

**Titre:** Développement d'un tomographe pour la visualisation des  
Title: écoulements polyphasiques

**Auteur:** Youssef Gaboune  
Author:

**Date:** 2005

**Type:** Mémoire ou thèse / Dissertation or Thesis

**Référence:** Gaboune, Y. (2005). Développement d'un tomographe pour la visualisation des  
Citation: écoulements polyphasiques [Mémoire de maîtrise, École Polytechnique de  
Montréal]. PolyPublie. <https://publications.polymtl.ca/7618/>

 **Document en libre accès dans PolyPublie**  
Open Access document in PolyPublie

**URL de PolyPublie:** <https://publications.polymtl.ca/7618/>  
PolyPublie URL:

**Directeurs de  
recherche:** Jamal Chaouki  
Advisors:

**Programme:** Non spécifié  
Program:

UNIVERSITÉ DE MONTREAL

DEVELOPPEMENT D'UN TOMOGRAPHE POUR LA VISUALISATION DES  
ÉCOULEMENTS POLYPHASIQUES

YOUSSEF GABOUNE

DÉPARTEMENT DE GÉNIE CHIMIQUE  
ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

MÉMOIRE PRÉSENTÉ EN VUE DE L'OBTENTION  
DU DIPLOME DE MAITRISE ES SCIENCES APPLIQUÉES  
(GÉNIE CHIMIQUE)

NOVEMBRE 2005

© Youssef Gaboune, 2005.



Library and  
Archives Canada

Bibliothèque et  
Archives Canada

Published Heritage  
Branch

Direction du  
Patrimoine de l'édition

395 Wellington Street  
Ottawa ON K1A 0N4  
Canada

395, rue Wellington  
Ottawa ON K1A 0N4  
Canada

*Your file    Votre référence*

*ISBN: 978-0-494-16784-7*

*Our file    Notre référence*

*ISBN: 978-0-494-16784-7*

#### NOTICE:

The author has granted a non-exclusive license allowing Library and Archives Canada to reproduce, publish, archive, preserve, conserve, communicate to the public by telecommunication or on the Internet, loan, distribute and sell theses worldwide, for commercial or non-commercial purposes, in microform, paper, electronic and/or any other formats.

The author retains copyright ownership and moral rights in this thesis. Neither the thesis nor substantial extracts from it may be printed or otherwise reproduced without the author's permission.

#### AVIS:

L'auteur a accordé une licence non exclusive permettant à la Bibliothèque et Archives Canada de reproduire, publier, archiver, sauvegarder, conserver, transmettre au public par télécommunication ou par l'Internet, prêter, distribuer et vendre des thèses partout dans le monde, à des fins commerciales ou autres, sur support microforme, papier, électronique et/ou autres formats.

L'auteur conserve la propriété du droit d'auteur et des droits moraux qui protègent cette thèse. Ni la thèse ni des extraits substantiels de celle-ci ne doivent être imprimés ou autrement reproduits sans son autorisation.

---

In compliance with the Canadian Privacy Act some supporting forms may have been removed from this thesis.

Conformément à la loi canadienne sur la protection de la vie privée, quelques formulaires secondaires ont été enlevés de cette thèse.

While these forms may be included in the document page count, their removal does not represent any loss of content from the thesis.

Bien que ces formulaires aient inclus dans la pagination, il n'y aura aucun contenu manquant.

  
**Canada**

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

Ce mémoire intitulé :

DÉVELOPPEMENT D'UN TOMOGAPHE POUR LA VISUALISATION DES  
ÉCOULEMENTS POLYPHASIQUES

présenté par : GABOUNE Youssef

en vue de l'obtention du diplôme de : Maîtrise ès sciences appliquées

a été dument accepté par le jury d'examen constitué de :

M. BERTRAND François, Ph.D., président

M. CHAOUKI Jamal, Ph.D., membre et directeur de recherche

M. GOUSSARD Yves, Ph.D., membre

A qui m'a appris  
ce que je ne savais pas.

## REMERCIEMENTS

Je tiens en premier lieu à remercier mon directeur de recherche M. Jamal Chaouki pour toute la confiance et le temps qu'il m'a accordés durant ce projet. Grâce à des discussions sur des sujets scientifiques très diversifiées, j'ai pu apprécier différentes dimensions de la philosophie des sciences de l'ingénieur. La rigueur, l'analyse en profondeur et l'audace de la créativité sont trois attitudes qui m'ont réellement inspiré. Mes remerciements vont aussi à Greg Kennedy, pour ses explications et conseils précieux sur les sources et instruments de mesure de radiation, et à M. François Bertrand et M. Yves Goussard pour leur évaluation de mon travail et son enrichissement par leurs commentaires.

Merci à Salma, ma très chère épouse, pour ses encouragements et son soutien sans faille dans les moments difficiles. Ma reconnaissance va avant tout à mes parents qui ont fait beaucoup de sacrifices pour mon éducation.

Je remercie également mes collègues Brahim, Rachid, Julien, Ramin et toute l'équipe de mon bureau et celle du groupe de réacteurs et des poudres pour ces deux années très édifiantes, et toutes les personnes qui ont contribué de près ou de loin à ce travail.

## RÉSUMÉ

Les réacteurs polyphasés sont utilisés très fréquemment dans l'industrie en général et particulièrement dans l'industrie pétrolière, pétrochimique et biochimique. Des mesures expérimentales locales et fiables sont nécessaires à une bonne compréhension des phénomènes hydrodynamiques dans ces réacteurs. On cherche ainsi à avoir des mesures locales précises sans perturber l'écoulement. La tomographie à rayons gamma est une technique non intrusive fiable qui permet d'obtenir des profils de densités 2D locaux, et qui est particulièrement pertinente pour l'étude des réacteurs industriels opaques et les milieux denses.

Le projet de maîtrise a consisté à développer un tomographe à rayons gamma de troisième génération pour visualiser les écoulements stationnaires dans des réacteurs polyphasiques.

Les deux premières générations de tomographes ne permettaient pas d'obtenir des résolutions spatiales suffisamment intéressantes, à cause du nombre de projections (mesures des détecteurs) restreint par vues (positions de source) qu'imposait leur configuration géométrique.

Le tomographe développé dans le cadre de ce travail, a été amélioré par rapport à sa configuration précédente (Lepage, 1997) par l'ajout d'une table rotative de détecteurs, indépendante de la table de la source, qui permet à présent d'aller mesurer beaucoup plus de projections par vue, et d'obtenir par conséquent une meilleure résolution spatiale. Deux méthodes de reconstruction d'images ont été utilisées dans cette étude.

La première méthode, analytique, est basée sur le principe de rétroprojection filtrée et fait appel à la fonction Matlab Ifanbeam. La seconde (Tomplex) est une méthode itérative adaptée à la nouvelle configuration du tomographe, que nous avons développée et qui est basée sur la résolution d'un système d'équations avec la méthode des moindres carrés. Le code de reconstruction itératif a été validé sur des objets de dimensions connues. Le tomographe a ensuite été utilisé pour obtenir des images en coupe d'un lit à jet de 152 mm de diamètre, avec des billes de verre de 3 mm de diamètre. L'erreur obtenue a été mesurée en comparant les dimensions des objets sur les images (81 pixels de 2x2 mm) à leurs dimensions réelles. L'erreur obtenue est de  $\pm 4$  mm. L'algorithme Tomplex élaboré offre de meilleurs résultats quantitatifs que l'algorithme Ifanbeam pour le tomographe développé. Ces résultats sont obtenus grâce à un calcul rigoureux des trajectoires des rayons par les pixels, et la possibilité de faire converger l'algorithme Tomplex vers la solution avant la reconstruction du bruit, en introduisant un critère d'arrêt précoce des itérations. Roy et *al.* (1994) ont trouvé avec la technique de traçage de particule radioactive (RPT) un diamètre de jet de 52 mm en moyenne après avoir accumulé 400 000 coordonnées successives en 3.5h avec une erreur absolue moyenne de 10 mm/s de la vitesse verticale moyenne. Dans les mêmes conditions opératoires, Les images obtenues avec le tomographe indiquent un diamètre moyen de jet de 49 mm



## ABSTRACT

Multiphase reactors are widely used in petroleum, petrochemical and biochemical industries. In the present work, a new third generation gamma-ray transmission scanner to measure density distribution across multiphase reactors was developed. Measurements were validated with objects of known dimensions. In this new configuration, the experimental setup was modified from its previous configuration (Lepage, 1997) by installing a sector table over the main rotating table. Seven 2 inch NaI(Tl) detectors are installed over the sector table which moves independently of the main rotating table with a step motor. This configuration allowed us to simulate 10 to 15 times the number of detectors.

The images are reconstructed from the experimental measurements using two types of Matlab reconstruction algorithms: Ifanbeam (filtered backprojection) and Tomplex (iterative least-square technique) which was developed for our specific configuration. The experiments of the validation step are conducted with a known dimensions object (air-water system). Experimental investigations are then conducted in a spouted bed reactor, and flow images obtained with both reconstruction methods of 2mm pixel size (spatial resolution) are compared.

## TABLE DES MATIÈRES

<b>DÉDICACE .....</b>	<b>IV</b>
<b>REMERCIEMENTS.....</b>	<b>V</b>
<b>RÉSUMÉ.....</b>	<b>VI</b>
<b>ABSTRACT .....</b>	<b>VIII</b>
<b>TABLE DES MATIÈRES .....</b>	<b>IX</b>
<b>LISTE DES TABLEAUX.....</b>	<b>XI</b>
<b>LISTE DES FIGURES .....</b>	<b>XII</b>
<b>LISTE DES SYMBOLES ET ABRÉVIATIONS.....</b>	<b>XIV</b>
<b>LISTE DES ANNEXES .....</b>	<b>XV</b>
<b>CHAPITRE I INTRODUCTION .....</b>	<b>1</b>
1.1    Problématique .....	1
1.2    Objectifs et méthodologie .....	3
<b>CHAPITRE 2 REVUE DE LA LITTÉRATURE .....</b>	<b>6</b>
2.1    Notions de radioactivité .....	6
2.1.1    Historique d'utilisation des rayons X et $\gamma$ .....	6
2.1.2    Sources radioactives et radioprotection .....	8
2.1.3    L'interaction des rayons $\gamma$ avec la matière .....	10
2.1.4    La détection photonique .....	12
2.2    Principes de la tomographie .....	14
2.2.1    Techniques tomographiques (Chaouki et <i>al.</i> 1997) .....	14
2.2.2    Loi de Beer-Lambert .....	21
2.3    Méthodes de reconstruction d'images.....	23
2.4    Configurations de tomographes .....	30

<b>CHAPITRE 3 PARTIE EXPÉRIMENTALE .....</b>	<b>36</b>
3.1 Description du montage .....	36
3.1.1 Conception et évolution du tomographe .....	36
3.1.2 Source et collimateurs .....	39
3.1.3 Détecteurs à scintillation et système d'acquisition .....	41
3.2 Programmes de reconstruction d'images : Ifanbeam et Tomplex.....	45
3.3 Expériences de calibration .....	56
3.3.1 Calibration des détecteurs .....	56
3.3.2 Protocole expérimental.....	63
3.4 Validation avec des géométries connues.....	65
3.5 Expériences sur le lit à jet .....	74
3.6 Sources d'erreur .....	86
<b>CHAPITRE 4 CONCLUSION.....</b>	<b>91</b>
<b>RÉFÉRENCES.....</b>	<b>93</b>
<b>ANNEXE A.....</b>	<b>97</b>

## LISTE DES TABLEAUX

Tableau 1.1 : Limites de dose ionisante annuelles (Santé Canada).....	9
Tableau 2.1 : Techniques tomographiques (Chaouki et al., 1997).....	18
Tableau 2.2 : Méthodes analytiques et itératives les plus connues (Lepage, 1997).	27
Tableau 3.1 : Quelques paramètres fixés dans l'étude de Lepage (1997).....	37
Tableau 3.2 : Diamètre réel et reconstruit de la colonne d'eau.....	72
Tableau 3.3 : Comparaison des diamètres de jet de la RPT avec la tomographie à $z = 140\text{mm}$ .....	86

## LISTE DES FIGURES

Figure 2.1 : Equation de Beer-Lambert pour l'atténuation de rayons gamma.....	23
Figure 2.2 : Transformée de Radon 2D pour la géométrie de rayonnement parallèle...	25
Figure 2.3 : Schématisation du principe de rétroprojection. ....	26
Figure 2.4 : Générations de tomographes gamma. Les flèches droites indiquent la translation et les flèches incurvées la rotation.....	31
Figure 3.1 : a) Configuration initiale (Lepage, 1997), b) configuration actuelle.....	39
Figure 3.2 : Schéma de la source de $^{137}\text{Cs}$ .....	40
Figure 3.3 : Schéma de la vue de dessus du système porte source-objet-arc de détecteurs.....	42
Figure 3.4 : Schéma du collimateur de plomb arrangé devant chaque détecteur.....	42
Figure 3.5 : Schéma du porte-source de plomb.....	43
Figure 3.6 : a) vue de l'intérieur de l'enceinte de plomb, b) vue de l'extérieur du tomographe.....	44
Figure 3.7 : Schéma de la configuration en éventail et de ses paramètres dans Ifanbeam.(Mathworks).....	47
Figure 3.8 : Schéma de la construction du système d'équations à inverser de Tomplex, avec le modèle du faisceau sans épaisseur. ....	51
Figure 3.9 : Procédure d'inversion du système d'équations par la fonction lsqr.....	53
Figure 3.10 : a) images virtuelles originales, b) images reproduites par Tomplex.....	54
Figure 3.11 : Pic d'énergie à 662 KeV de la source de Cs-137.....	56
Figure 3.12 : Source $^{137}\text{Cs}$ 6 $\mu\text{Ci}$ à 5mm de chacune des 70 positions de détections. ...	58
Figure 3.13 : photographie du théodolite .....	59
Figure 3.14 : a) taux de comptage idéal pour les positions de détection b) schéma simplifié de la détection pour une position de la source. ....	61
Figure 3.15 : Taux de comptage photonique par position de détection pour une vue avec la source de $^{137}\text{Cs}$ de 18mCi avec collimateurs. ....	62

Figure 3.16 : Reconstruction de l'image de la colonne pleine d'eau avec ifanbeam.....	67
Figure 3.17 : Reconstruction de l'image de la colonne pleine d'eau avec Tomplex pour 3 et 5 itérations.....	68
Figure 3.18 : Reconstruction de l'image de la colonne pleine d'eau avec Tomplex pour 7 et 10 itérations.....	69
Figure 3.17 : Reconstruction de l'image de la colonne pleine d'eau avec Tomplex pour 15 et 100 itérations.....	70
Figure 3.25 : Schéma du lit à jet. (Roy et <i>al.</i> ,1994) .....	76
Figure 3.26 : Profil radial de la vitesse moyenne verticale de particule à différents niveaux du lit à jet. $U/U_{ms} = 1,3$ ; $H = 314mm$ .....	77
Figure 3.27 : Forme du jet obtenu lors de l'expérience de poursuite de particule radioactive. La ligne horizontale rouge représente le niveau de prise de mesure avec Tomplex. $U/U_{ms} = 1,3$ ; $H = 314mm$ .....	78
Figure 3.28 : Champ de vitesse eulérien moyen de l'écoulement solide symétrique axialement dans le lit à jet. La ligne horizontale rouge représente le niveau de prise de mesure avec Tomplex. ....	79
Figure 3.29 : Reconstruction de la coupe du lit à jet avec ifanbeam avec et sans filtrage-seuillage, à $z=140mm$ avec une palette de 64 couleurs.....	81
Figure 3.30 : Reconstruction de la coupe du lit à jet avec ifanbeam avec et sans filtrage-seuillage, à $z=140mm$ avec une palette de dégradé de noir vers le blanc. ....	82
Figure 3.31 : Reconstruction de la coupe du lit à jet avec Tomplex pour 3, 5, 7 et 100 itérations, à $z=140mm$ avec une palette de 64 couleurs.....	83
Figure 3.32 : Reconstruction de la coupe du lit à jet avec Tomplex pour 3, 5, 7 et 100 itérations, à $z=140mm$ avec une palette de dégradé de noir vers le blanc. ....	84

## LISTE DES SYMBOLES ET ABRÉVIATIONS

$I_0$	Comptage photonique sans objet	$Ci$	Curies
$I$	Comptage photonique avec objet	$Sv$	Sievert
$RPT$	Radioactive Particle Tracking	$keV$	Kilo electron-volt
$d_r$	Diamètre de réacteur	$d_{sd}$	Distance source-détecteurs
$d_{coll}$	Diamètre du trou de collimateur	$M$	Facteur de magnification
$S$	Diamètre caractéristique de la source	$\Delta x$	Résolution spatiale
$px$	Pixel	$H_A$	Hauteur de lit au repos
$U_{ms}$	Vitesse minimale de jet	$U$	Vitesse superficielle
$\mu_{lin}$	Coefficient d'atténuation linéique	$\mu_{massique}$	Coefficient d'atténuation massique

**LISTE DES ANNEXES**

Annexe A : Code Matlab du programme Tomplex.....	97
--	----



## CHAPITRE I

### INTRODUCTION

#### 1.1 Problématique

Les réacteurs polyphasés sont utilisés très fréquemment dans l'industrie en général et particulièrement dans l'industrie chimique. Le traitement de deux phases ou plus (gaz-liquide-solide) est très commun dans le domaine de la mise en œuvre des carburants. Ces réacteurs sont aussi très utilisés pour la fabrication d'aliments, de produits pharmaceutiques et dans la synthèse de matériaux polymères.

Malgré l'utilisation massive des systèmes polyphasiques, la conception des réacteurs est effectuée généralement en se basant sur des corrélations empiriques, des règles de pouce, et de l'intuition... La structure locale de l'écoulement est très complexe et le lien entre l'échelle microscopique et l'échelle macroscopique n'a pas été encore clairement établi. Par conséquent la compréhension de nombreux problèmes hydrodynamiques rencontrés avec ces écoulements reste incomplète. Le manque d'information structurelle et dynamique détaillée et les difficultés mathématiques associées à l'aspect aléatoire de l'écoulement polyphasique, sont les raisons principales qui empêchent de traiter ces écoulements sur une base purement théorique.

Des données expérimentales fiables sont ainsi nécessaires à une bonne compréhension de ces écoulements complexes. Ces données expérimentales dépendent à leur tour des techniques de mesures sophistiquées capables d'effectuer des mesures non intrusives

locales sur une partie ou sur l'ensemble de l'écoulement. Il est préférable que ces techniques soient automatisées pour réduire une intervention humaine trop fréquente dans le processus de collecte de donnée. Les progrès dans la modélisation des phénomènes de transfert dans les réacteurs polyphasiques dépendent grandement de la disponibilité de ces outils expérimentaux qui fournissent les données pour l'évaluation et la validation des modèles et leur amélioration subséquente.

Les progrès dans les technologies de l'instrumentation et dans le contrôle assisté par ordinateur ont permis des évolutions spectaculaires dans le développement des techniques de mesure non intrusives et de visualisation des écoulements polyphasiques. Actuellement, il existe plusieurs techniques vélocimétriques disponibles qui permettent d'évaluer les champs de vitesse des particules dans le réacteur, mais aussi des techniques tomographiques qui permettent d'obtenir des données structurales sur les écoulements (Chaouki et *al.*, 1997).

La tomographie à transmission de rayons gamma est une des techniques d'imagerie les plus reconnues. Cette technique d'investigation non intrusive a ouvert la voie à une meilleure compréhension des propriétés hydrodynamiques des écoulements polyphasiques. Au sein du département de génie chimique sous la direction du professeur Chaouki, des études ont été menées dans le but de mettre au point un tomographe de troisième génération à transmission de rayons gamma (Lepage, 1997). Le projet bénéficie de l'avantage de la présence du réacteur nucléaire Slowpoke de l'Ecole Polytechnique en plus des unités de détection des systèmes de poursuite de particules radioactives (RPT) disponibles dans notre laboratoire. En effet, le laboratoire

est un pionnier dans la technique de poursuite de particules radioactives. Celle-ci permet de déterminer les champs de vitesses tridimensionnels de particules à l'intérieur de la colonne ainsi que des paramètres de turbulence. La tomographie gamma permet quant à elle de cartographier un profil de densité 2D et de repérer les écoulements en régime permanent. Les mesures obtenues par la tomographie fournissent des données complémentaires et peuvent éventuellement valider des hypothèses qu'on pourrait formuler sur l'hydrodynamique dans le réacteur à partir de la RPT.

## **1.2 Objectifs et méthodologie**

L'objectif général de ce travail de recherche consiste à développer un nouveau tomographe de 3<sup>ème</sup> génération opérationnel et valider ses mesures qui permettent de déterminer le taux de rétention local pour chacune des phases présentes. Les mesures acquises par le tomographe sont instantanées mais les paramètres hydrodynamiques sont moyennés dans le temps. Ainsi une fois mis au point, le tomographe ne permettra d'étudier que les phénomènes hydrodynamiques stationnaires (ou pseudo-stationnaires avec des constantes de temps supérieures au temps de mesure total) pour des écoulements polyphasiques comme le séchage de grains de blé dans les lits à jet, l'étude des réacteurs à bulles et à suspensions...

Ce travail complété, il sera désormais possible d'obtenir des images tomographiques sur des réacteurs polyphasiques avec des diamètres pouvant aller jusqu'à 20 cm avec une résolution spatiale d'environ 2 mm, et de ce fait amener le laboratoire de recherche

aux premiers rangs des laboratoires de tomographie gamma pour les procédés chimiques dans le monde.

Un objectif spécifique de ce travail de recherche est l'utilisation du tomographe pour repérer les phases denses (annulaire) et diluées (jet) d'un lit à jet, et comparer le positionnement de la surface du jet par rapport à celui obtenu avec la RPT dans les mêmes conditions opératoires.

Méthodologie Le projet s'articule comme suit :

1. Construire le tomographe et automatiser ses mouvements de rotation ainsi que l'acquisition des données de détection.
2. Élaborer un programme de reconstruction d'images adapté à la configuration du tomographe pour visualiser les images en coupe à partir des données de projections acquises.
3. Calibrer et valider les mesures du système avec des objets à géométries connues (fantômes)
4. Expérimenter le tomographe sur un lit à jet de billes de verre et comparer les résultats avec ceux obtenus par la RPT concernant le diamètre du jet.

Une revue des principaux travaux portant sur le développement des générations de tomographes et leurs applications dans le domaine des procédés industriels (principalement l'étude des lits fluidisés) de ces 30 dernières années sera présentée.

On présentera par la suite les étapes de développement structurel et d'automatisation du tomographe, ainsi que les deux programmes de reconstruction d'images développés en Matlab. La phase de construction du tomographe est suivie par une étape de validation lors de laquelle des images d'objets à géométrie et coefficients d'atténuation connus (fantômes) sont reconstruites avec les deux programmes : Ifanbeam et Tomplex.

Une fois la reconstruction d'images validée, des images en coupe de la densité 2D d'un lit à jet de 152 mm de diamètre avec des billes de verre de 3mm de diamètre sont présentées. Ces résultats sont comparés ensuite à ceux obtenus dans les mêmes conditions avec la RPT (Roy et *al.*, 1994) . Dans la fin de cette partie, une discussion de certaines sources d'erreur importantes dans le processus d'acquisition et de reconstruction d'images sera effectuée.

## **CHAPITRE 2**

### **REVUE DE LA LITTÉRATURE**

#### **2.1 Notions de radioactivité**

##### **2.1.1 Historique d'utilisation des rayons X et $\gamma$**

Il paraît intéressant d'introduire cette section par un aperçu historique de développement des études de radiation X et gamma, afin d'apprécier la percée scientifique qu'a constituée l'utilisation de ces types de rayonnement pour les techniques tomographiques. En effet cette percée est fondée sur la brillante idée d'exploiter les propriétés de pénétration, de propagation linéaire et d'atténuation des rayons gamma lors de leur passage à travers des milieux de différentes densités, pour obtenir des images en coupe de corps fluides et solides.

Les rayons X ont en fait été découverts accidentellement par un physicien allemand, Wilhelm Konrad Röntgen, en 1895. Quelques années plus tard, en 1901, Röntgen recevait le premier prix Nobel de physique pour sa découverte. Dès lors, cette technique est devenue un des outils les plus importants et les plus utilisés en médecine clinique. Actuellement, la technique d'imagerie traditionnelle des rayons X ne diffère guère énormément de celle de Röntgen: Un objet est irradié par des photons en provenance d'une source de rayons X et des photons transmis sont enregistrés sur un écran photographique. Puisque l'atténuation des rayons X dans les tissus est

proportionnelle à la densité d'électrons, l'intensité du rayonnement X qui traverse une région de faible densité (ex: muscle) serait plus grande que celle qui traverserait une région de plus grande densité (ex: os). En d'autres termes le niveau de gris de l'image est inversement proportionnel à l'atténuation du tissu dans la trajectoire du rayonnement.

Cette méthode clinique extrêmement utilisée présente cependant quelque sérieux désavantages. L'image bidimensionnelle obtenue est une superposition complexe de toutes les structures du corps tridimensionnel. L'information de profondeur se trouve donc perdue. De plus la taille d'un objet sur l'image dépend de sa distance avec la source de rayons X, ce qui résulte en une distorsion du facteur d'échelle de l'image. Le contraste des images souffre aussi d'une faible plage de variation des coefficients d'atténuation dans le corps humain. Toutes ces lacunes ont en revanche trouvé leur solution dans la tomographie assistée par ordinateur. Durant la dernière décennie, l'utilisation de la tomographie a augmenté de manière significative comme outil de diagnostic dans les hôpitaux. En fait, l'idée de la tomographie n'est pas nouvelle. La base mathématique pour cette approche a été développée par le mathématicien autrichien Johan Radon en 1917. Beaucoup plus tard au début des années 60, Allan Cormack publie une étude sur la tomographie assistée par ordinateur comme une nouvelle approche pour l'imagerie. Le premier tomographe est construit par l'équipe de Godfrey N. Hounsfield en Angleterre en 1972. Pour ces travaux, Cormack et Hounsfield reçoivent le prix Nobel en physiologie et en médecine de 1979.

### **2.1.2 Sources radioactives et radioprotection**

Les types de radiation les plus communément utilisés en tomographie sont les rayons X et les rayons gamma. Ce sont des photons de radiation électromagnétique avec une masse et une charge nulles, et une très courte longueur d'onde avec un degré de pénétration proportionnel à leur énergie. La principale différence entre ces deux types de radiation réside dans leur origine. Les rayons X sont émis suite à un bombardement d'un matériau avec des électrons à haute vitesse, principalement avec des accélérateurs. Le tungstène et le molybdène sont les deux matériaux cibles les plus utilisés pour ce dispositif. L'énergie transportée par les rayons X est généralement faible, c'est pourquoi les radio-isotopes émetteurs de rayons gamma, plus pénétrants, sont davantage utilisés dans la tomographie des procédés industriels.

Le taux de désintégration d'un radio-isotope est exprimé en curies (Ci) et correspond à  $3,7 \times 10^{10}$  désintégrations par seconde. Le nombre de désintégrations est proportionnel au nombre de photons émis par la source. Pour les mesures en régime permanent, le millicurie est un ordre de grandeur adéquat. Dans le cas de mesures en régime transitoire et des épaisseurs de parois importantes, des intensités de source de l'ordre du curie sont nécessaires. Le choix d'une partie radioactive est généralement effectué en tenant compte de la demi-vie de l'isotope, de l'énergie photonique et de sa distribution.

Dans un souci de protection contre les rayonnements nocifs, les sources utilisées sont scellées. Il est primordial de minimiser la distance par rapport à la source et le temps d'exposition au rayonnement de l'utilisateur. La dose absorbée par l'individu exposé est inversement proportionnelle au carré de la distance par rapport à la source.



On mesure la dose absorbée à partir de la distance par rapport à la source  $d_s$ , avec la relation suivante :

$$Dose = \frac{k}{(ds)^2} \quad \text{Équation 1}$$

Le tableau ci-dessous présente les limites de dose canadiennes actuelles pour l'exposition aux sources de rayonnement autorisées :

**Tableau 3.1 : Limites de dose ionisante annuelles (Santé Canada)**

<b>Groupe de population</b>	<b>Limites de dose sur cinq ans</b>	<b>Limites de dose annuelles</b>
Travailleur	100 mSv	50 mSv
Public	-	1 mSv

Le sievert (Sv) est une unité utilisée pour exprimer les effets biologiques d'un rayonnement ionisant absorbé. Étant donné que le sievert représente une dose de rayonnement très grande; le millisievert (mSv) est l'unité généralement utilisée. Le nom a été donné en l'honneur du physicien suédois M. Rolf M. Sievert.

### **2.1.3 L'interaction des rayons $\gamma$ avec la matière**

Pour pouvoir exploiter efficacement les propriétés de ces sources dans la technique tomographique, il est important de connaître quelques aspects sur l'émission photonique des sources gamma, et de l'interaction du rayonnement avec la matière.

#### **L'émission**

La radiation gamma est émise par des noyaux excités durant leur transition vers un niveau nucléaire inférieur. Dans la plupart des sources utilisées en laboratoire, les états d'excitation nucléaires sont obtenus suite à la désintégration d'un radio-noyau parent.

Les sources de rayonnement gamma basées sur la désintégration  $\beta$  sont généralement limitées à des énergies inférieures à environ 2.8 MeV.

L'interaction de la radiation gamma avec la matière est principalement de trois types : l'effet photoélectrique, la diffusion Compton et la production de paires. Dépendamment de l'énergie de la radiation, différents phénomènes peuvent dominer. Aux faibles énergies, l'effet photoélectrique domine alors qu'à des énergies intermédiaires c'est la diffusion Compton qui est la plus importante, et finalement aux énergies élevées c'est le mécanisme de production de paires qui va dominer.

Dans la gamme d'énergies d'intérêt pour l'imagerie médicale, des énergies relativement faibles comprises entre 10 et 60 keV, l'effet photoélectrique est le phénomène clairement dominant.

### **L'effet photoélectrique**

L'effet photoélectrique est la complète absorption d'un photon incident suite à l'interaction avec un électron atomique. Toute l'énergie du photon est transférée à un électron qui est émis de l'atome avec une énergie  $T_e$  donnée par :

$$T_e = E_c - E_b \quad \text{Équation 2}$$

Où  $E_c$  est l'énergie du photon et  $E_b$  est l'énergie de liaison atomique de l'électron. À partir de cette relation, il est évident qu'il est nécessaire que l'énergie du photon excède celle de l'énergie de liaison atomique de l'électron afin que le phénomène photoélectrique puisse avoir lieu.

### **La diffusion Compton**

Le phénomène de diffusion Compton est la déviation des photons sur des électrons initialement libres. Il n'y a bien sûr pas d'électrons libres dans la matière mais si l'énergie du photon est grande comparée à l'énergie de liaison de l'électron, alors l'électron peut être considéré comme libre. Le photon n'est pas absorbé, il perd juste un peu de son énergie et continue après un changement de direction.

### **La production de paires**

Ce phénomène est prépondérant lorsqu'un photon gamma incident d'une énergie au moins égale à 1,02 MeV ( $E_{\min} = 1,02 \text{ MeV}$ ) se transforme en particules bêta  $^-$  et bêta  $^+$

en entrant dans le champ électrique du noyau. Ce processus crée un négatron et un positron qui perdent ensuite leur énergie par phénomène d'ionisation du milieu. Le positon s'annihile avec un électron, ce qui conduit à l'émission de 2 photons gamma d'énergie individuelle 511 keV en sens opposés.

#### **2.1.4 La détection photonique**

Les systèmes de détection les plus communément utilisés pour mesurer les flux photoniques de rayons gamma sont les détecteurs à scintillation. Ils sont composés d'une combinaison de cristal à scintillation, d'une photocathode et d'un photomultiplicateur qui produit une tension proportionnelle à l'intensité de la radiation incidente. Ces détecteurs présentent un taux de comptage de plus de  $10^{10}$  événements par seconde. Dans le cas d'un régime transitoire, on optera plus pour des matériaux organiques qui présentent des temps de recouvrement courts, mais de faibles efficacités de conversion. Dans le cadre de cette étude où l'on s'intéresse à des mesures en régime permanent, on choisit généralement un cristal de grande efficacité de conversion et un faible temps de recouvrement.

En 1948, Robert Hofstadler fut le premier à démontrer le phénomène de scintillation à la base de la technologie des détecteurs NaI(Tl) qui est utilisée en tomographie gamma. Il a démontré que lorsque des traces d'iodure de thallium (de l'ordre de  $10^{-3}$  frac. mol.) sont ajoutées à l'état fondu, à de l'iodure de sodium cristallin, une importante scintillation lumineuse est produite en comparaison à celle obtenue avec des matériaux

organiques. La propriété la plus importante du NaI(Tl) est justement son excellent rendement lumineux. A l'instar des autres scintillateurs inorganiques, le NaI(Tl) montre une petite mais mesurable non proportionnalité entre la réponse de scintillation et l'énergie déposée par le photon. Il est à noter que le cristal de ces détecteurs présente une certaine fragilité et peut être facilement endommagé par des chocs mécaniques ou thermiques. Ceci n'a pas empêché le NaI(Tl) de devenir le matériau de scintillation standard pour la tomographie gamma, et c'est ce type de détecteur que nous avons choisi d'utiliser pour le tomographe.

## **2.2 Principes de la tomographie**

### **2.2.1 Techniques tomographiques (Chaouki et al. 1997)**

Il existe plusieurs types de tomographies et celles-ci sont basées sur différents phénomènes physiques comme la transmission, l'émission ou la diffraction de rayonnement. Elles peuvent être de nature radioactive, optique, magnétique, acoustique ou électrique. Ces techniques se distinguent selon qu'on opte pour une meilleure résolution spatiale ou temporelle. En plus de la technique de tomographie à transmission de rayons X dont le principe ressemble à celui de la tomographie à transmission gamma et dont la différence dans la nature du rayonnement a été décrite dans la section 2.1.2, on peut citer :

#### **La tomographie à transmission de neutrons**

Cette technique est utilisée pour l'étude des systèmes avec plus de 2 phases, où une seule phase produit un contraste dû à sa composition importante en neutrons thermiques (ex: hydrogène, bore).

#### **La tomographie à émission de positrons (PET)**

Il s'agit d'une technique basée sur la désintégration d'un traceur radioactif via l'émission d'un positron. Le noyau du traceur, riche en protons, convertit un proton en un neutron non chargé, expulsant un positron. Le positron émis se combine à un électron par annihilation mutuelle, ce qui conduit à l'émission de 2 rayons gamma en

sens opposé. Pour les applications médicales, on utilise des traceurs avec une courte demi-vie ( $^{15}\text{O}$  2 min,  $^{18}\text{F}$  110 min) contrairement aux applications non médicales ( $^{64}\text{Cu}$  12.7h,  $^{22}\text{Na}$  2.6 années). La tomographie à émission de positrons a été récemment utilisée pour l'étude des lits fluidisés (Dechsiri et *al.*, 2005) .

### **La tomographie à émission monophotonique (SPECT)**

Il s'agit d'une technique similaire à la tomographie à émission de positrons. Les substances radioactives utilisées en SPECT (Single Photon Emission Computed Tomography) comme le Xenon-133, Technetium-99 ou encore Iodine-123, émettent 1 rayon gamma au lieu de deux et ont des temps de désintégration plus longs que ceux utilisés en PET. Pour cette dernière, raison les dispositifs de SPECT n'ont pas besoin d'être toujours situés proche d'un accélérateur de particules contrairement à ceux de la PET. La technique SPECT peut fournir des informations sur l'écoulement sanguin et sur la distribution des substances radioactives dans le corps. Ses images sont moins détaillées que les images de la PET, mais la technique de SPECT est définitivement moins chère que la PET.

### **La tomographie à diffraction de rayons X**

Cette technique est basée sur la déviation de Rayleigh de rayons X à faibles énergies à travers la matière. Elle exploite le phénomène d'interférence de la radiation déviée du rayon primaire. Cette diffraction directionnelle dépend de la nature du matériau, elle est caractérisée par une déviation en différentes séquences angulaires bien définies.

Cette technique est utilisée lorsqu'on désire identifier rapidement les matériaux à faible densité de contraste, mais aussi pour localiser et visualiser les contaminants dans les produits alimentaires.

### **La tomographie optique**

La tomographie optique est une technique d'imagerie utilisant de la lumière dans le proche infrarouge pour obtenir une information sur des tissus biologiques. Sa profondeur d'investigation varie d'une centaine de microns à quelques millimètres.

Cette technique n'est pas destructive des tissus car la lumière utilisée est proche de la lumière naturelle. C'est une technique légère, adéquate pour le diagnostic de problèmes cutanés. Elle possède un vaste champ d'application comme l'imagerie cérébrale, l'imagerie de petits animaux ...

### **La tomographie à micro-ondes**

Cette technique mesure les propriétés diélectriques des corps, et distingue les tissus à partir des différences dans ces propriétés. La tomographie à micro-ondes est une méthode qui permet de reconstruire les structures internes d'un objet diélectrique placé à l'intérieur d'un réceptacle tomographique en utilisant les données du champ électromagnétique dévié par l'objet. Les antennes de transmission et d'émission sont attachées à la surface, généralement cylindrique, du tomographe. Les antennes de transmission sont activées consécutivement, et les antennes de réception collectent les champs électromagnétiques déviés simultanément.



**La tomographie ultrason**











































La tomographie à ultrasons ressemble beaucoup à la tomographie à rayons X lorsque l'on néglige les effets de diffraction. Un transmetteur illumine l'objet d'un côté, et la mesure de l'énergie du rayonnement de l'autre côté de l'objet permet d'estimer l'intégrale linéaire de l'atténuation. La tomographie à ultrasons diffère cependant de celle à rayons X par le fait que la vitesse de propagation des ondes est plus faible, ce qui permet de mesurer la pression exacte de l'onde en fonction du temps. A partir de cette courbe on peut estimer le coefficient d'atténuation et l'indice de réfraction de l'objet. Le premier tomographe à ultrasons a été développé par Greenleaf en 1974.

**La tomographie à capacitance électrique**

C'est une technique de mesure non-intrusive très rapide, basée sur la différence de permittivité relative de 2 phases (gaz-solide) pour produire une image de la distribution de phases sur une section transversale d'une conduite ou d'une colonne. Celles-ci sont dotées d'une ceinture d'électrodes qui recouvre leur paroi. Un cycle de mesures assisté par ordinateur est mené de manière à ce qu'à chaque instant, une électrode libère une décharge électrique et les autres électrodes mesurent la capacitance. Chaque électrode prend alternativement le rôle de décharge et de mesure jusqu'à ce que la capacitance entre toutes les combinaisons uniques d'électrodes soit mesurée.



Les différentes techniques tomographiques décrites ci-dessus sont répertoriées dans le tableau 2.1, suivant leur performance au niveau de la résolution spatiale et temporelle.

Tableau 2.1 : Techniques tomographiques (Chaouki et al., 1997)

<b>Tomographie à transmissions de rayons <math>\gamma</math></b>    	<b>Tomographie à transmissions de rayons X</b>    
<b>Tomographie à transmission de neutrons</b>     	<b>Tomographie à diffraction de rayons X</b>    
<b>Tomographie à émission de positrons</b>   	<b>Tomographie optique</b>    
<b>Tomographie à micro-ondes</b>    	<b>Imagerie à résonance magnétique nucléaire</b>     
<b>Tomographie à capacitance électrique</b>     	<b>Tomographie ultrasonique</b>    

**Résolution spatiale:**  =très faible,   =faible,    = moyenne,

    =bonne,      =élevée.

**Résolution temporelle:**  = longue,   = moyenne,    = rapide.

### **Des applications en évolution**

Une des premières applications de la tomographie assistée par ordinateur aux écoulements diphasiques fut l'étude menée par Fincke et *al.* (1980). Les distributions de densité ont été obtenues pour un écoulement horizontal air-eau dans une conduite de trois pouces de diamètre. Le système était composé d'une source  $^{243}\text{Am}$  et de 9 détecteurs arrangés en arc de cercle. 21 vues (positions de source autour de l'objet) ont été obtenues pour un total de 189 mesures. À partir de ces données il était possible d'obtenir les cartes de densité qui correspondent aux différents régimes écoulement.

Pour étudier les larges coupes transversales, les radio-isotopes émetteurs de rayons gamma, sont préférés aux tubes de rayons X à cause du fait qu'ils sont plus pénétrants et qu'ils possèdent des photons avec une énergie caractéristique plus élevée. Les sources les plus communément utilisées sont le  $^{137}\text{Cs}$ ,  $^{241}\text{Am}$ , et  $^{153}\text{Gd}$  qui émettent, durant leur désintégration, des photons d'environ 100 keV.

Un des articles de référence dans la conception de tomographe est celui de De Vuono et *al.* (1980) qui ont effectué une analyse paramétrique pour le design d'un tomographe destiné à l'étude des systèmes d'écoulements air-eau. Un critère pour un choix optimal des paramètres du tomographe a été présenté. Ce critère prend en considération la taille de l'objet à scanner et la résolution temporelle désirée.

En 1986, Seville et *al.* développent un tomographe pour l'étude de la structure poreuse dans la région du jet d'un lit fluidisé. La configuration utilisée possède une source et un détecteur capables d'effectuer un mouvement de translation et de rotation autour de la section à scanner. Le temps total pour scanner une section était de six à sept heures.

Veera (2001) décrit dans son article les étapes de conception d'un tomographe gamma pour l'étude des profils de rétention dans les colonnes à bulles. Les expériences menées sur une colonne à bulles de 38,5 cm de diamètre interne ont permis d'avoir des résultats d'une excellente reproductibilité. Les paramètres de conception des collimateurs de la source et des détecteurs ont été optimisés pour avoir le plus grand comptage photonique et le minimum d'effets de diffusion.

En 2002, Boyer and Fanget, de l'Institut Français du Pétrole utilisent la tomographie à transmission gamma pour quantifier la distribution du liquide dans une colonne garnie (écoulement gaz-liquide) de diamètre 60 cm. Le dispositif utilisé est composé de 32 détecteurs BGO de 1,27 cm de diamètre avec une source de césium 137 de 300mCi. Le taux de rétention de solide a été évalué à 3% d'exactitude.

Yin et *al.* (2002) ont étudié la distribution du liquide dans une colonne de 60 cm contenant des anneaux Pall. L'effet significatif du type de distributeur sur la distribution a été étudié et exploité dans une simulation de dynamique des fluides (CFD).

En 2004, Limtrakul et Dudukovic publient un article sur l'étude de l'écoulement des solides et le profil de rétention dans des lits fluidisés en couplant la tomographie à la poursuite de particules radioactives. Du même groupe de recherche (CREL), Roy et *al.* (2004) étudient ensuite la distribution de l'écoulement liquide dans une colonne de 20,48 cm de diamètre. Les expériences ont été menées pour un écoulement air-eau à contre-courant dans une colonne garnie en utilisant 9 détecteurs Nal (Tl) de 5 cm de

diamètre avec une source scellée  $^{137}\text{Cs}$  de 85mCi. La reconstruction d'images a été effectuée en utilisant l'algorithme E-M d'estimation-maximisation itérative (Lange et Carson, 1984), dont la mise en oeuvre avait été discutée par Kumar (1994). Les tests de validation effectués sur les objets à géométries connues ont permis de déterminer une résolution spatiale (taille de pixel) d'environ 2,5 mm. Il est à noter ici que la résolution spatiale, depuis Kumar (1994), a pu être considérablement améliorée grâce à l'exploitation d'une table rotative des détecteurs indépendante du mouvement de la source, idée initiée par Lepage et Chaouki (1997).

### 2.2.2 Loi de Beer-Lambert

La tomographie est la technique de reconstruction d'images en coupe d'un objet à partir de ses projections. Le faisceau de radiation électromagnétique, pour une position de la source radioactive et un angle donné, est atténué lors de son passage à travers l'objet. Ceci fournit une mesure au détecteur qui est par la suite numérisée et enregistrée par l'ordinateur : c'est ce qu'on appelle une projection.

Lorsque la source est polychromatique, chacune des énergies du spectre est atténuée différemment au sein du matériau cible. Les sources gamma sont peu intenses et le spectre d'émission est généralement monochromatique, et c'est avec ces hypothèses qu'on peut utiliser l'équation de Beer-Lambert pour décrire l'atténuation du rayonnement gamma passant à travers l'objet :

$$I = I_0 \times e^{-\int_0^L \mu(x) dx}, \quad \text{Équation 3}$$

$$\ln\left(\frac{I_0}{I}\right) = \int_0^{L_s} \mu(x) dx . \quad \text{Équation 4}$$

On peut encore l'approximer sous une forme discrète :

$$\ln\left(\frac{I_0}{I}\right) = \sum \mu l . \quad \text{Équation 5}$$

$I_0$  est le nombre de photons transmis lorsqu'il n'y a pas d'objet, par unité de temps.

$I$  correspond au nombre de photons captés par le détecteur en présence d'objet par seconde.  $L$  est la longueur parcourue dans chaque élément de discrétisation de l'objet.

$\mu(x)$  est le coefficient d'atténuation linéique à la position  $x$  le long du trajet du rayon, et correspond à la probabilité qu'un photon soit enlevé du rayon, par unité de longueur, soit par effet photoélectrique, ou effet Compton ou encore par production de paires :

$$\mu = \tau(\text{photoélectrique}) + \sigma(\text{Compton}) + k(\text{paires}). \quad \text{Équation 6}$$

Le coefficient d'atténuation linéique est fonction de :

- La masse volumique  $\rho$ ;
- Le numéro atomique  $Z$ ;
- L'énergie du rayonnement.

On utilise aussi le coefficient d'atténuation massique :  $\mu / \rho$ , indépendant de la masse volumique du matériau et de son état physique.  $\mu_{\text{massique}}$  est ainsi plus utilisé que  $\mu_{\text{linéique}}$  car ce dernier varie avec la densité du matériau absorbeur, même si le matériau est le même.

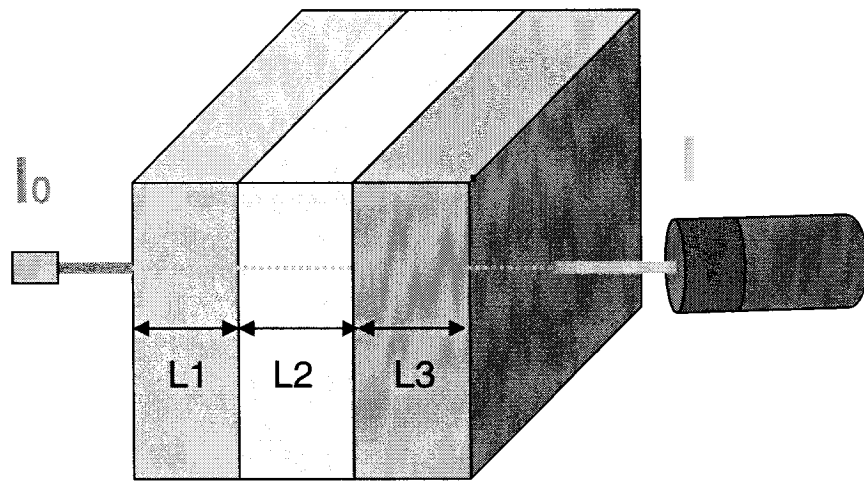


Figure 2.1 : Equation de Beer-Lambert pour l'atténuation de rayons gamma.

$$\ln\left(\frac{I_0}{I}\right) = \rho_1 \mu_1 l_1 + \rho_2 \mu_2 l_2 + \rho_3 \mu_3 l_3. \quad \text{Équation 7}$$

### 2.3 Méthodes de reconstruction d'images

La reconstruction d'image fait partie du domaine des problèmes inverses où le problème direct, qui relie les mesures aux paramètres recherchés calculés en résolvant les équations associées, est déduit des lois physiques.

Dans le cas de la tomographie à transmission, la reconstruction consiste à calculer la fonction de distribution des coefficients d'atténuation locaux par inversion des équations de mesure.

On peut distinguer deux grandes classes de méthodes de reconstruction d'images (Kak, 1998):

- 1) Les méthodes analytiques : ces méthodes sont basées sur l'inversion de la transformée de Radon;
- 2) Les méthodes algébriques : ces méthodes utilisent une représentation discrète du problème direct.

Parmi les principaux opérateurs qui servent à décrire les différentes géométries d'acquisition utilisés dans les tomographes, on notera la transformation de Radon 2D. Cette transformation associe à la fonction  $f(M)$ , qui représente la valeur en un point  $M$  du coefficient d'atténuation du plan de la coupe mesurée, l'ensemble de ses intégrales le long des droites  $D$  du même plan (figure 2.2).



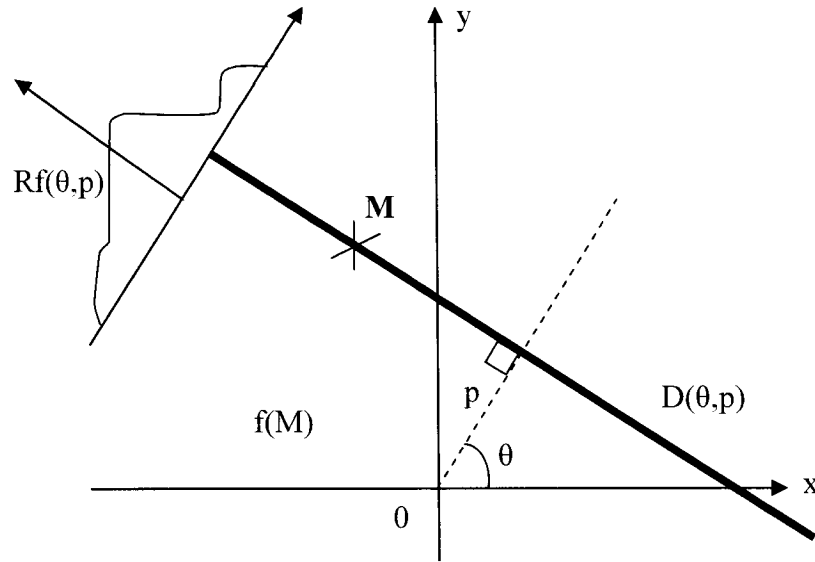


Figure 2.2 : Transformée de Radon 2D pour la géométrie de rayonnement parallèle.

La fonction  $f$  est supposée régulière et s'annule en dehors d'un disque centré de rayon  $R$ .  $p$  est la distance algébrique entre la droite  $D$  et l'origine du repère.

La transformée de Radon s'écrit alors :

$$Rf(\theta, p) = \int_{M \in D(\theta, p)} f(M) dM = \int_{-\infty}^{\infty} f(p \cos \theta - t \sin \theta, p \sin \theta + t \cos \theta) dt \quad \text{Équation 8}$$

Où  $\theta$  se situe dans  $[0, \pi)$  et  $t$  représente l'abscisse le long de la droite  $D$ .

Une formule d'inversion de la transformée de Radon 2D peut être décomposée en une étape de filtration 1D de la projection mesurée, et d'une étape de rétroprojection (Grangeat, 2002). Ces deux étapes définissent l'inversion par rétroprojection filtrée (FBP) qui est la méthode de reconstruction analytique la plus utilisée. Différents filtres numériques peuvent aussi être utilisés suivant que l'on souhaite privilégier la réduction

du bruit ou la résolution spatiale. La méthode de rétroprojection consiste à étaler la valeur de projection, pour chaque rayon, sur l'ensemble des pixels parcourus par les rayons dans l'image en coupe à reconstruire. Cette superposition de projections étalées sur les pixels est effectuée pour chaque vue. Les zones les plus atténuantes dans l'image ressortent avec de plus en plus de contraste au fil des prises de vues autour de l'objet. Cette procédure est illustrée dans la figure 2.3.

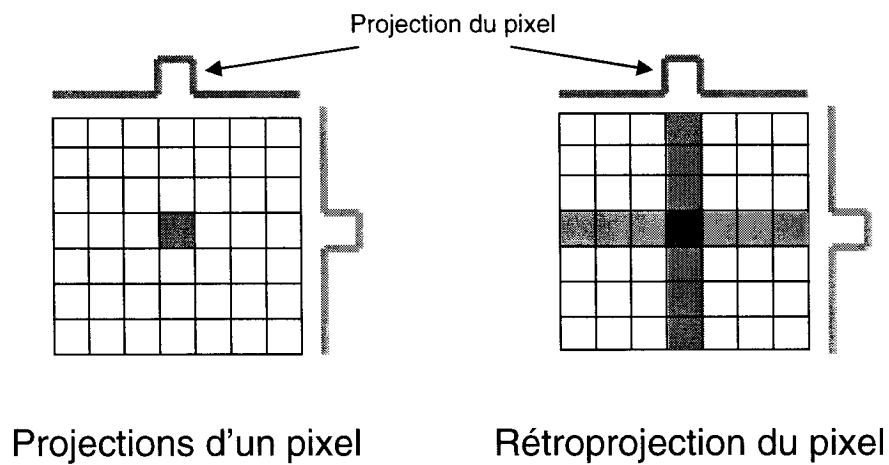


Figure 2.3 : Schématisation du principe de rétroprojection.

La rétroprojection associe ainsi à chaque pixel la valeur de la projection qui le traverse. Il arrive aussi que lors de cette étape que certains pixels reçoivent des contributions qu'ils ne devraient pas recevoir, ce qui engendre un effet d'artéfact d'étoile qui apparaît sur l'image reconstruite sous forme de bras autour des objets de plus haute densité. Pour éliminer ce problème, on a recours à la filtration des projections avant même la rétroprojection. Il existe plusieurs filtres qui peuvent être utilisés à cet effet, dont le plus populaire est celui de convolution.

Un algorithme de reconstruction utilisé dans la méthode de rétroprojection, et connu sous le nom de Rebin a été développé dans Dreike et *al.* (1976). Cet algorithme fréquemment utilisé dans la rétroprojection permet de convertir les données du faisceau en éventail en mesures équivalentes en rayonnement parallèle (plus faciles à traiter). Cette étape est réalisée en appliquant des formules de changement de variable, avant la reconstruction (Besson, 1999).

**Tableau 2.2 : Méthodes analytiques et itératives les plus connues (Lepage, 1997)**

<b>Méthodes analytiques</b>	<b>Méthodes itératives</b>
<b><u>FBP</u></b> (Filtered Backprojection)	<b><u>ART</u></b> (Algebraic Reconstruction technique)
<b><u>FFT</u></b> (Fast Fourier Transform)	<b><u>SIRT</u></b> (Simultaneous Iterative Reconstruction Technique)
<b><u>RFL</u></b> (Rho Filtered Layergram)	<b><u>ILST</u></b> (Iterative Least Square Technique)
<b><u>Altshuler</u></b>	<b><u>EM</u></b> (Estimation Maximization Technique)
<b><u>Méthode du linogramme</u></b>	<b><u>Quadratique</u></b>

Les méthodes analytiques et itératives les plus connues en tomographie sont présentées dans le tableau 2.2.

Pour la résolution de systèmes linéaires et la minimisation de l'erreur de reconstruction de manière itérative, le schéma le plus utilisé est la méthode de reconstruction algébrique ART. Cette méthode est adaptée lorsque le nombre de projections est volontairement restreint afin d'accroître la fréquence d'acquisition, ou quand les données sont irrégulièrement réparties ou incomplètes, ou encore lorsque des informations sont a priori disponibles. Les méthodes itératives sont en fait moins bien connues même si elles sont anciennes, elles sont plus coûteuses en calcul et leur présentation est assez confuse dans la littérature (Darcourt et *al.*, 1998). Mais on s'intéresse de plus en plus à ces méthodes car celles-ci permettent d'intégrer toute sorte de corrections physiques comme la correction de mouvement, l'atténuation et la diffusion. Les progrès dans les calculateurs ont aussi rendu leur utilisation plus prometteuse. Les deux principales méthodes utilisées sont : ML-EM (Maximum Likelihood-Expectation Maximization) et celle du gradient conjugué.

Ces méthodes ne font pas appel à la transformée de Radon contrairement aux méthodes analytiques. Le problème est posé directement sous forme discrète.

On utilise une grille de pixels dont les valeurs d'intensité correspondent aux coefficients d'atténuation locaux de la section à scanner. Ce sont ces valeurs de coefficients d'atténuation qui sont les inconnues que l'on cherche à déterminer par la

mise en équation du système dans une forme matricielle de l'équation de Beer-Lambert.

On fait l'hypothèse que chaque valeur de projection d'un rayon mesuré est une combinaison linéaire des valeurs des pixels de la grille. Chaque pixel contribue avec un poids proportionnel à la longueur de rayon qui le traverse.

Les longueurs de rayons parcourues dans les pixels de la grille sont déterminées et stockées dans une matrice bidimensionnelle. Ces longueurs, par pixel, pondèrent la contribution de chaque pixel à l'image reconstruite. Les valeurs de projection mesurées ainsi que les pixels de l'image à reconstruire sont arrangés sous forme de vecteurs. Le format matriciel est utilisé pour faciliter la résolution de ces systèmes d'équations volumineux.

L'étude présentée ici développe en détail, dans la section 3.2, un algorithme de rétroprojection filtrée (Ifanbeam), et un algorithme itératif (Tomplex) basé sur la méthode des moindres carrés.

#### *Artéfacts de reconstruction:*

Grangeat (2002) résume les différents types d'artéfacts que l'on peut retrouver dans les images reconstruites :

- **Des artéfacts circulaires** (ring artifacts) : indiquent que les cellules du détecteur sont mal calibrées.
- **Des rayures** (streaks) : indiquent la présence d'un repliement (aliasing) causé par un sous-échantillonnage angulaire. Solution : augmenter le nombre de projections.

**- Des valeurs sous-estimées de la mesure au centre de l'objet (cupping effect) :**

Ce type d'artéfacts est observé lorsqu'il y'a :

a) Présence de rayonnement diffusé : il est nécessaire de canaliser le faisceau en utilisant un collimateur de plomb, de filtrer le rayonnement après l'objet ou d'utiliser une grille antidiffusante.

b) Utilisation d'un rayonnement polychromatique : il faut filtrer le rayonnement incident ou procéder à un étalonnage. Des algorithmes itératifs peuvent permettre de corriger les effets de diffusion ou de durcissement de spectre.

**- Des raies tangentielles entre les zones les plus atténuantes :** indiquent la défaillance ou la saturation de certains pixels (sur ou sous exposition). Dans ce cas il est recommandé d'adapter les doses photoniques à la dynamique du détecteur, et corriger la valeur des pixels défaillants par interpolation dans chaque projection.

**- Une déformation ou un dédoublement :** indique un problème de configuration géométrique du système source-axe de rotation-détecteurs.

## **2.4 Configurations de tomographes**

Le développement de la tomographie dans le début des années 1970 a révolutionné la radiologie médicale. Pour la première fois, les médecins pouvaient obtenir des images tomographiques (en coupe) de haute qualité des structures internes du corps. Les images résultantes sont des cartes tomographiques de coefficients d'atténuation linéaires des rayons X. Le premier instrument tomographique a ainsi été développé en 1971 par l'équipe du dr. Hounsfield en Angleterre, et a été utilisé pour obtenir une

image du cerveau. Les données de projection ont été acquises en approximativement cinq minutes, et l'image tomographique a été reconstruite en 20 min. Depuis lors, la tomographie X assistée par ordinateur s'est nettement développée : elle est devenue un procédé d'imagerie standard pour pratiquement toutes les parties du corps dans les milliers d'équipements du monde entier. Les données de projection sont typiquement acquises en approximativement 1 seconde, et l'image est reconstruite en 3 à 5 secondes.

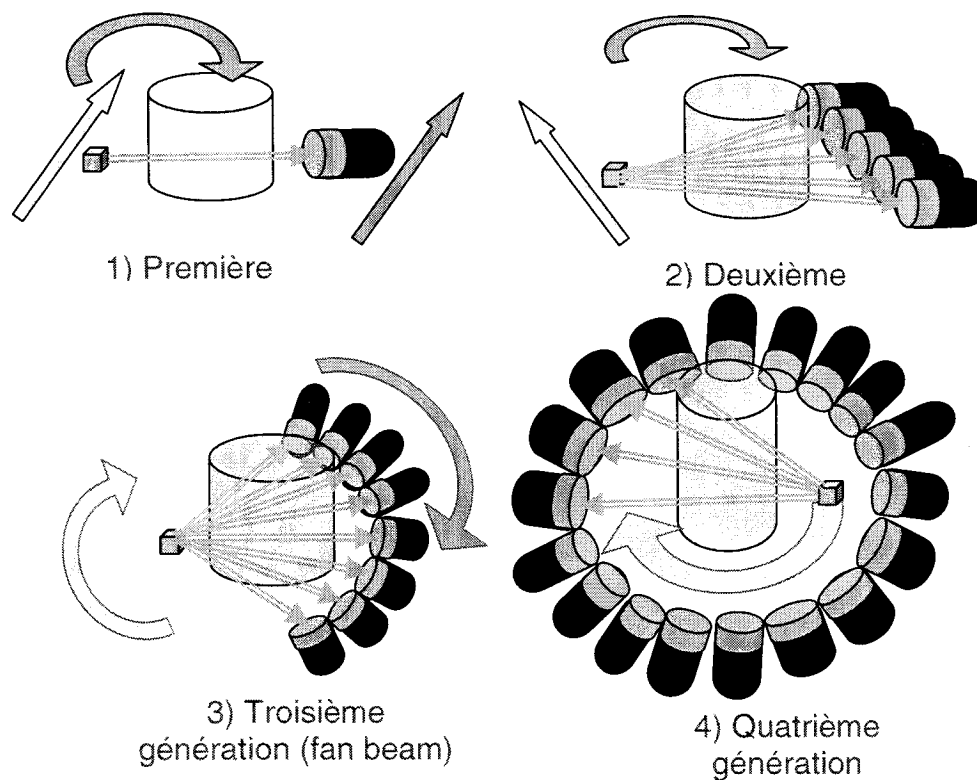


Figure 2.4 : Générations de tomographes gamma. Les flèches droites indiquent la translation et les flèches incurvées la rotation.

Chaque génération de tomographe gamma a apporté une amélioration de la vitesse d'acquisition, de la résolution de l'information anatomique, et une réduction du temps d'exposition au rayonnement. Les données de projection basées sur la configuration de balayage, les mouvements de balayage, et l'arrangement des détecteurs, peuvent être acquises dans les différentes géométries possibles décrites ci-dessous. L'évolution de ces géométries est illustrée dans la figure 2.4, en termes de "génération", qui reflètent les étapes historiques de son développement. Les systèmes tomographiques emploient soit la troisième ou la quatrième génération, chacune ayant ses atouts et ses limites respectives.

#### *Première génération: géométrie à rayons parallèles*

La géométrie de faisceaux parallèles est la plus simple techniquement, et facilite en ce sens la compréhension des principes importants de la tomographie. Des mesures multiples de la transmission de rayons gamma sont obtenues en utilisant un faisceau et un détecteur avec collimateurs. Le faisceau est translaté dans un mouvement linéaire à travers l'objet pour obtenir un profil de projection. La source et le détecteur sont alors tournés autour de l'objet avec un certain incrément angulaire, et un autre profil de projection est obtenu. Cette translation-rotation du mouvement de balayage est répétée jusqu'à ce que la source et le détecteur aient complété une rotation de 180 degrés. Cette géométrie a été employée par Hounsfield (1972) dans ses expériences originales, mais celle-ci n'est plus employée dans les tomographes modernes.



*Deuxième génération: éventail étroit et multiples détecteurs*

Les temps de balayage ont été réduits à approximativement 30 secondes avec l'utilisation d'un faisceau étroit de rayonnement en éventail, et d'une rangée linéaire de détecteurs. Un mouvement de balayage de translation-rotation était encore utilisé; cependant, un grand incrément de rotation pourrait être employé, ce qui permet d'avoir des temps de balayage plus courts. Les algorithmes de reconstruction sont légèrement plus compliqués que ceux de la première génération parce qu'ils doivent traiter des données de projection d'un rayonnement en éventail étroit.

*Troisième génération: géométrie en éventail et détecteurs mobiles*

Les tomographes de troisième génération ont été introduits en 1976. Un faisceau de rayons  $\gamma$  en éventail est tourné de 360 degrés autour de l'isocentre. Aucun mouvement de translation n'est employé; cependant, le faisceau en éventail doit être assez vaste pour contenir complètement l'objet. Une rangée de détecteurs incurvée composée de plusieurs détecteurs indépendants est mécaniquement couplée à la source de rayon  $\gamma$ , et toutes les deux tournent ensemble.

*Quatrième génération*

Dans le tomographe de quatrième génération, la source radioactive et son faisceau en éventail tournent autour du centre de rotation, alors que le cercle de détecteurs demeure fixe. Considérant le nombre élevé de détecteurs requis, ce montage est plus cher que les configurations précédentes.

Cet inventaire de configurations n'est certainement pas exhaustif puisqu'il existe d'autres configurations tomographiques comme la tomographie à mode d'acquisition hélicoïdal, ou encore la tomographie MCDT (Multidetector-row Computed Tomography) ...

Quelle que soit la génération, on notera parmi les caractéristiques les plus importantes d'un tomographe:

- La résolution spatiale : qui est la distance minimale à laquelle deux points à hauts contrastes peuvent être distingués.

La résolution spatiale théorique (mm) est généralement calculée en utilisant la relation de Yester et Barnes (1977):

$$M^{-1} \times \left[ d_{coll}^2 + (M-1)^2 \times s^2 \right]^{0,5} \quad \text{Équation 9}$$

M est le facteur d'amplification : rapport de la distance source-détecteurs avec la distance source-objet. s est le diamètre caractéristique de la source et  $d_{coll}$  est le diamètre caractéristique de l'orifice des collimateurs.

Pour la tomographie à rayons gamma, le dispositif de Kumar (1994) a permis d'obtenir une résolution spatiale d'environ 3,5 mm. Le même montage a été amélioré pour atteindre une résolution d'environ 2,5 mm (Roy et *al.*, 2004).

En tomographie à rayons X, Toye et *al.* (1998) ont obtenu de leur côté une résolution de 0,88 mm.

- La résolution de densité: correspond à la plus petite différence des coefficients d'atténuation massiques que le système est capable de distinguer.
- La résolution temporelle : qui correspond à la fréquence d'obtention des images.

Dans ce chapitre, une revue des techniques tomographiques a été effectuée suite à la présentation de certaines notions de radioactivité d'intérêt dans le cas de cette étude. Différentes générations de tomographes ont été illustrées afin de mieux comprendre la spécificité du tomographe construit. Deux classes de méthodes de reconstruction d'images (analytiques et itératives) ont été introduites, et un exemple de chacune de ces deux classes sera utilisé dans la partie expérimentale qui est décrite dans le chapitre suivant de ce travail...

## CHAPITRE 3 PARTIE EXPÉRIMENTALE

### 3.1 Description du montage

#### 3.1.1 Conception et évolution du tomographe

La conception d'un tomographe commence d'abord par la sélection d'une source radioactive pertinente pour l'application destinée à l'étude de l'hydrodynamique des écoulements polyphasiques. Cette sélection se fait en tenant compte de la transmission photonique à travers la section, de la sensibilité aux objets à scanner, de la demi-vie, du coût et de la disponibilité de la source.

Le premier tomographe développé au département de génie chimique est un tomographe de troisième génération où cinq détecteurs NaI(Tl) à scintillation forment un arc diamétralement opposé à la source radioactive qui se trouve de l'autre côté du réacteur. Le montage, décrit dans le mémoire de Lepage (1997), est illustré de manière schématique dans la figure 3.1. L'étude avait permis de conclure qu'une utilisation de méthodes itératives serait plus pertinente pour le tomographe développé que des méthodes analytiques. Il est suggéré en conclusion d'ajouter au dispositif une table de détecteurs mobiles, et indépendante de la table portant la source. Le but de cette modification est de multiplier les projections pour chaque vue afin d'améliorer la résolution spatiale et temporelle. Cette conclusion a été tirée par Lepage (1997) suite à une confirmation des données de la littérature avec une analyse de sensibilité fondée sur ses résultats expérimentaux.

### Le montage initial (Lepage, 1997)

L'analyse paramétrique menée par Lepage a entre autres abouti au choix d'une source de césium 137 (662 KeV) de 18 mCi, disponible au département de génie nucléaire.

Les paramètres du tomographe que Lepage a fixés sont résumés dans le tableau 3.1 :

**Tableau 3.1 : Quelques paramètres fixés dans l'étude de Lepage (1997)**

Paramètres à valeurs fixés	Valeur
$N$ (nombre de détecteurs)	5
$I$	18 mCi
$d_r$	15 cm
$d_{sd}$	37 cm
$d_{coll}$	0,5 cm

La plupart des relations utilisées dans l'étude paramétrique sont tirées de l'article de De Vuono (1980). L'angle du rayonnement en éventail sortant du porte-source doit couvrir tout le diamètre de la colonne, un angle minimal à respecter est obtenu par la relation suivante :

$$d_{sd} = \frac{5}{2} \times d_r \quad \text{Équation 10}$$

Où  $d_{sd}$  est la distance source-détecteurs, et  $d_r$  le diamètre du réacteur.

Pour le montage initial développé par Lepage, la résolution spatiale  $\Delta x$  du système est calculée comme suit :

$$\Delta x = \frac{d_r}{N} = \frac{152mm}{5} = 30,4mm \quad \text{Équation 11}$$

$d_r$  étant le diamètre du réacteur et N le nombre de détecteurs de l'éventail.

### **Le nouveau montage Tomplex**

Le nouveau montage met en application l'idée initiée par Lepage et Chaouki (1997), d'ajouter une table rotative de détecteurs qui tourne indépendamment de la source. Deux détecteurs NaI(Tl) ont été rajoutés pour un total de 7 détecteurs. Cet ajout permet d'aller chercher de 10 à 15 fois plus de projections pour chaque vue, et d'augmenter par conséquent la résolution spatiale du système.

Grâce à la multiplication des faisceaux mesurés par rotation de la table des détecteurs, et en utilisant la même relation que Lepage, on obtient une résolution spatiale théorique très supérieure avec le nouveau montage Tomplex :

$$\Delta x = \frac{d_r}{N} = \frac{152mm}{98} = 1,5mm \quad \text{Équation 12}$$

Le montage est aussi muni d'un système d'élévation motorisé, destiné à permettre d'obtenir des coupes tomographiques à différentes hauteurs du réacteur étudié. Un schéma simplifié de l'ancien et du nouveau montage est présenté dans la figure 3.1.

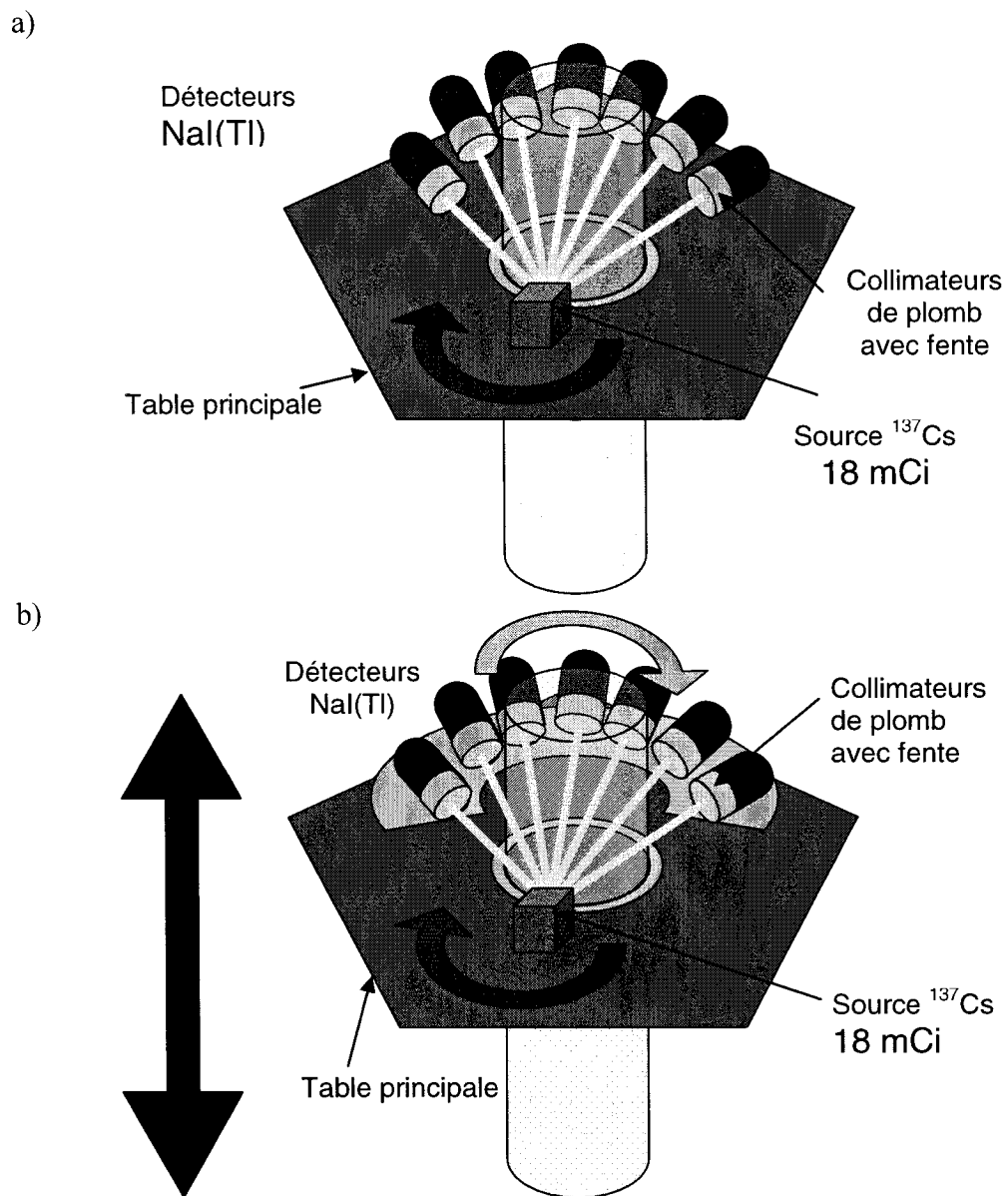


Figure 3.1 : a) Configuration initiale (Lepage, 1997), b) configuration actuelle.

### 3.1.2 Source et collimateurs

Le choix d'une particule radioactive est généralement basé sur la demi-vie de l'isotope, l'énergie photonique, et la distribution énergétique.

Le choix d'une source  $^{137}\text{Cs}$  a été motivé par la monochromaticité de la source (monoénergétique) et le degré de pénétration suffisamment élevée de son rayonnement pour étudier les milieux denses, ainsi que la disponibilité de la source à la faculté. L'intensité et l'énergie de la source choisie influencent le taux de comptage et le degré de pénétration du rayonnement photonique.

La forme de la source de  $^{137}\text{Cs}$  utilisée dans cette étude est illustrée dans la figure 3.2.

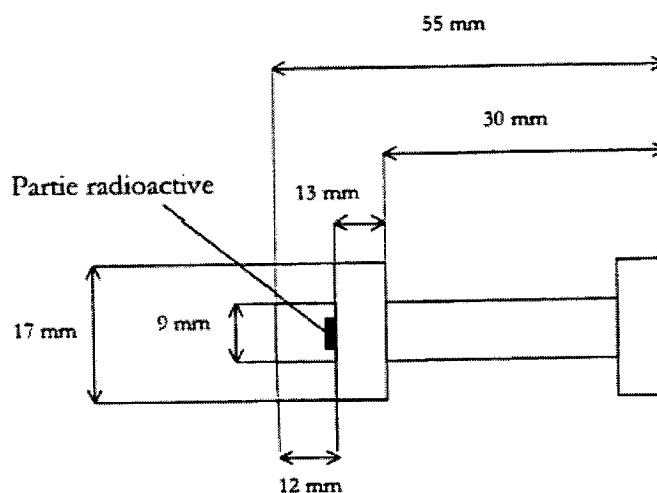


Figure 3.2 : Schéma de la source de  $^{137}\text{Cs}$

Le rapport d'émission d'une source gamma est le nombre de photons émis d'une certaine énergie sur 100 désintégrations du radio-noyau. Cherchant le plus de monochromaticité possible, on s'intéresserait ainsi à avoir un rapport d'émission (RE) élevé. La source de  $^{137}\text{Cs}$  est caractérisée par un : RE = 85,2 % et une demi-vie de 30,1 année. ( $^{60}\text{Co}$  : RE= 99,98%, demi-vie = 5,27 ans).

En d'autres termes, sur 100 photons émis par la source  $^{137}\text{Cs}$ , 85.2 auront une énergie de 662 keV.



### 3.1.3 Détecteurs à scintillation et système d'acquisition

Le tomographe est constitué de 7 détecteurs NaI (Tl) à scintillation. Chaque système de détection est composé d'une unité de photo-multiplication ORTEC 266 et d'un préamplificateur ORTEC 113. Des amplificateurs ACEMATE et EG&G ORTEC font le lien entre les détecteurs NaI(Tl) et l'analyseur multicanal.

Devant chaque surface de détection des 7 détecteurs, on place un bloc de plomb de 5 cm d'épaisseur avec un orifice qui canalise le rayonnement gamma vers le centre de sa surface (Figure 3.4). L'orifice des collimateurs est conçu assez petit pour ne pas limiter la résolution spatiale mais pas trop petit pour ne pas obtenir un trop faible taux de comptage photonique. Ce diamètre d'orifice est déterminé en considérant les coefficients d'atténuation des objets à scanner.

Le diamètre des orifices dans la configuration initiale du tomographe (Lepage, 1997) était de 5 mm. Kumar *et al* (1994) avait choisi des trous de 5 mm x 10 mm, mais le montage a été récemment modifié (Roy *et al.*, 2004) pour une nouvelle taille d'orifice de 2 mm x 10 mm destinée à permettre une meilleure résolution spatiale. Dans notre cas, les essais effectués ont montré qu'on avait un bon rapport de transmission pour un orifice cylindrique de 2,9 mm de diamètre.

Les 7 détecteurs NaI(Tl) sont montés sur une table mobile qui se déplace indépendamment de la table principale à l'aide d'un moteur et d'un programme séparé. En maintenant la table principale fixe (position de la source fixe) et en déplaçant la table des 7 détecteurs d'un incrément de  $0,6^\circ$  et cela 14 fois, on arrive à obtenir 98 mesures de détection : l'équivalent d'un arc de 98 détecteurs.

Ainsi pour un mouvement de  $360^\circ$  de la table principale avec un incrément de  $3^\circ$ , on obtient 11 760 mesures.

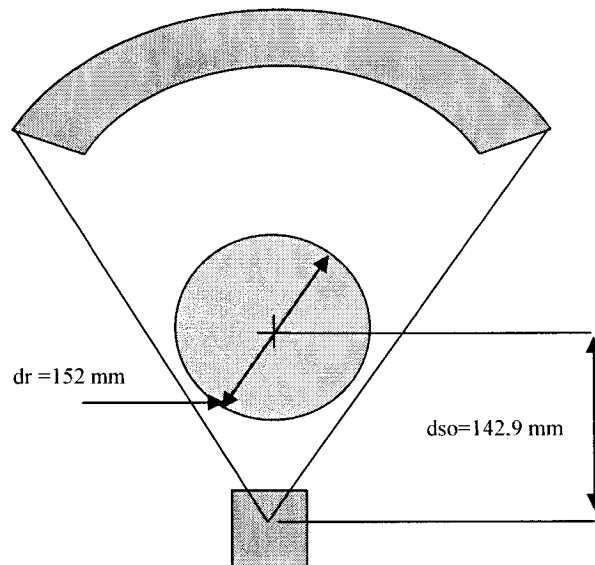


Figure 3.3 : Schéma de la vue de dessus du système porte source-objet-arc de détecteurs.

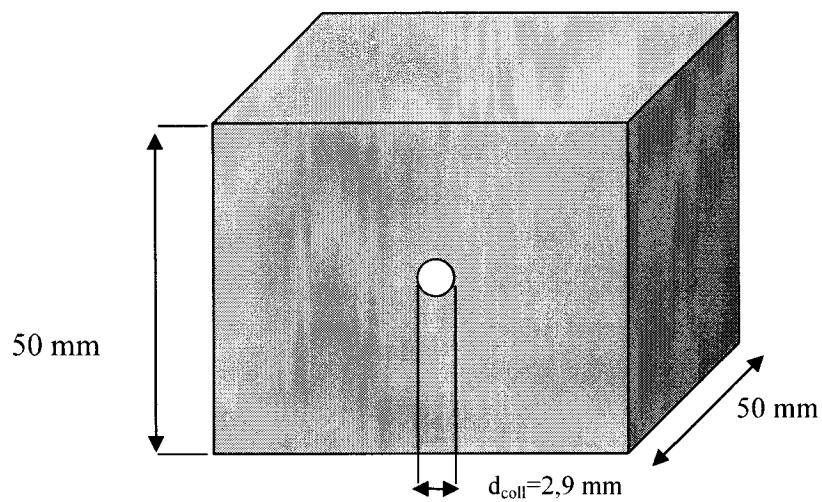


Figure 3.4 : Schéma du collimateur de plomb arrangé devant chaque détecteur.

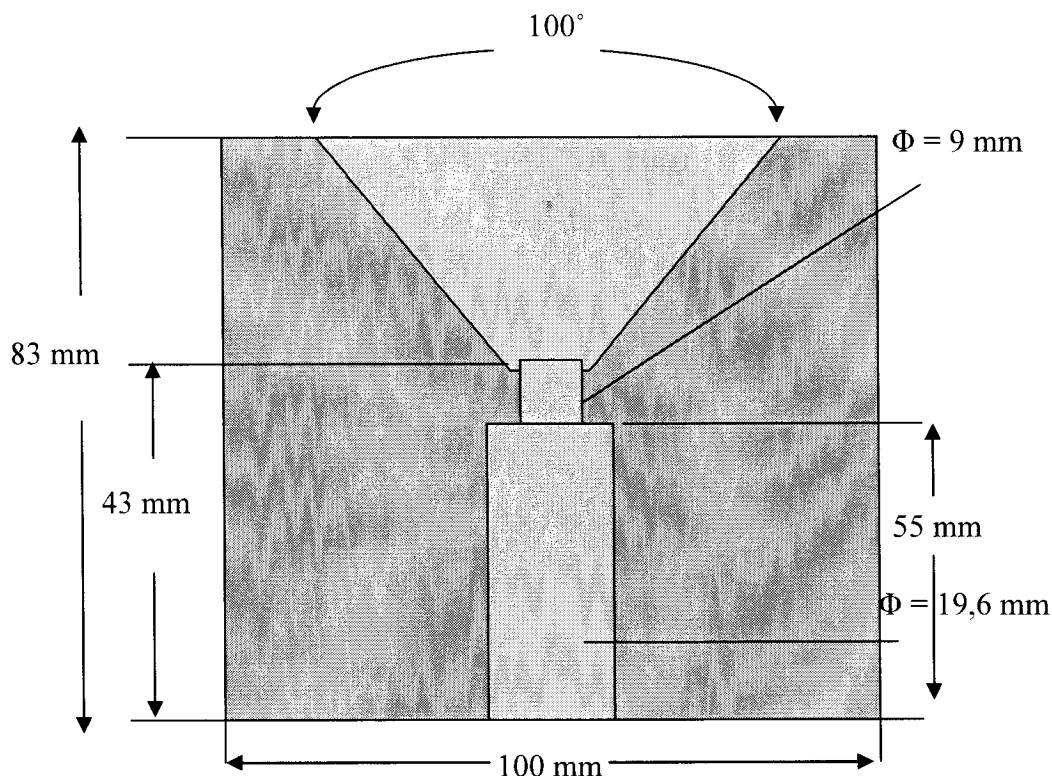
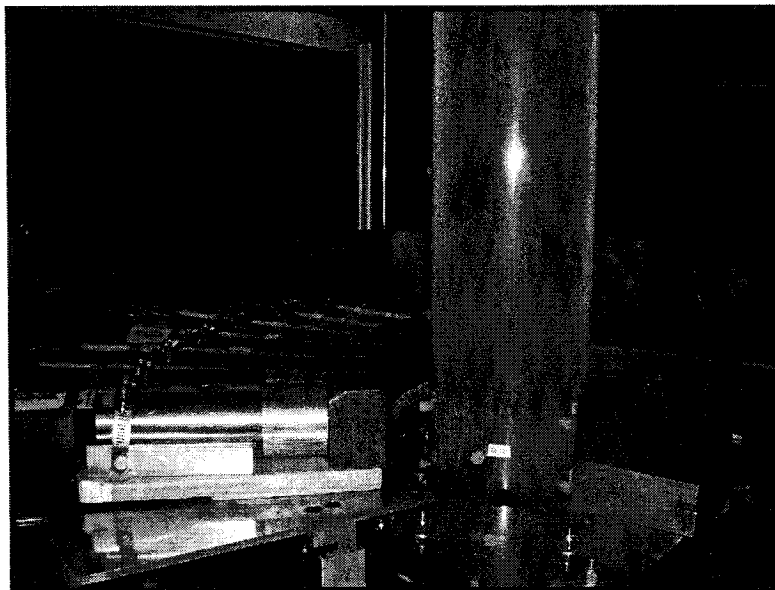


Figure 3.5 : Schéma du porte-source de plomb.

### *Mur de plomb*

Une rangée circulaire de briques de plomb de 5 cm d'épaisseur a été installée autour du système source-détecteurs. Des mesures de radiation ont été effectuées par un expert en radioactivité à l'intérieur et à l'extérieur du mur de plomb et ont montré que le rayonnement est plus de 10 000 fois plus faible à l'extérieur du mur, ce qui est sécuritaire pour l'utilisateur selon les normes canadiennes. Dans le nouveau montage Tomplex, un support métallique circulaire fixé sur la table principale et capable d'entraîner l'enceinte de plomb dans le mouvement axial de la table principale a été mis en place. Des images de la nouvelle configuration du tomographe sont présentées dans la figure 3.6.

a)



b)



Figure 3.6 : a) vue de l'intérieur de l'enceinte de plomb, b) vue de l'extérieur du tomographe.

### 3.2 Programmes de reconstruction d'images : Ifanbeam et Tomplex

Une composante clé d'un tomographe à transmission de rayons gamma est le programme de reconstruction d'images. Celui-ci doit être adapté à la configuration géométrique du dispositif ainsi qu'au mode opératoire envisagé pour la manipulation.

Tomplex est un algorithme de reconstruction itérative d'images tomographiques que nous avons développé sur Matlab, et dont la performance a été comparée avec la fonction Ifanbeam de Matlab. Cette dernière est basée sur une méthode analytique : la rétroprojection filtrée, et adaptée à la géométrie en éventail du tomographe. Ceci dit, avant de faire appel à ces deux fonctions, il est d'abord nécessaire de procéder au traitement des mesures expérimentales acquises.

Les trois principaux modules des deux programmes permettent d'accomplir les étapes suivantes :

*Le module 1* : convertit les données (format .MCS) collectées par le logiciel MCS qui enregistre les mesures fournies par le système d'acquisition Ortec, en un taux de comptage photonique dans le format d'une matrice Matlab.

Pour le temps d'acquisition choisi : 2 s. Le système d'acquisition échantillonne 10 mesures de 0.2 sec qui peuvent être moyennées, ou bien additionnées pour donner une mesure en 2 secondes.

*Le module 2* : Construit le sinogramme, qui est la matrice des projections des détecteurs pour chaque prise de mesure. Il s'agit d'une matrice bidimensionnelles  $M(i,j)$  où  $i$

représente une position de détecteur, et  $j$  correspond à l'angle de déplacement de la source.

*Le module 3* : Appelle la fonction de reconstruction sur Matlab, pour effectuer la résolution itérative (Tcomplex) ou la rétroprojection filtrée (Ifanbeam) et reconstruire l'image.

#### A) Description de Ifanbeam (Mathworks)

Ifanbeam convertit les données du rayonnement en éventail en projections de rayonnement parallèle avec la fonction `fan2para`. La fonction utilise ensuite l'algorithme de rétroprojection filtrée pour effectuer la transformée radon inverse. Le filtre est conçu directement dans le domaine fréquentiel. Il est ensuite multiplié par les transformées de Fourier des projections. Les détails de la théorie de reconstruction sur la base de laquelle a été développée la fonction se trouve dans l'ouvrage de Kak (1988). La figure suivante illustre la géométrie en éventail, lorsque le paramètre `FanSensorGeometry` de la fonction `Ifanbeam` est configuré dans l'option 'arc' :

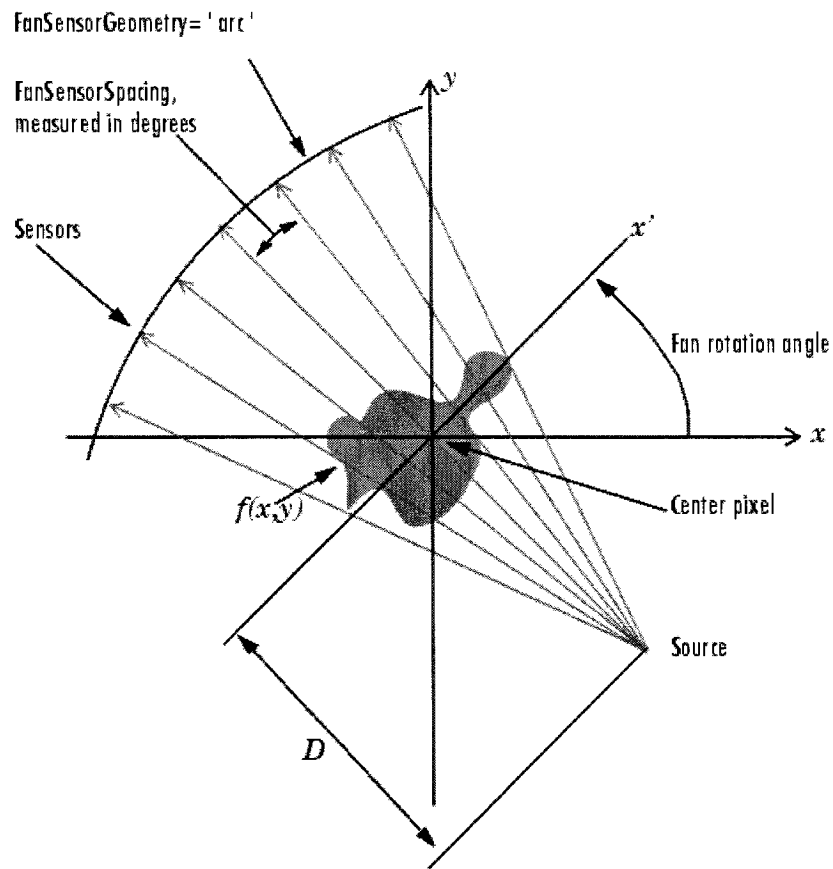


Figure 3.7 : Schéma de la configuration en éventail et de ses paramètres dans Ifanbeam.(Mathworks).

#### *Reconstruction d'une image à partir des données de projection en éventail*

Pour reconstruire une image à partir des données de projections de la géométrie en éventail, on peut donc utiliser la fonction ifanbeam. Les arguments d'entrée de cette fonction sont la matrice des données de projection, et la distance entre le centre de l'arc de cercle des détecteurs et le centre de rotation de la table de détection. La commande

Matlab suivante est un exemple de reconstruction d'une image  $I$  à partir de la matrice des données de projection  $P$  et la distance  $D$ .

$$I = \text{ifanbeam}(P, D) \quad \text{Équation 13}$$

Par défaut, la fonction `ifanbeam` suppose que les données de projection sont générées en utilisant une disposition des détecteurs en arc de cercle, avec des faisceaux espacés d'angles de 1 degré et des projections prises à des incréments de 1 degré sur un intervalle complet de 360 degrés. La fonction `ifanbeam` convertit les données de projections en éventail en projections à faisceaux parallèles en utilisant la fonction `fan2para`, et appelle ensuite la fonction `iradon` pour effectuer la reconstruction de l'image. La fonction `Ifanbeam` supporte ainsi certains paramètres qu'elle transmet à la fonction `iradon`.

#### *Transformée Radon inverse : Iradon*

La fonction `iradon` effectue la transformée Radon inverse qui est communément utilisée dans les applications tomographiques. La fonction `radon` peut être utilisée pour calculer la transformée Radon, ainsi pour une image  $I$  et un ensemble d'angles  $\theta$ :

$$R = \text{radon}(I, \theta) \quad \text{Équation 14}$$

La fonction inverse `iradon` peut ainsi être appelée pour reconstruire l'image  $I$ :

$$I = \text{iradon}(R, \theta) \quad \text{Équation 15}$$



Dans l'exemple ci-dessus, les projections sont calculées à partir de l'image originale  $I$ . Dans la plupart des domaines d'application, il n'y a pas d'image originale à partir de laquelle les projections sont formées. Dans la tomographie gamma, les projections sont obtenues en mesurant l'atténuation de la radiation qui passe à travers un corps à différents angles. L'image originale est alors la coupe transversale du corps dans laquelle les valeurs d'intensité représentent la densité de l'objet. Iradon reconstruit donc une image à partir des projections en faisceaux parallèles. Dans cette géométrie, chaque projection est formée en combinant un ensemble d'intégrales linéaires à travers une image à un angle spécifique.

#### *Possibilités d'améliorer les résultats de iradon*

Iradon utilise l'algorithme de rétroprojection filtrée pour effectuer la transformée Radon inverse. Cet algorithme forme une approximation de l'image  $I$  basée sur les projections dans les colonnes de  $R$ . Un résultat plus précis peut être obtenu en utilisant plus de projections dans la reconstruction. Lorsque le nombre de projections (longueur de  $\theta$ ) augmente, l'image reconstruite  $IR$  approxime de manière plus précise l'image originale  $I$ . L'algorithme de rétroprojection filtrée filtre les projections en  $R$  et ensuite reconstruit l'image utilisant les projections filtrées. Dans certains cas, le bruit peut être présent dans les projections. Pour enlever le bruit de haute fréquence, on applique une fenêtre au filtre pour atténuer le bruit. Plusieurs de ces filtres avec fenêtres sont disponibles dans iradon. Un exemple d'appel à iradon qui applique une fenêtre Hamming au filtre s'écrirait:

$$IR = iradon(R, \theta, 'Hamming') \quad \text{Équation 16}$$

Iraddon permet aussi de spécifier une fréquence normalisée  $D$ , au-dessus de laquelle le filtre à une réponse nulle.  $D$  doit être un scalaire dans l'intervalle de  $[0,1]$ . Avec cette option, l'axe de fréquence est mis à l'échelle tel que le filtre en entier est compressé pour s'ajuster dans l'intervalle de fréquence  $[0,D]$ . Ceci peut être utile dans les cas où les projections contiennent peu d'informations de hautes fréquences, mais où il existe un bruit de haute fréquence. Dans ce cas, le bruit peut être complètement supprimé sans compromettre la reconstruction. L'appel à la fonction `iraddon` suivante spécifie une valeur de fréquence normalisée de 0,7.

$$IR = iradon(R, \theta, '0,7') \quad \text{Équation 17}$$

Le programme `Ifanbeam` est donc une méthode analytique qui utilise la méthode la plus commune en reconstruction d'images : la rétroprojection filtrée. Nous avons aussi développé en Matlab un deuxième programme basé sur une méthode itérative afin de pouvoir comparer les images obtenues par ces deux méthodes.

## B) Description de Tomplex

En se basant sur la loi de Beer-Lambert, on peut exprimer le problème à résoudre, à savoir déterminer les coefficients d'atténuation linéaires locaux (par pixel) à partir des mesures de projections, par un système d'équations à inverser illustré dans la figure 3.8.

Chaque ligne de la matrice  $A$  est un vecteur qui contient les longueurs  $l$  parcourues par un seul rayon gamma ( $R$ ) dans chacun des  $N^2$  pixels de la grille. Chaque ligne de la matrice correspond donc à la mesure d'une position de détection. Si l'échantillonnage est basé sur les mesures acquises pour  $P$  positions de la source autour de la colonne et  $Q$  positions des détecteurs pour chaque position de la source, on a alors  $P \times Q$  mesures au total. La matrice  $A$  aura donc  $P \times Q$  lignes et  $N^2$  colonnes.

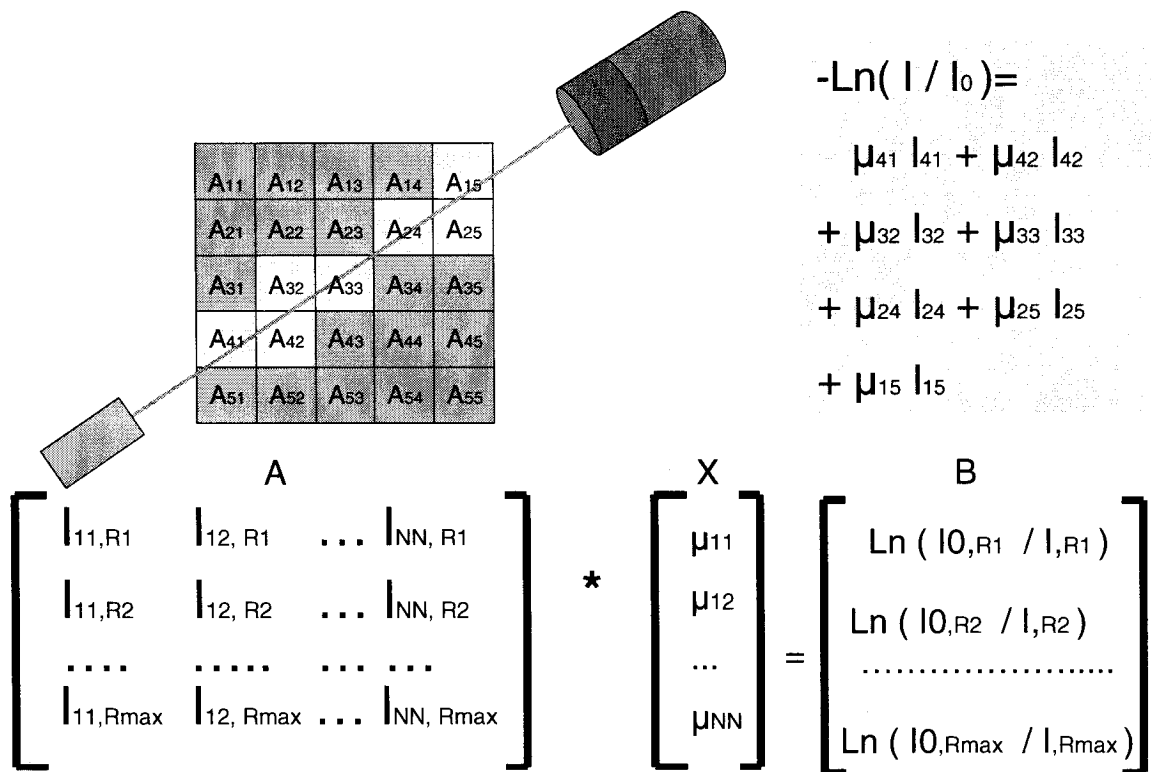


Figure 3.8 : Schéma de la construction du système d'équations à inverser de Tompex, avec le modèle du faisceau sans épaisseur.

La matrice  $X$  est un vecteur colonne contenant les valeurs qui donnent l'intensité de chaque pixel de la grille; ces valeurs sont les coefficients d'atténuation linéaires locaux

$\mu$  que nous cherchons à déterminer. La matrice B est celle des mesures expérimentales. B est un vecteur colonne où les valeurs de chaque ligne sont égales à  $\ln(I_0/I)$  pour chaque position de détection.

Le programme Tomplex, développé sur Matlab, est constitué de 3 fonctions principales (en annexe 1) :

*Posdet* : Détermine, en fonction de l'angle de rotation de la source, la position correspondante de la source et de chacune des 98 positions de détection qui y sont associées.

*Poids\_pixel* : génère la matrice longmat, de taille  $N \times N$ , des longueurs parcourues par un rayon dans chacun des  $N^2$  pixels de la grille.

*Mata* : produit la matrice A du système à résoudre, à partir des matrices longmat générées par poids\_pixel pour chaque rayon.

*Construcreal* : résout le système et construit l'image de la section scannée.

Pour résoudre le système, on a choisi la fonction Matlab Lsq, basée sur la méthode de minimisation des moindres carrés. Cette méthode de résolution est la seule fonction Matlab disponible pour la résolution des systèmes surdéterminés. En effet, à cause de la redondance qui se produit dans les mesures (les mêmes pixels peuvent être parcourus plusieurs fois par des rayons différents), le nombre de mesures prises a été fixé de manière à être supérieur au nombre d'inconnues du système. Nous avons aussi pris soin de vérifier que le nombre d'équations indépendantes du système soit au moins égal au nombre d'inconnues en calculant le rang de la matrice A.

La fonction lsqr

$$x = \text{lsqr}(A, b) \quad \text{Équation 18}$$

Lsqr tente de résoudre le système d'équations linéaires  $A*x=b$  pour  $x$  si  $A$  est régulière, sinon lsqr essaye de résoudre la solution des moindres carrés  $x$  qui minimise :  $\text{norm}(b-A*x)$ . Le vecteur colonne  $b$  doit obligatoirement avoir une longueur  $m$ . Si lsqr converge, un message à cet effet apparaît. Si lsqr ne réussit pas à converger après le nombre maximal d'itérations fixé ou s'arrête pour toute autre raison, un message d'erreur affiche le résidu relatif  $\text{norm}(b-A*x)/\text{norm}(b)$  ainsi que l'itération à laquelle la méthode s'est arrêtée. Cette procédure est schématisée dans la figure 3.9.

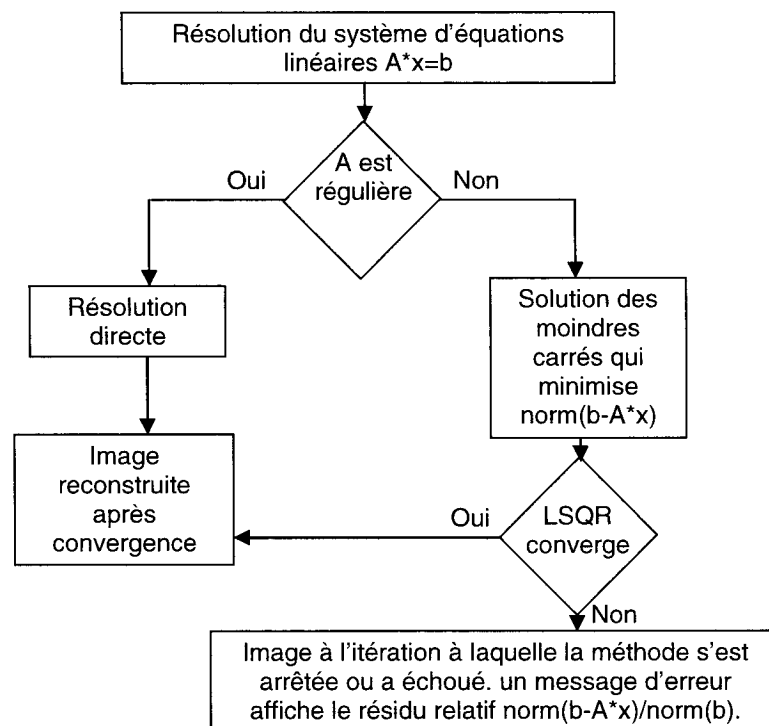
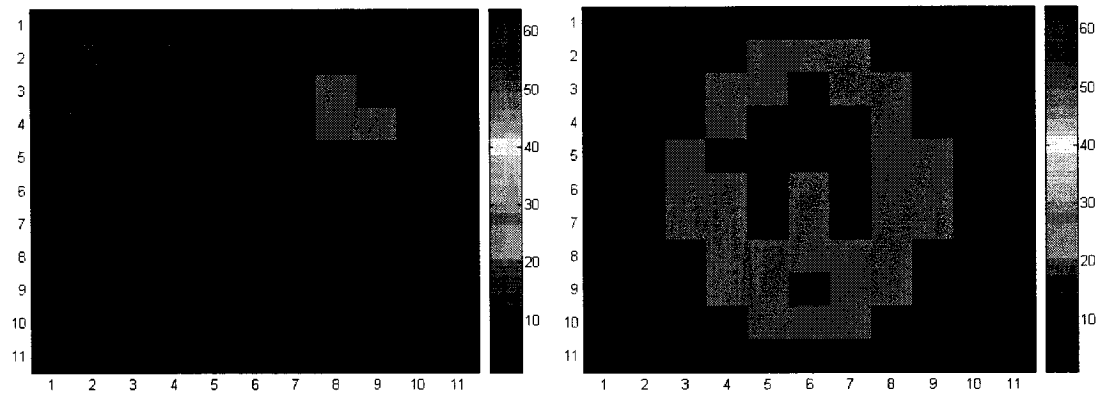


Figure 3.9 : Procédure d'inversion du système d'équations par la fonction lsqr.

Pour évaluer le bon fonctionnement de Tomplex, ce dernier a été testé sur deux images virtuelles de 11x11 pixels avec différentes intensités de pixels.

Un algorithme, nommé Pseudoresult, a été développé pour générer des résultats pseudo-expérimentaux de l'image. En fait, le programme calcule pour chaque rayon gamma simulé, la somme linéaire des longueurs parcourues par le rayon dans les pixels de l'image traversés, pondérée par la valeur du pixel.

a)



b)

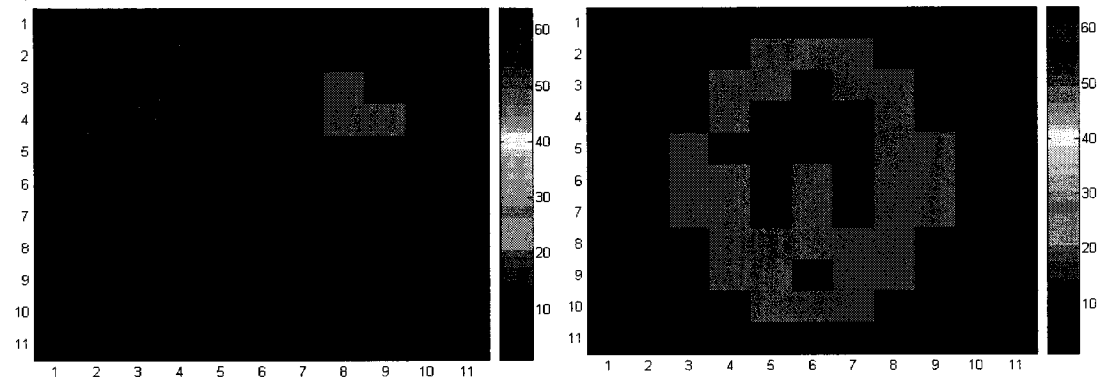


Figure 3.10 : a) images virtuelles originales, b) images reproduites par Tomplex.

Les mesures virtuelles sont prises en utilisant la même routine d'échantillonnage spatiale utilisée dans les autres expériences, à savoir 98 projections (détecteurs simulés pour chaque position de la source) et 120 vues (positions de la source).

Pour la première image à gauche (Figure 3.10), Lsqr converge au bout de 25 itérations vers une solution avec un résidu relatif de 0.00087 (tolérance fixée à  $1e-3$ ).

Pour la seconde image, Lsqr converge au bout de 22 itérations vers une solution avec un résidu relatif de 0.00091 (tolérance fixée à  $1e-3$ ). En plus de converger en quelques secondes, Tomplex offre une excellente estimation des valeurs des pixels

Une fois les deux programmes de reconstruction testés avec succès, il s'agit de pouvoir effectuer les reconstructions, non plus avec des mesures pseudo expérimentales, mais avec des mesures réelles. L'étape suivante est de procéder à une bonne calibration du système de détection du tomographe, afin d'utiliser les 2 fonctions pour obtenir des images tomographiques d'objets réels.

### 3.3 Expériences de calibration

#### 3.3.1 Calibration des détecteurs

##### *Calibration des détecteurs à la source $^{137}\text{Cs}$ sans collimateurs*

La méthode de calibration suivie ici est celle décrite dans le mémoire de Lepage (1997). L'objectif de la phase de calibration est de régler les paramètres de détection du système des détecteurs pour pouvoir obtenir le plus grand comptage photonique possible tout en minimisant le bruit. La connaissance de l'énergie de la source radioactive utilisée est la première donnée à aller chercher. La source de  $^{137}\text{Cs}$  utilisée a une énergie de 662 KeV. La courbe du nombre de photons détectés en fonction de l'énergie des photons doit donc montrer un pic à cette énergie. Ceci peut être illustré par le graphique suivant:

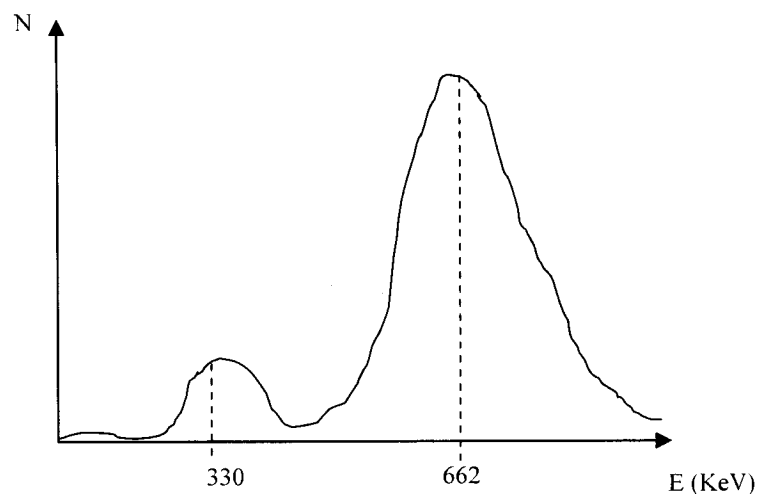


Figure 3.11 : Pic d'énergie à 662 KeV de la source de Cs-137.



Un second pic, à une énergie un peu plus faible (330 KeV), est tout de même détecté. Celui-ci correspond aux photons diffusés par effet Compton avant d'atteindre le détecteur.

La calibration consiste donc à obtenir un signal de la meilleure qualité possible. Il faut ainsi, à l'aide d'un oscilloscope, restreindre le nombre de photons à ceux qui sont compris dans une gamme d'énergie englobant le pic de 662 KeV. Plus l'intervalle est petit, plus on est certain de compter les photons qui n'ont pas été déviés de leur trajectoire et meilleure sera la qualité du signal. On doit fixer le signal à 6,6 Volts de façon à compter le plus de photons possible à l'intérieur de l'intervalle d'énergie fixé. Un bon intervalle est : [5,60 7,60]

Dans une première étape, on vérifie que les 7 détecteurs sont fonctionnels avant de placer les collimateurs de plomb sur leur surface de détection. Cette étape est importante pour déterminer, en cas de problème de détection si celui-ci est causé par le dysfonctionnement des détecteurs, ou bien par un mauvais alignement des trous des collimateurs. Lors de cette première vérification, les tests de calibration effectués avec une source de 18mCi sans collimateurs souffrent du fait que les détecteurs risquent d'être saturés et par conséquent d'afficher des valeurs erronées du taux de comptage de photons. On utilise alors pour la calibration des détecteurs (nus sans collimateurs) une source de même nature ( $^{137}\text{Cs}$ ) mais avec une énergie 3 000 fois plus faible : 6  $\mu\text{Ci}$  au lieu de 18 mCi. On place la source scellée de 6  $\mu\text{Ci}$  à une même distance (5mm)

devant chacun des 7 détecteurs en mouvement (14 positions/détecteur) pour vérifier la constance de la détection dynamique de chaque détecteur.

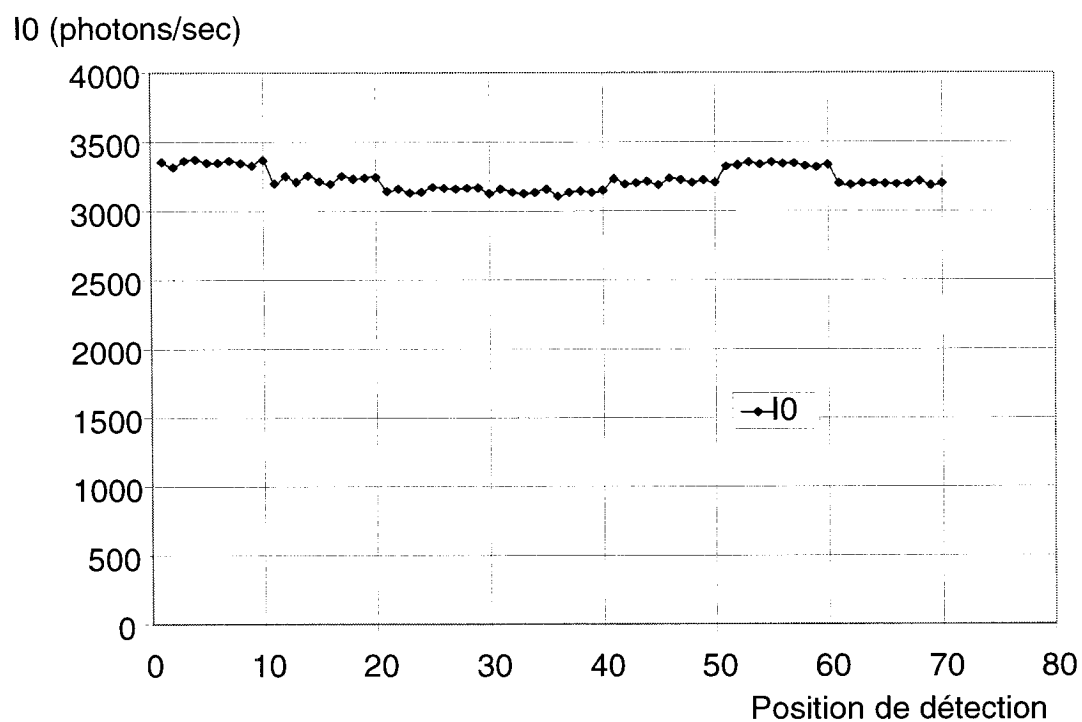


Figure 3.12 : Source  $^{137}\text{Cs}$  6  $\mu\text{Ci}$  à 5mm de chacune des 70 positions de détections.

Les résultats obtenus (Figure 3.12) indiquent que les 7 détecteurs fonctionnent convenablement. Une fois les détecteurs calibrés à la source de césium 137, on peut placer les collimateurs et vérifier la bonne détection du système.

*Calibration des détecteurs à la source de  $^{137}\text{Cs}$  avec collimateurs*

Il s'agit à présent de vérifier le bon alignement des trous des collimateurs sur la face avant de chaque détecteur. Deux techniques ont été choisies: a) le théodolite (Laser) b) le comptage photonique.

a) Le théodolite (Laser)

Un instrument de mesure du département de génie civil : le théodolite, a été utilisé pour les mesures d'alignement. Il s'agit d'un instrument de mesure de niveau généralement utilisé en architecture et en urbanisme. Le modèle utilisé offre un ordre de précision de  $10^{-2}$  mm qui est pertinent pour la vérification d'alignement des trous des détecteurs.

Le théodolite (Figure 13) est installé à une distance de 9 pieds de la cible et mis au niveau de cette dernière. La mire de visée est ajustée de manière à être perpendiculaire à la référence donnée.

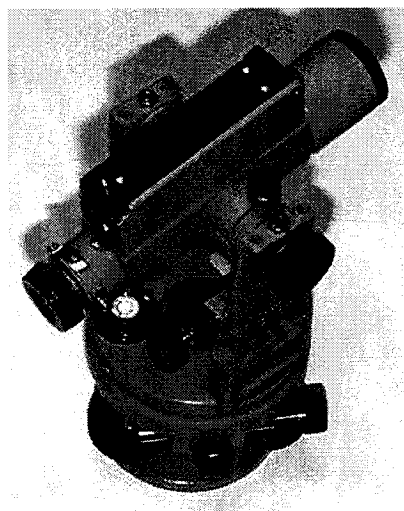


Figure 3.13 : photographie du théodolite

Un foret de perceuse d'un diamètre correspondant au trou du collimateur a été installé dans ce dernier, puis une règle graduée de précision a été mise en place sur le foret et finalement, une graduation qui sert de référence sur la règle a été dessinée.

Les observations avec le théodolite ont montré que les trous des collimateurs sont alignés à une différence de plus ou moins 0.04 mm (total de 0.08mm), ce qui est considérée dans ce cas-ci une très bonne précision d'alignement étant donné que le diamètre des trous de collimateur est de 2,9 mm.

La vérification de niveau est aussi effectuée lorsque les tables rotatives sont en mouvement. Les trous des collimateurs restent toujours alignés dans la tolérance requise (inférieure à 0,5 mm).

Le graphique de la figure 3.14 illustre un exemple de taux de comptage photonique idéal en fonction de la position de détection pour une vue. Les détecteurs étant équidistants de la source radioactive, leur taux de comptage photonique devrait être le même idéalement.

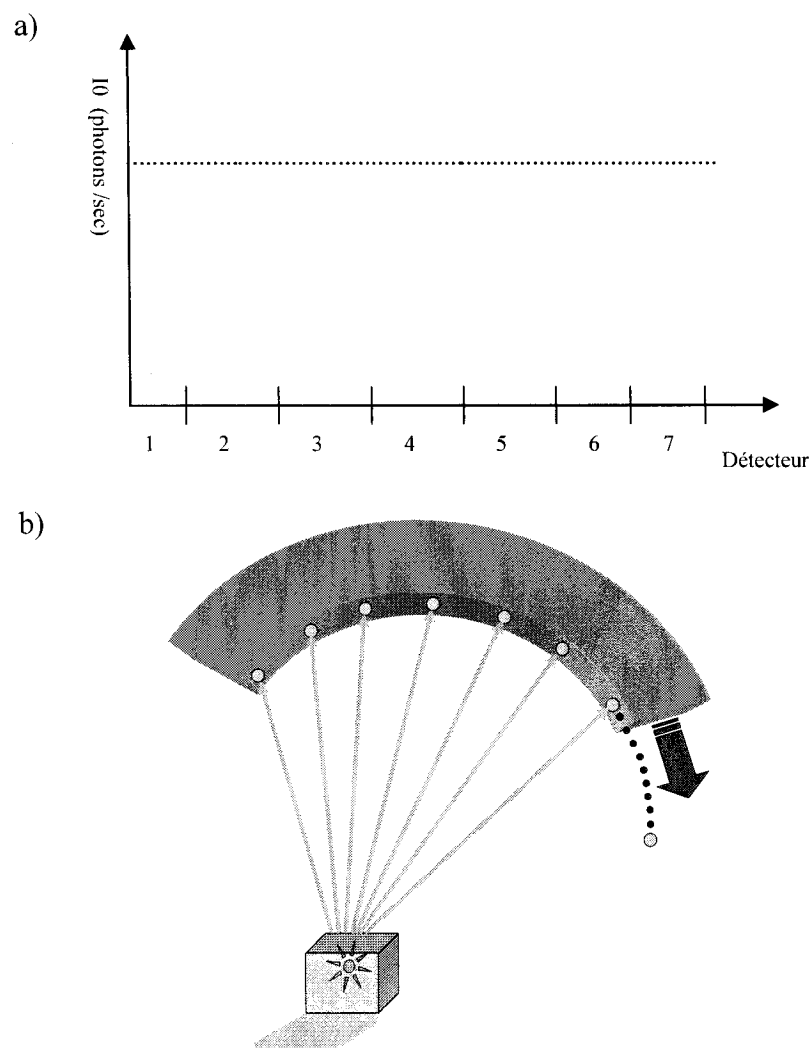


Figure 3.14 : a) taux de comptage idéal pour les positions de détection b) schéma simplifié de la détection pour une position de la source.

La figure 3.14 illustre aussi la multiplication des positions de détection par mouvement de la table des détecteurs pour une position fixe de la source.

### b) Le comptage photonique

Une nouvelle vérification au niveau des mesures de détection est alors menée.

Après avoir calibré les détecteurs sur la source  $^{137}\text{Cs}$  de 18 mCi, les résultats d'acquisition pour une position de la source et 70 (Figure 3.15) puis pour 98 positions de détection sont mis en graphique (Figure 3.16). Le but est de vérifier que tous les détecteurs, de l'arc des détecteurs centré sur la source, recueillent bien les mêmes mesures photoniques, avec une erreur maximale qui a été fixée à plus ou moins 10% : une erreur jugée acceptable par le fournisseur de la source.

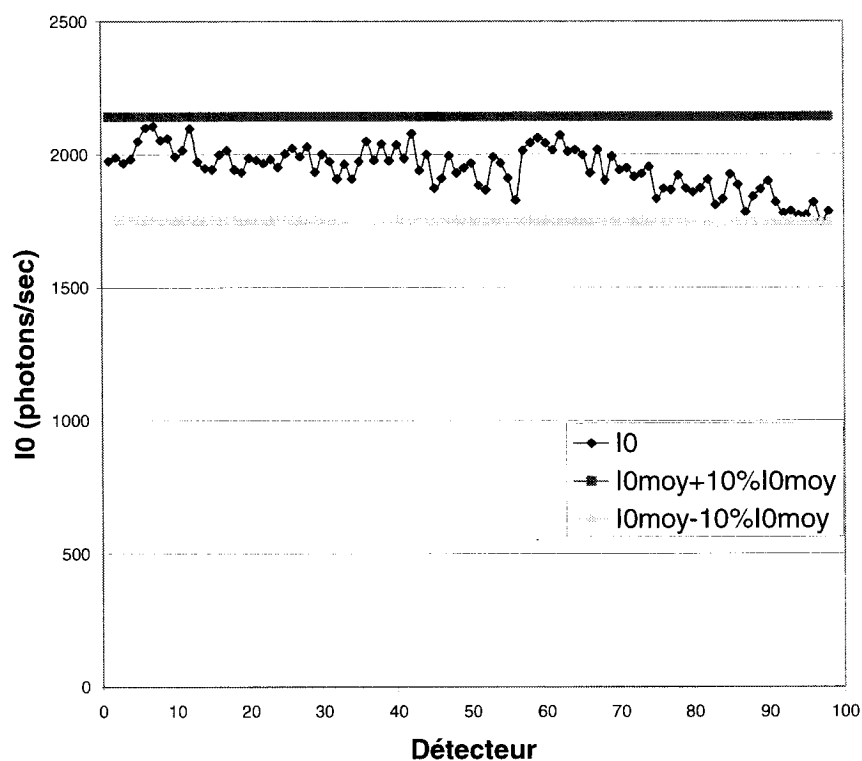


Figure 3.15 : Taux de comptage photonique par position de détection pour une vue avec la source de  $^{137}\text{Cs}$  de 18mCi avec collimateurs.

Les résultats illustrés dans le graphique de la figure 3.15 pour une position de la source montrent que pour toutes les positions des 7 détecteurs les variations restent inférieures à 10% de la moyenne du taux de comptage  $I_0$ . Même si les unités de détection sont fournies par la même compagnie (Ortec) et qu'ils sont du même modèle, leur taux de comptage photonique n'est pas exactement le même. Cette différence n'influe pas le processus de reconstruction, car c'est le rapport de  $I$  par  $I_0$  (équation de Beer-Lambert) pour chaque position de détection qui est utilisé.

### **3.3.2 Protocole expérimental**

Afin de pouvoir reconstruire et comparer les images tomographiques, une procédure standard d'opération pour toutes les expériences de validation du tomographe a été mise en place.

#### **1) Labview et MCS Ortec**

On spécifie dans les interfaces Labview et MCS ortec respectivement les paramètres de rotation des deux tables et les paramètres d'acquisition des détecteurs :

##### *Labview*

Table de la source : le vecteur d'angles de déplacements en degrés est fixé de 0 à 357 degrés avec un incrément de 3 degrés. Un angle de rotation de 180 degrés aurait été suffisant pour obtenir une image. Le choix d'échantillonner les vues sur 360 degrés a été motivé par notre intérêt d'avoir la meilleure image possible (le plus d'informations possibles) sans pour le moment se soucier de la résolution temporelle.

Table des détecteurs : le vecteur d'angles de déplacements en degrés est fixé de 0 à 7,8 degrés avec un incrément de 0,6 degrés.

### *MCS Ortec*

Temps d'acquisition : On fixe à 0,2 sec le temps de comptage photonique pour chacun des 10 canaux d'acquisition. On procède à l'échantillonnage de 10 valeurs pour une même position de détection, à partir desquelles on calcule une valeur moyenne qui servira pour les calculs de reconstruction de l'image. On peut donc soit faire une moyenne des comptes en 0,2s et obtenir un comptage photonique pour 0,2 s, ou additionner les comptes de photons et avoir une mesure cumulative correspondant au taux de comptage photonique en 2 secondes.

## **2) Obtention des valeurs de $I_0$**

On effectue un balayage avec une position fixe de la source, et avec l'arc des détecteurs qui se déplace d'un incrément angulaire de 0.6 degrés.

Les mesures recueillies par chaque détecteur, à chaque position, permettent d'obtenir la matrice des valeurs  $I_0$  nécessaire à la reconstruction basée sur la loi de Beer-Lambert.

## **3) Obtention des valeurs de $I$**

Les objets à scanner sont placés dans la zone de couverture de l'angle en éventail dans la configuration désirée. Les mesures sont prises de manière automatisée en faisant tourner la table principale qui porte la source de 360 degrés autour de la colonne avec



un incrément angulaire de 3 degrés. Pour chaque position de la source, on fait tourner la table des détecteurs de 7.8 degrés avec un incrément angulaire de 0.6.

On obtient ainsi la seconde matrice  $I$ .

Les matrices  $I$  et  $I_0$  de la relation de Beer-Lambert sont ainsi obtenues avec la fréquence d'échantillonnage angulaire décrite plus haut. C'est avec cette procédure que les tests de validation des mesures sur des géométries connues sont menés.

### **3.4 Validation avec des géométries connues**

L'objectif des ces expériences de validation est d'effectuer une expérience de mesure sur un objet connu, et de reconstruire l'image avec les deux algorithmes en Matlab, en suivant le protocole décrit précédemment. La qualité de la reconstruction est sensée permettre de tirer des conclusions sur le bon fonctionnement des composantes du tomographe, et d'apporter les améliorations nécessaires au programme de reconstruction et à la configuration structurelle du tomographe.

Pour l'expérience de validation, une colonne fermée de 50 mm de diamètre remplie d'eau est placée au centre d'une colonne de verre vide de 132 mm de diamètre. Ce système permet de mettre en présence 3 milieux : air-verre-eau.

Étant donné que ce sont les détecteurs d'extrémités (détecteurs 1 et 7) qui balayent la paroi de la colonne de verre, et qu'un léger désalignement du 7<sup>ième</sup> détecteur pour cette expérience a été noté, nous avons choisi de comparer les deux méthodes Ifanbeam et

Tomplex pour la reconstruction de la colonne pleine d'eau et non pour la colonne de verre.

Ci-après, les images obtenues avec Ifanbeam et Tomplex sont présentées ainsi qu'un profil de coefficients d'atténuation qui passe par le centre de chacune des images. Le tracé en noir indique la position réelle de l'eau dans la colonne, avec le coefficient d'atténuation de l'eau tiré de la littérature (Kumar, 1994).

Pour les images avec Tomplex, nous avons illustré les résultats pour différents nombres d'itérations (3, 5, 7<sup>ième</sup>, 15 et 100) avec et sans filtrage ou seuillage. Le filtre passe bas utilisé permet d'éliminer les hautes fréquences, principalement le bruit. Le seuillage de l'image consiste simplement à aplatir les valeurs les plus faibles de l'image reconstruite : les 6 premiers niveaux de couleur (sur 64) sont ainsi mis à zéro pour uniformiser les zones vides de l'image.

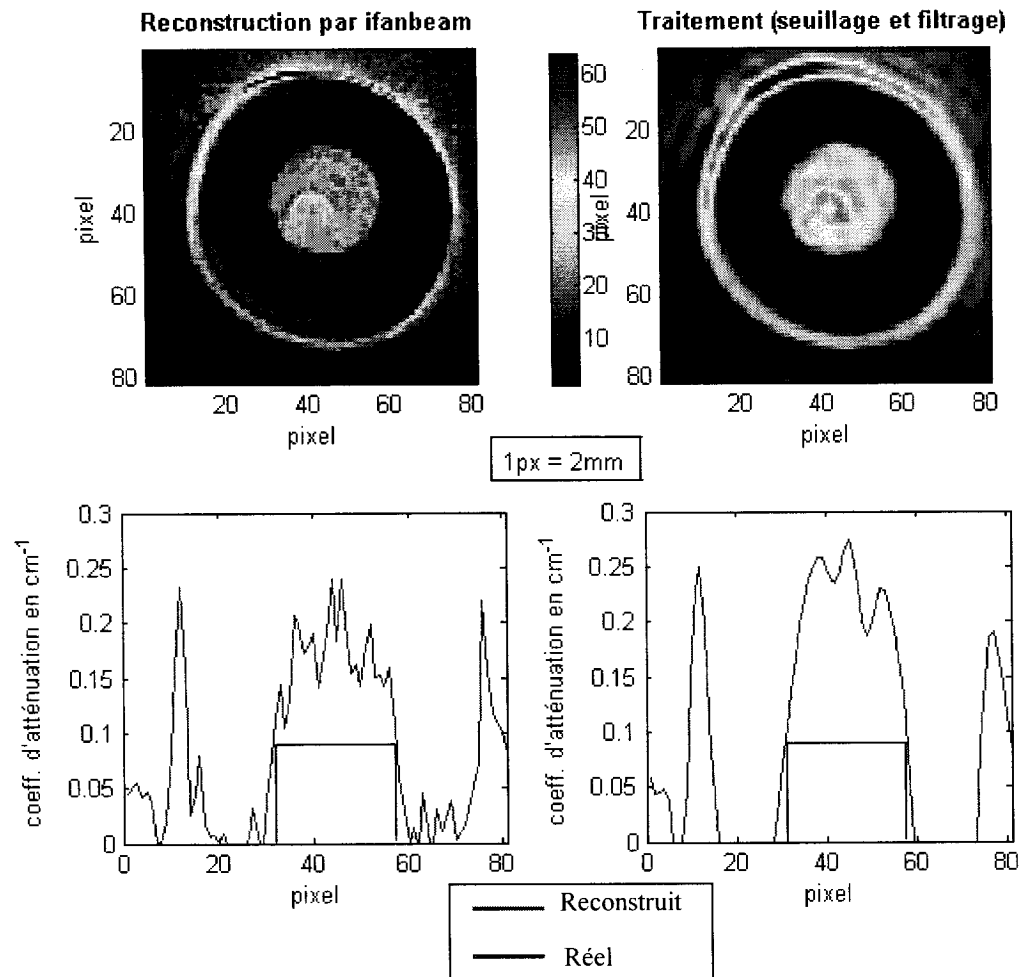


Figure 3.16 : Reconstruction de l'image de la colonne pleine d'eau avec ifanbeam.

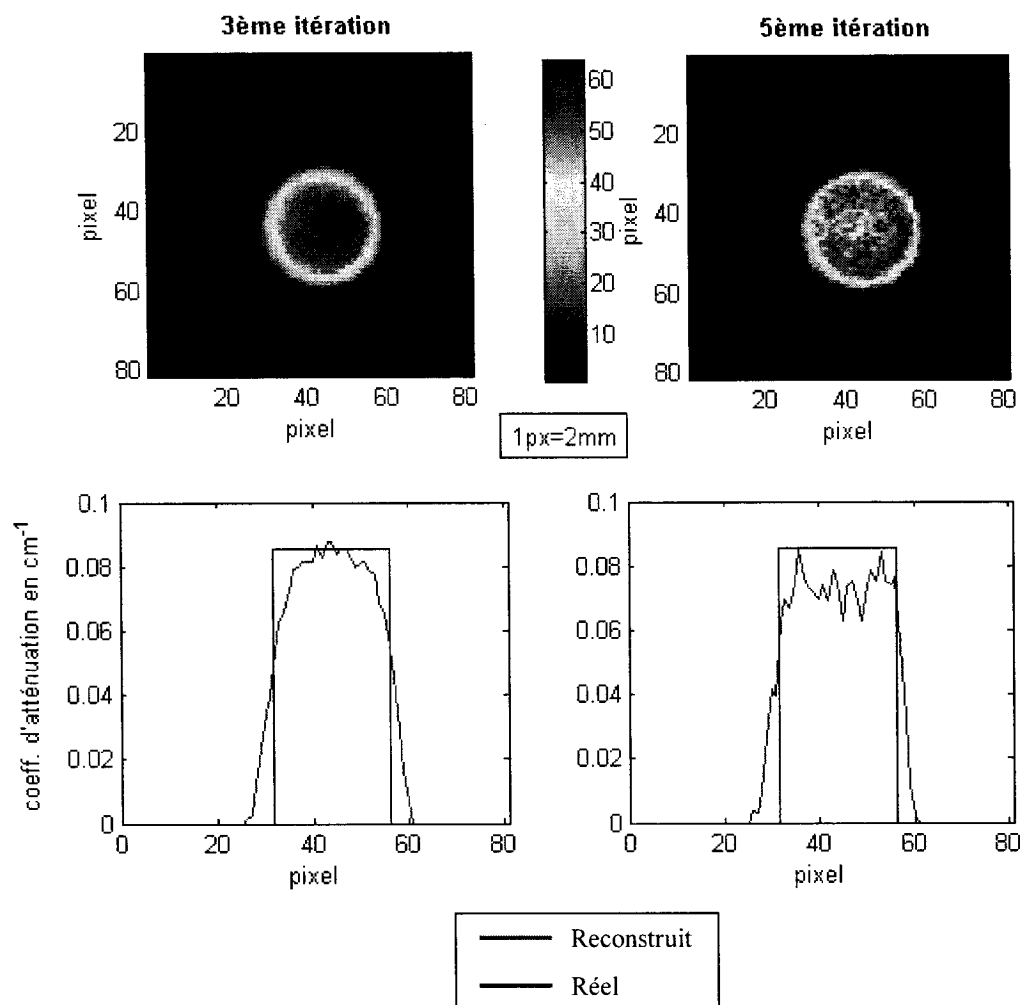


Figure 3.17 : Reconstruction de l'image de la colonne pleine d'eau avec Tomplex pour 3 et 5 itérations.

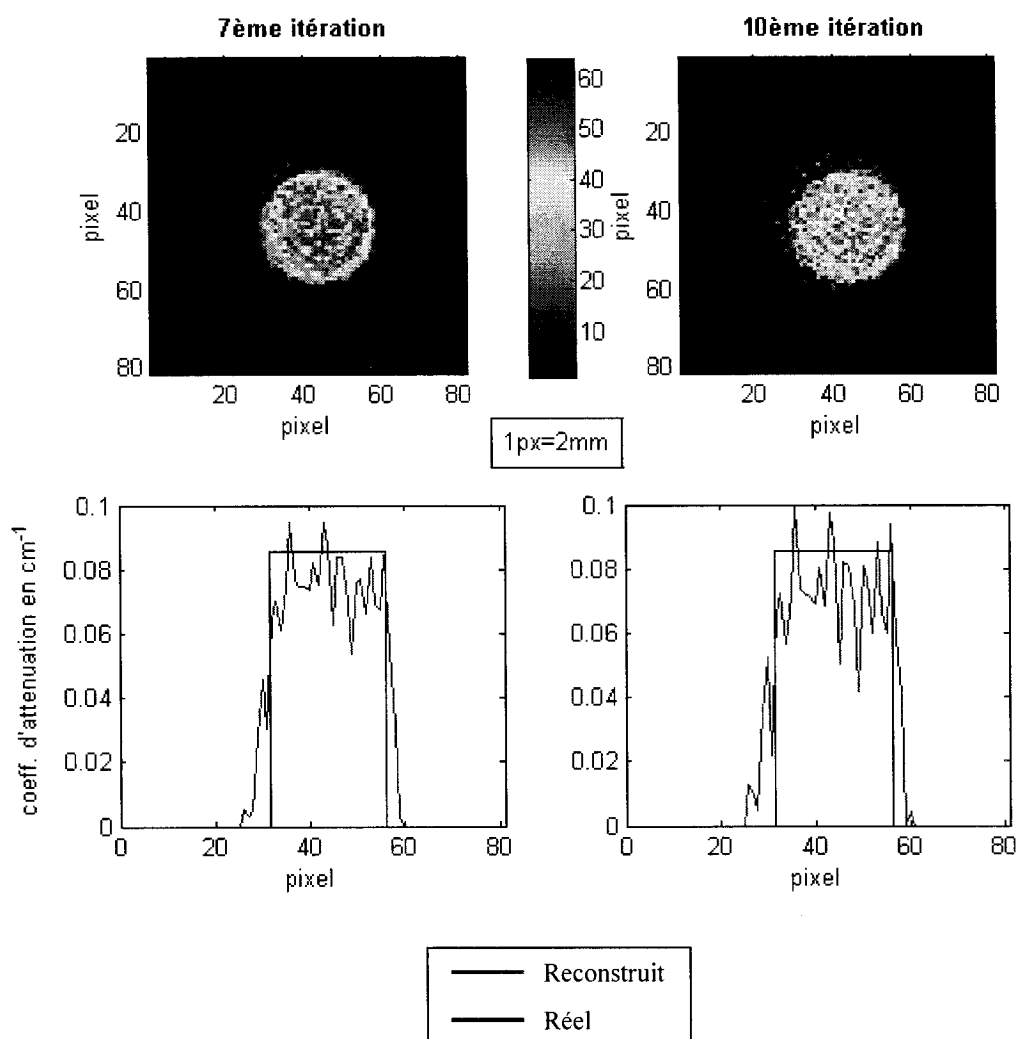


Figure 3.18 : Reconstruction de l'image de la colonne pleine d'eau avec Tomplex pour 7 et 10 itérations.

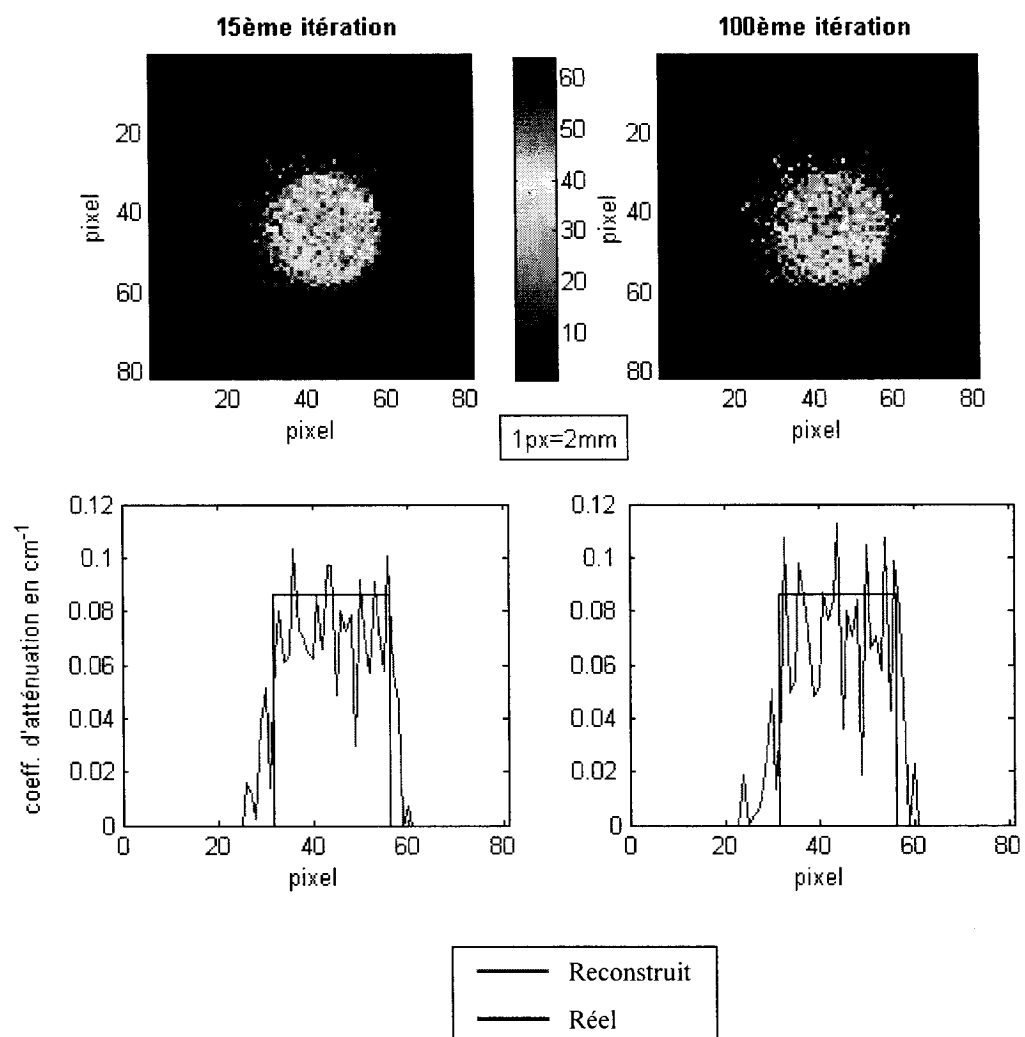


Figure 3.17 : Reconstruction de l'image de la colonne pleine d'eau avec Tomplex pour 15 et 100 itérations.

### *Observations*

L'analyse des images obtenues pour cette expérience de validation montre que :

- Qualitativement : Ifanbeam et Tomplex détectent la colonne pleine d'eau.
- Quantitativement : Tomplex donne des valeurs de coefficients d'atténuation de l'eau proches de celle de la littérature (Kumar, 1994). Ifanbeam donne des valeurs qui sont plus éloignées de celles attendues.
- Avec les deux algorithmes de reconstruction, l'eau et la paroi de la colonne ne sont pas vraiment distincts. Les deux méthodes ne permettent pas de distinguer entre le verre et l'eau, pour le temps de comptage photonique choisi.
- Avec Tomplex, le bruit de haute fréquence se construit et s'amplifie au fil des itérations.
- Le traitement par un filtre passe bas permet d'éliminer le bruit caractérisé par de hautes fréquences, mais au détriment d'une perte de contraste aux interfaces des milieux à coefficients d'atténuation très différents.
- Les coefficients d'atténuation de l'eau, reconstruits avec Tomplex, sont légèrement sous-estimés, et surestimés avec Ifanbeam, par rapport à la valeur dans Kumar et *al.* (1994).

Pour les premières itérations (3 et 5) de Tomplex, le diamètre de la colonne sur l'image est de 25 pixels, soit  $50 \text{ mm} \pm 4 \text{ mm}$ . Le diamètre intérieur réel de la colonne est égal à 50 mm (Tableau 3.2).

**Tableau 3.2 : Diamètre réel et reconstruit de la colonne d'eau**

	Diamètre de la colonne (mm)
réel	$50 \pm 1 \text{ mm}$
mesuré par tomographie	$50 \pm 4 \text{ mm}$

Cette expérience de validation indique que pour Tomplex, les premières itérations convergent vers la solution, et par la suite c'est principalement le bruit qui est reconstruit. L'échantillonnage spatial utilisé (120 vues, et 98 positions de détection) est adéquat, car les raies caractéristiques d'un sous-échantillonnage, ne sont pas visibles sur l'image avec Tomplex, et très peu visibles sur Ifanbeam.

Le nombre de pixels de l'image (81 pixels) et la taille des pixels (2mm) ont été fixés de sorte que l'image obtenue représente une surface réelle de 16,2 cm (81 pixels de 2mm x 2mm) centrée sur le centre de rotation de la table principale.

Pour une source gamma de  $^{137}\text{Cs}$  18mCi de 662 KeV, on retrouve dans la littérature les coefficients d'atténuation suivants pour le plomb et le plexiglas, et l'eau :

Plomb :  $\mu_{\text{mass}} = 0,114 \text{ cm}^2/\text{g}$

Plexiglas :  $\mu_{\text{mass}} = 0,0805 \text{ cm}^2/\text{g}$

Eau :  $\mu_{\text{mass}} = 0,086 \text{ cm}^2/\text{g}$



En observant les valeurs de coefficients d'atténuation reconstruits avec Ifanbeam, il apparaît que cette méthode qui est plus facile à utiliser et plus rapide, est plus intéressante pour l'étude qualitative de la coupe tomographique que pour l'étude quantitative.

Pour limiter le bruit, un critère d'arrêt précoce des itérations de Tomplex a été fixé. L'utilisation de ce critère d'arrêt est une solution suggérée par Mariano-Goulart et *al.* (1998) pour limiter le bruit. En analysant les images des figures 3.16, 3.17 et 3.18, on observe que ce critère permet d'obtenir des images reconstruites de qualité dans les premières itérations. L'analyse des courbes correspondantes aux images de Tomplex montre aussi que l'augmentation du nombre d'itérations améliore la reconstruction des petites structures mais amplifie aussi le bruit dans les coupes tomographiques.

Maintenant que les performances de deux algorithmes de reconstruction sur une géométrie connue ont pu être appréciées, on peut à présent les utiliser pour reconstruire des images tomographiques d'un lit à jet, avec le même protocole expérimental.

### 3.5 Expériences sur le lit à jet

Les termes “spouted bed” et “spouting” ont été utilisés pour la première fois au Conseil National de la Recherche du Canada en 1954 par Gishler et Mathur. Les chercheurs ont développé cette méthode initialement pour le séchage du blé, celle-ci leur permettant d'utiliser un air plus chaud que les séchoirs traditionnels sans dégrader les grains. Ils réalisent aussi le potentiel de cette technique pour un plus large champ d'application industriel, et étudient les caractéristiques du lit à jet avec différents matériaux solides dans l'air et l'eau.

La technologie du lit à jet utilise les attributs uniques du régime de fluidisation à jet, qui peut fournir des taux de transfert thermique comparables aux lits fluidisés traditionnels, tout en fournissant la circulation robuste des solides fortement hétérogènes, concourante avec leur morcellement très agressif (réduction de la dimension particulaire par l'abrasion). Le lit à jet primaire fournit une zone pour la volatilisation, la pyrolyse, et les réactions de gazéification. Les produits gazeux peuvent alors être appliqués à l'oxydation/incinération à haute efficacité dans un équipement conventionnel de combustion, utilisé pour la production d'énergie dans des moteurs principaux ou, alternativement, des produits chimiques peuvent être récupérés. Ainsi, la gazéification présente donc un moyen beaucoup plus intéressant de récupération de produits par recyclage avancé.

Les lits à jet ont émergé en tant que systèmes de mise en contact très efficaces de fluide-particule, et trouvent beaucoup d'applications dans l'industrie chimique et biochimique. Quelques applications importantes des lits à jet incluent la combustion de

charbon, les réactions biochimiques, le séchage des solides, le séchage des solutions et des suspensions, la granulation, le mélange, et l'enrobage de particules.

Le fluide entre dans le lit dans l'axe central de la colonne, sous forme d'un jet et entraîne les particules dans une circulation uniforme. Le fluide et les particules s'écoulent à contre-courant dans la zone annulaire qui constitue la majeure partie du lit à jet. L'écoulement des particules et du fluide est à co-courant dans le bec où les vitesses sont grandes et les temps de séjour sont courts.

Le montage décrit dans Roy et *al.* (1994) est composé d'une colonne de Plexiglas de 152 mm de diamètre avec une base conique dotée d'un angle d'inclinaison de 60°. Le diamètre de la zone d'entrée du jet de gaz est de 19,05 mm. Le garnissage de colonne est constitué de billes de verre de 3 mm de diamètre et une masse volumique de 2475 kg/m<sup>3</sup>. La hauteur du lit au repos est :  $H_A = 314\text{ mm}$ .

La vitesse minimale de jet est de :  $U_{ms} = 1,51\text{ m/s}$ .

La vitesse d'opération superficielle de l'air est de :  $U = 1,963\text{ m/s}$ .

Un schéma illustratif de la colonne est présenté dans la figure 3.25.

400 000 coordonnées (x,y,z) ont été obtenus au bout de 3.5 h de poursuite de la particule radioactive de scandium. Ces mesures permettent de déterminer le champ de vitesse particulaire moyen et d'autres paramètres hydrodynamiques comme la



Les vitesses moyennes verticales des particules en fonction de la position radiale  $r$ , et ce pour 3 niveaux  $z$  dans la colonne sont illustrés dans le graphique suivant.

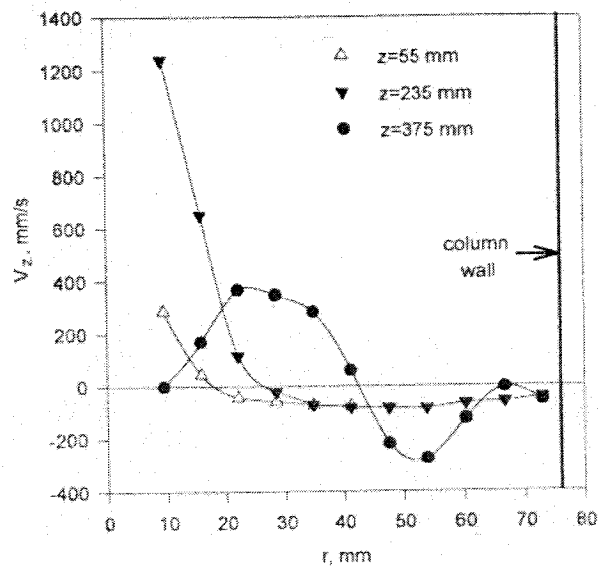
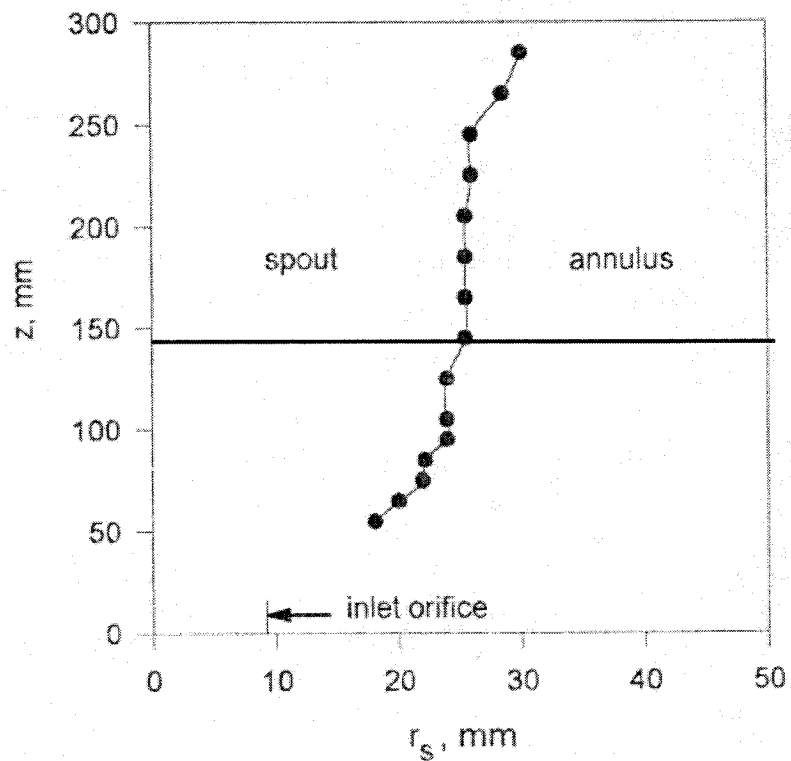


Figure 3.26 : Profil radial de la vitesse moyenne verticale de particule à différents niveaux du lit à jet.  $U/U_{ms} = 1,3$  ;  $H = 314 \text{ mm}$

Les profils radiaux de vitesse verticale moyenne ont été tracés à différents niveaux du lit. La frontière jet - zone annulaire est délimitée approximativement par la distance radiale pour laquelle la vitesse particulaire radiale change de signe.

La figure 3.27 illustre la forme du jet obtenu, et permet d'approximer pour chaque hauteur  $z$ , la position radiale de l'interface jet-zone annulaire.



Fi

Figure 3.27 : Forme du jet obtenu lors de l'expérience de poursuite de particule radioactive. La ligne horizontale rouge représente le niveau de prise de mesure avec Tomplex.  $U/U_{ms} = 1,3$  ;  $H = 314mm$

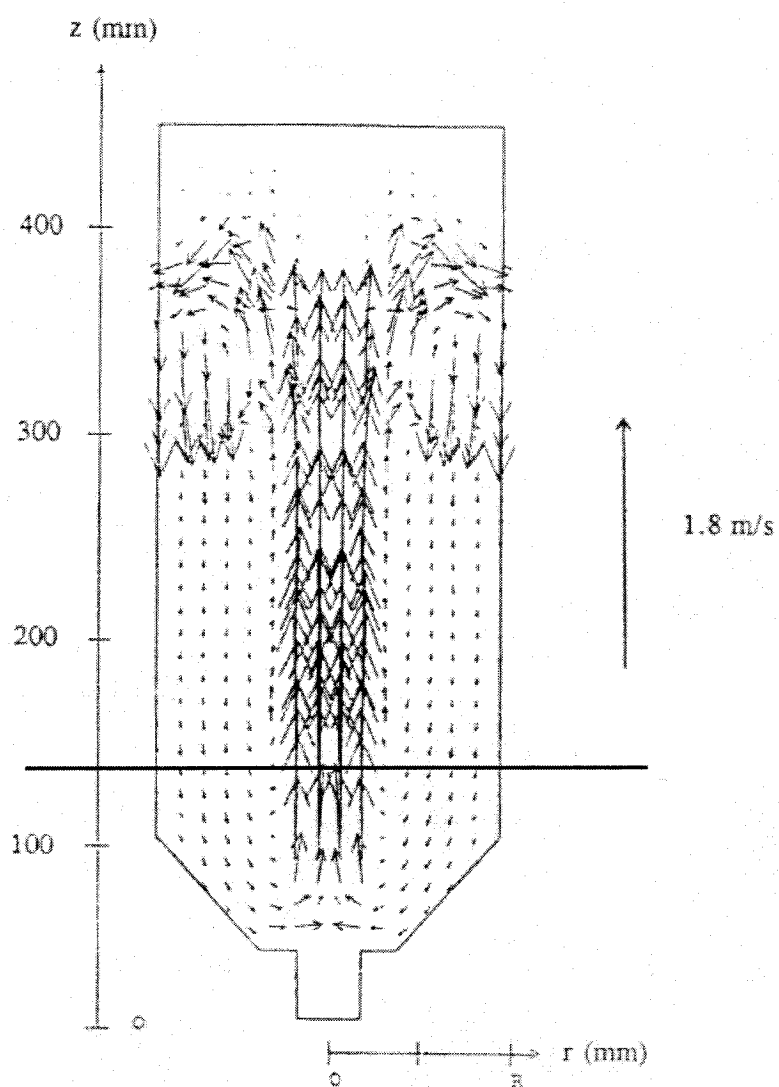


Figure 3.28 : Champ de vitesse eulérien moyen de l'écoulement solide symétrique axialement dans le lit à jet. La ligne horizontale rouge représente le niveau de prise de mesure avec Tomplex.

L'écoulement dans le lit à jet étant caractérisé par une symétrie axiale, il peut être visualisé en représentant le champ de vitesse Eulérien moyen dans le plan r-z (Figure 3.28). Chaque vecteur de vitesse est la moyenne de toutes les vitesses déterminées à une certaine position. La longueur de chaque flèche est proportionnelle à la valeur de la vitesse et les pointes de flèches indiquent les sens d'écoulement. On remarque à travers cette représentation que les billes se déplacent lentement vers le bas dans la zone annulaire, et vers le jet radialement dans la partie inférieure du réacteur. Arrivées dans le jet, les particules sont transportées vers le haut par le courant d'air à haute vitesse. Les images tomographiques présentées ci après, sont celles obtenues avec les deux méthodes Ifanbeam et Tomplex, pour une coupe prise à 140 mm de la base du lit à jet, dans les mêmes conditions opératoires que Roy (1994). Les images sont présentées ici, en plus de la gamme de 64 couleurs, avec une gamme de dégradé de noir vers le blanc qui permet de mieux distinguer le jet d'air des billes de verre.



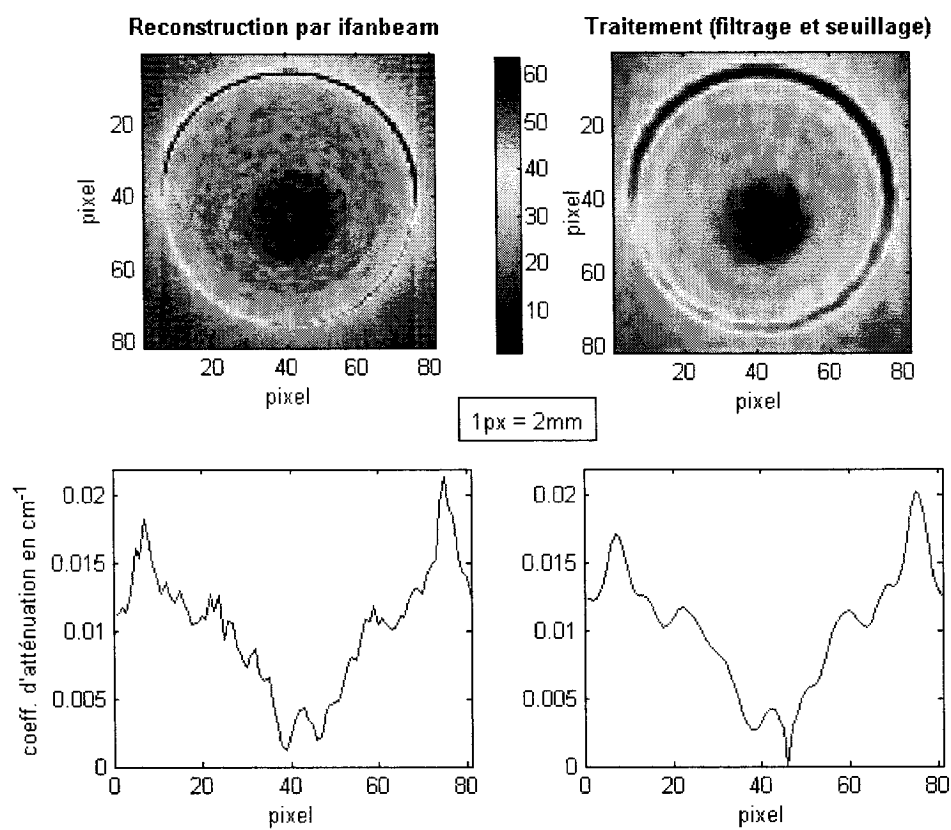


Figure 3.29 : Reconstruction de la coupe du lit à jet avec ifanbeam avec et sans filtrage-seuillage, à  $z=140\text{mm}$  avec une palette de 64 couleurs.

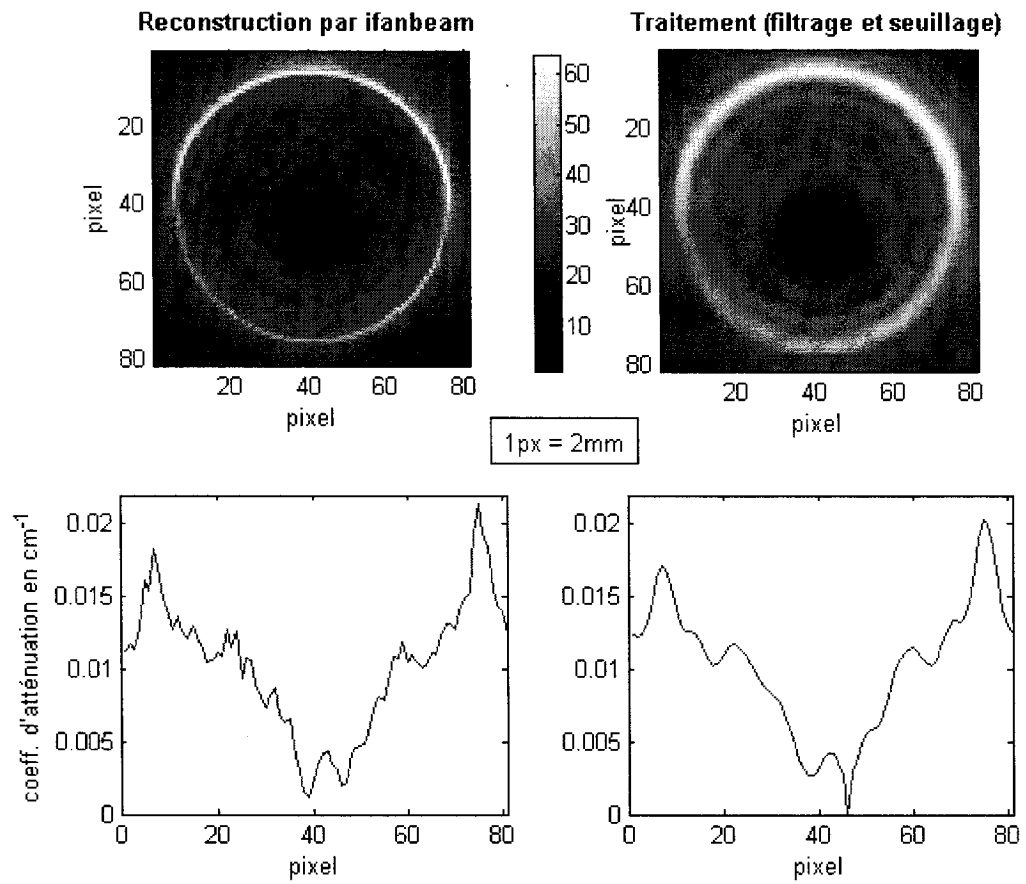


Figure 3.30 : Reconstruction de la coupe du lit à jet avec ifanbeam avec et sans filtrage-seuillage, à  $z=140\text{mm}$  avec une palette de dégradé de noir vers le blanc.

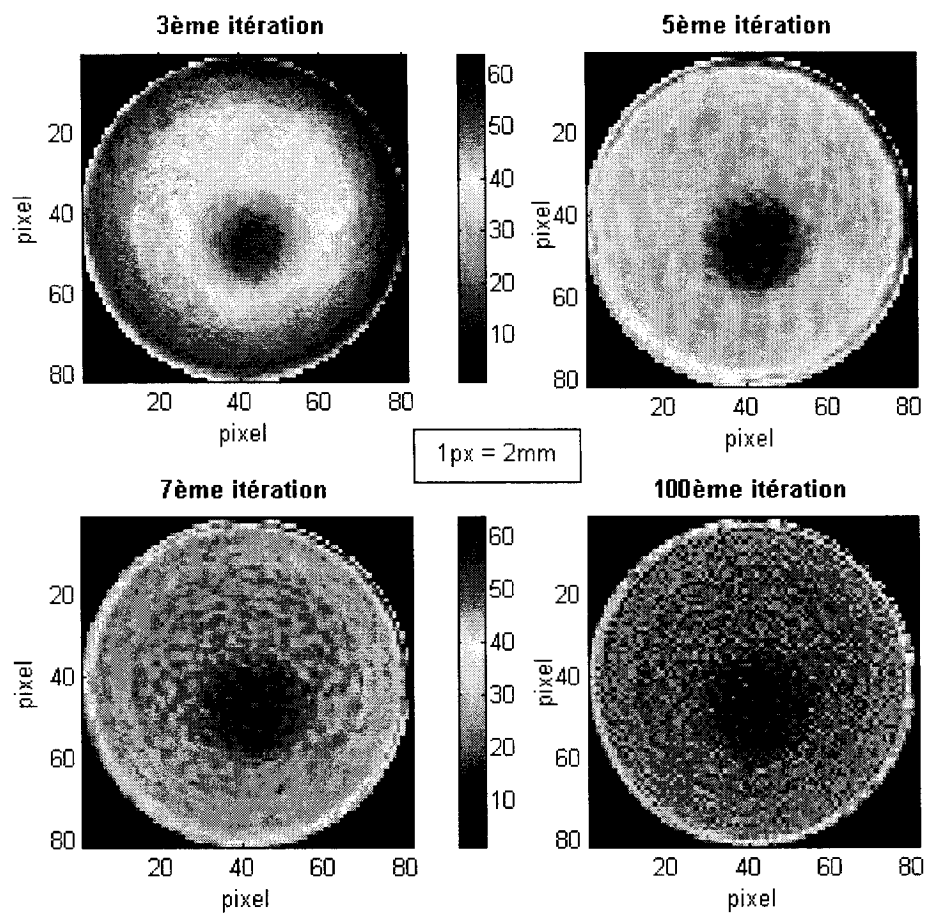


Figure 3.31 : Reconstruction de la coupe du lit à jet avec Tomplex pour 3, 5, 7 et 100 itérations, à  $z=140\text{mm}$  avec une palette de 64 couleurs.

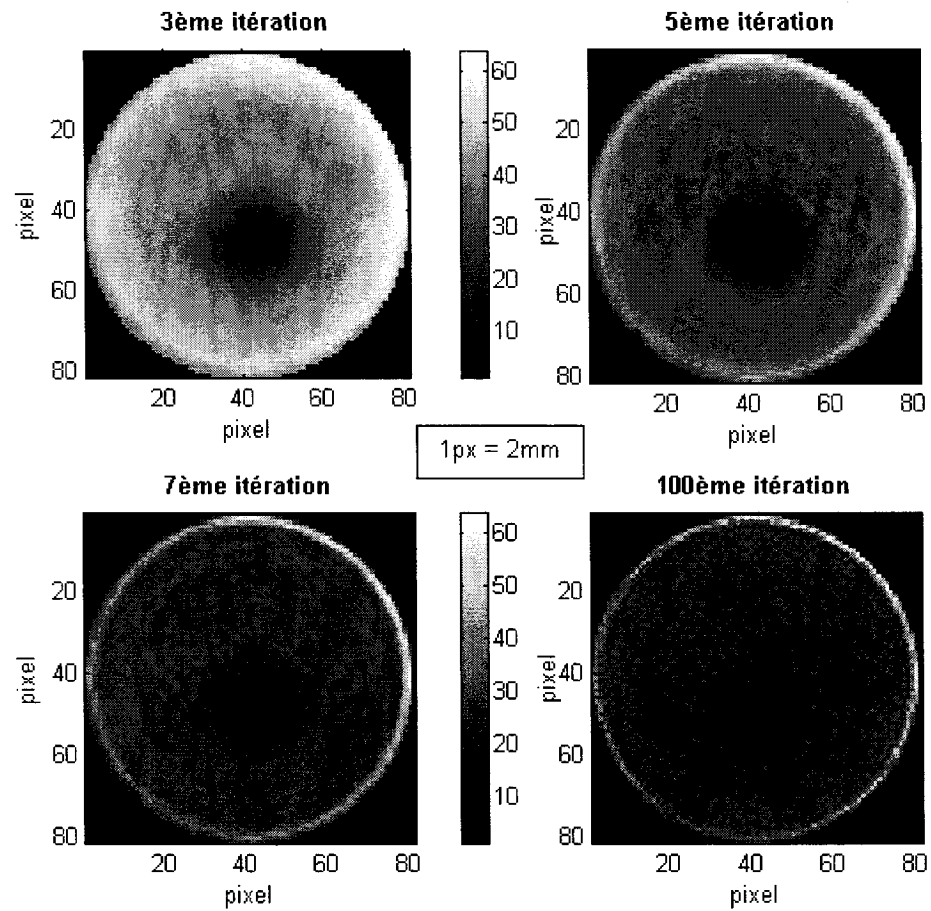


Figure 3.32 : Reconstruction de la coupe du lit à jet avec Tomplex pour 3, 5, 7 et 100 itérations, à  $z=140\text{mm}$  avec une palette de dégradé de noir vers le blanc.

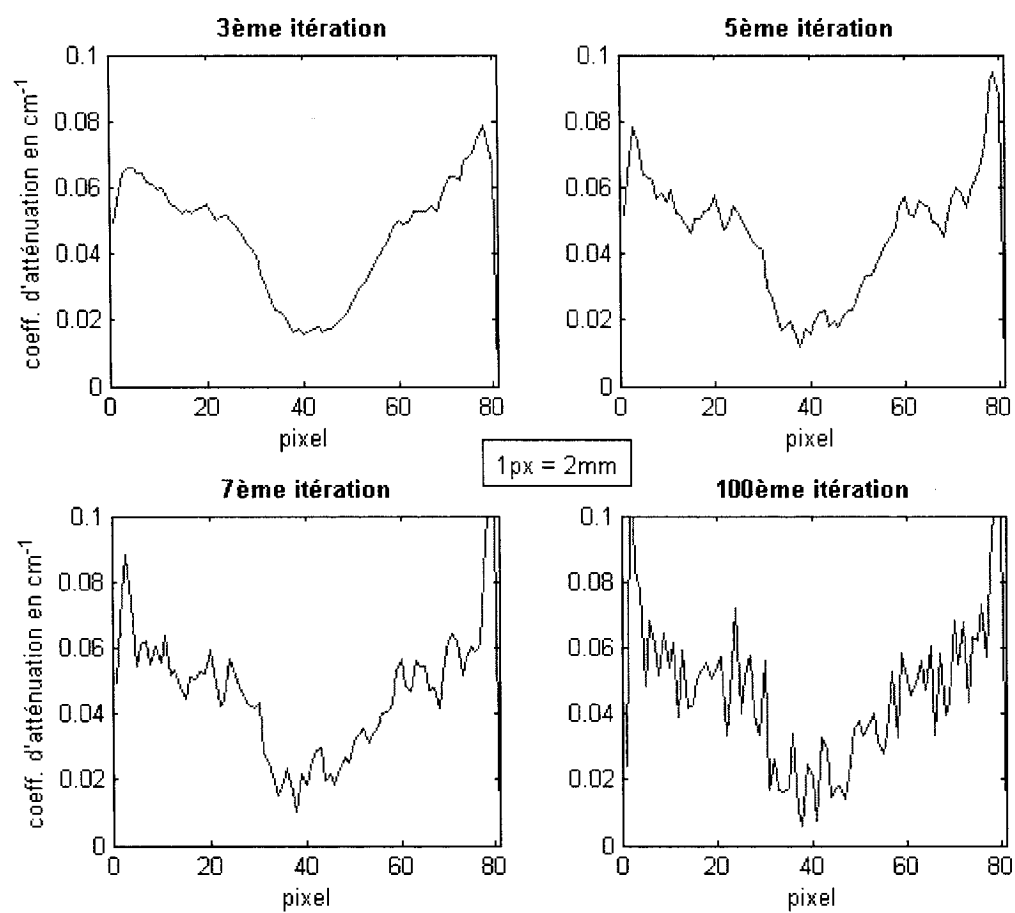


Figure 3.33 : Courbes des coefficients d'atténuation d'une coupe passant par le centre du lit à jet, pour 3, 5, 7 et 100 itérations de Tomplex.

L'observation des images tomographiques pour le lit à jet a ainsi permis de comparer le diamètre moyen du jet obtenu avec les données de la RPT, avec celui obtenu par la tomographie (Tableau 3.3).

**Tableau 3.3 : Comparaison des diamètres de jet de la RPT avec la tomographie à  $z=140\text{mm}$ .**

	Diamètre du jet
Roy et <i>al.</i> par RPT	$52 \text{ mm} \pm 1 \text{ mm}$
Ce travail par tomographie	$49 \text{ mm} \pm 4 \text{ mm}$

A cause d'un problème survenu lors de l'élévation axiale de la table principale de Tomplex, seules des mesures au niveau situé à 140 mm de la base de la colonne ont pu être effectuées. Le système doit être démonté pour pouvoir effectuer les réparations nécessaires afin de scanner différentes positions dans l'axe  $z$ . Étant donné la durée de réparation qui peut s'étendre à un mois, il a été impossible d'utiliser le tomographe pour d'autres positions  $z$  dans le cadre de cette étude.

### 3.6 Sources d'erreur

#### *Erreurs dans les mesures*

Les principales sources d'erreur dans la procédure expérimentale de la prise de mesures à la reconstruction finale sont mentionnées dans Kumar et *al.*, 1994 et Lepage, 1997.

Cette partie élaborera davantage un aspect qui n'a pas été développé avec précision dans les articles étudiés, et qui selon nous est une source d'erreur fondamentale en tomographie gamma.

Les détecteurs, et particulièrement le photomultiplicateur, sont des instruments très sensibles aux perturbations externes. En effet, la présence de ventilateurs en marche dans la salle, ou tout équipement motorisé, une fluctuation de la température, des vibrations ou un choc physique, peuvent perturber le bon fonctionnement du système de détection.

En général, pour ce genre de mesures, les expériences tomographiques sont effectuées en série, dans une plage temporelle de stabilité des conditions externes. Cette procédure n'est mentionnée dans aucune des publications étudiées, mais la difficulté à avoir une bonne reproductibilité des résultats est bien présente. Dans le cadre de ce travail, la résolution temporelle du système n'a pas encore été optimisée. C'est pourquoi une expérience peut durer près de 18h, principalement à cause du temps d'enregistrement des données relié au système d'acquisition informatisé.

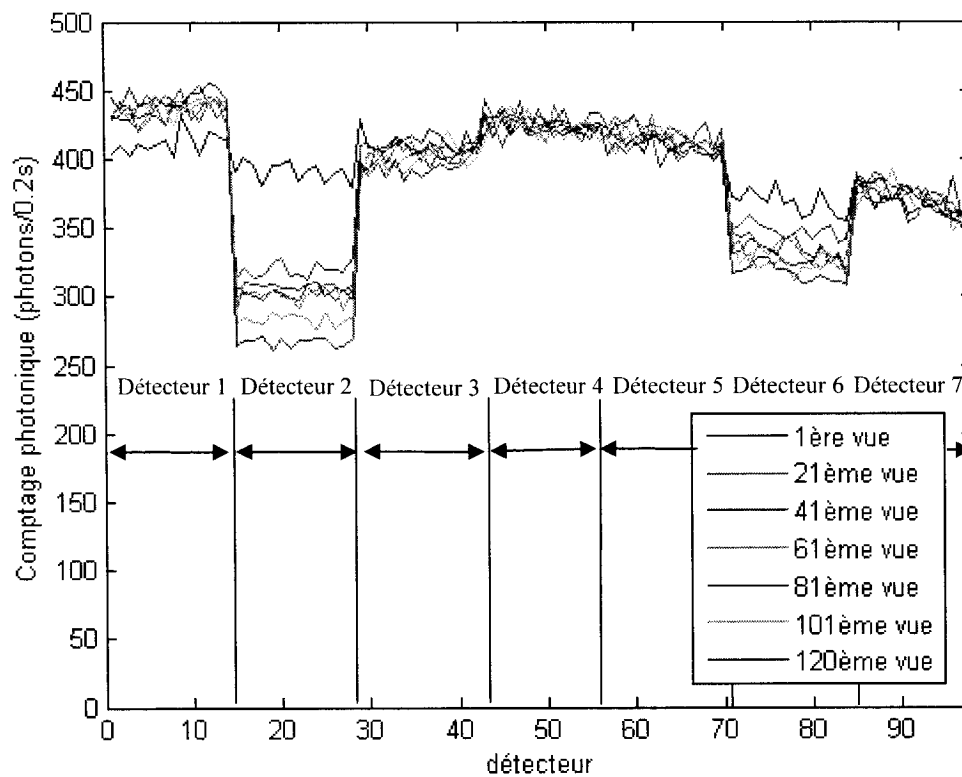


Figure 3.34 : Courbes de comptage photonique en fonction des positions de détection pour différentes vues (positions de source)

Le graphique présenté dans la figure 3.34 montre comment évolue le comptage photonique au fil de l'expérience pour différentes positions de la source (vues). On observe une baisse importante du taux de comptage photonique au fil du temps pour les détecteurs 2 et 6, et qui est plus prononcée pour le détecteur 2. Des expériences menées précédemment ont montré que ce phénomène peut aussi toucher les autres détecteurs de manière aléatoire, d'où l'importance de minimiser le temps d'expérience pour pouvoir effectuer les tests de mesure de  $I$  et  $I_0$  dans une période de stabilité des détecteurs.



Cette période doit être la plus courte possible pour éviter une trop grande variation des conditions externes (arrêt de ventilation, autres appareils en marche...). Dans les publications récentes, le temps total d'expérience ne dépasse pas 1h, ce qui permet de faire le test d'étalonnage (I0) et le test avec objet (I) successivement en l'espace de 2h. L'optimisation de la fréquence d'échantillonnage et l'utilisation de nouvelles cartes d'acquisition plus performantes devraient permettre d'aller chercher des temps de balayage de 45 min à 60 min, ce qui permettra certainement de réduire les erreurs sur les mesures.

#### *Erreurs dans les méthodes de reconstruction*

Si la modélisation du problème à inverser avec l'algorithme Tomplex est parfaite et qu'il n'y a absolument pas de bruit dans les mesures d'acquisition, le système d'équation admettra une solution unique. Et même avec cette approximation, les images en coupes reconstruites lors de la résolution du système d'équations linéaires ne dépendent pas de manière continue des projections acquises. On parle ainsi de "problème mal posé".

Qu'on utilise donc une méthode analytique ou algébrique, la reconstruction d'images tomographiques amplifie aussi bien les bruits des mesures acquises, que les artefacts introduits dans les algorithmes de calcul. Il apparaît donc important de connaître la nature de ces bruits pour une interprétation pertinente des résultats, surtout lorsqu'on désire effectuer une analyse quantitative. Cette connaissance aide éventuellement à

choisir quelle classe de méthodes de reconstruction il serait préférable d'utiliser pour le système étudié.

Aujourd'hui, les algorithmes les plus répandus sur les scanners commerciaux sont basés soit sur des techniques analytiques (ex : rétroprojection filtrée) ou algébriques (ex : estimation-maximisation, gradient conjugué...). Pour des matrices tomographiques relativement petites ainsi qu'une statistique de comptage photonique suffisante, les algorithmes itératifs du gradient conjugué et d'estimation-maximisation sont les plus appropriés pour une analyse quantitative des résultats (Mariano-Goulart, 1998). Pour une interprétation qualitative des coupes tomographiques acquises à partir d'un nombre de projections important, les algorithmes analytiques comme la rétroprojection filtrée offrent une utilisation plus rapide et plus facile.

En somme, en essayant d'améliorer la résolution spatiale et d'obtenir plus de précision dans les données quantitatives des pixels, il apparaît difficile de ne pas amplifier le bruit stochastique des projections tomographiques.

L'algorithme itératif permet aussi d'introduire des contraintes sur les formes géométriques reconstruites. Il existe aussi la possibilité d'initialiser plus intelligemment la résolution itérative en exploitant notre savoir a priori de certains éléments de la zone à scanner.

## CHAPITRE 4 CONCLUSION

Un tomographe de 3<sup>ème</sup> génération a été développé pour l'étude des écoulements polyphasiques en différentes étapes. La première étape de construction a abouti à un ajustement structurel et à l'automatisation du processus d'acquisition des projections. Lors de cette première étape, l'arc des détecteurs a été placé sur une seconde table rotative indépendante de celle de la source. Ceci a permis d'aller chercher 98 projections par vue au lieu de 7 (montage initial), pour les sections étudiées.

Un programme de reconstruction d'images Tomplex a été élaboré en Matlab, basé sur une méthode algébrique et une résolution des moindres carrés. Les résultats obtenus avec cette méthode ont été comparés à ceux obtenus avec Ifanbeam, une méthode analytique dans la boîte à outils de Matlab, et ceci dans une étape de validation avec un objet à géométrie connue, puis pour obtenir des coupes d'un lit à jet. La validation a été entamée pour le système tomographique en effectuant des tests sur une colonne pleine d'eau (système air-verre-eau), pour laquelle on a obtenu une image équivalente à la réalité avec une incertitude de  $\pm 4\text{mm}$ . L'algorithme algébrique Tomplex offre des résultats d'une meilleure qualité qu'Ifanbeam.

Le diamètre du lit à jet a été déterminé avec le tomographe dans les mêmes conditions opératoires que Roy et *al.* (1994). La technique de traçage de particule radioactive (RPT) utilisée avait permis d'évaluer un diamètre moyen de jet à 52 mm. Avec le système tomographique, le diamètre de jet reconstruit est égal à  $49\text{ mm} \pm 4\text{mm}$ .

Les expériences menées avec le tomographe durent actuellement près de 18h, ce qui laisse place à plus de dérive du système de détection. Il est important d'optimiser la fréquence d'échantillonnage en essayant de garder la meilleure résolution spatiale possible, et cela en réduisant le temps de mesure total à un maximum de 1h. De nouvelles cartes d'acquisition ayant une plus grande rapidité d'enregistrement devraient être installées pour remédier à ce problème, et pouvoir effectuer les expériences de I et I0 dans des plages de stabilité relativement courtes.

Pour ce qui est de l'algorithme algébrique, compte tenu de la taille du problème et qu'il s'agit d'un problème "mal posé", il serait pertinent dans des travaux futurs de recourir à des méthodes de régularisation qui se prêtent mieux à la minimisation de certains critères comme celle des moindres carrés pénalisés par un terme quadratique ou non quadratique (Villain et al., 2003).

## RÉFÉRENCES

1. BESSON, G. (1999). CT image reconstruction from fan-parallel data. Med. Phys., vol. 26, n°3, 415-426.
2. BOYER, C.; FANGET, B. (2002). Measurement of liquid flow distribution in trickle bed reactor of large diameter with a new gamma-ray tomographic system. Chem. Eng. Sci., **57**, 1079–1089.
3. CHAOUKI, J.; LARACHI, F. et DUDUKOVIC, M. P. (1997). Noninvasive Tomographic and velocimetric monitoring of multiphase flows. Ind. Eng. Chem. Res., **36**, 4476-4503.
4. DAR COURT, J.; KOULIBALY P.M. ET MIGNECO O.(1998). Méthodes itératives de reconstruction. Revue de l'ACOMEN, vol.4, n°2.
5. DECHSIRI, C.; GHIONE, A.; VAN DE WIEL, F.; DEHLING, H. G.; PAANS, A. M. J. et HOFFMANN A. C. (2005). Positron emission tomography applied to fluidization engineering. The Canadian Journal of Chemical Engineering, **83**, 88-95.
6. De VUONO, P. A.; SCHLOSSER, G.; KULACKI, F. A. et MUNSHI, P. (1980). Design of an isotopic CT scanner for two-phase flow measurements, IEEE Trans. Nucl. Sci. **NS-27(1)**. 814-820.

7. DE VUONO, A. C. (1979). Design of a computerized tomographical (CT) scanner applied to two-phase fluid studies for nuclear reactor safety analysis.  
M.Sc. thesis, Ohio State University, USA.
8. DREIKE, P.; BOYD, D. P. (1976). Convolution reconstruction of fan-beam projections. Comput. Graph. Image Process. **5**, 459-469.
9. FINCKE, J. R.; BERGGREN, M. J. et JOHNSON, S. A. (1980). The application of reconstructive tomography to the measurement of density distribution in two-phase flow, Proc. 26th Int. Instrumentation Symp., 235-243.
10. GRANGEAT, P. (2002). La tomographie : fondements mathématiques, imagerie microscopique et imagerie industrielle, Éd. Hermès Science, Paris.
11. HOSSEINI-ASHRAFI, M. E.; TUEZUEN, U. (1993) A tomographic study of voidage profiles in axially symmetric granular flows. Chem. Eng. Sci., **48**- 53.
12. KAK, A.C. ET SLANEY, M. (1988). Principles of Computerized Tomographic Imaging, New York, NY, Éd. IEEE Press.
13. LARACHI, F.; GRANDJEAN, B. et CHAOUKI, J. (2003). Mixing and circulation of solids in spouted beds: particle tracking and Monte Carlo emulation of the gross flow pattern. Chemical Engineering Science, **58**,1497-1507
14. LEPAGE, F. (1997). Concept and realization of a gamma ray transmission tomograph of 3<sup>rd</sup> and 4<sup>th</sup> generation with application to multiphase systems.  
M.Sc. thesis, École Polytechnique de Montréal.

15. LIMTRAKUL, S.; CHEN, J.; RAMACHANDRAN P. A. et DUDUKOVIC, M. P. (2005). Solids motion and holdup profiles in liquid fluidized beds. Chemical Engineering Science, 60, 1889-1900.
16. MARIANO-GOULART, D.; FOURCADE, M. (1998). Le bruit en tomographie d'émission à simple photon. Revue de l'ACOMEN, vol.4, n°2.
17. PAIGE, C. C. et SAUNDERS, M. A. (1982). LSQR: An Algorithm for Sparse Linear Equations And Sparse Least Squares," ACM Trans. Math. Softw., 8, 43-71.
18. ROY, D.; LARACHI, F.; LEGROS, R. et CHAOUKI, J. (1994); A study of solid behaviour in spouted beds using 3-D particle tracking. The Canadian Journal of Chemical Engineering, vol. 72, 945-952.
19. ROY, S.; KEMOUN, A.; AL-DAHMAN, M.H.; et DUDUKOVIC, M.P. (2005). Experimental Investigation of the Hydrodynamics in a Liquid–Solid Riser. AIChE Journal, v. 51, n°3, 802-835.
20. SIMONS, S. J. R.; SEVILLE J. P. K. ; CLIFT, R. ; GILBOY, W. B. ET HOSSEINI-ASHRAFI, M. E. (1992). Application of gamma-ray tomography to gas fluidized and spouted beds. Proceedings of a Workshop on Tomographic Techniques for Process Design and Operation. 227.
21. SEVILLE, J. P. K.; MORGAN, J. E. P. et CLIFT, R. (1986). Tomographic determination of the voidage structure of gas fluidized beds in the jet region. in Fluidization V: Proc. 5th Int. Conf. Fluidization, Denmark, 1986.
22. SHAIBAL, R.; KEMOUN, A.; AL-DAHMAN, M.H; DUDUKOVIC M.P.; SKOURLIS, T.B.; DAUTZENBERG, F.M. (2004). Countercurrent flow

distribution in structured packing via computer tomography. Chem. Eng. and Proc., 44, 59-69.

23. TOYE, D.; MARCHOT, P.; CRINE, M.; PELSSER, A.-M. et L'HOMME, G. (1998). Local measurements of void fraction and liquid holdup in packed columns using X-ray computed tomography, Chem. Eng. and Proc., 37, 511-520.
24. VILLAIN, N.; GOUSSARD Y.; IDIER J. et ALLAIN M. (2003). 3D edge-preserving image enhancement for computer tomography. IEEE Trans. Medical Imaging, vol.22, n°10.
25. YESTER, M. W. et BARNES, G. T. (1977). Geometrical limitations of computer tomography (C.T.) scanner resolution, Appl. Opt. Instrum. Med., VI 127, 296-303.
26. YIN, F.; AFACAN, A.; NANDAKUMAR, K.; CHUANG, K.T. (2002). Liquid holdup distribution in packed columns: gamma ray tomography and CFD simulation, Chem. Eng. Process, 41, 473-483.

Site web :

**[www.mathworks.com/access/helpdesk/help/toolbox/images/images.shtml](http://www.mathworks.com/access/helpdesk/help/toolbox/images/images.shtml)**



## ANNEXE A

### Code Matlab du programme Tomplex

#### **Mat\_spec.m**

```
function [N,dxy]=mat_spec

prompt{1} = 'Taille de la matrice NxN (défaut N=71):';
prompt{2} = 'Resolution ou dxy en mm (défaut 1mm):';

title = 'Définition du maillage et de la colonne';
if exist('mat_spec.mat')==2
    load mat_spec
    default_ans=cell([1,3]);
    default_ans{1}=num2str(N);
    default_ans{2}=num2str(dxy);
else
    default_ans={'71','1'};
end
answer = inputdlg(prompt,title,1,default_ans);
if isempty(answer)==1
    disp('entrée non valide')
    clear
    return
end

N=str2num(answer{1});
dxy=str2num(answer{2});

save mat_spec N dxy
```

#### **poids\_pixel.m**

```
function long=poids_pixel(Sx,Sy,Ax,Ay,N,dxy)

%function long=poids_pixel(Sx,Sy,Ax,Ay,skipchk,N,r_col)
%
% Cette fonction calcule les distances parcourues dans la matrice par un rayon
% gamma émergeant de la source allant au détecteur
```

```

%Input
%   Sx:      (optionel) position x de la source en mm
%   Sy:      (optionel) position y de la source en mm
%   Ax:      (optionel) position x du détecteur en mm
%   Ay:      (optionel) position y du détecteur en mm
%   skipchk:  (optionel) entrez 1 afin d'outrepasser l'invite de modification des
%              paramètres de la colonne et du maillage (défaut = 1)
%   N:       (optionel) la taille de la matrice, nombre de blocs par ligne/colonne
%   r_col:    (optionel) le rayon de la colonne en mm, si <0 on ne considere pas la
%              colonne, c'est-a-dire maillage carré
%
%Output
%   long:     matrice des longueurs parcourues (utilise sparse pour reconstruire)
%
% if nargin==0
%   help poids_pixel
%   go_on=input('Poursuivre les calculs ("1" pour oui, "0" pour non)\n');
%   if go_on==0
%       return
%   end
% end
%
% if exist('skipchk')==0
%   skipchk=0;
% end
%
% if skipchk~=0
%   skipchk=1;
% end
%
% if nargin<=5
%
%   if exist('mat_spec.mat')==2
%       load mat_spec
%   end
%
%   if (exist('mat_spec.mat')==2)&(skipchk==0)
%       change=input('Voulez vous modifiez les valeurs en mémoire ("1" pour oui, "0"
pour non)\n');
%   else
%       change=0;
%   end
%
%

```

```

%   if change~=0
%       change=1;
%   end
%
% end
%
% if exist('change')==0
%     change=0;
% end
%
% % if (nargin<8)|(change==1)
% % %     [N,dxy,r_col]=mat_spec
% % %     save mat_spec N dxy r_col
% % end
%
% if nargin<4
%     Sxy=input('Entrez le vecteur position de la source (en mm)\n');
%     Axy=input('Entrez le vecteur position du détecteur (en mm)\n');
%     Sx=Sxy(1);
%     Sy=Sxy(2);
%     Ax=Axy(1);
%     Ay=Axy(2);
% end

if rem(N,2)==0
    N=N+1;
    disp('N est augmenté de 1 afin d"avoir une valeur impaire')
end

lim_x=(-N/2:N/2)*dxy;
lim_y=(-N/2:N/2)*dxy;

if (Sx-Ax)~=0
    y_int=(Sy-Ay)/(Sx-Ax)*(lim_x-Sx)+Sy;
else
    lim_x=[];
    y_int=[];
end

if (Sy-Ay)~=0
    x_int=(Sx-Ax)/(Sy-Ay)*(lim_y-Sy)+Sx;
else
    lim_y=[];

```

```

    x_int=[];
end

% % recherche des points qui intersectent le périmetre de la colonne
% if r_col>0
%   if (Sx-Ax)~=0
%       C(1)=1+((Sy-Ay)/(Sx-Ax))^2;
%       C(2)=-2*Sx*((Sy-Ay)/(Sx-Ax))^2+2*((Sy-Ay)/(Sx-Ax))*Sy;
%       C(3)=((Sy-Ay)/(Sx-Ax))^2*Sx^2-2*((Sy-Ay)/(Sx-Ax))*Sx*Sy+Sy^2-r_col^2;
%       xr=(roots(C))';
%       yr=(Sy-Ay)/(Sx-Ax)*(xr-Sx)+Sy;
%   else
%       xr=Sx*[1 1];
%       yr=(r_col^2-Sx^2).^0.5*[-1 1];
%   end
% else
%   xr=[];
%   yr=[];
% end

xr=[];
yr=[];

x=[lim_x x_int xr];
y=[y_int lim_y yr];

xy_max=N/2*dxy;

if (Sx-Ax)>(Sy-Ay)
    [x,I]=sort(x);
    y=y(I);
else
    [y,I]=sort(y);
    x=x(I);
end

x_inpixel=(x(1:end-1)+x(2:end))/2 ; % point milieu du rayon dans le pixel
y_inpixel=(y(1:end-1)+y(2:end))/2;

longueur=((x(1:end-1)-x(2:end)).^2+(y(1:end-1)-y(2:end)).^2).^0.5;

```

```
in_grille=((abs(x_inpixel))<xy_max).*((abs(y_inpixel))<xy_max).*(longueur>0); %
vecteur qui indique si le point est a l'intérieur de la grille et que la distance parcourue
dans le pixel est une grandeur positive
```

```
nxy_inpixel=sum(in_grille);
```

```
x_inpixel=x_inpixel.*in_grille+(xy_max+dxy)*(1-in_grille)+(N/2)*dxy ;% doit etre a
l'intérieur de la colonne rapporté au coin supérieur gauche de la matrice
y_inpixel=y_inpixel.*in_grille+(xy_max+dxy)*(1-in_grille)+(N/2)*dxy;
```

```
if (Sx-Ax)>(Sy-Ay)
    [x_inpixel,I]=sort(x_inpixel);
    y_inpixel=y_inpixel(I);
else
    [y_inpixel,I]=sort(y_inpixel);
    x_inpixel=x_inpixel(I);
end
```

```
longueur_inpixel=longueur(I);
```

```
i_inpixel=ceil(x_inpixel/dxy);
j_inpixel=ceil(y_inpixel/dxy);
```

```
i_inpixel=i_inpixel(1:nxy_inpixel);
j_inpixel=j_inpixel(1:nxy_inpixel);
longueur_inpixel=longueur_inpixel(1:nxy_inpixel);
```

```
long=sparse(i_inpixel,j_inpixel,longueur_inpixel,N,N);
```

### **matA.m**

```
function longmat=matA
```

```
tic
load mat_spec
posdet(44.1:-1.05:-44.1,0:15:355);
load posdet
```

```
[Ndet,Nalp]=size(Ax2D);
ww=1;
```

```
cercle=mask(N,N,N);
```

```

for jj=1:Nalp
    for ii=1:Ndet
        Sx1=Sx2D(ii,jj);
        Sy1=Sy2D(ii,jj);
        Ax1=Ax2D(ii,jj);
        Ay1=Ay2D(ii,jj);
        long=poids_pixel(Sx1,Sy1,Ax1,Ay1,N,dxy);
        longm=fliplr(long);
        longmat(ww,:)=cercle(:).*longm(:)';
        ww=ww+1;
    end
end

save longmat longmat
load longmat
toc

```