

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

CARACTÉRISATION DES RÉSEAUX DE BRAGG DANS
LES FIBRES OPTIQUES

BRAHIM EL FADIL
DÉPARTEMENT DE GÉNIE PHYSIQUE
ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

MÉMOIRE PRÉSENTÉ EN VUE DE L'OBTENTION
DU DIPLÔME DE MAÎTRISE ÈS SCIENCES APPLIQUÉES (M.Sc.A.)
(GÉNIE PHYSIQUE)

Septembre 2005



Library and
Archives Canada

Bibliothèque et
Archives Canada

Published Heritage
Branch

Direction du
Patrimoine de l'édition

395 Wellington Street
Ottawa ON K1A 0N4
Canada

395, rue Wellington
Ottawa ON K1A 0N4
Canada

Your file Votre référence

ISBN: 978-0-494-16779-3

Our file Notre référence

ISBN: 978-0-494-16779-3

NOTICE:

The author has granted a non-exclusive license allowing Library and Archives Canada to reproduce, publish, archive, preserve, conserve, communicate to the public by telecommunication or on the Internet, loan, distribute and sell theses worldwide, for commercial or non-commercial purposes, in microform, paper, electronic and/or any other formats.

The author retains copyright ownership and moral rights in this thesis. Neither the thesis nor substantial extracts from it may be printed or otherwise reproduced without the author's permission.

AVIS:

L'auteur a accordé une licence non exclusive permettant à la Bibliothèque et Archives Canada de reproduire, publier, archiver, sauvegarder, conserver, transmettre au public par télécommunication ou par l'Internet, prêter, distribuer et vendre des thèses partout dans le monde, à des fins commerciales ou autres, sur support microforme, papier, électronique et/ou autres formats.

L'auteur conserve la propriété du droit d'auteur et des droits moraux qui protègent cette thèse. Ni la thèse ni des extraits substantiels de celle-ci ne doivent être imprimés ou autrement reproduits sans son autorisation.

In compliance with the Canadian Privacy Act some supporting forms may have been removed from this thesis.

Conformément à la loi canadienne sur la protection de la vie privée, quelques formulaires secondaires ont été enlevés de cette thèse.

While these forms may be included in the document page count, their removal does not represent any loss of content from the thesis.

Bien que ces formulaires aient inclus dans la pagination, il n'y aura aucun contenu manquant.


Canada

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

Ce mémoire intitulé:

CARACTÉRISATION DES RÉSEAUX DE BRAGG DANS
LES FIBRES OPTIQUES

présenté par: EL FADIL Brahim,

en vue de l'obtention du diplôme de: Maîtrise ès sciences appliquées

a été dûment accepté par le jury d'examen constitué de:

M. Raman Kashyap, Ph.D., président

M. Jacques Bures, D.Sc., membre et directeur de recherche

M. Marc Verhaegen, Ph.D., membre et codirecteur de recherche

M. Xavier Daxhelet, Ph.D., membre

Je dédie ce mémoire à

Ma femme *Maha*

Ma mère *Hennou*

Et toute ma famille

Abstract

Fibre Bragg gratings writing by U.V. exposure of the core of silica optical fibre are rapidly finding applications in optical communications and sensor technology.

Chirped gratings, in which the grating periods varies along the fibre axial direction, are promising as broad-band filters and delay equalizers. Such complex gratings requires characterization methods that provides good accuracy in the measurement of the axial envelop function, period and the amplitude of the index modulation, of the grating after fabrication.

We first established an experimental set-up that allows to measure the amplitude of the index modulation of the fibre Bragg grating. It is inspired by the Krug's method where a probe beam is incident at an angle onto the uncoated surface of the fibre. Our measures gave an amplitude of the refractive-index modulation of 4×10^{-4} .

We then made a second set-up to measure the pitch and the depth of a relief grating in a fused silica phase mask, as well as the step of fibre Bragg grating. This is based on a Mach-Zehnder interferometer, as developed by Fonjalaz.

Then, to validate the method, we characterized known phase masks by measuring their pitches and the depth of their relief.

Our measures gave, for an uniform phase mask a pitch of 772 nm and the depth of the relief of 239 nm. We also measured the pitch of a chirped phase mask and we found 1043 nm.

As for the fibre Bragg grating, we measured for an uniform grating made at École Polytechnique, a pitch of 520 nm. For an uniform grating made by *ITF*, we found a

pitch of 553 nm. We are also characterized a chirped grating made by *ITF* too, and we found a pitch of 536 nm.

For the data acquisition, a program named "BRAGGOMÈTRE" has been developed in the optical fibres Laboratory at École polytechnique de Montréal.

Finally to analyze the collected data, we developed two important theoretical parts:

- The first one verifies the demonstration of the total scattering cross-section formula used in the "Braggomètre" program.
- The second is a calculus permitting the retrieval of the depth of the relief's phase masks.

Résumé

Les réseaux de Bragg dans les fibres optiques ont une grande importance pour les technologies de communications optiques. Ils sont notamment utilisés dans des réflecteurs optiques de communication par multiplexage en longueur d'onde (WDM), des égalisateurs de gain des amplificateurs dopés à l'erbium (EDFA) et des compensateurs de dispersion utilisant de réseaux non uniforme appelés "chirpés". Leur caractérisation est donc très importante.

Pour ce faire, nous avons développé en premier lieu, un montage permettant de mesurer l'amplitude de l'indice de modulation des réseaux de Bragg inscrits dans la fibre optique. Ce montage est basé sur la méthode de Krug à diffraction latérale[18] qui consiste à focaliser un faisceau laser sur le côté d'un réseau en choisissant l'angle correspondant à la condition de Bragg. Nos expériences ont donnée une amplitude de l'indice de modulation d'un réseau de Bragg de 4×10^{-4} .

En second lieu, nous avons développé un autre montage permettant de mesurer les pas et les hauteurs des créneaux des masques de phase, ainsi que les pas des réseaux de Bragg. Ce dernier montage, utilisant un interféromètre Mach-Zehnder, a été développé par Fonjalaz[11] et nous lui avons apporté quelques modifications .

Ensuite, pour vérifier le bien-fondé de notre approche, nous avons caractérisé des masques de phase connus en mesurant leur pas et la hauteur de leurs créneaux. Nos mesures ont donné, pour un masque de phase uniforme, un pas de 772 nm , celui du fabricant étant de 770 nm .

Pour la hauteur des créneaux, nous avons trouvé une valeur de l'ordre de 239 nm .

Nous avons aussi mesuré un pas d'un masque de phase non uniforme et nous avons trouvé 1043 nm , proche de la valeur nominale de 1070 nm .

Quant aux réseaux de Bragg, nous avons trouvé, pour un réseau uniforme fabriqué au Laboratoire des fibres, un pas de 520 nm , ce qui est très proche de 524 nm , valeur donnée par le fabricant. Pour un autre réseau uniforme fabriqué par *ITF* nous avons trouvé un pas de 553 nm , celui donné par le fabricant étant de 545.5 nm . Nous avons aussi mesuré le pas d'un réseau "chirpé" et nous avons trouvé 536.67 nm .

Pour le traitement des données, nous avons utilisé un programme appelé Braggomètre qui a été développé au laboratoire des fibres optiques.

Enfin nous avons développé deux parties théoriques importantes:

- La première est l'éclaircissement de la démonstration de la formule de la section efficace totale d'Ulrich[8], utilisée dans le programme Braggomètre du montage et par d'autres auteurs auparavant (P. Krug, N., Roussel, F. Busque,...).
- La deuxième est l'étude théorique de calcul permettant de mesurer la hauteur des créneaux des masques de phase.

Remerciements

Mes remerciements à:

Jacques Bures

Marc Verhaegen

Xavier Daxhelet

Raman Kashyap

François Busque

Suzanne Lacroix

Lütfü Çelebi Ozcan

Vincent Tréanton.

Table des matières

Dédicace	iv
Abstract	v
Résumé	vii
Remerciements	ix
Table des matières	x
Table des figures	xiii
Liste des tableaux	xvi
Liste des annexes	xvii
Liste des sigles et abréviations	xviii
Introduction	1
1 Généralités sur les réseaux de Bragg	5
1.1 Introduction	5
1.2 Couplage par réseau sinusoïdal	5
1.2.1 Théorème de réciprocité	5
1.2.2 Équations générales de couplage de modes	7

1.2.3	Couplage de deux modes contradirectionnels	8
1.2.4	Coefficients de réflexion et de transmission	9
1.2.5	Réponse spectrale	10
1.3	Réalisation expérimentale des réseaux de Bragg	10
1.3.1	Par onde stationnaire	11
1.3.2	Par interférométrie	12
2	Calcul de la section efficace de Bragg:formule d'Ulrich	15
2.1	Rappels et définitions	15
2.1.1	Les dipôles induits	15
2.1.2	Les hypothèses d'Ulrich	17
2.1.3	La loi de Descartes	17
2.2	Calcul de la puissance	18
2.2.1	Puissance de Bragg P_B	18
2.2.2	Calcul de la section efficace de Bragg σ_B	21
3	Mesure de l'amplitude de modulation de l'indice des réseaux de Bragg	27
3.1	Introduction	27
3.2	Montage électro-optique	27
3.2.1	Installation du matériel et alignement du laser	28
3.2.2	Remarques pratiques	37
3.3	Caractérisation du faisceau laser à la sortie de l'objectif de microscope	38
3.3.1	Mesures expérimentales	38
3.3.2	Modélisation du faisceau par ZEMAX	43
3.4	Fonctionnement du montage et analyse des données	45
3.4.1	Fonctionnement du montage	45
3.4.2	Mesure de l'indice de modulation du réseau de Bragg	46

4	Mesure des pas et créneaux de quelques réseaux	50
4.1	Introduction	50
4.2	Masque de phase	50
4.2.1	Étude théorique du masque de phase	50
4.2.2	Mesure des pas des masques de phase	56
4.2.3	Mesure de la hauteur du créneau du masque de phase	62
4.3	Mesure des pas des réseaux de Bragg	63
4.3.1	Mesures des pas de quelques réseaux de Bragg uniformes	63
4.3.2	Mesures du pas d'un réseau "chirpé"	69
5	Conclusion	70
	Bibliographie	80

Table des figures

Figure 1.1:	Section droite de la fibre optique.....	11
Figure 1.2:	Montage d'interférence en Mach-Zehnder.....	12
Figure 1.3:	Interféromètre de Talbot.....	13
Figure 1.4:	Balayage interférométrique.....	14
Figure 2.1:	Vecteurs d'ondes d'entrée et de sortie.....	16
Figure 2.2:	Les "waists" dans les directions x, y et z.....	17
Figure 2.3:	La géométrie de la diffraction de Bragg.....	22
Figure 2.4:	Les coordonnées circulaires dans la section de la fibre.....	22
Figure 3.1:	Montage de Krug.....	28
Figure 3.2:	Support de l'objectif du microscope.....	30
Figure 3.3:	Rotateur de fibre.....	31
Figure 3.4:	La tour des pièces.....	32
Figure 3.5:	Vue du montage par dessus.....	32
Figure 3.6:	Cinq-axes.....	33
Figure 3.7:	Image de diffraction d'une fente.....	34
Figure 3.8:	Détecteur DET110 en avant et en arrière.....	35
Figure 3.9:	Schéma du détecteur DET119.....	36
Figure 3.10:	Détecteur DET110 sur le montage.....	37
Figure 3.11:	Montage complet.....	38
Figure 3.12:	Rayon du faisceau gaussien.....	41

Figure 3.13:	Fenêtre du programme de contrôle des moteurs m_1 et m_2	41
Figure 3.14:	Lissage du rayon du faisceau.....	42
Figure 3.15:	Agrandissement de la figure 3.14 au voisinage du waist.....	43
Figure 3.16:	Modèle de design par ZEMAX.....	44
Figure 3.17:	Schéma électrique du montage.....	45
Figure 3.18:	Onglet de mesure.....	45
Figure 3.19:	Profil longitudinal de la modulation de l'indice.....	46
Figure 3.20:	Hacheur.....	47
Figure 3.21:	Montage pour la mesure transversale.....	48
Figure 3.22:	Onglet de mesure transversale.....	48
Figure 3.23:	Indice de modulation transversale.....	49
Figure 4.1:	Vue en coupe de masque de phase.....	51
Figure 4.2:	Incidence oblique sous l'angle de Bragg.....	52
Figure 4.3:	Montage en Mach-Zehnder.....	54
Figure 4.4:	Schéma du montage optique.....	56
Figure 4.5:	Signal mesuré sous la ventilation de la salle blanche.....	58
Figure 4.6:	Signal après l'installation de la cage de protection.....	58
Figure 4.7:	Signal mesuré et fonction de lissage.....	59
Figure 4.8:	Focalisation par lentilles cylindriques.....	60
Figure 4.9:	Lissage du signal avec focalisation.....	60
Figure 4.10:	Illustration d'un masque "chirpé" linéairement.....	61
Figure 4.11:	Lissage "chirpé"	61
Figure 4.12:	Focalisation par objectifs du microscope.....	64
Figure 4.13:	La Porteuse du signal modulé.....	65
Figure 4.14:	Enveloppe de l'indice de modulation longitudinale.....	65
Figure 4.15:	Le pic de la FFT pour le réseau de polytechnique.....	66
Figure 4.16:	Indice de modulation longitudinale pour réseau ITF.....	67
Figure 4.17:	Porteuse du signal modulé pour le réseau d'ITF.....	67

Figure 4.18: Le pic de la transformée de Fourier (FFT) pour le réseau ITF.....68

Liste des tableaux

Tableau 3.1:	Données du rayon du faisceau.....	40
Tableau 3.2:	"Waist" et Zone de Rayleigh expérimentaux.....	43
Tableau 3.3:	"Waist" et Zone de Rayleigh donnés par Zemax.....	44

Liste des annexes

Annexe A		72
Annexe B		75
Annexe C		78

Liste des sigles et abréviations

" *	complexe conjugué
$i = \sqrt{-1}$	terme complexe
ω	fréquence angulaire
k	nombre d'onde dans le vide
λ	longueur d'onde dans le vide
n	indice du milieu; n_o (cœur); n_i (incident=vide); n_c (gaine)
ϵ	permittivité diélectrique (ϵ_o pour le vide)
μ	permiabilité magnétique du milieu (μ_o pour le vide)
$\vec{r}$ et $\vec{R}$	vecteurs positions
Δn	amplitude de l'indice de modulation
$\hat{n}$	vecteur unitaire normal à une surface
$\hat{i}, \hat{j}, \hat{k}$ ou $\hat{x}, \hat{y}, \hat{z}$	vecteurs unitaires
$\hat{r}, \hat{\phi}, \hat{z}$	vecteurs unitaires
$\vec{E}$	vecteur champ électrique
$\hat{e}_j$	vecteur champ électrique normalisé du mode "j"
$\vec{E}_t$	vecteur champ électrique transversale
$\hat{E}_o$	vecteur unitaire du champ électrique

$\vec{H}$	vecteur champ magnétique
$\vec{H}_t$	vecteur champ magnétique transversale
$\widehat{h}_t$	vecteur champ magnétique normalisé transversale
β	constante de propagation axiale le long de l'axe z
d	diamètre de la fibre
w_o	waist minimal
a	rayon du cœur de la fibre
P_B	puissance de Bragg
$\widehat{p}_i$ et $\widehat{p}_o$	les pics des puissances incidentes et dans le cœur
$Y_o = \sqrt{\frac{\epsilon_o}{\mu_o}}$	admittance du vide
$\eta_B = \frac{P_B}{P_o}$	efficacité de puissance
$\vec{p}$	moment dipolaire
σ_B	section efficace de Bragg
Ω	angle solide
erf	fonction erreur
J_0 et J_1	fonctions de Bessel, de première espèce, d'ordre 0 et d'ordre 1
$\Delta\varphi$	déphasage
e	hauteur du créneau du masque de phase
I	intensité optique
Λ	pas du réseau

Introduction

Importance des réseaux de Bragg

Les communications optiques connaissent de plus en plus une révolution technologique considérable. Les liens à fibres optiques ont pris la place des câbles coaxiaux. Les pertes dans les fibres optiques sont minimales (de l'ordre de $0.2\text{dB}/\text{km}$ à 1550 nm) et l'espacement entre les répéteurs nécessaires à la régénération des signaux est de l'ordre de 100 km comparativement à 2 km pour le câble coaxial.

Ces avantages permettent leur utilisation dans les communications sur de longues distances. Comme les composants électroniques qui gèrent la transmission des signaux, les réseaux optiques de communication par multiplexage en longueur d'onde (WDM: Wavelength Division Multiplexing) répondent à la plupart des exigences des télécommunications optiques. On trouve sur le marché deux catégories de réseaux de Bragg.

1. Réseaux transmetteurs à longs pas: ce sont des réseaux périodiques qui assurent le couplage de modes codirectionnels. La plupart du temps, il s'agit de réseaux inscrits au voisinage ou dans le cœur d'une fibre unimodale et ils permettent de coupler le mode fondamental avec les premiers modes de la gaine optique qui sont donc perdus par absorption dans la gaine protectrice; le signal correspond à une absorption par la transmission. Ces réseaux transmetteurs sont fabriqués soit par décharge électrique[1], soit par laser CO_2 [2] ou par exposition U.V. Les longueurs typiques du pas de ces réseaux sont de quelques centaines de μm .

2. Réseaux réflecteurs à pas court: Ils réfléchissent avec ou sans conversion de mode. Il existe trois types de réseaux réflecteurs:

- Les réseaux droits qui permettent la réflexion d'un mode incident, avec conversion ou non de modes réfléchis de même symétrie. C'est ce type qui est le sujet de notre recherche.
 - Les réseaux inclinés qui permettent la réflexion d'un mode incident en modes de symétrie différente.
 - Les réseaux à pas variables ("chirpés") utilisés pour compenser la dispersion.
- Enfin les amplitudes de modulation de ces réseaux réflecteurs sont de quatre types[3]

- a - Amplitude constante et pas constant
- b - Amplitude constante et pas variable: "chirpé"
- c - Amplitude variable et pas constant, ou encore appelé réseaux apodisants.
- d - Amplitude variable et pas variable.

Dans le cadre de cette recherche, nous avons orienté notre travail vers la caractérisation des réseaux de Bragg dans la fibre optique, composants optiques de qualité et plus facile à fabriquer que les câbles coaxiaux. Ce choix a été motivé par la multitude d'applications des réseaux de Bragg dans la fibre optique :

- Les réseaux optiques de communication par multiplexage en longueur d'onde (les filtres WDM)
- Les égalisateurs du gain des amplificateurs dopés à l'erbium (EDFA)
- les compensateurs de dispersion: la dispersion des signaux est due au phénomène de dispersion du matériau et à celle du guide d'onde[4]. La dispersion chromatique se traduit par le fait que les fréquences les plus hautes se déplacent plus vite que les plus basses. Les réseaux "chirpés" compensent ce retard entre des fréquences basses et hautes.
- Les stabilisateurs de laser et les capteurs à fibre optique.

Un peu d'histoire des réseaux de Bragg

Un réseau de Bragg dans la fibre optique résulte d'une modification périodique de l'indice du cœur de la fibre. Cette perturbation est due, dans la plupart des cas, à une exposition du cœur à une figure intense d'interférence optique. Les réseaux de Bragg dans la fibre optique ont été découverts par Hill and al. en 1978 au centre de recherche canadien en communication d'Ottawa [5].

En 1982, Bures et al.[6] ont développé la théorie de la croissance du réseau de Bragg. En 1989, Meltz et al.[7] ont montré que la radiation UV à 244 nm pouvait être utilisée pour former des réseaux par insolation de la fibre à travers un masque de phase ou d'intensité placé longitudinalement sur la fibre.

Depuis ses travaux initiaux, les techniques de fabrication des réseaux de Bragg et de leur caractérisation ont été étudiées par plusieurs autres auteurs[8], [9], [10].

Objectif

Compte tenue de l'importance technologique des réseaux de Bragg, leur caractérisation est essentielle. L'objectif de notre travail est donc de mesurer avec précision les amplitudes des indices de modulation longitudinales et transversales, le pas des masques de phase uniformes et "chirpés", ainsi que la hauteur du créneau du masque uniforme.

Structure du mémoire

Au chapitre 1, nous commençons par quelques généralités sur les réseaux de Bragg. Le chapitre 2 est consacré à la démonstration de la formule donnant la section efficace de Bragg, établie par Ulrich[8], car cette formule n'a pas été démontrée de façon très claire dans la littérature.

Dans le chapitre 3, nous présentons le montage qui nous a permis de mesurer l'amplitude de l'indice de modulation du réseau de Bragg. Ce chapitre contient 3 étapes principales: La première concerne l'installation du matériel optoélectronique, la deuxième partie concerne la caractérisation du faisceau laser balayant le réseau et la dernière traite le fonctionnement du montage et l'analyse des données.

Dans le chapitre 4, nous présentons notre approche pour caractériser les masques de

phase, les réseaux de Bragg uniformes et les réseaux à pas variable dit " chirpés " .

Pour caractériser les réseaux de Bragg, trois méthodes se dégagent de la littérature:

- la première méthode utilisée par Baskin et al.[9], se sert d'un faisceau laser localisé par une lentille cylindrique sur le cœur de la fibre où est inscrit le réseau de Bragg. L'intensité du faisceau diffracté d'ordre 1 par le réseau est mesurée à l'aide d'une caméra CCD.

- La deuxième méthode, utilisée par El-Diasty et al.[10], se sert de deux faisceaux polarisés S qui convergent à l'aide de deux lentilles cylindriques sur le cœur de la fibre, sous un angle d'incidence respectant les conditions de Bragg. Chacun des deux faisceaux produit deux faisceaux diffractés (d'ordres 0 et 1). Le faisceau d'ordre 0 de l'un interfère avec celui ordre 1 de l'autre. L'intensité de la figure d'interférence est mesurée par une caméra CCD.

- La troisième méthode, utilisée par Fonjallaz et al.[11], réalise une configuration Mach-Zehnder, dans laquelle le réseau agit comme la première lame séparatrice. L'intensité de la figure d'interférence est mesurée à l'aide d'un détecteur.

Pour caractériser nos réseaux de Bragg, nous avons choisi la troisième méthode, à laquelle on a apporté quelques modifications détaillées dans le chapitre 4. Cette approche présente l'avantage d'avoir le matériel disponible à la salle blanche du laboratoire.

Les conclusions, ainsi que les perspectives de développement de ce travail, sont présentées dans le chapitre 5.

Chapitre 1

Généralités sur les réseaux de Bragg

1.1 Introduction

Les réseaux réflecteurs sont des réseaux de Bragg particuliers, qui assurent par exemple le couplage du mode fondamental de coeur avec lui même en réflexion.

Les longueurs de pas Λ sont dans ce cas de l'ordre de la longueur d'onde.

1.2 Couplage par réseau sinusoïdal

1.2.1 Théorème de réciprocité

On considère deux situations électromagnétiques distinctes. La première, caractérisée par l'absence du réseau, définit la situation non perturbée notée par les quantités barrées. La seconde, caractérisée par la présence du réseau, définit la situation perturbée notée par les quantités non barrées.

On définit la quantité vectorielle $\vec{F}_c$ par

$$\vec{F}_c = \vec{E} \wedge \vec{H}^* + \vec{E}^* \wedge \vec{H} \quad (1.1)$$

En absence du courant ($\vec{j} = \vec{0}$) et sans charge ($\rho = 0$), les quantités non barrées satisfont aux équations de Maxwell

$$\vec{\nabla} \wedge \vec{E} = i\sqrt{\frac{\mu_o}{\varepsilon_o}}k\vec{H} \quad (1.2)$$

$$\vec{\nabla} \wedge \vec{H} = -i\sqrt{\frac{\varepsilon_o}{\mu_o}}kn^2\vec{E} \quad (1.3)$$

et les quantités barrées satisfont à la forme conjuguée de ces équations, soit

$$\vec{\nabla} \wedge \vec{E}^* = -i\sqrt{\frac{\mu_o}{\varepsilon_o}}k\vec{H}^* \quad (1.4)$$

$$\vec{\nabla} \wedge \vec{H}^* = i\sqrt{\frac{\varepsilon_o}{\mu_o}}k(\bar{n}^*)^2\vec{E}^* \quad (1.5)$$

La divergence de $\vec{F}_c$ donne

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{F}_c = \vec{\nabla} \cdot (\vec{E} \wedge \vec{H}^*) + \vec{\nabla} \cdot (\vec{E}^* \wedge \vec{H}) \quad (1.6)$$

En utilisant les identités vectorielles, on obtient

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{F}_c = -i\sqrt{\frac{\varepsilon_o}{\mu_o}}k\{(\bar{n}^*)^2 - n^2\}\vec{E} \cdot \vec{E}^*, \quad (1.7)$$

Ensuite on utilise le théorème de la divergence à deux dimensions qui transforme une intégrale de surface en une intégrale de contour qui s'annule à l'infinie pour les modes guidés.

$$\int_s \vec{\nabla} \cdot \vec{A} dS = \frac{\partial}{\partial z} \int_s \vec{A} \cdot \hat{z} dS + \oint_l \vec{A} \cdot \hat{n} dl \quad (1.8)$$

En remplaçant $\vec{A}$ par $\vec{F}_c$ l'intégrale précédente donne la première forme du théorème de réciprocité[12] suivante:

$$-i\sqrt{\frac{\varepsilon_o}{\mu_o}}k \int_{A_\infty} \{(\bar{n}^*)^2 - n^2\} \vec{E} \cdot \vec{E}^* dA = \frac{\partial}{\partial z} \int_{A_\infty} \{\vec{E} \wedge \vec{H}^* + \vec{E}^* \wedge \vec{H}\} \cdot \hat{z} dA \quad (1.9)$$

où l'intégration se fait sur tout le plan de section droite A_∞ .

La deuxième forme, ci-dessous, de ce théorème est obtenue en remplaçant $\vec{F}_c$ par $\vec{G}_c = \vec{E} \wedge \vec{H}^*$, et en supposant que les deux milieux ont le même profil d'indice, $n = \bar{n}$, et pouvant être complexe.

$$ik \int_{A_\infty} \left\{ \sqrt{\frac{\mu_o}{\varepsilon_o}} \vec{H} \cdot \vec{H}^* - \sqrt{\frac{\varepsilon_o \varepsilon}{\mu_o}} (n^2)^* \vec{E} \cdot \vec{E}^* \right\} dA = \frac{\partial}{\partial z} \int_{A_\infty} \vec{E} \wedge \vec{H}^* \cdot \hat{z} dA. \quad (1.10)$$

1.2.2 Équations générales de couplage de modes

Les champs électrique et magnétique orthonormalisés et d'amplitude unitaire d'un mode guidé j s'écrivent

$$\vec{E}_j = \hat{e}_j(z, y) \exp(i\bar{\beta}_j z) \quad (1.11)$$

$$\vec{H}_j = \hat{h}_j(z, y) \exp(i\bar{\beta}_j z) \quad (1.12)$$

La décomposition des champs transverses $\vec{E}_t$ et $\vec{H}_t$ sur la base réduite des N modes guidés progressifs notés respectivement m et $-m$, avec des amplitudes en fonction de z , donne [13]

$$\vec{E}_t(z) = \sum_{m=1}^N (b_m(z) e^{i\bar{\beta}_m z} + b_{-m}(z) e^{i\bar{\beta}_{-m} z}) \hat{e}_{tm} \quad (1.13)$$

$$\vec{H}_t(z) = \sum_{m=1}^N (b_m(z) e^{i\bar{\beta}_m z} - b_{-m}(z) e^{i\bar{\beta}_{-m} z}) \hat{h}_{tm} \quad (1.14)$$

avec $\hat{e}_{-tm} = \hat{e}_{tm}$ et $\hat{h}_{-tm} = -\hat{h}_{tm}$.

où les champs transverses non perturbés $\hat{e}_{\pm tj}$ et $\hat{h}_{\pm tj}$ obéissent aux relations

d'orthonormalisation, telles que

$$\frac{1}{2} \int_{A_\infty} \hat{\vec{e}}_{\pm tj} \wedge \hat{\vec{h}}_{\pm tk} \cdot \hat{z} dA = \begin{cases} 1 & \text{pour } j = k, \\ 0 & \text{pour } j \neq k. \end{cases}$$

On suppose que la différence des indices perturbé et non perturbé est très faible, donc $n^2 - \bar{n}^2 \ll 1$ et en appliquant le théorème de réciprocité démontré ci-dessus (paragraphe 1.2.1), on trouve

$$\frac{\partial}{\partial z} \int_{A_\infty} \vec{F}_c \cdot \hat{z} dA = ik \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} \int_{A_\infty} \{n^2(x, y, z) - \bar{n}^{*2}(x, y)\} \vec{E}^* \cdot \vec{E} dA. \quad (1.15)$$

La combinaison de ces équations conduit aux équations de couplage du mode progressif j ci-dessous

$$\frac{db_j(z)}{dz} = i \sum_m b_m(z) C_{jm}(z) + b_{-m}(z) C_{j-m}(z); \quad (1.16)$$

$$C_{j\pm m}(z) = \frac{k}{4} \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} \int_{A_0} \{n^2(x, y, z) - \bar{n}^{*2}(x, y)\} \hat{\vec{e}}_j^*(x, y) \cdot \hat{\vec{e}}_{\pm m}(x, y) e^{-i(\bar{\beta}_j - \bar{\beta}_{\pm m})z} dA.$$

De même pour un mode régressif $-j$ on trouve

$$\frac{db_{-j}(z)}{dz} = -i \sum_m b_{-m}(z) C_{-j-m}(z) + b_m(z) C_{-jm}(z); \quad (1.17)$$

$$C_{-j\pm m}(z) = \frac{k}{4} \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} \int_{A_0} \{n^2(x, y, z) - \bar{n}^{*2}(x, y)\} \hat{\vec{e}}_{-j}^*(x, y) \cdot \hat{\vec{e}}_{\pm m}(x, y) e^{-i(\bar{\beta}_{-j} - \bar{\beta}_{\pm m})z} dA$$

où $C_{j\pm m}$ et $C_{-j\pm m}$ sont des coefficients de couplage du mode j ou $-j$ sur le mode $\pm m$

1.2.3 Couplage de deux modes contradirectionnels

Le mode 1 est progressif, mais le mode 2 est régressif. Le système d'équations se réduit aux équations différentielles couplées

$$\frac{db_1(z)}{dz} = ib_2(z) C_{12} = ib_2(z) C e^{-i(\Delta z - \phi)} \quad (1.18)$$

$$\frac{db_2(z)}{dz} = ib_1(z)C_{21} = ib_1(z)Ce^{i(\Delta z - \phi)} \quad (1.19)$$

avec $\Delta = \beta_1 + \beta_2 - k_B$ et $k_B = \frac{2\pi}{\Lambda}$

On transforme ensuite ces équations en combinant b_2 et b_1 on trouve l'équation différentielle complexe du second ordre à coefficients constants

$$\frac{d^2b_1}{dz^2} + i\Delta \frac{db_1}{dz} - b_1C^2 = 0, \quad (1.20)$$

son équation caractéristique est $r^2 + i\Delta r - C^2 = 0$, et a pour solutions $r_{1/2} = -i\frac{\Delta}{2} \pm \sigma$ où $\sigma = \sqrt{C^2 - (\frac{\Delta}{2})^2}$

En accord de phase $\Delta = 0$, σ est réel et est égal à $|C|$, ceci est obtenu si $\beta_1 + \beta_2 = k_B$. De plus s'il s'agit du même mode on a $\beta_1 = \beta_2$, donc $2\beta = k_B$, **C'est la condition de Bragg.**

Les conditions aux limites sont $b_1(0) = 1$ et $b_2(L) = 0$, L étant la longueur du réseau.

Les amplitudes, après simplification, sont

$$b_1(z) = \frac{\cosh C(L - z)}{\cosh CL}, \quad (1.21)$$

$$b_2(z) = ie^{i\phi} \frac{\sinh C(L - z)}{\cosh CL}. \quad (1.22)$$

Les puissances couplées sont

$$|b_1(z)|^2 = \frac{\cosh^2 C(L - z)}{\cosh^2 CL}, \quad (1.23)$$

$$|b_2(z)|^2 = \frac{\sinh^2 C(L - z)}{\cosh^2 CL}. \quad (1.24)$$

1.2.4 Coefficients de réflexion et de transmission

Les deux coefficients s'écrivent dans la résonance de Bragg pour des réseaux uniformes comme suit

-Le coefficient de transmission

$$T = |b_1(L)|^2 = 1/\cosh^2 CL. \quad (1.25)$$

-Le coefficient de réflexion

$$R = |b_2(0)|^2 = \tanh^2 CL. \quad (1.26)$$

1.2.5 Réponse spectrale

La condition de Bragg à une longueur d'onde λ_0 de référence ou d'accord de phase dans le cas où le mode réfléchi est le même que le mode incident s'écrit sous la forme $\Delta(\lambda_0) = 2\beta(\lambda_0) - k_B = 0$, d'où $k_B = 2\beta(\lambda_0)$.

Le coefficient de couplage des modes LP_{01} contradirectionnels, c'est-à-dire sans conversion de mode, d'une fibre à deux couches de rayon de cœur ρ et d'indices n_c et n_g dépend de la perturbation périodique d'amplitude δn^2 qui est uniforme dans le cœur par hypothèse, et nulle ailleurs.

Le coefficient de couplage, qui est nul pour $r > \rho$ ($\delta n^2 = 0$), devient dans le cœur

$$C = \delta n^2 \frac{k}{4} \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} \int_0^{2\pi} \int_0^\rho \frac{\Psi_{01}^2}{N_{01}} r dr d\varphi, \quad (1.27)$$

où Ψ_{01} est le champ et N_{01} la constante de normalisation du mode LP_{01} .

1.3 Réalisation expérimentale des réseaux de Bragg

Il y a plusieurs méthodes pour fabriquer les réseaux de Bragg. Nous allons en décrire brièvement quelques unes.

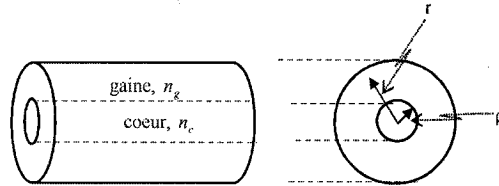


Figure 1.1: Section de la fibre

1.3.1 Par onde stationnaire

Cette méthode [9] ne présente plus qu'un intérêt historique et surtout académique. La description est la suivante: une fibre unimodale de courte longueur dont les extrémités sont soigneusement coupées est éclairée par un faisceau laser continu de forte intensité. La lumière se réfléchit entre les deux extrémités et l'ensemble constitue un interféromètre de Fabry-Perot à faible contraste.

L'onde stationnaire qui s'établit dans le cœur de la fibre photosensible imprime par effet de photosensibilité une modification périodique non uniforme de la constante diélectrique avec la période $\Lambda = 2\pi/k_B$ et $k_B = 2\beta$, c'est-à-dire à la condition de Bragg.

Le réseau croît de lui-même et au bout de quelques minutes la réflexion atteint 80 à 90 %. L'utilisation de ces réseaux est peu pratique à cause de leur grande instabilité essentiellement due à la température et surtout parce qu'ils ne réfléchissent que la longueur d'onde d'écriture.

1.3.2 Par interférométrie

1.3.2.1 Montage Mach-Zehnder

Cette méthode, détaillée par Raman Kashyap [10], se base sur un interféromètre Mach-Zehnder, illustré sur la figure 1.2 ci-dessous. Le faisceau UV est divisé en deux

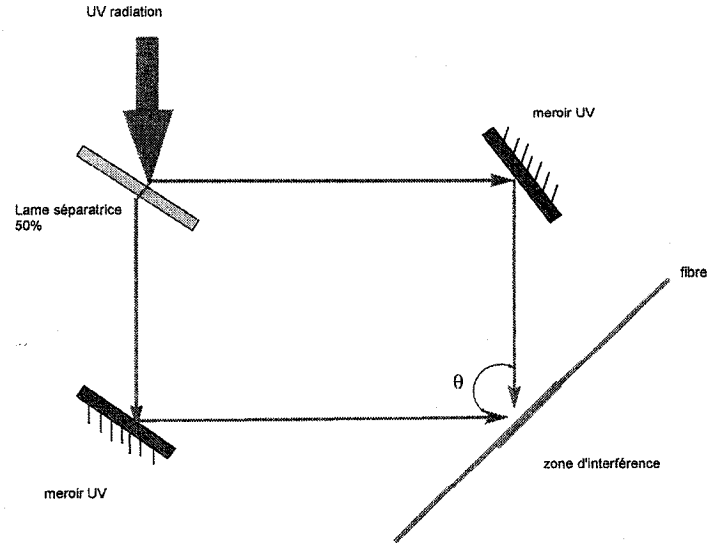


Figure 1.2: Montage interférométrique Mach-Zehnder

faisceaux par une lame séparatrice et, se rencontrent sous un angle θ après leur réflexions sur les miroirs UV.

Cette méthode donne une longueur d'onde de Bragg λ_B donnée par

$$\lambda_B = \frac{n_{eff}\lambda_{UV}}{n_{UV}\sin(\frac{\theta}{2})}, \quad (1.28)$$

où n_{eff} est l'indice effectif du mode dans la fibre, n_{UV} est l'indice de réfraction de la silice dans l'UV, λ_{UV} est la longueur d'onde de la radiation de l'écriture du réseau et θ est l'angle entre les deux faisceaux UV qui interfèrent.

1.3.2.2 Masque de phase

Plusieurs techniques de fabrication des réseaux de Bragg utilisent un masque de phase. Dans ce travail, nous allons en citer deux.

- Première technique: Interféromètre de Talbot

Le montage de cette technique[14] est représenté sur la figure 1.3. Le pas du réseau

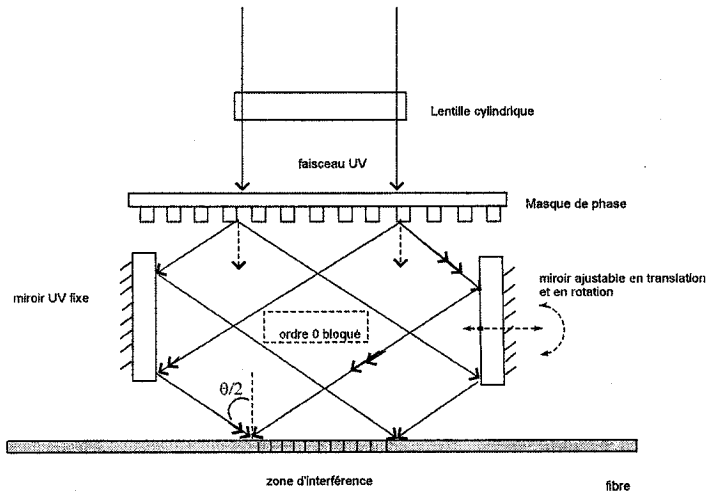


Figure 1.3: Interféromètre de Talbot

inscrit dans la fibre et le pas du masque de phase sont reliés par $\Lambda_g = \frac{\Lambda_{pm}}{2}$, où Λ_g est le pas du réseau de Bragg et Λ_{pm} est le pas du masque de phase utilisé.

La variation de la longueur d'onde de Bragg est fonction de l'angle $\theta/2$, donc la différentiation de la relation 1.28 donne

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda_B} = -\frac{\Delta\theta}{2} \cot\left(\frac{\theta}{2}\right) \quad (1.29)$$

où $\Delta\lambda$ est la variation de la longueur d'onde de Bragg et $\Delta\theta$ est la variation de l'angle entre les deux rayons diffractés montrés dans la figure 1.3.

L'avantage de ce montage réside dans la possibilité d'ajuster le pas par la rotation de

miroir

- **Deuxième technique:** balayage interférométrique

Cette technique est illustrée sur la figure 4 ci-dessous.

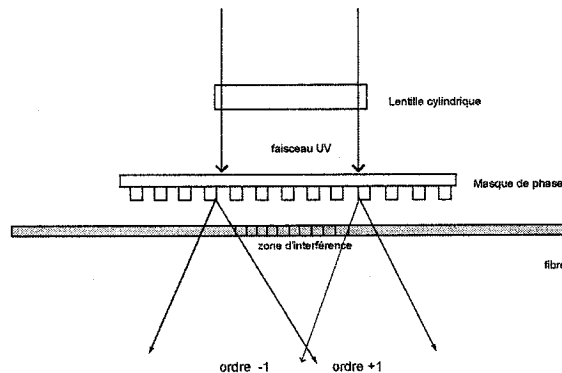


Figure 1.4: Balayage interférométrique

Le laser envoie le faisceau UV dans la fibre, à travers le masque de phase. Ce masque introduit une modification périodique de phase le long de la fibre et agit comme un réseau. Il est construit de façon qu'à la longueur d'onde d'insolation, les ordres de diffraction ± 1 présentent respectivement des interférences destructives et constructives. Ce sont à ses derniers endroits que l'indice du cœur photosensible sera modifié.

Le pas du réseau Λ_g est donné par la même relation précédente $\Lambda_g = \frac{\Lambda_{pm}}{2}$

Conclusion

La 2^e technique, illustrée sur la figure 1.4 ci-dessous, est parmi les méthodes les plus utilisées actuellement pour fabriquer les réseaux de Bragg. Le laboratoire des fibres optiques de l'École Polytechnique de Montréal possède ce montage dans une salle blanche.

Chapitre 2

Calcul de la section efficace de Bragg: formule d'Ulrich

La section efficace de Bragg, notée σ_B , est l'image de la surface que la lumière doit éclairer pour produire la diffusion de la lumière sous la condition de Bragg.

Comme plusieurs autres auteurs, nous avons utilisé cette quantité pour développer le programme BRAGGOMÈTRE utilisé pour caractériser les réseaux de Bragg.

La démonstration de cette formule n'a jamais été bien claire dans la littérature, c'est pourquoi nous avons pensé qu'il était utile de l'éclaircir.

2.1 Rappels et définitions

2.1.1 Les dipôles induits

Le moment dipolaire est nul à l'état fondamental dans la fibre, sous l'action du champ appliqué, un moment dipolaire est induit sous la forme $d\vec{p} = \delta\epsilon \vec{E} dV$, où ϵ est la permittivité du milieu, $\vec{E}$ est le champ appliqué et dV est le volume élémentaire. Dans l'approximation linéaire, cette formule prend la forme suivante $\vec{p} = \alpha\epsilon_0 \vec{E}$, avec la polarisabilité α , qui a les dimensions d'un volume, $dV = dxdydz$.

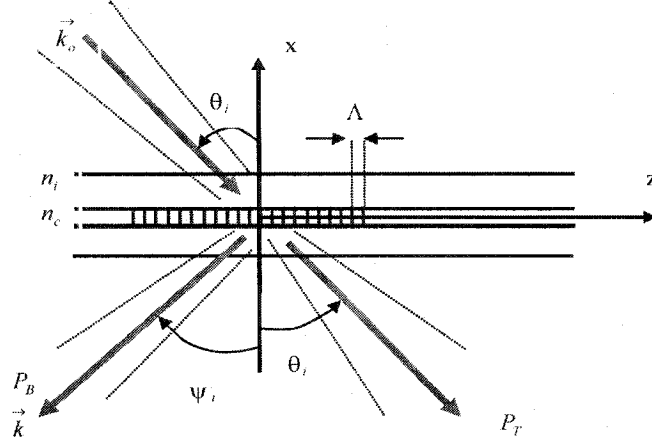


Figure 2.1: Les vecteurs d'ondes

Et on sait que $\varepsilon_r = n^2 = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_o} \Rightarrow \varepsilon = \varepsilon_o n^2$, donc $\delta\varepsilon \simeq 2\varepsilon_o n_o \delta n(r)$, d'où

$$d\vec{p} = 2\varepsilon_o n_o \delta n(r) \vec{E}_o(r) dV \quad (2.1)$$

avec $\vec{E}_o$ champ appliqué et $\vec{r} = (x, y, z)$ est le vecteur position dans la région du cœur dans le système des coordonnées cartésiennes aligné sur la fibre et n l'indice du milieu.

Puisque l'indice de modulation varie transversalement et longitudinalement[6], on sépare $\delta n(r)$ en un terme transversal $h(x, y)$ normalisé à $\max(h) = 1$, et un terme longitudinal périodique en z .

La distribution de l'indice axial est de la forme $n(z) = \bar{n}_o + \Delta n(z) \cos(2\pi z/\Lambda)$, avec Λ le pas du réseau et $\bar{n}_o$ est l'indice moyen produit par l'exposition à l'UV. Le champ incident oscille à la fréquence du laser ω , donc les dipôles induits oscillent à la même fréquence ω et $\delta n = n(z) - \bar{n}_o = \Delta n(z) \cos(K'z)$, où $K' = 2\pi/\Lambda$ et $\vec{K}' = (0, 0, K')$ ce qui donne $K'z = \vec{K}' \cdot \vec{r}$

2.1.2 Les hypothèses d'Ulrich

- Le faisceau lumineux est Gaussien.
- Le waist w_o est concentré sur l'axe de la fibre dans le cœur
- $a \ll w_o \ll d$ où a est le rayon du cœur et d le diamètre de la fibre donc l'onde est plane dans le cœur de la fibre.

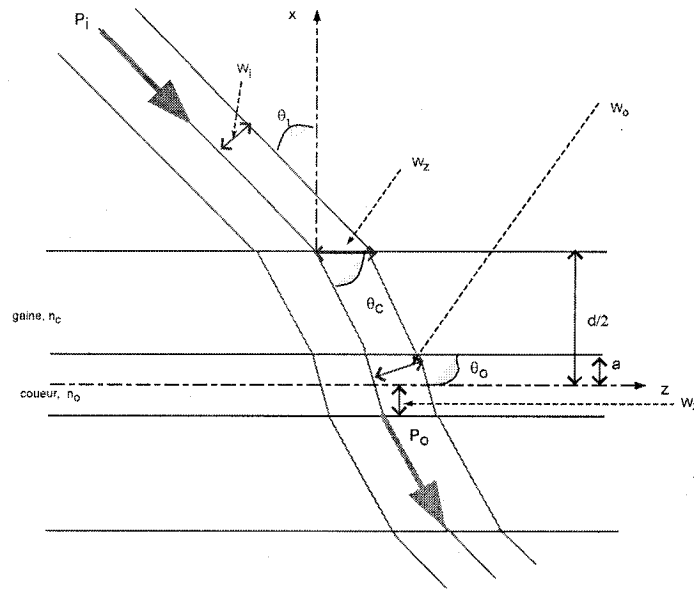


Figure 2.2: Les "waists" selon les directions $\vec{x}$, $\vec{y}$ et $\vec{z}$

2.1.3 La loi de Descartes

$n_i \sin \theta_i = n_c \sin \theta_c = n_o \sin \theta_o$, où les paramètres en indices i sont relatifs aux incidents, ceux en c sont relatifs à la gaine et ceux en o sont relatifs au cœur.

Le faisceau est Gaussien donc son expression est de la forme [8]

$$\vec{E}_o(r) = \hat{E}_o \exp\left[-\frac{|\vec{r}|^2}{w^2}\right] \exp(j\vec{k}_o \cdot \vec{r}) = \hat{E}_o G(r) \exp(j\vec{k}_o \cdot \vec{r}) \quad (2.2)$$

où $\hat{E}_o$ est la composante maximale du champ $\vec{E}_o$, $G(r) = \exp[-\frac{|r|^2}{w^2}]$ et $\vec{k}_o = \{-\cos\theta_o, 0, \sin\theta_o\}$ (figure 2.1).

Ensuite, d'après la figure 2.2, on a $w_o = w_x \sin\theta_o = w_y = w_z \cos\theta_o = w_i \cos\theta_o / \cos\theta_i$

2.2 Calcul de la puissance

2.2.1 Puissance de Bragg P_B

Soit la densité de puissance optique maximale dans le cœur $\hat{p}_o$. Les densités de puissances sont reliées aux champs électriques par $p_B = \frac{1}{2}n_o Y_o |\vec{E}_B|^2$ et $\hat{p}_o = \frac{\pi}{4}n_o Y_o |\hat{E}_o|^2$ où $Y_o = \sqrt{\frac{\epsilon_o}{\mu_o}}$ et $\vec{E}_B$ est le champ diffracté sous la condition de Bragg.

On suppose que les puissances totales P_o dans le cœur et P_i incidente sont très voisines, donc l'efficacité de puissance $\eta_B = \frac{P_B}{P_o} \approx \frac{P_B}{P_i}$.

Soit $\vec{R}$ le vecteur position d'un point dans l'espace en général. Le champ électromagnétique est caractérisé par le potentiel vecteur retardé par $-\vec{k} \cdot \vec{R}$ [15], où $\vec{k} = n_o k \frac{\vec{R}}{R}$ vecteur de propagation dans la direction $\vec{R}$.

On a $\vec{E} = -\vec{\text{grad}}V - \frac{\partial \vec{A}}{\partial t}$ ce qui donne dans notre cas $\vec{E} dt = -j d\vec{A}$. car le milieu est équipotentiel.

Dans la position de la mesure (loin du cœur), seule la composante du champ normale à $\vec{R}$ est non nulle, on la note $\vec{E}$ et avec une correction de $-\vec{k} \cdot \vec{R}$, donc

$$\vec{E} = -j\omega \int \frac{j\mu_o\omega}{4\pi R} \exp(-j\vec{k} \cdot \vec{R}) d\vec{p}$$

De même, dans la direction de Bragg, on introduit une correction de $-\vec{k}_B \cdot \vec{r}$ comme phase du milieu, ce qui conduit à

$$\vec{E}_B = -j\omega \int \frac{j\mu_o\omega}{4\pi R} \exp(-j\vec{k}_B \cdot \vec{r}) \exp(-j\vec{k} \cdot \vec{R}) d\vec{p}$$

Or dans notre cas, on a $\vec{E}_o = \hat{E}_o G(\vec{r}) \exp(j\vec{k}_o \cdot \vec{r})$ et $d\vec{p} = 2\epsilon_o n_o \delta n(r) \vec{E}_o(r) dV$,

d'où

$$\vec{E}_B = \frac{\mu_o \omega^2}{4\pi R} \hat{E}_{o\perp} \int_{coeur} 2n_o \varepsilon_o h(x,y) \Delta n(z) \left[\frac{e^{j\vec{K}' \cdot \vec{r}} + e^{-j\vec{K}' \cdot \vec{r}}}{2} \right] G(r) e^{j\vec{k}_o \cdot \vec{r}} e^{-j\vec{k} \cdot \vec{R}} e^{-j\vec{k}_B \cdot \vec{r}} dV$$

où $\hat{E}_{o\perp}$ est la composante maximale du champ $\vec{E}_o$ normale à $\vec{R}$.

Et seul l'ordre +1 de la diffraction qui contribue à l'intégrale donc, on néglige le terme en $e^{+j\vec{K}' \cdot \vec{r}}$ et la condition de la phase stationnaire donne

$$\vec{K}' - \vec{k}_o + \vec{k} \rightarrow \vec{0} \quad (2.3)$$

or

$$\vec{k} = \vec{k}_B + n_o k \vec{\kappa} \quad (2.4)$$

où $\vec{k}_B$ vecteur d'onde dans la direction d'observation de Bragg et $\vec{\kappa}$ un vecteur sans dimension orthogonale à $\vec{k}_B$ avec $|\vec{\kappa}| \ll 1$. En combinant les relations 2.3 et 2.4, on obtient

$$\vec{E}_B = \frac{\mu_o \varepsilon_o \omega^2}{4\pi R} \hat{E}_{o\perp} \int_{coeur} h(x,y) \Delta n(z) G(r) e^{-j(\vec{K}' - \vec{k}_o + \vec{k}_B) \cdot \vec{r}} e^{-j\vec{k} \cdot \vec{R}} dV \quad (2.5)$$

La phase de la première exponentielle devient

$$\vec{K}' - \vec{k}_o + \vec{k}_B = -n_o k \vec{\kappa} \quad (2.6)$$

Ce qui donne

$$\vec{E}_B = \frac{\mu_o \varepsilon_o n_o \omega^2}{4\pi R} \hat{E}_{o\perp} \int_{coeur} h(x,y) \Delta n(z) G(r) e^{-j\vec{k} \cdot \vec{R}} e^{jn_o k \vec{\kappa} \cdot \vec{r}} dV \quad (2.7)$$

Après les simplifications, en supposant que $\Delta(n)$ varie très peu, on retrouve

$$\vec{E}_B = \frac{k^2 n_o}{4\pi R} \hat{E}_{o\perp} e^{-j\vec{k} \cdot \vec{R}} \Delta n(z) \int_{coeur} h(x,y) G(r) e^{jn_o k \vec{\kappa} \cdot \vec{r}} dV \quad (2.8)$$

Pour simplifier, on écrit la relation 2.8, sous la forme suivante

$$\vec{E}_B = \frac{n_o}{4\pi k R} \Delta n(z) g(\vec{\kappa}) \hat{E}_{o\perp} e^{-j \vec{k} \cdot \vec{R}} \quad (2.9)$$

où

$$g(\kappa) = k^3 \int_{\text{coeur}} h(x,y) G(x,y,z) e^{jn_o k \vec{\kappa} \cdot \vec{r}} dV \quad (2.10)$$

qui décrit l'étendue angulaire du champ de sortie autour de la direction $\vec{k}_B$. La puissance du faisceau réfléchi de Bragg a comme expression

$$p_B = \frac{1}{2} n_o Y_o |\vec{E}_B|^2 \quad (2.11)$$

Le champ calculé ci-dessus devient

$$|\vec{E}_B|^2 = \left(\frac{n_o}{4\pi k R} \right)^2 (\Delta n)^2 |g(\vec{\kappa})|^2 \left| \hat{E}_{o\perp} \right|^2 \quad (2.12)$$

Ce qui donne

$$p_B = (1/2) n_o Y_o \left(\frac{n_o}{4\pi k R} \right)^2 (\Delta n)^2 |g(\vec{\kappa})|^2 \left| \hat{E}_{o\perp} \right|^2 \quad (2.13)$$

avec $|\hat{E}_{o\perp}| = |\hat{E}_o| \sin \gamma_o$ et $\hat{p}_o = \frac{\pi}{4} n_o Y_o |\hat{E}_o|^2$. où γ_o est l'angle entre $\vec{E}_o$ et $\vec{k}_B$. La densité de puissance de Bragg s'écrit donc comme

$$p_B = \frac{n_o^2}{8\pi^3 k^2 R^2} (\Delta n)^2 |g(\vec{\kappa})|^2 \hat{p}_o \sin^2 \gamma_o. \quad (2.14)$$

La luminance du faisceau sortant est

$$\mathfrak{R}_B(K) = dP_B/d\Omega = R^2 p_B(R) \quad (2.15)$$

En combinant 2.14 et 2.15, on trouve

$$\mathfrak{R}_B = \frac{n_o^2}{8\pi^3 k^2} (\Delta n)^2 |g(\vec{\kappa})|^2 \hat{p}_o \sin^2 \gamma_o \quad (2.16)$$

Donc, on écrit

$$P_B = \int \Re_B(K) d\Omega = \frac{n_o^2}{8\pi^3 k^2} (\Delta n)^2 \hat{p}_o \sin^2 \gamma_o \int |g(\vec{\kappa})|^2 d\Omega \quad (2.17)$$

On introduit la **section efficace** σ_B telle que $P_B = \sigma_B \hat{p}_o$. Cette section efficace σ_B est reliée à l'efficacité de puissance η_B par la relation $\sigma_B = \frac{\pi}{2} w_o^2 \eta_B$.

On déduit l'expression de σ_B

$$\sigma_B = \frac{n_o^2}{8\pi^3 k^2} (\Delta n)^2 \sin^2 \gamma_o \int |g(\vec{\kappa})|^2 d\Omega \quad (2.18)$$

On multiplie l'équation 2.18 par $g_o^2 \cdot g_o^{-2}$ qui vaut 1, on obtient

$$\sigma_B = \frac{n_o^2}{8\pi^3 k^2} (\Delta n)^2 \sin^2 \gamma_o g_o^2 \Delta\Omega_B \quad (2.19)$$

où

$$\Delta\Omega_B = g_o^{-2} \int |g(\vec{\kappa})|^2 d\Omega = \Delta\kappa_\psi \Delta\kappa_y \quad (2.20)$$

2.2.2 Calcul de la section efficace de Bragg σ_B

2.2.2.1 Calcul de $g(\vec{\kappa})$

$$g(\vec{\kappa}) = k^3 \int_{\text{cœur}} h(x,y) G(\vec{r}) \exp(jn_0 k \vec{\kappa} \cdot \vec{r}) dV \quad (2.21)$$

1. Définitions et approximations

- $\vec{r}$ est le vecteur position d'un point dans le cœur : $\vec{r} = x\hat{x} + y\hat{y} + z\hat{z} = r\hat{r} + z\hat{z}$
où $\hat{r}$ est un vecteur unitaire dans le plan de section droite (x,y) de la fibre,
 $r\hat{r}$ la projection de $\vec{r}$ dans ce plan et $\hat{z}$ le vecteur unitaire le long de la direction z de la fibre.
- L'intégration se fait sur un volume cylindrique de section égale à celle du cœur et de longueur z .

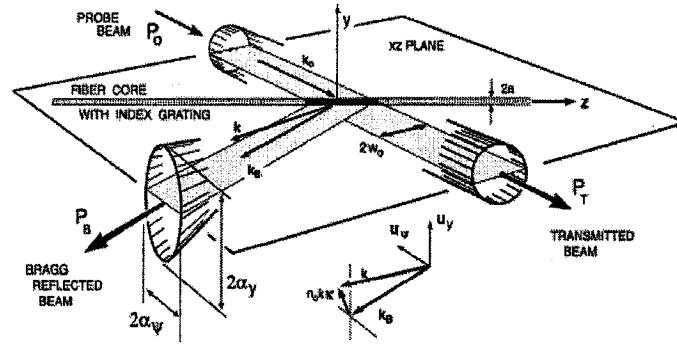


Figure 2.3: la géométrie de la diffraction de Bragg[8]

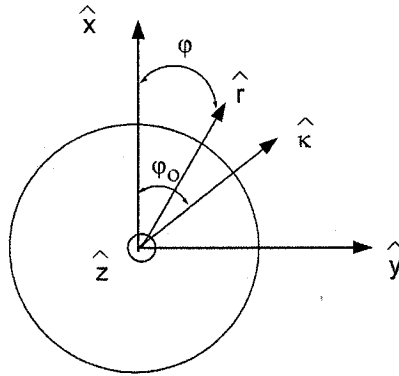


Figure 2.4: les coordonnées polaires dans la section de la fibre

- Direction incidente : $\vec{k}_0 = n_0 k (-\hat{x} \cos \theta_0 + \hat{z} \sin \theta_0)$
- Direction réfléchie de Bragg où $\psi_0 = \theta_0$: $\vec{k}_B = n_0 k (-\hat{x} \cos \theta_0 + \hat{z} \sin \theta_0)$
- $\vec{\kappa}$ représente l'écart angulaire par rapport à $\vec{k}_B$, il est sans dimension:
 $\vec{\kappa} = \kappa_y \vec{u}_y + \kappa_\psi \vec{u}_\psi$, avec $\vec{u}_y = \hat{y}$ et $\vec{u}_\psi = \hat{x} \sin \theta_0 - \hat{z} \cos \theta_0$

Les vecteurs unitaires sont représentés sur le plan de la section droite de la fibre (figure 2.4), où

- $\hat{z} = \hat{x} \wedge \hat{y}$ est le vecteur unitaire entrant dans le plan de section droite.
- $\hat{r}$ est le vecteur unitaire supportant la projection du vecteur position $\vec{r}$ d'un point M de la fibre.
- $\hat{\kappa}$ est le vecteur unitaire supportant la projection du vecteur $\vec{\kappa}$, déviation angulaire perpendiculaire à la direction de Bragg $\vec{k}_B$: $\hat{r} \cdot \hat{\kappa} = \cos(\varphi - \varphi_0)$.

Or on a:

- $\vec{\kappa} \cdot \vec{k}_B = 0$ et $\vec{\kappa}$ est bien perpendiculaire à $\vec{k}_B$.
- $\vec{\kappa}$ peut s'écrire :

$$\vec{\kappa} = \kappa_y \hat{y} + \kappa_\psi \sin \theta_0 \hat{x} - \kappa_\psi \cos \theta_0 \hat{z} = \sqrt{\kappa_y^2 + \kappa_\psi^2 \sin^2 \theta_0} \hat{\kappa} - \kappa_\psi \cos \theta_0 \hat{z},$$
 où $\hat{\kappa}$ est un vecteur unitaire dans le plan de section droite de la fibre (x, y) et $\sqrt{\kappa_y^2 + \kappa_\psi^2 \sin^2 \theta_0} \hat{\kappa}$ est la projection de $\vec{\kappa}$ sur ce plan.
 Les vecteurs unitaires $\hat{r}$ et $\hat{\kappa}$ forment respectivement les angles φ et φ_0 avec le vecteur $\hat{x}$.

$$\begin{aligned} \vec{\kappa} \cdot \vec{r} &= \left(\sqrt{\kappa_y^2 + \kappa_\psi^2 \sin^2 \theta_0} \hat{\kappa} - \kappa_\psi \cos \theta_0 \hat{z} \right) \cdot (r \hat{r} + z \hat{z}) \\ &= r \sqrt{\kappa_y^2 + \kappa_\psi^2 \sin^2 \theta_0} \cos(\varphi - \varphi_0) - z \kappa_\psi \cos \theta_0 \end{aligned}$$

- Le profil du champ gaussien est:

$$G(r) = G(x)G(y)G(z) = \exp\left(-\frac{x^2}{w_x^2}\right) \exp\left(-\frac{y^2}{w_y^2}\right) \exp\left(-\frac{z^2}{w_z^2}\right)$$

Avec $w_x = w_0/\sin \theta_0$, $w_y = w_0$, $w_z = w_0/\cos \theta_0$ et $w_0 \gg a$ et a rayon du cœur.

Les 2 premières exponentielles sont très voisines de 1 et il reste:

$$G(r) \approx G(z) = \exp\left(-\frac{z^2 \cos^2 \theta_0}{w_0^2}\right).$$

- Enfin, $h(x, y)$ est relié au profil d'indice qui est constant dans le cœur, donc $h(x, y) = 1$.

2. Calcul de $g_0 = g(\vec{\kappa} = 0)$

$$g_0 = k^3 \int_0^a r dr \int_0^{2\pi} d\varphi \int_{-\infty}^{+\infty} \exp\left(-\frac{z^2 \cos^2 \theta_0}{w_0^2}\right) dz = k^3 \pi a^2 \int_{-\infty}^{+\infty} \exp\left(-\frac{z^2 \cos^2 \theta_0}{w_0^2}\right) dz. \quad (2.22)$$

Avec le changement de variable $t = z \cos \theta_0 / w_0$, on intègre de $-\infty$ à $+\infty$ en utilisant la fonction erreur.

3. Fonction d'erreur

En mathématique, la fonction d'erreur (aussi appelée fonction d'erreur de Gauss) est une fonction utilisée en analyse. Cette fonction se note **erf** et fait partie des fonctions spéciales.

$$\operatorname{erf}(z) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^z e^{-\zeta^2} d\zeta, \quad (2.23)$$

avec $\operatorname{erf}(\infty) = 1$. Donc, il suit:

$$g_o = \frac{k^3 \pi a^2 w_0}{\cos \theta_0} \int_{-\infty}^{+\infty} \exp(-t^2) dt = \frac{k^3 \pi a^2 w_0}{\cos \theta_0} \sqrt{\pi} \quad (2.24)$$

ce qui conduit à

$$g_0 = \frac{k^3 \pi^{3/2} a^2 w_0}{\cos \theta_0} \quad (2.25)$$

4. Calcul général de $g(\vec{\kappa})$

$$\begin{aligned} g(\vec{\kappa}) &= k^3 \int_{-\infty}^{+\infty} \exp\left(-\frac{z^2 \cos^2 \theta_0}{w_0^2} - j n_0 k \kappa_\psi \cos \theta_0 z\right) dz \\ &\times \int_0^a r dr \int_0^{2\pi} \exp\left(j n_0 k \sqrt{\kappa_y^2 + \kappa_\psi^2 \sin^2 \theta_0} r \cos(\varphi - \varphi_0)\right) d\varphi \quad (2.26) \end{aligned}$$

L'intégrale sur φ fait apparaître J_0 :

$$\int_0^{2\pi} \exp\left(j n_0 k \sqrt{\kappa_y^2 + \kappa_\psi^2 \sin^2 \theta_0} r \cos(\varphi - \varphi_0)\right) d\varphi = 2\pi J_0\left(n_0 k \sqrt{\kappa_y^2 + \kappa_\psi^2 \sin^2 \theta_0} r\right) \quad (2.27)$$

L'intégrale sur r fait apparaître $J_1(x)/x$

$$\int_0^a J_0\left(n_0 k \sqrt{\kappa_y^2 + \kappa_\psi^2 \sin^2 \theta_0} r\right) r dr = \frac{a J_1\left(n_0 k a \sqrt{\kappa_y^2 + \kappa_\psi^2 \sin^2 \theta_0}\right)}{n_0 k \sqrt{\kappa_y^2 + \kappa_\psi^2 \sin^2 \theta_0}}$$

$$= a^2 \frac{J_1 \left(n_0 k a \sqrt{\kappa_y^2 + \kappa_\psi^2 \sin^2 \theta_0} \right)}{n_0 k a \sqrt{\kappa_y^2 + \kappa_\psi^2 \sin^2 \theta_0}} \quad (2.28)$$

Enfin, l'exponentielle en z du type $\exp - (Az^2 + Bz)$ doit se réécrire sous la forme d'un carré parfait pour l'intégrer de $-\infty$ à $+\infty$, soit

$$\exp - (Az^2 + Bz) = \exp - \left(z\sqrt{A} + C \right)^2 \exp C^2 \text{ avec } C = B/2\sqrt{A},$$

d'où $C^2 = -(n_0 k \kappa_\psi w_0 / 2)^2$, ce qui conduit à

$$g(\kappa_y, \kappa_\psi) = k^3 \exp \left\{ - (n_0 k \kappa_\psi w_0 / 2)^2 \right\} \pi a^2 \frac{2J_1 \left(n_0 k a \sqrt{\kappa_y^2 + \kappa_\psi^2 \sin^2 \theta_0} \right)}{\left(n_0 k a \sqrt{\kappa_y^2 + \kappa_\psi^2 \sin^2 \theta_0} \right)} \int_{-\infty}^{+\infty} \exp - (z\sqrt{A} + C)^2 dz$$

En faisant le changement de variable $t = z\sqrt{A} = z \cos \theta_0 / w_0$ dans l'expression trouvée plus haut, on écrit:

$$g(\kappa_y, \kappa_\psi) = g_0 \exp \left\{ - \left(\frac{n_0 k \kappa_\psi w_0}{2} \right)^2 \right\} \frac{2J_1 \left(n_0 k a \sqrt{\kappa_y^2 + \kappa_\psi^2 \sin^2 \theta_0} \right)}{\left(n_0 k a \sqrt{\kappa_y^2 + \kappa_\psi^2 \sin^2 \theta_0} \right)} \quad (2.29)$$

Lorsque $\kappa_y = \kappa_\psi = 0$, le terme en exponentielle est égal à 1 et $\lim_{x \rightarrow 0} (2J_1(x)/x) = 1$.

On retrouve bien $g(\vec{\kappa} = 0) = g_0$.

5. Calcul de l'angle solide moyen $\Delta\Omega_B$

La puissance totale réfléchie peut s'écrire comme $P_B = \hat{R}_B \Delta\Omega_B$ où $\hat{R}_B$ est la luminance pour $\vec{\kappa} = 0$ c'est-à-dire dans la direction de $\vec{k}_B$.

$$\begin{aligned} \Delta\Omega_B &= g_0^{-2} \int_{\text{tout le plan } \perp \vec{k}_B} g^2(\kappa_y, \kappa_\psi) d\Omega \\ &= g_0^{-2} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} g^2(\kappa_y, \kappa_\psi) d\kappa_y d\kappa_\psi \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} \exp \left\{ -2 \left(\frac{n_0 k \kappa_\psi w_0}{2} \right)^2 \right\} d\kappa_\psi \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{4J_1^2 \left(n_0 k a \sqrt{\kappa_y^2 + \kappa_\psi^2 \sin^2 \theta_0} \right)}{\left(n_0 k a \sqrt{\kappa_y^2 + \kappa_\psi^2 \sin^2 \theta_0} \right)^2} d\kappa_y \quad (2.30) \end{aligned}$$

La 2ème intégrale se calcule avec κ_ψ constant. Et d'après [6], on a $\kappa_y \gg \kappa_\psi \sin \theta_0$ ce qui permet de négliger κ_ψ sous le radical qui se réduit à κ_y . Finalement cette

approximation permet de factoriser la fonction $g(\kappa_y, \kappa_\psi)$. À l'aide du changement de variable $x = n_0 k a \kappa_y$ la 2ème intégrale devient $\Delta \kappa_y = 2f_I / n_0 k a$ avec

$$f_I = \int_0^\infty 4x^{-2} J_1^2(x) dx \approx 1.69$$

Avec le changement de variable $t = n_0 k w_0 \kappa_\psi / \sqrt{2}$ puis la fonction erreur, la 1ère intégrale donne $\Delta \kappa_\psi = \sqrt{2\pi} / n_0 k w_0$

Donc l'expression finale de $\Delta \Omega_B$ est

$$\Omega_B = \left(\frac{\sqrt{2\pi}}{n_o k w_o} \right) \left(\frac{2f_I}{n_o k a} \right) \quad (2.31)$$

En remplaçant 2.25 et 2.31 dans 2.19 on trouve

$$\sigma_B = \frac{n_o}{8\pi^3 k^2} (\Delta n)^2 \sin^2 \gamma_o \left(\frac{k^3 \pi^{3/2} a^2 w_o}{\cos \theta_o} \right)^2 \left(\frac{\sqrt{2\pi}}{n_o k w_o} \right) \left(\frac{2f_I}{n_o k a} \right) \quad (2.32)$$

La simplification de cette expression donne finalement la formule utilisée fréquemment

$$\sigma_B = \frac{\sqrt{2\pi}}{4} f_I (\Delta n)^2 k^2 a^3 w_o \frac{\sin^2 \gamma_o}{\cos^2 \theta_o} = \frac{P_B}{\hat{p}_o} \quad (2.33)$$

Et d'après $\sigma_B = \frac{\pi}{2} w_o^2 \eta_B$ on tire l'expression de η_B

$$\eta_B = \frac{2}{\pi w_o^2} \sigma_B = \frac{\sqrt{2}}{2} \pi^{-\frac{1}{2}} f_I k^2 (a^3 / w_o) (\Delta n(z))^2 \frac{\sin^2 \gamma_o}{\cos^2 \theta_o} \quad (2.34)$$

On peut aussi écrire la relation 2.34 sous la forme

$$\Delta n = \frac{\sqrt{\eta_B}}{c} = \frac{\sqrt{\eta_B}}{\frac{\sin \gamma_o}{\cos \theta_o} \sqrt{\frac{\sqrt{2}}{2} \pi^{-1/2} f_1 k^2 \frac{a^3}{w_o}}} \quad (2.35)$$

où c est la constante de proportionnalité.

Conclusion: les deux relations 2.33 et 2.35 sont bien les deux formules recherchées.

Chapitre 3

Mesure de l'amplitude de modulation de l'indice des réseaux de Bragg

3.1 Introduction

Dans ce chapitre, nous allons décrire le montage permettant de mesurer l'amplitude de la modulation de l'indice des réseaux de Bragg. En particulier, nous mettrons l'accent sur les trois parties importantes du montage: la première concerne l'installation du matériel opto-électronique et l'alignement du laser, la deuxième partie concerne la caractérisation du faisceau laser à la sortie de l'objectif du microscope et la dernière partie traite le fonctionnement du montage et l'analyse des données.

3.2 Montage électro-optique

Le laboratoire des fibres optiques de l'École Polytechnique de Montréal, possède le montage de Krug[12], représenté sur la figure 3.1, permettant de caractériser les réseaux de Bragg écrits dans les fibres optiques.

3.2.1 Installation du matériel et alignement du laser

Schéma du montage:

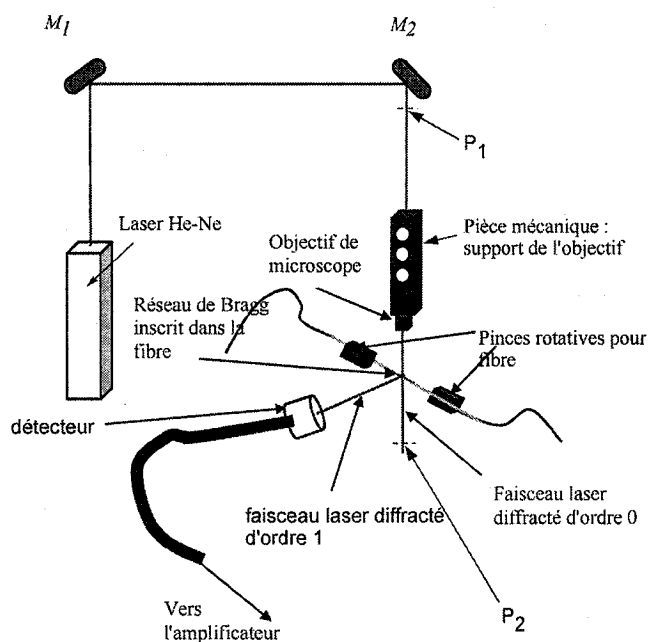


Figure 3.1: montage de Krug

1. Les étapes d'installation sont les suivantes:

- installer le laser (He-Ne, 10mW)
- placer le miroir M_1 à peu près à 25 cm du laser et incliné à 45° , donc le faisceau réfléchi sort perpendiculairement au faisceau incident.
- régler les vis du miroir M_1 pour que le faisceau arrive sur le miroir M_2 en un point de même hauteur que le centre du trou de la pièce mécanique décrite dans l'annexe A₁, qui porte l'objectif du microscope.
- placer le miroir M_2 orienté à 45° , en face du faisceau réfléchissant sur le miroir M_1

- À l'aide des vis du miroir M_2 , on a orienté le faisceau réfléchi pour qu'il passe à travers le trou cylindrique percé dans la pièce mécanique dans son axe. Pour cette dernière étape, on a procédé comme suit :
 - On a ajusté la hauteur d'un diaphragme D fermé (comme référence d'horizontalité), posé sur un poteau, pour que son centre soit dans la même hauteur que l'axe du trou cylindrique.
 - On a déplacé ce diaphragme D à la position P_1 (figure 3.1) à côté du miroir M_2 . Puis on a orienté les vis de M_1 pour que le faisceau passe à travers ce D presque fermé.
 - Ensuite, on a déplacé le même diaphragme D à la position P_2 , puis on a fait les mêmes réglages cette fois à l'aide des vis de M_2 pour que le faisceau passe correctement à travers du diaphragme.
 - Une fois que le faisceau passe à travers le diaphragme dans les deux positions P_1 et P_2 , le laser est bien aligné.

2. Installation du matériel opto-électronique

- Présentation de la pièce mécanique: support de l'objectif du microscope.

La pièce a été conçue par le logiciel *SOLIDWORKS* et a été usinée au laboratoire. Les détails de cette pièce sont montrés en annexe A_1 . La figure 3.10 montre ce système.

Une fente a été ajoutée ensuite à la pièce, parallèlement au trou cylindrique, pour diminuer la force de rappel, ce qui permet d'avoir une fréquence bien adaptée à l'objectif du microscope. Ce dernier oscille de part et d'autre du centre du cœur de la fibre qui contient le réseau à analyser. L'oscillation de l'objectif est réalisée à l'aide d'un piézo-électrique contrôlé par un générateur de fonction donnant une tension choisie (sinusoïdale, carré, triangulaire...)

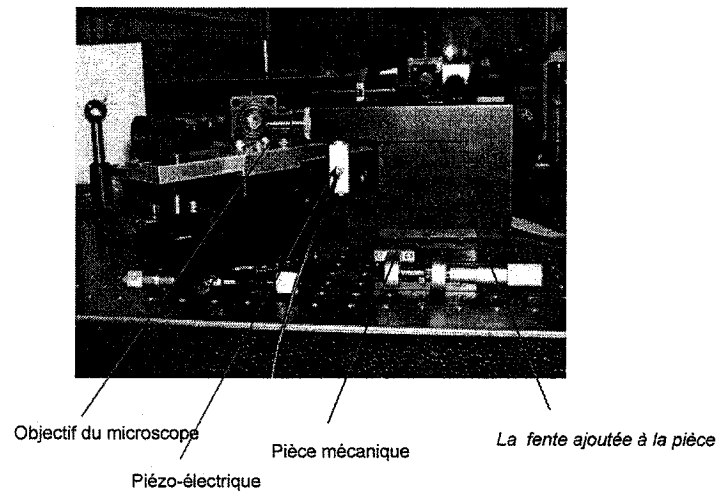


Figure 3.2: support d'objectif de microscope

- La pièce mécanique est placée sur une plateforme mobile à l'aide d'un roulement à billes, après le miroir M_2 comme montré sur le schéma de la figure 3.1, de telle façon que le faisceau passe dans l'axe du trou cylindrique percé dans la pièce. La plateforme mobile permet de déplacer l'objectif du microscope lors du réglage.

- Une fois la pièce installée, on fixe l'objectif du microscope à sa sortie et on vérifie son alignement par la superposition du faisceau réfléchi sur sa surface et le faisceau incident.

L'étape suivante est l'installation des pinces (rotateurs) qui supportent la fibre.

-On fixe la fibre entre les deux pinces (rotateurs) de fibre: voir la figure 3.2

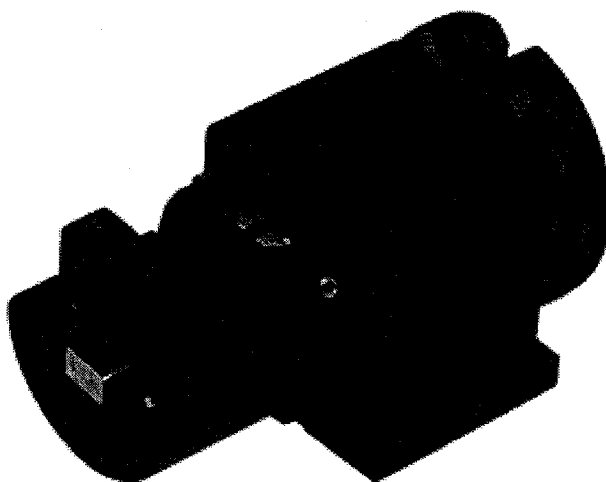


Figure 3.3: rotateur de fibre

- On fixe ces deux pinces sur une pièce rectangulaire épaisse, qui sert à ajuster la hauteur et à lier rigidement les deux pinces.
- Puis on règle leur alignement à l'aide d'un moteur Newport et d'un microscope. Pour les monter, on commence par le bas :
 - On installe le goniomètre sur la table de telle sorte que son axe de rotation coupe le faisceau laser, pas très loin de l'objectif du microscope (figure 3.4).
 - Ensuite on installe le moteur sur le goniomètre
 - Puis les cinq-axes sur le moteur
 - Enfin, on fixe la plaque rectangulaire, sur laquelle sont fixées les deux pinces, sur le dispositif d'alignement cinq-axes.

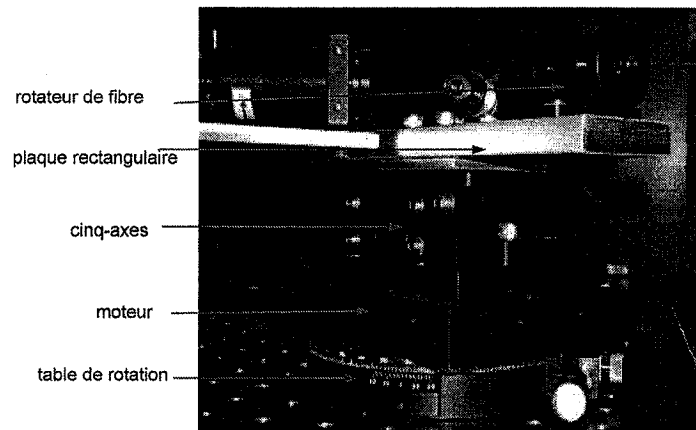


Figure 3.4: la tour des pièces (support des rotateurs)

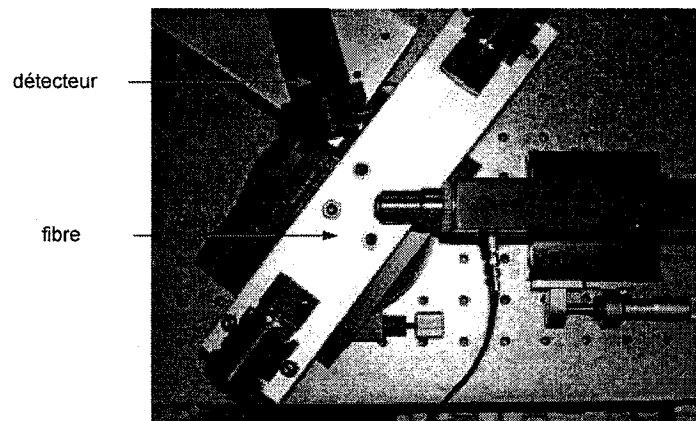


Figure 3.5: vue du montage par dessus

Ce dispositif cinq-axes photographié sur la figure 3.6, permet de faire une rotation dans le plan horizontal (vis 1 et 2), une autre rotation dans le plan vertical (vis 3 et 4) et un déplacement horizontal (translation) à gauche et à droite (vis 5).

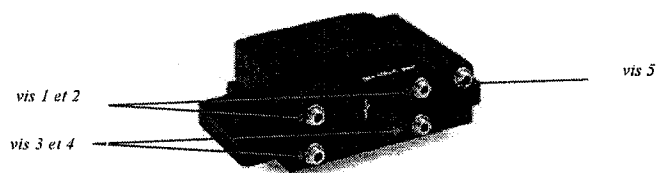


Figure 3.6: cinq-axes

Une fois la fibre fixée par ses pinces, on vérifie qu'elle est coplanaire avec le faisceau laser.

3. Alignement de la fibre

La première étape est de vérifier visuellement que la fibre, dans sa partie dénudée, est bien éclairée par le faisceau laser. Ensuite:

- On place un écran blanc à 30 cm à peu près devant le faisceau diffracté d'ordre zéro.
- On déplace le moteur à sa position 50 mm (position P_{50}) s'il n'est y pas déjà (voir l'indicateur de position du moteur).
- On déplace la pièce mécanique, sur laquelle est fixé l'objectif du microscope, à l'aide de sa base de roulement à billes jusqu'à ce que l'image de diffraction de la fibre apparaisse sur l'écran (figure 3.7).

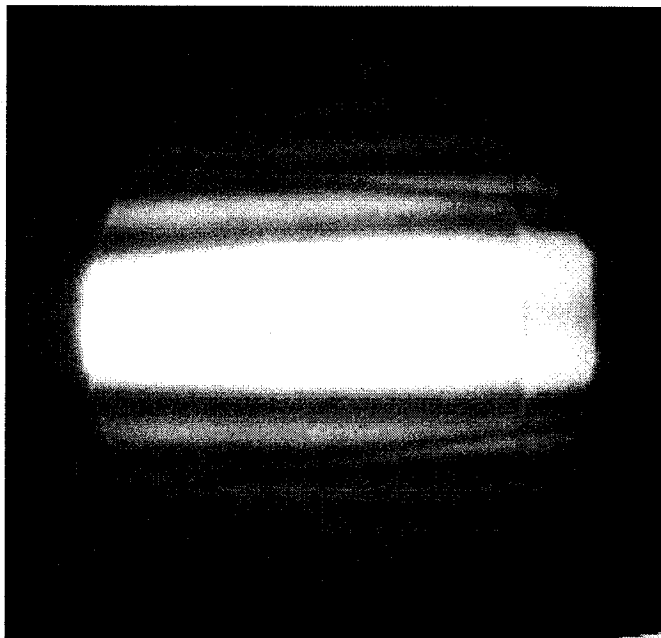


Figure 3.7: image de diffraction

- On fait glisser à la main et vers la position 0 *mm* du moteur, à droite (la position P_0) tout le dispositif qui porte la fibre, (les rails du moteur permettent ce glissement) en regardant l'image de diffraction:
- Si l'image de diffraction ne bouge pas, c'est que le système est bien aligné. Sinon, on garde le moteur à la position P_0 , et on règle à l'aide des vis 3 et 4 du cinq-axes l'horizontalité de la fibre jusqu'à ce que la même image de diffraction initiale apparaisse à cette position.
- Puis on relâche doucement le dispositif et on refait le réglage de nouveau jusqu'à ce que l'image de diffraction soit invariable le long de glissement du système entre P_0 et P_{50} . Dans ce cas, le système est bien aligné.

Remarque:

Pour bien aligner le dispositif, il faut que l'intersection du rayon laser et de la fibre optique soit dans l'axe de rotation du goniomètre.

Pour vérifier que l'axe du goniomètre coupe le faisceau, on suit les étapes suiv-

antes:

- Après avoir obtenu l'image de diffraction précédente, on change l'angle sous lequel est positionné le goniomètre, et on observe l'image de diffraction sur l'écran d'observation.
- Si cette image est invariable, donc l'axe du goniomètre coupe le faisceau dans le point éclairé de la fibre optique.
- Si cette image varie, on ajuste par cinq-axes jusqu'à ce que l'image soit invariable.

4. Position du détecteur

Le détecteur utilisé est **DET 110** de THORLABS (figure 3.8). Son orientation et sa direction par rapport aux faisceaux sont cruciales.

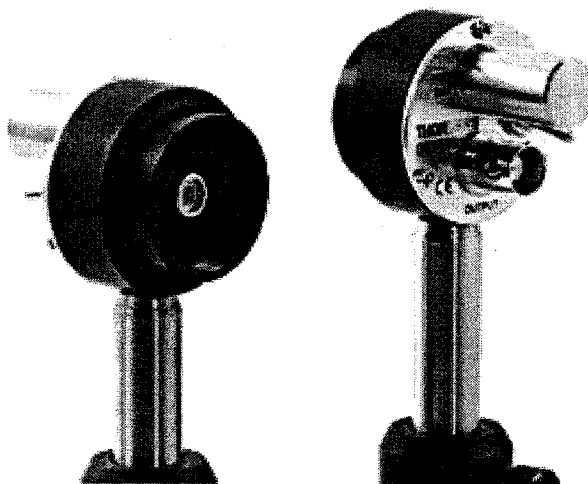


Figure 3.8: détecteur DET110 en avant et en arrière

En effet, la lumière diffractée, d'ordre 1, que doit capter ce détecteur est très faible, elle est même invisible sous la lumière de la salle de travail. En plus, les dimensions du détecteur sont très petites. Pour réussir à bien placer le détecteur, après avoir réalisé les étapes précédentes, on règle l'angle de Bragg calculé par

la relation $\theta_i = \theta_r = \sin^{-1}(\lambda/2\Lambda)$ où λ est la longueur d'onde dans le vide et Λ la période locale du réseau. De plus, on doit travailler dans l'obscurité et la lumière de l'écran d'ordinateur est largement suffisante pour travailler.

- On place un écran d'observation à gauche du montage (voir la position du détecteur dans le schéma représentatif).
- Puis on envoie le moteur à la position P_0 , en fixant les yeux sur l'écran. Quand le réseau est éclairé, une tache de diffraction se projette sur l'écran.
- On arrête donc le moteur une fois que la tache apparaît.
- Puis on place le détecteur (figure 3.9).

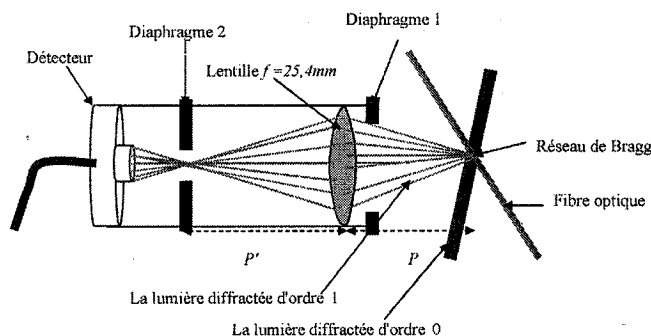


Figure 3.9: schéma du détecteur DET110

Dans notre cas, la lentille utilisée est de distance focale $f = 25,4 \text{ mm}$, sa distance image $P' = 60 \text{ mm}$ est fixée d'avance par le cylindre protecteur. La formule de conjugaison, des lentilles minces, donne la distance objet $P = 44 \text{ mm}$. Le calcul montre que la lentille du détecteur doit être à $4,4 \text{ cm}$ du point objet qui est la zone éclairée du réseau.

- Pour l'orientation du détecteur, on ferme complètement les deux diaphragmes (voir schéma du détecteur), et on place immédiatement derrière le dernier diaphragme, un petit écran blanc (par exemple le dos d'une carte visite)
- On règle la direction par les quatre vis de cinq-axes (attention! Ici c'est les

cinq-axes du détecteur) jusqu'à l'apparition d'un petit point lumineux circulaire le plus intense possible. Dans ce cas, le montage est prêt à fonctionner correctement.

-Puis, on place le détecteur.

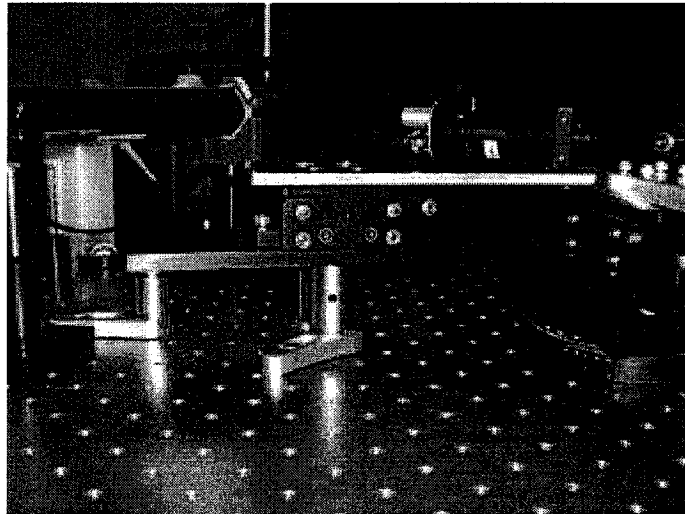


Figure 3.10: détecteur DET110 monté sur cinq-axe

3.2.2 Remarques pratiques

- Il faut éviter de mettre un écran réfléchissant devant le faisceau d'ordre 0 pour éviter d'être ébloui par la lumière, ce qui va empêcher de voir la tache diffractée.
- Pour vérifier que le détecteur est bien aligné, on ferme le diaphragme 2 et on remarque que l'intensité du signal observé à l'oscilloscope ne varie presque plus.

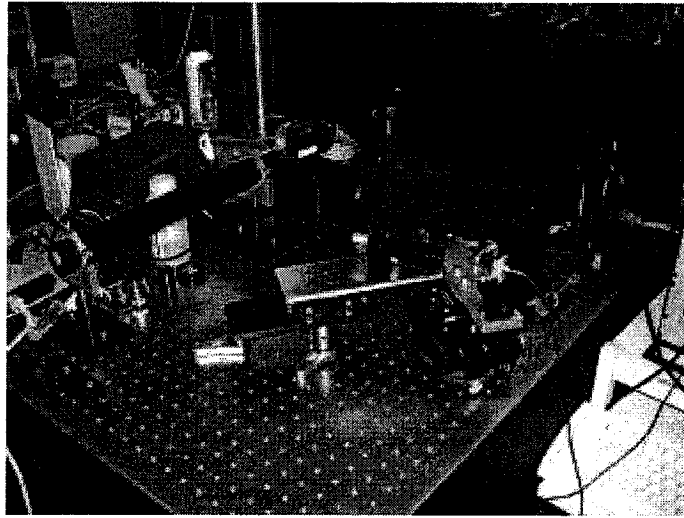


Figure 3.11: montage complet

3.3 Caractérisation du faisceau laser à la sortie de l'objectif de microscope

3.3.1 Mesures expérimentales

Caractériser le faisceau laser veut dire mesurer la taille de ce dernier en fonction de la distance après la sortie de l'objectif de microscope. Cette mesure nous permet de déterminer le "waist". Pour réaliser ce travail, on a utilisé une pièce "porte lame" contrôlée par deux moteurs qui sont à leur tour contrôlés par un programme LabVIEW[13]. L'un des moteurs (m_1) permet un déplacement de la lame de rasoir parallèlement à l'axe du faisceau (contrôle de distance), l'autre moteur (m_2) assure un déplacement de la lame perpendiculairement au faisceau (mesure de la taille).

3.3.1.1 Procédure de la mesure

- On place la lame de rasoir, à environ un millimètre de la sortie de l'objectif de microscope et à une position qui permet le passage complet du faisceau laser.

- On fixe l'état du moteur (m_1), puis on lance une mesure, en mettant le moteur (m_2) en marche de telle façon qu'il se déplace en coupant le faisceau de côté jusqu'à la coupure complète de ce faisceau.
- On place un détecteur, OPHIR Model *PD* – 300, en face du faisceau pour détecter l'intensité du faisceau.
- Les mesures de détection sont enregistrées dans un fichier Excel.
- À la fin d'une mesure, on renvoie le moteur (m_2) à sa position initiale, puis on avance le moteur (m_1) d'un *mm* et on recommence la mesure.
- On continue les mesures jusqu'à ce que on remarque un élargissement du faisceau par rapport à son état initial.

Les données Excel (tableau 3.1) sont traitées par le logiciel *MATHCAD*. La récapitulation des résultats donne le graphe représenté sur la figure 3.12 ci-dessous

Tableau 3.1: Les données du rayon du faisceau

X (mm)	W (mm)
1	0,8982
2	0,7501
3	0,5969
4	0,4340
5	0,2449
5,5	0,1773
6,0	0,0950
6,3	0,049
6,5	0,0200
6,6	0,0057
6,7	0,0055
7	0,0056
7,5	0,135
8	0,2139
9	0,3721

où X est la position de la lame par rapport à l'objectif du microscope et W est le rayon du faisceau.

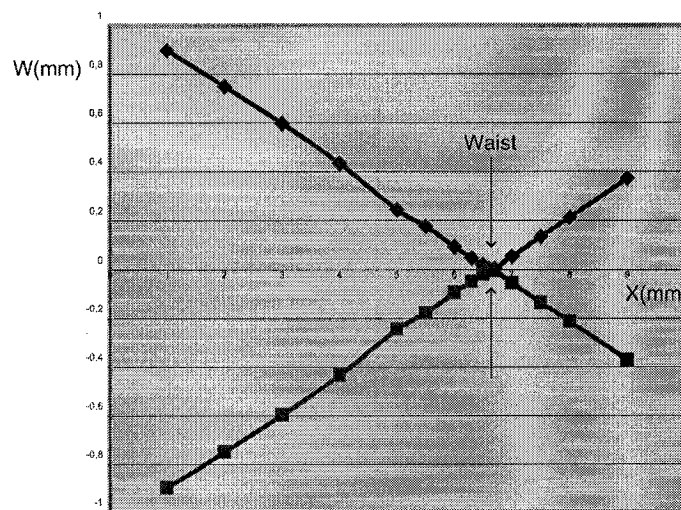
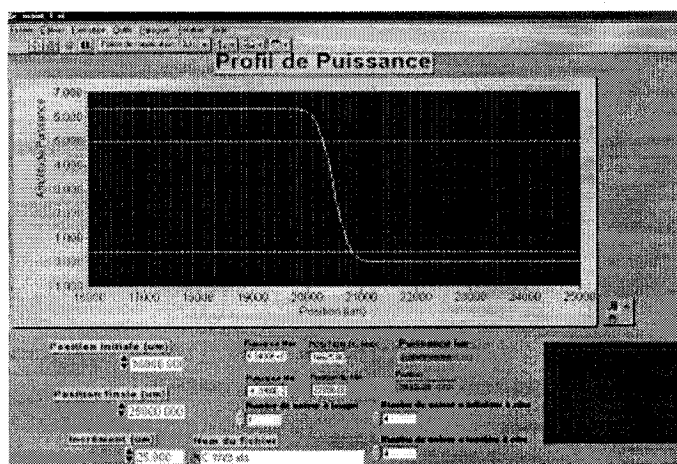


Figure 3.12: Rayon du faisceau

Le "waist" du faisceau est sa taille lorsque le rayon est minimal.

Figure 3.13: Fenêtre du programme de contrôle des moteurs m_1 et m_2

À l'aide du logiciel MATHCAD, on lisse les valeurs expérimentales sur celles de l'équation $W(x)$ ci-dessous.

Ce lissage donne la valeur minimale de $W(x)$, soit le waist $W_0 = 1,30 \mu m$ (figure 3.22).

L'équation utilisée par **MathCad** est la suivante

$$W(x) = \sqrt{W_o^2 + \frac{\lambda^2(x-6650)^2}{\pi^2 W_o^2}}, \text{ avec}$$

$$x = 0 \dots 12000 \text{ } \mu m$$

$$w_o = 1,30 \text{ } \mu m$$

$$\lambda = 0,6328 \text{ } \mu m$$

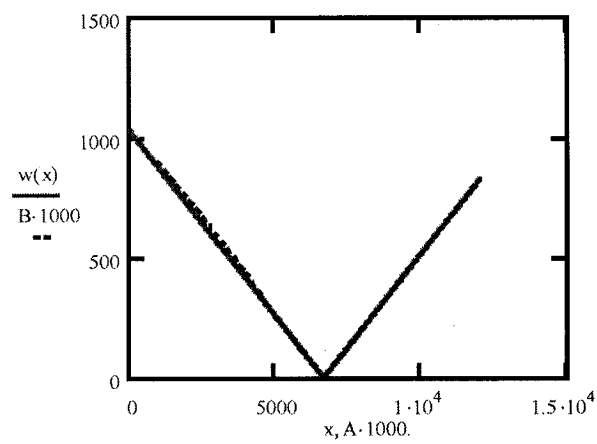


Figure 3.14: Lissage du rayon du faisceau (mesures expérimentales en pointillé et lissage en ligne continue)

L'agrandissement au voisinage du "waist" est représenté sur la figure 3.15.

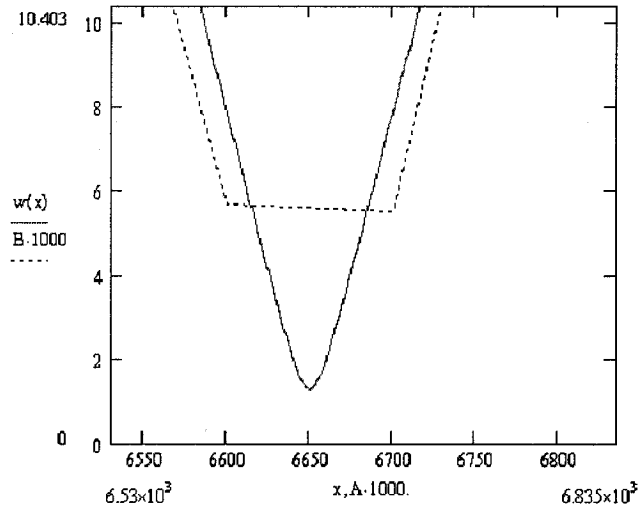


Figure 3.15: Agrandissement de la figure 3.14 au voisinage du "waist"

Zone de Rayleigh

La zone de Rayleigh est située entre le "waist" et l'endroit où le rayon de courbure du faisceau gaussien est minimal. Les calculs ont donné $Z_R = \frac{\pi w_0^2}{\lambda} = \frac{3,14 \cdot (1,30)^2 \cdot 10^{-6}}{0,6328} \approx 8,40 \mu m$.

Les résultats de ces mesures expérimentales sont résumés dans le tableau 3.2

Tableau 3.2: "Waist" et zone de Rayleigh expérimentaux

Waist (μm)	Z_R (μm)
1,30	8,40

3.3.2 Modélisation du faisceau par ZEMAX

Le logiciel ZEMAX est un logiciel de design optique, qui permet de modéliser le faisceau laser et la fibre optique.

Les détails de ce programme sont présentés en annexe B. La figure 3.16 illustre le modèle du faisceau calculé par Zemax

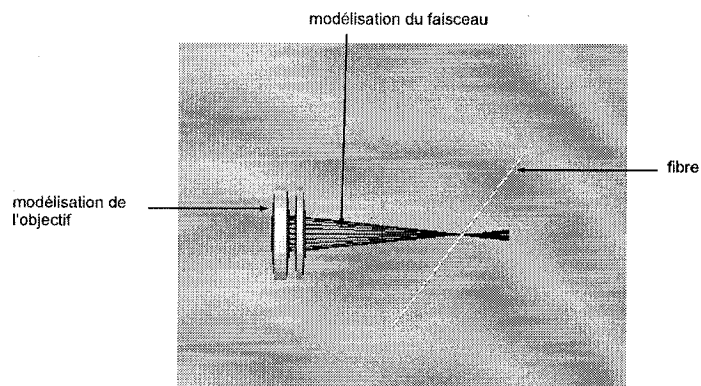


Figure 3.16: Modèle de design par ZEMAX

Les résultats de la modélisation faite par Zemax sont résumés dans le tableau 3.3. La fibre optique est située à 6,65 mm de la sortie de l'objectif.

Tableau 3.3: "Waist" et zone de Rayleigh donnés par Zemax

Waist (μm)	Z_R (μm)
1,32422	8,70572

On constate qu'il y a très bon accord entre les résultats expérimentaux du tableau 3.2 et la modélisation ZEMAX du tableau 3.3.

3.4 Fonctionnement du montage et analyse des données

3.4.1 Fonctionnement du montage

Le schéma électrique du montage:

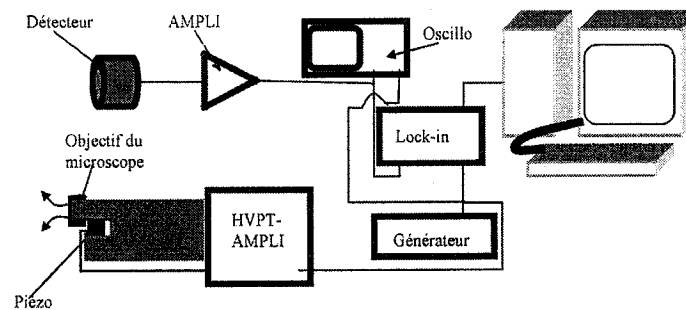


Figure 3.17: schéma électrique du montage

Le programme Braggomètre a été mis au point à l'aide de LabView. Il est expliqué en annexe C. L'onglet de *mesure* du programme permet de prendre une mesure de l'amplitude de la modulation de l'indice du réseau de Bragg transversalement, c'est-à-dire le long de l'axe de la fibre, en cliquant sur GO!

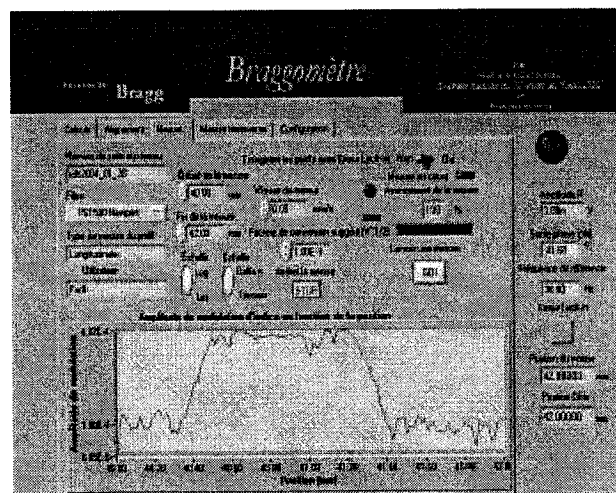


Figure 3.18: onglet de mesure

3.4.2 Mesure de l'indice de modulation du réseau de Bragg

3.4.2.1 Le long de la fibre

Le programme Braggomètre enregistre les résultats dans des fichiers Excel. L'une des représentations graphiques des résultats donne le graphe ci-dessous

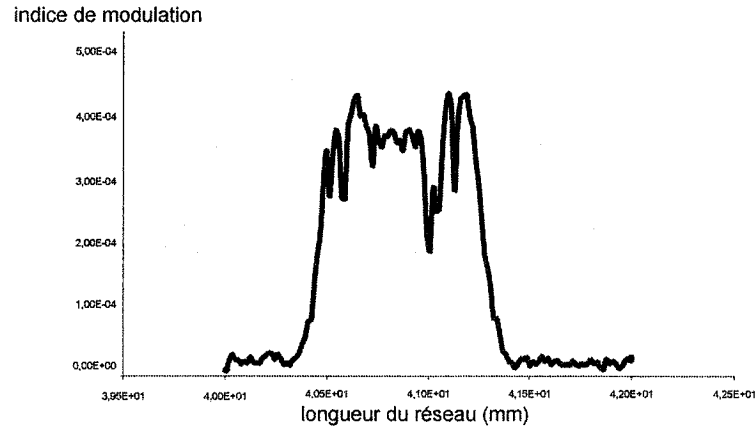


Figure 3.19: Profil longitudinal de la modulation de l'indice

Plusieurs études, comme celle de El-Diasty[10], ont démontré que l'amplitude de la modulation de l'indice de réfraction est une fonction de l'efficacité de diffraction η_B , définie comme $\eta_B = \frac{P_B}{P_o}$ où P_B est la puissance du faisceau diffracté sous la condition de Bragg et P_o est la puissance du faisceau incident, telle que

$\eta_B = c^2(\Delta n)^2$, donc

$$\Delta n = \frac{\sqrt{\eta_B}}{c} \quad (3.1)$$

où "c" est la constante de proportionnalité démontrée dans le chapitre 2 par la relation 2.35.

À partir des données du graphe de la figure 3.27, on estime l'indice de modulation:

$$\Delta n \approx 4 \times 10^{-4}$$

3.4.2.2 Transversalement à l'axe de la fibre

La mesure de l'amplitude de modulation de l'indice transversale, c'est-à-dire dans le plan de la section droite sous l'angle de Bragg, impose quelques modifications au montage:

On module le faisceau laser par un "hacheur": en plaçant celui-ci en face du faisceau avant l'objectif du microscope (figure 3.21), ce qui permet de mesurer transversalement le profil de l'indice.

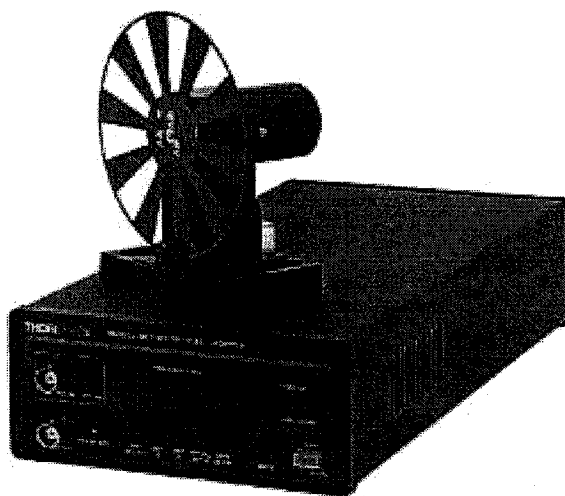


Figure 3.20: hacheur

Le programme Braggomètre contient un onglet appelé *Mesure transversale*. Ce programme provoque une vibration très lente de l'objectif du microscope, c'est-à-

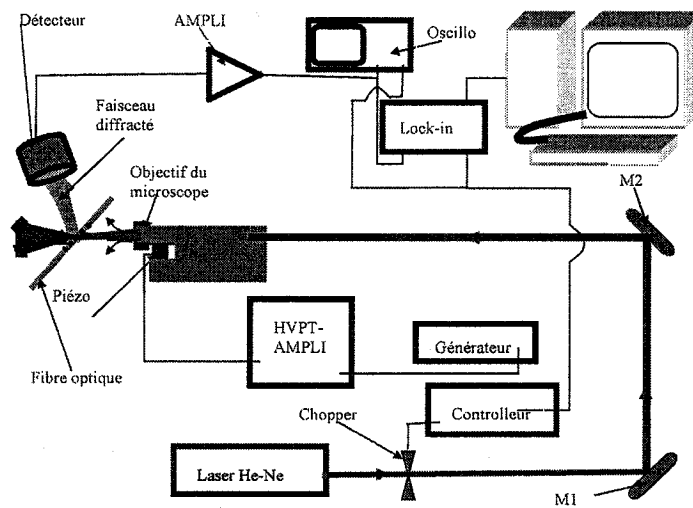


Figure 3.21: montage pour la mesure transversale

dire du faisceau laser, de part et d'autre de l'axe de la fibre.

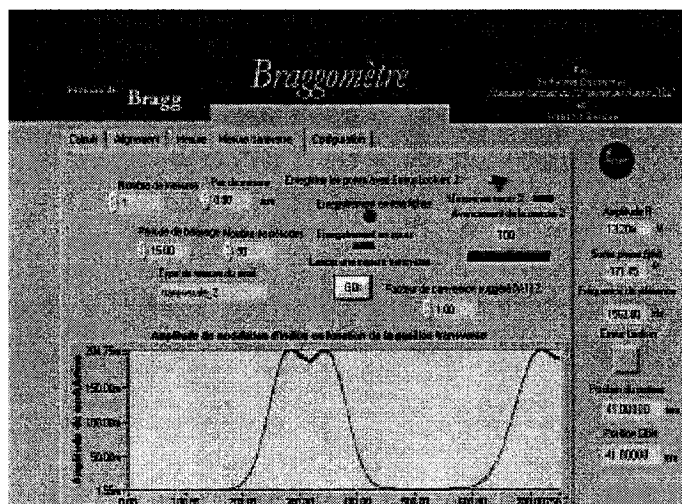


figure 3.22: onglet de mesure transversale

La représentation graphique des résultats donne la figure 3.23 ci-dessous.

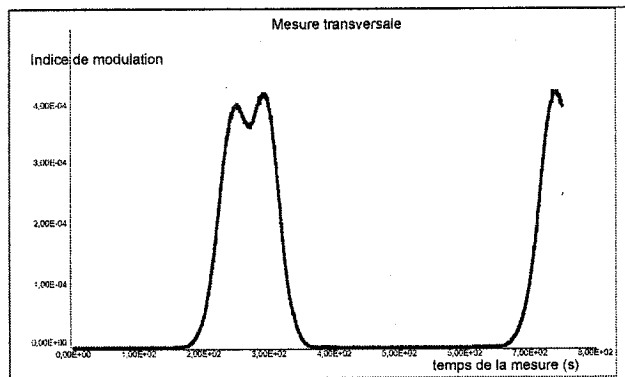


figure 3.23: indice de modulation transversale

L'observation de ce graphe montre une chose importante: le petit creux en haut de la mesure, c'est le "**Dip**" de la fibre.

Remarque:

On a essayé de vérifier la symétrie du réseau de Bragg par rapport à l'axe de la fibre. A cette fin, pour chaque position, la fibre est tournée de 180° et l'amplitude de la modulation de l'indice transversal a été relevée, mais des difficultés d'alignement des deux rotateurs de fibre ne nous ont pas permis de mettre la symétrie en évidence.

Conclusion:

Les deux mesures de l'amplitude de modulation faites longitudinalement et transversalement coïncident bien. Dans les deux cas l'amplitude de la modulation d'indice est de l'ordre de $\Delta n \approx 4 \times 10^{-4}$.

Chapitre 4

Mesure des pas et créneaux de quelques réseaux

4.1 Introduction

Avant de mesurer les pas des réseaux de Bragg, nous allons calibrer et tester l'efficacité de notre montage en caractérisant des masques de phase connus. En particulier, nous allons mesurer le pas et la hauteur du créneau de ces masques.

4.2 Masque de phase

4.2.1 Étude théorique du masque de phase

Soient les deux longueurs d'onde de fabrication 1 et d'opération 2 et soient les deux indices de la silice (SiO_2) par rapport à l'air suivants:

$$n_1 = \text{SiO}_2(\lambda_1 = 0,2440 \mu\text{m}) = 1,5108644$$

$$n_2 = \text{SiO}_2(\lambda_2 = 0,6328 \mu\text{m}) = 1,4570179$$

Le but de cette étude est de déterminer le pas Λ et la hauteur du créneau e du masque de phase (figure 4.32).

4.2.1.1 Interférences destructives à λ_1 en incidence normale

On suppose qu'à $\lambda_1 = 0,2440 \mu m$, le déphasage $\Delta\varphi_1$ dû à un créneau de hauteur e du masque de phase d'indice n (l'air ayant l'indice 1) est un multiple impair de π , soit

$$\Delta\varphi_1 = \frac{2\pi}{\lambda_1} (n_1 - 1) e = (2m + 1) \pi \quad (4.1)$$

où m est inconnu mais entier $= 0, 1, 2, \dots$ et $(n_1 - 1)e$ est la différence de marche entre les 2 rayons (figure 4.32).

Alors la hauteur e s'écrit

$$e = (2m + 1) \frac{\lambda_1}{2(n_1 - 1)} = (2m + 1) \times 0.2388 \mu m \quad (4.2)$$

À $\lambda_2 = 0,6328 \mu m$, ce déphasage devient $\Delta\varphi_2$, soit

$$\Delta\varphi_2 = \frac{2\pi}{\lambda_2} (n_2 - 1) e = (2m + 1) \pi \frac{(n_2 - 1) \lambda_1}{(n_1 - 1) \lambda_2} = 0,3449 (2m + 1) \pi \quad (4.3)$$

On a donc $\Delta\varphi_2 < \Delta\varphi_1$, cela veut dire que le déphasage à la longueur d'onde de fabrication est supérieur au déphasage à la longueur d'onde d'opération.

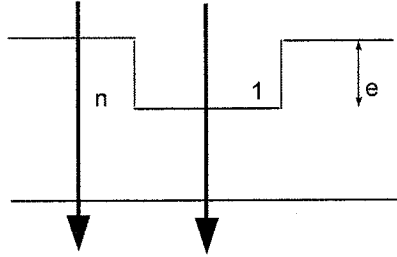


Figure 4.1: vue en coupe du masque de phase

4.2.1.2 Montage en Mach-Zehnder à λ_2 avec incidence oblique sur le masque

La figure 4.2 ci-dessous illustre la traversée du masque par le faisceau d'étude AB et $A'C'B'$ aux 2 endroits d'épaisseurs h et $h - e$.

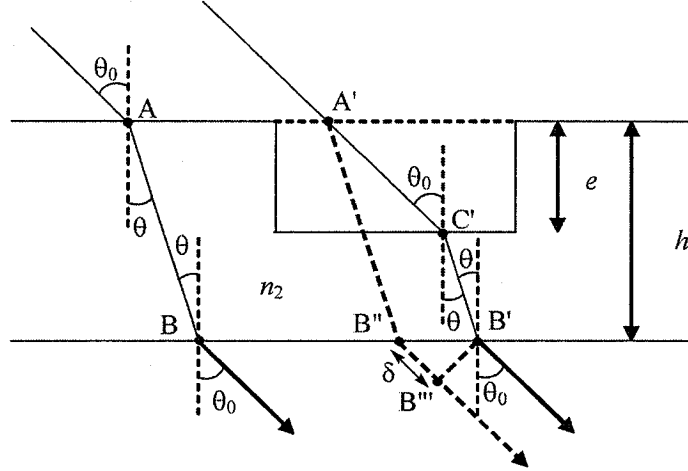


Figure 4.2: incidence oblique sous l'angle de Bragg

θ_0 est le complémentaire de l'angle de Bragg, sous lequel on opère. La différence de marche entre les deux faisceaux est $\delta = B''B'''$ qui vaut

$$\delta = e \sin \theta_0 (\tan \theta_0 - \tan \theta) \quad (4.4)$$

On opère à $\lambda_2 = 0,6328 \mu m$. Pour le rayon AB de gauche, le déphasage du Mach-Zehnder est

$$\Delta \varphi_{AB} = \frac{2\pi}{\lambda_2} \frac{n_2 h}{\cos \theta} \quad (4.5)$$

Pour le rayon $A'C'B'$ de droite, on a

$$\Delta \varphi_{A'B'} = \frac{2\pi}{\lambda_2} \left(\frac{e}{\cos \theta_0} + \frac{n_2 (h - e)}{\cos \theta} - \delta \right) \quad (4.6)$$

Les angles θ (dans le milieu d'indice n_2) et θ_0 (dans l'air) correspondent à l'ordre de diffraction 1 et sont donnés par la loi de la réfraction et celle des réseaux

$$\sin \theta_0 = n_2 \sin \theta = \lambda_2 / 2\Lambda \quad (4.7)$$

où Λ étant le pas du masque.

On a donc

$$\cos \theta_0 = \sqrt{1 - \sin^2 \theta_0} = \sqrt{1 - \lambda_2^2 / 4\Lambda^2} \quad (4.8)$$

$$\cos \theta = \sqrt{1 - \sin^2 \theta} = \sqrt{1 - \lambda_2^2 / 4n_2^2 \Lambda^2} \quad (4.9)$$

À l'aide de 4.4 et 4.5, 4.6 peut se réécrire après simplifications comme

$$\Delta\varphi_{A'B'} = \Delta\varphi_{AB} - \frac{2\pi e}{\lambda_2} \left(\frac{n_2 - \cos(\theta_0 - \theta)}{\cos \theta} \right) \quad (4.10)$$

4.2.1.3 Relevés interférométriques

Après recombinaison des faisceaux de référence et d'étude dans la séparatrice de sortie, la puissance est donnée par la loi des interférences à 2 faisceaux déphasés de $\Delta\varphi$, soit

$$P = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos \Delta\varphi \quad (4.11)$$

On suppose que les intensités des 2 bras sont quasi-identiques $I_1 \cong I_2 = I$, d'où

$$P = 2I (1 + \cos \Delta\varphi) \quad (4.12)$$

Lorsque le masque se déplace le long de son axe longitudinal, le système voit alternativement les 2 déphasages $\Delta\varphi_{AB}$ et $\Delta\varphi_{A'B'}$ selon que le faisceau intercepte les épaisseurs h ou $h - e$. La période d'enregistrement est donc celle du masque, soit Λ ,

ce qui permet de calculer les angles θ_0 et θ .

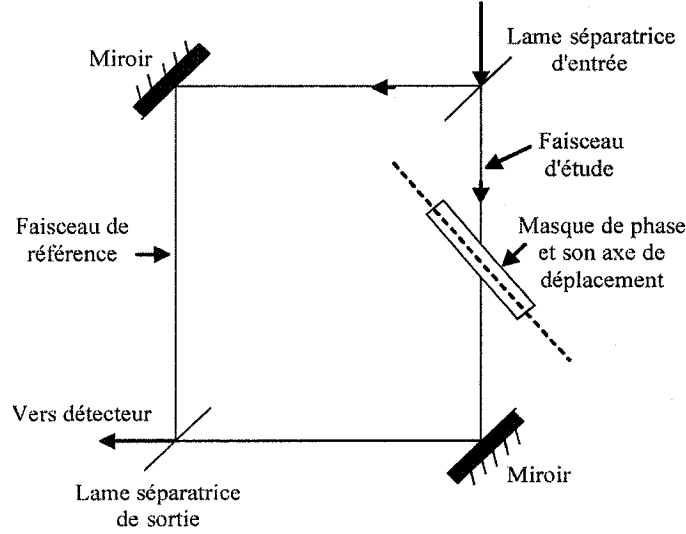


Figure 4.3: montage en Mach-Zehnder

À l'aide de la relation 4.12, on calcule le rapport entre la puissance maximale et minimale tel que

$$R = \frac{P_{\min}}{P_{\max}} \quad (4.13)$$

où $P_{\max}$ est obtenue pour le $\Delta\varphi$ donnant $(\cos \Delta\varphi)_{\max}$ et $P_{\min}$ pour le $\Delta\varphi$ donnant $(\cos \Delta\varphi)_{\min}$, soit

$$R = \frac{1 + (\cos \Delta\varphi)_{\min}}{1 + (\cos \Delta\varphi)_{\max}} \quad (4.14)$$

Pour continuer plus simplement les calculs, on supposera qu'il est possible d'effectuer un réglage fin des chemins optiques de façon à avoir par exemple $\Delta\varphi_{AB} = 2k\pi$, soit $(\cos \Delta\varphi)_{\max} = 1$.

Expérimentalement, ceci revient à **maximiser** $P_{\max}$ en jouant par exemple sur le chemin optique du bras de référence à l'aide d'une lame compensatrice que l'on tournera légèrement.

Donc de R mesuré, on peut tirer $\cos \Delta\varphi_{A'B'}$, soit $\cos \Delta\varphi_{A'B'} = 2R - 1$ d'où avec 4.10

et $\Delta\varphi_{AB} = 2k\pi$ on tire

$$\Delta\varphi_{A'B'} = \pm \cos^{-1}(2R - 1) + 2k'\pi = 2k\pi - \frac{2\pi e}{\lambda_2} \left(\frac{n_2 - \cos(\theta_0 - \theta)}{\cos \theta} \right) \quad (4.15)$$

Donc une fois R mesuré, la hauteur e est connue par 4.2 au facteur $2m + 1$ près. Enfin $\cos \theta$ et $\cos \theta_0$ sont connus par 4.8 et 4.9 avec Λ qui est la période d'enregistrement de la puissance P .

En posant les facteurs numériques suivants

$$\alpha = \frac{\text{Arc cos}(2R - 1)}{2\pi} \quad (4.16)$$

et

$$\beta = 2\pi \frac{0.2388}{\lambda_2} \left(\frac{n_2 - \cos(\theta_0 - \theta)}{\cos \theta} \right) \quad (4.17)$$

où 0,2388 est en μm .

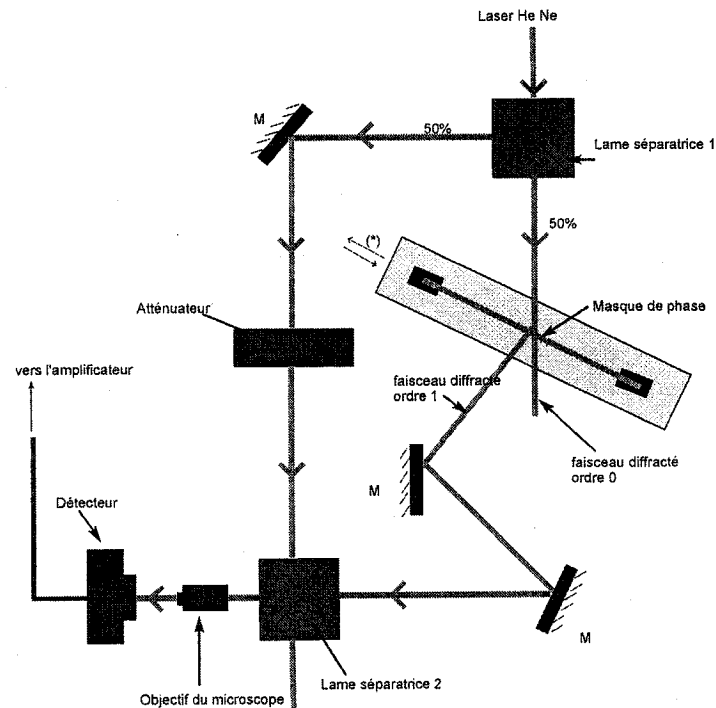
Les deux derniers membres de 4.15 se réécrivent comme

$$(k - k') - (2m + 1)\beta \mp \alpha = 0 \quad (4.18)$$

et il reste à trouver le couple des entiers m et $k - k'$ qui satisfont 4.18. Une fois m trouvé, on en déduit e par 4.2. Nous appliquerons ce résultat dans la section 4.2.3.

4.2.2 Mesure des pas des masques de phase

4.2.2.1 Montage optique



M : miroir

(*): les 2 flèches symbolisent les sens de translation possibles

Figure 4.4: schéma du montage optique

Fonctionnement du montage:

- Le faisceau laser arrive sur la lame séparatrice 1, qui sépare la puissance du faisceau en 50%, 50% entre les deux bras.
Le faisceau qui sort de la lame perpendiculairement à la direction du faisceau incident sert de référence.
- L'autre faisceau qui continue dans la direction du faisceau incident arrive sur le masque de phase. Ce dernier partage ce faisceau en deux.
- le faisceau diffracté d'ordre 0, qu'on atténue (inutile).

- le faisceau diffracté d'ordre 1 (utile) est réfléchi par les deux miroirs sous forme de Z , pour deux raisons: la première, pour que les chemins optiques soient égaux entre le faisceau de référence et celui d'ordre 1; la deuxième raison, pour que ces deux faisceaux se rencontrent perpendiculairement sur la deuxième lame séparatrice.
- L'atténuateur, qui est formé de deux polariseurs, sert à égaliser les intensités entre les deux faisceaux pour réaliser les conditions d'interférence à même intensité.
- À la sortie de la lame séparatrice 2, les deux faisceaux interfèrent.
- Puisque les deux faisceaux sont petits, on place dans leur chemin un objectif de microscope, puis un écran d'observation. L'objectif du microscope sert à agrandir la tache d'interférence pour qu'on puisse voir la teinte plate.
- On règle les chemins optiques jusqu'à ce que les puissances optiques soient maximales.
- Quand les faisceaux se superposent, on voit les anneaux d'interférence. Et on ajuste les réglages des miroirs jusqu'à l'obtention de la **teinte plate**.
- en translatant le masque de phase, on voit le défilement de franges sur l'écran d'observation.
- Ce signal est détecté par le détecteur *DET* 110.

4.2.2.2 Analyse des données

1. Masque de phase uniforme

Le premier signal analysé par notre méthode est représenté sur le graphe de la figure 4.5.

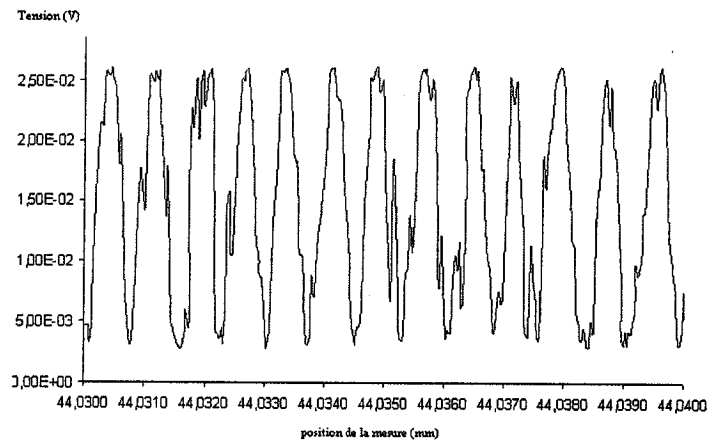


Figure 4.5: signal mesuré sous la ventilation de la salle blanche

La première remarque qu'on a tiré de notre mesure est qu'elle contient beaucoup de bruit, d'où la nécessité d'installer une cage de protection, contre la ventilation de la salle blanche.

Après l'installation de la cage de protection, les signaux mesurés ont tous l'allure du signal de la figure 4.6.

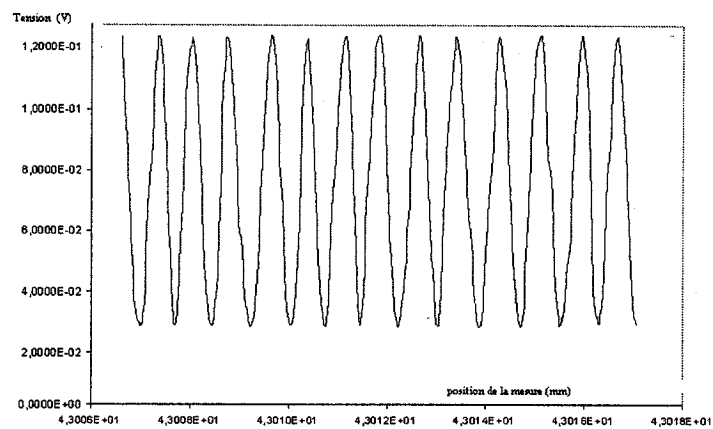


Figure 4.6: signal après l'installation de la cage de protection

Pour mesurer le pas ou période spatiale du signal, on "*lisse*" le signal sur une fonction sinusoïdale à l'aide de **MathCad**. On a obtenu le signal lissé représenté

sur la figure 3.7.

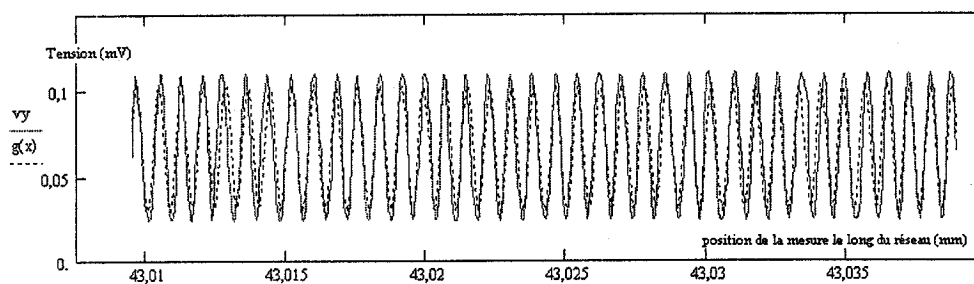


Figure 4.7: signal mesuré et fonction de lissage

En pointillé, c'est le signal mesuré; en ligne continue c'est la fonction sinusoïdale ajustée.

On a effectué 16 mesures et on a trouvé un pas de masque moyen de $\Lambda = 787,06 \text{ nm}$ avec une déviation standard de $\pm 8,12 \text{ nm}$.

Le constructeur du masque a indiqué un pas moyen de $770 \pm 0,3 \text{ nm}$, donc notre mesure est trop loin de la valeur nominale. On a attribué cette erreur à la largeur excessive du faisceau laser par rapport aux dimensions du motif du masque, d'où la nécessité de focaliser davantage le faisceau laser sur le masque. Le premier essai a été de focaliser le faisceau à l'aide d'un objectif de microscope, puis de le rendre parallèle par un autre objectif semblable placé en opposition au premier après le masque (montage afocal). Mais ce fut un échec à cause des aberrations du masque de phase.

Le deuxième essai, réussi cette fois, a été de focaliser le faisceau laser puis le

rendre parallèle avec des lentilles cylindriques comme illustré sur la figure 4.8.

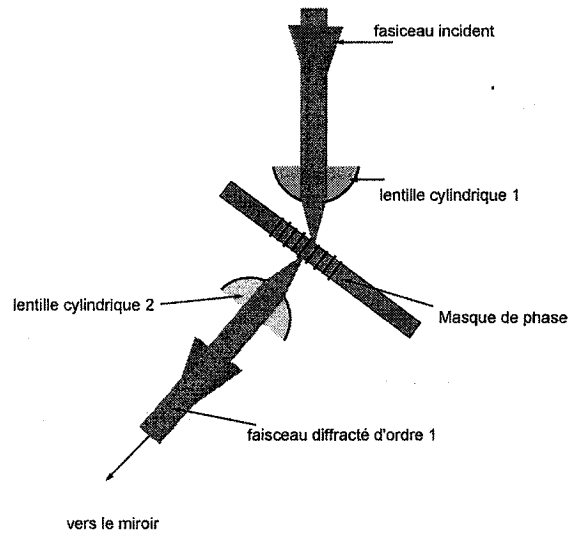


Figure 4.8: focalisation par lentilles cylindriques

Un résultat typique obtenu à l'aide de ce montage est représenté sur la figure 4.9.

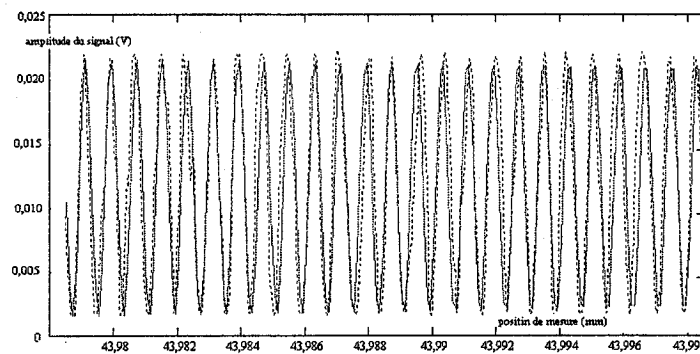


Figure 4.9: lissage du signal avec focalisation

Ces nouvelles mesures donnent un pas de

$$\Lambda = 772,2 \pm 9,8 \text{ nm}. \quad (4.19)$$

Donc il y a cette fois un bon accord avec le constructeur ($770 \pm 0,3 \text{ nm}$).

2. Masque de phase "chirpé"

Le masque de phase "chirpé" est le masque de phase dont le pas est variable comme illustré sur la figure 4.10. Le pas du masque de phase évolue de manière linéaire.

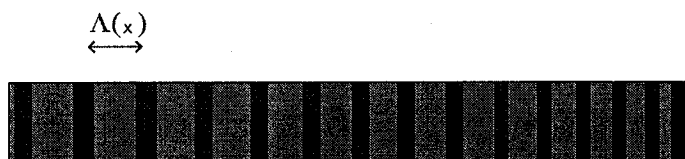


Figure 4.10: illustration d'un masque "chirpé" linéairement

Le montage optique est le même que celui de la figure 4.4. La différence entre le masque "chirpé" et le masque uniforme est que le faisceau diffracté d'ordre 1 du masque "chirpé" change d'angle par rapport au faisceau d'ordre 0, lorsqu'on déplace le faisceau perpendiculairement au motif quasipériodique. Ceci provoque un problème de superposition des deux faisceaux de référence et d'ordre 1. Il y a un décalage entre eux, ce qui perturbe la mesure.

Pour remédier à ce problème, on a pris des mesures sur des petites longueurs du masque de l'ordre de $50 \mu m$ et en plusieurs endroits.

L'une de ces mesures lissées est représentée sur la figure 4.11.

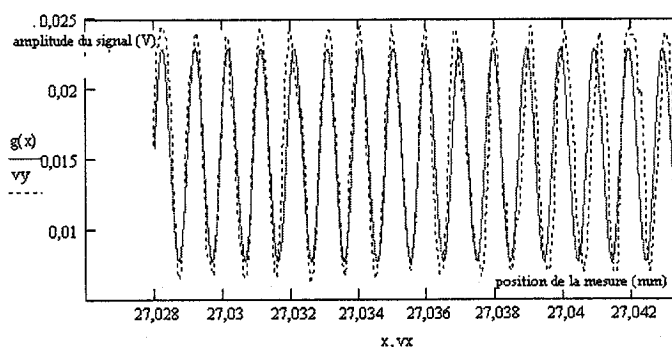


Figure 4.11: lissage chirpé

- Le signal mesuré est représenté en pointillé.
- La fonction de *lissage* est représentée en ligne continue.

Remarque: On remarque bien un déphasage du signal mesuré par rapport à la fonction lissée à la fin du graphe de la figure 4.11. Cet avancement montre bien le "chirp" du masque.

Le pas moyen sur 10 mesures donne, à une position donnée, $\Lambda_c = 1043 \pm 0,06 \text{ nm}$. Le constructeur donne un pas de $1070 \pm 0,07 \text{ nm}$. On constate bien une différence importante. Peut-on dire que notre mesure est acceptable? Considérons la longueur du réseau de 4 cm et utilisons la relation linéaire du "chirp" qui donne le pas $\Lambda(x) = \Lambda_o + p.x$ où $p = 20 \text{ nm/cm}$, x est la variable de la distance le long du réseau et Λ_o est le pas au centre du réseau.

Supposons que $\Lambda_o = 1070 \text{ nm}$ est bien la valeur donnée par le constructeur au centre du masque et calculons les pas possibles aux deux extrémités.

$x = \pm 2 \text{ cm}$ par rapport au centre, donc $\Lambda(+2) = 1070 + 20 \times 2 = 1090 \text{ nm}$, ainsi que $\Lambda(-2) = 1070 - 20 \times 2 = 1030 \text{ nm}$.

On constate que la valeur du pas mesuré (1043 nm) est comprise entre les valeurs des pas aux extrémités du masque, soient 1030 nm et 1090 nm .

En conclusion, notre mesure semble être bien acceptable.

4.2.3 Mesure de la hauteur du créneau du masque de phase

Dans ce paragraphe, on va calculer la hauteur du créneau e du masque de phase uniforme.

Avec la relation 4.8, on calcule la valeur de $\cos \theta_o$ et θ_o sachant que $n_1 = 1,5108644$, $n_2 = 1,4570179$, $\lambda_1 = 0,2440 \text{ }\mu\text{m}$ et $\lambda_2 = 0,6328 \text{ }\mu\text{m}$, ce qui donne $\cos \theta_o \simeq 0,9122$, donc $\theta_o = 24,18^\circ$.

De même avec la relation 4.9, on trouve $\cos \theta \simeq 0,95965$, donc $\theta = 16,33^\circ$

- Avec le signal représenté sur la figure 4.38 précédente, on a la tension maximale

$V_M \simeq 0,105 \text{ mV}$ et la tension minimale $V_m \simeq 0,027 \text{ mV}$ donc d'après la relation 4.13 on calcule $R = \frac{P_m}{P_M} = \left(\frac{V_m}{V_M}\right)^2$ ce qui donne $R = 0,0676$.

Les valeurs des facteurs numériques α de la relation 4.16 et β de la relation 4.17 sont $\alpha=23,85$ et $\beta=1,15$.

L'itération de l'équation 4.18 avec le signe "-" par un programme donne les nombres $k - k'=25$ et $m=0$.

En injectant la valeur de m dans l'équation 4.2, on trouve une hauteur du créneau du masque d'environ $e \simeq 239 \text{ nm}$.

- Avec le signal représenté sur la figure 4.40, on a que la tension maximale est d'environ $V_M \simeq 0,022 \text{ mV}$ et la tension minimale et d'environ $V_m \simeq 0,00216 \text{ mV}$, ce qui donne $R \simeq 0,00964$, d'où $\alpha \simeq 26,85$ et cette valeur annule aussi l'équation 4.18 pour les nombres $k - k'=28$ et $m = 0$. Ce qui donne la même hauteur du créneau calculée précédemment $e \simeq 239 \text{ nm}$.

L'équation 4.18 avec le signe "+" n'a pas de solution.

La hauteur du créneau mesurée par notre approche ($e = 239 \text{ nm}$) est dans le même ordre de grandeur que la valeur donnée par Raman Kashyap[10], qui est $d = 262 \text{ nm}$.

4.3 Mesure des pas des réseaux de Bragg

Les réseaux utilisés sont des réseaux inscrits dans les fibres PS 1500. Le réseau uniforme est fait au laboratoire des fibres optiques à l'École polytechnique de Montréal alors que le réseau "chirpé" provient d'ITF Technologies Optiques à St. Laurent (Montréal).

4.3.1 Mesures des pas de quelques réseaux de Bragg uniformes

Le montage optique est le même que celui représenté en figure 4.4, en remplaçant le masque de phase par le réseau de Bragg.

Remarques:

- Les étapes suivies sont les mêmes indiquées pour les réseaux dans la section 4.2.2.1 ci-dessus.

- Pour les réseaux de Bragg, la focalisation est réalisée par les objectifs du microscope. L'absence des aberrations, dans ce cas, est due à l'épaisseur du réseau de Bragg qui est très petite par rapport à l'épaisseur du masque de phase.

Le montage utilisé pour cet effet est illustré sur la figure 4.12.

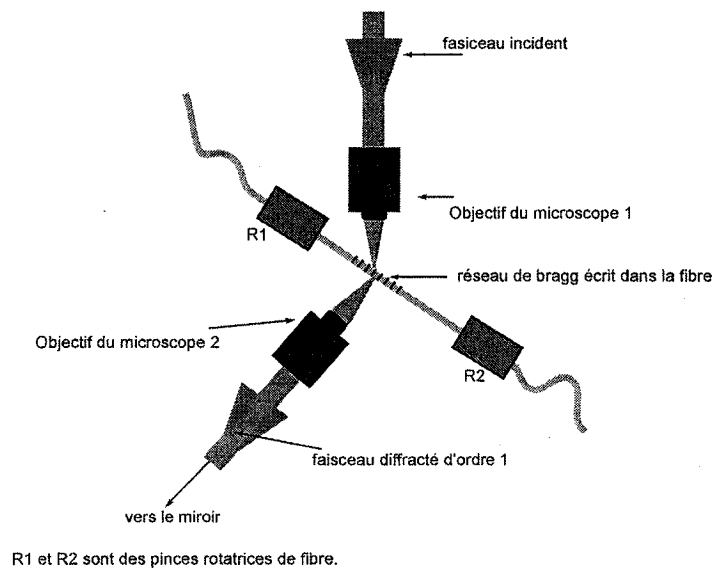


Figure 4.12: focalisation par objectifs de microscope

1. Réseau fabriqué au laboratoire des fibres optiques de l'École polytechnique

– Mesure de la porteuse du signal du réseau de Bragg:

Cette mesure a été prise sur tout le réseau de Bragg. Le graphe des résultats

est représenté sur le graphe 4.13.

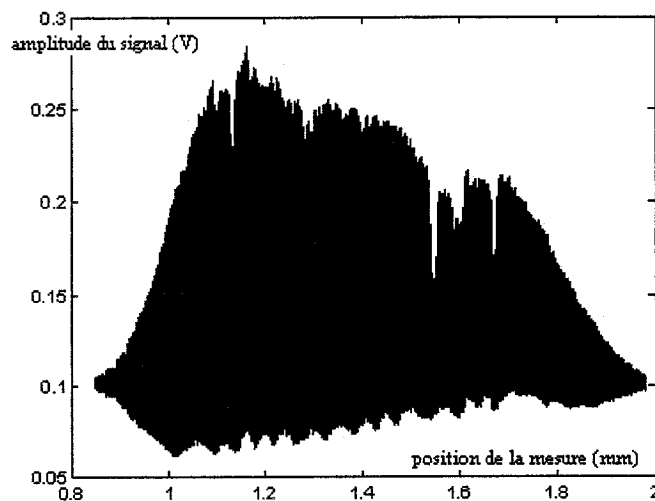


Figure 4.13: la porteuse du signal modulé

La comparaison de l'enveloppe de ce signal (figure 4.13) et de l'enveloppe de l'indice de modulation du même réseau mesuré par la méthode utilisée au chapitre 2 (la figure 4.14) montre bien la superposition de l'enveloppe des deux signaux.

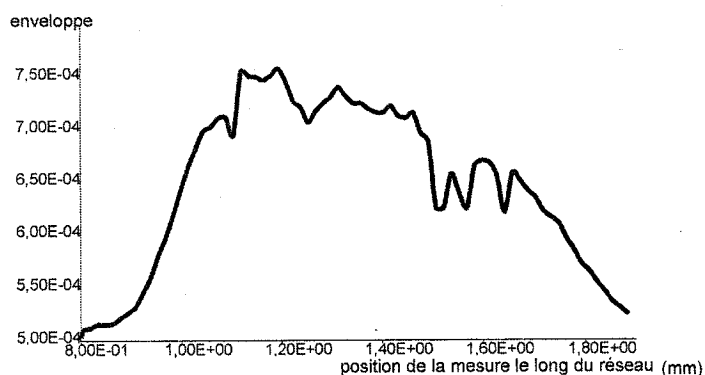


Figure 4.14: enveloppe de l'indice de modulation longitudinale pour le réseau de Polytechnique

– la transformée (FFT) de Fourier du signal de la porteuse donne le résultat

illustré sur la figure 4.15.

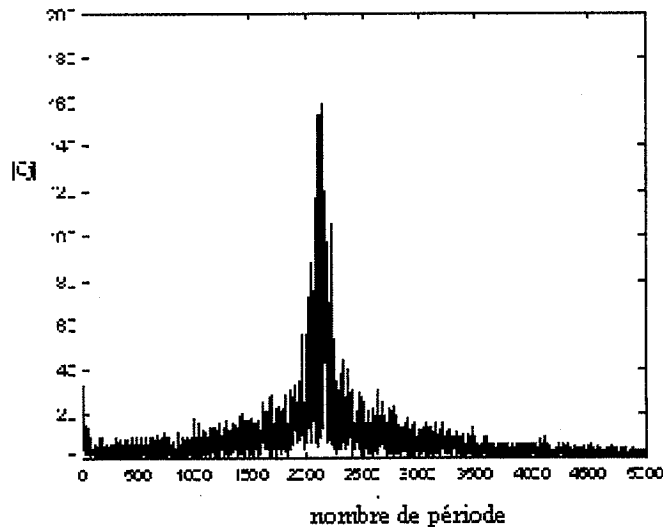


Figure 4.15: le pic de la FFT pour le réseau de Polytechnique où j représente le nombre de période et $|C_j|$ est le module de la FFT de l'amplitude du signal.

D'après la transformée de Fourier (FFT) précédente, le pic central est centré sur le nombre $N_0=2154$, qui correspond au nombre de périodes le long du réseau. Or la longueur du réseau de Bragg utilisé est de $L=1.12$ mm, ce qui donne un pas de $\Lambda = \frac{L}{N_0} = \frac{1.12}{2154} = 0,00051996$ mm, donc

$$\Lambda = 519,96 \text{ nm} \quad (4.20)$$

Le constructeur donne un pas de 524 nm , donc en tenant compte des erreurs systématiques, de celles sur la mesure et sur la transformée de Fourier (FFT), on peut considérer que notre résultat est en bon accord avec celui du constructeur.

2. Réseau fabriqué par ITF Technologies Optiques

- Indice de modulation longitudinale:

Elle est représentée sur la figure 4.16

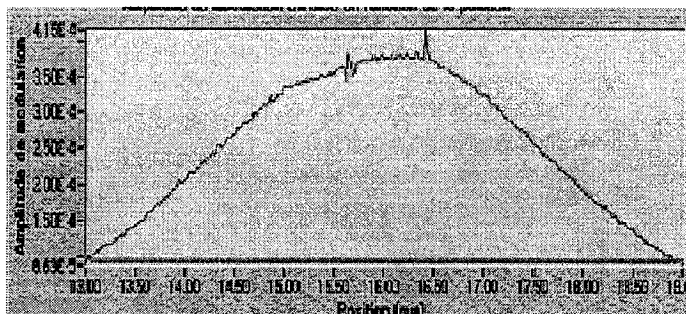


Figure 4.16: indice de modulation longitudinale pour réseau ITF

- Enveloppe du signal de la mesure du pas

La mesure a été prise sur tout le réseau de Bragg comme la précédente. Le graphe des résultats est représenté dans le graphe de la figure 4.17 ci-dessus

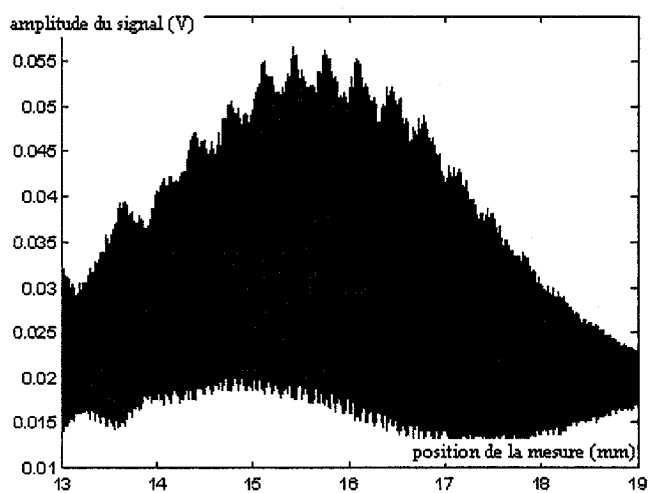


Figure 4.17: enveloppe du signal ITF modulé

- La transformée de Fourier (FFT) du signal

On a appliqué la transformée de Fourier à la partie centrale de la mesure, sur laquelle l'amplitude est importante (entre 14 mm et 17 mm), et on a

obtenu la figure 4.18 ci-dessous

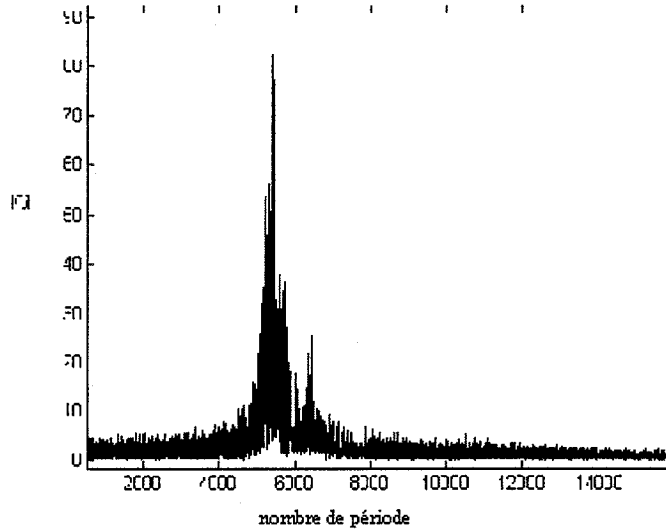


Figure 4.18: le pic de la transformée de Fourier (FFT) pour le réseau ITF où j représente le nombre de période et $|C_j|$ est le module de la transformée de Fourier de l'amplitude du signal.

Le pic central de la transformée de Fourier FFT est centré sur le nombre $N_0=5419$, qui correspond au nombre de périodes le long du réseau. Or la longueur du réseau de Bragg utilisé est de $L=3,00 \text{ mm}$, ce qui donne un pas de $\Lambda = \frac{L}{N_0} = \frac{3,00}{5419} = 0,00055360 \text{ mm}$, donc

$$\Lambda = 553,60 \text{ nm} \quad (4.21)$$

L'analyse des données de transmission du réseau de Bragg fabriqué par ITF donne un pas de $\Lambda_{ITF} = 545,50 \text{ nm}$, donc si on tient compte des mêmes erreurs comme précédemment, notre mesure est acceptable.

4.3.2 Mesures du pas d'un réseau "chirpé"

Dans cette section, on utilise le même montage optique que celui représenté dans la figure 4.44 précédente, en remplaçant le réseau de Bragg uniforme par le réseau "chirpé".

Puisque on rencontre les mêmes problèmes de décalage des deux faisceaux, qui forment l'interférence, qu'au paragraphe 4.2.2 (Masque de phase "chirpé"), on prend des mesures locales en plusieurs positions différentes le long du réseau "chirpé", sur une longueur de $50\text{ }\mu\text{m}$ chacune.

Les résultats analysés donnent un pas local moyen de l'ordre de $536,67 \pm 1,47\text{ nm}$.

Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons mesuré les caractéristiques de masques de phase connus. Nous avons réussi à mesurer le pas et la hauteur d'un créneau du masque de phase uniforme, puis le pas d'un masque "chirpé". Ensuite, nous avons déterminé avec succès le pas d'un réseau de Bragg uniforme, puis "chirpé".

Cependant, nous avons rencontré des difficultés pour évaluer correctement le "chirp" du réseau de Bragg "chirpé".

Chapitre 5

Conclusion

Le but de notre travail a été de bien caractériser les réseaux de Bragg en mesurant leur amplitude de modulation de l'indice du cœur et leur pas.

Pour atteindre ces objectifs, nous avons d'abord utilisé le montage de Krug, dont l'utilité a été prouvée par les résultats des travaux de François Busque[16]. La méthode est basée sur l'application de la formule de la section efficace d'Ulrich dans les programmes de traitement des données. La démonstration de cette formule n'a jamais été bien claire dans la littérature, d'où la nécessité de bien l'établir.

Afin de tester la fiabilité de notre approche concernant la mesure des pas des réseaux, plusieurs réseaux ont été utilisés:

Tout d'abord, nous avons mesuré l'amplitude de modulation de l'indice des réseaux de Bragg et nous avons trouvé une amplitude de 4×10^{-4} .

Ensuite nous avons caractérisé un masque de phase uniforme, dont le pas est connu, mais qui m'a été caché pour ne pas m'influencer. Nos mesures ont donné un pas de $\Lambda \approx 772 \text{ nm}$, très proche de celui fourni par le fabricant qui est de 770 nm . Ceci nous a encouragé pour la suite.

Nous avons aussi mesuré le pas d'un masque de phase "chirpé", nos mesures ont donné un pas de $\Lambda_c = 1043 \text{ nm}$ très proche de la valeur nominale de 1070 nm .

D'autre part nous avons réussi aussi à mesurer la hauteur du créneau du masque de

phase uniforme qui est de l'ordre de $e = 239 \text{ nm}$. Cette valeur est proche de la valeur calculée par *Raman Kashyap*[14] qui est de 262 nm .

Une fois mis en confiance avec ce montage, nous sommes passés aux réseaux de Bragg dans la fibre et nous avons mesuré, pour un réseau uniforme fabriqué au laboratoire des fibres optique à École polytechnique de Montréal, un pas de $\Lambda \approx 512 \text{ nm}$, le pas théorique était de $\Lambda \approx 524 \text{ nm}$; et pour un réseau uniforme fabriqué par *ITF* nous avons mesuré un pas de 553 nm , qui n'est pas loin de la valeur nominale de l'ordre de 545.50 nm .

En outre, nous avons fait la même chose pour un réseau de Bragg "chirpé", et nous avons trouvé un pas de l'ordre de $\Lambda_c = 536 \text{ nm}$.

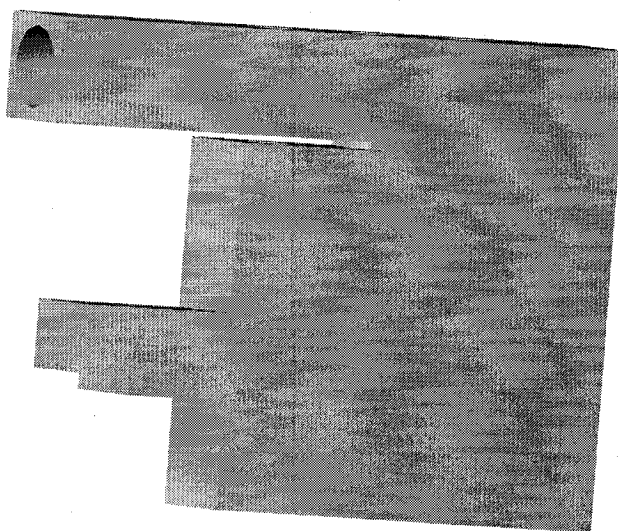
Enfin, nous avons essayé de mesurer le "chirp" d'un réseau de Bragg "chirpé", mais de nombreux problèmes sont intervenus, essentiellement le décalage des faisceaux.

Pour cette raison, nous suggérons des améliorations à apporter au montage pour ceux qui vont continuer cette recherche. Ainsi, l'automatisation de la rotation des miroirs est souhaitable de façon à garder continûment la superposition des deux faisceaux qui forment l'interférence.

Annexe A

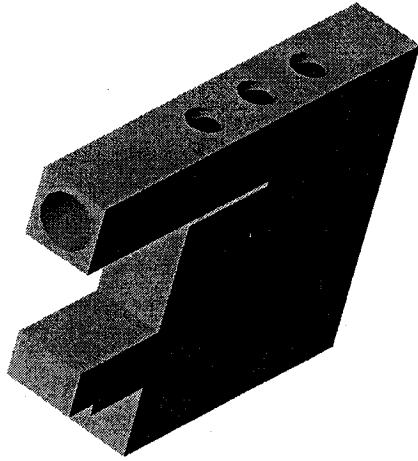
Pièce mécanique

1. Pièce mécanique montrant la fente



La pièce mécanique en 3D montrant la fente ajoutée pour faciliter la vibration de l'objectif du microscope

2. Pièce mécanique sous un autre angle

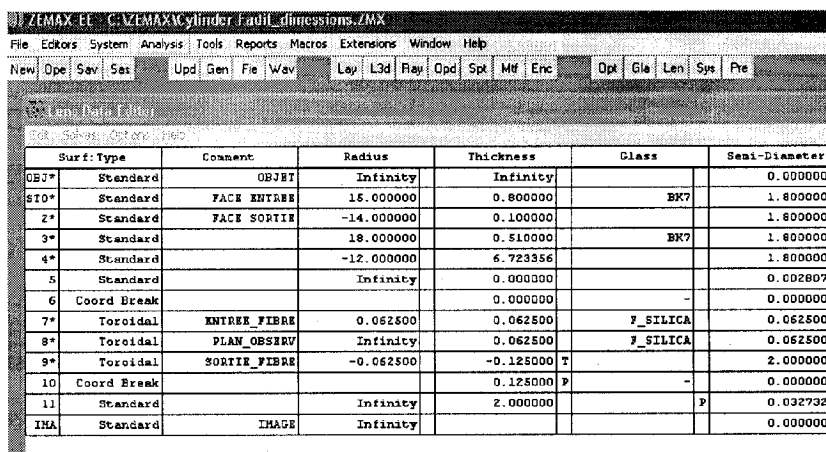


La pièce mécanique sous un autre angle

Annexe B

Modélisation par le logiciel du design optique Zemax

1. Programme du modélisation par Zemax



Surf	Type	Comment	Radius	Thickness	Glass	Semi-Diameter
OBJ*	Standard	OBJET	Infinity	Infinity		0.000000
STO*	Standard	FACE ENTREE	15.000000	0.800000	BK7	1.800000
2*	Standard	FACE SORTIE	-14.000000	0.100000		1.800000
3*	Standard		18.000000	0.510000	BK7	1.800000
4*	Standard		-12.000000	6.723356		1.800000
5	Standard		Infinity	0.000000		0.002807
6	Coord Break			0.000000	-	0.000000
7*	Toroidal	ENTREE_FIBRE	0.062500	0.062500	F_SILICA	0.062500
8*	Toroidal	PLAN_OBSERV	Infinity	0.062500	F_SILICA	0.062500
9*	Toroidal	SORTIE_FIBRE	-0.062500	-0.125000	T	2.000000
10	Coord Break			0.125000	P	0.000000
11	Standard		Infinity	2.000000	P	0.032732
INA	Standard	IMAGE	Infinity			0.000000

On voit dans le programme 6 colonnes:

- Surf: Type

1 - OBJ. Standard: représente la source lumineuse

2 - STO 1 à 4: représentent la modélisation de l'objectif du microscope sous forme de deux lentilles sphériques.

3 - STO 5: représente un plan fictif tangent à la fibre qui nous sert pour l'observation du faisceau immédiatement à l'entrée de la fibre.

4 - STO 6 et 10: représentent les coordonnées de rotation de la fibre.

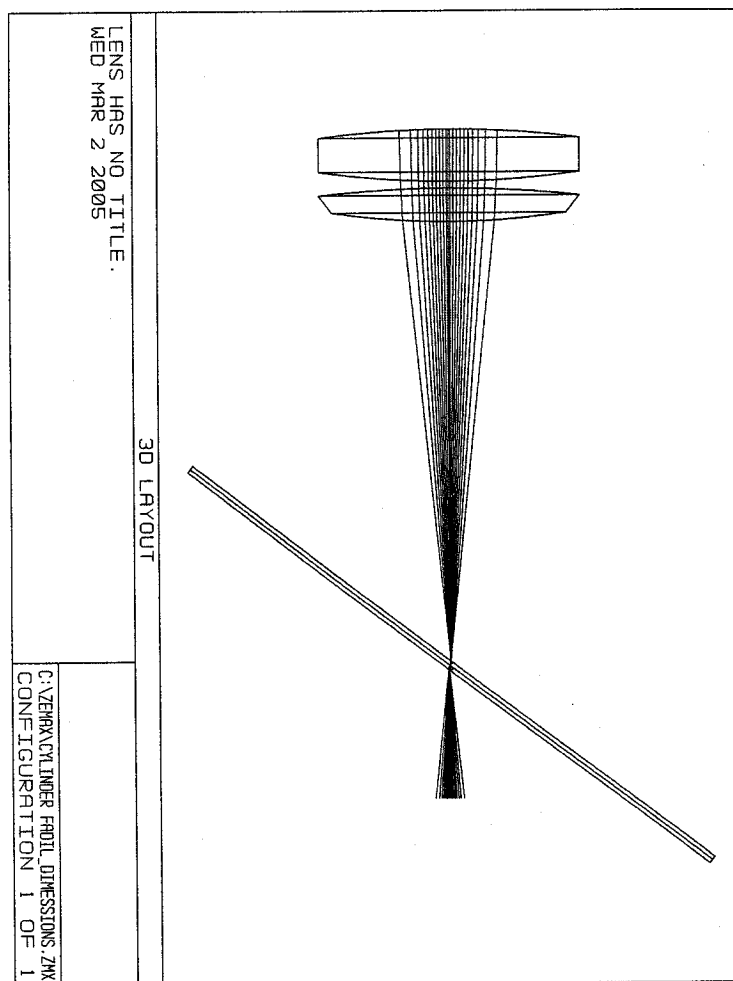
5 - STO 7 et 9: représentent les demi-cylindres d'entrée de sortie de la fibre.

6 - STO 8 : représente le plan diamétral de la fibre, qui nous sert pour observer le comportement du faisceau dans le cœur de la fibre.

7 - IMA : représente le plan image pour l'observation du faisceau loin de la fibre.

- comment: espace réservé pour écrire les commentaires.
- Radius : représente les rayons algébriques des surfaces indiquées en Surf: Type ci-dessus.
- Thickness: l'épaisseurs entre les surfaces.
- Glass : type de verre modélisé.
- Semi-Diameter: représente le rayon dans la section droite de chaque surface.

2. coupe dans le plan de l'axe du faisceau

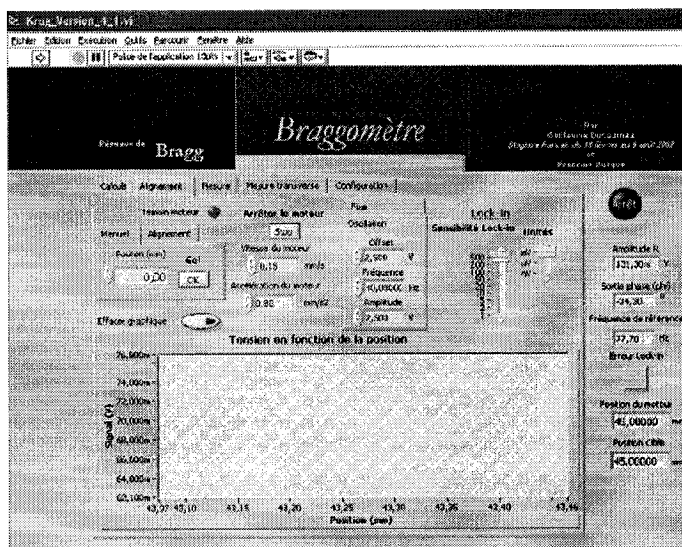


Annexe C

Programme Braggomètre en LabVIEW

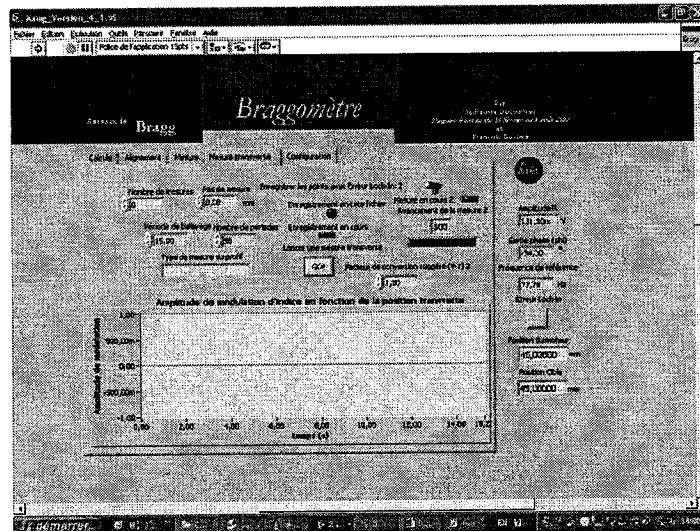
Ce programme a été programmé par François Busque et d'autres stagiaires. Il contient plusieurs onglets et nous avons utilisé trois parmi eux: alignement, mesure et mesure transversale.

1. Onglet d'alignement



Cet onglet contient quelques commandes numériques pour indiquer au moteur la position d'arrêt, pour choisir la vitesse du déplacement du moteur, la fréquence, ...

2. Onglet de mesure: Cet onglet est montré sur la figure 3.18 dans le chapitre 3.
3. Onglet de mesure transversale



Cet onglet contient des commandes numériques permettant de choisir la période de balayage, nombre de périodes, facteur de conversion,...

Bibliographie

- [1] P. Orsini: "*Réalisation et caractérisation des réseaux de Bragg à long pas faits par décharges électriques*", *Mémoire de Maîtrise, École polytechnique de Montréal, Département de génie physique, (mars 2001)*
- [2] D. Perron: "*Fabrication d'un réseau à long pas à l'aide d'un laser CO₂*", *Mémoire de Maîtrise, École polytechnique de Montréal, Département de génie physique, (Octobre 2000)*
- [3] I. Vaillancourt et al. "*Études expérimentale des réseaux de Bragg à pas courts inclinés dans la fibre optiques, Mémoire de Maîtrise*", *École polytechnique de Montréal, (Juin 2001)*
- [4] S. Lacroix: "*Optique intégrée et fibres optiques, Chap. 6, 78-82, (Janvier 2003)*
- [5] Hill et al. "*Photosensitivity in optical fiber waveguides. Application to reflection filter fabrication*", *Applied Physics Letters* 32 (10), pp. 647-649, 1978
- [6] Bures et al. "*Réflecteur de Bragg induit par photosensibilité dans une fibre optique: modèle de croissance et réponse en fréquence*", *Applied Optics*, 21, 3502-3506 (1982)
- [7] G. Metz et al. "*Formation of Bragg gratings in optical fibers by a transverse holographic method*", *Optics Letters* 14 (15), PP. 823-825, 1978
- [8] R. Ulrich "*Analysis of fiber Bragg grating by external Bragg reflection*", *Publication interne, Technische Universität Hamburg-Harburg, 8 September 1995*
- [9] L. M. Baskin et al. "*Accurate caraterization of fiber Bragg grating Index Mod-*

- ulation by Side-Diffraction Technique", *IEEE*, 1041-1135, Vol.15, N° 3, MARCH 2003
- [10] Fouad El-Diasty et al. " *Analysys of fiber Bragg gratings by a side-Diffraction interference technique*", *OSA*, Vol.40, N° 6 ,20 February 2001
 - [11] P. Y. Fonjallaz " *Fabrication et caractérisation de longs réseaux à structures complexes dans des fibres monomodes*", *ACFAS* 2000
 - [12] A. W. Snyder " *Optical waveguide theory*", p 542-562 et p 602-603, London; New York: *Chapman and Hall*, 1983
 - [13] J. Bures " *Technologie de l'optique guidée: PHS 6209*", Département de génie physique à École polytechnique de Montréal, 2002
 - [14] R. Kashyap " *Fiber Bragg gratings*", *Academic Press*, chap. 3, (1999)
 - [15] S. Ramon " *Fields and waves in communication electronics*", *John Wiley & Sons, Inc.*, *Maxwell's equations* p 264-265, 1965
 - [16] F. Busque " *Nondestructive Characterization of the Transverse Profile of Fiber Bragg Gratings: Influence on the Polarization Dependent properties*", *OFC*, page 16, March 26, 2003)
 - [17] L. C. Özcan " *Étude expérimentale d'étirage vertical des fibres optiques par laser CO₂* ", *memoire de Maîtrise*, École polytechnique de Montréal, 2003
 - [18] P. A. Krug et al. " *Measurement of index modulation along an optical fiber Bragg grating*", *Opt. Lett.* vol. 20, N° 17 (1995)
 - [19] P. Mirel-Eugen " *Conception des reseaux de Bragg dans la fibre optique*", *mémoire de Maitrise* 2002, *Faculté des études supérieures, Université Laval*
 - [20] R. Martin " *Application des reseaux de Bragg: Contribution a l'egalisation du gain des amplificateurs optiques et a la compensation de la dispersion modale de polarisation des reseaux a pas variable*", *Ph.D.*, *Université Laval*, 2001
 - [21] J. Cannig et al. " *Direct measurement of grating chirp using resonant side scatter spectra* ", 1996

- [22] I. Petermann et al. " *Limitations of the interferometric side diffraction technique for fibre Bragg grating characterization*", *OPTICS COMMUNICATIONS*, 15 January 2002
- [23] Pierre-Yves Fonjallaz and al. " *Interferometric side diffraction technique for the characterisation of fiber gratings*", *OSA*, 2000
- [24] Nicolas Roussel et al. " *Measurement of index Modulation along fibre Bragg Gratings by Side Scattering and Local Heating Techniques*", *Academic Press*, 1999