

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

TARIFICATION DU TRANSPORT DE MARCHANDISES

IRIS FORMA

DÉPARTEMENT DE MATHÉMATIQUES ET DE GÉNIE INDUSTRIEL

ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

MÉMOIRE PRÉSENTÉ EN VUE DE L'OBTENTION
DU DIPLOME DE MAITRISE ÈS SCIENCES APPLIQUÉES
AOÛT 2006



Library and
Archives Canada

Bibliothèque et
Archives Canada

Published Heritage
Branch

Direction du
Patrimoine de l'édition

395 Wellington Street
Ottawa ON K1A 0N4
Canada

395, rue Wellington
Ottawa ON K1A 0N4
Canada

Your file Votre référence

ISBN: 978-0-494-19300-6

Our file Notre référence

ISBN: 978-0-494-19300-6

NOTICE:

The author has granted a non-exclusive license allowing Library and Archives Canada to reproduce, publish, archive, preserve, conserve, communicate to the public by telecommunication or on the Internet, loan, distribute and sell theses worldwide, for commercial or non-commercial purposes, in microform, paper, electronic and/or any other formats.

The author retains copyright ownership and moral rights in this thesis. Neither the thesis nor substantial extracts from it may be printed or otherwise reproduced without the author's permission.

AVIS:

L'auteur a accordé une licence non exclusive permettant à la Bibliothèque et Archives Canada de reproduire, publier, archiver, sauvegarder, conserver, transmettre au public par télécommunication ou par l'Internet, prêter, distribuer et vendre des thèses partout dans le monde, à des fins commerciales ou autres, sur support microforme, papier, électronique et/ou autres formats.

L'auteur conserve la propriété du droit d'auteur et des droits moraux qui protègent cette thèse. Ni la thèse ni des extraits substantiels de celle-ci ne doivent être imprimés ou autrement reproduits sans son autorisation.

In compliance with the Canadian Privacy Act some supporting forms may have been removed from this thesis.

Conformément à la loi canadienne sur la protection de la vie privée, quelques formulaires secondaires ont été enlevés de cette thèse.

While these forms may be included in the document page count, their removal does not represent any loss of content from the thesis.

Bien que ces formulaires aient inclus dans la pagination, il n'y aura aucun contenu manquant.


Canada

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

Ce mémoire intitulé :

TARIFICATION DU TRANSPORT DE MARCHANDISES

présenté par : FORMA Iris

en vue de l'obtention du diplôme de : Maîtrise ès sciences appliquées

a été dûment accepté par le jury d'examen constitué de :

Mme RIOPEL Diane, ing., Docteure, présidente

M. SAVARD Gilles, Ph.D., membre et directeur de recherche

M. LANGEVIN André, Ph.D., membre et codirecteur de recherche

M. MARCOTTE Patrice, Ph.D., membre

REMERCIEMENTS

Je tiens à remercier mes directeurs de recherche, Messieurs Gilles Savard et André Langevin, pour leurs appuis et leurs présences durant toutes les étapes de ce mémoire ainsi que leurs conseils et commentaires constructifs sans lesquels ce mémoire n'aurait pu voir le jour. Je leur suis tout particulièrement reconnaissante pour leur compréhension lorsque j'ai dû m'absenter plusieurs mois, pour la confiance qu'ils m'ont accordé et pour les moyens financiers et logistiques qu'ils ont mis à ma disposition.

J'aimerais également remercier le groupe de recherche Polygistique pour la compréhension et curiosité scientifique que cela m'a permise de développer et ainsi de progresser dans mon travail de recherche.

Je remercie Madame Diane Riopel pour sa disponibilité et son aide dans la recherche de la tarification du transport de marchandises de nos jours.

Je remercie également mon collègue, Monsieur Insa-Ayoub Correa, pour son écoute professionnelle.

Merci à mes amis pour leur intérêt et leur écoute.

Finalement, je voudrais tout particulièrement remercier ma mère pour son soutien inébranlable et sa patience à distance.

RÉSUMÉ

Ce travail de recherche porte sur la tarification du transport de marchandises. Le transport de marchandises représente un secteur clef pour le fonctionnement de la chaîne logistique. Cependant il reste encore archaïque dans le domaine de la tarification, et tout avancement dans ce domaine peut apporter aux entreprises une compétitivité sans égal. Dans un premier temps, nous démontrons dans ce travail que le secteur du transport de marchandises n'a pas encore été étudié sous l'angle de la gestion du revenu désignée sous le terme anglophone plus connu *Revenue Management*. Il s'agit d'une méthode basée sur la tarification du produit en confrontant l'offre et la demande sur des micros – segments de marché et par un contrôle systématique de la quantité. Puis, nous présentons comment les tarifs sont fixés dans le secteur du transport de marchandises.

Ce mémoire vise à proposer un modèle mathématique biniveau de tarification du transport de marchandises. L'objectif du premier niveau est de maximiser le profit du distributeur de marchandises, et l'objectif du deuxième niveau est de minimiser le coût perçu par chaque client et pour chaque origine - destination. Quatre contraintes sont imposées : le respect de la demande de chaque client, le respect du volume de chaque type de camion, le respect des correspondances arcs chemins et la non négativité des variables. Les variables du modèle sont les tarifs à fixer sur chaque chemin, les quantités de marchandises à transporter sur chaque chemin et pour chaque client, le nombre de camions de chaque type sur chaque arc et le flux sur chaque arc et pour chaque type de camion. C'est un modèle non linéaire et non convexe. Nous le transformons en un modèle linéaire mixte en écrivant les conditions d'optimalité du second niveau (Labbé, 1998). Nous programmons ensuite le modèle par le langage de modélisation AMPL et le solveur FortMP 3.2j.

La validation du modèle est établie par l'analyse de sensibilité sur un réseau test qui comprend trois nœuds. Ce réseau est testé dans les conditions suivantes : deux origines-destinations, quatre chemins, trois arcs, deux clients, et deux types de camions. Tous les résultats obtenus correspondent aux attentes du modèle. Le comportement du modèle est ensuite observé sur un plus grand réseau de transport routier réaliste à partir d'une base de données basée sur l'industrie du transport. Les résultats obtenus sont logiques et correspondent aux attentes.

Ainsi, c'est un modèle biniveau d'optimisation qui segmente le marché par une segmentation de la clientèle. En effet, pour chaque chemin, une qualité de service différente est proposée et la perception de la qualité de chaque client est prise en compte. Le client choisit entre les services de la compétition et ceux du distributeur.

Dans la même perspective, ce mémoire propose un modèle instantané d'optimisation du profit : un distributeur de marchandises pourrait décider au cours d'une tournée d'intégrer la commande d'un nouveau client en fonction des arcs sur lesquels les camions se trouvent, leur destination, leur volume disponible restant et en fonction des tarifs.

Il existe beaucoup d'autres pistes de recherche pour intégrer la gestion de revenu à la chaîne logistique. Ce mémoire en présente quelques exemples.

ABSTRACT

This research project is about the pricing of freight transportation. Freight transportation represents a key sector for the supply chain management, but it is still archaic in the pricing domain. And any progress in this sector could bring competitiveness and prosperity to freight enterprises. Initially, it is revealed in this thesis that the freight transportation sector has not yet been studied under the angle of revenue management, that is to say, using a method based on product pricing by confronting supply and demand on micro-market segments and systematic control of the quantity. Then, the research project shows how the tariffs are fixed in the freight transportation sector.

This master thesis aims at proposing a bilevel mathematical optimization model for the pricing of freight transportation. The objective of the first level is to maximize the profit of the distributor of the merchandises named the carrier. The objective of the second level is to minimize the cost perceived by each customer and for each origin - destination. Four constraints are imposed: respecting the request of each customer, the volume of each type of truck, the correspondences arcs - ways and the non negativity of the variables. The variables of the model are the tariffs to be fixed on each way, the quantity of goods to be transferred on each way and for each customer, the number of different types of trucks on each arc, and the flows on each arc and for each type of truck. This is a nonlinear and nonconvex model and the project shows the equivalence in whole number model and which is programmed using the modeling language AMPL and the solver FortMP 3.2j.

The validation of this model is established by the analysis of sensitivity on a network test which includes two origins - destinations, four ways, three arcs, two customers, and two types of trucks. All the results obtained correspond to the expectations of the model. The behavior of the model is then observed on a greater road network using a realistic data

base based on the freight transportation industry. The results obtained are logical and correspond to the expectations of the model.

Thus, this is a bilevel optimization model which is very original since it segments the market by a segmentation of the customers. Indeed, for each way, a different quality of service is proposed and the perception of the quality of each customer is taken into account. The customer chooses between the services of the competition and those of the carrier.

As well, this master's thesis proposes an instantaneous model of profit optimization: a carrier, which trucks are on their ways, could decide to integrate the order of a new customer depending on the arcs which the trucks are on, their destination, their volume available remaining and the way tariff.

There are many more possibilities of research in order to integrate revenue management into the logistic chain. This research project presents a few examples.

TABLE DES MATIÈRES

REMERCIEMENTS.....	iv
RÉSUMÉ.....	v
ABSTRACT.....	vii
TABLE DES MATIÈRES.....	ix
LISTE DES TABLEAUX.....	xiii
LISTE DES FIGURES.....	xiv
LISTE DES ANNEXES.....	xv
CHAPITRE 1 : INTRODUCTION.....	1
CHAPITRE 2 : REVUE DE LITTÉRATURE.....	5
2.1 Définitions et description de la chaîne logistique et de la gestion du revenu (RM).....	5
2.1.1 Chaîne d'approvisionnement et logistique.....	5
2.1.2 Gestion du revenu (RM).....	8
2.2 Articles intégrant le RM à la chaîne logistique.....	13
2.2.1 Articles intégrant le RM aux différents secteurs de la chaîne d'approvisionnement et les enjeux associés pour chaque secteur.....	14

2.2.2 Discussion des articles présentés dans le tableau 2.1 intégrant le RM en fonction des secteurs de la chaîne d’approvisionnement.....	17
2.3 Tarification du transport de marchandises de nos jours.....	21
2.3.1 Tarification du transport de marchandises aérien, Air Cargo.....	22
2.3.2 Tarification du transport maritime.....	24
2.3.3 Tarification du transport routier.....	24
2.3.4 Exemples.....	26
2.4 Transport de marchandises et RM.....	29
2.4.1 Littérature : la tarification du transport et le RM.....	29
2.4.2 Intégration du RM au transport de marchandises de nos jours.....	30
2.4.3 Discussion des difficultés et des possibilités d’intégration du RM au transport de marchandises.....	31
2.5 Conclusion.....	34
 CHAPITRE 3 : LE PROBLÈME ET SA MODÉLISATION MATHÉMATIQUE..	35
3.1 Définition du problème.....	35
3.2 Comparaison entre la problématique et les tournées de véhicules.....	37
3.3 Programmation mathématique à deux niveaux.....	39
3.4 Modèle mathématique et indices.....	40
3.4.1 Ensembles et indices.....	40
3.4.2 Paramètres.....	41
3.4.3 Variables.....	42

3.4.4 Objectifs.....	42
3.4.5 Contraintes.....	43
3.4.6 Résumé du modèle.....	45
3.5 Linéarisation du modèle biniveau	45
3.5.1 Linéarisation d'un modèle non linéaire à deux niveaux.....	46
3.5.2 Linéarisation d'un modèle non linéaire à deux niveaux dans le cas d'un problème général de tarification (Labbé et al.,1998).....	48
3.5.3 Linéarisation du modèle biniveau de tarification du transport de marchandises.....	49
3.6 Conclusion.....	53
CHAPITRE 4 : EXPÉRIMENTATION.....	54
4.1 Validation du modèle.....	54
4.1.1 Réseau et scénario choisis.....	55
4.1.2 Base de données.....	56
4.1.3 Résultats et validation des résultats.....	59
4.1.4 Analyse de sensibilité.....	61
4.2 Expérimentation.....	75
4.2.1 Réseau et scénario choisis.....	75
4.2.2 Base de données – les ensembles.....	76
4.2.3 Base de données – les paramètres.....	81
4.2.4 Résultats.....	90
4.2.5 Analyse de sensibilité.....	92
4.3 Conclusion.....	100

CHAPITRE 5 : PERSPECTIVES D'AVENIR.....	101
5.1 Limites du modèle.....	101
5.1.1 Problème du type de camions sur les arcs.....	101
5.1.2 Élasticité de la demande.....	103
5.2 Modèle instantané.....	103
5.2.1 Définition du problème.....	103
5.2.2 Vision de la problématique.....	104
5.2.3 Modèle mathématique.....	105
5.3 Autres axes de recherche possibles sur l'intégration de la gestion du revenu (RM) à la chaîne d'approvisionnement.....	110
5.4 Conclusion.....	111
CHAPITRE 6 : CONCLUSION.....	112
RÉFÉRENCES.....	115
ANNEXES.....	121

LISTE DES TABLEAUX

Tableau 2.1	Articles intégrant le RM en fonction des secteurs de la chaîne et les enjeux associés pour chaque secteur.....	14
Tableau 2.2	Catégorie et type de conclusion des articles présentés au tableau 2.1.....	18
Tableau 2.3	Sociétés du groupe « Transforce » en fonction du secteur spécialisé de transport (Transforce, 2006).....	27
Tableau 2.4	Services et tarifs proposés par le groupe de transport « Transforce » (Transforce, 2006).....	28
Tableau 2.5	Difficultés et possibilités d'intégrer le RM au transport routier, aérien et au transport au choix.....	33
Tableau 3.1	Problématique du suiveur.....	36
Tableau 3.2	Problématique du meneur.....	37
Tableau 3.3	Coûts fixes et coûts variables considérés dans le modèle.....	38
Tableau 4.1	Représentation des chemins du réseau choisi en fonction des origines – destinations.....	77
Tableau 4.2	Observation du comportement du modèle : l'impact des variations de chaque paramètre sur chaque variable.....	92
Tableau 5.1	Définitions des réseaux.....	105
Tableau 5.2	Axes de recherches possibles d'intégration du RM à la chaîne d'approvisionnement.....	110

LISTE DES FIGURES

Figure 2.1	Chaîne d'approvisionnement.....	6
Figure 2.2	Flux du RM (Talluri et al., 2005).....	10
Figure 4.1	Réseau choisi.....	55
Figure 4.2	Variation du volume w_{k_2} du camion de type k_2	62
Figure 4.3	Variation de la demande d_{A-B}^{C1} du client C1.....	64
Figure 4.4	Variation de la demande d_{B-C}^{C2} du client C2.....	65
Figure 4.5	Variation des coûts variables $c_{k_1BC}^v$ et $c_{k_2BC}^v$	67
Figure 4.6	Variation des coûts fixes $c_{k_1AB}^f$ pour la sorte de camion k_1 sur l'arc (AB).69	
Figure 4.7	Variation du tarif de la compétition $\bar{t}_{p_3}$ correspondant à l'origine destination A-B.....	71
Figure 4.8	Variation de la qualité du chemin de la compétition $\bar{q}_{p_3}$	73
Figure 4.9	Représentation géographique du réseau réel choisi.....	76
Figure 4.10	Représentation graphique du réseau réel choisi.....	76
Figure 4.11	Définition des arcs du réseau réel choisi.....	77
Figure 4.12	Définitions de base du camionnage du transport de marchandises.....	79
Figure 4.13	Distances du réseau routier choisi.....	82
Figure 4.14	Hauteur et largeur maximales d'un véhicule.....	83

LISTE DES ANNEXES

ANNEXE 1 VALIDATION NUMÉRIQUE DES RÉSULTATS DU RÉSEAU ET VÉRIFICATION DU RESPECT DE CHACUNE DES CONTRAINTES DU MODÈLE.....	121
ANNEXE 2 VALIDATION NUMÉRIQUE DES RÉSULTATS DU RÉSEAU RÉALISTE ET VÉRIFICATION DU RESPECT DES CONTRAINTES DU MODÈLE.....	128

CHAPITRE 1

INTRODUCTION

La chaîne logistique est aujourd'hui au centre des préoccupations du génie industriel : optimiser son fonctionnement est devenu indispensable pour rester compétitif, survivre et s'assurer une rentabilité à long terme. C'est dans ce but que depuis plusieurs années déjà, beaucoup de sociétés privées et des chercheurs mettent au point des systèmes de gestion de la chaîne de plus en plus sophistiqués et très performants. Mais malgré tous ces moyens des plus modernes mis en œuvre aussi bien dans les secteurs de la production, de la distribution ou encore de l'approvisionnement, l'industrie fait encore face à un problème très complexe : l'incertitude de la demande du client. En effet, aucune technologie ne peut prévoir de façon exacte la demande, et si, l'offre diffère de beaucoup de la demande, la chaîne d'approvisionnement se fragilise et à long terme se désintègre. Pour réduire cette incertitude, différentes techniques existent impliquant par exemple la science des statistiques ou encore la gestion des stocks.

À la différence de la chaîne d'approvisionnement, le secteur de l'aviation a réussi à trouver un système performant pour s'adapter à la demande du client même si elle reste incertaine. Cette méthode s'appelle *Yield Management* dans le cas où le produit est périssable (comme une place dans un avion) et de façon plus générale la gestion du revenu plus connue par son terme anglophone *Revenue Management* (RM). Cette méthode est basée sur la tarification du produit en confrontant l'offre et la demande sur des micro – segments de marché et par un contrôle systématique de la quantité. L'objectif de la gestion du revenu est de maximiser le revenu plutôt que de minimiser les coûts.

C'est ainsi qu'un tout nouveau domaine de recherche émerge ces dernières années qui explore de quelle manière appliquer la gestion du revenu à la chaîne

d'approvisionnement. Un des pionniers de ce domaine, le professeur Lee encourage une doctrine axée sur ce qu'il appelle les trois « A » (Lee, 2004) soit Agilité, Adaptabilité et Alignement pour une amélioration constante de la chaîne tandis que le professeur Simchi-Levi s'intéresse au parallèle entre les systèmes de décisions dans la chaîne logistique (Chen et al., 2002). Le but commun des chercheurs est de rendre la chaîne logistique capable de répondre à la demande, en adaptant une ou plusieurs parties de la chaîne voire toute la chaîne à la gestion du revenu. De plus, au-delà de savoir s'adapter à la demande, utiliser la gestion du revenu peut influencer la demande.

C'est dans ce contexte que nous avons effectué une étude sur les dernières découvertes dans ce domaine. Bien que ce champ de recherche soit assez récent, beaucoup de travaux très intéressants ont déjà été publiés. Nous les présentons de façon détaillée dans la revue de littérature au chapitre 2 de ce travail. Il reste cependant quelques secteurs de la chaîne inexplorés sous l'angle de la gestion du revenu. Un de ces secteurs est le transport de marchandises. Il est surprenant que ce secteur n'ait pas encore été approfondi sous cet aspect car il est justement en pleine expansion : les délocalisations des usines de production en Asie et en Europe de l'Est du fait de la main-d'œuvre bon marché augmentent et les importations et exportations de tous les produits s'intensifient grâce à l'accroissement constant des marchés mondiaux. De ce fait, le transport de marchandises est en train de devenir un élément clé de la chaîne logistique. Il doit donc s'adapter et se moderniser si il veut permettre aux entreprises de rester compétitives.

C'est dans cet objectif que nous présentons ce mémoire. Nous proposons d'appliquer la gestion du revenu aux transports de marchandises par un modèle mathématique de tarification capable de s'adapter à la demande. Ce modèle s'inspire de modèles performants de *yield management* déjà appliqués à l'aviation. Il maximise le revenu du distributeur de marchandises (c'est-à-dire celui qui transporte la marchandise) et minimise les coûts du client par un modèle biniveau. Ainsi ce modèle pourrait avoir une contribution intéressante pour ce secteur dont le rôle s'accroît au sein de la chaîne

logistique. De plus, d'après nos recherches, l'optimisation de la tarification ne semble pas être très présente dans ce secteur, ce qui ajoute à l'aspect original de notre travail. Les sociétés de transport de marchandises fonctionneraient suivant une tarification qui varie en fonction de la masse volumique par palier. La tarification prendrait aussi en compte si la livraison est effectuée par lot complet (c'est-à-dire directe) ou bien par lot partiel (c'est-à-dire avec des arrêts). Une autre raison pour laquelle il semble étonnant que ce secteur n'ait pas encore été approfondi sous l'angle de la gestion du revenu est le parallèle assez naturel qui peut être imaginé entre la tarification de sièges d'avions et la tarification d'unités de volume dans un moyen de transport de marchandises : dans les deux cas, on tarifie de l'espace de transport. Mais cette approche n'est pas aussi simple, car à la différence du transport de voyageurs, le transport routier de marchandises met en le problème des tournées de véhicules. Ainsi, le modèle mathématique présenté s'inspire aussi des modèles de tournées de véhicules et des modèles de gestion du revenu.

Le plan de ce mémoire se divise en quatre parties.

- **Première partie - revue de littérature**

Nous définissons tout d'abord la chaîne d'approvisionnement et la gestion du revenu. Nous présentons ensuite un éventail d'articles qui intègrent la gestion du revenu à la chaîne d'approvisionnement en les classant par secteur et en expliquant pour chaque secteur de la chaîne quels sont les enjeux associés et pour chaque article quel est le type de conclusion. Ainsi, nous montrons pourquoi nous choisissons de construire un modèle de gestion de revenu pour le secteur du transport de marchandises. Puis, pour en connaître plus dans ce domaine pour lequel nous construisons un modèle, nous présentons nos recherches concernant la tarification du transport de marchandises de nos jours dans le transport aérien, maritime et routier. Nous discutons ensuite des difficultés et possibilités d'intégrer la gestion du revenu aux transports de marchandises aérien et routier.

- **Deuxième partie - le problème et sa modélisation mathématique**

Nous commençons par présenter la problématique du distributeur de marchandises face aux clients. Puis, après avoir défini le modèle général biniveau, nous présentons le modèle biniveau de tarification de marchandises que nous avons construit. Nous expliquons ensuite les démarches de linéarisation exacte du modèle biniveau général et du modèle biniveau appliqué à la tarification en écrivant les conditions nécessaires et suffisantes d'optimalité du second niveau. Puis nous appliquons cette méthode au modèle biniveau de tarification du transport de marchandises et présentons le modèle final linéarisé comprenant un objectif et les familles de contraintes.

- **Troisième partie – expérimentation et résultats**

Pour résoudre le modèle final linéarisé et transformé à un niveau, nous avons utilisé le langage de modélisation AMPL et le solveur FortMP 3.2j. Dans un premier temps, nous validons le modèle sur un réseau très simple et avec une base de données fictive qui nous permet d'évaluer les résultats attendus et ainsi de les comparer aux résultats du modèle. Après avoir démontré que le modèle répond à nos attentes par une analyse de sensibilité, nous l'expérimentons sur un réseau plus grand, et avec une base de données adaptée à la réalité. Nous présentons les résultats et les discutons.

- **Quatrième partie – limites du modèle et perspectives d'avenir**

Nous expliquons tout d'abord quelles sont les limites du modèle et nous proposons des solutions. Ensuite, nous présentons un nouveau modèle de tarification du transport de marchandises « instantané » lors d'une tournée en cours, qui s'inspire du modèle du mémoire. Puis, pour finir, nous présentons une revue d'idées d'axes de recherches possibles qui intègrent la gestion du revenu à la chaîne d'approvisionnement.

CHAPITRE 2

REVUE DE LITTÉRATURE

Dans ce chapitre, nous définissons tout d'abord la chaîne d'approvisionnement et la gestion du revenu. Nous présentons ensuite un éventail d'articles qui intègrent la gestion du revenu à la chaîne d'approvisionnement en les classant par secteur et en expliquant pour chaque secteur de la chaîne quels sont les enjeux associés et pour chaque article quel est le type de conclusion. Ainsi, nous montrons pourquoi nous choisissons de construire un modèle de gestion de revenu pour le secteur du transport de marchandises. Puis, pour approfondir nos connaissances dans ce domaine, nous présentons nos recherches concernant la tarification du transport de marchandises de nos jours dans le transport aérien, maritime et routier. Nous discutons ensuite des difficultés et possibilités d'intégrer la gestion du revenu aux transports de marchandises aérien et routier.

2.1 Définitions et descriptions de la chaîne logistique et de la gestion du revenu (RM)

Dans ce paragraphe, nous donnons d'abord les définitions de la chaîne d'approvisionnement, de la logistique et de la chaîne logistique. Ensuite nous présentons la gestion du revenu en expliquant son historique, ses conditions d'applications et son rôle.

2.1.1 Chaîne d'approvisionnement et logistique

D'après le H. Lee, la chaîne d'approvisionnement est un terme qui décrit comment les organisations (les fournisseurs, les fabricants, les distributeurs et les clients) sont reliées les uns aux autres (figure 2.1).

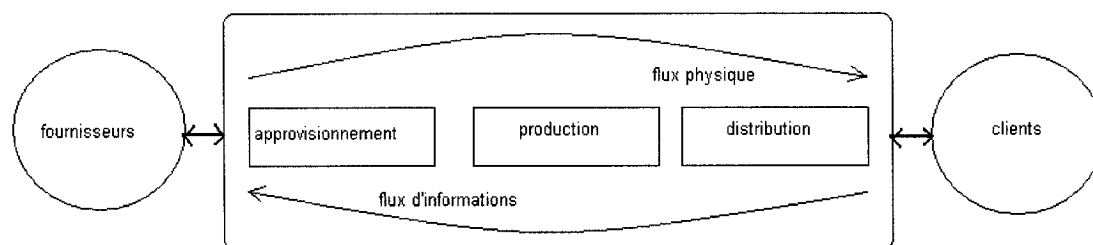


Figure 2.1 Chaîne d'approvisionnement

La gestion de la chaîne d'approvisionnement, désignée par son terme anglophone *Supply Chain Management*, correspond à un système d'approche globale pour gérer la totalité de flux d'information, de matériel et de services et ceci à partir des matières premières des fournisseurs en passant par les usines et les entrepôts jusqu'aux clients. De nos jours, excepté les réalisations artistiques, tout produit est commandé, conçu, fabriqué et distribué grâce à une chaîne d'approvisionnement. À chaque type de produit particulier correspond une chaîne d'approvisionnement distincte. La production des sèche-linge à l'usine Camco de Montréal est un exemple de bon fonctionnement de la chaîne d'approvisionnement : la matière première principale, l'acier est utilisé pour fabriquer l'armature de la sècheuse. Ensuite sont posées diverses couches de peinture. Puis le moteur est installé ainsi que les autres pièces nécessaires aux fonctions électriques requises. Au cours de la dernière étape, la sècheuse est fermée et ajustée par différentes sortes de vis, son fonctionnement est testé et le produit prêt est mis sous emballage avant d'être livré. L'usine Camco fait donc figure de client face à plusieurs fournisseurs de différents produits nécessaires à la fabrication de la sècheuse. Grâce à un système de flux continu, de stock zéro et de commande tirée par le client, en une journée 5600 sècheuses de plusieurs modèles (il en existe 160) sont fabriquées sur la même ligne d'assemblage et expédiées aux clients dont 85% se trouvent aux États-Unis. Plus de 900 employés de l'usine participent au bon fonctionnement de cette partie de la chaîne et encore beaucoup plus si on considère toute la chaîne par rapport à l'apport des matières premières jusqu'à la distribution des produits finis. Les informations précédentes ont été récoltées au cours d'une visite industrielle (Camco, 2005).

La logistique se définit dans l'industrie et le commerce comme l'ensemble des activités de gestion (planification et contrôle) inhérentes au flot des matières premières, des encours de fabrication et des produits finis, des fournisseurs jusqu'aux clients. La logistique englobe les secteurs liés au fonctionnement industriel de l'entreprise, c'est-à-dire : localisation, implantation, approvisionnement, manutention, entreposage, transport et distribution. Le cheminement logistique peut s'exprimer en trois étapes : la stratégie (définition et objectifs du service à la clientèle), la structure (réseau physique des installations, réseau de communication et d'information) et les opérations (prévisions de la demande, gestion des stocks, production, achats et approvisionnements, transport, conditionnement des produits, manutention, entreposage, traitement des commandes).

La chaîne logistique élaborée par les principales sociétés forestières en Finlande est un exemple intéressant. Les activités de gestion sont représentées par une cellule centrale informatique dont le principe est d'améliorer la communication et la gestion relatives aux flux de bois. Ceci permet d'une part l'optimisation du planning des camions de bois et d'autre part la planification des opérations forestières. Grâce à cette cellule centrale, les liens entre les acteurs de la chaîne sont les suivants : chaque usine du groupe industriel forestier communique ses besoins par période d'une semaine au minimum. Sur le terrain, l'agent d'exploitation envoie par GPS les coordonnées du chantier. Les chauffeurs d'engins estiment le volume réalisé dans la journée et envoient l'information au siège de la société. Le chauffeur de camion informe la centrale au moment du chargement depuis ce stock. Ensuite, un algorithme d'optimisation produit un programme de transport qui donne le nombre de chargements, précise quand et par quel camion le bois doit être transporté, et vers quelle usine (Afocel, 2006).

2.1.2 Gestion du revenu (RM)

Le contexte

Vendre un produit ou un service soulève un nombre de décisions fondamentales. Quelles que soient les décisions prises, il y aura toujours une part d'incertitude. On veut vendre au moment où les conditions du marché sont les plus favorables mais personne ne sait vraiment ce que l'avenir réserve. Au simple niveau d'un particulier qui souhaite revendre son appartement ou sa voiture, le défi est déjà présent : il voudra trouver le juste prix, pas trop élevé pour ne pas perdre d'acheteurs potentiels mais pas trop bas non plus pour pouvoir faire des profits de sa vente. Les entreprises font face à des décisions de ventes très complexes : comment vendre, à qui vendre, et surtout à quel tarif. Une entreprise peut-elle segmenter ses acheteurs? De quelle manière proposer à chaque segment des conditions commerciales appropriées tout en prenant en compte leurs différences de comportements et en l'exploitant dans le but d'augmenter les profits? Quels clients à quels segments? Quels prix à quels segments? Les prix peuvent-ils fluctuer, comment et suivant quelles périodes?

Les décisions de gestion de la demande

Pour répondre à toutes ces questions, l'entreprise prend des décisions de gestion de la demande désignées par le terme anglophone *demand - management decisions*. Ces décisions se répartissent en trois catégories. Tout d'abord ce sont les « décisions structurales » qui permettent de savoir quel format de vente utiliser (les prix indiqués, les négociations ou bien les ventes aux enchères), quel système de segmentation adopter et quelle forme d'échange offrir (des remises suivant le volume, des annulations). La deuxième catégorie de décisions à prendre concerne les prix, c'est-à-dire comment fixer les prix qui seront indiqués, les prix d'offres individuelles, les prix de vente aux enchères et, savoir quel prix associer à quelle catégorie de produits et de quelle manière fixer les

prix dans le temps en considérant le cycle de vie du produit. La dernière catégorie est la catégorie de décisions sur les quantités, c'est-à-dire décider quand accepter ou refuser une offre d'achat, comment ajouter de la capacité et à quels segments, quand mettre en attente un produit du marché et le vendre à des points plus avancés dans le temps.

Le RM, son rôle, ses systèmes

La définition de la gestion du revenu (RM) est la suivante : le RM est une approche de gestion pour optimiser le revenu qui permet de prendre les décisions de gestion de la demande. Son rôle est de gérer la rencontre entre le marché et l'entreprise tout en gardant comme objectif d'augmenter les revenus. Pour comprendre de façon approfondie le RM, nous devons savoir, d'après la définition, quels sont les systèmes utilisés pour prendre les décisions de gestion de la demande. Ces systèmes sont multiples et très diversifiés. Ils regroupent principalement les différents modèles et méthodes d'optimisation et de statistiques. C'est l'accès à une multitude de nouveaux procédés qui permet le fonctionnement du RM. Les progrès des scientifiques en économie, statistiques et recherche opérationnelle rendent possible la modélisation de la demande suivant les conditions économiques, la mesure des incertitudes face aux décisions à prendre, l'estimation et la prévision des réactions du marché, et le calcul de solutions optimales pour des problèmes de décisions complexes. D'un autre côté, les progrès réalisés dans le domaine des technologies de l'information permettent d'automatiser les transactions, de capturer et stocker une vaste quantité de données.

Le flux continu du RM

On comprend que les systèmes utilisés par le RM sont très variés. Il semble que toute méthode capable d'estimer ou de prévoir la demande et d'optimiser les décisions de gestion de la demande pour augmenter le revenu est un modèle de RM. Dans tout système de gestion du revenu, les données collectées sont transformées par le modèle de

RM et envoyées aux systèmes de distribution. Ce parcours peut être vu comme le flux continu du RM représenté par la figure 2.2 (Talluri et al., 2005).

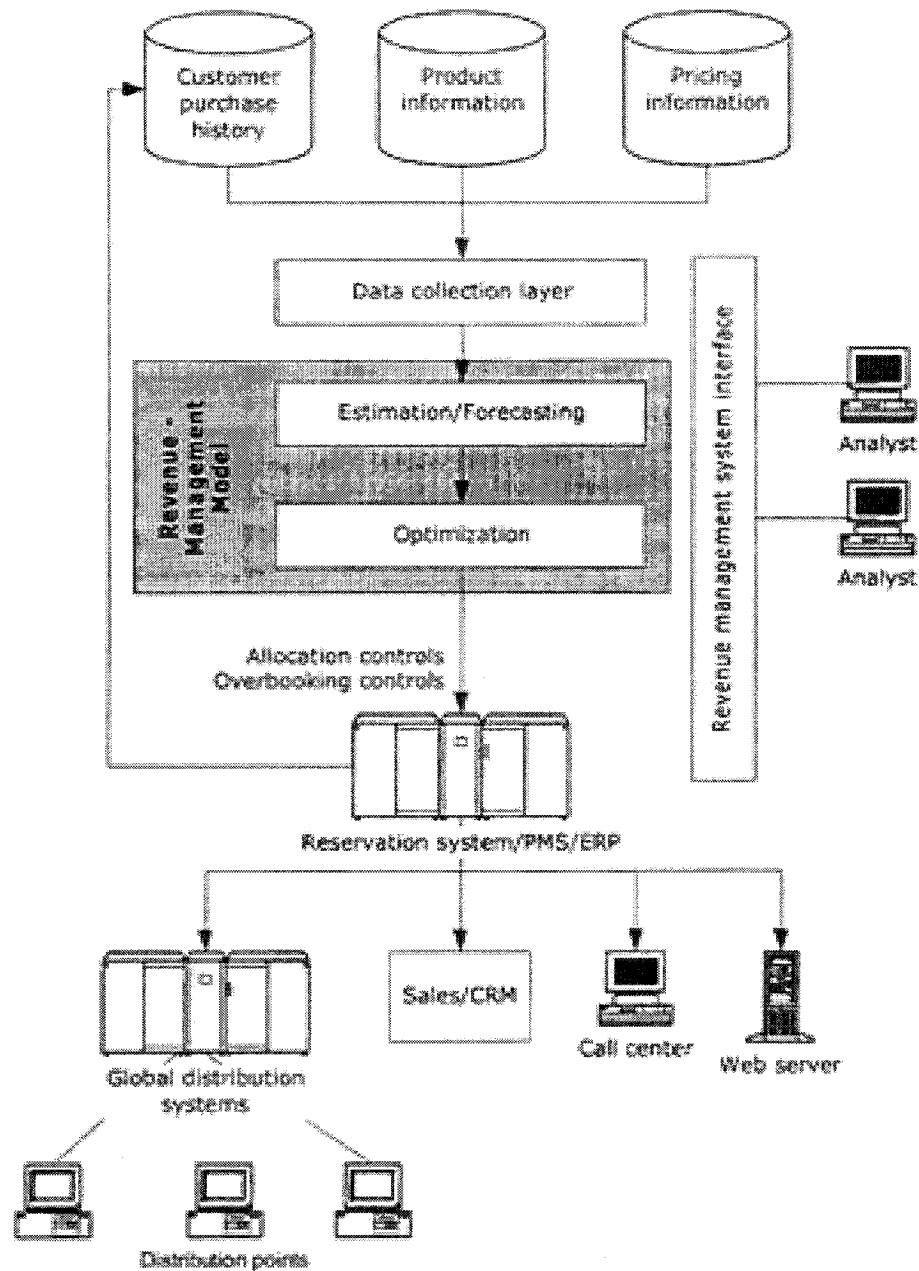


Figure 2.2 Flux du RM (Talluri et al., 2005)

La figure 2.2 illustre le flux du RM passant par quatre étapes : la collecte de données, les estimations et prévisions du modèle de demande, l'optimisation des systèmes de contrôle et le contrôle de la vente du stock.

Les synonymes du RM

Comme nous l'avons déjà expliqué dans l'introduction, les nouvelles recherches dans le domaine du RM consistent à l'intégrer à la chaîne d'approvisionnement. Le RM peut être vu comme le moteur de la chaîne d'approvisionnement (en anglais « Supply Chain Management » ou « SCM »). On peut se référer aux décisions d'approvisionnement et de procédés de la chaîne logistique comme des décisions de gestion de la demande avec comme objectif traditionnel de baisser les coûts de production et de distribution en parallèle avec l'objectif d'augmenter les revenus. Dans ce cas, le RM se nomme « Demand Chain Management » suivant son terme anglophone. On retrouve dans la littérature des appellations variées pour désigner le RM: « Yield Management », « Pricing and Revenue Management », « Pricing and Revenue Optimization », « Revenue Process Optimization », « Demand - Management », « Demand - Chain Management » (dans le cas de la SCM). Chacune des appellations est en fait un sous-ensemble du RM dans un secteur particulier et admet ses propres nuances. Par exemple, le « Yield Management » s'emploie uniquement dans le cas où un produit est considéré comme périssable, c'est-à-dire une place d'avion qui sera perdue si elle n'est pas occupée par un passager lors d'un vol ,ou bien un journal quotidien qui n'est pas vendu à la fin de la journée. Dans l'aviation, le système « Yield Management » est très connu pour sa capacité à ouvrir et fermer des catégories de sièges et ainsi proposer des tarifs différents en fonction de la demande.

Les conditions d'application du RM

Afin de pouvoir être appliquées, toutes les formes de RM nécessitent tout d'abord des conditions générales qui sont les suivantes.

- L'éventail de clients potentiels doit être hétérogène pour exploiter leurs variations de propension à payer (montant maximum qu'un individu est prêt à payer afin d'obtenir des bénéfices) et les segmenter.
- La demande doit être variable et incertaine.
- La production doit être inflexible.
- Le prix ne peut pas être associé à un gage de qualité. Le RM est plus enclin à être appliqué à des produits pour lesquels le prix n'est pas un symbole de statut particulier (car il varie) et pas un signal de valeur. Il faut que la nature du produit permette la séparation entre qualité et prix dans l'esprit du consommateur.
- Il faut avoir les infrastructures adéquates de systèmes d'information et de données.

Historique du RM

Le RM est apparu en premier dans le secteur de l'aviation. Suite à l'acte de déréglementation des lignes aériennes de 1978 aux États-Unis, le conseil d'aviation civile américain perdit le contrôle sur les prix des billets pour voyageurs. Par la suite, beaucoup de compagnies d'aviation ont accéléré leur développement par des systèmes de réservation informatique (Computerized Reservation Systems - CRS) et des systèmes globaux de distribution (Global Distribution Systems - GDS). Dans le même temps, les compagnies de charters sont apparues et ont connu un succès rapide grâce surtout à leur bas prix. Les autres compagnies virent leurs profits décliner de façon spectaculaire : une stratégie pour reprendre leurs clients était nécessaire. Ils pensèrent brader les sièges en surplus pour les rendre accessible aux voyageurs vacanciers mais comment garantir que les voyageurs d'affaires n'essaient pas d'en profiter aussi. C'est ainsi qu'est né le RM.

La compagnie aérienne American Airlines développa un système qui résolut ces problèmes en utilisant une combinaison entre les restrictions d'achat et le contrôle des prix en fonction des capacités. Mais cette application ne prenait pas en compte que chaque vol était différent (au niveau des horaires donc du type de voyageur et de la destination). Pour y répondre, le système connu sous le nom de DINAMO (Dynamic Inventory Allocation and Maintenance Optimizer) a été créé. Le DINAMO était très complexe et cela a pris plusieurs années pour le mettre en place et l'affiner. Il a été implanté concrètement en 1985 et n'a cessé de se perfectionner et de croître comme nous l'avons déjà vu entre autre grâce aux derniers avancements scientifiques et technologiques. Les secteurs d'activités traditionnelles étant l'aviation, l'hôtellerie et les locations de voitures, on voit apparaître de plus en plus de volonté d'utiliser le RM dans d'autres secteurs comme la chaîne d'approvisionnement.

2.2 Articles intégrant le RM à la chaîne logistique

Réussir à intégrer la gestion du revenu à la chaîne logistique signifie être capable de maximiser les revenus en s'adaptant à la demande changeante du marché, ce qui procurait au domaine industriel une rentabilité à long terme. On voit que l'enjeu économique est important. Cependant, l'application concrète du problème est très complexe car la chaîne d'approvisionnement se compose de secteurs extrêmement diversifiés. De plus, les enjeux sont différents suivant que l'optimisation des revenus se fait sur l'ensemble de la chaîne ou bien secteur par secteur. De plus, cela dépend aussi du secteur considéré. Par exemple, dans le domaine des transports, l'enjeu est très important puisque ce secteur est en plein essor avec les réimplantations d'usines en Asie et la nécessité d'acheminer la marchandise tandis que l'enjeu dans le secteur de la manutention semble plus limité. C'est la raison pour laquelle nous avons classé les articles suivant les secteurs de la chaîne auxquels ils font référence et, pour chacun des secteurs, nous présentons également les enjeux associés. De plus, nous mentionnerons à quelle catégorie appartient chaque article : plutôt industriel, mathématique, informatique

ou encore philosophique. Nous sommes confrontés à des articles de styles très différents et il est important de savoir sous quel angle les comprendre en tenant compte de notre position scientifique. Beaucoup d'articles se réfèrent à la quatrième conférence sur le RM qui s'est tenue en juin 2004 à l'école de gestion (Sloan School of Management) du MIT (INFORMS, 2004).

2.2.1 Articles intégrant le RM aux différents secteurs de la chaîne d'approvisionnement et les enjeux associés pour chaque secteur

Le tableau 2.1 suivant présente les articles qui intègrent la gestion du revenu à la chaîne d'approvisionnement en fonction du secteur de la chaîne auquel ils font référence, et, pour chaque secteur les enjeux associés à cette intégration. À chaque article, on attribue un numéro.

Tableau 2.1 Articles intégrant le RM en fonction des secteurs de la chaîne et les enjeux associés pour chaque secteur

Les secteurs de la chaîne d'approvisionnement	Les articles (auteur, université, année) qui intègrent la gestion du revenu	Les enjeux associés
Prévision de la demande	1 - Kachini et al. (2004)	Dans la gestion du revenu, le problème n'est pas de savoir prévoir la demande mais plutôt de pouvoir y répondre. D'un autre côté, si on connaît la demande suffisamment à l'avance, les possibilités de pouvoir y répondre augmentent et ainsi l'opportunité d'augmenter les profits. On ne trouve pas beaucoup de travaux uniquement sur la prévision de la demande. Une des raisons peut être que les modèles existants sont déjà très performants. Une autre raison est sûrement que, en fait, tout le RM est basé sur la prévision de la demande pour prendre les décisions de gestion de la demande.

Tableau 2.1 Articles intégrant le RM en fonction des secteurs de la chaîne et les enjeux associés pour chaque secteur (suite).

Gestion des stocks	2 - Chen et al. (2002) 3 - Bernstein et al. (2001) 4 - Chen et al. (2004) 5 - Adida et al. (2004)	Les stocks sont un facteur très important de la chaîne d'approvisionnement et parvenir à des améliorations dans ce domaine est très rentable. Maximiser les revenus en prenant en compte les coûts de stockage peut permettre d'augmenter le stockage au même prix : l'enjeu est très important pour une entreprise qui doit stocker. Deux notions sur les stocks sont à retenir : leur contrôle et la dynamique des stocks.
Production	6 - Maglaras (2004) 7 - Adelman (2004)	La production est un sujet très complexe qui doit prendre en compte énormément de facteurs différents. Le problème le plus évident est la capacité. L'enjeu est important car les coûts de production sont très élevés et réussir à maximiser le revenu dans ce domaine peut l'augmenter de beaucoup.
Achats et Approvisionnement	8 - Chen (2003) 9 - Kuyumcu et al. (2004) 10 - Johari et al. (2004)	Il est possible de maximiser le revenu en s'approvisionnant par une méthode d'enchères entre les fournisseurs. Les contrats et les ventes aux enchères sont largement étudiés dans le domaine de l'approvisionnement. L'enjeu est de savoir s'approvisionner en fonction de la demande.
Transport des marchandises	11 - Regan et al. (2004) 12 - Labbé et al. (1998)	Ce domaine n'a presque pas été étudié et pourtant tarifier la distribution des marchandises avec des prix dynamiques peut avoir un impact sur le marché mondial car les coûts de transport sont amenés à occuper une place de plus en plus grande dans la chaîne à cause des réimplantations d'usines en Asie.
Conditionnement des produits, manutention, entreposage, traitement des commandes	Aucun article trouvé	Les enjeux sont difficiles à évaluer : il faudrait tarifier la manutention ou l'entreposage de façon dynamique en fonction de la demande ; or ces fonctions sont accomplies par des ouvriers et on ne peut employer du personnel fixe « dynamiquement »

Tableau 2.1 Articles intégrant le RM en fonction des secteurs de la chaîne et les enjeux associés pour chaque secteur (suite).

Distribution	13 - Boyd (2004)	La distribution en fonction de la demande et sa tarification dynamique est aujourd'hui possible grâce à Internet. L'enjeu est important car il concerne une multitude de produits, des ordinateurs aux billets d'avion, et pourrait s'étendre avec le temps à toute vente.
Localisation	Aucun article trouvé	Il est difficile d'imaginer une localisation dynamique de l'entreprise.
Information	14 - Lee (2004) 15 - Cope (2004) 16 - Beinhaker (2004)	Il est possible aujourd'hui de stocker de plus en plus d'informations et souvent beaucoup trop. L'enjeu serait de pouvoir stocker et utiliser juste l'information nécessaire pour maximiser les revenus car l'information a un coût. Beaucoup de chercheurs travaillent présentement sur le partage de l'information dans la chaîne d'approvisionnement. L'enjeu global est de savoir où et quand transmettre l'information pour maximiser les revenus.
Service à la clientèle	Aucun article trouvé	Appliquer le RM au service à la clientèle signifierait tarifier différents services à différents prix en fonction de la demande. L'enjeu peut être très important surtout pour les entreprises où le service a une place très importante comme les compagnies de téléphones cellulaires par exemple.
Toute la chaîne	17 - Meissner (2004) 18 - Thiele (2005)	L'enjeu de prendre en compte toute la chaîne est la possibilité d'arriver à de meilleurs résultats qui vraiment apportent des changements et des améliorations très concrètes. Mais c'est très complexe car il faut prendre en compte toutes les composantes de la chaîne.

2.2.2 Discussion des articles présentés dans le tableau 2.1 intégrant le RM en fonction des secteurs de la chaîne d'approvisionnement

Il apparaît que tous les secteurs de la chaîne d'approvisionnement ont commencé à être étudiés sous l'angle du RM à l'exception des secteurs où le facteur humain a un rôle central, où l'employé est le moteur. Ces secteurs sont le conditionnement des produits, la manutention, l'entreposage et le service à la clientèle. Ces secteurs pourraient néanmoins eux aussi être influencés par la gestion du revenu mais nous pensons que l'impact serait moins ressenti que dans d'autres secteurs plus centraux dans la chaîne comme la production ou encore la gestion des stocks. Les enjeux diffèrent d'un secteur à l'autre et il n'est pas facile d'évaluer dans quels domaines de la chaîne, l'application du RM aurait le plus de portée bénéfique. Ceci dépend sûrement du type d'industrie visée et de ses difficultés. Mais dans l'ensemble les enjeux économiques sont très importants et il apparaît que chaque industrie aurait intérêt à mettre en place des systèmes de RM dans les secteurs qui lui sont le plus appropriés. La difficulté majeure pour comparer et discuter des articles présentés dans le tableau ci-dessus est qu'ils appartiennent à des domaines très différents : industriel, mathématique, informatique ou encore philosophique ou économique. De ce fait, ils aboutissent à des conclusions variées : des théories industrielles ou bien des modèles mathématiques. Pour éclaircir ces différences, le tableau 2.2 suivant présente brièvement pour chaque article son domaine de réflexion et ses conclusions. Les numéros d'articles correspondent aux numéros du tableau 2.1.

Tableau 2.2 Catégorie et type de conclusion des articles présentés au tableau 2.1

NUMÉRO DE L'ARTICLE	CATÉGORIE	TYPE DE CONCLUSION
1	Mathématique	Un modèle d'optimisation qui intègre la tarification à la demande dans une situation d'oligopole (il y a un nombre très faible d'offres, vendeurs et un nombre important de demandeurs, clients ; c'est un marché imparfait). Le modèle considéré assume une famille paramétrique de demande de la compagnie en fonction de son tarif et des tarifs de la compétition. Ces paramètres sont dynamiques et étudiés en fonction du temps.
2	Mathématique et informatique	La démonstration qu'un modèle connu où les décisions de production/stockage et de tarification sont faites simultanément est efficace suivant différents modèles de demande. Pour chaque modèle de demande, un autre modèle d'optimisation est proposé.
3	Mathématique	Un modèle de comportement d'équilibre entre un fournisseur face à plusieurs détaillants. À chaque période, chaque détaillant est face à une demande incertaine de laquelle dépend son prix de vente au détail et les prix pratiqués par les autres détaillants.
4	Mathématique	La démonstration qu'un modèle d'optimisation entre les décisions de réapprovisionnement et de tarification améliore le profit plus que de prendre ces décisions séparément ou de façon séquentielle.
5	Mathématique	La présentation d'un modèle pour résoudre le problème de tarification dynamique et de contrôle des stocks pour un système qui fabrique pour les stocks. L'étude d'un algorithme qui calcule la production optimale et la politique de tarification en fonction du temps sur un horizon fini.
6	Industriel et mathématique	Présentation de résultats sur les degrés d'interactions entre les différents types de moyens de contrôle qui interfèrent dans les problèmes du RM et de réseaux de production et de services.
7	Industriel et mathématique	Présentation d'un modèle qui maximise le temps moyen acceptable pour satisfaire les demandes de clients dans le cadre de transport de marchandises par voie maritime.

Tableau 2.2 Catégorie et type de conclusion des articles présentés au tableau 2.1 (suite)

8	Mathématique	L'objectif de l'article est d'identifier une stratégie d'approvisionnement qui maximise les profits de l'entreprise. On sait déjà qu'une stratégie optimale peut être obtenue en mettant aux enchères un contrat d'approvisionnement. Il est démontré qu'une telle stratégie est sensible au type d'enchères pratiquées. Ensuite, une stratégie alternative qui n'est pas sensible au format à la sorte d'enchère est proposée.
9	Industriel	La présentation de plusieurs modèles de tarification pour des contrats entre les fournisseurs et les acheteurs dans des cas spécifiques.
10	Industriel et mathématique	Des démonstrations mathématiques sur les jeux et équilibres de prix entre les clients et les fournisseurs en considérant des cas différents.
11	Industriel	Les expéditeurs doivent décider comment affecter des offres aux transporteurs en considérant les conditions du marché. Un modèle d'optimisation des systèmes d'offre est proposé ainsi que des algorithmes heuristiques.
12	Mathématique et Industriel	Un modèle biniveau où le meneur veut maximiser son revenu suivant un projet de taxes, tandis que le suiveur réagit aux niveaux de taxes. Un cas particulier est étudié : le problème de définir les niveaux de péage sur un réseau de transport multi commodité. Il est démontré que le problème général est NP-complet et que des exemples particuliers sont résolubles de façon polynomiale. Des exemples numériques sont présentés.
13	Économique et industriel	Une théorie qui exprime la nécessité de construire des modèles de gestion du revenu plus axés sur le comportement des clients d'aujourd'hui (Internet) et comment les tarifs et les stocks devraient être contrôlés par le RM.

Tableau 2.2 Catégorie et type de conclusion des articles présentés au tableau 2.1 (suite)

14	Économique et industriel	Une théorie suivant laquelle les chaînes d'approvisionnement qui doivent faire face de nos jours à une grande incertitude de la demande peuvent diminuer cette incertitude grâce aux trois « A » : Agilité, Adaptabilité et Alignement. L'agilité est indispensable pour répondre aux incertitudes rapidement, de manière flexible, fiable et rentable. L'adaptabilité à des changements de conditions de demande ou d'approvisionnement peut se faire en réexaminant la base de la chaîne comme la stratégie et enfin l'alignement des intérêts de tous les membres de la chaîne par des contrats ou bien des partenariats dans le but d'optimiser la chaîne dans sa globalité.
15	Industriel et mathématique	L'étude de la tarification dynamique dans le contexte de connaître la demande du client pour des marchandises de l'information vendues sur Internet. Un modèle sur l'incertitude de la demande est proposé.
16	Industriel	Déterminer l'impact que les différents niveaux d'information peuvent avoir sur les pratiques de transports. L'exemple présenté est le réseau routier de Los Angeles. Il est démontré qu'un transporteur régional avec une flotte de taille modeste est capable d'augmenter son profit de millions de dollars en utilisant les pratiques de plus hauts niveaux d'information dans sa chaîne d'approvisionnement.
17	Mathématique et philosophique	Selon le texte, la gestion du revenu est fondée sur les procédés de demande tandis que la chaîne d'approvisionnement se base sur des procédés d'offre. On peut de ce fait voir l'un comme le complément de l'autre. L'article se concentre sur quatre facteurs problématiques affectant l'intégration de la chaîne d'approvisionnement avec la gestion du revenu : 1-les décisions sur les prix 2- les fonctions de demande dépendantes de la période et les structures de coûts 3- les économies d'échelle en coûts opérationnels 4- les limitations de capacité : les limites de production d'une quantité pendant une période donnée. Des heuristiques et modèles mathématiques sont proposés pour répondre à ces difficultés.
18	Mathématique et informatique	La présentation d'un modèle d'optimisation robuste pour la chaîne d'approvisionnement et la gestion du revenu. Le modèle d'optimisation robuste développé se base sur deux principaux composants : une optimisation robuste avec des ensembles d'incertitude et une optimisation robuste guidée par des données.

Il semble que tous les articles aient un point commun : l'utilisation de la gestion du revenu est bénéfique quel que soit le secteur étudié et quel que soit l'angle sous lequel la situation est analysée (mathématique, économique, etc.). La plupart des articles proposent des modèles mathématiques qui dans un secteur donné établissent un lien entre la gestion du revenu et la chaîne d'approvisionnement. Quelques articles sont plus théoriques mais ce n'est pas la majorité. Ce qui est important est qu'on comprend d'après le tableau 2.2 l'innovation et la richesse que peut apporter la gestion du revenu dans presque tous les domaines. Il semble que les perspectives d'avenir soient nombreuses. Nous en présentons quelques exemples dans le dernier chapitre de ce mémoire. Mais, avant ceci, pour montrer l'apport de notre modèle dans le secteur de la tarification du transport de marchandises, nous expliquons à la prochaine section comment fonctionne ce secteur de nos jours.

2.3 Tarification du transport de marchandises de nos jours

Les méthodes de calcul de prix de transport de marchandises varient suivant le type de transport : aérien, maritime, rail, routier ou bien intermodal. Une particularité de ce secteur est la difficulté à recueillir des informations fiables qui permettent de savoir comment les prix sont fixés dans l'industrie du transport de marchandises. Nous essayons néanmoins de dresser un tableau réel des prix dans le transport de marchandises. Les sources de renseignements utilisées sont les suivantes:

1. Le site Internet Interex (Interex, 1999), qui propose des contenus régulièrement mis à jour et un large éventail de services pour aider les exportateurs français dans leurs recherches marketing et réglementaires. Ce site Internet donne un aperçu des pratiques de tarifications du transport de marchandises dans le transport aérien et maritime.
2. Monsieur André Lemieux (Lemieux, 2005), responsable du Forum des intervenants de l'industrie du camionnage général rattaché au Ministère des

transports du Québec qui nous a renseigné suivant ses connaissances sur les petites et moyennes entreprises.

3. Des conversations téléphoniques avec trois sociétés de transport routier (Anonyme, 2006) au Québec et le conseil de transport nord américain (North American transportation council, 2006).
4. Le travail réalisé par Gérard Poulnot (Poulnot, 2000) à l'université d'Orléans sur les techniques du commerce international.
5. Le chapitre 10 du livre intitulé « Theory and Practice of Revenue Management » (Talluri et al., 2005).

2.3.1 Tarification du transport de marchandises aérien, Air Cargo

« L'intérêt du transport aérien, c'est sa rapidité et sa sécurité. En contrepartie, le coût est plus élevé mais la rapidité permet des livraisons fréquentes » (Interex, 2005).

« Le transport aérien est réglementé par la convention de Varsovie du 12 octobre 1929 et le protocole de la Haye du 28 septembre 1955. Ces textes uniformisent certaines règles du transport aérien. L'IATA (International Air Transport Association), et l'ATAF (Association des transporteurs aériens de la zone franc) traitent des conditions de transport, des tarifs et des normes de sécurité. Leur rôle est encore très important malgré un contexte général de déréglementation. L'ATA et l'ATAF fixent des tarifs auxquels se substitue de fait un prix de marché variable en fonction des destinations et des quantités de marchandises expédiées. On distingue notamment deux types de tarification. Le tarif général qui fait intervenir le rapport poids - volume de la marchandise ainsi que la règle du « payant pour » (Poulnot, 2000), c'est-à-dire, « si le tarif fixe un prix de 5 EUR entre 45 et 100 kg, et un prix de 4 EUR entre 100 et 300 kg, l'exportateur qui a 85 kg à charger aura intérêt à payer pour 100 kg car : $85 \times 5 = 425$ EUR alors que $100 \times 4 = 400$ EUR. La compagnie appliquera automatiquement cette règle au bénéfice du chargeur ... mais lui

fera rarement remarquer qu'il peut charger de ce fait gratuitement 15 kg supplémentaires pour atteindre les 100 kg » (Interex, 2005).

Le deuxième type de tarification du transport aérien est le « tarif à l'unité de chargement (ULD) – palettes, igloos, conteneurs – qui s'applique de façon forfaitaire jusqu'à un poids pivot. Des tarifs spéciaux appelés Corates, *Specific Commodity Rates*, s'appliquent à une catégorie de marchandises sur certaines destinations, et à l'initiative des compagnies. Les tarifs proposés sont alors avantageux. Cependant leur utilisation est de plus en plus restreinte. Enfin des tarifs spécifiques concernent les animaux, les livres, les journaux et les objets de valeur. Une surtaxe est appliquée au transport de produits dangereux » (Poulnot, 2000).

Les différents intervenants en transport aérien sont l'agent de fret aérien qui organise le transport principal (le transporteur) et le chargeur qui assure les opérations et les formalités relatives au transport. Concernant le matériel utilisé, deux types d'appareils participent au transport international de marchandises : les avions mixtes qui transportent à la fois des passagers et du fret et les avions cargo qui ne transportent que des marchandises (Interex, 2005).

La plupart des compagnies aériennes qui transportent des passagers acceptent de compléter leur espace vide par du transport de marchandises. Le volume d'espace est vendu sous forme de contrats à long terme à un petit nombre d'expéditeurs, suivant un processus d'offre une ou deux fois par an (Talluri et al., 2005).

« Le contrat de transport aérien est conclu entre le transporteur (compagnie aérienne) et le chargeur qui peut être le transitaire. Le contrat est matérialisé par la Lettre de Transport Aérien (LTA = Air Way Bill). La Lettre de Transport Aérien peut être établie par la compagnie aérienne, l'expéditeur, ou le destinataire. La LTA est à la fois : la preuve du

contrat de transport, la preuve de la prise en charge de la marchandise et le justificatif des prix » (Interex, 2005).

2.3.2 Tarification du transport maritime

« Les conférences maritimes fixent les règles de tarification. Il n'existe pas véritablement de règles communes pour l'établissement de ces tarifs. Les principes sont cependant plus ou moins les mêmes. Pour les expéditions en conventionnel (sacs, caisses, ...), le fret est souvent établi pour un voyage donné, à l'Unité Payante (UP). Cette unité payante est la tonne ou le mètre-cube, à « l'avantage du transporteur » (pour le transport maritime, la base de tarification est 1 tonne = 1 m³). L'expression « à l'avantage du transporteur » signifie que vous paierez sur la base du plus élevé des deux chiffres de la masse en tonnes et du volume en m³. Ainsi, une expédition de 5 m³ et de 4 tonnes sera payée 5 UP, et une expédition de 3 m³ et de 4 tonnes sera payée 4 UP. On dira que la marchandise voyage « en léger » dans le premier cas, « en lourd » dans le second. Pour pratiquement toutes les conférences, il existe un minimum de tarification applicable aux petits colis, et des règles particulières pour certaines marchandises qui sont taxées à l'unité et non à l'UP (voitures, animaux, ...). Enfin, la marchandise de grande valeur est tarifiée sur la base de sa valeur » (Interex, 2005).

2.3.3 Tarification du transport routier

La règle générale en matière de tarification des transports de marchandises par routes est celle de la liberté des tarifs. La concurrence est très présente dans ce secteur. Les tarifs sont proposés sur une base de distance ou de poids. La négociation est très courante dans l'industrie du camionnage et les contrats sont le plus souvent sur un an à tarifs fixes auxquels il faut ajouter la surcharge au carburant (surcharge fuel) calculée sur une base hebdomadaire (North American transportation council, 2006).

Petites entreprises

Suite à la déréglementation d'il y a quelques années, beaucoup de routiers ont fait faillite. Le problème est qu'ils acceptaient n'importe quel prix de l'expéditeur pensant que « tant que leur camion roulait, ils faisaient du profit ». Suite à des abus répétitifs de la part des expéditeurs et l'ignorance de beaucoup de routiers sur comment fixer leurs tarifs pour gagner correctement leur vie, le Ministère des transports du Québec a mis en place un forum pour les aider à tarifier leur travail. D'après monsieur André Lemieux (Lemieux, 2005), responsable du forum des intervenants de l'industrie du camionnage général rattaché au Ministère des transports du Québec, ce site Internet mis en place dans ce but est gratuit et permet en ligne de calculer le coût de revient suivant le nombre de camions, les sortes de camions, les coûts fixes et les coûts variables afin de connaître les coûts d'opérations. Il est ensuite recommandé de rajouter 5% à ce coût de revient pour fixer les tarifs.

Grosses sociétés de transport routier

De façon générale, la densité uniforme utilisée est de 10 livres par pied cube. Les dimensions des palettes standard sont de 40 pouces par 48 pouces et quelquefois de 48 pouces par 48 pouces. Si le poids de la palette ne correspond pas à la base de densité uniforme, on utilise le cubage car le volume est plus grand que le poids. Le poids minimum acceptable à transporter doit être de 100 livres et peut aller jusqu'à 180 000 livres dont 20 000 ou 30 000 livres par expédition pour les grosses sociétés de transport. Les barèmes de tarification sont établis jusqu'à 1000 livres, entre 1000 et 2000 livres, entre 2000 et 5000 livres et 5000 livres et plus. D'après le fonctionnement d'une grande société de transports de marchandises au Québec, la marge de profits acceptable est aussi de l'ordre de 5% qui sont ajoutés aux coûts fixes et variables. Les frais fixes représentent environ 28% du tarif demandé. Ils incluent les frais administratifs, l'assurance et l'amortissement. Les frais variables représentent environ 67% du tarif demandé et

incluent les pneus, les coûts d'immobilisation, les dépenses en énergie (essence). Il est aussi important de souligner que les prix varient suivant les livraisons par « lot complet », c'est-à-dire une livraison directe ou bien par « lot partiel », c'est-à-dire que le camion fera plusieurs arrêts avant de livrer la marchandise et proposera ce type de livraison si la marchandise n'occupe pas tout l'espace de son camion (Anonyme, 2006).

2.3.4 Exemples

Il apparaît que les sociétés de transport se modernisent et se diversifient de plus en plus en élargissant leurs services pour rester compétitifs. Par exemple, il est possible de repérer un colis ou encore d'obtenir en ligne l'affichage des factures. Pour comprendre comment fonctionne le secteur du transport de marchandises, nous présentons dans ce paragraphe l'éventail des services proposés par une grosse société de transport d'Amérique du nord appelée « Transforce » (Transforce, 2006). En général, les sociétés de transport se spécialisent dans un type de livraison particulière car le transport est une industrie très complexe sur le plan légal. Le Groupe « Transforce » est une société qui regroupe plusieurs entreprises de transport. Chaque entreprise garde sa propre gestion et ses propres clients. « Transforce » se spécialise dans quatre secteurs : le transport de lots partiels et de colis, le transport de lots complets, le transport spécialisé de lots complets et les services spécialisés. Le tableau 2.3 présente les sociétés appartenant au groupe Transforce en fonction du secteur de transport où elles se spécialisent. Les services spécialisés regroupent la logistique et la gestion de flotte, le courtage en douane et les entrepôts d'attente, ainsi que le transit international (Transforce, 2006).

Tableau 2.3 Sociétés du groupe « Transforce » en fonction du secteur spécialisé de transport (Transforce, 2006).

TRANSPORT DE LOTS BRISÉS ET DE COLIS	TRANSPORT SPECIALISÉ DE LOTS COMPLETS	TRANSPORT DE LOTS COMPLETS	SERVICES SPECIALISÉS
1. TST overland express 2. Canadian freight ways 3. Kingsway 4. EpicExpress 5. Selesct daily 6. Clickexpress 7. Canpar	1. TST expedited Services, TST air 2. Transpel 3. Mirald 4. Nordique 5. Kingsway 6. Mondor 7. Mondor international 8. Gill air 9. April	1. Higland 2. Besner 3. J.C Germain 4. Papineau international 5. SAS international 6. Lacaille international 7. TST truckload express 8. Interforce international 9. A&M international 10. Ganeca 11. Montcar	1. Universal contract logistic 2. TST automotive services 3. M&C international trsde 4. Trans4 logistics 5. St-Lambert 6. CK logistics 7. Transpar 8. TST load brockering services 9. Transterm

Le tableau 2.3 montre que le groupe Transforce se compose d'un nombre important de sociétés. Aussi Transforce est très compétitif et propose des services divers qui accompagnent le transport. Le tableau 2.4 est un résumé de tous les services proposés par Transforce sur son site Internet pour améliorer la qualité de transport ainsi que les quelques renseignements trouvés sur les tarifs qu'ils proposent.

Tableau 2.4 Services et tarifs proposés par le groupe de transport « Transforce »
(Transforce, 2006).

SERVICES PROPOSÉS	TARIFS PROPOSÉS
- Calcul du délai de livraison en fonction de l'origine et de la destination. - Retracer une livraison. - Livraisons urgentes ou tôt le matin. - Collecte le jour même si la commande est faite avant 14h00. - Repérage de colis. - Historique des expéditions. - Affichage de factures. - Interrogation des taux. - Calcul du poids volumétrique = formule type utilisée partout dans l'industrie du transport. Celle-ci tient compte de la densité du colis pour en déterminer les frais de transport. Cela signifie que le poids du colis doit être proportionnel à la grosseur de la boîte. Lorsque le poids véritable du colis est inférieur au poids volumétrique, le tarif est calculé selon le poids volumétrique. - Preuves de livraison. - Système par satellite qui avertit les répartiteurs si un véhicule dévie du parcours prévu ou prend du retard. Les répartiteurs peuvent alors communiquer avec le conducteur pour s'informer de la situation.	- En fonction du poids. - En fonction du nombre de pièces détachées. - En fonction du type de marchandises : dangereuses ou régulières. - Une livraison en retard ne sera pas facturée. - En fonction de l'origine et de la destination - En fonction du genre de colis. - Le volume de colis expédiés annuellement par un client détermine le niveau de tarifs auquel il est admissible. - En fonction du poids volumétrique. - Prix personnalisés.

Une autre grosse société de transport très réputée au Québec est la compagnie « Robert Transport ». Elle « compte plus de 2000 employés, 275 courtiers, 1100 tracteurs, 3200 semi-remorques, exploite 20 succursales, 10 entrepôts d'une superficie totale de un million de pieds carrés et génère environ 200M\$ de revenus bruts par année ». Robert Transport a des compagnies affiliées et des partenaires aux États-Unis (Robert Transport, 2006).

Nous avons expliqué dans les paragraphes précédents de la revue de littérature ce que signifie gestion du revenu et présenté les articles qui intègrent la gestion du revenu à la chaîne d'approvisionnement. Ensuite, nous avons expliqué comment sont calculés les tarifs de nos jours dans le secteur du transport de marchandises et nous avons aussi présenté quelques exemples de grosses sociétés de transport d'Amérique du Nord. Ainsi, avant de clore ce chapitre, nous voulons répondre aux questions suivantes dans le dernier paragraphe : comment la tarification du transport de marchandises est-elle abordée dans la littérature scientifique ? La gestion du revenu est-elle déjà présente d'une certaine manière dans la tarification du transport de marchandises ? Comment peut-elle être appliquée ? Quelles sont ses limites ?

2.4 Transport de marchandises et RM

Dans un premier temps nous présentons trois articles qui portent sur la tarification du transport et la gestion du revenu. Puis, nous expliquons de quelle manière la gestion du revenu est intégrée au transport de marchandises de nos jours. Enfin, nous discutons des difficultés et des possibilités d'intégrer la gestion du revenu au transport de marchandises.

2.4.1 Littérature : la tarification du transport et le RM

De la même manière qu'il n'est pas facile de trouver comment sont fixés les prix dans l'industrie du transport de marchandises, la littérature académique n'est pas très riche non plus dans ce domaine. Voici trois articles qui portent sur la tarification du transport et la gestion du revenu : Labbé et al. (1998), Kachani et al. (à paraître), Gorman (2002).

L'article de Gorman (2002) cherche à démontrer que les compagnies de transports de marchandises implantent des stratégies de tarification qui ne prennent pas en compte le coût réel des équipements lorsque les camions roulent à vide sur des arcs ; ensuite une méthodologie est proposée pour améliorer ce problème. L'article de Kachani et al. (à

paraître) développe un modèle général pour les temps de voyage dans un réseau de transport dynamique. Puis, une analogie est proposée entre les temps de voyage dans un réseau de transport et les rapports dans une chaîne d'approvisionnement entre les tarifs et le temps de stockage de produits non périssables. Cette analogie est appliquée au modèle. L'article de Labbé et al. (1998) propose un modèle biniveau de tarification générale sur un réseau et une résolution optimale et exacte de ce modèle. C'est à partir de ce modèle général que nous construisons le modèle de tarification de transports de marchandises de ce mémoire. On comprend d'après les articles présentés que nos recherches n'ont pas abouti à trouver un article qui porterait sur un modèle d'optimisation de tarification du transport de marchandises. L'article de Gorman (2002) montre une prise de conscience du problème des coûts d'équipements et l'article de Kachani et al. (à paraître) un moyen d'optimiser les temps de voyage.

2.4.2 Intégration du RM au transport de marchandises de nos jours

Dans le secteur du fret aérien, en général, les tarifs sont proposés sur une base de distance et ne segmentent pas le marché. Il semble que certaines compagnies aériennes dont American Airlines Cargo sont en train d'implanter des systèmes de RM (Talluri et al., 2005). Néanmoins leur site Internet d'Air Cargo ne montre à ce jour aucune différence de tarifs suivant les jours où les horaires mais uniquement en fonction du volume et de la destination (American Airlines Cargo, 2006). Dans le transport routier, il existe des programmes de tarification appelés : « FCA freight carriers association of Canada – NATC North American Transportation Council Rating systems » et composés de plusieurs modules. Ces modules présentent plusieurs fonctions des plus simples comme le calcul des taxes fédérales et provinciales aux plus compliquées comme la personnalisation des clients. Ce système offre la possibilité de personnaliser les prix en fonction du client sur des lignes spécifiques, appliquer des rabais suivant la base de données du client et par région ou par groupe de clients (North American transportation council, 2006). Ceci signifie classer les clients en catégorie ce qui se rapproche de la

méthode de segmentation du RM. Mais, dans ce système, les prix varient uniquement en fonction du client, de son groupe et de son histoire et ce qui n'apparaît dans aucun module est la notion d'optimisation. Nous discuterons dans le prochain paragraphe des difficultés d'implanter le RM au transport de marchandise.

2.4.3 Discussion des difficultés et des possibilités d'intégration du RM au transport de marchandise

Une des difficultés pour implanter un système de RM dans le secteur aérien est la nature des contrats à long terme de ce secteur car cela ajoute de la difficulté pour contrôler l'espace. La relation à long terme entre la compagnie aérienne et le transporteur est considérée comme prioritaire à la différence de la relation entre le passager et la compagnie qui est anonyme. Le fret aérien travaille avec un nombre limité de clients qui ont de grands volumes à transporter et ne peut se permettre de refuser un de ses clients. Le RM impliquerait donc un changement des relations entre les clients et la compagnie. Les autres barrières à l'implantation du RM au fret aérien sont la collecte de données qui est faite seulement par poids et non par client d'où la difficulté de segmentation du marché et aussi les systèmes légaux qui ajoutent beaucoup de contraintes. Dans le transport routier, les contrats sont aussi à long terme la plupart du temps mais il semble qu'il y ait plus de place à la flexibilité surtout que la compétition s'accroît : les contrats obligent les distributeurs à utiliser les services du chargeur sur une quantité fixée mais dans la pratique il est très fréquent que les distributeurs ne respectent pas leurs contrats et choisissent les tarifs les plus avantageux. Ainsi les chargeurs sont peu disposés à renégocier des contrats à long terme et la relation du distributeur et du chargeur perd de son importance (Talluri et al., 2005). Ainsi il semble que la gestion du revenu peut s'implanter plus facilement dans le secteur du transport routier de marchandises. La difficulté viendrait de la très grande diversité de demandes des clients car les volumes et la nature des marchandises à transporter varient d'un client à un autre. Mais il est toujours techniquement possible d'ajouter un tracteur remorque. Cependant, dans la réalité, selon

le conseil des camionneurs d'Amérique du Nord, la pénurie de chauffeurs dans le transport routier peut être une contrainte non négligeable. Il faudrait pouvoir remplir les camions et être capable de changer les tournées en fonction de la demande des clients, ce que nous présenterons dans le modèle au chapitre prochain. Ainsi, la grande difficulté du secteur des marchandises pour lui intégrer la gestion du revenu semble être la diversité. Il existe une multitude de sortes de marchandises : en vrac, sous forme de palettes, en petits paquets, etc. et plusieurs types de transports : le transport aérien, maritime, ferroviaire, routier et intermodal. Cette diversité crée un réseau de tarification très complexe et difficile à cerner, avec plusieurs combinaisons possibles de transports de différentes natures de marchandises. On peut imaginer des sociétés qui proposent d'acheminer de la marchandise sur des chemins de transport différents. C'est d'ailleurs la tendance ces dernières années. Les sociétés de transport de différents secteurs s'allient pour former un groupe et être plus compétitives mais il semble d'après nos recherches qu'elles n'ont pas encore intégré la gestion du revenu à leurs systèmes. Cependant notre approche de réflexion se limite au transport aérien et routier afin de ne pas s'éloigner du sujet et aussi pour montrer que le parallèle qui semblait si naturel au début du mémoire entre ces deux modes de transport pour leur appliquer la gestion du revenu n'est pas si évident. Le tableau 2.5 suivant établit une comparaison entre les difficultés et les possibilités d'intégrer la gestion du revenu au transport aérien, routier et transport au choix, c'est-à-dire proposer un choix entre le transport aérien et routier.

Tableau 2.5 Difficultés et possibilités d'intégrer le RM au transport routier, aérien et au transport au choix

	Transport aérien	Transport routier	Transport au choix
Comment la gestion de revenu est intégrée au transport de marchandises de nos jours	Suivant les volumes et la destination et non suivant les jours et les horaires; peu de gestion de revenu.	Les tarifs peuvent être personnalisés en fonction des clients sur des lignes précises. Il y a donc une segmentation des clients mais ce n'est pas encore répandu et il n'y a pas de segmentation de tournées.	La poste pratique ce genre d'offre : le prix varie suivant le mode de transport (maritime ou aérien) et suivant le poids. Il y a donc une segmentation des lignes et non une segmentation des clients.
Les difficultés	Les contrats à long terme, l'importance de la relation entre les clients et la compagnie aérienne, les limites de poids et volume, la réglementation.	Les contrats à long terme, les limites de rapport poids et volumes, la pénurie de main-d'œuvre de camionneurs, la réglementation.	Les volumes sont limités; il s'agit de petits paquets et non de marchandise industrielle.
Les possibilités	Possibilités moyennes à cause des limites de poids et de volume et de leur rapport. Conditions assez favorables à l'optimisation.	Segmenter les clients, tarifier dynamiquement les tournées, flexibilité du volume à transporter en changeant le nombre de camions et leurs sorties, environnement compétitif. Conditions favorables à l'optimisation.	Segmenter les clients, segmenter les jours et les horaires de transport. Conditions favorables à l'optimisation.

D'après le tableau 2.5, il apparaît que les conditions à l'implantation du RM sont favorables dans tous les transports considérés. Cependant il semble plus facile d'implanter le RM au transport routier et au transport au choix qu'au transport aérien. En ce qui concerne les limites de volumes liées au transport aérien, il est vrai qu'il est possible d'ajouter des avions pour desservir certaines lignes de la même manière qu'on ajoute des camions sur un réseau routier. Mais la flexibilité est plus grande dans le cas où

on ajoute des camions que dans le cas où on ajoute de avions car la préparation d'un avion et sa disponibilité sont deux éléments plus complexes à organiser.

2.5 Conclusion

Dans ce chapitre, après avoir défini la chaîne d'approvisionnement et le RM, nous avons présenté les articles qui intègrent le RM à la chaîne d'approvisionnement. Il est apparu suivant nos recherches que le secteur du transport de marchandises n'a presque pas été sous l'angle du RM. Ainsi nous avons choisi de construire un modèle qui intègre le RM au secteur du transport de marchandises de la chaîne d'approvisionnement par la tarification. Mais, avant de présenter ce modèle au chapitre 3, nous avons expliqué comment les tarifs étaient fixés de nos jours dans le secteur du transport de marchandises. Nous avons présenté ensuite trois articles qui intègrent le RM aux transports de marchandises. Puis nous avons expliqué de quelle manière le RM est intégré aux transports de marchandises de nos jours. Enfin, nous avons discuté des difficultés et possibilités d'intégrer le RM aux transports de marchandises pour le transport routier, le transport aérien et le transport au choix et nous avons expliqué que les conditions pour implanter le RM sont favorables pour chaque type de transport de marchandises proposé.

CHAPITRE 3

LE PROBLÈME ET SA MODÉLISATION MATHÉMATIQUE

Dans ce chapitre, nous présentons dans un premier temps le problème à l'aide du paradigme de la programmation mathématique à deux niveaux. Nous expliquons aussi les différences et les similitudes entre notre problème et le problème classique des tournées de véhicules. Puis, nous définissons le modèle général biniveau et le modèle biniveau appliqué à la tarification. Ensuite, nous présentons le modèle biniveau de tarification de marchandises que nous avons construit. Enfin, nous expliquons les démarches de linéarisation exacte du modèle par son équivalence avec un modèle en nombres entiers mixte. Puis nous appliquons cette méthode au modèle biniveau de tarification du transport de marchandises et présentons le modèle final linéarisé comprenant un objectif et les familles de contraintes.

3.1 Définition du problème

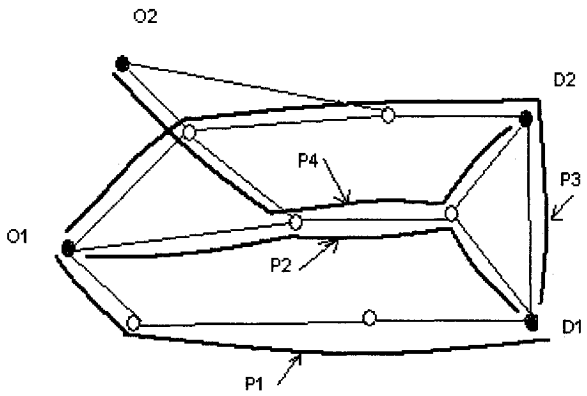
Un distributeur de marchandises qui a à sa disposition une flotte de camions de différents types, propose des tarifs différents pour acheminer la marchandise de ses clients selon les origines-destinations. On considère que le distributeur a à sa disposition un nombre illimité de camions de chaque type et que les compétiteurs du distributeur n'ont pas de contrainte de capacité sur les volumes de marchandises qu'ils peuvent acheminer. L'objectif du distributeur est de maximiser ses revenus. On se limite au transport routier et on suppose que le réseau est connu. Les clients qui veulent acheminer leurs marchandises d'un point à un autre voient les tarifs et les services que le distributeur propose ainsi que ceux de ses compétiteurs. L'objectif du client est de minimiser son coût perçu, ou en d'autres termes de maximiser son utilité. Nous formulons le problème à l'aide du paradigme de la programmation mathématique à deux niveaux appliqué au

problème de tournées de véhicules pour tarifier des couples d'origines-destinations qui maximisent le revenu du distributeur et maximisent l'utilité du client. Le premier niveau exprime l'objectif du distributeur appelé aussi meneur qui vise à maximiser son profit et le deuxième niveau exprime l'objectif du client appelé suiveur par opposition qui vise à minimiser son coût perçu. Le client voit pour chaque origine-destination des services ou des chemins auxquels sont associés des valeurs de qualité. Par exemple, un chemin rapide sera de qualité plus élevée qu'un chemin lent. À chaque client est associée une valeur de perception de la qualité. En effet, chaque client accorde à un chemin rapide ou lent une importance différente suivant sa propre perception de ce service. Les tableaux 3.1 et 3.2 présentent respectivement une vision de la problématique du point de vue du suiveur et du meneur. Nous appliquons ensuite cette problématique au modèle biniveau dont nous expliquons la formulation générale au paragraphe suivant.

Tableau 3.1 Problématique du suiveur

CE QUE VOIT LE SUIVEUR	LES DÉCISIONS DU SUIVEUR
Pour chaque origine O et destination D, le suiveur voit des services ou des chemins rapides ou (et) lents avec un tarif t_x pour chaque chemin. Le suiveur voit les chemins (ou services) du distributeur (p_1 et p_2) et les chemins des compétiteurs (p_3 et p_4). p_1 : Chemin rapide au tarif t_1 et durée de transport de 15 heures p_2 : chemin lent au tarif t_2 et d'une durée de transport de 30 heures	Le suiveur décide quelles quantités envoyées sur quels chemins (ou services).

Tableau 3.2 Problématique du meneur

CE QUE VOIT LE MENEUR	LES DÉCISIONS DU MENEUR
 Le meneur voit un réseau connu, des origines-destinations et le réseau associé.	1. Le meneur décide quels types de camions transporteront la marchandise sur chaque arc. 2. Le meneur décide comment tarifier les chemins.

3.2 Comparaison entre la problématique et les tournées de véhicules

De façon générale, les tournées de véhicules sont classées en deux sortes de problèmes mathématiques : les problèmes de tournées sur les arcs (balayage des rues, collecte des ordures, déneigement) et les problèmes de tournées sur les nœuds (chargements, transport et déchargement des marchandises). On cherche à planifier des itinéraires pour la distribution des biens ou la prestation de services par voie routière. Notre problème est différent dans le sens où on ne planifie pas de tournées mais on décide quels chemins prendre et quels tarifs leur assigner.

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{problème classique des tournées} \\ \text{de véhicules : décider des tournées tout} \\ \text{en minimisant le coût total de transport et} \\ \text{en respectant les contraintes imposées} \end{array} \right\} \neq \left\{ \begin{array}{l} \text{notre problème : choisir des chemins sur un} \\ \text{réseau et leur assigner des tarifs en maximisant} \\ \text{le revenu total et en respectant les contraintes} \\ \text{imposées} \end{array} \right\}$$

Pour le calcul des coûts fixes et des coûts variables, on s'inspire des modèles de tournées de véhicules et de la logistique dans le transport. Les coûts fixes sont représentés par les coûts d'amortissement, d'assurance et d'équipement. Ainsi, ils sont différents suivant le type de camion utilisé. Ils sont fixes car quelle que soit la distance parcourue, ils ne varient pas. Les coûts variables sont, eux, fonction de la distance parcourue. Ils représentent essentiellement la consommation d'essence et les pneus. D'après un article du numéro 50 du magazine Transport Service et Technologie (Lajus et al., 2006), le budget pneus représenterait 2.5% du coût kilométrique. Le rechapage de pneus est très courant : « chaque rechapage donne aux pneus une vie nouvelle égale à la première, mais à un prix de 40% inférieur ». Les coûts variables sont aussi différents suivant le type de camion utilisé et ils sont fonction de la distance parcourue. Nous associons les coûts variables au flux et les coûts fixes au nombre de camions. Le tableau 3.3 suivant présente comment sont considérés les coûts fixes et les coûts variables pour l'écriture du modèle.

Tableau 3.3 Coûts fixes et coûts variables considérés dans le modèle

<u>Coûts fixes</u> <i>(quelle que soit la distance parcourue)</i>	<u>Coûts variables</u> <i>(en fonction de la distance parcourue)</i>
• Amortissement, assurance, maintenance, changement de pièces. • Varient suivant le type de camion. • Varient suivant le nombre de camions	• Essence, pneus. • Varient suivant les arcs empruntés et le type de camion. • Varient suivant le flux de marchandises transportées sur chaque arc.

3.3 Programmation mathématique à deux niveaux

Sous sa formulation la plus générale, le problème de programmation mathématique à deux niveaux (PDN) s'écrit de la manière suivante (Brotcome et al., 2005) :

$$\begin{aligned} \text{le Meneur : } & \begin{cases} \min f_1(x, y) \\ \text{s.c } g_1(x, y) \leq 0 \end{cases} \\ \\ \text{le Suiveur : } & \begin{cases} y \in \arg \min f_2(x, z) \\ \text{s.c } g_2(x, z) \leq 0 \end{cases} \end{aligned}$$

Le meneur cherche à minimiser (ou maximiser) une fonction dépendante elle-même du suiveur, qui cherche à minimiser (ou maximiser) une autre fonction dont la solution est paramétrée par les variables de décisions du meneur, d'où l'expression « à deux niveaux ». Le programme à deux niveaux est non convexe et fortement NP difficile (Brotcome et al., 2005). Le programme à deux niveaux appliqué à la tarification s'exprime sous la forme suivante (Labbé et al., 1998) :

$$\begin{aligned} & \max_{T, x, y} F(T, x, y) \\ & \min_{x, y} f(T, x, y) \\ & \text{s.c } (x, y) \in \Pi. \end{aligned}$$

Suivant les définitions :

T : vecteur de tarification

x : niveau d'activités tarifées

y : niveau d'activités non tarifées

Π : ensemble de contraintes

Le vecteur T peut être un vecteur de taxes tandis que les vecteurs x et y peuvent représenter des niveaux de consommation ou bien de production. Le 2^e niveau peut être aussi utilisé pour représenter un comportement de groupe d'individus en compétition contre eux-mêmes. Le 2^e niveau peut impliquer plusieurs ou une infinité d'agents

économiques correspondant à des situations d'oligopole (plus de vendeurs) ou bien une compétition imparfaite. L'état d'équilibre du 2^e niveau est alors caractérisé comme une solution paramétrée par les variables de décisions du meneur (Labbé et al., 1998).

3.4 Modèle mathématique et indices

Dans ce paragraphe, nous présentons les ensembles, les indices, les paramètres et les variables du modèle. Puis, nous formulons les objectifs de premier niveau et de deuxième niveau et les contraintes associées à chaque objectif. Enfin, nous résumons le modèle.

3.4.1 Ensembles et indices

- OD : l'ensemble d'origines – destinations
- P^{od} : l'ensemble des chemins du réseau associés aux origines-destinations od de OD
tel que $P^{od} = P_1^{od} \cup P_2^{od}$
- P_1^{od} : l'ensemble des chemins du distributeur associés aux origines-destinations od
de OD et $P_1^{od} \cap P_2^{od} = \emptyset$
- P_2^{od} : l'ensemble des chemins des compétiteurs associés aux origines-destinations od
- A : l'ensemble des arcs appartenant au réseau du distributeur
- C^{od} : l'ensemble des clients pour les origines-destinations od de OD
- K : l'ensemble des différentes sortes de camions
- od : une origine-destination élément de l'ensemble OD , soit $od \in OD$
- p : un chemin élément de l'ensemble P^{od} , soit $p \in P^{od}$
- a : un arc élément de l'ensemble A , soit $a \in A$
- i : un client (et non un groupe de clients) élément de l'ensemble C^{od} .

3.4.2 Paramètres

c_{ka}^f : le coût fixe d'un camion de type k sur l'arc a

c_{ka}^v : le coût variable par unité de volume associé au transport de marchandises sur l'arc a sur un camion de type k

α_i^{od} : la valeur de la qualité (en \$/unité de qualité) pour le client $i \in C^{od}$

$\bar{t}_p$: les tarifs des compétiteurs pour le chemin $p \in P_2^{od}$ pour $od \in OD$

δ_{ap} : $\delta_{ap} = \begin{cases} 1 & \text{si le chemin } p \in P_1^{od} \text{ passe par } a \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$

w_k : le nombre d'unités de volume disponibles dans un camion de type k

q_p^{od} : la qualité du chemin $p \in P_1^{od}$ du distributeur exprimée en nombre d'unités de qualité

$\bar{q}_p^{od}$: la qualité du chemin $p \in P_2^{od}$ des compétiteurs exprimée en nombre d'unités de qualité

d_{od}^i : la demande du client i pour l'origine-destination $od \in OD$

$t_p - \alpha_i^{od} q_p^{od} = t_p - (\beta_i^{od} d_p^{od} + \gamma_i^{od} s_p^{od} + \dots) =$ le tarif perçu par le client $i \in C^{od}$ pour le chemin p . Les paramètres $\beta_i^{od}, \gamma_i^{od}, \dots$ représentent les valeurs de la qualité perçues par un client $i \in C^{od}$ pour un service particulier. Par exemple β_i^{od} pourrait représenter la valeur de la qualité perçue pour la rapidité du chemin p par un client $i \in C^{od}$ et γ_i^{od} la valeur de la qualité perçue pour retracer la marchandise sur le chemin p par un client $i \in C^{od}$. Dans ce cas, les paramètres d_p^{od} et s_p^{od} représenteraient réciproquement la qualité de la rapidité du chemin p (unités de qualité) et la qualité (ou la possibilité) de retracer la marchandise sur le chemin p (unités de qualité).

3.4.3 Variables

- n_{ka} : le nombre de véhicules de type k sur l'arc a
- h_p^i : la quantité (par unité de volume) de marchandises acheminée pour l'origine-destination od par le chemin $p \in P^{od}$ pour un client i
- t_p : le tarif pour acheminer une unité de volume pour l'origine-destination od par le chemin $p \in P_1^{od}$
- f_{ka}^{od} : le flux (la quantité d'unités de volume) associé à l'origine-destination od sur l'arc a pour un camion de type k

3.4.4 Objectifs

Niveau 1 – L'objectif du meneur : maximiser son profit

$$\max_{t_p, n_{ka}} \left(\sum_{od \in OD} \sum_{p \in P_1^{od}} \sum_{i \in C^{od}} h_p^i t_p - \sum_{a \in A} \sum_{k \in K} n_{ka} c_{ka}^f - \sum_{od \in OD} \sum_{a \in A} \sum_{k \in K} f_{ka}^{od} c_{ka}^v \right)$$

Revenu

variant suivant les tarifs et les quantités transportées pour tous les clients en fonction des **origines - destinations et des chemins**.

Coûts fixes

exprimés sur des **arcs** en fonction du nombre de sortes de véhicules par arc et du coût par type de véhicule sur un arc.

Coûts variables

exprimés sur des **arcs** en fonction du flux passant sur l'arc et du coût variable par arc et par type de camion.

Niveau 2 – L'objectif du suiveur : maximiser son utilité

$$\min_{h_p^i} \left(\sum_{p \in P_1^{od}} h_p^i (t_p - \alpha_i^{od} q_p^{od}) + \sum_{p \in P_2^{od}} h_p^i (\bar{t}_p - \alpha_i^{od} \bar{q}_p^{od}) \right), \forall od \in OD, \forall i \in C^{od}$$

Le coût perçu par le client si il prend les chemins du distributeur.

Le coût perçu par le client si il prend les chemins des compétiteurs.

3.4.5 Contraintes

Contrainte 1 - respecter les limites de volume de camions (contrainte de 1^{er} niveau)

Le flux sur l'arc a (en prenant en compte toutes les od qui passent par l'arc a) est plus petit ou égal à la quantité d'unités de volume transportable sur l'arc a , c'est-à-dire le nombre de camions sur l'arc a multiplié par la capacité de volume d'un camion et ceci pour tous les types de camions.

$$\sum_{od \in OD} f_{ka}^{od} \leq n_{ka} w_k, \forall a \in A, \forall k \in K \quad (1)$$

La contrainte (1) exprime les limites de capacités de flux sur les arcs suivant les volumes maximaux de marchandises transportables par type de camion. C'est le meneur qui est responsable de cette contrainte. Il décide de combien de camions de type k envoyer sur l'arc a .

Contrainte 2 – établir un lien entre le flux et la quantité de marchandises par une matrice de correspondance arc – chemin (contrainte de 1^{er} niveau)

Pour toute origine-destination od et pour tout arc a appartenant au réseau du distributeur, le flux sur l'arc a est égal à la somme des quantités à acheminer pour l'ensemble des clients sur les chemins associés à cette od et passant par a .

$$\sum_{k \in K} f_{ka}^{od} = \sum_{p \in P_1^{od}} \sum_{i \in C^{od}} \delta_{ap} h_p^i, \forall a \in A, \forall od \in OD \quad (2)$$

La contrainte (2) établit le lien entre les quantités envoyées par les clients sur des chemins (ou services) et le flux envoyé sur les arcs. La responsabilité de cette contrainte peut être soit celle du meneur ou bien celle du suiveur. Cependant, l'objectif du suiveur est exprimé pour toute origine-destination od et pour tout client i alors que la contrainte

(2) additionne les flux de toutes les od sur tout arc a . Ainsi mathématiquement elle ne peut pas correspondre au suiveur et nous l'associons à l'objectif du meneur.

Contrainte 3 – respecter la demande du client (contrainte de 2^{ème} niveau)

Pour toute origine-destination od et pour tout client i , la somme des quantités de marchandises transportées sur tous les chemins (du distributeur et de la concurrence) doit être égale à la demande du client. Cette contrainte exprime la satisfaction de la demande du client.

$$\sum_{p \in P_1^{od} \cup P_2^{od}} h_p^i = d_{od}^i, \forall od \in OD, \forall i \in C^{od} \quad (3)$$

La contrainte (3) qui exprime la satisfaction de la demande sera associée au suiveur. C'est la responsabilité de chaque client d'envoyer des quantités de marchandises sur des chemins (ou services) du distributeur ou (et) de la concurrence.

Contrainte 4 – non négativité des variables

$$f_{ka}^{od}, h_p^i, n_{ka}, t_p \geq 0 \quad (4)$$

3.4.6 Résumé du modèle

$$\max_{t_p, n_{ka}} \left(\sum_{od \in OD} \sum_{p \in P_1^{od}} \sum_{i \in C^{od}} h_p^i t_p - \sum_{a \in A} \sum_{k \in K} n_{ka} c_{ka}^f - \sum_{od \in OD} \sum_{a \in A} \sum_{k \in K} f_{ka}^{od} c_{ka}^v \right)$$

$$\text{s.c} \quad \sum_{od \in OD} f_{ka}^{od} \leq n_{ka} w_k, \quad \forall a \in A, \forall k \in K \quad (1)$$

$$\sum_{k \in K} f_{ka}^{od} = \sum_{p \in P^{od}} \sum_{i \in C^{od}} \delta_{ap} h_p^i, \quad \forall a \in A, \forall od \in OD \quad (2)$$

$$\min_{f_a^{od}, h_p} \left(\sum_{p \in P_1^{od}} h_p^i (t_p - \alpha_i^{od} q_p^{od}) + \sum_{p \in P_2^{od}} h_p^i (\bar{t}_p - \alpha_i^{od} \bar{q}_p^{od}) \right), \quad \forall od \in OD, \forall i \in C^{od}$$

$$\text{s.c} \quad \sum_{p \in P_1^{od} \cup P_2^{od}} h_p^i = d_{od}^i, \quad \forall od \in OD, \forall i \in C^{od} \quad (3)$$

$$h_p^i, n_{ka}, f_a^{od}, t_p \geq 0 \quad (4)$$

3.5 Linéarisation du modèle biniveau

Nous écrivons les conditions d'optimalité du second niveau. Puis, nous linéarisons l'équation obtenue par l'égalité des objectifs à l'optimum en intégrant un paramètre et une variable binaire. Nous écrivons ensuite le modèle final linéarisé à un niveau avec les contraintes de premier niveau, de deuxième niveau et d'optimalité (Labbé et al., 1998). Dans ce paragraphe, nous appliquons cette démarche sur le modèle général et ensuite sur le modèle particulier de tarification puis sur notre modèle.

3.5.1 Linéarisation d'un modèle non linéaire à deux niveaux

Nous présentons le modèle biniveau suivant :

$$\begin{aligned} \max_{x,y} \quad & c_1x + d_1y \\ \text{s.c} \quad & A^1x + B^1y \leq b_1 \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \max_y \quad & d_2y \\ \text{s.c} \quad & A^2x + B^2y \leq b_2 \end{aligned} \quad (6)$$

x : vecteur des variables de décision du meneur

y : vecteur des variables de décision du suiveur

c_1, d_1, b_1, d_2, b_2 : vecteurs des données

A^1, B^1, A^2, B^2 : matrices des données

Tout d'abord, nous écrivons les conditions d'optimalité du second niveau. On suppose que le primal du second niveau est réalisable et a une solution bornée et on écrit le modèle en remplaçant le problème de deuxième niveau par ses conditions nécessaires et suffisantes d'optimalité, on obtient :

$$\begin{aligned} \max_{x,y} \quad & c_1x + d_1y \\ \text{s.c} \quad & A^1x + B^1y \leq b_1 \end{aligned} \quad (5)$$

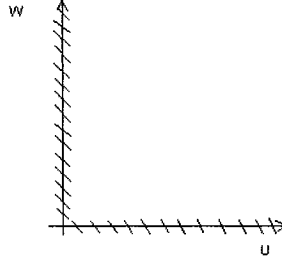
$$A^2x + B^2y \leq b_2 \quad (6)$$

$$\lambda B^2 = d_2 \quad (7)$$

$$\lambda \geq 0 \quad (8)$$

$$\lambda(b_2 - A^2x - B^2y) = 0 \quad (*^0)$$

On obtient l'équation $(*^0)$ du type $w \times u = 0$ où les solutions de cette équation sont $u = 0$ ou $w = 0$ et sont représentées sur le graphe suivant :



L'ensemble des solutions de l'équation $w \times u = 0$ n'est pas convexe. Pour linéariser $(*^0)$, on intègre un paramètre M et une variable binaire w tel que:

$$w = \begin{cases} 1 & \text{si } b_2 - A^2x - B^2y = 0 \\ 0 & \text{si } \lambda = 0 \end{cases}.$$

On peut alors écrire :

$$\lambda(b_2 - A^2x - B^2y) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} b_2 - A^2x - B^2y \leq M(1-w) & (9) \\ \lambda \leq Mw & (10) \\ w \in \{0,1\} & (11) \end{cases}.$$

$$\text{Puisque } \begin{cases} b^2 - A^2x - B^2y \geq 0 & (6) \\ \text{et} \\ \lambda \geq 0 & (8) \end{cases}$$

On écrit ensuite le modèle final linéarisé à un niveau avec les familles de contraintes, on obtient :

$$\begin{aligned} \max_{x,y} \quad & c_1x + d_1y \\ \text{s.c} \quad & A^1x + B^1y \leq b_1 & (5) \\ & A^2x + B^2y \leq b_2 & (6) \\ & \lambda B^2 = b_2 & (7) \\ & \lambda \geq 0 & (8) \\ & b_2 - A^2x - B^2y \leq M(1-w) & (9) \\ & \lambda \leq Mw & (10) \\ & w \in \{0,1\} & (11) \end{aligned}$$

3.5.2 Linéarisation d'un modèle non linéaire à deux niveaux dans le cas d'un modèle général biniveau de tarification (Labbé et al., 1998)

Soit le modèle de tarification à deux niveaux suivant :

$$\begin{array}{ll} \max_T & Tx \\ \min_{x,y} & (c + T)x + dy \\ \text{s.c} & Ax + By \geq b \end{array} \quad (12)$$

x et y sont des vecteurs réels qui représentent respectivement les niveaux d'activités tarifées et non tarifées. T représente le vecteur de tarifs de l'activité x . On suppose dans ce cas que le meneur maximise ses revenus. Il est à noter que dans certains cas, ces tarifs peuvent être limités par le polyèdre $\Theta = \{T : TC \geq e\}$ défini par une matrice C et un vecteur e , c'est-à-dire qu'on rajouterait la contrainte $TC \geq e$ au premier niveau. Pour des niveaux de tarifs donnés, la réaction du deuxième niveau s'obtient en résolvant un programme linéaire sous la contrainte du polyèdre $\Pi = \{(x, y) : Ax + By \geq b\}$. Le vecteur c correspond au coût de l'activité x avant qu'elle ne soit tarifée. Dans ce modèle, l'expression Tx n'est pas linéaire et notre but est de la linéariser. Comme nous l'avons présenté dans le paragraphe précédent, nous écrivons les conditions nécessaires et suffisantes du second niveau pour transformer le problème en un modèle à un niveau, on obtient :

$$\begin{array}{ll} \max_{T,x,y,\lambda} & \lambda b - cx - dy \\ \text{s.c} & Ax + By \geq b \end{array} \quad (12)$$

$$\lambda A = c + T \quad (13)$$

$$\lambda B = d \quad (14)$$

$$\lambda \geq 0 \quad (15)$$

$$\lambda(Ax + By - b) = 0 \quad (*^1)$$

Comme dans la méthode expliquée au paragraphe précédent, pour linéariser $(*)$, on intègre un paramètre M et une variable binaire w tel que :

$$w = \begin{cases} 1 & \text{si } b - Ax - By = 0 \\ 0 & \text{si } \lambda = 0 \end{cases}.$$

On peut alors écrire :

$$\lambda(Ax + By - b) = 0 \quad (*) \quad \Leftrightarrow \quad \begin{cases} b - Ax - By \leq M(1 - w) & (16) \\ \lambda \leq Mw & (17) \\ w \in \{0,1\} & (18) \end{cases}$$

On écrit ensuite le modèle final linéarisé à un niveau avec les familles de contraintes, on obtient :

$$\begin{aligned} \max_{T,x,y,\lambda} \quad & Tx \equiv \lambda b - cx - dy \\ \text{s.c} \quad & Ax + By \geq b & (12) \\ & \lambda A = c + T & (13) \\ & \lambda B = d & (14) \\ & \lambda \geq 0 & (15) \\ & b - Ax - By \leq M(1 - w) & (16) \\ & \lambda \leq Mw & (17) \\ & w \in \{0,1\} & (18) \end{aligned}$$

3.5.3 Linéarisation du modèle biniveau de tarification du transport de marchandises

Dans ce paragraphe, nous linéarisons le modèle biniveau de tarification de transport de marchandises que nous avons construit et présenté au paragraphe 3.4. Dans un premier temps, comme nous l'avons expliqué dans le paragraphe précédent pour linéariser le modèle biniveau de tarification générale, nous écrivons les conditions nécessaires et

suffisantes d'optimalité du second niveau. Pour montrer que le problème est réalisable, il suffit de montrer qu'il existe une solution aux contraintes. Compte tenu qu'il existe des flux qui peuvent satisfaire la demande, le primal du second niveau est réalisable. On obtient :

$$Max_{t_p, n_{ka}} \left\{ \begin{aligned} & \sum_{od \in OD} \sum_{i \in C^{od}} \lambda_{od}^i d_{od}^i - \sum_{od \in OD} \sum_{i \in C^{od}} \sum_{p \in P_2^{od}} h_p^i (\bar{t}_p - \alpha_i^{od} q_p^{od}) + \sum_{od \in OD} \sum_{i \in C^{od}} \sum_{p \in P_1^{od}} h_p^i \alpha_i^{od} q_p^{od} \\ & - \sum_{a \in A_1} \sum_{k \in K} n_{ka} c_{ka}^f - \sum_{od \in OD} \sum_{a \in A_1} \sum_{k \in K} f_{ka}^{od} c_{ka}^v \end{aligned} \right\}$$

S.C:

$$\left\{ \begin{aligned} \sum_{od \in OD} f_{ka}^{od} &\leq n_{ka} w_k, \forall a \in A, \forall k \in K \end{aligned} \right. \quad (1)$$

$$\left\{ \begin{aligned} \sum_{k \in K} f_{ka}^{od} &= \sum_{p \in P^{od}} \sum_{i \in C^{od}} \delta_{ap} h_p^i, \forall a \in A, \forall od \in OD \end{aligned} \right. \quad (2)$$

$$\left\{ \begin{aligned} \sum_{p \in P_1^{od} \cup P_2^{od}} h_p^i &= d_{od}^i, \forall od \in OD, \forall i \in C^{od} \end{aligned} \right. \quad (3)$$

$$\left\{ \begin{aligned} h_p^i &\geq 0, \forall p \in (P_1^{od} \cup P_2^{od}), \forall i \in C^{od} \end{aligned} \right. \quad (4)$$

$$\left\{ \begin{aligned} \lambda_{od}^i &\leq t_p - \alpha_i^{od} q_p^{od}, \forall p \in P_1^{od}, \forall od \in OD, \forall i \in C^{od} \end{aligned} \right. \quad (19)$$

$$\left\{ \begin{aligned} \lambda_{od}^i &\leq \bar{t}_p - \alpha_i^{od} \bar{q}_p^{od}, \forall p \in P_2^{od}, \forall od \in OD, \forall i \in C^{od} \end{aligned} \right. \quad (20)$$

$$\left\{ \begin{aligned} \lambda_{od}^i &\in \mathbb{R}, \forall od \in OD, \forall i \in C^{od} \end{aligned} \right. \quad (21)$$

$$\sum_{p \in P_1^{od}} h_p^i t_p = \lambda_{od}^i d_{od}^i - \sum_{p \in P_2^{od}} h_p^i (\bar{t}_p - \alpha_i^{od} \bar{q}_p^{od}) + \sum_{p \in P_1^{od}} h_p^i \alpha_i^{od} q_p^{od}, \forall od \in OD, \forall i \in C^{od} \quad (*^2)$$

Il est important de souligner qu'on a remplacé dans la fonction objectif du meneur l'expression non linéaire $\sum_{p \in P_1^{od}} h_p^i t_p$ suivant l'égalité de l'équation (*²). Il ne reste plus

qu'à linéariser l'équation (*²). Dans ce but nous utilisons la propriété de complémentarité du dual du suiveur, on obtient :

$$\left\{ \begin{array}{l} \left(\sum_{p \in (P_1^{od} \cup P_2^{od})} h_p^i - d_{od}^i \right) \lambda_{od}^i = 0, \forall od \in OD, \forall i \in C^{od} \\ \left(t_p - \alpha_i^{od} q_p^{od} - \lambda_{od}^i \right) h_p^i = 0, \forall p \in P_1^{od}, \forall od \in OD, \forall i \in C^{od} \\ \left(\bar{t}_p - \alpha_i^{od} \bar{q}_p^{od} - \lambda_{od}^i \right) h_p^i = 0, \forall p \in P_2^{od}, \forall od \in OD, \forall i \in C^{od} \end{array} \right\} \quad (*^3)$$

On sait que $(*^2) \Leftrightarrow (*^3)$ suivant les propriétés du dual. Linéariser $(*^2)$ équivaut à linéariser $(*^3)$, qui n'est pas linéaire du fait de la multiplication des deux variables λ_{od}^i et h_p^i . Pour linéariser $(*^3)$ on intègre les paramètres M et M' et une variable binaire x_p^i tel

$$\text{que : } x_p^i = \begin{cases} 0 & \text{si } h_p^i = 0 \\ 1 & \text{sinon} \end{cases}$$

On obtient:

$$\left\{ \begin{array}{l} 0 \leq h_p^i \leq Mx_p^i \quad (22) \\ 0 \leq t_p - \alpha_i^{od} q_p^{od} - \lambda_{od}^i \leq M(1 - x_p^i) \quad (23) \end{array} \right\}, \forall p \in P_1^{od}, \forall od \in OD, \forall i \in C^{od}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 0 \leq h_p^i \leq M'x_p^i \quad (24) \\ 0 \leq \bar{t}_p - \alpha_i^{od} \bar{q}_p^{od} - \lambda_{od}^i \leq M'(1 - x_p^i) \quad (25) \end{array} \right\}, \forall p \in P_2^{od}, \forall od \in OD, \forall i \in C^{od}$$

Nous écrivons le modèle final linéarisé et transformé à un niveau, on obtient :

$$\max_{t_p, n_{ka}} \left\{ \begin{aligned} & \sum_{od \in OD} \sum_{i \in C^{od}} [\lambda_{od}^i d_{od}^i - \sum_{p \in P_2^{od}} h_p^i (\bar{t}_p - \alpha_i^{od} \bar{q}_p^{od}) + \sum_{p \in P_1^{od}} h_p^i \alpha_i^{od} q_p^{od}] \\ & - \sum_{a \in A} \sum_{k \in K} n_{ka} c_{ka}^f - \sum_{od \in OD} \sum_{a \in A} \sum_{k \in K} f_{ka}^{od} c_{ka}^v \end{aligned} \right\}$$

S.C :

$$\left\{ \begin{aligned} & \sum_{od \in OD} f_{ka}^{od} \leq n_{ka} w_k, \quad \forall a \in A, \forall k \in K & (1) \\ & \sum_{k \in K} f_{ka}^{od} = \sum_{p \in P_1^{od}} \sum_{i \in C^{od}} \delta_{ap} h_p^i, \quad \forall a \in A, \forall od \in OD & (2) \\ & \sum_{p \in P_1^{od} \cup P_2^{od}} h_p^i = d_{od}^i, \quad \forall od \in OD, \forall i \in C^{od} & (3) \\ & h_p^i, n_{ka}, f_a^{od} \geq 0 & (4) \\ & \lambda_{od}^i \leq t_p - \alpha_i^{od} q_p^{od}, \quad \forall p \in P_1^{od}, \forall od \in OD, \forall i \in C^{od} & (19) \\ & \lambda_{od}^i \leq \bar{t}_p - \alpha_i^{od} \bar{q}_p^{od}, \quad \forall p \in P_2^{od}, \forall od \in OD, \forall i \in C^{od} & (20) \\ & \lambda_{od}^i \in \mathbb{R}, \quad \forall od \in OD, \forall i \in C^{od} & (21) \\ & 0 \leq h_p^i \leq M x_p^i, \quad \forall p \in P_1^{od}, \forall od \in OD, \forall i \in C^{od} & (22) \\ & 0 \leq t_p - \alpha_i^{od} q_p^{od} - \lambda_{od}^i \leq M(1 - x_p^i), \quad \forall p \in P_1^{od}, \forall od \in OD, \forall i \in C^{od} & (23) \\ & 0 \leq h_p^i \leq M' x_p^i, \quad \forall p \in P_2^{od}, \forall od \in OD, \forall i \in C^{od} & (24) \\ & 0 \leq \bar{t}_p - \alpha_i^{od} \bar{q}_p^{od} - \lambda_{od}^i \leq M'(1 - x_p^i), \quad \forall p \in P_2^{od}, \forall od \in OD, \forall i \in C^{od} & (25) \\ & x_p^i \in \{0, 1\}, \quad \forall p \in (P_1^{od} \cup P_2^{od}), \forall i \in C^{od} & (26) \end{aligned} \right.$$

3.6 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons présenté le problème à l'aide du paradigme de la programmation mathématique à deux niveaux. Ensuite nous avons comparé le problème aux tournées de véhicules. Puis nous avons défini le modèle biniveau général (Brotcome et al., 2005) et le modèle biniveau appliqué à la tarification (Labbé et al., 1998). Enfin, nous avons présenté le modèle biniveau de tarification du transport de marchandises. Nous avons montré la linéarisation exacte du modèle biniveau général et du modèle biniveau appliqué à la tarification (Labbé et al., 1998) en écrivant les conditions nécessaires et suffisantes d'optimalité du second niveau. Ensuite, nous avons appliqué cette démarche pour linéariser le modèle de tarification du transport de marchandises. Ainsi, nous avons transformé notre modèle non linéaire à deux niveaux en un modèle linéaire à un niveau avec plusieurs familles de contraintes. Notre prochain objectif est de valider ce modèle et d'en comprendre le comportement et les limites. Au chapitre 4 suivant, nous faisons une analyse de sensibilité sur un réseau test pour valider le modèle et ensuite, nous observons son comportement sur un réseau de plus grande taille dont la base de données a été construite à partir de données réelles de l'industrie du transport.

CHAPITRE 4

EXPÉRIMENTATION

Pour résoudre le modèle final linéarisé et transformé à un niveau, nous avons utilisé le langage de modélisation AMPL et le solveur FortMP 3.2j. Dans un premier temps, nous validons le modèle sur un réseau très simple et avec une base de données fictive qui nous permet d'évaluer les résultats attendus et ainsi de les comparer aux résultats du modèle. Après avoir démontré que le modèle répond à nos attentes par une analyse de sensibilité, nous l'expérimentons sur un réseau plus grand, et avec une base de données adaptée à la réalité. Nous présentons les résultats et les discutons.

4.1 Validation du modèle

Les paramètres de base du modèle ont été volontairement choisis pour pouvoir vérifier les résultats à l'aide de calculs simples. Dans un premier temps, nous présentons le réseau et le scénario choisis. Puis, nous présentons la base de données. La validation numérique des résultats et la vérification du respect des contraintes se trouvent à l'annexe 1. Ensuite, dans l'analyse de sensibilité, nous observons le comportement des variables du modèle lorsque nous faisons varier les paramètres suivants : le volume du camion, la demande du client, les coûts variables, les coûts fixes, les tarifs de la compétition et la qualité des services de la compétition. Nous présentons un graphique pour chaque paramètre. Nous expliquons le comportement de chaque courbe et nous comparons les résultats à nos attentes.

4.1.1 Réseau et scénario choisis

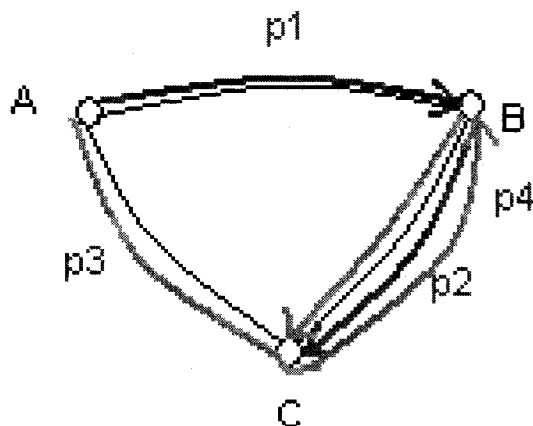


Figure 4.1 Réseau choisi

La figure 4.1 illustre le réseau choisi qui se compose de trois nœuds : A, B et C. Le client numéro 1 (désigné C1) veut faire acheminer une quantité de marchandises du point A au point B. Le client numéro 2, nommé C2, veut faire acheminer une quantité de marchandises du point B au point C. Le distributeur propose le service (ou chemin) p_1 pour se rendre du point A au point B et le service (ou chemin) p_2 pour se rendre du point B au point C. La concurrence propose le service (ou chemin) p_3 pour se rendre du point A au point B et service (ou chemin) p_4 pour se rendre du point B au point C. On imagine deux types de camions k_1 et k_2 capables de contenir le même volume. Ainsi, nous attribuons des coûts fixes et des coûts variables plus élevés au type de camions k_2 dans le but de forcer le distributeur à utiliser k_1 et pouvoir ainsi tester le modèle. De la même manière, les coûts fixes et variables sont ajustés de sorte que le distributeur maximise son profit en desservant les deux clients C1 et C2. Les demandes des clients C1 et C2 sont les mêmes ainsi que leur perception de la qualité. Les qualités des chemins du distributeur et de la concurrence sont aussi les mêmes sur les origines-destinations identiques. L'analyse de sensibilité portera sur plusieurs de ces paramètres.

4.1.2 Base de données

Ensemble origines-destinations

$$OD = \{od\} = \left\{ \begin{matrix} A-B \\ B-C \end{matrix} \right\}.$$

Ensemble d'arcs

$$A = \{AB, BA, AC, CA, BC, CB\}.$$

Ensemble de chemins

$$P = \{p_1, p_2, p_3, p_4\}.$$

Ensemble de chemins du distributeur

$$P_1 = \{p_1, p_2\}.$$

Ensemble de chemins de la concurrence

$$P_2 = \{p_3, p_4\}.$$

Ensemble de clients

On considère deux clients : $C^{od} = \{C1, C2\}$.

Ensemble de camions

On considère deux types de camions : $K = \{k_1, k_2\}$.

Les tarifs des compétiteurs

On évalue intuitivement que le tarif du chemin p_3 est plus élevé que le tarif du chemin

p_4 car il est constitué d'un arc de plus, soit : $\bar{t}_{p_3} = 10$

et $\bar{t}_{p_4} = 7$.

Volumes suivant le type de camion

On se limite à deux types de camion de mêmes volumes afin de pouvoir faire varier certains paramètres par la suite sans faire intervenir ce paramètre, soit :

$$w_{k_1} = w_{k_2} = 100 \text{ (unités de volumes de 100 livres) .}$$

Coûts fixes et coûts variables

Pour les coûts fixes, on imagine que l'arc (AB) est l'arc le moins coûteux, ensuite l'arc (BC) qui est un peu plus coûteux et l'arc (AC) est très coûteux. À ce stade, on n'établit pas de différence de coûts suivant la direction de l'arc. Pour les coûts variables, on imagine que l'arc (BC) est un peu plus coûteux que les arcs (AB) et (AC). Comme déjà mentionné, les coûts relatifs au type de camion k_2 sont plus élevés pour forcer le distributeur à utiliser les camions de type k_1 . Suivant le modèle, les coûts fixes doivent être exprimés en \$/camion et les coûts variables en \$/100 livres/camion.

$$c_{ka}^f = \begin{Bmatrix} \begin{matrix} (AB) & (BA) & (AC) & (CA) & (BC) & (CB) \end{matrix} \\ k_1 \begin{matrix} 100 & 100 & 200 & 200 & 150 & 150 \end{matrix} \\ k_2 \begin{matrix} 150 & 150 & 250 & 250 & 200 & 200 \end{matrix} \end{Bmatrix}.$$

$$c_{ka}^v = \begin{Bmatrix} \begin{matrix} (AB) & (BA) & (AC) & (CA) & (BC) & (CB) \end{matrix} \\ k_1 \begin{matrix} 2 & 2 & 2 & 2 & 3 & 3 \end{matrix} \\ k_2 \begin{matrix} 2.5 & 2.5 & 2.5 & 2.5 & 3.5 & 3.5 \end{matrix} \end{Bmatrix}.$$

Demande des clients

La demande des clients est fixée à 1000 unités de volumes de 100 livres, soit :

$$d_{od}^i = \begin{Bmatrix} \begin{matrix} C1 & C2 \end{matrix} \\ A-B \begin{matrix} 1000 & . \end{matrix} \\ B-C \begin{matrix} . & 1000 \end{matrix} \end{Bmatrix}.$$

Qualité des chemins

La qualité des chemins est la même pour tous les chemins du réseau. Ainsi, ce paramètre ne jouera pas sur la compréhension des résultats et il pourra être testé dans l'analyse de sensibilité.

$$q_p^{od} = \begin{Bmatrix} & p_1 & p_2 \\ A-B & 5 & . \\ B-C & . & 5 \end{Bmatrix}.$$

$$\bar{q}_p^{od} = \begin{Bmatrix} & p_3 & p_4 \\ A-B & 5 & . \\ B-C & . & 5 \end{Bmatrix}.$$

La perception de la qualité

On imagine que les deux clients C1 et C2 ont la même perception de la qualité pour que ce paramètre ne joue pas dans la compréhension des résultats.

$$\alpha_i^{od} = \begin{Bmatrix} & C1 & C2 \\ A-B & 0.5 & . \\ B-C & . & 0.5 \end{Bmatrix}.$$

Les paramètres M et M'

La quantité h_p^i maximale à acheminer pour toute origine-destination od , pour un client $i \in C^{od}$ et pour un service $p \in P^{od}$ est de 1000 unités de volume d'après la base de données choisie. Ainsi, d'après les contraintes (22), (23), (24) et (25), on fixe les paramètres M et M' à la valeur maximale h_p^i , on obtient : $M = 1000$ et $M' = 1000$.

4.1.3 Résultats et validation des résultats

Résultats du programme

- « Optimal Solution found » = 9500 \$: le profit est de 9500 \$
- $n_{k_1(AB)} = 10$: le nombre de camions de type k_1 sur l'arc (AB) est de 10
- $n_{k_1(BC)} = 10$: le nombre de camions de type k_2 sur l'arc (BC) est de 10
- $h_{p_1}^{C1} = 1000$ livres : la quantité transportée sur le chemin p_1 pour le client C1 est de 1000 livres
- $h_{p_2}^{C2} = 1000$ livres : la quantité transportée sur le chemin p_2 pour le client C2 est de 1000 livres
- $t_{p_1} = 10$ \$/100 livres : le tarif du distributeur sur le chemin p_1 est de 10\$ pour 100 livres
- $t_{p_2} = 7$ \$/100 livres : le tarif du distributeur sur le chemin p_2 est de 7\$ pour 100 livres
- $f_{k_1(AB)}^{A-B} = 1000$: la quantité de flux sur l'arc (AB) pour l'origine-destination A-B pour les camions de type k_1 est de 1000 livres
- $f_{k_1(BC)}^{B-C} = 1000$: la quantité de flux sur l'arc (BC) pour l'origine-destination B-C pour les camions de type k_1 est de 1000 livres
- $\lambda_{A-B}^{C1} = 7.5$: la variable duale pour l'origine-destination A-B pour le client C1 est 7.5
- $\lambda_{B-C}^{C2} = 4.5$: la variable duale pour l'origine-destination B-C pour le client C2 est 4.5
- $x_{p_1}^{C1} = 1$: la variable binaire pour le chemin p_1 et le client C1 est égale à 1
- $x_{p_2}^{C2} = 1$: la variable binaire pour le chemin p_2 et le client C2 est égale à 1

sous-entendu :

$$\begin{aligned}
 n_{k_1AC} &= n_{k_1BA} = n_{k_1CA} = n_{k_1CB} = n_{k_2AB} = n_{k_2AC} = n_{k_2BA} = n_{k_2BC} = n_{k_2CA} = n_{k_2CB} = 0 \\
 h_{p_3}^{C1} &= h_{p_4}^{C2} = 0 \\
 f_{AB,k_2}^{A-B} &= f_{AC,k_1}^{A-B} = f_{AC,k_2}^{A-B} = f_{BA,k_1}^{A-B} = f_{BA,k_2}^{A-B} = f_{BC,k_1}^{A-B} = f_{BC,k_2}^{A-B} = f_{CA,k_1}^{A-B} = f_{CA,k_2}^{A-B} = 0 \\
 f_{CB,k_1}^{A-B} &= f_{CB,k_2}^{A-B} = f_{AB,k_1}^{B-C} = f_{AB,k_2}^{B-C} = f_{AC,k_1}^{B-C} = f_{AC,k_2}^{B-C} = f_{BA,k_1}^{B-C} = f_{BA,k_2}^{B-C} = f_{BC,k_2}^{B-C} = 0 \\
 f_{CA,k_1}^{B-C} &= f_{CA,k_2}^{B-C} = f_{CB,k_1}^{B-C} = f_{CB,k_2}^{B-C} = 0
 \end{aligned}$$

La validation numérique des résultats et la vérification du respect de chacune des contraintes du modèle sont présentées dans l'annexe 1 de ce mémoire.

Validation du scénario : les résultats correspondent-ils à nos attentes ?

1. Les résultats respectent toutes les contraintes et le calcul du profit est exact (voir annexe 1).
2. Le distributeur dessert les clients C1 et C2 sur les chemins p_1 et p_2 respectivement car nous avons fait varier les coûts fixes et les coûts variables pour obtenir ce résultat et ensuite procéder à une analyse de sensibilité.
3. Les coûts fixes et les coûts variables pour le type de camion k_2 sont plus élevés que pour le type de camions k_1 et, dans les résultats, le distributeur utilise le type de camion k_1 , ce qui maximise son profit et correspond aux attentes du modèle.
4. Le distributeur utilise le même nombre de camions de type k_1 pour les clients C1 et C2. Ce résultat correspond aux attentes puisque les clients ont exactement la même quantité de marchandise à transporter.
5. Les tarifs des chemins p_1 et p_2 sont de 10\$/100 livres et 7\$/100 livres respectivement. Ils sont égaux aux tarifs de la concurrence pour les origines-destinations correspondantes. Ce résultat correspond à nos attentes puisque nous avons choisi dans la base de données les mêmes qualités de service (ou chemin) q_p pour tous les chemins du réseau, ceux du distributeur et ceux de la

concurrence p_3 et p_4 . Ainsi la qualité du chemin n'a aucune influence sur le tarif et il est donc normal que le distributeur choisisse de tarifier ses chemins au tarif le plus élevé possible puisqu'il maximise son profit.

Conclusion : les résultats correspondent exactement aux attentes du modèle.

4.1.4 Analyse de sensibilité

L'objectif de cette partie est de vérifier que le comportement du modèle correspond bien à nos attentes. Nous analysons les impacts des variations des différents paramètres (volume des camions, demande des clients, coûts fixes, coûts variables, qualité des chemins et tarifs de la concurrence) sur les variables et sur le profit. Il est aussi important de préciser que dans notre modèle, les chemins sont équivalents à des services. Ainsi, chaque fois que nous mentionnons « un chemin » dans l'analyse de sensibilité, nous entendons qu'il s'agit aussi d'un service. En effet, le distributeur propose des services différents qui correspondent à des chemins différents. Il peut s'agir de services lents ou rapides pour le réseau routier ou bien d'un service de qualité plus élevée comme par exemple la première classe dans un avion pour le réseau aérien. Ainsi, chaque chemin représente un service différent.

Variation du volume w_{k_2} du camion de type k_2

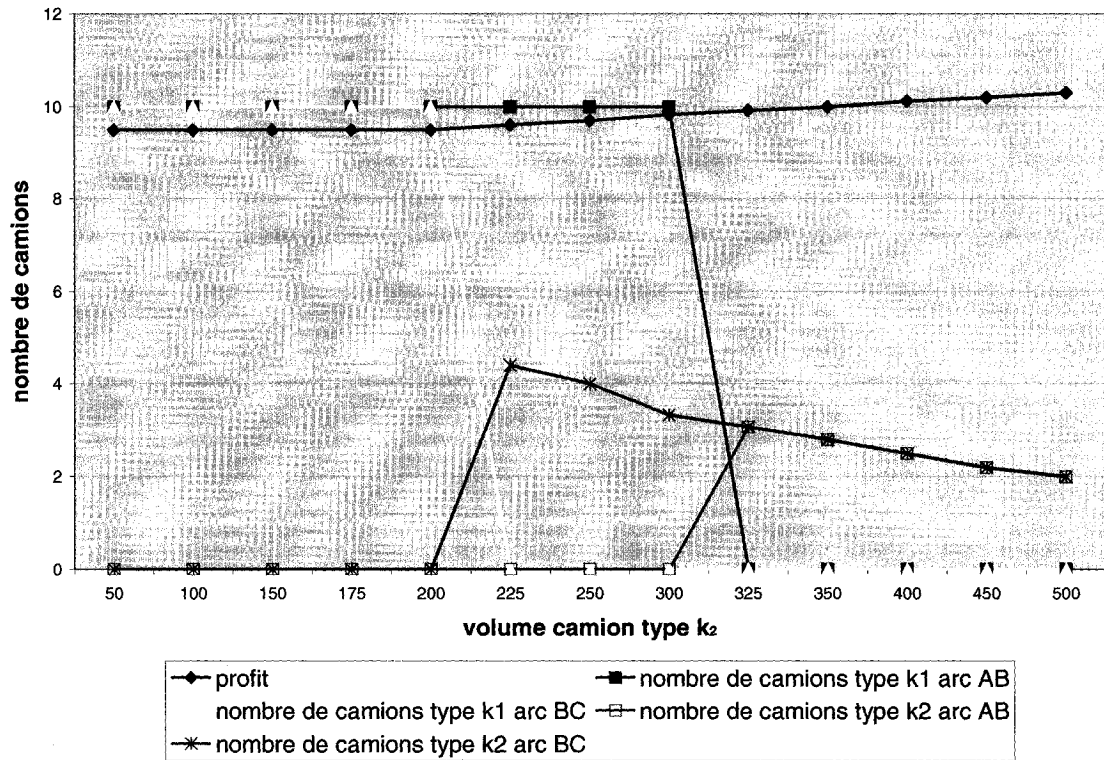


Figure 4.2 Variation du volume w_{k_2} du camion de type k_2

La figure 4.2 illustre l'impact des variations du volume du camion de type k_2 sur le profit, les tarifs, le type et le nombre de camions nécessaires pour répondre à la demande des clients. On sait que lorsque le volume des deux types de camions k_1 et k_2 est égal à 100 unités de volume et que les coûts fixes et variables sont plus élevés pour k_2 , le distributeur utilise les camions de type k_1 pour desservir les deux clients C1 et C2. On observe sur le graphe que dans le cas où le volume du camion de type k_2 baisse (est moins que 100 unités de volume), le profit et le nombre de camions ne changent pas. Le distributeur maximise son profit en utilisant les camions de type k_1 . Si le volume w_{k_2} baisse, alors les coûts fixes pour un camion de type k_2 seront encore plus élevés qu'avant

et le distributeur aura encore plus intérêt à utiliser le camion de type k_1 , d'où aucun changement. Dans le cas où le volume du camion de type k_2 augmente, on observe qu'à partir d'un volume w_{k_2} particulier (sur le graphe, $w_{k_2}=200$), le distributeur a plus intérêt à utiliser les camions de type k_2 plutôt que les camions de type k_1 sur l'arc (BC). L'explication est la suivante : plus w_{k_2} augmente et plus le coût fixe par camion de type k_2 baisse. Bien que les coûts variables soient plus élevés pour un camion de type k_2 , à un moment donné, pour une origine-destination donnée, la somme des coûts fixes et variables sera plus basse pour un camion de type k_2 que pour un camion de type k_1 . On observe sur le graphique que le profit est stable jusqu'au volume $w_{k_2}=200$. À partir de ce volume, le distributeur utilise les camions de type k_2 sur l'origine-destination B-C. À ce point : $n_{k_1BC} = 0$ et $n_{k_2BC} = 4.4$. Plus le volume w_{k_2} augmente, plus le nombre de camions baisse car pour une même quantité de demande, il faut moins de camions. De la même manière, plus le volume w_{k_2} augmente, plus les coûts fixes par camion k_2 baisse et donc plus le profit augmente. On observe sur le graphique que le distributeur changera de type de camions pour desservir l'arc (AB) à partir d'un volume $w_{k_2}=325$ alors que pour desservir l'arc (BC), le changement se faisait à partir de $w_{k_2}=200$. La raison est que les coûts fixes et variables sont moins élevés sur l'arc (AB) que sur l'arc (BC), ainsi le changement est plus lent sur l'arc (AB).

Résultats qui ne figurent pas sur le graphique

Les variations de volume w_{k_2} n'ont aucun impact sur les variables duales et sur les tarifs.

Les contraintes de flux et de quantités à livrer sont toujours respectées.

Variation de la demande d_{A-B}^{C1} du client C1

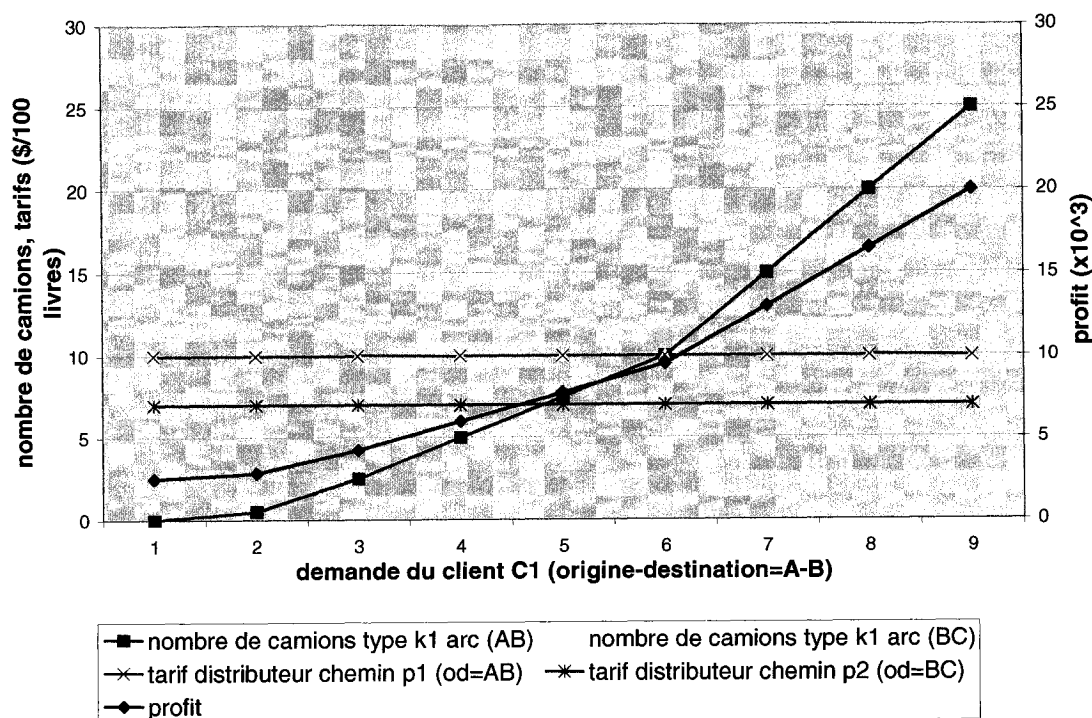


Figure 4.3 Variation de la demande d_{A-B}^{C1} du client C1

La figure 4.3 illustre l'impact des variations de demande du client C1 sur le profit du distributeur, sur ses tarifs et sur le nombre de camions. On observe sur ce graphe que plus la demande du client C1 augmente, plus le nombre de camions de type k_1 augmente sur l'origine-destination A-B. En effet, il faut plus de camions pour satisfaire l'augmentation de la demande du client C1 sur l'origine-destination A-B. Le graphe montre que les courbes des tarifs du distributeur sont stables : quelle que soit la demande, le distributeur maximise son profit et s'aligne sur la compétition. Ainsi, pour une demande plus élevée d'un client déjà « rentable » pour le distributeur et le même tarif, le distributeur augmente son profit (voir la courbe du profit). On peut également observer que le nombre de camions n_{k_1BC} sur l'arc (BC) ne change pas puisqu'on fait varier la demande du client correspondant uniquement à l'origine-destination A-B et non à B-C.

Résultats qui ne figurent pas sur le graphique

Les variations de demande du client C1 n'ont aucun impact sur les variables duales et sur les tarifs. Les contraintes de flux et de quantités à livrer sont toujours respectées. Le nombre de camions de type k_2 reste nul car il n'y a aucun lien entre la demande et le type de camions.

Variation de la demande d_{B-C}^{C2} du client C2

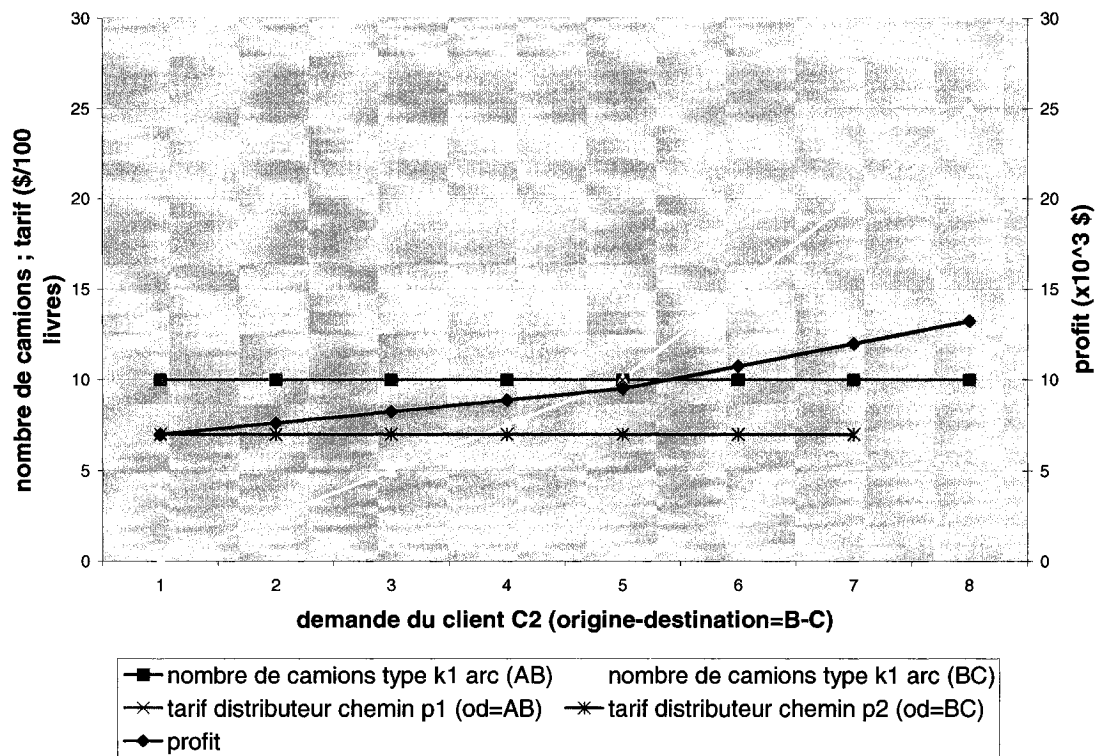


Figure 4.4 Variation de la demande d_{B-C}^{C2} du client C2

La figure 4.4 illustre l'impact des variations de demande du client C2 sur le profit du distributeur, sur ses tarifs et sur le nombre de camions. Les résultats sont très proches de ceux obtenus pour la variation de la demande du client C1. C'est dans ce cas le nombre de camions de type k_1 sur l'origine- destination B-C qui augmente puisque la demande du

client C2 pour cette origine-destination augmente. Le distributeur a besoin de plus de camions pour desservir une quantité plus grande. Comme précédemment, on peut observer que les courbes des tarifs du distributeur sont stables : quelle que soit la demande, le distributeur maximise son profit et s'aligne sur la compétition. De la même manière, le profit augmente aussi mais moins rapidement que dans le cas précédent. L'explication est la suivante : les coûts fixes et variables sont plus élevés sur l'arc (BC) donc le profit pour cet arc augmente plus lentement. Le graphe montre aussi que le nombre de camions n_{k_1AB} reste stable puisqu'on fait varier la demande sur l'origine-destination B-C et non sur A-B.

Résultats qui ne figurent pas sur le graphique

Les variations de demande du client C2 n'ont aucun impact sur les variables duales et sur les tarifs. Les contraintes de flux et de quantités à livrer sont toujours respectées. Le nombre de camions de type k_2 reste nul car il n'y a aucun lien entre la demande et le type de camions.

Variation des coûts variables $c_{k_1BC}^v$ et $c_{k_2BC}^v$

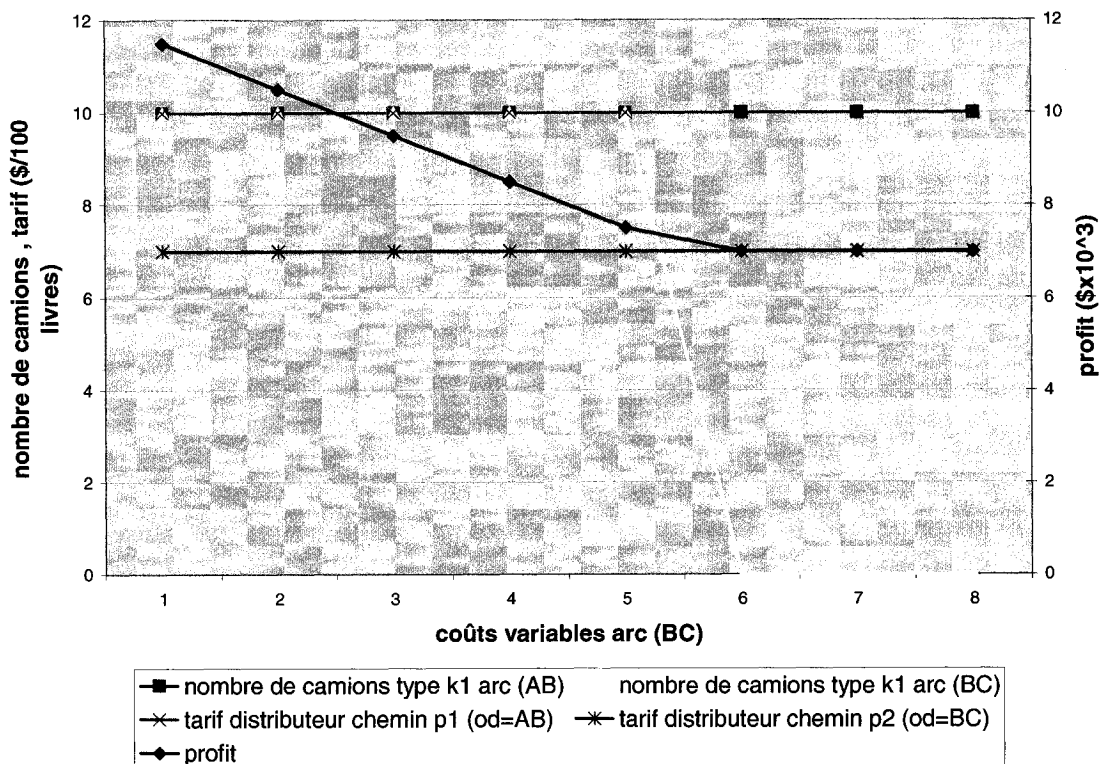


Figure 4.5 Variation des coûts variables $c_{k_1BC}^v$ et $c_{k_2BC}^v$

La figure 4.5 illustre l'impact des variations des coûts variables de l'arc (BC) sur le profit du distributeur, sur ses tarifs et sur le nombre de camions. Il est important de souligner qu'on a choisi d'augmenter les coûts variables de l'arc (BC) sur les deux types de camions *de façon proportionnelle* pour que le type de camions ne joue pas de rôle dans l'observation des résultats. On observe sur le graphe que l'augmentation des coûts variables sur l'arc (BC) provoque une baisse de profit jusqu'à un certain point ($c_{k_1BC}^v \approx 6$) ou le profit se stabilise. Ce moment correspond au point pour lequel les coûts variables sur (BC) deviennent si élevés que le distributeur n'a plus intérêt à desservir le client C2 sur cette origine-destination : cela ne maximise plus son profit. On peut également

observer sur le graphe qu'à ce point, le nombre $n_{k_1 BC}$ de camions de type k_1 sur l'arc (BC) qui était égal à 10 devient nul. En effet, il n'y a plus de camions sur l'arc (BC) car le distributeur ne le dessert plus. À partir de ce point, le profit se stabilise car il correspond seulement au profit effectué pour desservir l'arc (AB) et sur cet arc les coûts variables et (ou) fixes ne varient pas. On peut voir que les courbes des tarifs restent stables. Le distributeur s'aligne sur la compétition quelles que soient les valeurs des coûts variables. C'est ainsi qu'il maximise son profit.

Résultats qui ne figurent pas sur le graphique

Le nombre de camions de type k_2 sur les arcs (AB) et (BC) est nul : on a augmenté proportionnellement les coûts variables des deux types de camions. Ainsi, le type de camion k_1 est toujours le moins cher et est utilisé par le distributeur. Les variations des coûts variables sur l'arc (BC) n'ont aucun impact sur les variables duales. Les contraintes de flux et de quantités à livrer sont toujours respectées.

Variation des coûts fixes $c_{k_1 AB}^f$ pour la sorte de camion k_1 sur l'arc (AB)

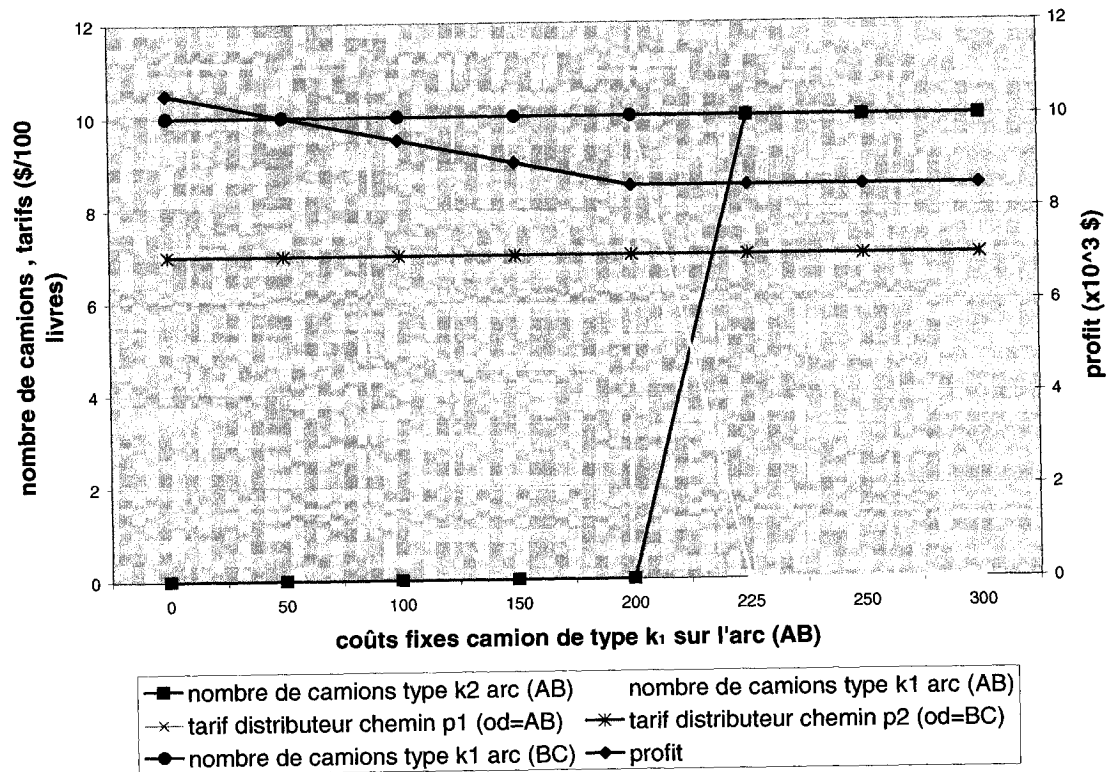


Figure 4.6 Variation des coûts fixes $c_{k_1 AB}^f$ pour le camion de type k_1 sur l'arc (AB)

La figure 4.6 illustre l'impact de variation des coûts fixes associés à l'arc (AB) et au camion de type k_1 sur le profit du distributeur, ses tarifs, et le nombre de camions. On sait que suivant la base de données, pour des coûts fixes des types de camions k_1 et k_2 respectivement: $c_{k_1 AB}^f = 100\$/camion$ et $c_{k_2 AB}^f = 150\$/camion$ et pour des coûts variables plus élevés pour le camion de type k_2 , le distributeur dessert le client C1 sur l'arc (AB) en utilisant 10 camions de type k_1 . On observe sur le graphe que lorsque le coût fixe sur l'arc (AB) pour le camion de type k_1 baisse, le profit augmente. Inversement, on voit que si ce coût augmente, le profit baisse. Il apparaît sur le graphe que le profit baisse jusqu'à un certain point et ensuite se stabilise. Ce point correspond à la valeur pour laquelle le

coût fixe du camion de type k_1 sera si élevé qu'il sera plus avantageux pour le distributeur d'utiliser le type de camion k_2 . À ce point là ($c_{k_1,AB}^v \approx 210\$/camion$), la somme des coûts fixes et des coûts variables sur l'arc (AB) pour le type de camion k_1 devient supérieure à la somme des coûts fixes et des coûts variables sur l'arc (AB) pour le type de camion k_2 . Ainsi, on observe qu'à partir de ce point, le nombre de camions de type k_1 devient nul et le nombre de camions de type k_2 devient 10 alors qu'il était nul. On voit sur le graphe que les tarifs ne changent pas : quels que soient les coûts fixes, le distributeur cherche à maximiser son profit et s'aligne sur la compétition. On peut également observer que le nombre de camions sur l'arc (BC) reste stable : la variation des coûts fixes est effectuée sur l'arc (AB). Il n'y a donc aucune influence sur l'arc (BC).

Résultats qui ne figurent pas sur le graphique

Les variations des coûts fixes $c_{k_1,AB}^f$ pour la sorte de camion k_1 sur l'arc (AB) n'ont aucun impact sur les variables duales et sur les tarifs. Les contraintes de flux et de quantités à livrer sont toujours respectées.

Variation du tarif de la compétition $\bar{t}_{p_3}$ correspondant à l'origine-destination A-B

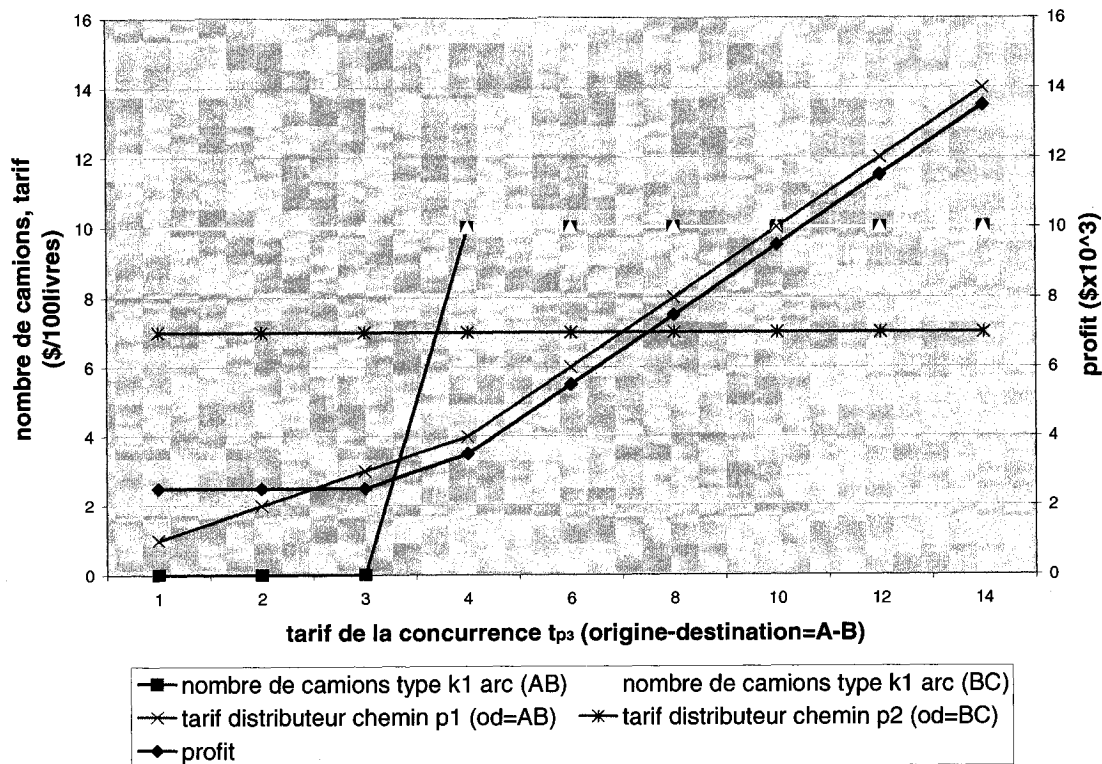


Figure 4.7 Variation du tarif de la compétition $\bar{t}_{p_3}$ correspondant à l'origine-destination A-B.

La figure 4.7 illustre l'impact des variations du tarif du chemin p_3 de la compétition sur les tarifs du distributeur, son profit et le nombre de camions. On observe sur le graphe que la courbe du tarif du distributeur t_{p_1} est proportionnelle au tarif de la compétition sur le chemin correspondant à la même origine-destination A-B. En fait, t_{p_1} s'aligne exactement sur les valeurs de $\bar{t}_{p_3}$: $t_{p_1} = \bar{t}_{p_3}$. L'explication est la suivante : les qualités des chemins sont les mêmes sur tous les chemins. En conséquence les valeurs de qualités n'ont pas d'impact sur le rapport des tarifs entre la compétition et le distributeur. Ainsi, les tarifs du distributeur doivent être les mêmes que les tarifs de la compétition sur les

chemins correspondant aux mêmes origines-destinations pour rester compétitifs et maximiser son profit. On observe sur le graphe que le profit est stable jusqu'au point $\bar{t}_{p_3} \approx 3$. Ensuite le profit augmente proportionnellement à l'augmentation du tarif. On voit que les courbes du tarif t_{p_1} et du profit ont le même coefficient : lorsque le tarif $\bar{t}_{p_3}$ de la compétition est très bas, le distributeur, qui doit s'aligner sur ce tarif pour être compétitif, ne dessert pas de client à un tarif aussi bas car cela ne maximise pas son profit. Ainsi, le profit est stable car il correspond uniquement à l'autre origine-destination (B-C). À un moment donné, le tarif de la compétition est assez élevé pour que le distributeur qui s'aligne sur ce tarif, commence à desservir les clients sur ce chemin car cela maximise son profit. On observe sur le graphe que ce point correspond à $\bar{t}_{p_3} \approx 3$. À partir de ce point, le profit augmente et le nombre de camions de type k_1 sur l'arc (AB) qui était nul passe à dix camions. On voit sur le graphe que les courbes du nombre de camions sur l'arc (BC) et du tarif sur l'autre chemin (t_{p_2}) ne varient pas puisque la variation de tarif concerne uniquement l'origine-destination A-B et non B-C.

Résultats qui ne figurent pas sur le graphique

Les variables de quantités et de flux sont régulièrement respectées. La variable lambda correspondant à l'origine-destination A-B varie en fonction des variations de $\bar{t}_{p_3}$. Plus le tarif de la compétition augmente, plus λ_{A-B}^{C1} augmente. Ce comportement correspond bien aux contraintes (19), (20) et (21) du modèle transformé.

Variation de la qualité du chemin (ou service) de la compétition $\bar{q}_{p_3}$ correspondant à l'origine-destination A-B

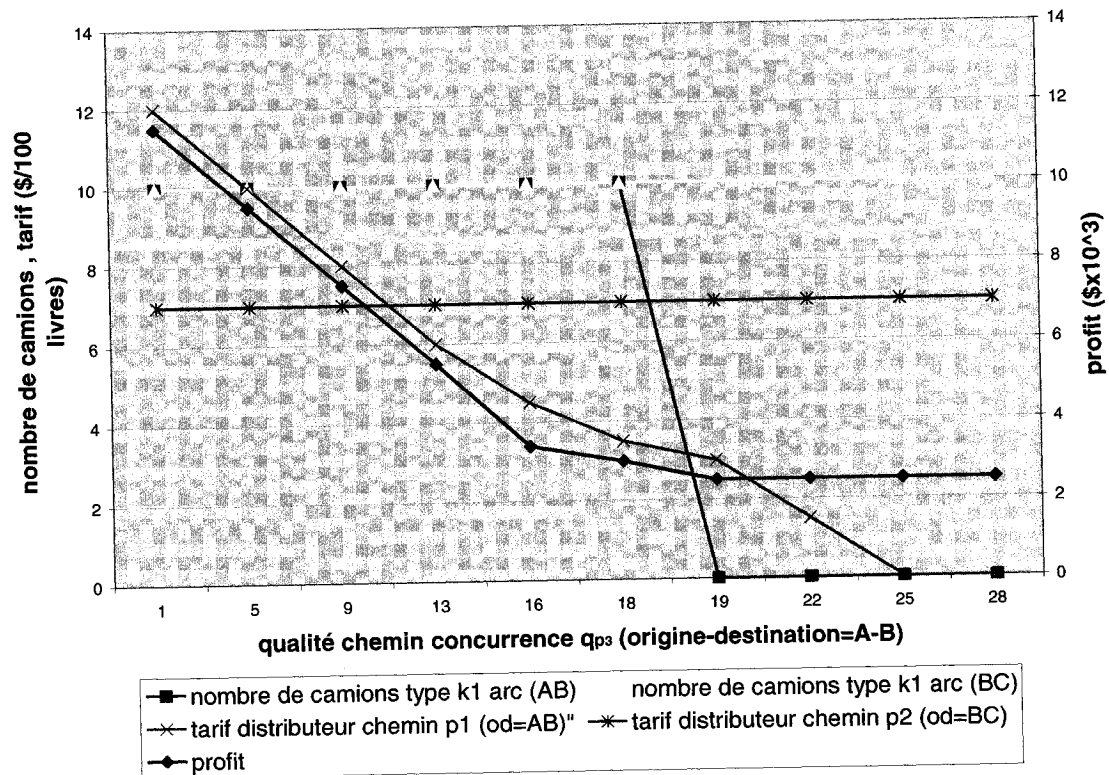


Figure 4.8 Variation de la qualité du chemin de la compétition $\bar{q}_{p_3}$

La figure 4.8 illustre l'impact de la variation de la qualité du chemin p_3 de la compétition sur le profit, les tarifs et le nombre de camions. Il est important de noter que la qualité du chemin du distributeur correspondant à l'origine-destination A-B est $q_{p_1} = 5$ (unités de qualité) et nous analysons l'impact des variations de la qualité du chemin de la concurrence pour cette origine-destination A-B pour des valeurs qui s'étendent entre $\bar{q}_{p_3} = 1$ et $\bar{q}_{p_3} = 28$. Nos attentes sont les suivantes : lorsque la qualité du chemin de la concurrence est très basse, on s'attend à ce que le distributeur qui a sur la même origine-destination une qualité de chemin plus élevée soit en mesure de proposer des tarifs plus

élevés que la concurrence pour maximiser son profit. En fait, le distributeur s'aligne toujours sur les tarifs de la compétition par une proportion qui prend en compte la qualité. Ainsi, lorsque la qualité du chemin de la concurrence augmente, les tarifs proposés par le distributeur pour le chemin correspondant à la même origine-destination baisseront puisque la qualité du chemin du distributeur ne varie pas. Ainsi, plus la qualité de chemin de la concurrence augmente, plus le profit baisse jusqu'à un moment où la qualité du chemin de la concurrence sera si élevée que les tarifs du distributeur sur les chemins correspondants seront très bas et il ne sera plus rentable de desservir ce chemin pour le distributeur. À partir de ce point, le profit se stabilisera car il correspondra aux origines-destinations pour lesquelles il n'y a aucun changement de paramètres. On observe sur le graphe que c'est exactement le scénario qui se produit : le nombre de camions de type k_1 sur l'arc (AB) est de 10 jusqu'à $\bar{q}_{p_3} \approx 18$, valeur pour laquelle le nombre de ces camions devient nul. Il n'est alors plus rentable pour le distributeur de desservir le client C1 sur le chemin p_1 . À partir de ce point, le profit se stabilise et les tarifs du distributeur pour le chemin p_1 continuent de baisser jusqu'à une valeur de la qualité de la concurrence si élevée que les tarifs du distributeur deviennent nuls.

Le tarif et le nombre de camions sur l'origine-destination B-C ne varient pas puisqu'on fait varier la qualité du chemins p_3 qui correspond à l'origine-destination A-B.

Résultats qui ne figurent pas sur le graphique

Les contraintes de quantités à livrer et de flux sont toujours respectées. Plus la qualité $\bar{q}_{p_3}$ augmente, plus la variable duale λ_{A-B}^{C1} baisse. Suivant l'interprétation économique, la variable lambda représente le coût du transport que le client demandera dans son prix de vente; ainsi on comprend que ce coût baisse si les tarifs baissent.

Les résultats obtenus lors de l'analyse de sensibilité sur un petit réseau sont logiques et correspondent à nos attentes. Nous le testons sur un plus grand réseau avec des données réelles dans le prochain paragraphe et essayons d'en comprendre les limites.

4.2 Expérimentation

Dans ce paragraphe, nous analysons le comportement du modèle sur un réseau de plus grande taille : quatre nœuds, cinq arcs, treize chemins, quatre origines-destinations, trois types de camions et huit clients. Dans un premier temps, nous présentons le réseau et le scénario choisis. Le réseau correspond à un réseau routier réaliste. Puis, nous procédons à une étude d'estimation des paramètres à partir de renseignements provenant de l'industrie du transport. Ainsi, nous construisons une base de données réaliste. Ensuite, nous présentons les résultats et nous les validons (voir annexe 2). Enfin, nous testons le comportement du modèle par une analyse de sensibilité. Les résultats sont présentés sous forme de tableau. On observe le comportement de chaque variable lorsqu'on fait varier les paramètres et on compare le comportement du modèle à nos attentes. Nous procédons également à une analyse quantitative des résultats.

4.2.1 Réseau et scénario choisis

Le réseau choisi se compose des quatre nœuds suivants :

$$\{\text{noeuds}\} = \left\{ \begin{array}{l} \text{Montréal} \\ \text{Québec} \\ \text{Trois - Rivières} \\ \text{Sherbrooke} \end{array} \right\}.$$

Les figures 4.9 et 4.10 représentent le réseau géographiquement et graphiquement.



Figure 4.9 Représentation géographique du réseau réel choisi.

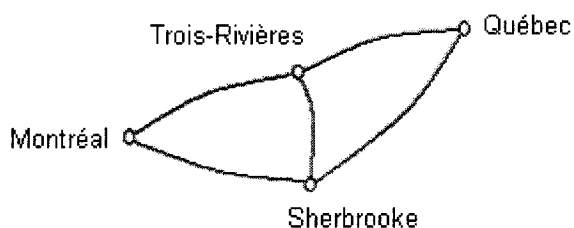


Figure 4.10 Représentation graphique du réseau réel choisi.

4.2.2 Base de données – les ensembles

Ensemble origines-destinations

$$OD = \{od\} = \left\{ \begin{array}{l} \text{Montréal} - \text{Québec}, \text{Montréal} - \text{Trois Rivières}, \text{Montréal} - \text{Sherbrooke}, \\ \text{Sherbrooke} - \text{Trois Rivières} \end{array} \right\}$$

$$OD = \{od\} = \{Mtl - Qc, Mtl - Tr, Mtl - Sh, Sh - Tr\}.$$

Ensemble d'arcs

$$A = \{ a_1, a_2, a_3, a_4, a_5 \}.$$

Voir la figure 4.11.

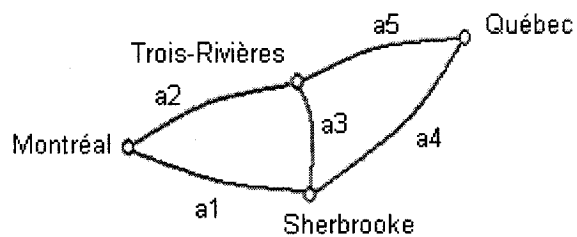


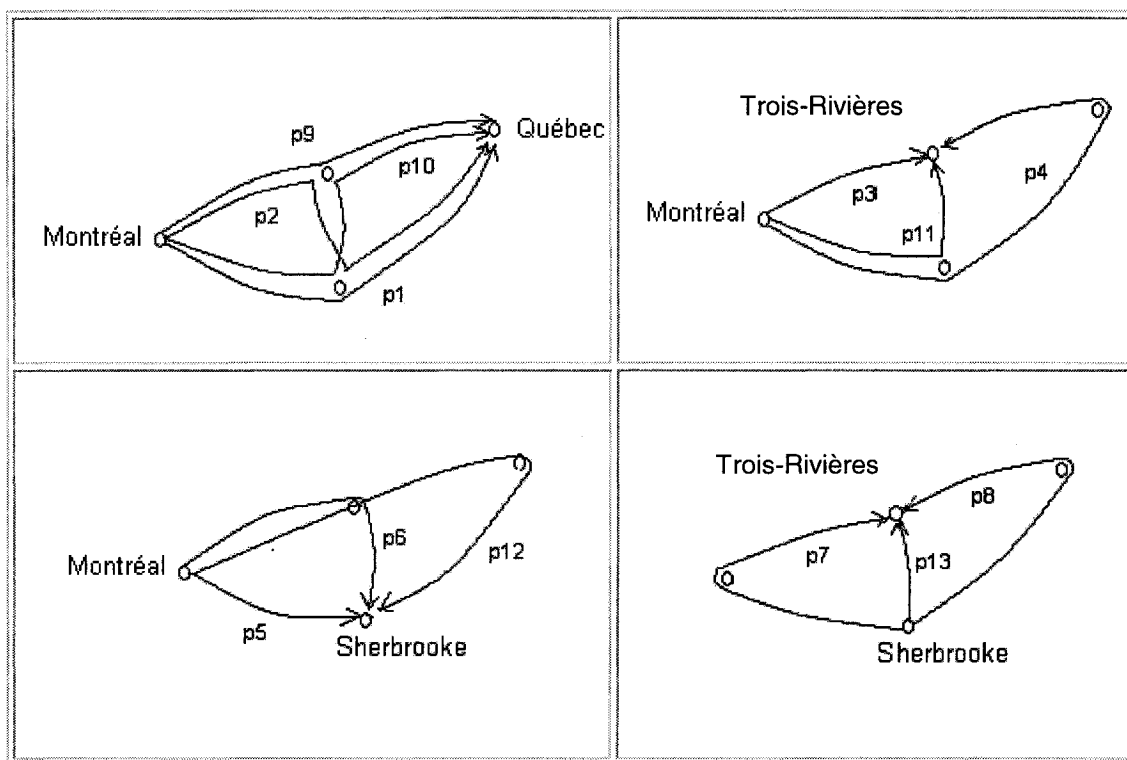
Figure 4.11 Définition des arcs du réseau réel choisi.

Ensemble de chemins

$$P = \{p_1, p_2, p_3, p_4, p_5, p_6, p_7, p_8, p_9, p_{10}, p_{11}, p_{12}, p_{13}\}.$$

Voir tableau 4.1.

Tableau 4.1 Représentation des chemins du réseau choisi en fonction des origines-destinations.



Ensemble de chemins du distributeur :

$$P_1 = \{p_1, p_2, p_3, p_4, p_5, p_6, p_7, p_8\}.$$

Ensemble de chemins de la concurrence :

$$P_2 = \{p_9, p_{10}, p_{11}, p_{12}, p_{13}\}.$$

Ensemble de clients

On considère huit clients : $C^{ad} = \{c_1, c_2, c_3, c_4, c_5, c_6, c_7, c_8\}$.

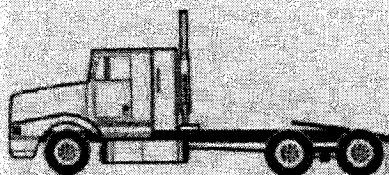
Les clients c_1, c_2, c_3 souhaitent faire transporter de la marchandise de Montréal à Québec, les clients c_4, c_5 de Montréal à Trois-Rivières, le client c_6 de Montréal à Sherbrooke et les clients c_7 et c_8 de Sherbrooke à Trois-Rivières.

Ensemble de camions

Pour choisir un ensemble réel de camions, il est important de connaître aussi les définitions de base du camionnage de transport de marchandises représentées par la figure 4.12. Ces informations proviennent du guide des normes de charges et dimensions des véhicules (Ministère des transports Québec, 2005).

A. TRACTEUR :

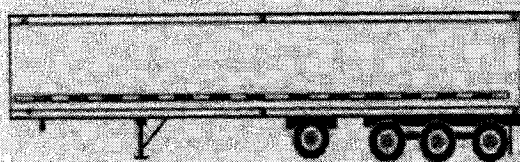
un véhicule automobile, muni d'une sellette d'attelage, destiné à tracter une ou deux semi-remorques ou une semi-remorque et une remorque.

**B. VÉHICULE-REMORQUEUR :**

un véhicule automobile qui est utilisé pour tirer une remorque.

**C. SEMI-REMORQUE :**

un véhicule routier dont l'avant porte sur la sellette d'attelage du véhicule qui le tire.

**D. REMORQUE :**

un véhicule routier, y compris une semi-remorque dont l'avant porte sur un diabol, relié au véhicule qui le tire par un système d'attache autre qu'une sellette d'attelage.



Figure 4.12 Définitions de base du camionnage du transport de marchandises.

E. DIADOLE :

un avant train à sellette utilisé pour convertir une semi-remorque en remorque.

**F. ESSIEU SIMPLE :**

un essieu qui répartit une masse pouvant être mesurée sous ses roues.

**G. ESSIEU TANDEM :**

un ensemble de deux essieux reliés au véhicule par un système de suspension conçu pour égaliser, à 1000 kg près, en tout temps, la masse pouvant être mesurée sous les roues de chacun des essieux et composé d'une suspension commune ou de deux suspensions identiques reliées entre elles.

**H. ESSIEU TRIPLE :**

un ensemble de trois essieux également espacés entre eux, reliés au véhicule par un système de suspension conçu pour égaliser, à 1000 kg près, en tout temps, la masse pouvant être mesurée sous les roues de chacun des essieux et composé de trois suspensions identiques reliées entre elles.



Figure 4.12 Définitions de base du camionnage du transport de marchandises (suite)

Pour la base de données, nous choisissons trois types de remorques différentes et qui sont les plus couramment utilisées pour les moyens trajets comme de Montréal à Québec. La seule différence entre les remorques est leur longueur et de ce fait elles nécessitent un nombre d'essieux différent : le type 1 sera la remorque de 53 pieds de long, le type 2 la remorque longue de 48 pieds et le troisième type caractérisera une remorque de 40 pieds de long ; soit, $K = \{k_{53 \text{ pieds}}, k_{48 \text{ pieds}}, k_{40 \text{ pieds}}\}$.

4.2.3 Base de données – les paramètres

Les tarifs des compétiteurs

L'unité de volume standard utilisée pour la tarification du transport de marchandises est par 100 livres dans le cas où la palette correspond à une densité uniforme de 10 livres du pied cube. Sinon, on utilise le cubage car le volume est plus grand que le poids. Nous considérons pour la base de données que les palettes répondent à la densité uniforme de 10 livres du pied cube. Pour évaluer des tarifs à peu près justes, nous effectuons une moyenne du tarif par kilomètre à l'aide des renseignements récoltés au cours des conversations téléphoniques avec de grands transporteurs (Anonyme, 2006). Suivant la nature de la marchandise, Montréal-Toronto est proposé chez un transporteur à un tarif qui varie entre 7 \$CA et 12 \$CA les 100 livres, soit une moyenne de 9.5 \$CA. La distance de Montréal à Toronto est de 640 km, soit un tarif moyen par kilomètre et au 100 livres : $t_1 = 9.5[\$/100 \text{ livres}] \div 640[km] = 0.0148437(\$/100 \text{ livres} / km)$.

Chez le même transporteur, le tarif exigé pour Montréal-Québec varie de 5 \$CA à 7 \$CA les 100 livres, soit une moyenne de 6 \$CA les 100 livres. La distance de Montréal à Québec est environ 265 kilomètres soit un tarif moyen,

$$t_2 = 6[\$/100 \text{ livres}] \div 265[km] = 0.0226415(\$/100 \text{ livres} / km).$$

Auprès d'un autre transporteur les tarifs sont différents et plus élevés. Il propose Montréal-Toronto à 16.90 \$CA les 100 livres, soit :

$$t_3 = 16.90[\$/100 \text{ livres}] \div 640[km] = 0.0264062(\$/100 \text{ livres} / km).$$

Chez ce même transporteur, Montréal-Rivières-du-Loup est proposé à 19.69 \$CA, soit :

$$t_4 = 19.60[\$/100 \text{ livres}] \div 432[\text{km}] = 0.0453703(\$/100 \text{ livres} / \text{km}).$$

La moyenne du tarif par 100 livres et par kilomètre est la suivante :

$$\bar{t} = \frac{t_1 + t_2 + t_3 + t_4}{4} \approx 0.0273(\$/100 \text{ livres} / \text{km}).$$

Pour calculer les tarifs des cinq chemins de la concurrence dans la base de données, nous multiplions la distance à parcourir sur ces chemins par le tarif moyen $\bar{t}$ par kilomètre calculé ci-dessus.

La figure 4.13 représente graphiquement les distances sur le réseau routier (Inforoutières, 2006).

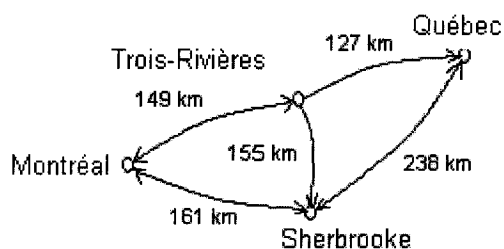


Figure 4.13 Distances du réseau routier choisi

$$d(p_9) = 149 + 127 = 276 \text{ km}$$

$$d(p_{10}) = 161 + 155 + 127 = 443 \text{ km}$$

$$d(p_{11}) = 161 + 155 = 316 \text{ km}$$

$$d(p_{12}) = 149 + 127 + 238 = 514 \text{ km}$$

$$d(p_{13}) = 155 \text{ km}$$

Les tarifs des compétiteurs sont les suivants :

$$\bar{t}_{p_9} = d(p_9) \times \bar{t} = 276 \times 0.0273 = 7.5348 \$CA/100livres$$

$$\bar{t}_{p_{10}} = d(p_{10}) \times \bar{t} = 443 \times 0.0273 = 12.0939 \$CA/100livres$$

$$\bar{t}_{p_{11}} = d(p_{11}) \times \bar{t} = 316 \times 0.0273 = 8.6268 \$CA/100livres$$

$$\bar{t}_{p_{12}} = d(p_{12}) \times \bar{t} = 514 \times 0.0273 = 14.0322 \$CA/100livres$$

$$\bar{t}_{p_{13}} = d(p_{13}) \times \bar{t} = 155 \times 0.0273 = 4.2315 \$CA/100livres.$$

Volumes suivant le type de camion

Les hauteurs et largeurs maximales d'un véhicule, chargement compris sont définies de la manière suivante comme on peut le voir sur la figure 4.14.

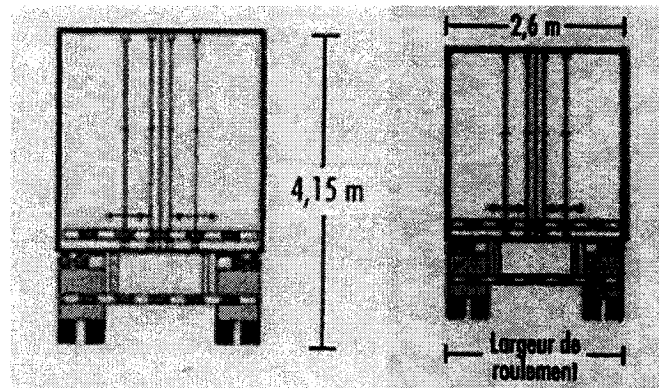


Figure 4.14 Hauteur et largeur maximales d'un véhicule

L'unité de volume utilisée pour la base de données est 100 livres. On cherche combien d'unités de volumes de 100 livres chaque sorte de camions peut contenir. En conséquence, il faut d'abord savoir combien de palettes chaque remorque peut contenir et quelle est la quantité d'unités de 100 livres d'une palette.

Calcul du volume et du poids d'une charges palettisées standard :

Il existe deux dimensions de palettes standard :

1. 48 pouces $\times$ 48 pouces $\times$ 48 pouces
2. 40 pouces $\times$ 48 pouces $\times$ 60 pouces

Nous choisissons la première sorte qui est plus courante. À ces dimensions, il faut rajouter les dimensions de la palette soit 5 pouces de hauteur.

$$V_{palette} = (48 + 5) \times 48 \times 48 \div (12.4)^3 = 64 [\text{pieds cubes}].$$

On utilise le barème standard de 10 livres du pied cube, donc le poids d'une charge palettisée est de $P_{palette} = 64 \times 10 = 640 \text{ livres} = 6.4 [\text{unités de 100 livres}]$.

Dans une remorque de 53 pieds, il est possible en longueur et en largeur de placer deux rangées de 13 palettes chacune plus une palette dans l'autre sens soit 27 palettes. Suivant la nature de la marchandise, une deuxième rangée de palettes peut être placée en hauteur. Pour la base de données, nous considérons que la marchandise ne permet pas de disposer deux couches de palettes, soit :

$$w_{53 \text{ pieds}} = 27 [\text{palettes}] \times 6.4 [\text{unités de 100 livres / palette}] = 172.8 [\text{unités de 100 livres}].$$

Dans une remorque de 48 pieds, il est possible de placer en longueur 12 palettes et deux rangées en largeur soit 24 palettes. Il n'y a pas assez d'espace pour ajouter une palette dans l'autre sens, soit :

$$w_{48 \text{ pieds}} = 24 [\text{palettes}] \times 6.4 [\text{unités de 100 livres / palette}] = 153 [\text{unités de 100 livres}].$$

Dans une remorque de 40 pieds, il est possible de placer en longueur 10 palettes et deux rangées en largeur soit 20 palettes. il n'y a pas assez d'espace pour ajouter une palette de travers, soit :

$$w_{40 \text{ pieds}} = 20 [\text{palettes}] \times 6.4 [\text{unités de 100 livres / palette}] = 128 [\text{unités de 100 livres}].$$

$$W[\text{unités de 100 livres}] = \{172.8, 153, 128\}$$

Coûts fixes

Dans le modèle, les dépenses associées aux coûts fixes sont exprimées de la manière suivante : $\sum_{a \in A} \sum_{k \in K} n_{ka} c_{ka}^f$; c'est-à-dire que les coûts fixes c_{ka}^f doivent être exprimés par camion (suivant le type de camion et l'arc) et non par unité de volume de 100 livres.

Dans l'industrie, les coûts fixes peuvent s'évaluer à environ 28% du tarif demandé dont 18% pour les frais administratifs et 10% pour les autres coûts fixes comme l'amortissement ou bien l'assurance (2%). Il faut aussi prendre en compte qu'en général, les camions ne sont pas pleins. On peut évaluer qu'ils sont remplis en moyenne à 60% (North American Transportation Council, 2006). En conséquence, nous calculons les coûts fixes suivant la formule générale suivante :

$$c_{ka}^f = (\text{longueur arc } a) \times (\% \text{ cout fixe}) \times (\text{tarif moyen} / 100 \text{ livres/km}) \\ \times (\% \text{ remplissage du camion}) \times (\text{capacite camion} / 100 \text{ livres})$$

$$c_{ka}^f = l(a) \times 0.28 \times 0.0273 [\$ / 100 \text{ livres}] \times 0.6 \times w_k$$

$$c_{ka}^f = 4.5864 \cdot 10^{-3} \times l(a) \times w_k.$$

Formule de coûts fixes suivant la sorte de camions :

$$c_{53,a}^f = 4.5864 \cdot 10^{-3} \times l(a) \times w_{53} = 4.5864 \cdot 10^{-3} \times l(a) \times 172.8 = 0.7925 \cdot l(a) / \text{camion}$$

$$c_{48,a}^f = 4.5864 \cdot 10^{-3} \times l(a) \times w_{48} = 4.5864 \cdot 10^{-3} \times l(a) \times 153 = 0.7017 \cdot l(a) / \text{camion}$$

$$c_{40,a}^f = 4.5864 \cdot 10^{-3} \times l(a) \times w_{40} = 4.5864 \cdot 10^{-3} \times l(a) \times 128 = 0.587 \cdot l(a) / \text{camion}$$

On sait que :

$$l(a_1) = l(Mtl - Sh) = l(Sh - Mtl) = 161 \text{ km}$$

$$l(a_2) = l(Mtl - Tr) = l(Tr - Mtl) = 149 \text{ km}$$

$$l(a_3) = l(Sh - Tr) = l(Tr - Sh) = 155 \text{ km}$$

$$l(a_4) = l(Sh - Qc) = l(Qc - Sh) = 238 \text{ km}$$

$$l(a_5) = l(Tr - Qc) = l(Qc - Tr) = 127 \text{ km}$$

On peut donc représenter la matrice des coûts fixes c_{ka}^f (\$/camion):

$$c_{ka}^{f(tr)} [\text{\$ par camion}] = \left\{ \begin{array}{l} \begin{array}{cc} & \begin{array}{ccc} 53 \text{ pieds} & 48 \text{ pieds} & 40 \text{ pieds} \end{array} \\ \begin{array}{l} Mtl - Sh \\ Sh - Mtl \\ Mtl - Tr \\ Tr - Mtl \\ Sh - Tr \\ Tr - Sh \\ Sh - Qc \\ Qc - Sh \\ Tr - Qc \\ Qc - Tr \end{array} & \begin{array}{ccc} \begin{array}{ccc} 127.6 & 113 & 94.5 \\ 127.6 & 113 & 94.5 \\ 118 & 104.5 & 87.5 \\ 118 & 104.5 & 87.5 \\ 123 & 109 & 91 \\ 123 & 109 & 91 \\ 188.6 & 167 & 139.7 \\ 188.6 & 167 & 139.7 \\ 100.6 & 89 & 74.5 \\ 100.6 & 89 & 74.5 \end{array} \end{array} \right\}$$

Coûts variables

Dans le modèle, les dépenses associées aux coûts variables c_{ka}^v sont exprimées par unité de volume : $\sum_{od \in OD} \sum_{a \in A} \sum_{k \in K} f_a^{od} c_{ka}^v$ et non pas par camion comme les coûts fixes. En

conséquence, dans la base de données nous choisissons d'exprimer les coûts variables par unité de volume égale à 100 livres. Les coûts variables représenteraient 67% environ du tarif demandé. Ils incluent les pneus qui nécessitent d'être remplacés tous les 30 000 km à 600\$ par pneu ce qui représente un coût très élevé, surtout dans le cas d'une remorque d'une longueur de 53 pieds, soit 24 pneus. Les coûts variables incluent aussi l'énergie. La formule générale pour calculer les coûts variables est la suivante :

$$c_{ka}^v = (\text{longueur arc } a) \times (\% \text{ cout variable}) \times (\text{tarif moyen} / 100 \text{ livres/km})$$

$$c_{ka}^v = l(a) \times 0.67 \times 0.0273 [\text{\$/100 livres}]$$

$$c_{ka}^v = 1.8291 \cdot 10^{-2} \times l(a) [\text{\$/100 livres}].$$

Le problème est que suivant cette formule, les coûts variables ne varient pas suivant le type de camions mais seulement suivant la distance parcourue. Dans la réalité, on sait qu'une remorque de 53 pieds impliquera des coûts de maintenance et d'essence plus élevés qu'une remorque de 48 pieds ou bien de 40 pieds. On imagine pour la base de données que ces coûts variables varient d'une remorque à l'autre en fonction de la longueur de la remorque. Soit, les coûts variables d'une remorque 48 pieds seront de 20%

de plus qu'une remorque de longueur 40 pieds et de 10% de moins que ceux d'une remorque 53 pieds.

On fixe l'égalité $c_{ka}^v = 1.8291 \cdot 10^{-2} \times l(a)$ [\$/100 livres] vérifiée pour une remorque 48 pieds.

Formule des coûts variables suivant la sorte de camions :

$$c_{48,a}^v = 1.8291 \cdot 10^{-2} \times l(a) = 1.8291 \cdot 10^{-2} \times l(a)/100 \text{ livres}$$

$$c_{40,a}^v = 1.8291 \cdot 10^{-2} \times l(a) \times 0.8 = 1.4633 \cdot 10^{-2} \times l(a)/100 \text{ livres}$$

$$c_{53,a}^v = 1.8291 \cdot 10^{-2} \times l(a) \times 1.1 = 2.012 \cdot 10^{-2} \times l(a)/100 \text{ livres.}$$

On sait que :

$$l(a_1) = l(Mtl - Sh) = l(Sh - Mtl) = 161 \text{ km}$$

$$l(a_2) = l(Mtl - Tr) = l(Tr - Mtl) = 149 \text{ km}$$

$$l(a_3) = l(Sh - Tr) = l(Tr - Sh) = 155 \text{ km}$$

$$l(a_4) = l(Sh - Qc) = l(Qc - Sh) = 238 \text{ km}$$

$$l(a_5) = l(Tr - Qc) = l(Qc - Tr) = 127 \text{ km}$$

On peut donc représenter la matrice des coûts variables c_{ka}^v (\$/100 livres):

$$c_{ka}^{v(tr)} [\$/par 100 livres] = \left\{ \begin{array}{l} \begin{array}{cc} & \begin{array}{ccc} 53 \text{ pieds} & 48 \text{ pieds} & 40 \text{ pieds} \end{array} \\ \begin{array}{l} Mtl - Sh \\ Sh - Mtl \\ Mtl - Tr \\ Tr - Mtl \\ Sh - Tr \\ Tr - Sh \\ Sh - Qc \\ Qc - Sh \\ Tr - Qc \\ Qc - Tr \end{array} & \begin{array}{ccc} 3.24 & 2.94 & 2.356 \\ 3.24 & 2.94 & 2.356 \\ 3 & 2.725 & 2.18 \\ 3 & 2.725 & 2.18 \\ 3.12 & 2.835 & 2.27 \\ 3.12 & 2.835 & 2.27 \\ 4.79 & 4.35 & 3.48 \\ 4.79 & 4.35 & 3.48 \\ 2.55 & 2.32 & 1.86 \\ 2.55 & 2.32 & 1.86 \end{array} \end{array} \right\}.$$

Matrice d'incidence arcs-chemins

D'après la définition, $\delta_{ap} = \begin{cases} 1 & \text{si le chemin } p \in P_1^{od} \text{ passe par } a \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$

Appliquée à l'exemple du réseau réel de quatre nœuds présenté, la matrice δ_{ap} s'écrit sous la forme suivante :

$$\delta_{ap} = \begin{pmatrix} & p_1 & p_2 & p_3 & p_4 & p_5 & p_6 & p_7 & p_8 \\ Mtl - Sh & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ Sh - Mtl & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ Mtl - Tr & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ Tr - Mtl & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ Sh - Tr & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ Tr - Sh & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ Sh - Qc & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ Qc - Sh & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ Qc - Tr & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ Tr - Qc & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Demande des clients

Pour une grande société de transport, le poids minimum acceptable à transporter est de 100 livres et peut aller jusqu'à 180 000 livres dont 20 000 ou 30 000 livres par expédition. Nous imaginons des demandes qui varient entre 300 et 12500 unités de 100 livres pour chacun des huit clients.

$$d_{od}^i = \left\{ \begin{array}{ccccc} & Mtl - Qc & Mtl - Tr & Mtl - Sh & Sh - Tr \\ c_1 & 5000 & 0 & 0 & 0 \\ c_2 & 3400 & 0 & 0 & 0 \\ c_3 & 700 & 0 & 0 & 0 \\ c_4 & 0 & 12500 & 0 & 0 \\ c_5 & 0 & 950 & 0 & 0 \\ c_6 & 0 & 0 & 2000 & 0 \\ c_7 & 0 & 0 & 0 & 300 \\ c_8 & 0 & 0 & 0 & 1600 \end{array} \right\}.$$

Qualité des chemins

On fixe la qualité des chemins (ou services) de façon aléatoire entre les valeurs 1 et 9.

$$q_p^{od} = \left\{ \begin{array}{ccccccccc} & p_1 & p_2 & p_3 & p_4 & p_5 & p_6 & p_7 & p_8 \\ Mtl - Qc & 1 & 2 & . & . & . & . & . & . \\ Mtl - Tr & . & . & 1 & 8 & . & . & . & . \\ Mtl - Sh & . & . & . & . & 5 & 7 & . & . \\ Sh - Tr & . & . & . & . & . & . & 5 & 3 \end{array} \right\}$$

$$\bar{q}_p^{od} = \left\{ \begin{array}{ccccc} & p_9 & p_{10} & p_{11} & p_{12} & p_{13} \\ Mtl - Qc & 6 & 5 & . & . & . \\ Mtl - Tr & . & . & 1 & . & . \\ Mtl - Sh & . & . & . & 7 & . \\ Sh - Tr & . & . & . & . & 2 \end{array} \right\}.$$

Qualité perçue par les clients

On fixe la qualité perçue par les clients de façon aléatoire entre les valeurs 0.1 et 0.9.

$$\alpha_i^{od} = \begin{Bmatrix} & c_1 & c_2 & c_3 & c_4 & c_5 & c_6 & c_7 & c_8 \\ Mtl - Qc & 0.3 & 0.4 & 0.7 & . & . & . & . & . \\ Mtl - Tr & . & . & . & 0.5 & 0.95 & . & . & . \\ Mtl - Sh & . & . & . & . & . & 0.2 & . & . \\ Sh - Tr & . & . & . & . & . & . & 0.3 & 0.16 \end{Bmatrix}.$$

D'après notre modèle, les expressions mathématiques $\alpha_i^{od} \bar{q}_p^{od}$ et $\alpha_i^{od} q_p^{od}$ ont un impact sur les tarifs du distributeur. On a calculé que les tarifs de la compétition varient entre 7.5348\$CA/100livres et 14.0322\$CA/100livres. On veut obtenir des tarifs du distributeur qui ont les mêmes ordres de grandeurs, aussi on fixe la qualité perçue et la qualité des chemins pour répondre à cet objectif.

4.2.4 Résultats

Le distributeur dessert le client C1 sur le chemin p_1 , le client C4 sur le chemin p_3 , le client C5 sur le chemin p_4 , le client C6 sur le chemin p_5 et les clients C7 et C8 sur le chemin p_8 . Les clients C2 et C3 choisissent la compétition. Le distributeur met des camions de type k_1 sur l'arc (Mtl-Tr), de type k_2 sur l'arc (Qc-Tr) et de type k_3 sur les arcs (Mtl-Sh) et (Sh-Qc).

Profit

Objectif = 103201.911 $\approx$ 103 202 \$

Nombre de camions

$$n_{k_1(Mtl-Tr)} = 72.338 = 73$$

$$n_{k_2(Qc-Tr)} = 18.6275 = 19$$

$$n_{k_3(Mtl-Sh)} = 62.1094 = 63$$

$$n_{k_3(Sh-Qc)} = 61.3281 = 62.$$

Quantités de marchandises acheminées (unités de 100 livres)

$$h_{p_1}^{C1} = 5000; \quad h_{p_9}^{C2} = 3400; \quad h_{p_9}^{C3} = 700; \quad h_{p_3}^{C4} = 12500;$$

$$h_{p_4}^{C5} = 950; \quad h_{p_5}^{C6} = 2000; \quad h_{p_8}^{C7} = 300; \quad h_{p_8}^{C8} = 1600.$$

Tarifs (\$ / unité de 100 livres)

$$t_{p_1} = 6.0348; \quad t_{p_2} = 6.3348; \quad t_{p_3} = 8.6268; \quad t_{p_4} = 15.2768;$$

$$t_{p_5} = 13.6322; \quad t_{p_6} = 14.0322; \quad t_{p_7} = 5.1315; \quad t_{p_8} = 4.5315.$$

Flux

$$f_{k_3(Mtl-Sh)}^{Mtl-Qc} = 5000; \quad f_{k_2(Sh-Qc)}^{Mtl-Qc} = 5000; \quad f_{k_3(Mtl-Sh)}^{Mtl-Tr} = 950; \quad f_{k_3(Mtl-Tr)}^{Mtl-Tr} = 12500;$$

$$f_{k_2(Sh-Qc)}^{Mtl-Tr} = 950; \quad f_{k_2(Qc-Tr)}^{Mtl-Tr} = 950; \quad f_{k_3(Mtl-Sh)}^{Mtl-Sh} = 2000; \quad f_{k_2(Sh-Qc)}^{Sh-Tr} = 1900;$$

$$f_{k_2(Qc-Tr)}^{Sh-Tr} = 1900.$$

Autres variables

Toutes les autres variables de quantités à acheminer et les variables de flux qui n'ont pas été écrites sont nulles. La validation des résultats et la vérification du respect des contraintes se trouvent à l'annexe 2 de ce mémoire.

4.2.5 Analyse de sensibilité

Le tableau 4.2 suivant décrit le comportement du modèle lorsqu'on fait varier les paramètres et qu'on observe l'impact obtenu sur chacune des variables. Pour chaque variation des paramètres, une conclusion est aussi proposée. L'objectif de cette analyse de sensibilité est d'observer le comportement du modèle pour chaque variation de variable. Nous indiquons à la suite du tableau 4.2 des résultats quantitatifs qui complètent les observations établies dans le tableau.

Tableau 4.2 Observation du comportement du modèle : l'impact des variations de chaque paramètre sur chaque variable

VARIABLES PARAMÈTRES	Chemins choisis et clients desservis	Profit	Nombre de camions	Type de camions	Quantité transportée
La demande des clients Situation 1: la demande des clients déjà desservis baisse (augmente). Situation 2: la demande des clients desservis par la concurrence baisse. Situation 3: la demande des clients desservis par la concurrence augmente. Situation 4: la demande des clients desservis par le distributeur devient nulle. Situation 5: la demande des clients desservis par la concurrence devient nulle.	1. il n'y a aucun changement des chemins empruntés et des clients desservis. 2. Aucun changement. 3. Aucun changement. 4. La concurrence dessert les mêmes clients sur les mêmes chemins et ne prend pas les autres clients. 5. Il n'y a aucun changement pour le distributeur; la concurrence ne dessert plus rien.	1. Si la demande des clients déjà desservis baisse (augmente) alors le profit baisse (augmente). 2. Aucun changement. 3. Aucun changement. 4. Si la demande des clients déjà desservis est nulle, le profit est nulle aussi. 5. Aucun changement.	1. Si la demande des clients déjà desservis baisse (augmente) alors le nombre de camions baisse (augmente). 2. Aucun changement. 3. Aucun changement. 4. si la demande des clients déjà desservis est nulle, il n'y a aucun camion. 5. Aucun changement.	1. Mêmes types de camions sur mêmes arcs. 2. Mêmes types de camions sur mêmes arcs. 3. Mêmes types de camions sur mêmes arcs. 5. Mêmes types de camions sur mêmes arcs.	La quantité transportée s'adapte aux variations de la demande du client dans toutes les situations en respectant la contrainte du modèle relative à la demande.
Les tarifs de la concurrence Situation 1: les tarifs de la concurrence augmentent. Situation 2: les tarifs de la concurrence baissent.	1. Si les tarifs de la concurrence augmentent, le distributeur dessert les mêmes clients sur les mêmes chemins et peut en plus desservir un client qui avait auparavant choisi la concurrence. 2. Dans les cas où les tarifs de la concurrence baissent, toute la configuration change; certains clients ne seront plus desservis et des chemins qui étaient empruntés ne le seront plus.	1. Si on augmente les tarifs de la concurrence sur n'importe quel chemin alors le profit augmente car cela permet au distributeur d'augmenter ses tarifs aussi et donc son profit. 2. Si on baisse les tarifs de la concurrence sur des chemins équivalents à ceux desservis, alors le profit baisse car les tarifs baissent pour rester compétitifs.	Dans tous les cas, le nombre de camions varie en fonction des clients desservis par le distributeur; si il dessert de nouveaux clients alors le nombre de camions augmente et si il ne dessert plus certains clients alors le nombre de camions baisse sur les arcs correspondants.	Ce sont les mêmes types de camions sur les mêmes arcs quelque soient les cas envisagés.	La quantité transportée s'adapte et change de chemins au besoin.

Tableau 4.2 Observation du comportement du modèle : l'impact des variations de chaque paramètre sur chaque variable (suite)

1. Tous les tarifs augmentent: le distributeur exige des tarifs élevés car la qualité de service est élevée. 2. Les tarifs baissent: le distributeur est obligé de baisser ses tarifs s'il veut rester compétitif car il propose une qualité de service plus faible que celle de la concurrence. 1. Les tarifs baissent: le distributeur est obligé de baisser ses tarifs s'il veut rester compétitif car il propose une qualité de service plus faible que celle de la concurrence. 2. Les tarifs augmentent: le distributeur exige des tarifs élevés car sa qualité de service est plus élevée que la concurrence.	Le flux s'adapte à la quantité desservie dans tous les cas.	Les variables duales changent car elles sont exprimées en fonction des tarifs de la concurrence et du distributeur dans les contraintes du modèle.	x s'adapte correctement.	1. On observe que lorsque la qualité des chemins du distributeur augmente de beaucoup alors il dessert tous les clients du réseau et augmente également ses tarifs et son profit et change de chemins: ces résultats sont logiques car s'il augmente de beaucoup la qualité de ses services alors il est très compétitif et prend toute la clientèle. 2. On observe que lorsque la qualité des chemins du distributeur baisse de beaucoup, alors le distributeur dessert moins de clients car il propose des tarifs moins élevés que la concurrence pour rester compétitif: ainsi les clients se tournent plus vers la concurrence et le distributeur perd des clients et son profit baisse. Ces résultats sont logiques et correspondent à nos attentes.	Le comportement du modèle correspond aux attentes. Tous les résultats obtenus sont logiques.
1. Les tarifs baissent: le distributeur est obligé de baisser ses tarifs s'il veut rester compétitif car il propose une qualité de service plus faible que celle de la concurrence. 1. Les tarifs baissent: le distributeur est obligé de baisser ses tarifs s'il veut rester compétitif car il propose une qualité de service plus faible que celle de la concurrence. 2. Les tarifs augmentent: le distributeur exige des tarifs élevés car sa qualité de service est plus élevée que la concurrence.	Le flux s'adapte à la quantité desservie dans tous les cas.	Les variables duales changent car elles sont exprimées en fonction des tarifs de la concurrence et du distributeur dans les contraintes du modèle.	x s'adapte correctement.	1. Si la qualité des chemins de la concurrence augmente, alors les clients vont plus vers la concurrence et le profit du distributeur baisse ainsi que ses tarifs car si il veut rester compétitif, il est obligé de proposer des tarifs plus bas car la qualité de service de la concurrence est très élevée. 2. Si la qualité des chemins de la concurrence baisse beaucoup alors les clients vont plus vers le distributeur car il répondra mieux à leur demande: le distributeur augmentera ses tarifs car il pourra exiger des tarifs plus élevés car son service est de qualité plus élevée que celui de la concurrence: ainsi le distributeur aura plus de clients, son profit augmente et le nombre de camions pour desservir les nouveaux clients augmente aussi.	Le comportement du modèle correspond aux attentes. Tous les résultats obtenus sont logiques.
1. Les tarifs des nouveaux chemins empruntés et des chemins qui étaient empruntés et ne le sont plus changent. 2. Les tarifs ne changent pas.	Le flux s'adapte à la quantité desservie dans tous les cas.	1. Les variables duales changent car elles sont exprimées en fonction des tarifs de la concurrence et du distributeur dans les contraintes du modèle. 2. Les variables duales ne changent pas car les tarifs ne changent pas.	x s'adapte correctement.	1. Si on baisse de beaucoup les coûts fixes sur des arcs appartenant à des chemins que le distributeur ne desservait pas, on observe que le distributeur va choisir de nouveaux chemins comprenant ces arcs aux coûts moins élevés: ainsi il pourra proposer des tarifs plus bas sur ces chemins et desservir de nouveaux clients et augmenter son profit. 2. Si on augmente de beaucoup les coûts fixes sur les arcs qui étaient déjà empruntés par le distributeur alors sur certains arcs les coûts seront si élevés qu'il ne sera plus avantageux pour le distributeur de desservir les chemins correspondants à ces arcs et ainsi il aura moins de clients et son profit baissera.	Le comportement du modèle correspond aux attentes. Tous les résultats obtenus sont logiques.
1. Les tarifs des nouveaux chemins empruntés et des chemins qui étaient empruntés et ne le sont plus changent. 2. Les tarifs ne changent pas.	Le flux s'adapte à la quantité desservie dans tous les cas.	1. Les variables duales changent car elles sont exprimées en fonction des tarifs de la concurrence et du distributeur dans les contraintes du modèle. 2. Les variables duales ne changent pas car les tarifs ne changent pas.	x s'adapte correctement.	1. Si on baisse les coûts variables sur des arcs appartenant à des chemins que le distributeur ne desservait pas, on observe que le distributeur va emprunter de nouveaux chemins qui comprennent les arcs pour lesquels les coûts ont baissé: dans ce cas, les clients qu'il dessert n'ont pas changé mais avec une base de données différente, ce cas serait fortement envisageable. Le distributeur emprunte des chemins au coût moins élevé donc son profit augmente et ses tarifs aussi. 2. Si on augmente les coûts variables sur des arcs appartenant à des chemins que le distributeur empruntait, on observe que le distributeur dessert moins de clients et emprunte moins de chemins: son profit baisse et ses tarifs ne changent pas.	Le comportement du modèle correspond aux attentes. Tous les résultats obtenus sont logiques.
Les tarifs ne changent pas.	Le flux s'adapte à la quantité desservie dans tous les cas.	Les variables duales ne changent pas car les tarifs ne changent pas.	x s'adapte correctement.	Les résultats sont corrects: si on augmente le volume d'un type de camions; il est plus intéressant de n'utiliser que ce type de camions et ainsi le profit augmente car les coûts fixe baissent aussi.	Le comportement du modèle correspond aux attentes. Tous les résultats obtenus sont logiques.

Tableau 4.2 Observation du comportement du modèle : l'impact des variations de chaque paramètre sur chaque variable (suite)

La qualité des chemins du distributeur Situation 1: on augmente de beaucoup la qualité de tous les chemins. Situation 2: on baisse de beaucoup la qualité de tous les chemins.	1. Le distributeur dessert tous les clients et peut emprunter d'autres chemins à son avantage. 2. Le distributeur dessert moins de clients et emprunte moins de chemins; il ne dessert plus toutes les origines destinations.	1. Le profit augmente de beaucoup. 2. Le profit baisse de beaucoup.	1. Le nombre de camions augmente car le distributeur dessert plus de clients. 2. Le nombre de camions baisse car le distributeur dessert moins de clients.	1. Ce sont les mêmes types de camions sur les mêmes arcs. 2. Ce sont les mêmes types de camions sur les mêmes arcs pour les arcs qui sont encore desservis dans ce cas.	La quantité transportée s'adapte et change de chemins au besoin.
La qualité des chemins de la concurrence Situation 1: on augmente de beaucoup la qualité de tous les chemins. Situation 2: on baisse de beaucoup la qualité de tous les chemins.	1. Le distributeur dessert moins de clients et donc emprunte moins de chemins. 2. Le distributeur dessert tous les clients et emprunte les chemins qui sont à son avantage.	1. Le profit baisse de beaucoup. 2. Le profit augmente.	1. Le nombre de camions baisse car le distributeur dessert moins de clients. 2. Le nombre de camions augmente car le distributeur dessert plus de clients.	1. Ce sont les mêmes types de camions sur les mêmes arcs pour les arcs qui sont encore desservis dans ce cas. 2. Ce sont les mêmes types de camions sur les mêmes arcs.	La quantité transportée s'adapte et change de chemins au besoin.
Les coûts fixes Situation 1: on baisse de beaucoup les coûts fixes sur des arcs correspondant à des chemins qui n'ont pas été empruntés par le distributeur. Situation 2: on augmente de beaucoup les coûts fixes sur les arcs déjà empruntés.	1. Le distributeur dessert de nouveaux clients et emprunte de nouveaux chemins qui comprennent les arcs dont on a baissé les coûts. 2. Le distributeur dessert moins de clients et donc emprunte moins de chemins.	1. Le profit augmente puisque les coûts fixes baissent. 2. Le profit baisse de beaucoup.	1. Il faut plus de camions lorsque des clients s'ajoutent. 2. Le nombre de camions baisse car le distributeur dessert moins de clients.	1. Ce sont les mêmes types de camions sur les mêmes arcs et sur les arcs ajoutés les types de camions à l'avantage du distributeur. 2. Ce sont les mêmes types de camions sur les arcs encore empruntés.	La quantité transportée s'adapte et change de chemins au besoin.
Les coûts variables Situation 1: on baisse les coûts variables sur les arcs qui n'ont pas été empruntés. Situation 2: on augmente les coûts variables sur les arcs empruntés.	1. Le distributeur dessert les mêmes clients mais emprunte des chemins différents qui comprennent les arcs dont on a baissé les coûts. 2. Le distributeur dessert moins de clients et donc emprunte moins de chemins.	1. Le profit augmente. 2. Le profit baisse.	1. Dans ce cas, le nombre de camions varie car le type de camions varie aussi. 2. Le nombre de camions baisse car le distributeur dessert moins de clients.	1. Le type de camions change suivant les coûts qu'on a baissé sur les arcs en fonction du type de camions. 2. Ce sont les mêmes types de camions sur les arcs encore empruntés.	La quantité transportée s'adapte et change de chemins au besoin.
Volume des camions On augmente le volume du camion le plus petit qui est aussi celui dont les coûts fixes et variables sont bas.	Le distributeur dessert plus de clients et emprunte de nouveaux chemins.	1. Le profit augmente.	Dans ce cas, le nombre de camions varie car le type de camions varie aussi.	Le type de camions change car on a le volume du camion le plus petit et qui était le moins cher; le distributeur utilise ce type de camions sur tous les arcs.	La quantité transportée s'adapte et change de chemins au besoin.

Tableau 4.2 Observation du comportement du modèle : l'impact des variations de chaque paramètre sur chaque variable (suite)

Tarifs distributeur	Flux	Lambda variable duale	x variable binaire de transformation	Comportement général	Conclusion
1. Si la demande des clients déjà desservis baisse (augmente), il n'y a aucun impact sur les tarifs. 2. Pas d'impact. 3. Pas d'impact. 4. Si la demande des clients déjà desservis est nulle, quelques tarifs baissent un peu. 5. Pas d'impact.	Le flux s'adapte aux variations de la demande du clients dans toutes les situations en respectant la contrainte du modèle relative aux flux.	1. Si la demande des clients déjà desservis baisse (augmente), il n'y a aucun impact sur les variables duales. 2. Si la demande des clients desservis le concurrent baisse il n'y a aucun impact sur lambda. 3. Aucun impact. 4. Si la demande des clients déjà desservis est nulle, il y a une variable lambda qui baisse légèrement. 5. Aucun changement.	1. Si la demande des clients déjà desservis baisse (augmente), il n'y a aucun impact sur les variables binaires. 2. Aucun impact. 3. Aucun impact. 4. Si la demande des clients déjà desservis est nulle, les variables binaires s'adaptent. 5. x s'adapte correctement.	1. Si la demande baisse ou augmente sur les clients déjà desservis, alors il y a un changement au niveau des quantités de camions et qui s'adapte aux quantités transportées 2.3. Si la demande des clients desservis par la concurrence change cela ne change rien aux types de clients desservis et aux chemins empruntés 4. En effet, si la demande des clients desservis est nulle, le distributeur n'effectue aucun travail; les autres clients ne sont pas rentables quelque soit leur demande. On observe juste de légers changements de tarifs et de variable dual lambda. 5. En effet, si la demande des clients desservis par la concurrence devient nulle, la compétition n'effectue plus aucun travail mais cela ne change rien pour le profit du distributeur et pour les tarifs qu'il fixe.	Le comportement du modèle correspond aux attentes. Tous les résultats obtenus sont logiques.
Si les tarifs du concurrent baissent alors les tarifs du distributeur baissent aussi car il doit rester compétitif. Si les tarifs du concurrent augmentent alors les tarifs du distributeur augmentent aussi car il tend à faire maximiser son profit et à s'aligner sur les tarifs de la concurrence en prenant en compte la qualité chemins.	Le flux s'adapte et augmente ou baisse suivant la quantité transportée par le distributeur.	Les variables duales changent car elles sont exprimées en fonction des tarifs de la concurrence et du distributeur dans les contraintes du modèle.	x s'adapte correctement.	Si on change les tarifs du compétiteur, le comportement du distributeur et des clients correspondent à nos attentes. Si les tarifs du compétiteur augmentent alors ceux du distributeur aussi sur les chemins correspondant et ainsi il augmente aussi son profit et dans certaines situations il dessert de nouveaux clients. Réciproquement, si les tarifs du compétiteur baissent sur des chemins desservis alors le distributeur baisse ses tarifs aussi mais si ils sont trop bas, il acceptera moins de clients et desservira moins de chemins.	Le comportement du modèle correspond aux attentes. Tous les résultats obtenus sont logiques.

Le tableau 4.2 indique le comportement du modèle mais ne présente pas de résultats quantitatifs. Nous complétons le tableau par l'analyse suivante qui indique les résultats quantitatifs obtenus en pourcentages suivant la situation observée.

Demande des clients

Lorsque la demande des clients déjà desservis par le distributeur baisse de 64% sur l'ensemble des clients, le profit du distributeur baisse de 73%. Lorsque la demande des clients déjà desservis par le distributeur augmente de 78% sur l'ensemble des clients, le profit du distributeur augmente de 104%. Ces résultats démontrent qu'il est très avantageux pour le distributeur que la demande des clients déjà desservis augmente car le profit augmente à peu près proportionnellement à l'avantage du distributeur.

Tarifs de la concurrence

Lorsque les tarifs de la concurrence baissent de 32%, les tarifs du distributeur baissent de 35% et le profit baisse de 75%. On s'aperçoit dans ce cas qu'une baisse de tarifs de la concurrence a un impact très important sur le profit bien que ses tarifs baissent eux aussi du même ordre de grandeur que ceux de la compétition. Ceci s'explique par le fait que le distributeur dessert moins de clients dans ce cas car ses tarifs qui trop bas sur certaines origines-destinations ne lui permettent pas de desservir autant de clients qu'avant. Ainsi son profit diminue beaucoup. Lorsque les tarifs de la concurrence augmentent de 52%, les tarifs du distributeur augmentent de 60% et le profit du distributeur augmente de 85%. Cette forte augmentation du profit par rapport à l'augmentation des tarifs s'explique du fait que le distributeur dessert un nombre plus élevé de client. Les tarifs de la compétition sont trop élevés et des clients qui choisissaient avant la compétition choisissent maintenant les chemins du distributeur. Bien que le distributeur augmente également ses tarifs, ils deviennent plus avantageux pour certains clients sur des chemins particuliers. Ceci dépend aussi des autres données.

Qualité des chemins du distributeur

Lorsque la qualité des chemins du distributeur baisse de 78%, les tarifs du distributeur baissent de 15% et son profit baisse de 11%. Dans ce cas, seulement deux clients qui étaient auparavant desservis par le distributeur, choisissent la compétition. La demande de ces deux clients n'est pas très élevée par rapport aux autres clients desservis. C'est la raison pour laquelle le profit baisse seulement de 11% alors que la qualité des chemins baisse de 78%. De ces résultats, il apparaît que bien que la qualité des chemins du distributeur baisse de beaucoup, l'impact sur le profit et les tarifs existe mais n'est pas forcément proportionnel. Il y a d'autres facteurs qui sont pris en compte par le modèle comme la perception de la qualité par les clients. Si la qualité des chemins n'est pas très importante pour les clients, alors ils continueront à choisir les chemins du distributeur même si il baisse la qualité de ses chemins. Les tarifs baissent également donc le distributeur reste compétitif. Lorsque la qualité des chemins du distributeur augmente de 340%, les tarifs augmentent de 37% et le profit de 141%. Dans ce cas, le distributeur dessert tous les clients, c'est la raison pour laquelle son profit augmente de beaucoup. L'augmentation des tarifs est limitée par les contraintes (19) et (23) du modèle qui prennent en compte également la perception de la qualité des chemins pour les clients.

Qualité des chemins de la concurrence

Lorsque la qualité des chemins de la concurrence augmente de 333%, les tarifs du distributeur baissent de 56% et le profit baisse de 86%. Dans ce cas, le distributeur dessert beaucoup moins de clients d'où la baisse très importante de son profit. Les tarifs baissent pour rester compétitifs mais la qualité de la concurrence a beaucoup augmenté pour des tarifs égalitaires, ainsi les clients choisiront la concurrence.

Coûts fixes

Lorsque les coûts fixes sur les arcs qui n'ont pas été empruntés baissent de 99%, le profit du distributeur augmente de 9% et les tarifs baissent de 5%. Bien que les coûts fixes baissent beaucoup, l'impact sur le profit n'est pas très important. Dans ce cas, bien que les coûts fixes baissent de beaucoup, il reste que pour certains arcs, les coûts variables sont encore très élevés, ce qui ne permet pas au distributeur de desservir tous les clients. Ainsi, le profit n'augmente pas de beaucoup. Ceci dépend également de la demande peu élevée de ces nouveaux clients. Lorsque les coûts fixes sur les arcs déjà empruntés augmentent de 640%, le profit baisse de 80% et les tarifs ne changent pas. Le distributeur dessert beaucoup moins de clients ainsi son profit baisse beaucoup.

Coûts variables

Lorsque les coûts variables sur les arcs déjà empruntés augmentent de 113%, le profit baisse de 46%. Dans ce cas, le distributeur dessert moins de clients car sur certains chemins les coûts variables sont trop élevés, ainsi son profit baisse.

Lorsque les coûts variables sur les arcs qui n'ont pas déjà été empruntés baissent de 96%, le profit augmente de 2%. Dans ce cas, le distributeur dessert les mêmes clients mais emprunte d'autres chemins plus avantageux d'où la légère augmentation du profit. On aurait pu s'attendre à ce que le profit augmente beaucoup plus mais dans ce cas, le distributeur emprunte juste un chemin à la place d'un autre, ainsi l'augmentation est faible.

Volume de camion

Lorsque le volume du camion le plus petit et dont les coûts fixes et variables sont les moins élevés augmente de 2%, le profit augmente de 1.5%. Dans ce cas, le distributeur n'utilise que ce type de camions et étant donné que son coût a baissé, le profit du distributeur augmente.

Conclusion du comportement du modèle à partir de l'analyse du tableau 4.2 et des résultats quantitatifs

Les résultats de comportement du modèle analysés dans le tableau 4.2 sont logiques. On observe que les résultats quantitatifs montrent quelquefois des disproportions entre l'augmentation de certains paramètres et les impacts obtenues sur les variables. Ceci s'explique par les valeurs établies dans la base de données. Les demandes des différents clients peuvent atteindre des différences jusqu'à 98%, les qualités de chemins des différences variant jusqu'à 88%, les coûts fixes jusqu'à 70% et les coûts variables jusqu'à 100%. Ainsi les résultats quantitatifs semblent disproportionnés également dans certains cas mais en fait, il semble qu'ils sont corrects et réagissent en fonction de la base de données. Il apparaît que l'augmentation de la demande du client est le paramètre qui a le plus d'impact sur l'augmentation du profit. Ainsi il semble pour l'industrie qu'il serait profitable d'augmenter les demandes de clients plutôt que de chercher à jouer avec les autres paramètres comme les coûts fixes ou encore les coûts variables.

4.3 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons dans un premier temps validé le modèle sur un petit réseau. Après avoir vérifié que toutes les contraintes sont respectées, nous avons démontré que le modèle se comporte conformément aux attentes. Dans un deuxième temps, nous avons testé le modèle sur un réseau réel plus grand et nous avons aussi utilisé des paramètres réels dans la base de données. Les résultats obtenus dans ce cas sont très bons et montrent que le modèle se comporte conformément aux attentes. Ainsi il semble que nous avons réussi à construire un modèle intégrant la gestion du revenu au secteur du transport de marchandises de la chaîne d'approvisionnement. Nous avons également procédé à une analyse quantitative des résultats pour la base de données réaliste. Il semble que la demande des clients est le paramètre qui a le plus d'impact sur l'augmentation du profit lorsqu'on l'augmente. Ainsi il se pourrait que l'industrie du transport de marchandises aurait plus intérêt à chercher à augmenter la demande de ses clients plutôt que de baisser les coûts fixes ou bien les coûts variables. Dans le prochain chapitre, nous présentons les perspectives de développement pour ce modèle ainsi qu'un nouveau modèle de tarification du transport de marchandises « instantané » lors d'une tournée en cours. Nous présenterons aussi un champ d'idées qui intègrent la gestion du revenu à la chaîne d'approvisionnement.

CHAPITRE 5

PERSPECTIVES D'AVENIR

Dans les chapitres précédents, nous avons montré l'originalité du modèle de tarification de marchandises et nous avons démontré que son comportement correspond aux attentes. Dans ce chapitre, nous discutons les limites du modèle que nous avons perçues et nous proposons des solutions pour l'améliorer. Ensuite, comme nous l'avons déjà évoqué, nous présentons un nouveau modèle de tarification du transport de marchandises « instantané » lors d'une tournée en cours, qui s'inspire du modèle du mémoire. Puis, pour finir, nous présentons une revue d'idées qui intègrent la gestion du revenu à la chaîne d'approvisionnement.

5.1 Limites du modèle

Dans ce paragraphe, nous présentons le problème du type de camions sur les arcs dans le cas d'un réseau routier. Puis, nous proposons d'ajouter une contrainte pour répondre à ce problème. Ensuite, nous proposons d'intégrer au modèle l'élasticité de la demande du client et nous discutons cette possibilité.

5.1.1 Problème du type de camions sur les arcs

On rappelle que les variables du modèle sont les suivantes : le flux f_{ka} , le nombre de camions n_{ka} , les tarifs t_p et les quantités de marchandises h_p^l . Ainsi nous savons combien de camions de chaque type le distributeur doit mettre sur chaque arc pour maximiser son profit et satisfaire les différentes contraintes du problème. Dans le même temps, le client minimise son coût perçu. Étant donné que le nombre de camions donné est par arc, il peut arriver que sur un même chemin qui dessert une origine-destination particulière, le

distributeur doit changer de type de camions suivant les arcs d'un même chemin. Les nœuds peuvent représenter des entrepôts ou encore des points de transit. Dans le cas où les nœuds représentent des points de transit, on considère que la marchandise peut être acheminée par des camions de types différents d'un arc à un autre. Dans le cas où les nœuds représentent des entrepôts, il faut conserver le même type de camions d'un arc à l'autre. Ainsi nous proposons d'ajouter dans ce cas la contrainte (27) qui s'écrit sous la forme suivante :

$$\delta_{a_i,p} n_{ka_i} = \delta_{a_j,p} n_{ka_j} \quad , \quad \forall od \in OD, \forall p \in P_1^{od}, \forall a_i \in A, \forall a_j \in A, i \neq j \quad (27)$$

$\delta_{a_i,p}$ et $\delta_{a_j,p}$ sont des variables binaires, tel que :

$$\delta_{a_i,p} = \begin{cases} 1 & \text{si le chemin } p \in P_1^{od} \text{ passe par } a_i \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

$$\delta_{a_j,p} = \begin{cases} 1 & \text{si le chemin } p \in P_1^{od} \text{ passe par } a_j \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

n_{ka_i} représente le nombre de camions de type k sur l'arc a_i et n_{ka_j} représente le nombre de camions de type k sur l'arc a_j . La contrainte (27) établit la conservation du nombre de camions de type k sur les arcs d'un même chemin. Le nombre de camions de type k sur l'arc a_i pour les arcs a_i éléments du chemin p est égal au nombre de camions de type k sur l'arc a_j éléments du chemin p et ceci pour des arcs différents ($i \neq j$) et éléments du même chemin p . La famille de contraintes (27) ajoute beaucoup de contraintes au modèle. C'est une contrainte de premier niveau car c'est la responsabilité du distributeur de marchandises d'utiliser le même nombre et type de camions d'un arc à un autre d'un même chemin. La famille de contraintes (27) ne complique pas la résolution du modèle mais ajoute un nombre élevé de contraintes.

5.1.2 Élasticité de la demande

La demande du client pourrait être élastique, c'est-à-dire varier en fonction du tarif et ainsi apporter au modèle la notion de dynamisme. Le client réagirait à la quantité de marchandises qu'il acheminerait en fonction du tarif proposé par le distributeur. On aurait une fonction $d(t)$ de la demande. Ceci correspondrait plus à la réalité des marchés et transformerait la contrainte (3) du modèle de la manière suivante :

$$\sum_{p \in P_1^{od} \cup P_2^{od}} h_p^i = d_{od}^i(t_p) \quad , \forall od \in OD, \forall i \in C^{od} \quad (28)$$

La contrainte (28) complique de façon significative la résolution du modèle.

5.2 Modèle instantané

Nous définissons dans un premier temps le problème par le paradigme de la programmation mathématique à deux niveaux. Puis, nous expliquons l'approche graphique de résolution. Enfin, nous présentons le modèle mathématique : les ensembles et les indices, les paramètres, les variables et les objectifs. Ensuite, nous discutons des contraintes associées au modèle et des difficultés que cela génère pour l'écriture du modèle.

5.2.1 Définition du problème

Un distributeur de marchandises a fixé des tarifs de transport de marchandises sur les chemins du réseau qu'il dessert grâce au modèle biniveau de tarification de transport de marchandises présenté dans les précédents chapitres de ce mémoire. On imagine que les camions du distributeur sont en train d'effectuer leurs tournées suivant les chemins indiqués par le modèle. À un ou plusieurs moments t de la tournée, un client souhaite faire acheminer de la marchandise d'un point origine à un point destination. Le

distributeur veut être capable d'intégrer ce nouveau client aux tournées en cours si cette nouvelle commande augmente son revenu. Il veut également être capable de fixer un tarif aux nouveaux clients.

5.2.2 Vision de la problématique

Soit un réseau d'origines-destinations od couvertes par des chemins p et des tarifs t_p exprimés par le premier modèle. On l'appelle le réseau 0. Au moment t_c (temps de coupe), un nouveau client souhaite être intégré dans la tournée qui est en cours. On coupe le réseau 0 aux points où se situent les camions au moment t_c . On désigne le réseau 1 par le réseau où des chemins ont déjà été parcourus avant la nouvelle commande et on nomme réseau 2 le nouveau réseau où aucun chemin n'a encore été parcouru par les camions. Les chemins qui étaient prévus lors du réseau 0 sont oubliés. On considère le réseau comme un nouveau réseau où on veut satisfaire toutes les commandes, y compris les commandes des nouveaux clients qui souhaitent être intégrés à la tournée en cours.

Réseau 1 $0 \leq t \leq t_c$

Les points où se situent les camions au moment t_c de la nouvelle commande deviennent des points de destination pour le réseau 1.

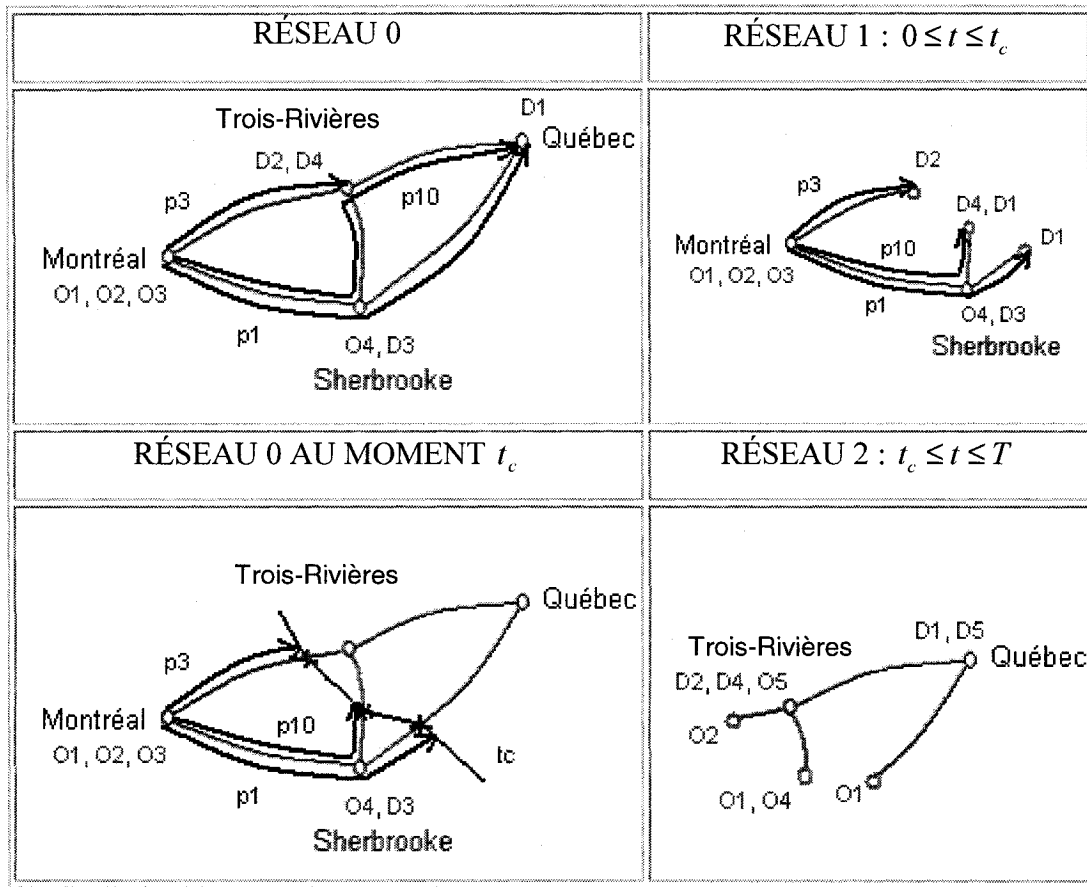
Réseau 2 $t_c \leq t \leq T$

Les points où se situent les camions au moment t_c de la nouvelle commande deviennent des points d'origine pour le réseau 2. On considère le réseau 2 comme le nouveau réseau auquel on a rajouté l'origine-destination de la nouvelle commande.

Les réseaux sont définis graphiquement dans le tableau 5.1.

Les indices O_i représentent les origines et les indices D_j représentent les destinations.

Tableau 5.1 Définition des réseaux



5.2.3 Modèle mathématique

Les ensembles

OD^u : ensemble d'origines – destinations sur le réseau u . ($u=0$ réseau original; $u=1$ réseau 1; $u=2$ réseau 2).

P^u : l'ensemble des chemins du réseau associés aux origines-destinations od de OD^u .

P_1^u : l'ensemble des chemins du distributeur associés aux origines - destinations od de OD^u .

P_2^u : l'ensemble des chemins des compétiteurs associés aux origines- destinations od de OD^u .

A^u : l'ensemble des arcs du réseau u .

C^0 : l'ensemble des clients du réseau 0.

C^1 : l'ensemble des clients de l'ensemble C^0 desservis par le réseau 1, $C^1 \subseteq C^0$.

C^2 : l'ensemble des nouveaux clients à partir du moment t_c .

od^u : une origine – destination élément de l'ensemble OD^u , soit $od^u \in OD^u$.

p^u : un chemin élément de l'ensemble P^u .

a^u : un arc élément de l'ensemble A^u .

K : l'ensemble des types de camions.

Les paramètres

c_{ka}^f : le coût fixe d'un camion de type k sur l'arc a .

c_{ka}^v : le coût variable par unité de volume associé au transport de marchandises sur l'arc a pour un camion de type k .

$\alpha_i^{od^u}$: la valeur de la qualité (en \$/unité de qualité) pour les clients de la classe i sur les origines-destinations od^u .

$\bar{t}_p^{od^u}$: les tarifs des compétiteurs pour od^u par le chemin p^u .

$\delta_{a^u p^u} = \begin{cases} 1 & \text{si le chemin } p^u \text{ passe par l'arc } a^u \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$

w_k : le nombre d'unités de volume disponibles dans un camion de type k .

Les variables

n_{ka^2} : le nombre de véhicules de type k sur l'arc $a^2 \in A^2$.

$h_{p^2}^i$: la quantité (par unité de volume) de marchandises acheminées pour l'origine-destination od^2 par le chemin p^2 pour le client i .

t_p^2 : le tarif pour acheminer une unité de volume pour l'origine-destination od^2 par le chemin p^2 .

f_{ka}^2 : le flux (la quantité d'unités de volume) associé à l'origine – destination od^2 sur l'arc $a^2 \in A^2$.

Les objectifs

Premier niveau : maximiser le profit du distributeur en acceptant ou en refusant les nouvelles commandes et en changeant les chemins suivants les origines-destinations des nouvelles commandes.

$$\begin{aligned}
 & \left\{ \begin{aligned}
 & \sum_{p \in P_1^0} \sum_{i \in C^0} h_{p^0}^i t_p^0 & + & \sum_{p \in P_1^2} \sum_{i \in C^2} h_{p^2}^i t_p^2 & - & \sum_{a \in A^0} \sum_{k \in K} n_{ka^0} c_{ka^0}^f \\
 & \text{Le revenu du} & & \text{Le revenu ajouté si la} & & \text{Les coûts fixes accumulés} \\
 & \text{distributeur sur le} & & \text{nouvelle commande est} & & \text{jusqu'au moment } t_c \text{ sur le} \\
 & \text{réseau 0 prévu sans} & & \text{acceptée.} & & \text{réseau 1.} \\
 & \text{nouvelle commande.} & & & & \\
 & - \left(\sum_{a \in A^2} \sum_{k \in K} n_{ka^2} c_{ka^2}^f - \sum_{a \in A^1} \sum_{k \in K} n_{ka^1} c_{ka^1}^f \right) & - & \sum_{od \in OD^1} \sum_{a \in A^1} \sum_{k \in K} f_{ka^1}^{od} c_{ka^1}^v & - & \sum_{od \in OD^2} \sum_{a \in A^2} \sum_{k \in K} f_{ka^2}^{od} c_{ka^2}^v \\
 & \text{Les coûts fixes à ajouter s'il} & & \text{Les coûts variables} & & \text{Les coûts variables} \\
 & \text{faut ajouter des camions} & & \text{accumulés jusqu'au moment} & & \text{sur le nouveau} \\
 & \text{supplémentaires.} & & t_c \text{ sur le réseau 1.} & & \text{réseau 2.} \\
 & - \sum_{od \in OD^0} \sum_{i \in (C^0 - C^1)} \alpha_i^{od} \left(\sum_{od \in OD^0} \sum_{p \in P_1^0} h_{p^0}^i q_{p^0}^{od} - \sum_{p \in (P_1^1 \cup P_1^2)} h_{p^1}^i q_p^{od} \right) \\
 & \text{Le coût des nouveaux chemins sur la qualité promise aux clients du réseau 0 par} \\
 & \text{rapport aux chemins prévus.}
 \end{aligned} \right.
 \end{aligned}$$

Deuxième niveau: l'objectif de chaque nouveau client est de minimiser son coût perçu sur le nouveau réseau 2 pour chacune des origines-destinations pour lesquelles ce client veut faire acheminer de la marchandise.

$$\text{Min} \left\{ \sum_{p \in P_1^2} h_{p^2}^i (t_p^2 - \alpha_i^{od} q_{p^2}^{od^2}) + \sum_{p \in P_2^2} h_{p^2}^i (\bar{t}_p^2 - \alpha_i^{od} \bar{q}_{p^2}^{od^2}) \right\}, \forall i \in C^2, \forall od \in OD^2$$

Le coût perçu par le nouveau client sur le réseau 2 s'il prend les chemins du distributeur.

Le coût perçu par le nouveau client sur le réseau 2 s'il prend les chemins de la compétition.

Les contraintes

- **Correspondance flux –quantités de marchandises à acheminer**

La contrainte de correspondance des flux sur des arcs avec les quantités de marchandises à acheminer sur des chemins doit être respectée en intégrant une matrice incidence arcs – chemins. En d'autres termes, pour toute origine-destination od de OD^2 , le flux sur l'arc a^2 est égal à la somme des quantités à acheminer sur les chemins $p \in P^2$ pour les clients $i \in (C^0 - C^1)$ dont la marchandise n'a pas été acheminée avant le temps de coupe t_c et pour les nouveaux clients C^2 .

- **Conservation de la quantité de marchandise à livrer du réseau 1 au réseau 2**

La quantité de marchandises qui n'a pas été livrée avant le temps de coupe t_c doit être livrée sur le réseau 2 pour chaque client $i \in (C^0 - C^1)$.

- **Conservation du nombre et du type de camions du réseau 1 au réseau 2**

Conservation au minimum du même nombre de camions pour chaque type de camion k pour desservir sur le réseau 2 les clients du réseau 0 qui n'ont pas été desservis au cours du réseau 1. On écrit « au minimum » car on se donne la possibilité de pouvoir

rajouter des nouveaux clients sur le réseau 2 en plus de ceux qui n'ont pas encore été desservis.

- **Respecter les volumes restants dans les camions pour acheminer la nouvelle commande**

La quantité d'unités de volume ajoutée par les nouveaux clients $i \in C^2$ doit être inférieure ou égale au volume restant disponible dans les camions déjà utilisés plus le volume disponible dans les camions à ajouter si nécessaire.

- **Respecter la demande des nouveaux clients $i \in C^2$.**
- **Non négativité des variables**

Les contraintes sont mathématiquement complexes et rendent le modèle très difficile. On comprend que la linéarisation et la résolution du modèle seront aussi très difficiles. Dans ce paragraphe, nous avons proposé un modèle « instantané » et, bien qu'il soit très complexe et difficile à résoudre, il montre un des développements d'avenir possibles du modèle de tarification du transport de marchandises présenté dans ce mémoire.

5.3 Autres axes de recherche possibles sur l'intégration de la gestion du revenu (RM) à la chaîne d'approvisionnement

Le tableau 5.2 suivant présente pour chaque secteur de la chaîne d'approvisionnement quels seraient les axes de recherches possibles.

Tableau 5.2 Axes de recherches possibles d'intégration du RM à la chaîne d'approvisionnement.

Secteurs de la chaîne d'approvisionnement	Axes de Recherche possible
Prévision de la demande	1- Améliorer la prévision de la demande dans la chaîne d'approvisionnement dans le but d'y appliquer le RM (stochasticité). 2 - Trouver le juste équilibre entre la prévision de la demande et la capacité d'y répondre.
Gestion des stocks	1 - Imaginer un système de stocks aux enchères : Comment une entreprise dont le service est de stocker les stocks en proposant des prix avec un système de RM peut-elle contribuer à améliorer la chaîne d'approvisionnement de ses clients ?
Production	1- L'établissement des prix de la production suivant le RM, une production à prix dynamique. 2 – Établir les quantités de production suivant le RM, des quantités dynamiques avec des stocks dynamiques.
Achats et Approvisionnement	1 – Comment aligner les contrats d'approvisionnement de façon dynamique avec les intérêts du producteur pour une optimisation de la chaîne ?
Transport des marchandises	1 – Comment aligner les intérêts du transporteur de marchandises aux intérêts globaux de la chaîne par l'établissement des prix ?
Conditionnement des produits, manutention, entreposage, traitement des commandes	1 – Est-il possible d'établir un rapport entre l'établissement des prix pour la maximisation des revenus et les opérations de conditionnement des produits, manutention, entreposage et traitement des commandes ?

Tableau 5.2 Axes de recherches possibles d'intégration du RM à la chaîne d'approvisionnement (suite).

Distribution	1 – Établir des prix de distribution dynamique en fonction de la demande. 2 – Pourquoi ne pas ajouter des « décisions de distribution » au système de RM, qui pourraient nous indiquer quand distribuer, à qui et par quels moyens de transport ?
Localisation	Pas d'idée.
Information	1 – Comment le partage de l'information doit-il être dirigé dans la chaîne d'approvisionnement pour amener à la maximisation des revenus ?
Service à la clientèle	Pas d'idée précise : le service à la clientèle ne peut pas être dynamique, il peut s'adapter au RM au sens d'être conscient du fonctionnement du système mais il semble que c'est une entité à part. Un des problèmes soulevé est que le produit vendu avec le RM ne peut être un produit dont sa valeur est un symbole. Une recherche pourrait en ce sens être faite sur « comment adapter le service à la clientèle au RM afin de pouvoir y intégrer tous les produits »
Toute la chaîne	1 – Comment établir des prix dynamiques qui peuvent s'adapter à toutes les composantes de la chaîne ?

5.4 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons discuté dans un premier temps des limites du modèle du transport de marchandises et nous avons proposé des solutions. Ensuite, nous avons présenté un modèle « instantané » du transport de marchandises comme développement d'avenir du modèle présenté au chapitre 4. Puis, nous avons discuté de la complexité du modèle instantané. Enfin, nous avons montré (tableau 5.2) qu'il existe encore beaucoup de possibilités de recherche qui intégreraient la gestion du revenu à la chaîne d'approvisionnement.

CHAPITRE 6

CONCLUSION

Dans la revue de littérature, après avoir défini la chaîne d'approvisionnement et la gestion du revenu, nous avons présenté les articles qui intègrent la gestion du revenu à la chaîne d'approvisionnement. Il est apparu suivant nos recherches que le secteur du transport de marchandises n'a presque pas été étudié sous l'angle du RM. Nous avons choisi de construire un modèle qui intègre la gestion du revenu au secteur du transport de marchandises de la chaîne d'approvisionnement par la tarification. Mais, avant de présenter ce modèle dans le chapitre 3, nous avons expliqué comment les tarifs étaient fixés de nos jours dans le secteur du transport de marchandises. Nous avons présenté ensuite que la littérature était très pauvre dans ce domaine et, enfin, nous avons discuté des difficultés et possibilités d'intégrer le RM aux transports de marchandises pour le transport routier et le transport aérien. Dans le chapitre suivant (chapitre 4), nous avons défini le problème du distributeur de marchandises face aux clients par le paradigme de la programmation mathématique à deux niveaux. Ensuite, nous avons présenté le modèle biniveau général et le modèle biniveau de tarification du transport de marchandises que nous avons construit. Puis, nous avons expliqué comment linéariser un modèle biniveau général en écrivant les conditions nécessaires et suffisantes d'optimalité du second niveau. Nous avons ensuite appliqué cette méthode au modèle biniveau de tarification du transport de marchandises et, nous avons obtenu un modèle linéaire à un objectif avec des familles de contraintes. Nous avons utilisé le langage de modélisation AMPL et le solveur FortMP 3.2j. Ensuite, dans le chapitre 5, nous avons dans un premier temps validé le modèle sur un petit réseau. Nous avons démontré avec les résultats obtenus que le modèle se comporte conformément aux attentes. Dans un deuxième temps, nous avons testé le modèle sur un réseau réel plus grand et nous avons aussi utilisé des paramètres réels dans la base de données. Les résultats obtenus dans ce cas sont très bons et montrent

que le modèle se comporte conformément aux attentes. Ainsi il semble que nous avons réussi à construire un modèle d'optimisation de tarification du transport de marchandises intégrant la gestion du revenu au secteur du transport de marchandises de la chaîne d'approvisionnement. De plus, nous avons procédé à une analyse quantitative des résultats obtenus dans le cas de la base de données réaliste. Il apparaît de cette analyse que la demande des clients est le paramètre qui a le plus d'impact sur le profit du distributeur de marchandises. Ainsi il semble d'après nos observations que l'industrie du transport de marchandises aurait plus intérêt à chercher à augmenter la demande de ses clients pour augmenter son profit plutôt que de baisser les coûts variables ou bien les coûts fixes ou encore de jouer avec les autres paramètres. Mais cette observation est une hypothèse et demanderait une analyse plus approfondie et à partir d'autres bases de données pour pouvoir être affirmée. Aussi, il serait nécessaire d'analyser le comportement du modèle sur de plus grands réseaux de trente nœuds et plus. Ceci n'a pas été fait dans ce mémoire car l'objectif principal était de valider le modèle et ensuite de l'appliquer à une base de données réaliste de l'industrie du transport pour comprendre l'impact des différents paramètres sur le profit du distributeur.

Ce mémoire présente un modèle original dans la recherche pour deux secteurs: la tarification du transport de marchandises et l'intégration de la gestion du revenu à la chaîne d'approvisionnement. De plus, sa mise en pratique peut apporter un changement à l'économie du transport de marchandises qui est en plein essor. Mais le modèle présenté a certaines limitations dont nous avons conscience. Ainsi, dans la dernière partie de ce mémoire, nous expliquons les limites du modèle et proposons des axes de développement. Tout d'abord nous suggérons un modèle plus complexe de tarification « instantanée » du transport de marchandises qui apporterait davantage encore au secteur du transport de marchandises et en transformerait sûrement sa culture de tarification. Ensuite nous présentons des axes de recherches possibles pour intégrer la gestion du revenu à la chaîne d'approvisionnement.

Dans ce mémoire, nous avons atteint plusieurs objectifs : nous contribuons par notre modèle biniveau de tarification de transport de marchandises à faire avancer la recherche dans ce secteur. Nous comblons également un manque dans la recherche sur l'intégration de la gestion du revenu à la chaîne d'approvisionnement. Nous espérons également avoir atteint un troisième objectif très important pour l'avenir : avoir apporté de nouvelles connaissances chez les chercheurs et étudiants qui liront ce mémoire et avoir suscité l'envie de continuer la recherche dans cette voie.

RÉFÉRENCES

ADELMAN, D., (2004). Price – directed control of a closed logistics queuing network. *4th Annual INFORMS Revenue Management and Pricing Section Conference*.

ADIDA, E., PERAKIS, G., (2004). A robust nonlinear fluid model of dynamic pricing and Inventory Control with no Backorders. *4th Annual INFORMS Revenue Management and Pricing Section Conference*.

AFOCEL Publication – Exemple de chaîne logistique en Finlande, (2006).
http://www.afocel.fr/Approvisionnement/LogistiqueTransport/TechnologieMobilisation/F11_ExempleLogistiqueEnFinlande.pdf

AMERICAN AIRLINES CARGO, (2006).
<http://www.aacargo.com/>

ANONYME. (2006). Conversation téléphonique avec trois sociétés de transport sur la tarification du transport de marchandises.

BEINHAKER, R., (2004). The impact of intelligent transportation systems on supply chain management. 195 p. Thèse de doctorat en génie logistique, MIT.

BERNSTEIN, F., FEDERGRUEN, A., (2001). Dynamic inventory and pricing models for competing retailers. *Naval Research Logistic*. Vol. 51, No. 2, p. 258-274.

BOYD, E.A., (2004). Future of revenue management. Dramatic changes in distribution will require renewed focus on pricing and revenue management models. *Journal of Revenue and Pricing Management*. Vol. 3, No. 1, p. 100-103.

BROTCOME, L., LABBÉ, M., MARCOTTE, P., SAVARD, G., (2005). Bilevel programming approaches to revenue management and price setting problems. Conférence Polygistique.

CAMCO, (2005). Visite de l'usine Camco de Montréal organisée par la chaire Marianne – Mareshal (promotion du génie auprès des femmes) de l'École Polytechnique.

CHEN, F., (2003). Auctioning supply contracts. Decisions, risk & operations working papers series, Columbia University.

CHEN, H., DAVIV, D., KONG, H., WU, O., (2004). Optimal pricing and replenishment in a single-product inventory system. *Cityseer.ist (Scientific Literature Digital Library)*. <http://www.ieor.columbia.edu/~yao/invprice8subm.pdf>

CHEN, X., SHIMCHI-LEVI, D., (2002). Coordinating inventory control and pricing strategies with random demand and fixed ordering cost: the finite horizon case. Working papers, MIT.

COPE, E.W., (2004). Dynamic pricing of information goods under demand uncertainty. *4th Annual INFORMS Revenue Management and Pricing Section Conference*.

DAI, Y., CHAO, X., FANG, S., NUTTLE, H.L.W., (2005). Pricing in revenue management for multiple firms competing for customers. *International Journal of Production Economics*. Vol. 98, p. 1-16.

DE TREVILLE, S., SHAPIRO, R.D., HAMERI, A., (2003). From supply chain to demand chain: the role of lead time reduction in improving demand chain performance. *Journal of Operations Management*, Vol. 21, p. 613-627.

FENG, Y., XIAO, B., (2004). Integration of pricing and capacity allocation for perishable products. *European Journal of Operational Research*, Vol. 168, p. 17-34.

GAO, Z., WU, J., SUN H., (2002). Solution algorithm for the bi-level discrete network design problem. *Transportation Research Part B*. Vol. 39, p.479-495.

GORMAN, M.F., (2002). Pricing and Market Mix Optimization in Freight Transportation. *Journal of the Transportation Research Forum. Published in Transportation Quarterly*. Vol. 56, No. 1, p. 135-148.

INFOROUTIÈRES, (2006). Transports Québec.
<http://www.mtq.gouv.qc.ca/fr/information/distances/index1.asp>

INFORMS, (2004). *4th Annual INFORMS Revenue Management and Pricing Section Conference*. Sloan School of Management, MIT.
<http://web.mit.edu/orc/informs/>

INTEREX, (1999) – comprendre les termes du transport international.
http://www.interex.fr/serv/frame_dynamique.asp?url=/ATLAS/interex/method2.htm

JOHARI, R., TSITSIKLIS, J., (2004). Efficiency loss in resource allocation and supplier selection games. *4th Annual INFORMS Revenue Management and Pricing Section Conference*.

KACHANI, S., PERAKIS, G., (2004). Fluid dynamics models and their applications in transportation and pricing. *À apparaître dans le European Journal of Operational Research*. [en ligne].
http://web.mit.edu/~georgiap/www/EJOR_Kachani_Perakis.pdf

KUYUMCU, A., MEHTA, D. Zilliant inc., (2004). Problems of contracts pricing. *4th Annual INFORMS Revenue Management and Pricing Section Conference*.

LABBÉ, M., MARCOTTE, P., SAVARD, G., (1998). A bilevel model of taxation and its application to optimal highway pricing. *Management Science*. Vol. 44, No. 12, Part 1 of 2, p. 1608-1621.

LAJUS, V., de SAULIEU, T., (2006). Performance et économie, *Transport & Technologie*. No 50. p. 19-21.

<http://www.mtq.gouv.qc.ca/fr/publications/camionnage/charges/guide.pdf>

LEE, H., (2004). The three A's of supply chain excellence. *Electronics Supply & Manufacturing*.

<http://www.my-esm.com/showArticle?articleID=47903369>

LEMIEUX, A., (2005). Conversation téléphonique avec le responsable du Forum des intervenants de l'industrie du camionnage général rattaché au ministère des transports du Québec.

MAGLARAS, C., (2004). Dynamic flow management of on-demand service and production network. *4th Annual INFORMS Revenue Management and Pricing Section Conference*.

MAGLARAS, C., MEISSNER, J., (2003). Dynamic pricing strategies for multi-product revenue management problems. *Manufacturing & Services Operations Management*. Vol. 8, No 2, p. 136-148.

MAGLARAS, C., VAN MIEGHEM, J.A., (2001). Queuing systems with leadtime constraints: A fluid-model approach for admission and sequencing control. *À apparaître dans le European Journal of Operational Research.*

MEISSNER, J., (2004). Multi-item supply chain and revenue management problems. 174 p. Thèse de doctorat en philosophie de gestion, Columbia University.

NORTH AMERICAN TRANSPORTATION COUNCIL – freight carriers association of Canada, (2006).

<http://www.fca-natc.org/>

MINISTÈRE TRANSPORT QUÉBEC - Guide des normes de charges et dimensions des véhicules, (2005).

<http://www.mtq.gouv.qc.ca/fr/publications/camionnage/charges/guide.pdf>

POULNOT, G., (2000). Techniques du commerce international, université d'Orléans.

http://www.univ-orleans.fr/lettres/cours/profs/pdf/poulnot/TCI/TCI_Logistique_et_transport_elements_de_cours.pdf

REGAN, A., SONG, J., (2004). Business rule constrained price discovery models in transportation procurement auctions. *4th Annual INFORMS Revenue Management and Pricing Section Conference.*

ROBERT TRANSPORT, (2006).

<http://www.robert.ca/>

SULE, D.R., (1998) Manufacturing facilities. "Location, planning and design". 2nd Edition. PWS Publishing Company, Boston.

TALLURI, K., VAN RYZIN, G., (2005). "Theory and practice of revenue management". 1st ed. Springer. 714p.

TALLURI, K., VAN RYZIN, G., (1998). An analysis of bid-price controls for network revenue management. *Management Science*. Vol. 44, No. 11, Part 1 of 2, p. 1577-1593.

THIELE, A., (2005). A robust optimization approach to supply chains and revenue management. Thèse de doctorat, MIT.

TCI – air info – méthode de base taxation fret,(1999).

http://www.tci-transport.fr/RATE_FR.htm

TRANSFORCE, (2006).

<http://www.transforce.com/>

ANNEXE 1

VALIDATION NUMÉRIQUE DES RÉSULTATS DU RÉSEAU TEST ET VÉRIFICATION DU RESPECT DE CHACUNE DES CONTRAINTES DU MODÈLE

Validation numérique des résultats

Nous voulons vérifier que le profit correspond à la solution optimale du programme et que les contraintes sont respectées :

$$\begin{aligned} \text{le profit} &= \left(\sum_{od \in OD} \sum_{i \in C^{od}} \left[\lambda_{od}^i d_{od}^i - \sum_{p \in P_2^{od}} h_p^i (\bar{t}_p - \alpha_i^{od} \bar{q}_p^{od}) + \sum_{p \in P_1^{od}} h_p^i \alpha_i^{od} q_p^{od} \right] \right. \\ &\quad \left. - \sum_{a \in A_1} \sum_{k \in K} n_{ka} c_{ka}^f - \sum_{od \in OD} \sum_{a \in A_1} \sum_{k \in K} f_{ka}^{od} c_{ka}^v \right) \\ &= (7.5*1000 + 4.5*1000) - 0 + (1000*0.5*5*2) - (10*100 + 10*150) - (1000*2 + 1000*3) \\ &= 12000 - 0 + 5000 - 2500 - 5000 \\ &= 9500 \$ \end{aligned}$$

Le profit est le même que la solution optimale du programme !

Vérification du respect des contraintes

Contrainte (1) :

$$\sum_{od \in OD} f_{ka}^{od} \leq n_{ka} w_k, \forall a \in A, \forall k \in K$$

$$f_{k_1 AB}^{A-B} \leq n_{k_1 AB} w_{k_1}, \forall (AB) \in A, \forall k_1 \in K$$

$$1000 \leq 10 * 100, \forall (AB) \in A$$

$$1000 \leq 1000, \forall (AB) \in A$$

$$f_{k_1 BC}^{B-C} \leq n_{k_1 BC} w_{k_1}, \forall (BC) \in A, \forall k_1 \in K$$

$$1000 \leq 10 * 100, \forall (BC) \in A$$

$$1000 \leq 1000, \forall (BC) \in A$$

pour le type de camion k_2 , le flux et le nombre de camions sont nuls dont les inégalités sont respectées

la contrainte (1) est respectée.

Contrainte (2) :

$$\sum_{k \in K} f_{ka}^{od} = \sum_{p \in P_1^{od}} \sum_{i \in C^{od}} \delta_{ap} h_p^i, \forall a \in A, \forall od \in OD$$

$$f_{k_1 AB}^{A-B} = \delta_{ABp_1} h_{p_1}^{C1}, \forall (AB) \in A, \forall (AB) \in OD$$

$$1000 = 1 * 1000 = 1000$$

$$f_{k_1 BC}^{B-C} = \delta_{BCp_2} h_{p_2}^{C2}, \forall (BC) \in A, \forall (BC) \in OD$$

$$1000 = 1 * 1000 = 1000$$

la contrainte (2) est respectée.

Contrainte (3) :

$$\left. \begin{aligned}
 &\sum_{p \in P_1^{od} \cup P_2^{od}} h_p^i = d_{od}^i, \forall od \in OD, \forall i \in C^{od} \\
 &h_{p_1}^{C1} = d_{A-B}^{C1}, \forall (AB) \in OD, \forall C1 \in C^{A-B} \\
 &1000 = 1000 \\
 &h_{p_2}^{C2} = d_{B-C}^{C2}, \forall (BC) \in OD, \forall C2 \in C^{B-C} \\
 &1000 = 1000
 \end{aligned} \right\} \text{ la contrainte (3) est respectée.}$$

Contrainte (4) :

$$\left. \begin{aligned}
 &h_p^i, n_{ka}, f_{ka}^{od} \geq 0 \\
 &h_{p_1}^{C1} = 1000 \geq 0 \\
 &h_{p_2}^{C2} = 1000 \geq 0 \\
 &n_{k_1 AB} = 10 \geq 0 \\
 &n_{k_2 BC} = 10 \geq 0 \\
 &f_{k_1 AB}^{A-B} = 1000 \geq 0 \\
 &f_{k_2 BC}^{B-C} = 1000 \geq 0
 \end{aligned} \right\} \text{ la contrainte (4) est respectée.}$$

Contrainte (19) :

$$\left. \begin{aligned}
 \lambda_{od}^i &\leq t_p - \alpha_i^{od} q_p^{od}, \quad \forall p \in P_1^{od}, \forall od \in OD, \forall i \in C^{od} \\
 \lambda_{A-B}^{C1} &\leq t_{p_1} - \alpha_{C1}^{A-B} q_{p_1}^{A-B}, \quad \forall p_1 \in P_1^{A-B}, \forall (AB) \in OD, \forall C1 \in C^{A-B} \\
 7.5 &\leq 10 - 0.5 * 5 = 7.5 \\
 \lambda_{B-C}^{C2} &\leq t_{p_2} - \alpha_{C2}^{B-C} q_{p_2}^{B-C}, \quad \forall p_2 \in P_2^{B-C}, \forall (BC) \in OD, \forall C2 \in C^{B-C} \\
 4.5 &\leq 7 - 0.5 * 5 = 4.5
 \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \text{la contrainte (19)} \\ \text{est respectée.} \end{array}$$

Contrainte (20) :

$$\left. \begin{aligned}
 \lambda_{od}^i &\leq \bar{t}_p - \alpha_i^{od} \bar{q}_p^{od}, \quad \forall p \in P_2^{od}, \forall od \in OD, \forall i \in C^{od} \\
 \lambda_{A-B}^{C1} &\leq \bar{t}_{p_3} - \alpha_{C1}^{A-B} \bar{q}_{p_1}^{A-B}, \quad \forall p_3 \in P_2^{A-B}, \forall (AB) \in OD, \forall C1 \in C^{A-B} \\
 7.5 &\leq 10 - 0.5 * 5 = 7.5 \\
 \lambda_{B-C}^{C2} &\leq \bar{t}_{p_4} - \alpha_{C2}^{B-C} \bar{q}_{p_2}^{B-C}, \quad \forall p_4 \in P_2^{B-C}, \forall (BC) \in OD, \forall C2 \in C^{B-C} \\
 4.5 &\leq 7 - 0.5 * 5 = 4.5
 \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \text{la contrainte (20)} \\ \text{est respectée.} \end{array}$$

Contrainte (21) :

$$\left. \begin{aligned}
 \lambda_{od}^i &\in \mathfrak{R}, \forall od \in OD, \forall i \in C^{od} \\
 \lambda_{A-B}^{C1} &= 7.5 \in \mathfrak{R} \\
 \lambda_{B-C}^{C2} &= 4.5 \in \mathfrak{R}
 \end{aligned} \right\} \text{la contrainte (21) est respectée.}$$

Contrainte (22) :

$$\left. \begin{aligned}
 0 &\leq h_p^i \leq Mx_p^i, \quad \forall p \in P_1^{od}, \forall od \in OD, \forall i \in C^{od} \\
 0 &\leq h_{p_1}^{C1} \leq Mx_{p_1}^{C1}, \quad \forall p_1 \in P_1^{od}, \forall (AB) \in OD, \forall C1 \in C^{A-B} \\
 0 &\leq 1000 \leq 10^6 * 1 = 10^6 \\
 0 &\leq h_{p_2}^{C2} \leq Mx_{p_2}^{C2}, \quad \forall p_2 \in P_1^{od}, \forall (BC) \in OD, \forall C2 \in C^{B-C} \\
 0 &\leq 1000 \leq 10^6 * 1 = 10^6
 \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \text{la contrainte (22)} \\ \text{est respectée.} \end{array}$$

Contrainte (23) :

$$\left. \begin{aligned}
 0 &\leq t_p - \alpha_i^{od} q_p^{od} - \lambda_{od}^i \leq M(1 - x_p^i), \quad \forall p \in P_1^{od}, \forall od \in OD, \forall i \in C^{od} \\
 0 &\leq t_{p_1} - \alpha_{C1}^{A-B} q_{p_1}^{A-B} - \lambda_{A-B}^{C1} \leq M(1 - x_{p_1}^{C1}), \quad \forall p_1 \in P_1^{A-B}, \forall (AB) \in OD, \forall C1 \in C^{A-B} \\
 0 &\leq 10 - 0.5 * 5 - 7.5 \leq 10^6 * (1 - 1) \\
 0 &\leq 0 \leq 0 \\
 0 &\leq t_{p_2} - \alpha_{C2}^{B-C} q_{p_2}^{B-C} - \lambda_{B-C}^{C2} \leq M(1 - x_{p_2}^{C2}), \quad \forall p_2 \in P_1^{B-C}, \forall (BC) \in OD, \forall C1 \in C^{B-C} \\
 0 &\leq 7.5 - 0.5 * 5 - 4.5 \leq 10^6 * (1 - 1) \\
 0 &\leq 0 \leq 0
 \end{aligned} \right\}$$

la contrainte (23) est respectée.

Contrainte (24) :

$$\left. \begin{aligned}
 0 &\leq h_p^i \leq M'x_p^i, \quad \forall p \in P_2^{od}, \forall od \in OD, \forall i \in C^{od} \\
 0 &\leq h_{p_3}^{C1} \leq M'x_{p_3}^{C1}, \quad \forall p_3 \in P_2^{od}, \forall (AB) \in OD, \forall C1 \in C^{A-B} \\
 0 &\leq 0 \leq 15 * 10^6 * 0 = 0 \\
 0 &\leq h_{p_4}^{C2} \leq M'x_{p_4}^{C2}, \quad \forall p_4 \in P_2^{od}, \forall (BC) \in OD, \forall C2 \in C^{B-C} \\
 0 &\leq 0 \leq 15 * 10^6 * 0 = 0
 \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \text{la contrainte (24)} \\ \text{est respectée.} \end{array}$$

Contrainte (25) :

$$\left. \begin{aligned}
 0 &\leq \bar{t}_p - \alpha_i^{od} \bar{q}_p^{od} - \lambda_{od}^i \leq M'(1 - x_p^i), \quad \forall p \in P_2^{od}, \forall od \in OD, \forall i \in C^{od} \\
 0 &\leq \bar{t}_{p_3} - \alpha_{C1}^{A-B} \bar{q}_{p_3}^{A-B} - \lambda_{A-B}^{C1} \leq M'(1 - x_{p_3}^{C1}), \quad \forall p_3 \in P_2^{A-B}, \forall (AB) \in OD, \forall C1 \in C^{A-B} \\
 0 &\leq 10 - 0.5 * 5 - 7.5 \leq 15 * 10^6 * (1 - 0) \\
 0 &\leq 0 \leq 15 * 10^6 \\
 0 &\leq \bar{t}_{p_4} - \alpha_{C2}^{B-C} \bar{q}_{p_4}^{B-C} - \lambda_{B-C}^{C2} \leq M'(1 - x_{p_4}^{C2}), \quad \forall p_4 \in P_2^{B-C}, \forall (BC) \in OD, \forall C2 \in C^{B-C} \\
 0 &\leq 7.5 - 0.5 * 5 - 4.5 \leq 15 * 10^6 * (1 - 0) \\
 0 &\leq 0 \leq 15 * 10^6
 \end{aligned} \right\}$$

la contrainte (25) est respectée.

Contrainte (26) :

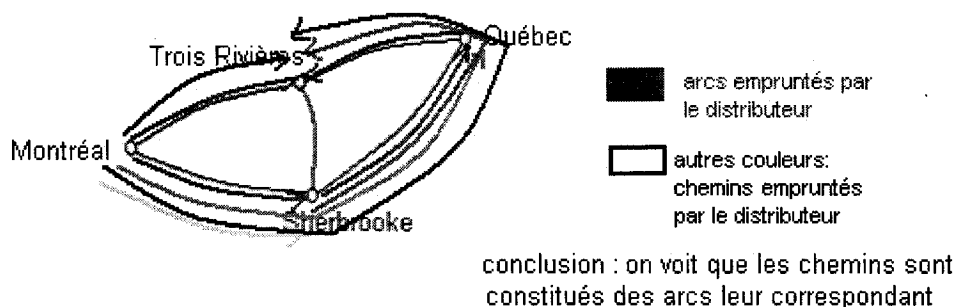
$$\left. \begin{array}{l} x_p^i \in \{0,1\}, \forall p \in (P_1^{od} \cup P_2^{od}), \forall i \in C^{od} \\ x_{p_1}^{C1} = 1 \\ x_{p_2}^{C2} = 1 \\ x_{p_3}^{C1} = 0 \\ x_{p_4}^{C2} = 0 \end{array} \right\} \text{ la contrainte (26) est respectée.}$$

ANNEXE 2

VALIDATION NUMÉRIQUE DES RÉSULTATS DU RÉSEAU RÉALISTE ET VÉRIFICATION DU RESPECT DES CONTRAINTES DU MODÈLE

Correspondance arcs empruntés chemins empruntés par le distributeur

La figure suivante montre que les correspondances arcs-chemins sont respectées.



Nous vérifions dans les calculs suivant que le nombre de quantité acheminée sur chaque arc par les chemins passant par ces arcs correspond à la quantité transportée par les camions sur ces arcs.

Respect de la quantité desservie sur l'arc (Mtl-Tr) en fonction de la demande

Quantité desservie = 72.338 (camions type k_1) $\times$ 172.8 (unités de 100 livres / camion type k_1) = $12\,500$ (unités 100 livres).

Demande : le chemin emprunté p_3 passe par l'arc (Mtl-Tr) correspondant à la demande de C1 soit $12\,500$ unités de 100 livres. La quantité desservie correspond à la demande.

Respect de la quantité desservie sur l'arc (Qc-Tr) en fonction de la demande

Quantité desservie = 18.6275 (camions type k_2) $\times$ 153 (unités de 100 livres / camions type k_2) = $28\,500$ (unités 100 livres).

Demande : les chemins empruntés p_4 et p_8 passent par l'arc (Qc-Tr) correspondant aux demandes de C1, C7 et C8 soit $950 + 300 + 1600 = 2850$ (unités de 100 livres). La quantité desservie correspond à la demande.

Respect de la quantité desservie sur l'arc (Mtl-Sh) en fonction de la demande

Quantité desservie = 62.1094 (camions type k_3) $\times$ 128 (unités de 100 livres / camions type k_3) = 7950 (unités 100 livres).

Demande : les chemins empruntés p_5 , p_4 et p_1 passent par l'arc (Mtl-Sh) correspondant aux demandes de C6, C5 et C1 soit $2000 + 950 + 5000 = 7950$ (unités de 100 livres). La quantité desservie correspond à la demande.

Respect de la quantité desservie sur l'arc (Sh-Qc) en fonction de la demande

Quantité desservie = 61.3281 (camions type k_3) $\times$ 128 (unités de 100 livres / camions type k_3) = 7850 (unités 100 livres).

Demande : les chemins empruntés p_4 , p_8 et p_1 passent par l'arc (Sh-Qc) correspondant aux demandes de C1, C7, C8 et C5 soit $950 + 300 + 1600 + 5000 = 7850$ (unités de 100 livres). La quantité desservie correspond à la demande.

Respect des correspondances flux quantité desservie

On fait les calculs pour les chemins p_1 ; c'est-à-dire l'origine-destination Montréal-Québec. Sur les deux arcs correspondant à cette origine-destination pour ce chemin, une

quantité de 5000 unités de 100 livres est desservie, ce qui correspond à la demande du client C1 sur ce chemin. La correspondance est donc correcte. Étant donné que cette correspondance fonctionne et qu'on a vu précédemment que toutes les contraintes de respect de la demande sur les arcs sont respectées, on suppose que toutes les contraintes de flux sont implicitement respectées aussi.