

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

INVERSION MAGNÉTIQUE TRIDIMENSIONNELLE
DES ANOMALIES CIRCULAIRES "KIMBERLITIQUES"
ISOLÉES AVEC PRÉSENCE OU SANS RÉMANENCE

Abdelmadjid CHEMAM

DÉPARTEMENT DES GÉNIES CIVIL, GÉOLOGIQUE ET DES MINES
ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

MÉMOIRE PRÉSENTÉ EN VUE DE L'OBTENTION
DU DIPLÔME DE MAÎTRISE ÈS SCIENCES APPLIQUÉES
(GÉNIE MINÉRAL)

MARS 2006



Library and
Archives Canada

Bibliothèque et
Archives Canada

Published Heritage
Branch

Direction du
Patrimoine de l'édition

395 Wellington Street
Ottawa ON K1A 0N4
Canada

395, rue Wellington
Ottawa ON K1A 0N4
Canada

Your file Votre référence

ISBN: 978-0-494-17936-9

Our file Notre référence

ISBN: 978-0-494-17936-9

NOTICE:

The author has granted a non-exclusive license allowing Library and Archives Canada to reproduce, publish, archive, preserve, conserve, communicate to the public by telecommunication or on the Internet, loan, distribute and sell theses worldwide, for commercial or non-commercial purposes, in microform, paper, electronic and/or any other formats.

The author retains copyright ownership and moral rights in this thesis. Neither the thesis nor substantial extracts from it may be printed or otherwise reproduced without the author's permission.

AVIS:

L'auteur a accordé une licence non exclusive permettant à la Bibliothèque et Archives Canada de reproduire, publier, archiver, sauvegarder, conserver, transmettre au public par télécommunication ou par l'Internet, prêter, distribuer et vendre des thèses partout dans le monde, à des fins commerciales ou autres, sur support microforme, papier, électronique et/ou autres formats.

L'auteur conserve la propriété du droit d'auteur et des droits moraux qui protègent cette thèse. Ni la thèse ni des extraits substantiels de celle-ci ne doivent être imprimés ou autrement reproduits sans son autorisation.

In compliance with the Canadian Privacy Act some supporting forms may have been removed from this thesis.

Conformément à la loi canadienne sur la protection de la vie privée, quelques formulaires secondaires ont été enlevés de cette thèse.

While these forms may be included in the document page count, their removal does not represent any loss of content from the thesis.

Bien que ces formulaires aient inclus dans la pagination, il n'y aura aucun contenu manquant.


Canada

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

Ce mémoire intitulé :

INVERSION MAGNÉTIQUE TRIDIMENSIONNELLE
DES ANOMALIES CIRCULAIRES "KIMBERLITIQUES"
ISOLÉES AVEC PRÉSENCE OU SANS RÉMANENCE

Présenté par : CHEMAM Abdelmadjid

en vue de l'obtention du diplôme de : Maîtrise ès sciences appliquées
a été dûment acceptée par le jury d'examen constitué de :

M. SHAOCHENG Ji, Ph.D., président

M. CHOUTEAU Michel, Ph.D., membre et directeur de recherche

M. KEATING Pierre, Ph. D., membre et codirecteur de recherche

M. VALLÉE Marc-Alex, Ph. D., membre

A ma femme Tatyana
A mes deux fils Youva et Yannis

Remerciements

Je tiens à exprimer toute ma reconnaissance à mon directeur de recherche, Michel Chouteau, de l'accueil qu'il m'a réservé et pour m'avoir donné une deuxième chance après ma première hésitation, pour être enfin un membre de son groupe d'étudiant au laboratoire de géophysique appliquée de l'école polytechnique de Montréal.

J'adresse aussi mes vifs remerciements à mon codirecteur de recherche Pierre Keating de la commission Géologique du Canada qui m'a dirigé tout au long de ces deux années, pour l'aide et la confiance qu'il m'a accordées et pour le soutien financier qui m'a fourni.

Je tiens aussi à remercier les membres du jury pour leur lecture attentive et leur commentaire.

Je tiens aussi à remercier le Centre National de Recherche en Science et en Génie (CNRSG) pour avoir financé mon travail.

J'adresse également mes remerciements à tout le personnel du département ainsi qu'à mes amis et anciens collègues géophysiciens et géologues de l'ORGM qui de près ou de loin m'ont soutenu et encouragé pour la réalisation de ce travail particulièrement : K. Allek et D. Boubaya pour les discussions en géophysique et autres, H. Hammouche, M-S Zenia, A. Allalou et A. Mahmoudi.

Résumé

L'aéromagnétisme et les levés au sol demeurent un outil d'exploration incontournable pour la recherche des kimberlites. L'analyse et l'interprétation des données magnétiques nous donnent l'information sur la possibilité de présence des signatures caractéristiques aux pipes kimberlitiques.

Plusieurs techniques peuvent être utilisées pour interpréter les données magnétiques. Les techniques conventionnelles comme l'interprétation 2.5-D et la modélisation/inversion 3-D assument généralement que la réponse magnétique des corps perturbateurs est entièrement induite. Si la composante de l'aimantation rémanente est présente, les paramètres tels le pendage, la largeur et la susceptibilité magnétique pourraient ne pas être correctement estimés en utilisant ce type de techniques d'interprétation à moins que les paramètres de la rémanence soient connus. Ainsi l'identification de l'effet de la rémanence est cruciale pour l'interprétation des anomalies magnétiques.

Les mesures de laboratoire, ont montré que l'aimantation de la majorité des kimberlites indépendamment de leurs classifications ou de leurs âges, est dominée par la rémanence et avec cet effet, il n'est pas surprenant de voir l'interprétation de ce type d'anomalies s'obtienne avec des erreurs.

Dans cette étude, nous présentons une méthode d'interprétation des anomalies magnétiques 2D et 3D basée sur une stratégie multi-étapes capable de résoudre la difficulté associée avec l'inversion en présence de rémanence.

- La première approximation 2D/3D consiste à déduire de l'anomalie magnétique le moments magnétique du premier ordre de la source en évaluant les intégrales indéfinies des composantes (ΔX , ΔY , ΔZ) du champ magnétique total.
- L'estimé obtenu est alors amélioré par un ajustement itératif de la direction de l'aimantation totale en maximisant la symétrie de l'anomalie réduite au pôle.
- La troisième étape est l'estimation de la profondeur, du diamètre et de la position du centre de la cible en utilisant une méthode empirique pour les cibles situées près de la surface ou en utilisant le rapport des maxima du signal analytique de différents ordres pour le cas des sources profondes. Le but de cette procédure est d'éviter au processus itératif de l'inversion la possibilité de converger à un minimum local ou une divergence de la solution si le modèle initial est laissé loin de la solution finale.
- La dernière étape est composée de deux inversions en utilisant la méthode des moindres carrés amortis. La première inversion détermine la profondeur, le rayon et la position horizontale de la cible ainsi que l'inclinaison, la déclinaison et l'intensité de l'aimantation totale. Une seconde inversion est exécutée simultanément pour déterminer les paramètres de l'aimantation rémanente (inclinaison, déclinaison et le rapport de Koenigsberger Q) et la susceptibilité magnétique de la source.

La méthode est conçue particulièrement pour l'interprétation des sources magnétiques compactes, isolées de pendages subverticaux telles les pipes kimberlitiques et les intrusions volcaniques.

La méthode a été testée sur des données synthétiques et aussi appliquée sur les anomalies magnétiques kimberlitiques de la région de Kirkland Lake et de la propriété Ekati en Lac de Gras, des Territoires Nord-Ouest du Canada.

Pour la détection automatique et l'estimation de la direction de l'aimantation des sources sur une carte magnétique, nous avons proposé une méthode simple basée sur l'approche de Blakely et Simpson (1986). La procédure utilise les maxima du signal analytique pour détecter rapidement les positions des sources, puis des fenêtres de dimensions différentes ayant pour centre les précédentes positions estimées sont sélectionnées pour chaque maximum détecté et l'information sur la direction de l'aimantation totale est ainsi obtenue en appliquant la méthode des moments harmoniques (MHM). Cette approche a été testée sur un modèle synthétique complexe, avec du bruit.

ABSTRACT

Airborne and ground magnetic surveys are the primary exploration tool in the search for kimberlites. Analysis and interpretation of magnetic data provide information on the signatures of potential kimberlite pipes.

Many techniques can be used to interpret magnetic data. Conventional techniques such as stacked profile interpretation and 3D modeling/inversion usually assume that the magnetic response is perfectly induced in the causative bodies. If remanent magnetization is present, accurate dip, shape, size and susceptibility cannot be determined using these techniques, unless the characteristics of the remanent magnetization are known. Identification of remanence effects is therefore important in magnetic interpretation.

The magnetization of the most kimberlites irrespective of their classification or their age is dominated by remanence. Because of dominance of magnetic remanence it is not surprising that modeling of this type of anomalies give errors.

In this study, we present a 2-D and a 3-D magnetic interpretation technique based on a multistage strategy able to overcome the difficulty associated with inversion when unknown remanent magnetization is present.

- A first approximate 2-D/3-D interpretation is obtained from the magnetic anomaly. The technique uses integrals of the first order moments of the

vector magnetic field components (ΔX , ΔY , ΔZ) to estimate the direction of the magnetic moment of the source.

- This estimate is then iteratively improved by adjusting the direction of the magnetization to maximize the symmetry of the reduced to the pole anomaly.
- The third stage is the estimation of the depth, radius and center of the source by using an empirical method for shallow sources or by using the ratio of the maxima of analytic signals of different orders for deeper sources. The aim of the procedure is to avoid the possibility that the iteration process will lead to a local minimum, or that it will not converge at all if the initial guess is too far from the final solution.
- The final stage is composed of two damped least-squares inversions of the magnetic anomaly. A first inversion estimates the depth, radius and the horizontal position of the target as well as the inclination, declination and strength of total magnetization. A second inversion simultaneously estimates the remanence parameters (inclination, declination and the Koenigsberger ratio) and the magnetic susceptibility of the causative source.

The method is particularly well suited to interpret compact, isolated and steeply dipping magnetic sources such as kimberlite pipes and volcanic intrusions.

The method has been tested with synthetic data and applied to magnetic kimberlitic anomalies of Kirkland Lake area and the Ekati kimberlite field near Lac de Gras, North-West Territories of Canada.

For the fast automatic detection and estimation of the magnetization direction of sources on magnetic maps, we proposed a simple method based on Blakely and Simpson's (1986) approach. The procedure utilizes the maxima of analytic signal to quickly obtain the source locations. Then, using this estimate of the source

locations, small data windows of various sizes are selected over each maximum and information about the magnetization is obtained using the harmonic moment method (MHM). The approach was tested on a complex synthetic model, with random errors.

Table des matières

DÉDICACE	iv
REMERCIEMENTS	v
RÉSUMÉ	vi
ABSTRACT	ix
TABLE DES MATIÈRES	xii
LISTE DES FIGURES	xvi
LISTE DES TABLEAUX	xxiv
LISTE DES ANNEXES	xxvii
LISTE DES SIGLES ET ABRÉVIATIONS	xxviii
CHAPITRE 1 : INTRODUCTION	1
1.1 Aperçu sur la recherche des kimberlites	1
1.2 Les techniques géophysiques d'identification des pipes kimberlitiques	3

1.3 Problématique	8
1.4 Objectifs de l'étude	15
1.5 Méthodologie de travail	15
1.6 Plan de travail	18

CHAPITRE 2 : COMPARAISON DE DIFFÉRENTES MÉTHODES

ESTIMANT LA DIRECTION DE L'AIMANTATION DES SOURCES MAGNÉTIQUES	20
2.1 Travaux antérieurs	20
2.2 Récapitulatif des avantages et inconvénients des différentes méthodes	31
2.3 Choix de la méthode	34
2.4 Origine et évolution de la méthode	35
2.5 Formulation mathématique	37
2.5.1 Cas des objets bidimensionnels	37
2.5.2 Cas des objets tridimensionnels	41
2.6 Mise en œuvre de la méthode	43
2.7 Application de la méthode des moments harmoniques sur des données synthétiques	62
2.7.1 Estimation de la direction VAT des anomalies magnétiques possédant une aimantation purement induite	63
2.7.2 Estimation de la direction VAT des anomalies magnétiques possédant une aimantation rémanente	65
2.8 Efficacité et limite de la méthode MHM	69
2.8.1 Choix de dimension de la grille des données	69
2.8.2 Effet du prolongement vers le haut	72
2.8.3 Effet de la présence d'un fond régional	75

2.8.4	Effet du mauvais centrage de l'anomalie magnétique	77
2.8.5	Effet des pendages non verticaux	78
2.8.6	Facteurs influençant les résultats de la méthode MHM et les solutions envisagées	79
2.9	Perfectionnement de la méthode MHM	81
CHAPITRE 3 : MODÉLISATION ET INVERSION MAGNÉTIQUE		97
3.1	Méthodes d'interprétation en géophysique	97
3.2	Le problème direct	98
3.3	Le problème inverse	105
3.3.1	Principe de la minimisation par les moindres carrés amortis	106
3.3.2	Choix des paramètres du modèle initial	111
3.3.3	Technique d'inversion	117
3.3.4	Calcul de la matrice de sensibilité (Jacobienne)	118
CHAPITRE 4 : TESTS ET APPLICATIONS		122
4.1	Tests sur des données synthétiques	122
4.1.1	Inversion 3D sans rémanence	126
4.1.2	Inversion 3D avec rémanence	129
4.1.3	Inversion 3D des anomalies magnétiques issues de sources de différentes géométries	134
4.1.4	Inversion 3D en présence de bruit	138
4.2	Application sur des données réelles	140
CHAPITRE 5 : IDENTIFICATION SEMI AUTOMATIQUE DE LA DIRECTION DE L'AIMANTATION TOTALE DES SOURCES MAGNÉTIQUES		150

5.1	Technique de localisation des sources magnétiques	150
5.2	Estimation de la direction VAT des cibles localisées	152
5.3	Application sur des données synthétiques	153
 CHAPITRE 6 : SYNTHÈSE DE L'ÉTUDE, CONCLUSIONS ET		
RECOMMANDATIONS		164
6.1	Synthèse de l'étude	164
6.2	Conclusions et recommandations	166
 BIBLIOGRAPHIE		168
 ANNEXES		177

Liste des figures

1.1	Modèle géologique d'une pipe kimberlitique	1
1.2	Tentative d'identification des sources de type pipe kimberlitique par : a) la méthode de déconvolution 3D d'Euler ; b) la méthode du gradient horizontal "maxima" ; c) la méthode du modèle de reconnaissance des kimberlites de Keating ; d) la méthode d'inter- polation de Morris. Données magnétiques de l'Afrique du nord.....	7
1.3	Susceptibilité magnétique des kimberlites de la mine d'Ekati de la région de Lac de Gras. La valeur 0.004 SI est la limite séparant le type magmatique du type volcanoclastique (Lockhart et al., 2004).	12
1.4	Effet de l'aimantation rémanente sur la direction de l'aimantation totale	14
2.1	Anomalie magnétique due à une aimantation inclinée ; b) anomalie réduite au pôle ; c) isolignes de la fonction d'auto-correlation calculée à partir de l'anomalie (a) ; d) isolignes de la fonction d'auto-correlation obtenue à partir de l'anomalie réduite au pôle (Bournas, 2001)	24
2.2	La corrélation entre le signal analytique et le gradient horizontal de la pseudo-gravité. Dans le cas d'une aimantation inclinée : (a) la corrélation entre les deux courbes n'est pas à son maximum. Dans le cas d'une aimantation verticale : (b) les courbes du signal analytique	

et du gradient horizontal sont similaires et produisent une corrélation maximale (Roest et al., 1993)	24
2.3 Définition de l'anomalie magnétique $\Delta T \approx \vec{P} \cdot T_{anom}$ pour le cas $T_{nor} \gg T_{anom}$. T_{nor} est le champ normal ; T_{anom} est le champ local (anomal) et T_{obs} est le champ observé	45
2.4 Séquence de fonctionnement de la méthode MHM pour le cas 2D	51
2.5 Séquence de fonctionnement de la méthode MHM pour le cas 3D	52
2.6 Technique d'approximation de l'intégrale finie. Le centre des abscisses est choisi au milieu du profil (x_n, x_m)	53
2.7-1 Approximation de DZ et DH d'une anomalie magnétique positive en dehors de l'intervalle $[x_n \rightarrow x_m]$ par : a) la modélisation directe ; b) la fonction $F(x_{n/m}) \cdot x_{n/m}^3 / x_i^3$; c) la fonction $F(x_{n/m}) \cdot x_{n/m}^2 / x_i^2$ où $F(x_i)$ représente DH et DZ aux positions n et m	59
2.7-2 Approximation de DZ et DH d'une anomalie magnétique négative en dehors de l'intervalle $[x_n \rightarrow x_m]$ par : a) la modélisation directe ; b) la fonction $F(x_{n/m}) \cdot x_{n/m}^3 / x_i^3$; c) la fonction $F(x_{n/m}) \cdot x_{n/m}^2 / x_i^2$ où $F(x_i)$ représente DH et DZ aux positions n et m	60
2.8 Procédure de calcul des l'intégrales $\iint x \cdot \Delta Z dx dy$ et $\iint y \cdot \Delta Z dx dy$ sur la grille de l'anomalie magnétique ΔZ	61
2.9 Détermination de l'inclinaison de l'aimantation totale Ψ	61
2.10 Résultats de la méthode MHM obtenus sur la réponse magnétique d'un cylindre vertical aimanté selon : a) la verticale ($I_{IGRF} = 90^\circ$) ; b)	

- la direction du champ normal ($I_{IGRF} = 50^\circ$ et $D_{IGRF} = -17^\circ$) ; c) la direction du champ normal ($I_{IGRF} = 5^\circ$ et $D_{IGRF} = -17^\circ$). Données du tableau de l'annexe C.1-n° 1, 5 et 10. 64
- 2.11 Résultats de la méthode MHM obtenus sur la réponse magnétique d'un cylindre vertical aimanté selon les paramètres de l'aimantation rémanente : a) $I_{rem} = 40^\circ$, $D_{rem} = +5^\circ$, $Q = 3$; b) $I_{rem} = 145^\circ$, $D_{rem} = +5^\circ$, $Q = 1.5$; c) $I_{rem} = 257^\circ$, $D_{rem} = -10^\circ$, $Q = 5$. Données du tableau C.2-n° 3, 5 et 7 de l'annexe 67
- 2.12 Résultats de la méthode MHM obtenus sur la réponse magnétique : a) d'un prisme carré aimanté selon les paramètres ARN ($I_{rem} = 50^\circ$, $D_{rem} = +20^\circ$, $Q = 4$) ; b) d'une sphère aimantée selon les paramètres ARN ($I_{rem} = 316^\circ$, $D_{rem} = -31^\circ$, $Q = 16.4$) ; c) d'un ellipsoïde aimanté selon les paramètres ARN ($I_{rem} = 270^\circ$, $D_{rem} = -15^\circ$, $Q = 2.5$) ; d) d'un dyke ayant une aimantation induite. Données du tableau de l'annexe C.3-n° 1, 2, 3 et 5 respectivement. 68
- 2.13 Résultats de la méthode MHM obtenus sur la réponse magnétique "théorique" d'un cylindre vertical placé dans un champ magnétique réel sur : a) une grille de dimension 2000×2000m ; b) une grille de dimension 1500×1500m ; c) une grille de dimension 1350×1350m. Données du tableau C.4-n° 10, 11 et 12. 71
- 2.14 Résultats de la méthode MHM obtenus sur la réponse magnétique bruitée du modèle de la figure 2.21, prolongé vers le haut à une altitude de 150 mètres (données du tableau C.5 - n°3). 74

2.15 Résultats de la méthode MHM obtenus sur la réponse magnétique d'un cylindre vertical : a) sans gradient ; b) en lui ajoutant un fond constant de 20 nT ; c) en lui ajoutant un gradient avec une tendance de 10 nT/km. Données du tableau de l'annexe C.6-n° 1, 2 et 3 respectivement.	76
2.16 Position du centre (+) d'un dipôle par rapport au maximum de l'amplitude : a) du champ magnétique DT ; b) du signal analytique As ; c) de la transformée " L ". L'anomalie théorique est aimantée dans la direction du champ normal ($I_{IGRF} = 70^\circ$ et $D_{IGRF} = 10^\circ$) et suivant une inclinaison et déclinaison du moment magnétique de 40° et 10° , (Gerovska et al., 2004).	78
2.17 Séquence de la méthode MHM améliorée	84
2.18 Procédure de calcul du degré de symétrie de l'anomalie magnétique réduite au pôle	88
2.19 Amélioration des résultats de la méthode MHM obtenus sur les anomalies magnétiques de la figure 2.10 en utilisant le critère de symétrie. Données du tableau de l'annexe C.1 - n° 1, 5 et 10 respectivement.	90
2.20 Amélioration des résultats de la méthode MHM obtenus sur les anomalies magnétiques de la figure 2.11 en utilisant le critère de symétrie. Données du tableau de l'annexe C.2 - n° 3, 5 et 7 respectivement.	91
2.21 Amélioration des résultats de la méthode MHM obtenus sur les anomalies magnétiques de la figure 2.12 en utilisant le critère de	

symétrie. Données du tableau de l'annexe C.3 - n° 1, 2 et 3 respectivement.	92
2.22 Amélioration des résultats de la méthode MHM obtenus sur les anomalies magnétiques de la figure 2.13 en utilisant le critère de symétrie. Données du tableau de l'annexe C.4 - n° 10, 11 et 12 respectivement.	93
2.23 Amélioration du résultat de la méthode MHM obtenu sur l'anomalie magnétique de la figure 2.14 en utilisant le critère de symétrie. Données du tableau de l'annexe C.5 - n° 3).	94
2.24 Amélioration des résultats de la méthode MHM obtenus sur les réponses magnétiques d'une pipe en lui ajoutant un bruit aléatoire gaussien : a) d'écart type de 1 nT ; b) d'écart type de 2 nT ; c) d'écart type de 4 nT.	96
3.1 Principe du problème direct en géophysique	97
3.2 Principe du problème inverse en géophysique	98
3.3 a) Morphologie réelle d'une pipe kimberlitique ; b) modélisation géophysique d'une pipe kimberlitique d'après Macnae (1979)	99
3.4 Approximation de la réponse magnétique d'un cylindre vertical par une sommation numérique des effets magnétiques de chaque tranche constituante le volume du cylindre	100
3.5 Géométrie du cylindre vertical	126
3.6 La relation géométrique entre la méthode de Gauss-Newton, Marquardt-Levenberg et la plus grande pente	110

3.7	Forme de l'anomalie du signal analytique d'un cylindre vertical aimanté selon une direction du champ normal ($I_0 = 74^\circ$ et $D_0 = -12^\circ$) et une inclinaison et déclinaison rémanente ($I_{rem} = 55^\circ$ et $D_{rem} = -5^\circ$) avec $Q = 3$. (a) la profondeur au toit du cylindre $h=20$ mètres, (b) la profondeur au toit du cylindre $h=80$ mètres	115
3.8	Détermination des paramètres du modèle de départ	116
3.9	Organigramme de l'inversion-I en utilisant la méthode de Maquardt-Levenberg pour l'estimation des paramètres géométriques et VAT du modèle	120
3.10	Organigramme de l'inversion-II en utilisant la méthode de Maquardt-Levenberg pour l'estimation des paramètres de ARN	121
4.1	Résultats de l'inversion 3D obtenus sur les anomalies magnétiques "sans rémanence" générées par : a) le modèle-I ; b) le modèle-II ; c) le modèle-III, du tableau (4.1).	128
4.2	Résultats de l'inversion 3D obtenus sur les anomalies magnétiques possédant une aimantation rémanente générées par : a) le modèle-IV ; b) le modèle-V ; c) le modèle-VI ; d) le modèle-VII, du tableau (4.2). . . .	132
4.3	Résultats de l'inversion 2D obtenus sur les anomalies magnétiques possédant une aimantation rémanente générées par : a) le modèle-VI ; b) le modèle-VII.	133
4.4	Résultats de l'inversion 3D obtenus sur les anomalies magnétiques générées par : a) le modèle-VIII ; b) le modèle-IX ; c) le modèle-X ; d) le modèle-XI ; e) le modèle-XII, du tableau (4.3).	137

4.5	Résultat de l'inversion 3D obtenu sur l'anomalie magnétique entachée de bruit générée par le modèle-XIII du tableau (4.4).	139
4.6	Localisation des anomalies AK-1 et AK-2 sur la carte du champ magnétique total de la région Kirkland Lake	142
4.7	Localisation des anomalies AE-1 et AE-2 sur la carte du champ magnétique total de la région Ekati, Lac de Gras	143
4.8	a) inversion 3D de l'anomalie AK-1 ; b) inversion 2D de l'anomalie AK-1 ; c) correction des résultats de la méthode MHM sur l'anomalie AK-2 en appliquant le critère de symétrie; d) inversion 3D de l'anomalie AK-2.	144
4.9	Résultats de l'inversion 2D : a) de l'anomalie AE-1 (Grizzly) ; b) de l'anomalie AE-2 (Leslie), Lac de Gras.	147
4.10	Résultats de l'inversion 2D : a) de l'anomalie AE-1 (Grizzly) en fixant sa susceptibilité magnétique à la valeur réelle 0.0095 SI ; b) de l'anomalie AE-2 (Leslie) en fixant sa susceptibilité magnétique à la valeur réelle 0.011 SI.	149
5.1	Principe de la méthode de Blackely et Simpson (1986) pour la détection des maxima suivant une fenêtre 5×5	153
5.2	Poursuite du processus de détection des maxima. a) sur les bords de la fenêtre centrale (3×3) ; b) à la périphérie de la fenêtre centrale . . .	153
5.3	Carte du champ magnétique total de la modélisation synthétique des modèles présentés dans le tableau 5.1	155

5.4	Superposition des positions des maxima sur la carte du champ magnétique total.	159
5.5	Élimination des fausses cibles (les cercles noirs) de la carte de l'amplitude du signal analytique par l'élévation de la valeur minimale de l'échelle des amplitudes à 0.6 nT/m	159
5.6	Définition des dimensions de chaque fenêtre selon la largeur de chaque anomalie <i>AA</i> s (pic) retenue..	160
5.7	Localisation et estimation de la direction de l'aimantation des sources sur une carte magnétique entachée de bruit..	162
5.8	Localisation et estimation de la direction de l'aimantation des sources sur une carte magnétique prolongée vers le haut.	162
A.1	Illustration des paramètres du cylindre horizontale utilisé dans la formulation de la problématique	181

Liste des tableaux

1.1	Ages, caractéristiques magnétiques, lithologie et abondance en microdiamant des kimberlites de Lac de Gras (Lockhart et al., 2004). . .	11
2.1	Insensibilité de l'inclinaison et de la déclinaison de l'aimantation totale par rapport aux dimensions de la grille de l'anomalie magnétique [d'après Schmidt et al., 1998]	50
2.2	Obstacles de la méthode MHM et les solutions envisagées	80
2.3	Paramètres de la modélisation de la pipe	95
4.1	Paramètres de la modélisation d'un cylindre vertical en différentes latitudes terrestre sans rémanence.	124
4.2	Paramètres de la modélisation d'un cylindre vertical avec rémanence .	124
4.3	Paramètres de la modélisation des sources de différentes géométries. .	125
4.4	Paramètres de modélisation d'un cylindre vertical avec bruit aléatoire gaussien	125
4.5	Résultats détaillés des deux inversions du modèle-I	127
4.6	Résultats détaillés des deux inversions du modèle-II	127
4.7	Résultats détaillés des deux inversions du modèle-III	127

4.8 Résultats détaillés des deux inversions du modèle-IV	130
4.9 Résultats détaillés des deux inversions du modèle-V	130
4.10 Résultats détaillés des deux inversions du modèle-VI	130
4.11 Résultats détaillés des deux inversions du modèle-VII	131
4.12 Résultats détaillés des deux inversions du modèle-VIII	135
4.13 Résultats détaillés des deux inversions du modèle-IX	135
4.14 Résultats détaillés des deux inversions du modèle-X	136
4.15 Résultats détaillés des deux inversions du modèle-XI	136
4.16 Résultats détaillés des deux inversions du modèle-XII	136
4.17 Résultats détaillés des deux inversions du modèle-XIII	175
5.1 Paramètres de la modélisation des sources magnétiques	155
5.2 Résultats d'estimation de la direction de l'aimantation totale par le processus semi automatique en fixant le coefficient " <i>Multco</i> " à 2.5 ...	161
5.3 Résultats d'estimation de la direction de l'aimantation totale par le processus semi automatique en fixant le coefficient " <i>Multco</i> " à 3	161
5.4 Résultats d'estimation de la direction VAT en ajoutant aux données magnétiques un brut gaussien d'écart type de 2 nT ; [<i>Multco</i> = 3].	163
5.5 Résultats d'estimation de la direction VAT obtenus sur la carte magnétique de la figure (5.1) prolongée vers le haut à une hauteur de 100 mètres ; [<i>Multco</i> = 2.75].	163
C.1 Résultats de l'application de la méthode MHM sur la réponse magnétique d'un cylindre vertical aimanté selon différentes	

inclinaisons du champ géomagnétique	190
C.2 Résultats de l'application de la méthode MHM sur la réponse magnétique d'un cylindre vertical aimanté selon différentes inclinaisons et déclinaison de l'aimantation rémanente	191
C.3 Résultats de l'application de la méthode MHM sur les réponses magnétiques causées par des sources de différentes géométries.	192
C.4 Insensibilité de la méthode MHM aux dimensions de la grille de l'anomalie.	193
C.5 Effets du prolongement vers le haut de l'anomalie magnétique sur les résultats de la méthode MHM.	194
C.6 Effet de la présence d'un fond régional sur les résultats de la méthode MHM.	195
C.7 Effet du mauvais centrage de la source magnétique au milieu de la grille de l'anomalie.	196
C.8 Effet du pendage non vertical de la source sur les résultats de la méthode MHM	197

Liste des annexes

ANNEXE A : PROGRAMME D'INVERSION "NEPOM_2D.EXE"	177
ANNEXE B : DEMONSTRATION DES ÉQUATIONS (2.15) ET (2.16) ...	180
ANNEXE C : PARAMÈTRES DE LA MODÉLISATION SYNTHÉTIQUE ET RÉSULTATS DE LA MÉTHODE MHM	189
ANNEXE D : CALCUL DES DÉRIVÉES PARTIELLES DE LA JACOBIENNE	198

Liste des sigles et abréviations

AA_s	Amplitude du signal analytique.
ARN	Aimantation rémanente naturelle.
A_s	Signal analytique.
ASIV	L'intégrale verticale du signal analytique.
D_{vat}	Déclinaison du vecteur de l'aimantation totale.
FFT	Transformée de Fourier rapide.
I_{vat}	Inclinaison du vecteur de l'aimantation totale.
IGRF	Champ géomagnétique de référence international.
IV	Intégrale verticale du champ magnétique.
IVAS	Le signal analytique de l'intégrale verticale.
k	Susceptibilité magnétique.
m	Mètre.
Ma	Million d'années.
MHM	Méthode des moments harmoniques.
MK	Magmatique.
Q	Rapport Koenigsberger.
RTP	Réduction au pôle.
Rms	Erreur quadratique moyenne.
SI	Système International.
VAT	Vecteur de l'aimantation totale.
VK	Volcanoclastique.
2D	Bidimensionnel.
3D	Tridimensionnel.

Chapitre 1

Introduction

1.1 Aperçu sur la recherche des kimberlites

Le diamant est la 5^e substance minérale en importance économique au monde après le fer, l'or, le cuivre et le zinc (Beaumier et al., 1993). Le diamant se retrouve généralement dans deux types de roches : les brèches kimberlitiques et les lamproïtes.

Les kimberlites représentent la roche hôte la plus commune des gisements de diamants et sont définies comme étant les véhicules d'acheminement des diamants vers la surface.

Elles sont des roches ultramafiques, composées essentiellement d'olivine, de pyroxène et de mica mises en place sous forme de cheminées (aussi appelées pipes), de sills et de dykes de faibles épaisseur dans les noyaux cratoniques archéens (Clifford, 1966) et sur les bords des cratons (Knopf, 1990).

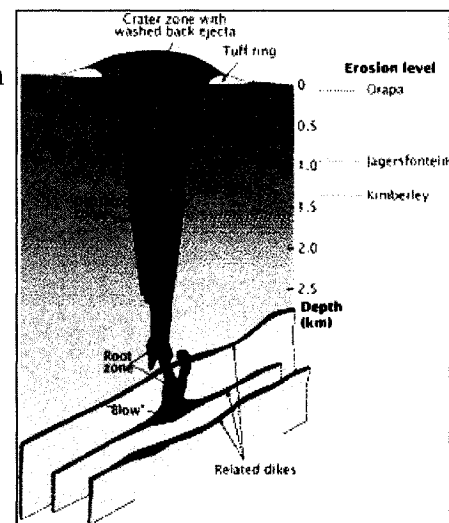


Figure 1.1 : Modèle géologique d'une pipe kimberlitique

Les découvertes diamantifères récentes en Saskatchewan (Fort à la Corne) et dans les Territoires du Nord-Ouest (Lac de Gras) et au Québec (Lac Timiskaming), ont provoqué une intensification de la recherche pour le diamant dans la province du Supérieur, considérée comme le plus grand craton archéen au monde.

Dans le cadre de la recherche des pipes kimberlitiques, la méthode géophysique la plus en vogue est sans doute la magnétométrie aéroportée, qui demeure le meilleur outil de base pour leur identification. La signature magnétique d'une kimberlite n'est pas unique, mais est caractéristique. Généralement les pipes se manifestent par des anomalies circulaires ou elliptiques "bulls-eyes" de moins de 1 km de diamètre. Toutefois, les levés de détail au sol ont montré des formes concentriques annulaires, et fréquemment des signatures plus complexes à cause de l'hétérogénéité pétrographique ou minéralogique des kimberlites. De plus, une même cheminée a pu voir la mise en place de plusieurs phases intrusives. Ces structures peuvent générer des anomalies magnétiques faibles, fortes ou nulles.

Comme les cheminées kimberlitiques appartiennent aux basaltes océaniques, alors la signature magnétique de ces dernières est le produit de la combinaison de deux types d'aimantation, induite et rémanente et dans de nombreux cas, l'intensité et l'orientation de ces aimantations sont différentes. La contribution relative de chaque aimantation sur la forme et l'amplitude de l'anomalie est déterminée par le rapport de Koenigsberger " Q ". Habituellement les brèches kimberlitiques se distinguent par un faible rapport (Q varie entre 0.2 - 0.8, rarement 2 - 3) tandis que pour les kimberlites de type hypabyssal, l'indicateur de rémanence Q exhibe des magnitudes de 4 à 6 (Dortman, 1984).

L'aimantation rémanente naturelle (ARN) des pipes kimberlitiques est directement liée à l'âge et à la température de mise en place de ces dernières (fonction de l'histoire géologique de la roche). Des études paléomagnétiques ont montré que le champ terrestre a varié en intensité et a, en réalité, changé plusieurs fois de polarité dans le passé. Cela aura sûrement provoqué des effets sur les signatures magnétiques des kimberlites de ladite époque. L'exemple le plus parfait qui illustre l'effet de l'inversion de polarité du champ terrestre est sans doute celui des signatures magnétiques des kimberlites de la propriété Ekati de la région de Lac de Gras. Sur les 40 kimberlites identifiées, 27 ont montré des polarités négatives, 6 sont neutres (d'amplitude nulle) et le reste des anomalies ont affiché des polarité normales (Lockhart et al., 2004). Ce cas exceptionnel nous renseigne que dans un même champ kimberlitique, on peut mettre en évidence des intrusions kimberlitiques de différents âges (période d'emplacement multiple), ce qui engendre naturellement différentes signatures magnétiques reflétant les polarités du paléo-champ.

1.2 Les techniques géophysiques d'identification des pipes kimberlitiques

L'interprétation qualitative ou l'identification des kimberlites est un processus complexe qui nécessite du talent, des efforts, de l'expérience et un temps considérable, du fait que ces dernières se situent généralement à l'intérieur des socles cristallins et éruptifs de fortes hétérogénéités magnétiques où diverses intrusions basiques telles les gabbro-diorites, la dolérite et des cheminées volcaniques, à allures quasiment identiques à celles des pipes kimberlitiques, ont aussi pris place.

Diverses techniques automatiques de reconnaissance des anomalies ponctuelles, ont été réalisées tout récemment. En premier lieu, la déconvolution d'Euler 3D peut être utilisée (Paterson et al. 1991) à des fins d'identification des anomalies circulaires en fixant l'indice structural "SI" à 2, ce qui correspond à une pipe verticale (source polaire). Cependant, cette technique tend à générer un grand nombre de fausses cibles parce qu'elle ignore les dimensions finies des cheminées et que beaucoup d'erreurs surgissent lors du calcul des gradients (dérivées) du champ magnétique (figure 1.2-a).

La méthode des maxima du gradient horizontal de Blakely et Simpson (1986) peut être aussi exploitée à ces fins. Le gradient horizontal dérivé du champ magnétique total, de la pseudo-gravité ou du signal analytique, tend à générer des maximums à la verticale des flancs abrupts des sources magnétiques. L'enregistrement des positions de ces pics et leur report sur la carte aéromagnétique permet de tracer les contacts géologiques ainsi que les structures circulaires ou elliptiques indiquant les zones potentielles et favorables pour l'emplacement de diatrèmes kimberlitiques (figure 1.2-b). Toutefois, le résultat final de cette technique reste tributaire de l'inspection visuelle.

Actuellement, la technique la plus efficace, que se soit en terme de résultat ou de commodité est, sans doute, la méthode de corrélation de Keating (1995). Cette dernière repose sur une technique simple de reconnaissance de schémas particuliers permettant de repérer les anomalies magnétiques qui rappellent la forme d'une pipe kimberlitique. Il s'agit de consigner sur une grille la sensibilité magnétique d'un cylindre vertical et chercher à chaque nœud de la grille, en utilisant une fenêtre glissante, la corrélation entre ce modèle et les données observées à l'aide d'une régression linéaire de premier ordre, puis archivée. Les coefficients de corrélation dont la valeur absolue excèdent un certain seuil, choisi préalablement, sont conservés avec leurs coordonnées dans une base de données

pour être affichés conjointement avec la carte du champ magnétique pour examen et analyse (figure 1.2-c).

À signaler que la première version de la méthode du modèle de reconnaissance de Keating n'utilise que le champ magnétique. Cette dernière reste peu efficace dans les régions de basses latitudes et identifie parfois des dépressions magnétiques comme étant des cibles potentielles alors qu'il s'agit de dépressions dues à des effets de pendage des sources magnétiques. Pour remédier à cela, Keating et Sailhac (2004) ont suggéré l'utilisation de l'amplitude du signal analytique qui est une fonction presque indépendante de l'aimantation rémanente et fonctionne parfaitement en basses latitudes.

L'autre approche, est celle de Morris et al. (2002) dont l'idée repose sur : Par une manipulation ou un changement dans les dimensions de la cellule d'interpolation de la grille de données magnétiques, il est possible d'amplifier ou de réduire l'impact de certains signaux sur l'image produite.

Si les dimensions des cheminées recherchées sont approximativement connues d'avance, il serait possible de choisir la cellule appropriée pour la grille (*GRID1*) qui optimisera le signal desdites cheminées. Ainsi les amplitudes des anomalies ayant des petits rayons de courbure seront dramatiquement diminuées par contre les amplitudes à rayons de courbure larges seront conservées. Une deuxième interpolation de ces mêmes données sur une grille plus espacée (*GRID2*), va sûrement diminuer l'effet de toutes les petites anomalies. De cette façon, la différence ($DIFGRID = GRID1 - GRID2$) entre les deux précédentes grilles pourra accentuer et faire ressortir les réponses dues aux anomalies circulaires (figure 1.2-d).

Notons toutefois que les résultats obtenus par les précédentes techniques ne sont pas toujours synonymes de présence des kimberlites. Pour raffiner le résultat et le débarrasser d'une bonne partie de fausses cibles, il faut exploiter et introduire dans l'interprétation l'information géologique (les données structurales et tectoniques), intégrer les résultats d'échantillonnage géochimique (position des traînées de dispersion de minéraux indicateurs) et compter sur l'appui d'autres méthodes telles que la gravimétrie, les méthodes EM, les méthodes électriques et la spectrométrie.

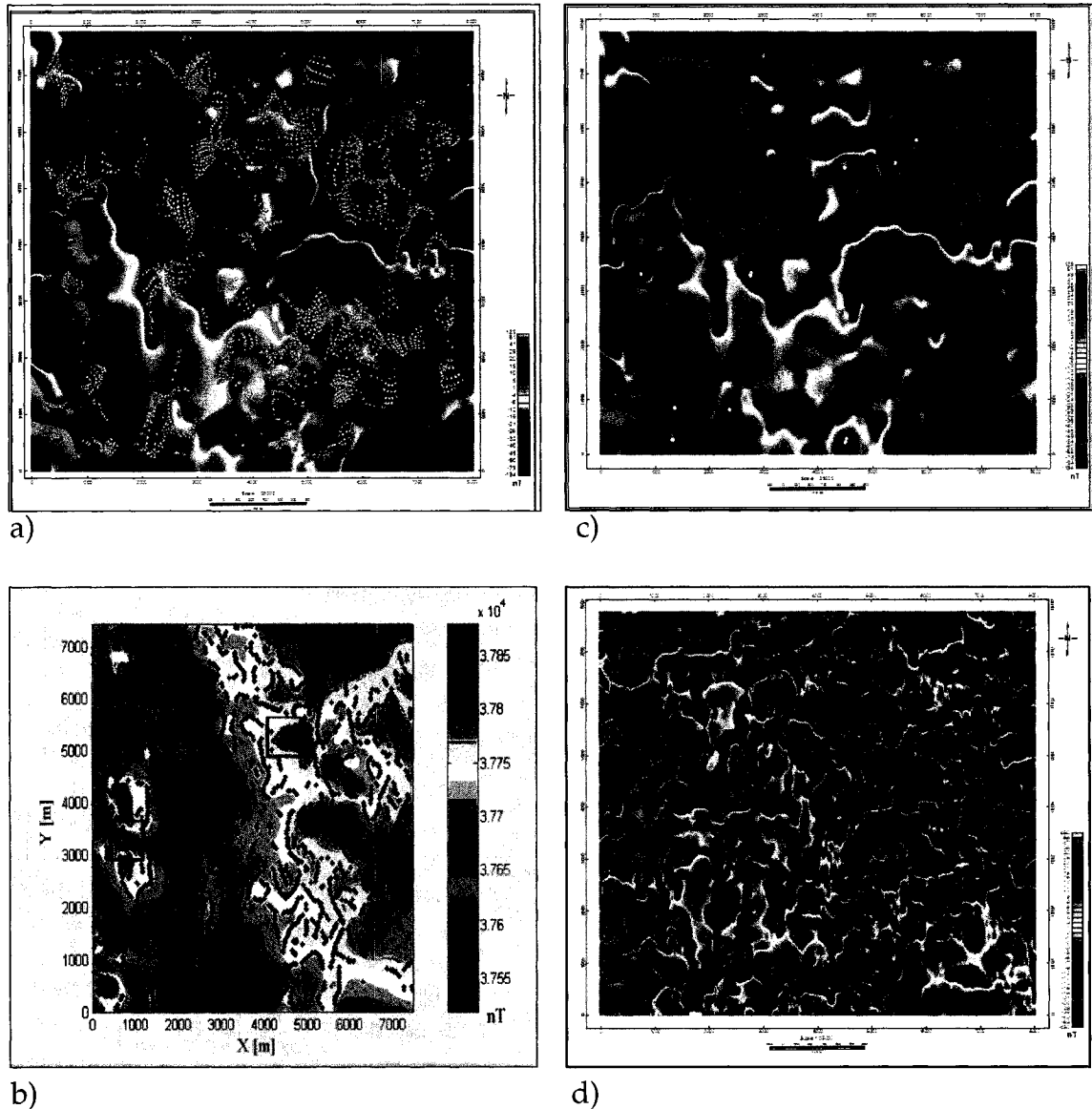


Figure 1.2 : Tentative d'identification des sources de type pipe kimberlitique par :
a) la méthode de déconvolution 3D d'Euler ; b) la méthode du gradient horizontal "maxima" ; c) la méthode du modèle de reconnaissance des kimberlites de Keating ; d) la méthode d'interpolation de Morris. Données magnétiques de l'Afrique du nord.

1.3 La problématique

Toutes les kimberlites ne sont pas diamantifères ou économiquement exploitables et uniquement 1% des kimberlites trouvées donnent une mine rentable et viable (Keating et al., 2004). Les mesures de laboratoire, ont montré que la signature magnétique de la majorité des kimberlites est dominée par la composante de l'aimantation rémanente (Arnott et al., 2003) et dans de nombreux cas, l'information sur la rémanence a été utilisée comme stratégie pour focaliser la recherche ; à titre d'exemple, dans la propriété d'Ekati de la région de Lac de Gras, la compagnie BHP Billiton a établi que le contenu en diamant des kimberlites est lié apparemment à l'âge d'éruption (Lockhart et al. 2004). La datation radiométrique effectuée sur les échantillons kimberlitiques a révélé que les anciennes cheminées (59 – 75 Ma), possédaient des teneurs basses en diamant, par contre dans les plus jeunes (45 – 56 Ma), les teneurs en diamant étaient modérées à élevées, particulièrement pour l'âge 55.4 ± 0.4 Ma.

Le caractère additionnel des cheminées riches en diamant est la composition pétrographique des pipes. La carte du levé aeromagnétique du site d'étude a mise en évidence deux types de signatures : des anomalies négatives de fortes intensités pour la plupart, correspondant au type magmatique (MK), moins riches en diamant et d'autres anomalies à faibles amplitudes reflétant parfaitement les positions des pipes à remplissage volcanoclastique (VK) et possédant des teneurs élevées en microdiamants (tableau 1.1). D'après les données de ce tableau, la susceptibilité moyenne des pipes VK et MK est de l'ordre de 0.0011 SI et 0.011 SI respectivement (Lockhart et al., 2004) ; la valeur 0.004 SI représente une limite parfaite pour distinguer et différencier entre les deux types de kimberlites (figure 1.3).

Ces valeurs représentent les susceptibilités magnétiques des kimberlites mesurées au laboratoire sur des échantillons prélevés par forage et de telles susceptibilités ne peuvent en aucun cas générer les amplitudes observées, si ce n'est pas l'effet amplificateur ou atténuant du vecteur de la rémanence. Ce vecteur peut donc prendre une direction autre que celle du champ géomagnétique actuel, ce qui donne aux anomalies magnétiques des kimberlites des signatures anormales comme les signatures négatives ou de fortes amplitudes positives qui ne peuvent pas être associées aux valeurs moyennes des susceptibilités magnétiques de ces dernières.

L'interprétation quantitative de ce type d'anomalie en se limitant aux programmes d'inversion "conventionnels" qui ne prennent pas en considération l'effet de la rémanence est très risqué et n'est pas recommandé surtout lorsque le vecteur de l'aimantation totale (somme des vecteurs d'aimantations induite et rémanente) n'est pas aligné le long de la direction du champ géomagnétique. Une telle inversion ne pourra pas assurer un résultat correct ou garantir l'exactitude de la susceptibilité magnétique et celui des pendages de la source. Pour surmonter cette difficulté et pouvoir effectuer une interprétation appropriée, il est impératif de tenir compte de la direction de l'aimantation totale ou des paramètres de l'aimantation rémanente dans le processus d'inversion.

Ainsi, on peut conclure que l'évaluation de l'aimantation totale ou rémanente d'une pipe kimberlitique est nécessaire pour l'estimation de sa vraie susceptibilité magnétique et à la base de laquelle, peut être définie la nature ou le type de cible recherchée.

Notre objectif dans ce travail est de trouver une méthode consistante et objective, capable d'extraire l'effet de l'aimantation du champ magnétique total sans recourir aux méthodes paléomagnétiques qui sont des procédures très coûteuses

et longues. De plus, l'application de ces techniques n'est possible que s'il y a abondance d'affleurements en surface, ce qui est rarement le cas des cheminées kimberlitiques qui sont des sources généralement inaccessibles. Recourir dans ce cas aux travaux de forages signifie des dépenses supplémentaires inutiles car à ce stade de prospection, les cibles ne sont pas encore bien identifiées et le manque d'informations sur les paramètres de l'aimantation des anomalies magnétiques limite l'efficacité de la modélisation et de l'inversion.

À la lumière de cette analyse, on peut conclure que l'évaluation des paramètres de l'aimantation (intensité, inclinaison et déclinaison) est nécessaire pour le besoin des applications suivantes :

1. Evaluer l'âge relatif d'éruption des pipes kimberlitiques par la corrélation avec l'échelle temps des polarités géomagnétiques de Cande et Kent (1995).
2. Raffiner et assister la modélisation et l'inversion.
3. Réduction au pôle et la transformation en pseudo-gravité du champ magnétique.

Tab. 1.1 : Ages, caractéristiques magnétiques, lithologie et abondance en microdiamant des kimberlites de Lac de Gras (Lockhart et al., 2004).

<i>Kimberlites</i>	<i>Age isotopique (Ma)</i>	<i>Amplitude des anomalies (nT)</i>	<i>Susc. Magnétique ($\times 10^{-6}$ SI)</i>	<i>Type de roche</i>	<i>Abondance en microdiamant</i>
Aaron	45.2	-74	1020	MK	élevée
Brent	47.1	-503	6800	MK	modérée
Arnie	47.5	-1530	5100	MK	très élevée
Mark	47.5	-1200	4600	MK	très élevée
Giraffe	47.8	34	510	VK	faible
Gazelle	47.9	0	2100	VK	modérée
Hawk	48.0	-170	13600	MK	faible
Grizzly	50.8	-1920	9500	MK	élevée
Falcon	51.5	-10	1100	VK	très élevée
Point Lake	51.5	-7	480	VK	très élevée
Leslie	52.1	7585	11000	MK	très élevée
Zach	52.8	0	1170	VK	modérée
Panda	53.3	115	633	VK	très élevée
Beartooth	53.1	24	1240	VK	élevée
Koala	53.3	659	941	VK	très élevée
Koala north	53.3	7	1560	VK	modérée
Bison	54.7	0	830	VK	faible
Cardinal	54.8	-21	800	VK	très élevée
Lynx	55.8	0	794	VK	élevée
Piranha	55.8	0	468	VK	très élevée
A154 south	55.5	-	-	VK	très élevée
A418	55.2	-	-	VK	très élevée
Panther	58.3	-10	1020	VK	très élevée
Crab	58.4	-60	1230	VK	faible
Shark	58.4	-24	1380	VK	élevée
Antelope	59.5	-50	14000	MK	faible
Cobra south	59.7	-36	3800	VK	faible
King	63.9	-87	6200	VK	très élevée
Springbok	63.9	-120	34000	MK	faible
Roger	67.6	-16625	45000	MK	stérile
Jaeger	69.1	-1437	364	VK	faible
Kudu	74.7	-80	15382	MK	très élevée

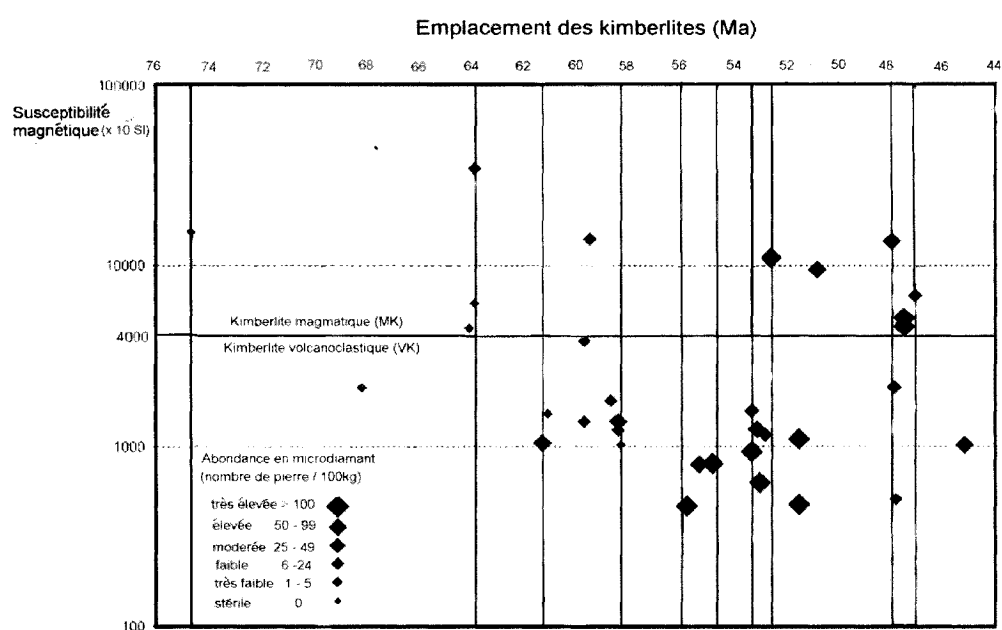


Figure 1.3 : Susceptibilité magnétique des kimberlites de la mine d'Ekati de la région de Lac de Gras. La valeur 0.004 SI est la limite séparant le type magmatique du type volcanoclastique (Lockhart et al., 2004).

▪ Quelques définitions sur les types d'aimantations des sources magnétiques

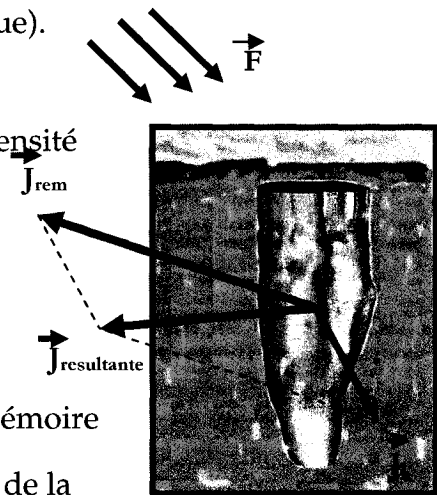
L'aimantation induite ($\vec{J}_i$) correspond à la variation réversible de l'aimantation en fonction du champ inducteur $\vec{F}$ (géomagnétique).

Elle peut être calculée à condition de connaître la susceptibilité magnétique (χ) du matériau et l'intensité du champ géomagnétique ($J_i = \chi \cdot F$).

Son orientation ($\vec{J}_i$) est presque dans la direction du champ normal $\vec{F}$.

L'aimantation rémanente ($\vec{J}_{rem}$) appelée aussi la mémoire magnétique correspond à l'aimantation résiduelle de la source pour un champ inducteur nul. Elle ne peut pas être calculée de manière déterministe car elle dépend de l'histoire géologique de la roche. Sa direction est généralement celle du paléochamp existant lors de sa mise en place.

L'intensité de ARN dépend de la proportion de minéraux ferromagnétiques présents, de l'intensité du champ géomagnétique qui régnait lors de l'apparition de l'aimantation rémanente et de l'évolution géologique de la roche.



La somme vectorielle de l'aimantation induite et rémanente est appelée l'aimantation totale ou résultante ($\vec{J}_{tot} = \vec{J}_i + \vec{J}_{rem}$) et avec cette quantité vectorielle que généralement nous traitons.

L'effet de l'aimantation rémanente sur la direction du vecteur de l'aimantation totale d'une pipe aimantée dans la direction du champ géomagnétique

($I_{IGRF} = 77^\circ$, $D_{IGRF} = -17^\circ$) peut être présenté par le diagramme de la figure (1.4).

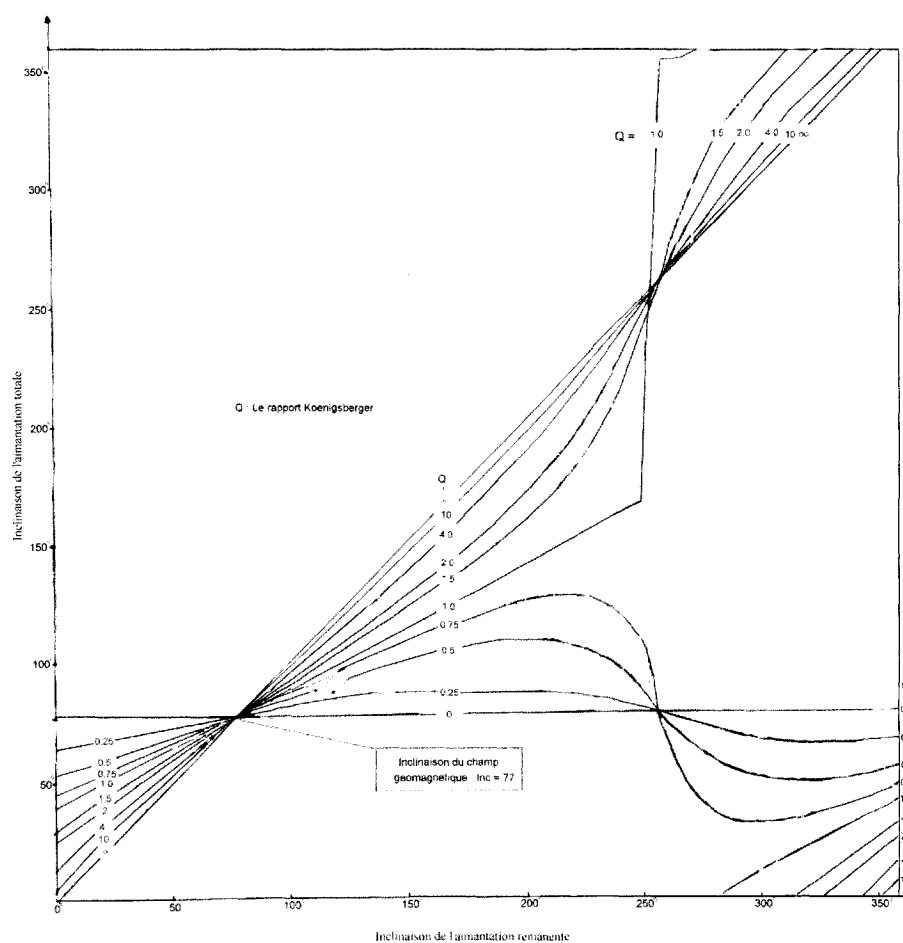


Figure 1.4 : Effet de l'aimantation rémanente sur la direction de l'aimantation totale

1.4 Objectifs de l'étude

Trois objectifs sont visés par le présent travail :

- Développer une technique simple et performante qui déterminerait l'orientation du vecteur de l'aimantation, et cela pour n'importe quelle forme géométrique de la source magnétique.
- Développer une technique d'inversion 2D/3D permettant l'interprétation des anomalies magnétiques porteuses de l'aimantation rémanente.
- La mise au point d'une procédure automatique, rapide et efficace qui indique les endroits où la présence de rémanence est soupçonnée sur une carte magnétique.

1.5 Méthodologie du travail

Pour atteindre les objectifs énoncés, notre démarche repose sur les directions et les étapes suivantes :

1. Estimation de la direction de l'aimantation des sources 2D et 3D.

L'objectif principal est d'identifier parmi les méthodes existantes une méthode ne faisant intervenir que le champ magnétique total qui permettrait une estimation adéquate de la direction de magnétisation des anomalies ponctuelles. Pour atteindre cet objectif, il est suggéré de revoir les anciennes méthodes élaborées par divers auteurs afin d'évaluer l'efficacité et la stabilité de chacune et ainsi pouvoir choisir celle qui répondra efficacement à nos exigences.

2. Identification sur la carte magnétique des endroits où la présence de la rémanence est soupçonnée.

Dans le cadre de la recherche des pipes kimberlitiques, le traitement (filtrage, transformation, techniques de reconnaissance) appliqué au levé aéromagnétique nous amène généralement à la localisation des anomalies circulaires reflétant l'attitude magnétique des cheminées kimberlitiques. Une fois que les positions de ces anomalies sont bien identifiées, l'opération pour l'estimation de la direction de l'aimantation totale de chaque anomalie décelée est fastidieuse si on procédait à définir et à préparer manuellement les grilles des données correspondantes pour enfin les interpréter par la technique proposée. Pour cette raison, notre intérêt primordial ici est d'adapter la procédure automatique à notre technique qui permettra simplicité et rapidité d'exécution.

3. Modélisation et inversion magnétique.

À cette étape de travail, le principal objectif de l'interprétation est la détermination des paramètres physiques et géométriques des structures recherchées. L'interprétation géophysique en général se divise en deux types de méthodes : l'une est appelée méthode "directe" ou modélisation dans laquelle on calcule la réponse magnétique d'un modèle typique tel un prisme rectangulaire, un cylindre vertical, etc. L'autre méthode dite "inverse", consiste à trouver par optimisation un modèle de paramètres physiques dont la réponse calculée va correspondre aux données d'observation. L'optimisation se fait généralement en minimisant la somme des erreurs au carré entre la réponse calculée du modèle et les données réelles.

La configuration géométrique la plus adoptée dans la modélisation des pipes kimberlitiques est celle du cylindre vertical. La formulation mathématique qui décrit adéquatement le champ magnétique total issu d'un cylindre vertical semi-infini est celle proposée par Singh et Sabina (1978). Pour le problème d'inversion, vu que le problème posé est linearisable, la méthode des moindres carrés amortis est adoptée. Plusieurs informations supplémentaires sont introduites dans le processus d'inversion dans le but de guider l'interprétation et stabiliser la solution et aboutir enfin à des solutions réalistes et uniques.

4. Application de la technique proposée sur des données synthétiques et réelles.

L'objectif d'une telle application était de tester la capacité de la méthode d'inversion à estimer les paramètres de l'aimantation rémanente ainsi que les paramètres géométriques des pipes kimberlitiques. Toute une série de tests a été effectuée sur des données synthétiques générées par des sources compactes et isolées. Au début, la technique a été limitée aux cylindres verticaux de géométries constantes en faisant varier l'orientation du vecteur de l'aimantation rémanente. Par la suite, l'interprétation s'est réorientée pour résoudre des cas plus complexes en déformant la géométrie habituelle des pipes kimberlitiques. Nous avons également estimé la direction de l'aimantation rémanente des pipes kimberlitiques de la région de Kirkland Lake et de Lac de Gras. Les tests effectués nous ont permis de recenser et de définir les obstacles et les facteurs qui dégradent la précision et l'efficacité de la technique proposée.

Contributions du mémoire

Les contributions principales de ce mémoire sont :

- La programmation d'un code 2D et 3D permettant l'estimation de la direction du moment magnétique des sources isolée.
- La programmation d'un code d'inversion 2D et 3D, mettant en œuvre la méthode des moindres carrés amortis pour l'interprétation des anomalies magnétiques avec ou sans rémanence, générées par des objets de type pipes kimberlitiques.
- La réalisation d'un code numérique adaptant la procédure automatique à notre technique d'estimation de la direction de magnétisation.

1.6 Plan de travail

Le contenu de ce mémoire est organisé de la façon suivante :

Le **premier chapitre** est consacré à une description générale sur la recherche des pipes kimberlitiques, suivie d'un survol des méthodes géophysiques utilisées pour la reconnaissance des cheminées kimberlitiques. Une brève description de la problématique, des objectifs tracés et de la méthodologie proposée est également exposée.

Dans le **deuxième chapitre**, on présente une revue des techniques proposées par divers chercheurs sur la détermination de la magnétisation. Nous décrivons et évaluons les avantages et les inconvénients de chaque méthode, puis nous suggérons l'approche la plus pratique et la plus efficace. Par la suite, nous décrivons la théorie de la dite technique, suivie d'une série de tests pour confirmer sa performance.

Le troisième chapitre est consacré à la construction du problème direct et du problème inverse.

Le quatrième chapitre présente des exemples d'application de la technique d'inversion sur des modèles synthétiques et réels.

Le cinquième chapitre est destiné à l'application de la procédure automatique pour l'identification des anomalies porteuses de la rémanence sur une carte magnétique avec un exemple synthétique complexe.

Le sixième chapitre fait la synthèse de l'étude, en mettant en évidence les conclusions sur les applications de la méthode.

Chapitre 2

Comparaison de différentes méthodes estimant la direction de l'aimantation des sources

Pour atteindre les objectifs énoncés, nous avons jugé nécessaire de revoir les travaux antérieurs réalisés dans ce domaine, pour pouvoir définir par la suite la méthode à utiliser.

2.1 Travaux antérieurs

De nombreuses études sur les effets de l'aimantation et basées sur des principes différents ont été élaborées (Sutton et Mumme, 1957 ; Powell, 1963 ; Hood, 1964 ; Bott, Smith et Stacy, 1966 ; Bhattacharyya, 1966 ; Zietz et Andreasen, 1967 ; Cordell et Taylor, 1971 ; Le Mouel, Galdeano et Le Pichon, 1972 ; Emilia et Massey, 1974 ; Shurbet, Keller et Friess, 1976 ; Schnetzler et Taylor, 1984 ; Muniruzzaman et Banks, 1989 ; Roest et Pilkington, 1993 ; Fedi, Florio et Rappola, 1994 ; Medeiros et Silva, 1995 ; Schmit et Clark, 1998 ; Bilim et Ates 1999 ; Paine, Haederle et Flis, 2001 ; Thurston, 2001 ; Furness, 2001 ; Ueda et Kubota, 2002 ; Haney et Li, 2002 ; Dannemiller et Li, puis Shearer et Li, 2004). Le trait commun de ces méthodes est que le traitement du problème de rémanence

se limite uniquement à une seule anomalie qui devrait être plus ou moins perturbée magnétiquement par les anomalies avoisinantes.

Girdler et Peter (1959) ont essayé d'expliquer l'origine d'une forte anomalie magnétique négative "offshore", détectée dans le golfe d'Aden par l'expédition de recherche Vessel de l'Université Columbia.

Books (1962) s'est intéressé aux anomalies aéromagnétiques des buttes de Boxelder, de Squaw et Saddle de la région de Montana qui présentaient des signatures magnétiques anormales, telles l'inversion et rotation de leurs pôles. À cette époque là, l'interprétation était basée sur la comparaison entre l'anomalie observée et celle modélisée et par ajustement successif des paramètres géométriques et physiques du modèle choisi, les géophysiciens arrivaient à rapprocher les courbes des anomalies et déduisaient ainsi les différents paramètres de la source.

Hood (1964) a établi analytiquement une formulation qui relie la direction de l'aimantation totale et celle du vecteur de l'aimantation rémanente d'un dyke vertical 2D uniformément magnétisé. En se basant sur cette relation, un diagramme (une famille de courbes) a été construit montrant l'effet de l'aimantation permanente sur la direction du vecteur de l'aimantation résultante, en variant le coefficient Koenigsberger (Q) de zéro jusqu'à l'infini.

Bhattacharyya (1966) a développé une nouvelle méthode d'estimation qui permettait de déterminer l'intensité, la direction de l'aimantation et les paramètres géométriques d'une source magnétique ayant la forme d'un prisme rectangulaire. Pour atteindre son objectif, il a recouru à la construction d'un système de six équations ; la première équation représentait l'expression

analytique du champ total dudit prisme et à partir de laquelle, il a dérivé trois autres équations (deux dérivées horizontales et une dérivée verticale); la cinquième équation représentait le prolongement vers le haut de l'expression du champ total tandis que la dernière équation n'est que la somme au carré des cosinus de direction du vecteur de polarisation. Par cette procédure il a pu déterminer les six paramètres inconnus (les deux profondeurs de la source, l'intensité de l'aimantation et les cosinus de direction du vecteur de polarisation). Il a aussi introduit la dérivée verticale du deuxième ordre ainsi que sa réduction au pôle pour estimer la largeur et le centre de la source.

La même année, Bott et al. (1966) ont montré que la transformée de Baranov (1957) peut être utilisée pour l'estimation de la direction de l'aimantation totale; d'après eux, la gamme des directions qui génèrent des pseudo-gravités entièrement positives est considérée comme la solution du problème.

Quant à Zietz (1967), puis Schnetzler (1984), ils ont exploité la position et le rapport d'amplitude du maximum et du minimum de l'anomalie pour estimer les angles de déclinaison et d'inclinaison de l'aimantation résultante.

D'un autre côté, Le Mouel et Galdeano (1972) ont développé une technique basée principalement sur les propriétés statistiques de l'anomalie en utilisant la réduction au pôle et la fonction d'auto-corrélation. Ils ont montré que la fonction d'auto-corrélation, ainsi que le spectre d'énergie sont des fonctions radiales si la direction de l'aimantation de la source est verticale. Dans le cas où ladite direction est inclinée, les courbes tracées de la fonction d'auto-corrélation ont une forme elliptique (figure 2.1). La procédure adoptée est de produire plusieurs cartes de la fonction d'auto-corrélation de l'anomalie réduite au pôle correspondant à différentes valeurs d'inclinaison et de déclinaison de

l'aimantation. La direction optimale est ainsi déduite de la fonction radiale qui produit des isolignes circulaires.

Pour les techniques élaborées par Cordel (1971), Shurbet (1976), Bilim (1999), Muniruzzaman (1989) et Ueda (2002), elles sont toutes basées sur la relation de Poisson qui connecte entre le potentiel magnétique et celui de la gravité. En combinant les données magnétiques et gravimétriques d'une anomalie quelconque, l'estimation de la direction de l'aimantation totale peut être déterminée par le maximum de corrélation ou par la cohérence spectrale entre le champ de pesanteur et la pseudogravité du champ magnétique ou bien par le facteur de phase de la réponse magnéto-gravimétrique selon Ueda et al. (2002).

Une autre approche d'identification de l'aimantation rémanente a été décrite par Roest et Pilkington (1993). Ces auteurs ont montré que les expressions du signal analytique et du gradient horizontal de la pseudo-gravité d'un contact confiné dans une couche horizontale très mince sont proportionnelles en valeur absolue. Ces deux quantités affichent une même allure uniquement dans le cas d'une aimantation verticale. Le principe de cette méthode est basé sur le fait que l'inter corrélation entre lesdites quantités est fonction de la direction de l'aimantation. La corrélation est maximale dans le cas d'une aimantation verticale, et elle décroît dans le sens des faibles inclinaisons (figure 2.2). Obtenir le maximum de corrélation entre ces deux fonctions après réduction au pôle, revient donc à déterminer la direction de l'aimantation.

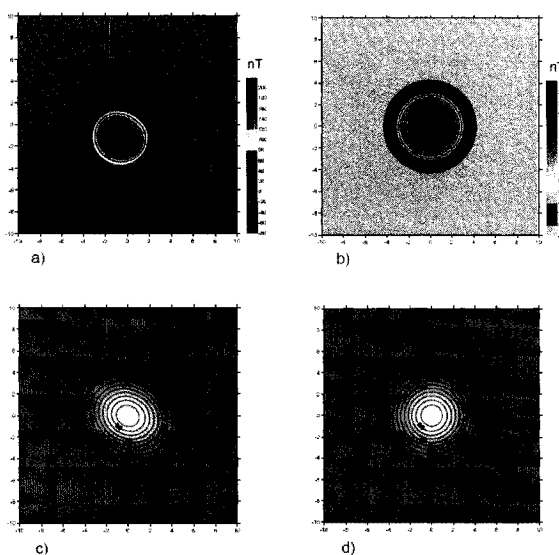


Figure 2.1 : a) Anomalie magnétique due à une aimantation inclinée ; b) anomalie réduite au pôle ; c) isolignes de la fonction d'auto-correlation calculée à partir de l'anomalie (a) ; d) isolignes de la fonction d'auto-correlation obtenue à partir de l'anomalie réduite au pôle (Bournas, 2001).

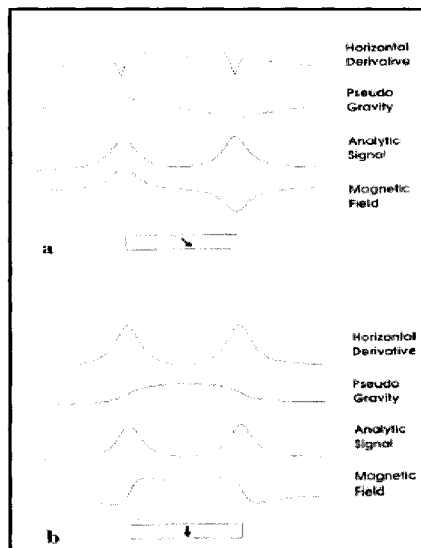


Figure 2.2 : La corrélation entre le signal analytique et le gradient horizontal de la pseudo-gravité. Dans le cas d'une aimantation inclinée : (a) la corrélation entre les deux courbes n'est pas à son maximum. Dans le cas d'une aimantation verticale : (b) les courbes du signal analytique et du gradient horizontal sont similaires et produisent une corrélation maximale (Roest et al., 1993).

Quant à Fedi et al. (1994), ils ont décrit une technique très proche de celle qu'a proposé Bott en 1966. Ces auteurs se sont basés dans leur étude sur l'examen de l'amplitude du minimum (le pôle négatif) de l'anomalie réduite au pôle. Ils ont montré que les paramètres (inclinaison et déclinaison) qui afficheraient un faible minimum après réduction au pôle de l'anomalie correspond à la vraie direction du moment magnétique de la source.

Medeiros et Silva (1995) ont présenté une nouvelle et intéressante méthode d'estimation qui permet d'estimer simultanément la direction de l'aimantation totale et l'orientation spatiale 3D d'une source magnétique. Leur méthode est basée sur l'approximation de l'anomalie (V) par une série dérivée de l'expansion du potentiel magnétique en multipôles en gardant les moments de la source jusqu'au second-ordre et assumant que la direction de l'aimantation est constante :

$$\begin{aligned}
 V = & \phi^x M_0^x + \phi^y M_0^y + \phi^z M_0^z + \phi^{xy} (M_x^y + M_y^x) \\
 & + \phi^{xz} (M_x^z + M_z^x) + \phi^{yy} (M_y^y + M_x^x) + \phi^{yz} (M_y^z + M_z^y) \\
 & + \phi^{zz} (M_z^z - M_x^x) + \phi^{xyy} (M_{xy}^y - M_{yx}^x) + \phi^{xyz} (M_{xy}^z + M_{xz}^y + M_{yz}^x) \\
 & + \phi^{xzz} (M_{xz}^z + D_{zx}^x) + \phi^{yyy} (D_{yx}^y - M_{xy}^x) + \phi^{yyz} (D_{zx}^y + M_{yz}^y - M_{xz}^x) \\
 & + \phi^{yzz} (D_{zx}^y + M_{yz}^z - M_{xy}^x) + \phi^{zzz} (D_{zx}^z - M_{xz}^x), \tag{2.1}
 \end{aligned}$$

où

V représente le champ magnétique,

ϕ est la fonction de Green,

$\phi^{xyz} = \frac{\partial^3 \phi}{\partial x \partial y \partial z}$ est la dérivée d'ordre (1, 2, 3) de la fonction de Green,

$M_0 = \int_{v_0} J(r') dv_0$ indique le moment harmonique d'ordre zéro,

$M_x = \int_{v_0} (x' - x'_0) J(r') dv_0$ est le moment harmonique de premier ordre,

$M_{xy} = \int_{v_0} (x' - x'_0)(y' - y'_0) J(r') dv_0$: le moment harmonique de second-ordre,

$D_{xy} = \frac{1}{2}(M_{yy} - M_{xx})$ est la différence entre les moments harmoniques.

Après quelques arrangements et normalisation des moments et des fonctions de base, l'équation principale (2.1) est réécrite sous forme d'un système matriciel linéaire :

$$\mathbf{V} = \Phi \cdot \mathbf{M} \quad (2.2)$$

$\mathbf{V}$: est un vecteur de dimension (n) composé des valeurs du champ magnétique mesurées aux points $(x_k, y_k, 0)$.

$\mathbf{M}$: est le vecteur des moments normalisés.

Φ : représente une matrice de dimension $(n \times 15)$ composée des éléments $\phi_{k,j}$ évaluées aux points $(x_k, y_k, 0)$. Ainsi, les moments "équivalents" $\mathbf{M}$ peuvent être calculés d'une manière itérative en gardant les moments harmoniques du premier ordre égaux à zéro. La méthode est conçue pour l'interprétation des anomalies compactes et isolées, et de géométrie arbitraire.

Visant le même résultat, Schmidt et Clark (1998) ont fait appel à une ancienne méthode qui a été délaissée dans les archives de la géophysique. La méthode n'a pas connu de développement car originalement, elle a été formulée avant l'arrivée de l'informatique (calcul numérique rapide). D'après eux, la méthode a été établie par Helbig en 1963, connue sous le nom "méthode intégrale des

moments''. Ce dernier a formulé les relations reliant les composantes du champ magnétique total (B_x, B_z) d'une anomalie aux composantes du moment dipolaire (m_x, m_y et m_z) de la source causative :

$$\begin{aligned}
 \int_{-x-x}^x \int_{-y-y}^y x B_z(x, y) dx dy &= -2\pi m_x \\
 \int_{-x-x}^x \int_{-y-y}^y y B_z(x, y) dx dy &= -2\pi m_y, \\
 \int_{-x-x}^x \int_{-y-y}^y x B_x(x, y) dx dy &= -2\pi m_z
 \end{aligned}
 \tag{2.3}$$

Ainsi, l'intégrale de l'une des composantes du champ magnétique total suivant une surface plane et infinie ne représente qu'une des composantes du moment magnétique de la source. Une fois ces moments déterminés, le rapport entre certaines quantités (moments) donne l'information sur la direction et la déclinaison de l'aimantation totale. La méthode est fiable pour le cas des anomalies isolées, uniformément magnétisées et adéquatement échantillonnées par le levé magnétique.

Récemment, une nouvelle classe de méthodes basée principalement sur la fonction du signal analytique est apparue. Comme l'amplitude du signal analytique (AA_s) est presque indépendante de l'aimantation rémanente, cette fameuse propriété, en la combinant avec d'autres fonctions, a été exploitée par plusieurs auteurs pour extraire l'information sur la direction de l'aimantation permanente. Comme nous l'avons déjà mentionné, Roest et Pilkington (1993) étaient les pionniers de l'utilisation de cette fonction pour évaluer la direction de la magnétisation. Pour contrecarrer la difficulté associée avec l'inversion des

anomalies magnétiques contaminées avec la rémanence, Paine et al. (2001) ont proposé une technique qui diminue l'effet de la rémanence. La procédure adoptée consiste à transformer le champ magnétique total en signal analytique (AS), puis calculer l'intégrale verticale (IV) dudit signal, ou l'inverse : le calcul de l'intégrale verticale du champ magnétique total puis son signal analytique ; l'interprétation quantitative de l'une des deux quantités obtenues (ASIV) ou (IVAS), en utilisant les simples algorithmes d'inversion, tel "MAG3D" de Li et Oldenburg (1996) donne des résultats satisfaisants même si la profondeur du toit de la source n'est pas toujours retrouvée.

D'un autre côté, Dannemiller et Li (2004) ont adopté l'idée de produire à partir d'une anomalie magnétique plusieurs réductions au pôle (R) correspondant à différentes valeurs d'inclinaison et de déclinaison de l'aimantation, puis calculer la dérivée verticale ($v = \partial R / \partial z$) et le gradient total ($g = \sqrt{(\partial R / \partial x)^2 + (\partial R / \partial y)^2 + (\partial R / \partial z)^2}$) de chaque transformée obtenue. Les paramètres (inclinaison et déclinaison) qui maximisent la corrélation (C) entre ces deux nouvelles fonctions indique la vraie direction de l'aimantation totale :

$$C = \frac{\sum (v_j - \bar{v})(g_i - \bar{g})}{\sqrt{\sum (v_j - \bar{v})^2 \sum (g_i - \bar{g})^2}}.$$

j est l'indice de chaque inclinaison et déclinaison choisie.

$\bar{v}$ et $\bar{g}$ représentent les valeurs moyennes des dérivées verticales et gradients totaux calculées. Notons que le gradient total de Dannemiller et Li (2004) est identique à la définition du signal analytique de Roest et al. (1992).

Récemment, Shearer et Li (2004) sont passés directement à l'inversion 3D du gradient total pour retrouver la distribution locale des susceptibilités magnétiques du sous-sol. L'algorithme ainsi construit ne requiert pas explicitement la connaissance de la direction de l'aimantation. La méthodologie suivie par les auteurs est la suivante :

- Le gradient total observé (g^{obs}) est dérivé directement du champ magnétique total mesuré à la surface.
- Pour le calcul de la réponse prédite (g^{pred}) du modèle de référence, le sous-sol est subdivisé en blocs rectangulaires auxquels des valeurs de susceptibilités magnétiques sont assignées. Le problème de modélisation directe devient alors très simple et peut être formulé sous une forme matricielle linéaire qui s'écrit comme :

$$g^{pred} = \sqrt{g_{xi}^2 + g_{yi}^2 + g_{zi}^2} \quad (2.4)$$

où

$$g_{xi} = \sum_{j=1}^M k_j \frac{\partial T_{ij}}{\partial x} ; g_{yi} = \sum_{j=1}^M k_j \frac{\partial T_{ij}}{\partial y} \text{ et } g_{zi} = \sum_{j=1}^M k_j \frac{\partial T_{ij}}{\partial z} \quad (2.5)$$

- T : le champ magnétique total,
 j : le nombre des cellules du modèle,
 i : le nombre de points d'observations.

Pour que les solutions de l'inversion soient plus réalistes, les auteurs ont introduit à la fonction objective classique $\phi_g = \|W_g (g^{obs} - g^{pred})\|^2$ une régularisation β , une contrainte de pondération qui minimise la complexité

structurale de la susceptibilité effective $\phi_m = \|W_m(\bar{k} - \bar{k}_0)\|^2$ et une contrainte de positivité (barrière logarithmique) pour s'assurer que les solutions de l'optimisation soient toutes positives. La fonction objective finale s'écrit formellement comme :

$$\phi = \phi_g + \beta\phi_m - 2\lambda \sum_j \ln k_j, \quad (2.6)$$

où

- W_g : le poids de la matrice des données,
- W_m : le poids de la matrice du modèle,
- $\bar{k} = (k_1, \dots, k_M)^T$: les susceptibilités magnétiques effectives du modèle,
- $\bar{k}_0$: la susceptibilité magnétique de référence du modèle,
- β : paramètre de régularisation qui a pour but d'empêcher le modèle d'approcher et de retrouver les bruits des données observées,
- λ : paramètre de la contrainte de positivité.

La minimisation de la fonction objective, a été finalement exécutée par la régularisation de Tikhonov.

2.2 Récapitulatif des avantages et inconvénients des différentes méthodes.

L'étude de l'ensemble des méthodes a montré que la plupart visent le même objectif : déterminer la direction et l'intensité de l'aimantation totale ou rémanente. Ces méthodes ont été élaborées sur des bases mathématiques et raisonnements différents. L'efficacité de chaque méthode repose sur la stabilité et la précision dans les résultats de calcul en traitant des données réelles, donc contaminées. Le bon fonctionnement de ces techniques dépend aussi des conditions de leur utilisation. La performance et la supériorité de chaque méthode se mesure au nombre de restrictions qui l'affectent, à la rapidité de son exécution et sa capacité d'identifier la direction de l'aimantation des anomalies situées dans des zones perturbées magnétiquement.

À la lumière de cette analyse et description, on s'est rendu compte qu'il existe des traits communs et des ressemblances entre certaines techniques. Pour cette raison, nous avons décidé de les regrouper en six catégories :

1. Les méthodes de corrélation ou de cohérence qui font participer obligatoirement le champ de gravité (Bilim, Ueda, Cordel, Shurbet, etc.).
2. Les méthodes axées sur les propriétés de l'anomalie telles : l'allure du minimum de l'anomalie, la position relative et le rapport d'amplitude du maximum et du minimum de l'anomalie, etc. (Zietz, Schnetzler, Fedi et Le Mouel).
3. Les méthodes de corrélation entre les quantités dérivées directement et uniquement du champ magnétique (Dannemiller et Roest).

4. Les méthodes analytiques construites à partir des sources ayant de simples géométries, tels que les dykes, prisme-rectangulaire, etc (Sutton, Powell, Bhattacharyya, Emilia).
5. Les méthodes des moments qui ne tiennent compte que du champ magnétique total ou de l'une de ses composantes (Medeiros et al.).
6. Les méthodes d'inversion "directes" du champ primaire équivalent (Furness), du gradient total (Shearer et al.) ou des fonctions *ASIV* et *IVAS*, obtenues après transformation du gradient total (Paine et al.).

Les techniques représentant la première catégorie s'avèrent peu intéressantes, l'inconvénient de ces dernières réside dans le fait que leur fonctionnement nécessite la présence obligatoire du champ de gravité au côté du champ magnétique ; de plus, les résultats sont incertains à cause de l'inapplicabilité de l'hypothèse de Baranov ; une roche dense n'est pas obligatoirement magnétique. L'autre problème apparent est le temps de calcul. Pour chaque angle de déclinaison, l'ordinateur devra effectuer 360 opérations cherchant l'angle d'inclinaison optimal de l'aimantation totale.

Pour la deuxième catégorie, la précision des résultats des techniques appartenant à ce type repose sur la qualité des données à interpréter. La difficulté majeure est de localiser correctement la position du minimum de l'anomalie ou de mesurer exactement le rapport d'amplitude du maximum et du minimum de l'anomalie en présence de bruits et interférences. L'autre inconvénient est l'aspect peu commode qu'offrent ces méthodes ; la manipulation des diagrammes et tableaux pour extraire l'information sur la direction de l'aimantation est souvent désagréable (approche de Schnetzler et Zietz), tandis que dans l'approche de Fedi, le résultat final est tributaire de l'inspection visuelle.

Pour la troisième catégorie, même si ce type de méthode ne fait intervenir que le champ magnétique total, il reste que le temps de calcul de la direction de l'aimantation est très lent et fastidieux vu le nombre excessif (les milliers) d'opérations de réduction au pôle qu'exige la procédure. Cela handicap lourdement l'utilisation de ce genre de techniques.

Pour les méthodes appartenant à la quatrième catégorie, leurs résultats sont généralement consistants et précis si elles sont soigneusement et judicieusement utilisées et de manière objective.

Pour ce qui concerne les méthodes des moments, cette catégorie permet de déterminer de façon beaucoup plus stable et simultanée la direction de l'aimantation totale, l'orientation spatiale 3D et même le volume des corps perturbateurs en s'appuyant uniquement sur les réponses magnétiques observées. L'estimation de ces paramètres ne dépend en aucun cas de l'inclinaison du champ géomagnétique local ou de la forme géométrique des cibles.

Enfin, pour la catégorie qui représente les méthodes d'inversion directe, il est extrêmement difficile de porter un jugement sur cette catégorie car nous ne l'avons pas expérimentée et nous ne pouvons évaluer les performances et les limites de ces dernières. Cependant on peut émettre les réserves suivantes :

La modélisation par l'approche du champ primaire équivalent, proposée par Furness, nous paraît compliquée et difficile à programmer. La formulation mathématique de cette technique est dérivée directement de la théorie du potentiel nécessitant le calcul des intégrales de surface un peu compliquées et pas simple à programmer. De plus, l'auteur dans son article n'aborde que de la modélisation et ne cite en aucun cas le problème inverse.

Pour la technique d'inversion directe du gradient total développée tout récemment par Shearer et al., 2004, cette nouvelle approche présente l'unique solution pour l'interprétation des anomalies magnétiques, sans avoir le besoin de recourir à l'information des caractéristiques de la rémanence. Malheureusement cette technique reste inadaptée à notre cas, son utilisation se limite au processus d'inversion et ne pourrait pas à nous renseigner ou classer sur une grille de données magnétiques, les anomalies "normales" et "anormales", ce qui implique pour nous tout simplement l'omission de notre deuxième objectif.

Pour l'inversion des transformées *ASIV* et *IVAS*, qu'a proposé Paine et al. (2001), cette approche nous semble peu efficace car la décroissance des courbes desdites fonctions diffère de celle du champ magnétique total surtout au niveau des flancs de l'anomalie. Cela induira sûrement des erreurs dans l'estimation de tous les paramètres géométriques des sources.

2.3 Choix de la méthode

Cet ensemble de méthodes a montré les performances et les faiblesses de chacune et nous a permis de fixer notre choix sur celle qui répond à nos besoins et à nos exigences. En s'accrochant aux critères de la rapidité d'exécution, moindre de contraintes et simplicité, notre attention a opté pour la cinquième catégorie. Ce type de méthode se distingue aussi des autres par son indépendance de l'inclinaison du champ normal et de la géométrie des sources. La catégorie choisie regroupe la technique des multipôles de Medeiros (1995) et celle qu'a proposé Schmidt (1998) connue sous le nom de "Helbig". Comme nous l'avons déjà mentionné, ces deux méthodes ont été fondées sur des

principes différents, mais toutes les deux aboutissent à un même but qui est le calcul des trois composantes du moment magnétique du corps perturbateur.

La mise en œuvre de la méthode de Modeiros est fastidieuse, la complication réside dans l'équation principale (2.1) qui utilise les dérivées secondes de la fonction de Green ainsi que les moments harmoniques du second ordre ; pour cette raison, nous avons retenu la simple méthode de "Helbig" qui est basée sur

le calcul de ce type d'intégrales $\int_{-\infty-\infty}^{+\infty+\infty} x \cdot f(x, y) dx dy$ et $\int_{-\infty-\infty}^{+\infty+\infty} y \cdot f(x, y) dx dy$ pour enfin

donner les moments magnétiques des cibles recherchées. A souligner que des expressions analogues sont familières et souvent rencontrées en théorie de la mécanique des solides de révolutions, utilisées principalement pour le calcul des volumes, des moments des masses et les coordonnées du centre de gravité des corps, etc.

2.4 Origine et évolution de la méthode

A l'origine, cette technique a été présentée pour la première fois par Ervand G. Kogbetliantz (1943) dans son article intitulé "*Quantitative interpretation of magnetic and gravitational anomalies*". L'auteur a axé son travail sur l'utilisation exclusive des valeurs moyennes, particulièrement, les moments des fonctions et les moments des quantités observées élevées au carré. Cette nouvelle stratégie d'interprétation des anomalies ponctuelles permettait le calcul de l'intensité, de la direction de l'aimantation effective et des coordonnées du centre de gravité des sources bidimensionnelles sans restriction sur leurs formes géométriques.

Mikov (1962), dans son livre intitulé *"Méthodes d'interprétation des anomalies magnétiques"*, a consacré une grande partie de son ouvrage (chapitre-IV) à cette technique qui surnomma "méthode d'intégrale ou méthode d'interprétation directe". Il a donné les expressions mathématiques correspondantes aux sources 2D/3D aimantées dans un premier cas suivant la verticale et dans un second cas suivant une direction arbitraire. Mikov a bien souligné l'efficacité et la robustesse qu'offre cette technique en pratique ainsi que les bons résultats généralement obtenus même pour les cas extrêmes où l'aimantation des sources est non-uniforme.

D'autre part, Helbig (1962) a abordé lui aussi cette technique dans son article intitulé *"Some integrals of magnetic anomalies and their relationship to the parameters of the disturbing body"*. Il a présenté les différentes relations mathématiques qui régissent cette méthode.

Avec l'apparition des ordinateurs, plusieurs auteurs ont attaché beaucoup d'intérêt à cette technique. A titre d'exemple, Nepomniachikh (1964) s'est appuyé sur cette technique pour transformer correctement les anomalies magnétiques bidimensionnelles au pôle, ce qui lui donna après la possibilité d'appliquer sa méthode d'inversion connue sous le nom de *"méthode de comparaison des courbes logarithmiques"*. Sa technique repose sur trois opérations : la première consiste à calculer l'inclinaison du vecteur de l'aimantation effective, la seconde est la réduction au pôle de l'anomalie magnétique observée en tenant compte de l'estimé précédant et la dernière opération est l'inversion de l'anomalie polaire.

Schmidt et al. (1997 ; 1998) se sont intéressés eux aussi à cette technique ; ils ont essayé de la perfectionner et l'adapter au calcul informatique. La convergence entre les résultats des tests obtenus sur certaines anomalies magnétiques du

complexe igné de Tuckers en Australie avec ceux des mesures paléomagnétiques les a convaincu de la pertinence de cette méthode.

Phillips (2003) de l'U.S. Geological Survey a publié un article dans ce sens, intitulé " *Can we estimate total magnetization directions from aeromagnetic data using Helbig's formulas* ". Ce résumé ne donnait pas assez d'informations sur la méthodologie utilisée.

2.5 Formulation mathématique

2.5.1 Cas des objets bidimensionnels

La méthode est fondée sur la relation classique de Poisson qui relie les composantes du champ magnétique "complexe" aux gradients du champ de gravité. Pour le cas des objets 2D uniformément magnétisés, la relation de Poisson peut s'écrire formellement comme :

$$\Delta H + i\Delta Z = \frac{J}{G\sigma} \cdot (V_{xx} + iV_{xz}) \cdot e^{-i\psi} \quad (2.7)$$

où

- ΔH est la composante horizontale du champ magnétique,
- ΔZ est la composante verticale du champ magnétique,
- G est la constante gravitationnelle universelle,
- σ est le contraste de densité de la source magnétique,
- J est l'intensité de l'aimantation effective de la source,

- $V_{xz} = \frac{\partial^2 V}{\partial x \partial z}$ et $V_{zz} = \frac{\partial^2 V}{\partial z^2}$ sont les gradients horizontal et vertical du champ de gravité $g_z = \frac{\partial V}{\partial z}$.
- ψ est l'inclinaison du vecteur de l'aimantation effective.

En substituant la dérivée horizontale (V_{xz}) du champ de gravité dans (2.7) par sa valeur ($-V_{zz}$) selon l'équation de Laplace $\partial^2 V / \partial x^2 + \partial^2 V / \partial z^2 = 0$, l'équation ci-dessus prend la forme suivante :

$$\Delta H - i\Delta Z = -i \frac{J}{G\sigma} (V_{xz} - iV_{zz}) \cdot e^{i\psi} \quad (2.8)$$

En modifiant l'écriture de l'équation (2.8) par l'introduction des fonctions sinus et cosinus à la place de l'exponentielle selon la formule d'Euler : $e^{i\psi} = \cos\psi + i\sin\psi$, nous obtenons :

$$\Delta H - i\Delta Z = \frac{J}{G\sigma} [V_{xz} \sin\psi - V_{zz} \cos\psi - i(V_{xz} \cos\psi + V_{zz} \sin\psi)], \quad (2.9)$$

et par décomposition de la forme complexe obtenue en parties réelle et imaginaire, nous pouvons écrire :

$$\Delta H = \frac{J}{G\sigma} (V_{xz} \sin\psi - V_{zz} \cos\psi) \quad (2.10)$$

$$\Delta Z = \frac{J}{G\sigma} (V_{xz} \cos\psi + V_{zz} \sin\psi) \quad (2.11)$$

En multipliant les deux parties des équations (2.10) et (2.11) par x et intégrant le long de cet axe sur un intervalle infini de $-\infty$ à $+\infty$, nous obtenons :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} x \cdot \Delta H dx = \frac{J}{G\sigma} \sin \psi \left(\int_{-\infty}^{+\infty} x V_{xz} dx \right) - \frac{J}{G\sigma} \cos \psi \left(\int_{-\infty}^{+\infty} x V_{zz} dx \right) \quad (2.12)$$

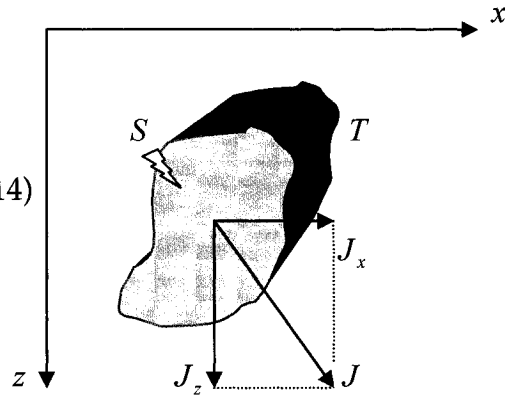
$$\int_{-\infty}^{+\infty} x \cdot \Delta Z dx = \frac{J}{G\sigma} \cos \psi \left(\int_{-\infty}^{+\infty} x V_{xz} dx \right) + \frac{J}{G\sigma} \sin \psi \left(\int_{-\infty}^{+\infty} x V_{zz} dx \right) \quad (2.13)$$

Notons que :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} x V_{zz} dx = 0 \text{ et } \int_{-\infty}^{+\infty} x V_{xz} dx = -2\pi \cdot G\sigma \cdot S \quad (2.14)$$

où S est la surface de la section de la structure magnétisée (T).

La démonstration des équations (2.14) est donnée dans l'annexe B.



En remplaçant les termes présentés dans l'équation (2.14) dans les équations 2.12 et 2.13, l'écriture du système devient :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} x \cdot \Delta H dx = -2\pi J \sin \psi \cdot S, \quad (2.15)$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} x \cdot \Delta Z dx = -2\pi J \cos \psi \cdot S, \quad (2.16)$$

Les termes constituant la partie droite des équations (2.15) et (2.16) représentent respectivement la composante verticale (M_z) et la composante horizontale (M_x) du moment magnétique de la source T :

$$J \sin \psi \cdot S = J_z \cdot S = M_z$$

$$J \cos \psi \cdot S = J_x \cdot S = M_x$$

En opérant un changement de symboles dans (2.15) et (2.16) l'écriture des précédentes équations deviendra :

$$M_z = -\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} x \cdot \Delta H dx \quad (2.17)$$

$$M_x = -\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} x \cdot \Delta Z dx, \quad (2.18)$$

Ce résultat obtenu est d'une grande importance car la technique proposée est fondée sur cette fameuse relation qui relie les composantes du champ magnétique total et les composantes du moment magnétique des sources bidimensionnelles. Il est clair qu'une fois ces intégrales sont calculées, l'inclinaison de l'aimantation effective et le moment magnétique total de la source seront déterminés par :

$$\psi = \arctan \left(\frac{\int_{-\infty}^{+\infty} x \cdot \Delta H dx}{\int_{-\infty}^{+\infty} x \cdot \Delta Z dx} \right), \quad (2.19)$$

et

$$M = \sqrt{M_x^2 + M_z^2} \quad (2.20)$$

Notons que la formulation $\int_{-\infty}^{+\infty} x(\Delta H - i\Delta Z) = -2\pi Me^{i\psi}$, établi par Strakhov (1960) dans l'article "*Les méthodes intégrales pour l'interprétation des anomalies magnétiques de même signe*", justifie et reproduit les deux équations obtenues dans les équations (2.15) et (2.16).

2.5.2 Cas des objets tridimensionnels

Selon Mikov (1962) les intégrales qui décrivent les composantes du moment magnétique (M_x, M_y, M_z) d'une source 3D de forme arbitraire, sont définies par les relations mathématiques suivantes :

$$M_x = -\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} x \cdot \Delta Z dx dy, \quad (2.21)$$

$$M_y = -\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} y \cdot \Delta Z dx dy, \quad (2.22)$$

$$M_z = -\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} x \cdot \Delta X dx dy, \quad (2.23)$$

$$= -\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} y \cdot \Delta Y dx dy, \quad (2.24)$$

$$= -\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} x \cdot \Delta Y dx dy, \quad (2.25)$$

$$= -\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} y \cdot \Delta X dx dy, \quad (2.26)$$

où $\Delta X, \Delta Y$ et ΔZ représentent les composantes du vecteur du champ magnétique total résiduel (ΔT). Les formulations ci-dessus indiquent que les composantes du moment magnétique sont définies par une double intégrale suivant une surface plane et infinie du terme $x_i \cdot \Delta T_{a(j)}(i, j = x, y, z)$.

Une fois que les composantes (M_x, M_y, M_z) sont déterminées, l'inclinaison (ψ) et la déclinaison (D) et le moment magnétique total (M) du corps 3D seront calculés respectivement par les formulations suivantes :

$$M = \sqrt{M_x^2 + M_y^2 + M_z^2}, \quad (2.27)$$

$$\psi = \arctan \left(\frac{M_z}{\sqrt{M_x^2 + M_y^2}} \right), \quad (2.28)$$

$$D = \arctan \left(\frac{M_y}{M_x} \right). \quad (2.29)$$

2.6 Mise en œuvre de la méthode

Dans cette section, nous examinons la mise en œuvre de la méthode choisie qui permet le calcul de l'inclinaison et de la déclinaison de l'aimantation effective des sources de type pipe kimberlitique.

Tout d'abord, nous signalons qu'il est préférable de renommer cette technique et lui assigner un nom approprié et rassembleur de toutes les appellations utilisées jusqu'à présent dans les revues de géophysique. Au total, nous avons recensé 5 appellations attribuées à cette dernière. Parmi cet amalgame d'appellations on retrouve : la méthode des moments, la méthode des intégrales, la méthode d'interprétation directe, la méthode des intégrales des composantes et moments et enfin la méthode de Helbig. On constate aussi une réelle confusion sur l'origine de la méthode, le nom de Helbig (1962) est souvent cité dans les récentes publications, même si Kogbetliantz (1944) puis Mikov (1962) l'avaient déjà décrite.

Pour la suite de notre travail, l'appellation suivante "*méthode des moments harmoniques (MHM)*" sera utilisée car cela nous semble plus réaliste : le mot "moments" se réfère aux composantes du moment magnétique de la source, le mot "harmoniques", vise les composantes du champ magnétique ($\Delta X, \Delta Y$ et ΔZ) qui sont des fonctions harmoniques et engendrent à leur tour des moments harmoniques.

Analysons les figures schématiques 2.4 et 2.5 illustrant le fonctionnement de la méthode respectivement pour les cas 2D/3D. Evidemment, on s'aperçoit qu'il y a 4 étapes dans la démarche permettant le calcul des paramètres de la direction de l'aimantation totale des sources perturbatrices.

- La première étape consiste à extraire la forme résiduelle (ΔT) de l'anomalie magnétique observée qui représente la somme de nombreux effets situés dans le sous-sol. L'objectif est de réaliser une séparation aussi radicale que possible permettant d'isoler les effets individuels de chaque anomalie en vue de pouvoir établir par la suite leur signification physique et géologique. Les méthodes de séparation sont nombreuses et sont bien connues, aussi nous pensons qu'il n'est pas nécessaire d'insister sur ce sujet. Le choix d'utilisation de ces dernières est quelque peu subjectif et dépend dans la plupart des cas du contexte géologique présent, de la qualité du signal enregistré et de la position des anomalies à étudier. Un choix non approprié est susceptible d'altérer complètement le résultat d'interprétation. Ainsi l'efficacité de la technique proposée dépend entièrement de la mesure dans laquelle la séparation des anomalies est menée. Dans notre cas, nous avons opté pour la démarche suivante :
 - Lissage de l'anomalie isolée pour éliminer les fluctuations (bruits).
 - Soustraction du fond régional en utilisant soit l'interpolation polynomiale de différents ordres ou par une séparation spectrale, etc.
 - Application du prolongement vers le haut dans certains cas pour réduire les effets des hautes fréquences.
- La deuxième étape consiste à calculer les composantes du champ magnétique (ΔH et ΔZ) pour le problème 2D et ($\Delta X, \Delta Y$ et ΔZ) pour le problème 3D à partir du champ anomal ΔT :

$$\Delta H = \Delta X \cdot \cos D_0, \quad (2.30.1)$$

$$\Delta T \approx \Delta X \cos I_0 \cos D_0 + \Delta Y \cos I_0 \sin D_0 + \Delta Z \sin I_0, \quad (2.30.2)$$

Les magnétomètres modernes à précession nucléaire ou à pompage optique enregistrent uniquement le champ magnétique total T_{obs} . L'anomalie locale ΔT est obtenue par la soustraction de la composante régionale (T_{IGRF} par exemple) du champ observé :

$$\Delta T = |T_{obs}| - |T_{nor}| \approx \vec{P} \cdot T_{anom} ,$$

$$\Delta T = \sqrt{(X + \Delta X)^2 + (Y + \Delta Y)^2 + (Z + \Delta Z)^2} - \sqrt{X^2 + Y^2 + Z^2} ,$$

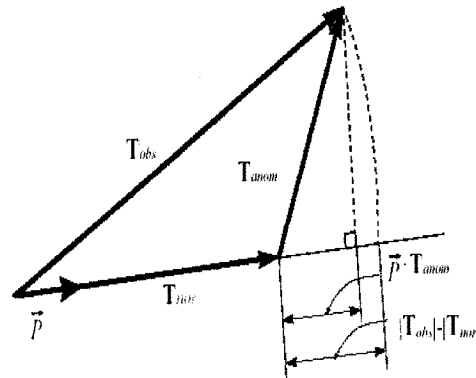


Figure 2.3 : Définition de l'anomalie magnétique $\Delta T \approx \vec{P} \cdot T_{anom}$ pour le cas $T_{nor} \gg T_{anom}$. T_{nor} est le champ normal ; T_{anom} est le champ local (anomal) et T_{obs} est le champ observé.

En supposant que la direction du champ normal est constante au niveau du site d'étude, la décomposition du champ total (ΔT) en composantes du champ magnétique est rendue possible grâce aux relations mathématiques qu'a formulé

Semonenko (1956) dans le domaine spatial unidimensionnel, puis Pedersen et al. (1990) et Blakely (1995) dans le domaine de Fourier 1D/2D respectivement :

- Dans le domaine spatial 1D :

$$\Delta Z(x') = \frac{1}{A} [\Delta T(x') \sin I_0 - \Delta T_{ort}(x') \cos I_0 \cos D_0], \quad (2.31)$$

$$\Delta H(x') = \frac{1}{A} [\Delta T(x') \cos I \cos D_0 + \Delta T_{ort}(x') \sin I_0], \quad (2.32)$$

où

$$A = \sin^2 I_0 + \cos^2 I_0 \cos^2 D_0,$$

$\Delta T_{ort}(x') = -\frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\Delta T(x)}{x - x'} dx$ représente la transformée d'Hilbert (la fonction orthogonale) du champ anomal ΔT .

- Dans le domaine de Fourier 1D :

$$F[\Delta Z] = \frac{1}{\sin I_0 + i \cdot \text{sign}(k_x) \cos I_0 \cos D_0} \cdot F[\Delta T], \quad (2.33)$$

$$\begin{aligned} F[\Delta H] &= i \cdot \text{sign}(k_x) \cdot F[\Delta Z], \\ &= \frac{ik_x}{|K| \sin I_0 + ik_x \cos I_0 \cos D_0} \cdot F[\Delta T], \end{aligned} \quad (2.34)$$

où $\text{sign}(k_x) = \frac{k_x}{|K|}$.

- Dans le domaine de Fourier 2D :

$$F[\Delta X] = \frac{ik_x}{|K| \sin I_0 + i \cos I_0 (k_x \cos D_0 + k_y \sin D_0)} \cdot F[\Delta T], \quad (2.35)$$

$$F[\Delta Y] = \frac{ik_y}{|K| \sin I_0 + i \cos I_0 (k_x \cos D_0 + k_y \sin D_0)} \cdot F[\Delta T], \quad (2.36)$$

$$F[\Delta Z] = \frac{1}{\sin I_0 + i \frac{k_x}{|K|} \cos I_0 \cos D_0 + i \frac{k_y}{|K|} \cos I_0 \sin D_0} \cdot F[\Delta T], \quad |K| \neq 0 \quad (2.37)$$

$F[]$: représente la transformée de Fourier,

$K = \sqrt{k_x^2 + k_y^2}$ où k_x et k_y sont les nombres d'ondes radiaux (radian/m) respectivement suivant les directions x et y. $k_n = 2\pi / \lambda_n$ où λ est la longueur d'onde du signal.

I_0 et D_0 sont l'inclinaison et la déclinaison du champ géomagnétique.

Nous avons opté pour le domaine fréquentiel (Fourier), car la transformée rapide FFT est un outil puissant qui réduit de façon considérable le nombre d'opérations et le temps de calcul.

Notons que, actuellement, il est possible de calculer les composantes du champ magnétique total si on dispose de l'information provenant des 3 senseurs à contre-réaction magnétique (flux-gate) utilisés pour la compensation magnétique de l'avion ainsi que de l'information sur l'orientation de la plate forme gyroscopique de mesure (l'avion) par rapport à un système de coordonnées fixe,

ce qui nous facilite la tâche à l'application directe de ces composantes dans l'évaluation des intégrales constituant l'étape suivante.

- La troisième étape est la partie la plus importante dans la construction de l'algorithme, l'opération consiste à évaluer les intégrales $\int_{-\infty}^{+\infty} x \cdot f(x) dx$ et $\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} x \cdot f(x, y) dx dy$ correspondant dans le premier cas à une intégration simple suivant un profil infini et dans le second cas à une intégration double suivant une surface plane et infinie. L'infini présent dans ces intégrales n'existe pas dans les opérations de l'ordinateur et les données dont on dispose sont de durées finies et tabulées. Dans cette circonstance, comment vont être évaluées ces intégrales et quel sera l'impact des erreurs d'évaluation sur nos résultats ? La qualité des solutions qui vont être apportées à ces questions contrôlera directement le pouvoir d'analyse de la méthode MHM.

La meilleure manière de traiter ce problème est d'utiliser la relation de Chasles (*théorème de la moyenne*) qui va nous permettre de scinder l'intervalle principal en subintervalles qu'on évaluera par la suite par des approximations numériques ou par les sommations classiques. Ainsi on peut écrire :

- **Cas des sources 2D**

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{+\infty} x \cdot \Delta H dx &= \int_{-\infty}^{x_n} x \cdot \Delta H dx + \int_{x_n}^{x_m} x \cdot \Delta H dx + \int_{x_m}^{+\infty} x \cdot \Delta H dx, \\ \int_{-\infty}^{+\infty} x \cdot \Delta Z dx &= \int_{-\infty}^{x_n} x \cdot \Delta Z dx + \int_{x_n}^{x_m} x \cdot \Delta Z dx + \int_{x_m}^{+\infty} x \cdot \Delta Z dx, \end{aligned} \quad (2.38)$$

Les intégrales dont les intervalles sont définis $\int_{x_n}^{x_m} x \cdot f(x) dx$ peuvent être calculées facilement par la méthode de Simpson ou par la méthode des trapèzes (Nougier, 2001) par contre, les intégrales indéfinies $\int_{-\infty}^{x_n} x \cdot f(x) dx$ et $\int_{x_m}^{+\infty} x \cdot f(x) dx$ peuvent être approximées selon Schmidt et Clark (1998), grâce à un processus itératif qui calcule d'une manière successive le champ éloigné des composantes de l'anomalie magnétique en utilisant une modélisation directe d'une source dipolaire. Autrement dit et expliqué par Mikov (1954) dans son article "*Les techniques pratiques pour l'interprétation des anomalies gravimétriques et magnétiques en utilisant les méthodes directes*", le champ magnétique des parties éloignées de l'anomalie causée par une source de forme irrégulière (de géométrie complexe) ne diffère guère en intensité et en forme du champ généré par une source de simple géométrie. A titre d'exemple, une source 3D de dimensions finies et de forme arbitraire génère à ces extrémités éloignées un champ magnétique analogue à celui d'une sphère isométrique. Il en est de même pour le cas d'une source 2D à section transversale finie, la réponse magnétique produite aux extrémités éloignées de l'anomalie ressemble beaucoup à celle émise par un cylindre horizontal.

Les études théoriques réalisées dans ce sens ont montré que la contribution du reste des intégrales est de l'ordre de 20% à 50% de la valeur globale de l'intégrale originale (Mikov, 1962). Néanmoins, la direction de l'aimantation est moins sensible aux erreurs de ladite contribution qu'on peut même négliger lors des calculs, car comme nous pouvons le constater sur les diagrammes précédents et dans le tableau (2.1) établi par Schmidt et al. (1998), les principales intégrales rentrent sous forme de rapport dans les formulations de l'inclinaison (ψ) et de la

déclinaison (D) de l'aimantation des sources, ce qui amortit l'effet des erreurs d'évaluation de ces dernières sur les paramètres de la direction du moment magnétique. Par contre, une évaluation précise de cette contribution est exigée lorsqu'on cherche à estimer le moment magnétique total des sources.

Tab. 2.1 Insensibilité de l'inclinaison et de la déclinaison de l'aimantation totale par rapport aux dimensions de la grille de l'anomalie magnétique [d'après Schmidt et al., 1998].

Grille (m)	Inc. (°)	Dec. (°)	Moments (Am ²)	Compensation %
1600×1600	-44	333	$0.625 \cdot 10^6$	27
3200×3200	-45	331	$0.834 \cdot 10^6$	17
6400×6400	-45	331	$0.918 \cdot 10^6$	8
12800×12800	-45	330	$0.961 \cdot 10^6$	4

Nepomniachikh (1964) dans son ouvrage intitulé : *“Interprétation des anomalies géophysiques”* a donné les solutions théoriques pour l'évaluation des intégrales de l'équation (2.38). À partir d'un développement approximé, il a obtenu des expressions simples mais remarquables qui peuvent être calculées même manuellement pour estimer la direction de l'aimantation des sources. Ainsi, notre objectif est de procéder à la programmation de cette ancienne méthode avec introduction de quelques modifications permettant une meilleure stabilité des résultats de calcul.

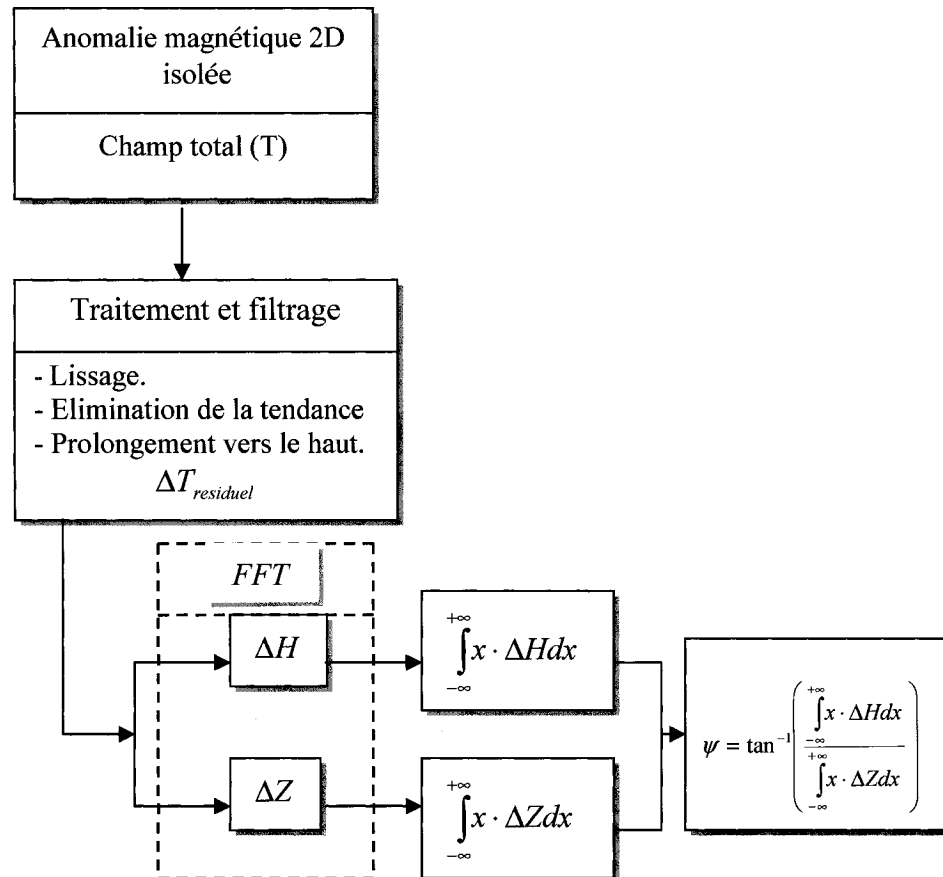


Figure 2.4 : Séquence de fonctionnement de la méthode MHM pour le cas 2D.

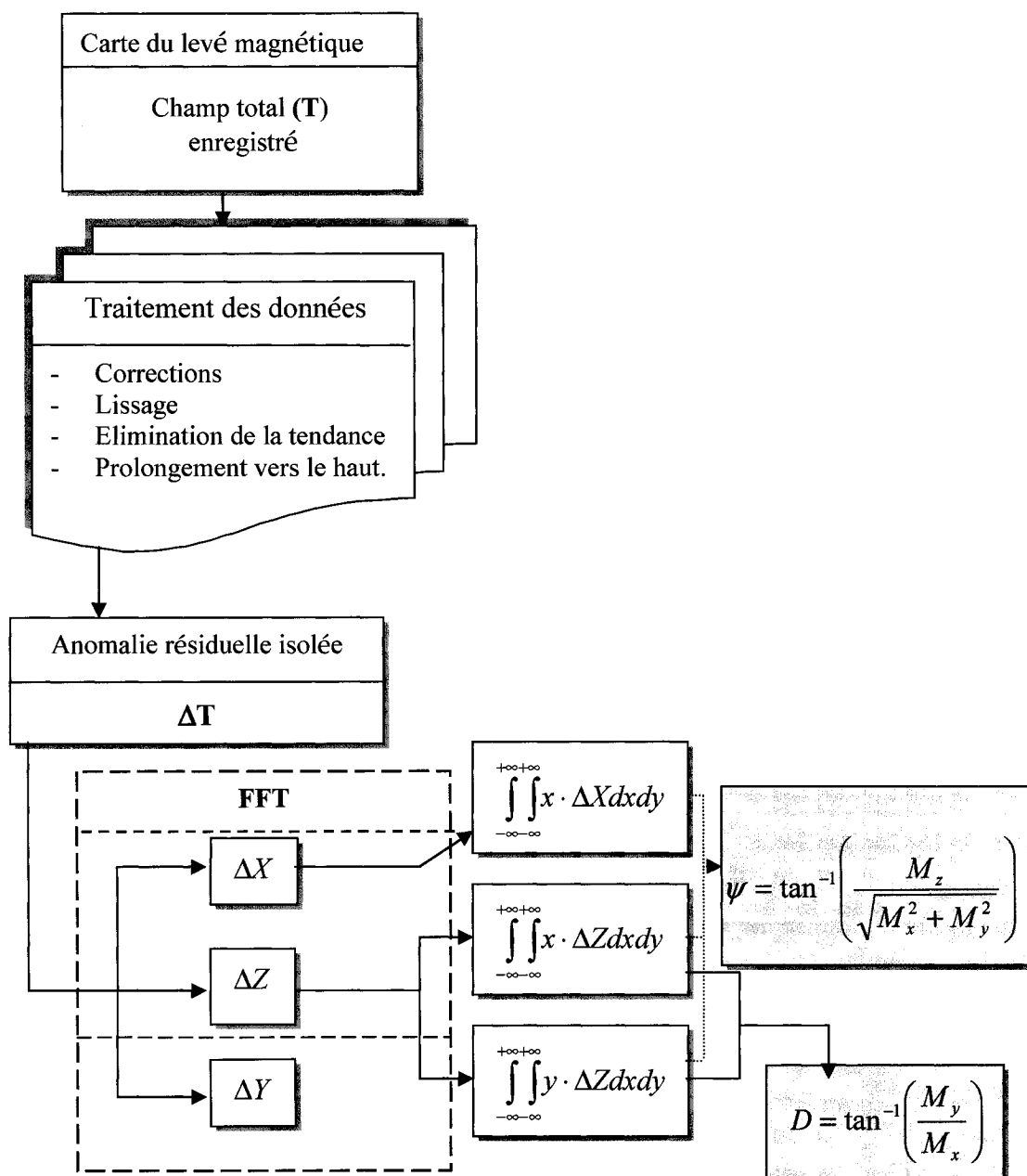


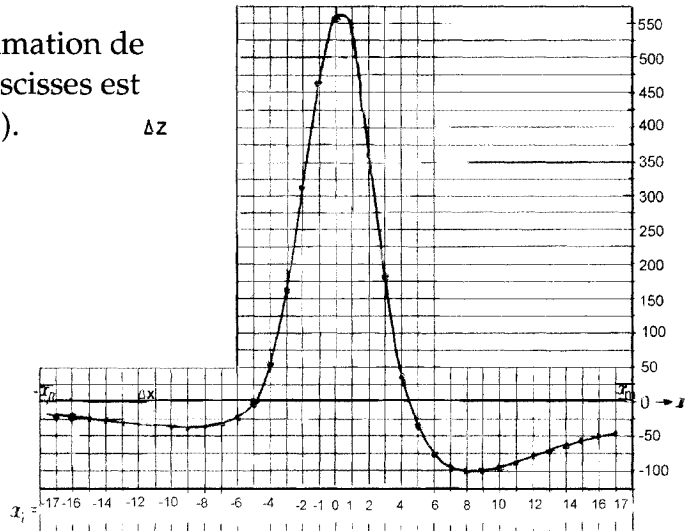
Figure 2.5 : Séquence de fonctionnement de la méthode MHM pour le cas 3D.

i. Evaluation de l'intégrale finie

Les intégrales bornées par x_n et x_m peuvent être approximées par les sommations suivantes :

$$\int_{x_n}^{x_m} x \cdot \Delta Z(x) dx \approx \Delta x \cdot \left[\sum_{i=1}^m (+x_i) \cdot \Delta Z(x_i) + \sum_{i=1}^n (-x_i) \cdot \Delta Z(-x_i) \right], \quad (2.39)$$

Figure 2.6 : Technique d'approximation de l'intégrale finie. Le centre des abscisses est choisi au milieu du profil (x_n, x_m).



où Δx est le pas d'échantillonnage de l'anomalie magnétique ΔZ ou ΔH . Le centre des abscisses ($x = 0$) est placé au milieu du profil de l'anomalie comme cela est indiqué sur la figure (2.6). La distance x_n qui est la partie gauche de l'anomalie magnétique est égale à la distance x_m de la partie droite. Ainsi l'expression (2.39) peut s'écrire comme :

$$\int_{x_n}^{x_m} x \cdot \Delta Z dx \approx \Delta x \cdot \sum_{i=1}^n [\Delta Z(x_i) - \Delta Z(-x_i)] \cdot |x_i|, \quad (2.40)$$

Il est clair que la précision d'évaluation de cette intégrale dépend essentiellement du pas d'échantillonnage de l'anomalie magnétique et on sait aussi que ce pas est imposé lors du levé de terrain, alors un échantillonnage non-adéquat (un pas trop grand par exemple) nous oblige à discrétiser plus finement les données tabulées.

ii. Evaluation du reste de l'intégrale

La procédure itérative qu'a proposé Schmidt (1998) pour l'évaluation du reste de l'intégrale est fastidieuse, car cette technique n'est en réalité qu'une modélisation directe du champ magnétique d'une source dipolaire, et vu le caractère itératif de la procédure, cette dernière est gourmande en temps de calcul. Pour cette raison, nous avons préféré utiliser une simple approche permettant l'approximation "asymptotique" de la décroissance des composantes du champ magnétique ΔZ et ΔH aux intervalles $]-\infty \rightarrow x_n]$ et $[x_m \rightarrow +\infty[$ par les expressions suivantes :

$$\Delta Z(x_i) \cong \Delta Z(x_n) \cdot \frac{x_n^3}{x_i^3} \text{ et } \Delta Z(x_i) \cong \Delta Z(x_m) \cdot \frac{x_m^3}{x_i^3}, \quad (2.41)$$

en assumant bien sûr qu'à ces intervalles les fonctions ΔZ et ΔH , n'admettent pas d'extrema et tendent vers zéro à l'infini. Ainsi on peut écrire :

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{x_n} x \cdot \Delta Z(x) dx + \int_{x_m}^{+\infty} x \cdot \Delta Z(x) dx &= \int_{-\infty}^{x_n} x \cdot \left[\Delta Z(x_n) \cdot \frac{x_n^3}{x^3} \right] dx + \int_{x_m}^{+\infty} x \cdot \left[\Delta Z(x_m) \cdot \frac{x_m^3}{x^3} \right] dx \\ &= \Delta Z(x_n) \cdot x_n^3 \int_{-\infty}^{x_n} \frac{dx}{x^2} + \Delta Z(x_m) \cdot x_m^3 \int_{x_m}^{+\infty} \frac{dx}{x^2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \Delta Z(x_n) \cdot x_n^3 \left| -\frac{1}{x} \right|_{-\infty}^{x_n} + \Delta Z(x_m) \cdot x_m^3 \left| -\frac{1}{x} \right|_{x_m}^{+\infty} \\
&= \Delta Z(x_n) \cdot x_n^3 \left| -\frac{1}{x_n} + 0 \right| + \Delta Z(x_m) \cdot x_m^3 \left| 0 + \frac{1}{x_m} \right| \\
&= -\Delta Z(x_n) \cdot x_n^2 + \Delta Z(x_m) \cdot x_m^2,
\end{aligned} \tag{2.42}$$

Comme la distance x_n est égale à x_m , l'équation (2.42) peut être simplifiée en :

$$\int_{-\infty}^{x_n} x \cdot \Delta Z(x) dx + \int_{x_m}^{+\infty} x \cdot \Delta Z(x) dx = [\Delta Z(x_m) - \Delta Z(x_n)] \cdot x_n^2 \tag{2.43}$$

Cette approximation est assez robuste pour l'appliquer dans nos calculs, car comme nous le constatons dans les figures 2.7-1(b) et 2.7-2(b), les valeurs $\Delta Z'$ et $\Delta H'$ obtenues par les fonctions asymptotiques (2.41) en dehors les bornes $[x_n \dots x_m]$ sont très proches des valeurs obtenues par la modélisation directe et cela pour les deux situations : modélisation sans rémanence et avec rémanence présentées aux figures 2.7-1 et 2.7-2 .

Dans l'ouvrage de Moudritsov (1968) intitulé " Guide de géophysique-tome V ", page 270, l'auteur a préconisé d'utiliser la fonction (2.41) pour reproduire la décroissance de la dérivée horizontale du champ de gravité (V_{xz}) aux extrémités éloignées du corps perturbateur, par contre il a recommandé l'approximation de la décroissance du champ (V_z) par ce type de fonction : $V_z(x_i) \cong V_z(x_n) \cdot x_n^2 / x_i^2$, ce qui donne (d'après l'auteur) une expression mathématique pour la correction du reste des intégrales du type :

$$\Delta Q = \int_{-\infty}^{x_n} x \cdot \Delta Z(x) dx + \int_{x_m}^{+\infty} x \cdot \Delta Z(x) dx = [\Delta Z(x_m) + \Delta Z(x_n)] \cdot x_n$$

Les figures 2.7-1(c) et 2.7-2(c) montrent que l'approximation des composantes magnétiques DH et DZ comme l'avait suggéré Moudritsov est beaucoup plus précise par rapport à celle calculée par les fonctions (2.41), mais comme la démonstration de ladite formulation (ΔQ) n'est pas claire, nous avons préféré d'utiliser l'équation (2.43). Ainsi, l'écriture finale de l'intégrale principale devient :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} x \cdot \Delta Z dx \approx \Delta x \cdot \sum_{i=1}^n [\Delta Z(x_i) - \Delta Z(-x_i)] \cdot |x_i| + [\Delta Z(x_m) - \Delta Z(x_n)] \cdot x_n^2, \quad (2.44)$$

et par analogie :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} x \cdot \Delta H dx \approx \Delta x \cdot \sum_{i=1}^n [\Delta H(x_i) - \Delta H(-x_i)] \cdot |x_i| + [\Delta H(x_m) - \Delta H(x_n)] \cdot x_n^2, \quad (2.45)$$

• Cas des sources 3D

Suivant l'organigramme de la figure (2.5), la direction de l'aimantation totale des sources 3D peut être déterminée seulement si les trois composantes constituant le moment magnétique total avaient été calculées. Les deux composantes horizontales M_x et M_y du moment magnétique peuvent être déterminées par les expressions (2.21) et (2.22) en utilisant uniquement la composante magnétique ΔZ , tandis que la composante verticale M_z peut être estimée de 4 façons en utilisant la composante ΔX ou ΔY du champ magnétique selon les formulations 2.17, 2.20, 2.18 et 2.19. Ainsi l'exécution de l'algorithme

requiert au moins deux composantes anormales du champ magnétique total pour pouvoir déduire l'inclinaison et la déclinaison du vecteur de l'aimantation effective.

L'évaluation des intégrales de surface des expressions 2.21, 2.22 et 2.23 sur la grille de l'anomalie magnétique 2D peut se faire de la même manière que pour les intégrales simples (suivant le profil infini). Comme l'avait suggéré Mikov (figure 2.8), les centres des coordonnées seront choisis aux milieux des profils constituant les colonnes et en même temps les lignes de la grille des données. L'approximation des intégrales sera alors exécutée par les expressions (2.44) et (2.45) respectivement pour les anomalies ΔZ et ΔX , dans un premier temps le long des colonnes de la matrice de données suivant les trois intervalles :

$$]-\infty \rightarrow f_{1,j}[, [f_{1,j} \rightarrow f_{j,nr}] \text{ et } [f_{j,nr} \rightarrow +\infty[$$

où $f_{1,j}$ et $f_{j,nr}$ représentent la première et la dernière valeur de chaque colonne et $j = 1, \dots, nc$ dont nc est le nombre de colonnes de la grille. Puis, dans un deuxième temps le long des lignes (rangée) de la matrice suivant les intervalles :

$$]-\infty \rightarrow f_{i,1}[, [f_{i,1} \rightarrow f_{i,nc}] \text{ et } [f_{i,nc} \rightarrow +\infty[.$$

où $f_{i,1}$ et $f_{i,nc}$ indiquent la première et la dernière valeur de chaque ligne de la matrice de données. Ainsi on peut écrire :

$$M_x = -\frac{1}{2\pi} \left[\Delta x \cdot \sum_{j=1}^{p=nc} \sum_{i=1}^{nr} [(m+i) \cdot \Delta Z(i, j)] + \sum_{j=1}^{nc} [\Delta Z(nr, j) - \Delta Z(1, j)] \cdot w^2 \right],$$

$$M_z = -\frac{1}{2\pi} \left[\Delta x \cdot \sum_{j=1}^{p=nc} \sum_{i=1}^{nr} [(m+i) \cdot \Delta X(i, j)] + \sum_{j=1}^{nc} [\Delta X(nr, j) - \Delta X(1, j)] \cdot w^2 \right],$$

et

$$M_y = -\frac{1}{2\pi} \left[\Delta y \cdot \sum_{i=1}^{nr} \sum_{j=1}^{nc} [(k-i) \cdot \Delta Z(i, j)] + \sum_{i=1}^{nr} [\Delta Z(i, nc) - \Delta Z(i, 1)] u^2 \right]. \quad (2.46)$$

où

$$m = -(nr + 1)/2,$$

$$k = -(nc + 1)/2,$$

$$w = (nr - 1)/2,$$

$$u = (nc - 1)/2.$$

nr et nc représentent respectivement le nombre de stations (lignes) et le nombre de profils (colonnes) de la grille de données.

Une fois que les moments magnétiques sont déterminés, l'inclinaison Ψ du vecteur de l'aimantation totale sera évaluée dépendamment des signes des composantes du moment M_x et M_z comme le montre la figure (2.9).

Notons que $\beta = \sqrt{M_x^2 + M_y^2} / M_z = \tan \gamma$, où γ est l'angle que fait le vecteur M avec l'axe $Z^{(+)}$ lorsque $\Psi \in]0^\circ \rightarrow 180^\circ]$ et avec l'axe $Z^{(-)}$ lorsque $\Psi \in]180^\circ \rightarrow 360^\circ]$.

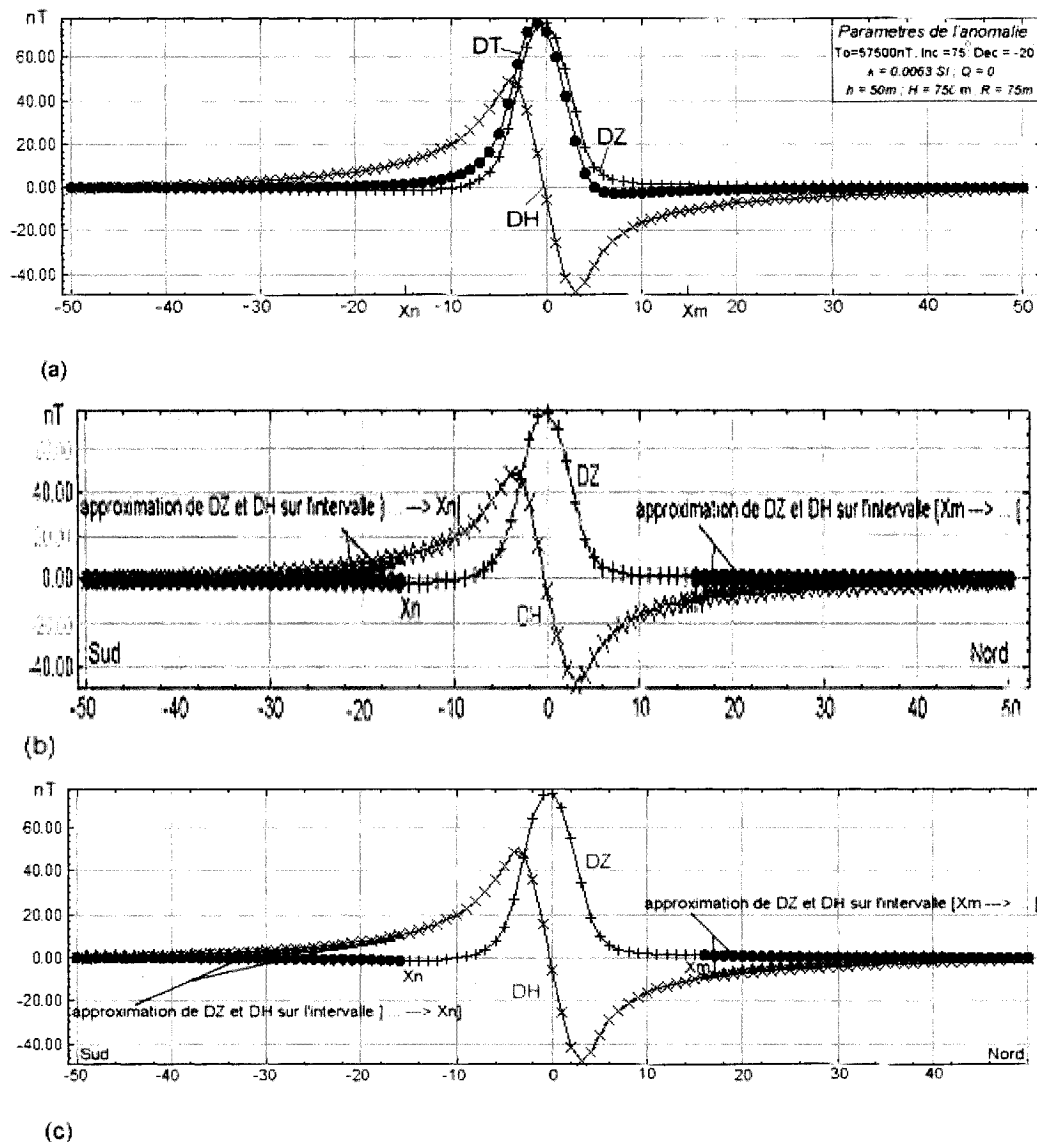
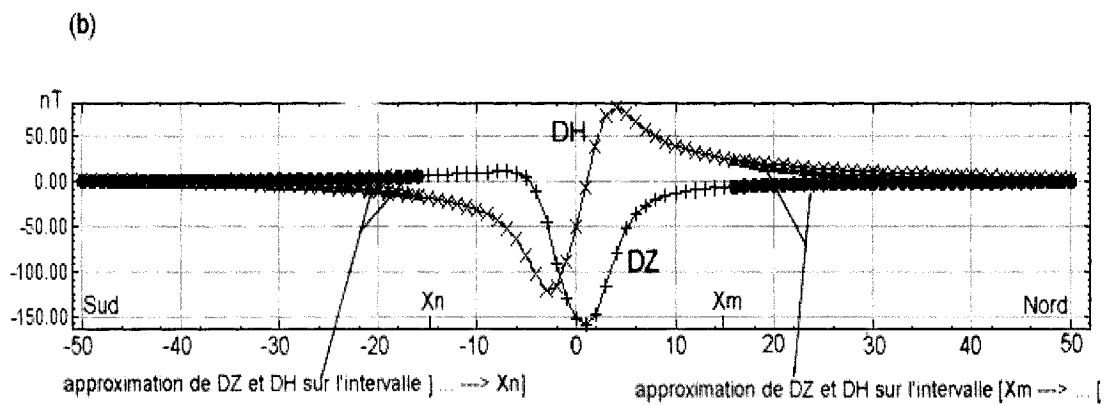
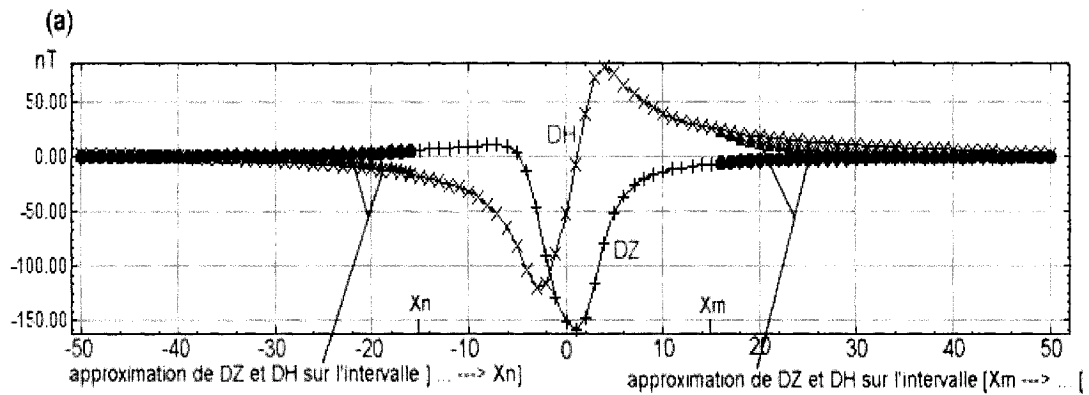
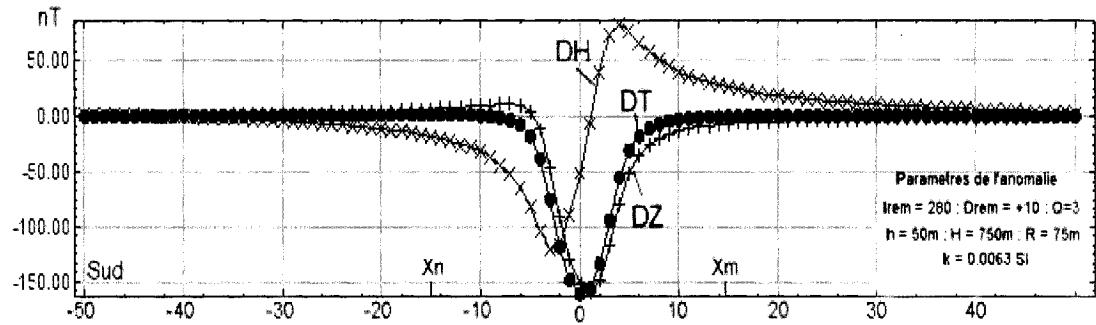
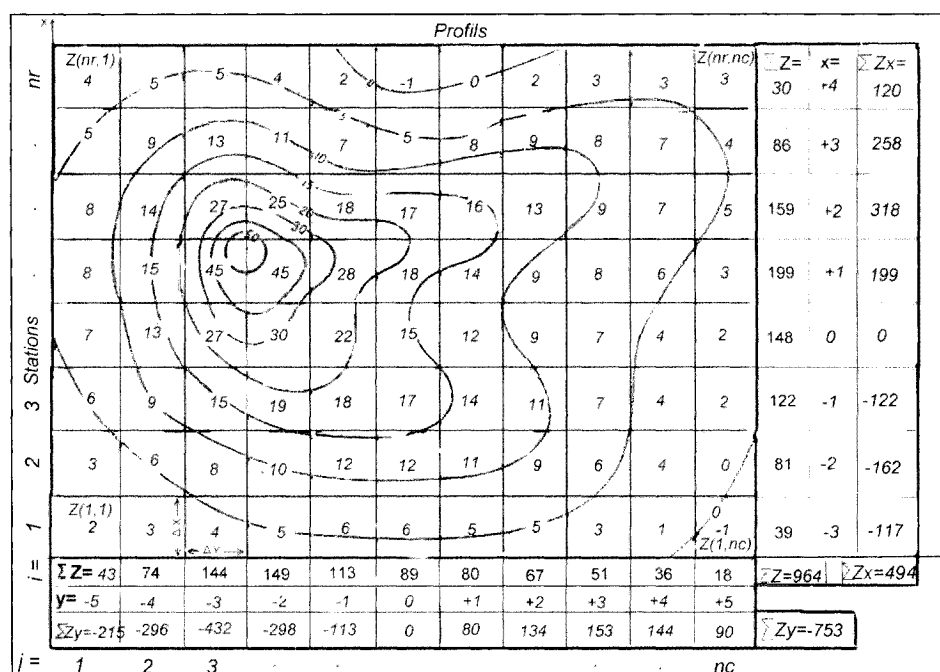


Figure 2.7-1 : Approximation de DZ et DH d'une anomalie magnétique positive en dehors de l'intervalle $[x_n \rightarrow x_m]$ par : a) la modélisation directe ; b) la fonction $F(x_{n/m}) \cdot x_{n/m}^3 / x_i^3$; c) la fonction $F(x_{n/m}) \cdot x_{n/m}^2 / x_i^2$ où $F(x_i)$ représente DH et DZ aux positions n et m .



(c)

Figure 2.7-2 : Approximation de DZ et DH d'une anomalie magnétique négative en dehors de l'intervalle $[x_n \rightarrow x_m]$ par : a) la modélisation directe ; b) la fonction $F(x_{n/m}) \cdot x_{n/m}^3 / x_i^3$; c) la fonction $F(x_{n/m}) \cdot x_{n/m}^2 / x_i^2$ où $F(x_{n/m})$ représente DH et DZ aux positions n et m .



2.7 Application de la méthode des moments harmoniques sur des données synthétiques.

L'objectif d'une telle application est de tester la capacité et les limites de la méthode MHM pour l'estimation de l'inclinaison et de la déclinaison du vecteur de l'aimantation totale (VAT) des sources magnétiques. Toute une série de tests a été effectuée sur des anomalies magnétiques synthétiques représentant des sources compactes, isolées et uniformément magnétisées.

Dans un premier temps, la technique a été limitée à l'estimation de la direction de l'aimantation résultante "purement induite" des anomalies magnétiques issues d'un cylindre vertical en faisant varier à chaque fois l'orientation du vecteur du champ géomagnétique. Cette circonstance est généralement caractéristique des roches continentales présentant un rapport de Koenigsberger " Q " inférieur à 1. Par la suite, nous avons procédé à l'estimation de la direction du moment magnétique des anomalies magnétiques causées par des sources possédant une aimantation composée (induite et rémanente) et ayant différentes configurations géométriques. Les tests effectués ont pour but de montrer l'efficacité de la méthode MHM et sa capacité à déterminer la direction du moment magnétique des corps géologiques situés dans n'importe quel terrain ou région du globe terrestre.

Dans un deuxième temps, on s'est intéressé à l'étude des obstacles et à l'identification des facteurs qui dégradent la précision des résultats de la méthode tels l'effet des bruits, l'effet de la présence du gradient régional, l'effet des pendages non-verticaux des sources, etc. Les résultats de ces tests sont présentés dans les sections suivantes.

2.7.1 Estimation de la direction du VAT des anomalies magnétiques possédant une aimantation purement induite

Les anomalies magnétiques étudiées dans cette section sont générées par un cylindre vertical, ayant une section horizontale circulaire de 200 m de diamètre. La profondeur du toit du cylindre est de 50 m et celle de sa base est 2500 m. La susceptibilité magnétique du modèle est fixée à 0.0094 SI, cette valeur est choisie pour représenter la susceptibilité magnétique des kimberlites de type hypabyssal générant des amplitudes moyennes de 150 nT environ. Les anomalies magnétiques modélisées sont représentées sous forme de grilles carrées de dimension 1000×1000 m espacées adéquatement avec un pas de 25 m. Le modèle est aimanté suivant différentes inclinaisons du champ géomagnétique. Seule l'aimantation induite est prise en considération dans ces tests. Le but principal de l'opération était de vérifier la fiabilité de la méthode à déterminer la direction de l'aimantation totale en différentes latitudes du globe terrestre. Les résultats affichés dans la 4^{ème} colonne du tableau C.1 de l'annexe et sur la figure 2.10-(a, b et c), montrent que les paramètres de l'aimantation "induite" (I_{vat} et D_{vat}) sont généralement retrouvées avec une erreur moyenne de $\pm 5^\circ$, ce qui est considéré satisfaisant comme résultat. Par contre, la précision de la déclinaison est dégradée dans les régions de basses latitudes particulièrement entre 0° à 20° .

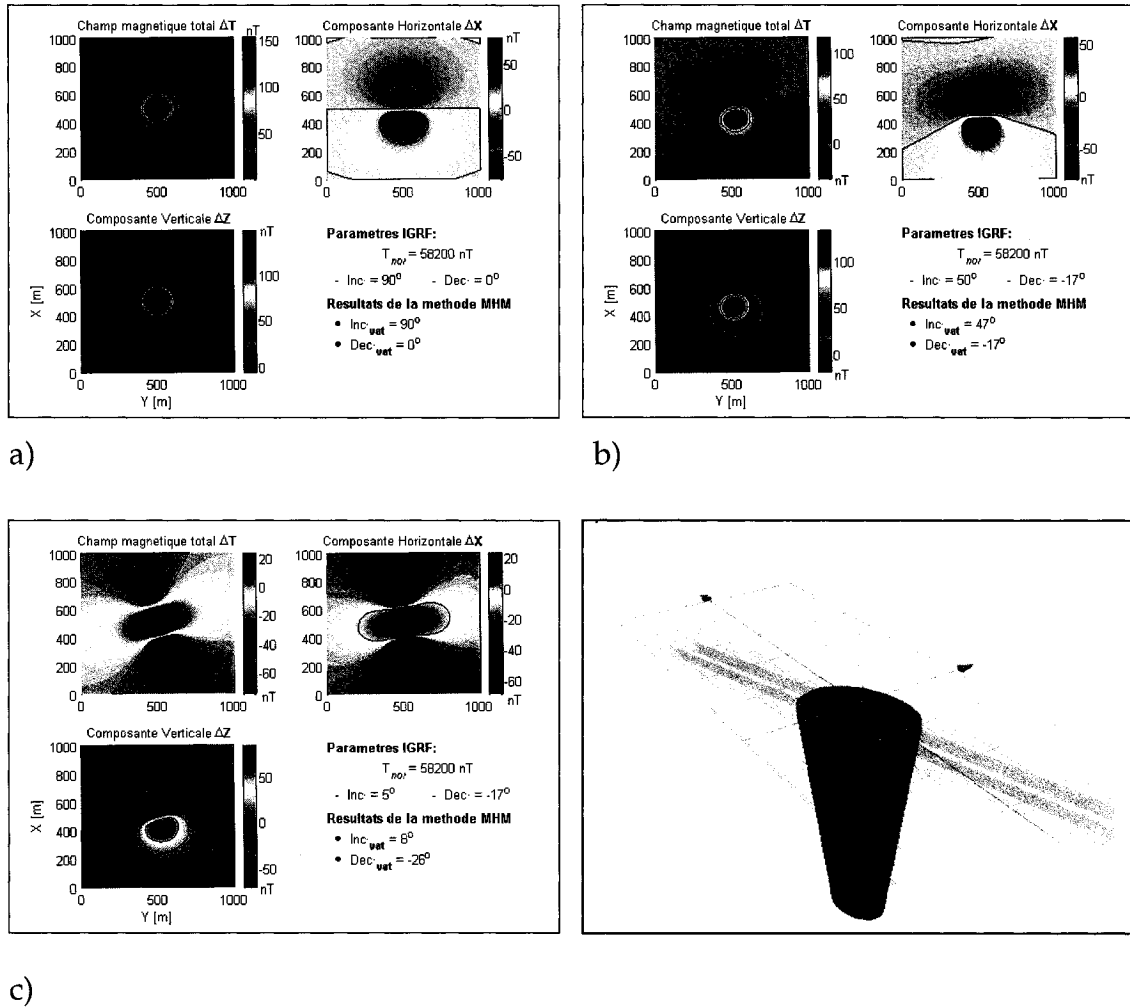


Figure 2.10 : Résultats de la méthode MHM obtenus sur la réponse magnétique d'un cylindre vertical aimanté selon : a) la verticale ($I_{IGRF} = 90^\circ$) ; b) la direction du champ normal ($I_{IGRF} = 50^\circ$ et $D_{IGRF} = -17^\circ$) ; c) la direction du champ normal ($I_{IGRF} = 5^\circ$ et $D_{IGRF} = -17^\circ$). Données du tableau de l'annexe C.1-n° 1, 5 et 10.

2.7.2 Estimation de la direction du VAT des anomalies magnétiques possédant une aimantation rémanente

Le test consiste à étudier les anomalies magnétiques 3D générées par un cylindre vertical similaire au précédent, mais ayant cette fois-ci une susceptibilité magnétique de 0.0081 SI et une profondeur au toit de 120 m visant en quelque sorte à reproduire la réponse aéromagnétique d'une pipe kimberlitique. L'inclinaison et la déclinaison du champ géomagnétique (IGRF) ont été fixées respectivement à 77° et -17° , reflétant les caractéristiques du champ normal de la région de la Baie James au Canada où plusieurs pipes kimberlitiques ont été découvertes récemment. Différentes intensités et orientations du vecteur de l'aimantation rémanente ont été introduites lors de la modélisation. Les résultats de ces tests sont présentés dans la 4^{ème} colonne du tableau C.2 de l'annexe et sur la figure 2.11-(a, b et c). En examinant les résultats obtenus, on peut conclure que les paramètres du vecteur VAT retrouvés sont acceptables, l'erreur moyenne sur l'inclinaison et la déclinaison ne dépasse pas respectivement $\pm 7^\circ$ et $\pm 2^\circ$, sans inclure évidemment les tests portant les numéros 4 et 5 qui affichaient respectivement des écarts sur la déclinaison de 32° et 15° .

Pour ce qui est du tableau de l'annexe C.3, l'étude vise à explorer la capacité de la méthode à retrouver la direction de l'aimantation totale des structures ayant une géométrie autre le cylindre vertical. Pour atteindre notre objectif, nous avons choisi le prisme carré, la sphère, l'ellipsoïde et le dyke, car de telles configurations sont fréquemment rencontrées sur le terrain.

L'application de la méthode MHM sur les réponses magnétiques "théoriques" générées par ces structures a permis de préciser la direction de l'aimantation totale de chaque modèle et cela même pour le cas du dyke qui affichait une signature magnétique loin d'être ponctuelle (voir la figure 2.12).

L'erreur moyenne sur l'inclinaison et la déclinaison du vecteur VAT dans cette étude est estimée respectivement à $\pm 4^\circ$ et $\pm 3^\circ$.

Pour des fins de curiosité et de comparaison entre les techniques, nous avons décidé d'étudier la sphère qu'a décrit Emerson et al., 1985 dans l'article intitulé *"Magnetic Exploration Models incorporating Remanence, Demagnetization and Anisotropy"*. La modélisation de la sphère a été effectuée avec les mêmes paramètres géométriques et physiques qu'avait utilisé l'auteur et ces derniers sont affichés au tableau C.3-n° 2 de l'annexe.

L'inclinaison et la déclinaison du moment magnétique de la sphère obtenues par la méthode MHM et celle d'Emerson sont évaluées respectivement à $(312^\circ, -22^\circ)$ et $(316^\circ, -31^\circ)$, voir tableau C.3 n° 2, ce qui présente un écart de 4° pour l'inclinaison et de 9° pour la déclinaison.

Nous considérons ce résultat comme un exploit pour la méthode proposée vu les paramètres géométriques anormaux utilisés par Emerson dans son exemple (un petit rayon de 13.36 mètres, une grande profondeur de 200 mètres et un rapport de Koenigsberger de 16.4).

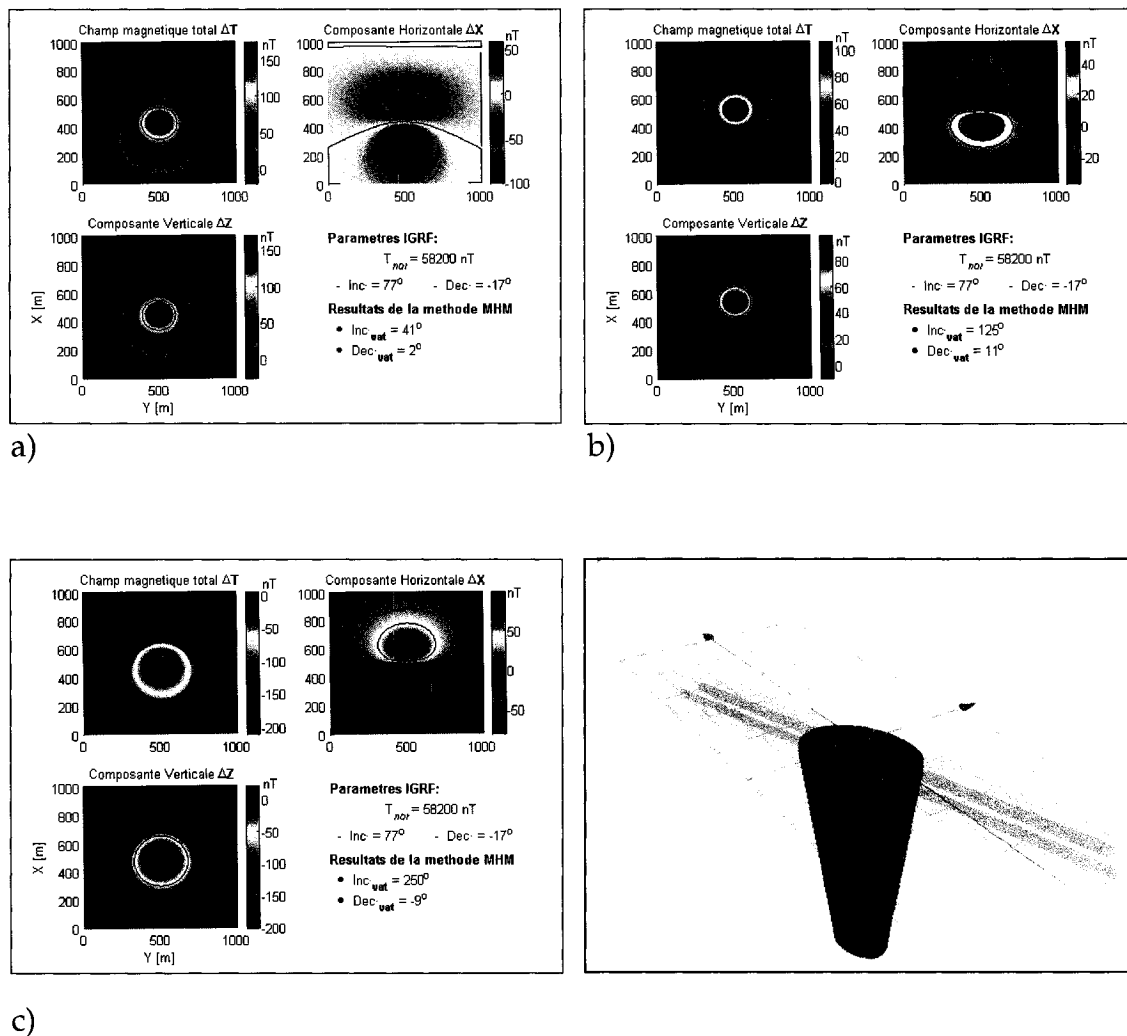


Figure 2.11 : Résultats de la méthode MHM obtenus sur la réponse magnétique d'un cylindre vertical aimanté selon les paramètres de l'aimantation rémanente : a) $I_{rem} = 40^\circ$, $D_{rem} = +5^\circ$, $Q = 3$; b) $I_{rem} = 145^\circ$, $D_{rem} = +5^\circ$, $Q = 1.5$; c) $I_{rem} = 257^\circ$, $D_{rem} = -10^\circ$, $Q = 5$. Données du tableau C.2-n° 3, 5 et 7 de l'annexe.

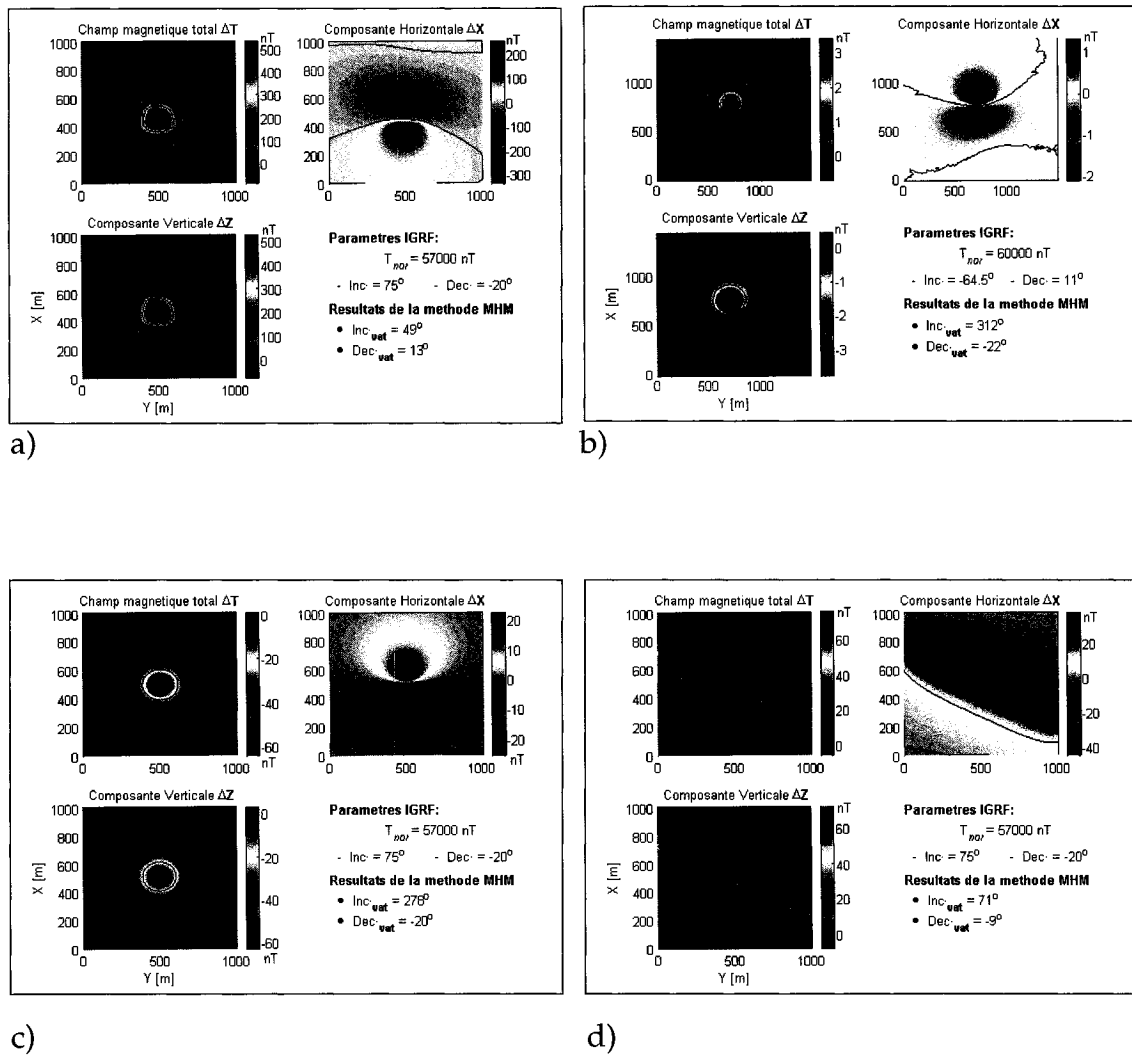


Figure 2.12 : Résultats de la méthode MHM obtenus sur la réponse magnétique :
a) d'un prisme carré aimanté selon les paramètres ARN ($I_{rem} = 50^\circ$, $D_{rem} = +20^\circ$, $Q = 4$); b) d'une sphère aimantée selon les paramètres ARN ($I_{rem} = 316^\circ$, $D_{rem} = -31^\circ$, $Q = 16.4$); c) d'un ellipsoïde aimanté selon les paramètres ARN ($I_{rem} = 270^\circ$, $D_{rem} = -15^\circ$, $Q = 2.5$); d) d'un dyke ayant une aimantation induite. Données du tableau de l'annexe C.3-n° 1, 2, 3 et 5 respectivement.

2.8 Efficacité et limites de la méthode MHM.

Nous avons jugé nécessaire d'évaluer l'efficacité et les limites de la méthode par l'étude de quelques situations qui peuvent se présenter dans la nature.

2.8.1 Choix des dimensions de la grille de l'anomalie

Nous avons déjà mentionné que la méthode MHM est conçue pour l'étude des anomalies ponctuelles disjointes et que la direction du vecteur de l'aimantation totale n'est pas influencée par le changement dans les dimensions de la grille de l'anomalie magnétique selon Schmidt et al. (1998). En réalité, cela est valable uniquement pour le cas des anomalies isolées situées dans un milieu environnant magnétiquement calme, comme le montre les résultats des tests synthétiques présentés dans la première et la deuxième case du tableau (C.4) de l'annexe.

La nature du problème à résoudre change pour le cas des anomalies magnétiques situées en terrains cristallins ou éruptifs. Si la fenêtre délimitant l'anomalie est choisie excessivement large, le champ magnétique à la périphérie de la grille sera dans la majorité des cas affecté par des interférences causées par des sources avoisinantes ; ce problème nous oblige alors à réduire au maximum la dimension de la fenêtre pour empêcher que la méthode ne voue à l'échec. Cependant, cette réduction devra être faite de sorte que la surface de la nouvelle fenêtre soit suffisante pour inclure la totalité de l'anomalie. Le cas contraire entraîne des erreurs dans le calcul du reste des intégrales ainsi que dans l'estimation de la direction du moment magnétique de la source.

La figure (2.13-a) présente la réponse magnétique d'un cylindre vertical de 300 mètres de diamètre ayant une amplitude de 147 nT, perçant un encaissant non

magnétique mais perturbé par des hétérogénéités de surface causant des variations du champ magnétique oscillant entre -13 à +23 nT. La réponse magnétique a été calculée suivant une grille de 2000×2000 m échantillonnée avec un pas de 50 m suivant les directions x et y. L'estimation de l'inclinaison et de la déclinaison de l'aimantation induite par la méthode MHM a donné respectivement 112° et +36° loin des paramètres du champ normal qui sont fixés à 75° et -17°. Une fois que la surface de la grille a été réduite à 1500×1500 m puis une autre fois à 1350×1350 m comme le montre la figure 2.13-(b et c), l'inclinaison et la déclinaison du moment magnétique du cylindre sont passées respectivement à 82° et -38° puis à 73° et -20°. Comme nous le constatons, la direction de l'aimantation obtenue avec la grille (1350×1350m) est très proche de celle du champ géomagnétique qui est l'unique source polarisatrice dans cet exemple. La seule insignifiante erreur est dans le résultat de l'inclinaison qui est de 2°.

Ainsi, recourir à la réduction de la surface de la grille délimitant l'anomalie magnétique dans le cas où cette dernière est sérieusement affectée de bruits à ces alentours, est une intéressante procédure pour retrouver la vraie direction de l'aimantation de la source. Toute fois, il faut être vigilant quant au choix des dimensions de la grille car une réduction exagérée pourrait facilement détériorer le résultat de la méthode MHM

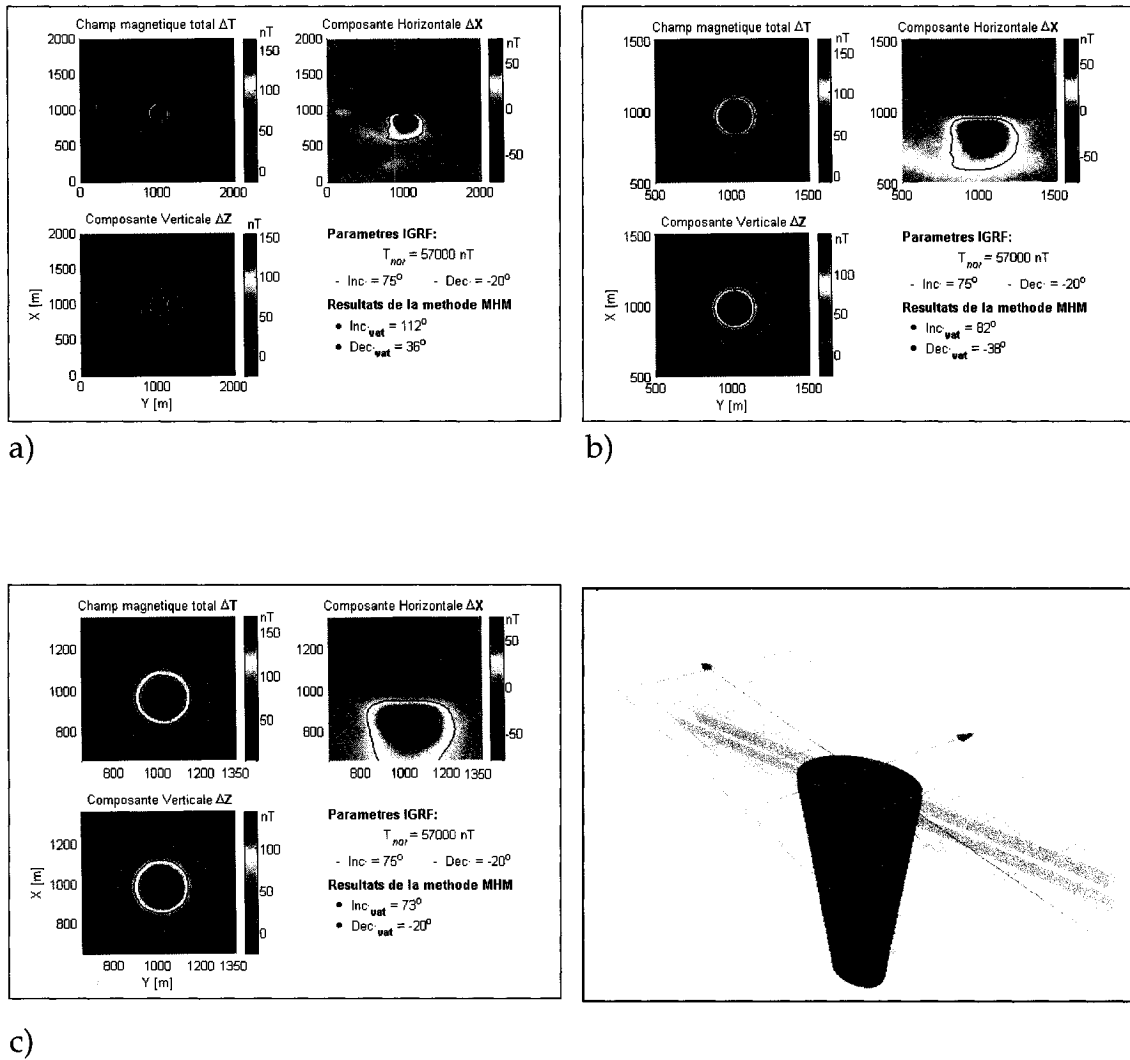


Figure 2.13 : Résultats de la méthode MHM obtenus sur la réponse magnétique "théorique" d'un cylindre vertical placé dans un champ magnétique réel sur : a) une grille de dimension 2000×2000m ; b) une grille de dimension 1500×1500m ; c) une grille de dimension 1350×1350m. Données du tableau C.4-n° 10, 11 et 12.

2.8.2 Effet du prolongement vers le haut.

Ce test est nécessaire pour s'assurer que la méthode proposée ne dépend pas de l'altitude où le champ magnétique est mesuré, car dans la majorité des cas à étudier les anomalies aéromagnétiques proviennent de levés effectués à différentes altitudes de vol. D'après les formulations analytiques (2.28) et (2.29), les angles définissant l'inclinaison ψ et la déclinaison D de l'aimantation totale sont indépendants de la hauteur d'observation. Que l'enregistrement des données soit effectué au sol ou en vol, la direction du moment magnétique de la source serait la même. Pour confirmer ce qui a été dit, un test a été effectué sur trois anomalies magnétiques de polarités négatives générées par un cylindre vertical dont l'inclinaison du vecteur de l'aimantation rémanente ($I_{rem} = 257^\circ$) est orienté dans le sens opposé à la direction du champ géomagnétique ($I_0 = 77^\circ$) et ayant un coefficient de Koenigsberger de 3.

La modélisation a été effectuée dans un premier temps pour le cas d'un levé magnétique au sol, par la suite le champ magnétique a été calculé à une altitude de 100 mètres, puis à une altitude de 200 mètres. Les résultats obtenus par la méthode MHM sur les trois réponses simulées sont presque identiques (249° , 247° et 246°) comme le montre le tableau de l'annexe C.5. Ainsi, nous concluons que l'application de la méthode MHM sur des anomalies magnétiques mesurées au sol ou sur des données magnétiques prolongées vers le haut n'affecte pas la direction de l'aimantation totale. Cette propriété est très importante car cette transformation a l'effet d'un filtre passe-bas qui élimine automatiquement les effets de hautes fréquences correspondants aux hétérogénéités de surface.

Pour bien éclairer ce point, nous avons procédé au prolongement vers le haut l'anomalie magnétique présentée à la figure (2.13-a) à une hauteur de 150 m. L'application de la méthode MHM sur l'anomalie transformée (figure 2.14) a donné un résultat intéressant. L'inclinaison et la déclinaison de l'aimantation totale sont évaluées respectivement à 78° et -74° . Ce résultat montre que l'erreur sur l'inclinaison est de 3° , par contre la déclinaison obtenue est moins fiable, l'erreur commise sur cette dernière est estimée à -54° . En se référant à la carte du champ magnétique totale présentée à la figure 2.14, nous constatons que l'effet du linéament magnétique de direction NO-SE causé par la faille se trouvant au sud de l'anomalie est la cause principale qui a affecté le résultat de la déclinaison. Cela peut être éclairé et démontré par le test effectué sur l'exemple de la figure (2.13-c) qui a permis à la méthode proposée de retrouver correctement la déclinaison de l'aimantation lorsque la réponse magnétique générée par cette faille a été exclue de la grille des données de l'anomalie en diminuant la surface de la grille originale à 1350×1350 m.

Cela revient à dire que le prolongement vers le haut des anomalies magnétiques affectées par des bruits de hautes fréquences est l'une des techniques recommandées à utiliser pour estimer la direction de l'aimantation totale des sources magnétiques malgré que dans cet exemple la déclinaison n'ait pas été déterminée correctement.

En pareille situations (présence d'interférences et bruits importants), il est préférable de procéder à l'inspection visuelle de l'anomalie magnétique pour déduire approximativement la déclinaison du vecteur de l'aimantation résultante (l'angle que forme la ligne droite joignant le maximum et le minimum de l'anomalie avec le nord magnétique) et l'introduire par la suite dans le code informatique pour la suite des opérations.

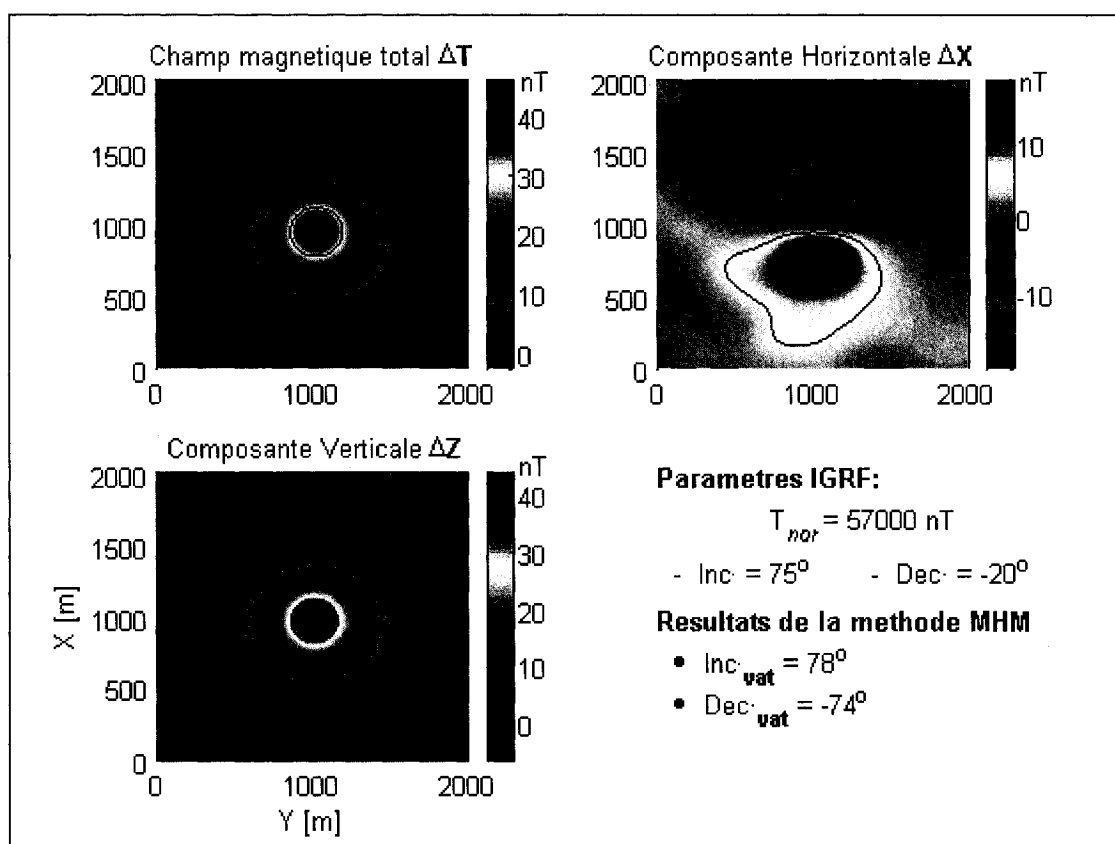


Figure 2.14 : Résultats de la méthode MHM obtenus sur la réponse magnétique bruitée du modèle de la figure 2.21, prolongé vers le haut à une altitude de 150 mètres (données du tableau C.5 - n°3).

2.8.3 Effet de la présence d'un fond régional.

La méthode proposée est conçue pour étudier les anomalies magnétiques résiduelles. Dans le cas où la soustraction de l'effet régional du champ observé par les techniques conventionnelles (séparation polynomiale, séparation spectrale, etc) est mal faite, le niveau zéro de l'anomalie obtenue sera alors mal défini, cela revient à dire qu'un niveau de fond "linéaire" est surajouté dans les valeurs de l'anomalie résiduelle obtenue. Pour évaluer l'effet de ce dernier sur l'estimation de la direction du moment magnétique, nous avons procédé à l'étude de deux situations.

Dans un premier temps, nous avons ajouté aux valeurs de l'anomalie résiduelle calculée suivant une grille de 750×750 m, un fond constant de 20 nT, puis dans un deuxième temps, nous lui avons ajouté un gradient de tendance +10 nT/km vers le nord de l'anomalie. Les résultats des tests affichés dans le tableau C.6 de l'annexe, montrent que le fond régional qui est constant en amplitude ne gêne en rien l'application de la méthode (figure 2.15). Par contre, un fond régional possédant une tendance importante pose un sérieux problème pour la méthode proposée. L'inclinaison et la déclinaison de l'aimantation totale sont évaluées respectivement à 105° et 30° (figure 2.15-c), loin des paramètres du vecteur du champ géomagnétique qui sont fixées à 75° et -17° lors de la modélisation.

Heureusement que cette complication apparaît rarement sur la réponse magnétique des pipes kimberlitiques à cause de leurs dimensions restreintes qui n'excèdent pas généralement 500 m de diamètre.

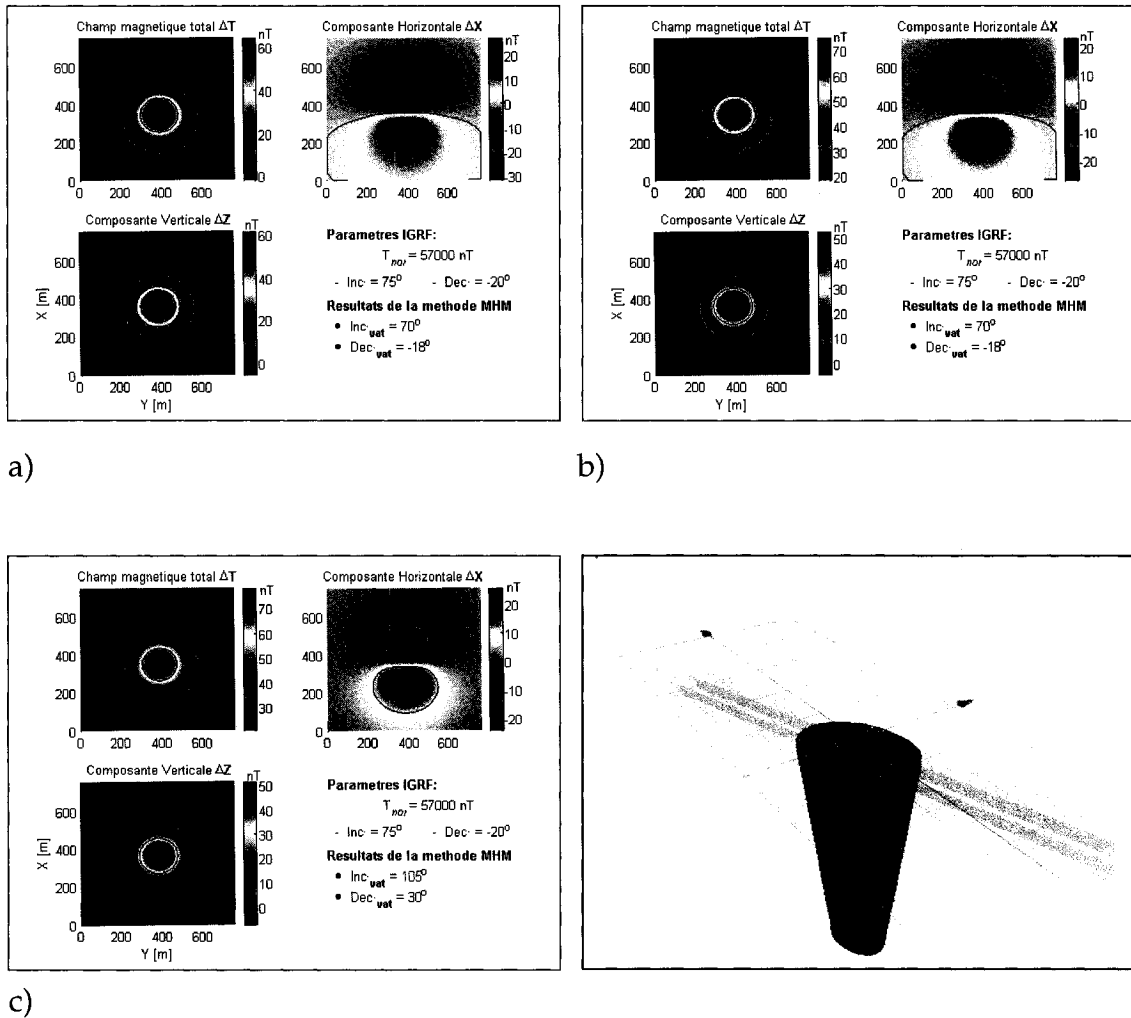


Figure 2.15 : Résultats de la méthode MHM obtenus sur la réponse magnétique d'un cylindre vertical : a) sans gradient ; b) en lui ajoutant un fond constant de 20 nT ; c) en lui ajoutant un gradient avec une tendance de 10 nT/km. Données du tableau de l'annexe C.6-n° 1, 2 et 3 respectivement.

2.8.4 Effet du mauvais centrage de l'anomalie magnétique.

Un autre cas qui mérite d'être examiné est l'influence de la position du centre de la source par rapport au centre de la grille délimitant l'anomalie magnétique. Dans toutes les modélisations que nous avons effectuées jusqu'à présent, les sources sont toujours placées au centre de la grille. En réalité, les effets de l'aimantation rémanente, l'effet des pendages, l'irrégularité de la géométrie des corps perturbateurs et autres, nous empêchent de localiser avec précision le centre des sources en se basant uniquement sur l'allure du champ magnétique total résiduel. Ainsi le maximum d'une anomalie de polarité positive ne signifie guère la position du centre de la source et ce constat est valable aussi pour le minimum de l'anomalie négative. Pour mieux mettre en évidence cette situation, nous avons procédé à la modélisation de plusieurs anomalies magnétiques issues d'un cylindre vertical dont le centre est placé à chaque simulation dans une position donnée pas loin du centre de la grille. L'application de la méthode MHM sur ces réponses magnétiques a révélé que la précision des résultats est meilleure pour les positions du cylindre très proches du centre de la grille de l'anomalie. Par contre, les positions éloignées du centre peuvent facilement détériorer le résultat de l'estimation de la direction de l'aimantation comme le montre le tableau C.7 de l'annexe.

Ce constat nous amène alors à faire appel à d'autres techniques qui repositionnent convenablement les anomalies magnétiques au-dessus des sources qui les causent et cela indépendamment de la latitude géographique ce qui va nous permettre de mieux les centrer sur la grille de l'anomalie pour d'éventuelles études de leurs directions de magnétisation par la méthode des moments harmoniques.

Parmi les transformations qui peuvent jouer ce rôle, il y a le signal analytique (Nabighian, 1974 ; Roest et al., 1992) et la transformée "L" de la magnitude de l'anomalie magnétique (MMA), Gervoska et al., 2004.

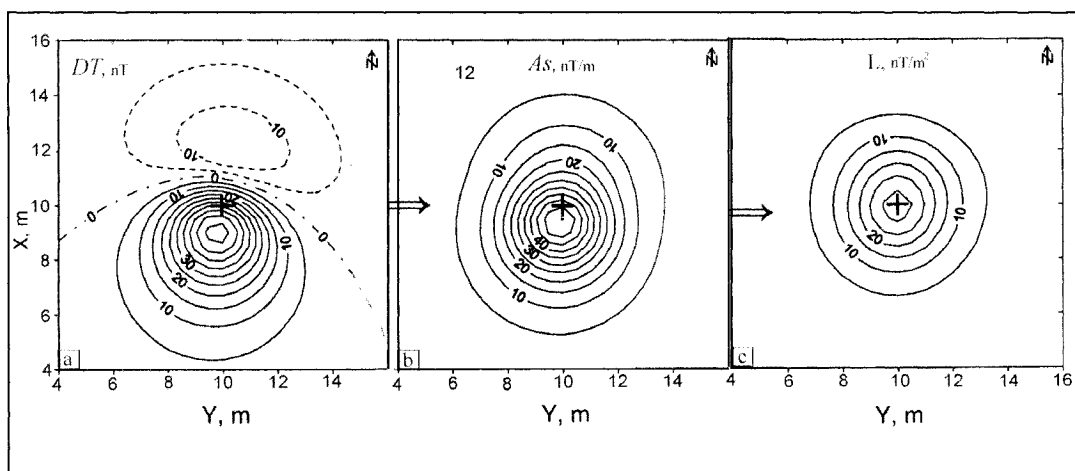


Figure 2.16 : Position du centre (+) d'un dipôle par rapport au maximum de l'amplitude : a) du champ magnétique DT ; b) du signal analytique AS ; c) de la transformée "L". L'anomalie théorique est aimantée dans la direction du champ normal ($I_{IGRF} = 70^\circ$ et $D_{IGRF} = 10^\circ$) et suivant une inclinaison et déclinaison du moment magnétique de 40° et 10° , (Gervoska et al., 2004).

2.8.5 Effet des pendages non verticaux.

Dans les précédentes applications, nous avons supposé que le pendage des cylindres simulés est vertical offrant ainsi une image approximative proche de la réalité des pipes kimberlitiques qui exhibent habituellement des pendages sub-verticaux. Pour élucider l'effet du pendage incliné de ce modèle sur l'estimation des paramètres de la direction de l'aimantation, nous avons procédé à la modélisation directe d'un cylindre tout en l'inclinant continuellement avec un

pas de 2° dans un premier temps vers le sud, puis dans un deuxième temps vers le nord. Les résultats des tests sont présentés dans le tableau C.8 de l'annexe. Comme on devait s'y attendre, l'estimation de l'inclinaison et de la déclinaison de l'aimantation totale se dégrade avec l'augmentation de l'angle du pendage. L'application de la méthode des moments a révélé que l'inclinaison et la déclinaison du moment magnétique des modèles inclinés vers le sud ont été toutes sous-estimées. Par contre, celles des modèles inclinés vers le nord ont toutes été surestimées.

En analysant les résultats obtenus, nous remarquons que l'inclinaison de l'aimantation calculée à chaque variation de l'angle du pendage du cylindre est égale à l'inclinaison de l'aimantation obtenue lorsque le pendage du cylindre est vertical en ajoutant ou en diminuant l'angle du pendage du cylindre par rapport à la verticale. Autrement dit, l'inclinaison réelle du vecteur de l'aimantation résultante est égale à l'inclinaison du vecteur VAT estimée par le méthode MHM plus ou moins l'angle du pendage du modèle (θ) par rapport à la verticale ($I_{vat\backslash Reel} = I_{vat\backslash cal} \pm \theta$).

Cette importante caractéristique pourra être exploitée ultérieurement pour l'estimation des pendages des cheminées kimberlitiques.

2.8.6 Facteurs influençant les résultats de la méthode MHM et les solutions envisagées.

La méthode présentée et discutée dans ce travail a conduit dans la majorité des cas à déterminer correctement la direction de l'aimantation résultante des sources magnétiques avec une erreur moyenne qui dépasse rarement $\pm 7^\circ$. La méthode n'est pas fiable dans certaines situations compliquées, tel qu'en

présence d'interférences et bruits parasites importants, d'une forte tendance régionale, ou d'un mauvais centrage du centre de l'anomalie au milieu de la grille de données. Ces obstacles ne diminuent en rien l'efficacité de la méthode si on prend les mesures indiquées ci-dessous dans le tableau 2.2 :

Tableau 2.2 : Obstacles de la méthode MHM et les solutions envisagées.

Facteurs dégradant la précision de la méthode MHM	Solutions envisagées pour contrecarrer ces obstacles
▪ Présence d'un fort gradient régional avec tendance sur les données de l'anomalie magnétique.	➤ Effectuer une séparation polynomiale. ➤ Retrouver et exclure la tendance par la méthode des moindres carrés.
▪ Présence de bruits et interférences à la périphérie de la grille délimitant l'anomalie magnétique.	➤ Effectuer un lissage de l'anomalie. ➤ Prolongement vers le haut de l'anomalie magnétique ➤ Réduction des dimensions de la fenêtre de l'anomalie.
▪ Effet de mauvais centrage de l'anomalie résiduelle.	➤ Recourir au centrage de l'anomalie par son signal analytique (A_s). ➤ Recourir au centrage de l'anomalie par la transformée "L" (Gerovska et al., 2004)
▪ Effet du pendage non vertical des sources causatives	➤ Pas de solutions pour le moment.

2.9 Perfectionnement de la méthode MHM

Bien que la méthode MHM ait fourni de bon résultats dans bon nombre de cas, il persiste néanmoins certaines carences dans la précision de l'estimation de la direction de l'aimantation. Le défi qui se présente devant nous est celui de réussir à mettre en œuvre un procédé ou une modification qui pourrait améliorer la précision de la méthode proposée et qui permettrait de stabiliser les solutions et de surpasser les obstacles cités auparavant.

Parmi toutes les possibilités et les types de fonctions qui peuvent se prêter à résoudre un tel problème, la plus pratique et la plus adéquate, à notre avis, semble être la réduction au pôle des anomalies magnétiques en tenant compte précisément des paramètres de la direction de l'aimantation résultante estimés par la méthode des moments harmoniques. L'aspect le plus important de la procédure est l'analyse de l'allure (la symétrie) de l'anomalie réduite au pôle, car c'est cette dernière qui permet de se prononcer sur la certitude de l'inclinaison et de la déclinaison de l'aimantation introduites dans le processus du calcul de la RTP.

La géologie connue des pipes kimberlitiques montre que la géométrie des cheminées est très proche de la forme d'une carotte (Macnae, 1979), dont les pendages sont sub-verticaux. La réduction au pôle de la réponse magnétique de ce type de configuration devrait produire une anomalie presque circulaire, mais surtout symétrique. Cette dernière propriété est riche en conséquence, car uniquement la vraie direction de l'aimantation totale peut satisfaire cette condition. Les autres directions vont provoquer des distorsions dans l'allure de l'anomalie RTP.

Le processus consiste donc à produire une dizaine de réductions au pôle correspondantes à différentes inclinaisons $I_{vat}(i)$ et déclinaisons $D_{vat}(i)$ de l'aimantation, puis évaluer le degré de symétrie de chacune des transformées. Ainsi, obtenir le minimum de l'erreur quadratique moyenne (rms) du degré de symétrie de l'anomalie réduite au pôle revient donc à déterminer la vraie inclinaison et déclinaison du vecteur de l'aimantation totale.

L'organigramme présenté à la figure 2.17 illustre le fonctionnement et les principales étapes de l'opération de perfectionnement de la méthode qu'on énumérera dans cet ordre :

1. Déterminer l'inclinaison et de la déclinaison de l'aimantation totale par la méthode MHM.
2. Introduire les paramètres obtenus dans (1) pour le calcul de la réduction au pôle de l'anomalie magnétique.
3. Estimer la position horizontale du corps perturbateur à partir du maximum ou du minimum de l'amplitude de l'anomalie RTP.
4. Evaluer le degré de symétrie (rms) de l'anomalie RTP calculée.
5. Répéter les étapes 2, 3 et 4 en faisant circuler respectivement suivant deux boucles, différentes inclinaisons $I_{vat}(i)$ et déclinaisons $D_{vat}(i)$ de l'aimantation, puis archiver à chaque cycle de l'opération les paramètres trouvés : la direction de l'aimantation, les coordonnées du centre de la source et le degré de symétrie (rms) calculé.
6. Dédire la vraie direction (inclinaison et déclinaison) du vecteur VAT en se basant sur la valeur minimale du degré de symétrie correspondant.

Les intervalles des inclinaisons et ceux des déclinaisons pour lesquels les réductions au pôle ont été calculées, sont choisis de sorte que les valeurs des

paramètres de l'aimantation totale estimés dans l'étape 1 par la méthode MHM occupent respectivement le milieu de chacun de ces intervalles. Les intervalles sont établis pour couvrir deux fois l'erreur moyenne de la méthode ($\pm 7^\circ \times 2$) ; cela nous permet d'écrire :

$$(I_{vat(1)} - 15^\circ) \leq I_{vat}(i) \leq (I_{vat(1)} + 15^\circ)$$

et

$$(D_{vat(1)} - 15^\circ) \leq D_{vat}(i) \leq (D_{vat(1)} + 15^\circ).$$

Ces intervalles peuvent être augmentés ou diminués dépendamment de la complexité de la problématique (présence de bruits et interférences) ou pour des raisons d'économie du temps de calcul.

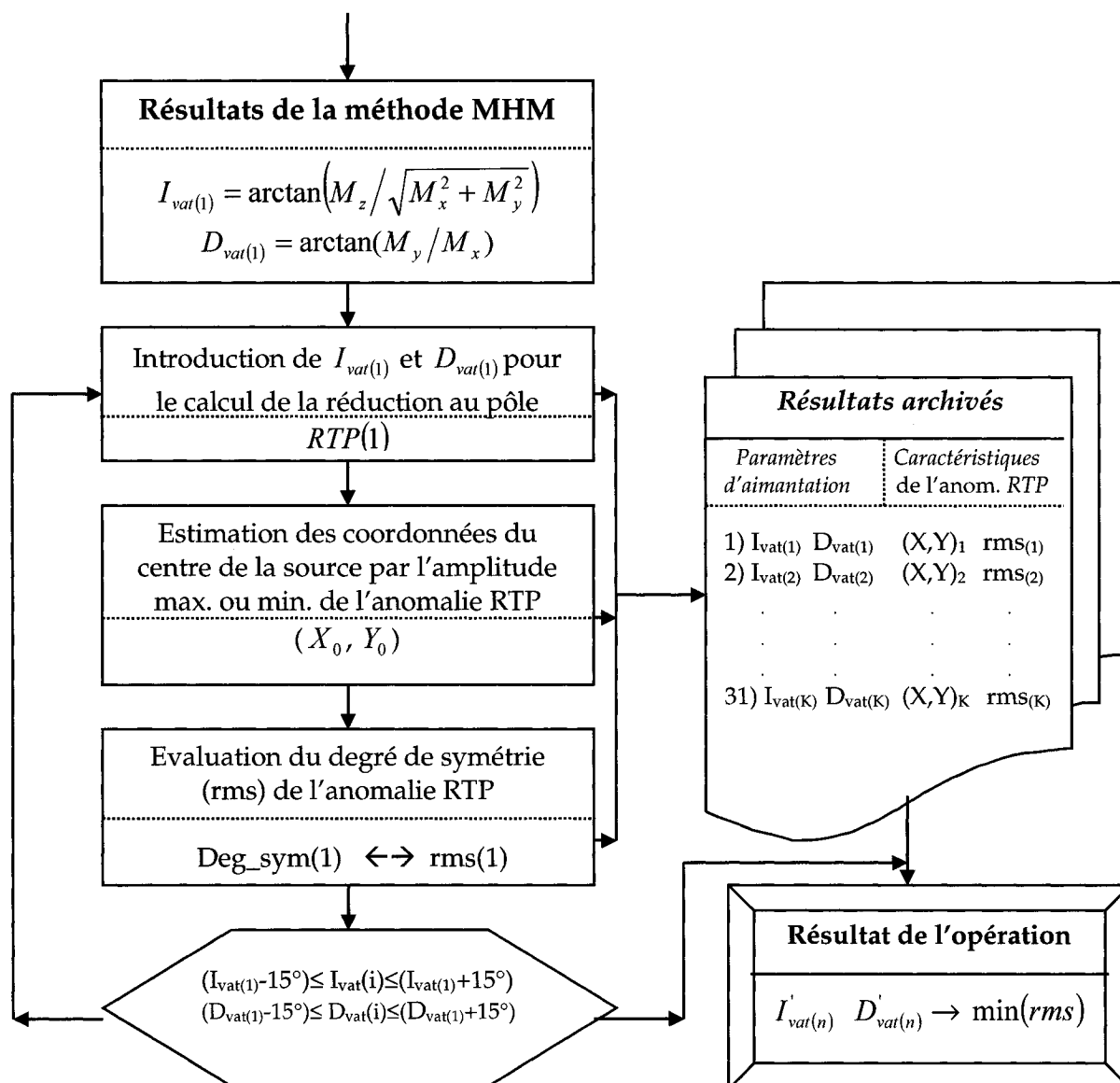


Figure 2.17 : Séquence de la méthode MHM améliorée.

- **Technique utilisée pour la réduction au pôle des anomalies magnétiques**

Pour repositionner les anomalies magnétiques à l'aplomb des sources qui les causent nous avons utilisé la technique décrite par Blakely (1995) dans le domaine de Fourier :

$$F[\Delta T_{pole}] = F[\psi_{pole}] \cdot F[\Delta T], \quad (2.47)$$

$F[\Delta T_{pole}]$: indique la transformée de Fourier du champ magnétique RTP.

$F[\psi_{pole}]$: décrit le filtre ou l'opérateur de la réduction au pôle,

$F[\Delta T]$: est la transformée de Fourier du champ magnétique observé.

L'opérateur de réduction au pôle $F[\psi_{pole}]$ des sources 3D/2D s'écrit formellement comme suit :

$$F[\psi_{pole}]_{3D} = \frac{|k|^2}{a_1 k_x^2 + a_2 k_y^2 + a_3 k_x k_y + i|k|(b_1 k_x + b_2 k_y)}, |k| \neq 0 \quad (2.48)$$

$$F[\psi_{pole}]_{2D} = \frac{\sin I_{vat} \cdot \sin I_0}{\sin I_{vat} \cdot \sin I_0} \cdot e^{i(I_{vat} + I_0 - \pi) \text{sgn } k}, \quad (2.49)$$

avec,

$$\begin{aligned} a_1 &= \hat{m}_z \hat{f}_z - \hat{m}_x \hat{f}_x, & b_1 &= \hat{m}_x \hat{f}_z + \hat{m}_z \hat{f}_x, \\ a_2 &= \hat{m}_z \hat{f}_z - \hat{m}_y \hat{f}_y, & b_2 &= \hat{m}_y \hat{f}_z + \hat{m}_z \hat{f}_y, \end{aligned}$$

$$a_3 = -\hat{m}_y \hat{f}_x - \hat{m}_x \hat{f}_y,$$

$$\hat{m}_x = \cos I_{vat} \cdot \cos(D_{vat} - A_z), \quad \hat{f}_x = \cos I_0 \cdot \cos(D_0 - A_z)$$

$$\hat{m}_y = \cos I_{vat} \cdot \sin(D_{vat} - A_z), \quad \hat{f}_y = \cos I_0 \cdot \sin(D_0 - A_z)$$

$$\hat{m}_z = \sin I_{vat}, \quad \hat{f}_z = \sin I_0$$

$$I'_{vat} = \arctan\left(\frac{\hat{m}_z}{\hat{m}_x}\right) = \arctan\left(\frac{\tan(I_{vat})}{\cos(D_{vat} - A_z)}\right)$$

$$I'_0 = \arctan\left(\frac{\hat{f}_z}{\hat{f}_x}\right) = \arctan\left(\frac{\tan(I_0)}{\cos(D_0 - A_z)}\right)$$

- $\hat{m} = (\hat{m}_x, \hat{m}_y, \hat{m}_z)$ et $\hat{f} = (\hat{f}_x, \hat{f}_y, \hat{f}_z)$ représentent respectivement les vecteurs unitaires de l'aimantation et du champ géomagnétique.
- I_{vat} et D_{vat} représentent l'inclinaison et la déclinaison du vecteur de l'aimantation totale.
- I_0 et D_0 sont l'inclinaison et la déclinaison du champ géomagnétique.
- A_z est l'azimut magnétique des profils.
- $k = \sqrt{k_x^2 + k_y^2}$, où k_x et k_y sont les nombres d'onde radiaux.

Pour palier aux problèmes liés à l'application de l'opérateur de réduction au pôle causés par les sources tridimensionnelles en basses latitudes, on peut intégrer à notre code la technique de Gunn (1995) ou celle Keating et al., 1996 développées spécialement pour résoudre ce type de problème.

- **Technique d'évaluation du degré de symétrie des anomalies magnétiques réduites au pôle**

Pour évaluer le degré de symétrie de l'anomalie magnétique réduite au pôle, on procède à la détermination des coordonnées du centre de la source $C(x_c, y_c)$ à partir du maximum ou du minimum de l'amplitude de l'anomalie RTP. A partir de la position trouvée, une nouvelle fenêtre carrée de dimension réduite ($L \times L$) mais suffisante pour inclure l'anomalie dans sa totalité est définie. Le but de cette manœuvre est d'empêcher d'inclure dans le calcul du degré de symétrie les effets d'éventuelles interférences dans les zones éloignées du centre de l'anomalie (figure 2.18).

L'estimation du degré de symétrie de l'anomalie RTP est basée alors sur le calcul de la somme moyenne des résidus des 4 axes (NS, EW, NW_SE et NE_SW) et s'écrit :

$$Deg_sym = (rms_{NS} + rms_{EW} + rms_{NW_SE} + rms_{NE_SW}) / 4 ,$$

où,

$$rms_{NS} = \sqrt{\sum_{i=1}^L [\Delta T_r(x_c - i, y_c) - \Delta T_r(x_c + i, y_c)]^2 / L} ,$$

$$rms_{EW} = \sqrt{\sum_{i=1}^L [\Delta T_r(x_c, y_c - i) - \Delta T_r(x_c, y_c + i)]^2 / L} ,$$

$$rms_{NW_SE} = \sqrt{\sum_{i=1}^L [\Delta T_r(x_c - i, y_c + i) - \Delta T_r(x_c + i, y_c - i)]^2 / L} ,$$

$$rms_{NE_SW} = \sqrt{\sum_{i=1}^L [\Delta T_r(x_c + i, y_c + i) - \Delta T_r(x_c - i, y_c - i)]^2 / L}.$$

$i = 1, \dots, L$ avec $L = \left(\frac{ncol}{4} + 1\right)$, pour $ncol$ (nombre de colonne de la grille originale) est un nombre pair et $L = \left(\frac{ncol + 1}{4} + 1\right)$, lorsque $ncol$ est impair.

L représente le nombre de points de données sur chaque demi axe de la nouvelle fenêtre-I.

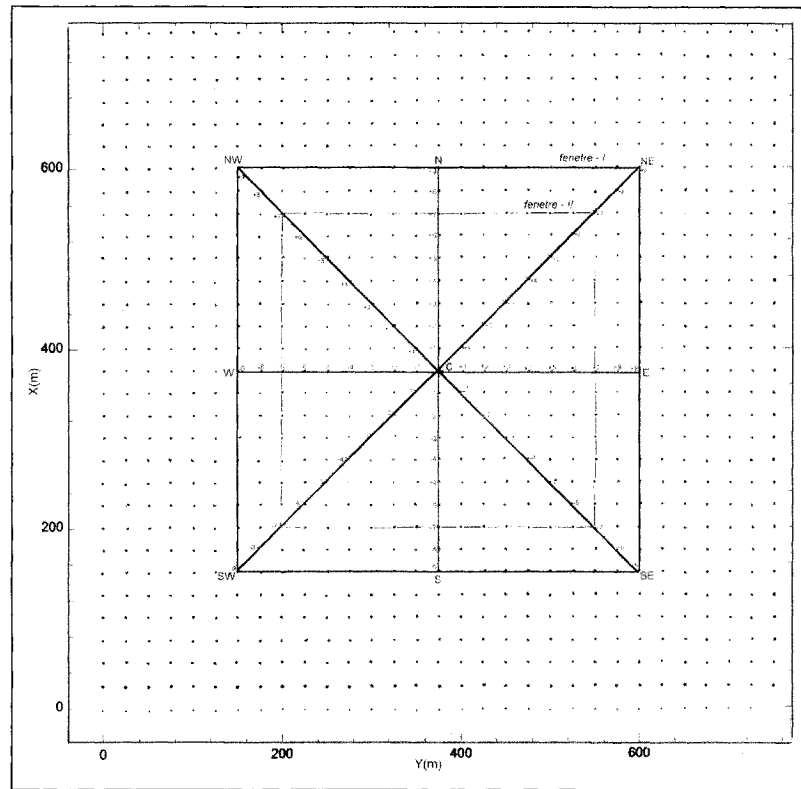


Figure 2.18 : Procédure de calcul du degré de symétrie de l'anomalie magnétique réduite au pôle.

Le degré de symétrie d'une anomalie parfaitement symétrique devra afficher zéro. Le premier test du tableau C.1 de l'annexe présente un exemple dans ce sens. Le modèle simulé correspond à un cylindre vertical de section circulaire aimanté selon la verticale. L'exécution de la méthode MHM sur la réponse magnétique de ce modèle a donné une inclinaison de 90° . En introduisant cette valeur dans l'opération de la réduction au pôle de l'anomalie, le degré de symétrie de l'anomalie RTP obtenue est zéro ce qui indique que l'anomalie transformée au pôle est symétrique et que les paramètres (inclinaison et déclinaison) de l'aimantation utilisés sont corrects.

L'application de la technique améliorée sur ce cas n'a rien apporté de plus, car les paramètres de l'aimantation trouvés au début sont exacts. Un changement dans la déclinaison de l'aimantation est survenu durant la correction, mais cela reste sans effet pour une polarisation verticale (figure 2.19-a). Pour le reste des résultats affichés dans la 5^{ème} colonne des tableaux (C.1, C.2, C.5 et C.6) et dans la 6^{ème} colonne du tableau C.3, l'aide apportée par cette technique pour la méthode MHM est considérable. Les solutions sont plus justes et atteignent une précision de 98% à 100%. Sur les 60 tests synthétiques effectués, la méthode n'a pas répondu efficacement dans les situations suivantes:

- Le cas n° 11 du tableau C.1 qui correspond à une aimantation horizontale du modèle.
- Le cas n° 4 du tableau C.2 qui présente une détérioration du résultat de la déclinaison.
- Les cas n° 13, 14, 15 et 16 du tableau C-7 où le centre des sources est décalé par rapport au centre de la grille délimitant l'anomalie magnétique. L'erreur moyenne sur l'inclinaison de l'aimantation après correction reste élevée $\pm 17^\circ$.
- Et enfin le cas où le pendage du cylindre n'est pas vertical, cette situation devra être examinée de manière approfondie ultérieurement.

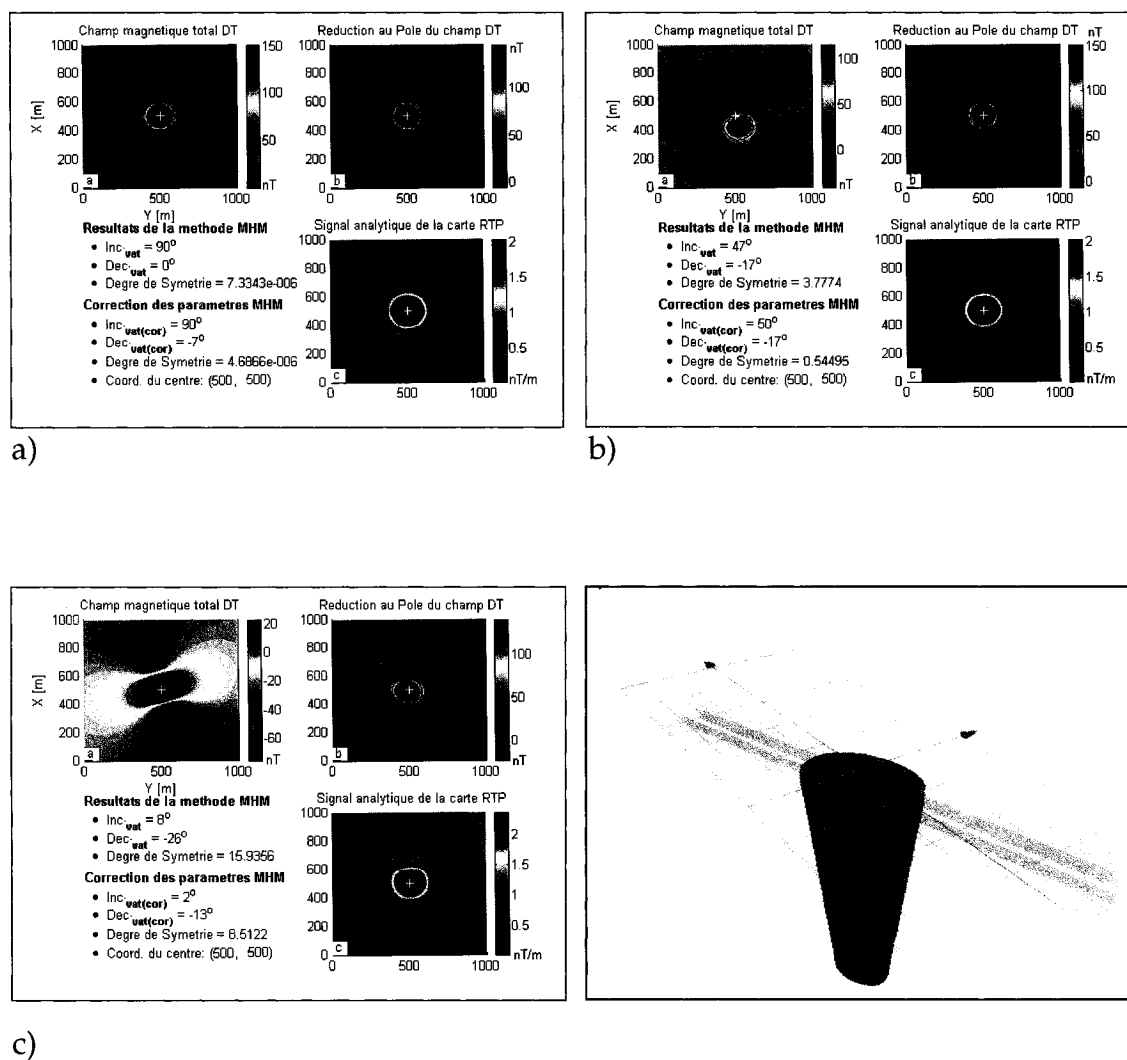
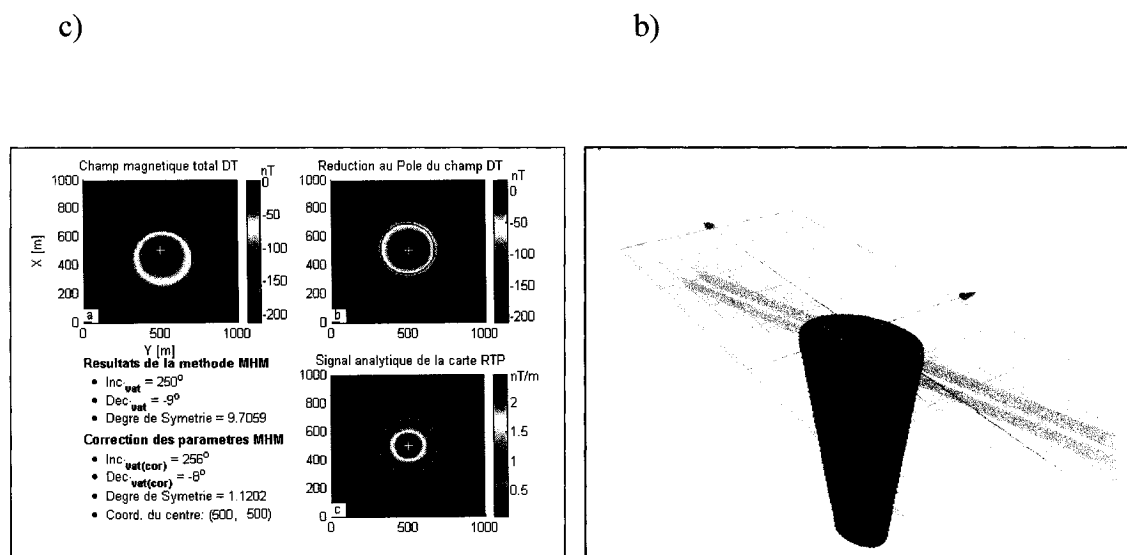
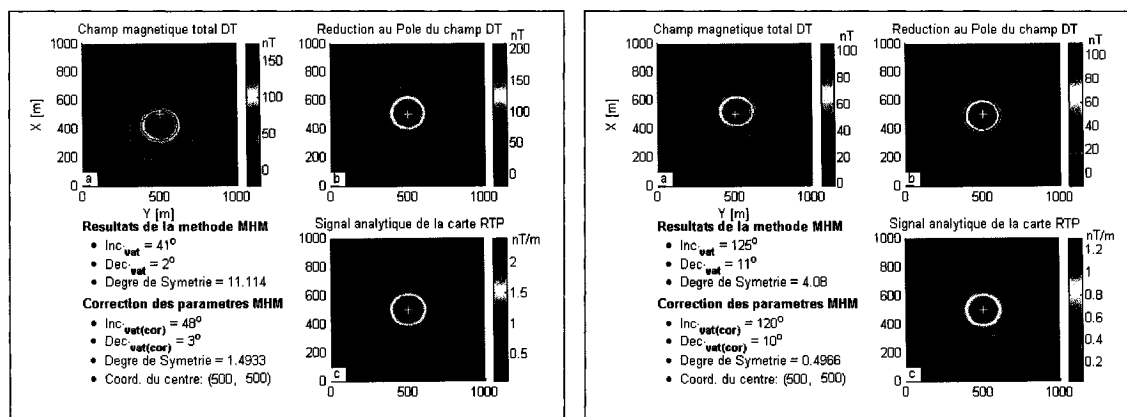


Figure 2.19 : Amélioration des résultats de la méthode MHM obtenus sur les anomalies magnétiques de la figure 2.10 en utilisant le critère de symétrie. Données du tableau de l'annexe C.1 - n° 1, 5 et 10 respectivement.



c)

Figure 2.20 : Amélioration des résultats de la méthode MHM obtenus sur les anomalies magnétiques de la figure 2.11 en utilisant le critère de symétrie. Données du tableau de l'annexe C.2 - n° 3, 5 et 7 respectivement.

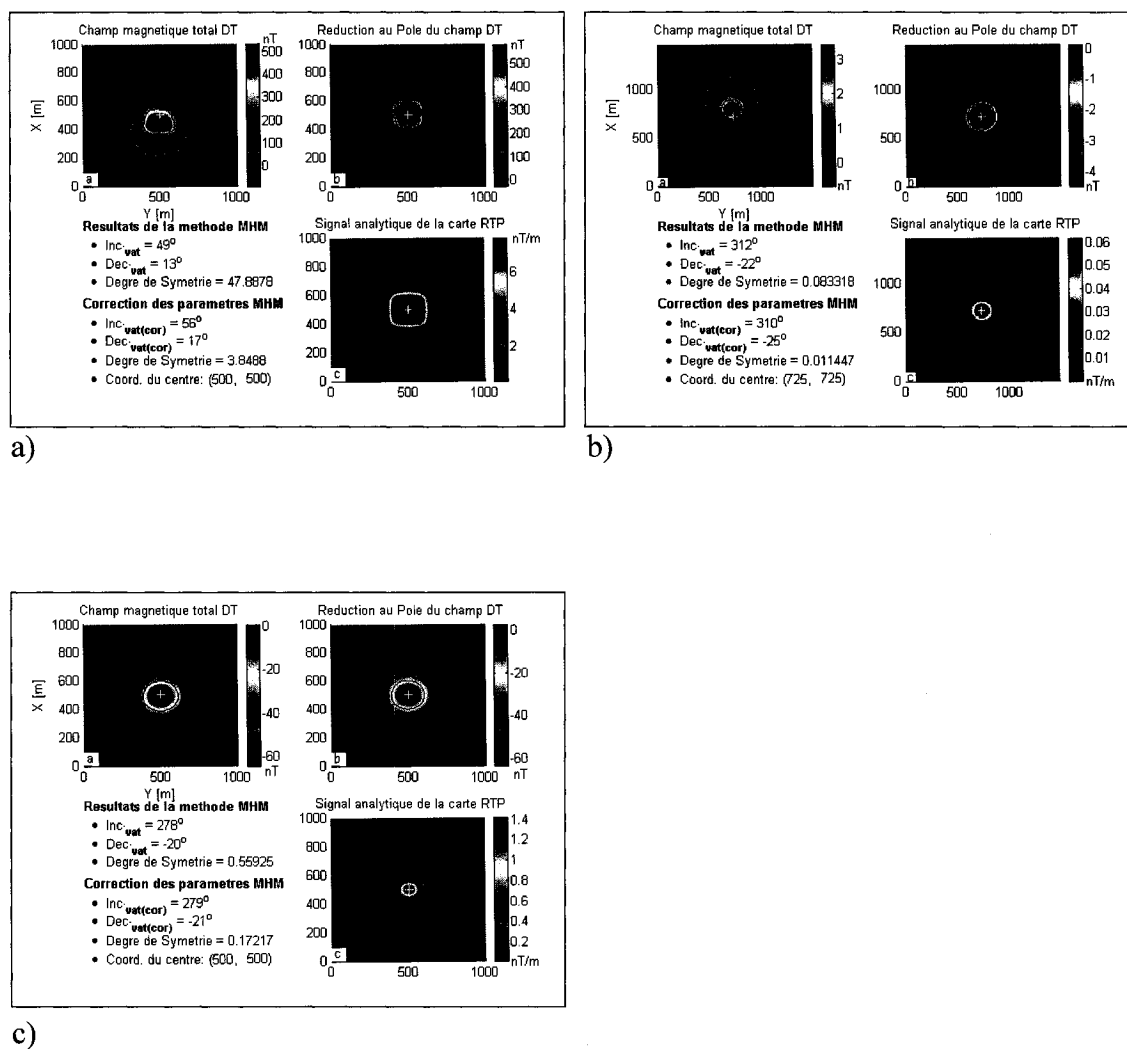
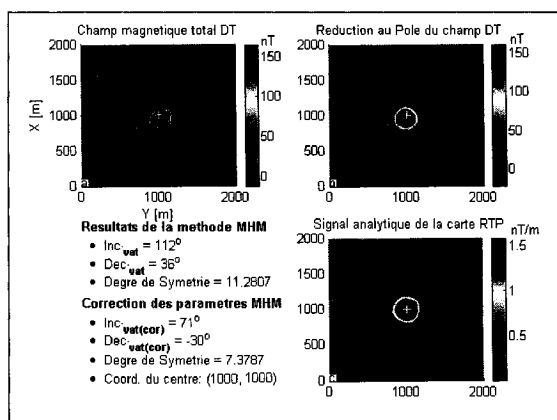
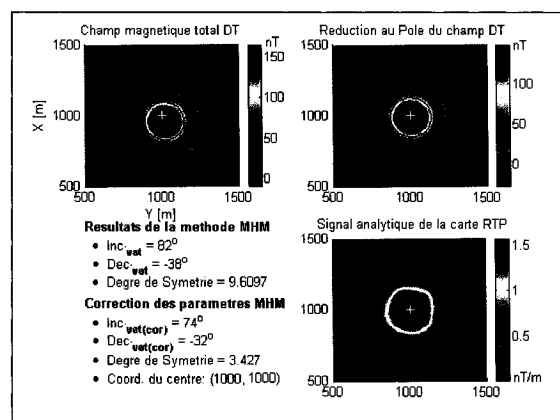


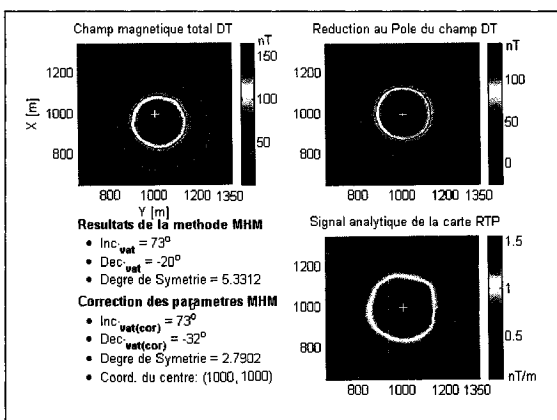
Figure 2.21 : Amélioration des résultats de la méthode MHM obtenus sur les anomalies magnétiques de la figure 2.12 en utilisant le critère de symétrie. Données du tableau de l'annexe C.3 - n° 1, 2 et 3 respectivement.



a)



b)



c)

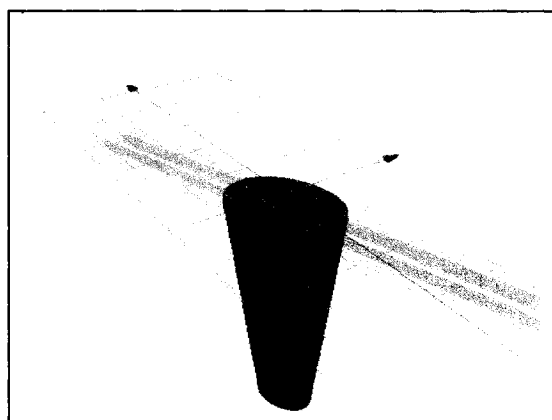


Figure 2.22 : Amélioration des résultats de la méthode MHM obtenus sur les anomalies magnétiques de la figure 2.13 en utilisant le critère de symétrie. Données du tableau de l'annexe C.4 - n° 10, 11 et 12 respectivement.

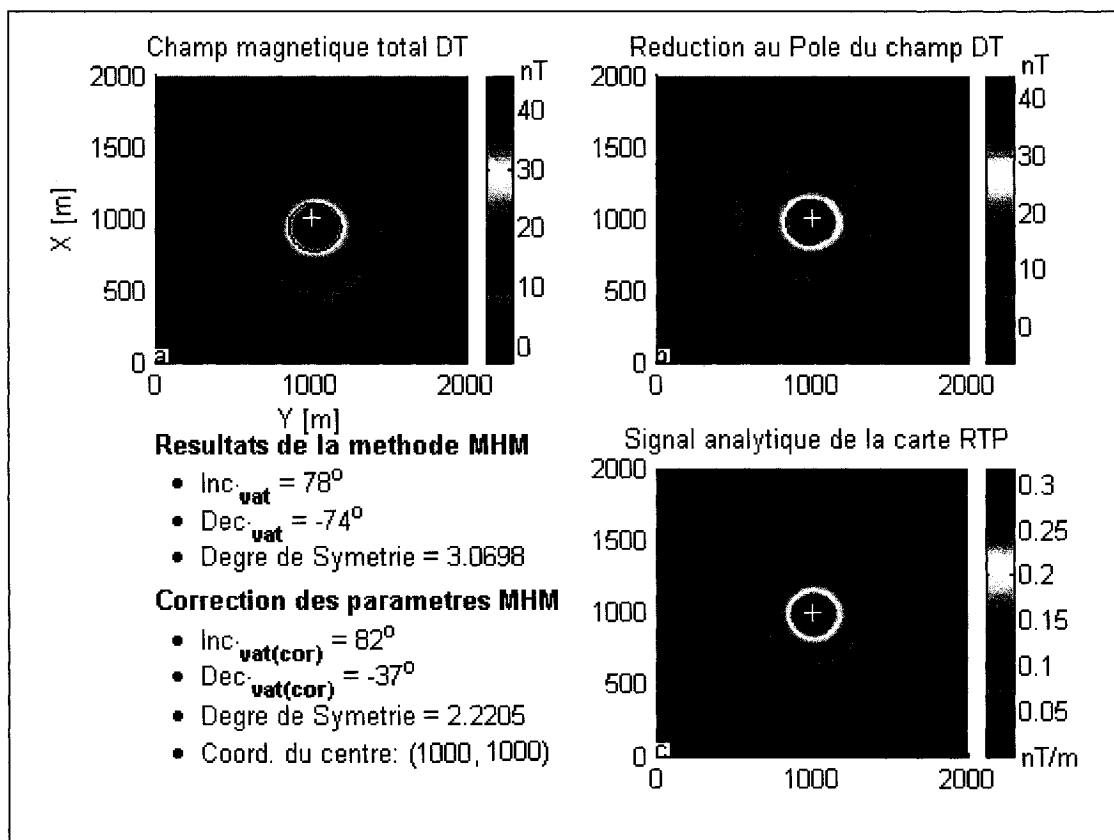


Figure 2.23: Amélioration du résultat de la méthode MHM obtenu sur l'anomalie magnétique de la figure 2.14 en utilisant le critère de symétrie. Données du tableau de l'annexe C.5 - n° 3).

Avant de clôturer ce chapitre, nous avons testé la sensibilité et la capacité de la méthode proposée pour retrouver la direction de l'aimantation d'une pipe de section circulaire (tableau 2.3) en lui ajoutant une séquence de bruits aléatoires gaussien de moyenne zéro et d'écart type de 1 nT, 2 nT et 4 nT.

D'après les résultats obtenus à la figure 2.24 ; nous constatons que la direction du moment magnétique de la source est bien retrouvée malgré la présence du bruit. La direction de l'aimantation totale théorique ($I_m = 44^\circ$ et $D_m = 17^\circ$) est estimée avec une erreur moyenne de 5° pour l'inclinaison et de 3° pour la déclinaison en exécutant la méthode des moments sur les trois réponses bruitées. L'application du critère de symétrie a permis de corriger et de réduire cette erreur "moyenne" sur l'inclinaison et la déclinaison à moins de 1° .

Tab. 2.3 : Paramètres de la modélisation de la pipe.

Modèle	Paramètres IGRF	Coordonnées. du centre C (x_0 ; y_0)	Paramètres du modèle					
			h (m)	a (m)	I_{rem} ($^\circ$)	D_{rem} ($^\circ$)	Q	$\kappa \times 10^{-3}$ (SI)
Pipe verticale	$T_0 = 58200$ nT $I_0 = 77^\circ$ $D_0 = -17^\circ$	(375 ; 375)	60	100	30	20	2.5	3.1

À la lumière de ces tests et analyses, on peut conclure que la méthode proposée est assez robuste pour déterminer la direction de l'aimantation des sources "isométriques" et elle semble parfaitement adaptée au type de cheminée kimberlitique possédant un pendage subvertical.

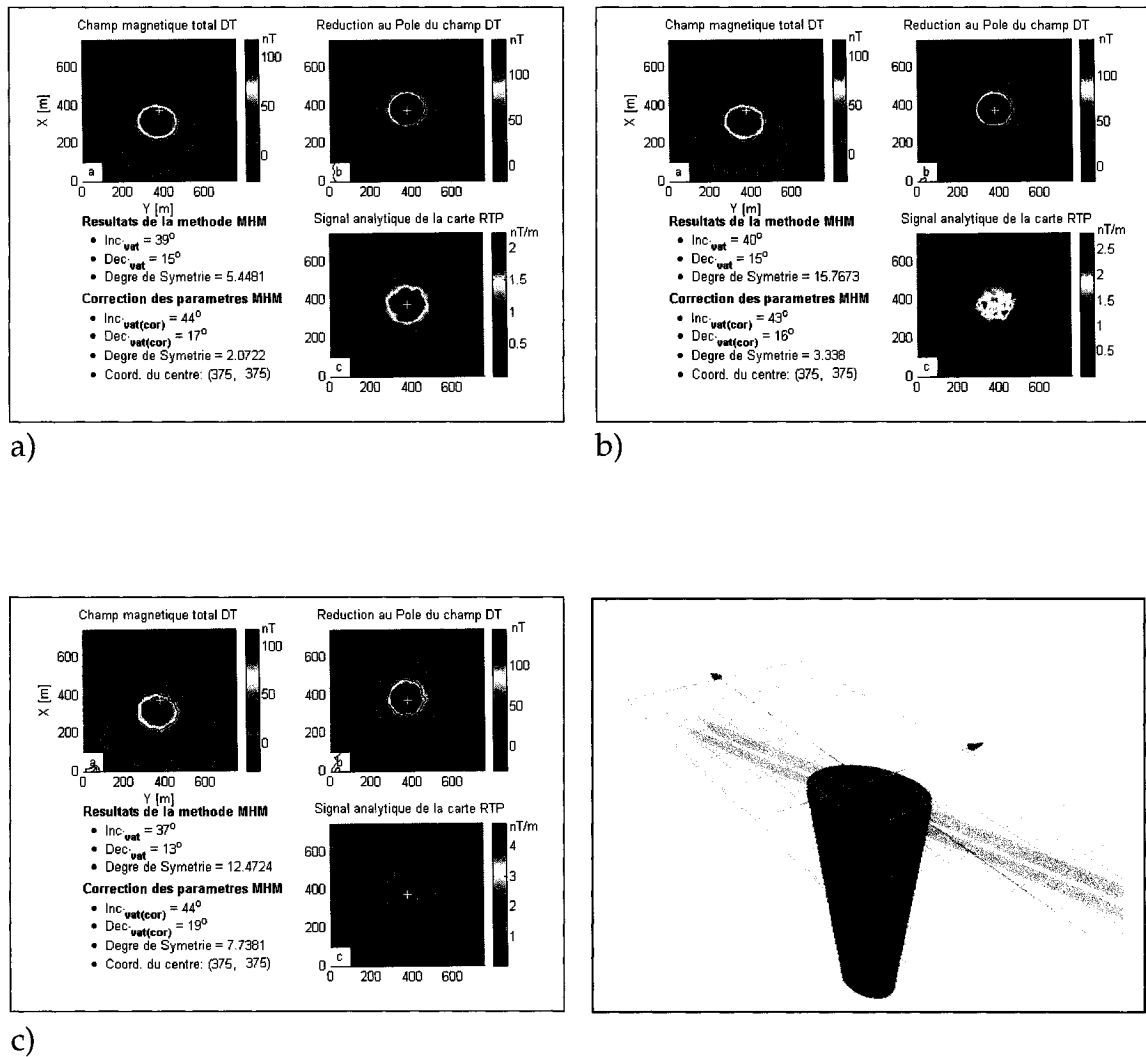


Figure 2.24 : Amélioration des résultats de la méthode MHM obtenus sur les réponses magnétiques d'une pipe en lui ajoutant un bruit aléatoire gaussien : a) d'écart type de 1 nT ; b) d'écart type de 2 nT ; c) d'écart type de 4 nT.

Chapitre 3

Modélisation et inversion magnétique

Maintenant que nous avons déterminé la direction de l'aimantation totale de la pipe, nous pouvons l'utiliser dans le processus itératif de l'inversion comme contrainte pour la guider vers une solution réelle et pouvoir par la suite estimer la vraie susceptibilité magnétique de la source, de bien préciser sa géométrie (la profondeur, le diamètre et sa position horizontale) ainsi que les vrais paramètres de l'aimantation.

3.1 Méthodes d'interprétation en géophysique

L'interprétation géophysique en général se divise en deux types de méthodes : l'une est appelée méthode directe (ou modélisation) dans laquelle on calcule la réponse magnétique d'un modèle géologique à partir de la connaissance de ses paramètres physiques et géométriques. Le problème direct consiste à effectuer les étapes suivantes :

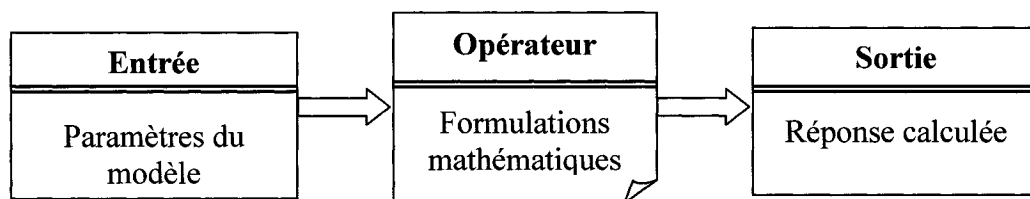


Figure 3.1 : Principe du problème direct en géophysique.

La méthode indirecte (ou inversion) consiste à trouver par optimisation (un processus itératif) un modèle de paramètres physiques et géométriques dont la réponse calculée va correspondre aux données d'observation. La procédure du problème inverse est illustrée sur la figure (3.2).

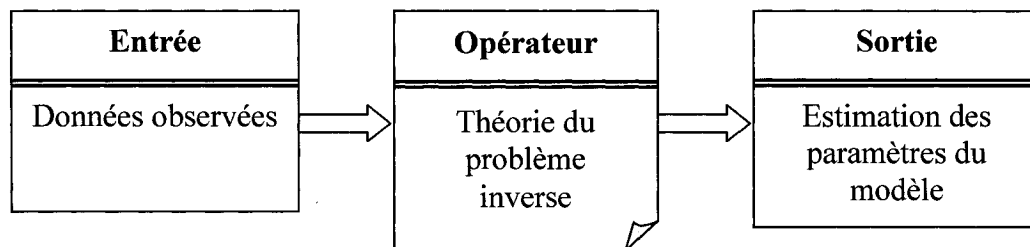


Figure 3.2 : Principe du problème inverse en géophysique

En réalité, ces deux techniques sont basées sur le même principe ; soit l'ajustement de la réponse du modèle calculé analytiquement aux données du terrain. Dans le processus du problème direct la convergence dépend des paramètres modifiés manuellement à chaque itération, par contre, dans le problème inverse la convergence entre le modèle initial et les données observées est obtenue par un calcul automatique suivant une règle d'optimisation bien définie.

3.2 Le problème direct

Les kimberlites peuvent se rencontrer sous forme de sills ou de dyke, mais la forme la plus habituelle est généralement celle d'une carotte dont le diamètre diminue progressivement avec la profondeur. La configuration géométrique

généralement adoptée dans la modélisation des pipes kimberlitiques est celle du cylindre vertical (figure 3.3).

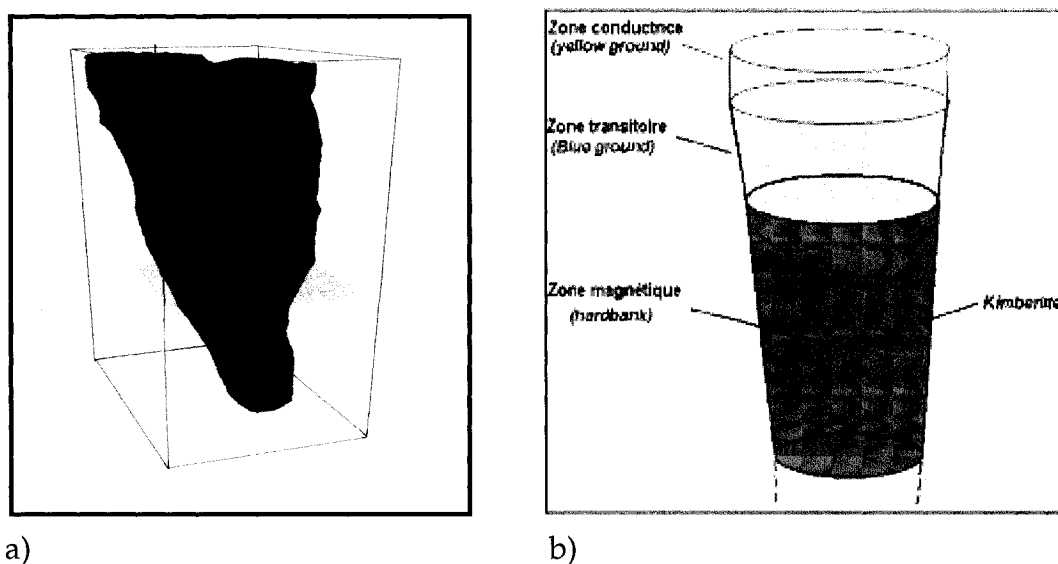
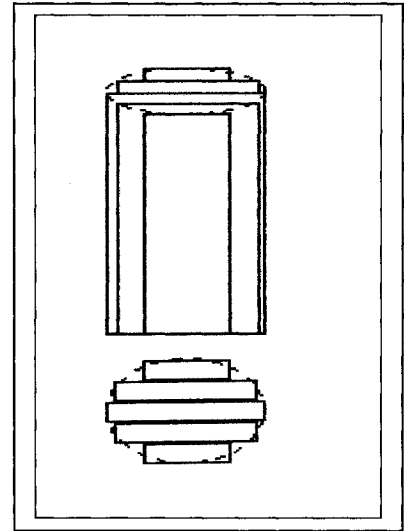


Figure 3.3: a) morphologie réelle d'une pipe kimberlitique ; b) modélisation géophysique d'une pipe kimberlitique selon Macnae (1979).

Avant que Singh et Sabina (1978) puissent établir l'équation mathématique qui décrit la réponse magnétique d'un cylindre vertical à section circulaire, le calcul du champ magnétique de ce modèle est obtenu soit par la formule du prisme polygonal droit (Ploof, 1976) ou par l'approximation d'un volume cylindrique par une série de tranches fines "*thin plate*" (figure 3.4). La réponse magnétique totale est alors calculée en intégrant numériquement les effets magnétiques de chaque tranche constituant le cylindre (Macgrath et Hood, 1973, etc.).

Figure 3.4 : Approximation de la réponse magnétique d'un cylindre vertical par une sommation numérique des effets magnétiques de chaque tranche constituant le volume du cylindre.



Ce type de modélisation est fastidieux, car il exige premièrement un effort pour reproduire le contour exact du cylindre à partir de la sommation des tranches et comporte aussi des risques d'erreurs lorsque le nombre de ces dernières est minime. Pour espérer obtenir des résultats précis, il faut augmenter le nombre de ces tranches, mais cela rend le temps de calcul long. Par conséquent, un compromis entre la précision et le temps de calcul est nécessaire.

Pour ce qui est du prisme polygonal droit, c'est vrai que ce dernier permet d'approximer et de mieux modéliser la réponse magnétique du cylindre, mais la mise en œuvre pour l'inversion est plus fastidieuse.

Pour ces raisons notre intérêt est axé sur la formulation établie par Singh et Sabina (1978) qui permet de calculer l'anomalie du champ magnétique total d'un cylindre vertical compact avec plus de précision dans les résultats et de rapidité dans les calculs. Cette formulation est de plus facile à programmer.

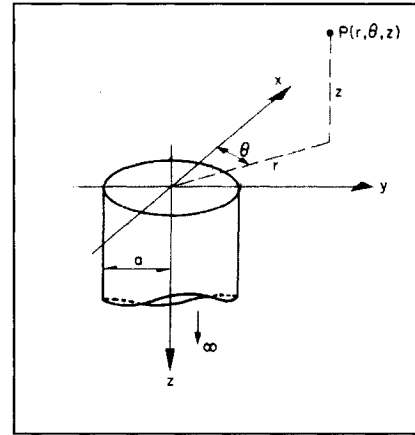
- **Le model direct**

Singh et Sabina (1978), s'inspirant de la relation de Poisson et du potentiel gravimétrique d'un cylindre vertical semi-infini de densité uniforme (Nabighian, 1962 ; Nagy, 1965 et Singh, 1977b) ont réussi à obtenir l'expression mathématique complète et ferme qui calcul le champ magnétique total d'un cylindre vertical de section circulaire uniformément magnétisé suivant une direction arbitraire. L'équation principale dérivée s'écrit formellement comme :

$$F = 2\pi a \cdot J_{tot} \left[(C - A) \cdot I(1,0;0) - (E - A) \cdot \frac{1}{r} I(1,1;-1) - BI(1,1;0) \right], \quad (3.1.1)$$

La géométrie du problème est présentée ci-dessous dans la figure (3.5).

Figure 3.5 : Géométrie du cylindre vertical



$$C = nN,$$

$$A = lL \cdot \cos^2 \theta + (lM + mL) \sin \theta \cos \theta + mM \sin^2 \theta$$

$$E = lL \sin^2 \theta - (lM + mL) \sin \theta \cos \theta + mM \cos^2 \theta,$$

$$B = (lN + nL) \cos \theta + (mN + nM) \sin \theta,$$

$$\begin{aligned}
l &= \cos I_0 \cdot \cos D_0 & , & \quad L = \cos I_m \cdot \cos D_m, \\
m &= \cos I_0 \cdot \sin D_0 & , & \quad M = \cos I_m \cdot \sin D_m, \\
n &= \sin I_0 & , & \quad N = \sin I_m.
\end{aligned}$$

$$I(1,0;0) = \begin{cases} -\frac{k|z|}{4a\sqrt{ar}} F_0(k) - \frac{1}{2a} \Lambda_0(\beta, k) + \frac{1}{a}, & (a > r) \\ -\frac{k|z|}{4a^2} F_0(k) + \frac{1}{2a}, & (a = r) \\ -\frac{k|z|}{4a\sqrt{ar}} F_0(k) + \frac{1}{2a} \Lambda_0(\beta, k), & (a < r) \end{cases}$$

$$I(1,1;-1) = \begin{cases} \frac{|z|E_0(k)}{2k\sqrt{ar}} - \frac{k|z|}{4ar\sqrt{ar}} \left(a^2 + r^2 + \frac{z^2}{2} \right) F_0(k) + \frac{a^2 - r^2}{4ar} \Lambda_0(\beta, k) + \frac{r}{2a}, & (a > r) \\ \frac{|z|E_0(k)}{2ka} - \frac{k|z|}{4a^3} \left(2a^2 + \frac{z^2}{2} \right) F_0(k) + \frac{1}{2}, & (a = r) \\ \frac{|z|E_0(k)}{4k\sqrt{ar}} - \frac{k|z|}{4ar\sqrt{ar}} \left(a^2 + r^2 + \frac{z^2}{2} \right) F_0(k) + \frac{r^2 - a^2}{4ar} \Lambda_0(\beta, k) + \frac{a}{2r}, & (a < r) \end{cases}$$

$$I(1,1;0) = \frac{1}{k\sqrt{ar}} \left[\left(1 - \frac{k^2}{2} \right) F_0(k) - E_0(k) \right],$$

avec

$$k^2 = \frac{4ar}{(a+r)^2 + z^2}.$$

$$\sin^2 \beta = \frac{z^2}{(a-r)^2 + z^2}.$$

$$F_0(k) = \frac{2}{\pi} K(k) \text{ et } E_0(k) = \frac{2}{\pi} E(k).$$

(I_0, D_0) et (I_m, D_m) indiquent respectivement l'inclinaison et la déclinaison du champ géomagnétique et du vecteur de l'aimantation totale.

a est le rayon du cylindre,

z est la profondeur jusqu'au toit du cylindre ($z \leq 0$).

J_{tot} est l'intensité de l'aimantation totale (induite + rémanente).

$K(k)$ et $E(k)$ représentent respectivement les intégrales elliptiques complètes de premier et second ordre :

$$K(k) = K\left(\frac{\pi}{2}, k\right) = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{d\varphi}{\sqrt{1 - k^2 \sin^2 \varphi}},$$

$$E(k) = E\left(\frac{\pi}{2}, k\right) = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{1 - k^2 \sin^2 \varphi} \cdot d\varphi.$$

- $\Lambda_0(\beta, k)$ est la fonction Lambda de *Hueman* définie comme :

$$\Lambda_0(\beta, k) = \frac{2}{\pi} \left[K(k) \cdot E(\beta, \sqrt{1 - k^2}) + (E(k) - K(k)) \cdot K(\beta, \sqrt{1 - k^2}) \right]$$

où $K(\beta, \sqrt{1 - k^2})$ et $E(\beta, \sqrt{1 - k^2})$ représentent respectivement les intégrales elliptiques incomplètes de premier et second ordre.

Une autre écriture de l'équation principale (3.1.1) en utilisant cette fois-ci les paramètres de l'aimantation rémanente (inclinaison (I_{rem}) , déclinaison (D_{rem}) ,

rapport de Koenigsberger (Q)) et l'intensité de l'aimantation induite (J_i) à la place des paramètres du vecteur de l'aimantation totale (I_m, D_m et J_{tot}) a été utilisée dans un processus itératif comme solution de départ pour déduire la direction exacte du vecteur de la rémanence. L'expression analytique de la nouvelle formule s'écrit :

$$F = 2\pi a \cdot J_i \left[(C - A) \cdot I(1,0;0) - (E - A) \cdot \frac{1}{r} I(1,1;-1) - BI(1,1;0) \right] \quad (3.1.2)$$

où

$$C = n\bar{N},$$

$$A = l\bar{L} \cdot \cos^2 \theta + (l\bar{M} + m\bar{L}) \sin \theta \cos \theta + m\bar{M} \sin^2 \theta,$$

$$E = l\bar{L} \sin^2 \theta - (l\bar{M} + m\bar{L}) \sin \theta \cos \theta + m\bar{M} \cos^2 \theta,$$

$$B = (l\bar{N} + n\bar{L}) \cos \theta + (m\bar{N} + n\bar{M}) \sin \theta,$$

avec

$$\bar{L} = l + Q \cdot L,$$

$$\bar{M} = m + Q \cdot M,$$

$$\bar{N} = n + Q \cdot N$$

$$l = \cos I_0 \cdot \cos D_0, \quad L = \cos I_{rem} \cdot \cos D_{rem},$$

$$m = \cos I_0 \cdot \sin D_0, \quad M = \cos I_{rem} \cdot \sin D_{rem},$$

$$n = \sin I_0, \quad N = \sin I_{rem}.$$

(I_0, D_0) et (I_{rem}, D_{rem}) indiquent respectivement l'inclinaison et la déclinaison du champ géomagnétique et du vecteur de l'aimantation rémanente.

J_i est l'intensité de l'aimantation induite.

Q représente le rapport de Koenigsberger.

Les seuls et uniques changements introduits dans la nouvelle formule (3.1.2) sont l'inclinaison et la déclinaison de l'aimantation rémanente à la place de celles de l'aimantation totale et le rapport Q qui relie entre les cosinus de direction du vecteur du champ géomagnétique et celui de l'aimantation rémanente. Le reste des expressions ($I(1,0;0)$, $I(1,1;-1)$ et $I(1,1;0)$) restent inchangées comme elles sont définies précédemment.

3.3 Le problème inverse

L'inversion est une opération qui consiste à ajuster la réponse d'un modèle à des valeurs observées. C'est une étape essentielle pour l'interprétation des anomalies décelées lors des travaux de terrain.

Les méthodes d'inversion sont nombreuses et le choix dépend des résultats souhaités. Toutes ces techniques tentent de retrouver une combinaison de paramètres du modèle dont la réponse s'ajuste avec une tolérance souhaitée avec la courbe observée.

La majorité des problèmes inverses présentent l'inconvénient d'avoir une multitude de solutions (non unicité). On peut trouver de nombreux modèles

dont la réponse correspond parfaitement aux données observées mais malheureusement ils peuvent être non réalistes ; autrement dit, la validité de la solution n'est pas assurée par le bon fonctionnement de la minimisation.

La résolution d'une telle ambiguïté ne peut se faire qu'en rajoutant de l'information *a priori* de manière à déterminer une solution unique et stable. Dans ce contexte, le problème d'inversion 2D/3D adopté ici est basé sur la méthode des moindres-carrés amortis en utilisant l'algorithme de Marquardt-Levenberg (1963).

Les contraintes qui permettent de stabiliser la solution sont introduites directement dans l'équation qui calcule la réponse du modèle initial. Cette approche a l'avantage d'approcher la solution dès le départ, de guider l'inversion dans la bonne direction. L'autre avantage est de n'avoir aucun des paramètres à fixer ce qui laisse au processus itératif de la méthode le soin de sélectionner et de changer automatiquement ceux qui sont les plus importants pour assurer la convergence.

3.3.1 Principe de la minimisation par les moindres-carrés amortis

Le problème inverse appelé aussi régression se réduit à déterminer un modèle qui minimise l'écart entre les données calculées $f_i(m)$ aux positions i ($i = 1, n$), $m = (m_1, m_2, \dots, m_p)$ étant le vecteur des p paramètres inconnus, et les n observations que l'on appellera $y = (y_1, y_2, \dots, y_n)$. Cet écart peut s'illustrer par le vecteur erreur :

$$e = y - f(m) \quad (3.2)$$

Soit m_j^0 est l'estimé initial des paramètres m_j , ($j=1, \dots, p$), et f^0 la réponse du modèle initial. Assumant que la réponse du modèle $f(m)$ est une fonction linéaire autour de m^0 de sorte qu'une petite perturbation de la réponse du modèle au voisinage de m^0 peut être représentée par la série de Taylor de premier ordre :

$$f(m) = f(m^0) + \left\{ \sum_{j=1}^p \frac{\partial f_i(m^0)}{\partial m_j} \bigg|_{m=m^0} (m_j - m_j^0) \right\}, \quad (3.3)$$

Soit en notation matricielle :

$$f = f^0 + A \cdot \delta m \quad (3.4)$$

où $A_{ij} = \frac{\partial f_i}{\partial m_j}$ représente la matrice Jacobienne ($n \times p$) des dérivées partielles et $\delta m = m_j - m_j^0$ est le vecteur de perturbation des paramètres p_j .

En substituant l'expression (3.4) dans l'équation (3.2), l'erreur e entre les données observées (y_i) et la réponse du modèle (f) s'écrit :

$$\begin{aligned} e &= y - (f^0 + A \cdot \delta m) \\ &= (y - f^0) - A \cdot \delta m, \end{aligned} \quad (3.5)$$

ou

$$e = g - A \cdot \delta m \quad (3.6)$$

Le vecteur $g = y - f^0$ représente la différence entre les données observées et la réponse du modèle de départ.

Résoudre l'équation linéaire 3.6 (sans la présence de bruits) $g = A \cdot \delta m$ revient à déterminer δm en connaissant A et g . Ce problème inverse possède un caractère "mal-posé" qui se manifeste sous deux formes.

Tout d'abord, le problème est surdéterminé vu que $n > p$ et un système surdéterminé a en général une solution optimale au sens des moindres-carrés. De plus ce problème est mal conditionné car les équations peuvent être contradictoires en raison des bruits de mesures.

Il n'existe pas de solution qui vérifie rigoureusement $g = A \cdot \delta m$, l'idée est alors d'avoir la solution la plus satisfaisante en terme de norme. Il s'agit alors de trouver δm tel que $\|g - A \cdot \delta m\|$ soit minimum. La solution est alors d'essayer de minimiser la norme des erreurs au carré ($e^T e$) qu'on appelle la fonction objective :

$$S = e^T e = (g - A \delta m)^T (g - A \delta m) \quad (3.7)$$

La minimisation de la fonction objective S nécessite la condition suivante :

$$\frac{\partial S}{\partial \delta m_j} = \frac{\partial (g^T g - g^T A \delta m - \delta m^T A^T g + \delta m^T A^T A \delta m)}{\partial \delta m_j} = 0$$

Le résultat de la différenciation nous donne ce qu'on appelle l'équation normale :

$$-g^T A - A^T g + A^T A \delta m + \delta m^T A^T A = 0$$

$$A^T A \delta m = A^T g \quad (3.8)$$

et finalement :

$$\delta m = (A^T A)^{-1} A^T g \quad (3.9)$$

L'équation ci-dessus est connue sous le nom de solution de Gauss-Newton (Lines et Treitel, 1984). Cependant, cette méthode n'est pas intéressante dans notre cas. En effet, la matrice A étant généralement mal conditionnée, la matrice $(A^T A)$ l'est plus encore (quasi-singularité). L'inversion du système sera alors plus sujette aux problèmes de divergence.

Pour résoudre ce problème de singularité, Levenberg (1944) a imposé une nouvelle condition qui représente une contrainte additionnelle sur les variations possibles des paramètres. Elle a été développée par la suite par Marquardt (1963). Le principe consiste à effectuer un choix parmi les solutions plausibles grâce à un opérateur de régularisation λ . Le nouveau problème consiste à trouver δm tel que :

$$\hat{S} = \|g - A \cdot \delta m\| + \lambda (\delta m^T \delta m - \delta m_0^2) \text{ soit minimum.}$$

La minimisation de la nouvelle fonction objective $\hat{S}$ implique que $\frac{\partial \hat{S}}{\partial \delta m_j} = 0$, ce qui donne la nouvelle forme pour l'équation normale :

$$(A^T A + \lambda I) \delta m = A^T g$$

où

$$\delta m = (A^T A + \lambda I)^{-1} A^T g \quad (3.10)$$

λ est un facteur d'atténuation (d'amortissement) et dépend du type d'information que l'on souhaite ajouter et I est la matrice identité.

Lorsque λ est petit, $(\lambda \cdot I)$ est négligeable et donne, lorsque la matrice A est régulière : $A \cdot \delta m = -g$ et on retrouve pour δm la trajectoire de descente de la méthode de *Gauss-Newton*.

Lorsque λ est grand, l'équation (3.10) montre que δm est proportionnel à $-A^T g$, c'est-à-dire que δm est parallèle à la direction de descente de la méthode de la plus grande pente.

Ainsi, on peut conclure que ces méthodes "d'optimisation" ont la même structure, mais la différence entre elles réside dans la règle qui définit le choix des directions successives de mouvements (figure 3.6).

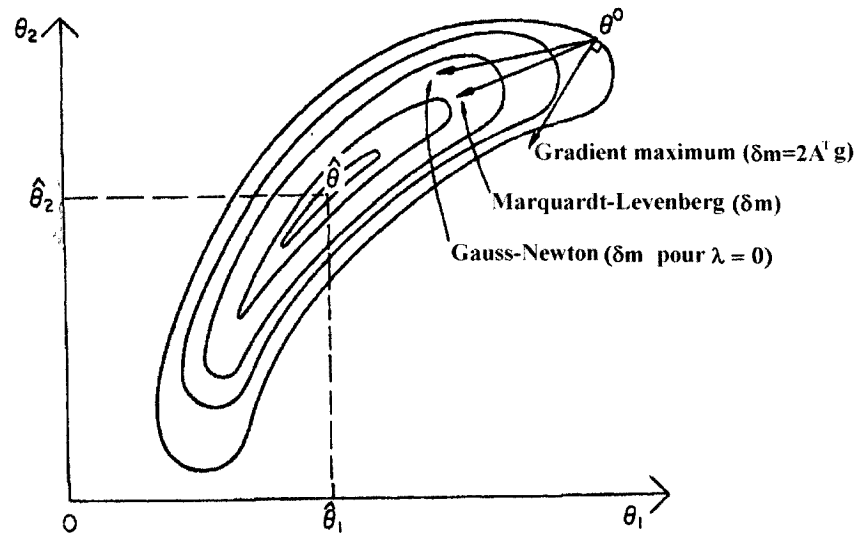


Figure 3.6 : La relation géométrique entre la méthode de *Gauss-Newton*, *Marquardt-Levenberg* et la plus grande pente.

3.3.2 Choix des paramètres du modèle initial

Avant d'exécuter n'importe quelle méthode d'inversion, nous devons élaborer un modèle de départ. Nous avons choisi d'adopter dans notre cas une approche particulière qui consiste à introduire dans la solution initiale les paramètres suivants :

1. L'inclinaison et la déclinaison de l'aimantation totale obtenues par la méthode MHM améliorée.
2. Les coordonnées (x_0, y_0) du centre du corps perturbateur obtenus à partir du maximum ou du minimum de l'anomalie RTP ou du maximum de l'amplitude du signal analytique de l'anomalie RTP.
3. La profondeur au toit (h) et le rayon (a) de la source à partir des formulations que nous avons déduit empiriquement :

$$h = 0.75 \times (L_{0.25} - L_{0.5}) \quad (3.11)$$

$$a = \frac{1}{2} \times L_{0.5} \quad (3.12)$$

où $L_{0.5}$ et $L_{0.25}$ représentent respectivement la largeur de l'anomalie réduite au pôle (RTP) à la hauteur 0.5 et 0.25 de l'amplitude maximale de l'anomalie. Ces relations sont utilisées dans le cas où la source est proche de la surface.

L'autre approche qui permet d'estimer la profondeur et le rayon de la pipe est d'utiliser les rapports entre les dérivées des maxima de l'amplitude du signal

analytique de l'anomalie RTP ($\left. \frac{|As^1|}{|As^0|} \right|_{r=0}$ et $\left. \frac{|As^2|}{|As^1|} \right|_{r=0}$) au point (x_0, y_0) qui est le centre de la pipe.

D'après Hsu et al. (1996), l'amplitude des dérivées "nième" du signal analytique d'une anomalie magnétique F est définie par :

$$|As^n(x, y)| = \sqrt{\left[\frac{\partial}{\partial x} (\nabla^n F) \right]^2 + \left[\frac{\partial}{\partial y} (\nabla^n F) \right]^2 + \left[\frac{\partial}{\partial z} (\nabla^n F) \right]^2}, \quad (3.13)$$

où $\nabla^n = \frac{\partial^n}{\partial z^n}$ et $\nabla^0 = 1$.

L'expression mathématique de l'anomalie magnétique réduite au pôle et l'amplitude du signal analytique au centre du cylindre vertical s'écrivent formellement comme :

$$F_{rip}(x_0, y_0) = 2\pi \cdot J_{tot} \left(1 - \frac{|h|}{\sqrt{h^2 + a^2}} \right), \quad (3.14)$$

et

$$|As^0(x_0, y_0)| = \frac{\partial}{\partial h} (\nabla^0 F_{rip}) = \frac{\alpha \cdot a^2}{(h^2 + a^2) \sqrt{h^2 + a^2}}, \quad (3.15)$$

avec $\alpha = 2\pi \cdot J_{tot}$.

Les dérivées première et seconde de l'amplitude du signal analytique ($n = 1, 2$) au centre du cylindre s'écrivent respectivement :

$$\left| As^1(x_0, y_0) \right| = \frac{\partial}{\partial h} (\nabla^1 F_{rp}) = \frac{3\alpha \cdot a^2 h}{(h^2 + a^2)^2 \sqrt{h^2 + a^2}}, \quad (3.16)$$

$$\left| As^2(x_0, y_0) \right| = \frac{\partial}{\partial h} (\nabla^2 F_{rp}) = \frac{3\alpha \cdot a^2 (a^2 - 4h^2)}{(h^2 + a^2)^3 \sqrt{h^2 + a^2}}, \quad (3.17)$$

Le rapport entre $\left| \frac{As^1}{As^0} \right|_{r=0}$ et $\left| \frac{As^2}{As^1} \right|_{r=0}$ donne :

$$C_1 = \left| \frac{As^1(x_0, y_0)}{As^0(x_0, y_0)} \right| = \frac{3h}{h^2 + a^2}, \quad (3.18)$$

et

$$C_2 = \left| \frac{As^2(x_0, y_0)}{As^1(x_0, y_0)} \right| = \frac{a^2 - 4h^2}{h(h^2 + a^2)}, \quad (3.19)$$

La résolution des équations (3.18) et (3.19) nous donne finalement :

$$h = \frac{1}{\left| C_2 + \frac{5}{3} C_1 \right|} \quad (3.20)$$

et

$$a = \sqrt{\left| 3h/C_1 - h^2 \right|} \quad (3.21)$$

L'estimation de la profondeur (h) et le rayon (a) par ces formules est plus précise pour les cibles profondes ou pour le cas des anomalies décelées par un levé aéroporté, car la position horizontale du centre de la pipe est facile à

déterminer à partir du maximum de l'amplitude du signal analytique exhibant la forme d'une cloche (figure 3.7).

Ainsi les relations empiriques (3.11) et (3.12) sont employées pour le cas des anomalies proches de la surface (inférieur à 70 mètres) et les autres formulations (3.20) et (3.21) sont utilisées dans le cas d'interprétation des anomalies aéromagnétiques.

4. L'intensité de l'aimantation totale à partir de l'équation :

$$J_{tot} = \frac{F_{RTP}|_{r=0}}{2\pi(1 - |h|/\sqrt{h^2 + a^2})} \quad (3.22)$$

L'organigramme présenté à la figure 3.8 illustre la procédure et les étapes principales pour la détermination des paramètres de la solution initiale.

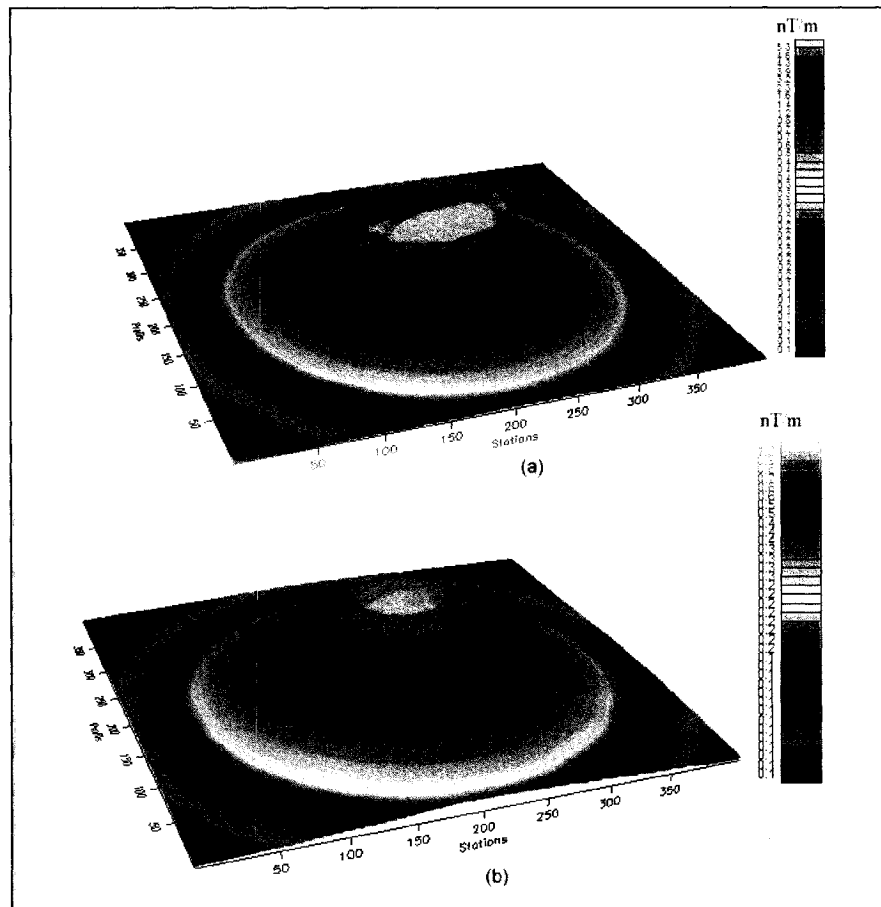


Figure 3.7 : Forme de l'anomalie du signal analytique d'un cylindre vertical aimanté selon une direction du champ normal ($I_0 = 74^\circ$ et $D_0 = -12^\circ$) et une inclinaison et déclinaison rémanente ($I_{rem} = 55^\circ$ et $D_{rem} = -5^\circ$) avec $Q = 3$.
 (a) : la profondeur au toit du cylindre $h=20$ mètres. (b) : la profondeur au toit du cylindre $h=80$ mètres.

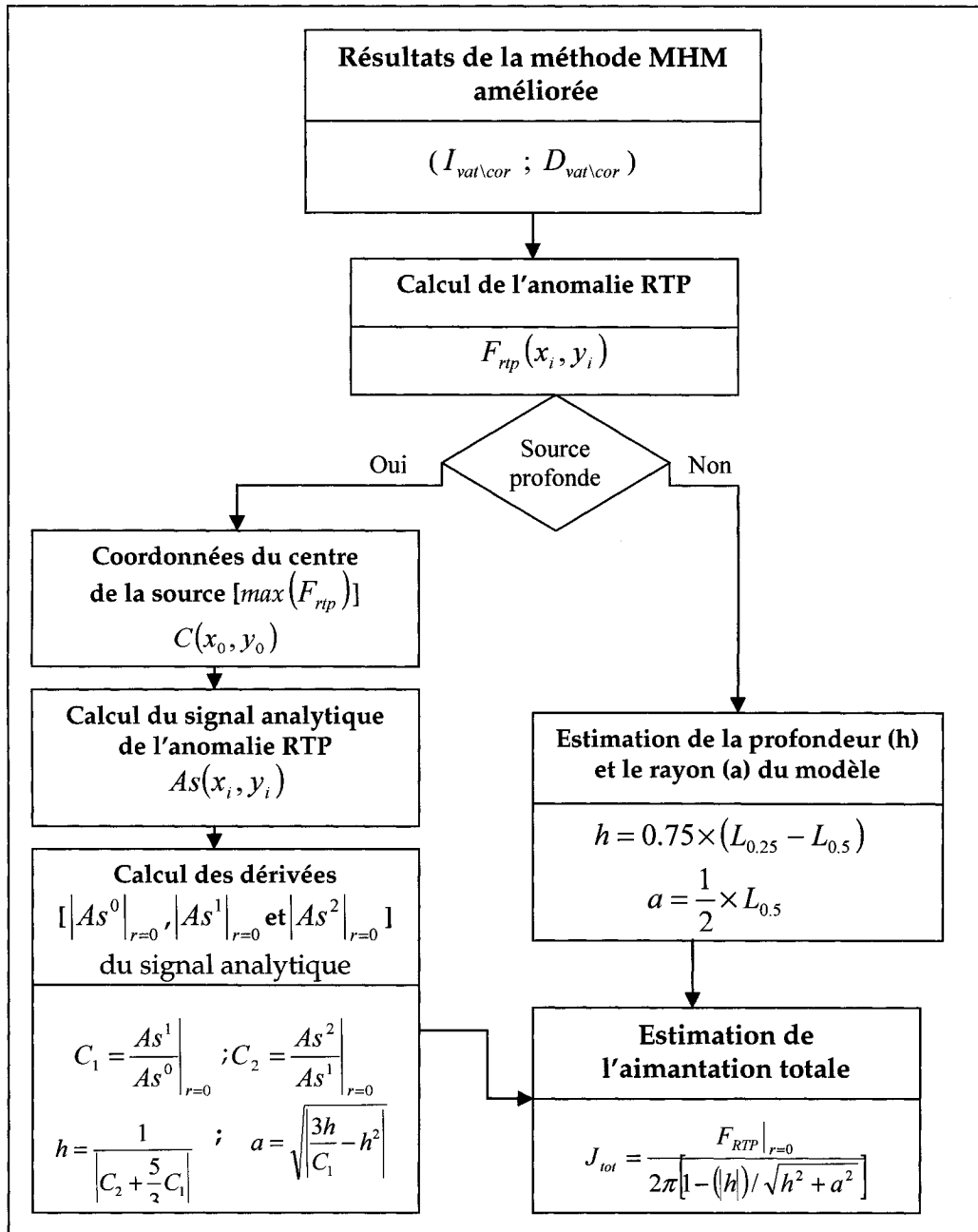


Figure 3.8 : Détermination des paramètres du modèle de départ.

3.3.3 Technique d'inversion

Une fois que ces paramètres sont estimés, la solution initiale $F_{(x,y)}^{cal}$ est calculée par la formule (3.1.1) puis modifiée itérativement par la régression de Marquardt-Levenberg dans un premier temps suivant le schéma de la figure (3.9) pour obtenir les paramètres géométriques (profondeur, rayon et coordonnées du centre de la source) et les paramètres du vecteur de l'aimantation totale (intensité, inclinaison et déclinaison) de la source, puis suivra par une deuxième inversion (Inversion-II) selon le schéma de la figure (3.10) pour extraire les paramètres du vecteur de l'aimantation rémanente. Durant la minimisation par l'inversion-II, la solution initiale est calculée par l'équation (3.1.2) et la profondeur (h), le rayon (a) et les coordonnées (x_0, y_0) du centre de la source obtenus par la première inversion seront maintenus fixes le long du processus itératif de l'inversion-II. Uniquement l'inclinaison, la déclinaison, le rapport Q et l'aimantation induite (J_r) seront modifiés.

À chaque itération (i), le vecteur des paramètres du modèle m_i est modifié par l'addition d'une perturbation de paramètres δm_i suivant l'équation (3.10) de manière à trouver la solution optimale. Pour chaque itération, l'anomalie théorique $F_{(X_i, Y_i)}^{cal}$ et l'erreur Rms_{i+1} sont calculées en utilisant les paramètres modifiés m_{i+1} . Si l'erreur Rms est réduite ($Rms_{i+1} \leq Rms_i$), le facteur de régularisation λ sera réduit en le divisant par un facteur de 10, le cas contraire ($Rms_{i+1} > Rms_i$), λ sera multiplié par le même facteur (10) jusqu'à ce que la convergence reprenne. Le processus itératif est répété jusqu'à ce qu'un ajustement satisfaisant soit obtenu entre les valeurs calculées et les valeurs observées.

3.3.4 Calcul de la matrice de sensibilité (la Jacobienne)

La matrice de sensibilité ou la Jacobienne $[A]$ de l'inversion-I est constituée de 7 colonnes représentant les dérivées partielles de la fonction du modèle (3.1.1) par rapport à chacun des paramètres utilisés pour le calcul du modèle initial $\left[\frac{\partial F}{\partial h}; \frac{\partial F}{\partial a}; \frac{\partial F}{\partial J_{tot}}; \frac{\partial F}{\partial I_m}; \frac{\partial F}{\partial D_m}; \frac{\partial F}{\partial x_0}; \frac{\partial F}{\partial y_0} \right]$ et de n lignes représentant le nombre de points d'observations.

Les dérivées partielles $\left[\frac{\partial F}{\partial h}; \frac{\partial F}{\partial a}; \frac{\partial F}{\partial x_0}; \frac{\partial F}{\partial y_0} \right]$ sont calculées par des différences centrées suivant l'expression suivante :

$$\frac{\partial F_{(x_i, y_i)}^{cal}}{\partial t} = \frac{F_{(x_i, y_i)}^{cal}(t + \Delta t) - F_{(x_i, y_i)}^{cal}(t - \Delta t)}{2 \cdot \Delta t},$$

où Δt est la perturbation et représente 1% de la valeur de son paramètre ($\Delta h = 0.01h, \Delta a = 0.01a$, etc.).

Les autres dérivées $\left[\frac{\partial F}{\partial J_{tot}}; \frac{\partial F}{\partial I_m}; \frac{\partial F}{\partial D_m} \right]$ sont calculées analytiquement (voir annexe D) :

- La dérivée partielle par rapport à l'intensité de l'aimantation totale correspond à la forme normalisée de l'expression du champ (3.1.1) :

$$\frac{\partial F(x_i, y_i)}{\partial J_{tot}} = F(x_i, y_i) / J_{tot}.$$

- Les dérivées partielles de $F(x_i, y_i)$ par rapport à l'inclinaison et la déclinaison de l'aimantation totale (I_m et D_m) modifient uniquement les cosinus de direction L , M et N . Donc,

$$L' = \frac{\partial L}{\partial I_{vat}} = -\sin I_m \cdot \cos D_m,$$

$$M' = \frac{\partial M}{\partial I_m} = -\sin I_m \cdot \sin D_m,$$

$$N' = \frac{\partial N}{\partial I_m} = \cos I_m$$

Pour la matrice Jacobienne $[Z]$ utilisée dans l'inversion-II, cette dernière est constituée de 4 colonnes $\left[\frac{\partial F}{\partial J_i}; \frac{\partial F}{\partial I_{rem}}; \frac{\partial F}{\partial D_{rem}}; \frac{\partial F}{\partial Q} \right]$ représentant respectivement les dérivées partielles de la fonction du modèle (3.1.2) par rapport à l'intensité de l'aimantation induite, inclinaison et déclinaison du vecteur de l'aimantation rémanente et le rapport de Koenigsberger Q .

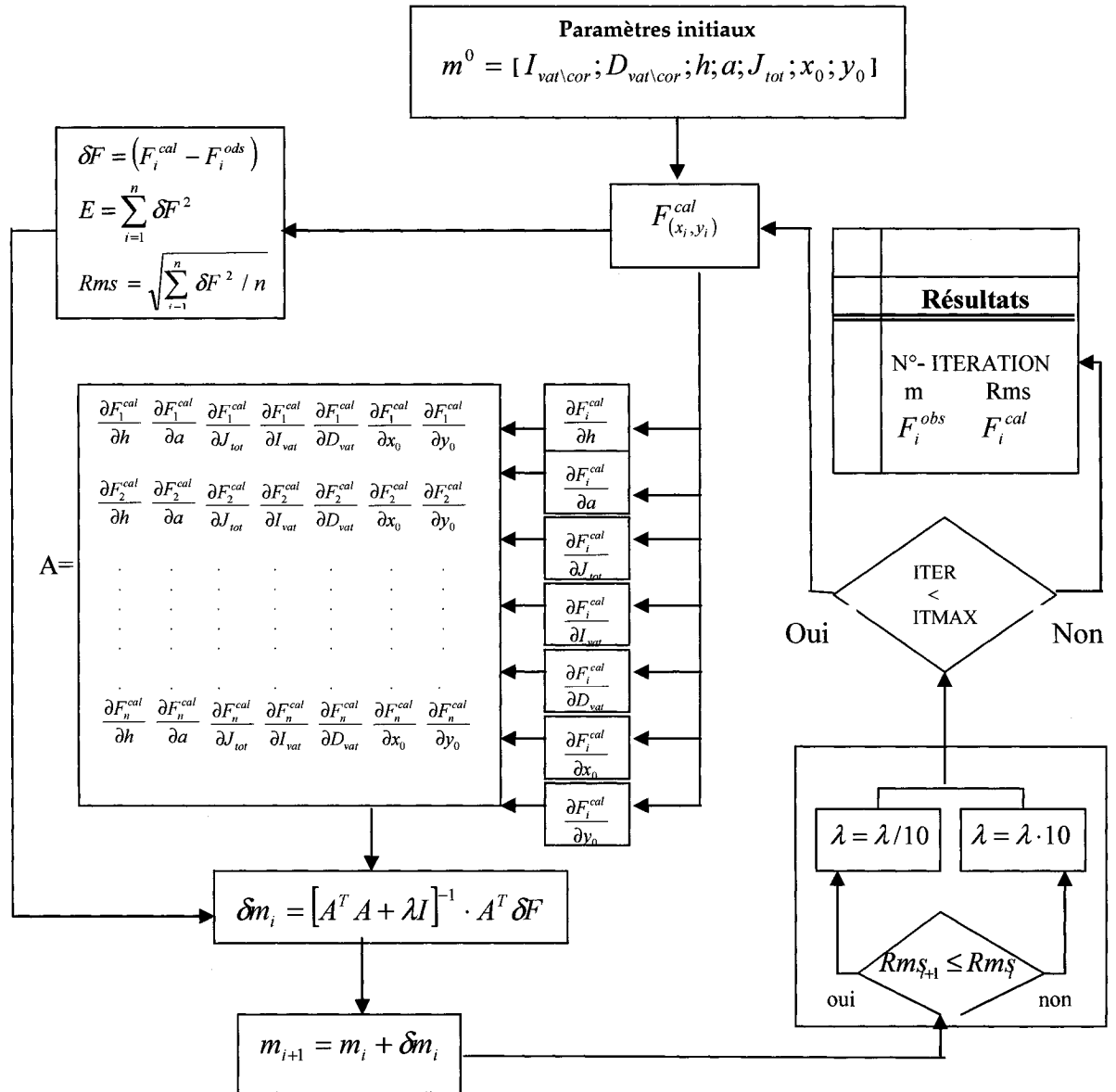


Fig. 3.9 : Organigramme de l'inversion-I en utilisant la méthode de Maquardt-Levenberg pour l'estimation des paramètres géométriques et VAT du modèle.

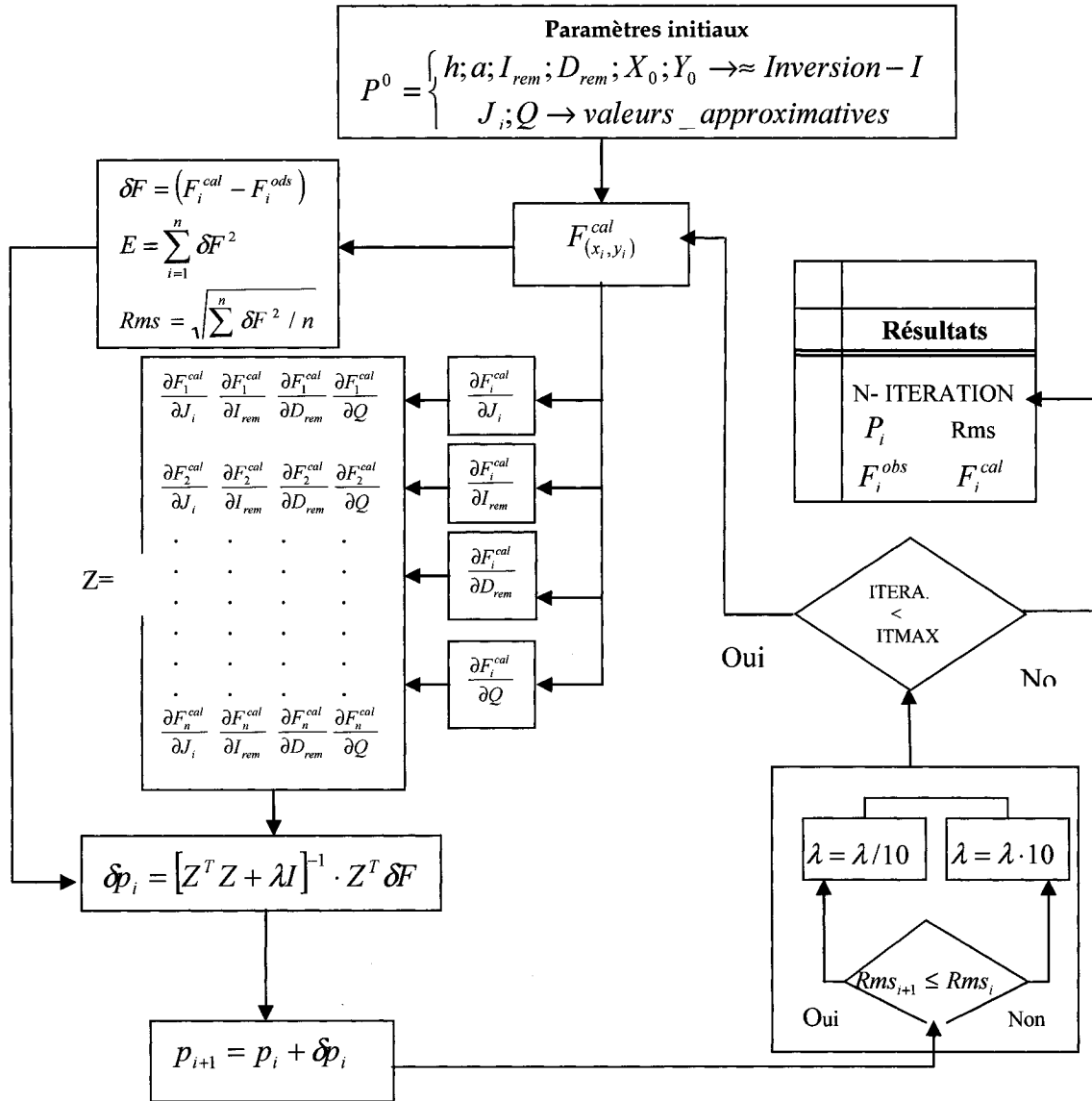


Fig. 3.10 : Organigramme de l'inversion-II en utilisant la méthode de Maquardt-Levenberg pour l'estimation des paramètres de ARN.

Chapitre 4

Tests et applications

Dans ce chapitre, nous présentons les résultats d'inversions obtenus sur des données synthétiques et réels en utilisant les deux codes 2D/3D développés dans le cadre de ce mémoire.

4.1 Tests sur des données synthétiques :

La modélisation a été effectuée avec le logiciel *POTENT* de la compagnie Australienne *Geophysical Software Solution* (G.S.S). Au total, 13 anomalies théoriques ont été calculées selon des grilles carrées de différentes dimensions (2000×2000m ; 1000×1000m et 750×750m) classées en quatre groupes :

1. Trois anomalies magnétiques générées par un cylindre vertical semi infini de section circulaire ayant une aimantation induite (tab. 4.1).
2. Quatre anomalies magnétiques issues du même type de modèle possédant une aimantation rémanente (tab. 4.2).
3. Cinq anomalies magnétiques causées par des modèles ayant des formes différentes de celle d'une pipe (tab. 4.3).

4. Une anomalie magnétique affectée de bruit gaussien (tab. 4.4).

Le but principal de ces modélisations est de tester la robustesse des codes développés pour inverser des anomalies magnétiques 2D et 3D en présence de rémanence, d'explorer la capacité et les limites des programmes à retrouver les paramètres géométriques et physiques des sources et, surtout, de déterminer les paramètres de l'aimantation rémanente des pipes kimberlitiques pour pouvoir estimer l'âge de leurs mises en place.

Tab. 4.1 : Paramètres de la modélisation d'un cylindre vertical en différentes latitudes terrestre sans rémanence.

N°	Modèles sans rémanence	Paramètres IGRF [$T_0=58200$ nT]	Dimension de la grille	Coordonnées. du centre C ($x_0 ; y_0$)	Paramètres des modèles		
					h (m)	a (m)	$\kappa \times 10^{-3}$ (SI)
I	Cylindre vertical de section circulaire semi infini	$I_0 = 77^\circ$ $D_0 = -17^\circ$	(2000x2000)	(1000 ; 1000)	60	150	9.4
II		$I_0 = 40^\circ$ $D_0 = -17^\circ$	(1000x1000)	(500 ; 500)	50	100	9.4
III		$I_0 = 5^\circ$ $D_0 = -17^\circ$			50	100	9.4

Tab. 4.2 : Paramètres de modélisation d'un cylindre vertical avec rémanence.

N°	Modèles avec rémanence	Paramètres IGRF : $T_0 = 58200$ nT ; $I_0 = 77^\circ$ et $D_0 = -17^\circ$						
		Paramètres des modèles						
		h (m)	a (m)	$\kappa \times 10^{-3}$ (SI)	($x_0 ; y_0$) (m)	I_{rem} (°)	D_{rem} (°)	Q
IV	Cylindre vertical de section circulaire semi infini	35	150	9.4	(1050 ; 1050)	35	-13	4
V		55	150	9.4	(1000 ; 1000)	130	10	4
VI		90	150	12.5	(1000 ; 1000)	257	15	5
VII		60	150	9.4	(1000 ; 1000)	300	-20	3

Tab. 4.3 : Paramètres de la modélisation des sources de différentes géométries.

N°	Modèles	Paramètres IGRF $T_0=58200\text{nT}$	Paramètres des modèles						
			h (m)	a (m)	$\kappa \times 10^{-3}$ (SI)	$(x_0 ; y_0)$ (m)	I_{rem} (°)	D_{rem} (°)	Q
VIII	Cylindre vertical à section ovale	$I_0 = 77^\circ$ $D_0 = -17^\circ$	60	70 90	5.6	(375 ; 375)	285	-2	2
IX	Prisme carré à pendage vertical	$T_0=57000\text{nT}$ $I_0 = 75^\circ$ $D_0 = -20^\circ$	40	100	6.3	(500 ; 500)	50	20	4
X	Diatrème à pendage vertical	$I_0 = 77^\circ$ $D_0 = -21^\circ$	90	100 95 90	3.1	(350 ; 350)	285	20	2.5
XI	Ellipsoïde vertical	$I_0 = 77^\circ$ $D_0 = -17^\circ$	40	62.5 80	3.1	(375 ; 375)	-	-	0
XII	Cylindre vertical à section ovale (Strike : 45)		50	60 82.5	2.5		50	10	2.5

Tab. 4.4 : Paramètres de modélisation d'un cylindre vertical entaché de bruit aléatoire gaussien.

N°	Modèles	Paramètres IGRF [$T_0=57000\text{ nT}$]	Bruit gaussien écart type (nT)	Coordonnées. du centre C ($x_0 ; y_0$)	Paramètres des modèles		
					h (m)	a (m)	$\kappa \times 10^{-3}$ (SI)
XIII	Cylindre vertical avec rémanence $I_{\text{rem}} = 30^\circ$ $D_{\text{rem}} = 20^\circ$ Q = 2.5	$T_0=58200\text{ nT}$ $I_0 = 77^\circ$ $D_0 = -17^\circ$	2	(375 ; 375)	60	100	3.1

4.1.1 Inversion 3D sans rémanence.

Ce premier groupe d'anomalies théoriques (modèles : I ; II et III) représente la réponse magnétique d'une pipe verticale pour des inclinaisons géomagnétiques de 77° , 40° et 5° . Les résultats d'inversion obtenus sont présentés aux tableaux (4.5, 4.6 et 4.7) et sur les figures (4.1-a, b, c). Le modèle final pour chacun des 3 cas (I, II et III) a convergé avec la somme des carrés des erreurs (rms) de 0.1, 0.03 et 0.09 après 3, 11 et 5 itérations pour l'inversion-I et avec les mêmes erreurs après 1, 14 et 7 itérations pour l'inversion-II.

Les paramètres géométriques (profondeur et diamètre) du corps perturbateur ont été retrouvés respectivement avec une erreur de 0.5m et 0.25m.

L'inclinaison et la déclinaison de l'aimantation totale ainsi que l'aimantation rémanente ont les mêmes valeurs que l'inclinaison et la déclinaison du champ géomagnétique (77° et -17°), ce qui laisse à croire que l'aimantation des sources interprétées est induite ou bien serait composée des deux types (induite et rémanente) de sorte que le vecteur ARN aurait la même direction que le champ normal.

Tab. 4.5 : Résultats détaillés des deux inversions du modèle-I.

Modèle-I	Paramètres géométriques et physiques retrouvés								
Résultats	N° iter.	Rms	h (m)	a (m)	(x, y) (m)	I _{vat} (°)	D _{vat} (°)	J _{tot} (nT)	$\kappa \times 10^{-3}$ (SI)
Modèle de départ	-	0.6	63.9	148	(1000 ; 1000)	77	-17	44.7	
Inversion-I \ (VAT)	3	0.1	59.4	150.3	(1000 ; 1000)	76.9	-17	43.3	9.36
Inversion-II \ (ARN)	1	0.1				77	-17	-	-

Tab. 4.6 : Résultats détaillés des deux inversions du modèle-II

Modèle-II	Paramètres géométriques et physiques retrouvés								
Résultats	N iter.	Rms	h (m)	a (m)	(x, y) (m)	I _{vat} (°)	D _{vat} (°)	J _{tot} (nT)	$\kappa \times 10^{-3}$ (SI)
Modèle de départ	-	0.6	47.4	100	(500 ; 500)	40	-18	41.2	
Inversion-I \ (VAT)	11	0.03	49.8	100	(500 ; 500)	40	-17	43.5	9.39
Inversion-II \ (ARN)	14	0.03				40	-17	-	-

Tab. 4.7 : Résultats détaillés des deux inversions du modèle-III

Modèle-III	Paramètres géométriques et physiques retrouvés								
Résultats	N iter.	Rms	h (m)	a (m)	(x, y) (m)	I _{vat} (°)	D _{vat} (°)	J _{tot} (nT)	$\kappa \times 10^{-3}$ (SI)
Modèle de départ	-	2.0	54.8	101	(500 ; 500)	2	-13	49.6	-
Inversion-I \ (VAT)	5	0.09	49.2	100.3	(500 ; 500)	5	-17	43	9.27
Inversion-II \ (ARN)	7	0.09				5	-17	-	-

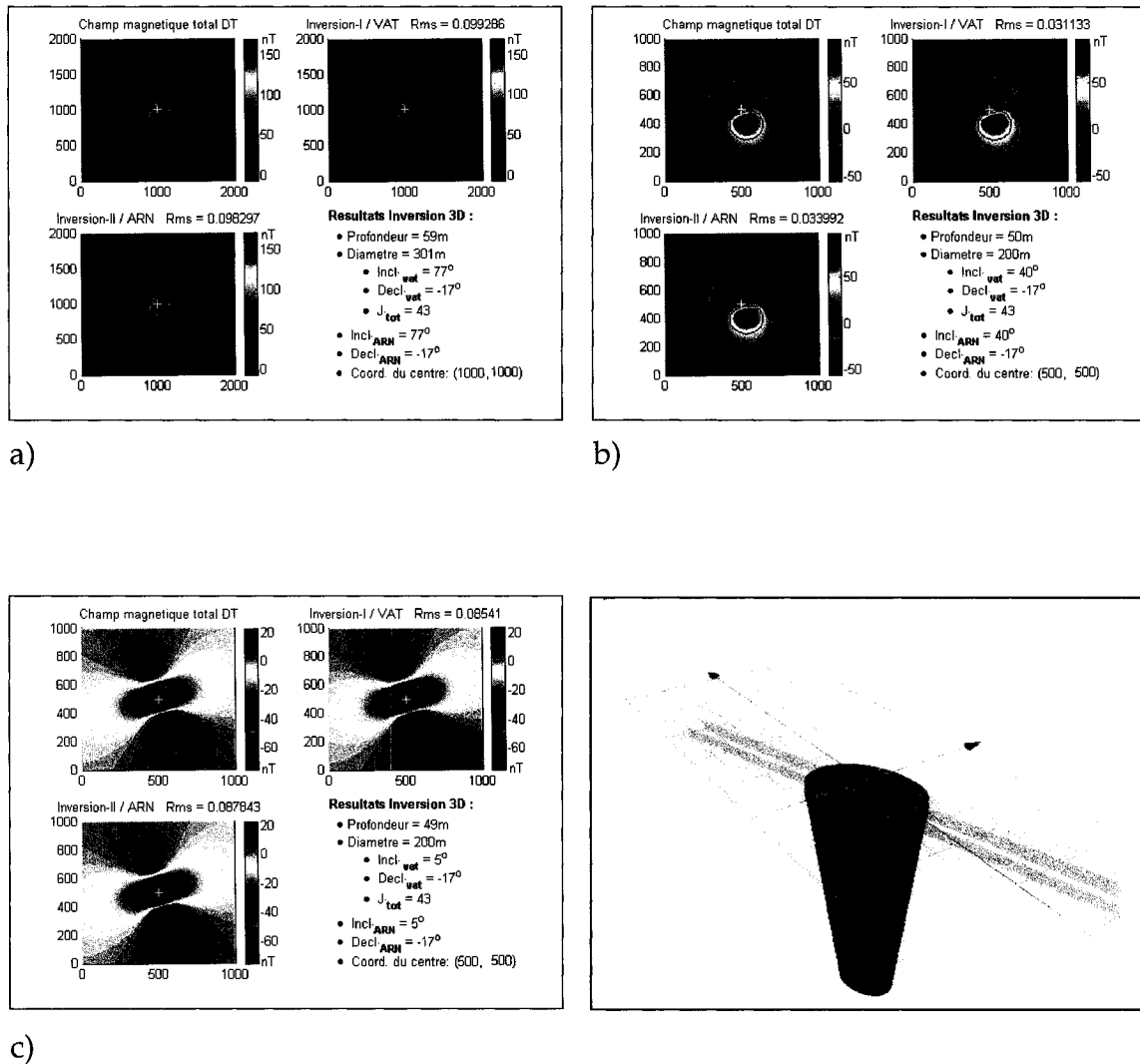


Figure 4.1 : Résultats de l'inversion 3D obtenus sur les anomalies magnétiques "sans rémanence" générées par : a) le modèle-I ; b) le modèle-II ; c) le modèle-III, du tableau (4.1).

4.1.2 Inversion 3D avec rémanence

Ce deuxième groupe d'anomalies théoriques (tableau 4.2) représente les réponses magnétiques 3D générées par le précédent modèle. Chaque modèle (IV, V, VI et VII) possède une aimantation rémanente orientée de telle sorte qu'il génère une anomalie positive (le cas des directions 35° et 130°) et une anomalie négative (le cas des directions 257° et 300°).

Les résultats d'optimisation 3D obtenus sont présentés dans les tableaux (4.8, 4.9, 4.10 et 4.11) et sur la figure (4.2-a, b, c, d).

Les quatre tableaux montrent que la solution finale de chaque modèle (IV, V, VII et VIII) est obtenue respectivement avec une erreur rms de 0.34, 0.1, 0.48 et 0.66 après 7, 4, 5 et 19 itérations pour l'inversion-I, et avec une erreur rms de 0.34, 0.21, 0.56 et 0.67 après 6, 3, 4 et 4 itérations pour l'inversion-II. Les paramètres géométriques (profondeur et rayon) sont obtenus avec une erreur moyenne inférieure à 1 mètre.

L'inclinaison de l'aimantation rémanente des modèles V et VI est estimée correctement. Celle du modèle IV est calculée avec une erreur inférieure à 1° , tandis que celle du modèle VII est déterminée avec une erreur de 6° . La déclinaison du vecteur ARN des modèles IV, V et VII est aussi correctement estimée. Par contre celle du modèle VI est évaluée avec une erreur de 5° .

Pour ce qui de l'inversion 2D, les résultats obtenus sur les modèles VI et VII sont presque similaires à ceux calculés par l'inversion 3D (figure 4.3-a, b)

Tab. 4.8 : Résultats détaillés des deux inversions du modèle-IV

Modèle-IV	Paramètres géométriques et physiques retrouvés								
Résultats	N.iter	Rms	h (m)	a (m)	(x, y) (m)	I _{vat} (°)	D _{vat} (°)	J _{tot} (nT)	K _{effect} (SI)
Modèle de départ	-	9.66	52.1	146.5	(1050 ; 1050)	43	-13	243.3	-
Inversion-I \(VAT)	7	0.34	34.9	150.3	(1050 ; 1050)	43.1	-13.3	208.5	0.045
Inversion-II \(ARN)	6	0.34				I _{rem} 35.7	D _{rem} -13		

Tab. 4.9 : Résultats détaillés des deux inversions du modèle-V.

Modèle-V	Paramètres géométriques et physiques retrouvés								
Résultats	N.iter.	Rms	h (m)	a (m)	(x, y) (m)	I _{vat} (°)	D _{vat} (°)	J _{tot} (nT)	K _{effect} (SI)
Modèle de départ	-	3.41	61.5	148	(1000 ; 1000)	121	12	214.5	-
Inversion-I \(VAT)	4	0.1	55.1	150.3	(1050 ; 1050)	120.4	-12.5	204.4	0.0441
Inversion-II \(ARN)	3	0.21				I _{rem} 130	D _{rem} 10		

Tab. 4.10 : Résultats détaillés des deux inversions du modèle-VI.

Modèle-VI	Paramètres géométriques et physiques retrouvés								
Résultats	N.iter.	Rms	h (m)	a (m)	(x, y) (m)	I _{vat} (°)	D _{vat} (°)	J _{tot} (nT)	K _{effect} (SI)
Modèle de départ	-	2.97	80.3	153.5	(1000 ; 1000)	257	10	206.6	-
Inversion-I \(VAT)	5	0.48	89	150.3	(1000 ; 1000)	256.3	22	230.4	0.05
Inversion-II \(ARN)	4	0.56				I _{rem} 257	D _{rem} 9.6		

Tab. 4.11 : Résultats détaillés des deux inversions du modèle-VII.

Modèle-VII	Paramètres géométriques et physiques retrouvés								
Résultats	N_iter.	Rms	h (m)	a (m)	(x, y) (m)	I _{vat} (°)	D _{vat} (°)	J _{tot} (nT)	K _{effect.} (SI)
Modèle de départ	-	1.23	63.9	148.5	(1000 ; 1000)	306	-20	105.9	-
Inversion-I \(VAT)	19	0.66	58	150.7	(1000 ; 1000)	316.9	-19.7	100.8	0.05
Inversion-II \(ARN)	4	0.67				I _{rem} 305.9	D _{rem} -20		

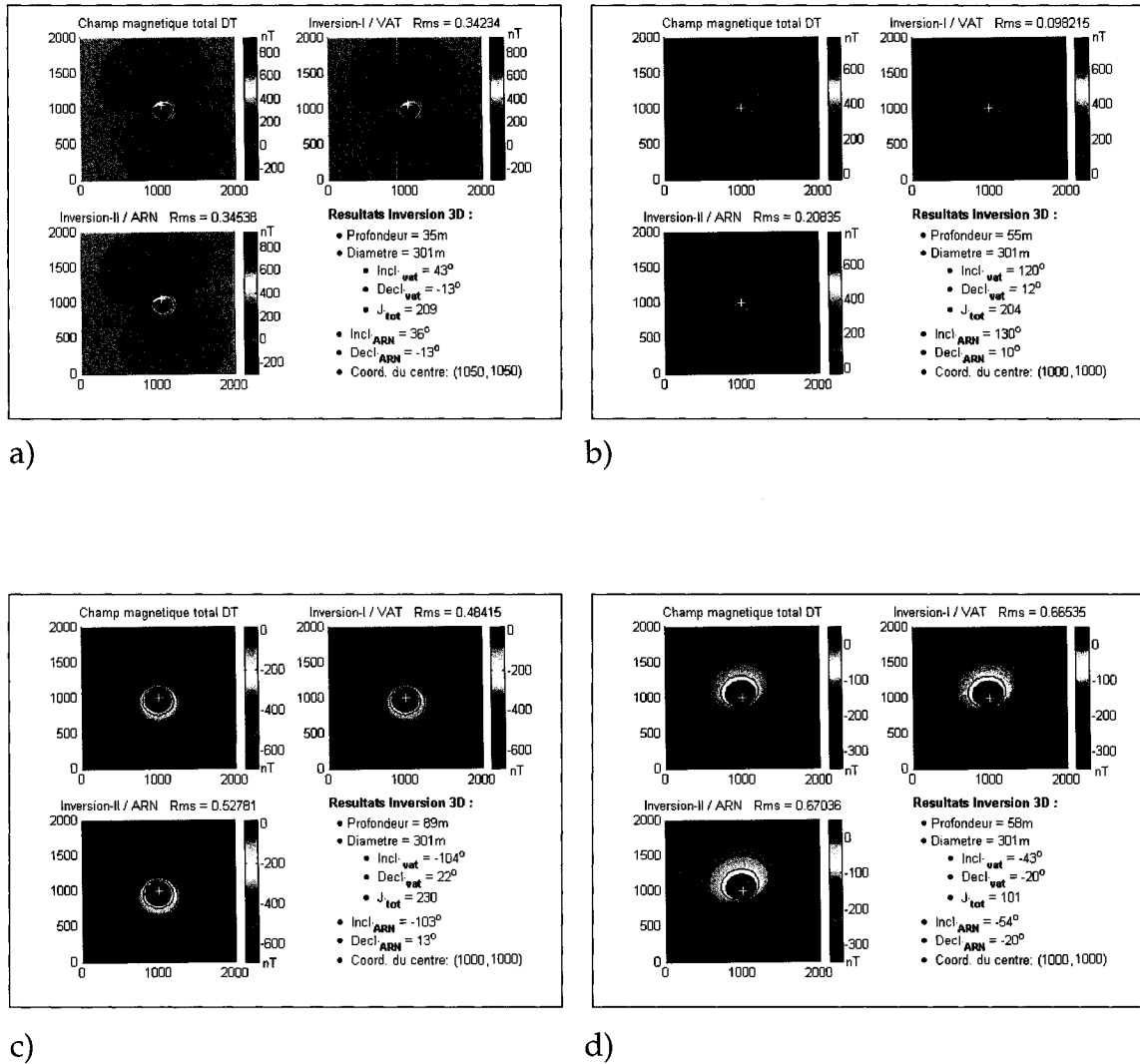
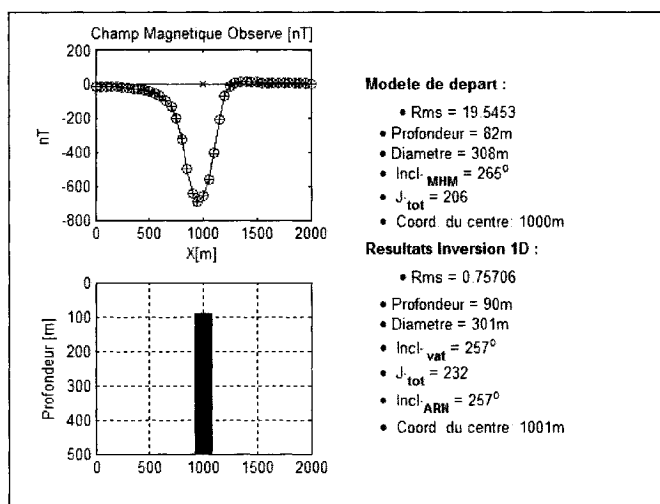
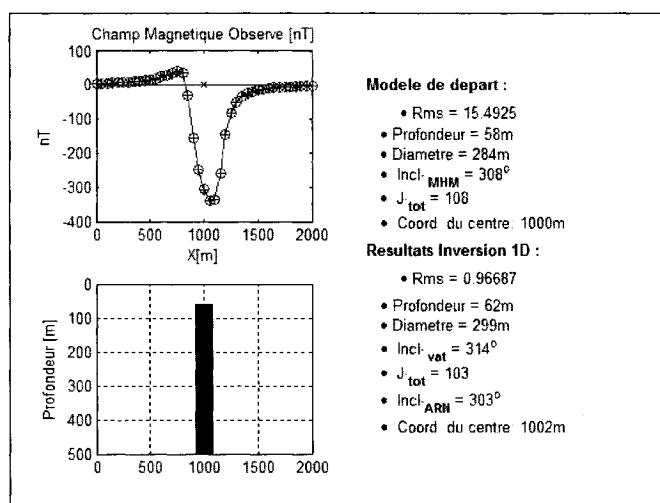


Figure 4.2 : Résultats de l'inversion 3D obtenus sur les anomalies magnétiques possédant une aimantation rémanente générées par : a) le modèle-IV ; b) le modèle-V ; c) le modèle-VI ; d) le modèle-VII, du tableau (4.2).



a)



b)

Figure 4.3 : Résultats de l'inversion 2D obtenus sur les anomalies magnétiques possédant une aimantation rémanente générées par : a) le modèle-VI ; b) le modèle-VII.

4.1.3 Inversion 3D des anomalies magnétiques issues de sources de différentes géométries

Pour pousser l'interprétation plus loin, il a fallu générer différents modèles, mais tout en restant dans les limites des formes "simples" des pipes kimberlitiques. Pour atteindre un tel objectif, les réponses des cinq modèles (VIII, IX, X, XI et XII) décrits dans le tableau (4.3) avec leurs paramètres ont été calculées puis inversées.

Les résultats détaillés des tests effectués sont affichés dans les tableaux (4.12, 4.13, 4.14, 4.15 et 4.16) et sur la figure (4.4-a, b, c, d, e).

La solution finale de chacun des modèles (VIII, IX, X, XI et XII) a convergé avec des erreurs 0.58, 6.10, 1.99, 0.21 et 0.99 après 18, 18, 19, 24 et 19 itérations pour l'inversion-I et avec presque la même erreur (0.58, 6.11, 1.95, 0.41 et 0.99) après 7, 5, 3, 1 et 2 itérations pour l'inversion-II.

Le plus marquant dans l'inversion-II est la rapidité de convergence par rapport au processus itératif de la première inversion.

L'inclinaison et la déclinaison de l'aimantation rémanente des modèles ont été estimées respectivement avec une erreur moyenne de 3° et 4°.

L'erreur moyenne sur la profondeur de chacun des quatre modèles (VIII, IX, X et XII) est estimée à 1 mètre. Pour ce qui est du diamètre obtenu par la première inversion, ce dernier reflète en général la moyenne de la section du toit de chaque structure correspondante.

Le modèle XI qui est l'ellipsoïde est le seul cas où les paramètres géométriques originaux n'ont pas été retrouvés. La profondeur est surestimée de 41 mètres et le rayon est sous-estimé de 24 mètres. Cela a affecté le résultat de la susceptibilité

magnétique estimé à 0.0041 SI au lieu de 0.0031 SI, mais pas les paramètres de la magnétisation.

Tab. 4.12 : Résultats détaillés des deux inversions du modèle-VIII.

Modèle-VIII	Paramètres géométriques et physiques retrouvés								
Résultats	N itera.	Rms	h (m)	a (m)	(x, y) (m)	I _{vat} (°)	D _{vat} (°)	J _{tot} (nT)	K _{effect.} (SI)
Modèle de départ	-	1.05	48.3	84.5	(375 ; 375)	308.0	-7	23.75	-
Inversion-I \(VAT)	18	0.58	60	78.82	(373 ; 375)	309.6	-5.74	32.37	0.007
Inversion-II \(ARN)	7	0.58				I _{rem} 281	D _{rem} +2		

Tab. 4.13 : Résultats détaillés des deux inversions du modèle-IX.

Modèle-IX	Paramètres géométriques et physiques retrouvés								
Résultats	N _{iter.}	Rms	h (m)	a (m)	(x, y) (m)	I _{vat} (°)	D _{vat} (°)	J _{tot} (nT)	K _{effect.} (SI)
Modèle de départ	-	11.73	40.7	104	(500 ; 500)	56	17	139.4	-
Inversion-I \(VAT)	18	6.10	39.8	112.7	(500 ; 500)	54.8	16.3	136.6	0.030
Inversion-II \(ARN)	5	6.11				I _{rem} 48.3	D _{rem} 20.4		

Tab. 4.14 : Résultats détaillés des deux inversions du modèle-X.

Modèle-X	Paramètres géométriques et physiques retrouvés								
Résultats	N iter.	Rms	h (m)	a (m)	(x, y) (m)	I _{vat} (°)	D _{vat} (°)	J _{tot} (nT)	K _{effect} (SI)
Modèle de départ	-	2.34	93.7.8	90.3	(375 ; 350)	273.0	-4	20.7	-
Inversion-I \ (VAT)	19	1.99	91.9	88.7	(371 ; 351)	293	15	19.3	0.004
Inversion-II \ (ARN)	3	1.95				I _{rem} 280.5	D _{rem} 30		

Tab. 4.15 : Résultats détaillés des deux inversions du modèle-XI.

Modèle-XI	Paramètres géométriques et physiques retrouvés								
Résultats	N Itera.	Rms	h (m)	a (m)	(x, y) (m)	I _{vat} (°)	D _{vat} (°)	J _{tot} (nT)	K _{effect} (SI)
Modèle de départ	-	0.41	60.3	59.5	(375 ; 375)	73	-15.4	10.1	-
Inversion-I \ (VAT)	24	0.21	81.4	47.4	(375 ; 375)	76.4	-16.3	18.5	0.0044
Inversion-II \ (ARN)	1	0.22				I _{rem} 77.1	D _{rem} -16.8		

Tab. 4.16 : Résultats détaillés des deux inversions du modèle-XII.

Modèle-XII	Paramètres géométriques et physiques retrouvés								
Résultats	N _{iter}	Rms	h (m)	a (m)	(x, y) (m)	I _{vat} (°)	D _{vat} (°)	J _{tot} (nT)	K _{effect} (SI)
Modèle de départ	-	1.18	42	74	(375 ; 375)	58	+7	31.6	-
Inversion-I \ (VAT)	19	0.99	48.3	72.2	(400 ; 375)	58	+1	36.6	0.0079
Inversion-II \ (ARN)	2	0.99				I _{rem} 52	D _{rem} +4		

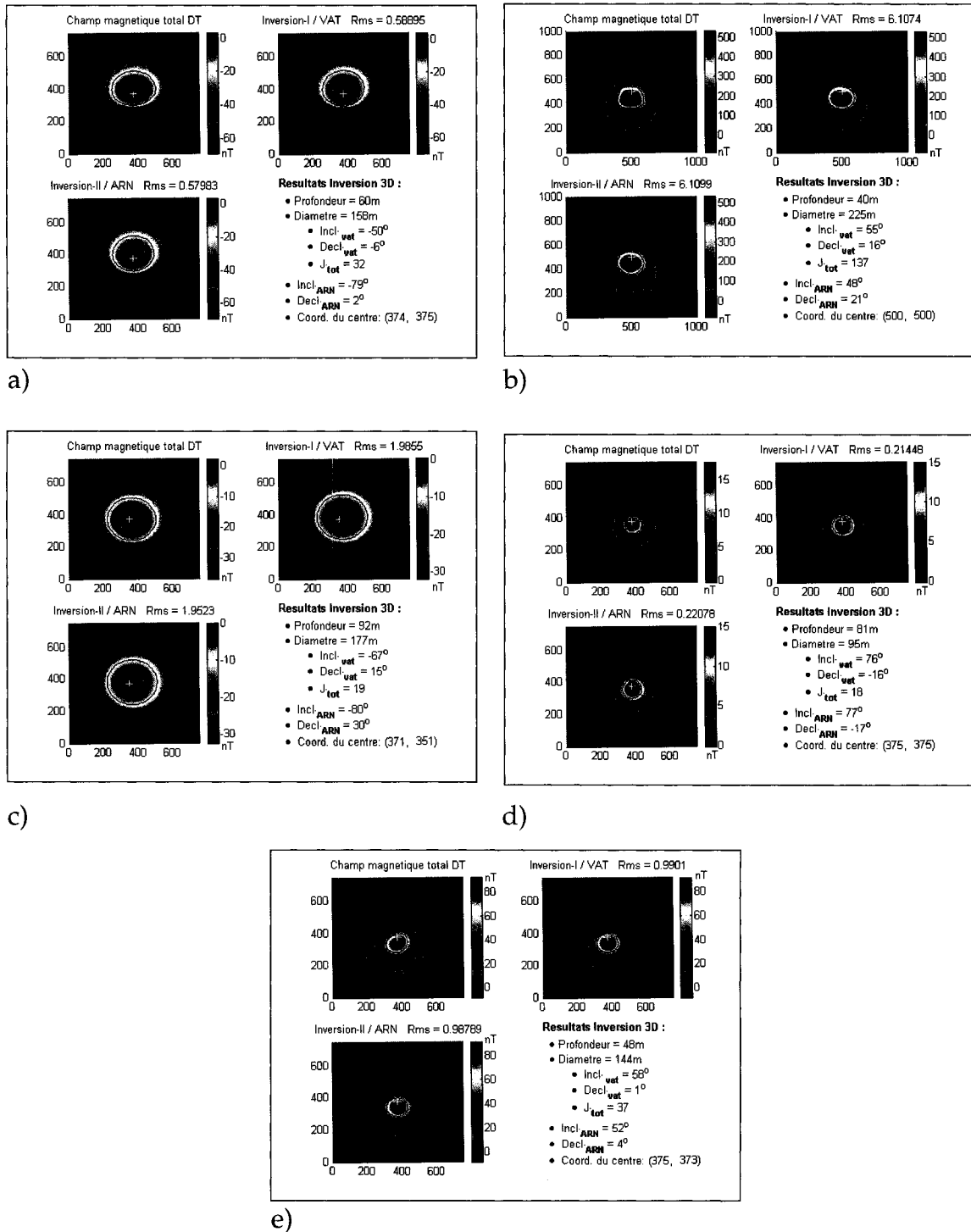


Figure 4.4 : Résultats de l'inversion 3D obtenus sur les anomalies magnétiques générées par : a) le modèle-VIII ; b) le modèle-IX ; c) le modèle-X ; d) le modèle-XI ; e) le modèle-XII, du tableau (4.3).

4.1.4 Inversion 3D en présence de bruit.

Dans cette section, nous avons procédé à l'interprétation d'une anomalie magnétique contaminée d'un bruit gaussien. Ce cas d'étude est intéressant du fait que les données de terrain sont toujours bruitées et par conséquent, inclure le bruit dans le calcul représente un vrai test de performance pour le programme d'inversion avant de l'engager dans les applications réelles.

Le modèle (XIII) représente la réponse magnétique 3D d'une pipe (cylindre vertical) affectée de bruit aléatoire gaussien. Le bruit ajouté a un écart type de 2 nT. Les paramètres de la modélisation sont présentés dans le tableau (4.4) et les résultats d'inversion de l'anomalie sont illustrés dans le tableau (4.17) et sur la figure (4.5).

La solution finale de l'inversion a convergé avec une erreur (rms) de 2.01 après 9 itérations pour l'inversion -I et avec la même erreur après seulement 2 itérations pour l'inversion-II.

Les paramètres géométriques (profondeur et diamètre) du modèle ont été retrouvés respectivement avec une erreur de 3.5 m et de 2.4 m. L'inclinaison et la déclinaison de l'aimantation rémanente ont été obtenues respectivement avec une erreur de 5° et 2°.

On note que toutes les inversions effectuées sont marquées par une stabilité (une bonne précision) dans les résultats de la première inversion, par contre l'estimation de la direction de l'aimantation rémanente et celui de la susceptibilité magnétique est moins précise dans la deuxième inversion et ces dernières dépendent énormément des paramètres de départ (de la susceptibilité magnétique et du rapport de Koenigsberger) utilisés. Lorsque ces derniers sont fixés de façon proches des valeurs réelles, la direction de l'aimantation

rémanente est généralement bien estimée, le cas contraire entraînera des erreurs dans l'estimation de la direction ARN généralement inférieures à 10° .

Tab. 4.17 : Résultats détaillés des deux inversions du modèle-XIII.

Modèle-XIII	Paramètres géométriques et physiques retrouvés								
Résultats	N_iter	Rms	h (m)	a (m)	(x, y) (m)	I _{vat} (°)	D _{vat} (°)	J _{tot} (nT)	K _{effect.} (SI)
Modèle de départ	-	2.56	52.8	101.5	(375 ; 375)	38.2	13.7	40.6	-
Inversion-I \(VAT)	9	2.01	56.5	101.4	(376 ; 374)	43	16.2	44.1	0.010
Inversion-II \(ARN)	2	2.01				I _{rem} 34.8	D _{rem} 18.5		

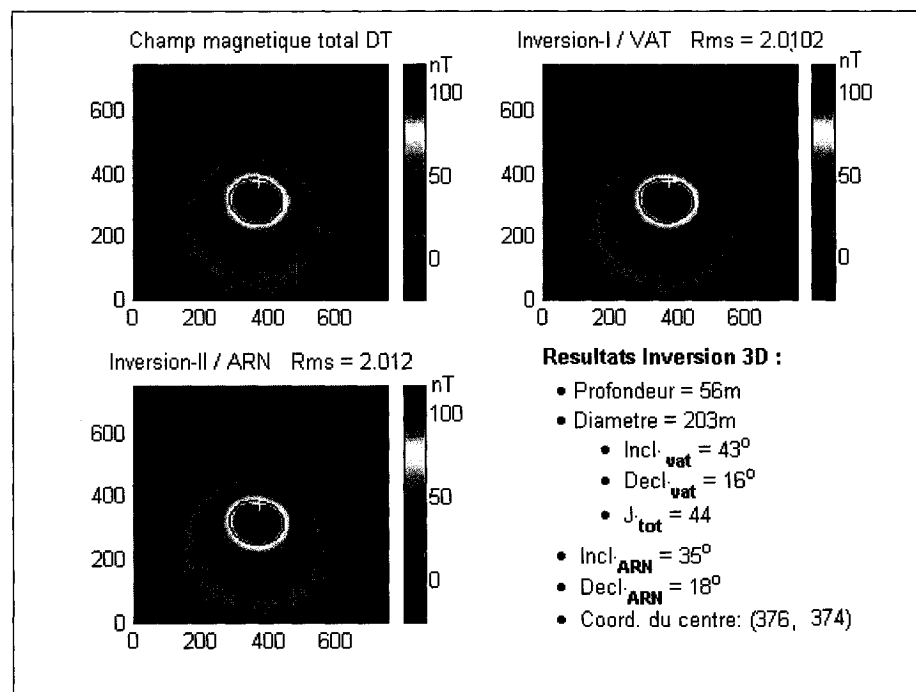


Figure 4.5 : Résultat de l'inversion 3D obtenu sur l'anomalie magnétique entachée de bruit générée par le modèle-XIII du tableau (4.4).

4.2 Application sur des données réelles

Après tous les tests effectués et les résultats positifs obtenus en général sur les différents exemples théoriques, les codes d'inversions 2D/3D sont maintenant prêts pour une application réelle.

La technique d'inversion a été appliquée sur quatre anomalies magnétiques circulaires causées par des pipes kimberlitiques. Les deux premières anomalies (AK-1 et AK-2) sont situées dans la région de Kirkland Lake dans le Nord-Est de l'Ontario (figure 4.6), les deux autres anomalies (AE-1 et AE-2) sont situées dans la région de Lac de Gras, précisément dans la propriété Ekati dans les Territoire du Nord-Ouest au Canada (figure 4.7).

▪ Kirkland Lake

Les deux anomalies AK-1 et AK-2 ont été identifiées par un levé aéromagnétique réalisé en 1979. Au total sept pipes enfouies sous des dépôts de sables, de gravier et d'argiles à des profondeurs qui varient entre 30 et 125 mètres ont été localisées. Leurs diamètres oscillent entre 75 et 350 mètres. Les anomalies magnétiques générées par les pipes décelées se caractérisent par des signatures positives de forme circulaire.

La distance entre les lignes de vol était 200 mètres, et les lignes sont orientées dans la direction nord-sud. L'altitude du magnétomètre (dans un oiseau) par rapport au sol est de 70 mètres.

Les données mises à notre disposition sont sous forme d'une grille de 50×50 m. Les paramètres IGRF-1979 utilisés dans l'inversion sont les suivants : ($T_0 = 59610 \text{ nT}$, $I_0 = 76^\circ$ et $D_0 = -11^\circ$).

Pour vérifier la validité de l'interprétation, nous avons jugé utile de combiner et de comparer entre les résultats des codes 3D et 2D.

Les résultats de l'inversion de l'anomalie AK-1 sont présentés dans les figures (4.8-a et b) :

- L'inclinaison de l'aimantation totale en utilisant les codes 3D/2D est estimée respectivement 62° et 64° , tandis que l'inclinaison de ARN est évaluée à 57° et 59° .
- Pour ce qui du rapport de Koenigsberger et de la susceptibilité magnétique de la pipe, ces paramètres sont estimés respectivement à 2.4 et 0.0025 SI avec l'inversion 3D et à 2.2 et 0.0025 SI avec l'inversion 2D.
- La profondeur de la pipe est retrouvée 108 mètres avec l'inversion 3D et 99 mètres avec l'inversion 2D, ce qui indique que la pipe kimberlitique est enfouie à une profondeur moyenne de 34 mètres sous les dépôts en sachant que l'altitude du magnétomètre est 70 mètres.
- Pour le diamètre de la pipe, les deux inversion 3D/2D ont donné respectivement 384 et 380 mètres.

Les résultats de l'inversion de l'anomalie AK-2 sont illustrés dans les figures (4.8-c et d). L'inversion de l'anomalie AK-2 a montré une inclinaison du VAT de 61° et une inclinaison ARN de 56° . Pour ce qui est des paramètres géométriques, la profondeur et le diamètre de la cheminée sont estimés à 115 et 228 mètres, ce qui donne une épaisseur de 45 mètres pour les dépôts recouvrant la cheminée. Pour vérifier la validité du résultat de l'inclinaison de l'aimantation totale, l'anomalie AK-2 a été prolongée à une altitude de 80 mètres dans le but de diminuer les bruits liés aux hétérogénéités de surface. L'application de la méthode MHM sur la réponse transformée a donné une inclinaison de l'aimantation de 79° alors que la technique de perfectionnement a réduit cet angle à 69° .

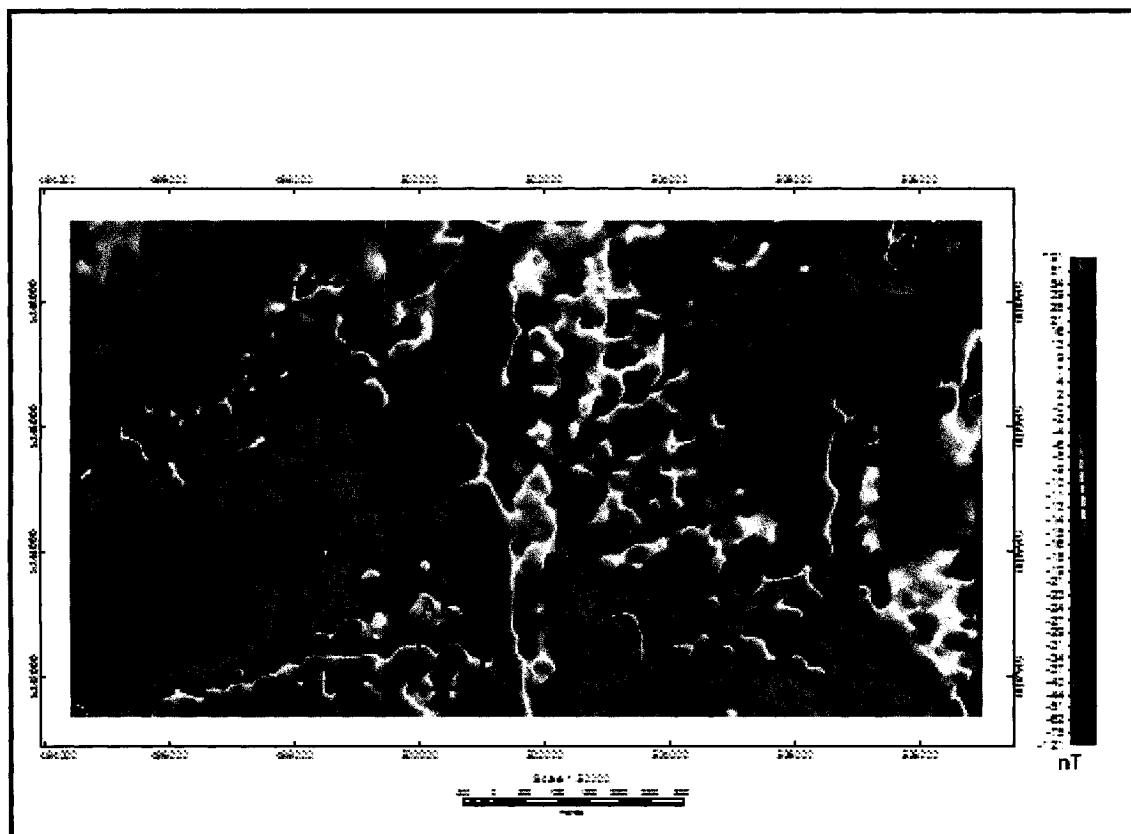


Figure 4.6 : Localisation des anomalies AK-1 et AK-2 sur la carte du champ magnétique total de la région Kirkland Lake.

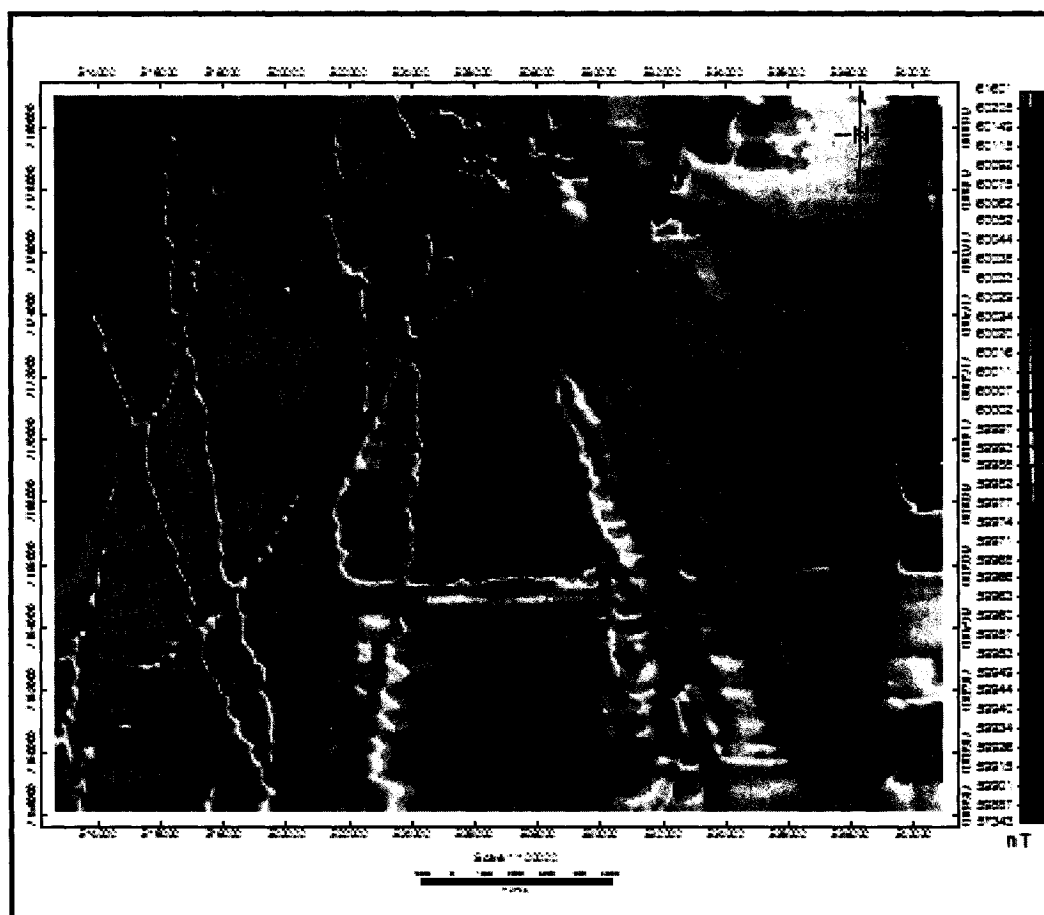
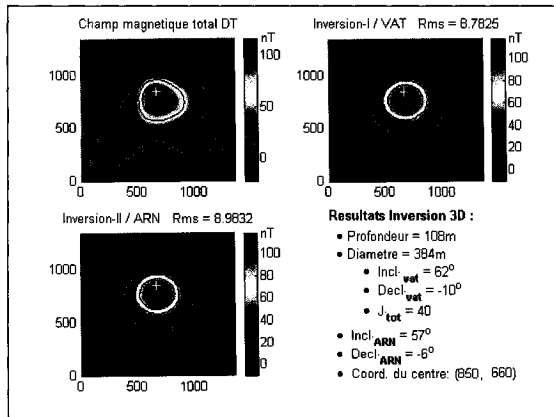
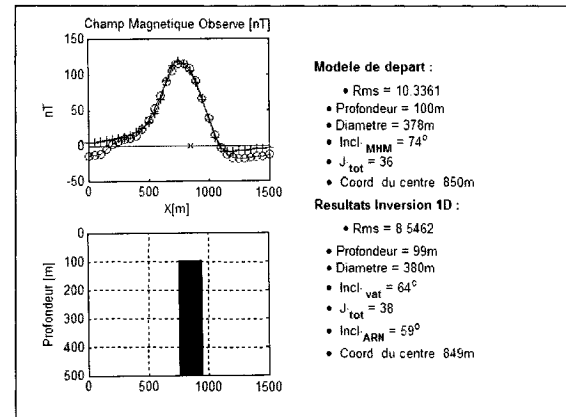


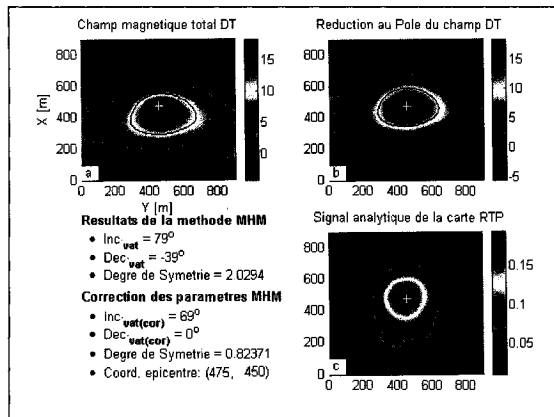
Figure 4.7 : Localisation des anomalies AE-1 et AE-2 sur la carte du champ magnétique total de la région Ekati, Lac de Gras.



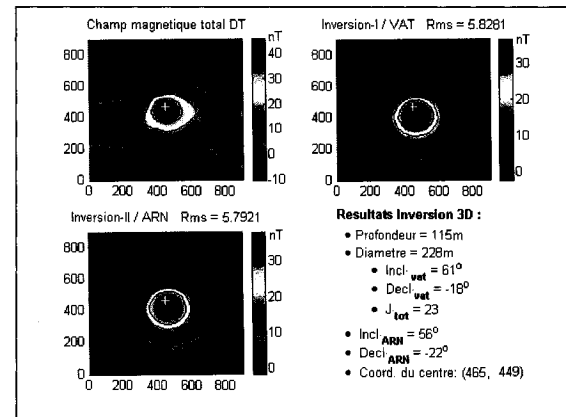
a)



b)



c)



d)

Figure 4.8 : a) inversion 3D de l'anomalie AK-1 ; b) inversion 2D de l'anomalie AK-1 ; c) correction des résultats de la méthode MHM sur l'anomalie AK-2 en appliquant le critère de symétrie; d) inversion 3D de l'anomalie AK-2.

▪ Lac de Gras

La province diamantifère de Lac de Gras est située dans le craton archéen du Slave à 300 km au nord-est de Yellowknife et à 200 km au sud du cercle arctique polaire. Jusqu'à maintenant, plus de 300 kimberlites ont été découvertes dans cette région. La majorité des kimberlites se retrouve dans la propriété Ekati qui contient à elle seule 152 kimberlites de type magmatique et volcanoclastique. Les kimberlites retrouvées dans la région sont généralement situées le long de grands linéaments ou zones de failles. Les formations pétrographiques de la région sont représentées par des granites, granodiorites, roches vertes et des métasédiments.

Les données aéromagnétiques mises à notre disposition (qui est du domaine public) couvrent une partie de la région de la mine Ekati et 15 kimberlites y ont été identifiées. La carte du champ magnétique total permet clairement de cartographier les formations du site. On y retrouve des anomalies linéaires générées par des dykes de diabase et quelques signatures circulaires reflétant les cheminées kimberlitiques (figure 4.7).

Les lignes de vol sont orientées est-ouest, échantillonnées avec un pas de 60 mètres environ et espacées de 250 mètres. L'altitude de vol est de 120 mètres.

Les paramètres IGRF-1993 utilisés dans l'inversion sont les suivants : ($T_0 = 60275 \text{ nT}$; $I_0 = 84^\circ$ et $D_0 = 27^\circ$).

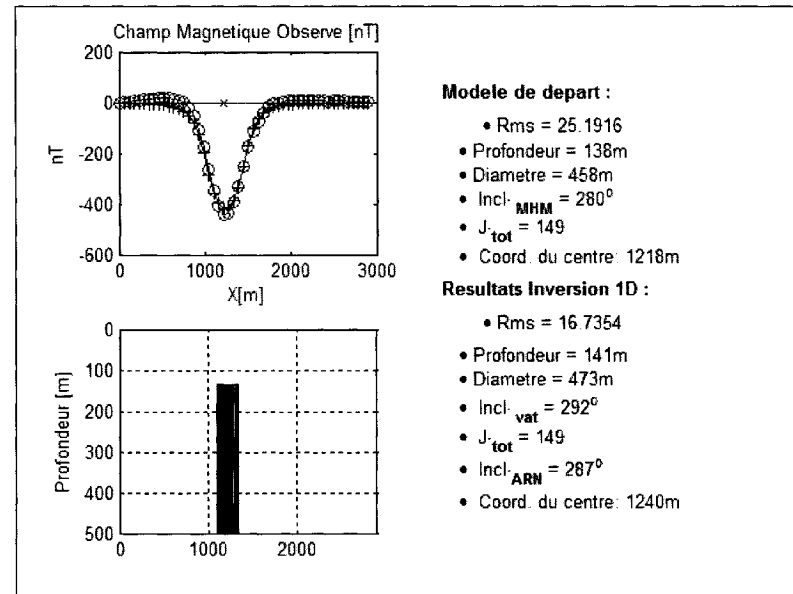
L'interprétation quantitative a été effectuée dans un premier temps sur l'anomalie magnétique négative AE-1 ayant une amplitude de -400 nT et connue sous le nom de "Grizzly", puis dans un deuxième temps sur l'anomalie positive AE-2 ayant une amplitude 1400 nT et connue sous le nom de "Leslie". L'inversion a été limitée au mode 2D vu l'impossibilité de séparer entre la

réponse magnétique des dykes de diabase et de celle des cheminées kimberlitiques.

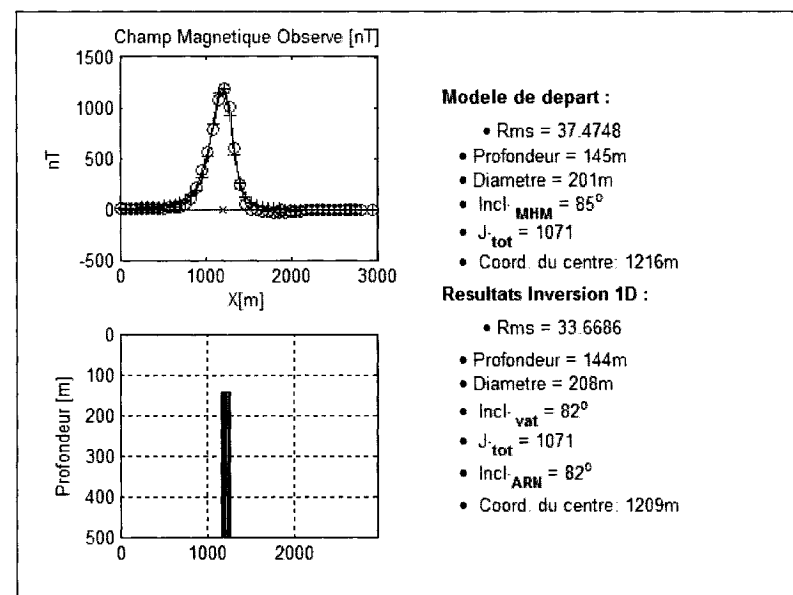
Les résultats de l'inversion des deux anomalies sont présentés dans les figures (4.9-a et b).

L'inversion 2D de l'anomalie AE-1 a donné une inclinaison de l'aimantation rémanente de 287° et une profondeur de 141 mètres, ce qui indique que la cheminée est enfouie à une profondeur d'environ 21 mètres sous les dépôts de till. Le diamètre de la cheminée est estimé à 473 mètres environ, tandis que la susceptibilité magnétique et le rapport de Koenigsberger ont été estimés respectivement à 0.00817 SI et 5.8.

Pour ce qui est de l'inversion de l'anomalie AE-2, l'inclinaison de l'aimantation totale et rémanente sont évaluées à 82° , le rapport de Koenigsberger (Q) et la susceptibilité magnétique sont estimés à 23.4 et 0.0091 SI. L'épaisseur des dépôts recouvrant la cheminée est d'environ 24 mètres et le diamètre de la cheminée est estimé à 208 mètres.



a)



b)

Figure 4.9 : Résultats de l'inversion 2D : a) de l'anomalie AE-1 (Grizzly) ; b) de l'anomalie AE-2 (Leslie), Lac de Gras.

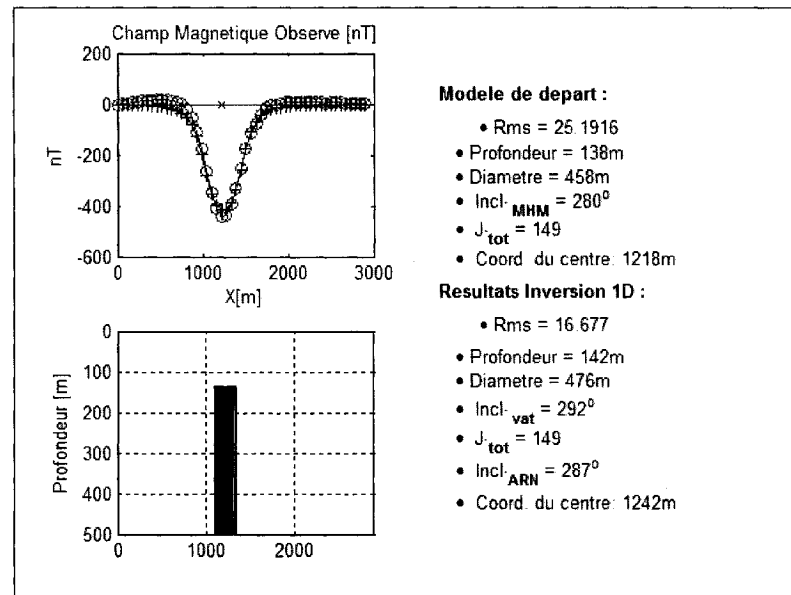
Quelques propriétés physiques des cheminées kimberlitiques de la propriété Ekali ont été publiées par Lockhart et al. (2004). La susceptibilité magnétique de la pipe Grizzly est 0.0095 SI et celle de Leslie est 0.011 SI. Ces mesures ont été prises dans le laboratoire sur des carottes de sondages. L'autre information paléomagnétique aussi disponible est le rapport de Koenigsberger ($Q = 18.43$) et l'intensité de l'aimantation rémanente ($J_{rem} = 8.03 \text{ A/m}$) de la cheminée Leslie.

En comparant les valeurs de la susceptibilité magnétique retrouvées par l'inversion avec celles mesurées, nous remarquons que les résultats obtenus sont proches des valeurs réelles.

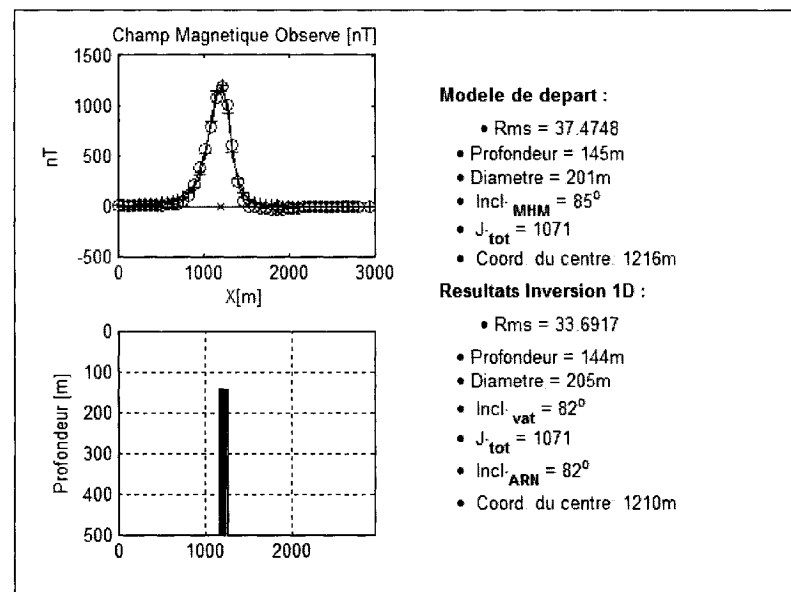
Ces données (informations) publiées par Lockhart sont très utiles pour nous, car elles vont être utilisées comme contraintes dans la prochaine interprétation pour améliorer les solutions obtenues.

Les résultats de la réinterprétation des anomalies AE-1 et AE-2 sont présentés aux figures (4.10-a et b). La réinterprétation est faite en tenant fixe la valeur réelle de la susceptibilité magnétique pour chaque cas.

Ainsi l'inversion de l'anomalie AE-1 "Grizzly" a donné la même inclinaison (VAT et ARN) trouvée auparavant avec un petit changement dans le rapport de Koenigsberger qui est passé de 5.8 à 4.9. Le même scénario est répété pour l'anomalie Leslie. Le seul changement significatif à signaler est celui aussi du rapport de Koenigsberger (Q) qui est passé de 23.4 à 19.1 et cette valeur correspond à la valeur réelle mesurée qui est 18.43.



a)



b)

Figure 4.10 : Résultats de l'inversion 2D : a) de l'anomalie AE-1 (Grizzly) en fixant sa susceptibilité magnétique à la valeur réelle 0.0095 SI ; b) de l'anomalie AE-2 (Leslie) en fixant sa susceptibilité magnétique à la valeur réelle 0.011 SI.

Chapitre 5

Identification semi automatique de la direction de l'aimantation totale des sources magnétiques

Pour les besoins d'une analyse rapide et d'une interprétation efficace de données aéromagnétiques couvrant de grandes superficies, nous proposons dans ce chapitre une technique semi-automatique qui permet de localiser sur une carte magnétique les positions et la direction de l'aimantation totale des sources magnétiques. Dans notre procédure, la localisation des cibles est basée sur la détection des maxima locaux de l'amplitude du signal analytique (*AAs*), tandis que les paramètres de l'aimantation totale sont estimés par la méthode des moments harmoniques (MHM) décrite au Chapitre 2. L'utilité pratique de cette approche est illustrée par un exemple synthétique complexe.

5.1 Technique de localisation des sources magnétiques

La localisation des sources est basée sur la détection des maxima de l'amplitude du signal analytique 3D telle que calculée par la formule de Roest et al., 1992.

$$|A(x, y)| = \sqrt{\left(\frac{\partial T}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial T}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial T}{\partial z}\right)^2}, \quad (5.1)$$

Les deux dérivées horizontales ($\frac{\partial T}{\partial x}$ et $\frac{\partial T}{\partial y}$) sont calculées dans le domaine spatial par la technique des différences finies. La dérivée verticale ($\frac{\partial T}{\partial z}$) est évaluée dans le domaine fréquentiel.

A l'origine, l'algorithme de localisation des maxima a été développé par Philips de l'*U.S. Geological Survey* (1997). Le principe utilisé consiste à faire glisser sur la grille du signal analytique une fenêtre de dimensions 5×5 à l'intérieur de laquelle on teste par la méthode des triplets de Blakely et Simpson (1986) si le point central de la fenêtre est un maximum (figure 5.1). Ensuite on essaye de détecter d'autres maxima sur les bords et à la périphérie de la fenêtre centrale (3×3) comme l'indique la figure (5.2). Une fois que les maxima ont été tous localisés, plusieurs techniques peuvent être utilisées pour réduire le nombre de solutions (les fausses cibles) ou pour éliminer les maxima qu'on ne désire pas étudier. Parmi ces techniques, on trouve l'indice de linéarité " N " qui est défini comme un critère de qualification des maxima et le contrôle de l'échelle des amplitudes des maxima.

L'indice N est utilisé pour apprécier la qualité du maximum. Il varie entre 0 et 4 en fonction du nombre des inégalités satisfaites.

L'indice N traduit quatre niveaux de sensibilité, qui peuvent être employés pour déterminer si un point de la grille sera choisi comme un maximum (fig. 5.1) :

- $N = 4$ Les valeurs des points voisins les plus proches, sont inférieures au point central.

- $N = 3$ Les valeurs des points voisins dans trois directions quelconques sont inférieures.
- $N = 2$: Les valeurs des points voisins dans deux directions quelconques sont inférieures.
- $N = 1$: Les valeurs des points voisins dans une direction, sont inférieures.

Le choix du niveau de sensibilité pour la localisation des maxima dépend de la nature du problème à résoudre. Dans le cas de ce travail qui est la détection des pipes kimberlitiques générant des signatures magnétiques circulaires, l'indice N choisi est de 4. Ceci permet de mettre en évidence uniquement les maxima "locaux" reflétant les positions des anomalies polaires et dipolaires sur la carte du signal analytique.

5.2 Estimation de la direction VAT des cibles localisées

L'estimation de la direction de l'aimantation totale des anomalies magnétiques associées aux maxima décelés est effectuée avec la méthode des moments harmoniques décrite au Chapitre 2.

Avant l'exécution de la méthode MHM, une fenêtre carrée de dimensions permettant d'afficher l'anomalie magnétique dans sa totalité doit être déterminée. Ce processus est répété pour chaque maximum retenu.

La technique utilisée pour déterminer les dimensions appropriées de la fenêtre est la suivante : La largeur " L " de chaque anomalie du signal analytique est estimée à la demi-hauteur de son amplitude maximum, puis multiplié par un coefficient noté ("*Multco*") qui varie entre 2 à 3.5 de façon à ne pas empiéter sur les anomalies voisines. Ainsi la méthode MHM est exécutée par un processus automatique sur les données du champ magnétique total des multiples fenêtres

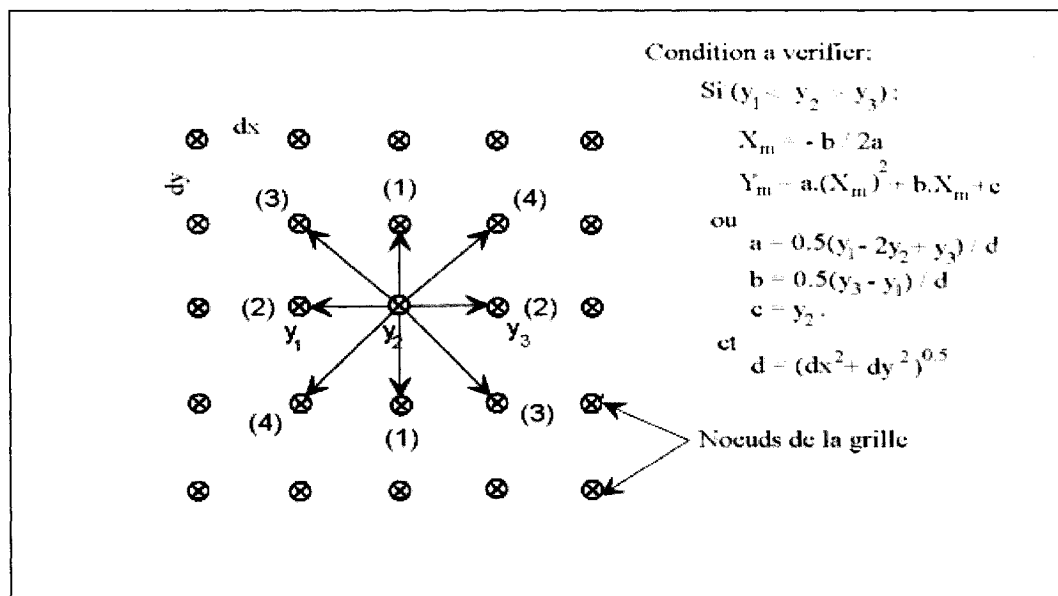


Figure 5.1 : Principe de la méthode de Blackely et Simpson (1986) pour la détection des maxima suivant une fenêtre 5×5.

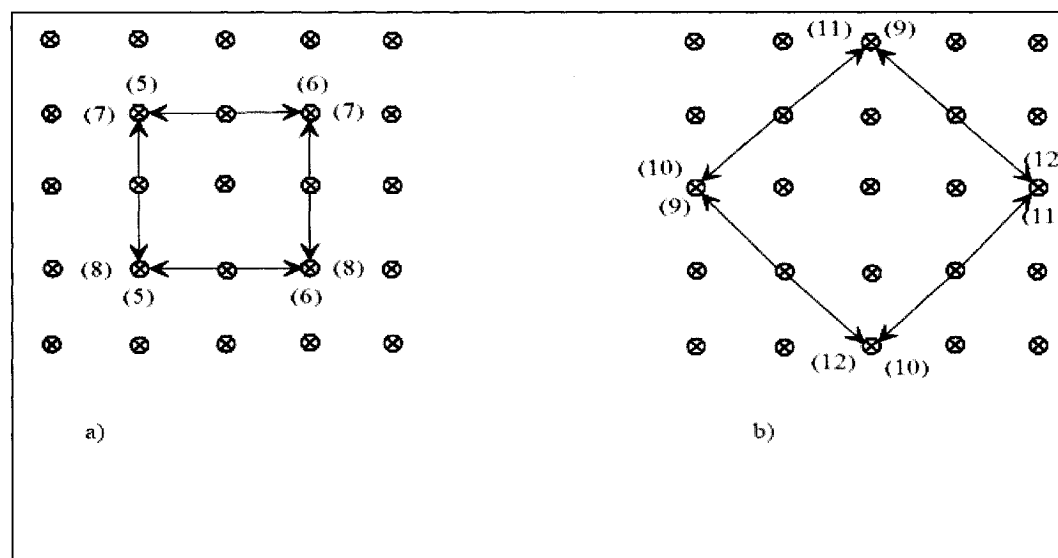


Figure 5.2 : Poursuite du processus de détection des maxima. a) sur les bords de la fenêtre centrale (3×3) ; b) à la périphérie de la fenêtre central.

carrées définies par les dimensions $(L_j \times Multco) + 1$, ($j = 1, \dots, m$) où m est le nombre des maxima.

Une fois que les paramètres de l'aimantation totale sont obtenus, d'autres applications telles que l'inversion-I ou la détermination des paramètres géométriques (profondeur et diamètre) peuvent être aussi appelées et exécutées.

Résumé des séquences du programme

- 1) Calcul de l'amplitude du signal analytique de la grille des données du champ magnétique résiduel ΔT .
- 2) Localisation des maxima locaux par la technique des triplets.
- 3) Élimination des fausses cibles de faibles amplitudes généralement générées à la périphérie de la grille du signal analytique par l'élévation de la valeur minimale de l'échelle des amplitudes des maxima.
- 4) Estimation de la largeur de chaque anomalie du signal analytique, puis estimation de la surface de chaque grille correspondante.
- 5) Application de la méthode des moments harmoniques sur les données du champ ΔT limitées par les nouvelles fenêtres calculées.
- 6) Affichage des résultats calculés.

5.3 Application sur des données synthétiques

L'utilité de la procédure semi-automatique pour l'identification rapide de la direction de l'aimantation totale sur une carte magnétique simulant un grand volume de données est illustrée dans l'exemple théorique qui suit.

Le modèle 3D représente la réponse du champ magnétique total (figure 5.3) générée par six (6) différents modèles "théoriques" dont les paramètres de la modélisation sont illustrés dans le tableau (5.1).

Tab. 5.1 : Paramètres de la modélisation des sources magnétiques

N°	Modèles	Paramètres IGRF : $T_0 = 58200 \text{ nT}$; $I_0 = 77^\circ$; $D_0 = -17^\circ$						
		Paramètres des modèles						
		h (m)	Diamètre (m)	κ (SI)	$(x_0 ; y_0)$ (m)	I_{rem} (°)	D_{rem} (°)	Q
1	Diatrême	100	300	0.0075	(1000 ; 1000)	-	-	0
2	Ellipsoïde	45	140/150	0.0047	(2600 ; 1200)	45	28	4
3	Cylindre de section circulaire	80	200	0.0063	(1800 ; 2000)	290	-20	5
4	Prisme rectangulaire	30	120/240	0.0038	(3000 ; 2400)	-	-	0
5	Sphère	50	150	0.0094	(1000 ; 2600)	-	-	0
6	Cylindre de section ovale	65	140/185	0.0056	(2200 ; 2800)	125	15	7

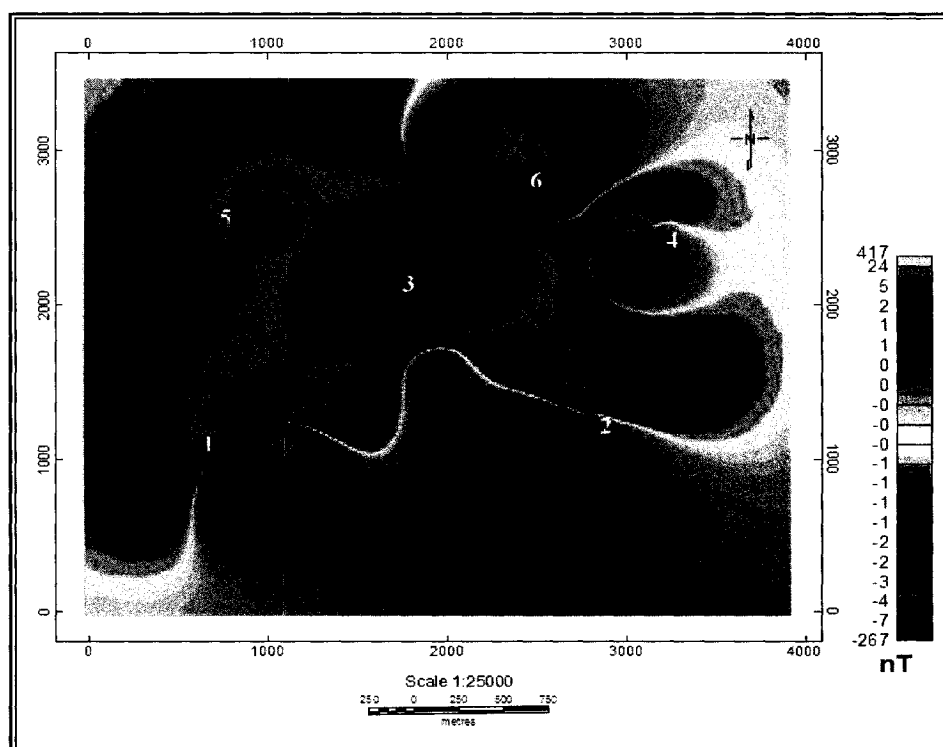


Figure 5.3 : Carte du champ magnétique total de la modélisation synthétique des modèles présentés dans le tableau 5.1

Les trois modèles (1, 4 et 5) ont été calculés sans la rémanence, les modèles (2 et 6) ont été modélisés avec une composante ARN causant deux anomalies à polarité positive, tandis que l'aimantation rémanente introduite dans le modèle (3) a produit une réponse négative.

L'ensemble des sources simulées a été aimantée selon une inclinaison et une déclinaison du champ géomagnétique de 77° et -17° respectivement.

L'application de la technique des triplets, en fixant l'indice de linéarité à 4 sur la grille de l'amplitude du signal analytique (AA_s), a permis la localisation de 72 maxima (figures 5.4 et 5.5). L'amplitude des ces maxima varie de 0.0007 à 7.5166 nT/m. En fixant la borne minimale de l'échelle des amplitudes à 0.6 nT/m, le nombre de solutions est réduit à 7 cibles coïncidant spatialement avec les positions des modèles simulés (figure 5.6).

Les positions horizontales des cibles (2, 3, 6 et 7) ont été localisées sans erreur. La position horizontale du modèle (1) a été déterminée avec une erreur de 100 mètres sur l'ordonnée Y et pour ce qui est de la cible (4) ayant pour centre la position (3000 ; 2400), cette dernière a été localisée par deux pics (n° 4 et 5). Le pic n° 4 est situé au sud du centre de la cible à la position (3000 ; 2300) affichant ainsi une erreur de 100 mètres sur l'ordonnée Y, tandis que le pic n° 5 est localisé un peu plus au nord, aux coordonnées (3000 ; 2450) donnant une erreur de 50 mètres sur l'ordonnée Y.

Les résultats de l'application de la méthode MHM sur les anomalies ΔT définies par les fenêtres présentées sur la figure (5.6) sont illustrés dans le tableau (5.2) et (5.3).

Les résultats du tableau (5.2) ont été obtenus avec un coefficient "*Multco*" de 2.5. Les tests ont montré que l'inclinaison et la déclinaison de l'aimantation totale des structures modélisées sont obtenues respectivement avec une erreur moyenne de

1° et 5° à l'exception de la cible n° 4 (notée 4 et 5 dans le tableau 5.2) qui est estimée deux fois, mais avec des résultats différents. L'inclinaison du vecteur VAT obtenue sur le pic n° 5 est évaluée à 76°, ce qui correspond à une erreur de 1°. Par contre le résultat obtenu sur le pic n°4 est moins précis, l'erreur sur l'inclinaison atteint +18°. À noter que les valeurs de la déclinaison obtenues sur ces deux maxima sont éloignées de celles fixées dans le problème direct.

Pour ce qui est des tests obtenus dans le tableau (5.3) avec le coefficient "*Multco*" de 3, les résultats ressemblaient beaucoup à ceux du tableau (5.2) à l'exception de la cible n°1 qui est évaluée avec une erreur de 17°.

Une autre tentative d'estimation de la direction de l'aimantation totale est effectuée avec l'addition d'un bruit aléatoire gaussien sur la grille des données magnétiques (figure 5.7). Le bruit ajouté a un écart type de 2 nT. Les résultats illustrés dans le tableau (5.4) ont montré que les cibles dont les centres sont bien localisés par la méthode des triplets, la direction du moment magnétique est estimée avec une bonne précision malgré la présence de bruit.

L'autre possibilité qui peut être utilisée pour réduire les fausses cibles est le prolongement vers le haut des données du champ magnétique total. Cette opération est très intéressante, car elle élimine le bruit lié aux hautes fréquences, mais aussi elle transforme comme nous l'avons déjà vu dans la figure (3.7), les sommets "creux" des anomalies 3D du signal analytique causés par des sources situées près de la surface, en des sommets normaux ayant la forme du sommet d'une cloche affichant un seul maximum. L'emploi de cette transformation dans ce cas permet à la méthode des triplets de localiser chaque cible avec un seul maximum local qui est tout près du centre de la source.

La figure (5.8) qui correspond à la figure (5.3) mais prolongée à une altitude de 100 mètres, montre l'utilité et de la pertinence de cette transformation. Le tableau (5.5) illustre les résultats de l'application de la méthode sur le champ magnétique transformé. Le plus marquant dans ce test, est que l'approche présentée a permis de mieux localiser les positions horizontales des cibles recherchées. Malheureusement l'application de la méthode MHM sur ces données n'a pas apporté une amélioration des résultats.

À la lumière de cette étude, on peut conclure que la méthode proposée est très intéressante pour l'analyse rapide de l'aimantation des sources sur une carte magnétique. L'inconvénient de cette approche réside dans l'utilisation de la méthode des triplets qui cherche à détecter tous les maxima des anomalies du signal analytique sans faire de distinction sur leur type. La procédure d'élimination des fausses cibles ou autres maxima qui ne présentent pas d'intérêt est fastidieuse. Laisser le programme générer toutes les solutions n'est pas souhaitable car cela nécessite un temps de calcul considérable.

Comme notre but est la recherche des pipes kimberlitiques, cette technique pourrait être adaptée au programme du modèle de reconnaissance de Keating et serait appliquée une fois les cibles identifiées.

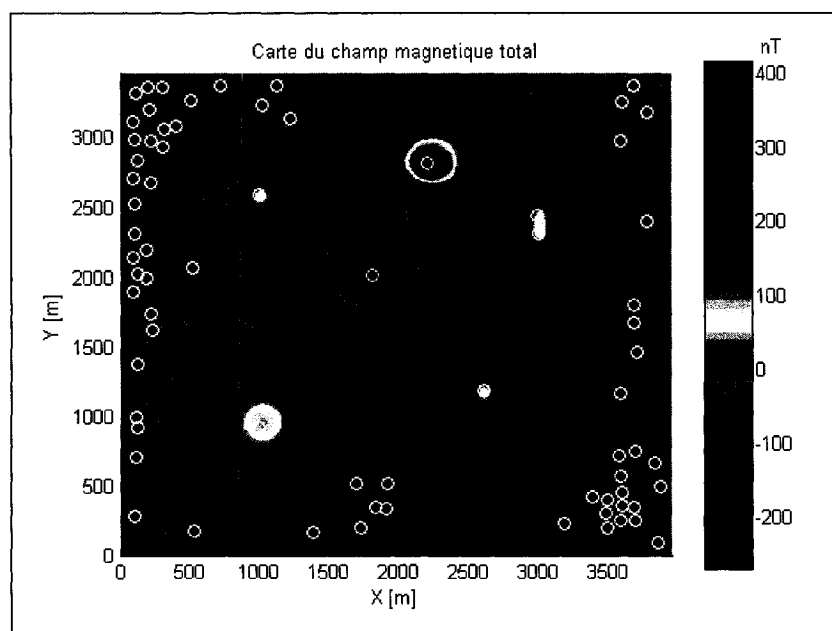


Figure 5.4 : Superposition des positions des maxima sur la carte du champ magnétique total.

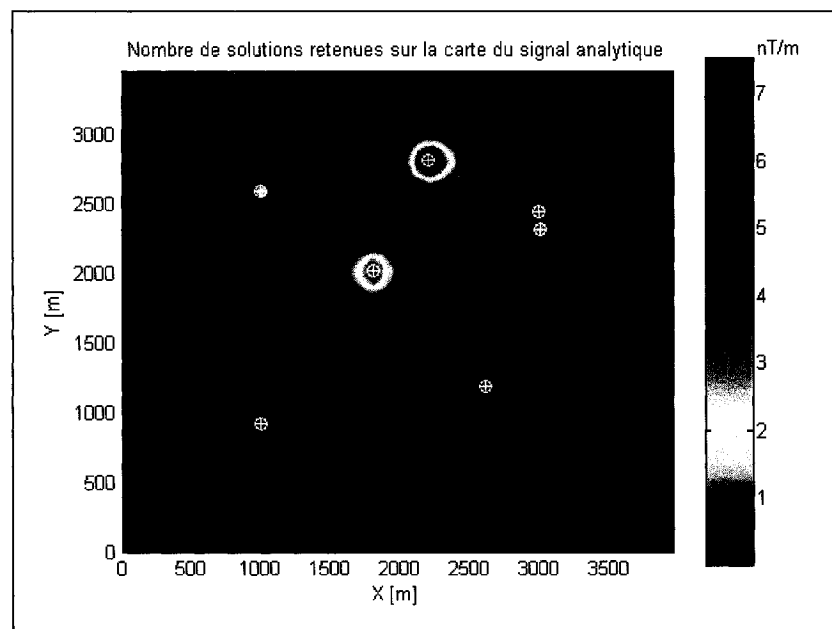


Figure 5.5 : Élimination des fausses cibles (les cercles noirs) de la carte de l'amplitude du signal analytique par l'élévation de la valeur minimale de l'échelle des amplitudes à 0.6 nT/m.

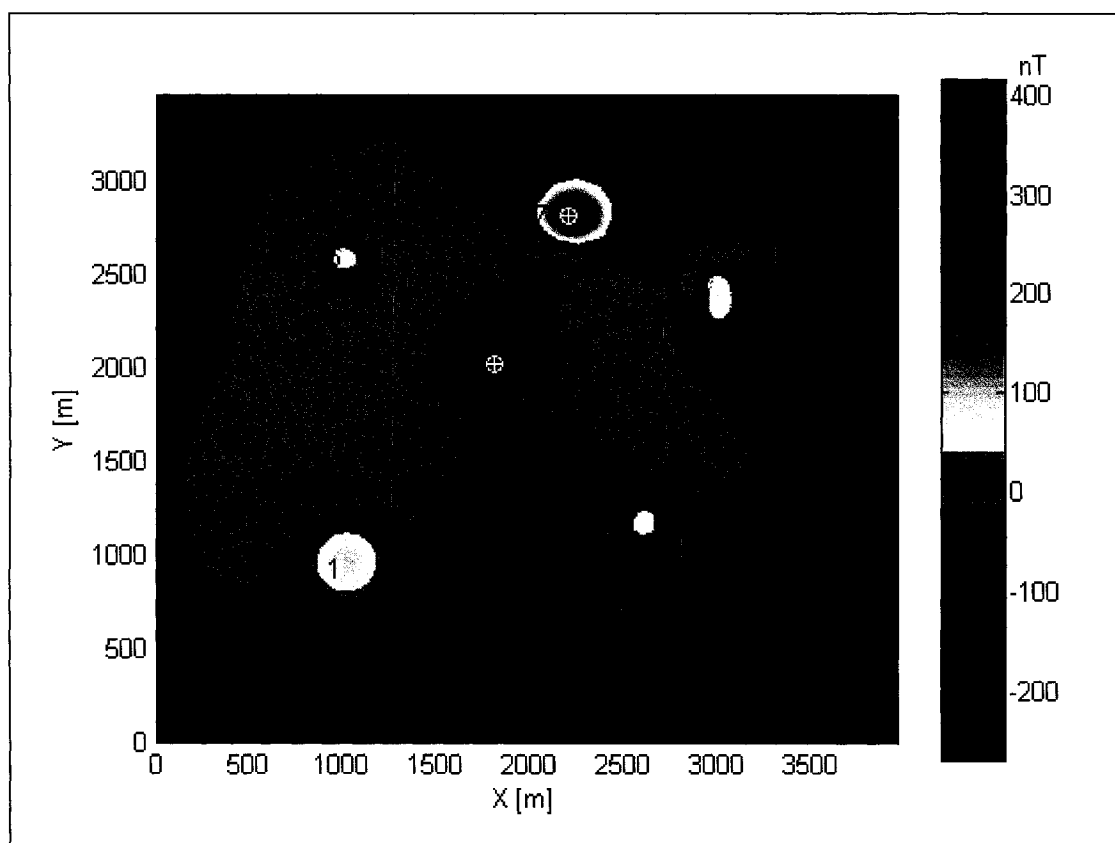


Figure 5.6 : Définition des dimensions de chaque fenêtre selon la largeur de chaque anomalie *AAs* (pic) retenue.

Tab. 5.2 : Résultats d'estimation de la direction de l'aimantation totale par le processus semi automatique en fixant le coefficient "*Multco*" à 2.5

N° cibles	Coordonnées des pics locaux	Paramètres du vecteur VAT		Paramètres VAT corrige		Paramètres géométriques	
	(X ; Y) (m)	Inc_vat (°)	Dec_vat (°)	Inc_vat\cor (°)	Dec_vat\cor (°)	h (m)	a (m)
1	(1000 ; 900)	102	29	74	-11	70.78	143
2	(2600 ; 1200)	44	21	51	21	52.13	64.5
3	(1800 ; 2000)	305	-18	299	-19	59.14	98.5
4	(3000 ; 2300) (3000 ; 2450)	130	12	95	21	47.00	72.5
5→ (4)		53	-10	76	-43	40.16	81.5
6→ (5)	(1000 ; 2600)	76	-7	78	-8	41.31	61.5
7→ (6)	(2200 ; 2800)	126	20	121	17	51.73	80.5

Tab. 5.3 : Résultats d'estimation de la direction de l'aimantation totale par le processus semi automatique en fixant le coefficient "*Multco*" à 3.

N° cibles	Coordonnées des pics locaux	Paramètres du vecteur VAT		Paramètres VAT corrige		Paramètres géométriques	
	(X ; Y) (m)	Inc_vat (°)	Dec_vat (°)	Inc_vat\cor (°)	Dec_vat\cor (°)	h (m)	a (m)
1	(1000 ; 900)	97	65	94	87	72.25	147.5
2	(2600 ; 1200)	43	21	52	22	54.85	65.0
3	(1800 ; 2000)	302	-16	298	-19	65.66	104.5
4	(3000 ; 2300) (3000 ; 2450)	125	17	95	24	43.65	77.5
5→ (4)		73	-17	77	-57	35.29	91.0
6→ (5)	(1000 ; 2600)	77	6	78	-7	41.84	62.5
7→ (6)	(2200 ; 2800)	128	20	121	17	54.95	80.5

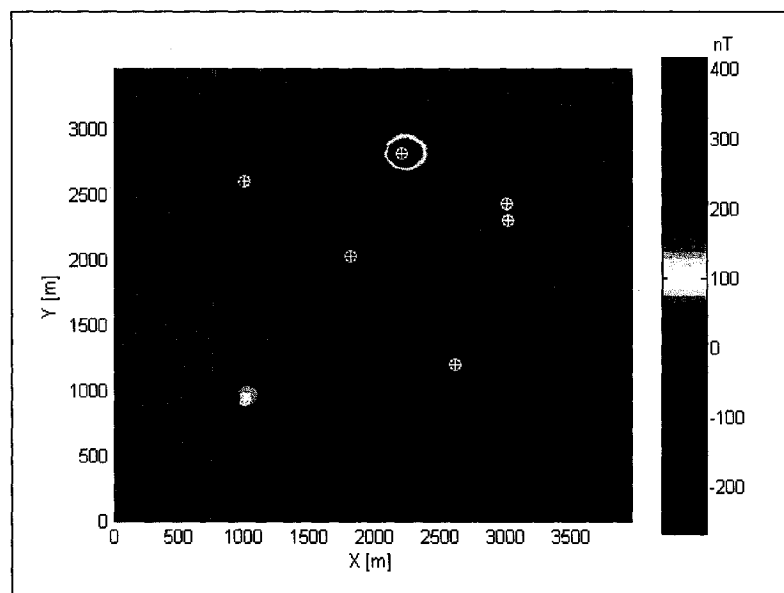


Figure 5.7 : Localisation et estimation de la direction de l'aimantation des sources sur une carte magnétique entachée de bruit.

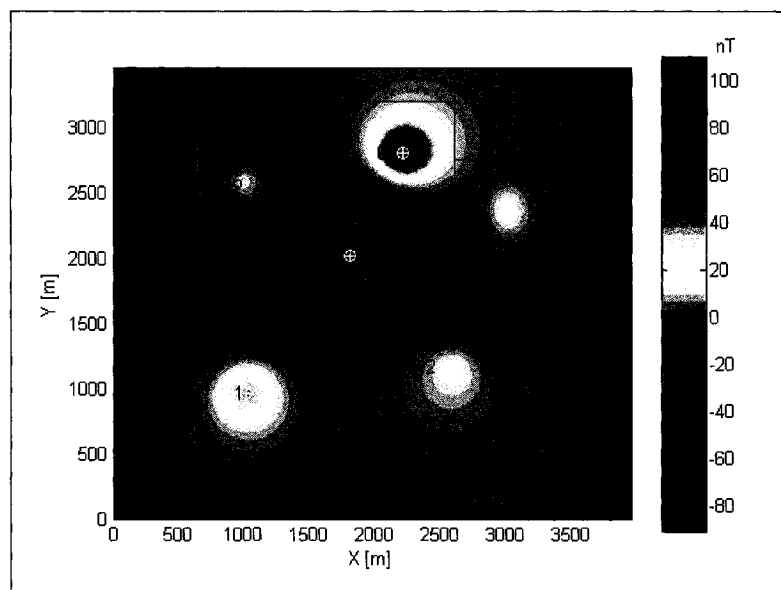


Figure 5.8 : Localisation et estimation de la direction de l'aimantation des sources sur une carte magnétique prolongée vers le haut.

Tab. 5.4 : Résultats d'estimation de la direction VAT en ajoutant aux données magnétiques un bruit gaussien d'écart type de 2 nT ; [*Multco* = 3].

N° cibles	Coordonnées des pics locaux	Paramètres du vecteur VAT		Paramètres VAT corrigés		Paramètres géométriques	
	(X ; Y) (m)	Inc_vat (°)	Dec_vat (°)	Inc_vat\cor (°)	Dec_vat\cor (°)	h (m)	a (m)
1	(1000 ; 950)	78	-41	87	-56	80.54	146.5
2	(2600 ; 1200)	41	21	51	20	52.23	66.5
3	(1800 ; 2050)	287	-29	297	-14	62.47	107.5
4	(3000 ; 2300) (3000 ; 2450)	126	17	103	4	48.45	79.5
5 → (4)		77	-10	82	-25	37.25	92.0
6 → (5)	(1000 ; 2600)	77	4	80	-11	44.67	62.0
7 → (6)	(2200 ; 2800)	129	21	121	17	51.6	80.5

Tab. 5.5 : Résultats d'estimation de la direction VAT obtenus sur la carte magnétique de la figure (5.1) prolongée vers le haut à une hauteur de 100 mètres ; [*Multco* = 2.75].

N° cibles	Coordonnées des pics locaux	Paramètres du vecteur VAT		Paramètres VAT corrigés	
	(X ; Y) (m)	Inc_vat (°)	Dec_vat (°)	Inc_vat\cor (°)	Dec_vat\cor (°)
1	(1000 ; 950)	77	-26	75	-17
2	(2600 ; 1150)	56	25	50	24
3	(1800 ; 2000)	301	-17	298	-19
4	(3000 ; 2350)	130	5	111	10
5	(1000 ; 2600)	131	-62	113	-87
6	(2200 ; 2800)	128	21	122	18

Chapitre 6

Synthèse de l'étude, conclusion et recommandations

6.1 Synthèse de l'étude

Les études paléomagnétiques ont toujours confirmé la présence de l'aimantation rémanente naturelle (ARN) dans les échantillons de kimberlites (Arnott et al., 2003). La direction du vecteur de rémanence est directement liée à l'inclinaison du champ géomagnétique ancien (paléopôle) lors de la mise en place de l'intrusion kimberlitique. Ce vecteur peut donc prendre une direction autre que celle du champ géomagnétique actuel, ce qui donne aux anomalies magnétiques des kimberlites des signatures anormales comme les signatures négatives ou de fortes amplitudes positives qui ne peuvent pas être associées aux valeurs moyennes des susceptibilités magnétiques de ces dernières. Ainsi, procéder à l'interprétation quantitative de ce type d'anomalie en utilisant des programmes d'inversion qui ne prennent pas en considération l'effet de la rémanence est très risqué et même déconseillé surtout lorsque le vecteur de l'aimantation totale, qui est la somme des vecteurs de l'aimantation induite et rémanente, n'est pas aligné dans la direction du champ normal. Une telle inversion ne pourra pas donner un résultat correct ou garantir l'exactitude des paramètres géométriques et physiques de la structure géologique étudiée. Pour surmonter cette difficulté et

réaliser une interprétation juste, l'expérience nous a montré qu'il est impératif de tenir compte de la direction de l'aimantation totale.

L'étude présentée dans ce mémoire avait comme objectif le développement et la mise en œuvre d'une technique simple et performante, capable de caractériser et d'estimer la direction de l'aimantation rémanente des anomalies magnétiques de type cheminée kimberlitique.

Au cours de cette étude, nous avons favorisé l'utilisation d'une méthode classique connue sous le nom de la "méthode des intégrales" ou la "méthode des moments harmoniques". Notre approche est simple et est basée sur la détermination de la direction de l'aimantation résultante. Celle-ci est calculée par la méthode MHM et incluse par la suite dans une première inversion qui cherche à affiner les paramètres physiques et géométriques de la source. L'interprétation se poursuit par une deuxième inversion pour calculer la direction du vecteur de l'aimantation rémanente (ARN) en maintenant fixes les paramètres géométriques calculés par la première inversion.

Cette approche est très intéressante étant donné les excellents résultats obtenus pour les modèles synthétiques. L'étude a été poussée plus loin et plusieurs possibilités ont été examinées. A partir des tests effectués, on peut conclure que l'efficacité de la méthode d'inversion "en deux étapes" proposée dépend principalement de la capacité de la méthode MHM à retrouver les paramètres de l'aimantation résultante et de la précision des méthodes (la méthode empirique ou la méthode du rapport des dérivées du signal analytique) à rapprocher les paramètres géométriques réels (profondeur et largeur) des sources causatives.

La technique est applicable au champ magnétique total résiduel généré par une source isolée. Le résultat de la méthode MHM dépend essentiellement de la robustesse des programmes de séparation des anomalies magnétiques en

composantes résiduelle et régionale. Le problème le plus important qui se présente lors de chaque interprétation, surtout pour les régions de socle archéen caractérisé par de fortes hétérogénéités magnétiques, est celui de réussir à isoler les effets individuels de chaque anomalie magnétique. Cette difficulté a été rencontrée lors de l'inversion des anomalies magnétiques de la région de Kirkland Lake et de Lac de Gras. Étant donné les effets des dykes de diabase sur la réponse magnétique des anomalies Grizzly et Leslie, nous avons préféré limiter notre interprétation au mode 2D.

Pour le moment, on ne peut pas se prononcer sur l'exactitude de nos résultats pour les anomalies des régions de Kirkland Lake et de Lac de Gras étant donnée le manque d'informations concernant les paramètres de rémanence des ces cheminées kimberlitiques.

6.2 Conclusions et recommandations

Les travaux présentés dans ce mémoire avaient pour objectif l'élaboration d'une technique d'inversion géophysique capable d'interpréter des anomalies magnétiques isolées issues des pipes kimberlitiques avec ou sans rémanence. Pour atteindre l'objectif fixé, plusieurs codes informatiques sont exécutés l'un à la suite de l'autre afin de déterminer les paramètres (intensité, inclinaison et déclinaison) de l'aimantation totale, les paramètres géométriques (profondeur, largeur et les coordonnées du centre) des sources. L'estimation des paramètres est affinée à l'aide de deux inversions suivant l'approche des moindres-carrés amortis.

Cette approche est suffisamment robuste et a conduit en plusieurs cas à des solutions stables, uniques et rapides.

Le travail effectué dans le cadre de ce mémoire a permis :

- d'évaluer l'efficacité de la méthode des moments harmoniques pour l'estimation des paramètres de l'aimantation totale des corps isolés sans restriction sur la forme géométrique de ces dernières.
- d'établir un critère de symétrie qui a apporté une nette amélioration à la méthode MHM.
- de recenser tous les facteurs qui dégradent la précision des résultats de la méthode et d'envisager des solutions pour contrecarrer ces effets.
- d'étudier pour la première fois l'effet des pendages non verticaux sur l'estimation de l'inclinaison du moment total.
- d'évaluer la profondeur et la largeur des sources ayant des configurations proches du cylindre vertical par l'utilisation du rapport entre les dérivées des maxima de l'amplitude du signal analytique.

Tous les tests réalisés nous ont convaincu de la pertinence et de l'utilité de cette méthode d'inversion dans l'exploration des pipes kimberlitiques. Une prochaine étape pourra être l'intégration d'autres modèles de structures à la modélisation/inversion tels que le dyke, le prisme, la sphère, etc. en tenant compte de l'effet des pendages non verticaux dans le processus d'inversion. Il serait aussi intéressant de combiner la technique semi automatique développée dans ce travail avec la technique de reconnaissance des kimberlites de Keating. Les résultats positifs obtenus dans ce mémoire laissent aussi d'envisager l'extension de l'emploi de cette méthode à d'autres domaines d'application.

Bibliographie

ARNOTT, F., et KOSTLIN, E. (2003). Petrophysics of Kimberlites: *8th International Kimberlite Conference (IKC)*.

BARANOV, V. (1957). A new method for interpretation of aeromagnetic maps : Pseudo-gravimetric anomalies. *Geophysics*, 22, 359-383.

BEAMIER, M., DION, D. J., LASALLE, P. et MOORHEAD, J. (1993). Exploration du diamant au Témiscamingue : PRO 93-08, Québec.

BHATTACHARYYA, B. K. (1966). A method for computing the total magnetization vector and the dimensions of a rectangular block-shaped body from magnetic anomalies: *Geophysics*, XXXI, 74-96.

BILIM, F. et ATES, A. (1999). A computer program to estimate the source Body magnetization direction from magnetic and gravity anomalies. *Computers & Geosciences*, 25, 231-240.

BILIM, F. et ATES, A. (2004). An enhanced method for estimation of body magnetization direction from pseudogravity and gravity data: *Computers & Geosciences*, 30, 161-171.

BILIM, F. et ATES, A. (2004). Estimation of the paleopole positions from potential field anomalies of a local area in northern central Turkey: *Journal of Balkan Geophysical Society*, 7, 12-22.

BLAKELY, R. J. (1995). *Potential Theory in Gravity & Magnetic Applications: Cambridge University Press.*

BLAKELY, R. J., et SIMPSON, R. W. (1986). Approximating edges of source bodies from magnetic or gravity anomalies: *Geophysics*, 51, 1494-1498.

BOOKS, K. G. (1962). Remanent magnetism as a contributor to some aeromagnetic anomalies: *Geophysics* 27, 359-375.

BOTT, M. H. P., SMITH, R. A., et STACEY, R. A. (1966). Estimation of the direction of magnetization of a body causing a magnetic anomaly using a pseudo-gravity transformation: *Geophysics*, 31, 803-811.

BOURNAS, N. (2001). Interprétation des données aéromagnétiques acquise au-dessus du Hoggar Oriental : Thèse de doctorat d'état de l'USTHB, Algérie.

CLIFFORD, T. N. (1966). Tectono-metallogenetic units and metallogenic province of Africa. *Earth Planetary Science letters*, 1, 421-434.

CORDELL, L. et TAYLOR, P. (1971). Investigation of Magnetization and Density of a North Atlantic Seamount using Poisson Theorem: *Geophysics*, 36, 919-937.

COWAN, D. R., TOMPKINS, L. A. et COWAN, S. (2000). Screening kimberlite magnetic anomalies in magnetically active areas: *Exploration Geophysics*, 31, 66-72

DANNEMILLER, N. et LI, Y. (2004). A new method for determination of magnetization direction, 74th Ann. International Mtg., *Society Exploration Geophysicists*.

DORTMAN, N. B. (1984). Les propriétés physiques des roches et des minéraux utiles (Petrophysique) : Edition "Nedra" no 2, Moscou.

EMERSON, D. W. (1985). Magnetic Exploration Models Incorporating Remanence, Demagnetization and Anisotropy: HP 41C *Handheld Computer Algorithms*.

EMILIA, D. A. et MASSEY, R. L. (1975). Magnetization- Inclination estimation from prism-like anomaly profiles : *Geophysics*, 40, 443-450.

FEDI, M., FLORIO, G. et RAPOLLA, A. (1994). A method to estimate the total magnetization direction from a distortion analysis of magnetic anomalies: *Geophysical Prospecting*, 42, 261-274.

FURNESS, P. (2001). A note on magnetic modeling with remanence: *Journal of Applied Geophysics*, 48, 257-261.

GEROVSKA, D., ARAUZO-BRAVO, M. J. et STAVREV, P. (2004). Determination of the parameters of compact ferro-metallic objects with transforms of magnitude magnetic anomalies: *Journal of Applied Geophysics*, 55, 173-186.

GIRDLER, R. W. et PETER, G. (1960). An example of the importance of natural remanent magnetization in the interpretation of magnetic anomalies: *Geophysical Prospecting*, VIII, 474-483.

GUNN, P. (1995). An algorithm for reduction to the pole that works at all magnetic latitudes: *Exploration Geophysics*, 26, 247-254.

HELBIG, K. (1962). Some Integrals of Magnetic Anomalies and Their Relation to the Parameters of the Disturbing Body: *Zeitschrift Fur Geophysik*, 29, 83-96.

HOGG, R. L. S., et MUNRO, S. S. (2000). The aeromagnetic discovery of kimberlites and sulphides at depths up to 200m., *Expanded Abstracts SEG*.

HOOD, P. (1964). The Konigsberger ratio and the dipping-dyke equation: *Geophysical Prospecting*, 12, 440-456.

HSU, S. K., SIBUET, J. C. et SHYU, C. T. (1996). High-resolution detection of geologic boundaries from potential-field anomalies : An enhanced analytic technique: *Geophysics*, 61, 373-386.

HSU, S. K., COPPENS, D. et SHYU, C. T. (1998). Depth to magnetic source using the generalized analytic signal: *Geophysics*, 63, 1947-1957.

KARMA, A. Y. S. (1981). Review: Geophysical Methods for Kimberlite Prospecting: *Bull. Aust. Soc. Explor. Geophys.*, 12, 43-51.

KEATING, P., et ZERBO, L. (1996). An improved technique for reduction to the pole at low latitudes: *Geophysics*, 61 131-137.

KEATING, P. et SAILHAC, P. (2004). Use of the analytic signal to identify magnetic anomalies due to kimberlite pipes: *Geophysics*, 69, 180-190.

KNOPF, D. (1990). Diamants en Afrique de l'Ouest, prospection classique et nouveaux concepts:

KOGBETLIANTZ, E. G. (1944). Quantitative Interpretation of Magnetic and Gravitational Anomalies: *Geophysics*, 9, 463-493.

KUBOTA, R., et UCHIYAMA, A. (2005). Three-dimensional magnetization vector inversion of a seamount: *Earth Planets Space*, 57, 691-699.

LE MOUEL, J. L., GALDEANO, A. et LE PICHON, X. (1972). Remanent Magnetization Vector Direction and the Statistical Properties of Magnetic Anomalies: *Geophy. J. RAS*, 30, 353.

LI, Y. et OLDENBURG, D. W. (1996). 3-D inversion of magnetic data: *Geophysics*, 61, 394-408.

LINES, L. R., et TREITEL, S. (1984). A review of least-squares inversion and its application to geophysical problems: *Geophysical Prospecting*, 32, 159-186.

LOCKHART, G., GRUTTER, H., et CARLSON, J. (2004). Temporal, geomagnetic and related attributes of kimberlite magmatism at Ekati, Northwest Territories, Canada: *Lithos*, 77, 665-682.

LEITE, L. W. B., et LEAO, J. W. D. (1985). Ridge regression applied to the inversion of two-dimensional aeromagnetic anomalies: *Geophysics*, 50, 1294-1306.

MACLEOD, I. N., VIERA, et CHAVES, A. C. (1993). Analytic signal and reduction to the pole in the interpretation of total magnetic field data at low magnetic latitudes. Proceeding of the third international congress of the Brazilian society of geophysicist, p. 830-835.

MACNAE, J. C. (1979). Kimberlites and exploration geophysics: *Geophysics*, 44, 1395-1416.

MCGRATH, P. H., et HOOD, P. J. (1973). An Automatic Least-Squares Multimodel Method for Magnetic Interpretation: *Geophysics*, 38, 349-358.

MEDEIROS, W. E., et SILVA, B. C. (1995). Simultaneous estimation of total magnetization direction and 3-D spatial orientation: *Geophysics*, 60, 1365-1377.

MEJU, M. A., (1994). Geophysical Data Analysis : Understanding Inverse Problem Theory and Practice, volume 6. *Society of Exploration Geophysicists*

MIKOV, D. S. (1962). Interpretatsii magnitnikh anomalii. « Interprétation des anomalies magnétiques ». Edition Université de Tomsk.

MORRIS, B., LEBLANC, G., et PREVEC, L. (2002). An alternative simple procedure to identify magnetic and other geophysical anomalies due to kimberlite pipes : SEG Int'I Exposition and 72nd Annual Meeting, 6-11.

MURTHY, R., et RAO, S. J. (1994). Gravity inversion of horizontal circular discs and vertical circular cylinders: *Computers & Geosciences*, 20, 821-838.

NABIGHIAN, M. N. (1972). The analytic signal of two-dimensional magnetic bodies with polygonal cross-section: its properties and use for automated anomaly interpretation. *Geophysics*, 37, 507-517.

NABIGHIAN, M. N. (1974). Additional comments on the analytic signal of two-dimensional magnetic bodies with polygonal cross-section. *Geophysics*, 39, 85-92.

NEPOMNIACHIKH, A. A. (1964). Interpretatsii geofizicheskikh anomalii. « Interprétation des anomalies géophysiques ». Edition "Nedra", Moscou.

NIKITIN, A. A. (1986). Teoriticheskie osnovi obrabotki geofizicheskoi informatsii. «Les bases théoriques du traitement de l'information géophysique ». Edition "Nedra", Moscou.

NIKITIN, B. E. et GLEBOV, Y. S. (1990). Marnitorazvedka. « Prospection magnétique ». Edition n°2 "Nedra", Moscou.

NOUGIER, J. P. (2001). Méthodes de calcul numérique, tome1: Systèmes d'équations: *Hermès Science Publications*.

NOUGIER, J. P. (2001). Méthodes de calcul numérique, volume 2 : Fonctions, équations aux dérivées: *Hermès Science Publications*

PARK, F. B. (1968). Remanent magnetism and the anomaly at Cottoner Mountain, Madison country, Missouri. *Geophysics*, 33, 613-620.

PAINE, J., HAEDERLE, M. et FLIS, M. (2001). Using transformed TMI data to invert for remanently magnetised bodies: *Exploration Geophysics*, 32, 238-242.

PEDERSON, L. B., RASMUSSEN, T. M., et DYRELIUS D. (1990). Construction of Component Maps from Aeromagnetic Total Field Anomaly Maps: *Geophysical Prospecting*, 38, 795-804.

PHILIPS, J. (2005). Can we estimate total magnetization directions from aeromagnetic data using Helbig's integrals? *Earth Planets Space*, 57, 681-689.

RAJAGOPALAN, S. (2003). Analytic signal vs. reduction to pole: Solution for low magnetic latitudes: *Exploration Geophysics*, 34, 257-262.

RAJU, D. CH. V. (2003). LIMAT: a computer program for least-squares inversion of magnetic anomalies over long tabular bodies: *Computers & Geosciences*, 29, 91-98.

RAO, D. A., et NARAYAN, P. V. S. (1981). Structural control of emplacement of kimberlite pipes at Panna- A suggestion from aeromagnetism: *Geoexploration*, 19, 207-228.

ROEST, W. R., VERHOEF, J. et PILKINGTON, M. (1992). Magnetic interpretation using the 3-D analytic signal. *Geophysics*, 57, 116-125.

ROEST, W. R. et PILKINGTON, M. (1993). Identifying remanent magnetization effects in magnetic data. *Geophysics*, 58, 653-659.

SARMA, B. S. P., et VERMA, B. K. (1996). Negative magnetisation contrast in Kimberlite search: *Exploration Geophysics*, 27, 21-24.

SARMA, B. S. P., VERMA, B. K., et SATYANARAYANA, S. V. (1999). Magnetic mapping of Majhgawan diamond pipe of central India: *Geophysics*, 64, 1735-1739.

SCHMIDT, P. W, et CLARK, D. A. (1998). The calculation of magnetic components and moments from TMI: A case study from the Tuckers igneous complex, Queensland: *Exploration Geophysics*, 29, 609-614.

SCHNETZLER, C. C. et TAYLOR, P. T. (1984). Evaluation of an observational method for estimation of remanent magnetization. *Geophysics*, 49, 282-290.

SCHEARER, S. et LI, Y. (2004). 3D Inversion of magnetic total gradient data in the presence of remanent magnetization, 74th Ann. International Mtg., Society Exploration Geophysicists.

SHURBET, D. H., KELLER, G.R., et FREISS, J. P. (1976). Remanent magnetization from comparison of gravity and magnetic anomalies. *Geophysics*, 41, 56-61.

SINGH, S. K. et SABINA, F. J. (1978). Magnetic anomaly due to a vertical right circular cylinder with arbitrary polarization: *Geophysics*, 43, 173-178.

SUTTON, D.J. (1957). The effect of remanent magnetization on aeromagnetic interpretation. *Australian Journal Phys.*, 10, 547-557.

TAFAEV, G. P. et SOKOLOV, K. P. (1981). Geologicheskaya Interpretatsii magnetnikh anomalii. « Interprétation géologique des anomalies magnétiques ». Edition "Nedra", Leningrad.

THURSTON, J. B. (2001). Mapping remanent magnetization using the local phase. *Geophysics*, 66, 1082-1089.

UEDA, Y., KUBOTA, R. et SEGAWA, J. (2002). Magneto-gravity response function and its application to the Daito Ridge : *Geophysics*, 67, 110-116.

ZIETZ, I. et ANDREASEN, G. E. (1967). Remanent Magnetization and Aeromagnetic Interpretation: *Mining Geophysics*, 2, 569-590.

Annexe A

PROGRAMME D'INVERSION

"Nepom2D_exe"

Sous-routines utilisées dans le programme " Nepom2D.exe" écrit dans le langage MATLAB 6.5

I. Sous-routines utilisées pour estimer les paramètres de l'aimantation totale :

- **ComponZ_X** : Fonction qui calcul les composantes du champ magnétique total ($\Delta X, \Delta Y, \Delta Z$) dans le domaine de Fourier.
- **Anal_Sig** : Fonction qui calcul l'amplitude du signal analytique AA_s .
- **Kogbet** : Fonction qui calcul les paramètres de l'aimantation totale ($I_{vat} ; D_{vat}$).
- **Redpol1_2D** : Fonction qui transforme les anomalies magnétiques au pôle.
- **Coord_source** : Fonction qui évalue les coordonnées du centre de la source.
- **Symet_Rtp** : Fonction qui calcul la symétrie de l'anomalie RTP.
- **Imtotal_crg** : Fonction qui corrige l'inclinaison et la déclinaison VAT

II- Sous-routines utilisées pour estimer les paramètres initiaux :

- **Radepth3D** : Fonction qui calcul les dérivées du signal analytique ainsi la profondeur et le rayon de la cible.
- **INTP_Radepth** : Fonction qui évalue la largeur de l'anomalie RTP ainsi que la profondeur et le rayon du cylindre.

III- Sous-routines utilisées dans l'inversion-I :

- **INFCYL** : Fonction qui calcul la réponse magnétique 3D du modèle initial en utilisant les paramètres de l'aimantation totale.
- **Lellipf, Lellipe et HUEMAN** : Fonctions qui évaluent respectivement les intégrales elliptiques complètes de premier et second ordre et la fonction Lambda de Hueman.
- **Preciz** : Fonction qui calcul l'erreur rms entre la réponse observé et celle calculée.
- **Jacob_Cyl3D** : Fonction qui calcul la matrice Jacobienne (A) de l'inversion-I.
- **MaqLev_Inv** : Fonction qui exécute le processus itératif de Marquardt-Levenberg.

IV- Fonctions utilisées dans l'inversion-II :

- **INFCYL_ind** : Fonction qui calcul la réponse magnétique 3D du modèle initial en utilisant les paramètres de l'aimantation rémanente.
- **Preciz** : Fonction qui calcul l'erreur rms entre la réponse du modèle observé et celle calculée.
- **Jacob_Rem** : Fonction qui calcul la matrice Jacobienne (Z).
- **MaqLev_Inv2** : Fonction qui exécute le processus itératif de Marquardt-Levenberg.

Annexe B

Démonstration des équations (2.15) et (2.16) :

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{+\infty} x \cdot \Delta H dx &= \frac{J}{G\sigma} \sin \psi \left(\int_{-\infty}^{+\infty} x V_{xz} dx \right) - \frac{J}{G\sigma} \cos \psi \left(\int_{-\infty}^{+\infty} x V_{zz} dx \right), \\ &= -2\pi J \sin \psi \cdot S, \end{aligned} \quad (2.15)$$

et

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{+\infty} x \cdot \Delta Z dx &= \frac{J}{G\sigma} \cos \psi \left(\int_{-\infty}^{+\infty} x V_{xz} dx \right) + \frac{J}{G\sigma} \sin \psi \left(\int_{-\infty}^{+\infty} x V_{zz} dx \right), \\ &= -2\pi J \cos \psi \cdot S, \end{aligned} \quad (2.16)$$

avec :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} x V_{zz} dx = 0 \text{ et } \int_{-\infty}^{+\infty} x V_{xz} dx = -2\pi \cdot G\sigma \cdot S.$$

- **Formulation de la problématique :**

Considérant un corps 2D de section S , allongé à l'infini le long de l'axe Y

ayant une densité uniforme σ à l'intérieur de la section S . Un tel corps peut être représenté par un ensemble de filaments horizontaux infinis de densité linéaire $\lambda = \sigma \cdot ds$ (figure A-1).

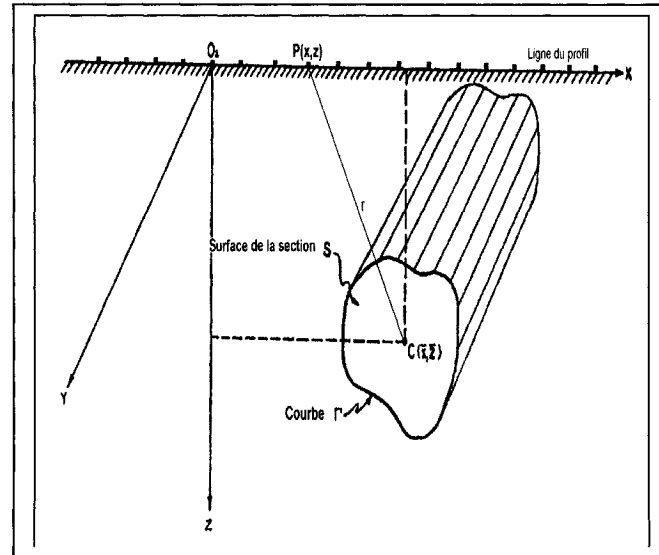


Figure A-1: Illustration des paramètres du cylindre horizontale utilisé dans la formulation de la problématique.

Le potentiel gravimétrique au point (p) de l'ensemble des filaments peut être écrit formellement comme :

$$V(p) = 2G\sigma \iint \ln\left(\frac{1}{r}\right) \cdot dx dz, \quad (\text{B-1})$$

où

$$r = \sqrt{(x - \bar{x})^2 + (z - \bar{z})^2},$$

$(\bar{x}; \bar{z})$ sont les coordonnées du point C située à l'intérieur de la section S ,

$(x; z)$ représentent les coordonnées du point P à la surface du sol,
 G est la constante gravitationnelle universelle.

Les dérivées partielles V_x et V_z du potentiel logarithmique (B-1) à la surface du sol, $z = 0$,

$$V_x = \frac{\partial V}{\partial x} = 2G\sigma \frac{\partial}{\partial x} \left[\iint \ln\left(\frac{1}{r}\right) ds \right] = 2G\sigma \iint \frac{\partial}{\partial x} \left[\ln\left(\frac{1}{r}\right) ds \right]$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[\ln\left(\frac{1}{r}\right) \right] = \frac{-\frac{1}{2} \left[(x - \bar{x})^2 + (z - \bar{z})^2 \right]^{\frac{1}{2}} \cdot 2(x - \bar{x})}{r} = \frac{-(x - \bar{x})}{r^2},$$

ce qui donne :

$$V_x = 2G\sigma \iint \left(\frac{\bar{x} - x}{r^2} \right) \cdot dx dz \quad (\text{B-2})$$

$$V_z = \frac{\partial V}{\partial z} = 2G\sigma \frac{\partial}{\partial z} \left[\iint \ln\left(\frac{1}{r}\right) ds \right] = 2G\sigma \iint \frac{\partial}{\partial z} \left[\ln\left(\frac{1}{r}\right) ds \right]$$

$$\frac{\partial}{\partial z} \left[\ln\left(\frac{1}{r}\right) \right] = \frac{-\frac{1}{2} \left[(x - \bar{x})^2 + (z - \bar{z})^2 \right]^{\frac{1}{2}} \cdot 2(z - \bar{z})}{r} = \frac{-(z - \bar{z})}{r^2},$$

En prenant, $z = 0$ (surface du sol) :

$$V_z = -2G\sigma \iint \left(\frac{\bar{z}}{r^2} \right) \cdot dx dz, \quad (\text{B-3})$$

En combinant (B-2) et (B-3) sous forme $V_x - iV_z$, on obtient :

$$\begin{aligned}
V_x - iV_z &= 2G\sigma \left[\iint \frac{\bar{x} - x}{r^2} \cdot dx dz + i \iint \frac{\bar{z}}{r^2} \cdot dx dz \right] = 2G\sigma \left[\iint \frac{-[(x - \bar{x}) + i\bar{z}]}{[(x - \bar{x}) - i\bar{z}][(x - \bar{x}) + i\bar{z}]} dx dz \right] \\
&= -2G\sigma \left[\iint \frac{dx dz}{[x - (\bar{x} + i\bar{z})]} \right],
\end{aligned}$$

Ainsi, on peut écrire :

$$V_x - iV_z = -2G\sigma \iint \left(\frac{1}{x - \tau} \right) \cdot ds ; \quad (\text{B-4})$$

où

$\tau = \bar{x} + i\bar{z}$ est un vecteur-rayon du point $(\bar{x}; \bar{z})$ qui décrit la courbe Γ .

$ds = dx dz$.

En intégrant la formule complexe (B-4) suivant l'axe des X sur un domaine infini (de $-\infty$ à $+\infty$), on obtient :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} (V_x - iV_z) dx = -2G\sigma \int_{-\infty}^{+\infty} \left[\iint \frac{ds}{x - \tau} \right] dx = -2G\sigma \iint ds \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{x - \tau} dx,$$

D'après le théorème de l'intégrale de Cauchy :

$$\frac{1}{2i\pi} \oint_{\Gamma} \frac{dt}{t - \tau} = \frac{1}{2} ; \text{ pour } \tau \in \Gamma \Rightarrow \oint_{\Gamma} \frac{dt}{t - \tau} = i\pi$$

Ainsi,

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{x - \tau} = \lim_{\Gamma \rightarrow +\infty} \int_{-\Gamma}^{\Gamma} \frac{dx}{x - \tau} = i\pi.$$

Ce qui donne pour l'intégrale précédente la forme suivante :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} (V_x - iV_z) dx = -i2\pi G \sigma \iint_S ds = -i2\pi G \sigma \cdot S ; \quad (\text{B-5})$$

$\sigma \cdot S = m_i$ représente la masse totale du corps perturbateur.

$$\int_{-\infty}^{+\infty} (V_x - iV_z) dx = -i2\pi G m_i, \quad (\text{B-6})$$

En décomposant (B-6) en partie réelle et imaginaire, on obtient :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} V_x dx = 0, \quad (\text{B-7})$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} V_z dx = 2\pi G m_i, \quad (\text{B-8})$$

L'équation (B-8) représente le théorème de Gauss.

On peut déduire de l'équation (B-7) d'autres relations :

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\int_{-\infty}^{+\infty} V_x dx \right) = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\partial}{\partial x} (V_x) dx = 0 \Rightarrow \int_{-\infty}^{+\infty} V_{xx} dx = 0$$

$$\frac{\partial}{\partial z} \left(\int_{-\infty}^{+\infty} V_z dx \right) = \frac{\partial}{\partial z} (2\pi G m_i) = 0 \Rightarrow \int_{-\infty}^{+\infty} V_{zz} dx = 0$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\int_{-\infty}^{+\infty} V_z dx \right) = \frac{\partial}{\partial x} (2\pi G m_i) = 0 \Rightarrow \int_{-\infty}^{+\infty} V_{xz} dx = 0$$

En multipliant l'équation (B-4) par x et en ajoutant l'expression $2G\sigma \cdot S$, on obtient :

$$\begin{aligned}
 x(V_x - iV_z) + 2G\sigma \cdot S &= x \left(-2G\sigma \iint \frac{ds}{x-\tau} \right) + 2G\sigma \iint ds, \\
 &= 2G\sigma \left[\iint \frac{x}{x-\tau} ds + \iint ds \right] = 2G\sigma \left[\iint \left(\frac{-x}{x-\tau} + 1 \right) ds \right], \\
 &= -2G\sigma \iint \frac{\tau}{x-\tau} ds.
 \end{aligned}$$

En intégrant suivant dx de $-\infty$ à $+\infty$:

$$\begin{aligned}
 \int_{-\infty}^{+\infty} [x(V_x - iV_z) + 2G\sigma \cdot S] dx &= -2G\sigma \int_{-\infty}^{+\infty} \left[\iint \frac{\tau}{x-\tau} ds \right] dx = -2G\sigma \iint ds \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\tau}{x-\tau} dx, \\
 &= -2G\sigma \iint \tau \cdot ds \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{x-\tau}, \\
 &= -2\pi \cdot iG\sigma \iint \tau \cdot ds,
 \end{aligned} \tag{B-9}$$

D'après Strakhov (1959), le moment complexe d'ordre n d'une source aimantée par rapport à un point τ_0 , est donné par :

$$M_n(\tau_0) = \iint_s J(\tau - \tau_0)^n ds, \tag{B-10}$$

où

$J = J_x + iJ_z$ est le vecteur d'aimantation complexe.

$\tau = \bar{x} + i\bar{z}$ est l'affixe du point courant.

n est l'ordre du moment.

Ce moment $M_n(\tau_0)$ peut être considéré comme un vecteur dans le plan τ ayant des composantes M_{nx} et M_{nz} .

Pour le cas d'une aimantation uniforme et en considérant $\tau_0 = 0$, les moments complexes d'ordres zéro et premier sont définis par :

$$M_0 = J \cdot \iint ds = J \cdot S = M, \quad (\text{B-11})$$

$$\begin{aligned} M_1 &= J \iint_s \tau \cdot ds = J \iint_s (\bar{x} + i\bar{z}) ds = M_0 \frac{\iint_s \tau \cdot ds}{S}, \\ &= M_{1x} + iM_{1z}, \end{aligned} \quad (\text{B-12})$$

ce qui donne après décomposant de (B-12) :

$$\begin{aligned} M_{1x} &= J \iint_s \bar{x} \cdot ds = M_0 \cdot \frac{\iint_s \bar{x} \cdot ds}{S}, \\ M_{1z} &= J \iint_s \bar{z} \cdot ds = M_0 \cdot \frac{\iint_s \bar{z} \cdot ds}{S}, \end{aligned}$$

En théorie de la mécanique, les deux expressions $\frac{\iint \bar{x} \cdot ds}{S}$ et $\frac{\iint \bar{z} \cdot ds}{S}$;
représentent les coordonnées du centre de gravité $(x_c ; z_c)$ de la source causative.
Ainsi, on peut écrire :

$$M_{1x} = M_0 \cdot x_c ,$$

$$M_{1z} = M_0 \cdot z_c ,$$

$$M_1 = M_0(x_c + iz_c) ,$$

et,

$$\iint \tau \cdot ds = \frac{M_1}{M_0} \cdot S = \frac{M_0(x_c + iz_c)}{M_0} \cdot S = (x_c + iz_c) \cdot S , \quad (\text{B-13})$$

En remplaçant cette expression dans l'équation (B-9), on obtient :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} [x(V_x - iV_z) + 2G\sigma \cdot S] dx = -2i\pi G\sigma \cdot S(x_c + iz_c) = 2\pi Gm_t(z_c - ix_c)$$

La partie imaginaire de cette équation nous donne :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} x \cdot V_z dx = 2\pi Gm_t x_c , \quad (\text{B-14})$$

En dérivant (B-14) par rapport à z :

$$\frac{\partial}{\partial z} \int_{-\infty}^{+\infty} x \cdot V_z dx = \int_{-\infty}^{+\infty} x \cdot V_{zz} dx = 2\pi Gm_t \cdot \frac{\partial}{\partial z}(x_c) ,$$

$$\frac{\partial}{\partial z}(x_c) = \frac{\partial}{\partial z} \left[\frac{\iint_s \xi \cdot ds}{\iint_s ds} \right] = \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial}{\partial z}(\xi) = 0,$$

ce qui indique que :

$$\boxed{\int_{-\infty}^{+\infty} x \cdot V_{zz} dx = 0}, \quad (\text{B-15})$$

En dérivant (B-14) par rapport à x , on obtient :

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\int_{-\infty}^{+\infty} x \cdot V_z dx \right) = \int_{-\infty}^{+\infty} (V_z + x \cdot V_{xz}) dx = 2\pi G m_l \cdot \frac{\partial}{\partial x}(x_c) = 0,$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} V_z dx + \int_{-\infty}^{+\infty} x \cdot V_{xz} dx = 0 \Rightarrow \int_{-\infty}^{+\infty} x \cdot V_{xz} dx = - \int_{-\infty}^{+\infty} V_z dx \quad (\text{B-16})$$

En combinant (B-16) et (B-8), on peut écrire :

$$\boxed{\int_{-\infty}^{+\infty} x \cdot V_{xz} dx = -2\pi G \sigma \cdot S}, \quad (\text{B-17})$$

Annexe C

Paramètres de la modélisation synthétique et résultats de la méthode
MHM

Tab. C.1 : Résultats de l'application de la méthode MHM sur la réponse magnétique d'un cylindre vertical aimanté selon différentes inclinaisons du champ géomagnétique.

N°	Type et caractéristique du modèle	Paramètres IGRF		Paramètres VAT estimés par la méthode MHM			Résultats du VAT après correction			Ecart ^s (°)
		Inc.	Dec.	I_{VAT}	D_{VAT}	Deg_sym_1	Deg_sym	$I_{VAT\ corr}$	$D_{VAT\ corr}$	
1	Cylindre vertical à section circulaire. Profondeur : h=50m. Diamètre : D=200m. sus. Mag. $\kappa=0.0094$ SI. Prof. à la base :2500m Coeff. Koenig. $\bar{Q} = 0$. Grille : (1000x1000m). Cellule: (25x25m).	90°	-17°	90°	-17°	0.00	0.00	90°	-2°	0.0
2		80°	-17°	75°	-15°	5.09	0.39	80°	-17°	0.0
3		70°	-17°	62°	-16°	7.68	0.64	70°	-17°	0.0
4		60°	-17°	53°	-16°	7.03	0.66	60°	-17°	0.0
5		50°	-17°	47°	-17°	3.78	0.54	50°	-17°	0.0
6		40°	-17°	41°	-18°	1.63	0.85	40°	-18°	0.0
7		30°	-17°	35°	-20°	6.30	1.63	30°	-18°	0.0
8		20°	-17°	27°	-22°	11.11	3.16	21°	-19°	1.0
9		10°	-17°	15°	-25°	13.56	6.34	8°	-19°	2.0
10		5°	-17°	8°	-26°	15.94	8.51	2°	-13°	3.0
11		0°	-17°	-0.1°	-26°	38.95	19.73	-25°	-37°	25

Ecart^s : représente la différence entre $I_{VAT\ corr}$ et Inc_{IGRF} .

Tab. C.2 : Résultats de l'application de la méthode MHM sur la réponse magnétique d'un cylindre vertical aimanté selon différentes inclinaisons et déclinaison de l'aimantation rémanente.

N°	Type et caractéristique du modèle 3D $I_o = 77^\circ, D_o = -17^\circ$ selon IGRF	Paramètres ARN (rémanence)			Paramètres VAT estimés par la méthode MHM			Résultats du VAT après correction	Inclinaison du VAT théorique
		$I_{rem} (^\circ)$	$D_{rem} (^\circ)$	Q	$I_{vat} (^\circ)$	$D_{vat} (^\circ)$	Deg_{sym}		
1	Cylindre vertical à section circulaire. Profondeur: h=120m Diamètre : D=200m. sus. mag. $\kappa=0.0081$ SI. Prof. à la base: 2500m Grille : (1000x1000m). Cellule: (25x25m).	-	-	0	70°	-15°	2.44	0.29 76° -17°	77°
2		77°	+10°	2.5	70°	-1°	8.31	0.98 77° +2°	77°
3		40°	+5°	3	41°	+2°	11.11	1.49 48° +3°	51°
4		103°	0°	1	85°	-41°	2.81	1.05 89° -56°	90°
5		145°	+5°	1.5	125°	11°	4.08	0.50 120° +10°	120°
6		230°	-20°	6	218°	-18°	14.18	2.15 224° -20°	224°
7		257°	-10°	5	250°	-9°	9.71	1.11 256° -8°	257°
8		310°	-5°	4	332°	-5°	7.88	1.34 324° -6°	325°

Tab. C.4 : Insensibilité de la méthode MHM aux dimensions de la grille de l'anomalie.

N°	Grille (mxm)	Paramètres IGRF	Paramètres VAT estimés		Résultats du VAT après correction		Paramètres du Modèle
			I_{vat}	D_{vat}	Deg_{sym}	$I_{vat\backslash cor}$ $D_{vat\backslash cor}$	
1	350×350	$T_o = 58200nT$ $Inc = 77^\circ$ $Dec = -17^\circ$	72°	-15°	3.34	1.36 75° -17°	<u>Cylindre Vertical</u> Diamètre : 200m $h = 60m$. $H = 2500m$. $k = 0.0094 SI$. Koenig : $Q = 0$. (sans rémanence)
2	400×400		71°	-15°	4.33	1.51 75° -17°	
3	450×450		70°	-15°	5.66	1.28 75° -17°	
4	500×500		69°	-16°	6.50	1.39 76° -17°	
5	750×750		72°	-15°	4.05	0.61 77° -17°	
6	1000×1000		70°	-15°	5.46	0.48 77° -17°	
7	1250×1250		69°	-16°	6.36	0.33 77° -17°	
8	1500×1500		73°	-16°	3.11	0.15 77° -17°	
9	350×350	$T_o = 57200nT$ $Inc = 70^\circ$ $Dec = -17^\circ$	64°	-15°	4.30	1.74 68° -18°	exemple du tableau. 2.2, ligne 3.
10	2000×2000	$T_o = 57000nT$ $Inc = 75^\circ$ $Dec = -20^\circ$	112°	36°	11.28	7.65 71° -24°	Diamètre : 300m $h = 70m$
11	1500×1500		82°	-37°	9.61	3.43 74° -32°	$k = 0.0094 SI$ $H = 2500m$
12	1350×1350		73°	-20°	5.33	2.79 73° -32°	$Q = 0$

Tableau C.5 : Effets du prolongement vers le haut de l'anomalie magnétique sur le résultats de la méthode MHM

N°	Type et caractéristique du modèle 3D $I_o = 77^\circ, D_o = -17^\circ$ selon IGRF	Paramètres ARN (rémanence)			Paramètres VAT estimés par la méthode MHM			Résultats du VAT après correction			Altitude en (m)
		$I_{rem} (^\circ)$	$D_{rem} (^\circ)$	Q	$I_{vat} (^\circ)$	$D_{vat} (^\circ)$	Deg_{sym_1}	Deg_{sym}	$I_{VAT\backslash cor}$	$D_{vat\backslash c}$	
1	Cylindre vertical à section circulaire. Profondeur : h=50m Diamètre : D=200m. sus. mag. $\kappa=0.0094$ SI. Prof. à la base: 2500m Grille : (1250x1250m). Cellule: (25x25m).	257°	345	3	249°	347°	14.29	0.72	257°	346°	1.5
2					247°	347°	5.22	0.44	256°	346°	100
					246°	347°	0.81	0.29	256°	346°	200
3	$T_o = 57000nT$ Inc = 75° ; Dec = -20°	- - - 0			112°	36°	11.28	7.65	71°	-24°	1.5
	Diamètre : 300m h = 70m. H = 2500m k = 0.0094 SI. Grille : (2000x2000m)				78°	-74°	3.07	2.22	82°	-37°	150

Tab C.7 : Effet du mauvais centrage de la source magnétique au milieu de la grille de l'anomalie.

N°	Paramètres IGRF du cylindre vertical	Dimension de la grille (m×m)	Position du centre (x, y) de la source	Paramètres VAT estimés		Résultats du VAT après correction				
				I _{vat}	D _{vat}	Deg_sym _I	Deg_sym	I _{vat} \cor	D _{vat} \cor	
1	T _c =58200nT Inc = 77° Dec = -17°	750 ×750	350 × 375m	73°	+10°	7.9	0.60	77°	0°	
2			370 × 370m	71°	-10°	4.1	1.79	74°	-17°	
3			370 × 375m	73°	-11°	5.27	1.35	77°	0°	
4			370 × 380m	74°	-12°	7.33	1.90	81°	0°	
5	Diamètre = 200m h = 60m H = 2500m. k = 0.0094 SI. Koenig. Q = 0. (sans rémanence)		375 × 375m	72°	-16°	4.05	0.61	77°	-17°	
6			380 × 375m 380 × 380m 380 × 370m 400 × 375m 375 × 380m 375 × 400m 375 × 370m 375 × 350m 350 × 350m 400 × 400m 350 × 400m	380 × 375m	72°	-20°	4.61	1.62	76°	-31°
7				380 × 380m	73°	-22°	6.76	1.87	78°	-42°
8				380 × 370m	70°	-19°	2.95	1.42	72°	-25°
9				400 × 375m	69°	-36°	9.14	1.43	78°	-18°
10				375 × 380m	74°	-17°	6.26	1.48	80°	-23°
11				375 × 400m	78°	-27°	3.68	0.62	77°	-17°
12				375 × 370m	71°	-14°	6.25	0.87	73°	-13°
13				375 × 350m	65°	-11°	8.74	5.25	59°	-7°
14				350 × 350m	65°	+7°	11.99	5.49	60°	-7°
15				400 × 400m	75°	-54°	9.00	5.64	65°	-60°
16				350 × 400m	80°	+19°	7.63	5.58	98°	29°

Tableau C.8 : Effet du pendage non vertical de la source sur les résultats de la méthode MHM.

N°	Paramètres IGRF	Angle de pendage de la source en (°)	Paramètres VAT estimés par la méthode MHM			Résultats du VAT après correction		Paramètres du modèle
			I_{vat} (°)	D_{vat} (°)	Deg_{sym_i}	Deg_{sym}	$I_{VAT_{cor}}$	
1	$T_0 = 58200nT$	15-sud	55°	-9°	7.57	0.78	63°	Cylindre Vertical Diamètre : 300m h = 60m. H = 2500m. k = 0.0094 SI. Koenig. Q = 0. (sans rémanence)
2		14-sud	56°	-9°	7.49	0.78	64°	
3		12-sud	58°	-10°	7.32	0.75	65°	
4		10-sud	60°	-10°	7.14	0.62	67°	
5		8-sud	62°	-11°	6.94	0.51	69°	
6		6-sud	64°	-12°	6.72	0.41	71°	
7		4-sud	67°	-13°	6.48	0.34	73°	
8		2-sud	69°	-15°	6.23	0.32	75°	
9		1-sud	70°	-15°	6.10	0.33	76°	
10		0	72°	-16°	4.81	1.49	77°	
11	Inc = 77° Dec = -17°	1-nord	72°	-17°	5.81	0.40	78°	
12		2-nord	73°	-19°	5.66	0.46	79°	
13		4-nord	75°	-22°	5.35	0.63	81°	
14		6-nord	77°	-26°	5.02	0.80	82°	
15		8-nord	79°	-31°	4.67	0.94	84°	
16		10-nord	81°	-40°	4.31	1.38	86°	
17		12-nord	83°	-53°	3.93	1.84	87°	
18		14-nord	83°	-74°	3.53	2.36	86°	
19		15-nord	84°	-86°	3.33	2.55	86°	

Annexe D

Calcul des dérivées partielles de la Jacobienne [A] de l'inversion-I

- La dérivée partielle par rapport à l'intensité de l'aimantation totale correspond à la forme normalisée de l'expression (3.1.1) :

$$\frac{\partial F(x_i, y_i)}{\partial J_{tot}} = F(x_i, y_i) / J_{tot} .$$

- Les dérivées partielles de $F(x_i, y_i)$ par rapport à l'inclinaison et la déclinaison de l'aimantation totale (I_m et D_m) modifient uniquement les cosinus de direction L , M et N . Donc,

$$\begin{aligned} L' &= \frac{\partial L}{\partial I_m} = -\sin I_m \cdot \cos D_m, & L'' &= \frac{\partial L}{\partial D_m} = -\cos I_m \cdot \sin D_m \\ M' &= \frac{\partial M}{\partial I_m} = -\sin I_m \cdot \sin D_m, & M'' &= \frac{\partial M}{\partial D_m} = \cos I_m \cdot \cos D_m \\ N' &= \frac{\partial N}{\partial I_m} = \cos I_m, & N'' &= \frac{\partial N}{\partial D_m} = 0. \end{aligned}$$

et les expressions complètes s'écrivent :

$$\frac{\partial F(x_i, y_i)}{\partial I_m} = 2\pi\alpha \cdot J_{tot} \left[(C' - A') I(1,0;0) - (E' - A') \cdot \frac{I(1,1;-1)}{r} - B' I(1,1;0) \right],$$

$$\frac{\partial F(x_i, y_i)}{\partial D_m} = 2\pi\alpha \cdot J_{tot} \left[-A'' \cdot I(1,0;0) - (E'' - A'') \cdot \frac{I(1,1;-1)}{r} - B'' I(1,1;0) \right],$$

avec

$$C' = nN',$$

$$A' = lL' \cdot \cos^2 \theta + (lM' + mL') \sin \theta \cos \theta + mM' \sin^2 \theta$$

$$E' = lL' \sin^2 \theta - (lM' + mL') \sin \theta \cos \theta + mM' \cos^2 \theta,$$

$$B' = (lN' + nL') \cos \theta + (mN' + nM') \sin \theta,$$

et

$$A'' = lL'' \cdot \cos^2 \theta + (lM'' + mL'') \sin \theta \cos \theta + mM'' \sin^2 \theta$$

$$E'' = lL'' \sin^2 \theta - (lM'' + mL'') \sin \theta \cos \theta + mM'' \cos^2 \theta,$$

$$B'' = (lN'' + nL'') \cos \theta + (mN'' + nM'') \sin \theta,$$

$$l = \cos I_0 \cdot \cos D_0,$$

$$m = \cos I_0 \cdot \sin D_0,$$

$$n = \sin I_0.$$

(I_0, D_0) et (I_m, D_m) représentent respectivement l'inclinaison et la déclinaison du champ géomagnétique et du vecteur de l'aimantation totale.

J_{tot} est l'intensité de l'aimantation totale.