

**Titre:** La mesure de l'impédance acoustique du saxophone alto  
Title:

**Auteur:** Antoine Lefebvre  
Author:

**Date:** 2006

**Type:** Mémoire ou thèse / Dissertation or Thesis

**Référence:** Lefebvre, A. (2006). La mesure de l'impédance acoustique du saxophone alto  
[Mémoire de maîtrise, École Polytechnique de Montréal]. PolyPublie.  
Citation: <https://publications.polymtl.ca/7892/>

## Document en libre accès dans PolyPublie

Open Access document in PolyPublie

**URL de PolyPublie:** <https://publications.polymtl.ca/7892/>  
PolyPublie URL:

**Directeurs de recherche:** François-Raymond Boyer  
Advisors:

**Programme:** Non spécifié  
Program:

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

LA MESURE DE L'IMPÉDANCE ACOUSTIQUE DU SAXOPHONE ALTO.

ANTOINE LEFEBVRE  
DÉPARTEMENT DE GÉNIE INFORMATIQUE  
ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

MÉMOIRE PRÉSENTÉ EN VUE DE L'OBTENTION  
DU DIPLÔME DE MAÎTRISE ÈS SCIENCES APPLIQUÉES  
(GÉNIE INFORMATIQUE)

AOÛT 2006



Library and  
Archives Canada

Published Heritage  
Branch

395 Wellington Street  
Ottawa ON K1A 0N4  
Canada

Bibliothèque et  
Archives Canada

Direction du  
Patrimoine de l'édition

395, rue Wellington  
Ottawa ON K1A 0N4  
Canada

*Your file* *Votre référence*  
ISBN: 978-0-494-19311-2

*Our file* *Notre référence*  
ISBN: 978-0-494-19311-2

#### NOTICE:

The author has granted a non-exclusive license allowing Library and Archives Canada to reproduce, publish, archive, preserve, conserve, communicate to the public by telecommunication or on the Internet, loan, distribute and sell theses worldwide, for commercial or non-commercial purposes, in microform, paper, electronic and/or any other formats.

The author retains copyright ownership and moral rights in this thesis. Neither the thesis nor substantial extracts from it may be printed or otherwise reproduced without the author's permission.

In compliance with the Canadian Privacy Act some supporting forms may have been removed from this thesis.

While these forms may be included in the document page count, their removal does not represent any loss of content from the thesis.

#### AVIS:

L'auteur a accordé une licence non exclusive permettant à la Bibliothèque et Archives Canada de reproduire, publier, archiver, sauvegarder, conserver, transmettre au public par télécommunication ou par l'Internet, prêter, distribuer et vendre des thèses partout dans le monde, à des fins commerciales ou autres, sur support microforme, papier, électronique et/ou autres formats.

L'auteur conserve la propriété du droit d'auteur et des droits moraux qui protège cette thèse. Ni la thèse ni des extraits substantiels de celle-ci ne doivent être imprimés ou autrement reproduits sans son autorisation.

Conformément à la loi canadienne sur la protection de la vie privée, quelques formulaires secondaires ont été enlevés de cette thèse.

Bien que ces formulaires aient inclus dans la pagination, il n'y aura aucun contenu manquant.

\*\*  
Canada

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

Ce mémoire intitulé:

**LA MESURE DE L'IMPÉDANCE ACOUSTIQUE DU SAXOPHONE ALTO.**

présenté par: LEFEBVRE Antoine

en vue de l'obtention du diplôme de: Maîtrise ès sciences appliquées

a été dûment accepté par le jury d'examen constitué de:

M. LANGLOIS Pierre, Ph.D., président

M. BOYER François-Raymond, Ph.D., membre et directeur de recherche

Mme. ROSS Annie, Ph.D., membre

Hommage aux philosophes qui sillonnent l'histoire de l'humanité, dont la curiosité et l'amour de la vérité éclairent nos chemins sur la voie de la compréhension rationnelle de la nature et de ses lois. Que les efforts et la persévérance sur le chemin de la connaissance soient bénis pour l'éternité.

## REMERCIEMENTS

En tout premier lieu, j'offre mes remerciements à ma femme Maribel Nuñez-Melgar, la source de ma motivation et de ma joie de vivre. Elle m'a constamment supporté et écouté tout au long de ce projet et m'a donné une aide précieuse lors des moments de doute et d'incertitude inévitables au cours d'un travail de recherche.

Un grand merci aussi à mes parents, Louise Drolet et Germain Lefebvre, pour leurs contributions financière et morale nécessaires à la réussite de mes projets ; à mon frère, Jean-Pierre Lefebvre, pour son aide technique précieuse en électronique. Je suis très reconnaissant de tous les efforts que mes parents ont faits pour me donner le meilleur terreau possible pour croître et développer ma créativité et je ne pourrai jamais les en remercier suffisamment.

Je suis très reconnaissant de la générosité de Guy Lecours que je remercie chaleureusement de m'avoir donné la chance d'utiliser ses machines-outils afin de fabriquer mon appareil de mesure. Guy est un homme généreux et toujours il est disponible pour rendre service.

Je remercie aussi François-Raymond Boyer, mon directeur de recherche, pour la confiance qu'il porte en mon projet. Tout au long de ma maîtrise, il était présent pour m'appuyer lorsque j'en avais besoin. Aussi, je remercie Gary Scavone, pour l'opportunité de travailler à son laboratoire et pour son support dans mes recherches.

Finalement, un grand merci au CRSNG, pour la bourse sans laquelle il m'aurait été impossible de passer deux années de ma vie sur ce projet.

## RÉSUMÉ

Ce mémoire traite de la mesure de l'impédance acoustique des instruments à vent appliquée au saxophone alto. Nous présentons d'abord une brève histoire de l'acoustique afin d'introduire les notions importantes à la compréhension du sujet. Nous détaillons aussi les fondements mathématiques et physiques à la base des techniques de mesure de l'impédance. Une revue de la littérature scientifique couvrira près d'un demi-siècle de recherche et d'innovation dans le domaine, ce qui nous amènera à choisir parmi les techniques étudiées celle qui est basée sur l'utilisation de deux microphones. Cela nous amènera à développer les équations mathématiques nécessaires à la mise en pratique de cette technique, incluant les méthodes non paramétriques d'analyse des signaux. Nous discuterons des diverses méthodes d'étalonnage et choisirons d'utiliser celle proposée par Gibiat et Laloë, consistant en l'utilisation d'objets de référence dont l'impédance théorique correspond avec précision à la réalité, à condition d'estimer correctement le paramètre de propagation. Nous vérifierons le fonctionnement de la technique de mesure appliquée au saxophone alto grâce à la conception et à la fabrication d'un appareil. L'analyse des données expérimentales obtenues avec celui-ci montrera sa capacité à évaluer l'impédance acoustique de même que ses limites et ses contraintes. Nous conclurons en discutant des points critiques à améliorer et des recherches nécessaires afin d'obtenir un appareil convenable pour l'étude précise des instruments de musique à vent.

## ABSTRACT

This thesis presents research on a technique for the measurement of acoustic impedance in wind music instruments applied to the alto saxophone. We first provide a history of this science and point out the most important developments. Then the mathematical and physical background of the subject is presented. From a complete literature review spanning half a century of investigations, we choose to pursue a promising technique based on the use of two microphones. The equations needed to understand the technique are presented followed by a review of the signal analysis methods. Then we explain the calibration method introduced by Gibiat and Laloë using three tubes with known impedance. The precision of these known impedances depends on the evaluation of the propagation parameter. This measurement technique is then verified by experiments using a probe of our own conception and fabrication. From the analysis of the data acquired with our system on the alto saxophones, we determine the capacities as well as the limits and constraints of the design. We conclude with a discussion of the critical steps in an impedance measurement and suggest further research and experimentations in order to obtain an impedance measurement probe with the necessary precision for our future investigation in the field of musical instrument acoustic analysis.

## TABLE DES MATIÈRES

DÉDICACE . . . . .	iv
REMERCIEMENTS . . . . .	v
RÉSUMÉ . . . . .	vi
ABSTRACT . . . . .	vii
TABLE DES MATIÈRES . . . . .	viii
LISTE DES TABLEAUX . . . . .	xi
LISTE DES FIGURES . . . . .	xii
LISTE DES ANNEXES . . . . .	xviii
LISTE DES NOTATIONS ET DES SYMBOLES . . . . .	xix
AVANT-PROPOS . . . . .	xxiii
INTRODUCTION . . . . .	1
<b>CHAPITRE 1      BASES THÉORIQUES . . . . .</b>	<b>6</b>
1.1   La vitesse du son dans l'air . . . . .	8
1.2   Les propriétés de l'air . . . . .	9
1.3   Équation de Helmholtz . . . . .	10
1.4   Propagation et atténuation dans les cylindres . . . . .	11
1.5   Impédance acoustique . . . . .	18
1.5.1   L'impédance caractéristique . . . . .	19
1.5.2   La résonance dans les tuyaux . . . . .	20
1.5.2.1   Cas idéal sans atténuation . . . . .	20

1.5.2.2	Cas réel atténué . . . . .	22
1.5.3	La résonance dans les tuyaux coniques . . . . .	26
1.5.4	La radiation à l'extrémité ouverte d'un tuyau . . . . .	27
<b>CHAPITRE 2</b>	<b>TECHNIQUES DE MESURE DE L'IMPÉDANCE ACOUSTIQUE : UNE REVUE DE LA LITTÉRATURE . . . . .</b>	<b>30</b>
2.1	Technique du rapport d'onde stationnaire . . . . .	31
2.2	Techniques basées sur une source à vitesse volumique constante . . . . .	31
2.3	Technique de la réponse impulsionnelle . . . . .	32
2.4	La technique à deux microphones . . . . .	33
2.4.1	L'étalonnage de l'appareil . . . . .	35
2.5	La technique à plusieurs points . . . . .	36
<b>CHAPITRE 3</b>	<b>LA TECHNIQUE À DEUX MICROPHONES . . . . .</b>	<b>38</b>
3.1	Analyse mathématique . . . . .	39
3.1.1	Méthode de la fonction de transfert . . . . .	40
3.1.2	Fonction de transfert théorique entre les microphones . . . . .	43
3.1.3	La fréquence critique . . . . .	44
3.2	Analyse des signaux . . . . .	44
3.2.1	Périodogramme . . . . .	46
3.2.2	Périodogramme moyené . . . . .	47
3.2.3	Propriétés de la densité spectrale de puissance . . . . .	49
3.3	Sources d'erreurs . . . . .	49
3.4	Méthode d'étalonnage total de Gibiat et Laloë . . . . .	50
3.4.1	Paramètres d'étalonnage théoriques . . . . .	52
3.4.2	Analyse de l'erreur avec la méthode d'étalonnage . . . . .	53
3.4.3	Choix des tubes d'étalonnage . . . . .	57
<b>CHAPITRE 4</b>	<b>CONCEPTION, RÉALISATION ET VÉRIFICATION D'UN APPAREIL DE MESURE . . . . .</b>	<b>60</b>

4.1	Conception . . . . .	60
4.1.1	Distance entre les microphones et nombre de microphones . . . . .	61
4.1.2	Microphones . . . . .	62
4.1.3	Amplificateur différentiel . . . . .	63
4.1.4	Carte d'acquisition . . . . .	64
4.1.5	Tube de mesure de l'impédance . . . . .	66
4.1.6	Source du signal . . . . .	67
4.1.7	Isolation des microphones au bruit corrélé à la source . . . . .	68
4.1.8	Configuration générale de l'appareil de mesure . . . . .	68
4.1.9	Synthèse du signal pseudo-aléatoire . . . . .	69
4.1.10	Choix des paramètres d'analyse . . . . .	69
4.1.11	Outils informatiques . . . . .	71
4.1.11.1	JackResponse.cc . . . . .	71
4.2	Procédure expérimentale de vérification . . . . .	74
4.3	Analyse des résultats . . . . .	78
4.3.1	Quantification du bruit dans l'appareil . . . . .	78
4.3.2	Étalonnage de l'appareil (méthode de Gibiat et Laloë) . . . . .	84
4.3.3	Comparaison des résultats de mesure d'impédance sur des saxophones . . . . .	106
CONCLUSION . . . . .		121
BIBLIOGRAPHIE . . . . .		131
ANNEXES . . . . .		132

**LISTE DES TABLEAUX**

TABLEAU 1.1	Propriétés thermodynamiques approximatives de l'air à 26.85 ± 10°C	10
TABLEAU 1.2	Tableau des valeurs typiques des paramètres de la propagation des ondes dans l'appareil	15
TABLEAU 4.1	Description des fonctions Octave et références aux annexes	72
TABLEAU 4.2	Tableau des longueurs et incertitudes des tubes de référence	75
TABLEAU 4.3	Tableau des bocaux et des saxophones étudiés	75
TABLEAU 4.4	Tableau des combinaisons de tubes de référence pour l'étalonnage	85

## LISTE DES FIGURES

<b>FIGURE 1.1</b>	Atténuation et vitesse de phase dans un tube de 12 mm de diamètre pour les fréquences de 50 à 6000 Hz et une température de 22.1°C calculés pour trois approximations en comparaison avec leur évaluation à 30°C. . . . .	17
<b>FIGURE 1.2</b>	Magnitude et phase de l'impédance d'entrée normalisée d'un tuyau fermé de longueur $L = 0.60$ m avec et sans atténuation ( $c = 344.5$ m/s) . . . . .	25
<b>FIGURE 1.3</b>	Impédance d'entrée normalisée d'un cône tronqué de paramètre $B = 0.55$ et d'un cylindre de même longueur (ouvert, avec radiation) . . . . .	27
<b>FIGURE 1.4</b>	Magnitude et phase de l'impédance d'entrée normalisée d'un tuyau ouvert de longueur $L = 0.60$ m en incluant l'atténuation avec $c = 344.5$ m/s (effet de l'impédance radiative par rapport à une condition frontière nulle) . . . . .	29
<b>FIGURE 3.1</b>	Définition du système de coordonnées et des variables utilisées pour l'analyse mathématique de la technique à deux microphones	39
<b>FIGURE 3.2</b>	Comparaison de la fonction $(y' - y'')^{-1}$ déterminant l'importance de la propagation de l'erreur lors de l'étalonnage à trois tubes (théorique) . . . . .	58
<b>FIGURE 4.1</b>	Photo d'un bocal de saxophone alto . . . . .	61
<b>FIGURE 4.2</b>	Photo de l'embout des microphones . . . . .	64
<b>FIGURE 4.3</b>	Schéma électronique de l'amplificateur différentiel . . . . .	65
<b>FIGURE 4.4</b>	Photo du circuit électronique de l'amplificateur différentiel . . .	66
<b>FIGURE 4.5</b>	Photo du tube d'impédance et des microphones de l'appareil de mesure . . . . .	67
<b>FIGURE 4.6</b>	Schéma du système de mesure de l'impédance . . . . .	70

FIGURE 4.7	Schéma du système de mesure avec le trépied et le bocal de saxophone . . . . .	73
FIGURE 4.8	Niveau de bruit au microphone 1 avec les deux préamplificateurs (0 à 6000 Hz) . . . . .	79
FIGURE 4.9	Niveau de bruit au microphone 1 avec les deux préamplificateurs (0 à 400 Hz) . . . . .	80
FIGURE 4.10	Niveau de bruit au microphone 6 avec les deux préamplificateurs (0 à 400 Hz) . . . . .	80
FIGURE 4.11	Densité spectrale de puissance autocorrélée du signal mesuré avec le microphone 1 (bouchon rigide au plan de référence de l'appareil) . . . . .	81
FIGURE 4.12	Comparaison entre les fonctions de transfert $\hat{H}_{21}$ mesurées avec les deux préamplificateurs (bouchon rigide au plan de référence de l'appareil) . . . . .	82
FIGURE 4.13	Comparaison entre les fonctions de transfert $\hat{H}_{121}$ et $\hat{H}_{221}$ autour du maximum à 2800 Hz (bouchon rigide au plan de référence de l'appareil) . . . . .	83
FIGURE 4.14	Fonction de cohérence entre les microphones 1 et 2 (bouchon rigide au plan de référence de l'appareil) . . . . .	83
FIGURE 4.15	Magnitude et phase du paramètre d'étalonnage $y_0$ (micro. 1 et 2) . . . . .	86
FIGURE 4.16	Magnitude et phase de l'impédance théorique des tubes du groupe 1 (1 cm et 2 cm) . . . . .	87
FIGURE 4.17	Magnitude et phase de l'impédance théorique des tubes du groupe 2 (4 cm et 6 cm) . . . . .	88
FIGURE 4.18	Magnitude et phase du paramètre d'étalonnage A pour les deux groupes de tubes (micro. 1 et 2) . . . . .	89
FIGURE 4.19	Magnitude et phase du paramètre d'étalonnage B pour les deux groupes de tubes (micro. 1 et 2) . . . . .	90
FIGURE 4.20	Magnitude et phase du paramètre d'étalonnage $y_0$ (micro. 1 et 4) . . . . .	91

FIGURE 4.21	Magnitude et phase de l'impédance théorique des tubes du groupe 3 (3 cm et 6 cm) . . . . .	92
FIGURE 4.22	Magnitude et phase de l'impédance théorique des tubes du groupe 4 (9 cm et 20 cm) . . . . .	93
FIGURE 4.23	Magnitude et phase du paramètre d'étalonnage A pour les deux groupes de tubes (micro. 1 et 4) . . . . .	94
FIGURE 4.24	Magnitude et phase du paramètre d'étalonnage B pour les deux groupes de tubes (micro. 1 et 4) . . . . .	95
FIGURE 4.25	Magnitude et phase du paramètre d'étalonnage $y_0$ (micro. 1 et 8) . . . . .	96
FIGURE 4.26	Magnitude et phase de l'impédance théorique des tubes du groupe 5 (9 cm et 20 cm) . . . . .	97
FIGURE 4.27	Magnitude et phase de l'impédance théorique des tubes du groupe 6 (20 cm et 40 cm) . . . . .	98
FIGURE 4.28	Magnitude et phase du paramètre d'étalonnage A pour les deux groupes de tubes (micro. 1 et 8) . . . . .	99
FIGURE 4.29	Magnitude et phase du paramètre d'étalonnage B pour les deux groupes de tubes (micro. 1 et 8) . . . . .	100
FIGURE 4.30	Magnitude et phase de l'impédance étalonnée avec les deux groupes de tubes (réf. 10, micro. 1 et 2) . . . . .	103
FIGURE 4.31	Magnitude et phase de l'impédance étalonnée avec les deux groupes de tubes (réf. 10, micro. 1 et 4) . . . . .	104
FIGURE 4.32	Magnitude et phase de l'impédance étalonnée avec les deux groupes de tubes (réf. 10, micro. 1 et 8) . . . . .	105
FIGURE 4.33	Comparaison de la magnitude et de la phase de l'impédance étalonnée des bocaux (groupe de tubes 1, micro. 1 et 2) . . . .	108
FIGURE 4.34	Comparaison de la magnitude et de la phase de l'impédance étalonnée des bocaux (groupe de tubes 2, micro. 1 et 2) . . . .	109
FIGURE 4.35	Comparaison de la magnitude et de la phase de l'impédance étalonnée des bocaux (groupe de tubes 1, micro. 1 et 4) . . . .	110

FIGURE 4.36	Comparaison de la magnitude et de la phase de l'impédance étalonnée des bocaux (groupe de tubes 2, micro. 1 et 4) . . . . .	111
FIGURE 4.37	Comparaison de la magnitude et de la phase de l'impédance étalonnée des bocaux (groupe de tubes 1, micro. 1 et 8) . . . . .	112
FIGURE 4.38	Comparaison de la magnitude et de la phase de l'impédance étalonnée des bocaux (groupe de tubes 2, micro. 1 et 8) . . . . .	113
FIGURE 4.39	Magnitude de l'impédance étalonnée du Si♭ des saxophones (groupe de tubes 1, micro. 1 et 2) . . . . .	116
FIGURE 4.40	Magnitude de l'impédance étalonnée du Si♭ des saxophones (groupe de tubes 2, micro. 1 et 2) . . . . .	116
FIGURE 4.41	Magnitude de l'impédance étalonnée du Si♭ des saxophones (groupe de tubes 1, micro. 1 et 4) . . . . .	117
FIGURE 4.42	Magnitude de l'impédance étalonnée du Si♭ des saxophones (groupe de tubes 2, micro. 1 et 4) . . . . .	117
FIGURE 4.43	Magnitude de l'impédance étalonnée du Si♭ des saxophones (groupe de tubes 1, micro. 1 et 8) . . . . .	118
FIGURE 4.44	Magnitude de l'impédance étalonnée du Si♭ des saxophones (groupe de tubes 2, micro. 1 et 8) . . . . .	118
FIGURE 4.45	Magnitude de l'impédance du Si♭ mesuré par Backus (représentation de la figure 15 de [4]) . . . . .	119
FIGURE 4.46	Magnitude de l'impédance du Si♭ du Yamaha Z (semilogx) . . .	119
FIGURE 4.47	Magnitude de l'impédance du Sol mesuré par Backus (représentation de la figure 15 de [4]) . . . . .	120
FIGURE 4.48	Magnitude de l'impédance du Sol du Yamaha Z (semilogx) . .	120
FIGURE I.1	Plan de définition mécanique du microphone . . . . .	133
FIGURE I.2	Plan de définition mécanique du 1 <sup>er</sup> segment du tube d'impédance	134
FIGURE I.3	Plan de définition mécanique du 2 <sup>e</sup> segment du tube d'impédance	135
FIGURE I.4	Plan de définition mécanique de l'adaptateur d'instrument . .	136
FIGURE I.5	Plan de définition mécanique du cône réducteur exponentiel .	137

FIGURE I.6	Plan mécanique général des tubes de référence et de la paroi rigide	138
FIGURE I.7	Diagramme d'assemblage de l'appareil de mesure avec un tube de référence	139
FIGURE I.8	Diagramme d'assemblage de l'appareil de mesure avec le cône réducteur exponentiel	140
FIGURE IV.1	Magnitude de l'impédance étalonnée du Do $\sharp$ des saxophones (groupe de tubes 1, micro. 1 et 2)	150
FIGURE IV.2	Magnitude de l'impédance étalonnée du Do $\sharp$ des saxophones (groupe de tubes 2, micro. 1 et 2)	150
FIGURE IV.3	Magnitude de l'impédance étalonnée du Do $\sharp$ des saxophones (groupe de tubes 1, micro. 1 et 4)	151
FIGURE IV.4	Magnitude de l'impédance étalonnée du Do $\sharp$ des saxophones (groupe de tubes 2, micro. 1 et 4)	151
FIGURE IV.5	Magnitude de l'impédance étalonnée du Do $\sharp$ des saxophones (groupe de tubes 1, micro. 1 et 8)	152
FIGURE IV.6	Magnitude de l'impédance étalonnée du Do $\sharp$ des saxophones (groupe de tubes 2, micro. 1 et 8)	152
FIGURE IV.7	Magnitude de l'impédance étalonnée du Sol des saxophones (groupe de tubes 1, micro. 1 et 2)	153
FIGURE IV.8	Magnitude de l'impédance étalonnée du Sol des saxophones (groupe de tubes 2, micro. 1 et 2)	153
FIGURE IV.9	Magnitude de l'impédance étalonnée du Sol des saxophones (groupe de tubes 1, micro. 1 et 4)	154
FIGURE IV.10	Magnitude de l'impédance étalonnée du Sol des saxophones (groupe de tubes 2, micro. 1 et 4)	154
FIGURE IV.11	Magnitude de l'impédance étalonnée du Sol des saxophones (groupe de tubes 1, micro. 1 et 8)	155
FIGURE IV.12	Magnitude de l'impédance étalonnée du Sol des saxophones (groupe de tubes 2, micro. 1 et 8)	155

FIGURE IV.13	Magnitude de l'impédance étalonnée du Ré des saxophones (groupe de tubes 1, micro. 1 et 2) . . . . .	156
FIGURE IV.14	Magnitude de l'impédance étalonnée du Ré des saxophones (groupe de tubes 2, micro. 1 et 2) . . . . .	156
FIGURE IV.15	Magnitude de l'impédance étalonnée du Ré des saxophones (groupe de tubes 1, micro. 1 et 4) . . . . .	157
FIGURE IV.16	Magnitude de l'impédance étalonnée du Ré des saxophones (groupe de tubes 2, micro. 1 et 4) . . . . .	157
FIGURE IV.17	Magnitude de l'impédance étalonnée du Ré des saxophones (groupe de tubes 1, micro. 1 et 8) . . . . .	158
FIGURE IV.18	Magnitude de l'impédance étalonnée du Ré des saxophones (groupe de tubes 2, micro. 1 et 8) . . . . .	158

**LISTE DES ANNEXES**

ANNEXE I	PLANS DE DÉFINITION MÉCANIQUE DE L'APPAREIL DE MESURE . . . . .	132
ANNEXE II	OUTILS INFORMATIQUES . . . . .	141
ANNEXE III	AMPLIFICATEUR DIFFÉRENTIEL . . . . .	146
ANNEXE IV	GRAPHIQUES DE L'IMPÉDANCE DES NOTES DO $\sharp$ , SOL ET RÉ DES SAXOPHONES ALTI . . . . .	149
ANNEXE V	DÉVELOPPEMENT DE LA FORMULE DE L'IMPÉDANCE AVEC LA MÉTHODE DE LA FONCTION DE TRANSFERT	159

## LISTE DES NOTATIONS ET DES SYMBOLES

- $a$  = rayon du tube [m]  
 $A$  = aire [ $\text{m}^2$ ]  
 = amplitude complexe de l'onde incidente  
 = paramètre d'étalonnage  
 $B$  = amplitude complexe de l'onde réfléchie  
 = paramètre d'étalonnage  
 $c$  = vitesse du son dans l'air libre, [ $\text{m/s}$ ]  
 $c_p, c_v$  = chaleur spécifique à pression constante et à volume constant  
 [ $\text{kJ/kg}^\circ\text{C}$ ]  
 $\hat{C}_{xy}$  = partie réelle de l'estimation de la densité spectrale de puissance intercorrélée  
 $\mathcal{E}$  = espérance mathématique  
 $f$  = fréquence [Hz]  
 $f_c$  = fréquence critique de la technique à deux microphones [Hz]  
 $h$  = humidité spécifique de l'air =  $0.622p_v/(p_0 - p_v)$   
 $H$  = fonction de transfert  
 $H1, H2$  = les deux formes du calcul de la fonction de transfert  
 $i$  = nombre imaginaire =  $\sqrt{-1}$   
 $J_0(\eta), J_1(\eta), J_2(\eta)$  = fonctions de Bessel  
 $k$  = nombre d'onde =  $\omega/c$  [rad/m]  
 $k_r$  = fréquence réduite =  $\omega a/c$   
 $K$  = nombre de segments dans le calcul du périodogramme moyen  
 $L$  = longueur [m]  
 = nombre d'éléments dans une séquence  
 $M_{air}$  = masse molaire de l'air [kg/mol]

- $\mathbf{n}$  = vecteur unitaire normal à la surface  
 $p$  = pression [Pa]  
 $p_v$  = pression de vapeur de l'eau  
 $p_i$  = pression complexe de l'onde incidente  
 $p_r$  = pression complexe de l'onde réfléchie  
 $P_i$  = spectre de l'onde incidente  
 $P_r$  = spectre de l'onde réfléchie  
 $=$  nombre de Prandtl =  $\mu c_p / \kappa$   
 $\hat{Q}_{xy}$  = partie imaginaire de l'estimation de la densité spectrale de puissance intercorrélée  
 $\mathbf{r}$  = vecteur position  
 $\bar{R}$  = constante des gaz parfaits = 8.314 kJ/kmol · K  
 $R$  = coefficient de réflexion =  $B/A$   
 $s$  = nombre de Stokes =  $a\sqrt{\rho\omega/\mu}$   
 $=$  distance entre les microphones [m]  
 $S$  = surface normale du guide d'onde [ $\text{m}^2$ ]  
 $\hat{S}_{xx}, \hat{S}_{yy}$  = densité spectrale de puissance autocorrélée  
 $\hat{S}_{xy}$  = densité spectrale de puissance intercorrélée  
 $t$  = temps [s]  
 $T$  = température [ $^\circ\text{C}$  ou K]  
 $T_{ref}$  = température de référence [ $^\circ\text{C}$ ]  
 $U$  = vitesse volumique =  $\int_S \mathbf{v} \cdot \mathbf{n} dS$  [ $\text{m}^3/\text{s}$ ]  
 $=$  paramètre de compensation du fenêtrage dans le calcul du périodogramme modifié  
 $\mathbf{v}$  = vecteur vitesse [m/s]  
 $u, v, w$  = composantes de la vitesse dans un système de coordonné cartésien [m/s]

- $v_\phi$  = vitesse de phase [m/s]  
 $w$  = fonction de fenêtrage  
 $y$  = fonction de transfert entre deux microphones (dans la méthode d'étalonnage à trois tubes)  
 $y', y''$  = fonctions de transfert des tubes de références dans la méthode d'étalonnage  
 $y_0$  = fonction de transfert entre deux microphones lorsque  $Z_L = 1$   
 $z$  = impédance spécifique  $= p/(\mathbf{v} \cdot \mathbf{n})$  [Pa · s/m ou kg/m<sup>2</sup> · s]  
 $Z$  = impédance distribuée (défini par le rapport  $p/U$  pour une surface) [kg/m<sup>4</sup> · s]  
 $\bar{Z}$  = impédance normalisée (par rapport à l'impédance caractéristique)  
 $Z_0$  = impédance caractéristique dans un tuyau sans atténuation  $= \rho c/S$   
 $Z_c$  = impédance caractéristique dans un tuyau avec atténuation  
 $Z', Z''$  = impédances des tubes de référence dans la méthode d'étalonnage

## GREC

- $\alpha$  = coefficient d'atténuation  
 $\gamma$  = ratio des chaleurs spécifiques  $= c_p/c_v$   
 $\gamma_{xy}^2$  = fonction de cohérence entre deux signaux  
 $\Gamma$  = paramètre de propagation complexe  $= \alpha + i\omega/v_\phi$   
 $\mu$  = coefficient de viscosité dynamique, [Pa · s = kg/m · s]  
 $\kappa$  = coefficient de conductibilité thermique [W/m · K]  
 $\sigma$  = racine carrée du nombre de Prandtl  $\sqrt{P_r} = \sqrt{\mu c_p/\kappa}$   
 $\rho$  = densité [kg/m<sup>3</sup>]

$\phi$  = phase d'un nombre complexe ou d'une quantité oscillant sinusoïdalement

$\omega$  = fréquence angulaire [rad/s]

$\omega_c$  = fréquence angulaire de coupure des modes radiaux et angulaires dans les tuyaux [rad/s]

## INDICES

0 = valeur de référence, condition standard ou état au repos

*in* = entrée

*out* = sortie

*c* = caractéristique

*L* = terminale

*n* = au microphone numéro *n*

= pour l'harmonique *n*

## AVANT-PROPOS

Ce mémoire expose le fruit de mes recherches sur la mesure de l'impédance acoustique des instruments de musique appliquée au saxophone alto. Le choix de ce sujet, qui me semble si naturel maintenant, résulte de mes lectures et de mes réflexions du premier trimestre de mes études de maîtrise. Effectivement, la question qui occupait mon esprit était de trouver un sujet qui intègre en un même projet mon intérêt envers les questions physiques et mathématiques, ma volonté d'approfondir la compréhension des secrets de la nature et ma passion pour la musique et les instruments de musique. Mes lectures m'ont conduit vers les ondes acoustiques, la manière dont on les produit, le mécanisme de leur propagation, leur nature physique, leur interaction avec l'oreille humaine et bien entendu la beauté de celles-ci, en relation avec la psychologie humaine. Malgré l'éventail relativement large de mes sujets de lecture, ils avaient en commun de graviter autour de l'acoustique musicale à contenu physique. En peu de temps, la modélisation des instruments à vent tels que les trompettes, clarinettes, flûtes, hautbois et saxophones est devenue mon sujet de lecture et d'étude préféré. Par la pratique du saxophone, j'ai développé une expérience concrète du fonctionnement des instruments à vent et j'ai observé les grandes différences qui existent entre des modèles qui paraissent similaires au premier coup d'œil. La complexité des instruments rend très difficile l'identification de l'origine de ces différences. Quel est l'impact de l'angle d'ouverture des clés ? Qu'en est-il de l'angle du guide d'onde conique ? Quel est le rôle joué par la forme du pavillon ? Comment la hauteur et la position des cheminées influencent-elles le timbre ? Le matériel utilisé pour le corps a-t-il un impact sur la sonorité ? Pourquoi tel instrument possède-t-il un son plus riche en harmoniques que tel autre ? Quels sont les paramètres physiques qui influencent une caractéristique acoustique particulière ? J'ai pris conscience à ce moment que les réponses scientifiques à ces questions impliquent la prise de mesures expérimentales. Effectivement, la modélisation théorique des phénomènes permet de décrire des hypothèses précises, mais ce n'est qu'en confrontant celles-ci avec la mesure que nous pouvons valider un modèle. Les

instruments de musique à vent peuvent être caractérisés grâce à la mesure de leur impédance acoustique. Mon projet de maîtrise est donc la première étape, nécessaire, à la poursuite de mes recherches futures en acoustique musicale.

## INTRODUCTION

Nous vivons dans un monde de son. Qu'il soit d'origine humaine, animale ou qu'il provienne de la nature inanimée, celui-ci fait partie de notre expérience quotidienne. Quel que soit l'aspect du son que vous cherchez à connaître, l'histoire qui le concerne est riche et complexe. L'omniprésence de ce phénomène a poussé les philosophes à chercher quelle est sa nature. Nous utilisons aujourd'hui le terme *acoustique*, introduit pour la première fois par Joseph Sauveur (1653-1716) en 1701, pour désigner les sciences traitant du phénomène sonore en général. Par ailleurs, les artisans d'instruments de musique sont parvenus à maîtriser les mécanismes de production des sons musicaux en créant des instruments de grande qualité sans avoir recours à la science. Cependant, la volonté de comprendre ces mécanismes a conduit à plusieurs découvertes scientifiques, au développement des mathématiques et à l'avancement des capacités techniques. On appelle *acoustique musicale* la branche de l'acoustique traitant des instruments de musique et des sons musicaux. Un excellent article de R. Bruce Lindsay [40] couvre l'histoire du développement des bases fondamentales de l'acoustique. Nous suggérons aussi, au lecteur intéressé par l'histoire, une sélection pertinente de trente-neuf publications originales d'importance historique, traduites en anglais par le même auteur [41].

C'est au 17<sup>e</sup> siècle, avec les travaux de Galileo Galilei (1564-1642), Isaac Beeckman (1588-1637), René Descartes (1596-1650) et P. Marin Mersenne (1588-1648) que le concept de fréquence et de vibration émergeait dans l'esprit des philosophes. Ils étaient fascinés par le phénomène de la corde vibrante et de la sensation sonore qui l'accompagnait. Brooke Taylor (1685-1731), en travaillant à la solution de ce problème, serait le premier à avoir appliqué la seconde loi de Isaac Newton (1643 - 1727) à un élément d'un milieu continu. Ce sont par contre Jean Le Rond d'Alembert (1717-1783), Daniel Bernoulli (1700 - 1782) et Leonhard Euler (1707-1783) qui auraient développé le calcul aux dérivées partielles, nécessaire à la solution du problème. La découverte de

la nature ondulatoire du phénomène sonore était un premier pas important. Le son émis par une corde vibrante est en réalité composé de la superposition d'une série de sons dont les fréquences sont les multiples entiers de la fréquence perçue (on l'appelle un son *complexe*). C'est aux environs de 1700 que Sauveur a proposé l'utilisation des termes *fondamentale* et *harmonique* pour distinguer les composantes des sons complexes. Nous parlons alors de 2<sup>e</sup> harmonique pour le son de fréquence double, de 3<sup>e</sup> harmonique pour le son de fréquence triple, etc. Le 1<sup>er</sup> harmonique étant synonyme de fréquence fondamentale. De manière générale, un son, pour être perçu comme musical, doit être composé d'une série harmonique de fréquences. Si un son complexe contient des fréquences qui ne sont pas dans un rapport harmonique, on les appelle des *partiels* et le son n'est alors généralement pas perçu comme musical. Joseph Fourier (1768-1830) apporte plus tard une contribution très importante à l'analyse mathématique des sons complexes harmoniques (1822) grâce aux séries trigonométriques.

La qualité du timbre d'un instrument de musique dépend du contenu en harmoniques des sons qu'il émet. Cela nous permet de distinguer les instruments entre eux. Un même instrument aura un timbre uniforme si le contenu en harmoniques de chacune de ses notes est similaire. Dans le cas des instruments à vent, ce sont les caractéristiques du résonateur (le corps de l'instrument) qui détermineront en grande partie, la qualité du son émis. Nous appelons résonateur tout système acoustique qui amplifie les sons de certaines fréquences particulières. Les tuyaux cylindriques et coniques, les deux géométries de base pour la fabrication d'instruments à vent, sont de tels résonateurs. Il s'agit de chanter dans un tuyau pour se rendre compte que certaines fréquences sont amplifiées et d'autres non. Les tuyaux simples, de même que les instruments de musique, possèdent de multiples fréquences de résonance. Les instruments de musique de bonne qualité doivent en général avoir plusieurs fréquences de résonance dans un rapport harmonique entre elles afin de soutenir correctement la production du son. On a cherché d'abord à prédire avec exactitude la fréquence de la fondamentale. Ce n'est pas toujours simple, par exemple, S. D. Poisson (1781-1840) a remarqué que la condition frontière à

l'extrémité d'un tube ouvert n'est pas exactement nulle et que cela explique la fréquence de résonance légèrement plus basse des tuyaux réels par rapport à ses calculs théoriques. C'est le mécanisme de la radiation du son qui explique ce phénomène. Aussi, Gustav Robert Kirchhoff (1824-1887) a trouvé une solution théorique à la propagation des ondes acoustiques dans les tuyaux cylindriques en tenant compte de la viscosité et des transferts de chaleur à partir des équations de Navier-Stokes et montre l'amortissement des résonances. La hauteur (fréquence de la fondamentale) et le timbre du son émis par les résonateurs dépendent aussi de leurs interactions avec le *système générateur* non-linéaire, que ce soit les lèvres (instruments de la famille des cuivres), une anche simple (clarinette et saxophone), une anche double (hautbois et basson) ou un jet d'air (flûte).

Dans le cas de géométries complexes, la solution aux équations devient difficile. Au 20<sup>e</sup> siècle, Arthur H. Benade (1925-1987)<sup>1</sup> étudie en profondeur les instruments à vent et montre théoriquement plusieurs de leurs caractéristiques importantes qui dépendent de leurs géométries. Il ne s'agit plus seulement de prédire la fréquence de résonance de la fondamentale, mais de caractériser le comportement des instruments de musique pour toutes les fréquences, puisque la hauteur du son émis et son timbre en dépendent. La vérification expérimentale devient alors nécessaire pour valider les modèles. Le comportement acoustique d'un résonateur peut être caractérisé par une quantité complexe, fonction de la fréquence, nommée *impédance acoustique*. Le développement d'appareils de mesure de cette quantité a été une étape essentielle à l'avancement des connaissances scientifiques en acoustique musicale. Des instruments de musique d'une qualité et d'un raffinement incroyable ont été développés sans l'aide des théories de la propagation des ondes ni de la mathématique complexe. Toutefois, malgré l'impressionnante performance des instruments actuels, ceux-ci peuvent encore bénéficier de plusieurs améliorations techniques, tant au niveau acoustique que mécanique. La compréhension scientifique précise des phénomènes sonores en jeu est nécessaire afin

---

<sup>1</sup>Le site web <http://ccrma.stanford.edu/marl/Benade/> est une référence de qualité concernant l'oeuvre de Benade.

de mettre en lumière les causes physiques des problèmes à résoudre. C'est pourquoi nous nous intéressons à la mesure de l'impédance acoustique.

Nous travaillons sur un projet à long terme dont l'objectif est l'amélioration technique du saxophone. Nous chercherons à déterminer les caractéristiques recherchées par les instrumentistes et à en déterminer les causes géométriques. Pour ce faire, nous devrons comparer des modèles théoriques à des mesures expérimentales. C'est dans ce contexte que nous avons identifié la nécessité de posséder un appareil de mesure de l'impédance acoustique avec lequel nous pourrons confronter la théorie à l'expérience. Le sujet de ce mémoire, dont le titre parle de lui-même, consiste donc à étudier les techniques de mesure de l'impédance acoustique afin d'en choisir une qui semble prometteuse pour ensuite fabriquer un appareil et mesurer l'impédance de saxophones alti. Un instrument de mesure de l'impédance acoustique mène aussi à une grande variété d'applications comme la comparaison de différents objets entre eux, le contrôle de la qualité dans une chaîne de production, l'ajustement précis d'un instrument de musique professionnel, et bien d'autres. Il n'existe malgré tout aujourd'hui aucun instrument de mesure de l'impédance acoustique commercial applicable aux systèmes résonnants. Les appareils disponibles sur le marché sont adaptés à la caractérisation des matériaux absorbants.

Le mémoire est divisé en quatre chapitres. Les bases théoriques d'importance à la compréhension des phénomènes ondulatoires en milieu fluide et des techniques de mesure de l'impédance seront présentées au premier chapitre. Nous insisterons sur la propagation des ondes dans les cylindres et sur l'impédance acoustique d'objets simples. La compréhension de la notion d'impédance peut être ardue puisqu'elle fait appel aux nombres complexes. Ensuite, au chapitre deux, nous présenterons une revue de la littérature concernant les différentes techniques de mesure de l'impédance ayant été employées depuis le début du 20<sup>e</sup> siècle. Nous pourrons constater que l'évolution de ces techniques dépend étroitement des moyens technologiques de l'époque et que celles utilisant l'ordinateur pour effectuer l'analyse fréquentielle sur des signaux à large bande sont les plus rapides et les plus simples mécaniquement. Au chapitre trois,

nous verrons les développements mathématiques détaillés de la technique de mesure à deux microphones, des méthodes d'analyse des signaux utilisées de même que de la méthode d'étalonnage proposée. Le dernier chapitre consiste en une présentation de la conception et de la fabrication de notre appareil de mesure de l'impédance ainsi que des résultats expérimentaux. Cela inclut tout d'abord la définition mécanique de l'appareil, la description du circuit électronique de conditionnement des signaux en provenance des microphones (capsules condensateurs) et les outils informatiques de traitement des signaux. Nous terminerons par les procédures expérimentales et l'analyse des résultats. Nous espérons que ce mémoire participera à promouvoir la recherche scientifique en musique.

## CHAPITRE 1

### BASES THÉORIQUES

L’acoustique est la science du son, de sa production, de sa transmission et de ses effets. Nous nous intéressons dans notre recherche aux applications musicales de cette science, mais les bases que nous allons présenter maintenant concernent l’acoustique dans son sens général. Dans le contexte musical, nous étudions la propagation des ondes dans l’air pour les fréquences audibles, c’est-à-dire de 20 Hz à 20000 Hz. Plusieurs domaines de l’acoustique s’intéressent aux phénomènes sonores dans d’autres milieux (acoustique sous-marine par exemple) et pour d’autres fréquences (infrasons et ultrasons). Nous ne traiterons pas de ces sujets.

Nous savons aujourd’hui que les gaz, tels que l’air, sont composés de molécules largement espacées dont le mouvement est déterminé par les forces électromagnétiques causées par les nuages d’électrons entourant les noyaux atomiques et sont de nature quantique. Cependant, pour les problèmes d’acoustique musicale nous n’avons besoin de considérer que le comportement macroscopique de ceux-ci, en les considérant comme des milieux continus de sorte que les outils du calcul différentiel peuvent être utilisés pour analyser leur comportement. Dans le cas des ondes de fréquence audible et d’amplitude en deçà du seuil de douleur de l’oreille (130 dB SPL<sup>1</sup>), se propageant dans l’air libre à des conditions de température et de pression normale pour le fonctionnement des instruments de musique, le gaz se comporte comme un fluide non visqueux dont seulement les composantes hydrostatiques de la pression se propagent. Dans ce cas, l’équation d’état des gaz parfaits est valide et l’énergie interne du fluide ne dépend que de la température. Nous allons éventuellement considérer l’effet de la viscosité dans la

---

<sup>1</sup>Le décibel est l’unité du «sound-pressure level» défini par  $L_p = 10 \log_{10}((p_s^2)_{av}/p_{ref}^2)$ , avec  $p_{ref} = 0.02$  mPa. La valeur de 130 dB comme seuil de douleur ainsi que la définition du SPL proviennent de Pierce [48].

couche limite pour les ondes se propageant dans les tuyaux.

La connaissance de l'algèbre complexe et de la théorie des équations différentielles est fortement recommandée. Afin de solidifier la compréhension des bases de l'acoustique, nous conseillons la lecture du premier chapitre de l'ouvrage de Allan D. Pierce, *Acoustics - An Introduction to its Physical Principles and Applications* [48], qui est le texte de référence le mieux documenté parmi ceux que nous avons consultés. L'équation aux dérivées partielles décrivant la propagation des ondes acoustiques dans les gaz, est obtenue à partir des principes de conservation de la masse et de conservation de la quantité de mouvement linéarisés en considérant de faibles perturbations autour des conditions ambiantes (à l'équilibre) de température  $T_0$ , de pression  $p_0$ , et de densité  $\rho_0$ . Nous considérons aussi que le fluide est au repos : vitesse  $\mathbf{v}_0 = 0$ . C'est à dire que les variables  $T$ ,  $p$ ,  $\rho$  et  $\mathbf{v}$  représentent la différence par rapport à l'équilibre. Nous ne reproduirons pas le développement des équations et le lecteur intéressé pourra consulter Pierce [48]. Cependant, nous présentons les trois équations qui seront nécessaires au cours du mémoire. L'équation de conservation de la masse linéarisée :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho_0 \nabla \cdot \mathbf{v} = 0, \quad (1.1)$$

où  $\nabla$  est l'opérateur différentiel vectoriel. L'équation de conservation de la quantité de mouvement linéarisée :

$$\rho_0 \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} = -\nabla p, \quad (1.2)$$

et finalement l'équation d'onde acoustique linéarisée :

$$\nabla^2 p - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = 0, \quad (1.3)$$

où  $c$  est la vitesse de propagation du son, fonction des propriétés thermodynamiques du milieu. Cette vitesse s'avérera importante lors de la mesure de l'impédance et mérite un peu d'attention.

### 1.1 La vitesse du son dans l'air

Une expression théorique de la vitesse du son peut être développée à partir des principes de la conservation de la masse et de la quantité de mouvement (voir White [70]). En sachant que le processus de la propagation du son est isentropique (voir Moran et Shapiro [46] pour la théorie de la thermodynamique) et en utilisant l'équation des gaz parfaits  $p_0 = \rho_0 RT_0$ , nous obtenons :

$$c^2 = \left. \frac{\partial p}{\partial \rho} \right|_s = \frac{\gamma p_0}{\rho_0} = \gamma RT_0. \quad (1.4)$$

où  $s$  indique que le processus est isentropique,  $\gamma = c_p/c_v$  est le ratio des chaleurs spécifiques du gaz et  $R$  est la constante du gaz parfait étudié. Par exemple, calculons la vitesse du son dans l'air, en supposant que la température est de 22.1°C (295.25K), et en utilisant les tables de propriétés disponibles dans la majorité des livres de thermodynamique. Sachant que la constante du gaz est définie par  $R = \bar{R}/M_{air}$ , avec  $\bar{R} = 8314 \text{ J/kmol K}$  et  $M_{air} = 28.97 \text{ kg/kmol}$  et que  $\gamma = 1.40$ , nous obtenons la vitesse du son en insérant ces valeurs dans l'équation 1.4 :

$$c = \sqrt{1.4 \times \frac{8314}{28.97} \text{ J/kg K} \times 295.25 \text{ K}} = 344.42 \text{ m/s.} \quad (1.5)$$

D'un autre côté, des formules empiriques ont été développées pour calculer la vitesse du son dans l'air en fonction de la température. Selon Keefe [32],  $c = 3.4723 \times 10^2 (1 + 0.00166\Delta T)$  m/s avec  $\Delta T = T - 26.85 \text{ }^{\circ}\text{C}$ , valide pour  $\Delta T = \pm 10 \text{ }^{\circ}\text{C}$ . À 22.1°C. Avec

cette équation nous obtenons :

$$c = 344.49 \text{ m/s,} \quad (1.6)$$

très près de la valeur calculée précédemment. C'est la valeur que nous utiliserons pour les exemples du chapitre.

L'humidité a un effet sur la vitesse de propagation du son dans l'air. Selon Pierce  $c_{humide} = [1 + 0.16h]c_{sec}$ , où  $h$  est la proportion de molécules d'eau par rapport au nombre total de molécules. Pour l'air, il se calcule par :

$$h = 0.622 \frac{p_v}{p_0 - p_v}, \quad (1.7)$$

où  $p_v$  est la pression de vapeur de l'eau et  $p_0$  est la pression atmosphérique ambiante. À 22.1°C et à 100% d'humidité, nous avons  $p_v = 0.02662$  bar [46]. En supposant la pression atmosphérique standard de  $p_0 = 1.01325$  bar, nous avons  $h = 0.0168$ . Alors  $c_{humide} = 1.0027c_{sec}$ . La valeur de la vitesse du son dans l'air à 22.1°C et à 100% d'humidité est de  $c_{humide} = 345.43$ .

## 1.2 Les propriétés de l'air

La vitesse du son dans l'air n'est pas la seule propriété dont nous avons besoin pour les calculs. La densité, la viscosité, le rapport des chaleurs spécifiques ainsi que le nombre de Prandtl seront d'une grande importance. Ces propriétés sont variables et dépendent de la température de l'air. Des formules déterminées par régression linéaire de données empiriques servent à calculer les valeurs de ces propriétés pour une température donnée. Les équations, valides pour  $\pm 10^\circ\text{C}$  autour de  $T_{ref} = 26.85^\circ\text{C}$ , provenant de l'article de Keefe [32] sont incluses au tableau 1.1 comme référence. La différence de température par rapport à  $T_{ref}$  est de  $\Delta T$ .

TABLEAU 1.1 Propriétés thermodynamiques approximatives de l'air à  $26.85 \pm 10^\circ\text{C}$ 

Propriété	Valeur
Densité	$\rho = 1.1769(1 - 0.00335\Delta T) \text{ kg/m}^3$
Coefficient de viscosité	$\mu = 1.846 \times 10^{-5}(1 + 0.0025\Delta T) \text{ kg/m} \cdot \text{s}$
Ratio des chaleurs spécifiques	$\gamma = c_p/c_v = 1.4017(1 - 0.00002\Delta T)$
Racine carrée du nombre de Prandtl	$\sigma = \sqrt{\mu c_p/\kappa} = 0.8410(1 - 0.0002\Delta T)$
Vitesse du son dans l'air	$c = 3.4723 \times 10^2(1 + 0.00166\Delta T) \text{ m/s}$

### 1.3 Équation de Helmholtz

Si nous supposons que la pression  $p$  est de la forme  $p(\mathbf{r}, t) = p(\mathbf{r})e^{i\omega t}$ , où  $\mathbf{r}$  est le vecteur position,  $\omega$  la fréquence angulaire, et  $i = \sqrt{-1}$ , et que nous remplaçons celle-ci dans l'équation 1.3, nous obtenons :

$$\nabla^2 p + \frac{\omega^2}{c^2} p = 0. \quad (1.8)$$

En définissant  $k = \omega/c$ , appelé le *nombre d'onde*, nous obtenons l'équation de Helmholtz :

$$\nabla^2 p + k^2 p = 0. \quad (1.9)$$

Dans le cas d'un problème à une seule dimension, nous obtenons la solution planaire :

$$p(x, t) = [Ae^{-ikx} + Be^{ikx}] e^{i\omega t} \quad (1.10)$$

où les constantes d'intégration  $A$  et  $B$  sont complexes et représentent la phase et l'amplitude des fonctions d'onde spatiale. Elles sont dépendantes des conditions frontières du problème comme nous le verrons à la section sur l'impédance acoustique. Bien entendu, puisque l'équation résolue est linéaire, toute superposition de solutions est aussi une

solution.

#### 1.4 Propagation et atténuation dans les cylindres

Le problème de la propagation des ondes acoustiques dans les gaz contenus à l'intérieur d'un cylindre rigide a été étudié lors de la seconde moitié du 19<sup>e</sup> siècle par Stokes, Helmholtz, Rayleigh [51] et Kirchhoff [36]. Nous conseillons au lecteur qui désire approfondir le sujet la lecture de la traduction anglaise de l'excellente publication de Kirchhoff, éditée par Lindsay [42]. À partir des équations différentielles de la conservation de la masse, de la quantité de mouvement et de l'énergie dans les fluides, linéarisées en supposant que les ondes sont de faible amplitude, Kirchhoff élabore une solution générale pour la propagation des ondes acoustiques en tenant compte des pertes visqueuses et thermiques dans la couche limite avec comme hypothèse que la paroi est isothermale et lisse. Cette solution exprime le champ de vitesse radial et axial dans le guide d'onde, le coefficient d'atténuation en fonction de la fréquence et la vitesse de phase de l'onde. Cependant, les solutions analytiques aux équations impliquées ne s'obtiennent qu'au prix de certaines approximations. Kirchhoff en propose une, valide pour les tubes «larges», consistant à limiter le développement en série des fonctions de Bessel. Les facteurs déterminants la précision de cette équation approximative sont discutés par Weston [68]. Selon les caractéristiques physiques du fluide, la valeur des variables d'état et la fréquence du son transmis, différents régimes d'écoulement existent, pour lesquels de nombreuses solutions approximatives ont été proposées. Dans un article classique de Tijdeman [64], ces diverses approximations sont l'objet d'une comparaison avec une solution numérique exacte. Celui-ci a aussi développé de nouveau les équations du problème de même que les approximations afin qu'elles soient toutes exprimées en fonction des mêmes paramètres. Selon Tijdeman, la solution proposée originellement par Zwikker et Kosten sous le nom de «solution à faible fréquence réduite» couvre avec précision une large plage des paramètres et,

en particulier, les valeurs pour les tuyaux «étroits» et «larges». D'autres auteurs ont aussi étudié les solutions numériques, dont Shields, Lee et Wiley [61]. Les vérifications expérimentales [1, 23, 61, 69] semblent confirmer la validité du modèle de Kirchhoff. D'autres approximations valides pour les tubes «étroits» et «larges» ont été traitées par Stinson [63]. Celui-ci a aussi généralisé les solutions aux tubes de section non circulaire et a présenté un très bon traitement du problème de Kirchhoff. En supposant que la fréquence réduite est faible, on peut effectuer des simplifications supplémentaires pour exprimer les paramètres sous la forme d'une ligne de transmission. Cette méthode est décrite en détail dans un article récent de Scheichl [56]. Celui-ci présente aussi dans son introduction plusieurs références aux auteurs qui l'ont précédé dans cette démarche. La représentation des paramètres sous cette forme a aussi été utilisée par Benade [6], et par Keefe [32]. De manière générale, la solution est représentée par le «paramètre de propagation», qui est complexe et fonction de la fréquence :

$$\Gamma = \alpha + i \frac{\omega}{v_\phi}, \quad (1.11)$$

où la partie réelle  $\alpha$  est le coefficient d'atténuation, et la partie imaginaire est  $\omega/v_\phi$ , où  $v_\phi$  est la vitesse de phase. La littérature que nous avons consultée montre qu'il n'existe pas de consensus quant à la manière de nommer ce paramètre. Effectivement, il a porté le nom de «constante de propagation» [6], de «nombre d'onde de propagation» [32] et de «paramètre de propagation» [56]. Puisqu'il ne s'agit pas d'une quantité invariable, nous n'utiliserons pas le nom de «constante». D'un autre côté, le terme «nombre d'onde» est associé historiquement à la propagation dans les milieux non atténuants et est défini par  $k = \omega/c$ . Nous préférons donc utiliser l'appellation «paramètre de propagation». La solution de l'onde de pression à une dimension prend alors la forme :

$$p(x, t) = [A e^{-\Gamma x} + B e^{\Gamma x}] e^{i \omega t}. \quad (1.12)$$

L'évaluation théorique du paramètre de propagation s'avérera importante pour la mesure de l'impédance. Nous avons choisi trois approximations pour en faire une comparaison : la solution à faible fréquence réduite de Zwikker et Kosten, l'approximation pour les tuyaux larges de Keefe et une autre approximation pour les tuyaux larges de Pierce [48] (pages 532 à 534).

La solution à faible fréquence réduite s'exprime :

$$\Gamma_{fr} = \frac{\omega}{c} \sqrt{\frac{J_0(i^{3/2}s)}{J_2(i^{3/2}s)}} \sqrt{\gamma + (\gamma - 1) \frac{J_2(i^{3/2}\sigma s)}{J_0(i^{3/2}\sigma s)}}. \quad (1.13)$$

où  $J_0$  et  $J_2$  représentent les fonctions de Bessel de première espèce d'ordre 0 et 2,  $\sigma$  est la racine carrée du nombre de Prandtl et  $s$  le nombre de Stokes. Cette solution est valide pour  $k_r/s \ll 1$ , où  $k_r = \omega a/c$  est la fréquence réduite. L'approximation développée par Keefe [32] est une expansion en série de la partie réelle et de la partie imaginaire d'une expression développée dans son article :

$$\alpha \left( \frac{c}{\omega} \right) = \left( \frac{s^{-1}}{\sqrt{2}} \right) \left( 1 + \frac{\gamma - 1}{\sigma} \right) + s^{-2} \left[ 1 + \frac{\gamma - 1}{\sigma} - \frac{1}{2} \frac{\gamma - 1}{\sigma^2} - \frac{1}{2} \left( \frac{\gamma - 1}{\sigma} \right)^2 \right] + \left( \frac{s^{-3}}{\sqrt{2}} \right) \left[ \frac{7}{8} + \frac{\gamma - 1}{\sigma} - \frac{1}{2} \frac{\gamma - 1}{\sigma^2} - \frac{1}{8} \frac{\gamma - 1}{\sigma^3} - \frac{1}{2} \left( \frac{\gamma - 1}{\sigma} \right)^2 + \frac{1}{2} \frac{(\gamma - 1)^2}{\sigma^3} + \frac{1}{2} \left( \frac{\gamma - 1}{\sigma} \right)^3 \right], \quad (1.14)$$

et

$$\frac{c}{v_\phi} = 1 + \left( \frac{s^{-1}}{\sqrt{2}} \right) \left( 1 + \frac{\gamma - 1}{\sigma} \right) - \left( \frac{s^{-3}}{\sqrt{2}} \right) \left[ \frac{7}{8} + \frac{\gamma - 1}{\sigma} - \frac{1}{2} \frac{\gamma - 1}{\sigma^2} - \frac{1}{8} \frac{\gamma - 1}{\sigma^3} - \frac{1}{2} \left( \frac{\gamma - 1}{\sigma} \right)^2 + \frac{1}{2} \frac{(\gamma - 1)^2}{\sigma^3} + \frac{1}{2} \left( \frac{\gamma - 1}{\sigma} \right)^3 \right]. \quad (1.15)$$

La solution de Pierce est une expression plus simple que les précédentes :

$$\Gamma = i \left( \frac{\omega}{c} \right) + (1 + i) \alpha_w, \quad (1.16)$$

avec :

$$\alpha_w = \frac{1}{a} \sqrt{\frac{\omega \mu}{2 \rho c^2}} \left[ 1 + \frac{\gamma - 1}{\sigma} \right], \quad (1.17)$$

où  $\mu$  est la viscosité.

Pour effectuer la comparaison, nous avons choisi une température correspondant à celle mesurée dans l'appareil lors de la séance de mesure expérimentale (22.1°C) dont les résultats sont présentés au chapitre 4. Nous comparerons aussi les valeurs du paramètre de propagation aux conditions estimées à l'intérieur du saxophone en condition de jeu. Lorsqu'un musicien joue de l'instrument, l'air est nécessairement plus chaud et humide que lors de la mesure. Cependant, nous ne pouvons pas considérer que cette température est constante dans tout l'instrument à cause de la conduction thermique des parois métalliques. Il existe donc un gradient de température à l'intérieur de l'instrument. Supposons cependant en première approximation, que l'air est en moyenne à une température de 30°C et à 100% d'humidité pour calculer l'impact sur la vitesse de

TABLEAU 1.2 Tableau des valeurs typiques des paramètres de la propagation des ondes dans l'appareil

Paramètre	Symbole	Lors de la mesure	Estimé en jeu
Température (°C)	$T_0$	22.1	30
Vitesse du son (m/s)	$c$	344.5	350.8 (humide)
Densité (kg/m <sup>3</sup> )	$\rho_0$	1.1956	1.1645
Viscosité (kg/m · s)	$\mu$	$1.8241 \times 10^{-5}$	$1.8605 \times 10^{-5}$
Rayon du tube (m)	$a$	0.006	idem
Fréquence angulaire (rad/s)	$\omega$	$2\pi \times [50 - 6000]$	idem
Fréquence réduite	$k_r$	[0.005 – 0.66]	[0.005 – 0.65]
Nombre de Stokes	$s$	[27.2 – 298.3]	[26.6 – 291.5]
Racine carré de Pr	$\sigma$	0.8418	0.8405
Ratio des chaleurs spécifiques	$\gamma$	1.4018	1.4016

propagation du son et sur l'atténuation. Le tableau 1.2 contient les valeurs des différents paramètres intervenants dans les calculs pour les deux conditions.

Nous avons évalué que la vitesse du son dans l'air humide à 30°C est de 0.4% plus rapide que si l'air était sec. La vitesse du son dans l'instrument est alors de 1.8% plus rapide lorsque le musicien joue que lors de la mesure. Les fréquences de résonance seront alors décalées vers les aigus. Ce phénomène est connu du musicien qui doit réaccorder son instrument légèrement plus bas après quelques minutes de jeu s'il est accompagné d'un instrument dont la hauteur ne change pas de cette manière, comme le piano ou la guitare. Nous devrons certainement tenir compte de cet effet si nous voulons utiliser la mesure de l'impédance pour prédire la hauteur du son de l'instrument en condition de jeu.

À la figure 1.1, deux graphiques montrent respectivement l'atténuation et la vitesse de phase pour les trois approximations à 22.1°C en comparaison avec l'approximation de Pierce à 30°C. Les approximations de Zwikker et de Keefe sont pratiquement égales. Cependant, il y a une différence de 0.3% entre l'approximation de Pierce les deux autres pour l'atténuation tandis que les différences pour la vitesse de phase sont en deçà de  $2 \times 10^{-5}\%$ . D'autre part, l'augmentation de la température cause une augmentation de 1% de l'atténuation et de 1.3% de la vitesse de phase. Nous pouvons aussi constater

que l'atténuation classique, qui existe dans l'air libre, est négligeable en comparaison de celle due aux effets dans la couche limite, car elle est, à  $22.1^{\circ}\text{C}$ , pour une onde à la fréquence de 1000 Hz, d'environ de  $1.4 \times 10^{-5}$  (les équations du calcul de cette atténuation proviennent de la section 10.2 de Pierce [48]).

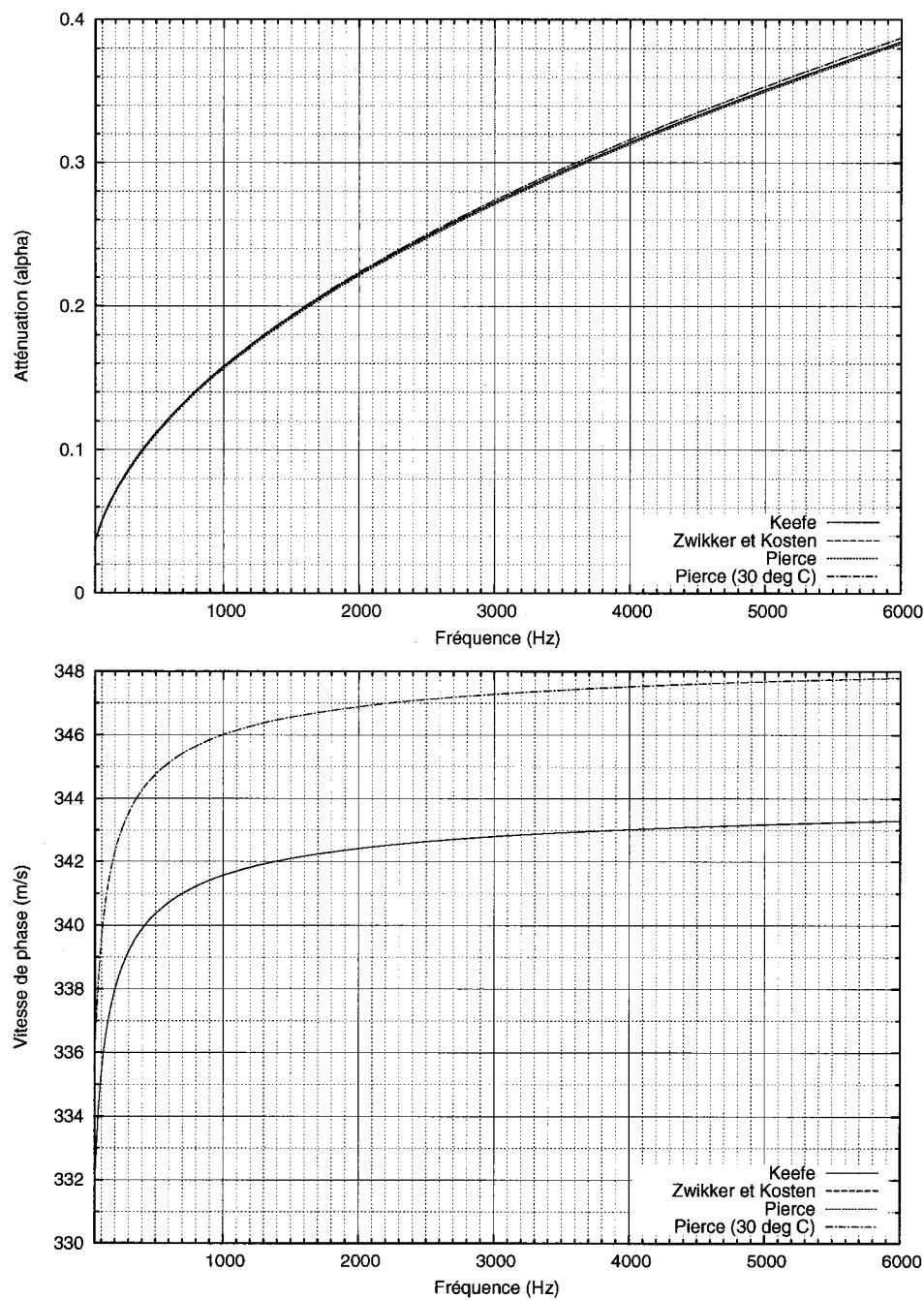


FIGURE 1.1 Atténuation et vitesse de phase dans un tube de 12 mm de diamètre pour les fréquences de 50 à 6000 Hz et une température de 22.1°C calculés pour trois approximations en comparaison avec leur évaluation à 30°C.

## 1.5 Impédance acoustique

L'*impédance acoustique spécifique* est définie comme le rapport entre l'amplitude complexe de la pression  $p$  et l'amplitude complexe de la vitesse de l'écoulement  $v$ , perpendiculairement à un plan de référence :

$$z = \frac{p}{v \cdot n}. \quad (1.18)$$

Alternativement, lors de l'étude des tuyaux, on définit plutôt l'*impédance acoustique distribuée* par rapport à la vitesse volumique  $U$  (calculé par l'intégrale sur la surface de  $v \cdot n$ ) :

$$Z = \frac{p}{U}. \quad (1.19)$$

Nous définissons aussi l'*impédance normalisée*, qui est le rapport entre l'impédance que nous venons de définir et l'impédance caractéristique du milieu étudié :

$$\bar{Z} = \frac{Z}{Z_c}. \quad (1.20)$$

L'impédance caractéristique  $Z_c$  est la constante de proportionnalité entre l'amplitude de la vitesse et l'amplitude de la pression pour une onde progressive. Dans un milieu sans atténuation, c'est un nombre réel constant pour toutes les fréquences et nous le désignons par  $Z_0$ . Dans le cas plus général des milieux atténuants, il s'agit d'un nombre complexe fonction de la fréquence. Nous l'appelons  $Z_c$  pour marquer la différence.

L'impédance peut être définie à n'importe quel point d'un système, mais, dans le cas des instruments de musique, est souvent utilisée à l'entrée ou à la sortie. Dans

ces cas particuliers on l'appelle *impédance d'entrée*  $Z_{in}$  et *impédance de sortie*  $Z_{out}$ . L'impédance est une fonction complexe qui dépend de la fréquence  $f$  (ou de la fréquence angulaire  $\omega = 2\pi f$ ). Si une pression et une vitesse à une fréquence unique sont mesurées, la norme de l'impédance  $|z|$  représente le rapport entre l'amplitude de chacun des deux signaux tandis que la phase de l'impédance  $\phi$  représente le décalage de phase entre les deux. La partie réelle de l'impédance est nommée *résistance* et ne cause pas de déphasage entre la pression et la vitesse tandis que la partie imaginaire, nommée *réactance*, provoque un déphasage.

Dans le cas d'un instrument de musique comme le saxophone, où le mouvement de l'anche sur le bec est fonction de la différence de pression entre la bouche de l'instrumentiste et l'intérieur du bec, la fréquence de la vibration de l'anche aura tendance à s'adapter au maximum de la magnitude de l'impédance du résonateur. Afin de posséder une meilleure compréhension de la nature de l'impédance, quelques systèmes classiques seront maintenant étudiés.

### 1.5.1 L'impédance caractéristique

Nous pouvons déterminer la valeur de l'impédance caractéristique dans l'air libre en étudiant la propagation d'une onde progressive planaire sans atténuation. Dans ce cas, à partir de l'équation 1.10 et avec  $A = 1$  et  $B = 0$ , nous avons  $p(x, t) = Ae^{-ikx}e^{i\omega t}$ . Le gradient de la pression est alors  $\nabla p = \partial p / \partial x = -ikp$ . La vitesse particulière du fluide suivra aussi une oscillation sinusoïdale temporelle, tel que la pression (voir Pierce [48]), de la forme  $u(x, t) = f(x)e^{i\omega t}$ . Sa dérivée par rapport au temps est  $\partial u / \partial t = i\omega u$ . En insérant le gradient de la pression et la dérivée de la vitesse particulière dans l'équation 1.2, nous obtenons  $ikp = i\rho\omega u$ . De cette équation nous isolons le rapport correspondant à l'impédance :

$$z = \frac{p}{u} = \rho c. \quad (1.21)$$

Ce résultat est l'*impédance caractéristique* d'un fluide non atténuant et est noté  $z_0 = \rho c$ . Dans l'air à 22.1°C, elle vaut 411.9 kg/(m<sup>2</sup> · s). Dans les tuyaux, nous avons l'*impédance caractéristique distribuée* :

$$Z_0 = \frac{\rho c}{S}. \quad (1.22)$$

où  $S$  est l'aire de la section du tuyau. Dans le cas d'un milieu atténuant tel un tuyau réel, l'impédance caractéristique est complexe. Nous utilisons alors la notation  $Z_c$  pour la différencier du cas non atténuant. Elle peut être calculée avec les solutions approximatives à la théorie de Kirchhoff.

### 1.5.2 La résonance dans les tuyaux

Les tuyaux, comme les instruments de musique en général, sont des systèmes résonants, c'est-à-dire qu'ils amplifient certaines fréquences. Nous pouvons calculer l'impédance d'entrée de ces tuyaux pour comprendre mieux ce que cela signifie.

#### 1.5.2.1 Cas idéal sans atténuation

Dans le cas idéal sans atténuation, nous savons que la pression est exprimée par l'équation 1.10. Nous pouvons aussi développer l'expression de la vitesse volumique à l'aide de l'équation 1.2 et de la dérivée de la vitesse particulaire (section 1.5.1) :

$$U(x, t) = \frac{1}{Z_0} [Ae^{-ikx} - Be^{ikx}] e^{i\omega t}. \quad (1.23)$$

À l'extrémité finale du tuyau de longueur  $L$ , nous définissons l'impédance terminale  $Z_L$  :

$$Z_L = \frac{p(L, t)}{U(L, t)} = Z_0 \frac{[Ae^{-ikL} + Be^{ikL}]}{[Ae^{-ikL} - Be^{ikL}]} \quad (1.24)$$

Après un peu d'algèbre, nous obtenons  $[Z_L - Z_0] Ae^{-2ikL} = [Z_0 + Z_L] B$  et finalement, le coefficient de réflexion en  $x = L$ , qui est le rapport entre les amplitudes des ondes régressives et progressives :

$$R = \frac{B}{A} = e^{-2ikL} \left[ \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0} \right]. \quad (1.25)$$

Nous voyons par cette équation qu'il n'y a pas de réflexion si l'impédance de sortie est égale à l'impédance caractéristique. Développons maintenant l'expression de l'impédance d'entrée :

$$Z_{in} = \frac{p(0, t)}{U(0, t)} = Z_0 \left[ \frac{A + B}{A - B} \right]. \quad (1.26)$$

Grâce à l'équation du coefficient de réflexion 1.25, nous obtenons

$$\begin{aligned} Z_{in} &= Z_0 \left[ \frac{1 + B/A}{1 - B/A} \right] = Z_0 \left[ \frac{(Z_L + Z_0)e^{ikL} + (Z_L - Z_0)e^{-ikL}}{(Z_L + Z_0)e^{ikL} - (Z_L - Z_0)e^{-ikL}} \right] \\ &= Z_c \left[ \frac{(Z_L + Z_c)(\cos kL + i \sin kL) + (Z_L - Z_c)(\cos kL - i \sin kL)}{(Z_L + Z_c)(\cos kL + i \sin kL) - (Z_L - Z_c)(\cos kL - i \sin kL)} \right], \quad (1.27) \end{aligned}$$

qui se simplifie à

$$Z_{in} = Z_0 \left[ \frac{Z_L \cos kL + iZ_0 \sin kL}{Z_0 \cos kL + iZ_L \sin kL} \right], \quad (1.28)$$

ou, avec la forme normalisée, à :

$$\bar{Z}_{in} = \frac{\bar{Z}_L + i \tan kL}{1 + i \bar{Z}_L \tan kL}. \quad (1.29)$$

C'est l'équation la plus générale de l'impédance d'entrée d'un tuyau de longueur finie ayant une impédance de sortie connue. Nous pouvons dériver deux cas limites importants à partir de celle-ci. Le premier correspond à une terminaison rigide (impédance infinie) :

$$\bar{Z}_{in}^{fermé} = \lim_{\bar{Z}_L \rightarrow \infty} \left[ \frac{\bar{Z}_L + i \tan kL}{1 + i \bar{Z}_L \tan kL} \right] = -i \cot kL. \quad (1.30)$$

L'autre cas correspond à une terminaison ouverte idéale (impédance nulle) :

$$\bar{Z}_{in}^{ouvert} = \lim_{\bar{Z}_L \rightarrow 0} \left[ \frac{\bar{Z}_L + i \tan kL}{1 + i \bar{Z}_L \tan kL} \right] = i \tan kL. \quad (1.31)$$

### 1.5.2.2 Cas réel atténué

Maintenant, si nous considérons l'atténuation dans le tuyau, nous devons utiliser la solution aux équations de Kirchhoff comme nous l'avons vu à la section 1.4. Le paramètre de propagation est alors complexe. L'onde est atténuée et se propage plus lentement qu'elle ne le ferait dans l'air libre puisque le milieu est dispersif. L'impédance caractéristique ne peut pas être calculée de la même manière que nous l'avons fait précédemment puisque les équations différentielles à la base de cette solution ne sont pas les mêmes que pour l'onde acoustique linéaire sans viscosité. Le développement de l'impédance est toutefois similaire au cas précédent. La solution à l'équation d'onde avec atténuation est exprimée par l'équation 1.12. La vitesse volumique s'exprime par :

$$U(x, t) = \frac{1}{Z_c} [Ae^{-\Gamma x} - Be^{\Gamma x}] e^{i\omega t}. \quad (1.32)$$

L'impédance de sortie s'exprime alors par :

$$Z_L = \frac{p(L, t)}{U(L, t)} = Z_c \frac{[Ae^{-\Gamma L} + Be^{\Gamma L}]}{[Ae^{-\Gamma L} - Be^{\Gamma L}]} \quad (1.33)$$

En manipulant cette expression, nous pouvons obtenir le coefficient de réflexion :

$$R = \frac{B}{A} = e^{-2\Gamma L} \left[ \frac{Z_L - Z_c}{Z_L + Z_c} \right]. \quad (1.34)$$

Aussi, l'impédance d'entrée est :

$$Z_{in} = Z(0, t) = \frac{p(0, t)}{U(0, t)} = Z_c \left[ \frac{A + B}{A - B} \right]. \quad (1.35)$$

Nous éliminons maintenant les coefficients  $A$  et  $B$  et obtenons l'expression générale de l'impédance d'entrée :

$$\begin{aligned} \bar{Z}_{in} &= \frac{Z_{in}}{Z_c} = \left[ \frac{1 + B/A}{1 - B/A} \right] = \left[ \frac{(Z_L + Z_c)e^{\Gamma L} + (Z_L - Z_c)e^{-\Gamma L}}{(Z_L + Z_c)e^{\Gamma L} - (Z_L - Z_c)e^{-\Gamma L}} \right] = \\ &= \left[ \frac{Z_L \cosh(\Gamma L) + Z_c \sinh(\Gamma L)}{Z_L \sinh(\Gamma L) + Z_c \cosh(\Gamma L)} \right] = \frac{\bar{Z}_L + \tanh(\Gamma L)}{1 + \bar{Z}_L \tanh(\Gamma L)}. \end{aligned} \quad (1.36)$$

Si le tuyau est fermé à son extrémité, nous avons  $Z_L \rightarrow \infty$  et l'impédance d'entrée prend la forme plus simple :

$$\bar{Z}_{in} = \coth(\Gamma L). \quad (1.37)$$

La figure 1.2 montre la magnitude et la phase de l'impédance idéale d'un tuyau fermé en comparaison avec celle du même tuyau incluant l'atténuation. Nous voyons que celle-ci a pour effet de réduire l'importance des résonances et de diminuer légèrement leurs fréquences. Effectivement, la vitesse de propagation de la phase est plus faible dans un tuyau que dans l'air libre.

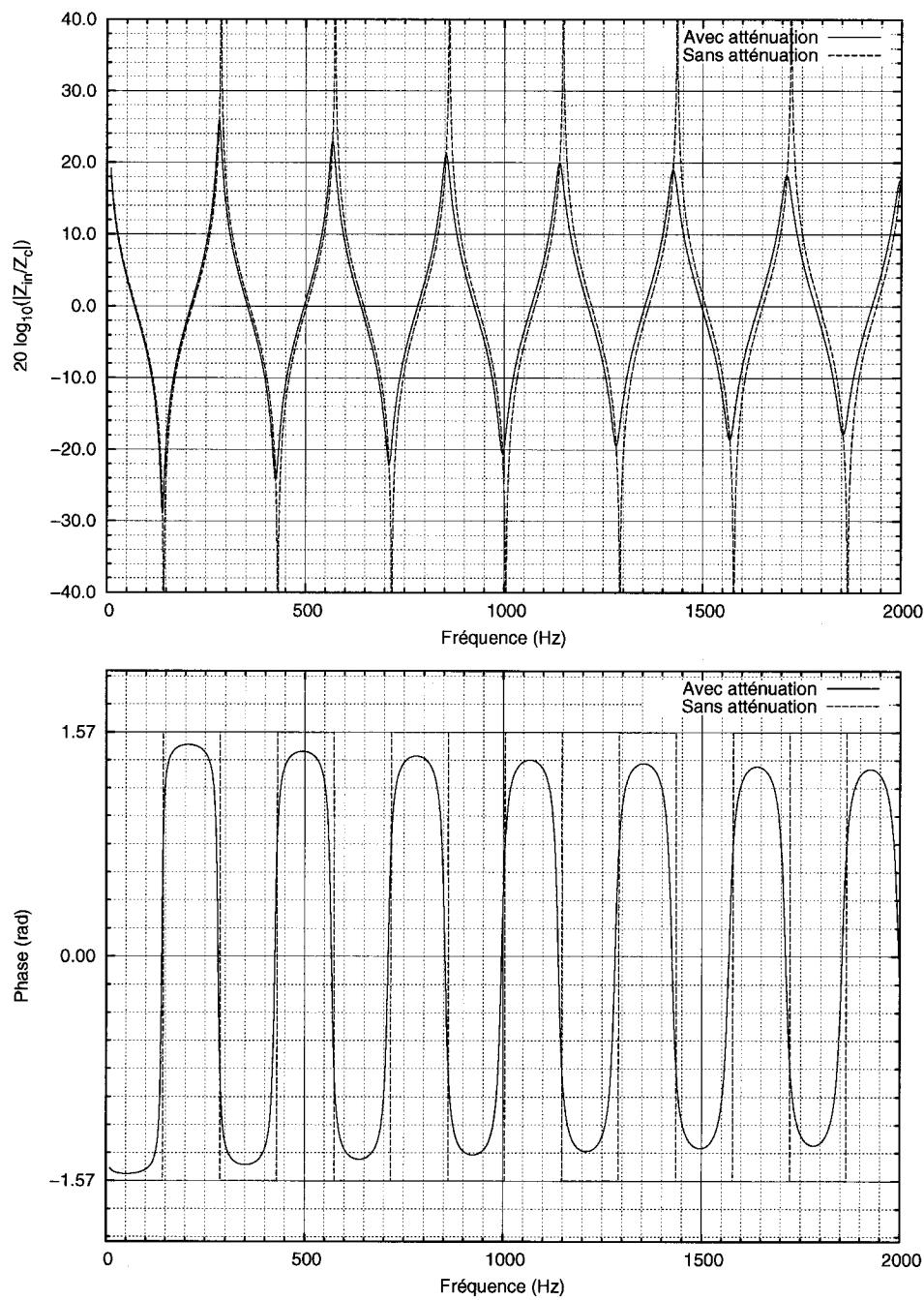


FIGURE 1.2 Magnitude et phase de l'impédance d'entrée normalisée d'un tuyau fermé de longueur  $L = 0.60$  m avec et sans atténuation ( $c = 344.5$  m/s)

### 1.5.3 La résonance dans les tuyaux coniques

Plusieurs instruments de musique possèdent des colonnes d'air coniques : le saxophone, le hautbois et le cor français par exemple. Ces tuyaux coniques sont tronqués afin d'y adapter un bec ou une embouchure. Si le cône possède une aire  $S_1 = \pi(d_1/2)^2$  à la position  $x_1$  et une aire  $S_2 = \pi(d_2/2)^2$  à la position  $x_2$ , son impédance d'entrée, en négligeant l'atténuation est [24] :

$$\bar{Z}_{in} = \frac{Z_{in}}{Z_{c1}} = \frac{iZ_L [\sin(kL - \theta_2)/\sin \theta_2] + Z_{c2} \sin kL}{Z_L [\sin(kL + \theta_1 - \theta_2)/\sin \theta_1 \sin \theta_2] - iZ_{c2} [\sin(kL + \theta_1)/\sin \theta_1]}, \quad (1.38)$$

où  $Z_{c1} = \rho c/S_1$ ,  $Z_{c2} = \rho c/S_2$ ,  $L = x_2 - x_1$ ,  $\theta_1 = \tan^{-1}(kx_1)$  et  $\theta_2 = \tan^{-1}(kx_2)$ . Nous pouvons aussi définir le pourcentage de troncature  $B = x_1/x_2 = d_1/d_2$ . La figure 1.3 montre l'impédance d'entrée d'un cône tronqué de paramètres  $d_1 = 1.26 \times 10^{-2}$  m,  $d_2 = 2.29 \times 10^{-2}$  m,  $S_1 = 1.25 \times 10^{-4}$  m<sup>2</sup>,  $S_2 = 4.12 \times 10^{-4}$  m<sup>2</sup>,  $x_1 = 0.24$  m,  $x_2 = 0.44$  m, correspondant approximativement aux dimensions d'un bocal de saxophone alto déplié (voir la photo d'un bocal à la figure 4.1). Le pourcentage de troncature est de  $B = 0.55$ .

Les caractéristiques des résonances des tuyaux coniques tronqués avec différentes conditions frontières est le sujet d'un article de Ayers, Eliason et Mahgerefteh [50]. En particulier, la figure 3 de leur article montre les fréquences de résonance des tuyaux coniques en fonction de leur pourcentage de troncature pour une longueur constante. Effectivement, un cône complet possède des résonances à toutes les harmoniques de la fondamentale, tandis que le cylindre ouvert possède des résonances aux harmoniques impaires. Le cône tronqué est à mi-chemin entre ces deux situations et possède des résonances qui ne sont pas harmoniques. Nous pouvons voir à la figure 1.3 que la deuxième résonance du cône tronqué est à une fréquence de 2.46 fois celle de la fondamentale. C'est pour cette raison que les instruments de musique conique doivent

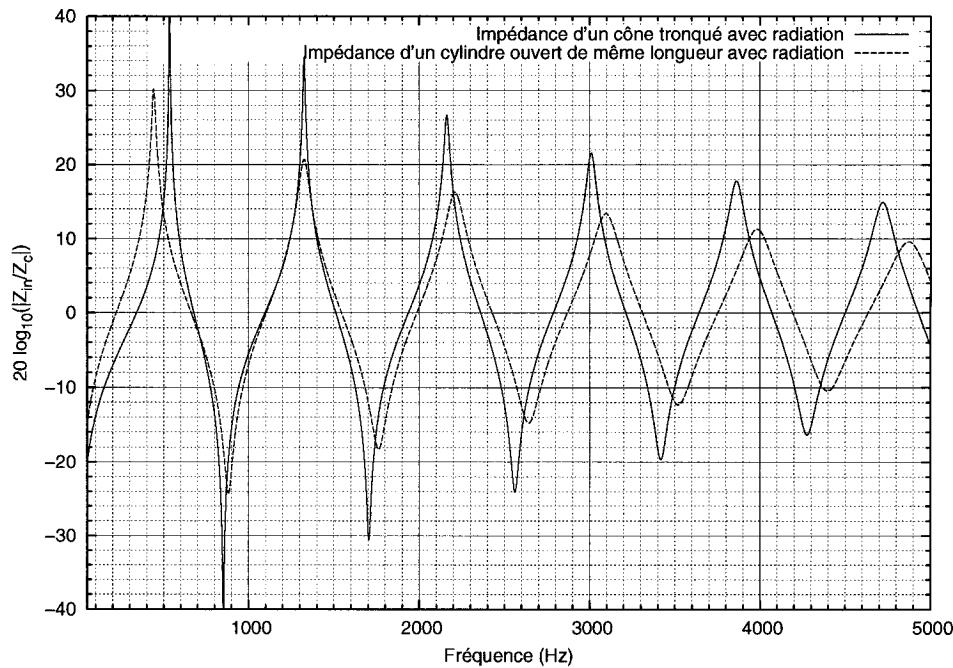


FIGURE 1.3 Impédance d’entrée normalisée d’un cône tronqué de paramètre  $B = 0.55$  et d’un cylindre de même longueur (ouvert, avec radiation)

avoir un ratio  $B$  le plus petit possible, afin que les résonances soient harmoniques.

#### 1.5.4 La radiation à l’extrémité ouverte d’un tuyau

Si l’on calcule la fréquence de résonance fondamentale d’un tuyau ouvert en supposant que l’impédance de sortie est nulle, nous trouvons une fréquence supérieure à celle mesurée. Autrement dit, les instruments de musique à tuyau ouvert sonnent légèrement plus graves que la prédition théorique. Cette différence est causée par la radiation à l’extrémité des tuyaux ouverts, dont l’impédance de sortie n’est pas nulle. Ce problème a souvent été traité en ajoutant une petite longueur supplémentaire à celle du tuyau afin de calculer correctement la fréquence de résonance, tout en négligeant les pertes radiatives ; c’est la correction d’extrémité.

Le problème de l’impédance de sortie causée par la radiation à l’extrémité des tuyaux

ouverts a été analysé en détail par Levine et Schwinger [39]. Les deux cas limites possédant des solutions théoriques correspondent aux tuyaux sans colllerette<sup>2</sup> ou avec colllerette infinie. Les équations théoriques démontrées par Levine et Schwinger sont complexes et difficilement utilisables concrètement. La formule empirique suivante, selon Kergomard [34], serait précise à 1% de la solution complète pour le cas sans colllerette et pour  $ka < 1.5$  :

$$Z_L = \frac{1}{4}(ka)^2 + 0.0127(ka)^4 + 0.082(ka)^4 \log(ka) - 0.023(ka)^6 + \\ j [0.6133(ka) - 0.036(ka)^3 + 0.034(ka)^3 \log(ka) - 0.0187(ka)^5]. \quad (1.39)$$

La correction de longueur pour ce même cas est  $\Delta L \approx 0.61a$ . Des simulations numériques ont permis d'obtenir des résultats pour des cas s'approchant de plusieurs situations réelles qui ne correspondent pas aux cas limites étudiés par Levine et Schwinger [22]. Nous constatons, en observant la figure 1.4, que la correction de longueur prédit correctement les fréquences de résonance, mais que l'utilisation de l'impédance de sortie donne des résonances atténées à cause des pertes radiatives.

---

<sup>2</sup>La colllerette est le rebord à l'extrémité d'un tuyau. C'est la traduction française du terme anglais «flange».

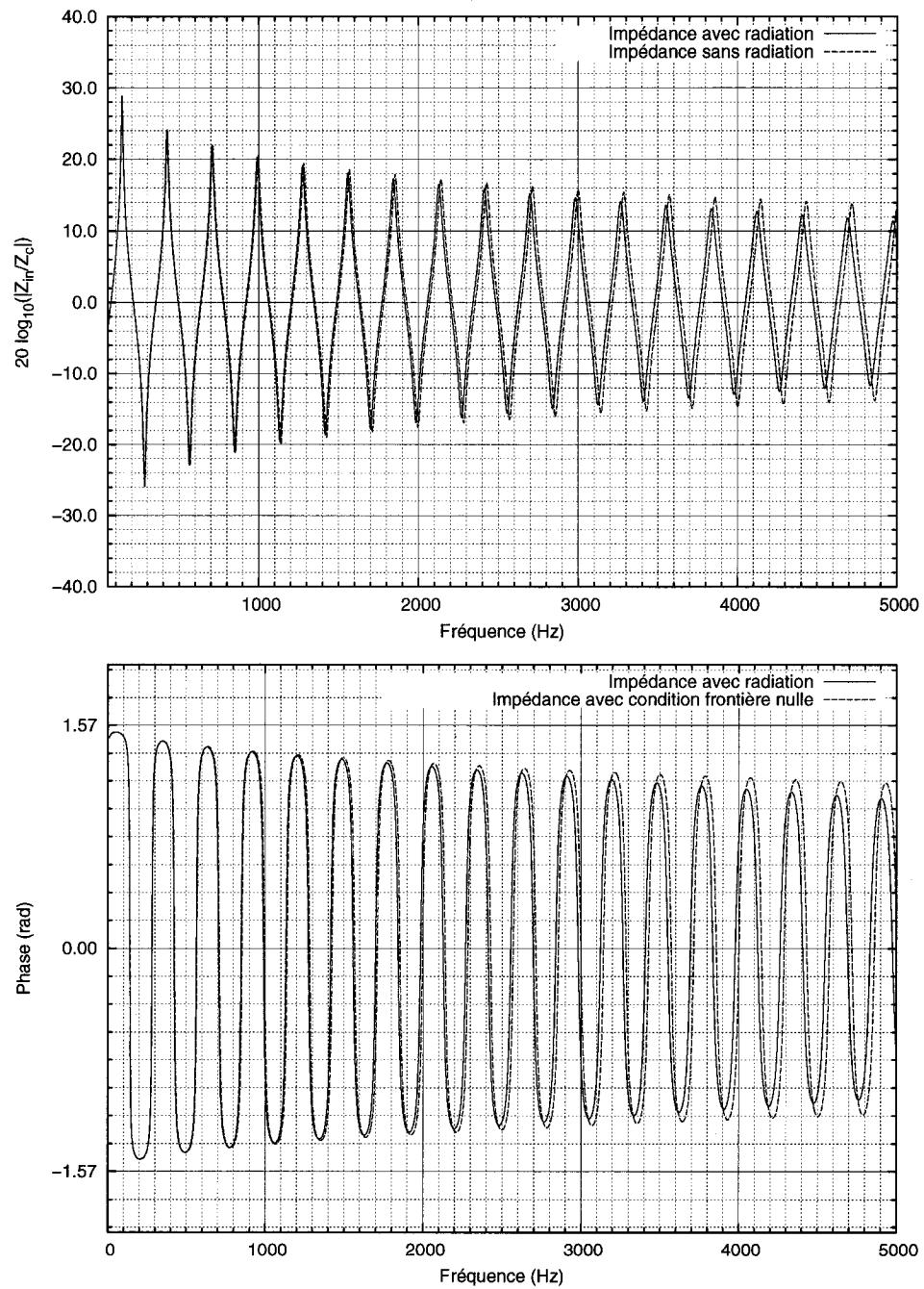


FIGURE 1.4 Magnitude et phase de l'impédance d'entrée normalisée d'un tuyau ouvert de longueur  $L = 0.60$  m en incluant l'atténuation avec  $c = 344.5$  m/s (effet de l'impédance radiative par rapport à une condition frontière nulle)

## CHAPITRE 2

### TECHNIQUES DE MESURE DE L'IMPÉDANCE ACOUSTIQUE : UNE REVUE DE LA LITTÉRATURE

L'impédance acoustique, nous l'avons expliqué au chapitre précédent, est le rapport complexe entre la pression et la vitesse volumique, tel qu'il est mesuré en un point quelconque d'un système. Nous nous intéressons particulièrement à l'impédance d'entrée, car si l'objet étudié est passif et linéaire, celle-ci caractérise complètement son comportement lorsqu'il est couplé avec un autre système. L'impédance acoustique d'une grande variété d'objets simples est calculable en manipulant les équations de la dynamique des fluides simplifiées pour la propagation des ondes acoustiques de faible amplitude. Cependant, pour des systèmes réels comme les instruments de musique, la mesure empirique est le seul moyen de connaître l'impédance avec précision. D'ailleurs, dans le processus d'élaboration de modèles théoriques, il est nécessaire de pouvoir comparer les prédictions avec des mesures expérimentales précises. Lors de la conception d'instruments de musique à vent, dont le comportement est relativement complexe et subtil, on doit étudier les systèmes de clés, les tampons, le pavillon, l'atténuation due aux parois ainsi que la radiation. L'ajustement précis d'instruments de musique professionnels bénéficierait aussi de la possibilité de mesurer l'impédance, afin de détecter des défauts subtils.

Nous présentons maintenant une revue de la littérature concernant les techniques de mesure de l'impédance acoustique afin de prendre une décision éclairée concernant l'appareil que nous allons concevoir et fabriquer. La technique choisie sera présentée au prochain chapitre avec les détails mathématiques nécessaires à une bonne compréhension de son fonctionnement et de ses limitations. Plusieurs techniques ont été étudiées et utilisées au cours du siècle dernier et leur évolution est en corrélation avec les moyens

technologiques de l'époque. La plupart de ces techniques ont été l'objet de nombreuses publications dans quelques journaux scientifiques bien connus en acoustique, dont le *Journal of the Acoustical Society of America*.

## 2.1 Technique du rapport d'onde stationnaire

Cette méthode est fondée sur la détermination de la position des minima et des maxima d'amplitude de l'onde stationnaire. Généralement, un haut-parleur émet un signal sinusoïdal pur comme excitation tandis que l'opérateur déplace un microphone mobile et prend en note les positions recherchées. Une fois ce travail terminé, les calculs peuvent être effectués et l'impédance évaluée pour les fréquences auxquelles les observations ont été notées. Il s'agit de la méthode la plus simple et la plus ancienne. Elle est décrite dans le standard ASTM C384 [3]. C'est une méthode très précise, mais dont les opérations demandent beaucoup de temps et beaucoup de précautions de la part de l'opérateur. Un article intéressant expliquant les détails d'un appareil de recherche automatique des maxima et des minima a été publié par Melling [44]. La conception d'un appareil utilisant un microphone mobile, dont la position doit être évaluée avec précision, est relativement complexe et rend cette technique peu intéressante compte tenu du temps excessivement long nécessaire à la mesure d'un seul échantillon.

## 2.2 Techniques basées sur une source à vitesse volumique constante

Ces techniques ont initialement été développées pour la simplicité des relations mathématiques nécessaires au calcul de l'impédance ainsi que pour la plus grande rapidité de la prise de mesures. Elles sont historiquement intéressantes, mais la complexité des montages mécaniques utilisés, en comparaison avec les techniques modernes, les rend peu attrayantes. Un article a été publié par Benade et Ibis en 1987 dans lequel ils présentent une description détaillée de plusieurs techniques de cette catégorie [8].

La pression mesurée par un microphone situé très près de la source est directement proportionnelle à l'impédance si la source possède une vitesse constante sur tout l'intervalle de fréquences d'intérêt. Il n'est donc pas nécessaire d'effectuer de calculs compliqués, ni de déplacer le microphone à l'intérieur de l'appareil. Il s'agissait donc de techniques intéressantes avant l'invention du micro-ordinateur puisqu'elles permettaient d'éliminer la tâche laborieuse de l'opérateur. Plusieurs techniques de cette catégorie ont été développées : source asservie à tube capillaire [4, 5, 14, 35], source asservie magnétiquement [19, 52–55, 62], source du type ionophone [25], source asservie du type Merhaut [45] et source à disque piézo-électrique [8].

### 2.3 Technique de la réponse impulsionale

La littérature concernant ce type de technique est relativement rare. Le document le plus complet à ce sujet est une thèse de doctorat écrite par David B. Sharp en 1996 [60]. Le principe sur lequel fonctionne cette technique est simple. Une brève impulsion contenant de l'énergie sur toute la bande de fréquences d'intérêt est émise dans un long tube permettant la séparation de l'impulsion de sa réflexion par l'objet. Un seul microphone sert à l'enregistrement des signaux et ensuite, un traitement mathématique basé sur la convolution permet de calculer l'impédance de l'objet étudié. Il s'agit d'une technique moderne, car elle dépend de la capacité de calcul des ordinateurs et permet d'obtenir l'impédance pour toutes les fréquences très rapidement. Le tube qui sert à séparer l'impulsion initiale de sa réflexion doit être long et le signal devient faible et sensible au bruit ambiant. Il est donc nécessaire, afin d'obtenir une précision suffisante, de répéter la mesure à plusieurs reprises et de prendre la moyenne des résultats. D'un autre côté, Keefe [33] a développé une technique qui ne nécessite pas l'utilisation d'un long tube pour séparer les impulsions. Un microphone et un émetteur sont connectés, par le biais de petits tubes insérés dans un bouchon de mousse, à l'embouchure de l'instrument. Ce système émet une impulsion et enregistre les réflexions successives à

l'entrée de l'instrument. Un étalonnage avec un long tube de même diamètre que l'entrée de l'instrument corrigera l'effet de l'impédance finie de l'appareil de mesure.

## 2.4 La technique à deux microphones

La technique à deux microphones, tout comme la technique de la réponse impulsionnelle, fonctionne à l'aide d'un système informatique équipé avec une interface de conversion analogique-numérique. Au contraire de la technique précédente, de nombreuses publications traitent des divers aspects qui la concernent. La technique consiste à émettre un signal aléatoire à large bande (bruit blanc) dans un tube cylindrique connecté à l'objet étudié. L'impédance est calculée à l'aide de l'échantillonnage de la pression en deux positions distinctes le long du guide d'onde et de l'analyse fréquentielle de celles-ci. En comparaison avec la technique du rapport d'onde stationnaire, elle est beaucoup plus rapide. Nous pouvons obtenir l'impédance pour toutes les fréquences en une seule prise de mesure, plutôt que de procéder une fréquence à la fois. Cette technique est l'objet du standard ASTM E1050 [2].

L'article publié par Seybert et Ross [58] en 1977 semble être le premier concernant cette technique. Les densités spectrales de puissance autocorrélées et intercorrélées des signaux enregistrés aux deux microphones sont évaluées et l'impédance de l'objet est déduite par calcul. Cet article décrit la théorie avec précision, incluant les procédures d'étalonnage et les résultats expérimentaux. Afin d'étalonner les deux microphones de manière relative, ceux-ci sont fixés à l'extrémité de l'appareil de mesure de manière à enregistrer exactement le même signal. On calcule ainsi les différences de gain et de phase entre les deux microphones en fonction de la fréquence. Une fois cette procédure accomplie, ils sont réinstallés sur les côtés du tube. La théorie mathématique nécessaire à la compréhension de cet article peut être consultée dans le livre de Bendat *Random Data : Analysis and Measurement Procedures* [9]. Il est à noter que Seybert et Ross ne tenaient pas compte de l'atténuation à l'intérieur de l'appareil lors du développement de

leurs équations.

Quelques années plus tard, Chung et Blaser [17, 18] ont publié deux articles concernant une technique similaire, mais avec un développement mathématique différent. Leur technique est fondée sur l'évaluation de la fonction de transfert entre les signaux enregistrés aux deux microphones. De plus, afin d'éviter la nécessité d'étalonner les microphones, ils effectuent deux mesures indépendantes avec les positions des microphones interchangées. Les résultats sont alors calculés à partir de la moyenne géométrique des deux mesures. Chung et Blaser prétendent que cette méthode est plus précise que celle consistant à préétalonner la fonction de transfert entre les deux microphones, tel que le faisaient Seybert et Ross. De même que leurs prédecesseurs, Chung et Blaser n'ont pas tenu compte de l'atténuation dans l'appareil lors de leurs développements mathématiques. Celle-ci a été ajoutée par Chu [15] dans un court article. Une généralisation de la mathématique de la technique à deux microphones est publiée ultérieurement par Seybert [57]. Dans cet article, il démontre que les différentes méthodes mathématiques présentées auparavant sont toutes des cas particuliers de sa méthode générale.

Quelques articles ont été publiés au sujet des sources d'erreur dans la technique de mesure à deux microphones. Seybert et Soenarko [59] démontrent que l'erreur systématique sur l'évaluation du spectre peut être réduite en utilisant un plus grand nombre d'échantillons dans l'évaluation de la transformée de Fourier, en disposant le premier microphone près de l'objet mesuré et en utilisant un espacement plus petit entre les deux microphones. Cependant, l'utilisation d'un petit espacement réduit la précision pour les basses fréquences et il est nécessaire de faire un compromis. Bodén et Åbom [10] arrivent aux mêmes conclusions, mais il est aussi ajouté que la source doit être la moins réfléctrice possible, afin de diminuer les résonances du système.

### 2.4.1 L'étalonnage de l'appareil

Le problème de l'étalonnage des microphones s'avère être de la plus grande importance pour l'obtention de résultats de précision. Les variations de la technique de mesure à deux microphones se différencient en général par le choix de la méthode d'étalonnage. Les microphones peuvent être étalonnés individuellement en comparant leur amplitude et leur phase, lorsque situés à la même position d'un guide d'onde cylindrique. Cette méthode a été utilisée par Seybert et Ross [58] et par Krishnappa [38]. Les recherches de ce dernier ont eu lieu au Conseil National de Recherches du Canada. Chung et Blaser [17], de leur côté, proposent plutôt d'effectuer deux séries de mesures en interchangeant la position des microphones et ensuite de calculer la moyenne des résultats. Dans cette même publication, ils mentionnent qu'il est aussi possible d'améliorer les résultats grâce au calcul de la cohérence entre les signaux enregistrés à trois microphones, ce qui réduirait l'impact du bruit lorsque les signaux sont relativement faibles. Selon Chu [16], la qualité des résultats peut être améliorée en utilisant un seul microphone pour effectuer les mesures à deux positions différentes en deux mesures distinctes. Une des sources d'erreur importante est l'inexactitude de la position des microphones. Ceux-ci possèdent un diamètre non négligeable et il est difficile de connaître avec précision la position de leur centre acoustique. Katz [31] a développé une méthode pour mesurer la position des microphones avec l'utilisation d'un autre microphone incorporé dans la référence d'impédance infinie (mur rigide au plan de référence) et en connaissant les conditions de température, de pression et d'humidité lors de l'expérience. Récemment, Boonen [11] a proposé une méthode pour améliorer l'étalonnage avec la technique qui consiste à interchanger les microphones de position. Sa méthode est basée sur l'évidence que les microphones ne sont pas exactement aux mêmes positions lorsqu'ils sont interchangés et que leurs positions doivent être réévaluées de manière acoustique pour calculer l'impédance avec précision. D'autres méthodes d'étalonnage ont été proposées. En particulier, Anne-Marie Bruneau a développé une méthode basée sur les propriétés de la tangente hyperbolique [12]. Il est aussi possible d'étalonner

l'appareil à l'aide de l'analyse des résonances d'un seul long tube. Dalmont a présenté un résumé de cette méthode [20]. Dans la deuxième partie du même article [21], Dalmont propose une nouvelle méthode d'étalonnage qui utilise la réduction des oscillations dans la courbe d'atténuation en fonction de la fréquence. L'objectif de cette méthode est de réduire le nombre de paramètres d'étalonnage et d'éliminer la nécessité d'évaluer théoriquement le paramètre de propagation. Une méthode basée sur ce principe a été écrite par Dalmont [20, 21]. Encore une fois, dans le but d'améliorer l'étalonnage des microphones et afin d'obtenir une meilleure précision dans les résultats, Gibiat et Laloë [27] proposent une méthode basée sur des fonctions d'étalonnage obtenues à l'aide d'objets d'impédance connue, tout en laissant les deux microphones à leurs positions respectives. Cette méthode possède l'avantage qu'il n'est pas nécessaire de déplacer les microphones afin d'effectuer l'étalonnage et que les imperfections géométriques dues au positionnement des microphones sont incluses dans les fonctions d'étalonnage obtenues. Les objets d'impédance connue doivent être choisis avec soin afin d'obtenir des fonctions d'étalonnage valides. Récemment, Walstijn, Campbell et Sharp [65] ont présenté une autre méthode d'étalonnage similaire à celle de Gibiat et Laloë mais plus générale car elle ne presuppose pas de la connaissance de la température ni du paramètre de propagation. Ils utilisent quatre tubes d'étalonnage au lieu des trois utilisés par leurs prédecesseurs et utilisent les propriétés des fonctions trigonométriques hyperboliques. Selon leurs conclusions, la position du premier microphone par rapport au plan de référence n'aurait pas d'impact sur la précision des résultats, contrairement à ce qui avait été trouvé précédemment. Le problème de la position du premier microphone serait donc plutôt lié à la méthode d'étalonnage. Cette hypothèse reste à être vérifiée.

## 2.5 La technique à plusieurs points

Les chercheurs utilisant la technique du rapport d'onde stationnaire et la recherche des minima de celle-ci ont rapidement compris qu'il serait possible d'enregistrer les

signaux pour une série de points dont la position est précisément mesurée et ensuite d'en déduire les paramètres de l'onde stationnaire tout en minimisant l'erreur par la méthode des moindres carrés. La publication de Fujimori, Sato et Miura [26] décrit un système automatisé de la mesure à plusieurs points. Un autre article a été publié par Jones et Parrott [30] à propos de ce type de méthode et avec l'utilisation d'une source sinusoïdale. Aussi, Jang et Ih [29] démontrent l'efficacité de la réduction de l'erreur avec une augmentation du nombre de points de lecture pour une méthode similaire, mais utilisant un bruit blanc comme signal. À la place d'un microphone mobile, on peut utiliser une série de microphones fixes. Dans ce dernier cas, il est très important d'étalonner les microphones afin de pouvoir comparer correctement les pressions enregistrées. Lorsque les signaux de chaque microphone ont été enregistrés, il s'agit de bâtir un système matriciel surdéterminé dont la solution sera ensuite obtenue avec la méthode de Moore-Penrose [28].

Cette technique de mesure, contrairement à la technique à deux microphones, nécessite l'étalonnage de plusieurs couples de microphones. Il est donc impossible d'utiliser la méthode d'inversion des microphones telle que le faisaient Chung et Blaser [17]. On pourrait utiliser la méthode à un seul microphone [16] en prenant des mesures successives à toutes les positions, mais cela alourdirait beaucoup la prise de mesures. On utilise généralement un étalonnage relatif des microphones entre eux tel que le faisait Krishnappa [38]. La position exacte des microphones sur l'appareil de mesure peut ensuite être acoustiquement mesurée par la méthode de Katz [31]. D'un autre côté, Walstijn et Campbell [66] ont proposé une méthode d'étalonnage totale inspirée des travaux de Gibiat et Laloë. Grâce à l'utilisation de plusieurs tubes de référence, une matrice est construite dont la solution donne les paramètres d'étalonnage recherchés.

## CHAPITRE 3

### LA TECHNIQUE À DEUX MICROPHONES

Parmi les techniques présentées au chapitre précédent, la plus prometteuse, en raison de sa simplicité mécanique et de la rapidité de la prise de mesure est celle utilisant deux microphones et un traitement mathématique basé sur l'analyse spectrale. La rapidité de la prise de mesure est un critère important puisque la caractérisation d'un instrument de musique nécessite la mesure de plusieurs configurations de ses clés. La technique de la réponse impulsionnelle, de son côté, demande un tuyau relativement long (plusieurs mètres) pour séparer l'impulsion de sa réflexion, ce qui n'est pas pratique. Nous avons donc choisi la technique à deux microphones et allons l'étudier plus en détail avant de passer à la conception d'un tel appareil. Effectivement, sans pièce mobile, la technique se résume à émettre un signal pseudo-aléatoire dans un tube à l'intérieur duquel la pression est enregistrée par deux microphones fixés à la paroi, l'objet mesuré étant connecté à l'extrémité de ce tube. La figure 3.1 montre un diagramme idéalisé d'un tel système avec les variables qui seront utilisées pour son étude.

Cette technique fonctionne avec l'émission d'un signal pseudo-aléatoire. Remarquons qu'il n'est pas essentiel que le signal émis dans l'appareil soit blanc. Cependant, il doit y avoir suffisamment d'énergie sur toutes les bandes de fréquences d'intérêt, sans quoi le rapport signal/bruit sera mauvais aux fréquences où ce n'est pas le cas. Nous présenterons d'abord les équations mathématiques du calcul de l'impédance de l'objet mesuré à partir des mesures de pression. Ensuite nous décrirons la méthode d'analyse des signaux enregistrés. Nous montrerons quelles sont les sources d'erreurs de la technique et terminerons par une description des méthodes d'étalonnage du système. La méthode d'étalonnage proposée par Gibiat et Laloë [27] sera discutée avec plus de détails.

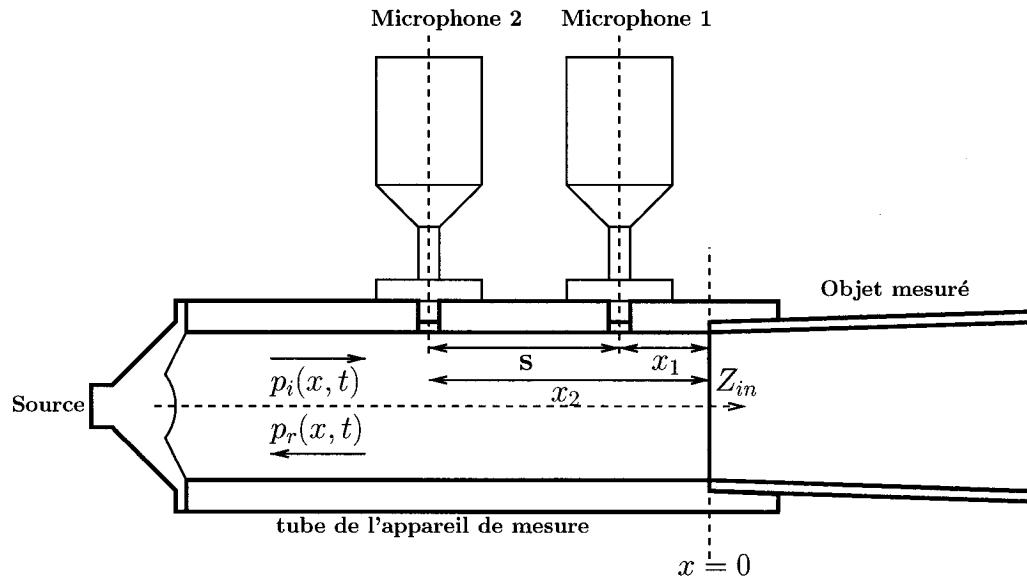


FIGURE 3.1 Définition du système de coordonnées et des variables utilisées pour l'analyse mathématique de la technique à deux microphones

### 3.1 Analyse mathématique

Les équations mathématiques à la base de la technique de mesure de l'impédance acoustique à deux microphones proviennent de la solution de l'équation d'onde à une seule dimension. Cette technique n'est donc valide que si le guide d'onde ne propage que le mode longitudinal. Puisque les autres modes ne peuvent exister qu'à des fréquences supérieures à leur fréquence de coupure, l'appareil possédera une fréquence maximale d'utilisation. Le premier de ces modes à se propager a une fréquence de coupure de  $\omega_c = 1.84c/a$ . Le calcul théorique de cette valeur s'effectue en résolvant l'équation d'onde (équation 1.3) en coordonnées cylindriques. Cette solution est résumée par Fletcher et Rossing [24].

Nous avons identifié dans la littérature deux traitements mathématiques différents pour la technique de mesure de l'impédance acoustique à deux microphones. Le premier provient de Seybert et Ross [58] tandis que le deuxième, appelé *méthode de la fonction de transfert*, est de Chung et Blaser [17, 18]. Ces deux méthodes ont ultérieurement été

démontrées équivalentes par Seybert dans un article où il développe la *théorie de la décomposition généralisée* [57]. Cependant, ces deux théories négligent l'atténuation de l'onde acoustique causée par les effets thermiques et visqueux dans la couche limite. Dans un article de Chu [15], les équations de la méthode de la fonction de transfert ont été modifiées pour inclure l'effet de l'atténuation. Cet ajout réduirait substantiellement l'erreur sur la mesure.

Nous avons étudié les deux développements mathématiques précédents et avons modifié la théorie de la décomposition généralisée de Seybert pour inclure l'atténuation. Cependant, la méthode de la fonction de transfert s'avère être mathématiquement beaucoup plus simple au prix de ne pas permettre de déterminer les densités spectrales des composantes progressives et régressives de l'onde stationnaire. Puisque ces composantes sont inutiles au calcul de l'impédance, nous présenterons ici la méthode de la fonction de transfert.

### 3.1.1 Méthode de la fonction de transfert

La figure 3.1 montre le système de coordonnées et la configuration du système de mesure. L'axe des  $x$  positif se dirige vers l'objet mesuré, dont l'impédance d'entrée  $Z_{in}$  est inconnue, situé au plan de référence en  $x = 0$ . Les positions des microphones sont donc négatives et le microphone 1 est le plus rapproché du plan de référence. Nous définissons aussi la distance entre les deux microphones par  $s = x_1 - x_2$ . Le paramètre de propagation complexe  $\Gamma = \alpha + i(\omega/v_\phi)$  est calculé avec les formules approximatives présentées à la section 1.4.

Sachant que la pression dans le tube de l'appareil respecte l'équation 1.12, nous pouvons identifier les composantes incidentes et réfléchies de l'onde stationnaire  $P_i = Ae^{-\Gamma x}$  et  $P_r = Be^{\Gamma x}$ , qui sont des fonctions de la fréquence. C'est à dire que  $P_i$  représente le spectre de l'onde incidente en fonction de la position  $x$  dans le guide d'onde et que  $A$

représente l'amplitude et la phase de chaque composante en  $x = 0$ . Cela vaut également pour l'onde réfléchie. Nous ne spécifierons pas la dépendance sur la fréquence pour alléger la notation. Nous définissons alors les fonctions de transfert de l'onde incidente et de l'onde réfléchie entre les deux microphones :

$$H_{12i} = \frac{P_{2i}}{P_{1i}} = \frac{e^{-\Gamma x_2}}{e^{-\Gamma x_1}} = e^{\Gamma s}, \quad (3.1)$$

$$H_{12r} = \frac{P_{2r}}{P_{1r}} = \frac{e^{\Gamma x_2}}{e^{\Gamma x_1}} = e^{-\Gamma s}. \quad (3.2)$$

Le spectre des pressions totales aux microphones 1 et 2 étant  $P_1 = P_{1i} + P_{1r} = Ae^{-\Gamma x_1} + Be^{\Gamma x_1}$  et  $P_2 = P_{2i} + P_{2r} = Ae^{-\Gamma x_2} + Be^{\Gamma x_2}$ , nous pouvons calculer leurs densités spectrales autocorrélées et intercorrélées (voir section 3.2) :

$$S_{p_1 p_1} = P_1 P_1^* = (Ae^{-\Gamma x_1} + Be^{\Gamma x_1}) \times (A^* e^{-\Gamma^* x_1} + B^* e^{\Gamma^* x_1}) = \\ AA^* e^{-(\Gamma + \Gamma^*)x_1} + AB^* e^{(\Gamma^* - \Gamma)x_1} + BA^* e^{(\Gamma - \Gamma^*)x_1} + BB^* e^{(\Gamma + \Gamma^*)x_1}, \quad (3.3)$$

$$S_{p_2 p_1} = P_2 P_1^* = (Ae^{-\Gamma x_2} + Be^{\Gamma x_2}) \times (A^* e^{-\Gamma^* x_1} + B^* e^{\Gamma^* x_1}) = \\ e^{\Gamma s} (AA^* e^{-(\Gamma + \Gamma^*)x_1} + AB^* e^{(\Gamma^* - \Gamma)x_1}) + e^{-\Gamma s} (BA^* e^{(\Gamma - \Gamma^*)x_1} + BB^* e^{(\Gamma + \Gamma^*)x_1}). \quad (3.4)$$

En définissant maintenant :

$$S_{p_{1i} p_1} = P_{1i} P_1^* = AA^* e^{-(\Gamma + \Gamma^*)x_1} + AB^* e^{(\Gamma^* - \Gamma)x_1} \quad (3.5)$$

et

$$S_{p_{1r}p_1} = P_{1r}P_1^* = BA^*e^{(\Gamma-\Gamma^*)x_1} + BB^*e^{(\Gamma+\Gamma^*)x_1}, \quad (3.6)$$

nous trouvons la fonction de transfert entre les deux microphones en combinant les 6 équations précédentes :

$$H_{12} = \frac{S_{p_{2p_1}}}{S_{p_{1p_1}}} = \frac{S_{p_{1i}p_1}H_{12i} + S_{p_{1r}p_1}H_{12r}}{S_{p_{1i}p_1} + S_{p_{1r}p_1}}. \quad (3.7)$$

Nous calculons ensuite le rapport  $S_{p_{1r}p_1}/S_{p_{1i}p_1}$  à l'aide de l'équation précédente et l'égalisons au rapport entre les équations 3.6 et 3.5 :

$$\frac{S_{p_{1r}p_1}}{S_{p_{1i}p_1}} = \frac{H_{12} - H_{12i}}{H_{12r} - H_{12}} = \frac{B(A^*e^{(\Gamma-\Gamma^*)x_1} + B^*e^{(\Gamma+\Gamma^*)x_1})}{A(A^*e^{-(\Gamma+\Gamma^*)x_1} + B^*e^{(\Gamma^*-\Gamma)x_1})} = Re^{2\Gamma x_1}, \quad (3.8)$$

ce qui nous amène à l'équation fondamentale de la méthode de la fonction de transfert pour le calcul du coefficient de réflexion :

$$R = \frac{B}{A} = \left\{ \frac{H_{12} - H_{12i}}{H_{12r} - H_{12}} \right\} e^{-2\Gamma x_1}. \quad (3.9)$$

L'impédance normalisée est maintenant calculable à partir du coefficient de réflexion [18] :

$$\bar{Z} = \frac{Z}{Z_c} = \frac{1+R}{1-R} = \frac{H_{12} \sinh(\Gamma x_1) - \sinh(\Gamma x_2)}{H_{12} \cosh(\Gamma x_1) - \cosh(\Gamma x_2)}. \quad (3.10)$$

Le développement de cette équation est détaillé à l'annexe V.

### 3.1.2 Fonction de transfert théorique entre les microphones

La technique de mesure de l'impédance acoustique à deux microphones utilise comme donnée empirique la fonction de transfert entre le spectre au microphone 1 et celui du microphone 2. Il sera donc intéressant de comparer les mesures expérimentales de celle-ci avec sa valeur théorique idéale en supposant que le système est parfait, dans le cas où l'impédance de l'objet est connue théoriquement. Tel qu'à la section précédente, nous pouvons exprimer les pressions aux microphones 1 et 2 par  $P_1 = Ae^{-\Gamma x_1} + Be^{\Gamma x_1}$  et  $P_2 = Ae^{-\Gamma x_2} + Be^{\Gamma x_2}$  dont le rapport est :

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{Ae^{-\Gamma x_2} + Be^{\Gamma x_2}}{Ae^{-\Gamma x_1} + Be^{\Gamma x_1}} = \frac{e^{-\Gamma x_2} + Re^{\Gamma x_2}}{e^{-\Gamma x_1} + Re^{\Gamma x_1}}, \quad (3.11)$$

où le coefficient de réflexion en  $x = 0$  est  $R = B/A$ . Le coefficient de réflexion d'un tube cylindrique fermé est  $R = e^{-2\Gamma L}$ . Si nous fermons le tube au plan de référence à l'aide d'une paroi infiniment rigide<sup>1</sup>, la valeur de ce coefficient est de 1. Dans ce cas particulier, nous avons le rapport :

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{e^{-\Gamma x_2} + e^{\Gamma x_2}}{e^{-\Gamma x_1} + e^{\Gamma x_1}} = \frac{\cosh(\Gamma x_2)}{\cosh(\Gamma x_1)}. \quad (3.12)$$

Ces expressions seront utiles pour comparer les fonctions de transfert mesurées à leurs valeurs idéales.

---

<sup>1</sup>En théorie, à cause de la conduction thermique, le coefficient de réflexion n'est pas exactement égal à 1. Cependant, Dalmont [21] montre que la différence est négligeable.

### 3.1.3 La fréquence critique

L'analyse de l'équation 3.9 montre que le coefficient de réflexion  $R$  n'est plus valide si  $H_{12i} = H_{12r}$ , car nous avons alors  $R = -e^{-2\Gamma x_1}$ . Effectivement, cette situation survient lorsque la distance entre les microphones est égale à un multiple d'une demi-longueur d'onde. À partir des équations 3.1 et 3.2 nous pouvons écrire  $e^{\Gamma s} = e^{-\Gamma s}$  pour vérifier cette condition. À cause de l'atténuation, cette condition ne se présente jamais (sauf si les microphones sont localisés au même point :  $s = 0$ ) :  $e^{\alpha s} e^{i(\omega/v_\phi)s} = e^{-\alpha s} e^{-i(\omega/v_\phi)s}$ . En réalité, l'équation du coefficient de réflexion devient très sensible dès que  $H_{12i} \approx H_{12r}$ , alors nous pouvons négliger l'atténuation pour obtenir les fréquences critiques et la condition devient  $e^{i(\omega/v_\phi)s} = e^{-i(\omega/v_\phi)s}$ , qui est vrai pour  $\omega s/v_\phi = m\pi$ ,  $m = 0, 1, 2, \dots$ . Les fréquences vérifiant cette équation sont appelées les fréquences critiques. Pour un espacement de microphone  $s$ , l'impédance ne pourra pas être calculée pour les fréquences s'approchant des fréquences critiques :

$$f_c = mv_\phi/2s, \quad (3.13)$$

avec  $f_c = 2\pi\omega$ .

## 3.2 Analyse des signaux

Afin d'évaluer la fonction de transfert  $H_{12}$  entre les signaux mesurés par deux microphones en deux points différents du tube de mesure d'impédance, nous devons calculer les densités spectrales de puissance autocorrélées de chacun des signaux de même que la densité spectrale de puissance intercorrélée entre les deux signaux. Nous savons, selon White, Tan et Hammond [49], que la fonction de transfert peut être estimée de deux manières différentes :  $\hat{H}1_{xy}(f) = \hat{S}_{xy}(f)/\hat{S}_{xx}(f)$  et  $\hat{H}2_{xy}(f) = \hat{S}_{yy}(f)/\hat{S}_{yx}(f)$ , où  $\hat{S}$  représente l'estimation de la densité spectrale autocorrélée ou intercorrélée. Lorsque des bruits blancs gaussiens indépendants sont superposés aux deux signaux enregistrés

$x(t)$  et  $y(t)$ , il est démontré que  $\mathcal{E} [\hat{H}1(f)] \leq H(f) \leq \mathcal{E} [\hat{H}2(f)]$ , où  $\mathcal{E}$  représente l'espérance. L'intervalle de confiance sur la valeur de la fonction de transfert est :

$$|H1(f)|^2 \cdot \left\{ 1 \pm \frac{4}{N-1} \left( \frac{1}{\gamma_{xy}^2(f)} - 1 \right) f_{2,N-1}(\beta) \right\}, \quad (3.14)$$

où  $f_{2,N-1}(\beta)$  est la distribution F cumulative inverse dont le numérateur possède 2 degrés de liberté et le dénominateur  $N - 1$  degrés de liberté<sup>2</sup>,  $\beta$  est le pourcentage de confiance désiré et  $N$  est le nombre de segments utilisés pour calculer le périodogramme moyen (voir prochaines sections). Pour les grandes valeurs de  $N$ ,  $f_{2,N-1}(\beta) \approx -\log(1 - \beta)$ . Nous avons aussi  $\gamma_{xy}^2(f)$ , la fonction de cohérence entre les variables mesurées qui se calcule par :

$$\gamma_{xy}^2(f) = \frac{|\hat{S}_{xy}(f)|^2}{\hat{S}_{xx}(f)\hat{S}_{yy}(f)}. \quad (3.15)$$

Plusieurs méthodes existent pour évaluer les densités spectrales de puissance nécessaires. Celles-ci peuvent être séparées en deux groupes, les méthodes paramétriques et les méthodes non paramétriques. Les méthodes paramétriques impliquent l'élaboration d'un modèle du système étudié et possèdent l'avantage de calculer la densité spectrale de puissance même lorsque le nombre d'échantillons est très petit. Dans le cas qui nous concerne, les méthodes non paramétriques, plus simples, peuvent être utilisées et donneront de bons résultats puisque nous avons la liberté d'échantillonner le système aussi longtemps qu'il est nécessaire de le faire.

---

<sup>2</sup>La distribution F est le rapport de deux distributions  $\mathcal{X}^2$ , elle s'écrit  $F_{n,m} = (\mathcal{X}_n^2/n) / (\mathcal{X}_m^2/m)$ .

### 3.2.1 Périodogramme

La méthode non paramétrique classique d'estimation de la densité spectrale de puissance est appelée le *périodogramme*. S'il est calculé avec une fenêtre différente de la fenêtre rectangulaire, il est appelé *périodogramme modifié*. Définissons le vecteur échantillonné de longueur  $L$  provenant du fenêtrage d'un signal infini :  $x_L[n] = w[n]x[n]$ . Alors, selon Oppenheim et Schafer [47], l'estimation de la densité spectrale de puissance autocorrélée avec le périodogramme est :

$$\hat{S}_{xx}(\omega) = \left| \frac{1}{\sqrt{LU}} \sum_{n=0}^{L-1} w[n]x[n]e^{-j\omega n} \right|^2, \quad (3.16)$$

où le paramètre  $U$  ajuste la valeur de la densité spectrale lorsqu'une fenêtre non rectangulaire est utilisée :

$$U = \frac{1}{L} \sum_{n=0}^{L-1} |w(n)|^2. \quad (3.17)$$

De manière similaire, avec le vecteur  $y_L[n] = w[n]y[n]$ , on calcule la densité spectrale de puissance intercorrélée de la manière suivante :

$$\hat{S}_{xy}(\omega) = \left( \frac{1}{\sqrt{LU}} \sum_{n=0}^{L-1} w[n]x[n]e^{-j\omega n} \right) \left( \frac{1}{\sqrt{LU}} \sum_{n=0}^{L-1} w[n]y[n]e^{-j\omega n} \right)^*, \quad (3.18)$$

où nous reconnaissions, la transformée de Fourier de  $x_L[n]$  que nous appellerons  $X_L(\omega)$ , et celle de  $y_L[n]$  que nous appellerons  $Y_L(\omega)$ . Le calcul du périodogramme utilise la transformée de Fourier discrète et donne des résultats pour les fréquences  $\omega_k = 2\pi k/L$  avec  $k = 0, 1, \dots, L - 1$ .

Le choix d'une fenêtre non rectangulaire réduira les fuites spectrales et augmentera la

justesse de l'évaluation de la fréquence des maxima. En contrepartie, cela augmentera l'étalement des maxima. Le phénomène des fuites spectrales est particulièrement important si les fenêtres sont courtes et la résolution fréquentielle faible. Cependant, la mesure de l'impédance demande une bonne résolution puisque nous désirons évaluer avec précision la position des maxima et des minima, ce qui élimine pratiquement le problème des fuites spectrales. Selon Oppenheim et Schafer [47], la valeur espérée du périodogramme est :

$$\mathcal{E} \left\{ \hat{S}(\omega) \right\} = \frac{1}{2\pi LU} \int_{-\pi}^{\pi} S_{xx}(\rho) |W(\omega - \rho)|^2 d\rho. \quad (3.19)$$

Cette expression montre que le périodogramme, modifié ou non, est un estimateur biaisé de la densité spectrale de puissance, à cause du fenêtrage. Cependant, lorsque la taille de la fenêtre augmente, le biais tend vers zéro, ce qui en fait un estimateur *asymptotiquement non biaisé*. Encore selon Oppenheim et Schafer [47], la variance du périodogramme, lorsque la taille de la fenêtre augmente, est approximativement :

$$\text{var} \left\{ \hat{S}(\omega) \right\} \approx S_{xx}^2(\omega). \quad (3.20)$$

Le périodogramme n'est pas un estimateur *consistant* de la densité spectrale puisque la variance ne tend pas vers 0 avec l'augmentation de la longueur du signal analysé.

### 3.2.2 Périodogramme moyen

Une stratégie pour améliorer la performance de l'estimation de la densité spectrale de puissance à l'aide du périodogramme consiste à séparer l'échantillon en segments afin de calculer la densité spectrale par la moyenne des périodogrammes de chacun des segments. Avec une fenêtre rectangulaire, c'est la méthode de Bartlett tandis qu'avec une

fenêtre non rectangulaire et des segments qui peuvent se chevaucher, c'est la méthode de Welch [67]. Cette procédure possède l'avantage que la variance tend vers zéro avec l'augmentation du nombre de segments. Ce sont donc des estimateurs *asymptotiquement non biaisés et consistants*.

À partir du vecteur échantillonné original, que nous appellerons maintenant  $x_Q[n]$  (de longueur Q), nous pouvons former  $K$  segments de longueur  $L$  séparés par  $d$  échantillons :  $x_k[n] = x[n + kd]$  pour  $n = 0, \dots, L - 1$ . Afin de couvrir tout le vecteur, la relation suivante doit être satisfaite :  $Q - 1 = (K - 1)d + (L - 1)$ . La transformée de Fourier de chaque segment fenêtré peut être calculée par :

$$X_k(e^{j\omega}) = \frac{1}{\sqrt{LU}} \sum_{n=0}^{L-1} w[n] x_k[n] e^{-j\omega n}, \quad (3.21)$$

de même que la densité spectrale de puissance de ceux-ci avec le périodogramme :

$$I_k(\omega) = |X_k(e^{j\omega})|^2, \quad (3.22)$$

où  $I_k$  est la densité spectrale de puissance  $\hat{S}_{xx}$  pour le segment  $k$ . La moyenne des périodogrammes des segments est ensuite calculée ainsi :

$$\bar{S}_{xx}(\omega) = \frac{1}{K} \sum_{k=0}^{K-1} I_k(\omega). \quad (3.23)$$

La variance de cet estimateur est :

$$\text{var} \{ \bar{S}_{xx}(\omega) \} = \frac{1}{K} \text{var} \{ I_k(\omega) \} \approx \frac{1}{K} S_{xx}^2(\omega). \quad (3.24)$$

Nous constatons que cet estimateur est asymptotiquement *consistant*.

### 3.2.3 Propriétés de la densité spectrale de puissance

Peu importe la méthode de calcul utilisée pour obtenir la densité spectrale de puissance, nous pouvons représenter cette opération par :

$$\hat{S}_{xy} = XY^*, \quad (3.25)$$

où  $X$  et  $Y$  sont les transformées de Fourier discrètes des séquences  $x$  et  $y$ . Nous avons alors la propriété que la densité spectrale intercorrélée de deux signaux devient le conjugué lorsqu'ils sont inversés :

$$\hat{S}_{xy} = \hat{S}_{yx}^*. \quad (3.26)$$

Les parties réelle et imaginaire peuvent être séparées simplement :

$$\hat{S}_{xy} = C_{xy} + iQ_{xy} = \left[ \frac{\hat{S}_{xy} + \hat{S}_{xy}^*}{2} \right] + i \left[ \frac{\hat{S}_{xy} - \hat{S}_{xy}^*}{2i} \right]. \quad (3.27)$$

## 3.3 Sources d'erreurs

Tel que nous l'avons vu lors de l'analyse mathématique de la technique, la mesure de l'impédance est fonction de la distance entre les deux microphones et de la distance de l'objet au premier microphone. Une erreur sur ces positions provoquera une erreur sur l'impédance mesurée. La mesure dépend aussi du paramètre de propagation  $\Gamma$ , c'est-à-dire de la vitesse de propagation du son et de l'atténuation. Ce paramètre est estimé à partir des approximations que nous avons vu à la section 1.4 et qui sont elles-mêmes fonctions de la température et du diamètre du tube de mesure. Aussi, puisque

nous utilisons la fonction de transfert entre les microphones, une différence entre leurs réponses en fréquence respectives provoquera aussi une erreur. Nous utiliserons une procédure d'étalonnage pour corriger les erreurs sur la position des microphones et sur leurs réponses en fréquences. Elle sera décrite à la prochaine section. Deux articles importants ont été écrits au sujet des sources d'erreurs dans les méthodes à deux microphones [10, 59]. Leurs analyses respectives ont mené aux conclusions suivantes :

1. Le premier microphone doit être rapproché de l'objet mesuré, afin d'éviter la présence d'un noeud à l'intérieur de l'intervalle de fréquence d'intérêt. L'erreur sur l'évaluation des minima est plus grande puisque le rapport signal/bruit est plus faible et que l'amplitude exacte de ce minimum est plus sensible à l'erreur sur l'atténuation.
2. La source doit être la moins réfléctrice possible, afin d'éviter les résonances propres de l'appareil.
3. Les bruits extérieurs au système doivent être réduits au minimum.
4. La température doit rester constante à partir du moment de la calibration jusqu'à la fin de la prise des mesures.
5. L'erreur sera minimale pour le nombre d'onde  $k = \pi/2s$ , et l'intervalle d'utilisation sur lequel l'erreur est raisonnable est d'environ  $0.1\pi < ks < 0.8\pi$ , où  $s$  est la distance entre les microphones.

### 3.4 Méthode d'étalonnage total de Gibiat et Laloë

La méthode d'étalonnage proposée par Gibiat et Laloë [27] est fondée sur la détermination de fonctions d'étalonnage empiriques à l'aide d'objets de référence d'impédance connue. La précision de l'étalonnage suppose que le paramètre de propagation  $\Gamma$ , incluant la dissipation, est bien connu théoriquement en fonction de la température et du rayon du guide d'onde. La mesure précise de la température est donc d'une importance

capitale. Cette méthode possède l'avantage de prendre en considération les imperfections inhérentes au système. Il s'agit de considérer, puisque le système est linéaire, qu'il existe une relation simple entre les signaux enregistrés aux deux microphones et les valeurs de la pression et de la vitesse au plan de référence. Cette relation s'exprime par :

$$\begin{Bmatrix} p_1(\omega) \\ p_2(\omega) \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha(\omega) & \beta(\omega) \\ \gamma(\omega) & \delta(\omega) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} p(\omega) \\ Z_c U(\omega) \end{Bmatrix}. \quad (3.28)$$

Toutes les quantités que nous utilisons dans le développement théorique de cette méthode dépendent de la fréquence et nous allons alléger la notation en ne spécifiant pas cette dépendance. Sachant que l'impédance recherchée est définie par  $Z_{in} = p/U$  et en définissant la fonction de transfert entre les pressions aux deux microphones  $y = H_{12} = p_2/p_1$  (nous utilisons  $y$  pour la fonction de transfert tel que dans la publication originale [27]) nous obtenons l'équation :

$$\bar{Z}_{in} = \frac{Z_{in}}{Z_c} = \frac{Ay + B}{y - y_0}, \quad (3.29)$$

avec  $A = -\beta/\alpha$ ,  $B = \delta/\alpha$  et  $y_0 = \gamma/\alpha$ . Le problème consiste alors à déterminer les trois fonctions de la fréquence  $A$ ,  $B$  et  $y_0$ . Afin d'y arriver, trois objets doivent être utilisés. Gibiat et Laloë proposent d'utiliser l'impédance infinie obtenue en fermant l'appareil avec un bouchon rigide ainsi que deux tuyaux fermés d'impédance  $\bar{Z}'$  et  $\bar{Z}''$ . La fonction de transfert  $y_0$  est obtenue en mesurant le bouchon rigide,  $y'$  en mesurant le tuyau d'impédance théorique  $Z'$  et  $y''$  en mesurant le tuyau d'impédance  $Z''$ . Nous rappelons que l'impédance normalisée théorique des tuyaux fermés est  $\bar{Z} = \coth(\Gamma L)$  (voir section 1.5.2). Ensuite, nous pouvons déterminer les coefficients  $A$  et  $B$  :

$$A = \frac{\bar{Z}'(y' - y_0) - \bar{Z}''(y'' - y_0)}{(y' - y'')} \quad (3.30)$$

et

$$B = \frac{\bar{Z}''y'(y'' - y_0) - \bar{Z}'y''(y' - y_0)}{(y' - y'')} \quad (3.31)$$

### 3.4.1 Paramètres d'étalonnage théoriques

Afin d'analyser le comportement des paramètres d'étalonnage empiriques, nous pouvons déterminer leur expression dans le cas où les pressions enregistrées par les microphones seraient exemptes de toute erreur. Rappelons d'abord que le spectre de la pression totale dans notre guide d'onde acoustique est de la forme  $P(x) = Ae^{-\Gamma x} + Be^{\Gamma x}$ , ce qui implique que les spectres des pressions enregistrées aux deux microphones sont  $P_1 = Ae^{-\Gamma x_1} + Be^{\Gamma x_1}$  et  $P_2 = Ae^{-\Gamma x_2} + Be^{\Gamma x_2}$ , dont le rapport est :

$$y = \frac{P_2(\omega)}{P_1(\omega)} = \frac{Ae^{-\Gamma x_2} + Be^{\Gamma x_2}}{Ae^{-\Gamma x_1} + Be^{\Gamma x_1}} = \frac{e^{-\Gamma x_2} + Re^{\Gamma x_2}}{e^{-\Gamma x_1} + Re^{\Gamma x_1}}, \quad (3.32)$$

avec  $R = B/A$ . Nous isolons alors le coefficient de réflexion :

$$R = -\frac{ye^{-\Gamma x_1} - e^{-\Gamma x_2}}{ye^{\Gamma x_1} - e^{\Gamma x_2}}. \quad (3.33)$$

À partir du coefficient de réflexion, nous calculons l'impédance :

$$\begin{aligned} \bar{Z} = \frac{Z}{Z_c} &= \frac{1+R}{1-R} = \frac{y\{e^{\Gamma x_1} - e^{-\Gamma x_1}\} - \{e^{\Gamma x_2} - e^{-\Gamma x_2}\}}{y\{e^{\Gamma x_1} + e^{-\Gamma x_1}\} - \{e^{\Gamma x_2} + e^{-\Gamma x_2}\}} = \\ &= \frac{y \sinh(\Gamma x_1) - \sinh(\Gamma x_2)}{y \cosh(\Gamma x_1) - \cosh(\Gamma x_2)}, \end{aligned} \quad (3.34)$$

qui s'avère être identique à l'expression trouvée par la méthode de la fonction de transfert (équation 3.10). À partir de cette équation, les paramètres d'étalonnage théoriques deviennent

$$A = \frac{e^{\Gamma x_1} - e^{-\Gamma x_1}}{e^{\Gamma x_1} + e^{-\Gamma x_1}} = \frac{\sinh(\Gamma x_1)}{\cosh(\Gamma x_1)}, \quad (3.35)$$

$$B = -\frac{e^{\Gamma x_2} - e^{-\Gamma x_2}}{e^{\Gamma x_1} + e^{-\Gamma x_1}} = -\frac{\sinh(\Gamma x_2)}{\cosh(\Gamma x_1)}, \quad (3.36)$$

$$y_0 = \frac{e^{\Gamma x_2} + e^{-\Gamma x_2}}{e^{\Gamma x_1} + e^{-\Gamma x_1}} = \frac{\cosh(\Gamma x_2)}{\cosh(\Gamma x_1)}. \quad (3.37)$$

### 3.4.2 Analyse de l'erreur avec la méthode d'étalonnage

L'objectif de l'étalonnage de l'appareil avec la méthode de Gibiat et Laloë est d'obtenir des paramètres contenant les corrections aux erreurs causées par les réponses en fréquence inégales des microphones, par les positions inexactes de ceux-ci et par l'influence de l'imperfection géométrique de l'appareil, particulièrement aux endroits où les microphones sont localisés. La position des microphones sera toujours inexacte puisque le diamètre du diaphragme est non nul et que la position du centre de pression n'est pas nécessairement au centre de celui-ci. Aussi, la présence d'irrégularités géométriques ajoutera de l'atténuation dans le système. Le principe de cette méthode est de comparer la fonction de transfert de l'objet mesuré avec celles de trois objets dont l'impédance théorique est connue. Le premier objet est un bouchon rigide dont le coefficient de réflexion est supposé unitaire. Celui-ci doit donc être fabriqué d'un métal rigide et d'une épaisseur suffisante pour éviter les vibrations. Les deux autres objets sont des tubes fermés, car l'expression théorique de leur impédance est simple et précisément connue [27]. Celle-ci, pour un tube fermé de longueur  $L$  est  $\bar{Z}_{in} = \coth(\Gamma L)$ , où  $\Gamma$  est le

paramètre de propagation, évalué avec les relations présentées à la section 1.4. La valeur de cette impédance est soumise à deux erreurs :

### 1. Erreur sur l'évaluation de $\Gamma$

Le paramètre de propagation dépend de deux facteurs principaux : les propriétés du fluide et le diamètre du cylindre. Les propriétés du fluide, dans le cas de l'air, sont principalement fonction de sa température. La variation de celle-ci influence la vitesse de propagation de l'onde et, du même coup, les fréquences de résonance du cylindre. Il est très important de mesurer la température de l'air avec précision. Pour ce faire, nous utilisons un thermomètre au mercure gradué à  $0.1^{\circ}\text{C}$ . Selon Keefe [32], les principales déviations de  $\Gamma$  par rapport à la théorie sont causées par les non-linéarités acoustiques, la non-rigidité des parois, la rugosité des parois, et la non isothermalité des parois. L'impact des non-linéarités peut être évalué en mesurant l'impédance pour différentes amplitudes du signal. Selon nos expériences, cet effet est négligeable. En ce qui concerne les parois, l'appareil doit être conçu avec une épaisseur suffisante pour éliminer l'effet de sa vibration. La rugosité des parois peut potentiellement causer une augmentation de l'atténuation de l'onde. Ce paramètre est difficile à évaluer et nous n'avons pas trouvé de publications à ce sujet. En ce qui concerne l'isothermalité des parois, Keefe [32] montre que si le paramètre  $\epsilon_w = \sqrt{(\rho c_p \kappa) / (\rho_w c_w \kappa_w)}$  est petit, nous pouvons considérer l'hypothèse valide. Dans le cas de l'air à l'intérieur d'un tube d'aluminium, nous avons  $\epsilon_w = \sqrt{(1.18 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \times 1.005 \times \frac{\text{kJ}}{\text{kg}\cdot\text{K}} \times 0.025 \frac{\text{W}}{\text{m}\cdot\text{K}}) / (2700 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \times 0.9 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}\cdot\text{K}} \times 237 \frac{\text{W}}{\text{m}\cdot\text{K}})} = 0.0002$ , ce qui est certainement négligeable. Nous ne sommes actuellement pas en mesure d'obtenir la valeur empirique de  $\Gamma$  car nous avons besoin d'un montage expérimental particulier. Par contre, à l'aide de l'expression théorique de  $\Gamma$  développée par Kirchhoff et des règles de propagation de l'erreur, nous pouvons conclure que la contribution de l'erreur sur  $\Gamma$  causée par l'erreur sur la température est

$$\frac{\Delta\Gamma}{\Gamma} = \frac{\Delta c}{c} = \frac{1}{2} \frac{\Delta T}{T} \quad (3.38)$$

ce qui représente moins de 0.02% d'erreur si nous considérons que le thermomètre est précis à  $\Delta T = 0.1$  K pour une température de  $T = 295.25$  K. En ce qui concerne l'erreur sur l'atténuation due aux rugosités, nous ne sommes pas en mesure de proposer d'ordre de grandeur. Nous pouvons aussi déterminer l'impact de l'erreur sur le rayon  $a$  du tube de mesure, en analysant l'approximation de Pierce (équations 1.16 et 1.17). L'atténuation est inversement proportionnelle au rayon, alors

$$\frac{\Delta\alpha}{\alpha} = \frac{\Delta a}{a} \quad (3.39)$$

aussi, nous trouvons que l'erreur sur la vitesse de phase est

$$\frac{\Delta v_\phi}{v_\phi} = \frac{\Delta\alpha}{\omega/c + \alpha} = \frac{\Delta a}{a} \left( \frac{\alpha}{\omega/c + \alpha} \right) \quad (3.40)$$

puisque nous mesurons le diamètre à l'aide d'un vernier électronique précis à 0.01 mm, nous avons, pour un rayon de 6 mm (le diamètre de l'appareil, voir prochain chapitre), 0.08% d'erreur sur  $\alpha$  et, à 200 Hz, 0.003% d'erreur sur la vitesse de phase (0.0006% à 5000 Hz).

## 2. Erreur sur la longueur $L$

Les tubes d'étalonnage sont d'abord coupés, ajustés et mesurés. Ensuite, ils sont fermés en leurs collant chacun une rondelle sur la section terminale à l'aide de colle cyanoacrylate (voir plan de définition à la figure I.6). La mesure de la longueur à l'aide du vernier électronique est précise à  $\Delta L = 0.00001$  m. La colle, peu visqueuse et appliquée en petite quantité, ajoute une épaisseur supplémentaire que nous estimons à environ 0.00002 m.

L'erreur sur l'impédance normalisée théorique des tuyaux s'exprime

$$\Delta \bar{Z}_{in} = \frac{\partial \bar{Z}_{in}}{\partial \Gamma} \Delta \Gamma + \frac{\partial \bar{Z}_{in}}{\partial L} \Delta L = -L \Gamma \left[ \frac{\Delta \Gamma}{\Gamma} + \frac{\Delta L}{L} \right] \operatorname{cosech}^2(\Gamma L) \quad (3.41)$$

et, en valeur relative,

$$\frac{\Delta \bar{Z}_{in}}{\bar{Z}_{in}} = -L \Gamma \left[ \frac{\Delta \Gamma}{\Gamma} + \frac{\Delta L}{L} \right] \operatorname{cosech}(\Gamma L) \operatorname{sech}(\Gamma L) \quad (3.42)$$

L'analyse de cette équation révèle que l'erreur sur l'impédance des tuyaux est maximale aux résonances et antirésonances et peut atteindre 19% avec les valeurs de  $\Delta L/L$  et de  $\Delta \Gamma/\Gamma$  que nous avons évaluées et en supposant que l'erreur sur  $\alpha$  domine. Par exemple, pour un tube de longueur  $L = 0.06$  m, et avec  $\Gamma$  évalué aux conditions de fonctionnement de notre appareil (voir tableau 1.2), il y a résonance à 2855 Hz. Dans ce cas l'erreur sur la magnitude est :

$$\frac{\Delta \bar{Z}_{in}}{\bar{Z}_{in}} = -0.06 \times 52.24 \times [0.08\% + 0.017\%] \times 62.48 \times 0.999 = 0.19.$$

L'étalonnage de l'appareil ne peut être précis que pour les fréquences où les tuyaux ne sont pas en résonance ou antirésonance. Nous pouvons maintenant analyser la propagation de l'erreur dans la formule du calcul du paramètre d'étalonnage  $A$  (équation 3.30). En appliquant la règle de propagation des erreurs, nous obtenons

$$\begin{aligned} (\Delta A)^2 &= \left( \frac{\partial A}{\partial \bar{Z}'} \right)^2 (\Delta \bar{Z}')^2 + \left( \frac{\partial A}{\partial \bar{Z}''} \right)^2 (\Delta \bar{Z}'')^2 + \\ &\quad \left( \frac{\partial A}{\partial y'} \right)^2 (\Delta y')^2 + \left( \frac{\partial A}{\partial y''} \right)^2 (\Delta y'')^2 + \left( \frac{\partial A}{\partial y_0} \right)^2 (\Delta y_0)^2 \end{aligned} \quad (3.43)$$

Les erreurs proviennent donc de deux sources principales, les erreurs sur l'évaluation de la fonction de transfert et les erreurs sur l'évaluation de l'impédance théorique que nous venons d'analyser. En calculant les dérivées partielles de l'expression précédente, nous obtenons :

$$\begin{aligned}
 (\Delta A)^2 = & \left( \frac{y' - y_0}{y' - y''} \right)^2 (\Delta \bar{Z}')^2 - \left( \frac{y'' - y_0}{y' - y''} \right)^2 (\Delta \bar{Z}'')^2 - \\
 & \left( \frac{(\bar{Z}' - \bar{Z}'')(y'' - y_0)}{(y' - y'')^2} \right)^2 (\Delta y')^2 + \left( \frac{(\bar{Z}' - \bar{Z}'')(y' - y_0)}{(y' - y'')^2} \right)^2 (\Delta y'')^2 - \\
 & \left( \frac{\bar{Z}' - \bar{Z}''}{y' - y''} \right)^2 (\Delta y_0)^2, \quad (3.44)
 \end{aligned}$$

et nous constatons que l'erreur sur le paramètre  $A$  sera d'autant plus grande que les fonctions de transfert mesurées avec les tubes d'étalonnage ont des valeurs similaires. La valeur absolue de  $(y' - y'')^{-1}$  nous donne une mesure de la qualité de l'étalonnage en fonction de la fréquence ; plus cette quantité est grande, plus le paramètre  $A$  sera entaché de l'erreur sur les autres quantités. Voyons maintenant comment nous pouvons choisir les tubes d'étalonnage.

### 3.4.3 Choix des tubes d'étalonnage

Si la référence d'impédance  $\bar{Z}'$  possède une très forte résonance pour une certaine fréquence  $f$ , alors l'onde stationnaire dans le tube est similaire à celle obtenue avec la référence d'impédance infinie et les fonctions de transfert  $y'$  et  $y_0$  sont presque égales. Le terme  $\bar{Z}'(y' - y_0)$  des équations 3.30 et 3.31 devient indéterminé. La même situation se présente dans le cas de  $\bar{Z}''$ . De plus, les impédances  $\bar{Z}'$  et  $\bar{Z}''$  doivent être différentes l'une de l'autre pour toutes les fréquences afin que le terme  $y' - y''$  soit toujours différent de zéro sans quoi l'erreur sur l'étalonnage sera grande pour ces fréquences. Puisque

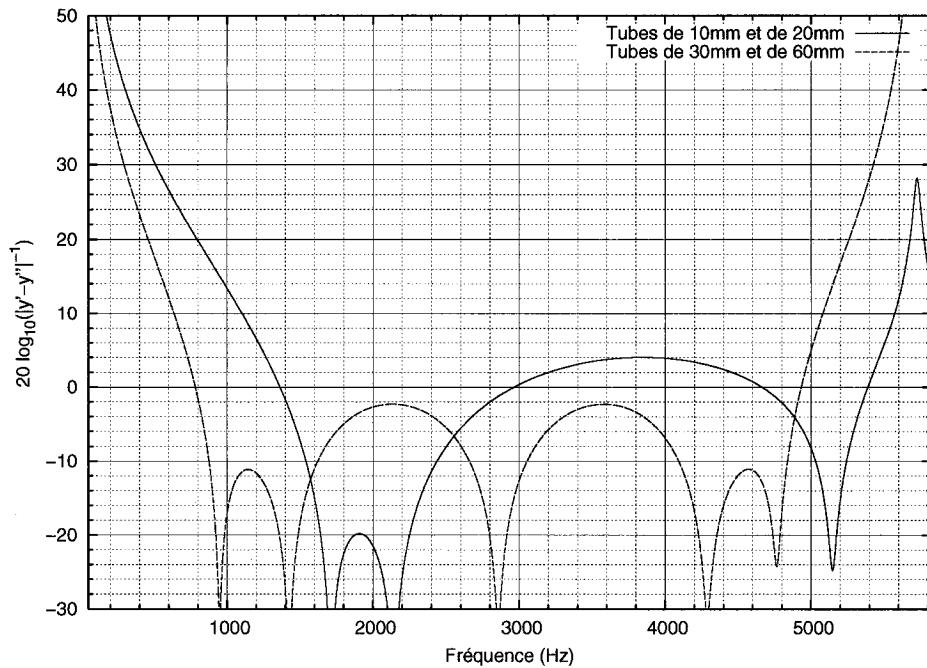


FIGURE 3.2 Comparaison de la fonction  $(y' - y'')^{-1}$  déterminant l'importance de la propagation de l'erreur lors de l'étalonnage à trois tubes (théorique)

les impédances des tubes fermés tendent vers l'infini en basse fréquence, l'erreur y tendra aussi vers l'infini. Nous pouvons voir ce comportement à la figure 3.2 pour deux combinaisons de tubes d'étalonnage. Les deux premiers tubes, très courts, ont une erreur qui augmente plus rapidement en basse fréquence que pour les deux autres tubes. Cependant, si nous utilisons des longs tubes pour améliorer l'erreur en basse fréquence, leurs résonances arriveront en plus basse fréquence et nous pénaliserons aussi l'étalonnage. Par exemple, pour les tubes de longueurs  $L_1 = 30 \text{ mm}$  et  $L_2 = 60 \text{ mm}$ , nous avons les fréquences singulières  $f_1 = c/2L_1 = 5742 \text{ Hz}$  et  $f_2 = c/2L_2 = 2871 \text{ Hz}$ . On doit alors absolument faire un compromis.

Afin de n'avoir aucune résonance à l'intérieur de l'intervalle de fréquence d'intérêt, nous devons choisir des tubes suffisamment courts. Si les tubes sont trop courts, l'impédance augmentera plus rapidement vers l'infini en s'approchant des basses fréquences. Si la distance entre les deux microphones est de  $s$ , nous devons choisir des tubes de calibration plus petits ou égaux à cette valeur afin qu'il n'y ait pas de résonance à l'intérieur de

l'intervalle de fréquence de mesure. En choisissant un tube de longueur  $L_1 = s/3$  et un autre de longueur  $L_2 = 2s/3$ , nous obtiendrons un étalonnage raisonnable. Pour améliorer les résultats en basse fréquence, nous pouvons utiliser des tubes de longueurs  $L_1 = s$  et  $L_2 = 2s$ . Dans ce cas, il y aura une résonance du tube  $L_2$  à la fréquence  $f_c/2$  (voir section 3.1.3).

L'utilisation d'une terminaison anéchoïque pour effectuer la calibration est mentionnée par Katz [31] mais, bien que nous n'ayons trouvé que très peu de documentation sur le sujet, il semblerait que ce soit techniquement difficile à réaliser. L'utilisation d'une telle terminaison présenterait plusieurs avantages. Puisqu'elle possède un coefficient de réflexion de zéro pour toutes les fréquences, nous pouvons l'utiliser pour toutes les combinaisons de microphones et cela simplifie l'étalonnage. Il est aussi possible d'utiliser des tubes ouverts, avec la théorie de la radiation développée par Levine et Schwinger [39].

## CHAPITRE 4

### CONCEPTION, RÉALISATION ET VÉRIFICATION D'UN APPAREIL DE MESURE

Nous possédons maintenant les informations nécessaires à la conception d'un appareil de mesure de l'impédance acoustique moderne bien adapté à la mesure des instruments de musique à vent. Nous avons choisi d'utiliser la technique à deux microphones et avons étudié les équations mathématiques en jeu. Nous avons identifié quelques critères pour guider la conception de notre appareil. Premièrement, celui-ci doit être adapté à la mesure de l'impédance du saxophone alto, donc le diamètre intérieur du tube de mesure d'impédance doit correspondre à celui de l'entrée du bocal<sup>1</sup> du saxophone (12 mm). Une photo de cette pièce est incluse à la figure 4.1. L'intervalle de fréquence de la mesure doit inclure la fondamentale de la note la plus grave du saxophone alto (environ 138 Hz) et au minimum le troisième harmonique de la note la plus aiguë ( $3 \times 880 \text{ Hz} = 2640 \text{ Hz}$ ). L'isolation acoustique de l'appareil doit être suffisante pour que la contamination des signaux enregistrés par du bruit corrélé à la source soit négligeable. Le temps requis pour une prise de mesure doit être raisonnable (de l'ordre de la minute) puisque l'étude des saxophones demandera la mesure de plusieurs configurations des clés (il y a 36 notes dans le registre normal et plusieurs doigtés alternatifs).

#### 4.1 Conception

Nous expliquons maintenant la conception des différentes parties de l'appareil. Une description de la configuration générale de celui-ci suivra, avec des références aux plans

---

<sup>1</sup>Tube conique recourbé auquel on fixe le bec à l'extrémité la plus petite, et le corps à l'extrémité la plus grande.

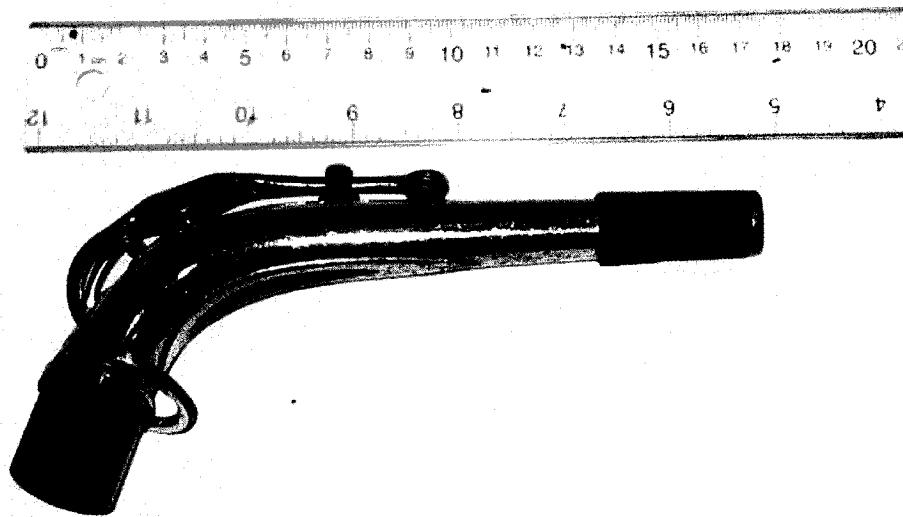


FIGURE 4.1 Photo d'un bocal de saxophone alto

de définition mécanique et aux diagrammes d'assemblages inclus en annexe. L'appareil et l'ensemble des pièces mécaniques ont été fabriqués par l'auteur de ce mémoire en usinage traditionnel. Les schémas électroniques ainsi que la conception des circuits imprimés ont été réalisés avec le logiciel EAGLE. La fabrication des plaquettes pour les circuits électroniques a été confiée à un fabricant commercial.

#### 4.1.1 Distance entre les microphones et nombre de microphones

Afin de bien connaître le comportement des instruments de musique, il est nécessaire de pouvoir mesurer l'impédance jusqu'à des fréquences suffisamment élevées. Backus [4] a mesuré l'impédance jusqu'à environ 1500 Hz et obtenait des résultats déjà très intéressants. De leur côté, Gibiat et Laloë [27] ont conçu leur système afin d'obtenir de bons résultats jusqu'à 2500 Hz. Tel que nous l'avons mentionné dans les critères de conception, le troisième harmonique de la note la plus aiguë est de 2640 Hz. Nous

avons déjà montré que la mesure est limitée en haute fréquence (section 3.3). Pour mesurer correctement la fréquence de 2640 Hz, l'espacement entre les microphones doit être au maximum de  $s = 0.052$  m. Cette distance ne représente pas une difficulté technique. Nous avons donc décidé d'utiliser une distance plus petite dans le mesure où les diamètres des microphones le permettent. Suite à la conception des microphones (section 4.1.2) nous avons fixé cette distance à  $s = 0.03$  m pour laquelle la fréquence critique est de 5745 Hz. Nous étudierons ainsi avec plus de précision les notes aiguës des instruments et le comportement des harmoniques supérieures.

Nous voulons aussi mesurer les fréquences graves. La fréquence fondamentale du son le plus grave du saxophone alto est d'environ 138 Hz. Pour un espacement  $s$ , la fréquence la plus grave correctement évaluée est de  $0.1f_c$  (section 3.3). Puisque  $f_c = c/2s$ , nous trouvons comme espacement  $s = 0.13$  m. Cette distance ne pose aucun problème technique non plus. Nous avons conçu l'appareil avec un espacement régulier des microphones, selon les recommandations de Walstijn, Campbell et Sharp [66] de même que celles de Jang et Ih [29] qui prétendent que c'est la configuration optimale pour la technique à plusieurs microphones et minimisation de l'erreur. Nous allons donc concevoir l'appareil pour huit microphones espacés de 0.03 m. Cette configuration nous donne comme espacement maximal 0.21 m et une fréquence minimale de 82 Hz.

#### 4.1.2 Microphones

Nous avons cherché les microphones disponibles sur le marché, mais nous n'en avons pas trouvé qui pourraient s'adapter mécaniquement à notre situation particulière. Nous avons décidé d'entreprendre la conception d'un microphone qui répond à nos besoins. Les microphones sont composés d'une capsule condensateur électret (pièce responsable de la transformation de la pression en signal électrique), d'un amplificateur différentiel, d'un boîtier mécanique et d'un connecteur XLR. La partie mécanique facilitera l'intégration du microphone au tube de l'appareil en permettant la localisation

de la capsule condensateur le plus près possible du point de mesure de la pression tout en protégeant l'électronique. Le plan de définition mécanique du microphone à la figure I.1 et le diagramme d'assemblage de l'appareil à la figure I.7 aideront à visualiser le microphone. Nous avons choisi la capsule condensateur électret WM-61A de Panasonic pour son petit diamètre (6 mm) et sa disponibilité. La spécification technique spécifie cependant un rapport signal/bruit plus grand que 62 dB, ce qui n'est pas très bon en comparaison avec la carte d'acquisition (section 4.1.4). La spécification technique montre un graphique de la réponse en fréquence qui semble linéaire de 20 Hz à 5000 Hz. La précision du graphique ne nous laisse pas juger de l'erreur sur la réponse en fréquence. Nous évaluerons l'impact du bruit lors de l'analyse des résultats (section 4.3.1). Le connecteur XLR est la pièce du plus grand diamètre (23.8 mm) et nous avons conçu le circuit imprimé de l'amplificateur différentiel avec ce même diamètre pour une meilleure intégration des composants dans le boîtier. Un épaulement dans le boîtier sert à fixer les microphones au tube de mesure à l'aide de deux vis. Nous pouvons voir à la figure 4.2 la géométrie de l'embout du microphone épousant le diamètre du tube intérieur afin de réduire les perturbations de l'onde stationnaire.

#### 4.1.3 Amplificateur différentiel

Chaque microphone est composé d'une capsule condensateur et d'un amplificateur différentiel qui augmente l'impédance électrique du signal avant de l'envoyer à la carte de son sous la forme d'un signal électrique différentiel sur deux fils torsadés. Cette technique, commune dans le domaine de l'audio, réduit le bruit induit sur la ligne de transmission. Le schéma électronique de l'amplificateur différentiel est montré à la figure 4.3 et une photo du circuit électronique assemblé à la figure 4.4. Nous avons choisi l'amplificateur opérationnel de «Analog Device» modèle AD822 (il contient deux amplificateurs dans le même boîtier). Sa distorsion harmonique totale est de -93 dB, l'interférence entre les deux amplificateurs est de -130 dB et le bruit est de  $16 \text{ nV}/\sqrt{\text{Hz}}$ . Une analyse mathématique de son fonctionnement est incluse à l'annexe III.

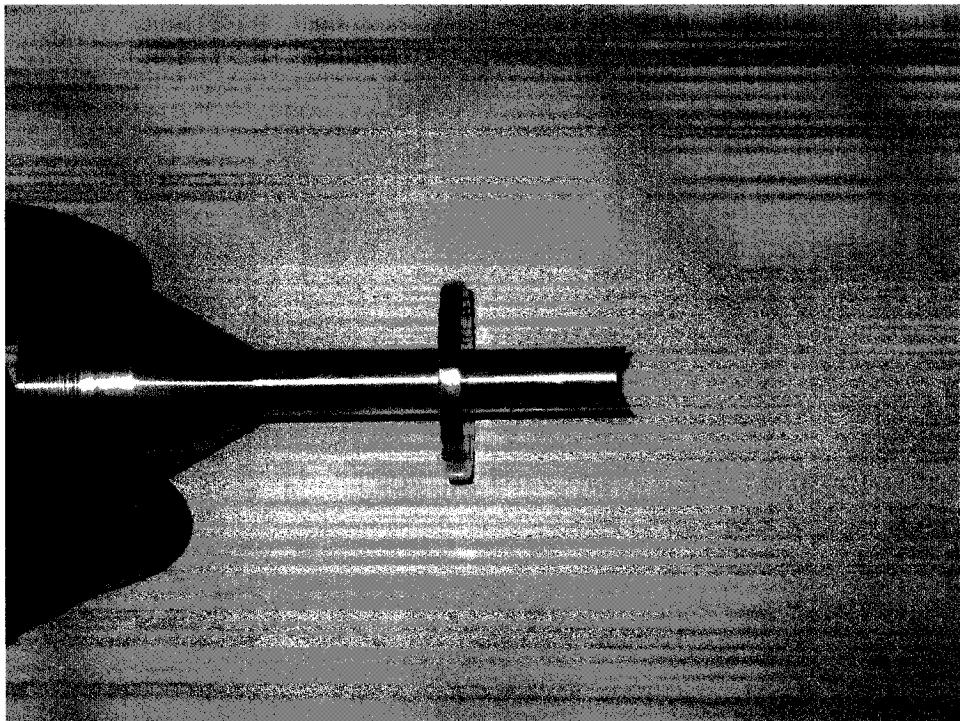


FIGURE 4.2 Photo de l'embout des microphones

#### 4.1.4 Carte d'acquisition

Les signaux doivent être enregistrés simultanément pour évaluer l'impédance le plus efficacement possible. Nous devons utiliser une carte de son multicanal de qualité professionnelle. Dans le marché de l'audio, les cartes d'acquisition possèdent de manière générale huit entrées. L'appareil sera donc conçu avec huit microphones afin d'utiliser le système à sa capacité maximale. Le produit qui présente le meilleur rapport qualité-prix est la carte DELTA 1010 de M-Audio, possédant 8 entrées et 8 sorties balancées avec 24 bits de résolution à une fréquence d'échantillonnage maximale de 96 kHz. Selon le feuillet technique, la plage dynamique est de 109 dB (pondération A), la distorsion harmonique totale de moins de 0.001% (mesurée à 0 dBFS) et la réponse en fréquence se situe entre -0.3 dB et -0.2 dB pour les fréquences de 22 Hz à 22 kHz. Aucune information ne concerne le délai entre les canaux. Cependant, la procédure d'étalonnage corrigera ce type de problème puisqu'il ne s'agit que d'un déphasage.

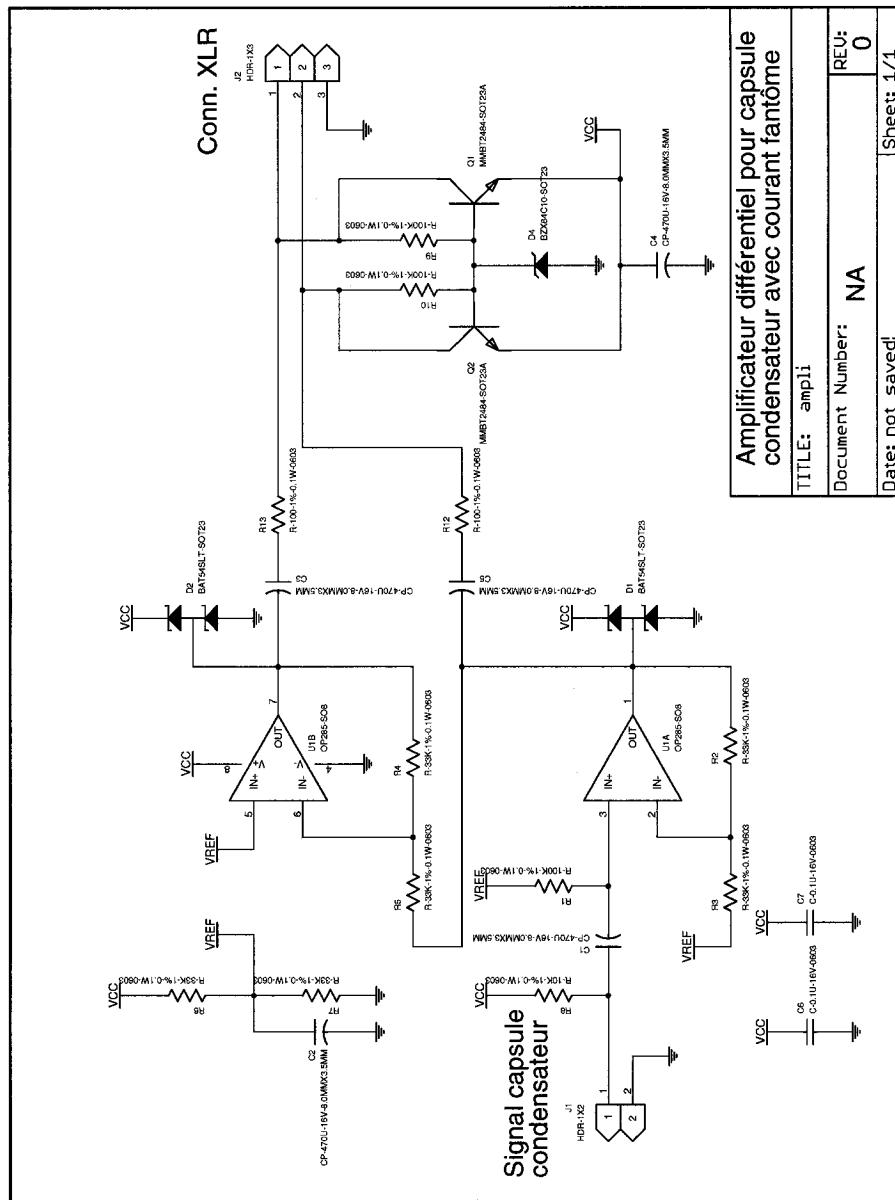


FIGURE 4.3 Schéma électronique de l'amplificateur différentiel

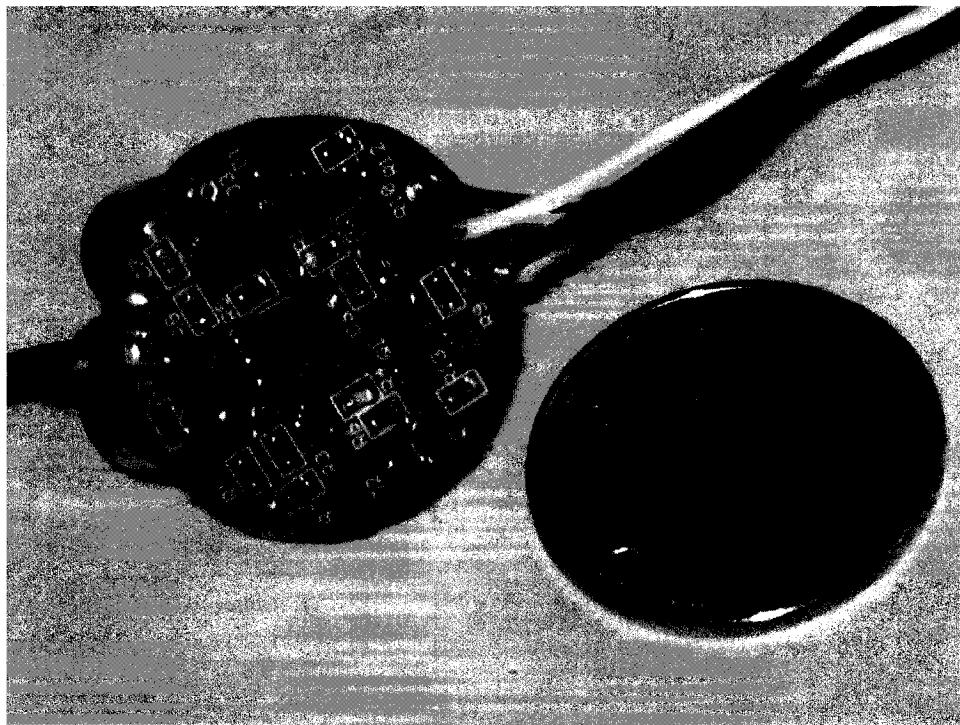


FIGURE 4.4 Photo du circuit électronique de l'amplificateur différentiel

#### 4.1.5 Tube de mesure de l'impédance

Le tube de mesure de l'impédance est composé d'un haut-parleur, d'un cône exponentiel réducteur, de deux segments de quatre microphones et d'un adaptateur d'instrument. Ces parties seront décrites dans les prochaines sections. Puisque l'appareil est d'abord conçu pour mesurer l'impédance du saxophone alto, le diamètre intérieur du tube de mesure est celui de l'entrée du bocal, c'est-à-dire  $D = 12.00$  mm. Le diamètre extérieur (55.50 mm), de son côté, est suffisamment grand pour que l'appareil soit massif et n'entre pas facilement en vibration. Consulter les figures I.7 et I.8 pour une vue assemblée des parties du tube de mesure. Pour faciliter l'usinage, l'appareil est conçu en deux sections supportant chacune quatre microphones et qui s'emboîtent l'une dans l'autre (figures I.2 et I.3). Une surface plane sur les segments facilite la fixation des microphones. Un trou est percé pour chacun afin que la capsule condensateur soit insérée jusqu'à la frontière avec le guide d'onde. L'assemblage des microphones sera le

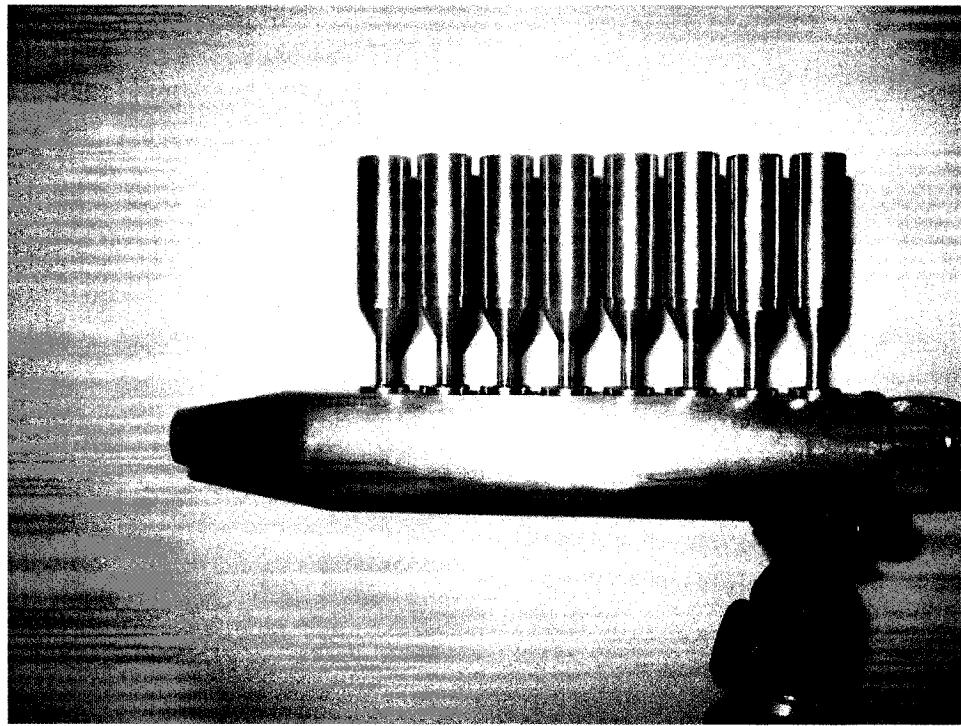


FIGURE 4.5 Photo du tube d'impédance et des microphones de l'appareil de mesure

plus précis possible afin de minimiser les irrégularités géométriques. Deux longues vis maintiendront ensemble l'adaptateur, les deux sections et le cône exponentiel. La photo de l'appareil à la figure 4.5 donne une bonne idée du montage. Les plans de définition mécanique sont inclus en annexe.

#### 4.1.6 Source du signal

Un cône exponentiel en fibre de verre dirige le signal du haut-parleur vers l'intérieur du tube de mesure (figure I.5). Nous avons choisi cette géométrie afin de minimiser les perturbations à la propagation des ondes. La technique de fabrication par moulage, typique des matériaux composites, est bien adaptée pour créer des pièces rigides, légères et aux formes courbes. Le moule a été fait d'aluminium et de styrémousse haute densité. La courbe exponentielle a été fabriquée sur un tour traditionnel en mesurant le diamètre en différentes positions. Il a ensuite été ciré pour enfin y appliquer le gel de surface, la

fibre et la résine.

#### **4.1.7 Isolation des microphones au bruit corrélé à la source**

La propagation du son dans les parois solides de l'appareil peut induire l'enregistrement d'un signal parasite corrélé à la source. Lorsque la position des microphones coïncide avec un noeud de l'onde stationnaire, le bruit cause une grande erreur sur la mesure de l'impédance. Pour éviter ce problème, le haut-parleur est isolé du cône exponentiel, de même que ce dernier l'est du tube de mesure. Un anneau de caoutchouc absorbant est inséré entre les sections. Aussi, le cône exponentiel et le haut-parleur sont recouverts d'une laine isolante acoustique pour éviter la propagation de signal dans l'air qui pourrait s'introduire dans les microphones par l'extérieur.

#### **4.1.8 Configuration générale de l'appareil de mesure**

Un diagramme du système de mesure complet est illustré à la figure 4.6. Voici la liste des éléments qui composent le système et la référence aux plans de définition mécanique inclus en annexe.

- Tube de mesure d'impédance (diagrammes d'assemblages : figures I.7 et I.8).
  - un adaptateur pour l'instrument de musique (plan de définition mécanique : figure I.4).
  - deux segments du tube pour la fixation des microphones (plans de définition mécanique : I.2 et I.3).
  - huit microphones (plan de définition mécanique : I.1).
  - un cône exponentiel réducteur pour canaliser le signal de la source vers le tube sans discontinuité (plan de définition mécanique : I.5).
  - un haut-parleur (4.5 po., 8  $\Omega$ ).

- Un préamplificateur comprenant un générateur de courant fantôme et un gain ajustable (Grace Design m802 et Sm Pro Audio pr8).
- Une carte d'échantillonnage à huit canaux (M-Audio Delta 1010) .
- Un amplificateur pour envoyer le signal au haut-parleur (Sony STR-DE310).
- Un logiciel pour l'échantillonnage et l'enregistrement sur disque des signaux, l'échantillonnage de l'appareil et le calcul des résultats.

#### 4.1.9 Synthèse du signal pseudo-aléatoire

Plusieurs techniques de synthèse de séquences aléatoires par ordinateur sont décrites et analysées par Donald E. Knuth [37]. Ces algorithmes génèrent des séquences de nombres ayant certaines propriétés des signaux aléatoires, mais qui sont déterministes, c'est-à-dire que la même séquence sera obtenue si l'on répète l'algorithme avec les mêmes conditions initiales. Des fonctions existent déjà dans le programme Octave<sup>2</sup> pour générer des séquences selon les diverses distributions classiques. La fonction «randn» génère une distribution normale dont la période est de  $2^{19937} - 1$  (information provenant de la documentation du logiciel). Nous générerons premièrement une séquence pseudo-aléatoire de la longueur désirée et ensuite nous la normalisons en le divisant par sa valeur maximale pour nous assurer de ne pas dépasser la capacité de la carte de son.

#### 4.1.10 Choix des paramètres d'analyse

Nous devons choisir la taille de la transformée de Fourier afin d'obtenir une résolution fréquentielle suffisamment petite pour capter la position des résonances des objets mesurés. Nous pouvons calculer la fréquence d'une note musicale à un intervalle de 1/2 ton d'une autre en multipliant la fréquence de la première par  $2^{1/12}$  [7]. Par exemple, la fréquence du son le plus grave du saxophone alto est de 138.59 Hz tandis que celle

---

<sup>2</sup>Il s'agit d'un logiciel de calcul numérique similaire à Matlab. Voir le site web <http://www.octave.org>.

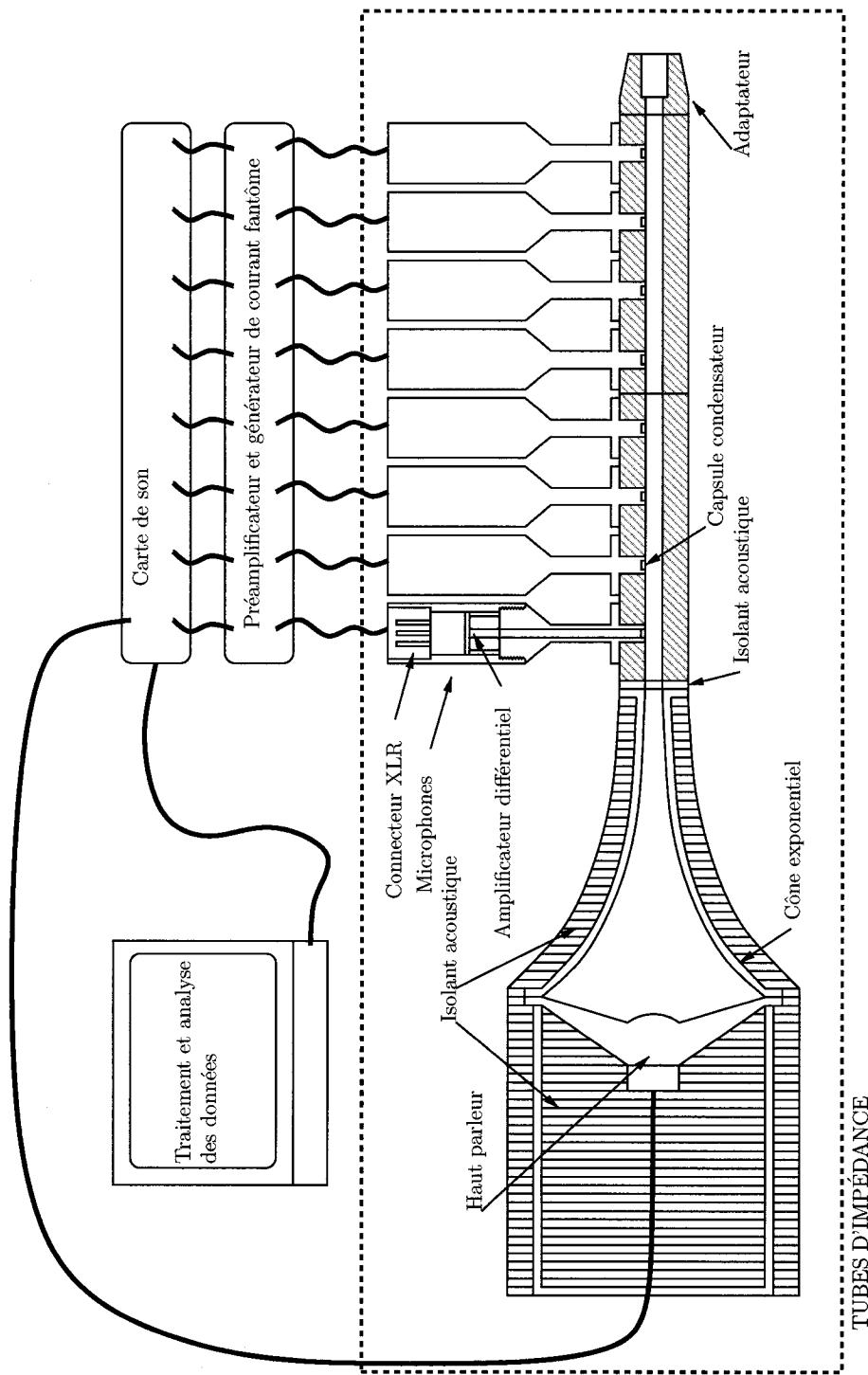


FIGURE 4.6 Schéma du système de mesure de l'impédance

du demi-ton suivant est de 146.83 Hz. Plus les notes sont aiguës, plus la distance en Hz qui les sépare est grande. C'est en basse fréquence que nous avons besoin de la résolution la plus petite. En général, une différence de 1/8 de ton, ce qui représente environ 2 Hz pour la fréquence la plus basse du saxophone alto, est perçue par l'oreille humaine comme subtile. Aussi, en utilisant comme longueur des segments une puissance de deux, nous bénéficions d'un calcul rapide de la transformée de Fourier à l'aide de la FFT. En conséquence, nous avons choisi  $L = 32768 (2^{15})$ , ce qui nous donne une largeur de bande de 1.46 Hz. Nous avons choisi un temps de mesure de 12 s. Nous n'avons pas constaté d'amélioration dans les résultats pour des mesures plus longues.

#### 4.1.11 Outils informatiques

Le logiciel Octave est utilisé pour l'acquisition des données de même que pour le traitement mathématique de celles-ci. Ce logiciel, similaire en plusieurs points à Matlab, offre la possibilité de charger dynamiquement des routines en C++ compilées avec leur bibliothèque. Nous avons écrit une fonction (appelée «JackResponse») effectuant l'acquisition des données directement à partir de Octave, à l'aide du serveur audio à faible latence nommé JACK. Ensuite, il s'agit d'écrire plusieurs fonctions dans le langage d'Octave pour effectuer les tâches d'étalonnage, de mesure, de calcul et d'exportation des graphiques. Le tableau 4.1 montre les principales fonctions et réfère au code inclus en annexe. Voici maintenant une description de la routine «JackResponse».

##### 4.1.11.1 JackResponse.cc

Cette fonction connecte Octave directement avec le système d'acquisition de données. Il est alors possible d'écrire des «scripts» Octave pour l'ensemble des étapes de la mesure de l'impédance, sans avoir besoin d'appeler un logiciel extérieur. L'acquisition des signaux en provenance des huit microphones, simultanément à l'émission du signal

Nom	Annexe	Description
air_properties.m	II.1	Calcule les propriétés de l'air
gamma_keefe.m	II.2	Calcule $\Gamma$ à partir de l'équation 1.14 et 1.15
gamma_reduced.m	II.3	Calcule $\Gamma$ à partir de l'équation 1.13
gamma_pierce.m	II.4	Calcule $\Gamma$ à partir de l'équation 1.16
yload.m	II.5	Calcule les fonctions de transfert entre les signaux
impedance_gibiat.m	II.6	Calcule les impédances étalonnées
TMCalibGibiat.cc	II.7	Calcule les coefficients d'étalonnage

TABLEAU 4.1 Description des fonctions Octave et références aux annexes

par le haut-parleur, doit être réalisée sans perte d'échantillon. Le serveur de son JACK est l'outil par excellence pour ce travail, puisqu'il a été conçu afin de permettre aux applications de réaliser cette tâche simplement. Le programme doit fournir une fonction dite «callback» qui soit très rapide d'exécution tandis que le serveur se charge de l'appeler chaque fois qu'il est nécessaire. Il s'agit donc pour la fonction «JackResponse» d'effectuer les opérations suivantes :

1. Traiter les arguments fournis par l'appel à partir de Octave et s'assurer qu'ils sont valides. Les vecteurs et matrices sont directement accessibles par la suite.
2. Enregistrer la fonction «callback».
3. Enregistrer les ports d'entrées et de sorties.
4. Connecter les ports d'entrée et de sorties selon les arguments fournis par l'appel à partir de Octave.
5. Indiquer à la fonction «callback» que tout est prêt.
6. Attendre que l'enregistrement soit terminé.
7. Retourner la matrice contenant les signaux à Octave.

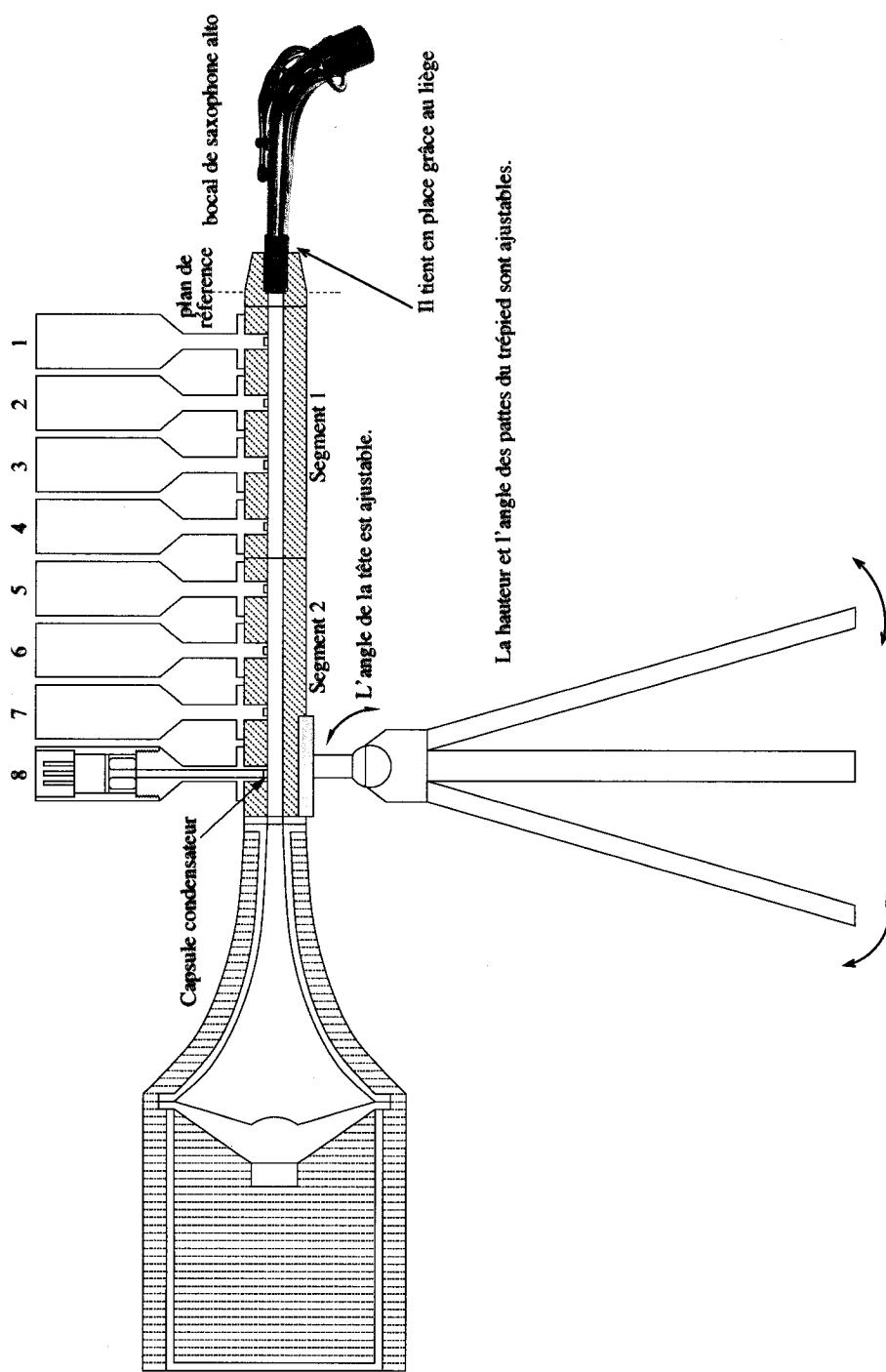


FIGURE 4.7 Schéma du système de mesure avec le trépied et le bocal de saxophone

## 4.2 Procédure expérimentale de vérification

La construction de l'appareil terminée, nous avons préparé une procédure expérimentale pour valider son fonctionnement et mesurer des saxophones. La figure 4.7 montre un schéma de l'appareil sur son trépied et avec un bocal de saxophone alto prêt à être mesuré. Afin que le système soit robuste, nous avons utilisé un trépied de première qualité (Manfrotto 190CLB) avec une tête solide permettant d'ajuster l'angle de l'appareil (Manfrotto 486RC2). Lors de la mesure des saxophones, nous avons ajusté l'angle de sorte que le corps de l'instrument soit vertical et qu'il repose sur son centre de gravité (sur un bloc de styrémousse). Cela évite d'appliquer des forces sur l'instrument de musique ou sur l'appareil.

Avant de commencer à prendre des mesures, nous avons effectué plusieurs essais préliminaires pour déterminer le niveau d'amplification du signal. Effectivement, son amplitude doit faire en sorte d'éviter la distorsion harmonique dans le système d'échantillonnage tout en utilisant au maximum l'étendue dynamique possible. Il est nécessaire d'effectuer plusieurs essais pour ajuster correctement le volume de l'amplificateur. En émettant des fréquences pures, nous pouvons mesurer la distorsion harmonique. Lorsque le niveau est correct, seulement la deuxième harmonique (environ  $-85$  dB) et un peu de la troisième sont présents.

La mesure sera étalonnée à l'aide de la méthode de Gibiat et Laloë [27]. Pour ce faire, nous avons besoin de plusieurs tubes cylindriques fermés de longueur précise, que nous appellerons *tubes de référence*. Le premier de ces tubes, de longueur nulle, est en fait un bouchon rigide. Le plan de définition mécanique de ce bouchon et d'un de ces tubes est inclus en annexe à la figure I.6. Les tubes ne diffèrent que par leur longueur et un numéro est associé à chacun d'entre eux au tableau 4.2. Nous mesurerons ensuite quatre notes de trois saxophones ainsi que quatre bocaux de saxophone. Ceux-ci sont identifiés à la figure 4.3.

TABLEAU 4.2 Tableau des longueurs et incertitudes des tubes de référence

Numéro de référence	Longueur (m)
1	0.00000
2	0.00988 $\pm$ 0.00005
3	0.02015 $\pm$ 0.00005
4	0.02994 $\pm$ 0.00005
5	0.04013 $\pm$ 0.00005
6	0.06004 $\pm$ 0.00005
7	0.08976 $\pm$ 0.00005
8	0.2002 $\pm$ 0.0001
9	0.4004 $\pm$ 0.0001
10	0.6003 $\pm$ 0.0001

TABLEAU 4.3 Tableau des bocaux et des saxophones étudiés

No. de référence	Objet	Modèle
12	Bocal de saxophone alto 1	Selmer Série II (laiton)
13	Bocal de saxophone alto 2	Selmer Série II (argent)
14	Bocal de saxophone alto 3	Yamaha Z (laiton)
15	Bocal de saxophone alto 4	Hotton (laiton)
16	Saxophone alto 1 doigté Do $\sharp$	Selmer Série II
17	Saxophone alto 1 doigté Sol	Selmer Série II
18	Saxophone alto 1 doigté Ré	Selmer Série II
19	Saxophone alto 1 doigté Si $\flat$	Selmer Série II
20	Saxophone alto 2 doigté Do $\sharp$	Yamaha Z
21	Saxophone alto 2 doigté Sol	Yamaha Z
22	Saxophone alto 2 doigté Ré	Yamaha Z
23	Saxophone alto 2 doigté Si $\flat$	Yamaha Z
24	Saxophone alto 3 doigté Do $\sharp$	Hotton
25	Saxophone alto 3 doigté Sol	Hotton
26	Saxophone alto 3 doigté Ré	Hotton
27	Saxophone alto 3 doigté Si $\flat$	Hotton

Nous effectuons les expériences en installant l'appareil, l'objet mesuré et le module d'acquisition de données dans une chambre insonorisée pour diminuer le bruit ambiant. Les caractéristiques de cette chambre sont suffisamment bonnes sauf pour les basses fréquences ( $< 100$  Hz) où nous percevons les vibrations du système de ventilation de l'immeuble. L'ordinateur et l'opérateur sont installés à l'extérieur de cette chambre et les câbles entrent à l'intérieur par un orifice situé dans le mur. Dans le cas des saxophones, un assistant maintient silencieusement le doigté de la note mesurée. La présence de cet assistant est cependant une source possible de perturbation de la mesure (élévation de la température, de l'humidité et du bruit) et nous devrons trouver une solution mécanique pour maintenir le doigté afin d'éliminer cette faiblesse de notre procédure expérimentale. La séance de prise de mesure se déroule selon les étapes suivantes :

### 1. Ajustement des gains des préamplificateurs

Les signaux de chaque microphone passent par un préamplificateur dont les gains individuels doivent être ajustés au même niveau. Nous avons utilisé deux préamplificateurs différents, un modèle haut de gamme, le *m802* de *Grace Design* et un modèle populaire, le *pr8* de *Sm Pro Audio*. Celui de *Grace Design* possède une interface à cristaux liquides avec laquelle les gains sont ajustés de manière numérique. Selon les spécifications techniques, les gains sont précis à  $\pm 0.2$  dB entre 15 Hz et 300 kHz. Dans le cas du préamplificateur *pr8*, des potentiomètres analogiques différents pour chaque microphone doivent être ajustés. Afin d'égaliser précisément les gains, un signal de 1 kHz est émis par le haut-parleur tandis que le niveau de sortie de chaque canal du préamplificateur est ajusté en connectant le même microphone successivement à chaque entrée. Cette procédure n'est utile que pour s'assurer que les niveaux de sortie du préamplificateur soient similaires. Sinon, il est possible que le signal d'un des microphones surpassé le niveau maximal de la carte de son et que son enregistrement soit mauvais. Ce n'est pas une procédure d'étalonnage des gains des microphones.

### 2. Enregistrement de la réponse en l'absence de signal.

Il s'agit d'enregistrer la réponse des microphones en l'absence de tout signal afin de quantifier l'importance du bruit dans l'appareil. Lors de cet essai, nous installons la référence 1 (le bouchon rigide) dans l'appareil.

### 3. Mesure de la température

Nous insérons un thermomètre au mercure avec des divisions de  $0.1^{\circ}\text{C}$  dans le tube de mesure d'impédance durant une heure afin de lui laisser le temps de se stabiliser. Nous nous assurons de la qualité de la mesure avec l'utilisation d'un second thermomètre, électronique, utilisant une sonde bimétallique. Il est effectivement très important de bien mesurer la température, car elle a un effet important sur la vitesse du son et sur la qualité des résultats. Lors de la séance expérimentale, la température n'a été mesurée qu'une seule fois au début de la procédure. Nous devrons corriger cette lacune pour nos expérimentations futures et mesurer la température dans l'appareil et dans la chambre insonorisée entre chaque objet pour nous assurer de sa constance ou, dans le cas contraire, pour être en mesure de corriger les résultats par calcul. La question de l'augmentation de la température dans la couche limite a été étudiée par Mawardi [43] et pourrait être l'origine de certaines erreurs sur la mesure.

### 4. Enregistrement de la réponse des tubes de référence et des objets coniques.

Pour chaque objet à mesurer, il s'agit de l'insérer dans l'appareil (voir figures 4.7 et I.7), de bien fermer les portes de la chambre silencieuse et de lancer le programme qui émet le signal et enregistre la réponse. Chaque mesure correspond à l'enregistrement des signaux aux huit microphones pour un objet donné. Nous conservons les résultats sur disque et la procédure est répétée pour chaque objet. Nous analysons les résultats par la suite et les données non traitées sont conservées telles quelles afin de pouvoir recommencer les analyses en cas de besoin. Avec chaque mesure sont aussi enregistrés la date, l'heure, la température et le numéro de référence de l'objet.

### 4.3 Analyse des résultats

Nous procéderons d'abord à une vérification de la qualité des signaux enregistrés en quantifiant l'impact du bruit dans l'appareil. Ensuite nous présenterons les résultats de la procédure d'étalonnage et vérifierons la qualité de la mesure en comparant l'impédance étalonnée d'un tube fermé de 60 cm avec son expression théorique. Puisque la quantité d'information enregistrée est imposante, nous montrerons les graphiques obtenus avec seulement trois couples de microphones : 1 et 2, 1 et 4 et 1 et 8. Cela donnera une bonne idée du fonctionnement de l'appareil et permet de couvrir toutes les fréquences. Nous pourrons ensuite montrer les résultats des mesures sur les bocaux et sur les saxophones.

#### 4.3.1 Quantification du bruit dans l'appareil

Nous avons enregistré, au début de la séance de mesure expérimentale, les signaux des huit microphones sans envoyer aucun signal dans l'appareil, et ce, avec les deux pré-amplificateurs. Nous quantifions ainsi le bruit dans la chambre silencieuse et comparons les performances des deux préamplificateurs, le modèle *pr8* de *Sm Pro Audio* et le *m802* de *Grace Design*. Les signaux ont été analysés avec la méthode de Welch en utilisant une fenêtre de Hanning, un recouvrement de 50% et une transformée de Fourier de taille  $N = 8192$ . Consulter la section 3.2 au sujet de cette méthode .

Nous pouvons constater à la figure 4.8 que les niveaux de bruit sont à première vue similaires avec les deux préamplificateurs. L'hypothèse qui nous semble la plus probable pour expliquer ce fait est que le niveau de bruit propre des microphones est supérieur au bruit généré par les préamplificateurs. Le bruit en basse fréquence, que nous pouvons mieux visualiser à la figure 4.9 provient du système de ventilation de l'édifice et des caractéristiques de la capsule condensateur. La chambre silencieuse n'atténue pas les basses fréquences suffisamment pour éliminer cette contamination. La qualité du préamplificateur *pr8* varie entre les différents canaux. La figure 4.10 montre le niveau

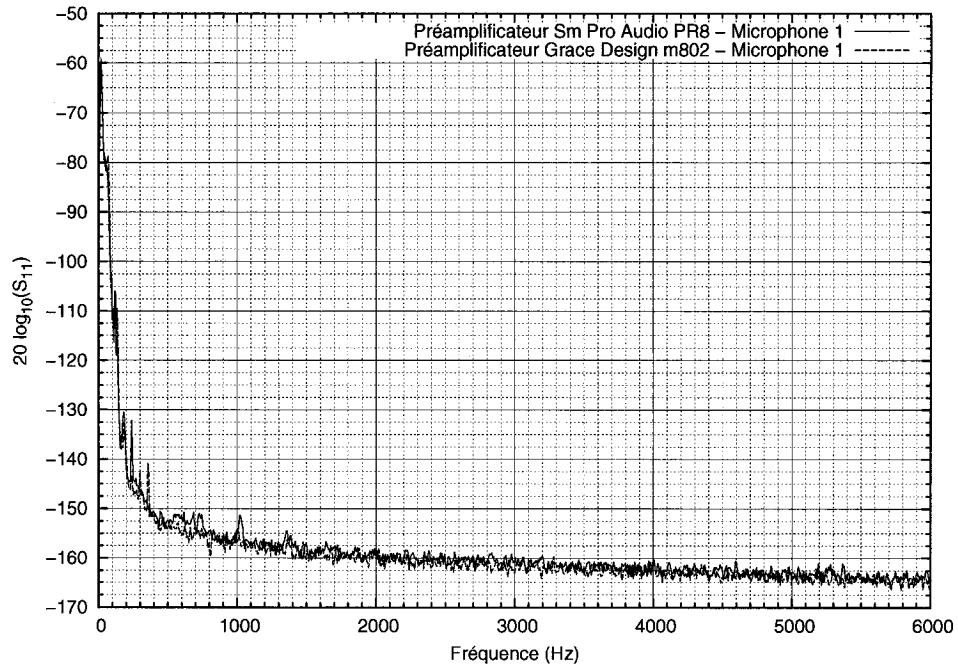


FIGURE 4.8 Niveau de bruit au microphone 1 avec les deux préamplificateurs (0 à 6000 Hz)

de bruit au microphone numéro six et nous y discernons très clairement les fréquences de 180 Hz et de 300 Hz correspondant aux harmoniques 3 et 5 de la fréquence de 60 Hz induite par l'alimentation électrique en courant alternatif. Effectivement, le transformateur électrique de ce préamplificateur est situé en face du canal 6. Le préamplificateur de *Grace Design* possède un générateur de courant continu externe, éliminant ainsi ce type de contamination.

Nous pouvons aussi voir, à la figure 4.11, la densité spectrale de puissance autocorrélée du signal enregistré au premier microphone. Nous constatons qu'elle présente une série de résonances dont les caractéristiques dépendent de la structure du haut-parleur, du cône exponentiel et du tube de mesure d'impédance. Boonen et Sas [11] ont montré que les caractéristiques de la source n'influencent pas le calcul de l'impédance avec l'utilisation de la technique à deux microphones puisque celles-ci s'annulent en calculant la fonction de transfert. Cependant, en pratique, les résonances provenant du coefficient de réflexion non nul de la source peuvent être problématiques puisque le rapport signal/bruit devient

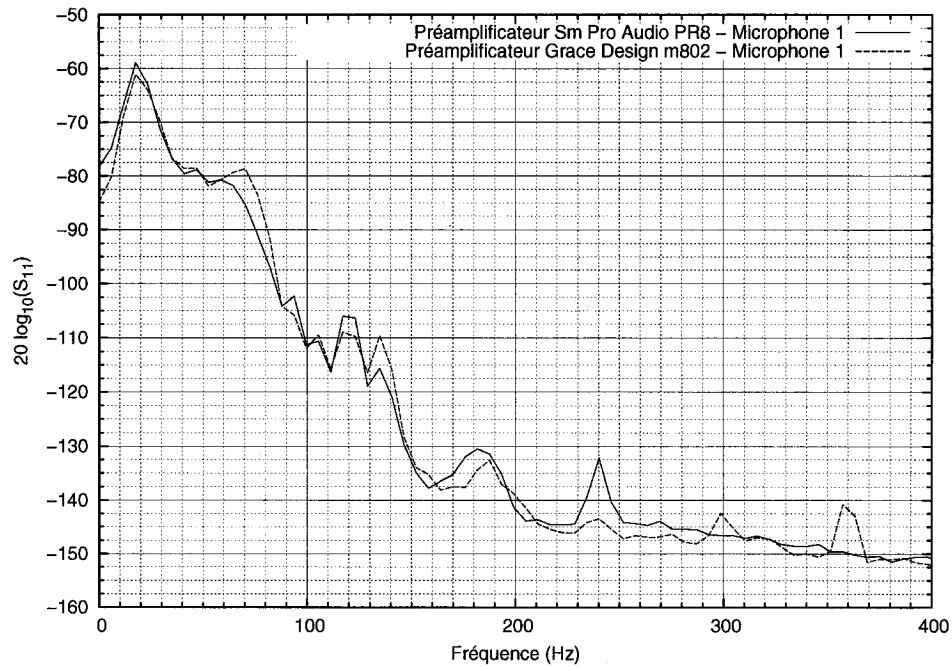


FIGURE 4.9 Niveau de bruit au microphone 1 avec les deux préamplificateurs (0 à 400 Hz)

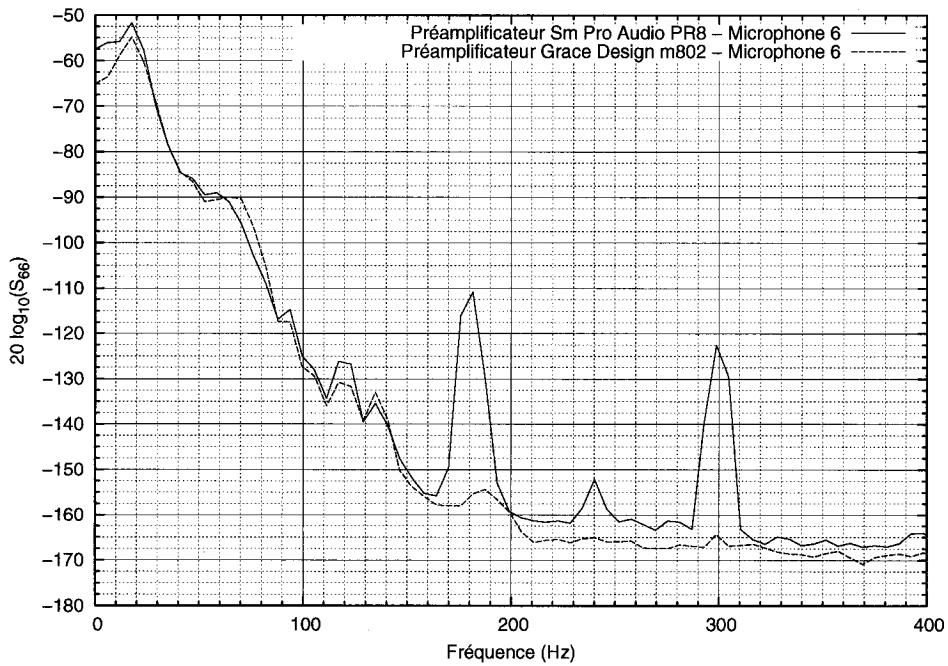


FIGURE 4.10 Niveau de bruit au microphone 6 avec les deux préamplificateurs (0 à 400 Hz)

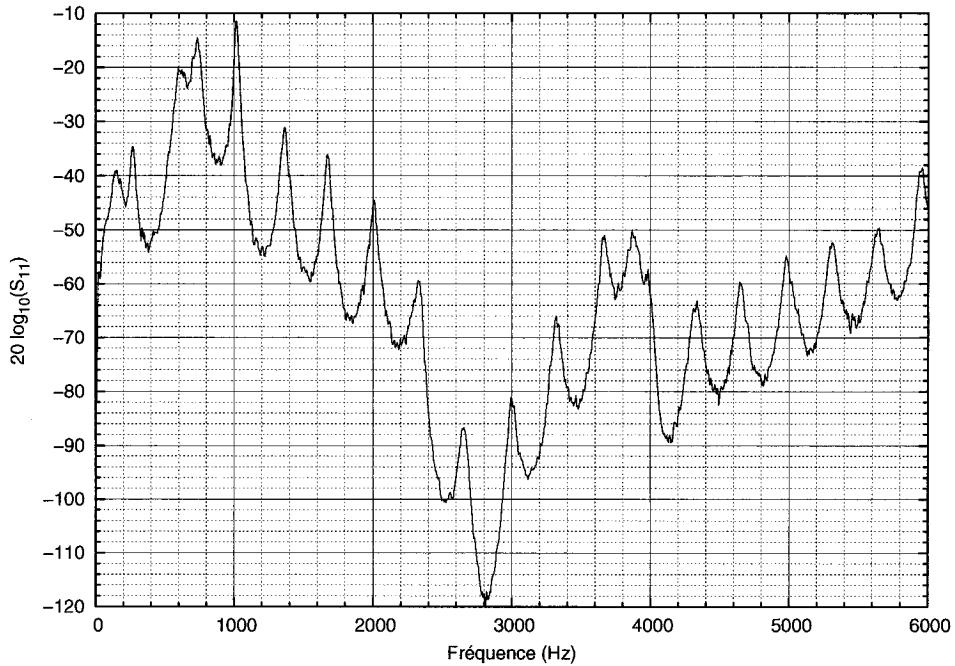


FIGURE 4.11 Densité spectrale de puissance autocorrélée du signal mesuré avec le microphone 1 (bouchon rigide au plan de référence de l'appareil)

plus petit lorsque le signal est plus faible aux microphones. Selon Benade et Ibis [8], il est possible de réduire les résonances en insérant un matériel atténuant près du haut-parleur. Cependant, selon les recommandations du standard ASTM E1050 [2], il est suffisant que le signal soit de 10 dB supérieur au bruit de fond. En comparant les figures 4.8 et 4.11 nous voyons que le minimum est situé à 40 dB au dessus du bruit.

Nous avons aussi comparé les fonctions de transfert entre les deux premiers microphones en mesurant la référence 1 avec les deux préamplificateurs (figure 4.12). Les différences entre les deux fonctions de transfert sont très petites et il semblerait que le préamplificateur de basse qualité soit suffisant pour effectuer des mesures d'impédance acoustique.

Nous avons aussi calculé cette fonction de transfert avec les deux méthodes présentées à la section 3.2. La fonction de transfert réelle doit se trouver entre ces deux évaluations si le bruit n'est pas corrélé entre les deux signaux. Nous montrons, à la figure 4.13, la pointe du maximum de cette fonction de transfert. C'est l'endroit où l'impact du bruit est le plus

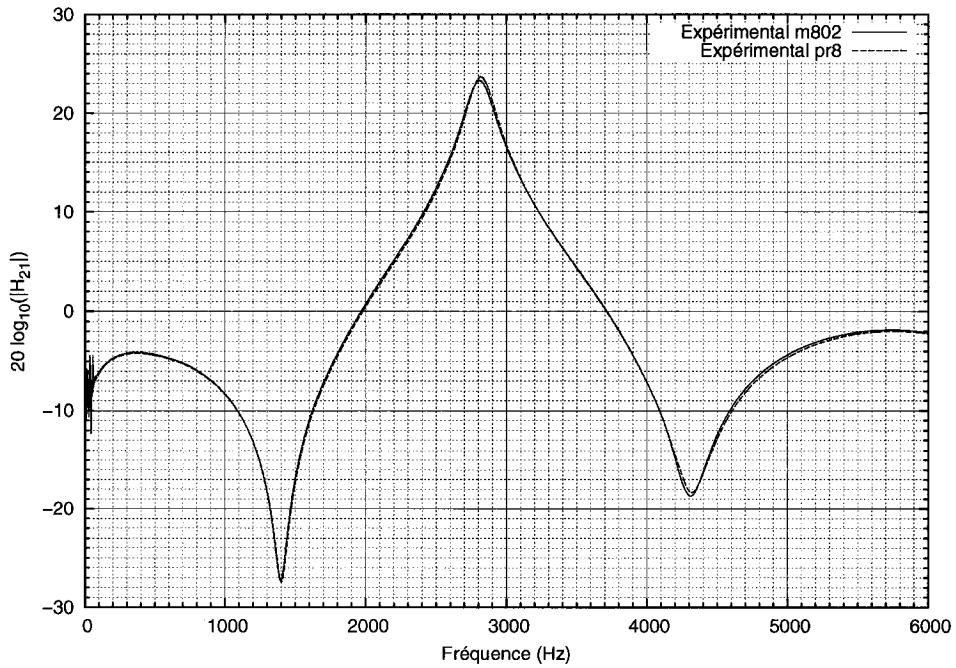


FIGURE 4.12 Comparaison entre les fonctions de transfert  $\hat{H}_{21}$  mesurées avec les deux préamplificateurs (bouchon rigide au plan de référence de l'appareil)

important et les différences ne dépassent pas 0.1 dB. De plus, l'équation 3.14 montre que l'erreur sur l'évaluation de la fonction de transfert dépend de la cohérence entre les signaux enregistrés. Plus la cohérence est faible, plus l'erreur est grande. La figure 4.14 montre la fonction de cohérence entre les signaux enregistrés aux microphones 1 et 2 pour la référence 1. Nous voyons que la cohérence est plus faible à 2800 Hz, là où se situe le premier maximum de la fonction de transfert, donc à la fréquence où un noeud de l'onde stationnaire coïncide avec le premier microphone et où le rapport signal/bruit est le plus faible. La contamination par le bruit ne semble pas un problème dans notre cas.

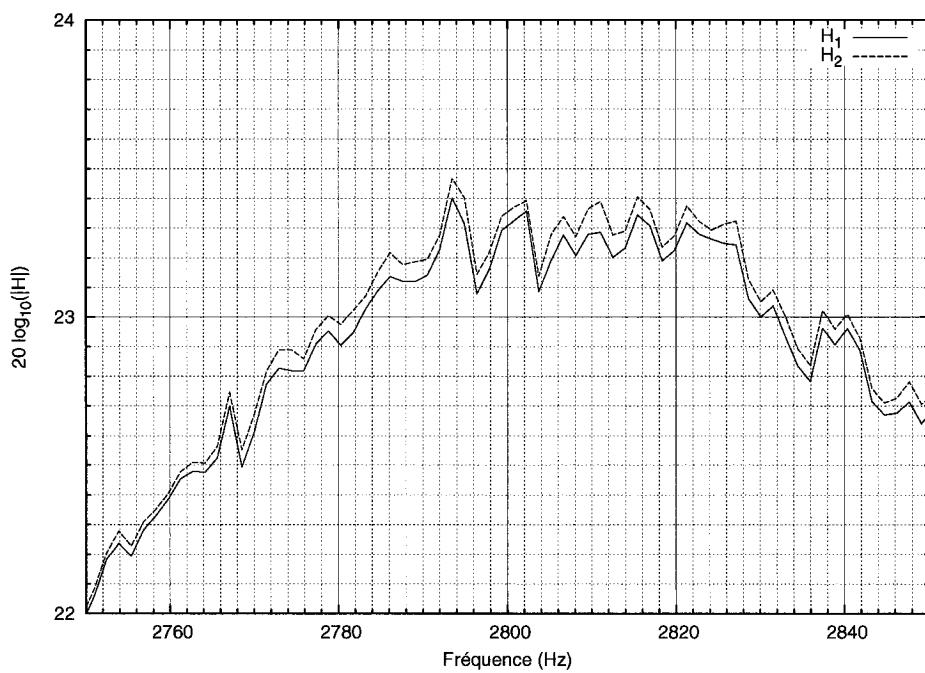


FIGURE 4.13 Comparaison entre les fonctions de transfert  $\hat{H}_{121}$  et  $\hat{H}_{221}$  autour du maximum à 2800 Hz (bouchon rigide au plan de référence de l'appareil)

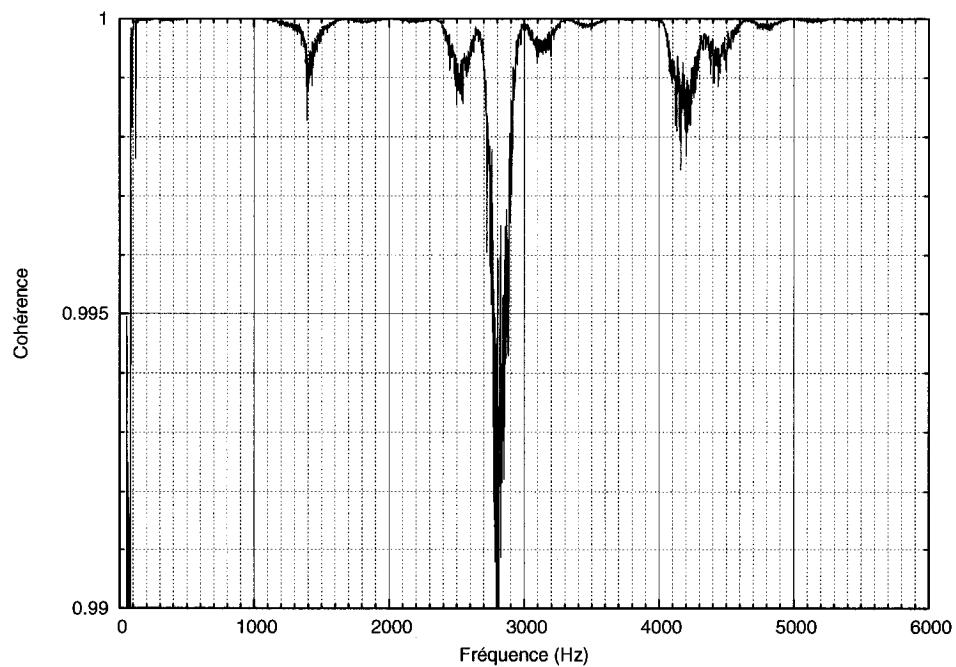


FIGURE 4.14 Fonction de cohérence entre les microphones 1 et 2 (bouchon rigide au plan de référence de l'appareil)

### 4.3.2 Étalonnage de l'appareil (méthode de Gibiat et Laloë)

La méthode d'étalonnage à trois tubes de référence, publiée par Gibiat et Laloë [27], a pour objectif de corriger les erreurs systématiques lors de la mesure de l'impédance acoustique avec la technique à deux microphones. Nous avons couvert la théorie sur ce sujet à la section 3.4. Concrètement, nous obtenons avec cette méthode trois fonctions complexes de la fréquence : les paramètres  $A$ ,  $B$  et  $y_0$  de l'équation 3.29, remplaçant les valeurs théoriques définies aux équations 3.35, 3.36 et 3.37. Celles-ci sont obtenues par la mesure de la fonction de transfert de trois objets de référence : le bouchon rigide et deux tubes de longueurs différentes. Nous montrerons le comportement de cette méthode en comparant les fonctions obtenues empiriquement avec celles calculées théoriquement. Pour chacun des trois couples de microphones, nous avons choisi deux groupes de tubes pour en effectuer l'étalonnage, le premier évitant les résonances pour les fréquences inférieures à la fréquence critique, le deuxième améliorant l'étalonnage en basse fréquence. Le tableau 4.4 présente les numéros de référence de ces tubes pour chaque paire de microphones. Pour chacune des trois paires de microphones, nous présentons, dans cet ordre, les graphiques de : paramètre d'étalonnage  $y_0$  correspondant à la fonction de transfert mesurée avec le bouchon rigide, l'impédance théorique des tubes des deux groupes utilisés pour l'étalonnage de la paire ( $Z'$  et  $Z''$ ) et les paramètres d'étalonnage  $A$  et  $B$  calculés à partir des relations 3.30 et 3.31. Puisque ces quantités sont complexes, un graphique montre la magnitude et un autre la phase. La fréquence supérieure des graphiques correspond à la fréquence critique de la paire de microphones. Dans les graphiques du paramètre  $y_0$ , nous avons superposé la fonction de transfert théorique, c'est-à-dire celle qui aurait été obtenue si le système respectait exactement la théorie. Dans l'élaboration de ces courbes, nous avons cependant corrigé la position théorique des microphones pour que les maxima et les minima soient alignés avec la mesure expérimentale, ainsi que les gains relatifs des microphones pour que les courbes aient le moins de décalage possible. Sachant que les noeuds se situent à la distance  $n\lambda/4$  lorsque la terminaison est totalement réfléctrice, nous pouvons calculer les positions des

TABLEAU 4.4 Tableau des combinaisons de tubes de référence pour l'étalonnage

Numéro	Microphones	Tubes de références
1	1 et 2	1, 2 et 3
2	1 et 2	1, 5 et 6
3	1 et 4	1, 4 et 6
4	1 et 4	1, 7 et 8
5	1 et 8	1, 7 et 8
6	1 et 8	1, 8 et 9

microphones à partir des fréquences des maxima et minima :

$$x_m = \frac{n v_\phi}{4 f_{noeud_n}}, \quad n = 1, 3, 5, \dots \quad (4.1)$$

Ces corrections sur les positions ne correspondent pas nécessairement à leur véritable position. Effectivement, si c'était le cas les deux minima de la figure 4.15 seraient correctement alignés avec la théorie. Aussi, nous voyons sur cette figure que les maxima et les minima mesurés ne sont pas aussi marqués que sur la courbe théorique, ce qui suggère que l'atténuation dans l'appareil soit plus élevée que ne le prédit la théorie. La connaissance des causes de ces différences serait intéressante d'un point de vue théorique, mais est inutile dans l'application de la méthode de mesure puisque les fonctions d'étalonnage corrigent les imperfections du système.

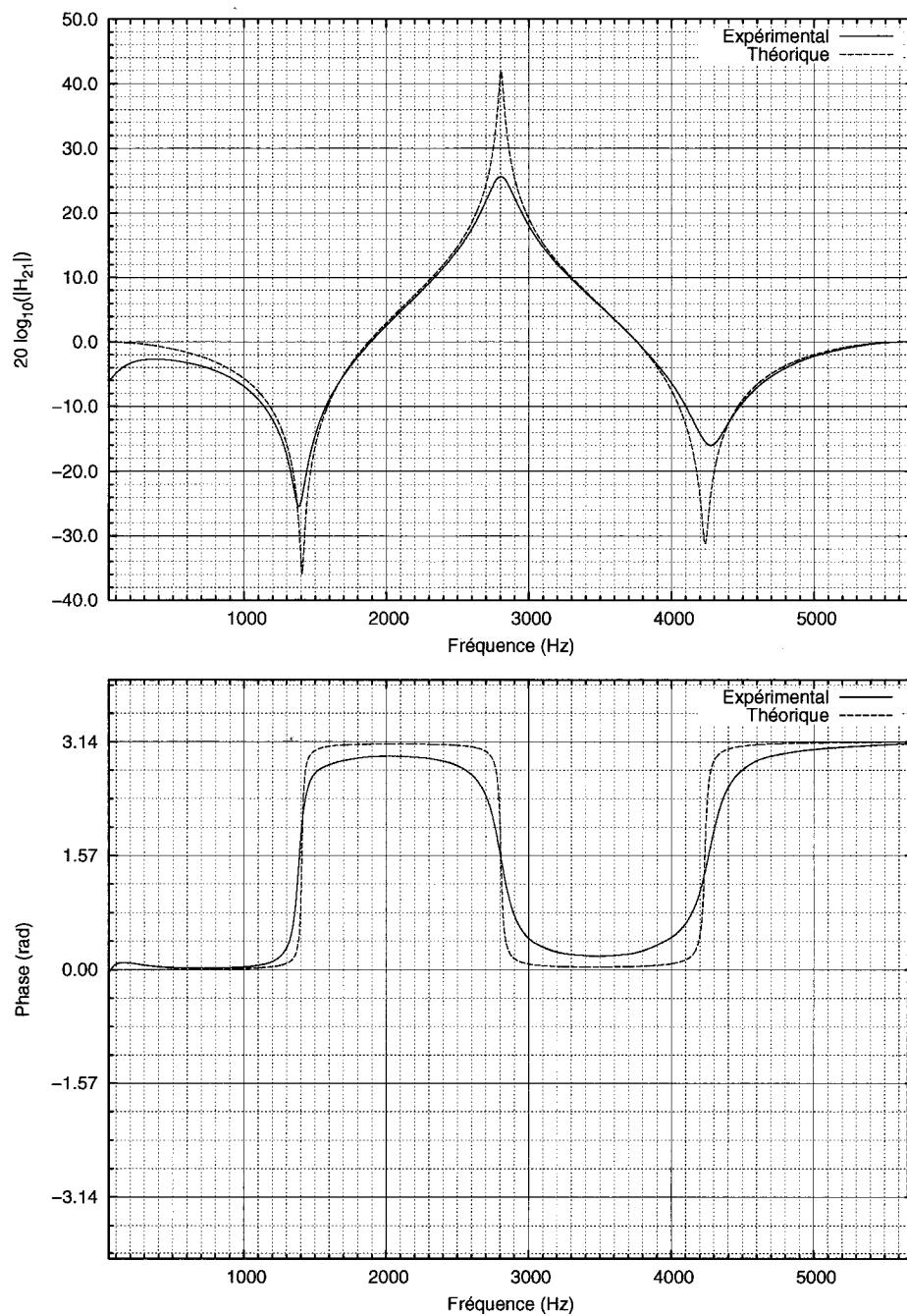


FIGURE 4.15 Magnitude et phase du paramètre d'étalonnage  $y_0$  (micro. 1 et 2)

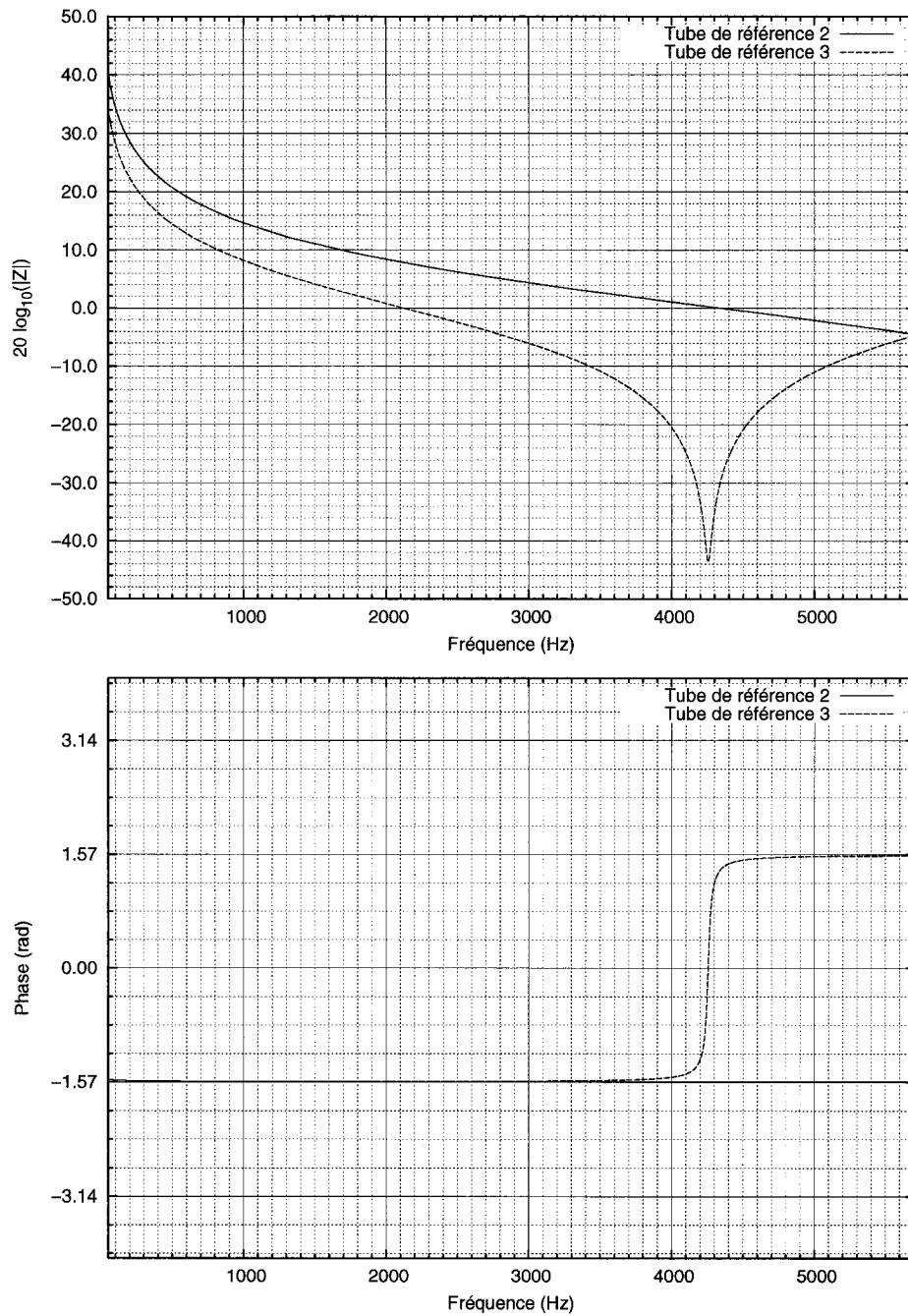


FIGURE 4.16 Magnitude et phase de l'impédance théorique des tubes du groupe 1 (1 cm et 2 cm)

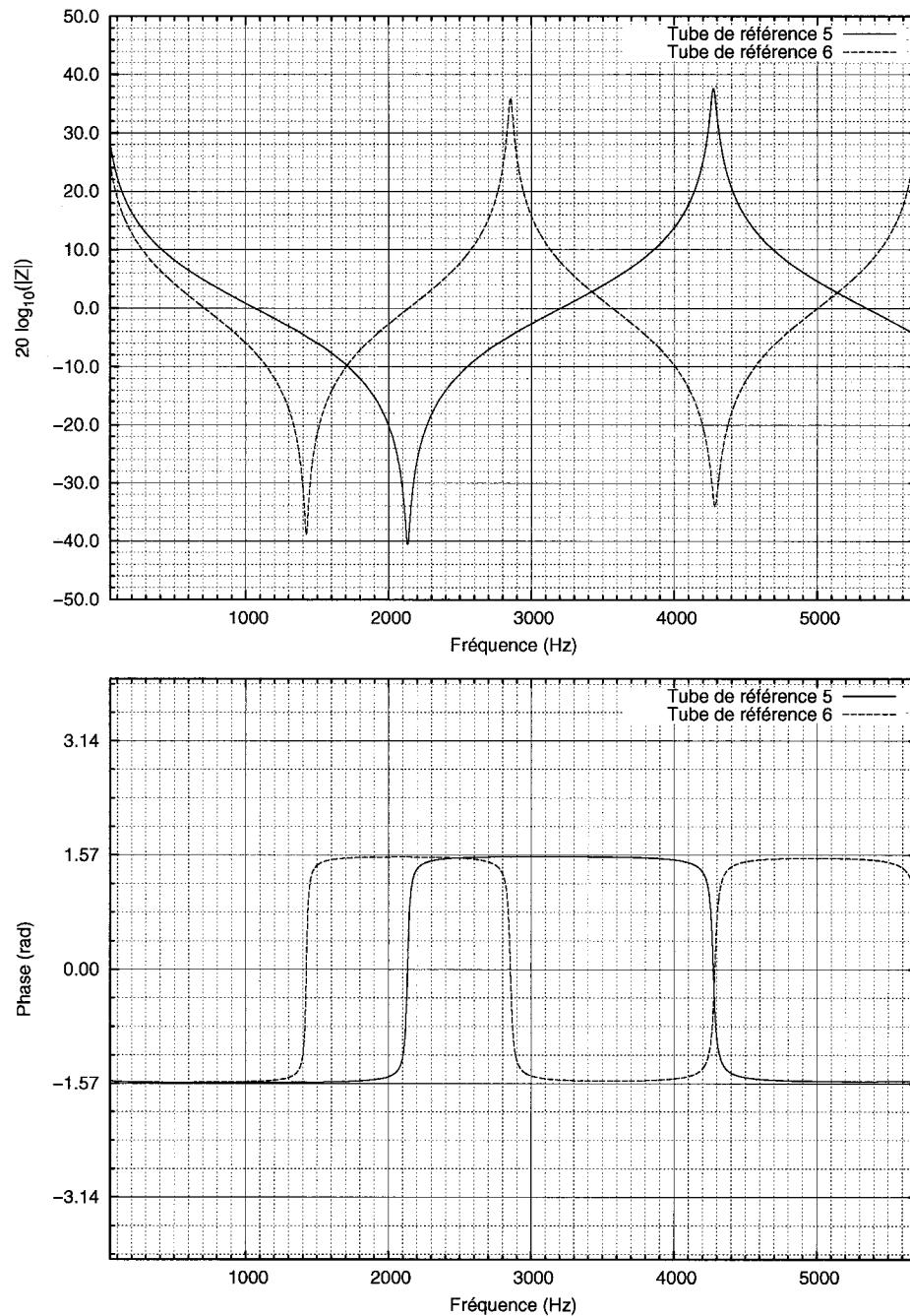


FIGURE 4.17 Magnitude et phase de l'impédance théorique des tubes du groupe 2 (4 cm et 6 cm)

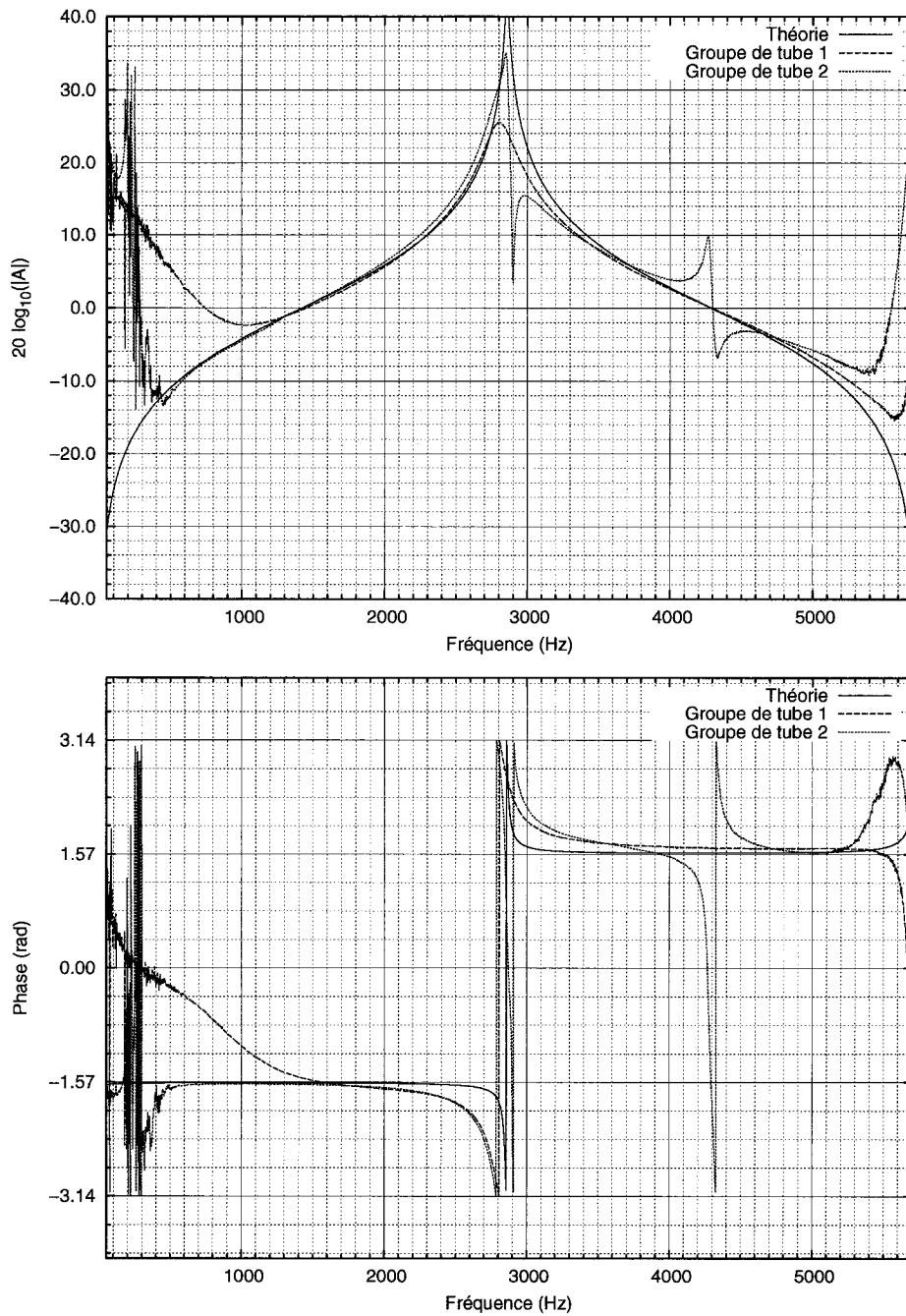


FIGURE 4.18 Magnitude et phase du paramètre d’étalonnage A pour les deux groupes de tubes (micro. 1 et 2)

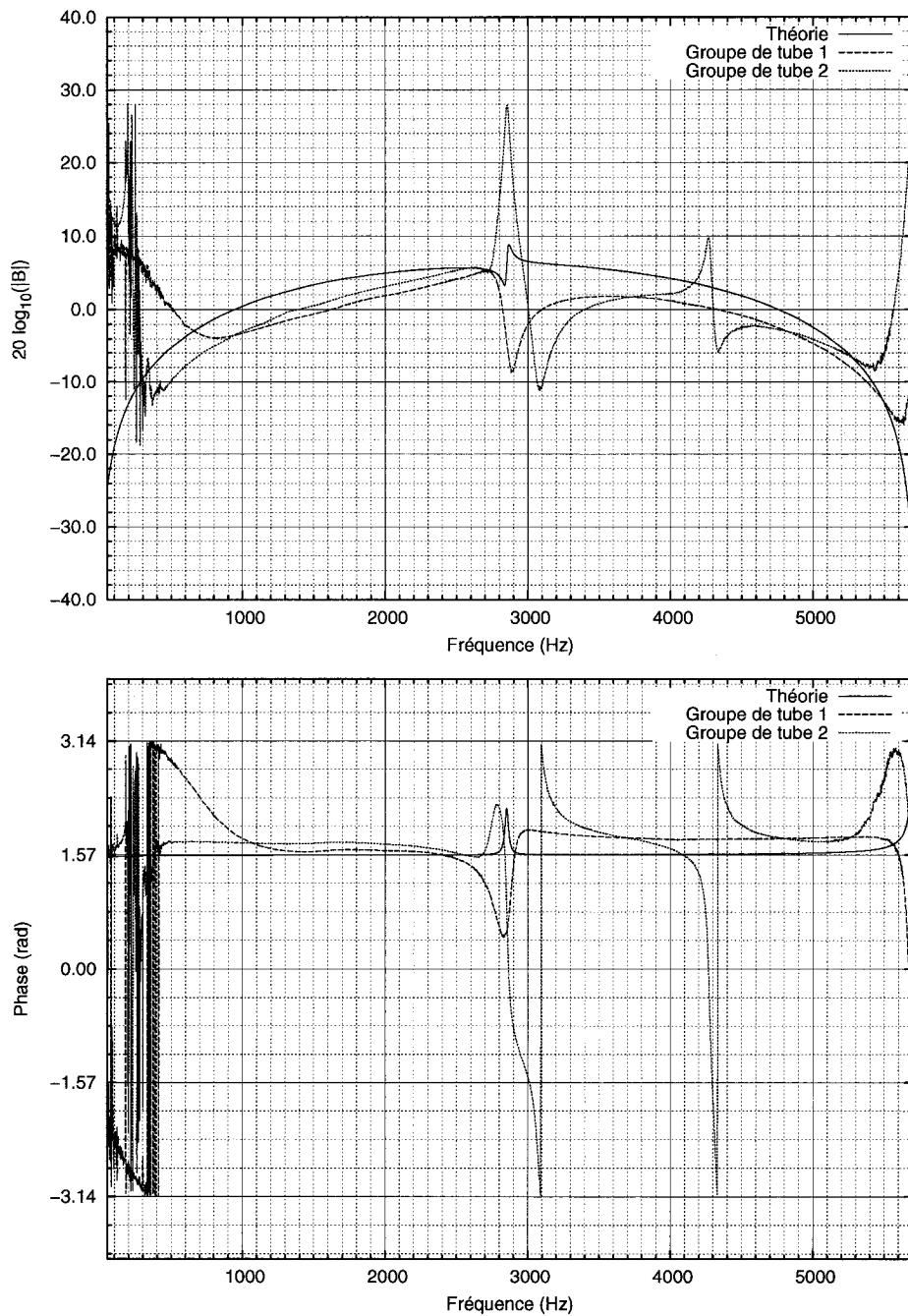


FIGURE 4.19 Magnitude et phase du paramètre d'étalonnage B pour les deux groupes de tubes (micro. 1 et 2)

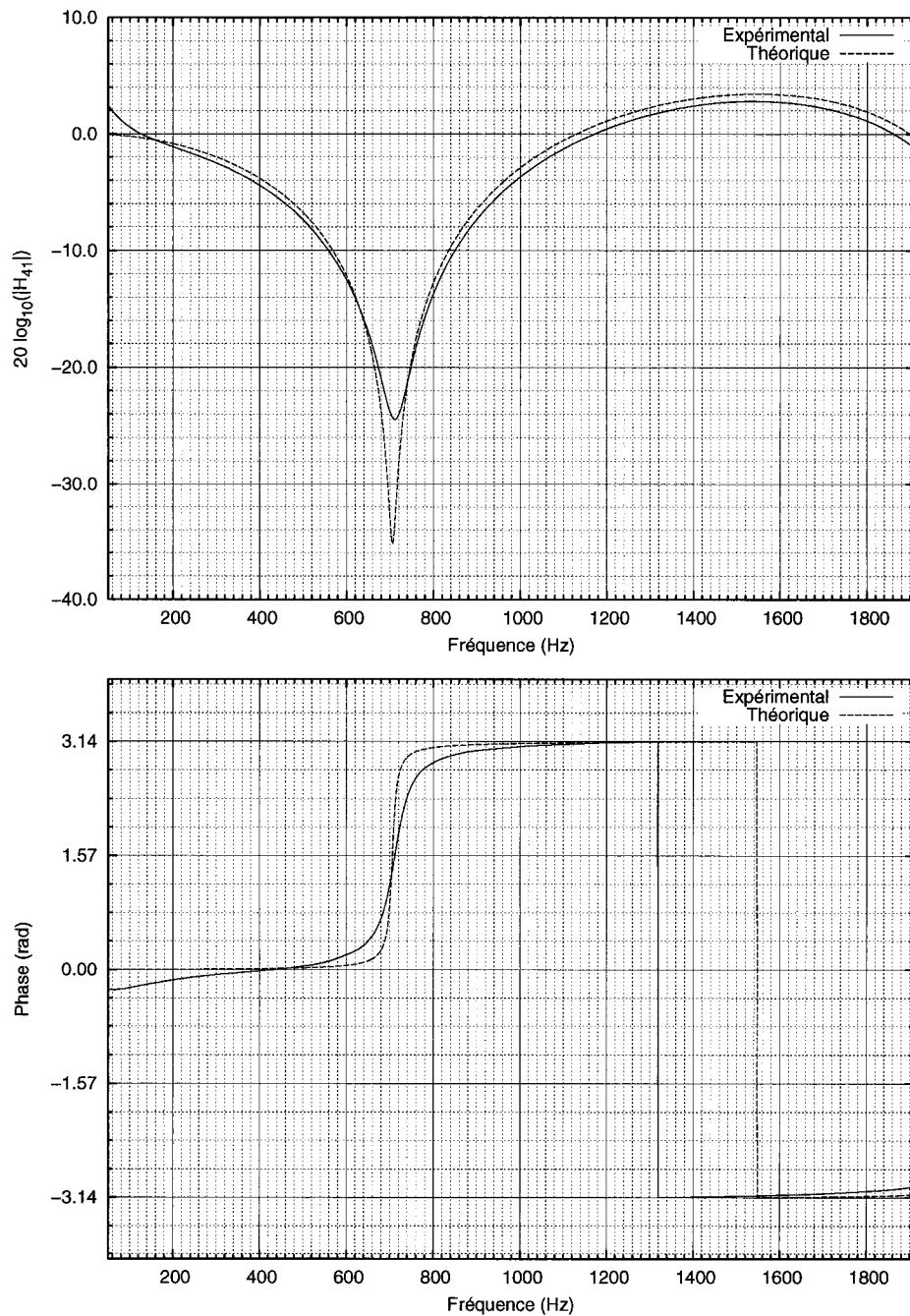


FIGURE 4.20 Magnitude et phase du paramètre d'étalonnage  $y_0$  (micro. 1 et 4)

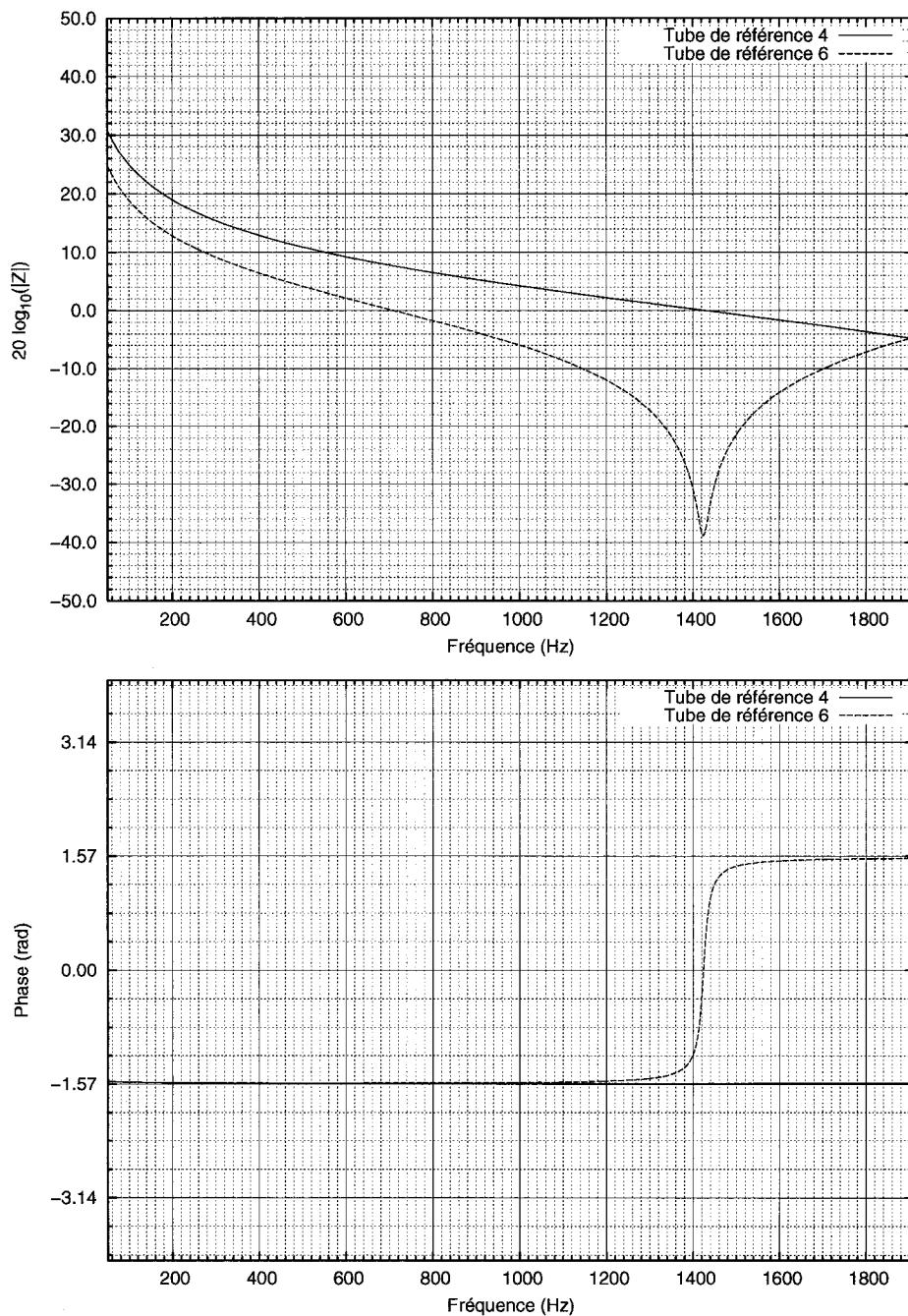


FIGURE 4.21 Magnitude et phase de l'impédance théorique des tubes du groupe 3 (3 cm et 6 cm)

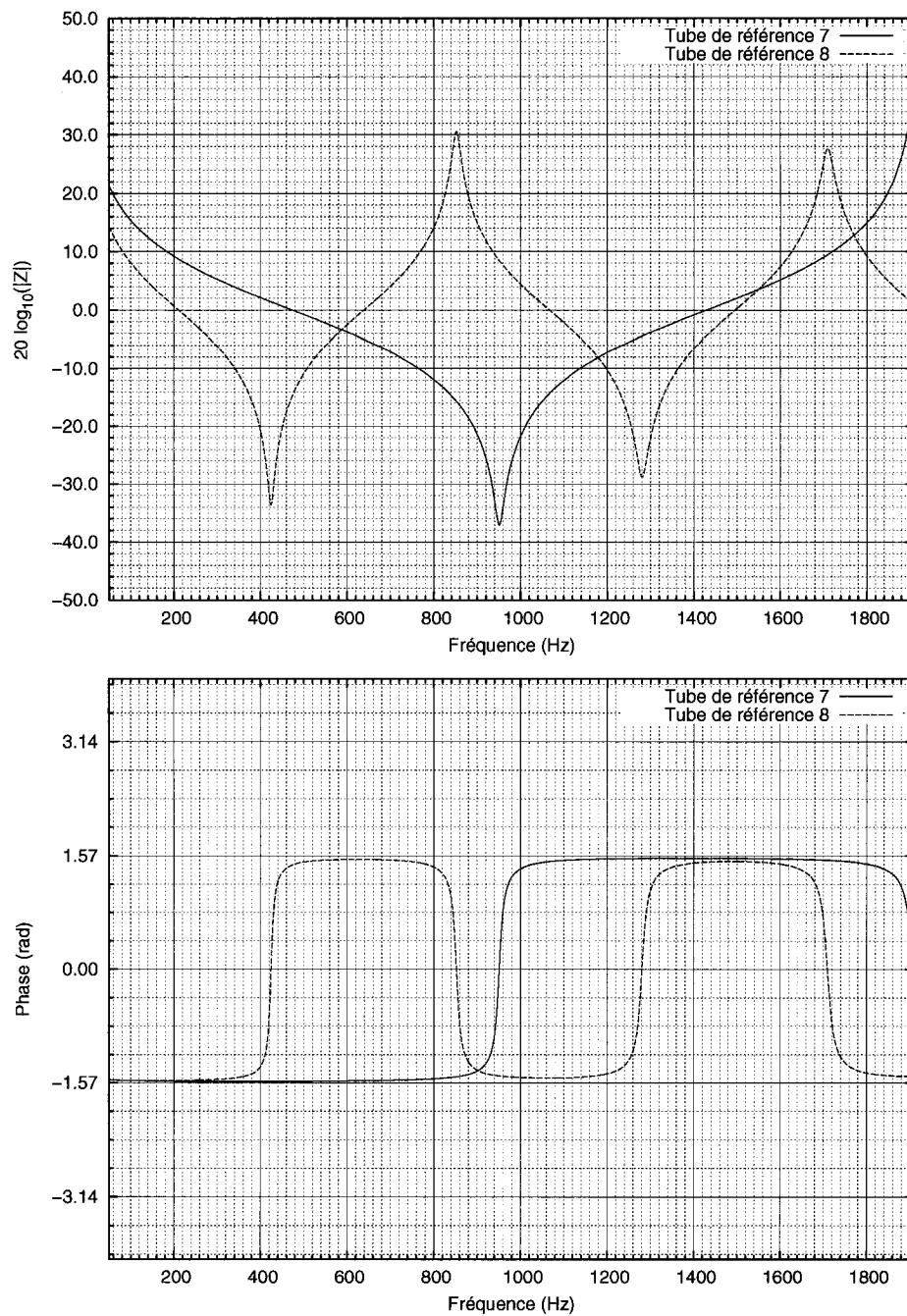


FIGURE 4.22 Magnitude et phase de l'impédance théorique des tubes du groupe 4 (9 cm et 20 cm)

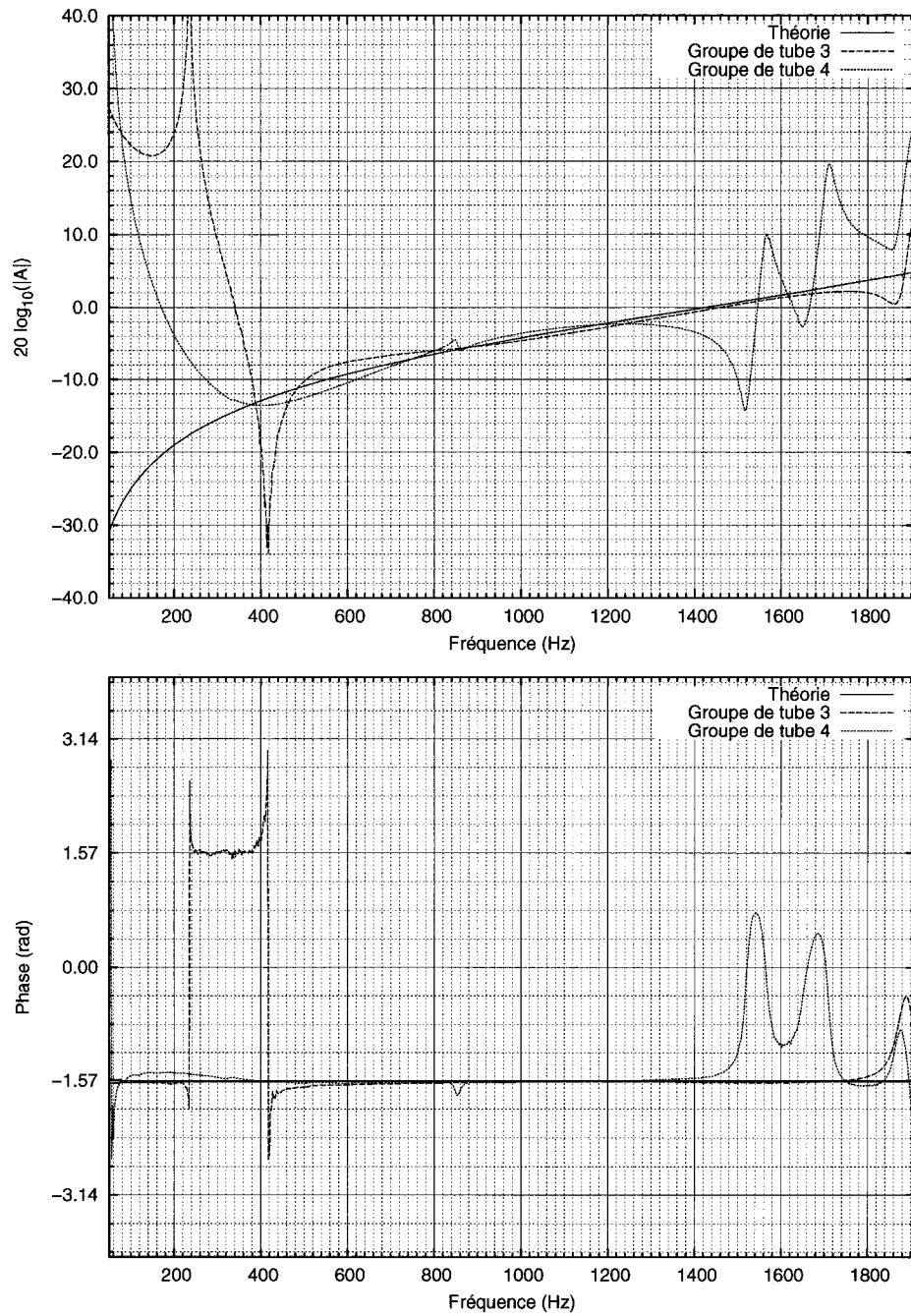


FIGURE 4.23 Magnitude et phase du paramètre d'étalonnage A pour les deux groupes de tubes (micro. 1 et 4)

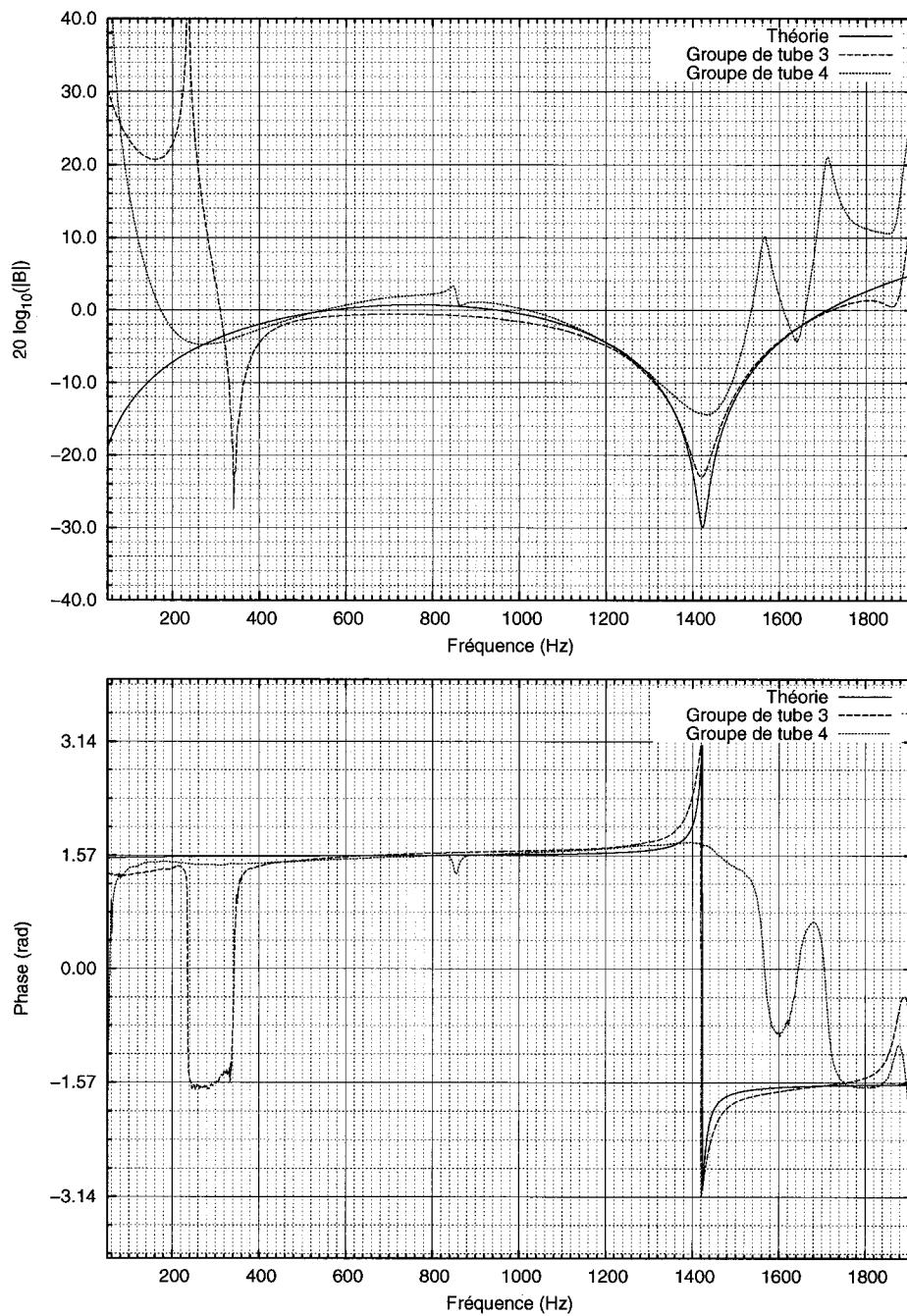


FIGURE 4.24 Magnitude et phase du paramètre d'étalonnage B pour les deux groupes de tubes (micro. 1 et 4)

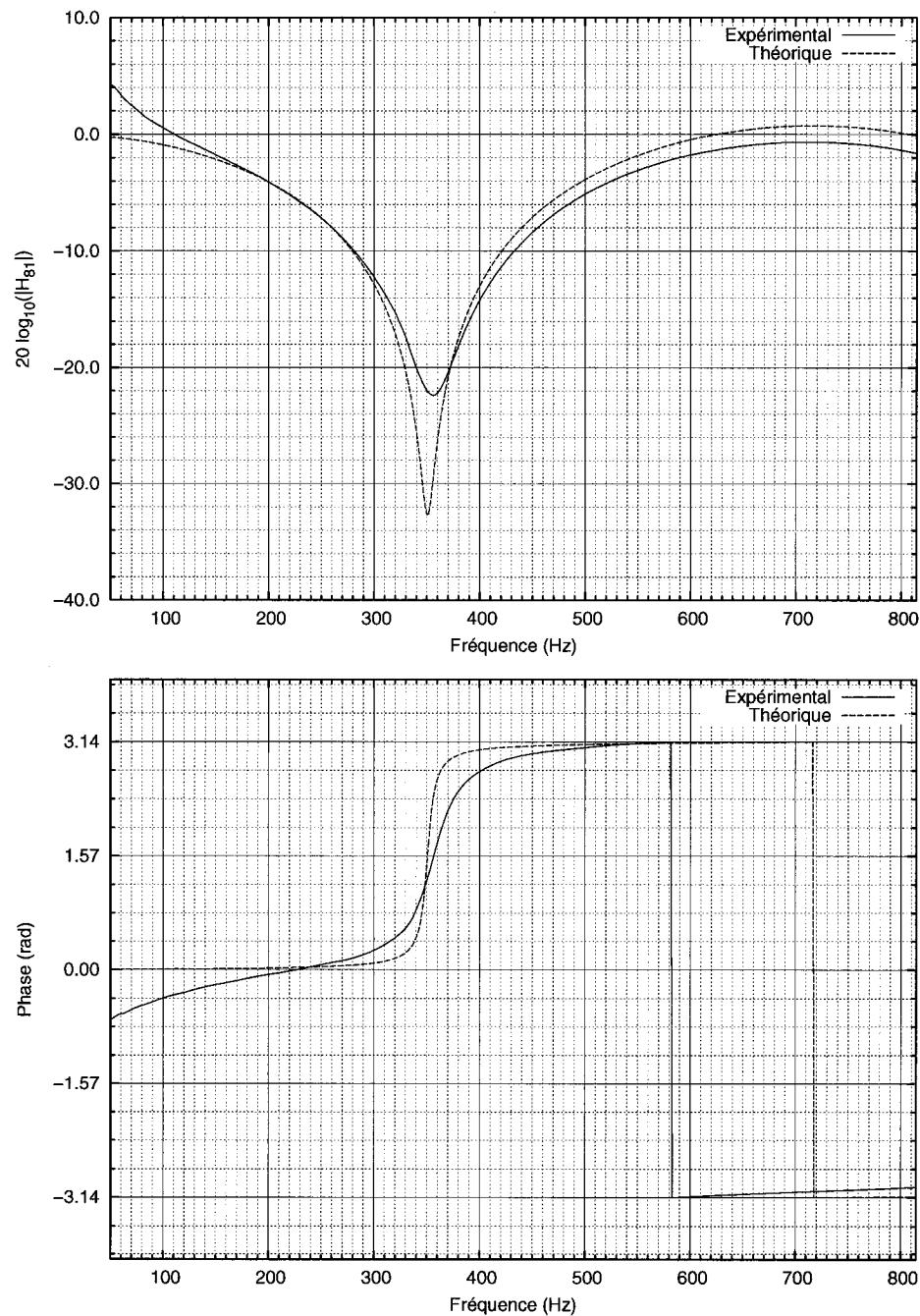


FIGURE 4.25 Magnitude et phase du paramètre d'étalonnage  $y_0$  (micro. 1 et 8)

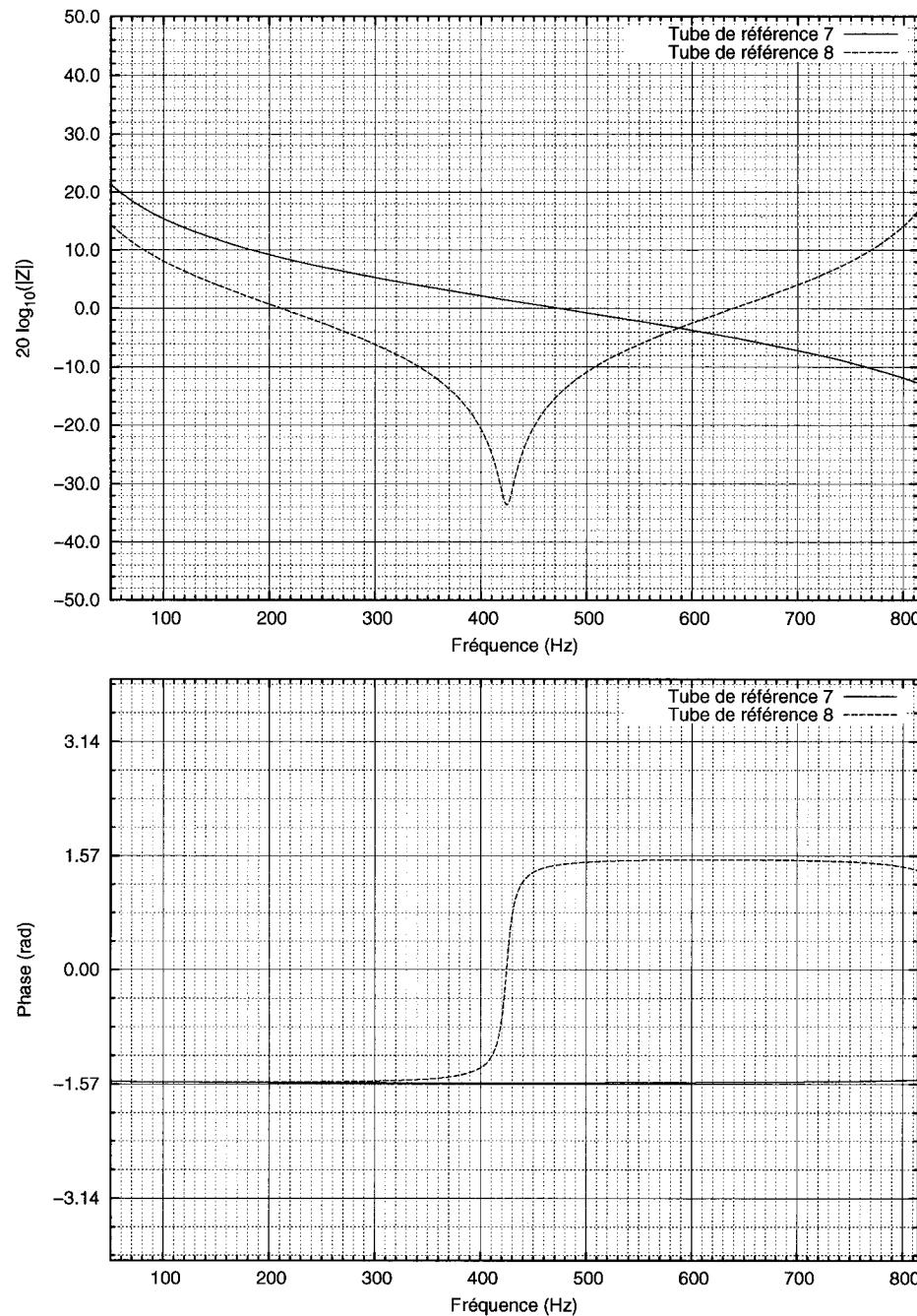


FIGURE 4.26 Magnitude et phase de l'impédance théorique des tubes du groupe 5 (9 cm et 20 cm)

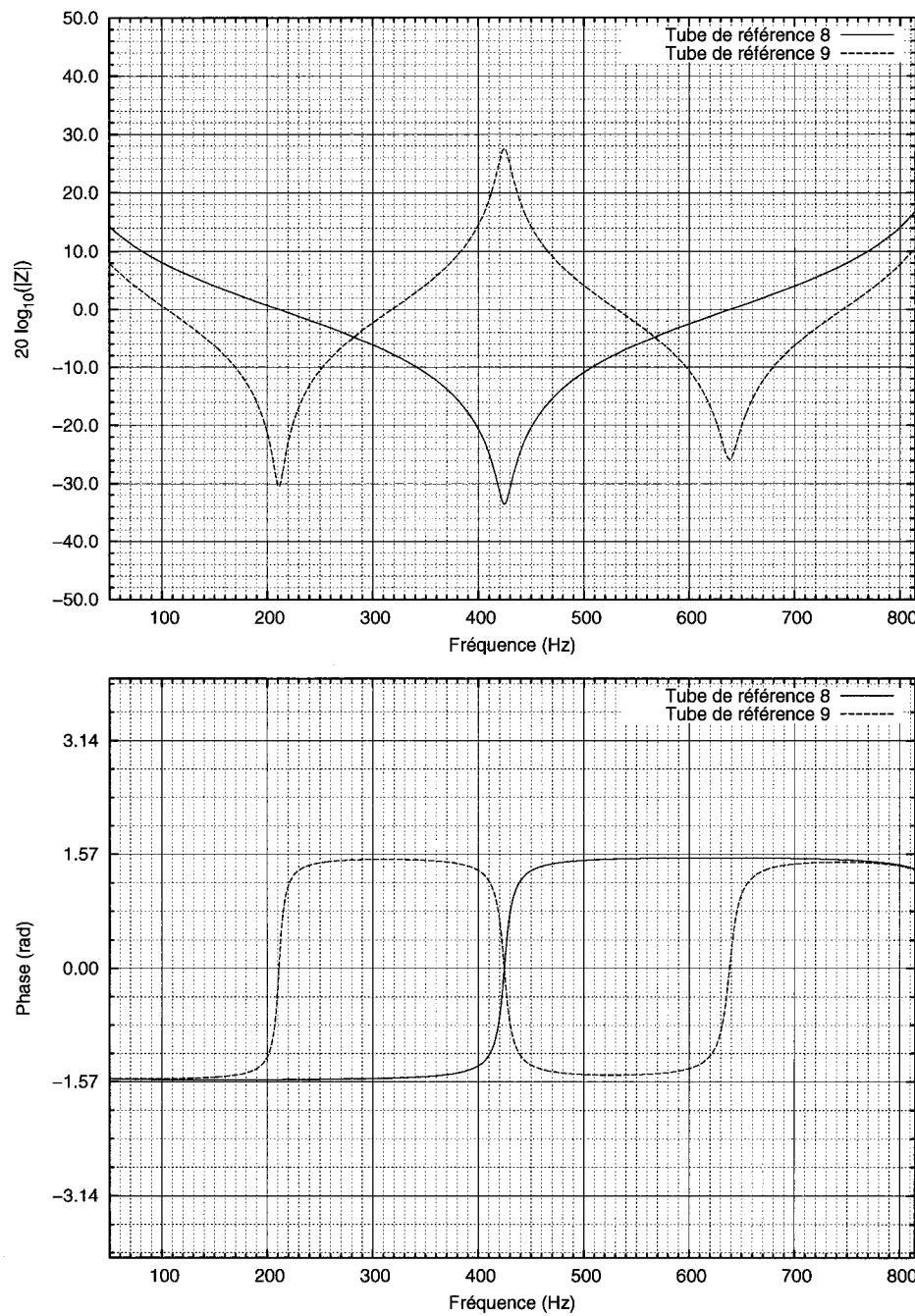


FIGURE 4.27 Magnitude et phase de l'impédance théorique des tubes du groupe 6 (20 cm et 40 cm)

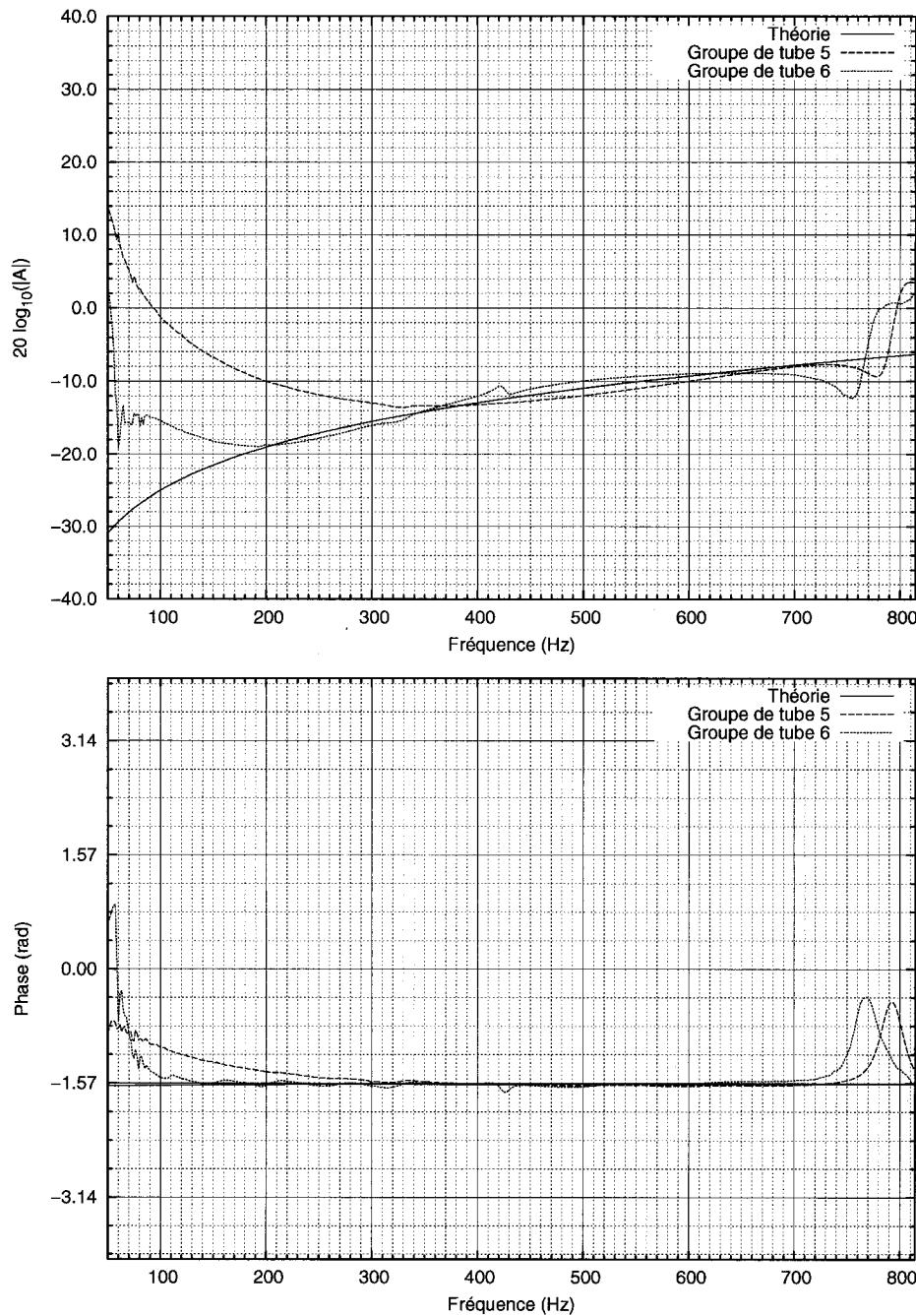


FIGURE 4.28 Magnitude et phase du paramètre d’étalonnage A pour les deux groupes de tubes (micro. 1 et 8)

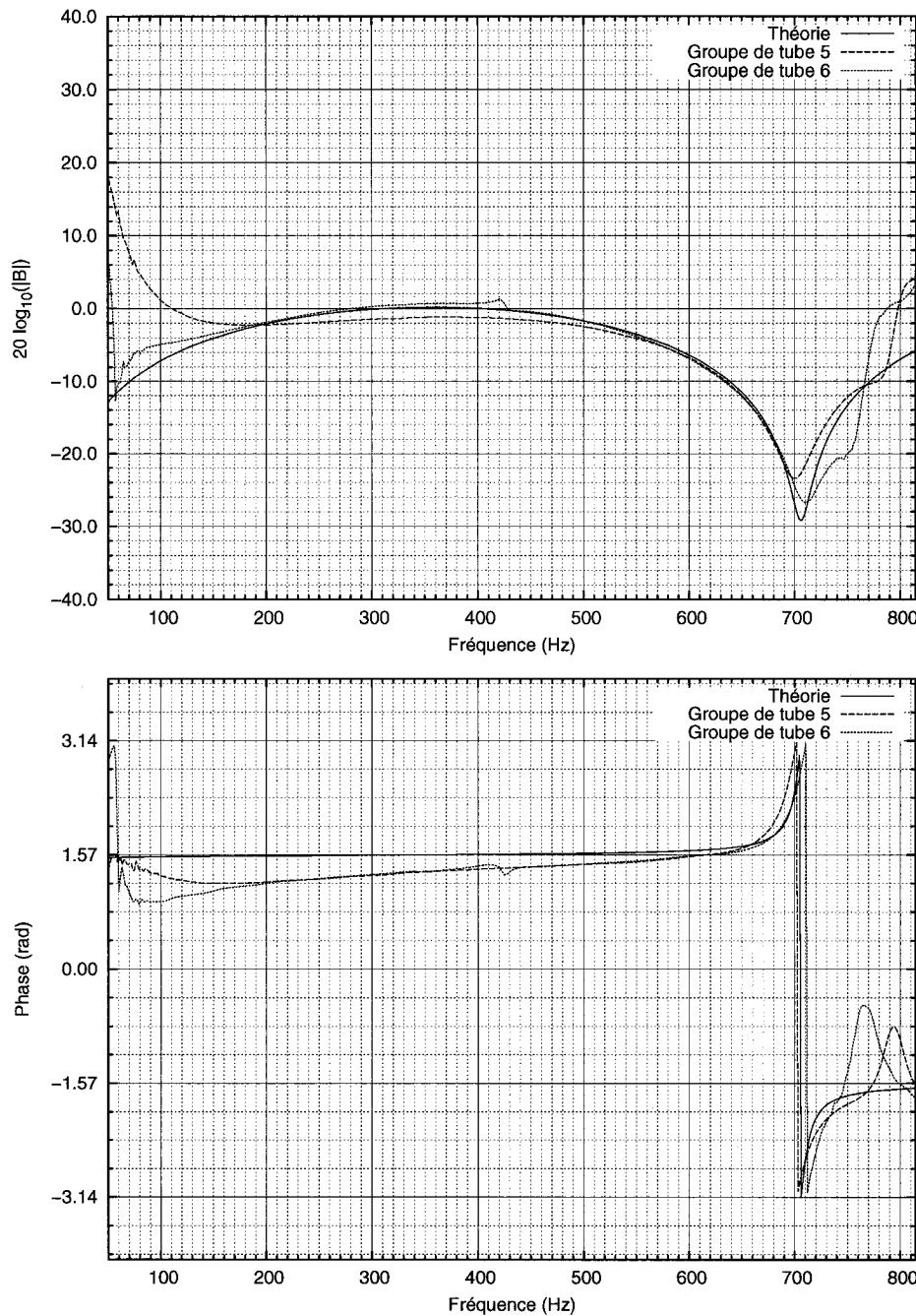


FIGURE 4.29 Magnitude et phase du paramètre d'étalonnage B pour les deux groupes de tubes (micro. 1 et 8)

L'observation de la figure 4.18 révèle plusieurs caractéristiques de la méthode d'étalonnage. Premièrement, nous constatons que le paramètre  $A$  est mieux estimé en basse fréquence avec le deuxième groupe de tubes. Ces tubes étant plus longs, l'erreur grandit moins vite en basse fréquence que pour ceux du premier groupe, tel que nous l'avons vu à la section 3.4.3 et à la figure 3.2. En contrepartie, les résonances acoustiques de ces tubes rendent l'étalonnage impossible pour certaines fréquences puisque le système devient dégénéré. C'est le cas pour les fréquences de 2875 Hz et de 4312 Hz (voir figure 4.17). L'imprécision de l'étalonnage causée par ces résonances s'étend aux fréquences avoisinantes. Les impédances des tubes du groupe d'étalonnage 1, de leur côté, ne présentent aucune résonance en deçà de la première fréquence critique puisque le tube le plus long a une longueur égale à l'espacement entre les microphones (voir figure 4.16). En ce qui concerne le paramètre d'étalonnage  $B$  (figure 4.19), l'équation théorique 3.36 diffère beaucoup de l'évaluation empirique autour de 2900 Hz. L'analyse de la fonction théorique montre que si les distances  $x_1$  et  $x_2$  s'écartent légèrement de leurs valeurs idéales, nous obtenons immédiatement le type de comportement que nous voyons sur la courbe empirique (c'est la division de deux cotangentes hyperboliques). Même pour les fréquences où il n'y a pas de résonance les paramètres obtenus avec les deux groupes de tubes ne semblent pas concorder. Par exemple, entre les fréquences de 1500 Hz et de 2500 Hz, les deux courbes n'ont pas la même valeur, mais si l'étalonnage était bon, elles devraient tendre vers une valeur commune. Le même comportement se produit pour les autres couples de microphones. Nous devons admettre qu'il y a des compromis importants à faire lors du choix des tubes d'étalonnage et qu'il apparaît impossible d'obtenir des coefficients de qualité pour toutes les fréquences avec seulement trois tubes.

Malgré l'imperfection des fonctions d'étalonnage obtenues, l'impédance étalonnée du tube de référence 10 (figures 4.30 à 4.32) correspond bien à son impédance théorique ; les maxima et minima sont à moins de 2 dB de la théorie pour les fréquences de bon étalonnage et leur position à près de 10 Hz. Entre les maxima et les minima, les mesures

correspondent encore mieux à la théorie. Bien que l'étalonnage avec le premier groupe de tubes ne soit pas valide en basse fréquence, les maxima sont correctement évalués tandis que les minima sont énormément influencés. Nous pouvons aussi constater que l'effet contraire se produit pour les fréquences supérieures à 4500 Hz. En général, les perturbations des fonctions d'étalonnage sont visibles sur les impédances étalonnées.

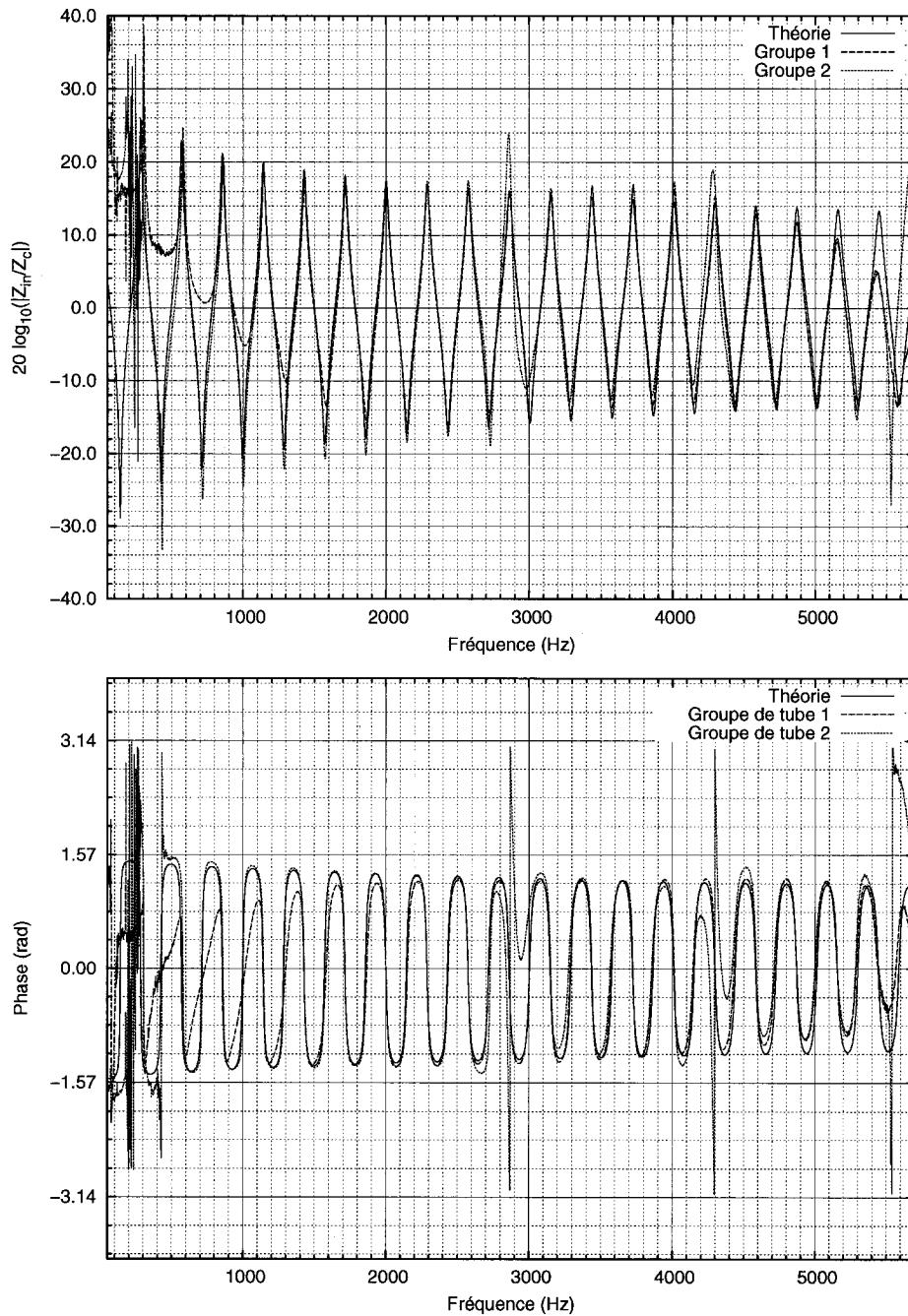


FIGURE 4.30 Magnitude et phase de l'impédance étalonnée avec les deux groupes de tubes (réf. 10, micro. 1 et 2)

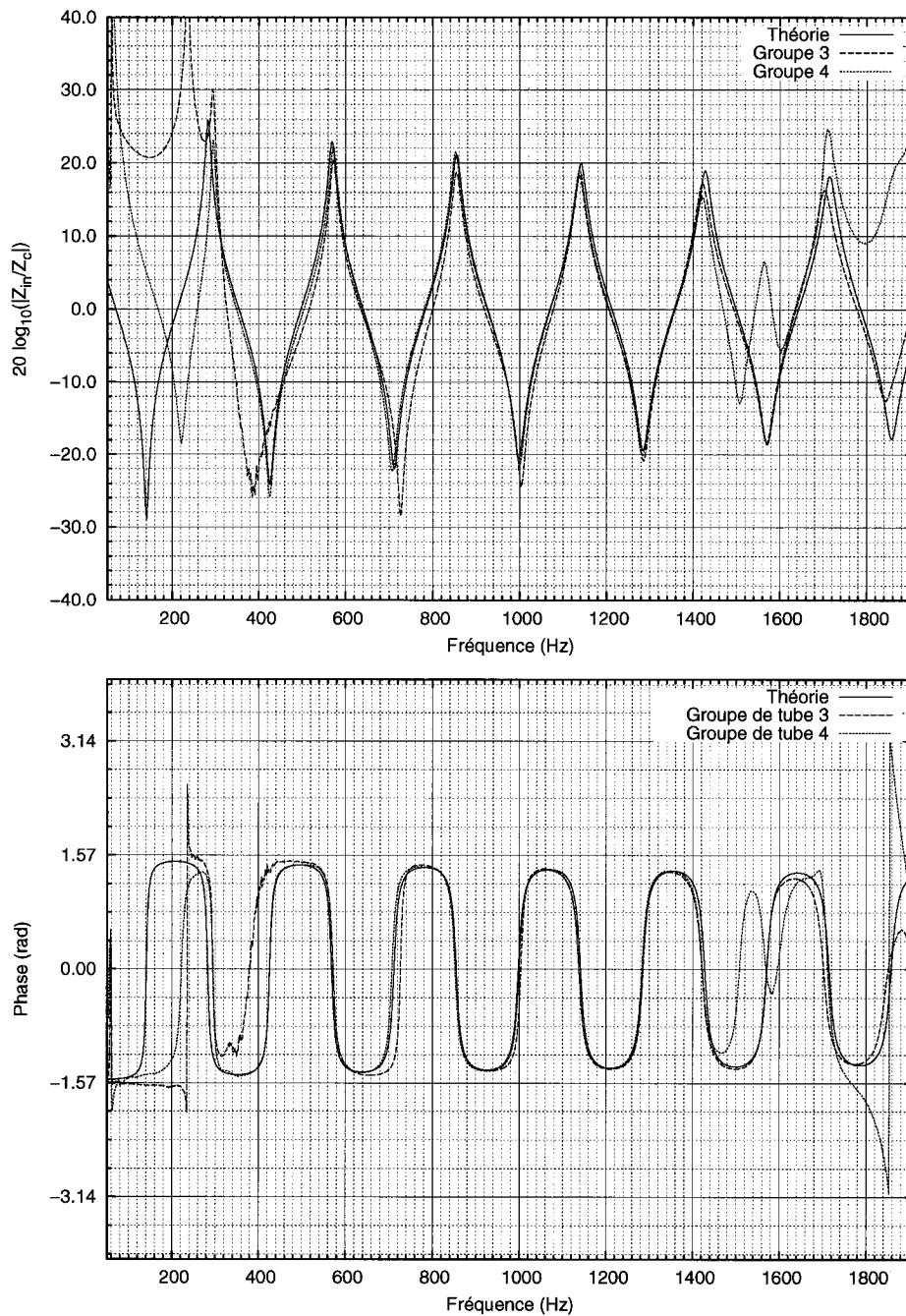


FIGURE 4.31 Magnitude et phase de l'impédance étalonnée avec les deux groupes de tubes (réf. 10, micro. 1 et 4)

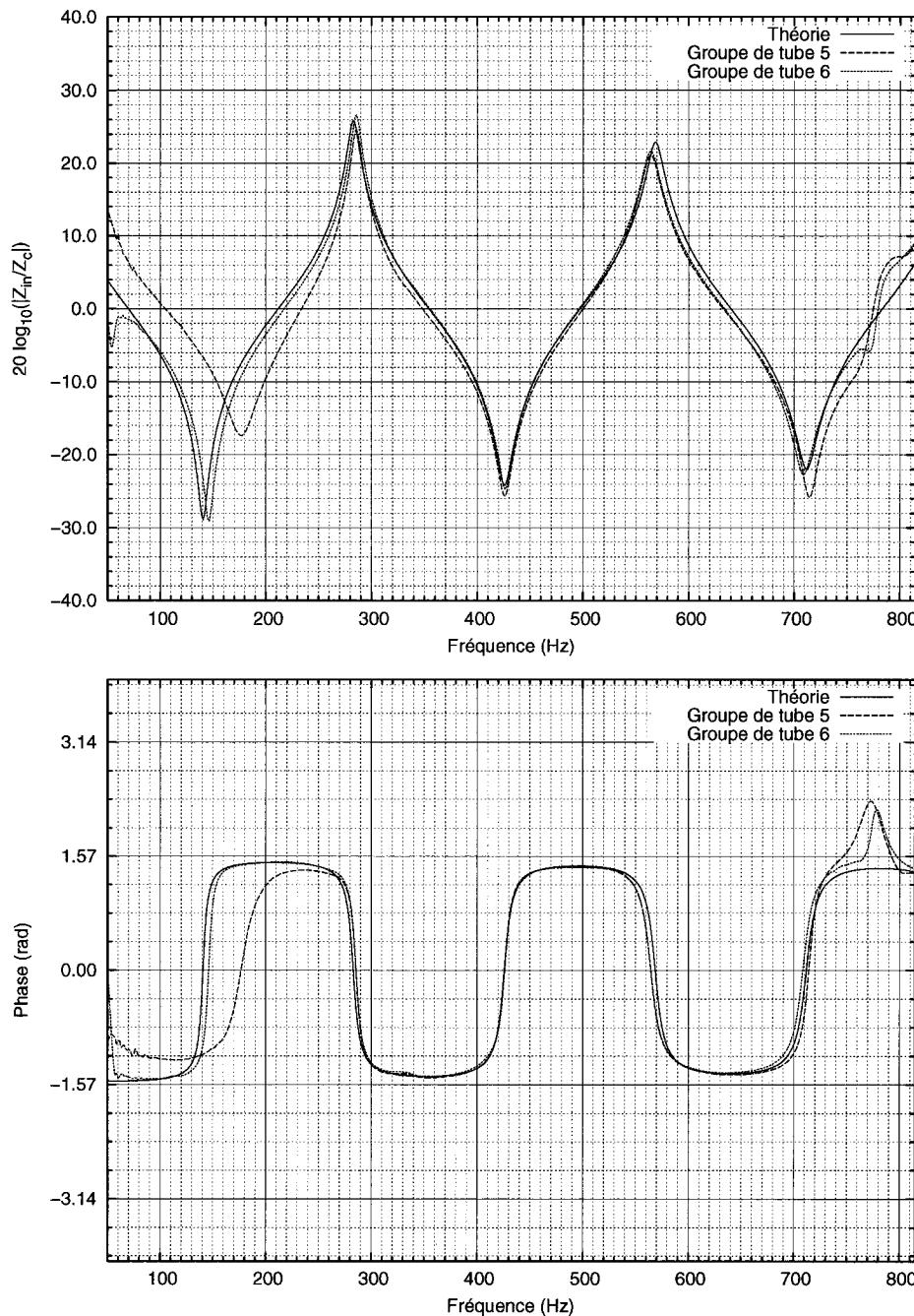


FIGURE 4.32 Magnitude et phase de l'impédance étalonnée avec les deux groupes de tubes (réf. 10, micro. 1 et 8)

Il est difficile d'obtenir un étalonnage de qualité sur l'ensemble des fréquences avec cette méthode. Il sera nécessaire d'effectuer une étude approfondie sur le sujet afin de déterminer quelle serait la méthode la plus précise et la plus efficace. L'utilisation d'autres types d'objets de référence tels que les tubes ouverts ou les terminaisons anéchoïques peuvent en théorie aider à obtenir un bon étalonnage sur toute la plage de fréquence. Dans le cas des tubes ouverts, l'expression théorique de l'impédance dépend de la radiation qui est elle-même beaucoup plus difficile à connaître avec précision (voir section 1.5.4). Les terminaisons anéchoïques, de leur côté, sont difficiles à réaliser correctement. Avec l'utilisation des tubes fermés, l'étalonnage ne sera jamais parfait sur toute l'étendue des fréquences. Gibiat et Laloë utilisaient différents couples de microphones, chacun avec ses propres tubes d'étalonnage et couvraient ainsi l'ensemble des fréquences qu'ils désiraient. C'est une procédure laborieuse et les résultats ne sont pas entièrement satisfaisants. Malgré ces limitations, nous sommes en mesure de comparer avec une bonne précision les différences entre des objets.

#### **4.3.3 Comparaison des résultats de mesure d'impédance sur des saxophones**

L'appareil de mesure de l'impédance acoustique que nous avons développé a pour objectif de mesurer des instruments de musique et d'en discerner les différences. Afin de vérifier sa capacité de mener à bien cette tâche, nous l'avons mis à l'épreuve par une série de mesures. Nous avons d'abord mesuré quatre bocaux différents indépendamment des saxophones (un Selmer Série II, un Selmer série II en argent, un Yamaha Z et un Hotton) pour ensuite mesurer trois saxophones, avec leur bocal d'origine. Pour chacun des saxophones, nous avons choisi quatre notes : le Do $\sharp$  de fréquence 329.6 Hz, le Sol de fréquence 233.1 Hz, le Ré de fréquence 174.6 Hz et le Si $\flat$  grave de fréquence 138.6 Hz. Les saxophones sont un Selmer série II, un Yamaha Z et un Hotton. Il faut garder à l'esprit que le saxophone alto est un instrument transpositeur en Mi $\flat$ , ce qui signifie que les notes jouées sonnent une tierce mineure au dessus de celles correspondant au doigté. Par exemple, le doigté de Sol du saxophone produit un son à la fréquence du

Si  $\flat$  se trouvant une tierce mineure au dessus. Les fréquences que nous avons spécifiées correspondent au son émis par l'instrument lorsque l'on en joue. Elles ne correspondront pas exactement aux fréquences mesurées puisqu'il manque le bec de l'instrument qui ajoute normalement un volume supplémentaire et diminue les fréquences de résonance légèrement.

Les figures 4.33 à 4.38 montrent les impédances des bocaux avec les différents couples de microphones et tubes d'étalonnage. Puisqu'il s'agit d'objets de forme similaire, on s'attendrait à ce que leurs impédances soient aussi similaires, ce que nous constatons. Aussi, les deux bocaux dont seulement le matériel devrait être la différence possèdent l'impédance la plus semblable. Nous ne connaissons pas la cause de la différence d'impédance qui existe néanmoins entre les deux bocaux ; serait-elle causée par le matériel, par des différences géométriques mineures ou par des erreurs de mesures ? La question est ouverte. L'impédance du modèle Yamaha Z est similaire à celle du Selmer pour les fréquences inférieures à 3500 Hz tandis que les résonances sont atténuées pour les plus hautes fréquences. Le modèle Hotton de son côté possède des résonances légèrement plus aiguës, ce qui suggère que ce bocal soit un peu moins long. La fréquence de la première résonance des bocaux Selmer est d'environ 545 Hz, celle du Yamaha Z d'environ 535 Hz et celle du Hotton de 570 Hz sur la figure 4.37, tandis que sur la figure 4.36, elles sont de 560 Hz pour le Selmer, de 555 Hz pour le Yamaha Z et de 590 Hz pour le Hotton. Les différences relatives entre les bocaux sont similaires dans les deux cas, mais la fréquence exacte de la résonance est difficile à juger. L'erreur sur la position des résonances pourrait s'élever à 20 Hz. La différence d'amplitude pour cette même résonance est de 1 dB.

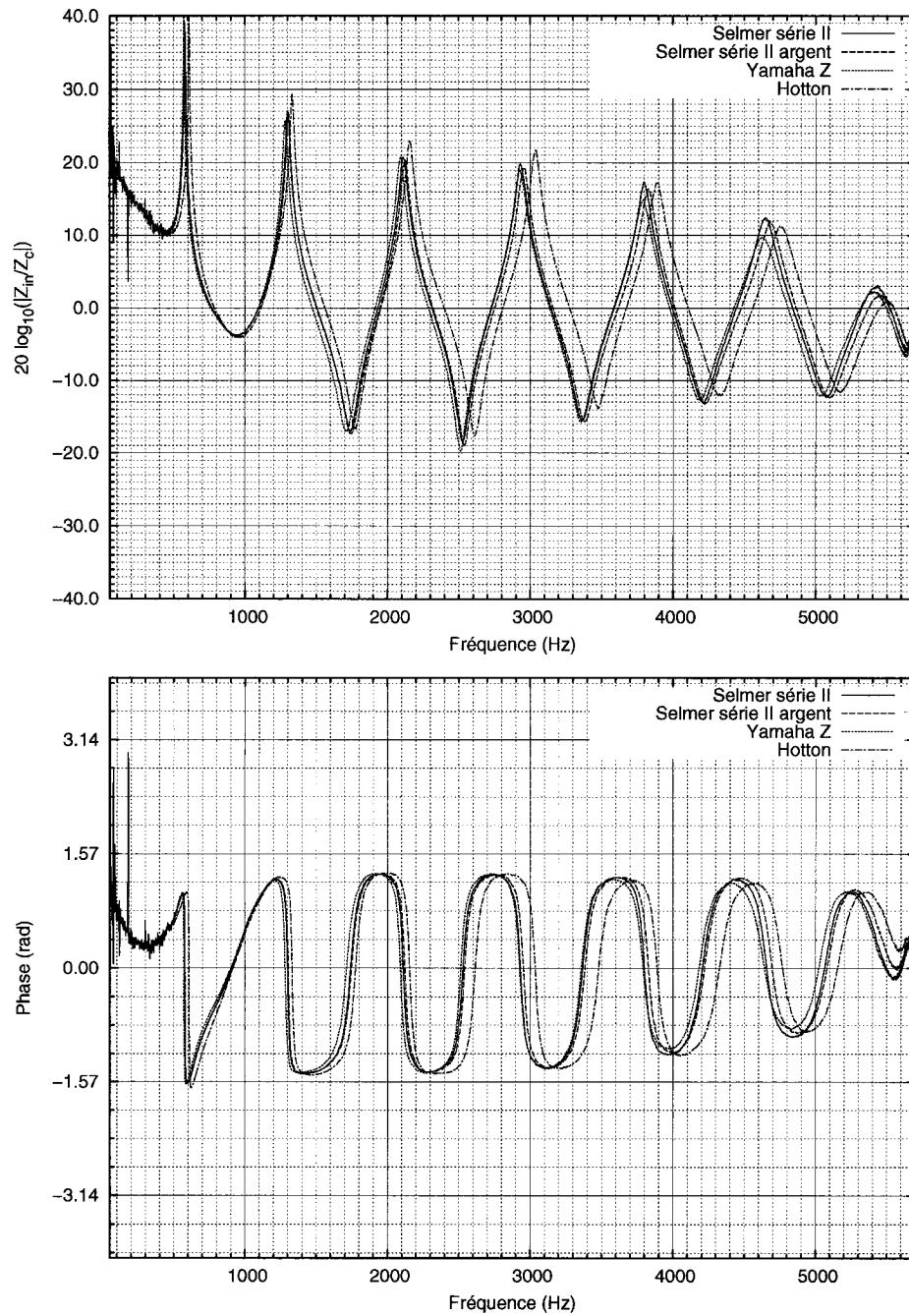


FIGURE 4.33 Comparaison de la magnitude et de la phase de l'impédance étalonnée des bocaux (groupe de tubes 1, micro. 1 et 2)

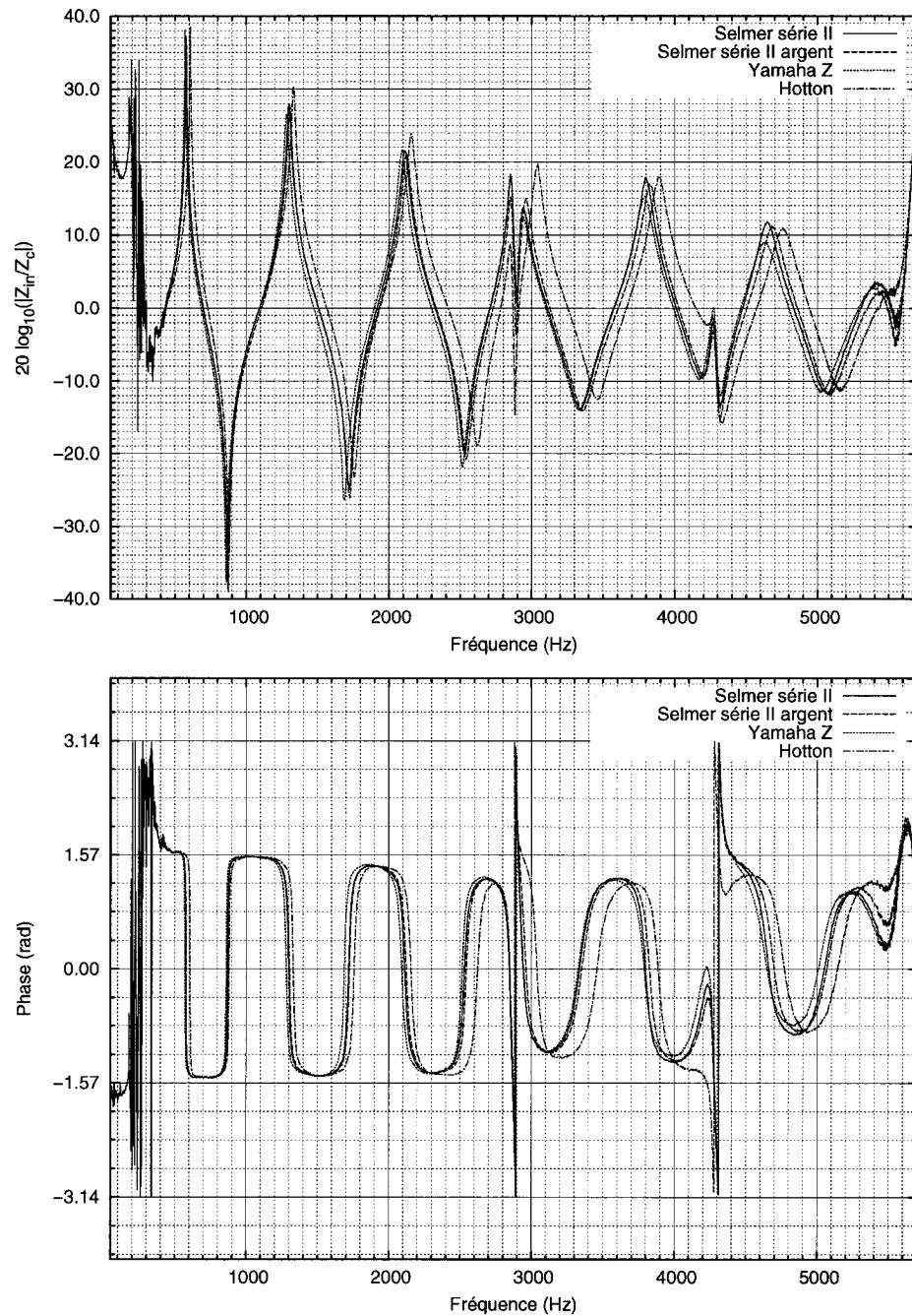


FIGURE 4.34 Comparaison de la magnitude et de la phase de l'impédance étalonnée des bocaux (groupe de tubes 2, micro. 1 et 2)

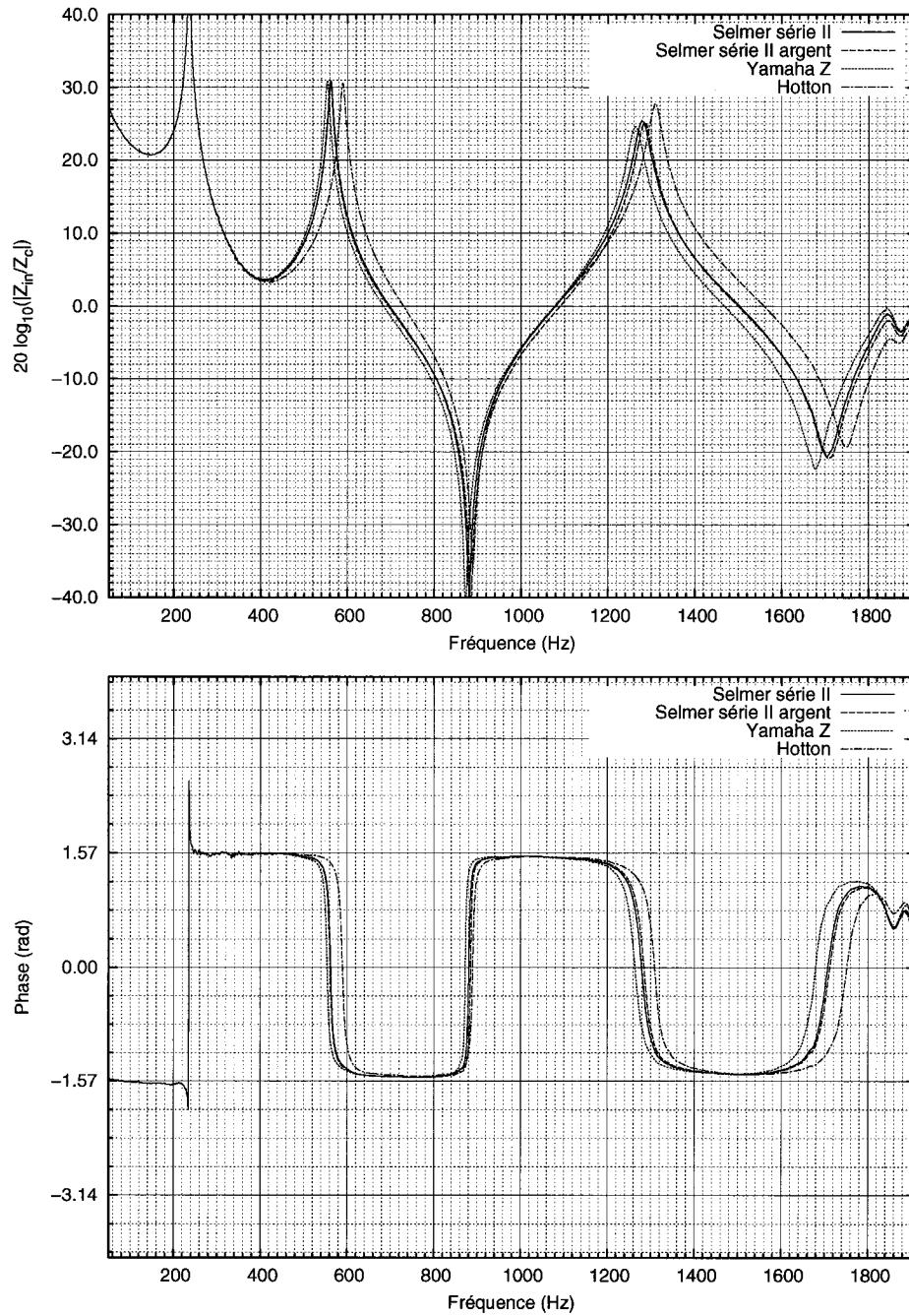


FIGURE 4.35 Comparaison de la magnitude et de la phase de l'impédance étalonnée des bocaux (groupe de tubes 1, micro. 1 et 4)

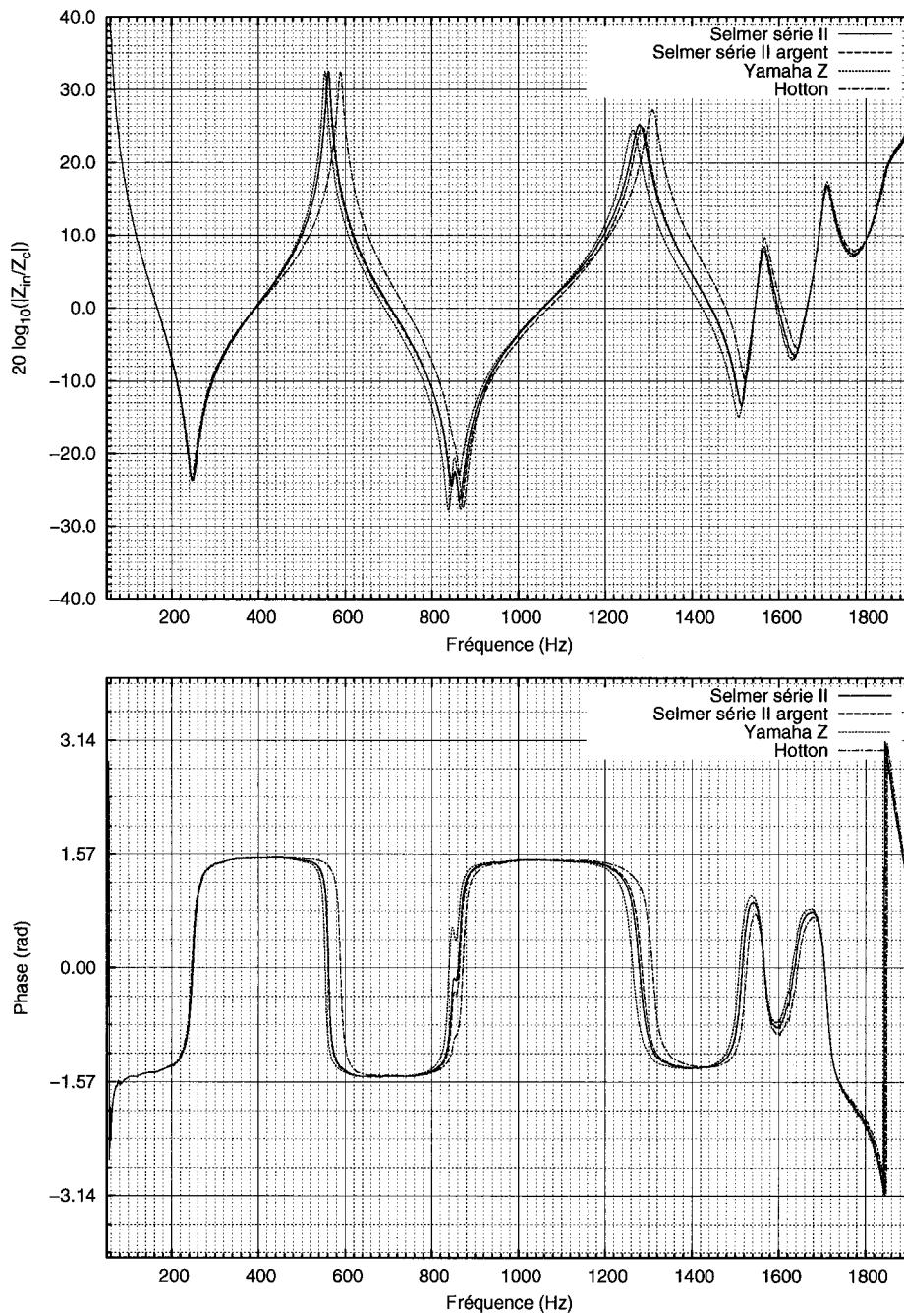


FIGURE 4.36 Comparaison de la magnitude et de la phase de l'impédance étalonnée des bocaux (groupe de tubes 2, micro. 1 et 4)

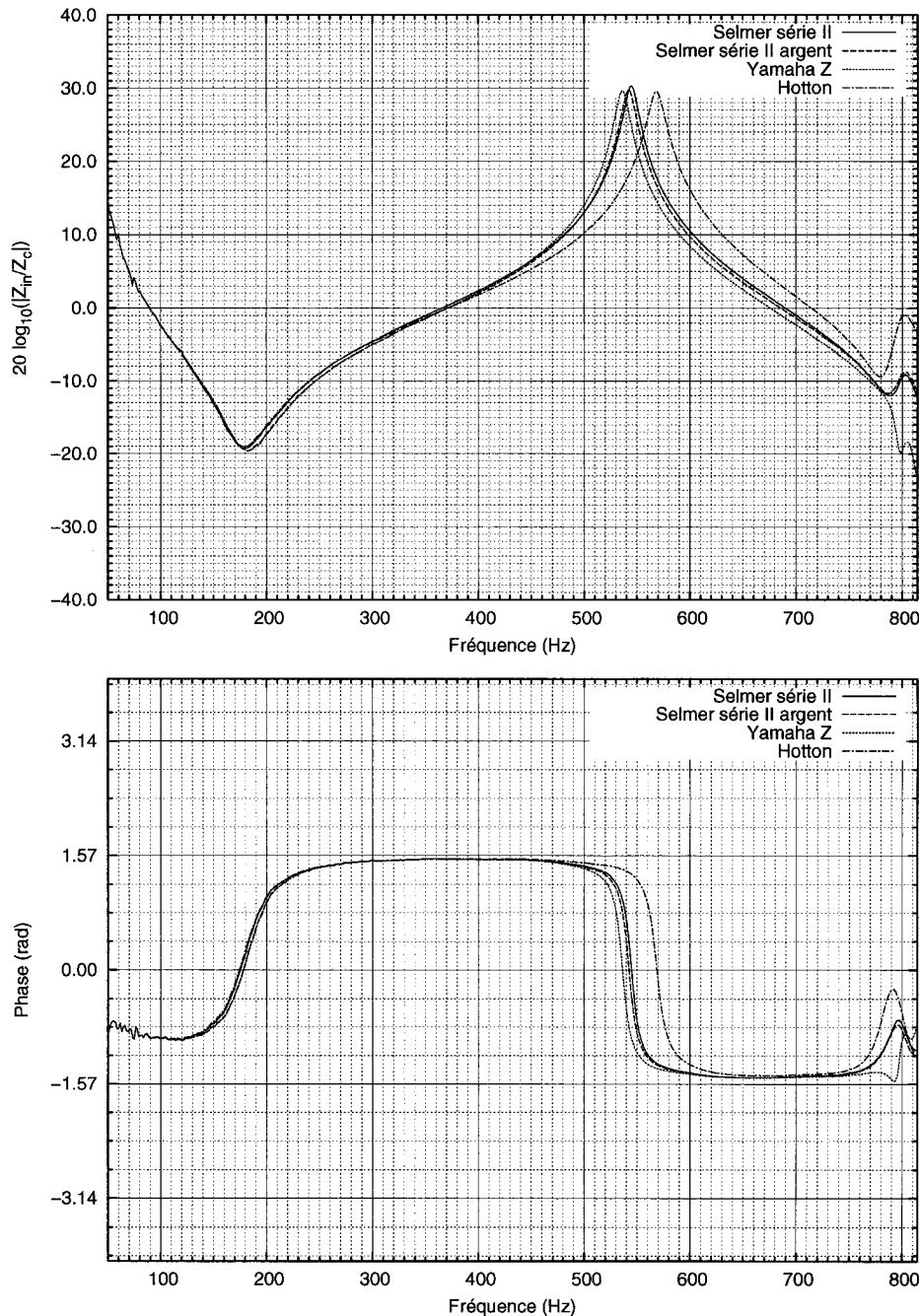


FIGURE 4.37 Comparaison de la magnitude et de la phase de l'impédance étalonnée des bocaux (groupe de tubes 1, micro. 1 et 8)

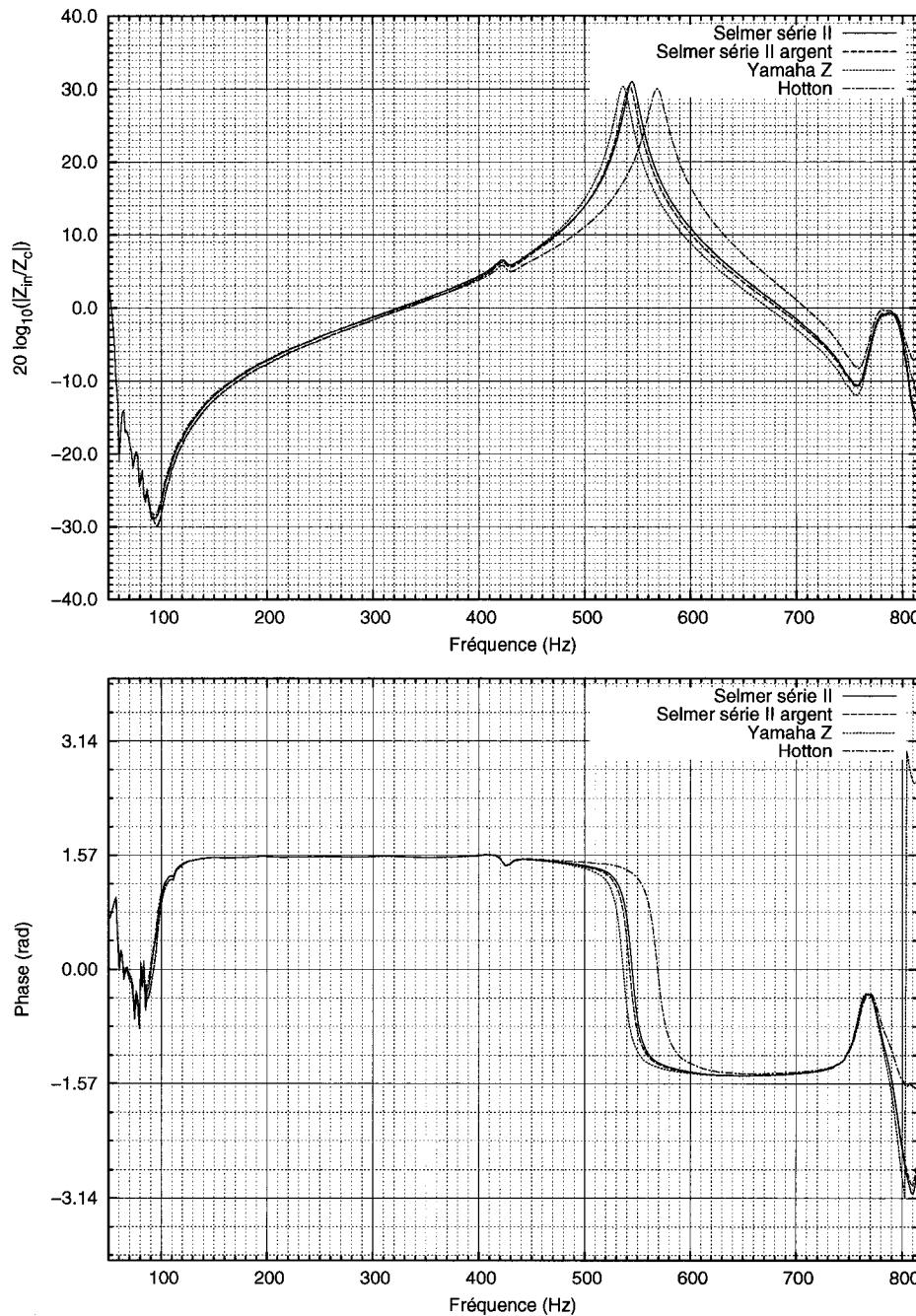


FIGURE 4.38 Comparaison de la magnitude et de la phase de l'impédance étalonnée des bocaux (groupe de tubes 2, micro. 1 et 8)

Voyons maintenant l'impédance de la note  $\text{Sib}$  du saxophone alto (figures 4.39 à 4.44). Nous n'avons pas inclus les graphiques de la phase puisque cela augmente énormément la quantité de graphiques et que l'information la plus pertinente est contenue dans la magnitude de l'impédance : la position et l'amplitude des résonances. C'est la note la plus grave de l'instrument et s'obtient en fermant toutes les clés. La fréquence de la fondamentale de cette note dans le tempérament égal accordé sur le La 440 Hz (cette fréquence est une norme internationale adoptée en 1953), est de 138.6 Hz. La fréquence mesurée est plutôt d'environ 140 Hz pour le Yamaha Z, d'environ 142 Hz pour le Selmer série II et d'environ 147 Hz pour le Hotton (voir figure 4.44). Cette différence s'explique en partie par le volume manquant du cône tronqué, qui est normalement compensé par le bec de l'instrument lorsque l'on en joue. Celui-ci peut d'ailleurs être positionné plus ou moins profondément sur le bocal pour ajuster l'accord de l'instrument. D'ailleurs, le phénomène est aisément observable lorsque l'on joue sur le Hotton car il est nécessaire de sortir le bec de près de 1 cm de plus que pour les autres. Nous constatons aussi que la résonance de la fondamentale est plus forte chez le Yamaha Z. L'assistant responsable de maintenir les clés en position fermée est un saxophoniste professionnel et il nous a assuré qu'il appliquait une pression équivalente pour tous les saxophones. Encore une fois, ce phénomène est observable en jouant de l'instrument : le  $\text{Sib}$  grave est beaucoup plus facile à jouer sur le Yamaha Z que sur le Selmer ou le Hotton. Les causes géométriques à la source de la grande différence dans l'amplitude de la résonance de la fondamentale nous sont inconnues. La recherche de celle-ci sera importante car cette résonance fait la différence entre un instrument facile à jouer dans le registre grave et un autre qui est résistant. Le comportement des impédances des trois saxophones est beaucoup plus complexe pour les hautes fréquences comme nous pouvons le constater à la figure 4.39. La radiation du son hors de l'instrument et les irrégularités géométriques dues au système de clés ont un impact plus important pour les hautes fréquences. Cela complique la modélisation du comportement des instruments de musique, particulièrement si l'on veut en prédire le timbre, qui dépend de la composition du son en harmoniques. Les graphiques de l'impédance mesurée pour les autres notes sont inclus à l'annexe IV.

Des résultats de mesure d'impédance sur un saxophone alto modèle Bundy ont déjà été publiés par Backus [4]. Nous incluons deux des graphiques de Backus aux fins de comparaison, le Sib à la figure 4.45 et le Sol à la figure 4.47. Afin de pouvoir comparer avec nos résultats, nous avons présenté les notes, pour ces deux notes, sous la même forme que Backus aux figures 4.46 et 4.48. Les caractéristiques des courbes d'impédance sont similaires, tel que l'on s'y attendait. Les minima de nos graphiques sont mieux évalués que sur les courbes de Backus. Aussi, les harmoniques 4, 5 et 6 du saxophone Yamaha Z ont une plus grande amplitude que sur le Bundy. Il est difficile de faire plus de comparaisons entre les deux méthodes puisque les objets mesurés ne sont pas les mêmes.

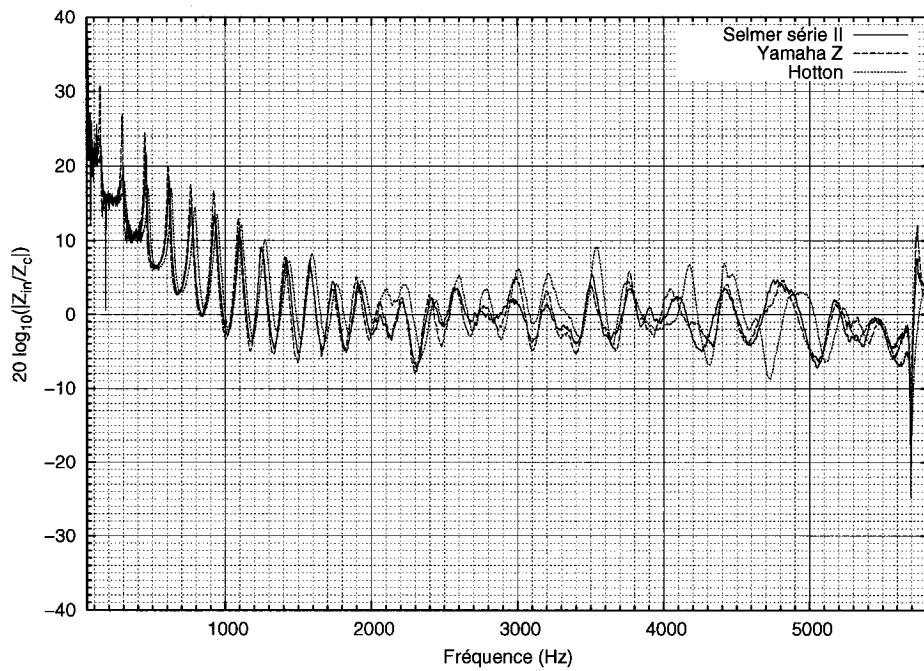


FIGURE 4.39 Magnitude de l'impédance étalonnée du Sib des saxophones (groupe de tubes 1, micro. 1 et 2)

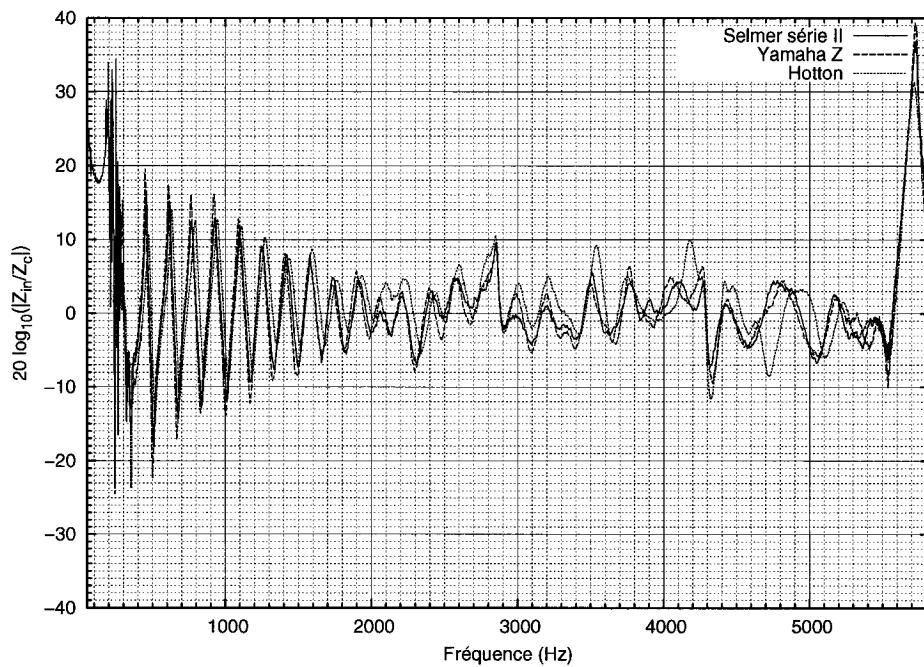


FIGURE 4.40 Magnitude de l'impédance étalonnée du Sib des saxophones (groupe de tubes 2, micro. 1 et 2)

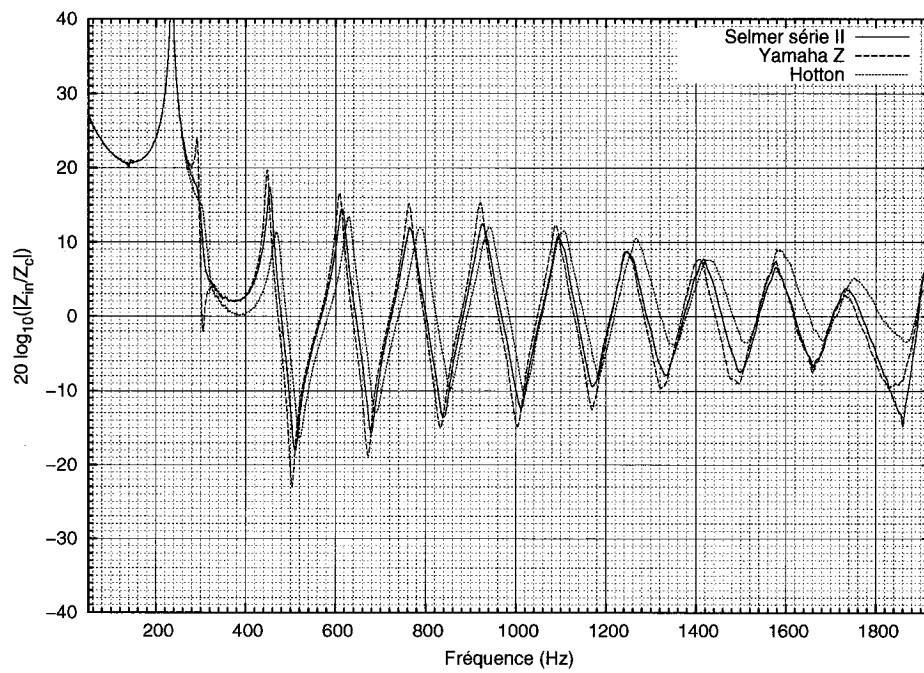


FIGURE 4.41 Magnitude de l'impédance étalonnée du Sib des saxophones (groupe de tubes 1, micro. 1 et 4)

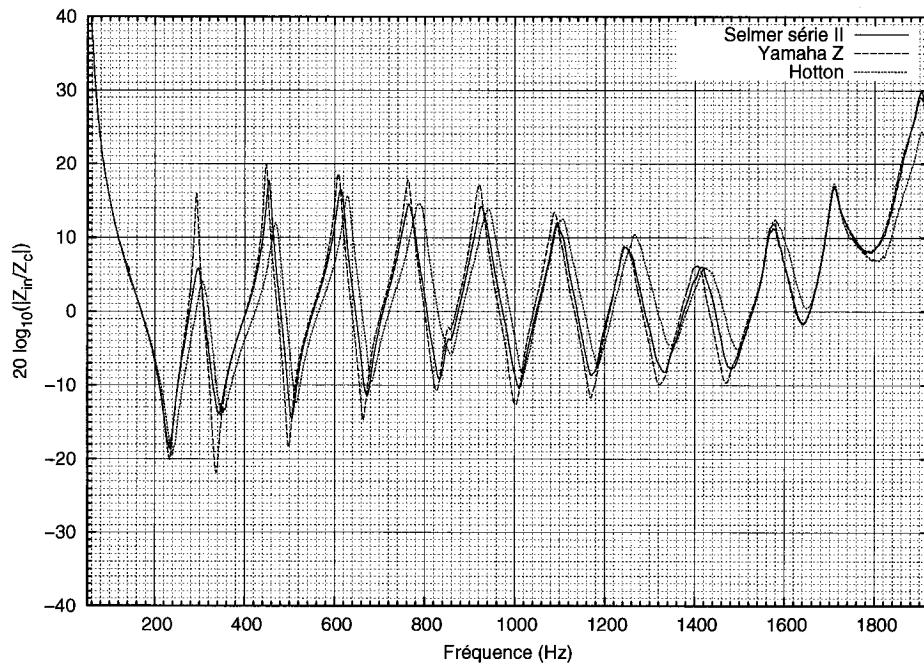


FIGURE 4.42 Magnitude de l'impédance étalonnée du Sib des saxophones (groupe de tubes 2, micro. 1 et 4)

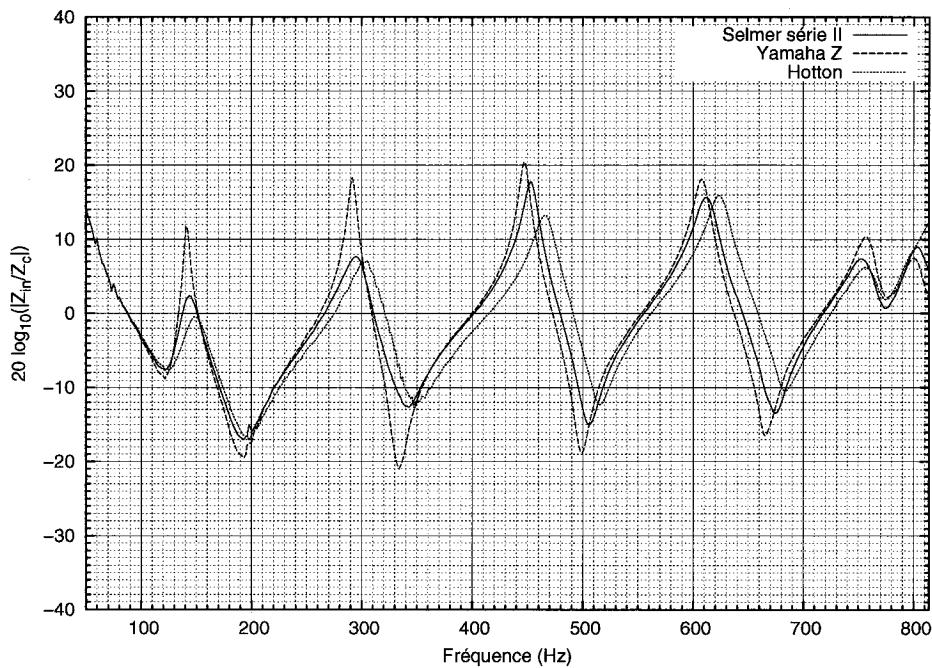


FIGURE 4.43 Magnitude de l'impédance étalonnée du Sib des saxophones (groupe de tubes 1, micro. 1 et 8)

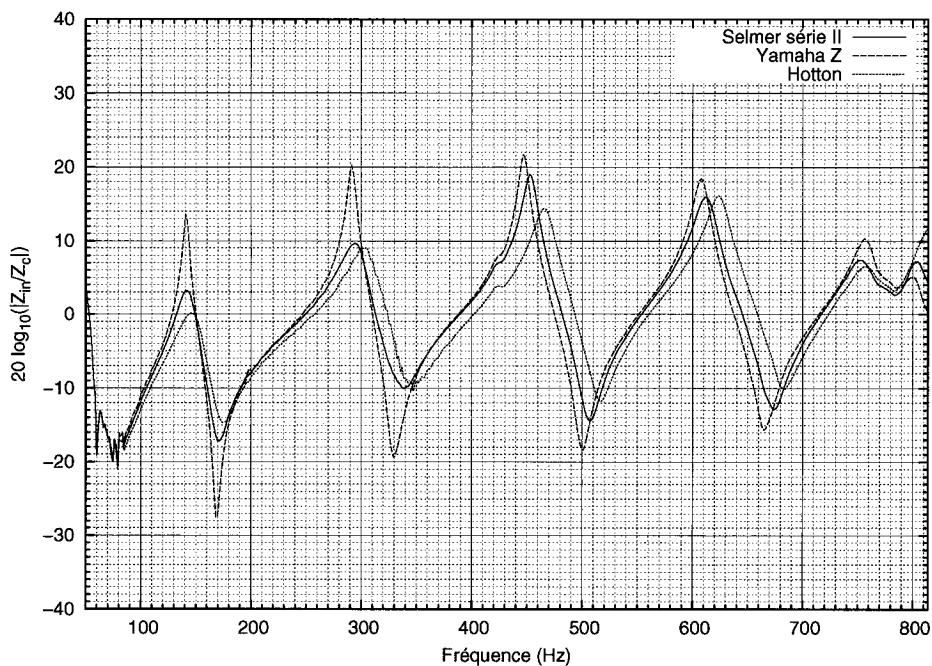


FIGURE 4.44 Magnitude de l'impédance étalonnée du Sib des saxophones (groupe de tubes 2, micro. 1 et 8)

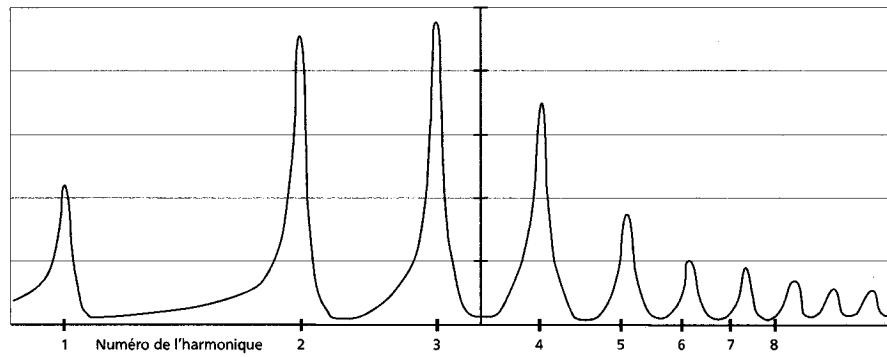


FIGURE 4.45 Magnitude de l'impédance du Si♭ mesuré par Backus (représentation de la figure 15 de [4])

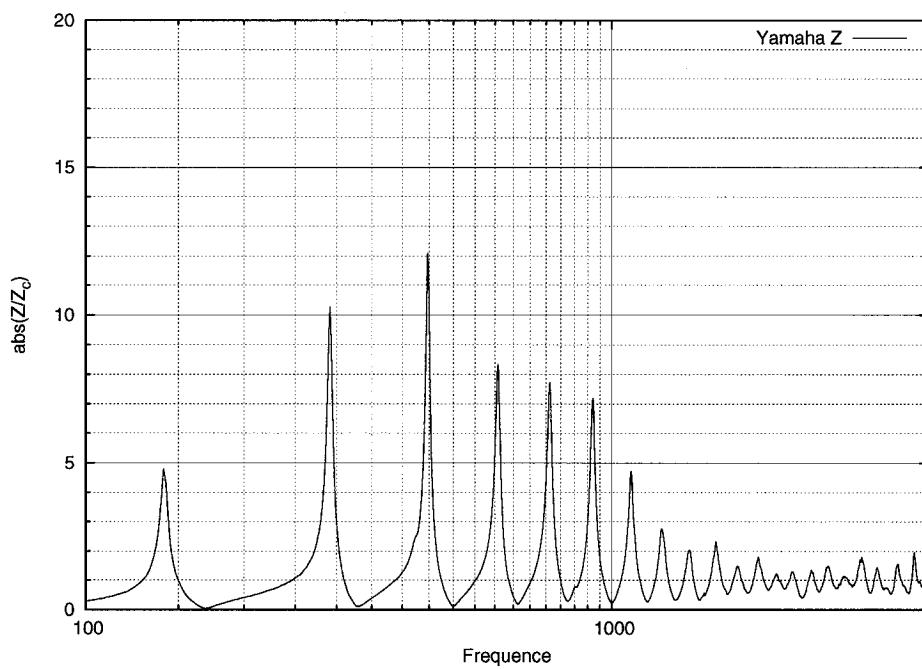


FIGURE 4.46 Magnitude de l'impédance du Si♭ du Yamaha Z (semilogx)

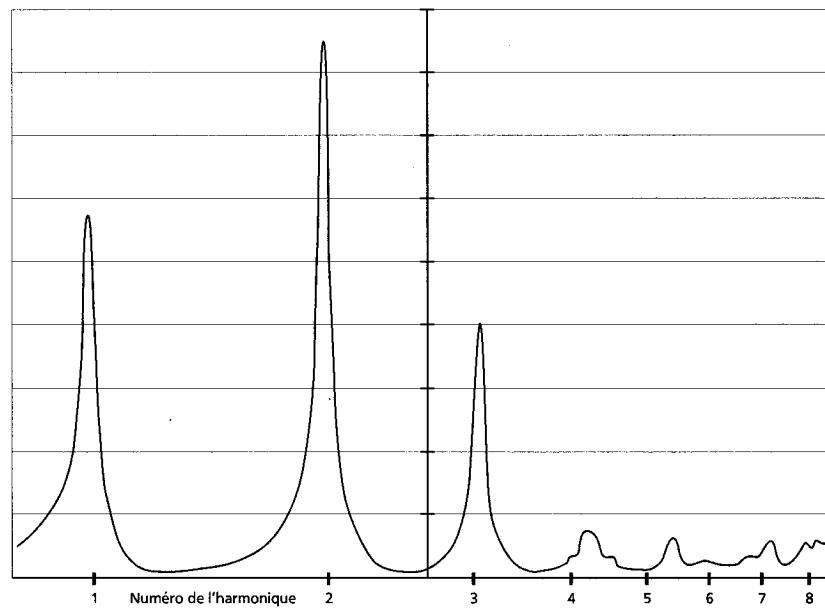


FIGURE 4.47 Magnitude de l'impédance du Sol mesuré par Backus (représentation de la figure 15 de [4])

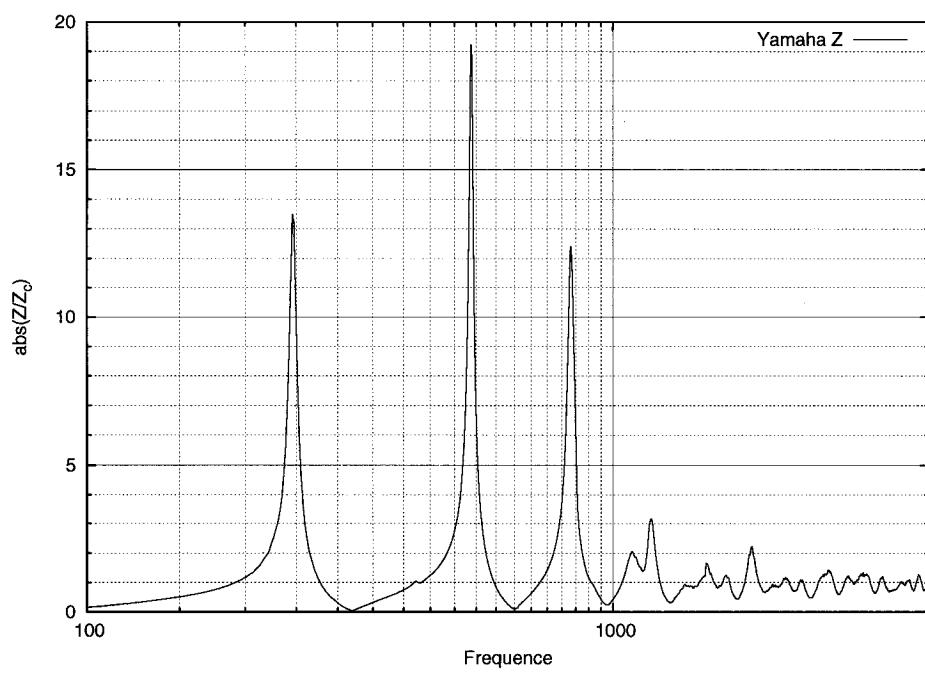


FIGURE 4.48 Magnitude de l'impédance du Sol du Yamaha Z (semilogx)

## CONCLUSION

Les objectifs de notre travail de recherche étaient d'étudier les techniques de mesure de l'impédance acoustique et de fabriquer un appareil dans le but de mesurer l'impédance du saxophone alto. Nous voulons faire part à la communauté scientifique des résultats obtenus et des connaissances acquises, car la prise de mesure en acoustique est un problème complexe de physique expérimentale. Nous avons consulté de nombreux articles de journaux et rassemblé les connaissances acquises par d'autres chercheurs afin de diriger nos travaux dans la direction la plus prometteuse possible.

C'est la technique de mesure à deux microphones avec la méthode d'étalonnage à trois tubes de référence, que nous avons retenue parmi les divers choix possibles. La technique de la réponse impulsionnelle semblait aussi être efficace, mais n'était que peu traitée dans la littérature. Elle sera l'objet d'expérimentations futures afin de déterminer son potentiel. Nous avons étudié et vérifié les équations mathématiques développées dans la littérature afin de comprendre les principes à la base de la technique à deux microphones. Grâce à notre travail d'expérimentation avec un appareil de mesure de notre fabrication, nous avons développé un savoir-faire à la mesure des connaissances théoriques acquises. Nous avons aussi développé des outils informatiques intégrés au logiciel de calcul mathématique numérique Octave avec lesquels nous pouvons mesurer la réponse des huit microphones à un signal et effectuer l'analyse des signaux en utilisant la méthode de Welch qui nous donne la précision, la flexibilité et la simplicité dont nous avons besoin.

Le principe de la mesure de l'impédance acoustique est relativement simple. À partir de l'enregistrement de la pression en deux points d'un guide d'onde linéaire où seul le mode longitudinal fondamental se propage, nous pouvons calculer la pression et la vitesse volumique au plan de référence dont le rapport, en fonction de la fréquence, est l'impédance. Les équations mathématiques reliant ces quantités dépendent des

positions des microphones, de l'impédance caractéristique du milieu, de la vitesse de phase de l'onde et de l'atténuation. Puisque la propagation des ondes acoustiques de faible amplitude (ce qui est le cas en général pour les instruments de musique à vent, sauf dans les cuivres jouant très fort) est un phénomène linéaire, nous mesurons l'impédance pour toutes les fréquences simultanément en envoyant comme signal un bruit blanc et en utilisant la transformée de Fourier pour analyser le contenu fréquentiel des signaux enregistrés. Les calculs s'effectuent ensuite indépendamment pour chaque fréquence. Cette méthode ne fonctionne pas pour les fréquences dont la demi-longueur d'onde est un multiple de la distance entre les microphones puisque les signaux sont alors linéairement dépendants. C'est ce que l'on appelle les fréquences critiques. C'est pourquoi il est nécessaire d'utiliser plusieurs paires de microphones afin de couvrir une plus large bande : des microphones éloignés pour étudier les basses fréquences et des microphones rapprochés pour étudier les hautes fréquences.

Afin d'obtenir des résultats précis lors de la mesure de l'impédance acoustique, nous devons connaître les fonctions reliant l'impédance recherchée aux spectres des pressions enregistrées. C'est la principale difficulté de la technique. Effectivement, les équations développées en supposant que le système est idéal ne peuvent pas être utilisées, car il existe plusieurs sources d'erreurs. Tout d'abord, les réponses en fréquence des microphones sont inégales et leurs positions exactes ne sont pas connues avec une précision suffisante. De plus, l'atténuation et la vitesse de phase de l'onde doivent être évaluées théoriquement en fonction de la température de l'air avec la théorie de Kirchhoff. C'est le rôle de l'étalonnage de déterminer avec exactitude les fonctions en question. La méthode à trois tubes que nous avons utilisée suppose en premier lieu que l'atténuation et la vitesse de phase sont correctement estimées avec les solutions approximatives aux équations de Kirchhoff et une mesure précise de la température de l'air. Ensuite, nous obtenons expérimentalement les fonctions d'étalonnage grâce à la mesure de trois tubes fermés dont les impédances correspondent avec précision au modèle théorique.

Cependant, nous avons constaté que la mise en pratique de cette méthode est problématique car les erreurs sur l'évaluation des paramètres d'étalonnage deviennent grandes si les différences entre les impédances des tubes sont petites. L'analyse des courbes d'impédance des tubes fermés montre que l'étalonnage ne peut être valide que pour certains intervalles de fréquences. Plusieurs combinaisons différentes de tubes doivent donc être utilisées avec chaque paire de microphones et la procédure devient rapidement très lourde. L'élaboration d'une procédure d'étalonnage plus simple et plus précise sera indispensable pour l'utilisation de cet appareil dans nos recherches futures en acoustique musicale. Nous développerons une procédure pour déterminer les fonctions de transfert de chaque microphone par rapport à un microphone de référence lorsque soumis au même champ acoustique. Ensuite nous mesurerons de manière acoustique la position exacte des microphones dans le guide d'onde à partir de la fréquence des minima et maxima de la fonction de transfert.

Outre la problématique de l'étalonnage, nous avons identifié quelques points qui méritent un peu plus d'attention. En premier lieu, nous avons remarqué que les maxima et les minima des fonctions de transfert mesurées avec le bouchon rigide sont plus faibles que ne le prédit la théorie. Nous suggérons deux hypothèses à vérifier pour expliquer cette observation : (1) un bruit corrélé à la source contamine les signaux des microphones et/ou (2) l'atténuation dans le tube de l'appareil est plus élevée que ne le prédit l'approximation à l'équation de Kirchhoff. Nous proposons aussi des améliorations à la configuration physique de l'appareil afin de le rendre plus simple. Nous aimeraisons utiliser un système électronique qui intégrerait les tâches d'amplification différentielle, de préamplification et de conversion numérique des signaux, et qui transmettrait l'information à l'ordinateur par un lien TOSLINK (optique). Un seul fil optique transmet huit signaux numériques de 24 bits à une fréquence de 48000 Hz (9216000 bits par secondes). Les gains des préamplificateurs seraient configurables par un lien USB. Chacune des capsules condensateurs serait alors connectée à ce système et nous éliminerions les connecteurs XLR, les circuits d'amplification différentielle, 16 fils, un préamplificateur

et une carte d'échantillonnage. Le système serait plus facilement transportable avec sa nouvelle taille réduite. Aussi, nous étudierons l'utilisation d'un espacement irrégulier des microphones afin de maximiser la largeur de bande sans dupliquer d'information. Ensuite nous déterminerons la méthode à suivre afin de combiner les résultats de tous les couples de microphones en une seule courbe pour simplifier la présentation des graphiques.

La capacité d'obtenir des mesures expérimentales précises est à la base de la recherche scientifique par la confrontation du monde des théories à celui de la réalité physique. Le développement d'un appareil fiable et précis est cependant une tâche difficile. Ce mémoire est la première étape d'un projet dont l'objectif est l'avancement des connaissances sur l'acoustique des instruments de musique à vent et l'amélioration technique de ceux-ci avec l'aide de la science.

## BIBLIOGRAPHIE

- [1] ANGONA, F. A. 1953. «Attenuation of Sound in a Tube». *J. Acoust. Soc. Am.* 25, 336–337.
- [2] ASTM, 1998. Standard test method for impedance and absorption of acoustical materials using a tube, two microphones and a digital frequency analysis system, *E 1050-98*.
- [3] ASTM, 2004. Standard test method for impedance and absorption of acoustical materials by the impedance tube method, *C 384-04*.
- [4] BACKUS, J. 1974. «Input impedance curves for the reed woodwind instruments». *J. Acoust. Soc. Am.* 56, 1266–1279.
- [5] BACKUS, J. 1975. «Acoustic impedance of an annular capillary». *J. Acoust. Soc. Am.* 58, 1078–1081.
- [6] BENADEF, A. H. 1968. «On the Propagation of Sound Waves in a Cylindrical Conduit». *J. Acoust. Soc. Am.* 44 :2, 616–623.
- [7] BENADEF, A. H. 1990. *Fundamentals of Musical Acoustics*, deuxième ed. Dover Publications, New York.
- [8] BENADEF, A. H., IBIS, M. I. 1987. «Survey of impedance methods and a new piezo-disk-driven impedance head for air columns». *J. Acoust. Soc. Am.* 81 :4, 1152–1167.
- [9] BENDAT, J. S. 1986. *Random Data : Analysis and Measurement Procedures*. John Wiley & Sons.
- [10] BODÉ, H., ÅBOM, M. 1986. «Influence of errors on the two-microphone method for measuring acoustic properties in ducts». *J. Acoust. Soc. Am.* 79 :2, 541–549.
- [11] BOONEN, R., SAS, P. 2004. «Calibration of the two microphone transfer function method to measure acoustical impedance in a wide frequency range». *Proceedings of ISMA2004*, P. 325–336.

- [12] BRUNEAU, A.-M. 1987. «An acoustic impedance sensor with two reciprocal transducers». *J. Acoust. Soc. Am.* 81 :4, 1168–1178.
- [13] CARTER, B., BROWN, T. R. Handbook of operational amplifier applications. Application Report SBOA092A, Texas Instruments, 2001.
- [14] CAUSSÉ, R., KERGOMARD, J., LURTON, X. 1984. «Input impedance of brass musical instruments - Comparaison between experimental and numerical models». *J. Acoust. Soc. Am.* 75, 241–254.
- [15] CHU, W. T. 1986. «Extension of the two-microphone transfer function method for impedance tube measurements». *J. Acoust. Soc. Am.* 80 :1, 347–348.
- [16] CHU, W. T. 1986. «Transfer function technique for impedance and absorption measurements in an impedance tube using a single microphone». *J. Acoust. Soc. Am.* 80 :2, 555–560.
- [17] CHUNG, J. Y., BLASER, D. A. 1980. «Transfer function method of measuring in-duct acoustic properties. I. Theory». *J. Acoust. Soc. Am.* 68 :3, 907–913.
- [18] CHUNG, J. Y., BLASER, D. A. 1980. «Transfer function method of measuring in-duct acoustic properties. II. Experiment». *J. Acoust. Soc. Am.* 68 :3, 914–921.
- [19] COLTMAN, J. W. 1968. «Sounding mechanism of the flute and organ pipe». *J. Acoust. Soc. Am.* 44, 983–992.
- [20] DALMONT, J.-P. 2001. «Acoustic Impedance Measurement, Part I : Review». *Journal of Sound And Vibration* 243, 427–439.
- [21] DALMONT, J.-P. 2001. «Acoustic Impedance Measurement, Part II : A New Calibration Method». *Journal of Sound and Vibration* 243, 441–459.
- [22] DALMONT, J.-P., NEDERVEEN, C. J. 2001. «Radiation impedance of tubes with different flanges : numerical and experimental investigations». *Journal of Sound and Vibration* 244 :3, 505–534.
- [23] FAY, R. D. 1940. «Attenuation of Sound in Tubes». *J. Acoust. Soc. Am.* 12, 62–67.
- [24] FLETCHER, N. H., ROSSING, T. D. 1998. *The Physics of Musical Instruments*. Springer.

- [25] FRANSSON, F. J., JANSSON, E. V. 1975. «The STL-Ionophone : Transducer properties and construction». *J. Acoust. Soc. Am.* 58, 910–915.
- [26] FUJIMORI, T., SATO, S., MIURA, H. 1984. «An automated measurement system of complex sound pressure reflection coefficients». *Inter-Noise 84 Proceedings*, P. 1009–1014.
- [27] GIBIAT, V., LALOË, F. 1990. «Acoustical impedance measurements by the two-microphone-three-calibration (TMTC) method». *J. Acoust. Soc. Am.* 88 :6, 2533–2545.
- [28] GOLUB, G. H., LOAN, C. F. V. 1989. *Matrix Computations*, deuxième ed. John Hopkins, Baltimore et London.
- [29] JANG, S.-H., IH, J.-G. 1998. «On the multiple microphone method for measuring in-duct acoustic properties in the presence of mean flow». *J. Acoust. Soc. Am.* 103 :3, 1520–1526.
- [30] JONES, M. G., PARROTT, T. L. 1989. «Evaluation of a multi-point method for determining acoustic impedance». *Mechanical Systems and Signal Processing* 3 :1, 15–35.
- [31] KATZ, B. F. G. 2000. «Method to resolve microphone and sample location errors in the two-microphone duct measurement method». *J. Acoust. Soc. Am.* 108 :5, 2231–2237.
- [32] KEEFE, D. H. 1984. «Acoustical wave propagation in cylindrical ducts : Transmission line parameter approximations for isothermal and nonisothermal boundary conditions». *J. Acoust. Soc. Am.* 75 :1, 58–62.
- [33] KEEFE, D. H. 1996. «Wind-instrument reflection function measurements in the time domain». *J. Acoust. Soc. Am.* 99 :4, 2370–2381.
- [34] KERGOMARD, J. 1981. *Champ interne et champ externe des instruments à vent*. Thèse de doctorat , Université Pierre et Marie Curie.

- [35] KERGOMARD, J., CAUSSÉ, R. 1986. «Measurement of acoustic impedance using a capillary : An attempt to achieve optimization.». *J. Acoust. Soc. Am.* 79 :2, 1129–1140.
- [36] KIRCHHOFF, G. 1868. «On the Influence of Heat Conduction in a Gas on Sound Propagation». *Ann. Phys. Chem.* 134, 177–193.
- [37] KNUTH, D. E. 1998. *Seminumerical Algorithms*, third ed., vol. 2 of *The art of computer programming*. Addison-Wesley, Reading, Massachusetts.
- [38] KRISHNAPPA, G. 1981. «Cross-spectral method of measuring acoustic intensity by correcting phase and gain mismatch errors by microphone calibration». *J. Acoust. Soc. Am.* 69 :1, 307–310.
- [39] LEVINE, H., SCHWINGER, J. 1948. «On the radiation of sound from an unflanged circular pipe». *Phys. Rev.* 73 :4, 383–406.
- [40] LINDSAY, R. B. 1966. «The Story of Acoustics». *J. Acoust. Soc. Am.* 39 :4, 629–644.
- [41] LINDSAY, R. B., Ed. 1974. *Acoustics : Historical and Philosophical Development*. Benchmark Papers in Acoustics. Dowdoen, Hutchinsin & Ross, Inc, Stroudsburg, Pennsylvania.
- [42] LINDSAY, R. B., Ed. 1974. *Physical Acoustics*. Benchmark Papers in Acoustics. Dowdoen, Hutchinsin & Ross, Inc, Stroudsburg, Pennsylvania.
- [43] MAWARDI, O. K. 1954. «On Acoustic Boundary Layer Heating». *J. Acoust. Soc. Am.* 26 :5, 726–731.
- [44] MELLING, T. H. 1973. «An Impedance Tube for Precision Measurement of Acoustic Impedance and Insertion Loss at High Sound Pressure Levels». *Journal of Sound and Vibration* 28 :1, 23–54.
- [45] MERHAUT, J. 1968. «Method for measuring the acoustical impedance». *J. Acoust. Soc. Am.* 45, 331(A).
- [46] MORAN, M. J., SHAPIRO, H. N. 2000. *Fundamentals of engineering thermodynamics*. John Wiley & Sons.

- [47] OPPENHEIM, A. V., SCHAFER, R. W. 1999. *Discrete-time signal processing*, second ed. Prentice Hall, New Jersey.
- [48] PIERCE, A. D. 1989. *Acoustics, An Introduction to Its Physical Principles and Applications*. Acoustical Society of America.
- [49] P.R. WHITE, M.H. TAN, J. H. 2006. «Analysis of the maximum likelihood, total least squares and principal component approaches for frequency response function estimation». *Journal of Sound and Vibration* 290, 676–689.
- [50] R. DEAN AYERS, L. J. E., MAHGEREFTEH, D. 1985. «The conical bore in musical acoustics». *Am. J. Phys.* 53 :6, 528–537.
- [51] RAYLEIGH, J. W. S. 1896. *The Theory of Sound*, vol. 2. Dover Publications.
- [52] SALAVA, S. 1980. «Acoustic impedance measurement using constant volume velocity». *J. Acoust. Soc. Am.* 67, 1831–1833.
- [53] SALAVA, T. 1970. «An electroacoustic transducer for measuring acoustic impedances». *J. Audio. Eng. Soc.* 18, 348–390.
- [54] SALAVA, T. 1974. «Sources of constant volume velocity and their use for acoustic measurements». *J. Audio. Eng. Soc.* 22, 146–153.
- [55] SALAVA, T. 1975. «Continuous measurement of acoustic impedance by a signal source with constant volume velocity». *Tesla Electron* 8, 5–13.
- [56] SCHEICHL, S. 2005. «On the calculation of the transmission line parameters for long tubes using the method of multiple scales». *J. Acoust. Soc. Am.* 115 :2, 534–555.
- [57] SEYBERT, A. F. 1988. «Two-sensor methods for the measurement of sound intensity and acoustic properties in ducts». *J. Acoust. Soc. Am.* 83 :6, 2233–2239.
- [58] SEYBERT, A. F., ROSS, D. F. 1977. «Experimental determination of acoustic properties using a two-microphone random-excitation technique». *J. Acoust. Soc. Am.* 61 :5, 1362–1370.

- [59] SEYBERT, A. F., SOENARKO, B. 1981. «Error analysis of spectral estimates with application to the measurement of acoustic parameters using random sound fields in ducts». *J. Acoust. Soc. Am.* 69 :4, 1190–1199.
- [60] SHARP, D. B. 1996. *Acoustic pulse reflectometry for the measurement of musical wind instruments*. Thèse de doctorat , University of Edinburgh.
- [61] SHIELDS, F. D., LEE, K. P., WILEY, W. J. 1965. «Numerical Solution for Sound Velocity and Absorption in Cylindrical Tubes». *J. Acoust. Soc. Am.* 37 :4, 724–729.
- [62] SINGH, R., SCHARY, M. 1978. «Acoustic impedance measurement using sine sweep excitation and known volume velocity technique». *J. Acoust. Soc. Am.* 64, 995–1003.
- [63] STINSON, M. R. 1991. «The propagation of plane sound waves in narrow and wide circular tubes, and generalization to uniform tubes of arbitrary cross-sectional shape». *J. Acoust. Soc. Am.* 89 :2, 550–558.
- [64] TIJDEMAN, H. 1975. «On the propagation of sound waves in cylindrical tubes». *Journal of Sound and Vibration* 39 :1, 1–33.
- [65] VAN WALSTIJN, M., CAMPBELL, J. M., SHARP, D. 2005. «Wideband Measurement of the Acoustic Impedance of Tubular Objects». *Acta Acustica united with Acustica* 91 :3, 590–604.
- [66] VAN WALSTIJN, M. O., CAMPBELL, D. M. 2002. «Large Bandwidth Measurement of Acoustic Response of Tubular Objects». *Proceedings of the Forum Acusticum Meeting*, Acustica - Acta Acustica.
- [67] WELCH, P. D. 1967. «The use of fast fourier transform for the estimation of power spectra : a method based on time avaraging over short, modified periodograms». *IEEE transactions on audio and electroacoustics* 15 :2, 70–73.
- [68] WESTON, D. E. 1953. «The theory of propagation of plane sound waves in tubes». *Proc. Phys. Soc. London Sec*, vol. B 66, P. 695–709.
- [69] WESTON, D. E., CAMPBELL, I. D. 1953. «Experiments on the Propagation of Plane Sound Waves in Tubes». *Proc. Phys. Soc. London Sec*, vol. B 66, P. 769–777.

[70] WHITE, F. M. 1999. *Fluid Mechanics*. McGraw-Hill.

**ANNEXE I**

**PLANS DE DÉFINITION MÉCANIQUE DE L'APPAREIL DE MESURE**

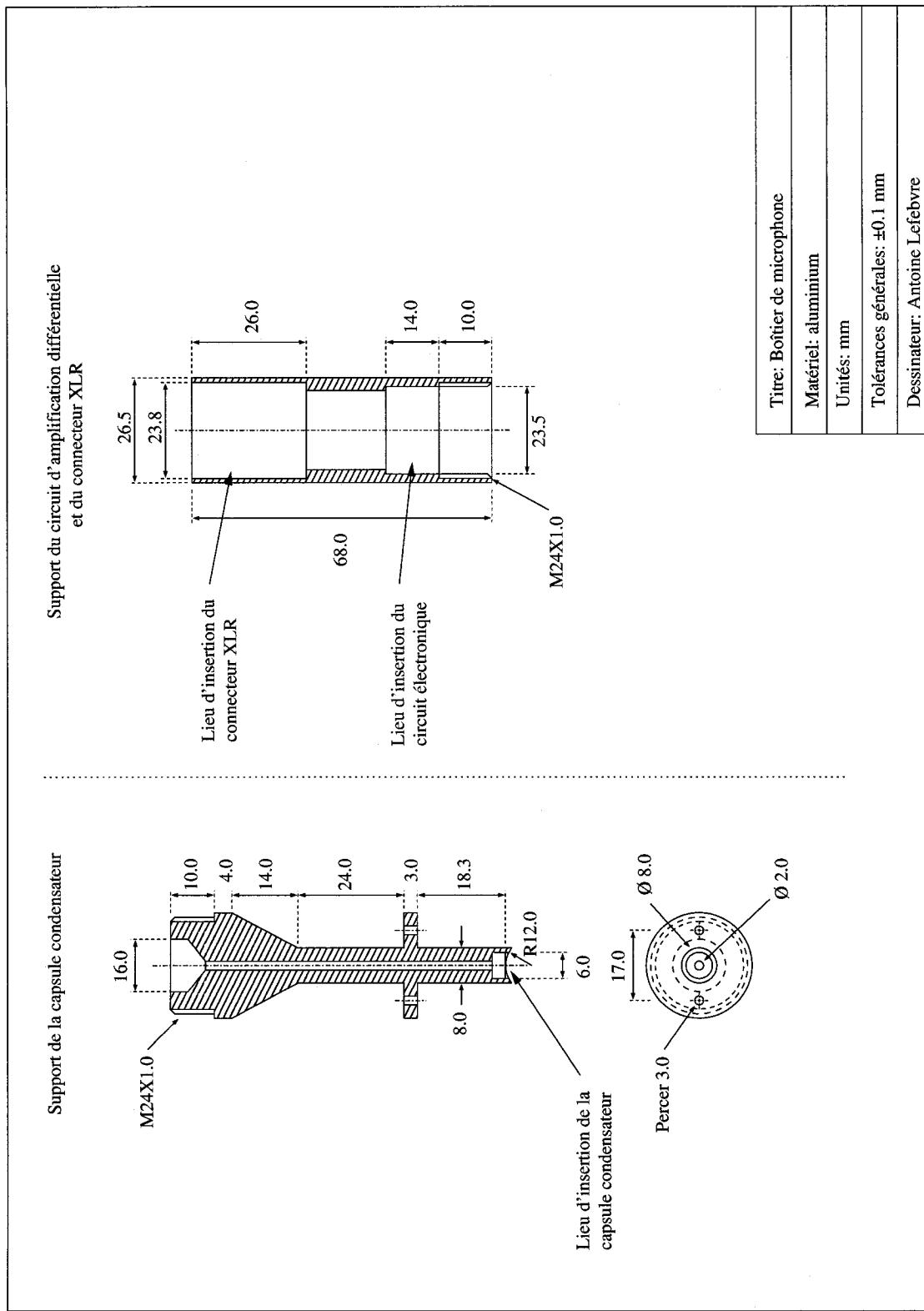
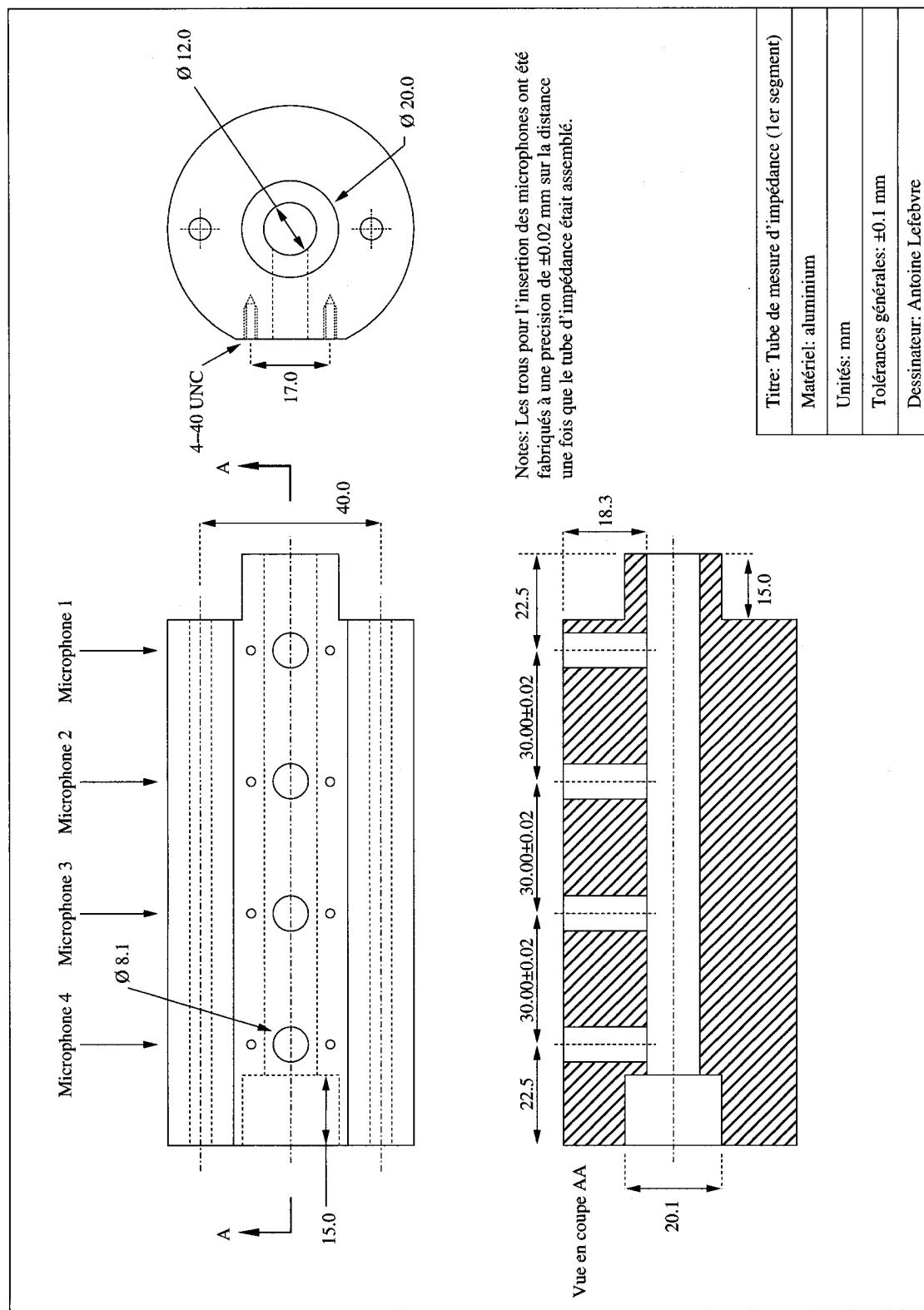
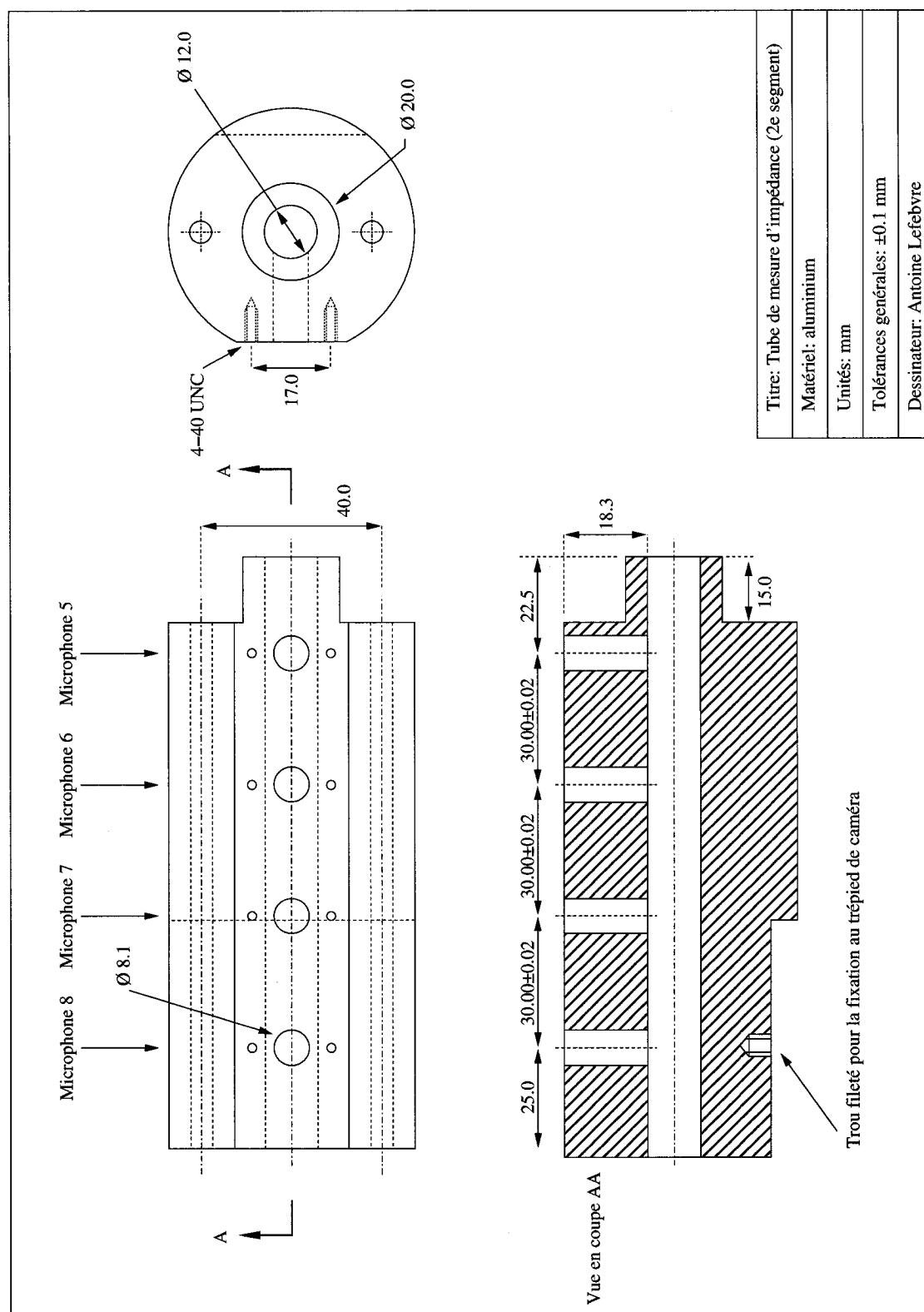


FIGURE I.1 Plan de définition mécanique du microphone

FIGURE I.2 Plan de définition mécanique du 1<sup>er</sup> segment du tube d'impédance

FIGURE I.3 Plan de définition mécanique du 2<sup>e</sup> segment du tube d'impédance

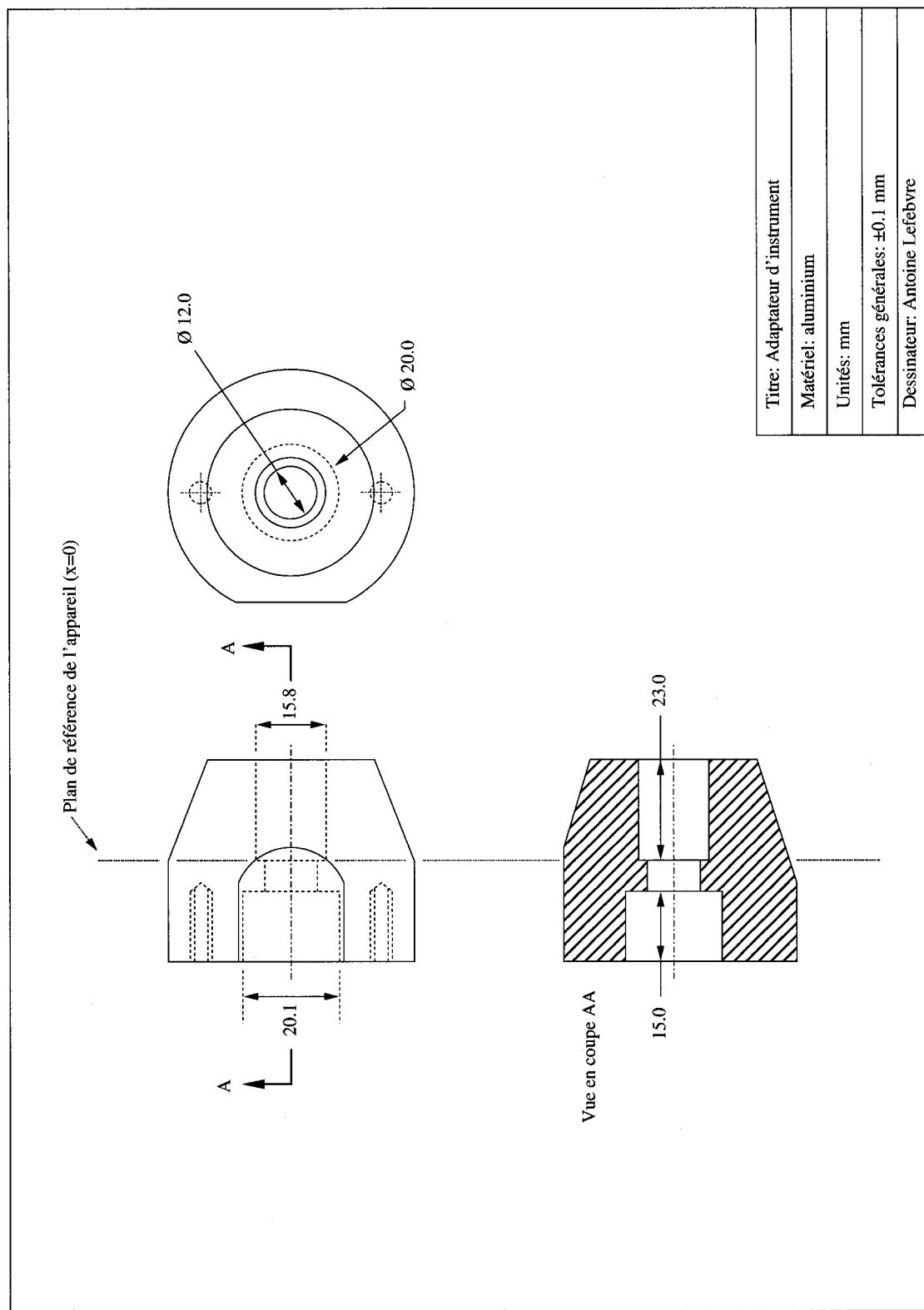


FIGURE I.4 Plan de définition mécanique de l'adaptateur d'instrument

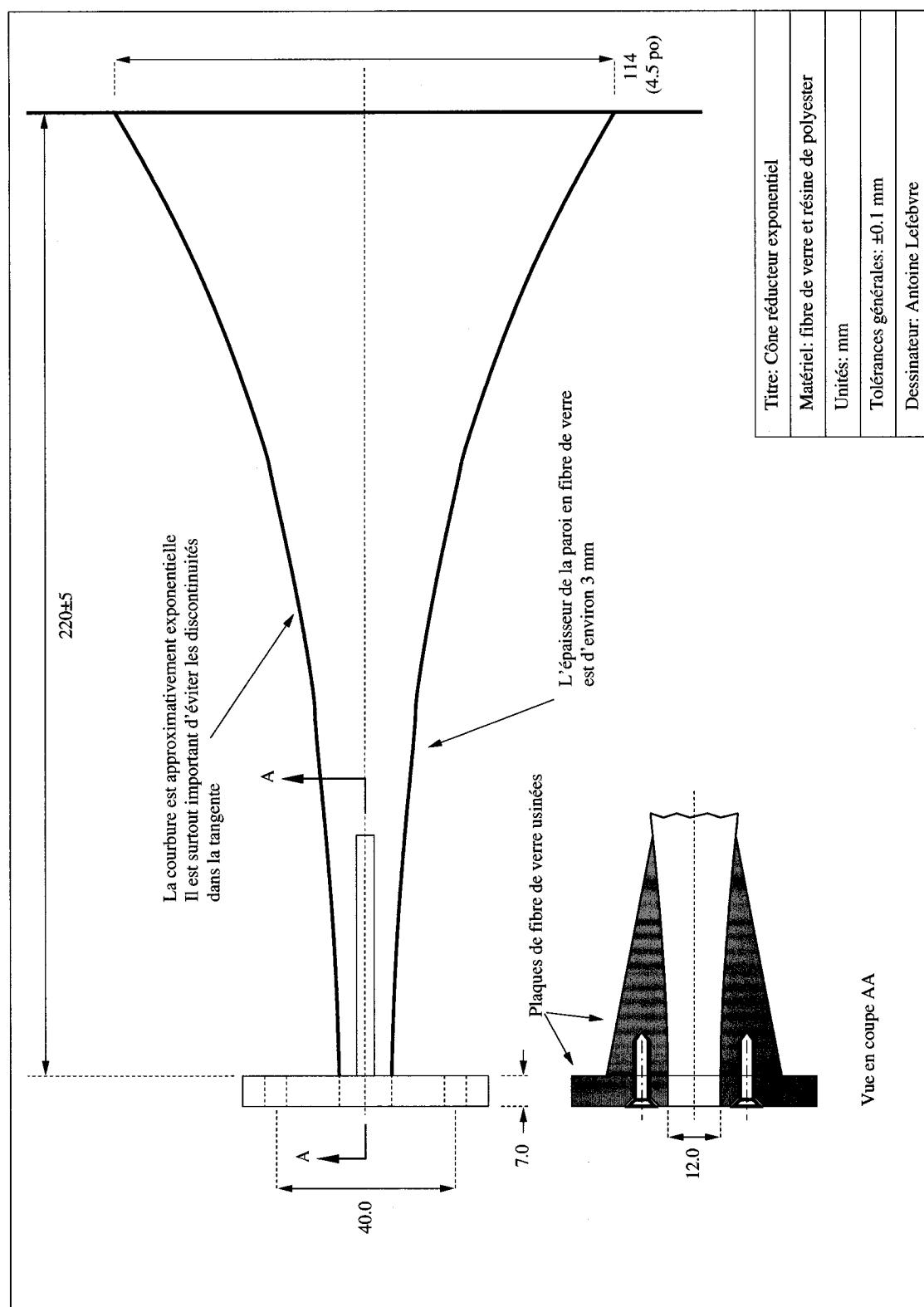


FIGURE I.5 Plan de définition mécanique du cône réducteur exponentiel

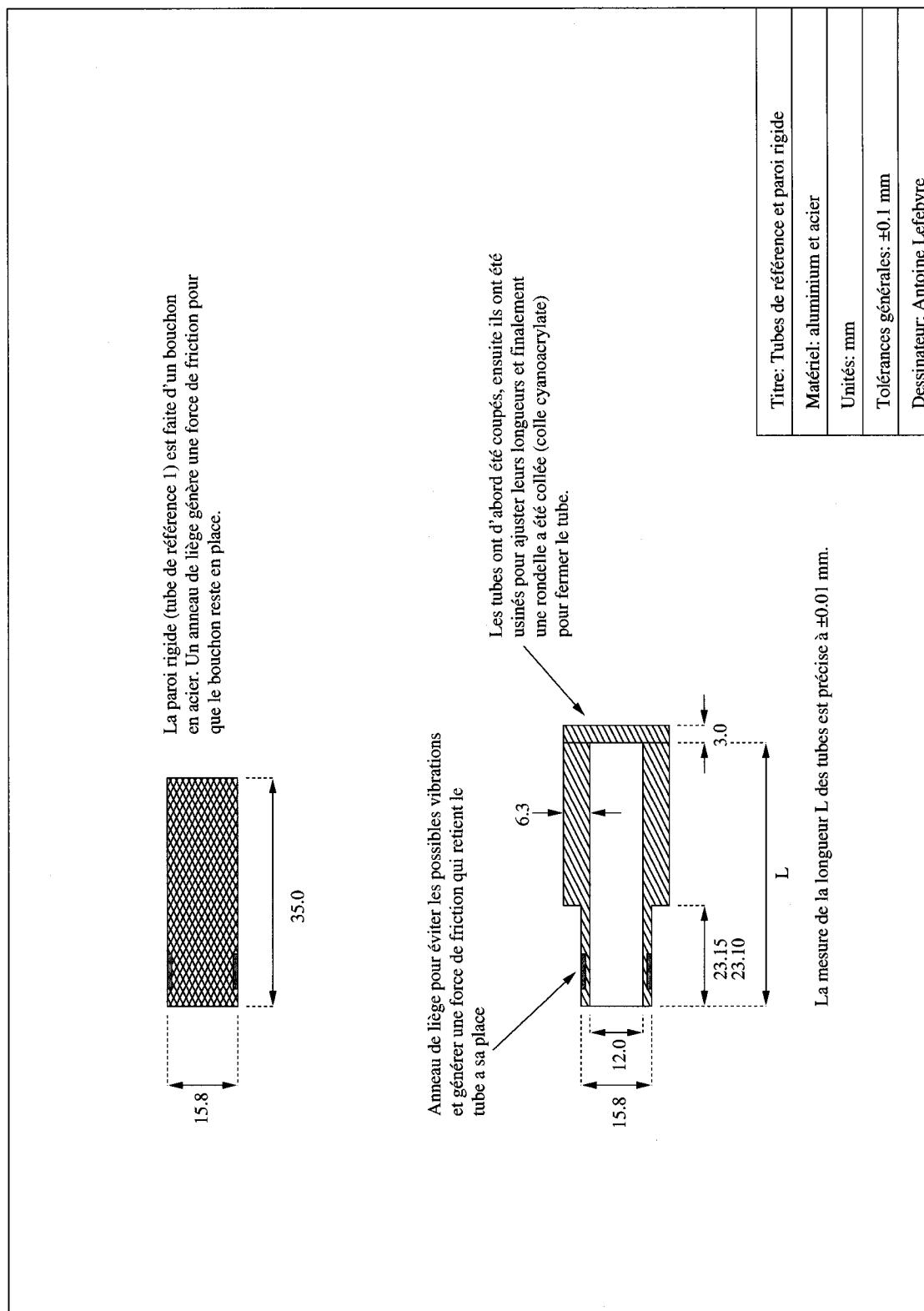


FIGURE I.6 Plan mécanique général des tubes de référence et de la paroi rigide

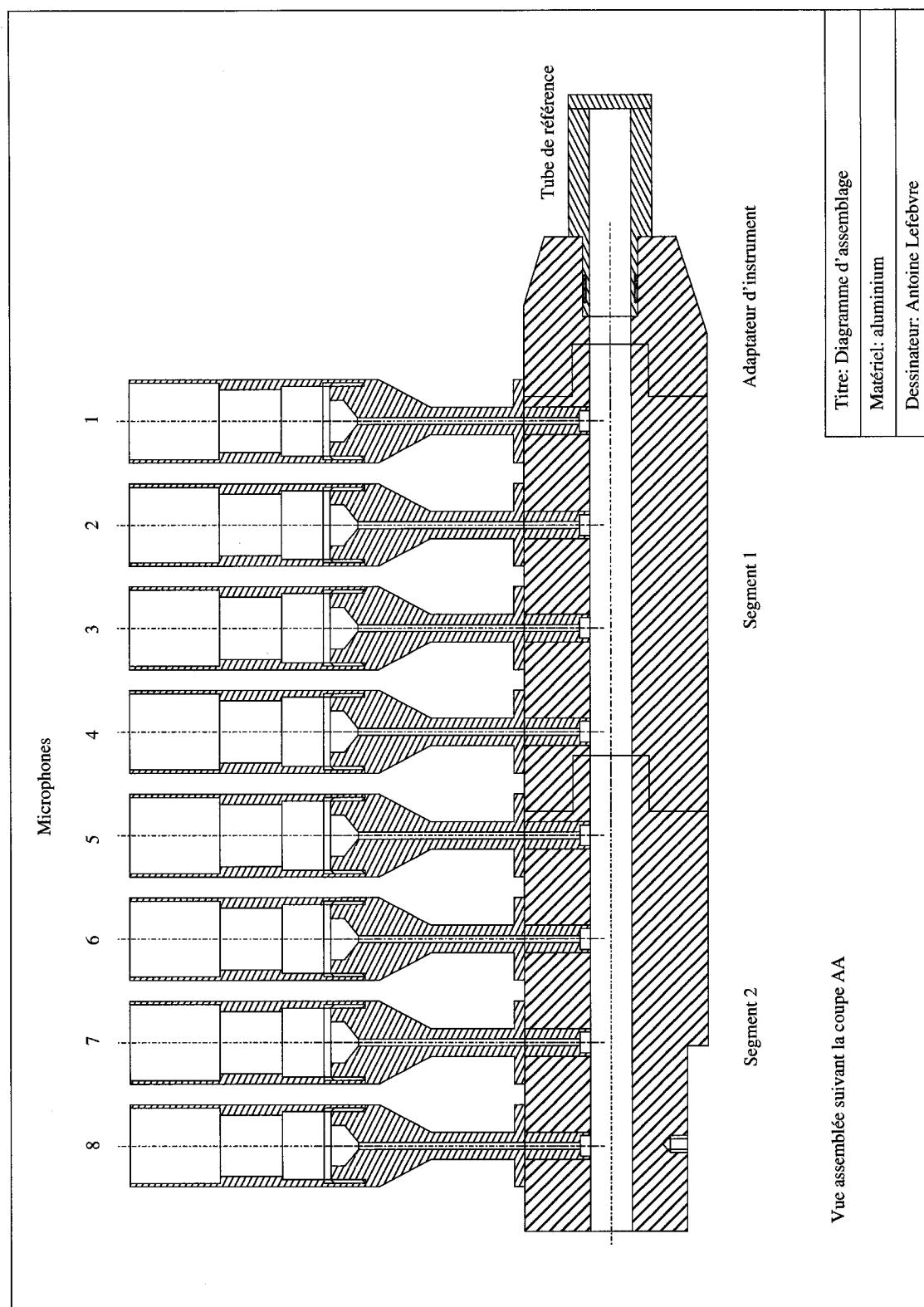


FIGURE I.7 Diagramme d'assemblage de l'appareil de mesure avec un tube de référence

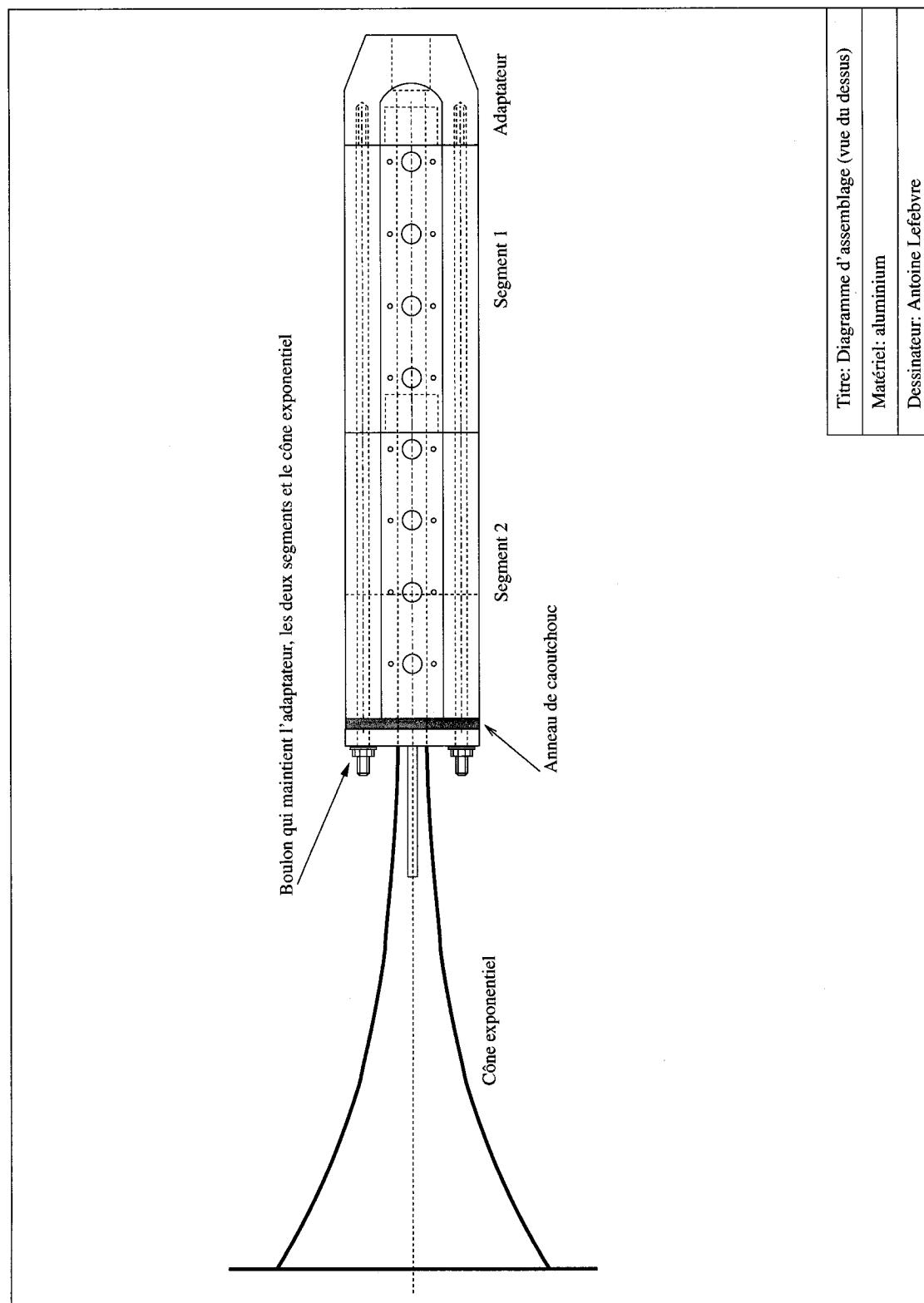


FIGURE I.8 Diagramme d'assemblage de l'appareil de mesure avec le cône réducteur exponentiel

## ANNEXE II

### OUTILS INFORMATIQUES

#### II.1 air\_properties.m

```
%%%%%
%% Propriétés de l'air
%% valide pour DeltaT=+-10 deg C autour de 26.85 %%
%%%%%
deltaT = T - 26.85;

% densité (kg/m^3)
rho = 1.1769 * (1 - 0.00335*deltaT);
% viscosité (kg/m sec)
mu = 1.8460E-5 * (1 + 0.00250*deltaT);
% ratio des chaleurs spécifiques
gamma = 1.4017 * (1 - 0.00002*deltaT);
% racine carrée du nombre de Prandtl
nu = 0.8410 * (1 - 0.00020*deltaT);
% vitesse du son (ms)
c = 3.4723E+2 * (1 + 0.00166*deltaT);
```

#### II.2 propagation\_constant\_keefe\_large\_r.m

```
function G = propagation_constant_keefe_large_r(f,rho,mu,nu,gamma,c,a)

omega = 2*pi*f;
S = pi*a^2;
Ro = rho*c/S;
s = a * sqrt( (rho * omega) / mu );
rt = nu * s;

%% approximation pour les tubes larges de Keefe, 1984
alpha = (omega/c) .* ...
(s.^(-1)*(1/sqrt(2))*(1 + (gamma-1)/nu) + s.^(-2)*(1 + (gamma-1)/nu - ...
0.5*(gamma-1)/nu^2 - 0.5*((gamma-1)/nu)^2) + s.^(-3)*(1/sqrt(2))*(7/8 +
```

```

(gamma-1)/nu - 0.5*(gamma-1)/nu^2 - 0.125*(gamma-1)/nu^3 - 0.5*((gamma-1)/nu)^2 + ...
0.5*(gamma-1)^2/nu^3 + 0.5*((gamma-1)/nu)^3) ;

vpinv = (1/c)*(1 + s.^(-1)*(1/sqrt(2))*(1+(gamma-1)/nu) - ...
s.^(-3)*(1/sqrt(2))*(7/8 + (gamma-1)/nu - 0.5*(gamma-1)/nu^2 - ...
0.125*(gamma-1)/nu^3 - 0.5*((gamma-1)/nu)^2 + 0.5*(gamma-1)^2/nu^3 + ...
0.5*((gamma-1)/nu)^3) ;

G = alpha + i*(omega.*vpinv) ;
end

```

### II.3 propagation\_constant\_low\_reduced\_frequency.m

```

function G = propagation_constant_low_reduced_frequency(f,rho,mu,nu,gamma,c,a)

omega = 2*pi*f;
S = pi*a^2;
Ro = rho*c/S;
s = a * sqrt( (rho * omega) / mu ) ;
rt = nu * s;

% solution à faible fréquence réduite (Zwikker et Kosten 1949)
G = (omega./c).*sqrt( besselj(0,rv.*sqrt(-i))./besselj(2,rv.*sqrt(-i))) .* ...
sqrt(gamma*(1+((gamma-1)/gamma)*besselj(2,rt.*sqrt(-i))./besselj(0,rt.*sqrt(-i)))) ;
end

```

### II.4 propagation\_constant\_pierce.m

```

function G = propagation_constant_pierce(f,rho,mu,nu,gamma,c,a)

omega = 2*pi*f;
S = pi*a^2;
Ro = rho*c/S;
s = a * sqrt( (rho * omega) / mu ) ;
rt = nu * s;
alpha = (1/a).*sqrt(omega.*mu./(2*rho*c^2))*(1+(gamma-1)./nu);
G = i*(omega./c) + (1+i).*alpha;

end

```

## II.5 yload.m

```

function [b,y,f] = yload(capture, N, fs)
s = size(capture);
nmicros = s(1);
[P11,f] = pwelch(capture(1,:), N,fs);
P11 = P11.*fs;
b = zeros(nmicros,length(f));
y = zeros(nmicros,length(f));
b(1,:) = P11';
for m=2:nmicros
[P22,f] = pwelch(capture(m,:), N,fs);
P22 = P22.*fs;
b(m,:) = P22';
[P12,f] = csd(capture(1,:),capture(m,:),N,fs);
y(m,:) = (P12./P11)';
end
end

```

## II.6 impedance\_gibiat.m

```

% ym: fonction de transfert de l'objet mesuré
% yref: fonctions de transfert des trois objets de référence
% zref: impédance théorique des trois objets de référence
function [z,c] = impedance_gibiat(ym, yref, zref, N)
c = TMCalibGibiat(N, yref, zref);
z = (transpose(c(:,2)).*ym + transpose(c(:,3)))./(ym - transpose(c(:,1)));
end

```

## II.7 TMCalibGibiat.cc

```

#include <octave/oct.h>
#include <math.h>
#include <string>

using namespace std;

DEFUN_DLD (TMCalibGibiat, args, nargout,

```

```
"Calculate calibration coefficient from measurement of calibration objects")
{
    octave_value arg;
    octave_value_list retval;
    int nfreqs = 0;
    ComplexMatrix signal_ratios;
    ComplexMatrix impedances;

    arg = args(0);
    if (arg.is_real_scalar()) {
        nfreqs = static_cast<int>(arg.scalar_value());
    }

    arg = args(1);
    if (arg.is_complex_matrix()) {
        signal_ratios = arg.complex_matrix_value();

        if (signal_ratios.rows() != 3) {
            cout << "The number of rows is incorrect. " <<
                "Must be 3 (for each measured objetc)." << endl;
            return retval;
        }

        if (signal_ratios.cols() != nfreqs) {
            cout << "The length of the yloads vector is incorrect. " <<
                "Must be equal to nfreqs*nmicros*nloads." << endl;
            return retval;
        }
    }

    arg = args(2);
    if (arg.is_complex_matrix()) {
        impedances = arg.complex_matrix_value();
        if (impedances.rows() != 3) {
            cout << "The length of the rs vector is incorrect. " <<
                "Must be equal to nfreqs*nloads." << endl;
            return retval;
        }
        if (impedances.cols() != nfreqs) {
            cout << "The length of the yloads vector is incorrect. " <<
                "Must be equal to nfreqs." << endl;
            return retval;
        }
    }
}
```

```
int ncols = 3;

ComplexRowVector x(ncols);
ComplexMatrix solution(nfreqs,ncols);

for (int i = 0; i < nfreqs; i++) { // for each frequencies
    x(0) = signal_ratios(0,i);
    x(1) = (impedances(1,i)*(signal_ratios(1,i) - x(0)) -
    impedances(2,i)*(signal_ratios(2,i) - x(0)))/
    (signal_ratios(1,i)-signal_ratios(2,i));
    x(2) = (impedances(2,i)*signal_ratios(1,i)*(signal_ratios(2,i) - x(0)) -
    impedances(1,i)*signal_ratios(2,i)*(signal_ratios(1,i) - x(0)))/
    (signal_ratios(1,i)-signal_ratios(2,i));

    for (int j = 0; j < ncols; j++)
        solution(i,j) = x(j);
}
retval.append( octave_value(solution) );
return retval;
}
```

## ANNEXE III

### AMPLIFICATEUR DIFFÉRENTIEL

#### III.1 Analyse mathématique de l'amplificateur différentiel

L'amplificateur différentiel envoie le signal sur deux fils torsadés, l'un étant l'inverse de l'autre, de sorte que la somme des deux signaux est nulle. Cette méthode possède l'avantage de réduire de beaucoup le bruit induit sur la ligne de transmission. Les cartes de son professionnelles sont conçues pour accepter ce type de signaux dits balancés. Cet amplificateur doit être situé le plus près possible de la capsule condensateur afin de minimiser le bruit. Puisque l'espace est réduit à l'intérieur du microphone, l'alimentation doit être fournie avec ce que l'on appelle le courant fantôme. Les deux fils transportant les signaux ont une tension par rapport à la terre, qui est utilisée pour fournir le courant à l'amplificateur opérationnel grâce à un circuit de régulation zener.

Les condensateurs ont une tension nominale de 16V, suffisante puisque la tension du circuit est régulée par une Zener de 10V. La capacité de ceux-ci doit être la plus grande possible afin de ne pas pénaliser le gain en basse fréquence. Cependant, l'espace nous étant restreint, des condensateurs de  $470 \mu\text{F}$  ont été choisis.

### III.1.1 Définition des variables

$V_{in}$	signal d'entrée en provenance de la capsule condensateur. ( $V_3$ sur le schéma)
$V_{out+}$	sortie du 1 <sup>er</sup> amplificateur opérationnel. ( $V_1$ sur le schéma)
$V_{out-}$	sortie du 2 <sup>ème</sup> amplificateur opérationnel. ( $V_7$ sur le schéma)
$V_r$	tension de référence.
$D_1$	$\frac{R_2}{R_2+R_3}$
$D_2$	$\frac{R_4}{R_4+R_5}$

### III.1.2 Équations des amplificateurs

Nous avons consulté un document publié par Texas Instrument [13] pour effectuer l'analyse du circuit électronique. Nous considérons que l'amplificateur opérationnel est idéal, c'est-à-dire que son gain en boucle ouverte est infini et que, lorsqu'il est connecté avec une boucle de rétroaction, les tensions aux deux entrées tendent à être égales. Aussi, les courants aux entrées et sorties de l'amplificateur opérationnel sont nuls. Toutes les tensions de notre analyse sont relatives à la tension de référence  $V_r$ . Ainsi, pour le premier amplificateur opérationnel, connecté en mode non inversé, nous avons  $V_- = V_+ = V_{in}$  et, par le diviseur de tension entre la sortie et la référence,  $V_- = V_{out+} \times D_1$ . Donc, la tension de sortie de ce premier amplificateur est

$$V_{out+} = \frac{V_{in}}{D_1} = \left(1 + \frac{R_3}{R_2}\right) V_{in}. \quad (\text{III.1})$$

Le second amplificateur est connecté en mode inversé. Nous avons premièrement que  $V_- = V_+ = 0$  (relativement à  $V_r$ ). Aussi, par le diviseur de tension,  $V_- = (V_{out-} - V_{out+}) \times D_2 + V_{out+} = V_{out-} \times D_2 + V_{out+} \times (1 - D_2)$ . La tension de sortie de ce second amplificateur devient alors

$$V_{out-} = \frac{D_2 - 1}{D_2} V_{out+} = -\frac{R_5}{R_4} V_{out+}. \quad (\text{III.2})$$

La sortie du second amplificateur est l'inverse du premier lorsque les deux résistances sont égales. Le circuit réalise donc la tâche correctement. Effectivement, la somme des deux signaux est nulle puisque  $R_4 = R_5$  :

$$V_{out+} + V_{out-} = \left(1 - \frac{R_5}{R_4}\right) V_{out+} = 0.$$

De même, la différence entre les deux signaux, qui sera enregistrée par la carte de son est

$$V_{out+} - V_{out-} = \left(1 + \frac{R_5}{R_4}\right) V_{out+} = \left(1 + \frac{R_5}{R_4}\right) \left(1 + \frac{R_3}{R_2}\right) V_{in} = 4V_{in}.$$

Puisque la précision des résistances est de 1%, il y aura inévitablement un mode commun sur la ligne de transmission. En appliquant les règles de propagation des erreurs, nous obtenons dans le pire des cas

$$V_{out+} + V_{out-} = (1 - (1 \pm 2\%)) V_{out+} \approx 0.02V_{out+} \approx 0.04V_{in}. \quad (\text{III.3})$$

Ce résultat signifie qu'il y aura injection d'un bruit en mode commun sur la ligne de transmission à cause de l'imperfection des résistances. Ce bruit est proportionnel au signal d'entrée au microphone et correspond au maximum à 4% de celui-ci.

**ANNEXE IV****GRAPHIQUES DE L'IMPÉDANCE DES NOTES DO $\sharp$ , SOL ET RÉ DES  
SAXOPHONES ALTI**

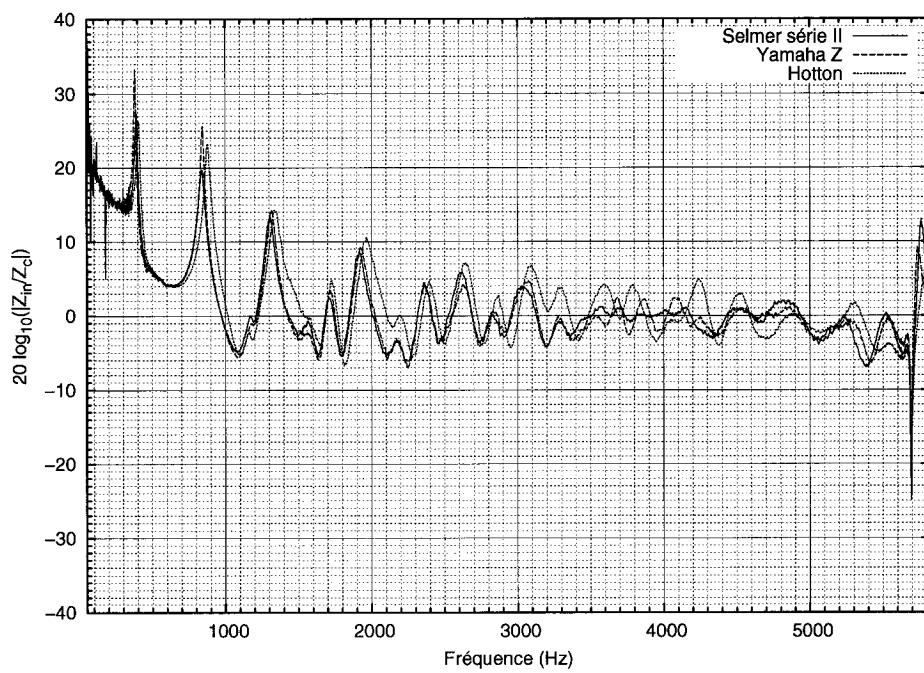


FIGURE IV.1 Magnitude de l'impédance étalonnée du Do $\sharp$  des saxophones (groupe de tubes 1, micro. 1 et 2)

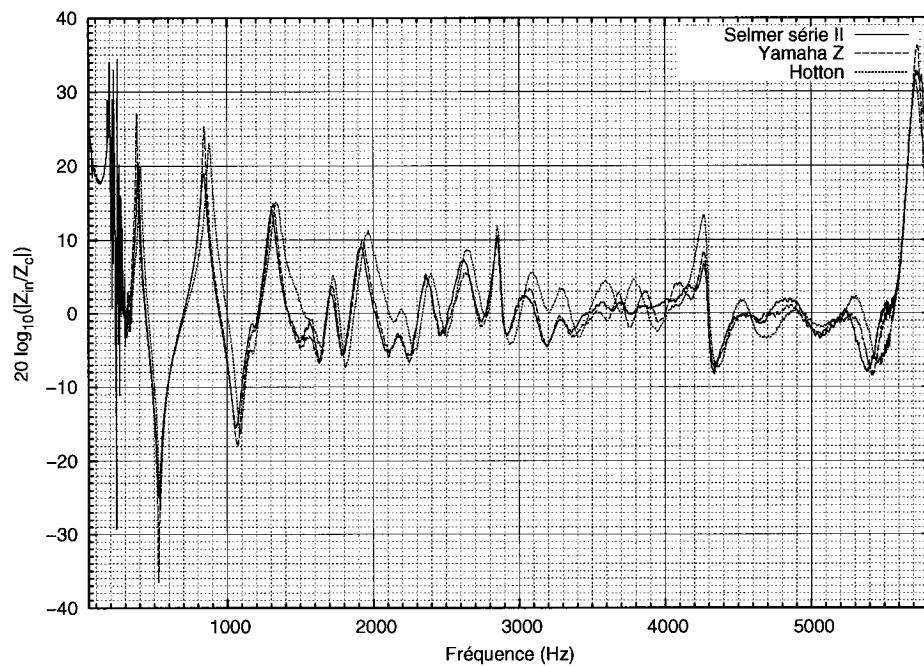


FIGURE IV.2 Magnitude de l'impédance étalonnée du Do $\sharp$  des saxophones (groupe de tubes 2, micro. 1 et 2)

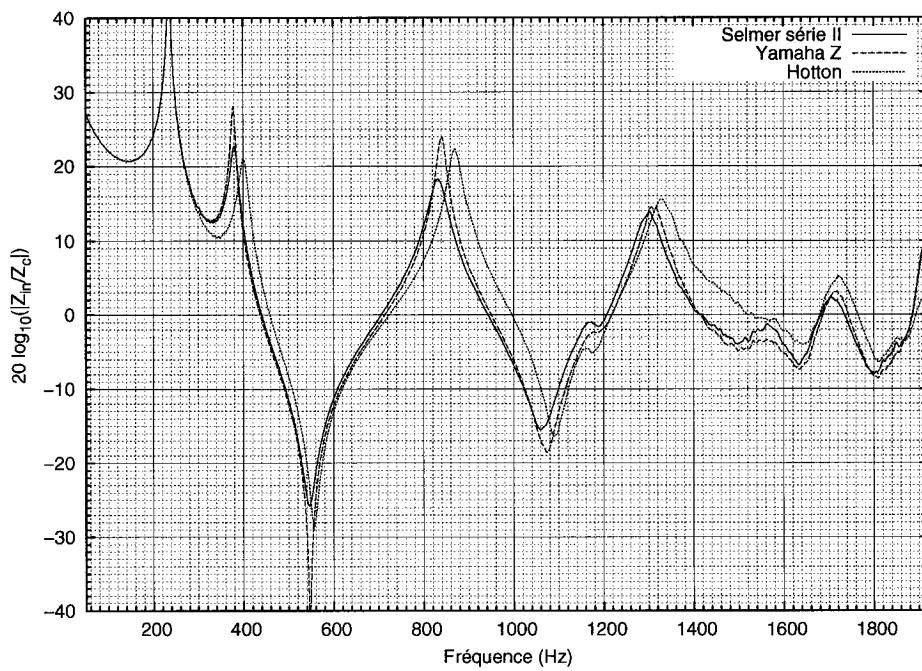


FIGURE IV.3 Magnitude de l'impédance étalonnée du Do♯ des saxophones (groupe de tubes 1, micro. 1 et 4)

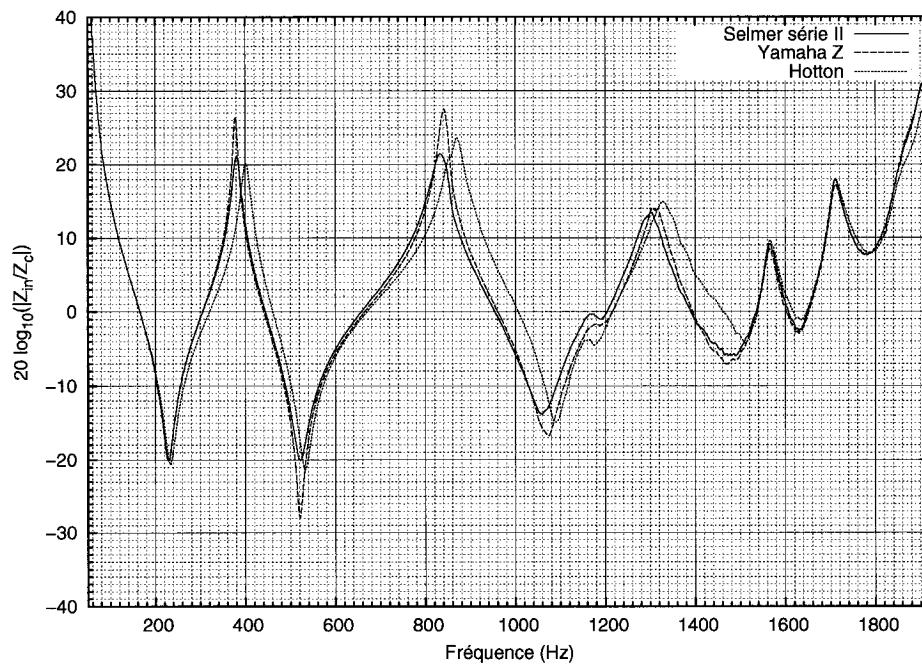


FIGURE IV.4 Magnitude de l'impédance étalonnée du Do♯ des saxophones (groupe de tubes 2, micro. 1 et 4)

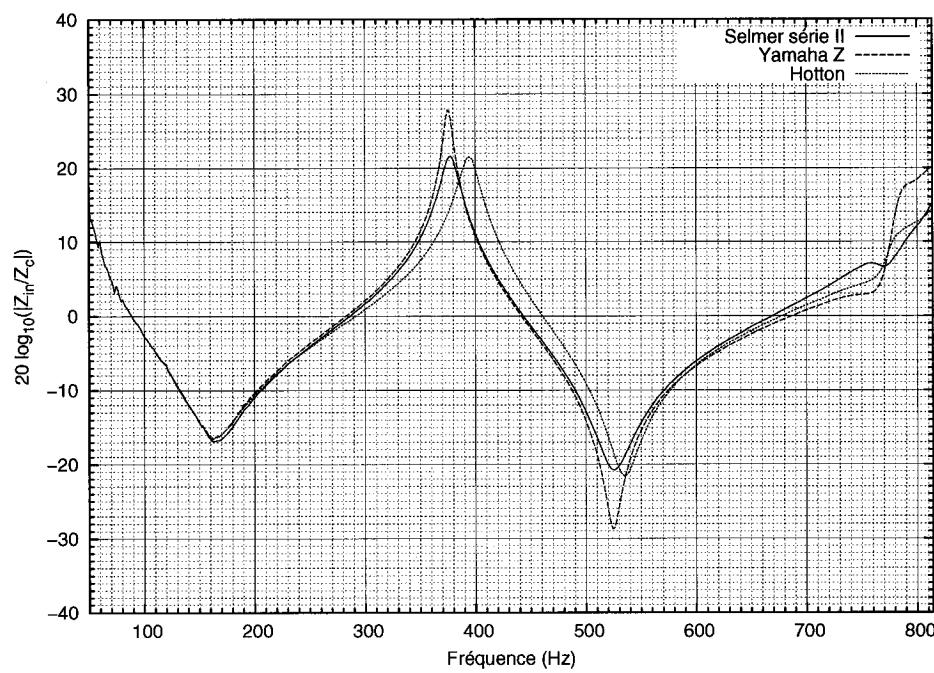


FIGURE IV.5 Magnitude de l'impédance étalonnée du Do<sup>#</sup> des saxophones (groupe de tubes 1, micro. 1 et 8)

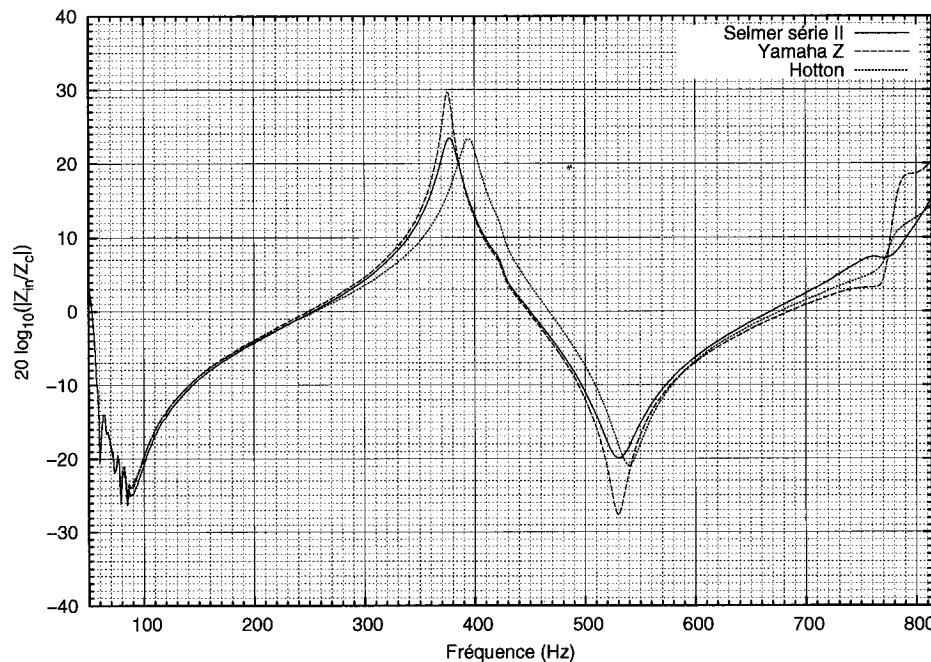


FIGURE IV.6 Magnitude de l'impédance étalonnée du Do<sup>#</sup> des saxophones (groupe de tubes 2, micro. 1 et 8)

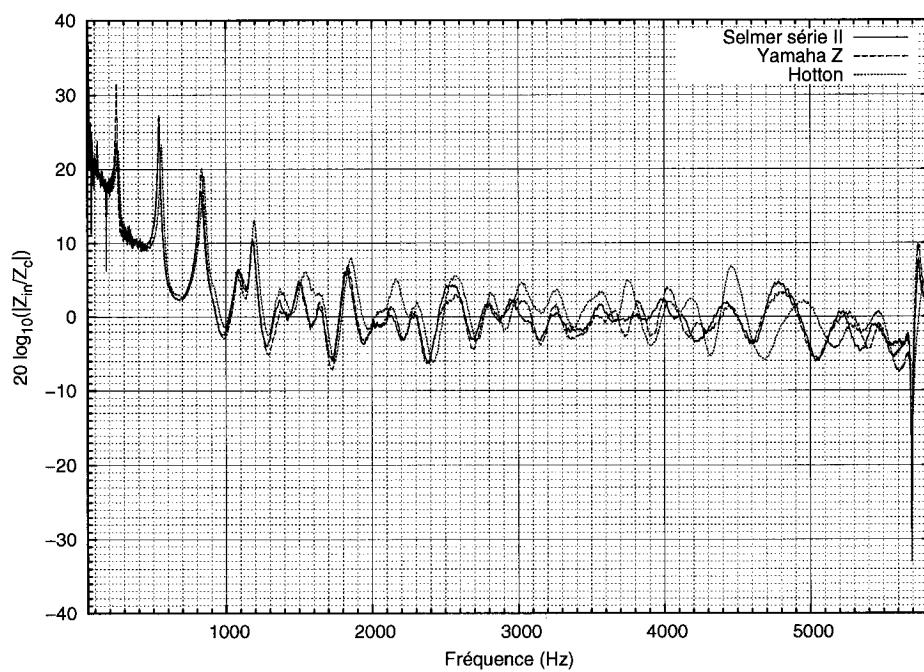


FIGURE IV.7 Magnitude de l'impédance étalonnée du Sol des saxophones (groupe de tubes 1, micro. 1 et 2)

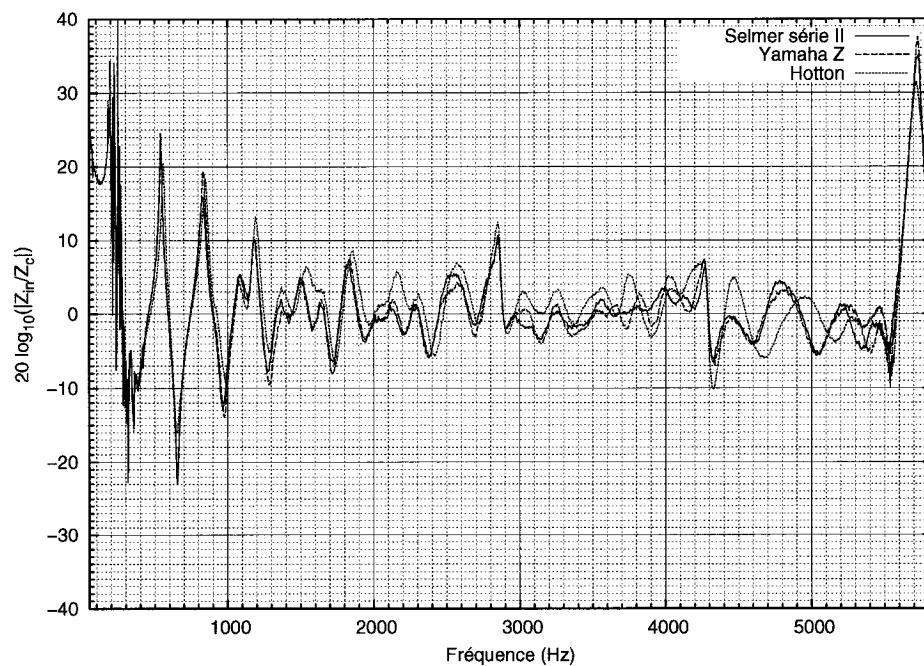


FIGURE IV.8 Magnitude de l'impédance étalonnée du Sol des saxophones (groupe de tubes 2, micro. 1 et 2)

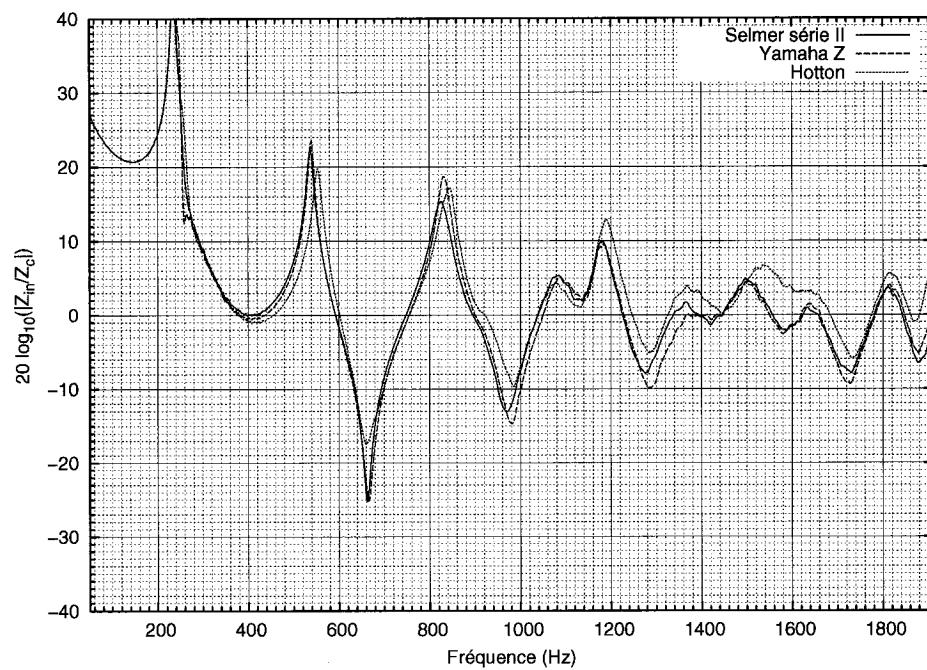


FIGURE IV.9 Magnitude de l'impédance étalonnée du Sol des saxophones (groupe de tubes 1, micro. 1 et 4)

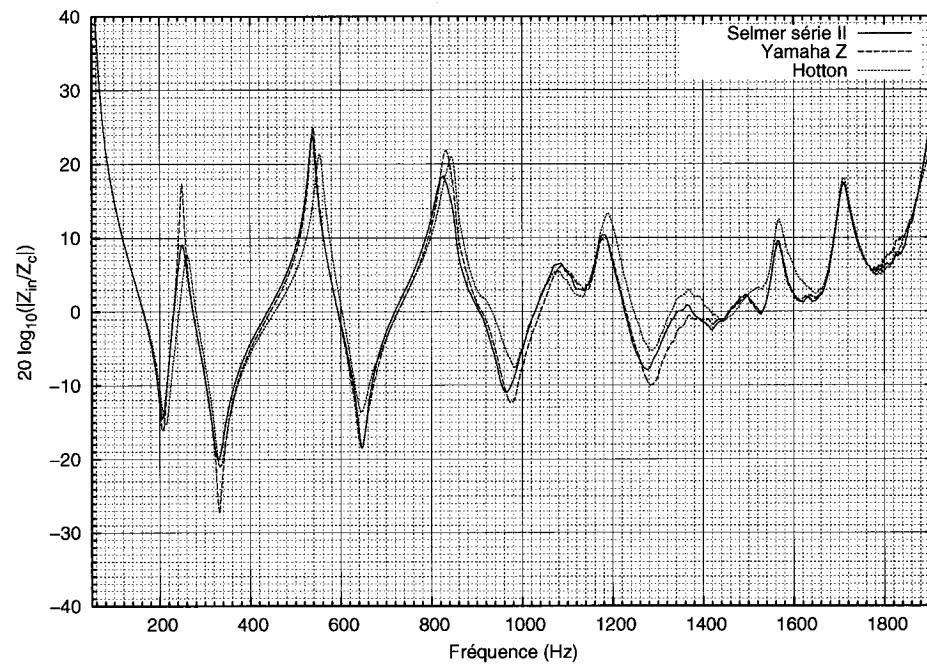


FIGURE IV.10 Magnitude de l'impédance étalonnée du Sol des saxophones (groupe de tubes 2, micro. 1 et 4)

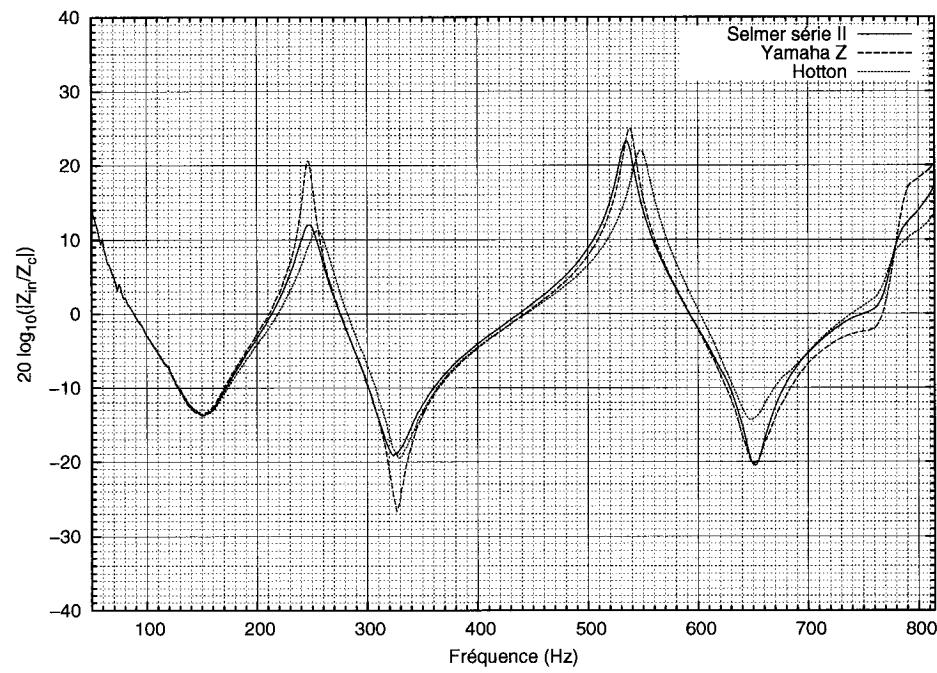


FIGURE IV.11 Magnitude de l'impédance étalonnée du Sol des saxophones (groupe de tubes 1, micro. 1 et 8)

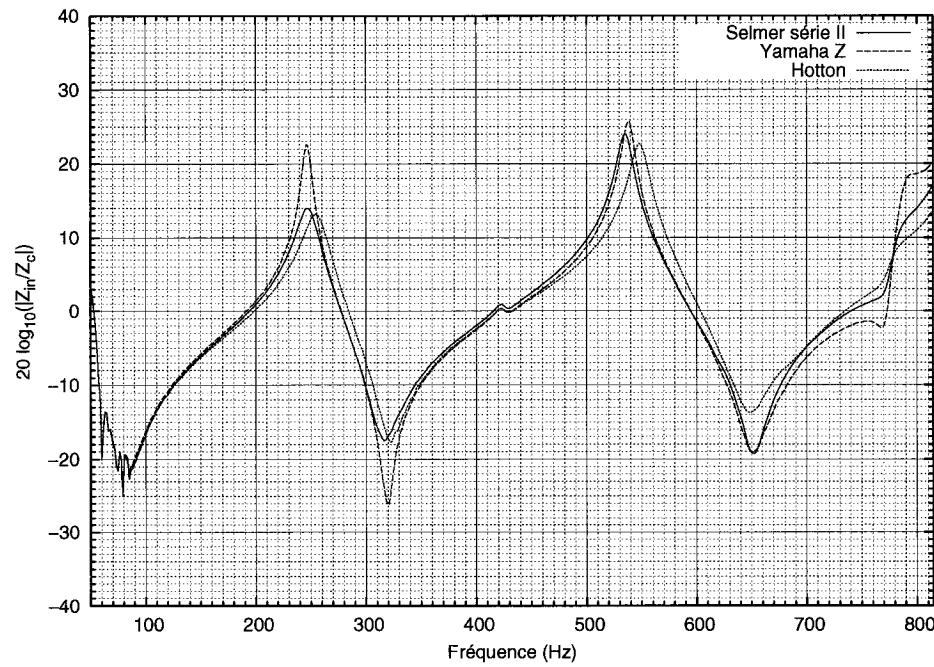


FIGURE IV.12 Magnitude de l'impédance étalonnée du Sol des saxophones (groupe de tubes 2, micro. 1 et 8)

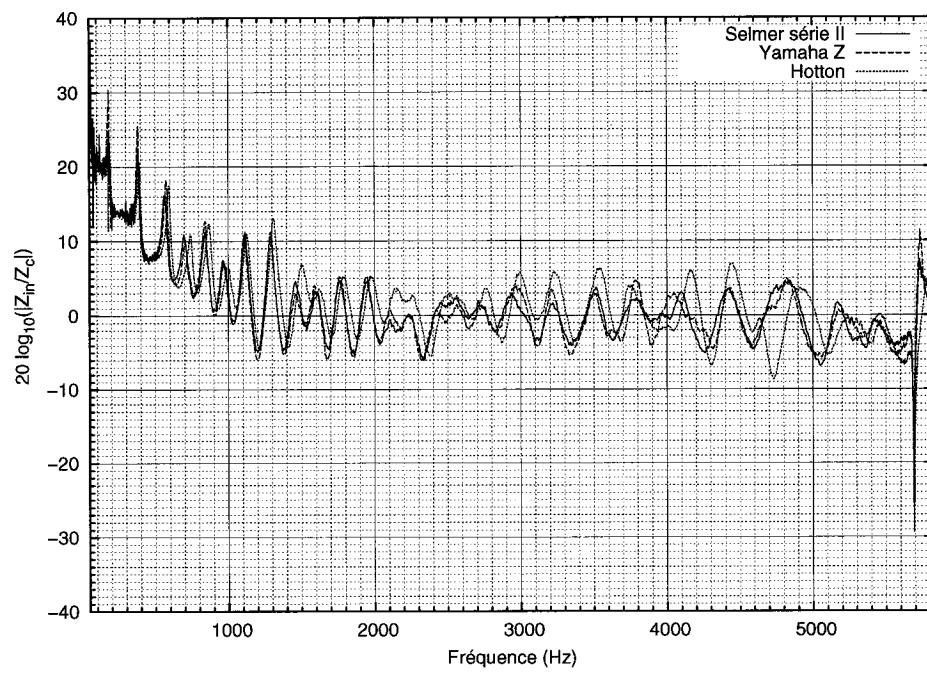


FIGURE IV.13 Magnitude de l'impédance étalonnée du Ré des saxophones (groupe de tubes 1, micro. 1 et 2)

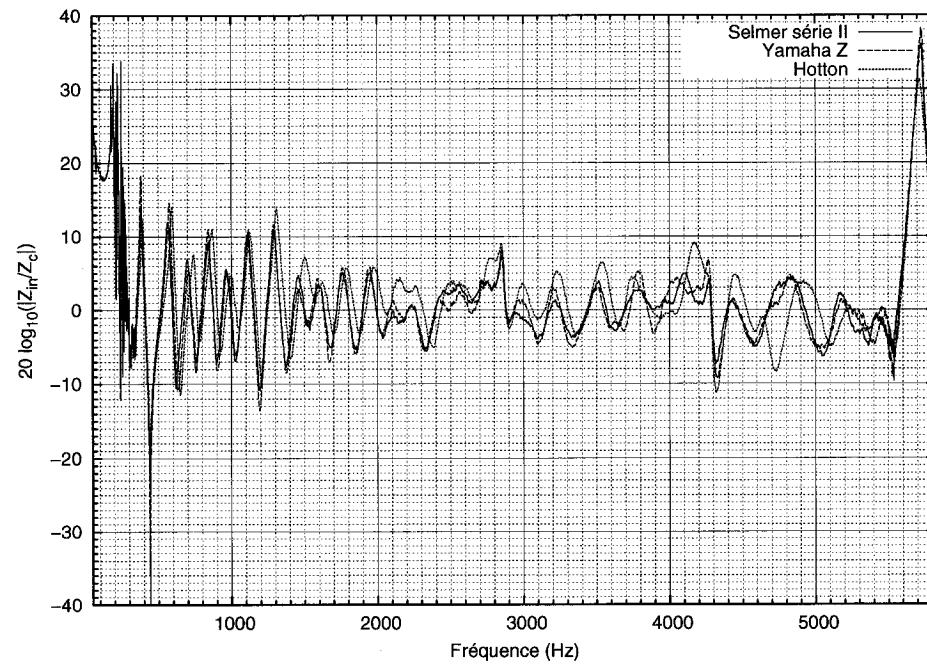


FIGURE IV.14 Magnitude de l'impédance étalonnée du Ré des saxophones (groupe de tubes 2, micro. 1 et 2)

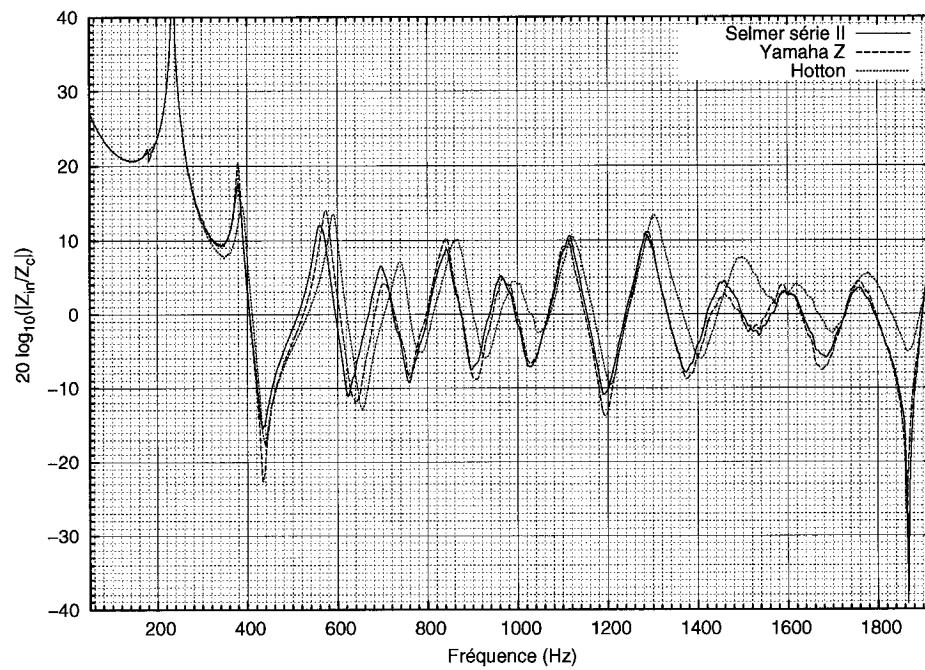


FIGURE IV.15 Magnitude de l'impédance étalonnée du Ré des saxophones (groupe de tubes 1, micro. 1 et 4)

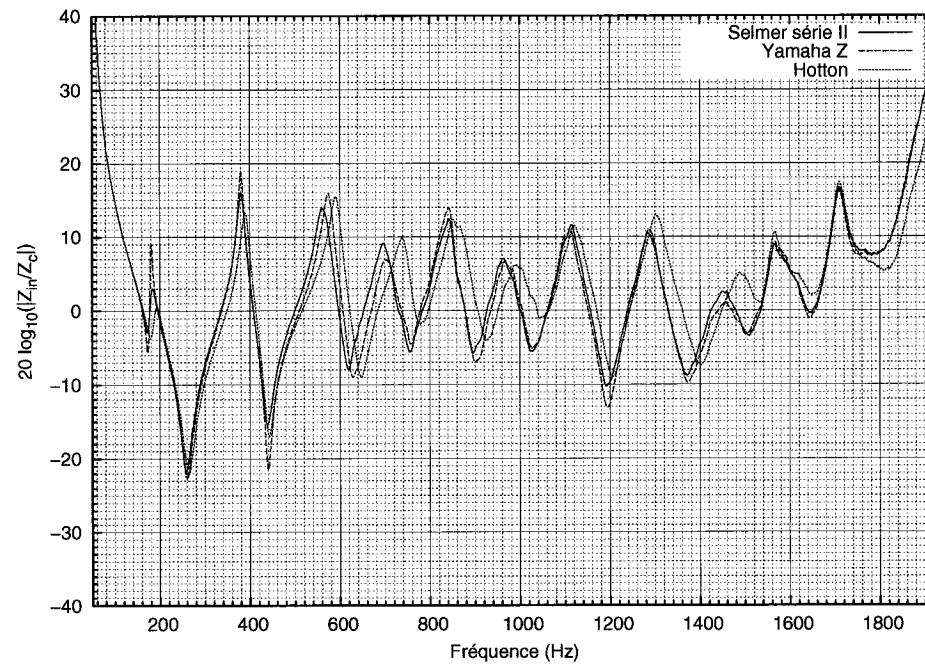


FIGURE IV.16 Magnitude de l'impédance étalonnée du Ré des saxophones (groupe de tubes 2, micro. 1 et 4)

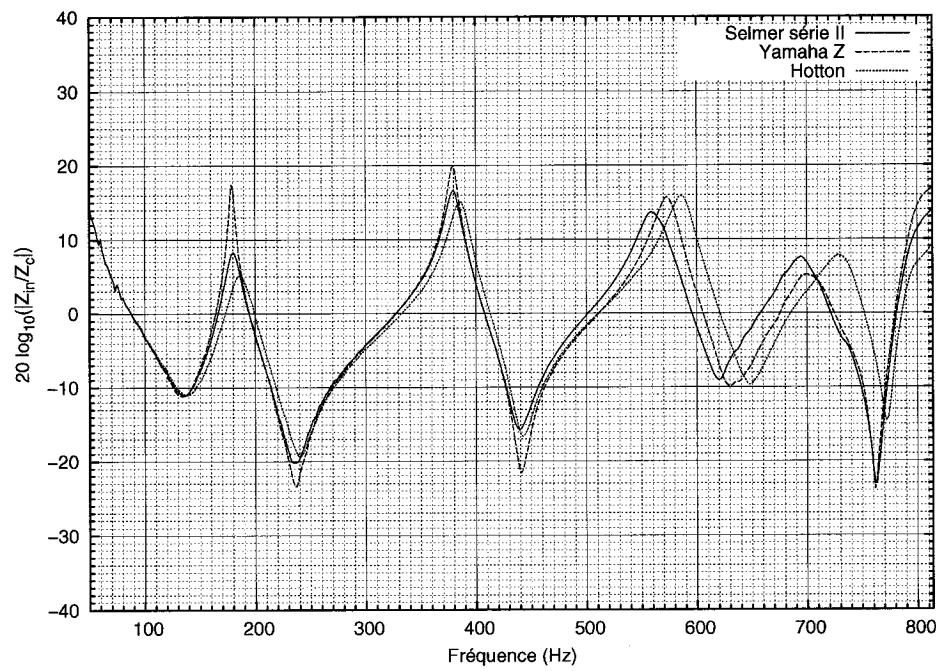


FIGURE IV.17 Magnitude de l'impédance étalonnée du Ré des saxophones (groupe de tubes 1, micro. 1 et 8)

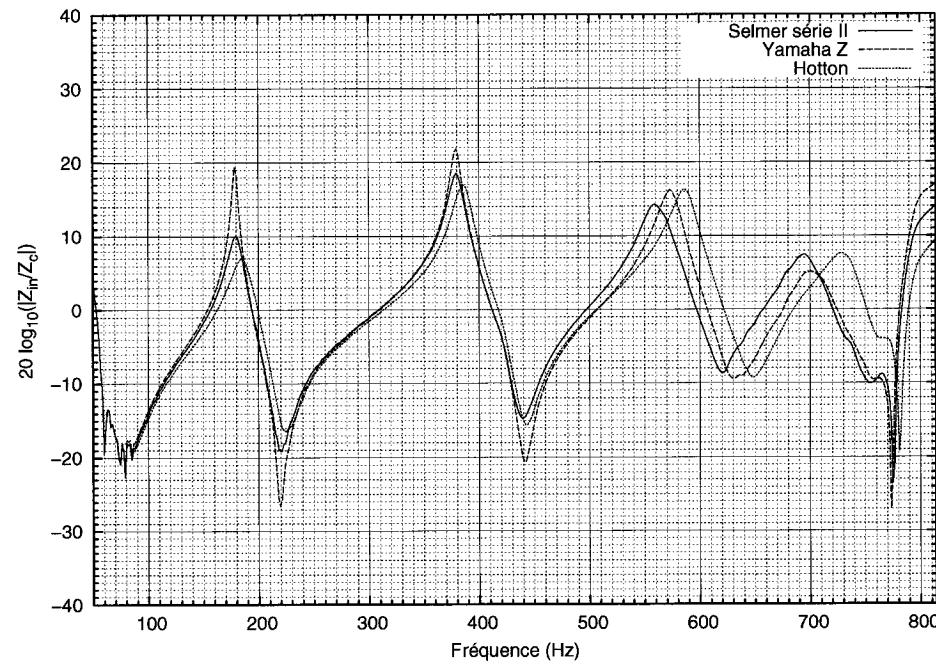


FIGURE IV.18 Magnitude de l'impédance étalonnée du Ré des saxophones (groupe de tubes 2, micro. 1 et 8)

## ANNEXE V

**DÉVELOPPEMENT DE LA FORMULE DE L'IMPÉDANCE AVEC LA  
MÉTHODE DE LA FONCTION DE TRANSFERT**

$$\begin{aligned}
 \frac{Z}{Z_c} = \frac{1+R}{1-R} &= \frac{1 + \left\{ \frac{H_{12}-H_{12i}}{H_{12r}-H_{12}} \right\} e^{-2\Gamma x_1}}{1 - \left\{ \frac{H_{12}-H_{12i}}{H_{12r}-H_{12}} \right\} e^{-2\Gamma x_1}} = \\
 &\frac{H_{12r} - H_{12} + \{H_{12} - H_{12i}\} e^{-2\Gamma x_1}}{H_{12r} - H_{12} - \{H_{12} - H_{12i}\} e^{-2\Gamma x_1}} = \\
 &\frac{H_{12} \{e^{-2\Gamma x_1} - 1\} + H_{12r} - H_{12i} e^{-2\Gamma x_1}}{H_{12} \{-e^{-2\Gamma x_1} - 1\} + H_{12r} + H_{12i} e^{-2\Gamma x_1}} = \\
 &\frac{H_{12} \{e^{\Gamma x_1} - e^{-\Gamma x_1}\} - e^{-\Gamma s} e^{\Gamma x_1} + e^{\Gamma s} e^{-\Gamma x_1}}{H_{12} \{e^{\Gamma x_1} + e^{-\Gamma x_1}\} - e^{-\Gamma s} e^{\Gamma x_1} - e^{\Gamma s} e^{-\Gamma x_1}} = \\
 &\frac{H_{12} \{e^{\Gamma x_1} - e^{-\Gamma x_1}\} + \{-e^{\Gamma x_2} + e^{-\Gamma x_2}\}}{H_{12} \{e^{\Gamma x_1} + e^{-\Gamma x_1}\} - \{e^{\Gamma x_2} + e^{-\Gamma x_2}\}} = \\
 &\frac{H_{12} \sinh(\Gamma x_1) - \sinh(\Gamma x_2)}{H_{12} \cosh(\Gamma x_1) - \cosh(\Gamma x_2)} \quad (V.1)
 \end{aligned}$$