



**Titre:** Problématique des théories sur la puissance électrique en régime déformé  
Title:

**Auteur:** Bénito Midy  
Author:

**Date:** 2005

**Type:** Mémoire ou thèse / Dissertation or Thesis

**Référence:** Midy, B. (2005). Problématique des théories sur la puissance électrique en régime déformé [Master's thesis, École Polytechnique de Montréal]. PolyPublie.  
Citation: <https://publications.polymtl.ca/7648/>

 **Document en libre accès dans PolyPublie**  
Open Access document in PolyPublie

**URL de PolyPublie:** <https://publications.polymtl.ca/7648/>  
PolyPublie URL:

**Directeurs de recherche:** Guy Olivier  
Advisors:

**Programme:** Unspecified  
Program:

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

PROBLÉMATIQUE DES THÉORIES SUR LA PUISSANCE ÉLECTRIQUE  
EN RÉGIME DÉFORMÉ

BÉNITO MIDY

DÉPARTEMENT DE GÉNIE ÉLECTRIQUE  
ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

MÉMOIRE PRÉSENTÉ EN VUE DE L'OBTENTION DU  
DIPLOME DE MAÎTRISE ÈS SCIENCES APPLIQUÉES  
(GÉNIE ÉLECTRIQUE)

JUILLET 2005



Library and  
Archives Canada

Bibliothèque et  
Archives Canada

Published Heritage  
Branch

Direction du  
Patrimoine de l'édition

395 Wellington Street  
Ottawa ON K1A 0N4  
Canada

395, rue Wellington  
Ottawa ON K1A 0N4  
Canada

*Your file    Votre référence*

*ISBN: 978-0-494-16817-2*

*Our file    Notre référence*

*ISBN: 978-0-494-16817-2*

#### NOTICE:

The author has granted a non-exclusive license allowing Library and Archives Canada to reproduce, publish, archive, preserve, conserve, communicate to the public by telecommunication or on the Internet, loan, distribute and sell theses worldwide, for commercial or non-commercial purposes, in microform, paper, electronic and/or any other formats.

The author retains copyright ownership and moral rights in this thesis. Neither the thesis nor substantial extracts from it may be printed or otherwise reproduced without the author's permission.

#### AVIS:

L'auteur a accordé une licence non exclusive permettant à la Bibliothèque et Archives Canada de reproduire, publier, archiver, sauvegarder, conserver, transmettre au public par télécommunication ou par l'Internet, prêter, distribuer et vendre des thèses partout dans le monde, à des fins commerciales ou autres, sur support microforme, papier, électronique et/ou autres formats.

L'auteur conserve la propriété du droit d'auteur et des droits moraux qui protègent cette thèse. Ni la thèse ni des extraits substantiels de celle-ci ne doivent être imprimés ou autrement reproduits sans son autorisation.

---

In compliance with the Canadian Privacy Act some supporting forms may have been removed from this thesis.

Conformément à la loi canadienne sur la protection de la vie privée, quelques formulaires secondaires ont été enlevés de cette thèse.

While these forms may be included in the document page count, their removal does not represent any loss of content from the thesis.

Bien que ces formulaires aient inclus dans la pagination, il n'y aura aucun contenu manquant.

  
**Canada**

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

PROBLÉMATIQUE DES THÉORIES SUR LA PUISSANCE ÉLECTRIQUE  
EN RÉGIME DÉFORMÉ

Ce mémoire intitulé :

Présenté par : MIDY Bénito

en vue de l'obtention du diplôme de : **Maîtrise ès sciences appliquées**

a été dûment accepté par le jury d'examen constitué de :

M. ROY, Gilles, M.Sc.A., président

M. OLIVIER, Guy, Ph.D., membre et directeur de recherche

M. APRIL, Georges-Émile, Ph.D., membre

*Au Très-Haut, qui a toujours été avec moi.*  
*À mon épouse Myriam, mes enfants Ben David et Ruth Bettina*  
*Qui m'ont entouré de leur présence durant ce travail.*  
*À mon feu père, Joseph Mesmin, qui m'a donné le goût de l'étude.*  
*Enfin, à la mémoire de Éloi Ngandui, mon codirecteur,*  
*Qui m'a accompagné au début.*

## REMERCIEMENTS

Je tiens à remercier M. Guy Olivier, mon directeur de recherche, professeur titulaire au département de génie électrique de l'École Polytechnique de Montréal. Le professeur Olivier m'a d'abord encouragé à m'inscrire comme étudiant libre à l'école. Ensuite, il a accepté de diriger mes recherches. Ce fut une expérience très enrichissante pour moi. Je le remercie enfin pour sa rigueur scientifique, ses remarques pertinentes, ses conseils et ses paroles d'encouragement durant toute la durée du projet.

Je ne saurais oublier non plus mon feu co-directeur, M. Éloi Ngandui, professeur au département de génie électrique de l'Université du Québec à Trois-Rivières (UQTR) et responsable du Groupe de Recherche en Électronique Industrielle (GREI). Le professeur Ngandui m'a donné le goût du travail bien fait. Je ne saurais oublier ses précieux conseils et sa contribution inestimable à l'élaboration de cette étude. Il fait partie de ces professeurs qu'on ne saurait oublier.

Je voudrais aussi remercier les professeurs Samuel Pierre et Pierre Savard. Ils m'ont encouragé à poursuivre les études en génie et à m'inscrire en maîtrise recherche.

Je ne peux pas oublier le professeur Amadou Oury-Ba, chercheur à L'IREQ, pour ses conseils quand je devais chercher un co-directeur.

J'adresse mes remerciements spéciaux à Danielle Therrien et à Marc Charbonneau pour leur gentillesse.

Je remercie le Conseil de Recherches en Sciences Naturelles et en Génie du Canada (CRSNG) pour leur soutien financier.

Je remercie mes parents et tous les membres de ma famille pour leur soutien et leur amour dont j'ai bénéficié depuis toujours.

Enfin, je remercie tous ceux qui ont participé d'une manière ou d'une autre au bon déroulement de ce projet, qui ont contribué à sa réussite et que je n'ai pas eu l'occasion de citer.

## RÉSUMÉ

Le développement sans précédent de l'informatique et de l'électronique de puissance a entraîné une augmentation spectaculaire des charges non linéaires sur les réseaux de distribution électriques. Ces charges non linéaires se comportent en véritables agents de pollution électrique et constituent la cause principale de divers problèmes : déformation de la tension, interférences avec les lignes de télécommunication, remise en question des équations traditionnelles sur la puissance en régime sinusoïdal. La définition des concepts de puissances apparente, active, réactive ou déformante, n'est pas universellement acceptée. Les chercheurs sont parvenus à la conclusion que la puissance, en régime sinusoïdale, est bien distincte de celle calculée en régime déformé, mais il n'existe aucun consensus à date sur les diverses méthodes de calcul.

Budeanu et Fryze ont formulé les premières théories sur les formes d'ondes non sinusoïdales. À cette époque, la production et l'utilisation de l'énergie électrique étaient étroitement associées aux ondes sinusoïdales périodiques. Ainsi, ces deux théories sont demeurées dans l'oubli pendant des décennies jusqu'au moment où l'on a commencé à utiliser massivement des appareils sensibles à la déformation de l'onde. À cause de ces nombreux changements, les définitions traditionnelles sur la puissance électrique, universellement acceptées en régime sinusoïdal pour les systèmes monophasés et triphasés, sont devenues désuètes. Un nombre inimaginable de définitions sur la puissance et de méthodes de calcul ont été proposées et pendant longtemps il y a eu des tentatives visant à proposer des théories pour les systèmes non sinusoïdaux. On a observé des contributions intéressantes, orientées vers la découverte d'une formulation mathématique capable de décrire de tels phénomènes. C'est une question d'une importance fondamentale et cruciale tant pour les compagnies distributrices de l'énergie électrique que pour les abonnés. Le système de facturation appliqué en régime sinusoïdal n'est plus valide en régime déformé et ne reflète pas la consommation réelle de ces

derniers. Plusieurs approches ont émergé. Elles se classent selon deux tendances principales : les théories formulées dans le domaine du temps (D T) et celles élaborées dans le domaine de la fréquence (D F)

L'objectif principal du présent projet est d'effectuer une évaluation des théories émises à la lumière de cette problématique et de mettre en évidence les problèmes associés à chacune d'elles. Pour des raisons pratiques, nous avons choisi de diviser notre projet en trois volets principaux : étude des circuits monophasés en régime non sinusoïdal, des circuits triphasés traditionnels et triphasés en régime déformé. Chaque volet comprend plusieurs scénarios. L'utilisation des ressources de l'environnement Matlab/Simulink-SimPowerSystem nous a permis d'établir les différents scénarios pour des circuits-tests monophasés et triphasés. Ces scénarios ont été analysés pour tester les différentes approches proposées. Il est significatif de mentionner les résultats obtenus à partir de nos simulations. Ceux-ci et les facteurs de puissance dans le système varient d'une théorie à l'autre.

Nous avons effectué la validation de nos résultats en utilisant des données extraites d'études similaires, publiées par les professeurs Arrillaga, Czarnecki ou Emanuel A.E., par exemple. Quand nous comparons nos résultats avec ceux obtenus pour ces auteurs dans des situations analogues, les valeurs trouvées sont en harmonie avec celles obtenues de façon expérimentale et montrent la validité des résultats de nos modélisations et simulations.

La théorie de Budeanu donne des résultats erronés; elle est remise en question par beaucoup de chercheurs en génie électrique, mais est encore très populaire dans certains milieux internationaux. Les modélisations et simulations effectuées démontrent que la théorie de Czarnecki conduit à des résultats mathématiquement corrects, mais est difficile à appliquer dans la pratique à cause de sérieux problèmes de mesure. Enfin, le Groupe de Travail IEEE (IEEE Working Group) décrit avec justesse les caractéristiques



nominales des équipements de compensation de puissance à utiliser dans les applications industrielles. Son approche représente une méthode appropriée pour indiquer la sévérité des phénomènes de distorsion dans les réseaux électriques. C'est pourquoi la théorie de Fryze, adaptée par Emanuel A.E., gagne du terrain parmi les ingénieurs électriques.

## ABSTRACT

The widespread use of power electronics devices and personal computer gives birth to non-linear loads in present day and creates different challenges to energy metering. The number of components, capable of producing considerable harmonic distortion, next to various transient effects, interferences, is continuously rising. The increasing use of static power converters, adjustable speed drives as well as electronic instrumentation and personal computers is likely to worsen the waveform distortion on the power system. Consequently, harmonic pollution on power systems has dramatically increased in parallel with large proliferation of power electronic devices. Also, it was repeatedly shown that classical definitions of electric power, namely, active, reactive and apparent powers, does not meet the conditions caused by harmonics. Traditional power equations are no more valid in non sinusoidal conditions.

Budeanu and Fryze formulated the first theories for non-sinusoidal waveform. In that period, the generation and the use of the electrical energy were associated to a sinusoidal periodic waveform. So, these two theories were not developed by others authors until the rapid increase of the use of equipment sensitive to power system disturbances. Due to these important changes that have occurred, traditional definitions of power, which used to work well and were universally accepted for single- and three-phase balanced systems with a pure sinusoidal waveform, cannot longer be fulfilled in actual power system. An increasing number of power definitions and calculation methods have been proposed and, for a long time, there have been attempts aimed at formulating the power theory of non sinusoidal systems. A great number of interesting contributions has been published in the last decades which are aimed at to find a mathematical formulation able to describe such phenomena. There have been as well efforts to build adequate measuring instruments. There are two main approaches of defining powers and formulating powers

equations: the frequency- domain approach (FDA) and the time-domain approach (TDA).

The above mentioned theories should be evaluated in relation to many purposes they are intended to serve: system modeling, measurement, load monitoring, non-active power compensation and billing. So, the shortcomings of the actual definitions have serious consequences such as the ambiguity in customer's billing, revenue metering, significant errors in reactive power monitoring, power factor determination, and ultimately the rating of equipment.

The main purpose of this study is to focus the fundamentals of the theory, outline the approaches that are expected to provide an in-depth insight into power phenomena. For practical reasons, we choose to divide our project into three main parts: single-phase circuits, traditional three-phase circuits and three-phase circuits on distorted conditions. Each part consists of various scenarios. The using of Matlab/Simulink resources makes it possible to set up the different scenarios related both to single-phase and three-phase test-circuits. These scenarios have been analyzed to test the different approaches. It is meaningful to mention the results obtained from our simulations. They show that results and power factor in the system vary from one theory to another one. The experimental validation of our results has been implemented by using similar data obtained from related studies published by Arrillaga, Czarnecki or Emanuel. When we compare the results obtained from both the load, the source sides for each theory with those of the above mentioned authors, our results are found to be in good agreement with experimentally measured data.

Budeanu's proposal is still the most commonly accepted in international circles, but gives erroneous results and is questioned by many electrical researchers. The modeling and simulations performed shows that the power theory of Czarnecki yields mathematically correct results, but is difficult to apply in practice due to measurement problems. Moreover, the IEEE Working Group power resolution accurately describes

the rating of power compensation equipment that has to be used in practice and is a good method to indicate the magnitude of distortion in electrical power systems. This is why Fryze's theory, adapted by Emanuel, appears to be gaining acceptance among electrical engineers.

## TABLE DES MATIÈRES

<b>REMERCIEMENTS</b> .....	<b>V</b>
<b>RÉSUMÉ</b> .....	<b>VI</b>
<b>ABSTRACT</b> .....	<b>IX</b>
<b>TABLE DES MATIÈRES</b> .....	<b>XII</b>
<b>LISTE DES FIGURES</b> .....	<b>XIX</b>
<b>LISTE DES TABLEAUX</b> .....	<b>XXI</b>
<b>TABLEAUX B</b> .....	<b>XXII</b>
<b>TABLEAUX C</b> .....	<b>XXII</b>
<b>LISTE DES SIGLES ET ABRÉVIATIONS</b> .....	<b>XXIII</b>
<b>LISTE DES SIGLES ET ABRÉVIATIONS</b> .....	<b>XXIII</b>
<b>LISTE DES NOTATIONS ET DES SYMBOLES</b> .....	<b>XXIV</b>
<b>LISTE DES ANNEXES</b> .....	<b>XXIX</b>
<b>INTRODUCTION</b> .....	<b>1</b>
<b>CHAPITRE 1</b> .....	<b>6</b>
<b>CONCEPTS DE BASE</b> .....	<b>6</b>
1.1 Introduction .....	6
1.2 Étude bibliographique .....	6
1.2.1 C. Budeanu [4] .....	7
1.2.2 S. Fryze [5] .....	7
1.2.3 W. Shepherd et Zakikhani [6] .....	8
1.2.4 D. Sharon [7], [29] .....	8
1.2.5 N.L. Kusters et W.J.M. Moore [45] .....	8
1.2.6 Emanuel A.E [13], [32] .....	9
1.2.7 L.S. Czarnecki [8] .....	9
1.2.8 M.A. Slonim et J.D. Van Wyk [10] .....	10
1.2.9 Hirofumi Akagi [40] .....	10

1.2.10	Ferrero et Superti-Furga [20], [47]	10
1.2.11	J. Willems [40]	11
1.2.12	M. Depenbrock (Méthode FBD) [40]	11
1.3	Théories proposées sur la puissance	11
1.3.1	Configuration monophasée	14
1.3.2	Configuration triphasée	14
1.4	Concept de base	15
1.4.1	Puissance apparente	15
1.4.2	Puissance active [10], [31]	17
1.4.3	Puissance réactive	18
1.4.4	Puissance fictive	18
1.4.5	Puissance déformante	19
1.4.6	Facteur de puissance et facteur de déphasage	19
1.5	Définition de certains termes	19
1.5.1	Régime sinusoïdal	20
1.5.2	Régime non sinusoïdal	20
1.5.3	Régime déformé	20
1.5.4	Charges et générateurs d'harmoniques	20
1.5.5	Appareils générateurs d'harmoniques	21
1.5.6	Charge linéaire	21
1.5.7	Charge non linéaire	22
1.6	Présentations des principales théories choisies	22
1.7	Conclusion	23
<b>CHAPITRE 2</b>		<b>24</b>
<b>PUISSANCE EN RÉGIME DÉFORMÉ</b>		<b>24</b>
<b>MONTAGES MONOPHASÉS</b>		<b>24</b>
2.1	Introduction	24
2.2	Équations relatives à chaque théorie	24
2.2.1	C. Budeanu [4], [29]	24

2.2.2	S. Fryze [5] [29] .....	25
2.2.3	W. Shepherd [6], [29] .....	26
2.2.4	D. Sharon [7], [29] [17] .....	27
2.2.5	J.D. Van Wyk [10], [27] .....	27
2.2.6	Emanuel A.E. [15], [17] .....	28
2.2.7	L.S. Czarnecki [9], [29], [11] .....	29
2.3	Modélisations .....	32
2.3.1	Source .....	33
2.3.2	Charge .....	33
2.3.3	Théories .....	33
2.4	Simulations .....	34
2.5	Scénarios retenus .....	35
2.5.1	Scénario 1: Source sinusoïdale et charge non linéaire [A.1] .....	36
2.5.2	Résultats scénario 1 .....	37
2.5.3	Scénario 2: Source non sinusoïdale et charge résistive .....	38
2.5.4	Résultats scénario 2 .....	39
2.5.5	Scénario 3: Source non sinusoïdale et charge linéaire déphasées .....	40
2.5.6	Résultats scénario 3 .....	41
2.5.7	Scénario 4: La source et la charge comportent des harmoniques différentes .....	42
2.5.8	Résultats scénario 4 .....	43
2.6	Conclusion préliminaire pour les montages monophasés .....	44
<b>CHAPITRE 3</b>	.....	<b>46</b>
<b>MONTAGES TRIPHASÉS TRADITIONNELS</b>	.....	<b>46</b>
3.1	Introduction de chapitre .....	46
3.2	Équations relatives à chaque théorie .....	46
3.2.1	Budeanu, C. [15], [17], .....	47
3.2.2	Fryze, S, [17] .....	47
3.2.3	Emanuel, A.E, [14], [15] .....	48
3.2.4	Théorie de L.S Czarnecki [25], [26], [29] .....	49

3.3	Modélisations .....	52
3.3.1	Source .....	52
3.3.2	Charge.....	52
3.3.3	Théories .....	52
3.4	Simulations.....	53
3.5	Scénarios retenus: source sinusoïdale dans les quatre scénarios.....	53
3.5.1	Charge résistive déséquilibrée sans fil neutre, avec $R_A$ nulle.....	56
3.5.2	Résultats du scénario 1 .....	57
3.5.3	Charge résistive déséquilibrée sans fil neutre .....	58
3.5.4	Résultats du scénario 2 .....	59
3.5.5	Charge résistive déséquilibrée avec fil neutre .....	61
3.5.6	Résultats du scénario 3 .....	62
3.5.7	Charge résistive équilibrée avec ou sans fil neutre .....	63
3.5.8	Résultats du scénario 4 .....	64
3.6	Conclusions préliminaires .....	65
<b>CHAPITRE 4</b>	<b>.....</b>	<b>67</b>
<b>MONTAGES TRIPHASÉS EN RÉGIME DÉFORMÉ</b>	<b>.....</b>	<b>67</b>
4.1	Introduction de chapitre.....	67
4.2	Équations relatives à chaque théorie .....	67
4.2.1	Budeanu, C [15], [17].....	68
4.2.2	Fryze, S [17] .....	68
4.2.3	Emanuel A .E. [14], [15], [24].....	69
4.2.4	Czarnecki, L.S [11], [25].....	71
4.3	Modélisations .....	76
4.3.1	Source .....	76
4.3.2	Charge.....	76
4.3.3	Théories .....	77
4.4	Simulations.....	77
4.5	Scénarios retenus .....	78



4.5.1	Source non linéaire et charge équilibrée 3 fils ou 4 fils .....	80
4.5.2	Résultats du scénario 1 .....	81
4.5.3	Source non linéaire et charge déséquilibrée 4 fils .....	82
4.5.4	Résultats du scénario2 .....	83
4.5.5	Source non linéaire et charge résistive déséquilibrée 3 fils.....	84
4.5.6	Résultats du scénario 3 .....	85
4.5.7	Source sinusoïdale et charge non linéaire équilibrée .....	87
4.5.8	Résultats du scénario 4 .....	87
4.5.9	Source sinusoïdale et charge non linéaire déséquilibrée .....	89
4.5.10	Résultats du scénario 5 .....	89
4.5.11	Source non linéaire et charge non linéaire équilibrée .....	91
4.5.12	Résultats du scénario 6 .....	91
4.5.13	Source non linéaire et charge non linéaire déséquilibrée .....	93
4.5.14	Résultats du scénario 7 .....	93
4.6	Conclusion de chapitre .....	95
<b>CHAPITRE 5</b>	.....	<b>98</b>
<b>PRINCIPAUX RÉSULTATS</b>	.....	<b>98</b>
5.1	Introduction de chapitre.....	98
5.2	Résultats .....	98
5.2.1	Résultats pour les montages monophasés.....	99
5.2.2	Résultats pour les montages triphasés traditionnels .....	101
5.2.3	Résultats pour les montages triphasés en régime déformé .....	102
5.3	Commentaires finals sur les résultats .....	103
5.4	Validation .....	105
<b>CONCLUSION</b>	.....	<b>108</b>
5.5	Synthèse des travaux .....	108
5.6	Limitations des travaux .....	110
5.7	Recherches et perspectives futures .....	111
<b>BIBLIOGRAPHIE</b>	.....	<b>112</b>

<b>ANNEXES .....</b>	<b>121</b>
<b>ANNEXE A .....</b>	<b>122</b>
<b>MONTAGES MONOPHASÉS .....</b>	<b>122</b>
A.1 Scénario 1 .....	123
A.2 Scénario 2 .....	125
A.3 Scénario 3 .....	128
A.4 Scénario 4 .....	132
<b>ANNEXE B.....</b>	<b>136</b>
<b>MONTAGES TRIPHASÉS TRADITIONNELS .....</b>	<b>136</b>
B.1 Scénario 1 .....	137
B.2 Scénario 2 .....	141
B.3 Scénario 3 .....	144
B.4 Scénario 4 .....	147
B.5 Scénario 5 .....	150
ANNEXE B 6 .....	153
<b>ANNEXE C .....</b>	<b>154</b>
<b>MONTAGES TRIPHASÉS EN RÉGIME DÉFORMÉ .....</b>	<b>154</b>
C.1 Scénario 1 .....	155
C.2 Scénario 2 .....	158
C.3 Scénario 3 .....	163
C.4 Scénario 4 .....	167
C.5 Scénario 5 .....	171
C.6 Scénario 6 .....	176
C.7 Scénario 7 .....	180
ANNEXE C 8 .....	185
<b>ANNEXE D .....</b>	<b>186</b>
<b>ARTICLE CCECE .....</b>	<b>186</b>
<b>(PREMIÈRE PARTIE).....</b>	<b>186</b>
<b>ANNEXE E.....</b>	<b>193</b>

<b>MODULES ET SCHÉMAS DIVERS.....</b>	<b>193</b>
---------------------------------------	------------

## LISTE DES FIGURES

Figure 2.1: Représentation synoptique des différents modules de simulation .....	32
Figure 2.2: Représentation du circuit du scénario 1 .....	36
Figure 2.3: Tension et courant non sinusoïdaux instantanés dans le circuit. ....	36
Figure 2.4: Tension et courant non sinusoïdaux instantanés en phase .....	38
Figure 2.5: Représentation de la puissance instantanée dans le scénario 2 .....	40
Figure 2.6: Tension non sinusoïdale et courant non sinusoïdal instantanés déphasés. ....	40
Figure 2.7: Représentation de la puissance instantanée dans le scénario 3 .....	42
Figure 2.8: La tension et le courant ont des composantes harmoniques différentes. ....	42
Figure 3.1: Représentation d'un des nombreux scénarios considérés .....	54
Figure 3.2: Tension et courant instantanés du scénario 1 .....	56
Figure 3.3: Tension et courant instantanés du scénario 2 .....	58
Figure 3.4: Courbes de puissance, Fryze, Czarnecki et Emanuel A.E. ....	60
Figure 3.5: Tension et courant instantanés du scénario 3 .....	61
Figure 3.6: Tension et courant instantanés du scénario 4 .....	63
Figure 4.1: Représentation d'un des scénarios étudiés dans ce document .....	80
Figure 4.2: Tensions et courants instantanés du scénario 1 .....	81
Figure 4.3: Tensions et courants instantanés du scénario 2 .....	83
Figure 4.4: Tensions et courants instantanés du scénario 3 .....	85
Figure 4.5: Tensions et courants instantanés du scénario 4 .....	87
Figure 4.6: Tensions et courants instantanés du scénario 5 .....	89
Figure 4.7: Tensions et courants instantanés du scénario 6 .....	91
Figure 4.8: Tensions et courants instantanés du scénario 7 .....	93
Figure 4.9: Courants actif et principal. ....	94
Figure 4.10: Tension de la source et courant actif .....	94
Figure 5.1 : Courbes des puissances de Czarnecki et Emanuel A.E., scénario3 .....	104
Figure C.1 : Circuit triphasé du scénario Czarnecki C.2 .....	161

Figure C.2 : Circuit triphasé du scénario Czarnecki C.4 .....	169
Figure C.3 : Circuit triphasé du scénario Czarnecki C.5 .....	174
Figure C.4: Circuit triphasé du scénario Czarnecki C.6 .....	178
Figure C.5: Circuit triphasé du scénario Czarnecki C.7 .....	183

## LISTE DES TABLEAUX

Tableau 1.1: Répartition des auteurs suivants les types de circuit. ....	13
Tableau 2.1: Données relatives aux quatre scénarios considérés .....	35
Tableau 2.2: Résultats du scénario 1 .....	37
Tableau 2.3: Résultats du scénario 2 .....	39
Tableau 2.4: Résultats du scénario 3 .....	41
Tableau 2.5: Résultats du scénario 4 .....	43
Tableau 3.1: Valeurs paramétriques des différents scénarios considérés.....	55
Tableau 3.2: Résultats du scénario 1 .....	57
Tableau 3.3: Résultats du scénario 2 .....	59
Tableau 3.4: Résultats du scénario 3 .....	62
Tableau 3.5: Résultats du scénario 4 .....	64
Tableau 4.1: Équations de la tension et du courant pour les différents scénarios.....	79
Tableau 4.2: Résultats du scénario 1 .....	82
Tableau 4.3: Résultats du scénario 2 .....	84
Tableau 4.4: Résultats du scénario 3 .....	86
Tableau 4.5: Résultats scénario 4 .....	88
Tableau 4.6: Résultats du scénario 5 .....	90
Tableau 4.7: Résultats du scénario 6 .....	92
Tableau 4.8: Résultats du scénario 7 .....	95
Tableau 5.1: Résultats des simulations pour les circuits monophasés .....	99
Tableau 5.2: Résultats pour les circuits triphasés traditionnels.....	101
Tableau 5.3: Résultats pour les circuits triphasés en régime déformé .....	102
Tableau 5.4: (suite 5.3) Résultats pour les circuits triphasés en régime déformé .....	103
Tableau A.1: Résultats du scénario A.1 .....	124
Tableau A.2: Résultats du scénario A.2 .....	127
Tableau A.3: Résultats du scénario A.3 .....	131

Tableau A 4: Résultats du scénario A.4 .....	135
--	-----

### **TABLEAUX B**

Tableau B 1: Résultats du scénario B.1 .....	140
Tableau B 2: Résultats du scénario B.3 .....	146
Tableau B 3: Résultats du scénario B.4 .....	149
Tableau B 4: Résultats du scénario B.5 .....	152

### **TABLEAUX C**

Tableau C 1: Résultats du scénario Czarnecki C1 .....	157
Tableau C 2: Résultats du scénario Czarnecki C2 .....	161
Tableau C 3: Résultats du scénario Czarnecki C3 .....	166
Tableau C 4: Résultats du scénario Czarnecki C4 .....	169
Tableau C 5: Résultats du scénario Czarnecki C5 .....	174
Tableau C 6: Résultats du scénario de Czarnecki C6 .....	179
Tableau C 7: Résultats du scénario de Czarnecki C7 .....	184

## LISTE DES SIGLES ET ABRÉVIATIONS

ASI :	Alimentation Sans Interruption
CCECE	Canadian Conference on Electrical and Computer Engineering
CEI :	Commission Électrotechnique Internationale
CRSNG :	Conseil de Recherches en Sciences Naturelles et en Génie du Canada
DF :	Domaine de la fréquence
DFT:	Discrete Fourier Transform
DSP:	Digital Signal Processor
DT :	Domaine du temps
EMTP :	Electromagnetic Transient Program
FBD:	Fryze Buchholz Depenbrock method
FDA :	Frequency-Domain Approach
FFT:	Fast Fourier Transform
GREI:	Groupe de Recherches en Électronique Industrielle
ICHQP:	International Conference on Harmonics and Quality of Power
IEEE:	Institute of Electrical and Electronics Engineers
IREQ:	Institut de Recherches en Électricité du Québec
IRPT:	Instantaneous Reactive Power Theory
PCC:	Point of Common Coupling
RMS:	Root Mean Square
TDA:	Time-Domain Approach
THD :	Total Harmonic Distortion
TRF :	Transformée Rapide de Fourier
UQTR :	Université du Québec à Trois-Rivières



## LISTE DES NOTATIONS ET DES SYMBOLES

$a$ :	Opérateur de Fortescue
$A$ :	Ampère
$\alpha$ :	Déphasage angulaire de la tension
$\alpha_n$ :	Déphasage angulaire d'ordre $n$ de la tension
$\beta$ :	Déphasage angulaire du courant
$\beta_n$ :	Déphasage angulaire d'ordre $n$ du courant
$\theta$ :	Déphasage entre les phaseurs $V_h$ et $I_h$
$\varphi$ :	Déphasage angulaire
$\varphi_n$ :	Déphasage angulaire d'ordre $n$
$\omega$ :	Pulsation (rad/s)
$B$ :	Susceptance (S)
$B_e$ :	Susceptance équivalente (S)
$B_{en}$ :	Susceptance équivalente d'ordre $n$
$D$ :	Puissance déformante (VA)
$D$ :	Disjoncteur
$D_{A,B,C}$ :	Puissances déformantes phases A, B, C
$D_H$ :	Puissance de distorsion harmonique (VA)
$D_u$ :	Puissance de déséquilibre (VA)
$G$ :	conductance (S)
$G_e$ :	Conductance équivalente (S)
$G_{en}$ :	Conductance équivalente d'ordre $n$
$f$ :	Fréquence (Hz)
$L$ :	Inductance (H)
$C$ :	Capacité (F)

$R$ :	Résistance ( $\Omega$ )
$W$ :	Watt
$i$ :	Valeur instantanée du courant
$i_a$ :	Courant actif instantané
$i_{aA1,aB1,aC1}$ :	Courants actifs fondamentaux phases A, B, C
$i_{aA5,aB5,aC5}$ :	Courants actifs d'ordre 5 phases A, B, C
$i_{an}$ :	Courant actif instantané d'ordre n
$i_h$ :	Courant harmonique instantané
$i_r$ :	Courant réactif instantané
$i_{rA1,rB1,rC1}$ :	Courants réactifs fondamentaux phases A, B, C
$i_{rA5,rB5,rC5}$ :	Courants réactifs d'ordre phases A, B, C
$i_{rn}$ :	Courant réactif instantané d'ordre n
$i_s$ :	Courant de distorsion instantané
$i_{sA1,sB1,sC1}$ :	Courants de distorsion fondamentaux phases A, B, C
$i_{sA5,sB5,sC5}$ :	Courants de distorsions d'ordre 5 phases A, B, C
$i_{sn}$ :	Courant de distorsion d'ordre n
$i_u$ :	Courant de déséquilibre instantané
$i_{uA1,uB1,uC1}$ :	Courants de déséquilibre fondamentaux phases A, B, C
$i_{uA5,uB5,uC5}$ :	Courants de déséquilibre d'ordre 5 phases A, B, C
$i_{un}$ :	Courant de déséquilibre d'ordre n
$i_A$ :	Courant instantané phase A
$i_B$ :	Courant instantané phase B
$i_C$ :	Courant instantané phase C
$I$ :	Valeur efficace du courant
$I_a$ :	Courant actif efficace (A)

$I_B :$	Courant réactif (A)
$I_D :$	Courant de distorsion (A)
$I_{aA1,aB1,aC1} :$	Courants actifs fondamentaux efficaces phases A, B, C, (A)
$I_{aA5,aB5,aC5} :$	Courants actifs efficaces d'ordre 5 phases A, B, C, (A)
$I_{aA,Ab,aC} :$	Courants actifs efficaces phases A, B, C, (A)
$I_h :$	Courant harmonique efficace (A)
$I_r :$	Courant réactif efficace (A)
$I_{rA1,rB1,rC1} :$	Courants réactifs fondamentaux efficaces phases A, B, C, (A)
$I_{rA5,rB5,rC5} :$	Courants réactifs efficaces d'ordre 5 phases A, B, C, (A)
$I_{rA,rB,rC} :$	Courants réactifs efficaces phases A, B, C, (A)
$I_s :$	Courant de distorsion efficace (A)
$I_{sA1,sB1,sC1} :$	Courants de distorsion fondamentaux efficaces phases A, B, C,
(A)	
$I_{sA5,sB5,sC5} :$	Courants de distorsion efficaces d'ordre 5 phases A, B, C, (A)
$I_{sA,sB,sC} :$	Courants de distorsion efficaces phases A, B, C, (A)
$I_u :$	Courant de déséquilibre efficace (A)
$I_{uA1,uB1,uC1} :$	Courants de déséquilibre fondamentaux efficaces phases A, B, C,
$I_{uA5,uB5,uC5} :$	Courants de déséquilibre efficaces d'ordre 5 phases A, B, C, (A)
$I_{uA,uB,uC} :$	Courants de déséquilibre efficaces phases A, B, C, (A)
$I_R :$	Courant actif (A)
$I_X :$	Courant réactif (A)
$I^+ :$	Composante directe du courant efficace (V)
$I^- :$	Composante inverse du courant efficace (V)

$I^0$ :	Composante homopolaire du courant efficace (V)
$N$ :	Puissance non active (var)
$v$ :	Valeur instantanée de la tension
$p$ :	Valeur instantanée de la puissance
$P$ :	Puissance active (W)
$P_1$ :	Puissance active fondamentale (W)
$P_H$ :	Puissance active harmonique (W)
$P_n$ :	Puissance active d'harmonique d'ordre n (W)
$P_{A,B,C}$ :	Puissances actives phases A, B, C, (W)
$PF\phi_v$ :	Facteur de puissance
$PF\phi_a$ :	Facteur de puissance
$PF\phi_s$ :	Facteur de puissance
$PF\phi$ :	Facteur de puissance
$Q$ :	Puissance réactive (var)
$Q_1$ :	Puissance réactive fondamentale (var)
$Q_B$ :	Puissance réactive de Budeanu, (var)
$Q_n$ :	Puissance réactive d'harmonique d'ordre n
$Q_R$ :	Puissance réactive de Czarnecki, (var)
$Q_F$ :	Puissance réactive de Fryze, (var)
$Q_1$ :	Puissance réactive fondamentale, (var)
$Q_H$ :	Puissance réactive harmonique, (var)
$S_{A,B,C}$ :	Puissances apparentes phases A, B, C (VA)
$S_1$ :	Puissance apparente fondamentale (VA)
$S_C$ :	Puissance apparente complémentaire (VA)
$S_D$ :	Puissance de distorsion (VA)

$S_H$ :	Puissance apparente harmonique (VA)
$S_N$ :	Puissance apparente non fondamentale (VA)
$S_Q$ :	Puissance apparente réactive
$S_R$ :	Puissance active (W)
$S_X$ :	Puissance réactive (var)
$u_{A,B,C}$ :	Tensions instantanées phases A, B, C
$v_{A,B,C}$ :	Tensions instantanées phases A, B, C
$U_{A,B,C}$ :	Tensions simples efficaces phases A, B, C
$U_1$ :	Tension efficace fondamentale
$U_5$ :	Tension efficace d'harmonique d'ordre 5
$U$ :	Tension efficace
$U_{A1,B1,C1}$ :	Tensions efficaces fondamentales phases A, B, C
$U_{A5,B5,C5}$ :	Tensions efficaces d'harmonique d'ordre 5 phases A, B, C
$U_{An,Bn,Cn}$ :	Tensions efficaces d'harmonique d'ordre n phases A, B, C
$U^+$ :	Composante directe de la tension efficace (V)
$U^-$ :	Composante inverse de la tension efficace (V)
$U^0$ :	Composante homopolaire de la tension efficace (V)
$T$ :	Période de simulations (s)
$T_e$ :	Durée d'une simulation (s)
$T_d$ :	Temps de démarrage de simulation (s)
$T_f$ :	Temps de fin de simulation (s)

## **LISTE DES ANNEXES**

<b>ANNEXE A : Montages Monophasés (L.S. Czarnecki)</b>	<b>121</b>
<b>ANNEXE B : Montages Triphasés Traditionnels</b>	<b>135</b>
<b>ANNEXE C : Circuits Triphasés En Régime Déformé</b>	<b>153</b>
<b>ANNEXE D : Article CCECE Mai 2005</b>	<b>186</b>
<b>ANNEXE E : Schémas Des Différents Modules</b>	<b>193</b>

## INTRODUCTION

Le développement sans précédent de l'informatique et de l'électronique de puissance a entraîné une augmentation rapide et spectaculaire des charges non linéaires sur les réseaux de distribution électrique. Ces charges non linéaires se comportent en véritables agents de pollution et constituent la cause principale de divers problèmes : déformation de la tension, augmentation des pertes en ligne et courants de neutre.

Depuis une vingtaine d'années, l'expression *pollution harmonique* revient constamment dans la littérature technique et scientifique. Ce terme qui évoque une réalité associée à une symphonie n'a pourtant rien de musical et est plutôt synonyme de problèmes, d'ennuis et de soucis permanents pour les ingénieurs responsables de la gestion des réseaux électriques. Cette pollution, au départ occasionnée par les dispositifs industriels, atteint maintenant des sommets sans précédent à cause de la prolifération des produits non linéaires de faible puissance. Au fil des ans, on a assisté à une augmentation constante, alarmante et significative des charges de type non linéaires : téléviseurs, ordinateurs, lecteurs CD, photocopieuses, imprimantes, variateurs de vitesse pour moteurs à courant continu, asynchrones et synchrones, ballasts électroniques pour les tubes fluorescents, alimentations à découpage et d'urgence. La tendance à utiliser ces produits semble être à la hausse et leur emploi risque d'atteindre des sommets dramatiques et insoupçonnés.

L'accroissement des charges non linéaires a introduit de nouveaux concepts dans le monde de l'électrotechnique. De plus, d'un point de vue purement théorique, les équations traditionnelles de la puissance doivent être remises en question. Les chercheurs sont parvenus à la conclusion que la puissance, en régime sinusoïdale, est bien distincte de celle calculée en régime déformé. À la faveur de cette problématique,

plusieurs auteurs ont développé des théories avec l'intention bien arrêtée de cerner la question dans son ensemble et d'imposer leur système de calcul. Il n'existe encore aujourd'hui aucun consensus sérieux sur les diverses méthodes de calcul de la puissance en régime déformé. Les enjeux sont énormes pour les compagnies distributrices d'électricité et pour les consommateurs de cette dernière. Depuis les trente dernières années, les théories sur la puissance électrique en régime non sinusoïdal foisonnent des deux côtés de l'Atlantique et même en Asie. Il fallait répondre au plus vite aux nouveaux besoins suscités par l'électronique de puissance et l'informatique, deux disciplines en pleine expansion. La position des organismes de normalisation tels que la Commission Électrotechnique Internationale (CEI) et l'Institut des Ingénieurs électriques et électroniques (IEEE) est devenue précaire. Il n'existe pour l'instant aucun consensus réel entre les divers chercheurs et aucune norme adoptée internationalement sur les taux de pollution harmoniques tolérables. Néanmoins, il existe un point sur lequel toute la communauté des savants impliqués dans les recherches sur la puissance s'accorde : la nécessité de trouver au plus vite une théorie satisfaisante et universellement acceptée.

En régime sinusoïdal, les concepts de puissance active, réactive et apparente sont bien définis et universellement acceptés. En régime déformé, la situation est plus délicate et plus compliquée si l'on se réfère aux nombreuses controverses suscitées par les articles publiés sur ce sujet presque centenaire, mais brûlant d'actualité.

Ce travail a pour but de répondre à un certain nombre de questions demeurées sans réponse et les objectifs de ce mémoire sont multiples et consistent en premier lieu à faciliter la compréhension des théories élaborées sur la puissance en régime déformé et des phénomènes reliés à cette dernière. Étudier, de façon détaillée, l'approche de Czarnecki. À côté de ces objectifs secondaires, l'objectif principal du présent projet est d'effectuer une évaluation des théories récemment proposées et de mettre en évidence



les problèmes associés à chacune d'elles. Nous essayerons enfin de dégager de nouveaux concepts reliés aux différentes formes de puissance.

Les résultats obtenus montrent l'existence de points de ressemblance et de convergence entre des théories pour la plupart fort différentes et la nécessité de poursuivre les recherches dans ce domaine.

Budeanu C. [1] et Fryze S. [2] sont les deux précurseurs dans l'étude de la puissance électrique en régime harmonique. Ils ont été les premiers à essayer de lui trouver une base théorique solide. Ces deux chercheurs ont donné naissance à deux courants de pensée, qui s'affrontent encore de nos jours : le premier courant englobe les chercheurs qui travaillent dans le domaine de la fréquence; le second courant réunit ceux qui utilisent le temps.

Afin d'atteindre les objectifs mentionnés plus haut, nous avons privilégié l'utilisation de la démarche suivante qui présente l'avantage de permettre l'analyse de chaque théorie sur une base similaire et équitable. Nous avons choisi un réseau test comportant une source idéale. Cette source peut être sinusoïdale, non sinusoïdale et peut même comporter, dans certains cas, des harmoniques d'ordre supérieur à cinq. Nous considérons des charges linéaires et non linéaires, en essayant de passer en revue toutes les combinaisons possibles de la charge et de la source. Cette démarche a orienté nos recherches vers deux ensembles de configurations bien distinctes : un relatif aux circuits monophasés et l'autre consacré aux montages triphasés. Ce dernier comprend deux volets bien explicites: un volet réservé aux circuits triphasés traditionnels alimentés par des sources sinusoïdales et équilibrées. L'autre volet comprend des sources quelconques déséquilibrées et déformées connectées à des charges qui peuvent être linéaires ou non linéaires. Chaque configuration comporte une série de scénarios dont le nombre varie d'un exemple à l'autre.

Divers circuits monophasés et triphasés ont été utilisés pour comparer les résultats des théories précédentes. Nous avons également créé des modules qui servent d'interface entre la source d'alimentation et la charge. Le rôle de ces modules consiste à prélever les signaux recueillis de la source ou de la charge pour les transformer en données appliquées à l'entrée des modules représentant les différentes théories.

Pour des raisons de simplification et par souci de commodité, les hypothèses simplificatrices suivantes ont été adoptées :

- nous supposons l'effet et l'influence des harmoniques pairs négligeables sur le réseau.
- nous supposons notre source d'alimentation idéale, donc d'impédance négligeable. Ce qui n'est jamais le cas dans la réalité, la source ayant toujours une impédance.
- nous utilisons dans nos exemples des harmoniques impairs de rang inférieur à neuf.
- nous supposons également que nos circuits-tests fonctionnent en régime permanent, étant donné que certains blocs de l'environnement *Simulink/SimPowerSystem* ne donnent leur plein rendement qu'après un cycle complet de fonctionnement.
- nous considérerons l'impédance des lignes faible et négligeable.
- les périodes transitoires n'ont pas été retenues.

Les logiciels *Matlab/Simulink-SimPowerSystem* ont été utilisés pour simuler les différents cas.

Pour les circuits triphasés et monophasés, nous avons modélisé les différentes sources et charges non linéaires de telle sorte que, d'un scénario à l'autre, les tensions et les courants efficaces soient constants. On est alors assuré que la puissance apparente est constante d'un scénario à l'autre.

Les travaux présentés dans ce mémoire sont répartis en cinq chapitres. Dans le premier chapitre, nous présenterons une étude bibliographique des différentes théories proposées pour calculer les diverses composantes de la puissance. Nous y exposerons les points saillants de chaque théorie. Nous déterminerons celles qui seront laissées de côté et nous énoncerons aussi les raisons pour lesquelles nous les avons écartées. Nous introduirons également certains concepts et définitions indispensables à la compréhension du mémoire. Le deuxième chapitre présente l'étude des circuits monophasés et les différents scénarios retenus pour cette partie. La présentation de la théorie de Czarnecki y est aussi exposée. Le troisième chapitre s'attache à présenter l'étude des circuits triphasés traditionnels, alimentés par une source sinusoïdale. Le quatrième chapitre s'étend sur l'étude de ceux qui comportent une source quelconque, alimentée par une charge linéaire ou non linéaire, en régime déformé. Les scénarios qui y sont associés ont été pris en compte. La théorie de Czarnecki pour les montages triphasés y est aussi considérée dans toute son ampleur. Le cinquième chapitre est consacré à l'implémentation des résultats. Nous effectuerons la validation de notre travail par comparaison de nos résultats avec ceux obtenus pour des situations analogues ou similaires. Nous ferons également la synthèse des travaux réalisés. Nous analyserons les limites de ces derniers et nous donnerons enfin des indications et des pistes orientées vers de futures recherches dans le domaine de la puissance en régime déformé.

## **CHAPITRE 1**

# **THÉORIES SUR LA PUISSANCE EN RÉGIME DÉFORMÉ**

## **CONCEPTS DE BASE**

### **1.1 Introduction**

Dans ce chapitre, nous présentons une étude bibliographique des différentes théories proposées. Pour éviter toute ambiguïté pendant la lecture de ce document, la définition préalable du sens de certains termes techniques utilisés s'impose. Sans entrer dans des considérations pointues, accessibles uniquement à une élite intellectuelle restreinte, il nous paraît au départ indispensable d'effectuer un tour complet de certains concepts et notions que nous estimons essentiels pour la compréhension de notre travail. Ainsi, dans ce chapitre, il sera question des principaux régimes rencontrés dans l'étude des circuits électriques. Nous parlerons de régimes sinusoïdal, non sinusoïdal et de régime déformé; de charges linéaires et non linéaires. Il sera également question des appareils générateurs d'harmoniques. Nous poserons enfin les hypothèses préliminaires qui vont orienter notre travail de recherche.

### **1.2 Étude bibliographique**

Pour trouver l'origine des théories et des études effectuées sur la puissance électrique en régime non sinusoïdal, il faudrait sans doute remonter très loin dans le temps, peut-être jusqu'aux équations de Maxwell [31] sur l'électromagnétisme. Et l'une des premières publications où le problème de la puissance en régime sinusoïdal et non sinusoïdal est

mentionné est un ouvrage de C.P. Steinmetz publié en 1908 [3], [30], [25]. Plusieurs des définitions trouvées dans ce livre sont encore utilisées de nos jours. Ensuite on peut mentionner les travaux d'Iliovici, plus ou moins restés dans l'ombre [4]. Le roumain C. Budeanu reste sans conteste celui qui a vraiment initié les recherches dans le domaine de la puissance en régime déformé.

### 1.2.1 C. Budeanu [4]

Les ingénieurs électriciens et les spécialistes reconnaissent de façon unanime l'apport inestimable des travaux de Budeanu dans les études sur la puissance. Il apparaît de nos jours comme l'instigateur de la recherche sur la puissance en régime non sinusoïdal. Son ouvrage *Puissances Réactives et Fictives* a obtenu lors de sa parution en 1927 un succès retentissant [4]. Il a introduit le concept de puissance déformante. Sa définition de la puissance réactive a reçu l'aval et la bénédiction de CEI et d'IEEE [41] [17]. Czarnecki, dans plus d'une publication, a exposé toutes les failles relevées dans cette définition. [11], La théorie de Budeanu est demeurée dans l'oubli pendant plus de quarante ans. On ne peut non plus passer sous silence les travaux de Fryze en Allemagne [3].

### 1.2.2 S. Fryze [5]

Fryze a travaillé presque à la même époque que Budeanu. Sa théorie et celle de ce dernier représentent les deux aspects d'une même réalité. Fryze a œuvré dans le domaine du temps et Budeanu dans celui de la fréquence. La première tendance s'intéresse surtout à la nature physique d'un phénomène tandis que la seconde estime que n'importe quel courant électrique peut toujours être décomposé en deux composantes, [10]. D'un strict point de vue théorique, les deux domaines précités se valent et sont parfaitement équivalents [31], [33], [10]. Chacun d'eux a entraîné une kyrielle de disciples zélés; chacun d'eux a donné naissance à une lignée profitable pour la pensée scientifique moderne. Si Emanuel A. E. se réclame de Budeanu, Czarnecki peut, à juste titre, se réclamer de Fryze. Il a introduit le concept de puissance non-active et la notion de

courants orthogonaux en régime sinusoïdal et non sinusoïdal, sa contribution majeure dans les calculs sur la puissance. Cette notion sera reprise par la suite par beaucoup de ses adeptes.

### **1.2.3 W. Shepherd et Zakikhani [6] [59]**

Vers les années 1970 Shepherd W. et Zakikhani proposent une nouvelle décomposition de la puissance apparente [6] Cette décomposition présente l'avantage de diminuer la *puissance apparente réactive* et d'optimiser le facteur de puissance. Ces deux chercheurs appartiennent au courant de pensée relié à la théorie de Fryze.

### **1.2.4 D. Sharon [7], [29]**

Un peu plus tard, Sharon [11] développa un model similaire à celui de Shepherd avec encore l'objectif d'augmenter le facteur de puissance. Il réintroduit le terme correspondant à la puissance active, supprimé par Shepherd. Il est aussi un disciple de Fryze mais sa théorie utilise également le domaine de la fréquence.

### **1.2.5 N.L. Kusters et W.J.M. Moore [45]**

Kusters et Moore [45], toujours dans la même lignée de Fryze, proposent une définition de la puissance apparente appuyée sur deux nouveaux concepts : la puissance réactive inductive et la puissance réactive capacitive. Leur définition est valide pour des applications monophasées où la compensation par des éléments passifs est considérée [11]. On a observé et constaté de sérieux problèmes de compensation dans leur théorie [40]. Elle ne permet pas de compenser entièrement le courant non-actif au moyen d'éléments passifs.

### 1.2.6 Emanuel A.E [13], [32]

Le professeur Emanuel A.E [13] a présenté une analyse intéressante des théories sur la puissance en régime déformé. Il se positionne plutôt dans le courant initié par Budeanu. Ses recherches et travaux au sein du Groupe de Travail IEEE [15] sont très élaborés. Dans ses calculs, il sépare la composante fondamentale du courant et de la tension des autres composantes harmoniques. Sa théorie s'est révélée très originale et gagne du terrain dans la communauté scientifique. Sa controverse avec le professeur Czarnecki est célèbre.

### 1.2.7 L.S. Czarnecki [8]

Le professeur L.S. Czarnecki [9] apparaît comme celui qui a le plus essayé de trouver un fondement théorique solide à ses recherches [31]. Mathématiquement sa théorie est correcte et présente une cohérence surprenante [27]. Czarnecki se situe directement dans la lignée de Fryze et travaille à la fois dans les deux domaines du temps et de la fréquence. Sa décomposition du courant en composantes orthogonales est encore plus poussée que celle de Fryze. Czarnecki représente sans conteste l'un des plus distingués artisans de la théorie sur la puissance en régime déformé. La modélisation de ses théories semble très laborieuse pour plus d'un chercheur, problème qui limite un peu la portée de ses recherches. Le besoin de vulgariser ses travaux apparaît comme une nécessité incontournable. On ne peut néanmoins oublier la contribution inestimable de Czarnecki à l'avancement des études sur la puissance électrique.

La controverse entre les professeurs Emanuel et Czarnecki [17] est l'un des débats les plus célèbres provoqués par la problématique des théories sur la puissance en régime déformé.

### 1.2.8 M.A. Slonim et J.D. Van Wyk [10]

Slonim et Van WyK font figure de partisans de la doctrine fryzienne. Ils ont relevé des points faibles, des contradictions dans les théories axées sur le domaine de la fréquence et les séries de Fourier [33]. Ils soulignent le même problème pour les théories basées sur la décomposition du courant en composantes orthogonales. Slonim et Van WyK ont introduit la *fonction cross-corrélation* de la tension et du courant [40]. Ils sont les premiers à utiliser le terme *paradoxe de la charge résistive*. Ce phénomène se manifeste lorsqu'un courant non sinusoïdal traverse une résistance pure. La puissance apparente est alors égale à la puissance active. Leur théorie a retenu l'attention des chercheurs.

### 1.2.9 Hirofumi Akagi [40]

Le professeur Hirofumi Akagi a tout d'abord proposé le formalisme de la théorie  $p-q$  (*IRPT-Instantaneous Reactive Power Theory*) et son application comme stratégie de contrôle aux filtres actifs, [34]. En 1983 il expose sa théorie sur les puissances instantanées. On ne peut rattacher cette théorie à aucune des tendances déjà mentionnées plus haut. Akagi développe de nouveaux concepts : puissance réactive instantanée, puissance imaginaire instantanée. La contribution majeure d'Akagi, outre la théorie  $p-q$ , est l'ajout de l'analyse théorique de la stratégie de compensation et des caractéristiques de filtrage pour ne citer que ces ceux-là. Les théories d'Akagi et sa philosophie sont appliquées avec succès dans des domaines variés de l'électronique de puissance [26].

### 1.2.10 Ferrero et Superti-Furga [20], [47]

L'approche de Ferrero et Superti-Furga est basée sur les transformations de Park des tensions et des courants de phase. Ils ont défini différemment leur puissance non-active instantanée. Cette décision leur a permis de généraliser leur théorie basée sur des définitions de la puissance. L'unique différence entre l'approche de Ferrero et celle d'Akagi est que la puissance imaginaire de Park définie par Ferrero est une quantité



caractéristique du système triphasé tandis que la puissance imaginaire instantanée d'Akagi ne l'est pas, [40]. Cette théorie, énoncée dans le domaine du temps, présente curieusement des points de jonction avec celle de Czarnecki. Elle est originale et repose sur une base mathématique solide et cohérente.

### **1.2.11 J. Willems [40]**

Willems a généralisé la théorie d'Akagi et les théories  $p-q$  de Ferrero pour les systèmes triphasés et polyphasés [48]. Sa théorie permet de faire de la compensation sans utiliser de dispositifs qui emmagasinent de l'énergie tandis que celles de Fryze, de Kusters et Moore ne le permettent pas.

### **1.2.12 M. Depenbrock (Méthode FBD) [40]**

Nous ne pouvons pas terminer notre étude sans mentionner la méthode FBD inventée par Manfred Depenbrock. Elle s'inspire certes de la philosophie de Fryze, mais elle comporte également des éléments puisés de Buchholz joints à ceux de Depenbrock. D'où l'appellation de méthode FBD [49]. Cette méthode est basée sur la décomposition du courant. L'utilisation de la tension fondamentale comme grandeur de référence confère une certaine originalité à cette théorie.

## **1.3 Théories proposées sur la puissance**

À la faveur de cette confusion généralisée, créée par l'absence d'une norme internationale universellement acceptée, certaines théories ont trouvé un écho favorable au sein de la communauté scientifique et ont retenu l'attention des chercheurs avisés. Les unes se signalent par leur rigueur scientifique et mathématique, d'autres par leur simplicité. Enfin, on en trouve qui, en dépit de leur cohérence apparente, se caractérisent par l'impossibilité de les modéliser en régime déformé ou non sinusoïdal. Cette déficience n'est guère pour arranger la situation.

Tous les chercheurs n'ont pas travaillé dans la même perspective et avec les mêmes objectifs [31]. Certains ont confiné leurs recherches dans l'étude des circuits monophasés, d'autres ont donné une portée plus générale à leurs travaux et utilisé différents types de circuits. Le classement des différentes théories sur la puissance constitue un défi, une entreprise téméraire, pour ne pas dire chimérique. Il apparaît vraiment difficile de trouver un classement universellement accepté. D'autre part, il existe un nombre élevé de critères selon lesquels on pourrait effectuer le classement d'une théorie. On peut en définir plusieurs:

- le type de circuit utilisé dans l'élaboration de la théorie : monophasé ou triphasé;
- ceux qui ont utilisé deux types de circuits : monophasé et triphasé (Czarnecki, Emanuel A.E.)
- le domaine utilisé : le temps ou la fréquence;
- on peut les classer d'après la nationalité : Fryze, Depenbrock, Buchholz; Ferrero, Superti-Furga, Cristaldi;
- ceux dont la théorie se démarque nettement de celles mentionnées plus haut : Hirofumi Akagi.

Les travaux du professeur H. Akagi ne sont pas pris en compte dans cette étude [26].

Dans ce texte, nous appelons système triphasé traditionnel un circuit triphasé comportant une source sinusoïdale qui alimente une charge triphasée linéaire, équilibrée ou déséquilibrée.

Dans le tableau 1.1, nous regroupons les principales configurations adoptées dans ce projet : monophasée, triphasée traditionnelle et triphasée en régime déformé. On y retrouve les noms des chercheurs dont les théories ont servi à l'élaboration de ce mémoire. Ce tableau synoptique permet d'avoir une vision globale de la méthodologie employée dans notre recherche. Il donne une idée juste en ce qui concerne les types et

les catégories de circuits utilisés. Il comporte en tout quatre colonnes : une réservée aux auteurs retenus dans notre mémoire; une colonne consacrée aux circuits monophasés et deux colonnes entières réservées aux circuits triphasés : montages traditionnels et ceux exploités en régime déformé. Ce tableau correspond exactement au découpage des différentes catégories de circuits considérés, à partir du chapitre 2. Celui-ci traite principalement des circuits monophasés. Le chapitre 3 s'attache à présenter les montages triphasés traditionnels et enfin, le chapitre 4 aborde en détails les montages triphasés exploités en régime déséquilibré ou déformés. Enfin, le tableau permet de repérer les auteurs présents dans les diverses configurations utilisées pour les montages monophasés et triphasés.

**Tableau 1.1: Répartition des auteurs suivants les types de circuit.**

Noms		Différentes catégories de circuits utilisées	
Auteurs	Monophasés	Triphasés traditionnels	Triphasés en régime déformé
<b>Budeanu</b>	×	×	×
<b>Fryze</b>	×	×	×
<b>Van WyK</b>	×		
<b>Shepherd</b>	×		
<b>Sharon</b>	×		
<b>Emanuel</b>	×	×	×
<b>Czarnecki</b>	×	×	×

Pour des raisons pratiques et surtout par contrainte de temps, nous avons jugé nécessaire de réduire le nombre de théories à prendre en compte dans l'élaboration de notre travail. Ainsi, nous avons défini un certain nombre de critères qui ne reposent ici sur aucune base scientifique. Néanmoins, nous estimons difficile, voire impossible d'éliminer des

chercheurs de grande notoriété, tels que Budeanu, Fryze, Czarnecki ou Emanuel A.E. Notre choix est structuré et illustré de la façon suivante : Deux chercheurs de la période historique, Budeanu et Fryze, artisans de deux courants célèbres dans l'étude de la puissance en régime déformé; deux autres choisis durant la période que nous qualifions de période de prise de conscience, Shepherd et Sharon. Nous ne pouvons laisser de côté Czarnecki et Emanuel, adversaires intraitables dans leurs conceptions respectives des théories sur la puissance. Ils représentent sans conteste deux tendances intéressantes de cette problématique. Pour couronner le tout, nous avons ajouté une autre équipe, celle de Van WyK –Slonim. La liste des chercheurs précités nous servira à structurer notre étude en deux volets principaux : les circuits monophasés et triphasés.

### **1.3.1 Configuration monophasée**

Pour cette configuration, nous considérons les chercheurs de notre liste qui ont associé les deux aspects monophasé et triphasé dans le développement de leurs théories. À cette catégorie nous ajoutons celle des autres chercheurs qui ont travaillé seulement en monophasé. Nous retenons Budeanu, Fryze, Shepherd, Sharon, Czarnecki, Emanuel, Van WyK.

### **1.3.2 Configuration triphasée**

Pour celle-ci nous retenons les noms de Budeanu, Fryze, Emanuel A.E. et Czarnecki. Nous n'avons pas tenu compte des travaux de Van WyK dans cette portion du projet. L'ampleur et la richesse des points abordés dans la théorie de Czarnecki en triphasé nous ont incité à inclure ses travaux dans ce document. D'autres considérations pour une extension de cette étude dans le futur pourront faire l'objet d'une thèse de doctorat. Celle-ci pourrait s'orienter par exemple vers d'autres pistes de recherche destinées à faire la jonction entre ces travaux et ceux du professeur Akagi, par exemple. Cette union pourrait contribuer à découverte d'une théorie unificatrice de toutes les tendances observées jusqu'ici.

## 1.4 Concept de base

La littérature technique abonde en concepts divers définis par des organismes tels qu'IEEE, la CEI et les chercheurs engagés dans les recherches sur la puissance électrique. Nous avons utilisé dans ce mémoire les concepts de puissances active, réactive, déformante et apparente. Seul la puissance active  $P$  est clairement définie et universellement acceptée dans toutes les circonstances [55]. Si en régime sinusoïdal et équilibré ces concepts semblent être universellement acceptés, en régime déformé et déséquilibré il existe encore des points très controversés. Ainsi, il nous paraît indispensable et nécessaire de définir ces notions. Les autres concepts rencontrés par la suite seront présentés et définis au fur et à mesure de leur apparition dans le document.

### 1.4.1 Puissance apparente

Le Dictionnaire Standard IEEE distingue plusieurs quantités qui portent l'appellation de puissance apparente : puissance phaseur  $S_{PH}$ , puissance apparente proprement dite  $U$ , puissance voltampère rms (RMS VA) et puissance apparente arithmétique  $U_A$  [12]. Pour les systèmes monophasés en régime sinusoïdal, on utilise généralement  $S$  pour désigner la puissance apparente et elle est définie conventionnellement par l'équation [59]:

$$S = UI^* = UIe^{j\varphi} = UI \cos \varphi + j \cdot UI \sin \varphi \quad 1.1$$

En régime sinusoïdal, cette quantité conventionnelle possède la propriété d'être toujours supérieure ou égale à  $P$ . La puissance active prend la même valeur que  $S$  si la charge est purement résistive.

Une autre relation associe la puissance apparente  $S$ , la puissance active  $P$  et la puissance réactive  $Q$  :

$$S^2 = P^2 + Q^2 \quad 1.2$$

Quand on considère des systèmes triphasés en régime sinusoïdal déséquilibré, on peut utiliser plusieurs définitions disséminées dans les publications spécialisées. La définition suivante proposée par Buchholz [31] et expliquée par W. Goodhue [14], [32] recueille une large acceptation dans la communauté scientifique internationale :

$$S_{\Sigma} = U_{\Sigma} I_{\Sigma} \quad 1.3$$

Dans cette équation,  $U_{\Sigma}$  et  $I_{\Sigma}$  représentent les valeurs efficaces collectives de la tension et du courant. Elles sont définies par les deux équations suivantes [31]:

$$U_{\Sigma} = \sqrt{\sum_{j=1}^n U_{L_j}^2} \quad 1.4$$

$$I_{\Sigma} = \sqrt{\sum_{j=1}^n I_{L_j}^2} \quad 1.5$$

La puissance apparente peut toujours être définie en régime déformé et possède les propriétés suivantes [31].

- elle n'est jamais inférieure à la valeur absolue de la puissance active pour une valeur efficace collective donnée des courants et des tensions
- elle est égale à la valeur absolue de la puissance active si la tension vectorielle et le courant vectoriel sont proportionnels, c'est-à-dire si la tension et le courant sont en phase. On rencontre ce cas lorsque le circuit comporte une résistance pure.
- elle est égale à zéro si et seulement si l'ensemble des courants et des tensions sont identiquement nuls.

Il existe un nombre considérable de définitions de la puissance apparente. On parle de puissance apparente vectorielle, de puissance apparente arithmétique, de puissance apparente efficace, de puissance apparente système et d'autres appellations non énoncées. On connaît les diverses définitions proposées par Buchholz, Budeanu, Fryze, Czarnecki, Groupe de travail IEEE, pour ne citer que celles-là. Pour éviter d'encombrer le texte, nous présenterons un peu plus loin les formules relatives à chaque théorie.

### 1.4.2 Puissance active [10], [31].

Dans les études et publications sur la puissance électrique, il existe le plus large consensus parmi les chercheurs sur les définitions de la puissance active. En régime sinusoïdal, il est courant de le définir par la relation suivante :

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T u(t)i(t)dt = UI \cos \varphi \quad 1.1$$

Avec :

$$u(t) = \sqrt{2}U \cos \omega t \quad 1.2$$

$$i(t) = \sqrt{2}I \cos(\omega t - \varphi) \quad 1.3$$

$$p = u(t)i(t) \quad 1.4$$

La puissance active, d'après l'équation (1.1), est la valeur moyenne de p [10].

En régime déformé, la puissance active est généralement définie par la formule suivante:

$$P = \sum_{n=0}^{\infty} U_n I_n \cos \varphi_n \quad 1.5$$

Avec :

$$\varphi_n = \beta_n - \alpha_n \quad 1.6$$

### 1.4.3 Puissance réactive

Le concept de puissance réactive soulève encore des discussions très vives au sein de la communauté scientifique. En régime sinusoïdal, la puissance réactive est définie comme l'amplitude d'une puissance qui change de sens de façon périodique. Ainsi,  $Q$  peut être définie comme la puissance sinusoïdale qui est absorbée et retournée au réseau durant une période [10], [59].

$$Q = UI \sin \varphi \quad 1.7$$

Beaucoup d'auteurs ont essayé sans succès d'étendre la définition précédente de la puissance réactive et de l'appliquer au régime non sinusoïdal. Dans ce régime, les propriétés qui caractérisent cette puissance se retrouvent très peu en régime déformé [31].

En régime non sinusoïdal, Budeanu a proposé la formule suivante, devenue célèbre, pour calculer la puissance réactive :

$$Q_B = \sum_{n=1}^{\infty} U_n I_n \sin \varphi_n \quad 1.8$$

Cette formule respecte le principe de l'orthogonalité de la puissance réactive avec la puissance active, mais il est en contradiction avec l'équation de Maxwell [Van Wyk]. Czarnecki a proposé sa définition de la puissance réactive à l'encontre de celle de Budeanu [11].

### 1.4.4 Puissance fictive

Dans son livre [4], Budeanu affirme que la puissance réactive est habituellement dénommée «puissance fictive». Pour lui, cette puissance a encore un sens plus étendu et englobe même la puissance réactive. Ainsi, la puissance fictive est la somme géométrique de la *puissance réactive* et de la *puissance déformante*. [4]



### 1.4.5 Puissance déformante

Budeanu définit la puissance déformante à partir de ce qu'il appelle la puissance fictive totale, qui comporte deux composantes essentielles : la composante non déformante qu'il appelle *Puissance réactive* et la composante déformante totale qu'il désigne sous le nom de *Puissance déformante* [4]. Cette puissance se calcule également par la formule :

$$D = \sqrt{\sum_{j \neq k}^n [V_k^2 I_j^2 + V_j^2 I_k^2 - 2V_k I_k V_j I_j \cos(\varphi_k - \varphi_j)]}, \text{ avec } j, k=1, 2, 3 \dots \quad 1.1$$

En raison de la présence de termes croisés (produits de termes en k et en j), la puissance déformante a une valeur non nulle dès qu'une déformation harmonique apparaît, qu'elle soit en tension ou en courant, ou les deux simultanément, ce qui est le cas général [35].

Lorsqu'un appareil de mesure calcule S par le produit des valeurs efficaces des signaux de tension et courant, le résultat est correct. En revanche, à partir de P et Q obtenus par déphasage de  $\pi/2$ , le résultat est faussé, car il ne tient pas compte de la puissance déformante [35], [52].

### 1.4.6 Facteur de puissance et facteur de déphasage

Le facteur de déphasage  $\cos \varphi_1$  concerne les grandeurs fondamentales,  $P_1$  et  $S_1$ :

$$\cos \varphi_1 = \frac{P_1}{S_1} \quad 1.2$$

Le facteur de puissance est le rapport entre les puissances active P et apparente S.

$$\lambda = \frac{P}{S}$$

## 1.5 Définition de certains termes

Pour rendre ce document accessible aux non initiés il est important de définir le sens de certains termes utilisés dans notre texte.

### **1.5.1 Régime sinusoïdal**

C'est le régime normal de fonctionnement à 50/60 hertz lorsque la source de tension et le courant absorbé par une charge linéaire ont des formes d'onde sinusoïdales. Il existe un consensus presque général parmi les chercheurs sur le calcul des différentes composantes de la puissance.

### **1.5.2 Régime non sinusoïdal**

C'est le régime caractérisé par la circulation de courants harmoniques résultant de la présence d'une charge non linéaire ou d'une tension déformée au *point de raccordement de la charge client*. La charge connectée au PCC peut être linéaire ou non linéaire.

### **1.5.3 Régime déformé**

Le régime déformé est caractérisé par un fonctionnement de type non sinusoïdal, associé à la présence d'une ou de plusieurs charges non linéaires dans le circuit.

Ce mode de fonctionnement peut être aussi associé à des déformations au niveau de la source d'alimentation et à la présence de charges purement linéaires ou non linéaires..

### **1.5.4 Charges et générateurs d'harmoniques**

Une charge est une installation ou un équipement connecté au réseau électrique à partir d'un point de connexion client. Elle consomme une certaine quantité d'énergie prélevée à 60 Hz ou 50 Hz en Europe. La nocivité pour le réseau électrique varie d'un type de charge à l'autre [35].

Dans la vie courante on rencontre plusieurs types de charges : charges actives, passives, linéaires et non linéaires. Dans ce projet, nous utiliserons des charges linéaires et non

linéaires mais nous accorderons une attention toute spéciale à ces dernières. Elles seront associées à des éléments passifs ou actifs.

Les harmoniques qui perturbent le réseau proviennent surtout d'appareils spécifiques dont le nombre ne cesse de croître au fil des années.

### **1.5.5 Appareils générateurs d'harmoniques**

Les principaux appareils générateurs d'harmoniques se répartissent comme suit :

- alimentations Statiques Ininterruptibles (ASI)
- chargeurs de batteries
- appareils domestiques (Téléviseurs, Ordinateurs, lecteurs CD)
- variateurs de vitesse électroniques pour moteurs à courant continu
- les convertisseurs de fréquence pour moteurs asynchrones et synchrones
- photocopieuses
- imprimantes
- systèmes d'éclairage possédant des ballasts magnétiques (lampes)
- tubes fluorescents
- les hacheurs
- les alimentations à découpage
- les onduleurs
- les démarreurs électroniques

### **1.5.6 Charge linéaire**

Une charge est linéaire quand il existe une relation linéaire entre le courant et la tension. Une telle charge absorbe un courant sinusoïdal lorsqu'elle est alimentée par une tension sinusoïdale, qu'il y ait ou non un déphasage entre les deux.

### 1.5.7 Charge non linéaire

Quand il n'existe aucune relation de proportionnalité entre la tension et le courant, la charge est qualifiée de non linéaire. Celle-ci absorbe ou génère des courants harmoniques même lorsque la tension est parfaitement sinusoïdale. Par exemple, à une source non sinusoïdale peut correspondre une forme d'onde du courant comportant plusieurs harmoniques et vice-versa. Ce type de récepteur génère des harmoniques qui se comportent comme de véritables sources de courant.

Les charges non linéaires constituent de véritables poisons pour le réseau électrique et engendrent des courants déformés qui remontent jusqu'au *point de raccordement de la charge client*, PCC dans la littérature anglo-saxonne. Ces courants harmoniques, véritables polluants naturels, provoquent eux-mêmes des distorsions au niveau de la source d'alimentation. La qualité de l'énergie distribuée aux abonnés se trouve ainsi fortement détériorée.

## 1.6 Présentations des principales théories choisies

Notre choix s'est arrêté finalement sur huit chercheurs ou équipes de chercheurs. Cette situation est motivée uniquement pour des raisons de commodité, d'encombrement ou de clarté. Les chercheurs retenus représentent toutes les tendances identifiées dans les études sur la puissance. Ils en représentent également les deux principaux courants. Ce choix, même quand il ne repose sur aucune base scientifique, comporte l'avantage indéniable de considérer toutes les époques clés associées à cette problématique, du début à la fin. On y retrouve également les principales confrontations dans les controverses opposant Czarnecki au professeur Emanuel et les correspondances célèbres mettant aux prises Van Wyk, Czarnecki, Emanuel, Ferrero sur *paradoxe de la charge résistive* et la puissance de distorsion totale [51] [52, [53]. Toutes ces raisons ont aussi guidé et orienté notre choix. Celui-ci n'est pas idéal mais acceptable.

## **1.7 Conclusion**

Dans ce chapitre, nous avons effectué une étude bibliographique des différentes théories proposées sur la puissance. Nous avons également essayé de définir certains concepts de base et certaines notions essentielles à la compréhension de ce mémoire. Des multiples théories développées, nous avons choisi celles qui nous paraissent les plus pertinentes et nous avons expliqué les raisons qui justifient notre choix. Dans le prochain chapitre, nous nous proposons d'aborder l'étude de la puissance pour les montages monophasés.

## CHAPITRE 2

### PUISSANCE EN RÉGIME DÉFORMÉ

### MONTAGES MONOPHASÉS

#### 2.1 Introduction

Ce chapitre est consacré à l'étude de la puissance électrique dans le cadre des montages monophasés. Nous en profiterons pour établir les équations relatives à chaque théorie. Nous modéliserons chacune d'elle dans l'environnement Matlab/Simulink et nous réserverons une place de choix à la théorie de Czarnecki. Pour étayer notre analyse, nous nous proposons de sélectionner quatre scénarios. Ils revêtent une importance capitale pour notre étude. Ils présentent des exemples de charges familières, quotidiennement utilisées dans nos résidences. Ensuite, nous déterminerons les paramètres qui définiront les conditions d'exécution des simulations pour les différents scénarios choisis. Les résultats recueillis nous permettront d'étayer nos conclusions préliminaires.

#### 2.2 Équations relatives à chaque théorie

L'objectif de cette section est de présenter les principales équations qui définissent chaque théorie.

##### 2.2.1 C. Budeanu [4], [29]

La puissance, selon Budeanu, se compose de deux composantes orthogonales : la puissance active et la puissance déactive. La première est calculée par la formule :

$$P = \sum_1^n V_n I_n \cos \varphi_n \quad 2.1$$

C'est cette puissance qui est transformée en travail. La puissance déactive se décompose à son tour en deux éléments : les puissances réactive et déformante calculées à l'aide des formules suivantes :

$$Q_B = \sum_1^n V_n I_n \sin \varphi_n \quad 2.2$$

La puissance déformante est calculée en utilisant la formule :

$$D_B^2 = S^2 - P^2 - Q_B^2 \quad 2.3$$

La formule précédente correspond à la suivante où l'on trouve des produits croisés d'harmoniques différents des tensions et des courants. Les indices n et g montrent que les harmoniques issus de la source sont différents de ceux en provenance de la charge.

$$D_B^2 = \sum_1^{n \neq g} V_n^2 I_g^2 + V_g^2 I_n^2 - 2V_n I_g I_n V_g \cos(\varphi_n - \varphi_g) \quad 2.4$$

La puissance réactive de Budeanu peut être complètement compensée par une simple capacité, ce qui n'est pas le cas pour la puissance *déformante*.

### 2.2.2 S. Fryze [5] [29]

L'approche de Fryze repose sur une décomposition du courant en composantes orthogonales : les courants actif et réactif. Ils se calculent respectivement par les deux formules suivantes :

$$i_A(t) = \frac{P}{V^2} v(t) \quad 2.5$$

Courant réactif instantané de Budeanu :

$$i_B(t) = i(t) - i_A(t) \quad 2.6$$

L'équation de puissance suggérée par Fryze est :

$$S^2 = P^2 + Q_F^2 \quad 2.7$$

Avec :

$$Q_F = VI_B \quad 2.8$$

### 2.2.3 W. Shepherd [6], [29],[59]

Shepherd décompose le courant en trois composantes : le courant actif, le courant réactif et le courant de distorsion auxquels correspondent respectivement les puissances apparentes de même nom.

Courant actif :

$$I_R = \sqrt{\sum_1^n I_n^2 \cos^2 \varphi_n} \quad 2.9$$

Courant réactif :

$$I_X = \sqrt{\sum_1^n I_n^2 \sin^2 \varphi_n} \quad 2.10$$

Courant de distorsion :

$$I_D = \sqrt{I^2 - I_R^2 - I_X^2} \quad 2.11$$

Puissance apparente :

$$S^2 = S_R^2 + S_X^2 + S_D^2 \quad 2.12$$

Puissance active :

$$S_R^2 = \sum_1^n V_n^2 \sum_1^n I_n^2 \cos^2 \varphi_n \quad 2.13$$



Puissance réactive :

$$S_X^2 = \sum_1^n V_n^2 \sum_1^n I_n^2 \sin^2 \varphi_n \quad 2.14$$

Puissance de distorsion :

$$S_D^2 = \sum_1^n V_n^2 \sum_1^k I_k^2 + \sum_1^p V_p^2 \left( \sum_1^n I_n^2 + \sum_1^k I_k^2 \right) \quad 2.15$$

#### 2.2.4 D. Sharon [7], [29] [17]

Sharon, contrairement à Shepherd, choisit une composante active P qui correspond à la valeur moyenne de la puissance instantanée, calculée sur une période. La puissance apparente s'obtient par la formule suivante:

$$S^2 = P^2 + S_Q^2 + S_C^2 \quad 2.16$$

Puissance active:

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T v(t)i(t)dt \quad 2.17$$

Les puissances apparentes réactive  $S_Q$  et apparente complémentaire  $S_C$  ont pour expression :

$$S_Q = V \sqrt{\sum_1^n I_n^2 \sin^2 \varphi_n} \quad 2.18$$

$$S_C = \sqrt{S^2 - P^2 - S_Q^2} \quad 2.19$$

#### 2.2.5 J.D. Van Wyk [10], [27]

Van WyK définit la puissance apparente totale comme suit:

Puissance apparente totale :

$$S^2 = U^2 I^2 = \sum_{k=0}^{\infty} U_k^2 \sum_{n=0}^{\infty} I_n^2 \quad 2.20$$

Cette équation peut encore s'écrire :

$$S^2 = \sum_{k=0}^{\infty} U_k^2 I_k^2 + \sum_{\substack{k=0, n=0 \\ k \neq n}}^{\infty} U_k^2 I_n^2 \quad 2.21$$

$$S^2 = S_h^2 + D_{\Sigma}^2 \quad 2.22$$

Avec :

$$S_h^2 = \sum_{k=0}^{\infty} S_k^2 = P_k^2 + Q_k^2 \quad 2.23$$

Et:

$$S_k = U_k I_k = P_k + jQ_k \quad 2.24$$

$P_k$  : puissance active ;  $Q_k$  : puissance réactive. Dans l'article CCECE en annexe, le terme  $S_k$  aurait dû être décomposé comme dans l'équation précédente (Annexe D, scenario 1).

Puissance de distorsion totale :

$$D_{\Sigma} = \sum_{\substack{k=0, n=0 \\ k \neq n}}^{\infty} U_k^2 I_n^2 \quad 2.25$$

## 2.2.6 Emanuel A.E. [15], [17]

Emanuel sépare la composante fondamentale du courant et de la tension des autres composantes harmoniques. Ainsi, il calcule différents éléments de la puissance. La puissance apparente se calcule par la formule:

Puissance apparente totale :

$$S^2 = (VI)^2 = (V_1^2 + V_H^2)(I_1^2 + I_H^2) \quad 2.26$$

$$S^2 = (V_1 I_1)^2 + (V_1 I_H)^2 + (V_H I_1)^2 + (V_H I_H)^2 \quad 2.27$$

$$S^2 = S_1^2 + S_N^2 \quad 2.28$$

Puissance apparente fondamentale:

$$S_1 = V_1 I_1 \quad 2.29$$

On peut également la calculer avec la formule :

$$S_1^2 = P_1^2 + Q_1^2 \quad 2.30$$

Puissance apparente non fondamentale :

$$S_N^2 = (V_1 I_H)^2 + (V_H I_1)^2 + (V_H I_H)^2 \quad 2.31$$

### 2.2.7 L.S. Czarnecki [9], [29], [11]

Czarnecki distingue clairement les composantes du courant dues à la charge et celles dues à la non linéarité de la source. Dans le cas d'un circuit monophasé, le courant total peut se décomposer en quatre composantes orthogonales : courant actif, réactif, de dispersion et harmonique. Ces courants se calculent par l'utilisation des formules suivantes :

Courant total :

$$I^2 = I_A^2 + I_R^2 + I_S^2 + I_H^2 \quad 2.32$$

Courant actif :

$$I_a = G_e V \quad 2.33$$

Courant réactif :

$$I_R = \sqrt{\sum_{n \in N} B_n^2 V_n^2} \quad 2.34$$

Courant harmonique :

$$I_H = \sqrt{\sum_{n \in N} I_n^2} \quad 2.35$$

Courant de dispersion :

$$I_S = \sqrt{\sum_{n \in N} (G_n - G_e)^2 V_n^2} \quad 2.36$$

La conductance équivalente du circuit :

$$G_e = \frac{P}{V^2} \quad 2.37$$

L'admittance d'ordre n du circuit est une grandeur complexe et comporte deux parties principales : la conductance et la susceptance. Elles s'expriment en Siemens :

Conductance d'ordre n du circuit :

$$Y_n = G_n + jB_n \quad 2.38$$

Les différentes composantes de puissance associées aux courants orthogonaux calculés auparavant sont également orthogonales. Nous pouvons mentionner la puissance active, la puissance de distorsion, la puissance réactive et la puissance harmonique. Dans

certains cas, on peut se trouver en présence de cinq composantes orthogonales de la puissance. Dans ce mémoire, le quatrième scénario donne lieu à quatre composantes de la puissance. La puissance apparente et ces diverses composantes se calculent respectivement par les formules suivantes :

Puissance apparente totale :

$$S^2 = P^2 + D_S^2 + Q_R^2 + D_H^2 \quad 2.39$$

Puissance active :

$$P = VI_a \quad 2.40$$

$$P = V(G_e V) \quad 2.41$$

$$P = G_e V^2 \quad 2.42$$

Avec la puissance active P, on dénombre d'autres composantes de la puissance :

La puissance réactive :

$$Q_R = VI_R \quad 2.43$$

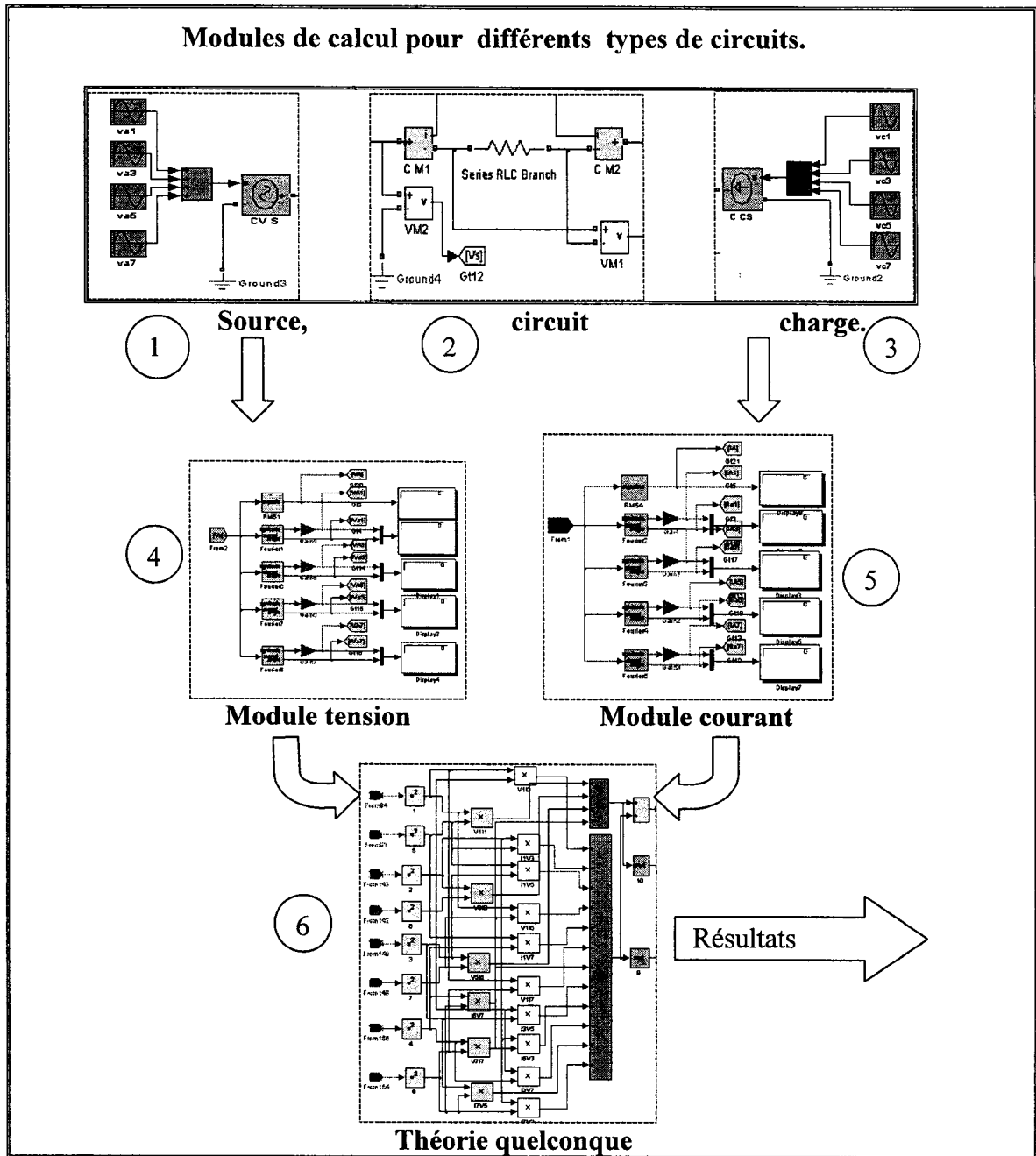
La puissance de distorsion :

$$D_S = VI_S \quad 2.44$$

La puissance harmonique:

$$D_H = VI_H \quad 2.45$$

## 2.3 Modélisations



**Figure 2.1: Représentation synoptique des différents modules de simulation**

Pour les circuits triphasés et monophasés, nous avons modélisé les différentes sources et charges non linéaires de telle sorte que, d'un scénario à l'autre, les tensions et les

courants efficaces soient constants. On est alors assuré que la puissance apparente est constante dans chaque scénario.

### 2.3.1 Source

Elle est modélisée de telle façon qu'elle reproduise exactement les signaux sinusoïdaux ou non sinusoïdaux instantanés, suivant l'ordre, la séquence des harmoniques et le scénario considéré. Nous supposons l'impédance de la source faible, situation qui favorise la circulation des courants harmoniques et réduit la distorsion en tension. Si le taux d'harmoniques en courant dépend de la charge, on constate que le taux d'harmoniques en tension dépend de l'impédance de la source.

### 2.3.2 Charge

Dans le premier scénario, la charge est non linéaire et est modélisée comme telle, tandis que dans le deuxième elle correspond à une résistance pure égale à  $10\ \Omega$ . Cette situation est connue dans la littérature scientifique sous le nom de « paradoxe de la charge résistive. » Dans les scénarios 3, la charge est modélisée comme un élément passif alors que dans le scénario 4, elle est modélisée comme un élément purement linéaire.

### 2.3.3 Théories

Certains auteurs utilisent la transformée rapide de Fourier, fast Fourier transform (FFT) et la technologie Digital Signal Processing (DSP) [30]. Nous avons utilisé les ressources de Matlab/Simulink pour modéliser les équations associées à chaque théorie. Comme indiqué (Figure 2.1), nous avons également créé deux modules qui servent d'interfaces entre la source d'alimentation et la charge. Le rôle de ces modules consiste à prélever les signaux instantanés recueillis de la source ou de la charge pour les transformer en données à l'entrée des modules représentant les différentes théories. Pour un même scénario, le flux des données est le même d'une théorie à l'autre. Les modules 1, 2 et 3 représentent respectivement la source, le circuit monophasé et la charge. Les signaux instantanés en provenance de la source 1 et de la charge 3 sont récoltés au niveau des deux modules 4 et 5, qui jouent le rôle de blocs d'interface avec le module 6. Après

transformation préalable des signaux dans les modules 4 et 5 en phaseurs tension et courant, ces derniers constituent les données introduites à l'entrée du module 6. Sa forme varie d'une théorie à l'autre. A la sortie du module 6, on recueille les résultats associés à chaque théorie.

## 2.4 Simulations

Le logiciel Matlab/Simulink s'est révélé un outil adéquat et bien adapté à l'exécution de simulations des systèmes de distribution électrique. Ainsi nous avons exclusivement utilisé les ressources de ses boîtes à outils. Pour éviter d'introduire des erreurs dans nos résultats, nous avons dû prendre certaines précautions de routine. Par exemple, nous avons négligé la période transitoire et effectué nos simulations sur plusieurs périodes. Nous avons donc choisi une période  $T$  de 16ms et une durée  $T_e = 3T$ , soit  $T_e$  égale à 50 ms. Cette précaution se justifie par le fait que certains blocs Simulink ou SimPower System ne donnent leur plein rendement qu'après un cycle complet de fonctionnement. C'est le cas des blocs qui calculent les valeurs efficaces de la tension ou du courant. D'autre part, la présence des éléments non linéaires dans nos circuits nous a suscité en nous le désir de contourner ce problème et d'utiliser un solveur adapté à ce genre de situation. Ainsi, nous avons employé le solveur Ode 15s (Stiff/ NDF). Nous aurions pu choisir Ode 23tb (Stiff / TR-BDF2), qui donne des résultats analogues, constat que nous avons vérifié. Les paramètres de simulation choisis sont les suivants :

- Temps de démarrage :  $T_d = 0$  s.
- Temps de fin de simulation :  $T_f = 50$ ms.
- Période de simulation :  $T = 16$ ms.
- Durée Simulation :  $T_e = 50$ ms
- Solveur: Ode 15s (Stiff/ NDF).
- Type de simulation: à pas variable.
- Pas maximum :  $1.e-4$ .
- Pas minimum : auto.



- Tolérance relative : 1 e-3.
- Tolérance absolue : 1 e-6.
- Facteur de raffinement : 1.
- Ordre maxima : 5.

## 2.5 Scénarios retenus

Dans ce mémoire, nous avons choisi des scénarios bien spécifiques. Ils présentent l'avantage de correspondre à des situations réelles. Ce choix n'est pas exhaustif et aurait pu inclure d'autres montages d'un grand intérêt pour d'autres chercheurs, dans d'autres domaines de l'électronique de puissance. Pour des raisons de commodité et surtout pour éviter d'allonger le texte, nous avons sélectionné quatre scénarios. Nous avons utilisé le même circuit test pour toutes les théories pour garantir des conditions expérimentales identiques d'une expérience à l'autre. Enfin, nous avons considéré constante la valeur de la puissance apparente disponible. Les données relatives aux phaseurs de la tension et du courant sont résumées dans le Tableau 2.1.

**Tableau 2.1: Données relatives aux quatre scénarios considérés**

Phaseurs de la tension et du courant					
Cas	$V_i \angle \alpha_i$	$V_1 \angle \alpha_1$	$V_3 \angle \alpha_3$	$V_5 \angle \alpha_5$	$V_7 \angle \alpha_7$
A	$V_A$	$130 \angle 0^\circ$	-	-	-
	$I_A$	$12 \angle -30^\circ$	$4,64 \angle 0^\circ$	$1,6 \angle 0^\circ$	$0,96 \angle 0^\circ$
B	$V_B$	$120 \angle 0^\circ$	$40 \angle 0^\circ$	$24 \angle 0^\circ$	$18 \angle 0^\circ$
	$I_B$	$12 \angle 0^\circ$	$4 \angle 0^\circ$	$2,4 \angle 0^\circ$	$1,8 \angle 0^\circ$
C	$V_C$	$120 \angle 0^\circ$	$40 \angle 0^\circ$	$24 \angle 0^\circ$	$18 \angle 0^\circ$
	$I_C$	$12 \angle -30^\circ$	$4 \angle -90^\circ$	$2,4 \angle -150^\circ$	$1,8 \angle 150^\circ$
D	$V_D$	$120 \angle 0^\circ$	$-46,6 \angle 0^\circ$		$18 \angle 0^\circ$
	$I_D$	$12 \angle -30^\circ$	-	$4,35 \angle -60^\circ$	$2,46 \angle -30^\circ$

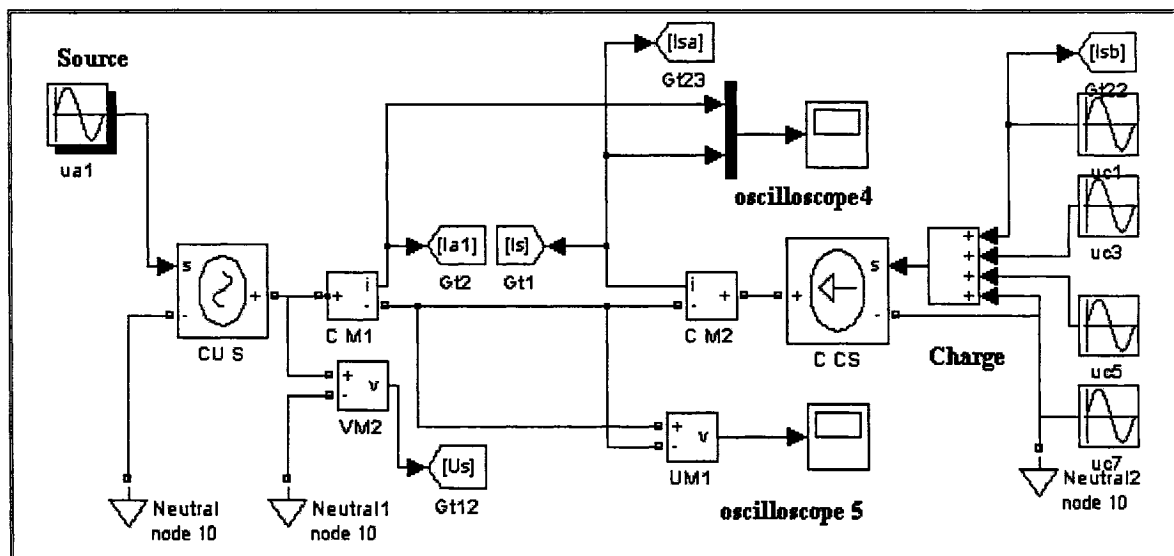


Figure 2.2: Représentation du circuit du scénario 1

### 2.5.1 Scénario1: Source sinusoïdale et charge non linéaire [A.1]

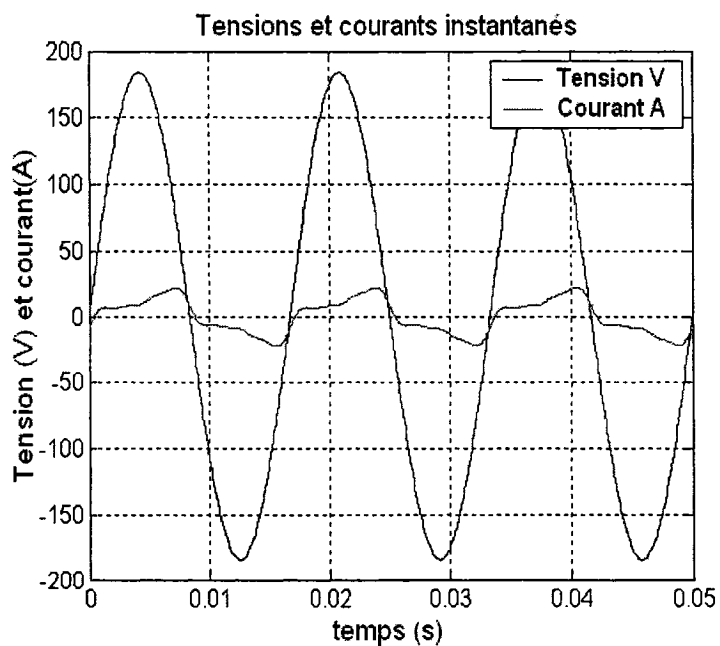


Figure 2.3: Tension et courant non sinusoïdaux instantanés dans le circuit.

Les courbes instantanées des tensions et des courants sont représentées sur la figure 2.3.

Dans cette section, nous nous proposons d'analyser le comportement d'une source

sinusoïdale qui alimente une charge non linéaire. La tension de source est choisie de telle sorte que sa valeur efficace soit égale à 130,29 V. L'intensité du courant absorbé par la charge non linéaire atteint une valeur efficace de 13 A. Cette situation est habituellement rencontrée dans les résidences où l'on retrouve des charges non linéaires de faible puissance : téléviseurs, ordinateurs, magnétoscopes et d'autres types de charges du même genre. Ces charges non résistives absorbent un courant non linéaire ou bien se comportent pour certaines composantes comme de véritables sources de courants harmoniques. Dans la situation la plus courante, le courant de charge comporte surtout, en plus de la fondamentale, des harmoniques d'ordre 3, 5, 7, 9 et même au-delà. Nous nous arrêtons ici à 7.

### 2.5.2 Résultats scénario 1

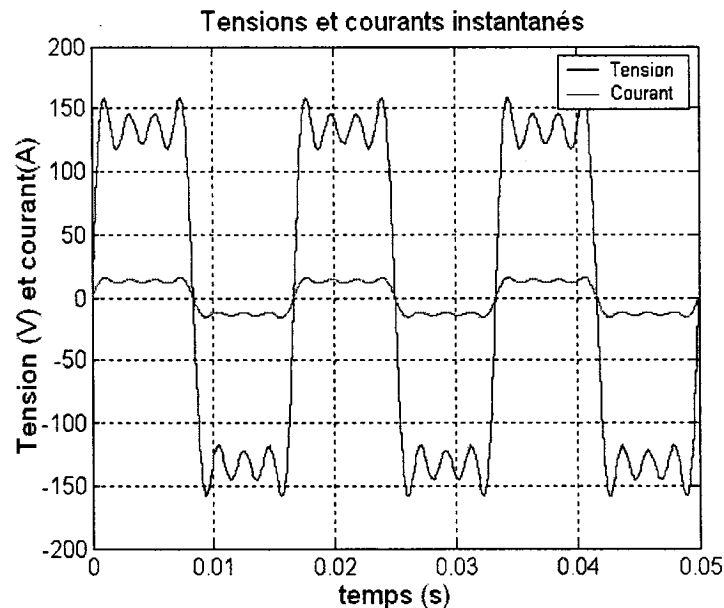
**Tableau 2.2: Résultats du scénario 1**

<b>Scénario1</b>					
<b>Auteurs</b>	<b>S (VA)</b>	<b>P (W)</b>	<b>Q (vars)</b>	<b>D (VA)</b>	<b>D<sub>H</sub> (VA)</b>
<b>Budeanu C.</b>	1690	1351	780	650,1	-
<b>Fryze S.</b>	1690	1351	1015	0	-
<b>Van WyK</b>	1690	1351	780	650,1	-
<b>Shepherd</b>	1690	1351	780	650,1	-
<b>Sharon</b>	1690	1351	780	650,1	-
<b>Emanuel</b>	1690	1351	780	650,1	-
<b>Czarnecki</b>	1690	1351	780	0	650,1

Dans le scénario 1, nous constatons que la puissance apparente, 1690 VA, est la même pour toutes les théories, y compris celle de Fryze où elle est également 1690VA. Ce qui concorde bien avec les hypothèses de départ. La puissance active correspond à 1351 W pour tout le monde. Van WyK a décomposé sa puissance apparente totale en deux parties :  $S_h$  et la puissance de distorsion totale.  $S_h = 1351 + j780$ ,  $P_k = 1351W$  et  $Q_k = 780$  va (Annexe D, scénario 1).r. On trouve, dans l'ensemble les mêmes valeurs pour la puissance réactive, excepté dans la théorie de Fryze où elle est de 1015 var. Le

professeur Emanuel A.E. a introduit les notions de puissance fondamentale  $S_1$  et de puissance non fondamentale  $S_N$ . Czarnecki est, parmi tous les chercheurs analysés, le seul à avoir introduit la grandeur  $D_H$  liée sans doute aux harmoniques 3, 5, 7 absentes de la source de tension sinusoïdale [11]. Curieusement,  $D_H$  ressemble beaucoup à la puissance déformante introduite par Budeanu. Pour ce premier scénario, nous avons obtenu des résultats identiques pour Budeanu, Shepherd, Sharon et Emanuel. Dans le prochain scénario, nous considérerons le cas d'une source non sinusoïdale qui alimente une charge constituée par une résistance pure. Ce cas est connu dans les milieux scientifiques sous le nom de *paradoxe de la charge résistive*.

### 2.5.3 Scénario 2: Source non sinusoïdale et charge résistive.



**Figure 2.4: Tension et courant non sinusoïdaux instantanés en phase**

Ce scénario est célèbre et connu dans la littérature sous le nom de *paradoxe de la charge résistive*. [10]. On constate que la puissance apparente est pratiquement égale à la puissance active, qui a donc atteint sa valeur maximale. Van WyK a essayé d'expliquer ce concept, qui a entraîné une controverse mettant aux prises plusieurs chercheurs de renom. Par la suite, nous aurons l'occasion de revenir sur cette question. Dans ce

contexte, la source comporte les mêmes harmoniques que la charge, avec des amplitudes différentes, mais avec néanmoins les mêmes angles de déphasage. En plus de la fondamentale, on observe les harmoniques 3, 5, 7. La puissance apparente est choisie de telle façon que les conditions expérimentales soient identiques d'un scénario à l'autre. Nous maintenons constants le courant et la tension efficaces, qui conservent les valeurs qui leur étaient attribuées dans le scénario 1. Ce cas est représenté par les courbes instantanées de la tension et du courant, figure 2-4.

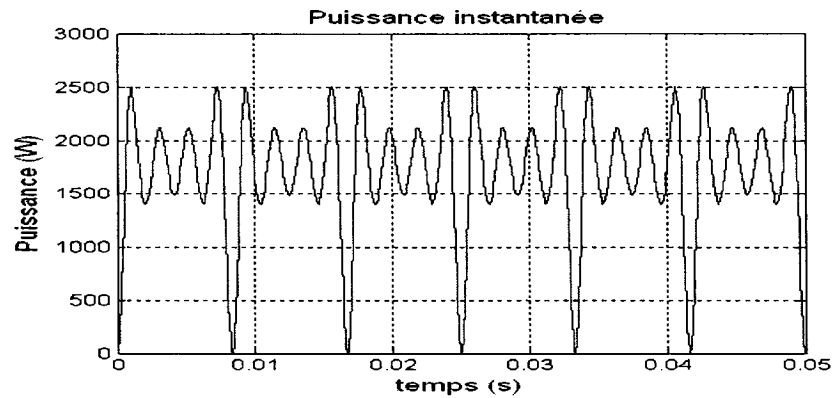
#### 2.5.4 Résultats scénario 2

**Tableau 2.3: Résultats du scénario 2**

<b>Scénario2</b>					
<b>Auteurs</b>	<b>S (VA)</b>	<b>P (W)</b>	<b>Q (vars)</b>	<b>D (VA)</b>	<b>D<sub>H</sub> (VA)</b>
<b>Budeanu</b>	1690	1690	0	0	-
<b>Fryze S.</b>	1690	1690	0	0	-
<b>Van WyK</b>	1690	1690	0	0	-
<b>Shepherd</b>	1690	1690	0	0	-
<b>Sharon</b>	1690	1690	0	0	-
<b>Emanuel</b>	1690	1690	0	0	-
<b>Czarnecki</b>	1690	1690	0	0	-

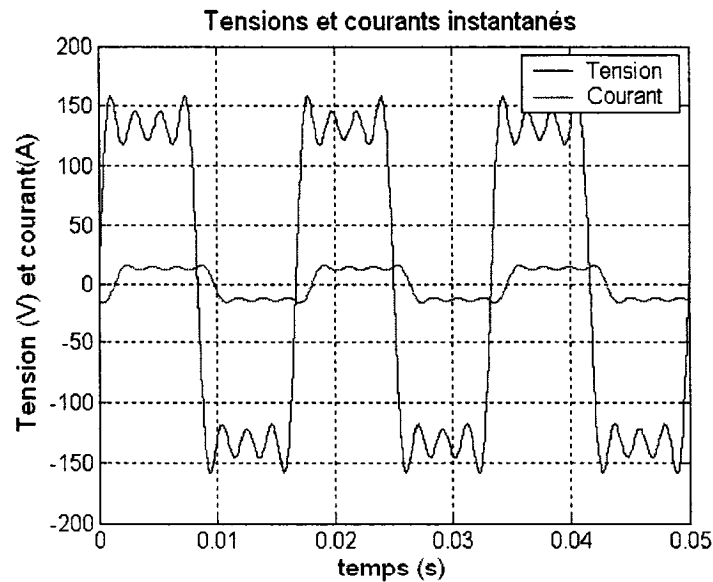
Les résultats obtenus pour toutes les théories coïncident dans le scénario 2, qui présente le plus grand consensus possible. C'est un cas idéal parce qu'on obtient ici la puissance maximale, avec un facteur de puissance égal à l'unité. On constate également que la puissance active atteint la plus grande valeur possible 1690 W et est pratiquement égale à la puissance apparente, soit 1690 VA, Van WyK qualifie cette problématique de *paradoxe de la charge résistive*. Dans le même temps, on observe que la courbe représentative de la puissance instantanée ne prend jamais de valeurs négatives. Enfin, l'impédance équivalente de la charge se réduit à une résistance pure. Ce contexte nous permet d'affirmer que lorsqu'une charge résistive est alimentée à partir d'une source polluée, le courant absorbé par la charge est également pollué. De même, dans une telle

situation, la charge consomme la puissance maximale, donc  $P=S$ . Ce qui explique le facteur de puissance égale à 1. On observe en outre que la courbe instantanée de la puissance ne prend jamais de valeurs négatives, figure 2.5.



**Figure 2.5: Représentation de la puissance instantanée dans le scénario 2**

### 2.5.5 Scénario 3: Source non sinusoïdale et charge linéaire déphasées



**Figure 2.6: Tension non sinusoïdale et courant non sinusoïdal instantanés déphasés.**

Dans ce scénario, la source est non sinusoïdale et la charge est linéaire. Elles comportent encore les mêmes harmoniques avec les mêmes amplitudes que dans le cas précédent, mais sont déphasées l'une par rapport à l'autre. Ici encore, les valeurs efficaces du

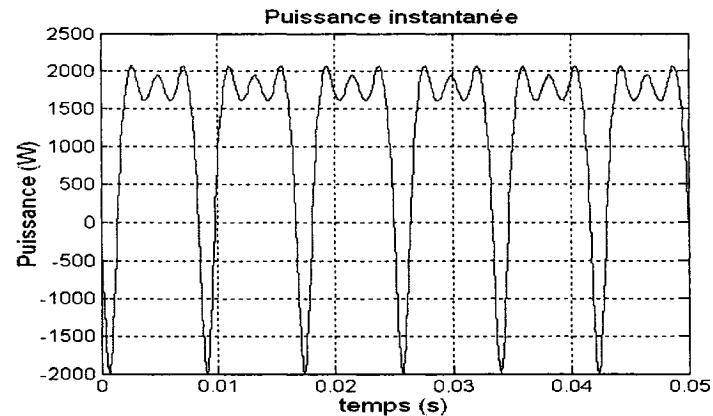
courant et de la tension sont maintenues constantes, ce qui entraîne une puissance apparente constante. Cette situation est représentée sur la figure 2-6 où le déphasage entre les courbes de la tension et du courant instantanés est réel et visible.

### 2.5.6 Résultats scénario 3

Tableau 2.4: Résultats du scénario 3

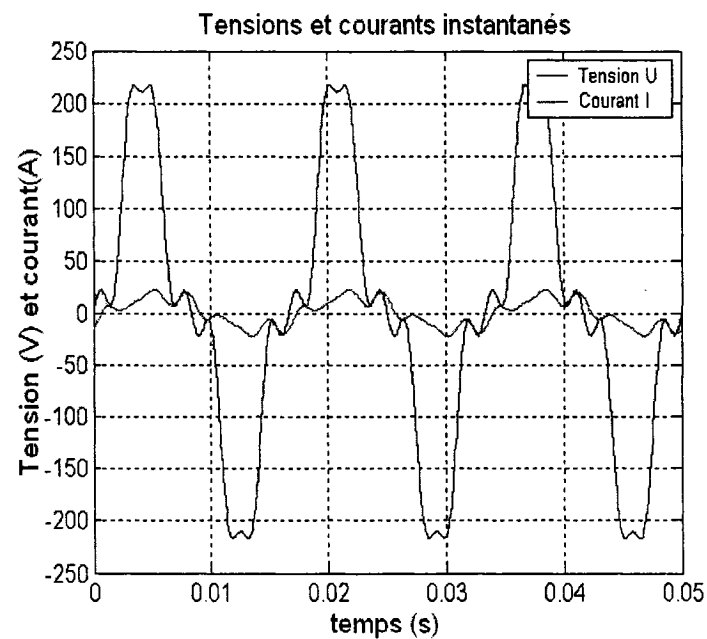
Scénario no 3					
Auteurs	S (VA)	P (W)	Q (vars)	D (VA)	D <sub>H</sub> (VA)
Budeanu C.	1690	1169	892,6	832,3	-
Fryze S.	1690	1169	1220	0	-
Van WyK	1690	1169	858,5	867,5	-
Shepherd	1690	1393	957,6	0	-
Sharon	1690	1393	957,6	0	-
Emanuel	1690	1169	892,6	832,3	-
Czarnecki	1690	1169	957,6	756,6	0

Les puissances apparentes ici encore sont égales dans chaque théorie. Les puissances actives varient dans une fourchette de 1169 W à 1393 W. Les puissances réactives sont différentes, excepté pour Shepherd, Sharon et Czarnecki pour lesquels elles sont égales à 957,6 var d'une part et pour Budeanu et Emanuel pour lesquels on trouve 892,6 var d'autre part. On note l'absence de la composante  $D_H$  de la puissance harmonique dans le cas de Czarnecki. Ce phénomène s'explique par le fait que les courbes instantanées de la source et de la charge comportent les mêmes harmoniques. Le circuit passif ne déforme pas l'onde de courant, mais provoque son déphasage par rapport à la tension [17]. La puissance instantanée prend des valeurs positives et négatives. La courbe instantanée de la puissance active s'annule en plusieurs points et prend parfois des valeurs négatives (figure 2.7).



**Figure 2.7: Représentation de la puissance instantanée dans le scénario 3.**

### 2.5.7 Scénario 4: La source et la charge comportent des harmoniques différentes



**Figure 2.8: La tension et le courant ont des composantes harmoniques différentes.**

Dans cette partie, la source et la charge sont différentes et comportent chacune des harmoniques propres et spécifiques (figure 2.8). Czarnecki a développé cette situation



dans plusieurs articles [11]. Celles que l'on retrouve dans la source d'alimentation peuvent ne pas être présentes dans la charge. Ainsi, au point de couplage commun, PCC, le système se divise en deux sous-systèmes: L'un relatif aux harmoniques en provenance de la source auxquelles correspond une puissance active  $P_n$  positive. L'autre sous-système est associé aux harmoniques issues de la charge et donne lieu à une puissance active négative. La charge du client se comporte comme une source d'énergie pour le réseau [25], [30]. Ainsi, dans le même circuit, pour certains harmoniques, la charge se comporte en source et pour d'autres son rôle change et on a la situation inverse. La puissance active consommée dans le circuit est donc la différence des puissances actives issues de la source et de la charge La décomposition relative à la théorie d'Emanuel A.E. nous offre une autre perspective puisqu'elle sépare nettement les composantes de la fondamentale de celles associées aux harmoniques. C'est le cas le plus général que nous avons à considérer dans le cadre des montages monophasés.

## 2.5.8 Résultats scénario 4

**Tableau 2.5: Résultats du scénario 4**

<b>Scénario 4</b>					
<b>Auteurs</b>	<b>S (VA)</b>	<b>P (W)</b>	<b>Q (vars)</b>	<b>D (VA)</b>	<b>D<sub>H</sub> (VA)</b>
<b>Budeanu C.</b>	1690	1285	742,4	808,6	-
<b>Fryze S.</b>	1690	1285	1097	0	-
<b>Van WyK</b>	1690	1285	652	883	-
<b>Shepherd</b>	1690	1287	743,3	804,3	-
<b>Sharon</b>	1690	1287	796,3	751,9	-
<b>Emanuel</b>	1690	1247	720	884,8	-
<b>Czarnecki</b>	1690	1285	796,3	499,7	566

C'est le cas le plus général parmi les quatre scénarios considérés. Budeanu, Fryze, Van WyK et Czarnecki ont obtenu 1285 W pour P alors que Sharon et Shepherd en ont trouvé 1287 W, valeur légèrement supérieure. Emanuel a trouvé une valeur nettement

différente, savoir  $P=1247$  W. En ce qui concerne la puissance réactive  $Q$ , seuls Sharon et Czarnecki ont trouvé des valeurs identiques, soit  $Q$  égale à 796,3 var. La composante  $D_H$  apparaît exclusivement dans le cadre de la théorie de Czarnecki, uniquement pour les scénarios 1 et 4, c'est-à-dire les deux seuls cas où les charges sont non linéaires. La puissance  $D_H$  est étroitement associée au courant harmonique  $I_h$  généré à partir de la charge non linéaire. Cette puissance  $D_H$  caractérise la non linéarité de la charge. On reviendra sur ce concept par la suite.

## 2.6 Conclusion préliminaire pour les montages monophasés

Ce chapitre nous a fourni l'occasion de présenter les différentes équations qui caractérisent les théories sur la puissance, dans le cadre des montages monophasés. À la lumière de quatre scénarios spécifiques, nous avons effectué l'analyse des théories proposées. Dans cette perspective, nous avons créé, dans l'environnement Matlab/Simulink, plusieurs modèles. Ceux-ci représentent respectivement la source, le circuit alimenté par elle, la charge et les différentes théories. Nous avons également conçu deux autres modules : un module tension et un module courant. Elles servent d'interfaces entre la source, la charge et un modèle destiné à représenter l'une des théories quelconques proposées. Cette méthodologie nous a permis de recueillir les résultats associés à chaque théorie.

Ces résultats préliminaires montrent qu'il existe un grand consensus au sein des différentes théories, du moins en ce qui concerne la puissance active. Seuls les résultats de Sharon et Shepherd dans les troisième et quatrième scénarios se démarquent un peu de ceux des autres chercheurs. Toutefois, dans le scénario 2, ils obtiennent une valeur identique aux leurs. Dans le troisième scénario, Shepherd et Sharon ont obtenu des résultats plus proches de ceux obtenus par les autres confrères. Résultat surprenant, on constate que Budeanu, Fryze et leurs disciples respectifs Emanuel et Czarnecki ont obtenu des puissances actives presque identiques. Tandis que Czarnecki et Sharon ont sensiblement obtenu presque les mêmes valeurs, ceci dans les quatre scénarios, pour les

puissances apparentes, actives et réactives. La grande lacune de la théorie de Fryze réside dans le fait qu'on ne peut calculer la valeur de  $Q_F$  en temps réel. Il faut d'abord déterminer la puissance active  $P$ . La puissance déformante  $D$  est totalement absente de la théorie de Fryze alors que, pour Budeanu et Emanuel, cette puissance est absente seulement dans le scénario 2 *paradoxe de la charge résistive*. Enfin, la puissance  $D_H$  apparaît dans les deux seules situations de la théorie de Czarnecki où l'on se trouve en présence de charges non linéaires.

Nous avons effectué dans ce chapitre une étude comparative des principales théories proposées sur la puissance dans le cadre des circuits monophasés. Cependant, pour faire un tour complet de la question, nous avons jugé nécessaire d'inclure les recherches des professeurs Czarnecki et Van Wyk. Les résultats obtenus pour ces deux chercheurs s'intègrent bien dans le cadre de ceux obtenus dans la référence [17], quand on choisit des données identiques. Le chapitre 3 est consacré à l'étude des montages triphasés traditionnels.

## **CHAPITRE 3**

### **MONTAGES TRIPHASÉS TRADITIONNELS**

#### **3.1 Introduction de chapitre**

Le chapitre 2 nous a permis de développer les principales théories proposées sur la puissance en régime non sinusoïdal, pour des circuits monophasés. Différents scénarios ont été analysés, à la lumière de ces théories. Le comportement d'un circuit triphasé traditionnel en régime déséquilibré est essentiel pour comprendre l'étude du même circuit en régime déformé. Dans ce présent chapitre, nous voulons effectuer les mêmes analyses, mais dans un contexte triphasé où les sources sont sinusoïdales et équilibrées. Le cas des sources non sinusoïdales et des circuits déformés sera abordé dans le chapitre 5. L'étude des circuits triphasés traditionnels a beaucoup à nous apprendre sur le comportement général de ces mêmes circuits en présence de charges non linéaires ou quand ils sont alimentés par une source non sinusoïdale. L'idéal aurait été d'utiliser les mêmes chercheurs et scénarios du chapitre 2. Nous avons dû nous rendre à l'évidence et reconnaître que tous les auteurs considérés n'avaient pas proposé de théories utilisables pour les circuits triphasés. Pour des contraintes de temps, nous avons dû limiter notre étude à quatre chercheurs parmi les plus illustres: C. Budeanu, S. Fryze, A. E. Emanuel, et L.S. Czarnecki. Nous avons réalisé la modélisation des diverses composantes du circuit triphasé pour les différentes configurations retenues. Les simulations effectuées nous permettront d'interpréter les résultats.

#### **3.2 Équations relatives à chaque théorie**

Dans cette partie, nous établissons, de façon succincte, les principales équations associées aux différentes théories proposées par les chercheurs sélectionnés. Nous utilisons les phaseurs pour les tensions et les courants. Nous débutons par les énoncées de C. Budeanu.

### 3.2.1 Budeanu, C. [15], [17],

Budeanu a proposé deux formules pour calculer la puissance pour les montages triphasés : la *puissance apparente vectorielle* et la puissance apparente arithmétique. Les formules suivantes permettent de les calculer :

Puissance apparente vectorielle:

$$S_v = \sqrt{(\sum_k P_k)^2 + (\sum_k Q_{bk})^2 + (\sum_k D_k)^2} \quad 3.1$$

Puissance apparente arithmétique :

$$S_a = \sum_k \sqrt{P_k^2 + Q_{bk}^2 + D_k^2} \quad 3.2$$

$P_k$  représente la puissance active;  $Q_{bk}$  la puissance réactive de Budeanu et  $D_k$  la puissance déformante dans la phase  $k$ .

### 3.2.2 Fryze, S, [17]

S. Fryze, dans la même lignée que Budeanu, a proposé deux formules, différentes certes de celles proposées par ce dernier, mais non moins importantes. Il a défini la puissance apparente r.m.s. et la puissance apparente système, en utilisant les deux formules suivantes :

Puissance apparente r.m.s:

$$S_e = \sum_k \sqrt{P_k^2 + Q_{bk}^2} = \sum_k V_k I_k \quad 3.3$$

Puissance apparente système:

$$S_s = \sqrt{P^2 + Q_f^2} = \sqrt{\sum_k V_k^2} \sqrt{\sum_k I_k^2} \quad 3.4$$

### 3.2.3 Emanuel, A.E, [14], [15]

Pour les circuits triphasés traditionnels, Emanuel présente le concept d'un circuit équilibré virtuel qui occasionne les mêmes pertes que le circuit déséquilibré réel [15]. Ce qui l'a conduit à définir un courant de ligne effectif  $I_e$  et une tension ligne-neutre effective  $V_e$ . Les formules extraites de cette théorie sont:

- Pour un circuit triphasé quatre fils :

Le courant effectif est :

$$I_e = \sqrt{\frac{I_a^2 + I_b^2 + I_c^2 + I_n^2}{3}} = \sqrt{(I^+)^2 + (I^-)^2 + (I^0)^2} \quad 3.5$$

La tension effective est donnée par la formule :

$$V_e = \sqrt{\frac{1}{18}[3(V_a^2 + V_b^2 + V_c^2) + V_{ab}^2 + V_{bc}^2 + V_{ca}^2]} = \sqrt{(V^+)^2 + (V^-)^2 + \frac{(V^0)^2}{2}} \quad 3.6$$

- Pour un circuit triphasé 3 fils :

Le courant effectif est :

$$I_e = \sqrt{\frac{I_a^2 + I_b^2 + I_c^2}{3}} = \sqrt{(I^+)^2 + (I^-)^2} \quad 3.7$$

La tension effective est :

$$V_e = \sqrt{\frac{V_{ab}^2 + V_{bc}^2 + V_{ca}^2}{9}} = \sqrt{(V^+)^2 + (V^-)^2} \quad 3.8$$

La puissance apparente effective est donc :

$$S_e = 3V_e I_e \quad 3.9$$

### 3.2.4 Théorie de L.S Czarnecki [25], [26], [29].

Czarnecki est l'un des chercheurs les plus controversés dans les milieux intéressés dans les recherches sur la puissance en régime harmonique. Il est aussi l'un des auteurs les plus critiques à l'égard de Budeanu et d'Emanuel A.E [9], [44], [46]. Son travail embrasse les deux domaines du temps et de la fréquence, ce qui fait de lui un disciple à la fois de Budeanu et de Fryze [33]. Son œuvre présente un intérêt certain pour les ingénieurs électriciens, les spécialistes et les chercheurs du monde entier. La richesse et la variété de son travail sont des réalités incontestables. La modélisation de ses théories apparaît difficile aux yeux de plus d'un [27]. Czarnecki utilise dans ses modélisations et simulations un algorithme FFT et d'autres éléments issus de la technologie DSP Blockset. La perspective d'utiliser ses théories dans l'environnement Matlab/Simulink a constitué pour nous une expérience très enrichissante. À côté de l'étude effectuée pour les autres théories, nous placerons celle de Czarnecki. Il en sera de même dans le prochain chapitre.

Équations de Czarnecki : Dans ces équations, les éléments  $U_A$ ,  $U_B$ ,  $U_C$  ou  $I_A$ ,  $I_B$ ,  $I_C$  des matrices sont des valeurs complexes efficaces. Il en est de même au chapitre quatre.

Tension instantanée :

$$u = \begin{bmatrix} u_A \\ u_B \\ u_C \end{bmatrix} = \sqrt{2} \operatorname{Re} \begin{bmatrix} U_A \\ U_B \\ U_C \end{bmatrix} e^{j\omega_1 t} = \sqrt{2} \operatorname{Re} U e^{j\omega_1 t} \quad 3.10$$

Courant instantané :

$$i = \begin{bmatrix} i_A \\ i_B \\ i_C \end{bmatrix} = \sqrt{2} \operatorname{Re} \begin{bmatrix} I_A \\ I_B \\ I_C \end{bmatrix} e^{j\omega_1 t} = \sqrt{2} \operatorname{Re} I e^{j\omega_1 t} \quad 3.11$$

Le courant  $i$  peut se décomposer en trois composantes, savoir :

$$i = i_a + i_r + i_u \quad 3.12$$

Courant actif :

$$i_a = \sqrt{2} \operatorname{Re} \{ G_e U e^{j\omega_1 t} \} \quad 3.13$$

Courant réactif :

$$i_r = \sqrt{2} \operatorname{Re} \{ j B_e U e^{j\omega_1 t} \} \quad 3.14$$

Courant déséquilibré :

$$i_u = \sqrt{2} \operatorname{Re} \{ A U^\# e^{j\omega_1 t} \} \quad 3.15$$

$$U^\# = \begin{bmatrix} U_A \\ U_C \\ U_B \end{bmatrix} \quad 3.16$$

Ces trois composantes sont orthogonales et leurs valeurs efficaces satisfont la relation :

$$\| i \|^2 = \| i_a \|^2 + \| i_r \|^2 + \| i_u \|^2 \quad 3.17$$

Où

$$\| i_a \| = G_e \| u \| \quad 3.18$$



$$\|i_r\| = B_e \|u\| \quad 3.19$$

$$i_u = A \|u\| \quad 3.20$$

$$A = -(Y_{ST} + \alpha Y_{TR} + \alpha^* Y_{RS}) \quad 3.21$$

$$\alpha = e^{j\frac{2\pi}{3}} : \text{Opérateur de Fortescue.} \quad 3.22$$

$Y_{ST}, Y_{TR}, Y_{RS}$  admittances ligne-ligne.

La multiplication des équations précédentes par la valeur efficace de la tension débouche sur une relation qui permet de déterminer la puissance apparente On a donc :

$$S^2 = P^2 + Q_R^2 + D_u^2 \quad 3.23$$

Dans l'équation précédente, P représente la puissance active,  $D_u$  la puissance et de déséquilibre et  $Q_R$  la puissance réactive, quand elle existe. Nous obtenons ainsi trois nouvelles relations :

Nouvelles relations :

$$P = \|u\| \|i_a\| = G_e \|u\|^2 \quad 3.24$$

$$D_u = \|u\| \|i_u\| = A \|u\|^2 \quad 3.25$$

$$Q_R = \pm \|u\| \|i_r\| = -B_e \|u\|^2 \quad 3.26$$

### **3.3 Modélisations**

Le principe des modélisations utilisées dans cette partie est le même que celui utilisé pour les montages monophasés. Les deux modules tension et courant servant d'interface entre la source d'alimentation du circuit, la charge et ceux représentant les différentes théories fonctionnent de la même façon que ces montages précités. Ils recueillent des informations à partir de la source, les transforment en phaseurs de la tension et du courant. Ceux-ci sont introduits à l'entrée des modules représentant les théories analysées. Cette partie est plus facile à modéliser. En effet, elle s'appuie essentiellement sur des modèles de blocs déjà disponibles dans les différentes boîtes à outils trouvées dans la bibliothèque Matlab/Simulink.

#### **3.3.1 Source**

Dans le cadre des montages triphasés traditionnels, nous comptons utiliser des éléments tirés de la boîte à outils SimPowerSystem, paramétrables à souhait. Ainsi, nous nous proposons d'utiliser dans cette partie de notre mémoire un module source qui permet de reproduire le comportement d'une source sinusoïdale, avec la possibilité de changer, durant les simulations, les paramètres de celle-ci. Cette source échange des données avec le module tension.

#### **3.3.2 Charge**

Dans les quatre scénarios sélectionnés, la charge est considérée linéaire, constituée d'éléments passifs. Ce sont des résistances pures qui ne requièrent pas une étude particulière ou des techniques de modélisation spéciales. On trouve à profusion des modèles de ces éléments dans la boîte à outils SimPowerSystem. Ces blocs sont bien appropriés et bien adaptés à ce type de fonctionnement.

#### **3.3.3 Théories**

Tous les chercheurs dénombrés lors de la première partie de notre projet n'ont pas publié des travaux en régime triphasé. Même ceux de Budeanu avaient été formulés au départ

pour des circuits monophasés [44]. Le temps nous manque pour inclure et considérer les études réalisées par tous les savants intéressés par la puissance en régime déformé. Toutefois, à côté du contraste naturel qui existe entre les théories de Budeanu et celles de Fryze, il nous a paru judicieux de mettre en évidence l'opposition manifeste qui existe entre les théories développées par L.S. Czarnecki et Emanuel A.E. Ainsi, dans ce chapitre et dans le suivant, nous allons analyser les réponses fournies par chaque théorie à la lumière des résultats obtenus.

### **3.4 Simulations**

Pour toutes les Simulations exécutées dans ce chapitre, nous utilisons les mêmes consignes que celles appliquées pour les montages en monophasé. Les circuits utilisés ne comportent aucun élément ou dispositif non linéaire, situation idéale qui permet l'utilisation du solveur Ode45 Dormand –Prince, avec pratiquement les mêmes résultats que ceux qu'on aurait obtenu avec un autre solveur, Ode15 Stiff ou Ode 23, par exemple.

### **3.5 Scénarios retenus: source sinusoïdale dans les quatre scénarios**

Dans cette partie, nous allons concentrer notre attention sur des montages triphasés traditionnels. Ainsi, pour les quatre scénarios analysés, la source d'alimentation est supposée triphasée, équilibrée et sinusoïdale. La charge, de son côté, peut être équilibrée, déséquilibrée à 3 ou 4 fils. Les différentes configurations considérées sont résumées dans le tableau 3.1.

Un disjoncteur D a été incorporé et intégré dans les différents montages. Son rôle est d'établir ou de supprimer au besoin la connexion du neutre, ce qui correspond aux deux valeurs attribuées à D dans le tableau 3.1.

- D=0, disjoncteur en position ouverte, échelon égal à 0 et aucun fil neutre connecté ou relié à la terre.

- $D=1$ , disjoncteur en position fermée, échelon égal à 1, présence de fil neutre constatée. Le neutre est connecté à la terre.

On suppose les résistances de la ligne égales à 0.

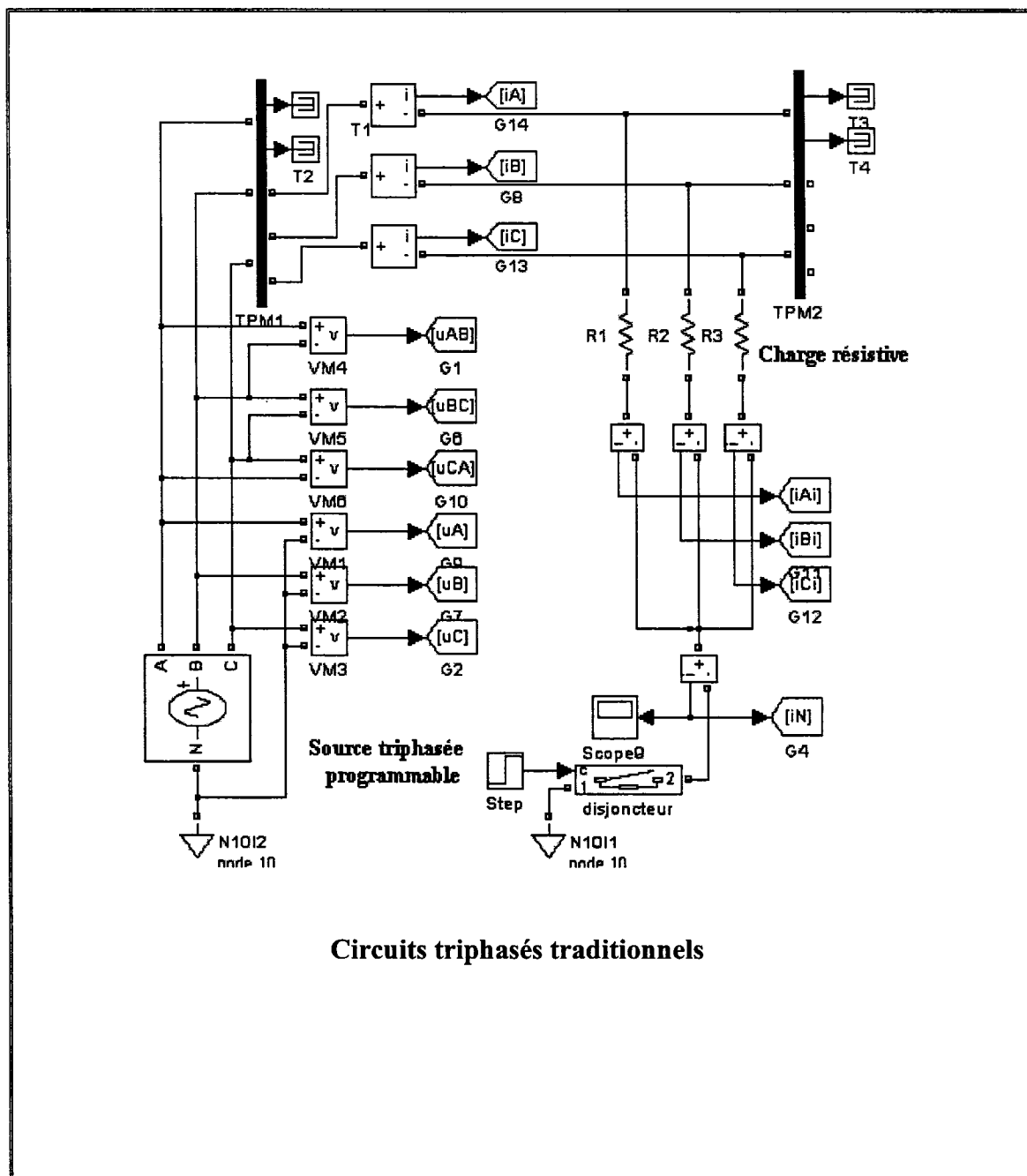


Figure 3.1: Représentation d'un des nombreux scénarios considérés

**Tableau 3.1: Valeurs paramétriques des différents scénarios considérés**

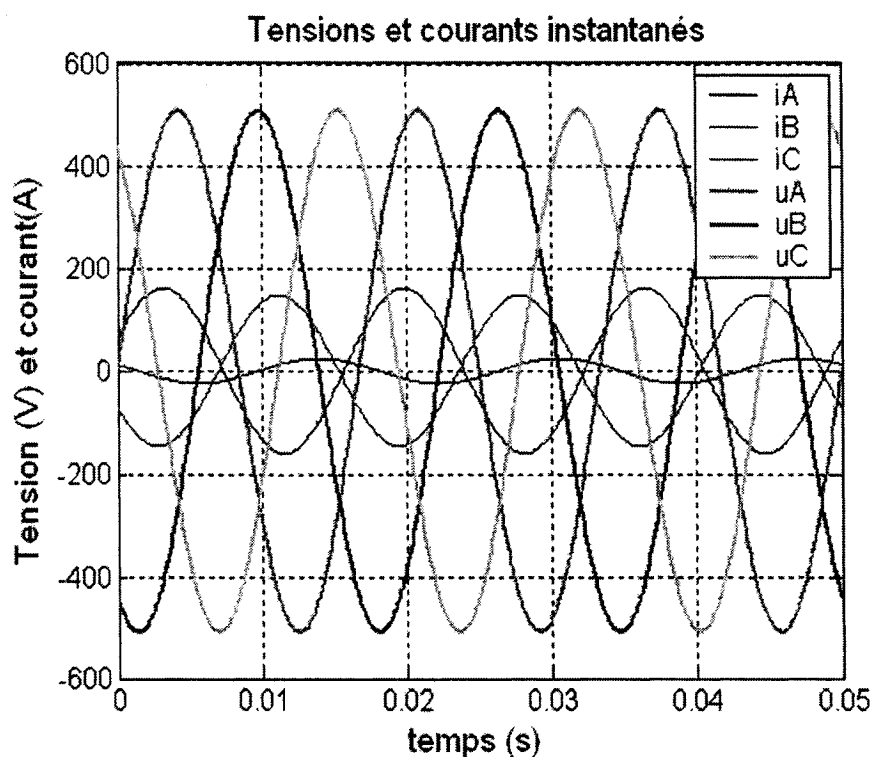
<b>Scénarios montages triphasés traditionnels</b>				
<b>Valeurs</b>	<b>Scénario1</b>	<b>Scénario2</b>	<b>Scénario3</b>	<b>Scénario4</b>
Va(V)	360	360	360	360
Vb(V)	360	360	360	360
Vc(V)	360	360	360	360
Ra( $\Omega$ )	0	6	6	6
Rb ( $\Omega$ )	6	6	6	6
Rc ( $\Omega$ )	36	36	36	6
D=0 ou 1	0	0	1	0

Le tableau résume les quatre scénarios relatifs aux montages monophasés. On y trouve aussi les valeurs attribuées aux différents paramètres de la charge et de la source. Le disjoncteur placé dans le circuit du neutre est représenté dans le tableau par la lettre D. Il ne faut pas confondre le symbole D utilisé pour le disjoncteur avec le même symbole utilisé pour la puissance déformante. Dans le texte, nous préciserons toujours quand il s'agit du disjoncteur ou de la puissance déformante, pour éviter toute ambiguïté ou confusion.

Dans les sections suivantes, nous étudions le comportement des circuits triphasés traditionnels à partir des théories proposées par deux écoles de pensée : celle dont les études sont fondées sur le domaine de la fréquence. Elle est représentée par Budeanu et celle qui s'appuie sur le domaine du temps. Elle a pour chef de file S. Fryze. Nous y avons intégré aussi l'étude de deux de leurs disciples acharnés: Emanuel et Czarnecki.

Nous allons analyser cette situation à la lumière des considérations relatives aux théories de ces chercheurs.

### 3.5.1 Charge résistive déséquilibrée sans fil neutre, avec $R_A$ nulle



**Figure 3.2: Tension et courant instantanés du scénario 1.**

Dans ce scénario, la source est triphasée équilibrée, de valeur efficace 360 volts. La charge est triphasée et constituée de résistances pures. La phase A est égale à zéro, tandis que les deux autres ont pour valeurs respectives  $6\ \Omega$  et  $36\ \Omega$  de telle sorte que le déséquilibre du circuit est très prononcé. Le neutre du montage est isolé de la terre au moyen d'un disjoncteur dont les contacts sont en position ouverte. Sur la figure 3.1, on peut visualiser les courbes instantanées des tensions et des courants.

### 3.5.2 Résultats du scénario 1

Les résultats recueillis pour chaque théorie dans le scénario 1 sont résumés dans le tableau 3.2.

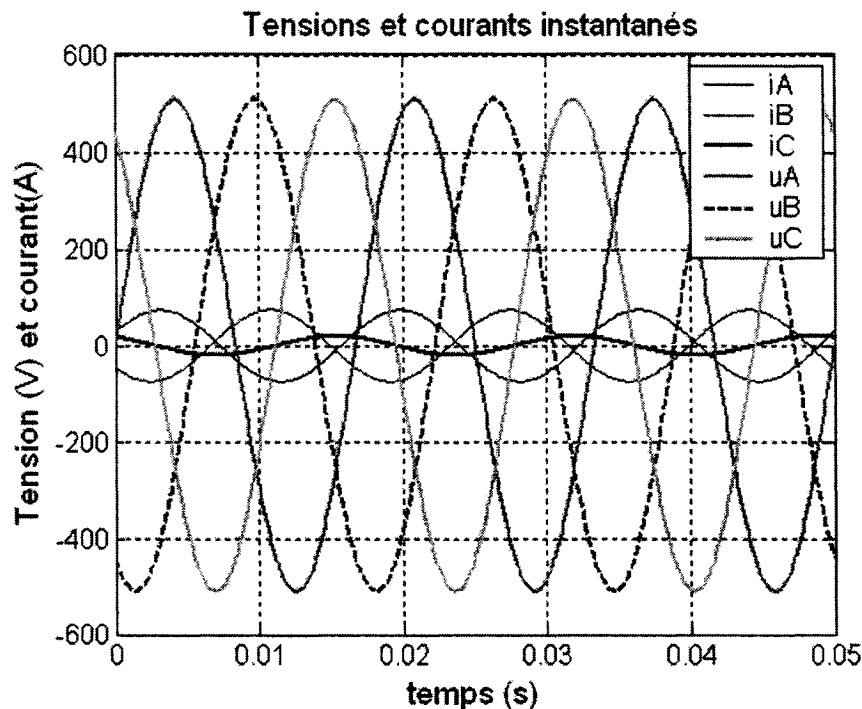
**Tableau 3.2: Résultats du scénario 1**

Scénario 1				
Valeurs	Budeanu	Fryze	Czarnecki	Emanuel
$S_v$ (VA)	75600			
$S_a$ (VA)	84530			
$S_e$ (VA)		84530		
$S_s$ (VA)		96600		
$S$ (VA)			96600	96595
$PF\phi_v$	1			
$PF\phi_a$	0,894	0,894		
$PF\phi_s$		0,798		
$PF\phi$			0,7821	0,7826
$P_a$ (W)	37800	37800		
$P_b$ (W)	32400	32400		
$P_c$ (W)	5400	5400		
$P$ (W)	75600	75600	75560	75600
$Q_a$ (var)	-15590	-15590		
$Q_b$ (var)	18710	18710		
$Q_c$ (var)	-3118	-3118		
$Q$ (var)	2	2		
$D$ (VA)	0,001	0		
$Q_R$ (var)			0	
$D_u$ (VA)			60130	

Le tableau 3.2 permet de comparer les résultats obtenus pour chacune des théories analysées. Ce qu'on peut constater du premier coup en observant le tableau, c'est la correspondance entre les résultats obtenus par Fryze, Czarnecki et Emanuel. La puissance apparente est respectivement de 96600 VA pour les deux premiers et de 96595 VA, pour le dernier. D'autre part, les deux formules proposées de part et d'autre par Budeanu Fryze donnent des résultats différents pour chacun d'eux. On observe que

Sa et Se sont pratiquement égales, bien qu'elles soient proposées par deux chercheurs distincts. Les puissances actives pour Budeanu, Fryze et Czarnecki ont le même ordre de grandeur, à quelque chose près. La puissance déformante définie par Budeanu peut être considérée comme nulle. La grandeur  $D_u$  qui caractérise chez Czarnecki le déséquilibre est ici égale à 60130 VA. La puissance active P et la puissance  $D_u$  dans la théorie de Czarnecki sont des grandeurs orthogonales. Le logiciel de simulation arrondit les résultats trouvés, de telle sorte que ceux obtenus dans les calculs théoriques sont légèrement différents de ceux enregistrés lors des simulations. Exemple frappant, on obtient la même valeur de puissance apparente pour Czarnecki et Emanuel dans les calculs théoriques.

### 3.5.3 Charge résistive déséquilibrée sans fil neutre



**Figure 3.3: Tension et courant instantanés du scénario 2.**



Dans ce scénario, la source sinusoïdale alimente une charge résistive triphasée déséquilibrée. La résistance connectée sur la phase A n'est pas nulle. Le disjoncteur placé sur le circuit du neutre est en position ouverte. La résistance de la source est nulle, ainsi que celle de la ligne.

### 3.5.4 Résultats du scénario 2

**Tableau 3.3: Résultats du scénario 2**

Scénario 2				
Valeurs	Budeanu	Fryze	Czarnecki	Emanuel
$S_v$ (VA)	39880			
$S_a$ (VA)	42730			
$S_e$ (VA)		42730		
$S_s$ (VA)		47020		
$S$ (VA)			47020	47020
$PF\phi_v$	1			
$PF\phi_a$	0,933	0,933		
$PF\phi_s$		0,848		
$PF\phi$			0,848	0,848
$P_a$ (W)	17450	17450		
$P_b$ (W)	17450	17450		
$P_c$ (W)	4980	4980		
$P$ (W)	39880	39880	39880	39880
$Q_a$ (var)	-7195	-15590		
$Q_b$ (var)	7195	18710		
$Q_c$ (var)	0	-3118		
$Q$ (var)	2	2		
$D$ (VA)	0,001	0		
$Q_R$ (var)			0	
$D_u$ (VA)			24920	

Dans ce scénario également il y a échange de puissance réactive, mais entre les phases A et B. La phase A fournit de la puissance réactive à B, dans le cadre des formules

proposées par Budeanu et Fryze. Le bilan général du circuit en puissance réactive est globalement nul. En dépit du déséquilibre évident du circuit, il n'y a pas de puissance déformante;  $D$  total dans le circuit est nul. Dans ce scénario, les puissances apparentes pour les théories de Fryze, Czarnecki et Emanuel sont égales. Cette situation est indiquée sur la figure 3.4. Les courbes  $S_s$ ,  $S_e$  et  $S$  se confondent sur la figure. Elles sont représentées par la courbe de couleur rose ( $S$ ). Les résultats de Budeanu se démarquent encore de ceux des autres chercheurs. La valeur  $S_v$ , puissance apparente vectorielle, correspond exactement à la puissance active; qui a failli lui être supérieure, ce qui objectivement n'aurait aucun sens. Beaucoup d'auteurs ont déjà remis en question la validité de cette formule, dont Emanuel A.E [14], [15].Filipski [55].La valeur de  $D_u$  a un peu diminué dans ce scénario et s'établit maintenant à 24920 VA.

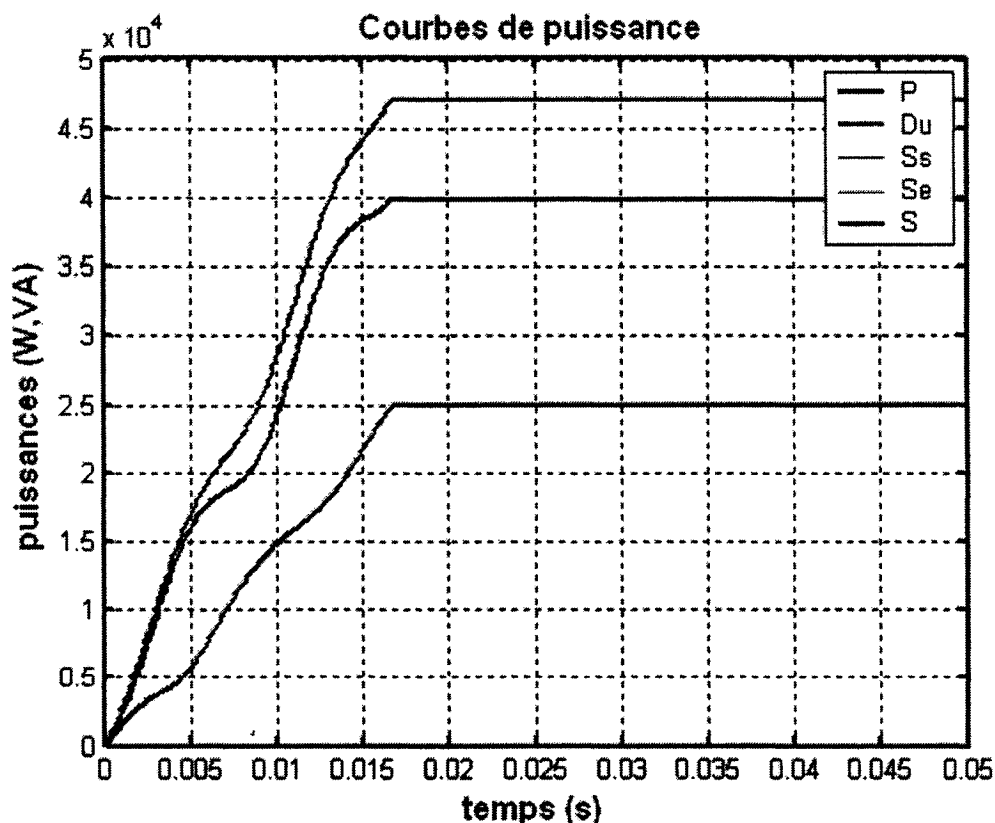
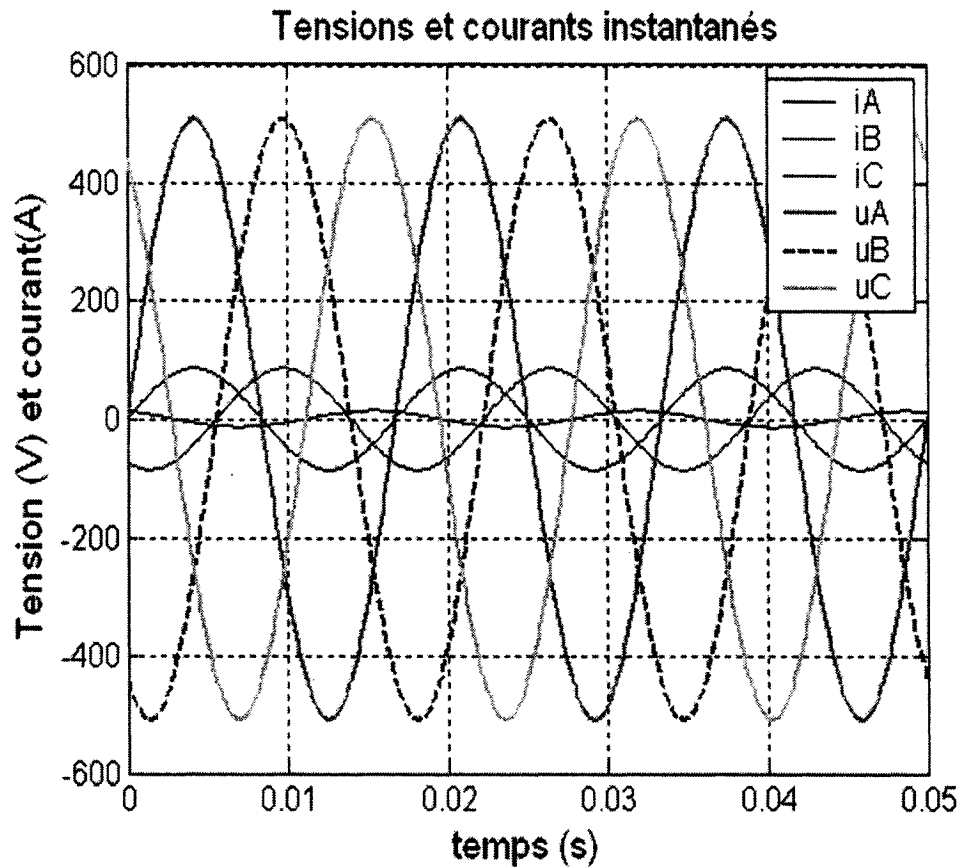


Figure 3.4: Courbes de puissance, Fryze, Czarnecki et Emanuel A.E.

### 3.5.5 Charge résistive déséquilibrée avec fil neutre



**Figure 3.5: Tension et courant instantanés du scénario 3.**

Le scénario 3 présente l'exemple d'une charge résistive triphasée, déséquilibrée et alimentée par une Source équilibrée sinusoïdale. Les résistances des lignes sont supposées négligeables, ainsi que celle de la source d'alimentation. Le disjoncteur D toujours inséré sur le circuit du neutre et permet de connecter celui-ci à la terre. Les résultats associés à ce scénario sont consignés dans le tableau 3.5.

### 3.5.6 Résultats du scénario 3

Tableau 3.4: Résultats du scénario 3

Scénario 3				
Valeurs	Budeanu	Fryze	Czarnecki	Emanuel
$S_v$ (VA)	46775			
$S_a$ (VA)	46775			
$S_e$ (VA)		46775		
$S_s$ (VA)		53240		
$S$ (VA)			53240	65437
$PF\phi_v$	1			
$PF\phi_a$	1	1		
$PF\phi_s$		0,878568		
$PF\phi$			0,87847	0,7148
$P_a$ (W)	21590	21590		
$P_b$ (W)	21580	21580		
$P_c$ (W)	3605	3605		
$P$ (W)	46775	46775	46775	46775
$Q_a$ (var)	-25,89	-25,89		
$Q_b$ (var)	25,89	25,89		
$Q_c$ (var)	0	0		
$Q$ (var)	0	0		
$D$ (VA)	0	0		
$Q_R$ (var)			0	
$D_u$ (VA)			25430	

L'échange énergétique, dans ce scénario, se réduit à sa plus simple expression. Les phases A et B échangent encore de l'énergie réactive, de façon négligeable. La phase C, comme dans le cas précédent, est tenue à l'écart des échanges énergétiques qui s'opèrent dans le circuit. Cette situation est le résultat de la résistance plus grande de la phase C par rapport aux deux autres A et B. Ainsi, le courant qui la traverse est moindre que celui qui circule dans les autres. La puissance réactive totale du circuit est nulle, ainsi que la puissance déformante de Budeanu. Constatation curieuse, la puissance apparente effective calculée par le professeur Emanuel (Working group IEEE) [15] s'écarte

nettement des valeurs trouvées par Fryze et Czarnecki, contrairement à celles obtenues pour les deux scénarios précédents. Dans la situation présente, le neutre du circuit est connecté, les contacts du disjoncteur sont en position fermée. Il y circule un courant assez élevé, mis en évidence dans la formule utilisée par le groupe du professeur Emanuel. On obtient ainsi un courant  $I_e$  de 60,59 A. Ce courant est supérieur à celui qu'on observe dans un tel circuit en situation d'équilibre total, soit  $I_e = 60$  A. Des quatre formules proposées par Budeanu et Fryze,  $S_s$  est celle qui fournit la plus grande valeur. Elle donne donc lieu à un facteur de puissance moindre.

### 3.5.7 Charge résistive équilibrée avec ou sans fil neutre

Nous ne considérerons ici que le cas où le neutre du circuit est déconnecté, la situation inverse débouchant exactement sur les mêmes résultats. Il n'existe aucun courant dans le neutre du circuit. La figure 3.6 représente les courbes instantanées de ce scénario.

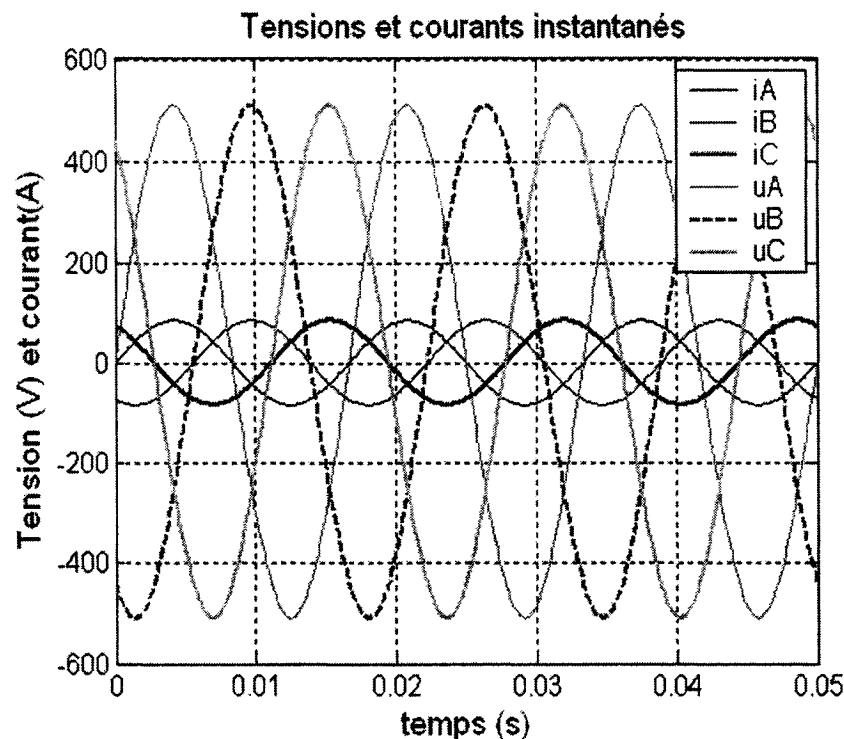


Figure 3.6: Tension et courant instantanés du scénario 4.

### 3.5.8 Résultats du scénario 4

Le dernier scénario présente une situation d'équilibre parfaite. La source d'alimentation et la charge résistive sont toutes deux équilibrées et cela en même temps. Ce cas est celui où l'on retrouve le plus grand consensus entre les diverses théories élaborées. Toutes les formules utilisées pour calculer la puissance apparente fournissent des résultats identiques, de telle sorte que  $S_v$ ,  $S_e$ ,  $S_a$ ,  $S_s$  et  $S$  sont égales. En outre, on n'observe plus aucun échange énergétique dans le circuit entre les phases A et B. Les puissances réactives et déformantes sont nulles sur toutes les phases et dans le circuit en général. Les puissances actives proposées pour toutes les théories sont égales.

**Tableau 3.5: Résultats du scénario 4**

Scénario 4				
Valeurs	Budeanu	Fryze	Czarnecki	Emanuel
$S_v$ (VA)	64800			
$S_a$ (VA)	64800			
$S_e$ (VA)		64800		
$S_s$ (VA)		64800		
$S$ (VA)			64800	64800
$PF\phi_v$	1			
$PF\phi_a$	1	1		
$PF\phi_s$		1		
$PF\phi$			1	1
$P_a$ (W)	21600	21600		
$P_b$ (W)	21600	21600		
$P_c$ (W)	21600	21600		
$P$ (W)	64800	64800	64800	64800
$Q_a$ (var)	0	0		
$Q_b$ (var)	0	0		
$Q_c$ (var)	0	0		
$Q$ (var)	0	0		
$D$ (VA)	0	0		
$Q_R$ (var)			0	
$D_u$ (VA)			0	

### 3.6 Conclusions préliminaires

Les quatre scénarios analysés précédemment nous ont permis de constater les faits suivants :

- la puissance  $S_s$  définie par Fryze fournit généralement des valeurs supérieures à celles obtenues pour toutes les autres formules utilisées pour calculer la puissance apparente, exceptés dans le troisième scénario où l'on a trouvé une valeur qui lui était supérieure (Emanuel A.E.).  $S_v$  fournit les valeurs les plus petites [17], [26].
- les puissances apparentes  $S_a$  et  $S_e$  proposées respectivement par Budeanu et Fryze donnent toujours les mêmes résultats, et ceci, pour tous les scénarios considérés.
- les échanges énergétiques se font surtout entre les phases A et B, phénomène explicable sans doute par la plus grande résistance de la phase C. Il y circule un courant moindre.
- la connexion du neutre du circuit à la terre réduit les échanges de puissance réactive entre les phases A et B. Ce changement s'accompagne d'une augmentation de la puissance apparente  $S_s$ . C'est l'unique cas où l'on observe une plus grande valeur de la puissance apparente d'Emanuel par rapport aux autres.
- les valeurs trouvées pour la théorie de Budeanu se démarquent sensiblement de celles trouvées pour les autres théories, excepté dans le dernier scénario.

- la puissance déformante, telle que définie par Budeanu, n'a rien à voir avec la puissance  $D_u$  qui caractérise le déséquilibre du circuit chez Czarnecki [56]. Cependant, chez Budeanu, la puissance déformante semble être intimement associée à la puissance réactive du circuit.
- l'expression pour calculer  $S_s$  a d'abord été proposée par Buchholz, puis expliquée par Goodhue. Elle est la seule à correspondre aux valeurs trouvées par Czarnecki ou Emanuel (Working Group). Cette expression donne des valeurs correctes en toutes circonstances : équilibrée, déséquilibrée, sinusoïdale, non sinusoïdale [15].
- enfin, ce chapitre nous a permis de réaliser que certaines phases d'une source parfaitement sinusoïdale et équilibrée peuvent générer de la puissance réactive, même quand la charge est purement résistive. et ne comporte aucun élément qui emmagasine de l'énergie comme les condensateurs ou les bobines.
- le facteur de puissance relié la puissance apparente  $S_s$  ne donne une valeur égale à l'unité que dans le cas de l'équilibre parfait observé dans le quatrième scénario, tandis que le facteur de puissance associé à  $S_v$  fournit tout le temps 1, ce qui ne semble pas refléter la réalité du circuit.

L'état d'équilibre du circuit détermine le niveau d'efficience et le rendement atteint dans l'ensemble du montage considéré. Un circuit parfaitement équilibré débouche sur un rendement maximal.  $P$  est alors égal à  $S$  dans toutes les configurations suggérées pour chaque théorie. Le facteur de puissance est égal à l'unité.



## **CHAPITRE 4**

### **MONTAGES TRIPHASÉS EN RÉGIME DÉFORMÉ**

#### **4.1 Introduction de chapitre**

Dans le chapitre 3, nous avons analysé, à la lumière de quatre scénarios bien déterminés, le comportement des montages triphasés, alimentés par une source sinusoïdale équilibrée. Dans trois de ces scénarios, nous avons considéré une charge déséquilibrée purement résistive. Même en absence d'éléments qui emmagasinent de l'énergie sous forme électromagnétique ou électrostatique, nous avons constaté des échanges énergétiques entre les diverses phases. Ce constat nous a permis de comprendre que la circulation de puissance réactive n'est pas nécessairement reliée à la présence d'une bobine ou d'un condensateur. D'autre part, l'analyse des résultats fournis par les différentes théories montre clairement que certaines formules ne reflètent pas exactement le transfert de puissance entre la source et la charge. Dans ce présent chapitre, nous allons nous évertuer à observer et analyser une série de scénarios qui présentent des situations où les deux aspects système déséquilibré et régime non sinusoïdal s'entremêlent. Le but visé ici n'est pas de dénombrer les cas les plus saillants et de les passer tous en revue. Nous nous sommes efforcé d'en considérer les plus pertinents. L'objectif principal de ce chapitre est donc l'étude des montages triphasés en régime déformé. Régime déformé, dans le cadre de cette étude, signifie pour nous régime non sinusoïdal en présence de charges non linéaires ou pas.

#### **4.2 Équations relatives à chaque théorie**

Les équations utilisées lors de l'étude des montages triphasés traditionnels sont encore pour la plupart valables dans ce chapitre. Ainsi, celles de Budeanu et de Fryze demeurent inchangées. Dans les quatre scénarios déjà considérés et analysés, la source est sinusoïdale et la charge réduite à une simple résistance pure. La différence, pour ceux qui retiennent notre attention dans cette partie, c'est qu'il est possible de considérer

pratiquement des harmoniques d'ordre plus élevé. Toutefois, dans ce mémoire, nous avons modélisé nos exemples avec des harmoniques bien spécifiques, d'ordre inférieur à 9. Ces modèles correspondent tous à des situations réelles, tirées de la vie courante.

#### 4.2.1 Budeanu, C [15], [17]

Puissance apparente vectorielle:

$$S_v = \sqrt{(\sum_k P_k)^2 + (\sum_k Q_{bk})^2 + (\sum_k D_k)^2} \quad 4.1$$

Puissance apparente arithmétique :

$$S_a = \sum_k \sqrt{P_k^2 + Q_{bk}^2 + D_k^2} \quad 4.2$$

$P_k$  représente la puissance active;  $Q_{bk}$  la puissance réactive de Budeanu et  $D_k$  la puissance déformante dans la phase  $k$ .

#### 4.2.2 Fryze, S [17]

Il a défini la puissance apparente efficace (rms) et la puissance apparente système, en utilisant les deux formules suivantes :

Puissance apparente efficace (rms). :

$$S_e = \sum_k \sqrt{P_k^2 + Q_{bk}^2} = \sum_k V_k I_k \quad 4.3$$

Puissance apparente système :

$$S_s = \sqrt{P^2 + Q_f^2} = \sqrt{\sum_k V_k^2} \sqrt{\sum_k I_k^2} \quad 4.4$$

### 4.2.3 Emanuel A .E. [14], [15], [24]

Emanuel A.E. décompose le courant et la tension effectifs en deux autres composantes, la composante fondamentale et la non-fondamentale selon les équations suivantes :

$$I_e = \sqrt{I_{e1}^2 + I_{eH}^2} \quad 4.5$$

$$V_e = \sqrt{V_{e1}^2 + V_{eH}^2} \quad 4.6$$

Pour un système triphasé quatre fils :

Courant effectif :

$$I_e = \sqrt{\frac{I_a^2 + I_b^2 + I_c^2 + I_n^2}{3}} \quad 4.7$$

Courant effectif fondamental :

$$I_{e1} = \sqrt{\frac{I_{a1}^2 + I_{b1}^2 + I_{c1}^2 + I_{n1}^2}{3}} \quad 4.8$$

Courant effectif non fondamental :

$$I_{eH} = \sqrt{\frac{I_{aH}^2 + I_{bH}^2 + I_{cH}^2 + I_{nH}^2}{3}} = \sqrt{I_e^2 - I_{e1}^2} \quad 4.9$$

Tension effective :

$$V_e = \sqrt{\frac{1}{18}[3(V_a^2 + V_b^2 + V_c^2) + V_{ab}^2 + V_{bc}^2 + V_{ca}^2]} \quad 4.10$$

Tension effective fondamentale :

$$V_{e1} = \sqrt{\frac{1}{18}[3(V_{a1}^2 + V_{b1}^2 + V_{c1}^2) + V_{ab1}^2 + V_{bc1}^2 + V_{ca1}^2]} \quad 4.11$$

Tension effective non fondamentale :

$$V_{eH} = \sqrt{\frac{1}{18}[3(V_{aH}^2 + V_{bH}^2 + V_{cH}^2) + V_{abH}^2 + V_{bcH}^2 + V_{caH}^2]} = \sqrt{V_e^2 - V_{e1}^2} \quad 4.12$$

Pour les systèmes triphasés à trois fils,  $I_{n1} = I_{nH} = 0$ .

On obtient des expressions bien plus simples:

Courant effectif :

$$I_e = \sqrt{\frac{I_a^2 + I_b^2 + I_c^2}{3}} \quad 4.13$$

Courant effectif fondamental :

$$I_{e1} = \sqrt{\frac{I_{a1}^2 + I_{b1}^2 + I_{c1}^2}{3}} \quad 4.14$$

Courant effectif non fondamental :

$$I_{eH} = \sqrt{\frac{I_{aH}^2 + I_{bH}^2 + I_{cH}^2}{3}} = \sqrt{I_e^2 - I_{e1}^2} \quad 4.15$$

Tension effective :

$$V_e = \sqrt{\frac{V_{ab}^2 + V_{bc}^2 + V_{ca}^2}{9}} \quad 4.16$$

Tension effective fondamentale :

$$V_{e1} = \sqrt{\frac{V_{ab1}^2 + V_{bc1}^2 + V_{ca1}^2}{9}} \quad 4.17$$

Tension effective non fondamentale :

$$V_{eH} = \sqrt{\frac{V_{abH}^2 + V_{bcH}^2 + V_{caH}^2}{9}} = \sqrt{V_e^2 - V_{e1}^2} \quad 4.18$$

Puissance apparente effective :

$$S_e = 3V_e I_e \quad 4.19$$

Cette puissance comporte deux composantes : la puissance apparente fondamentale et la puissance apparente non fondamentale.

$$S_e = S_{e1}^2 + S_{eN}^2 \quad 4.20$$

Puissance apparente fondamentale :

$$S_{e1} = 3V_{e1} I_{e1} \quad 4.21$$

#### 4.2.4 Czarnecki, L.S [11], [25]

Formules utilisées par Czarnecki pour les systèmes triphasés en régime déformé :

Tension instantanée :

$$u = \begin{bmatrix} u_A \\ u_B \\ u_C \end{bmatrix} = \sum_{n \in N} u_n = \sum_{n \in N} \begin{bmatrix} u_{An} \\ u_{Bn} \\ u_{Cn} \end{bmatrix} = \sqrt{2} R_e \sum_{n \in N} \begin{bmatrix} U_{An} \\ U_{Bn} \\ U_{Cn} \end{bmatrix} \cdot e^{jn\omega_1 t} \quad 4.22$$

Courant instantané :

$$i = \begin{bmatrix} i_A \\ i_B \\ i_C \end{bmatrix} = \sum_{n \in N} i_n = \sum_{n \in N} \begin{bmatrix} i_{An} \\ i_{Bn} \\ i_{Cn} \end{bmatrix} = \sqrt{2} R_e \sum_{n \in N} \begin{bmatrix} I_{An} \\ I_{Bn} \\ I_{Cn} \end{bmatrix} e^{jn\omega_1 t} \quad 4.23$$

$$\|u\| = \sqrt{\sum_{n \in N} (U_{An}^2 + U_{Bn}^2 + U_{Cn}^2)} \quad 4.24$$

$$\|i\| = \sqrt{\sum_{n \in N} (I_{An}^2 + I_{Bn}^2 + I_{Cn}^2)} \quad 4.25$$

Puissance active :

$$P_n = R_e \{ U_{An} I_{An}^* + U_{Bn} I_{Bn}^* + U_{Cn} I_{Cn}^* \} \quad 4.26$$

Puissance réactive :

$$Q_n = I_m \{ U_{An} I_{An}^* + U_{Bn} I_{Bn}^* + U_{Cn} I_{Cn}^* \} \quad 4.27$$

Conductance :

$$G_{en} = \frac{P_n}{\|u_n\|^2} \quad 4.28$$

Susceptance :

$$B_{en} = -\frac{Q_n}{\|u_n\|^2} \quad 4.29$$

Courant actif d'ordre n:

$$i_{an} = G_{en} u_n \quad 4.30$$

Courant réactif d'ordre n :

4.31

$$i_{rn} = B_{en} \frac{d}{d(n\omega, t)} u_n$$

Courant déséquilibré d'ordre n :

$$i_{un} = i_n - (i_{an} + i_{rn}) \quad 4.32$$

$$i_n = i_{an} + i_{rn} + i_{un} \quad 4.33$$

Ces composantes sont orthogonales entre elles, de telle sorte qu'on a :

$$\|i_n\|^2 = \|i_{an}\|^2 + \|i_{rn}\|^2 + \|i_{un}\|^2 \quad 4.34$$

Avec :

$$\|i_{an}\| = G_{en} \|u_n\| \quad 4.35$$

$$\|i_{rn}\| = |B_{en}| \|u_n\| \quad 4.36$$

$$\|i_{un}\| = A_n \|u_n\| \quad 4.37$$

La grandeur  $A_n$  correspond à l'amplitude des admittances déséquilibrées. Deux expressions bien distinctes permettent de déterminer  $A_n$  suivant les valeurs prises par  $n$ , qui représente l'ordre des harmoniques.

- Si  $n=3k+1$ ,  $k=0, 1, 2, 3, \dots$

$$A_n = -(Y_{ABn} + \alpha^2 Y_{BCn} + \alpha Y_{CAN}) \quad 4.38$$

- Si  $n=3k-1$ ,  $k=1, 2, 3, \dots$

$$A_n = -(Y_{ABn} + \alpha Y_{BCn} + \alpha^2 Y_{CAN}) :$$

$$A_n : \text{Admittance de la charge} \quad 4.39$$

$$\alpha = e^{j\frac{2\pi}{3}} : \text{Opérateur de Fortescue} \quad 4.40$$

Quand la source d'alimentation est non sinusoïdale, on peut déterminer la conductance équivalente du circuit, calculée par la formule :

Conductance équivalente :

$$G_e = \frac{P}{\|u\|^2} \quad 4.41$$

Ln formule 4.33 devient alors :

Courant principal :

$$i = i_a + i_r + i_u + i_s \quad 4.42$$

Avec :

Courant actif :

$$i_a = G_e u \quad 4.43$$

Courant réactif :

$$i_r = \sum_{n \in N} i_{rn} \quad 4.44$$

Courant de déséquilibre :

$$i_u = \sum_{n \in N} i_{un} \quad 4.45$$

Courant de dispersion :

$$i_s = \sum_{n \in N} (G_{en} - G_e) u_n \quad 4.46$$

Quand, comme dans le cas du scénario numéro 5, la charge non linéaire comporte des harmoniques qui ne figurent pas dans la source d'alimentation, un nouveau courant appelé *courant harmonique généré* apparaît et se calcule par l'équation : [11], [25]

Courant harmonique généré :

$$i_h = \begin{bmatrix} i_{Ah} \\ i_{Bh} \\ i_{Ch} \end{bmatrix} = \sum_{n \in K} \begin{bmatrix} i_{An} \\ i_{Bn} \\ i_{Cn} \end{bmatrix} = \sqrt{2} R_e \sum \begin{bmatrix} I_{An} \\ I_{Bn} \\ I_{Cn} \end{bmatrix} e^{jn\omega_1 t} \quad 4.47$$

L'expression la plus générale de Czarnecki pour les courants orthogonaux dans le circuit en régime déformé est la suivante :

Courant principal :

$$i = i_a + i_r + i_u + i_s + i_h \quad 4.48$$

Module du courant principal :

$$\|i\|^2 = \|i_a\|^2 + \|i_r\|^2 + \|i_u\|^2 + \|i_s\|^2 + \|i_h\|^2 \quad 4.49$$

Module du courant actif :

$$\|i_a\| = G_e \|u\| \quad 4.50$$

Module du courant réactif :

$$\|i_r\| = \sqrt{\sum \frac{Q_n^2}{\|u_n\|^2}} \quad 4.51$$

Module du courant de déséquilibre :

$$\|i_u\| = \sqrt{\sum_{n \in N} A_n^2 \|u\|^2} \quad 4.52$$



Module du courant de dispersion :

$$\|i_s\| = \sqrt{\sum_{n \in N} (G_{en} - G_e) \|u_n\|^2} \quad 4.53$$

Module du courant harmonique :

$$\|i_h\| = \sqrt{\sum_{n \in K} (I_{An}^2 + I_{Bn}^2 + I_{Cn}^2)} \quad 4.54$$

Dans le cas le plus général, la puissance apparente relative à la théorie de Czarnecki se calcule en multipliant l'équation 4.49 par le module de la tension. Ses cinq composantes se retrouvent dans l'équation quadratique suivante:[11]

Puissance apparente :

$$S^2 = P^2 + Q_r^2 + D_u^2 + D_s^2 + D_h^2 \quad 4.55$$

Puissance réactive :

$$Q_r = \|u\| \|i_r\| \quad 4.56$$

Puissance de déséquilibre :

$$D_u = \|u\| \|i_u\| \quad 4.57$$

Puissance de dispersion :

$$D_s = \|u\| \|i_s\| \quad 4.58$$

Puissance harmonique :

$$D_h = \|u\| \|i_h\| \quad 4.59$$

### **4.3 Modélisations**

Dans cette dernière partie de notre travail, nous conservons encore la même démarche adoptée lors de nos modélisations antérieures, tout en essayant de mettre à profit les ressources énormes disponibles dans Matlab. Ainsi, chaque fois que c'est possible, nous utilisons des modules typiques et spécifiques entreposés dans les diverses boîtes à outils de ce logiciel. Pour certains scénarios, il ne nous a pas été possible de trouver dans Matlab des sources ou des charges qui correspondaient à nos besoins précis. Nous avons dû les fabriquer nous-mêmes. Comme mentionné dès le départ, nous prélevons nos signaux instantanés directement de la source et de la charge. Ils sont uniformisés pour chaque théorie et transformés en phaseurs tension et courant au niveau des modules d'interface.

#### **4.3.1 Source**

Les sources d'alimentation utilisées dans cette partie du projet sont surtout non sinusoïdales. Seuls les quatrième et cinquième scénarios mettent en œuvre une source sinusoïdale, la charge considérée étant non linéaire. Les blocs paramétrables mentionnés auparavant permettent de modéliser des sources incluant un maximum de trois harmoniques. La nécessité d'utiliser des sources de tension comportant un nombre plus élevé d'harmoniques se pose souvent. Nous nous trouvons alors dans l'obligation de les modéliser nous-mêmes. Nous ne faisons usage, dans ce document, que de sources non sinusoïdales avec l'harmonique d'ordre 5 au maximum.

#### **4.3.2 Charge**

La modélisation de la charge a constitué pour nous une tâche bien plus complexe. Pour les besoins de l'étude, nous avons voulu utiliser des éléments et des montages simples, qui ne génèrent pas des harmoniques d'ordre supérieur à sept. Ainsi, nous avons modélisé nos charges non linéaires de façon qu'elles reproduisent et absorbent un courant efficace bien déterminé. Nous avons bien essayé d'utiliser des montages à diodes ou à thyristors, mais le spectre obtenu comporte tellement d'harmoniques d'ordre

supérieur à vingt, qu'on ne saurait s'arrêter à l'ordre sept sans fausser les calculs et les résultats. On aurait pu éviter ce problème, mais nous n'aurions fait que rendre nos calculs plus compliqués et notre tâche plus pénible.

### **4.3.3 Théories**

Dans ce chapitre, nous conservons les mêmes chercheurs retenus pour l'étude des montages triphasés traditionnels. Cette partie va nous permettre d'observer l'impact d'une source non sinusoïdale sur une charge qui peut être résistive équilibrée, déséquilibrée ou tout simplement non linéaire. Nous avons passé en revue un certain nombre de scénarios. Nous pensons qu'il serait important d'en explorer d'autres. L'approche de Czarnecki, par exemple, nous permet d'apprécier d'autres facettes de cette réalité complexe qu'est l'étude de la puissance en régime déformé. Elles ne se retrouvent pas dans la théorie d'Emanuel, qui présente un autre aspect de la question. Mais il existe sûrement quelque part un lien entre les diverses théories, un point de jonction qu'il importe de découvrir pour élucider le problème. Nous avons donc modélisé chaque théorie de telle façon qu'elle reflète la pensée de l'auteur et corresponde à la situation analysée.

## **4.4 Simulations**

Nous avons effectué nos simulations avec Matlab/Simulink-SimPowerSystem. À cause des éléments non linéaires mis en œuvre dans le circuit, nous utilisons exclusivement le solveur ode 15s (Stiff / NDF). Ce solveur présente l'avantage d'utiliser un algorithme à pas variable, ce qui a pour effet d'accélérer de façon appréciable la vitesse d'exécution des simulations. Pour éviter les aléas de fonctionnement rencontrés dans certains blocs, aléas caractéristiques de la période transitoire, nous considérons un intervalle de temps égal à 50ms. Nous aurions pu choisir une durée de 32ms. Normalement, après 16ms, on a pratiquement laissé la zone transitoire et on obtient des résultats satisfaisants pour tous les blocs. D'autre part, les paramètres de simulations sont définis de la façon suivante dans l'environnement Matlab/Simulink-SimPowerSystem:

- Temps de démarrage :  $T_d = 0$  s.
- Temps de fin de simulation :  $T_f = 50$  ms.
- Période de simulation :  $T = 16$  ms.
- Durée Simulation :  $T_e = 50$  ms
- Solveur: Ode 15s (Stiff/ NDF).
- Type de simulation: à pas variable.
- Pas maximum :  $1.e-4$ .
- Pas minimum : auto.
- Tolérance relative :  $1.e-3$ .
- Tolérance absolue :  $1.e-6$ .
- Facteur de raffinement : 1.
- Ordre maximum : 5.

#### 4.5 Scénarios retenus

Cette partie de notre mémoire est consacrée à l'analyse des montages triphasés non traditionnels. Ceux-ci comportent des sources sinusoïdales, non sinusoïdales et des charges non linéaires. Nous avons retenu sept scénarios principaux. Le premier représente un cas idéal où la source non sinusoïdale et la charge résistive sont équilibrées. Ce cas nous servira de modèle de référence pour analyser nos différents montages. Le sixième scénario, qui lui est semblable, présente l'exemple d'une source non sinusoïdale et d'une charge non linéaire équilibrée. Situation d'équilibre différente de la précédente, qu'il faut analyser avec soin. Le cinquième scénario correspond à une configuration qu'on retrouve habituellement lorsqu'une charge résidentielle ou industrielle non linéaire est branchée sur une alimentation sinusoïdale. Les autres scénarios appartiennent à la catégorie des montages exploités en régime déformé. Dans l'ensemble des circuits analysés, nous avons évité d'utiliser des éléments qui emmagasinent de l'énergie dans les champs électromagnétique ou électrostatique comme les condensateurs et les bobines. Nous avons également considéré la résistance des lignes négligeable.

Tableau 4.1: Équations de la tension et du courant pour les différents scenarios

Équations		
1	Scénario1	$u_A = 358,21\sqrt{2} \sin(\omega t) + 35,821\sqrt{2} \sin(5\omega t)$
		$i_A = 59,7\sqrt{2} \sin(\omega t) + 5,97\sqrt{2} \sin(5\omega t)$
		$R_A = R_B = R_C = 6\Omega$
2	Scénario2	$u_A = 358,21\sqrt{2} \sin(\omega t) + 35,821\sqrt{2} \sin(5\omega t)$
		$i_A = 59,7\sqrt{2} \sin(\omega t) + 5,97\sqrt{2} \sin(5\omega t)$
		$i_B = 59,7\sqrt{2} \sin(\omega t - 120) + 5,97\sqrt{2} \sin(5\omega t + 120)$
		$i_C = 10,22\sqrt{2} \sin(\omega t + 120) + 1,022\sqrt{2} \sin(5\omega t - 120)$
		$R_A = R_B = 6\Omega; R_C = 36\Omega$
3	Scénario3	$u_A = 358,21\sqrt{2} \sin(\omega t) + 35,821\sqrt{2} \sin(5\omega t)$
		$i_A = 52,15\sqrt{2} \sin(\omega t + 22,41) + 5,215\sqrt{2} \sin(5\omega t - 22,41)$
		$i_B = 52,15\sqrt{2} \sin(\omega t - 142,41) + 5,215\sqrt{2} \sin(5\omega t + 142,41)$
		$i_C = 13,78\sqrt{2} \sin(\omega t + 120) + 1,378\sqrt{2} \sin(5\omega t - 120)$
		$R_A = R_B = 6\Omega; R_C = 36\Omega$
4	Scénario4	$u_A = 360\sqrt{2} \sin(\omega t)$
		$i_A = 59,7\sqrt{2} \sin(\omega t) + 5,97\sqrt{2} \sin(5\omega t)$
5	Scénario5	$u_A = 360\sqrt{2} \sin(\omega t)$
c		Mêmes courants que dans le scénario 3.
6	Scénario6	$u_A = 358,21\sqrt{2} \sin(\omega t) + 35,821\sqrt{2} \sin(5\omega t)$
		$i_A = 59,7\sqrt{2} \sin(\omega t) + 5,97\sqrt{2} \sin(5\omega t) + 10\sqrt{2} \sin(7\omega t)$
7	Scénario7	$u_A = 358,21\sqrt{2} \sin(\omega t) + 35,821\sqrt{2} \sin(5\omega t)$
		$i_A = 59,7\sqrt{2} \sin(\omega t)$
		$i_B = 59,7\sqrt{2} \sin(\omega t - 120) + 5,97\sqrt{2} \sin(5\omega t + 120)$
		$i_C = 59,7\sqrt{2} \sin(\omega t + 120) + 11,94\sqrt{2} \sin(5\omega t - 120)$

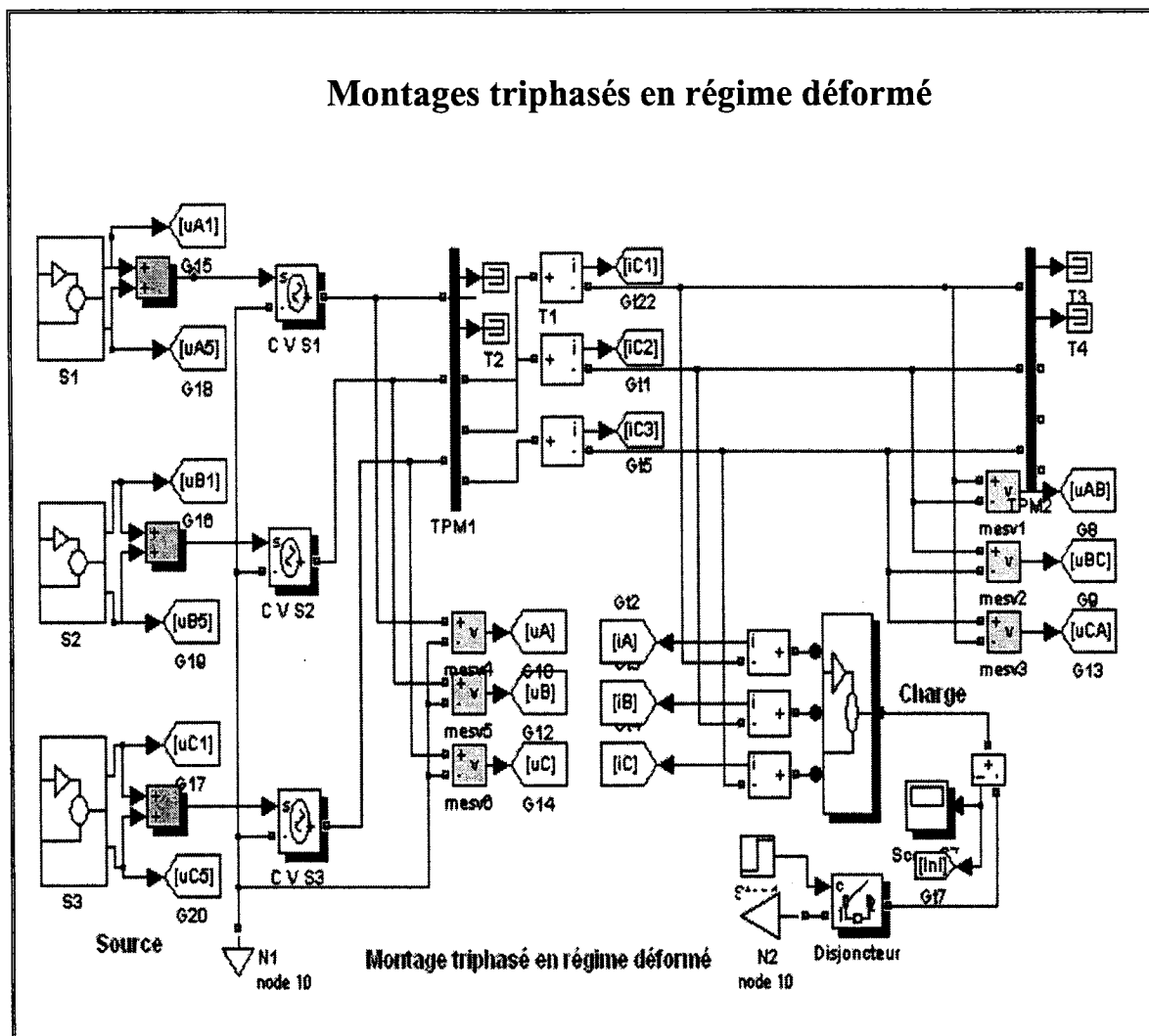


Figure 4.1: Représentation d'un des scénarios étudiés dans ce document

#### 4.5.1 Source non linéaire et charge équilibrée 3 fils ou 4 fils

Le scénario 1 représente un cas idéal et constitue une référence. Il offre l'exemple d'une situation d'équilibre parfaite, caractérisée par la présence d'une source d'alimentation de valeur efficace 360V et d'une charge résistive triphasée également équilibrée. La figure 4.2 représente les courbes des tensions et courants instantanés relatifs à ce circuit.

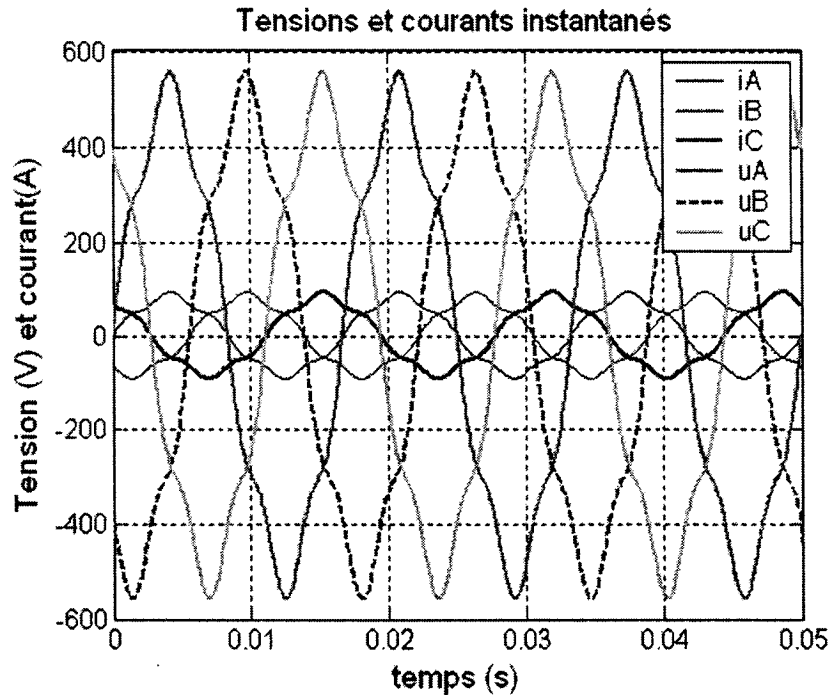


Figure 4.2: Tensions et courants instantanés du scénario 1.

#### 4.5.2 Résultats du scénario 1

Les résultats du scénario 1 sont consignés dans le tableau 4.1. Comme on peut le remarquer dans le tableau d'un simple coup d'œil, nous nous trouvons en présence d'une situation d'équilibre totale. La source non sinusoïdale et symétrique est équilibrée dans ses composantes fondamentales et harmoniques. Il en est de même pour la charge constituée de trois résistances égales. On peut qualifier le cas présent de *paradoxe de la charge résistive* dans le domaine triphasé. Toutes les caractéristiques de la problématique décrite lors de l'analyse des circuits monophasés, en ce qui concerne le paradoxe, se retrouvent ici. À première vue on constate que, pour toutes les théories, la puissance apparente aboutit à des résultats identiques. Ainsi  $S_v = S_a = S_e = S_s = S$ . Même la valeur trouvée pour Emanuel A.E. n'est pas différente. L'analyse du tableau nous porte également à constater que les puissances actives sont égales entre elles d'une part et égales avec les puissances apparentes trouvées plus haut, d'autre part. La charge consomme de ce fait sa puissance active maximale, situation qui conduit à un rendement maximum, avec un facteur de puissance égal à l'unité. Quand la source est déformée, la

charge absorbe un courant tel que la puissance consommée est identique à la puissance apparente. Dans le même temps, on remarque qu'il n'existe aucun échange énergétique entre les phases du circuit. Le bilan en énergie réactive du circuit est nul. La puissance déformante définie par Budeanu est nulle. Le terme  $D_u$  associé au déséquilibre du circuit dans la théorie de Czarnecki, est naturellement nul. Les valeurs trouvées par toutes les théories s'accordent. C'est la deuxième fois, dans ce document, qu'une situation d'équilibre conduit à des résultats similaires pour toutes les théories passées en revue.

**Tableau 4.2: Résultats du scénario 1**

Scénario 1				
Valeurs	Budeanu	Fryze	Czarnecki	Emanuel
$S_v$ (VA)	64800			
$S_a$ (VA)	64800			
$S_e$ (VA)		64800		
$S_s$ (VA)		64800		
$S$ (VA)			64800	64800
$PF\phi_v$	1			
$PF\phi_a$	1	1		
$PF\phi_s$		1		
$PF\phi$			1	1
$P_a$ (W)	21600	21600		
$P_b$ (W)	21600	21600		
$P_c$ (W)	21600	21600		
$P$ (W)	64800	64800	64800	64800
$Q_a$ (var)	0	0		
$Q_b$ (var)	0	0		
$Q_c$ (var)	0	0		
$Q$ (var)	0	0		
$D$ (VA)	0	0		
$Q_R$ (var)			0	
$D_u$ (VA)			0	

#### 4.5.3 Source non linéaire et charge déséquilibrée 4 fils

La situation qu'on retrouve dans le scénario 2 est différente de la précédente. La source n'a pas changé certes, mais on se trouve en présence d'une charge résistive



déséquilibrée, avec neutre connectée à la terre. La figure 4.3 nous donne la représentation des courbes instantanées de la tension et du courant.

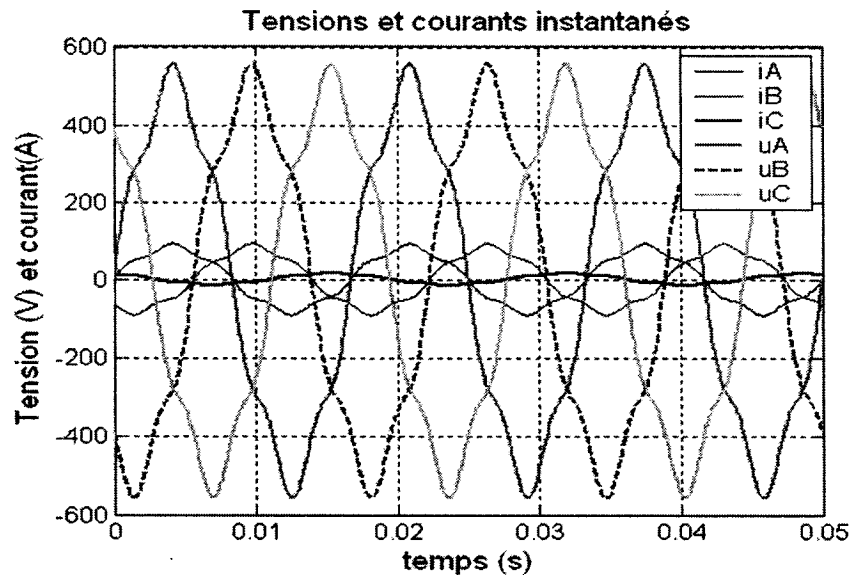


Figure 4.3: Tensions et courants instantanés du scénario 2.

#### 4.5.4 Résultats du scénario2

La source impliquée dans l'étude du scénario 1 alimente le circuit du scénario2. La charge est supposée résistive et déséquilibrée. Les résultats sont résumés dans le tableau 4.2. Une analyse rapide de celui-ci nous permet de relever certains faits et détails intéressants en ce qui concerne les puissances apparentes caractéristiques de chaque théorie. Budeanu et Fryze ont proposé chacun deux formules. Les deux formules en question n'ont fourni jusqu'ici le même résultat qu'en situation d'équilibre parfaite. Ici encore on observe un phénomène identique. Mais  $S_a = S_e$ . On a constaté ce phénomène lors de l'analyse effectuée pour les montages triphasés équilibrés et déséquilibrés traditionnels. La puissance apparente  $S_s$  est encore celle qui s'approprie la plus grande valeur [17]. Elle correspond à la valeur trouvée dans les calculs effectués pour  $S$  dans le cadre de la théorie de Czarnecki. [26]. Les puissances actives pour Budeanu, Fryze, Emanuel A.E. et Czarnecki sont égales. Les phases A et B recommencent à échanger de l'énergie réactive alors que la phase C ne participe pas à cet échange. La puissance réactive fournie par A est entièrement absorbée par B en sorte que le bilan en énergie

réactive du circuit est nul. D'autre part, la puissance déformante  $D$  est nulle. La puissance  $D_u$ , introduite par Czarnecki, caractérise le déséquilibre du circuit. Elle est égale à 24930 VA. Cette fois-ci, on obtient une puissance apparente élevée pour Emanuel A.E. Elle ne correspond pas vraiment à celles trouvées pour les autres théories.

**Tableau 4.3: Résultats du scénario 2**

<b>Scénario 2</b>				
Valeurs	Budeanu	Fryze	Czarnecki	Emanuel
$S_v$ (VA)	46310			
$S_a$ (VA)	46320			
$S_e$ (VA)		46320		
$S_s$ (VA)		52600		
$S$ (VA)			52600	60050
$PF\phi_v$	1			
$PF\phi_a$	0,99978	0,99978		
$PF\phi_s$		0,880		
$PF\phi$			0,880	0,7712
$P_a$ (W)	21310	21310		
$P_b$ (W)	21310	21310		
$P_c$ (W)	3698	3698		
$P$ (W)	46310	46310	46310	46310
$Q_a$ (var)	-507,1	-507,1		
$Q_b$ (var)	507,1	507,1		
$Q_c$ (var)	0	0		
$Q$ (var)	0	0		
$D$ (VA)	0	0		
$D_u$ (VA)			24930	

#### 4.5.5 Source non linéaire et charge résistive déséquilibrée 3 fils

Cette situation est identique à la précédente. La source est sinusoïdale, symétrique et équilibrée. Les mêmes résistances utilisées lors du scénario antérieur sont conservées,

mais le neutre du montage n'est pas relié à la terre. La figure 4.4 représente les courbes instantanées des tensions sur les phases A, B, C et des courants relatifs à ces dernières.

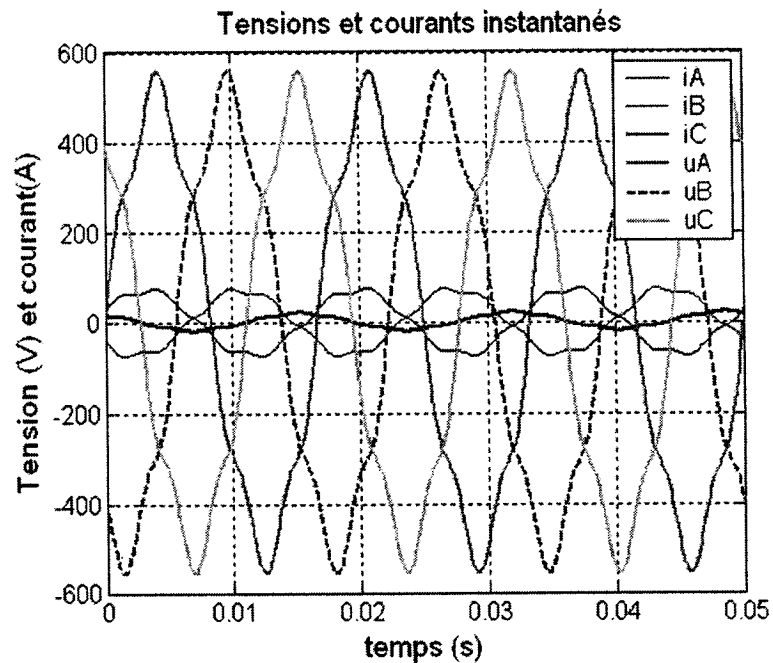


Figure 4.4: Tensions et courants instantanés du scénario 3.

#### 4.5.6 Résultats du scénario 3

Le cas analysé dans le scénario 3 est identique en tout point au précédent, mais à la différence que les contacts du disjoncteur reliant le neutre du montage à la terre sont en position ouverte. La source d'alimentation est maintenue avec toutes ses caractéristiques initiales. On a conservé la charge résistive triphasée. Cette configuration a surtout pour objectif de mettre en évidence l'effet qu'aura sur le montage la déconnexion du point neutre de la terre et l'impossibilité de permettre la circulation dans celui-ci d'un courant quelconque. Les résultats recueillis pour cette situation sont enregistrés dans le tableau 4.3 Comparativement à la précédente, l'analyse préliminaire de celui-ci révèle la présence de résultats distincts. La première constatation qui s'impose à nous, c'est l'augmentation des échanges d'énergie réactive qui s'opèrent au niveau des phases A et B. La phase C se tient toujours à l'écart et n'est pas impliquée dans ces échanges énergétiques. D'autre part, l'augmentation des échanges de puissance réactive

s'accompagne d'une baisse très remarquée de la puissance active présente dans le circuit, ce qui n'est nullement en contradiction avec les notions apprises en électrotechnique. L'augmentation de la puissance réactive entraîne donc une baisse du rendement global du circuit. Celle-ci est bien réelle, même quand, dans le même temps, on observe une diminution concomitante de la puissance apparente, pour toutes les théories. Ainsi, si on compare les facteurs de puissance du présent scénario avec le précédent, on constate immédiatement que ceux-ci ont subi une diminution sensible, sauf pour Emanuel A.E. Seul  $\cos\phi_v$  n'a pas varié d'un pouce, situation qui ne reflète pas le déséquilibre du circuit. En outre, elle nous porte à mettre en doute la validité de la première formule proposée par Budeanu pour calculer la puissance apparente  $S_v$ . [14], [15], [17].

**Tableau 4.4: Résultats du scénario 3**

Scénario 3				
Valeurs	Budeanu	Fryze	Czarnecki	Emanuel
$S_v$ (VA)	39880			
$S_a$ (VA)	42730			
$S_e$ (VA)		42730		
$S_s$ (VA)		47020	-	-
$S$ (VA)			47020	47020
$PF\phi_v$	1			
$PF\phi_a$	0,9333	0,9333		
$PF\phi_s$		0,848		
$PF\phi$			0,848	0,848
$P_a$ (W)	17450	17450		
$P_b$ (W)	17450	17450		
$P_c$ (W)	4985	4985		
$P$ (W)	39880	39880	39880	39880
$Q_a$ (var)	-7195	-7195		
$Q_b$ (var)	7195	7195		
$Q_c$ (var)	0	0		
$Q$ (var)	0	0		
$D$ (VA)	0	0		
$Q_R$ (var)			0	
$D_u$ (VA)			24920	

#### 4.5.7 Source sinusoïdale et charge non linéaire équilibrée

Ce nouveau scénario est semblable à ceux qu'on rencontre par exemple dans les résidences, les centres commerciaux ou dans l'industrie. Une source sinusoïdale alimente une charge non linéaire triphasée, équilibrée. On a retrouvé lors de l'étude des montages monophasés une situation similaire où une source sinusoïdale alimente une charge non linéaire. On se retrouve ainsi dans un état d'équilibre au niveau de la source et de la charge non linéaire. La figure 4.5 présente les courbes instantanées de la tension et du courant dans le circuit.

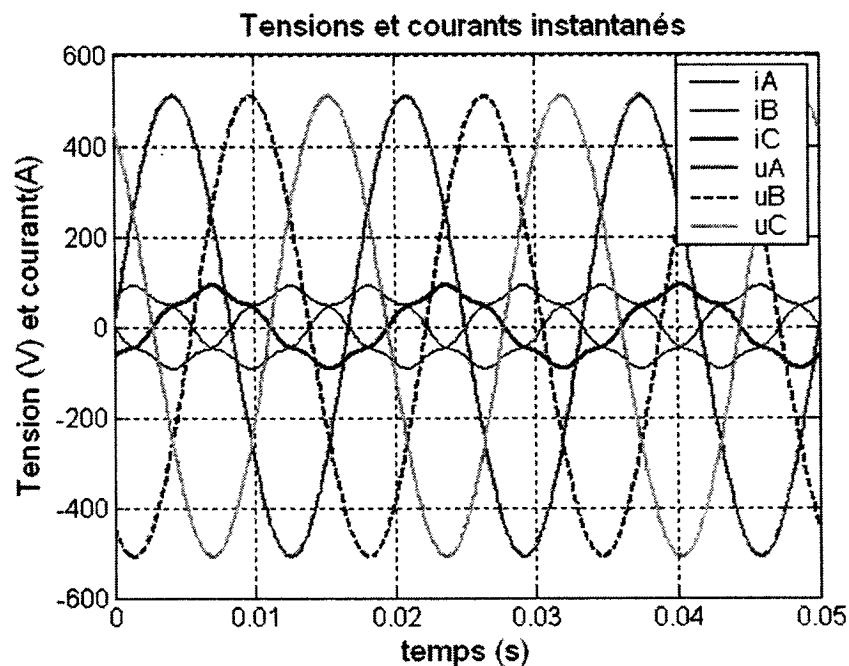


Figure 4.5: Tensions et courants instantanés du scénario 4.

#### 4.5.8 Résultats du scénario 4

L'état d'équilibre qu'on observe ici est très intéressant parce que l'analyse du tableau montre dès le départ des points de ressemblance avec d'autres situations d'équilibre déjà rencontrées dans ce texte. Tout d'abord, pour toutes les théories, les puissances apparentes prennent la même valeur. Les puissances actives sont identiques, excepté

pour Emanuel A.E. et Czarnecki. Pour ce dernier, le terme  $D_u$  lié au déséquilibre du circuit a disparu et a laissé la place à un autre qui révèle la présence de l'harmonique de rang 5. Il n'existe non plus dans le circuit aucun échange d'énergie réactive entre les phases A, B et C. Les valeurs obtenues pour les puissances réactives sur ces phases sont pratiquement négligeables. La puissance déformante, définie par Budeanu est nulle. Le facteur de puissance relatif à la première formule proposée par Budeanu est encore égal à l'unité. Les facteurs de puissance trouvés pour l'autre formule de Budeanu et celles proposées par Fryze paraissent plus conformes à la réalité. Enfin, on constate que les facteurs de puissance associés aux théories de Czarnecki et du professeur Emanuel sont similaires et prennent des valeurs supérieures à celles calculées plus haut.

**Tableau 4.5: Résultats du scénario 4**

Scénario 4				
Valeurs	Budeanu	Fryze	Czarnecki	Emanuel
$S_v$ (VA)	64800			
$S_a$ (VA)	64800			
$S_e$ (VA)		64800		
$S_s$ (VA)		64800		
$S$ (VA)			64800	64800
$PF\phi_v$	1			
$PF\phi_a$	1	1		
$PF\phi_s$		1		
$PF\phi$			0,995	0,995
$P_a$ (W)	21600	21600		
$P_b$ (W)	21600	21600		
$P_c$ (W)	21600	21600		
$P$ (W)	64800	64800	64480	64480
$Q_a$ (var)	0,2807	0,2807		
$Q_b$ (var)	0,1548	0,1548		
$Q_c$ (var)	0,097	0,097		
$Q$ (var)	0,5325	0,5325		
$D$ (VA)				
$Q_R$ (var)			0	
$D_H$ (VA)			6447	
$D_S$ (VA)			0	

#### 4.5.9 Source sinusoïdale et charge non linéaire déséquilibrée

La source utilisée lors du scénario précédent est maintenue. Toutefois, nous remplaçons la charge non linéaire équilibrée par une autre déséquilibrée. Cette situation correspond mieux à la réalité parce qu'on se trouve rarement en présence de charges triphasées équilibrées de façon rigoureuse. On observe toujours des écarts assez importants au niveau des phases. La figure 4.6 illustre cette situation et permet de visualiser les courbes instantanées des tensions et des courants. Ils sont identiques à ceux trouvés pour le scénario 3.

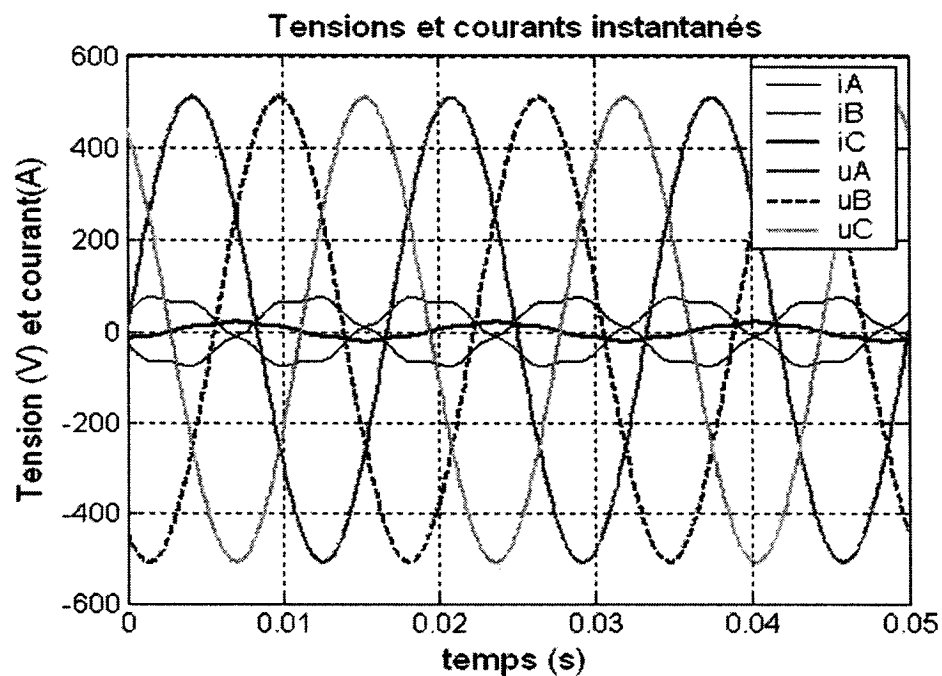


Figure 4.6: Tensions et courants instantanés du scénario 5.

#### 4.5.10 Résultats du scénario 5

Le problème de déséquilibre à la base de ce scénario n'a pas altéré la valeur trouvée pour le facteur de puissance associé à la première formule de Budeanu. [17]. Cette valeur s'établit encore une fois à 1. Les échanges de puissance réactive entre les phases A et B ont repris et ont même augmenté par rapport à d'autres résultats déjà enregistrés. Le

bilan total en énergie réactive au sein du circuit est nul. Cette constatation vaut également pour la théorie de Czarnecki où  $Q_R$  qui définit la puissance réactive est nul. Dans le même temps, le terme qui caractérise le déséquilibre du circuit prend une valeur assez impressionnante si l'on se réfère au scénario antérieur où  $D_u$  n'existait pas à cause de l'équilibre du montage utilisé. Constatation curieuse, avec des puissances apparentes et actives distinctes de part et d'autre, Fryze et Emanuel A.E. ont aboutit à des résultats très proches, pour ne pas dire identiques, en ce qui concerne les facteurs de puissance. Le résultat obtenu par Czarnecki pour son  $\cos\phi$  s'inscrit dans le même ordre de grandeur. La composante orthogonale  $D_H$  fait son apparition dans la puissance apparente telle que définie par Czarnecki. Ce terme caractérise la présence de l'harmonique 5 dans la charge [11]. L'absence de la puissance déformante de Budeanu saute aux yeux.

**Tableau 4.6: Résultats du scénario 5**

Scénario 5				
Valeurs	Budeanu	Fryze	Czarnecki	Emanuel
$S_v$ (VA)	39880			
$S_a$ (VA)	42730			
$S_e$ (VA)		42730		
$S_s$ (VA)		47020		
$S$ (VA)			47260	47023
$PF\phi_v$	1			
$PF\phi_a$	0,9333	0,9333		
$PF\phi_s$		0,8481		
$PF\phi$			0,8396	0,843846
$P_a$ (W)	17450	17450		
$P_b$ (W)	17450	17450		
$P_c$ (W)	4986	4986		
$P$ (W)	39880	39880	39680	39680-
$Q_a$ (var)	-7194	-7194		
$Q_b$ (var)	7194	7194		
$Q_c$ (var)	0,03901	0,03901		
$Q$ (var)	0	0		
$D$ (VA)	0-	0		
$Q_R$ (var)			0	
$D_u$ (VA)			25230	
$D_H$ (VA)			4679	



#### 4.5.11 Source non linéaire et charge non linéaire équilibrée

On n'a encore jamais rencontré auparavant un tel scénario dans notre document. Nous nous trouvons ici en présence d'une situation d'équilibre extrême. Une source triphasée, symétrique, équilibrée et non sinusoïdale alimente une charge non linéaire équilibrée. La charge non linéaire absorbe un courant non sinusoïdal, avec la particularité que l'harmonique d'ordre 7 y est présente. Les courbes instantanées de la tension et du courant sont représentées sur la figure 4.7.

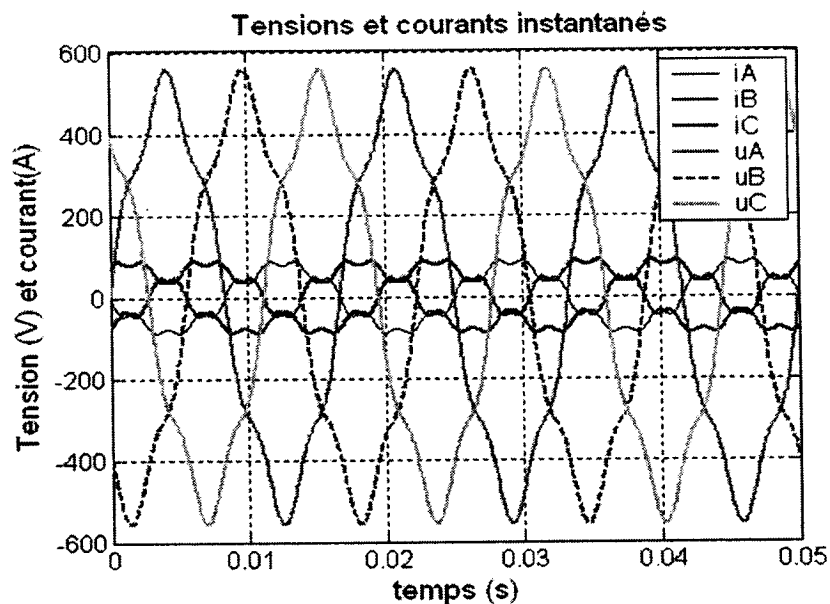


Figure 4.7: Tensions et courants instantanés du scénario 6

#### 4.5.12 Résultats du scénario 6

L'examen du tableau montre l'existence d'une large concordance entre les valeurs recueillies pour chaque théorie. Les puissances apparentes, pour toutes les formules proposées par Budeanu et Fryze, sont identiques. Les résultats obtenus pour Emanuel et Czarnecki correspondent aux valeurs mentionnées plus haut. Les puissances actives sont globalement égales. La puissance active consommée sur la phase B est légèrement différente de celles des phases A et C. Il n'existe non plus aucun échange d'énergie réactive dans ce montage entre les phases A, B et C. Les valeurs recueillies sur les

différentes phases sont tellement faibles qu'elles peuvent être considérées comme négligeables, sans nuire aux résultats. La puissance déformante de Budeanu est nulle. Encore une fois, il convient de remarquer le terme  $D_H$  introduit par Czarnecki. Il est relié à la présence de l'harmonique d'ordre 7 dans la charge non linéaire. Mais sa valeur est très faible devant celle de la puissance active. C'est le seul cas d'équilibre où le facteur de puissance relatif à la puissance apparente  $S_v$  ne corresponde pas à l'unité. C'est aussi le seul cas où toutes les théories conduisent aux mêmes résultats sans que les facteurs de puissances qui les caractérisent ne prennent la valeur 1.

**Tableau 4.7: Résultats du scénario 6**

<b>Scénario 6</b>				
<b>Valeurs</b>	<b>Budeanu</b>	<b>Fryze</b>	<b>Czarnecki</b>	<b>Emanuel</b>
$S_v$ (VA)	65690			
$S_a$ (VA)	65690			
$S_e$ (VA)		65690		
$S_s$ (VA)		65690		
$S$ (VA)			65690	65690
$PF\phi_v$	0,98645			
$PF\phi_a$	0,98645	0,98645		
$PF\phi_s$		0,98645		
$PF\phi$			0,98645	0,98645
$P_a$ (W)	21603,70	21603,70		
$P_b$ (W)	21593,80	21593,80		
$P_c$ (W)	21603,70	21603,70		
$P$ (W)	64800	64800	64800	64800
$Q_a$ (var)	0,027	0,027		
$Q_b$ (var)	0,6345	0,6345		
$Q_c$ (var)	-0,2092	-0,2092		
$Q$ (var)	0,45	0,45		
$D$ (VA)				
$Q_R$ (var)				
$D_H$ (VA)			10800	
$D_S$ (VA)				

#### 4.5.13 Source non linéaire et charge non linéaire déséquilibrée

Ce scénario constitue le dernier volet de notre étude. Il représente tout de même une situation inhabituelle. La source est à nouveau triphasée, équilibrée et non sinusoïdale. Elle alimente une charge triphasée non sinusoïdale, mais dont la première composante du courant est pourtant sinusoïdale. Les deux autres composantes du courant comportent l'harmonique d'ordre 5. On peut observer les courbes instantanées de la tension et du courant sur la figure 4.8.

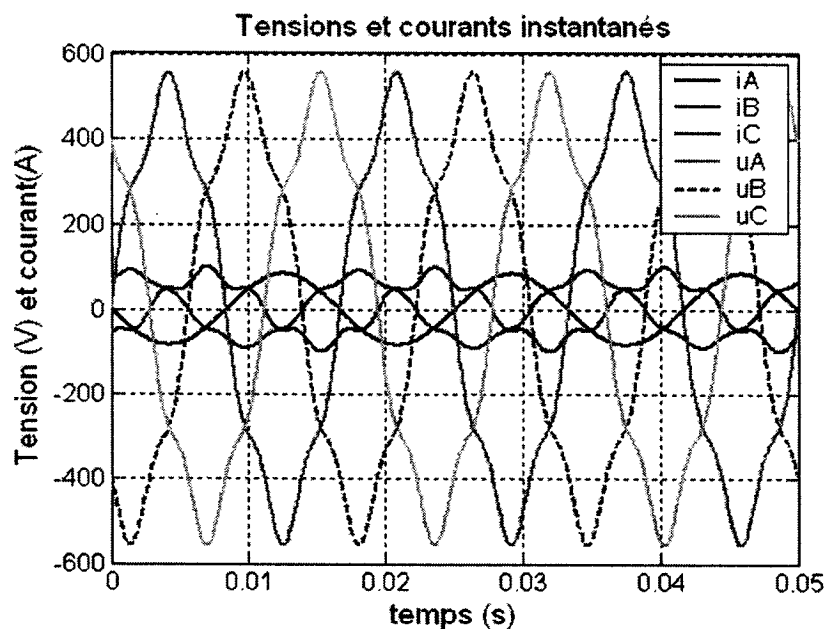


Figure 4.8: Tensions et courants instantanés du scénario 7.

#### 4.5.14 Résultats du scénario 7

Dans ce scénario, le déséquilibre ne concerne que la charge. Néanmoins, l'analyse préliminaire des résultats nous permettent de constater une certaine convergence en ce qui les concerne. Budeanu, Fryze et Czarnecki ont obtenu d'emblée des valeurs identiques. Le professeur Emanuel, quand à lui, a récolté des valeurs proches, dans le même ordre de grandeur. Les facteurs de puissance issus de toutes les théories considérées jusqu'ici aboutissent aux mêmes valeurs, en dépit de la diversité des formules utilisées par les chercheurs. Le déséquilibre du circuit, matérialisé par le terme

$D_u$  de Czarnecki, réapparaît mais sa valeur est très faible devant celle de la puissance active. Il n'existe pas non plus d'échange de puissance réactive dans le circuit et la puissance déformante est nulle.

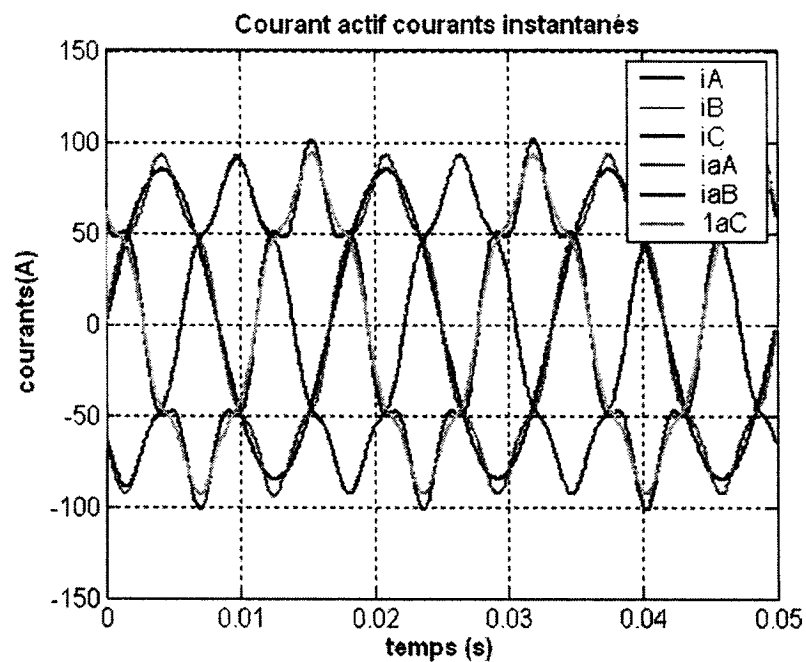


Figure 4.9: Courants actif et principal.

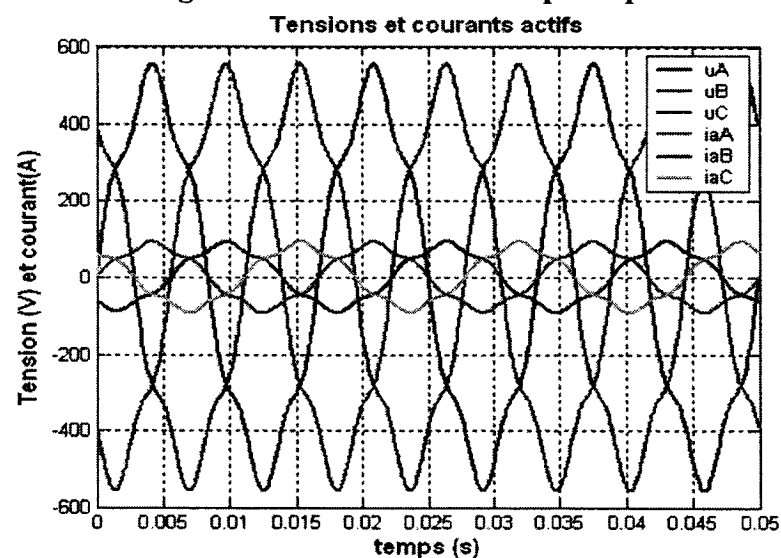


Figure 4.10: Tension de la source et courant actif

**Tableau 4.8: Résultats du scénario 7**

<b>Scénario 7</b>				
<b>Valeurs</b>	<b>Budeanu</b>	<b>Fryze</b>	<b>Czarnecki</b>	<b>Emanuel</b>
$S_v$ (VA)	65010			
$S_a$ (VA)	65010			
$S_e$ (VA)		65010		
$S_s$ (VA)		65010		
$S$ (VA)			65010	65330
$PF\phi_v$	0,99678			
$PF\phi_a$	0,99678	0,99678		
$PF\phi_s$		0,99678		
$PF\phi$			0,99676	0,9919
$P_a$ (W)	21390	21490		
$P_b$ (W)	21593	21600		
$P_c$ (W)	21818	21920		
$P$ (W)	64801	64801	64800	64801
$Q_a$ (var)	-0,1424	-0,1424		
$Q_b$ (var)	0	0		
$Q_c$ (var)	0,078	0,078		
$Q$ (var)	-0,06	-0,06		
$D$ (VA)	0,001	0,001		
$Q_R$ (var)				
$D_u$ (VA)			5264	
$D_s$ (VA)				

## 4.6 Conclusion de chapitre

Au terme de ce chapitre, nous sommes en mesure de tirer les conclusions préliminaires suivantes, à partir des résultats extraits des différents tableaux.

- en première analyse, ce qui attire notre attention, c'est la persistance de la première formule de Budeanu à déboucher sur un facteur de puissance égal à l'unité, quelque soit le scénario considéré, le dernier excepté. Cette formule est également celle qui conduit à la plus faible valeur pour la puissance apparente

vectorielle  $S_v$ , ce qui explique la tendance à obtenir un facteur de puissance élevé.

- la puissance apparente  $S_s$  calculée suivant la formule correspondante de Fryze est celle qui donne le résultat le plus élevé, d'où sa tendance à fournir des facteurs de puissance moins élevés que les autres formules, excepté en situation d'équilibre. Les théories de Fryze, de Czarnecki et d'Emanuel conduisent souvent aux valeurs calculées par cette formule.
- l'expression pour calculer  $S_s$  a d'abord été proposée par Buchholz, puis expliquée par Goodhue [14], [15] [31], [32] Elle est la seule à correspondre aux valeurs trouvées par Czarnecki ou Emanuel (Working Group). Cette expression donne, en toutes circonstances (équilibrée, déséquilibrée, sinusoïdales non sinusoïdales) des valeurs correctes [14].
- les deux formules proposées respectivement par Budeanu et Fryze ne fournissent pour chacun d'eux le même résultat qu'en situation d'équilibre parfaite.
- les échanges d'énergie réactive entre les diverses phases n'existent qu'en situation de déséquilibre et le bilan global en énergie réactive du circuit est forcément nul en absence d'éléments comme les condensateurs ou les bobines.
- la puissance déformante  $D$  définie par Budeanu est nulle dans tous les scénarios.
- la puissance  $D_u$  définie par Czarnecki et qui caractérise le déséquilibre du circuit n'apparaît qu'en présence d'un déséquilibre.
- quand la charge comporte des harmoniques différentes de celles trouvées dans la source, Czarnecki y associe un courant  $I_H$  qui correspond à ce phénomène [11]

[25]. La charge se comporte alors comme une source de courant par rapport à la source d'alimentation [30].

- quand la source est non sinusoïdale et la charge résistive et linéaire, on se trouve dans une situation de *paradoxe de la charge résistive* en triphasé. La puissance active est alors égale à la puissance apparente.
- en situation d'équilibre, toutes les théories sont équivalentes et conduisent aux mêmes résultats.
- pour un même type de montage, quand le neutre de celui-ci est isolé de la terre, les échanges d'énergie réactive entre les phases augmentent et le facteur de puissance du circuit tend à diminuer.
- le facteur de puissance de Czarnecki est totalement indépendant de la tension d'alimentation et s'exprime en fonction des différentes composantes des courants orthogonaux [25], [26].

## CHAPITRE 5

### PRINCIPAUX RÉSULTATS

#### 5.1 Introduction de chapitre

Les chapitres précédents représentent des étapes indispensables dans l'élaboration de ce mémoire. Leur rôle principal ne se limite pas seulement à rendre accessible à un large public le contenu d'un sujet abstrait et hermétique mais consiste surtout à en présenter les lignes essentielles. Ainsi, au chapitre deux, nous nous sommes intéressé à l'étude des montages monophasés en situation de non linéarité, avec la présence d'une source sinusoïdale ou non. Dans le chapitre trois, nous avons effectué l'étude des montages triphasés traditionnels. Nous leur avons appliqué les théories développées par chaque auteur ou équipe de chercheurs. Le comportement des montages triphasés traditionnels nous a beaucoup appris sur celui de ces mêmes montages exploités en régime déformé. Nous avons abordé l'étude de ces derniers dans le chapitre quatre. Enfin, dans ce présent chapitre, nous allons procéder à l'évaluation des résultats associés à chaque type de montage. Cette évaluation sera réalisée à partir des données constituées par les résultats recueillis lors des simulations effectuées dans les chapitres précédents.

#### 5.2 Résultats

Quand nous parlons de résultats, nous faisons surtout allusion à ceux obtenus dans le cadre de la méthodologie adoptée jusqu'ici au cours de nos recherches. La démarche appliquée tout au long de celles-ci nous a conduit à les découper naturellement en trois parties principales pour lesquelles nous avons considéré plusieurs scénarios. Nous avons analysé, à la lumière de chaque théorie, les résultats relatifs aux montages monophasés, triphasés traditionnels et triphasés exploités en régime déformé. Nous allons présenter dans différents tableaux les résultats condensés de ces trois types de configurations.



### 5.2.1 Résultats pour les montages monophasés

Tableau 5.1: Résultats des simulations pour les circuits monophasés

Résultats des simulations pour les circuits monophasés				
Auteurs	Scénario 1	Scénario 2	Scénario 3	Scénario 4
<b>Budeanu</b>				
S(VA)	1690	1690	1690	1690
P(W)	1351	1690	1169	1285
$Q_B$ (var)	780	0	892,6	742,4
D (VA)	650	0	832,3	808,1
<b>Fryze</b>				
S(VA)	1690	1690	1690	1690
P(W)	1351	1690	1169	1285
$Q_F$ (var)	1015	0	1220	1097
D (VA)	0	0	0	0
<b>Van WyK</b>				
S(VA)	1690	1690	1690	1690
P(W)	1351	1690	1169	1285
Q (var)	780	0	858,5	652
$D_{kn}$ (var)	650	0	867,5	883
<b>Shepherd</b>				
S(VA)	1690	1690	1690	1690
$S_R$ (W)	1351	1690	1393	1287
$S_X$ (VA)	780	0	957,6	743,3
$S_D$ (var)	650	0	0	804,3
<b>Sharon</b>				
S(VA)	1690	1690	1690	1690
P(W)	1351	1690	1393	1287
$S_Q$ (VA)	780	0	957,6	796,3
$S_C$ (var)	650	0	0	752
<b>Emanuel</b>				
S(VA)	1690	1690	1690	1690
P(W)	1351	1690	1169	1247
$Q_1$ (var)	780	0	892,6	720
$S_1$ (VA)	650	1690	1470	1440
$S_E$ (VA)		0	832,3	-
D (VA)		0	832,3	884,8
<b>Czarnecki</b>				
S(VA)	1690	1690	1690	1690
P(W)	1351	1690	1169	1285
$Q_R$ (var)	780	0	957,6	796,3
$D_S$ (var)	0	0	758,6	499,7
$D_H$ (VA)	650	0	0	566

Les résultats enregistrés pour les montages monophasés en régime non sinusoïdal, avec utilisation de charges non linéaires ou non, révèlent la présence de points de convergence entre les différentes théories, en dépit des lacunes et limitations inhérentes

à chacune d'elles. Même supportés par l'IEEE Standard Dictionary of Electrical and Electronics Terms et la CEI [17], [41], certains concepts définis par Budeanu aboutissent à des résultats inexacts. Budeanu définit la puissance réactive  $Q_B$  comme la charge inutile de la source, à cause de l'écoulement réciproque de l'énergie, tandis que la puissance déformante  $D_B$  est également interprétée comme une telle charge, à cause des courbes déformées de la tension et du courant [11]. La formule que Budeanu a proposée pour calculer la puissance réactive n'est pas correcte [9]. En effet, l'écoulement réciproque de l'énergie existe dans le circuit même en absence de puissance réactive [11]. Cette constatation décisive et définitive montre que les deux phénomènes n'ont aucun lien entre eux. En outre, Czarnecki montre qu'il n'existe non plus aucune relation entre la puissance déformante  $D_B$  de Budeanu et la déformation de l'onde. La puissance  $D_B$  peut être nulle alors que la déformation est manifeste [11]. Czarnecki montre enfin, qu'en plus de ses lacunes structurelles, la théorie de Budeanu est inutile pour des besoins de compensation [11]. Van Wyk lui-même estime que son utilisation doit être totalement abandonnée dans l'industrie [27]. La puissance déformante de Van Wyk, identique à celle de Budeanu, a été démolie par Czarnecki [22].

Les simulations réalisées à partir des modèles de Fryze montrent que sa théorie ne permet pas de calculer en temps réel la valeur de certaines composantes. Ce qui constitue au départ une grande lacune. Il faut d'abord déterminer  $P$  et ensuite en déduire  $Q_F$ . D'autre part, Czarnecki a montré clairement que la puissance réactive  $Q_F$  de Fryze ne fournit pas de données qui permettent de concevoir des compensateurs basés sur cette dernière [11].

La théorie de Czarnecki est attrayante à plus d'un titre. Elle permet d'obtenir des résultats mathématiquement corrects, mais difficiles à appliquer dans la pratique, à cause de sérieux problèmes de mesure [27]. D'autre part, ces résultats montrent qu'on aurait intérêt à investiguer davantage sur les propositions de Czarnecki. L'analyse du tableau 5.1 nous montre également l'existence de liens entre Fryze et Czarnecki. Le carré de  $Q_F$

est égal à la somme des carrés des autres composantes non actives de Czarnecki. La décomposition des composantes de la puissance est donc plus poussée chez Czarnecki.

### 5.2.2 Résultats pour les montages triphasés traditionnels

Les résultats indiquent que ni la puissance apparente arithmétique ni la puissance apparente vectorielle ne mesurent ou calculent correctement le facteur de puissance dans le cas des charges déséquilibrées [15].

Tableau 5.2: Résultats pour les circuits triphasés traditionnels

Résultats pour les circuits triphasés traditionnels				
Auteurs	Scénario 1	Scénario 2	Scénario 3	Scénario 4
<b>Budeanu</b>				
$S_v (VA) / PF_{\phi_v}$	75600/1	39880/1	46775/1	64800/1
$S_a (VA) / PF_{\phi_a}$	84530/0,894	42730/0,933	46775/1	64800/1
P (W)	75600	39880	46775	64800
$Q_B (var)$	2	2	0	0
$D_B (VA)$	0	0	0	0
<b>Fryze</b>				
$S_e (VA) / PF_{\phi_e}$	84530/0,894	42730/0,933	46775/1	64800/1
$S_s (VA) / PF_{\phi_s}$	96600/0,7826	47020/0,848	53240/0,878	64800/1
$S(VA) / PF_{\phi}$				
P (W)	75600	39880	46775	64800
$Q_F (var)$	2	2	2	0
$D_u / D_H (VA)$	0	0	0	0
<b>Emanuel</b>				
$S(VA) / PF_{\phi}$	96595/0,7826	47020/0,848	65437/0,7148	64800/1
$P / P_l (W)$	75600	39880	46775	64800
$Q_R / Q_l (var)$				
$D_u / D_H (VA)$				
<b>Czarnecki</b>				
$S(VA) / PF_{\phi}$	96566/0,7821	47020/0,848	53240/0,878	64800/1
P(W)	75560	39880	46775	64800
$Q_R (var)$	0	00	0	0
$D_u (VA)$	60130	24920	25430	0

La puissance apparente vectorielle  $S_v$  donne pour les quatre scenarios considérés un facteur de puissance égal à l'unité. Visiblement cette formule de Budeanu ne reflète pas la réalité des circuits analysés et doit être rejetée une fois pour toutes. Dans l'ensemble, les résultats de Budeanu se démarquent de ceux des autres, mise à part la puissance active sur laquelle il existe le plus grand consensus entre les chercheurs. L'analyse du

tableau 5.2 montre clairement la convergence des résultats de Fryze, d'Emanuel A.E. et de L.S. Czarnecki. La formule permettant de calculer la puissance apparente  $S_s$  traduit mieux les échanges énergétiques qui s'opèrent dans les circuits analysés et conduit à des résultats plus conformes aux théories proposées par Emanuel A.E. et Czarnecki.

### 5.2.3 Résultats pour les montages triphasés en régime déformé

**Tableau 5.3: Résultats pour les circuits triphasés en régime déformé**

Résultats pour les circuits triphasés en régime déformé				
Scenarios	Budeanu	Fryze	Emanuel	Czarnecki
<b>Scénario 1</b>				
$S_v (VA) / PF\phi_v$	64800/1	-	-	-
$S_a (VA) / PF\phi_a$	64800/1	-	-	-
$S_e (VA) / PF\phi_e$	-	64800/1	-	-
$S_s (VA) / PF\phi_s$	-	64800/1	-	-
$S(VA) / PF\phi$	-	-	64800/1	64800/1
$P / P_1(W)$	64800	64800	64800	64800
$Q_R / Q_1 (var)$	0	0	0	0
$D_u / D_H (VA)$	-	-	-	0
<b>Scénario 2</b>				
$S_v (VA) / PF\phi_v$	46310/1	-	-	-
$S_a (VA) / PF\phi_a$	46320/0,9997	-	-	-
$S_e (VA) / PF\phi_e$	-	46320/0,9997	-	-
$S_s (VA) / PF\phi_s$	-	52600/0,880	-	-
$S(VA) / PF\phi$	-	-	60048/0,7712	52600/0,880
$P / P_1(W)$	46310	46310	46310	46310
$Q_R / Q_1 (var)$	0	-	-	24930
$D_u / D_H (VA)$	-	-	-	0
<b>Scénario 3</b>				
$S_v (VA) / PF\phi_v$	39880/1	-	-	-
$S_a (VA) / PF\phi_a$	42730/0,933	-	-	-
$S_e (VA) / PF\phi_e$	-	42730/0,933	-	-
$S_s (VA) / PF\phi_s$	-	47020/0,848	-	-
$S(VA) / PF\phi$	-	-	47020/0,848	47020/0,848
$P / P_1(W)$	39880	39880	39880	39880
$Q_R / Q_1 (var)$	-	-	-	24920
$D_u / D_H (VA)$	-	-	-	0
<b>Scénario 4</b>				
$S_v (VA) / PF\phi_v$	64800/1	-	-	-
$S_a (VA) / PF\phi_a$	64800/1	-	-	-
$S_e (VA) / PF\phi_e$	-	64800/1	-	-
$S_s (VA) / PF\phi_s$	-	64800/1	-	-
$S(VA) / PF\phi$	-	-	64800/0,995	64800/0,995
$P / P_1(W)$	64800	64800	64480	64480
$Q_R / Q_1 (var)$	-	-	-	0
$D_u / D_H (VA)$	-	-	-	6447

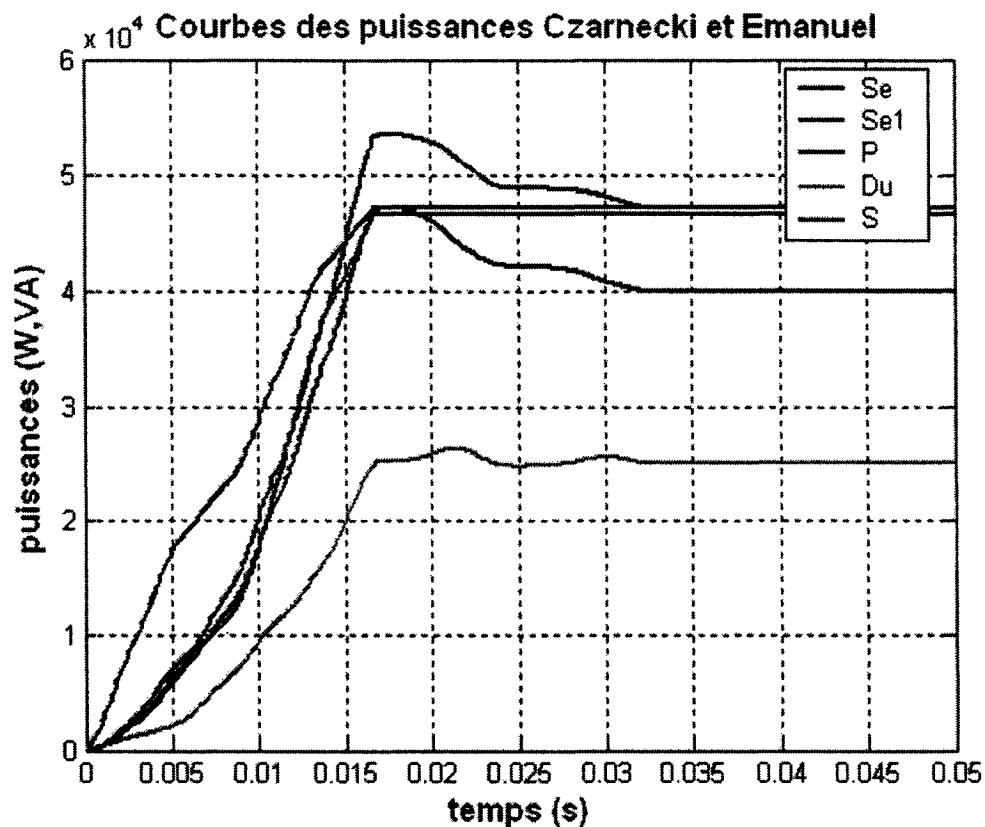
**Tableau 5.4 : (suite 5.3) Résultats pour les circuits triphasés en régime déformé**

<b>Résultats pour les circuits triphasés en régime déformé</b>				
<b>Scenarios</b>	<b>Budeanu</b>	<b>Fryze</b>	<b>Emanuel</b>	<b>Czarnecki</b>
<b>Scénario 5</b>				
$S_v (VA) / PF\phi_v$	39880/1	-	-	-
$S_a (VA) / PF\phi_a$	42730/0,933	-	-	-
$S_e (VA) / PF\phi_e$	-	42730/0,933	-	-
$S_s (VA) / PF\phi_s$	-	47020/0,848	-	-
$S(VA) / PF\phi$	-	-	47023/0,8438	47260/0,8396
$P / P_1(W)$	39880	39880	39680	39680
$Q_R / Q_1 (var)$	-	-	-	0
$D_u / D_H (VA)$	-	-	-	25230/4679
<b>Scénario 6</b>				
$S_v (VA) / PF\phi_v$	65690/0,986	-	-	-
$S_a (VA) / PF\phi_a$	65690/0,986	-	-	-
$S_e (VA) / PF\phi_e$	-	65690/0,986	-	-
$S_s (VA) / PF\phi_s$	-	65690/0,986	-	-
$S(VA) / PF\phi$	-	-	65690/0,986	65690/0,986
$P / P_1(W)$	64800	64800	64800	64800
$Q_R / Q_1 (var)$	-	-	-	0
$D_u / D_H (VA)$	-	-	-	0/10800
<b>Scénario 7</b>				
$S_v (VA) / PF\phi_v$	65010/0,996	-	-	-
$S_a (VA) / PF\phi_a$	65010/0,997	-	-	-
$S_e (VA) / PF\phi_e$	-	65010/0,996	-	-
$S_s (VA) / PF\phi_s$	-	65010/0,996	-	-
$S(VA) / PF\phi$	-	-	65330/0,9919	65010/0,99
$P / P_1(W)$	64801	64801	64801	64800
$Q_R / Q_1 (var)$	-	-	-	0
$D_u / D_H (VA)$	-	-	-	5264

Les résultats des circuits triphasés en régime déformé sont résumés dans le tableau 5.3, pour les scenarios 1 à 7. Nous mettons surtout l'accent sur les facteurs de puissance relatifs à chaque théorie.

### 5.3 Commentaires finals sur les résultats

Mises à part les situations d'équilibre où les résultats de toutes les théories s'accordent, ceux de Budeanu se démarquent de ceux des autres chercheurs. En dépit des lacunes manifestes retrouvées au sein de la théorie de Budeanu, elle conserve encore de nos jours une valeur historique indéniable.



**Figure 5.1 : Courbes des puissances de Czarnecki et Emanuel A.E., scénario3**

Les résultats de Czarnecki sont généralement les mêmes que ceux obtenus pour la deuxième formule proposée par Fryze. Dans l'ensemble, les résultats d'Emanuel A.E. leur sont très proches.

La théorie de Fryze donne de bons résultats, mais ne permet pas de les calculer en temps réel. Elle ne fournit aucun élément pour l'élaboration de compensateurs. Cependant les résultats obtenus à partir de cette théorie se rapprochent davantage de ceux d'Emanuel A.E. ou de L.S. Czarnecki, fig.5.1.

La théorie d'Emanuel décompose la tension et le courant en des composantes fondamentales et harmoniques. Cette décomposition offre un grand intérêt, permet

d'effectuer des simplifications intéressantes et de réduire le temps de calcul. Elle donne d'étonnants résultats comparativement aux erreurs possibles, qui sont généralement très faibles [15]. Cette théorie séduit par sa simplicité [14], est considérée comme un prolongement de la théorie classique [27] et gagne du terrain dans la communauté scientifique [17].

Il ressort clairement d'une étude effectuée dans la littérature que Czarnecki a limité ses investigations à des régimes hypothétiques et fictifs [54]. Cette approche pourrait engendrer de graves carences quand il s'agit d'appliquer sa théorie à des situations pratiques [54]. En outre, si elle donne d'excellents résultats en régime déformé, avec une impédance de source nulle, par contre, en situation d'asymétrie avec une impédance de source non nulle, les résultats associés à cette théorie sont inconsistants [54]. Le concept de *puissance générée* apparaît très questionnable [58]. Enfin, il est difficile de trouver pour cette théorie des applications pratiques à cause de sérieux problèmes de mesures [27]. Cependant, la théorie de Czarnecki présente l'exemple d'un concept nouveau et original. Elle permet d'obtenir d'excellents résultats avec l'introduction d'une série de grandeurs et de composantes associées à des phénomènes spécifiques, décrits avec une rigueur mathématique impeccable.

## 5.4 Validation

La validation des résultats constitue une étape importante dans l'évaluation de toute recherche scientifique. Cette validation est essentielle parce qu'elle permet de confirmer les résultats obtenus, en les confrontant avec des situations réelles ou des travaux analogues effectués dans le même domaine et dans des conditions identiques. Dès le début de ce travail, nous avons ressenti le besoin fondamental d'effectuer la validation des résultats obtenus à partir de nos simulations. Ainsi, nous avons défini toute une série de conditions ou de critères orientés vers la réalisation de cet objectif.

Le premier critère élaboré consiste à déterminer les résultats théoriques de chaque scénario et pour chaque théorie en particulier. Cette méthode nous permet, par simple comparaison numérique, de vérifier si les résultats obtenus par simulation correspondent bien à ceux extraits de nos calculs. (Annexes : A1-C7).

Le deuxième critère utilisé consiste à ramener nos modèles à des cas identiques disponibles dans la littérature scientifique pour vérifier l'adéquation des résultats obtenus avec ceux publiés dans les revues spécialisées.

Les résultats de nos simulations reproduisent exactement le comportement général de chaque théorie analysée et correspondent à ceux obtenus à partir de celles-ci.

Les programmes utilisés pour modéliser les dispositifs non linéaires décrivent le circuit en termes d'équations différentielles non linéaires et les intègrent ensuite numériquement [25]. Nous n'avons certes pas employé dans nos recherches les mêmes programmes ou algorithmes de calcul que Czarnecki ou Arrillaga par exemple [50]. Le premier a fait appel à un programme de calcul basé sur la Transformée de Fourier Discrète, en anglais *Discrete Fourier Transform (DFT)*, le principal outil mathématique de calcul des valeurs efficaces et des phases des harmoniques du courant et de la tension, à des intervalles discrets bien précis du temps. Le nombre de calculs utilisé peut être réduit de façon substantielle par l'utilisation de l'algorithme *Fast Fourier Transform FFT*. Il a également utilisé d'autres algorithmes basés sur le *DFT direct calculation* ou sur le *cyclic convolution*. Arrillaga, lui, a utilisé un algorithme nouveau, différent de celui utilisé par Czarnecki [17].

Nous autres, nous avons privilégié dans ce mémoire l'utilisation du logiciel Matlab/Simulink. Les recherches effectuées dans la littérature sur le sujet nous permettent de constater que les chercheurs sont plus portés à utiliser des programmes spécialisés comme SIMHARMO, SABER, HARMFLOW ou EMTP-RV,



Electromagnetic Transient Program [35], [57] que l'environnement Matlab/Simulink [36] [37]. La décision d'utiliser ce dernier programme nous a confortés dans l'idée qu'on aurait intérêt à l'utiliser plus souvent pour ce type de travail. En effet, nos simulations nous ont fourni des résultats étonnants, pour ne pas dire excellents. Ils sont comparables à ceux obtenus à partir de nos calculs théoriques ou d'autres logiciels plus spécialisés. D'autre part, quand on remplace les données utilisées dans nos simulations par celles de Czarnecki ou Arrillaga, on obtient à peu de chose près les mêmes résultats.

Les écarts enregistrés entre nos résultats et ceux des autres chercheurs sont minimes, voire négligeables. Ils sont plus le résultat d'ajustements automatiques effectués par le logiciel Matlab pour arrondir les résultats que d'erreurs véritables. Ces derniers confirment la validité de nos modèles ainsi que celle du programme utilisé.

## CONCLUSION

Le formalisme des théories de Czarnecki et d'Emanuel A.E. s'adapte parfaitement aux équations rencontrées dans la théorie classique, dans les systèmes traditionnels et non sinusoïdaux. Pour les deux chercheurs, la décomposition quadratique est encore de rigueur. Celle d'Emanuel A.E. est peut-être plus radicale. Elle sépare les composantes fondamentales des harmoniques de la tension et du courant. La décomposition de Czarnecki s'opère au niveau du courant, qui est décomposé suivant le cas en des composantes orthogonales actives, réactives, déséquilibrées, de dispersion et d'harmonique enfin. Chacune d'elles est associée à un phénomène spécifique.

Les théories de Czarnecki et d'Emanuel ne sont certes pas interchangeables, mais constituent néanmoins des outils pratiques, utiles, orientés vers des applications spécifiques à chacune de ces doctrines scientifiques. Loin de s'opposer, elles se complètent. Par exemple, la théorie de Czarnecki a montré et prouvé que le facteur de puissance ne dépend pas seulement de la puissance active ou réactive, mais également d'autres éléments. Cette constatation ouvre la voie vers des perspectives intéressantes sur l'élaboration et la mise au point de dispositifs destinés à la compensation ou à l'amélioration du facteur de puissance. Le Groupe de Travail IEEE avec le professeur Emanuel A.É. décrit avec exactitude la puissance nominale des équipements de compensation dans sa théorie. Celle-ci représente une méthode efficace qui gagne du terrain dans la communauté scientifique et parmi les ingénieurs électriques.

### 5.5 Synthèse des travaux

Nous avons abordé dans ce document l'étude comparative des principales théories proposées sur la puissance en régime déformé. Pour faciliter notre tâche, nous avons adopté une méthodologie fondée sur un découpage de notre travail en trois étapes relatives à la nature des circuits utilisés. Dans la première étape, nous avons effectué

l'étude des principales théories énoncées par les chercheurs dans le cadre des montages monophasés. L'étude de ces derniers revêt une importance particulière pour nous, vu le nombre croissant d'appareils électroniques en informatique ou dans d'autres disciplines connexes, qui utilisent une alimentation monophasée. Ces derniers représentent une portion non négligeable des charges non linéaires connectées au point commun de la charge client du réseau de distribution, PCC. Lors de la deuxième étape, nous avons entrepris l'étude des circuits triphasés traditionnels, essentielle à la compréhension de ces mêmes circuits au cours de la troisième étape en régime déformé. Cette approche nous a permis de déduire, par analogie, des conclusions intéressantes sur le comportement général de ces circuits dans ce type de régime.

Lors des étapes recensées plus haut, nous avons établi un plan de modélisation axé sur différents modules, destinés à collecter les signaux instantanés recueillis de la source ou de la charge. Ces modules jouent également un rôle d'interface entre la source, la charge, le circuit principal et d'autres modules associés aux différentes théories modélisées sur une base individuelle. Au niveau de ces divers modules s'opère la transformation des signaux instantanés en phaseurs. Ces données sont utilisées pour toutes les simulations effectuées dans l'environnement Matlab/SimPowerSystem-Simulink.

Pour des raisons de commodité, nous avons dû nous imposer certaines hypothèses simplificatrices. Elles sont relatives aux paramètres utilisés pour accélérer nos simulations. Nous avons également limité nos harmoniques au rang sept au maximum. Ces mesures n'ont eu que peu d'effets sur nos résultats si l'on tient compte du fait que le spectre harmonique d'un grand nombre de charges non linéaires ne comporte souvent que les rangs 3, 5 et 7. Ainsi, les résultats obtenus dans les trois étapes précédentes sont excellents et comparables à ceux obtenus pour des situations similaires. L'étude effectuée pour la théorie de Czarnecki dans les Annexes atteste de la correspondance des résultats obtenus à partir de nos simulations avec ceux tirés de nos calculs théoriques.

Enfin, ce document représente une extension d'un chapitre de la référence [17], mais avec une approche nouvelle et un point de vue différents. Nous avons aussi utilisé un logiciel différent, Matlab. Nous avons incorporé dans notre recherche les travaux de van WyK et le concept de *paradoxe de la charge résistive*. Enfin, il était impérieux pour nous d'introduire la théorie de L.S. Czarnecki dans ce contexte et celle de Emanuel A. E., dans les deux dernières étapes.

Durant l'élaboration de ce travail, nous avons dû affronter des obstacles presque insurmontables et confronter des problèmes quasiment insolubles. Le logiciel utilisé, Matlab, ne nous était pas familier au départ. Le premier logiciel qui avait attiré notre attention à l'École polytechnique est EMTP-RV. En outre, la modélisation des charges non linéaires et des principales théories n'étaient pas évidentes à première vue. La théorie de Czarnecki a été la plus difficile à modéliser. Une fois ce problème résolu, c'est une grande satisfaction d'inclure sa conception dans ce mémoire et de l'opposer à celle du professeur Emanuel A.E. (Groupe de Travail IEEE). Enfin, le décès de notre co-directeur a constitué pour nous une dure épreuve.

## 5.6 Limitations des travaux

Dans l'ensemble, les modèles élaborés et les simulations effectuées ont fourni des résultats excellents. Cependant, notre travail comporte certaines limitations, inhérentes à la nature même du sujet traité et du logiciel utilisé. Tout d'abord, dans le but de simplifier nos calculs, nous n'avons pas jugé opportun de tenir compte de la résistance des lignes (pertes négligeables dans les circuits étudiés); nous n'avons pas non plus considéré l'impédance de la source d'alimentation. Celle-ci est supposée idéale alors que, dans la pratique, l'impédance de la source n'est jamais nulle. Nous avons fait cette hypothèse dans le but de réduire les distorsions en tension du côté de la source et de faciliter la circulation des courants harmoniques issus de la charge non linéaire. Dans la réalité, la déformation de la tension est moindre que celle de la charge. Nous avons

également négligé la période transitoire lors de nos simulations, à cause du temps mis par certains blocs SimPowerSystem à réagir après le début de celles-ci.

D'autre part, dans nos modèles, nous avons utilisé uniquement des charges avec des harmoniques de rang 7 au maximum, pour éviter d'alourdir et d'allonger nos calculs. Enfin, nous n'avons pas jugé essentiel de considérer certaines configurations mettant en œuvre des éléments tels que des condensateurs ou des bobines. Toutes les théories disposent de ressources adéquates, de provisions nécessaires pour déterminer les composantes supplémentaires de la puissance qui auraient pu être associées à ces éléments.

## **5.7 Recherches et perspectives futures**

Dans la littérature francophone, il existe très peu de publications sur la puissance en régime déformé. Ce document, même quand il n'aborde pas le sujet de façon exhaustive, représente une contribution certaine à la recherche dans ce domaine et constitue pour nous un point de départ. C'est également une démarche préalable à l'approfondissement d'un sujet aussi vaste et complexe que celui de l'étude de la puissance en régime déformé. En situation d'équilibre parfait, l'analyse des théories proposées montre, sans équivoque, l'existence entre elles d'un point commun de jonction. L'objectif primordial des travaux ultérieurs pourrait consister à élaborer la théorie unificatrice destinée à faire le lien entre elles en régime déformé, en situation de déséquilibre et d'asymétrie. Dans la méthodologie adoptée dans notre mémoire, nous avons privilégié une approche hybride utilisant les domaines du temps et de la fréquence. Nous pensons qu'une étude visant à réunir les théories de Czarnecki ou d'Emanuel A.E. avec celles du professeur Hirofumi Akagi pourrait représenter une piste intéressante pour de futures recherches dans le domaine de la puissance en régime déformé.

## BIBLIOGRAPHIE

- [1] STEINMETZ, C.P.: "Theory and calculation of alternating current phenomena"  
McGraw Publishing Company, New York, 1908, chapters. 15, 24 and 30.
- [2] ANTONIU, S. "Le régime énergétique déformant. Une question de priorité"  
REG. 6, 1984, Page(s):357-62.
- [3] FRYZE S., "Wirk-Blind-und scheinleistung in Elektrischen Stromkreisen mit  
nichsinusförmigen Verlauf von Strom und Spannung", Elektrotechnische  
Zeitschrift, June, no. 25, Page(s): 596-599, no. 26, " Page(s): 625-627, 1932.
- [4] BUDEANU C.I., "Puissance réactives et fictives", Institut romain de l'Énergie,  
Bucarest, 1927, Page(s) :6, 240, 241.
- [5] FRYZE S., É. "Active-, reactive-, and apparent powers in networks with non  
sinusoidal waveforms of voltage and current", Przegl. Elektr. No. 7, 8, 1931,  
ETZ, Bd. 53, 1932.
- [6] SHEPHERD, W., and P.ZAKIKHANI, "suggested definition of reactive power  
for non sinusoidal system", IEEE Proc. B, 1972 119, Page(s): 1361-1362.
- [7] SHARON, D.: "Reactive power definition and power factor improvement in non  
linear system", IEEE Proc. B, 1973, 120, (6), Page(s): 704-706.

- [8] CZARNECKI, L.S “Orthogonal Decomposition of the Currents in a 3-Phase Nonlinear Asymmetrical Circuit with a Nonsinusoidal Voltage Source”, IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement. vol. 37, No. 1, Page(s): 30-34, March 1987.
  
- [9] CZARNECKI, L.S “What is Wrong with the Budeanu Concept of Reactive and Distortion Power and Why It Should be Abandoned”, IEEE Transactions On Instrumentation and Measurement, vol. IM-36, No. 3, Page(s):.834-837, September 1997.
  
- [10] VAN WYK, “Power components in a system with sinusoidal and Nonsinusoidal voltages and/or currents”, IEE Proc., vol. 135, Pt. B, No. 2, Page(s): 76-84, March 1988.
  
- [11] CZARNECKI, L.S., “Comparison and power definitions for circuits with Nonsinusoidal waveforms”, IEEE Tutorial Course 90 EH 0327-7-PWR, Page(s): 43-50.
  
- [12] FILIPSKI P. S., Y. BAGHSOUZ, M.D. COX, “Discussion of Power Definitions Contained in the IEEE Dictionary” IEEE Transactions on Power Delivery, vol. 9, No. 3, July 1994, Page(s): 1237-1243.
  
- [13] EMANUEL A. E., “Apparent Power: Components and Physical Interpretation”, Harmonics and Quality of Power, 1998.Proceedings. 8<sup>th</sup> International Conference on, Volume 1 1 , 14-16 Oct., 1998 IEEE, Page(s):.1-13, 1998, vol.
  
- [14] EMANUEL A. E., “Apparent Power Definitions for Three-Phase Systems”, IEEE Transactions on Power Delivery, vol.14, No.3, Page(s): 767-772, July 1999.

- [15] Working Group IEEE, IEEE Std 1459-2000.
- [16] CZARNECKI, L.S., “Energy Flow and power phenomena in electrical circuits: illusions and reality”, *Electrical Engineering* 82 (2000) 119-126 © Springer-Verlag 2000.
- [17] ARRILLAGA JOS, NEVILLE R. WATSON, S. CHEN “Power System Quality Assessment”, John Wiley & Sons, 2000, Page(s):56.
- [18] ARRILLAGA JOS, NEVILLE R. WATSON, “Power System Harmonics”, Second Edition, John Wiley & Sons, 2003.
- [19] SUN S.Q., C.G. JIANG, “Decomposition of Czarnecki’s Reactive Current and Reactive Power”, *IEE Proceedings-B*, vol.138, No. 3, Page(s):125-128, May 1991.
- [20] FERRERO A., “A New Approach to the Definition of Power Components in Three-Phase Systems under Nonsinusoidal Conditions”, *IEEE Trans. On Inst. And Meas.*, vol. 40, No. 3 June 1991.
- [21] CZARNECKI, L.S “Distortion power in systems with Nonsinusoidal voltage”, *IEEE Proceedings-B*, Vol. 139, No. 3, Page(s): 276-280, May 1992.
- [22] SUN S.Q., Q. R. XIANG, “Waveform Distortion and Distortion Power”, *IEE Proceedings-B*, vol. 139, No.4, Page(s):303-306, July 1992.
- [23] K. SEDRAOUI, K. AL-HADDAD, A. CHANDRA et G. OLIVIER, “ Simulation d’un système unifié de l’écoulement de puissance dans les réseaux c.a. avec Simulink”, pp.453, CCECE : Canadian Conference on Electrical and Computer



Engineering / CCGEI: Congrès Canadien de Génie électrique et Informatique '95, © IEEE, 1995.

- [24] EMANUEL A. E., “Practical Definitions for Powers in Systems with Nonsinusoidal Waveforms and Unbalanced Loads: A Discussion”, IEEE Working Group on Nonsinusoidal Situation Effects on Meter Performance and Definitions of Power, IEEE Transactions on Power Delivery, Vol. 11, No. 1, Page(s):. 79-101, January 1996.
- [25] CZARNECKI, L.S, “Harmonics and Power Phenomena”, Wiley Encyclopedia of Electrical and Electronics Engineering, John Wiley & Sons, Inc., Publishers, Supplement 1, 2000, Page(s):195-218.
- [26]. CZARNECKI, L.S, “On Some Misinterpretations of the Instantaneous Reactive Power  $p-q$  Theory” IEEE on Power Electronics, Page(s): 1-12, 2003.
- [27].VAN WYK J. D, J. H. C. PRETORIUS, AND P. H. SWART, “An Evaluation of Some Alternative Methods Resolution in a Large Industrial Plant”, IEEE Transactions on Power Delivery, Vol. 15, No. 3, Page(s): 1052-1059, July 2000.
- [28] CZARNECKI, L.S., “Considerations on the Concept of Poynting Vector Contribution to Power Theory Development”, Sixth International Workshop on Power Definitions and Measurements under Nonsinusoidal Conditions, Milano, Italy October 2003.
- [29] M. ERHAN BALCY, M. HAKAN HOCAOGLU, “Comparison of Power Definitions for Reactive Power in Nonsinusoidal Conditions”# hqp 110 © Copyright 2004 IEEE.

- [30] GHERASIM C., ALFREDO ORTIZ, JERON VAN DEN KEYBUS, "Implementation and Comparison of Power Definitions using a DSP based Prototyping System" ICHQP Paper# hqp 052 © Copyright 2004 IEEE, Page(s):2.
- [31] FERRERO A. M., " Some Considerations about the Different Possible Approaches to the study of the Electrical Power Systems under Nonsinusoidal Conditions", paper accepted for presentation at the 8<sup>th</sup> International Conference on Harmonics and Quality of Power ICHQP '98, jointly organized by IEEE/PES and NTUA, Athens, Greece, October 14-16, 1998, Page(s): 14-19.
- [32] EMANUEL A. E., "The BUCHHOLZ-GOODHUE apparent Power Definition. The Practical Approach for Nonsinusoidal and Unbalanced Systems", IEEE Transactions on Power Delivery, vol. 13, No. 2, April 1998.
- [33] MARSHALL D. A., J. D. VAN WYK, F. P. VENTER, L. MALESANI, A. ZUCCATO, "A Comparative Evaluation of Power Theories", Page(s):.142-150.
- [34] BA A. O., A. O. BARRY " Analyse des filtres Actifs par la Méthode de la Compensation par Impédances Harmoniques : Partie I- Présentation de la méthode CIH", IREQ- Institut de Recherche (Hydro-Québec).
- [35] DEFLANDRE T., P. MAURAS, " Les Harmoniques sur les Réseaux Électriques", Direction des Études et Recherches Électricité de France, Éditions EYROLLES Page(s):.7-11, 27-28, 109-117, 1998.
- [36] Power System Blockset for Use with Simulink, Hydro-Québec, TEQSIM International. User's Guide, Version 2, the Math Works, June 2001.

- [37] SimPowerSystem for Use with Simulink, Hydro-Québec, TransÉnergie Technologies, User's Guide, Version 2, The Math Works, July 2002.
- [38] REAL-PAUL BOUCHARD, GUY OLIVIER, "Électrotechnique", deuxième édition, chapitre 8, Page(s): 374-377, Presses internationales Polytechnique, 1999.
- [39] AVERILL M. LAW, MICHAEL G. MCCOMAS, "How to Build Valid and Credible Simulation Models", Proceedings of the 2001 Winter Simulation Conference, Page(s): 22-29, 2001.
- [40] LEON M. TOLBERT, THOMAS G. HABETLER, "Comparison of Time-Based Non-Active Power Definitions for Active Filtering", CIEP2000, Acapulco, Mexico, October 15-19, © IEEE, Page(s): 73-79, 2000.
- [41] GEDIMINAS P. KURPIS, CHRISTOPHER J. BOOTH, "The New IEEE Standard Dictionary of Electrical and Electronics Terms", Fifth Edition, 1992.
- [42] CZARNECKI, L.S., "Considerations on the Reactive Power in Nonsinusoidal situations", IEEE Trans., 1985, IM-34, Page(s):30-34.
- [43] IEEE Std 1459-2000, © Copyright 2000 IEEE, Page(s):1-44.
- [44] CZARNECKI, L.S., "Reactive and Unbalanced Currents Compensation in Three-Phase Asymmetrical Circuits Under Nonsinusoidal Conditions", IEEE Trans. on Instrumentation and Measurements, vol. 38, No. 3, June 1989, Page(s):754-759.

- [45] KUSTERS, N.L. AND MOORE, W J M, (1980), "On definition of Reactive power under Nonsinusoidal Conditions", IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems", PAS-99, September 1980, Page(s):1845-1850.
  
- [46] EMANUEL A. E., "Power in Nonsinusoidal Situations. A Review of Definitions and Physical Meaning", IEEE Transactions on Power Delivery, PWRD-5, July 1990, Page(S):1377-1387.
  
- [47] FERRERO A. M., A.P. MORANDO, R. OTTOBONI, G. SUPERTI-FURGA, "On the Meaning of the Park Power Components in Three-Phase Systems under Non-sinusoidal Conditions", ETEP. Vol. 3, Jan. 1993, Page(s):33-43
  
- [48] WILLEMS J.L., " A New interpretation of the Akagi-Nabae Power Components for Nonsinusoidal Three-Phase Situations" , IEEE Trans., Instrum., Meas., vol. 41, Aug. 1992, Page(S):523-527.
  
- [49] DEPENDBROCK M., "The FBD Method, a Generally Applicable Tool for Analyzing Power Relations", IEEE Trans. Power Systems, vol.8, May 1993, Page(s):381-387.
  
- [50] CZARNECKI, L.S., "Measurement of Complex RMS Value of the Fundamental Harmonic under Nonsinusoidal Conditions", CH2822-5/90/, © 1990, IEEE, Page(s):79, 80.
  
- [51] CORRESPONDENCE, "Power Components in a System with Sinusoidal and Nonsinusoidal Voltage and/or Currents", IEE Proceedings, vol. 136, Pt.B, No. 2, March 1989.

- [52] CORRESPONDENCE, "Power Components in a System with Sinusoidal and Nonsinusoidal Voltage and/or Currents", IEE Proceedings, vol. 137, Pt.B, No. 3, May 1990.
- [53] CORRESPONDENCE, "Power Components in a System with Sinusoidal and Nonsinusoidal Voltage and/or Currents", IEE Proceedings, vol. 137, Pt.B, No. 5, September 1990.
- [54] RENS A.P.J., PH. SWART, "Validation of Popular Three Phase Non-Sinusoidal Power Definitions", L'Energia Elettrica, and vol. 81, 2004-"Ricerche", Page(s):57-63.
- [55] FILIPSKI P. S., "Polyphase Apparent Power and Power Factor under Distorted Waveform conditions", IEEE Trans. On Power Delivery, vol. 6, No. 3, July 1991, Page(s):1161-1165.
- [56] CZARNECKI, L.S., "Power Related Phenomena in Three-Phase Unbalanced Systems", IEEE Trans. On Power Delivery, vol. 10, No. 3, July 1995, Page(s):1168-1176.
- [57] NGANDUI E., G. OLIVIER, G.-É. APRIL, A.O. BA, "Utilisation des fonctions de commutation pour l'analyse des harmoniques produits par les convertisseurs multipulsations à thyristors en régime déséquilibré ", Can .J. Elect. & Comp. Eng., vol. 24, No. 4, Octobre 1999, Page : 137.
- [58] EMANUEL A.E., "Practical Aspects of Active and Generating Powers in Non-sinusoidal Situations: some Questions." Fifth International Workshop on Power Definitions and Measurements under Non-Sinusoidal Conditions, Milano, October 16-18, 2000, Page(s):51-54.

- [59] W.SHEPHERD ET P. ZAND, "Energy flow and power factor in Nonsinusoidal circuits", CAMBRIDGE UNIVERSITY PRESS 1979, Page(s):37-40.

## **ANNEXES**

## **ANNEXE A**

### **MONTAGES MONOPHASÉS** **Théorie de Czarnecki**



## A.1 Scénario 1

$$v(t) = 130\sqrt{2} \sin \omega t \quad \text{A1.1}$$

$$i(t) = 12\sqrt{2} \sin(\omega t - 30) + 4,64\sqrt{2} \sin 3\omega t + 1,6\sqrt{2} \sin 5\omega t + 0,96 \sin 7\omega t \quad \text{A1.2}$$

Puissance active :

$$P_1 = V_1 I_1 \cos \varphi_1 = 130 * 12 * \cos(-30) = 1350,999 \approx 1351 = P = 1351 \text{ W} \quad \text{A1.3}$$

$$Q_1 = V_1 I_1 \sin \varphi_1 = 130 * 12 * \sin(-30) = -780 = Q = -780 \text{ vars}$$

A1.4

$$G_e = \frac{P}{V^2} = \frac{1351}{(130)^2} = 0,7994 \text{ S} \quad \text{A1.5}$$

Courant actif :

$$I_a = \frac{P}{V} = \frac{1351}{130} = 10,392 \text{ A} \quad \text{A1.6}$$

$$G_{n1} = \frac{P_1}{V_1^2} = \frac{1351}{(130)^2} = 0,7994 \text{ S} \quad \text{A1.7}$$

$$G_{n1} = G_e = 0,7994 \Rightarrow I_s = 0 \text{ S} \quad \text{A1.8}$$

$$B_{n1} = \frac{Q_1}{V_1^2} = -\frac{780}{(130)^2} = -0,04615 \Rightarrow |B_{n1}| = 0,04615 \quad \text{A1.9}$$

Courant réactif :

$$I_R = \sqrt{\sum_n B_n^2 V_n^2} = \sqrt{B_1^2 V_1^2} = \sqrt{(0,04615)^2 (130)^2} = \sqrt{35,994} = 5,999 \approx 6 \text{ A} \quad \text{A1.10}$$

Puissance réactive :

$$Q_R = V * I_R = 130 * 6 = 780 \text{ var} \quad \text{A1.11}$$

Courant harmonique :

$$I_H = \sqrt{\sum_{h \in K} I_h^2} = \sqrt{(4,64)^2 + (1,6)^2 + (0,96)^2} \Rightarrow I_H = \sqrt{25,0112} = 5 \text{ A} \quad \text{A1.12}$$

Puissance harmonique :

$$D_H = V * I_H = 130 * 5 = 650 \text{ VA} \quad \text{A1.13}$$

$$I^2 = I_a^2 + I_R^2 + I_H^2 = (10,392)^2 + (6)^2 + (5)^2 = 168,993664 = (12,999756)^2 \quad \text{A1.14}$$

Courant total dans le circuit :

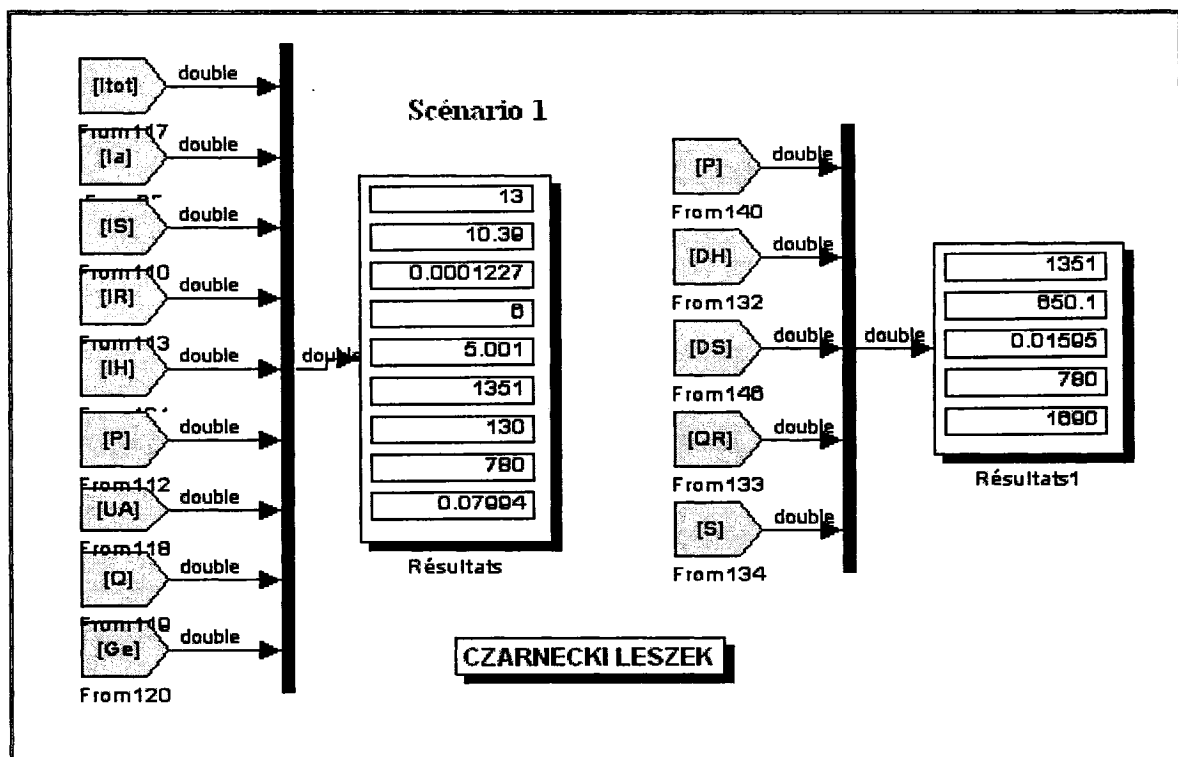
$$I = 12,999756 \approx 13 \text{ A} \quad \text{A1.15}$$

Puissance apparente :

$$S^2 = P^2 + Q_R^2 + D_H^2 = (1351)^2 + (780)^2 + (650)^2 = 2856101 = (1690)^2 \quad \text{A1.16}$$

$$\Rightarrow S = 1690 \text{ VA} \quad \text{A1.17}$$

**Tableau A.1 : Résultats du scénario A.1**



## A.2 Scénario 2

$$v(t) = 120\sqrt{2} \sin \omega t + 40\sqrt{2} \sin 3\omega t + 24\sqrt{2} \sin 5\omega t + 18\sqrt{2} \sin 7\omega t \quad \text{A2.1}$$

$$i(t) = 12\sqrt{2} \sin \omega t + 4\sqrt{2} \sin 3\omega t + 2,4\sqrt{2} \sin 5\omega t + 1,8\sqrt{2} \sin 7\omega t \quad \text{A2.2}$$

$$P_n = \sum_n V_n I_n \cos \varphi_n, \text{ avec : } \varphi_n = \alpha_n - \beta_n \quad \text{A2.3}$$

$$V_1 = 120V; V_3 = 40V; V_5 = 24V; V_7 = 18V \quad \text{A2.4}$$

$$I_1 = 12A; I_3 = 4A; I_5 = 2,4A; I_7 = 1,8A \quad \text{A2.5}$$

$$P_1 = V_1 I_1 = 120 * 12 = 1440 \text{ W} \quad \text{A2.6}$$

$$P_3 = V_3 I_3 = 40 * 4 = 160 \text{ W} \quad \text{A2.7}$$

$$P_5 = V_5 I_5 = 24 * 2,4 = 57,6 \text{ W} \quad \text{A2.8}$$

$$P_7 = V_7 I_7 = 18 * 1,8 = 32,4 \text{ W} \quad \text{A2.9}$$

Parce que :

$$\alpha_i = \beta_i = 0 \Rightarrow \cos \varphi_i = 1 \quad \text{A2.10}$$

$$\text{Et : } \sin \varphi_i = 0 \Rightarrow Q_i = 0 \quad \text{A2.11}$$

Ainsi:

Puissance active :

$$P = P_1 + P_3 + P_5 + P_7 = 1440 + 160 + 57,6 + 32,4 = 1690 \text{ W} \quad \text{A2.12}$$

Puissance réactive :

$$Q = 0 \quad \text{A2.13}$$

$$V = \sqrt{V_1^2 + V_3^2 + V_5^2 + V_7^2} = \sqrt{(120)^2 + (40)^2 + (24)^2 + (18)^2} = \sqrt{16900} = 130 \text{ V} \quad \text{A2.14}$$

Conductance équivalente du circuit :

$$G_e = \frac{P}{V^2} = \frac{1690}{(130)^2} = \frac{1690}{16900} = 0,1 \text{ S} \quad \text{A2.15}$$

$$I_a = \frac{P}{V} = \frac{1690}{130} = 13 \text{ A} \quad \text{A2.16}$$

Conductance:

$$G_{n1} = \frac{P_1}{V_1^2} = \frac{1440}{(120)^2} = \frac{1440}{14400} = 0,1 \text{ S} \quad \text{A2.17}$$

$$G_{n3} = \frac{P_3}{V_3^2} = \frac{160}{(40)^2} = \frac{160}{1600} = 0,1 \text{ S} \quad \text{A2.18}$$

$$G_{n5} = \frac{P_5}{V_5^2} = \frac{57,6}{(24)^2} = \frac{57,6}{576} = 0,1 \text{ S} \quad \text{A2.19}$$

$$G_{n7} = \frac{P_7}{V_7^2} = \frac{32,4}{(18)^2} = \frac{32,4}{324} = 0,1 \text{ S} \quad \text{A2.20}$$

$$\sin \varphi_i = 0, Q_i = 0 \Rightarrow B_1 = B_3 = B_5 = B_7 = 0; \text{ S} \quad \text{A2.21}$$

Or,

Susceptance :

$$B_n = \frac{Q_n}{V_n^2} \Rightarrow B_n = 0 \text{ S} \quad \text{A2.22}$$

Courant réactif :

$$I_R = \sqrt{\sum_{n \in \mathbb{N}} B_n^2 V_n^2} = 0 \Rightarrow I_R = 0 \text{ A} \quad \text{A2.23}$$

$$I_s = \sqrt{\sum_n (G_n - G_e)^2 V_n^2} \Rightarrow I_s = 0 \text{ A} \quad \text{A2.24}$$

Puisque :

$$G_i = G_e = 0,1 \text{ S} \quad \text{A2.25}$$

Les harmoniques présents dans la tension sont identiques à ceux qu'on retrouve dans le courant :

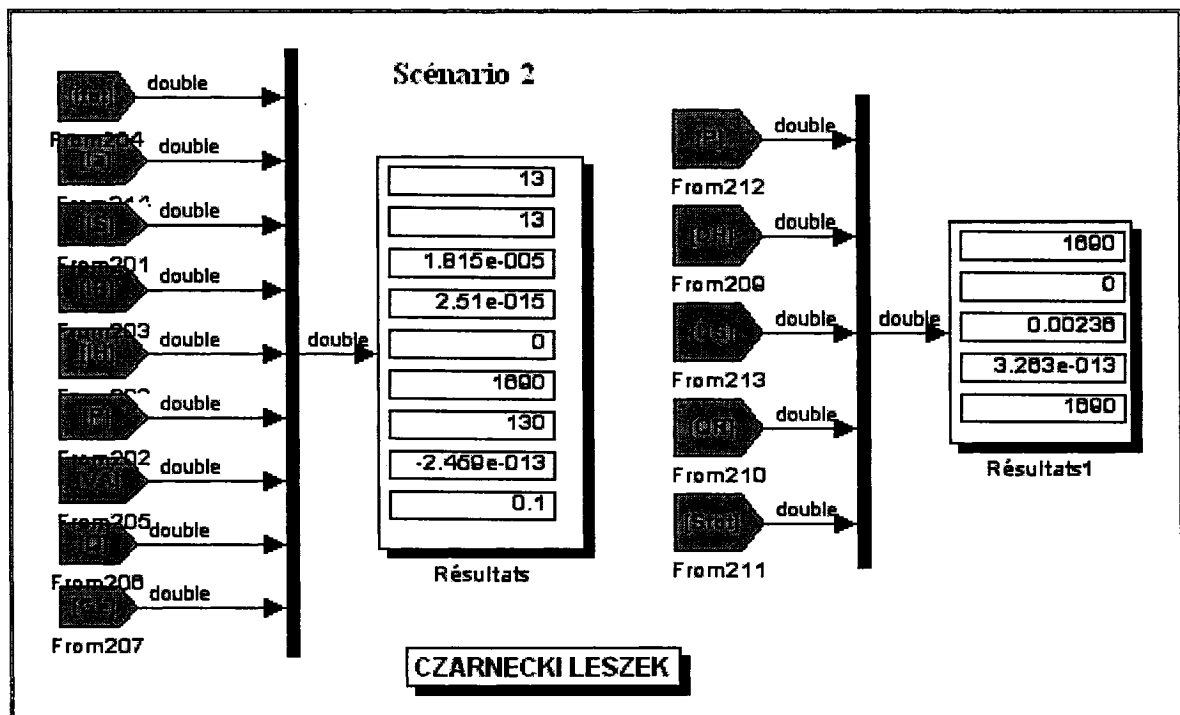
$$I_H = \sqrt{\sum_{n \in K} I_n^2} = 0 \quad \text{A2.26}$$

$$I = I_a = 13 \Rightarrow P = S = 130 * 13 = 1690 \text{ VA} \quad \text{A2.27}$$

Puissance apparente :

$$S = 1690 \quad \text{A2.28}$$

**Tableau A.2 : Résultats du scénario A.2**



### A.3 Scénario 3

$$v(t) = 120\sqrt{2} \sin \omega t + 40\sqrt{2} \sin 3\omega t + 24\sqrt{2} \sin 5\omega t + 18\sqrt{2} \sin 7\omega t \quad \text{A3.1}$$

$$i(t) = 12\sqrt{2} \sin(\omega t - 30) + 4\sqrt{2} \sin(3\omega t - 90) + 2,4\sqrt{2} \sin(5\omega t - 150) + 1,8\sqrt{2} \sin(7\omega t + 150)$$

A3.2

$$P_n = \sum_n V_n I_n \cos \varphi_n, \text{ avec } : \varphi_n = \alpha_n - \beta_n \quad \text{A3.3}$$

$$V_1 = 120V; V_3 = 40V; V_5 = 24V; V_7 = 18V \quad \text{A3.4}$$

$$I_1 = 12A; I_3 = 4A; I_5 = 2,4A; I_7 = 1,8A \quad \text{A3.5}$$

$$P_1 = V_1 I_1 \cos \varphi_1 = 120 * 12 * 0,866 = 1247,076 \text{ W} \quad \text{A3.6}$$

$$P_3 = V_3 I_3 \cos \varphi_3 = 40 * 4 * 0 = 0 \text{ W} \quad \text{A3.7}$$

$$P_5 = V_5 I_5 \cos \varphi_5 = -24 * 2,4 * 0,866 = -49,883 \text{ W} \quad \text{A3.8}$$

$$P_7 = V_7 I_7 \cos \varphi_7 = -18 * 1,8 * 0,866 = -28,0584 \text{ W} \quad \text{A3.9}$$

$$\alpha_i = 0; \varphi_3 = 90 \Rightarrow \cos \varphi_3 = 0 \Rightarrow P_3 = 0 \text{ W} \quad \text{A3.10}$$

Puissance active :

$$P = P_1 + P_3 + P_5 + P_7 = 1247,076 - 49,88357 - 28, = 1169 \text{ W} \quad \text{A3.11}$$

$$Q_1 = V_1 I_1 \sin \varphi_1 = 120 * 12 * 0,5 = 720 \text{ var} \quad \text{A3.12}$$

$$Q_3 = V_3 I_3 \sin \varphi_3 = 40 * 4 * 1 = 160 \text{ var} \quad \text{A3.13}$$

$$Q_5 = V_5 I_5 \sin \varphi_5 = 24 * 2,4 * 0,5 = 28,8 \text{ var} \quad \text{A3.14}$$

$$Q_7 = V_7 I_7 \sin \varphi_7 = -18 * 1,8 * 0,5 = -16,2 \text{ var} \quad \text{A3.15}$$

Parce que:

$$\alpha_i = 0; \varphi_3 = 90 \Rightarrow \sin \varphi_3 = 1 \Rightarrow Q_3 = 160 \text{ var} \quad \text{A3.16}$$

$$\text{Et : } \sin \varphi_i = \sin 150 = 0,5 \quad \text{A3.17}$$

Ainsi :

Puissance réactive :

$$Q = Q_1 + Q_3 + Q_5 + Q_7 = 720 + 160 + 28,8 - 16,2 = 892,6 \text{ var} \quad \text{A3.18}$$

$$Q = 892,6 \text{ var} \quad \text{A3.19}$$

$$Q_3 = 0 \text{ var} \quad \text{A3.20}$$

$$V = \sqrt{V_1^2 + V_3^2 + V_5^2 + V_7^2} = \sqrt{(120)^2 + (40)^2 + (24)^2 + (18)^2} = \sqrt{16900} = 130 \text{ V} \quad \text{A3.21}$$

Conductance équivalente du circuit :

$$G_e = \frac{P}{V^2} = \frac{1169}{(130)^2} = \frac{1169}{16900} = 0,069179 \text{ S} \quad \text{A3.22}$$

Courant actif :

$$I_a = \frac{P}{V} = \frac{1169}{130} = 8,993 \approx 9 \text{ A} \quad \text{A3.23}$$

Conductance :

$$G_{n1} = \frac{P_1}{V_1^2} = \frac{1247,076}{(120)^2} = \frac{1247,076}{14400} = 0,086 \quad \text{SA3.24}$$

$$G_{n3} = \frac{P_3}{V_3^2} = \frac{0}{(40)^2} = \frac{0}{1600} = 0 \text{ S} \quad \text{A3.25}$$

$$G_{n5} = \frac{P_5}{V_5^2} = \frac{-49,88357}{(24)^2} = \frac{-49,88357}{576} = -0,0866 \text{ S} \quad \text{A3.26}$$

$$G_{n7} = \frac{P_7}{V_7^2} = \frac{-28,0584}{(18)^2} = \frac{-28,0584}{324} = -0,0866 \text{ S} \quad \text{A3.27}$$

Susceptance :

$$B_{n1} = \frac{Q_1}{V_1^2} = \frac{720}{(120)^2} = \frac{720}{14400} = 0,05 \text{ S} \quad \text{A3.28}$$

$$B_{n3} = \frac{Q_3}{V_3^2} = \frac{160}{(40)^2} = \frac{160}{1600} = 0,1 \text{ S} \quad \text{A3.29}$$

$$B_{n5} = \frac{Q_5}{V_5^2} = \frac{28,8}{(24)^2} = \frac{28,8}{576} = 0,05 \text{ S} \quad \text{A3.30}$$

$$B_{n7} = \frac{Q_7}{V_7^2} = \frac{-16,2}{324} = -0,05 \text{ S} \quad \text{A3.31}$$

$$I_s = \sqrt{\sum_n (G_n - G_e)^2 V_n^2} \quad \text{A3.32}$$

Courant réactif :

$$I_R = \sqrt{\sum_{n \in \mathbb{N}} B_n^2 V_n^2} \quad \text{A3.33}$$

$$I_S = \sqrt{\sum_n (G_n - G_e)^2 V_n^2} \quad \text{A3.34}$$

Puisque :

$$I_s = \sqrt{4,37 + 7,67 + 13,98 + 7,87} = \sqrt{33,89} = 5,82 \text{ A} \quad \text{A3.35}$$

$$I_R = \sqrt{\sum_{n \in K} B_n^2 V_n^2} = \sqrt{(0,05 * 120)^2 + (0,1 * 40)^2 + (0,05 * 24)^2 + (-0,05 * 18)^2} \quad \text{A3.36}$$

$$I_R = \sqrt{\sum_{n \in K} B_n^2 V_n^2} = \sqrt{(6)^2 + (4)^2 + (1,2)^2 + (0,9)^2} = \sqrt{36 + 16 + 1,44 + 0,81} = \sqrt{54,25} \quad \text{A3.37}$$

Courant réactif :

$$I_R = 7,366 \text{ A} \quad \text{A3.38}$$

Courant total :

$$I^2 = I_a^2 + I_R^2 + I_S^2 = (8,993)^2 + (5,82)^2 + (7,366)^2 = 169 = (13)^2 \quad \text{A3.39}$$

$$I = 13 \text{ A} \quad \text{A3.40}$$

Puissance réactive :

$$Q_R = VI_R = 130 * 7,366 = 957,58 \approx 957,6 \text{ var} \quad \text{A3.41}$$

Puissance de dispersion :

$$D_s = VI_s = 130 * 5,82 = 756,6 \text{ VA} \quad \text{A3.42}$$

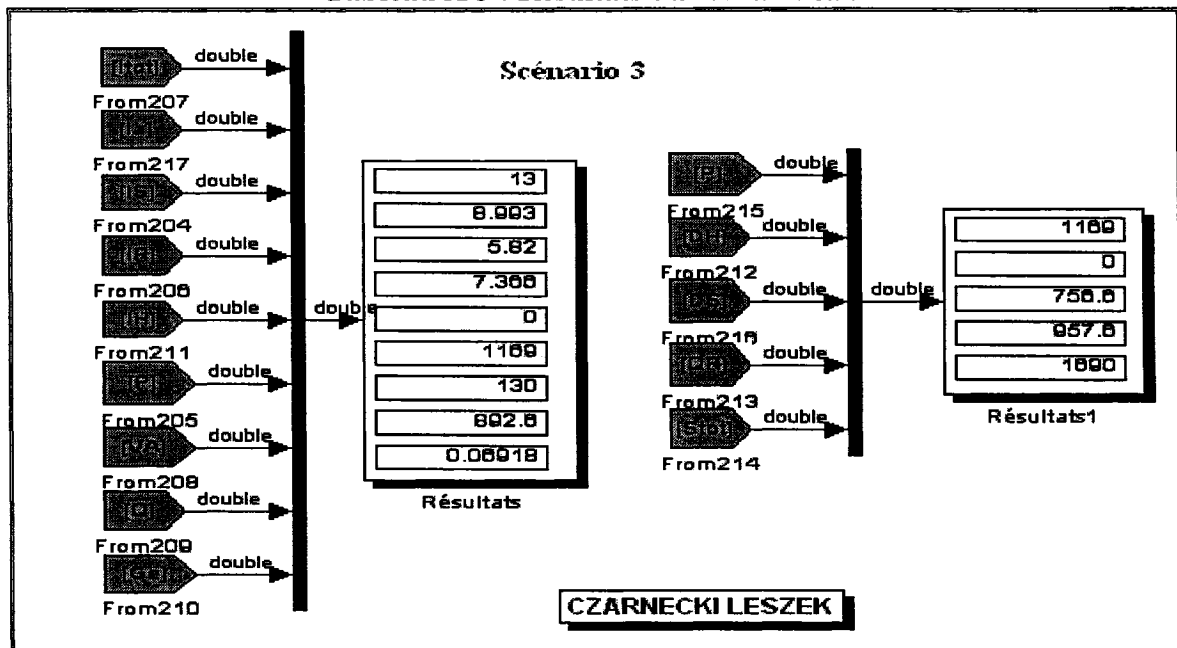


$$S^2 = P^2 + Q_R^2 + D_s^2 = (1169)^2 + (957,6)^2 + (756,6)^2 = (1689,97)^2 \approx (1690)^2 \quad \text{A3.43}$$

Puissance apparente :

$$S = 1690 \text{ VA} \quad \text{A3.44}$$

**Tableau A 3 : Résultats du scénario A.3**



#### A.4 Scénario 4

Tensions et courants instantanés :

$$v(t) = 120\sqrt{2} \sin \omega t + 46,6\sqrt{2} \sin(3\omega t - 180) + 18\sqrt{2} \sin 7\omega t \quad \text{A4.1}$$

$$i(t) = 12\sqrt{2} \sin(\omega t - 30) + 4,35\sqrt{2} \sin(5\omega t - 60) + 2,46\sqrt{2} \sin(7\omega t - 30) \quad \text{A4.2}$$

$$P_n = \sum_n V_n I_n \cos \varphi_n, \text{ avec } : \varphi_n = \alpha_n - \beta_n \quad \text{A4.3}$$

$$V_1 = 120V; V_3 = 46,6V; V_5 = 0V; V_7 = 18V \quad \text{A4.4}$$

$$I_1 = 12A; I_3 = 0A; I_5 = 4,35A; I_7 = 2,46A \quad \text{A4.5}$$

Puissances actives suivant les différentes composantes harmoniques:

$$P_1 = V_1 I_1 \cos \varphi_1 = 120 * 12 * 0,866 = 1247,076 \text{ W} \quad \text{A4.6}$$

$$P_3 = V_3 I_3 \cos \varphi_3 = 46,6 * 4 * 0 = 0 \text{ W} \quad \text{A4.7}$$

$$P_5 = V_5 I_5 \cos \varphi_5 = 0 * 4,35 * 0,5 = 0 \text{ W} \quad \text{A4.8}$$

$$P_7 = V_7 I_7 \cos \varphi_7 = 18 * 2,46 * 0,866 = 38,3476 \approx 38,35 \text{ W} \quad \text{A4.9}$$

$$\alpha_i = 0; \varphi_3 = 90 \Rightarrow \cos \varphi_3 = 0 \Rightarrow P_3 = 0 \quad \text{A4.10}$$

Puissance active totale:

$$P = P_1 + P_3 + P_5 + P_7 = 1247,076 - 49,88357 - 28, = 1169 \text{ W} \quad \text{A4.11}$$

Puissances réactives relatives aux composantes harmoniques:

$$Q_1 = V_1 I_1 \sin \varphi_1 = 120 * 12 * 0,5 = 720 \text{ var} \quad \text{A4.12}$$

$$Q_3 = V_3 I_3 \sin \varphi_3 = 40 * 4 * 1 = 160 \text{ var} \quad \text{A4.13}$$

$$Q_5 = V_5 I_5 \sin \varphi_5 = 24 * 2,4 * 0,5 = 28,8 \text{ var} \quad \text{A4.14}$$

$$Q_7 = V_7 I_7 \sin \varphi_7 = -18 * 1,8 * = -16,2 \text{ var} \quad \text{A4.15}$$

Parce que :

$$\alpha_i = 0; \varphi_3 = 90 \Rightarrow \sin \varphi_3 = 1 \Rightarrow Q_3 = 160 \quad \text{A4.16}$$

$$\text{Et : } \sin \varphi_i = \sin 150 = 0,5 \quad \text{A4.17}$$

Ainsi :

Puissance réactive :

$$Q = Q_1 + Q_3 + Q_5 + Q_7 = 720 + 160 + 28,8 - 16,2 = 892,6 \text{ var} \quad \text{A4.18}$$

$$Q = 892,6 \text{ var} \quad \text{A4.19}$$

$$Q_3 = 0 \quad \text{A4.20}$$

$$V = \sqrt{V_1^2 + V_3^2 + V_5^2 + V_7^2} = \sqrt{(120)^2 + (40)^2 + (24)^2 + (18)^2} = \sqrt{16900} = 130 \text{ V} \quad \text{A4.21}$$

Conductance équivalente du circuit :

$$G_e = \frac{P}{V^2} = \frac{1169}{(130)^2} \approx \frac{1169}{16900} = 0,069179 \text{ S} \quad \text{A4.22}$$

Courant actif :

$$I_a = \frac{P}{V} = \frac{1169}{130} = 8,993 \approx 9 \text{ A} \quad \text{A4.23}$$

Conductances élémentaires :

$$G_{n1} = \frac{P_1}{V_1^2} = \frac{1247,076}{(120)^2} = \frac{1247,076}{14400} = 0,086 \text{ S} \quad \text{A4.24}$$

$$G_{n3} = \frac{P_3}{V_3^2} = \frac{0}{(40)^2} = \frac{0}{1600} = 0 \text{ S} \quad \text{A4.25}$$

$$G_{n5} = \frac{P_5}{V_5^2} = \frac{-49,88357}{(24)^2} = \frac{-49,88357}{576} = -0,0866 \text{ S} \quad \text{A4.26}$$

$$G_{n7} = \frac{P_7}{V_7^2} = \frac{-28,0584}{(18)^2} = \frac{-28,0584}{324} = -0,0866 \text{ S} \quad \text{A4.27}$$

Susceptance :

$$B_{n1} = \frac{Q_1}{V_1^2} = \frac{720}{(120)^2} = \frac{720}{14400} = 0,05 \text{ S} \quad \text{A4.28}$$

$$B_{n3} = \frac{Q_3}{V_3^2} = \frac{160}{(40)^2} = \frac{160}{1600} = 0,1 \text{ S} \quad \text{A4.29}$$

$$B_{n5} = \frac{Q_5}{V_5^2} = \frac{28,8}{(24)^2} = \frac{28,8}{576} = 0,05 \text{ S} \quad \text{A4.30}$$

$$B_{n7} = \frac{Q_7}{V_7^2} = \frac{-16,2}{324} = -0,05 \text{ S} \quad \text{A4.31}$$

Courant de distortion:

$$I_S = \sqrt{\sum_n (G_n - G_e)^2 V_n^2} \quad \text{A4.32}$$

Courant réactif :

$$I_R = \sqrt{\sum_{n \in \mathbb{N}} B_n^2 V_n^2} \quad \text{A4.33}$$

$$I_S = \sqrt{\sum_n (G_n - G_e)^2 V_n^2} \quad \text{A4.34}$$

Puisque :

$$I_S = \sqrt{4,37^2 + 7,67^2 + 13,98^2 + 7,87^2} = \sqrt{33,89} = 5,82 \text{ A} \quad \text{A4.35}$$

$$I_R = \sqrt{\sum_{n \in K} B_n^2 V_n^2} = \sqrt{(0,05 \cdot 120)^2 + (0,1 \cdot 40)^2 + (0,05 \cdot 24)^2 + (-0,05 \cdot 18)^2} \quad \text{A4.36}$$

$$I_R = \sqrt{\sum_{n \in K} B_n^2 V_n^2} = \sqrt{(6)^2 + (4)^2 + (1,2)^2 + (0,9)^2} = \sqrt{36 + 16 + 1,44 + 0,81} = \sqrt{54,25} \quad \text{A4.37}$$

Courant réactif :

$$I_R = 7,366 \text{ A} \quad \text{A4.38}$$

Courant total :

$$I^2 = I_a^2 + I_R^2 + I_S^2 = (8,993)^2 + (5,82)^2 + (7,366)^2 = 169 = (13)^2 \quad \text{A4.39}$$

$$I = 13 \text{ A} \quad \text{A4.40}$$

Puissance réactive :

$$Q_R = VI_R = 130 \cdot 7,366 = 957,58 \approx 957,6 \text{ var} \quad \text{A4.41}$$

Puissance de dispersion :

$$D_s = VI_s = 130 * 5,82 = 756,6 \text{ VA}$$

A4.42

Puissance apparente :

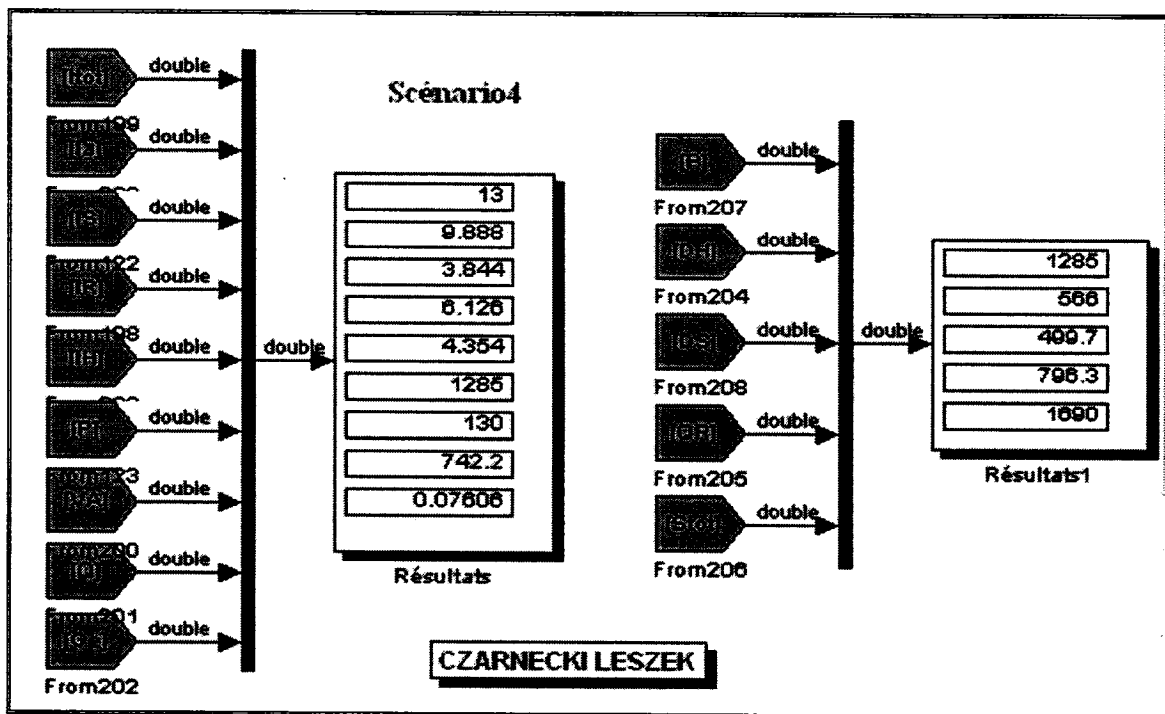
$$S^2 = P^2 + Q_R^2 + D_s^2 = (1169)^2 + (957,6)^2 + (756,6)^2 = (1689,97)^2 \approx (1690)^2$$

A4.43

$$S = 1690 \text{ VA}$$

A4.44

Tableau A 4 : Résultats du scénario A.4



## **ANNEXE B**

### **MONTAGES TRIPHASÉS TRADITIONNELS**

**Théorie de Czarnecki**

## B.1 Scénario 1

Dans cette partie, nous allons appliquer les équations de Czarnecki pour étudier le comportement des montages triphasés traditionnels, avec les données du tableau 3.1. Les équations de Czarnecki s'écrivent de la manière suivante :

$$u = \begin{bmatrix} u_A \\ u_B \\ u_C \end{bmatrix} = \sqrt{2}R_e \begin{bmatrix} U_A \\ U_B \\ U_C \end{bmatrix} e^{j\omega t} = \sqrt{2}R_e \begin{bmatrix} 360e^{j0} \\ 360e^{-j120} \\ 360e^{j120} \end{bmatrix} e^{j\omega t} \quad \text{B1.1}$$

$$i = \begin{bmatrix} i_A \\ i_B \\ i_C \end{bmatrix} = \sqrt{2}R_e \begin{bmatrix} I_A \\ I_B \\ I_C \end{bmatrix} e^{j\omega t} = \sqrt{2}R_e \begin{bmatrix} 113,6e^{j22,41} \\ 103,9e^{-j150} \\ 17,32e^{j150} \end{bmatrix} e^{j\omega t} \quad \text{B1.2}$$

$$\|u\| = \sqrt{360^2 + 360^2 + 360^2} = \sqrt{3 \cdot 360^2} = 360\sqrt{3} \text{ V} \quad \text{B1.3}$$

$$\|u\| = 623.53 \text{ V} \quad \text{B1.4}$$

Avec :

$$\|u\|^2 = 3 \cdot (360)^2 \quad \text{B1.5}$$

Courant total :

$$\|i\| = \sqrt{(113,6)^2 + (103,9)^2 + (17,32)^2} = \sqrt{3 \cdot 8000} = 154,92 = 89,44\sqrt{3} \text{ A} \quad \text{B1.6}$$

$$\|i\|^2 = 3(89,44)^2 \quad \text{B1.7}$$

Puissance apparente :

$$\|S\| = \|u\| \|i\| = 360\sqrt{3}(89,44)\sqrt{3} = 96595.2 \text{ VA} \approx 96600 \text{ VA} \quad \text{B1.8}$$

Puissance active :

$$P = R_e \{U_A I_A^* + U_B I_B^* + U_C I_C^*\} \quad \text{B1.9}$$

$$P = (360 * 113,6 * \cos 22,41 + 360 * 103,9 * \cos 30 + 360 * 17,32 * \cos -30) \quad \text{B1.10}$$

$$P = 360(105,02 + 89,98 + 14,999) = 75599,84 \simeq 75600 \text{ W} \quad \text{B1.11}$$

Avec:  $\cos 22,41 = 0,92447951$ ;  $\cos 30 = \cos (-30) = 0,866025$

Puissance réactive :

$$Q = \text{Im} \{U_A I_A^* + U_B I_B^* + U_C I_C^*\} \quad \text{B1.12}$$

$$Q = (360 * 113,6 * \sin 22,41 + 360 * 103,9 * \sin 30 + 360 * 17,32 * \sin -30) \quad \text{B1.13}$$

$$Q = 360(-43,30 + 51,95 - 8,66) = 360(-43,30 + 43,30) = 360 * 0 = 0 \text{ var} \quad \text{B1.14}$$

Avec :

$\sin 22,41 = 0,381231$ ;  $\sin 30 = 0,5$ ;  $\sin (-30) = -0,5$

Le bilan total en puissance réactive est nul, donc  $Q = 0 \text{ var}$ .

Conductance équivalente :

$$G_e = \frac{P}{\|u\|^2} = \frac{75600}{3(360)^2} = 0,19444 \text{ Siemens} \quad \text{B1.15}$$

Susceptance équivalente :

$$B_e = -\frac{Q}{\|u\|^2} = \frac{0}{\|u\|^2} = 0 \quad \text{B1.16}$$

Courant actif :

$$i_a = G_e u = \sqrt{2} R_e G_e \begin{bmatrix} 360e^{j0} \\ 360e^{-j120} \\ 360e^{j120} \end{bmatrix} e^{j\omega t} = \sqrt{2} R_e \begin{bmatrix} 70e^{j0} \\ 70e^{-j120} \\ 70e^{j120} \end{bmatrix} e^{j\omega t} \quad \text{B1.17}$$



$$\|i_a\| = 121.24 = 70\sqrt{3} \text{ A} \quad \text{B1.18}$$

Puissance active :

$$P = \|u\| \|i_a\| = 360\sqrt{3}(70\sqrt{3}) = 75600 \text{ W} \quad \text{B1.19}$$

$$i = i_a + i_u \quad \text{B1.20}$$

$$i_u = i - i_a \quad \text{B1.21}$$

$$i_{ua} = 35,02 + j43,30 = 55,69 \angle 51^{\circ},03 \quad \text{B1.22}$$

$$i_{ub} = -54,98 + j8,62 = 55,66 \angle 171^{\circ},03 \quad \text{B1.23}$$

$$i_{uc} = 20 - j51,96 = 55,68 \angle -68^{\circ},94 \quad \text{B1.24}$$

Courant de déséquilibre instantané :

$$i_u = \sqrt{2}R_e \begin{bmatrix} 55,69e^{j51^{\circ},03} \\ 55,66e^{j171^{\circ},03} \\ 55,68e^{-j69^{\circ}} \end{bmatrix} e^{j\omega t} \quad \text{B1.25}$$

Module du courant de déséquilibre :

$$\|i_u\| = \sqrt{55,689^2 + 55,659^2 + 55,676^2} = 96,43 = 55,67\sqrt{3} \text{ A} \quad \text{B1.26}$$

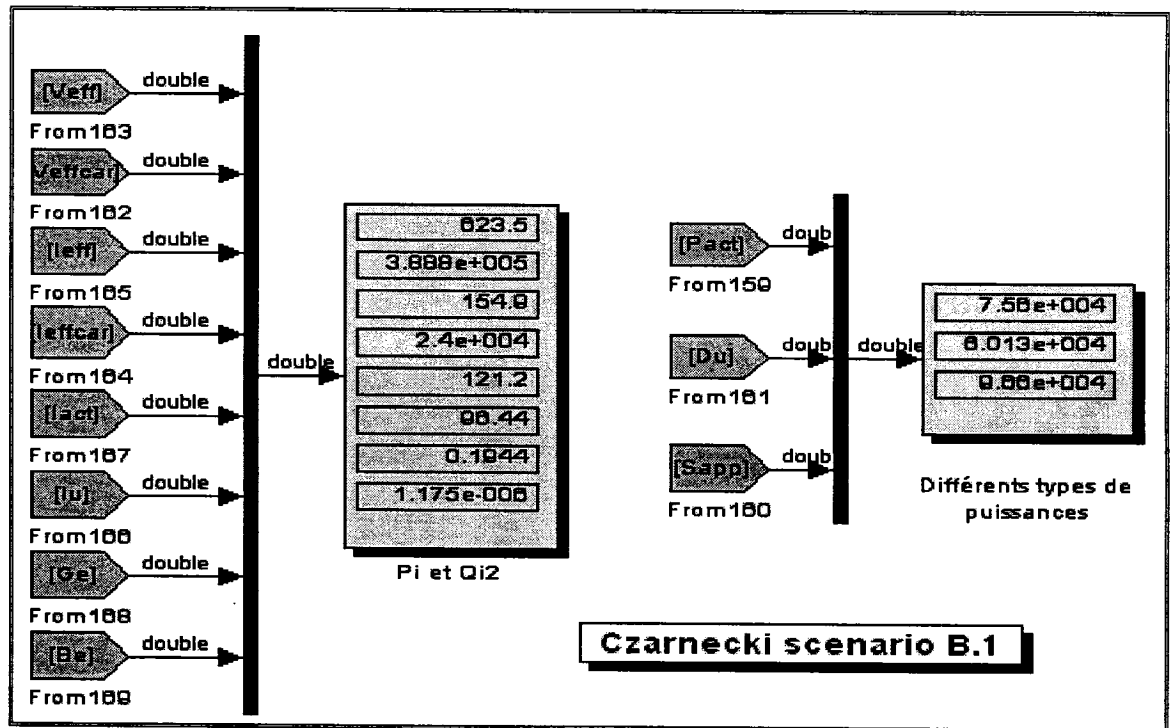
Puissance de déséquilibre :

$$D_u = \|i_u\| \|u\| = 55,67\sqrt{3}(360\sqrt{3}) = 55,67 * 360 * 3 = 60127,79 \text{ VA} \quad \text{B1.27}$$

Puissance apparente :

$$S^2 = P^2 + D_u^2 = (75600)^2 + (60127,79)^2 = 96595,61 \approx 96600 \text{ VA} \quad \text{B1.28}$$

Tableau B 1: Résultats du scénario B.1



## B.2 Scénario 2

Dans cette partie, nous allons appliquer les équations de Czarnecki pour étudier le comportement des montages triphasés traditionnels, avec les données du tableau 3.1. Les équations de Czarnecki s'écrivent de la manière suivante :

$$u = \begin{bmatrix} u_A \\ u_B \\ u_C \end{bmatrix} = \sqrt{2}R_e \begin{bmatrix} U_A \\ U_B \\ U_C \end{bmatrix} e^{j\omega t} = \sqrt{2}R_e \begin{bmatrix} 360e^{j0} \\ 360e^{-j120} \\ 360e^{j120} \end{bmatrix} e^{j\omega t} \quad \text{B2.1}$$

$$i = \begin{bmatrix} i_A \\ i_B \\ i_C \end{bmatrix} = \sqrt{2}R_e \begin{bmatrix} I_A \\ I_B \\ I_C \end{bmatrix} e^{j\omega t} = \sqrt{2}R_e \begin{bmatrix} 52,42e^{j22,41} \\ 52,42e^{-j142,41} \\ 13,85e^{j120} \end{bmatrix} e^{j\omega t} \quad \text{B2.2}$$

$$\|u\| = \sqrt{360^2 + 360^2 + 360^2} = \sqrt{3 \cdot 360^2} = 360\sqrt{3} \text{ V} \quad \text{B2.3}$$

$$\|u\| = 623.53 \text{ V}$$

$$\text{Et} \quad \text{B2.4}$$

$$\|u\|^2 = 3 \cdot (360)^2 \quad \text{B2.5}$$

$$\|i\| = \sqrt{(52,42)^2 + (52,42)^2 + (13,85)^2} = 75,42 = 43,54\sqrt{3} \text{ A} \quad \text{B2.6}$$

$$\|i\|^2 = 3(43,54)^2 \quad \text{B2.7}$$

Puissance apparente :

$$\|S\| = \|u\| \|i\| = 360\sqrt{3}(43,54)\sqrt{3} = 47023 \text{ VA} \quad \text{B2.8}$$

Puissance active :

$$P = R_e \{U_A I_A^* + U_B I_B^* + U_C I_C^*\} \quad \text{B2.9}$$

$$P = (360 * 52,42 * \cos 22,41 + 360 * 52,42 * \cos 22,41 + 360 * 13,85 * \cos 0) \quad \text{B2.10}$$

$$P = (17446 + 17446 + 360 * 13,85) = 39878 \text{ W}$$

Avec:  $\cos 0=1$ ;

B2.11

Puissance réactive:

$$Q = \text{Im} \{ U_A I_A^* + U_B I_B^* + U_C I_C^* \}$$

B2.12

$$Q = (360 * 52,42 * \sin 22,41 + 360 * 52,42 * \sin 22,41 + 360 * 13,85 * \sin 0)$$

B2.13

$$Q = (-7194,30 + 7194,30) = 0 \text{ Var}$$

B2.14

Avec :

$\sin 0=0$ ;

Le bilan total en puissance réactive est nul, donc  $Q=0\text{Var}$ .

$$G_e = \frac{P}{\|u\|^2} = \frac{39878}{3(360)^2} = 0,102566872 \text{ S}$$

B2.15

$$B_e = -\frac{Q}{\|u\|^2} = \frac{0}{\|u\|^2} = 0 \text{ Siemens}$$

B2.16

$$i_a = G_e u = \sqrt{2} R_e G_e \begin{bmatrix} 360e^{j0} \\ 360e^{-j120} \\ 360e^{j120} \end{bmatrix} e^{j\omega t} = \sqrt{2} R_e \begin{bmatrix} 36,92e^{j0} \\ 36,92e^{-j120} \\ 36,92e^{j120} \end{bmatrix} e^{j\omega t}$$

B2.17

$$\|i_a\| = 63,947 = 36,92\sqrt{3} \text{ A}$$

B2.18

$$P = \|u\| \|i_a\| = 360\sqrt{3}(36,92\sqrt{3}) = 39873,6 \approx 39874 \text{ W}$$

B2.19

$$i = i_a + i_u$$

B2.20

$$i_u = i - i_a$$

B2.21

$$i_{ua} = 11,54 + j19,984 = 23,07 \angle 60^\circ$$

B2.22

$$i_{ub} = -23,07 = 23,07 \angle 180^\circ$$

B2.23

$$i_{uc} = 11,53 - j19,98 = 23,07 \angle -60^\circ \quad \text{B2.24}$$

$$i_u = \sqrt{2} R_e \begin{bmatrix} 23,07 e^{j60^\circ} \\ 23,07 e^{j180^\circ} \\ 23,07 e^{-j60^\circ} \end{bmatrix} e^{j\omega t} \quad \text{B2.25}$$

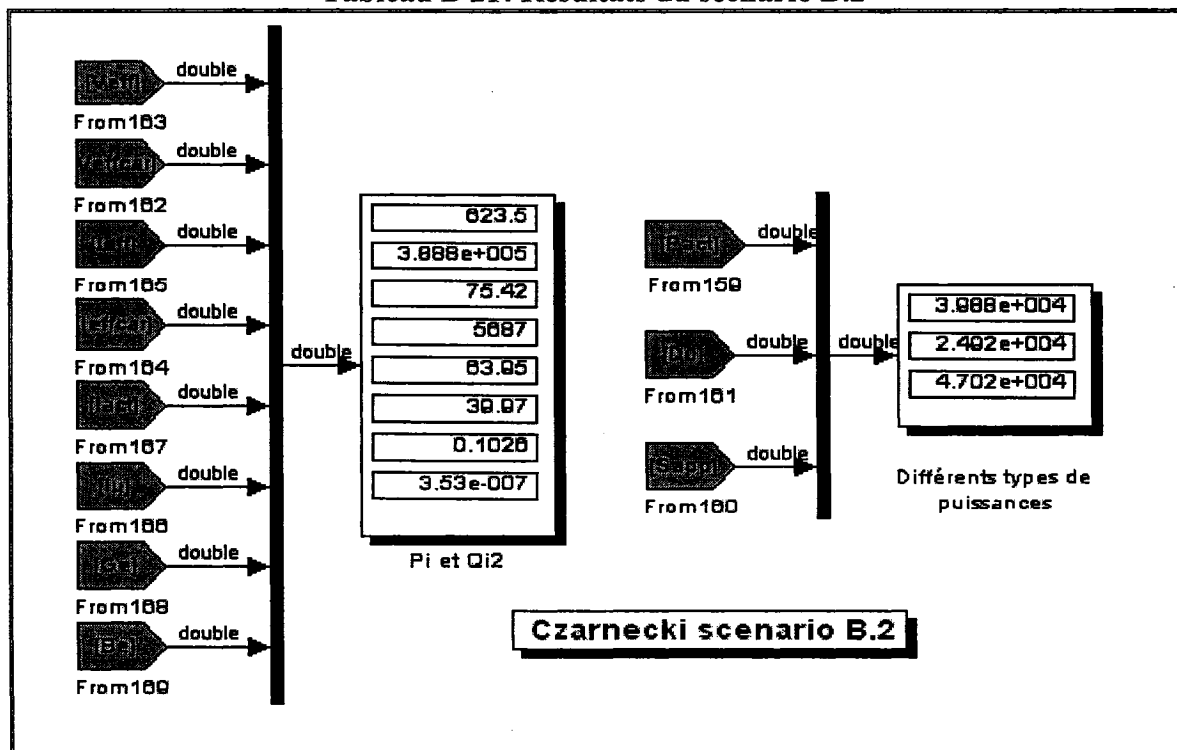
$$\|i_u\| = \sqrt{23,07^2 + 23,07^2 + 23,07^2} = 39,956 = 23,07\sqrt{3} \text{ A} \quad \text{B2.26}$$

$$D_u = \|i_u\| \|u\| = 23,07\sqrt{3}(360\sqrt{3}) = 23,07 * 360 * 3 = 24915,60 \text{ VA} \quad \text{B2.27}$$

$$S^2 = P^2 + D_u^2 = (39878)^2 + (24915,60)^2 = (47021.718)^2 \approx (47022)^2 \text{ VA} \quad \text{B2.28}$$

$$S = 47022 \text{ VA} \quad \text{B2.29}$$

**Tableau B 21: Résultats du scénario B.2**



### B.3 Scénario 3

Dans cette partie, nous allons appliquer les équations de Czarnecki pour étudier le comportement des montages triphasés traditionnels, avec les données du tableau 3.1. Les équations de Czarnecki s'écrivent de la manière suivante :

Tensions et courants instantanés :

$$u = \begin{bmatrix} u_A \\ u_B \\ u_C \end{bmatrix} = \sqrt{2}R_e \begin{bmatrix} U_A \\ U_B \\ U_C \end{bmatrix} e^{j\omega t} = \sqrt{2}R_e \begin{bmatrix} 360e^{j0} \\ 360e^{-j120} \\ 360e^{j120} \end{bmatrix} e^{j\omega t} \quad \text{B3.1}$$

$$i = \begin{bmatrix} i_A \\ i_B \\ i_C \end{bmatrix} = \sqrt{2}R_e \begin{bmatrix} I_A \\ I_B \\ I_C \end{bmatrix} e^{j\omega t} = \sqrt{2}R_e \begin{bmatrix} 59,96e^{j0} \\ 59,96e^{-j120} \\ 10,05e^{j120} \end{bmatrix} e^{j\omega t} \quad \text{B3.2}$$

$$\|u\| = \sqrt{360^2 + 360^2 + 360^2} = \sqrt{3 \cdot 360^2} = 360\sqrt{3} \quad \text{B3.3}$$

$$\|u\| = 623.53$$

B3.4

Avec :

$$\|u\|^2 = 3 \cdot (360)^2 \quad \text{B3.5}$$

Module du courant principal :

$$\|i\| = \sqrt{(59,96)^2 + (59,96)^2 + (10,05)^2} = 85,389 = 49,30\sqrt{3} \quad \text{B3.6}$$

$$\|i\|^2 = 3(49,30)^2 \quad \text{B3.7}$$

Puissance apparente :

$$\|S\| = \|u\| \|i\| = 360\sqrt{3}(49,30)\sqrt{3} = 53244,87 \text{ VA} \quad \text{B3.8}$$

Puissance active :

$$P = R_e \{U_A I_A^* + U_B I_B^* + U_C I_C^*\} \quad \text{B3.9}$$

$$P = (360 * 59,96 * \cos 0 + 360 * 59,96 * \cos 0 + 360 * 10,05 * \cos 0) \quad \text{B3.10}$$

$$P = 46789,2 \text{ W} \quad \text{B3.11}$$

Avec:  $\cos 0 = 1$ ;

Puissance réactive :

$$Q = \text{Im} \{ U_A I_A^* + U_B I_B^* + U_C I_C^* \} \quad \text{B3.12}$$

$$Q = (360 * 59,96 * \sin 0 + 360 * 59,96 * \sin 0 + 360 * 10,05 * \sin 0) \quad \text{B3.13}$$

$$Q = 360 * 0 = 0 \text{ vars} \quad \text{B3.14}$$

Conductance et susceptance équivalentes :

$$G_e = \frac{P}{\|u\|^2} = \frac{46789,2}{3(360)^2} = 0,120342592 \text{ Siemens} \quad \text{B3.15}$$

$$B_e = -\frac{Q}{\|u\|^2} = \frac{0}{\|u\|^2} = 0 \quad \text{B3.16}$$

Courant actif instantané :

$$i_a = G_e u = \sqrt{2} R_e G_e \begin{bmatrix} 360e^{j0} \\ 360e^{-j120} \\ 360e^{j120} \end{bmatrix} e^{j\omega t} = \sqrt{2} R_e \begin{bmatrix} 43,32e^{j0} \\ 43,32e^{-j120} \\ 43,32e^{j120} \end{bmatrix} e^{j\omega t} \quad \text{B3.17}$$

$$\|i_a\| = 75,03 = 43,32\sqrt{3} \text{ A} \quad \text{B3.18}$$

Puissance active :

$$P = \|u\| \|i_a\| = 360\sqrt{3}(43,32\sqrt{3}) = 46785,60 \text{ W} \quad \text{B3.19}$$

$$i = i_a + i_u \quad \text{B3.20}$$

Courant de déséquilibre :

$$i_u = i - i_a \quad \text{B3.21}$$

$$i_{ua} = 59,96 - 43,32 = 16,64 \angle 0^\circ \quad \text{B3.22}$$

$$i_{ub} = 59,96 \angle -120^\circ - 43,32 \angle -120^\circ = 16,64 \angle -120^\circ \quad \text{B3.23}$$

$$i_{uc} = 10,05 \angle 120^\circ - 43,32 \angle 120^\circ = -33,27 \angle 120^\circ = 33,27 \angle -60^\circ \quad \text{B3.24}$$

Courant de déséquilibre instantané :

$$i_u = \sqrt{2} R_e \begin{bmatrix} 16,64 e^{j0^\circ} \\ 16,64 e^{j120^\circ} \\ 33,27 e^{-j60^\circ} \end{bmatrix} e^{j\omega t} \quad \text{B3.25}$$

$$\|i_u\| = \sqrt{16,64^2 + 16,64^2 + 33,27^2} = 40,75 = 23,52\sqrt{3} \text{ A} \quad \text{B3.26}$$

Puissance de déséquilibre :

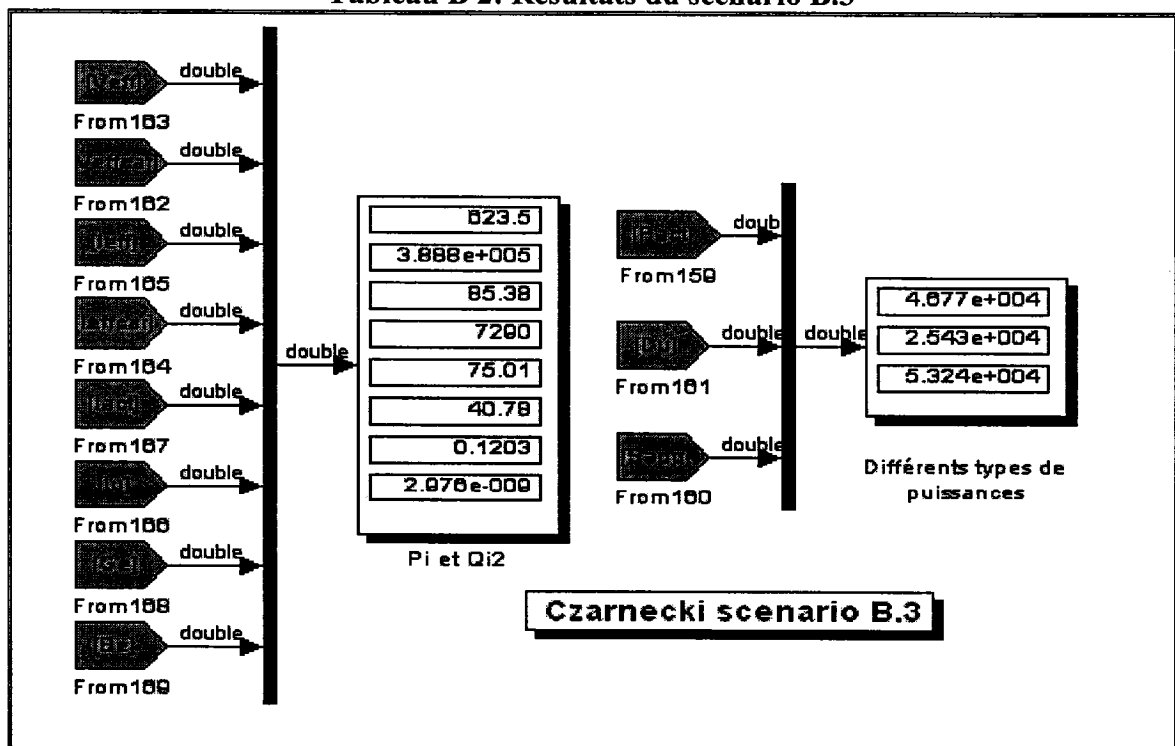
$$D_u = \|i_u\| \|u\| = 23,52\sqrt{3} (360\sqrt{3}) = 23,52 * 360 * 3 = 25410 \text{ VA} \quad \text{B3.27}$$

Puissance apparente :

$$S^2 = P^2 + D_u^2 = (46789,2)^2 + (25410)^2 = (53243,76)^2 \text{ VA} \quad \text{B3.28}$$

$$S = 53243,765 \approx 53244 \text{ VA} \quad \text{B3.29}$$

**Tableau B 2: Résultats du scénario B.3**





## B.4 Scénario 4

Dans cette partie, nous allons appliquer les équations de Czarnecki pour étudier le comportement des montages triphasés traditionnels, avec les données du tableau 3.1. Les équations de Czarnecki s'écrivent de la manière suivante :

$$u = \begin{bmatrix} u_A \\ u_B \\ u_C \end{bmatrix} = \sqrt{2}R_e \begin{bmatrix} U_A \\ U_B \\ U_C \end{bmatrix} e^{j\omega t} = \sqrt{2}R_e \begin{bmatrix} 360e^{j0} \\ 360e^{-j120} \\ 360e^{j120} \end{bmatrix} e^{j\omega t} \quad \text{B 4.1}$$

$$i = \begin{bmatrix} i_A \\ i_B \\ i_C \end{bmatrix} = \sqrt{2}R_e \begin{bmatrix} I_A \\ I_B \\ I_C \end{bmatrix} e^{j\omega t} = \sqrt{2}R_e \begin{bmatrix} 60e^{j0} \\ 60e^{-j120} \\ 60e^{j120} \end{bmatrix} e^{j\omega t} \quad \text{B 4.2}$$

$$\|u\| = \sqrt{360^2 + 360^2 + 360^2} = \sqrt{3 \cdot 360^2} = 360\sqrt{3} \text{ V} \quad \text{B 4.3}$$

$$\|u\| = 623.53 \text{ V} \quad \text{B 4.4}$$

$$\|u\|^2 = 3 \cdot (360)^2 \quad \text{B 4.5}$$

$$\|i\| = \sqrt{(60)^2 + (60)^2 + (60)^2} = 103,92 = 60\sqrt{3} \text{ A} \quad \text{B 4.6}$$

$$\|i\|^2 = 3(60)^2 \quad \text{B 4.7}$$

Puissance apparente :

$$\|S\| = \|u\| \|i\| = 360\sqrt{3}(60)\sqrt{3} = 64800 \text{ VA} \quad \text{B 4.8}$$

Puissance active :

$$P = R_e \{U_A I_A^* + U_B I_B^* + U_C I_C^*\} \quad \text{B 4.9}$$

$$P = (360 * 60 * \cos 0 + 360 * 60 * \cos 0 + 360 * 60 * \cos 0) \quad \text{B 4.10}$$

$$P = 64800 \text{ W}$$

$$\text{Avec: } \cos 0 = 1; \quad \text{B 4.11}$$

Puissance réactive :

$$Q = \text{Im} \{ U_A I_A^* + U_B I_B^* + U_C I_C^* \} \quad \text{B 4.12}$$

$$Q = (360 * 60 * \sin 0 + 360 * 60 * \sin 0 + 360 * 60 * \sin 0) \quad \text{B 4.13}$$

$$Q = 360 * 0 = 0 \text{ Var} \quad \text{B 4.14}$$

Avec :

$$\sin 0 = 0; \sin 30 = 0,5; \sin (-30) = -0,5$$

Le bilan total en puissance réactive est nul, donc  $Q=0\text{Var}$ .

Conductance et susceptance équivalentes :

$$G_e = \frac{P}{\|u\|^2} = \frac{64800}{3(360)^2} = 0,16666 \text{ S} \quad \text{B 4.15}$$

$$B_e = -\frac{Q}{\|u\|^2} = \frac{0}{\|u\|^2} = 0 \quad \text{B 4.16}$$

Courant actif :

$$i_a = G_e u = \sqrt{2} R_e G_e \begin{bmatrix} 360e^{j0} \\ 360e^{-j120} \\ 360e^{j120} \end{bmatrix} e^{j\omega t} = \sqrt{2} R_e \begin{bmatrix} 60e^{j0} \\ 60e^{-j120} \\ 60e^{j120} \end{bmatrix} e^{j\omega t} \quad \text{B 4.17}$$

$$\|i_a\| = 103,92 = 60\sqrt{3} \text{ A} \quad \text{B 4.18}$$

Puissance active :

$$P = \|u\| \|i_a\| \cos \theta = 360\sqrt{3} (60\sqrt{3}) = 64800 \text{ W} \quad \text{B 4.19}$$

$$i = i_a \quad \text{B 4.20}$$

$$0 = i - i_a \quad \text{B 4.21}$$

$$i_{aa} = 60 \angle 0^\circ \quad \text{B 4.22}$$

$$i_{ab} = 60 \angle -120^\circ \quad \text{B 4.23}$$

$$i_{ac} = 60 \angle -120^\circ \quad \text{B 4.24}$$

Courant réactif instantané :

$$i_a = \sqrt{2} R_e \begin{bmatrix} 60e^{j0^\circ} \\ 60e^{-j120^\circ} \\ 60e^{j120^\circ} \end{bmatrix} e^{j\omega t} \quad \text{B 4.25}$$

$$\|i_a\| = \sqrt{60^2 + 60^2 + 60^2} = 103,92 = 60\sqrt{3} \text{ A} \quad \text{B 4.26}$$

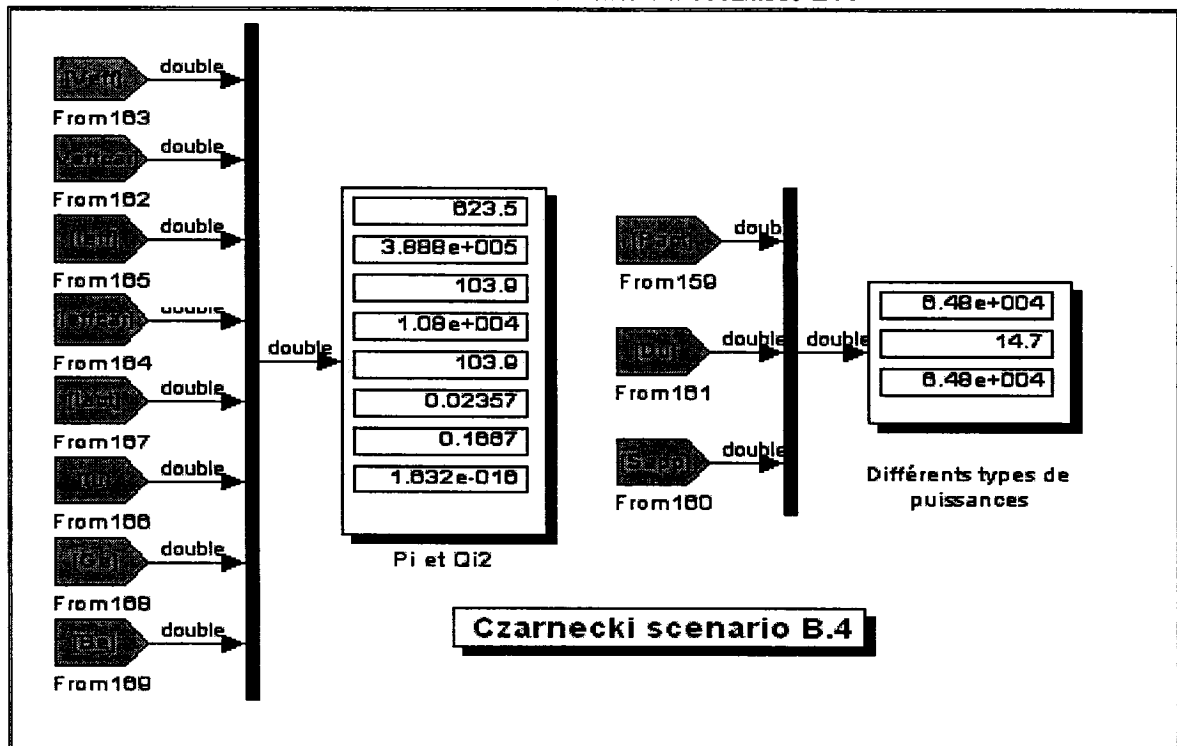
$$P = \|i_a\| \|u\| = 60\sqrt{3}(360\sqrt{3}) = 60 * 360 * 3 = 64800 \text{ vars} \quad \text{B 4.27}$$

Puissance apparente :

$$S^2 = P^2 = (64800)^2 \text{ VA} \quad \text{B 4.28}$$

$$S = 64800 \text{ VA} \quad \text{B 4.29}$$

Tableau B 3: Résultats du scénario B.4



## B.5 Scénario 5

Dans cette partie, nous allons appliquer les équations de Czarnecki pour étudier le comportement des montages triphasés traditionnels, avec les données du tableau 3.1. Les équations de Czarnecki s'écrivent de la manière suivante :

$$u = \begin{bmatrix} u_A \\ u_B \\ u_C \end{bmatrix} = \sqrt{2}R_e \begin{bmatrix} U_A \\ U_B \\ U_C \end{bmatrix} e^{j\omega t} = \sqrt{2}R_e \begin{bmatrix} 360e^{j0} \\ 360e^{-j120} \\ 360e^{j120} \end{bmatrix} e^{j\omega t} \quad \text{B5.1}$$

$$i = \begin{bmatrix} i_A \\ i_B \\ i_C \end{bmatrix} = \sqrt{2}R_e \begin{bmatrix} I_A \\ I_B \\ I_C \end{bmatrix} e^{j\omega t} = \sqrt{2}R_e \begin{bmatrix} 180e^{j0} \\ 103,9e^{-j150} \\ 103,9e^{j150} \end{bmatrix} e^{j\omega t} \quad \text{B5.2}$$

$$\|u\| = \sqrt{360^2 + 360^2 + 360^2} = \sqrt{3 \cdot 360^2} = 360\sqrt{3} \quad \text{B5.3}$$

$$\|u\| = 623.53 = 360\sqrt{3} \quad \text{B5.4}$$

$$\|u\|^2 = 3 \cdot (360)^2 \quad \text{B5.5}$$

$$\|i\| = \sqrt{(180)^2 + (103,9)^2 + (103,9)^2} = 232,34 = 134,15\sqrt{3} \quad \text{B5.6}$$

$$\|i\|^2 = 3(134,15)^2 \quad \text{B5.7}$$

Puissance apparente :

$$\|S\| = \|u\| \|i\| = 360\sqrt{3}(134,15)\sqrt{3} = 144884,35 \text{ VA} \quad \text{B5.8}$$

Puissance active :

$$P = R_e \{U_A I_A^* + U_B I_B^* + U_C I_C^*\} \quad \text{B5.9}$$

$$P = (360 \cdot 180 \cdot \cos 0) + (360 \cdot 103,9 \cdot \cos 30) + (360 \cdot 103,9 \cdot (\cos -30)) \quad \text{B5.10}$$

$$P = 64979,96 + 64980 = 129585,6284 \approx 129600 \text{ W} \quad \text{B5.11}$$

Avec :  $\cos 0 = 1$ ;  $\cos 30 = \cos (-30) = 0,866025$

Puissance réactive :

$$Q = \text{Im} \{ U_A I_A^* + U_B I_B^* + U_C I_C^* \} \quad \text{B5.12}$$

$$Q = (360 * 180 * \sin 0 + 360 * 103,9 * \sin 30 + 360 * 103,9 * \sin(-30)) \quad \text{B5.13}$$

$$Q = 360 * 0 = 0 \text{ Var} \quad \text{B5.14}$$

$$\sin 0 = 0; \sin 30 = 0,5; \sin(-30) = -0,5$$

Conductance et susceptance équivalentes :

$$G_e = \frac{P}{\|u\|^2} = \frac{129585,6484}{3(360)^2} = 0,333296369$$

B5.15

$$B_e = -\frac{Q}{\|u\|^2} = \frac{0}{\|u\|^2} = 0 \text{ S} \quad \text{B5.16}$$

Courant actif instantané :

$$i_a = G_e u = \sqrt{2} R_e G_e \begin{bmatrix} 360e^{j0} \\ 360e^{-j120} \\ 360e^{j120} \end{bmatrix} e^{j\omega t} = \sqrt{2} R_e \begin{bmatrix} 120e^{j0} \\ 120e^{-j120} \\ 120e^{j120} \end{bmatrix} e^{j\omega t} \quad \text{B5.17}$$

$$\|i_a\| = 207,80 = 120\sqrt{3} \text{ A} \quad \text{B5.18}$$

$$P = \|u\| \|i_a\| = 360\sqrt{3}(120\sqrt{3}) = 129600 \text{ W} \quad \text{B5.19}$$

Courant de déséquilibre instantané :

$$i = i_a + i_u \quad \text{B5.20}$$

$$i_u = i - i_a \quad \text{B5.21}$$

Composantes du courant de déséquilibre :

$$i_{ua} = 180 - 120 = 60 \angle 0^\circ \quad \text{B5.22}$$

$$i_{ub} = -29,98 + j51,95 = 59,98 \angle 119^\circ,98 \approx 60 \angle 120^\circ \quad \text{B5.23}$$

$$i_{uc} = -29,98 - j51,95 = 59,98 \angle -119^\circ,98 \approx 60 \angle -120^\circ \quad \text{B5.24}$$

$$i_u = \sqrt{2} R_e \begin{bmatrix} 60e^{j0^\circ} \\ 60e^{j120^\circ} \\ 60e^{-j120^\circ} \end{bmatrix} e^{j\omega t} \quad \text{B5.25}$$

Courant efficace :

$$\|i_u\| = \sqrt{60^2 + 60^2 + 60^2} = 103,92 = 60\sqrt{3} \text{ A} \quad \text{B5.26}$$

Puissance de déséquilibre :

$$D_u = \|i_u\| \|u\| = 60\sqrt{3}(360\sqrt{3}) = 60 * 360 * 3 = 64800 \text{ VA} \quad \text{B5.27}$$

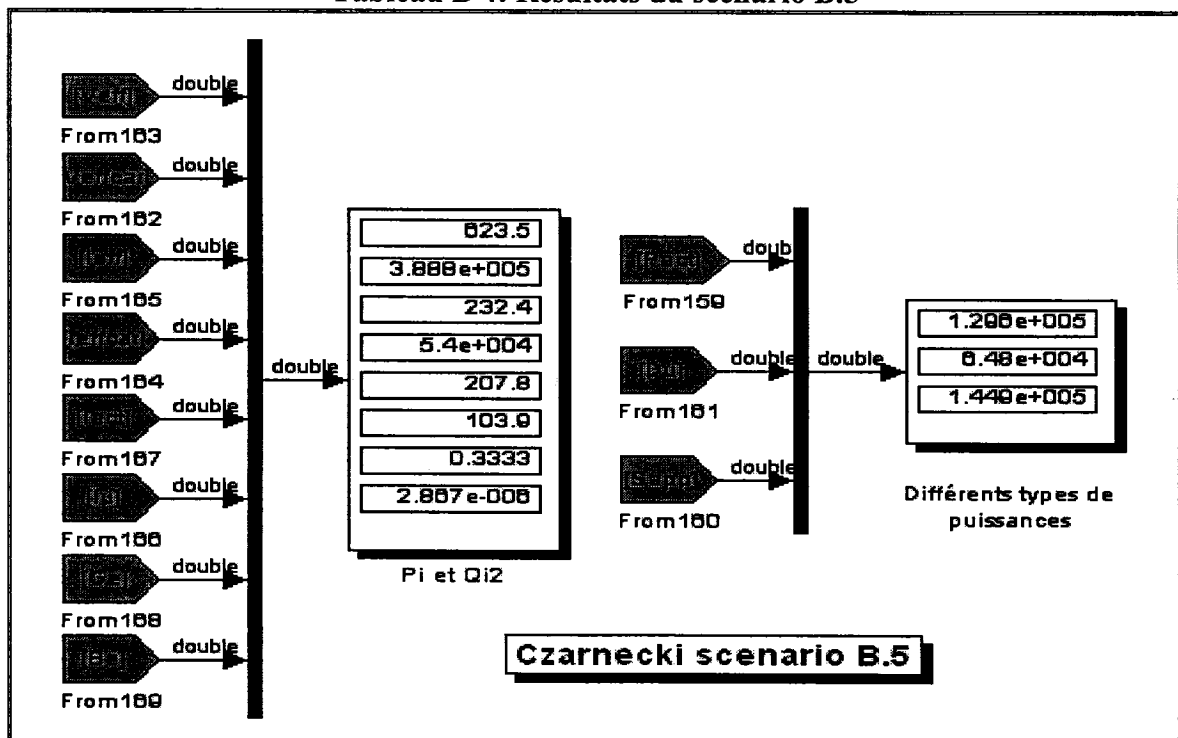
Puissance apparente :

$$S^2 = P^2 + D_u^2 = (129585,628)^2 + (64800)^2 = (144884)^2 \quad \text{B5.28}$$

$$S = 144884 \text{ VA}$$

B5.29

**Tableau B 4: Résultats du scénario B.5**



## ANNEXE B 6

Montages triphasés traditionnels			
Scenarios	Courants efficaces sur les phases		
	Phase A(A)	Phase B(A)	Phase C(A)
1	113,6	103,9	17,32
2	52,42	52,42	13,85
3	59,96	59,96	10,01
4	60	60	60
5	180	103,9	103,9

## **ANNEXE C**

### **MONTAGES TRIPHASÉS EN RÉGIME DÉFORMÉ**

**Théorie de Czarnecki**



## C.1 Scénario 1

Tensions et courants instantanés :

$$u(t) = \begin{bmatrix} u_A \\ u_B \\ u_C \end{bmatrix} = \sqrt{2}R_e \begin{bmatrix} U_A \\ U_B \\ U_C \end{bmatrix} e^{j\omega t} = \sqrt{2}R_e \begin{bmatrix} 358,21e^{j0} \\ 358,21e^{-j120} \\ 358,21e^{j120} \end{bmatrix} e^{j\omega t} + \sqrt{2}R_e \begin{bmatrix} 35,82e^{j0} \\ 35,82e^{j120} \\ 35,82e^{-j120} \end{bmatrix} e^{j5\omega t} \quad C1.1$$

$$i(t) = \begin{bmatrix} i_A \\ i_B \\ i_C \end{bmatrix} = \sqrt{2}R_e \begin{bmatrix} I_A \\ I_B \\ I_C \end{bmatrix} e^{j\omega t} = \sqrt{2}R_e \begin{bmatrix} 59,7e^{j0} \\ 59,7e^{-j120} \\ 59,7e^{j120} \end{bmatrix} e^{j\omega t} + \sqrt{2}R_e \begin{bmatrix} 5,97e^{j0} \\ 5,97e^{j120} \\ 5,97e^{-j120} \end{bmatrix} e^{j5\omega t} \quad C1.2$$

$$\|u_1\| = \sqrt{u_{A1}^2 + u_{B1}^2 + u_{C1}^2} = \sqrt{358,21^2 + 358,21^2 + 358,21^2} = 358,21\sqrt{3} = 620,42 \text{ V} \quad C1.3$$

$$\|u_5\| = \sqrt{u_{A5}^2 + u_{B5}^2 + u_{C5}^2} = \sqrt{35,821^2 + 35,821^2 + 35,821^2} = 35,821\sqrt{3} = 62,042 \text{ V} \quad C1.4$$

$$\|u\| = \sqrt{\|u_1\|^2 + \|u_5\|^2} = \sqrt{3(358,21^2 + 35,82^2)} = 623.53 = 360\sqrt{3} \text{ V} \quad C1.5$$

$$\|u\|^2 = 3 \cdot (360)^2 \quad C1.6$$

$$\|i_1\| = \sqrt{i_{A1}^2 + i_{B1}^2 + i_{C1}^2} = \sqrt{59,7^2 + 59,7^2 + 59,7^2} = 59,7\sqrt{3} = 103,4 \text{ A} \quad C1.7$$

$$\|i_5\| = \sqrt{i_{A5}^2 + i_{B5}^2 + i_{C5}^2} = \sqrt{5,97^2 + 5,97^2 + 5,97^2} = 5,97\sqrt{3} = 10,34 \text{ A} \quad C1.8$$

$$\|i\| = \sqrt{\|i_1\|^2 + \|i_5\|^2} = \sqrt{3(59,7^2 + 5,97^2)} = 103,92 = 60\sqrt{3} \text{ A} \quad C1.9$$

Puissance apparente :

$$\|S\| = \|u\| \|i\| = 360\sqrt{3}(60\sqrt{3}) = 64800 \text{ VA} \quad C1.10$$

$$\|S\| = \|u\| \|i\| = 623 \cdot 103,92 = 64797,23 \text{ VA} \quad C1.11$$

Conductances :

$$G_{e1} = \frac{\|i_1\|}{\|u_1\|} = \frac{59,7\sqrt{3}}{358,21\sqrt{3}} = 0,1666 \text{ S}$$

$$G_{e5} = \frac{\|i_5\|}{\|u_5\|} = \frac{5,97\sqrt{3}}{35,821\sqrt{3}} = 0,1666 \text{ S} \quad \text{C1.12}$$

$$G_e = G_{e1} = G_{e5} = 0,1666 \text{ S} \quad \text{C1.13}$$

Autres puissances actives :

$$P_1 = G_{e1} \|u_1\|^2 = 0,1666 * 3(358,21)^2 = 64131,54 \text{ W} \quad \text{C1.14}$$

$$P_5 = G_{e5} \|u_5\|^2 = 0,1666 * 3(35,821)^2 = 641,3154 \text{ W} \quad \text{C1.15}$$

$$P = G_e \|u\|^2 = 0,1666 * 3(360)^2 = 64774 \text{ W}$$

$$P = P_1 + P_5 = 64131,54 + 641,32 = 64772,85 \approx 64773 \text{ W} \quad \text{C1.16}$$

$$P_n = R_e \{V_{An} I_{An}^* + V_{Bn} I_{Bn}^* + V_{Cn} I_{Cn}^*\} \quad \text{C1.17}$$

$$P_1 = R_e \{V_{A1} I_{A1}^* + V_{B1} I_{B1}^* + V_{C1} I_{C1}^*\} = 3 * (358,21 * 59,7) = 64155,41 \text{ W} \quad \text{C1.18}$$

$$P_5 = R_e \{V_{A5} I_{A5}^* + V_{B5} I_{B5}^* + V_{C5} I_{C5}^*\} = 3 * (35,821 * 5,97) = 641,5541 \text{ W} \quad \text{C1.19}$$

$$P = P_1 + P_5 = 64155,41 + 641,5541 = 64796,96 \approx 64797 \text{ W} \quad \text{C1.20}$$

Puissance réactive :

$$Q_n = I_m \{U_A I_A^* + U_B I_B^* + U_C I_C^*\} \quad \text{C1.21}$$

$$Q_1 = Q_5 = Q = 0 \text{ Var} \quad \text{C1.22}$$

Courant actif :

$$i_{a1} = G_{e1} u = \sqrt{2} R_e G_{e1} \begin{bmatrix} 358,21 e^{j0} \\ 358,21 e^{-j120} \\ 358,21 e^{j120} \end{bmatrix} e^{j\omega t} = \sqrt{2} R_e \begin{bmatrix} 59,677 e^{j0} \\ 59,677 e^{-j120} \\ 59,677 e^{j120} \end{bmatrix} e^{j\omega t} \quad \text{C1.23}$$

$$i_{a5} = G_{e5}u = \sqrt{2}R_e G_{e5} \begin{bmatrix} 35,82e^{j0} \\ 35,82e^{j120} \\ 35,82e^{-j120} \end{bmatrix} e^{j5\omega t} = \sqrt{2}R_e \begin{bmatrix} 5,9677e^{j0} \\ 5,9677e^{j120} \\ 5,9677e^{-j120} \end{bmatrix} e^{j5\omega t} \quad 1.24$$

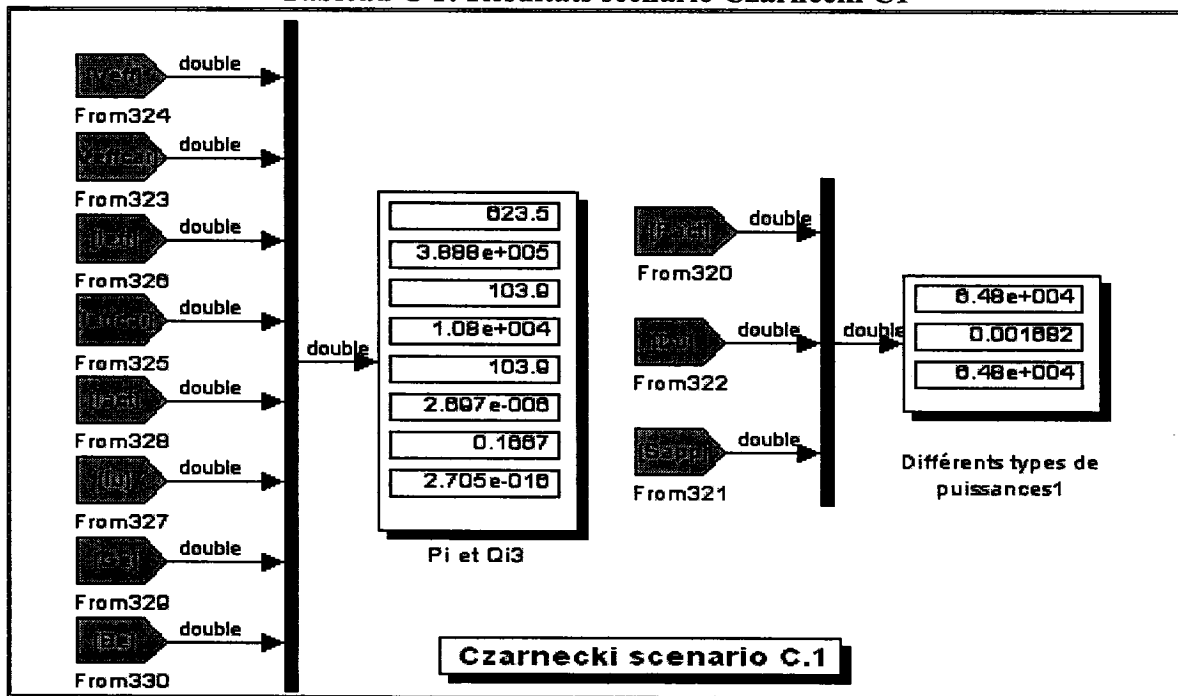
$$i_a = i_{a1} + i_{a5} = \sqrt{2}R_e \begin{bmatrix} 59,677e^{j0} \\ 59,677e^{-j120} \\ 59,677e^{j120} \end{bmatrix} e^{j\omega t} + \sqrt{2}R_e \begin{bmatrix} 5,9677e^{j0} \\ 5,9677e^{j120} \\ 5,9677e^{-j120} \end{bmatrix} e^{j5\omega t} \quad C1.25$$

A peu de chose près :

$$i = i_a \quad C1.26$$

$$S = P \quad C1.27$$

**Tableau C 1: Résultats scénario Czarnecki C1**



## C.2 Scénario 2

$$u(t) = \begin{bmatrix} u_A \\ u_B \\ u_C \end{bmatrix} = \sqrt{2}R_e \begin{bmatrix} U_A \\ U_B \\ U_C \end{bmatrix} e^{j\omega t} = \sqrt{2}R_e \begin{bmatrix} 358,21e^{j0} \\ 358,21e^{-j120} \\ 358,21e^{j120} \end{bmatrix} e^{j\omega t} + \sqrt{2}R_e \begin{bmatrix} 35,82e^{j0} \\ 35,82e^{j120} \\ 35,82e^{-j120} \end{bmatrix} e^{j5\omega t} \quad C2.1$$

$$i(t) = \begin{bmatrix} i_A \\ i_B \\ i_C \end{bmatrix} = \sqrt{2}R_e \begin{bmatrix} I_A \\ I_B \\ I_C \end{bmatrix} e^{j\omega t} = \sqrt{2}R_e \begin{bmatrix} 58,90e^{j0} \\ 58,90e^{-j120} \\ 10,22e^{j120} \end{bmatrix} e^{j\omega t} + \sqrt{2}R_e \begin{bmatrix} 5,89e^{j0} \\ 5,89e^{j120} \\ 1,02e^{-j120} \end{bmatrix} e^{j5\omega t} \quad C2.2$$

$$\|u_1\| = \sqrt{u_{A1}^2 + u_{B1}^2 + u_{C1}^2} = \sqrt{358,21^2 + 358,21^2 + 358,21^2} = 358,21\sqrt{3} = 620,42 \text{ V} \quad C2.3$$

$$\|u_5\| = \sqrt{u_{A5}^2 + u_{B5}^2 + u_{C5}^2} = \sqrt{35,821^2 + 35,821^2 + 35,821^2} = 35,821\sqrt{3} = 62,042 \text{ V} \quad C2.4$$

$$\|u\| = \sqrt{\|u_1\|^2 + \|u_5\|^2} = \sqrt{3(358,21^2 + 35,82^2)} = 623,53 = 360\sqrt{3} \text{ V} \quad C2.5$$

$$\|u\|^2 = 3 \cdot (360)^2 \quad C2.6$$

$$\|i_1\| = \sqrt{i_{A1}^2 + i_{B1}^2 + i_{C1}^2} = \sqrt{58,9^2 + 58,9^2 + 10,22^2} = 48,45\sqrt{3} = 83,92 \text{ A} \quad C2.7$$

$$\|i_5\| = \sqrt{i_{A5}^2 + i_{B5}^2 + i_{C5}^2} = \sqrt{5,89^2 + 5,89^2 + 1,022^2} = 4,845\sqrt{3} = 8,392 \text{ A} \quad C2.8$$

$$\|i\| = \sqrt{\|i_1\|^2 + \|i_5\|^2} = \sqrt{3(58,9^2 + 5,97^2)} = 84,34 = 48,69\sqrt{3} \text{ A} \quad C2.9$$

Puissance apparente :

$$\|S\| = \|u\| \|i\| = 360\sqrt{3}(48,69\sqrt{3}) = 52585,2 \text{ VA} \quad C2.10$$

$$\|S\| = \|u\| \|i\| = 623,53 \cdot 84,34 = 52588,52 \text{ VA} \quad C2.11$$

Puissance active :

$$P_1 = R_e \{V_{A1}I_{A1}^* + V_{B1}I_{B1}^* + V_{C1}I_{C1}^*\} = 358,21(2 \cdot 58,9 + 10,22) = 45858,044 \text{ W} \quad C2.12$$

$$P_5 = R_e \{V_{A5} I_{A5}^* + V_{B5} I_{B5}^* + V_{C5} I_{C5}^*\} = 35,821(2 * 5,89 + 1,022) = 458,58 \text{ W} \quad \text{C2.13}$$

$$P = P_1 + P_5 = 45858 + 458,58 = 46316,62 \text{ W} \quad \text{C2.14}$$

Puissance réactive :

$$Q_n = I_m \{U_A I_A^* + U_B I_B^* + U_C I_C^*\} \quad \text{C2.15}$$

$$Q_1 = Q_5 = Q = 0 \text{ Var} \quad \text{C2.16}$$

Conductances relatives aux divers harmoniques :

$$G_{e1} = \frac{P_1}{\|u_1\|^2} = \frac{45858,044}{3(358,21)^2} = 0,119129259, S$$

$$G_{e5} = \frac{P_5}{\|u_5\|^2} = \frac{458,58}{3(35,821)^2} = 0,119129259, S \quad \text{C2.17}$$

Courant actif :

$$i_{a1} = G_{e1} u = \sqrt{2} R_e G_{e1} \begin{bmatrix} 358,21 e^{j0} \\ 358,21 e^{-j120} \\ 358,21 e^{j120} \end{bmatrix} e^{j\omega t} = \sqrt{2} R_e \begin{bmatrix} 42,673 e^{j0} \\ 42,673 e^{-j120} \\ 42,673 e^{j120} \end{bmatrix} e^{j\omega t} \quad \text{C2.18}$$

$$i_{a5} = G_{e5} u = \sqrt{2} R_e G_{e5} \begin{bmatrix} 35,82 e^{j0} \\ 35,82 e^{j120} \\ 35,82 e^{-j120} \end{bmatrix} e^{j5\omega t} = \sqrt{2} R_e \begin{bmatrix} 4,267 e^{j0} \\ 4,267 e^{j120} \\ 4,267 e^{-j120} \end{bmatrix} e^{j5\omega t} \quad \text{C2.19}$$

$$i_a = i_{a1} + i_{a5} = \sqrt{2} R_e \begin{bmatrix} 42,67 e^{j0} \\ 42,67 e^{-j120} \\ 42,67 e^{j120} \end{bmatrix} e^{j\omega t} + \sqrt{2} R_e \begin{bmatrix} 4,267 e^{j0} \\ 4,267 e^{j120} \\ 4,267 e^{-j120} \end{bmatrix} e^{j5\omega t} \quad \text{C2.20}$$

$$\|i_{a1}\| = \sqrt{3 * (42,67)^2} = 42,67 \sqrt{3} \text{ A} \quad \text{C2.21}$$

$$\|i_{a5}\| = \sqrt{3 * (4,267)^2} = 4,267 \sqrt{3} \text{ A} \quad \text{C2.22}$$

$$\|i_a\| = \sqrt{\|i_{a1}\|^2 + \|i_{a5}\|^2} = \sqrt{3 * (42,67^2 + 4,267^2)} = 42,88\sqrt{3} = 74,27 \text{ A} \quad \text{C2.23}$$

$$i_{un} = i_n - (i_{an} + i_{rn}) \quad \text{C2.24}$$

Les courants réactifs sont nuls; donc :

$$i_{rn} = 0$$

Les courants sont orthogonaux. Calcul du courant de déséquilibre.

$$i_{un} = i_n - i_{an}$$

$$i_{u1} = \sqrt{2}R_e \begin{bmatrix} 16,23e^{j0} \\ 16,23e^{j120} \\ 32,45e^{-j60} \end{bmatrix} e^{j\omega t} \quad \text{C2.25}$$

$$i_{u5} = \sqrt{2}R_e \begin{bmatrix} 1,623e^{j0} \\ 1,623e^{-j120} \\ 3,245e^{j60} \end{bmatrix} e^{j5\omega t} \quad \text{C2.26}$$

$$\|i_{u1}\| = \sqrt{2 * (16,23)^2 + 32,45^2} = 39,74 = 22,95\sqrt{3} \quad \text{C2.27}$$

$$\|i_{u5}\| = \sqrt{2 * (1,623)^2 + 3,245^2} = 3,974 = 2,295\sqrt{3} \quad \text{C2.28}$$

$$\|i_u\| = \sqrt{\|i_{u1}\|^2 + \|i_{u5}\|^2} = \sqrt{3 * (22,95^2 + 2,295^2)} = 39,99 = 23,08\sqrt{3} \text{ A} \quad \text{C2.29}$$

Courant total :

$$\|i\|^2 = \|i_a\|^2 + \|i_u\|^2 = (74,27)^2 + (39,99)^2 = (84,35)^2 \quad \text{C2.30}$$

$$\|i\| = 84,35 = 48,70\sqrt{3} \text{ A} \quad \text{C2.31}$$

Puissance active :

$$P = \|u\| \|i_a\| = (360\sqrt{3})(42,88\sqrt{3}) = 46,310,4 \text{ W} \quad \text{C2.32}$$

Puissance de déséquilibre :

$$D_u = \|u\| \|i_u\| = (360\sqrt{3})(23,06\sqrt{3}) = 24904,80 \text{ VA} \quad \text{C2.33}$$

Puissance apparente :

$$S = \|u\| \|i\| = (360\sqrt{3})(48,70\sqrt{3}) = 52596 \text{ VA}$$

C2.34

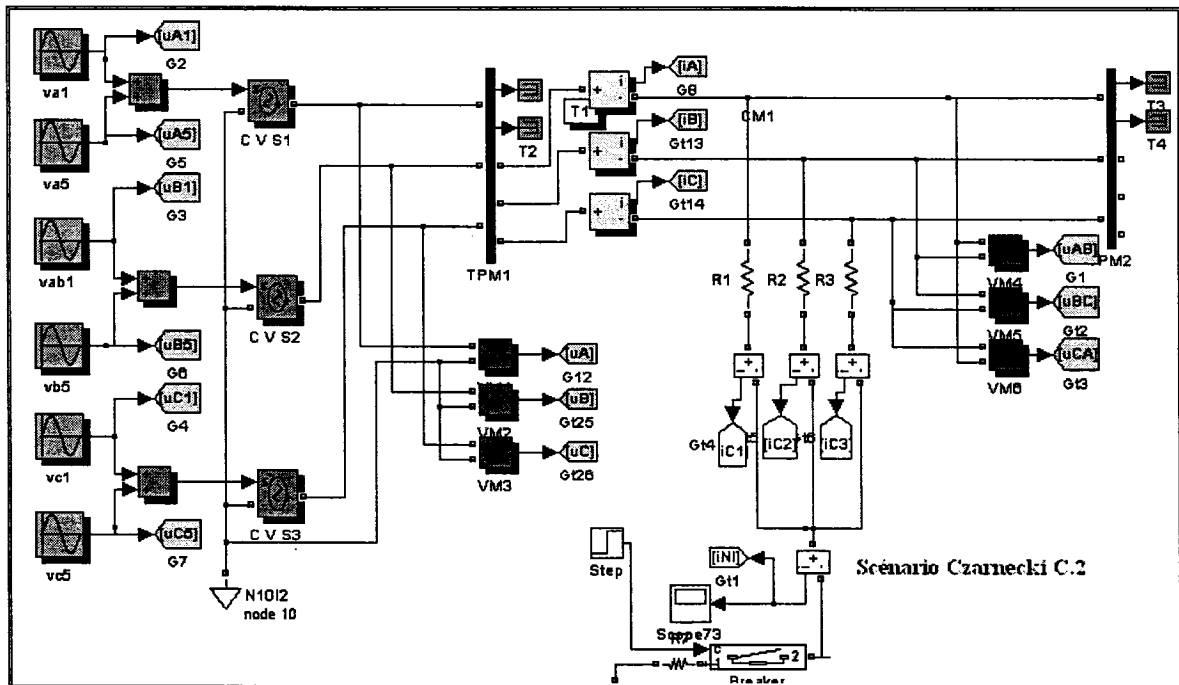
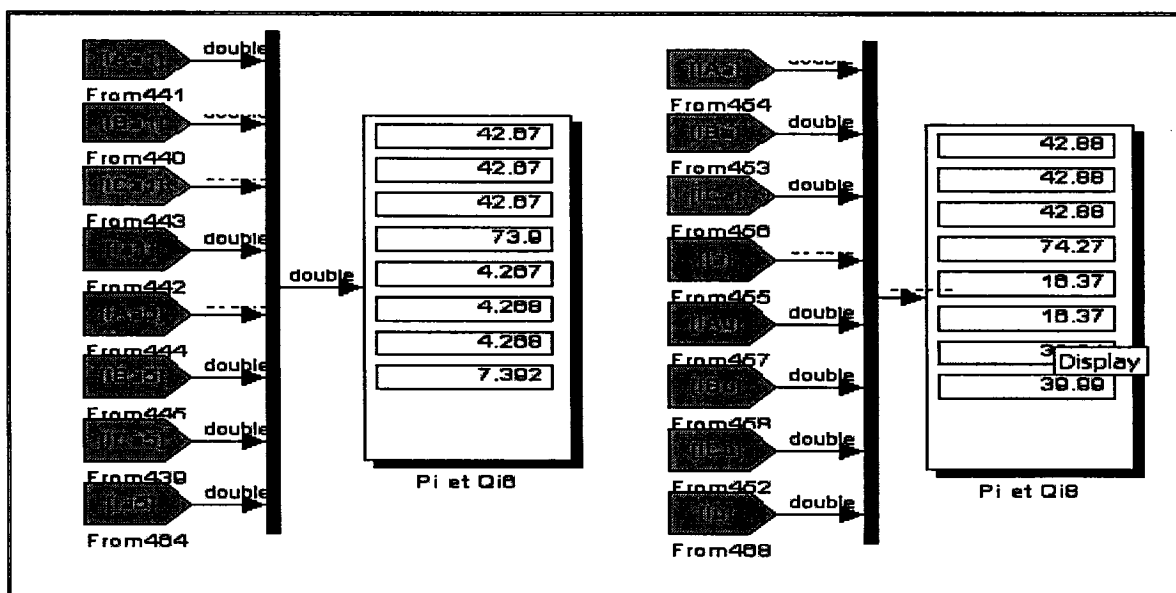


Figure C.1 : Circuit triphasé du scénario Czarnecki C.2

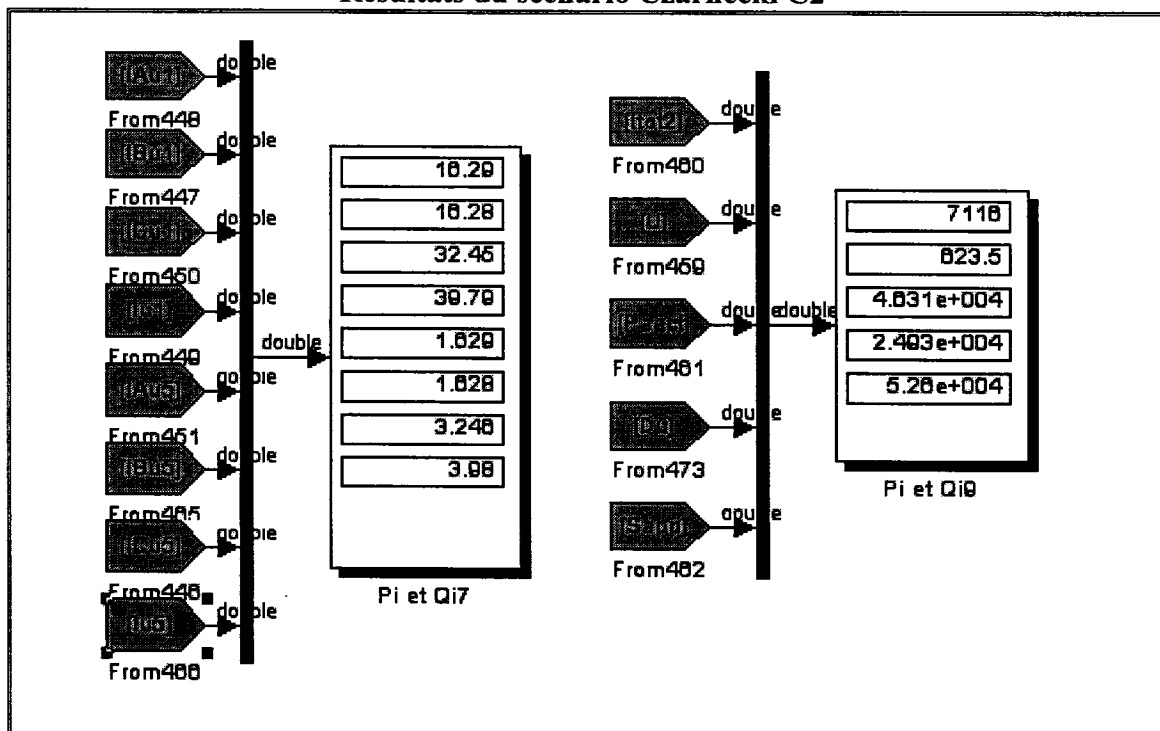
Résultats de Czarnecki:

Tableau C 2: Résultats du scénario Czarnecki C2



# Suite des résultats de Czarnecki:

## Résultats du scénario Czarnecki C2





### C.3 Scénario 3

Tensions et courants instantanés :

$$u(t) = \begin{bmatrix} u_A \\ u_B \\ u_C \end{bmatrix} = \sqrt{2}R_e \begin{bmatrix} U_A \\ U_B \\ U_C \end{bmatrix} e^{j\omega t} = \sqrt{2}R_e \begin{bmatrix} 358,21e^{j0} \\ 358,21e^{-j120} \\ 358,21e^{j120} \end{bmatrix} e^{j\omega t} + \sqrt{2}R_e \begin{bmatrix} 35,82e^{j0} \\ 35,82e^{j120} \\ 35,82e^{-j120} \end{bmatrix} e^{j5\omega t} \quad \text{C3.1}$$

$$i(t) = \begin{bmatrix} i_A \\ i_B \\ i_C \end{bmatrix} = \sqrt{2}R_e \begin{bmatrix} I_A \\ I_B \\ I_C \end{bmatrix} e^{j\omega t} = \sqrt{2}R_e \begin{bmatrix} 52,16e^{j22,41} \\ 52,16e^{-j142,4} \\ 13,78e^{j120} \end{bmatrix} e^{j\omega t} + \sqrt{2}R_e \begin{bmatrix} 5,217e^{-j22,41} \\ 5,217e^{j142,4} \\ 1,378e^{-j120} \end{bmatrix} e^{j5\omega t} \quad \text{C3.2}$$

$$\|u_1\| = \sqrt{u_{A1}^2 + u_{B1}^2 + u_{C1}^2} = \sqrt{358,21^2 + 358,21^2 + 358,21^2} = 358,21\sqrt{3} = 620,42 \text{ V} \quad \text{C3.3}$$

$$\|u_5\| = \sqrt{u_{A5}^2 + u_{B5}^2 + u_{C5}^2} = \sqrt{35,821^2 + 35,821^2 + 35,821^2} = 35,821\sqrt{3} = 62,042 \text{ V} \quad \text{C3.4}$$

$$\|u\| = \sqrt{\|u_1\|^2 + \|u_5\|^2} = \sqrt{3(358,21^2 + 35,82^2)} = 623,53 = 360\sqrt{3} \text{ V} \quad \text{C3.5}$$

$$\|u\|^2 = 3 \cdot (360)^2 \quad \text{C3.6}$$

$$\|i_1\| = \sqrt{i_{A1}^2 + i_{B1}^2 + i_{C1}^2} = \sqrt{52,16^2 + 52,16^2 + 13,78^2} = 75,04 = 43,32\sqrt{3} \text{ A} \quad \text{C3.7}$$

$$\|i_5\| = \sqrt{i_{A5}^2 + i_{B5}^2 + i_{C5}^2} = \sqrt{5,217^2 + 5,217^2 + 1,378^2} = 7,5 = 4,33\sqrt{3} \text{ A} \quad \text{C3.8}$$

$$\|i\| = \sqrt{\|i_1\|^2 + \|i_5\|^2} = \sqrt{3(43,32^2 + 4,33^2)} = 75,41 = 43,54\sqrt{3} \text{ A} \quad \text{C3.9}$$

Puissance apparente :

$$\|S\| = \|u\| \|i\| = 360\sqrt{3}(43,54\sqrt{3}) = 47023 \text{ VA} \quad \text{C3.10}$$

$$\|S\| = \|u\| \|i\| = 623,53 * 75,41 = 47020,39 \text{ VA} \quad \text{C3.11}$$

Puissance active :

$$P_1 = R_e \{V_{A1} I_{A1}^* + V_{B1} I_{B1}^* + V_{C1} I_{C1}^*\} = 358,21(2 \cdot 52,16 \cdot \cos 22.41 + 13,78) = 39482.51 \text{ W} \quad \text{C3.12}$$

$$P_5 = R_e \{V_{A5} I_{A5}^* + V_{B5} I_{B5}^* + V_{C5} I_{C5}^*\} = 35,821(2 \cdot 5,217 \cdot \cos 22.41 + 1,378) = 394,825 \text{ W} \quad \text{C3.13}$$

$$P = P_1 + P_5 = 39482,5 + 394,825 = 39877,34 \text{ W} \quad \text{C3.14}$$

Puissance réactive :

$$Q_n = I_m \{U_A I_A^* + U_B I_B^* + U_C I_C^*\} \quad \text{C3.15}$$

$$Q_1 = Q_5 = Q = 0 \text{ Var} \quad \text{C3.16}$$

$$G_{e1} = \frac{P_1}{\|u_1\|^2} = \frac{39482,51}{3(358,21)^2} = 0,102567 \quad \text{C3.17}$$

$$G_{e5} = \frac{P_5}{\|u_5\|^2} = \frac{394,825}{3(35,821)^2} = 0,102567 \quad \text{C3.18}$$

Courant actif :

$$i_{a1} = G_{e1} u = \sqrt{2} R_e G_{e1} \begin{bmatrix} 358,21 e^{j0} \\ 358,21 e^{-j120} \\ 358,21 e^{j120} \end{bmatrix} e^{j\omega t} = \sqrt{2} R_e \begin{bmatrix} 36,74 e^{j0} \\ 36,74 e^{-j120} \\ 36,74 e^{j120} \end{bmatrix} e^{j\omega t} \quad \text{C3.19}$$

$$i_{a5} = G_{e5} u = \sqrt{2} R_e G_{e5} \begin{bmatrix} 35,82 e^{j0} \\ 35,82 e^{j120} \\ 35,82 e^{-j120} \end{bmatrix} e^{j5\omega t} = \sqrt{2} R_e \begin{bmatrix} 3,674 e^{j0} \\ 3,674 e^{j120} \\ 3,674 e^{-j120} \end{bmatrix} e^{j5\omega t} \quad \text{C3.20}$$

$$i_a = i_{a1} + i_{a5} = \sqrt{2} R_e \begin{bmatrix} 36,74 e^{j0} \\ 36,74 e^{-j120} \\ 36,74 e^{j120} \end{bmatrix} e^{j\omega t} + \sqrt{2} R_e \begin{bmatrix} 3,674 e^{j0} \\ 3,674 e^{j120} \\ 3,674 e^{-j120} \end{bmatrix} e^{j5\omega t} \quad \text{C3.21}$$

$$\|i_{a1}\| = \sqrt{3 \cdot (36,74)^2} = 36,74 \sqrt{3} \text{ A} \quad \text{C3.22}$$

$$\|i_{a5}\| = \sqrt{3 * (3,674)^2} = 3,674\sqrt{3} \text{ A} \quad \text{C3.23}$$

$$\|i_a\| = \sqrt{\|i_{a1}\|^2 + \|i_{a5}\|^2} = \sqrt{3 * (36,74^2 + 3,674^2)} = 36,923\sqrt{3} = 63,95 \text{ A} \quad \text{C3.24}$$

$$i_{un} = i_n - (i_{an} + i_{rn}) \quad \text{C3.25}$$

Les courants réactifs sont nuls; donc :

$$i_{rn} = 0 \quad \text{C3.26}$$

Les courants sont orthogonaux. Calcul du courant de déséquilibre.

$$i_{un} = i_n - i_{an}$$

$$i_{u1} = \sqrt{2}R_e \begin{bmatrix} 22,96e^{j60} \\ 22,95e^{j180} \\ 22,95e^{-j60} \end{bmatrix} e^{j\omega t} \quad \text{C3.27}$$

$$i_{u5} = \sqrt{2}R_e \begin{bmatrix} 2,296e^{-j60} \\ 2,295e^{-j180} \\ 2,295e^{j60} \end{bmatrix} e^{j5\omega t} \quad \text{C3.28}$$

$$\|i_{u1}\| = \sqrt{2 * (22,95)^2 + 22,96^2} = 22,95\sqrt{3} \quad \text{C3.29}$$

$$\|i_{u5}\| = \sqrt{2 * (2,295)^2 + 2,296^2} = 2,295\sqrt{3} \text{ A} \quad \text{C3.30}$$

$$\|i_u\| = \sqrt{\|i_{u1}\|^2 + \|i_{u5}\|^2} = \sqrt{3 * (22,95^2 + 2,295^2)} = 39,99 = 23,08\sqrt{3} \text{ A} \quad \text{C3.31}$$

Courant total :

$$\|i\|^2 = \|i_a\|^2 + \|i_u\|^2 = (63,95)^2 + (39,99)^2 = (75,42)^2 \quad \text{C3.32}$$

$$\|i\| = 75,42 = 43,54\sqrt{3} \text{ A} \quad \text{C3.33}$$

Puissance active :

$$P = \|u\| \|i_a\| = (360\sqrt{3})(36,923\sqrt{3}) = 39876,84 \approx 39877 \text{ W} \quad \text{C3.34}$$

Puissance de déséquilibre :

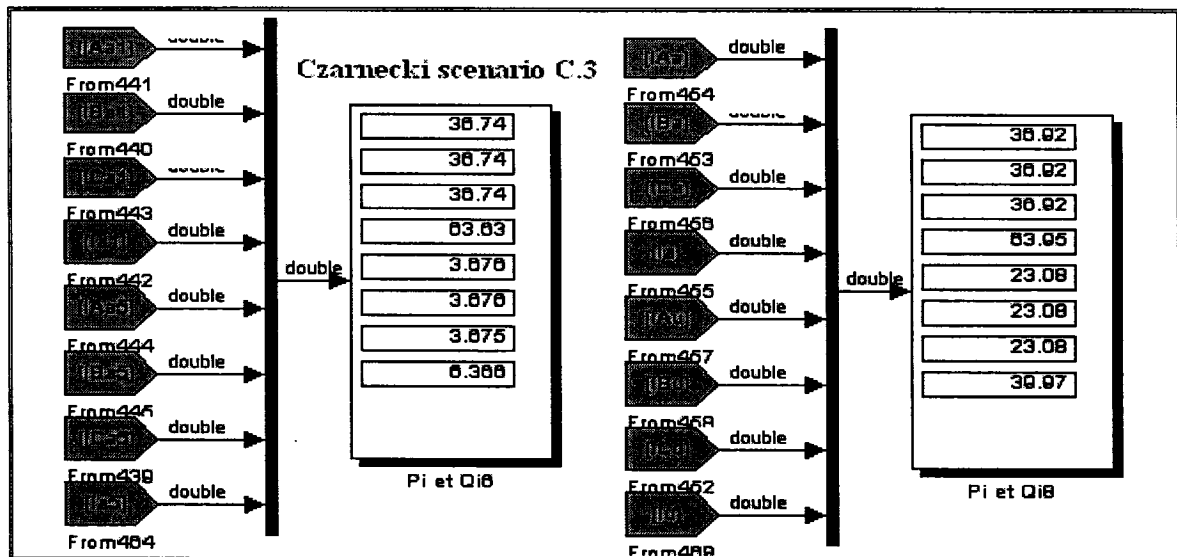
$$D_u = \|u\| \|i_u\| = (360\sqrt{3})(23,08\sqrt{3}) = 24926 \text{ VA} \quad \text{C3.35}$$

Puissance apparente :

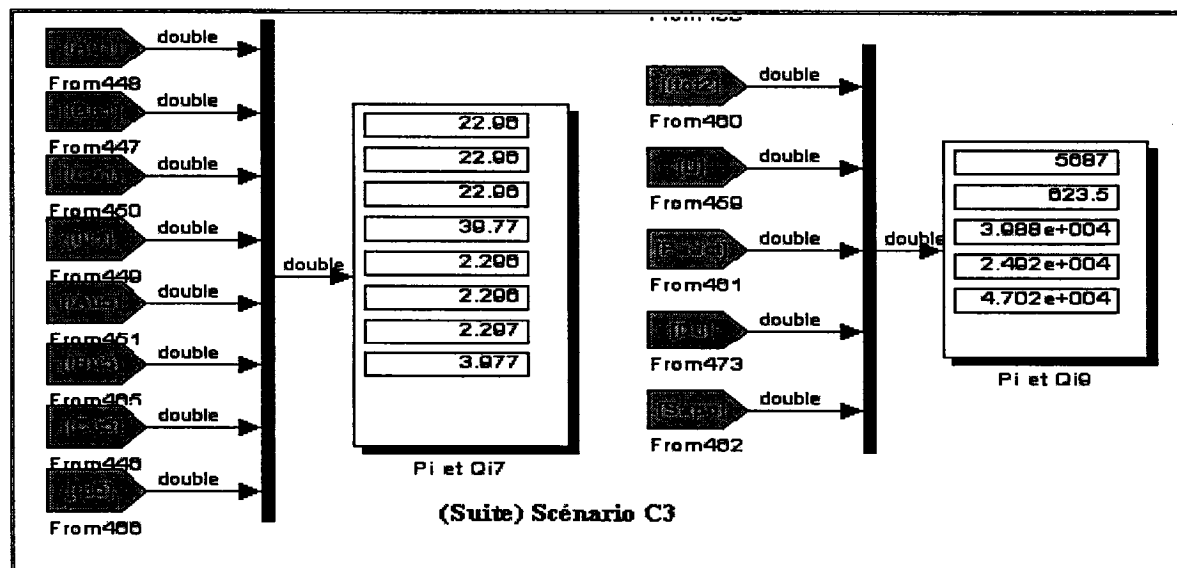
$$S = \|u\| \|i\| = (360\sqrt{3})(43,54\sqrt{3}) = 47023,2 \text{ VA}$$

C3.36

Tableau C 3: Résultats du scénario Czarnecki C3



La suite des résultats enregistrés dans le cadre du scénario C3 est présentée dans le tableau suivant. Nous ne lui avons pas attribué de numéro particulier, puisqu'il fait suite au tableau C3.



### C.4 Scénario 4

$$u(t) = \begin{bmatrix} u_A \\ u_B \\ u_C \end{bmatrix} = \sqrt{2}R_e \begin{bmatrix} U_A \\ U_B \\ U_C \end{bmatrix} e^{j\omega t} = \sqrt{2}R_e \begin{bmatrix} 360e^{j0} \\ 360e^{-j120} \\ 360e^{j120} \end{bmatrix} e^{j\omega t} \quad \text{C4.1}$$

$$i(t) = \begin{bmatrix} i_A \\ i_B \\ i_C \end{bmatrix} = \sqrt{2}R_e \begin{bmatrix} I_A \\ I_B \\ I_C \end{bmatrix} e^{j\omega t} = \sqrt{2}R_e \begin{bmatrix} 59,7e^{j0} \\ 59,7e^{-j120} \\ 59,7e^{j120} \end{bmatrix} e^{j\omega t} + \sqrt{2}R_e \begin{bmatrix} 5,97e^{j0} \\ 5,97e^{j120} \\ 5,97e^{-j120} \end{bmatrix} e^{j5\omega t} \quad \text{C4.2}$$

$$\|u_1\| = \sqrt{u_{A1}^2 + u_{B1}^2 + u_{C1}^2} = \sqrt{360^2 + 360^2 + 360^2} = 360\sqrt{3} = 623,53 \text{ V} \quad \text{C4.3}$$

$$\|u_5\| = \sqrt{u_{A5}^2 + u_{B5}^2 + u_{C5}^2} = \sqrt{0^2 + 0^2 + 0^2} = 0 \text{ V} \quad \text{C4.4}$$

$$\|u\| = \sqrt{\|u_1\|^2 + \|u_5\|^2} = \sqrt{3(360^2)} = \sqrt{3(360)^2} = 360\sqrt{3} \text{ V} \quad \text{C4.5}$$

$$\|u\|^2 = 3 \cdot (360)^2 \quad \text{C4.6}$$

$$\|i_1\| = \sqrt{i_{A1}^2 + i_{B1}^2 + i_{C1}^2} = \sqrt{59,7^2 + 59,7^2 + 59,7^2} = 59,7\sqrt{3} = 103,4 \text{ A} \quad \text{C4.7}$$

$$\|i_5\| = \sqrt{i_{A5}^2 + i_{B5}^2 + i_{C5}^2} = \sqrt{5,97^2 + 5,97^2 + 5,97^2} = 5,97\sqrt{3} = 10,34 \text{ A} \quad \text{C4.8}$$

$$\|i\| = \sqrt{\|i_1\|^2 + \|i_5\|^2} = \sqrt{3(59,7^2 + 5,97^2)} = 103,92 = 60\sqrt{3} \text{ A} \quad \text{C4.9}$$

Puissance apparente :

$$\|S\| = \|u\| \|i\| = 360\sqrt{3}(60\sqrt{3}) = 64800 \text{ VA} \quad \text{C4.10}$$

$$\|S\| = \|u\| \|i\| = 623 \cdot 103,92 = 64797,23 \text{ VA} \quad \text{C4.11}$$

Puissance active :

$$P_n = R_e \{ V_{An} I_{An}^* + V_{Bn} I_{Bn}^* + V_{Cn} I_{Cn}^* \} \quad \text{C4.12}$$

$$P_1 = R_e \{V_{A1} I_{A1}^* + V_{B1} I_{B1}^* + V_{C1} I_{C1}^*\} = 3 * (360 * 59,7) = 64476 \text{ W} \quad \text{C4.13}$$

$$P_5 = R_e \{V_{A5} I_{A5}^* + V_{B5} I_{B5}^* + V_{C5} I_{C5}^*\} = 3 * (0 * 5,97) = 0 \text{ W} \quad \text{C4.14}$$

$$P = P_1 + P_5 = 64476 + 0 = 64476 \text{ W} \quad \text{C4.15}$$

Puissance réactive :

$$Q_n = I_m \{U_A I_A^* + U_B I_B^* + U_C I_C^*\} \quad \text{C4.16}$$

$$Q_1 = Q_5 = Q = 0 \text{ Var} \quad \text{C4.17}$$

Conductance équivalente :

$$G_e = \frac{P}{\|u\|^2} = \frac{64476}{3(360)^2} = 0,16583 \text{ s} \quad \text{C4.18}$$

Courant actif :

$$i_a = i_{a1} = \sqrt{2} R_e \begin{bmatrix} 59,677 e^{j0} \\ 59,677 e^{-j120} \\ 59,677 e^{j120} \end{bmatrix} e^{j\omega t} \quad \text{C4.19}$$

$$\|i_a\| = \sqrt{3(59,7^2)} = 59,7\sqrt{3} = 103,40 \text{ A} \quad \text{C4.20}$$

On constate que le courant actif n'est autre que le courant fondamental. Le circuit est symétrique et équilibré. En plus du courant fondamental, il circule un courant harmonique  $i_H$ .

Calcul de ce courant harmonique :

$$I_H = \sqrt{\sum_{h \in N} I_h^2} = \sqrt{I_{A5}^2 + I_{B5}^2 + I_{C5}^2} = \sqrt{3 * 5,97^2} = 5,97\sqrt{3} \text{ A} \quad \text{C4.21}$$

Courant harmonique instantané :

$$i_5 = \sqrt{2} R_e \begin{bmatrix} 5,97 e^{j0} \\ 5,97 e^{j120} \\ 5,97 e^{-j120} \end{bmatrix} e^{j5\omega t} \quad \text{C4.22}$$

$$\|i_s\| = 5,97\sqrt{3} \text{ A} \quad \text{C4.23}$$

Courant total :

$$\|i\|^2 = \|i_a\|^2 + \|i_H\|^2 = (59,7\sqrt{3})^2 + (5,97\sqrt{3})^2 = (10^2 + 1)(5,97)^2 * 3 = 10799 \quad \text{C4.24}$$

$$\|i\| = 103,919 \approx 103,92 = 59,998\sqrt{3} \quad \text{C4.25}$$

Puissance apparente :

$$S = \|u\| \|i\| = (360\sqrt{3})(59,998\sqrt{3}) = 64797,84 \approx 64798 \text{ VA} \quad \text{C4.26}$$

Puissance harmonique :

$$D_H = \|u\| \|i_H\| = (360\sqrt{3})(5,97\sqrt{3}) = 6447,6 \text{ VA} \quad \text{C4.27}$$

$$S^2 = P^2 + D_H^2 = (64476)^2 + (6447,6)^2 = (64797,578)^2 \approx (64798)^2$$

$$S = 64798 \text{ VA} \quad \text{C4.28}$$

Facteur de puissance :

$$FP = \frac{P}{S} = \frac{64476}{64798} = 0,99503 \quad \text{C4.29}$$

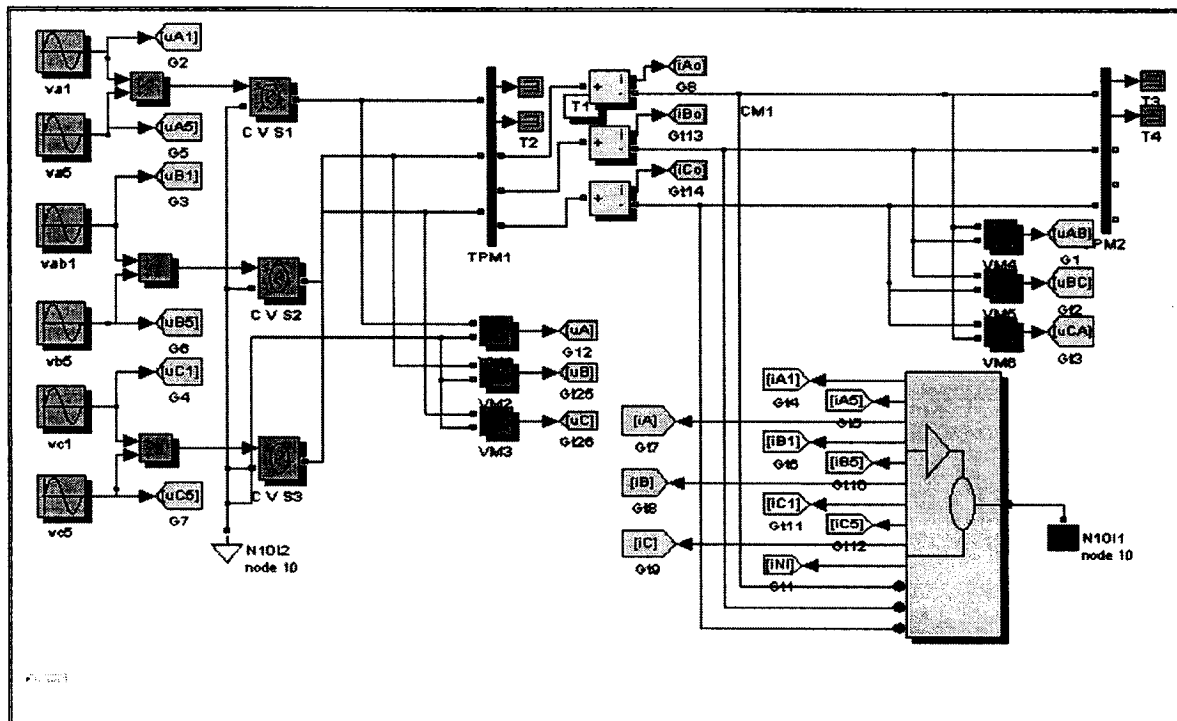
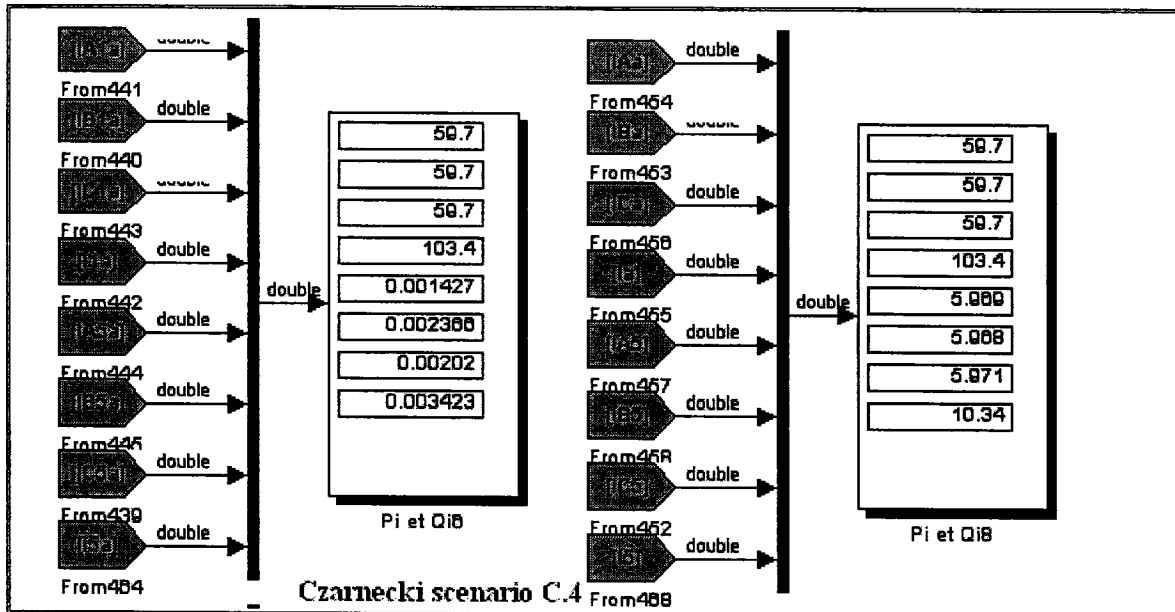
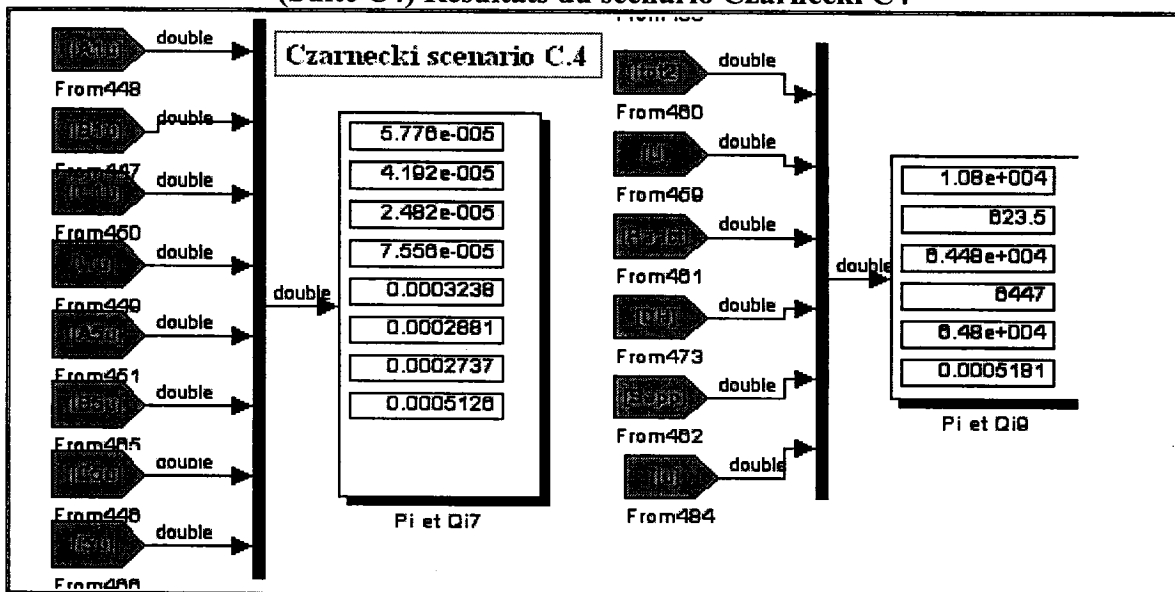


Figure C.2 : Circuit triphasé du scénario Czarnecki C.4  
Tableau C 4: Résultats du scénario Czarnecki C4



(Suite C4) Résultats du scénario Czarnecki C4





## C.5 Scénario 5

Tensions et courants instantanés :

$$u(t) = \begin{bmatrix} u_A \\ u_B \\ u_C \end{bmatrix} = \sqrt{2}R_e \begin{bmatrix} U_A \\ U_B \\ U_C \end{bmatrix} e^{j\omega t} = \sqrt{2}R_e \begin{bmatrix} 360e^{j0} \\ 360e^{-j120} \\ 360e^{j120} \end{bmatrix} e^{j\omega t} \quad \text{C5.1}$$

$$i(t) = \begin{bmatrix} i_A \\ i_B \\ i_C \end{bmatrix} = \sqrt{2}R_e \begin{bmatrix} I_A \\ I_B \\ I_C \end{bmatrix} e^{j\omega t} = \sqrt{2}R_e \begin{bmatrix} 52,16e^{j22,41} \\ 52,16e^{-j142,4} \\ 13,78e^{j120} \end{bmatrix} e^{j\omega t} + \sqrt{2}R_e \begin{bmatrix} 5,217e^{-j22,41} \\ 5,217e^{j142,4} \\ 1,378e^{-j120} \end{bmatrix} e^{j5\omega t} \quad \text{C5.2}$$

$$\|u_1\| = \sqrt{u_{A1}^2 + u_{B1}^2 + u_{C1}^2} = \sqrt{360^2 + 360^2 + 360^2} = 360\sqrt{3} = 623,53 \text{ V} \quad \text{C5.3}$$

$$\|u_5\| = \sqrt{u_{A5}^2 + u_{B5}^2 + u_{C5}^2} = \sqrt{0^2 + 0^2 + 0^2} = 0\sqrt{3} = 0 \text{ V} \quad \text{C5.4}$$

$$\|u\| = \sqrt{\|u_1\|^2 + \|u_5\|^2} = \sqrt{3(360^2 + 0^2)} = 623,53 = 360\sqrt{3} \text{ V} \quad \text{C5.5}$$

$$\|u\|^2 = 3 \cdot (360)^2 \quad \text{C5.6}$$

$$\|i_1\| = \sqrt{i_{A1}^2 + i_{B1}^2 + i_{C1}^2} = \sqrt{52,16^2 + 52,16^2 + 13,78^2} = 75,04 = 43,325\sqrt{3} \approx 43,33 \text{ A} \quad \text{C5.7}$$

$$\|i_5\| = \sqrt{i_{A5}^2 + i_{B5}^2 + i_{C5}^2} = \sqrt{5,217^2 + 5,217^2 + 1,378^2} = 7,5 = 4,33\sqrt{3} \text{ A} \quad \text{C5.8}$$

$$\|i\| = \sqrt{\|i_1\|^2 + \|i_5\|^2} = \sqrt{3(43,33^2 + 4,33^2)} = 75,43 = 43,55\sqrt{3} \text{ A} \quad \text{C5.9}$$

Puissance apparente :

$$\|S\| = \|u\| \|i\| = 360\sqrt{3}(43,55\sqrt{3}) = 47034 \text{ VA} \quad \text{C5.10}$$

$$\|S\| = \|u\| \|i\| = 623,53 * 75,43 = 47032,86 \approx 47033 \text{ VA} \quad \text{C5.11}$$

Puissance active :

$$P_1 = R_e \{V_{A1} I_{A1}^* + V_{B1} I_{B1}^* + V_{C1} I_{C1}^*\} = 360(2 \cdot 52,16 \cdot \cos 22,41 + 13,78) = 39680 \text{ W} \quad \text{C5.12}$$

$$P = P_1 = 39680 \text{ W} \quad \text{C5.13}$$

Puissance réactive :

$$Q_n = I_m \{U_A I_A^* + U_B I_B^* + U_C I_C^*\} \quad \text{C5.14}$$

$$Q_1 = Q_5 = Q = 0 \text{ Var} \quad \text{C5.15}$$

$$G_{e1} = \frac{P_1}{\|u_1\|^2} = \frac{39680}{3(360)^2} = 0,102057613.S \quad \text{C5.16}$$

Courant actif :

$$\|i_a\| = \sqrt{3 \cdot (36,74)^2} = 36,74\sqrt{3} \text{ A} \quad \text{C5.17}$$

$$\|i_a\| = \sqrt{\|i_{a1}\|^2} = \sqrt{3 \cdot (36,74)^2} = 36,74\sqrt{3} = 63,64 \text{ A} \quad \text{C5.18}$$

$$i_{un} = i_n - (i_{an} + i_{rn}) \quad \text{C5.19}$$

Les courants réactifs sont nuls.

Les courants sont orthogonaux. Calcul du courant de déséquilibre.

$$i_{un} = i_n - i_{an} \quad \text{C5.20}$$

$$i_{u1} = \sqrt{2} R_e \begin{bmatrix} 22,96e^{j60} \\ 22,95e^{j180} \\ 22,95e^{-j60} \end{bmatrix} e^{j\omega t} \quad \text{C5.21}$$

$$i_{u5} = \sqrt{2} R_e \begin{bmatrix} 2,296e^{-j60} \\ 2,295e^{-j180} \\ 2,295e^{j60} \end{bmatrix} e^{j5\omega t} \quad \text{C5.22}$$

$$\|i_{u1}\| = \sqrt{2 \cdot (22,95)^2 + 22,96^2} = 22,95\sqrt{3} = 39,76 \text{ A} \quad \text{C5.22}$$

$$\|i_{u5}\| = \sqrt{2 * (2,295)^2 + 2,296^2} = 2,295\sqrt{3} = 3,976 \text{ A} \quad \text{C5.23}$$

Module du courant de déséquilibre :

$$\|i_u\| = \sqrt{\|i_{u1}\|^2 + \|i_{u5}\|^2} = \sqrt{3 * (22,95^2 + 2,295^2)} = 39,96 = 23,07\sqrt{3} \text{ A} \quad \text{C5.24}$$

Courant harmonique :

$$i_h = \sqrt{2}R_e \begin{bmatrix} 5,217e^{-j22,41} \\ 5,217e^{j142,4} \\ 1,378e^{-j120} \end{bmatrix} e^{j5\omega t} \quad \text{C5.25}$$

$$\|i_h\| = \sqrt{(5,217)^2 * 2 + 1,378^2} = 7,5 = 4,33\sqrt{3} \text{ A} \quad \text{C5.26}$$

Courant total :

$$\|i\|^2 = \|i_a\|^2 + \|i_u\|^2 + \|i_h\|^2 = (36,74\sqrt{3})^2 + (23,07\sqrt{3})^2 + (4,33\sqrt{3})^2 = (43,60\sqrt{3})^2 \quad \text{C5.27}$$

$$\|i\| = 75,52 = 43,6\sqrt{3} \text{ A} \quad \text{C5.28}$$

Puissance active :

$$P = \|u\| \|i_a\| = (360\sqrt{3})(36,923\sqrt{3}) = 39876,84 \approx 39877 \text{ W} \quad \text{C5.29}$$

Puissance de déséquilibre :

$$D_u = \|u\| \|i_u\| = (360\sqrt{3})(23,07\sqrt{3}) = 24915,6 \text{ VA} \quad \text{C5.30}$$

Puissance apparente :

$$S = \|u\| \|i\| = (360\sqrt{3})(43,60\sqrt{3}) = 47088,2 \text{ VA} \quad \text{C5.31}$$

Puissance harmonique :

$$D_H = \|u\| \|i_h\| = (360\sqrt{3})(4,33\sqrt{3}) = 4676,4 \text{ VA} \quad \text{C5.32}$$

## Résultats du scénario C.5

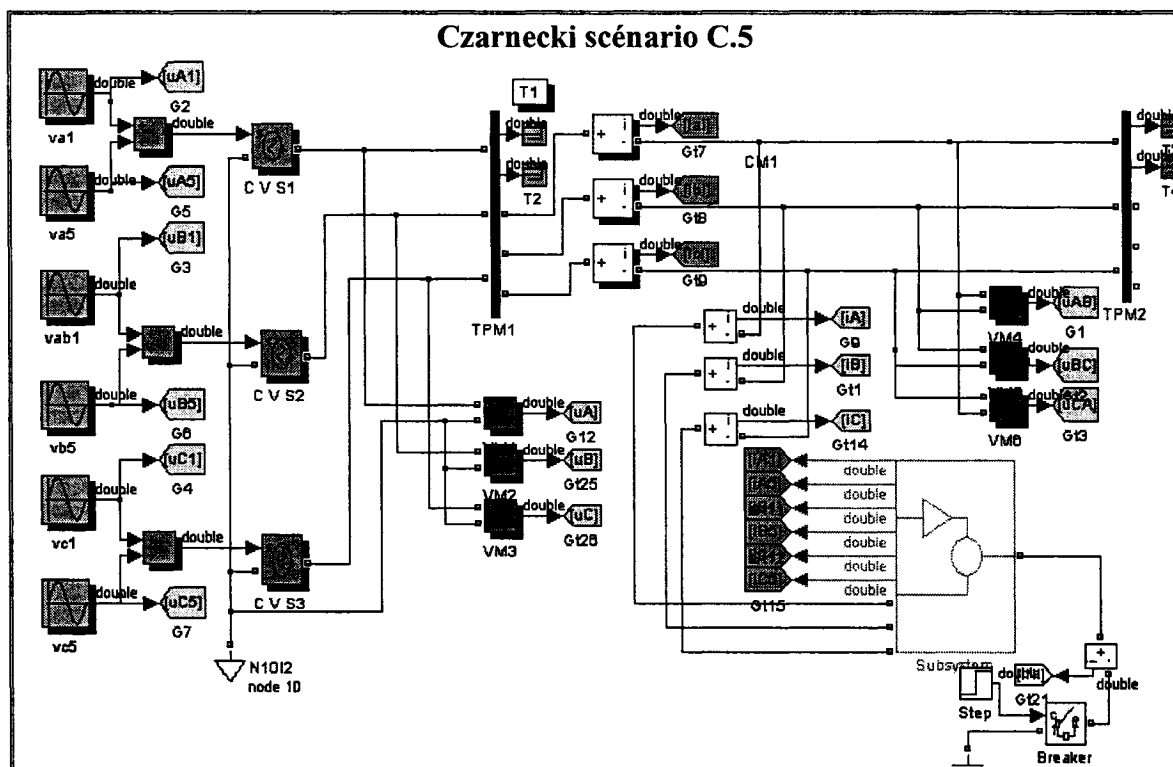
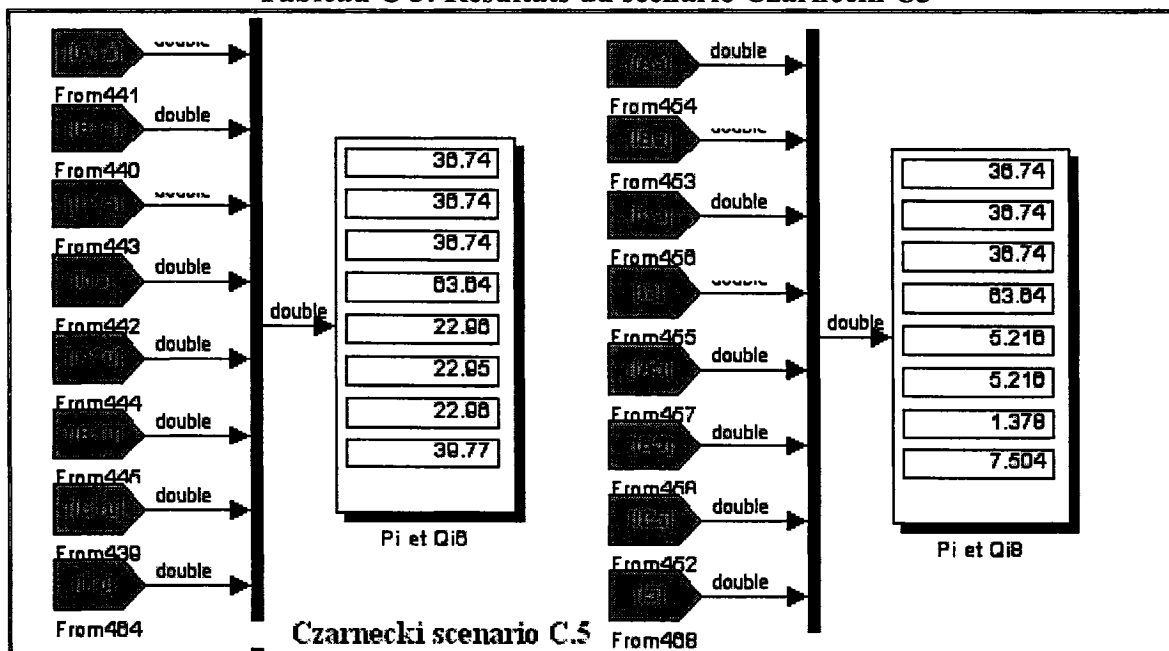
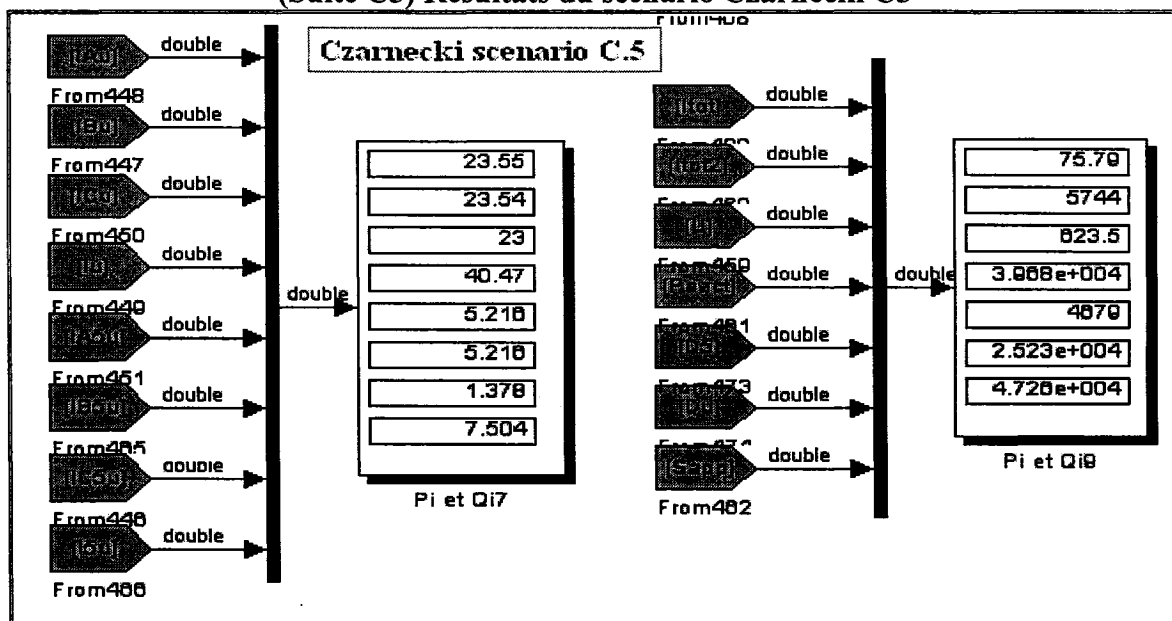


Figure C.3 : Circuit triphasé du scénario Czarnecki C.5

Tableau C 5: Résultats du scénario Czarnecki C5



## (Suite C5) Résultats du scénario Czarnecki C5



## C.6 Scénario 6

$$u(t) = \begin{bmatrix} u_A \\ u_B \\ u_C \end{bmatrix} = \sqrt{2}R_e \begin{bmatrix} 358,21e^{j0} \\ 358,21e^{-j120} \\ 358,21e^{j120} \end{bmatrix} e^{j\omega t} + \sqrt{2}R_e \begin{bmatrix} 35,82e^{j0} \\ 35,82e^{j120} \\ 35,82e^{-j120} \end{bmatrix} e^{j5\omega t} \quad \text{C6.1}$$

$$i(t) = \begin{bmatrix} i_A \\ i_B \\ i_C \end{bmatrix} = \sqrt{2}R_e \begin{bmatrix} 59,70e^{j0} \\ 59,70e^{-j120} \\ 59,70e^{j120} \end{bmatrix} e^{j\omega t} + \sqrt{2}R_e \begin{bmatrix} 5,97e^{j0} \\ 5,97e^{j120} \\ 1,97e^{-j120} \end{bmatrix} e^{j5\omega t} + \sqrt{2}R_e \begin{bmatrix} 10e^{j0} \\ 10e^{-j120} \\ 107e^{j120} \end{bmatrix} e^{j7\omega t} \quad \text{C6.2}$$

Modules des tensions et des courants :

$$\|u_1\| = \sqrt{u_{A1}^2 + u_{B1}^2 + u_{C1}^2} = \sqrt{358,21^2 + 358,21^2 + 358,21^2} = 358,21\sqrt{3} = 620,42 \text{ V} \quad \text{C6.3}$$

$$\|u_5\| = \sqrt{u_{A5}^2 + u_{B5}^2 + u_{C5}^2} = \sqrt{35,821^2 + 35,821^2 + 35,821^2} = 35,821\sqrt{3} = 62,042 \text{ V} \quad \text{C6.4}$$

$$\|u\| = \sqrt{\|u_1\|^2 + \|u_5\|^2} = \sqrt{3(358,21^2 + 35,82^2)} = 623,53 = 360\sqrt{3} \text{ V} \quad \text{C6.5}$$

$$\|u\|^2 = 3 \cdot (360)^2 \quad \text{C6.6}$$

$$\|i_1\| = \sqrt{i_{A1}^2 + i_{B1}^2 + i_{C1}^2} = \sqrt{59,7^2 + 59,7^2 + 59,7^2} = 103,4 = 59,7\sqrt{3} \text{ A} \quad \text{C6.7}$$

$$\|i_5\| = \sqrt{i_{A5}^2 + i_{B5}^2 + i_{C5}^2} = \sqrt{5,97^2 + 5,97^2 + 5,97^2} = 10,34 = 5,97\sqrt{3} \text{ A} \quad \text{C6.8}$$

$$\|i_7\| = \sqrt{i_{A7}^2 + i_{B7}^2 + i_{C7}^2} = \sqrt{10^2 + 10^2 + 10^2} = 17,32 = 10\sqrt{3} \text{ A} \quad \text{C6.9}$$

$$\|i\| = \sqrt{\|i_1\|^2 + \|i_5\|^2 + \|i_7\|^2} = \sqrt{3(59,7^2 + 5,97^2 + 10^2)} = 60,83\sqrt{3} = 105,36 \text{ A} \quad \text{C6.10}$$

Puissance apparente :

$$\|S\| = \|u\| \|i\| = 360\sqrt{3}(60,83\sqrt{3}) = 65696,4 \text{ VA} \quad \text{C6.11}$$

$$\|S\| = \|u\| \|i\| = 623,53 \cdot 105,36 = 65695,12 \text{ VA} \quad \text{C6.12}$$

Puissance active :

$$P_1 = R_e \{V_{A1}I_{A1}^* + V_{B1}I_{B1}^* + V_{C1}I_{C1}^*\} = 358,21(3 \cdot 59,71) = 64155,41 \text{ W} \quad \text{C6.13}$$

$$P_5 = R_e \{V_{A5} I_{A5}^* + V_{B5} I_{B5}^* + V_{C5} I_{C5}^*\} = 35,821(3.5,97) = 641,55 \text{ W} \quad \text{C6.14}$$

$$P = P_1 + P_5 = 64155,41 + 641,55 = 64796,96 \approx 64797 \text{ W} \quad \text{C6.15}$$

Puissance réactive :

$$Q_n = I_m \{U_A I_A^* + U_B I_B^* + U_C I_C^*\} \quad \text{C6.16}$$

$$Q_1 = Q_5 = Q = 0 \text{ Var} \quad \text{C6.17}$$

$$G_{e1} = \frac{P_1}{\|u_1\|^2} = \frac{64155,41}{3(358,21)^2} = 0,1667, S \quad \text{C6.18}$$

$$G_{e5} = \frac{P_5}{\|u_5\|^2} = \frac{641,55}{3(35,821)^2} = 0,1667, S \quad \text{C6.19}$$

$$G_e = \frac{P}{\|u\|^2} = \frac{64797}{3(360)^2} = 0,1667, S \quad \text{C6.20}$$

Courant actif :

$$i_a = G_e u = \sqrt{2} R_e \begin{bmatrix} 59,68e^{j0} \\ 59,68e^{-j120} \\ 59,68e^{j120} \end{bmatrix} e^{j\omega t} + \sqrt{2} R_e \begin{bmatrix} 5,968e^{j0} \\ 5,968e^{j120} \\ 5,968e^{-j120} \end{bmatrix} e^{j5\omega t} \quad \text{C6.21}$$

$$\|i_{a1}\| = 103,37 = 59,68\sqrt{3} \text{ A} \quad \text{C6.22}$$

$$\|i_{a5}\| = 10,337 = 5,968\sqrt{3} \quad \text{C6.23}$$

$$\|i_a\| = 103,87 = 59,98\sqrt{3} \text{ A} \quad \text{C6.24}$$

Courant harmoniques :

$$i_7 = \sqrt{2} R_e \begin{bmatrix} 10e^{j0} \\ 10e^{-j120} \\ 10e^{j120} \end{bmatrix} e^{j7\omega t} \quad \text{C6.25}$$

$$\|i_7\| = 17,32 = 10\sqrt{3} \text{ A} \quad \text{C6.26}$$

$$\|i\|^2 = \|i_a\|^2 + \|i_7\|^2 = (59,98\sqrt{3})^2 + (10\sqrt{3})^2 = (60,81\sqrt{3})^2 = (105,33)^2 \quad \text{C6.27}$$

$$\|i\| = 75,42 = 43,54\sqrt{3} \text{ A}$$

C6.28

Puissance active :

$$P = \|u\| \|i_a\| = (360\sqrt{3})(59,98\sqrt{3}) = 64778,4 \approx 64778 \text{ W}$$

C6.29

Puissance harmonique :

$$D_7 = \|u\| \|i_7\| = (360\sqrt{3})(10\sqrt{3}) = 10800 \text{ VA}$$

C6.30

Puissance apparente :

$$S = \|u\| \|i\| = (360\sqrt{3})(60,81\sqrt{3}) = 65675$$

C6.31

Facteur de puissance :

$$P_F = \frac{103,88}{\sqrt{103,88^2 + 17,32^2}} = 0,986383656$$

C6.32

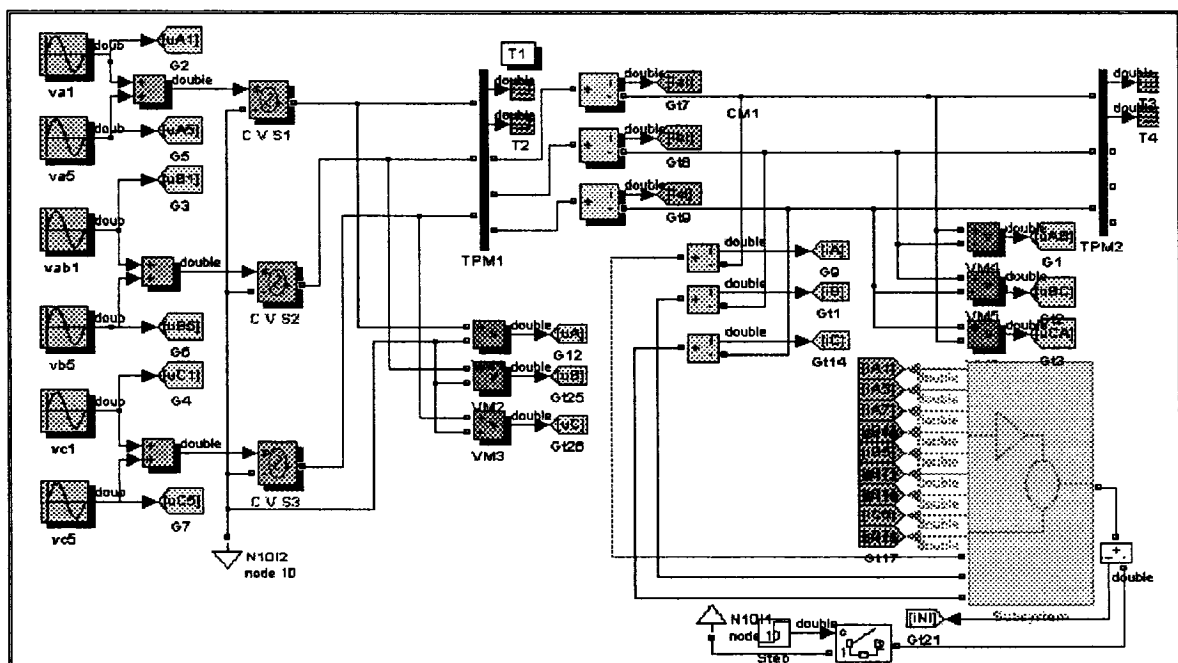
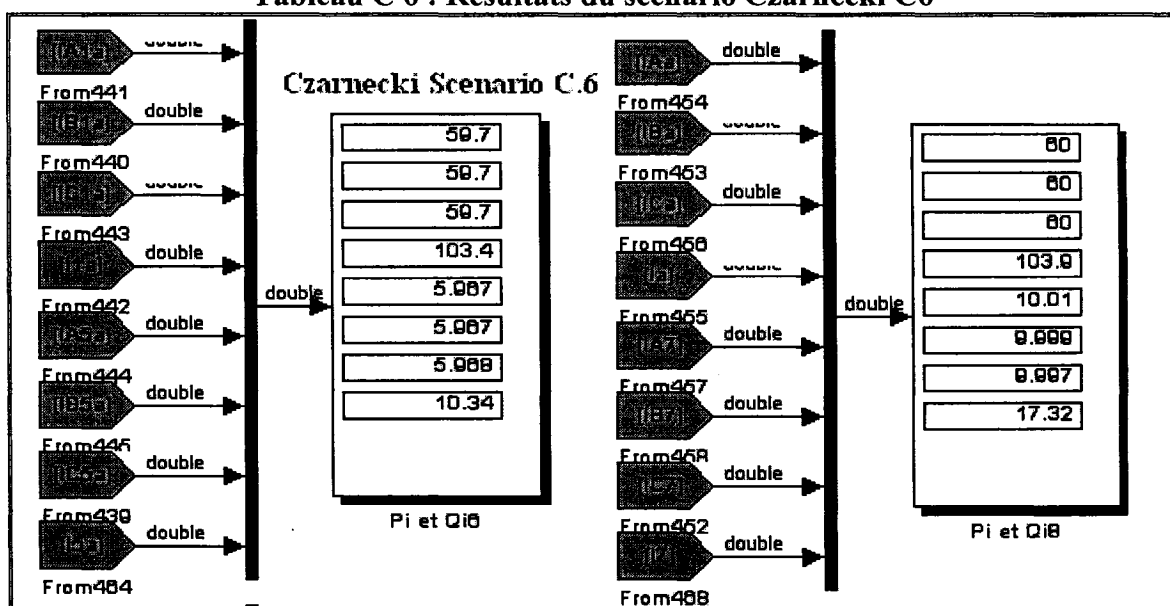


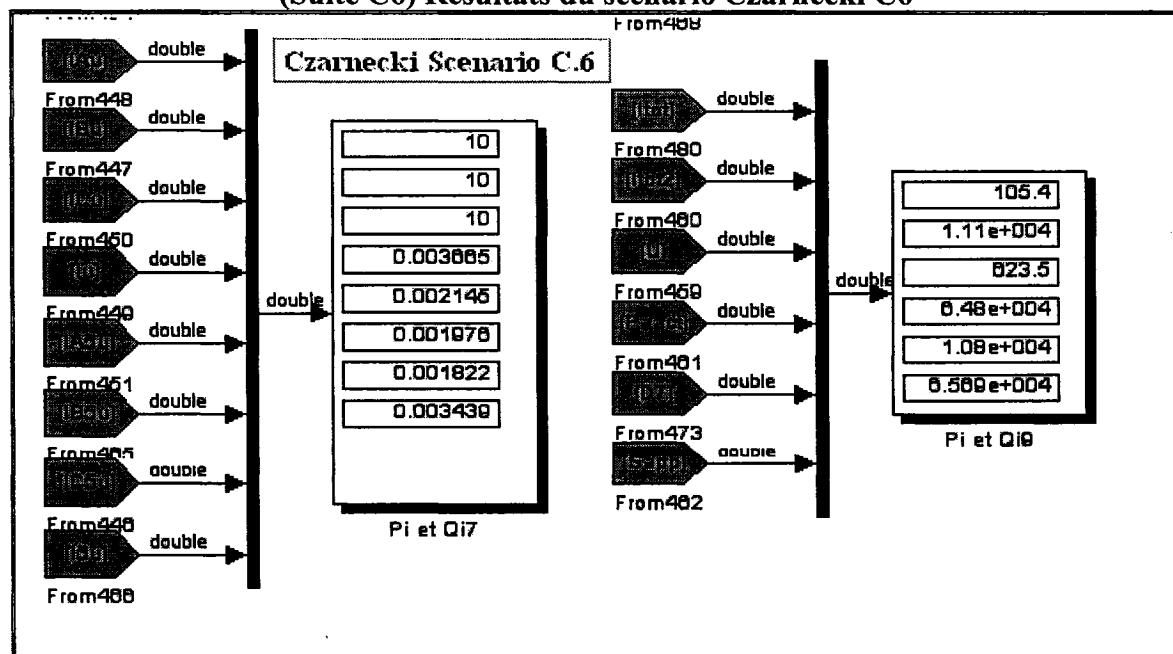
Figure C.4: Circuit triphasé du scénario Czarnecki C.6



Tableau C 6 : Résultats du scénario Czarnecki C6



(Suite C6) Résultats du scénario Czarnecki C6



## C.7 Scénario 7

Tensions et courants instantanés :

$$u(t) = \begin{bmatrix} u_A \\ u_B \\ u_C \end{bmatrix} = \sqrt{2}R_e \begin{bmatrix} U_A \\ U_B \\ U_C \end{bmatrix} e^{j\omega t} = \sqrt{2}R_e \begin{bmatrix} 358,21e^{j0} \\ 358,21e^{-j120} \\ 358,21e^{j120} \end{bmatrix} e^{j\omega t} + \sqrt{2}R_e \begin{bmatrix} 35,82e^{j0} \\ 35,82e^{j120} \\ 35,82e^{-j120} \end{bmatrix} e^{j5\omega t} \quad C7.1$$

$$i(t) = \begin{bmatrix} i_A \\ i_B \\ i_C \end{bmatrix} = \sqrt{2}R_e \begin{bmatrix} I_A \\ I_B \\ I_C \end{bmatrix} e^{j\omega t} = \sqrt{2}R_e \begin{bmatrix} 59,7e^{j0} \\ 59,7e^{-j120} \\ 59,7e^{j120} \end{bmatrix} e^{j\omega t} + \sqrt{2}R_e \begin{bmatrix} 0e^{j0} \\ 5,97e^{j120} \\ 11,948e^{-j120} \end{bmatrix} e^{j5\omega t} \quad C7.2$$

$$\|u_1\| = \sqrt{u_{A1}^2 + u_{B1}^2 + u_{C1}^2} = \sqrt{358,21^2 + 358,21^2 + 358,21^2} = 358,21\sqrt{3} = 620,42 \text{ V} \quad C7.3$$

$$\|u_5\| = \sqrt{u_{A5}^2 + u_{B5}^2 + u_{C5}^2} = \sqrt{35,821^2 + 35,821^2 + 35,821^2} = 35,821\sqrt{3} = 62,042 \text{ V} \quad C7.4$$

$$\|u\| = \sqrt{\|u_1\|^2 + \|u_5\|^2} = \sqrt{3(358,21^2 + 35,82^2)} = 623,53 = 360\sqrt{3} \text{ V} \quad C7.5$$

$$\|u\|^2 = 3 \cdot (360)^2 \quad C7.6$$

$$\|i_1\| = \sqrt{i_{A1}^2 + i_{B1}^2 + i_{C1}^2} = \sqrt{59,7^2 + 59,7^2 + 59,7^2} = 103,4 = 59,7\sqrt{3} \text{ A} \quad C7.7$$

$$\|i_5\| = \sqrt{i_{A5}^2 + i_{B5}^2 + i_{C5}^2} = \sqrt{0^2 + 5,97^2 + 11,94^2} = 13,35 = 7,71\sqrt{3} \text{ A} \quad C7.8$$

$$\|i\| = \sqrt{\|i_1\|^2 + \|i_5\|^2} = \sqrt{3(59,7^2 + 13,35^2)} = 104,27 = 60,20\sqrt{3} \text{ A} \quad C7.9$$

Puissance apparente :

$$\|S\| = \|u\| \|i\| = 360\sqrt{3}(60,20\sqrt{3}) = 65016 \text{ VA} \quad C7.10$$

$$\|S\| = \|u\| \|i\| = 623,53 \cdot 104,27 = 65016 \text{ VA} \quad C7.11$$

Puissance active :

$$P_1 = R_e \{V_{A1}I_{A1}^* + V_{B1}I_{B1}^* + V_{C1}I_{C1}^*\} = 358,21(3 \cdot 59,7) = 64155,41 \text{ W} \quad C7.12$$

$$P_5 = R_e \{V_{A5} I_{A5}^* + V_{B5} I_{B5}^* + V_{C5} I_{C5}^*\} = 35,821(0^* + 5,97 + 11,94) = 641,55 \text{ W} \quad \text{C7.13}$$

Puissance active totale :

$$P = P_1 + P_5 = 64155,41 + 641,55 = 64797 \text{ W} \quad \text{C7.14}$$

Puissance réactive :

$$Q_n = I_m \{U_A I_A^* + U_B I_B^* + U_C I_C^*\} \quad \text{C7.15}$$

$$Q_1 = Q_5 = Q = 0 \text{ Var} \quad \text{C7.16}$$

Conductances relatives aux divers harmoniques :

$$G_{e1} = \frac{P_1}{\|u_1\|^2} = \frac{641,55}{3(358,21)^2} = 0,1667 \text{ S} \quad \text{C7.17}$$

$$G_{e5} = \frac{P_5}{\|u_5\|^2} = \frac{641,55}{3(35,821)^2} = 0,1667 \text{ S}$$

Courant actif :

$$i_{a1} = G_{e1} u = \sqrt{2} R_e G_{e1} \begin{bmatrix} 358,21 e^{j0} \\ 358,21 e^{-j120} \\ 358,21 e^{j120} \end{bmatrix} e^{j\omega t} = \sqrt{2} R_e \begin{bmatrix} 59,71 e^{j0} \\ 59,71 e^{-j120} \\ 59,71 e^{j120} \end{bmatrix} e^{j\omega t} \quad \text{C7.18}$$

$$i_{a5} = G_{e5} u = \sqrt{2} R_e G_{e5} \begin{bmatrix} 35,82 e^{j0} \\ 35,82 e^{j120} \\ 35,82 e^{-j120} \end{bmatrix} e^{j5\omega t} = \sqrt{2} R_e \begin{bmatrix} 5,9713 e^{j0} \\ 5,9713 e^{j120} \\ 5,9713 e^{-j120} \end{bmatrix} e^{j5\omega t} \quad \text{C7.19}$$

$$i_a = i_{a1} + i_{a5} = \sqrt{2} R_e \begin{bmatrix} 59,713 e^{j0} \\ 59,713 e^{-j120} \\ 59,713 e^{j120} \end{bmatrix} e^{j\omega t} + \sqrt{2} R_e \begin{bmatrix} 5,9713 e^{j0} \\ 5,9713 e^{j120} \\ 5,9713 e^{-j120} \end{bmatrix} e^{j5\omega t} \quad \text{C7.20}$$

$$\|i_{a1}\| = \sqrt{3 * (59,713)^2} = 59,713 \sqrt{3} \text{ A} \quad \text{C7.21}$$

$$\|i_{a5}\| = \sqrt{3 * (5,9713)^2} = 5,9713 \sqrt{3} \text{ A} \quad \text{C7.22}$$

$$\|i_a\| = \sqrt{\|i_{a1}\|^2 + \|i_{a5}\|^2} = \sqrt{3 * (59,713^2 + 5,9713^2)} = 60 \sqrt{3} = 103,92 \text{ A} \quad \text{C7.23}$$

Courant de déséquilibre instantané :

$$i_{un} = i_n - (i_{an} + i_{rn}) \quad \text{C7.24}$$

Les courants réactifs sont nuls; donc :

$$i_{rn} = 0 \quad \text{C7.25}$$

Les courants sont orthogonaux.

Calcul du courant de déséquilibre.

$$i_{un} = i_n - i_{an}$$

$$i_{u1} = \sqrt{2}R_e \begin{bmatrix} 0,713e^{j180} \\ 0,713e^{j60} \\ 0,713e^{-j60} \end{bmatrix} e^{j\omega t} \quad \text{C7.26}$$

$$i_{u5} = \sqrt{2}R_e \begin{bmatrix} 5,9713e^{j180} \\ 0,00e^{j120} \\ 5,97e^{-j120} \end{bmatrix} e^{j5\omega t} \quad \text{C7.27}$$

$$\|i_{u1}\| = \sqrt{3 * (0,713)^2} = 0,713\sqrt{3} \text{ A} \quad \text{C7.28}$$

$$\|i_{u5}\| = \sqrt{2 * (5,97)^2} = 5,97\sqrt{2} = 8,44 = 4,874\sqrt{3} \text{ A} \quad \text{C7.29}$$

$$\|i_u\| = \sqrt{\|i_{u1}\|^2 + \|i_{u5}\|^2} = \sqrt{3 * (0,713^2 + 4,874^2)} = 8,54 = 4,9258\sqrt{3} = 4,93\sqrt{3} \text{ A} \quad \text{C7.30}$$

Courant total :

$$\|i\|^2 = \|i_a\|^2 + \|i_u\|^2 = (60\sqrt{3})^2 + (4,93\sqrt{3})^2 = (104,27)^2 = (60,20\sqrt{3})^2 \quad \text{C7.31}$$

$$\|i\| = 104,27 = 60,20\sqrt{3} \text{ A} \quad \text{C7.32}$$

Puissance active :

$$P = \|u\| \|i_a\| = (360\sqrt{3})(60\sqrt{3}) = 64800 \text{ W} \quad \text{C7.33}$$

Puissance de déséquilibre :

$$D_u = ||u|| ||i_u|| = (360\sqrt{3})(4,93\sqrt{3}) = 5324,4 \quad \text{VA} \quad \text{C7.34}$$

Puissance apparente :

$$S = ||u|| ||i|| = (360\sqrt{3})(60,20\sqrt{3}) = 65016 \quad \text{VA} \quad \text{C7.35}$$

Facteur de puissance :

$$P_F = \frac{||i_a||}{\sqrt{||i_a||^2 + ||i_u||^2}} = \frac{60\sqrt{3}}{\sqrt{(60\sqrt{3})^2 + (4,93\sqrt{3})^2}} = 0,996677 \quad \text{C7.36}$$

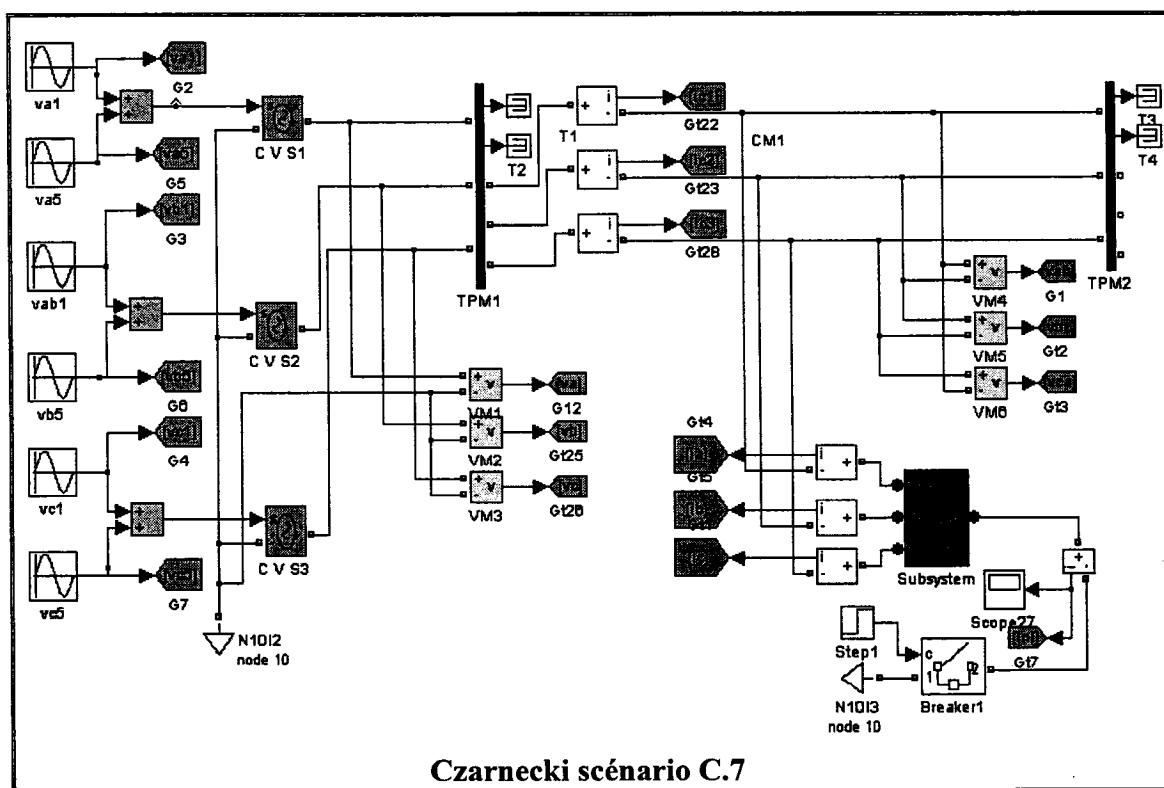
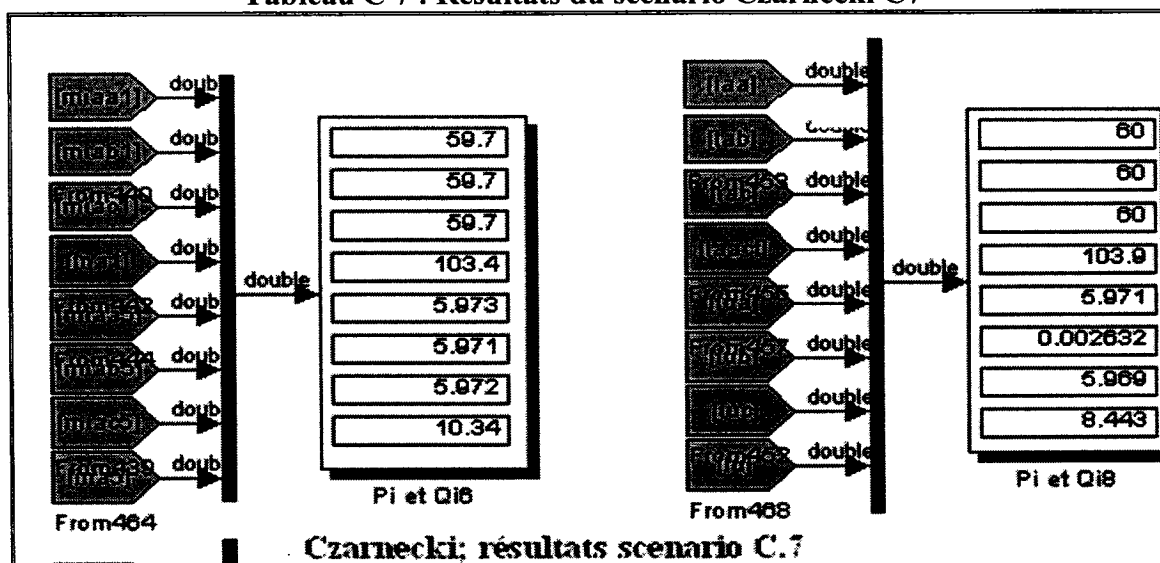


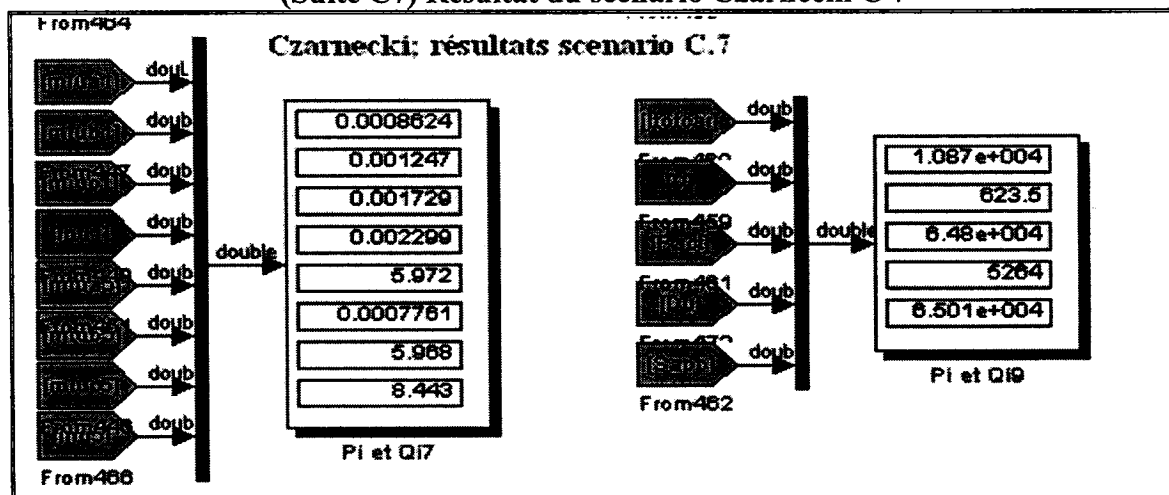
Figure C.5: Circuit triphasé du scénario Czarnecki C.7

## Résultats du scénario C.7

Tableau C 7 : Résultats du scénario Czarnecki C7



## (Suite C7) Résultat du scénario Czarnecki C 7



## ANNEXE C 8

Montages triphasés en régime déformé			
Scenarios	Courants efficaces sur les phases		
	Phase A(A)	Phase B(A)	Phase C(A)
1	60	60	60
2	59,2	59,2	10,27
3	52,42	52,42	13,85
4	60	60	60
5	52,42	52,42	13,85
6	60,83	60,83	60,83
7	59,7	60	60,88

**ANNEXE D**  
**ARTICLE CCECE**

**(PREMIÈRE PARTIE)**



## PROBLÉMATIQUE DES THÉORIES SUR LA PUISSANCE ÉLECTRIQUE EN RÉGIME DÉFORMÉ

Benito Midy

[benito.midy@polymtl.ca](mailto:benito.midy@polymtl.ca)

\*Département de génie électrique, École Polytechnique de Montréal,  
C.P. 6079, station centre-ville, Montréal, H3C 3A7, QC, Canada  
514 340-4711 ext. 4541, fax : 514 340-3214

Guy Olivier\*

[guy.olivier@polymtl.ca](mailto:guy.olivier@polymtl.ca)

### Résumé

*Le développement sans précédent de l'informatique et de l'électronique de puissance a entraîné une augmentation spectaculaire des charges non linéaires sur les réseaux de distribution électrique. Ces charges non linéaires se comportent en véritables agents de pollution et constituent la cause principale de divers problèmes : déformation de la tension, courants de neutre... De plus, d'un point de vue théorique, les équations traditionnelles de la puissance doivent être remises en question. La notion même de puissance est différente que l'on soit en régime sinusoïdal ou déformé. Il n'existe aucun consensus sur les diverses méthodes de calcul de la puissance en régime déformé. L'objectif principal du présent projet est d'évaluer les théories récemment proposées et de mettre en évidence les problèmes associés à chacune d'elles. Les résultats obtenus montrent l'existence de points de ressemblance et de convergence entre des théories pour la plupart fort différentes et la nécessité de poursuivre les recherches dans ce domaine.*

*Mots clés : Régime déformé, puissance complexe, puissance instantanée, puissance apparente, harmoniques.*

### 1. Introduction

Depuis une vingtaine d'années, l'expression *pollution harmonique* revient constamment dans la littérature technique et scientifique. Ce terme qui évoque une symphonie n'a pourtant rien de musical et est plutôt synonyme de problèmes, d'ennuis et de soucis permanents dans les réseaux électriques. Cette pollution, au départ occasionnée par les dispositifs industriels, atteint maintenant des sommets inconnus jusqu'ici à cause de la prolifération des produits non linéaires de faible puissance. Au fil des ans on a assisté à une augmentation constante, alarmante et significative des charges de type non linéaires : téléviseurs, ordinateurs, lecteurs CD, photocopieuses, imprimantes; variateurs de vitesse pour moteurs à courant continu asynchrones et synchrones, ballasts électroniques pour les tubes fluorescents, alimentations à découpage et d'urgence. L'alarme a retenti dans la communauté scientifique. Les enjeux sont énormes pour les compagnies distributrices d'électricité et les consommateurs. Depuis les trente dernières années, les théories sur la puissance électrique en régime non sinusoïdal foisonnent des deux côtés de l'Atlantique et même en Asie.

Elles se sont développées suite aux progrès enregistrés dans les domaines de l'électronique de puissance et de l'informatique. Il fallait répondre au plus vite aux nouveaux besoins suscités par ces deux disciplines. Le silence éloquent des organismes de normalisation tel que la CIE et l'IEEE n'améliore pas les choses. Il n'existe pour l'instant aucun consensus entre les divers chercheurs et aucune norme adoptée internationalement sur les taux de pollution harmoniques tolérables. Néanmoins, il existe un point sur lequel toute cette cohorte de savants s'accordent : la nécessité de trouver une théorie satisfaisante et universellement acceptable. Steinmetz, C.P. [1], Budeanu C. [2] et Fryze S. [3] sont les précurseurs dans l'étude de la puissance électrique en régime harmonique. Ils ont été les premiers à tenter de lui trouver une base théorique solide.

### 2. Démarche adoptée dans cette étude

Nous avons choisi un réseau test comportant une source idéale. Cette source peut être sinusoïdale, non sinusoïdale et peut même comporter, dans certains cas, des harmoniques d'ordre trois. Nous considérons des charges linéaires et non linéaires, en essayant de passer en revue toutes les combinaisons possibles de la charge et de la source. Cette démarche nous a conduit à adopter deux ensembles de configurations bien distinctes : quatre scénarios monophasés et quatre scénarios triphasés. Toutefois, les cas triphasés étudiés ne traitent que des cas où les sources sont sinusoïdales et équilibrées. Le cas des sources déséquilibrées et déformées fera l'objet d'une communication ultérieure.

### 3. Différentes théories sur la puissance.

#### 3.1. Budeanu [4]

La puissance, selon Budeanu, se compose de deux composantes orthogonales, à savoir la puissance active et la puissance déactive. La première est calculée par la formule :

$$P = \sum_{n=1}^{\infty} I_n \cdot J_n \cdot \cos \varphi_n \quad (1)$$

C'est cette puissance qui est transformée en travail. La deuxième composante se décompose à son tour en deux composantes : puissances réactive et déformante calculées à l'aide des formules suivantes :

$$Q_R = \sum_1^n V_n \cdot I_n \sin \varphi_n \quad (2)$$

$$D_R^2 = S^2 - P^2 - Q_R^2$$

$$D_R^2 = \sum_1^n V_n^2 I_n^2 + V_R^2 I_n^2 - 2V_n I_n V_R \cos(\varphi_n - \varphi_R) \quad (3)$$

La puissance réactive de Budeanu peut être complètement compensée par une simple capacité, ce qui n'est pas le cas pour la puissance déformante.

### 3.2. Fryze. [5]

L'approche de Fryze repose sur une décomposition du courant en composantes orthogonales, courants actif et réactif :

$$i_A(t) = \frac{P}{V^2} v(t) \quad (4)$$

$$i_R(t) = i(t) - i_A(t) \quad (5)$$

L'équation de puissance suggérée par Fryze est :

$$S^2 = P^2 + Q^2 \quad (6)$$

$$Q_R = V \cdot I_R \quad (7)$$

### 3.3. Shepherd. [6]

Shepherd décompose le courant en trois composantes, à savoir le courant actif, le courant réactif et le courant de distorsion auxquels correspondent respectivement les puissances apparentes de même nom :

$$I_R = \sqrt{\sum_1^n I_n^2 \cdot \cos^2 \varphi_n} \quad (8)$$

$$I_X = \sqrt{\sum_1^n I_n^2 \cdot \sin^2 \varphi_n} \quad (9)$$

$$I_D = \sqrt{I^2 - I_R^2 - I_X^2} \quad (10)$$

$$S^2 = S_R^2 + S_X^2 + S_D^2 \quad (11)$$

$$S_R^2 = \sum_1^n V_n^2 \cdot \sum_1^n I_n^2 \cos^2 \varphi_n \quad (12)$$

$$S_X^2 = \sum_1^n V_n^2 \cdot \sum_1^n I_n^2 \sin^2 \varphi_n \quad (13)$$

$$S_D^2 = \sum_1^n V_n^2 \cdot \sum_1^n I_n^2 + \sum_1^n V_n^2 \cdot \left( \sum_1^n I_n^2 + \sum_1^n I_n^2 \right) \quad (14)$$

### 3.4. Sharon [7]

Sharon, contrairement à Shepherd, choisit une composante active P qui correspond à la valeur moyenne de la puissance instantanée, calculée sur une période.

$$S^2 = P^2 + S_Q^2 + S_C^2 \quad (15)$$

Les puissances apparente réactive  $S_Q$  et apparente complémentaire  $S_C$  ont pour expression :

$$S_Q = V \sqrt{\sum_1^n I_n^2 \cdot \sin^2 \varphi_n} \quad (16)$$

$$S_C = \sqrt{S^2 - P^2 - S_Q^2} \quad (17)$$

### 3.5. Van Wyk. [8]

Van Wyk définit la puissance apparente comme suit :

$$S^2 = U^2 \cdot I^2 = \sum_{k=0}^{\infty} U_k^2 \sum_{n=0}^{\infty} I_n^2 \quad (18)$$

Cette équation peut encore s'écrire :

$$S^2 = \sum_{k=0}^{\infty} U_k^2 I_k^2 + \sum_{\substack{k \neq n, n=0 \\ k \neq n}}^{\infty} U_k^2 I_n^2 \quad (19)$$

$$= S_k^2 + D_k^2 \quad (20)$$

$$\text{Avec } S_k^2 = \sum_{n=0}^{\infty} S_k^2 \text{ et } S_k = U_k I_k \quad (21)$$

$$D_k^2 = \sum_{\substack{k \neq n, n=0 \\ k \neq n}}^{\infty} U_k^2 I_n^2 \quad (22)$$

### 3.6. Czarnecki [9]

Czarnecki distingue clairement les composantes du courant dues à la charge et celles dues à la non linéarité de la source. Dans le cas d'un circuit monophasé, le courant total peut se décomposer en quatre composantes orthogonales : courant actif, réactif, de dispersion et harmonique.

$$I^2 = I_A^2 + I_R^2 + I_S^2 + I_H^2 \quad (23)$$

$$I_R = \sqrt{\sum_{n \in N} B_n^2 \cdot V_n^2} \quad (24)$$

$$I_S = \sqrt{\sum_{n \in N} I_n^2} \quad (25)$$

$$I_A = \sqrt{\sum_{n \in N} (G_n - G_s)^2 \cdot V_n^2} \quad (26)$$

$$\text{Avec } G_s = \frac{P}{V^2} \text{ et } Y_n = G_n + j \cdot B_n \quad (27)$$

Il a proposé :

$$S^2 = P^2 + D_s^2 + Q_R^2 + D_H^2 \quad (28)$$

$$\text{Avec : } Q_R = V \cdot I_R$$

$$D_s = V \cdot I_S$$

$$D_H = V \cdot I_H$$

### 3.7. Emanuel A.E. [10]

Emanuel sépare la composante fondamentale du courant et de la tension des autres.

Puissance apparente fondamentale :

$$S_1 = V_1 I_1 \text{ et } S_1^2 = P^2 + Q_1^2 \quad (29)$$

$$S^2 = (VI)^2 = (V_1^2 + V_H^2)(I_1^2 + I_H^2) \quad (30)$$

$$S^2 = (V_1 I_1)^2 + (V_1 I_H)^2 + (V_H I_1)^2 + (V_H I_H)^2 \quad (31)$$

$$S^2 = S_1^2 + S_N^2 \quad (32)$$

Puissance apparente non fondamentale :

$$S_N = \sqrt{S^2 - S_1^2} \quad (33)$$

$$S_H^* = D_I^* + D_V^* + S_H^* \quad (34)$$

où :

$$D_I = V_H I_H : \text{Puissance déformante du courant.}$$

$$D_V = V_H I_H : \text{Puissance déformante de la tension.}$$

$$S_H = V_H I_H : \text{Puissance apparente harmonique.}$$

#### 4. Méthodologie adoptée.

Divers circuits monophasés et triphasés ont été utilisés pour comparer les résultats des théories précédentes. Les hypothèses simplificatrices suivantes ont été adoptées :

- Harmoniques pairs négligeables,
- Source d'alimentation idéale d'impédance négligeable,
- Étude limitée aux harmoniques de rang inférieur à 9,
- Impédance de ligne négligeable.

Les logiciels Matlab/Simulink-SimPowerSystem ont été employés pour simuler les différents cas. Les périodes transitoires n'ont pas été retenues.

#### 4.1. Circuits triphasés et monophasés

Pour les circuits triphasés et monophasés, nous avons modélisé les différentes sources et charges non linéaires de telle sorte que, d'un scénario à l'autre, les tensions et les courants efficaces soient constants. On est alors assuré que la puissance apparente est constante dans chaque scénario. Comme indiqué à la Fig. 1, nous avons également créé deux modules qui servent d'interfaces entre la source d'alimentation et la charge. Le rôle de ces modules consiste à prélever les signaux recueillis de la source ou de la charge pour les transformer en données à l'entrée des modules représentant les différentes théories. Pour un même scénario le flux des données est le même d'une théorie à l'autre. Les modules 1, 2 et 3 représentent respectivement la source, le circuit (monophasé ou triphasé) et la charge. Les signaux instantanés en provenance de la source 1 et de la charge 3 sont recueillis au niveau des deux modules 4 et 5, qui jouent le rôle de blocs d'interface entre elles et le module 6. Après transformation des signaux en phaseurs par les modules 4 et 5, ces phaseurs constituent les données injectées à l'entrée du module 6, qui varie d'une théorie à l'autre. En sortie du module 6, on récolte les résultats associés à chaque théorie.

#### 4.2. Scénarios considérés

Le tableau 1 et la Fig. 2 résument les 4 scénarios considérés :

Cas A : La source est sinusoïdale et la charge non linéaire avec des harmoniques d'ordre 1, 3, 5, 7.

Cas B : La source et la charge sont non sinusoïdales et comportent les mêmes composantes harmoniques. Van Wyk qualifie ce cas de « paradoxe de la charge résistive ».

Cas C : La source et la charge sont non sinusoïdales et les courants de charges sont déphasés.

Cas D : Le dernier cas est le plus général. La source non sinusoïdale et la charge non linéaire comporte chacun au moins un ou des harmoniques différents.

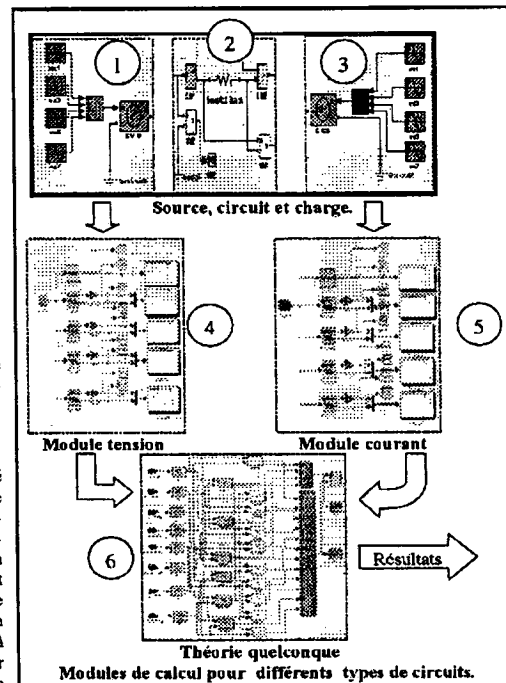


Fig. 1 : Présentation synoptique des différents modules de simulation

TABLEAU 1.

Phaseurs de la tension et du courant					
Cas	$V_1 \angle \alpha_1$	$V_3 \angle \alpha_3$	$V_5 \angle \alpha_5$	$V_7 \angle \alpha_7$	$V_9 \angle \alpha_9$
A	$V_A$	$130 \angle 0^\circ$	-	-	-
	$I_A$	$12 \angle -30^\circ$	$4,64 \angle 0^\circ$	$1,6 \angle 0^\circ$	$0,96 \angle 0^\circ$
B	$V_B$	$120 \angle 0^\circ$	$40 \angle 0^\circ$	$24 \angle 0^\circ$	$18 \angle 0^\circ$
	$I_B$	$12 \angle 0^\circ$	$4 \angle 0^\circ$	$2,4 \angle 0^\circ$	$1,8 \angle 0^\circ$
C	$V_C$	$120 \angle 0^\circ$	$40 \angle 0^\circ$	$24 \angle 0^\circ$	$18 \angle 0^\circ$
	$I_C$	$12 \angle -30^\circ$	$4 \angle -90^\circ$	$2,4 \angle -150^\circ$	$1,8 \angle -150^\circ$
D	$V_D$	$120 \angle 0^\circ$	$-46,6 \angle 0^\circ$	-	$18 \angle 0^\circ$
	$I_D$	$12 \angle -30^\circ$	-	$4,35 \angle -60^\circ$	$2,46 \angle -30^\circ$

#### Scénario 1, constatations :

- La puissance apparente est la même pour chaque théorie.
- La puissance réactive est la même, excepté pour Fryze.
- Emanuel a introduit la notion de puissance apparente fondamentale  $S_1$ .

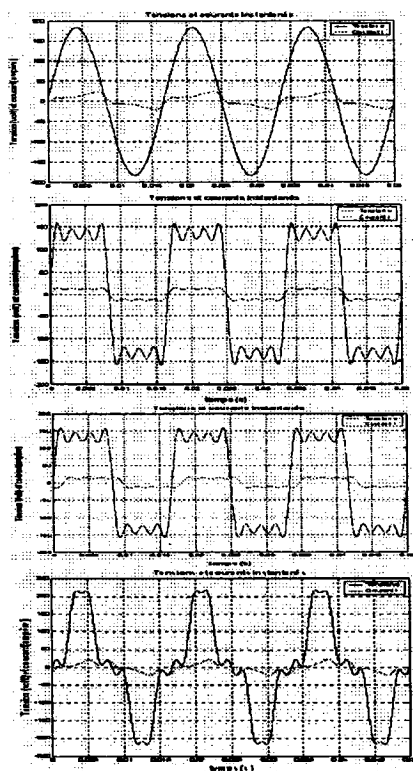


Fig. 2 : Tension et courant instantané des 4 cas.

**Scénario 2 constatations :**

- La puissance instantanée ne prend jamais de valeurs négatives, Fig. 3.
- Pour toutes les théories, P et S sont égaux.
- L'impédance équivalente de la charge se réduit pratiquement à une résistance linéaire.

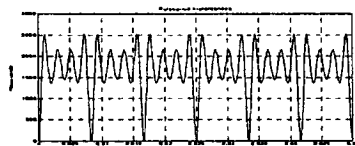


Fig. 3 : Puissance instantanée pour le scénario 2.

**Scénario 3 constatations :**

- Les puissances apparentes sont identiques pour toutes les cas.
- Les puissances réactives sont différentes, excepté pour Shepherd et Sharon.
- Le circuit passif ne déforme pas l'onde de courant mais provoque son déphasage par rapport à la tension.

**Scénario 4 constatations :**

C'est le cas le plus général. Budeanu, Fryze et Czarnecki ont obtenu 1285 W pour P; Sharon et Shepherd ont trouvé 1287 W alors que Van Wyk et Emanuel ont trouvé des valeurs nettement différentes, à savoir 1441 W et 1247 W. Pour Q seuls Sharon et Czarnecki ont trouvé des valeurs identiques soit 796.3 var. La composante  $D_H$  apparaît uniquement pour Czarnecki.

TABLEAU 2

Autres	Scénario 1	Scénario 2	Scénario 3	Scénario 4
<b>Budeanu</b>				
$S$ (VA)	1285	1285	1285	1285
$P$ (W)	1351	1285	1189	1285
$Q$ (Var)	796	0	892.5	896.1
$D$ (VA)	696.1	0	892.5	742.3
<b>Fryze</b>				
$S$ (VA)	1285	1285	1285	1285
$P$ (W)	1351	1285	1189	1285
$Q$ (Var)	796	0	1220	1897
$D$ (VA)	0	0	0	0
<b>Van Wyk</b>				
$S$ (VA)	1285	1285	1285	1285
$S_H$ (VA)	1285	1285	1285	1441
$Q$ (Var)	0	0	0	883.7
$D_H$ (Var)	696.1	0	867.1	0
<b>Shepherd</b>				
$S$ (VA)	1285	1285	1285	1285
$S_H$ (VA)	1351	1285	1351	1287
$Q_H$ (Var)	796	0	897.5	742.3
$S_D$ (VA)	696.1	0	0	864.3
<b>Sharon</b>				
$S$ (VA)	1285	1285	1285	1285
$P$ (W)	1351	1285	1351	1287
$S_H$ (VA)	796	0	897.5	796.3
$S_D$ (VA)	696.1	0	0	751.3
<b>Emanuel</b>				
$S$ (VA)	1285	1285	1285	1285
$P$ (W)	1351	1285	1189	1247
$Q$ (Var)	796	0	897.5	728
$S_H$ (VA)	1285	1285	1441	1439.9
$S_D$ (VA)	696	0	832.3	0
$D$ (VA)	696.1	0	832.3	854.1
<b>Czarnecki</b>				
$S$ (VA)	1285	1285	1285	1285
$P$ (W)	1351	1285	1189	1285
$Q$ (Var)	796	0	897.5	796.3
$D_H$ (Var)	0	0	796.3	499.3
$D_V$ (VA)	696.1	0	0	556

**5. Montages triphasés traditionnels.**

Le comportement d'un circuit triphasé traditionnel en régime déséquilibré est essentiel pour comprendre l'étude du même circuit en régime déformé. Ainsi, nous avons considéré 4 scénarios pour ce type de circuit. Ils sont résumés au Tableau 3.

TABLEAU 3

Scénarios pour les montages triphasés traditionnels				
Valeurs Param.	Scénario1	Scénario2	Scénario3	Scénario4
Va (V)	360	360	360	360
Vb (V)	360	360	360	360
Vc (V)	360	360	360	360
Ra (Ω)	0	6	6	6
Rb (Ω)	6	6	6	6
Rc (Ω)	36	36	36	6
Neutre	absent	absent	présent	absent

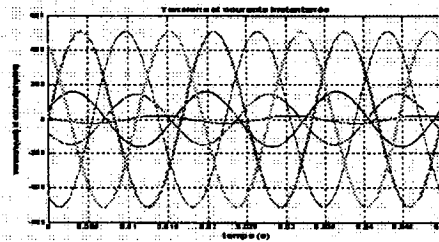


Fig. 4: Tension et courant instantanés du scénario 1.

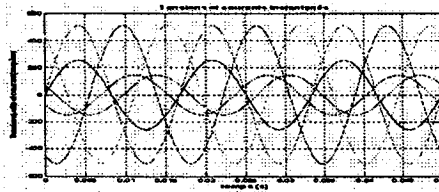


Fig. 5: Tension et courant instantanés du scénario 2.

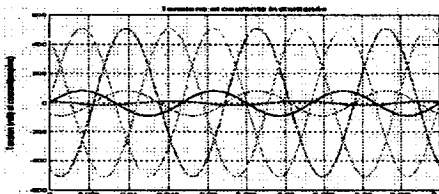


Fig. 6: Tension et courant instantanés du scénario 3.

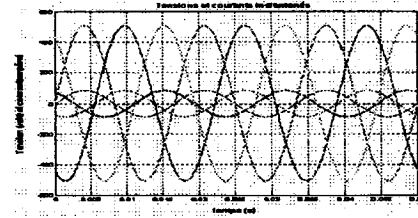


Fig. 7: Tension et courant instantanés du scénario 4.

Nous allons analyser ces situations à la lumière des théories de Budeanu, Fryze, Emanuel et de Ferrero. En triphasé, les différentes équations suivantes s'appliquent.

Budeanu.

Puissance apparente vecteur :

$$S_v = \sqrt{(\sum_k P_k)^2 + (\sum_k Q_k)^2 + (\sum_k D_k)^2} \quad (35)$$

Puissance apparente arithmétique :

$$S_a = \sum_k \sqrt{(P_k)^2 + (Q_k)^2 + (D_k)^2} \quad (36)$$

Fryze :

Puissance apparente r.m.s. :

$$S_f = \sum_k \sqrt{(P_k)^2 + (Q_k)^2} = \sum_k V_k \cdot I_k \quad (37)$$

Puissance apparente système:

$$S_s = \sqrt{P^2 + Q^2} = \sqrt{\sum_k P_k^2} \cdot \sqrt{\sum_k I_k^2} \quad (38)$$

Emanuel A. E. :

Emanuel sépare le courant et la tension effectifs en deux parties :

A. Pour un circuit triphasé quatre fils :

$$I_e = \sqrt{\frac{I_a^2 + I_b^2 + I_c^2 + I_n^2}{3}} \quad (39)$$

$$V_e = \sqrt{\frac{1}{18} [3(V_a^2 + V_b^2 + V_c^2) + V_n^2 + V_n^2 + V_n^2]} \quad (40)$$

B. Pour un circuit triphasé 3 fils :

$$I_n = 0$$

$$I_e = \sqrt{\frac{I_a^2 + I_b^2 + I_c^2}{3}} \quad (41)$$

$$V_e = \sqrt{\frac{1}{9} [V_a^2 + V_b^2 + V_c^2]} \quad (42)$$

Le tableau 4 permet de constater que dans le scénario 1 les phases A et C fournissent de la puissance réactive, absorbée par la phase B. La charge étant résistive la demande totale en puissance réactive est nulle. Le scénario 2 présente le cas d'un autre déséquilibre, mais seule la phase A fournit de la puissance réactive à la phase B. Quand la configuration du circuit change avec la connexion du fil neutre dans le scénario 3, on constate que la phase A ne produit que 25.89 var, quantité qui ne représente que 0,36% de sa valeur dans le scénario 2. La phase B

absorbe à son tour une puissance réactive identique à celle fournie par A. Enfin, dans le scénario 4, on se retrouve dans une situation d'équilibre parfait où les trois phases sont paires. On obtient ainsi la puissance maximale.

## 6. Conclusion.

Nous avons essayé dans ce document d'effectuer une étude comparative des principales théories proposées sur la puissance en régime déformé. L'avancement de notre travail ne nous permet de tirer que des conclusions partielles. Cependant, pour faire un tour complet de la question, nous avons jugé nécessaire d'inclure les recherches des professeurs Czarnecki et Van Wyk, dans la partie du document consacré aux circuits monophasés.

TABLEAU 4

Valeurs	Scénario1	Scénario2	Scénario3	Scénario4
$I_a(A)$	113.69	52.42	59.94	69
$I_b(A)$	103.9	52.42	59.94	69
$I_c(A)$	17.32	13.85	18.87	69
$S_a(VA)$	84540	42736	46778	64898
$S_b(VA)$	84540	42736	46778	64898
$S_c(VA)$	96480	47628	53248	64898
$S_r(VA)$	75400	39880	46778	64898
$P_a(W)$	37800	17450	21590	21690
$P_b(W)$	32400	17450	21590	21690
$P_c(W)$	5400	4985	3685	21690
$P(W)$	75400	39880	46778	64898
$Q_a(Var)$	-15590	-7195	-25.89	0
$Q_b(Var)$	-18710	-7195	-25.89	0
$Q_c(Var)$	-3118	0	0	0
$P_{Fa}$	0.994	0.933	1	1
$P_{Fb}$	0.994	0.933	1	1
$P_{Fc}$	1	1	1	1
$P_{Fa}$	0.798	0.848	0.8789	1
$D_a(VA)$	0.01	0.01	0.001	0.01
$D_b(VA)$	0.01	0.01	0	0.01
$D_c(VA)$	0.01	0.01	0.001	0.01
S <sub>a</sub> et P <sub>Fa</sub> : Puissance apparente et facteur de puissance				
S <sub>b</sub> et P <sub>Fb</sub> : Puissance apparente et facteur de puissance				
S <sub>c</sub> et P <sub>Fc</sub> : Puissance apparente et facteur de puissance				

Les résultats obtenus pour ces deux chercheurs s'intègrent bien dans le cadre de ceux obtenus dans la référence [11]. D'autre part, ces résultats montrent qu'on aurait intérêt à investiguer davantage les théories de Czarnecki. La grande lacune de la théorie de Fryze est le fait qu'on ne peut calculer la valeur de  $Q_F$  en temps réel. Il faut d'abord déterminer la puissance active. L'analyse du tableau 2 nous montre également l'existence de liens entre Fryze et Czarnecki. Le carré de  $Q_F$  est égal à la somme des carrés des autres composantes non actives de Czarnecki. Enfin, nous avons entamé l'étude des circuits triphasés traditionnels. Nous estimons que cette étude nous permettra d'entreprendre, dans un prochain document, celle des montages alimentés par une source non sinusoïdale. Toutefois, on peut constater les échanges de puissances réactives qui s'opèrent entre les trois phases du circuit, même en présence d'une charge résistive. Ces échanges de puissance réactive diminuent considérablement lorsque le neutre du circuit test est connecté, mais ne sont pas totalement nulles. Les résultats

recueillis dans le tableau 4 montrent que le facteur de puissance correspondant à la formule (35) donne toujours 1, quelque soit le scénario. La formule (38) semble mieux refléter la réalité. Aussi, l'un des objectifs de notre prochain document sera d'analyser la même situation à la lumière des formules proposées par Emanuel A.E., Ferrero A. [13] et Czarnecki. On abordera également les montages triphasés déséquilibrés, alimentés par une source non sinusoïdale.

## Remerciements

Benito Midy remercie le département de Génie Électrique de l'Ecole Polytechnique pour son support académique et logistique. Ce projet a été subventionné par le CRSNG.

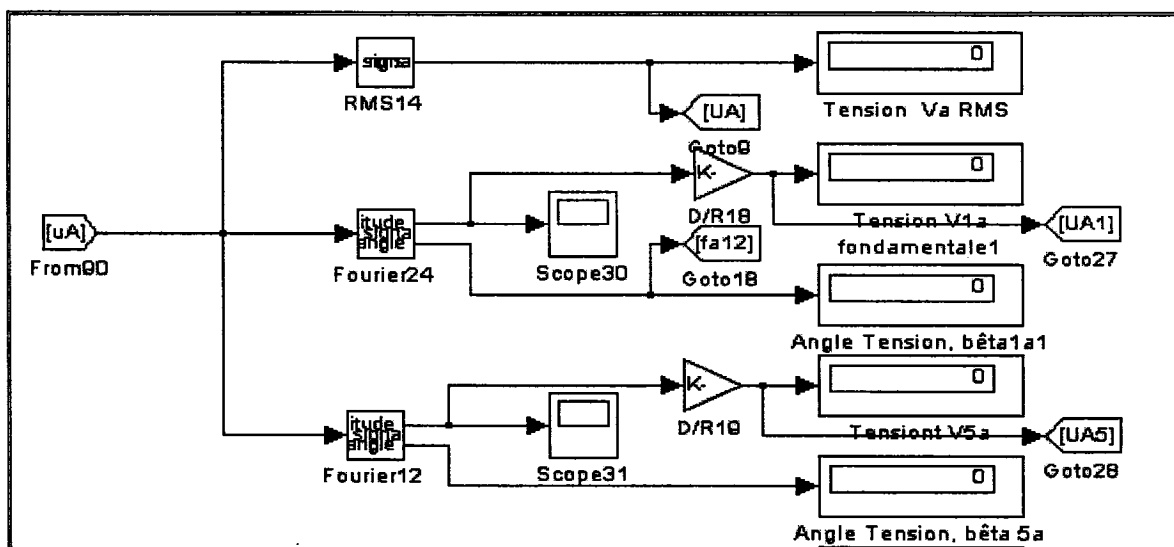
## Références

- [1] Steinmetz, C.P.: "Theory and calculation of alternating current phenomena" McGraw Publishing Company, New York, 1908, chapitres 15, 24 et 30.
- [2] Antoniu, S. "Le régime énergétique déformant. Une question de priorité", REG. 6, 1984, p. 357-62.
- [3] Fryze S., E. "Wirk-Blind-und scheinleistung in Elektrischen Stromkreisen mit nichtsinusförmigen Verlauf von Strom und Spannung", Elektrotechnische Zeitschrift, June, no 25, pp. 596-599, no 26, "pp.625-627, 1932.
- [4] Budeanu C.I., "Puissance réactives et fictives", Institut romain de l'Énergie, Bucarest, 1927.
- [5] S. Fryze, "Active-, reactive-, and apparent powers in networks with non sinusoidal waveforms of voltage and current", Przegł. Elektr. No. 7, 8, 1931, ETZ, Bd. 53, 1932.
- [6] Shepherd, W., and ZAKIKHANI, P.: "Suggested definition of reactive power for non sinusoidal system", IEE Proc. B, 1972, 119, pp. 1361-1362.
- [7] Sharon, D.: "Reactive power definitions and power factor improvement in non linear system", IEE Proc. B, 1973, 120, (6), pp. 704-706.
- [8] Van Wyk, "Power components in a system with sinusoidal and non sinusoidal voltages and/or currents", IEE Proc., Vol. 135, Pt. B, No. 2, March 1988.
- [9] Czarnecki, L.S., "Comparison of power definitions for circuits with non sinusoidal waveforms", IEEE Tutorial Course 90 EH 0327-7-PWR, pp. 43-50.
- [10] Working group IEEE, IEEE Std 1459-2000.
- [11] Arrillaga Jos, Neville R. Watson, S. Chen, "Power System Quality Assessment", John Wiley & Sons, 2000.
- [12] Arrillaga Jos, Neville R. Watson, "Power System Harmonics", Second Edition, John Wiley & Sons, 2003.
- [13] Ferrero Alessandro, "A New Approach to the Definition of Power Components in Three-Phase Systems Under Nonsinusoidal Conditions", IEEE Trans. on Inst. and Meas., Vol. 40, No. 3, June 1991.

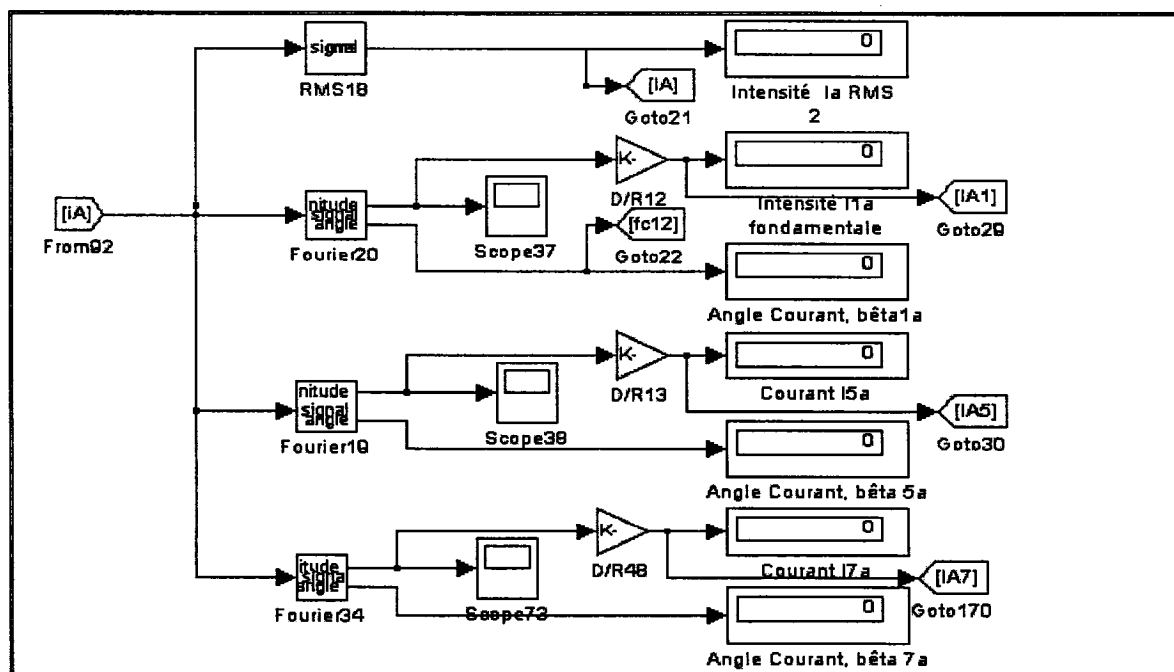
## **ANNEXE E**

### **MODULES ET SCHÉMAS DIVERS**

### Module de transformation des tensions instantanées des phases A,B et C en phaseurs

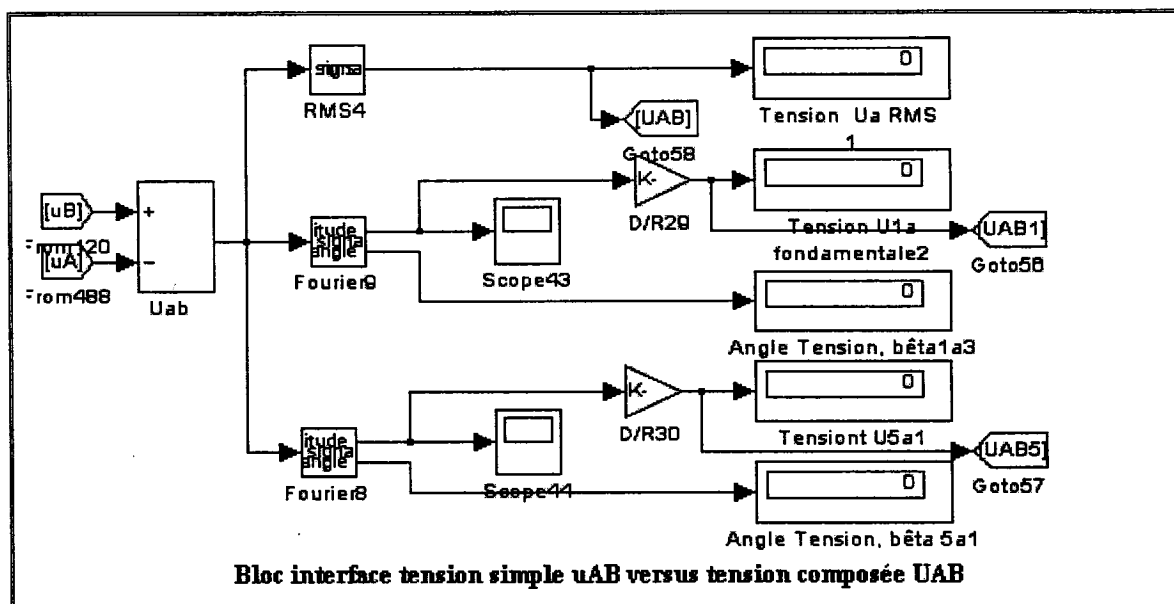


### Module de transformation des courants instantanées des phases A,B et C en phaseurs





### Module de transformation des tensions composées instantanées des phases AB, BC, CA en phaseurs



### Module de calcul de la puissance apparente de la phase A, théorie d'Emanuel A.E.

