

**Titre:** Modélisation numérique de l'écoulement de suspensions dans les procédés de couchage par rouleau de transfert  
Title: [Modélisation numérique de l'écoulement de suspensions dans les procédés de couchage par rouleau de transfert](#)

**Auteur:** Hugo Lécuyer  
Author: [Hugo Lécuyer](#)

**Date:** 2006

**Type:** Mémoire ou thèse / Dissertation or Thesis

**Référence:** Lécuyer, H. (2006). Modélisation numérique de l'écoulement de suspensions dans les procédés de couchage par rouleau de transfert [Master's thesis, École Polytechnique de Montréal]. PolyPublie. <https://publications.polymtl.ca/7720/>  
Citation: [Lécuyer, H. \(2006\). Modélisation numérique de l'écoulement de suspensions dans les procédés de couchage par rouleau de transfert \[Master's thesis, École Polytechnique de Montréal\]. PolyPublie. https://publications.polymtl.ca/7720/](#)

## Document en libre accès dans PolyPublie

Open Access document in PolyPublie

**URL de PolyPublie:** <https://publications.polymtl.ca/7720/>  
PolyPublie URL: [https://publications.polymtl.ca/7720/](#)

**Directeurs de recherche:** François Bertrand, & Philippe A. Tanguy  
Advisors: [François Bertrand](#), [Philippe A. Tanguy](#)

**Programme:** Unspecified  
Program: [Unspecified](#)

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

MODÉLISATION NUMÉRIQUE DE L'ÉCOULEMENT DE SUSPENSIONS DANS  
LES PROCÉDÉS DE COUCHAGE PAR ROULEAU DE TRANSFERT

HUGO LÉCUYER

DÉPARTEMENT DE GÉNIE CHIMIQUE  
ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

MÉMOIRE PRÉSENTÉ EN VUE DE L'OBTENTION  
DU DIPLÔME DE MAÎTRISE ÈS SCIENCES APPLIQUÉES  
(GÉNIE CHIMIQUE)

AVRIL 2006



Library and  
Archives Canada

Published Heritage  
Branch

395 Wellington Street  
Ottawa ON K1A 0N4  
Canada

Bibliothèque et  
Archives Canada

Direction du  
Patrimoine de l'édition

395, rue Wellington  
Ottawa ON K1A 0N4  
Canada

*Your file* *Votre référence*  
ISBN: 978-0-494-17951-2

*Our file* *Notre référence*  
ISBN: 978-0-494-17951-2

#### NOTICE:

The author has granted a non-exclusive license allowing Library and Archives Canada to reproduce, publish, archive, preserve, conserve, communicate to the public by telecommunication or on the Internet, loan, distribute and sell theses worldwide, for commercial or non-commercial purposes, in microform, paper, electronic and/or any other formats.

The author retains copyright ownership and moral rights in this thesis. Neither the thesis nor substantial extracts from it may be printed or otherwise reproduced without the author's permission.

In compliance with the Canadian Privacy Act some supporting forms may have been removed from this thesis.

While these forms may be included in the document page count, their removal does not represent any loss of content from the thesis.

#### AVIS:

L'auteur a accordé une licence non exclusive permettant à la Bibliothèque et Archives Canada de reproduire, publier, archiver, sauvegarder, conserver, transmettre au public par télécommunication ou par l'Internet, prêter, distribuer et vendre des thèses partout dans le monde, à des fins commerciales ou autres, sur support microforme, papier, électronique et/ou autres formats.

L'auteur conserve la propriété du droit d'auteur et des droits moraux qui protège cette thèse. Ni la thèse ni des extraits substantiels de celle-ci ne doivent être imprimés ou autrement reproduits sans son autorisation.

Conformément à la loi canadienne sur la protection de la vie privée, quelques formulaires secondaires ont été enlevés de cette thèse.

Bien que ces formulaires aient inclus dans la pagination, il n'y aura aucun contenu manquant.

\*\*  
Canada

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

Ce mémoire intitulé :

MODÉLISATION NUMÉRIQUE DE L'ÉCOULEMENT DE SUSPENSIONS DANS  
LES PROCÉDÉS DE COUCHAGE PAR ROULEAU DE TRANSFERT

présenté par : LÉCUYER Hugo

en vue de l'obtention du diplôme de : Maîtrise ès sciences appliquées

a été dûment accepté par le jury d'examen constitué de :

M. PERRIER Michel, Ph.D., président

M. BERTRAND François, Ph.D., membre et directeur de recherche

M. TANGUY Philippe, Ph.D., membre et codirecteur de recherche

M. DUFOUR Steven, Ph.D., membre

À ma mère, Marie Francoeur

1950 - 2003

## Remerciements

J'aimerais tout d'abord remercier mon directeur de recherche, François Bertrand, pour sa disponibilité, sa gentillesse et ses conseils des deux dernières années. Je remercie aussi mon co-directeur Philippe Tanguy pour ses commentaires, suggestions et conseils.

Je remercie également deux personnes à l'Université d'Alberta, l'associé de recherche Joseph Mmbaga pour m'avoir gentiment et patiemment transmis une partie de ses connaissances ainsi que le Professeur Robert Hayes pour sa confiance et son soutien.

J'adresse également mes remerciements aux membres de l'URPEI, professeurs, associés de recherche, étudiants et secrétaires pour l'environnement sympathique et l'esprit d'entraide qui règne au sein du groupe.

Finalement et sans aucun doute le plus important, je remercie ma famille et ma belle-famille d'avoir fait preuve d'empathie et de m'avoir donné tout le soutien dont j'ai pu avoir besoin. Ma compagne de vie, Karyne, qui fait de moi une meilleure personne chaque jour, je ne pourrai jamais te dire assez merci.

## Résumé

Le but de ce travail est de simuler numériquement l'écoulement de sauces de couchage non newtoniennes dans la pince d'application déformable d'un procédé de couchage à rouleaux en mode contra-rotatif. Pour ce faire, nous avons utilisé deux modèles rhéologiques basés sur des données expérimentales de viscosité élongationnelle. De nouvelles méthodes pour la résolution des surfaces libres et la localisation rapide du point de stagnation ont été utilisées. Les résultats numériques obtenus pour les profils de pression le long de l'entrefer sont comparables avec les données expérimentales de la littérature. L'erreur mesurée est d'environ 20 % pour les plages de vitesse et les entrefers étudiés. Il a aussi été observé que l'épaisseur de couche, à la sortie de la pince d'application, augmente en même temps que le nombre capillaire et le nombre élastique.

## Abstract

The hydrodynamics of non-Newtonian coating colors in a forward deformable roll coating application nip was numerically simulated with two extensional rheological models. Efficient methods were developed for a quick location of the stagnation point and for the treatment of the unknown boundaries. It was found that the computed results were in good agreement with experimental data (~20%) for a wide range of roll speeds and gap settings, especially when extensional effects were considered in the simulations. It was also found that the film thickness at the exit of the nip increased with the capillary number and the elasticity number.

## Table des matières

<b>DÉDICACE.....</b>	<b>IV</b>
<b>REMERCIEMENTS.....</b>	<b>V</b>
<b>RÉSUMÉ.....</b>	<b>VI</b>
<b>ABSTRACT .....</b>	<b>VII</b>
<b>TABLE DES MATIÈRES .....</b>	<b>VIII</b>
<b>LISTE DES FIGURES.....</b>	<b>XI</b>
<b>LISTE DES TABLEAUX.....</b>	<b>XIII</b>
<b>NOMENCLATURE .....</b>	<b>XIV</b>
<b>CHAPITRE 1 INTRODUCTION.....</b>	<b>1</b>
1.1 PROBLÉMATIQUE DU PROCÉDÉ DE COUCHAGE DU PAPIER.....	1
1.2 OBJECTIFS GÉNÉRAUX .....	3
<b>CHAPITRE 2 REVUE BIBLIOGRAPHIQUE .....</b>	<b>6</b>
2.1 PROCÉDÉ INDUSTRIEL DE COUCHAGE .....	6
2.1.1 <i>Couchage par rouleaux de transfert</i> .....	6
2.1.2 <i>Metering Size Press (MSP)</i> .....	10
2.1.3 <i>Défauts d'application</i> .....	12
2.1.3.1 Entrefer de dosage .....	12
2.1.3.2 Entrefer de d'application.....	13
2.2 RHÉOLOGIE DES SAUCES DE COUCHAGE .....	14
2.2.1 <i>Composants importants de la sauce de couchage</i> .....	15
2.2.1.1 Kaolin .....	15
2.2.1.2 Latex.....	16
2.2.2 <i>Déformation en cisaillement</i> .....	17

2.2.3 <i>Déformation en extension</i> .....	21
2.2.4 <i>Viscoélasticité</i> .....	25
2.3 SIMULATION NUMÉRIQUE DU PROCÉDÉ .....	28
2.3.1 <i>Théorie de la lubrification</i> .....	29
2.3.2 <i>Équations de Navier-Stokes</i> .....	31
2.3.3 <i>Configuration contra-rotative déformable</i> .....	32
2.3.3.1 Partie fluide .....	33
2.3.3.2 Partie élastomère .....	37
2.3.4 <i>Viscosité non newtonienne</i> .....	39
2.4 OBJECTIFS SPÉCIFIQUES.....	42
<b>CHAPITRE 3 APPROCHE MÉTHODOLOGIQUE : MÉTHODE DE RÉSOLUTION NUMÉRIQUE PAR ÉLÉMENTS FINIS.....</b>	<b>44</b>
3.1 VUE D'ENSEMBLE.....	44
3.2 PARTIE FLUIDE .....	47
3.2.1 <i>Résolution du fluide</i> .....	47
3.2.2 <i>Conditions aux limites du fluide</i> .....	50
3.2.3 <i>Géométrie et positionnement de la surface libre</i> .....	52
3.2.4 <i>Mouvement de la surface libre</i> .....	54
3.2.4.1 Maillage.....	55
3.3 PARTIE ÉLASTOMÈRE.....	57
3.3.1 <i>Résolution de la partie élastomère</i> .....	57
3.3.2 <i>Conditions aux limites de l'élastomère</i> .....	58
3.3.3 <i>Mouvement de l'interface</i> .....	60
3.4 ENTREFER IMPOSÉ VS CHARGE IMPOSÉE .....	61
<b>CHAPITRE 4 MODÉLISATION NUMÉRIQUE DE FLUIDES NON NEWTONIENS DANS UNE PINCE DE COUCHAGE CONTRA-ROTATIVE DÉFORMABLE.....</b>	<b>63</b>
4.1 PRÉSENTATION DE L'ARTICLE.....	63

<b>4.2 NUMERICAL SIMULATION OF NON NEWTONIAN FLUID FLOW IN FORWARD DEFORMABLE ROLL COATING.....</b>	<b>66</b>
4.2.1 <i>Abstract</i> .....	67
4.2.2 <i>Introduction</i> .....	67
4.2.3 <i>Modeling the rheological behaviour of coating colors in extensional flow..</i>	72
4.2.4 <i>Modeling the multiphysics fluid/elastomer problem .....</i>	76
4.2.5 <i>Results and analysis .....</i>	82
4.2.5.1 <i>Model comparison.....</i>	83
4.2.5.2 <i>Speed effect .....</i>	84
4.2.5.3 <i>Solids content effect .....</i>	87
4.2.5.4 <i>Latex content effect.....</i>	90
4.2.5.5 <i>Newtonian versus non Newtonian effect .....</i>	92
4.2.6 <i>Film thickness.....</i>	94
4.2.7 <i>Concluding Remarks .....</i>	97
4.2.8 <i>Acknowledgements .....</i>	98
<b>CHAPITRE 5 DISCUSSION GÉNÉRALE.....</b>	<b>99</b>
<b>CHAPITRE 6 CONCLUSION ET RECOMMANDATIONS .....</b>	<b>101</b>
<b>RÉFÉRENCES .....</b>	<b>103</b>

## Liste des figures

<b>Figure 2.1.</b> Configurations d'opérations des rouleaux.....	7
<b>Figure 2.2.</b> Entrefer ou pince d'application déformable. ....	8
<b>Figure 2.3.</b> Systèmes complexes de couchage (Carvalho, 1996). ....	9
<b>Figure 2.4.</b> Schéma d'une MSP. ....	10
<b>Figure 2.5.</b> MSP industrielle.....	11
<b>Figure 2.6.</b> Régimes d'écoulement en configuration contre-rotative.....	11
<b>Figure 2.7.</b> Exemple de "ribbing".....	12
<b>Figure 2.8.</b> Illustration du phénomène de "spitting".....	13
<b>Figure 2.9.</b> Illustration du phénomène de "misting".....	14
<b>Figure 2.10.</b> Écoulement en cisaillement. ....	18
<b>Figure 2.11.</b> Courbes typiques de viscosité en cisaillement.....	19
<b>Figure 2.12.</b> Courbe de viscosité pour des taux de cisaillements élevés.....	20
<b>Figure 2.13.</b> Écoulement en extension. ....	22
<b>Figure 2.14.</b> Courbes de viscosité extensionnelle (Ascanio et al., 2005).....	23
<b>Figure 2.15.</b> Courbe de viscosité extensionnelle (O'Brien et Mackay, 2002). ....	23
<b>Figure 2.16.</b> Approximation par la théorie de la lubrification.....	29
<b>Figure 2.17.</b> Plaque sortant d'une piscine. ....	31
<b>Figure 2.18.</b> Parties fluide et solide en mode contra-rotatif. ....	33
<b>Figure 2.19.</b> a) Régime inondé avec un entrefer très petit, .....	34
<b>Figure 2.20.</b> Condition d'entrée "synthétique" (Mmbaga et al., 2005).....	35
<b>Figure 2.21.</b> Maillage utilisé dans les travaux de Coyle et al., (1987). ....	39
<b>Figure 2.22.</b> Domaine considéré dans les travaux de Zevallos et al. (2005).....	40
<b>Figure 2.23.</b> Temps de relaxation d'une sauce typique de couchage. ....	42
<b>Figure 3.1.</b> Algorithme de résolution. ....	45
<b>Figure 3.2.</b> a) Domaine physique. - b) Domaine de Calcul.....	47
<b>Figure 3.3.</b> Conditions aux limites pour le domaine fluide. ....	51
<b>Figure 3.4.</b> Construction initiale de la surface libre. ....	53

<b>Figure 3.5.</b> Exemple de la progression de la méthode PIDS.....	54
<b>Figure 3.6.</b> Maillage typique de la surface libre.....	56
<b>Figure 3.7.</b> Maillage global typique. ....	56
<b>Figure 3.8.</b> Conditions aux limites pour le domaine de l'élastomère. ....	59
<b>Figure 3.9.</b> Exemple d'une interface déformée. ....	61
<b>Figure 3.10.</b> Exemple d'incrément successifs. ....	62
<b>Figure 4.1.</b> Schematic of a MSP.....	69
<b>Figure 4.2.</b> Extensional flow in forward roll coating application nip. ....	72
<b>Figure 4.3.</b> Extensional viscosity data for typical coating colors.....	75
<b>Figure 4.4.</b> Rheological data for the coating color C62L8.....	75
<b>Figure 4.5.</b> Overview of the comp. domains and of typical finite element meshes. ....	78
<b>Figure 4.6.</b> Pressure profiles for coating color C62L8 with C and C-G models.....	83
<b>Figure 4.7.</b> Pressure profiles for a roll speed of 500 m/min.....	85
<b>Figure 4.8.</b> Pressure profiles for a roll speed of 800 m/min.....	85
<b>Figure 4.9.</b> Pressure profiles for a roll speed of 1100 m/min.....	86
<b>Figure 4.10.</b> Pressure profile for the coating color C52L8.....	88
<b>Figure 4.11.</b> Numerical pressure profile for different solid contents. ....	88
<b>Figure 4.12.</b> Effective strain rate and numerical pressure profile for C52L8. ....	89
<b>Figure 4.13.</b> Pressure profiles for the coating color C62L12. ....	90
<b>Figure 4.14.</b> Numerical pressure profiles for different latex contents.....	91
<b>Figure 4.15.</b> Newtonian and infinite deformation rate viscosity.....	93
<b>Figure 4.16.</b> Newtonian and non Newtonian pressure profiles. ....	94
<b>Figure 4.17.</b> Influence of the capillary number on the numerical film thickness.....	95
<b>Figure 4.18.</b> Influence of the elasticity number on the numerical film thickness. ....	96

## Liste des tableaux

<b>Tableau 3.1.</b> Conditions aux limites pour le domaine fluide. ....	52
<b>Tableau 3.2.</b> Conditions aux limites pour le domaine de l'élastomère.....	60
<b>Table 4.1.</b> Model parameters. ....	76
<b>Table 4.2.</b> Boundary conditions.....	79
<b>Table 4.3.</b> Relative error for both rheological models.....	84
<b>Table 4.4.</b> Relative error for different roll speeds. ....	87
<b>Table 4.5.</b> Numerical film thickness.....	96

## Nomenclature

Symboles	Descriptions	Unités
C	Pourcentage massique de pigments	%
Ca	Nombre capillaire	-
D	Matrice d'élasticité	-
De	Nombre de Deborah	-
dt/ds	Courbure	-
e	Épaisseur de couche	m
E	Module d'Young	Pa
Es	Nombre élastique	-
F	Force	N
F <sub>RES</sub>	Force résiduelle	N
H <sub>0</sub>	Moitié de l'espacement entre les rouleaux	m
H <sub>1</sub>	Épaisseur du fluide, rouleau supérieur	m
H <sub>2</sub>	Épaisseur du fluide, rouleau inférieur	m
k <sub>1</sub>	Paramètre de Gillespie	-
k <sub>2</sub>	Paramètre de Gillespie	-
L	Pourcentage massique de latex	%
n	Indice de loi de puissance	-
<b>n</b>	Direction normale	-
P	Pression	Pa

$P_a$	Pression ambiante	Pa
R	Rayon, élastomère	m
$R_1$	Rayon, rouleau supérieur	m
$R_2$	Rayon, rouleau inférieur	m
t	temps	s
$t_{flow}$	Temps caractéristique de l'écoulement	s
u	Vitesse du fluide	m/s
$u_s$	Déplacement de l'élastomère	m
U	Vitesse moyenne des rouleaux	m/s
$U_1$	Vitesse de rotation, rouleau supérieur	m/s
$U_2$	Vitesse de rotation, rouleau inférieur	m/s
$U_n$	Vitesse normale	m/s
v	Vitesse du fluide	m/s
$v_s$	Déplacement de l'élastomère	m
wt.%	Pourcentage massique	%

### SYMBOLES GRECS

Symboles	Descriptions	Unités
$\alpha$	« pseudo » pas de temps, fluide	s
$\gamma$	Cisaillement	-
$\dot{\gamma}$	Taux de cisaillement	$s^{-1}$

$\bar{\dot{\gamma}}$	Taux de déformation effective	$\text{s}^{-1}$
$\varepsilon$	Déformation	-
$\dot{\varepsilon}$	Taux de déformation	$\text{s}^{-1}$
$\eta$	Viscosité non newtonienne	$\text{Pa}^*\text{s}$
$\eta_0$	Viscosité de plateau	$\text{Pa}^*\text{s}$
$\eta_E$	Viscosité élongationnelle non newtonienne	$\text{Pa}^*\text{s}$
$\eta_s$	Viscosité de cisaillement non newtonienne	$\text{Pa}^*\text{s}$
$\eta_\infty$	Viscosité limite	$\text{Pa}^*\text{s}$
$\lambda$	Temps de relaxation	S
$\mu$	Viscosité newtonienne	$\text{Pa}^*\text{s}$
$\rho$	Masse volumique	$\text{Kg/m}^3$
$\sigma$	Contrainte, solide et tension de surface fluide	Pa et N/m
$\tau$	Contrainte, fluide	Pa
$\omega$	« pseudo » pas de temps, solide	s

## Chapitre 1 Introduction

### ***1.1 Problématique du procédé de couchage du papier***

Le procédé de couchage a pour but premier d'améliorer les propriétés physiques et mécaniques du papier et d'augmenter la qualité d'impression. Il est ainsi possible d'obtenir des papiers et des cartons de haute qualité ou si on préfère, à valeur ajoutée. Plus précisément, le couchage consiste à appliquer une suspension aqueuse (la sauce de couchage) sur un des cotés du papier (ou les deux) et de laisser sécher par la suite. On parvient donc à remplir les cavités naturelles de la feuille dont l'épaisseur et l'uniformité varieront en fonction des différentes techniques utilisées.

Comparativement à un papier non couché, le procédé de couchage modifie les propriétés de la feuille de plusieurs manières. Par exemple, l'absorption d'encre lors de l'impression est réduite. Pour ce qui est du lustre, de la blancheur et de l'opacité, ils sont augmentés. Par contre, la résistance mécanique et la rigidité sont réduites si on compare les deux types de papier sur une même base massique (Lehtinen, 2000). La sévérité de ces changements dépendra de la nature et de la quantité des diverses composantes de la sauce de couchage et des méthodes d'application et de finissage utilisées par la suite.

Pour ce qui est de la sauce de couchage, sa composition variera en fonction du but recherché et des connaissances passées de l'entreprise. Typiquement, la sauce est une solution aqueuse de pigments minéraux (80-95 wt.% sur base sèche) et de divers additifs. Les deux principaux pigments utilisés sont le kaolin et le carbonate de calcium. Leur taille ainsi que leur forme peuvent varier considérablement d'une formulation à une autre. On ajoute aussi des additifs qui remplissent chacun une fonction spécifique. Les plus communs sont les agents liants qui permettent de souder les pigments à la feuille de papier (5-20 wt.% sur base sèche). On utilise principalement le latex, l'amidon et le CMC pour remplir ce rôle. On ajoute aussi la plupart du temps un agent épaississant qui augmente la rétention d'eau (1-5 wt.% sur base sèche). Ces agents peuvent être aussi bien synthétiques que naturels. Finalement, il est possible d'incorporer une multitude d'autres additifs comme des agents dispersants, des modificateurs de pH ou des agents brillants pour ne nommer que ceux-là. Évidemment, toutes les composantes et tous les additifs modifient la rhéologie de la sauce de couchage.

Au niveau du procédé en tant que tel, il est divisé en trois étapes si on exclut les étapes ultimes de séchage et de finissage. Une de ces étapes est l'application de la sauce de couchage sur la feuille de papier. Il existe de nombreuses méthodes pour réaliser cette tâche. Par exemple, il y a le couchage par immersion (dip coating), le couchage par fente (slot coating), le couchage par lame (blade coating), le couchage par glissement (slide coating), le couchage par rideaux (curtain coating) et finalement le couchage à

l'aide de rouleaux (roll coating). Une description plus détaillée de ces différentes méthodes peut être trouvée dans la littérature (Young, 1997; Smook, 1997; Mmbaga et al., 2005). La deuxième étape est celle du dosage (metering) qui sert à limiter la quantité de sauce qui se retrouvera ultimement sur la feuille. Cette opération peut aussi bien survenir avant, durant ou après l'étape d'application. Finalement, on doit passer au séchage où une grande partie de l'eau contenue dans la sauce est évaporée. Lorsque la feuille est sèche, la dernière étape est habituellement le calandrage.

Au niveau industriel, on cherche constamment à améliorer la qualité du produit fini, dans ce cas-ci le papier couché, tout en maintenant un niveau d'opération le plus stable possible. Comme mentionné plus haut, on dispose d'une multitude de méthodes d'application ainsi qu'un choix de compositions de sauce presqu'infini. Toutes ces variables auront un impact sur la vitesse de production et sur la qualité du produit. Ce mémoire de maîtrise s'intéresse donc à approfondir une partie des connaissances actuelles des mécanismes entrant en jeu durant le procédé de couchage du papier.

## **1.2 Objectifs généraux**

Depuis les quinze dernières années, le couchage par rouleaux a gagné en popularité, de par sa facilité d'opération à vitesse élevée et de par son faible coût d'acquisition (Eklund, 1989). Cette méthode a été étudiée aussi bien expérimentalement qu'analytiquement. Ainsi, on cherche à prédire l'épaisseur du film à la sortie, la

position et la forme de la surface lorsqu'il y a séparation du liquide et formation d'un ménisque, le profil de pression dans l'entrefer, l'importance des forces visqueuses et capillaires, la présence ou non de zones de recirculation, l'importance des contraintes appliquées sur la feuille et les causes possibles d'instabilités générées durant le procédé. On cite habituellement la vitesse d'opération, le pourcentage en matières solides, la capacité de rétention d'eau et la rhéologie de la sauce de couchage, comme facteurs ayant le plus d'influence sur les caractéristiques mentionnées plus haut (MacPhee, 1997a, 1997b; Gron et al., 1998; Roper et al., 1998, 1999; Triantafillopoulos et Smith, 1998; Owens et al., 2002; Page et al., 2002). Cependant, la compréhension de l'influence de chacun de ces facteurs sur l'ensemble du procédé demeure limitée et incomplète.

L'objectif de ce projet de recherche consiste à utiliser un outil efficace et robuste, c'est-à-dire la simulation numérique par éléments finis, pour obtenir une meilleure compréhension de l'écoulement dans un procédé de couchage par rouleaux. Cette façon de faire a l'avantage d'être rapide et peu couteuse comparativement à une méthode expérimentale. La disponibilité récente dans la littérature de résultats expérimentaux (Carvalho, 1996; Cohu et Magnin, 1997; Réglat et Tanguy, 1997; Young, 1997; Ascanio et al., 2004; Ascanio et al., 2006), permet maintenant de mieux juger de la validité des solutions numériques. De plus, on désire étudier l'impact de certains paramètres physiques et opérationnels importants, comme par exemple la vitesse de rotation des rouleaux et certaines propriétés rhéologiques de la sauce de couchage.

Globalement, on souhaite qu'une meilleure compréhension de l'écoulement entre les rouleaux permette d'améliorer la qualité du produit final et de réduire certains phénomènes indésirables survenant durant la fabrication.

## Chapitre 2 Revue bibliographique

### ***2.1 Procédé industriel de couchage***

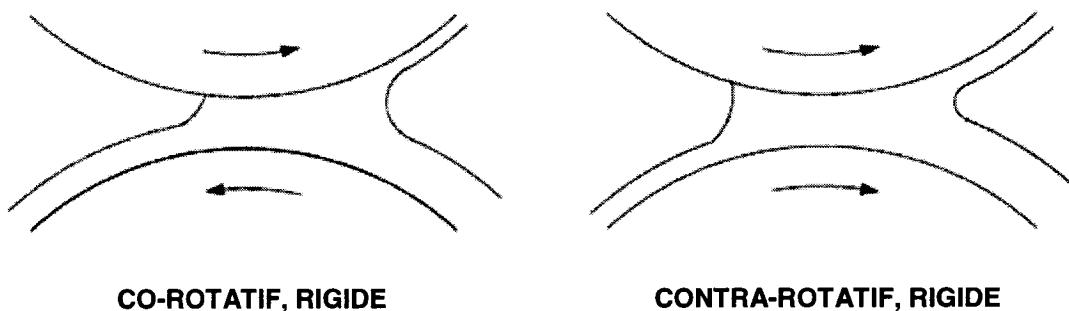
Au niveau industriel, il existe une multitude de techniques et d'équipements utilisés pour coucher un substrat. La classification est généralement effectuée en fonction de la méthode qu'on utilise pour alimenter, distribuer, doser et appliquer la sauce de couchage. On désigne habituellement le couchage par film (film coating) comme étant l'application continue d'une mince pellicule de liquide sur un substrat en mouvement. Le substrat peut être de nature très diverse : métallique, plastique ou fibreux. Quelques exemples d'applications de ce procédé est la fabrication de ruban adhésif, de média d'enregistrement magnétique, de papier haute qualité ou de pellicule photographique. Ce travail mettra l'accent sur une catégorie en particulier du couchage par film, le couchage du papier par rouleaux de transfert. Plus particulièrement, on désire mettre l'emphasis sur une technologie utilisée pour réaliser le couchage par film. Il s'agit de la coucheuse à rouleaux avec système de dosage (Metering Size Press ou MSP), qui est décrite, avec ses avantages, dans la section 2.1.2.

#### **2.1.1 Couchage par rouleaux de transfert**

Lorsque l'étape de dosage et/ou d'application est réalisée à l'aide de rouleaux, on parle alors de couchage par rouleaux de transfert (roll coating). On privilégie généralement cette méthode pour sa facilité d'utilisation à vitesse élevée, son faible coût d'acquisition et d'opération et sa versatilité au niveau des substrats qu'elle peut

accepter. Cette méthode permet d'obtenir une gamme élevée d'épaisseurs de couche pour une grande variété de sauces de couchage.

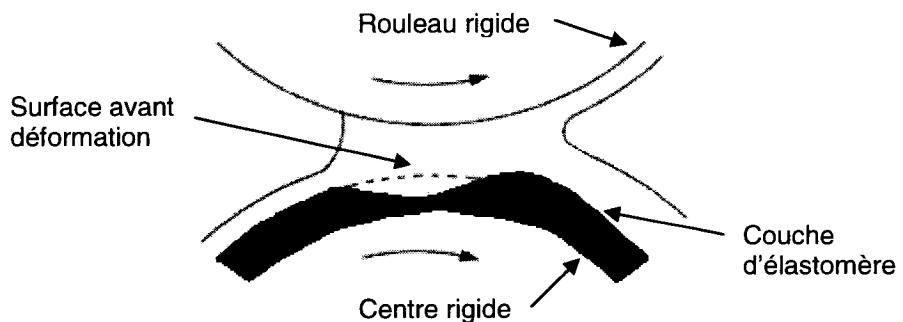
On classe habituellement un ensemble de deux rouleaux par la direction de leur rotation dans l'entrefer tel qu'illustré sur la figure 2.1. Lorsque ceux-ci tournent dans la même direction, il s'agit d'une configuration « co-rotative » (reverse). La deuxième possibilité est de faire tourner les rouleaux dans le sens opposé, c'est-à-dire en mode « contra-rotatif » (forward). Il est possible d'utiliser l'une ou l'autre de ces configurations pour l'étape d'application ou de dosage. De plus, lorsque chacun des deux rouleaux est fabriqué d'un matériau dur, généralement de l'acier recouvert de chrome, on parle de conditions rigides; c'est-à-dire de rouleaux rigides qui forment un entrefer rigide.



**Figure 2.1.** Configurations d'opérations des rouleaux.

L'hydrodynamique dans un entrefer rigide a été étudiée intensivement au cours des trente dernières années, aussi bien en mode co-rotatif que contra-rotatif. Parmi les

études les plus importants, on cite celles de: (Greener et Middleman, 1979; Savage, 1984; Coyle et al., 1986,1990; Benjamin, 1994; Degré, 1995; Carvalho et Scriven, 1994; Carvalho, 1996; Réglat, 1997a; Gaskell et al., 1998; Alonso et al., 2001; Mmbaga et al., 2005). Ces études ont permis d'atteindre un bon niveau de compréhension des phénomènes physiques entrant en jeu dans des conditions rigides. Cependant, on utilise rarement de telles conditions dans la réalité. Habituellement, un des deux rouleaux est recouvert d'une couche de matériel déformable que l'on nomme élastomère. L'utilité principale de cette couche est d'empêcher deux rouleaux rigides d'entrer en contact lorsque l'entrefer devient très petit. De plus, avec un entrefer déformable, on parvient à obtenir des épaisseurs de couches plus petites que dans le cas rigide et l'intensité de certains défauts d'application est diminuée (Carvalho, 1996).

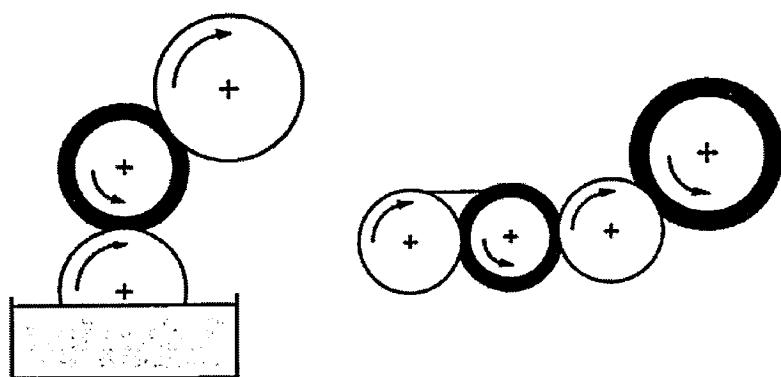


**Figure 2.2.** Entrefer ou pince d'application déformable.

L'étude des entrefers déformables est relativement récente (figure 2.2). Ceci est principalement du à la complexité que cela ajoute au problème. En effet, la déformation de la couche élastique vient modifier le domaine d'écoulement du fluide. Les nouvelles pressions et forces visqueuses du fluide viendront à leur tour perturber la déformation

de l'élastomère. Ainsi, l'écoulement du fluide et la déformation de la couche élastique sont couplés et on parle alors d'un problème « elastohydrodynamique ». Bien que certains travaux (Coyle, 1988; Carvalho, 1996, 2003; Young, 1997; Gostling et al., 2003; Ascanio et al., 2004; Mmbaga et al., 2006) aient apporté des éclaircissements, l'écoulement à travers un entrefer déformable est loin d'être totalement compris.

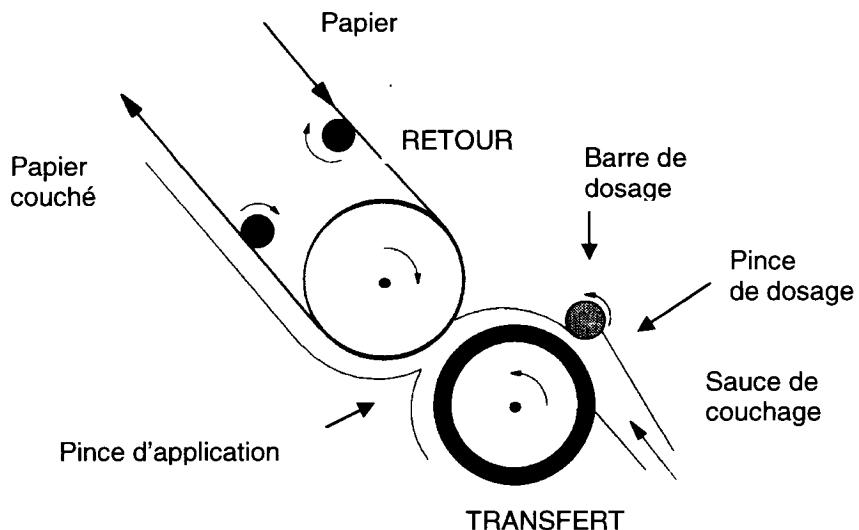
La plupart du temps, l'équipement qu'on utilise pour produire le papier couché contient plus d'une paire de rouleaux. Certains systèmes complexes peuvent comprendre plus d'une quinzaine de rouleaux reliés les uns aux autres. Quelques exemples sont illustrés sur la figure 2.3. Bien que ces systèmes paraissent complexes, il est important de débuter par une bonne compréhension des interactions entre une seule paire de rouleaux co-rotative ou contra-rotative. L'extrapolation à plusieurs paires de rouleaux l'une à la suite de l'autre a été réalisée par Benjamin (1994) à l'aide de bilans massiques. Il a été possible de relier l'épaisseur de couche au rayon et à la vitesse des rouleaux pour un système comprenant plusieurs sous-ensembles de paires de rouleaux.



**Figure 2.3.** Systèmes complexes de couchage (Carvalho, 1996).

### 2.1.2 Metering Size Press (MSP)

Lorsque l'on combine trois rouleaux pour former un entrefer de dosage qui précède l'entrefer d'application, on obtient une coucheuse à rouleaux avec système de dosage (Metering Size Press ou MSP). L'entrefer de dosage est compris entre le rouleau de transfert, habituellement recouvert d'un élastomère, et la barre de dosage cylindrique plus petite. Pour sa part, l'entrefer d'application est coincé entre le rouleau rigide de retour (backing roll) et le rouleau de transfert tel qu'illustre sur la figure 2.4.



**Figure 2.4.** Schéma d'une MSP.

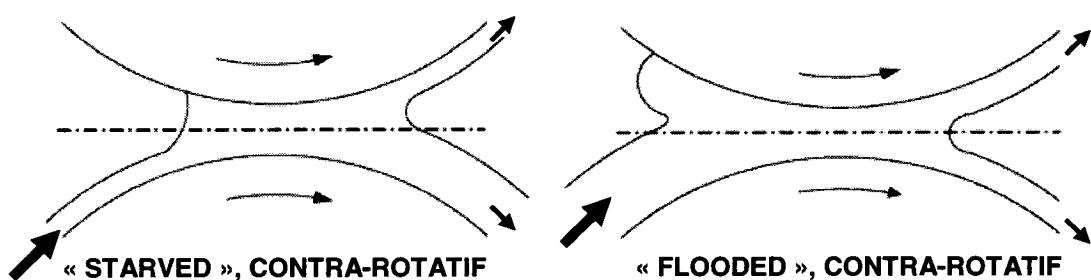
Cette technologie est devenue très populaire au Canada depuis une dizaine d'années. L'avantage principal au niveau industriel (figure 2.5) est de séparer la préformation de la couche de pigments de l'étape d'application. On minimise ainsi le plus possible les interactions entre le fluide et les fibres de papier avant l'étape finale.

De plus, la contrainte sur le papier durant l'application est plus faible comparativement à une méthode traditionnelle de couchage par lame (Hayes et al., 2000).



**Figure 2.5.** MSP industrielle.

Selon la quantité de liquide que laissera passer la barre de dosage, il est possible d'effectuer l'application sous deux types de régimes différents montrés sur la figure 2.6. Lorsque l'épaisseur de la couche de fluide qui arrive à l'entrefer d'application est plus petite que l'espacement entre les deux rouleaux, il s'agit d'un écoulement pauvre (starved). Lorsque cette épaisseur est plus grande que l'espacement, on obtient un régime inondé (flooded). Ce dernier est généralement obtenu lorsque l'espacement entre les rouleaux devient très petit.



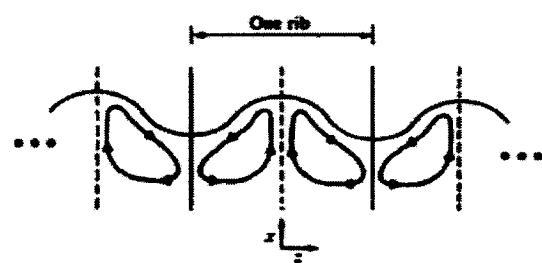
**Figure 2.6.** Régimes d'écoulement en configuration contre-rotative.

### 2.1.3 Défauts d'application

Comme dans plusieurs domaines industriels, on souhaite toujours fabriquer un produit de qualité au coût le plus faible possible. L'accroissement de la cadence de production est directement proportionnel à la vitesse de rotation des rouleaux qui dépasse la plupart du temps les 1000 m/min. Pour ce qui est des coûts, on désire réduire au maximum le temps et l'effort de séchage une fois la feuille couchée. La réduction du temps de séchage par une diminution de la quantité d'eau a pour conséquence d'augmenter le pourcentage de matière solide dans la sauce de couchage, ce qui modifie les propriétés rhéologiques. Ces deux facteurs combinés amènent généralement des problèmes au niveau de l'entrefer de dosage et d'application pour une MSP.

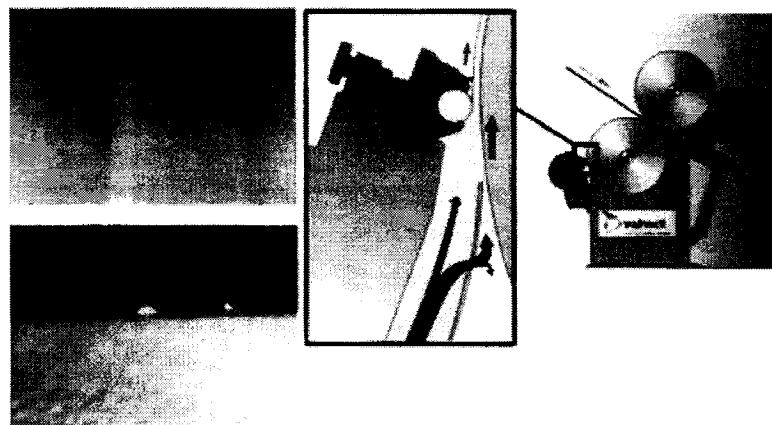
#### 2.1.3.1 Entrefer de dosage

Dans l'entrefer de dosage, on observe à l'occasion la formation de lignes régulièrement espacées sur la surface de couche, qu'on appelle « ondulation » (ribbing). Un exemple de ce phénomène est présenté sur la figure 2.7. Ceci réduit la qualité finale du produit et peut causer des instabilités hydrodynamiques pour une configuration contra-rotative (Coyle et al., 1990; Réglat, 1997a).



**Figure 2.7.** Exemple de "ribbing".

On observe aussi une projection de particules de liquide à la sortie de l'entrefer lorsque la vitesse de rotation devient très élevée. On parle alors de « projection » (spitting) tel qu'illustré sur la figure 2.8. Gron et Dahlvik (1996) ont observé une tendance à la hausse de ce phénomène lorsque le pourcentage de matière solide est élevé. La forme des pigments pourrait aussi jouer un rôle important.

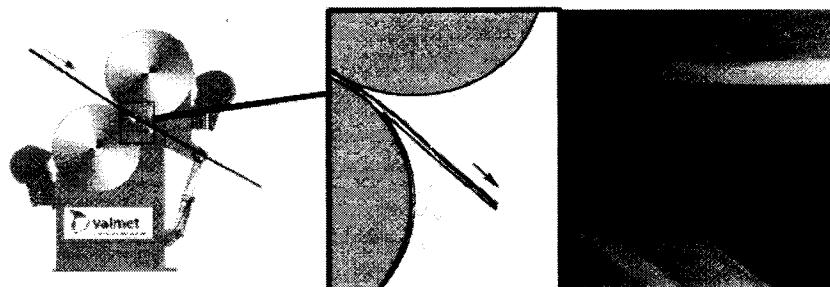


**Figure 2.8.** Illustration du phénomène de "spitting".

### 2.1.3.2 Entrefer d'application

Dans l'entrefer d'application, il peut y avoir l'apparition d'un motif semblable à celui de la peau d'une orange sur le produit fini (orange peel). Ceci serait du à une concentration élevée de matière solide durant la séparation en deux du film (Roper et al., 1998). De plus, lorsque la vitesse devient très grande, on peut observer la vaporisation de très fines particules au niveau du ménisque de sortie, phénomène que l'on nomme « brume » (misting) sur la figure 2.9. Comme on peut s'y attendre, la

« brume » augmente avec la vitesse de rotation des rouleaux et diminue lorsque la viscosité s'accroît (Roper et al., 1998; Ascanio et al., 2005, 2006).



**Figure 2.9.** Illustration du phénomène de "misting".

Tous ces phénomènes affectent la qualité finale du produit et augmente les coûts d'opération et d'entretien de l'équipement. Or, la compréhension de tous ces phénomènes est encore incomplète.

## **2.2 Rhéologie des sauces de couchage**

On définit la rhéologie comme étant la science de la déformation et de l'écoulement, c'est-à-dire comment un fluide ou un solide réagit lorsqu'il est soumis à une contrainte. Pour un liquide, sa composition en divers ingrédients influencera son comportement rhéologique. Certains de ces ingrédients ont peu d'effet alors que d'autres, même en quantité minime, peuvent modifier de manière importante ses propriétés.

## 2.2.1 Composants importants de la sauce de couchage

Lorsque la sauce de couchage utilisée contient des pigments, on parle alors de « couchage de pigments» (pigment coating). Dans cette situation, les deux composants les plus importants sont les pigments eux-mêmes et le liant qui sert à souder ces derniers ensembles ainsi qu'à la feuille de papier. Plusieurs types de pigments sont disponibles au niveau industriel et les principaux sont le kaolin, le GCC (ground calcium carbonates), l'oxyde de titane et le talc. Le kaolin est abondamment utilisé en Amérique du nord. Quelques études expérimentales récentes, entre autre celle de Ascanio et al. (2006), utilisent du kaolin comme sauce de couchage et c'est pourquoi ses propriétés seront décrites dans les lignes qui suivent. Il est possible de se référer à (Lehtinen, 2000; Smook, 1997) pour plus d'informations sur les autres catégories de pigments.

### 2.2.1.1 Kaolin

Le Kaolin est un pigment minéral abondamment disponible, qui provient généralement du sud des États-Unis, de l'Angleterre et du Brésil. Il forme des particules plates de forme hexagonale mesurant entre 0,3 et 5 microns de diamètre. Il possède une masse volumique à l'état solide de  $2,58 \text{ kg/dm}^3$ , un indice de réfraction de 1,56 et une brillance entre 80 et 90 ISO. On l'utilise généralement pour obtenir un degré de lustre élevé et une épaisseur de couche compacte. Afin d'obtenir de meilleurs résultats, le Kaolin doit d'abord être dispersé dans l'eau et mélangé de manière efficace pour éliminer au maximum la présence d'agrégats de particules. Pour des solutions très

concentrées, l'utilisation d'un agent dispersant est nécessaire. Pour mieux comprendre le rôle des pigments, on cite souvent que les propriétés rhéologiques des sauces de couchage sont une réflexion directe de la rhéologie des pigments, (Lehtinen, 2000). Évidemment, la présence d'additifs viendra modifier ces propriétés, en particulier s'il y a création d'interactions chimiques entre les composants. Il s'agit d'un sujet très complexe mais il est possible de faire quelques généralisations. Ainsi, pour des taux de cisaillements et d'extensions faibles, la viscosité augmente généralement en même temps que la surface spécifique des particules. Pour des taux de déformation élevés, la viscosité sera fonction de la forme et de la façon dont les particules s'entassent (packing). Finalement, des particules très plates auront tendance à retarder l'apparition du phénomène de rhéo-épaississement qui survient lorsque la concentration en matière solide est grande et lorsque les taux de déformations sont élevés.

### **2.2.1.2 Latex**

Le deuxième composant le plus important dans les sauces de couchage est l'agent liant. Son rôle est de souder les pigments entre eux et à la feuille de papier, en plus d'améliorer certaines propriétés de surface de la feuille. On classe les liants selon qu'ils soient synthétiques ou naturels, et solubles ou non dans l'eau. Parmi les plus utilisés, on retrouve les styrènes (butadiène ou acrylate), les dérivés de cellulose (CMC) et les polyvinyles (d'alcool ou d'acétate). Les plus abondants sont dans la catégorie des latex, et nous les décrirons brièvement.

Les latex sont des dispersions colloïdales de particules polymériques mesurant entre 50 et 300 nm. Ils sont fabriqués synthétiquement par une réaction de polymérisation en émulsion. Leur composition, leurs groupes fonctionnels, leur structure moléculaire, la taille de leurs particules ainsi que leur température de transition vitreuse peuvent varier considérablement de l'un à l'autre. L'ajout de latex à une fraction de solide constante, augmente l'entassement maximal (max packing), ce qui a pour effet de diminuer la viscosité (Yziquiel, 1999). On observe généralement de meilleures performances au niveau du couchage lorsqu'on augmente la stabilité colloïdale du latex, lorsqu'on réduit la taille de l'ensemble des particules, lorsqu'on augmente la proportion de petites particules, lorsqu'on augmente le pH et lorsqu'on augmente la carboxylation (Roper, 1993; Attal et al., 2000)

### **2.2.2 Déformation en cisaillement**

L'écoulement d'un fluide en cisaillement est la situation que l'on retrouve le plus souvent dans les procédés industriels (figure 2.10). Au niveau du couchage du papier, une configuration co-rotative produira des taux de cisaillement pouvant dépasser  $10^6 \text{ s}^{-1}$ . On illustre généralement le phénomène de cisaillement simple à l'aide de deux plaques parallèles séparées par un fluide.

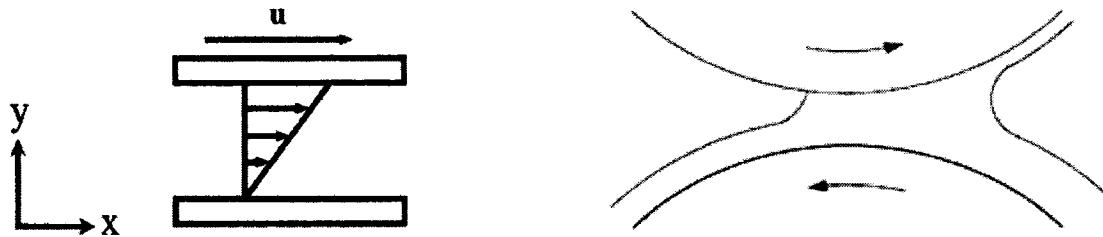


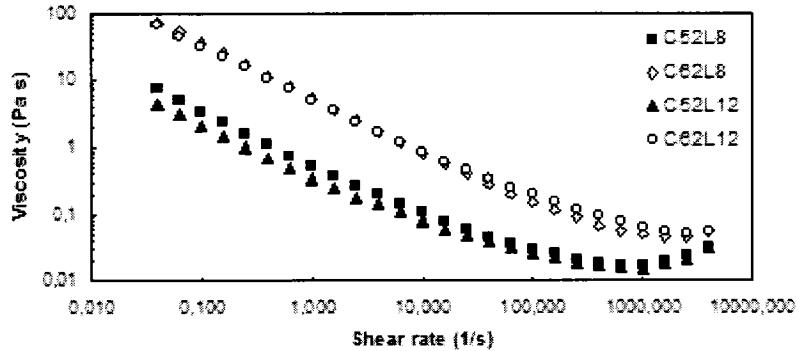
Figure 2.10. Écoulement en cisaillement.

Sur la gauche de la figure 2.10, la plaque inférieure est immobile alors que celle du dessus se déplace à une vitesse constante  $u$ . Le gradient de vitesse généré par la plaque  $\partial u / \partial y$  est défini comme étant le taux de cisaillement  $\dot{\gamma}$ . La contrainte nécessaire pour cisailier le fluide  $\tau_{yx}$  dépendra de la résistance interne du fluide à se mettre en mouvement. Dans ce cas-ci, cette résistance à l'écoulement est définie comme étant la viscosité de cisaillement (shear viscosity :  $\eta_s$ ) :

$$\eta_s = \frac{\tau}{\dot{\gamma}}. \quad (2.1)$$

Pour un fluide newtonien, la viscosité est indépendante du taux de cisaillement. Pour un fluide non newtonien, la viscosité est une fonction parfois très complexe du taux de cisaillement. Les sauces de couchage sont des suspensions de particules concentrées et donc non newtoniennes. Typiquement, on modélise la viscosité de cisaillement des sauces de couchage par un comportement initialement rhéo-fluidifiant suivi d'un plateau newtonien. La figure 2.11 illustre des mesures de viscosité réalisées à l'aide d'un rhéomètre à contrainte imposée (stress rheometer), pour des sauces de

couchage contenant un pourcentage massique de matière solide en kaolin (C) de 52% et 62%, et de latex styrène-butadiène (L) de 8% et 12%, (Ascanio et al., 2006).

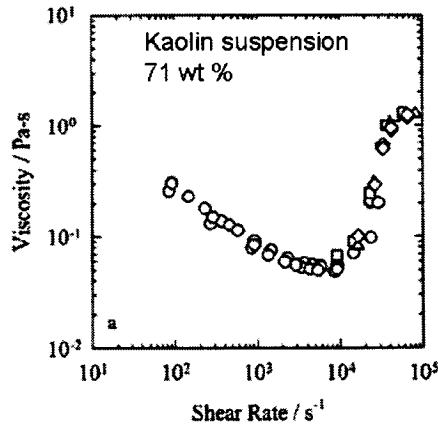


**Figure 2.11.** Courbes typiques de viscosité en cisaillement.

Ce comportement peut être représenté par un modèle loi-de-puissance dans la phase initiale suivi d'une valeur limite newtonienne par la suite (modèle de Ellis), tel que proposé récemment par Yzique, (1999). Pour les sauces de couchage, l'indice de la loi-de-puissance  $n$  diminue lorsque la concentration en matière solide augmente (Frith et al., 1987). Le modèle d'Ellis (1927) en terme de viscosité est défini comme suit:

$$\eta_s = m|\dot{\gamma}|^{n-1} + \eta_\infty. \quad (2.2)$$

Il est difficile d'obtenir des valeurs adéquates de la viscosité pour des taux de cisaillement dépassant les  $10^4 \text{ s}^{-1}$ . O'Brien et Mackay (2002) ont utilisé un rhéomètre capillaire et a montré un début de comportement rhéo-épaississant pour des taux de cisaillement dépassant  $10^4 \text{ s}^{-1}$  et (figure 2.12).



**Figure 2.12.** Courbe de viscosité pour des taux de cisaillements élevés (O'Brien et Mackay, 2002).

Un modèle à cinq paramètres qui concorde bien avec les résultats expérimentaux a été proposé :

$$\sigma = K\dot{\gamma}^n + G \frac{(\lambda\dot{\gamma})^{p+1}}{1 + (\lambda\dot{\gamma})^p}. \quad (2.3)$$

Ce modèle s'inspire directement de la modélisation de la partie rhéo-épaisissante faite par Gillespie (1966), c'est-à-dire le second terme du membre de droite dans l'équation 2.4, et d'une section initiale de type loi de puissance (le premier terme):

$$\eta_s = m|\dot{\gamma}|^{n-1} + \frac{k_1}{(1 + k_2\dot{\gamma})}. \quad (2.4)$$

De plus, on peut noter que l'ajout d'une viscosité initiale constante dans l'équation (2.2) mène au modèle de Carreau ou Cross, servant à décrire le comportement rhéologique des polymères fondus. L'avantage d'inclure une viscosité

constante pour de faibles taux de déformation  $\eta_0$  est de faciliter la convergence d'une méthode numérique de calcul. Le modèle de Carreau (1968) est le suivant:

$$\eta_s = \eta_\infty + (\eta_0 - \eta_\infty) \left( 1 + (\lambda \dot{\gamma})^2 \right)^{\frac{n-1}{2}}. \quad (2.5)$$

De plus, il faut garder en tête que les mesures de viscosité réalisées en laboratoire servent uniquement à titre indicatif. Ces mesures sont généralement de l'ordre de la seconde ou du dixième de seconde, comparativement au millième ou au dix millième de seconde durant l'application de couchage. De plus, même si le taux de cisaillement est très élevé au niveau de l'entrefer, le cisaillement quant à lui est faible car il est la multiplication du taux de cisaillement par le temps caractéristique du procédé.

### 2.2.3 Déformation en extension

L'écoulement en extension est celui qui décrit le mieux l'entrefer pour une configuration contra-rotative (figure 2.13). Puisque la déformation est principalement dirigée dans une direction, on parlera alors d'écoulement extensionnel (ou elongationnel) uniaxial. On illustre ce phénomène par un cylindre qu'on étire dans la direction  $z$ .

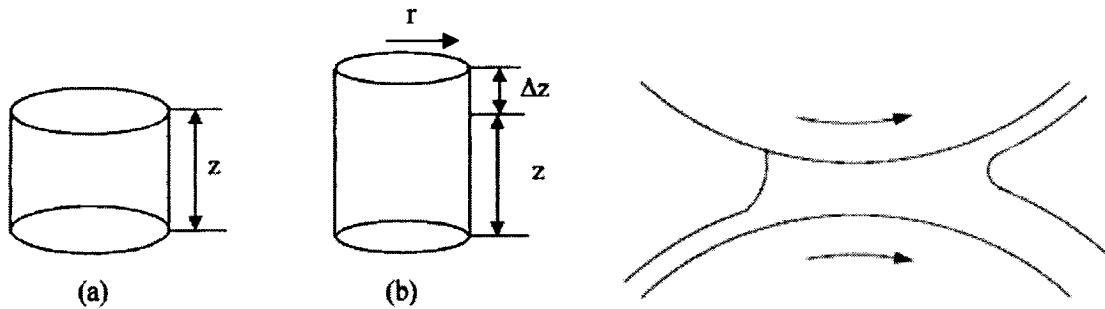


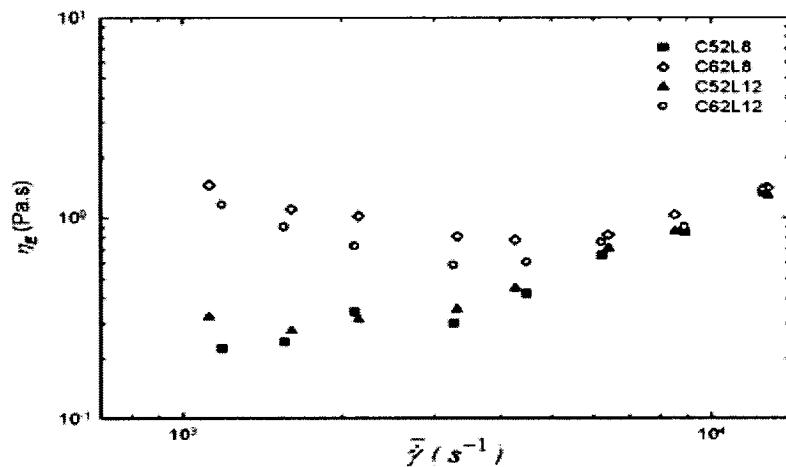
Figure 2.13. Écoulement en extension.

La déformation  $\varepsilon$  est définie comme étant le rapport  $\Delta z / z$ . On obtient ensuite le taux de déformation  $\dot{\varepsilon}$  en divisant cette dernière relation par un intervalle de temps  $\Delta t$ . Comme dans le cas du cisaillement, la résistance d'un fluide à un mouvement de déformation est la viscosité. Puisqu'il s'agit d'une déformation en extension, on parlera de la viscosité extensionnelle ou élongationnelle  $\eta_E$ . Une fois de plus, il s'agit du rapport entre une contrainte et un taux de déformation. La contrainte totale sera la différence entre la contrainte en « $z$ »  $\tau_{zz}$  et celle en « $r$ »  $\tau_{rr}$ . On définit donc la viscosité extensionnelle  $\eta_E$  de la manière suivante :

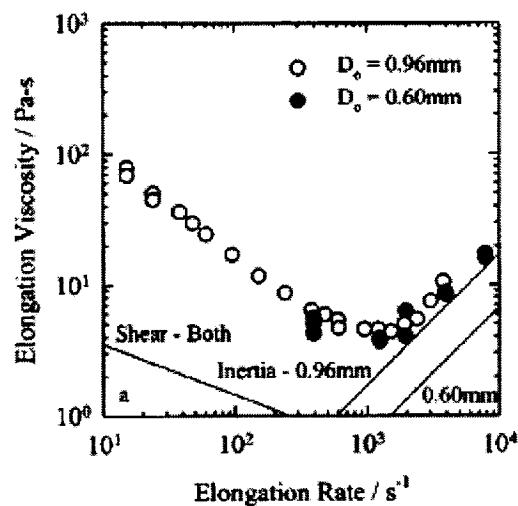
$$\eta_E = \frac{\tau_{zz} - \tau_{rr}}{\dot{\varepsilon}}. \quad (2.6)$$

La viscosité extensionnelle est difficile à quantifier pour des taux de déformation élevés. Sur la figure 2.14, Ascanio et al. (2005) ont utilisé un rhéomètre à orifice sur des sauces de couchage pour des taux de déformation allant jusqu'à  $10^4 \text{ s}^{-1}$ . Il s'agit des mêmes sauces de couchage que dans la section précédente. Bien qu'une tendance soit plus difficile à déceler, on constate la présence d'une partie initiale rhéo-fluidifiante, suivie d'un accroissement de la viscosité de type rhéo-épaississant.

O'Brien et Mackay (2002) ont utilisé une technique analogue et ils ont observé les mêmes tendances (figure 2.15).



**Figure 2.14.** Courbes de viscosité extensionnelle (Ascanio et al., 2005).



**Figure 2.15.** Courbe de viscosité extensionnelle (O'Brien et Mackay, 2002).

Il existe très peu de modèles rhéologiques reliant la viscosité extensionnelle au taux de déformation. Au niveau des sauces de couchages, aucun modèle relativement

simple n'a été répertorié dans la littérature. Cependant, en superposant les données de cisaillement et d'extension d'Ascanio et al. (2005) et d'O'Brien et Mackay (2002), on observe que l'allure générale des courbes est très similaire. La transition vers le rhéo-épaississement se fait en moyenne à des valeurs de déformation d'un ordre de grandeur plus faible que dans le cas d'un écoulement en cisaillement. Dans tous les cas, la viscosité extensionnelle est supérieure à la viscosité de cisaillement. Puisque les tendances sont comparables, on peut envisager d'utiliser les modèles de cisaillement dans le cas extensionnel. On obtient donc respectivement, les modèles extensionnels d'Ellis et d'O'Brien :

$$\eta_E = m|\dot{\epsilon}|^{n-1} + \eta_\infty; \quad (2.7)$$

$$\sigma_{zz} - \sigma_{rr} = K\dot{\epsilon}^n + G \frac{(\lambda\dot{\epsilon})^{p+1}}{1 + (\lambda\dot{\epsilon})^p}. \quad (2.8)$$

Pour des fluides newtoniens, il a été démontré que les viscosités de cisaillement et d'extension sont proportionnelles, c'est-à-dire que le rapport  $\eta_E / \eta_S$  vaut 3. On nomme ce ratio le rapport de Trouton. Par contre, pour des sauces de couchage non newtoniennes, ce ratio semble varier de 5 à 100 (Dela Valle et al., 2000; Ascanio et al., 2005, Arzate et al., 2003).

## 2.2.4 Viscoélasticité

En plus d'être visqueux, les sauces de couchage, tout comme plusieurs solutions concentrées, possèdent un certain degré d'élasticité (Ghosh, 1998a, 1998b). On les qualifie donc de fluides viscoélastiques. L'élasticité représente la capacité d'emmagasiner de l'énergie durant la déformation, et de restituer ensuite cette énergie lors du retour à l'état initial. On mesure souvent l'élasticité à l'aide de la durée de restitution de cette énergie, c'est-à-dire le temps de relaxation  $\lambda$ . On associe normalement cette propriété aux solides bien que plusieurs fluides possèdent un caractère visqueux et élastique en même temps.

L'élasticité d'un fluide est principalement due à la présence de chaînes de molécules ayant un poids moléculaire élevé. On retrouve ces chaînes dans les agents liants et épaississants. La déformation de ces macromolécules donne lieu à la création de contraintes normales qu'on ne retrouve pas dans un fluide inélastique. En trois dimensions, on utilise la différence de ces contraintes normales pour caractériser l'élasticité. Ainsi, on a respectivement la première et la deuxième différence:

$$N_1 = \tau_{xx} - \tau_{yy}; \quad (2.9)$$

$$N_2 = \tau_{yy} - \tau_{zz}. \quad (2.10)$$

Pour des solutions polymériques,  $N_1$  est positif et  $N_2$  est négatif et généralement d'un ordre de grandeur inférieur (Bird et al., 1987). L'élasticité peut aussi être mesurée à l'aide d'un écoulement oscillant en cisaillement. Lorsque la plaque de la

figure 2.10 (section 2.2.2) se déplace de manière sinusoïdale, on obtient une déformation de la forme :

$$\gamma_{xy} = \gamma_0 \sin(\omega t), \quad (2.11)$$

où  $\gamma_0$  l'amplitude du mouvement,  $\omega$  la fréquence d'oscillation et  $t$  le temps. Pour un fluide purement élastique, la contrainte est fonction uniquement de la déformation, alors que pour un fluide visqueux, elle est fonction du taux de déformation. Ainsi, pour un fluide viscoélastique en écoulement oscillant, on obtient:

$$\tau_{yx} = G' \gamma_0 \sin(\omega t) + G'' \gamma_0 \cos(\omega t). \quad (2.12)$$

Le module élastique  $G'$  relie la contrainte à la déformation et augmente avec l'élasticité du fluide. Pour sa part, le module visqueux  $G''$  relie la contrainte au taux de déformation et est fonction de la résistance à l'écoulement.

On trouve quelques modèles simples permettant de relier la viscosité au comportement visqueux et solide de certains fluides sans toutefois tenir compte du passé rhéologique ou de la mémoire de ces fluides. Par exemple, il y a les modèles à seuil, c'est-à-dire où l'écoulement débute seulement à partir d'une certaine valeur de la contrainte  $\tau_0$ . Le modèle de Bingham en est un exemple. Le fluide se comporte comme un solide lorsque le taux de cisaillement s'approche de zéro et de manière newtonienne le reste du temps :

$$\tau = \tau_0 + \eta \dot{\gamma}. \quad (2.13)$$

Dans le même ordre d'idée, lorsque le fluide se comporte de façon non newtonienne pour des taux de cisaillement supérieurs à zéro, on obtient le modèle de Herschel-Bulkley :

$$\tau = \tau_0 + k\dot{\gamma}^n. \quad (2.14)$$

Lavoie et al. (1997) combinent ces deux types de comportement pour les appliquer aux sauces de couchage afin d'obtenir un comportement non newtonien qui possède un plateau à des taux de cisaillement élevés :

$$\tau = \tau_0 + \alpha_i \dot{\gamma}^p + \eta_\infty \dot{\gamma}. \quad (2.15)$$

Il existe des modèles constitutifs plus complexes permettant de décrire le comportement viscoélastique d'un fluide. Ces modèles ont principalement été développés et adaptés aux solutions polymériques. De par leur complexité, ils sont souvent moins stables numériquement. Parmi les plus utilisés, on retrouve d'abord le modèle de Maxwell, valide pour de faibles taux de déformation:

$$T + \lambda \check{T} = 2\eta_0 \dot{\gamma}, \quad (2.16)$$

où  $\check{T}$  est la dérivée « upper-convected » du tenseur des contraintes,  $\lambda$  est le temps de relaxation,  $\eta_0$  est la viscosité pour un taux de cisaillement nul et  $\dot{\gamma}$  est le tenseur des vitesses de cisaillement. Il existe aussi plusieurs modèles non linéaires de viscoélasticité. Il y a parmi eux le modèle Oldroyd-B (1951), où  $\lambda_2$  est le temps de retardement :

$$T + \lambda \check{T} = 2\eta_0 (\dot{\gamma} + \lambda_2 \check{\dot{\gamma}}). \quad (2.17)$$

Lorsqu'il y a présence d'élasticité et de rhéofluidifiance, on utilise plutôt le modèle de Giesekus (1982) :

$$T + \lambda \tilde{T} + \frac{\alpha \lambda}{\eta_0} T \cdot T = 2\eta_0 \dot{\gamma}, \quad (2.18)$$

où ( $\alpha$ ) est le facteur de mobilité adimensionnel. Il y a aussi toute la famille des équations FENE (Finitely Extensible Nonlinear Elastic), dont la version FENE-P (Bird et al., 2001) est de la forme suivante :

$$ZT + \lambda \tilde{T} - \lambda \left\{ T + \frac{\eta_0}{\lambda} I \right\} \frac{D \ln Z}{Dt} = 2\eta_0 \dot{\gamma}; \quad (2.19)$$

$$Z = 1 + \frac{3}{b} \left( 1 + \frac{\lambda}{3\eta_0} \operatorname{tr}(T) \right), \quad (2.20)$$

où  $b$  est un paramètre d'extensibilité des macromolécules et  $I$  est la matrice identité.

### 2.3 Simulation numérique du procédé

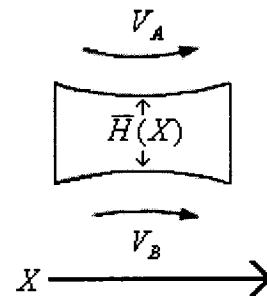
Comme mentionné précédemment, plusieurs chercheurs se sont intéressés à la simulation numérique du procédé de couchage depuis trois décennies. Au début des années quatre-vingt, la puissance des ordinateurs ne permettait pas de résoudre un système d'équations aussi complexe que les équations de Navier-Stokes jumelées aux équations pour modéliser la dynamique des surfaces libres. Des simplifications au problème devaient être apportées, ce qui a mené à la théorie de la lubrification. Cette théorie est d'ailleurs encore utilisée aujourd'hui dans certaines applications.

### 2.3.1 Théorie de la lubrification

Pour des écoulements presque rectilignes, un facteur d'échelle peut être utilisé afin de simplifier les équations complètes de Navier-Stokes. On obtient une équation différentielle ordinaire pour la pression, qui permet de décrire l'essentiel des caractéristiques de cet écoulement (Carvalho, 1996). Cette approximation basée sur la théorie de la lubrification, est valide pour plusieurs configurations d'entrefer. Pour une configuration contra-rotative, le profil de pression est obtenu en résolvant :

$$\frac{dP}{dX} = \frac{12\eta}{H(X)^3} [\bar{V}H(X) - Q], \quad (2.21)$$

où  $P$  est la pression,  $X$  est la distance horizontale dans l'entrefer,  $V$  est la vitesse moyenne des deux rouleaux  $\frac{1}{2}(V_A + V_B)$ ,  $\bar{H}(X)$  est le dégagement local (local clearance) entre les deux rouleaux et  $(Q)$  est le débit volumique par unité de longueur (figure 2.16).



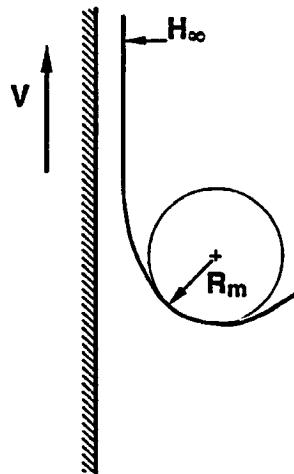
**Figure 2.16.** Approximation par la théorie de la lubrification.

Pour résoudre ce problème, il est nécessaire de posséder une condition limite à l'entrée et à la sortie de la pince. On suppose la plupart du temps que l'entrée est située loin du milieu de l'entrefer et donc que la pression est atmosphérique  $P(-\infty) = 0$ . À la sortie, la situation est plus complexe à cause des forces capillaires et de la courbure du ménisque, ce qui implique une pression négative.

Plusieurs conditions limites différentes ont été utilisées avec la théorie de la lubrification. Carvalho (1996) dresse une liste complète de ces conditions décrites dans la littérature. Pour sa part, il a utilisé une série de conditions dites de Landau-Levish pour la pression, le rayon de courbure  $R_m$  et la géométrie à la sortie :

$$H_A = 1,34Ca^{2/3} \left( \frac{2S}{S+1} \right)^{2/3} \quad \text{et} \quad H_B = 1,34Ca^{2/3} \left( \frac{2}{S+1} \right)^{2/3}, \quad (2.22)$$

où  $H_A$  et  $H_B$  sont les épaisseurs à la sortie du ménisque,  $Ca$  est le nombre capillaire et  $S$  est le ratio des vitesses  $V_A / V_B$ . Ces conditions ont été utilisées initialement pour résoudre le problème d'une plaque qui sort d'un réservoir ou plus communément d'une « piscine » tel qu'illustré sur la figure 2.17. Puisque dans un entrefer de couchage les forces visqueuses et capillaires sont dominantes de la même manière que dans le cas de la piscine, l'utilisation de ces conditions peut être envisagée.



**Figure 2.17.** Plaque sortant d'une piscine.

Ce système d'équations procure des solutions valables dans la partie centrale de l'entrefer, où l'écoulement est presque parfaitement rectiligne. Cependant, près du ménisque où l'écoulement est bidimensionnel, la théorie de la lubrification n'est plus en mesure de décrire adéquatement l'écoulement (Carvalho, 1996) Or, cette région est extrêmement importante et c'est pourquoi la résolution complète des équations de Navier-Stokes est préférable.

### 2.3.2 Équations de Navier-Stokes

Les écoulements dans un entrefer de couchage sont généralement supposés laminaires, en régime permanent et en deux dimensions. Ces écoulements sont décrits par les équations de conservation de la quantité de mouvement (2.24) et l'équation de continuité (2.25) :

$$\rho u \cdot \nabla u - \nabla \cdot \tau = \rho g; \quad (2.23)$$

$$\nabla \cdot u = 0, \quad (2.24)$$

où  $\rho$  est la masse volumique du fluide,  $u$  la vitesse,  $\tau$  le tenseur de contraintes et  $g$  la constante gravitationnelle. La pression  $p$  est reliée au tenseur de déformation  $\dot{\gamma}$  de la manière suivante :

$$\tau = -p\delta + 2\eta\dot{\gamma}, \quad (2.25)$$

où :

$$\dot{\gamma} = \frac{1}{2} [\nabla u + (\nabla u)^T]. \quad (2.26)$$

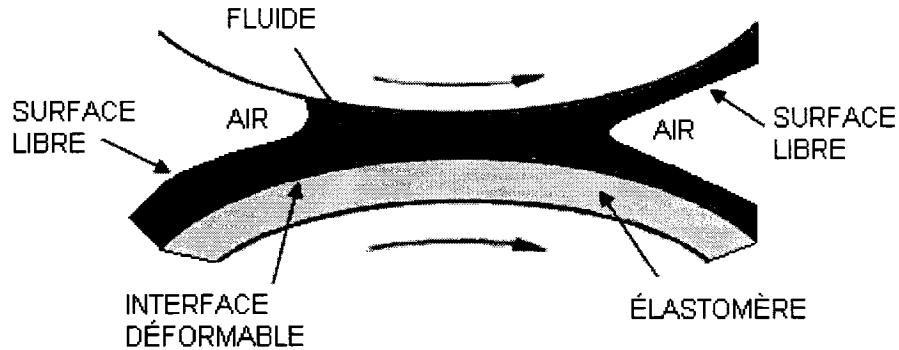
Pour des fluides non newtoniens, la viscosité  $\eta$  est remplacée par un modèle rhéologique adéquat.

On doit utiliser une méthode numérique telle que les différences finies, les volumes finis ou les éléments finis pour obtenir une approximation du résultat de ces équations. Avec ces méthodes, il est primordiale de bien choisir les conditions aux limites en fonction du problème à résoudre afin d'obtenir des solutions précises et réalistes.

### 2.3.3 Configuration contra-rotative déformable

Comme mentionné précédemment, l'entrefer d'application d'une MSP est formé par deux rouleaux tournant selon une configuration contra-rotative, où l'un des rouleaux peut se déformer. Ainsi, on doit résoudre des équations différentes dans des environnements différents, c'est-à-dire un problème d'écoulement au niveau du fluide

et un problème de structure au niveau de l'élastomère. De plus, c'est la pression appliquée par le fluide qui vient déformer la couche élastique présente sur un des rouleaux. Une fois déformée, la nouvelle géométrie de l'élastomère viendra à son tour perturber l'écoulement du fluide. Ceci aura pour effet de générer une nouvelle pression et ainsi de suite. Les deux problèmes sont donc couplés à l'interface liquide/solide tel qu'illustré sur la figure 2.18.

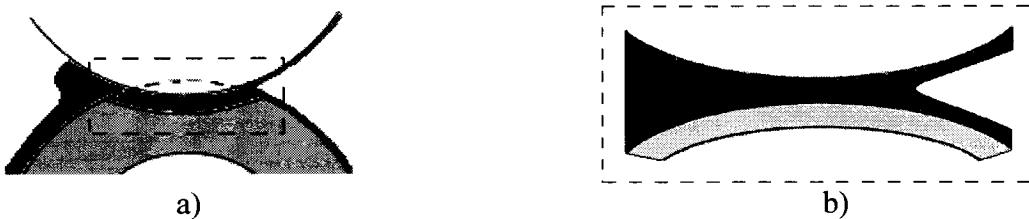


**Figure 2.18.** Parties fluide et solide en mode contra-rotatif.

### 2.3.3.1 Partie fluide

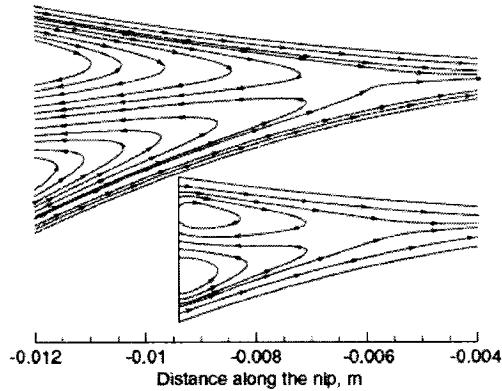
La résolution complète du problème de la partie fluide demeure encore aujourd'hui un défi. Le problème ne vient pas de la résolution des équations de Navier-Stokes en tant que tel. En effet, lorsque le domaine est « connu », la solution peut être obtenue en moins d'une minute avec n'importe quel logiciel de calcul numérique. Le problème vient plutôt de la présence des deux surfaces libres, une à l'entrée et une à la sortie de la pince de couchage (figure 2.18). On ne connaît donc pas la position et la

géométrie finale des deux interfaces air/fluide. On se sert souvent d'une des particularités des entrefers déformables pour simplifier le problème. En effet, puisqu'on utilise généralement des entrefers très petits (de l'ordre d'une centaine de microns), le régime d'écoulement est la plupart du temps « inondé ». Lorsque le rouleau inférieur est déformé de manière importante et que la distance qui sépare le centre des deux rouleaux est inférieure à la somme des rayons, on obtient même un entrefer « négatif », montré sur la figure 2.19 a).



**Figure 2.19.** a) Régime inondé avec un entrefer très petit,  
b) Condition d'entrée simplifiée.

On obtient donc une entrée verticale comme sur la figure 2.19 b). Mmbaga et al. (2005) ont comparé cette simplification avec la résolution complète de la surface libre à l'entrée. Il a démontré qu'en utilisant cette condition « synthétique » et une condition frontière de type libre, il est possible d'éliminer complètement la surface libre en amont. Il a aussi montré sur la figure 2.20 que la distance arbitrairement choisie pour l'entrefer avait peu d'impact sur le profil de vitesse. Cependant, il n'a pas évalué les conséquences sur le profil de pression.



**Figure 2.20.** Condition d'entrée "synthétique" (Mmbaga et al., 2005).

Le traitement de la surface libre qui comprend le ménisque peut être effectué de plusieurs manières. Une première approche consiste à imposer la position et la forme à l'aide de conditions limites particulières. On a utilisé les conditions frontières de Reynolds, de Landau et Levich (1942), de Hopkins (1957), de Deryagen et Levi (1959) et de ces nombreuses variantes (Savage, 1977; Fall et al., 1982, Coyle et al., 1986; Young, 1997; Gaskell et al., 1998). Bien que ces conditions sont intéressantes parce qu'elles simplifient de beaucoup le problème, elles ne sont valables qu'à l'intérieur de situations très particulières et pour des intervalles du nombre capillaire très précis. Elles se retrouvent donc moins utiles pour les cas souvent extrêmes que représentent les entrefers de couchage, c'est-à-dire où  $Ca$  est élevé.

La deuxième approche est de considérer les nœuds de la surface libre comme des inconnus additionnels au problème et d'utiliser le fait qu'à l'interface, les

contraintes dans la direction normale ainsi que la condition cinématique doivent s'équilibrer, c'est-à-dire :

$$\mathbf{n} \cdot \boldsymbol{\tau} = \frac{1}{Ca} \frac{dt}{ds} - \mathbf{n} P_a. \quad (2.27)$$

où  $dt/ds$  représente le degré de courbure de la surface et  $P_a$  est la pression atmosphérique. Avec cette méthode, la surface libre évolue vers sa position finale de manière itérative, tel que proposé initialement par Nickell et al. (1974). Malgré la simplicité de la méthode, son utilisation a été limitée par certains problèmes au niveau de la convergence des calculs. Mmbaga et al., (2005) ont montré que lorsque le nombre capillaire est élevé, la résolution du problème avec la condition de contrainte normale (équation 2.27) et le mouvement de la surface par la condition cinématique,

$$\mathbf{n} \cdot \mathbf{u} = 0, \quad (2.28)$$

assure une meilleure convergence. Lorsque le nombre capillaire est faible, l'inverse est préférable. Pour un mouvement de type « conditions cinématiques », les coordonnées de la surface libre  $X(x, y)$  sont déplacées à chaque itération de la manière suivante :

$$X^{i+1} = X^i + \alpha U_n, \quad (2.29)$$

où  $\alpha$  est un « pseudo » pas de temps et  $U_n$  est la vitesse normale. Pour un mouvement de type « contraintes normales » nous avons :

$$X^{i+1} = X^i + \omega F_{RES}, \quad (2.30)$$

où  $\omega$  est une constante de rigidité et  $F_{RES}$  dénote les forces résiduelles.

### 2.3.3.2 Partie élastomère

La méthode la plus simple pour simuler la déformation de l'élastomère est d'utiliser le modèle 1-D de Hooke (Coyle, 1988; Carvalho et Scriven, 1994, 1997), où la déformation se fait uniquement dans la direction normale à la surface initiale (direction radiale au rouleau). Le déplacement  $\Delta X$  est une fonction linéaire de la charge appliquée qui provient du fluide :

$$N_0 \cdot (\mathbf{n} \cdot \boldsymbol{\sigma}) = -k\Delta X \quad (2.31)$$

où  $\Delta X = N_0 \cdot (x - X_0)$ ,  $\boldsymbol{\sigma}$  est le tenseur des contraintes dans le cas de déformations linéaires,  $N_0$  est le vecteur unitaire dans la direction normale,  $k$  est la constante d'élasticité et l'indice « 0 » représente l'état initial non déformé.

La deuxième façon est d'utiliser les équations de déformation mécaniques dans un plan (plane strain deformation). On relie la contrainte  $\boldsymbol{\sigma}$  à la déformation  $\boldsymbol{\varepsilon}$  de la manière suivante :

$$\boldsymbol{\sigma} = D\boldsymbol{\varepsilon}, \quad (2.32)$$

où  $D$  est la matrice d'élasticité,  $E$  est le module de Young et  $\nu$  est le coefficient de Poisson:

$$D = \frac{E}{(1+v)(1-2v)} \begin{bmatrix} 1-v & v & v & 0 & 0 & 0 \\ v & 1-v & v & 0 & 0 & 0 \\ v & v & 1-v & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1-v}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1-v}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1-v}{2} \end{bmatrix}. \quad (2.33)$$

Pour résoudre ce problème, on combine l'équation 2.33 avec celle qui traduit l'équilibre des forces :

$$-\nabla \cdot \sigma = 0. \quad (2.34)$$

Ces deux méthodes ont été comparées par Carvalho et Scriven (1997). Bien que la méthode complète de déformation en deux dimensions soit beaucoup plus coûteuse au niveau des calculs, elle s'approche d'avantage des résultats expérimentaux.

Il est aussi possible d'utiliser les équations de Navier-Stokes pour résoudre de manière équivalente un problème d'élasticité en deux dimensions. Fourcade et al. (1999) décrivent la méthode où la vitesse est remplacée par le déplacement, la viscosité par le module d'élasticité et la pression par la contrainte. On définit le tenseur de déformation  $\varepsilon$  de la manière suivante :

$$\varepsilon = \frac{1}{2} [\text{grad } u + (\text{grad } u)^T], \quad (2.35)$$

avec :

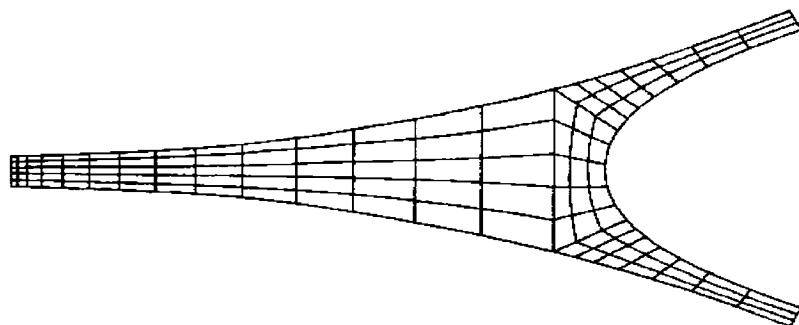
$$\sigma = 2G\varepsilon + q\delta, \quad (2.36)$$

où  $q$  est un multiplicateur de Lagrange utilisé pour garantir l'incompressibilité du milieu et  $G$  est le module de cisaillement qui peut être relié au module de Young  $E$  :

$$G = \frac{E}{3}. \quad (2.37)$$

### 2.3.4 Viscosité non newtonienne

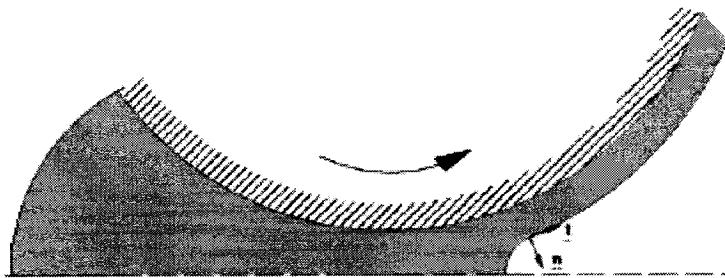
Comme mentionné précédemment, la plupart des simulations dans les pinces de couchage ont été effectués avec des liquides newtoniens. Coyle et al. (1987) ont utilisé un modèle de Carreau pour simuler un entrefer contra-rotatif rigide. Ils prétendent que lorsque le caractère rhéo-fluidifiant du liquide augmente (diminution de l'indice de loi de puissance  $n$ ), le ménisque se rapproche du centre de l'entrefer et le débit volumique augmente. Le maillage utilisé est présenté sur la figure ci-dessous. Comme on peut voir, la taille des mailles est très grande. Plusieurs études récentes ont montré l'importance cruciale d'un maillage très fin au niveau du ménisque pour bien capturer la forme et la position de ce dernier (Mmbaga et al., 2005). Un maillage non uniforme et raffiné aux endroits critiques est préférable.



**Figure 2.21.** Maillage utilisé dans les travaux de Coyle et al., (1987).

Alonso et al. (2001) ont utilisé la viscosité de procédé définie comme étant la viscosité d'un fluide newtonien qui atteindrait la pression maximale d'un fluide non newtonien sous les mêmes conditions d'écoulement. En combinant cette viscosité de procédé avec un modèle de Cross transitoire, l'écart entre les résultats numériques et expérimentaux est réduit. Il s'agit cependant d'un entrefer co-rotatif.

Récemment, Zevallos et al. (2005) ont étudié l'effet des propriétés viscoélastiques d'un fluide traversant un entrefer de couchage contra-rotatif rigide. Ils ont utilisé les modèles de Oldroyd-B et de FENE-P comme équations constitutives pour la sauce de couchage. Ils stipulent que pour un nombre capillaire fixe, l'écoulement devient instable au dessus d'une certaine valeur du nombre de Deborah, qui représente le ratio de l'importance des forces élastiques et visqueuses. La complexité des calculs oblige de simplifier beaucoup le problème. Ainsi, ils supposent que l'entrefer est symétrique bien que la plupart des études antérieures ont prouvé le contraire. Cette simplification a pour conséquence de réduire la portée des résultats obtenus.



**Figure 2.22.** Domaine considéré dans les travaux de Zevallos et al. (2005).

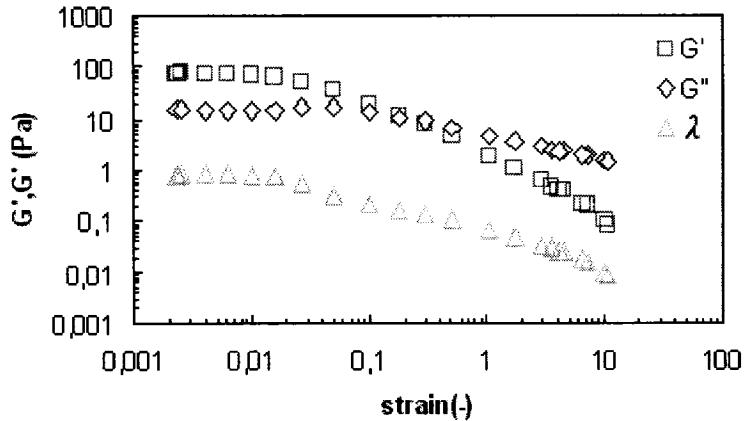
On définit le nombre de Deborah comme le rapport du temps de relaxation du fluide  $\lambda$  sur le temps caractéristique de l'écoulement  $t_{flow}$ , (Bird et al., 1987) :

$$De = \lambda / t_{flow}. \quad (2.38)$$

Le temps caractéristique de l'écoulement dans une pince de couchage est faible. Par exemple, pour un entrefer mesurant approximativement 10 mm et une vitesse de rouleaux de 1100 m/min, on obtient  $t_{flow} \sim 5E-04$  s. Pour ce qui est du temps de relaxation, il peut être mesuré (Carreau, 1997) à l'aide du module de « storage »  $G'$  et du module de perte  $G''$  :

$$\lambda = \frac{G'}{G'' \omega}, \quad (2.39)$$

où  $\omega$  est la fréquence d'oscillation durant la mesure. Ascanio et al. (2005) ont effectué des mesures sur des sautes de couchage typiques et il est possible d'observer sur la figure 2.23 que  $\lambda$  ne dépasse pas la valeur unitaire et diminue avec l'amplitude de déformation. Dans ces conditions, le nombre de Déborah sera élevé, ce qui laisse croire que les effets viscoélastique peuvent être importants. Cependant, Zevallos et al., (2005) a montré que la convergence numérique dans une pince de couchage est possible pour des valeurs de Déborah relativement faible ( $< 10$ ) et donc qui ne reflètent pas adéquatement des conditions réalistes d'opération.



**Figure 2.23.** Temps de relaxation d'une sauce typique de couchage mesurés par Ascanio et al. (2005).

## 2.4 Objectifs spécifiques

À la lumière de la revue de littérature qui précède, trois constatations peuvent être faites concernant les travaux portant sur l'écoulement dans les entrefers de couchage:

1. La majorité des résultats ont été obtenus par des méthodes approximatives et des conditions limites valides uniquement à l'intérieur de situations bien précises;
2. La majorité des résultats ont été obtenus pour des entrefers rigides;
3. La majorité des résultats ont été obtenus pour des solutions newtoniennes.

L'objectif de ce projet de recherche est d'approfondir la compréhension des phénomènes entrant en jeu lors de l'écoulement dans un entrefer d'application contrarotatif, dans des conditions similaires à celles rencontrées dans la réalité. On désire donc prendre en compte la déformation de l'entrefer et le caractère non newtonien des sauces de couchage. De manière plus spécifique, on souhaite :

1. Développer une technique numérique efficace pour simuler de manière réaliste l'écoulement de fluides non newtoniens dans l'entrefer et la déformation de la couche élastique;
2. Étudier numériquement l'impact de la rhéologie de la sauce de couchage, en particulier la viscosité extensionnelle, sur le profil de pression et de comparer les valeurs aux données expérimentales de la littérature;
3. Évaluer l'influence de la vitesse de rotation des rouleaux sur le profil de pression des sauces de couchage non newtoniennes.

## Chapitre 3 Approche méthodologique : Méthode de résolution numérique par éléments finis

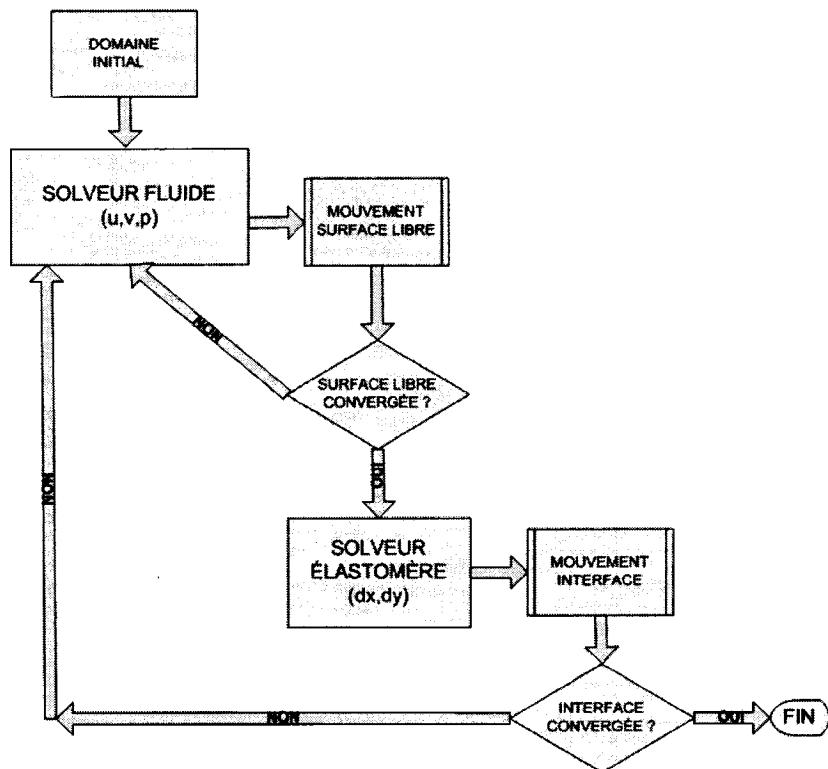
Comme mentionné précédemment, le problème de l'écoulement dans l'entrefer d'application d'une coucheuse à rouleau de transfert est complexe. Il comprend un domaine composé de deux sous-domaines, où les équations à résoudre sont différentes. On parle alors d'un problème couplé de type fluide-structure. En effet, le sous-domaine « fluide » qui représente la sauce de couchage, est décrit par les équations de Navier-Stokes. Pour sa part, le sous-domaine « structure », c'est-à-dire l'élastomère ou la couche déformable, est décrit par les équations de l'élasticité.

### 3.1 Vue d'ensemble

On utilise une méthode modulaire pour résoudre l'ensemble du problème de façon couplée, c'est-à-dire que la solution du problème fluide sert à résoudre les équations décrivant le déplacement de l'élastomère, et vice-versa. La solution progresse de manière itérative jusqu'à l'obtention de la convergence dans les deux sous-domaines. L'algorithme de résolution est présenté sur la figure 3.1. En résumé, il s'agit de :

- 1) Construire un domaine initial en fonction de la géométrie physique que l'on cherche à reproduire;
- 2) Résoudre le problème fluide à l'aide d'un maillage approprié pour obtenir les champs de vitesse et de pression;
- 3) Déplacer la surface libre à l'aide de l'une des deux conditions limites disponibles, soit par la condition cinématique, soit par la condition des contraintes normales, selon la valeur de  $Ca$ ;
- 4) Tester la

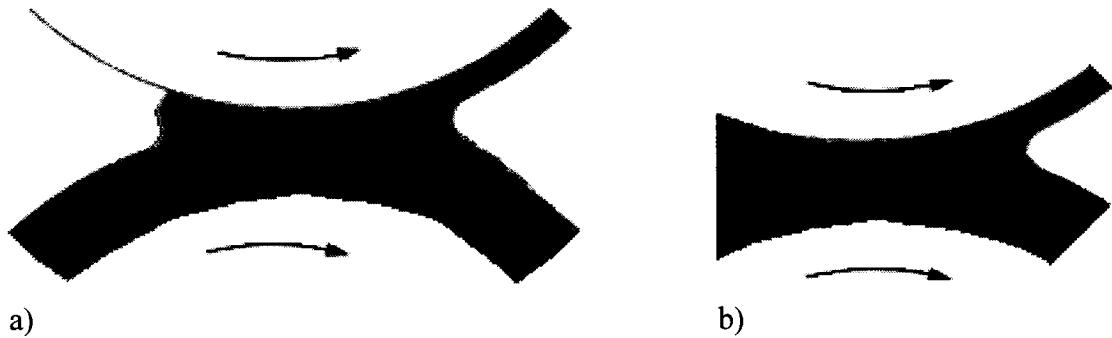
convergence de la surface libre. Dans le cas négatif, on doit résoudre à nouveau le fluide avec un nouveau maillage. Dans le cas positif, on passe à l'étape suivante en utilisant la force exercée par le fluide sur le rouleau déformable comme condition limite du problème élastique; 5) Résoudre le problème élastique pour obtenir le déplacement de l'interface solide/liquide; 6) Déplacer l'interface; 7) Tester la convergence de l'interface. Dans le cas négatif, on retourne à la résolution du problème fluide avec la nouvelle géométrie. Dans le cas positif, le problème est terminé.



**Figure 3.1.** Algorithme de résolution.

La résolution du problème se fait en régime stationnaire. La partie fluide du domaine est discrétisée à l'aide d'éléments finis triangulaires de type Crouzeix-Raviart ( $P_2^+ - P_1$ ). Ces éléments utilisent des fonctions de base polynomiales quadratiques pour la vitesse et des fonctions linéaires discontinues pour la pression. Pour la partie solide, on utilise des éléments finis de Lagrange triangulaires quadratiques de deuxième degré. On résout les équations sous-jacentes à ces deux problèmes à l'aide du logiciel FEMLAB 3.1 (Finite Element Method LABoratory, Comsol©) qui utilise la méthode des éléments finis de Galerkin. Ce logiciel permet de combiner plusieurs modules différents pour résoudre un problème complexe de type fluide-structure à l'aide de la fonction « multiphysic ». On se sert plus précisément de l'application « Non Newtonian Flow 2D » du module de génie chimique pour la partie fluide et de l'application « Plane Strain 2D » du module de mécanique des structures pour la partie solide.

Ensuite, puisque dans les entrefer déformables la distance qui sépare les deux rouleaux est très faible, voire parfois négative, on considère un régime d'écoulement « inondé ». Le domaine de calcul est donc tronqué à l'entrée, tel qu'illustré sur la figure 3.2. Cette simplification réduit de beaucoup l'effort de calcul sans avoir d'impact important sur la solution finale (Mmbaga et al., 2005).



**Figure 3.2.** a) Domaine physique. - b) Domaine de Calcul.

### 3.2 Partie fluide

#### 3.2.1 Résolution du fluide

Dans la partie fluide, on résout les équations de conservation de quantité de mouvement et de continuité suivantes, déjà décrites à la section 2.3.2 mais qui sont rappelées ici par soucis de compréhension:

$$\rho u \cdot \nabla u - \nabla \cdot \tau = \rho g; \quad (3.1)$$

$$\nabla \cdot u = 0, \quad (3.2)$$

où  $\rho$  est la densité du fluide,  $u$  la vitesse,  $\tau$  le tenseur de contraintes totales,  $g$  l'accélération gravitationnelle,  $p$  la pression,  $\mu$  la viscosité,  $\dot{\gamma}$  le tenseur des vitesses de cisaillement avec :

$$\tau = -p\delta + 2\eta\dot{\gamma}; \quad (3.3)$$

$$\dot{\gamma} = \frac{1}{2} [\nabla u + (\nabla u)^T]. \quad (3.4)$$

Puisque qu'il s'agit de simuler l'écoulement de sauces de couchages réelles, la viscosité constante  $\eta$  de l'équation (3.3) est remplacée par un modèle rhéologique. On obtient ainsi la forme généralisée, où la viscosité non newtonienne  $\eta = \eta(|\dot{\gamma}|)$  est fonction du second invariant du tenseur des vitesses de déformation, ( $|\dot{\gamma}| = \sqrt{1/2(\dot{\gamma} : \dot{\gamma})}$ ).

Pour obtenir un modèle adéquat, on a utilisé dans ce travail les données rhéologiques sur la viscosité extensionnelle de Ascanio et al. (2005) pour ajuster les paramètres du modèle de Carreau. Ce modèle relie la viscosité extensionnelle  $\eta_E$  au second invariant de la manière suivante :

$$\eta_E = \eta_\infty + (\eta_0 - \eta_\infty) \left(1 + (\lambda|\dot{\gamma}|)^2\right)^{\frac{n-1}{2}}. \quad (3.5)$$

Dans un deuxième temps, on a aussi combiné un modèle de Gillespie à celui de Carreau pour tenir compte de la portion rhéo-épaississante de la courbe de rhéologie.

On obtient donc:

$$\eta_E = \eta_\infty + (\eta_0 - \eta_\infty) \left(1 + (\lambda|\dot{\gamma}|)^2\right)^{\frac{n-1}{2}} + \frac{k_1}{(1 + k_2|\dot{\gamma}|)}. \quad (3.6)$$

Ainsi, on redéfini l'équation 3.3 de la façon suivante,

$$\tau = -p\delta + 2\eta_E \dot{\gamma}, \quad (3.7)$$

et cette dernière expression du tenseur de contraintes totales est substituée dans l'équation 3.1.

Pour que le problème soit bien posé, on impose des conditions limites appropriées. Ces dernières sont définies à la section suivante. Les équations obtenues sont résolues par une méthode de Newton relaxée non-linéaire, tel que décrite dans (Deuflhard, 1974). La forme discrète du système d'équation peut s'écrire :

$$f(U) = 0, \quad (3.8)$$

où  $f(U)$  est le vecteur des résidus et  $U$  est le vecteur de la solution. En utilisant une approximation initiale  $U_0$ , le logiciel FEMLAB résout le système d'équation :

$$f'(U_0)\delta U = -f(U_0), \quad (3.9)$$

où  $f'(U_0)$  est la matrice jacobienne, à l'aide d'un solveur linéaire défini plus bas. Par la suite, on calcule une nouvelle itération,

$$U_1 = U_0 + \lambda \delta U, \quad (3.10)$$

où  $\lambda$  est un facteur de relaxation (dumping factor) qui varie entre zéro et un ( $0 < \lambda \leq 1$ ). On évalue l'erreur  $E$  de la nouvelle itération  $U_1$  par :

$$f'(U_1)\delta U = -f(U_1).$$

(3.11)

Ainsi, si cette erreur est plus grande que celle de l'itération précédente, le facteur de relaxation est réduit et on recalcule  $U_1$ . La réduction du facteur de relaxation se poursuit jusqu'à ce que l'erreur soit plus faible qu'à l'étape précédente. On continue alors avec la prochaine itération de Newton.

La tolérance du solveur non-linéaire est fixée à  $10^{-6}$  et est définie comme suit :

$$err = \left( \frac{1}{N} \sum_i (E_i / W_i)^2 \right)^{1/2}, \quad (3.12)$$

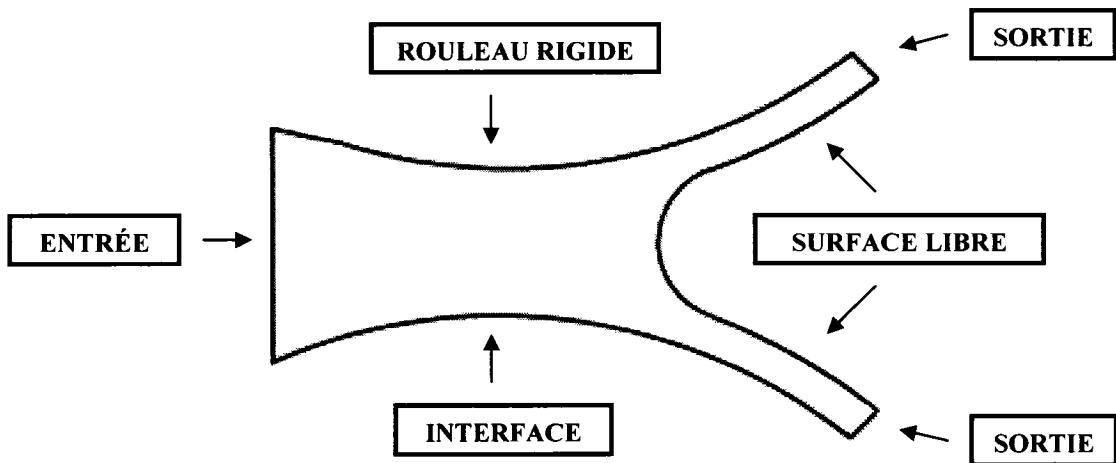
où  $N$  est le nombre de degrés de liberté du problème,  $E_i$  est l'erreur estimée par rapport à la solution et  $W_i$  sont les des poids égaux à un, dans ce cas-ci.

Pour résoudre la partie linéaire du système, on utilise un solveur direct par élimination Gaussienne puisque la taille du problème est relativement faible (< 20000 inconnus). Cette méthode est robuste et plus rapide qu'une méthode itérative lorsque le nombre d'équations est petit. Le solveur utilisé se nomme UMFPACK v.4.2. (Femlab, 2004). Il résout des systèmes d'équations de la forme ( $Ax = b$ ) à l'aide d'une méthode multifrontale asymétrique et d'une factorisation  $LU$  directe de la matrice. De plus, l'utilisation d'une viscosité non newtonienne rend la convergence de la partie fluide plus difficile. Pour pallier à ce problème, on utilise le solveur paramétrique qui diminue graduellement l'indice  $n$  du modèle de Carreau jusqu'à la valeur finale souhaitée. On utilise une diminution graduelle de type constante où l'indice est diminué de la même valeur à chacune des itérations du solveur paramétrique.

### 3.2.2 Conditions aux limites du fluide

La résolution du problème nécessite l'utilisation de conditions frontières adéquates. Ces conditions sont résumées à la figure 3.3 et au tableau 3.1. L'utilisation d'une condition de Newman (libre) à l'entrée est valable pour des entrefers petits

(Mmbaga et al., 2005). Cette même condition est utilisée pour les deux sorties. Au niveau du rouleau rigide et de l'interface, on suppose que le fluide possède la même vitesse que les rouleaux, soit une condition de non glissement ou d'adhérence (no-slip). Finalement, pour la surface libre, on résout le problème à l'aide de la condition des contraintes normales. Mmbaga et al. (2005) ont démontré que lorsque  $Ca > 1$ , cette condition aide la convergence. Or, les valeurs du nombre capillaire seront toujours supérieures à 1 dans ce travail.



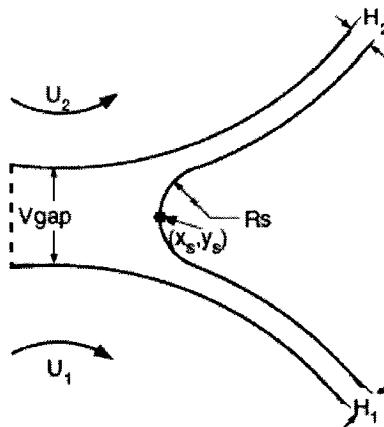
**Figure 3.3.** Conditions aux limites pour le domaine fluide.

**Tableau 3.1.** Conditions aux limites pour le domaine fluide.

Identification	Condition	Équation
Entrée	Libre (Newman)	$\mathbf{n} \cdot \boldsymbol{\tau} = 0$
Sorties	Libre (Newman)	$\mathbf{n} \cdot \boldsymbol{\tau} = 0$
Rouleau rigide	Non glissement	$\mathbf{u} = \mathbf{U}_2$
Interface	Non glissement	$\mathbf{u} = \mathbf{U}_1$
Surface libre	Cinématique (mouvement)	$\mathbf{n} \cdot \mathbf{u} = 0$
	Contraintes normales (résolution)	$\mathbf{n} \cdot \boldsymbol{\tau} = \frac{1}{Ca} \frac{dt}{ds} - \mathbf{n} P_a$

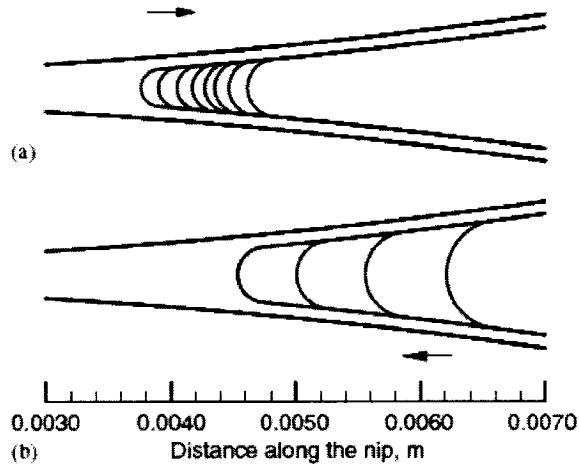
### 3.2.3 Géométrie et positionnement de la surface libre

Lorsqu'on utilise une méthode de déplacements successifs de la surface libre pour localiser sa position et délimiter sa forme, le positionnement initial est crucial. La figure 3.4 illustre la géométrie initiale de la surface libre qui est composée d'un demi-cercle et de deux bandes qui suivent la forme des rouleaux supérieurs et inférieurs. On peut positionner le point de stagnation initial  $(x_s, y_s)$  de deux façons : soit arbitrairement, soit par une méthode beaucoup plus efficace décrite plus bas. Les épaisseurs de fluide à la sortie,  $H_1$  et  $H_2$ , sont approximées par  $V_{gap}/2$ . Finalement, le rayon du demi-cercle est simplement la moitié du dégagement au point  $(x_s, y_s)$  soustrait de la somme des deux épaisseurs  $H_1$  et  $H_2$ .



**Figure 3.4.** Construction initiale de la surface libre.

On peut noter que plus la géométrie initiale est située loin de la solution finale, plus la convergence de la méthode numérique est difficile. Pour améliorer et accélérer cette convergence, on utilise la méthode de « PIDS » (Prescribed Initial Domain Stepping, Mmbaga et al., 2005). Cette méthode est utilisée pour générer une forme initiale de la surface libre qui n'est pas trop loin de la forme finale du problème convergé. Plus particulièrement, la méthode consiste à déplacer successivement le point de stagnation initial de  $+dx$  ou  $-dx$  et de calculer la vitesse normale à ce point en résolvant le problème pour chaque estimé initial de la surface libre. Lorsqu'il y a changement de signe de cette vitesse normale, on peut conclure que la solution finale sera située dans un espace compris entre ces deux itérations. La méthode donne des résultats identiques peu importe la direction d'approche, tel qu'illustre sur la figure 3.5.



**Figure 3.5.** Exemple de la progression de la méthode PIDS (Mmbaga et al., 2005).

### 3.2.4 Mouvement de la surface libre

Une fois que la surface libre initiale est bien positionnée, l'évolution vers son emplacement et sa forme finale peut commencer. Pour ce faire, on utilise un mouvement de type cinématique, c'est-à-dire qu'on déplace un certain nombre de nœuds de la surface libre en fonction de leur vitesse normale. En particulier, pour un nœud ayant des coordonnées initiales  $(x^i, y^i)$ , on obtient après le mouvement :

$$x^{i+1} = x^i + \alpha U_{nx}; \quad (3.13)$$

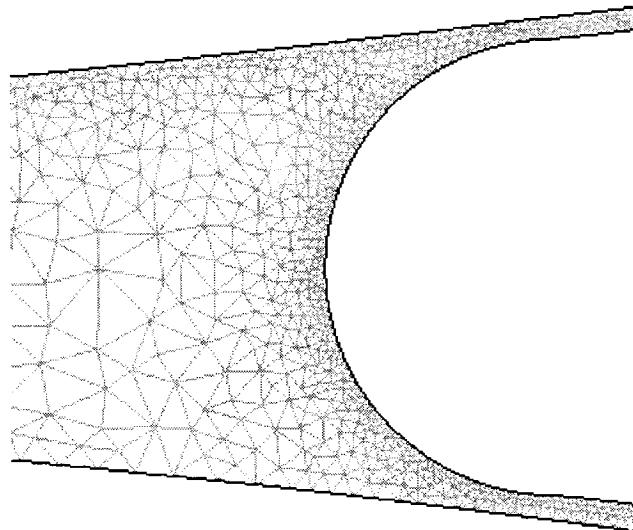
$$y^{i+1} = y^i + \alpha U_{ny}, \quad (3.14)$$

où  $\alpha$  est un « pseudo » pas de temps,  $U_{nx}$  et  $U_{ny}$  sont pour leur part les vitesses normales à ce nœud. Avec cette méthode, on doit bien choisir la valeur du pas de temps  $\alpha$ . Si ce dernier est trop grand, la surface libre oscillera et la solution divergera. D'un

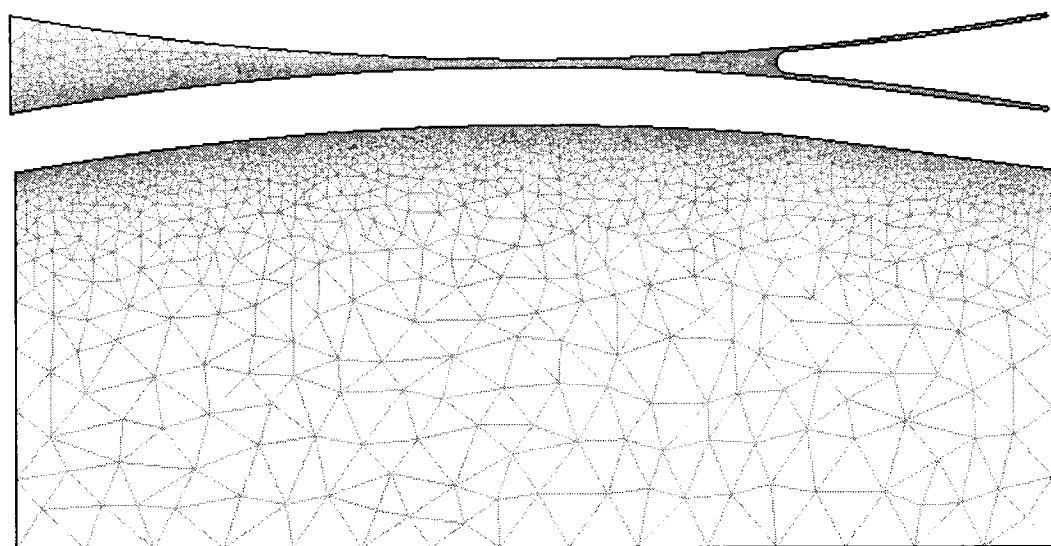
autre coté, une valeur de  $\alpha$  trop faible augmentera considérablement le temps de calcul. Il a été vérifié qu'avec  $\alpha \approx 10^{-6}$ , on obtient une solution stable numériquement dans la majorité des situations. Dans ce travail, on a utilisé  $\alpha = 10^{-6}$  pour stabiliser la solution dans les premières phases du calcul, où les vitesses normales sont relativement grandes. Par la suite, on a utilisé  $\alpha = 10^{-5}$  pour accélérer la résolution.

### 3.2.4.1 Maillage

L'utilisation d'un maillage non-structuré et raffiné aux endroits critiques est essentielle à la convergence du problème et à la réduction du temps de calcul. Un maillage typique utilisé dans les simulations est représenté sur les figures 3.6 et 3.7. Chacun des deux sous-domaines contient environ 3000 éléments. Ce nombre d'éléments représente un bon compromis au niveau du temps de calcul sans affecter la précision de la solution. Les endroits critiques sont situés au niveau de la surface libre et de l'interface, où la taille des éléments est minimale. Ceci est nécessaire pour bien capturer leur forme et leur position. De cette façon, la précision de la solution est toujours bonne d'une itération à une autre. Cependant, le temps de calcul est affecté puisque cette méthode nécessite de générer un nouveau maillage chaque fois que la surface libre et l'interface sont déplacées.



**Figure 3.6.** Maillage typique de la surface libre.



**Figure 3.7.** Maillage global typique.

### 3.3 Partie élastomère

#### 3.3.1 Résolution de la partie élastomère

Dans le sous-domaine que forme l'élastomère, on résout dans un plan les équations de déformations mécaniques. On suppose donc que la longueur transversale du rouleau est suffisamment grande pour que les effets de bouts soient négligeables. On définit les déplacements à un nœud de l'interface comme étant  $u_s$  et  $v_s$ . Les déformations normales  $\varepsilon$  et de cisaillement  $\gamma$  sont donc définies de la manière suivante :

$$\varepsilon_x = \partial u_s / \partial x ; \quad (3.15)$$

$$\varepsilon_y = \partial v_s / \partial y ; \quad (3.16)$$

$$\gamma_{xy} = 2\varepsilon_{xy} = 2\varepsilon_{yx} = \left( \frac{\partial v_s}{\partial x} + \frac{\partial u_s}{\partial y} \right). \quad (3.17)$$

De façon compacte, on peut relier le vecteur de contraintes  $\sigma$  au vecteur de déformations  $\varepsilon$  à l'aide de la matrice d'élasticité  $D$  :

$$\sigma = D\varepsilon ; \quad (3.18)$$

$$D = \frac{E}{(1+v)(1-2v)} \begin{bmatrix} 1-v & v & 0 \\ v & 1-v & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-v}{2} \end{bmatrix}. \quad (3.19)$$

où  $E$  est le module de Young et  $\nu$  est le coefficient de Poisson. Le coefficient de Poisson est le rapport des déformations transversales à la déformation longitudinale. Théoriquement, on peut démontrer que ( $0 \leq \nu \leq 0,5$ ) et que le coefficient de Poisson vaut 0,5 pour un matériau incompressible (dont le volume ne change pas durant une déformation).

On obtient la forme finale du problème d'élasticité en remplaçant  $\sigma$  dans l'équation d'équilibre des forces par la relation (3.18). L'équation d'équilibre des forces est la suivante :

$$-\nabla \cdot \sigma = F, \quad (3.20)$$

où  $F$  est la matrice des forces par unité de volume. On obtient un système d'équations aux dérivées partielles linéaires qu'on résout dans ce travail par la méthode des éléments finis et à l'aide du solveur UMFPACK, décrit à la section (3.2.1). Le maillage est composé d'éléments triangulaires de Lagrange du second degré. Pour ce qui est des conditions aux frontières, elles sont décrites dans la section suivante.

### 3.3.2 Conditions aux limites de l'élastomère

Les conditions aux limites utilisées pour résoudre ce problème sont résumées à la figure 3.8 et au tableau 3.2. Au niveau de l'interface, c'est-à-dire sur le dessus de l'élastomère, on utilise la charge appliquée par le fluide comme condition aux limites. En effet, la résolution des champs de vitesses et de pressions du fluide permet de connaître la force en  $x$  et en  $y$  qui est appliquée sur chaque nœud de l'interface. En

fait, lorsque le problème est résolu de manière itérative, on utilise plutôt la force résiduelle du fluide comme condition aux limites,

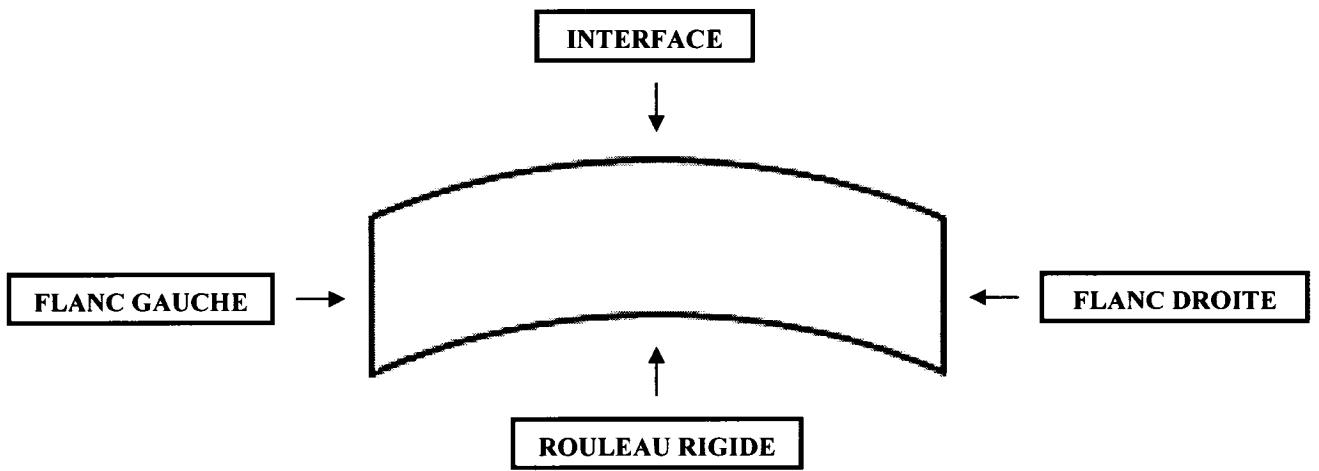
$$F_{RES}^{(n+1)} = F^{(n+1)} - S^{(n)}, \quad (3.21)$$

où  $F^{(n+1)}$  est la projection normale du tenseur des contraintes hydrodynamiques et  $S^{(n)}$  est la projection normale du tenseur des contraintes élastiques :

$$F^{(n+1)} = \tau_F^{(n+1)} \cdot \mathbf{n}; \quad (3.22)$$

$$S^{(n)} = \tau_S^{(n)} \cdot \mathbf{n}. \quad (3.23)$$

Ensuite, la partie inférieure de l'élastomère repose sur un rouleau rigide d'acier. Ce dernier ne peut se déformer que sous des contraintes extrêmement élevées, ce qui n'est pas le cas ici. Ainsi, on impose des déformations nulles sur la section inférieure. Finalement, pour ce qui est des deux flancs, la charge axiale imposée est de zéro. Ces cotés sont donc libre de se déformer dans une direction ou dans une autre.



**Figure 3.8.** Conditions aux limites pour le domaine de l'élastomère.

**Tableau 3.2.** Conditions aux limites pour le domaine de l'élastomère.

Identification	Condition	Équation
Interface	Charge imposée	$F = F_{RES}$
Flancs	Libre	$F = 0$
Rouleau rigide	Rigide	$u_s = 0$ et $v_s = 0$

### 3.3.3 Mouvement de l'interface

Au début d'une simulation, l'interface n'est pas déformée et elle a la forme d'un rouleau rigide. Cette interface évolue vers sa position finale au moyen d'une série de petites déformations appliquées sur un certain nombre de ses nœuds. En particulier, pour un nœud ayant des coordonnées initiales  $(x^n, y^n)$ , la mise à jour s'effectue de la façon suivante, après avoir calculé les déplacements  $u_s$  et  $v_s$ :

$$x^{n+1} = x^n + \omega u_s^{n+1}; \quad (3.24)$$

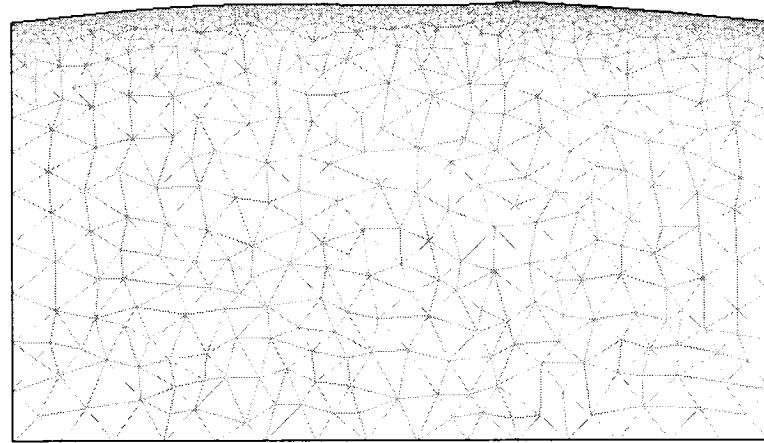
$$y^{n+1} = y^n + \omega v_s^{n+1}, \quad (3.25)$$

où  $\omega$  est un « pseudo » pas de temps qui empêche les trop grands déplacements et améliore la convergence. Dans ce travail on utilise des valeurs de  $\omega$  d'environ 0,5. Un exemple d'une interface déformée par le fluide est présenté à la figure 3.9. L'interface est considérée comme étant convergée lorsque les contraintes normales hydrodynamiques sont égales aux contraintes normales élastiques, c'est-à-dire :

$$(\tau_F - \tau_S) \cdot \mathbf{n} = 0, \quad (3.26)$$

où  $\tau_F$  et  $\tau_S$  sont respectivement les contraintes hydrodynamiques et élastiques le long de l'interface. La mise à jour du vecteur des contraintes élastiques  $S$  se fait de la manière suivante :

$$S^{(n+1)} = (1 - \omega)S^n + \omega F^{(n+1)}. \quad (3.27)$$

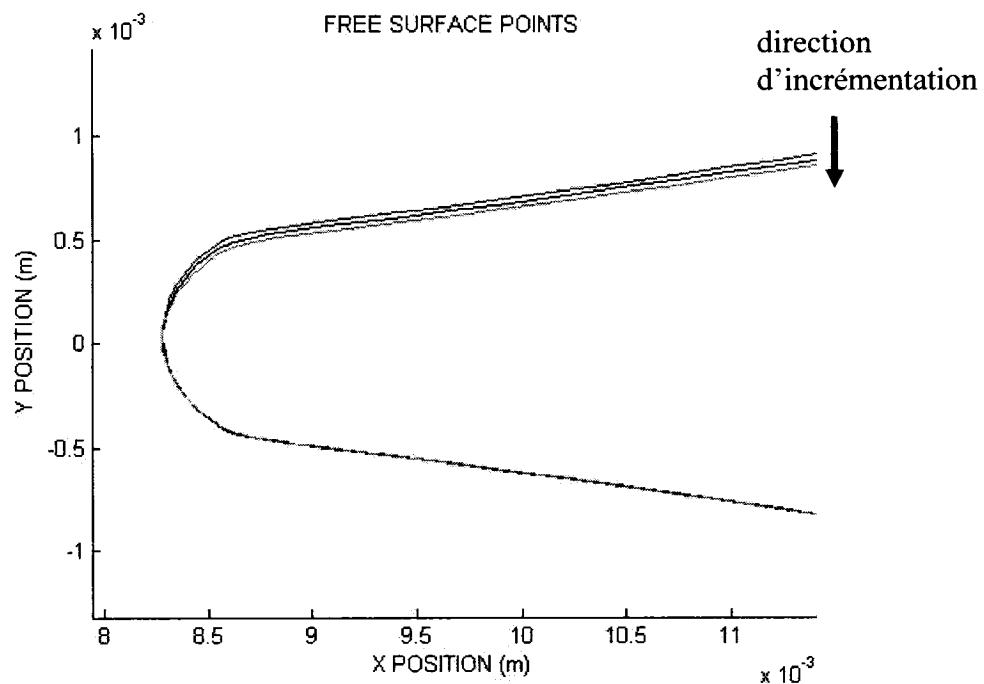


**Figure 3.9.** Exemple d'une interface déformée.

### 3.4 Entrefer imposé vs charge imposée

Dans la pratique, un entrefer d'application peut être obtenu sous deux types de conditions différentes. La première est d'utiliser un espacement fixe entre les deux rouleaux. Dans cette condition, la charge sur le rouleau supérieur est inconnue et variera en fonction de l'espacement choisi. Ceci ne cause pas de problèmes au niveau de la simulation car on peut fixer facilement la distance qui sépare les deux rouleaux.

La deuxième façon de faire est d'utiliser une charge constante et connue. L'espacement entre les deux rouleaux s'ajustera donc en fonction de cette charge appliquée. Cette façon de faire peut causer certains problèmes au niveau de la simulation car on doit procéder par essais et erreurs pour trouver l'espacement qui correspond à une charge particulière. On utilise donc une méthode par incrément (ramping) qui consiste à abaisser graduellement le rouleau supérieur d'une certaine valeur de  $y$  pendant une simulation. Ceci permet de converger graduellement vers la charge souhaitée sans recommencer la simulation à chaque fois. La surface libre est « coupée » légèrement près du point de stagnation, tel qu'illustré à la figure 3.10.



**Figure 3.10.** Exemple d'incréments successifs.

## **Chapitre 4 Modélisation numérique de fluides non newtoniens dans une pince de couchage contra-rotative déformable**

### **4.1 Présentation de l'article**

Cet article, soumis à *Chemical Engineering Science*, expose les résultats obtenus à l'aide de la méthode numérique développée au chapitre 3. Cette méthode permet de résoudre un problème couplé de type fluide-structure avec surfaces libres que l'on retrouve dans une pince de couchage déformable. Une attention particulière a été portée sur l'aspect rhéologique en considérant dans les simulations des fluides non newtoniens qui reflètent le comportement typique des sauces de couchages utilisées de l'industrie. L'étude s'est portée exclusivement sur un entrefer d'application pour une coucheuse à rouleaux avec système de dosage (MSP) où la configuration des vitesses de rotation est contra-rotative. Ce type de configuration génère essentiellement des taux de déformation élongationnelle, d'où l'importance de tenir compte de la viscosité extensionnelle des sauces de couchages présentée à la section 2.2.3. De plus, la résolution de ce problème a été réalisée pour la première fois dans le logiciel d'éléments finis FEMLAB 3.1, en combinant plusieurs méthodes développées précédemment pour obtenir une localisation rapide de la surface libre et une convergence accrue de la solution.

Ainsi, la première section de l'article fait la synthèse de la revue de littérature du chapitre 2 en résumant brièvement les travaux faits précédemment sur le sujet. On justifie, entre autres, le choix d'une méthode itérative de déplacement basée sur la vitesse normale pour résoudre la surface libre et d'une résolution modulaire par couplage des contraintes à l'interface fluide-solide.

La deuxième section présente le choix des modèles rhéologique privilégiés dans ce travail. Les modèles de Carreau et de Carreau-Gillespie ont été ajustés sur des données expérimentales de viscosité extensionnelle.

Dans la troisième section, on présente les équations de Navier-Stokes pour la partie fluide et les équations de déformation mécanique pour la partie solide avec les conditions aux limites respectives.

Dans la dernière section, on compare les résultats obtenus numériquement avec la méthode développée dans ce travail aux valeurs expérimentales pour des configurations géométriques identiques. La comparaison et la validation du modèle sont effectuées à l'aide du profil de la pression le long de l'entrefer. La sensibilité de la pression, principalement en aval du centre de l'entrefer, permet de juger adéquatement de la validité du modèle. Nous avons comparé des situations différentes de modèles rhéologiques, de vitesses de rotation des rouleaux et de pourcentages de matière solide et latex dans les sauces de couchage. Nous avons aussi évalué la différence entre un

comportement newtonien et non newtonien sur le profil de pression, sous une charge externe identique. Finalement nous avons observé l'évolution de l'épaisseur de couche en fonction du nombre capillaire et du nombre élastique.

## **4.2 Numerical Simulation of non Newtonian Fluid Flow in Forward Deformable Roll Coating**

H.A. Lécuyer<sup>1</sup>, J.P. Mmbaga<sup>2</sup>, F.H. Bertrand<sup>1,\*</sup>, R.E. Hayes<sup>2</sup> and P.A. Tanguy<sup>1</sup>

<sup>1</sup>*URPEI, Department of Chemical Engineering, Ecole Polytechnique de Montréal,  
Montreal, (Québec), H3C 3A7, Canada*

<sup>2</sup>*Department of Chemical and Materials Engineering, University of Alberta, Edmonton,  
(Alberta), T6G 2G6, Canada,*

**Keywords:** coating flow; deformable roll; free surface; non Newtonian; CFD; extensional deformation.

---

\*Correspondence to: F. Bertrand, Department of Chemical Engineering, Ecole Polytechnique, Montreal, QC, Canada, H3C 3A7  
E-mail: [francois.bertrand@polymtl.ca](mailto:francois.bertrand@polymtl.ca)

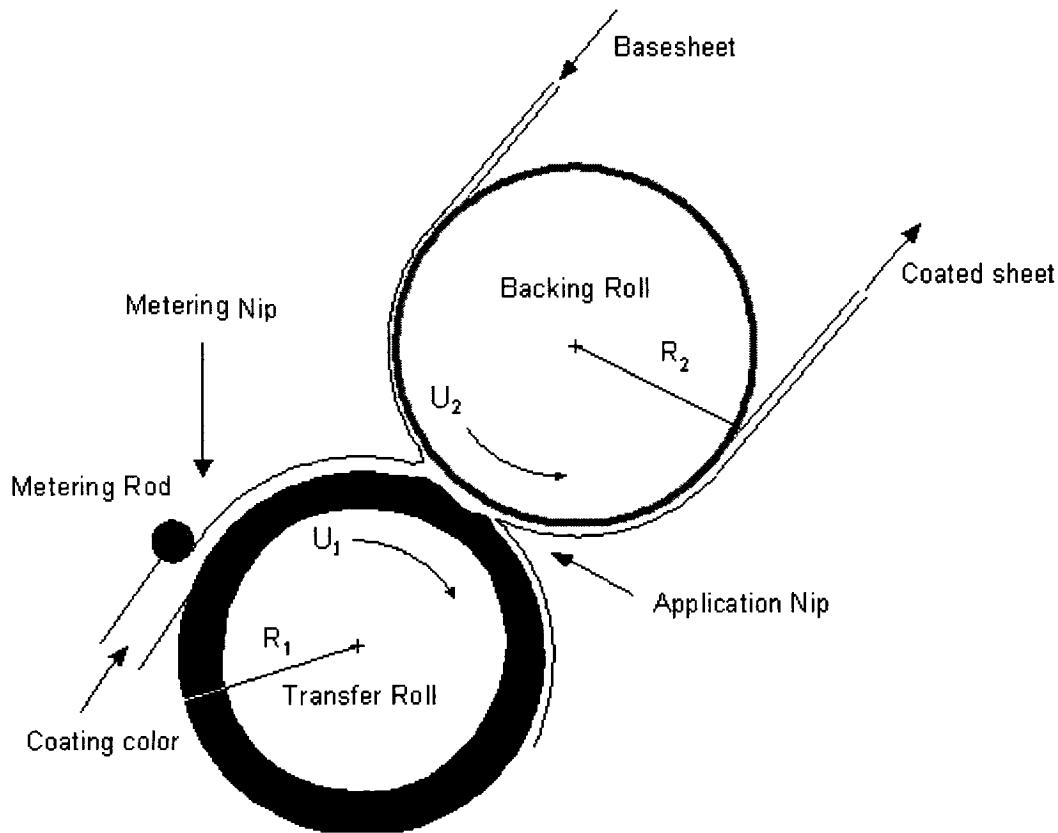
#### **4.2.1 Abstract**

The hydrodynamics of non-Newtonian coating colors in a forward deformable roll coating application nip was numerically simulated with two extensional rheological models. Efficient methods were developed for the treatment of the unknown boundaries. It was found that the computed results were in good agreement with experimental data for a wide range of roll speeds and gap settings, especially when extensional effects were considered in the simulations. It was also found that the film thickness at the exit of the nip increased with the capillary number and the elasticity number.

#### **4.2.2 Introduction**

Coating is an operation that deals with the application of a thin layer of fluid on a moving solid substrate. In the case of paper coating, the substrate is the base paper sheet and the fluid is an aqueous concentrated suspension of pigments called the coating color. Paper is coated to improve its surface properties such as smoothness, brightness, gloss, and opacity, which enhances the optical rendering, as well as to reduce ink absorption during printing. Among the various coating technologies available, roll coating carried out by a combination of two or more rigid and deformable rolls is quite common.

A particular case of roll coating configuration is the metering size press (MSP), which has grown in popularity over the last decade. In this situation, a small rod is used to premeter an initial layer of fluid. Then, a greater diameter roll is employed to bring the paper in an application nip where the coat is transferred onto the web, as illustrated in Figure 4.1. The backing roll is usually rigid and made of stainless steel coated with chrome, while the transfer roll is covered with a layer of soft deformable material. One advantage of this technology is to minimise the interactions between the fluid and the paper sheet and to reduce the stress during the application, as compared to other methods such as blade or slot coating. This is especially advantageous when one wants to coat mechanical pulp paper, which contains weaker fibres (Hayes et al., 2000). Furthermore, the presence of a deformable roll reduces the risk of clashing that would exist with hard rolls. It also allows the achievement of thinner coated layers and may reduce or delay the formation of process instabilities (Carvalho, 1996).



**Figure 4.1.** Schematic of a MSP.

The roll coating metering and application nip hydrodynamics have been studied computationally and experimentally. The metering nip is enclosed between the metering rod and the transfer roll and the application nip is the section enclosed between the backing and the transfer rolls. The hydrodynamics in the metering nip is not within the scope of this paper and the reader is referred to the work of Réglat and Tanguy (1997) and Fourcade et al. (1999) for further information. When the rolls in the application nip are rotating in forward configuration (counter-rotating), the layer of fluid between the rolls « split » into two parts to produce a meniscus and a stagnation

point is formed at the split location. The investigation of a deformable nip involves typically two important dimensionless numbers, namely the capillary number  $Ca$  defined as the ratio of the viscous to capillary forces and the elasticity number  $Es$  defined as the ratio of viscous to elastic forces:

$$Ca = \frac{\eta U}{\sigma}; \quad (4.1)$$

$$Es = \frac{\eta U}{ER}, \quad (4.2)$$

where  $\eta$  is the viscosity,  $U$  the roll velocity,  $\sigma$  the fluid surface tension,  $E$  the Young's modulus of the resilient layer and  $R$  is the roll radius. At commercial paper coating speed, typically above 1000 m/min, unstable and undesirable phenomena such as misting, ribbing and orange peel begin to appear on the coated sheet. Among the many process parameters, the roll speed and the coating color viscosity have been identified as key factors for reducing these undesirable phenomena (Roper et al., 1999; Ascanio et al., 2006).

In the last ten years, several authors (Carvalho, 1996; Young, 1997; Mmbaga et al., 2006) have developed computational models to investigate the hydrodynamics in a deformable application nip, and very efficient methods for solving free surface and deformable boundary problems have been introduced. These models have led to the prediction of the film thickness at the exit, the shape and the location of the free surface, the pressure profiles along the nip and the way the resilient layer deforms when

a given load is applied. However, the above simulations have considered Newtonian coating colors. In reality, the concentrated suspensions of pigments used in industry exhibit strong non-Newtonian properties, which unfortunately limit the practical use of the results obtained so far.

Coating flows with non-Newtonian fluids have not received much interest in the literature. Coyle et al. (1987) studied the film-splitting flows of shear-thinning liquids in forward roll coating based on the lubrication theory. They found that for a limited range of operating parameters, non-Newtonian effects have some impact on the film thickness and the pressure distribution along the nip. It has been recently suggested that viscoelasticity may play an important role in the hydrodynamics of a coating application nip. Zevallos et al. (2005) and Johnson (2003) used the fact that, the Deborah Number, which is defined as the ratio of the magnitude of the elastic forces to the viscous forces, was reaching high values in most cases of practical interest. In the context of roll coating, this number is defined as a function of the characteristic strain rate of the process  $U/H_0$  and the characteristic time of the flow  $t_{flow}$  (Bird et al., 1987):

$$De = \frac{\lambda}{t_{flow}} = \frac{\lambda U}{H_0}, \quad (4.3)$$

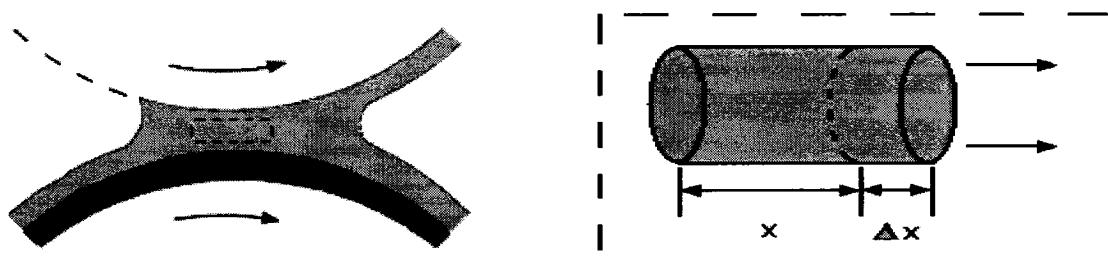
where  $\lambda$  is a characteristic time of the fluid,  $U$  is the speed of the rolls and  $H_0$  is half the value of the nip gap. It is well known that viscoelastic models are not easy to implement and that convergence problems may arise when the value of the Deborah

number is higher than some threshold value (Zevallos et al., 2005). Viscoelastic effects were not taken into account in this work.

The objective of this paper is to investigate the hydrodynamics of non-Newtonian coating colors in a forward deformable roll coating application nip. First, the rheological models used to describe the rheological behavior of the fluids considered in this work will be introduced. Next, the finite element method that was developed for simulating fluid flow in the application nip will be presented. Finally, the computer model, which was implemented in commercial software FEMLAB 3.1 (Comsol Inc.), will be validated against experimental data and used to investigate the effect of various parameters on the hydrodynamics in the application nip.

#### **4.2.3 Modeling the rheological behaviour of coating colors in extensional flow**

In the application nip of forward roll coater, as the flow is extension-dominated (see Figure 4.2), the coating color rheology becomes an important issue.



**Figure 4.2.** Extensional flow in forward roll coating application nip.

Industrial coating color formulations exhibit very complex rheological properties. At low deformation rates, yield stress, viscoelastic, shear and elongation thinning effects may be present. When the rate of deformation is increased, shear and extensional viscosities both decrease and level off to a Newtonian plateau. At higher rates, a thickening behaviour may be observed depending on the formulation. The time factor may also play an important part due to the occurrence of thixotropic effects. Until recently, no simple experimental technique was available to measure accurately the extensional viscosity of concentrated suspensions at high extensional rates ( $\sim 10^6$  s<sup>-1</sup>), like those observed in the application nip of a MSP. An orifice flowmeter and a calibration procedure based on the Euler and Reynolds numbers was introduced a few years ago (Della Valle et al., 2000) to address this problem, that was used by Arzate et al. (2003) and Ascanio et al. (2006) to obtain values of the extensional viscosity for coating colors.

For simulation purposes, we have fitted the extensional viscosity data of Ascanio et al. (2006) obtained with typical kaolin-latex coating color formulations (Figure 4.3) to rheological models amenable to numerical simulations. Two models have been considered: a traditional Carreau-like model (Carreau, 1968) that takes into account the « thinning » behaviour of the extensional viscosity  $\eta_E$ ,

$$\eta_E = \eta_\infty + (\eta_0 - \eta_\infty) \left( 1 + (\lambda \dot{\gamma})^2 \right)^{\frac{n-1}{2}}, \quad (4.4)$$

and a modified Carreau model incorporating an additional term due to Gillespie (1966) in order to reproduce the extension-thickening behavior at high deformation rates, namely:

$$\eta_E = \eta_\infty + (\eta_0 - \eta_\infty) \left( 1 + (\lambda \bar{\gamma})^2 \right)^{\frac{n-1}{2}} + \frac{k_1}{(1 + k_2 \bar{\gamma})}. \quad (4.5)$$

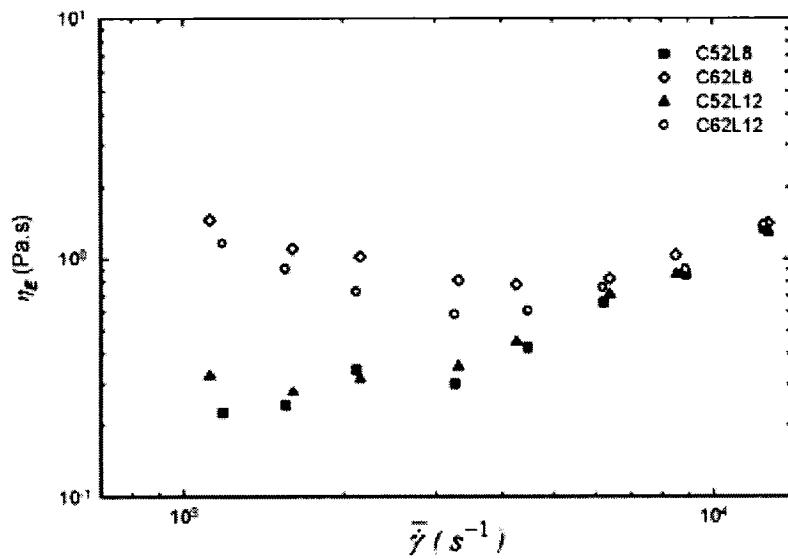
In these models, the extensional viscosity is expressed as a function of the effective strain rate  $\bar{\gamma}$ , which is the second invariant of the stress tensor,

$$\bar{\gamma} = \sqrt{\frac{1}{2} (\dot{\gamma} : \dot{\gamma})}. \quad (4.6)$$

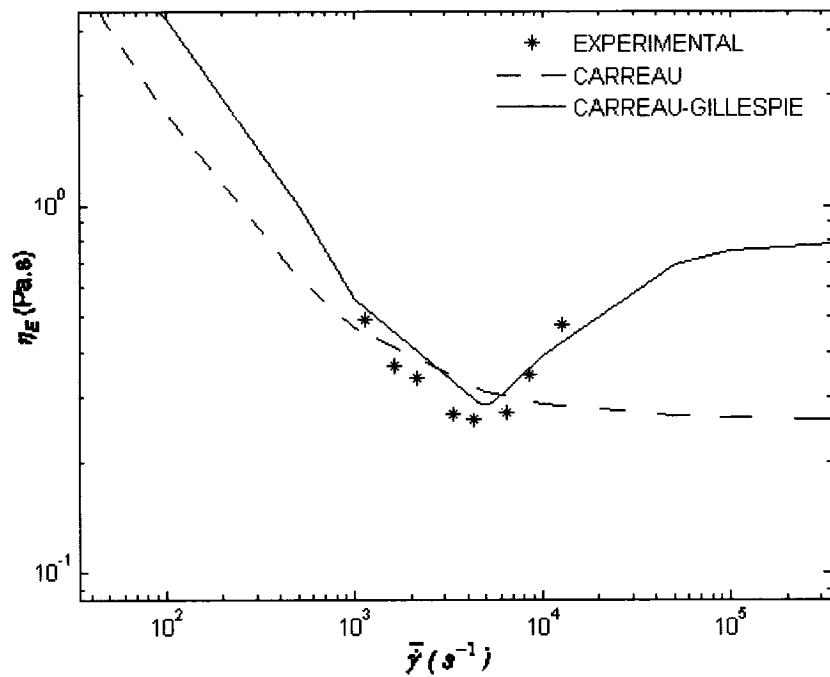
The relationship between the extensional rate of deformation  $\dot{\varepsilon}$  and the effective strain rate  $\bar{\gamma}$  is given by Bird et al. (1987):

$$\bar{\gamma} = \sqrt{3} \dot{\varepsilon}. \quad (4.7)$$

In the remainder of this paper, the letter « C » will indicate the solid content of kaolin clay and the letter « L » the amount of Latex FC 1030 NA, with all values in wt%. The parameters for the two models were obtained by nonlinear regression in MATLAB 7.0. The value of these parameters is given in Table 4.1 for the four coating colors considered in the simulations. An example of the rheological data along with the fitted curves obtained for the coating color C62L8 is presented in Figure 4.4. As can be seen, a better fit is obtained with the Carreau-Gillespie model (4.4), all the more so in the extensional-thickening region where  $\bar{\gamma} > 5 \times 10^3 \text{ s}^{-1}$ .



**Figure 4.3.** Extensional viscosity data for typical coating colors (Ascanio et al. 2006).



**Figure 4.4.** Rheological data for the coating color C62L8.

**Table 4.1.** Model parameters.

COATING COLORS	$\eta_0$	$\eta_\infty$	$\lambda$	$n$	$k_1$	$k_2$
C52L8	500	0,101	18,21	0,0021	-3,07	3,68e-05
C62L8	500	0,260	0,80	-0,1302	-1,10	1,53e-04
C52L12	500	0,092	16,45	-0,0383	-2,02	4,61e-05
C62L12	500	0,190	1,53	-0,0475	-3,36	3,92e-05

#### 4.2.4 Modeling the multiphysics fluid/elastomer problem

Modeling fluid flow in a deformable application nip enclosed between two counter-rotating rolls leads to a complex multiphysics problem. The strategy used in this work consists of solving these two sub-problems in a decoupled manner and recombining the solutions through an iterative procedure. This approach facilitates the treatment of small gaps or even the negative gaps that may be formed when the hard roll is squeezed on the soft roll, starting with a large value and decreasing it iteratively until a preset load value is reached.

The governing equations in the fluid part are respectively the conservation of momentum (4.8) and continuity (4.9) equations for an incompressible and isothermal flow,

$$\rho \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} - \nabla \cdot \boldsymbol{\tau} = \rho \mathbf{g}; \quad (4.8)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0. \quad (4.9)$$

where  $\rho$  is the fluid density,  $u$  is the velocity,  $\tau$  is the total stress tensor and  $g$  is the gravitational constant. The stress tensor  $\tau$  and the rate of deformation tensor  $\dot{\gamma}$  are defined as

$$\tau = -p\delta + 2\eta\dot{\gamma}; \quad (4.10)$$

$$\dot{\gamma} = \frac{1}{2} [\nabla u + (\nabla u)^T]. \quad (4.11)$$

The viscosity  $\eta$  in equation (4.10) is modeled by one of the rheological equations (4.4) or (4.5) in the case of non-Newtonian fluids.

For the solid part, the deformation of the elastomer layer is governed by the plane strain structural mechanics equation,

$$-\nabla\sigma = F, \quad (4.12)$$

where

$$\sigma = D\varepsilon \quad (4.13)$$

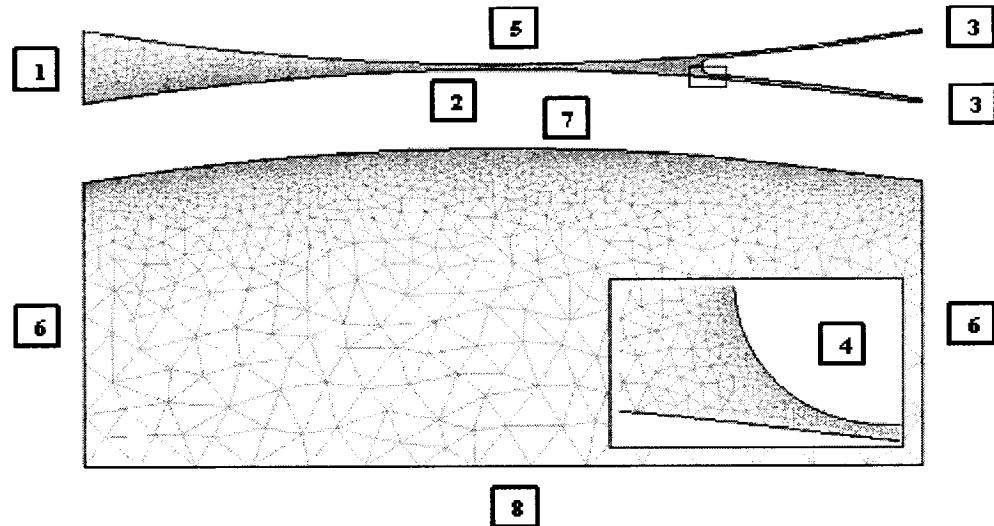
and where  $\sigma$  is the stress tensor,  $\varepsilon$  is the strain tensor,  $D$  is the elasticity matrix and  $F$  is the volume body force. The components of the strain tensor are related to the displacement  $(u_s, v_s)$ ;

$$\varepsilon_x = \partial u_s / \partial x; \quad (4.14)$$

$$\varepsilon_y = \partial v_s / \partial y; \quad (4.15)$$

$$\varepsilon_{xy} = \varepsilon_{yx} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial v_s}{\partial x} + \frac{\partial u_s}{\partial y} \right). \quad (4.16)$$

The system of equations (4.8)-(4.11) and (4.12)-(4.13) were solved separately using the Galerkin finite element method with an appropriate set of boundary conditions, as summarized in Figure 4.5 and Table 4.2. This set of boundary conditions have been observed to lead to good results in the case of deformable and non-deformable rolls (Carvalho, 1996; Mmbaga et al., 2005; 2006). Complementary information about these boundary conditions can be found in these papers.



**Figure 4.5.** Overview of the computational domains and of typical finite element meshes.

**Table 4.2.** Boundary conditions.

REGION	CONDITION	EQUATION
1 – INLET	FREE	$\mathbf{n} \cdot \boldsymbol{\tau} = 0$
2 – INTERFACE (fluid)	NO-SLIP	$\mathbf{u} = \mathbf{U}_2$
3 – OUTLET	FREE	$\mathbf{n} \cdot \boldsymbol{\tau} = 0$
4 – FREE SURFACE	KINEMATIC (movement)	$\mathbf{n} \cdot \mathbf{u} = 0$
	NORMAL STRESS (solution)	$\mathbf{n} \cdot \boldsymbol{\tau} = \frac{1}{Ca} \frac{dt}{ds} - \mathbf{n} P_a$
5 – HARD ROLL	NO-SLIP	$\mathbf{u} = \mathbf{U}_1$
6 – SIDES	FREE	$\mathbf{F} = 0$
7 – INTERFACE (elast.)	IMPOSED LOAD	$\mathbf{F} = \mathbf{F}_{RES}$
8 – HARD CORE	RIGID	$u_s = 0$ and $v_s = 0$

In Table 4.2,  $U_1$  stands for the top roll velocity,  $U_2$  is the bottom roll velocity,  $P_a$  is the ambient pressure and  $F_{RES}$  is the normal residual hydrodynamics stress applied by the fluid on the elastomer as defined in Fourcade et al. (1999).

As mentioned before, the software package FEMLAB 3.1 with the multiphysics modeling capabilities was employed to solve this problem. The determination of the free surface was achieved by linking to FEMLAB a MATLAB program that implements an efficient node displacement algorithm based on the velocity field. Note that interfacing FEMLAB and MATLAB is straightforward so that all the variables defined in FEMLAB are directly available in MATLAB and vice-versa.

For the fluid flow problem, the velocity and the pressure were approximated using quadratic Crouzeix-Raviart ( $P_2^+ - P_1$ ) finite elements. The underlying non-linear equations were solved using the damped Newton method (with a relative tolerance of  $10^{-6}$ ) together with the UMFPACK direct linear solver, which is based on an unsymmetric-pattern multifrontal method and a direct LU factorization. To improve convergence, an implicit loading strategy on the flow index  $n$  was employed within the solver. This means that  $n$  was slowly decreased from  $n=1$  to its final value in the case of highly non-Newtonian fluids

For the solid deformation problem, the displacement ( $u_s, v_s$ ) was approximated using Lagrange quadratic  $P_2$  elements. The underlying linear equations were solved using the UMFPACK solver. Detailed information about the solvers can be found in (Lécuyer, 2006) and in the FEMLAB 3.1 documentation.

As mentioned above, the position of the fluid free surface was determined iteratively by displacing the appropriate finite element nodes used to describe it. Since the capillary number was larger than 1 in all situations, the standard kinematic scheme based on the normal velocity ( $U_{nx}, U_{ny}$ ) was used for improved convergence (Mmbaga et al., 2005; 2006). In other words, the coordinates ( $x^i, y^i$ ) of the free surface nodes were updated using:

$$x^{i+1} = x^i + \alpha U_{nx} \quad \text{and} \quad y^{i+1} = y^i + \alpha U_{ny}, \quad (4.17)$$

where  $\alpha$  is a pseudo time constant. In order to optimize the convergence and minimize the computational time,  $\alpha$  was set to  $10^{-6}$  at the beginning of simulations. This choice has been observed to prevent distortion during the solution procedure. Note that the value of  $\alpha$  was increased (e.g.  $\alpha=10^{-5}$ ) during the last iterations to speed up the convergence. This method has the advantage of being very easy to implement. However, previous work by Silliman and Scriven (1980) and by Kistler and Scriven (1983) showed convergence problems when this method is employed, if the initial position of the free surface is too far away from the solution. This shortcoming can be overcome by the use of the Prescribed Initial Stepping Domain approach (PIDS), as proposed by Mmbaga et al. (2005). This method involves successive estimations of the stagnation point to find a good initial guess to be used in equation (4.15). Given an arbitrary location and shape of the free surface (e.g. a semi-circle), the flow field is computed by solving equations (4.8)-(4.11). The free surface is then tuned by moving the stagnation point according to the velocity field by an arbitrary amount, while preserving its shape. This procedure is repeated until the position of the free surface is deemed to reside within a narrow enough region. Its final position is then converged by resorting to equation (4.15).

The final shape of the deformable roll must also be predicted. Given a flow field computed as explained above, the corresponding hydrodynamic forces are applied on the roll that then deforms according to equation (4.12). The displacement along the

solid-liquid interface ( $u_s, v_s$ ), is then used to update the shape of the roll in the following manner:

$$x^{i+1} = x^i + \omega u_s \quad \text{and} \quad y^{i+1} = y^i + \omega v_s, \quad (4.18)$$

where  $\omega$  is a pseudo time step chosen to avoid too large displacements. Values of  $\omega$  around 0,5 have been observed to yield good results in terms of convergence and computational time.

Mesh refinement in the vicinity of the fluid free surface and the solid-liquid interface is critical to obtain accurate results (Mmbaga et al., 2005; 2006). An example of the mesh that was used in the simulation is presented in Figure 4.5. The meshes comprise around 3000 elements on average in each sub-domain which led to acceptable results in terms of both accuracy and computation time.

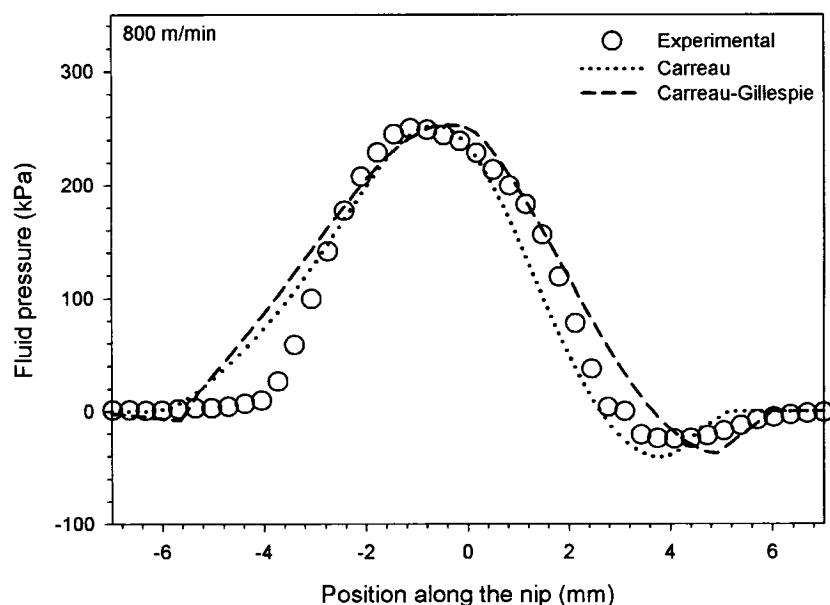
#### 4.2.5 Results and analysis

Numerical results are presented for a constant 3 kN/m applied load and a roll speed ratio of 1. Both rolls have a diameter of 150 mm. The backing roll is rigid and the transfer roll is covered with an incompressible elastomer of 10 mm thickness. The Young's modulus of the elastomer is 10 MPa. All the comparisons with experiments are made with the pressure distribution data from Ascanio et al. (2006). These pressure profiles measured inside the nip are important for two main reasons. First, it represents a simple and practical way to compare numerical and experimental results. Second, it

gives relevant information about how the coating color will be pushed inside the paper sheet as it goes through the application nip.

#### 4.2.5.1 Model comparison

The pressure profiles for the coating color C62L8 and a roll speed of 800 m/min are illustrated in figure 4.6.



**Figure 4.6.** Pressure profiles for coating color C62L8 with Carreau and Carreau-Gillespie models.

As can be seen in Table 4.3, the relative error with respect to the pressure is about 20% for both rheological models. Figure 4.6 shows that the main difference between these two models is located in the negative pressure section downstream of the nip. More precisely, the minimum pressure peak is shifted to the right when the Gillespie

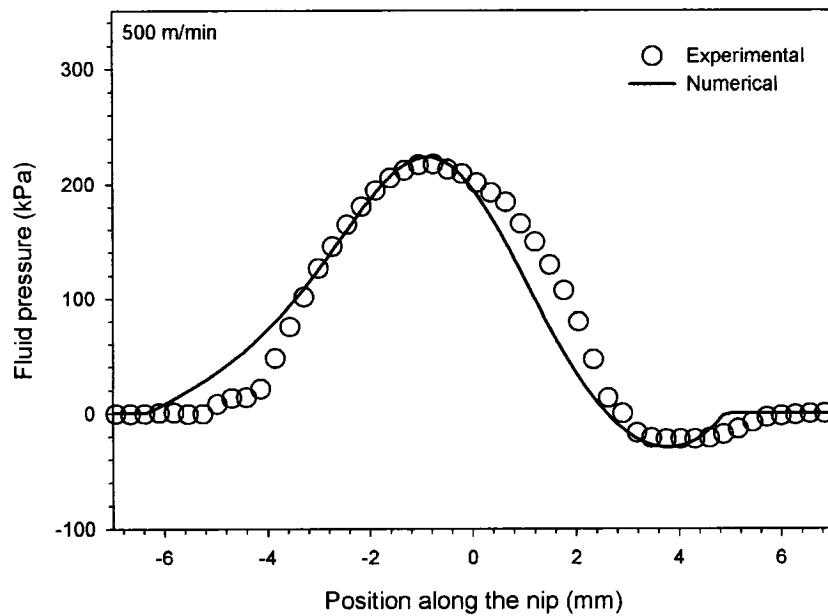
thickening term is included. If the relative error is only calculated in this negative peak section, one may observe that the Carreau model alone is more accurate. This suggests that under the physical conditions investigated in this work, extensional thickening has limited impact on the flow. Moreover, it appears that the Carreau model leads to a more stable numerical solution and it requires less parametric iterations over the index  $n$  in equation 4.3. In fact, the Carreau model requires, on average, half of the parametric iterations required by the Carreau-Gillespie model. This decreases considerably the computational time needed to obtain a converged solution in the fluid sub-domain. For all these reasons, only the Carreau model was used in the remainder of this work.

**Table 4.3.** Relative error for both rheological models.

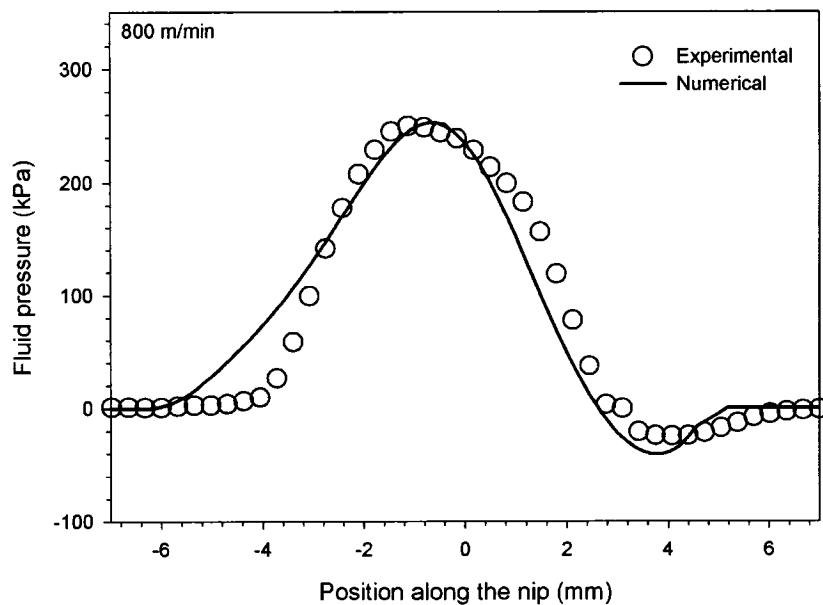
MODEL (C62L8, 800 m/min)	RELATIVE ERROR (overall)	RELATIVE ERROR (neg. peak only)
Carreau	0,21	0,44
Carreau-Gillespie	0,24	0,75

#### 4.2.5.2 Speed effect

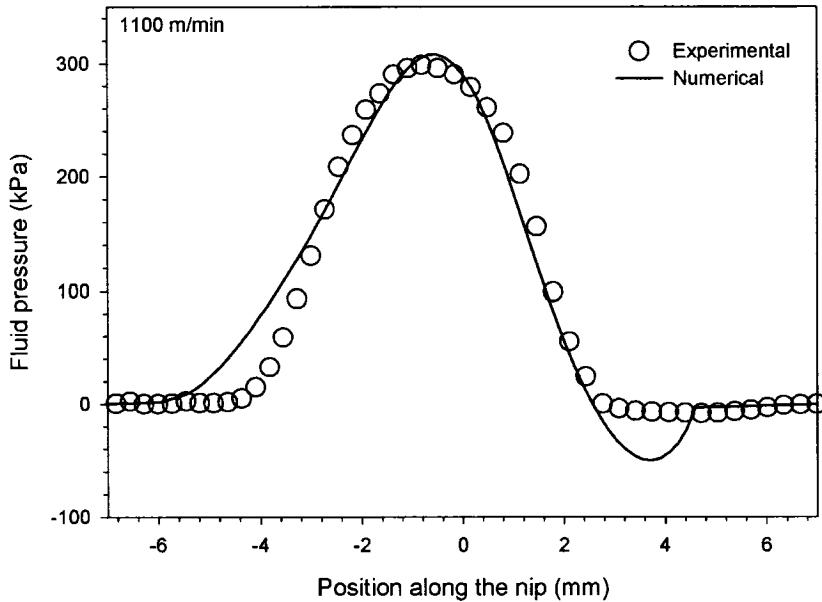
The study of the speed effect on the pressure profile over a wide range of speeds was next achieved. The results obtained with coating color C62L8 and the Carreau model for roll speeds of 500, 800 and 1100 m/min are presented in Figures 4.7 to 4.9.



**Figure 4.7.** Pressure profiles for a roll speed of 500 m/min.



**Figure 4.8.** Pressure profiles for a roll speed of 800 m/min.



**Figure 4.9.** Pressure profiles for a roll speed of 1100 m/min.

It can be observed in Table 4.4 that the overall relative error is still close to 20 % for these three roll speeds, and that the error in the negative peak section increases with the roll speed. Figure 4.9 shows that there is a significant discrepancy between the numerical results and the experimental data for a roll speed of 1100 m/min. One reason for this is the numerical model implemented in this work. Note however that another source of error is the experimental uncertainty on the pressure measurements that was not documented by Ascanio et al. (2006). From a theoretical standpoint, one would expect that an increase in the roll speed should increase the normal velocity along the meniscus and then push it away from the middle of the nip, thereby increasing the magnitude of the minimum pressure. Recently, (Carvalho, 2003) suggested that the non-linear properties and the thickness of the elastomer cover could explain some of

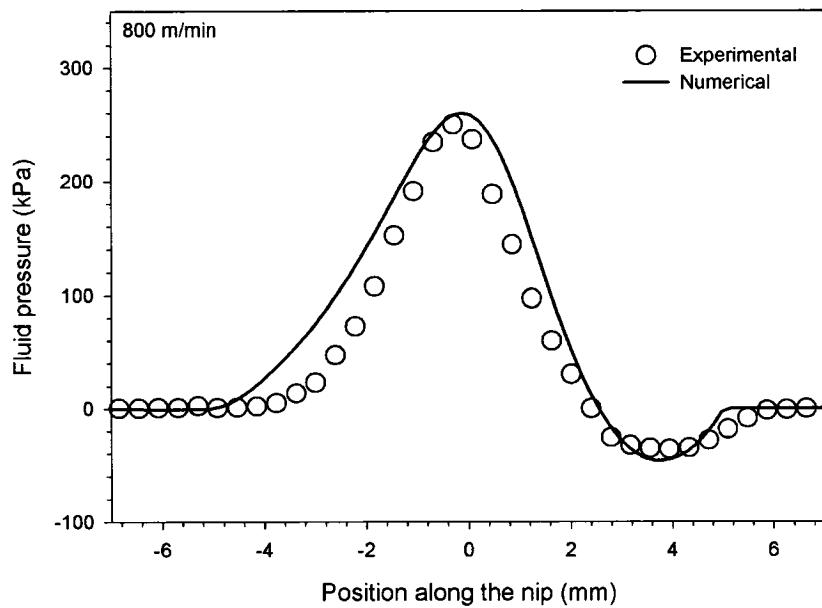
the discrepancies between experimental data and numerical predictions in the negative peak section. Note however that his simulations were performed with Newtonian fluids. The interactions between the deformable roll and a non-Newtonian fluid could be completely different.

**Table 4.4.** Relative error for different roll speeds.

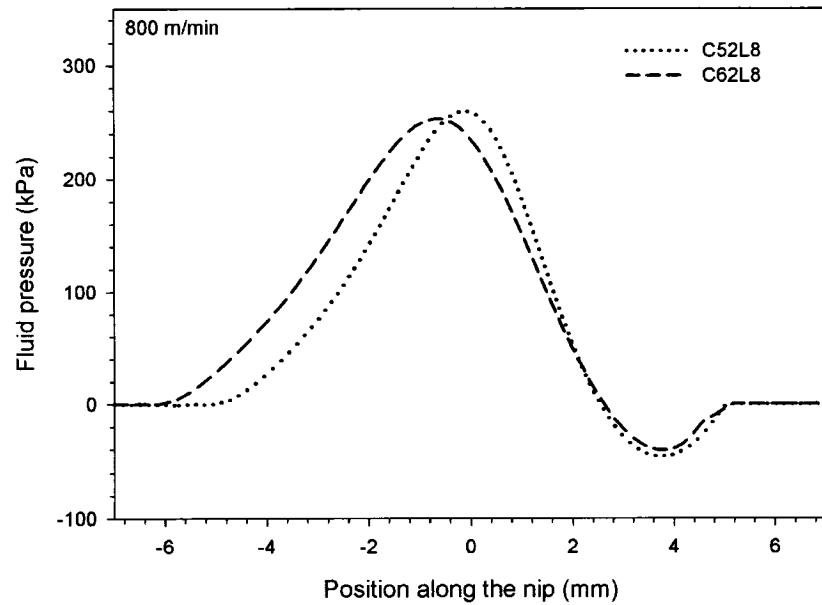
SPEED (m/min.)	RELATIVE ERROR (overall)	RELATIVE ERROR (neg. peak only)
C62L8		
500	0,21	0,44
800	0,23	0,67
1100	0,19	2,90

#### 4.2.5.3 Solids content effect

The effect of the solid content on the pressure profile was investigated by comparing two coating colors (C62L8 and C52L2) with the same amount of latex (8 wt%) but with different quantities of pigments (52 and 62 wt%), at a roll speed of 800 m/min. The numerical and experimental pressure profiles for these two coating colors can be found in Figures 4.8 and 4.10, and the effect of the solid content is illustrated in Figure 4.11.

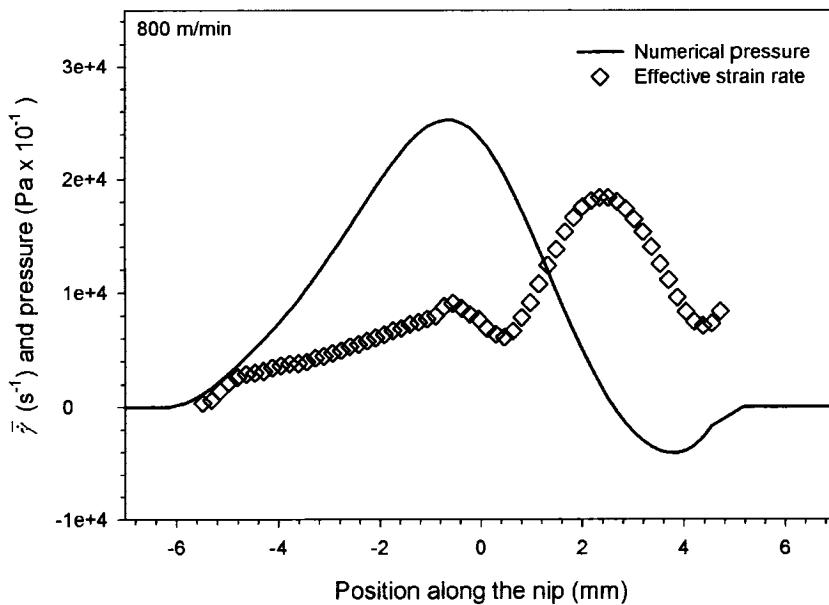


**Figure 4.10.** Pressure profile for the coating color C52L8.



**Figure 4.11.** Numerical pressure profile for different solid contents.

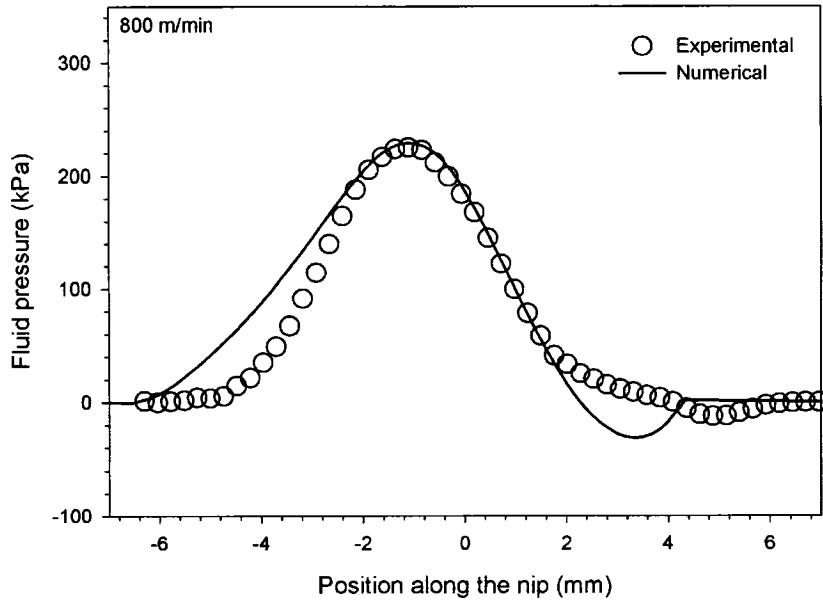
The solids content seems to have no significant impact on the shape of the profile and the minimum pressure in the negative peak section. The numerical values obtained for the minimum and the maximum pressures are almost identical. On the other hand, the profile is narrower in the upstream section for the less concentrated coating color (C52L8). This region is characterized by a medium value of the rate of deformation as shown in Figure 4.12. Consequently, this part of the nip will be more influenced by the slope of the extensional Carreau model, that is by index  $n$ , which is different for the two coating colors (Table 4.1). As reported by Roper et al. (1998), defects like orange peel pattern begin to appear at high solids content, typically above 62 wt%. Figure 4.11 suggest that the influence of the rheology on the pressure profile may be one explanation for the occurrence of such defects.



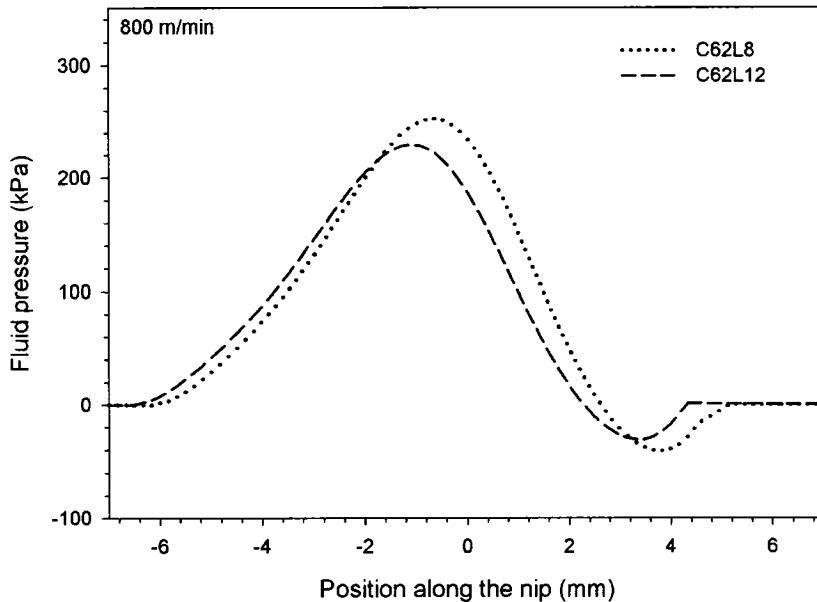
**Figure 4.12.** Effective strain rate and numerical pressure profile at  $y = H_0$  for C52L8.

#### 4.2.5.4 Latex content effect

The effect of the latex content was investigated by comparing the coating colors with the same amount of pigments (62 wt%) and different quantities of latex (8 and 12 wt%) at roll speed of 800 m/min. The numerical and experimental pressure profiles for these two coating colors can be found in Figures 4.8 and 4.13, respectively, and the effect of the latex content is presented in Figure 4.14.



**Figure 4.13.** Pressure profiles for the coating color C62L12.



**Figure 4.14.** Numerical pressure profiles for different latex contents.

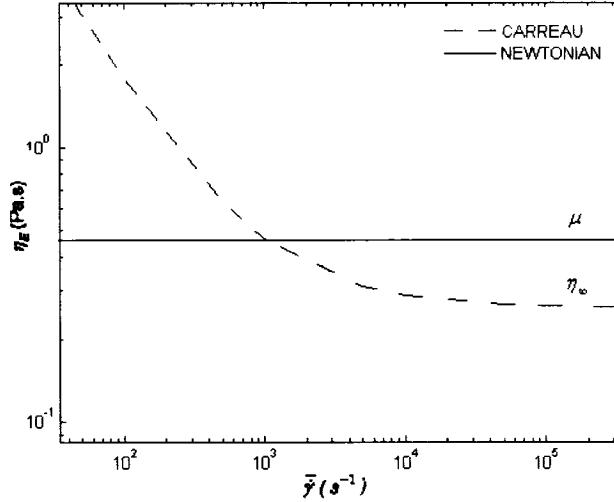
In Figure 4.13, important discrepancies can be observed between the numerical and the experimental values of the pressure in the negative peak section. In fact, the behaviour of the experimental pressure in this region seems to be very different in comparison with all the other profiles that have been obtained so far in this work, either numerical or experimental. Possible explanations for this are the non linear behaviour of the elastomer core and the experimental errors, as already discussed above.

One may readily observe in Figure 4.14 that the shape of the numerical pressure profile is wider and the maximum pressure is higher for the coating color that contains less latex (C62L8). These differences are more significant in the downstream section of the nip. In this region, high rates of extension are generated, as evidenced in Figure

4.12. In the extensional Carreau model, the high deformation rate viscosity is characterized by the value of the parameter  $\eta_\infty$ . This parameter is equal to 0.26 and 0.19 for the C62L8 and C62L12 coating colors, respectively. As a result, if the high deformation viscosity is higher, it will generate a larger pressure peak for a constant external load.

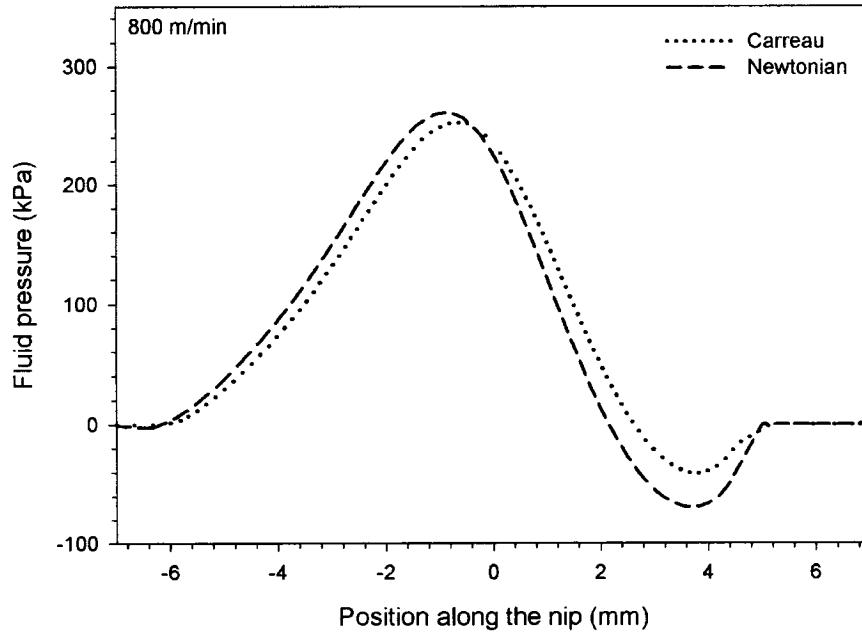
#### **4.2.5.5 Newtonian versus non Newtonian effects**

The effect of the extension-thinning behaviour of the coating colors on the pressure profile was investigated. In order to do so, a simulation for a Newtonian viscosity ( $\mu = 0.47 \text{ Pa*s}$ ) yielding the same maximum pressure peak for the non-Newtonian coating color C62L8 was carried out (roll speed of 800 m/min). As can be seen in Figure 4.15, the Newtonian viscosity  $\mu$  is higher than the infinite deformation rate viscosity  $\eta_\infty$  of the Carreau model used to describe the rheological behaviour of this coating color.



**Figure 4.15.** Newtonian and infinite deformation rate viscosity.

From a theoretical standpoint, the extension-thinning behaviour of the coating color results for viscosity values near the stagnation point that is close to  $\eta_\infty$  (see Figure 4.12). If one neglects the radius of curvature of the meniscus, it then follows that, since  $\mu > \eta_\infty$ , the capillary forces become more important with respect to the viscous forces in the case of the non-Newtonian fluid. This results in a free surface that stabilizes itself closer to the middle of the nip for this fluid than with the Newtonian one. Consequently, the magnitude of the negative pressure peak will be smaller for the coating color C62L8, as can be observed in Figure 4.16. It is believed that this may help the stability of the process since film splitting will occur closer to the middle of the nip.



**Figure 4.16.** Newtonian and non Newtonian pressure profiles.

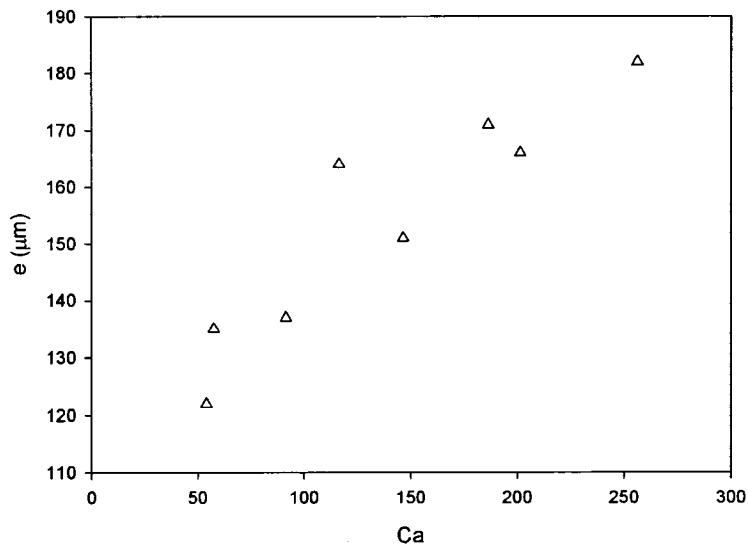
#### 4.2.6 Film thickness

The comparison of the experimental and numerical pressure profiles in the previous sections has shown that the model developed in this work predicts with good accuracy the hydrodynamics in a forward deformable roll coater. This model was used to predict the thickness of the coated film,  $e$ , at the exit of the application nip. This thickness is a key quality parameter that needs to be controlled in industry since it has a significant impact on most of the physical properties of the final coated paper sheet. It is often useful to identify the trend of the film thickness as a function of dimensionless numbers such as capillary number  $Ca$  and elasticity number  $Es$ . These parameters

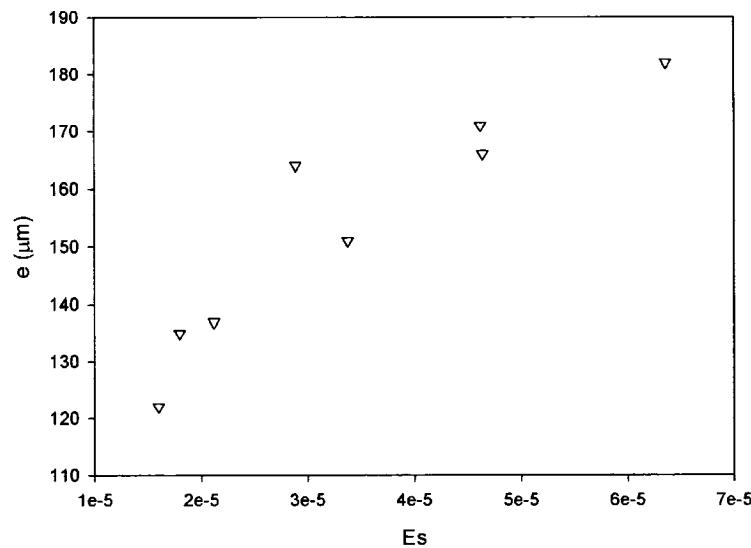
were calculated using the extensional viscosity  $\eta_E$  from the Carreau model, at the characteristic extensional rate of deformation,

$$\dot{\epsilon} = \frac{U}{H_0}, \quad (4.19)$$

where  $U$  is the average speed of the rolls and  $H_0$  is half the value of the minimum gap. The results are shown in Table 4.5 as well as in Figures 4.17 and 4.18 for a constant load of 3 kN/m. Although additional data points would be needed to identify more clearly the tendency of the film thickness, one may already observe in Figure 4.17 that the thickness increases with the capillary number. In Figure 4.18, it is shown that the thickness also increases with the elasticity number. Another important parameter that could be investigated is the load applied on the two rolls, which was not done within the scope of this work.



**Figure 4.17.** Influence of the capillary number on the numerical film thickness.



**Figure 4.18.** Influence of the elasticity number on the numerical film thickness.

**Table 4.5.** Numerical film thickness.

COATING COLOR	e (μm)	U (m/s)	Ca	Es
C62L8	174	500	116,5	2,89E-05
C62L8	171	800	186,4	4,62E-05
C62L8	182	1100	256,3	6,36E-05
C62L12	137	500	91,5	2,12E-05
C62L12	151	800	146,4	3,38E-05
C62L12	166	1100	201,3	4,64E-05
C52L8	135	800	57,5	1,80E-05
C52L12	122	800	54,1	1,60E-05

#### 4.2.7 Concluding Remarks

The hydrodynamics of non-Newtonian coating colors in a forward deformable application nip was investigated using numerical simulation. The solution methodology was based on the Galerkin finite element method implemented in the commercial software Femlab 3.1. The fluid and the elastomer layer were coupled in a modular algorithm using the multiphysics capabilities of Femlab. Efficient new techniques for the fluid free surface and the deformation of the elastomer were combined, which were then used to obtain stable numerical solutions over a wide range of gap settings and flow conditions. One of these techniques, the prescribed initial stepping domain approach, provided an efficient way of determining an initial guess for the flow separation point that led to the easy convergence of the position and the shape of the meniscus. Reconstruction of the domain as well as mesh refinement in critical regions were identified as important factors in obtaining a good adequacy between the experimental data and the numerical predictions.

The numerical results were obtained by implementing Carreau and Gillespie rheological models based on experimental extensional viscosity data. The extensional thickening of the viscosity reproduced by the Gillespie term was shown to have little impact on the pressure profiles along the nip. Fairly good results were achieved with the extensional Carreau model, with average relative errors on the pressure of the order of 20 % for a wide range of roll speeds and gap settings. The film thickness at the exit

of the nip was predicted for different values of the capillary and elasticity numbers. It was observed that the film thickness increases with both of these numbers.

#### **4.2.8 Acknowledgements**

The authors would like to thank NSERC and Paprican for providing financial and technical support for this work.

## Chapitre 5 Discussion générale

Les méthodes numériques sont des outils efficaces pour résoudre des problèmes complexes d'écoulement et de déformation, comme ceux que l'on retrouve dans une pince de coulage, introduite au chapitre 1. Avec l'avènement de chaque nouvelle génération d'ordinateur, l'ingénieur ne se contente pas de résoudre plus rapidement ses « anciens » problèmes, mais il cherche également à modéliser de plus en plus finement des écoulements de plus en plus complexes (Secretan, 1991). Avec les outils présentés dans ce mémoire, il est possible de résoudre un problème couplé de type fluide-structure comprenant des surfaces libres et où la viscosité est fonction du taux de déformation.

Parmi les différentes méthodes numériques présentées au chapitre 2, la complexité et le temps de calcul sont essentiellement influencés par la manière de modéliser la dynamique des surfaces libres, c'est-à-dire les frontières du domaine dont les positions sont inconnues a priori. Dans ce travail, nous avons implanté une méthode itérative de déplacements successifs qui a l'avantage d'être simple, tant au niveau théorique que pratique. Cependant cette méthode, décrite au chapitre 3, nécessite un grand nombre d'itérations avant l'obtention d'une solution finale convergée. Le temps pour résoudre une itération est faible, de l'ordre d'une dizaine de secondes pour la partie fluide ou solide sur un ordinateur P4 de 3 GHz doté d'une mémoire de 1 Go. Par contre, plus d'une cinquantaine d'itérations sont nécessaires pour obtenir la

convergence de la surface libre avec un fluide non newtonien. La convergence de l'interface liquide-solide nécessite, pour sa part, une dizaine d'itérations en moyenne. Ainsi, un problème nécessite plus de 500 itérations (50x10), c'est à dire une douzaine d'heures de calcul au total. La résolution de ce type de problème aurait nécessité, il y a à peine une dizaine d'année, un superordinateur de plusieurs centaines de milliers de dollars.

Somme toute, les méthodes numériques permettent de gagner temps et argent en limitant les ressources et l'énergie nécessaires à l'étude d'un problème. Toutefois, la validation du modèle à l'aide de résultats expérimentaux, tel que nous l'avons fait au chapitre 4, demeure essentielle afin de garantir une prédition précise du comportement des phénomènes physiques étudiés.

## Chapitre 6 Conclusion et recommandations

Ce mémoire avait comme motivation de simuler numériquement l'écoulement dans une pince de couchage contra-rotative et déformable pour des fluides non newtoniens. La résolution du problème a nécessité l'utilisation de la méthode des éléments finis de Galerkin jumelée à de nouvelles techniques efficaces pour le traitement des surfaces libres. Ces techniques utilisent des déplacements successifs pour les frontières inconnues et une localisation rapide du point de séparation du fluide au niveau du ménisque. Ce problème couplé, de type fluide-structure, a été implanté dans le logiciel commercial Femlab 3.1 en combinant deux modules différents à l'aide de la fonction « multiphysics ». Une attention particulière a été portée à la reconstruction du domaine entre chaque itération et au raffinement du maillage aux endroits critiques.

Les résultats numériques ont été obtenus en implantant des modèles rhéologiques de Carreau et de Gillespie basés sur des données expérimentales de viscosité extensionnelle. L'ajout du terme de Gillespie servant à modéliser le comportement rhéo-épaississant du fluide a eu peu d'impact sur le profil de pression le long de l'entrefer. L'utilisation du modèle de Carreau seul a permis d'obtenir de meilleurs résultats comparativement aux valeurs expérimentales. L'erreur évaluée est d'environ 20% en moyenne, pour une plage de vitesses de rotation plusieurs entrefers. L'épaisseur du film à la sortie de l'entrefer a aussi été prédite de manière numérique.

Même si des valeurs additionnelles seraient nécessaires pour identifier une tendance claire, il a été observé que l'épaisseur augmente en même temps que le nombre capillaire et le nombre élastique.

Finalement, les résultats obtenus dans ce travail permettent d'envisager certaines perspectives futures. En effet, les champs de vitesse, de pression et de contrainte obtenus dans ce travail pourraient servir comme condition aux limites pour des modèles numériques déjà développés. Par exemple, le champ de vitesse pourrait être ajouté à un modèle de sédimentation de particules pour obtenir de façon encore plus réaliste la manière dont les pigments s'entassent (pigment packing) sur la feuille de papier. De plus, les pressions calculées dans l'entrefer pourraient servir dans un modèle qui étudie la pénétration du liquide dans la feuille de papier, à mesure que cette dernière traverse la pince d'application. En imbriquant ces différents modèles l'un à la suite de l'autre, il pourrait être possible de mieux comprendre les divers phénomènes qui entrent en jeu dans le procédé de couchage du papier et améliorer encore plus la qualité finale du produit.

## Références

- ALONSO, S., REGLAT, O., BERTRAND, F., CHOPLIN, L., TANGUY, P. 2001. "Process viscosity in reverse roll coating". *Chemical Engineering Research and Design*. 79:128-136.
- ASCANIO, G., CARREAU, P., REGLAT, O., TANGUY, P. 2005. "Extensional rheology of coating suspensions in relation with misting in film coaters". *Nordic Pulp and Paper Research Journal*. 20: 48-53.
- ARZATE, A., ASCANIO, G., CARREAU, P., TANGUY, P. 2003. "Extensional properties of coating colors at high strain rates". *Proceedings of the ASME Fluids Engineering Division* .
- ASCANIO, G., CARREAU, P., BRITO-DE LA FUENTE, E. , TANGUY, P. 2004. "Forward Deformable Roll Coating at High Speed with Newtonian Fluids". *Chemical Engineering Research and Design*. 82:390-398.
- ASCANIO, G., CARREAU, P., TANGUY, P. 2006. "High-speed roll coating with complex rheology fluids". *Experiments in Fluids*. 40:1-14.
- ATTAL, J., POLLOCK, M., ROPER, J. 2000. "Study of latex contributions to the rheology and coated paper properties of ground calcium carbonate and precipitate calcium carbonate paper coatings". *TAPPI - Polymers, Laminations and Coatings Conference*.
- BENJAMIN, D. 1994. *Roll Coating Flows and Multiple Roll Systems*. Thèse de doctorat, University of Minnesota

BIRD, R., ARMSTRONG, R., HASSAGER, O., CURTISS, C. 1987. *Dynamics of Polymeric Liquids, Vol. I.* USA : John Wiley & Sons. 626 p.

BIRD, R., STEWART, W., LIGHTFOOT, E. 2001. *Transport Phenomena.* USA : John Wiley & Sons. 876 p.

CARREAU, J. 1968. *Rheological Equations from Molecular Network Theories.* Thèse de doctorat, University of Wisconsin.

CARVALHO, M. 1996. *Roll coating flows in rigid and deformable gaps.* Thèse de doctorat, Universiy of Minnesota.

CARVALHO, M. 2003. "Effect of thickness and viscoelastic properties of roll cover on deformable roll coating flows". *Chemical Engineering Science.* 58:4323-4333.

CARVALHO, M., SCRIVEN, L. 1994. "Capillary and viscoelastic effects on elastohydrodynamic lubrication flow and film-splitting in roller nips". *International Printing and Graphic Arts Conference.* 259-266.

CARVALHO, M., SCRIVEN, L. 1997. "Flows in Forward Deformable Roll Coating Gaps: Comparison between Spring and Plane-Strain Models of Roll Cover". *Journal of Computational Physics.* 138:449-479.

COHU, O., MAGNIN, A. 1997. "Forward roll coating of Newtonian fluids with deformable rolls: an experimental investigation". *Chemical Engineering Science - Paper Edition.* 52:1339-1349.

- COYLE, D. 1988. "Forward roll coating with deformable rolls: a simple one-dimensional elastohydrodynamic model". *Chemical Engineering Science*. 2673-2685.
- COYLE, D., MACOSCO, C., SCRIVEN, L. 1986. "Film-splitting flow in forward roll coating". *Journal of Fluid Mechanics*. 171:183-207.
- COYLE, D., MACOSCO, C., SCRIVEN, L. 1990. "Stability of symmetric lm-splitting between counter-rotating cylinder". *Journal of Fluid Mechanics*. 216:434-458.
- COYLE, D., MACOSKO, C., SCRIVEN, L. 1987. "Film-Splitting flows of shear-thinning liquids in forward roll coating". *AIChE Journal*. 33:741-746.
- DEGRÉ, M., GAILLY, E., BUCHLIN, J. 1995. "Meniscus shape experiments in forward roll coating". *Physics of Fluids*. 7:458-467.
- DELLA VALLE, D., TANGUY, P., CARREAU, P. 2000. "Characterization of the extensional properties of complex fluids using an orifice flowmeter". *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*. 94:1-13.
- DERYAGEN, B., LEVI, S. 1959 . "Film Coating Theory". *Focal Press Ltd*.
- DEUFLHARD, P. 1974. "A modified Newton method for the solution of ill-conditioned systems of nonlinear equations with application to multiple shooting". *Numer. Math.* 22:289-315.
- EKLUND, D. 1989. "Review of Surface Application". *Fond. Research Symp. II*. 833-870.

- ELLIS, S. 1927. *Ellis Rheological Model*. Thèse de doctorat, Lafayette College.
- FALL, C. 1982. "A theoretical model of striated film-rupture". *Journal of Lubrication Technology*. 104:165-.
- FEMLAB . 2004. "Femlab 3.1 Documentation". *COMSOL AB*.
- FOURCADE, E., BERTRAND, F., RÉGLAT, O., TANGUY, P. 1999. "Finite element analysis of fluid-solid interaction in the metering nip of a metering size press". *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*. 174:235-245.
- FRITH, W., MEWIS, J., STRIVENS, T. 1987. "Rheology of concentrated suspensions: experimental investigations". *Powder Technology*. 51:27-34.
- GASKELL, P., SAVAGE, M., THOMPSON, H. 1998. "Stagnation-saddle points and flow patterns in Stokes flow between contra-rotating cylinders". *Journal of Fluid Mechanics*. 370:221-247.
- GHOSH, T. 1998. "Rheology of kaolin-based pigment slurries and the coating colors they form, Part II". *TAPPI Journal*. 81:123-126.
- GHOSH, T. 1998a. "Rheology of kaolin-based pigment slurries and the coating colors they form, Part I". *TAPPI Journal*. 81:89-92.
- GIESEKUS, H. 1982. "Simple Constitutive Equation for Polymer Fluids based on the Concept of Deformation-Dependent Tensorial Mobility". *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*. 11:69-109.

- GILLESPIE, T. 1966. "Application of hydrodynamic-structural theory of non-Newtonian flow to suspensions which exhibit moderate shear thickening with particular reference to "dilatant" vinyl plastisols". *Journal of Colloid and Interface Science*. 22:554-562.
- GOSTLING, M., SAVAGE, M., YOUNG, A., GASKELL, P. 2003. "A model for deformable roll coating with negative gaps and incompressible compliant layers". *Journal of Fluid Mechanics*. 489:155-184.
- GREENER, J., MIDDLEMAN, S. 1979. "Theoretical and experimental studies of the fluid dynamics of a two-roll coater". *Industrial & Engineering Chemistry, Fundamentals*. 18:35-41.
- GRON, J., DAHLVIK, P. 1996. "Effect of coating chemistry and temperature on runnability and coated paper properties". *International Paper and Coating Chemistry Symposium, Proceedings*.
- GRON, J., NIKULA, E., SUNDE, H. 1998. "Runnability aspects in highspeed film transfer coating". *TAPPI Journal*. 81:155-164.
- HAYES, R., BERTRAND, F., TANGUY, P. 2000. "Modelling of fluid/paper interaction in the application nip of a film coater". *Transport in Porous Media*. 40:55-72.
- HOPKINS, M. 1957. "Viscous flow between rotating cylinders and sheet moving between them". *British Journal of Applied Physics*. 8:442-444.
- JOHNSON, M. 2003. *Viscoelastic Roll Coating Flows*. Thèse de doctorat, University of Maine.

KISTLER, S., SCRIVEN, L. 1983. *Coating Flows Computational Analysis of Polymer processing*. USA : Applied Science Publishers. 243 p.

LANDAU, L., LEVICH, B. 1942 . "Dragging of a liquid by a moving plate". *Acta Physicochim.* 17:42-.

LAVOIE, R., CARREAU, P., GHOSH, T. 1997. "Rheology of suspensions: the flow behaviour of coating colours". *Journal of Pulp and Paper Science*. 23:543-547.

LEHTINEN, E. 2000. *Pigment Coating and Surface Sizing of Paper*. Helsinki : Fapet Oy.

LÉCUYER, H.A. 2006. *Modélisation numérique de l'écoulement de suspensions dans les procédés de couchage par rouleau de transfert*. Mémoire de maîtrise, École Polytechnique de Montréal.

MACPHEE, J. 1997a. "A unified view of the film splitting process part I". *Am Ink Maker*. 75:51-59.

MACPHEE, J. 1997b. "A unified view of the film splitting process part II". *Am Ink Maker*. 75:42-50.

MMBAGA, J., HAYES, R., BERTRAND, F., TANGUY, P. 2005. "Flow simulation in the nip of a rigid forward roll coater". *International Journal for Numerical Methods in Fluids*. 48:1041-1067.

MMBAGA, J., HAYES, R., BERTRAND, F., TANGUY, P. 2006. "Numerical Simulation of High Speed Forward Roll Coating with Deformable Rolls ". *En préparation*.

- NICKELL, R., TANNER, R., CASWELL, B. 1974. "The solution of viscous incompressible jet and free-surface flows using Finite Element Methods". *Journal of Fluid Mechanics*. 65:189-206.
- O'BRIEN, V., MACKAY, M. 2002. "Shear and elongation flow properties of kaolin suspensions". *Journal of Rheology*. 46:557-573.
- OLDROYD, J., STRAWBRIDGE, D., TOMS, B. 1951. "Coaxial-cylinder elastoviscometer". *Physical Society - Proceedings*.
- OWENS, M., MACOSKO, C., SCRIVEN, L. 2002. "Misting in forward roll coating". *Proceedings of 11th International Coating Science and Technology*. 1-52.
- PAGE, A., CARREAU, P., MOAN, M., HEUZEY, M. 2002. "Rheological behavior of coating colors: influence of thickener and pigment". *Canadian Journal of Chemical Engineering*. 80:1181-1189.
- ROPER, J. 1995. "An Introduction to the Rheology of Paper Coating". *TAPPI 1995 Coating Binders Short Course Notes*.
- ROPER, J., SALMINEN, P., URSCHELER, R., BOUSFIELD, D. 1998. "Studies of orange peel formation in high-speed film coating". *TAPPI Journal*. 82:231-239.
- ROPER, J., SALMINEN, P., URSCHELER, R., BOUSFIELD, D. 1999. "Studies of orange peel formation in high-speed film coating". *TAPPI Journal*. 82:231-238.
- RÉGLAT, O. 1997a. *Procédé de couchage par rouleau de transfert et barre de dosage*. Thèse de doctorat, École Polytechnique de Montréal.

RÉGLAT, O., TANGUY, P. 1997. "Experimental Study of the Flow in the Metering Nip of a Metering-Size Press". *AICHE Journal* . 43:2911-2921.

SAVAGE, M. 1977. "Cavitation in lubrication Part 1: On boundary conditions and cavity-fluid interface". *Journal of Fluid Mechanics*. 80:743-755.

SAVAGE, M. 1984. "Mathematical model for the onset of ribbing". *AICHE Journal*. 30:999-1004.

SECRETAN, Y.F. 1991. *Contribution à la résolution des équations de Navier-Stokes compressibles par la méthode des éléments finis adaptatifs*. Thèse de doctorat, École Polytechnique Fédérale de Zurich.

SILLIMAN, W., SCRIVEN, L. 1980. "Separating flow near a static contact line: slip at a wall and shape of a free surface". *Journal of Computational Physics*. 34:287-295.

SMOOK, G. 1997. "Surface Treatments". *Handbook for Pulp & Paper Technologists*. Sous la direction de G. Smook. Vancouver : Angus Wilde Publication.

TRIANTAFILLOPOULOS, N., SMITH, M. 1998. "Troubleshooting rheology problems in metered size press". *Proceedings of Tappi Metered Size Press Forum*. 1-13.

YOUNG, A. 1997. *A theoretical and experimental investigation of deformable roll coating* . Thèse de doctorat, University of Leeds.

YZIQUIEL, F. 1998. *Etude du comportement rheologique de suspensions colloïdales*. Thèse de doctorat, École Polytechnique de Montréal.

ZEVALLOS, G., CARVALHO, M., PASQUALI, M. 2005. "Forward roll coating flows of viscoelastic liquids". *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*. 130:96-109.