

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

ETUDE D'UNE APPROCHE NOUVELLE POUR LA TOMOGRAPHIE PAR
MICRO-ONDES ET SON APPLICATION AU CANCER DU SEIN

LAURENT TRUCHETTI
INSTITUT DE GÉNIE BIOMÉDICAL
ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

MÉMOIRE PRÉSENTÉ EN VUE DE L'OBTENTION
DU DIPLÔME DE MAÎTRISE ÈS SCIENCES APPLIQUÉES
(GÉNIE BIOMÉDICAL)
DÉCEMBRE 2005



Library and
Archives Canada

Bibliothèque et
Archives Canada

Published Heritage
Branch

Direction du
Patrimoine de l'édition

395 Wellington Street
Ottawa ON K1A 0N4
Canada

395, rue Wellington
Ottawa ON K1A 0N4
Canada

Your file Votre référence

ISBN: 978-0-494-16862-2

Our file Notre référence

ISBN: 978-0-494-16862-2

NOTICE:

The author has granted a non-exclusive license allowing Library and Archives Canada to reproduce, publish, archive, preserve, conserve, communicate to the public by telecommunication or on the Internet, loan, distribute and sell theses worldwide, for commercial or non-commercial purposes, in microform, paper, electronic and/or any other formats.

The author retains copyright ownership and moral rights in this thesis. Neither the thesis nor substantial extracts from it may be printed or otherwise reproduced without the author's permission.

AVIS:

L'auteur a accordé une licence non exclusive permettant à la Bibliothèque et Archives Canada de reproduire, publier, archiver, sauvegarder, conserver, transmettre au public par télécommunication ou par l'Internet, prêter, distribuer et vendre des thèses partout dans le monde, à des fins commerciales ou autres, sur support microforme, papier, électronique et/ou autres formats.

L'auteur conserve la propriété du droit d'auteur et des droits moraux qui protègent cette thèse. Ni la thèse ni des extraits substantiels de celle-ci ne doivent être imprimés ou autrement reproduits sans son autorisation.

In compliance with the Canadian Privacy Act some supporting forms may have been removed from this thesis.

Conformément à la loi canadienne sur la protection de la vie privée, quelques formulaires secondaires ont été enlevés de cette thèse.

While these forms may be included in the document page count, their removal does not represent any loss of content from the thesis.

Bien que ces formulaires aient inclus dans la pagination, il n'y aura aucun contenu manquant.


Canada

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

Ce mémoire intitulé:

ETUDE D'UNE APPROCHE NOUVELLE POUR LA TOMOGRAPHIE PAR
MICRO-ONDES ET SON APPLICATION AU CANCER DU SEIN

présenté par: TRUCHETTI Laurent

en vue de l'obtention du diplôme de: Maîtrise ès sciences appliquées

a été dûment accepté par le jury d'examen constitué de:

M. SAVARD Pierre, Ph.D., président

M. GOUSSARD Yves, Ph.D., membre et directeur de recherche

M. LAURIN Jean-Jacques, Ph.D., membre et codirecteur de recherche

M. LESAGE Frédéric, Ph.D., membre

”On ne peut gagner à tous les coups,
mais on peut perdre à coup sûr”

Sagesse populaire

REMERCIEMENTS

Je tiens à remercier toutes les personnes qui m'ont soutenu et encouragé tout au long de cette maîtrise.

En particulier je remercie mes directeurs de recherche, messieurs Yves Goussard et Jean-Jacques Laurin, qui m'ont guidé, conseillé et qui ont fait preuve d'une très grande disponibilité à mon égard.

Je remercie les techniciens du laboratoire de Poly-grames : Steve Dubé, Jules Gauthier, et Roch Brassard pour leurs contributions techniques sans lesquelles la partie expérimentale n'aurait pu avoir lieu.

Merci aussi aux collègues du Laboratoire d'imagerie et d'optimisation numérique : David Gendron, Benoit Hamelin, Raphaël Guichard et Nathalie Menvielle ; ainsi qu'à ceux du laboratoire de Poly-Grames : Badr Omrane, Paul-André Barrière, Zacharia Ouairi et Jean-Sébastien Décarie. Je remercie Badr en particulier pour son soutien et son savoir-faire pour la partie expérimentale, David et Benoit pour m'avoir supporté quotidiennement durant deux ans. J'ai beaucoup apprécié cette équipe tant pour le soutien moral que pour la bonne humeur, j'ai ainsi passé deux années exceptionnelles à l'école Polytechnique.

Je tiens à remercier également mes amis et colocataires pour leur compagnie et les moments agréables qui ont rendu ce séjour au Québec inoubliable. Un merci tout particulier à Jean-Baptiste Couchoud et Eric Danneville pour ces deux ans de colocation. Merci aussi à Raphaël Gava, à qui j'avais promis une ligne dans ce mémoire.

Je remercie ceux aussi qui sont restés en France ou ailleurs pour leur soutien dans les moments difficiles.

Enfin un grand merci à mon frère et mes parents sans lesquels je n'aurais pu me rendre jusque là.

RÉSUMÉ

Ce mémoire porte sur la tomographie par micro-ondes appliquée au cancer du sein. Le système proposé pour étude est composé de deux plaques de verre qui viennent compresser le tissu, modélisé dans le cadre de ce projet par une plaque de caractéristiques électriques appropriées. L'ensemble est éclairé d'un côté par une antenne, qui sera précisée dans le cadre de ce mémoire. Un ensemble de récepteurs situés en aval de la deuxième plaque de verre permet de mesurer le champ électrique aux abords. Un ensemble d'inhomogénéités, modélisant les tumeurs, est incorporé dans le tissu.

Ce système a été modélisé en 2D avec la méthode dite des courants multifilamentaires, ou MFCM. C'est une technique d'équivalence qui donne de bons résultats à la fois en champs proches et en champs lointains et qui a déjà été utilisée pour modéliser des inhomogénéités dans des cylindres.

Cette méthode a permis la simulation des champs dans le système qui ont servi pour les techniques de reconstruction 2D. On a essayé deux techniques de reconstruction qui reposent sur la linéarité du système. Le champ créé par une tumeur est une perturbation du champ que l'on aurait avec un tissu sain. On suppose que ces perturbations se comportent linéairement. Après mise en équations du problème inverse sous ces hypothèses, on applique une régularisation avec fonction de pénalisation L_2L_1 sur un terme de différences finies. Un algorithme type Geman&Yang permet le calcul de la solution. Les performances de reconstruction sont comparées en fonction de la méthode de reconstruction et de différentes modalités d'éclairage. Plus particulièrement notre attention s'est portée sur les qualités de résolution et détection du système en fonction des éclairages choisis. Ces derniers varient en fonction des fréquences utilisées, des positions des sources et de la directivité du signal d'entrée.

Enfin dans une dernière étape, les hypothèses de reconstruction ont été validées

dans un cadre 3D sur un système réel. Une plaque de céramique de propriétés électriques adaptées remplace le tissu, les inhomogénéités sont formées à partir de solution d'acétone et d'eau.

L'ensemble de ces expérimentations nous permet de conclure sur la faisabilité de cette approche de tomographe par micro-ondes.

ABSTRACT

This thesis deals with microwave tomography. It is directly applied to breast cancer. The system studied here is composed of two glass plates which compress the breast tissue. The tissue is modeled with a plate of carefully chosen dielectric properties. The whole structure is illuminated on one side by an antenna, such as an open waveguide or a horn. On the other side, the electric near field is collected by an array of dipoles. Tumors are considered like inhomogeneous areas inside the tissue. This system has been modeled in 2D with the multi filament current method. This technique is an equivalent sources method which has been used for computing the field in inhomogeneous cylinders. It gives good results in both near and far fields. With this model, we compute the fields for the 2D reconstruction techniques. Here, we proposed two methods for reconstructing an unknown permittivity distribution. Both are based on a linearity assumption : if we consider a tumor in the tissue, it will disturb the field which would have been created if the tissue were sound, we assume that these disturbances behave in a linear way. After putting the inverse problem in matrix form under this hypothesis, a regularisation term was used with a L_2L_1 penalisation function applied on a finite difference term. The final estimation was computed with a Geman&Yang algorithm. We then compared the performances of the reconstruction with different antennas. We mainly focused on the resolution and the ability of detection of the system. The sources differ in frequency, position and directivity of the input signal.

Last but not least, the hypothesis of reconstruction, linearity, has been confirmed on a real 3D model. A sheet of ceramic with appropriate dielectric properties replaced the breast tissue, the tumors were made of a solution of water and acetone. All of these experimentations allow us to conclude on the feasibility of the proposed microwave tomography approach.

TABLE DES MATIÈRES

DÉDICACE	iv
REMERCIEMENTS	v
RÉSUMÉ	vi
ABSTRACT	viii
TABLE DES MATIÈRES	ix
LISTE DES FIGURES	xv
LISTE DES NOTATIONS ET DES SYMBOLES	xx
LISTE DES TABLEAUX	xxiii
CHAPITRE 1 INTRODUCTION	1
1.1 Problématique Générale	1
1.1.1 Qu'est ce que le cancer du sein	1
1.1.2 Mise en contexte	3
1.2 Objectifs	6
1.3 Structure du Mémoire	7
CHAPITRE 2 TOMOGRAPHIE PAR MICRO-ONDES : PRINCIPES GÉNÉ- NÉRAUX ET REVUE DE LITTÉRATURE	8
2.1 Principes généraux	8
2.1.1 Définition	8
2.1.2 Avantages et inconvénients	10
2.1.3 Mise en équations	12

2.1.3.1	Théorème des volumes équivalents	13
2.1.3.2	Application au cas réel	16
2.1.3.3	La méthode des moments	18
2.1.3.4	Discrétisation des équations intégrales	19
2.2	Revue de littérature	21
2.2.1	Différentes simplifications possibles des équations	21
2.2.1.1	Approximation de Born du premier ordre	21
2.2.1.2	Approximation de Rytov	22
2.2.1.3	Approximation de Born distordue	22
2.2.1.4	Formulation par les courants équivalents	23
2.2.1.5	Approximation 2D-3D	23
2.2.1.6	Synthèse	24
2.2.2	Résolution du problème direct	24
2.2.3	Résolution du problème inverse	26
2.2.3.1	Rappel sur la régularisation	26
2.2.3.1.1	Position du problème	26
2.2.3.1.2	Problèmes mal-posés et conditions d'Ha- damard	27
2.2.3.1.3	Conditionnement d'une matrice	28
2.2.3.1.4	La régularisation	30
2.2.3.1.5	Choix de fonctions de pénalisation	32
2.2.3.2	Résolution du problème inverse de TMO par régu- larisation de Tikhonov	35
2.2.3.2.1	Résolution directe des équations de TMO	35
2.2.3.2.2	Résolution sous contrainte linéaire	37
2.2.3.3	Régularisation Multiplicative	38
2.2.3.4	Méthode d'inversion des courants	39
2.2.3.5	Cadre probabiliste	41

2.2.3.6	Synthèse sur la régularisation	41
2.2.3.7	Algorithmes de résolution de problème inverse . .	42
2.2.3.7.1	Newton	42
2.2.3.7.2	Gauss-Newton	43
2.2.3.7.3	Quasi-Newton	43
2.2.3.7.4	Gradient Conjugué	44
2.2.3.7.5	Résolution algorithmique d'un cas convexe	45
2.2.3.7.6	Réseaux de Neurones	47
2.2.3.7.7	Algorithme Swarm	47
2.2.3.7.8	Synthèse sur les algorithmes	47
2.2.4	Montages et mesures	48
2.2.5	Contributions ponctuelles	50
2.3	Conclusion	52
CHAPITRE 3	SYSTÈME ET MÉTHODE PROPOSÉS	53
3.1	Choix de la structure du modèle	53
3.1.1	Concept général	53
3.1.2	Mesures en champs proches	56
3.2	Modélisation du système	57
3.3	Caractéristiques techniques	59
CHAPITRE 4	MODÉLISATION DU SYSTÈME PAR LA MÉTHODE DES COURANTS MULTIFILAMENTAIRES	63
4.1	Présentation et application de la MFCM sur diverses structures . .	64
4.1.1	Principe général	64
4.1.2	Principe et résultats généraux en géométrie cylindrique . . .	65
4.1.2.1	Forme analytique	65
4.1.2.2	Forme matricielle	71
4.1.2.3	Généralisation	76

4.1.3	Application à un système de plaques de grande taille	83
4.1.3.1	Forme analytique et matricielle	83
4.1.4	Influence des paramètres principaux	88
4.1.4.0.1	Nombre de filaments	88
4.1.4.0.2	Nombre de points frontières	90
4.1.4.0.3	Distance des filaments	93
4.1.4.0.4	Effets de bords	95
4.2	Vérification des modèles précédents à partir de la théorie des lignes de transmission	96
4.3	Application à notre système	101
4.3.1	Modèle de base	102
4.3.2	Elargissement du modèle proposé à différents types de sources	110
4.4	Conclusion	113
CHAPITRE 5	RECONSTRUCTION TOMOGRAPHIQUE	114
5.1	Modèle de construction des données	114
5.1.1	Modèle de formation des mesures sous hypothèse linéaire . .	115
5.1.2	Modèle de formation des mesures sous hypothèses linéaire et invariant par translation	117
5.2	Régularisation des problèmes inverses	121
5.2.1	Estimation des RI	122
5.2.2	Régularisation du problème de reconstruction	124
5.2.3	Algorithme de minimisation d'un critère L_2L_1	127
5.3	Conclusion	131
CHAPITRE 6	RÉSULTATS OBTENUS SUR PLUSIEURS CONFIGURA- TIONS ET SOLUTION RETENUE	132
6.1	Validation des hypothèses de reconstruction	133
6.1.1	Linéarité du système	134

6.1.2	Invariance par translation	135
6.2	Validation des sources d'éclairage utilisées	139
6.2.1	Configuration avec onde plane à 2,45GHz	139
6.2.2	Configuration avec onde plane à 900MHz	141
6.2.3	Configuration avec sources filamenteuses à 2,45GHz	143
6.2.3.1	Variation de la position de la source	144
6.2.3.2	Éclairage avec deux sources filamenteuses	145
6.2.4	Synthèse sur les sources d'éclairage	148
6.3	Influence et choix des paramètres de régularisation	149
6.3.1	Influence de λ	150
6.3.2	Influence de δ	152
6.3.3	Influence de ν_0, ν_1, ν_2	153
6.4	Résultats de reconstruction	155
6.4.1	Brève présentation de la série de tests à faire valider	155
6.4.2	1 ^{er} cas : onde plane 2,45GHz	156
6.4.2.1	Résultats de reconstruction de la série de tests 1	156
6.4.3	2 ^{ieme} cas : onde plane 900MHz	157
6.4.3.1	Résultats de reconstruction de la série de tests1	158
6.4.4	3 ^{ieme} cas : ondes planes 2,45GHz et 900MHz	159
6.4.4.1	Résultats de reconstruction de la série de tests 1	159
6.4.4.2	Résultats de reconstruction de la série de tests 2	160
6.4.5	4 ^{ieme} cas : sources filamenteuses 2,45GHz	161
6.4.5.1	Résultats de reconstruction de la série de tests 1	162
6.4.5.2	Résultats de reconstruction de la série de tests 2	163
6.4.6	5 ^{ieme} cas : sources filamenteuses à 2,45GHz et à 900MHz	165
6.4.6.1	Résultats de reconstruction de la série de tests 1	165
6.4.6.2	Résultats de reconstruction de la série de tests 2	166
6.4.6.3	Résultats de reconstruction de la série de tests 3	167

6.4.6.4	Résultats de reconstruction de la série de tests 4	169
6.4.7	6 ^{ieme} cas : Combinaison des différents cas précédents	172
6.5	Conclusion	173
CHAPITRE 7 VALIDATION SUR UN SYSTÈME RÉEL 3D		174
7.1	Présentation du système réel et du système de mesure	174
7.2	Résultats obtenus avec le système réel	177
7.2.1	Restrictions dues au système de mesure	178
7.2.2	Linéarité du système	180
7.2.3	Invariance par translation	183
7.2.4	Influence de la profondeur	183
7.3	Conclusion	185
CONCLUSION & RECOMMANDATIONS		187
RÉFÉRENCES		190

LISTE DES FIGURES

FIG. 1.1	Coupe d'un sein, image tirée du site : www.doctissimo.fr . . .	2
FIG. 1.2	Phénomène de dispersion : le système est éclairé par une antenne du réseau. Quand l'onde incidente percute la tumeur plusieurs ondes sont émises dans des directions différentes . . .	6
FIG. 2.1	Système classiquement utilisé en tomographie micro-ondes . . .	9
FIG. 2.2	Phénomène de dispersion : le système est éclairé par une antenne du réseau. Quand l'onde incidente percute la tumeur plusieurs ondes sont émises dans des directions différentes . . .	12
FIG. 2.3	Théorème du volume équivalent	15
FIG. 2.4	Théorème du volume équivalent suite	16
FIG. 2.5	Représentation du problème de TMO	17
FIG. 2.6	Allure de différentes fonctions de pénalisation courantes (en rouge) comparées à la fonction quadratique (en bleu)	34
FIG. 3.1	Effet de l'épaisseur traversée sur la diffraction	55
FIG. 3.2	Illustration de l'information des champs proches	57
FIG. 3.3	Représentation du modèle 3D	57
FIG. 3.4	Représentation du modèle 2D	59
FIG. 3.5	Maillage du système	62
FIG. 4.1	Coupe d'un cylindre infini dans un milieu quelconque	66
FIG. 4.2	Disposition des filaments pour le calcul du champ dans un cylindre homogène	66
FIG. 4.3	Equivalents de chacune des deux régions	67
FIG. 4.4	Champs obtenus par la méthode MFCM dans un cylindre homogène	76
FIG. 4.5	Plan de coupe d'un emboîtement de deux cylindres	77

FIG. 4.6	Répartition des sources filamenteuses dans le cas d'un emboîtement de cylindres	78
FIG. 4.7	Différences des champs aux conditions frontières, obtenues par la méthode MFCM, dans un emboîtement de cylindres homogènes	81
FIG. 4.8	Champs obtenus par la méthode MFCM dans un emboîtement de cylindres homogènes	82
FIG. 4.9	Géométrie du modèle de mammographe, coupe transversale	84
FIG. 4.10	Placement des filaments dans le système de plaques	85
FIG. 4.11	Logarithme du module de la matrice des fonctions de Green, cas sans tumeur	87
FIG. 4.12	Comparaison de l'effet du nombre de filaments dans la méthode MFCM	90
FIG. 4.13	Comparaison de l'effet du nombre de points frontières dans la méthode MFCM	92
FIG. 4.14	Comparaison de l'effet de la distance des filaments à la frontière dans la méthode MFCM	94
FIG. 4.15	Illustrations des ondes réfléchies et transmises dans un milieu multicouches	97
FIG. 4.16	Equivalent sous forme de lignes de transmission d'un système monoplaque	97
FIG. 4.17	Equivalent sous forme de lignes de transmission du système à 3 plaques	99
FIG. 4.18	Module du champ E obtenu dans tout le domaine dans le cas d'un éclairage par onde plane	101
FIG. 4.19	Géométrie du système avec une tumeur	103
FIG. 4.20	Logarithme du module de la matrice des coefficients de Green lors de la présence d'une tumeur	104

FIG. 4.21	Logarithme du module de la matrice des coefficients de Green lors de la présence de deux tumeurs	104
FIG. 4.22	Contribution des filaments au champ $\mathbf{E}$	108
FIG. 4.23	Comparaison des champs obtenus avec ou sans incorporation de la solution analytique	109
FIG. 4.24	Module du champ $\mathbf{E}$ créé par une tumeur en sortie dans le cas avec solution analytique et du bruit	110
FIG. 4.25	Module du champ $\mathbf{E}$ créé par une tumeur en sortie dans le cas sans solution analytique et du bruit	110
FIG. 4.26	Module du champ $\mathbf{E}$ obtenu dans tout le domaine dans le cas d'une source filamenteuse située loin des plans	112
FIG. 4.27	Module du champ $\mathbf{E}$ obtenu dans tout le domaine dans le cas d'une source filamenteuse située à $\frac{\lambda_0}{10}$ de la structure	112
FIG. 5.1	Maillage du système	115
FIG. 5.2	Modèle de formation des mesures, méthode 1	116
FIG. 5.3	Modèle de formation des mesures, méthode 2	119
FIG. 5.4	Fonction Φ	125
FIG. 6.1	Test de la linéarité du système	135
FIG. 6.2	Test d'invariance par translation des RI : position du maxi- mum de la RI selon la position de la tumeur dans la couche, les unités des abscisses et ordonnées sont les indices de posi- tion selon x	137
FIG. 6.3	RI des couches 1 et 6, 3 positions par couches $-\lambda, 0, \lambda$	138
FIG. 6.4	Influence de l'épaisseur des plaques de verre sur la configu- ration 1	141
FIG. 6.5	Module du champ $\mathbf{E}$ obtenu à une fréquence de 900MHz	142
FIG. 6.6	Module du champ $\mathbf{E}$ dans la configuration 3	143
FIG. 6.7	Translation d'une source filamenteuse le long de l'axe x	144

FIG. 6.8	Effets du déphasage relatif entre deux sources filamenteuses .	146
FIG. 6.9	Effets d'une variation d'amplitude relative entre deux sources filamenteuses	147
FIG. 6.10	Influence de λ sur la reconstruction, méthode 2. La position de l'inhomogénéité est indiquée par un rectangle noir	151
FIG. 6.11	Influence de δ sur la reconstruction, méthode 2. La position de l'inhomogénéité est indiquée par un rectangle noir	152
FIG. 6.12	Comparaison des différents paramètres du modèle de diffé- rences premières. La position de l'inhomogénéité est indiquée par un rectangle noir	154
FIG. 6.13	Résultats de la série de tests 1, configuration d'éclairage 1 .	157
FIG. 6.14	Résultats de la série de tests 1, configuration d'éclairage 2 .	158
FIG. 6.15	Résultats de la série de tests 1, configuration d'éclairage 3 .	160
FIG. 6.16	Résultats de la série de tests 2, configuration d'éclairage 3 .	161
FIG. 6.17	Résultats de la série de tests 1, configuration d'éclairage 4 .	163
FIG. 6.18	Résultats de la série de tests 2, configuration d'éclairage 4 .	164
FIG. 6.19	Résultats de la série de tests 1, configuration d'éclairage 5 .	166
FIG. 6.20	Résultats de la série de tests 2, configuration d'éclairage 5 .	167
FIG. 6.21	Résultats de la série de tests 3, configuration d'éclairage 5 .	168
FIG. 6.22	Résultats de la série de tests 4 : 5 tumeurs distribuées aléa- toirement, configuration d'éclairage 5	170
FIG. 6.23	Résultats de la série de tests 4 : 10 tumeurs distribuées aléa- toirement, configuration d'éclairage 5	171
FIG. 6.24	Résultats de la série de tests 4, configuration d'éclairage 6 .	172
FIG. 7.1	Schéma des plaques de céramique	175
FIG. 7.2	Schéma du système de mesure	176
FIG. 7.3	Photos du montage	177
FIG. 7.4	Champs à vide, cas réel	179

FIG. 7.5	Champs diffusés par une tumeur avec 1 ou 2 plaques de céramique	180
FIG. 7.6	Linéarité du système, cas réel	182
FIG. 7.7	Effet de la permittivité sur la réponse, cas réel : $\epsilon = 40$ en vert, $\epsilon = 55$ en rouge, $\epsilon = 70$ en bleu	182
FIG. 7.8	Invariance par translation, cas réel	183
FIG. 7.9	Influence de la profondeur, cas réel	185

LISTE DES NOTATIONS ET DES SYMBOLES

Abréviations usuelles

2D	Bidimensionnel
3D	Tridimensionnel
FDTD	Finite domain time difference
GR	Geman & Reynolds
GY	Geman & Yang
MFCM	Multi filament current method
MoM	Méthode des moments
OST	Objet sous test
Ox	Axe Ox
Oy	Axe Oy
Oz	Axe Oz
RI	Réponses impulsionnelles
SUT	System under test
TMO	Tomographie par micro-ondes
TrX	Tomographie à rayons X

Notations liées à l'électromagnétisme

$\mathbf{A}$	Potentiel vecteur magnétique
β	Nombre d'ondes en propagation libre
c_i	couche i de la céramique de la maquette
C_i	Couche i du tissu du modèle
$\mathbf{E}_m$	Vecteur champ électrique du milieu m
$\mathbf{E}_{inc}$	Vecteur champ électrique incident
$\mathbf{E}_{total}$	Vecteur champ électrique total
$\mathbf{E}_s$	Vecteur champ électrique diffusé
ϵ_m	Permittivité électrique du milieu m
η_m	Impédance caractéristique du milieu m
$G_V(\mathbf{r} - \mathbf{r}')$	Fonction de Green associée au volume V
$\mathbf{G}_0$	Matrice d'observation
$\mathbf{G}_c$	Matrice de couplage
$\mathbf{H}_m$	Vecteur champ magnétique du milieu m
$\mathbf{H}_{inc}$	Vecteur champ magnétique incident
$\mathbf{H}_{total}$	Vecteur champ magnétique total
$\mathbf{H}_s$	Vecteur champ diffusé
$H_i^{(2)}$	Fonction d'Hankel de seconde espèce
I_{mi}	Coefficient de la source filamenteuse i du milieu m
$\mathbf{J}$	Vecteur courant électrique
$\mathbf{J}_{eq}$	Vecteur courant électrique équivalent
κ_m	Nombre d'ondes du milieu m
λ_m	Longueur d'onde du milieu m

$\mathbf{M}$	Vecteur courant magnétique
$\mathbf{M}_{eq}$	Vecteur courant magnétique équivalent
μ_m	Perméabilité magnétique du milieu m
$\mathbf{r}$	Vecteur position
ρ_{mi}	Distance entre le point le frontière m et le filament i
R	Coefficient de réflexion
T	Coefficient de transmission
ω	pulsation
χ	Contraste

Notations liées aux problèmes inverses

$\mathbf{D}^{(i)}$	Matrice de différence première selon l'axe i
$\mathbf{D}_k^{(i)}$	Matrice de différence première de la couche k selon l'axe i
δ	Paramètre de la fonction de pénalisation
$\mathbf{h}$	Vecteur réponse impulsionnelle
$\mathbf{H}$	Matrice des RI
J	Critère de régularisation
K	Critère de régularisation augmenté
Φ	Fonction de pénalisation
Ψ	Fonction de pénalisation
λ	Paramètre de régularisation
ν_m	Paramètre de régularisation des différences premières
$\mathbf{x}$	Vecteur distribution de permittivité
$\mathbf{X}$	Matrice de la distribution de permittivité
$\mathbf{y}$	Vecteur de mesures

LISTE DES TABLEAUX

TAB. 6.1	Tableau des coordonnées des frontières selon Oy	133
TAB. 6.2	Tableau des coordonnées du tissu selon Oy en fonction de l'épaisseur de verre pour une fréquence de 2,45GHz	139

CHAPITRE 1

INTRODUCTION

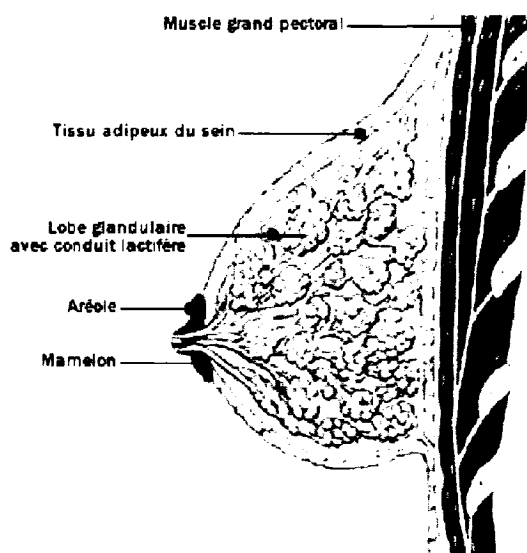
1.1 Problématique Générale

1.1.1 Qu'est ce que le cancer du sein

Le corps humain est composé de plusieurs millions de cellules, chacune contient des gènes régissant son bon fonctionnement. De temps en temps un groupe anormal de cellules apparaît et se développe dans le corps, on le nomme tumeur. Il existe deux types de tumeurs :

- bénigne : la tumeur reste locale, le plus souvent non mortelle.
- maligne : elle envahit les tissus avoisinants, le plus souvent en commençant par la lymphe. On appelle métastases les tumeurs qui se sont propagées.

Dans le sein ces tumeurs peuvent se développer dans plusieurs régions. Le sein est constitué de plusieurs glandes mammaires qui se regroupent en lobules. C'est dans ces glandes que le lait est fabriqué. Les canaux galactophores transportent le lait jusqu'au mamelon. Des couches de tissus adipeux servent à la protection des canaux et des glandes. Une coupe d'un sein est représentée à la figure 1.1.



Coupe d'un sein

FIG. 1.1 Coupe d'un sein, image tirée du site : www.doctissimo.fr

Généralement le cancer du sein naît dans les canaux galactophores. On parle alors d'adénocarcinomes canauxiaux. S'il apparaît dans les lobules, il s'agit d'adénocarcinomes lobulaires. S'il est dépisté à ce stade initial, il est dit *in situ*, et le risque de propagation une fois les tumeurs enlevées est nul. Ce traitement est nommé tumorectomie ou ablation des tumeurs. Si le cancer est devenu envahissant, d'autres traitements peuvent être envisagés entre autres :

- mastectomie : ablation du sein dans sa totalité.
- radiothérapie locorégionale : irradiation des tumeurs par des rayons X à haute énergie.
- chimiothérapie : traitement par médicaments
- hormonothérapie : traitement hormonal dans le cas de tumeurs dont le statut de récepteurs aux oestrogènes et progestérones est positif.

Plus le cancer sera détecté tôt, et moins les traitements seront lourds pour la patiente et plus les risques de rechute seront faibles.

1.1.2 Mise en contexte

Selon le dernier rapport publié conjointement par la Société canadienne du cancer et l'Institut national du cancer du Canada, en collaboration avec l'Agence de santé au Canada et Statistiques Canada (Canada, 2005), on dénombrera en 2005 72 800 nouveaux cas de cancer chez la femme et un peu moins de 33 000 décès. Les cancers sont la cause principale de décès dans la population canadienne devant les maladies cardiaques. Parmi tous les types et sièges possibles du cancer, le cancer du sein fait partie des trois types de cancer les plus mortels chez la femme responsable de 5 300 décès par an ; derrière le cancer du poumon avec 8 300 décès par an et devant le cancer colorectal à un peu plus de 4 000 décès par an. C'est environ 4 fois plus de décès que le quatrième type de cancer le plus mortel. On estime d'ailleurs qu'environ 1% des femmes ont survécu à un cancer du sein diagnostiqué au cours des 15 dernières années. Le cancer du sein se situe donc parmi les maladies les plus mortelles de la population canadienne. Les conclusions de ce rapport sont transposables aux autres pays développés. Il s'agit du cancer le plus décelé, en partie grâce au dépistage de plus en plus précoce : deux fois plus d'occurrences détectées que le cancer du poumon, qui se situe au 2^{ième} rang des incidences. On dénombre 21 200 dépistages par an pour le cancer du sein contre 10 200 pour celui du poumon. Comme mentionné, le dépistage précoce est actuellement le moyen le plus efficace pour lutter contre le cancer du sein, car il limite le taux de rechute et la lourdeur des traitements.

Il existe actuellement plusieurs manières de dépister un cancer du sein. On peut citer la palpation qui peut être effectuée par la patiente ou par un médecin ; elle

consiste à rechercher la présence de tumeurs en pressant manuellement le sein. La biopsie est une technique invasive qui permet d'établir un diagnostic exact des tissus. Elle nécessite le prélèvement de cellules afin de les examiner au microscope pour déterminer leurs caractéristiques : cancéreuses ou pas, rapidité de propagation par exemple. Toutefois ces techniques se révèlent inadaptées pour la détection précoce que ce soit à cause des limites physiques de la palpation ou de la lourdeur du protocole dans le cas d'une biopsie. Cette dernière est le plus souvent utilisée pour confirmer et affiner les résultats d'un premier dépistage. En sus de ces pratiques, les mammographies se sont affirmées comme les plus adaptées au dépistage précoce par leur côté relativement non invasif et une bonne précision de détection. Selon le site de la Fédération nationale des centres de lutte contre le cancer, une mammographie est une projection sur une surface plane d'un volume et d'une structure complexe en vue du diagnostic des tumeurs mammaires.

Certaines des modalités d'imagerie que l'on va énumérer ici sont basées sur le concept de tomographie. Il s'agit d'imager non pas une projection d'un corps irradié comme en radiographie mais des coupes transversales de ce corps. Plusieurs mesures autour du corps à étudier sont nécessaires pour la reconstruction du milieu. Suivant les techniques, le paramètre physiologique imagé varie.

Actuellement les modalités les plus employées sont :

- la plus courante : la mammographie à rayon X, bien que coûteuse et encombrante, elle permet une très bonne résolution et donc une détection précoce des tumeurs, la longueur d'onde usuelle étant de l'ordre du nanomètre. Toutefois elle expose les patientes à des rayonnements ionisants dangereux pour le corps, et requiert donc des précautions constantes lors de son utilisation. Elle nécessite une certaine compression des seins qui peut causer de l'inconfort lors de l'intervention. Il s'agit d'une simple méthode d'une seule projection.

- l'imagerie par résonnance magnétique se développe aussi. Plus coûteuse et encombrante que l'imagerie par rayon X, elle permet des résolutions d'images sans comparaison. Elle est souvent utilisée pour confirmer les résultats d'une première détection en lieu et place d'une biopsie.
- les techniques d'échographie, scintimammographie, et de tomographie par émission de positons sont, elles, en voie de développement et plutôt réservées à la détection d'autres maladies du sein que le cancer.
- la tomographie par micro-ondes. Il s'agit d'une modalité très récente qui a émergé il y a une dizaine d'années. Encore au stade de développement, elle a l'avantage d'utiliser des rayonnements non-ionisants et d'être caractérisée par un coût relativement faible en comparaison des autres modalités. Malheureusement, la gamme fréquentielle des micro-ondes limite sa capacité de résolution. De plus c'est aussi une imagerie dite de diffraction. Les différents corps vont rayonner un champ se dispersant dans tout le milieu lors de l'éclairage par un champ incident (voir figure 1.2). Ceci rend la reconstruction plus problématique. Cependant la recherche dans les outils mathématiques de reconstruction d'images permet de compenser ces difficultés.

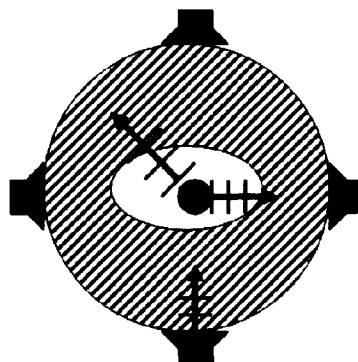


FIG. 1.2 Phénomène de dispersion : le système est éclairé par une antenne du réseau. Quand l'onde incidente percute la tumeur plusieurs ondes sont émises dans des directions différentes

1.2 Objectifs

Un des objectifs de ce projet est de synthétiser les différentes approches utilisées en tomographie par micro-ondes. Cette synthèse doit permettre de définir une approche nouvelle pour ce type de tomographie et d'en faire une étude de faisabilité.

Une fois ce système défini, il sera possible de le modéliser dans un cas bidimensionnel. Différentes options du système pourront être alors validées en fonction de la qualité des images reconstruites.

Finalement, le comportement du système sera confirmé sur une maquette tridimensionnelle qui permettra de vérifier le bien fondé de notre approche.

1.3 Structure du Mémoire

Le présent rapport est structuré en six chapitres. Le deuxième chapitre est consacré à la formulation des équations régissant le problème de tomographie par micro-ondes ainsi qu'à une recherche bibliographique sur l'état de l'art. Les relations et les fondements théoriques menant aux équations y sont décrits. Elles sont suivies par un exposé des questions méthodologiques et pratiques associées à la tomographie par micro-ondes.

Au chapitre 3, nous présentons la solution retenue afin de répondre aux problématiques soulevées. Le chapitre 4 expose la méthode de simulation des champs que l'on a utilisée pour le modèle direct. Partant d'une coupe du modèle élaboré, on aborde tout d'abord cette technique dans un cas simple mais néanmoins utile dans la modélisation finale, puis on introduit la généralisation au modèle dans son ensemble. Le chapitre 5 traite lui de deux méthodes de reconstruction envisagées qui reposent sur l'hypothèse de linéarité du système. Dans le chapitre 6 les résultats de simulations obtenus sont exposés et on répond aux questions soulevées dans le cadre du projet. Finalement au chapitre 7, la validité des hypothèses effectuées est vérifiée sur une maquette 3D.

CHAPITRE 2

TOMOGRAPHIE PAR MICRO-ONDES : PRINCIPES GÉNÉRAUX ET REVUE DE LITTÉRATURE

Ce chapitre a pour but de présenter la tomographie par micro-ondes (TMO) ainsi que de décrire de la façon la plus exhaustive possible les techniques et méthodes qui s'y rattachent. Dans une première partie, le problème de TMO sera défini et mis en équations. Dans une seconde partie, les approximations possibles du problème de TMO seront exposées. Viendront ensuite les méthodes de modélisation du problème direct, juste avant les techniques de résolution du problème inverse. Enfin une dernière section présentera les différents appareils tomographiques ainsi que quelques contributions isolées portant sur des aspects particuliers de la TMO.

2.1 Principes généraux

2.1.1 Définition

La tomographie par micro-ondes étudie les caractéristiques diélectriques, permittivité et conductivité, d'un milieu. Ces propriétés diélectriques sont des caractéristiques physiques intrinsèques du milieu. En temps normal la connaissance de ces paramètres permet de prédire les champs électromagnétiques. En tomographie on s'intéresse au processus inverse : on veut reconstruire la distribution de permittivité-conductivité d'un milieu par des mesures du champ. Pour le réaliser, l'objet ou milieu à imager, dénommé OST (objet sous test), est éclairé par une source micro-ondes. Les micro-ondes sont des ondes électromagnétiques de fréquences comprises

entre 300MHz et 30GHz, c'est-à-dire pour des longueurs d'ondes entre 10mm et 1m. Le champ diffusé par le milieu est recueilli par un ensemble d'antennes situées à proximité. Le plus souvent lors des mesures, ce champ est superposé au champ incident et parfois au champ réfléchi.

Dans le contexte biomédical, le système de mesures (voir figure 2.1) impose le plus souvent que l'OST soit plongé dans un liquide. Ce dernier se doit d'avoir des caractéristiques diélectriques analogues à l'OST. En effet, comme toute onde électromagnétique, à l'interface entre deux milieux les micro-ondes vont être soumises à un jeu de réflexion-transmission de l'onde. Une faible différence de permittivité entre les milieux permet d'assurer qu'un maximum d'énergie pénètre dans le milieu et donc l'illumine. Les réflexions à l'interface entre l'OST et le milieu ambiant en seront diminuées. La résolution du problème est facilitée par l'illumination de l'OST sous différentes incidences. Généralement, l'ensemble des antennes est utilisé en réception et transmission : tour à tour une antenne émet alors que les autres captent les champs diffusés.

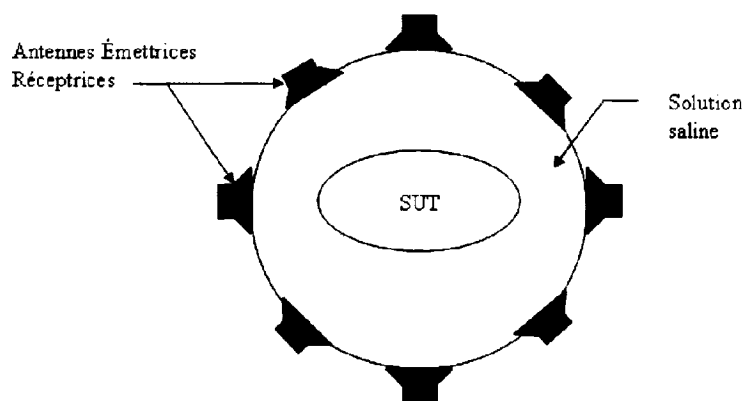


FIG. 2.1 Système classiquement utilisé en tomographie micro-ondes

2.1.2 Avantages et inconvénients

Le système de mammographie le plus couramment utilisé étant la tomographie par rayon X (TrX), les avantages et inconvénients de la TMO seront plus particulièrement comparés à cette modalité dominante.

L'ionisation est le principal défaut des systèmes de mammographie à rayon X. Elle empêche de procéder à des dépistages fréquents car elle est néfaste aux tissus soumis au rayonnement et donc à la santé des patientes. Contrairement à l'imagerie rayon X, l'application de micro-ondes à un tissu ne l'ionise pas. De ce point de vue, il apparaît que la TMO semble plus sécuritaire que la tomographie à rayon X. Elle permettrait un dépistage plus fréquent, donc un meilleur suivi des patientes sans atteinte à leur santé. On rappelle qu'un dépistage précoce est la meilleure façon de lutter contre le cancer.

L'autre principale différence entre TMO et TrX est la caractéristique imagée : en TMO ce sont les propriétés diélectriques des tissus, en TrX leur densité. Cette dernière ne dépend pas de l'état physiologique du tissu (Semenov et al., 1996). Au contraire les caractéristiques diélectriques d'un corps dépendent de nombreux paramètres physiologiques et pathologiques (Gabriel et al., 1996a; Gabriel et al., 1996b; Gabriel et al., 1996c; Joines et al., 1994). La température, la concentration en sang ou en oxygène d'un tissu, affectent les caractéristiques diélectriques, et peuvent donc être imagées par la TMO, là où la TrX en est incapable. Ce plus large ensemble d'applications de la TMO ouvre la porte à de nombreux concepts (Semenov et al., 1996; Karanasiou et al., 2004) comme l'utilisation des micro-ondes pour imager la température d'un corps (Fang et al., 2004b) pour fournir une aide à des opérations d'ablation par chauffage de tumeurs (Semenov et al., 1996).

Ce lien fondamental entre caractéristiques physiologiques et propriétés électriques

apparaît encore plus fortement dans les variations de permittivité entre tissu sain et tissu cancéreux. En comparaison, en TrX, le contraste entre tissu sain et cancéreux est faible. Selon (Semenov et al., 1996), le contraste de permittivité entre un myocarde sain et un myocarde gras est d'environ 10, alors qu'en TrX il plafonne à 2%. Ce faible contraste explique la difficulté des appareils de TrX à détecter des tumeurs à un stade précoce (Liu et al., 2002). Il entraîne un haut niveau de faux positifs. Le fort contraste, environ 2,6 pour les tissus mammaires, disponible en TMO pourrait permettre à la fois de baisser ce taux de faux positifs et d'augmenter les détections précoces. La TMO pourrait de plus, d'après (Liu et al., 2002), s'avérer plus efficace que la TrX pour détecter des tumeurs situées près de l'aisselle ou de la poitrine.

En outre la TMO est une technique non-invasive contrairement aux biopsies. Qui plus est, les montages proposés par la majorité des équipes de recherche ne compressent pas le sein non plus, ce qui est bien évidemment un gain de confort pour la patiente. Enfin la TMO est d'un coût bien moindre que la TrX ou que les appareils à résonnance magnétique, elle pourrait donc disposer d'une meilleure accessibilité dans les cliniques et hôpitaux.

La TMO comporte cependant deux désavantages majeurs. La résolution d'un appareil d'imagerie est fonction de sa longueur d'onde. En TMO les longueurs d'ondes utilisées sont de l'ordre de quelques centimètres à quelques dizaines de centimètres. Les longueurs d'ondes associées aux rayons X sont de l'ordre du nanomètre. La TMO ne pourra donc jamais rivaliser avec la résolution intrinsèque des systèmes à rayons X (Bertero and Mol, 1981). Cependant, certains travaux (Liu et al., 2002; Omrane, 2005) suggèrent qu'il est possible de descendre la résolution en dessous de la longueur d'onde, jusqu'à quelques millimètres. La taille maximale des tumeurs opérables étant de cet ordre de grandeur, cela serait suffisant pour nos applications.

Le deuxième problème de la tomographie micro-ondes vient de la diffusion des

champs qui est non négligeable. Comme il a été abordé dans l'introduction, les différents corps d'un milieu vont rayonner un champ qui se propage dans toutes les directions (figure 2.2). Conséquemment, les équations à résoudre sont fortement non linéaires. Ces équations seront développées dans la prochaine section.

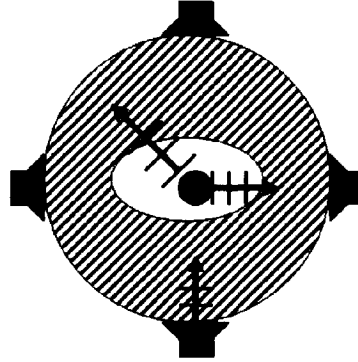


FIG. 2.2 Phénomène de dispersion : le système est éclairé par une antenne du réseau. Quand l'onde incidente percute la tumeur plusieurs ondes sont émises dans des directions différentes

2.1.3 Mise en équations

Dans cette partie, on rappelle les équations électromagnétiques intégrales régissant les problèmes de TMO. Il s'agit d'en obtenir une représentation matricielle pour une utilisation numérique. A cette fin il est nécessaire d'utiliser le théorème des volumes équivalents, sa preuve est fournie ici en s'inspirant des démonstrations de (Balanis, 1989) et (Stutzman and Thiele, 2004).

2.1.3.1 Théorème des volumes équivalents

Supposons un milieu homogène V de permittivité complexe ϵ_0 et de perméabilité μ_0 dans lequel des sources de courants électriques $\mathbf{J}$ et magnétiques $\mathbf{M}$ génèrent des champs électromagnétiques $\{\mathbf{E}_0, \mathbf{H}_0\}$ (figure 2.3.a). Les lois de Maxwell s'expriment par :

$$\nabla \times \mathbf{E}_0 = -\mathbf{M} - j\omega\mu_0\mathbf{H}_0 \quad (2.1)$$

$$\nabla \times \mathbf{H}_0 = \mathbf{J} + j\omega\epsilon_0\mathbf{E}_0 \quad (2.2)$$

où ω est la pulsation. Les équations (2.1) et (2.2) sont appelées respectivement loi de Faraday et loi d'Ampère généralisées.

Introduisons maintenant dans ce milieu V un matériau différent pouvant être inhomogène V_2 (figure 2.3.b). Les propriétés électriques du domaine V sont désormais : permittivité complexe $\epsilon(\mathbf{r})$ et perméabilité $\mu(\mathbf{r})$, noté simplement par la suite : ϵ, μ . Les nouveaux champs $\{\mathbf{E}, \mathbf{H}\}$ dans le milieu V satisfont les équations de Maxwell :

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\mathbf{M} - j\omega\mu\mathbf{H} \quad (2.3)$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} + j\omega\epsilon\mathbf{E} \quad (2.4)$$

Soustrayons ces deux ensembles d'équations (2.4-2.2) :

$$\nabla \times (\mathbf{E} - \mathbf{E}_0) = -j\omega(\mu\mathbf{H} - \mu_0\mathbf{H}_0) \quad (2.5)$$

$$\nabla \times (\mathbf{H} - \mathbf{H}_0) = j\omega(\epsilon\mathbf{E} - \epsilon_0\mathbf{E}_0) \quad (2.6)$$

Introduisons alors la notion de champs diffusés $\{\mathbf{E}_s, \mathbf{H}_s\}$, en les définissant par :

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 + \mathbf{E}_s \quad (2.7)$$

$$\mathbf{H} = \mathbf{H}_0 + \mathbf{H}_s \quad (2.8)$$

Physiquement, ces champs $\{\mathbf{E}_s, \mathbf{H}_s\}$ s'interprètent comme étant l'influence de la présence du nouveau matériau sur les champs originaux $\{\mathbf{E}_0, \mathbf{H}_0\}$. Ces perturbations se superposent aux champs incidents produits par les sources de courant $\mathbf{J}$ et $\mathbf{M}$. Les équations se réécrivent :

$$\nabla \times (\mathbf{E}_s) = -j\omega(\mu\mathbf{H} - \mu_0(\mathbf{H} - \mathbf{H}_s)) \quad (2.9)$$

$$\nabla \times (\mathbf{H}_s) = j\omega(\epsilon\mathbf{E} - \epsilon_0(\mathbf{E} - \mathbf{E}_s)) \quad (2.10)$$

ou encore :

$$\nabla \times (\mathbf{E}_s) = -j\omega((\mu - \mu_0)\mathbf{H} + \mu_0\mathbf{H}_s) \quad (2.11)$$

$$\nabla \times (\mathbf{H}_s) = j\omega((\epsilon - \epsilon_0)\mathbf{E} + \epsilon_0\mathbf{E}_s) \quad (2.12)$$

Pour se ramener à une forme semblable aux équations de Maxwell de (2.1) et (2.2), on définit les courants électriques et magnétiques équivalents $\{\mathbf{J}_{eq}, \mathbf{M}_{eq}\}$ par :

$$\mathbf{J}_{eq} = j\omega(\epsilon - \epsilon_0)\mathbf{E} \quad (2.13)$$

$$\mathbf{M}_{eq} = j\omega(\mu - \mu_0)\mathbf{H} \quad (2.14)$$

Les équations (2.11) et (2.12) s'expriment alors :

$$\nabla \times (\mathbf{E}_s) = -\mathbf{M}_{eq} - j\omega\mu_0\mathbf{H}_s \quad (2.15)$$

$$\nabla \times (\mathbf{H}_s) = \mathbf{J}_{eq} + j\omega\epsilon_0\mathbf{E}_s \quad (2.16)$$

Finalement, les champs diffusés peuvent s'écrire comme les champs produits par un ensemble de sources équivalentes rayonnant dans le milieu homogène de propriétés $\{\epsilon_0, \mu_0\}$ (voir figure 2.3.c). Les caractéristiques électriques des inhomogénéités n'interviennent pas directement dans ces équations. Par contre l'influence des inhomogénéités apparaît dans la définition des sources équivalentes. Dans le cadre médical, il est important de noter que tous les milieux considérés sont non magnétiques, c'est-à-dire que $\mu = \mu_0$. Les courants magnétiques équivalents $\mathbf{M}_{eq}$ sont donc nuls.

Les courants électriques équivalents $\mathbf{J}_{eq}$ sont formés du produit du contraste $(\epsilon - \epsilon_0)$ et du champ total $\mathbf{E}$.

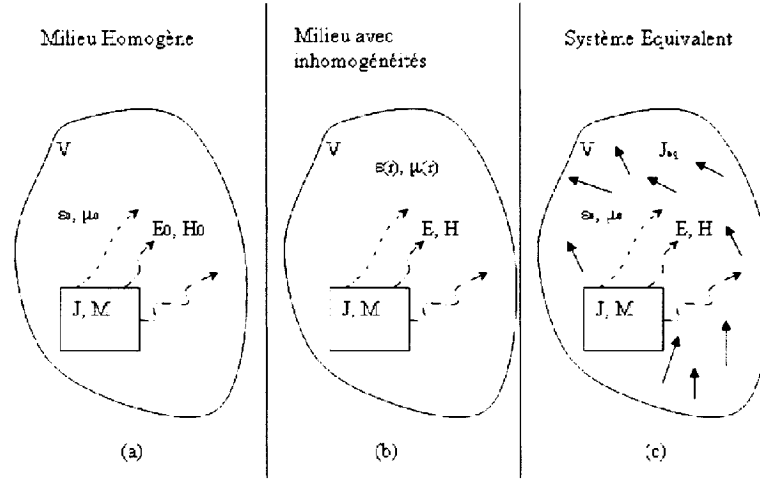


FIG. 2.3 Théorème du volume équivalent

Remarque importante : si dans l'expression de $\mathbf{J}_{eq}$, le contraste $(\epsilon - \epsilon_0)$ est nul sur l'ensemble du domaine V privé du sous-domaine V_2 , noté $V \setminus V_2$, le support du courant équivalent est réduit uniquement au domaine V_2 . Alors nous avons : $\mathbf{J}_{eq} = j\omega(\epsilon - \epsilon_0)\mathbf{E}_2$ avec $\mathbf{E}_2$ champ total dans le domaine V_2 .

Le système équivalent au système composé des sources de courants $(\mathbf{J}, \mathbf{M})$ et des inhomogénéités est désormais représentable par une région V homogène de pro-

propriétés diélectriques (ϵ_0, μ_0) et dans laquelle circulent des courants sources $(\mathbf{J}, \mathbf{M}, \mathbf{J}_{eq})$ (voir figure 2.4.d et 2.4.e). Les courants équivalents sont restreints au domaine V_2 .

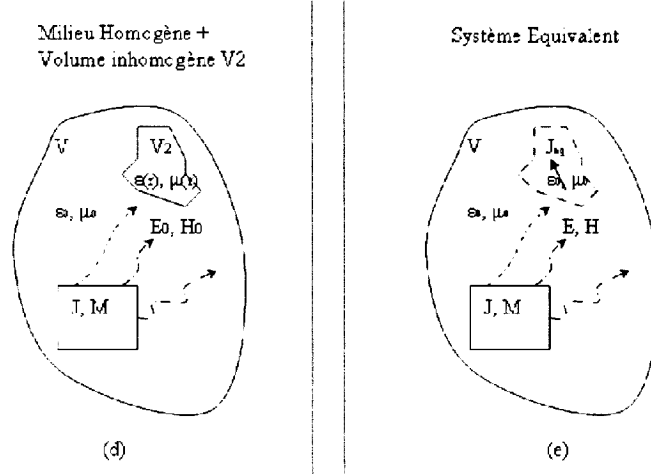


FIG. 2.4 Théorème du volume équivalent suite

2.1.3.2 Application au cas réel

Nous allons maintenant appliquer le théorème du volume équivalent au problème de TMO afin de développer les équations électromagnétiques de la TMO. Dans un système réel, seul le champ diffusé par l'OST (la structure V_2 du cas précédent) nous intéresse (voir figure 2.5). Le problème étudié est le suivant : l'OST, de volume V_2 de caractéristiques diélectriques $\{\epsilon_2, \mu_0\}$, est placé dans une enceinte de volume V de propriétés diélectriques $\{\epsilon, \mu_0\}$. Il est éclairé par une antenne source, champ incident $\mathbf{E}_i$ et rayonne un champ diffusé. L'antenne réceptrice capte un champ $\mathbf{E}_t$, somme des champs diffusés par l'OST et du champ incident émis par l'antenne source.

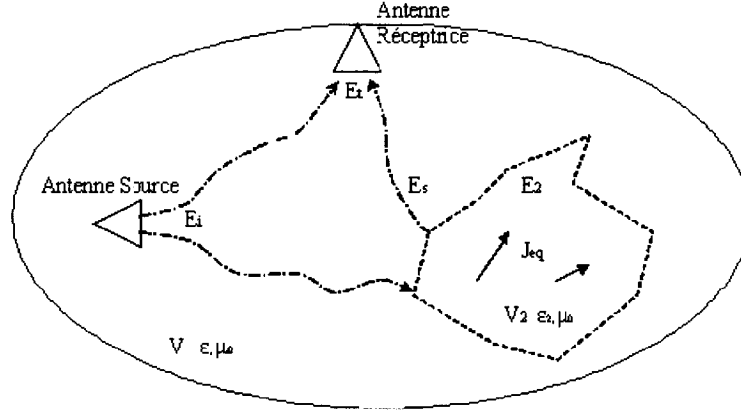


FIG. 2.5 Représentation du problème de TMO

D'après le théorème du volume équivalent, l'OST peut être remplacé par des sources de courants équivalentes. Jusqu'à maintenant seul le comportement fondamental de l'OST, équation (2.16), en présence d'une source équivalente a été décrit. Il reste à établir les équations des champs sous forme intégrale. Pour cela le volume V_2 est considéré comme une source de courant indépendante. Si l'on se réfère à (Balanis, 1989), la forme intégrale du champ diffusé est :

$$\mathbf{E}_s = -j\omega\mathbf{A} - \frac{j}{\omega\mu_0\epsilon}\nabla(\nabla \cdot \mathbf{A}) \quad (2.17)$$

$$\mathbf{A} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \int \int_V \mathbf{J}_{eq}(x', y', z') \frac{e^{-j\beta|r-r'|}}{|r-r'|} dv' \quad (2.18)$$

$\mathbf{A}$ est le potentiel vecteur magnétique, r est le vecteur position du point d'observation dans le domaine V . $G_V(|r-r'|) = \frac{e^{-j\beta|r-r'|}}{4\pi|r-r'|}$ est appelé communément fonction de Green.

L'équation générale du champ diffusé par l'OST en un point de mesure donné s'écrit

finalement :

$$\mathbf{E}_s = \frac{\mu}{4\pi} \left(-j\omega - \frac{j}{\omega\mu_0\epsilon} \nabla\nabla\bullet \right) \int \int \int_V \mathbf{J}_{eq}(x', y', z') G_V(|r - r'|) dv' \quad (2.19)$$

Pour mettre en valeur le contraste entre les caractéristiques de l'OST et celles du milieu ambiant $\chi = \frac{\epsilon_2 - \epsilon}{\epsilon}$ (contraste qui sera le plus souvent le paramètre imagé), elle peut se réécrire, avec $\beta = \sqrt{\omega^2 \epsilon \mu_0}$ le nombre d'ondes en propagation libre :

$$\mathbf{E}_s(r) = -j(\beta^2 + \nabla\nabla\bullet) \int \int \int_{V_2} \chi \mathbf{E}_2(r') G_V(|r - r'|) dv' \quad (2.20)$$

$\mathbf{E}_2$ est le champ total dans l'OST. En un point donné de V_2 , le champ total $\mathbf{E}_2$ dépend du champ incident $\mathbf{E}_i$ et des contributions des champs diffusés par l'ensemble du domaine V_2 . Si les éléments infinitésimaux sont considérés comme des entités distinctes alors en un point donné r de l'OST :

$$\mathbf{E}_2(r) = \mathbf{E}_i(r) + (\beta^2 + \nabla\nabla\bullet) \int \int \int_{V_2} \chi \mathbf{E}_2(r') G_{V_2}(|r - r'|) dv' \quad (2.21)$$

$G_{V_2}(|r - r'|)$ étant les fonctions de Green associées à l'OST.

Dans la plupart des cas traités dans la littérature, pour arriver à une forme matricielle ces équations sont discrétisées à partir de la méthode des moments.

2.1.3.3 La méthode des moments

C'est une méthode numérique fréquemment utilisée pour discrétiser et résoudre des équations intégrales. Dans notre cas, elle vise uniquement à la discrétisation du problème et non à sa résolution qui sera abordée ultérieurement. Dans un cadre général d'utilisation on résout un problème du type $L\mathbf{f} = \mathbf{g}$. Où $\mathbf{g}$ est un vecteur connu, L un opérateur connu, et $\mathbf{f}$ le vecteur à calculer. Un ensemble de fonctions

de base $\{b_1, \dots, b_n\}$ est défini pour représenter $\mathbf{f}$ comme combinaison linéaire de ces fonctions : $\mathbf{f} = \sum_{i=1}^n f_i b_i$, où les f_i sont à déterminer. L'équation linéaire à résoudre se réécrit :

$$\sum_{i=1}^n f_i Lb_i = g \quad (2.22)$$

Cette relation est projetée sur une base de fonctions orthogonales, dites fonctions de poids, $\{t_1, \dots, t_m\}$. La forme matricielle devient :

$$\mathbf{L}\mathbf{f} = \mathbf{g} \quad (2.23)$$

avec :

$$L_{i,j} = \langle t_i, Lb_j \rangle \quad (2.24)$$

$$\mathbf{f}(i) = f_i \quad (2.25)$$

$$\mathbf{g}_i = \langle t_i, g \rangle \quad (2.26)$$

où l'on a noté $\langle, \rangle$ le produit scalaire

En TMO, la matrice $\mathbf{L}$ est nommée matrice d'impédances mutuelles. Elle représente l'interaction électromagnétique entre les fonctions de base et les fonctions de poids. Lorsque ces deux ensembles de fonctions sont égaux, il s'agit de la variante de Galerkin.

2.1.3.4 Discrétisation des équations intégrales

En utilisant la méthode des moments, MoM, la discrétisation de l'équation (2.19) aboutit à la forme matricielle :

$$\mathbf{E}_s = \mathbf{G}\mathbf{J}_d \quad (2.27)$$

où $\mathbf{E}_s$ est le vecteur évalué en certains points de discrétisation des valeurs complexes des champs diffusés dans le domaine V , $\mathbf{G}$ est la matrice dite de Green et $\mathbf{J}_d$ est le vecteur des coefficients complexes des courants discrétisés. Cette équation matricielle s'écrit en introduisant le contraste :

$$\mathbf{E}_s = \mathbf{G}\chi\mathbf{E}_2 \quad (2.28)$$

$\mathbf{E}_2$ est le vecteur des valeurs complexes du champ discrétisé dans l'OST. L'équation (2.28) est l'équation de base qui décrit l'existence d'un champ diffusé dans un milieu inhomogène. Dans un problème de tomographie $\mathbf{E}_s$ est un vecteur de mesures nommé pour la suite $\mathbf{y}$, $\mathbf{G}$ est la matrice de Green dite d'observation, il y fait usuellement référence sous la forme $\mathbf{G}_0$.

$$\mathbf{y} = \mathbf{G}_0\chi\mathbf{E}_2 \quad (2.29)$$

La discrétisation de l'équation (2.21) fournit la relation entre le champ dans l'OST et les champs diffusés :

$$\mathbf{E}_2 = \mathbf{E}_i + \mathbf{G}_c\chi\mathbf{E}_2 \quad (2.30)$$

$\mathbf{G}_c$ est la matrice de couplage qui relie le champ aux courants équivalents, $\mathbf{E}_i$ est le vecteur des valeurs du champ incident (le champ sans inhomogénéités) aux points de discrétisation. $\mathbf{G}_c$ vient directement de la méthode des moments : il s'agit de la matrice d'impédances mutuelles $\mathbf{L}$. Les équations (2.29) et (2.30) sont appelées respectivement équation d'observation et équation de couplage. Ce sont les deux équations fondamentales de la TMO.

Dans certaines approches de résolution, elles peuvent être regroupées en une seule équation, où $\mathbf{I}$ est la matrice identité :

$$\mathbf{y} = \mathbf{G}_0\chi(\mathbf{I} - \mathbf{G}_c\chi)^{-1}\mathbf{E}_i \quad (2.31)$$

Le but de la TMO est de retrouver le contraste χ à partir des mesures $\mathbf{y}$, cette dernière équation montre bien que ce problème est non linéaire.

2.2 Revue de littérature

2.2.1 Différentes simplifications possibles des équations

Le problème de TMO étant non linéaire, une manière intuitive de tenter de le résoudre consiste à essayer dans un premier temps de se ramener à un cas linéaire. Différentes simplifications ont été exposées dans la littérature pour résoudre les problèmes d'imagerie à ondes diffractées.

2.2.1.1 Approximation de Born du premier ordre

L'approximation de Born du premier ordre est l'une des techniques de linéarisation les plus courantes, (Abubakar et al., 2004; Semenov et al., 1996; Semenov et al., 1998). Les inhomogénéités sont supposées être dans un milieu homogène connu. Elle suppose que le champ dans une inhomogénéité à l'intérieur de l'objet à imager est égal au champ incident. Cette approximation n'est valable que si le défaut est suffisamment petit ou que son contraste est faible. L'équation d'observation (2.29) devient :

$$\mathbf{y} = \mathbf{G}_0 \chi \mathbf{E}_i \quad (2.32)$$

Dans un cas 2D, où le milieu à imager serait un cylindre de hauteur infinie, le domaine de validité de cette approximation est donné d'après (Carfantan, 1996) par la relation :

$$a \left(\sqrt{\frac{x + k_0^2}{k_0^2}} - 1 \right) < \frac{\lambda_0}{4} \quad (2.33)$$

avec k_0 et λ_0 constante de propagation et longueur d'onde dans le milieu ambiant, x différence entre les carrés des constantes de propagation dans les milieux inhomogènes et ambiants, et a rayon du cylindre.

2.2.1.2 Approximation de Rytov

Cette approximation repose sur une linéarisation au premier ordre de la phase du champ diffracté dans le domaine de l'objet (Semenov et al., 2000b). Les limites de validité de cette approximation sont moins contraignantes que celles de Born car elles reposent sur le contraste de l'inhomogénéité et non sur sa taille.

Ces deux approximations sont équivalentes dans le cas d'inhomogénéités de petites tailles et de faibles contrastes. L'approximation de Born s'avère meilleure pour des petites inhomogénéités de fort contraste alors que celle de Rytov est plus appropriée pour des défauts de faible contraste et de taille quelconque, (Carfantan, 1996).

2.2.1.3 Approximation de Born distordue

Cette méthode est citée dans (Liu et al., 2002; Kechribaris et al., 2003). Elle peut être prise en compte lorsque l'inhomogénéité se trouve dans un milieu ambiant inhomogène connu. Le champ se propageant dans le milieu inhomogène est considéré comme le champ incident sur l'ensemble des inhomogénéités dans le cadre d'une approximation de Born du premier ordre ou de celle de Rytov. Alors, d'après les travaux de (Carfantan, 1996) la relation entre le champ diffracté par les nouvelles inhomogénéités et le champ du milieu inhomogène connu est linéaire.

2.2.1.4 Formulation par les courants équivalents

Cette méthode n'est pas une linéarisation au sens strict car elle ne fait pas intervenir d'approximation des équations. Elle consiste à réécrire les équations de TMO en fonction des courants équivalents et non en fonction du contraste : $\mathbf{y} = \mathbf{G}_0 \mathbf{J}_{eq}$. Elle a été mise en oeuvre par (Franchois and Pichot, 1997). La résolution par les courants équivalents est linéaire, mais ces derniers dépendant du contraste et du champ de l'objet ne caractérisent pas complètement le milieu (Carfantan, 1996), bien que contrastes et courants équivalents aient des propriétés communes : $\chi = 0 \Rightarrow \mathbf{J}_{eq} = 0$ mais la réciproque est fausse.

2.2.1.5 Approximation 2D-3D

Si l'on se place dans un cas 2D, les OST sont souvent assimilés à des cylindres de hauteur infinie de caractéristiques constantes le long de leurs axes. Si le champ incident est polarisé parallèlement à l'axe des cylindres l'opérateur de divergence des équations intégrales est nul. L'équation d'observation se simplifie :

$$\mathbf{E}_s(r) = -j\beta^2 \int \int_{S_2} \chi \mathbf{E}_2(r') G_S(|r - r'|) d^2 r' \quad (2.34)$$

Dans le cas 2D, le nombre d'inconnues diminue de façon drastique par rapport au 3D. Ceci conduit certaines équipes à développer des algorithmes uniquement pour le cas 2D (Caorsi and Cevini, 2005; Semenov et al., 1996; Semenov et al., 1998; Abubakar et al., 2002), ou uniquement pour le cas 3D (Semenov et al., 2004; Abubakar et al., 2004; Semenov et al., 1999; Abubakar et al., 2002; Semenov et al., 2001). Contrairement à la tomographie par rayons X où le cas 3D peut être approximé par des tranches 2D, en TMO il est impossible de réaliser cette approximation car les effets de diffusion entre tranches sont trop importants pour être négligés.

2.2.1.6 Synthèse

Ces différentes approximations sont utilisées le plus souvent lors de premières approches du problème de TMO. Les approximations de Born, distordue ou pas, et de Rytov sont indifféremment utilisées pour des problèmes 2D ou 3D. Elles peuvent être utilisées pour des algorithmes par approximation linéaire que nous développerons par la suite. La simplification par les courants équivalents est spécifique à une équipe, nous y reviendrons lors de la mise en équations du problème inverse. Enfin le cadre 2D, comme les approximations de type Born, est majoritairement mis en oeuvre pour une première modélisation du problème de TMO. L'emploi de ces différentes approximations sera rappelé lorsque nous étudierons la mise en équation du problème inverse et les algorithmes de résolution.

2.2.2 Résolution du problème direct

Tout problème de reconstruction peut se subdiviser en deux sous problèmes. Le problème direct consiste, à partir des paramètres choisis, à calculer les valeurs des champs de sortie. Le problème inverse vise à déterminer les paramètres physiques en utilisant les mesures des champs diffusés. Le calcul du problème direct est bien souvent nécessaire lors des étapes de la résolution du problème inverse. En outre, lors de simulations c'est en résolvant le problème direct que l'on peut générer des valeurs simulées de mesures.

Le problème direct peut être résolu directement à partir des équations de la TMO (2.28) et (2.30), qui peuvent être simplifiées par linéarisation ou passage au 2D (Semenov et al., 2000d; Semenov et al., 1996; Abubakar and van den Berg, 2001). Toutefois cette stratégie impose l'inversion d'une matrice de grande taille, ce qui peut s'avérer coûteux en calculs. La linéarisation des équations intégrales qui conduit

aux équations de TMO est réalisée par la méthode des moments. C'est cependant l'approche la plus couramment utilisée.

(Liu et al., 2002) proposent une technique basée sur l'algorithme du gradient conjugué ou le gradient biconjugué combiné à une transformée de Fourier rapide, FFT, dans le cas des équations de TMO simplifiées par l'approximation de Born étendue. Elle permet un passage de $O(N^3)$ opérations pour la MoM à un passage à $O(KN \log_2(N))$ opérations où N est la dimension du problème et K le nombre d'opérations du gradient conjugué. Cette idée se retrouve dans (Zhang et al., 2003; Caorsi et al., 1990) où une discrétisation dite faible est couplée à un algorithme de gradient conjugué et de FFT.

La dernière méthode utilisée pour la résolution du problème direct repose sur les techniques d'éléments finis (Rekanos et al., 1999). Les équipes de (Semenov et al., 2000a; Converse et al., 2004; Kosmas et al., 2004) ont beaucoup travaillé avec des simulations obtenues à partir des méthodes de différences finies : *Finite Domain Time Difference*, FDTD. Il s'agit de traiter non pas la forme intégrale des équations de TMO mais la forme différentielle. L'équation de Helmholtz (équation d'onde) est résolue directement. Le champ électrique est calculé de manière itérative en tout point du domaine à un instant donné, le champ magnétique étant calculé à l'instant suivant. La procédure est répétée jusqu'à la fin de la réponse transitoire. Bien que lourde en calculs, ces méthodes présentent l'avantage de calculer les champs proches de façon précise. Elles sont particulièrement adaptées pour des résultats de simulations

(Li et al., 2003a; Meaney et al., 1995b; Meaney et al., 2002) proposent une technique alliant éléments finis et une méthode d'éléments frontières (*Boundary Element*). Il s'agit d'une amélioration des méthodes par éléments finis qui permet tout en calculant les champs de façon précise d'en alléger les calculs. La zone homogène

qui entoure l'OST n'est plus discrétisée par les éléments finis mais par les éléments frontières. La discrétisation du milieu par les éléments finis ne se fait plus alors que sur une portion réduite. On évite une discrétisation inutile de la zone homogène tout en évitant un calcul approximatif des conditions frontières.

2.2.3 Résolution du problème inverse

À partir de la connaissance des propriétés électromagnétiques d'un corps, il est aisé de prédire son comportement dans un milieu éclairé grâce, par exemple, aux équations développées précédemment. En tomographie l'information n'est pas disponible directement, seuls les champs diffusés sont mesurables. Pour retrouver les informations manquantes et reconstruire la carte des propriétés électromagnétiques d'un objet, il est nécessaire d'entreprendre le chemin inverse. La résolution d'un problème inverse entraîne d'un point de vue algorithmique la résolution de deux sous-problèmes : choix du critère de régularisation, et choix de la technique d'optimisation. On se propose de recenser les méthodes employées en TMO. Nous rappellerons pour cela, dans une première partie, quelques concepts de la régularisation. Puis nous développerons les critères employés en TMO. Une description des algorithmes d'optimisation mis en oeuvre pour ces critères suivra.

2.2.3.1 Rappel sur la régularisation

2.2.3.1.1 Position du problème

Une image est généralement définie comme une fonction à valeurs réelles ou complexes de deux variables d'espace qui sont le plus souvent échantillonnées sur une grille rectangulaire. Cette fonction définit un ensemble de pixels, couramment représenté par un vecteur $\mathbf{x}$ de N valeurs d'intensité de pixels. Dans les problèmes

de reconstruction, la difficulté majeure vient du fait que les caractéristiques de l'OST ne peuvent être mesurées directement mais doivent être évaluées à partir d'un ensemble d'observations indirectes. Le lien entre les mesures et l'image à reconstruire peut être mis sous la forme matricielle :

$$\mathbf{y} = \mathbf{A}(\mathbf{x}) \bullet \mathbf{b} \quad (2.35)$$

$\mathbf{A}$ est le mécanisme physique liant $\mathbf{y}$ et $\mathbf{x}$, $\mathbf{b}$ est un bruit. D'ordinaire, les mécanismes en jeu permettent de se ramener à un problème linéaire qui découle directement des équations physiques ou par approximations de celles-ci :

$$\mathbf{y} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b} \quad (2.36)$$

où $\mathbf{A}$ est un opérateur linéaire sous forme matricielle de dimension $M \times N$, les vecteurs $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^N$, $\mathbf{b} \in \mathbb{R}^M$ et $\mathbf{y} \in \mathbb{R}^M$ représentent respectivement la distribution à reconstruire, le bruit et les mesures. En tomographie les mesures disponibles sont inférieures à la taille du vecteur image à reconstruire. Plusieurs séries de mesures sont prises sous différentes incidences, puis concaténées dans un seul vecteur $\mathbf{y}$, aboutissant à la même représentation matricielle que l'équation 2.36. Dans la suite de l'exposé, on considèrera la résolution du problème matriciel sans tenir compte de la forme particulière du vecteur $\mathbf{y}$ et de la matrice $\mathbf{A}$.

2.2.3.1.2 Problèmes mal-posés et conditions d'Hadamard

Lors de la résolution du système précédent, si l'on se place en dimension infinie, il n'y a pas toujours l'assurance de trouver la solution $\mathbf{x}^\dagger$ ou même son existence. Le problème $\mathbf{y} = \mathbf{A}(\mathbf{x})$ n'admet pas toujours de solution en particulier lorsque $\mathbf{A}$ n'est pas inversible ou si $\mathbf{y}$ n'appartient pas à l'espace image de $\mathbf{A}$ ou alors admet plusieurs solutions et non une solution unique. C'est le cas des problèmes

aits mal-posés. On est donc amené à définir la notion de solution acceptable. Pour être acceptable une solution doit vérifier les trois conditions suivantes :

- pour chaque $\mathbf{y}$ donné, il existe une solution $\mathbf{x}^\dagger$, (existence mathématique)
- $\mathbf{x}^\dagger$ est unique, (unicité)
- $\mathbf{x}^\dagger$ est continue vis-à-vis de $\mathbf{y}$: si une erreur δy sur $\mathbf{y}$ tend vers 0, alors l’erreur δx sur $\mathbf{x}^\dagger$ tend aussi vers 0.

Sous ces conditions, dites conditions d’Hadamard, le problème est dit bien-posé. Cependant un problème direct peut être bien-posé au sens d’Hadamard, alors que le problème inverse ne l’est pas. Si l’on revient en dimension finie, la troncature du problème entraîne une incertitude sur la solution obtenue. En pratique, cela se manifeste de la même façon que le mauvais conditionnement de la matrice $\mathbf{A}$ dû entre autres à l’existence d’instabilités numériques venant de la discrétisation et de la troncation des mesures.

2.2.3.1.3 Conditionnement d’une matrice

La stabilité numérique d’un opérateur $\mathbf{A}$ est mesurée par son conditionnement. Cette propriété est liée à la continuité de l’opérateur. Dans un problème mal-conditionné, une faible variation de $\mathbf{y}$ peut entraîner une grande variation de $\mathbf{x}$. Bien-posé ou mal-posé, toute résolution numérique est soumise aux exigences du conditionnement.

Le nombre de conditions est défini par :

$$Cond(\mathbf{A}) = ||\mathbf{A}|| ||\mathbf{A}^\dagger|| \quad (2.37)$$

où $\mathbf{A}^\dagger$ est tel que $\mathbf{A}^\dagger \mathbf{y} = \mathbf{x}^\dagger$, il s'agit de l'inverse généralisé de $\mathbf{A}$. $||.||$ est une norme matricielle induite par une norme, couramment la norme euclidienne. Il vient alors :

$$Cond(\mathbf{A}) = \frac{\lambda_{max}}{\lambda_{min}} \geq 1 \quad (2.38)$$

λ_{max} et λ_{min} sont respectivement les valeurs singulières maximale et minimale de $\mathbf{A}$. L'évaluation du conditionnement revêt un caractère empirique. Pour certains systèmes, une matrice sera dite mal conditionnée si le nombre de conditions est supérieur à 100 ; pour d'autres il faut dépasser 1000. En général, plus le nombre de conditions est grand, plus la solution obtenue est bruitée et instable.

Ce genre d'approche permet d'introduire la notion de distance entre fonctions, plus communément appelé résidu. C'est un moyen efficace d'évaluer la qualité de l'approximation en mesurant l'éloignement entre la solution $\mathbf{x}^\dagger$ et $\mathbf{x}$. Une solution émerge trivialement : la solution des moindres carrés, si la matrice $\mathbf{A}^t \mathbf{A}$ est régulière, ou l'inverse généralisée si elle ne l'est pas. L'expression formelle de cette solution se met sous la forme :

$$S = \{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^N : \min ||\mathbf{y} - \mathbf{A}\mathbf{x}||^2\} \quad (2.39)$$

S est l'ensemble des solutions admissibles pour $\mathbf{x}$. En dimension finie S n'est jamais vide. De plus on peut montrer que les éléments de S correspondent aux solutions de l'équation :

$$\mathbf{A}^t \mathbf{y} - \mathbf{A}^t \mathbf{A} \mathbf{x} = 0 \quad (2.40)$$

Si $Ker(\mathbf{A})$ (Noyau de $\mathbf{A}$) n'est pas trivial, $\mathbf{A}^t \mathbf{A} \in \mathbb{R}^{N \times N}$ n'est pas de rang plein

et il n'y a pas unicité de la solution. On peut cependant montrer l'existence et l'unicité d'une solution dans S de norme minimale $\mathbf{x}^\dagger$ définie par :

$$\mathbf{x}^\dagger = \arg \min_{\mathbf{x} \in S} \|\mathbf{x}\|^2 \quad (2.41)$$

Cette solution est appelée l'inverse généralisé. En conclusion inverser au sens des moindres carrés consiste à chercher l'ensemble des $\mathbf{x}$ qui minimisent $\|\mathbf{y} - \mathbf{Ax}\|^2$ et à choisir celui qui a la plus petite norme. La solution est donc celle qui donne le résultat le plus proche possible des données.

La recherche de l'inverse généralisé, bien que fondamentale dans la théorie et son évolution, est soumise à ces problèmes de conditionnement et d'unicité de la solution, il est donc rare qu'on utilise cette approche pour la résolution du problème inverse.

2.2.3.1.4 La régularisation

Le principe général pour traiter ce genre de problème est la régularisation. Il consiste principalement à préciser l'idée que l'on se fait d'une solution. Obtenir la solution exacte d'un problème donné à partir de mesures imparfaites est impossible. En régularisation, ce fait est accepté et une classe de solutions admissibles est définie. Une solution acceptable sera recherchée dans cet ensemble de solutions admissibles. Pour résoudre ce problème, il est nécessaire de connaître des informations supplémentaires, dites informations *a priori*, sur la solution. On appelle critère l'équation que l'on cherche à minimiser, en regard de la classe de solutions acceptables définie. L'approche énoncée ici nécessite un cadre linéaire : $\mathbf{y} = \mathbf{Ax}$

De nombreuses méthodes ont été développées pour résoudre des problèmes régularisés. Elles se divisent en deux catégories principales :

- réduction de l'espace des solutions mais le temps de calcul est très important et les hautes fréquences spatiales ne sont pas restituées.
- minimisation d'un objectif donné (régularisation de Tikhonov généralisée). On ajoute directement dans le critère à minimiser l'information *a priori*. Le critère devient :

$$C(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = J_1(\mathbf{x}, \mathbf{y}) + \lambda J_2(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \quad (2.42)$$

λ est un scalaire permettant de fixer l'importance relative dans la résolution entre les mesures $\mathbf{y}$ et la connaissance *a priori* sur $\mathbf{x}$. La première partie du critère mesure la fidélité aux données. Cependant, dans les problèmes mal-posés ou mal-conditionnés la solution de ce membre est souvent très bruitée ou multiple. Une image réelle étant souvent homogène, le deuxième membre de (2.42) introduit une infidélité aux données afin "d'encourager" une solution plus douce. Il s'agit par exemple de la mesure de la distance entre la solution et une image homogène, mais il peut s'agir de toute autre sorte d'informations basées sur les connaissances *a priori* de l'objet reconstruit.

Les seules conditions imposées à $C(\mathbf{x}, \mathbf{y})$ sont d'être convexes, donc d'avoir un seul minimum global.

Bien qu'il n'y ait pas de limites sur les distances à utiliser pour J_1 et J_2 , elles se limitent jusqu'à présent le plus souvent à un faible nombre de candidats. On en cite ici quelques-unes.

- Le choix le plus couramment utilisé est bien évidemment la distance euclidienne entre les deux éléments-images à comparer.
- Un autre choix possible est la distance de Kullback. Dans des images réelles, par exemple, l'intensité des pixels est positive. Ceci peut être généralisé à tout autre paramètre physique que l'on sait être positif. On cherche donc à garder cette

propriété dans l'objet reconstruit. Il existe plusieurs manières de procéder. La plus courante consiste à identifier l'objet reconstruit à une distribution de probabilité puis à appliquer une mesure de distance de Kullback à ces distributions. La distance de Kullback est définie par :

$$J_K(x_1, x_2) = \sum_{i=1}^N x_{1i} \log(x_{1i}/x_{2i}) \quad (2.43)$$

où x_1 et x_2 sont les valeurs de la distribution estimées à deux étapes consécutives.

- Une autre façon de procéder est d'appliquer à l'image des opérateurs de différences finies et d'en prendre la norme euclidienne. Cette technique donne une mesure de la rugosité de l'image et a l'avantage d'être quadratique.

2.2.3.1.5 Choix de fonctions de pénalisation

Le choix de J_2 pourrait être par exemple la distance euclidienne par rapport à une image homogène. Dans ce cas la réduction du bruit se fait au prix d'un lissage de la solution. Cependant l'image réelle que l'on désire obtenir est plus vraisemblablement constituée de régions uniformes séparées par des frontières franches. Pour respecter ce type d'*a priori* il a été introduit des fonctions d'énergie locale qui travaillent sur un ensemble de pixels voisins, telles que les valeurs entre pixels voisins ne peuvent être trop éloignées.

Cette approche revient à choisir une fonction, appelée ici ϕ , qui va agir sur un certain nombre de pixels voisins. Le choix des pixels voisins, qui doivent interagir, peut se faire par un modèle de différences finies. Il reste alors à choisir la forme de la fonction ϕ utilisée. Si l'on choisit une fonction quadratique, la solution sera formellement simple et rapide à mettre en oeuvre, mais la réduction du bruit se fait au prix d'un lissage important des contours : une fonction quadratique pénalise

fortement les grandes différences entre composantes voisines, c'est-à-dire les discontinuités, et favorise les objets uniformes ou très lisses. Pour éviter ce lissage, les fonctions non quadratiques ont été introduites, elles nécessitent une mise en oeuvre plus délicate.

Trois familles principales sont distinguées, comme représentées à la figure 2.6 :

- L_2L_1 : fonctions non constantes, paires, C^1 et C^2 en 0, convexes, continûment différentiables, de comportement quadratique à l'origine et asymptotiquement linéaire.
- L_2L_0 : fonctions non constantes, paires, C^2 en 0, croissantes sur $\mathbb{R}^+$, de comportement quadratique à l'origine et tendant vers une constante à l'infini, et non convexes.
- L_p : $R(u) = |u|^p$ avec $1 \leq p < 2$. Cette fonction n'est pas C^2 en 0 et est non différentiable pour $p = 1$.

Ces différentes catégories de fonctions réalisent toutes un compromis entre temps de calcul et frontières franches. Les fonctions L_2L_0 conservent des frontières franches mais étant non convexes, la minimisation du critère est plus complexe. De ce fait le coût de calcul pour éviter des minima locaux peut être important. Les fonctions L_p et L_2L_1 permettent d'obtenir des résultats relativement proches qualitativement. Ce dernier ensemble de fonctions réalise un bon compromis entre coût de calcul et préservation des discontinuités. Voici les fonctions les plus utilisées dans la littérature :

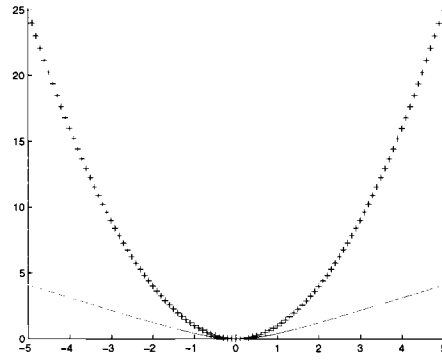
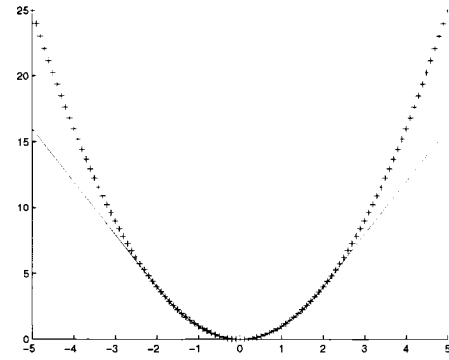
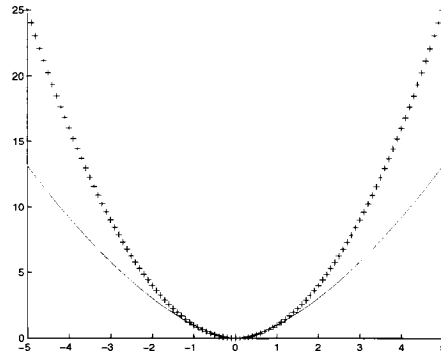
(a) branche d'hyperbole, $\delta = 1$ (b) Fonction d'Hubert, $T = 2$ (c) Fonction L_p , $p = 1.6$

FIG. 2.6 Allure de différentes fonctions de pénalisation courantes (en rouge) comparées à la fonction quadratique (en bleu)

1. branche d'hyperbole (Charbonnier et al.,1997) :

$$R(u) = \sqrt{\delta^2 + u^2} - \delta, \delta > 0 \quad (2.44)$$

2. fonction de Hubert (Hubert,1981) :

$$R(u) = u^2 0 < |u| < T \quad (2.45)$$

$$R(u) = 2T|u| - T^2|u| > T \quad (2.46)$$

En choisissant une fonction de pénalisation convexe, le critère reste convexe. La minimisation ne pose donc aucun problème théorique : le critère J admet un unique minimum qui est la solution recherchée. Mais dans le cas où ϕ n'est pas une fonction quadratique il n'existe pas de solution explicite à la minimisation du critère J.

On utilisera par la suite la distance quadratique euclidienne pour J_1 qui donne une mesure simple de la distance entre les observations et la solution estimée. C'est la méthode de régularisation la plus répandue dans la littérature. Le critère se réécrit :

$$J(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \|\mathbf{y} - \mathbf{Ax}\|^2 + \lambda M(\mathbf{x}) \quad (2.47)$$

2.2.3.2 Résolution du problème inverse de TMO par régularisation de Tikhonov

2.2.3.2.1 Résolution directe des équations de TMO

Suivant le choix de l'utilisation ou bien des équations d'observation 2.29 et de couplage 2.30 ou bien de l'équation 2.31, deux formulations existent pour énoncer le critère à minimiser.

$$\min_{\chi, \mathbf{E}_2} |\mathbf{y} - \mathbf{G}_0 \chi \mathbf{E}_2|^2 + \lambda \Psi(\chi, \mathbf{E}_2) \quad (2.48)$$

$$s.c. \quad \mathbf{E}_2 = \mathbf{E}_i + \mathbf{G}_c \chi \mathbf{E}_2 \quad (2.49)$$

Ψ est la fonction de régularisation, λ module l'importance de la régularisation, *s.c.* signifie "sous contrainte". Cette forme impose de trouver le contraste et les valeurs du champ (Isernia et al., 1997; Donelli et al., 2005b; Carfantan, 1996). Dans l'ensemble des articles lus dans le cadre de ce projet, la minimisation avec contraintes est prise en compte de manière indirecte par une pénalisation quadratique de la contrainte. Le critère se met sous la forme :

$$\min_{\chi, \mathbf{E}_2} |\mathbf{y} - \mathbf{G}_0 \chi \mathbf{E}_2|^2 + \alpha |\mathbf{E}_2 - \mathbf{E}_i - \mathbf{G}_c \chi \mathbf{E}_2|^2 + \lambda \Psi(\chi, \mathbf{E}_2) \quad (2.50)$$

avec α paramètre de régularisation. La contrainte n'est pas imposée de façon stricte. L'autre possibilité est :

$$\min_{\chi} |\mathbf{y} - \mathbf{G}_0 \chi (\mathbf{I} - \mathbf{G}_c \chi)^{-1} \mathbf{E}_i|^2 + \lambda \Psi(\chi) \quad (2.51)$$

Dans ce cas, seul le contraste est estimé (Carfantan, 1996; Pascazio and Ferraiuolo, 2003).

La régularisation de type Tikhonov est la plus employée dans la littérature (Idier, 2001a; Semenov et al., 2004; Semenov et al., 1999; Fang et al., 2004b; Franchois and Pichot, 1997; Abubakar et al., 2004; Semenov et al., 2002b; Li et al., 2003a; Ventouras et al., 2001) pour résoudre ces critères. Elle implique l'utilisation d'un critère quadratique, ce qui permet l'utilisation de nombreux algorithmes pour le calcul de l'estimé. Elle peut s'appliquer sur la norme de la solution pour éviter des valeurs numériques trop grandes ou sur les différences premières et secondes. Le carré de la norme du gradient pour chaque pixel est parfois pénalisé (Rekanos et al., 1999; Rekanos et al., 2001; Rekanos and Tsiboukis, 2002; Pascazio and Ferraiuolo, 2003).

Toutefois pour appliquer les techniques linéaires, l'approche la plus intuitive consis-

terait à essayer de calculer directement le contraste à partir des équations matricielles en linéarisant ces dernières.

2.2.3.2.2 Résolution sous contrainte linéaire

On présente dans cette partie un ensemble d'algorithmes qui reposent sur des approximations linéaires. Le fil directeur de ces algorithmes est de proposer un calcul itératif du contraste, où chaque étape consiste à résoudre un système linéaire. Le problème inverse non linéaire étant mal-posé, il en est de même pour ses approximations linéaires. La régularisation intervient pour stabiliser le problème linéaire.

– Méthode Born Itérative

L'une des classes les plus répandues de ces algorithmes est la méthode de résolution Born itérative. A chaque étape i , les équations d'observation et de couplage sont résolues l'une après l'autre :

$$\mathbf{y} = \mathbf{G}_0 \chi_i \mathbf{E}_i \quad (2.52)$$

$$\mathbf{E}_{i+1} = \mathbf{E}_{inc} + \mathbf{G}_c \chi_i \mathbf{E}_{i+1} \quad (2.53)$$

Ce schéma est initialisé par l'approximation de Born du premier ordre pour $n = 0$: $\mathbf{E}_0 = \mathbf{E}_{inc}$. Il demeure limité à des diffuseurs relativement petits ou de faible contraste et ne possède aucune garantie de convergence (Carfantan, 1996). Cette méthode a donné des résultats intéressants même au-delà des limites de validité des conditions de Born. La résolution de chacune des équations de la TMO se fait sous régularisation puisque le problème est mal conditionné. Il est possible d'utiliser n'importe quel type de régularisateurs. Elle est couramment employée avec une régularisation de type Tikhonov (Abubakar et al., 2004).

– Méthode Born Itérative Distordue

Cette méthode repose sur les approximations de Born ou de Rytov, (Abuba-

kar and van den Berg, 2002). Pour simplifier, cette méthode consiste à chaque itération à calculer une inhomogénéité supplémentaire dans le milieu inhomogène ambiant sous approximation de Born. Puis le champ incident et le nouvel opérateur de Green sont mis à jour pour le nouveau milieu inhomogène ambiant. La régularisation est introduite à chaque étape lors du calcul de la nouvelle inhomogénéité.

– Méthode de Newton Kantorovitch (NK)

Alors que les méthodes de Born itérative et Born distordue sont typiques du problème de TMO, l'approche de NK est généralisable à tout problème non linéaire. Elle a été mise en oeuvre en TMO chez (Bolomey et al., 1998; Joachimovicz et al., 1991; Abubakar and van den Berg, 2002). En TMO elle est équivalente à la méthode de Born itérative distordue. Cependant la méthode Born itérative distordue n'est valable que pour des équations discrétisées à l'aide de la méthode des moments, type Galerkin, avec des fonctions de base Dirac. NK est valable pour tout type de fonctions de base. La régularisation est introduite à chaque étape lors de la résolution du problème inverse linéaire.

Dans l'ensemble ces trois algorithmes sont utilisées indifféremment. Ils permettent d'approcher le problème de façon linéaire par étape et donc d'utiliser les outils de régularisation développés précédemment. Toutefois les temps de résolution du problème inverse sont particulièrement importants car une régularisation de la solution est nécessaire à chaque étape de l'algorithme.

2.2.3.3 Régularisation Multiplicative

Elle a été développée par (Abubakar and van den Berg, 2002; Abubakar et al., 2004; Abubakar and van den Berg, 2001). C'est une approche originale où le terme de régularisation correspond à la variation totale de l'image. Si le terme de variation

de l'image est appelé F_{TV} et le terme de pénalisation des données F_{data} est alors le critère devient :

$$J = F_{data} \times F_{TV} \quad (2.54)$$

au lieu de la forme classique $J = F_{data} + \alpha F_{TV}$.

Selon les auteurs de cette technique, le facteur de variation totale est minimisé au départ avec un fort poids car le terme de données est encore grand. Lorsque ce facteur atteint une valeur constante, le terme de données est minimisé.

2.2.3.4 Méthode d'inversion des courants

Pour rappel, le terme de courants équivalents est le produit du contraste χ et du champ $\mathbf{E}_2$. Une idée simple pour retrouver le contraste consiste à calculer d'abord le terme de courants équivalents. En effet, cela nous ramène à une équation linéaire : $\mathbf{y} = \mathbf{G}_0 \mathbf{J}_{eq}$. L'équation de couplage permet alors de trouver le champ $\mathbf{E}_d = \mathbf{E}_i + \mathbf{G}_c \mathbf{J}_{eq}$, et la réutilisation de l'équation d'observation permet l'estimation du contraste $\mathbf{y} = \mathbf{G}_0 \mathbf{E}_2 \chi$. Cette démarche nécessite que la première équation de TMO soit inversible par rapport au terme de courants équivalents. Selon (Devaney, 1982; Kastner, 1987) ce n'est pas le cas si l'on a aucune connaissance ou hypothèse sur la distribution de courants. En particulier (Kastner, 1987) démontre que les fonctions de Green dyadiques spectrales sont singulières ce qui implique qu'il est impossible de retrouver la distribution de courants équivalents à partir des seules mesures de champ. (Devaney, 1982) démontre que possédant une source de courants sphériques et connaissant la distribution du champ à l'extérieur de cette sphère, un seul paramètre de la source de courants est estimable. Il est donc impossible de caractériser une source de courants à partir de la seule connaissance de son rayonnement extérieur. Il est mentionné que cette singularité proviendrait de l'existence de courants non-rayonnants qui apporteraient des solutions non triviales

à l'équation homogène.

Toutefois les articles (Bojarski, 1982; Ross, 1982) soutiennent que le problème de rayonnement est inversible. Dans (Bojarski, 1982) l'existence physique de sources non rayonnantes est questionnée, l'inversibilité serait possible à condition d'incorporer des conditions physiques au problème. D'après (Ross, 1982), l'emphasis est mise sur les approximations réalisées dans (Devaney, 1982), une connaissance imparfaite des champs empêche alors l'inversion. (van den Berg and Kleinman, 1997) semblent toutefois indiquer qu'aujourd'hui l'existence de solutions non triviales pour l'équation homogène est admise.

(Abubakar and van den Berg, 2002) ont développé une méthode d'inversion par courants de source sous certaines conditions sur les courants équivalents : courants de surface par exemple au lieu de courants volumiques. Elle semble possiblement efficace et a été utilisée par de nombreux groupes de recherche dont le nôtre (Omrane, 2005). Elle est mentionnée dans les articles de (Abubakar et al., 2004; van den Berg and Kleinman, 1997; Abubakar and van den Berg, 2001; Liu et al., 2002; Abubakar et al., 2002; Omrane, 2005). Les deux équations de la tomographie sont réécrites :

$$\mathbf{y} = \mathbf{G}_0 \mathbf{J}_{eq} \quad (2.55)$$

$$\mathbf{J}_{eq} - \chi \mathbf{G}_c \mathbf{J}_{eq} = \chi \mathbf{E}_i \quad (2.56)$$

La forme du terme de pénalisation des données est la suivante :

$$J_{data} = \frac{|\mathbf{y} - \mathbf{G}_0 \mathbf{J}_{eq}|^2}{|\mathbf{y}|^2} + \frac{|\mathbf{J}_{eq} - \chi \mathbf{G}_c \mathbf{J}_{eq} - \chi \mathbf{E}_i|^2}{|\chi \mathbf{E}_i|^2} \quad (2.57)$$

Un algorithme de gradient conjugué complexe est utilisé pour minimiser ce terme en faisant varier tour à tour le terme de courant $\mathbf{J}_{eq}$ puis le contraste χ .

2.2.3.5 Cadre probabiliste

Les problèmes de régularisation peuvent être décrits sous forme probabiliste. Cette approche permet de donner un sens à la forme du critère à minimiser : elle lie l'information *a priori* aux paramètres de régularisation et à la forme de la pénalisation. Le problème de TMO s'écarte très peu des cas classiques de l'approche probabiliste.

Le critère est écrit en terme de densité de probabilité *a priori* dans le cas très général des estimateurs de type maximum de vraisemblance sous hypothèse gaussienne. On renvoie le lecteur à la thèse de (Carfantan, 1996) pour une description plus détaillée. L'élément le plus marquant par rapport aux cas classiques est la présentation de l'information *a priori* comme un champ de Markov aléatoire. Les champs de Markov sont couramment utilisés en imagerie, ils permettent d'introduire des dépendances probabilistes locales entre les pixels de l'image. La plupart des champs de Markov visent à modéliser les images par des régions homogènes.

2.2.3.6 Synthèse sur la régularisation

La majorité des approches utilisent une régularisation de Tikhonov. En effet l'utilisation d'un critère quadratique facilite la mise en oeuvre de la partie algorithmique. Les méthodes par approches linéaires successives sont les plus utilisées dans une première approche ou pour des problèmes 2D mais elles atteignent leurs limites pour des cas plus complexes car elles nécessitent des temps de calcul importants. C'est pour cela que des approches directes du problèmes ont été développées. La mise en oeuvre algorithmique est plus complexe mais s'adapte mieux pour les cas 3D. En particulier, l'utilisation de critères non-quadratiques permet de favoriser des solutions à frontières franches, ensemble de solutions qui se trouve être représentatif du problème de TMO. Enfin les deux types d'approches par inversions des courants

ou par régularisation multiplicative sont très peu développés. Il est donc difficile de juger de la pertinence de ces approches bien que la méthode d'inversions des courants semblent assez prometteuse pour améliorer les limites de résolution.

2.2.3.7 Algorithmes de résolution de problème inverse

Il existe un grand nombre d'algorithmes existant pour effectuer la minimisation de critères quadratiques ou non. Ces techniques sont toutes itératives. On présente ici les plus connues et les plus usitées en TMO, elles font le plus souvent partie des techniques de descentes itératives. A moins que cela ne soit précisé, elles ne s'appliquent que dans des cas quadratiques.

2.2.3.7.1 Newton

C'est l'algorithme le plus utilisé et le plus connu. Le but est de trouver itérativement une valeur optimale du critère à partir d'une valeur initiale. A chaque étape, la valeur estimée est corrigée par $x_{n+1} = x_n + p_n$. Le calcul du pas p_n se fait de la façon suivante :

Soit une fonction à minimiser $f(x)$, qui se trouve actuellement au point x_0 . Le déplacement p_0 qui amène au point x_1 est calculé par :

$$\mathbf{H}_0 p_0 = -\nabla f_0 \quad (2.58)$$

$\mathbf{H}_0$ est le Hessien de f , matrice des dérivées secondes de f , ∇f_0 est le gradient de f au point x_0 . Cette technique est directement utilisée dans (Semenov et al., 1998; Semenov et al., 2002b). Elle procure une convergence rapide et une mise en oeuvre facile.

2.2.3.7.2 Gauss-Newton

Il s'agit d'une variante de la méthode de Newton employée dans (Semenov et al., 1998; Meaney et al., 2002; Fang et al., 2004a). Elle consiste, pour un problème quadratique $f(x) = |r(x)|^2$ à approximer le Hessien par le Jacobien $\mathbf{J}(x)$ de $r(x)$:

$$\mathbf{H}(x) = \mathbf{J}^t(x)\mathbf{J}(x) + \sum_{j=1}^m r_j(x)\nabla^2(r_j(x)) \quad (2.59)$$

$$\mathbf{H}(x) = \mathbf{J}^t(x)\mathbf{J}(x) \quad (2.60)$$

Le pas de Gauss s'écrit donc : $\mathbf{J}^t\mathbf{J}p = -\nabla f$.

La stabilité du pas trouvé est augmentée par la méthode de Levenberg Marquardt, (Abubakar et al., 2004; Franchois and Pichot, 1997; Meaney et al., 1995a), qui consiste à résoudre non pas $\mathbf{J}^t\mathbf{J}p = -\nabla f$ mais $(\mathbf{J}^t\mathbf{J} + \alpha\mathbf{I})p = -\nabla f$. α est un facteur de régularisation, $\mathbf{I}$ la matrice identité.

2.2.3.7.3 Quasi-Newton

Il s'agit d'une autre variante de la méthode de Newton. Le Hessien est approximé itérativement par une matrice $\mathbf{B}_n$ bien conditionnée. Elle nécessite l'introduction d'un facteur supplémentaire pour corriger l'approximation du Hessien.

La technique la plus connue de construction de $\mathbf{B}_n$ est celle de Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno, BFGS. A chaque étape le Hessien $\mathbf{H}(x_n) = -\nabla^2 f(x_n)$ est approximé de la manière suivant :

$$\mathbf{B}_{n+1} = (E - \gamma_n y_n s_n^t) \mathbf{B}_n (E - \gamma_n s_n y_n^t) + \gamma_n y_n y_n^t \quad (2.61)$$

avec :

$$s_n = x_{n+1} - x_n \quad (2.62)$$

$$y_n = \nabla f(x_{n+1}) - \nabla f(x_n) \quad (2.63)$$

$$\gamma_n = \frac{1}{y_n^t s_n} \quad (2.64)$$

B_0 est initialisée par la matrice identité. La courbure de $f(x_n)$ étant approximée, il faut remplacer l'équation de mise à jour de x_n : $x_{n+1} = x_n + \alpha_n p_n$. α_n est le correcteur de l'approximation du Hessien. Il peut être calculé par exemple par une méthode recherche inexacte.

Ces deux étapes augmentent d'autant le temps de calcul et la complexité de l'algorithme mais permettent dans une certaine mesure de pallier les instabilités dues à l'inversion d'un Hessien mal-conditionné.

2.2.3.7.4 Gradient Conjugué

Le principal désavantage des méthodes de type Newton est la nécessité d'utiliser de l'information du deuxième ordre. L'algorithme du gradient conjugué présente l'intérêt de n'utiliser que l'information au premier ordre. De plus le GC peut être utilisé pour calculer aussi bien des problèmes linéaires que non-linéaires (GC non-linéaire). Il forme des directions de descentes dans N dimensions spatiales différentes orthogonales entre elles qui s'expriment par :

$$p_n = -\nabla f(x_{n-1}) + \beta p_{n-1} \quad (2.65)$$

β permet de générer les N vecteurs de descentes orthogonaux. Les deux techniques les plus largement utilisées pour les former sont celles de Fletcher-Reeves et Polak-

Ribière.

$$\beta_{n-1}^{F.R.} = \frac{\|\nabla f(x_{n-1})\|^2}{\|\nabla f(x_{n-2})\|^2} \quad (2.66)$$

$$\beta_{n-1}^{P.R.} = \frac{\langle \nabla f(x_{n-1}), \nabla f(x_{n-1}) - \nabla f(x_{n-2}) \rangle}{\|\nabla f(x_{n-2})\|^2} \quad (2.67)$$

En TMO, tout du moins dans les articles que nous avons lus, la forme Polack-Ribière est la plus développée (Nocedal and Wright, 1999; van den Berg and Kleinman, 1997; Rekanos et al., 1999; Rekanos et al., 2001; Rekanos and Tsiboukis, 2002; Zhang et al., 2003; Abubakar et al., 2002; Abubakar et al., 2004; Semenov et al., 2001) car elle offre de meilleurs résultats dans les cas non-linéaires et des résultats équivalents à ceux de Fletcher-Reeves pour des fonctions quadratiques. Comme il a été énoncé précédemment le GC est aussi utilisé pour le calcul du problème direct que ce soit dans la méthode des moments ou dans les méthodes d'éléments finis.

Les algorithmes à directions de descente peuvent s'arrêter dans un minimum local car leur critère d'arrêt est un gradient nul. Il est impossible de déterminer si le minimum atteint est local ou global. Dans les cas fortement non-linéaires, cela peut s'avérer problématique car on peut supposer l'existence de plusieurs minima locaux.

2.2.3.7.5 Résolution algorithmique d'un cas convexe

Dans l'immense majorité des cas les algorithmes utilisés en TMO se ramènent à des critères quadratiques. Cependant, si le critère est convexe mais pas quadratique, un algorithme itératif de minimisation locale peut être aussi employé. Il existe deux familles d'algorithmes de minimisation semi-quadratiques qui ont connu un fort développement ces dernières années. Elles présentent un bon compromis entre complexité numérique et vitesse de convergence. Il s'agit des algorithmes de Ge-

man&Yang (Geman and Yang, 1995) et de Geman&Reynolds (Geman and Reynolds, 1992). Ces algorithmes nécessitent un grand espace mémoire. L'algorithme GR présente un coût numérique par opération nettement supérieur à celui de GY, qui est compensé par une convergence légèrement plus rapide de l'algorithme GR. Le choix de l'algorithme est un compromis entre vitesse de convergence et volume de calcul par itération. Selon la taille du problème à résoudre et la nature de la mise en oeuvre, l'un ou l'autre de ces algorithmes peut convenir.

Le principe général de ces algorithmes consiste à remplacer le critère $J(\mathbf{x}, \mathbf{y})$ par un critère augmenté $K(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{l})$ plus simple à minimiser grâce à l'introduction d'un ensemble de variables auxiliaires $\mathbf{l}$. Le nouveau critère se met sous la forme :

$$K(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{l}) = ||\mathbf{y} - H\mathbf{x}||^2 + \lambda N(\mathbf{x}, \mathbf{l}) \quad (2.68)$$

où N est construit partir de M par :

$$M(\mathbf{x}) = \min_{\mathbf{l}} N(\mathbf{x}, \mathbf{l}) \quad (2.69)$$

Les critères J et K sont donc équivalents dans le sens où :

$$\hat{\mathbf{x}} = \arg \min_{\mathbf{x}} J(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \arg \min_{\mathbf{x}, \mathbf{l}} K(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{l}) \quad (2.70)$$

Pour faciliter la minimisation on choisit N de telle sorte que :

- pour $\mathbf{l}$ fixé, $N(\mathbf{x}, \mathbf{l})$ est une fonction quadratique de $\mathbf{x}$ minimisable explicitement (ce qui justifie l'appellation semi-quadratique)
- pour $\mathbf{x}$ fixé, la valeur de $\mathbf{l}$ qui minimise la fonction $N(\mathbf{x}, \mathbf{l})$ admet une forme très explicite et très simple à calculer.

2.2.3.7.6 Réseaux de Neurones

Ils ont la particularité d'éviter les minima locaux. Ils réalisent une approximation du critère en connaissant son comportement pour un certains nombre de cas écoles. Il est nécessaire que le réseau de neurones soit entraîné adéquatement si l'on veut trouver la solution. Il est aussi impossible de retrouver une image complète. Ils sont donc limités à la reconstruction de problèmes ayant un faible nombre de paramètres : cas 2-D avec des objets uniquement cylindriques dans (Caorsi and Cevini, 2005).

2.2.3.7.7 Algorithme Swarm

L'équipe de (Donelli, 2005; Donelli et al., 2005b) a développé très récemment des algorithmes dit de type Swarm qui permettent d'éviter ces pièges. A chaque itération, de nouveaux candidats sont générés de façon pseudoaléatoire. Comme leur nom l'indique, la génération se fait en s'inspirant des règles régissant les essaims d'insectes.

2.2.3.7.8 Synthèse sur les algorithmes

Les algorithmes qui ont été développés permettent majoritairement de résoudre des critères quadratiques. En effet dans cette situation l'ensemble des outils de régularisation est aisément utilisable. Cependant le problème de TMO est non linéaire. Quelques algorithmes possèdent une variante pour ces cas plus complexes : gradient conjugué non linéaire. Toutefois pour des problèmes complexes comme des problèmes 3D, le gradient conjugué est quasi exclusivement utilisé car il évite le calcul du Hessien qui est très souvent fastidieux. Les approches par réseau de neurones se limitent à des cas simples en raison de la complexité de l'entraînement du réseau. Enfin les algorithmes swarm sont une branche en voie de développement,

dont il est actuellement difficile d'apprécier l'efficacité.

2.2.4 Montages et mesures

Nous allons ici nous intéresser plus particulièrement aux montages qui sont utilisés dans la littérature. Dans l'ensemble, un fluide permet l'adaptation entre le milieu interne et le milieu externe. (Semenov et al., 2004; Semenov et al., 1999; Semenov et al., 1996) utilisent des guides d'ondes tronqués comme antennes d'émission et de réception, (Abubakar et al., 2002) utilisent des cornets, (Meaney et al., 1998) envisagent la possibilité d'antennes monopôles. Généralement, le nombre de récepteurs se limite à quelques dizaines : 30 dans (Rekanos et al., 2001), 32 dans (Semenov et al., 1996). Le temps d'acquisition pouvant poser problème une technique basée sur la division par code est proposée dans (Semenov et al., 1996).

Le choix de la fréquence peut s'avérer un choix critique. (Lin, 1985) arrive à la conclusion que les fréquences entre 2 et 8GHz sont les plus adaptées pour l'étude du corps humain. Il ne faut pas perdre de vue que plus la fréquence augmente, plus la longueur d'onde diminue, mais plus l'absorption dans le tissu devient importante. Dans la pratique la plupart des appareils semblent fonctionner dans ces limites : 800MHz, (Zhang et al., 2003; Liu et al., 2002), 2,33GHz pour (Abubakar et al., 2002), 2,36GHz chez (Semenov et al., 1999) et 2,45GHz chez (Semenov et al., 1996). Les atténuations mesurées sont de l'ordre de 120dB , (Semenov et al., 1999), pour un RSB de 30dB.

On distingue deux grandes équipes qui ont publié divers travaux sur la TMO appliquée au domaine biomédical. Elles reflètent les caractéristiques typiques des montages de TMO. Les particularités techniques de leurs approches sont récapitulées ci dessous.

L'équipe des professeurs S. Semenov et collaborateurs a publié des résultats depuis 1996. Commenant par l'imagerie 2D puis 3D, elle s'est intéressée à plusieurs applications dont principalement l'imagerie du coeur (en particulier les modifications électriques dues à une ischémie), et du sein. Leurs derniers travaux se font à une fréquence de 2,45GHz. Une technique de résolution a été développée avec l'approximation de Born du premier ordre pour faciliter la résolution du système d'équations de la TMO. Afin d'assurer la convergence de la solution, le critère du problème inverse est régularisé avec une pénalisation classique de type Tikhonov. Un algorithme de Newton pour le cas 2D ou gradient dans le cas 3D permet la résolution. Les simulations de champs sont obtenues par solution FDTD. Ils ont réussi à imager des tumeurs allant jusqu'à 2mm de diamètre et une pénétration du tissu sur 3-4cm. Leur premier prototype (fin des années 90) nécessitait environ 8h de mesures.

L'autre figure majeure est le professeur P.M. Meaney. Il a collaboré avec de nombreux chercheurs dont, entre autres, K.D. Paulsen, Qianqian Fang, E.C. Fear, S.C. Hagness, aboutissant au développement d'un prototype d'imagerie pour le cancer du sein depuis 2000, (Fear et al., 2002), ses travaux les plus anciens remontant à 1995. Deux axes principaux d'utilisation ont été abordés dans leurs publications : l'imagerie du cancer du sein, et son traitement par hyperthermie, c'est à dire la destruction des tumeurs cancéreuses par chauffage. Les résultats de simulations sont obtenus par la méthode FDTD. Le prototype clinique permet d'obtenir une reconstruction de la permittivité et conductivité en environ 50 minutes, deux fois 15 minutes pour la prise de mesure et 20 minutes de reconstruction. La gamme de fréquences utilisées se situe de 300 MHz jusqu'à 4 GHz. L'objet est éclairé par des impulsions. Le problème direct est modélisé par la méthode BEM. Une régularisation de Tikhonov associée à un algorithme de type Newton ou Marquardt assure la convergence du critère.

2.2.5 Contributions ponctuelles

Il existe quelques contributions isolées qui apportent des éclairages complémentaires sur des aspects ou des développements très particuliers de la TMO. Ils seront brièvement cités ici, on préfère renvoyer le lecteur aux articles correspondants.

L'équipe du professeur Caorsi, (Caorsi et al., 2004b; Caorsi et al., 2001), par exemple, a développé des techniques de résolution du problème inverse par des algorithmes génétiques et par de l'optimisation stochastique.

Une autre approche de régularisation a été proposée par (Estatico et al., 2005b) dans le domaine géophysique. Il s'agit d'une méthode de régularisation itérative reposant sur la technique de Landweber combiné à une linéarisation par un algorithme de Gauss-Newton. Une simplification de type Born est utilisée. Selon l'auteur elle présente un plus large domaine de validité en particulier lors d'approche multifréquences.

(Miyakawa et al., 2002; Li et al., 2003b) travaillent sur un CT scan à impulsions micro-ondes. Des approche multifréquences, afin d'augmenter la redondance d'informations, sont aussi envisagées chez (Fang et al., 2004b; Isernia et al., 2004; Converse et al., 2004). Le problème consiste alors à prendre en compte la variation des propriétés diélectriques avec les fréquences.

Toujours pour augmenter la redondance d'informations (Semenov et al., 2000a; Donelli et al., 2005a) proposent l'utilisation de sources différentes : ondes planes, puis lignes isotropiques pour aider la résolution du problème.

L'article (Semenov et al., 2001) introduit la présence des antennes réceptrices dans les équations de TMO. En effet, celles ci vont rayonner un champ qui sera capté par les autres antennes : l'OST n'est pas le seul objet rayonnant. Dans l'ensemble

des travaux, l'influence des antennes est négligée à cause de l'absorption du milieu. (Semenov et al., 2004) proposent de prendre en compte l'effet des antennes réceptrices en se basant sur une technique de réciprocité.

Les propriétés diélectriques des inhomogénéités et du milieu ambiant étant connues à l'avance, certains (Rekanos and Tsiboukis, 2002) proposent de déterminer pour chacun des pixels d'une image son appartenance ou non au milieu ambiant. Un pixel appartient exclusivement à l'un ou l'autre des milieux. Cette approche donne de très bons résultats.

La plupart des TMO sont cylindriques et les antennes se déplacent en hauteur. Il y a existence d'un important phénomène de réflexion à l'interface air-milieu ambiant située aux extrémités du cylindre. (Semenov et al., 1999) suggèrent de le prendre en compte en ajoutant une antenne miroir dans les régions occupées par l'air.

(Meaney et al., 2001b) ont développé une technique qui incorpore l'information de phase du champ de manière particulière dans les équations de TMO pour améliorer les reconstructions d'objets à très fort contraste.

Dans le cadre d'imagerie 2D ou 3D, (Fang et al., 2004a) ont élaboré une méthode hybride. Les mesures de champs sont réalisées sur un système 3D et le modèle électromagnétique prend en compte la structure 3D. Par contre la reconstruction des paramètres diélectriques se fait dans un cadre 2D : le milieu est reconstruit tranche par tranche. Cette approche améliore les résultats par rapport aux méthodes purement 2D.

Enfin très récemment on peut citer les travaux de R. Chandra Gupta et S.P. Singh, (Gupta and Singh, 2005), pour le traitement du cancer par hyperthermie, contribution qui se distingue par la modélisation sous forme de structure multicouches rectangulaires à des fréquences de travail de 2,45GHz et 433MHz.

2.3 Conclusion

Au cours de ce chapitre, nous avons essayé de faire un tour exhaustif de la tomographie par micro-ondes. Le concept général a été défini, et les équations de tomographies ont été développées. Une présentation aussi complète que possible des techniques de résolution du problème inverse TMO a été faite. Finalement, les montages utilisés dans la littérature ainsi que des contributions ponctuelles de certaines équipes ont été présentés. Dans les prochains chapitres, nous allons définir notre approche et développer les outils théoriques correspondants.

CHAPITRE 3

SYSTÈME ET MÉTHODE PROPOSÉS

Face aux enjeux et aux recherches exposés dans le chapitre précédent on propose de s'orienter vers une nouvelle configuration de système. Le but serait de concevoir un appareil moins coûteux, moins encombrant et plus confortable pour la patiente qu'un appareil tomographique à rayons X classique. Eu égard à la littérature existante, la tomographie par micro-ondes semble pouvoir répondre à ces objectifs. Cependant il existe un certain nombre de limitations dans les tomographes à micro-ondes actuels qu'il semblerait intéressant d'améliorer, plus particulièrement, parmi les performances de reconstruction que ce soit au niveau de la résolution atteinte, des temps de calculs ou d'acquisition.

3.1 Choix de la structure du modèle

3.1.1 Concept général

Les appareils de TMO utilisés en recherche reposent, dans la grande majorité des cas, sur une structure commune. Elle nécessite l'utilisation d'une solution, dans laquelle le sein est immergé, pour pallier les problèmes de réflexion des ondes qui apparaissent lorsque la différence de permittivité entre deux milieux est trop importante. D'après les publications, (Gabriel et al., 1996a; Gabriel et al., 1996b; Gabriel et al., 1996c; Joines et al., 1994), la permittivité électrique relative d'un tissu mammaire sain est de l'ordre de 15, celle de l'air est de 1. On observe donc le même phénomène qu'avec une onde lumineuse qui éclaire un plan liquide. Suivant

l'incidence et l'indice de réfraction du milieu une plus ou moins grande quantité d'ondes lumineuses est transmise d'un milieu à l'autre. Si les deux milieux ont des indices proches, on aura un maximum de transmission du signal. Ainsi si le tissu est éclairé par des antennes situées dans une solution aqueuse de permittivité 15, on n'aura quasiment aucun phénomène de réflexion. Le sein sera bien éclairé. Cependant il semble intéressant de se concentrer sur une technologie qui n'utiliserait aucune solution liquide. En effet le système devient ainsi plus pratique d'utilisation dans des hôpitaux ou des cliniques en facilitant, par exemple, l'entretien liés aux problèmes d'hygiène dus à l'utilisation d'un milieu propice à une prolifération bactérienne. Par ailleurs, l'encombrement du système peut être réduit puisqu'un récipient étanche volumineux devient inutile. Pour les mêmes raisons, cette approche est aussi plus pratique pour une première utilisation en laboratoire. En outre, il est mentionné dans la littérature qu'il serait nécessaire de prendre en compte les jeux de réflexions des ondes qui apparaissent aux extrémités des toмоgraphes micro-ondes. Un système qui n'utiliserait pas de liquide d'adaptation du milieu prendrait directement ces effets en compte.

Toutefois il est impossible d'éclairer directement le tissu avec des sources car les réflexions sont trop importantes. Pour y remédier sans employer de liquide, on propose d'utiliser du verre, matériau de permittivité 5.5 (valeur provenant de la base de données du logiciel HFSS), comme adaptateur entre les deux milieux sur le même principe que l'adaptation d'impédance dans les circuits électriques.

En conséquence, on testera un système muni de plaques de compression comme dans les appareils de mammographie par rayons X. Pour une meilleure visualisation du système celui-ci est représenté à la figure 3.3. Le confort de la patiente sera moindre que dans les solutions des autres équipes. Mais il est envisagé de compresser le sein au minimum, donc de travailler avec une épaisseur de tissu plutôt épaisse afin de diminuer au maximum les désagréments.

Cependant, plus le tissu sera fin et plus l'effet des ondes diffractées restera localisé. Ceci est illustré par la figure 3.1. Si l'épaisseur de tissu est grande alors les ondes diffractées par une tumeur seront très dispersées en sortie et, si il y a existence de plusieurs tumeurs, on obtiendra un plus grand mélange de l'information en sortie. Par contre si l'épaisseur est suffisamment fine alors les ondes diffractées resteront groupées autour de la tumeur. L'information sera moins dispersée car la réponse est plus localisée : cela s'avérera avantageux pour la reconstruction du milieu. Il est donc nécessaire de trouver un juste milieu entre ces deux exigences au cours de ce projet.

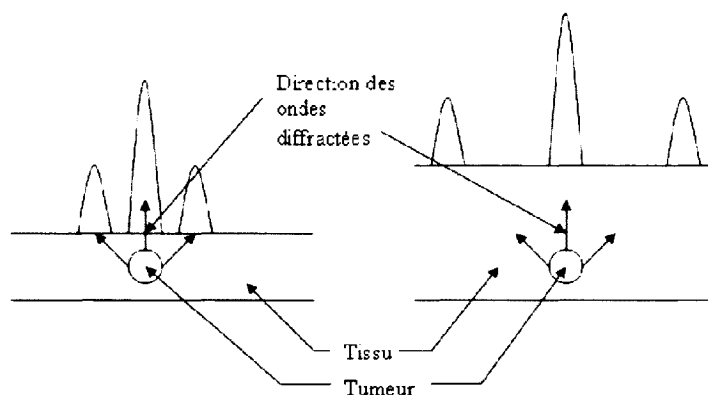


FIG. 3.1 Effet de l'épaisseur traversée sur la diffraction

Le sein sera éclairé tout d'abord par une antenne placée loin des plaques ; cela est équivalent à un éclairage complet des plaques par une onde plane. On est alors confronté à un cas défavorable pour la reconstruction car tout le tissu est éclairé de manière uniforme. Ensuite un éclairage par des sources ponctuelles éclairera seulement une partie du tissu sous test. Ces sources permettraient d'éclairer le tissu sous plusieurs incidences. Au cours du projet les avantages et inconvénients de chacune de ces options sur la reconstruction seront analysés.

3.1.2 Mesures en champs proches

En TMO, les tomographes utilisés effectuent des mesures de champ à une distance de quelques longueurs d'ondes. Ces mesures peuvent être quasiment considérées comme étant en champs lointains.

Dans notre système, les champs seront mesurés en sortie par un réseau d'antennes, par exemple des antennes dipôles. Ces dipôles seront placés très près de la plaque de verre d'adaptation. Ils sont donc localisés dans la zone de champs proches. Les mesures en champs proches permettent d'avoir accès à des informations supplémentaires : il existe une relation dans le contenu spectral des ondes diffractées par un milieu. Dans un cas bidimensionnel cette relation s'écrit : $k_x^2 + k_z^2 = \omega^2 \mu \epsilon = \beta^2$, où k_x et k_z sont les variables fréquentielles associées aux axes (voir figure 3.2). Cette décomposition fréquentielle s'effectue sur la base des fonctions d'ondes planes, ondes du type $e^{-jk_x x}$. S'il existe de l'information fréquentielle à $k_x^2 > \beta^2$, alors k_z^2 est négatif, k_z est donc un imaginaire pur. L'information fréquentielle propagée suivant l'axe des z , qui est celle mesurable dans ce cas de figure, est une onde exponentiellement décroissante. Par conséquent, plus la mesure est éloignée de la plaque et plus cette information est perdue. Pour pouvoir accéder au maximum d'information, il est nécessaire de faire les mesures en champs très proches. C'est dans cette voie que l'on se propose de travailler. En contrepartie les mesures en champs proches sont plus sensibles aux perturbations des antennes réceptrices. Ces dernières étant plus proches du système interféreront plus facilement avec lui. Le champ diffusé par les tumeurs est donc perturbé par le réseau d'antennes. Même si le modèle prend en compte ces perturbations, il faut encore que le système de mesures soit bien isolé. Si ce n'est pas le cas, des courants de fuite naissent le long des câbles et perturbent la prise de mesures. Dans une première étape de simulations, ces subtilités ne seront pas prises en compte.

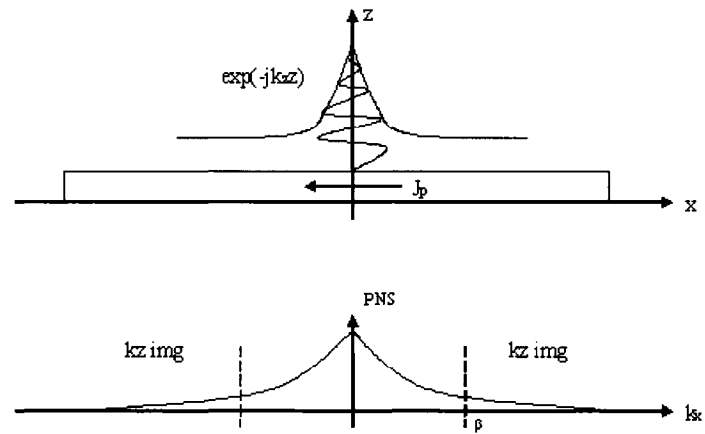


FIG. 3.2 Illustration de l'information des champs proches

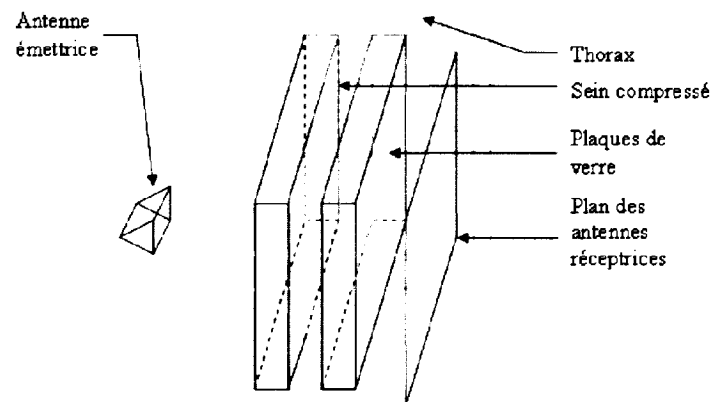


FIG. 3.3 Représentation du modèle 3D

3.2 Modélisation du système

Afin d'obtenir des simulations et de valider notre concept, il est nécessaire de modéliser le système. On désire laisser libre un certain nombre de paramètres du

système afin de pouvoir visualiser leur impact. De plus on aimerait s'intéresser à une structure 3D plutôt que 2D afin de rester le plus proche possible de la réalité. Par conséquent le modèle doit être simple à modifier et relativement souple d'utilisation. Ces conditions écartent de nos possibilités l'utilisation directe de la méthode des moments ou des techniques d'éléments finis pour discrétiser les équations intégrales des champs, car, une fois mises en oeuvre, une modification de la structure est impossible sans une modification complète des équations. La seule solution envisageable dans ces conditions est de modéliser la structure 3D à l'aide d'un logiciel. Dans un premier temps, la structure 3D a donc été modélisée avec un logiciel de calculs de champs par éléments finis. Cependant ce logiciel n'était pas approprié à ce problème. En effet il est conçu pour la modélisation d'antennes et de structures à ondes guidées, la convergence de la solution se fait sur les paramètres de transmission et de réflexion et non sur les valeurs du champ en tout point du modèle. De ce fait, on a obtenu des incohérences lors du calcul des champs, en particulier lors de la répétition de certaines simulations. Face à l'impossibilité d'obtenir des résultats stables en 3D, il a été décidé d'élaborer tout d'abord un modèle 2D, consistant à restreindre le système 3D à une coupe 2D.

Le passage en 2D réduit la complexité des équations intégrales et de plus il existe des méthodes de modélisation relativement aisées à paramétrer pour permettre le calcul des champs dans différentes configurations. Dans ces circonstances, la méthode des courants multifilamentaires a été appliquée, car elle permet une mise en oeuvre plus simple et plus rapide que les équations de TMO discrétisées par la méthode des moments et, une plus grande flexibilité de modélisation du problème, que ce soit au niveau de la configuration des sources ou des milieux. Pour l'appliquer le modèle doit être légèrement modifié ; on se ramène au cas de trois plaques infinies superposées, chacune d'une épaisseur propre, entourées par deux couches d'air comme le montre la figure 3.4. Le thorax a donc été supprimé du modèle. Les

ondes, que l'on utilisera, auront pour direction principale de propagation l'axe Oy . Enfin les tumeurs seront considérées comme des cylindres, infinis suivant l'axe Oz orthogonal au plan de coupe. Dans le plan de coupe examiné, les tumeurs seront donc représentées par des inhomogénéités circulaires de rayon donné.

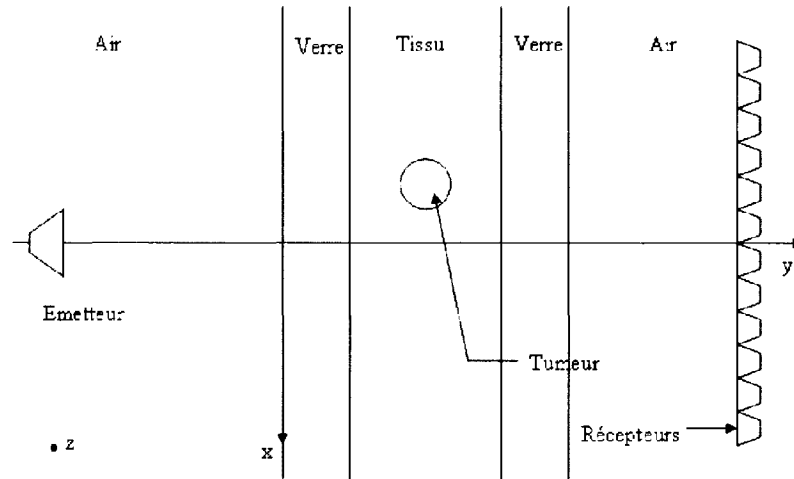


FIG. 3.4 Représentation du modèle 2D

3.3 Caractéristiques techniques

Comme indiqué précédemment, les plaques de verre permettent l'adaptation entre le milieu extérieur, l'air, et le milieu à imager, le sein. Il se figure que l'épaisseur du verre est la clef pour obtenir une adaptation optimale. En effet, si on nomme λ_{verre} la longueur d'onde dans le verre de l'onde incidente, alors l'épaisseur idéale d'une plaque pour disposer d'un maximum de transmission est de $\frac{\lambda_{verre}}{4}$. En se ramenant à la longueur d'onde λ_0 dans le vide, l'épaisseur de verre idéale pour avoir adaptation est de : $\frac{\lambda_0}{4\sqrt{\epsilon_{verre}}}$; où ϵ_{verre} est la permittivité relative du verre.

Il est important de remarquer que l'épaisseur des plaques de verre dépend de la fréquence de travail. Il a été fixé comme fréquence de travail la fréquence médicale

de 2,45GHz car elle offre un bon compromis entre atténuation des ondes dans le tissu et résolution : une fréquence plus faible aura une moins bonne résolution mais sera moins atténuée dans le tissu et inversement pour une fréquence plus élevée. L'épaisseur sera donc adaptée pour cette fréquence. On envisage cependant la possibilité de faire du multifréquences, en particulier d'utiliser la fréquence médicale de 900MHz ce qui permettrait d'ajouter de la redondance d'informations dans les mesures, rendant la reconstruction plus aisée. Si l'épaisseur n'est pas adaptée on pourrait craindre que les mesures à cette fréquence soient de moins bonne qualité. On aurait pu proposer de prendre une épaisseur adaptée à une fréquence comprise entre 900MHz et 2.45GHZ, par exemple 1,5GHz, afin que la dégradation de l'information affecte les mesures de la même façon. Cependant le travail à la fréquence de 2,45GHz a été favorisé car des travaux antérieurs ont montré que l'on pouvait obtenir une bonne résolution à cette fréquence. La fréquence 900MHz n'est qu'un complément pour la reconstruction. Une autre solution aurait été de corriger l'épaisseur des plaques en fonction de la fréquence utilisée, mais cela imposerait de modifier le système entre chaque mesure, contrainte que l'on préfère éviter.

Les données seront exploitées dans un mode différentiel : le champ utilisé dans les équations de reconstruction est la différence entre le champ obtenu avec une distribution quelconque de permittivité et le champ mesuré lorsque le tissu est parfaitement sain, permittivité de 15 dans ce cas. Dans ce contexte, lors de la reconstruction, le contraste de permittivité d'un tissu sain est de 0 : le champ en sortie étant nul dans ce cas.

Le modèle 2D se discrétise comme suit. Un maillage du tissu est élaboré avec un pas $d = 6mm$. Cette valeur a été choisie pour deux raisons principales. Tout d'abord le maillage fixe la taille minimale des tumeurs que l'on peut détecter. Des tumeurs plus petites peuvent être détectables mais elles apparaitront à la résolution comme des tumeurs de taille 6mm mais de permittivité plus faible. Actuellement

il est impossible de prédire si des inhomogénéités de rayon inférieur à 3mm seront cancéreuses ou pas. Il n'est donc pas forcément nécessaire dans un premier temps de pouvoir détecter des inhomogénéités trop petites. De plus, plus une tumeur est petite, plus sa réponse est faible et la reconstruction difficile. Pour une première approche, il fut décidé de ne pas aggraver les difficultés de reconstruction. L'agencement du maillage est représenté à la figure 3.5. L'épaisseur du tissu a été fixée à 38 mm . Avec le pas de discrétisation susmentionné on obtient un nombre entier de couches dans le tissu, six en l'occurrence, en imposant qu'une tumeur ne puisse se trouver dans le premier ou le dernier millimètre de tissu ; cette marge est nécessaire pour que le modèle 2D puisse fonctionner sans l'apparition de zones singulières aux interfaces. Le projet permettra de savoir si cette épaisseur est suffisante pour que le modèle se comporte bien de façon linéaire.

Pour le modèle de reconstruction, la même orientation est conservée. La direction normale aux plaques est l'axe Oy , c'est aussi la direction de propagation des ondes. Les plaques sont infinies suivant les directions Ox et Oz . La zone de modélisation est restreinte à une taille de 5λ selon Ox . On suppose l'accès à un réseau d'antennes réceptrices pour mesurer le champ en sortie avec le même pas que le maillage choisi.

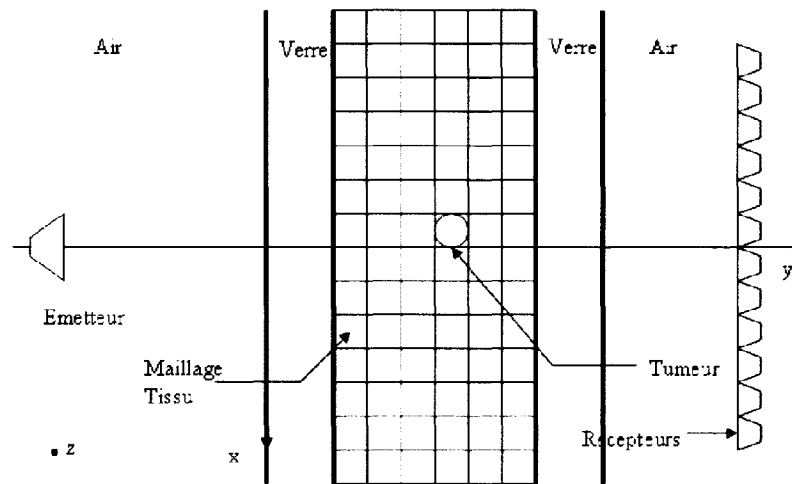


FIG. 3.5 Maillage du système

Ceci conclut la présentation des modèles utilisés aux diverses étapes de ce projet ainsi que les choix techniques retenus. Dans les chapitres suivants on explicitera plus en détails les techniques de modélisation électromagnétique et de reconstruction utilisées.

CHAPITRE 4

MODÉLISATION DU SYSTÈME PAR LA MÉTHODE DES COURANTS MULTIFILAMENTAIRES

Afin de pouvoir expérimenter diverses configurations de matériel, un simulateur des champs de notre système a été conçu. Pour le construire une technique de calcul numérique, destinée à modéliser des problèmes de dispersion impliquant des inhomogénéités dans des structures cylindriques, a été mise en oeuvre. Plutôt que d'utiliser directement les équations de Maxwell discrétisées par la méthode des moments, l'utilisation d'une méthode d'équivalence a été préférée. De nombreuses solutions numériques en électromagnétisme reposent sur des techniques de ce type. Elles permettent le plus souvent d'aboutir à des algorithmes plus simples à mettre en oeuvre car elles substituent les équations intégrales des champs par un ensemble d'équations algébriques linéaires. L'approche dite par courants multifilamentaires (Multi Filament Current Method en anglais abrégé par MFCM par la suite) fut introduite par (Leviatan et al., 1988) afin de donner des résultats précis à la fois en champs proches et en champs lointains. Dans notre cas, elle facilite la mise en oeuvre du modèle et assure une plus grande flexibilité de simulations qu'une résolution plus classique car elle autorise plus aisément des modifications fondamentales du système.

Dans un premier temps, l'application théorique de la méthode susnommée sera abordée dans des structures cylindriques simples, (Boag and Mittra, 1994; Ouda and Sebak, 1992; Renaud and Laurin, 1999; Wu and Michalski, 1995), elle sera généralisée, par la suite, au cas de plaques infinies. A notre connaissance, l'application de la MFCM à des plaques parallèles n'a encore pas été traitée, nous serons

donc amenés à vérifier les résultats obtenus. À cette fin, les champs simulés seront comparés à ceux de la théorie des lignes de transmission, théorie que l'on rappellera brièvement. Enfin le tout sera mis en oeuvre dans notre modèle.

4.1 Présentation et application de la MFCM sur diverses structures

4.1.1 Principe général

Le concept principal de cette méthode est d'exprimer les champs créés dans chaque région non pas par une source de courant seul comme dans les solutions basées sur les volumes équivalents mais par les champs rayonnés par un ensemble de sources filamenteuses. Elles sont attribuées à chacune des régions en fonction des frontières physiques de la région et situées à l'extérieur des limites physiques de la région considérée. On considère alors que les sources rayonnent dans un milieu homogène infini ayant les mêmes propriétés électromagnétiques que la région d'origine. De cette façon les champs rayonnés par les sources peuvent être calculés grâce aux fonctions de Green dans un espace infini. C'est un des attraits principaux de cette technique.

Rappel : les fonctions de Green sont un ensemble de solutions des équations différentielles de l'électromagnétisme. Si l'on se ramène à un système simple des équations de Helmholtz, la fonction de Green 3-D correspondante est solution de :

$$\nabla^2 \mathbf{A} + \beta^2 \mathbf{A} = -\mu \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}') \quad (4.1)$$

La solution analytique tridimensionnelle a alors la forme suivante, (Demarest, 2004) :

$$G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \frac{\mu_0}{4\pi|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} \exp(-j\beta|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|) \quad (4.2)$$

où r et r' sont respectivement les vecteurs de position du point d'observation et de la source.

Dès lors le champ dans chacune des régions est calculé par l'ensemble des filaments attribués à ces régions. Les conditions de continuité des champs aux frontières permettent le calcul du champ à l'intérieur de chacune des régions.

4.1.2 Principe et résultats généraux en géométrie cylindrique

Pour se familiariser avec la MFCM, on va étudier un cas simple composé d'un cylindre infini de paramètres diélectriques relatifs ϵ_2 et μ_2 . En outre ce cas correspond au modèle d'une tumeur 2D. Ce type de problème a été largement étudié dans la littérature (Boag and Mittra, 1994; Ouda and Sebak, 1992; Renaud and Laurin, 1999; Wu and Michalski, 1995), par ailleurs il a été mis en évidence dans l'article de (Renaud and Laurin, 1999) que cette méthode donne d'aussi bonnes prédictions en champs lointains qu'en champs proches. À la figure 4.1 une section de ce cylindre suivant son axe, (z en l'occurrence) a été tracée. Il y aura deux régions à traiter : le milieu entourant le cylindre et le cylindre lui-même, appelées respectivement par la suite régions I et II. Dans ce problème il n'y a qu'une seule interface, ce qui impose de respecter deux conditions frontières : une pour le champ E , l'autre pour le champ H . La dépendance des champs en $e^{(j\omega t)}$ est supprimée de toutes les formules afin d'alléger l'écriture.

4.1.2.1 Forme analytique

Les filaments sont au nombre de N_1 pour le calcul des champs dans la région I et de N_2 pour la région II, ils sont disposés comme présentés à la figure 4.2.

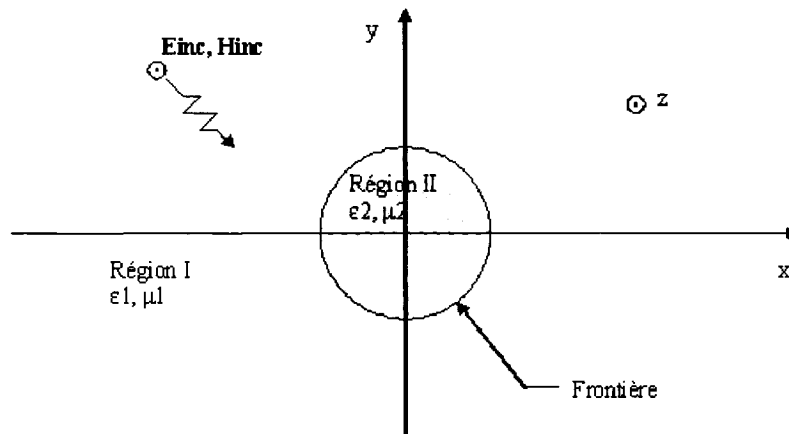


FIG. 4.1 Coupe d'un cylindre infini dans un milieu quelconque

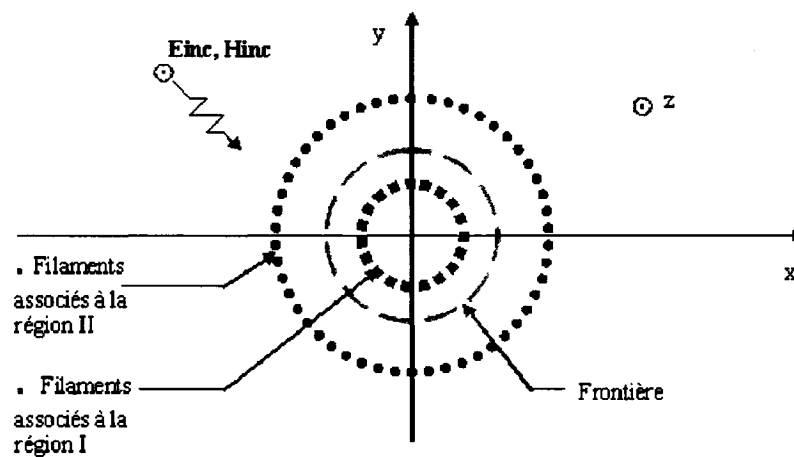


FIG. 4.2 Disposition des filaments pour le calcul du champ dans un cylindre homogène

Chaque région a donc été remplacée, pour les calculs de champs, par son équivalent suivant (voir figure 4.3).

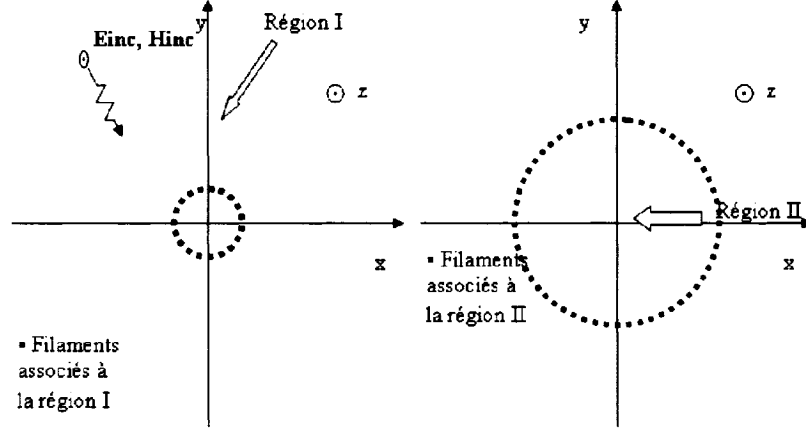


FIG. 4.3 Equivalents de chacune des deux régions

Dans le cas d'une illumination TM, c'est à dire avec le champ $\mathbf{E}$ perpendiculaire au plan de la figure, le champ créé par chaque source filamenteuse i au point de coordonnées (x, y) peut être directement écrit en utilisant des fonctions de Green car l'on est dans un milieu infini dans la région $m = I, II$.

$$\mathbf{E}_{mi}^S = -\frac{\kappa_m * \eta_m}{4} I_{mi} H_0^{(2)}(\kappa_m \rho_{mi}) * \hat{\mathbf{z}} \quad (4.3)$$

$$\mathbf{H}_{mi}^S = \frac{\kappa_m}{4 * j} I_{mi} H_1^{(2)}(\kappa_m \rho_{mi}) \frac{(y_{mi} - y) \hat{\mathbf{x}} + (x - x_{mi}) \hat{\mathbf{y}}}{\rho_{mi}} \quad (4.4)$$

où η et κ sont respectivement l'impédance caractéristique et le nombre d'ondes de la région m .

$$\eta = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} \quad (4.5)$$

$$\kappa = \omega \sqrt{\mu \epsilon} \quad (4.6)$$

$H_0^{(2)}$ et $H_0^{(1)}$ sont les fonctions de Hankel de seconde espèce définies par :

$$H_n^{(2)} = J_n - iY_n \quad (4.7)$$

$$H_n^{(1)} = J_n + iY_n \quad (4.8)$$

où J et Y sont respectivement des fonctions de Bessel de première et deuxième espèce. Enfin la distance entre le point d'observation (x, y) et le filament i est notée par ρ .

$$\rho_{mi} = \sqrt{(x - x_{mi})^2 + (y - y_{mi})^2} \quad (4.9)$$

Les coefficients I_{mi} sont les courants électriques inconnus à déterminer. Le champ total dans les régions I et II peut alors s'écrire :

$$\mathbf{E}_I = \mathbf{E}_{inc} + \sum_{i=1}^{N_1} \mathbf{E}_{Ii} \quad (4.10)$$

$$\mathbf{E}_{II} = \sum_{i=1}^{N_2} \mathbf{E}_{IIi} \quad (4.11)$$

et bien sûr :

$$\mathbf{H}_I = \mathbf{H}_{inc} + \sum_{i=1}^{N_1} \mathbf{H}_{Ii} \quad (4.12)$$

$$\mathbf{H}_{II} = \sum_{i=1}^{N_2} \mathbf{H}_{IIi} \quad (4.13)$$

Les champs incidents $\mathbf{E}_{inc}$ et $\mathbf{H}_{inc}$ sont de la forme suivante pour une onde plane (OP) uniforme de direction de propagation Oy , selon le système d'axe $\{\hat{x}, \hat{y}, \hat{z}\}$:

$$\mathbf{E}_{inc} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ E_{incz} * \exp(-j\kappa_1 y) \end{bmatrix} \quad (4.14)$$

$$\mathbf{H}_{inc} = \begin{bmatrix} H_{incx} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{E_{incz} \exp(-j\kappa_1 y)}{\eta_1} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.15)$$

L'excitation avec une OP sera utilisée dans un premier temps pour tous les modèles, puis par la suite l'illumination sera modifiée pour obtenir d'autres éclairages.

Pour pouvoir calculer les champs $\mathbf{E}$ et $\mathbf{H}$ dans l'ensemble du système, il est nécessaire de connaître les interactions qui existent entre les champs des différents milieux. Ces interactions sont formalisées par les conditions à la frontière entre les deux milieux donnés par :

$$\mathbf{n}_b \times \mathbf{E}_I = \mathbf{n}_b \times \mathbf{E}_{II} \quad (4.16)$$

$$\mathbf{n}_b \times \mathbf{H}_I = \mathbf{n}_b \times \mathbf{H}_{II} \quad (4.17)$$

$$(4.18)$$

où $\mathbf{n}_b$ est le vecteur normal unitaire en chaque point i_b de la frontière, ici circulaire.

$$\mathbf{n}_b = \begin{bmatrix} \cos \frac{2\pi k}{N_b} \\ \sin \frac{2\pi k}{N_b} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.19)$$

Le développement des conditions frontières permet de poser les équations nécessaires au calcul des champs. On cherche à y isoler les coefficients I_{mi} des sources filamenteuses qui sont les seules inconnues du problème. Le champ dans le milieu I s'écrit en un point (x_b, y_b) :

$$\mathbf{E}_I = \sum_{i=1}^{N_1} \alpha_{1ik} I_{1i} + E_{incz} \exp(-i\kappa_1 y_b) \quad (4.20)$$

avec α_{1ik} le terme de la somme lié au coefficient I_{1i} au point frontière k correspondant

$$\alpha_{1ik} = -\frac{\kappa_1 * \eta_1}{4} H_0^{(2)}(\kappa_1 \rho_{ik}) \quad (4.21)$$

En reprenant les mêmes notations le champ dans le milieu II en chaque point de la frontière s'en déduit :

$$\mathbf{E}_{II} = \sum \frac{\kappa_2 \eta_2}{4} I_{2i} H_0^{(2)}(\kappa_2 \rho_{ik}) \quad (4.22)$$

$$= \sum \alpha_{2i} I_{2i} \quad (4.23)$$

Le développement de l'équation de la condition frontière du champ $\mathbf{E}$ permet d'obtenir le premier jeu d'équations en chaque point x_b, y_b de la frontière :

$$\sum I_{1i} \alpha_{1ik} + E_{incz} \exp(-i\kappa_1 y_b) = \sum \alpha_{2ik} I_{2i} \quad (4.24)$$

Pour le calcul des champs $\mathbf{H}$, les notations précédentes sont reprises, où m est l'indice du milieu et en se plaçant à un point frontière, on définit :

$$\delta_{mki} = \frac{k_m}{4j} \frac{H_1^{(2)}(k_1 \rho_{1ik})}{\rho_{1ik}} \quad (4.25)$$

$$\beta_{mik} = y_{mi} - y_k \quad (4.26)$$

$$\gamma_{mik} = x_k - x_{mi} \quad (4.27)$$

(x_{mi}, y_{mi}) coordonnées du filament i associé au milieu m , (x_k, y_k) coordonnées du point frontière. On peut alors détailler la deuxième condition frontière.

Pour le milieu I en chaque point frontière k on a :

$$H_{incy} \cos \frac{2\pi k}{N_b} - H_{incx} \sin \frac{2\pi k}{N_b} + \sum_{i=1}^{N_1} \delta_{1ik} \gamma_{1ik} \cos \frac{2\pi k}{N_b} - \delta_{1ik} \beta_{1ik} \sin \frac{2\pi k}{N_b} I_{1i} \quad (4.28)$$

et dans le milieu II :

$$\sum_{i=2}^{N_2} \delta_{2ik} \gamma_{2ik} \cos \frac{2\pi k}{N_b} - \delta_{2ik} \beta_{2ik} \sin \frac{2\pi k}{N_b} I_{2i} \quad (4.29)$$

L'égalité de ces deux termes fournit la dernière équation pour déterminer les coefficients des sources filamenteuses.

4.1.2.2 Forme matricielle

Dans la partie précédente, les équations des champs $\mathbf{E}$ et $\mathbf{H}$ ont été développées afin de mettre en valeur les coefficients des sources filamenteuses. Dans cette partie, le système d'équations va être mis sous une forme matricielle $\mathbf{Y} = \mathbf{AI}$ afin d'en faciliter la résolution, avec :

$$\mathbf{Y} = \begin{bmatrix} \mathbf{y}(1) \\ \cdot \\ \cdot \\ \mathbf{y}(N_b) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{E}_{inc}(1) \\ \cdot \\ \mathbf{E}_{inc}(N_b) \\ \mathbf{H}_{incx}(1) \sin \frac{2\pi}{N_b} - \mathbf{H}_{incy}(1) \cos \frac{2\pi}{N_b} \\ \mathbf{H}_{incx}(1) \sin \frac{2\pi(N_b-1)}{N_b} - \mathbf{H}_{incy}(1) \cos \frac{2\pi(N_b-1)}{N_b} \\ \cdot \end{bmatrix} \quad (4.30)$$

$$\boldsymbol{I} = \begin{bmatrix} I_{1,1} \\ \cdot \\ I_{1,N_1} \\ I_{2,1} \\ \cdot \\ I_{2,N_2} \end{bmatrix} \tag{4.31}$$

$$\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{A}_1 & \boldsymbol{A}_2 \end{bmatrix} \tag{4.32}$$

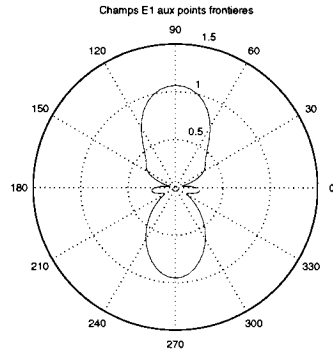
où

$$\mathbf{A}_1 = \begin{bmatrix} -\alpha_{1,1,1} & \dots & -\alpha_{1,1,N_1} \\ -\alpha_{1,2,1} & \dots & -\alpha_{1,2,N_1} \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ -\alpha_{1,N_b,1} & \dots & -\alpha_{1,N_b,N_1} \\ \delta_{1,1,1}\gamma_{1,1,1}\cos\frac{2\pi}{N_b} - \delta_{1,1,1}\beta_{1,1,1}\sin\frac{2\pi}{N_b} & \cdot & \delta_{1,1,N_1}\gamma_{1,1,N_1}\cos\frac{2\pi}{N_b} - \delta_{1,1,N_1}\beta_{1,1,N_1}\sin\frac{2\pi}{N_b} \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ \delta_{1,N_b,1}\gamma_{1,N_b,1}\cos\frac{2\pi(N_b-1)}{N_b} - \delta_{1,N_b,1}\beta_{1,N_b,1}\sin\frac{2\pi(N_b-1)}{N_b} & \cdot & \delta_{1,N_b,N_1}\gamma_{1,N_b,N_1}\cos\frac{2\pi(N_b-1)}{N_b} - \delta_{1,N_b,N_1}\beta_{1,N_b,N_1}\sin\frac{2\pi(N_b-1)}{N_b} \end{bmatrix}$$

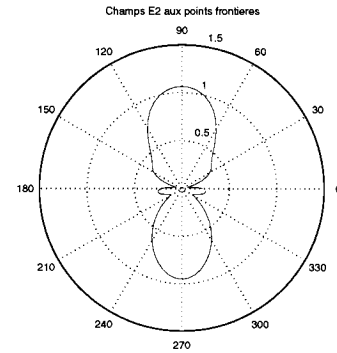
$$\mathbf{A}_2 = \begin{bmatrix} \alpha_{2,1,1} & \dots & \alpha_{2,1,N_2} \\ \alpha_{2,2,1} & \dots & \alpha_{2,2,N_2} \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ \alpha_{2,N_b,1} & \dots & \alpha_{2,N_b,N_2} \\ -\delta_{2,1,1}\gamma_{2,1,1}\cos\frac{2\pi}{N_b} + \delta_{2,1,1}\beta_{2,1,1}\sin\frac{2\pi}{N_b} & \cdot & -\delta_{2,1,N_2}\gamma_{2,1,N_2}\cos\frac{2\pi}{N_b} + \delta_{2,1,N_2}\beta_{2,1,N_2}\sin\frac{2\pi}{N_b} \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ -\delta_{2,N_b,1}\gamma_{2,N_b,1}\cos\frac{2\pi(N_b-1)}{N_b} + \delta_{2,N_b,1}\beta_{2,N_b,1}\sin\frac{2\pi(N_b-1)}{N_b} & \cdot & -\delta_{2,N_b,N_2}\gamma_{2,N_b,N_2}\cos\frac{2\pi(N_b-1)}{N_b} + \delta_{2,N_b,N_2}\beta_{2,N_b,N_2}\sin\frac{2\pi(N_b-1)}{N_b} \end{bmatrix}$$

Ce système est alors résolu par les techniques classiques d'inversion. La matrice $\mathbf{A}$ peut être carrée ou pas suivant le nombre de points frontières et le nombre de filaments par frontière. Dans le cas d'une géométrie cylindrique cette inversion ne pose pas de problème de résolution.

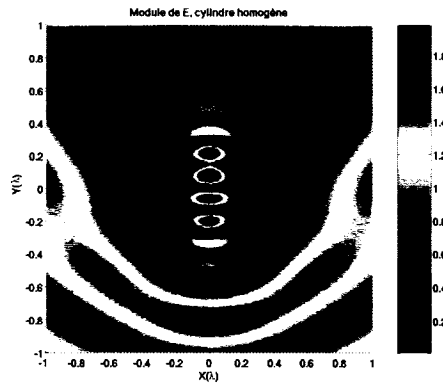
Pour vérifier le comportement du système, les champs $\mathbf{E}$ obtenus dans l'ensemble du domaine pour un cylindre de permittivité relative 15 entouré d'air, de permittivité relative 1, de rayon 0,61 longueur d'onde dans le vide ont été tracés, ainsi que les champs $\mathbf{E}$ de chacun des deux milieux à la frontière et la différence relative entre ces champs (voir figure 4.4). Le cylindre est éclairé par une onde plane de direction de propagation Oy , direction verticale. Sur le vu de ces simulations, il apparaît que les champs à la frontière sont bien continus : la différence entre les champs tangentiels ne dépasse pas 10^{-15} d'erreur relative, le champ tangentiel $\mathbf{E}$ de chaque milieu est bien le même. Conséquemment les conditions frontières sont respectées. De plus, sur la figure 4.4.c un phénomène de réflexion-transmission des ondes électromagnétiques est observable. L'onde incidente ne se propage pas de façon uniforme dans le cylindre : suivant son incidence relative à la frontière, le champ est plus ou moins transmis dans le cylindre, d'où l'existence d'une onde dans le cylindre de largeur finie mais inférieure au diamètre du cylindre. Les ventres et noeuds de ces ondes sont dus aux réflexions aux interfaces qui entraînent l'apparition d'interférences entre les ondes réfléchies et incidentes. Ces résultats nous prouvent d'une part que la technique de résolution respecte bien les conditions théoriques imposées, d'autre part la propagation de l'onde semble en accord avec le sens physique.



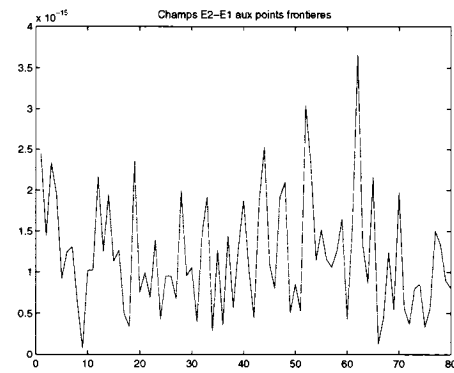
(a) Module du Champ E dans le milieu 1 à la frontière



(b) Module du Champ E dans le milieu 2 à la frontière



(c) Module du Champ E



(d) Module de la différence des champs E à la frontière

FIG. 4.4 Champs obtenus par la méthode MFCM dans un cylindre homogène

4.1.2.3 Généralisation

Avant d'aborder notre structure plane, on va complexifier cette structure afin de voir l'impact de différentes frontières sur la mise en équations du problème et le

comportement des champs calculés. Le système plus complexe considéré est composé d'un emboîtement de cylindres de différentes permittivités, comme le suggère la figure 4.5. Dans ce système on considère deux cylindres plongés dans du vide. En reprenant les mêmes notations, le système d'équations peut être facilement extrapolé. Les sources équivalentes sont réparties autour des deux frontières comme à la figure 4.6. On aboutit au même genre d'équations que précédemment. Les termes faisant référence au milieu considéré vont être modifiés ainsi qu'évidemment la présence ou non d'un champ incident dans les milieux. À la deuxième frontière il n'y a pas de champ incident dans le milieu II ou III, ces termes n'apparaissent donc pas dans nos équations. Le nombre de sources filamenteuses va lui aussi augmenter pour le milieu II car chaque frontière nécessite l'utilisation de sources spécifiques. Le milieu II, situé au centre, présente donc deux lots de sources comme indiqué à la figure 4.6. Pour la frontière 1, on aura les mêmes équations qu'auparavant à l'exception de la deuxième série de sources filamenteuses, situées dans le milieu III, qui modifient le champs du milieu II.

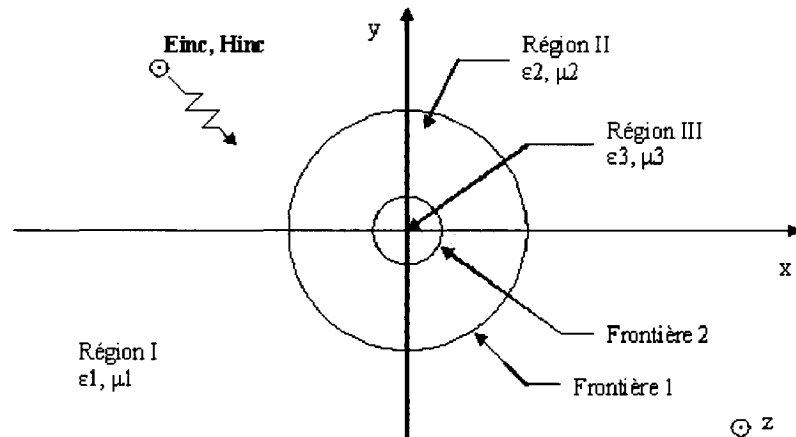


FIG. 4.5 Plan de coupe d'un emboîtement de deux cylindres

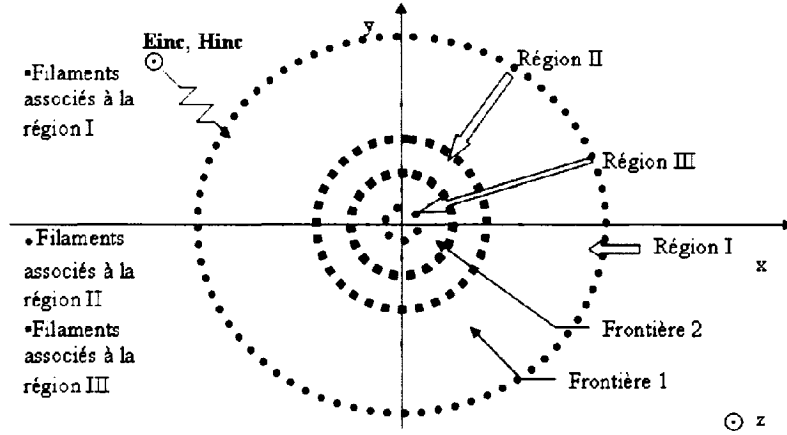


FIG. 4.6 Répartition des sources filamenteuses dans le cas d'un emboîtement de cylindres

En chaque point k de la frontière 1 il vient :

$$\mathbf{n}_b \times \mathbf{H}_{II} = \sum_{i=2}^{N_{21}} \delta_{21ik} \gamma_{21ik} \cos \frac{2\pi k}{N_{b1}} - \delta_{21ik} \beta_{21ik} \sin \frac{2\pi k}{N_{b1}} I_{21i} \quad (4.33)$$

$$+ \sum_{i=2}^{N_{23}} \delta_{23ik} \gamma_{23ik} \cos \frac{2\pi k}{N_{b1}} - \delta_{23ik} \beta_{23ik} \sin \frac{2\pi k}{N_{b1}} I_{23i} \quad (4.34)$$

$$= \mathbf{n}_b \times \mathbf{H}_I \quad (4.35)$$

et pour le champ $\mathbf{E}$:

$$\sum_{i=1}^{N_{12}} I_{1i} \alpha_{1i} + E_{incz} \exp(-i\kappa_1 y_b) = \sum_{i=1}^{N_{21}} \alpha_{21i} I_{21i} + \sum_{i=1}^{N_{23}} \alpha_{23i} I_{23i} \quad (4.36)$$

où on a repris les mêmes notations que précédemment avec de plus N_{21} le nombre de filaments utilisés pour calculer le champ dans le milieu II et liés à la frontière 1, N_{23} celui pour le calcul du champ du milieu II mais lié à la frontière 2 (et donc situé dans le milieu III), N_{12} pour le champ du milieu I lié à la frontière 1 (et donc

situé dans le milieu II), et N_{b1} le nombre de points utilisés sur la condition frontière 1.

À la frontière 2 la condition de continuité du champ $\mathbf{E}$ s'écrit en chaque point de la frontière :

$$\sum_{i=1}^{N_{21}} \alpha_{21ik} I_{21ik} + \sum_{i=1}^{N_{23}} \alpha_{23ik} I_{23i} = \sum_{i=1}^{N_{32}} \alpha_{32ik} I_{32i} \quad (4.37)$$

tandis que celle du champ $\mathbf{H}$ devient :

$$\sum_{i=1}^{N_{21}} \delta_{21ik} \gamma_{21ik} \cos \frac{2\pi k}{N_{b2}} - \delta_{21ik} \beta_{21ik} \sin \frac{2\pi k}{N_{b2}} I_{21i} \quad (4.38)$$

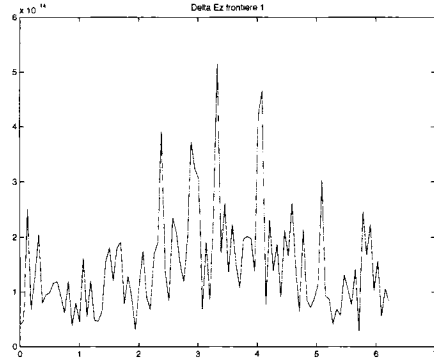
$$+ \sum_{i=1}^{N_{23}} \delta_{23ik} \gamma_{23ik} \cos \frac{2\pi k}{N_{b2}} - \delta_{23ik} \beta_{23ik} \sin \frac{2\pi k}{N_{b2}} I_{23i} \quad (4.39)$$

$$= \sum_{i=1}^{N_{32}} \delta_{32ik} \gamma_{32ik} \cos \frac{2\pi k}{N_{b2}} - \delta_{32ik} \beta_{32ik} \sin \frac{2\pi k}{N_{b2}} I_{32i} \quad (4.40)$$

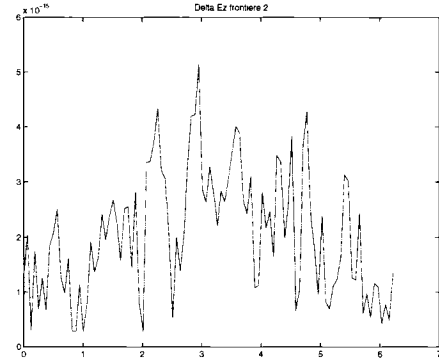
cette fois-ci, N_{32} est le nombre de filaments utilisés pour calculer le champ dans le milieu III, liés à la frontière 2 et situés dans le milieu II, et N_{b2} est le nombre de points frontières utilisés à la frontière 2.

Les champs obtenus aux différentes frontières d'un ensemble de deux cylindres imbriqués, de permittivités relatives respectives 15 et 55, et de rayons respectifs 0,61 et 0,28 longueur d'onde dans le vide, éclairés par une onde plane unitaire de direction Oy (figure 4.8) confortent les conclusions du cas précédent. Les différences des champs tangentiels obtenues non seulement en des points situés sur la frontière mais aussi entre deux des points sur lesquels on a imposé les conditions frontières (voir figure 4.7) prouvent que les conditions théoriques imposées (continuité des champs tangentiels) sont bien respectées : l'erreur relative entre les champs ne dépasse pas un ordre de 10^{-14} d'erreur relative quel que soit l'ensemble de points sur lequel

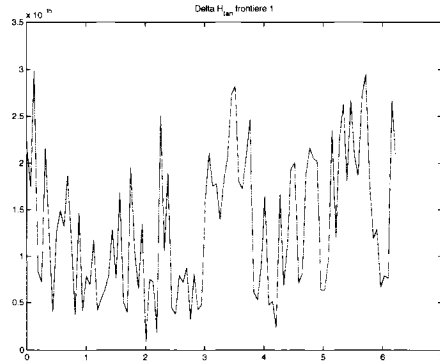
la vérification est faite. Cette méthode assure une bonne continuité des champs et donc la validité des champs obtenus. Physiquement le champ propagé dans les milieux ressemble au cas du cylindre homogène avec apparition du phénomène d'interférences entre ondes incidentes et réfléchies, phénomène compliqué par la coexistence de deux frontières.



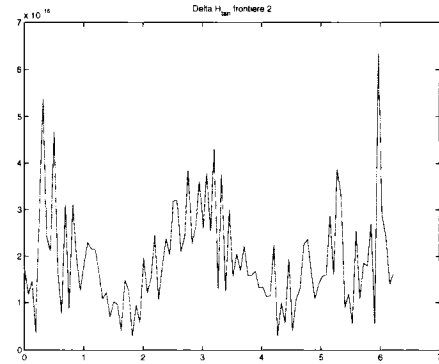
(a) Module de la différence des champs $\mathbf{E}$ tangentiels à la frontière 1



(b) Module de la différence des champs $\mathbf{E}$ tangentiels à la frontière 2

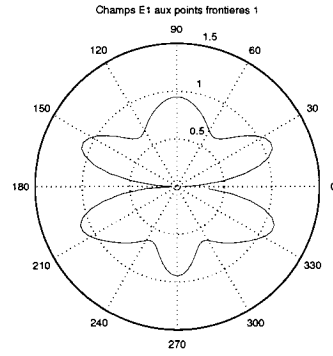


(c) Module de la différence des champs $\mathbf{H}$ tangentiels à la frontière 1

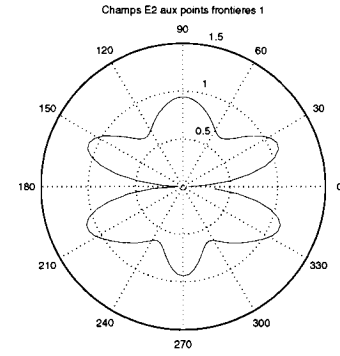


(d) Module de la différence des champs $\mathbf{H}$ tangentiels à la frontière 2

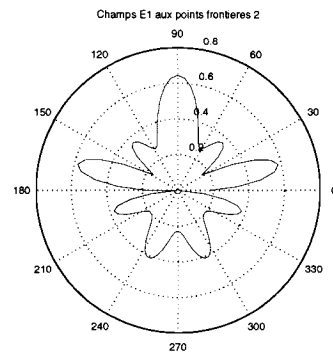
FIG. 4.7 Différences des champs aux conditions frontières, obtenues par la méthode MFCM, dans un emboîtement de cylindres homogènes



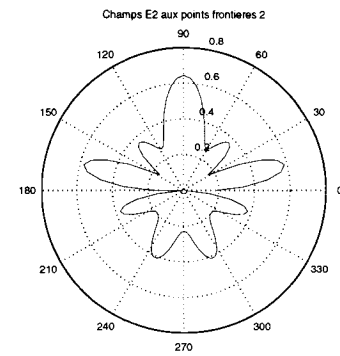
(a) Module du champ E du milieu I à la frontière 1



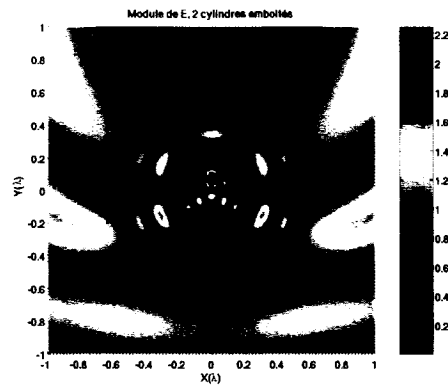
(b) Module du champ E du milieu II à la frontière 1



(c) Module du champ E du milieu II à la frontière 2



(d) Module du champ E du milieu III à la frontière 2



(e) Module du champ E dans tout le domaine

4.1.3 Application à un système de plaques de grande taille

4.1.3.1 Forme analytique et matricielle

On se propose d'appliquer la méthode MFCM au mammographe composé, comme abordé au chapitre trois, d'un ensemble de plaques superposées. Dans cette partie le modèle est restreint à un cas sans tumeur, le cas avec tumeur sera abordé dans la dernière partie. Le milieu III est donc constitué seulement d'une couche de tissu sain. L'application des équations de l'électromagnétisme a été vue dans les sections précédentes sur des cas simples. On abordera brièvement dans cette partie la modification de ces équations due à la structure particulière utilisée sans les redévelopper intégralement. On s'attardera par contre sur le rôle des filaments, de leurs place, et leur nombre dans le calcul des champs.

Tout comme en géométrie cylindrique, on pourrait tout d'abord se circonscrire au cas d'une seule plaque infinie. Toutefois l'exercice plus général n'apportant pas de grandes difficultés, les résultats obtenus sur l'ensemble de plaques seront directement présentés ici. L'orientation du système dans l'espace est décrit schématiquement à la figure 4.9. Le système étant considéré comme infini suivant l'axe z , seule une coupe selon le plan perpendiculaire à cet axe a été représentée. Cette orientation sera reprise par ailleurs dans l'ensemble des modèles développées par la suite.

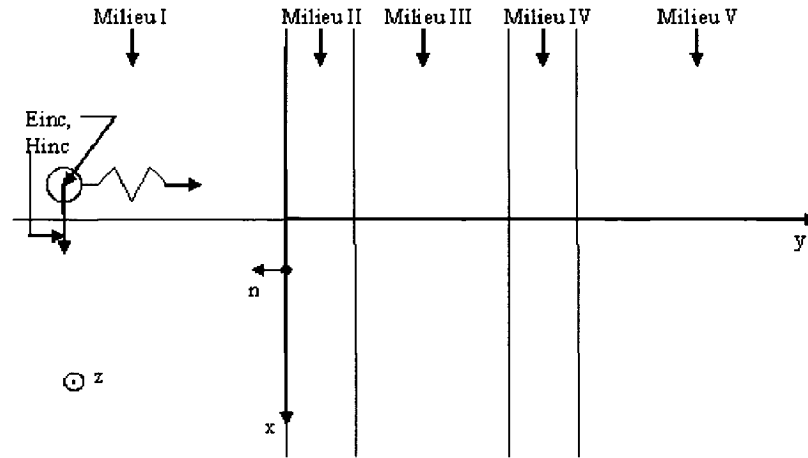


FIG. 4.9 Géométrie du modèle de mammographe, coupe transversale

Le traitement d'un système de plaques se heurte à la principale difficulté du positionnement adéquat des filaments afin de pouvoir résoudre le système matriciel obtenu. Ce positionnement critique a été mis en valeur dans les travaux de (Vasconcelos et al., 2000) qui a étudié des systèmes cylindriques carrés et a soulevé la difficulté à résoudre de tels systèmes.

Le placement des filaments est réalisé comme exposé à la figure 4.10. À chaque frontière est associée deux séries de filaments de part et d'autre de la frontière et parallèles à elle. Chacune des séries intervient dans le calcul du champ du milieu situé de l'autre côté de la frontière par rapport à elle.

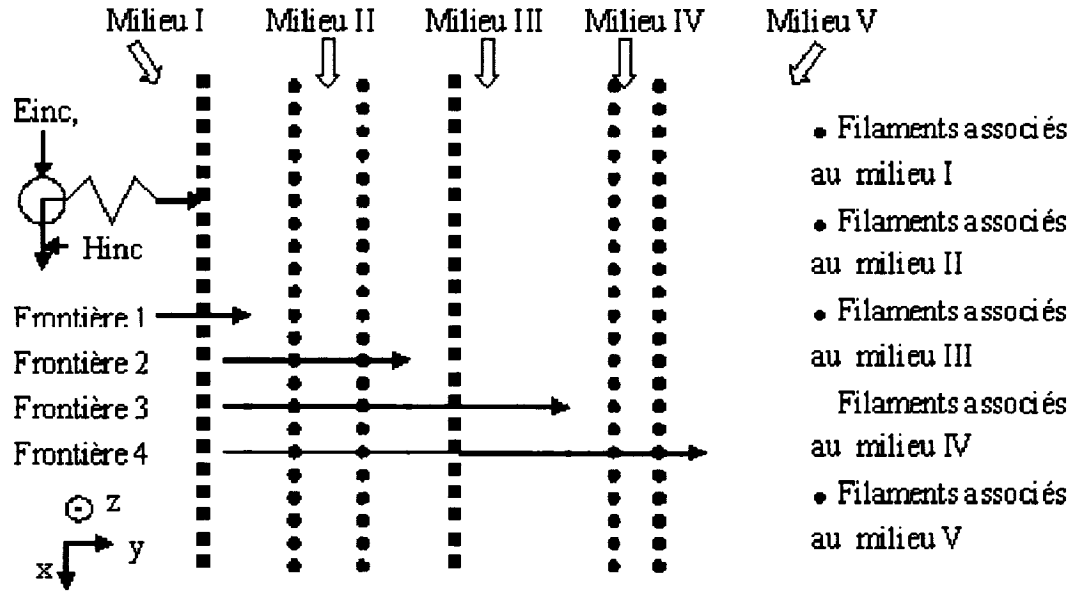


FIG. 4.10 Placement des filaments dans le système de plaques

Dû à la géométrie du problème, le vecteur normal en chaque point des conditions frontières est invariant quelle que soit la frontière ou quel que soit le point considéré. Il s'exprime :

$$\mathbf{n}_b = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.41)$$

Il est avantageux de remarquer que le champ créé dans un milieu m est la somme des contributions d'un certain nombre de séries de sources filamenteuses liées au nombre de frontières, deux au plus, du milieu considéré avec les autres milieux. Par exemple le milieu I ne présente qu'une seule frontière, avec le milieu II en l'occurrence, le champ est donc créé dans ce milieu par une seule série de filaments parallèles à la frontière 1. D'un filament à l'autre de cette série, seules leurs coordonnées en x

vont changer. De même le milieu II ayant deux frontières, le champ à l'intérieur de ce milieu sera créé par deux séries de filaments placées de part et d'autre de ces deux frontières. Ceci est valable pour les milieux III, IV et V.

Si l'on considère une série de N sources filamenteuses situées à la même ordonnée y et créant un champ $\mathbf{E}$ dans un milieu m , en adoptant les notations précédentes, la condition frontière $\mathbf{n}_b \times \mathbf{E}$ s'écrit en chaque point k :

$$\mathbf{n}_b \times \mathbf{E} = \mathbf{n}_b \times \sum_{i=1}^N \alpha_{mik} I_{mk} \hat{\mathbf{z}} \quad (4.42)$$

$$= \begin{bmatrix} -\sum_{i=1}^N \alpha_{mik} I_{mk} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.43)$$

Pour la condition frontière sur $\mathbf{H}$ on obtiendra par contre :

$$\mathbf{n}_b \times \mathbf{H} = \mathbf{n}_b \times \sum_{i=1}^N \delta_{mik} (\beta_{mik} \hat{\mathbf{x}} + \gamma_{mik} \hat{\mathbf{y}}) I_{mk} \quad (4.44)$$

$$= \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \sum_{i=1}^N \delta_{mik} \beta_{mik} \end{bmatrix} \quad (4.45)$$

où m est l'indice du milieu considéré, et k celui du point frontière. Il suffit alors de réaliser l'égalité des champs à chacune des frontières. Par exemple à la frontière 1 on a :

$$\mathbf{E}_{2tan} = \mathbf{E}_{21} + \mathbf{E}_{23} = \mathbf{E}_{1tan} = \mathbf{E}_{12} \quad (4.46)$$

$$\mathbf{H}_{2tan} = \mathbf{H}_{21} + \mathbf{H}_{23} = \mathbf{H}_{1tan} = \mathbf{H}_{12} \quad (4.47)$$

où $(\mathbf{E}_{21}, \mathbf{H}_{21})$, $(\mathbf{E}_{23}, \mathbf{H}_{23})$ et $(\mathbf{E}_{12}, \mathbf{H}_{12})$ sont respectivement les champs créés par

les filaments liés à la frontière 1 et situés dans le milieu I, ceux créés par les filaments liés à la frontière 2 et situés dans le milieu III et ceux créés par les filaments liés à la frontière 1 et situés dans le milieu I. On peut voir que contrairement au cas du cylindre homogène, les équations liées au champ $\mathbf{H}$ sont simplifiées : seul le terme de la composante en x intervient.

Les termes sont ensuite regroupés sous forme matricielle comme précédemment. À la figure 4.11, le module de la matrice $\mathbf{A}$ a été tracé pour le cas d'une onde plane incidente unitaire de direction de propagation Oy éclairant le système de trois plaques, de permittivité relative respective $\{5.5, 15, 5.5\}$, entourées par deux couches d'air. Le remplissage de cette matrice est caractéristique et reflète la structure du problème. La partie supérieure de la matrice concerne les conditions aux différentes frontières pour le champ $\mathbf{E}$, la partie inférieure traite les conditions pour le champ $\mathbf{H}$. Chaque partie est subdivisée en quatres lignes de bloc : une par frontière. Dans chacune de ces lignes apparaît les blocs de filaments qui sont impliqués. Chaque série de filaments correspond à un bloc, avec dans l'ordre de gauche à droite : $N_{12}, N_{21}, N_{23}, N_{32}, N_{34}, N_{43}, N_{45}, N_{54}$.

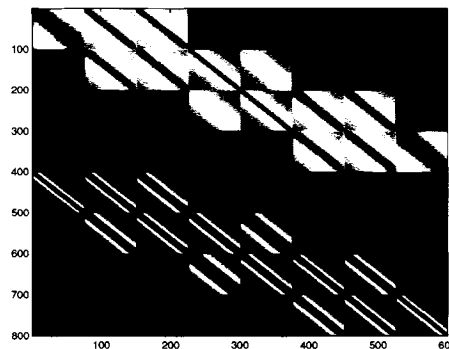


FIG. 4.11 Logarithme du module de la matrice des fonctions de Green, cas sans tumeur

4.1.4 Influence des paramètres principaux

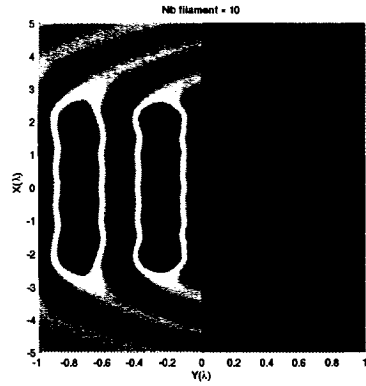
Pour optimiser le calcul des champs, il est nécessaire d'étudier l'effet d'un certain nombre de paramètres du système : le nombre de filaments utilisés par frontière, le nombre de points pris sur chaque frontière, et la distance des filaments aux frontières.

Pour simplifier cette étude, un système de deux milieux plans, nommés I et II, de permittivité relative respective 1 et 15, est considéré et éclairé par une onde plane unitaire de direction de propagation Ox (axe horizontal). La différence de permittivité induit une réflexion d'ondes à l'interface. La théorie des ondes planes indique que le coefficient de réflexion d'un tel milieu est $R = \frac{n_2 - n_1}{n_2 + n_1}$ et celui de transmission $T = \frac{2n_1}{n_2 + n_1}$, où $n_i = \sqrt{\epsilon_i}$, avec ϵ_i permittivité relative du milieu i . Dans le cas présent, R et T valent respectivement 0,59 et 0,41. Il faut donc s'attendre à obtenir dans le milieu II une onde plane de module 0,41, alors que dans le milieu I deux ondes vont interférer : l'onde incidente de module 1 et l'onde réfléchie de module 0,59. Dans le milieu I, il y aura donc apparition d'un phénomène d'ondes stationnaires de module maximal 1,59 et de module minimal 0,41. Les plaques sont tronquées à une longueur de cinq longueurs d'onde dans le vide.

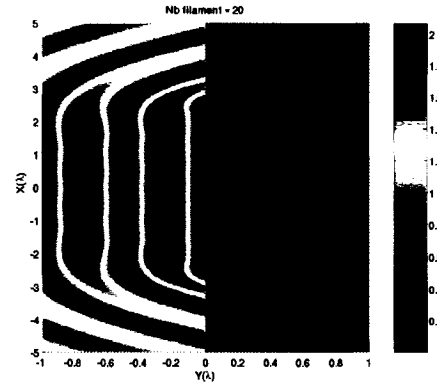
4.1.4.0.1 Nombre de filaments

On fait varier le nombre de filaments pour une longueur constante des plaques et des frontières. Conséquemment, c'est la densité de filaments qui varie. Le champ en sortie est observable à la figure 4.12 en fonction du nombre de filaments par milieu. Ce paramètre influence deux aspects de la construction de notre champ. Tout d'abord plus le nombre de filaments augmente mieux les conditions frontières sont respectées. Pour $N = 10$ le champ dans le milieu est quasiment nul, la continuité du

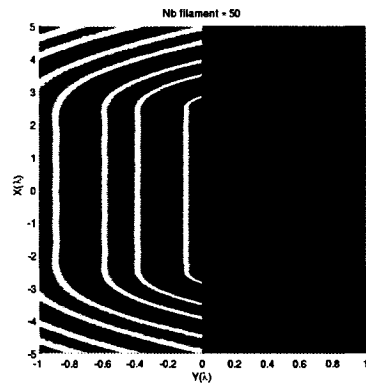
champ n'est donc pas respectée, cet effet disparaît à partir de $N = 50$. Enfin plus le nombre de filaments est important moins le champ est marqué par des oscillations verticales mais l'amplitude de ces oscillations ne baisse pas linéairement avec l'augmentation de la densité de filaments. Au delà de 100, un seuil est atteint. Les temps de calculs s'allongent d'autant plus que le nombre de filaments est important, pour toute la suite le nombre de filaments est fixé à 75, ce qui permet un bon compromis entre temps de calculs et oscillations. Si l'on revient à la physique du système, la théorie des ondes planes semble confirmée. Il y a apparition dans le milieu I d'un phénomène d'ondes stationnaires dû à la superposition des ondes incidentes et réfléchies. Son maximum est d'environ 1,6 et son minimum est de 0,4. Une analyse plus précise de la courbe fournit en fait les valeurs d'extrêma suivantes : 1,59 et 0,41. C'est en parfaite concordance avec la théorie. En sortie l'onde transmise est bien plane et de module 0,41. Pour $|y| > 2,5\lambda$, les ondes électromagnétiques se courbent. Cette singularité est expliquée trois paragraphes plus loin dans la section intitulée "Effets de bords".



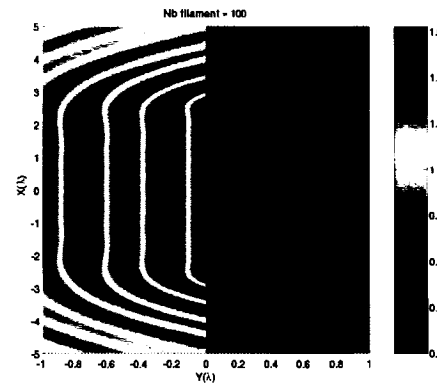
(a) Module du champ E avec 10 filaments par frontière



(b) Module du champ E avec 20 filaments par frontière



(c) Module du champ E avec 50 filaments par frontière



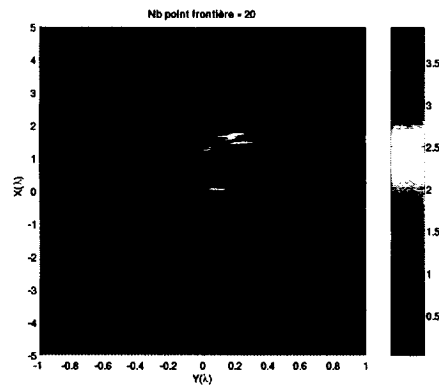
(d) Module du champ E avec 100 filaments par frontière

FIG. 4.12 Comparaison de l'effet du nombre de filaments dans la méthode MFCM

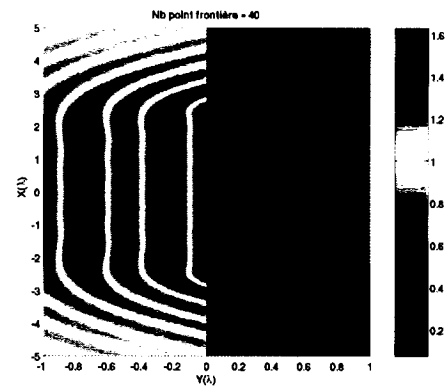
4.1.4.0.2 Nombre de points frontières

On fait fluctuer maintenant le nombre de points pris à la frontière pour calculer les conditions de continuité. Les résultats sont présentés à la figure 4.13. Fort logique-

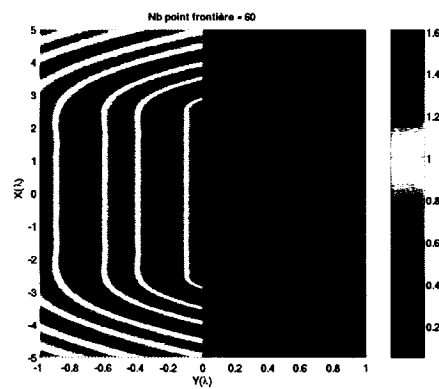
ment on s'aperçoit qu'en deçà d'un certain nombre de points le modèle n'est plus capable de calculer correctement le champ, en dessous de 40 dans notre exemple. Si le nombre de points est suffisant par contre la condition frontière est bien calculée. En revanche il faut signaler un effet d'oscillations selon la direction x qui s'atténue lentement quand le nombre de points augmente. Au-delà d'un certain nombre de points le nombre d'oscillations reste constant. De même que précédemment, pour un nombre de filaments suffisants il y a une adéquation parfaite entre les simulations et la théorie. Pour des raisons analogues de compromis entre temps de calcul et phénomènes perturbateurs, le nombre de points frontières est arrêté à 100 pour toute la suite.



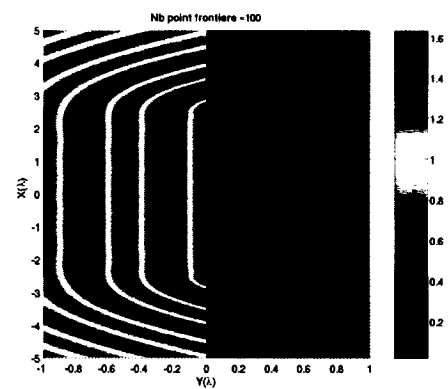
(a) Module du champ E avec 20 points par frontière



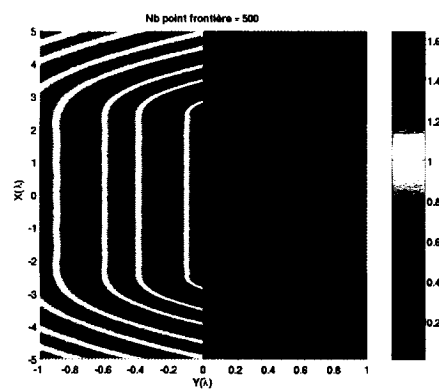
(b) Module du champ E avec 40 points par frontière



(c) Module du champ E avec 60 points par frontière



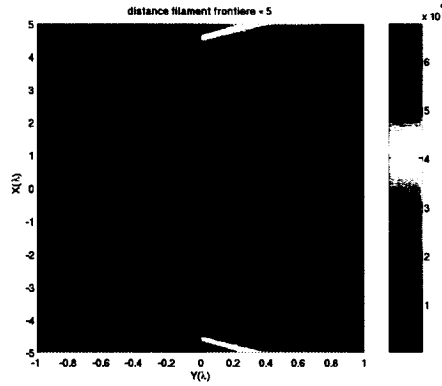
(d) Module du champ E avec 100 points par frontière



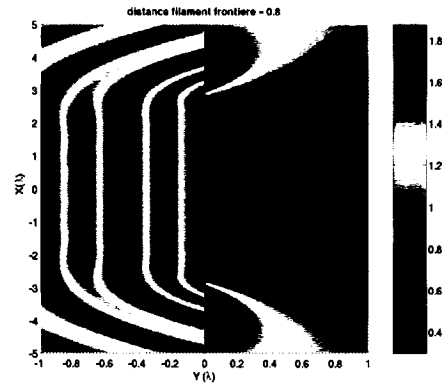
(e) Module du champ E avec 500 points par frontière

4.1.4.0.3 Distance des filaments

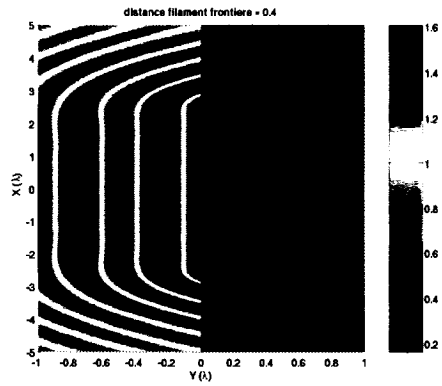
On s'intéresse maintenant à la distance entre la frontière et les filaments. Comme on l'observe à la figure 4.14, plus les filaments sont loin de la frontière moins les champs sont bien calculés. Au-delà d'une longueur d'onde de distance, la solution trouvée devient aberrante. En deçà de cette longueur, l'effet majeur est de diminuer les oscillations du champ dues aux filaments. De plus, il a été constaté expérimentalement qu'en dessous de $0,2\lambda$ de distance, les conditions de continuité à la frontière n'étaient plus vérifiées.



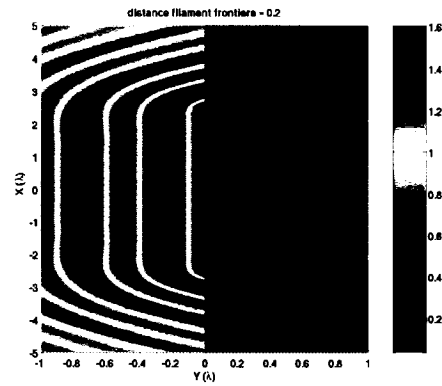
(a) Module du champ E quand la distance filaments frontière est de 5λ



(b) Module du champ E quand la distance filaments frontière est de $0,8\lambda$



(c) Module du champ E quand la distance filaments frontière est de $0,4\lambda$



(d) Module du champ E quand la distance filaments frontière est de $0,2\lambda$

FIG. 4.14 Comparaison de l'effet de la distance des filaments à la frontière dans la méthode MFCM

L'aspect du champ obtenu résulte donc d'un compromis entre ces paramètres en particulier pour les oscillations, l'adéquation aux champs et le temps de calculs. En effet il faut garder à l'esprit que plus le nombre d'inconnues est élevé plus le

temps de calculs est long et ce, quel que soit le paramètre concerné. Comme il a déjà été dit, les valeurs de ces coefficients sont fixées aux valeurs suivantes : nombre de filaments par frontière 75, nombre de points de calculs à une frontière 100, distance des filaments à la frontière $0,2\lambda$. La région de modélisation est de cinq longueurs d'onde. Ces valeurs permettent d'obtenir les champs les plus adéquats tout en limitant le temps de calcul.

4.1.4.0.4 Effets de bords

Sur tous les graphiques apparaissent des effets de bords provenant de la modélisation de l'espace sur un ensemble de cinq longueurs d'onde mais d'une représentation graphique sur dix. De ce fait les conditions de continuité ne sont pas vérifiées sur les bords d'où l'aspect des champs en dehors de la zone $x = [-2,5\lambda; 2,5\lambda]$. De plus le modèle étant fini, rien ne compense l'effet des filaments externes. Ce sont eux qui créent les oscillations résiduelles du modèle. Si on regarde attentivement le modèle, il existe une zone de non-oscillations qui se situe dans l'intervalle $x = [-2\lambda; 2\lambda]$ à proximité de l'interface, plus on s'écarte de la frontière et plus cette zone se réduit ; à $y = 0,4\lambda$ la zone de non-oscillations se restreint à $x = [-1,5\lambda; 1,5\lambda]$. Ces oscillations perturbent les mesures et peuvent masquer l'effet d'autres champs diffractés, par exemple par une tumeur. Elles peuvent s'apparenter à la diffraction produite par des plaques finies. En se rappelant les dimensions des plaques du modèle de mammographie proposée, épaisseur maximale de $0,31\lambda$, on peut conclure que dans la zone $x = [-1,5\lambda; 1,5\lambda]$ le modèle proposé ne crée pas d'oscillations. Cette largeur maximale où les oscillations dues aux effets de bords sont négligeables est appelé zone de confiance. Elle sera particulièrement importante lors de la reconstruction car elle impose les zones utilisables pour les simulations.

Pour résumer, dans cette partie les équations électromagnétiques ont été développées

dans le cadre de la MFCM pour plusieurs structures, la dernière étant le système de plaques que l'on se propose de tester. L'influence de certains paramètres a été étudié, ce qui nous a permis de choisir leurs valeurs pour optimiser le calcul des champs du système. La MFCM n'ayant pas été appliquée directement à des systèmes de plaques, on se propose de vérifier les résultats de simulations par une autre approche

4.2 Vérification des modèles précédents à partir de la théorie des lignes de transmission

Pour valider les champs obtenues par la MFCM, la solution analytique, que l'on devrait obtenir si l'on modélisait notre système éclairé par une onde plane, a été développée à l'aide de la théorie des lignes de transmission. Cette théorie prend en compte en particulier les jeux de réflexion/transmission des ondes qui apparaissent lorsque l'on considère un empilement de milieux différents. En effet, tout comme en optique, la traversée d'une interface par une onde électromagnétique engendre une onde transmise et une onde réfléchie de même nature que l'onde incidente. Dans l'éventualité de l'existence de plusieurs couches, il y a alors apparition de réflexions-transmissions multiples. Ceci est illustré à la figure 4.15. Il est important de noter que cette théorie n'est applicable qu'au cas d'une onde incidente plane se propageant dans des milieux d'épaisseur finie.

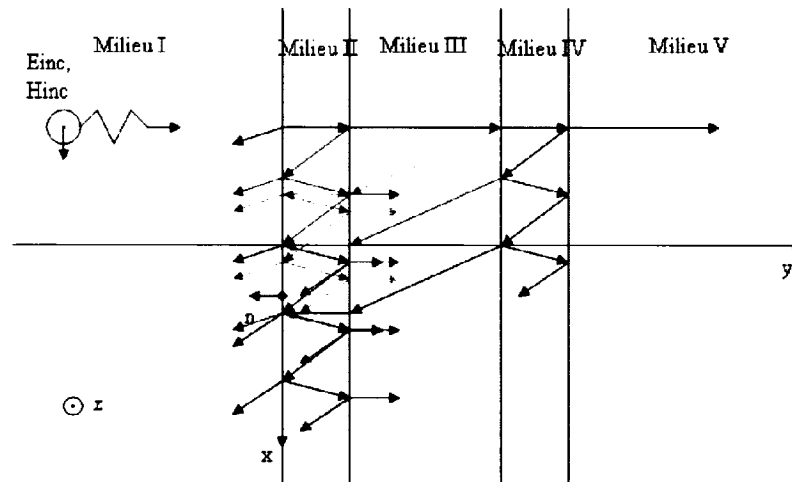


FIG. 4.15 Illustrations des ondes réfléchies et transmises dans un milieu multicouches

Un système à deux milieux est éclairé par une onde plane. Il peut être remplacé par le système de la figure 4.16. Si le champ sur le plan $y = d$ est supposé connu, le jeu d'équations 4.48 permet de calculer le champ sur un plan quelconque, par exemple au plan $y = 0$.

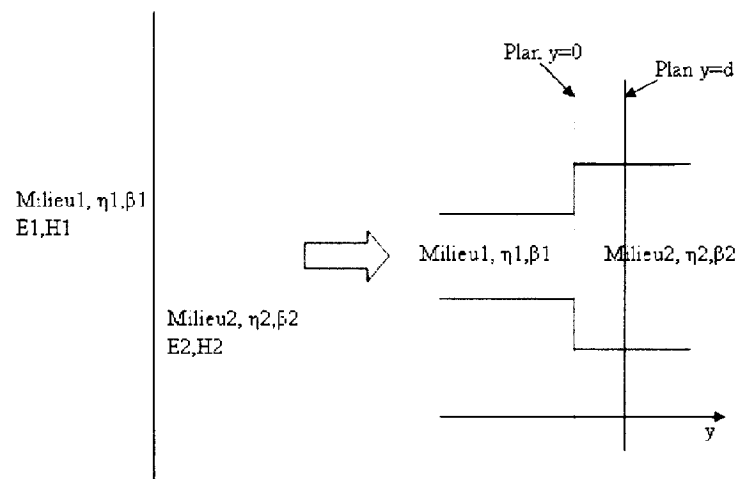


FIG. 4.16 Equivalent sous forme de lignes de transmission d'un système monoplaque

$$\begin{bmatrix} \mathbf{E}_z(y) \\ \mathbf{H}_x(y) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{E}_z(y=d) \\ \mathbf{H}_x(y=d) \end{bmatrix} \quad (4.48)$$

où dans le cas d'ondes planes se propageant dans les milieux :

$$\mathbf{E}_z(y=d) = \mathbf{E}_{2z}(y=d) = E_{02} \exp -j\beta_2 d \quad (4.49)$$

$$\mathbf{H}_x(y=d) = \mathbf{H}_{2x}(y=d) = \frac{E_{02}}{\eta_2} \exp -j\beta_2 d \quad (4.50)$$

et $\mathbf{E}_z(y)$ et $\mathbf{H}_x(y)$ sont les champs dans le milieu 1 à l'interface : $\mathbf{E}_z(y) = \mathbf{E}_{1z}(y=0)$ et $\mathbf{H}_x(y) = \mathbf{H}_{1x}(y=0)$. Les termes A, B, C, D de la matrice dépendent de la distance entre les deux plans considérés (plan $y=0$ et plan $y=d$). Pour deux plans séparés d'une distance d , ils s'écrivent pour un milieu avec pertes :

$$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cosh[\gamma d] & \eta \sinh[\gamma d] \\ \frac{1}{\eta} \sinh[\gamma d] & \cosh[\gamma d] \end{bmatrix} \quad (4.51)$$

où encore pour un milieu sans pertes, c'est à dire une conductivité σ nulle, avec $\beta = \omega \sqrt{\mu\epsilon}$:

$$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos[\beta d] & j\eta \sin[\beta d] \\ \frac{j}{\eta} \sin[\beta d] & \cos[\beta d] \end{bmatrix} \quad (4.52)$$

Cette modélisation permet donc, connaissant le champ de sortie ou d'entrée, de calculer, dans le cas d'une onde incidente plane, le champ opposé : c'est-à-dire le champ d'entrée ou de sortie respectivement. Une fois le système matriciel calculé il est possible de vérifier sur plusieurs points situés sur l'axe central Oy les valeurs du champ calculées par les filaments par rapport à celles données par la ligne de transmission. Il ne faut pas oublier que si l'on désire calculer le champ dans le

milieu 1, il faut prendre en compte le système matriciel représentant la traversée de l'onde dans ce milieu.

Le système matriciel se généralise trivialement à une succession de plaques. La solution générale va être donnée par la multiplication des matrices de chaque milieu traversé. La figure 4.17 présente le système complet modélisé sous forme de lignes de transmission.

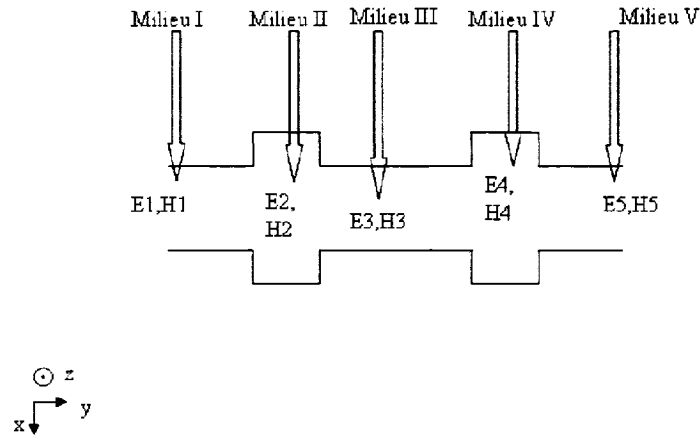


FIG. 4.17 Equivalent sous forme de lignes de transmission du système à 3 plaques

Le champ à une distance d de la dernière plaque de verre est lié au champ à l'interface de la première plaque de verre par la succession de quatre milieux à traverser. L'équation matricielle sera donc :

$$\begin{bmatrix} \mathbf{E}_{z1}(y=0) \\ \mathbf{H}_{x1}(y=0) \end{bmatrix} = \prod_{m=2}^5 \begin{bmatrix} A_m & B_m \\ C_m & D_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{E}_{z5}(y=e_{v1}+e_t+e_{v2}+d) \\ \mathbf{H}_{x5}(y=e_{v1}+e_t+e_{v2}+d) \end{bmatrix} \quad (4.53)$$

où e_{v1} et e_{v2} sont les épaisseurs des plaques de verre et e_t celle du tissu. Les termes de chaque matrice $\{A_m, B_m; C_m, D_m\}$ sont définis comme précédemment, les distances entre les différentes interfaces étant $d_2 = e_{v1}$, $d_3 = e_t$, $d_4 = e_{v2}$, et $d_5 = d$.

Ainsi, si une onde plane de module un est appliquée en entrée du système. Le champ de sortie selon le modèle des lignes de transmission a un module de 0.8807. Le module du champ en sortie obtenu avec des filaments (figure 4.18) est sensiblement dans cette gamme. La vérification peut être faite plus en détails le long de l'axe Oy , les champs prédits selon les deux théories y sont égaux. La MFCM assure donc une bonne modélisation de notre système de plaques.

Remarque : les graphiques et les résultats numériques ont tous été réalisés pour des plaques de verre d'une épaisseur de 3cm soit un demi λ pour des raisons de visibilité graphique.

Remarque : si l'on désire connaître le champ en amont de la première interface, il suffit de multiplier par l'ensemble de matrices lié au milieu I. Toutefois dans ce cas la distance entre un plan du milieu I à une abscisse $y = h$, avec h négatif, et le plan de l'interface $y = 0$ doit être prise négative et non plus positive, car les plans de références et les plans où le champ est inconnu ont des positions inversées dans l'espace.

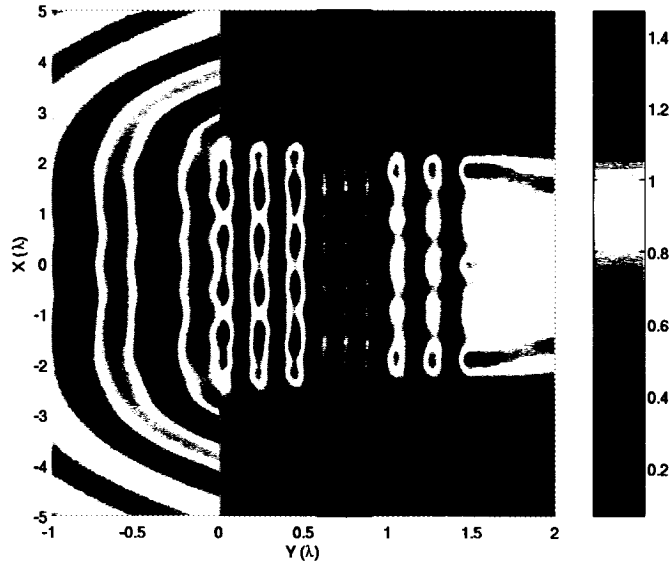


FIG. 4.18 Module du champ E obtenu dans tout le domaine dans le cas d'un éclairage par onde plane

4.3 Application à notre système

Il a été montré que la MFCM permettait d'obtenir les champs électromagnétiques exacts dans des systèmes de plaques de grandes tailles. Les paramètres de la MFCM ont aussi pu être fixés afin d'optimiser le calculs des champs. Dans cette dernière section, la MFCM va donc être appliquée à la structure de tomographe proposé en prenant en compte la présence d'inhomogénéités dans le tissu. Dans une première étape, les modifications des équations et du système matriciel dues aux inhomogénéités seront étudiées. Puis, on abordera rapidement les modifications à apporter au système pour pouvoir étudier les effets d'une plus grande variété de champs incidents, les champs incidents ayant été restreints à des ondes planes jusqu'à présent.

4.3.1 Modèle de base

Toutes les dimensions et caractéristiques sont celles précisées dans le chapitre trois de ce mémoire. Pour rappel, les plaques de verre sont d'épaisseur $\frac{\lambda_0}{4\sqrt{\epsilon_{verre}}} = 1.5\text{cm}$ et de permittivité relative 5,5 (base de données du logiciel HFSS), le tissu est épais de 38mm, de permittivité relative 15 (d'après (Gabriel et al., 1996a)), une tumeur est de rayon 3mm et de permittivité relative 55 (d'après (Gabriel et al., 1996a)). On rappelle que les graphiques et les résultats numériques ont tous été réalisés pour des plaques de verre d'une épaisseur de 3cm soit un demi λ pour des raisons de visibilité graphique.

Par soucis de simplification pour une première approche, la conductivité est considérée comme nulle dans les tissus. Par conséquent, les pertes seront négligeables dans notre modèle par rapport au cas réel. La conductivité pourrait être aussi reconstruite car elle varie en fonction de l'état du tissu, le contraste de conductivité atteignant six dans notre cas selon (Gabriel et al., 1996a).

En premier lieu, le milieu III n'est plus considéré comme homogène. Un certain nombre de défauts, des tumeurs, y sont incorporés. Dans les hypothèses il est considéré qu'il peut s'agir de cylindres homogènes. Cela va donc rajouter un certain nombre de filaments modifiant les champs de ce milieu (voir figure 4.19). Toutefois les deux séries de filaments dues aux frontières communes avec les milieux II et IV seront toujours présentes et leurs équations ne seront pas modifiées.

Par contre l'incorporation d'un défaut au milieu III revient à reprendre pour ce milieu l'exemple du cylindre homogène de la première partie de ce chapitre. On se retrouve avec les mêmes équations que précédemment avec le champ dans le milieu III qui remplace le champ incident que l'on avait alors. La figure 4.20 montre la modification du remplissage de la matrice $\mathbf{A}$ lorsqu'une tumeur est ajoutée. Il y

a apparition de deux nouveaux blocs de filaments qui interviennent dans le calcul des champs du milieu VI (la tumeur) et dans le calcul des champs du milieu III. De plus deux nouvelles lignes correspondant aux conditions frontières de l'interface tissu/tumeur sont apparues. Si une tumeur supplémentaire est encore rajoutée, la matrice $\mathbf{A}$ est modifiée en conséquence, voir la figure 4.21. Les filaments associés aux tumeurs et modifiant le champ dans le milieu III interviennent bien sûr dans les calculs des champs aux frontières avec les milieux II et IV.

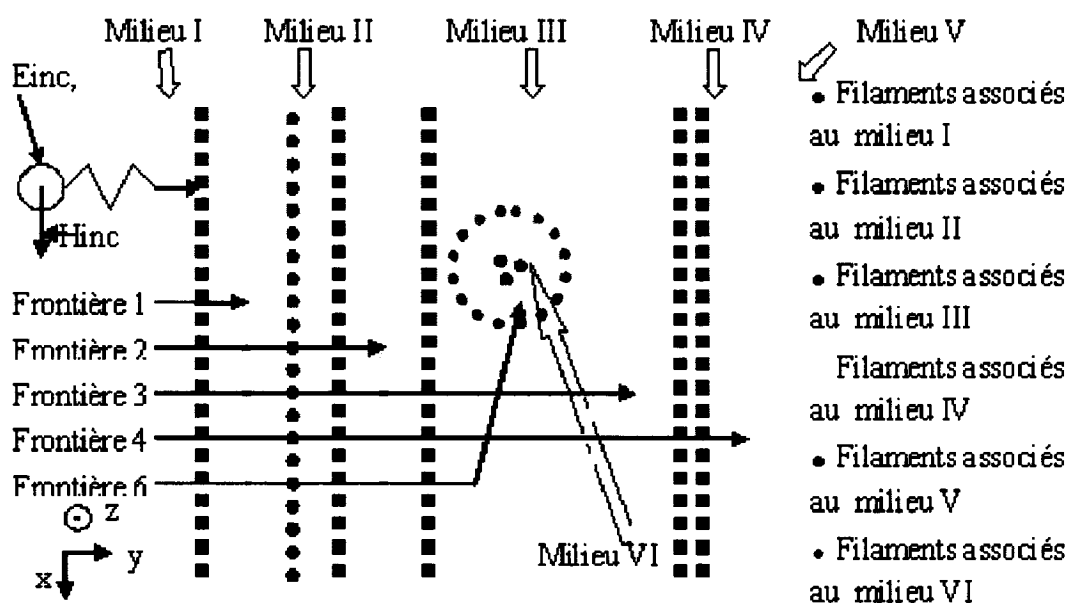


FIG. 4.19 Géométrie du système avec une tumeur

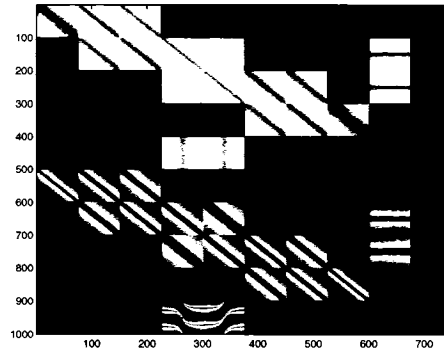


FIG. 4.20 Logarithme du module de la matrice des coefficients de Green lors de la présence d'une tumeur

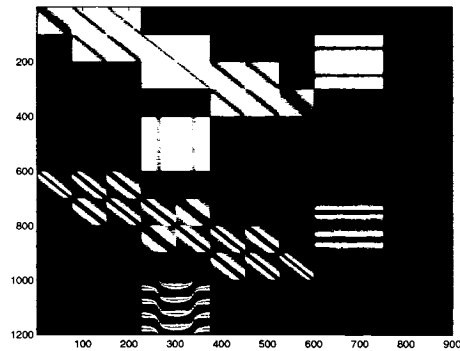


FIG. 4.21 Logarithme du module de la matrice des coefficients de Green lors de la présence de deux tumeurs

Le champ obtenu avec ce modèle est le même que celui de la structure précédente sans tumeur (figure 4.18). Cependant il a été constaté que des effets de bords entraînaient l'apparition de faibles oscillations du champ. Pour améliorer les simulations et éviter que le champ diffusé par les tumeurs ne soit perdu dans ces oscillations, il a été essayé d'introduire des termes correcteurs dans les équations

matricielles $\mathbf{Y} = \mathbf{AI}$. $\mathbf{Y}$ est le vecteur des champs aux conditions frontières non engendrés par les sources filamenteuses. Dans ce vecteur des champs, la solution analytique du modèle, calculée à partir des résultats obtenus sur les lignes de transmission, a été ajoutée en guise de termes correcteurs. Le calcul de cette solution analytique est brièvement expliqué ci-dessous.

Toutefois cette amélioration ne s'est pas avérée concluante. Par contre, elle a permis de s'apercevoir que le champ diffusé par les tumeurs n'était pas caché par les oscillations du champ. La MFCM modélise de façon efficace notre système.

Les réflexions multiples conservent la structure de l'onde incidente. Si une onde plane est incidente, il y aura dans les différents milieux deux ondes planes se propageant suivant les directions $+y$ et $-y$; à l'exception du milieu 5 où il n'y a pas d'onde réfléchie car ce milieu n'est pas borné. Ces deux ondes planes de directions opposées engendrent les ondes stationnaires observables dans les différents milieux.

Dans le milieu I l'onde théorique s'y propageant est notée de la façon suivante :

$$\mathbf{E}_{z1}(y) = a_1 \exp(-j\beta_1 y) + b_1 \exp(+j\beta_1 y) \quad (4.54)$$

$$\mathbf{H}_{x1}(y) = \frac{a_1}{\eta_1} \exp(-j\beta_1 y) - \frac{b_1}{\eta_1} \exp(+j\beta_1 y) \quad (4.55)$$

Pour ce milieu, l'onde de propagation suivant la direction $+y$ correspond au champ incident. Pour le milieu II on aura :

$$\mathbf{E}_{z2}(y) = a_2 \exp(-j\beta_2 y) + b_2 \exp(+j\beta_2 y) \quad (4.56)$$

$$\mathbf{H}_{x2}(y) = \frac{a_2}{\eta_2} \exp(-j\beta_2 y) - \frac{b_2}{\eta_2} \exp(+j\beta_2 y) \quad (4.57)$$

au milieu III :

$$\mathbf{E}_{z3}(y) = a_3 \exp(-j\beta_3(y - ev1)) + b_3 \exp(+j\beta_3(y - ev1)) \quad (4.58)$$

$$\mathbf{H}_{x3}(y) = \frac{a_3}{\eta_3} \exp(-j\beta_3(y - ev1)) - \frac{b_3}{\eta_3} \exp(+j\beta_3(y - ev1)) \quad (4.59)$$

au milieu IV :

$$\mathbf{E}_{z4}(y) = a_4 \exp(-j\beta_4(y - ev1 - et)) + b_4 \exp(+j\beta_4(y - ev1 - et)) \quad (4.60)$$

$$\mathbf{H}_{x4}(y) = \frac{a_4}{\eta_4} \exp(-j\beta_4(y - ev1 - et)) - \frac{b_4}{\eta_4} \exp(+j\beta_4(y - ev1 - et)) \quad (4.61)$$

Pour le milieu V cela se résume à :

$$\mathbf{E}_{z5}(y) = a_5 \exp(-j\beta_5(y - ev1 - et - ev2)) \quad (4.62)$$

$$\mathbf{H}_{x5}(y) = \frac{a_5}{\eta_5} \exp(-j\beta_5(y - ev1 - et - ev2)) \quad (4.63)$$

En connaissant les valeurs du champ en plusieurs points d'un même milieu le système d'équations obtenu est soluble et il permet d'obtenir les différents coefficients des ondes stationnaires.

En incorporant la solution dans notre milieu, les filaments ne jouent plus alors que le rôle de correcteur entre le champ théorique et le champ réel. Sans tumeur on devrait obtenir une contribution quasiment nulle des filaments lors de la résolution. La contribution des filaments au champ $\mathbf{E}$ est tracée à la figure 4.22, l'échelle des valeurs du champ créé par les filaments se situe dans un ordre de 10^{-15} . Le champ $\mathbf{E}$ du système est usuellement compris entre 0.6 et 1.6. La contribution filamentaire peut donc être considérée comme nulle. L'incorporation de la solution analytique modifie bien le rôle des filaments : ils ne servent plus qu'à calculer le champ diffusé par les tumeurs dans le tissu.

Si une tumeur est ajoutée au centre de la zone de modélisation, le champ est comparé avec le champ créé par une tumeur avec le modèle précédent (pas de solution analytique) (voir figure 4.23). On parvient à la conclusion que les ondulations du champ ne sont pas atténuées malgré l'incorporation de la solution analytique. Le champ en sortie du système, la couche d'air à droite de la figure, présente autant d'ondulations de même amplitude dans les deux cas. La différence principale vient de l'amélioration légère de la zone de confiance. En effet dans le cas sans solution analytique il y a présence aux bords des plaques modélisées, $X = -2.5$ et $X = 2.5$, de pics de signaux qui lorsqu'on progresse le long de l'axe Oy s'élargissent et viennent perturber le champ. La zone de confiance n'est pas constante le long de l'axe Oy . Dans le cas avec solution analytique cette perturbation n'intervient pas et la zone de confiance reste constante le long de l'axe Oy . Toutefois les valeurs du champ sont prises proches de la dernière interface, cette perturbation n'affecte donc pas énormément nos mesures. Ceci est confirmé par le champ diffusé par la tumeur en sortie du système : les courbes obtenues avec les deux modèles étant identiques.

La stabilité numérique de la solution n'est pas non plus améliorée par cette modification. Si un bruit uniforme de RSB 10 est ajouté au vecteur $\mathbf{Y}$, le champ en sortie du système est plus détérioré dans le cas avec solution analytique, figure 4.24 que dans le cas sans solution analytique, figure 4.25. Il y a apparition dans la forme générale de la contribution au champ d'une tumeur, de deux pics qui n'étaient pas présents avant. De plus ces pics atteignent une valeur maximale de 0,16 soit 133% du maximum de la contribution au champ d'une tumeur lorsque le bruit est nul. Au contraire, la courbe obtenue dans le cas sans solution analytique reste très proche de celle de la simulation sans bruit : seule une légère déformation est visible.

Bien que l'ajout de la solution analytique améliore légèrement la zone de confiance du système, il n'y a aucune amélioration sur le phénomène d'oscillations. Ce dernier

ne perturbant pas les champs diffusés par les tumeurs, l'utilisation de cette variante n'est pas justifiée dans notre cas. D'autant plus que les valeurs du champ sont prises proches des interfaces, là où la zone de confiance est identique pour les deux cas. En outre, l'utilisation d'une solution analytique implique de la recalculer pour toute modification du système en particulier pour des sources différentes. Or il n'est pas possible de le faire simplement pour des ondes non planes ce qui réduit la flexibilité de modélisation. Le modèle sans solution analytique sera finalement retenu.

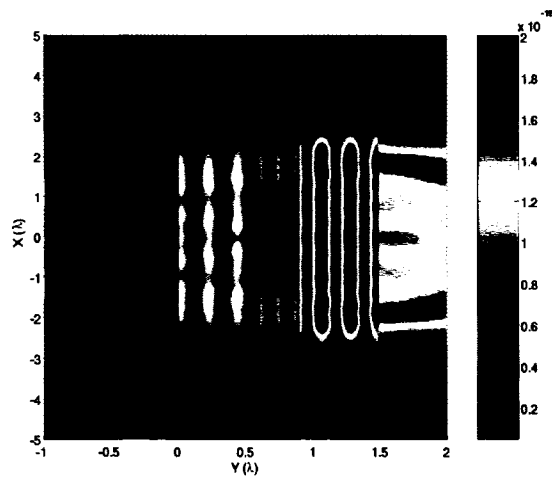
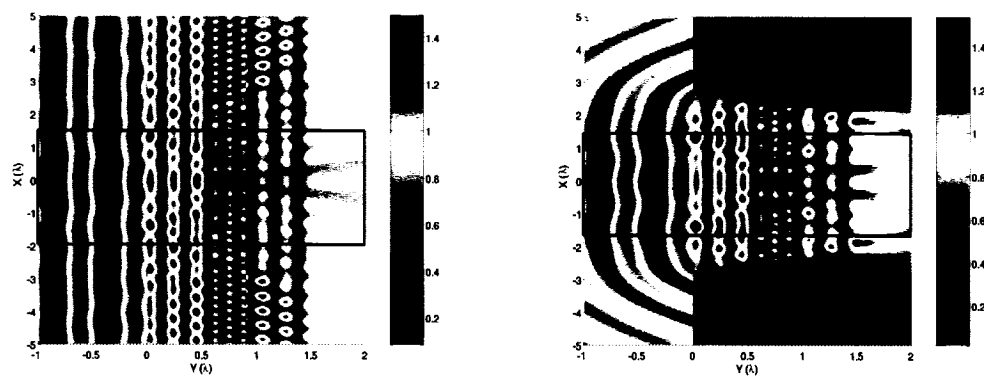
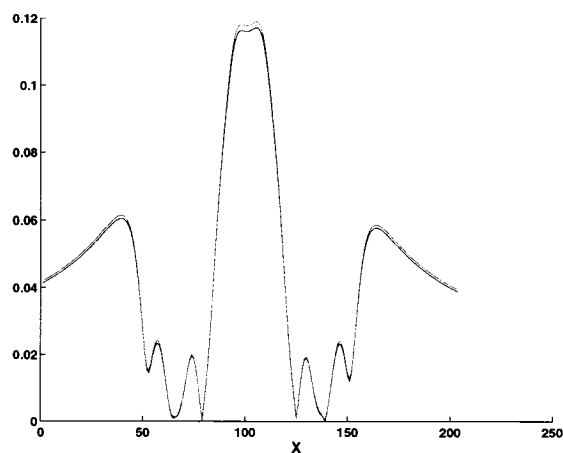


FIG. 4.22 Contribution des filaments au champ $\mathbf{E}$



(a) Module du champ E dans tout le domaine avec présence d'une tumeur dans le tissu dans le cas avec solution analytique

(b) Module du champ E dans tout le domaine avec présence d'une tumeur dans le cas sans solution analytique



(c) Module de la contribution au champ E en sortie par une tumeur : en rouge cas sans solution analytique, en bleu avec solution analytique

FIG. 4.23 Comparaison des champs obtenus avec ou sans incorporation de la solution analytique

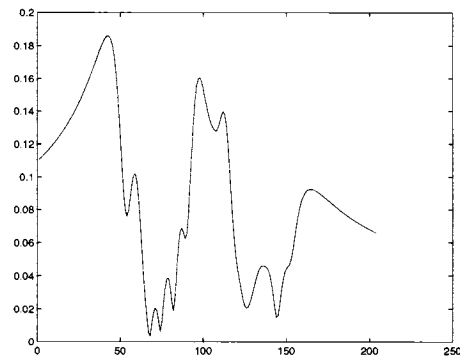


FIG. 4.24 Module du champ $\mathbf{E}$ créé par une tumeur en sortie dans le cas avec solution analytique et du bruit

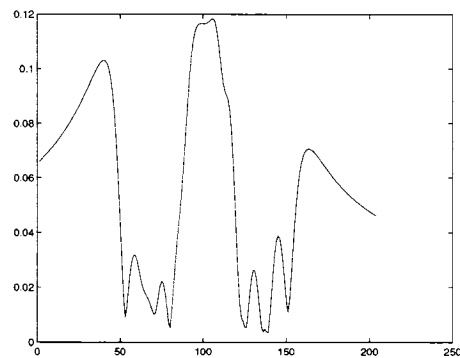


FIG. 4.25 Module du champ $\mathbf{E}$ créé par une tumeur en sortie dans le cas sans solution analytique et du bruit

4.3.2 Elargissement du modèle proposé à différents types de sources

Dans cette dernière partie, on regarde les modifications à apporter aux équations si l'on veut améliorer la flexibilité de modélisation pour différentes sources et fréquences.

Afin de jouer avec un éclairage différent du tissu, il est primordial de pouvoir essayer différentes sources ou longueurs d'ondes. Dans le cas d'une longueur d'onde distincte, notre modèle s'adapte trivialement. Si l'on désire changer l'éclairage, il faut prendre en compte de nouveaux champs incidents. Il suffit dans les équations présentées de changer la valeur des champs incidents à la frontière par ceux, d'une autre source, en faisant attention à l'apparition possible pour le vecteur $\mathbf{H}$ d'une composante selon l'axe Oy , $\mathbf{H}$ n'est alors plus colinéaire à l'axe Ox .

Cette modification a été accomplie pour une source filamenteuse. Tout d'abord placée très loin de la frontière (plusieurs dizaines de longueur d'onde) elle réalise une approximation d'onde plane, le champ simulé est comparable avec les résultats obtenus au cours de ce chapitre. La figure 4.26 montre l'onde obtenue dans ce cas, le champ présente les mêmes ventres et noeuds que précédemment, les valeurs des maxima et minima dans les différents milieux sont d'amplitudes égales et aux mêmes positions. Il s'agit bien du même champ que celui obtenu avec un éclairage par une onde plane. La source est ensuite rapprochée progressivement jusqu'à une distance de $0,1\lambda$ (figure 4.27). Le schéma d'interférences du champ dans les milieux est du même type que celui obtenu avec une onde plane : présence d'ondes stationnaires mais d'amplitude légèrement plus faible. Comme attendu, ce schéma d'interférences n'occupe plus la totalité du modèle car la source est plus localisée et n'éclaire qu'une partie des plaques.

Grâce au principe de superposition il est désormais envisageable de construire un éclairage à partir d'autant de sources filamenteuses que désiré. Dans le modèle final cette représentation sera conservée car elle permet une plus grande flexibilité de modélisation.

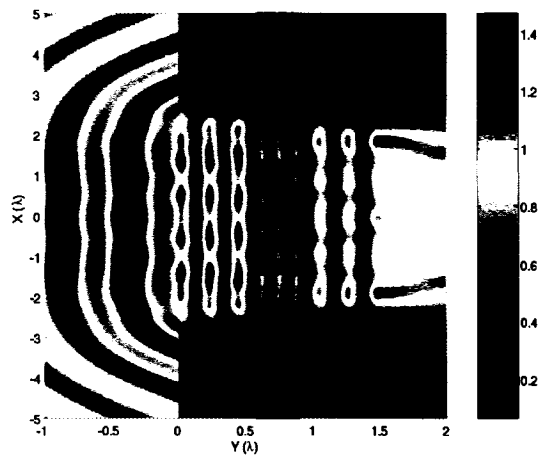


FIG. 4.26 Module du champ $\mathbf{E}$ obtenu dans tout le domaine dans le cas d'une source filamenteire située loin des plans

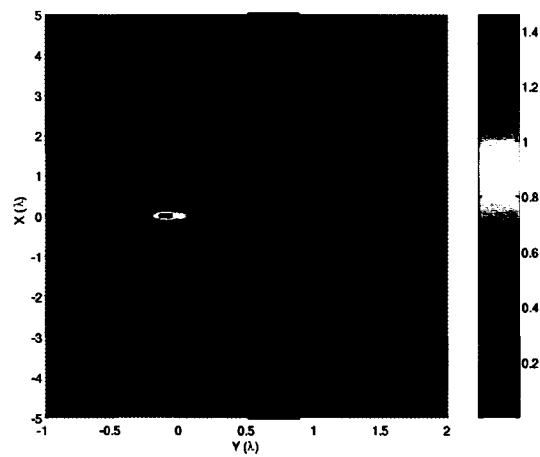


FIG. 4.27 Module du champ $\mathbf{E}$ obtenu dans tout le domaine dans le cas d'une source filamenteire située à $\frac{\lambda_0}{10}$ de la structure

4.4 Conclusion

Au cours de ce chapitre, le modèle qui a été utilisé pour les simulations a été étudié en détails. Le modèle qui sera finalement retenu est celui sans solution analytique avec source filamentaire. Les différents paramètres de cette méthode ont été fixés au cours de ce chapitre. Dans le prochain chapitre sera exposée la théorie de la reconstruction liée à ce projet. On résumera brièvement les différents concepts utilisés, et les choix et les techniques de reconstruction envisagés seront justifiés et développés dans le cadre de notre structure.

CHAPITRE 5

RECONSTRUCTION TOMOGRAPHIQUE

À partir de la connaissance des propriétés électromagnétiques d'un corps, il est aisé de prédire son comportement dans un milieu éclairé grâce, par exemple, aux équations développées dans le chapitre précédent. Dans ce chapitre on s'intéresse aux techniques de résolution du problème inverse. Comme il a déjà été énoncé, les méthodes de reconstruction envisagées diffèrent des techniques classiques de la TMO. En particulier, la géométrie du système permet de linéariser le problème avec une bonne approximation. Le critère est donc largement simplifié. Une simplification supplémentaire peut être mise en oeuvre si le système est supposé invariant. Malgré ces simplifications la résolution du problème inverse ne peut se faire sans régularisation. Le terme de pénalisation envisagé se démarque des techniques classiques et conduit à un critère uniquement convexe. Dans un premier temps les modèles de formation des données utilisés dans le cadre de la reconstruction seront exposés. Puis la pénalisation et l'algorithme mis en oeuvre seront développés.

5.1 Modèle de construction des données

On explicite dans une première partie, le modèle construit sous l'hypothèse de linéarité, puis le modèle élaboré sous hypothèse de linéarité et d'invariance. On rappelle que le système modélisé est bidimensionnel (voir figure 5.1).

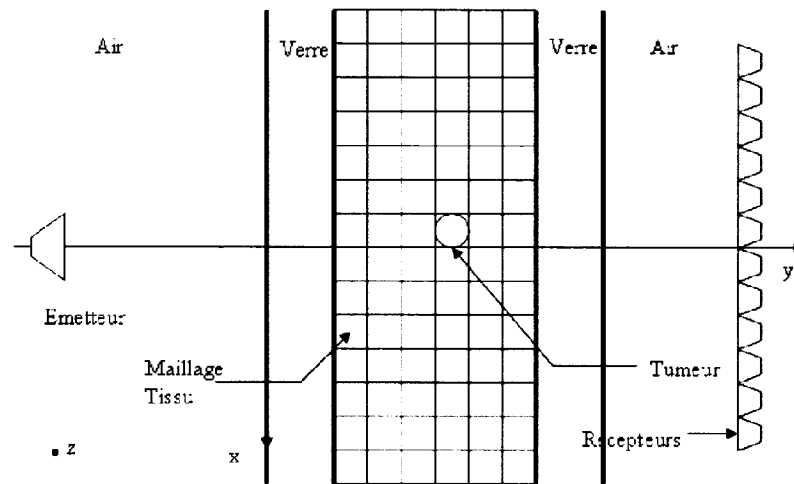


FIG. 5.1 Maillage du système

5.1.1 Modèle de formation des mesures sous hypothèse linéaire

On désire se ramener à une forme $\mathbf{y} = \mathbf{H}\mathbf{x}$. Le système étant linéaire, le champ de sortie est la somme des perturbations de champ de chacune des tumeurs présentes dans le tissu. La réponse impulsionnelle (RI) d'une tumeur est le champ diffusé par celle-ci en sortie du système. Dans ce modèle, les RI sont supposées connues pour chaque emplacement possible de tumeurs et pour chacune des configurations d'éclairage du système étudiée. Ceci impose d'avoir une étape de calibration de l'appareil plutôt longue. Une illustration de ce modèle est visible à la figure 5.2. Les équations seront exprimées par la suite pour une configuration d'éclairage donnée. Si le vecteur de données résultent d'une série de mesures pour plusieurs configurations d'éclairage, il suffit de concaténer les matrices obtenues pour chacune des configurations avant de faire la régularisation.

Formellement, si l'on pose N le nombre de tumeurs dans le milieu on a :

$$\mathbf{E}_{total} = \sum_{n=1}^N \mathbf{E}_n \quad (5.1)$$

où $\mathbf{E}_n$ est la perturbation de champ créée par la tumeur n , $\mathbf{E}_{total}$ est évidemment le champ total en sortie.

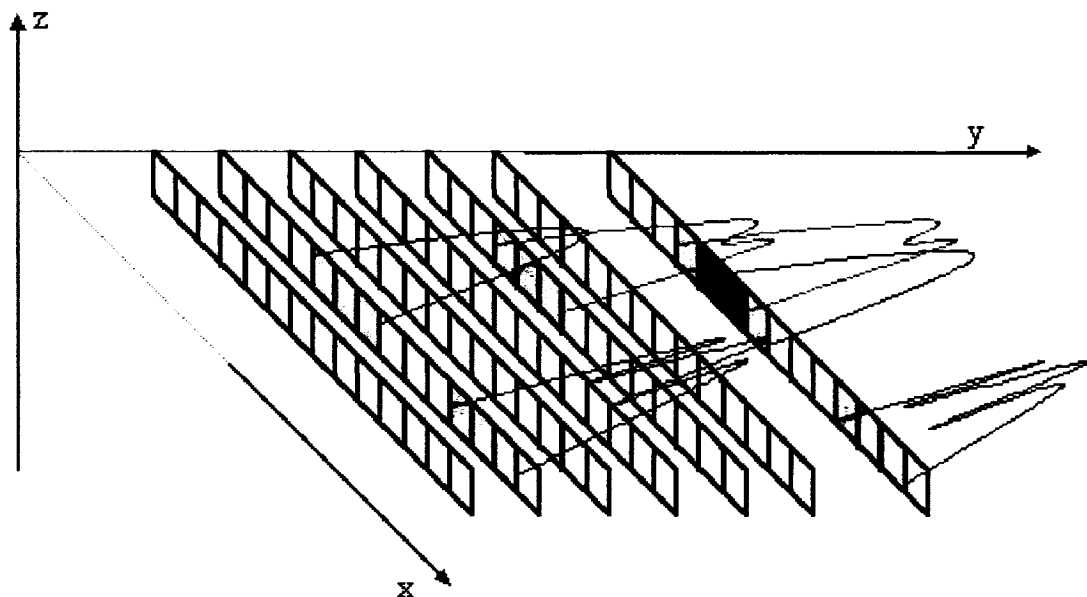


FIG. 5.2 Modèle de formation des mesures, méthode 1

La matrice $\mathbf{H}$ se forme alors aisément pour une configuration d'éclairage donnée,

on a :

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} \mathbf{E}_{11} & \mathbf{E}_{21} & \dots & \mathbf{E}_{N_m 1} \\ \mathbf{E}_{12} & \mathbf{E}_{22} & \dots & \mathbf{E}_{N_m 2} \\ \mathbf{E}_{13} & \mathbf{E}_{23} & \dots & \mathbf{E}_{N_m 3} \\ \cdot & & & \cdot \\ \cdot & & & \cdot \\ \mathbf{E}_{1N_M} & \mathbf{E}_{2N_M} & \dots & \mathbf{E}_{N_m N_M} \end{bmatrix} \quad (5.2)$$

N_m est le nombre de points de mesures, N_M est le nombre de points de discrétisation du tissu : $N_M = N_x \times N_i$ où N_i le nombre de couches de discrétisation dans le tissu, et N_x est le nombre de points de discrétisation par couche. E_{ik} est le champ en sortie du système au point k pour une tumeur à la position i dans le tissu. L'équation matricielle est alors $\mathbf{y} = \mathbf{H}\mathbf{x}$, avec $\mathbf{y}$ vecteur des données, $\mathbf{x}$ vecteur à estimer, c'est-à-dire le vecteur de permittivité du tissu.

5.1.2 Modèle de formation des mesures sous hypothèses linéaire et invariant par translation

Pour ce modèle, le système est supposé linéaire et invariant par translation suivant l'axe Ox . Pour toute notation non spécifiée, il faut se référer à la première méthode. Par invariance par translation suivant l'axe Ox , on entend que les RI des tumeurs situées à une profondeur constante (axe Oy), c'est-à-dire sur une même couche (une couche est un ensemble de points parallèles à l'axe Ox), sont seulement translatées les unes par rapport aux autres. Autrement dit chaque couche possède une RI caractéristique.

Pour obtenir la reconstitution d'un milieu inconnu, on procède en deux étapes : une première pour estimer les RI en connaissant une distribution de permittivité et une

autre pour la reconstruction à proprement parler d'une distribution quelconque de permittivité.

On appelle $\mathbf{y}$ l'ensemble des mesures que l'on a en sortie. i est la variable d'espace dirigeant la direction horizontale (c'est-à-dire colinéaire à Ox), k est celle dirigeant la profondeur. La sortie est la somme des réponses des différentes couches du milieu étudié (voir figure 5.3).

$$\mathbf{y}(i) = \sum_{k=1}^{N_i} \mathbf{y}_k(i) \quad (5.3)$$

N_i est le nombre de couches du milieu, $\mathbf{y}_k(i)$ est la réponse au point i de la couche k .

Par hypothèse, $\mathbf{y}_k$ peut être écrit comme un produit de convolution entre la distribution de permittivité de la couche k et la RI $\mathbf{h}_k$ caractérisant la réponse du milieu pour la couche k . N_m est le nombre de points de mesures, N_x est le nombre de points de discrétisation par couche du milieu à reconstruire.

$$\mathbf{y}_k(i_0) = \sum_{i=1}^N \mathbf{h}_k(i) \mathbf{x}(i_0 - i, k) \quad (5.4)$$

$$= \sum_{i=1}^N \mathbf{h}_k(i_0 - i) \mathbf{x}(i, k) \quad (5.5)$$

où $\mathbf{x}(i, k)$ est la matrice représentant la distribution de permittivité du milieu. Des deux équations précédentes il découle naturellement la relation entre $\mathbf{y}$ et $\mathbf{x}$:

$$\mathbf{y}(i_0) = \sum_{k=1}^{N_i} \sum_{i=1}^N \mathbf{h}_k(i_0 - i) \mathbf{x}(i, k) \quad (5.6)$$

$$= \sum_{k=1}^{N_i} \sum_{i=1}^N \mathbf{h}_k(i) \mathbf{x}(i_0 - i, k) \quad (5.7)$$

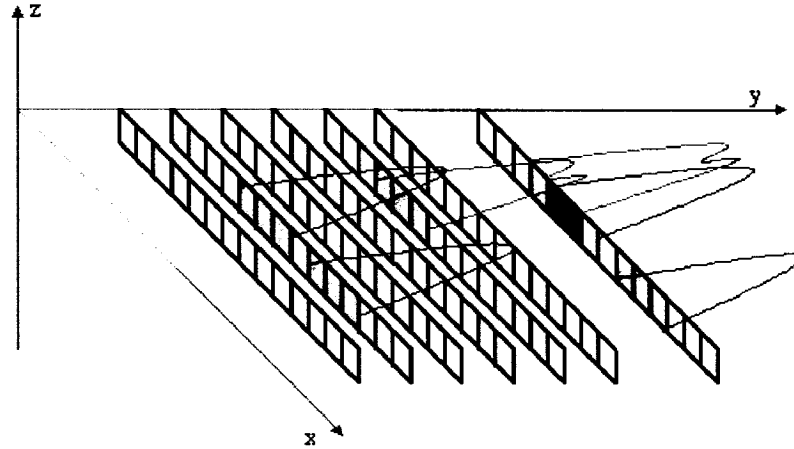


FIG. 5.3 Modèle de formation des mesures, méthode 2

Le problème inverse pour ce modèle se faisant en deux étapes distinctes d'estimation, nous aurons besoins de deux équations matricielles : une pour l'estimation des RI, l'autre pour l'estimation d'un milieu inconnu.

Pour le problème d'estimation des RI, il suffit de réécrire directement l'équation (5.7) sous forme matricielle. Il vient :

$$\mathbf{y} = \mathbf{X}\mathbf{h} \quad (5.8)$$

avec

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} \mathbf{X}_1 & \mathbf{X}_2 & \dots & \mathbf{X}_{N_i} \end{bmatrix} \quad (5.9)$$

Ce qui s'écrit en développant :

$$\begin{bmatrix} \mathbf{y}(1) \\ \cdot \\ \cdot \\ \mathbf{y}(N_m) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{X}_1 & \mathbf{X}_2 & \dots & \mathbf{X}_{N_i} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{h}_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ \mathbf{h}_{N_i} \end{bmatrix} \quad (5.10)$$

Où chaque $\mathbf{X}_k$ est défini comme suit :

$$\mathbf{X}_k = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_k(N_h) & \mathbf{x}_k(N_h - 1) & \dots & \mathbf{x}_k(1) \\ \mathbf{x}_k(N_h + 1) & \mathbf{x}_k(N_h) & \dots & \mathbf{x}_k(2) \\ \cdot & & \cdot & \cdot \\ \cdot & & \cdot & \cdot \\ \mathbf{x}_k(N_x) & \dots & \dots & \mathbf{x}_k(N_x - N_h) \end{bmatrix} \quad (5.11)$$

Il est intéressant pour des développements futurs de noter la structure particulière de la matrice $\mathbf{X}_k$ qui est une matrice de Toeplitz, et par conséquent la structure bloc-Toeplitz de $\mathbf{X}$. Cette forme particulière se prête entre autres à certaines hypothèses de circularité permettant d'améliorer l'estimation ou le temps de calcul.

Par commutativité du produit de convolution, la forme matricielle pour la reconstruction d'une distribution de permittivité est : $\mathbf{y} = \mathbf{H}\mathbf{x}$, avec $\mathbf{y}$ vecteur des données, $\mathbf{x}$ vecteur de la distribution de permittivité, $\mathbf{H} = [\mathbf{H}_1; \mathbf{H}_2; \dots; \mathbf{H}_{N_i}]$ et

$$\mathbf{H}_k = \begin{bmatrix} \mathbf{h}_k(N_h) & \mathbf{h}_k(N_h - 1) & \dots & \mathbf{h}_k(1) & 0 & \dots & \dots & 0 \\ 0 & \mathbf{h}_k(N_h) & \dots & \mathbf{h}_k(2) & \mathbf{h}_k(1) & 0 & \dots & 0 \\ \cdot & & & & & & \cdot & \cdot \\ \cdot & & & & & & \cdot & \cdot \\ 0 & & \dots & \dots & & \mathbf{h}_k(N_h) & \dots & \mathbf{h}_k(1) \end{bmatrix} \quad (5.12)$$

soit en généralisant à l'ensemble des couches :

$$\begin{bmatrix} \mathbf{y}(1) \\ \cdot \\ \cdot \\ \mathbf{y}(N_m) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{H}_1 & \mathbf{H}_2 & \dots & \mathbf{H}_{N_i} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ x_{N_i} \end{bmatrix} \quad (5.13)$$

Comme dans l'estimation des RI la structure de la matrice $\mathbf{H}_k$ est de Toeplitz et $\mathbf{H}$ est bloc-Toeplitz.

Les équations matricielles viennent d'être développées. Pour la mise en forme du critère de régularisation et sa minimisation, nous aurons besoins de connaître seulement la forme générale de ces équations, c'est-à-dire $\mathbf{y} = \mathbf{X}\mathbf{h}$ pour l'estimation des RI dans le deuxième modèle et $\mathbf{y} = \mathbf{H}\mathbf{x}$ pour l'estimation de la permittivité, valable pour les deux modèles.

5.2 Régularisation des problèmes inverses

Dans cette partie, on développe les outils de régularisation utilisés. Cette section est séparée en deux parties. La première explicite la régularisation effectuée sur le problème d'estimation des RI du deuxième modèle. Il est abordé en premier car il s'agit du problème le plus simple et le plus classique. Dans une deuxième partie, l'estimation de la distribution de permittivité est étudiée. Ce problème d'estimation se traite de la même façon pour les deux modèles car la seule différence entre les deux approches est la forme explicite de la matrice $\mathbf{H}$, ce qui, dans notre cas, n'apporte aucun changement au critère de pénalisation étudié. Ce critère nécessite un algorithme spécifique qui sera développé dans une troisième partie.

5.2.1 Estimation des RI

La pénalisation sera faite à partir d'un modèle de différences premières pour favoriser une certaine continuité des RI sur les axes $\{Ox, i\}$ et $\{Oy, k\}$, où (i, k) sont les indices associés à ces deux directions. Une approche des moindres carrés est utilisée (régularisation de Tikonov). Le critère à minimiser est donc quadratique.

Les mêmes notations que précédemment sont utilisées. Le critère à minimiser est :

$$J(\mathbf{h}; \mathbf{y}) = \|\mathbf{y} - \mathbf{X}\mathbf{h}\|^2 + \lambda \left(\|\mathbf{h}\|^2 + \sum_{m=1}^2 \nu_m \|\mathbf{D}^{(m)}\mathbf{h}\|^2 \right) \quad (5.14)$$

$$= (\mathbf{y} - \mathbf{X}\mathbf{h})^t (\mathbf{y} - \mathbf{X}\mathbf{h}) + \lambda \left(\mathbf{h}^t \mathbf{h} + \sum_{m=1}^2 \nu_m \mathbf{h}^t (\mathbf{D}^{(m)})^t \mathbf{D}^{(m)} \mathbf{h} \right) \quad (5.15)$$

où le terme $\nu_0 \|\mathbf{h}\|^2$, dit terme de rappel à zéro, assure que le critère soit défini positif. Les coefficients $\{\nu_m, m \in 1, 2\}$, permettent de moduler la pénalisation appliquée suivant les différentes directions, ici les axes Ox et Oy . λ est le paramètre de régularisation qui gouverne l'importance relative entre le terme de données et celui de l'information *a priori*.

$\mathbf{D}^{(m)}$ sont les opérateurs matriciels de différences premières associés à chacune des directions i et k . Si on note k l'indice de la couche considérée, $\mathbf{h}_k$ le vecteur de la RI de la k^{ieme} couche, i l'indice de position dans cette RI, et R_1 et R_2 les supports associés, ils sont définis de la façon suivante pour une couche donnée :

$$\left[\mathbf{D}^{(1)} \mathbf{h} \right]_{ik} = \mathbf{h}_k(i+1) - \mathbf{h}_k(i) \quad , (i, k) \in R_1 \quad (5.16)$$

$$\left[\mathbf{D}^{(2)} \mathbf{h} \right]_{ik} = \mathbf{h}_{k+1}(i) - \mathbf{h}_k(i) \quad , (i, k) \in R_2 \quad (5.17)$$

ou encore matriciellement :

$$\mathbf{D}_k^{(1)} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & \dots & \dots & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & \dots & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & & \cdot \end{bmatrix} \quad (5.18)$$

$$\mathbf{D}_k^{(2)} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & \dots & 0 & 1 & 0 & \dots & \dots & 0 \\ 0 & -1 & 0 & \dots & 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ \cdot & & \cdot & & & \cdot & & & \cdot \\ 0 & \dots & 0 & -1 & 0 & \dots & \dots & \dots & 0 \end{bmatrix} \quad (5.19)$$

$\mathbf{D}^{(1)}$ et $\mathbf{D}^{(2)}$ sont les concaténations des matrices de différences premières de chacune des couches. $\mathbf{D}^{(1)}$ est de taille $N_i(N_h - 1) \times N_i N_h$ et $\mathbf{D}^{(2)}$, $(N_i - 1)N_h \times N_i N_h$. Le critère utilisé pour les RI étant défini il reste maintenant à en calculer l'estimé $\hat{\mathbf{h}}$. Il est classiquement défini par la relation suivante :

$$\hat{\mathbf{h}} = \arg \min_{\mathbf{h}} (J(\mathbf{h}; \mathbf{y})) \quad (5.20)$$

soit en développant :

$$\hat{\mathbf{h}} = (\mathbf{X}^t \mathbf{X} + \lambda \sum_{m=0}^2 \nu_m \mathbf{D}^{(m)t} \mathbf{D}^{(m)})^{-1} \mathbf{X}^t \mathbf{y} \quad (5.21)$$

Dans ce problème, le nombre de points reste faible, l'inversion de la matrice du critère ne pose aucun problème de temps de calcul ou de mémoire. Le critère étant quadratique, si le problème avait été plus gourmand en ressources, un algorithme récursif classique, type Newton par exemple, aurait suffi pour l'estimation.

5.2.2 Régularisation du problème de reconstruction

Les images que l'on désire obtenir sont des images 2D présentant des zones homogènes larges : tissu sain et zones tumorales et dont les frontières sont franches. Le contraste de permittivité entre une zone tumorale et une zone saine est de l'ordre de trois. Il a donc été choisi d'utiliser une reconstruction basée sur des fonctions L_2L_1 , qui présentent un bon compromis entre coût de calcul et préservation de frontières franches. Un modèle de différences premières permet de mesurer l'homogénéité de l'image. La régularisation est donc mise en oeuvre avec une approche de fonctions d'énergie locale. Le critère est convexe mais non quadratique, l'utilisation d'un algorithme itératif de minimisation locale s'impose. Il a été vu dans la revue de littérature l'existence de deux algorithmes classiques qui présentent des bons compromis entre vitesse de convergence et complexité numérique : algorithmes de Geman&Yang (Geman and Yang, 1995), noté GY, et de Geman&Reynolds (Geman and Reynolds, 1992), GR. Étant en 2D, l'algorithme GY présente le plus souvent le meilleur compromis entre vitesse de convergence et volume de calcul, ce fut donc notre choix. Il sera présenté dans la prochaine partie. La fidélité aux données est mesurée simplement par la distance euclidienne.

L'image à reconstruire est 2D, le modèle de différences premières utilisé pour la pénalisation s'applique donc sur les deux axes $\{Ox, i\}$ et $\{Oy, k\}$. i, k sont les indices associés à ces deux directions. G_m est l'ensemble des paires de composantes voisines de type $m =$ avec : $\{m = 1$ direction $i, m = 2$ direction $k\}$ et $\{g_c, c \in G_m\}$ la différence entre composantes de la paire d'indice c .

Le critère à minimiser se met sous la forme :

$$J(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \|\mathbf{y} - \mathbf{H}\mathbf{x}\|^2 + \lambda \left(\nu_0 \Phi(\mathbf{x}) + \sum_{m=1}^2 \nu_m \sum_{c \in G_m} \Phi(g_c^2) \right) \quad (5.22)$$

Les termes $\lambda, \nu_m, m \in \{0, 1, 2\}$ jouent les mêmes rôles que précédemment. La fonction Φ , représentée à la figure 5.4, est définie par.

$$\Phi(u) = \sqrt{\delta^2 + u^2} \quad (5.23)$$

et pour un vecteur :

$$\Phi(\mathbf{x}) = \sum_{n=1}^N \sqrt{\delta^2 + x_n^2} \quad (5.24)$$

δ est un paramètre d'échelle qui règle la transition entre les comportements quadratiques L_2 et linéaire L_1 de la fonction Φ .

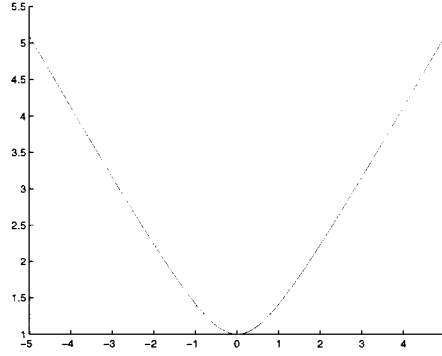


FIG. 5.4 Fonction Φ

Pour simplifier la manipulation du critère $J(\mathbf{x}, \mathbf{y})$ on peut le réécrire sous forme matricielle. Le critère se simplifie comme suivant :

$$J(\mathbf{x}; \mathbf{y}) = \|\mathbf{y} - \mathbf{H}\mathbf{x}\|^2 + \lambda \left(\nu_0 \Phi(\mathbf{x}) + \sum_{m=1}^2 \nu_m \sum_{(i,k) \in \mathbb{R}_m} \Phi([\mathbf{D}^{(m)}\mathbf{x}]_{i,k}) \right) \quad (5.25)$$

$$= \|\mathbf{y} - \mathbf{H}\mathbf{x}\|^2 + \lambda \left(\nu_0 \Phi(\mathbf{x}) + \sum_{m=1}^2 \nu_m \Phi(\mathbf{D}^{(m)}\mathbf{x}) \right) \quad (5.26)$$

En notant l'opérateur identité $\mathbf{D}^{(0)}$ tel que $[\mathbf{D}^{(0)}\mathbf{x}]_{i,k} = \mathbf{x}_{i,k}$ pour tout (i, k) on peut écrire le critère sous la forme compacte :

$$J(\mathbf{x}; \mathbf{y}) = \|\mathbf{y} - \mathbf{H}\mathbf{x}\|^2 + \lambda \left(\sum_{m=0}^2 \nu_m \Phi(\mathbf{D}^{(m)}\mathbf{x}) \right) \quad (5.27)$$

ce qui peut encore s'écrire en exprimant les carrés des normes sous forme de produits scalaires :

$$J(\mathbf{x}; \mathbf{y}) = (\mathbf{y} - \mathbf{H}\mathbf{x})^t (\mathbf{y} - \mathbf{H}\mathbf{x}) + \lambda \left(\sum_{m=0}^2 \nu_m \Phi(\mathbf{D}^{(m)}\mathbf{x}) \right) \quad (5.28)$$

L'estimé $\hat{\mathbf{x}}$ de la distribution de permittivité est définie par la relation suivante :

$$\hat{\mathbf{x}} = \arg \min_{\mathbf{x}} (J(\mathbf{x}; \mathbf{y})) \quad (5.29)$$

Le critère est non quadratique mais convexe. Il n'y a donc pas de solution formelle de l'estimé. Comme il a été dit, cela impose l'utilisation d'un algorithme spécifique exposé ci-dessous. Avant d'aborder cet algorithme la notation va être allégée :

$$J(\mathbf{x}; \mathbf{y}) = \|\mathbf{y} - \mathbf{H}\mathbf{x}\|^2 + \lambda M(\mathbf{x}) \quad (5.30)$$

où $M(\mathbf{x})$ est le terme de pénalisation.

$$M(\mathbf{x}) = \sum_{m=0}^3 \nu_m \Phi([\mathbf{D}^{(m)}\mathbf{x}]) \quad (5.31)$$

5.2.3 Algorithme de minimisation d'un critère L_2L_1

On considère un problème de minimisation classique du type $\mathbf{y} = \mathbf{H}\mathbf{x}$. Le critère envisagé est :

$$J(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \|\mathbf{y} - \mathbf{H}\mathbf{x}\|^2 + \lambda M(\mathbf{x}) \quad (5.32)$$

En choisissant une fonction de pénalisation convexe, le critère reste convexe. La minimisation ne pose donc aucun problème théorique : le critère $J(\mathbf{x}, \mathbf{y})$ admet un unique minimum qui est la solution recherchée. Mais dans le cas où $M(\mathbf{x})$ n'est pas une fonction quadratique il n'existe pas de solution explicite à la minimisation du critère $J(\mathbf{x}, \mathbf{y})$.

Le principe général des algorithmes de type GY ou GR consiste à remplacer le critère $J(\mathbf{x}, \mathbf{y})$ par un critère augmenté $K(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{l}) = \|\mathbf{y} - \mathbf{H}\mathbf{x}\|^2 + \lambda N(\mathbf{x}, \mathbf{l})$ plus simple à minimiser grâce à l'introduction d'un ensemble de variables auxiliaires $\mathbf{l}$. Le nouveau critère se met sous la forme :

$$K(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{l}) = \|\mathbf{y} - \mathbf{H}\mathbf{x}\|^2 + \lambda N(\mathbf{x}, \mathbf{l}) \quad (5.33)$$

où $N(\mathbf{x}; \mathbf{l})$ est construit partir de $M(\mathbf{x})$ par :

$$M(\mathbf{x}) = \min_{\mathbf{l}} N(\mathbf{x}, \mathbf{l}) \quad (5.34)$$

Les critères $J(\mathbf{x}, \mathbf{y})$ et $K(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{l})$ sont donc équivalents dans le sens où :

$$\hat{\mathbf{x}} = \arg \min_{\mathbf{x}} J(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \arg \min_{\mathbf{x}, \mathbf{l}} K(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{l}) \quad (5.35)$$

Pour faciliter la minimisation on choisit $N(\mathbf{x}, \mathbf{l})$ de tel sorte que :

- pour $\mathbf{l}$ fixé, $N(\mathbf{x}, \mathbf{l})$ est une fonction quadratique de $\mathbf{x}$ minimisable explicitement (ce qui explique l'appellation semi-quadratique)

- pour $\mathbf{x}$ fixé, la valeur de $\mathbf{l}$ qui minimise la fonction $N(\mathbf{x}, \mathbf{l})$ admet une forme très explicite et très simple à calculer.

L'élément clef de ces algorithmes repose sur la construction d'un $N(\mathbf{x}, \mathbf{l})$ qui respecte l'ensemble des conditions énumérées. Les familles d'algorithmes GY et GR sont basées sur les notions de conjugaison convexe et de transformée de Legendre.

Définition : si l'on considère une fonction f définie sur $\mathbb{R}$, on appelle transformée de Legendre de f la fonction f^* définie par :

$$f^*(l) = \sup_{u \in \mathbb{R}} (ul - f(u)) \quad (5.36)$$

f^* est convexe et désignée sous le terme de conjuguée convexe de f . Si f est aussi convexe alors $(f^*)^* = f$ et le couple (f, f^*) est appelé paire de Legendre.

Un critère augmenté de type GY ou GR définit une fonction auxiliaire $f_M(\mathbf{x})$ convexe à partir de $M(\mathbf{x})$, puis introduit sa fonction convexe conjuguée $f_M^*(\mathbf{l})$. Le couple (f_M, f_M^*) forme une paire de Legendre. En jouant avec la définition de f_M^* et avec l'équation $(f_M^*)^* = f_M$, la forme exacte du critère augmenté est établie ainsi que l'expression analytique de la valeur de $\mathbf{l}$ qui minimise $K(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{l})$ à $\mathbf{x}$ fixé. Une fois cette fonction définie, comme énoncé précédemment, le critère est minimisé itérativement ; les deux opérations suivantes sont itérées :

- mise à jour de la valeur de $\mathbf{x}$ par minimisation du critère par rapport à $\mathbf{x}$ à $\mathbf{l}$ fixé.
- mise à jour de la valeur de $\mathbf{l}$ par minimisation du critère par rapport à $\mathbf{l}$ à $\mathbf{x}$ fixé.

Cette procédure est répétée jusqu'à ce que l'on atteigne la validation d'un critère d'arrêt. Les algorithmes GY et GR diffèrent par le choix de la fonction $f_M(\mathbf{x})$.

- Dans le cas GY, la fonction f_M est définie par :

$$f_M(u) = f_\phi(u) = u^2/2 - \phi(u) \quad (5.37)$$

où $\phi(u)$ est la fonction de pénalisation choisie. f_M doit être convexe pour qu'on puisse utiliser les paires de Legendre.

- Dans le cas GR, f_M est définie par :

$$\forall u < 0, \quad f_M(u) = +\infty \quad (5.38)$$

$$\forall u \geq 0, \quad f_M(u) = -\phi(\sqrt{u}) \quad (5.39)$$

la fonction ϕ doit vérifier les propriétés suivantes :

- ϕ est paire.
- $\phi(\sqrt{\cdot})$ est strictement concave sur $\mathbb{R}_+$.
- ϕ est continue en 0 et continûment dérivable sur $\mathbb{R} \setminus \{0\}$.

Sous ces conditions, f_M est convexe et on continue en introduisant la paire de Legendre.

Dans notre cas on a préféré l'utilisation de GY car par expérience il donne de meilleurs résultats, une fonction $f_\phi(u)$ est définie comme :

$$f_\phi(u) = u^2/2 - \phi(u) \quad (5.40)$$

avec $\phi(u) = \sqrt{1+u^2}$. f_ϕ est une fonction convexe et le couple (f_ϕ, f_{phi}^*) une paire de Legendre. On pose alors $\psi(l) = f_\phi^*(l) - l^2/2$. Par définition la relation $(f^*)^* = f$

peut s'écrire :

$$f_\phi(u) = \sup_{l \in \mathbb{R}} ul - f_\phi^*(l) \quad (5.41)$$

$$u^2/2 - \phi(u) = \sup_{l \in \mathbb{R}} ul - \psi(l) - l^2/2 \quad (5.42)$$

$$\phi(u) = \inf_{l \in \mathbb{R}} (u - l)^2/2 + \psi(l) \quad (5.43)$$

Attention on vient d'utiliser la fonction $\phi(u) = \sqrt{1+u^2}$, or le critère s'écrit avec la fonction $\Phi(u) = \sqrt{\delta^2 + u^2}$. Il faut prendre ceci en compte dans les équations. Il est évident que $\Phi(u) = \delta\phi(\frac{u}{\delta})$. L'expression du critère devient :

$$J(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \|\mathbf{y} - \mathbf{H}\mathbf{x}\|^2 + \lambda\delta \inf_l \left(\sum_{m=0}^2 \nu_m \sum_{(i,k) \in S_m} \left(\frac{1}{2} \left(\left[\frac{\mathbf{D}^{(m)}}{\delta} \mathbf{x} \right]_{i,k} - \mathbf{l}_{i,k}^{(m)} \right)^2 + \psi(\mathbf{l}_{i,k}^{(m)}) \right) \right) \quad (5.44)$$

Ceci conduit à la forme du critère augmenté :

$$K_{GY}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{l}) = \|\mathbf{y} - \mathbf{H}\mathbf{x}\|^2 + \lambda\delta \sum_{m=0}^2 \nu_m \sum_{(i,k) \in S_m} \left(\frac{1}{2} \left(\left[\frac{\mathbf{D}^{(m)}}{\delta} \mathbf{x} \right]_{i,k} - \mathbf{l}_{i,k}^{(m)} \right)^2 + \psi(\mathbf{l}_{i,k}^{(m)}) \right) \quad (5.45)$$

Comme énoncé précédemment le critère est minimisé itérativement par rapport à $\mathbf{l}$, à $\mathbf{x}$ fixé, puis par rapport à $\mathbf{x}$, à $\mathbf{l}$ fixé. Dans le premier cas on s'aperçoit que le problème est séparable par rapport à chacune des variables élémentaires $\mathbf{l}_{i,k}^{(m)}$: elles apparaissent chacune dans un et un seul terme de la somme du second membre du critère augmenté, équation 5.45. En dérivant et en revenant à la définition de ψ , on obtient une forme explicite des valeurs de $\mathbf{l}_{i,k}^{(m)}$ qui minimisent $K_{GY}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{l})$ à $\mathbf{x}$ fixé.

$$\frac{\delta K_{GY}}{\delta \mathbf{l}} | \mathbf{x} = 0 \Rightarrow \mathbf{l}_{i,k}^{(\hat{m})} = \left[\frac{\mathbf{D}^{(m)}}{\delta} \mathbf{x} \right]_{i,k} - \phi' \left(\left[\frac{\mathbf{D}^{(m)}}{\delta} \mathbf{x} \right]_{i,k} \right) \quad (5.46)$$

Dans le deuxième cas on observe que le critère augmenté, $K_{GY}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{l})$ est une forme quadratique en $\mathbf{x}$. L'annulation du gradient de cette dernière permet d'obtenir

l'expression explicite de la valeur $\hat{\mathbf{x}}$ de $\mathbf{x}$ qui minimise le critère pour $\mathbf{l}$ fixé.

$$\hat{\mathbf{x}} = \left(\mathbf{H}^t \mathbf{H} + \frac{\lambda \delta}{2} \sum_{m=0}^2 \nu_m \left(\frac{\mathbf{D}^{(m)}}{\delta} \right)^t \frac{\mathbf{D}^{(m)}}{\delta} \right)^{-1} \left(\mathbf{H}^t \mathbf{y} + \frac{\lambda \delta}{2} \sum_{m=0}^2 \nu_m \left(\frac{\mathbf{D}^{(m)}}{\delta} \right)^t \mathbf{l}^{(m)} \right) \quad (5.47)$$

où $\mathbf{l}^{(m)}$ est le vecteur formé des composantes des variables auxiliaires $\{\mathbf{l}_{i,k}^{(m)}; (i, k) \in S_m\}$. L'algorithme de Geman&Yang consiste donc sous sa forme la plus simple à itérer les deux opérations suivantes :

- mise à jour de la valeur de $\mathbf{x}$ selon l'équation 5.47.
- mise à jour de la valeur de $\mathbf{l}$ selon l'équation 5.46.

Cette procédure est répétée jusqu'à ce que l'on atteigne un critère d'arrêt. Dans notre cas, il a été décidé d'interrompre les itérations après un nombre fini N . Afin d'alléger les calculs effectués à chaque itération on peut remarquer que les calculs les plus lourds se produisent lors de l'inversion de matrice requise pour la mise à jour de $\mathbf{x}$. Cependant cette matrice est indépendante des valeurs de mise à jour de $\mathbf{x}$ et $\mathbf{l}$. Le calcul et l'inversion de cette matrice peut être réalisés une fois pour toute et le résultat stocké afin de l'utiliser au cours des itérations. Cette approche est aussi valable pour le calcul de $\mathbf{H}^t \mathbf{y}$.

5.3 Conclusion

Dans ce chapitre les techniques que l'on va utiliser pour imager la distribution de permittivité ont été exposées et leurs choix justifiés. Toutes les deux reposent sur la linéarité du système, l'invariance par translation est spécifique à la deuxième. Dans le chapitre suivant la validité de ces hypothèses sera étudiée ainsi que l'influence des différents paramètres de régularisation. Puis le coeur du sujet sera abordé plusieurs configurations possibles du système seront testées afin de déterminer les meilleurs manières de reconstruire une distribution de permittivité.

CHAPITRE 6

RÉSULTATS OBTENUS SUR PLUSIEURS CONFIGURATIONS ET SOLUTION RETENUE

On rappelle que les objectifs de ce projet sont de déterminer les meilleurs protocoles possibles pour la conception d'un mammographe à micro-ondes. On espère trouver un compromis entre confort lors de l'examen, le nombre de mesures à considérer, la pénétration des ondes dans le tissu, et la précision de la détection et résolution du système. Dans les chapitres précédents, on a présenté les moyens mathématiques pour modéliser le système et pour reconstruire la distribution de permittivité du tissu. Nous allons maintenant utiliser ces outils théoriques pour tester plusieurs configurations, afin de déterminer la meilleure possible. Dans un premier temps, les hypothèses des modèles de reconstruction seront validées par le simulateur mis au point dans le chapitre quatre. Puis on procédera à une analyse des différents choix d'éclairage possible, qui nous conduira à la sélection d'un ensemble de configurations possibles à utiliser pour la reconstruction d'une distribution de permittivité électrique. Dans une troisième partie, l'influence des hyperparamètres de la régularisation sera étudiée et leurs valeurs seront fixées. Finalement, des résultats de reconstruction obtenus avec plusieurs configurations d'éclairage seront présentés. Ils permettront de dégager une stratégie d'éclairage optimale pour reconstruire une distribution de permittivité.

Remarque : rappelons les caractéristiques du système étudié. Deux plaques de verre d'épaisseur $\frac{\lambda_0}{4\epsilon_{verre}} = 1,5\text{cm}$, où λ_0 est la longueur d'onde dans le vide à 2,45GHz, encadrent un tissu de 38mm d'épaisseur. Le verre est de permittivité relative 5,5, celle du tissu de 15, les sources émettent dans l'air de permittivité relative 1. Les tu-

meurs sont de permittivité relative 55. Le pas de discrétisation du milieu modélisant le sein est uniforme dans les deux directions et de 6mm. Le tissu discrétisé est composé de six couches, auxquelles on fera référence par la suite en les numérotant de un à six en partant de la couche la plus proche de la source produisant l'onde incidente. Les coordonnées des frontières entre les différentes plaques selon l'axe Oy sont énumérées dans le tableau ci-dessous (6) pour les deux fréquences utilisées.

TAB. 6.1 Tableau des coordonnées des frontières selon Oy

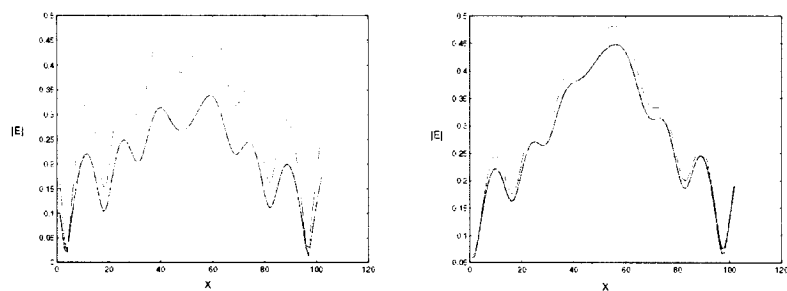
Frontières	2,45GHz	900MHz
1 :Air-Verre	0	0
2 :Verre-Tissu	0.11	0.04
3 :Tissu-Verre	0.42	0.15
4 :Verre-Air	0.52	0.19

6.1 Validation des hypothèses de reconstruction

Les modèles de reconstruction reposent sur deux hypothèses : la linéarité des champs diffusés par les tumeurs et l'invariance par translation des champs diffusés par des tumeurs situées à une profondeur constante. Avant d'étudier les capacités de reconstruction du système, la validité de ces hypothèses va être vérifiée sur le simulateur mis au point dans le chapitre quatre. Cette vérification est indépendante de la fréquence ainsi que de la source utilisée. On opérera à une fréquence de 2,45GHz et un éclairage par une onde plane.

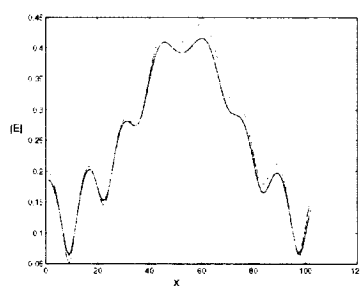
6.1.1 Linéarité du système

Dans cette sous-partie, on vérifie la linéarité du système vis à vis des réponses des tumeurs. Le champ en sortie du système d'une combinaison linéaire quelconque de tumeurs doit être égal à la combinaison linéaire des champs des tumeurs. Les simulations sont présentées à la figure 6.1. Pour chaque simulation, les champs obtenus avec toutes les tumeurs impliquées ont été simulés puis comparés à la somme des champs des tumeurs impliquées. Le cas critique réside lorsque des tumeurs sont proches les unes des autres. L'erreur de linéarité est d'environ 30% pour deux tumeurs côte à côte, elle est alors maximale. Si les tumeurs sont déplacées de 6mm, elle tombe à 15% puis devient négligeable au delà. Cette différence peut s'expliquer par l'interaction existante entre deux tumeurs proches. Cette interaction modifie leurs champs diffusés. Ces simulations prouvent que la linéarité du système est partielle mais suffisante pour l'application de nos méthodes de reconstruction.



(a) Sortie du système, 2 tumeurs simulées en position 51 et 52 en rouge, 2 tumeurs sommées en bleu

(b) Sortie du système, 2 tumeurs simulées en position 51 et 54. 2 tumeurs sommées en bleu



(c) Sortie du système, 2 tumeurs simulées en position 51 et 56. 2 tumeurs sommées en bleu

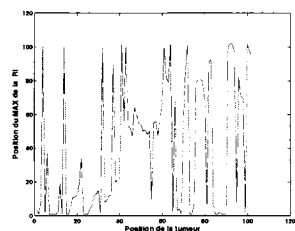
FIG. 6.1 Test de la linéarité du système

6.1.2 Invariance par translation

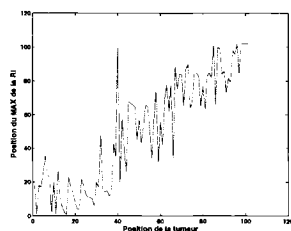
Il s'agit maintenant de valider la deuxième hypothèse des modèles de reconstruction : l'invariance par translation de la réponse impulsionnelle (RI) d'une couche

donnée du tissu. Si les RI de chaque couche étaient parfaitement invariantes par translation, alors lors de la translation d'une tumeur le long d'une des couches le maximum de sa réponse devrait lui aussi se translater. Dans le modèle qui nous intéresse, une déformation de la réponse aux bords est tolérable à cause de la finitude de la modélisation.

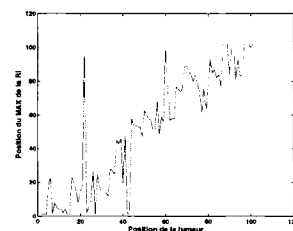
Le déplacement du maximum des RI de chacune des couches du système a été tracé à la figure 6.2. On observe que, pour les couches $\{2, 3, 4, 5\}$, le déplacement du maximum des RI suit approximativement le déplacement de la tumeur : dans un cas idéal on devrait obtenir une droite. Les erreurs peuvent être attribuées à la déformation graduelle des RI, qui sont composées de plusieurs lobes : le lobe principal peut être dominé par l'un des lobes secondaires. Pour les couches 1 et 6 les résultats sont peu convaincants : l'hypothèse d'invariance par translation n'est absolument pas vérifiée. Pour mieux comprendre ce qui se passe dans ces deux couches, leurs RI ont été tracées en plusieurs points à la figure 6.3. En fonction de la position, une déformation importante de la RI se manifeste, ce qui explique le caractère aléatoire des courbes obtenues précédemment.



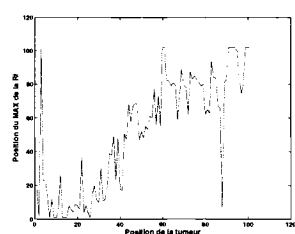
(a) Couche 1



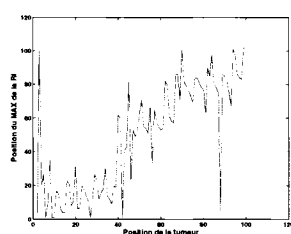
(b) Couche 2



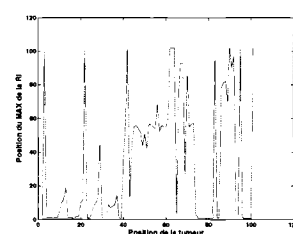
(c) Couche 3



(d) Couche 4



(e) Couche 5



(f) Couche 6

FIG. 6.2 Test d'invariance par translation des RI : position du maximum de la RI selon la position de la tumeur dans la couche, les unités des abscisses et ordonnées sont les indices de position selon x

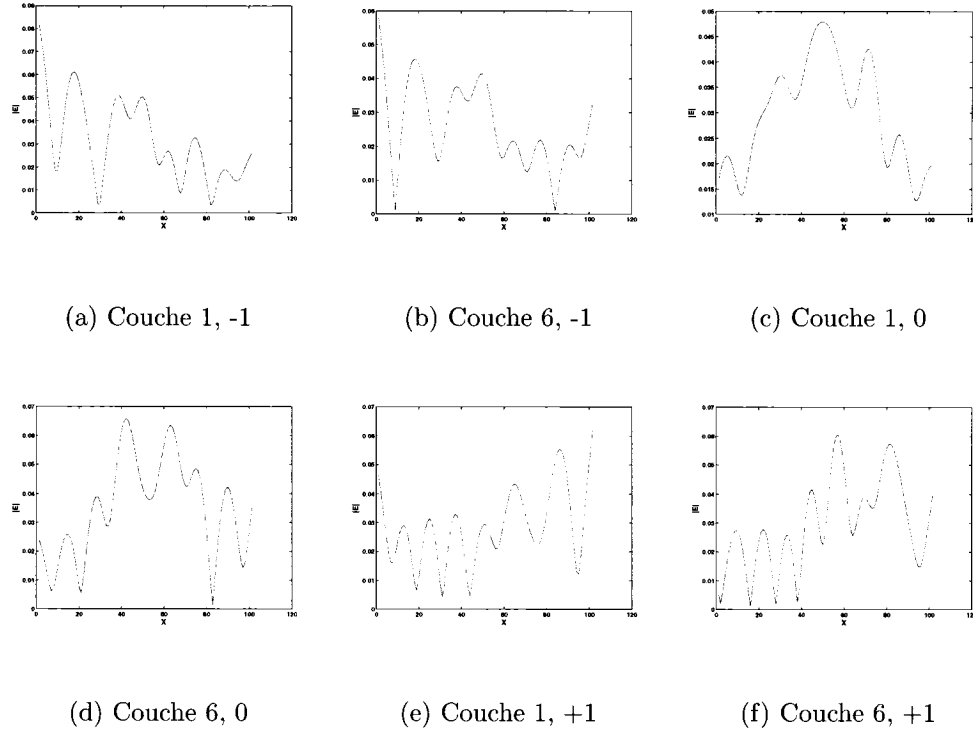


FIG. 6.3 RI des couches 1 et 6, 3 positions par couches $-\lambda, 0, \lambda$

Sur le vu de ces graphiques, on peut affirmer que l'hypothèse d'invariance par translation n'est pas adaptée à notre système. Il fût quand même essayé de reconstruire des distributions de permittivité avec le modèle lié à cette hypothèse, mais, comme on pouvait s'y attendre, les résultats étaient inexploitable et complètement erronés.

En conclusion, seule l'hypothèse de linéarité est respectée par notre système. Par conséquent, le modèle de reconstruction lié à l'hypothèse d'invariance par translation ne sera pas utilisé par la suite.

6.2 Validation des sources d'éclairage utilisées

Dans la partie précédente, l'hypothèse de linéarité a été validée. Nous allons donc pouvoir procéder à des tests de reconstructions. Pour nous guider lors de la compréhension des défauts de tests de reconstruction, il est nécessaire de sélectionner un ensemble de sources possibles pour l'éclairage du tissu, et d'observer leurs manières d'éclairer le tissu. Les sources suivantes seront étudiées : onde plane à 2,45GHz, onde plane à 900MHz, et sources filamenteuses seules ou en groupe de deux. Elles seront caractérisées par leurs fréquences, et leurs directivités.

6.2.1 Configuration avec onde plane à 2,45GHz

La première configuration proposée est un éclairage par une onde plane à 2,45GHz. Cette situation peut être assimilée au cas d'une source filamenteuse située très loin de la structure étudiée.

A la figure 6.4, le module du champ E dans l'ensemble du système est représenté pour plusieurs épaisseurs possibles de plaques de verre. Pour mieux localiser le tissu dans les figures suivantes, le tableau 6.2.1 récapitule ses coordonnées selon l'axe Oy en fonction de l'épaisseur de verre :

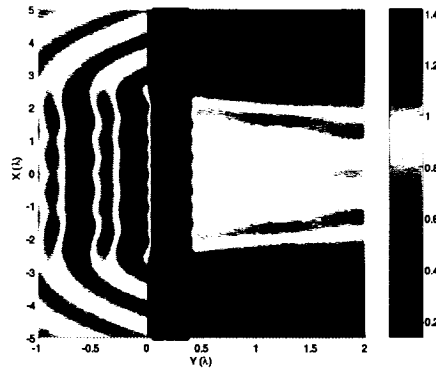
TAB. 6.2 Tableau des coordonnées du tissu selon Oy en fonction de l'épaisseur de verre pour une fréquence de 2,45GHz

Epaisseur de verre	y_{min}	y_{max}
$\frac{\lambda_0}{16}$	0.006	0.316
$\frac{\lambda_0}{8}$	0.0125	0.322
$\frac{\lambda_0}{2}$	0.5	0.81
λ_0	1	1.31

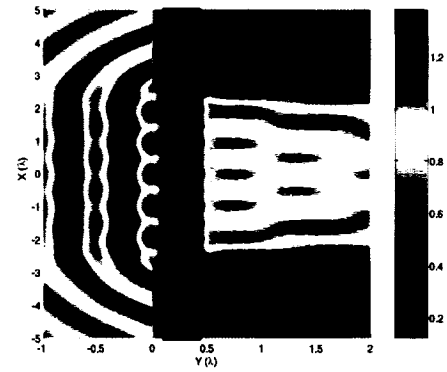
De plus, sur chaque graphique, le tissu est repérable par la zone située entre les deux barres verticales.

En premier lieu, il est important de remarquer que le taux d'ondes stationnaires dans le tissu, est indépendant de l'épaisseur des plaques. On observe toujours la présence de 3 ventres et 3 noeuds. Par contre, plus les plaques de verre sont épaisses, plus la différence d'amplitude entre les noeuds et les ventres augmente. Ce qui veut dire que le champ, créé par une tumeur située dans un des ventres du signal, sera occulté par celui créé par une tumeur positionnée au niveau d'un des noeuds. La taille optimale des plaques se situe bien aux alentours d'un huitième de λ_0 ce qui correspond en fait à $\lambda_{verre}/4$: cas (b). L'écart crête à crête, dans ce cas, est de l'ordre de 0,2, il grimpe à 0,6 voir 0,9 pour les autres valeurs de l'épaisseur des plaques. En outre, plus les plaques sont épaisses et plus la réflexion à l'interface air-verre est importante (voir cas (d)). En résumé l'épaisseur des plaques peut atténuer le phénomène d'ondes stationnaires, une épaisseur de $\frac{\lambda_{milieu}}{4}$ étant optimale. De plus, la présence des ces maxima et minima dans le tissu, quelque soit l'épaisseur de verre, implique l'existence de zones d'ombre. Les tumeurs étant moins bien visibles dans ces zones, elles seront moins bien reconstruites. Il s'agit donc de trouver d'autres sources qui éclaireraient ces régions.

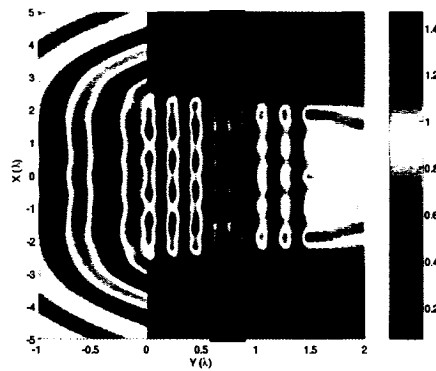
Enfin il faut noter que, dans ce type de configuration, le tissu est éclairé de façon uniforme.



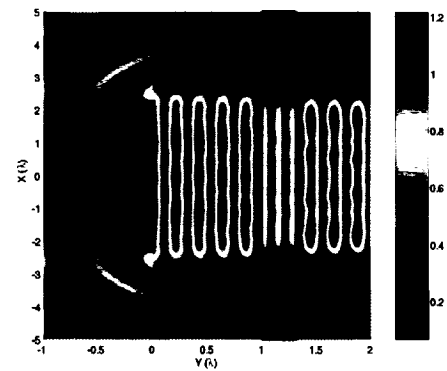
(a) Module du champ E , configuration 1, épaisseur des plaques de verre : $0.006.\lambda_0$



(b) Module du champ E , configuration 1, épaisseur des plaques de verre : $0.0125.\lambda_0$



(c) Module du champ E , configuration 1, épaisseur des plaques de verre : $0.5.\lambda_0$



(d) Module du champ E , configuration 1, épaisseur des plaques de verre : $1.\lambda_0$

FIG. 6.4 Influence de l'épaisseur des plaques de verre sur la configuration 1

6.2.2 Configuration avec onde plane à 900MHz

Dans cette configuration, par rapport au cas précédent, seule la fréquence est modifiée. Les épaisseurs optimales de verre, 1,5cm, sont conservées. Le module du

champ E dans le système est tracé à la figure 6.5. Une fréquence de 900MHz a été choisie. On constate sur la simulation, qu'il n'y a plus qu'un seul ventre qui se situe au milieu du tissu. Les régions éclairées et non éclairées ont donc été modifiées par le changement de fréquence, c'est un résultat important. À 900MHz c'est la zone centrale qui est dans l'ombre, alors qu'elle est éclairée à 2,45GHz. Par ailleurs il y a existence de deux zones non éclairées à 2,45GHz qui reçoivent un peu d'énergie à 900MHz. L'utilisation de ces deux fréquences est donc complémentaire. Ceci vient du fait que la longueur d'onde utilisée est maintenant d'environ 30cm dans le vide, comparé au 12cm de longueur d'onde dans le vide pour la fréquence de 2,45GHz. Le taux d'ondes stationnaires diminue donc dans le tissu ; ce qui correspond à la présence d'un nombre plus faible de ventres et de lobes dans le tissu.

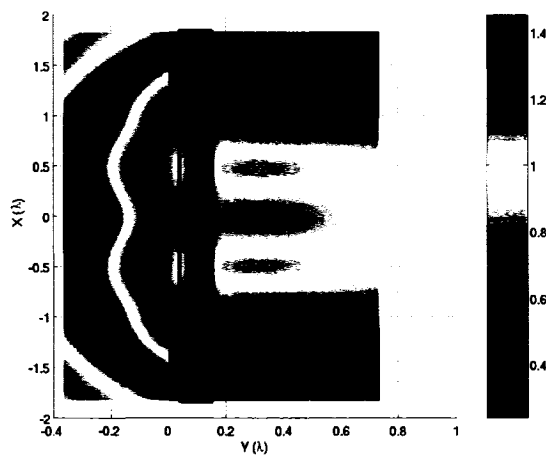


FIG. 6.5 Module du champ E obtenu à une fréquence de 900MHz

Comme précédemment l'influence de la taille des plaques de verre pourrait être observée, les conclusions seraient semblables au cas précédent : la taille optimale pour obtenir une transmission maximale du signal se situe à $\lambda_{\text{verre}}/4$. Toutefois il a été décidé d'optimiser le système pour une fréquence de 2,45GHz. L'épaisseur des

plaques de verre restera donc fixée à 1.5cm.

6.2.3 Configuration avec sources filamenteuses à 2,45GHz

Les deux sources étudiées jusqu'à présent éclairent le tissu de façon uniforme. On désire utiliser des sources d'éclairage plus localisé. Pour cela, la source d'onde plane est remplacée par une source filamenteuse placée proche des plaques de verre, environ $0.1\lambda_0$ de distance. Le module du champ E dans le système est affiché à la figure 6.6. Pour des raisons de visibilité de la figure, l'épaisseur des plaques de verre a été choisie à $0.5\lambda_0$ plutôt qu'à la valeur optimale théorique. Il apparaît que cette source produit le même motif d'éclairage qu'une onde plane : les ventres et les noeuds sont situés aux mêmes profondeurs que lors d'un éclairage par une onde plane à 2,45GHz. Cependant ce motif est plus localisé : les interférences dans le tissu n'apparaissent que sur une portion de la plaque.

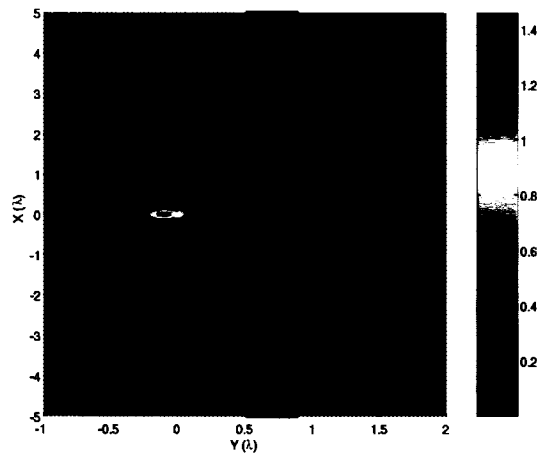
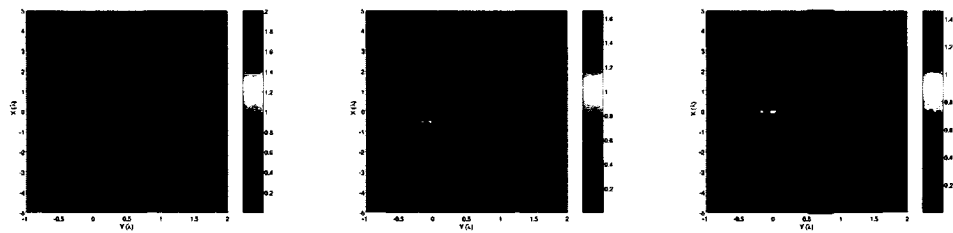


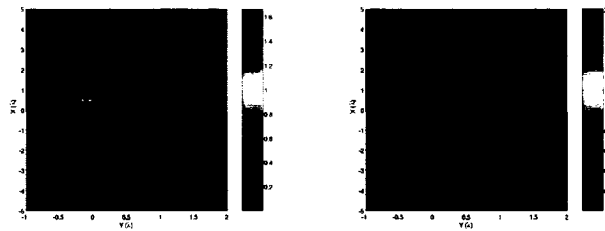
FIG. 6.6 Module du champ E dans la configuration 3

6.2.3.1 Variation de la position de la source

La figure 6.7 illustre la modification de l'éclairage du tissu, lorsque la position de la source varie le long de l'axe des x , en restant dans la zone de confiance $[-1.5; 1.5]$. On constate que le schéma d'interférences du champ se translate avec la position de la source. Ceci provient du fait que, dans le système modélisé, les plaques étant supposées infinies suivant l'axe Ox , une translation de la source ne doit entraîner qu'une translation identique du schéma d'interférences.



(a) Module du champ E , configuration 3, source en $xs = -1$ (b) Module du champ E , configuration 3, source en $xs = -0.5$ (c) Module du champ E , configuration 3, source en $xs = 0$



(d) Module du champ E , configuration 3, source en $xs = 0.5$ (e) Module du champ E , configuration 3, source en $xs = 1$

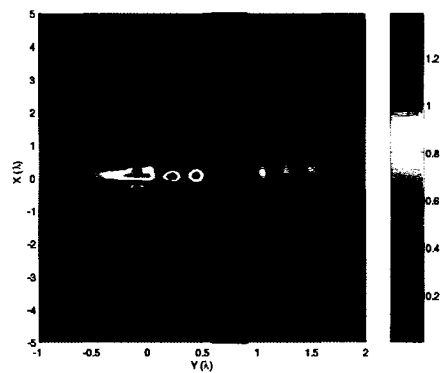
FIG. 6.7 Translation d'une source filamenteuse le long de l'axe x

En conclusion, contrairement à l'onde plane qui réalise un éclairage uniforme, les sources filamenteuses permettront d'obtenir un éclairage localisé. Il sera nécessaire de réaliser plusieurs mesures pour différentes positions de la source filamenteuse pour obtenir un éclairage complet du tissu. A cette exception près, le schéma d'interférences d'une source filamenteuse possède la même localisation des ventres et des noeuds que dans celui d'une onde plane.

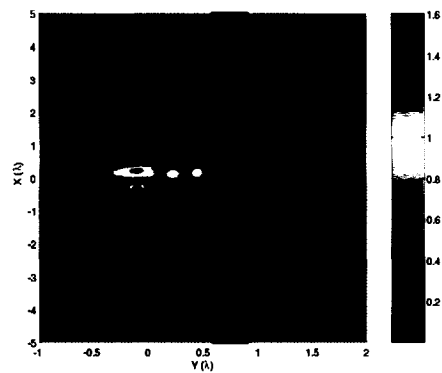
6.2.3.2 Éclairage avec deux sources filamenteuses

Dans les appareils usuels de tomographie, l'OST est éclairé sous plusieurs angles pour ajouter de la redondance d'informations lors de la reconstruction. Pour obtenir un éclairage du tissu sous des angles différents, on va essayer de modifier l'orientation du schéma d'interférences du tissu en l'éclairant avec deux sources filamenteuses déphasées les unes par rapport aux autres (voir figure 6.8). Les deux sources sont séparées d'une distance de $0,5\lambda_0$. Comme précédemment, les graphiques sont présentés pour des épaisseurs de verre de $0,5\lambda_0$. Bien que le champ puisse être légèrement modifié, le schéma d'interférences du tissu n'est pas réorienté ou modifié de façon notable. Cette distribution d'énergie restant la même, cette option d'éclairage n'apporte donc aucune information supplémentaire.

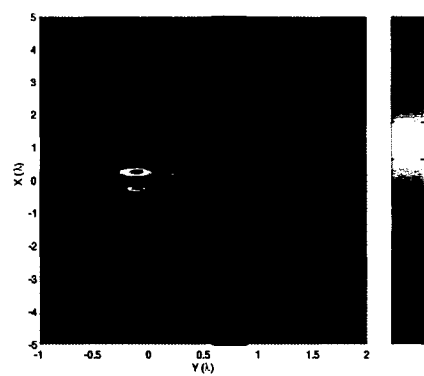
Une variation de la différence d'amplitude entre les deux sources aboutit aux mêmes conclusions (voir figure 6.9). L'utilisation de plusieurs sources n'améliorant ni la localisation de l'éclairage, ni son motif, cette solution ne sera pas retenue pour la suite.



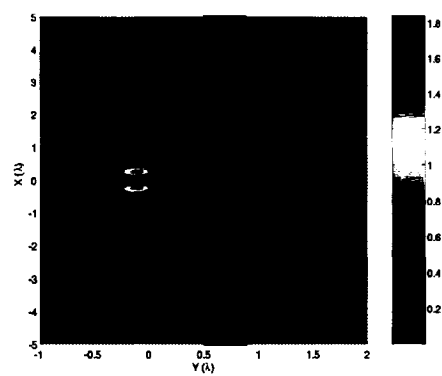
(a) Module du champ E , configuration 3,
 $\phi = \frac{\pi}{4}$



(b) Module du champ E , configuration 3,
 $\phi = \frac{\pi}{2}$

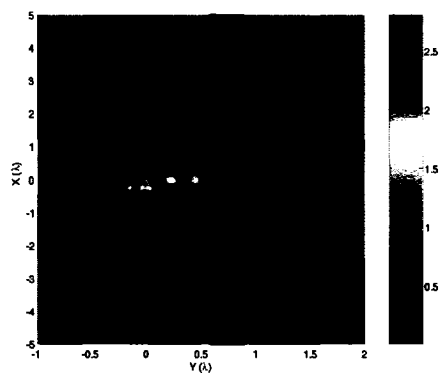


(c) Module du champ E , configuration 3,
 $\phi = \frac{3\pi}{4}$

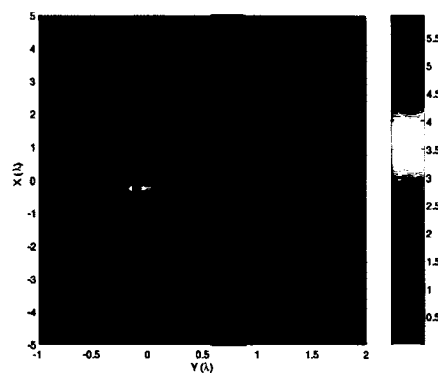


(d) Module du champ E , configuration 3,
 $\phi = \pi$

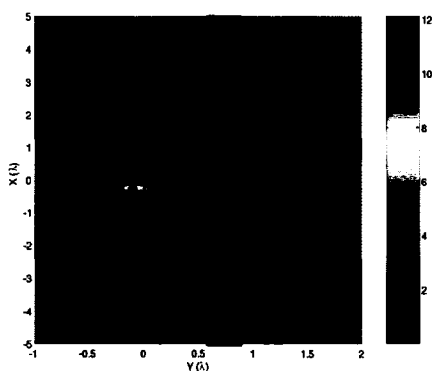
FIG. 6.8 Effets du déphasage relatif entre deux sources filamenteuses



(a) Module du champ E , configuration 3,
rapport 2 entre les modules des sources



(b) Module du champ E , configuration 3,
rapport 4 entre les modules des sources



(c) Module du champ E , configuration 3,
rapport 8 entre les modules des sources

FIG. 6.9 Effets d'une variation d'amplitude relative entre deux sources filamenteuses

Remarque : les résultats sur les sources filamenteuses n'ont été présentés que pour la fréquence de 2,45GHz. L'utilisation de la fréquence 900MHz permet d'obtenir les mêmes conclusions, cependant les graphiques à cette fréquence étant moins lisibles, il a été choisi de ne pas les présenter.

6.2.4 Synthèse sur les sources d'éclairage

On a pu apprécier dans cette partie l'influence de plusieurs paramètres sur le schéma d'interférences qui apparaît dans le tissu éclairé. Il faut retenir que l'apparition d'ondes stationnaires empêche un éclairage uniforme du milieu. Ces ondes sont la conséquence directe des jeux de réflexion et transmission aux différentes interfaces. Deux paramètres influent sur le taux d'ondes stationnaires : l'épaisseur des plaques de verre et la longueur d'onde du signal incident. Suivant la fréquence utilisée le schéma d'interférences modifie le taux d'ondes stationnaires. Cette variation entraîne des modifications sur le nombre et la place des zones éclairées ou sombres. Ainsi l'utilisation des deux fréquences 2,45GHz et 900MHz permet de couvrir l'ensemble du tissu. Le choix de l'épaisseur des plaques est aussi critique. Si elle est adaptée, le phénomène d'ondes stationnaires est relativement affaibli. Toutefois l'épaisseur optimale dépend de la longueur d'onde utilisée. Deux solutions sont envisageables : adapter les plaques pour la fréquence centrale lors d'un balayage fréquentiel, ou, si on utilise un nombre limité de fréquences, adapter uniquement pour la fréquence principale de travail. Le choix adéquat des fréquences secondaires, non adaptées, permettra de mettre d'autant plus en valeur des zones mal éclairées.

L'utilisation de sources filamenteuses permet de gagner en localisation sur le signal incident et donc de n'éclairer qu'une zone spécifique du tissu. En modifiant le positionnement des sources, l'information disponible pour la reconstruction est augmentée. Par contre l'utilisation combinée de plusieurs sources n'apporte aucune information utile supplémentaire.

6.3 Influence et choix des paramètres de régularisation

L'hypothèse de linéarité a été validée, la méthode de reconstruction développée au chapitre cinq est applicable et l'on connaît de plus les sources qui seront utilisées. Les dernières inconnues à fixer, avant de tester les modèles de reconstruction, sont donc les paramètres de régularisation.

On rappelle que les réponses impulsionnelles du système sont connues en tout point, par exemple en les mesurant expérimentalement. Dans la présente étude, elles sont obtenues par simulation sur le modèle 2D élaboré. Une fonction de pénalisation L_2L_1 avec algorithme Geman&Yang est utilisée pour favoriser des frontières franches. Il existe cinq paramètres différents, $\lambda, \delta, \nu_0, \nu_1, \nu_2$. Ils vont être déterminés de manière empirique à partir d'un cas concret. Connaissant une distribution de permittivité, plusieurs reconstructions sont réalisées pour un paramètre donné, et on compare le résultat de la reconstruction à la distribution réelle. Il suffit de prendre la valeur du paramètre qui minimise l'écart entre ces deux distributions. Une fois les paramètres choisis, ils seront conservés pour les autres types de sources, car le problème n'est pas suffisamment modifié pour qu'il soit nécessaire de les changer.

Dans tous les résultats de reconstruction, seul le milieu estimé est affiché. Celui-ci a été tourné d'un angle de 90° par rapport aux figures précédentes. L'axe Oy est donc vertical, Ox est horizontal.

Dans les trois prochains paragraphes, on cherche à imager le cas où une tumeur est située dans la couche 3, en position centrale selon l'axe Ox , ie $x = 0$ (rectangle noir sur les images). L'éclairage est réalisé par une onde plane à 2,45GHz.

6.3.1 Influence de λ

Le paramètre de régularisation λ varie de 0.0001 à 100. $\delta, \nu_0, \nu_1, \nu_2$ sont fixés respectivement à $\{0.1, 1, 0.01, 0.01\}$. Les milieux reconstruits pour les différentes valeurs de λ sont présentés à la figure 6.10. Il suffit de quelques itérations (3-4) pour que le critère atteigne une valeur constante. Bien que l'on soit dans un cas simple, ceci augure d'une convergence rapide du système pour la suite des opérations.

Quelle que soit la valeur de λ , il est impossible de retrouver la position exacte de la tumeur. On est au mieux capable d'estimer une position grossière selon l'axe des x : au centre de la couche 3, on observe que la permittivité est plus importante à la place où la tumeur devrait être. La position exacte de la tumeur est indiquée par le rectangle noir sur les figures. Les artéfacts de reconstruction sont nombreux sur les autres couches. La reconstruction sous OP à 2,45GHz risque donc d'être particulièrement difficile. Plus λ augmente, plus les artéfacts sont importants. Ce comportement est normal car on favorise de moins en moins les données par rapport à l'information a priori (zone homogène avec frontière franche). A contrario, pour les deux valeurs λ les plus petites, le gain, aussi bien sur l'image que sur le critère, est négligeable. Quand λ devient faible, le poids accordé aux données devient prépondérant. Si ce terme était mal conditionné au départ, alors la solution calculée ne conviendra pas. Si λ est trop grand on déforme trop la solution par rapport au cas réel, car on favorise des solutions ayant des zones homogènes larges ce qui n'est plus représentatif. Il faut donc choisir un bon compromis entre ces deux extrêmes, ce qui nous amène à choisir la valeur de 0.001 pour λ . Il s'agit de la valeur qui introduit le moins d'artefacts dans la reconstruction, en particulier pour les artéfacts présents sur les couches 1 et 6.

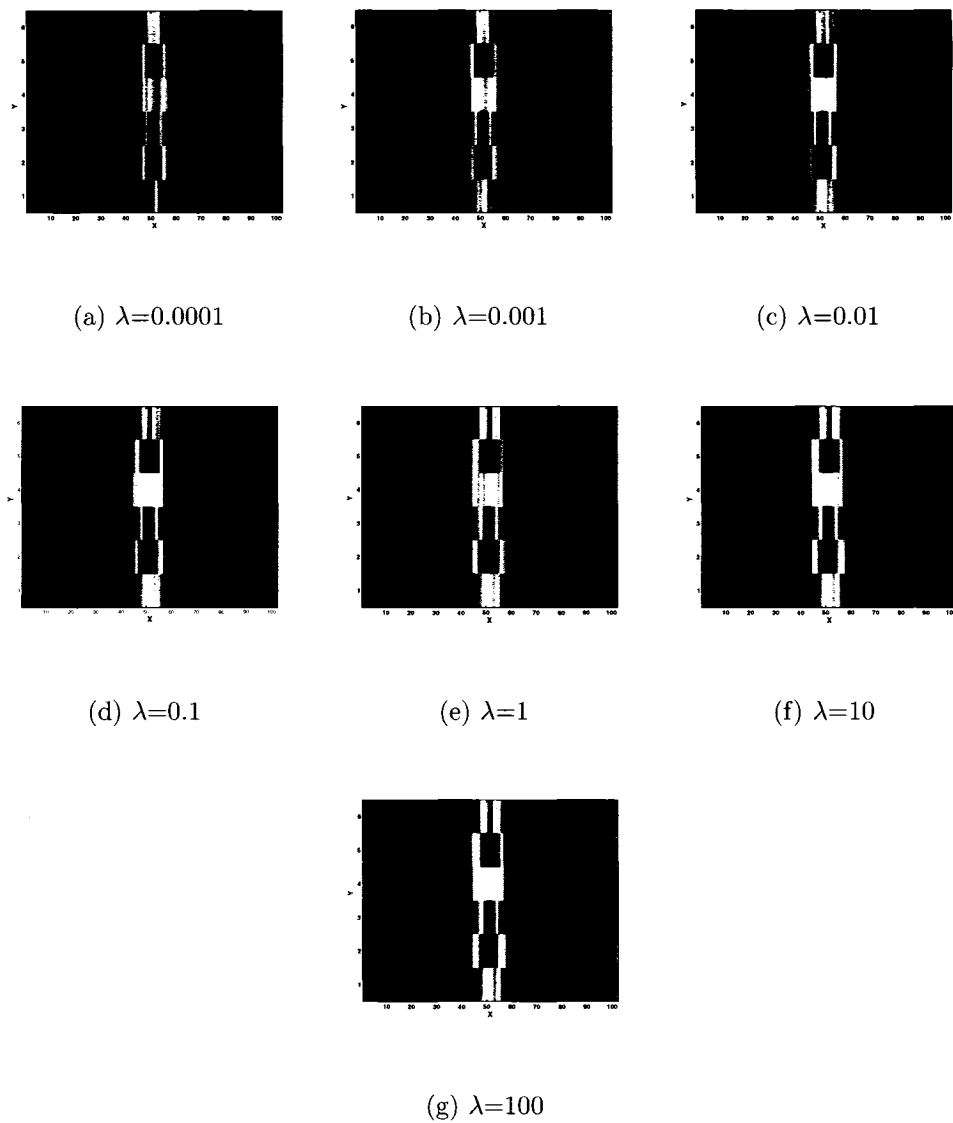


FIG. 6.10 Influence de λ sur la reconstruction, méthode 2. La position de l'inhomogénéité est indiquée par un rectangle noir

6.3.2 Influence de δ

λ étant désormais fixé, on fait varier le paramètre δ . Il fixe le caractère semi-quadratique de la fonction $L_2 L_1$: c'est-à-dire la transition entre la partie quadratique L_2 et la partie linéaire L_1 . Les valeurs des ν_m restent inchangées. Les résultats sont visibles à la figure 6.11. Pour des valeurs très basses de δ on n'obtient que des points isolés. Si δ augmente, les zones homogènes deviennent de plus en plus larges. Au dessus d'une certaine limite la différence entre chaque itération devient négligeable. Pour la suite δ est fixé à 10.

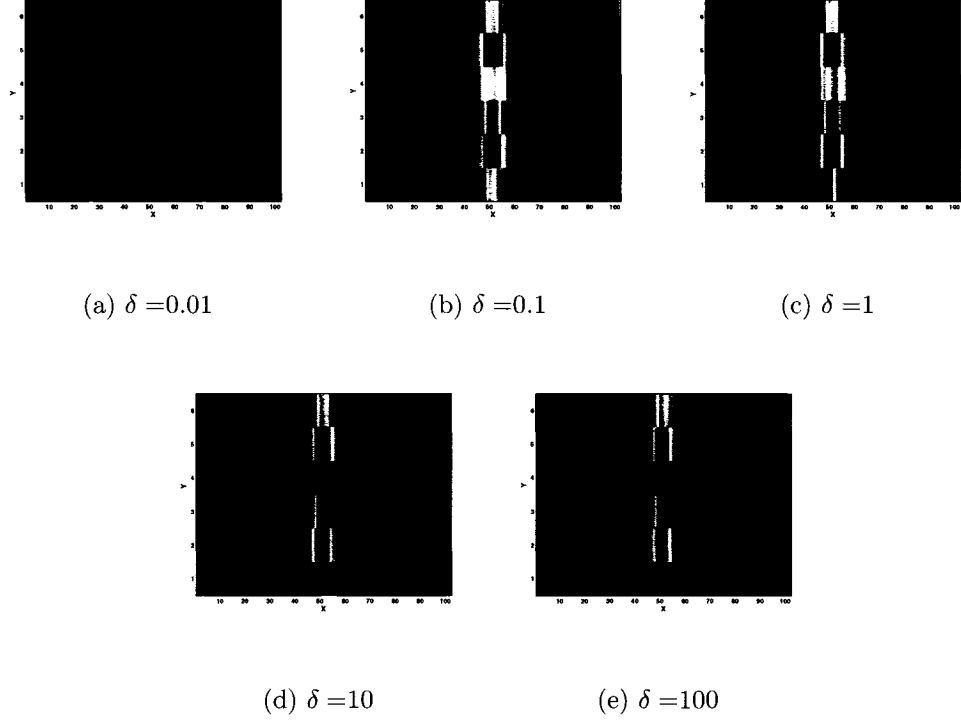


FIG. 6.11 Influence de δ sur la reconstruction, méthode 2. La position de l'inhomogénéité est indiquée par un rectangle noir

6.3.3 Influence de ν_0, ν_1, ν_2

Ces trois paramètres influent sur le modèle de différences premières qui a été choisi pour la reconstruction. Ils fixent le poids relatif de chacun des axes du modèle : ν_0 est lié au terme de rappel à zéro, ν_1 aux différences premières suivant l'axe des x , et ν_2 à celles selon l'axe des y . On a sélectionné un ensemble de valeurs pour ces paramètres, les reconstructions obtenues sont affichées à la figure 6.12. La première figure de cette série tient lieu de référence : seul le terme de rappel à zéro est comptabilisé. Les figures (b) et (c) montrent l'impact respectif des paramètres ν_1 et ν_2 : ν_1 favorise des zones homogènes selon l'axe Ox , cas (b) ; ν_2 favorise des zones homogènes selon l'axe Oy , cas (c). leur effet sur la reconstruction est clair sur ces figures. Si on veut se rapprocher de l'image que l'on devrait obtenir, il est nécessaire de baisser les valeurs de ces paramètres pour qu'ils n'aient pas trop d'influence par rapport au terme de rappel à zéro. Au delà de 0.01, l'effet de ces termes devient négligeable sur la reconstruction : l'image obtenue étant la même que celle de référence. De plus le pas étant relativement grand dans la direction de l'axe Oy , la pénalisation dans cette direction ne nécessite pas d'être aussi importante. Au contraire, on risque d'induire des erreurs en imposant une continuité inutile selon cet axe. Tout ceci conduit au choix de ν_0 égal à 1, ν_1 à 0.01, et ν_2 0.001.

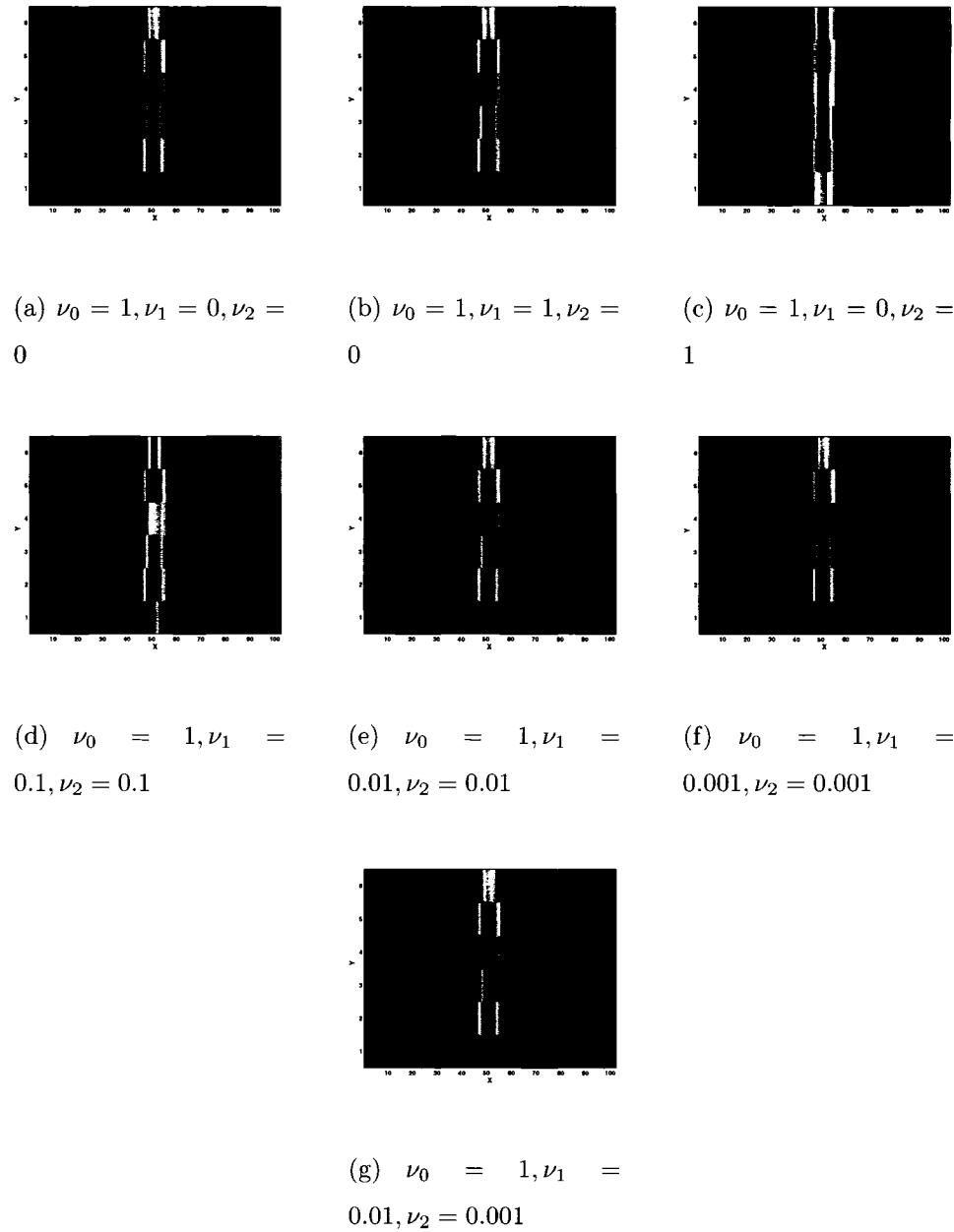


FIG. 6.12 Comparaison des différents paramètres du modèle de différences premières. La position de l'inhomogénéité est indiquée par un rectangle noir

Les paramètres de reconstruction ont tous été fixés. Les sources étant connues, nous

allons pouvoir tester la reconstruction de permittivité pour plusieurs configurations du système.

6.4 Résultats de reconstruction

On présente dans cette partie des résultats de reconstruction obtenue avec plusieurs configurations de système. On part d'un système le plus simple possible : une onde plane à 2,45GHz éclaire le tissu. Un ensemble de tests est réalisé sur le système pour permettre de déterminer son efficacité de résolution. Au fur et à mesure, le système est amélioré pour que l'ensemble des tests soit validé. L'objectif de cette partie est de déterminer une stratégie d'éclairage du tissu qui permette d'obtenir les meilleurs résultats possibles de reconstruction. On présentera tout d'abord les différentes séries de tests que les systèmes doivent valider avant de passer aux résultats de reconstruction.

6.4.1 Brève présentation de la série de tests à faire valider

Pour valider à la fois les méthodes de reconstructions et les solutions d'éclairage proposées, on a élaboré quatre séries de tests.

- série 1 : pour juger la localisation, on reconstruit un milieu où une tumeur est placée en position centrale selon x et on effectue une reconstruction pour chacune des couches.
- série 2 : on évalue la robustesse de la reconstruction lorsque plusieurs tumeurs s'occulent. Plusieurs tumeurs sont placées en position centrale horizontale, c'est-à-dire en position $x = 0$. Cinq tests sont effectués dans l'ordre suivant : 2 tumeurs sur les couches 2 et 4, 3 tumeurs sur les couches $\{2,3,4\}$, 4 tumeurs sur les

- couches $\{1,2,3,4\}$, 3 tumeurs sur les couches $\{1,2,5\}$, 6 tumeurs sur les couches $\{1,2,3,4,5,6\}$.
- série 3 : on cherche à déterminer un ordre de grandeur de la résolution du système. Sur la couche 3, deux tumeurs sont positionnées, l'une est en position centrale, l'autre se déplace le long de la couche par incrément de 6mm jusqu'à ce que l'on soit capable de les séparer à l'écran.
 - série 4 : à chaque test cinq puis dix tumeurs de rayon 3 mm sont distribuées à des abscisses et des profondeurs déterminées aléatoirement.

6.4.2 1^{er} cas : onde plane 2,45GHz

Le système est éclairé par une onde plane à 2,45GHz. Les résultats que l'on a pu observer dans la section précédente prouvent déjà que cette configuration ne permettra pas une bonne reconstruction à cause de la présence de nombreux artéfacts de reconstruction.

6.4.2.1 Résultats de reconstruction de la série de tests 1

Le système est testé avec la série de tests 1, les résultats de reconstruction sont présentés à la figure 6.13. On constate que l'on est incapable de déterminer la couche où la tumeur était présente. Dans le meilleur des cas, couche 5, les artéfacts nous laissent avec au plus deux positions possibles de tumeurs (les tâches rouges sur les graphiques) et un certain nombre de tumeurs moins fortes sur les autres couches. Le seul point positif vient de la localisation en x qui est elle à peu près bien résolue, dans le sens où le maximum de réponses sur les couches apparaît bien aux alentours de la place réelle de la tumeur. Cette configuration est incapable de résoudre un cas simple, il n'est donc pas nécessaire d'aller plus loin dans les séries

de tests.

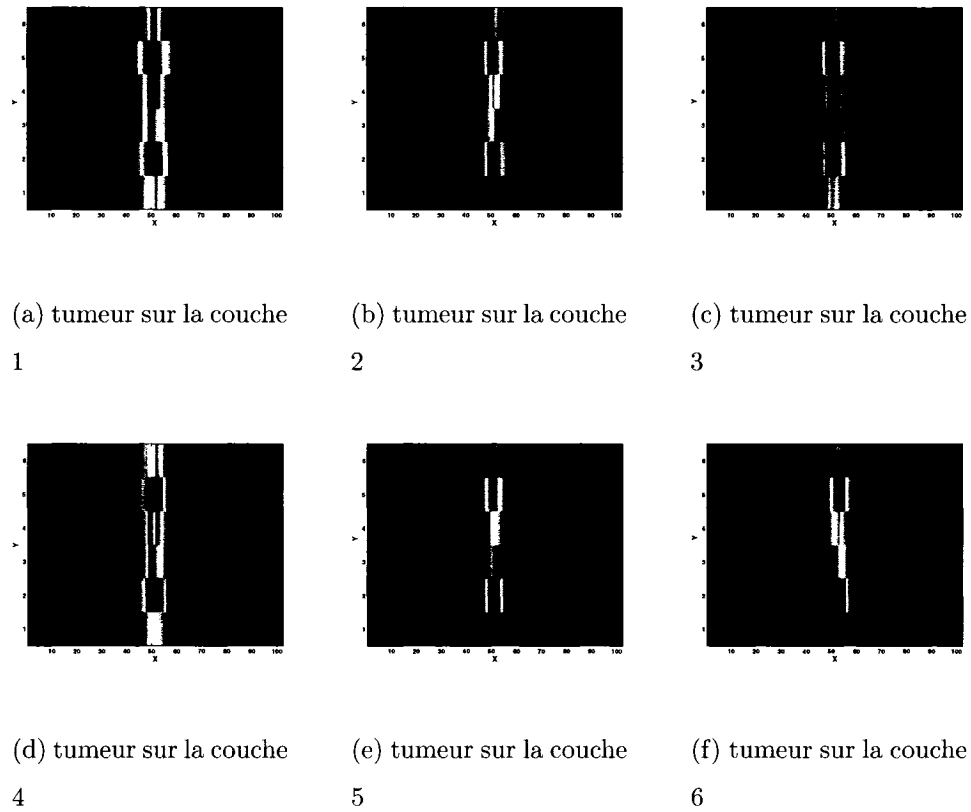


FIG. 6.13 Résultats de la série de tests 1, configuration d'éclairage 1

6.4.3 2^{ieme} cas : onde plane 900MHz

Nous allons essayer d'améliorer la localisation en profondeur. Pour cela, on cherche à modifier les zones éclairées dans le tissu. L'éclairage sera maintenant effectué avec une onde plane de fréquence 900MHz.

6.4.3.1 Résultats de reconstruction de la série de tests 1

La figure 6.14 montre les résultats de reconstruction obtenus avec la série de tests 1. Pour la majorité des couches le maximum de permittivité est trouvé sur la couche correspondante. Par contre la localisation horizontale est mauvaise. L'apparition d'oscillations empêche de déterminer la place de la tumeur selon l'axe des x . Ces résultats sont intéressants car, par rapport au cas précédent, la localisation en profondeur a été améliorée. Il est possible que la combinaison des fréquences d'éclairage permette d'obtenir de meilleures reconstructions car elles apportent des informations complémentaires. La localisation précaire de la position horizontale nous fait arrêter là les tests pour cette configuration.

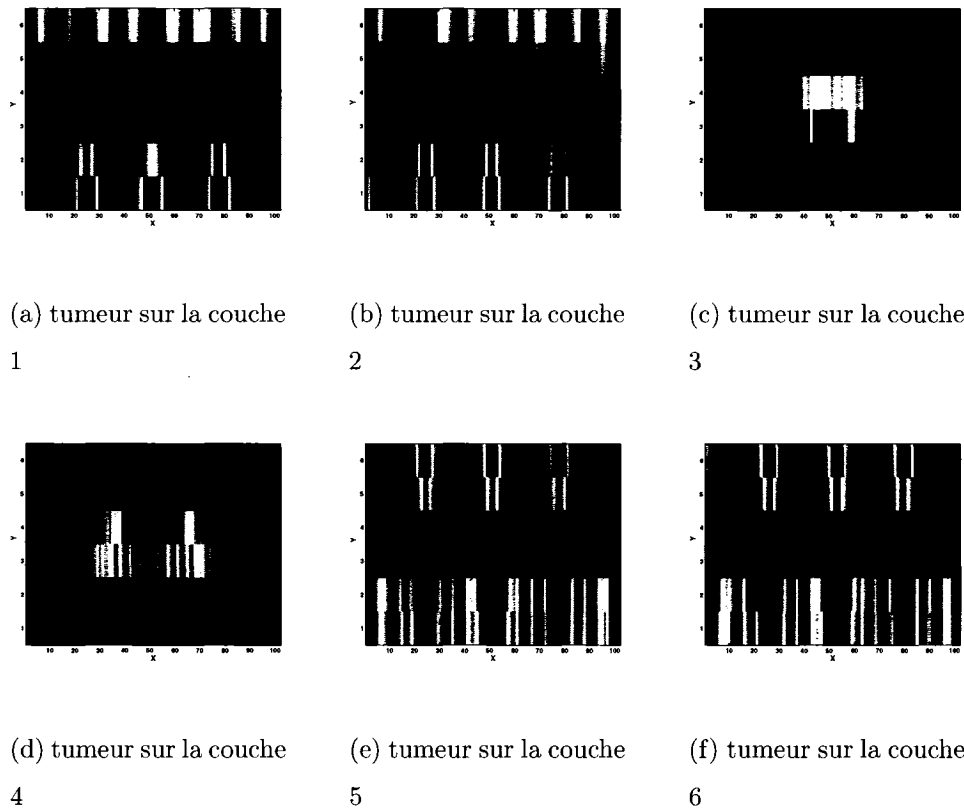


FIG. 6.14 Résultats de la série de tests 1, configuration d'éclairage 2

6.4.4 3^{ieme} cas : ondes planes 2,45GHz et 900MHz

Les cas (1) et (2) ont montré qu'ils fournissaient une information complémentaire. Les informations de ces deux fréquences de travail vont donc être combinées pour améliorer la localisation des tumeurs. Le système est éclairé successivement par une onde plane à 2,45GHz, puis par une onde plane à 900MHz. Le vecteur de mesures pour la reconstruction est formé de la concaténation de ces deux ensembles de mesures.

6.4.4.1 Résultats de reconstruction de la série de tests 1

La figure 6.15 illustre les résultats obtenus avec cette configuration pour la série de tests 1. On arrive pour toutes les couches à retrouver à la fois la position horizontale et la profondeur de la tumeur (trait rouge foncé). Cependant un fort bruit de reconstruction est encore observable sur les autres couches. En particulier, on observe des artefacts de reconstruction d'amplitude assez forte sur les couches immédiatement voisines : il existe des traits oranges et verts sur les graphiques, leur amplitude est environ la moitié de celle des tumeurs. Ce peut être gênant pour des cas plus complexes. Notre intuition a toutefois été confirmée : la combinaison des fréquences a permis un gain de la localisation.

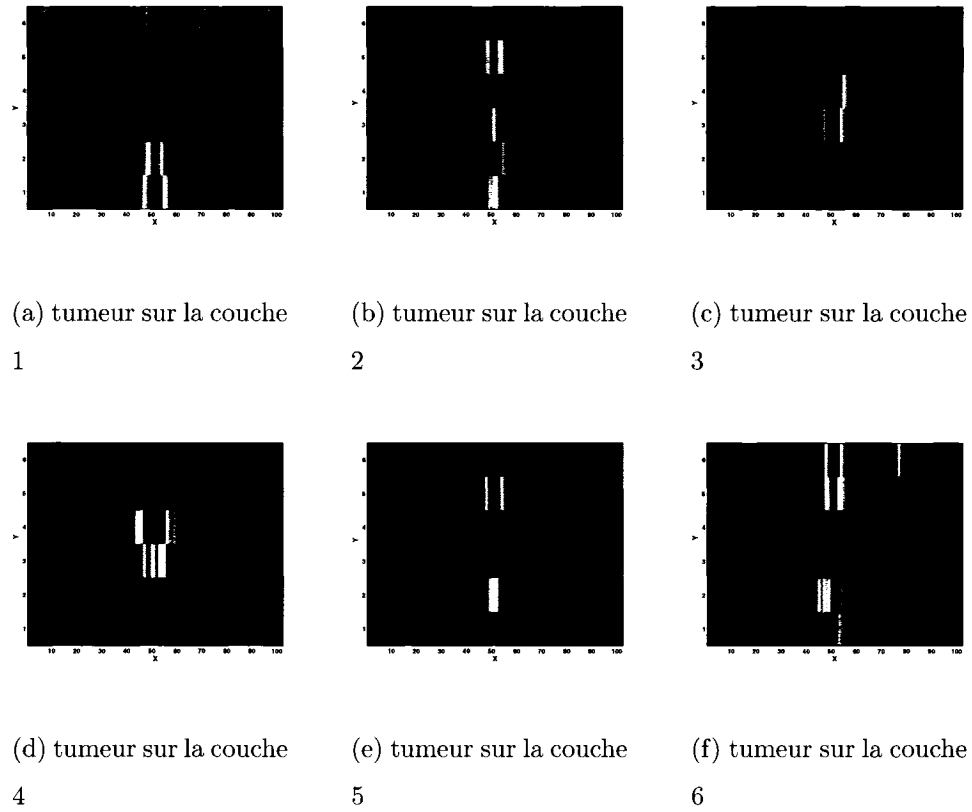
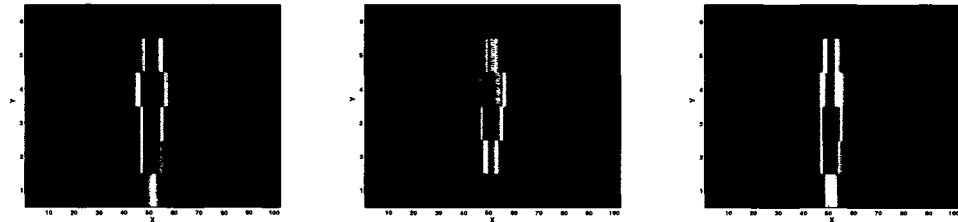


FIG. 6.15 Résultats de la série de tests 1, configuration d'éclairage 3

6.4.4.2 Résultats de reconstruction de la série de tests 2

Cette configuration ayant passé la première étape, sa capacité à détecter plusieurs tumeurs alignées est évaluée grâce à la série de tests 2. Les résultats sont disponibles à la figure 6.16. On constate que cette configuration est incapable de détecter les tumeurs présentes sur les couches 2 et 4, on détecte à la place des tumeurs sur les couches $\{2,3,4,5\}$. Pour des tumeurs présentes sur les couches 1, 2 et 5, la tumeur sur la couche 1 disparaît à la reconstruction. Cette série de tests montre les limites de cette configuration qui est incapable de différencier correctement des tumeurs

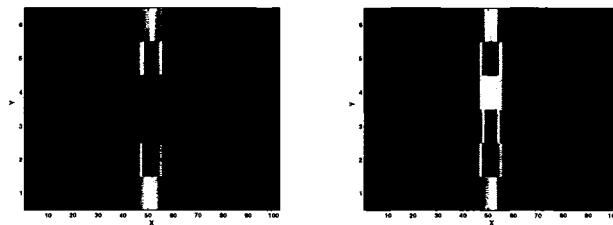
alignées. Il est à noter que les artefacts obtenus lors de la reconstruction de la série de tests 1 sont trop importants. Il s'agit donc dans les prochaines étapes de les diminuer.



(a) tumeur sur les
couches 4 et 2

(b) tumeur sur les
couches 4,2 et 3

(c) tumeur sur les
couches 4,2,3 et 1



(d) tumeur sur les
couches 1,2 et 5

(e) tumeur sur les
couches 1,2,3,4,5,6

FIG. 6.16 Résultats de la série de tests 2, configuration d'éclairage 3

6.4.5 4^{ieme} cas : sources filamenteuses 2,45GHz

Afin d'améliorer le système on a décidé de partir sur une base nouvelle. Plutôt que d'éclairer intégralement le tissu avec une OP, une source plus directive est introduite pour cibler des portions du tissu. Cette source va être déplacée suivant l'axe horizontal afin d'éclairer l'ensemble du tissu. Pour chaque reconstruction,

sept ensembles de mesures correspondant à sept positions différentes de la source, $\{-1.5\lambda_0, -1\lambda_0, -0.5\lambda_0, 0, 0.5\lambda_0, 1\lambda_0, 1.5\lambda_0\}$, sont effectués.

6.4.5.1 Résultats de reconstruction de la série de tests 1

On teste cette nouvelle approche d'éclairage à l'aide de la série de tests 1. Les résultats sont présentés à la figure 6.17. Bien qu'une seule fréquence soit utilisée, toutes les tumeurs sont détectées à la bonne position selon x et à la bonne profondeur. De plus, les artéfacts de reconstruction sont quasiment éliminés : on observe dans chaque couche l'existence d'un unique vrai négatif dont l'amplitude est inférieure à celle de la tumeur réelle (couleur bleue pâle soit environ le tiers de la valeur maximale de la permittivité des tumeurs). Ces résultats confirment l'idée qui avait été émise lors de la présentation des sources : l'utilisation de plusieurs positions, grâce à une localisation plus précise de l'éclairage, permet d'ajouter de l'information dans les mesures rendant la reconstruction plus précise.

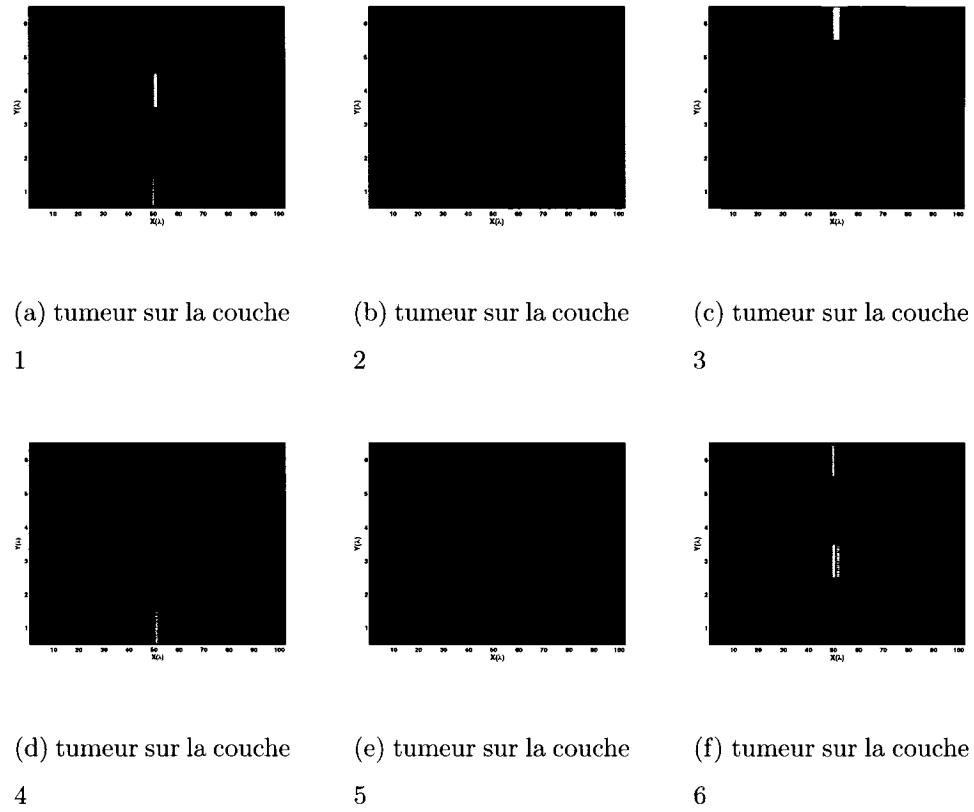


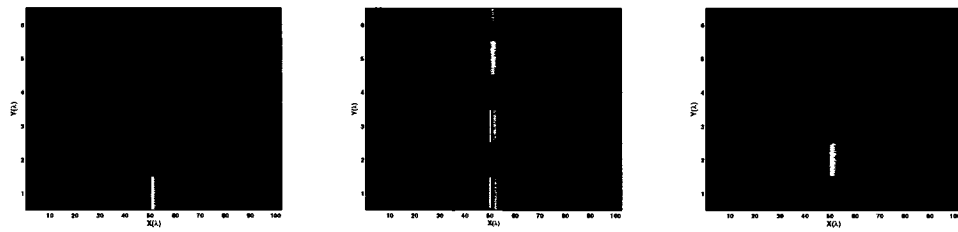
FIG. 6.17 Résultats de la série de tests 1, configuration d'éclairage 4

6.4.5.2 Résultats de reconstruction de la série de tests 2

Les résultats de la première série de tests étant encourageants, on poursuit avec la série de tests 2 (voir figure 6.18). Le résultat de reconstruction pour des tumeurs sur les couches $\{2, 3, 4\}$ montre l'apparition d'un vrai négatif sur la couche 1. Le même effet est observé pour la reconstruction de tumeurs sur les couches 2 et 4, avec apparition d'artéfacts sur les couches 1 et 5. La permittivité estimée de ces artéfacts est du même ordre de grandeur que pour les tumeurs réelles, elle pourrait

donc amener à une interprétation erronée.

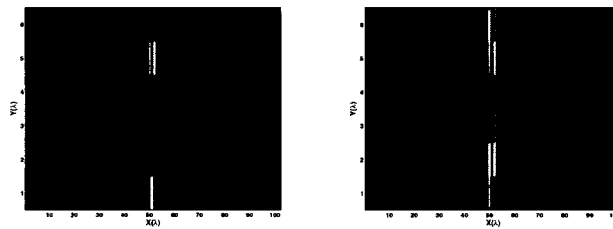
Si l'on compare par rapport au cas de l'éclairage par onde plane avec deux fréquences, on constate que les résultats de reconstruction par sources filamenteuses aboutissent à une détection plus précise des tumeurs alignées. Cette série de tests confirme que l'éclairage par sources filamenteuses constitue une nette amélioration des systèmes précédents. Toutefois quelques artéfacts subsistent encore dans les cas simples qui ont été testés, il est donc nécessaire de poursuivre les améliorations.



(a) tumeur sur les
couches 4 et 2

(b) tumeur sur les
couches 4,2 et 3

(c) tumeur sur les
couches 4,2,3 et 1



(d) tumeur sur les
couches 1,2 et 5

(e) tumeur sur les
couches 1,2,3,4,5,6

FIG. 6.18 Résultats de la série de tests 2, configuration d'éclairage 4

6.4.6 5^{ieme} cas : sources filamenteuses à 2,45GHz et à 900MHz

Le cas de sources filamenteuses à 900MHz a été testé et ne présentait pas d'intérêt plus particulier que le cas des sources filamenteuses à 2,45GHz. Mais si on se rappelle les résultats du cas 3, une amélioration des résultats avait été obtenue grâce à la combinaison de fréquences différentes et ce bien que chacune des fréquences prise séparément ait fourni des résultats médiocres. On se propose donc d'utiliser les mesures de plusieurs positions d'une source filamenteuse pour les deux fréquences 2,45GHz et 900MHz dans notre recherche d'une configuration optimale de détection.

6.4.6.1 Résultats de reconstruction de la série de tests 1

A la figure 6.19, sont illustrés les résultats de reconstruction obtenues avec la série de tests 1. On constate que les artefacts ont complètement disparu ou sont d'amplitude négligeables par rapport à celle des tumeurs, pour les couches 1 et 2, par exemple, on a un rapport supérieur à 3 entre les amplitudes détectées pour les vraies tumeurs et celles des artefacts. La couche 5 est celle où l'artefact de reconstruction est d'amplitude la plus importante avec un rapport de trois par rapport à celle de la tumeur. Les tumeurs sont d'ailleurs détectées à la profondeur et à la localisation exacte. Par rapport au cas des sources filamenteuses monofréquences, nous avons gagné sur le bruit de reconstruction. On peut conclure quant à l'excellence de ces résultats.

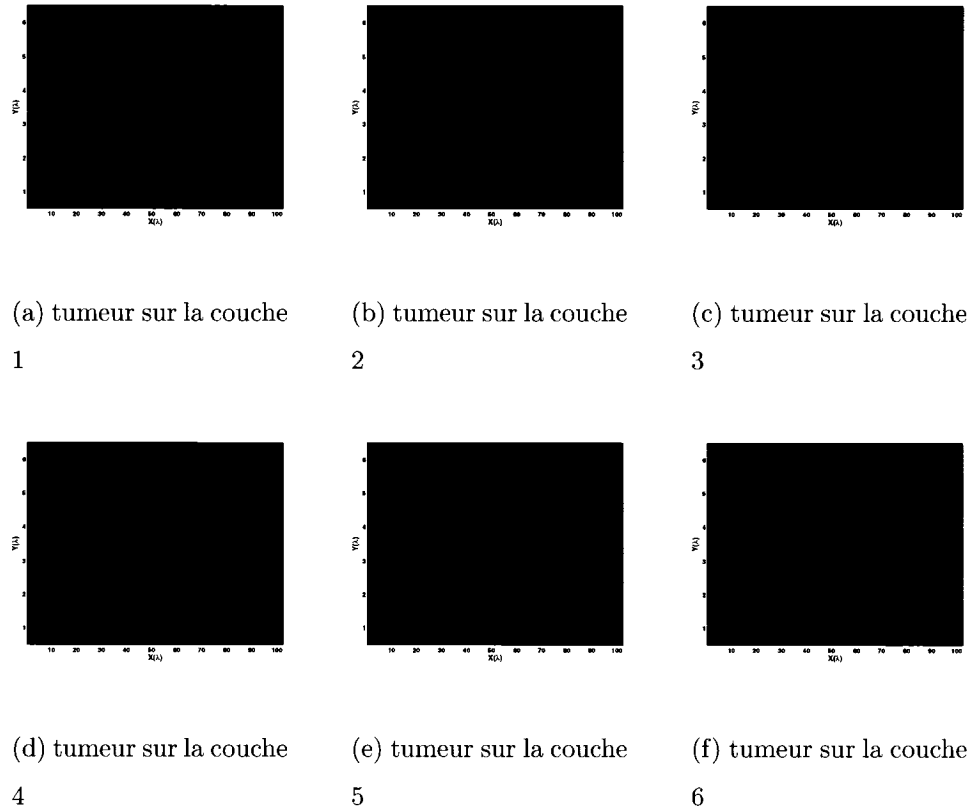
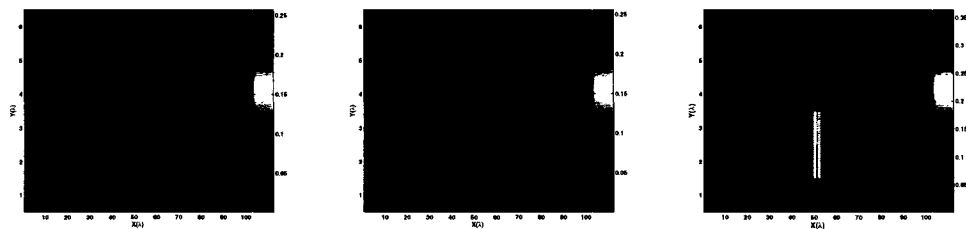


FIG. 6.19 Résultats de la série de tests 1, configuration d'éclairage 5

6.4.6.2 Résultats de reconstruction de la série de tests 2

Les résultats de reconstruction de la série de tests 2 sont présentés à la figure 6.20. La position exacte de toutes les tumeurs dans tous les tests est quasi parfaite. Les quelques rares artéfacts qui subsistent ont des amplitudes très faibles par rapport aux tumeurs : rapport des amplitudes de 2 au moins. Dans certains cas, les tumeurs bien que de même permittivité dans les simulations ne sont pas forcément détectées de façon identique : l'amplitude varie entre 0,22 et 0,35. Le fait qu'il existe des

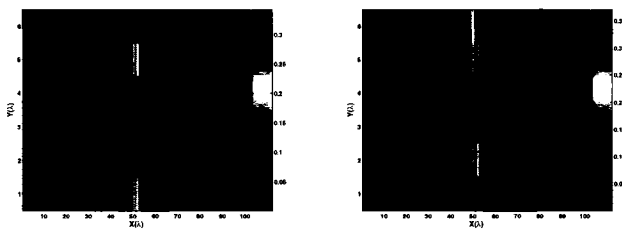
couches pour lesquelles on a plus ou moins d'informations, car plus ou moins bien éclairées, est sûrement lié à ce type de problème. L'utilisation d'un plus grand nombre de fréquences devrait faire disparaître ce défaut grâce à un éclairage total du tissu plus homogène.



(a) tumeur sur les
couches 4 et 2

(b) tumeur sur les
couches 4,2 et 3

(c) tumeur sur les
couches 4,2,3 et 1



(d) tumeur sur les
couches 1,2 et 5

(e) tumeur sur les
couches 1,2,3,4,5,6

FIG. 6.20 Résultats de la série de tests 2, configuration d'éclairage 5

6.4.6.3 Résultats de reconstruction de la série de tests 3

Cette configuration d'éclairage a pour l'instant obtenu de très bon résultats de reconstruction. On continue à évaluer ses capacités de détection à l'aide des séries

3 et 4.

La série de tests 3 sert à évaluer la résolution. Les résultats obtenus sont présentés à la figure 6.21. Si les tumeurs sont accolées, on détecte bien une tumeur plus grosse. Par contre il faut attendre que les tumeurs soient séparées de plus de 3 unités, c'est-à-dire 1,8 cm, pour être capable de les différencier. Ainsi dans le cas (a) une seule tumeur est détectée, alors que dans le cas (d) les deux tumeurs sont différenciées. Le cas (a) pourrait être confondu avec le cas d'une tumeur plus grosse mais située au milieu des deux tumeurs. A l'échelle utilisée, la résolution de détection est intéressante et donne de bons espoirs. Toutefois pour une application pratique, il serait nécessaire de l'améliorer.

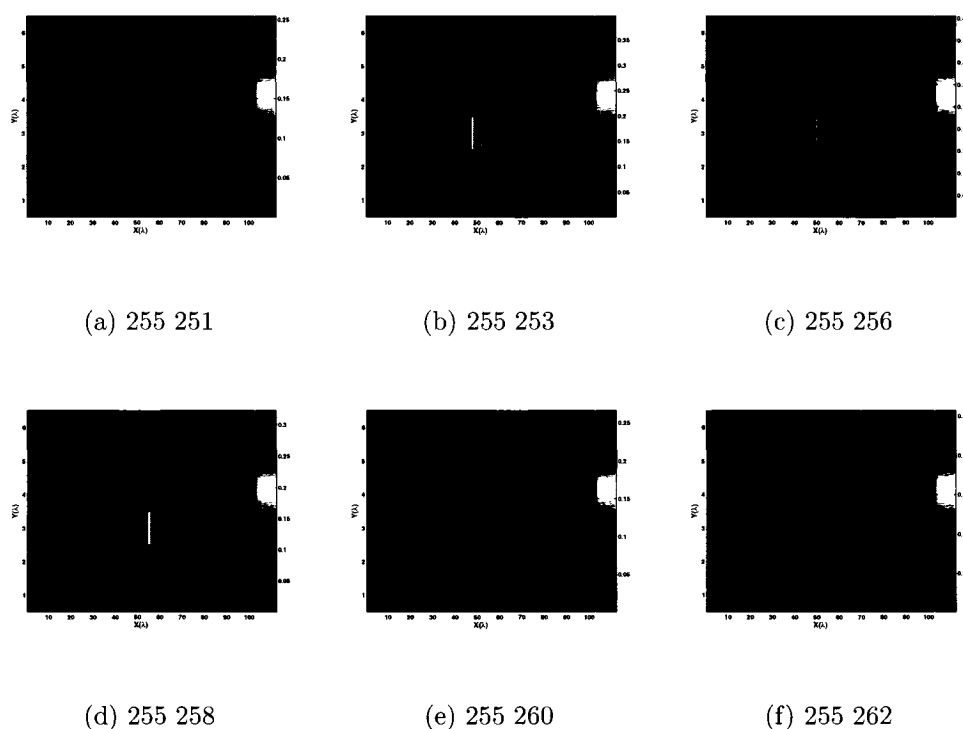
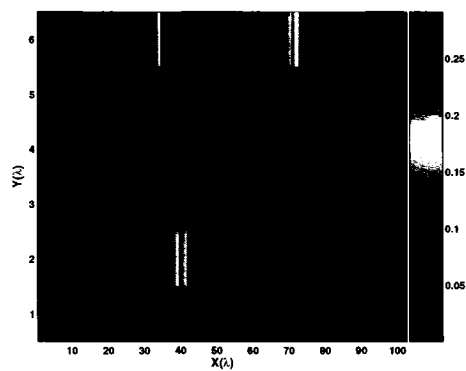


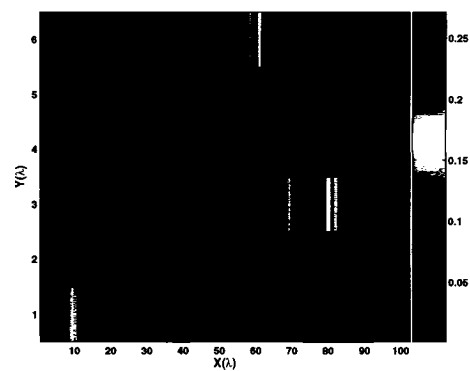
FIG. 6.21 Résultats de la série de tests 3, configuration d'éclairage 5

6.4.6.4 Résultats de reconstruction de la série de tests 4

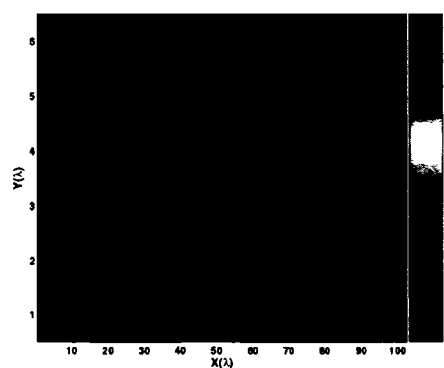
Finally, the detection capacity is evaluated thanks to the series of tests 4 (see figure 6.22 and 6.23). Several tumors are placed arbitrarily in the tissue. The two detection results of the case five tumors in the tissue show some errors of detections. The amplitude of certain tumors is comparable to the amplitude of artifacts, one can see it in figure 6.22(a). In figure 6.22(b), the inverse effect manifests, it's an artifact that can be interpreted as a tumor if one considers the estimated amplitudes 0.1 or more. In the last case, figure 6.23(b), ten tumors appear on the graphic. But if the real positions, given in the legend, and the observed positions are compared, it appears that one of the tumors of the layer 6 is a true negative while one of the tumors of the layer 3 has not been detected. The system still presents some reconstruction errors. We think that these errors can come from the fact that some regions of the tissue are not as well lit as others. For this reason, the algorithm tends during the reconstruction to favor the most visible zones. The incorporation of supplementary frequencies could allow improving these performances.



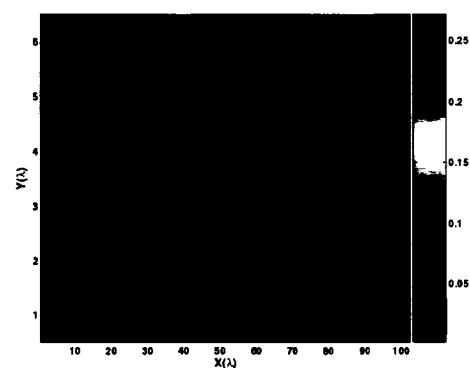
(a) 5 tumeurs : 40 C2, 93 C3, 66 C4, 35, 71 C6



(b) 5 tumeurs : 10 C1, 68, 81 C3, 49 C5, 60 C6

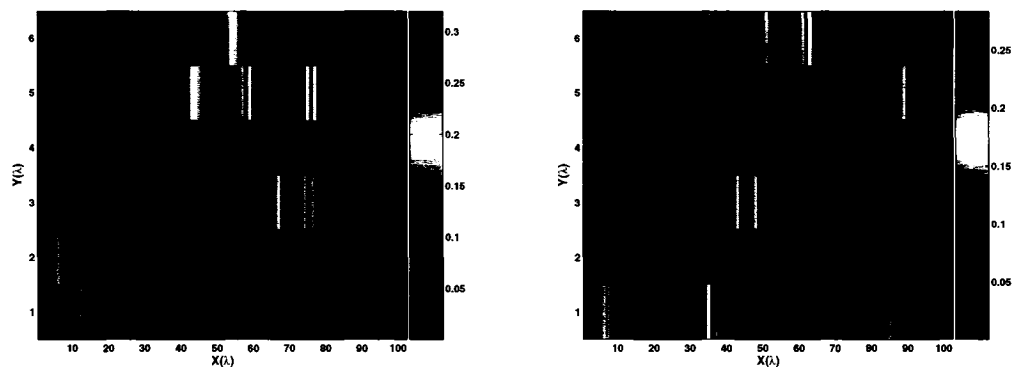


(c) Positions réelles des tumeurs du cas (a)



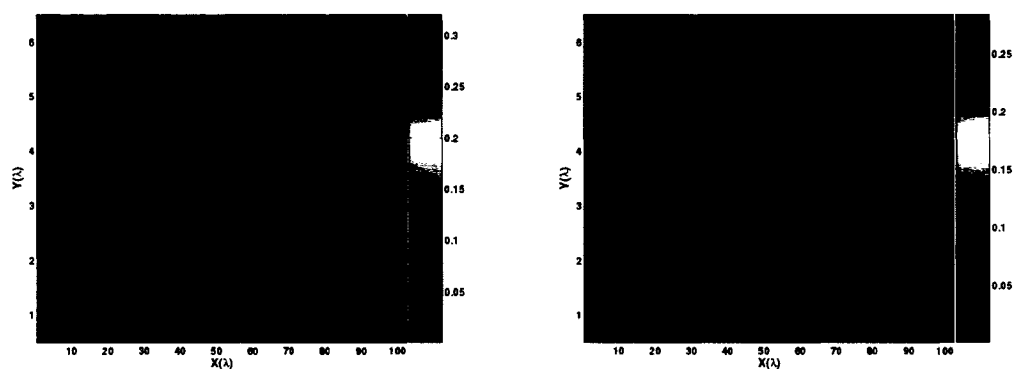
(d) Positions réelles des tumeurs du cas (b)

FIG. 6.22 Résultats de la série de tests 4 : 5 tumeurs distribuées aléatoirement, configuration d'éclairage 5



(a) 10 tumeurs : 12 C1, 4 C2, 68,75 C3, 71 C4, 44,58,76,94 C5, 54 C6

(b) 10 tumeurs : 7,36,85 C1, 12,44,47 C3, 89 C5, 37,51,62 C6



(c) Positions réelles des tumeurs du cas (a)

(d) Positions réelles des tumeurs du cas (b)

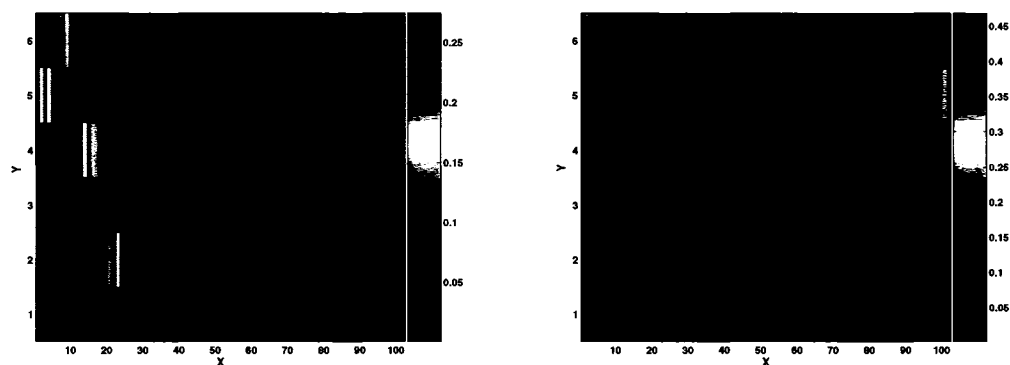
FIG. 6.23 Résultats de la série de tests 4 : 10 tumeurs distribuées aléatoirement, configuration d'éclairage 5

Au final, cette dernière configuration a atteint les objectifs de reconstruction des différents tests. Elle prouve qu'un tel système de plaques peut permettre d'obtenir des reconstructions efficaces de tissu présentant des inhomogénéités de forts

contrastes.

6.4.7 6^{ième} cas : Combinaison des différents cas précédents

Afin d'ajouter une redondance d'informations dans les mesures, une reconstruction combinant les mesures des sources filamenteuses à deux fréquences avec les mesures par OP, aux mêmes fréquences, a été testée avec la série de tests 4 (voir figure 6.24). Les mêmes défauts (détection erronée de tumeurs) sont observables avec cette configuration qu'avec la configuration sans les OP. Cette option n'apporte donc aucune amélioration. Cela peut venir du fait que la configuration des OP, qui s'est avérée peu efficace, n'apporte aucune information supplémentaire par rapport aux sources filamenteuses.



(a) 5 tumeurs : 22 C2, 52 C3, 15 C4, 3 C5,
8 C6

(b) 5 tumeurs : 12 C1, 28 C3, 9 C5, 3
C6

FIG. 6.24 Résultats de la série de tests 4, configuration d'éclairage 6

6.5 Conclusion

Dans ce chapitre différentes configurations et méthodes de reconstruction furent testées. Sur le vu des résultats, la technique de reconstruction sous hypothèse linéaire et invariante doit être abandonnée. La reconstruction sous hypothèse linéaire donne, quant à elle, de bons résultats.

L'utilisation d'onde plane a procuré des résultats plutôt médiocres. L'éclairage uniforme du système n'est pas assez redondant pour permettre une reconstruction efficace. Par contre l'utilisation de sources plus localisées révèle de meilleurs résultats, à fréquence donnée. L'utilisation de plusieurs fréquences s'est avérée la solution pour être capable de reconstruire efficacement. Le système retenu valide donc en partie nos objectifs. Pour confirmer ces conclusions sur l'approche en 2D, une vérification des hypothèses de travail sur un cas réel et en 3D est abordée au prochain chapitre.

CHAPITRE 7

VALIDATION SUR UN SYSTÈME RÉEL 3D

L'ensemble des résultats de ce projet est issu de simulation 2D. Il est intéressant d'étudier un cas réel 3D, afin de vérifier les hypothèses émises dans ce projet et validées dans le cas 2D. Au cours de ce chapitre le système réel utilisé sera présenté et étudié. Son comportement permettra de valider ou pas les hypothèses formulées dans le cadre des simulations.

7.1 Présentation du système réel et du système de mesure

Dans cette partie, on présente l'OST et le système de mesures utilisées. Le système réel est composé d'une plaque de céramique, compressée entre deux plaques de verre. Cette plaque de céramique est de même permittivité qu'un tissu sain mais de conductivité très faible. On possède quatre plaques de céramique de 1,25cm d'épaisseur. Ces plaques peuvent être superposées pour donner une seule plaque d'épaisseur maximum de 5cm.

Plusieurs trous de rayon 3mm et 6mm ont été percés dans les plaques (voir figure 7.1). Les hauteurs de ces cylindres varient entre 0,6cm et 1,25cm. Afin de pouvoir combler ces trous et donc avoir un matériau homogène, des cylindres de rayon et hauteur adéquat ont été usinés dans le même matériau. Deux des plaques ont la même distribution de trous pour permettre une utilisation simultanée de ces derniers sur différentes couches. Trois solutions à base d'acétone et d'eau, produits de permittivité relative 21 et 78 sont préparées. Elles sont destinées à remplir les

trous des plaques pour obtenir des inhomogénéités qui modélisent les tumeurs. Ces solutions ont pour permittivité relative 40, 55 et 70, mesurée à l'aide d'un analyseur de réseau. Pour l'étanchéité, du papier adhésif scelle les différentes tumeurs. On travaille à 2,45 Ghz.

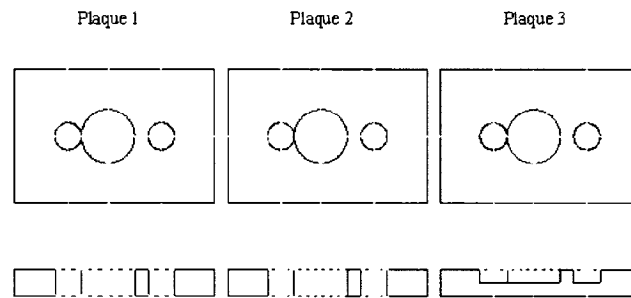


FIG. 7.1 Schéma des plaques de céramique

Le système de trous a un nombre limité de configurations (voir figure 7.1). Pour la suite des tests, les tumeurs pourront être placées aux positions suivantes : position droite ou gauche pour les tumeurs de rayon 6 et 3mm, on y référera sous les noms de positions *M1* et *M2* respectivement ; les tumeurs de rayon 3mm peuvent être aussi placée en position centrale dite *M0*.

Le système de mesures utilisé est représenté à la figure 7.2. Une photo du montage est disponible à la figure 7.3. La mousse bleue, qui entoure la sonde-dipôle et l'OST, isole le système des perturbations extérieures. L'OST est éclairé par un guide d'ondes placé contre la plaque de verre pour avoir un minimum de diffraction sur le bord des plaques. Les mesures sont effectuées par un bras articulé au bout duquel est installée une sonde-dipôle, qui est placée 1cm au dessus de la plaque de verre supérieure pour être dans le champ proche. Le dipôle est relié à un "balun"

afin que le signal soit bien équilibré et éviter tout phénomène de courant de fuite qui nuirait à la qualité des mesures. Le signal est envoyé à un analyseur de réseau. Ce dernier calcule le paramètre de transmission entre la source et la sonde. Les données sont visualisées sous Matlab. Il est important de bien isoler la sonde car son câblage de cuivre peut influencer fortement les résultats. Enfin la qualité de la sonde est elle aussi primordiale. Une sonde mal équilibrée fournira un signal bruité inexploitable.

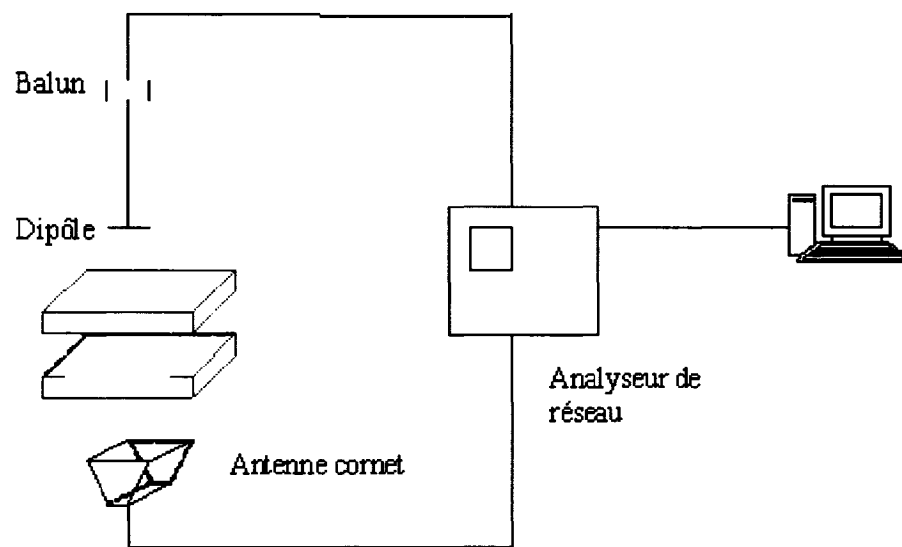
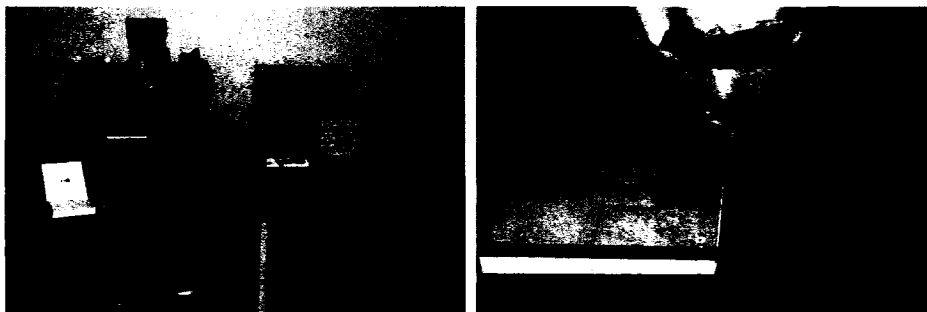
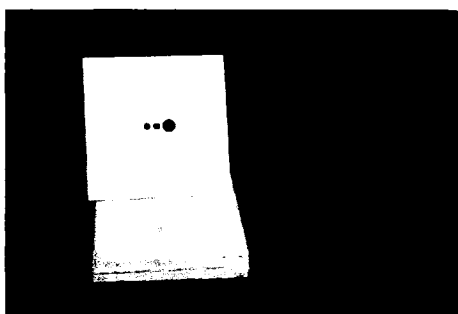


FIG. 7.2 Schéma du système de mesure



(a) Photo d'ensemble

(b) Zoom sur la plaque sous test



(c) Zoom sur les tumeurs

FIG. 7.3 Photos du montage

7.2 Résultats obtenus avec le système réel

Nous allons maintenant étudier le comportement de ce système 3D dans l'objectif de valider les hypothèses émises dans le cadre 2D.

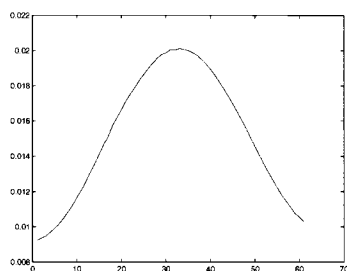
Le passage au 3D modifie grandement les fonctions de Green. On s'attend donc à avoir des champs de formes différentes des simulations. Par contre les propriétés électromagnétiques devraient rester les mêmes, en particulier la linéarité. Les mesures sont prises sur toute la longueur de la plaque. Les champs affichés pour une

tumeur résultent de la différence entre les champs mesurés avec cette tumeur et les champs mesurés pour une plaque homogène. Tous les champs sont mesurés suivant la direction de variation de H .

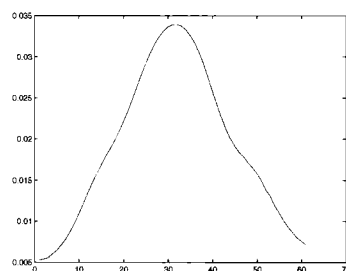
7.2.1 Restrictions dues au système de mesure

Les plaques utilisées sont finies. Le phénomène de diffraction, qui apparaît aux bords des plaques, déforme le signal. Cette déformation risque d'être d'autant plus gênante que l'épaisseur de tissu traversée est grande et donc que les réponses des tumeurs sont faibles. À la figure 7.4, le champ en sortie a été tracé pour plusieurs cas : à vide, c'est à dire le champ créé par le guide d'onde seul, puis celui mesuré avec une, et deux plaques. Les champs sans tumeur présentent une forme en cloche caractéristique d'un guide d'onde, l'atténuation du champ est négligeable et la diffraction ne joue pas de rôle notable. Mais si l'on mesure le champ créé par une tumeur de taille 12mm, positionnée sur la couche la plus superficielle, pour les cas à une et deux plaques de céramique (voir figure 7.5) le champ obtenu avec deux plaques de céramique est plus bruité que celui avec une seule plaque : le nombre de singularités sur la courbe est plus importants dans le cas deux plaques. De plus on s'attendrait à une certaine continuité de la réponse. La forme générale des deux courbes est relativement différente : ceci peut être mis sur le compte de la perturbation due à la diffraction qui devient plus importante que le champ diffusé. L'amplitude du lobe central devient alors masquée par celle des lobes secondaires. Au contraire le champ mesuré pour une tumeur avec une seule plaque permet de distinguer plus nettement le lobe principal de la réponse de la tumeur (le lobe principal). En outre le protocole expérimental ne permet pas une bonne précision sur le positionnement des plaques : l'erreur de position sur les plaques est de l'ordre de quelques millimètres entre deux mesures. Le champ mesuré peut alors être très déformé par rapport à la mesure précédente à cause des interférences avec les lobes

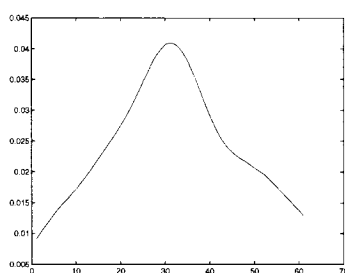
de diffraction. Pour cela, les mesures expérimentales seront limitées à une seule plaque.



(a) Champ à vide

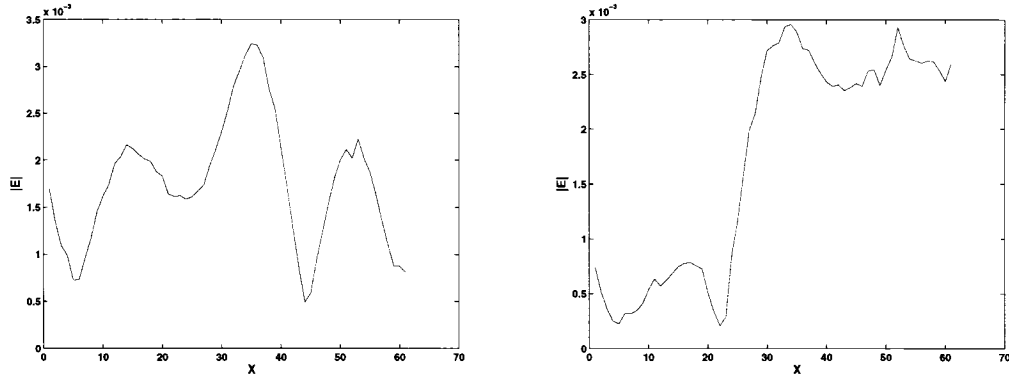


(b) Champ avec 1 plaque



(c) Champ avec 2 plaques

FIG. 7.4 Champs à vide, cas réel



(a) Réponse d'une tumeur, cas 1 plaque

(b) Réponse d'une tumeur, cas 2 plaques

FIG. 7.5 Champs diffusés par une tumeur avec 1 ou 2 plaques de céramique

7.2.2 Linéarité du système

Les méthodes de reconstruction proposées reposent sur la linéarité du système, linéarité par rapport aux champs diffusés par les tumeurs. Il existe deux moyens de vérifier la linéarité du système. Le premier consiste à comparer pour différentes positions possibles de tumeurs, dans notre cas il s'agit de couples de positions $M1$ et $M2$ avec des tumeurs de rayon 6mm et 3mm, le champ obtenu avec l'ensemble des tumeurs considérées et la somme des champs mesurés pour chacune des tumeurs (voir figure 7.6). Le deuxième repose sur la variation de la permittivité d'une tumeur. L'amplitude du champ diffusé par une tumeur varie linéairement avec sa permittivité. On choisit par exemple trois permittivités différentes : 40, 55, 70. Les modules des champs mesurés pour ces différentes permittivité sont présentés à la figure 7.7.

Pour interpréter la figure 7.6, il faut savoir que le système n'est pas complètement

symétrique. Il apparaît que la linéarité est moins bien respectée pour certaines positions des tumeurs où la diffraction vient perturber la mesure. Cela est dû au fait que les tumeurs ne sont pas positionnées symétriquement sur la plaque, la position centrale étant légèrement décalée vers l'un des bords, ce qui explique les erreurs sur les bords du système pour la configuration : une tumeur de 3mm en $M1$ et une tumeur de 6mm en $M2$. Si l'on considère le cas (a), le champ mesuré pour deux tumeurs et celui obtenu par somme sont de mêmes formes et d'amplitude de même ordre de grandeur. La comparaison est plus difficilement faisable pour le cas (b) à cause de la diffraction.

Si on observe l'influence de la permittivité, on s'aperçoit que les courbes des champs des différentes permittivité ont une enveloppe semblable et on a bien une variation de l'amplitude de la réponse. Cette variation est plus marquée pour la permittivité de 70, rapport de deux par rapport à 55. Elle est beaucoup plus faible entre 55 et 40. Ces résultats semblent en accord avec le sens physique : plus la permittivité est grande et plus la différence de champ sera marquée. De plus, plus la permittivité est importante et plus il y a d'interactions entre l'inhomogénéité et le champ incident : on quitte le domaine de validité des approximations de Born. Ainsi l'on peut penser qu'en raison de la variation brutale du champ entre les cas de permittivité 70 et 55, on se trouve près d'une zone frontière de validité du critère.

Ces quelques résultats montrent que dans le domaine de permittivité qui nous intéresse, l'hypothèse de linéarité est valide dans une large mesure.

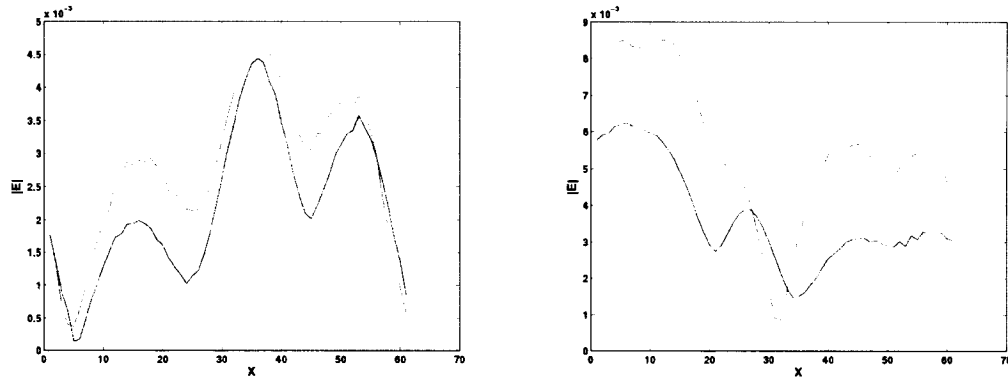
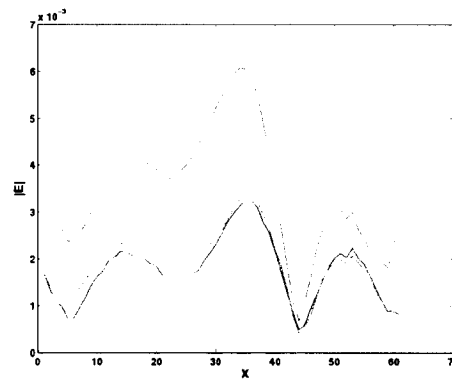


FIG. 7.6 Linéarité du système, cas réel



(a)

FIG. 7.7 Effet de la permittivité sur la réponse, cas réel : $\epsilon = 40$ en vert, $\epsilon = 55$ en rouge, $\epsilon = 70$ en bleu

7.2.3 Invariance par translation

L'invariance par translation n'était pas respectée dans le modèle 2D. Cette hypothèse pouvant être fondamentale quant à l'approche de reconstruction, on a décidé de la tester sur un système réel. Le champs obtenu pour une tumeur en position $M1$ ou $M2$ (voir figure 7.8) prouve la non validité de cette hypothèse. Malgré les erreurs dues à la diffraction combinée à la non symétrie du système réel, les deux réponses au lieu d'être simplement translatées sont l'image miroir l'une de l'autre.

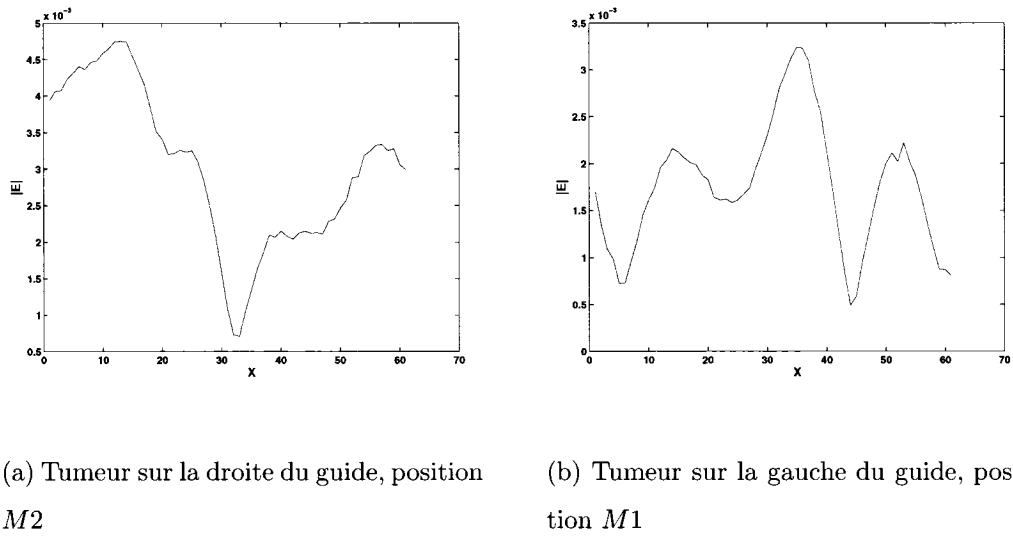


FIG. 7.8 Invariance par translation, cas réel

7.2.4 Influence de la profondeur

Dans le système 2D les réponses des tumeurs pouvaient grandement varier entre deux couches adjacentes. On a donc mesuré le champ obtenu quand l'on positionne une tumeur de 0,25 pouce de profondeur sur la position $M1$ ou $M2$ d'un côté puis de l'autre de la plaque de céramique. Lorsque la tumeur est la plus proche possible

du guide, la position est appelée $c1$, pour couche 1. Quand la tumeur en est la plus éloignée (elle est alors au contact de la plaque de verre supérieure), on la nomme $c2$. Les résultats sont présentés à la figure 7.9. Les champs obtenus en position $M2$ sont toujours un peu plus déformés que ceux de $M1$: les lobes principaux et secondaires sont confondus dans la position $M2$.

On constate que les lobes de diffraction sont plus importants dans les couches $c1$ que dans les couches $c2$. Si on fait abstraction de la diffraction, la différence de réponse entre les deux couches n'est pas aussi importante que dans le modèle 2D. La couche la plus profonde $c1$ fournit une réponse d'amplitude supérieure à celle de la couche $c2$. Mais l'enveloppe générale de la courbe reste la même. Dans les simulations 2D, l'amplitude et l'enveloppe pouvaient varier brutalement d'une couche à l'autre, c'était par exemple le cas entre les couches 1 et 2. Cependant le système sous test n'est épais que de 1cm environ alors que le modèle reposait sur une épaisseur de 3.8cm, le taux d'ondes stationnaires diffère donc dans les deux cas, ce qui peut expliquer cette ressemblance des réponses, par exemple, par l'absence de ventres dans la plaque de 1cm.

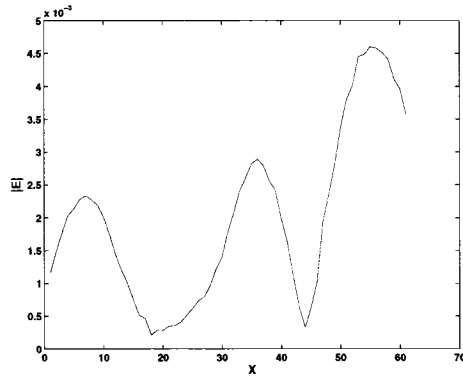
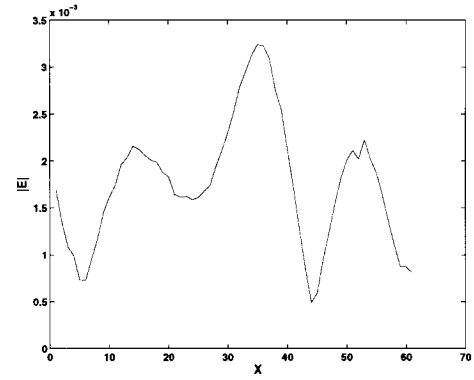
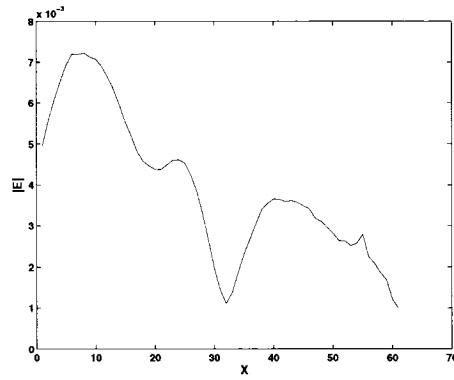
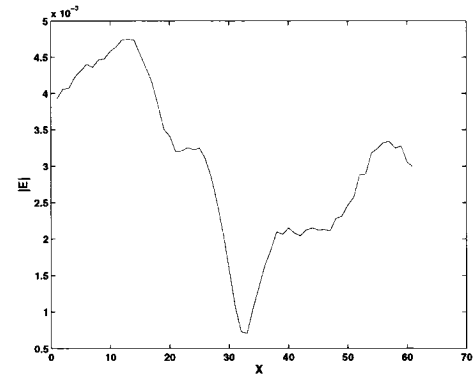
(a) Tumeur en position $M1$, $c1$ (b) Tumeur en position $M1$, $c2$ (c) Tumeur en position $M2$, $c1$ (d) Tumeur en position $M2$, $c2$

FIG. 7.9 Influence de la profondeur, cas réel

7.3 Conclusion

Les résultats de cette dernière section corroborent généralement ceux du cas réel. L'hypothèse de linéarité du système est confortée et l'invariance par translation est bien non adaptée. Le système réel ne permet pas, à cause du phénomène de

diffraction, de pousser plus en avant les mesures que ce soit pour affiner ces premiers résultats ou pour travailler sur des données réelles.

CONCLUSION & RECOMMANDATIONS

L'objectif de ce projet était d'éclaircir les principaux axes de recherche pour la conception d'un tomographe par micro-ondes et de valider la structure de tomographe envisagée.

Un modèle 2D, basé sur une méthode d'équivalence, a été construit. Il permet la génération des champs en tout point pour une version simplifiée du système de plaques. Bien que limité au seul cas 2D, il nous a permis de le valider. Pour le futur s'il devait être réutilisé il serait bon d'augmenter la zone de modélisation qui était limitée à 5λ afin de diminuer les effets de bord qui apparaissent. A cette fin il serait nécessaire d'implanter une régularisation car les tests effectués au cours de ce projet ont montré que le problème direct au delà de quelques longueurs d'onde devenait mal posé. De plus il serait intéressant d'introduire dans le modèle 2D la finitude du tissu. D'une part, cela permettrait de prendre en compte l'influence de la cage thoracique sur le modèle. D'autre part, le sein étant de taille finie, il existe une zone entre les plaques de verre où l'on aura de l'air. Si le sein n'est pas entouré d'une substance appropriée, il se pourrait que des ondes perturbatrices soient transmises via la zone d'air et les plaques de verre, qui jouent alors le rôle de guide d'ondes, le signal de sortie serait alors perturbé. L'existence pratique de ce phénomène pourrait alors être étudiée.

Les hypothèses émises pour le travail de reconstruction n'ont pas toutes été validées. La linéarité du système vis à vis de la réponse des tumeurs a été justifiée et même confirmée dans le cas 3D par la partie expérimentale. Par contre l'invariance par translation, clef de voûte, de la deuxième technique de reconstruction proposée, s'est avérée erronée. Il en résulte que seule une des techniques de reconstruction a pu nous donner des résultats concluants.

Une épaisseur de tissu de 4cm a été considérée, ce qui s'avère être une compression assez forte. Une augmentation de l'épaisseur du tissu jusqu'à six ou sept centimètres serait donc envisageable afin d'obtenir une compression faible des seins, plus confortable pour la patiente. Il serait alors intéressant d'observer jusqu'à quelle épaisseur de tissu le système se comporte linéairement.

Il est d'ailleurs apparu que sous hypothèse linéaire et pénalisation L_2L_1 , la reconstruction du milieu donnait de bons résultats. Les meilleurs résultats ont été obtenus avec un ensemble de sources localisées. L'ajout d'une deuxième fréquence de travail a permis d'améliorer ces résultats. Il semble d'ailleurs que ce soit la piste la plus favorable à un développement futur : les schémas d'interférences dans le tissu obtenus avec des ondes planes ou des sources liées se sont avérés sans intérêt pour la reconstruction. Dans le cadre d'une recherche future, il nous semble donc important d'insister sur les possibilités de développement soulevées par cette approche multifréquences, en particulier dans le cadre de balayage en fréquences plus larges. Cette approche obligerait à modéliser la permittivité des tissus en fonction de la fréquence en particulier au dessus de quelques GHz. La conductivité pourrait être aussi modélisée et reconstruite. Elle a été négligée dans notre cas pour simplifier le simulateur. Mais son incorporation dans le modèle permettrait la prise en compte des phénomènes de perte dans les milieux. De plus tout comme la permittivité, le contraste de conductivité varie en fonction de l'état physiologique du tissu.

Toujours dans le futur, il est primordial de passer à un simulateur 3D. Les mesures expérimentales effectuées ont montré la difficulté de cette opération : la diffraction et la précision des sondes sont les problèmes clefs à résoudre pour être capable de détecter avec précision les perturbations de champ dues à de petites tumeurs dans un tissu épais. Un simulateur 3D permettrait de tester de nouvelles solutions plus facilement. L'utilisation d'un logiciel basé sur la méthode FDTD semble le plus appropriée, en particulier parce que les critères de convergence sont basés sur les

valeurs des différents champs. Enfin, on pourrait améliorer le pas de discrétisation du système qui fixe aussi la résolution globale que l'on peut obtenir.

On a travaillé à la limite des conditions expérimentales possibles. Les problèmes de blindage et de couplage causés par le dipôle nécessiteraient l'implémentation d'une sonde optique ou d'un réseau de sondes optiques. Enfin il serait nécessaire de pouvoir pallier l'erreur de positionnement et la non symétrie du système qui perturbent grandement les mesures. L'utilisation d'un matériau autre que de la céramique permettrait une découpe plus facile des plaques et donc une meilleure symétrie. Enfin un support rigide pour positionner les plaques permettrait d'améliorer la prise de mesure.

Enfin il semble intéressant de mentionner une utilisation possible de ce système conjointement aux techniques développées par (Omrane, 2005). La méthode développée dans le cadre de sa maîtrise semble être prometteuse pour obtenir une bonne résolution de reconstruction mais les temps de calculs sont très longs. Un système travaillant en deux temps, un premier pour une détection rapide mais grossière des tumeurs, avec les modèles proposés ici, et un deuxième pour préciser les résultats du premier pourrait permettre d'obtenir une amélioration autant en performances de calculs qu'au niveau qualité de la reconstruction.

RÉFÉRENCES

- Abubakar, A. and van den Berg, P. M. (2001). Total variation as a multiplicative constraint for solving inverse problems. *IEEE Transactions on Image Processing*, **10**(9), 1384–1392.
- Abubakar, A. and van den Berg, P. M. (2002). Inverse scattering and its medical applications to medical imaging and subsurface sensing. *Radio Science Bulletin*, **303**, 13–26.
- Abubakar, A., van den Berg, P. M., and Mallorqui, J. J. (2002). Imaging of biomedical data using a multiplicative regularized contrast source inversion method. *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, **50**(7), 1761–1771.
- Abubakar, A., van den Berg, P. M., and Semenov, S. Y. (2004). A robust iterative method for born inversion. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, **42**(2), 342–354.
- Balanis, C. A. (1989). *Advanced Engineering Electromagnetic*. John Wiley and Sons.
- Bertero, M. and Mol, C. D. (1981). Stability problems inverse diffraction. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, **29**(2), 368–372.
- Boag, A. and Mittra, R. (1994). Complex multipole beam approach to electromagnetic scattering problems. *IEEE Transactions on antennas and propagation*, **42**(3), 366–372.
- Bojarski, R. (1982). Comments on nonuniqueness in inverse source and scattering problems. *IEEE Transactions on Antennas and Propagations*, **30**(9), 1037–1039.
- Bolomey, J., Broquets, A., Mallorqui, J., and Joachimowicz, N. (1998). Convergence and stability assessment of newton kantorovich reconstruction algorithms

for microwave tomography. *IEEE Transactions on Medical Imaging*, **17**(4), 562–570.

Canada, S. (2005). Statistiques canadiennes sur le cancer. Rapport statistique, Société Canadienne du Cancer and Institut National du Cancer du Canada and Agence de Santé Publique du Canada.

Caorsi, S. and Cevini, G. (2005). Assesment of the robustness of a neural network approach for the electromagnetic reconstruction of buried cylinders.

Caorsi, S., Costa, A., and Pastorino, M. (2001). Microwave imaging within the second order born approximation : Stochastic optimization by a genetic algorithm. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, **49**(1), 22–32.

Caorsi, S., Donelli, M., Massa, A., Pastorino, M., Randazzo, A., and Rosani, A. (2004a). A microwave imaging method for nde/ndt based on the smw technique for the electromagnetic field prediction. *IEEE Instrumentation and Measurement Technology Conference*.

Caorsi, S., Gragani, G. L., Sartore, M., and Pastorino, M. (1994). Electromagnetic imaging of infinite dielectric cylinders using a modified born approximation and including a priori information on the unknown cross sections. *IEEE Proc-Microw. Antennas Propag.*, **141**(6), 445–450.

Caorsi, S., Gragnani, G. L., and Pastorino, M. (1990). Two-dimensional microwave imaging by a numerical inverse scattering solution. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, **38**(8), 981–989.

Caorsi, S., Massa, A., Pastorino, M., and Rosani, A. (2004b). Microwave medical imaging : Potentialities and limitations of a stochastic optimization technique. *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, **52**(8), 1909–1915.

Carfantan, H. (1996). *Approche Bayésienne pour un problème inverse non linéaire en imagerie à ondes diffractées*. PhD thesis, Université de Paris Sud centre d'orsay.

- Converse, M., Bond, E. J., Hagness, S. C., and Veen, B. D. V. (2004). Ultrawide-band microwave space-time beamforming for hyperthermia treatment of breast cancer : A computational feasibility study. *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, **52**(8), 1876–1889.
- Demarest, K. R. (2004). *Engineering Electromagnetics*. Prentice Hall.
- Demoment, G. (1989). Image reconstruction and restoration : Overview of common estimation structures and problems. *IEEE Transactions on acoustics and speech and signal processing*, **37**(12), 2024–2036.
- Devaney, A. (1982). Nonuniqueness in inverse source and scattering problems. *IEEE Transactions on Antennas and Propagations*, **30**(5), 1384–1392.
- Donelli, M. (2005). Computational approach based on a particle swarm optimizer for microwave imaging of two-dimensional dielectric scatterers. *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, **53**(5), 1761–1776.
- Donelli, M., Franceschini, G., et al. (2005a). An improved microwave imaging system exploiting a multi source illumination strategy.
- Donelli, M., Franceschini, G., et al. (2005b). Swarm intelligence for solving two and three dimensional inverse scattering problems.
- Estatico, C., Massa, A., et al. (2005a). Iterative inversion procedures for microwave imaging dielectric objectives.
- Estatico, C., Pastorino, M., and Randazzo, A. (2005b). An inexact newton method for short range microwave imaging within the second order born approximation. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, **43**(11), 2593–2605.
- Fang, Q., Meaney, P. M., Geimer, S. D., Streltsov, A. V., and Paulsen, K. D. (2004a). Microwave image reconstruction from 3-d fields coupled to 2-d parameters estimation. *IEEE Transactions on Medical Imaging*, **23**(4), 475–484.
- Fang, Q., Meaney, P. M., and Paulsen, K. D. (2004b). Microwave image reconstruction of tissue property dispersion characteristics utilizing multiple-frequency

- information. *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, **52**(8), 1866–1875.
- Fear, E. C., Hagness, S. C., Meaney, P. M., Okoniewski, M., and Stuchly, M. A. (2002). Enhancing breast tumor detection with near-field imaging. *IEEE Microwave Magazine*, pages 48–56.
- Franchois, A. and Pichot, C. (1997). Microwave imaging- complex permittivity reconstruction with a levenverg marquardt method. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, **45**(2), 203–215.
- Gabriel, S., Gabriel, C., and Corthout, E. (1996a). The dielectric properties of biological tissues : I. literature survey. *Phys. Med. Biol.*, **41**, 2231–2249.
- Gabriel, S., Gabriel, C., and Lau, R. W. (1996b). The dielectric properties of biological tissues : II. measurements in the frequency range 10 hz to 20 ghz. *Phys. Med. Biol.*, **41**, 2251–2269.
- Gabriel, S., Gabriel, C., and Lau, R. W. (1996c). The dielectric properties of biological tissues : III. parametric models for the dielectric spectrum of tissues. *Phys. Med. Biol.*, **41**, 2271–2293.
- Geman, D. and Reynolds, G. (1992). Constrained restoration and the recovery of discontinuities. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, **14**(3), 367–383.
- Geman, D. and Yang, C. (1995). Nonlinear image recovery with half-quadratic regularization. *IEEE Transactions on image processing*, **4**(7), 932–946.
- Golub, G., Heath, M., and Wahba, G. (1979). Generalized cross validation as a method for choosing a good ridge parameter. *Technometrics*, **21**, 215–223.
- Goussard, Y. and Guichard, R. (2004). Rapport electricité de france avril 2004.
- Goussard, Y. and Guichard, R. (2005). Rapport electricité de france mai 2005.

- Gupta, R. C. and Singh, S. P. (2005). Analysis of the sar distributions in three layered bio-media in direct contact with a water loaded modified box-horn applicator. *IEEE Transactions on microwave Theory and techniques*, **53**(9), 2665–2671.
- Hamel, M., Hamel, G., Pakenham, C., Rochette, M., and Anctil, H. (2005). Rapport national sur l'État de santé de la population du Québec - produire la santé. Rapport santé publique, Ministère de la Santé et des Services Sociaux.
- Husse, S., Goussard, Y., and Idier, J. (2004). Extended forms of geman&yang algorithm : Application to mri reconstruction. *ICASSP*.
- Idier, J. (2001a). *Approche Bayésienne pour les problèmes inverses*. Lavoisier Hermès Science Publication.
- Idier, J. (2001b). Convex half quadratic criteria and interacting auxiliary variables for image restoration. *IEEE Transactions on Image Processing*, **10**(7), 1001–1009.
- Isernia, T., Pascazio, V., and Pierri, R. (1997). A non linear estimation method in tomographic imaging. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, **35**(7), 910–923.
- Isernia, T., Pascazio, V., and Pierri, R. (2004). Microwave imaging via space time beamforming : Experimental investigation of tumor detection in multilayer breast phantoms. *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, **52**(8), 1856–1865.
- Joachimowicz, N., Pichot, C., and Hugonin, J. (1991). Inverse scattering : an iterative numerical method for electromagnetic imaging. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, **39**(12), 1742–1752.
- Joines, W. T., Zhang, Y., Li, C., and Jirtle, R. L. (1994). The measured electrical properties of normal and malignant human tissues from 50 to 900 mhz. *Med. Phys.*, **21**(4), 547–550.
- Joy, E. B. and Paris, D. T. (1972). Spatial sampling and filtering in near field measurements. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, **20**(3), 253–261.

- Karanasiou, I. S., Uzunoglu, N. K., and Papageorgiou, C. C. (2004). Towards functional noninvasive imaging of excitable tissues inside the human body using focused microwave radiometry. *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, **52**(8), 1898–1908.
- Kastner, R. (1987). On the singularity of the full spectral green's dyad. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, **35**(11), 1303–1305.
- Kechribaris, C., Maniatis, T. A., Nikita, K. S., and Uzunoglu, N. K. (2003). Inverse scattering algorithm for biological tissue diffraction tomography : A comparative study. pages 3775–3778.
- Kosmas, P. and Rappaport, C. (2005). Fdtd based time reversal for microwave breast cancer detection : Robustness to dispersion and measurements noise.
- Kosmas, P., Rappaport, C. M., and Bishop, E. (2004). Modeling with the fdtd method for microwave breast cancer detection. *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, **52**(8), 1890–1897.
- Leviatan, Y., Boag, A., and Boag, A. (1988). Generalized formulation for electromagnetic scattering from perfectly conducting and homogeneous material bodies - theory and numerical solution. *IEEE Transactions on antennas and propagation*, **36**(12), 1722–1734.
- Li, D., Meaney, P., Fanning, M., Fang, Q., Pendergrass, S., and Reynolds, T. (2002). Spectrum analysis of microwave breast examination data and reconstructed images. *IEEE*, pages 62–65.
- Li, D., Meaney, P., and Paulsen, K. D. (2003a). Conformal microwave imaging for breast cancer detection. *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, **51**(4), 1179–1186.
- Li, X., Bond, E. J., et al. (2003b). An overview of ultra wideband microwave imaging via space-time beamforming for early stage breast cancer detection. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation Magazine*, **47**(1), 19–34.

- Lin, J. C. (1985). Frequency optimization for microwave imaging of biological tissues. *Proceedings of the IEEE*, **73**(2), 374–375.
- Liu, Q. H., Zhong, Q. Z., et al. (2002). Active microwave imaging i-2d forward and inverse scattering methods. *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, **50**(1), 123–133.
- Martin, T. (1997). *Inversion Bayésienne du Problème Non Linéaire de Tomographie Electrique Modélisé par une Méthode d'éléments finis*. PhD thesis, université de Paris sud, centre d'orsay.
- Meaney, P. M., Fang, Q., et al. (2005). Error analysis in microwave breast imaging variance stabilizing transformations.
- Meaney, P. M., Fang, Q., Geimer, S. D., Strltsov, A. V., and Paulsen, K. D. (2002). 3d scalar microwave image reconstruction algorithm. *IEEE*, pages 2269–2272.
- Meaney, P. M., Fanning, M. W., Fang, Q., and Paulsen, K. D. (2001a). Initial experience with a microwave imaging system for monitoring temperature change in an animal model. pages 2844–2847.
- Meaney, P. M., Fanning, M. W., Li, D., Poplack, S. P., and Paulsen, K. D. (2000). A clinical prototype for active micorwave imaging of the breast. *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, **48**(11), 1841–1853.
- Meaney, P. M. and Paulsen, K. D. (1999). Nonactive antenna compensation for fixed-array microwave imaging : Part i-model development. *Trans. Med. Imag.*
- Meaney, P. M., Paulsen, K. D., and Chang, J. T. (1998). Near-field microwave imaging of biologically-based materials using a monopole transceiver system. *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, **46**(1), 31–45.
- Meaney, P. M., Paulsen, K. D., Chang, J. T., Fanning, M. W., and Hartov, A. (1999). Nonactive antenna compensation for fixed-array microwave imaging : Part ii-imaging results. *IEEE Transactions on Medical Imaging*, **18**(6), 508–518.

- Meaney, P. M., Paulsen, K. D., Hartov, A., and Crane, R. K. (1995a). An active microwave imaging system for reconstruction of 2-d electrical property distributions. *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, **42**(10), 1017–1026.
- Meaney, P. M., Paulsen, K. D., Pogue, B. W., and Miga, M. I. (2001b). Microwave image reconstruction utilizing log-magnitude and unwrapped phase to improve high-contrast object recovery. *IEEE Transactions on Medical Imaging*, **20**(2), 104–116.
- Meaney, P. M., Paulsen, K. D., and Ryan, T. P. (1995b). Two dimensional hybrid element image reconstruction for tm illumination. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, **43**(3), 239–247.
- Menvielle, N. (2004). Réduction des artefacts métalliques en tomographie a rayon x. Master's thesis, Ecole Polytechnique de Montreal.
- Miyakawa, M., Itoh, H., Takabayashi, M., Bertero, M., and Boccacci, P. (1999). Fan beam microwave scanner for high speed temperature imaging. page 1110.
- Miyakawa, M., Orikasa, K., Bertero, M., Boccacci, P., Conte, F., and Piana, M. (2002). Experimental validation of a linear model for data reduction in chirp-pulse microwave ct. *IEEE Transactions on Medical Imaging*, **21**(4), 385–395.
- Nocedal, J. and Wright, S. J. (1999). *Numerical Optimization*. Springer.
- Omrane, B. (2005). Modélisation électromagnétique et technique de régularisation adaptées à la tomographie micro-ondes de structures diélectriques réalisées à l'aide de mesures en champ proche. Master's thesis, Ecole Polytechnique de Montreal.
- Ouda, M. and Sebak, A. (1992). Scattering from lossy dielectric cylinders using a multifilament current model with impedance boundary conditions. *IEEE Proceedings-H*, **139**(5), 429–434.
- Pascasio, V. and Ferraiuolo, G. (2003). Statistical regularization in linearized microwave imaging through mrf-based map estimation : Hyperparameters estimation and image computation. *IEEE Transactions on Image Processing*, **12**(5), 572–582.

- Rekanos, I. T., Efraimidou, M. S., and Tsiboukis, T. D. (2001). Microwave imaging : Inversion of scattered near-field measurements. *IEEE Transactions on Magnetism*, **37**(5), 3294–3297.
- Rekanos, I. T. and Tsiboukis, T. D. (2002). An inverse technique for microwave imaging of binary objects. *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, **50**(5), 1439–1441.
- Rekanos, I. T., Yioultis, T. V., and Tsiboukis, T. D. (1999). Inverse scattering using the finite element method and a non linear optimization technique. *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, **47**(3), 336–344.
- Renaud, P.-R. and Laurin, J.-J. (1999). Shielding and scattering analysis of lossy cylindrical shells using an extended multifilament current approach. *IEEE Transactions on Electromagnetic compability*, **41**(4), 320–334.
- Roger, A. (1981). Newton kantorovich algorithm applied to an electromagnetic. *IEEE Transactions on Antennas and Propagations*, **29**(3), 232–238.
- Ross, S. W. (1982). Comments on nonuniqueness in inverse source and scattering problems. *IEEE Transactions on Antennas and Propagations*, **30**(9), 1039–1041.
- Semenov, S. Y., Bulyshev, A. E., Souvorov, A. E., Borisov, V. Y., Sizov, Y. E., Starostin, A. N., Dezern, K. R., Svenson, R. H., Baranov, V. Y., and Tatsis, G. P. (1996). Microwave tomography : Two dimensional system for biological imaging. *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, **43**(9), 869–877.
- Semenov, S. Y., Bulyshev, A. E., Souvorov, A. E., et al. (2004). Three dimensional vector microwave tomography : Theory and computational experiments. *Inverse problems*, **20**, 1239–1259.
- Semenov, S. Y., Bulyshev, A. E., Souvorov, A. E., Nazarov, A. G., Sizov, Y. E., Svenson, R. H., Posukh, V. G., Chen, W., Kasell, J., and Tatsis, G. P. (2002a). Dielectrical spectroscopy of canine myocardium during acute ischemia and hypoxia

at frequency spectrum from 100 khz to 6 ghz. *IEEE Transactions on medical imaging*, **26**(6), 703–707.

Semenov, S. Y., Bulyshev, A. E., Souvorov, A. E., Nazarov, A. G., Sizov, Y. E., Svenson, R. H., Posukh, V. G., Pavlovsky, A., Repin, P. N., Starostin, A. N., Voinov, B. A., Taran, M., Baranov, V. Y., and Tatsis, G. P. (2002b). Three dimensional microwave tomography : Initial experimental imaging of animals. *IEEE Transactions on biomedical engineering*, **49**(1), 55–63.

Semenov, S. Y., Bulyshev, A. E., Souvorov, A. E., Nazarov, A. G., Sizov, Y. E., Svenson, R. H., Posukh, V. G., Pavlovsky, A., Repin, P. N., and Tatsis, G. P. (2000a). Three dimensional microwave tomography : Experimental imaging of phantoms and biological objects. *IEEE Transactions on microwave theory and techniques*, **48**(6), 1071–1074.

Semenov, S. Y., Bulyshev, A. E., Souvorov, A. E., Nazarov, A. G., Sizov, Y. E., Svenson, R. H., and Tatsis, G. P. (1998). Microwave tomography : a two-dimensional newton iterative scheme. *IEEE Transactions on microwave theory and techniques*, **46**(11), 1654–1659.

Semenov, S. Y., Bulyshev, A. E., Souvorov, A. E., Nazarov, A. G., Sizov, Y. E., Svenson, R. H., and Tatsis, G. P. (2000b). Three dimensional microwave tomography. theory and computer experiments in scalar approximation. *Inverse problems*, **16**, 863–875.

Semenov, S. Y., Bulyshev, A. E., Souvorov, A. E., Nazarov, A. G., Sizov, Y. E., Svenson, R. H., and Tatsis, G. P. (2001). Computational modelling of three dimensional microwave tomography of breast cancer. *IEEE Transactions on biomedical techniques*, **48**(9), 1053–1056.

Semenov, S. Y., Bulyshev, A. E., Souvorov, A. E., Svenson, R. H., and Tatsis, G. P. (2000c). Two dimensional computer analysis of a microwave flat antenna

- array for breast cancer tomography. *IEEE Transactions on microwave theory and techniques*, **48**(8), 1013–1015.
- Semenov, S. Y., Svenson, R. H., et al. (1999). Three dimensional microwave tomography : Experimental prototype of the system and vector born reconstruction method. *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, **46**(8), 937–946.
- Semenov, S. Y., Svenson, R. H., et al. (2000d). Spatial resolution of microwave tomography for detection of myocardial ischemia and infraction- experimental study on two dimensionnal models. *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, **48**(4), 538–544.
- Shewchuk, J. R. (1994). An introduction to the conjugate gardient method without the agonizing pain.
- Stutzman, W. L. and Thiele, G. A. (2004). *Antenna theory and design*. John Wiley and Sons, second edition.
- van den Berg, P. M. and Kleinman, R. (1997). A contrast source inversion method. *Inverse problems*, **13**, 1607–1619.
- Vasconcelos, J. A., Lomonaco, A. G., Saldanha, R. R., and Ramirez, J. A. (2000). Fem-abc and mfcm techniques applied to the solution of 2d scattering problems. *IEEE Transactions on magnetics*, **36**(4), 931–937.
- Ventouras, E. M., Papageorgiou, C. C., Uzunoglu, N. K., and Chistodoulou, G. N. (2001). Tikhonov regularization using a minimum product criterion : Application to brain electrical tomography. pages 608–611.
- Wu, J. and Michalski, K. (1995). Hybrid fem-mfcm for 2d scattering by inhomogeneous anisotropic material cylinders. *IEEE Transactions on magnetics*, **31**(3), 1558–1561.
- Zhang, Z. Q., Huo, Q., et al. (2003). Microwave breast imaging : 3d forward scattering simulation. *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, **50**(10), 1180–1189.