

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

ORDONNANCEMENT SIMULTANÉ DE PRODUCTION ET DES
RESSOURCES HUMAINES

TCHOMMO JANVIER LAURENT
DÉPARTEMENT DE MATHÉMATIQUES ET DE GÉNIE INDUSTRIEL
ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

MÉMOIRE PRÉSENTÉ EN VUE DE L'OBTENTION DU DIPLÔME DE
MAÎTRISE ÈS SCIENCES APPLIQUÉES
(GÉNIE INDUSTRIEL)
AOÛT 2004



Library and
Archives Canada

Bibliothèque et
Archives Canada

Published Heritage
Branch

Direction du
Patrimoine de l'édition

395 Wellington Street
Ottawa ON K1A 0N4
Canada

395, rue Wellington
Ottawa ON K1A 0N4
Canada

Your file Votre référence

ISBN: 978-0-494-16854-7

Our file Notre référence

ISBN: 978-0-494-16854-7

NOTICE:

The author has granted a non-exclusive license allowing Library and Archives Canada to reproduce, publish, archive, preserve, conserve, communicate to the public by telecommunication or on the Internet, loan, distribute and sell theses worldwide, for commercial or non-commercial purposes, in microform, paper, electronic and/or any other formats.

The author retains copyright ownership and moral rights in this thesis. Neither the thesis nor substantial extracts from it may be printed or otherwise reproduced without the author's permission.

AVIS:

L'auteur a accordé une licence non exclusive permettant à la Bibliothèque et Archives Canada de reproduire, publier, archiver, sauvegarder, conserver, transmettre au public par télécommunication ou par l'Internet, prêter, distribuer et vendre des thèses partout dans le monde, à des fins commerciales ou autres, sur support microforme, papier, électronique et/ou autres formats.

L'auteur conserve la propriété du droit d'auteur et des droits moraux qui protègent cette thèse. Ni la thèse ni des extraits substantiels de celle-ci ne doivent être imprimés ou autrement reproduits sans son autorisation.

In compliance with the Canadian Privacy Act some supporting forms may have been removed from this thesis.

Conformément à la loi canadienne sur la protection de la vie privée, quelques formulaires secondaires ont été enlevés de cette thèse.

While these forms may be included in the document page count, their removal does not represent any loss of content from the thesis.

Bien que ces formulaires aient inclus dans la pagination, il n'y aura aucun contenu manquant.


Canada

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

Ce mémoire est intitulé :

ORDONNANCEMENT SIMULTANÉ DE PRODUCTION ET DES
RESSOURCES HUMAINES

présenté par : TCHOMMO Janvier Laurent

en vue de l'obtention du diplôme de : Maîtrise ès sciences appliquées

devant le jury d'examen constitué de :

M. OUALI Mohamed Salah, Doctorat, Président

M. BAPTISTE Pierre, Doctorat, membre et directeur de recherche

M. SOUMIS François, Ph.D, membre et codirecteur de recherche

M. GAMACHE Michel, Ph.D, membre

À tous ceux qui me sont chers, et vous êtes nombreux...

REMERCIEMENTS

J'aimerais remercier mon directeur de recherche, M. Pierre Baptiste pour son soutien et son encadrement tout au long de ma maîtrise.

Je tiens à exprimer ma reconnaissance à M. François Soumis, codirecteur de recherche pour son soutien financier. Sa disponibilité et ses conseils ont été très appréciés.

Beaucoup de personnes, au département de mathématiques et génie industriel et au GERAD, se sont montrées disponibles quand je les ai sollicitées, notamment durant la réalisation de la partie « expérimentation ». J'aimerais les remercier ; je pense entre autres à Simon Ledoyen, Ayoub Insa Correa et Fabien Marzolf.

Merci à l'ensemble du personnel du département de mathématiques et génie industriel et du GERAD pour leur appui durant ma maîtrise.

RÉSUMÉ

Le présent mémoire est consacré au problème d'affectation de tâches aux machines et d'assignation simultanée des machines aux ressources humaines (opérateurs de machines) dans un atelier de production industrielle, avec une contrainte en effectif de ressources humaines. L'objectif est de minimiser la durée totale de travail dans l'atelier. En fait, nous nous intéressons à la situation où le nombre d'opérateurs est inférieur au nombre de machines. Le système de production étudié est un système à machines parallèles. Habituellement, on résout dans un premier temps le problème d'ordonnancement des tâches aux machines et on affecte, dans un second temps, les ressources humaines aux machines.

Nous proposons une approche qui prend en compte la disponibilité des ressources humaines dès le départ. Un opérateur peut être affecté à plusieurs machines ; ce qui a pour effet de baisser la productivité des machines. La disponibilité d'un opérateur sur une machine est représentée par la nouvelle productivité de cette dernière. Les modèles proposés sont des modèles de programmation linéaire. Nous avons bâti un premier modèle où l'on considère que les tâches peuvent être interrompues au moment du changement d'affectation des opérateurs. Puis nous avons construit un deuxième modèle qui interdit l'interruption des tâches. Nous construisons même un troisième modèle inspiré du deuxième modèle dans le souci de réduire les temps de calcul. Des tests ont été effectués sur des données générées de façon aléatoire.

L'essentiel de ce travail porte sur la détermination des différentes configurations de l'atelier et des durées desdites configurations, une configuration consistant en la disposition des travailleurs dans l'atelier à un moment donné. Plusieurs scénarios ont été testés en variant les différents paramètres du problème. Les résultats ont montré qu'il est intéressant d'avoir des opérateurs qui conduisent plusieurs machines en

même temps, si les dispositions de ces derniers se fait de manière à ce que les machines maintiennent un certain seuil de productivité. Par contre, si la productivité des machines baisse trop, il n'est pas bénéfique d'utiliser plus de machines que d'opérateurs. Les temps de résolution des problèmes sont infimes si on permet l'interruption des tâches. Si on interdit l'interruption des tâches, les temps de résolution sont beaucoup plus élevés mais restent néanmoins raisonnables. Les exemples pris considèrent les machines parallèles différentes. Dans la réalité industrielle, les systèmes sont souvent formés soit de machines parallèles identiques, soit de machines différentes et de machines identiques. Ceci veut dire que la taille des problèmes sera réduite et ils se résoudreont plus facilement.

ABSTRACT

This master's thesis considers the problem of simultaneous scheduling of the production orders and workforce, with lack of number of human resources available, comparing to the number of machines. The objective is to minimize the make span. The scheduling is in a parallel machine environment. Usually in the scheduling problems, they schedule the production orders first and then, the workforce scheduling is made.

Our approach integrates the human resources availability when solving the task-scheduling problem. In this problem, operators can monitor more than one machine subject to the operator availability in the workshop. The consequence of this situation is the diminution of the productivities of the machines. The availability of an operator on a machine, the "fractional operator" is represented by the portion of the productivity of that machine. The models we propose are linear programming models. We built a first model which admits task pre-emption, and we built a second model without pre-emption. We even proposed a third model that is close to the second model in order to reduce the duration of the calculations. This approach has been tested on a data set, generated randomly.

The core of this thesis focuses on the construction of various configurations of the workshop, and the duration of these configurations. A configuration is particular assignment of machines to the operators. Many scenarios were tested with various parameters of the problem. Result have shown that they might take advantage of assigning more than one machine to an operator in the case that some level of the productivity of the machines are maintained. The calculations time is short with task pre-emption. If the scheduling is without pre-emption, problems are more difficult to solve, but the calculations time remain reasonable. In our study, the examples considered are with different parallel machines. In the real industrial problems,

parallel machines are often either identical, either some are different and other identical. This means that real problem might be simpler to solve.

TABLE DES MATIÈRES

DEDICACE.....	iv
REMERCIEMENTS	v
RÉSUMÉ.....	vi
ABSTRACT	viii
TABLE DES MATIÈRES	x
LISTE DES TABLEAUX.....	xiii
LISTE DES FIGURES	xv
CHAPITRE 1 : INTRODUCTION ET DESCRIPTION DU PROBLÈME	1
1.1 Introduction	1
1.2 Le problème d’ordonnancement des machines parallèles.....	2
1.3 Liens entre la production et les ressources humaines	3
1.3.1 Compétences et allocation des opérateurs	4
1.3.2 Réalisabilité de l’ordonnancement.....	4
1.3.3 Productivité des machines et durée opératoire variable	5
1.4 Description du problème	6
1.5 Contexte d’étude et objectifs visés	7
1.5.1 Définitions	7
1.5.2 Hypothèses.....	8
1.5.3 Objectifs visés.....	8
CHAPITRE 2 : REVUE DE LA LITTÉRATURE	11
2.1 Ordonnancement des machines parallèles.....	13
2.1.1 Machines parallèles identiques	13
2.1.2 Machines parallèles uniformes	14
2.1.3 Machines parallèles différentes.....	14

2.2 Ordonnancement des ressources humaines	15
2.2.1 « Day-off scheduling »	15
Suivant le cycle de travail	15
Suivant le volume horaire	16
2.2.2 « Shift scheduling »	16
2.2.3 « Tour scheduling »	17
2.3 Liens entre les ressources humaines et la production	18
2.3.1 Compétence et ordonnancement des ressources humaines	18
2.3.2 Productivité des opérateurs et durées variables des tâches	19
2.4 Les critères en ordonnancement des ressources humaines	21
2.4.1 Paramètres financiers et économiques	21
2.4.2 Paramètres d'efficacité	22
2.4.3 Paramètres de temps	22
2.5 Approches utilisées dans la résolution des problèmes d'ordonnancement simultané	23
2.5.1 Ordonnancement séquentiel (Approche à plusieurs phases)	23
2.5.2 Ordonnancement conjoint (simultané)	24
2.5.3 Approches logiciels	25
2.6 Typologie d'une partie des articles lus	25
CHAPITRE 3 : MODÉLISATION MATHÉMATIQUE	27
3.1 Définitions générales	28
3.2 Modèle 1 : minimisation du $C_{\max}$	30
3.2.1 Description	30
3.2.2 Minimiser la durée totale de travail	32
3.2.3 Durée d'un AT	32
3.2.4 Formulation	33
3.2.5 Remarques sur le modèle 1	36
3.3 Modèle 2 : Minimisation du $C_{\max}$, sans interruption des tâches	37
3.3.1 Description	37
3.3.2 Formulation du modèle 2	38
3.4 Modèle 3 : minimisation du $C_{\max}$ en regroupant les tâches identiques.	42
CHAPITRE 4 : EXPERIMENTATION	44
4.1 Exemple de petite taille	44
4.1.1 Illustration du modèle 1	45

4.1.2 Illustration du modèle 2.....	46
4.2 Études des modèles mathématiques.....	49
4.2.1 Plan d'expériences	50
4.3 Résultats des calculs de C_{max}	52
4.3.1 Occupation des AT.....	60
4.3.2 Taille des problèmes.....	63
4.3.3 Modèle 3 versus modèle 2	67
CONCLUSION.....	68
BIBLIOGRAPHIE	70

LISTE DES TABLEAUX

Tableau 2.1: Occurrences de mots clefs dans la littérature.....	11
Tableau 2.2: Typologie de quelques articles lus	26
Tableau 4.1: Durée de base des tâches sur les machines	45
Tableau 4.2: Productivité des machines suivant les AT	45
Tableau 4.3: Affectation des tâches aux machines.....	46
Tableau 4.4: Affectation des tâches aux machines durant l'AT ₁	47
Tableau 4.5: Affectation des tâches aux machines durant l'AT ₂	48
Tableau 4.6: Productivité des machines suivant les AT	51
Tableau 4.7: $C_{\max}$ pour $x=0.5$, en considérant toutes les AT	53
Tableau 4.8: $C_{\max}$ lorsqu'on n'utilise que 3 machines	54
Tableau 4.9: $C_{\max}$ pour $x=0.6$	56
Tableau 4.10: $C_{\max}$ pour $x=0.7$	57
Tableau 4.11: $C_{\max}$ pour $x=0.8$	57
Tableau 4.12: $C_{\max}$ en ne considérant que les AT à 5 machines pour $x=0.7$	58
Tableau 4.13: Occupation des AT pour $x=0.5$, modèle 1	60
Tableau 4.14: Occupation des AT pour $x=0.5$, modèle 2	61
Tableau 4.15: Occupation des AT pour $x=0.7$, modèle 1	61
Tableau 4.16: Occupation des AT pour $x=0.7$, modèle 2	62
Tableau 4.17: Occupation des AT pour $x=0.7$, modèle 1 en ne considérant que les AT à 3 machines	62
Tableau 4.18: Occupation des AT pour $x=0.7$, modèle 2 en ne considérant que les AT à 3 machines	62
Tableau 4.19: Taille du modèle et temps de calcul pour $x=0.5$	63
Tableau 4.20: Taille du modèle et temps de calcul pour $x=0.7$	64
Tableau 4.21: Taille du problème et temps de calcul pour $x=0.7$, en ne considérant que les AT à 5 machines, modèle 2	65

Tableau 4.22: Taille du problème et temps de calcul pour $x=0.7$, en ne considérant que les AT à 5 machines, modèle 2	65
Tableau 4.23: Taille du modèle et temps de calcul pour $x=0.5$, en ne considérant que les AT à 3 machines	66
Tableau 4.24: Comparaison des tailles du modèle 2 et du modèle 3	67

LISTE DES FIGURES

Figure 2.1: Utilisation d'un logiciel d'ordonnancement.....	12
Figure 3.1: Changement d'affectation des opérateurs.....	31
Figure 3.2: Représentation de Gantt.....	32
Figure 3.3: Représentation de Gantt de l'exemple.....	37
Figure 4.1: Occupation des machines durant l'AT ₁	48
Figure 4.2: Occupation des machines durant l'AT ₂	49
Figure 4.3: Occupation des machines durant les 2 AT.....	49
Figure 4.4: Ecart entre $C_{\max}$ du modèle 1 et celui du modèle 2 pour $x=0.5$	53
Figure 4.5: Ecart entre le $C_{\max}$ du modèle 1 et celui du modèle 2, en n'utilisant.....	55
Figure 4.6: Ecart entre le $C_{\max}$ du modèle 1 et celui du modèle 2, pour $x=0.6$	56
Figure 4.7: Ecart de $C_{\max}$ suivant que l'on considère tous les AT, ou seulement les AT à 3 machines, pour le modèle 2, $x=0.7$	59
Figure 4.8: Comparaison des $C_{\max}$ pour différentes valeurs de x , modèle 1.....	59
Figure 4.9: Comparaison des $C_{\max}$ pour différentes valeurs de x , modèle 2.....	60

CHAPITRE 1 : INTRODUCTION ET DESCRIPTION DU PROBLÈME

1.1 Introduction

L'environnement économique actuel pousse les entreprises à gérer des produits de plus en plus personnalisés suivant les besoins des clients. Les délais de livraison imposés par les clients devenant de plus en plus courts, la phase de production personnalisée doit être tirée par les commandes.

L'ordonnancement consiste à organiser dans le temps la réalisation de tâches nécessitant des ressources ou des machines. Les domaines d'application de l'ordonnancement sont nombreux : ateliers, projets complexes, informatique en temps réel, services, etc. Dans un problème d'ordonnancement, il y a 4 notions fondamentales : les jobs (travaux), les ressources, les contraintes et les objectifs. Un job se définit comme un ensemble de tâches à être exécutées. Une ressource est un moyen humain ou matériel permettant d'exécuter le travail. Une contrainte représente une limite imposée par l'environnement. L'objectif est une fonction associant un coût à chaque solution. Le problème d'ordonnancement consiste à trouver la solution qui optimise cette fonction.

En ordonnancement d'atelier, il y a donc deux types de ressources à gérer : les machines et les ressources humaines. La gestion des machines consiste à établir l'horaire des tâches effectuées par celles-ci ; la gestion des ressources humaines consiste à affecter dans le temps des opérateurs à des stations de travail composées (ou pas) de machines.

L'ajustement [charge-capacité] des opérateurs intégrant leurs compétences est nécessaire notamment dans les cas où les coûts de main-d'oeuvre sont importants et pour lesquels les compétences sont rares et difficiles à acquérir. La mise en place de nouvelles organisations du travail impose également une aide à la gestion des opérateurs. Les ateliers sont plus souvent en situation où le taux d'utilisation des machines est faible. Ce qui fait que c'est le nombre d'opérateurs qui fluctue et est en général inférieur au nombre de machines.

Le coût des ressources humaines est très élevé, surtout dans les pays industrialisés. Dans ce contexte, il est alors nécessaire de gérer de façon rigoureuse les ressources disponibles pour faire face aux variations de charge. La gestion des opérateurs de production pose alors des difficultés particulières car elle est contrainte en terme de capacité (journalière, hebdomadaire, cumul d'heures supplémentaires, etc.), de variations de capacités et de compétences. On peut aussi vouloir gérer finement les ressources humaines parce qu'elles sont importantes en terme de coût de revient ou parce qu'elles sont critiques en terme de compétence. La gestion des opérateurs doit être effectuée dans le cadre réglementaire de la législation du travail. La législation offre de nouvelles possibilités, mais la question se pose de l'utilisation efficace de ces nouvelles possibilités pour organiser au mieux la production. En effet, plus de possibilités en gestion imposent plus de rigueur pour la planification.

1.2 Le problème d'ordonnancement des machines parallèles

Les machines peuvent être soit parallèles (chaque machine peut exécuter chaque tâche), soit dédiées (chaque machine est spécialisée à l'exécution d'une ou plusieurs tâches). De nombreux ouvrages comme celui de Pinedo (1995) ont consacré une partie importante à l'ordonnancement des machines parallèles.

Il existe trois catégories de machines parallèles.

- Les machines parallèles identiques : les machines ont la même vitesse pour toutes les tâches.

- Les machines parallèles uniformes : les cadences des machines sont différentes deux à deux et restent indépendantes des tâches.
- Les machines parallèles différentes : les cadences des machines sont différentes deux à deux et dépendent des tâches.

L'ordonnancement des machines parallèles peut être assez simple, mais aussi très complexe.

Pour un ordonnancement qui a comme critère d'évaluation la durée totale de travail de l'atelier ($C_{\max}$), on peut avoir différentes complexités. L'étude faite par Blazewicz (1987) montre que les problèmes d'ordonnancement des machines parallèles peuvent avoir des complexités variées. Si ne on permet l'interruption des tâches, le problème peut être résolu dans un temps polynomial. Si on permet l'interruption des tâches, et que leur temps d'opération sont identiques et que les machines sont identiques et uniformes, le problème est également polynomial. Dans tous les autres cas, le problème d'ordonnancement des machines parallèles est NP-complet au sens fort. Pour ces types de problèmes, on utilise surtout des heuristiques et des méthodes évolutives. Toutefois, pour certains problèmes, des méthodes exactes permettent de résoudre des problèmes de grande taille (exemple, Toth et al., 1992).

1.3 Liens entre la production et les ressources humaines

La prise en compte de durées opératoires variables est sans doute un des manques évidents au niveau de l'ordonnancement simultané des ressources humaines et des machines.

1.3.1 Compétences et allocation des opérateurs

La phase classique d'affectation de ressources à une tâche pose des difficultés particulières en raison des compétences multiples et des différents niveaux de responsabilité, et éventuellement des dimensions critiques d'équipes de travail.

Cette affectation peut être faite grâce à des modèles qui définissent une priorité dans les compétences des opérateurs. Ces premières constatations permettent d'évaluer globalement l'adaptation de l'effectif ayant les compétences requises avec la charge de travail. En cas d'écart important, il est nécessaire de prévoir des dispositions d'ajustement des capacités avec la charge telles que l'embauche, la formation, la reconversion, etc.

La modélisation des compétences des opérateurs peut être multiple pour chaque opérateur. Il est possible que l'on n'utilise pas toujours un opérateur au maximum de ses compétences. On introduit alors un calendrier de capacité potentielle des opérateurs suivant leur compétence. On distingue plusieurs types:

- la compétence par rapport aux tâches ;
- la compétence par rapport aux machines ;
- la compétence hiérarchisée ;
- la compétence d'équipe ;
- la compétence par contrat.

1.3.2 Réalisabilité de l'ordonnancement

L'ordonnancement est réalisable si on a les ressources humaines compétentes pour les différentes tâches, et si ces ressources sont disponibles. Les approches classiques de gestion de la production ne prennent pas en compte les contraintes de capacité des ressources humaines, les supposant à capacité infinie. Certaines entreprises, pour pallier ce problème, cherchent à rendre leurs ressources humaines à capacité infinie en ayant, par exemple, recours à des agences d'intérimaires. Pourtant, un paramètre primordial non pris en compte est la capacité de ces intérimaires à effectuer le travail demandé, c'est-à-dire les compétences qu'ils possèdent pour effectuer leur mission dans l'entreprise. Lorsque les compétences requises ne sont pas très pointues, cette

stratégie est tout à fait valable. En revanche dès qu'une certaine maîtrise des procédés et une connaissance de l'atelier est nécessaire pour effectuer correctement une tâche, ceci n'est plus applicable. Nous n'allons pas différencier les opérateurs disponibles dans l'atelier. En d'autres termes, pour un exemple de 3 machines (M_1 , M_2 , M_3) et deux opérateurs (O_1 , O_2), nous considérons que la configuration où l'opérateur O_1 est assigné à la machine M_1 , pendant que l'opérateur O_2 est assigné simultanément aux machines M_2 et M_3 est équivalente à la configuration où la disposition des 2 opérateurs est inversée.

1.3.3 Productivité des machines et durée opératoire variable

Même lorsqu'on connaît les chiffres moyens sur la productivité, l'efficacité avec laquelle on exécute une tâche est largement tributaire du taux de productivité des ressources qu'on y consacre. Les opérateurs sont disposés dans l'atelier de manière à couvrir le déficit en opérateurs. La disposition des opérateurs est la manière dont sont répartis les opérateurs dans l'atelier. Notons que pour une même disposition des opérateurs dans l'atelier nous pouvons définir plusieurs vecteurs de productivité des machines. En effet, l'affectation d'un opérateur à deux machines simultanément nous amène à définir un ensemble de productivités de ces deux machines en fonction de l'importance accordée, par l'opérateur, à chacune de ces machines. Ceci nous amène à considérer les états de l'atelier ou les configurations de l'atelier comme une suite successive de disposition des ressources humaines.

Les opérateurs étant affectés aux machines suivant leur disponibilité, on constate une baisse de productivité de certaines machines due aux manques possibles en opérateurs. Cette gestion doit être fine si les temps de formation pour cette compétence sont incompatibles avec la formation de nouvelles personnes et si le personnel risque de perdre sa compétence par manque de pratique de son activité. Le même besoin s'exprime si le coût de la main-d'oeuvre est important dans la constitution du coût de revient.

1.4 Description du problème

L'ordonnancement de production avec affectation des opérateurs aux machines est un problème de planification. L'horizon ici n'est pas défini.

Le problème d'ordonnancement de machines parallèles a été largement étudié. Mais la prise en compte de l'affectation des opérateurs aux machines en même temps que celle de l'affectation des tâches aux machines a été très peu abordée. Quand il est tenu compte de l'affectation des opérateurs aux machines, c'est le plus souvent dans une démarche en deux temps. On cédule les tâches sur les machines et par la suite on cherche la meilleure allocation des opérateurs pour répondre au besoin.

Le problème que nous allons étudier dans ce mémoire est celui de l'ordonnancement des machines parallèles avec une contrainte de limite en ressources humaines. Plus concrètement, nous nous intéressons aux situations où le nombre des opérateurs (ressources humaines) disponibles est inférieur au nombre de machines. Nous pouvons le formuler de la façon suivante : N tâches i doivent être exécutées par m machines (processeurs) parallèles j . On dispose d'un nombre o de ressources humaines (opérateurs) à affecter sur les machines, avec $o \leq m$. Chaque tâche i a une durée de base $P_{i,j}$ sur la machine j . Le manque de ressources humaines va entraîner une augmentation de la durée des tâches. On aura alors une durée réelle $P'_{i,j}$ qui dépendra de la productivité des machines. Le problème consiste à trouver une affectation des tâches aux machines, ainsi qu'une allocation des ressources humaines aux machines. La séquence d'exécution des tâches doit être aussi déterminée, en considérant notre critère d'optimisation choisie. Le critère dans notre étude est la durée totale de travail dans l'atelier ($C_{\max}$).

La prise en compte des ressources humaines implique qu'on tienne compte des caractéristiques de ces ressources, ainsi que des liens qui lient les ressources humaines à la production.

1.5 Contexte d'étude et objectifs visés

Nous allons introduire ici les termes qui vont être couramment utilisés tout au long de l'étude. Ensuite, nous parlerons des hypothèses et des limites du problème et finalement des objectifs visés.

1.5.1 Définitions

- **Tâche** : une tâche est un ensemble d'opérations élémentaires, généralement identiques. On regroupe parfois les opérations pour diverses raisons : éviter les set – up entre des opérations courtes et identiques, faciliter la manutention, regrouper des commandes par multiple de l'unité etc.
- **Machine** : c'est un processeur. Une tâche est traitée par une machine sur laquelle est affectée un opérateur ou une « fraction » d'opérateur.
- **Durée de base d'une tâche** : c'est la durée de la tâche sur une machine qui fonctionne à sa productivité maximale.
- **État de l'atelier** : c'est la configuration de l'atelier à un moment donné. Cette configuration correspond à la disposition des opérateurs dans l'atelier. Nous le noterons « AT ».
- **Durée effective (opératoire) d'une tâche** : c'est la durée de traitement réelle de la tâche. Elle dépend de l'état au cours de laquelle la tâche est exécutée. Elle est supérieure ou égale à la durée de base.
- **Productivité** : c'est le rapport de la durée de base par la durée effective de traitement d'une tâche par une machine durant un état de l'atelier. Lorsqu'un opérateur est entièrement assigné à une machine, cette dernière a une productivité égale à 1.
- **Durée d'un état** : c'est la durée pendant laquelle l'atelier garde la même configuration ou le même état.

- **Durée totale de travail dans l'atelier:** c'est la somme cumulée des durées des états. Nous le noterons $C_{\max}$.

- **Tâche non interruptible :** se dit lorsqu'il ne peut y avoir un changement d'état de l'atelier alors qu'il y a des tâches entamées et non achevées.

1.5.2 Hypothèses

Pour bien circonscrire notre problème, nous allons présenter les hypothèses et les restrictions suivantes :

- une tâche ne peut être traitée que par une seule et même machine ;
- la durée de traitement d'une tâche (durée opératoire) dépend de la productivité de la machine au moment où elle est traitée. Elle n'est donc pas constante ;
- il n'y a pas d'attente entre deux tâches qui se suivent sur une machine quand la deuxième tâche est prête;
- la durée opératoire inclut le temps de mise en route (set up) ;
- une tâche peut être interrompue ou non selon le modèle considéré;
- un opérateur peut être affecté à plus d'une machine.

Les principales entrées :

- La liste des tâches
- La liste des configurations possibles
- La durée de base des tâches
- Les productivités associées aux machines

1.5.3 Objectifs visés

De façon plus globale, les objectifs visés dans cette étude consiste à :

- développer des modèles qui permettent de résoudre un problème d'ordonnancement sur des machines parallèles en prenant en compte les ressources humaines disponibles ;
- résoudre ces modèles dans un temps raisonnable;

- étudier l'impact d'avoir des opérateurs partagés entre plusieurs machines.

De façon plus précise, notre but est de développer des modèles pour trouver un ordonnancement optimal qui détermine en même temps les affectations des ressources humaines. Plus concrètement, nous devons :

- minimiser la durée totale de travail ;
- déterminer les différentes configurations de l'atelier et leur durée respective ;
- déterminer les affectations des tâches sur les machines ;
- se contenter du nombre limité des ressources humaines ;
- analyser comment les divers critères qui influencent la durée totale de travail ;
- étudier l'ordonnancement avec interruption possible de tâche ;
- reprendre l'étude « sans interruption de tâche ».

Le problème étudié dans ce mémoire est celui de l'ordonnancement et l'affectation simultanés des opérateurs dans un système de production composé de machines parallèles.

Le mémoire sera organisé de la façon suivante : dans le chapitre 2, nous nous consacrerons à la revue bibliographique de l'ordonnancement simultané de production. Nous présenterons dans un premier temps l'état de l'art en ordonnancement des machines parallèles, puis en affectation des ressources humaines. Ensuite il sera question de la coordination entre l'ordonnancement de production et l'affectation des ressources humaines.

Le chapitre 3 présente notre contribution pour la résolution du problème posé. La méthode utilisée sera basée sur la modélisation analytique. La méthode analytique permet de mettre en évidence l'objectif et les différentes contraintes du problème, de le résoudre dans certains cas.

Dans le chapitre 4, nous procédons à l'expérimentation de nos modèles mathématiques en décrivant les programmes linéaires par le langage de programmation mathématique AMPL. Ce langage qui va générer des fichiers lisibles

par le solveur CPLEX, ce qui nous permettra la résolution de problèmes. Les résultats de tests de divers scénarios seront présentés.

CHAPITRE 2 : REVUE DE LA LITTÉRATURE

Les recherches sur l'ordonnancement de la production (ou ordonnancement d'atelier) sont des plus actives. Elles s'intéressent à des travaux nécessitant plusieurs tâches devant être exécutées sur des machines différenciés. De très nombreuses études ont été faites dans ce domaine depuis les précurseurs (Conway, 1964 ou Baker, 1972 par exemple). De nombreux ouvrages récents de synthèse couvrent ce domaine.

De façon indépendante, des travaux ont été menés sur la gestion des ressources humaines. Notons que peu de synthèses ont été faites dans ce domaine. Le Tableau 2.1 donne la fréquence de certains mots dans le résumé, titre ou mot-clef des articles écrits entre 1993 et 2003 dans une revue de la collection Elsevier et comportant le mot « scheduling » dans le titre (1813 articles).

Tableau 2.1: Occurrences de mots clefs dans la littérature

Shop	Flow-shop	Job shop	Open shop	Parallel	Human	Work force	Crew	Shift
237	66	133	30	313	33	16	25	24

Il apparaît donc qu'il y ait un manque certain dans la prise en compte des ressources humaines en ordonnancement. Nombreux sont les auteurs (par exemple Sule, 1997; Blasewich *et al.*, 1993 ; Baptiste, 2001) et les praticiens qui ont remarqué que les applications chez les professionnels ne suivent pas le rythme des recherches. Il semble qu'il y ait une grosse difficulté à appliquer les résultats de recherche dans des entreprises manufacturières. Peut-être peut-on au moins partiellement expliquer cela par l'absence quasiment totale de travaux intégrant les deux aspects de l'ordonnancement. Baptiste (2001) schématise l'utilisation d'un logiciel d'ordonnancement (figure 2.1) par trois boucles de contrôle : la première consiste à faire des décalages locaux, la seconde à modifier les règles de priorité utilisées dans

le logiciel, la dernière consiste à modifier les calendriers et les affectations des opérateurs que les logiciels considèrent comme des données d'entrée. La prise en compte des ressources humaines est donc essentiellement laissée à la charge de l'utilisateur du logiciel. Et encore, tous les logiciels font l'hypothèse que les durées des tâches sont connues alors que depuis les débuts de l'automatisation, les opérateurs interviennent de plus en plus comme servant des équipements (Crocchi *et al.*, 2000) et peuvent servir plusieurs machines en parallèle. Dans ce contexte, la productivité d'un équipement est très souvent fonction du nombre d'équipements à la charge du même opérateur.

De cette analyse, il ressort que l'intégration de l'ordonnancement des ressources humaines et des tâches doit se faire à deux niveaux :

- la concordance des calendriers ;
- la prise en compte de l'affectation des opérateurs dans le calcul des durées opératoires.

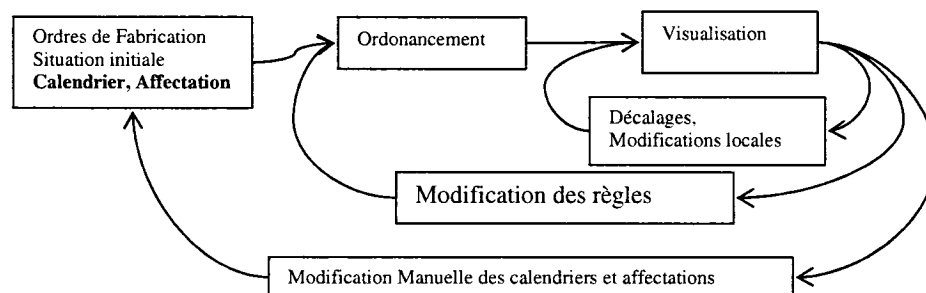


Figure 2.1: Utilisation d'un logiciel d'ordonnancement

La première partie de ce chapitre présentera un bref état de l'art de l'ordonnancement des machines parallèles. Dans la seconde partie, il sera question d'une synthèse rapide des travaux faits dans le domaine de l'ordonnancement des ressources humaines. Nous parlerons des liens qui existent entre la production et les ressources humaines. La troisième partie portera sur un bref aperçu des critères qui gouvernent l'ordonnancement des ressources humaines.

Ensuite, nous montrerons l'étude des modèles d'ordonnancement de tâches dans lesquels les durées des tâches ne sont pas constantes. Ces travaux ne sont pas tous initiés par la prise en compte des opérateurs mais certains peuvent être réutilisés dans ce contexte.

Enfin, on verra quelles sont les différentes approches utilisées pour résoudre un problème d'ordonnancement des ressources humaines. Ces approches seront soit hiérarchiques (ordonnancement des tâches suivi de la prise en compte des ressources humaines) soit conjointes.

2.1 Ordonnancement des machines parallèles

L'ordonnancement des machines parallèles a été largement étudié. Pour nous concentrer sur ce qui nous intéresse, à savoir l'ordonnancement des machines parallèles avec comme critère la minimisation de la durée totale de travail dans l'atelier ($C_{\max}$), notre revue bibliographique sera présentée suivant les trois types de machines parallèles, à savoir : les machines parallèles identiques, les machines parallèles uniformes et les machines parallèles différentes (ou non liées).

2.1.1 Machines parallèles identiques

Dans le cas des machines parallèles identiques, une tâche i a une durée opératoire p_i quelque soit la machine qui la traite. Le problème de minimisation de $C_{\max}$ sur ce type de machines, noté $P2 // C_{\max}$ et restreint à 2 machines a été démontré par Karp (1972) comme étant NP-difficile. Plus généralement, les problèmes $P // C_{\max}$ ont été étudiés par plusieurs chercheurs. Des algorithmes de liste sont décrits par Lawler *et al.* (1993). Rothkopf (1996) quant à lui propose un algorithme de programmation dynamique. Lorsque les interruptions des tâches sont autorisées, le problème peut se résoudre en un temps polynomial. Mc Naughton (1959) a développé une méthode dans ce sens. Ces types de problèmes sont notés $P / pmtn / C_{\max}$.

2.1.2 Machines parallèles uniformes

Le problème de minimisation du $C_{\max}$ est déjà NP-difficile pour les machines parallèles identiques, *a fortiori* pour le problème de minimisation du $C_{\max}$ pour des machines parallèles uniformes il est NP-difficile. Ces derniers sont notés $Q//C_{\max}$. Diverses heuristiques ont été développées pour ces problèmes.

Blazewicz *et al.* (1996) proposent des approches polynomiales de résolution dans le cas où toutes les tâches sont de durée unitaire ($Q/P_i = 1/C_{\max}$). Pinedo (1995) a développé un algorithme pour résoudre des problèmes $Q/pmtn, r_j/C_{\max}$ qui sont des problèmes avec interruption des tâches et date d'arrivée.

2.1.3 Machines parallèles différentes

Les machines parallèles différentes sont les plus répandues. C'est aussi ce cas que nous traiterons dans l'expérimentation, au chapitre 4. C'est un problème NP-complet et comme dans les autres cas, ce sont surtout des heuristiques qui sont utilisées pour les résoudre.

En 1976, Horowitz et Sahni ont développé une méthode par la programmation dynamique pour le problème à deux machines. Ils trouvent une borne supérieure et construisent une heuristique pour résoudre $R//C_{\max}$. Davis et Jaffe (1979) proposent plusieurs algorithmes basés sur l'affectation des tâches à la machine relativement efficace. Plus tard, des méthodes de recherches locales sont appliquées par Glass *et al.* (1994). Lawler et Labetouille (1978) développent un algorithme permettant de résoudre le problème $R/pmtn/C_{\max}$. C'est un algorithme qui résout dans un premier temps un programme linéaire qui calcule la valeur optimale de $C_{\max}$ et la part des tâches affectées à chaque machine, puis utilise la solution pour construire un ordonnancement.

2.2 Ordonnancement des ressources humaines

De manière générale, le responsable de production a à résoudre trois problèmes : l'assignation des travailleurs à des équipes (« shift scheduling »), la détermination des cycles d'intervention des travailleurs (« tour scheduling ») et la gestion des congés (« day-off scheduling »).

Tien et Kamiyama (1982) définissent l'assignation des travailleurs comme le besoin en main-d'oeuvre nécessaire dans chaque équipe et chaque jour pour que la demande soit satisfaite. L'assignation détermine aussi selon eux le niveau de main-d'œuvre, par exemple la détermination du nombre minimum de travailleurs nécessaires pour satisfaire la demande durant un horizon de planification.

2.2.1 « Day-off scheduling »

La gestion des ressources humaines implique un ajustement période par période de la capacité à la charge. Il faut alors vérifier si cet ajustement théorique respecte bien les contraintes de variation admissibles en terme de durée journalière, hebdomadaire, annuelle mais aussi en terme de variation. Généralement, l'ordonnancement des congés des travailleurs est traité suivant l'angle du cycle de travail ou suivant un volume horaire de travail à effectuer pendant une période.

Suivant le cycle de travail

Hung (1994) et Billionnet (1998) considèrent le nombre de jours de congé hebdomadaires; chaque travailleur ayant droit à n jours de congé par semaine, $n=2,3...5$ respectivement. Burn et Carter (1985) étudient le cas où le besoin en travailleurs est fixe en semaine et différent la fin de semaine. Chaque travailleur a droit à un congé hebdomadaire de 2 jours et aucun travailleur ne peut travailler sur une durée continue de plus de 6 jours. Emmons et Burns (1991) ont étudié l'ordonnancement cyclique dans le cas d'une main-d'œuvre hiérarchique avec des contraintes de jours de congé. Ils ont proposé une formulation explicite et des algorithmes pour trouver un ordonnancement réalisable. Emmons et Fuh (1997) ont

considéré un problème de « day-off » pour une semaine comptant 7 jours de travail. La demande journalière étant constante. Ils considèrent deux catégories de travailleurs à temps partiel pour suppléer les travailleurs permanents. La première catégorie est constituée d'un nombre limité de travailleurs, moins coûteux que les travailleurs permanents. La deuxième catégorie est formée de travailleurs, disponibles en grand nombre, mais plus coûteux que les travailleurs permanents. Chaque permanent doit prendre deux jours de congés par semaine. Ils ont développé une formulation pour former l'équipe la moins coûteuse et mis au point un algorithme pour trouver un ordonnancement réalisable.

Suivant le volume horaire.

Grabot et Letouzey (2000) posent les hypothèses suivantes : volume horaire hebdomadaire fixe pour chaque travailleur (par exemple 35 heures), un seul repos par jour de travail, repos d'une durée maximale (2 heures), si la durée du travail est de plus de 6 heures, alors un repos minimal de 20 minutes, durée de travail maximale par jour, durée minimale par semaine. Le programme de travail de chaque employé doit lui être communiqué au moins une semaine à l'avance.

2.2.2 « Shift scheduling »

Le problème de quart de travail (calendrier d'équipe) est présent dans la plupart des organisations, surtout dans les entreprises de service qui sont confrontées à des charges variant tout au long de la journée. Un quart est une combinaison de temps de début, temps de fin et emplacement des pauses. Ce problème a reçu beaucoup d'attention de la part des chercheurs. Le premier à proposer une formulation mathématique est Dantzig (1954). Il propose une méthode basée sur un modèle de « set covering » généralisé dans lequel chaque « shift » est représenté par une variable de décision. Thompson (1995) a développé un algorithme exact pour la résolution des problèmes de formation de quarts de travail avec planification de plusieurs pauses de durées fixes. Aykin (1996) a étudié les problèmes comportant plusieurs pauses et des intervalles de pauses. Jacobs et Brusco (1998) ont considéré

un problème d'ordonnancement de cycles de production où le nombre de quarts de travail est limité, et un temps minimum est fixé entre deux quarts consécutifs. Brusco et Jacobs (1998) ont étudié les cas complexes où il y a des restrictions qui imposent un nombre maximum d'heures de début de quarts et un temps minimum qui sépare deux quarts différents. La plupart de ces modèles sont des modèles implicites.

2.2.3 « Tour scheduling »

Lorsqu'on doit déterminer simultanément les quarts de travail journaliers et les jours de congé, il s'agit du problème de tour scheduling. La complexité du problème dépend des organisations. Par exemple dans une organisation où les jours de travail sont fixes (ex. : de lundi à vendredi), le problème se réduit à un problème de quart de travail. D'un autre côté, lorsque les quarts de travail sont fixes (la même heure de départ, la même heure de fin et les mêmes pauses) le problème se réduit à celui de l'ordonnancement des congés.

Un problème de tour scheduling dans un horizon continu de 7 jours sur 7 et 24 heures sur 24 est d'une très grande complexité. Bartholdi (1981) a montré qu'il est N-P complet.

Vairaktarakis *et al.* (2002) montrent que le problème d'affectation de travailleurs dans un horizon donné et dans un système de production qui compte plus de 3 stations de travail est N-P complet. Ils proposent des heuristiques pour le résoudre. Chen (1994) a défini les heuristiques « cycle switching rules » (CRS) et le « dynamic scheduling rules » (DRS) suivant les cas. Le CRS est utilisé dans un contexte où les règles de décision sont définies pour le long terme. Le CRS peut fournir la solution optimale si les conditions sont respectées. Le DRS est utilisé dans un contexte de planification à très court terme. Le DSR peut intégrer les changements dans une base de temps réel. Lorsque surviennent des imprévus, le DRS a le potentiel pour affecter les opérateurs pour une meilleure performance. Burns et Koop (1987) ont présenté un algorithme exact pour résoudre le problème de construction d'horaires de personnel impliquant des cycles et des quarts de travail sur un horizon continu.

2.3 Liens entre les ressources humaines et la production

Dans un atelier de production, il existe plusieurs liens entre les ressources humaines et la production. Nous nous intéresserons essentiellement à deux d'entre eux qui influencent le « processing time » : la compétence des opérateurs et leur productivité.

2.3.1 Compétence et ordonnancement des ressources humaines

Dans la littérature, on rencontre plusieurs modèles de la compétence :

Compétence par rapport aux tâches. Le travailleur ne peut exécuter que des opérations bien spécifiques et cela indépendamment de la machine utilisée.

Compétence par rapport aux machines. Chaque travailleur est qualifié pour exécuter n'importe quelle opération mais sur un ensemble de machines spécifiques (voir Croci *et al.*, 2000). Le travailleur ne peut donc pas travailler sur toutes les machines. L'affectation par machine a comme avantage qu'elle implique peu de changements de poste de travail. Elle sera dès lors rentable si le taux d'utilisation des machines est élevé. Bourland et Carl (1994) parlent de personnes dont la spécialité est de préparer un ensemble de machines avant chaque lot (« set up »).

Compétence « mixte ». Il existe des travailleurs qualifiés pour opérer sur plusieurs centres de travail et exécuter plusieurs types de tâches. Les travailleurs bien formés ayant cette caractéristique peuvent opérer efficacement dans des cellules flexibles de production pour répondre rapidement au changement des demandes en produits et en volume. Vairaktarakis et Lee (2000) font allusion à ce type de compétence. Kher (2000) parle de travailleurs formés pour travailler dans divers départements.

Compétences hiérarchisées. Hung (1994), Billionnet (1998), Emmons et Burn (1991) classifient les compétences en plusieurs types. Ensuite les types sont classés

sur une échelle hiérarchique : un travailleur plus qualifié peut se substituer à un travailleur moins qualifié, mais pas l'inverse.

Compétence par équipe de travailleurs. Un « shift » est formé par un certain nombre de travailleurs qui comptent tous un ensemble global de compétences (Grabot et Letouzey, 2000).

Compétence par contrat. Kher (1999) parle de compétence de certains travailleurs à répondre aux exigences spécifiques des clients vitaux. La règle d'affectation des opérateurs prend en compte la disponibilité des travailleurs dans les différents départements qui contiennent des commandes destinées aux clients vitaux. Lee (2002) s'intéresse à l'effet du réajustement périodique de l'affectation des travailleurs avec des aptitudes différentes sur les dates dues.

Cependant même lorsqu'on connaît le niveau de compétence, la productivité des opérateurs est aussi tributaire des règles d'affectation.

2.3.2 Productivité des opérateurs et durées variables des tâches

Il est important de regarder les travaux considérant les durées opératoires non plus comme des données mais comme des variables.

Variation des niveaux de compétence des opérateurs

Cheng (1995) parle de l'accroissement du rendement des opérateurs par la détermination de la séquence de leurs activités (chargement, déchargement, marche, attente) connaissant la séquence des machines qui vont effectuer les opérations. Croci *et al.* (2000) vont dans le même sens et montrent que la manière dont sont affectés les opérateurs influe sur leur compétence. Il parle de la maximisation de la main-d'œuvre du taux d'utilisation moyen des opérateurs.

Grabot et Letouzey (2000) et Kher (2000) se sont intéressés sous diverses formes au concept d'apprentissage et d'efficacité entraînant des durées variables. Plusieurs auteurs mettent l'accent sur le fait qu'un opérateur lui-même peut avoir une efficacité

variable. On trouve des études intéressantes sur l'apprentissage (Mosheiov et Sidney, 2003) et sur la fatigue (Dondetti et Mohenty, 1998).

Un opérateur sur plusieurs machines

Comme le note Croci *et al.* (2000), les opérateurs (dont le rôle se limite souvent à de la surveillance, du chargement, du déchargement et du contrôle) sont de plus en plus souvent affectés à plusieurs machines. Ces affectations multiples perturbent les vitesses de production et conditionnent les durées des tâches.

Bourland et Carl (1994) parlent d'opérateurs fractionnels dans un système avec des machines parallèles. Ici un opérateur peut s'occuper de plusieurs machines adjacentes. Le nombre d'opérateurs requis est déterminé par la combinaison des pièces en production. La fraction d'un opérateur sur une machine consiste en la proportion de son temps consacrée à celle-ci. La planification se fait à l'intérieur d'un cycle commun à toutes les machines.

Cheng *et al.* (1999) traitent du cas d'un opérateur sur deux machines dans un flowshop. Vembu et Srinivasan (1996) ont étudié le problème d'un opérateur dans une cellule de production composée de machines manuelles et ont proposé une heuristique pour le résoudre. Chen (1995, b) a également étudié le problème de cellules supervisées par un opérateur en s'intéressant aux mouvements de l'opérateur entre les machines.

Ng *et al.* (2003) ont étudié un problème d'ordonnancement de tâches sur une seule machine. Les durées des tâches sont variables et dépendent des ressources allouées. Les ressources sont utilisées pour réduire les temps de « set up » et les durées des tâches. L'objectif est de minimiser une combinaison linéaire du « due date » (date de livraison) et des coûts des ressources. Les valeurs des « due dates » peuvent être continues ou discrètes. La fonction de coût peut être non monotone. Janiak *et al.* (2003) proposent un algorithme génétique pour l'optimisation de la séquence des tâches et la consommation des ressources. L'ordonnancement se fait sur une machine et les tâches sont regroupées sur la base de la technologie de groupe.

Bien que sans rapport direct avec les ressources humaines, le coût de production est une principale cause de modélisation de durées variables. On trouve plusieurs travaux (comme Chen, 1997) utilisant le concept de « controllable processing time ».

D'autres causes de durées variables trouvées dans la littérature sont :

- Le refroidissement : dans certains secteurs comme l'industrie du métal, le refroidissement a été étudié (par exemple dans Wagneur et Chelliah, 1998) comme pouvant induire des durées variables.
- Finalement, dans certains cas les **conditions des systèmes de production** eux-mêmes (états des outils, des posages) peuvent être prises en compte pour moduler les durées.

Globalement, force est de constater que le nombre de travaux considérant les durées comme variables est extrêmement faible.

2.4 Les critères en ordonnancement des ressources humaines

Les objectifs généralement optimisés en ordonnancement de production peuvent être classés suivant 3 grandes catégories : financiers et économiques, l'efficacité, et le temps. Nous allons essayer de classer les travaux de la littérature sur l'ordonnancement des ressources humaines suivant ces 3 catégories.

2.4.1 Paramètres financiers et économiques

Minimiser le coût de la main-d'œuvre par unité produite. Ce coût s'obtient en divisant le coût total de la main-d'œuvre au cours d'une période par le nombre d'unités produites. Le coût total de la main-d'œuvre est alors obtenu en multipliant le nombre d'opérateurs par le taux horaire moyen. Vairaktarakis et Lee (2000) parlent de minimiser la fonction de coût de la main-d'œuvre sur un horizon de production. Ici, le coût est une fonction linéaire du nombre de cycles que compte l'horizon. Tous les cycles ayant la même longueur.

2.4.2 Paramètres d'efficacité

Croci *et al.* (2000) étudient par des méthodes expérimentales l'effet que les politiques d'allocation des opérateurs sur les machines ont sur la performance d'un système très automatisé. Ils s'intéressent surtout à un contexte où il y a moins d'opérateurs que de machines. Ils montrent qu'une bonne allocation des travailleurs accroît leur taux d'utilisation et augmente l'efficacité avec laquelle ils accomplissent les tâches. Vairaktarakis et Lee (2002) classifient les jobs par ordre de priorité et appliquent des règles d'ordonnancement qui dépendent du niveau de priorité. La performance du service au client est souvent considérée. Les règles sont adoptées sur la base de l'identité du client. Kher (1999) évalue les politiques d'ordonnancement à mettre en place pour fournir un service de qualité aux clients vitaux. La méthode utilisée est expérimentale, basée sur la simulation. Nakade et Ohno (1999) étudient le problème de la minimisation du cycle global de déplacement des opérateurs en utilisant le nombre minimal des opérateurs pour satisfaire la demande. Ceci se passe dans un « flow shop » en U.

2.4.3 Paramètres de temps

On cherche à minimiser la durée de production : c'est le temps mis par un système pour transformer complètement un lot de produits. Ce facteur dépend soit de la charge de travail et l'équilibrage du système, soit des règles d'affectation des opérateurs (Bourland et Karl, 1994).

Minimiser le temps de présence des jobs dans le système (« flow time ») : le coût de présence n'est pas une fonction linéaire du temps; il varie d'une période à l'autre (voir Bourland et Karl, 1994). On peut aussi chercher à minimiser le temps supplémentaire : c'est le temps requis en dehors du temps régulier pour compléter un lot. Il peut être obtenu en soustrayant le « make span » (durée totale de production) du temps régulier disponible.

En dehors de ces trois grands groupes d'objectifs, certains autres peuvent être visés. Ainsi, on peut citer un certain nombre d'autres que l'on rencontre dans la littérature de façon accessoire :

- gérer la formation continue : l'un des objectifs recherchés dans l'attribution des activités aux employés travaillant sur les quarts est d'assurer la formation continue (voir Omari, 2002) ;
- tenir compte de la satisfaction des travailleurs. Brusco et Jacobs (1998) présentent un algorithme heuristique pour la résolution d'un problème d'horaires du personnel au sol d'une compagnie aérienne. Le problème a pour objectif de créer des horaires de travail souhaités par les employés, tout en minimisant les coûts d'opération.

2.5 Approches utilisées dans la résolution des problèmes d'ordonnancement simultané

Finalement, l'essentiel de la littérature est loin de l'intégration de l'ordonnancement des tâches et des ressources humaines. Pour le « shift scheduling » par exemple, les jobs sont connus à travers une notion agrégée de volume global. Par contre, pour l'ordonnancement classique on ignore complètement les opérateurs. Finalement, très peu d'articles traitent de l'intégration. Ils proposent deux visions de cette intégration.

2.5.1 Ordonnancement séquentiel (Approche à plusieurs phases)

L'approche la plus courante de l'ordonnancement de production et des ressources humaines est une approche à deux étapes, voir à trois étapes. On ordonnance d'abord les machines. Il existe dans la littérature un éventail très large de travaux qui ont traité l'ordonnancement de production dans tous les types de systèmes. Il s'agit notamment de l'ordonnancement de machines parallèles, de « flow shop », de « job shop » et de la gestion de projets. Le but de notre étude n'est pas de nous y attarder.

Lorsque le calendrier machine est obtenu, il s'agit de déterminer un volume global de ressources humaines pour couvrir un besoin connu. L'ordonnancement des ressources humaines considère la production comme une simple requête en terme de volume requis par unité de temps (l'ordonnancement des tâches n'est pas encore

effectué). La planification de la main-d'œuvre se fait sans tenir compte de la disponibilité des travailleurs, de leurs compétences ou de leurs préférences. L'étape suivante consiste en l'affectation des tâches aux employés. C'est la détermination des postes de charge et l'affectation des travailleurs dans des équipes. Dans certains cas, le calendrier des opérateurs est utilisé pour créer le calendrier d'ouverture des machines.

Un exemple d'ordonnancement en deux phases est, dans le domaine du transport aérien, la fabrication d'horaires mensuels de travail pour les membres d'équipage. La première phase consiste à construire un ensemble de séquences de vols, appelées rotations, qui couvrent l'ensemble des segments de vols (Desaulniers *et al.* 1997; Lavoie *et al.*, 1998). La deuxième phase, consiste à construire pour chaque membre d'équipage un horaire mensuel de travail composé de rotations, de repos et d'autres activités spéciales (congrés annuels, examens médicaux, etc). C'est un problème d'affectation de personnel sur des machines parallèles. Ici, on a un ou plusieurs opérateurs sur une machine à la fois. Les avions représentent les machines alors que les opérateurs composent l'équipage.

2.5.2 Ordonnancement conjoint (simultané)

L'ordonnancement conjoint utilise une approche à une seule phase. Cette approche tient compte des informations sur les travailleurs au moment du développement du planning. On considère, par exemple, la restriction du nombre de travailleurs, de leurs compétences.

La prise en compte simultanément des deux axes, ordonnancement de la production et des opérateurs est finalement très rare. Grabot et Letouzey (2000) abordent le problème en tenant compte de la productivité relative des opérateurs. Bourland et Karl (1994) initient le travail en s'intéressant à l'ordonnancement sur machines parallèles avec une contrainte ressource humaine sous forme de fraction, en d'autres termes la ressource humaine est partagée. L'affectation des ressources humaines tient compte de la compétence des travailleurs ainsi que des contraintes sociales liées à la législation du travail. En 2001,

Cordeau *et al.* (2001) ont introduit l'ordonnancement conjoint dans le domaine du transport aérien pour la confection des rotations d'avions et les horaires des équipages. Il utilise pour ce faire la décomposition de Benders.

2.5.3 Approches logiciels

Les logiciels d'ordonnancement de production sont là pour combler le manque de résultats formels. Les logiciels comme ORTEMS, INCOPLAN ou autres permettent dans une certaine mesure d'intégrer les deux aspects. Le plus souvent, les opérateurs sont, comme les ressources machines, regroupés par groupes interchangeables (opérateurs équivalents). Les jobs sont réputés consommer des quantités d'opérateur (pouvant être de groupes différents, régulier au début opérateur à la fin, ou bien en charge variable, plus au début et moins à la fin, etc.). De là, ils abordent ce problème de deux manières différentes :

- à capacité infinie (seule la demande est donnée et c'est à l'utilisateur de lisser lui-même cette charge en jouant sur les calendriers d'ouverture des machines) ;
- à capacité finie ; dans ce cas, aucune information n'est disponible sur les algorithmes utilisés. Il s'agit toutefois d'algorithmes de listes.

Par contre, aucun logiciel ne semble prendre en charge correctement l'affectation multiple des opérateurs et la notion de durée variable (sauf dans le cas de cellule de production où l'agrégation est possible si les équipements travaillent sur le même lot).

2.6 Typologie d'une partie des articles lus

Globalement, l'ensemble des articles peut se structurer suivant 4 dimensions : le modèle d'atelier (coté ordonnancement classique), la problématique ressources humaines concernée, le modèle de l'intégration et les outils de résolution. Nous présentons au Tableau 2.2 une typologie de certains des articles lus.

Tableau 2.2: Typologie de quelques articles lus

		[11]	[7]	[17]	[20]	[15]	[29]	[16]	[28]	[47]	[55]
Modèle d'atelier (1)		P	G	F	G	F	G	J	G	G	J
Ressources humaines (2)		A	S	T	Tr	T	D	T	D	T	Tr
Modèle d'intégration	Nature (3)	h	h	h	h	h	h	h	h	h	h
	Critères (4)	C	C	Ts	C	Ts	C	Ts	C	C	C
	Affectation (5)	F	I	F	I	F	I	F	I	U	I
	Durées (6)	F	F	F	F	F	F	F	F	F	F
Outils de résolution	(7)	Pl	Pl	H	H	H	H	H	H	A	H

(1) F: Flow shop; J: Job Shop; P: machines parallèles; G: Général

(2) S: Shift scheduling; T: Tour scheduling, D: day-off scheduling; Tr: transport-déplacement; A: autre.

(3) h : Hiérarchique

(4) Ts : temps; C : coûts; E : efficacité; A : autre

(5) 1 : un opérateur par machine; F : fractionnaire; I : indéfini.

(6) F : vitesse fixe, V : vitesse variable

(7) M : métaheuristique; H : heuristique; BB : branch and bound; Pl : programmation linéaire; A : autre.

CHAPITRE 3 : MODÉLISATION MATHÉMATIQUE

De l'étude bibliographique, il ressort un manque flagrant d'outils et de modèles formels pour l'intégration des deux types de ressources. L'ordonnancement de la production doit tenir compte simultanément des charges des machines et de la disponibilité des opérateurs. Dans un contexte où les entreprises doivent répondre de manière flexible à la demande sans cesse fluctuante, les situations où des opérateurs sont partagés entre plusieurs machines ou stations de travail deviennent régulières. L'une des conséquences directes de la nécessité d'ajuster la disponibilité des opérateurs à la charge des machines est la durée opératoire variable. Très peu d'études ont proposé des modèles qui en tiennent compte. Globalement, deux pistes semblent ouvertes pour les recherches sur l'intégration des deux facettes de l'ordonnancement :

- des méthodes intégrant des aspects du « tour scheduling » et le « job scheduling » pour créer simultanément des calendriers des opérateurs et des séquences de « jobs » ;
- des méthodes pour intégrer les durées variables dans l'ordonnancement d'ateliers.

Nous nous concentrons actuellement sur le niveau opérationnel : l'ordonnancement conjoint des ressources humaines (opérateurs) et des travaux sur les machines. Nous étudions plus particulièrement le fait que les durées opératoires varient en fonction de l'affectation des opérateurs.

Dans ce chapitre nous présenterons quelques modèles mathématiques développés pour résoudre le problème décrit au chapitre 1. Les objectifs traités dans ces modèles sont :

- Minimiser la durée totale de travail dans l'atelier
- Définir les affectations des travailleurs et des tâches aux machines

Notre modèle est restreint aux machines parallèles. Les contraintes principales sont le nombre limité des ressources humaines et la disponibilité des machines.

3.1 Définitions générales

Comme nous l'avons souligné précédemment, la disposition des opérateurs change dans l'atelier. À chaque disposition des opérateurs dans l'atelier nous pouvons avoir plusieurs vecteurs de productivité des machines. Il y a un grand nombre de dispositions des opérateurs. Notons que nous pouvons avoir, pour un même vecteur de productivité des machines, plusieurs dispositions possibles du personnel. De façon générale, nous considérons un ensemble de dispositions bien défini, et pour chaque disposition un ensemble de vecteurs de productivité possibles.

Définition

La productivité d'une machine, durant un intervalle de temps donné, est la ratio entre la durée effective qu'elle met pour exécuter un travail et la durée théorique nécessaire sur cette machine pour exécuter ce travail. La productivité est par définition comprise entre 0 et 1.

Définition

Un poste de charge (PC_k) est un ensemble de machine de cardinalité M_k qu'un opérateur k peut opérer simultanément, avec les productivités associées à chacune des machines. Ainsi, le fait qu'il y ait moins d'opérateurs que de machines fait que la productivité des machines est inférieure à 1. C'est pourquoi on associe au poste de charge un vecteur de productivité.

Définition

Une Affectation est un ensemble de postes de charge disjoints (aucune machine n'appartient à deux postes de charge de la même affectation). Une affectation de X postes de charge donne la position des X opérateurs présents dans l'atelier. Une

affectation est donc caractérisée par un nombre d'employés utilisés et par la productivité associée à chaque machine. Dans ce travail, nous ne nous intéresserons pas à la constitution des postes de charge, mais seulement aux affectations créées avec ces postes. C'est pourquoi la notion de postes charge, bien qu'elle soit nécessaire à la définition des affectations, ne sera plus utilisée.

Notations

Nous pouvons alors considérer les notations suivantes :

I	ensemble des tâches (indicées i)
J	ensemble des machines (indicés par j)
m	nombre de machines
n	nombre de tâches
A	ensemble des AT (indicés par l)
$x_{l,j}$	Productivité de la machine j durant l'AT $_l$, $l \in A$
$P_{i,j}$	durée d'exécution de base de la tâche i sur le machine j . Ceci exprime

que les tâches n'ont pas la même durée sur différentes machines. Les machines sont différentes et non proportionnelles. On pourra considérer les cas particuliers de machines proportionnelles.

$$PC_k = (x_{k,j})_{j=1..m} \quad \text{Avec } x_{k,j} \in [0,1]$$

Un poste de charge est un vecteur de coefficients de productivité. La productivité désignant le taux qui est obtenu en faisant le rapport de la durée de base par la durée effective de traitement d'une tâche par une machine, au cours d'un état de l'atelier.

$$AT_l = (x_{l,j})_{j=1..m}$$

$$\partial_{i,j} = 1 \text{ si la tâche } i \text{ est affectée à la machine } j, 0 \text{ sinon}$$

$$y_l \quad \text{durée d'utilisation de l'AT}_l.$$

$PR_{i,j}$ durée opératoire réelle de la tâche i sur la machine j . C'est la durée de la tâche en tenant compte de la productivité de la machine.

$$t_0 \quad \text{date de début du fonctionnement de l'atelier.}$$

3.2 Modèle 1 : minimisation du $C_{\max}$

Nous allons dans cette partie chercher à optimiser la durée totale de travail. Nous ne prendrons pas en compte les coûts de transition, c'est-à-dire les coûts qu'implique le passage d'un AT à un autre. Nous permettons l'interruption des tâches. En d'autres termes, le changement d'AT peut avoir lieu alors qu'il y a des tâches entamées et non achevées.

3.2.1 Description

Notre problème consiste à chercher l'ordonnancement et les AT en même temps que les affectations des « jobs » aux machines. Rappelons qu'il s'agit ici de machines parallèles. On considère ici les ordonnancements stables, c'est-à-dire qu'une tâche est affectée à une seule machine.

Exemple :

Soit un problème avec 3 machines parallèles (M1, M2 et M3), 2 opérateurs et 3 AT quelconques. Les AT sont fixées d'avance.

Il peut y avoir changement d'AT alors qu'il y a des tâches entamées et inachevées. En d'autres termes, une tâche peut être interrompue lors du changement d'état de l'atelier. La figure 3.1 schématise ce qui se passe dans l'atelier. Dans l'AT₁, l'opérateur 1 (O_1) s'occupe de la machine M1 alors que l'opérateur 2 (O_2) s'occupe simultanément des machines M2 et M3. Dans l'AT₂, on a un changement d'affectation des opérateurs. Ici O_1 s'occupe des machines M1 et M2 alors que O_2 s'occupe seulement de la machine M3. La figure 3.1 schématise les changements d'affectation, alors que la figure 3.2 représente le diagramme de Gant de l'atelier ; on voit que le travail dans l'atelier se fait durant 3 AT consécutifs (AT₁, AT₂, AT₃). Si on considère ici que lorsqu'un opérateur s'occupe simultanément de deux machines, la productivité de chacune des machines est de 0,5. Par contre lorsqu'un opérateur ne s'occupe que d'une machine, celle-ci a une productivité égale à 1. On a dans cet exemple comme vecteurs de productivité, respectivement (1, 0.5, 0.5), (0.5, 0.5, 1) et

(1, 0, 1).

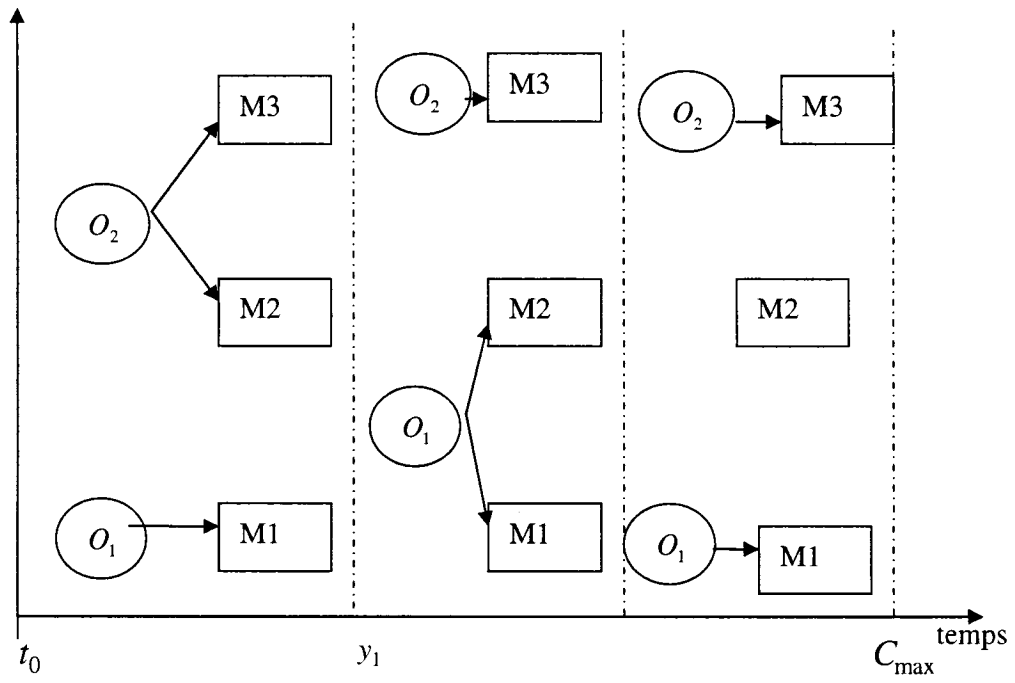


Figure 3.1: Changement d'affectation des opérateurs

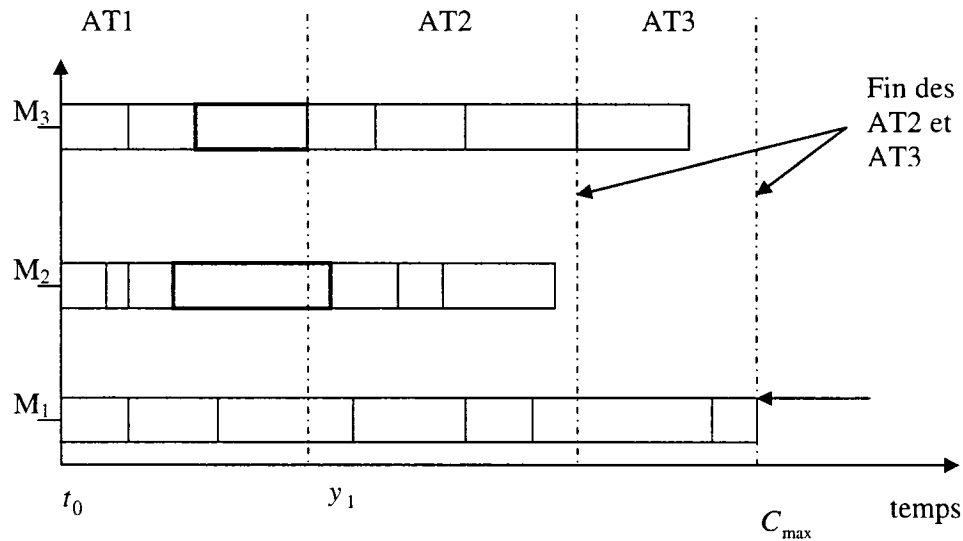


Figure 3.2: Representation de Gantt

3.2.2 Minimiser la durée totale de travail

La durée totale, C_{max} , correspond à la fin de la dernière tâche exécutée dans l'atelier. Cela correspond également à la fin de la dernière AT. Étant entendu qu'il n'y a pas d'attente entre les AT et que les changements d'AT n'introduisent pas de coût, ni de perte de temps, le C_{max} est la somme des durées des AT consécutives. Minimiser le C_{max} consiste donc à trouver l'ensemble des configurations telles que leur somme cumulée soit la plus petite possible.

3.2.3 Durée d'un AT

La durée d'un AT_i est tout simplement la différence entre la date de la fin de l'état et la date de la fin de l'état précédent.

Considérant qu'il y a moins de ressources humaines que de machines, pour que toutes les machines puissent fonctionner en même temps, il faut que l'un des deux

opérateurs s'occupe de deux machines à la fois. Par exemple l'opérateur 1, O_1 pilote la machine M_1 , et le second opérateur, O_2 pilote simultanément les machines M_2 et M_3 . Pour le second travailleur rappelons que le fait de s'occuper à la fois de deux machines a pour effet de baisser la productivité de chacune de ces machines. Ceci est dû au fait, par exemple, pour M_3 d'attendre que l'opérateur charge la pièce sur M_2 avant de le faire pour elle. Le fait pour une machine d'attendre allonge le temps de traitement de la pièce. Le temps de traitement que nous appelons durée opératoire réelle est plus grand ou égal à la durée opératoire de base. On a la productivité qui est définie par

$$x_{l,j} = \frac{P_{l,j}}{P'_{l,j}} \leq 1$$

La productivité de chaque machine dépend de l'AT. La durée opératoire des pièces dépend donc des AT durant lesquels elles ont été traitées. Chaque AT est utilisée pendant une durée que nous avons appelée y_l . Le premier changement d'AT à la figure 1 se fait au temps t_1 . Après ce changement, l'opérateur O_1 s'occupe de deux machines (M_1 et M_2) tandis que l'opérateur O_2 ne s'occupe plus que de la machine M_3 . On comprend bien que les productivités des machines vont changer également. Nous définissons une transition comme étant le point de passage d'un AT au suivant. Dans ce modèle, nous supposons qu'il n'y a pas de coût associé; ce qui veut dire que nous ne tenons pas compte des transitions.

3.2.4 Formulation

Nous pouvons formuler notre problème comme le programme linéaire suivant :

$$\text{Minimiser } \sum_l y_l \quad (3.1)$$

Sujet à :

$$\sum_{i=1}^n \partial_{i,j} P_{i,j} \leq \sum_{l \in A} y_l * x_{l,j} \quad \forall j \in J, \quad (3.2)$$

$$\sum_{j=1}^m \partial_{i,j} = 1 \quad \forall i \in I \quad (3.3)$$

$$\partial_{i,j} \in \{0,1\} \quad \forall (i,j) \in I \times J \quad (3.4)$$

$$y_l \geq 0 \quad \forall l \in A \quad (3.5)$$

Durée totale de travail : relation (3.1)

Comme nous l'avons dit précédemment, le traitement d'une tâche i peut se faire durant plusieurs AT. Si la tâche i est traitée par la machine j durant l'AT $_l$, on a par conséquent

$$y_l * x_{l,j} \leq P_{i,j}$$

Cas particulier : la tâche est entièrement traitée durant une seule AT,

$$\frac{P_{i,j}}{x_{l,j}} \leq y_l$$

(3.1) est la fonction objective. Elle minimise le $C_{\max}$. Ici le $C_{\max}$ correspond à la fin de la dernière AT; c'est donc la somme des durées de toutes les AT. Chaque AT ayant une durée de y_l . Ce qui s'exprime par $\sum_{l \in A} y_l$

L'objectif de minimiser le $C_{\max}$ revient donc à minimiser $\sum_l y_l$.

$$\text{Min} \sum_l y_l \quad (3.1)$$

Respect de la capacité des machines : contrainte (3.2)

La contrainte (3.2) veut exprimer que la charge de chaque machine doit être au plus égale à sa capacité. Le terme $\partial_{i,j} p_{i,j}$ Indique la sollicitation de la machine j par la tâche i . L'ensemble des tâches affectées à la machine j est donné par l'expression :

$$\sum_{i=1}^n \partial_{i,j} P_{i,j}.$$

Ceci correspond à la charge de la machine j . La durée effective d'utilisation de la machine j par l'AT $_l$ est donnée par $x_{l,j} y_l$. Pour obtenir l'utilisation totale de la

machine j , on somme donc cette durée effective sur l'ensemble des AT; ce qui donne $\sum_{l \in A} x_{l,j} y_l$. Ce terme est la disponibilité requise de la machine j pour effectuer toutes les tâches qui lui sont affectées. La durée de base nécessaire à la machine j pour traiter la tâche i est donné par $\partial_{i,j} P_{i,j}$. Pour toutes les tâches, la durée est équivalente à : $\sum_{i=1}^n \partial_{i,j} P_{i,j}$. Or chaque machine doit avoir une disponibilité au moins égale au temps nécessaire pour finir toutes les tâches qui lui sont affectées, à savoir $\sum_{i=1}^n \partial_{i,j} P_{i,j}$

On a par conséquent :

$$\forall j \in J, \sum_{i=1}^n \partial_{i,j} P_{i,j} \leq \sum_{l \in A} y_l * x_{l,j} \quad (3.2)$$

Variable de décision : relation (3.4)

La contrainte (3.4) impose que la décision d'affecter une tâche à une machine soit dictée par une variable binaire. En fait, pour chaque tâche i et chaque machine j , on a une décision ou l'autre : soit i est affectée à j , ce qui correspond à $\partial_{i,j} = 1$; soit elle ne l'est pas, ce qui correspond à $\partial_{i,j} = 0$, D'où la relation :

$$\partial_{i,j} \in \{0,1\} \quad (3.4)$$

Affectation des tâches aux machines : contrainte (3.3)

Dès lors que i est affectée à une machine j , elle ne peut plus être affectée à une autre. Ce qui veut dire qu'elle prend une seule fois la valeur 1. Par conséquent

$$\sum_{j=1}^m \partial_{i,j} = 1 \quad (3.3)$$

Ayant formulé le problème, nous allons discuter des méthodes et outils de résolution.

Propriété

L'ordonnancement avec ressources humaines sera entièrement caractérisé par la connaissance à tout instant de l'affectation des tâches sur les machines et l'AT utilisée. L'affectation des tâches sur les machines donne simultanément une affectation et un ordonnancement.

3.2.5 Remarques sur le modèle 1

Dans ce modèle, les tâches sont interruptibles lors des changements d'AT. Si on se limite aux ordonnancements sans interruptions, les éléments précédents ne sont plus vérifiés. Le modèle sera plus complexe. Nous pouvons en déduire quelques avantages et inconvénients du modèle.

Avantages

Le modèle 1 est très simple et assez facile de résolution. Il n'y a pas d'attente avant les changements d'AT.

Inconvénients

Le changement est instantané et ne tient pas compte des tâches en cours. Il en résulte des tâches qui sont traitées durant plusieurs AT.

Ainsi, pour la même tâche, on a alors plusieurs productivités. On a également que la même tâche peut être traitée par plusieurs opérateurs successivement, si la machine change de mains. Ceci pourrait avoir un impact notamment sur la qualité ou l'iniformité. Ça peut également influencer sur la productivité si nous considérons qu'elle dépend aussi de la compétence et de l'expérience des opérateurs de machines.

3.3 Modèle 2 : Minimisation du $C_{\max}$, sans interruption des tâches

3.3.1 Description

Dans de nombreux contextes il serait préjudiciable de changer d'AT avec des tâches entamées et non achevées. Par exemple, pour des raisons logistiques, on préfère souvent finir un nombre entier de contenants (afin de pouvoir transférer les produits au procédé suivant).

Le modèle qui répond à ces exigences doit imposer que les pièces soient terminées avant tout changement d'AT. Dans ce cas, le diagramme de Gantt associé aurait l'allure donnée par la figure 3.3. Comme on peut le noter, les transitions entre AT sont de véritables frontières qui ne sont pas franchies par des tâches.

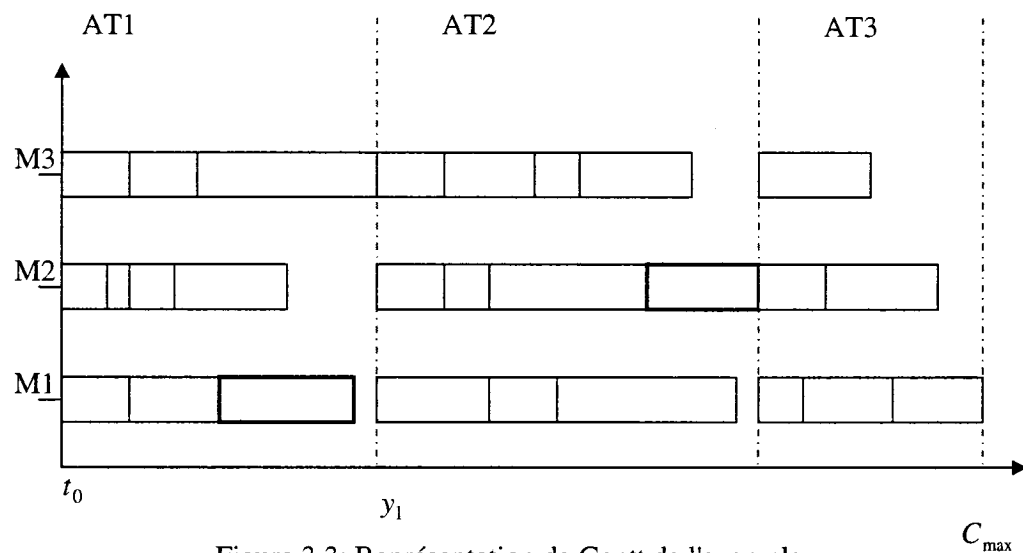


Figure 3.3: Représentation de Gantt de l'exemple

Propriété

Le nombre d'AT est au plus égal au nombre de tâches. En effet, chaque état se termine avec la fin d'au moins une tâche (Il y aura moins d'état si plusieurs tâches se terminent simultanément). Puisque dans chaque AT, il faut qu'au moins une tâche soit réalisée, le nombre maximal d'AT correspondrait donc à la situation où une seule tâche est traitée par AT.

Comme dans le modèle 1, notre but est de trouver le meilleur ordonnancement des tâches. Les tâches devant être exécutées durant différentes configurations successives de l'atelier. La différence notoire avec le modèle 1 est que une tâche commencée durant un AT est complètement traitée durant le même AT.

3.3.2 Formulation du modèle 2

La résolution du problème de minimisation du $C_{\max}$ en prenant en compte les transitions est assez difficile. Pour simplifier, nous optons, comme au modèle 1 pour un modèle qui ne tient pas compte des coûts de transitions. Nous reviendrons plus tard dans le mémoire à la question des coûts de transitions.

Nouvelles notations

Ce modèle utilise la plupart des variables du modèle 1, mais de nouvelles variables vont s'ajouter :

$\partial_{i,j}^l = 1$ si la tâche de type i est traitée par la machine j durant l'AT $_l$, et 0 sinon.

$C_{\max}^l$ Durée de travail dans l'AT $_l$

Formulation

$$\text{Minimiser } \sum_l y_l \quad (3.6)$$

Sujet à :

$$y_l * x_{l,j} \geq \sum_{i=1}^n \partial_{i,j}^l P_{i,j} \quad \forall (l, j) \in I \times J \quad (3.7)$$

$$\sum_{j=1}^m \sum_l \partial_{i,j}^l = 1 \quad \forall i \in I \quad (3.8)$$

$$\partial_{i,j}^l \in \{0,1\} \quad \forall (i, j, l) \in I \times J \times L \quad (3.9)$$

$$y_l \geq 0 \quad \forall l \in A \quad (3.10)$$

Minimiser la durée de travail : (3.6)

L'objectif dans ce modèle est également de minimiser la durée de travail.

On démontre de la même façon que (3.1) que cela s'écrit

$$\text{Minimiser } \sum_l y_l \quad (3.6)$$

La durée de traitement des tâches par la machine j durant l'AT $_l$ est la somme des $P_{i,j} / x_{l,j}$ de toutes les tâches qui lui sont affectées pendant cette AT. Ceci s'exprime :

$$\sum_{i=1}^n \frac{\partial_{i,j}^l P_{i,j}}{x_{l,j}}$$

Terminer toutes les tâches en cours avant de changer d'AT : contrainte (3.7)

Le changement intervient après la fin de la dernière tâche à être complétée durant l'AT. Cette fin, que nous appelons la durée de travail de l'AT et que nous notons

$$C'_{\max} \text{ est la plus grande valeur des } \sum_{i=1}^n \frac{\partial_{i,j}^l P_{i,j}}{x_{l,j}}.$$

Et se définit par :

$$\forall j \quad \sum_i \partial_{i,j}^l P_{i,j} / x_{l,j} \leq C_{\max}^l$$

$$\text{Et} \quad y_l = C_{\max}^l = \max_j \frac{\sum_{i=1}^n \partial_{i,j}^l}{x_{l,j}} \quad (a)$$

$$y_l * x_{l,j} \geq \sum_{i=1}^n \partial_{i,j}^l P_{i,j} \quad \forall (l, j) \in (A, J) \quad (3.7)$$

Disponibilité des machines

La contrainte (3.7) pourrait s'écrire :

$$\forall j \in J, \quad \sum_l \sum_{i=1}^n \partial_{i,j}^l P_{i,j} \leq \sum_l y_l * x_{l,j}.$$

Elle assure la disponibilité des machines pour exécuter toutes les tâches qui leur sont affectées.

Affectation des tâches aux machines : contrainte (3.9)

La contrainte (3.9) indique tout simplement que la tâche i , durant un AT_l donné, est soit affectée à la machine j , soit elle ne l'est pas.

-Chaque tâche est entièrement exécutée durant un seul AT. Ce qui s'exprime par :

$$\sum_l \partial_{i,j}^l = 1 \quad \forall (i, j) \in (I, J)$$

Si on ajoute à cela que chaque tâche est complètement traitée et cela par une seule machine. Ceci s'exprime par :

$$\sum_j \partial_{i,j}^l = 1 \quad \forall (l, i) \in (A, J)$$

Pour vérifier les deux relations, on écrit

$$\forall i, \quad \sum_{j=1}^m \sum_l \partial_{i,j}^l = 1 \quad (3.9)$$

(3.9) exprime la décision d'affecter chaque tâche à une seule machine et cela durant un AT.

Propriété : l'ordre des AT n'a pas d'influence

Dans ce modèle, aucune tâche ne se fait à cheval sur deux AT.

On néglige les coûts de transition, à savoir le coût associé au passage d'un AT_l à un AT_r . De ce fait, l'ordre des AT n'est pas important. En effet,

La durée opératoire est :

$$\frac{\partial_{i,j}^l P_{i,j}}{x_{l,j}}.$$

Ce terme est indépendant de l'ordre des i sur les j .

La durée l'AT est :

$$y_l = C_{\max}^l = \max_j \frac{\sum_{i=1}^n \partial_{i,j}^l}{x_{l,j}}, \text{ avec } x_{l,j} > 0.$$

Ce terme ne contient aucun coût lié à la position de l'AT.

Or, la durée totale de travail, $C_{\max}$, s'exprime :

$$C_{\max} = \sum_l C_{\max}^l = \sum_l \left(\max_j \frac{\sum_{i=1}^n \partial_{i,j}^l}{x_{l,j}} \right).$$

$C_{\max}$ ne dépend donc pas de l'ordre des AT. Notons que cette démonstration se fait de façon similaire pour le modèle 1.

Les temps de calculs pour le modèle 2 sont relativement longs. Par souci de réduire le nombre de variable et du même coup le temps de résolution, nous allons formuler un troisième modèle qui ressemble beaucoup au modèle 2. Nous l'appellerons modèle 3. Nous allons principalement réduire les nombres de variables, réduisant ainsi du même coût la taille du problème.

3.4 Modèle 3 : minimisation du $C_{\max}$ en regroupant les tâches identiques.

Dans le modèle 3, les tâches sont considérées indifféremment de leur ressemblance. On ne cherche pas à savoir s'il y en a qui sont identiques entre-elles. Dans le modèle 3, on profite des tâches identiques pour réduire la taille du problème. Ces tâches identiques sont regroupées en tâches de même type et les variables du problème sont associées aux types de tâches. Les tâches de même type peuvent être exécutées par des machines différentes. Une tâche ne peut être interrompue pour le changement mais on peut interrompre deux tâches de même type. Les variables associées au modèle 3 sont définies ci-dessous.

Nouvelles variables

n_v nombre de tâches de type v .

$N_{v,j}^l$ nombre de tâches de type v traitées par la machine j durant l'AT $_l$.

$P_{v,j}$ temps d'exécution de la tâche v sur la machine j .

Les autres variables restent inchangées.

Modélisation :

$$\text{Minimiser } \sum_l y_l$$

Sujet à :

$$y_l * x_{l,j} \geq \sum_v N_{v,j}^l * P_{v,j} \quad \forall (l, j) \in A \times J \quad (3.11)$$

$$\sum_{j=1}^m \sum_l N_{v,j}^l = n_v \quad \forall v \in I \quad (3.12)$$

$$N_{v,j}^l \text{ entier} \quad \forall (v, j, l) \in I \times J \times A \quad (3.13)$$

$$y_l \geq 0 \quad \forall l \in A \quad (3.14)$$

(3.11) exprime, comme au (3.7), la disponibilité des machines.

La durée de traitement des tâches par la machine j durant l' AT_l est :

$$\sum_v \frac{N_{v,j}^l * P_{v,j}}{x_{l,j}} \text{ (avec } x_{l,j} > 0 \text{)}.$$

En effet, il faut à la machine j , le temps $\frac{N_{v,j}^l * P_{v,j}}{x_{l,j}}$ pour traiter les pièces de type v prévues au cours de l' AT_l .

Le reste de la démonstration est identique à (3.7).

La relation (3.13) exprime que toutes les tâches de type i sont traitées au cours de la durée totale de travail à l'atelier.

En effet, durant chaque AT_l , le nombre de tâches de type v traitée par la machine j est de $N_{v,j}^l$. Durant l'ensemble des AT , $\sum_l N_{v,j}^l$ tâches de type v sont traitées par la machine j .

Le nombre total des tâches i traitées par l'ensemble des machine s'obtient en faisant la somme des tâche effectuées sur chaque machine, à savoir : $\sum_{j=1}^m \sum_l N_{v,j}^l$

$$\text{D'où} \quad \forall v \in I, \quad \sum_{j=1}^m \sum_l N_{v,j}^l = n_v.$$

CHAPITRE 4 : EXPERIMENTATION

Nous présenterons dans ce chapitre des expériences numériques que nous avons réalisées. Nous allons résoudre des problèmes académiques générés aléatoirement. La traduction des modèles théoriques sera faite avec AMPL (A Mathematical Programming Language). La résolution sera faite avec le solveur Cplex. Les expériences sont organisées en deux phases. Dans la première phase, nous allons définir des problèmes académiques de petite taille qui vont nous permettre de vérifier que les modèles sont applicables. Dans la deuxième phase nous allons étudier les résultats donnés par chacun des modèles, les comparer et les interpréter. L'étude s'intéressera à l'impact des opérateurs partagés sur les $C_{\max}$, à la manière dont les AT sont occupées, ainsi qu'aux temps de calcul en fonction de la taille des problèmes.

4.1 Exemple de petite taille

Cet exemple d'application est un problème de petite taille. Il va nous permettre de vérifier que notre modèle se résout. On devra donc trouver la fonction objectif ($C_{\max}$), trouver les durées des AT et trouver les affectations des tâches aux machines.

Soit un problème de 7 tâches (T1, T2, T3, T4, T5, T6, T7), 4 machines (M1, M2, M3, M4) et 2 AT (AT₁, AT₂) défini par les tableaux 4.1 et 4.2. Notre but est de montrer que nous pouvons appliquer respectivement le modèle 1 et le modèle 2 pour résoudre ce problème.

Tableau 4.1: Durée de base des tâches sur les machines

	M1	M2	M3	M4
T1	20	10	20	25
T2	20	20	20	24
T3	10	10	10	11
T4	10	10	10	13
T5	6	6	13	10
T6	6	10	6	7
T7	6	6	14	7

Tableau 4.2: Productivité des machines suivant les AT

	M1	M2	M3	M4
AT ₁	1	1	0	1
AT ₂	1	0.5	1	0.5

4.1.1 Illustration du modèle 1

Pour le modèle 1, nous devons calculer le $C_{\max}$, les durées des AT et définir les affectations des tâches aux machines.

Taille du modèle

- Nombre de variables : 30 (28 variables binaires, 2 variables réelles)
- Nombre de contraintes : 11, toutes linéaires

Résolution

La résolution par Cplex 8.0 donne :

- 267 itérations à l'algorithme du simplex ;
- 121 noeuds dans l'arbre de branchement;
- temps de résolution : moins d'une seconde.

Résultats numériques

- La valeur de la fonction objectif : $C_{\max} = 26$
- Durée des AT_i :
 AT_1 : 16
 AT_2 : 10

Affectation des tâches : les valeurs de $\partial_{i,j}$ sont données par le tableau 4.3.

Tableau 4.3: Affectation des tâches aux machines

	T1	T2	T3	T4	T5	T6	T7
M1	0	1	0	0	1	0	0
M2	1	0	0	0	0	0	1
M3	0	0	0	1	0	0	0
M4	0	0	1	0	0	1	0

Remarques :

Ce petit exemple montre que le modèle 1 permet effectivement d'avoir différentes configurations de l'atelier. On obtient la durée de chaque AT. On arrive également à déterminer l'occupation des machines.

4.1.2 Illustration du modèle 2

Pour le modèle 2, nous devons également obtenir $C_{\max}$, les durées respectives des AT, les affectations des tâches aux machines. Dans ce modèle on doit obtenir également la répartition des tâches sur les 2 AT. Une représentation ultérieure de Gantt nous permettra de retrouver un diagramme semblable à la figure 3.3. C'est ce que nous voulions obtenir.

Taille du modèle

- Nombre de variables : 58 (56 variables binaires, 2 variables réelles)
- Nombre de contraintes : 14, toutes linéaires

Résolution

La résolution par Cplex 8.0 donne :

- 190 itérations à l'algorithme du simplexe ;
- 40 noeuds dans l'arbre de branchement;

Temps de résolution : moins d'une seconde.

Résultats numériques

- La valeur de la fonction objectif : $C_{\max} = 26$
- Durée des AT_l :
 $AT_1 : 20$
 $AT_2 : 6$

Affectation des tâches : il s'agit de déterminer les valeurs de $\partial_{i,j}^l$. Ce sont ces valeurs qui nous permettent de savoir quelle tâche est traitée par quelle machine et durant quelle AT. Elles nous sont données par les tableaux 4.4 et 4.5. Ces tableaux donnent respectivement les affectations des tâches aux machines durant l' AT_1 et l' AT_2 . On peut constater que contrairement au modèle 1, le modèle 2 nous permet de savoir durant quelle AT chaque tâche a été traitée.

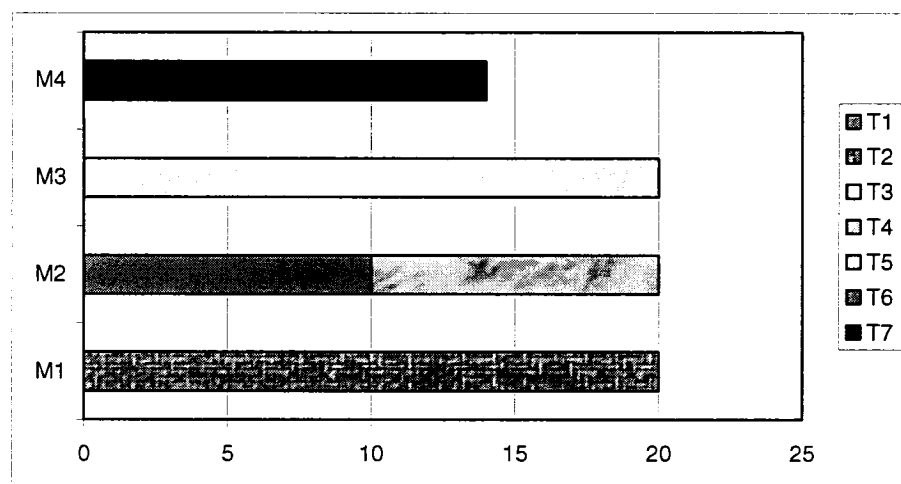
Tableau 4.4: Affectation des tâches aux machines durant l' AT_1

	M1	M2	M3	M4
T1	0	1	0	0
T2	1	0	0	0
T3	0	0	1	0
T4	0	1	0	0
T5	0	0	0	0
T6	0	0	0	0
T7	0	0	0	1

Tableau 4.5: Affectation des tâches aux machines durant l'AT₂

	M1	M2	M3	M4
T1	0	0	0	0
T2	0	0	0	0
T3	0	0	0	0
T4	0	0	0	0
T5	0	1	0	0
T6	0	0	1	0
T7	0	0	0	0

Les 3 figures qui suivent représentent les diagrammes de Gantt des différentes configurations de l'atelier. La figure 4.1 et la figure 4.2 montrent l'occupation des machines respectivement durant l'AT₁ et l'AT₂. La figure 4.3 montre l'occupation de l'atelier durant tout le temps que dure le travail. On y voit bien la frontière entre l'AT₁ et l'AT₂. Notons que les figures 4.1 et 4.2 ne sont pas à la même échelle. Dans la figure 4.3, l'occupation des machines durant les deux AT est représentée, ce qui nous permet de mieux visionner le travail complet dans l'atelier.

Figure 4.1: Occupation des machines durant l'AT₁

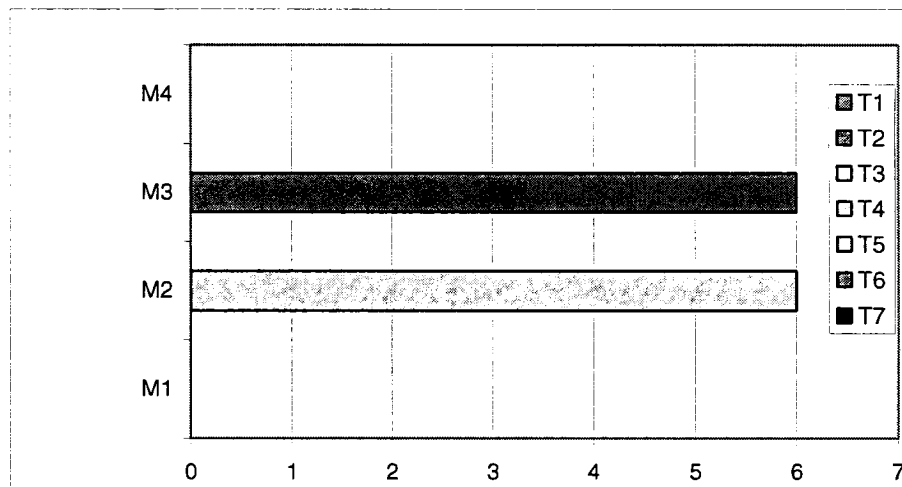
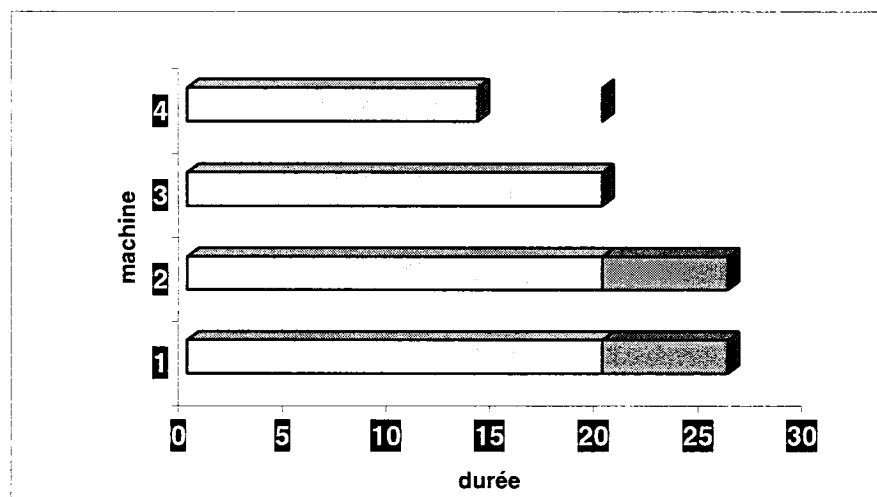
Figure 4.2: Occupation des machines durant l'AT₂

Figure 4.3: Occupation des machines durant les 2 AT

4.2 Études des modèles mathématiques

Après avoir montré, avec un petit exemple que le modèle 1 et le modèle 2 fonctionnent bien, nous allons étudier dans cette partie leurs comportements. Nous nous intéresserons essentiellement à 3 aspects :

- la réduction de $C_{\max}$ du fait des opérateurs partagés ;
- le nombre d'AT utilisées ainsi que leur types;
- le temps de calculs en fonction de la taille des problèmes.

Nous ferons une tentative de réduire le temps de calcul du $C_{\max}$ du modèle 2, en utilisant le modèle 3.

4.2.1 Plan d'expériences

Soit un atelier constitué de 5 machines et 3 opérateurs. On considère qu'un opérateur s'occupe d'au moins une machine et d'au plus deux. Une machine ne peut être conduite par plus d'un opérateur.

Prenons pour hypothèse, pour simplifier, que deux machines contrôlées par le même opérateur ont une même productivité x , avec $0 < x < 1$. Ce paramètre étant défini par la productivité des machines que permet l'affectation des opérateurs. Nous étudierons comment x influence nos résultats.

On considère qu'un opérateur ne peut s'occuper de deux machines durant un AT que si les deux machines sont adjacentes et que ces dernières ont alors la même productivité. Ceci nous donne un ensemble de 25 AT, qui peuvent être regroupées en 3 types : les AT pendant lesquels seulement 3 machines sont utilisées, les AT pendant lesquelles 4 machines sont utilisées et celles durant lesquelles toutes les 5 machines sont utilisées. Une AT est représentée par le vecteur de productivité des machines :

- **AT utilisant 3 machines** : 11100 ; 11010 ; 11001 ; 10110 ; 00111 ; 01011 ; 01101 ; 10011 ; 01110 ; 10101.
- **AT utilisant 4 machines** : $xx110$; $xx101$; $xx011$; $1xx10$; $1xx01$; $0xx11$; $011xx$; $101xx$; $110xx$; $10xx1$; $01xx1$; $11xx0$.
- **AT utilisant 5 machines** : $xx1xx$; $1xxxx$; $xxxx1$.

L'ensemble des AT est donné par le tableau 4.6.

Tableau 4.6: Productivité des machines suivant les AT

	Nb Mach. utilisées	M1	M2	M3	M4	M5
AT ₁	3	1	1	1	0	0
AT ₂	3	1	1	0	1	0
AT ₃	3	1	1	0	0	1
AT ₄	3	1	0	1	1	0
AT ₅	3	1	0	1	0	1
AT ₆	3	1	0	0	1	1
AT ₇	3	0	1	1	1	0
AT ₈	3	0	1	1	0	1
AT ₉	3	0	1	0	1	1
AT ₁₀	3	0	0	1	1	1
AT ₁₁	4	<i>x</i>	<i>x</i>	1	1	0
AT ₁₂	4	<i>x</i>	<i>x</i>	1	0	1
AT ₁₃	4	<i>x</i>	<i>x</i>	0	1	1
AT ₁₄	4	1	<i>x</i>	<i>x</i>	1	0
AT ₁₅	4	1	<i>x</i>	<i>x</i>	0	1
AT ₁₆	4	0	<i>x</i>	<i>x</i>	1	1
AT ₁₇	4	0	1	1	<i>x</i>	<i>x</i>
AT ₁₈	4	1	0	1	<i>x</i>	<i>x</i>
AT ₁₉	4	1	1	0	<i>x</i>	<i>x</i>
AT ₂₀	4	1	0	<i>x</i>	<i>x</i>	1
AT ₂₁	4	0	1	<i>x</i>	<i>x</i>	1
AT ₂₂	4	1	1	<i>x</i>	<i>x</i>	0
AT ₂₃	5	1	<i>x</i>	<i>x</i>	<i>x</i>	<i>x</i>
AT ₂₄	5	<i>x</i>	<i>x</i>	1	<i>x</i>	<i>x</i>
AT ₂₅	5	<i>x</i>	<i>x</i>	<i>x</i>	<i>x</i>	1

Nous allons appliquer le modèle 1, et ensuite le model2, en considérant toutes les 25 AT. Puis, nous referons les calculs en ne considérant que les AT n'utilisant que 3 machines. Le paramètre x prendra respectivement les valeurs 0.5 ; 0.6 ; 0.7 et 0.8. Les différentes valeurs de n (nombre de tâches) seront 10 ; 20 ; 30 ; 40 ; 50 et 100. Chaque problème consistera à générer n tâches. Chaque tâche a une durée de traitement est comprise entre 10 et 20 unités, générée de façon aléatoire suivant une loi uniforme. Dans chaque cas, nous allons générer 5 problèmes.

4.3 Résultats des calculs de Cmax

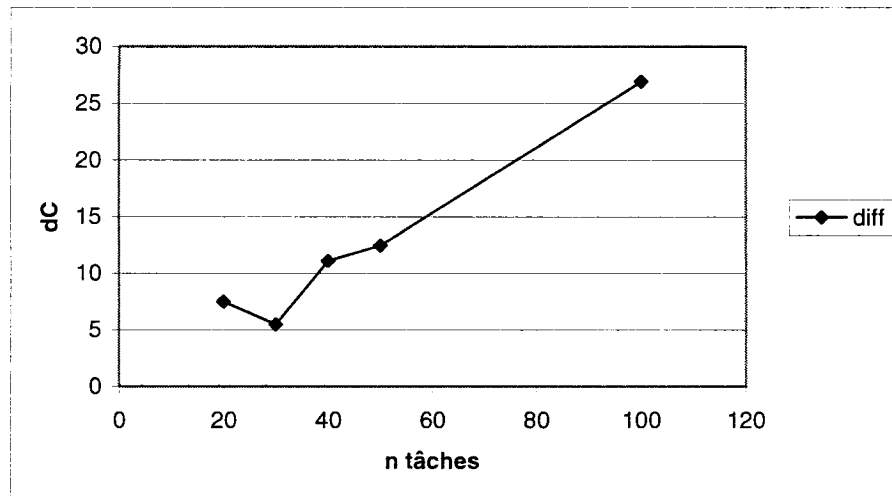
Dans cette partie, nous présenterons les résultats de calcul des $C_{\max}$, pour le modèle 1 et le modèle 2. Nous représenterons sous forme de courbes les variations de $C_{\max}$ entre le modèle 1 et le modèle 2, également les variations de $C_{\max}$ suivant que l'on prenne en compte toutes les AT ou qu'on ne considère que les AT utilisant 5 machines, ou les AT n'utilisant que 3 machines.

Nous introduisons le terme dC qui représente la variation entre le $C_{\max}$ du modèle 1 et le $C_{\max}$ du modèle 2 et qui se définit comme suit :

$dC = C_{\max 2} - C_{\max 1}$: Le tableau 4.7 nous montre que l'écart entre le $C_{\max}$ du modèle 1 et le $C_{\max}$ du modèle 2 est très faible. Cet écart augmente sensiblement avec le nombre de tâches. La figure 4.4 représente cet écart, lorsqu'on considère tous les AT.

Tableau 4.7: $C_{\max}$ pour $x=0.5$, en considérant toutes les AT

n	Modèle	$C_{\max}$					
		Pb1	Pb2	Pb3	Pb4	Pb5	Moyenne
10	1	37.7	36.7	39.7	36.7	35.7	37.3
	2	43	42	42	41	42	42
20	1	70.3	77	74.7	76.3	72.3	74.1
	2	75	79	79	78	76	77.4
30	1	110	108.6	109.7	111	109.3	109.7
	2	115	115	115.3	118	113	115.3
40	1	147.3	153	145	149	149.3	148.7
	2	167	161	159	163	159	161.8
50	1	186	182.6	191	185.6	192	187.5
	2	197	194	203	199	207	200
100	1	373.6	374.6	377	377.3	366	373.7
	2	403	400	404	402	394	400.6

Figure 4.4: Ecart entre $C_{\max}$ du modèle 1 et celui du modèle 2 pour $x=0.5$

Contrairement à ce qu'on penserait, le modèle 2 n'entraîne pas une très grande perte de temps. Le $C_{\max}$ du modèle 1 est inférieur au $C_{\max}$ du modèle 2 de l'ordre d'environ 7% seulement. Déterminons les valeurs de $C_{\max}$ lorsque chaque opérateur est affectée à une seule machine. Il s'agit de ne utiliser dans ce cas que les AT à 3 machines (AT où il y a exactement 3 machines en activité). Le paramètre x n'intervient donc pas.

Le tableau 4.8 donne les valeurs de $C_{\max}$ pour les modèles 1 et 2 dans la situation où on oblige seulement les AT à 3 machines à fonctionner. On constate que les résultats de $C_{\max}$ y sont identiques à ceux du tableau 4.7. Ceci est logique car au tableau 4.7 un opérateur partagé sur deux machines induit une productivité $x=0.5$ sur chacune d'elle. La figure 4.5 représente le même écart lorsqu'on ne considère que les AT à 3 machines.

Tableau 4.8: $C_{\max}$ lorsqu'on n'utilise que 3 machines

N	Modèle	$C_{\max}$					
		Pb1	Pb2	Pb3	Pb4	Pb5	Moyenne
10	1	36.6	35.6	36.6	36.6	36.6	36.4
	2	43	42	42	41	42	42
20	1	69.6	77.6	75.6	75	73.7	74.3
	2	75	77	78	77	76	76.6
30	1	108.7	110.7	110.1	112.6	108.3	110.1
	2	110	114	113.5	113	117	113.5
40	1	147.3	153	145	149	149.3	148.7
	2	154	159	159	153	155	156
50	1	186	182.6	191	185.6	192	187.4
	2	197	194	203	199	207	200
100	1	373.6	374.6	377	377.3	366	373.3
	2	403	400.2	404	402	396	406.7

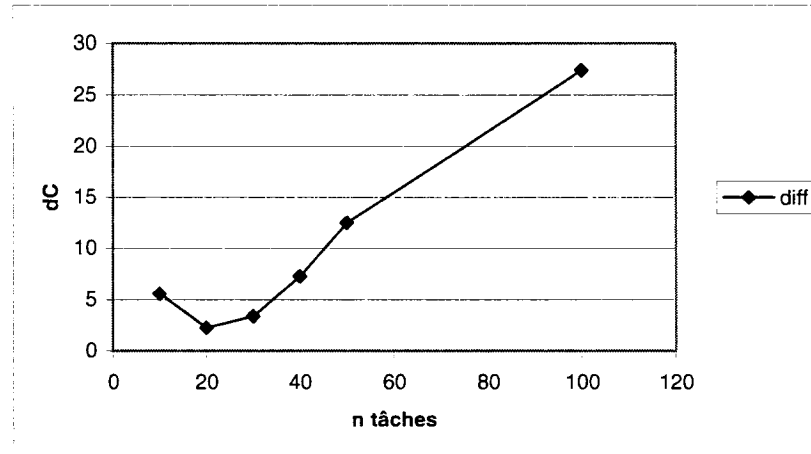


Figure 4.5: Ecart entre le $C_{\max}$ du modèle 1 et celui du modèle 2, en n'utilisant que 3 machines

Dans le cas où on ne considère que les AT utilisant 3 machines, le problème se réduit à un problème d'ordonnancement des tâches sur des machines parallèles. C'est-à-dire qu'on ne tient pas compte des opérateurs. Le fait de changer d'AT peut dans ce cas être pratique dans certaines situations. Par exemple, si on veut favoriser la rotation des travailleurs sur les machines, on peut alors fixer des conditions ou contraintes sur la durée minimale ou maximale d'une configuration de l'atelier, sur le nombre maximal de rotations etc. La durée minimale d'un état peut correspondre à la période de base. Entre deux périodes, on peut alors insérer par exemple des pauses. On peut aussi vouloir faire travailler les machines en alternance, afin d'assurer la maintenance. La rotation des opérateurs sur les machines peut être nécessaire si leurs compétences par rapport à certaines machines peuvent être affectées par la faible utilisation de ces dernières.

Pour $x=0.5$, on peut se contenter d'affecter les 3 opérateurs sur seulement 3 machines, et rester proche de la solution optimale. On réduit ainsi le temps de calcul pour la recherche de la solution optimale. On supprime également l'inconvénient lié aux multiples changements d'AT. Dans la suite nous allons présenter au tableau 4.9, tableau 4.10, tableau 4.11, les résultats respectif de calculs de $C_{\max}$ pour les valeurs

de x égales à 0.6, 0.7 et 0.8. Toutes les AT sont considérées. Les figure 4.6 et 4.7 montrent des variations de $C_{\max}$.

Tableau 4.9: $C_{\max}$ pour $x=0.6$

n	modèle	$C_{\max}$					
		Pb1	Pb2	Pb3	Pb4	Pb5	Moyenne
10	1	33.9	32	33.5	34.1	33.5	33.4
	2	35	35	36.7	38.3	37	36.4
20	1	61.3	66.3	66.8	65.1	64.7	64.9
	2	66.7	72	69.3	72	66.7	69.3
30	1	98.5	100.7	100.7	100	102	100.4
	2	103.3	103	105	103.2	101.6	103.2
40	1	132	130	132.7	135	135	132.9
	2	133	137.6	133	134	135	134.5
50	1	165.6	162.1	169.6	164.4	169	166.1
	2	170	166	174.6	168.3	173.3	170.4
100	1	330.3	331.7	333.4	333.9	323	330.5
	2	336.6	335.3	340	339	331	336.4

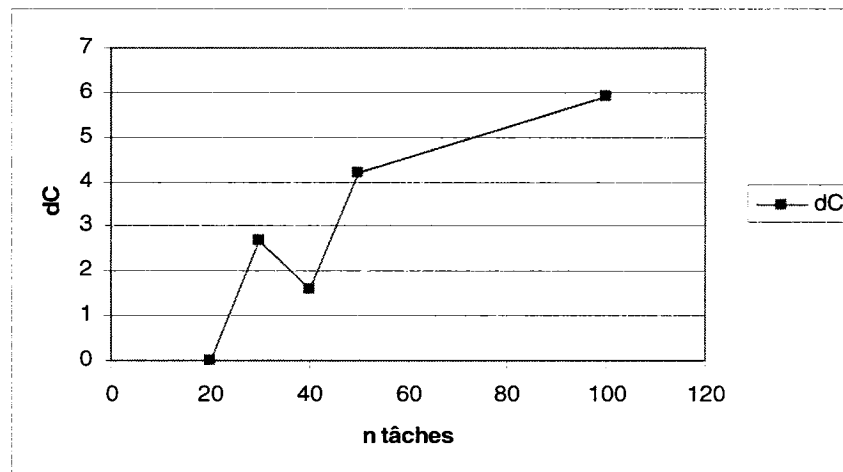


Figure 4.6: Ecart entre le $C_{\max}$ du modèle 1 et celui du modèle 2, pour $x=0.6$

Tableau 4.10: $C_{\max}$ pour $x=0.7$

n	Modèle	$C_{\max}$					
		Pb1	Pb2	Pb3	Pb4	Pb5	Moyenne
10	1	31.3	29.9	32.9	29.6	28.9	30.5
	2	32.8	32.8	34.3	31.4	31.4	32.5
20	1	55.4	59.8	60	59.2	57.6	58.4
	2	60	64.3	61.4	65	60.3	62.2
30	1	87.7	88.5	88.4	90.4	86.9	88.4
	2	88.2	92.8	91.5	94.2	90.8	91.5
40	1	123	116.5	120.2	122.5	122.5	120.9
	2	122.4	125.7	120	123.1	124	123.1
50	1	148.7	146.1	152.7	147.1	151.9	149.3
	2	151.4	151.4	157.1	151	155.7	153.3
100	1	295.5	297.2	298.2	298.4	289.2	295.7
	2	302.8	300.8	302.8	302.8	291.2	300.1

Tableau 4.11: $C_{\max}$ pour $x=0.8$

n	Modèle	$C_{\max}$					
		Pb1	Pb2	Pb3	Pb4	Pb5	Moyenne
10	1	28.7	25.8	27.9	28	27.11	27.5
	2	28.8	27.5	27.5	30	30	28.7
20	1	50.1	54.1	54.6	53.1	52.7	52.9
	2	54.7	57.5	56	57.5	55	56.1
30	1	79.8	82.4	82.4	83	83.6	82.2
	2	82.5	82.5	83.1	85	82.5	83.1
40	1	107.6	105	108	108.6	108	107.4
	2	109	113	107.7	110	111.2	110.2
50	1	134	132	137	133	137	134.6
	2	151.4	151.4	157.1	151	155.7	153.3
100	1	267.6	268.8	269.8	270.3	263.3	268
	2	272	271	273.7	275	265	271.3

Tableau 4.12: $C_{\max}$ en ne considérant que les AT à 5 machines pour $x=0.7$

n	$C_{\max}$					
	Pb1	Pb2	Pb3	Pb4	Pb5	Moyenne
10	32.8	32.8	34.3	31.4	30	32.3
20	59.3	62.8	61.4	62.1	60.3	61.2
30	88.7	92.8	91.8	94.3	91.4	91.8
40	122.8	126.7	119.1	122.8	124.3	123.1
50	151.3	151.7	157.1	150.7	x	152.7
100	299.7	301.4	302.8	301.1	291.4	299.3

Dans le tableau 4.12 on a les résultats de $C_{\max}$ en n'utilisant que les AT à 5 machines dans les calculs, on obtient des valeurs de $C_{\max}$ presque identiques à celles obtenues en utilisant toutes les 25 AT. Ceci nous amène à conclure que pour $x>0.5$, il est intéressant d'occuper le maximum des machines. En ne considérant que les AT à 5 machines, on réduit la taille des problèmes et facilite ainsi la résolution.

La figure 4.7 nous montre que pour $x=0.7$, l'écart des $C_{\max}$, selon que l'on utilise tous les AT ou que l'on n'utilise que les AT à 3 machines est important. Ceci est encore plus vrai aussi pour $x=0.8$. En d'autres termes, il devient d'autant plus intéressant de partager les opérateurs entre plusieurs machines que la valeur de x croît. La figure 4.8 et la figure 4.9 confirment cela. On remarque que les courbes « 3 machines » et « $x=0,5$ » sont pratiquement confondues ; il est moins intéressant de partager les opérateurs pour $x=0.5$.

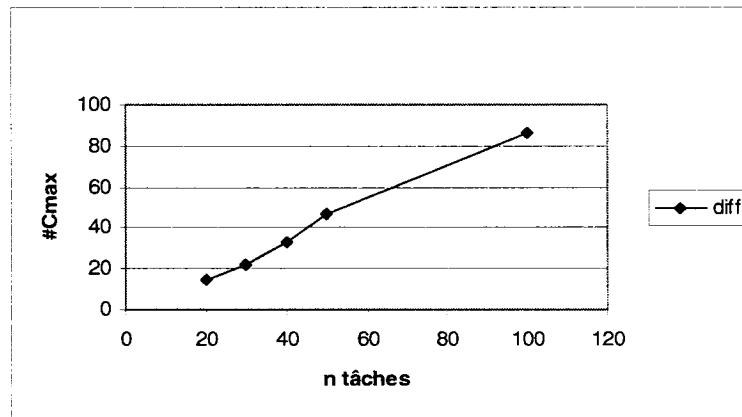


Figure 4.7: Ecart de $C_{\max}$ suivant que l'on considère tous les AT, ou seulement les AT à 3 machines, pour le modèle 2, $x=0.7$

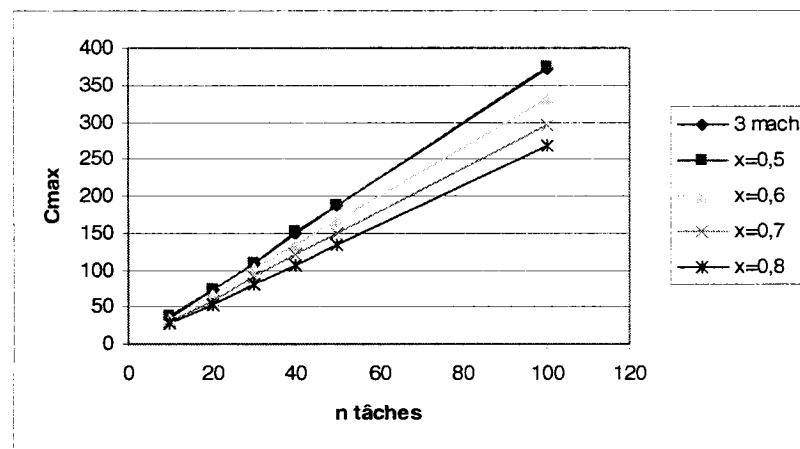


Figure 4.8: Comparaison des $C_{\max}$ pour différentes valeurs de x , modèle 1

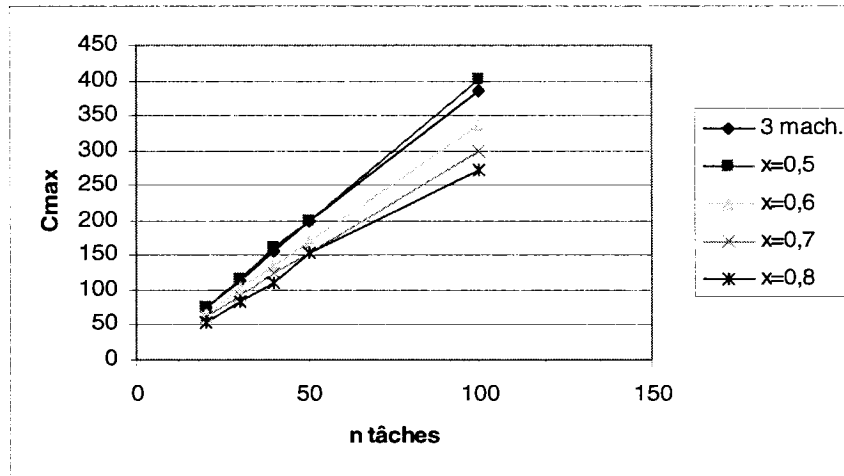


Figure 4.9: Comparaison des $C_{\max}$ pour différentes valeurs de x , modèle 2

4.3.1 Occupation des AT

La configuration de l'atelier, les AT utilisées changent en fonction du modèle et du problème résolu. Nous allons dans cette section présenter des tableaux montrant comment les AT sont occupées.

Le tableau 4.13 et le tableau 4.14 montrent l'occupation des AT pour $x=0.5$, respectivement pour le modèle 1 et le modèle 2. On constate que pour le modèle 1, c'est essentiellement les AT à 3 machines qui sont occupées. Alors que pour le modèle 2, les AT occupées sont aussi bien les AT à 3 machines que celles à 4 machines, ainsi que celles à 5 machines.

Tableau 4.13: Occupation des AT pour $x=0.5$, modèle 1

n	Nombre d'AT utilisées					Nbre moyen d'AT utilisées par type		
	Pb1	Pb2	Pb3	Pb4	Pb5	3 mach	4 mach	5 mach
10	5	5	5	4	5	4.8	0	0
20	4	4	5	4	5	4.3	0	0
30	5	5	5	5	5	5	0	0
40	5	5	5	5	5	5	0	0
50	5	5	5	5	5	5	0	0
100	4	5	5	5	3	4.4	0	0

Tableau 4.14: Occupation des AT pour $x=0.5$, modèle 2

n	Nombre d'AT utilisés					Nbre moyen d'AT utilisés par type		
	Pb1	Pb2	Pb3	Pb4	Pb5	3 mach	4 mach	5 mach
10	2	3	2	2	2	2	0.3	0
20	3	4	3	3	5	2.6	0.8	0.2
30	3	6		6	7	3.7	2.5	0.3
40	8	8	6	6	8	3.8	3	0.4
50	9	9	8	10	10	3.6	3.8	1.8
100	18	15	16	13	16	7.4	6	3.7

Pour $x=0.7$, et le modèle 1 (voir tableau 4-15), il y a en moyenne 5 AT occupées chaque fois. Ces AT appartiennent aux 3 types d'AT.

Pour $x=0.7$ et le modèle 2, le tableau 4.16 fait ressortir qu'il y a au plus trois AT qui sont occupées pour chaque problème. Toutes ces AT sont des AT à 5 machines. Ceci montre que pour x plus grand que 0.5, il est bénéfique d'utiliser des configurations à 5 machines pour l'objectif de minimisation du $C_{\max}$. Ce constat rend intéressant l'étude de ce qui se passe si on résout les problèmes en ne tenant compte que des 3 AT à 5 machines, à savoir AT_{23} , AT_{24} et AT_{25} . Dans le tableau 4.16, nous représentons AT_{23} , AT_{24} et AT_{25} respectivement par les chiffres 23, 24 et 25. Ceci est par souci d'alléger le tableau.

Tableau 4.15: Occupation des AT pour $x=0.7$, modèle 1

n	Nombre d'AT utilisées					Nbre moyen d'AT utilisées par type		
	Pb1	Pb2	Pb3	Pb4	Pb5	3 mach	4 mach	5 mach
10	5	4	5	4	5	1.4	1.8	1.6
20	5	5	5	4	5	0.7	2	2.3
30	4	5		5	5	0.2	2	2.2
40	5	5	5	5	5	0.4	1.8	2.4
50	5	5	5	5	4	0.6	1.6	2.6
100	4	5	5	5	5	0.4	1.8	2.6

Tableau 4.16: Occupation des AT pour $x=0.7$, modèle 2

n	Nombre d'AT utilisées					AT utilisées				
	Pb1	Pb2	Pb3	Pb4	Pb5	Pb1	Pb2	Pb3	Pb4	Pb5
10	1	1	2	2	2	25	23	24 ;25	24 ;25	24 ;25
20	2	3	2	2	2	24 ; 25	23 ; 24 ; 25	24 ;25	7 ;24	24 ;25
30	2	2	2	2	2	23 ; 25	24 ; 25	24 ;25	23 ;25	23 ;24
40	2	2	2	2	1	24 ; 25	23 ; 24	24 ;25	24 ;25	25
50	1	3	2	2	2	24	23 ; 24 ; 25	24 ;25	24 ;25	24 ;25
100	3	4	1	2	2	23 ;24 ;25	13 ;17 ;23 ;24	23	24 ;25	23 ;24

Le tableau 4.17 et le tableau 4.18 montrent ce qui se passe pour $x=0.7$ en n'utilisant que les AT à 3 machines, respectivement pour le modèle 1 et le modèle 2.

Tableau 4.17: Occupation des AT pour $x=0.7$, modèle 1 en ne considérant que les AT à 3 machines

n	Nbre d'AT					Moy.
	Pb1	Pb2	Pb3	Pb4	Pb5	
10	5	5	5	4	5	4.8
20	5	5	5	5	5	5
30	5	5	5	5	5	5
40	5	5	5	5	5	5
50	5	5	5	5	5	5
100	5	5	5	5	5	5

Tableau 4.18: Occupation des AT pour $x=0.7$, modèle 2 en ne considérant que les AT à 3 machines

n	Nbre d'AT					Moy.
	Pb1	Pb2	Pb3	Pb4	Pb5	
10	2	3	2	2	2	2.2
20	5	5	5	5	5	5
30	4	4	5	5	6	4.8
40	7	5	6	7	5	6
50	8	8	8	7	7	7.6
100	9	10	10	10	10	9.8

4.3.2 Taille des problèmes

La taille des problèmes va être donnée par le nombre des variables et des contraintes de chaque problème. La difficulté de résolution se remarque par le nombre d'itérations, le nombre de nœuds et le temps de calcul. Dans toute cette section, dans la colonne « M », « 1 » désigne le modèle 1 et « 2 » désigne le modèle 2.

Le modèle 1 n'est généralement pas gros ; il se résout presque instantanément. Le modèle 2 quant à lui est beaucoup plus gros et long à résoudre. Le tableau 4.19 et le tableau 4.20 décrivent cela respectivement pour $x=0.5$ et $x=0.7$. Dans tous tableaux qui suivent, « x » désigne qu'il n'y a pas eu réduction ; cela concerne le modèle 1.

Tableau 4.19: Taille du modèle et temps de calcul pour $x=0.5$

n	M	Avant réduction		Après réduction par le présolveur		Nbre itérations	Nbre noeuds dans l'arbre de branch.	Temps calcul (en S)
		Var.	Contr.	Var.	Contr.			
10	1	75	15	x	x	24.4	0	0
	2	1275	135	955	103	24368986.2	4414424	3631.1
20	1	125	25	x	x	32.3	0	0
	2	2525	145	1891	113	9064531	1123105	1746
30	1	175	35	x	x	44.2	0	0
	2	3775	155	2815	123	8278034	963714.4	2053.8
40	1	225	45	x	x	60.8	0	0
	2	5025	165	3745	133	5732164	714632	1959
50	1	275	55	x	x	70.4	0	0
	2	6275	175	4675	143	4525880	611214	1980.5
100	1	525	105	x	x	113.6	0	0.01
	2	12625	225	9325	193	2562971.4	347459	2544

Tableau 4.20: Taille du modèle et temps de calcul pour $x=0.7$

N	M	Avant réduction		Après réduction par le présolveur		Nbre itérations	Nbre nœuds dans l'arbre de branch.	Temps calcul (en S)
		Var.	Contr.	Var.	Contr.			
10	1	75	15	x	x	51	5.6	0.01
	2	1275	1135	955	103	44588.5	4643	5.1
20	1	125	25	x	x	1199	405	0.03
	2	2525	145	1891	113	17878295.8	983237.4	2504.7
30	1	175	35	x	x	411	158.7	0.06
	2	3775	155	2815	123	12762155.5	919285.5	2472.1
40	1	225	45	x	x	17484.2	6496.8	1.5
	2	5025	165	3745	133	10010778.6	736846.8	2690.2
50	1	275	55	x	x	44806.4	18418.8	5.1
	2	6275	175	4675	143	8274597	637715	2808.1
100	1	525	105	x	x	29178	14760	6.4
	2	12525	9325	225	193	4982479.2	365943.4	3537.8

Pour le modèle 2, nous avons vu antérieurement que pour $x \geq 0.6$, les AT occupées étaient essentiellement les AT à 5 machines. Fort de ce constat, nous avons calculé le $C_{\max}$ en ne tenant compte que des AT à 5 machines. Les résultats n'étaient pas très loin des optimaux. Il nous semble donc intéressant de voir ce que nous gagnons en terme de temps de calcul. Le tableau 4.21 nous montre que le temps de calcul est généralement diminué de plus de la moitié. Ceci nous fait dire que pour des grandes valeurs de la productivité, on peut se contenter de faire des calculs en ne considérant que les AT utilisant le maximum des machines. Cela nous donne un bon compromis entre la qualité des solutions et le temps de calcul.

Tableau 4.21: Taille du problème et temps de calcul pour $x=0.7$, en ne considérant que les AT à 5 machines, modèle 2

N	Avant réduction		Après réduction par le présolveur		Nbre itérations	Nb nœuds dans l'arbre de branch.	Temps calcul (en S)
	Var.	Contr.	Var.	Contr.			
10	153	25	153	25	5405.4	1439.4	0.26
20	303	35	303	35	22207214.6	59687024.3	4655.6
30	453	45	453	45	12505268.5	2913982.7	1382
40	603	55	603	55	9660830.6	2225650.4	1308.2
50	753	65	753	65	6107936.4	1488552.6	1195.5
100	1503	115	1503	115	4909757.8	1024246.8	1207

Tableau 4.22: Taille du problème et temps de calcul pour $x=0.7$, en ne considérant que les AT à 5 machines, modèle 2

N	Avant réduction		Après réduction par le présolveur		Nbre itérations	Nb nœuds dans l'arbre de branch.	Temps calcul (en S)
	Var.	Contr.	Var.	Contr.			
10	153	25	153	25	5405.4	1439.4	0.26
20	303	35	303	35	22207214.6	59687024.3	4655.6
30	453	45	453	45	12505268.5	2913982.7	1382
40	603	55	603	55	9660830.6	2225650.4	1308.2
50	753	65	753	65	6107936.4	1488552.6	1195.5
100	1503	115	1503	115	4909757.8	1024246.8	1207

Le tableau 4.22 qui suit nous donne une idée sur la taille des modèles et le temps de calcul lorsqu'on utilise que les AT à 3 machines. Ceci correspondrait, comme nous l'avons vu antérieurement à résoudre un problème d'affectation des tâches à des machines parallèles.

Tableau 4.23: Taille du modèle et temps de calcul pour $x=0.5$, en ne considérant que les AT à 3 machines

N	M	Avant réduction		Après réduction par le présolveur		Nbre itérations	Nbre nœuds dans l'arbre de branch.	Temps calcul (en S)
		Var.	Contr.	Var.	Contr.			
10	1	60	15	x	x	21.8	0	0.1
	2	510	60	310	40	10037463.2	2269742	685.8
20	1	110	25	x	x	32.3	0	0.1
	2	1010	70	610	50	15340219	2872942.6	1649.4
30	1	160	35	x	x	44.25	0	0.1
	2	1510	80	910	60	15225615.7	2315710.7	1828.3
40	1	210	45	x	x	60.5	0	0.1
	2	2010	90	1210	70	11502205.6	1595136.2	1764.2
50	1	260	55	x	x	70.4	0	0.1
	2	2510	100	1510	80	10224885.6	1376099.8	1738.9
100	1	510	105	x	x	113.6	0	0.1
	2	5010	150	3010	130	8950937.8	753813.4	2095.9

Remarque

Tout au long de notre étude, nous avons considéré les machines parallèles différentes, ceci a pour effet d'utiliser pour les calculs un grand nombre d'AT. Si les machines sont considérées parallèles identiques, nous n'aurions pas besoins de tous ces AT. Chaque type d'AT sera représenté par un seul AT. On aura un seul AT à 3 machines, 1 AT à 4 machines et 1 AT à 5 machines. Les 25 AT du problème que nous avons étudié seraient réduites à 3 AT. Il s'en suit que la taille des problèmes serait réduite considérablement.

Dans la réalité industrielle, on aura souvent une situation intermédiaire. Le système sera formé de machines parallèles identiques et des machines parallèles différentes.

Ce qui veut dire qu'on aura des problèmes moins gros que ceux que nous avons étudiés.

4.3.3 Modèle 3 versus modèle 2

Ici, il est essentiellement question de comparer la taille d'un problème modélisé grâce au modèle 2 à la taille du même problème modélisé grâce au modèle 3.

Nous prenons un exemple de 40 tâches. Suivant le modèle 2, il s'agit de 40 tâches élémentaires, alors suivant le modèle 3, il y a des tâches identiques qu'on peut regrouper en lots de tâches. Dans notre exemple il y a 10 types de tâches, ce qui ramène les 40 tâches à 10 lots de tâches identiques.

On constate que le modèle 3 réduit considérablement le nombre de variables du problème, de même qu'il réduit sensiblement le nombre de contraintes. Cependant, il est beaucoup plus difficile à résoudre. Le temps de résolution est presque doublé.

Ceci nous amène à conclure que la tentative de gagner en temps de résolution à travers ce modèle a échoué.

Tableau 4.24: Comparaison des tailles du modèle 2 et du modèle 3

Modèle	N	Avant réduction		Après réduction par le présolveur		Nbre itérations	Nb nœuds dans l'arbre de branch.	Temps calcul (en S)
		Var	Contr	Var	Contr			
2	40	5025	155	3745	133	8019406.4	754901.6	2682.4
3	10	1275	135	955	103	58461974.4	4442384.2	5870.2

CONCLUSION

Le travail exposé dans ce mémoire porte sur une problématique industrielle très actuelle : celle de l'ordonnancement de production en tenant compte d'un effectif en ressources humaines faible devant le nombre de machines ou de postes de travail.

Nous avons présenté, grâce à une large revue de littérature la situation de la recherche dans ce domaine. Nous avons noté que les problèmes d'ordonnancement de production avaient été largement étudiés, mais qu'il était peu fait cas de l'ordonnancement des ressources humaines. Nous avons fait ressortir les angles suivant lesquels les ressources humaines avaient été prises en compte en ordonnancement, lorsqu'elles étaient prises en compte.

Nous avons proposé une nouvelle modélisation qui prend en compte les ressources humaines. Le fait d'assigner un opérateur sur plusieurs machines a pour effet de baisser la productivité de chacune des machines. La disponibilité d'un opérateur sur une machine est représentée par la nouvelle productivité de celle-ci. Comme système de production, nous nous sommes intéressés aux machines parallèles.

Les modèles proposés sont des modèles de programmation linéaire. Nous avons bâti un modèle où l'on considère que les tâches peuvent être interrompues au moment du changement d'allocation des travailleurs aux machines. Puis nous avons construit un deuxième modèle qui interdit l'interruption des tâches. Nous construisons même un troisième modèle inspiré du deuxième modèle dans le souci de réduire le temps de résolution. Malheureusement ce dernier modèle n'améliore pas le temps de résolution.

Des expérimentations nous ont permis de montrer que nos modèles mathématiques se résolvent bien. L'allure du diagramme de Gantt est conforme à ce que nous

envisagions en écrivant nos modèles. Nous pouvons résoudre des problèmes de taille considérable.

Nous avons vu que les problèmes se résolvent assez facilement dans le cas des tâches interruptibles et deviennent beaucoup plus long à résoudre dans le cas où il n'est pas permis d'interrompre des tâches. Cependant, même dans le second cas le temps de résolution est raisonnable (environ 30 minutes pour 5 machines, 3 opérateurs et 100 tâches).

Nous avons surtout montré que l'utilisation des opérateurs partagés entre plusieurs machines peut être intéressant si l'assignation des opérateurs est telle que la productivité des machines n'est pas trop réduite. On peut donc utiliser efficacement les capacités des machines avec peu de ressources humaines disponibles, en affectant un opérateur à plus d'une machine. On peut dans une situation où il y a plus de machines que de ressources humaines, arriver à améliorer la productivité globale du système, en diminuant la productivité individuelle de certaines machines.

Dans ce mémoire nous n'avons pas considéré les coûts de transition. L'ordre des AT n'a pas d'importance dans les différents modèles. La détermination de ces coûts et leur prise en compte durant l'ordonnancement est cependant importante. Mais c'est un problème très complexe. Il pourrait faire l'objet de travaux futurs.

BIBLIOGRAPHIE

- [1] ADITI, D., TOKDEMIR O.B, SUH K. (2001). Effect of learning on line balancing scheduling, *International Journal of Project Management*, 19, pp 265-277
- [2] AYKIN T. (1996). Optimal shift scheduling with multiple break windows. *Management science*, 42(4):591-602
- [3] AYKIN, T. (2000). A comparative evaluation of modeling approaches to the labor shift scheduling problem, *European Journal of Operational Research*, Volume 125, Issue 2, pp. 381-397
- [4] BAKER, K.R. (1974). Introduction to Sequencing and Scheduling, Wiley, New York. NY.
- [5] BAPTISTE, P. (2001). « L'ordonnancement d'atelier », dans « Performances industrielles et gestion des flux », édition Hermès, ISBN 2-7462-0297-2, pp. 113-151.
- [6] BARTHOLDI J.J. (1981). A guaranteed-accuracy round-off algorithm for cyclic scheduling and set covering. *Operational Research*, 29:501-510
- [7] BILLIONNET, A. (1999). Integer programming to schedule a hierarchical workforce with variable demands. *European journal of operational research* 114, 105-114.
- [8] BLAZEWICZ J. (1987). Selected topics in scheduling theory. *Annals of Discrete Mathematics*, 31:1-60

- [9] BLAZEWICZ J., ECKER K., SCHMIDT G. et WEGLARZ J. (1993). Scheduling in computer and manufacturing systems. *Ed Springer-Verlag, ISBN 3-540-55958-2*
- [10] BLAZEWICZ, J., ECKER, K., PESCH, E., SCHMIDT, G., et WEGLARZ. (1996). Scheduling Computer and manufacturing process. *Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg.*
- [11] BOURLAND, K.E., CARL L. K. (1994). Parallel-machine scheduling with fractional operator requirements, *Iie, Vol. 26, No. 5, pp.56-65.*
- [12] BRUSCO, M.J. et JACOBS, L.W. (1998). Personnel tour scheduling when starting-time restrictions are present. *Management Science* 44, 538-547
- [13] BURN R.N. et CARTER M.W. (1985). Work force size and single shift schedules with variables demands. *Management Science*, 31:599-607.
- [14] BURNS, R.N. et KOOP, G. J. (1987). A modular approach to optimal multiple-shift manpower scheduling. *Operational research* 35, 100-110.
- [15] CHEN H.G., (1995a). Operator scheduling approaches in group technology cells-information request analysis," *Ieee Transactions on Systems, Man, and Cybernetics*, Vol. 25, No.3.
- [16] CHEN, H. G.(1995b).Heuristics for operator scheduling in group technology cells, *Computers Ops Res.* Vol. 22, No 3, pp. 261-276.
- [17] CHENG, T.C., WANG G., SRISKANDARAJAH C. (1999). One-operator–two-machine flowshop scheduling with set-up and dismounting times, *Computers & Operations Research*, Volume 26, Issue 7, pp. 715-730.
- [18] CONWAY, R.W., MAXWELL, W.L. and MILLER L.W. (1967). Theory of Scheduling, *Addison-Wesley, Reading, MA.*

- [19] CORDEAU, J.- F, STOSKOVIC G., DESROSIERS J., SOUMIS, F. (2001). Benders decomposition for simultaneous aircraft routing and crew scheduling, à paraître dans *Transportation Science*.
- [20] CROCI, F., M. PERONA,, POZZETTI A. (2000). Work-force management in automated assembly systems, *Int. J. Production Economics* 64, pp. 243-255.
- [21] DANTZIG (1954). A comment on Edie's traffic delay at toll booths", *Operations Research*.
2 (3), 339-341.
- [22] DAVIS, E., et JAFFE,J. (1979). Algorithms for scheduling tasks on unrelated processors. *Report MIT-LCS-TM-137, MIT*.
- [23] DESAULNIERS, G., DESROSIERS, J., GAMACHE, M.et SOUMIS F. (1998). Crew scheduling in air transportation. *Fleet Management and Logistics*, T.G. Crainic et G. Laporte (eds), Kluwer, Norwell, MA, 169-185.
- [24] DONDETTI, R., MOHANTY B. (1998). Impact of learning and fatigue factor on single machine scheduling with penalties for tardy jobs, *European Journal of Operational research*, 105, pp. 509-524.
- [25] EMMONS H. et BURNS R. N.(1991) Off-day scheduling with hierarchical worker categories", *Operations Research*, 39 (3), 484-495, 1991
- [26] EMMONS H. et FUH D.,(1997). Sizing and scheduling a full-time and part-time workforce with off-day and off-weekend constraints, *Annals of Operations Research*, 70, 473- 492.
- [27] GLASS, C. A., POTTS, C. et SHADE, P. (1994). Unrelated parallel machines scheduling using local search. *Mathl. Comput. Modelling* 20, 2, 41-52.
- [28] GRABOT, B. et LETOUZEY A. (2000). Short-term manpower management in manufacturing systems: new requirements and DSS prototyping, *Computers in Industry*, Volume 43, Issue 1, pp. 11-29.

- [29] HUNG, R. (1994). Single-shift off-day scheduling of a hierarchical workforce with variable demands” *European Journal of Operational Research* Vol.78, pp.49-57.
- [30] HOROWITZ, E., et SAHNI, S. (1976). Exact and approximate algorithms for scheduling nonidentical processus. *Journal of Assoc. Comput. Machinery* 23, 317-327.
- [31] HORVATH, E., LAM, S. et SETHI, R. (1977). A level algorithm for preemptive scheduling. *J. Assoc. Comput. Mach.* 25, 92-101.
- [32] JACOBS L.W. et BRUSCO M.J. (1998). Personnel tour scheduling when starting time restrictions are present. *Management Science*, 44:534-547.
- [33] JANIAC A., KOVALYOV M.Y. et PORTMANN M.C. (2003) Single machine group scheduling with resource dependent setup and processing times. *European Journal of Operational Research* Article in Press
- [34] KARP, R. (1972) Complexity of computer computations. R.E. Miller. J. W. Che (eds.), Plenum Press, New – York.
- [35] KHER, H.V. (2000). Examination of worker assignment and dispatching rules for managing vital customer priorities in dual resource constrained job shop environments, *Computers & Operations Research* 27, pp.525-537.
- [36] LAVOIE. S., MINOUX M., ODIER E. (1988). A new approch of crew pairing problems by column generation and application to air transportation. *European Journal of Operational Research*, 35, 45-58.
- [37] LAWLER, E., et LABETOULLE, J. (1978). Preemptive scheduling of unrelated parallel processors by linear programming. *J. Assoc. Comput. March.* 25, 612-619
- [38] LAWLER, E., LENSTRA, J., RINNOOY Kan, A., et SCHMOYS, D. B. (1993). Logistic of production and inventory. Handbooks in OR and MS. S.C. Graves et

al. (eds), *Elsevier Science Publishers, ch. Sequencing and scheduling: algorithms and complexity*, 445-522.

- [39] LEE, T. (2002). The effect of workers with different capabilities on customer delay, *Computers & Operational Research* (*article en presse*).
- [40] Mc NAUGHTON, R. (1959). Scheduling with deadlines and loss functions. *Management Science* 6,1-12.
- [41] MOSHEIOV, G. (2001). Scheduling problem with a learning effect. *European Journal of operational research* (2001) 132, pp 687-693.
- [42] MOSHEIOV, G., SIDNEY J. (2003). Scheduling with general Job Dependant learning curves, *European Journal of Operational Research* to appear.
- [43] NAKADE, K., et OHNO K. (1999). An optimal worker allocation problem for a U-shaped production line. *Int. J. Production Economics* 60-61, 353-358.
- [44] NG C.T.D., CHENG T.C.E, KOVAYOV M.Y., LAM S.S. (2003). Single machine scheduling with a variable common due date and resource-dependent processing times. *Computers & Operations Research* Volume 30, Issue 8, July 2003, Pages 1173-1185
- [45] OMARI, Z. (2002). Attribution des activités aux employés travaillant sur des quarts. *Mémoire de maîtrise, École Polytechnique de Montréal, Canada*.
- [46] PINEDO, M. (1995). Scheduling theory algorithms and systems, Prentice Hall, *englewood cliffs, New Jersey*.
- [47] REKIK, M., J.-F CORDEAU, F. SOUMIS (2002). Using Bender decomposition to implicitly model tour scheduling. *Les Cahiers du Gerad, ed. Montreal*
- [48] ROTHKOPF, M. (1966). Scheduling independent tasks on parallel processors. *Management Science* 12, 347-447. [37] Schindler S. et Semmel T. (1993). Station staffing at Pan American World Airways. *Interfaces*, 23:91-98

- [49] SULE D.R.(1997). Industrial scheduling. *PWS Publishing Compagny, ISBN 0-534-95456-1*
- [50] TIEN J., et KAMIYAMA A. (1982). On manpower scheduling algorithms. *SIAM Review* 24, 275-287.
- [51] THOMPSON, G.M. (1995). Improved implicit optimal modeling of the labor shift scheduling problem. *Management science* 41, 595-607.
- [52] TOTH, P., MARTELLO S., SOUMIS F. (1992). An exact algorithm for makespan minimization on unrelated parallel machines. *In Second IPCO Conference.*
- [53] VATRI, E. (2001). Intégration de la generation des quarts de travail et de l'attribution d'activités. *Mémoire de maîtrise, École Polytechnique, Montréal.*
- [54] VAIRAKTARAKIS, G. L., CAI X., LEE C. Y. (2002). Workforce planning in synchronous production systems. *European Journal of Operation Re search* 136, pp. 551-572.
- [55] VAIRAKTARAKIS G., LEE X.Q. (2000). Workforce Planning in Synchronous Production Systems. *European Journal of Operations Research, Accepted, 2000.*
- [56] VEMBU S., SRINIVASAN G. (1997). Heuristics for operator allocation and sequencing in product-line-cells with manually operated machines. *Computers ind.vol.32, No.2, pp.265-279.*
- [57] WAGNEUR, E., CHELLIAH S. (1998). Flow-shop scheduling in the metal industry *IEEE Conference on Control Applications - Proceedings*, 2, pp. 925-929 Proceedings of the 1998 IEEE International Conference on Control Applications. Part 2, Trieste, Italy.