire parce qu'on néglige dans ce cas, la non-linéarité du muscle observée soit entre la commande neuromotrice et la tension, soit entre la force et la longueur du muscle ou bien soit entre les courbes de la force et de la vitesse de contraction. Cependant, ces chercheurs emploient tout de même un filtre linéaire passe-bas du second ordre dans leur filtrage de l'EMG pour estimer la tension musculaire, mais ils tiennent compte des effets de non-linéarité en employant un réseau de neurones expert.

Dans notre approche, nous faisons la même hypothèse sauf qu'au lieu d'utiliser un réseau de neurones pour tenir compte de la non-linéarité, nous employons les contraintes de proportionnalité sur les temps de délais cumulatifs de deux sous-systèmes adjacents.

Dans ce contexte, le sous-système choisi est donc un système linéaire du second ordre dont la fonction de transfert est donnée par:

$$H(s) = \frac{1}{\tau^2 s^2 + 2\tau\xi s + 1} \tag{8.1}$$

Où τ est la constante du temps et ξ est le coefficient d'amortissement.

Quand ce système est excité par un signal de commande $U_0(t - t_0)$ (du type impulsion de Dirac), sa réponse impulsionnelle $h(t)$ est caractérisée par son temps de

délai T_D et son temps de réponse T_R , donnés respectivement par les relations suivantes:

$$T_D = \frac{\int t\,|h(t)|\,dt}{\int |h(t)|\,dt} \tag{8.2}$$

$$T_R = \frac{\int (t - T_D)^2\,|h(t)|\,dt}{\int |h(t)|\,dt} \tag{8.3}$$

Il est bon de souligner que les paramètres T_D et T_R sont tous les deux liés au coefficient d'amortissement ξ . Par ailleurs, pour obtenir des sous-systèmes stables ne donnant pas de réponses oscillantes, il ne faut considérer dans ce simulateur que les valeurs positives de ξ , supérieures à 1.

8.2.1 Mise en oeuvre de la relation de proportionnalité

Une fois que le choix du sous-système est effectué, il reste maintenant à implanter la loi de proportionnalité. Dans un réseau neuromusculaire, cette loi exige que le temps de délai cumulatif T_j nécessaire pour propager la commande jusqu'à la sortie du sous-système h_j est proportionnel au temps de délai cumulatif T_{j-1} associé à la propagation de la commande à travers les $j-1$ sous-systèmes précédents, c'est-à-dire :

$$T_j = (1 + \varepsilon_j)\,T_{j-1} \tag{8.4}$$

Une autre écriture de la relation (8.4) fait apparaître cette notion de proportionnalité

$$\Delta T_j = T_j - T_{j-1} = \varepsilon_j T_{j-1} \tag{8.5}$$

Où ε_j représente le facteur de proportionnalité local.

Ainsi, l'accroissement ΔT_j du temps de délai cumulatif dans le réseau neuromusculaire, en passant d'un sous-système à un autre qui lui est adjacent, est une fraction du temps de délai cumulatif T_{j-1} .

Le terme '*cumulatif*' est utilisé pour indiquer que le temps de délai calculé représente le retard mis par les sous-systèmes $h_1, h_2, ..., h_j$ pour répondre à une impulsion. Donc, l'intégrale n'est pas calculée sur la réponse impulsionnelle du sous-système h_j , mais est calculée sur la réponse cumulative $y_j(t)$ à l'impulsion de commande (voir Figure 8.1).

Pour mettre en oeuvre ce rapport de proportionnalité, nous devons poser quelques contraintes sur deux sous-systèmes adjacents. Comme nous pouvons le voir à la Figure 8.1, le signal de sortie $y_{j-1}(t)$ du sous-système h_{j-1} est injecté sur l'entrée du sous-système h_j , qui y répond avec un signal de sortie $y_j(t)$. Les temps de délai cumulatifs T_{j-1} et T_j sont calculés en utilisant l'équation (8.2). Une façon d'implanter la loi de proportionnalité est de lier le temps de délai cumulatif T_{j-1}, mesuré à la sortie du sous-système h_{j-1}, au coefficient d'amortissement ξ_j du sous-système h_j. En effet, s'il existe des relations linéaires entre ξ_j et T_{j-1} , et entre T_j et ξ_j , nous pouvons déduire une relation linéaire entre T_j et T_{j-1} du même type que celle de l'équation (8.4).

Étant donné que le calcul pour retrouver ces relations analytiques entre ces deux temps demeure un processus difficile, nous avons plutôt cherché cette relation par régression linéaire en déduisant à partir des données obtenues par simulation.

8.2.1.1 Recherche par simulation d'une relation de proportionnalité

Généralement, les réponses des sous-systèmes ont des profils en forme de cloches. Isolons alors un sous-système h_j du réseau et excitons-le par un signal de profil

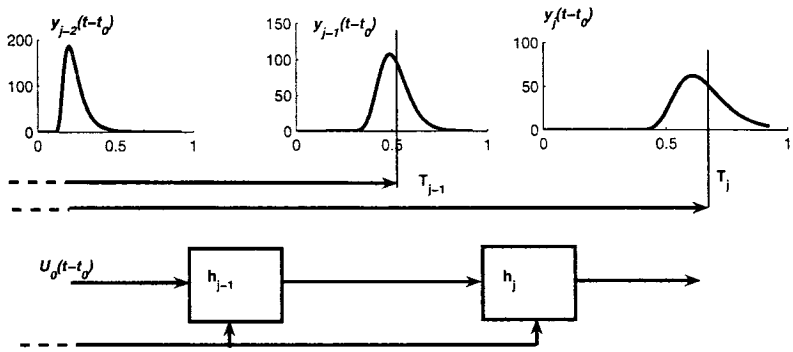


Figure 8.1 Couplage de deux sous-systèmes adjacents régis par la loi de proportionnalité et identification des temps de délai cumulatifs.

gaussien de temps de délai μ et de temps de réponse σ . Ainsi, en simulant la sortie $y_{j-1}(t)$ du sous-système h_{j-1} par un profil normal, le temps de délai cumulatif T_{j-1} correspond à μ . Étant donné que la valeur minimale du coefficient d'amortissement ξ_j du sous-système h_j est égale à 1 et que nous supposons que le temps de délai moyen du profil de vitesse d'un mouvement rapide varie entre 0.25 et 0.5 seconde (en ignorant le temps d'occurrence t_0 de la commande du SNC), nous choisissons la relation suivante entre T_{j-1} et ξ_j :

$$\xi_j \simeq 4T_{j-1} \tag{8.6}$$

Dans le fonctionnement en temps réel du simulateur, il n'est pas possible de fixer le coefficient d'amortissement en utilisant la relation (8.6). Pour contourner cette difficulté technique, nous avons utilisé une relation empirique entre ξ_j et le temps de réaction $T_{RT_{j-1}}$ du système couplé formé par les $j-1$ sous-systèmes $h_1, h_2, ..., h_{j-1}$ correspondant au premier 5% de la valeur maximale de la réponse $y_{j-1}(t)$ (voir

Figure 8.2). Ce temps est calculé de la manière suivante.

$$T_{RT_{j-1}} = \{t/y_{\max} = y_{j-1}(t_{\max})\,;\; y_{j-1}(t) \simeq 0.05 y_{\max} \;\; et \;\; t < t_{\max}\} \tag{8.7}$$

Pour trouver cette relation, nous avons construit la simulation du système décrit à la Figure 8.3. En faisant varier d'une façon aléatoire le temps T_{j-1} (ou la valeur du paramètre μ du signal gaussien) dans l'intervalle $]0.25, 0.5[$, nous avons enregistré en même temps les réponses $y_{j-1}(t)$ et $y_j(t)$, et les valeurs du coefficient ξ_j . Nous avons ensuite calculé les temps T_{j-1} et $T_{RT_{j-1}}$ en utilisant respectivement les relations (8.2) et (8.7). À partir de ces données, nous avons pu obtenir par régression linéaire les relations suivantes entre les paramètres :

$$\xi_j \simeq 4.091 T_{j-1} \tag{8.8}$$

$$\xi_j \simeq 5.348 T_{RT_{j-1}} + 0.444 \tag{8.9}$$

$$\Delta T_j = \varepsilon_j T_{j-1} \simeq 0.071 T_{j-1} \tag{8.10}$$

Ainsi, la relation (8.8) confirme bien la contrainte de départ, donnée par la relation (8.6), qui lie ξ_j à T_{j-1} . La relation (8.10) souligne que dans le cas spécifique de notre simulation, le facteur de proportionnalité ε_j est égal à 0.071.

Soulignons tout de suite que les valeurs des coefficients des droites de régression ne sont pas uniques. Si nous voulons avoir des valeurs différentes pour ε_j , les valeurs des coefficients de l'équation (8.9) doivent changer afin d'obtenir des configurations adéquates du simulateur pour générer différents patrons de profils de vitesse.

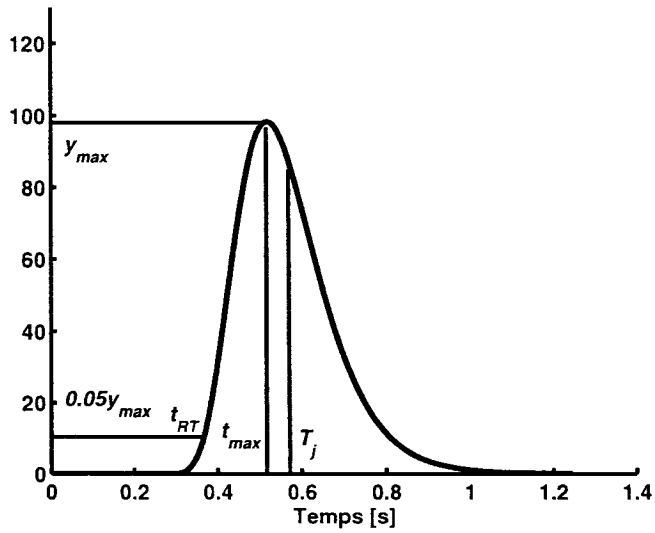


Figure 8.2 Calcul du temps de délai cumulatif et du temps de réaction à partir de la réponse du sous-système.

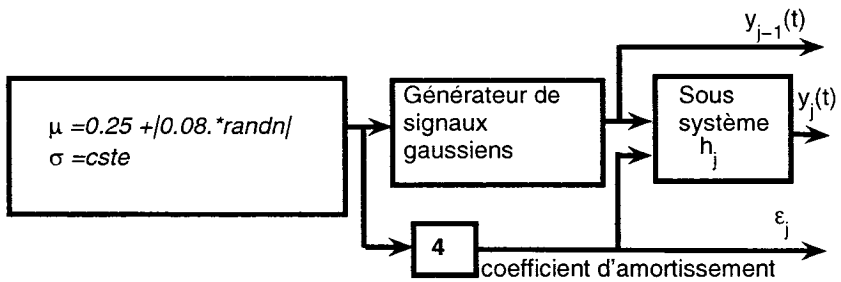


Figure 8.3 Système de simulation utilisé pour déduire les relations empiriques linéaires entre les différents paramètres. Le paramètre μ du signal gaussien est choisi d'une façon aléatoire dans l'intervalle $]0.25, 0.5[$ en utilisant un générateur de valeurs aléatoires *randn* qui suit une loi normale de moyenne nulle et d'écart type égal à l'unité.

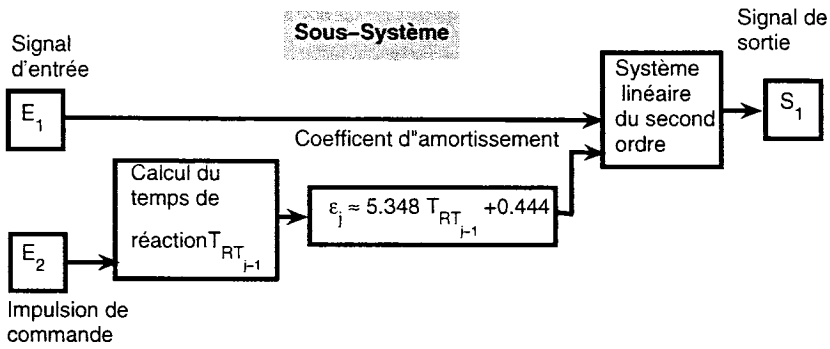


Figure 8.4 Implantation du sous-système régi par la loi de proportionnalité.

8.3 Construction du sous-système

Nous arrivons maintenant à l'étape de la construction effective du sous-système. Celui-ci doit être un système linéaire du second ordre fonctionnant dans sa zone de stabilité et dont le coefficient d'amortissement est lié linéairement avec le temps de réaction du signal d'entrée. Son architecture, décrite à la Figure 8.4, montre l'existence de deux entrées: l'une véhicule le signal de sortie du sous-système précédent et l'autre véhicule l'impulsion de commande. Une logique de calcul est mise en œuvre pour fixer la valeur de son coefficient d'amortissement en utilisant ces deux entrées. Cette structure de base du sous-système permet d'implanter l'architecture sérielle et parallèle du système neuromusculaire.

8.4 Construction du système neuromusculaire (agoniste ou antagoniste)

En branchant un grand nombre de ces sous-systèmes d'une façon sérielle et parallèle, nous obtenons, selon le modèle delta-lognormal, un système neuromusculaire

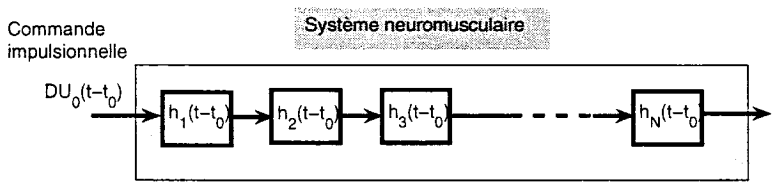


Figure 8.5 Implantation du système neuromusculaire agoniste ou antagoniste selon le modèle lognormal.

agoniste ou antagoniste dont le profil de la réponse à une commande impulsionnelle est lognormale (voir Figure 8.5). Comme exemple, le simulateur du système neuromusculaire sur lequel nous avons fait des simulations est composé de douze sous-systèmes. La Figure 8.6 illustre les réponses de chacun des douze sous-systèmes, en soulignant par une courbe en gras la réponse de l'effecteur terminal qui possède un profil asymétrique qui s'apparente à un profil lognormal. De plus, la Figure 8.7 et le Tableau 8.1 résument les résultats obtenus à la suite des calculs effectués par régression linéaire pour retrouver la loi de proportionnalité. Le Tableau 8.1 résume les résultats de la régression de $\Delta T_j = T_j - T_{j-1} = \alpha_j T_{j-1}$ pour tous les couples de sous-systèmes adjacents. La qualité de la relation de proportionnalité est indiquée par le carré du coefficient de corrélation r^2 . Nous retrouvons à partir du septième sous-système des valeurs du facteur de proportionnalité ε_j proche de la valeur 0.071 trouvée empiriquement.

La construction d'un tel système soulève deux interrogations. D'après le modèle delta-lognormal, la convergence de la réponse impulsionnelle du système neuromusculaire vers un profil lognormal exige que celui-ci contienne un nombre infini de sous-systèmes. Dans le cadre de la simulation de ce modèle, la notion d'*infini* correspond à quel nombre minimal N de sous-systèmes que nous devons utiliser pour obtenir un profil de vitesse lognormal? La deuxième interrogation qui découle

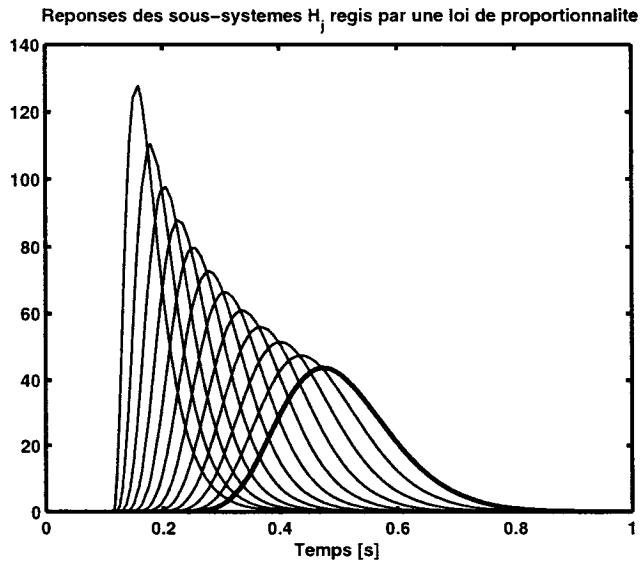


Figure 8.6 Résumé des réponses de tous les sous-systèmes. Nous remarquons que la réponse de l'effecteur terminal, représentée par une courbe en gras, possède un profil asymétrique.

directement de la première est avec quel outil d'analyse pouvons-nous qualifier le profil de la réponse du système couplé de lognormale?

Pour répondre à la première question, nous remarquons à partir des résultats de simulation décrits dans le Tableau 8.1, que la relation de proportionnalité apparaît clairement à partir du septième sous-système. Ceci suggère que le système couplé doit posséder au minimum 7 sous-systèmes régis par la loi de proportionnalité pour obtenir une réponse lognormale. En effet, d'après ces résultats, la qualité de la relation de proportionnalité est mesurée par la qualité de la régression, donnée par la valeur du carré du coefficient de corrélation noté par r-carré. Ainsi, statistiquement, une régression est considérée de qualité si la valeur de r-carré est supérieure à 0.7.

Pour répondre à la deuxième question, nous allons construire un test de lognor-

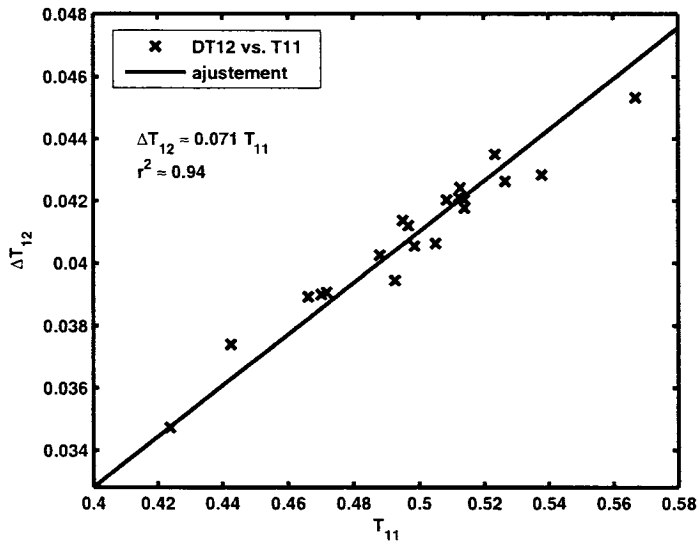


Figure 8.7 Exemple de résultat de la régression de la relation $\Delta T_{12} = T_{12} - T_{11} = \alpha_{12} T_{11} \simeq 0.07008 T_{11}$ pour le couple de sous-systèmes adjacents (h_{11}, h_{12}) . Nous retrouvons bien une valeur du facteur de proportionnalité très proche de la valeur empirique 0.071.

malité qui nous permettra de déduire un indice qui mesure la convergence de la réponse vers le profil lognormal.

#Sous-système	ϵ_i	r^2	#Sous-système	ϵ_i	r^2
5	0.046	0.6	9	0.089	0.87
6	0.044	0.52	10	0.087	0.86
7	0.061	0.76	11	0.08	0.9
8	0.08	0.89	12	0.07	0.94

Tableau 8.1

8.5 Test de lognormalité

Ce test consiste à vérifier la lognormalité de la réponse impulsionnelle du système neuromusculaire agoniste ou antagoniste, lorsque celui-ci est modélisé par un système couplé régi par une relation de proportionnalité. En statistique, il existe une multitude de méthodes qui permettent de vérifier la lognormalité de la densité de probabilité d'une variable aléatoire. Nous nous sommes particulièrement intéressés à l'une d'elle, proposée par Zimmer et coll.[127]. Cette méthode a été mise en œuvre pour déterminer la loi de distribution des niveaux de gris dans une image échographique. Elle se base principalement sur la construction d'une fonction $F(n_1, n_2, a)$ à partir des moments d'ordre n_1 et n_2 de la variable aléatoire associée aux valeurs en niveaux de gris des pixels de l'image échographique. Nous allons utiliser le même principe sauf que dans notre cas, nous avons à faire à un signal déterministe. Nous remplacerons donc dans le calcul des moments, la densité de probabilité par la sortie continue des sous-systèmes.

Soit $y(t)$ le signal de sortie d'un sous-système quelconque et $F(n_1, n_2, a)$ une fonction définie par:

$$F(n_1, n_2, a) = \frac{\langle t^{n_1} \rangle}{\langle t^{n_2} \rangle^a} \tag{8.11}$$

Où $\langle t^n \rangle$ est le moment d'ordre n de $y(t)$ donné par :

$$\langle t^n \rangle = \frac{\int_0^\infty t^n \, |y(t)| \, dt}{\int_0^\infty |y(t)| \, dt} \tag{8.12}$$

Dans le cas où le profil de $y(t)$ est une fonction lognormale de paramètres μ et σ , son moment d'ordre n est égale à :

$$\langle t^n \rangle = \exp\left(n\mu + \frac{n^2\sigma^2}{2}\right) \tag{8.13}$$

Et la fonction $F(n_1, n_2, a)$ correspondante est donnée par :

$$F(n_1, n_2, a) = \exp\left[(n_1 - n_2 a)\,\mu + \left(\frac{n_1^2 - n_2^2 a}{2}\right)\sigma^2\right] \tag{8.14}$$

Intéressons-nous à deux cas particuliers:

8.5.1 Cas où la fonction F ne dépend que de σ : $n_1 = n_2 a$

Dans ce cas:

$$F(n_1, n_2, a) = \exp\left[\left(\frac{n_1^2 - n_2^2 a}{2}\right)\sigma^2\right] \tag{8.15}$$

En particulier, considérons trois versions F_1, F_2 et F_3 de cette fonction F telle que

$$F_1 = F(2, 1, 2) = e^{\sigma^2} \tag{8.16}$$

$$F_2 = F(3, 2, 1.5) = e^{1.5\sigma^2} \tag{8.17}$$

$$F_3 = F(4, 2, 2) = e^{4\sigma^2} \tag{8.18}$$

Nous en déduisons les relations suivantes entre ces trois fonctions, données par :

$$\ln(F_2) = 1.5 \ln(F_1) \tag{8.19}$$

$$\ln(F_3) = 4 \ln(F_1) \tag{8.20}$$

$$\ln(F_3) = 2.67 \ln(F_2) \tag{8.21}$$

8.5.2 Cas où la fonction F ne dépend que de μ : $n_1 = n_2\sqrt{a}$

Dans ce cas:

$$F(n_1, n_2, a) = \exp\left[(n_1 - n_2 a)\,\mu\right] \tag{8.22}$$

Construisons alors trois autres fonctions F_4, F_5 et F_6 à partir de la fonction F telle que:

$$F_4 = F\left(2, 4, 1/4\right) = e^{\mu} \tag{8.23}$$

$$F_5 = F\left(2, 1, 4\right) = e^{-2\mu} \tag{8.24}$$

$$F_6 = F\left(3, 2, 9/4\right) = e^{-3\mu/2} \tag{8.25}$$

Nous en déduisons alors trois autres relations données par:

$$\ln\left(F_5\right) = -2\ln\left(F_4\right) \tag{8.26}$$

$$\ln\left(F_6\right) = -1.5\ln\left(F_4\right) \tag{8.27}$$

$$\ln\left(F_6\right) = 0.75\ln\left(F_5\right) \tag{8.28}$$

Ainsi, le test de lognormalité d'un profil quelconque asymétrique consiste à vérifier simultanément les relations décrites dans les équations de (8.19) à (8.21) et de (8.26) à (8.28) qui se présentent sous la forme d'une relation générale de la forme :

$$\ln\left(F_k\right) = C_{kl}\ln\left(F_l\right) \tag{8.29}$$

Le test revient donc à estimer pour chacun des six couples (F_k, F_l) le coefficient C_{kl} correspondant, puis à le comparer à sa valeur théorique. Si les valeurs des coefficients estimées par régression linéaires sont proches des valeurs théoriques avec des r-carré supérieurs à 0.7, nous pouvons considérer le signal $y\left(t\right)$ comme un profil lognormal.

8.6 Test de lognormalité de la réponse impulsionnelle du système couplé

Pour évaluer la lognormalité du profil de la réponse impulsionnelle du système couplé construit avec l'outil Simulink décrit à la Figure 8.5, nous avons effectué une vingtaine d'essais de simulation dans lesquels étaient enregistrées, à chaque fois, les réponses de tous les sous-systèmes. À chaque essai, le simulateur générait une réponse différente, du fait de l'existence d'une variabilité au niveau de chaque sous-système et au niveau de la commande. Cette variabilité était générée d'une manière aléatoire, de sorte qu'en théorie, la réponse de chaque sous-système n'était pas la même d'un essai de simulation à un autre.

Le test de "*lognormalité*" consiste à évaluer, pour chaque courbe, les fonctions F_1 à F_6 en utilisant la relation (8.11), à représenter les relations décrites de (8.19) à (8.21) et de (8.26) à (8.28) dans un repère logarithmique, et à estimer par régression linéaire les coefficients C_{kl} correspondants. Nous avons qualifié de profil lognormal , le profil de la réponse impulsionnelle $y(t)$ si les valeurs des pentes estimées étaient proches des valeurs théoriques, la similitude étant mesurée par le carré du coefficient de corrélation *r-carré* qui doit être supérieur à 0.7. Les résultats de la régression linéaire résumés dans le Tableau 8.2 donnent un exemple typique de résultats du test appliqués sur la réponse impulsionnelle globale du système couplé à 12 étages, simulé par Simulink. Dans la Figure 8.8, les résultats de la régression montrent que le profil de $y(t)$ s'approche d'une lognormale.

Courbe des fonctions dans un repère logarithmique	Pente théorique	Pente estimée	r^2
ln(F2) vs ln(F1)	1.5	1.44	0.90
ln(F3) vs ln(F1)	4	3.7	0.80
lng(F3) vs ln(F2)	2.67	2.69	0.98

Tableau 8.2

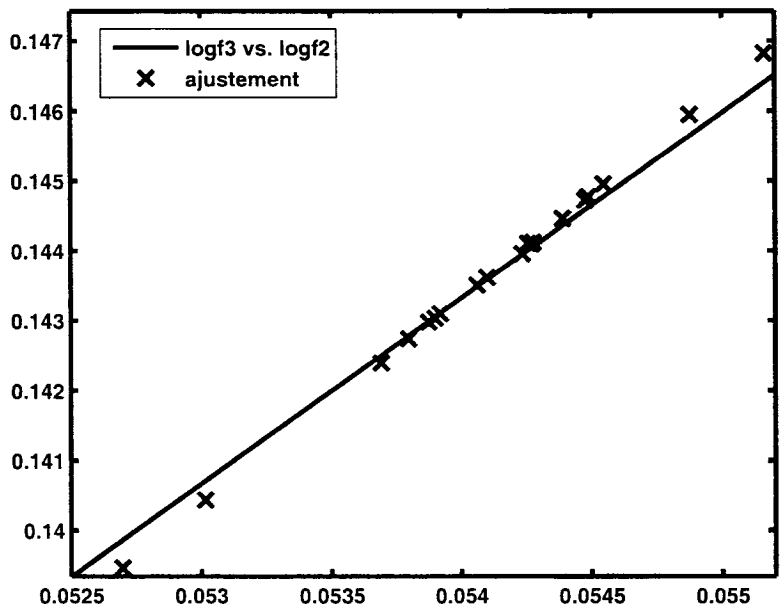


Figure 8.8 Exemple de résultat de la régression linéaire du test de lognormalité appliqué à la réponse impulsionnelle globale du système couplé à 12 étages.

8.7 Construction de la synergie et génération des profils de vitesse

Le simulateur de profils de vitesse des mouvements rapides est construit en mettant en parallèle deux systèmes couplés l'un agoniste et l'autre antagoniste (voir Figure 8.9). Pour nous assurer de la lognormalité de la réponse de chaque système, nous avons considéré un nombre N de sous-systèmes supérieur à 7 (N=12 étages). Comme la réponse impulsionnelle de chaque système neuromusculaire possède un profil lognormal, le profil de la vitesse est décrit par une équation delta-lognormale.

Ainsi, la commande neuromotrice est représentée par deux impulsions d'amplitudes D_1 et D_2 envoyées simultanément aux deux systèmes couplés avec un même temps d'occurrence t_0 . L'état du système neuromusculaire, caractérisé par les paramètres $(\mu_1, \sigma_1, \mu_2, \sigma_2)$, est fixé en choisissant le nombre de sous-systèmes ainsi que les coefficients de proportionnalité pour chacun des systèmes agoniste et antagoniste travaillant en synergie pour produire le profil de vitesse d'un mouvement rapide. Cette possibilité de choix des paramètres delta-lognormaux, d'une façon directe pour la commande et indirecte pour le système neuromusculaire, nous a permis de générer une multitude de profils de vitesse ayant les mêmes patrons que ceux observés expérimentalement [80]. Les Figures 8.10a-c présentent quelques exemples typiques de profils simulés et pour fin de comparaison, la Figure 8.10d illustre un profil de vitesse enregistré durant un mouvement rapide de pointage.

8.8 Analyse des performances du simulateur

Les performances que nous cherchons à établir pour le simulateur concernent sa capacité à reproduire des profils de vitesse similaires à ceux observés sur des données réelles.

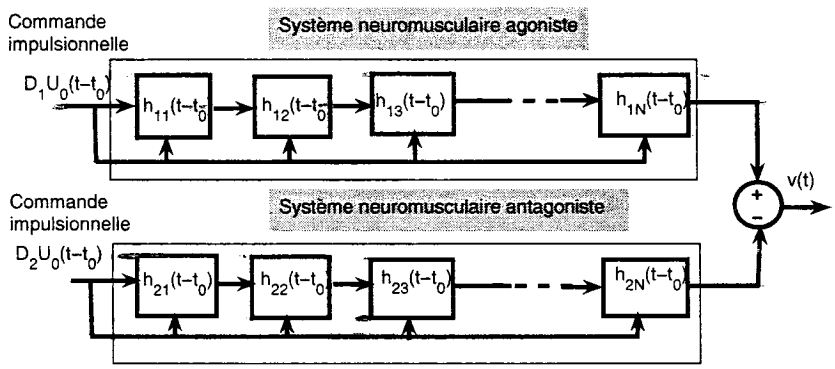


Figure 8.9 Architecture globale du simulateur de vitesse des mouvements rapides selon le modèle delta-lognormal.

La première évaluation de performance consiste à reproduire un profil de vitesse simulé semblable aux patrons réels, c'est-à-dire, dont nous pouvons extraire les paramètres possédant les mêmes ordres de grandeur. Pour cela, nous considérons les deux exemples de profils décrits dans les Figures 8.10c-d. Effectivement, les résultats de mesure des valeurs des paramètres par l'extracteur delta-lognormal révèlent que le simulateur est capable de générer un profil de vitesse réaliste ajusté par l'équation delta-lognormale avec une erreur quadratique moyenne de reconstruction de même ordre grandeur que celle d'un profil réel (voir Figures 8.11 et 8.12).

La deuxième performance que nous cherchons à vérifier a trait à la capacité du simulateur de moduler le profil de vitesse par des informations liées à la commande neuromotrice et au système neuromusculaire. En d'autres termes et dans un premier temps, est-ce que nous retrouvons sur le profil de vitesse simulé, les paramètres liés à la commande ?

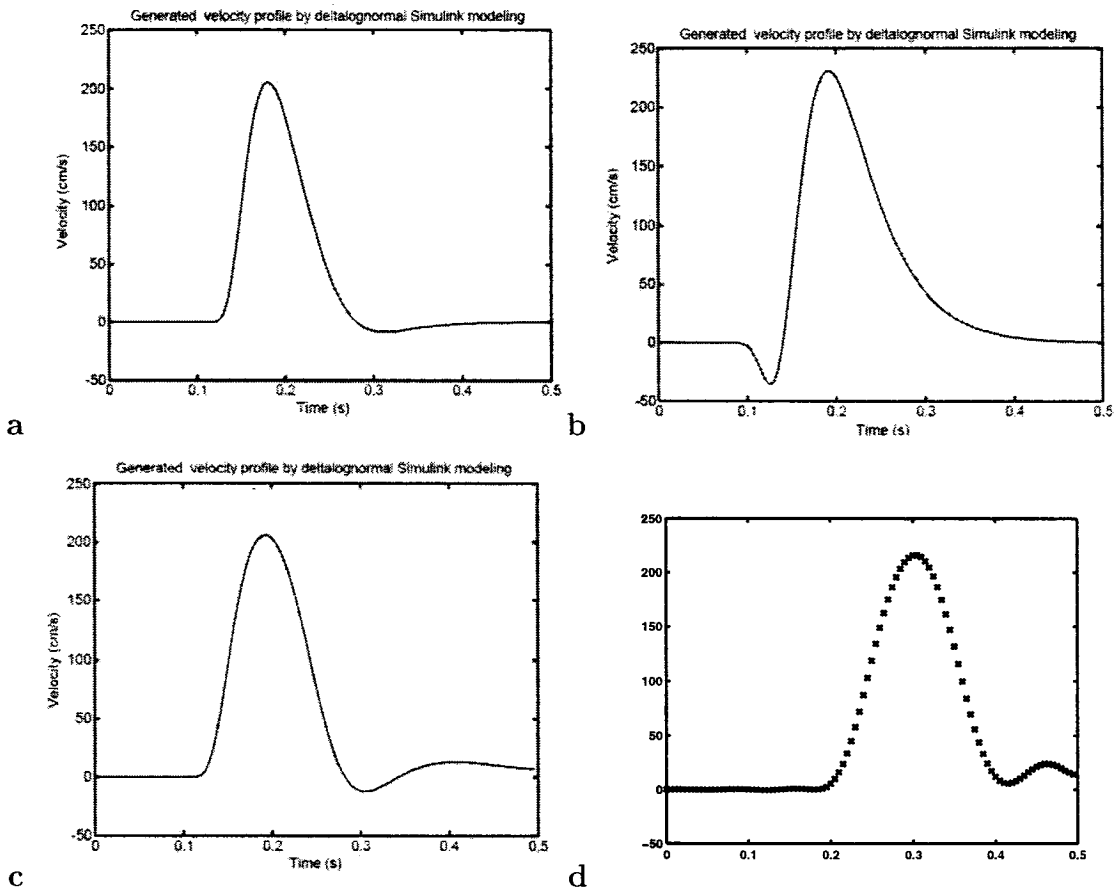


Figure 8.10 Exemples typiques de profils de vitesse. Les courbes **a, b** et **c** sont obtenues par simulation en variant les valeurs du coefficient d'amortissement, le nombre de sous-systèmes ainsi que les paramètres de commande (t_0, D_1, D_2). Les courbes **a** et **c** représentent les cas où le système antagoniste a agi après le système agoniste, alors que la courbe **b** représente le cas où le système antagoniste a agi avant l'agoniste (cas d'anticipation). La courbe **d** en points représente des données réelles du profil de vitesse échantillonné avec une fréquence de 200Hz.

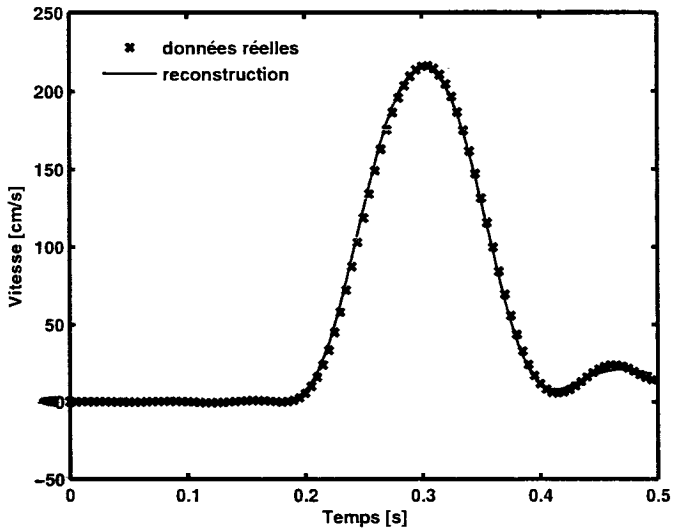


Figure 8.11 Exemple d'un profil de vitesse réel lissé par l'équation delta-lognormale. La courbe en points représente les échantillons des données réelles et la courbe continue représente la reconstruction de la vitesse par le profil delta-lognormal en considérant les valeurs estimées suivantes des sept paramètres:$D_1 = 34.648\ cm$; $D_2 = 7.874\,cm$; $\mu_1 = -1.634$; $\mu_2 = -1.333$; $\sigma_1 = 0.348$; $\sigma_2 = 0.136$; $t_0 = 0.132\ s$; $EQM = 1.437 cm^2/s^2$.

Pour répondre à cette question, nous avons simulé plusieurs profils en variant les paramètres de la commande. Ensuite, nous avons comparé leurs valeurs avec celles mesurées par l'extracteur delta-lognormal. Comme nous pouvons le voir à travers les résultats des régressions linéaires résumées dans les Figures 8.13a-b, il y a une forte corrélation (r $>$ 0.95) entre les valeurs originales des paramètres de commande et leurs valeurs estimées. Ces résultats suggèrent qu'effectivement le simulateur est capable de transmettre intégralement les informations de la commande neuromotrice.

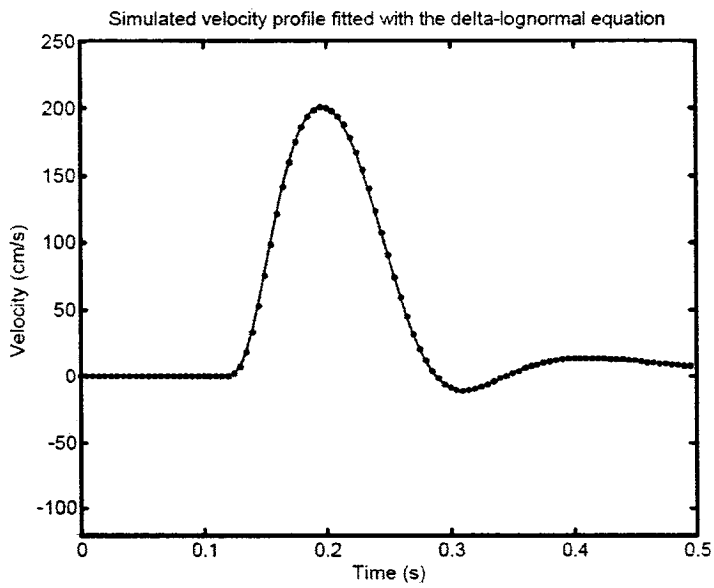


Figure 8.12 Exemple d'un profil de vitesse simulé lissé par l'équation delta-lognormale. La courbe en points représente les échantillons simulés du profil et la courbe continue représente la reconstruction de la vitesse par le profil delta-lognormal en considérant les valeurs estimées suivantes des sept paramètres:$D_1 = 30.806\ cm$; $D_2 = 10.646\,cm$; $\mu_1 = -2.083$; $\mu_2 = -1.671$;$\sigma_1 = 0.574$; $\sigma_2 = 0.235$; $t_0 = 0.110\ s$; $EQM = 0.114 cm^2/s^2$.

8.9 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons construit le simulateur de profils de vitesse d'un mouvement rapide en nous basant sur le modèle delta-lognormal. Pour cela, nous avons choisi comme outil de simulation l'outil Simulink de Matlab. Cette construction a nécessité plusieurs phases de recherche. Un système linéaire du second ordre a été choisi comme sous-système de base dans l'architecture complexe du système neuromusculaire. Une relation de proportionnalité qui lie les temps de délai cumulatifs entre deux sous-systèmes adjacents a été implantée en modulant le coefficient d'amortissement du sous-système par le temps de réaction de la réponse du sous-

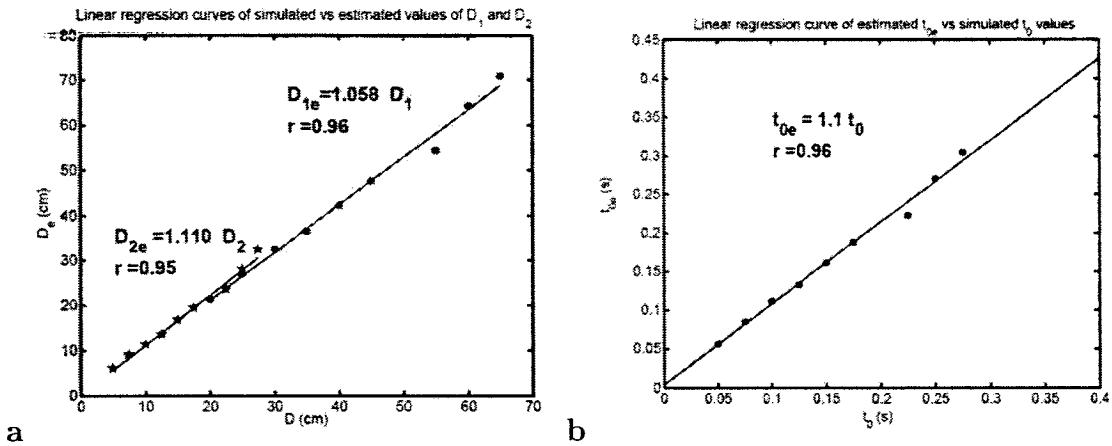


Figure 8.13 Résultats des régressions linéaires entre les valeurs originales et les valeurs estimées des paramètres de la commande neuromotrice. **(a)** Courbes de régression de D_1 ($r \simeq 0.96$) et D_2 ($r \simeq 0.95$); **(b)** courbe de régression de t_0($r \simeq 0.96$). Les erreurs d'estimation engendrées par l'extracteur delta-lognormal produit de légères différences entre les valeurs des pentes estimées et celles des pentes théoriques (égales à 1).

système qui le précède. Ensuite, nous avons connecté plusieurs de ces sous-systèmes pour former les systèmes agoniste et antagoniste qui à leur tour ont été mis en parallèle pour réaliser la synergie neuromusculaire. Des outils ont été construits pour vérifier ce que nous avons appelé la lognormalité des réponses impulsionnelles. Nous en avons déduit qu'avec sept sous-systèmes et plus il était possible de construire un système couplé dont la réponse impulsionnelle possède un profil lognormal.

Ensuite, nous avons utilisé ce simulateur pour produire des profils de vitesse ayant des patrons similaires à ceux observés expérimentalement. Par la même occasion, nous avons vérifié que le profil de vitesse généré par ce simulateur contient avec une grande précision les informations liées à la commande neuromotrice.

Il reste à implanter les moyens indirects pour faire varier les quatre paramètres neuromusculaires du modèle delta-lognormal dans le simulateur en modifiant par exemple le nombre de sous-systèmes et les valeurs des coefficients d'amortissement

des sous-systèmes.

Le simulateur ainsi construit constitue à notre sens une version plus palpable du modèle delta-lognormal. Il pourrait être utilisé comme un générateur de profils de vitesse simulé similaires aux profils réels et aux profils delta-lognormaux idéaux. Il constituera aussi une base de départ pour étendre le modèle à des applications plus concrètes. Nous entendons par là, la possibilité de réaliser par exemple un bras anthropomorphique en utilisant les concepts du modèle delta-lognormal. Ainsi, en principe, il est possible de construire le sous-système régi par la loi de proportionnalité avec des composantes électromécaniques.

CHAPITRE 9

PERSPECTIVE

9.1 Introduction

Jusqu'à présent, le modèle delta-lognormal a été utilisé avec succès dans les domaines de l'analyse et de la synthèse de l'écriture manuscrite et dans les vérifications de signatures. La contribution de cette thèse à la promotion de la théorie cinématique du mouvement humain a mis en lumière la possibilité d'explorer de nouveaux champs d'applications par cette théorie.

Dans le contexte du contrôle moteur, la genèse du mouvement d'un effecteur terminal, tel que le stylo tenu par la main, prend naissance au niveau des neurones par l'apparition de potentiels d'action (PA) qui, en se déchargeant sur les muscles, ils produisent le mouvement par la contraction de ces derniers. L'effet de ces PA se manifeste par la variation de la position de l'effecteur. Les observations neurophysiologiques ont montré des similitudes entre les profils de la vitesse tangentielle du mouvement et le potentiel d'action. La question qui vient à l'esprit est celle qui s'interroge sur la possibilité de modéliser le profil du potentiel d'action par le modèle delta-lognormal.

Ce chapitre se veut une introduction à une vaste recherche qui tente d'expliquer par la théorie cinématique certains comportements du système neuromusculaire observés en neuroscience. Particulièrement, nous allons exposer une étude qui a été faite pour répondre à l'interrogation précédente. Celle-ci est présentée comme suit:

Dans la première partie de ce chapitre, nous abordons une problématique liée au fonctionnement parallèle de sous-systèmes biologiques, tels que les muscles, dans la génération de mouvements. Dans la deuxième partie, le modèle de Hodgkin et Huxley de la membrane cellulaire est revisité avec une relecture axée sur une modélisation de la membrane par un produit de convolution. La possibilité de représenter le profil du PA par le modèle delta-lognormal est abordée dans la troisième partie de ce chapitre.

9.2 Équivalence entre parallélisme anatomique et sérialisme fonctionnel

En traitant le système neuromusculaire sous l'angle de la théorie des systèmes linéaires, plusieurs hypothèses ont été émises pour le représenter par un produit de convolution. La première hypothèse concerne la linéarité des sous-systèmes. Celle-ci est considérée comme valable dans le cas où les sous-systèmes fonctionnement dans leurs zones de linéarité. Cette hypothèse se retrouve par exemple en électronique, dans l'utilisation des transistors non linéaires pour construire des amplificateurs linéaires. Elle se retrouve aussi dans la modélisation du système musculo-squelettique du membre supérieur par une équation mécanique linéaire du second ordre en considérant le fonctionnement des muscles dans les zones linéaires de leurs caractéristiques biomécaniques, décrites par le modèle de Hill et de ses variantes [128, 129]. La deuxième hypothèse concerne la représentation du système neuromusculaire par un réseau sériel de sous-systèmes régis par une relation de proportionnalité.

Du point de vue anatomique, le système neuromusculaire présente une architecture hiérarchique et parallèle. Au niveau du membre supérieur, il est clair que les muscles sont disposés d'une manière parallèle sur le système squelettique. Cependant,

ceux-ci sont le prolongement d'une connexion neuronale complexe au niveau des aires motrices. Et puisque chaque muscle possède des signaux afférents, celui-ci peut raisonnablement être considéré comme un système qui engendre un temps de délai plus important dans la propagation des potentiels d'action entre les neurones. Le muscle est comme une passerelle où le potentiel d'action prend plus de temps à faire traverser son effet qui va retourner vers les aires motrices sous la forme de potentiels d'action afférents.

Dans cette section, nous allons étudier le fonctionnement de sous-systèmes, disposés en parallèle, en prenant comme exemple d'étude les canaux ioniques d'une cellule nerveuse. Les fibres musculaires sont aussi des sous-systèmes disposés en parallèle, qui se prêtent à cette étude. Cependant, le choix de l'étude des canaux ioniques va servir dans la modélisation du potentiel d'action.

Étudions la possibilité de représenter le système neuromusculaire par un produit de convolution. Cette possibilité est appuyée par les points suivants:

1. Schierber et Santello [130] considèrent que la complexité de la relation entrée-sortie entre le cortex moteur et l'effecteur terminal réside dans la divergence d'un neurone M1 sur une multitude de muscles et la convergence d'une multitude de motoneurones issue des différentes régions du cortex vers un seul muscle. La divergence induit une structure pyramidale et la convergence, une structure pyramidale inversée. Nous en déduisons que l'existence de ces pyramides suggère d'une part, que ces composantes ne sont pas totalement indépendantes et d'autre part, qu'il est possible de représenter le système moteur par un réseau sériel et couplé d'un très grand nombre de sous-systèmes.

2. Poggio et Bizzi [131] ont souligné que dans le contrôle moteur, le réseau de neurones associé est une pyramide inversée où la décharge d'un motoneu-

rone correspond à la somme pondérée des décharges interneuronales d'un très grand nombre de neurones se trouvant en amont. Nous en déduisons que l'utilisation d'une somme pondérée pour représenter la réponse globale du système suggère, d'une part, que le fonctionnement de chaque sous-système est pris dans une zone de sa linéarité, et d'autre part, que cette sommation peut être considérée comme le calcul d'une intégrale des réponses de sous-systèmes linéaires et par conséquent peut conduire à un produit de convolution.

3. Partridge [23, 24] considère que les synapses interneuronales se comportent comme des filtres passe-bas, suggérant ainsi que la commande neuromotrice issue du niveau le plus élevé de la pyramide du réseau de neurones, subit une succession de filtrages passe-bas. Il suggère aussi de considérer les muscles comme des filtres passe-bas.

4. D'après la théorie des réseaux de neurones formels, le potentiel d'action sortant du motoneurone correspond à la somme pondérée des potentiels d'action entrants à travers les dendrites. Nous en déduisons qu'il peut exister un cas où le temps de délai du signal de sortie, mesuré par rapport à une référence de temps, serait égal à la moyenne des temps de délai des entrées. De plus, cette sommation prise à l'infini avec des temps infinitésimaux peut constituer un produit de convolution.

5. Le principe de Henneman [21] stipule que le recrutement des fibres musculaires se fait d'une façon séquentielle en partant de la fibre ayant la plus faible dimension vers la plus forte. Nous pouvons interpréter ce phénomène de la manière suivante : le recrutement d'une fibre à l'instant donné dépend du résultat de recrutement des n fibres, déjà recrutées, et influence le recrutement des m prochaines fibres. Cette séquence de recrutement suggère donc un fonctionnement sériel du système neuromusculaire.

Cette lecture de la description du fonctionnement d'un réseau complexe, dominé par une architecture parallèle de ses composantes, conduit à l'étude du fonctionnement d'un système formé d'une infinité de sous-systèmes; disposés en parallèle. Le fonctionnement de chaque sous-système contribue à la genèse de la réponse totale du système. C'est par exemple le cas de la contraction d'une fibre musculaire dans la genèse du mouvement d'un effecteur terminal.

Considérons alors le comportement de la membrane d'un neurone dans la genèse d'un potentiel d'action. Comme nous allons le voir en détail dans la prochaine section, celui-ci correspond à la conductance de la membrane relativement aux ions qui entrent et qui sortent lors d'une dépolarisation. Prenons le cas des ions de sodium Na^+ qui entrent du milieu externe vers le milieu interne de la cellule à travers les canaux ioniques. Le potentiel d'action (PA) est mesuré par une électrode qui enregistre le courant ionique à l'intérieur de la cellule. Le PA correspond donc à la variation du nombre d'ions chargés par l'unité de temps.

Imaginons donc la membrane comme étant constituée d'un très grand nombre de canaux, disposés les uns à côté des autres. Ils forment un contour fermé qui entoure une surface finie. Sous l'effet d'une dépolarisation impulsionnelle, les ions Na^+ entrent par les canaux et contribuent à la création d'un potentiel d'action. Dans ce contexte, étudions alors le fonctionnement de ces canaux.

Même si la disposition de ces canaux est parallèle – où la sortie de l'un n'est pas connectée à l'entrée de l'autre – leur ouverture ne peut se faire que d'une façon séquentielle ou sérielle. Sinon quel mécanisme pourrait ouvrir simultanément une infinité de canaux ?

En effet, il semble invraisemblable que l'énergie apportée par la dépolarisation puisse ouvrir simultanément tous les canaux en même temps à cause de leurs dis-

positions spatiales et des délais infinitésimaux qui empêchent cette simultanéité. Il y aura toujours une échelle de temps où il est possible de décrire leur ouverture comme un processus sériel. Puisque cette énergie doit nécessairement avoir une source bien localisée dans le temps et dans l'espace, et si nous considérons que les canaux sont similaires, ceux qui sont près de la source vont recevoir un plus grand pourcentage de cette énergie que ceux qui y sont éloignés, ou bien, ils vont recevoir la même proportion de l'énergie, mais à des instants différents. Dans l'un ou l'autre des scénarios, le comportement de chaque canal est donc différent, car il dépend soit de la proportion de l'énergie reçue, soit du moment de sa réception. Ceux qui reçoivent plus d'énergie durant la dépolarisation font passer plus d'ions, car ils restent ouverts plus longtemps ou bien il y a plus d'ions qui possèdent suffisamment d'énergie pour traverser la membrane. Comme conséquence, le temps de délai que met le canal pour faire passer un ion à travers la membrane augmente avec la diminution de l'énergie qu'il reçoit. Cela suggère que le fonctionnement de chaque canal dépend de son environnement, de sorte qu'il n'est pas totalement indépendant du fonctionnement des autres canaux.

Selon ce scénario, détaillons l'explication de ce qui pourrait se passer durant la dépolarisation: juste après la dépolarisation, le premier canal recruté atteint son ouverture maximale et fait entrer le maximum possible d'ions. Ensuite, un second canal est ouvert, et ce, pendant que le premier reste ouvert ; ainsi de suite, jusqu'à ce que l'énergie restante ne soit plus suffisante pour ouvrir un canal supplémentaire. L'ouverture des canaux se fait alors en cascade. De plus, comme l'intérieur de la cellule possède un volume fini, il n'y a nécessairement qu'un nombre fini d'ions qui vont entrer (même s'il existe des ions qui sortent par les pompes ioniques). Ceci constitue une autre contrainte environnementale pour l'ouverture des canaux. Comme nous le verrons dans la prochaine section, la théorie de la diffusion des ions à travers la membrane cellulaire décrite par l'équation de Nernst-Planck vient

appuyer cette hypothèse.

Ainsi, il est toujours possible de trouver une échelle de temps où l'ouverture et la fermeture des canaux ioniques de Na^+ s'observeraient d'une *manière séquentielle.* En faisant l'hypothèse que le nombre d'ions qui entrent est proportionnel au temps d'ouverture du canal, le temps mis par un ion pour être enregistré par l'électrode de mesure correspond donc au temps de délai cumulatif, égal au cumul de tous les temps mis par les ions qui étaient déjà entrés. Plus exactement, il est égal à la somme du temps mis par le dernier ion qui est entrée et du temps qui s'est écoulé depuis. Comme ce temps correspond au temps d'ouverture des canaux, nous pouvons alors considérer que c'est comme si l'ion avait traversé plusieurs canaux. Considérons un cas idéal où nous avons un même type d'ions et des canaux similaires. Prenons par exemple quatre ions n_1 à n_4 qui entrent dans le neurone à travers les quatre canaux c_1 à c_4 respectivement (voir l'illustration à la Figure 9.1a). En supposant que les canaux sont similaires, pour que l'ion n_2 entre il faut qu'il attende que n_1 entre en premier. Par conséquent, le temps de délai cumulatif T_2 dépend de T_1, et ainsi de suite pour les autres ions. D'un point de vue fonctionnel, nous avons deux manières de représenter cela: dans le premier cas, il y a un seul ion qui passe à travers les quatre canaux et l'électrode mesure l'effet de son passage à la sortie de chaque canal (voir l'illustration à la Figure 9.1b), et dans le second cas, les quatre ions passent par un seul canal et l'électrode mesure leurs apparitions à la sortie de chaque canal (voir l'illustration à la Figure 9.1c). Dans un cas général, nous pouvons dire que n ions sont entrés dans un même canal ou bien un seul ion est passé par n canaux.

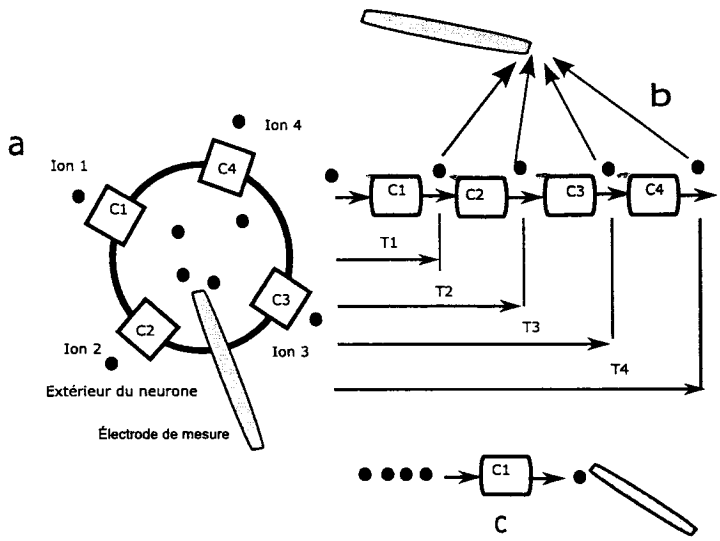


Figure 9.1 Illustration de la conversion du parallélisme anatomique en sérialisme fonctionnelle.

9.2.1 Représentation fonctionnelle de la membrane par un système de convolution

À partir de l'illustration à la Figure 9.1 et du comportement de la membrane cellulaire face aux ions, celle-ci pourrait être représentée par un produit de convolution. En effet, un seul canal fait entrer plus qu'un ion, supposons qu'il en fait passer n ions. Ainsi, la dépolarisation fait ouvrir le canal pendant un certain temps, mais les ions n'entreront pas instantanément. Considérons un canal avec une partie du volume interne de la cellule dans laquelle les ions vont s'accumuler.

La réponse à une impulsion d'amplitude égale à l'énergie équivalente qui ferait entrer les n ions possède une forme typique d'une réponse impulsionnelle d'un système, car si nous mesurions la variation du nombre d'ions par unité de temps, nous retrouverions une forme en cloche, généralement asymétrique, possédant un temps de délai et un temps de réponse non nuls (voir Figure 9.1). En nous référant

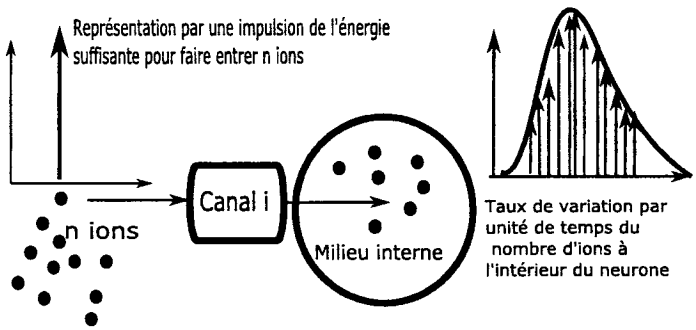


Figure 9.2 Représentation fonctionnelle du canal ionique par un système linéaire. La dépolarisation est représentée par une impulsion de Dirac, pondérée par l'énergie équivalente, nécessaire pour faire passer n ions. La mesure du taux de variation du nombre d'ions par seconde montre que celle-ci semble correspondre à une réponse impulsionnelle d'un système. En effet, la surface sous l'enveloppe du taux représente le nombre total d'ions qui correspond à l'énergie impulsionnelle et son profil est en forme de cloche généralement asymétrique.

à l'illustration du fonctionnement des canaux, donnée à la Figure 9.1, nous en déduisons un fonctionnement sériel de tous les canaux sur une échelle de temps appropriée, et à cette échelle, il est possible de représenter le comportement de la membrane cellulaire par un produit de convolution.

9.2.2 Autre explication du fonctionnement sériel

Utilisons un autre moyen simplifié pour justifier la représentation de la réponse de la membrane par un système de convolution.

Le temps mis par chaque ion pour entrer à l'intérieur de la membrane peut raisonnable-

ment être représenté par une variable aléatoire. Comme nous l'avons signalé plus haut, le nombre d'ions à l'intérieur de la membrane, mesuré à un instant t, correspond au temps mis par le dernier ion pour traverser la membrane. Il y a donc une équivalence entre le nombre d'ions et le temps de délai cumulatif de l'entrée des ions. Par conséquent, le nombre d'ions se trouvant dans la cellule est aussi une variable aléatoire. Pour chaque canal, nous associons alors une variable aléatoire liée au nombre d'ions que celui-ci a fait entrer. La densité de probabilité correspond dans ce cas à la variation du nombre d'ions par unité de temps. En effet, en physique statistique, la probabilité d'une variable aléatoire continue est définie de la manière suivante:

Si dt est un intervalle réel , positif et infiniment petit, alors la probabilité d'avoir un nombre d'ions dans l'intervalle $[t, t+dt]$ est égale à $f_i(t)\,dt$, c'est-à-dire:

$$P(t \leq x_i \leq t+dt) = f_i(t)\,dt \tag{9.1}$$

avec t le temps lié à l'instant de la mesure du nombre d'ions à l'intérieur de la cellule, x_i le nombre d'ions entrés par un canal c_i , équivalent à un temps de délai cumulatif, et $f_i(t)$ la densité de probabilité associée. Comme les ions sont chargés, la densité de probabilité correspond dans ce cas au courant ionique.

Étant donné que le nombre total d'ions se trouvant dans la cellule est égal à la somme des ions entrés par un très grand nombre n de canaux, ce nombre est lui aussi une variable aléatoire X telle que

$$X = \sum_{i=1}^{n} x_i \tag{9.2}$$

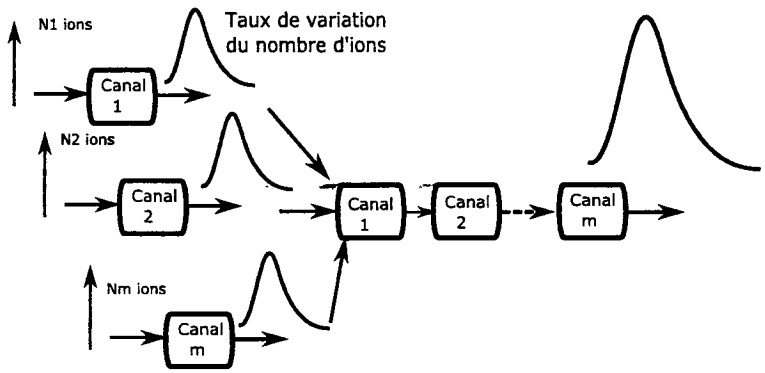


Figure 9.3 Correspondance entre parallélisme anatomique et sérialisme fonctionnel.

Or, en théorie des probabilités, la densité de probabilité de la somme X de n variables aléatoires x_i correspond au produit de convolution des densités de probabilités des variables x_i [29-31]. Nous en déduisons alors que le courant ionique total (ou le potentiel d'action ou bien la conductance de la membrane) peut être représenté par un produit de convolution (voir Figure 9.3).

En partant d'un très grand nombre de sous-systèmes disposés en parallèle où leurs fonctionnements contribuent à la genèse de la réponse du système qu'ils forment, nous avons montré qu'il est possible de représenter le fonctionnement global par un produit de convolution. Particulièrement, comme la théorie cinématique l'a déjà prédit, le système neuromusculaire (SNM) peut être représenté par un produit de convolution.

Cette possibilité a été efficacement utilisée dans le design de l'expérience de non réfutabilité de l'hypothèse de proportionnalité; décrite au chapitre quatre. En effet, comme pour les canaux ioniques, les muscles, peuvent être considérés comme des sous-systèmes en parallèle. Leurs contractions contribuent à la production du mouvement de l'effecteur terminal. Comme cela est illustré à la Figure 9.3, la réponse de chaque muscle, mesurée à travers les signaux d'électromyographie,

constitue donc la réponse du système du système neuromusculaire mesurée à la sortie de ce muscle.

9.3 Modélisation du potentiel d'action par l'équation delta-lognormale

L'idée de départ d'une autre modélisation du potentiel d'action a été bâtie sur l'observation des modèles proposés pour décrire, d'une part, le profil de vitesse d'un mouvement rapide, et d'autre part, le profil d'un potentiel d'action neuronal. Le lien qui existe entre ces biosignaux est très profond. C'est à partir d'une infinité de décharges de ces potentiels d'action sur les synapses neuromusculaires qu'émerge le profil de vitesse. Prenons alors ces deux observations extrêmes, celle du fonctionnement d'un neurone et celle de l'effecteur terminal d'un membre humain. En nous intéressant à la forme des signaux enregistrés, les profils d'un potentiel d'action neuronal; obtenus par une dépolarisation impulsionnelle dans les expériences de Hodgkin et Huxley [132-136], et le profil de vitesse d'un mouvement rapide, décrit par la théorie cinématique [9], sont similaires: ils sont tous les deux formés de deux composantes en forme de cloches asymétriques se propageant dans deux directions opposées (voir figure 9.4a-b). Cette comparaison est possible et elle est compatible, car les profils expriment tous les deux les *vitesses (ou des taux de variation)* de deux quantités physiques: le nombre d'ions qui entrent et qui sortent du neurone et le déplacement de l'effecteur terminal dans une direction suite aux effets de contraction des muscles agoniste et antagoniste. Cependant, les deux profils sont représentés par des modèles différents: le premier est modélisé par une série d'équations différentielles et le second le fait par le modèle delta-lognormal. Cette similarité de profils nous a amenés à étudier la possibilité de représenter le profil du potentiel d'action tel que décrit par Hodgkin et Huxley par une équation delta-lognormale.

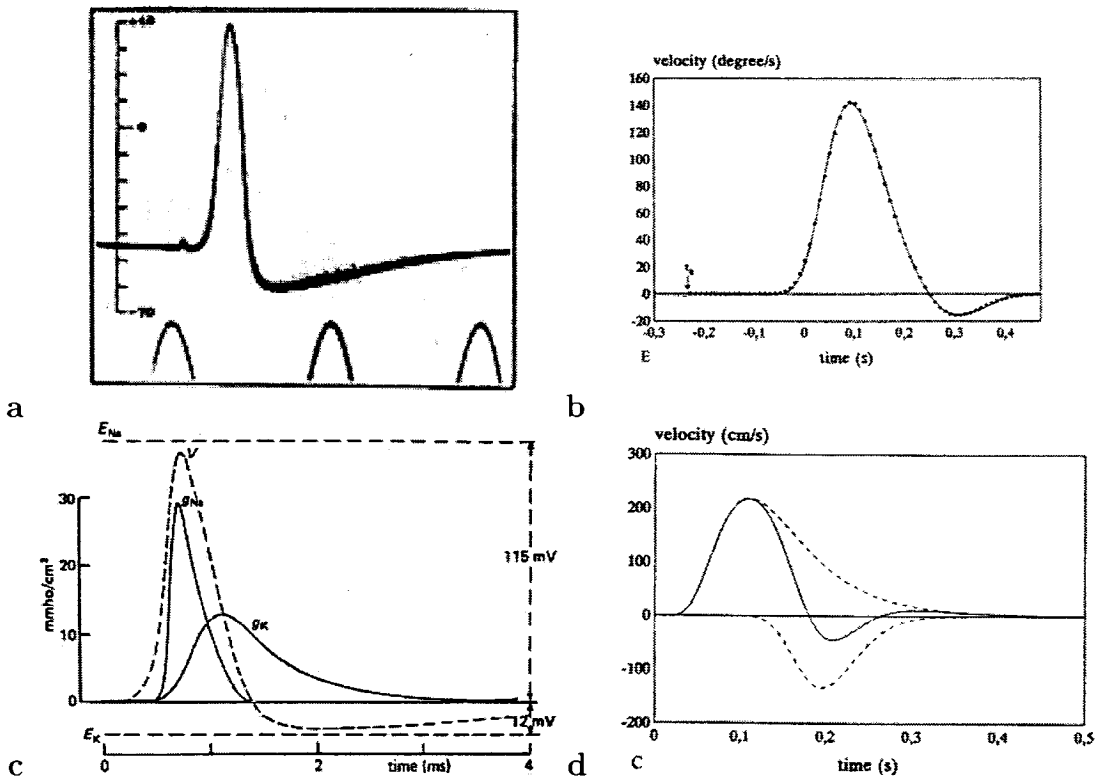


Figure 9.4 Comparaison entre **a)** le profil du potentiel d'action d'un neurone dépolarisé par une impulsion et **b)** le profil de vitesse d'un mouvement rapide. **c)** illustration de la superposition des composantes liées aux ions du sodium et du potassium **d)** illustration de la superposition entre les composantes agoniste et antagoniste de la vitesse (la figure **a** est tirée de [132] et les figures **b** et **d** sont tirées de [9]).

9.3.1 Description du potentiel d'action par le modèle de Hodgkin – Huxley

Avant de répondre à cette interrogation, nous commençons par présenter le modèle de la membrane cellulaire décrit par le modèle de Hodgkin – Huxley [133, 134]. Dans ce modèle, le comportement de la membrane est assimilé au potentiel d'action crée par une dépolarisation impulsionnelle. Le profil du PA est décrit par un ensemble d'équations différentielles.

Les potentiels d'action sont utilisés par les cellules nerveuses comme moyens de communication pour transmettre des informations entre elles et plus particulièrement pour transmettre la commande neuromotrice à la partie musculaire. D'après les travaux de Hudgkin-Huxley, le potentiel d'action est le résultat de la dépolarisation de la membrane cellulaire à la suite de l'apport suffisant d'une énergie externe à la cellule neuronale. Dans son état de repos, l'intérieur du neurone possède un potentiel inférieur au potentiel de son milieu extérieur, ce qui se traduit par une différence de potentiel (ddp) négative située entre $-90\ mV$ et $-50mV$ (voir par exemple[137]). Dès que la cellule est dépolarisée, c'est-à-dire que son milieu intérieur devient plus positif que son milieu extérieur il se crée un potentiel d'action, impulsion brève dont la durée d'activité prépondérante est de l'ordre de la milliseconde, qui se propage le long de son axone pour ensuite se décharger dans une synapse interneuronale ou neuromusculaire. Ce PA est principalement le résultat de mouvements opposés à travers la membrane cellulaire des ions chargés de sodium Na^+ et de potassium K^+. Le modèle de Hodgkin – Huxley, ou modèle H-H, représente la membrane cellulaire par un circuit électrique équivalent qui comporte un ensemble de branches mises en parallèle avec un condensateur de couplage. Chaque branche est constituée d'une source de tension en série avec une conductance (inverse d'une résistance). L'existence de plusieurs branches relate le fait que la membrane possède un comportement différent vis-à-vis des ions Na^+ et K^+. Cette différence est représentée par deux conductances GNa et GK. La membrane H-H comporte trois branches en tout : la première concerne son comportement vis-à-vis des ions Na^+ , la deuxième est liée aux ions K^+ et la troisième concerne tous les autres ions, considérés comme responsables des courants de fuite (voir Figure 9.5). Les résultats de leurs recherches ont montré que les conductances GNa et GK dépendent du temps et de la ddp V_m qui existe entre les deux milieux. L'apport du modèle H-H dans la compréhension de la genèse du potentiel d'action réside dans l'équivalence qui existe entre le profil temporel du PA avec celui de la conductance totale de la

membrane cellulaire : la variation du PA correspond à la variation temporelle des courants des différents ions, qui eux, sont liés aux variations de leurs concentrations à l'intérieur de la cellule. Au repos, ces concentrations s'équilibrent avec celles du milieu extérieur, exprimé par l'équation de Nernst-Planck (voir par exemple [137]). Cependant, lors de la dépolarisation, ces concentrations sont déséquilibrées du fait du changement brusque de la conductance. Ce changement est proportionnel aux ions qui entrent et qui sortent du milieu interne du neurone. Comme le PA est la ddp entre les milieux interne et externe et que le milieu extérieur est considéré comme constant du fait qu'il possède un volume très grand par rapport à celui du milieu interne de la cellule (équivalent à une prise de Terre utilisée dans les circuits électriques), sa variation est équivalente à la variation du nombre d'ions dans le milieu interne de la cellule qui est proportionnelle à la conductance de la membrane.

L'apport majeur à la neuroscience de l'expérience de Hodgkin et Huxley, qui leur a valu en 1963 le prix de Nobel de Médecine ou de Physiologie, est l'utilisation d'une méthode originale de mesure du comportement de la cellule, désignée par la dépolarisation forcée (*Voltage Clamp* en anglais). Globalement, celle-ci consiste à faire varier brusquement la ddp transmembranaire V_m et à mesurer la réponse de cette dépolarisation par un dispositif électronique. Ils ont montré que cette réponse, désignée par potentiel d'action, est le résultat de la somme des courants ioniques des ions Na^+ et K^+, mesurée à travers une résistance de précision. Pour des raisons historiques, même si ce phénomène est le résultat de courants, le PA désigne une différence de potentiel entre les milieux interne et externe de la cellule.

En négligeant le courant de fuite IL ou bien en le considérant comme constant, le PA correspond à la superposition des courants INa et IK qui, selon la loi d'Ohm, sont équivalents à la superposition des comportements des conductances GNa et GK. Rappelons que les courants INa et IK sont de directions opposées. Lors de la

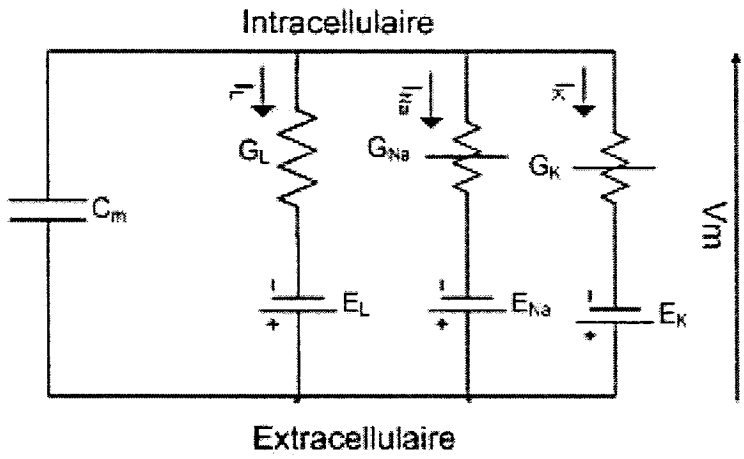


Figure 9.5 Représentation de la membrane cellulaire du neurone par un circuit électrique équivalent. Vm étant la ddp transmembranaire, Cm représente une capacité de couplage considérée comme constante avoisinant $1\mu\text{F/cm}^2$,G_L , E_L respectivement la conductance et le potentiel de repos de la membrane par rapport aux ions responsables du courant de fuite, GNa, E_{Na} celles liées aux ions de Sodium et GK,E_K celles liées aux ions de Potassium.

dépolarisation, les ions Na^+ entrent dans le milieu interne et les ions K^+ y sortent. Nous ignorons dans cette étude les phénomènes inverses assurés par les pompes ioniques correspondantes. En utilisant la méthode de mesure du *Voltage Clamp*, qui maintient la dépolarisation de la cellule, le courant total, mesuré à travers une résistance, possède des patrons illustrés à la Figure 9.6.

Dans le cas d'une réponse à *une dépolarisation forcée*[1], la conductance GNa possède une forme transitoire qui correspond à sa réponse libre, alors que la conductance GK peut être assimilée à une réponse forcée du neurone. Dans le cas d'une variation impulsionnelle de V_m, les conductances sont toutes les deux transitoires.

[1] *Pour ne pas créer de la confusion entre la réponse indicielle utilisée dans la théorie des systèmes, nous préférons utiliser le terme de réponse à une dépolarisation forcée pour désigner la réponse du neurone à une dépolarisation continue.*

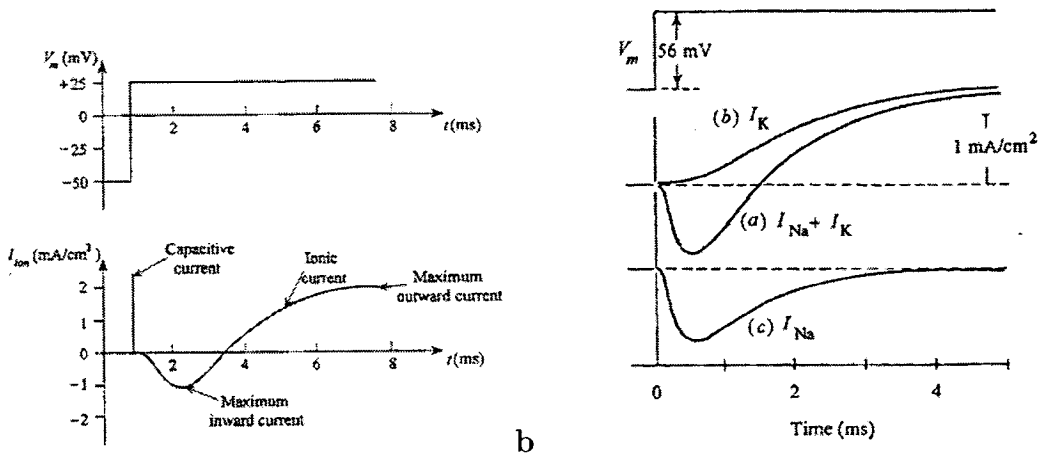


Figure 9.6 Illustration de la réponse d'une cellule neuronale à une dépolarisation ayant la forme d'une fonction de Heaviside. La réponse à une dépolarisation forcée de la cellule est la superposition des différents courants dus à la capacité parasite de la membrane, et des principaux courants ioniques du Sodium et du Potassium (les ions de fuite sont négligés ici). Les ions Na^+ entrent du milieu extérieur vers l'intérieur alors que les ions K^+ sortent de l'intérieur vers l'extérieur, ceci est indiqué par le signe du courant où le courant zéro est lié au potentiel extracellulaire de référence (voir description détaillée de l'expérience de H-H présentée par exemple dans[137])

Il apparaît donc que la conductance de la membrane liée aux ions Na^+ n'est sensible qu'à la variation brusque du voltage transmembranaire, alors que la conductance de la membrane liée aux ions K^+ est fonction de la durée de dépolarisation.

9.3.2 Description quantitative du modèle H-H

Hodgkin et Huxley ont émis une hypothèse sur le comportement de la membrane de l'axone du Calamar géant, selon laquelle la conductance de fuite GL est constante et indépendante de V_m. De plus, ils ont proposé de décrire les variabilités des conductances GK et GNa en utilisant les équations empiriques suivantes:

$$G_K(v_m, t) = \bar{G}_K n^4, \qquad \bar{G}_K = \text{constante} \tag{9.3}$$

$$\frac{dn}{dt} = \alpha_n (1 - n) - \beta_n n \tag{9.4}$$

Et

$$G_{Na}(v_m, t) = \bar{G}_{Na} m^3 h, \qquad \bar{G}_{Na} = \text{constante} \tag{9.5}$$

$$\frac{dm}{dt} = \alpha_m (1 - m) - \beta_m m \tag{9.6}$$

$$\frac{dh}{dt} = \alpha_h (1 - h) - \beta_h h \tag{9.7}$$

Ce sont des équations empiriques présentées sous la forme d'un système d'équations différentielles du premier ordre (pour plus de détails sur ces équations voir [137] au chapitre 2).

Au lieu de nous occuper de ces équations empiriques, intéressons-nous plutôt à la forme des courbes des fonctions subséquentes *n(t)*, *m(t)* et *h(t)*. L'équation (9.3) qui décrit la conductance GK, possède une forme sigmoïdale tandis que l'équation (9.5), décrivant la variation de la conductance GNa, correspond au produit de deux courbes : *h(t)* une courbe qui décroît d'une manière exponentielle et *m(t)* qui a une forme sigmoïdale (voir Figure 9.7).

Dans ce cas, la forme en cloche asymétrique de GNa est modélisée empiriquement par un produit de deux fonctions analytiques (une exponentielle et une approximation d'une sigmoïde), et la forme sigmoïdale de GK est modélisée par la fonction analytique $n^4(t)$.

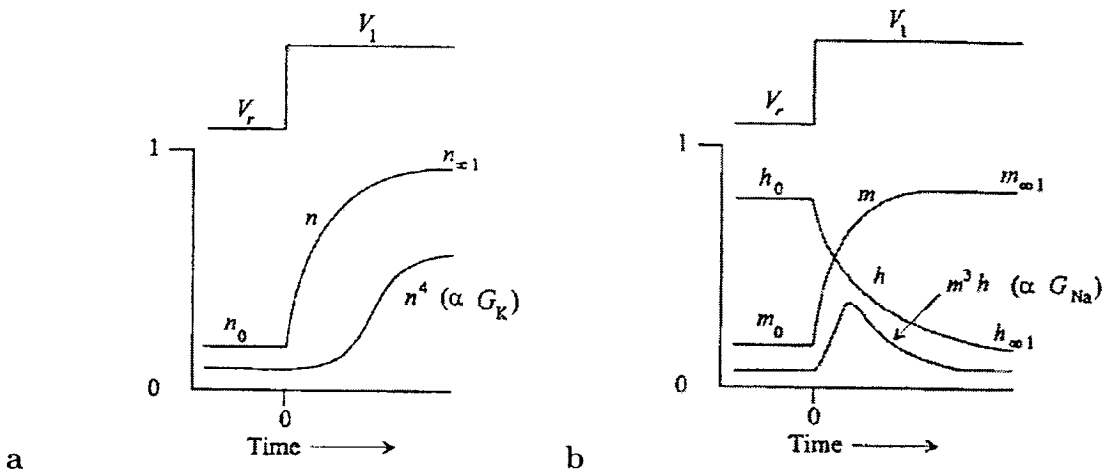


Figure 9.7 Profils des variables intermédiaires $n^4(t)$, $m^3(t)$ et $h(t)$ relatifs à la réponse à une dépolarisation forcée de la membrane cellulaire (tiré de [137]).

Comme nous l'avons souligné plus haut, GNa ne dépend que de la transition et de l'amplitude de V_m et non de sa durée. C'est donc une réponse impulsionnelle. Par contre, dans l'expérience de H-H, GK est une réponse à une dépolarisation forcée.

En s'inspirant de ces équations, la réponse impulsionnelle de GK serait le produit d'une sigmoïde croissante multipliée avec une sigmoïde décroissante (voir Figure 9.7). Elle correspondrait aussi à une réponse en forme de cloche asymétrique.

En nous inspirant des profils de GNa et de GK illustrés à la Figure 9.8, ne pouvons-nous pas les représenter par un profil lognormal?

9.3.3 Autre modélisation du profil de la conductance GNa

Considérons uniquement le mouvement transmembranaire des ions de sodium. Au repos, les concentrations interne et externe des ions chargés Na^+ s'équilibrent selon l'équation de Nernst-Planck et la conductance GNa est nulle, car le champ électrique est défavorable aux mouvements des ions Na^+ qui ne peuvent se déplacer que de l'extérieur vers l'intérieur à travers les canaux (excluant dans cette étude

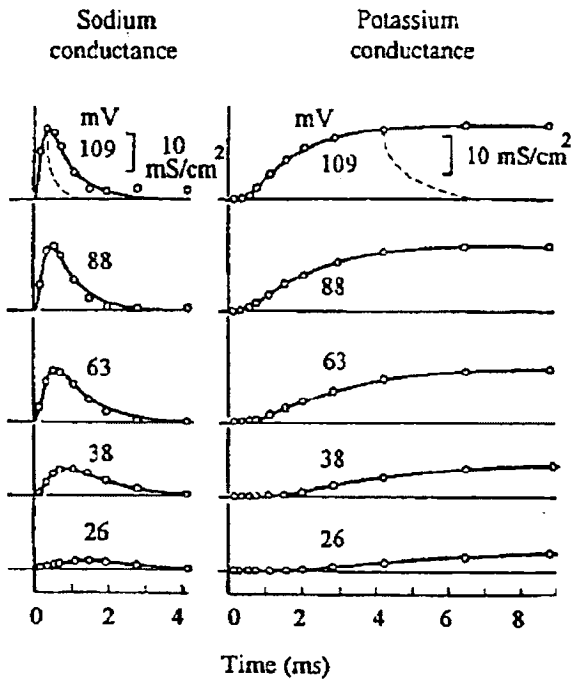


Figure 9.8 Variation des conductances GNa et GK en fonction de l'amplitude de la tension de dépolarisation Vm (tiré de [137])

les mouvements de l'intérieur vers l'extérieur à travers les pompes ioniques). Mais, dès que le champ électrique s'inverse avec une très courte période transitoire par rapport à la durée du potentiel d'action, la ddp V_m devient positive et les canaux ioniques de la membrane s'ouvrent. Le nombre d'ions Na^+ qui entrent est supérieur à ceux qui sortent, au point que ce nombre augmente jusqu'à se stabiliser et retrouver le point de repos de départ avec de nouvelles concentrations interne et externe qui s'équilibrent. Chaque point de repos correspond à une variation nulle du nombre d'ions. Ainsi, entre deux points de repos, l'existence d'un taux maximal de variation conduit à un taux en forme de cloche généralement asymétrique. La valeur de la conductance correspond alors au taux de variation temporelle des ions Na^+ qui passent à travers la membrane. Considérons l'ion chargé comme l'entité élémentaire dans la genèse du potentiel d'action.

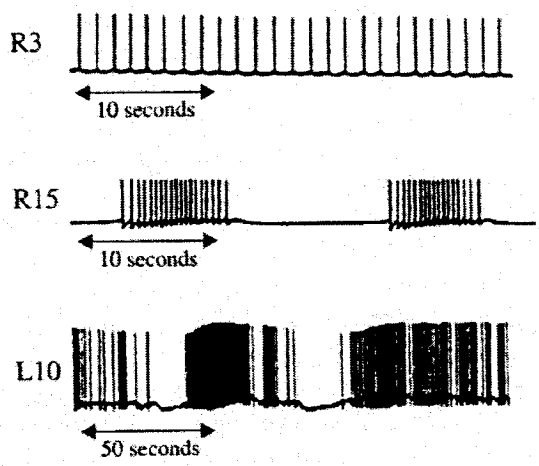


Figure 9.9 Enregistrement d'un train de potentiels d'action au niveau d'un neurone (tiré de [138]).

En faisant l'hypothèse que la variation extérieure de l'ion Na^+ est nulle par rapport au volume, le courant INa correspondrait au taux de variation du nombre d'ions à l'intérieur de la cellule. La composante INa du PA correspond donc au taux de variation des ions Na^+ à l'intérieur de la cellule[2]. Or, le courant ionique, exprime la vitesse de variation du nombre d'ions. Nous pouvons considérer que l'électrode utilisée dans l'expérience de H-H mesurait en fait cette vitesse sur l'échelle spatiotemporelle du potentiel d'action. En effet, la dimension de l'électrode étant très grande par rapport à celle de l'ion, celle-ci ne peut pas mesurer l'entrée individuelle d'un seul ion, car elle se comporte comme un filtre passe-bas temporel. Cependant, sa dimension est assez petite pour distinguer deux PA successifs, ce qui permet d'observer des trains de PA (voir Figure 9.9).

Pour fixer les idées, imaginons que nous disposions d'un instrument de mesure qui

[2]Nous allons parfois utiliser dans cette thèse des courants ioniques pour désigner une composante du potentiel d'action, car celui-ci est en réalité un courant mesuré aux bornes d'une résistance constante.

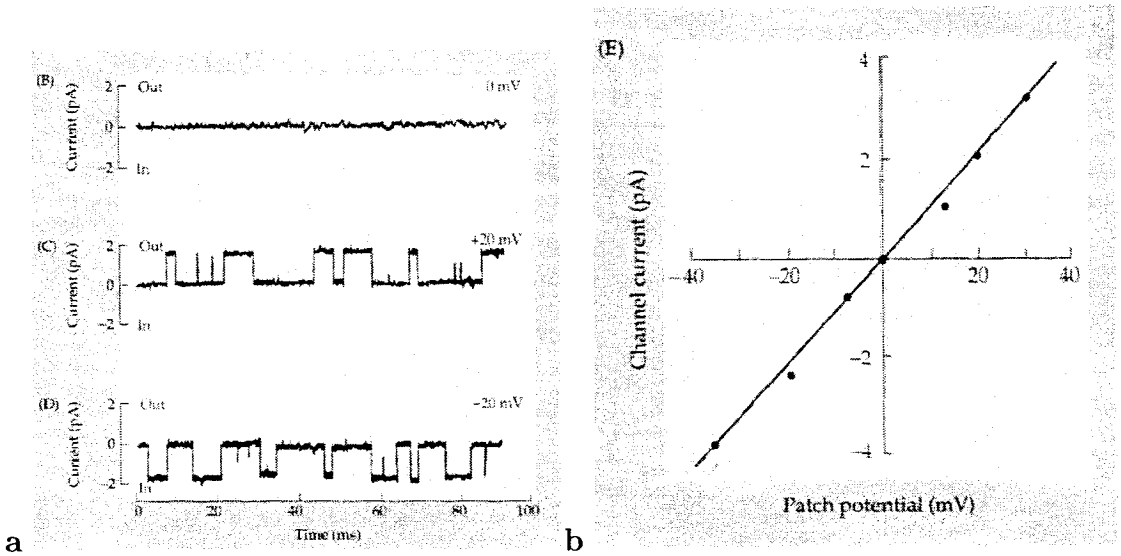


Figure 9.10 Enregistrement du passage des ions à travers la membrane B : courant enregistré par le système de mesure en absence de potentiel de dépolarisation. C : Enregistrement du courant ionique à travers les canaux après application d'une dépolarisation de 20 mV. D : même phénomène après une application d'un potentiel de -20 mV. E : Relation linéaire entre l'amplitude de la dépolarisation et celle du courant ionique. Nous remarquons à travers ces observations le caractère impulsionnel du courant ionique (tiré de [139]). Les signaux carrés qui en résultent ne seraient que la succession d'un train d'impulsions

nous permettrait de travailler à une fréquence d'échantillonnage suffisante pour mesurer l'arrivée d'un ion dans le milieu interne de la cellule. De plus, supposons que l'électrode utilisée possède une dimension inférieure ou du même ordre que celle de l'ion. Celle-ci ne se comporterait pas comme un filtre de lissage temporel passe-bas et à chaque instant, l'instrument enregistrerait l'arrivée d'un ion en émettant une impulsion de durée très inférieure à celle du PA et d'amplitude constante. Nous observerions alors un train d'impulsions similaire à celui illustré à la Figure 9.10 sauf que dans ce cas ce serait l'ion qui serait l'élément de base. Pour obtenir la forme du PA, le même filtrage que celui introduit par l'électrode de H-H, serait appliqué au train d'impulsions (voir l'illustration de ce scénario à la Figure 9.11).

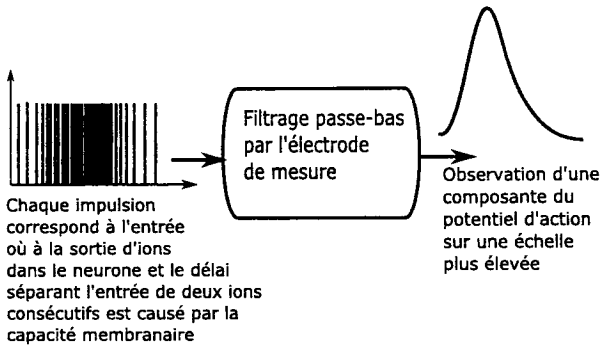


Figure 9.11 Illustration de l'enregistrement du potentiel d'action par deux types d'électrodes. Dans le premier cas, la dimension de l'électrode étant inférieure ou de mêmes grandeurs que celle de l'ion, celle-ci enregistrerait un train d'impulsions. Dans le deuxième cas, la dimension de l'électrode est très grande par rapport à celle des ions, celle-ci enregistrerait le résultat de la démodulation du train d'impulsions qui représente le résultat d'un filtrage passe-bas.

9.3.4 Genèse de la composante GNa du potentiel d'action

Dès que la dépolarisation est enclenchée, supposons que nous choisissons une échelle de temps qui nous permettrait d'observer les ions passer un à un à travers la membrane (comme celle illustrée à la Figure 9.10). Dans ce cas, l'arrivée de chaque ion au niveau de l'électrode se manifestera par l'enregistrement d'une impulsion par l'instrument de mesure. Les passages de tous les ions forment ainsi un train d'impulsions dont la fréquence varie avec le temps de délai cumulatif qu'ils ont mis pour traverser la membrane.

Ainsi, le processus d'ouverture et de fermeture des canaux ioniques de Na^+ pourrait être représenté par un train d'impulsions (voir Figure 9.10). Le profil de la variation

temporelle de GNa correspondrait à l'enveloppe du train d'impulsions obtenue par calcul du nombre de pics par seconde avec une fenêtre de filtrage temporel adéquate (calcul d'histogrammes). Ce scénario de mesure du potentiel d'action montre que la dimension de l'électrode et la fréquence d'échantillonnage du système de mesures sont deux facteurs déterminants dans la forme du courant ionique observée. Étant donné que le comportement de la conductance de la membrane dépend uniquement de l'amplitude de V_m (voir Figure 9.8), nous pouvons décrire la genèse du PA d'une autre manière:

La membrane reçoit une quantité d'énergie qu'elle utilise pour ouvrir les canaux ioniques. Elle se comporte comme un *système linéaire qui répond à une commande extérieure par la variation de sa conductance GNa.* Si la commande est une impulsion, sa réponse sera une variation de GNa avec une forme en cloche généralement asymétrique dont le temps de délai et le temps de réponse dépendront de l'amplitude V_m (voir Figure 9.8).

9.4 Forme plausible du profil de GNa

La représentation du fonctionnement de la structure parallèle de la membrane cellulaire par un produit de convolution nous amène à chercher un profil analytique de la conductance GNa. Cette dernière correspond ainsi à une réponse impulsionnelle asymétrique d'un produit de convolution.

La première recherche du profil de GNa le plus plausible, faite en tenant compte du fonctionnement de la membrane, s'appuie sur l'étude des différentes formes asymétriques les plus étudiées dans la littérature.

Écartons tout de suite le profil de Poisson du fait que les ions ne peuvent instantanément entrer à l'intérieur de la cellule et que de toute façon, le profil de GNa,

obtenu dans l'expérience H-H, ne correspond pas à ce type de profil.

Du fait que les canaux sont disposés en parallèle et que le profil du potentiel d'action est asymétrique, il serait légitime de proposer le profil de Weibull comme candidat idéal. Cependant, celui-ci constitue un profil limite d'un très grand nombre de sous-systèmes indépendants et identiques mis en parallèle où l'on s'intéresse à la réponse maximale d'un des sous-systèmes englobant les réponses de tous les autres sous systèmes (pour plus de détails, voir [30, 140]. Or, nous avons considéré que les canaux sont similaires et leurs dispositions physiologiques ne peuvent pas garantir l'indépendance de leur fonctionnement (l'équation de Nernst-Planck en est un exemple).

Pour cette raison, cherchons du côté des systèmes linéaires ayant un fonctionnement sériel. Il existe deux profils candidats: le profil lognormal et le profil gamma. Le profil lognormal repose sur l'hypothèse de l'existence d'une relation de proportionnalité entre les temps de délai cumulatifs (voir chapitre un), alors que le profil gamma repose sur l'hypothèse que les sous-systèmes linéaires sont indépendants,identiques et dont la réponse impulsionnelle est un profil de Poisson.

Reprenons sous un autre angle, la problématique déjà abordée dans le premier chapitre concernant le choix des fonctions pour représenter les profils asymétriques des biosignaux. Discutons d'abord de la possibilité de représenter le profil de GNa par le modèle gamma. Effectivement, il est facile de considérer que l'ouverture d'un canal ionique se fait d'une manière brusque et rapide et que les ions vont rentrer en très grand nombre dès les premiers instants (les temps de passage entre les ions successifs seront très courts au début puis augmenteront rapidement). Par contre, deux observations nous offrent des arguments valables pour rejeter cette option.

Premièrement, il existe un temps de latence entre le moment de la dépolarisation et

le moment où le taux de variation du nombre d'ions commence à devenir significatifs. Cela veut dire que chaque canal ionique prend du temps avant de s'ouvrir, ce qui signifie qu'à une échelle d'observation donnée, l'ouverture n'est pas instantanée et brutale, mais que chaque canal possède une certaine inertie causée par toutes sortes de phénomènes électrochimiques. D'un autre côté, si l'on considère que ce temps de latence est causé par d'autres sous-systèmes qui ne sont pas des canaux ioniques et se comportent différemment, à ce moment-là, il est justifié d'utiliser le modèle de poisson en considérant que ce temps de latence n'est qu'un retard pur de la réponse globale.

Deuxièmement, il faut se poser la question: est-ce que les sous-systèmes ont tous la même réponse impulsionnelle et sont indépendants? Il est plausible de considérer à défaut d'être identiques, ils sont similaires et donc possèdent des réponses impulsionnelles semblables, mais il est difficile de soutenir que leurs comportements sont indépendants les uns des autres. En effet, d'après l'équation de diffusion de Nernst-Planck, le fait que l'intérieur de la cellule ait un volume fini et restreint, conditionne le comportement de chaque canal. Le comportement du *nième* canal ouvert doit nécessairement être influencé par l'effet des *n-1* canaux qui étaient déjà ouverts avant lui. Comme le changement de l'environnement est dû à l'activité des canaux précédemment ouverts, nous pouvons soutenir que le comportement du canal d'ordre n dépend du comportement des *n-1* canaux actifs avant lui. En résumé, il est difficile de soutenir que les canaux ont des conductances avec un profil de poisson et que leurs activités sont indépendantes les unes des autres.

Discutons maintenant de la possibilité de représenter la conductance GNa par un profil lognormal. Au-delà du fait qu'il est asymétrique et qu'il est le résultat du théorème de la limite centrale où les sous-systèmes sont linéaires et de profil quelconques, il semble plus propice à mieux représenter le profil de GNa. En effet, il peut intégrer facilement dans son équation analytique le temps de latence

sous forme d'un retard pur t_0 et il tient compte du fait que les sous-systèmes ne sont pas totalement indépendants, mais qu'ils s'adaptent au changement de l'environnement. Et cela, en émettant l'hypothèse de l'existence d'une relation de proportionnalité entre les temps de délai cumulatifs enregistrés au niveau de chaque sous-système. Jusqu'à ce point, les deux modèles gamma et lognormal sont tous les deux susceptibles de représenter le profil de la membrane GNa. Le point important qui les sépare est l'hypothèse de l'indépendance ou non des canaux. Reprenons les résultats théoriques présentés dans le premier chapitre. Lorsque les sous-systèmes sont indépendants, Thorin a montré que le profil lognormal est la limite d'un produit de convolution d'un très grand nombre de profils gamma[34]. Donc, sur une échelle d'observation ou sur une autre, le caractère gamma du comportement de GNa va converger vers un profil lognormal. Cependant, la biologie nous enseigne que toute entité physique fonctionnelle dépend de son environnement et par conséquent chaque canal devrait nécessairement dépendre de son environnement et plus précisément du fonctionnement des autres canaux.

9.4.1 Dépendance des canaux expliquée par l'équation de Nernst-Planck

Un des éléments de réponse à ce questionnement d'indépendance se trouve dans l'équation de diffusion décrite par l'équation de Nernst- Planck qui exprime le potentiel du milieu interne ou externe à la cellule comme le logarithme de la concentration en ions. Cette équation montre qu'à l'équilibre, où la conductance est nulle, le potentiel à l'intérieur comme à l'extérieur du milieu est égal au logarithme de la concentration des ions étudiés. En considérant le fait que le volume du milieu interne de la cellule est constant, le potentiel est toujours égal au logarithme du nombre d'ions, qu'il y est équilibre ou non. Ainsi, une variation infinitésimale du nombre d'ions dépend entre autres du nombre d'ions déjà existants. En d'autres termes, l'entrée de tout nouvel ion dépend des événements passés et plus partic-

ulièrement du nombre d'ions déjà diffusés. Donc, le temps de délai cumulatif mis par l'ion pour entrer dépend du temps de délai cumulatif précédent (voir à la section deux l'équivalence entre nombre d'ions et temps de délai cumulatif). Dans le langage mathématique, cela se traduit de la manière suivante:

Partons de l'équation de Nernst-Planck (tiré de [137]) qui décrit l'équilibre de la diffusion ionique à travers la membrane cellulaire, donnée par :

$$V_m = V_i - V_e = \frac{RT}{z_F} \ln \frac{[s]_e}{[s]_i} \tag{9.8}$$

avec V_m la ddp entre l'intérieur i et l'extérieur e de la cellule (V_i potentiel interne et V_e le potentiel externe), z_F est la charge électrique par mole de l'ion considéré qui est une constante, RT une constante thermodynamique (R: constante de Boltzmann et T est la température absolue, considérée comme constante pour un temps infinitésimal), $[s]_e$ et $[s]_i$ sont respectivement les concentrations extérieure et intérieure de l'ion considéré. Cependant, même si le système n'est pas en équilibre (repos), il en demeure, qu'à chaque instant, le potentiel (interne ou externe) à la membrane est décrit par la relation suivante:

$$V = \frac{RT}{z_F} \ln [s] = \alpha \ln N_i \tag{9.9}$$

Avec α une constante qui a la dimension du potentiel, et N_i le nombre d'ions. Du fait que le volume interne ou externe à la cellule est considéré constant et pour des considérations de simplicité, il est égal à 1, la concentration $[s]$ des ions est alors exprimée par le nombre d'ions chargés N_i. Considérons maintenant une variation positive dN du nombre d'ions N_i qui passe de N_1 à N_2 pendant un temps infinitésimal. Cette variation induit une variation infinitésimale du potentiel V.

$$dV = \alpha \frac{dN}{N} \rightarrow N_2 - N_1 = N_1 \frac{V_2 - V_1}{\alpha} = N_1 \alpha_2 \tag{9.10}$$

$$N_2 = N_1 (1 + \alpha_2) \tag{9.11}$$

avec α_2 un taux de variation positif. Ainsi, nous retiendrons que N_2 est supérieur à N_1 d'une proportion dépendant de N_1 et de la variation de potentiel souhaitée. Comme nous l'avons souligné plus haut (voir Figure 9.1), il y a équivalence entre nombre d'ions entrants et le temps mis pour y entrer, nous pouvons exprimer ce phénomène de diffusion par une relation de proportionnalité entre leurs temps de délai cumulatifs.

$$T_{n+1} = (1 + \alpha_{n+1}) T_n \tag{9.12}$$

Avec T_{n+1} le temps de délai cumulatif mis pour avoir un nombre N_2 d'ions et T_n le temps de délai mis pour avoir N_1 ions, α_{n+1} est un paramètre qui exprime la variation du potentiel correspondante à la variation des ions et à la variation de l'environnement, c'est un coefficient de proportionnalité qui diminue en fonction du temps, car plus le temps augmente plus l'environnement devient défavorable pour l'entrée des ions.

Ainsi, nous venons de mettre en évidence, à partir de l'équation de Nernst – Planck, qu'il existe une relation de proportionnalité entre les temps de délai cumulatifs de l'entrée des ions dans la cellule. Ce qui montre que dans leur fonctionnement, les canaux ne sont pas indépendants, mais ils sont régis par une relation de proportionnalité. Tous les ingrédients sont ainsi réunis pour choisir le profil lognormal.

Nous en concluons que l'équation de Nernst-Planck exprime d'une manière indirecte la dépendance fonctionnelle des canaux ioniques. De plus, cette dépendance est

régie par une relation de proportionnalité.

En résumé, nous avons montré à la section 2 qu'il est possible de représenter la membrane cellulaire par un produit de convolution ou les canaux ioniques jouent le rôle de sous-systèmes. Même dans le cas hypothétique où les sous-systèmes seraient indépendants, nous avons montré que le profil asymétrique le plus plausible pour représenter va toujours converger vers le profil lognormal (le profil de poisson converge vers le profil gamma, et le profil gamma converge vers le profil lognormal). Cependant, dans le cas d'une hypothèse plus réaliste bâtie sur l'équation de Nernst-Planck, la biologie de la cellule montre que les canaux ioniques ne sont pas indépendants, ils sont régis par une relation de proportionnalité. Dans ce contexte de dépendance, la preuve formelle de convergence présentée au premier chapitre conduit à la même modélisation du profil GNa par une fonction lognormale.

Dans le cas d'une dépolarisation impulsionnelle, la même conclusion est valable pour la conductance GK. En effet, au lieu de considérer les ions Na^+ qui entrent dans la cellule, le même raisonnement va s'appliquer sur la sortie des ions K^+.

Avant de conclure sur la forme globale de la membrane, étudions le cas d'une dépolarisation forcée, ou seule la conductance GK est affectée.

9.5 Modélisation du profil de la conductance GK

Un autre aspect important de la génération du PA est l'étude du profil de la conductance GK de la membrane liée aux ions de Potassium K^+. Dans le cas d'une dépolarisation impulsionnelle, le même résultat obtenu pour GNa s'applique pour GK. Cependant, dans le cas d'une dépolarisation forcée, le comportement de GK est différent. En mode forcé, la variation de GNa n'est sensible qu'à l'intensité de la dépolarisation, par contre, les variations de GK dépendent de la durée de la

dépolarisation. Rappelons que le comportement dominant du P.A, localisé dans sa phase d'activation, est essentiellement dû à la contribution de GNa, c'est dans la phase de relaxation et de repolarisation de la cellule que GK intervient. Nous pouvons considérer que le profil GK traduit l'état d'exécution d'une commande externe. Étant donné que la membrane est représentée par un circuit électrique soumis à une ddp, les profils des conductances décrits dans les Figures 9.7 et 9.8, suggèrent qu'en dépolarisation forcée, GNa correspond à la réponse libre[3] et GK à la réponse forcée de la membrane.

Considérons ce type de dépolarisation comme une commande qui a pour objectif de faire passer, pendant un intervalle de temps donné, le potentiel de repos du milieu interne de la cellule vers un potentiel plus élevé. Le courant total enregistré est égal à la somme des courants ioniques INa et IK. Nous pouvons dire que INa donne le comportement intrinsèque de la membrane, alors que IK exprime le comportement de la membrane à la suite d'une dépolarisation forcée. Dans ce cas, puisque les ions K^+ sortent de la cellule, il n'y a donc pas de contraintes d'espace et ainsi les canaux sont forcés de rester toujours ouverts tant que la dépolarisation existe. Au final, le fait de maintenir une telle dépolarisation vise donc à faire passer le potentiel d'un point d'équilibre stable vers un autre point d'équilibre instable, car dès que la dépolarisation cesse, le potentiel interne revient à sa valeur initiale. L'expérience de H-H n'a fait que montrer comment se manifestent la conductance GK en mode forcé, car dans le fonctionnement in vivo, la dépolarisation ne dure qu'un certain temps, causée principalement par d'autres P.A émanant d'autres cellules. De ce fait, le profil du P.A observé peut raisonnablement être assimilé à une réponse impulsionnelle. Cependant, si les écarts entre les PA successifs qui excitent

[3]L'utilisation du vocabulaire libre et forcé pour décrire les comportements des conductances de la membrane cellulaire liées aux ions Na^+ et K^+ est inspiré de celui utilisé dans la résolution des équations différentielles de systèmes physiques linéaires tels que celles décrivant la membrane du neurone.

la cellule sont très faibles, en raison de la lenteur de la réaction des canaux de K^+ (l'ouverture et la fermeture des canaux de Na^+ sont 10 à 30 fois plus rapides que ceux de K^+ , cité dans [137]), nous pouvons considérer dans ce cas qu'il y a une dépolarisation maintenue, conduisant à une commande qui semble être une commande indicielle, mais qui, en réalité, reste toujours impulsionnelle. C'est le filtrage d'un train d'impulsions par l'électrode de mesure qui donne cette impression (voir à la Figure 9.12 les simulations que nous avons effectuées pour illustrer l'obtention d'une fonction continue à partir du filtrage d'une fonction discontinue formée d'un train d'impulsions).

Comme pour la conductance GNa , représentée par un produit de convolution d'un très grand nombre de sous-systèmes linéaires, la conductance GK est aussi représentée par un tel produit de convolution des réponses des canaux ioniques qui font sortir les ions chargés K^+. À une dépolarisation forcée, GK correspond à la réponse à un train d'impulsions. En effet, dans un cas général la dépolarisation forcée est décrite de la manière suivante : Au départ la dépolarisation est formée d'un train d'impulsions décalées par des temps d'occurrence t_n tel que:

$$V_m = \sum_{n=1}^{\infty} U_0 \left(t - t_n\right) \tag{9.13}$$

Dans le cas où les différences entre les temps d'occurrence des impulsions deviennent infinitésimales ($t_{n+1} - t_n \rightarrow dt$) le potentiel de dépolarisation devient un échelon.

$$V_m = \sum_{\substack{n=1 \\ t_{n+1}-t_n \rightarrow dt}}^{\infty} U_0 \left(t - t_n\right) \rightarrow \int_0^{\infty} U_0 \left(t\right) dt = U_1 \left(t\right) \tag{9.14}$$

Nous en concluons que la réponse de GK à une dépolarisation forcée correspond

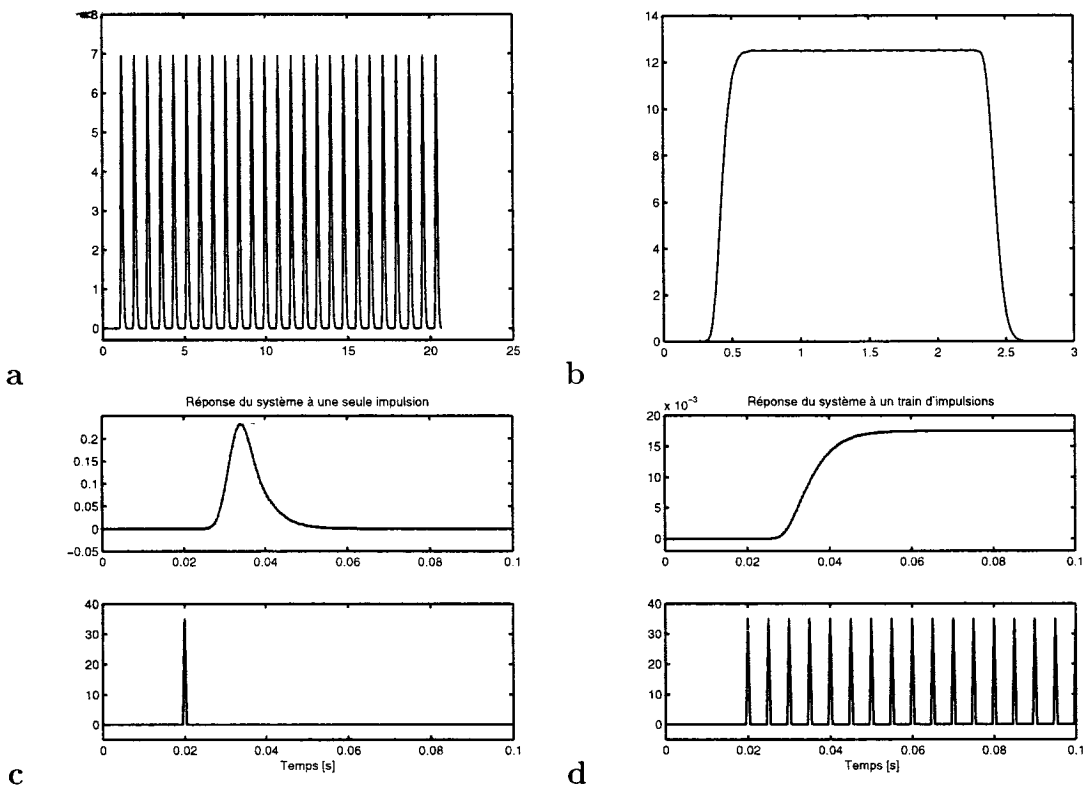


Figure 9.12 Illustration de la réaction de la membrane cellulaire à une dépolarisation, présentée sous la forme d'un train de potentiels d'action. **a)** représentation d'un train d'impulsions qui correspond à une dépolarisation forcée et **b)** sa représentation par une commande indicielle après filtrage **c)**illustration du profil lognormal de la conductance GK qui répond à une seule impulsion **d)** illustration du profil *erf* de la conductance GK qui répond à un train d'impulsions.

à la réponse à un train d'impulsions. Dans le cas où la fréquence de ce train est très élevée, le profil de la tension de dépolarisation est approximée par un échelon. Dans ce contexte et selon la théorie des systèmes linéaires, la réponse indicielle de la membrane GK correspond alors à l'intégrale de la réponse impulsionnelle. Plus précisément, la réponse de GK peut être représentée par la *fonction d'erreur erf* , dont l'argument dépend de la fonction lognormale (voir Annexe I).

9.6 Autre modélisation de la conductance membranaire

À la lumière des développements exposés ci-dessus sur le comportement de la membrane d'un neurone en réponse à une dépolarisation, le profil de la conductance membranaire est égal à la différence des profils de GNa et de GK. Dans le cas d'une dépolarisation impulsionnelle, ces derniers pourraient être représentés par des profils lognormaux, et par conséquent celui du potentiel d'action pourrait donc être modélisé par une équation delta-lognormale (voir l'illustration à la Figure 9.13).

Par ailleurs, le profil de la réponse de la membrane cellule à une dépolarisation forcée, se présenterait comme la différence d'un profil lognormal et d'un profil sigmoïdal, ce dernier correspondrait à une somme de profils lognormaux décalés dans le temps ; résultat du produit de convolution du train d'impulsions avec une réponse impulsionnelle lognormale, si la dépolarisation forcée est approximée par un échelon, la réponse de GK peut être représentée par une fonction d'erreur *erf* (voir Figure 9.14)

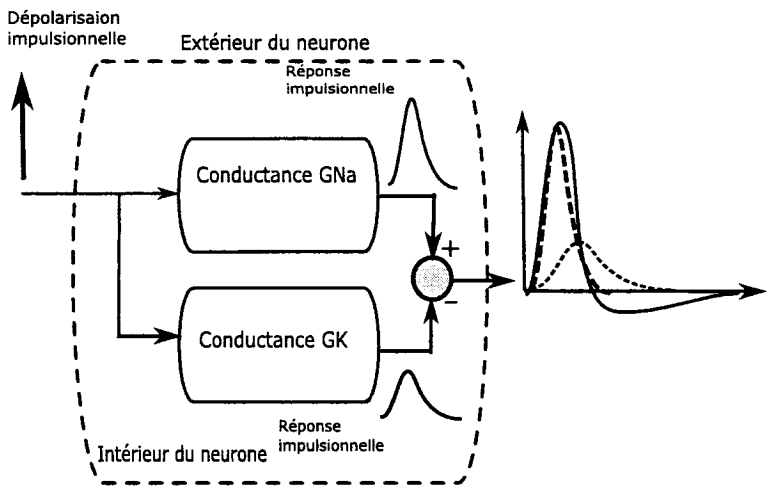


Figure 9.13 Représentation de la réponse du neurone à une dépolarisation impulsionnelle. Les conductances GNa et GK sont représentées par deux systèmes linéaires dont les réponses impulsionnelles correspondent respectivement aux variations du nombre d'ions.

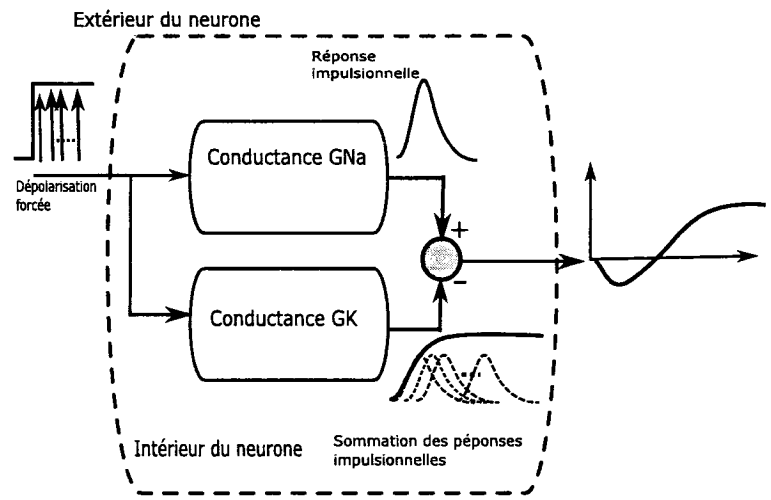


Figure 9.14 Représentation de la réponse du neurone à une dépolarisation forcée où la tension électrique Vm est représentée par un train d'impulsions. La conductance GNa est représentée par la réponse à la première impulsion, alors que la réponse de GK est représentée par la sommation des réponses impulsionnelles successives déclenchées par le train d'impulsions.

9.7 Conclusion

L'expérience de Hodgkin et Huxley offre des observations inestimables sur les mécanismes qui créent la réponse d'un neurone à une dépolarisation impulsionnelle. Nous avons fait une relecture de ces mécanismes en se focalisant sur le fonctionnement des canaux ioniques. Par la suite, le processus de l'entrée et de la sortie des ions de la cellule a conduit à une modélisation des canaux ioniques par des sous-systèmes linéaires. Leur réponse impulsionnelle correspond au courant ionique crée par la variation du nombre d'ions chargés par unité de temps. En établissant une équivalence entre le nombre d'ions se trouvant à l'intérieur du neurone et le temps mis par ces ions pour y entrer, nous avons montré qu'il est possible de représenter ce processus de diffusion par un produit de convolution, dont la réponse impulsionnelle correspond au courant ionique total. Cette modélisation est désignée par l'équivalence entre le parallélisme anatomique et le sérialisme fonctionnel.

L'étude de l'équation de Nernst-Planck a montré que l'ouverture et la fermeture des canaux ioniques dépendent de l'environnement. Particulièrement, il existe une relation de proportionnalité entre les nombres d'ions mesurés à des instants différents. L'utilisation des résultats de convergence, décrits au premier chapitre, montre que cette proportionnalité suggère de représenter le profil de la conductance de la membrane GNa par une fonction lognormale. Ainsi, dans le cas d'une dépolarisation impulsionnelle, le profil du potentiel d'action pourrait raisonnablement être représenté par une équation delta-lognormale. Dans le cas d'une dépolarisation forcée, le profil GNa pourrait toujours être représenté par une fonction lognormale alors que celui du GK pourrait être raisonnablement être représenté par une fonction d'erreur *erf*.

CONCLUSION

En contrôle moteur, toutes les théories et tous les modèles qui ont été développés pour analyser et synthétiser le mouvement humain décrivent le fonctionnement d'un même système moteur avec des outils différents. La plupart de ces modèles sont basés sur des mesures d'un comportement particulier du système moteur observé selon un angle de vue bien particulier. Pour qualifier tout comportement de paradigme, il faut l'observer sur plusieurs angles, avec différents instruments et, après analyse, en arriver à une même conclusion. Les autres modèles qui apparaîtront plus tard pour essayer d'expliquer d'autres comportements devront d'abord prédire les paradigmes déjà existants et éventuellement prédire d'autres comportements non encore observés. La théorie cinématique proposée par Plamondon en 1995[9] est passée par toutes ces étapes. Elle a prédit l'asymétrie du profil de vitesse, le compromis vitesse et précision et les conditions d'observation de la loi de puissance 2/3. De plus, à travers son hypothèse de base, elle a prédit un fonctionnement du système moteur qui n'a pas encore été observé: l'existence d'une relation de proportionnalité régissant les temps de délai cumulatifs des composantes du système moteur. Cette proportionnalité spécifie en quelque sorte la loi qui gouverne le recrutement des unités motrices dans l'exécution du mouvement.

Le mouvement que l'humain produit devrait avoir une théorie unifiée et bien identifiée, au même titre que les mouvements des autres systèmes dynamiques, tel que les planètes, etc. En restant dans ce contexte, abordons — sans aucune prétention — une anecdote historique qui retrace l'évolution de la modélisation en astronomie des orbites liées aux mouvements des planètes.

Dans l'Antiquité, quand les planètes sont très proches ou trop éloignées de la Terre, leurs orbites (ou trajectoires) obtenues par des observations sont décrites par des

cercles, car à cette époque, la seule figure *parfaite* qui puisse être envisagée pour décrire les orbites des planètes est le cercle. Cependant, les observations faites sur la planète Mars — qui au passage est le Dieu de la guerre, de la destruction et du feu pour les Grecques — ne pouvaient pas être représentées par un cercle; l'erreur était trop grande: une orbite circulaire pure ne suffit pas à expliquer ce mouvement que les anciens ont désigné par phénomène rétrograde. Cependant, Ptolémée a eu l'idée de génie de représenter un comportement imparfait par une superposition de comportements parfaits: ce serait donc une trajectoire épicycloïdale, une combinaison de cercles. Imaginez qu'un petit cercle roule à l'intérieur d'un grand cercle, en suivant un point du petit cercle, qui représente Mars, vous obtenez une orbite qui explique bel et bien ce fameux mouvement rétrograde autour de la Terre, centre de l'Univers. Depuis cette explication, la situation au sujet du géocentrisme n'a pas bougé pendant plus de 15 siècles, les dogmes restèrent en place et aucune étude scientifique n'a été réalisée jusqu'au XVIe siècle. La première révolution est due à Copernic qui, en 1543, a remplacé le dogme de la Terre centre de l'Univers, par celui du Soleil tout en gardant une trajectoire épicycloïdale. Celle qui a vraiment changé le cours de l'astronomie, a commencé par les observations inestimables de Tycho Brahé qui se voit confier en 1576 par le roi Frédérick II de Danemark, un observatoire où il construisit de nouveaux instruments qui lui permirent l'observation du ciel à l'œil nu avec une grande rigueur. Il passa vingt ans à l'observation, il nota entre autres les déplacements rétrogrades de Mars. Les observations de Mars permirent à Kepler d'établir à partir de 1609 les lois qui portent maintenant son nom, lois qui régissent le mouvement des planètes autour du Soleil suivant une ellipse. L'aventure n'est sans doute pas finie, la science est un livre ouvert et sûrement d'autres hommes de science viendront remettre en cause cette trajectoire elliptique et la remplacer par une autre forme analytique (chaotique par exemple!). Cela dit, comme disait le philosophe Karl Popper, les théories scientifiques ne sont pas rejetées dès qu'elles ont été réfutées, mais seulement quand elles ont pu être

remplacées.

Cette parenthèse anecdotique montre qu'il a fallu 15 siècles pour que l'orbite circulaire des planètes soit remplacée par une ellipse, que l'homme a toujours tendance à idéaliser la structure et le fonctionnement des systèmes physiques par des représentations symétriques alors que la nature est par essence asymétrique. Et c'est tout cela le fond de la question. Nous avons emprunté cet exemple pour illustrer la problématique dans laquelle se trouve actuellement la recherche d'une théorie du mouvement acceptée et adoptée par la communauté scientifique. Cette théorie devrait être simple, précise et prédictible, décrivant la complexité du mouvement par de simples équations mathématiques. Cette vision rejoint celle de Robert May qui disait *simple mathematical models have played, and will continue to play, an important role in clarifying exactly what kind of things can happen*[141].

Dans ce contexte, cette thèse vient d'apporter quelques résultats déterminants qui nous font croire que la théorie cinématique semble être – pour le moment – la candidate recherchée pour remplacer les modèles existants par le modèle delta-lognormal ou sa version généralisée sigma-lognormale.

Apports et contributions originales

Dans les conclusions des thèses de Doctorat de Guerfali[10] et de Leclerc[11], l'une des perspectives qui faisaient consensus était la nécessité d'améliorer le système d'extraction des paramètres delta-lognormaux pour pouvoir augmenter les performances des systèmes de génération de l'écriture et de vérification des signatures. Le système d'extraction proposé dans cette thèse a répondu à la perspective en offrant une méthode originale d'estimation des paramètres initiaux. Sa mise en parallèle avec deux autres méthodes déjà existantes a conduit à un banc d'essais fournissant des résultats encore plus performants. De plus, la valeur extraite de

chaque paramètre est maintenant accompagnée d'une précision qui circonscrit la validité de son utilisation.

Toute théorie a besoin d'être robuste, quel que soit l'angle avec lequel elle est abordée. Cette thèse contient d'autres contributions originales œuvrant dans le renforcement de la théorie cinématique:

Sur le plan théorique, une preuve mathématique de convergence et l'expression de l'erreur de convergence sont ajoutées à celles déjà existantes. De plus, certains aspects de l'utilisation du résultat théorique pour décrire le système neuromusculaire sont abordés. Par exemple, la condition de convergence de Lindeberg[32] clarifie l'utilisation du théorème de la limite centrale pour décrire le fonctionnement du SNM et donne une signification à la notion de l'infini. D'un autre côté, un théorème est proposé pour montrer une nouvelle propriété de la fonction lognormale. En effet, sous l'hypothèse de l'existence d'une relation de proportionnalité, la fonction lognormale peut-être décrite par un produit de convolution d'une infinité de lognormales. Cette propriété est désignée par l'infinie divisibilité autosimilaire.

Sur le plan conceptuel, la comparaison du modèle delta-lognormal avec deux modèles construits à partir du principe minimisateur a clairement mis en évidence que ces derniers expriment avec d'autres arguments le même concept sur lequel se base la théorie cinématique. Ainsi, les expressions analytiques des trajectoires obtenues par l'utilisation des principes minimsateurs du jerk (ou de la secousse) et du temps du mouvement cachaient en réalité des expressions plus simples et mieux connues du profil de vitesse. Par exemple, le profil de vitesse symétrique du modèle jerk-minimum s'explique par le fait que ce dernier n'est qu'un cas particulier du modèle bêta. En utilisant la technique de passage du domaine des probabilités au domaine des systèmes linaires [29,30] et les résultats de Papoulis[29] sur les fonctions limites pouvant décrire le théorème de la limite centrale, il est apparu dans cette

thèse que sur le plan purement conceptuel, le modèle delta-lognormal semble être le modèle limite vers lequel tendent les modèles cinématiques jerk-minimum et temps-minimum œuvrant dans le contrôle moteur.

Sur le plan de réfutabilité de théories, l'expérience EMG qui a été menée n'a pas réfuté l'hypothèse de l'existence d'une relation de proportionnalité. Elle a ainsi confirmé une prédiction importante, faite par la théorie, sur le fonctionnement du système neuromusculaire. De plus, cette expérience a permis de faire un lien direct entre l'anatomie et le fonctionnement du système neuromusculaire avec le modèle delta-lognormal. Plus particulièrement, la signification du sous-système et la nature de leurs signaux d'entrée et sortie ont été abordées.

Un autre apport non négligeable pour cette théorie est la généralisation de son modèle dans tous les espaces de représentation. La construction du modèle sigma-lognormal offre ainsi plus de possibilités pour représenter n'importe quelle complexité du mouvement et dans n'importe quel espace. Pour des applications bien ciblées, il possède des versions adaptées au compromis qu'il y a lieu de faire entre la précision de la reconstruction et le nombre de paramètres. L'implantation de ce modèle sous la forme d'une application permet dans un premier temps de représenter n'importe quelle écriture et n'importe quelle signature par un ensemble de paramètres sigma-lognormaux (voir annexe V). Une utilisation immédiate de cette généralisation a été réalisée pour analyser et synthétiser les variabilités spatiale et temporelle des traits d'écriture. En effet, ces derniers sont intensément étudiés et, par exemple, ces recherches tendent à devenir une science à part entière tellement qu'ils impliquent des domaines d'applications aussi variés que les sciences légales en identité judiciaire ou bien les méthodes d'enseignement en éducation. L'étude en question décrite au chapitre sept et publiée dans le journal de Human Movement Science, apporte des éléments de réponse sur l'origine possible des variabilités des traits d'écriture et offre un outil puissant pour leurs reproductions.

Une grande partie de cette thèse s'est effectivement focalisée sur une recherche fondamentale, car il fallait apporter des éléments de réponses à des objections pertinentes émises par la communauté scientifique au sujet de la théorie cinématique. Néanmoins, les outils mathématiques, matériels et logiciels qui ont découlé de ces recherches ont conduits à de nouvelles applications, jusque là non explorées par la théorie.

Par exemple, dans le cadre d'un partenariat de l'École Polytechnique de Montréal avec la fondation Lucie et André Chagon, une étude de préfaisabilité a été menée pendant une année dans une perspective de l'utilisation de la théorie cinématique dans la prédiction non invasive d'AVC chez les personnes à risque. Dans cette étude, la version perfectionnée sign@medic du système d'acquisition a été utilisée dans l'acquisition de données cinématiques de plus d'une centaine de sujets. La phase d'analyse de cette étude a été effectuée à partir des données delta-lognormales mesurées par le système d'extraction.

Ces différentes contributions ouvrent des perspectives que d'autres chercheurs pourront éventuellement explorer, tant du point de vue théorique qu'applicatif.

Perspectives

Au niveau de la théorie cinématique, l'une des perspectives qui s'imposent est l'amélioration des systèmes de génération de l'écriture manuscrite et de la vérification des signatures. En effet, à la vue des performances du système d'extraction et de la généralisation de la théorie, les nouveaux outils développés vont sûrement contribuer à construire de nouveaux systèmes encore plus performants. Particulièrement, l'application, décrite à l'Annexe V, permet déjà de générer n'importe quelle écriture et d'imiter n'importe quelle signature. Il suffit juste de s'inspirer de celle-ci pour en construire d'autres plus spécialisées.

Par exemple dans le domaine de l'écriture, la génération de banques de données de lettres, de mots ou de phrase avec une infinité de variabilités à définir, permettra d'offrir d'immenses échantillons à des algorithmes de reconnaissance de l'écriture hors ligne, utilisés pour caractériser leurs performances. Ainsi, au lieu de réunir les écritures de milliers de personnes avec des coûts importants en temps et en argent, le système permettra de le faire à moindre coût.

Dans le domaine de la vérification de signature, un travail a déjà été initié pour construire des banques de données de signatures pour caractériser les performances des systèmes de vérification de signatures [145]. Le principe est le suivant : à partir de trois signatures d'un individu, on construit une fiduciaire avec le modèle sigma-lognormal et en jouant sur la variabilité des paramètres, il est possible de générer une infinité de possibilités circonscrites à l'intérieur de la variabilité de l'individu obtenue à partir des trois signatures. La banque de données obtenue permettra ainsi de mesurer les pourcentages de réussite d'un système de vérification dans l'identification de l'individu par sa seule signature.

En faisant sortir la théorie de son domaine de prédilection, cette thèse a permis d'ouvrir d'autres avenues que les chercheurs pourront explorer. Notamment, en neuroscience et en neurophysiologie, de nouvelles perspectives encore vierges restent encore à défricher par la théorie. En primeur, celle-ci a été utilisée avec succès dans l'analyse des signaux d'électromyographie. Précisément, les EMG ont été exploités dans l'expérience de non réfutabilité conjointement avec le modèle delta-lognormale. Une analyse connexe a été menée sur la possibilité de représenter les enveloppes des EMG avec des primitives lognormales, et les résultats obtenus, présentée à l'Annexe V, montre bien que du point de vue de l'ajustement, le modèle sigma-lognormal peut être utilisé pour décrire les enveloppes EMG de surface des muscles.

Une étude plus poussée sur la possibilité de décrire le potentiel d'action par une équation delta-lognormale est présentée au chapitre neuf de cette thèse. Du de point théorique, cette nouvelle perspective est viable, il reste maintenant à mener des études d'ajustement sur des données réelles, que le laboratoire Scribens ne dispose pas au moment où cette thèse est rédigée. De plus, une analyse plus poussée pourrait déboucher sur une autre réinterprétation, avec de simples équations analytiques, du mécanisme fonctionnel des neurones.

Une autre avenue tout aussi intéressante a été déduite et menée à la marge de cette thèse. Cette autre application de la théorie cinématique en neuroscience concerne le paradigme de l'autosimilarité fonctionnelle du système moteur. En effet, il n'est pas difficile de se convaincre que le système moteur possède une autosimilarité anatomique, d'où l'intérêt d'étudier si son fonctionnement possède une telle autosimilarité. Le paradigme en question repose sur deux observations majeures qui ont allumé la lampe d'idée. La première observation vient du résultat obtenu sur l'infinie divisibilité autosimilaire de la fonction lognormale: sous l'existence de l'effet proportionnel, observée à travers les signaux EMG (voir chapitre quatre) et prédite par l'équation de Nernst-Planck (voir chapitre neuf), une fonction lognormale est un produit de convolution d'une infinité de lognormales. La deuxième observation vient de la similitude qui existe entre les profils du potentiel d'action et du profil de vitesse, considéré à juste titre comme les profils extremums œuvrant dans le contrôle moteur et observés sur des échelles spatiotemporelles extrêmes (du microscopique au macroscopique). En réunissant ces deux observations, nous pourrions considérer que le système moteur possède aussi une autosimilarité fonctionnelle, dont la réponse primitive possède un profil lognormal. Dans ces conditions de travail, il y a lieu aussi de montrer que les réponses neurophysiologiques, observées sur les échelles intermédiaires, possèdent aussi des profils lognormaux. Par exemple, dans les études effectuées par Kalaska et coll.[46, 142], les taux de

décharge des motoneurones possèdent des profils phasiques et toniques qu'il y a lieu de suggérer de les représenter respectivement par un profil lognormal et un profil en *erf*. Dans ce cas, une étude importante devrait être menée concernant la connaissance du sens de propagation des trains d'impulsions. En effet, au niveau du potentiel d'action le sens des ions chargés est connu et la réponse du neurone peut être modélisée par le modèle delta-lognormal de la même façon que le profil de vitesse de l'effecteur terminal. Par contre, quand on enregistre un taux de décharge de PA neuronaux ou musculaires, il y a toujours superposition des modes phasique et tonique. Dans l'expérience de Hodgkin et Huxley, il est bien défini que le mode phasique correspond à l'action directe des ions de sodium, alors le mode tonique correspond plutôt à l'action des ions de potassium qui oeuvre dans le sens contraire. L'hypothèse d'autosimilarité fonctionnelle prédirait ainsi que les PA qui constituent le mode tonique sont liés aux informations afférentes. Pour cela, il serait intéressant de s'intéresser au sens de propagation des potentiels d'action pour pouvoir clarifier l'hypothèse d'autosimilarité.

Plusieurs autres pistes tendent à consolider ce nouveau paradigme fonctionnel du système moteur. Par exemple, les potentiels évoqués, mesurés dans des tâches de mouvement de pointage, possèdent une succession d'ondes positives P et négatives N. Chaque onde P ou N pourrait facilement être assimilé à un profil lognormal.

L'une des applications concrètes de l'autosimilarité fonctionnelle serait sa contribution dans la confection de prothèses de bras anthropomorphiques exploitant les signaux nerveux dans la commande des mouvements. En effet, connaissant la nature et la composition des signaux nerveux il serait réaliste et accessible de concevoir des systèmes experts ou bien des réseaux de neurones formels qui pourront décoder les tâches motrices contenues dans les taux de décharges des signaux efférents et les traduire en mouvement prothétique. En plus de la dextérité, il serait aussi possible de doter le bras anthropomorphique de sensations, en générant des signaux

afférents qui pourraient représenter les sensations de toucher, de poids, de chaleur, etc.

Du côté de l'ingénierie, la théorie cinématique pourrait apporter des solutions concrètes au contrôle des robots anthropomorphiques. Une étude primaire est d'ailleurs menée au laboratoire Scribens, dans le cadre d'un cours de projets du premier cycle, pour concevoir un bras anthropomorphique scripteur.

Les théories proposées ne sont que des moyens pour nous faire comprendre, avec des expressions simples, le fonctionnement du monde physique dans lequel nous vivons. Elles sont incomplètes et sujettes à l'évolution ou à l'extinction. La science est un livre ouvert et chaque fois, un travail de recherche vient consolider ou réfuter une théorie. Les travaux de recherches de cette thèse ont œuvré dans le sens de consolidation et ouvrent des perspectives intéressantes pour celles et ceux qui voudront pousser encore plus loin les frontières de la connaissance dans le domaine du contrôle moteur.

Bibliographie

[1] N. Bernstein, *The coordination and regulation of movements,* Oxford: Pergamon 1967.

[2] P. M. Fitts, "The information capacity of the human motor system in controling the amplitude of movement," *Journal of Experimental Psychology*, vol. 47, pp. 381-391, 1954.

[3] F. Lacquaniti, C. Terzuolo, and P. Viviani, "The law relating the kinematic and figural aspects of drawing movements," *Acta Psychologica* vol. 54, pp. 115-130, 1983.

[4] P. Morasso, "Spatial control of arm movements," *Experimental Brain Research*, vol. 42, pp. 223-227, 1981.

[5] J. Soechting and F. Lacquaniti, "Invariant characteristics of a pointing movement in man," *Journal of Neuroscience*, vol. 1, pp. 710-720, 1981.

[6] J. M. Hollerbach, " Computers, brains and the control of movement," *TINS*, vol. 5, pp. 189-192, 1982.

[7] P. Viviani and C. Terzuelo, "space-time invariance in learned motor skills " presented at Tutorials in motor behavior, Amsterdam , north Holland, 1980.

[8] N. Hogan, "An organization principle for a class of voluntary movements," *The Journal of Neurosciences*, vol. 4, pp. 2745-2754, 1984.

[9] R. Plamondon, "A kinematic theory of rapid human movements : Part I: Movement representation and generation " *Biological Cybernetics*, vol. 72, pp. 295-307, 1995.

[10] W. Guerfali, "Modèle Delta-lognormal vectoriel pour l'analyse du mouvement et la génération de l'écriture manuscrite. ," *Thèse de Doctorat en Génie Électrique*. Montréal: École Polytechnique 1996, pp. 257.

[11] F. Leclerc, " Modèle de génération de mouvements rapides en représentation de signatures manuscrites," *Thèse de Doctorat en Génie Électrique*. Montréal: École Polytechnique, 1996, pp. 230.

[12] A. Alimi, "Contribution au développement d'une théorie de génération de mouvements simples et rapides:application au manuscrit," *Thèse de Doctorat en Génie Électrique*. Montréal: École Polytechnique 1995, pp. 280.

[13] A. Alimi and R. Plamondon, "A comparative study of speed/accuracy tradeoffs formulations: the case of spatially constrained movements where both distance and spatial precision are specified," in *Handwriting and drawing research: basic and applied issues* M. L. Simner, G.Thomassen, A.J.T.W.M., Ed. Amsterdam, 1996, pp. 127-142.

[14] R. Plamondon, C. Feng, and A. Woch, "A kinematic theory of rapid human movement. part IV: a formal mathematical proof and new insights," *Biological Cybernetics*, vol. 89, pp. 126–138., 2003.

[15] R. Plamondon and A. Alimi, " Speed/Accuracy tradeoffs in target-directed movements," *Behavioral and Brain Sciences*, vol. 20, pp. 279-349, 1997.

[16] D. H. Wolpert and W. G. Macready, "No Free Lunch Theorems for Search," Technical Report SFI-TR-95-02-010, Santa Fe, NM. 1995.

[17] N. Leduc and R. Plamondon, "A New approach to the study of human movements: the three-dimensional delta-lognormal model," *10th International Conference on Graphonomics Society, Nijimegen,Neederland*, vol. 10, pp. 98-102, 2001.

[18] R. Plamondon and W. Guerfali, "The generation of handwriting with delta-lognormal synergies," *Biological Cybernetics*, vol. 78, pp. 119-132, 1998.

[19] R. Plamondon, "A unified framework to study human movements under isotonic and isometric conditions," *Neuroscience, New Orleans USA.*, 2003.

[20] C. Feng, "Effets des délais emporels sur certains modèles de réseaux biologiques " *Thèse de Doctorat en Génie Électrique*. Montréal: École Polytechnique, 2005, pp. 191.

[21] E. Henneman, G. Somjen, and D. O. Carpentier, "Functional significance of cell size in spinal motoneurons " *Journal of Neurophysiology*, vol. 28, pp. 560-580, 1965.

[22] D. M. Wolpert, Z. Ghahramani, and M. I. Jordan, "Are arm trajectories planned in kinematic or dynamic coordinates? An adaptation study," *Experimental Brain Research*, vol. 103, pp. 460-470, 1995.

[23] L. D. Partridge, "Integration in the central nervous system," in *Engineering principles in physiology*, S. S. G. J.H.U Brown, Ed. New York, 1973, pp. 47-98.

[24] L. D. Partridge, "Signal-handling characteristics of load-moving skeletal muscle," *Americain Journal of Physiology*, vol. 210, pp. 1178-1191, 1966.

[25] E. Bizzi, P. Dev, P. Morasso, and A. Polit, "Effect of Load Disturbances During Centrally Initiated Movements," *Journal of Neurophysiology*, vol. 41, pp. 542-556, 1978.

[26] F. Lacquaniti, J. F. Soechting, and C. A. Terzuolo, "Some factors pertinent to the organization and control of arm movements," *Brain Research* vol. 252, pp. 394-397, 1982.

[27] A. Vander, J. Sherman, and D. Luciano, *Human Physiology*, 7 ed. Boston, MA: McGraw-Hill, 1998.

[28] A. J. Vander, J. H. Sherman, D. S. Luciano, and J. R. Gontier, *Physiologie humaine*, 2 ed: McGraw-Hill, Inc., 1989.

[29] A. Papoulis, *The Fourier Integral and Its Applications*, 1962.

[30] R. D. Luce, *Response times. Their role in inferring elementary mental organization,*. New York: Oxford University Press Inc., 1986.

[31] W. Feller, *An introduction to probability theory and its applications*, vol. 2. New York: John Wiley and Sons, Inc., 1966.

[32] J. W. Lindeberg, " Eine neue Herleitung des Exponential-gesetzes in der Wahrscheinlichkeitsrechnung," *Math. Zeit.*, vol. 15, pp. 211-235, 1922.

[33] A. C. Cohen and B. J. Whitten, "Estimation in the three Parameter lognormal Distribution," *Journal of Americain Statistic Association* vol. 75, pp. 399-404, 1980.

[34] O. Thorin, "On the infinite divisibly of the lognormal distribution," *Scandiavian Actuarial Journal*, pp. 121-148, 1977.

[35] K. Levenberg, " A Method for the Solution of Certain Non-linear Problems in Least Squares," *Quarterly of Applied Mathematics*, vol. 2, pp. 164-168, 1944.

[36] D. W. Marquardt "An algorithm for least-squares estimation of non-linear parameters," *Journal of the society of industrial and applied mathematics* vol. 11, pp. 431-441, 1963.

[37] W. Guerfali and R. Plamondon, "Signal processing for the parameter extraction of the delta lognormal model," *Research in Computer and Robot Vision* pp. 217-232, 1995.

[38] X. Li, "Estimate of the start point for parameter extraction," Laboratoire Scribens, Rapport technique interne sous la direction de R. Plamondon, École Polytechnique de Montréal: , 2002.

[39] M. E. Wise, "The geometry of log-normal and related distributions and an application to tracer-dillution curves," *Statistica Neerlandica* vol. 20, pp. 119-142, 1966.

[40] N. Leduc, "Revue des différentes méthodes d'optimisation non-linéaires " Laboratoire Scribens, Rapport technique interne sous la direction de R. Plamondon, pp 82, Montréal 2002.

[41] W. H. Press, S. A. Teukolsky, W. T. Vetterling, and B. P. Flannery, *Numerical Recipes in C. The Art of Scientific Computing*, Second Edition ed. Cambridge: Cambridge University Press, 1992.

[42] N. Leduc, "Génération du modèle delta-lognormal pour l'étude des mouvements en trois dimensions," *Mémoire de Maîtrise en Génie Électrique*, École Polytechnique de Montréal, 2001.

[43] M. Djioua, R. Plamondon, A. Della Ciopa, and A. Marcelli, "Delta-lognormal parameter estimation by non-linear regression and evolutionary algorithm: A comparative study," *12th International Conference on Graphonomics Society, Salerno, Italy*, vol. 12, pp. 44-48, 2005.

[44] M. Djioua, R. Plamondon, A. Della Cioppa, and A. Marcelli, "Deterministic and evolutionary extraction of Delta-lognormal parameters : performance comparaison " *International Journal of Pattern Recognition and Artificial Intelligence* (in Press), 2007.

[45] A. Marcelli, A. Della Cioppa, M. Djioua, and R. Plamondon, "Reverse handwriting: from electronic ink to generation model parameter estimation. A

Comparative study," *Second Italian Workshop on evolutionay Computation, Collegio S. Chiara, Siena (Italy)*, 2006.

[46] J. F. Kalaska, D. A. D. Cohen, M. L. Hyde, and M. Prud'homme, "A Comparison of Movement Direction-Related Versus Load Direction-Related Activity in Primate Motor Cortex, Using a Two-Dimentional Reaching Task," *The Journal of Neuroscience*, vol. 9, pp. 2080-2102, 1989.

[47] R. Plamondon, E. Stelmach, and N. Teasdale, "Motor program coding representation from a handwriting generator model: the production of the line responses," *Biological Cybernetics*, vol. 63, pp. 443-451, 1990.

[48] M. Flanders, J. J. Pellegrini, and S. D. Geisler, "Basic features of phasic activation for reaching in vertical planes," *Experimental Brain Research*, vol. 110, pp. 67-79, 1996.

[49] A. Savitzky and M. J. E. Golay, "Smoothing and Differentiation of Data by Simplified Least Squares Procedures," *Analytical Chemistry*, vol. 36, pp. 1627-1639, 1964.

[50] W. A. Shewhart, *Economic Control of Quality of Manufactured Products.* New York: Van Nostrand, London: MacMillan, 1931.

[51] A. W. Wiegner and M. M. Wierzbicka, "Kinematic models and human elbow flexion movements: Quantitative analysis," *Experimental Brain Research*, vol. 88, pp. 665-673, 1992.

[52] C. J. DeLuca, R. S. Le Fever, M. P. McCue, and A. P. Xenakis, "Behavior of human motor units in different muscles during linearly varying contraction," *Journal of Physiology*, vol. 329, pp. 113-128, 1982.

[53] A. Berardelli, M. Hellet, J. C. Rothwell, R. Agostino, M. Manfredi, P. D. Thompson, and C. D. Marsden, "Singl-joint rapid arm movements in normal sujects and patients with motor disorders," *Brain*, vol. 119, pp. 661-674, 1996.

[54] C. Feng, A. Woch, and R. Plamondon, "A comparative study of two velocity profile models for rapid stroke analysis," *16th International Conference on Pattern Recognition,Quebec, Canada*, vol. 16, pp. 52-55, 2002.

[55] S. E. Engelbrecht, "Minimum Principles in Motor Control," *Journal of Methematical Psychology*, vol. 45, pp. 497-542, 2001.

[56] P. Morasso, "Three dimentional arm trajectories," *Biological Cybernetics*, vol. 48, pp. 187-194, 1983.

[57] R. C. Miall and P. Haggard, "The curvature of human arm movements in the absence of visual experience," *Experimental Brain Research*, vol. 103, pp. 421-428, 1995.

[58] A. P. Georgopoulos, J. F. Kalaska, and J. T. Massey, "Spatial trajectories and reaction times of aimed movements: Effects of practice, uncertainty, and change in target location," *Journal of Neurophysiology*, pp. 725-743, 1981.

[59] R. Plamondon, A. M. Alimi, P. Yergeau, and F. Leclerc, "Modelling velocity profiles of rapid movements : a comparative study," *Biological cybernetics*, vol. 69, pp. 119-128, 1993.

[60] R. Plamondon, "A kinematic theory of rapid human movements : Part II. Movement time and control," *Biological Cybernetics*, vol. 72, pp. 309-320, 1995.

[61] R. Plamondon, "A kinematic theory of rapid human movements : Part III. Kinetic outcomes," *Biological Cybernetics* vol. 78, pp. 133-145, 1998.

[62] T. Flash and N. Hogan, "The coordination of Arm Movements: An experimentally conformed mathematical model," *The journal of Neuroscience*, vol. 5, pp. 1688-1703, 1985.

[63] Y. Uno, M. Kawato, and R. Suzuki, "Formation and control of optimal trajectory in human multijoint arm movement," *Biological Cybernetics*, vol. 61, pp. 89-101, 1989.

[64] H. Hemes and J. P. LaSalle, *Functional analysis and time optimal control*. New York, 1969.

[65] C. M. Harris and D. M. Wolpert, "Signal-dependent noise determines motor planning," *Nature*, vol. 394, pp. 780-784, 1998.

[66] H. Tanaka, J. W. Krakauer, and N. Qian, "An optimization Principle for Determining Movement Duration," *Journal of Neurophysiology*, vol. 95, pp. 3875-3886, 2006.

[67] N. I. Akhiezer, *The calculus of variations*. New-York, 1962.

[68] E. Bizzi, N. Accornero, C. W., and H. N., "Posture control and trajectory formation during arm movement," *The journal of Neuroscience* vol. 4, pp. 2738-2744 1984.

[69] A. G. Feldman, "Functional tuning of the nervous system with control of movement or maintenance of a steady posture. II. Controllable parameters of the muscle," *Biophysics*, vol. 11, pp. 565-578, 1966.

[70] M. J. E. Richardson and T. Flash, "Comparing Smooth Arm Movements with the Two-Thirds Power Law and the Related Segmented-Control Hypothesis," *The Journal of Neuroscience*, vol. 22, pp. 8201-8211, 2002.

[71] J. D. Enderle and J. W. Wolfe, "Time-optimal control of saccadic eye movements " *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, vol. 34, pp. 43-55, 1987.

[72] H. Hermes and J. P. LaSalle, *Functional analysis and time optimal control.* New York, 1969.

[73] J. V. Basmajian, *Muscles alive: their functions revealed by electromyography*: Williams & Wilkins, 1985.

[74] A. V. Hill, "The heat of shortening and the dynamic constants of muscle. ," *The Royal Society of London*, vol. B126, pp. 136-195, 1938.

[75] A. M. Alimi, "Beta Neuro-Fuzzy Systems," *TASK Quarterly Journal, spacial issue on neural Network*, vol. 7, pp. 23-41, 2003.

[76] H. Bezine, A. M. Alimi, and N. Derbel, "Handwriting Trajectory Movements Controlled by a Bêta-Elliptic Model," *12th International Conference on Graphonomics Society, Salerno, Italy*, vol. 12, pp. 69-73, 2005.

[77] L. Do-Hoon and C. Hwan-Gue, "The Beta-Velocity Model for Simulating Handwritten Korean Scripts," *4th International Conference on Raster Imaging and Digital Topography , St-malo, France* vol. 1375, pp. 252-264, 1998.

[78] A. Woch, "Étude des primitives bidirectionnelles du mouvement dans le cadre de la théorie cinématique: confirmation expérimentale du modèle delta-lognormal," *Thèse de Doctorat en Génie Électrique,* École Polytechnique de Montréal, 2006, pp. 154.

[79] A. Woch and R. Plamondon, "The problem of movement primitives in the context of the Kinematic Theory," *Proceedings of the 11th International Conference on Graphonomics Society, Scottsdale, Arizona.*, pp. 67-71, 2003.

[80] A. Woch and R. Plamondon, "Using framework of the kinematic theory for the definition of a Movement primitive," *Motor Control*, vol. 8, pp. 547-557, 2004.

[81] J. J. Brault, "Proposition et vérification d'un coefficient de difficulté d'imitation des signatures manuscrites," *Thèse de Doctorat en Génie Électrique* École polytechnique de Montréal. , 1988, pp. 384.

[82] J. J. Brault and R. Plamondon, "A complexity measure of handwriting curves: modeling of dynamic signature forgeries," *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics*, vol. 23, pp. 400-412, 1993.

[83] P. Morasso, V. Sanguineti, and T. Tsuji, "A model for the generation of virtual targets in trajectory formation," *Advances in Handwriting and Drawing: A multidisciplinary approach, TELECOM, Paris, In C.Faure, editor,* , pp. 333-348, 1994.

[84] R. Plamondon and C. M. Privitera, "A neural model for generating and learning a rapid movement sequence," *Biological Cybernetics*, vol. 74, pp. 117-130, 1995.

[85] S. F. Giszter, F. A. Mussa-Ivaldi, and E. Bizzi, "Convergent force fields organized in the frog spinal cord " *Journal of Neuroscience*, vol. 13, pp. 467-491, 1993.

[86] F. A. Mussa-Ivaldi, S. F. Giszter, and E. Bizzi, "Linear combinations of primitives in vertebrate motor control," *Proceedings of the National Academy of Sciences of the Unites States of America*, vol. 91, pp. 7534-7538, 1994.

[87] R. W. Paine and J. Tani, "Motor primitive and sequence self-organization in a hierarchical recurrent neural network," *Neural Network*, vol. 17, pp. 1291-1309, 2004.

[88] K. A. Thoroughman and R. Shadmehr, "Learning of action through adaptive combination of motor primitives," *Nature*, vol. 407, pp. 742-747, 2000.

[89] R. Plamondon and M. Djioua, "Handwriting stroke trajectory variability in the context of the Kinematic Theory " *12th International Conference on Graphonomics Society, Salerno, Italy*, vol. 12, pp. 250-254, 2005.

[90] R. Plamondon and M. Djioua, "A multi-level representation paradigm for handwriting stroke generation " *Human Movement Science*, vol. 25, pp. 586-607, 2006.

[91] R. Plamondon, "Handwriting control : a functional model," *Models of brain function* pp. 563-574, 1989.

[92] R. Plamondon, "A handwriting model based on differential geometry " *Computer Recognition and Human Production of Handwriting*, pp. 179-192, 1989.

[93] R. Plamondon and M. F. J., "An evaluation of Motor Models of Handwriting " *IEEE Trans System Man and Cybernetics*, vol. 19, pp. 1060-1079, 1989.

[94] A. Woch and R. Plamondon, "Rapid movement analysis with the delta-lognormal model : towards a better understanding of movement generation," *10th International Conference on Graphonomics Society, Nijimegen,Neederland*, vol. 10, pp. 165-169, 2001.

[95] V. Gubergrits, "Extraction des paramètres sur des mouvements en trois dimensions " in *Projet de fin d'études en génie informatique*: École polytechnique de Montréal, 2003.

[96] D. S. Hoffman and P. L. Strick, "Step-tracking movements of the wrist in humans. I. Kinematic analysis," *Journal of Neuroscience*, vol. 6, pp. 3309-3318, 1986.

[97] D. S. Hoffman and P. L. Strick, "Step-tracking movements of the wrist in humans. II. EMG analysis," *Journal of Neuroscience*, vol. 10, pp. 142-152, 1990.

[98] D. S. Hoffman and P. L. Strick, "Step-tracking movements of the wrist in humans. III. Influence of changes in load on patterns of muscle activity," *Journal of Neuroscience* vol. 13, pp. 5212-5227, 1993.

[99] D. S. Hoffman and P. L. Strick, "Step-Trackong Movements of the Wrist. IV Muscle Activity Associated With Movements in Different Directions," *The Americain Physiological Society*, pp. 319-333, 1999.

[100] A. P. Georgopoulos, J. F. Kalaska, R. Caminiti, and J. T. Massey, "On the relations between the direction of two-dimentional arm movements and cell discharge in primate motor cortex.," *The Journal of Neuroscience*, vol. 2, pp. 1527-1537, 1982.

[101] R. A. Schmidt, *Motor control and learning : a bahavioral emphasis*, 2 ed. IL: Champaing, 1988.

[102] R. Plamondon, D. Lopresti, L. R. B. Schomaker, and R. Srihari, "On-line handwriting Recognition," *Wiley Encyclopedia of Electrical and Electronics Engineering*, vol. 15, pp. 123-146 1999.

[103] R. Plamondon and S. Srihari, "On-line and Off-line handwriting recognition: A comprehensive survey," *IEEE Trans Pattern Analysis and Machine Intelligence*, vol. 22, pp. 63-84, 2000.

[104] O. Hilton, *Scientific Examination of Questioned documents*. London,: CRC Press, Boca Raton, 1993.

[105] M. L. Simner and P. L. Girouard, "Advance in forensic document examination," *J. Forensic Document Examination*, vol. 13, pp. 1-14, 2000.

[106] M. L. Simner, C. G. Leedham, and A. J. W. M. Thomassen, *Handwriting and drawing research: Basic and Applied Issues, .* Amsterdam: IOS Press 1996.

[107] J. Wann, A. M. Wing, and N. Søvik, *Development of graphic skills: research, perspectives and education implications.* London Academic Press. , 1991.

[108] R. G. J. Meulenbrock and A. W. A. Van Gemmert, "Advanced in the study of drawing and handwriting," *Human Movement Science*, vol. 22, pp. 131-220 2003.

[109] A. W. A. Van Gemmert and H. L. T. Teuling, "Connecting Sciences using graphonomics research," *Motor Control*, vol. 18, pp. 367-566, 2004.

[110] G. P. VanGalen and P. Morasso, "Neuromotor control in Handwriting and Drawing," *Acta Psychological*, vol. 100, pp. 1-227, 1998.

[111] A. Schröter, R. Mergl, K. Bürger, H. Hampel, H.-J. Möller, and U. Hegerl, "Kinematic analysis of Handwriting movements in patients with Alzheimer's disease, Mild cognitive impairment, depression and healthy subjects," *Dementia and Geriatric Cognitive Disorders*, vol. 15, pp. 132-142, 2003.

[112] H. L. T. Teuling and G. E. Stelmach, "Control of stroke size, peak acceleration and stroke duration in Parkinsonian handwriting " *Human Movement Science*, vol. 10, pp. 315-333, 1991.

[113] B. Rohrer, S. Fasoli, H. I. Krebs, R. Hughes, B. Volpe, and W. R. Frontera, " Movement smoothness changes during stroke recovery," *The Journal of Neuroscience*, vol. 22, pp. 8297-8304, 2002.

[114] V. Potkonjac, "Robotic handwriting," *International Journal of Humanoid Robotics,*, vol. 2, pp. 105-124, 2005.

[115] D. Bullock, S. Grossberg, and C. Mannes, "A neural network model for cursive script production," *Biological Cybernetics*, vol. 70, pp. 15-28, 1993.

[116] S. Edelman and T. Flash, "A model of Handwriting," *Biological Cybernetics*, vol. 57, pp. 25-36, 1987.

[117] Y. Wada, Y. Koike, M. Vatikiotis-Bateson, and K. A., "Computational model for cursive handwriting based on the minimization principle," *in Advances in Neuronal Information Processing Systems 6 (NIPS6)*, pp. 727-737, 1994.

[118] C. C. A. M. Gielen, K. Van den Oosten, and G. F. Van den Pullter, " Relation between EMG activation patterns and kinematic properties of aimed arm movement," *Journal of Motor Behaviour*, vol. 17, pp. 421-442, 1985.

[119] M. L. Latash, *Neurophysiological basis of movement. Human Kinetics*: Champaign, IL., 1998.

[120] V. M. Zatsiorsky, *Kinematics of human motion.* IL: Champaign, 1998.

[121] M. Djioua and R. Plamondon, "Relationship between proportionality law and lognormality of a coupled system response," *11th International Conference on Graphonomics Society, Scottsdale , Arizona USA*, vol. 11, pp. 81-85, 2003.

[122] M. Djioua and R. Plamondon, "The generation of velocity profiles with an artificial simulator," *International Journal of Pattern Recognition and Artificial Intelligence*, vol. 18, pp. 1207-1219, 2004.

[123] F. E. Zajac, "Muscle and tendon: properties, models, scaling, and application to biomechanics and motor control," *Critical Reviews in Biomedical Engineering* vol. 17, pp. 359-411, 1989.

[124] A. Mannard and R. Stein, "Determination of the frequency response of isometric soleus muscle in the cat using random nerve stimulation," *Journal of Physiology* vol. 229, pp. 275-296, 1973.

[125] S. Morita, T. Kondo, and K. Ito, "Estimation of forearm movement from EMG signal and application to prosthetic hand control," *IEEE international conference on Robotics&Automation, Seoul, Korea,*, pp. 3692-3697, 2001.

[126] Y. Koike and M. Kawato, "Estimation of dynamic joint torques and trajectory formation from surface electromyography signals using a neural network model," *Biological Cybernetics* vol. 73, pp. 291-300, 1995.

[127] Y. Zimmer, R. Tepper, and S. Akselrod, "A lognormal approximation for the gray level statistics in ultrasound images," *EMBS International conference*, vol. 22, pp. 2656-2661, 2000.

[128] F. Popescu, J. M. Hidler, and W. Z. Rymer, "Elbow Impedance during goal-directed movements," *Experimental Brain Research*, vol. 152, pp. 17-28, 2003.

[129] H. Tanaka, M. Tai, and N. Qian, "Different predictions by the Minimum Variance and Minimum Torque-Change Models on the Skewness of Movement Velocity Profiles," *Neural Computation*, vol. 16, pp. 2021-2040, 2004.

[130] M. H. Schierber and M. Santello, "Hand function: peripheral and central constraints on performance," *Journal of Applied Physiology*, vol. 96, pp. 2293-2300, 2004.

[131] T. Poggio and E. Bizzi, "Generalization in vision and motor control," *Nature*, vol. 431, pp. 768-774, 2004.

[132] A. L. Hodgkin and A. F. Huxley, "Action potentials recorded from inside a nerve fibre," *Nature*, vol. 144, pp. 710-711, 1939.

[133] A. L. Hodgkin and A. F. Huxley, "The components of membrane conductance in the giant axon of Loligo," *Journal of Physiology*, vol. 116, pp. 473-496, 1952.

[134] A. L. Hodgkin and A. F. Huxley, "Currents carried by sodium an potassium ions through the membrane of the giant axon of Loligo," *Journal of Physiology*, vol. 116, pp. 449-472, 1952.

[135] A. L. Hodgkin and A. F. Huxley, "The dual effect of membrane potential on sodium conductance in the giant axon of Loligo," *Journal of Physiology*, vol. 116, pp. 497-506, 1952.

[136] A. L. Hodgkin, A. F. Huxley, and B. Katz, "Measurement of current-voltage relations in the membrane of the giant axon of Loligo," *Journal of Physiology*, vol. 116, pp. 424-448, 1952.

[137] R. M. Gulrajani, *Bioelectricity and Biomagnetism* John Wiley and Sons, 1998.

[138] J. B. Bassingthwaighte, L. S. Liebovitch, and B. J. West *Fractal physiology*, Oxford, University P ed, 1994.

[139] J. G. Nicholls, A. R. Martin, and B. G. Wallace, *From Neuron to Brain*, 2001

[140] J. Galambos, *The asymptotic theory of extreme order statistics* New York: Wiley, 1978.

[141] R. M. May, "Simple mathematical models with very complicated dynamics," *Nature*, vol. 261, pp. 459-467, 1976.

[142] J. F. Kalaska, D. A. D. Cohen, M. Prud'homme, and M. L. Hyde, "Parietal area 5 neural activity encodes movement kinematics, not movement dynamics," *Experimental Brain Research*, vol. 80, pp. 351-364, 1990.

[143] J. Aitchison and J. A. C. Brown, *The lognormal distribution with special reference to its uses in economics* Cambridge University Press, 1966.

[144] E. L. Crow and K. Shimizu, *Lognormal distributions theory and application*: Dekker, 1988.

[145] M. Djioua, C. O'Reilly, and R. Plamondon, " An interactive trajectory synthesizer to study outlier patterns in handwriting recognition and signature verification," *Proceedings of the 18th International Conference on Pattern Recognition (ICPR'06)*, vol. 1, pp. 1124-1127, 2006.

[146] C. O'Reilly, M. Djioua, and R. Plamondon, "Système de synthèse de l'écriture manuscrite par l'utilisation du modèle sigma-lognormal," Rapport technique EPM-/RT-2-5-07, 2005, École Polytechnique Montréal

[147] G. Nagy and J. Zou, "Interactive Visual Pattern Recognition," *Proceedings of the 16th International Conference on Pattern Recognition (ICPR'02)*, vol. 2, pp. 478-481,2002, 2002.

[148] J. Zou and G. Nagy, "Evaluation of Model-Based Interactive Flower Recognition " *Proceedings of the 17th International Conference on Pattern Recognition (ICPR'04)*, 2004.

[149] S. Djeziri, W. Guerfali, R. Plamondon, and J. M. Robert, " Learning handwriting with pen-based systems: computational issues," *Pattern Recognition* vol. 35, pp. 1049-1057, 2002.

[150] R. Plamondon, X. Li, and M. Djioua, "extraction of delta-lognormal parameters from handwriting strokes" *", Frontiers of Computer Science in China,* vol 1, no 1, pp 106-113, 2007.

[151] R. Keer and G.D. Langolf "speed of aimed movements", *Quartely journal of Experimental Psychology* vol. 29, pp 475-481, 1977.

[152] C.L. MacKenzie, R.G. Marteniuk, C. Dugas; D. Lisk and B. Eickmeier, "Three-dimensional movement trajectories in Fotts' task: Implications for control", *Quartely journal of Experimental Psychology* , vol 39(A) pp 629-647,1987.

ANNEXE I

PROPRIÉTÉS DE LA FONCTION LOGNORMALE

I.1 Introduction

Généralement, l'analyse des réponses impulsionnelles des systèmes physiques et physiologiques, nous amène à observer des signaux évoluant dans le temps avec des profils asymétriques positifs, en forme de cloche. La forme des réponses sont le résultat de l'architecture de ces systèmes qui sont formés d'entités élémentaires couplés entre eux d'une façon complexe. C'est le cas par exemple de la synergie neuromusculaire qui produit un mouvement rapide avec un profil de vitesse asymétrique. Celle-ci démarre avec une vitesse nulle et se termine avec une vitesse nulle. Dans le cas de la théorie cinématique, qui décrit le profil de vitesse d'un mouvement rapide par une équation delta-lognormale, les réponses impulsionnelles des systèmes neuromusculaires agoniste et antagoniste possèdent des profils lognormaux [9, 19, 60].

Cette annexe résume la plupart des propriétés de la fonction lognormale utilisées dans la construction des modèles delta-lognormal et sigma-lognormal. La plupart de ses propriétés sont issues de l'analyse statistique d'une variable aléatoire régie par une loi lognormale [143, 144]. Par contre, dans ce contexte, il est important de souligner dès maintenant que notre intérêt se porte plutôt sur la fonction lognormale, qui est une fonction déterministe, positive et continue dans le temps.

Soit une fonction lognormale notée $\Lambda\left(t; t_0, \mu, \sigma^2\right)$ et définie par :

Moment dordre n	$M_n = e^{\left(n\mu+\frac{1}{2}n^2\sigma^2\right)}$
Moyenne	$\bar{t} = e^{\left(\mu+\frac{1}{2}\sigma^2\right)}$
Écart type	$s = \sqrt{e^{(2\mu+\sigma^2)}\left[e^{\sigma^2}-1\right]}$
Médiane	$m = e^{\mu}$
Mode	$M = e^{\left(\mu-\sigma^2\right)}$

Tableau I.1

$$\Lambda\left(t;t_0,\mu,\sigma^2\right) = \Lambda\left(t;...\right) = \begin{cases} \frac{1}{\sigma(t-t_0)\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{[\ln(t-t_0)-\mu]^2}{2\sigma^2}}, & 0 \leq t_0 < t \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \tag{I.1}$$

la composante agoniste ou antagoniste du profil de vitesse d'un mouvement rapide est alors donnée par :

$$v\left(t;...\right) = D\Lambda\left(t;...\right) \tag{I.2}$$

Elle possède quatre paramètres (t_0, D, μ, σ) où D représente le paramètre de la commande neuromotrice qui a pour effet de déplacer l'effecteur terminal d'une distance D . Dans la suite du développement de ses propriétés, il arrive que nous omettons d'introduire dans les équations soit t_0 , soit D pour ne pas alourdir celles-ci tout en considérant que ces circonstances, les deux paramètres ne jouent pas de rôle dans les caractéristiques recherchées (par exemple le paramètre D , ne joue aucun rôle dans le calcul des passages par zéro des dérivées première et seconde de la lognormale et il sera donc omis dans l'équation). Les principales caractéristiques de la lognormale sont résumées dans le Tableau I.1 (nous ignorons pour l'instant le temps d'occurrence t_0 qui ajoute uniquement une translation à la fonction). La Figure I.1 illustre le profil typique d'une fonction lognormale.

Propriétés	Fonction Normale	Fonction Lognormale
Profil	$\mathrm{N}(t,\mu,\sigma^2)=\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{(t-\mu)^2}{2\sigma^2}}$	$\Lambda(t,\mu,\sigma^2)=\frac{1}{\sigma t\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{(\ln(t)-\mu)^2}{2\sigma^2}}$
Forme de la courbe	Cloche symétrique	Cloche asymétrique
Signification de μ	$N(t,\mu,\sigma^2)$ $=N(t-\mu,0,\sigma^2)$ translation de la courbe de la quantité μ	$\Lambda(t,\mu,\sigma^2)=$ $e^{-\mu}\Lambda(e^{-\mu}.t,0,\sigma^2)$ atténuation avec le facteur $e^{-\mu}$ de la courbe $\Lambda(t,\mu,\sigma^2)$ dans les deux axes (temps et amplitude)
Domaine de dispersion	$t\in[\mu-k\sigma,\mu+k\mu]$	$t\in\left[e^{\mu-k\sigma},e^{\mu+k\sigma}\right]$
Caractéristiques topologiques	$T_1+T_2\rightarrow$ $\mathrm{N}(t,\mu_1+\mu_2,\sigma_1^2+\sigma_2^2)$	$T_1.T_2\rightarrow$ $\Lambda(t,\mu_1+\mu_2,\sigma_1^2+\sigma_2^2)$
Caractéristiques topologiques	$T_1-T_2\rightarrow$ $\mathrm{N}(t,\mu_1-\mu_2,\sigma_1^2+\sigma_2^2)$	$T_1/T_2\rightarrow$ $\Lambda(t,\mu_1-\mu_2,\sigma_1^2+\sigma_2^2)$
Relations remarquables	$\bar{t}=m=M=\mu$	$M<m<\bar{t}$

Tableau I.2

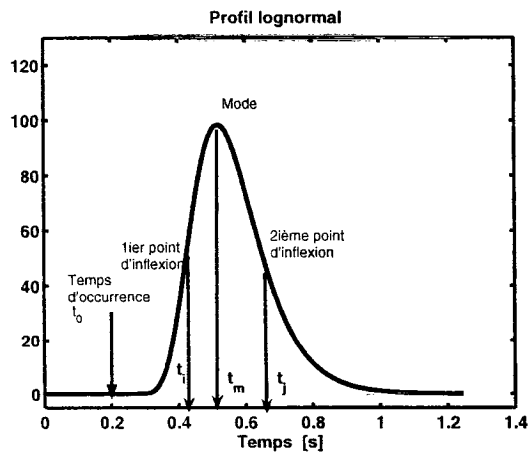


Figure I.1 Profil asymétrique typique de la fonction lognormale.

I.2 Comparaison de la fonction normale $N(t, \mu, \sigma)$ avec la fonction lognormale $\Lambda(t, \mu, \sigma)$

Pour mieux mettre en perspective les caractéristiques d'une lognormale, celle-ci est comparée à la fonction normale ou à la fonction gaussienne en soulignant leurs similitudes et leurs différences. Cette comparaison est résumée dans le Tableau I.2.

La propriété qui sera souvent utilisée est son domaine de dispersion, donné par :

$$t \in \left[\frac{e^{\mu}}{(e^{\sigma})^{k}}, e^{\mu}(e^{\sigma})^{k}\right] = \left[e^{\mu - k\sigma}, e^{\mu + k\sigma}\right] \tag{I.3}$$

Par exemple pour k = 3, l'intervalle correspond à 99.97% de l'aire recouverte par la courbe lognormale.

I.3 Propriétés de la fonction lognormale

I.3.1 Intégrale de la lognormale

Pour simplifier le développement des calculs nous omettons le temps d'occurrence t_0 dans les équations et l'ajoutons s'il y a lieu au résultat final. L'intégrale de la fonction lognormale est définie par la relation suivante:

$$I(t) = \int_0^t \Lambda\left(l; \mu, \sigma^2\right) dl \tag{I.4}$$

avec

$$\Lambda\left(l;\mu,\sigma^2\right)dl = \frac{1}{\sigma l\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{(\ln l-\mu)^2}{2\sigma^2}}dl$$

posons

$$\omega = e^{\mu} \rightarrow \mu = \ln\omega$$

$$\begin{aligned}
&\ln l - \ln\omega = \ln\left(\tfrac{\omega}{l}\right) = k\\
&\tfrac{dk}{dl} = \tfrac{1}{l} \rightarrow dk = \tfrac{dl}{l}\\
&\Lambda\left(l;\mu,\sigma^2\right)dl = \tfrac{1}{\sigma l\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{(\ln l-\mu)^2}{2\sigma^2}}dl = \tfrac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{k^2}{2\sigma^2}}dk
\end{aligned}$$

Et

$$\begin{aligned}
&z = \tfrac{k}{\sigma\sqrt{2}} \rightarrow dk = \sigma z\sqrt{2}\\
&\Lambda\left(l;\mu,\sigma^2\right)dl = \tfrac{\sigma\sqrt{2}}{\sigma\sqrt{2\pi}}e^{-z^2}dz = \tfrac{1}{\sqrt{\pi}}e^{-z^2}dz
\end{aligned}$$

si

$$l \in]0,t[\rightarrow k \in]-\infty,\ln t-\mu[\rightarrow z \in \left]-\infty,\left(\ln t-\mu\right)/\sigma\sqrt{2}\right[$$

et finalement :

$$\begin{aligned} I(t) &= \tfrac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{\tau} e^{-z^2} dz, \quad t \in]0, +\infty[\\ \tau &= \tfrac{\ln t - \mu}{\sigma\sqrt{2}} \end{aligned} \tag{I.5}$$

En particulier, quand t tend vers l'infini, l'intégrale totale est égale à l'unité

$$I(\infty) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-z^2} dz = 1 \tag{I.6}$$

D'autre part, nous pouvons exprimer l'intégrale *I(t)* en fonction de la fonction erreur erf(t) , qui est donnée par :

$$erf(t) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_{0}^{t} e^{-z^2} dz$$

et ,

$$I(t) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{t} e^{-z^2} dz = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \left[\int_{-\infty}^{0} e^{-z^2} dz + \int_{0}^{t} e^{-z^2} dz \right], \quad t \in]0, +\infty[$$

Nous savons que

$$\int_{0}^{+\infty} e^{-z^2} dz = \int_{-\infty}^{0} e^{-z^2} dz = \frac{\sqrt{\pi}}{2}$$

et finalement en ajoutant à la formule le paramètre t_0 et le paramètre D , l'intégrale de la fonction lognormale donnée dans l'équation (I.2) est exprimée comme suit :

$$I(t) = \frac{D}{2}\left[1 + erf\left(\frac{\ln(t-t_0)-\mu}{\sigma\sqrt{2}}\right)\right], t_0 < t < +\infty \tag{I.7}$$

C'est une fonction en forme de S de type sigmoïde qui varie entre zéro et D

I.4 Dérivées de la fonction lognormale

I.4.1 Dérivée première $\dot{\Lambda}(t, \mu, \sigma)$

Posons $k = \frac{\ln(t-t_0)-\mu}{\sigma} \rightarrow \frac{dk}{dt} = \frac{1}{\sigma(t-t_0)}$, ce qui donne

$$\Lambda(t; t_0, \mu, \sigma) = \Lambda(t, k) = \frac{1}{\sigma(t-t_0)\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{k^2}{2}}$$

La dérivée première de la fonction lognormale est donnée par :

$$\frac{d\Lambda(t;k)}{dt} = \frac{d}{dt}\left[\frac{1}{\sigma(t-t_0)\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{k^2}{2}}\right] = -\frac{1}{\sigma(t-t_0)^2\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{k^2}{2}} - \left[\frac{1}{\sigma(t-t_0)\sqrt{2\pi}}\left(k\dot{k}e^{-\frac{k^2}{2}}\right)\right]$$
$$\frac{d\Lambda(t;k)}{dt} = \dot{\Lambda}(t;k) = -\frac{\Lambda(t;k)}{t-t_0} - \Lambda(t;k)\,k\dot{k} = -\frac{\Lambda(t:k)}{\sigma(t-t_0)}(\sigma + k)$$

$$\frac{d\Lambda(t;k)}{dt} = \dot{\Lambda}(t;k) = -\Lambda(t;k)\frac{(\sigma+k)}{\sigma(t-t_0)} \tag{I.8}$$

I.4.2 Zéro de la dérivée première $\dot{\Lambda}(t, \mu, \sigma)$

La dérivée première s'annule quand $\sigma + k = 0$

C'est à dire:

$$\sigma + k = 0 \rightarrow k = \frac{\ln(t - t_0) - \mu}{\sigma} = -\sigma \rightarrow t = t_0 + e^{\mu - \sigma^2}$$

Ainsi, le temps d'occurrence du seul passage par zéro, noté t_{11} , de la dérivée première correspond au mode de la lognormale.

$$t_{11} = t_0 + e^{\mu - \sigma^2} \tag{I.9}$$

I.5 Dérivée seconde $\ddot{\Lambda}(t, \mu, \sigma)$

De la même manière que dans le calcul de l'intégrale, nous omettons dans les formules le temps d'occurrence *t0* pour alléger le développement sans pour autant modifier le résultat final. La dérivée seconde de la fonction lognormale est donnée par :

$$\begin{aligned}
&\tfrac{d^2}{dt^2}\left(\Lambda(t;k)\right) = \ddot{\Lambda}(t;k) = \tfrac{d}{dt}\left(-\Lambda(t;k)\tfrac{\sigma+k}{\sigma t}\right) \\
&\ddot{\Lambda}(t;k) = -\left(-\dot{\Lambda}(t;k)\tfrac{\sigma+k}{\sigma t} + \Lambda(t;k)\tfrac{k\sigma t - \sigma(\sigma+k)}{\sigma^2 t^2}\right) \\
&\ddot{\Lambda}(t;k) = -\left(-\Lambda(t;k)\left(\tfrac{\sigma+k}{\sigma t}\right)^2 + \Lambda(t;k)\tfrac{1-\sigma(\sigma+k)}{\sigma^2 t^2}\right) \\
&\ddot{\Lambda}(t;k) = \tfrac{\Lambda(t;k)}{\sigma^2 t^2}\left(k^2 + 2k\sigma + \sigma^2 - 1 + \sigma^2 + k\sigma\right)
\end{aligned}$$

En tenant compte de t_0 la dérivée seconde de la lognormale est donnée par :

$$\ddot{\Lambda}(t;k) = \frac{\Lambda(t;k)}{\sigma^2 (t - t_0)^2}\left(k^2 + 3k\sigma + 2\sigma^2 - 1\right) \tag{I.10}$$

I.5.1 Zéros de la dérivée seconde $\ddot{\Lambda}(t, \mu, \sigma)$

La dérivée seconde s'annule pour les valeurs de t telles que:

$$k^2 + 3\sigma k + 2\sigma^2 - 1 = 0$$
$$\Delta_k = 9\sigma^2 - 4(2\sigma^2 - 1) = \sigma^2 + 4$$

Le déterminant étant positif, le dérivée seconde possède deux passages par zéro, donnés par :

$$\begin{aligned} k_{1,2} &= \tfrac{-3\sigma \pm \sqrt{\sigma^2+4}}{2} \\ \tfrac{\ln t_1 - \mu}{\sigma} &= \tfrac{-3\sigma - \sqrt{\sigma^2+4}}{2} \rightarrow t_1 = \exp\left\{\mu - \sigma\left(\tfrac{3\sigma + \sqrt{\sigma^2+4}}{2}\right)\right\} \\ \tfrac{\ln t_2 - \mu}{\sigma} &= \tfrac{-3\sigma + \sqrt{\sigma^2+4}}{2} \rightarrow t_2 = \exp\left\{\mu - \sigma\left(\tfrac{3\sigma - \sqrt{\sigma^2+4}}{2}\right)\right\} \end{aligned} \tag{I.11}$$

En insérant le temps d'occurrence le t_0 ; les valeurs des temps t_{21} et t_{22} pour lesquelles la dérivée seconde s'annule sont respectivement données par :

$$t_{21} = t_0 + \exp\left\{\mu - \sigma\left(\tfrac{3\sigma + \sqrt{\sigma^2+4}}{2}\right)\right\}$$
$$t_{22} = t_0 + \exp\left\{\mu - \sigma\left(\tfrac{3\sigma - \sqrt{\sigma^2+4}}{2}\right)\right\}$$

$$\begin{aligned} t_{21} &= t_0 + \alpha_{21} e^{\mu - \sigma^2} \\ t_{22} &= t_0 + \alpha_{22} e^{\mu - \sigma^2} \end{aligned} \tag{I.12}$$

avec

$$\alpha_{21} = e^{-0.5\sigma\left(\sigma + \sqrt{\sigma^2+4}\right)} \leq 0$$
$$\alpha_{22} = e^{-0.5\sigma\left(\sigma - \sqrt{\sigma^2+4}\right)} \geq 0$$

I.6 Dérivées de la fonction lognormale par rapport à ses paramètres

Ces dérivées sont essentiellement utilisées dans le calcul du Jacobien du modèle Sigma-lognormal.

$$\frac{\partial \Lambda(t;...)}{\partial t_0} = \Lambda(t;...)\left[\frac{\ln(t-t_0)-\mu+\sigma^2}{\sigma^2(t-t_0)}\right] \tag{I.13}$$

$$\frac{\partial \Lambda(t;...)}{\partial \mu} = \Lambda(t;...)\left[\frac{\ln(t-t_0)-\mu}{\sigma^2}\right] \tag{I.14}$$

$$\frac{\partial \Lambda(t;...)}{\partial \sigma} = \Lambda(t;...)\left[\frac{(\ln(t-t_0)-\mu)^2-\sigma^2}{\sigma^3}\right] \tag{I.15}$$

En posons $k = \frac{\ln(t-t_0)-\mu}{\sigma^2}$, les coefficients du Jacobien de $v(t;...)$ par rapport aux paramètres sigma-lognormaux sont alors donnés par les relations suivantes :

$$\frac{\partial v(t;...)}{\partial t_0} = v(t;...)\left[\frac{k+1}{t-t_0}\right] \tag{I.16}$$

$$\frac{\partial v(t;...)}{\partial D} = \frac{v(t;...)}{D} \tag{I.17}$$

$$\frac{\partial v(t;...)}{\partial \mu} = v(t;...).k \tag{I.18}$$

$$\frac{\partial v(t;...)}{\partial \sigma} = v(t;...)\left[\frac{(k\sigma)^2-1}{\sigma}\right] \tag{I.19}$$

$$\frac{\partial v\left(t;...\right)}{\partial\theta_s}=\frac{\partial v\left(t;...\right)}{\partial\theta_e}=0 \tag{I.20}$$

Dans le cadre du modèle sigma-lognormal l'angle $\varphi\left(t;...\right)$ que fait le vecteur vitesse $\vec{v}\left(t;...\right)$ avec l'horizontal est donné par la relation suivante

$$\varphi\left(t;...\right)=\theta_s+\frac{\left(\theta_e-\theta_s\right)}{2}\left[1+erf\left(\frac{\ln\left(t-t_0\right)-\mu}{\sigma\sqrt{2}}\right)\right] \tag{I.21}$$

$$\frac{d}{dz}erf\left(z\right)=\frac{2}{\sqrt{\pi}}e^{-z^2} \tag{I.22}$$

Posons: $Z=\frac{1}{2}\left[1+erf\left(\frac{\ln(t-t_0)-\mu}{\sigma\sqrt{2}}\right)\right]$ et en utilisant la dérivée de la fonction d'erreur $erf\left(z\right)$, donnée par l'équation (A.21), les dérivées partielles de l'angle $\varphi\left(t;...\right)$ par rapport aux paramètres sigma-lognormaux sont résumées ci-après :

$$\frac{\partial\varphi\left(t;...\right)}{\partial t_0}=\left(\theta_e-\theta_s\right)\Lambda\left(t;...\right) \tag{I.23}$$

$$\frac{\partial\varphi\left(t;...\right)}{\partial D}=0 \tag{I.24}$$

$$\frac{\partial\varphi\left(t;...\right)}{\partial\mu}=\left(\theta_e-\theta_s\right)\Lambda\left(t;...\right)\left(t-t_0\right)=\left(t-t_0\right).\frac{\partial\varphi\left(t;...\right)}{\partial t_0} \tag{I.25}$$

$$\begin{array}{l}\frac{\partial\varphi(t;...)}{\partial\sigma}=\left(\theta_e-\theta_s\right)\Lambda\left(t;...\right).\left(t-t_0\right).\left(-\frac{\ln(t-t_0)-\mu}{\sigma}\right)\\ \frac{\partial\varphi(t;...)}{\partial\sigma}=\frac{\partial\varphi(t;...)}{\partial\mu}\left(-\frac{\ln(t-t_0)-\mu}{\sigma}\right)\end{array} \tag{I.26}$$

$$\frac{\partial \varphi\left(t;...\right)}{\partial \theta_s} = 1 - Z \tag{I.27}$$

$$\frac{\partial \varphi\left(t;...\right)}{\partial \theta_e} = Z \tag{I.28}$$

En résumé voici les Jacobiens des fonctions $\vec{v}\left(t;...\right)$ et $\varphi\left(t;...\right)$

$$J_v = \left[\frac{\partial v\left(t;...\right)}{\partial t_0}, \frac{\partial v\left(t;...\right)}{\partial D}, \frac{\partial v\left(t;...\right)}{\partial \mu}, \frac{\partial v\left(t;...\right)}{\partial \sigma}, \frac{\partial v\left(t;...\right)}{\partial \theta_s}, \frac{\partial v\left(t;...\right)}{\partial \theta_e}\right] \tag{I.29}$$

$$J_\varphi = \left[\frac{\partial \varphi\left(t;...\right)}{\partial t_0}, \frac{\partial \varphi\left(t;...\right)}{\partial D}, \frac{\partial \varphi\left(t;...\right)}{\partial \mu}, \frac{\partial \varphi\left(t;...\right)}{\partial \sigma}, \frac{\partial \varphi\left(t;...\right)}{\partial \theta_s}, \frac{\partial \varphi\left(t;...\right)}{\partial \theta_e}\right] \tag{I.30}$$

Chaque composante du Jacobien est en fait un vecteur dont le nombre de points est égal au nombre d'échantillons (voir la notation adoptée pour désigner les composantes des Jacobiens).

ANNEXE II

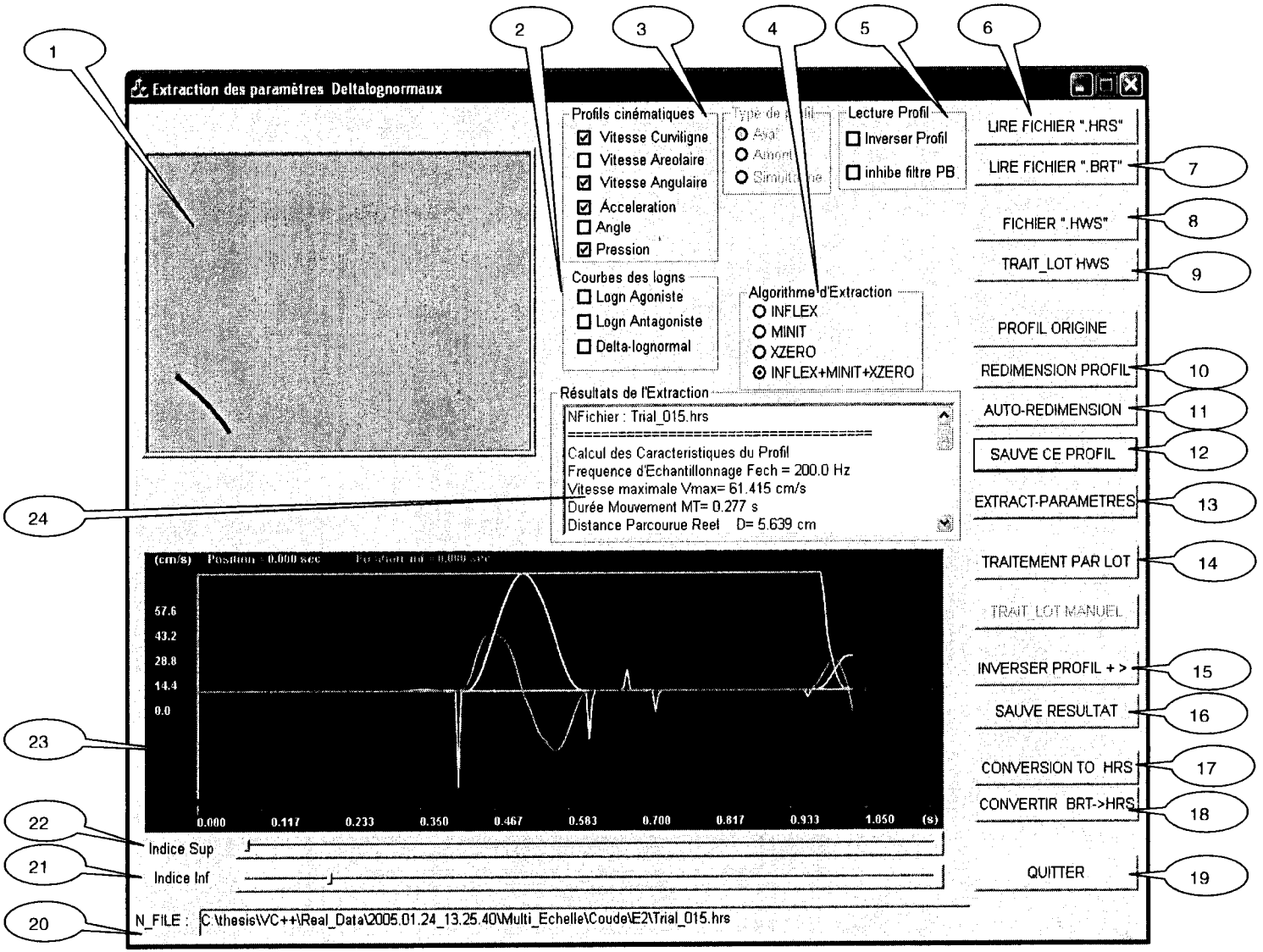
PRÉSENTATION DU SYSTÈME D'EXTRACTION DES PARAMÈTRES DELTA-LOGNORMAUX

II.1. Introduction

Le système d'extraction présenté au chapitre 10 a été implanté sous forme d'un logiciel permettant d'analyser en hors ligne la cinématique du mouvement humain. Ce logiciel présente une interface humaine machine (IHM) qui permet à l'utilisateur de manipuler facilement les données brutes issues de la phase d'acquisition. Elle possède la plupart des tâches dont nous avons besoin pour lire, prétraiter et extraire les paramètres delta-lognormaux du profil de vitesse. Il offre aussi d'autres outils supplémentaires afin d'automatiser par exemple l'extraction des paramètres de plusieurs profils qu'ils soient réels, idéaux ou simulés. Nous allons présenter dans cette annexe les principales caractéristiques de ce logiciel, en donnant un exemple d'extraction des paramètres du profil de vitesse d'un mouvements rapide.

II.2. Présentation du logiciel d'extraction

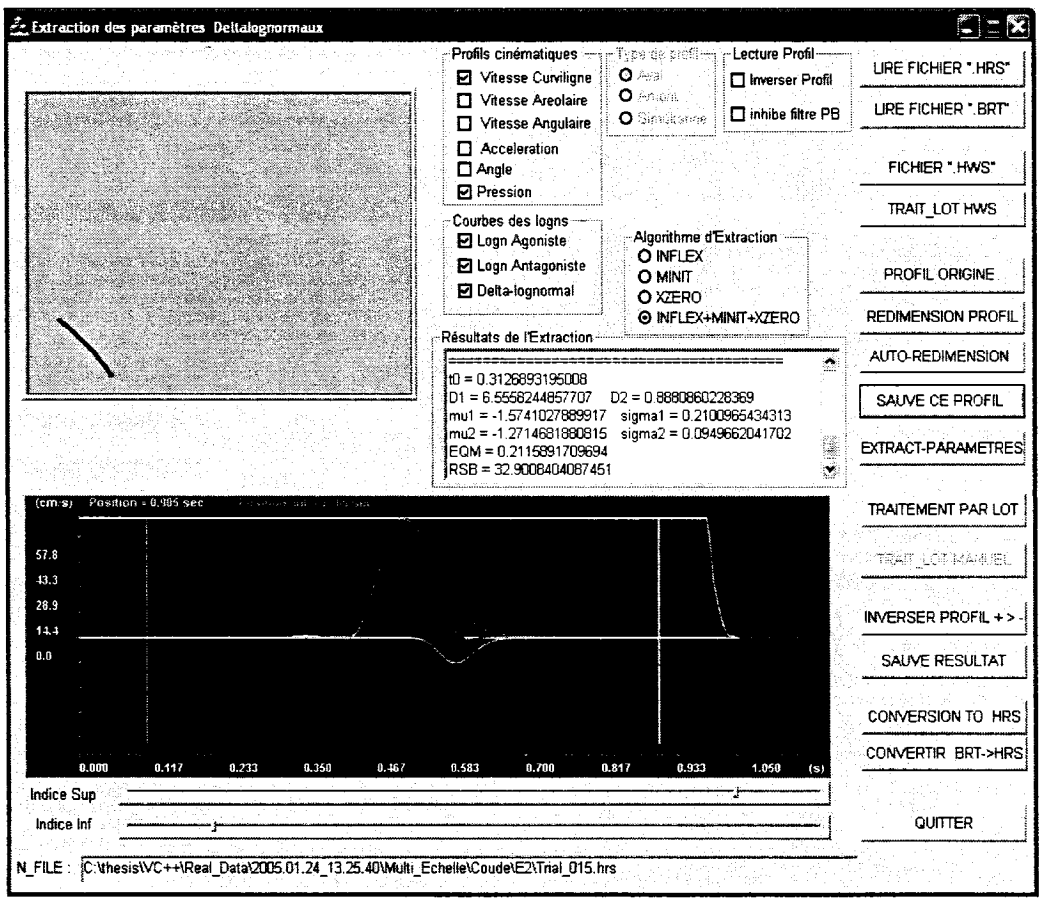
Ce logiciel présente une IHM qui contient les boutons de commande et de paramétrage de l'extraction. Nous pouvons ainsi choisir la méthode d'extraction, le type de profils cinématiques à afficher ou bien l'inhibition de l'opération de filtrage passe-bas du profil de vitesse. Sa description générale est donnée à la figure suivante :


Extraction des paramètres Deltalognormaux
Profils cinématiques
Vitesse Curviligne
Vitesse Areolaire
Vitesse Angulaire
Acceleration
Angle
Pression
Courbes des logns
Logn Agoniste
Logn Antagoniste
Delta-lognormal
Lecture Profil
Inverser Profil
inhibe filtre PB
Algorithme d'Extraction
INFLEX
MINIT
XZERO
INFLEX+MINIT+XZERO
Résultats de l'Extraction
NFichier : Trial_015.hrs
Calcul des Caracteristiques du Profil
Frequence d'Echantillonnage Fech = 200.0 Hz
Vitesse maximale Vmax= 61.415 cm/s
Durée Mouvement MT= 0.277 s
Distance Parcourue Reel D= 5.639 cm
(cm/s)
57.6
43.2
28.8
14.4
0.0
0.000
0.117
0.233
0.350
0.467
0.583
0.700
0.817
0.933
1.050
(s)
Indice Sup
Indice Inf
N_FILE :
C:\thesis\VC++\Real_Data\2005.01.24_13.25.40\Multi_Echelle\Coude\E2\Trial_015.hrs
LIRE FICHIER ".HRS"
LIRE FICHIER ".BRT"
FICHIER ".HWS"
TRAIT_LOT HWS
PROFIL ORIGINE
REDIMENSION PROFIL
AUTO-REDIMENSION
SAUVE CE PROFIL
EXTRACT-PARAMETRES
TRAITEMENT PAR LOT
TRAIT_LOT MANUEL
INVERSER PROFIL + >
SAUVE RESULTAT
CONVERSION TO HRS
CONVERTIR BRT->HRS
QUITTER
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
13
14
15
16
17
18
19
20
21
22
23
24

344

1. Visualisation du tracé
2. Choix dans l'affichage des profils delta-lognormaux
3. Choix dans l'affichage des profils cinématiques.
4. Choix des méthodes d'extraction
5. Choix de l'inversion du profil de vitesse et de l'inhibition du filtre passe-bas.
6. Ouverture d'un fichier de données réelles
7. Ouverture des anciens fichiers de données BRT (f_ech = 100 Hz)
8. Ouverture d'un fichier de données idéales et simulées
9. Extractions automatiques de plusieurs profils de vitesse idéaux ou simulés
10. Séparation manuelle de la portion utile du profil de vitesse (élimination de la partie relative à la levée du stylet)
11. Séparation automatique de la portion utile du profil de vitesse
12. Sauvegarde du profil de vitesse prétraité
13. Extraction des paramètres delta-lognormaux avec la méthode choisie en 4
14. Exécution automatique des extractions sur plusieurs fichiers.
15. Inversion manuelle du profil de vitesse (Restituer sa partie négative si elle existe)
16. Sauvegarde du résultat de l'inversion
17. Conversion en lot des fichiers de données brutes sous le format HRS
18. Conversion en lot des fichiers BRT sous le format HRS.
19. Quitter le programme
20. Affichage du chemin du fichier courant
21. Glissière (ou Slider) fixant l'indice inférieur utilisé en 10 et en 15.
22. Glissière (ou Slider) fixant l'indice supérieur utilisé en 10 et en 15.
23. Visualisation des profils cinématiques
24. Affichage des résultats de l'extraction

La figure qui suit illustre l'utilisation de ce système d'extraction pour extraire les paramètres delta-lognormaux d'un profil de vitesse réel. Après la lecture du fichier de données brutes, le choix de la méthode d'extraction et la séparation de la partie utile du profil de vitesse, nous déclenchons le processus d'extraction des paramètres. Ensuite, le système d'extraction fournit, après quelques centièmes de secondes, les valeurs extraites des paramètres et reconstitue les composantes agoniste et antagoniste par des graphiques qui se superposent au profil de vitesse. Nous pouvons ainsi se rendre compte de la qualité de l'extraction soit visuellement en observant la qualité de superposition du profil réel avec le profil delta-lognormal ou bien en lisant les valeurs de l'erreur quadratique moyenne EQM et du rapport signal sur bruit RSB.



ANNEXE III

RÉSULTATS DES PERFORMANCES DU SYSTÈME D'EXTRACTION EN PRÉSENCE DU BRUIT

III.1 Description des résultats

Le Tableau III.1 résume les résultats des performances du système d'extraction des paramètres delta-lognormaux en fonction de huit niveaux du rapport signal sur bruit.

Tableau III.1. Résumé des résultats d'extraction des 56000 profils bruités

Nclasse	Bruit	RSB [dB]	Paramètre	Performance [%]	Param_Moy	Param_Min	Param_Max	Param_EcartType	EQM_Moy
1	1	10	1	64.3	0.010369	-0.0511	0.182399	0.036490	764.9143
1	1	10	2	64.3	-0.089034	-11.3677	6.455002	2.800877	764.9143
1	1	10	3	64.3	-0.048145	-0.8884	0.612789	0.224042	764.9143
1	1	10	4	64.3	0.005890	-0.2723	0.232211	0.078275	764.9143
1	1	10	5	64.3	-0.471563	-8.9283	4.240893	2.299132	764.9143
1	1	10	6	64.3	0.042326	-1.3272	2.316839	0.515614	764.9143
1	1	10	7	64.3	0.031776	-0.8010	0.183638	0.099292	764.9143
1	2	15	1	75.1	0.004272	-0.04923	0.181555	0.023364	237.6525
1	2	15	2	75.1	-0.189362	-8.38612	5.249028	2.123307	237.6525
1	2	15	3	75.1	-0.020977	-0.87952	0.465498	0.144185	237.6525
1	2	15	4	75.1	0.001615	-0.18751	0.181455	0.047962	237.6525
1	2	15	5	75.1	-0.258928	-8.37135	4.800721	1.930053	237.6525
1	2	15	6	75.1	0.045936	-1.17258	2.216154	0.344027	237.6525
1	2	15	7	75.1	0.020196	-0.49623	0.186613	0.072456	237.6525
1	6	20	1	84.9	0.002883	-0.0397	0.181300	0.018621	131.0591
1	6	20	2	84.9	-0.284906	-11.0702	8.989300	1.784897	131.0591
1	6	20	3	84.9	-0.017112	-1.5498	0.427700	0.118794	131.0591
1	6	20	4	84.9	0.001633	-0.1670	0.188000	0.034132	131.0591
1	6	20	5	84.9	-0.313388	-8.8402	3.782400	1.631270	131.0591
1	6	20	6	84.9	0.028145	-1.5012	1.866500	0.253695	131.0591
1	6	20	7	84.9	0.007948	-0.5365	0.377200	0.063009	131.0591

348

Tableau III.1-suite

Nclasse	Bruit	RSB [dB]	Paramètre	Performance [%]	Param_Moy	Param_Min	Param_Max	Param_EcartType	EQM_Moy
1	3	25	1	90.0	0.000193	-0.02884	0.035634	0.006397	24.31616
1	3	25	2	90.0	-0.245071	-8.77778	4.655468	1.150861	24.31616
1	3	25	3	90.0	-0.002257	-0.21777	0.242034	0.046121	24.31616
1	3	25	4	90.0	-0.001347	-0.09428	0.053127	0.017692	24.31616
1	3	25	5	90.0	-0.247851	-8.61405	3.878149	1.102830	24.31616
1	3	25	6	90.0	0.017220	-1.13780	2.242211	0.167810	24.31616
1	3	25	7	90.0	-0.002842	-0.81848	0.167581	0.052640	24.31616
1	7	30	1	94.6	-0.000005	-0.01920	0.017400	0.003624	7.979131
1	7	30	2	94.6	-0.095634	-7.82900	2.125800	0.741895	7.979131
1	7	30	3	94.6	-0.000391	-0.12130	0.130700	0.025609	7.979131
1	7	30	4	94.6	-0.000543	-0.06440	0.037600	0.010392	7.979131
1	7	30	5	94.6	-0.092660	-8.02640	2.132200	0.717354	7.979131
1	7	30	6	94.6	0.000200	-0.17650	0.187200	0.026163	7.979131
1	7	30	7	94.6	0.000134	-0.28120	0.229300	0.022783	7.979131
1	8	35	1	97.4	0.000009	-0.01450	0.015300	0.001992	2.516374
1	8	35	2	97.4	-0.030519	-1.98390	1.698500	0.310393	2.516374
1	8	35	3	97.4	-0.000179	-0.11020	0.102000	0.014205	2.516374
1	8	35	4	97.4	-0.000156	-0.03030	0.025900	0.005540	2.516374
1	8	35	5	97.4	-0.027993	-1.91500	1.586400	0.299739	2.516374
1	8	35	6	97.4	0.000416	-0.07680	0.204300	0.016124	2.516374
1	8	35	7	97.4	-0.000302	-0.15180	0.100600	0.012755	2.516374
1	4	40	1	99.0	-0.000049	-0.009587	0.006488	0.001279	0.804425
1	4	40	2	99.0	-0.012916	-1.05341	0.702716	0.182696	0.804425
1	4	40	3	99.0	0.000286	-0.046272	0.069813	0.009172	0.804425

Nclasse	Bruit	RSB [dB]	Paramètre	Performance [%]	Param_Moy	Param_Min	Param_Max	Param_EcartType	EQM_Moy
1	4	40	4	99.0	-0.000229	-0.025057	0.014024	0.003542	0.804425
1	4	40	5	99.0	-0.012485	-1.05152	0.691435	0.175834	0.804425
1	4	40	6	99.0	0.000239	-0.042971	0.065804	0.009265	0.804425
1	4	40	7	99.0	-0.000271	-0.036847	0.041022	0.006219	0.804425
1	5	80	1	99.7	0.000000	-0.000092	0.000065	0.000013	0.000081
1	5	80	2	99.7	0.000001	-0.010301	0.009157	0.001788	0.000081
1	5	80	3	99.7	0.000000	-0.000456	0.000602	0.000089	0.000081
1	5	80	4	99.7	0.000000	-0.000170	0.000142	0.000033	0.000081
1	5	80	5	99.7	0.000001	-0.010778	0.008937	0.001701	0.000081
1	5	80	6	99.7	0.000000	-0.000579	0.000843	0.000099	0.000081
1	5	80	7	99.7	0.000000	-0.000421	0.000409	0.000066	0.000081

Nomenclature	Correspondance	Nomenclature	Correspondance
Nclasse	Numéro de la classe indexée de 1 à 7	**Param_Moy**	Valeur moyenne de la fonction Err
Bruit	Numéro attribué au bruit	**Param_Min**	Minimum de la fonction Err
RSB [db]	Valeur du Rapport Signal sur Bruit en dB	**Param_Max**	Maximum de la fonction Err
Paramètre	No d'identification du param : $1 \rightarrow t_0, 7 \rightarrow \sigma_2$	**Param_EcartType**	Écart Type de la fonction Err
Performance[%]	% d'extraction avec contraintes	**EQM_Moy**	Moyenne de l'EQM

Tableau III.1-suite

ANNEXE IV

SYSTÈME COGNITIF D'ACQUISITION DE L'ÉCRITURE MANUSCRITE

IV.1. Introduction

Dans cette annexe, nous allons aborder, avec plus détails, la réalisation des trois modules constituants le système d'acquisition. Il s'agit des modules de numérisation des coordonnées X et Y des points de la trajectoire du mouvement, du module de génération de stimuli visuels et sonores, et du module de prétraitement utilisé pour calculer les profils cinématiques. Pour réaliser ce système, nous avons eu recours aux dernières technologies existantes actuellement pour implanter ces différents modules tant au niveau matériel qu'au niveau logiciel. Le but est de construire un système capable de numériser la trajectoire d'un mouvement humain effectué dans un plan avec la meilleure précision que nous pouvons atteindre, et de se synchroniser avec un système d'acquisition EMG pour acquérir simultanément la trajectoire du mouvement et les activités électriques des muscles. Nous commençons cette description par présenter l'architecture globale du système. Ensuite, nous entamons celles des trois modules. Dans la section trois, nous abordons le protocole expérimental typique utilisé pour acquérir un mouvement rapide avec ce système. Nous présentons ensuite, quelques échantillons de résultats obtenus.

IV.2. Description du système d'acquisition

Le système, que nous avons désigné par S.A.E.M (pour Système d'Acquisition de l'Écriture Manuscrite), est un système dédié à la numérisation en ligne de l'écriture manuscrite. Il est capable d'échantillonner la trajectoire du mouvement, décrite par le stylo lors de l'écriture sur une tablette à numériser, avec une fréquence constante de 200 échantillons par seconde. Dans les expériences où il est question d'analyser le système neuromusculaire en tant que réponse impulsionnelle avec les paramètres du modèle delta-lognormal, le SAEM est doté d'un stimulateur cognitif visuel qui permet de générer des motifs visuels de différentes couleurs et complexités. Avec ce stimulateur, il est ainsi possible de fixer l'origine temporelle du début d'une expérience et, par un choix approprié de tests, de faire varier le paramètre t_0 du modèle delta-lognormal. Le schéma synoptique global du système, repris du chapitre 4 et décrit à la Figure IV.1, est constitué des modules suivants :

- Le stimulateur cognitif visuel : c'est un système électronique possédant un afficheur matriciel 8x10 à DELs (diodes électroluminescentes de forte intensité), capable d'afficher un motif cognitif avec quatre couleurs différentes (noire, rouge, vert et orange).
- Le système de numérisation : c'est une tablette à numériser de Wacom donnant, à toutes les cinq millisecondes, un ensemble d'information sur la position de la pointe du stylo ou du stylet se trouvant à proximité de la sa surface active.
- Le module de prétraitement : c'est un ensemble de programmes informatiques réunis sous forme d'une librairie qui représentent les implantations logicielles de tous les algorithmes de filtrage numérique et de toutes les méthodes mathématiques utilisées pour calculer les profils cinématiques du mouvement humain (vitesse curviligne, accélération, etc.).
- Un signal de sortie de synchronisation qui permet de synchroniser l'acquisition de signaux différents reliés au mouvement humain. Dans notre

cas, ce signal est utilisé pour synchroniser le SAEM avec un système d'acquisition EMG, afin d'effectuer une acquisition simultanée de l'écriture manuscrite et des signaux EMG des différents muscles du bras humain.

La synchronisation et le pilotage de ces différents modules sont assurés par un programme principal qui possède une interface humaine machine (IHM) avec laquelle, un expérimentateur va utiliser ce système pour configurer et exécuter son plan expérimental.

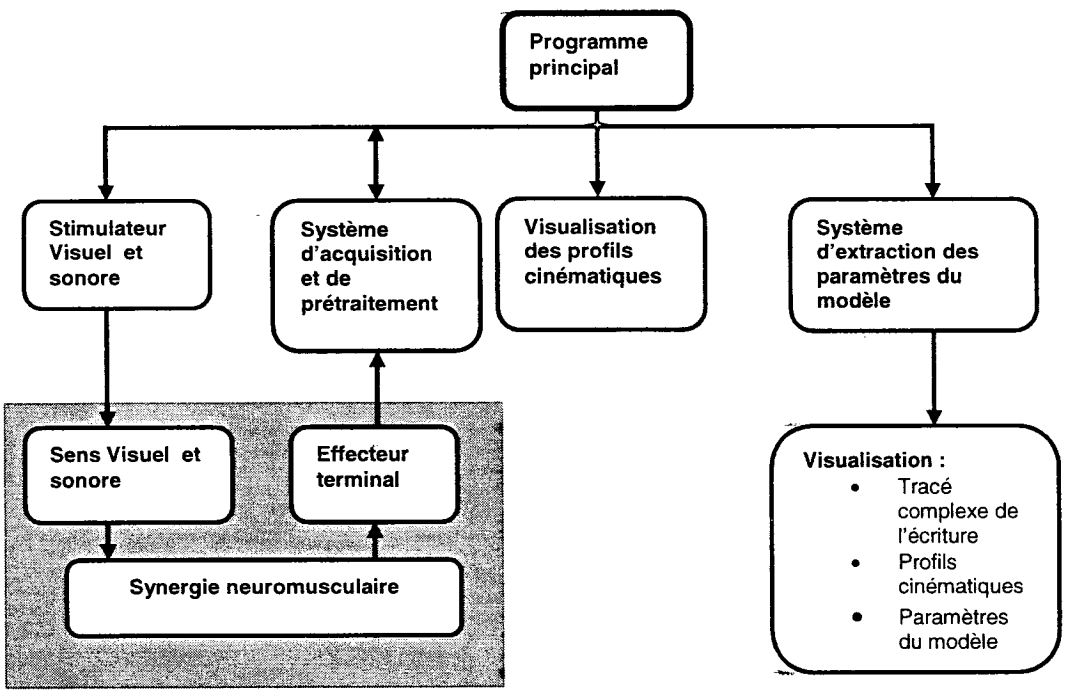


Figure IV.1. Synoptique général du système SAEM

IV.2.1. Stimulateur cognitif visuel

Pourquoi choisir de réaliser un tel système ?

En effet, nous sommes tenter de suggérer que puisque le système d'acquisition comporte un PC où sont exécutés les programmes informatiques dédiés à la commande

et au prétraitement, pourquoi ne pas alors utiliser, son moniteur et sa carte son pour générer les stimuli visuels et sonores ?

Comme la fréquence d'échantillonnage de la tablette à numériser est égale à 200 Hz, il faut donc s'assurer que le stimulus atteigne les sens du sujet humain en moins de 5 ms pour qu'il n y' est pas de biais engendré par cette stimulation sur les caractéristiques du profil de vitesse. Or, actuellement, la plupart des écrans d'ordinateur possèdent des temps de rafraîchissement très supérieur à 5 ms. Le même constat est fait sur l'utilisation d'écrans LCD ou autres. De plus, en utilisant les ressources propres au PC, il n'est par exemple pas facile d'estimer avec précision le temps mis par le PC pour afficher un motif à partir du moment où la commande d'affichage est envoyée (les temps d'exécution des *threads* sont variables, dépendamment de la file d'attente des tâches à exécuter par l'unité centrale de traitement du micro-ordinateur). C'est pour cette raison que la réalisation de ce système est essentielle.

C'est un système électronique architecturé autour d'un microcontrôleur. Il possède une logique de communication avec un micro-ordinateur du type PC via le port parallèle, et une matrice 8x10 à DELs de haute intensité. Le microcontrôleur est utilisé pour assurer le transfert du motif cognitif à afficher avec une couleur donnée et pour l'afficher sur la matrice avec un temps de rafraîchissement situé aux alentours de 1 ms. Cette valeur du temps de rafraîchissement est bien adaptée pour assurer une stimulation du sujet humain sans aucun biais lié au temps d'affichage.

Il faut souligner que chaque système que nous utilisons pour mesurer un paramètre physique ajoute un effet ou un bruit qui altère sa valeur mesurée. Il faudra, à ce moment, éliminer en amont tout biais connu lors de la construction du système de mesures. Par exemple dans le cas de l'analyse des mouvements rapides, cinq des sept paramètres du modèle delta-lognormal sont des temps (naturels ou logarithmique), un biais sur l'origine des temps lors de la numérisation du profil de vitesse va être directement transmis vers les valeurs mesurées de ces paramètres. Ceci va ajouter un biais supplémentaire dans l'analyse statistique sur leur variabilité.

L'architecture globale du stimulateur est décrite à la Figure IV.2. Le microcontrôleur utilisé est le AVR AT90S85515 de Atmel. Son choix a été fixé en fonction de son prix, de ses nombreux ports de communications sérielle et parallèle, de sa grande capacité mémoire et de sa facilité de programmation. Nous avons opté pour une communication sérielle synchrone entre le PC et l'AVR pour pouvoir fixer, avec précision, le temps le transfert d'un motif à afficher, qui est inférieur à 10 ms. Les deux ports parallèles A, B et quatre bits du port D de l'AVR sont utilisé pour contrôler l'affichage du motif sur la matrice à DELs en moins de 1 ms. L'exécution du début d'affichage du motif se fait par une interruption matérielle externe de l'AVR. Le signal sonore est un signal sinusoïdal modulé par largeur d'impulsions (*Pulse Width Modulation* ou PWM). Le microcontrôleur possède une sortie PWM spécialement prévue pour ce type de modulation. Nous avons alors mis en série un filtre passe-bas et un amplificateur audio pour démoduler et amplifier le signal sonore.

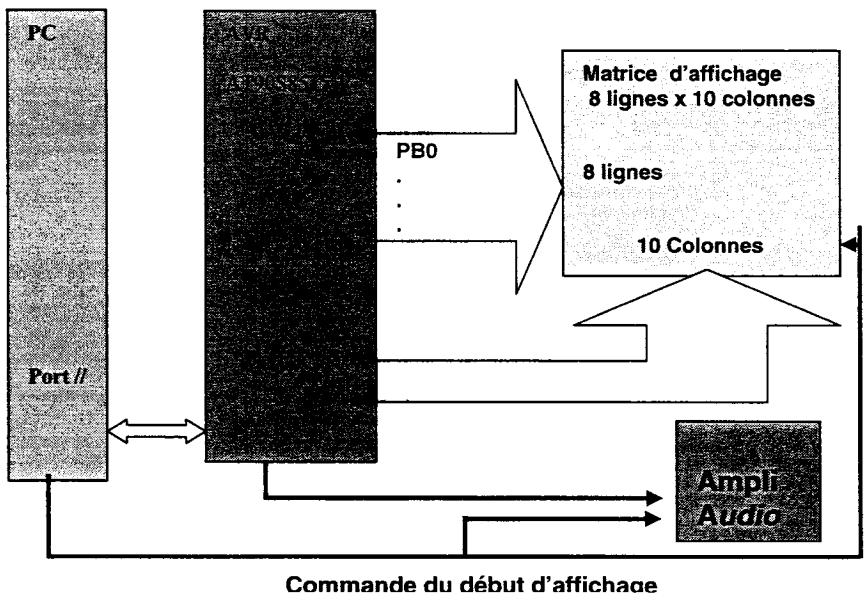


Figure IV.2. Architecture globale du stimulateur

IV.2.1.1. Fonctionnement du stimulateur

Après avoir choisi le motif à afficher, sa couleur ainsi que la fréquence du signal sonore, le programme principal envoie ces informations d'une manière sérielle vers le microcontrôleur AVR en utilisant le port parallèle pour imprimante du PC. Ensuite, avant d'envoyer la commande pour afficher le motif, le programme principal envoie d'abord un octet de commande où sont codés le numéro de page où est stocké lu motif à afficher (1 à 10), sa couleur, la fréquence du signal, et le type de stimulation (visuel seul, sonore seul ou bien visuel + sonore). Au niveau de l'AVR, l'octet de commande est décodé et le motif visuel est envoyé dans les ports pour être affiché. Seulement, l'affichage effectif du motif ne se fait que lorsqu'un bit de commande est envoyé depuis le PC pour activer les mémoires tampons de l'afficheur. Nous résumons ci-après les étapes effectuées pour afficher un motif.

1. Choisir les motifs à afficher, leur couleur ainsi que la fréquence du signal sonore
2. Envoyer les motifs du PC vers l'AVR du stimulateur
3. Envoyer la commande relative au motif à afficher et à la fréquence du signal sonore
4. Décoder de l'octet de commande par l'AVR et envoyer du motif visuel pour affichage (l'affichage effectif ne se fait pas encore : la mémoire tampon de l'affichage est inhibée)
5. Envoyer de l'accusé de réception par l'AVR vers le PC.
6. Afficher effectif du motif en activant la mémoire tampon de l'affichage par le PC.

À partir d'un premier prototype réalisé par l'auteur de cette thèse, la phase de réalisation de ce stimulateur a été confiée à l'équipe d'ingénieurs du laboratoire Scribens, dans le cadre d'un ^rojet de recherche subventionné par la fondation Lucie et André Chagnon. Le boîtier noir, choisi pour obtenir un meilleur contraste visuel,

renferme l'assemblage de la carte électronique du microcontrôleur, de la matrice à DEL, et du haut parleur (voir la Figure IV.3).

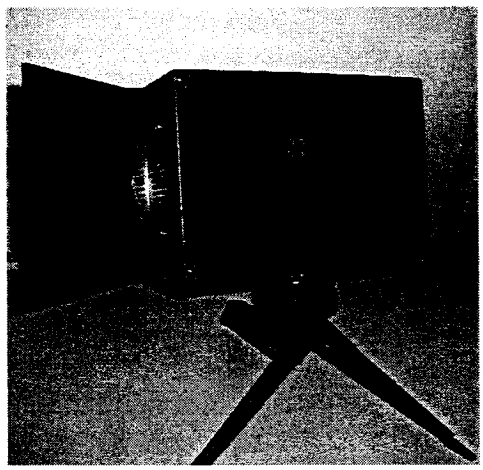


Figure IV.3. Système de stimulation cognitif

IV.2.2. Module de numérisation

Ce module est en fait une tablette à numériser. Notre choix s'est arrêté sur la tablette Intuos II de Wacom, version USB. Elle permet de numériser la trajectoire décrite par le stylet avec une fréquence d'échantillonnage égale à 200 Hz. Sa résolution spatiale est de cent points par millimètre. Nous avons choisi ce type de tablette pour ses résolutions spatiale et temporelle et aussi pour les ressources logicielles disponibles. Ainsi, la librairie Wintab, développée par Wacom et ses collaborateurs, permet de développer sous la plateforme Windows, le programme de pilotage et de synchronisation de cette tablette. Lorsqu'elle est configurée en mode « reconnaissance de l'écriture », la tablette Intuos II fonctionne sous sa fréquence maximale d'échantillonnage de 200 Hz, offrant ainsi une multitude d'informations sur les coordonnées X et Y du stylo, sur la pression et sur les angles d'azimut et d'élévation de celui-ci. La Figure IV.4 illustre pour une position quelconque du stylet en mouvement, par les informations captées et la Figure IV.5 présente une photo de la tablette à numériser.

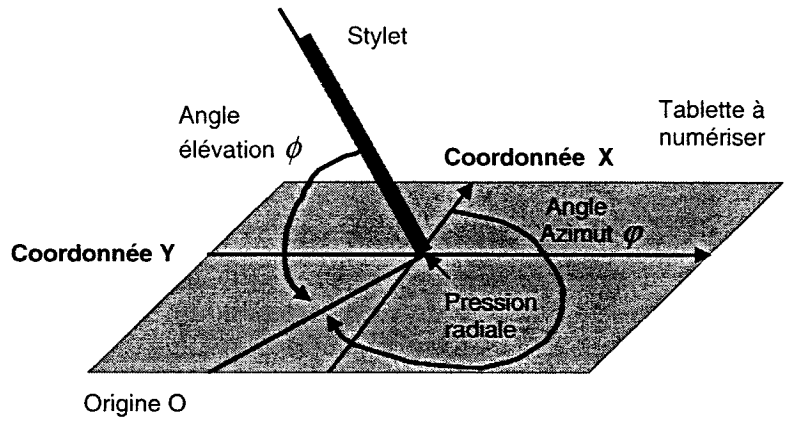


Figure IV.4. Informations sur les coordonnées géométriques du stylet données par la tablette à numériser.

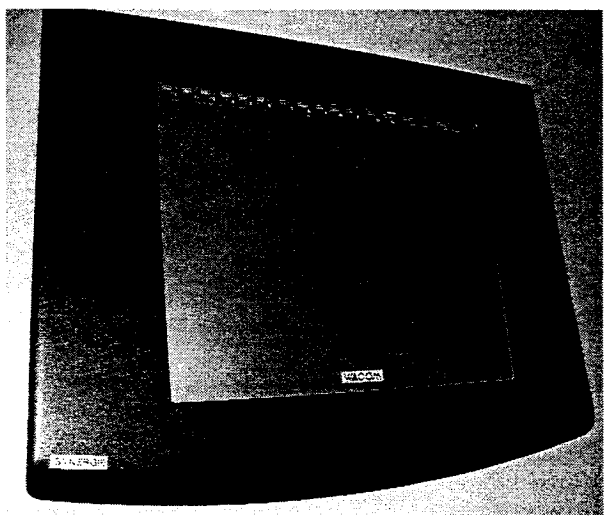


Figure IV.5. Tablette à numériser Intuos II de Wacom de dimensions 6x8 pouces carre

Étant donné que la connexion avec le PC se fait grâce au port USB, le temps de transfert des coordonnées géométriques du stylet n'est donc limité que par la fréquence d'échantillonnage de la tablette. Une fois que ces informations brutes sont enregistrées,

la phase de prétraitement consiste à les conditionner de façon à calculer les profils cinématiques du mouvement numérisé.

IV.2.3. Module de prétraitement

Ce module regroupe tous les algorithmes de filtrage des signaux numériques et de calcul des profils cinématiques du mouvement, qui sont décrits avec plus de détails à l'annexe E. En partant des données brutes enregistrées par le module de numérisation, la phase de prétraitement consiste à calculer les profils cinématiques du mouvement tel que les vitesses curviligne et angulaire. Pour obtenir ces profils, nous avons besoin d'évaluer les dérivées temporelles des positions X et Y. De plus, une étape supplémentaire de filtrage est nécessaire pour réduire l'effet du bruit accompagnant les données brutes.

Ainsi, le prétraitement consiste à filtrer en premier les données brutes. Cette phase contient l'opération de filtrage dérivatif de type RIF ayant une fréquence de coupure de 64 Hz, utilisée pour calculer les dérivées nécessaires dans la construction des profils cinématiques et l'opération de filtrage passe-bas RII de Tchebychev type II, utilisé pour réduire l'effet des distorsions engendrées par l'acquisition. Ce module de prétraitement est schématisé comme suit à la Figure IV.6.

IV.2.4. Programme principal

Comme nous l'avons signalé plus haut, le programme principal, développé sous Windows, est lié à une interface humaine machine (IHM), développée avec les outils MFC de Visual C++. En plus d'assurer la synchronisation entre la tablette à numériser et le stimulateur cognitif, celui-ci intègre, dans une seule IHM, tous les modules logiciels de paramétrage du protocole expérimental, du prétraitement des données brutes et de l'affichage des profils cinématiques.

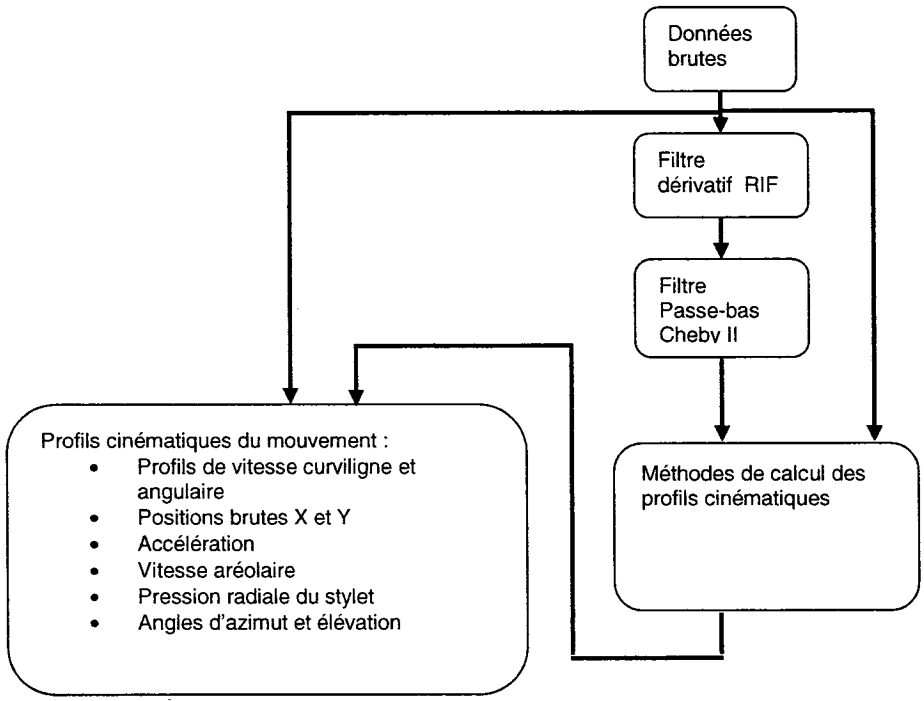


Figure IV.6. Schéma synoptique du module de prétraitement

Ce programme représente la partie logicielle du système d'acquisition qui coordonne le cheminement des données et informations d'un module à un autre. Nous avons opté pour l'utilisation de fichiers temporaires comme moyen de communication entre les modules. En particulier, le programme principal utilise deux fichiers, nommés *resultats.tmp* et *parametre.tmp*, qui contiennent respectivement les résultats du prétraitement des données brutes et les données de paramétrage nécessaires pour effectuer un protocole expérimental donné. Ce programme est composé de trois principaux sous-programmes où chacun d'eux est lié à une interface graphique.

Le premier sous-programme s'occupe de l'acquisition de l'écriture manuscrite. Ainsi, après avoir décodé les paramètres de l'acquisition contenus dans le fichier parametre.tmp, celui-ci synchronise la tablette à numériser et le stimulateur cognitif, ensuite il enregistre les données d'acquisition brutes dans le fichier resultats.tmp (voir l'IHM de ce sous-programme à la figure Figure IV.7).

Le deuxième sous-programme utilise ces données brutes pour exécuter les opérations de prétraitement. Il est doté d'une zone de visualisation où sont affichés les profils cinématiques de l'écriture manuscrite. Ce module permet par exemple de suivre hors ligne l'évolution temporelle du mouvement simultanément sur les profils cinématiques et sur le tracé. Elle offre aussi la possibilité de superposer toutes les courbes de profils afin d'observer des événements particuliers tels que le maximum de la vitesse angulaire correspond aux vallées de la vitesse curviligne (voir l'IHM de ce sous-programme à la Figure IV.10).

Le troisième sous-programme offre, à travers une interface graphique interactive, tous les outils nécessaires pour construire un protocole expérimental (choix du motif graphique à envoyer au stimulateur, utilisation ou non d'un stimulus sonore, format des fichiers de données compatibles avec Matlab ou Excel, etc.) (voir l'IHM de ce sous-programme à la Figure IV.9).

Dans ce programme, il existe un module de visualisation qui affiche la trajectoire du mouvement durant l'acquisition, sans affecter la période d'échantillonnage. De plus, après l'acquisition, la plupart des profils cinématiques sont affichés, ce qui donne à l'expérimentateur un premier aperçu de la cinématique du mouvement.

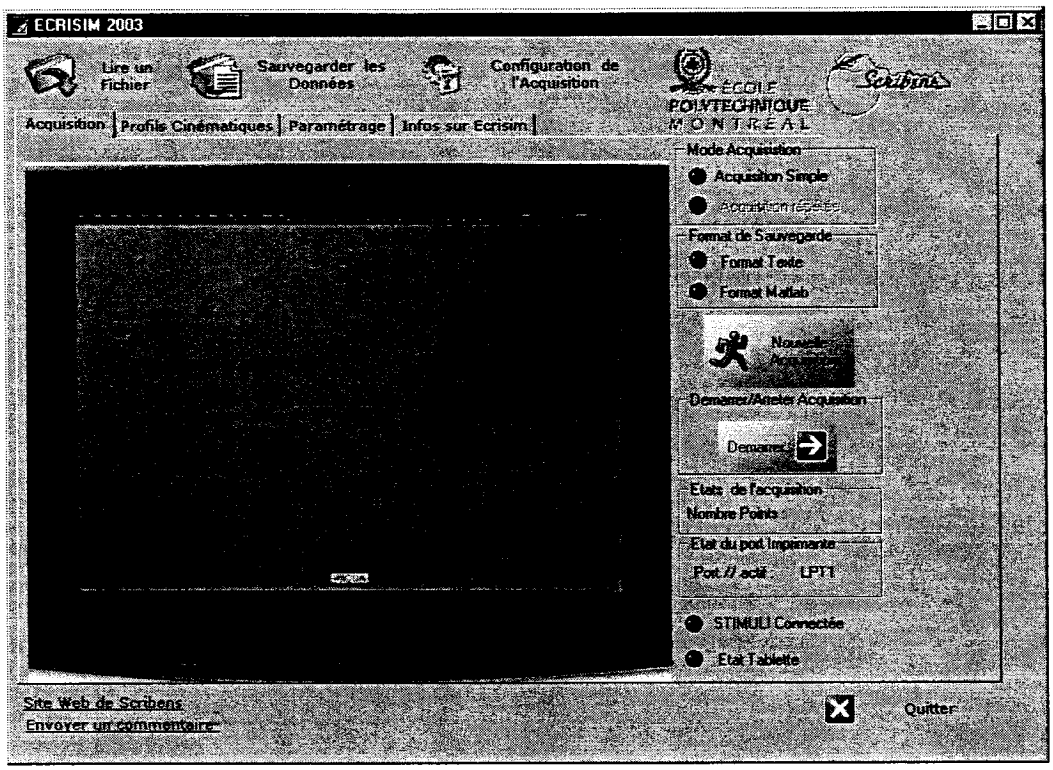


Figure IV.7 Interface graphique du programme principal

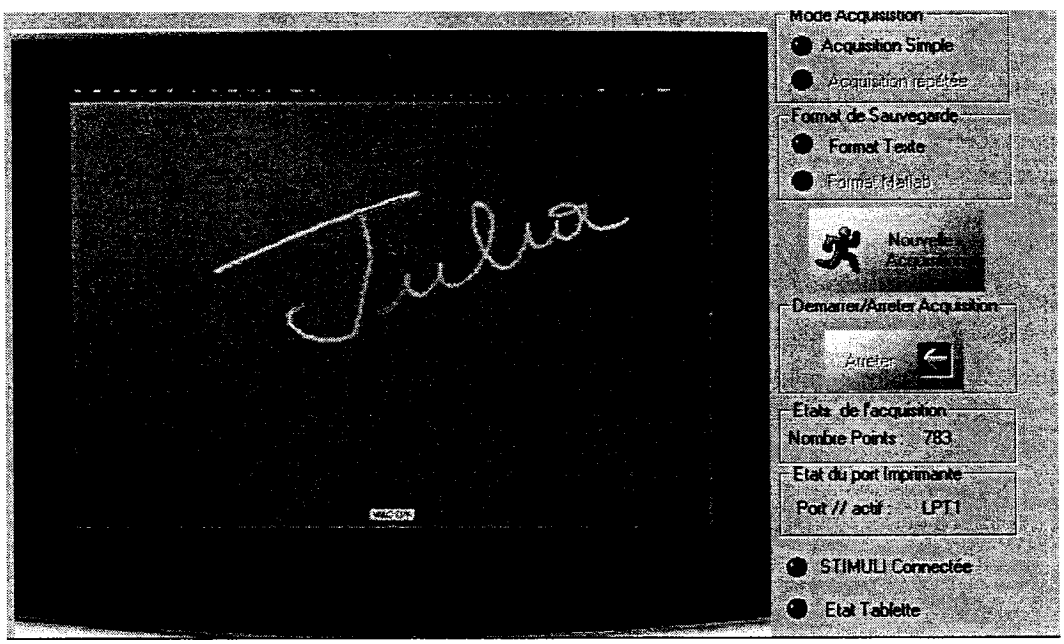


Figure IV.8. Interface graphique du sous-programme d'acquisition de l'écriture manuscrite

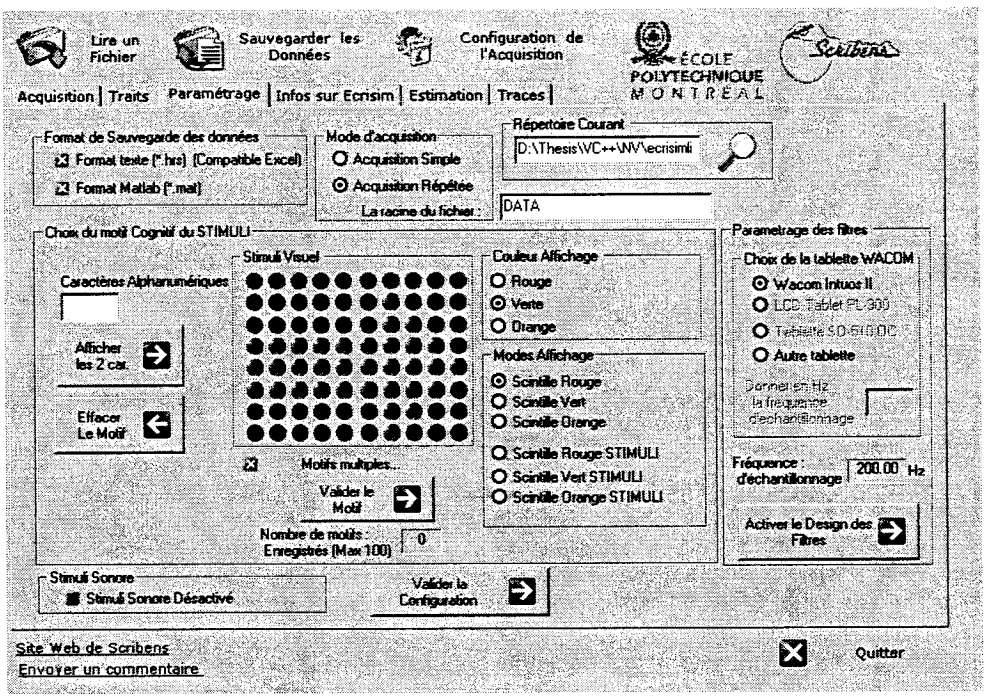


Figure IV.9. Interface graphique du sous-programme de paramétrage permettant le choix du motif cognitif et de sa couleur, du type du format de sauvegarde, du type d'acquisition, des coefficients des filtres, etc.

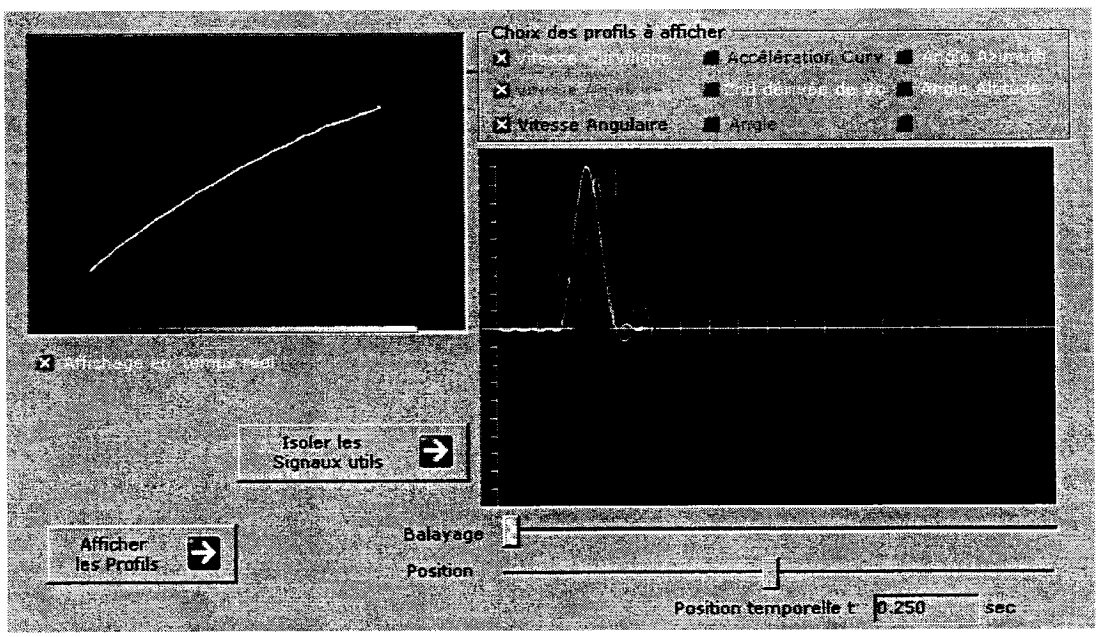


Figure IV.10. Module de visualisation du système SAEM

IV.3. Description du protocole expérimental

Ce protocole expérimental est utilisé pour acquérir les mouvements rapides relatifs à des traits simples. C'est l'implantation pratique de celui décrit par Plamondon et coll. [47]. Il est exécuté selon les trois étapes suivantes, désignées respectivement par « à vos marques », « prêt», et «partez », termes empruntés de la terminologie utilisée pour déclencher une course de vitesse:

1. Pour déclencher le signal « à vos marques », le stimulateur cognitif envoie un signal clignotant rouge, signalant au sujet humain que le système est prêt à enregistrer son mouvement rapide. Le sujet doit à ce moment-là, poser le stylet sur la tablette à numériser pour informer à son tour le système qu'il est prêt à exécuter son mouvement.
2. Pour déclencher le signal « prêt », le stimulateur s'éteint pour informer le sujet qu'il doit attendre un signal visuel et/ou sonore avant d'effectuer son mouvement. La durée de ce motif noir est une variable aléatoire suivant une loi exponentielle de façon à avoir une fonction de hasard uniforme qui va enlever tout biais d'anticipation du mouvement par le sujet [30].
3. Après ce délai aléatoire, le stimulateur affiche le motif choisi pour l'expérience, avec ou sans signal sonore, signalant le début du mouvement « partez ». À ce moment-là, le système commence à numériser et à enregistrer, avec une fréquence de 200 Hz, toutes les informations liées au mouvement.
4. À la fin du mouvement, le sujet doit retirer le stylet de la zone active de la tablette à numériser, afin de signaler au système la fin de l'acquisition. Une fois que c'est fait, le système réinitialise le stimulateur pour une nouvelle acquisition, effectue le prétraitement des données brutes et affiche les profils cinématiques du mouvement effectué.

Si par exemple, le sujet humain a commencé son mouvement avant d'atteindre l'étape 3, le système réagit par un bip sonore, avertissant l'expérimentateur d'une

situation d'anticipation. Une fois que le sujet a enlever le stylet de la tablette pour refaire l'essai, le système va comme même enregistrer le mouvement dans la catégorie des mouvements anticipatifs.

Ce protocole typique est illustré à la Figure IV.12. La Figure IV.11 représente une photo prise lors d'une situation réelle de l'exécution d'un protocole expérimental avec un scripteur en utilisant le système d'acquisition.



Figure IV.11. Exécution d'un protocole expérimental d'acquisition d'un mouvement humain avec le système d'acquisition

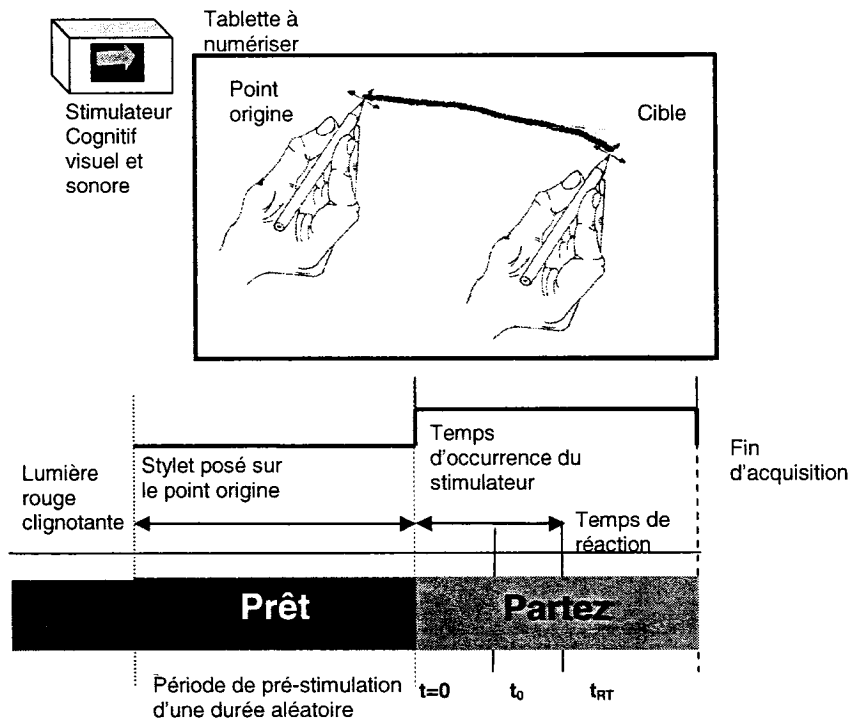


Figure IV.12. Réalisation du protocole d'exécution d'un mouvement rapide en utilisant le système d'acquisition. Dans ce protocole, le stimulateur, en utilisant un motif cognitif, indique au sujet d'effectuer un mouvement rapide de droite vers la gauche depuis le point de départ jusqu'à une la cible.

IV.4. Résultats d'acquisition

Les trois modules matériels (PC, tablette à numériser et le stimulateur cognitif) forme le système d'acquisition (voir l'illustration à la Figure IV.13). Celui-ci est utilisé dans différents protocoles expérimentaux dédiés à l'acquisition des mouvements rapides, de l'écriture manuscrite ou bien des signatures. Si dans le premier cas, le stimulateur cognitif est utilisé pour déclencher le mouvement rapide, ce n'est pas le cas dans les deux autres types de protocoles. Les données brutes ainsi que les profils cinématiques sont sauvegardés dans un fichier (voir la liste ci-après), puis affichés sous forme de

courbes. Les Figures IV.14-16 résument les profils cinématiques des trois types de mouvements.

```
TypeFichier: HRS
NombreEchantillons: 225
FrequenceEchantillonage(Hz): 200
ResolutionHorizontalMax(lpi): 30440
ResolutionVerticaleMax(lpi): 22860
```

B.Temps	X(lpi)	Y(lpi)	Press	Azimut	Elev	vc(t)	va(t)	a(t)
0.000	6831	8076	1023	2230	520	-0.000259	0.005912	0.000000
0.005	6831	8076	1023	2230	520	0.001394	0.009428	0.000000
0.010	6831	8076	1023	2230	520	0.002515	0.008224	0.000000
0.015	6831	8076	1023	2230	520	0.002406	0.002272	0.000000
0.020	6831	8076	1023	2230	520	0.000944	-0.005823	0.000000

Format du fichier de sauvegarde HRS : les six premières colonnes représentent des données brutes et les autres colonnes représentent les profils cinématiques.

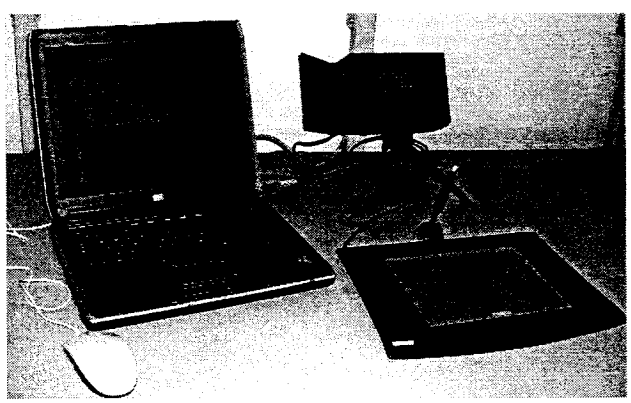


Figure IV.13 Système d'acquisition de l'écriture manuscrite. La nouvelle version de ce système est baptisée sign@medic.

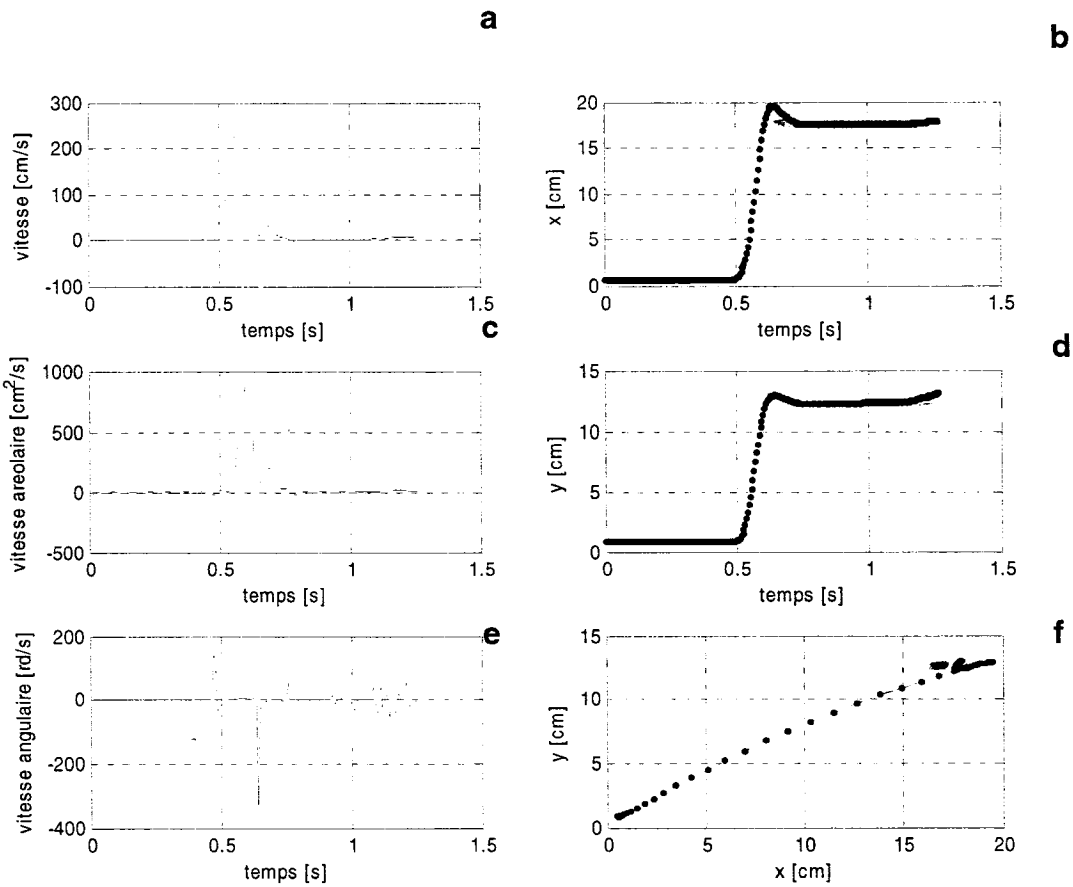


Figure IV.14 Profils cinématiques d'un mouvement rapide a) Profil de la vitesse curviligne b) variation de la coordonnée X , c) profil de la vitesse aréolaire d) variation de la coordonnée Y e) Profil de la vitesse angulaire f) Trajectoire du mouvement rapide représentée par un trait simple.

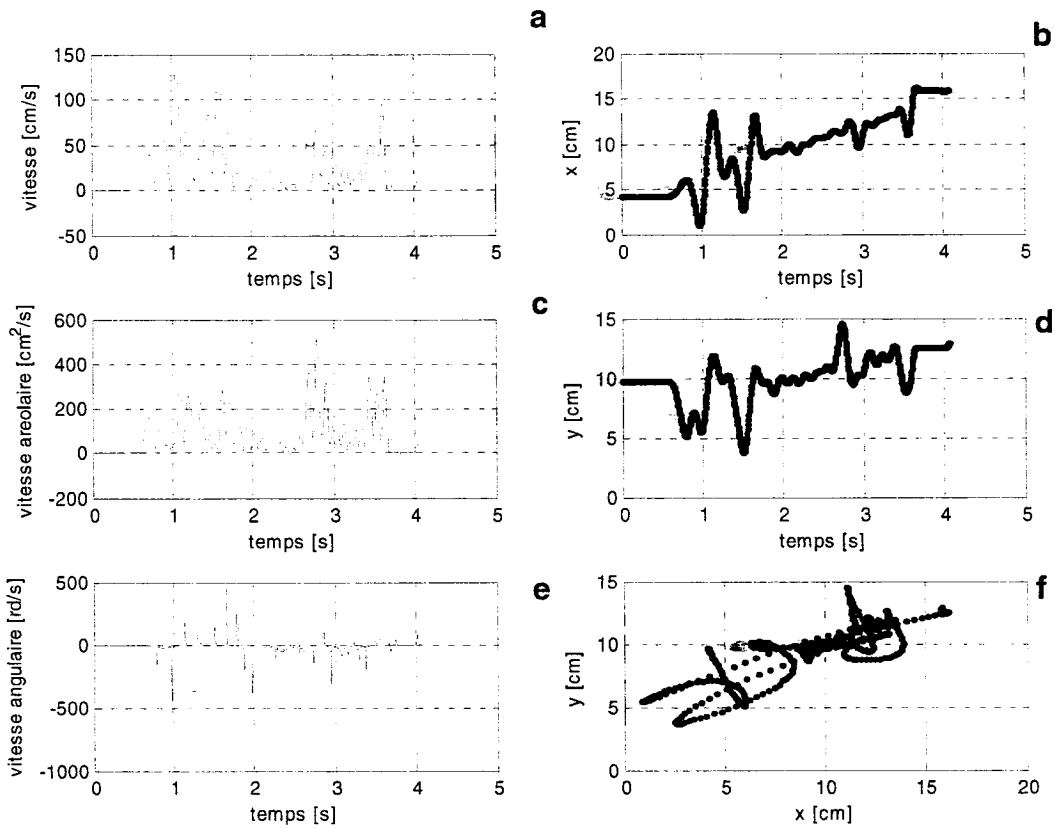


Figure IV.15. Profils cinématiques d'une signature a) Profil de la vitesse curviligne b) variation de la coordonnée X , c) profil de la vitesse aréolaire d) variation de la coordonnée Y e) Profil de la vitesse angulaire f) Trajectoire du mouvement effectuant une signature.

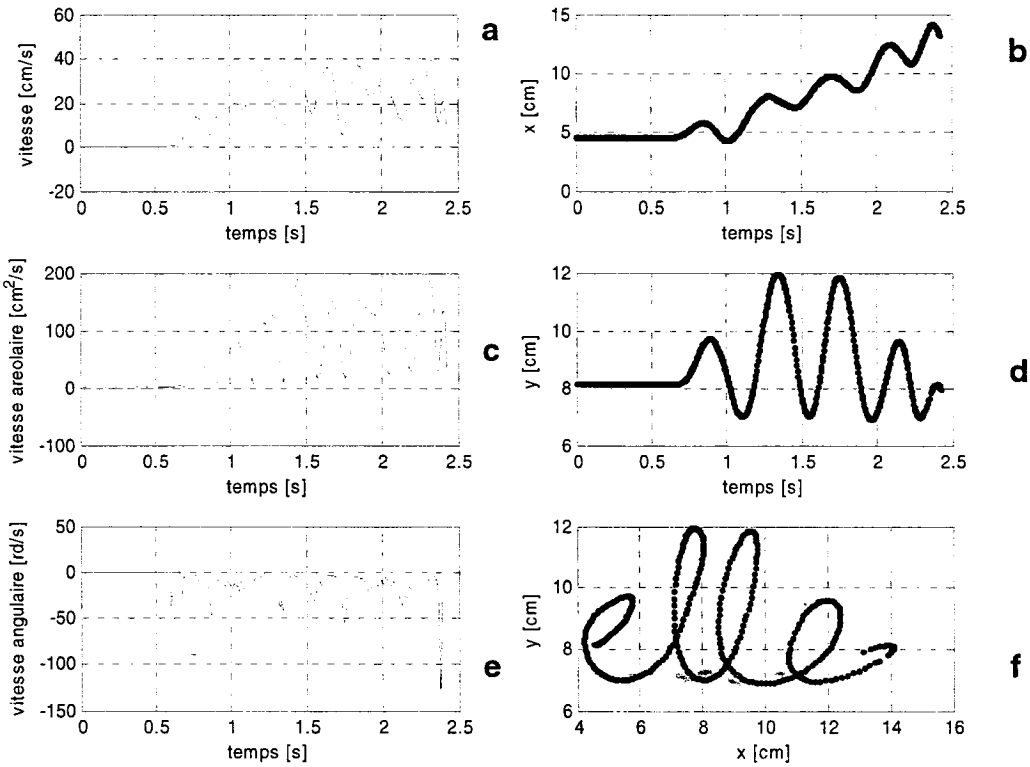


Figure IV.16. Profils cinématiques d'une écriture manuscrite a) Profil de la vitesse curviligne b) variation de la coordonnée X , c) profil de la vitesse aréolaire d) variation de la coordonnée Y e) Profil de la vitesse angulaire f) Trajectoire du mouvement représentant une écriture manuscrite.

ANNEXE V

DESCRIPTION DU SYSTÈME DE SYNTHÈSE DES MOUVEMENTS COMPLEXES PAR L'UTILISATION DU MODÈLE SIGMA-LOGNORMAL

V.1. Introduction

Cette annexe a été construite à partir du rapport technique SimScript , logiciel de simulation de l'écriture manuscrite [145, 146]. Nous avons construit le programme baptisé Sign@Imit à partir de SimScript, déjà existante au laboratoire Scribens, en ajoutant des fonctionnalités qui offrent les possibilités suivantes

- Chargement d'un fichier de données réelles qui peut représenter une signature ou une écriture
- Imitation du tracé en superposant la trace et le profil de vitesse
- Zoomer la trace et le profil de vitesse

Ces possibilités ont été ajoutées dans le but de construire un système d'extraction semi-automatisé des paramètres sigma-lognromaux des mouvements complexes. En effet, la complexité d'un algorithme automatique d'estimation des paramètres initiaux à envoyer au système d'optimisation s'avère ambitieux, car toutes les variabilités induites dans les superpositions de traits élémentaires engendrent des possibilités incroyablement complexes à gérer par un algorithme automatisé. Pour y remédier, nous avons recours au système le plus complet et le plus efficace pour ce genre de tâche : le cerveau humain. En effet, Nagy [147] défend l'idée que le système le plus performant pour prendre des décisions est le cerveau humain et il existe actuellement des travaux, comme par exemple reconnaître des fleurs à partir de leurs morphologies, où les

systèmes informatisés ne peuvent qu'optimiser la solution initiale déduite par l'humain [121, 147, 148]. Il y a donc toujours un compromis à faire entre la précision et le temps de calcul. Dans certains cas, le temps mis par l'humain pour prendre la décision est plus court que n'importe quel algorithme de décision. Dans le cas d'une écriture manuscrite et surtout dans une signature, leurs singularités les plus significatives se font généralement avec de faibles vitesses et avec des chevauchements tels qu'il devient un chalenge d'identifier deux mouvement élémentaires successifs superposés. Construire un algorithme automatisé pour retrouver tous les tracés élémentaires sort du cadre de cette thèse. Néanmoins, nous avons repris la philosophie de Nagy en proposant un algorithme semi-automatisé[121, 147, 148] . Nous décrivons dans cette uniquement la partie qui consiste à choisir la solution initiale de l'extraction (la partie optimisation ne concerne pas cette thèse).

V.2. Présentation de l'application sign@Imit

Le schéma synoptique global du système de synthèse de l'écriture manuscrite est illustré à la Figure V.1 (pour plus de détails voir le chapitre 6)

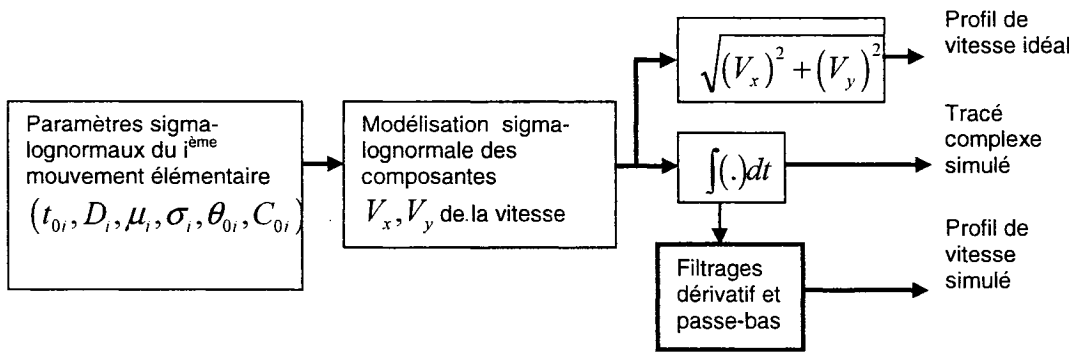


Figure V.1 Illustration du schéma général du système de synthèse de l'écriture manuscrite en utilisant le modèle sigma-lognormal (tiré de [145, 146]).

L'application Sign@Imit, construite à partir du modèle sigma-lognormal, consiste à imiter n'importe quelle écriture manuscrite et n'importe quelle signature. Son interface Humaine Machine (IHM) permet de lire les profils cinématiques d'une écriture acquise avec une tablette à numériser et de superposer sa version synthétisée par le modèle sigma-lognormal. Cette application permet aussi de synthétiser des prototypes de caractères et de chiffres pour des fins de tests des algorithmes de reconnaissance des formes hors ligne.

V.2.1. Interface

L'interface de Sign@Imit est composée de plusieurs outils et zones d'affichage. Elle permet ainsi d'afficher simultanément le profil de vitesse et la trace de l'écriture. L'interface comprend aussi des boutons de contrôle qui agissent d'une façon interactive sur les paramètres du modèle. La fenêtre principale de l'interface est illustrée à la Figure V.2.. Quelques informations supplémentaires sur le fonctionnement de l'application sont décrites dans les Figures V.3-8

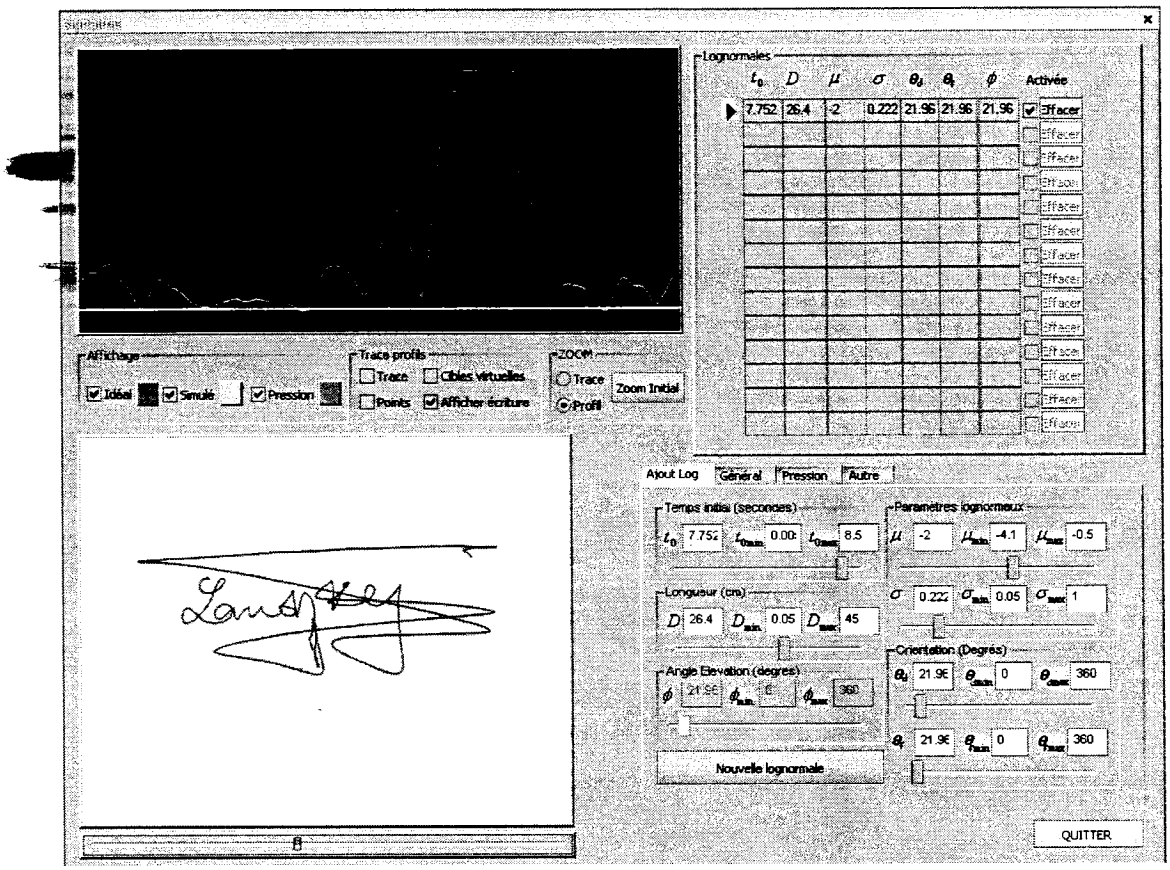
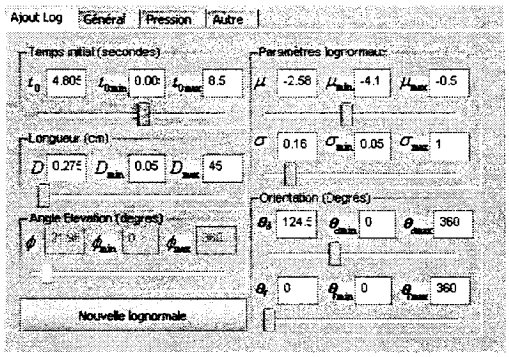


Figure V.2. Fenêtre principale de l'application Sign@Imit. Celle-ci comprend une zone pour afficher le profil de vitesse et une autre pour afficher la trace de l'écriture.

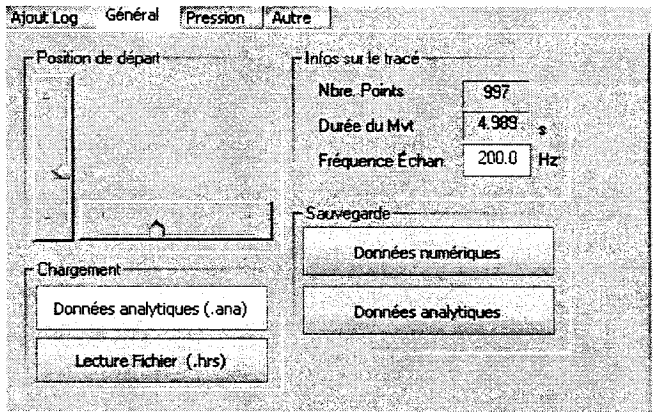
Lognormales

t_0	D	μ	σ	θ_0	θ_1	ϕ	Activée	
0.54	0.634	-2	0.222	287.6	21.96	276.1	☑	Effacer
0.593	0.994	-2	0.212	280.8	21.96	282.9	☑	Effacer
0.651	1.443	-2.01	0.241	248.0	21.96	278.6	☑	Effacer
0.727	3.556	-1.76	0.34	135	21.96	207.3	☑	Effacer
0.812	5.084	-1.64	0.207	37.44	21.96	0.72	☑	Effacer
0.905	7.467	-1.90	0.23	7.2	21.96	11.88	☑	Effacer
0.999	0.679	-2.36	0.293	32.76	21.96	15.84	☑	Effacer
1.033	9.085	-1.77	0.27	208.4	21.96	177.4	☑	Effacer
1.126	0.904	-2.16	0.16	245.8	21.96	145.0	☑	Effacer
1.228	1.758	-2.3	0.34	4.32	21.96	13.68	☑	Effacer
1.296	1.219	-2.12	0.323	201.9	21.96	199.0	☑	Effacer
1.39	0.23	-2.60	0.323	160.2	21.96	154.0	☑	Effacer
1.407	0.275	-2.15	0.265	351.3	21.96	351	☑	Effacer
1.526	0.095	-2.21	0.155	166.6	21.96	158.4	☑	Effacer

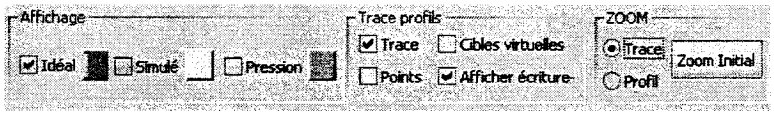
Figure V.3 Fenêtre affichant les paramètres de chaque trait simple composant l'écriture complexe



FigureV.3. Fenêtre permettant de modifier d'une façon interactive les paramètres sigma-lognormaux de chaque trait simple.



FigureV.4 Fenêtre permettant de lire et de sauvegarder les profils synthétisés sous deux formats : le format HRS enregistre la cinématique de l'écriture et le format ANA sauvegarde les paramètres de tous les traits simples.



FigureV.5 Quelques outils pratiques disponibles dans l'application. Nous pouvons agir sur l'affichage des différents profils ainsi que sur leur zoom.

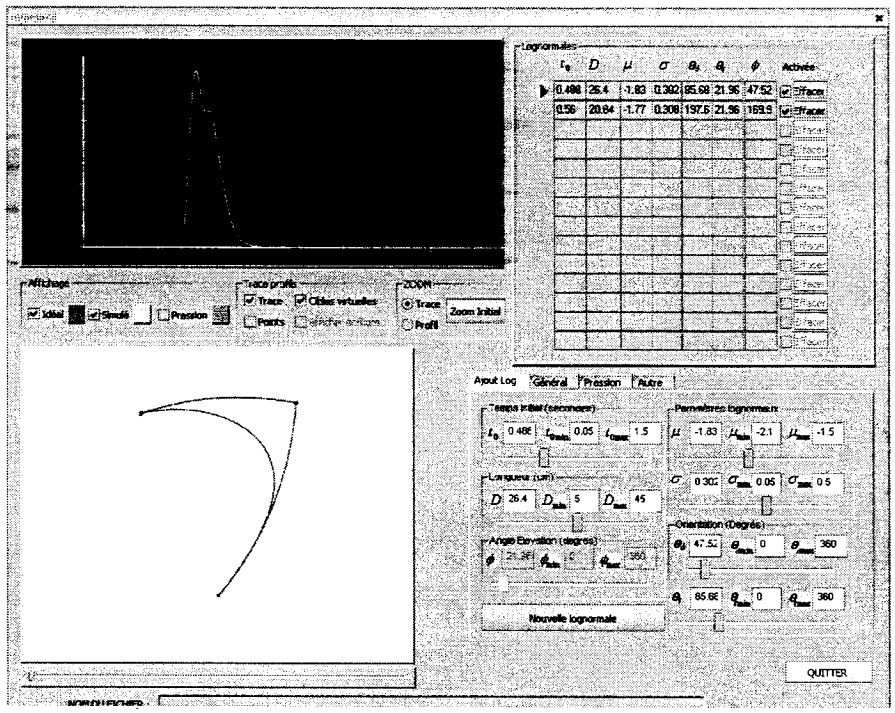


Figure V.6 Exemple de synthèse d'un tracé complexe composé de deux traits simples surimposés.

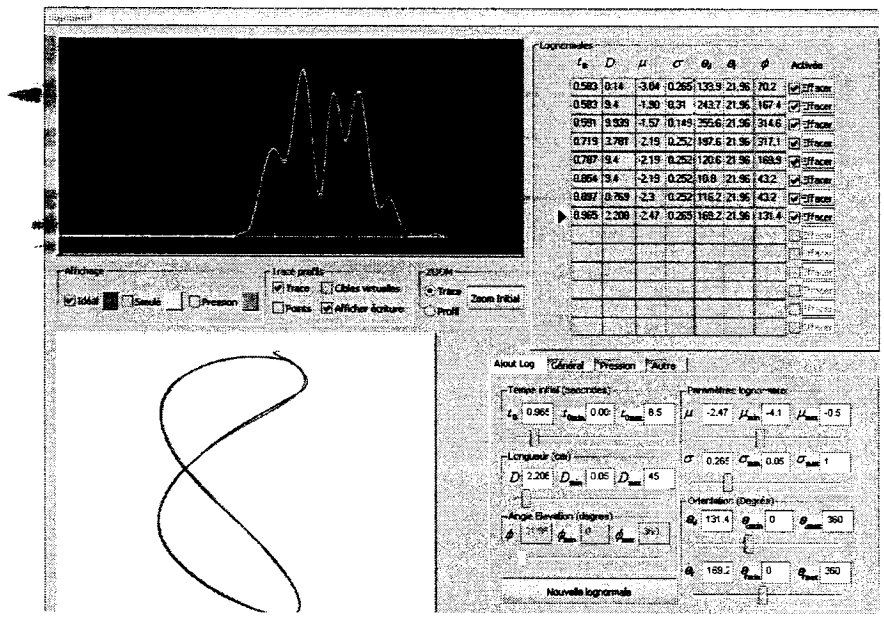
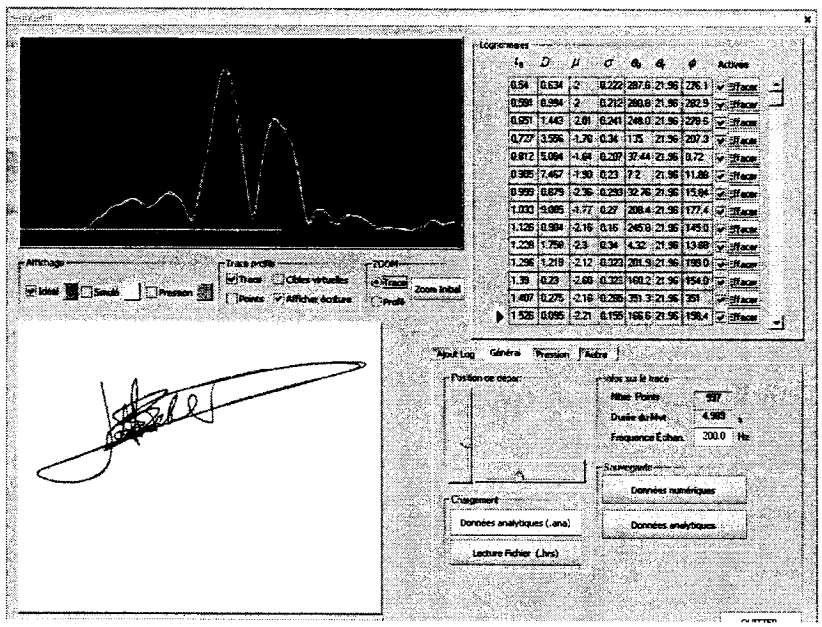


Figure V.7. Exemple d'imitation d'une écriture complexe par l'application Sign@Imit



FigureV.8. Exemple d'imitation d'une signature par l'application Sign@Imit

V.3. Applications

En plus de synthétiser n'importe quel patron de caractère, l'application a été utilisée pour extraire la solution initiale d'une écriture manuscrite (voir Figure V.9) et d'une signature (voir Figure V.10). Elle a été aussi utilisée pour ajuster les enveloppes des signaux EMG utilisés au chapitre 5 (voir Figure V.11).

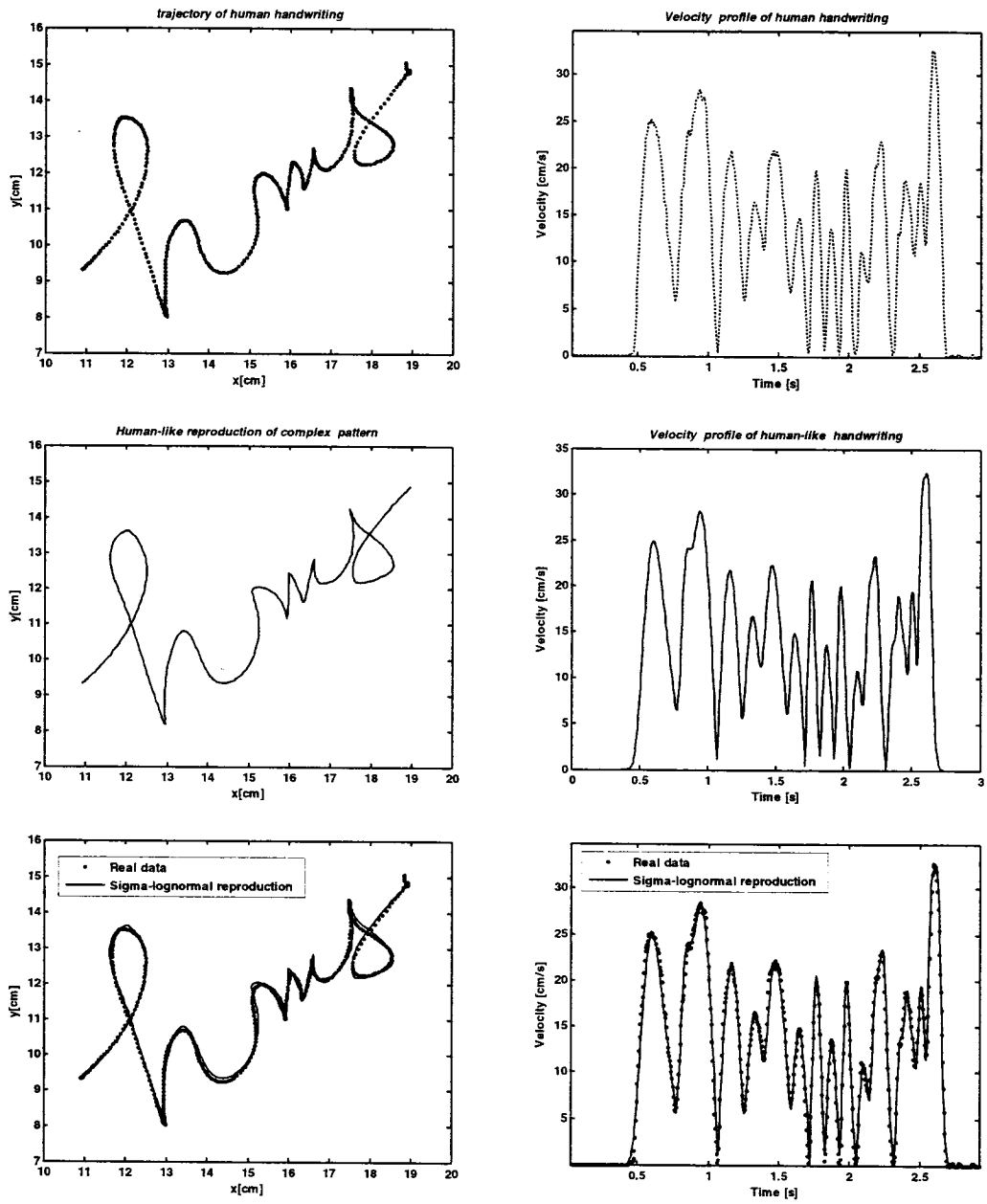


Figure V.9. Illustration de **a)** la trajectoire d'une écriture complexe produite par un sujet humain **b)**, son profil de vitesse **c)** et **d)** reproduction de la trace et du profil de vitesse par l'application Sign@Imit, **e)** et **f)** donnent le résultat de la superposition entre les profils réels et synthétisés (tiré de [90], Figure 7).

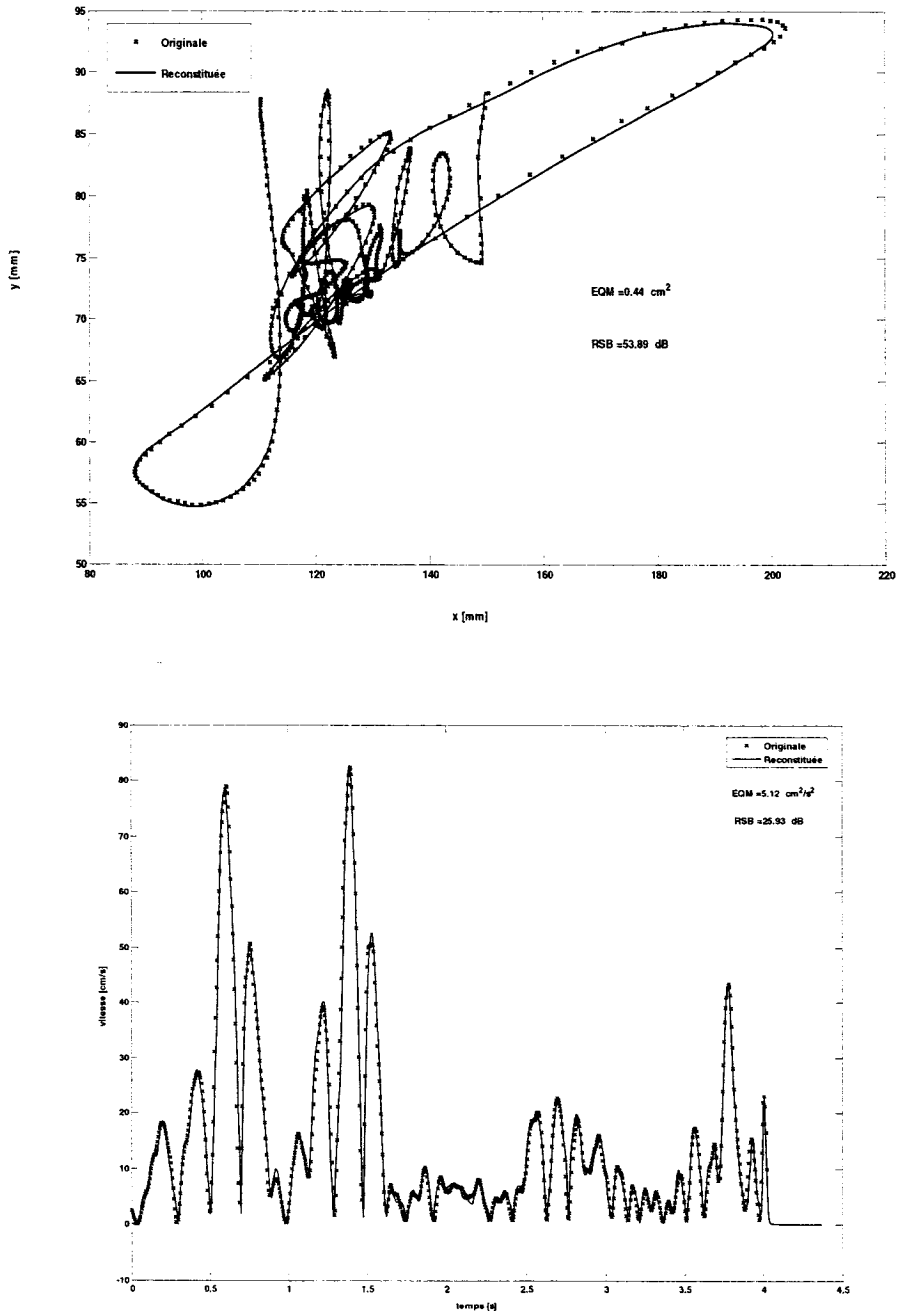


Figure V.10. Représentation avec des points de la signature produite par un sujet ainsi que son profil de vitesse et sa reconstruction par les courbes en traits pleins produite par l'application sign@Imit.

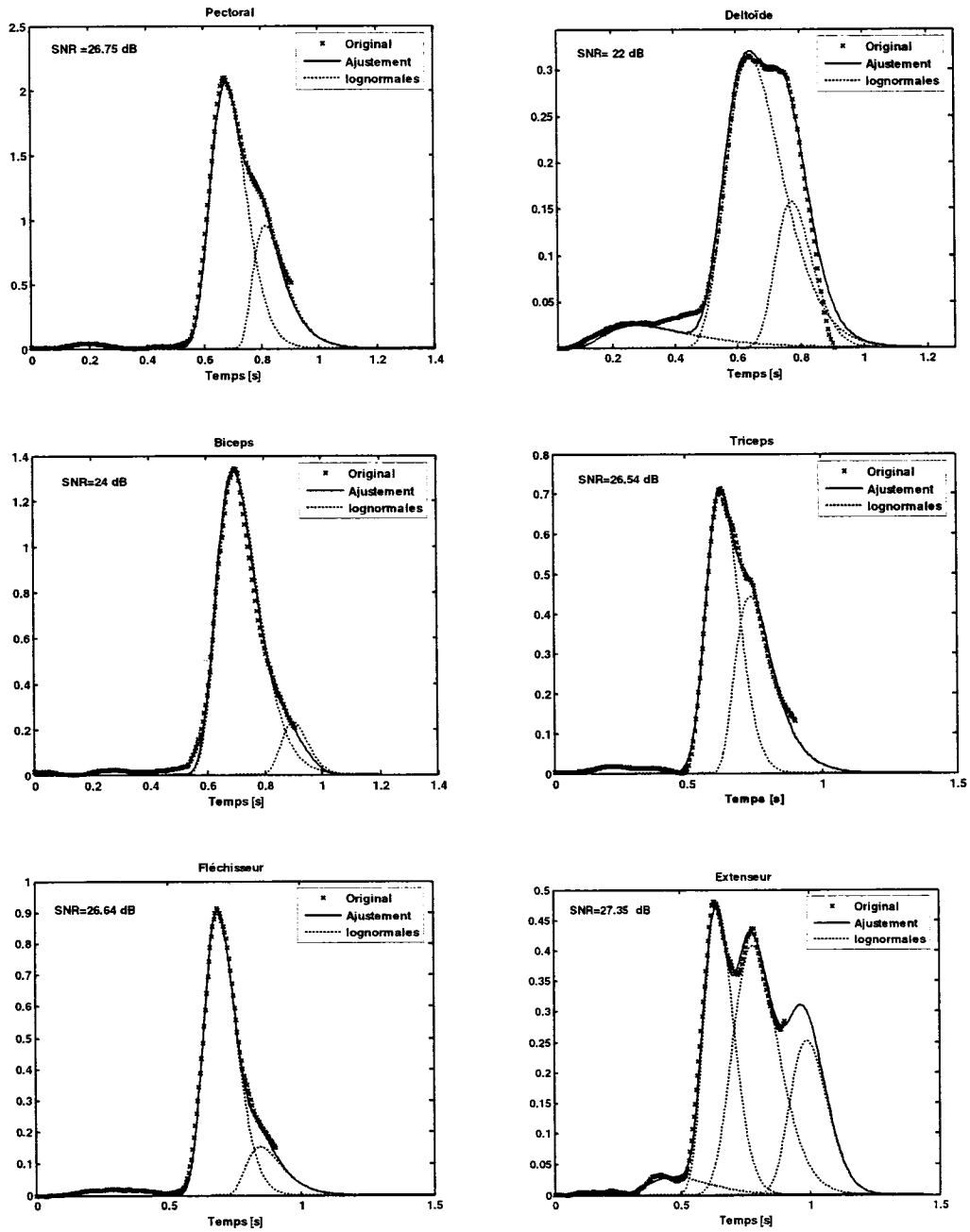


Figure. V.11. Résultat de l'ajustement par une combinaison de profils lognormaux d'enveloppes EMG rectifiés, enregistrés à la surface de la peau au niveau des différents muscles décrits à la Figure 4.6 du chapitre 4.