



Titre: Micro-hétérogénéités des paramètres de déformabilité des roches
Title: et mesures de contraintes in situ

Auteur: Véronique Boivin
Author:

Date: 2005

Type: Mémoire ou thèse / Dissertation or Thesis

Référence: Boivin, V. (2005). Micro-hétérogénéités des paramètres de déformabilité des
Citation: roches et mesures de contraintes in situ [Master's thesis, École Polytechnique de
Montréal]. PolyPublie. <https://publications.polymtl.ca/7593/>

 **Document en libre accès dans PolyPublie**
Open Access document in PolyPublie

URL de PolyPublie: <https://publications.polymtl.ca/7593/>
PolyPublie URL:

**Directeurs de
recherche:** Maria-Helena Leite, & Robert Corthésy
Advisors:

Programme: Unspecified
Program:

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

MICRO-HÉTÉROGÉNÉITÉS DES PARAMÈTRES DE DÉFORMABILITÉ DES
ROCHES ET MESURES DE CONTRAINTES IN SITU

VÉRONIQUE BOIVIN
DÉPARTEMENT DES GÉNIES CIVIL,
GÉOLOGIQUE ET DES MINES
ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

MÉMOIRE PRÉSENTÉ EN VUE DE L'OBTENTION
DU DIPLÔME DE MAÎTRISE ÈS SCIENCES APPLIQUÉES
(GÉNIE CIVIL)
AOÛT 2005



Library and
Archives Canada

Bibliothèque et
Archives Canada

Published Heritage
Branch

Direction du
Patrimoine de l'édition

395 Wellington Street
Ottawa ON K1A 0N4
Canada

395, rue Wellington
Ottawa ON K1A 0N4
Canada

Your file Votre référence

ISBN: 978-0-494-16759-5

Our file Notre référence

ISBN: 978-0-494-16759-5

NOTICE:

The author has granted a non-exclusive license allowing Library and Archives Canada to reproduce, publish, archive, preserve, conserve, communicate to the public by telecommunication or on the Internet, loan, distribute and sell theses worldwide, for commercial or non-commercial purposes, in microform, paper, electronic and/or any other formats.

The author retains copyright ownership and moral rights in this thesis. Neither the thesis nor substantial extracts from it may be printed or otherwise reproduced without the author's permission.

AVIS:

L'auteur a accordé une licence non exclusive permettant à la Bibliothèque et Archives Canada de reproduire, publier, archiver, sauvegarder, conserver, transmettre au public par télécommunication ou par l'Internet, prêter, distribuer et vendre des thèses partout dans le monde, à des fins commerciales ou autres, sur support microforme, papier, électronique et/ou autres formats.

L'auteur conserve la propriété du droit d'auteur et des droits moraux qui protègent cette thèse. Ni la thèse ni des extraits substantiels de celle-ci ne doivent être imprimés ou autrement reproduits sans son autorisation.

In compliance with the Canadian Privacy Act some supporting forms may have been removed from this thesis.

Conformément à la loi canadienne sur la protection de la vie privée, quelques formulaires secondaires ont été enlevés de cette thèse.

While these forms may be included in the document page count, their removal does not represent any loss of content from the thesis.

Bien que ces formulaires aient inclus dans la pagination, il n'y aura aucun contenu manquant.


Canada

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL
ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

Ce mémoire intitulé :

MICRO-HÉTÉROGÉNÉITÉS DES PARAMÈTRES DE DÉFORMABILITÉ DES
ROCHES ET MESURES DE CONTRAINTES IN SITU

présenté par : BOIVIN Véronique

en vue de l'obtention du diplôme de : Maîtrise ès sciences appliquées
a été dûment accepté par le jury d'examen constitué de :

M. SIMON Richard, Ph.D., président

Mme LEITE Maria Helena, Ph.D., membre et directrice de recherche

M. CORTHÉSY Robert, Ph.D., membre et codirecteur de recherche

M. GILL Denis E., Ph.D., membre

REMERCIEMENTS

Sans l'aide et le soutien de plusieurs personnes, ce projet de recherche n'aurait pu être mené à terme.

Je tiens avant tout à remercier mes directeurs de recherche Mme Maria Helena Leite et M. Robert Corthésy, tous deux professeurs titulaires au département des génies civil, géologique et des mines de l'École Polytechnique, pour leur supervision exemplaire, leur patience, leur écoute, leur gentillesse, ainsi que le soutien financier qu'ils m'ont offert durant la majeure partie de mes études de 2^{ième} cycle.

Je remercie aussi ma famille pour son support moral tout au long de mes études et mon conjoint Charles-Philippe pour son soutien, surtout les derniers mois, et pour nos grandes discussions scientifiques.

Je remercie les membres du jury qui ont accepté d'en faire partie, malgré un échéancier serré avant la soutenance.

Et enfin, je remercie le Fonds québécois de la recherche sur la nature et les technologies pour son soutien financier.

RÉSUMÉ

Pour l'estimation des contraintes in situ à l'aide des techniques de mesure par récupération comme la cellule triaxiale du CSIR, dont la taille des jauges de déformation est souvent du même ordre de grandeur que la taille des grains de la roche, les paramètres de déformabilité de la roche sont requis. La pratique courante pour les obtenir consiste à faire un rechargement biaxial isotrope sur le manchon de roche récupéré qui contient l'instrument de mesure. L'état de contraintes dans le manchon rechargé n'étant pas connu, on utilise l'hypothèse d'un champ de contraintes uniforme sous les rosettes correspondant aux contraintes induites à la paroi du trou du manchon par le rechargement biaxial isotrope. Or, si cette hypothèse est fautive, une certaine erreur affecte la détermination des paramètres de déformabilité de la roche et conséquemment le tenseur de contraintes in situ calculé.

L'objectif de cette recherche est d'étudier l'influence des hypothèses faites sur le champ de contraintes présent durant le rechargement du manchon sur la précision du tenseur de contraintes in situ obtenu avec la cellule triaxiale du CSIR par surcarottage dans un matériau hétérogène isotrope linéaire. Pour ce faire, trois modèles numériques continus, de comportement isotrope linéaire et ayant un module d'élasticité E hétérogène à différents degrés, sont utilisés et construits à l'aide du logiciel FLAC^{3D}. Ces modèles sont soumis à 24 états de contraintes in situ différents, ce qui totalise 72 simulations de cas possibles, et la technique de la cellule triaxiale du CSIR leur est appliquée.

Trois méthodes d'interprétation sont étudiées dans cette recherche pour déterminer les paramètres de déformabilité et obtenir le tenseur de contraintes in situ :

- la méthode A, basée sur l'hypothèse d'un comportement « homogène isotrope équivalent », et avec laquelle les paramètres de déformabilité ponctuels différents et propres à chaque rosette sont calculés durant le rechargement biaxial isotrope du manchon en supposant un champ de contraintes uniforme sous les rosettes.
- la méthode B, qui est la méthode classique d'interprétation basée sur l'hypothèse d'un comportement « homogène isotrope équivalent » avec laquelle les paramètres de déformabilité sont calculés de la même façon qu'avec la méthode A, mais on fait une moyenne des paramètres obtenus des trois rosettes et on attribue ces valeurs moyennes à tout le manchon.
- la méthode C, d'abord proposée pour la cellule du Doorstopper et basée sur l'hypothèse d'un comportement « homogène anisotrope équivalent » et adaptée dans cette recherche à la cellule triaxiale du CSIR, avec laquelle des paramètres de déformabilité anisotropes sont obtenus pour chaque rosette.

Les résultats obtenus montrent que la méthode A implique le plus petit biais sur le tenseur de contraintes in situ moyen calculé, suivie de la méthode B et de la méthode C. Par contre, les résultats des méthodes A et B montrent des variances (sur la régression linéaire par moindres carrés utilisée pour obtenir le tenseur de contraintes 3D à partir de 3 états 2D de contraintes) beaucoup plus élevées que celles des résultats de la méthode C, qui sont faibles dans tous les cas simulés. Les erreurs types moyennes obtenues sur chaque composante de contraintes avec la méthode C sont donc en général beaucoup plus faibles que celles des méthodes A et B et varient peu d'un cas à l'autre. Les seules exceptions sont les cas de tenseurs de contraintes in situ proches de l'état de contraintes formé lors du chargement biaxial isotrope utilisé pour les méthodes A et B, où la méthode A montre les erreurs types les plus faibles, suivie de très près par la méthode C.

et enfin la méthode B. Il a été montré avec les trois méthodes que les intervalles centrés sur les composantes moyennes de contraintes in situ obtenues de 10 mesures permettaient de couvrir les composantes vraies de contraintes in situ en utilisant une seule erreur type. Ceci a permis de conclure que la méthode C, étant donné qu'elle fournit les tenseurs de contraintes les moins dispersés, est celle nécessitant le moins de mesures pour obtenir un tenseur moyen de contraintes in situ pour un niveau de confiance donné.

L'influence de ces méthodes de calcul sur la qualité des contraintes in situ obtenues n'ont pas encore été étudiée à l'aide de la modélisation numérique en 3D. Des études sur la méthode C ont toutefois été effectuées avec des modèles 2D pour la cellule du Doorstopper, mais elles ne permettaient pas de prendre en compte la nature tridimensionnelle des états de contraintes in situ. Appliquer cette méthode au cas de la cellule triaxiale du CSIR permet de prendre en compte avec la modélisation numérique en 3D des états de contraintes in situ tridimensionnels. Par le fait même, beaucoup plus de combinaisons possibles de composantes du tenseur de contraintes in situ sont étudiées et l'influence de ces combinaisons sur la qualité du tenseur 3D de contraintes calculé peut être analysée pour des matériaux présentant différents degrés d'hétérogénéité.

ABSTRACT

When determining in situ stresses using overcoring techniques such as CSIR triaxial cell, strains are measured at a scale which is often smaller or equal to the scale of micro-heterogeneities or grains found in rocks. In order to calculate the in situ stresses using these measured strains, the deformability parameters at measurement points are required and are usually obtained by loading the overcore containing the instrument. Hypothesis on the uniformity of the stress field generated while performing these kinds of tests has a direct effect on the determination of the deformability parameters and consequently on the dispersion of stresses calculated from field measurements.

In the research project described herein, the impacts resulting from this hypothesis on the precision of the in situ stress tensor obtained with CSIR triaxial cell is studied for heterogeneous isotropic linear rocks. Three numerical models of continuous rock with heterogeneous elasticity modulus were performed using the software FLAC3D. The CSIR triaxial cell was applied to these models that were subjected to 24 different in situ stress states resulting in a total of 72 simulations representing possible cases.

Three interpretation methods were used to determine the deformability parameters and in situ stress tensors:

- Method A is based on the hypothesis of an equivalent homogeneous isotropic behavior. Pointwise deformability parameters are calculated for each rosette, while supposing a uniform stress field during the isotropic biaxial loading of the overcore, and are used for the calculation of the in situ stress tensor.

- Method B, which is the most commonly used, is also based on the hypothesis of an equivalent homogeneous isotropic behavior. The main difference from method A lies in the fact that deformability parameters are averaged in order to calculate the in situ stress tensor.

- Method C was first used with the Doorstopper cell and adapted here to the CSIR triaxial cell. It is based on hypothesis of an equivalent homogeneous anisotropic behaviour. Pointwise anisotropic deformability parameters are calculated for each rosette, while a uniform stress field is supposed during the application of the load on the overcore in order to calculate the in situ stress tensor.

Results obtained from the different models show that method A has the smallest bias error on the average of the calculated in situ stress tensors, followed by method B and method C respectively. In contrast, results of methods A and B show higher variances (relative to the least squares solution used to obtain the in situ stress tensor from three 2D stress states) than results obtained from method C, which are low in every case. Standard errors on each stress components are in general lower for method C than the two others methods and are less dispersed. Built with only one standard error, centered intervals on the average of ten measurements of in situ stress tensor for each simulation include the real in situ stresses for the three methods. Since method C has the less dispersed tensors, this method requires fewer measurements in order to obtain in situ stress tensor with a given confident level.

Up to now, these three interpretation methods, with respect to quality of in situ stress tensor obtained, have never been studied with 3D numerical modeling. Only method C has been studied but with the use of 2D models and Doorstopper technique. Applying these methods to CSIR triaxial cell with 3D models allows the study of the

tridimensional nature of in situ stresses. More possible combinations of in situ stress components can be analysed for materials with different levels of heterogeneity.

TABLE DES MATIÈRES

REMERCIEMENTS	iv
RÉSUMÉ.....	v
ABSTRACT	viii
TABLE DES MATIÈRES	xi
LISTE DES TABLEAUX.....	xiii
LISTE DES FIGURES	xv
LISTE DES SIGLES ET ABRÉVIATIONS	xvii
LISTE DES ANNEXES	xxi
 CHAPITRE 1. INTRODUCTION.....	 1
1.1. Mise en situation	1
1.2. Objectif de la recherche et méthode proposée	2
 CHAPITRE 2. LA MESURE DES CONTRAINTES IN SITU	 6
2.1. Introduction.....	6
2.2. Le principe de récupération et la cellule triaxiale du CSIR	7
2.3. Modèles d'interprétation des mesures avec la cellule triaxiale du CSIR.13	
2.3.1. Modèle conventionnel.....	13
2.3.2. Autres modèles d'interprétation.....	15
 CHAPITRE 3. LE PROBLÈME DE L'HÉTÉROGÉNÉITÉ ET L'ESTIMATION DES CONTRAINTES IN SITU	 17
3.1. Distribution des contraintes et des déformations dans les milieux hétérogènes	17
3.2. La mesure des contraintes in situ dans les roches hétérogènes.....	20

CHAPITRE 4. MÉTHODOLOGIE	24
4.1. Introduction	24
4.2. Interprétation des mesures de contraintes in situ avec la cellule triaxiale du CSIR.....	26
4.2.1. Modèle conventionnel	26
4.2.2. Détermination des paramètres de déformabilité élastique : méthodes A et B.....	35
4.2.3. Méthode C basée sur l'hypothèse d'un « comportement anisotrope équivalent »	39
4.3. Bref aperçu du logiciel FLAC ^{3D}	46
4.4. Construction des trois modèles	48
4.4.1. Généralités	48
4.4.2. Optimisation de la grille d'éléments à partir d'un modèle homogène	51
4.4.3. Optimisation des modèles hétérogènes	56
4.4.4. Traitement des données.....	62
CHAPITRE 5. RÉSULTATS.....	66
5.1. Paramètres de déformabilité obtenus	66
5.2. Biais sur les tenseurs de contraintes in situ obtenus	71
5.3. Variance V sur la régression par moindres carrés	74
5.4. Effet du type de rechargement du manchon.....	75
5.5. Erreur type sur le tenseur de contraintes in situ obtenu	81
CHAPITRE 6. CONCLUSION ET RECOMMANDATIONS	84
RÉFÉRENCES.....	88
ANNEXES.....	95

LISTE DES TABLEAUX

Tableau 2.1. Quelques méthodes de mesure des contraintes in situ	7
Tableau 4.1. Les 24 états de contraintes in situ étudiés.	50
Tableau 4.2. Contraintes obtenues au centroïde d'un élément à la paroi du trou de forage et erreur relative par rapport à la solution analytique.	53
Tableau 4.3. Déformations obtenues dans un élément à la paroi du trou de forage et erreur relative par rapport à la solution analytique.	54
Tableau 4.4. Composantes du tenseur de contraintes obtenu au centre d'une zone située à la paroi du trou pour le modèle hétérogène de référence (c.v. de 30% sur E) et les modèles partiellement hétérogènes.	58
Tableau 4.5. Différences relatives sur les contraintes obtenues dans les modèles partiellement hétérogènes par rapport au modèle hétérogène de référence.	59
Tableau 4.6. Paramètres de déformabilité des trois modèles hétérogènes étudiés.	62
Tableau 4.7. Positions des rosettes pour les dix mesures.	63
Tableau 5.1. Statistiques sur les paramètres de déformabilité obtenus avec la méthode A.	67
Tableau 5.2. Différences relatives entre les statistiques des déformabilités obtenues avec la méthode A et les statistiques de la population mère.	67
Tableau 5.3. Statistiques sur les paramètres de déformabilité obtenus avec la méthode B.	68

Tableau 5.4. Différences relatives entre les statistiques des déformabilités obtenues avec la méthode B et les statistiques de la population mère.....	68
Tableau 5.5. Statistiques sur les paramètres de déformabilité obtenus avec la méthode C pour le modèle hétérogène ayant un c.v. de 10% sur E.	69
Tableau 5.6. Différences relatives entre les statistiques des déformabilités obtenues avec la méthode C et les statistiques de la population mère pour le modèle hétérogène ayant un c.v. de 10% sur E.....	69
Tableau 5.7. Statistiques sur les paramètres de déformabilité obtenus avec la méthode C pour le modèle hétérogène ayant un c.v. de 20% sur E.	69
Tableau 5.8. Différences relatives entre les statistiques des déformabilités obtenues avec la méthode C et les statistiques de la population mère pour le modèle hétérogène ayant un c.v. de 20% sur E.....	70
Tableau 5.9. Statistiques sur les paramètres de déformabilité obtenus avec la méthode C pour le modèle hétérogène ayant un c.v. de 30% sur E.	70
Tableau 5.10. Différences relatives entre les statistiques des déformabilités obtenues avec la méthode C et les statistiques de la population mère pour le modèle hétérogène ayant un c.v. de 30% sur E.	70
Tableau 5.11. Biais relatif moyen en pourcentage obtenu pour les 24 simulations confondues.	73
Tableau 5.12. Tenseurs de contraintes in situ obtenus avec les trois méthodes pour la simulation du tenseur $\sigma_x = 50$ MPa, $\sigma_y = 30$ MPa et $\sigma_z = 25$ MPa sur le modèle hétérogène ayant un c.v. de 30% sur E.	81
Tableau 5.13. Moyenne des erreurs types sur la composante de contraintes σ_x pour toutes les simulations sur le modèle hétérogène ayant un c.v. de 30% sur E.	83

LISTE DES FIGURES

Figure 2.1. Cellule triaxiale du CSIR montrant : (a) les pistons munis chacun d'une rosette de 4 jauges de déformations et (b) les pistons déployés et les broches de connexions électriques (Roctest Ltée, 2002).....	9
Figure 2.2. Forage : (a) du trou principal et (b) du trou pilote (Roctest Ltée, 2002).	10
Figure 2.3. (a) Installation de l'instrument, collage des rosettes et première lecture, (b) surcarottage, (c) récupération du cylindre de roche instrumenté et deuxième lecture (Roctest Ltée, 2002).	11
Figure 3.1. (a) Contraintes axiales, (b) modules d'élasticité E et (c) déformations axiales à la paroi interne d'un manchon hétérogène, avec un c.v. de 30% sur E, en fonction de la distance z le long de son axe.	19
Figure 4.1. (a) État de contraintes en un point dans le massif rocheux; (b) État de contraintes en un point autour d'un trou dans le massif rocheux.	27
Figure 4.2. Configuration des jauges 1, 2, 3 et 4 d'une rosette de la cellule triaxiale du CSIR.	30
Figure 4.3. Système utilisé pour le rechargement biaxial isotrope de la carotte récupérée lors d'une mesure au Doorstopper (Corthésy et al., 1993a).	40
Figure 4.4. Déformations principales typiques obtenues lors du rechargement biaxial isotrope pour le Doorstopper (Corthésy et al., 1993b).	41
Figure 4.5. Cycle de calcul explicite de FLAC ^{3D} (tiré et modifié de Itasca	

Consulting Group, 2001).....	48
Figure 4.6. Grille 3D retenue : cube de 500 mm de largeur et hauteur.....	55
Figure 4.7. Vue d'une coupe au centre du modèle : zone centrale interne de la grille avec le trou de forage vertical suivant l'axe des z.	56
Figure 4.8. Vue d'une coupe suivant le plan xz à $y = 0$ et montrant la zone centrale hétérogène.....	60
Figure 4.9. Vue d'une coupe suivant le plan xy à $z = 0$ et montrant la zone centrale hétérogène.....	61
Figure 5.1. Contrainte tangentielle σ_θ calculée à la surface du trou avec le tenseur de contraintes in situ estimé en fonction de l'angle θ pour la simulation du tenseur $\sigma_X = 50$ MPa, $\sigma_Y = \sigma_Z = 0$ MPa.	78
Figure 5.2. Contrainte tangentielle σ_θ calculée à la surface du trou avec le tenseur de contraintes in situ estimé en fonction de l'angle θ pour la simulation du tenseur $\sigma_X = 50$ MPa, $\sigma_Y = 30$ MPa et $\sigma_Z = 0$ MPa.	79
Figure 5.3. Contrainte tangentielle σ_θ calculée à la surface du trou avec le tenseur de contraintes in situ estimé en fonction de l'angle θ pour la simulation du tenseur $\sigma_X = \sigma_Y = 50$ MPa et $\sigma_Z = 75$ MPa.	80

LISTE DES SIGLES ET ABRÉVIATIONS

a :	Rayon du trou pilote, rayon interne d'un cylindre à paroi épaisse
b :	Rayon externe d'un cylindre à paroi épaisse
\overline{Biais} :	Vecteur biais sur le tenseur de contraintes moyen obtenus
$Biais\ absolu$:	Magnitude du vecteur biais
$Biais$:	Biais relatif sur le tenseur de contraintes moyen obtenu par rapport au tenseur vrai
CERCHAR :	Centre de Recherches des Charbonnages de France
CEJM :	Cellule Extensométrique à Jauges Multiples
CSIR :	Council for Scientific and Industrial Research, Afrique du Sud
CSIRO :	Commonwealth Scientific and Industrial Research Organisation, Australie
c.v. :	Coefficient de variation
d_i :	Contraintes 2D réelles à la paroi
e_i :	Erreurs sur les contraintes 2D réelles à la paroi
$e.t.\sigma_{ii}$:	Erreur type sur la composante de contrainte ii
E :	Module d'élasticité (ou module de Young) d'un matériau isotrope, module d'élasticité utilisé avec la méthode B
E_1, E_2 :	Modules d'élasticité d'un matériau transversalement isotrope
G_2 :	Module de rigidité d'un matériau transversalement isotrope
$E_i, \nu_i, E_{1i}, E_{2i}, G_{2i}, \nu_{1i}, \nu_{2i}$:	Paramètres de déformabilité sous la rosette i

$E_{moyen}, \nu_{moyen}, E_{1\ moyen}, E_{2\ moyen}, G_{2\ moyen}, \nu_{1\ moyen}, \nu_{2\ moyen} :$

Paramètres de déformabilité de la population mère

$E_{min}, E_{max} :$ Valeur minimale et maximale du module d'élasticité de la population mère

Flac^{3D} : Fast Lagrangian Analysis of Continua in 3 Dimensions

LUH : Université de Technologie Lulea

$P :$ Pression radiale appliquée au manchon

$Q :$ Somme des carrés des erreurs e_i

$Q' :$ Valeur minimale de Q associée à la solution par moindres carrés

SSPB : Swedish State Power Board

USBM : U.S. Bureau of Mines

$V :$ Variance globale associée à la solution par moindres carrés

$[B] :$ Matrice des contraintes in situ recherchées

$[D] :$ Matrice des états 2D de contraintes obtenues à la paroi du trou

$[F] :$ Matrice de variance – covariance associée à la solution par moindres carrés

$[J] :$ Matrice de coefficients

$\alpha :$ Mesure de l'écart entre le tenseur de contraintes obtenus et l'état de contraintes présent lors du chargement du manchon pour les méthodes A et B

$\Delta :$ Mesure de l'écart entre le tenseur de contraintes obtenus et l'état de contraintes présent lors du chargement du manchon pour la méthode C

$\varepsilon_r, \varepsilon_\theta, \varepsilon_z, \gamma_{r\theta}/2, \gamma_{\theta z}/2, \gamma_{zr}/2 :$

Déformations dans le voisinage du trou pilote

$\varepsilon_{1i}, \varepsilon_{2i}, \varepsilon_{3i}, \varepsilon_{4i} :$ Déformations relevées respectivement par les jauges 1, 2, 3 et 4 d'une rosette i

$\varepsilon_{\theta i}, \varepsilon_{zi}, \gamma_{\theta z}/2 :$ État 2D de déformations sous la rosette i durant le surcarottage ou durant le chargement du manchon

$\varepsilon_{1i}, \varepsilon_{2i} :$ Déformations principales majeure et mineure à la paroi durant le rechargement triaxial du manchon

$\theta_{1i} :$ Angle entre la direction principale de la déformation majeure ε_{1i} et le plan xy

$\varepsilon_{x' i}, \varepsilon_{z' i}, \gamma_{x' z'}/2 :$

État 2D de déformations sous la rosette i durant le surcarottage selon les directions principales déterminées lors du chargement triaxial du manchon

$\sigma_E :$ Écart type du module d'élasticité de la population mère

$\sigma_X, \sigma_Y, \sigma_Z, \tau_{XY}, \tau_{YZ}, \tau_{ZX} :$

Contraintes in situ préalables

$\sigma_{ii} \text{ vraie} :$ Composante ii de contraintes in situ vraie aux frontières du modèle

$\Delta\sigma_{ii} :$ Différence relative entre la composante de contraintes ii et la composante de contrainte vraie aux frontières du modèle

$\sigma_r, \sigma_\theta, \sigma_z, \tau_{r\theta}, \tau_{\theta z}, \tau_{zr} :$

Contraintes dans le voisinage du trou pilote

$\sigma_{\theta i}, \sigma_{zi}, \tau_{\theta z i} :$ État 2D de contraintes à la paroi du trou sous la rosette i déduit avec les méthodes d'interprétation

- $\sigma_{x'i}, \sigma_{z'i}, \tau_{x'z'i}$: État 2D de contraintes déduit à la paroi du trou sous la rosette i selon les directions principales déterminées lors du chargement triaxial du manchon
- ρ : Rayon délimitant la zone hétérogène interne d'un modèle partiellement hétérogène
- ν : Coefficient de Poisson d'un matériau isotrope, coefficient de Poisson utilisé avec la méthode B
- ν_1, ν_2 : Coefficients de Poisson d'un matériau transversalement isotrope

LISTE DES ANNEXES

ANNEXE A : Code utilisé dans FLAC3D et MATLAB

ANNEXE B : Résultats

CHAPITRE 1. INTRODUCTION

1.1. Mise en situation

Pour un design efficace des grands ouvrages dans le roc (tunnels routiers ou ferroviaires en transport, galeries d'amenée et conduites forcées des aménagements hydroélectriques, puits, chambres, piliers et galeries des mines, etc.), la connaissance de l'état de contraintes existant dans le massif rocheux avant l'excavation est d'une importance cruciale, tout comme la connaissance des charges qu'aura à supporter une structure civile est indispensable pour sa conception. L'influence considérable de l'état de contraintes in situ sur les déformations et contraintes induites autour d'une excavation en rocher peut être facilement démontrée. Un bon exemple donné par Wittke (1990) est la charge supportée par le rideau de béton projeté d'un tunnel. La grandeur et le type de chargement varieront par exemple si, dans son état naturel, le massif rocheux est chargé principalement dans la direction verticale ou dans la direction horizontale. Une bonne connaissance de l'état de contraintes in situ permet d'optimiser la géométrie et l'orientation des ouvrages souterrains, ce qui a pour but de minimiser les instabilités structurales le long de discontinuités géologiques ou même la rupture de la roche. Une telle optimisation devrait en général diminuer les coûts en soutènement des excavations et minimiser les coûts de réparation potentiels.

La roche étant un matériau très hétérogène et ayant un comportement mécanique complexe, la détermination de l'état de contraintes in situ est une étape difficile pour l'ingénieur en mécanique des roches. Plusieurs facteurs à grande échelle contribuent à la dispersion des contraintes dans le massif rocheux, tels que les failles, les contacts géologiques et les joints. À plus petite échelle, comme celle des grains de la roche, l'hétérogénéité influence aussi la dispersion des contraintes in situ. Ces micro-

hétérogénéités sont dues à la présence de différents minéraux ayant différents paramètres de déformabilité et à l'orientation aléatoire de l'axe cristallographique de chaque grain dans la roche. Selon la technique de mesure utilisée pour la détermination des contraintes in situ dans le massif rocheux, cette hétérogénéité de déformabilité à l'échelle des grains de la roche peut avoir une influence considérable sur la représentativité des résultats obtenus.

1.2. Objectif de la recherche et méthode proposée

Pour l'estimation des contraintes in situ à l'aide des techniques de mesure par récupération comme la cellule triaxiale du CSIR (Council for Scientific and Industrial Research, Afrique du Sud) dont la taille des jauges de déformation est souvent du même ordre de grandeur que la taille des grains de la roche, les paramètres de déformabilité de la roche sont requis et la pratique courante pour les obtenir est de faire un rechargement biaxial isotrope sur le manchon de roche récupéré qui contient l'instrument de mesure. L'état de contraintes dans le manchon rechargé n'étant pas connu, une hypothèse sur celui-ci doit être émise pour calculer les paramètres de déformabilité à partir des déformations mesurées. Malgré les différences dans les déformations obtenues d'une rosette à l'autre qui confirment la présence des micro-hétérogénéités de déformabilité dans la roche à l'échelle des jauges de déformation (si la roche ne montre pas de comportement anisotrope) en plus d'éventuelles erreurs liées aux jauges, au collage et au système de lecture, il est supposé que l'état de contraintes est celui donné pour une roche homogène. On utilise alors l'hypothèse d'un champ de contraintes uniforme sous les rosettes correspondant aux contraintes induites à la paroi du trou du manchon par le rechargement biaxial isotrope. Or, si cette dernière hypothèse est fautive, une certaine erreur affectera la détermination des paramètres de déformabilité de la roche et conséquemment le tenseur de contraintes in situ calculé.

L'objectif de cette recherche est d'étudier l'influence des hypothèses faites sur le champ de contraintes présent durant le rechargement du manchon sur la précision du tenseur de contraintes in situ obtenu avec la cellule triaxiale du CSIR par surcarottage dans un matériau hétérogène isotrope linéaire. Pour ce faire et puisqu'il n'existe aucune solution analytique pour représenter la relation contrainte - déformation des milieux hétérogènes dans lesquels les hétérogénéités sont distribuées de façon aléatoire, la modélisation numérique est proposée dans ce projet de recherche. Trois modèles hétérogènes (en termes de module d'élasticité E), continus et de comportement isotrope linéaire sont construits à l'aide du logiciel FLAC^{3D}. La variabilité du module d'élasticité est exprimée par le coefficient de variation, qui est le rapport entre l'écart type de la variable aléatoire E et sa valeur moyenne. Ces trois modèles ont des coefficients de variation de 10%, 20% et 30% respectivement et sont soumis à 24 états de contraintes in situ différents, ce qui totalise 72 simulations de cas possibles. Pour chacune de ces simulations, la technique de la cellule triaxiale du CSIR est appliquée.

Trois méthodes d'interprétation sont étudiées dans cette recherche pour déterminer les paramètres de déformabilité et obtenir le tenseur de contraintes in situ :

1° la méthode A, qui est une amélioration de la méthode classique d'interprétation basée sur l'hypothèse d'un comportement « homogène isotrope équivalent ». Les paramètres de déformabilité ponctuels (E_i et ν_i) différents et propres à chaque rosette, tel que préconisé par la méthode intégrée de Corthésy et al. (1993a), sont calculés à partir des déformations mesurées durant le rechargement biaxial isotrope du manchon en supposant que les contraintes sous chaque rosette sont égales aux contraintes théoriques que l'on aurait à la paroi interne d'un cylindre à paroi épaisse homogène isotrope élastique linéaire (champ de contraintes uniforme). On utilise ensuite ces paramètres de déformabilité pour calculer le tenseur de contraintes in situ à partir des

déformations récupérées par surcarottage, avec un modèle conventionnel utilisant la théorie de l'élasticité pour un corps isotrope. Avec la méthode A, malgré que l'on suppose un champ de contraintes uniforme sous les rosettes, l'effet des micro-hétérogénéités se reflète à travers les paramètres de déformabilité élastique distincts pour chaque rosette.

2° la méthode B, qui est la méthode classique d'interprétation basée sur l'hypothèse d'un comportement « homogène isotrope équivalent ». Les paramètres de déformabilité sont calculés de la même façon qu'avec la méthode A, mais on fait une moyenne des paramètres obtenus (E_i et ν_i) des trois rosettes et on attribue ces valeurs moyennes (E et ν) à tout le manchon pour calculer le tenseur de contraintes in situ avec le modèle conventionnel utilisant la théorie de l'élasticité pour un corps isotrope. La méthode B ne tient pas compte des différences dans les déformations mesurées et donc des micro-hétérogénéités.

3° la méthode C, qui est une méthode d'interprétation proposée par Corthésy et al. (1993b) pour la cellule du Doorstopper et basée sur l'hypothèse d'un comportement « homogène anisotrope équivalent ». Pour appliquer cette méthode d'interprétation à la cellule triaxiale du CSIR, le manchon doit être rechargé triaxialement de façon à produire sous chaque rosette, en supposant le manchon de roche globalement isotrope et homogène, un état plan isotrope de contraintes. Avec la méthode C, on suppose que les différences dans les déformations obtenues sous une même rosette sont dues à une anisotropie locale à l'échelle de la rosette mais que le manchon est statistiquement homogène et isotrope. En utilisant la théorie élastique des corps anisotropes, les paramètres de déformabilité anisotrope sont obtenus pour chaque rosette (E_{1i} , E_{2i} , G_{2i} , ν_{1i} et ν_{2i}), ainsi que l'état 2D de contraintes sous chacune d'elles à l'aide des déformations récupérées lors du surcarottage. Le modèle conventionnel utilisant la théorie de

l'élasticité pour un corps isotrope homogène est ensuite repris pour obtenir le tenseur 3D de contraintes in situ du massif rocheux à partir des 3 états plans de contraintes sous les rosettes.

Les tenseurs de contraintes in situ calculés à l'aide de ces trois méthodes d'interprétation peuvent être comparés aux tenseurs in situ réels (ou conditions aux frontières) des modèles numériques. Cela permet donc d'évaluer quelle méthode, avec une dispersion minimale, estime le mieux le tenseur de contraintes in situ en fonction du degré d'hétérogénéité de la roche et du type de tenseur in situ réel présent. Il devrait alors être possible de proposer une méthode qui donne des résultats satisfaisants pour la majorité des cas étudiés. Ces résultats devraient aussi pouvoir se transposer à d'autres méthodes de mesure de contraintes in situ par récupération en trou de forage, comme la technique de la cellule CSIRO (Commonwealth Scientific and Industrial Research Organisation, Australie) par exemple.

Comme il en sera discuté dans la revue de littérature du chapitre CHAPITRE 3, l'originalité de cette recherche réside dans le fait qu'à la connaissance de l'auteur, l'influence de ces méthodes de calcul sur la qualité des contraintes in situ obtenues n'a jamais été étudiée à l'aide de la modélisation numérique en 3D. Des études sur la troisième méthode proposée (méthode C) ont été effectuées avec des modèles 2D pour la cellule du Doorstopper, mais elles ne permettaient pas de prendre en compte la nature tridimensionnelle des états de contraintes in situ. Il est alors intéressant d'appliquer cette méthode au cas de la cellule triaxiale du CSIR et de pouvoir prendre en compte des états de contraintes in situ tridimensionnels. Par le fait même, on a beaucoup plus de combinaisons possibles de composantes du tenseur de contraintes in situ et l'influence de ces combinaisons sur la qualité du tenseur 3D de contraintes calculé peut être étudiée pour des matériaux présentant différents degrés d'hétérogénéité.

CHAPITRE 2. LA MESURE DES CONTRAINTES IN SITU

2.1. Introduction

Dans ce mémoire, il est question plus particulièrement de la détermination de tenseurs de contraintes préalables qui sont, de façon générale, les « contraintes in situ considérées dans l'élaboration de modèles menant à la connaissance du champ de contraintes autour des ouvrages au rocher » (Corthésy et Leite, 2003). Ces contraintes sont celles en place dans le massif avant leur modification par l'intervention humaine et leur connaissance est nécessaire pour le bon design de l'infrastructure souterraine. Depuis environ une quarantaine d'années, plusieurs méthodes de mesure in situ ont été développées pour déterminer les contraintes préalables dans un massif rocheux à partir de phénomènes observables tels que les déplacements, les déformations et la rupture de la roche. Comme présenté au Tableau 2.1, on peut regrouper la plupart de ces techniques en trois catégories basées chacune sur un principe : le principe du rétablissement, le principe de la récupération et le principe de la fracturation. Le Tableau 2.1 n'est qu'une énumération de quelques méthodes à titre informatif. Le lecteur peut se référer à Ljunggren et al. (2003) pour un bref survol des méthodes et à Amadei et Stephansson (1997) pour une description détaillée et une comparaison des techniques de mesure des contraintes in situ dans le roc.

Pour résumer très brièvement, les techniques par fracturation consistent à amener à la rupture localement la roche à partir d'un trou de forage et à déterminer les contraintes impliquées à l'aide d'un critère de rupture. Les techniques par rétablissement, quant à elles, consistent à relâcher une contrainte principale par saignée en faisant une coupe à la paroi d'une excavation souterraine et à mesurer à l'aide de repères les déplacements engendrés. Un vérin plat est ensuite utilisé pour rétablir la position des repères et la

pression utilisée par le vérin est alors considérée égale à la contrainte préalable normale à la saignée. Enfin, les techniques par récupération étant visées par ce mémoire, la section suivante présente avec plus de détails l'une d'entre elles.

Tableau 2.1. *Quelques méthodes de mesure des contraintes in situ*

Principe	Méthode	
Rétablissement	Vérin plat conventionnel Small Flat Jack (SFJ)	
Fracturation	Fracturation hydraulique Core discing Analyse des courbes des déformations différées (DSCA) Serata Stress Meter Borehole Breakout	
Récupération	Mesures à la paroi des excavations	Broches Vérin cylindrique
	Mesures des variations de diamètre des forages	Cellule du USBM Cellule de Liège Cellule japonaise Cellule du CERCHAR
	Mesures de déformations à la paroi des forages	Cellule du CSIR Cellule du CSIRO Cellule du SSPB Cellule LUH Borehole Slotter
	Mesures de déformations en fond de trou	Doorstopper Cellule CEJM Cellule hémisphérique
Autres	Récupération des déformations différées Effet Kaiser Vélocité sonique	

2.2. Le principe de récupération et la cellule triaxiale du CSIR

L'idée du principe de la récupération est en fait d'isoler un échantillon de roche du champ de contraintes présent dans le massif rocheux et d'étudier sa réponse (Amadei et Stephansson 1997). Comme présenté au Tableau 2.1, les techniques basées sur le

principe de récupération peuvent être divisées en 4 groupes : la mesure à la paroi des excavations, la mesure des variations de diamètre des forages, la mesure des déformations à la paroi des forages et la mesure des déformations en fond de trou. Ce projet de recherche s'applique plus particulièrement au groupe de techniques par récupération réalisées en trou de forage où un instrument mesure à la paroi les déformations engendrées par une saignée. Celle-ci est réalisée par surcarottage, relâchant ainsi les contraintes autour de l'instrument. Les déformations récupérées permettent, à l'aide d'un modèle d'interprétation, de déduire les contraintes préalables.

La technique de mesure étudiée dans cette recherche, la cellule triaxiale du CSIR (aussi nommée cellule de Leeman), fait partie des techniques basées sur le principe de récupération. Développée dans les années soixante par Leeman (1969), la cellule triaxiale du CSIR permet d'obtenir le tenseur de contraintes in situ complet d'un point dans le massif rocheux à l'aide d'un seul trou de forage. Depuis les modifications de Van Heerden (1976) suite aux recommandations de Gray et Toews (1974) concernant la position des rosettes et le nombre de jauges de déformation qu'elles comportent, la cellule triaxiale du CSIR est maintenant constituée d'un corps cylindrique creux en plastique possédant trois pistons en caoutchouc rétractables positionnés à 120° les uns des autres autour d'une même circonférence. Sur chaque piston est montée une rosette de quatre jauges électriques de déformation à 45° les unes des autres, chaque jauge ayant une longueur active de 10 mm. La cellule, montrée à la Figure 2.1, permet donc de mesurer douze déformations à partir de trois points de mesure à la paroi d'un trou de forage.

Tel que présenté à la Figure 2.2 et à la Figure 2.3, le déroulement de l'essai peut être résumé comme ceci. Un trou de forage principal de calibre HX (96 mm de diamètre) ou plus est fait jusqu'au secteur du massif rocheux où l'on veut déterminer le tenseur de

contraintes in situ. Par la suite, on fore un trou pilote coaxial d'environ 45 cm de long et de calibre EX (38 mm de diamètre) à partir du fond du trou.

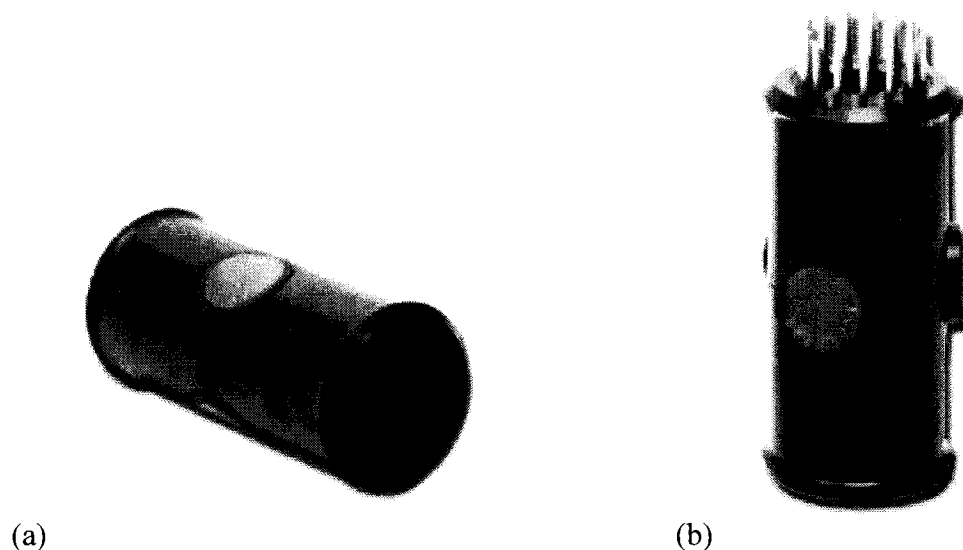


Figure 2.1. Cellule triaxiale du CSIR montrant : (a) les pistons munis chacun d'une rosette de 4 jauges de déformations et (b) les pistons déployés et les broches de connexions électriques (Roctest Ltée, 2002).

Avec un outil d'installation, la cellule est ensuite insérée dans le trou pilote et les trois rosettes couvertes de colle sont mises en contact avec la paroi du trou par une pression d'air comprimé. Trois des douze jauges sont parallèles à l'axe du trou et trois sont alignées dans la direction tangentielle. Lorsque la colle a fait prise, une première lecture des jauges de déformation peut être faite. On retire ensuite l'outil d'installation et on bouche le trou pilote à sa tête pour éviter le contact de la cellule avec l'eau de forage.

Un surcarottage d'au moins 50 cm est ensuite réalisé pour libérer les contraintes. Le cylindre de roche, ou manchon, est alors récupéré. Après avoir retiré le bouchon et

raccordé l'outil d'installation, une lecture des douze jauges de déformation collées sur le manchon libéré de contraintes est refaite. Les déformations récupérées sont égales à la différence entre la lecture finale et la lecture initiale des jauges. Une jauge de compensation montée sur la cellule permet en principe de minimiser les effets parasites de variation de température aux points de mesure.

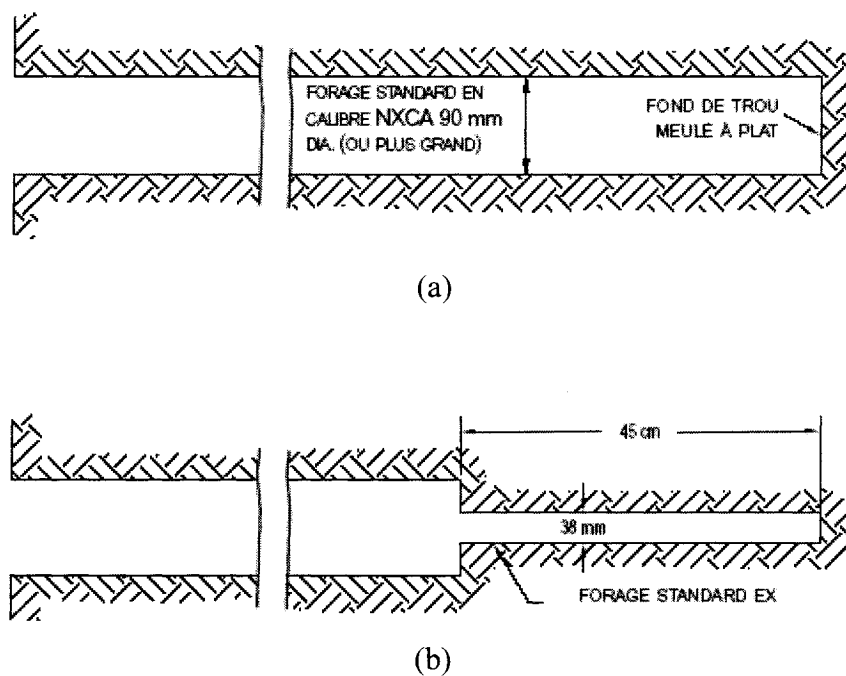


Figure 2.2. Forage : (a) du trou principal et (b) du trou pilote (Roctest Ltée, 2002).

Une norme pour la procédure et la détermination des contraintes in situ avec la cellule triaxiale du CSIR est suggérée par la Société Internationale de Mécanique des Roches (Kim et Franklin, 1987). La procédure présentée dans les lignes précédentes ne permet pas la lecture en continu des jauges de déformations mais Gill et al. (1987), suivis de Thompson et al. (1996), ont apporté les modifications permettant de le faire, ce qui donne la possibilité d'évaluer la qualité de la mesure.

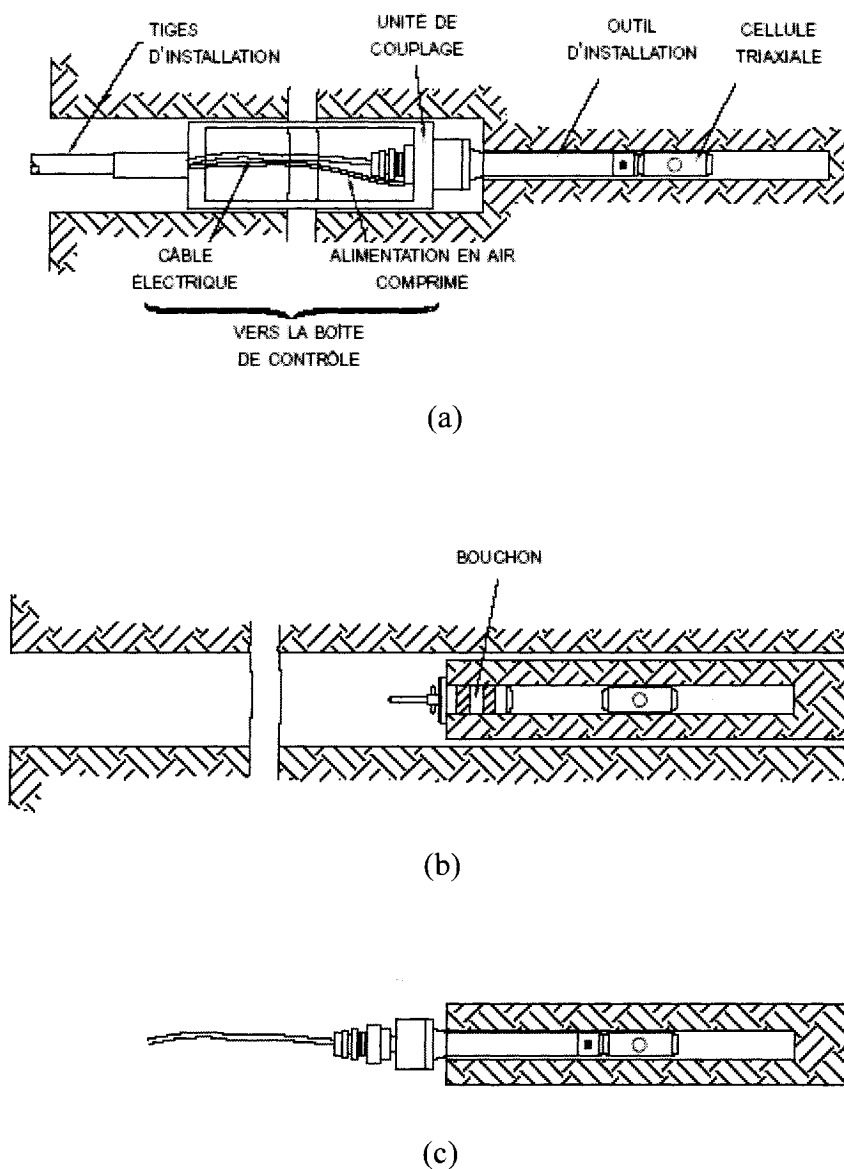


Figure 2.3. (a) Installation de l'instrument, collage des rosettes et première lecture, (b) surcarottage, (c) récupération du cylindre de roche instrumenté et deuxième lecture (Roctest Ltée, 2002).

Le module d'élasticité E et le coefficient de Poisson ν de la roche, nécessaires pour l'interprétation des mesures, sont généralement déterminés par rechargement biaxial du

manchon récupéré contenant la cellule triaxiale du CSIR. Cette méthode a d'abord été proposée par Fitzpatrick (1962). Des cycles de chargement et de déchargement peuvent être appliqués à la carotte. Le comportement de la roche étant rarement linéaire, il est alors intéressant d'obtenir les paramètres de déformabilité en déchargement, ce qui est plus représentatif du relâchement de contraintes effectué lors du surcarottage.

L'analyse des résultats d'une mesure avec la cellule triaxiale du CSIR implique l'acceptation de plusieurs hypothèses générales (Amadei et Stephansson, 1997) :

- 1) Les contraintes libérées lors du surcarottage sont égales aux contraintes in situ préalables.
- 2) Le diamètre de surcarottage n'influence pas la mesure.
- 3) La réponse de la roche est élastique et ses propriétés élastiques sont les mêmes en chargement et déchargement (comportement linéaire).
- 4) La roche est continue, homogène et isotrope.
- 5) Le trou de forage est parfaitement circulaire avec une surface lisse, ce qui est plutôt difficile à obtenir dans la réalité.
- 6) Dans la zone où sera collée la cellule, le roc est en déformation plane avant d'effectuer le surcarottage.

En fait, les hypothèses 1) et 2) sont vraies si l'instrument n'interfère pas avec la déformation durant le surcarottage, ce qui permet le relâchement complet des contraintes. Lang et Thompson (1986), en étudiant l'effet des contraintes résiduelles sur la détermination des contraintes in situ par surcarottage, ont vérifié avec une cellule de type CSIR que les contraintes obtenues avec un surcarottage de 96 mm de diamètre n'étaient pas significativement différentes de celles obtenues avec un surcarottage de 150 et 200 mm de diamètre. Pour l'hypothèse 3), en général, les déformations récupérées à court terme (2 heures ou moins après le surcarottage) sont les déformations élastiques dues aux contraintes actives dans le massif comme les contraintes gravitaires et tectoniques. À plus long terme, des déformations viscoélastiques peuvent être récupérées. En ce qui concerne l'hypothèse 4) d'homogénéité de la roche, cela dépend de l'échelle à laquelle la mesure est réalisée par rapport à la taille des hétérogénéités. Enfin, l'hypothèse 6) nécessite une bonne longueur de trou pilote et un point de mesure situé assez loin de ces extrémités. Suite à des analyses par éléments finis, Van Heerden (1973) recommande pour la cellule triaxiale du CSIR une longueur de 500 mm de surcarottage.

Différents modèles d'interprétation permettant de relier les déformations mesurées par la cellule triaxiale du CSIR aux contraintes in situ ont été proposés. La section suivante contient une brève présentation de ces modèles d'interprétation.

2.3. Modèles d'interprétation des mesures avec la cellule triaxiale du CSIR

2.3.1. Modèle conventionnel

Le modèle d'interprétation généralement utilisé qui permet de déterminer les contraintes in situ à partir des déformations récupérées de la cellule triaxiale du CSIR est celui

présenté par Leeman (1969) avec quelques améliorations apportées plus récemment. Ce modèle requiert plus spécifiquement que la portion de massif rocheux impliquée dans les mesures se comporte comme un matériau idéal : continu, homogène, élastique, linéaire et isotrope. Il considère aussi que le tenseur de contraintes est constant à l'échelle de la portion de massif rocheux impliquée et que celle-ci est dans un état de déformation plane avant le surcarottage. Ce modèle d'interprétation s'appuie sur la théorie de l'élasticité, c'est-à-dire la loi de Hooke généralisée. Ceci implique que les paramètres de déformabilité élastique de la roche sont connus et constants dans la portion de massif rocheux étudiée.

L'état de déformation relevé sous chaque rosette permet, avec les paramètres de déformabilité élastique, d'établir l'état de contraintes à la paroi sous chaque rosette. Pour déterminer les six composantes de contraintes in situ, un minimum de six équations indépendantes reliant les contraintes à la paroi du trou aux contraintes in situ sont requises. La configuration de la cellule triaxiale du CSIR permet l'obtention de 9 équations, c'est-à-dire que chaque rosette fournit 3 équations. Le modèle initialement proposé par Leeman ne tire pas profit de la redondance des mesures et utilise directement le nombre minimum d'équations nécessaires sans faire de traitement statistique de toutes les mesures, ce qui pourrait réduire l'effet d'erreurs expérimentales.

Gray et Toews (1974) ont proposé l'utilisation de rosettes à 4 jauges et utilisent des équations reliant directement les 4 déformations mesurées sous chaque rosette aux composantes du tenseur de contraintes in situ, ce qui fournit 12 équations qui sont solutionnées par moindres carrés. Ceci permet entre autres de calculer la variance sur les déformations mesurées par chaque rosette et entre les trois rosettes, variances créées par la variabilité des paramètres de déformabilité de la roche (micro-hétérogénéités) et un mauvais fonctionnement des jauges. Ces auteurs ont aussi proposé l'espacement à 120°

des rosettes alors que le design original avait deux rosettes à 90° l'une de l'autre et la troisième à 135° des deux premières.

Selon Gray et Toews (1974), Corthésy (1982) et d'autres auteurs ont repris le principe de traitement par la méthode des moindres carrés des déformations mesurées avec la cellule Doorstopper. De la même façon, avec la cellule triaxiale du CSIR, l'état de déformation sous chaque rosette est obtenu par moindres carrés des lectures des 4 jauges. L'état de contraintes sous les rosettes est ensuite calculé à partir de ces états de déformations traités statistiquement et des paramètres de déformabilité, fournissant 9 équations pour obtenir les composantes de contraintes in situ. Comme Gray et Toews (1974), la solution par moindres carrés de ces 9 équations fournit le tenseur de contraintes in situ. Les équations du modèle d'interprétation de Leeman (1969) amélioré avec la méthode qui vient d'être décrite sont présentées en détail à la section 4.2.1.

2.3.2. Autres modèles d'interprétation

Étant donné que les hypothèses de matériau idéal du modèle conventionnel sont loin de représenter la réalité, quelques auteurs ont proposé des modèles d'interprétation tenant compte des comportements mécaniques complexes de la roche. Mais ces modèles s'avèrent souvent complexes. Ils sont énumérés ici à titre informatif seulement. Par exemple, basés sur l'hypothèse d'un massif rocheux homogène, linéaire et élastique, quelques modèles prennent en compte l'anisotropie en utilisant la théorie de l'élasticité des corps anisotropes (Lekhnitskii, 1963) dont entre autres le modèle d'Amadei (1983). Aussi, Lopes S. Nunes (1997) a proposé une nouvelle méthode pour déterminer les paramètres de déformabilité des roches transversalement isotropes avec la cellule triaxiale du CSIR. Quant au comportement non linéaire des massif rocheux, peu d'auteurs se sont arrêtés à étudier le problème de façon quantitative, vu sa complexité.

Leeman et Denkhaus (1969) ont suggéré une solution analytique rigoureuse tenant compte de la non linéarité, mais elle ne s'applique qu'à un matériau isotrope homogène. Corthésy et Gill (1990) et Corthésy et al. (1993a) ont proposé une extension de cette méthode pour tenir compte en plus d'une isotropie transversale. Ces derniers modèles ont toutefois pour hypothèse que la non linéarité et l'anisotropie n'existent qu'à l'échelle des rosettes et que le manchon se comporte de façon linéaire et isotrope.

CHAPITRE 3. LE PROBLÈME DE L'HÉTÉROGÉNÉITÉ ET L'ESTIMATION DES CONTRAINTES IN SITU

3.1. Distribution des contraintes et des déformations dans les milieux hétérogènes

La question du comportement mécanique de milieux hétérogènes a été abordée dans plusieurs domaines depuis maintenant une centaine d'années et particulièrement dans le domaine du génie des matériaux. Apparemment, le point de départ du sujet serait l'investigation par Einstein en 1906 de la viscosité d'une suspension composée de sphères rigides dans un fluide visqueux (Hashin, 1964). Par la suite, plusieurs auteurs ont abordé entre autres le problème de la distribution des contraintes et déformations dans les milieux hétérogènes. Malgré tout, aucune solution simple ne permet encore de prévoir les contraintes et les déformations locales dans un matériau hétérogène. En ordre chronologique, quelques auteurs ayant contribué à une meilleure compréhension du comportement des milieux hétérogènes sont énumérés dans les lignes qui suivent.

En 1928 et 1929, Voigt et Reuss, respectivement, auraient apporté les premières contributions en ce qui concerne le comportement élastique des polycristaux, des agrégats de plusieurs monocristaux ayant des axes cristallographiques d'orientation différente d'un cristal à l'autre. Voigt propose d'abord l'hypothèse d'un état de déformations uniforme d'un cristal à l'autre pour le calcul de modules moyens de cisaillement et de compressibilité d'un polycristal à structure cubique à faces centrées. Reuss, quant à lui, suggère qu'un état de contraintes uniforme prévaut d'un cristal à l'autre. Hill (1952) a démontré par la suite que les résultats de Voigt et Reuss sont de rigoureuses bornes supérieure et inférieure pour les modules élastiques effectifs, ou moyens, d'un polycristal. Afin d'illustrer la distribution des contraintes et déformations dans les matériaux hétérogènes, Dantu (1958), dans un article traitant de l'étude des

contraintes dans le béton, a utilisé la photoélasticité pour montrer les variations locales de contraintes le long d'une droite recoupant une face polie d'un bloc de béton soumis à une compression uniaxiale. Plus tard, dans les années 60, Hashin (1965), Molyneux et Béran (1965) et Béran et Molyneux (1965) ont apporté des améliorations aux bornes de Voigt et Reuss en utilisant la formulation variationnelle pour des milieux à multiphases, incluant les polycristaux. Enfin, pour des matériaux hétérogènes dont on connaît les relations contrainte-déformation des différents corps du matériau et la proportion du volume total occupée par chacun d'eux, Abe (1979a, 1979b) a proposé un « constraint ratio » permettant d'établir le degré d'hétérogénéité des champs de contraintes et de déformations dans le matériau.

Les analyses qualitatives comme celles de Dantu (1958) ne proposent malheureusement pas de solution au problème de distribution des contraintes et déformations dans les milieux hétérogènes. Quant aux analyses quantitatives des autres auteurs mentionnés, elles ne font qu'établir des bornes de paramètres de déformabilité élastique pour des cas très particuliers. La plupart des publications utilisant des approches analytiques rigoureuses n'ont pour objectif que de définir des valeurs moyennes de paramètres de déformabilité élastique, toujours pour des milieux à n corps dont on connaît les relations contrainte-déformation et la proportion du volume total occupée par chacun d'eux, ce qui n'est malheureusement pas le cas des matériaux naturels comme le roc.

Pour le sujet de cette recherche, l'auteure considère donc que la modélisation numérique s'avère probablement la seule avenue pour bien représenter la distribution des contraintes et déformations dans la roche dont les hétérogénéités sont distribuées de façon aléatoire. Un peu à la manière de Dantu, la Figure 3.1 illustre la dispersion des contraintes axiales, des modules d'élasticité E et des déformations axiales obtenus de la modélisation avec Flac^{3D} d'un manchon de roche hétérogène isotrope linéaire, dont le coefficient de variation sur E est 30%, qui est chargé uniaxialement avec une pression de

50 MPa. Les résultats montrés sont obtenus à la paroi du trou interne du manchon sur une partie de son axe. Ceci montre bien l'effet des micro-hétérogénéités. Les lignes centrales en tiretés des figures 3.1(a), 3.1(b) et 3.1(c) correspondent aux valeurs que l'on aurait si le matériau était homogène.

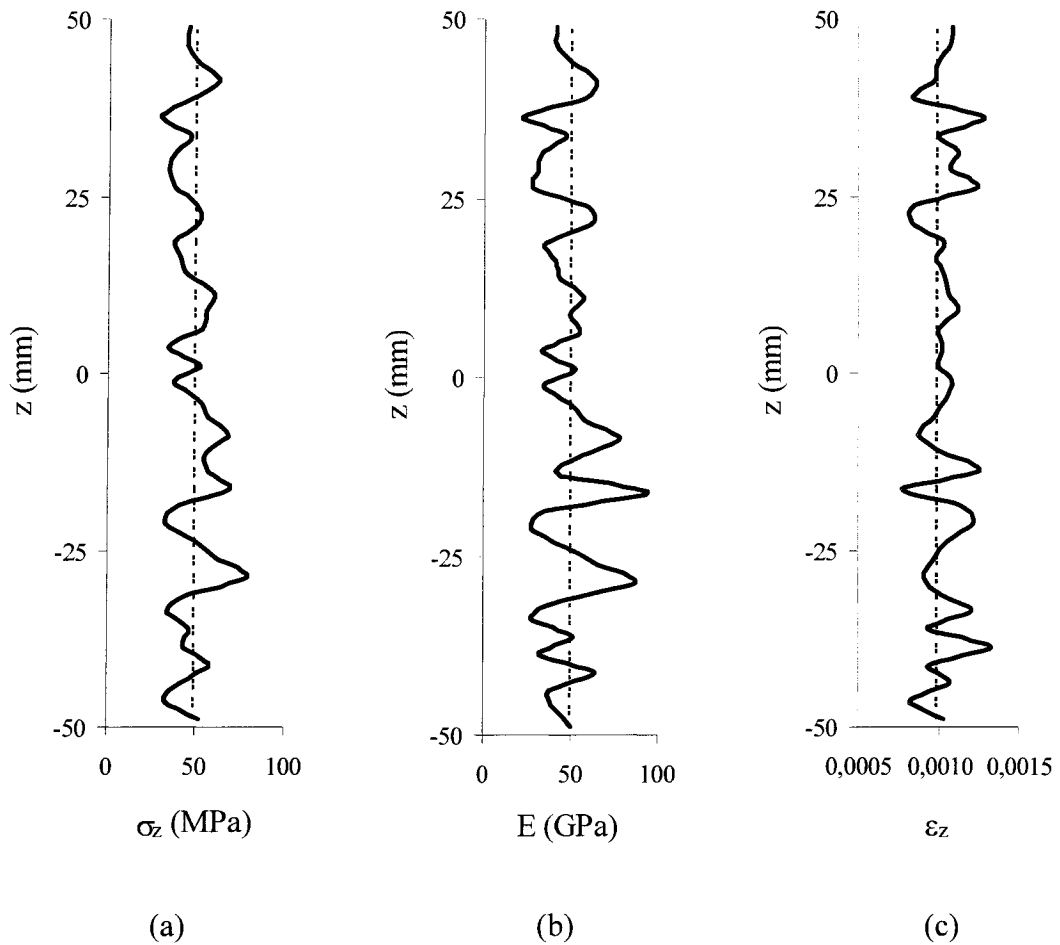


Figure 3.1. (a) Contraintes axiales, (b) modules d'élasticité E et (c) déformations axiales à la paroi interne d'un manchon hétérogène, avec un c.v. de 30% sur E , en fonction de la distance z le long de son axe.

Carman et Berry (1988) ont montré, en comparant leurs résultats avec des études expérimentales, que la modélisation par éléments finis était un outil capable de bien modéliser le comportement mécanique de matériaux hétérogènes comme les alliages d'aluminium et en particulier de prédire leur comportement contrainte-déformation, ce qui vient appuyer aussi le choix de la modélisation numérique dans cette recherche.

3.2. La mesure des contraintes in situ dans les roches hétérogènes

La précision et l'incertitude sur les mesures de contraintes in situ dans les massifs rocheux sont étroitement liées au problème de l'hétérogénéité. Les techniques de mesure comme la cellule triaxiale du CSIR impliquent de petits volumes de roche et fournissent des mesures ponctuelles du champ de contraintes in situ. Étant donné la taille des jauges utilisées, les contraintes mesurées sont sensibles aux changements dans la composition minérale de la roche, aux microstructures de la roche et à la taille des grains de la roche (Leijon, 1989). D'importantes variations dans l'intensité et l'orientation des contraintes obtenues entre des points de mesure rapprochés sont donc fréquentes, ce qui peut produire beaucoup d'incertitude lorsqu'on veut extrapoler à plus grande échelle les contraintes in situ mesurées. La recherche présentée dans ce mémoire se limite par contre à la mesure ponctuelle, où deux échelles peuvent être considérées : l'échelle de la jauge de déformation où le relâchement de contraintes est effectué et l'échelle du manchon de roche récupéré où l'on applique le rechargement pour déterminer les paramètres de déformabilité élastique. Les lignes qui suivent présentent une brève revue de la littérature traitant du problème de l'hétérogénéité en relation avec la mesure des contraintes in situ.

D'abord concernant la dispersion des déformations mesurées due aux micro-hétérogénéités, quelques auteurs ont étudié l'effet de la taille des grains de la roche par

rapport à la taille des jauges de déformation utilisées pour les mesures de contraintes in situ. Entre autres, Gustkiewicz (1975) et Cyrul (1983) ont étudié l'influence de la longueur de jauge sur l'intensité de la dispersion des déformations mesurées dans les roches hétérogènes et ont proposé une longueur de jauge RMB (Representative Measurement Base) pour différentes roches permettant d'avoir un écart-type inférieur à 50 microdéformations. Cyrul propose des longueurs RMB variant de 10 mm pour la craie à 225 mm pour le charbon, c'est-à-dire des longueurs qui diffèrent souvent de la longueur de jauge constante utilisée dans la technique de la cellule triaxiale du CSIR. Gray et Toews (1974), quant à eux, proposent de tirer avantage de la redondance des déformations mesurées par les rosettes à 4 jauges de la cellule triaxiale du CSIR pour calculer la variance des déformations sous la rosette et entre les rosettes. Ces variances permettent alors d'évaluer à quel degré les micro-hétérogénéités sont impliquées dans l'incertitude des contraintes in situ estimées.

L'incertitude sur la mesure ponctuelle de contraintes in situ est due principalement aux hypothèses non réalistes faites quant au comportement de la roche hétérogène, plus particulièrement quand vient le temps de déterminer les paramètres de déformabilité élastique. Leijon et Stillborg (1986) concluent que les erreurs expérimentales lors de mesures de contraintes in situ sont peu importantes et que c'est plutôt le comportement mécanique non idéal du massif rocheux (hétérogénéité et non linéarité) qui impose des incertitudes très significatives sur les contraintes in situ calculées. Dans la technique de la cellule triaxiale du CSIR, le module d'élasticité E intervient comme un multiplicateur entre les déformations mesurées et les contraintes in situ. Ainsi une erreur de 5% sur E peut créer une erreur de 5% dans les composantes de contraintes in situ estimées, si on fixe les autres facteurs d'erreurs (Amadei et Stephansson, 1997). Pour calculer le module d'élasticité E et le coefficient de Poisson ν afin de pouvoir interpréter les mesures de la cellule du CSIR, la méthode classique consiste à appliquer un rechargement biaxial isotrope au manchon récupéré tout en supposant un champ de

contraintes uniforme à la paroi du trou pilote. Mais étant donné la présence des micro-hétérogénéités, cette hypothèse est fausse et implique une erreur sur la détermination de E et ν (Corthésy et al., 1991). Malgré cela, une moyenne des paramètres obtenus des trois rosettes est faite avec cette méthode et on attribue ces valeurs moyennes à tout le manchon pour calculer le tenseur de contraintes in situ avec le modèle conventionnel d'interprétation de Leeman. Ce modèle classique attribue à la roche testée un comportement « isotrope équivalent » (Corthésy et al., 1993b) et correspond à la méthode B présentée à la section 1.2.

Quelques auteurs se sont intéressés à améliorer la méthode classique pour la détermination de E et ν et l'interprétation des mesures de contraintes in situ dans la roche hétérogène. Corthésy et al. (1993a) suggèrent d'utiliser les paramètres de déformabilité localisés sous chaque rosette plutôt que de faire une moyenne des paramètres de déformabilité obtenus lors du rechargement biaxial isotrope du manchon de roche récupéré. Cette méthode classique améliorée, correspondant à la méthode A de la section 1.2, permet une certaine compensation des erreurs dues à l'hypothèse d'un état de contraintes uniforme, puisque les effets des micro-hétérogénéités deviennent présents et favorisent un calcul plus réaliste de E et ν . Corthésy et al. (1991) et Corthésy et al. (1993b) ont aussi étudié à l'aide de la modélisation par éléments finis en 2D l'effet des micro-hétérogénéités sur la précision des contraintes in situ obtenues avec la cellule Doorstopper. Les premiers ont vérifié l'influence de l'hypothèse d'un champ de contraintes uniforme de la méthode classique pour la détermination de E et ν sur la dispersion des contraintes in situ calculées. Les deuxièmes proposent une nouvelle méthode pour déterminer E et ν et interpréter les mesures de l'état 2D de contraintes in situ obtenu avec le Doorstopper. Avec cette méthode, on assimile la dispersion des déformations mesurées durant le rechargement biaxial isotrope à un comportement d'isotropie transversale de la roche tout en utilisant l'hypothèse d'un champ de contraintes uniforme. Ce modèle attribue à la roche testée un comportement homogène

« anisotrope équivalent » et correspond à la méthode C de la section 1.2. Les auteurs ont conclu que l'influence de ce modèle de comportement anisotrope équivalent sur l'évaluation des états 2D de contraintes obtenues au Doorstopper est d'introduire un biais de moins de 3% sur l'estimation du tenseur de contraintes moyen à partir d'un certain nombre de mesures, mais en contrepartie, de réduire de façon significative la dispersion des contraintes autour de la moyenne, ce qui constitue un avantage quand vient le temps de déterminer le nombre minimum de mesures à faire pour obtenir un tenseur de contraintes in situ moyen avec un intervalle de confiance donné.

La méthode de comportement anisotrope équivalent proposée par Corthésy et al. (1993b) peut être étendue aux mesures faites avec chaque rosette de la cellule triaxiale du CSIR. Elle n'a pas encore fait l'objet d'une étude par modélisation numérique tridimensionnelle qui permettrait de valider la méthode avec des tenseurs de contraintes in situ 3D. Il est donc intéressant dans cette recherche d'en vérifier l'effet sur la précision des mesures avec la cellule triaxiale du CSIR dans un modèle numérique 3D de roche hétérogène linéaire et isotrope. En même temps, la méthode classique et la méthode classique améliorée (méthode B et A respectivement) de détermination de E , ν et des contraintes in situ avec la cellule triaxiale du CSIR peuvent être étudiées et comparées à cette nouvelle méthode.

CHAPITRE 4. MÉTHODOLOGIE

4.1. Introduction

Tel que mentionné à la section 1.2, l'objectif de cette recherche est d'étudier l'influence de l'hypothèse faite sur le champ de contraintes présent lors de la détermination des paramètres de déformabilité sur la précision du tenseur de contraintes in situ obtenu avec la cellule triaxiale du CSIR dans une roche hétérogène isotrope linéaire. Pour réaliser cette étude, la modélisation numérique avec le logiciel FLAC^{3D} est proposée puisqu'il n'existe aucune solution analytique pour représenter la relation contrainte - déformation des milieux hétérogènes. Les trois méthodes décrites à la section 1.2 pour obtenir les paramètres de déformabilité élastique et calculer le tenseur de contraintes in situ sont étudiées sur des modèles numériques de roc hétérogène avec plusieurs combinaisons de tenseur de contraintes in situ potentiellement présents dans la nature. La roche modélisée peut s'apparenter à un polyminéral tel qu'un granite. Le coefficient de variation décrivant le niveau d'hétérogénéité de chaque modèle de roc est le rapport entre l'écart type de la variable aléatoire E et sa valeur moyenne. Les différentes étapes de la méthodologie générale proposée peuvent être résumées ainsi :

- 1) Simuler 24 tenseurs de contraintes in situ sur trois modèles de roc hétérogène ayant des coefficients de variation (c.v.) sur E de 10%, 20% et 30% respectivement (écart-type de 5, 10 et 15 GPa) et un module d'élasticité moyen, E_{moyen} , de 50 GPa. Le coefficient de Poisson ν est quant à lui homogène et égal à 0,25 pour les trois modèles. Au total, 72 cas sont modélisés;
- 2) Simuler la méthode de la cellule du CSIR et mesurer les déformations récupérées à la paroi du trou sous les jauges des trois rosettes pour les 72 cas;

3a) Simuler un rechargement biaxial isotrope sur les manchons récupérés pour obtenir les paramètres de déformabilité avec les méthodes A et B;

3b) Avec les déformations récupérées à l'étape 2 et les paramètres de déformabilité mesurés à l'étape 3a, calculer les états 2D de contraintes sous les rosettes et le tenseur in situ pour chacun des 72 cas avec le modèle conventionnel de Leeman;

4a) Simuler un rechargement triaxial sur les manchons récupérés afin de déterminer les paramètres de déformabilité anisotrope avec la méthode C;

4b) Avec les déformations récupérées à l'étape 2 et les paramètres de déformabilité mesurés à l'étape 4a, calculer les états 2D de contraintes sous les rosettes avec la théorie de l'élasticité pour des corps anisotropes et obtenir le tenseur in situ pour les 72 cas;

5) Comparer les résultats obtenus aux étapes 3b et 4b avec les tenseurs in situ appliqués des 72 simulations numériques et évaluer la performance de chaque méthode. Vérifier l'influence du degré d'hétérogénéité et du type de rechargement du manchon (biaxial isotrope ou triaxial) par rapport au tenseur de contraintes appliqué;

L'avantage de travailler avec le c.v. de E et non l'écart type est de pouvoir extrapoler les résultats de ces modèles à des massifs rocheux ayant les mêmes c.v. mais un E_{moyen} et un écart-type différent des modèles de cette recherche.

Dans les sections qui suivent, plus de détails sont donnés concernant la méthodologie utilisée dans cette recherche. En premier lieu, les équations permettant de calculer le tenseur de contraintes in situ à partir des déformations récupérées avec la méthode de

terrain simulée, c'est-à-dire la cellule triaxiale du CSIR, sont présentées avec les méthodes A et B pour déterminer les paramètres de déformabilité élastique. Suit ensuite la méthode d'interprétation C proposée par Corthésy et al. (1993b). Enfin, plus de détails sont donnés sur la construction des modèles numériques.

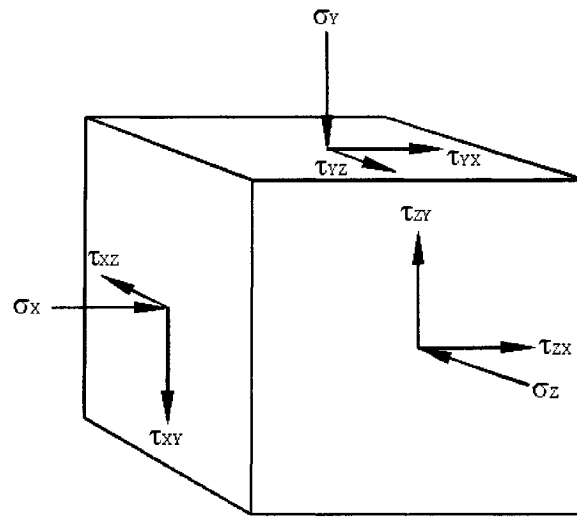
4.2. Interprétation des mesures de contraintes in situ avec la cellule triaxiale du CSIR

4.2.1. Modèle conventionnel

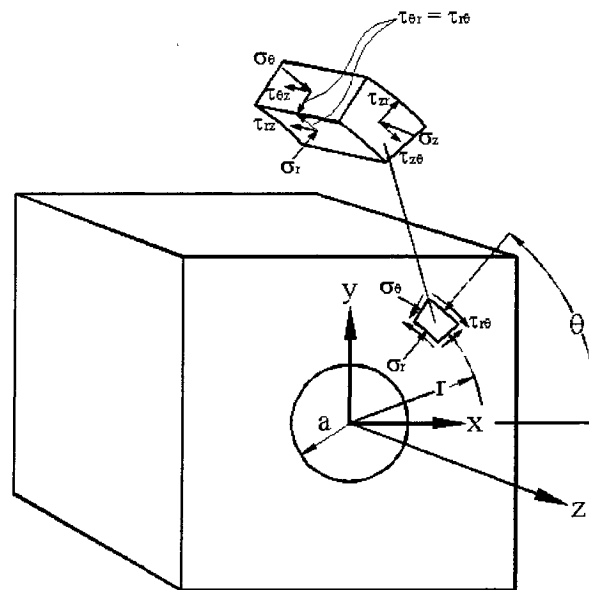
Les équations permettant de calculer le tenseur in situ à partir des déformations récupérées avec la méthode de la cellule triaxiale du CSIR sont présentées dans les lignes qui suivent avec le modèle conventionnel de Leeman et les améliorations apportées par Gray et Toews (1974). Ce modèle s'appuie sur la théorie de l'élasticité des corps isotropes et homogènes, tout en supposant un comportement linéaire.

De façon générale, dans un système de coordonnées global x, y, z , le tenseur de contraintes in situ en un point du massif rocheux est :

$$\begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{xy} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_z \end{bmatrix} \quad (4.1)$$



(a)



(b)

Figure 4.1. (a) État de contraintes en un point dans le massif rocheux; (b) État de contraintes en un point autour d'un trou dans le massif rocheux.

La Figure 4.1 (a) montre un volume de massif rocheux et son tenseur de contraintes in situ. Quand le trou de forage servant à réaliser la mesure avec la cellule triaxiale du CSIR est percé dans le massif rocheux, l'état de contraintes au voisinage du trou est modifié. Dans ce cas-ci, un système de coordonnées cylindriques r, θ, z se prête mieux à la géométrie du problème et les composantes du tenseur de contraintes près du trou sont données par $\sigma_r, \sigma_\theta, \sigma_z, \tau_{r\theta}, \tau_{\theta z}$ et τ_{zr} . La Figure 4.1 (b) montre l'état de contraintes autour du trou qui est foré dans le massif rocheux selon l'axe z .

D'après Hiramatsu et Oka (1962), autour d'un trou de forage parallèle à l'axe z , les composantes du nouveau tenseur de contraintes dans le roc en fonction du rayon r et de l'angle θ , tels que définis à la Figure 4.1, sont les suivantes :

$$\begin{aligned} \sigma_r = \frac{\sigma_X + \sigma_Y}{2} \left(1 - \frac{a^2}{r^2} \right) + \frac{\sigma_X - \sigma_Y}{2} \left(1 + 3 \frac{a^4}{r^4} - 4 \frac{a^2}{r^2} \right) \cos 2\theta \\ + \tau_{XY} \left(1 + 3 \frac{a^4}{r^4} - 4 \frac{a^2}{r^2} \right) \sin 2\theta \end{aligned} \quad (4.2)$$

$$\sigma_\theta = \frac{\sigma_X + \sigma_Y}{2} \left(1 + \frac{a^2}{r^2} \right) - \frac{\sigma_X - \sigma_Y}{2} \left(1 + 3 \frac{a^4}{r^4} \right) \cos 2\theta - \tau_{XY} \left(1 + 3 \frac{a^4}{r^4} \right) \sin 2\theta \quad (4.3)$$

$$\sigma_z = -\nu \left[2(\sigma_X - \sigma_Y) \frac{a^2}{r^2} \cos 2\theta + 4\tau_{XY} \frac{a^2}{r^2} \sin 2\theta \right] + \sigma_z \quad (4.4)$$

$$\tau_{r\theta} = \frac{\sigma_X - \sigma_Y}{2} \left(1 - 3 \frac{a^4}{r^4} + 2 \frac{a^2}{r^2} \right) \sin 2\theta + \tau_{XY} \left(1 - 3 \frac{a^4}{r^4} + 2 \frac{a^2}{r^2} \right) \cos 2\theta \quad (4.5)$$

$$\tau_{\theta z} = (\tau_{YZ} \cos \theta - \tau_{ZX} \sin \theta) \left(1 + \frac{a^2}{r^2} \right) \quad (4.6)$$

$$\tau_{rz} = (\tau_{YZ} \sin \theta + \tau_{ZX} \cos \theta) \left(1 - \frac{a^2}{r^2} \right) \quad (4.7)$$

où a est le rayon du trou et σ_X , σ_Y , σ_Z , τ_{XY} , τ_{YZ} , τ_{ZX} sont les composantes du tenseur de contraintes préalables recherchées. À $r = a$, nous obtenons les contraintes à la paroi du trou et elles peuvent être mesurées indirectement par une rosette à 4 jauges. Pour les rosettes $i = 1, 2, 3$ de la cellule de Leeman situées aux angles θ_i , les équations 4.2 à 4.7 se réduisent alors à :

$$\sigma_{\theta i} = \sigma_X + \sigma_Y - 2(\sigma_X - \sigma_Y) \cos 2\theta_i - 4\tau_{XY} \sin 2\theta_i \quad (4.8)$$

$$\sigma_{zi} = -\nu \left[2(\sigma_X - \sigma_Y) \cos 2\theta_i + 4\tau_{XY} \sin 2\theta_i \right] + \sigma_Z \quad (4.9)$$

$$\tau_{\theta zi} = 2(\tau_{YZ} \cos \theta_i - \tau_{ZX} \sin \theta_i) \quad (4.10)$$

Tel que proposé par Gray et Toews (1974), les angles θ_1 , θ_2 et θ_3 sont séparés de 120° dans la configuration la plus récente des rosettes de la cellule triaxiale du CSIR. Cette configuration rendrait a priori l'instrument plus efficace avec des mesures mieux espacées. Les quatre jauges de déformation de chacune de ces rosettes ont la configuration illustrée à la Figure 4.2 avec des angles de 45° entre elles.

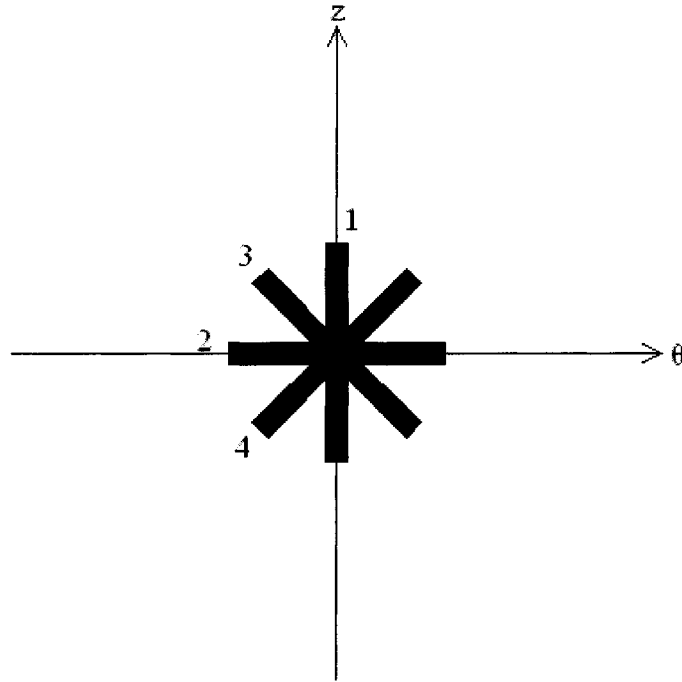


Figure 4.2. Configuration des jauges 1, 2, 3 et 4 d'une rosette de la cellule triaxiale du CSIR.

Les jauges 1, 2, 3 et 4 formant une rosette permettent la lecture des déformations ε_1 , ε_2 , ε_3 et ε_4 respectivement. L'état de déformation sous chaque rosette se déduit par moindres carrés des lectures des quatre jauges, tel que présenté entre autres par Corthésy (1982) :

$$\varepsilon_{zi} = (\varepsilon_{3i} + \varepsilon_{4i} + 3\varepsilon_{1i} - \varepsilon_{2i}) / 4 \quad (4.11)$$

$$\varepsilon_{\theta i} = (\varepsilon_{3i} + \varepsilon_{4i} + 3\varepsilon_{2i} - \varepsilon_{1i}) / 4 \quad (4.12)$$

$$\gamma_{\theta zi} = \varepsilon_{4i} - \varepsilon_{3i} \quad (4.13)$$

L'utilisation de quatre jauges, au lieu de trois comme dans la version originale de la cellule triaxiale du CSIR, fournit une mesure redondante permettant d'évaluer la qualité des mesures. Par exemple, on peut vérifier que la somme des déformations normales selon deux directions orthogonales est invariante, c'est-à-dire que :

$$\varepsilon_1 + \varepsilon_2 = \varepsilon_3 + \varepsilon_4 \quad (4.14)$$

Selon la loi de Hooke pour des corps isotropes, les composantes de déformations sont reliées aux composantes de contrainte comme suit :

$$\sigma_r = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \left[\varepsilon_r (1-\nu) + \nu (\varepsilon_\theta + \varepsilon_z) \right] \quad (4.15)$$

$$\sigma_\theta = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \left[\varepsilon_\theta (1-\nu) + \nu (\varepsilon_z + \varepsilon_r) \right] \quad (4.16)$$

$$\sigma_z = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \left[\varepsilon_z (1-\nu) + \nu (\varepsilon_r + \varepsilon_\theta) \right] \quad (4.17)$$

$$\tau_{r\theta} = \frac{E}{2(1+\nu)} \gamma_{r\theta} \quad (4.18)$$

$$\tau_{\theta z} = \frac{E}{2(1+\nu)} \gamma_{\theta z} \quad (4.19)$$

$$\tau_{zr} = \frac{E}{2(1+\nu)} \gamma_{zr} \quad (4.20)$$

où E et ν sont les paramètres de déformabilité élastique de la roche, c'est-à-dire le module d'élasticité et le coefficient de Poisson respectivement.

À la paroi du trou, qui est en état plan de contraintes, ces dernières équations se réduisent pour chaque rosette à :

$$\sigma_{\theta i} = \frac{E}{1-\nu^2} (\varepsilon_{\theta i} + \nu \varepsilon_{zi}) \quad (4.21)$$

$$\sigma_{zi} = E \varepsilon_{zi} + \nu \sigma_{\theta i} \quad (4.22)$$

$$\tau_{\theta zi} = \frac{E}{2(1+\nu)} \gamma_{\theta zi} \quad (4.23)$$

En incorporant les résultats des équations 4.21 à 4.23 dans les équations 4.8 à 4.10, nous obtenons un système de 9 équations et 6 inconnues :

$$\begin{bmatrix} \sigma_{\theta_1} \\ \sigma_{z_1} \\ \tau_{\theta z_1} \\ \sigma_{\theta_2} \\ \sigma_{z_2} \\ \tau_{\theta z_2} \\ \sigma_{\theta_3} \\ \sigma_{z_3} \\ \tau_{\theta z_3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1-2\cos 2\theta_1 & 1+2\cos 2\theta_1 & 0 & -4\sin 2\theta_1 & 0 & 0 \\ -2\nu\cos 2\theta_1 & 2\nu\cos 2\theta_1 & 1 & -4\nu\sin 2\theta_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2\cos \theta_1 & -2\sin \theta_1 \\ 1-2\cos 2\theta_2 & 1+2\cos 2\theta_2 & 0 & -4\sin 2\theta_2 & 0 & 0 \\ -2\nu\cos 2\theta_2 & 2\nu\cos 2\theta_2 & 1 & -4\nu\sin 2\theta_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2\cos \theta_2 & -2\sin \theta_2 \\ 1-2\cos 2\theta_3 & 1+2\cos 2\theta_3 & 0 & -4\sin 2\theta_3 & 0 & 0 \\ -2\nu\cos 2\theta_3 & 2\nu\cos 2\theta_3 & 1 & -4\nu\sin 2\theta_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2\cos \theta_3 & -2\sin \theta_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_{xy} \\ \tau_{yz} \\ \tau_{zx} \end{bmatrix} \quad (4.24)$$

Les paramètres de déformabilités utilisés dans les équations 4.15 à 4.24 sont déterminés à l'aide des méthodes présentées plus loin à la section 4.2.2. Pour résoudre le système d'équations 4.24, la méthode des moindres carrés est utilisée, tel que présentée par Gray et Toews (1974). Pour simplifier l'écriture, considérons que : 1) la matrice de contraintes à la paroi du trou correspond à la matrice D avec les quantités D_i pour $i = 1$ à 9; 2) la matrice de coefficients correspond à la matrice J avec les coefficients J_{ij} pour $i = 1$ à 9 et $j = 1$ à 6; 3) la matrice de contraintes in situ recherchée correspond à la matrice B avec les quantités B_j pour $j = 1$ à 6. Le système d'équations 4.24 devient donc :

$$[D] = [J][B] \quad (4.25)$$

Les contraintes à la paroi du trou D_i sont entachées d'erreurs dues à l'expérimentation et à l'usage de mauvais paramètres de déformabilité élastique, ou pseudo-paramètres de déformabilité. Si on considère que les quantités d_i , pour $i = 1$ à 9, sont les contraintes réelles à la paroi, les erreurs e_i , pour $i = 1$ à 9, sont :

$$e_i = D_i - d_i \quad (4.26)$$

On recherche les contraintes in situ B_j qui minimiseront Q , la somme des carrés des erreurs e_i (d'où l'appellation de « solution par moindres carrés »). On a donc :

$$Q = \sum_{i=1}^9 (e_i)^2 \quad (4.27)$$

$$\frac{dQ}{dB_j} = 0 \quad (4.28)$$

En utilisant les équations 4.25 et 4.26, on peut récrire l'équation 4.27 de cette façon :

$$Q = \sum_{i=1}^9 \left[D_i - \sum_{j=1}^6 J_{ij} B_j \right]^2 \quad (4.29)$$

En substituant l'équation 4.29 dans 4.28, on obtient :

$$\sum_{j=1}^6 F_{kj} B_j = C_k, \quad k = 1, \dots, 6 \quad (4.30)$$

$$\text{où} \quad C_k = \sum_{i=1}^9 D_i J_{ik} \quad (4.31)$$

$$\text{et} \quad F_{kj} = \sum_{i=1}^9 J_{ij} J_{ik} \quad (4.32)$$

La solution des équations 4.30 à 4.32 donne les 6 composantes du tenseur de contraintes in situ qui minimisent l'équation 4.27. Selon Gray et Toews (1974), la variance V sur la régression par moindres carrés qui vient d'être effectuée peut être obtenue en faisant :

$$V = Q'/(i-6) \quad (4.33)$$

où Q' est la valeur minimale de Q associée avec la solution par moindres carrés (la somme des résidus au carrés), i est le nombre d'équations du système 4.24, c'est-à-dire 9 équations, et $(i-6)$ est le nombre de degré de liberté de Q' . V est une estimation de la variance due aux facteurs affectant la mesure de contraintes in situ avec la cellule triaxiale du CSIR, facteurs qui sont dans ce cas-ci : les micro-hétérogénéités de déformabilité et les hypothèses théoriques utilisées.

À la section suivante sont présentées les méthodes A et B pour déterminer les paramètres de déformabilité requis dans la procédure qui vient d'être décrite.

4.2.2. Détermination des paramètres de déformabilité élastique : méthodes A et B

La détermination des paramètres de déformabilité élastique nécessaires dans les équations 4.15 à 4.24 pour calculer les contraintes in situ est généralement effectuée avec la méthode B. Cette méthode est présentée ici ainsi que la méthode A de Corthésy et al. (1993a).

La méthode classique (méthode B) pour déterminer le module d'élasticité E et le coefficient de Poisson ν a pour hypothèse que le champ de contraintes dans le manchon de roche récupéré est uniforme à la paroi interne lorsqu'on lui applique un rechargement

biaxial isotrope. Cette méthode attribue alors à la roche testée un comportement élastique « homogène isotrope équivalent » à l'échelle du manchon. Avec cette hypothèse et les déformations mesurées par la cellule triaxiale du CSIR lors du rechargement du manchon, on peut estimer E et ν . Malgré la dispersion des déformations mesurées sous les trois rosettes, la méthode B fait une moyenne des résultats des trois rosettes pour obtenir un E et un ν constants pour tout le manchon. La méthode A consiste plutôt à utiliser les paramètres de déformabilité ponctuels différents et propres à chaque rosette, tel que préconisé par la méthode intégrée de Corthésy et al. (1993a).

Avec l'hypothèse d'un champ de contraintes uniforme à la paroi interne, le rechargement biaxial isotrope du manchon de roche consiste à appliquer une pression P à la surface extérieure d'un cylindre homogène isotrope à paroi épaisse dont le rayon interne est a et le rayon externe est b . Le cylindre est supposé être dans un état plan de contraintes et on a alors :

$$\sigma_r = \frac{b^2 P}{b^2 - a^2} - \frac{a^2 b^2 P}{r^2 (b^2 - a^2)} \quad (4.34)$$

$$\sigma_\theta = \frac{b^2 P}{b^2 - a^2} + \frac{a^2 b^2 P}{r^2 (b^2 - a^2)} \quad (4.35)$$

$$\sigma_z = \tau_{r\theta} = \tau_{\theta z} = \tau_{zr} = 0 \quad (4.36)$$

où r est la coordonnée radiale du point de mesure. En tout point de la paroi interne du cylindre, i.e. à $r = a$, les équations 4.34 à 4.36 deviennent :

$$\sigma_r = 0 \quad (4.37)$$

$$\sigma_\theta = \frac{2b^2 P}{b^2 - a^2} \quad (4.38)$$

$$\sigma_z = \tau_{r\theta} = \tau_{\theta z} = \tau_{zr} = 0 \quad (4.39)$$

Pour déterminer E et ν , cet état de contraintes à la paroi interne du manchon peut être jumelé à l'état de déformations mesuré par chaque rosette de la cellule triaxiale du CSIR durant le rechargement biaxial isotrope. L'état de déformations sous chaque rosette se déduit par moindres carrés des lectures des quatre jauges comme l'indiquent les équations 4.11 à 4.13 de la section 4.2.1.

Les équations 4.15 à 4.20 qui décrivent la loi de Hooke générale pour un milieu homogène isotrope peuvent s'écrire aussi de la façon suivante :

$$\varepsilon_r = \frac{1}{E} [\sigma_r - \nu(\sigma_\theta + \sigma_z)] \quad (4.40)$$

$$\varepsilon_\theta = \frac{1}{E} [\sigma_\theta - \nu(\sigma_r + \sigma_z)] \quad (4.41)$$

$$\varepsilon_z = \frac{1}{E} [\sigma_z - \nu(\sigma_r + \sigma_\theta)] \quad (4.42)$$

$$\gamma_{r\theta} = \frac{2(1+\nu)}{E} \tau_{r\theta} \quad (4.43)$$

$$\gamma_{\theta z} = \frac{2(1+\nu)}{E} \tau_{\theta z} \quad (4.44)$$

$$\gamma_{zr} = \frac{2(1+\nu)}{E} \tau_{zr} \quad (4.45)$$

Avec l'état de contraintes donné par les équations 4.37 à 4.39 et l'état de déformations obtenu sous chaque rosette $i = 1,2,3$, on peut isoler E et ν dans les équations 4.40 à 4.45 :

$$E_i = \frac{\sigma_{\theta}}{\varepsilon_{\theta i}} \quad (4.46)$$

$$\nu_i = -\frac{\varepsilon_{z i}}{\varepsilon_{\theta i}} \quad (4.47)$$

Avec la méthode A, on utilisera les résultats des équations 4.46 et 4.47 pour déterminer le tenseur de contraintes in situ avec la méthodologie décrite à la section 4.2.1. Avec la méthode B, on utilisera plutôt les valeurs des équations 4.48 et 4.49.

$$E = \frac{1}{3} \sum_{i=1}^3 E_i \quad (4.48)$$

$$\nu = \frac{1}{3} \sum_{i=1}^3 \nu_i \quad (4.49)$$

4.2.3. Méthode C basée sur l'hypothèse d'un « comportement anisotrope équivalent »

La méthode C, proposée par Corthésy et al. (1993b) pour la cellule du Doorstopper, est adaptée ici à la cellule triaxiale du CSIR. Cette méthode suppose un comportement anisotrope linéaire élastique homogène pour obtenir les paramètres de déformabilité élastique lors du rechargement du manchon et pour le calcul des états 2D de contraintes sous les rosettes lors du relâchement de contraintes par surcarottage. L'hypothèse du comportement isotrope linéaire élastique homogène du modèle conventionnel de Leeman est ensuite reprise pour le calcul du tenseur de contraintes in situ 3D à partir des trois états 2D de contraintes sous les rosettes.

Pour simplifier, chaque rosette de la cellule triaxiale du CSIR est traitée comme un Doorstopper. Le Doorstopper est une technique de mesure de contraintes en fond de trou. Lorsque l'on applique le rechargement biaxial isotrope sur la carotte récupérée, tel que présenté à la Figure 4.3, la lecture des déformations est faite avec l'unique rosette du Doorstopper collée à l'extrémité de la carotte. Avec l'hypothèse d'un champ de contraintes uniforme et un rechargement biaxial isotrope, la carotte rechargée se retrouve dans un état plan de contraintes, plan dans lequel les jauges de la rosette du Doorstopper mesureraient des déformations toutes égales si le roc était homogène et isotrope. Étant donné la présence des micro-hétérogénéités dans la carotte rechargée, l'état de déformations et de contraintes sous la rosette n'est pas uniforme et on obtient plutôt des déformations comme celles présentées à la Figure 4.4.

Puisque le roc est considéré homogène et dans un état de contraintes uniforme, on devrait conclure que la présence de différentes déformations dans différentes directions est due à une anisotropie locale de la roche. Le roc hétérogène est alors remplacé par un roc homogène anisotrope équivalent (Corthésy et al., 1993b). La démarche proposée dans la méthode C consiste à utiliser l'isotropie transversale (voir Figure 4.4) dont les paramètres de déformabilité élastique sont les suivants : E_1 , ν_1 , E_2 , ν_2 et G_2 . E_1 et ν_1 sont respectivement le module d'élasticité et le coefficient de Poisson dans le plan d'isotropie. E_2 , ν_2 et G_2 , le module de cisaillement, sont les paramètres dans le plan perpendiculaire au plan d'isotropie. Il est possible d'obtenir ces paramètres de déformabilité élastique avec un essai de rechargement biaxial isotrope, dans le cas du Doorstopper, si on émet l'hypothèse que $\nu_1 = \nu_2 = \nu$ (ce dernier pouvant être obtenu par un chargement uniaxial ou biaxial dans le cas du manchon de la cellule triaxiale du CSIR).

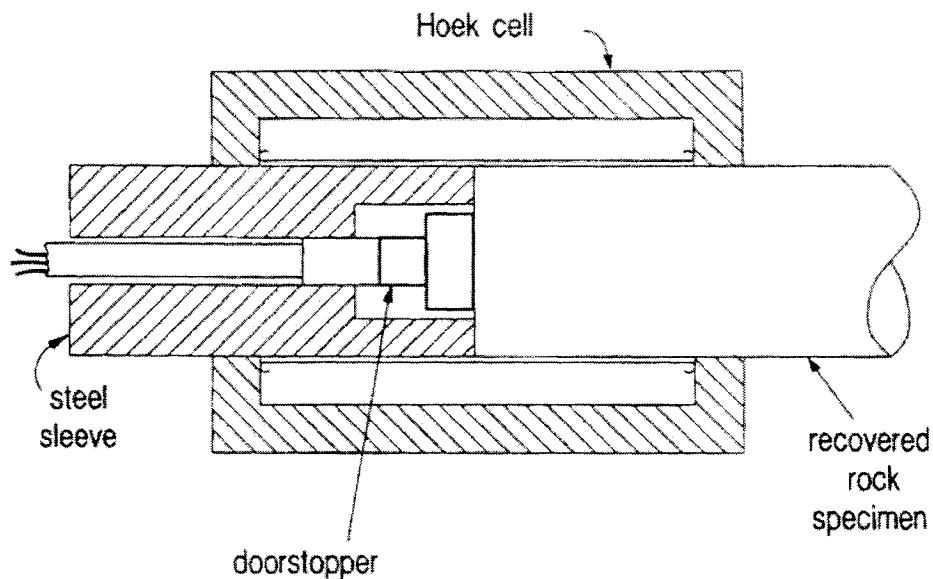


Figure 4.3. Système utilisé pour le rechargement biaxial isotrope de la carotte récupérée lors d'une mesure au Doorstopper (Corthésy et al., 1993a).

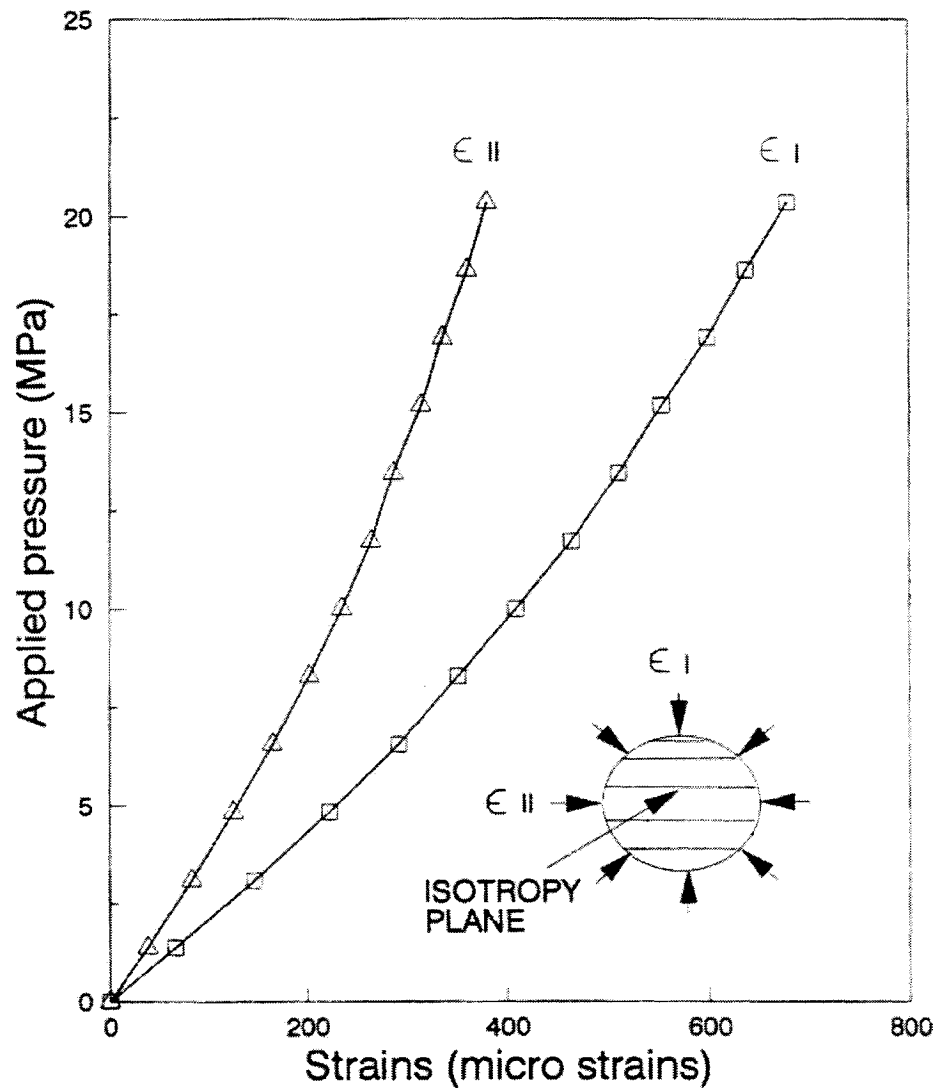


Figure 4.4. Déformations principales typiques obtenues lors du rechargement biaxial isotrope pour le Doorstopper (Corthésy et al., 1993b).

Pour imiter l'état de contraintes supposé uniforme biaxial isotrope sous le Doorstopper, le manchon de roche contenant la cellule triaxiale du CSIR doit être rechargé triaxialement afin d'obtenir l'état équivalent sous chaque rosette. Le manchon de roche

récupéré peut encore une fois être assimilé à un cylindre homogène isotrope à paroi épaisse dont le rayon interne est a et le rayon externe est b . Avec une contrainte axiale σ_z appliquée au manchon, on doit appliquer une pression P à sa surface extérieure qui fera en sorte que $\sigma_z = \sigma_\theta$ en tout point de la paroi interne du manchon afin d'obtenir l'état 2D « biaxial isotrope » de contraintes sous chaque rosette.

À la paroi interne du manchon, nous avons dans ce cas-ci :

$$\sigma_r = 0 \quad (4.50)$$

$$\sigma_\theta = \sigma_z = \frac{2b^2 P}{b^2 - a^2} \quad (4.51)$$

$$\tau_{r\theta} = \tau_{\theta z} = \tau_{zr} = 0 \quad (4.52)$$

Et pour une contrainte axiale σ_z donnée, la pression P à appliquer radialement au manchon est :

$$P = \sigma_z \frac{(b^2 - a^2)}{2b^2} \quad (4.53)$$

L'état de déformation (ε_θ , ε_z et $\gamma_{\theta z}$) sous chaque rosette créé par le rechargement triaxial se déduit par moindres carrés des lectures des quatre jauges comme l'indiquent les équations 4.11 à 4.13 de la section 4.2.1. Les déformations principales majeure et mineure, ε_1 et ε_2 , sont calculées ensuite pour chaque rosette $i=1,2,3$:

$$\varepsilon_{1i} = \frac{\varepsilon_{\theta i} + \varepsilon_{zi}}{2} + \sqrt{\left(\frac{\varepsilon_{\theta i} - \varepsilon_{zi}}{2}\right)^2 + \left(\frac{\gamma_{\theta zi}}{2}\right)^2} \quad (4.54)$$

$$\varepsilon_{2i} = \frac{\varepsilon_{\theta i} + \varepsilon_{zi}}{2} - \sqrt{\left(\frac{\varepsilon_{\theta i} - \varepsilon_{zi}}{2}\right)^2 + \left(\frac{\gamma_{\theta zi}}{2}\right)^2} \quad (4.55)$$

Ainsi que la direction de la déformation principale majeure ε_I de chaque rosette :

$$\theta_{1i} = \frac{1}{2} \tan^{-1} \left(\frac{\gamma_{\theta zi}}{\varepsilon_{\theta i} - \varepsilon_{zi}} \right) \quad (4.56)$$

À partir des résultats des équations 4.54 et 4.55, les modules d'élasticité E_I et E_2 pour chaque rosette sont (Corthésy et al., 1993b) :

$$E_{1i} = \frac{\sigma_z (1 - \nu_i)}{\nu \varepsilon_{1i} + (1 - \nu_i) \varepsilon_{2i}} \quad (4.57)$$

$$E_{2i} = \frac{\sigma_z (1 - \nu_i)}{\varepsilon_{1i}} \quad (4.58)$$

avec σ_z , la pression axiale appliquée au manchon de roche lors du rechargement triaxial, E_{1i} perpendiculaire à la direction de ε_{1i} (parallèle au plan d'isotropie transversale) et E_{2i} perpendiculaire à la direction de ε_{2i} (perpendiculaire au plan d'isotropie transversale).

Le module G_2 est obtenu quant à lui avec l'équation empirique de Batugin et Nirenburg (Corthésy et al., 1993b) :

$$G_{2i} = \frac{E_{1i}E_{2i}}{E_{1i} + E_{2i} + 2\nu_i E_{2i}} \quad (4.59)$$

Pour le calcul des contraintes sous chacune des rosettes à partir des déformations récupérées suite à une mesure, la loi de Hooke générale en 2D pour des corps comportant de l'isotropie transversale doit être utilisée (Lekhnitskii, 1963):

$$\varepsilon_{x'i} = \frac{1}{E_{1i}} \sigma_{x'i} - \frac{\nu}{E_{2i}} \sigma_{z'i} \quad (4.60)$$

$$\varepsilon_{z'i} = \frac{1}{E_{2i}} (\sigma_{z'i} - \nu \sigma_{x'i}) \quad (4.61)$$

$$\gamma_{z'x'i} = \frac{1}{G_{2i}} \tau_{z'x'i} \quad (4.62)$$

Dans ces équations, x' est la direction de ε_2 déterminée à l'essai triaxial et z' est la direction de ε_1 . Les déformations $\varepsilon_{x'i}$, $\varepsilon_{z'i}$ et $\gamma_{zx'i}$ sont calculées à partir de l'état de déformation (ε_θ , ε_z et $\gamma_{\theta z}$) obtenu pour chaque rosette par moindres carrés des lectures des 4 jauges lors du relâchement de contraintes par surcarottage et à partir de l'angle θ_{1i} déterminé à l'équation 4.56 :

$$\varepsilon_{x'i} = \frac{\varepsilon_{\theta i} + \varepsilon_{z i}}{2} - \frac{\varepsilon_{\theta i} - \varepsilon_{z i}}{2} \cos 2\theta_{1i} + \frac{\gamma_{\theta z i}}{2} \sin 2\theta_{1i} \quad (4.63)$$

$$\varepsilon_{z'i} = \frac{\varepsilon_{\theta i} + \varepsilon_{z i}}{2} + \frac{\varepsilon_{\theta i} - \varepsilon_{z i}}{2} \cos 2\theta_{1i} - \frac{\gamma_{\theta z i}}{2} \sin 2\theta_{1i} \quad (4.64)$$

$$\gamma_{z'x'i} = (\varepsilon_{z i} - \varepsilon_{\theta i}) \sin 2\theta_{1i} - \gamma_{\theta z i} \cos 2\theta_{1i} \quad (4.65)$$

Avec les équations 4.60 à 4.65, l'état de contraintes 2D à la paroi pour chaque rosette $i=1,2,3$ est :

$$\sigma_{x'i} = -\frac{E_{1i}E_{2i}(\nu_i\varepsilon_{z'i} + \varepsilon_{x'i})}{E_{1i}\nu_i^2 - E_{2i}} \quad (4.66)$$

$$\sigma_{z'i} = -\frac{E_{2i}(E_{1i}\nu_i\varepsilon_{x'i} + E_{2i}\varepsilon_{z'i})}{E_{1i}\nu_i^2 - E_{2i}} \quad (4.67)$$

$$\tau_{z'x'i} = \gamma_{z'x'i}G_{2i} \quad (4.68)$$

et en coordonnées cylindriques :

$$\sigma_{\theta i} = \frac{\sigma_{z'i} + \sigma_{x'i}}{2} + \frac{\sigma_{z'i} - \sigma_{x'i}}{2} \cos(-2\theta_{1i}) - \frac{\tau_{z'x'i}}{2} \sin(-2\theta_{1i}) \quad (4.69)$$

$$\sigma_{zi} = \frac{\sigma_{z'i} + \sigma_{x'i}}{2} - \frac{\sigma_{z'i} - \sigma_{x'i}}{2} \cos(-2\theta_{li}) + \frac{\tau_{z'x'i}}{2} \sin(-2\theta_{li}) \quad (4.70)$$

$$\tau_{\theta zi} = (\sigma_{x'i} - \sigma_{z'i}) \sin(-2\theta_{li}) - \tau_{z'x'i} \cos(-2\theta_{li}) \quad (4.71)$$

Pour obtenir le tenseur 3D de contraintes in situ, il est supposé qu'à l'échelle du manchon, le comportement est le même que dans le modèle conventionnel de Leeman, c'est-à-dire homogène isotrope linéaire. Si on prend les trois états 2D de contraintes des équations 4.69 à 4.71 et les équations 4.8 à 4.10, on obtient un système de 9 équations et 6 inconnues, comme l'équation 4.24 présentée à la section 4.2.1. Il suffit alors de suivre les mêmes étapes que celles présentées pour solutionner l'équation 4.24.

4.3. Bref aperçu du logiciel FLAC^{3D}

FLAC^{3D} (*Fast Lagrangian Analysis of Continua in 3 dimensions*) est le logiciel qui a servi à réaliser toutes les modélisations de cette recherche. Ce logiciel de différences finies explicite en 3 dimensions a la particularité, entre autres, de prendre en considération des lois de comportement complexes non linéaires ainsi que des grands déplacements et grandes déformations. C'est d'abord son langage puissant de programmation qui permet à l'utilisateur de définir des variables ou des fonctions spécifiques à des besoins particuliers, mais aussi sa réputation bien établie dans le domaine de la géomécanique et le peu de mémoire ou de temps requis pour réaliser de grosses routines de calcul 3D qui ont influencé le choix de ce logiciel pour cette recherche.

Dans FLAC^{3D}, les matériaux sont représentés par une grille tridimensionnelle d'éléments polyédriques à huit nœuds ajustée par l'utilisateur pour s'adapter au problème modélisé. Ces éléments sont discrétisés automatiquement par le logiciel en un ensemble de tétraèdres. Pour chaque nœud de la grille, la méthode des différences finies remplace chaque dérivée du système d'équations représentant le problème à modéliser par une équation algébrique qui est fonction des variables du problème. Les variables définissant le problème ne sont alors pas définies à l'intérieur des éléments formés par cette grille tridimensionnelle.

FLAC^{3D} utilise les équations dynamiques du mouvement pour solutionner des problèmes dont la solution est statique. Ceci permet d'assurer la stabilité numérique même lorsque le problème physique est un problème instable. La discrétisation mixte de la grille du problème et la formulation explicite Lagrangienne, où les coordonnées des points sont mises à jour au fil des calculs, permet aussi de modéliser précisément l'écoulement et l'effondrement plastique.

La méthode incrémentale explicite de FLAC^{3D}, qui permet de solutionner les équations algébriques associées à chaque nœud, peut être représentée par le cycle de calcul de la Figure 4.5, chaque cycle correspondant à un pas de temps. Cette procédure fait appel d'abord aux équations du mouvement pour dériver les vitesses et les déplacements à partir des forces et contraintes appliquées au modèle. Ensuite, les taux de déformations sont obtenus à partir de ces vitesses et les nouvelles contraintes à partir de ces taux de déformations. Les coordonnées des points (ou nœuds) du modèle sont remises à jour au fil des calculs. Comparativement aux méthodes implicites, aucune matrice n'est accumulée et la mémoire requise demeure donc toujours raisonnable.

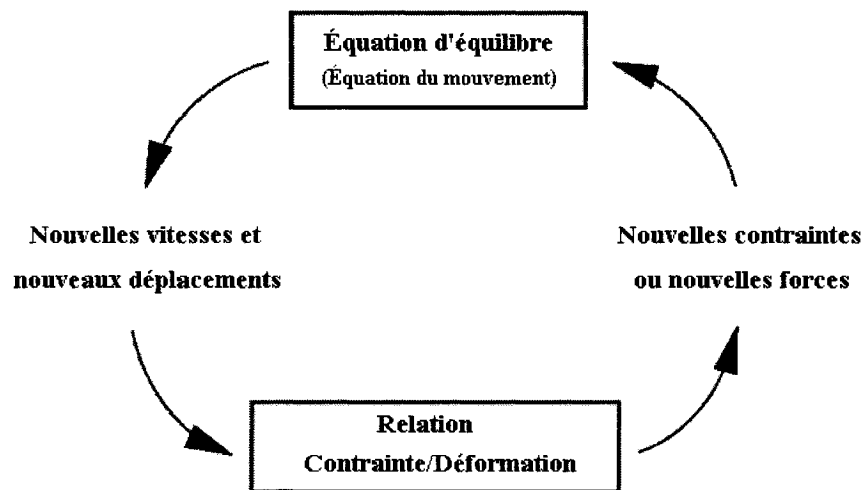


Figure 4.5. Cycle de calcul explicite de $FLAC^{3D}$ (tiré et modifié de Itasca Consulting Group, 2001).

4.4. Construction des trois modèles

4.4.1. Généralités

Une grille d'éléments 3D de base doit être élaborée dans $Flac^{3D}$ afin de répondre aux besoins de cette recherche. Les trois modèles hétérogènes sont construits avec cette grille de base et chacun de ces modèles est soumis à 24 tenseurs de contraintes in situ différents, pour un total de 72 simulations. La grille d'éléments 3D doit donc permettre l'application de ces différents états de contraintes, ce qui implique d'avoir une grille de forme cubique par exemple et non cylindrique, pour pouvoir appliquer des tenseurs anisotropes. De plus, les différents degrés d'hétérogénéité de déformabilité doivent être exprimés autant que possible à l'échelle recherchée, c'est-à-dire une hétérogénéité à l'échelle de la jauge de déformation. Les paramètres de déformabilité étant appliqués à

chaque élément de la grille, la taille des éléments régit alors l'échelle de l'hétérogénéité, si on ne forme pas de regroupements d'éléments ayant les mêmes propriétés.

En ce qui concerne le choix des 24 tenseurs de contraintes in situ, ceux-ci doivent permettre de couvrir différentes combinaisons des composantes de tenseur de contraintes in situ que l'on pourrait rencontrer dans la nature, c'est-à-dire différents rapports σ_X/σ_Y , σ_Y/σ_Z et σ_Z/σ_X si on travaille dans le système de coordonnées x, y, z . Pour avoir des rapports inférieurs, égaux et supérieurs à 1, les tenseurs de contraintes in situ du Tableau 4.1 ont été choisis. Avec ces valeurs, le rapport σ_X/σ_Y varie de 1 à l'infini (ou 0 à 1 si on prend le rapport σ_Y/σ_X) alors que σ_Z varie de 0 à 1,5 fois σ_X . Il est à noter que la valeur absolue des contraintes n'influence pas les conclusions qui seront tirées de cette recherche puisque le matériau a un comportement linéaire.

Avec la méthode de la cellule triaxiale du CSIR, les déformations mesurées durant le surcarottage sont supposées égales en magnitude mais de signe opposé aux déformations qui seraient développées si les contraintes in situ préalables étaient appliquées à une grande distance d'un trou central déjà foré et instrumenté dans le massif rocheux (Amadei et Stephansson, 1997). Cette hypothèse permet donc dans cette recherche de ne pas modéliser le surcarottage. Il suffit d'appliquer le tenseur de contraintes in situ aux frontières d'un bloc contenant déjà un trou de forage (trou pilote). Les déformations obtenues à la paroi du forage dans le modèle numérique doivent alors être multipliées par -1 avant le traitement des données. Les éléments de la grille doivent être distribués autour du trou de forage de façon à ce que l'on puisse avoir trois éléments à la paroi dont les centroïdes sont situés à 120° les uns des autres, comme la configuration des rosettes autour de la cellule triaxiale du CSIR.

Tableau 4.1. *Les 24 états de contraintes in situ étudiés.*

#	σ_x [MPa]	σ_y [MPa]	σ_z [MPa]	τ_{xy} [MPa]	τ_{yz} [MPa]	τ_{zx} [MPa]
1	50	0	0	0	0	0
2	50	10	0	0	0	0
3	50	20	0	0	0	0
4	50	30	0	0	0	0
5	50	40	0	0	0	0
6	50	50	0	0	0	0
7	50	0	25	0	0	0
8	50	10	25	0	0	0
9	50	20	25	0	0	0
10	50	30	25	0	0	0
11	50	40	25	0	0	0
12	50	50	25	0	0	0
13	50	0	50	0	0	0
14	50	10	50	0	0	0
15	50	20	50	0	0	0
16	50	30	50	0	0	0
17	50	40	50	0	0	0
18	50	50	50	0	0	0
19	50	0	75	0	0	0
20	50	10	75	0	0	0
21	50	20	75	0	0	0
22	50	30	75	0	0	0
23	50	40	75	0	0	0
24	50	50	75	0	0	0

Afin de simuler le rechargement subséquent qui permet la détermination des paramètres de déformabilité utilisés dans la technique de la cellule du CSIR, la grille 3D doit tout de même être construite de façon à pouvoir isoler le manchon qui serait formé par le surcarottage. Pour les méthodes A et B présentées à la section 4.2.2, un rechargement biaxial isotrope (radial) de 50 MPa sera effectué. Pour la méthode C de la section 4.2.3, un rechargement axial de 50 MPa est appliqué au manchon avec un rechargement radial de 15 MPa calculé avec l'équation 4.53, ce qui permet d'obtenir un état plan de

contraintes isotrope sous chaque rosette. En plus de ce rechargement triaxial, un essai uniaxial est réalisé pour déterminer les coefficients de Poisson ν sous les rosettes. Les moyennes de ceux-ci sous chaque rosette et de ceux obtenus avec l'essai biaxial isotrope serviront de coefficients de Poisson ν avec la méthode C. Au total, pour la détermination des paramètres de déformabilité, 9 simulations sont donc effectuées sur la grille cylindrique formant le manchon.

En tenant compte de toutes ces informations, la construction des trois modèles hétérogènes débute par l'obtention d'une grille optimale d'éléments 3D, ce qui sera traité à la section suivante, avec l'utilisation d'un modèle homogène élastique linéaire qui permet de vérifier le rendement de la grille en comparant les contraintes ou déformations obtenues près de la paroi du trou du modèle numérique avec la solution analytique. Suite à cela, l'hétérogénéité est introduite pour obtenir les modèles hétérogènes qui seront utilisés et testés dans cette recherche. À titre d'exemple, le code programmé pour produire dans Flac^{3D} le modèle hétérogène ayant un c.v. de 30% sur le module d'élasticité est présenté à l'annexe A.

4.4.2. Optimisation de la grille d'éléments à partir d'un modèle homogène

Plusieurs possibilités de grille tridimensionnelle sont envisagées et analysées afin d'obtenir un modèle numérique optimal. Toutes ces grilles analysées sont de forme cubique pour pouvoir appliquer des conditions anisotropes aux frontières. Un système de coordonnées en x, y, z et un système de coordonnées cylindriques en r, θ, z , tels que présentés à la Figure 4.1, sont utilisés avec chacune de ces grilles et ont la même origine au centre de chaque grille. Un trou de 38 mm de diamètre dont l'axe correspond à l'axe z est présent tout au long de ceux-ci. En introduisant un comportement élastique, isotrope et linéaire, des paramètres de déformabilité élastique homogène partout dans ces grilles

de différences finies et des conditions aux frontières correspondant à un tenseur de contraintes quelconques, la grille retenue est celle produisant les résultats qui s'apparentent le plus à la solution analytique du tenseur de contraintes autour d'un trou cylindrique foré dans un roc homogène élastique linéaire, sans discontinuités et sans présence d'eau (équations 4.2 à 4.7). Les frontières en x et en y doivent être assez éloignées du trou pour ne pas subir son influence. Pour la même raison, les frontières en z doivent être aussi éloignées du point de mesure à la paroi du trou.

Afin d'avoir des éléments à la paroi du trou de forage dont la grosseur s'apparente à la taille des jauges de déformation de la cellule du CSIR, il faudrait avoir 12 éléments d'environ 10 mm de côté sur une même circonférence du trou de forage. Malheureusement, les « primitive mesh shapes » de Flac^{3D} et la façon de construire la grille par symétrie ne permet pas de la diviser en 12 dans le plan xy . Ceci est le seul inconvénient majeur rencontré lors de l'utilisation de Flac^{3D}. Une grille divisée en 24 éléments et une grille divisée en 48 éléments dans le plan xy sont donc testées. Aussi, puisque les déformations sont relevées à la paroi du trou de forage par la cellule du CSIR et puisque les contraintes et déformations sont calculées au centroïde des éléments par le logiciel Flac^{3D}, une grille dont les éléments à la paroi sont très minces devrait être privilégiée afin d'éviter d'avoir à extrapoler trop loin à la paroi les contraintes et déformations.

Avec un module de Young de 50 GPa, un coefficient de Poisson de 0,25 et des contraintes préalables isotropes ($\sigma_x = \sigma_y = \sigma_z = 50$ MPa et $\tau_{xy} = \tau_{yz} = \tau_{zx} = 0$ MPa) appliquées aux frontières, les différentes grilles sont testées. Malheureusement, les grilles avec des éléments très minces à la paroi ne donnent pas des résultats satisfaisants par rapport à la solution analytique. De même, la grille divisée en 24 éléments dans le plan xy n'offre pas un très bon rendement. Finalement, quelques grilles de différentes

grosseurs, divisées en 48 dans le plan xy , sont analysées à différents niveaux de raffinement dans les trois directions x , y et z pour optimiser le modèle à retenir.

Les Tableaux 4.2 et 4.3 présentent respectivement en coordonnées cylindriques les composantes du tenseur de contraintes et du tenseur de déformations obtenues au centroïde d'un élément situé à la paroi du trou de forage au milieu du modèle retenu. Le centroïde de cet élément se trouve à une distance r de 20.093 mm de l'axe du trou de forage dont le rayon a est de 19 mm. Ces contraintes et déformations sont comparées à la solution analytique (équations 4.2 à 4.7 pour les contraintes et 4.15 à 4.20 pour les déformations) et l'erreur relative obtenue correspond uniquement à l'erreur due à l'utilisation de la modélisation numérique.

Tableau 4.2. *Contraintes obtenues au centroïde d'un élément à la paroi du trou de forage et erreur relative par rapport à la solution analytique.*

Composante	Modèle [MPa]	Solution analytique [MPa]	Erreur [%]
σ_r	5,51	5,29	4,0
σ_θ	92,97	94,71	1,8
σ_z	49,60	50,00	0,8
$\tau_{r\theta}$	0,00	0,00	
$\tau_{\theta z}$	0,00	0,00	
τ_{zr}	0,00	0,00	

Puisque ce sont les déformations qui sont traitées dans les analyses de cette recherche (la cellule du CSIR mesurant des déformations), il est important que les erreurs obtenues sur les déformations soient petites. Elles sont ici inférieures aux erreurs obtenues sur les contraintes. Et toutes les erreurs relatives sont inférieures au niveau de précision (10%)

que l'on peut espérer obtenir lorsque l'on fait ces mesures de déformations en trou de forage sur le terrain.

Tableau 4.3. *Déformations obtenues dans un élément à la paroi du trou de forage et erreur relative par rapport à la solution analytique.*

Composante	Modèle	Solution analytique	Erreur [%]
ε_r	-0,000603	-0,000618	2,4
ε_θ	0,001583	0,001618	2,1
ε_z	0,000501	0,000500	0,1
$\gamma_{r\theta}/2$	0,000000	0,000000	
$\gamma_{\theta z}/2$	0,000000	0,000000	
$\gamma_{zr}/2$	0,000000	0,000000	

La Figure 4.6 représente la grille retenue : celle-ci est un cube de 500 mm de largeur et de hauteur. 55152 nœuds la constituent et forment 50880 éléments cubiques que le logiciel Flac^{3D} subdivise en éléments tétraédriques lors du calcul. Avec un diamètre de 38 mm, la circonférence du trou de forage est entourée de 48 éléments sur une même circonférence.

Une coupe est aussi montrée à la Figure 4.7 pour mettre en évidence le grillage central. Cette zone du modèle montre des éléments beaucoup plus fins et les analyses présentées dans ce mémoire sont toutes réalisées avec les éléments se situant au centre de cette zone. Dans le grillage central, les éléments à la paroi du trou ont des dimensions d'environ 2,5 mm de hauteur (direction axiale z) par 2,5 mm de largeur (direction tangentielle θ) et 2,2 mm de profondeur (direction radiale r). Avec ces dimensions, les contraintes et déformations mesurées aux centroïdes de ces éléments devront finalement

être extrapolées à la paroi pour pouvoir utiliser le modèle d'interprétation des mesures avec la cellule triaxiale du CSIR.

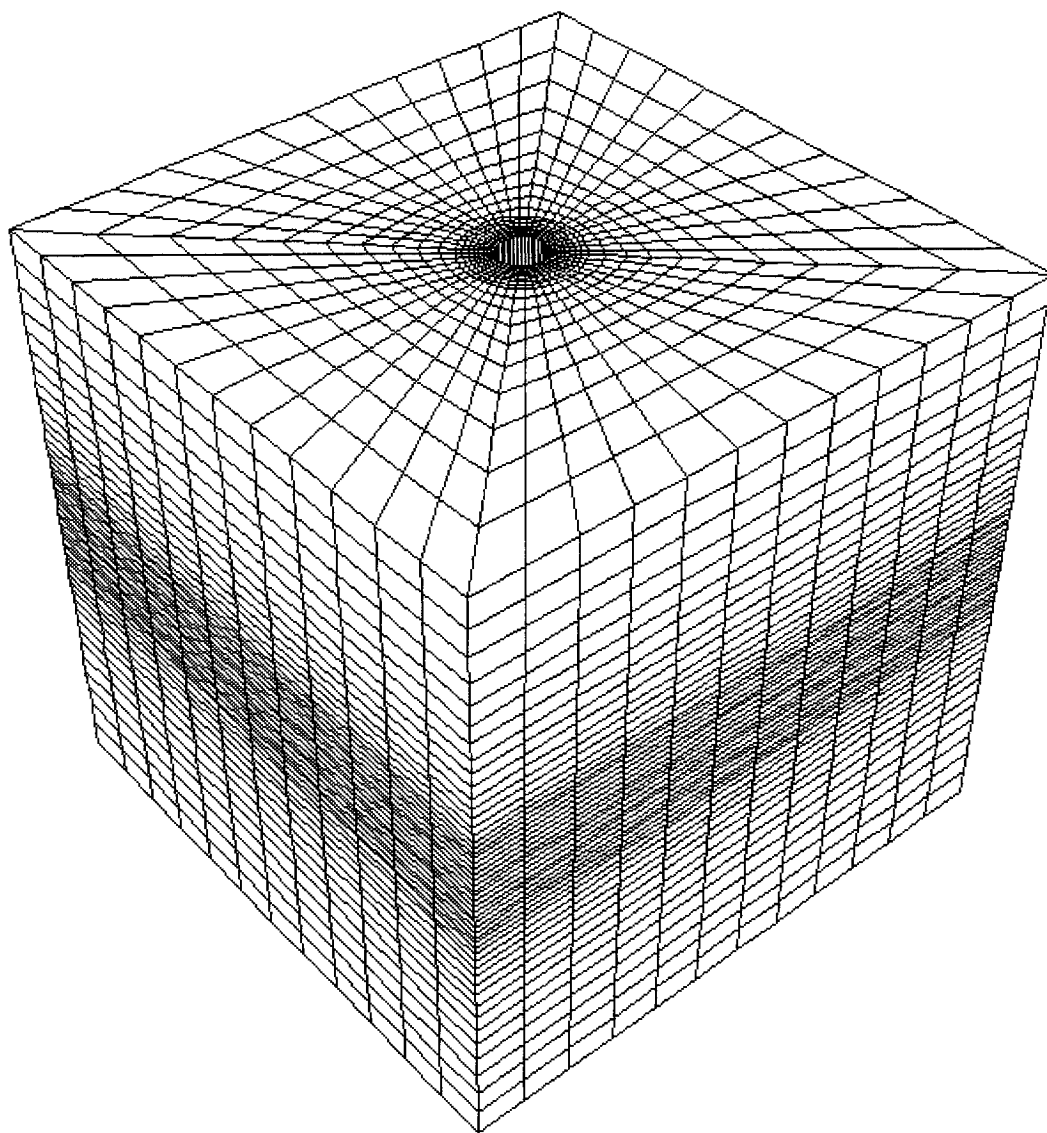


Figure 4.6. Grille 3D retenue : cube de 500 mm de largeur et hauteur.

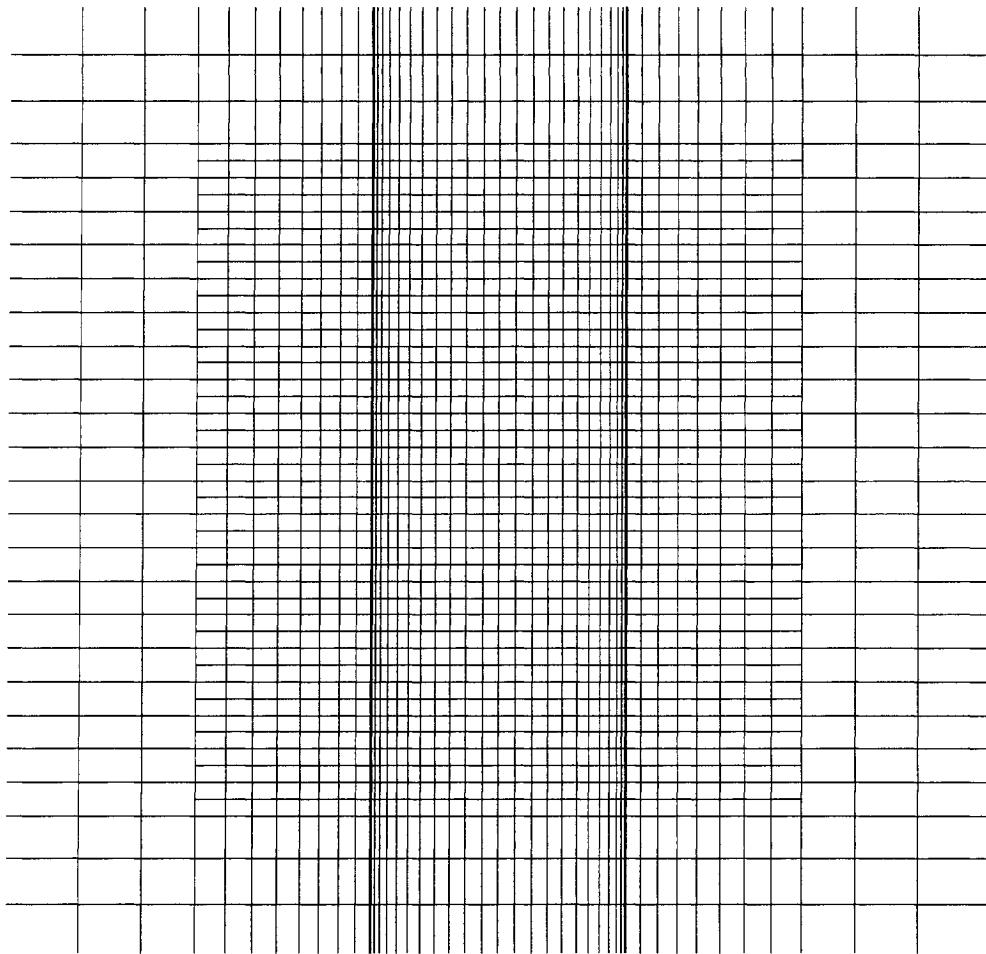


Figure 4.7. *Vue d'une coupe au centre du modèle : zone centrale interne de la grille avec le trou de forage vertical suivant l'axe des z.*

4.4.3. Optimisation des modèles hétérogènes

Flac^{3D} permet d'appliquer des valeurs aléatoires de certaines propriétés aux éléments de la grille. La valeur moyenne de la propriété distribuée aléatoirement doit être fournie au logiciel ainsi que l'écart type σ . Pour les modèles hétérogènes de cette recherche, la variable aléatoire est le module d'élasticité E . Une distribution normale est utilisée avec un E_{moyen} de 50 GPa et des écarts types σ de 5, 10 et 15 GPa (c.v. de 10, 20 et 30%).

Ouellet (1985) a observé sur 640 essais dilatométriques effectués dans un massif de gneiss à la mine Edgar au Colorado qu'une loi de distribution normale s'ajustait bien aux modules d'élasticité mesurés. Par contre, pour un coefficient de variation élevée (cas du c.v. de 30%), une fonction doit être programmée pour empêcher la présence de valeurs négatives ou valeurs trop élevées de E . La borne inférieure a été fixée ici à 0,001 GPa et la borne supérieure à 1000 GPa en se basant sur le module d'élasticité du diamant qui varie entre 910 et 1250 GPa (Pierson, 1993). Cette fonction est montrée à l'annexe A.

Avant de définir les modèles hétérogènes, des analyses sont réalisées pour vérifier à quelle distance de la paroi, en termes de rayon, l'hétérogénéité des paramètres de déformabilité n'a plus d'influence sur les déformations obtenues dans les éléments à la paroi du trou. Suite à cette vérification, des modèles partiellement hétérogènes (hétérogènes dans la zone d'intérêt et homogènes autour) pourraient être utilisés s'ils fournissent les mêmes résultats qu'un modèle entièrement hétérogène, ce qui revient à utiliser le principe de St-Venant. Le choix d'un modèle partiellement hétérogène, en théorie, devrait permettre une économie de temps de calcul par le logiciel. Avec un E_{moyen} de 50 GPa et un c.v. de 30 % ($\sigma = 15$ GPa), un coefficient de Poisson ν de 0,25 et des contraintes préalables isotropes $\sigma_X = \sigma_Y = \sigma_Z = 50$ MPa ($\tau_{XY} = \tau_{YZ} = \tau_{ZX} = 0$ MPa) appliquées aux frontières, un modèle de référence complètement hétérogène a été obtenu. Quatre modèles partiellement hétérogènes, obtenus en modifiant le modèle de référence par l'application d'un module d'élasticité de 50 GPa dans la partie qui doit être homogène, ont été analysés et comparés au modèle de référence.

Le Tableau 4.4 présente les composantes du tenseur de contraintes obtenues au centre d'une zone située à la paroi du trou pour tous ces modèles. Le rayon ρ est le rayon délimitant la région hétérogène interne et la région homogène externe des modèles partiellement hétérogènes. Le modèle 1 est hétérogène à l'intérieur d'un rayon ρ de 45

mm sur toute la longueur du trou (huit éléments hétérogènes pour un même z et un même θ). Le modèle 1a est aussi hétérogène à l'intérieur d'un rayon de 45 mm, mais seulement sur une longueur de 50 mm de part et d'autre de l'origine du modèle dans la direction axiale z . Les modèles 2 et 3 sont, pour leur part, hétérogènes sur toute la longueur du trou à l'intérieur d'un rayon de 29,55 mm (quatre éléments hétérogènes pour un même z et un même θ) et de 23,77 mm (deux éléments hétérogènes pour un même z et un même θ) respectivement. Comme prévu, on peut noter que malgré l'absence de contraintes de cisaillement appliquées aux frontières de ces modèles, l'hétérogénéité de déformabilité produit du cisaillement à la paroi du trou pour tous ces modèles, contrairement au modèle homogène de la section 4.4.2.

Tableau 4.4. Composantes du tenseur de contraintes obtenu au centre d'une zone située à la paroi du trou pour le modèle hétérogène de référence (c.v. de 30% sur E) et les modèles partiellement hétérogènes.

Modèle	ρ [mm]	σ_r [MPa]	σ_θ [MPa]	σ_z [MPa]	$\tau_{r\theta}$ [MPa]	$\tau_{\theta z}$ [MPa]	τ_{rz} [MPa]
Référence	-	1,93	125,10	64,40	3,31	3,54	0,84
1	45,00	1,94	122,10	61,70	3,17	3,30	0,78
1a	45,00	1,93	121,10	62,70	3,11	3,27	0,78
2	29,55	1,95	122,11	61,80	3,13	3,24	0,79
3	23,77	1,79	122,14	61,50	2,88	3,21	0,95

Finalement, si on compare les quatre modèles partiellement hétérogènes au modèle hétérogène de référence, nous obtenons les différences relatives montrées au Tableau 4.5. Ces différences sont uniquement dues à la différence entre les deux solutions numériques et non dues à l'utilisation de la modélisation numérique elle-même comme c'était le cas dans l'étude du modèle homogène de la section précédente. En moyenne, les modèles 1, 1a et 2 ont des différences relatives peu élevées. Par contre, certaines des différences relatives du modèle 3 sont supérieures à 10 %.

Tableau 4.5. Différences relatives sur les contraintes obtenues dans les modèles partiellement hétérogènes par rapport au modèle hétérogène de référence.

Modèle	ρ [mm]	$\Delta\sigma_r$ [%]	$\Delta\sigma_\theta$ [%]	$\Delta\sigma_z$ [%]	$\Delta\tau_{r\theta}$ [%]	$\Delta\tau_{\theta z}$ [%]	$\Delta\tau_{zr}$ [%]
1	45,00	0,26	2,39	4,19	4,14	6,97	6,81
1a	45,00	0,41	3,19	2,64	5,80	7,81	7,28
2	29,55	1,02	2,39	4,04	5,38	8,67	6,21
3	23,77	7,43	2,36	4,50	12,92	9,26	13,42

Pour les besoins du problème étudié dans cette recherche, le modèle retenu est le modèle partiellement hétérogène 1a. En fait, l'avantage de ce modèle sur tous les autres, incluant le modèle de référence, est que les éléments faisant partie de la zone hétérogène sont de taille semblable. Si on opte pour un modèle complètement hétérogène avec la grille retenue et présentée à la Figure 4.6, plus on s'éloigne radialement du trou de forage moins le modèle est hétérogène puisque les éléments s'agrandissent vers l'extérieur de la grille. C'est la même chose en se déplaçant selon l'axe z vers les frontières de la grille. Le choix d'un modèle partiellement hétérogène comme le modèle 1a permet donc dans ce cas-ci d'avoir approximativement un matériau statistiquement homogène, c'est-à-dire que « toutes les moyennes des modules d'élasticité en n points sont indépendantes de la localisation de ces n points dans l'espace », et un matériau statistiquement isotrope, où « toutes les moyennes des modules d'élasticité en n points sont indépendantes de toute rotation ou réflexion du système de n points » (Hashin, 1964). La Figure 4.8 et la Figure 4.9 illustrent des coupes au centre du modèle retenu pour montrer la zone hétérogène.

Avec ce modèle, on s'assure aussi que le manchon de roche, d'environ 60 mm de diamètre, récupéré pour la détermination des paramètres de déformabilité est complètement hétérogène dans la zone d'intérêt. Par ailleurs, le fait que la zone hétérogène du modèle 1a ne couvre pas toute la longueur en z du modèle ne semble pas

affecter grandement les résultats si on compare la contrainte axiale σ_z à celle du modèle de référence et du modèle 1.

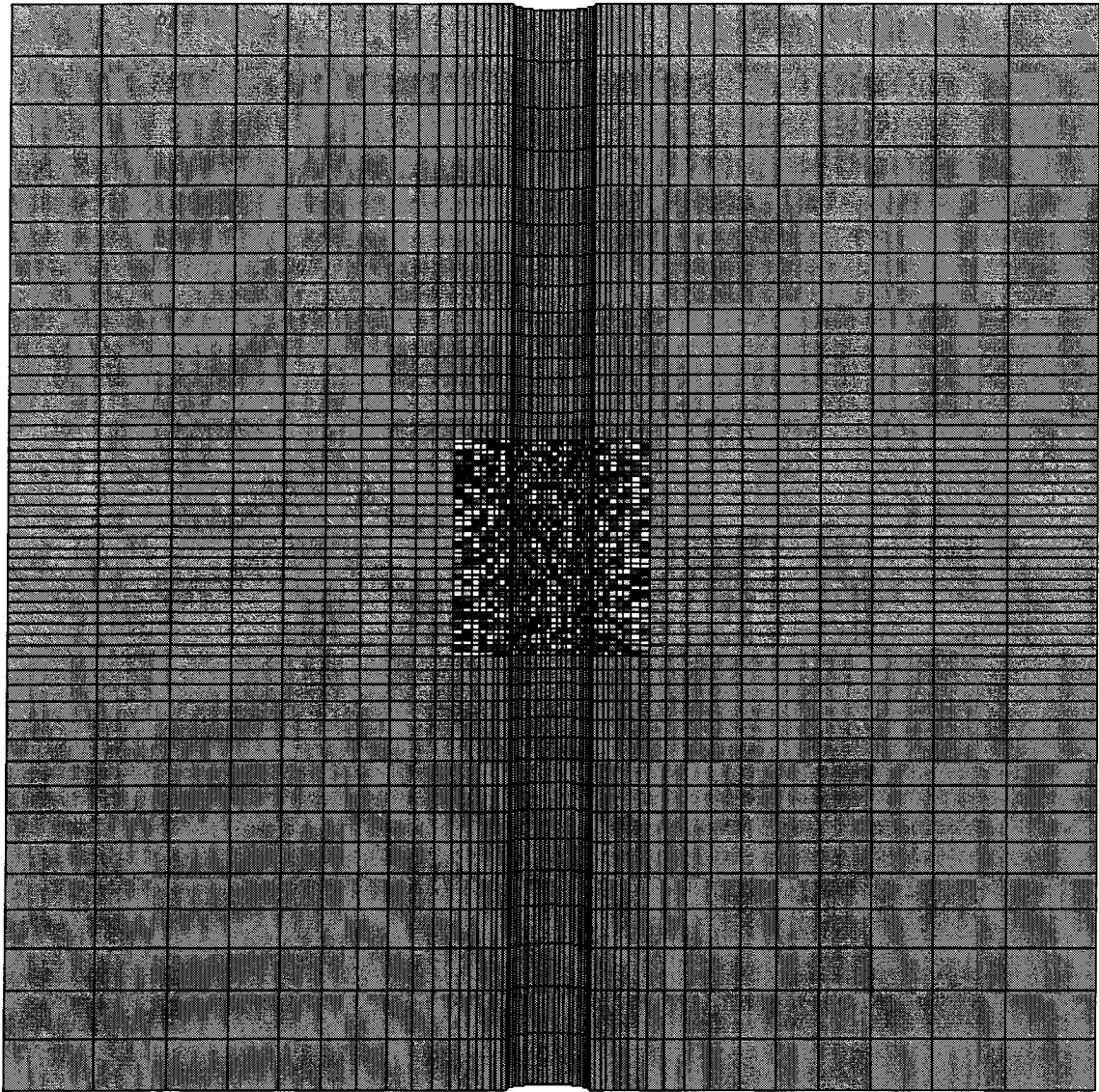


Figure 4.8. *Vue d'une coupe suivant le plan xz à $y = 0$ et montrant la zone centrale hétérogène.*

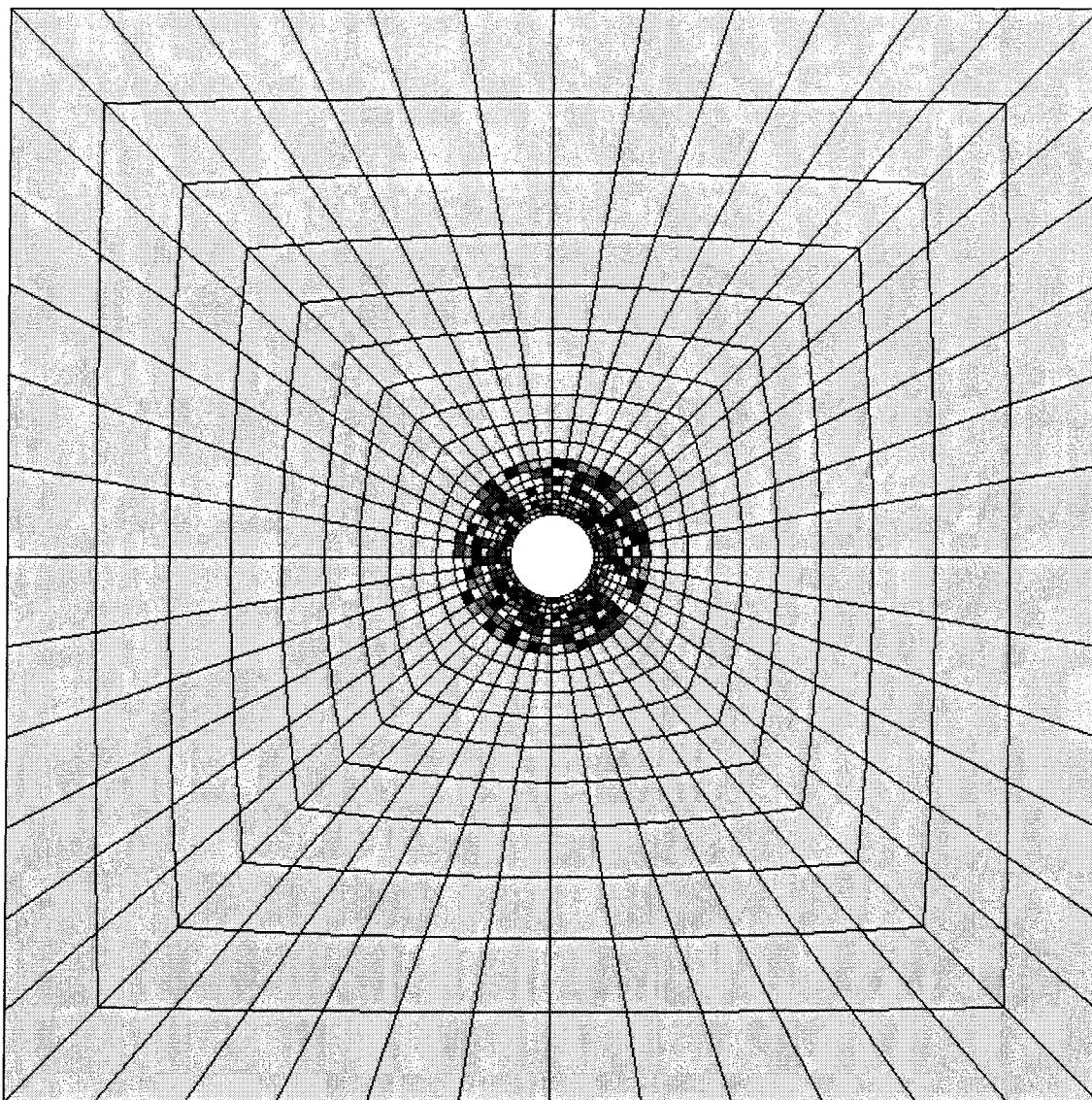


Figure 4.9. *Vue d'une coupe suivant le plan xy à $z = 0$ et montrant la zone centrale hétérogène.*

Finalement, basés sur le modèle 1a et la grille tridimensionnelle de la section précédente, les trois modèles hétérogènes utilisés dans cette recherche sont construits et ont les spécifications du Tableau 4.6 en ce qui concerne les paramètres de déformabilité de la zone hétérogène qui est formée de 23760 éléments. Dans ce tableau, σ_E , E_{min} et E_{max} sont

respectivement l'écart-type, la valeur minimale et la valeur maximale du module d'élasticité E . Il est à noter que l'application de bornes inférieure et supérieure au module d'élasticité E , dans le cas du modèle ayant un c.v. de E de 30%, n'affecte pratiquement pas la valeur du c.v. de E (environ 1% de différence) puisque peu de valeurs négatives ou trop élevées étaient présentes.

Tableau 4.6. Paramètres de déformabilité des trois modèles hétérogènes étudiés.

c.v. de E	E_{moyen} [MPa]	σ_E [MPa]	E_{min} [MPa]	E_{max} [MPa]	ν
10	50027	5019	29655	71861	0,25
20	50054	9984	5118	89302	0,25
30	49842	15119	1	106886	0,25

Les trois modèles sont ensuite soumis aux 24 états de contraintes in situ du Tableau 4.1, ce qui totalise 72 simulations. Étant donné la configuration du modèle, il est aussi à noter qu'une des contraintes principales du tenseur in situ est toujours parallèle au trou de forage, ce qui n'est pas toujours le cas dans la nature.

4.4.4. Traitement des données

Dix mesures de contraintes in situ avec la cellule triaxiale du CSIR sont faites par simulation afin d'obtenir des résultats pouvant être traités de façon statistique. Les positions des trois rosettes pour chacune de ces dix mesures de contraintes in situ sont les mêmes dans les 72 simulations. Les coordonnées de la position des rosettes sont présentées dans le Tableau 4.7. Étant donné la taille des éléments de la grille utilisée, une rosette de la cellule triaxiale du CSIR couvrirait normalement 13 éléments. Il a été décidé d'utiliser seulement l'élément central de chaque rosette pour effectuer les analyses car l'utilisation des 13 éléments diminue de façon trop importante le degré

d'hétérogénéité. Cette façon de procéder revient à utiliser des jauges de plus petites tailles sur la cellule du CSIR, dans ce cas-ci des jauges d'environ 2,5 mm.

Tableau 4.7. *Positions des rosettes pour les dix mesures.*

Mesure	Rosette	r [mm]	θ [°]	z [mm]	Élément adjacent
1	1	19,00	3,75	-1,25	1
	2	19,00	123,74	-1,25	13841
	3	19,00	243,75	-1,25	39441
2	1	19,00	3,75	-3,75	9
	2	19,00	123,74	-3,75	13849
	3	19,00	243,75	-3,75	39449
3	1	19,00	3,75	-6,25	17
	2	19,00	123,74	-6,25	13857
	3	19,00	243,75	-6,25	39457
4	1	19,00	3,75	-8,75	25
	2	19,00	123,74	-8,75	13865
	3	19,00	243,75	-8,75	39465
5	1	19,00	3,75	-11,25	33
	2	19,00	123,74	-11,25	13873
	3	19,00	243,75	-11,25	39473
6	1	19,00	3,75	1,25	6361
	2	19,00	123,74	1,25	20201
	3	19,00	243,75	1,25	45801
7	1	19,00	3,75	3,75	6369
	2	19,00	123,74	3,75	20209
	3	19,00	243,75	3,75	45809
8	1	19,00	3,75	6,25	6377
	2	19,00	123,74	6,25	20217
	3	19,00	243,75	6,25	45817
9	1	19,00	3,75	8,75	6385
	2	19,00	123,74	8,75	20225
	3	19,00	243,75	8,75	45825
10	1	19,00	3,75	11,25	6393
	2	19,00	123,74	11,25	20233
	3	19,00	243,75	11,25	45833

Une fois les conditions aux frontières appliquées à chaque cas, c'est-à-dire l'application des tenseurs de contraintes in situ « réels », les déformations dans chaque élément des modèles sont relevées et multipliées par -1, tel qu'expliqué à la section 4.4.1. Flac^{3D} calcule ces déformations dans le système de coordonnées x, y, z . Les déformations doivent donc être transformées dans ce cas-ci en coordonnées cylindriques r, θ, z par l'utilisateur. Elles doivent aussi être extrapolées à la paroi du trou pour pouvoir utiliser les méthodes décrites à la section 4.2 et calculer un tenseur de contraintes in situ estimé pour chaque cas.

La méthode d'interpolation de Lagrange est utilisée pour extrapoler les déformations à la paroi avec un polynôme de degré 2 qui est fonction du rayon r . Le choix d'un polynôme de degré 2 a été fait entre autres parce que les équations décrivant le comportement d'un cylindre à paroi épaisse sont de degré 2. De plus, un polynôme d'ordre plus élevé donne parfois des résultats insatisfaisants. Les données utilisées pour faire l'extrapolation sont celles des trois éléments adjacents à la paroi ayant un même θ et un même z . Le polynôme est fonction de la coordonnée radiale r_i de ces éléments et de la valeur des déformations dans ces éléments. En prenant pour exemple la déformation tangentielle ε_θ , l'expression du polynôme de degré 2 permettant de calculer la déformation à la paroi est la suivante :

$$\varepsilon_\theta(r) = \sum_{i=0}^2 \varepsilon_{\theta i} L_i(r) \quad (4.72)$$

$$\text{avec } L_0(r) = \frac{(r-r_1)(r-r_2)}{(r_0-r_1)(r_0-r_2)} \quad (4.73)$$

$$L_1(r) = \frac{(r-r_0)(r-r_2)}{(r_1-r_0)(r_1-r_2)} \quad (4.74)$$

$$L_2(r) = \frac{(r-r_0)(r-r_1)}{(r_2-r_0)(r_2-r_1)} \quad (4.75)$$

Dans ces équations, la position à laquelle on extrapole est $r=19$ mm à la paroi. La position r_0 est la position de l'élément directement à la paroi et la position r_2 est la position de l'élément adjacent le plus éloigné. Les numéros des éléments directement adjacents à la paroi (position r_0) sont donnés au Tableau 4.7 à titre d'information.

Une fois les déformations mesurées à la paroi dans les 72 simulations, les paramètres de déformabilité sont obtenus en utilisant seulement la partie de la grille des trois modèles hétérogènes qui correspond au manchon de roche récupéré. Les trois grilles cylindriques hétérogènes libres de toute contrainte sont soumises à trois rechargements différents ajoutant ainsi 9 simulations, tel que mentionné à la section 4.4.1 : un rechargement biaxial isotrope pour les méthodes A et B, un rechargement triaxial et un rechargement uniaxial pour la méthode C. L'ajout d'un rechargement uniaxial dans les simulations a pour but d'obtenir une moyenne entre les coefficients de Poisson ν obtenus de l'essai biaxial et de l'essai uniaxial. Cette valeur moyenne est alors utilisée dans la méthode C de la section 4.2.3. L'annexe A présente aussi un exemple de code utilisé dans Flac^{3D} pour ces 9 autres simulations. De la même façon qui vient d'être décrite, les déformations sont aussi extrapolées à la paroi afin de déterminer les paramètres de déformabilité à utiliser sous les rosettes.

Après avoir déterminé les états 2D de contraintes sous chaque rosette avec les trois méthodes décrites à la section 4.2, le système de 9 équations et 6 inconnues (équation 4.24), obtenu pour les 10 mesures de chacun des 72 cas, est résolu à l'aide d'une fonction programmée avec le logiciel Matlab, aussi présentée à l'annexe A.

CHAPITRE 5. RÉSULTATS

Pour chacune des 72 simulations, 10 mesures ont été effectuées et analysées avec les trois méthodes d'interprétation, ce qui totalise 30 résultats par simulation de tenseurs de contraintes in situ et donc 2160 tenseurs de contraintes in situ calculés pour toute cette recherche. Les tenseurs de contraintes in situ calculés avec toutes ces simulations sont présentés sur un CD dans des fichiers Microsoft Excel, étant donné la grande quantité de données. À l'annexe B, des explications sont données concernant ces fichiers de données. Des tableaux et figures sont présentés par la suite pour illustrer ces résultats.

5.1. Paramètres de déformabilité obtenus

Avant de présenter les résultats de tenseurs de contraintes in situ, il est intéressant de montrer, pour chacun des modèles numériques hétérogènes et chaque méthode d'interprétation, les paramètres de déformabilité moyens obtenus d'un échantillon de 30 valeurs (moyenne des paramètres obtenus sous les 3 rosettes des 10 mesures) et leurs coefficients de variation. Les Tableaux 5.1 à 5.4 présentent les résultats obtenus avec les méthodes A et B et les Tableaux 5.5 à 5.10 les résultats obtenus avec la méthode C.

Les vraies valeurs des paramètres de déformabilité moyens des trois modèles numériques hétérogènes ont été présentées au Tableau 4.6 de la section 4.4.3. Pour les données de ce tableau qui concerne le module d'élasticité, les valeurs diffèrent peu (moins de 0,3% de différence) des valeurs utilisées pour générer la zone hétérogène de chaque modèle numérique, c'est-à-dire un E_{moyen} de 50000 MPa, des écarts types σ_E de 5000, 10000 et 15000 MPa et des c.v. de 10, 20 et 30%. Ces valeurs sont donc utilisées dans les Tableaux 5.1 à 5.10 comme valeurs vraies pour calculer les différences relatives

des paramètres de déformabilité moyens obtenus avec les trois méthodes d'interprétation pour chaque modèle.

Étant donné que les modèles numériques testés sont isotropes, pour comparer les paramètres anisotropes de déformabilité obtenus de la méthode C avec les vrais paramètres de déformabilité, on utilise les vraies valeurs moyennes suivantes : $E_1 \text{ moyen} = E_2 \text{ moyen} = E_{\text{moyen}} = 50000 \text{ MPa}$, $G_2 \text{ moyen} = G_{\text{moyen}} = E/(2(1+\nu)) = 20000 \text{ MPa}$ et $\nu_{\text{moyen}} = 0,25$. De la même façon, les vrais coefficients de variation sont les suivants : c.v. de $E_1 = \text{c.v. de } E_2 = \text{c.v. de } G_2 = \text{c.v. de } E = 10, 20 \text{ et } 30\%$ pour les trois modèles numériques respectivement et c.v. de $\nu = 0$ puisque ν est le même partout dans tous les modèles numériques.

Tableau 5.1. *Statistiques sur les paramètres de déformabilité obtenus avec la méthode A.*

	c.v. de 10% sur E		c.v. de 20% sur E		c.v. de 30% sur E	
	E [MPa]	ν	E [MPa]	ν	E [MPa]	ν
Moyenne	50736	0,25	49487	0,25	48548	0,24
Écart-type	2683	0,01	5589	0,02	8054	0,04
c.v. [%]	5	3	11	8	17	16

Tableau 5.2. *Différences relatives entre les statistiques des déformabilités obtenues avec la méthode A et les statistiques de la population mère.*

	c.v. de 10% sur E		c.v. de 20% sur E		c.v. de 30% sur E	
	E [%]	ν [%]	E [%]	ν [%]	E [%]	ν [%]
Moyenne	1,471	1,234	1,027	1,766	2,904	4,372
Écart-type	46,35	nd	44,11	nd	46,31	nd
c.v.	47,13	nd	43,53	nd	44,70	nd

Tableau 5.3. Statistiques sur les paramètres de déformabilité obtenus avec la méthode B.

	c.v. de 10% sur E		c.v. de 20% sur E		c.v. de 30% sur E	
	E [MPa]	ν	E [MPa]	ν	E [MPa]	ν
Moyenne	50736	0,25	49487	0,25	48548	0,24
Écart-type	1467	0,00	2144	0,01	5356	0,03
c.v. [%]	3	2	4	5	11	11

Tableau 5.4. Différences relatives entre les statistiques des déformabilités obtenues avec la méthode B et les statistiques de la population mère.

	c.v. de 10% sur E		c.v. de 20% sur E		c.v. de 30% sur E	
	E [%]	ν [%]	E [%]	ν [%]	E [%]	ν [%]
Moyenne	1,471	1,234	1,027	1,766	2,904	4,372
Écart-type	70,66	nd	78,56	nd	64,29	nd
c.v.	71,09	nd	78,33	nd	63,23	nd

Si on compare les méthodes A et B entre elles, la méthode A permet d'obtenir une estimation des coefficients de variation plus proche des valeurs réelles qu'avec la méthode B et reflète l'effet des micro-hétérogénéités, comme discuté à quelques reprises dans ce mémoire, grâce à l'utilisation des paramètres distincts mesurés pour chaque rosette. Les coefficients de variation obtenus avec la méthode B sont beaucoup plus faibles puisque, pour chaque mesure, une moyenne des paramètres obtenus sous les trois rosettes est faite et on utilise ensuite pour chaque rosette la valeur moyenne. Par contre, même avec un échantillon de 30 valeurs, la méthode A implique des différences relatives allant dans ce cas-ci jusqu'à 47% sur le c.v. de E . Mais pour les deux méthodes, la différence relative maximale obtenue sur le module d'élasticité moyen E_{moyen} est de 2,9% et la différence relative maximale obtenue sur le coefficient de Poisson moyen

v_{moyen} est de 4,4% dans le cas du modèle numérique comportant un c.v. de 30% sur E , ce qui demeure acceptable.

Tableau 5.5. *Statistiques sur les paramètres de déformabilité obtenus avec la méthode C pour le modèle hétérogène ayant un c.v. de 10% sur E .*

	E_1 [MPa]	E_2 [MPa]	G_2 [MPa]	ν	E_1 / E_2
Moyenne	50867	47575	19780	0,25	1,08
Écart-type	2424	2369	806	0,01	0,05
c.v. [%]	5	5	4	3	5

Tableau 5.6. *Différences relatives entre les statistiques des déformabilités obtenues avec la méthode C et les statistiques de la population mère pour le modèle hétérogène ayant un c.v. de 10% sur E .*

	E_1 [%]	E_2 [%]	G_2 [%]	ν [%]	E_1 / E_2 [%]
Moyenne	1,735	4,850	1,101	0,235	7,843
Écart-type	51,52	52,61	59,72	nd	nd
c.v.	52,34	50,20	59,27	nd	nd

Tableau 5.7. *Statistiques sur les paramètres de déformabilité obtenus avec la méthode C pour le modèle hétérogène ayant un c.v. de 20% sur E .*

	E_1 [MPa]	E_2 [MPa]	G_2 [MPa]	ν	E_1 / E_2
Moyenne	51404	44833	19445	0,25	1,14
Écart-type	4700	4564	1660	0,01	0,06
c.v. [%]	9	10	9	6	5

Tableau 5.8. Différences relatives entre les statistiques des déformabilités obtenues avec la méthode C et les statistiques de la population mère pour le modèle hétérogène ayant un c.v. de 20% sur E .

	E_1 [%]	E_2 [%]	G_2 [%]	ν [%]	E_1 / E_2 [%]
Moyenne	2,809	10,33	2,776	1,308	14,09
Écart-type	53,00	54,36	58,51	nd	nd
c.v.	54,28	49,10	57,32	nd	nd

Tableau 5.9. Statistiques sur les paramètres de déformabilité obtenus avec la méthode C pour le modèle hétérogène ayant un c.v. de 30% sur E .

	E_1 [MPa]	E_2 [MPa]	G_2 [MPa]	ν	E_1 / E_2
Moyenne	51645	42877	19120	0,24	1,25
Écart-type	6265	6000	2014	0,03	0,13
c.v. [%]	12	14	11	11	10

Tableau 5.10. Différences relatives entre les statistiques des déformabilités obtenues avec la méthode C et les statistiques de la population mère pour le modèle hétérogène ayant un c.v. de 30% sur E .

	E_1 [%]	E_2 [%]	G_2 [%]	ν [%]	E_1 / E_2 [%]
Moyenne	3,290	14,25	4,402	2,617	25,29
Écart-type	58,23	60,00	66,44	nd	nd
c.v.	59,56	53,35	64,89	nd	nd

Pour la méthode C, on peut voir dans les Tableaux 5.5 à 5.10 que les différences relatives de E_1 moyen et de G_2 moyen demeurent acceptables pour les trois modèles numériques hétérogènes. Par contre, une différence relative assez importante est introduite dans l'estimation du E_2 moyen, avec une valeur maximale de 14% pour le modèle ayant un c.v. de 30% sur E . Si on compare les résultats de la méthode C avec les

résultats de la méthode A, on note que la différence relative sur le coefficient de Poisson ν_{moyen} est moins importante (2,6% avec le modèle ayant un c.v. de 30% sur E) pour la méthode C. Ces valeurs du coefficient de Poisson moyen ont été obtenues en faisant la moyenne entre les résultats de l'essai biaxial isotrope sur le manchon réalisé pour les méthodes A et B et les résultats d'un essai uniaxial sur le manchon.

5.2. Biais sur les tenseurs de contraintes in situ obtenus

Pour chaque simulation de tenseur de contraintes in situ, les tableaux B.1 à B.3 de l'annexe B présentent la moyenne de chaque composante de contraintes in situ obtenue à partir des 10 mesures effectuées et analysées avec chaque méthode. Dans ces tableaux, les données du « modèle numérique » sont les composantes de contraintes in situ vraies, c'est-à-dire les conditions aux frontières qui ont été appliquées au modèle. Tel que prévu, les tenseurs de contraintes in situ obtenus avec les trois méthodes d'interprétation ne sont pas des tenseurs de contraintes principales comme les tenseurs vrais des modèles numériques.

Pour calculer le biais sur le tenseur de contraintes in situ moyen obtenu par rapport au tenseur de contraintes in situ vrai du modèle numérique, toutes les composantes doivent être prises en compte et ne peuvent être traitées individuellement. Les composantes individuelles de contraintes in situ ont été comparées aux composantes vraies afin d'obtenir l'erreur absolue sur chacune d'elles, l'erreur relative ne pouvant pas être obtenue pour certaines d'entre elles lorsqu'elles sont nulles (voir fichiers sur le CD). Tel que présenté entre autres dans un article de Dyke et al. (1988), le vecteur biais sur la mesure des tenseurs de contraintes in situ est défini comme suit :

$$\overline{Biais} = \Delta\sigma_x \vec{i} + \Delta\sigma_y \vec{j} + \Delta\sigma_z \vec{k} + 2\Delta\tau_{xy} \vec{l} + 2\Delta\tau_{yz} \vec{m} + 2\Delta\tau_{zx} \vec{n} \quad (5.1)$$

où chaque variable est dans notre cas l'erreur absolue sur une composante du tenseur de contraintes, i.e. la différence entre la composante moyenne de l'échantillon de 10 mesures et la composante vraie du modèle numérique. La magnitude du vecteur biais est :

$$Biais\ absolu = \sqrt{\Delta\sigma_x^2 + \Delta\sigma_y^2 + \Delta\sigma_z^2 + 2\Delta\tau_{xy}^2 + 2\Delta\tau_{yz}^2 + 2\Delta\tau_{zx}^2} \quad (5.2)$$

Dans cette recherche, on utilise plutôt le biais relatif suivant :

$$Biais[\%] = 100 \frac{\sqrt{\Delta\sigma_x^2 + \Delta\sigma_y^2 + \Delta\sigma_z^2 + 2\Delta\tau_{xy}^2 + 2\Delta\tau_{yz}^2 + 2\Delta\tau_{zx}^2}}{\sqrt{(\sigma_x\ vraie)^2 + (\sigma_y\ vraie)^2 + (\sigma_z\ vraie)^2 + 2(0)^2 + 2(0)^2 + 2(0)^2}} \quad (5.3)$$

où $\sigma_x\ vraie$, $\sigma_y\ vraie$ et $\sigma_z\ vraie$ sont les composantes aux frontières du modèle numérique. Les composantes nulles au dénominateur de l'équation 5.3 sont les contraintes de cisaillement $\tau_{xy}\ vraie$, $\tau_{yz}\ vraie$ et $\tau_{zx}\ vraie$ aux frontières du modèle numérique. Les contraintes in situ principales vraies de tous les cas étudiés dans cette recherche suivent les directions x , y et z .

Pour chaque simulation de tenseur de contraintes in situ, les Figures B.1 à B.24 de l'annexe B montrent le biais relatif sur le tenseur de contraintes in situ moyen obtenu à partir de 10 mesures en fonction du coefficient de variation sur le module d'élasticité E . Les valeurs maximales de biais relatif rencontrées sont :

- 6.80% avec la simulation du tenseur de contraintes in situ $\sigma_x = \sigma_y = 50$ MPa et $\sigma_z = 0$ MPa (Figure B.21) sur le modèle ayant un c.v. de 20% sur E pour la méthode C;

- 6.79% avec la simulation du tenseur de contraintes in situ $\sigma_X = \sigma_Y = 50$ MPa et $\sigma_Z = 0$ MPa (Figure B.21) sur le modèle ayant un c.v. de 30% sur E avec la méthode B;
- 3.87% avec la simulation du tenseur de contraintes in situ $\sigma_X = 50$ MPa, $\sigma_Y = 0$ MPa et $\sigma_Z = 75$ MPa (Figure B.4) sur le modèle ayant un c.v. de 30% sur E avec la méthode A.

Pour chaque méthode, on peut calculer le biais relatif moyen pour toutes les simulations confondues sur chaque modèle numérique hétérogène, c'est-à-dire la moyenne des 24 simulations de tenseur de contraintes in situ. Les biais relatifs moyens sur les tenseurs de contraintes in situ calculés avec les trois méthodes pour les trois modèles sont présentés au Tableau 5.11. La différence entre les biais relatifs d'une méthode à l'autre est statistiquement significative avec un seuil de signification de moins de 1%.

Tableau 5.11. *Biais relatif moyen en pourcentage obtenu pour les 24 simulations confondues.*

c.v. de E [%]	Biais moyen [%]		
	Méthode A	Méthode B	Méthode C
10	1,63	2,04	3,79
20	2,16	1,72	4,40
30	3,01	5,82	4,40

En général, la méthode C implique un biais relatif sur le tenseur de contraintes in situ légèrement plus élevé que ceux obtenus avec les deux autres méthodes d'interprétation. Ceci avait été montré aussi en 2D par Corthésy et al. (1993b) qui avaient trouvé un biais

relatif de 3% sur l'estimation du tenseur de contraintes moyen à partir d'un certain nombre de mesures avec un Doorstopper.

Les Figures B.1 à B.24 ne permettent toutefois pas de démontrer une tendance marquée entre le biais relatif sur le tenseur de contraintes in situ moyen obtenu et le coefficient de variation de E , et ce pour aucune des méthodes d'interprétation utilisées.

5.3. Variance V sur la régression par moindres carrés

La variance V (équation 4.33) sur la régression par moindres carrés effectuée sur les 3 états de contraintes 2D relevés pour la détermination du tenseur de contraintes in situ, est une estimation de la variance due aux facteurs comme les micro-hétérogénéités de déformabilité et les hypothèses théoriques utilisées. C'est en quelque sorte une mesure indirecte de la dispersion entre les trois états 2D de contraintes obtenus sous les rosettes lors d'une mesure.

Pour chaque simulation de tenseur de contraintes in situ, les Figures B.25 à B.48 de l'annexe B montrent la variance V moyenne, obtenue à partir des variances V des 10 mesures, en fonction du coefficient de variation sur le module d'élasticité E . Contrairement au biais sur le tenseur in situ moyen, la variance V semble beaucoup plus influencée par le c.v. de E (et donc par les micro-hétérogénéités) : plus le c.v. de E est élevée, plus la variance V est élevée. Par contre, cette influence est beaucoup moins marquée pour la méthode C puisque la variance moyenne V sur les résultats obtenus avec cette méthode est toujours très faible et inférieure à $5,53 \text{ MPa}^2$, valeur maximale obtenue avec la simulation du tenseur de contraintes in situ $\sigma_X = 50 \text{ MPa}$ et $\sigma_Y = \sigma_Z = 0 \text{ MPa}$ (Figure B.25) sur le modèle ayant un c.v. de 30% sur E .

Pour les méthodes A et B, les valeurs maximales de la variance moyenne V obtenue sont :

- 89,49 MPa² avec la simulation du tenseur de contraintes in situ $\sigma_X = 50$ MPa, $\sigma_Y = 0$ MPa et $\sigma_Z = 75$ MPa (Figure B.28) sur le modèle ayant un c.v. de 30% sur E avec la méthode A;
- 71,33 MPa² pour la même simulation sur le même modèle (Figure B.28) avec la méthode B.

Dans ce cas, la différence entre ces deux valeurs n'est toutefois pas statistiquement significative pour un seuil de signification de 1%.

5.4. Effet du type de rechargement du manchon

Dans les Figures B.25 à B.48, on note que la variance moyenne V augmente pour les méthodes A et B lorsque la composante en z du tenseur de contraintes in situ simulé augmente, c'est-à-dire lorsqu'elle s'éloigne de la composante en z nulle appliquée lors du rechargement biaxial isotrope du manchon. La variance moyenne V est donc minimale pour ces deux méthodes avec la simulation de la Figure B.45 qui est la plus proche du rechargement biaxial isotrope du manchon où la contrainte axiale appliquée était nulle et la contrainte radiale était de 50 MPa. De la même façon, pour la méthode C utilisant un rechargement triaxial du manchon utilisé où la contrainte axiale était de 50 MPa et la contrainte radiale de 30 MPa, on obtient une variance moyenne V plus faible dans la simulation du tenseur de contraintes in situ $\sigma_X = 50$ MPa, $\sigma_Y = 50$ MPa et $\sigma_Z = 75$

MPa (Figure B.48) que dans la simulation du tenseur de contraintes in situ $\sigma_X = 50$ MPa et $\sigma_Y = \sigma_Z = 0$ MPa (Figure B.25).

Comme discuté par Leijon et Stillborg (1986), les « résultats de mesure de contraintes in situ sont hautement dépendants de la procédure utilisée pour obtenir les paramètres de déformabilité ». En fait, si on arrivait à produire un rechargement égal au tenseur de contraintes in situ, on obtiendrait les mêmes déformations sous les rosettes que celles obtenues lors du surcarottage. Les paramètres de déformabilité obtenus avec ces déformations et les mêmes contraintes que celles présentes lors du surcarottage permettraient de calculer le vrai tenseur de contraintes in situ, aux erreurs expérimentales près.

Afin de quantifier l'écart entre un état de contraintes quelconque et l'état de contraintes menant à la détermination des paramètres de déformabilité, un paramètre doit être déterminé. Dans le cas des chargements biaxiaux isotropes des méthodes A et B, posons :

$$\alpha = \frac{|\sigma_X - \sigma_Y| + |\sigma_Z|}{\sigma_X} \quad (5.4)$$

Lorsque le tenseur de contraintes in situ génère à la paroi du trou pilote un état de contraintes où $\sigma_Z = 0$ et σ_θ est indépendante de la position tangentielle θ , l'équation 5.4 devient nulle. Avec la méthode C, la façon de comparer le tenseur de contraintes in situ au rechargement triaxial appliqué au manchon est d'observer la différence entre la contrainte tangentielle σ_θ , calculée à la paroi du trou avec le tenseur de contraintes obtenus, et la contrainte axiale σ_Z utilisée dans le rechargement triaxial. Si ces deux contraintes sont égales partout autour de la paroi, le tenseur de contraintes in situ est

alors égal au rechargement triaxial puisque ce dernier produit un état plan de contraintes isotrope à la paroi interne du manchon. La contrainte tangentielle σ_θ se calcule avec l'équation 4.3 de la section 4.2.1 en fonction de l'angle θ . Les Figures 5.1 à 5.3 montrent des exemples de contraintes tangentielles σ_θ calculées autour de la paroi du trou en fonction de la position angulaire θ pour trois tenseurs de contraintes in situ différents. Le tenseur de contraintes in situ de la Figure 5.1 est celui qui s'éloigne le plus du rechargement triaxial et le tenseur de contraintes in situ de la Figure 5.3 est celui qui s'approche le plus du rechargement triaxial.

Ainsi, lorsque le tenseur de contraintes in situ est égal au rechargement triaxial appliqué au manchon, la relation suivante devient nulle :

$$\Delta = \int_0^{\pi/2} |\sigma_\theta - \sigma_z| d\theta \quad (5.5)$$

Pour les Figures 5.1 à 5.3 par exemple, la relation 5.5 est la différence entre les aires sous les courbes de σ_θ et σ_z .

Les équations 5.4 et 5.5 sont utilisées dans les Figures B.49 à B.108 de l'annexe B pour représenter l'écart entre le tenseur de contraintes in situ simulé et le rechargement du manchon utilisé pour chaque méthode d'interprétation. Par contre, pour la méthode C, l'équation 5.5 est modifiée comme ceci afin de normaliser les valeurs obtenues :

$$\Delta = \frac{\int_0^{\pi/2} |\sigma_\theta - \sigma_z| d\theta}{\sigma_m} \quad (5.6)$$

où $\sigma_m = \frac{\sigma_x \text{ vraie} + \sigma_y \text{ vraie} + \sigma_z \text{ vraie}}{3}$ est la contrainte moyenne vraie.

Les Figures B.49 à B.78 présentent l'effet sur la variance moyenne V et les Figures B.79 à B.108 présentent l'effet sur le biais du tenseur de contraintes in situ moyen. Dans une même figure, chaque point représente un tenseur de contraintes in situ différent. σ_x étant toujours la même pour tous les tenseurs de contraintes, on fait soit varier σ_y , soit varier σ_z pour mieux voir l'effet de ces composantes.

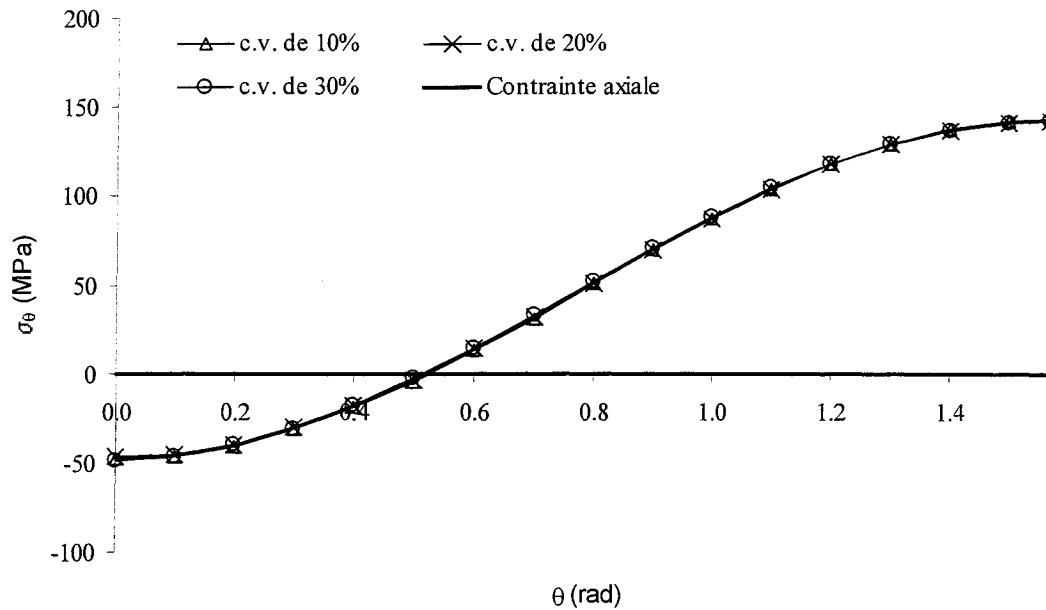


Figure 5.1. Contrainte tangentielle σ_θ calculée à la surface du trou avec le tenseur de contraintes in situ estimé en fonction de l'angle θ pour la simulation du tenseur $\sigma_x = 50$ MPa, $\sigma_y = \sigma_z = 0$ MPa.

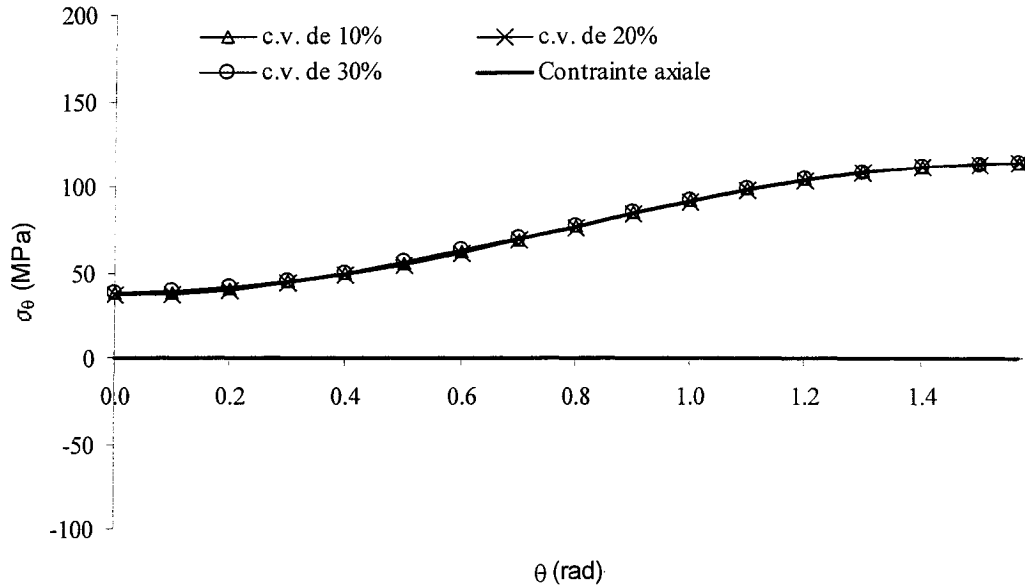


Figure 5.2. Contrainte tangentielle σ_θ calculée à la surface du trou avec le tenseur de contraintes in situ estimé en fonction de l'angle θ pour la simulation du tenseur $\sigma_X = 50$ MPa, $\sigma_Y = 30$ MPa et $\sigma_Z = 0$ MPa.

Il ressort des Figures B.67 à B.74 que le rapport entre les composantes de contraintes dans le plan perpendiculaire à l'axe du trou z (changement de la composante de contrainte in situ en y dans ce cas-ci) n'a pas d'influence sur la variance moyenne V obtenue pour les méthodes A et B. Aucune tendance n'apparaît. Par contre, on note dans les Figures B.49 à B.60 une augmentation de la variance moyenne V obtenue avec les méthodes A et B lorsque la composante de contrainte in situ en z augmente, c'est-à-dire s'éloigne de la composante de contrainte en z du rechargement biaxial isotrope. Cet effet se reproduit aussi sur la variance moyenne V de la méthode C (Figures B.61 à B.66) mais il semble moins prononcé. Celle-ci est aussi influencée par le rapport entre les composantes de contraintes dans le plan perpendiculaire à l'axe du trou z , tel que montré aux Figures B.75 à B.78.

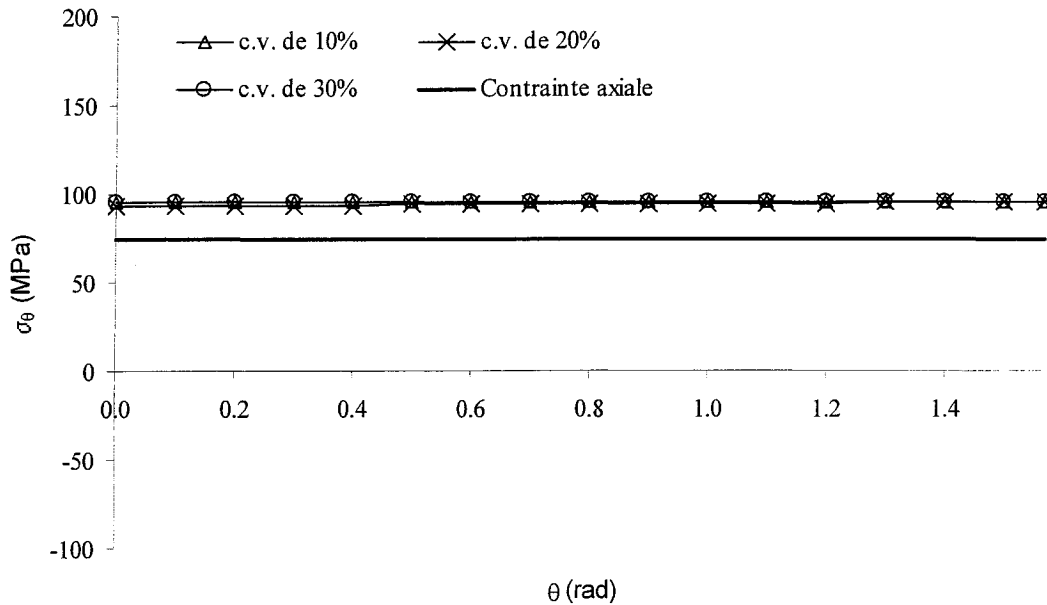


Figure 5.3. Contrainte tangentielle σ_θ calculée à la surface du trou avec le tenseur de contraintes in situ estimé en fonction de l'angle θ pour la simulation du tenseur $\sigma_X = \sigma_Y = 50 \text{ MPa}$ et $\sigma_Z = 75 \text{ MPa}$.

Pour résumer les Figures B.97 à B.104, le rapport entre les composantes de contraintes dans le plan perpendiculaire à l'axe du trou z (changement de la composante de contrainte in situ en y dans ce cas-ci) n'a pas d'influence sur le biais du tenseur moyen de contraintes in situ obtenu pour les méthodes A et B. Aucune tendance n'apparaît. Aussi, contrairement à la variance moyenne V , aucune influence ne ressort pour les méthodes A et B lorsque la composante de contrainte in situ en z varie (Figures B.79 à B.90). On note toutefois dans les Figures B.91 à B.96 une augmentation du biais sur le tenseur moyen de contraintes in situ obtenu avec la méthode C lorsque la composante de contrainte in situ en z diminue, c'est-à-dire s'éloigne de la composante de contrainte en z du rechargement triaxial. Et finalement, une légère diminution du biais sur le tenseur moyen de contraintes in situ est obtenue avec la méthode C lorsque la composante de contrainte in situ en y diminue.

5.5. Erreur type sur le tenseur de contraintes in situ obtenu

D'un point de vue plus pratique, Gray et Toews (1974) expliquent comment obtenir à partir d'une mesure de contraintes in situ l'estimation de l'erreur type sur chaque composante de contraintes obtenue à l'aide de l'erreur type globale de la solution par moindres carrés des trois états 2D relevés à la paroi. L'erreur standard type globale de la solution par moindres carrés est la racine carrée de la variance V obtenue avec l'équation 4.33. À la section 4.2.1, l'équation 4.32 fournit la matrice de variance-covariance associée à la matrice J de coefficients (équation 4.25) utilisée dans la solution par moindres carrés. Les paramètres F_{ii} (sur la diagonale de la matrice) de l'équation 4.32 sont des variances associées à chaque composante de contraintes. L'estimation de l'erreur type pour une composante ii de contraintes est :

$$e.t._{\sigma_{ii}} = \sqrt{V} \sqrt{F_{ii}} \quad i = 1 \dots 6 \quad (5.7)$$

Pour chaque méthode d'interprétation, le Tableau B.4 de l'annexe B présente la moyenne des erreurs types sur chaque composante de contraintes pour les 10 mesures de chaque simulation de tenseur de contraintes in situ sur le modèle numérique ayant un c.v. de 30% de E . Par exemple, si l'on prend les résultats des Tableaux B.3 (tenseurs moyens) et B.4 (erreurs types moyennes) pour le tenseur de contraintes in situ $\sigma_X = 50$ MPa, $\sigma_Y = 30$ MPa et $\sigma_Z = 25$ MPa, on obtient les résultats du Tableau suivant.

Puisque l'erreur type est supposée aléatoire, les composantes de contraintes devraient suivre une distribution normale. L'erreur type correspond à un écart type et pour une distribution normale, les composantes de contraintes obtenues ont 68% de probabilité de se trouver à plus ou moins une erreur type des valeurs vraies. L'utilisateur ne

connaissant pas les vraies valeurs de contraintes in situ pourrait alors supposer qu'une composante vraie de contraintes in situ a 68% de probabilité de se trouver à une erreur type de la composante de contrainte obtenue. Pour tous les cas simulés dans cette recherche et pour toutes les méthodes, les valeurs vraies des composantes de contraintes in situ se situent toujours à l'intérieur des intervalles obtenus avec une erreur type et centrés sur les moyennes des échantillons de 10 mesures.

Tableau 5.12. *Tenseurs de contraintes in situ obtenus avec les trois méthodes pour la simulation du tenseur $\sigma_X = 50$ MPa, $\sigma_Y = 30$ MPa et $\sigma_Z = 25$ MPa sur le modèle hétérogène ayant un c.v. de 30% sur E .*

	σ_X [MPa]	σ_Y [MPa]	σ_Z [MPa]	τ_{XY} [MPa]	τ_{YZ} [MPa]	τ_{ZX} [MPa]
Méthode A	49,25 ± 9,19	29,42 ± 9,19	23,87 ± 5,19	-0,53 ± 15,10	-0,34 ± 7,34	-0,37 ± 7,34
Méthode B	50,72 ± 9,75	29,81 ± 9,75	23,97 ± 5,52	2,61 ± 16,07	-0,36 ± 7,80	-0,44 ± 7,80
Méthode C	47,38 ± 4,16	28,39 ± 4,16	25,37 ± 2,35	-0,20 ± 6,85	-0,35 ± 3,33	-0,01 ± 3,33

Généralement, les valeurs de tenseur moyen obtenues avec la méthode C sont celle qui s'éloignent le plus des vraies valeurs de contraintes in situ. Mais pour la majorité des cas, comme pour la variance V , les erreurs types sur les contraintes obtenues avec la méthode C sont plus faibles que celles obtenues avec les méthodes A et B. Même pour le tenseur de contraintes in situ $\sigma_X = 50$ MPa, $\sigma_Y = 50$ MPa et $\sigma_Z = 0$ MPa qui se rapproche le plus du chargement biaxial isotrope utilisé dans les méthodes A et B, les erreurs types de la méthode C sont inférieures aux erreurs types de la méthode B. La méthode A, quant à elle, présentent des erreurs types légèrement plus faibles que celles de la méthode C uniquement dans les cas de tenseurs de contraintes in situ se rapprochant du chargement biaxial isotrope du manchon. Pour les mêmes cas, la méthode A donne aussi des erreurs types plus faibles que celles de la méthode B.

Étant donné qu'il a été vérifié que les intervalles centrés sur les composantes moyennes de contraintes obtenues couvraient avec une seule erreur type les valeurs vraies de composantes de contraintes in situ, et puisque l'intervalle est généralement beaucoup plus petit pour les résultats de la méthode C, on conclut qu'avec cette méthode, moins de mesures sont nécessaires pour obtenir une moyenne du tenseur de contraintes in situ avec un niveau de confiance donné.

Pour chaque méthode, on peut faire la moyenne des erreurs standards de la composante de contraintes en x pour toutes les simulations confondues du modèle hétérogène avec un c.v. de 30% sur E , tel que présenté au Tableau 5.1, puisque la composante de contraintes in situ en x est la même pour toutes les simulations. La différence entre les résultats de la méthode B et de la méthode A n'est pas statistiquement significative. Par contre, la différence entre les résultats de ces méthodes et les résultats de la méthode C est statistiquement significative pour un seuil de signification inférieur à 1%.

Tableau 5.13. *Moyenne des erreurs types sur la composante de contraintes σ_x pour toutes les simulations sur le modèle hétérogène ayant un c.v. de 30% sur E .*

	σ_x [MPa]
Méthode A	13,74
Méthode B	13,66
Méthode C	4,51

CHAPITRE 6. CONCLUSION ET RECOMMANDATIONS

L'objectif de cette recherche était d'étudier l'influence des hypothèses faites sur le champ de contraintes présent durant le rechargement du manchon sur la précision du tenseur de contraintes in situ obtenu avec la cellule triaxiale du CSIR par surcarottage dans un matériau hétérogène isotrope linéaire. Trois modèles hétérogènes (en termes de module d'élasticité E), continus et de comportement isotrope linéaire ont été construits à l'aide du logiciel FLAC^{3D} avec des coefficients de variation sur E de 10%, 20% et 30% respectivement. Ils ont été soumis à 24 états de contraintes in situ différents, pour un total de 72 simulations de cas possibles. Pour chacune de ces simulations, la technique de la cellule triaxiale du CSIR a été appliquée et les déformations à la paroi du trou ont été relevées. Les trois modèles ont été soumis à des rechargements biaxial isotrope et triaxial pour simuler le chargement du manchon. Les méthodes d'interprétation A, B et C ont alors été étudiées pour déterminer les paramètres de déformabilité et obtenir le tenseur de contraintes in situ

Les résultats obtenus montrent que la méthode A implique généralement le plus petit biais sur le tenseur de contraintes in situ moyen calculé, suivie de la méthode B et de la méthode C. Les valeurs maximales rencontrées du biais sur le tenseur de contraintes in situ sont 6.80%, 6.79% et 3.87% pour les méthodes C, B et A respectivement. Une tendance entre le biais et le coefficient de variation de E n'a pas pu être démontrée.

Par contre, les résultats des méthodes A et B montrent des variances sur la régression linéaire par moindres carrés beaucoup plus élevées que celles des résultats de la méthode C, qui sont faibles dans tous les cas simulés. Les valeurs maximales de variances rencontrées sont 89.49 MPa², 71.33 MPa² et 5.53 MPa² pour les méthodes A, B et C respectivement. Contrairement au biais sur le tenseur in situ moyen, la variance V

semble beaucoup influencée par le c.v. de E (et donc par les micro-hétérogénéités) : plus le c.v. de E est élevée, plus la variance V est élevée.

Comme la variance V associée à la solution par moindres carrées utilisée pour obtenir le tenseur de contraintes in situ, les erreurs types moyennes obtenues sur chaque composante de contraintes avec la méthode C sont en général beaucoup plus faibles que celles des méthodes A et B et varient peu d'un cas à l'autre. Les seules exceptions sont les cas de tenseurs de contraintes in situ proches de l'état de contraintes qui prévaut lors du chargement biaxial isotrope utilisé pour les méthodes A et B, où la méthode A montre les erreurs types les plus faibles, suivie de très près par la méthode C et enfin la méthode B. Pour les trois méthodes, les intervalles centrés sur les composantes moyennes de contraintes in situ obtenues de 10 mesures permettaient de couvrir les composantes vraies de contraintes in situ avec une seule erreur type. Ces résultats ont permis de conclure que la méthode C, étant donné qu'elle fournit les tenseurs de contraintes les moins dispersés, est celle nécessitant le moins de mesures pour obtenir un tenseur moyen de contraintes in situ pour un niveau de confiance donné.

Enfin, lorsque le tenseur de contraintes in situ simulé est différent de l'état de contraintes appliqué lors du rechargement du manchon, la variance sur la régression linéaire par moindres carrés est plus élevée pour les trois méthodes d'interprétation. Cet effet est toutefois moins prononcé avec la méthode C puisqu'elle fournit de faibles variances dans tous les cas simulés. Quant au biais sur le tenseur de contraintes in situ des méthodes A et B, il ne semble pas être influencé par cet aspect, comme l'est celui de la méthode C, surtout lorsque la contrainte axiale du tenseur de contraintes in situ s'éloigne de la contrainte axiale appliquée lors du chargement triaxial du manchon.

Les résultats présentés dans ce mémoire se limitent toutefois à des cas où les contraintes in situ sont principales selon les directions x , y , z avec l'axe z suivant l'axe du trou pilote. Des simulations supplémentaires prendraient en compte des directions principales différentes si on ajoutait des contraintes de cisaillement aux frontières des modèles. Dans ce cas, pour étudier l'influence de l'écart entre le tenseur de contraintes in situ et l'état de contraintes dans le manchon rechargé, l'approche utilisée à la section 5.4 pour la méthode C devrait être utilisée aussi avec les méthodes A et B afin de tenir compte de l'effet des contraintes de cisaillement aux frontières du modèle. Cette approche utilise la différence entre la contrainte tangentielle σ_θ calculée à la paroi du trou avec le tenseur de contraintes obtenus et la contrainte axiale σ_z utilisée dans le rechargement du manchon.

Les cas simulés dans cette recherche permettent d'étudier une seule échelle d'hétérogénéités par rapport à l'échelle des jauges. Ces hétérogénéités sont ici distribuées aléatoirement suivant une fonction normale. Les résultats qui en découlent peuvent être extrapolés à des échelles d'hétérogénéités différentes, mais distribuées de la même manière. Par exemple, pour une échelle d'hétérogénéité plus petite, une jauge de même taille que celle utilisée dans cette recherche couvrirait plus de grains et ceci mènerait simplement à « l'estimation d'un plus petit degré d'hétérogénéité de la roche puisque plus de grains seraient échantillonnés avec une seule mesure » (Corthésy et al., 1993b).

Enfin, les cas simulés dans cette recherche ne présentent pas d'anisotropie et de non linéarité dans le comportement de la roche. La prise en compte de ces conditions est possible, mais plutôt compliquée, et dépasse les objectifs de cette recherche.

Suivant entre autres les quelques limitations présentées aux paragraphes précédents, l'auteure suggère pour des travaux futurs les principales recommandations suivantes :

- Poursuivre les études statistiques afin de déterminer la taille d'échantillons nécessaire pour avoir un niveau de confiance donné sur le tenseur de contraintes in situ moyen calculé avec les trois méthodes;
- Reprendre les analyses pour des cas où l'une des directions principales du tenseur de contraintes in situ ne suit pas l'axe du trou pilote en ajoutant des contraintes de cisaillement aux frontières des modèles;
- Reprendre les analyses pour des cas où la distribution de la variable aléatoire E est une fonction log-normale (ceci éviterait d'avoir à appliquer une borne inférieure pour éliminer les valeurs négatives de E);
- Étudier l'effet de plusieurs échelles d'hétérogénéité dans un même modèle, en regroupant un certain nombre d'éléments adjacents et en leur donnant des propriétés identiques. De plus, la génération de propriétés pourrait se faire sous le jour de variables aléatoires régionalisées;
- Faire des essais en laboratoire afin de valider ces résultats.

RÉFÉRENCES

ABE, T. 1979a. Elastic deformation of inhomogeneous materials including polycrystals under multi-axial stress: 1. Constraint ratio under multi-axial stress. Bulletin of the JSME. 22:166. p. 461-468.

ABE, T. 1979b. Elastic deformation of inhomogeneous materials including polycrystals under multi-axial stress: 2. On analytical expression of inhomogeneous deformation. Bulletin of the JSME. 22:171. p. 1182-1189.

AMADEI, D. 1983. Rock anisotropy and the theory of stress measurements. 496 p. Thèse de doctorat, University of California, Berkeley.

AMADEI, B., STEPHANSSON, O. 1997. Rock stress and its measurement. London, UK : Chapman & Hall. 490 p.

BERAN, M., MOLYNEUX, J. 1965. Use of Classical Variational Principles to Determine Bounds for the Effective Bulk Modulus in Heterogeneous Media. Nuovo Cimento. 24:2. p.107-118.

CARMAN, G.P., BERRY, J.T. 1988. Modeling the mechanical behavior of current and proposed metal matrix composites. American Society of Mechanical Engineers, Materials Division (Publication) MD. 7. p 59-67.

CORTHÉSY, R. 1982. Développement d'une méthode analytique d'interprétation des mesures de pressions de terrains par la technique du « Doorstopper » pour des roches

anisotropes et non linéaires. 66 p. Mémoire de maîtrise ès sciences appliquées en génie minéral, École Polytechnique de Montréal.

CORTHÉSY, R., GILL, D. E. 1990. A novel approach to stress measurements in rocksalt. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics Abstracts. 27:2. p.95-107.

CORTHÉSY, R., GILL, D. E., LEITE, M. H. 1991. The effect of heterogeneity on pointwise stress measurements. Proc. 3rd Int. Conf. on Residual Stress, Tokushima, Japon, 23-26 juillet 1991. Elsevier Science, Barking, England. p.405-410.

CORTHÉSY, R., GILL, D. E., LEITE, M. H. 1993a. An Integrated Approach to Rock Stress Measurement in Anisotropic Non-linear Elastic Rock. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics Abstracts. 30:4. p.395-411.

CORTHÉSY, R., GILL, D. E., LEITE, M. H., NEFZAOU, A. 1993b. Stress measurements and micro-heterogeneity effects. Scale Effects in Rock Masses 93 : Proceedings of the Second International Workshop, Lisbonne, Portugal, 25 juin 1993. A. Pinto Da Cunha (éd.). A. A. Balkema, Rotterdam, Pays-Bas. p. 295-302.

CORTHÉSY, R., LEITE, M. H. 2003. GML6002 Mécanique des roches II. Notes de cours. École Polytechnique de Montréal.

CYRUL, T. 1983. Notes on stress determination in heterogeneous rocks. Int. Symp. On Field Measurements in Geomech., Zurich, 1983. p.59-70.

DANTU, P. 1958. Étude des contraintes dans les milieux hétérogènes – Application au béton. Annales de l'Institut Technique du Bâtiment et des Travaux Publics. Série : Essais et Mesures. 40:121. p.55-77.

DYKE, C.G., HYETT, A.J., HUDSON, J.A. 1988. A preliminary assessment of correct reduction of field measurement data: Scalars, vectors and tensors. Proceedings of 2nd International Symposium on Field Measurements in Geomechanics, Kobe, 6-9 avril 1987. Balkema, Rotterdam. p.1085-1095.

FITZPATRICK, J. 1962. Biaxial device for determining the modulus of elasticity of stress relief cores. US Bureau of Mines Information Circular 6128.

GILL, D.E., CORTHÉSY, R., OUELLET, J., DUBÉ, P.B., NGUYEN, D. 1987. Improvements to standard doorstopper and Leeman cell stress measuring techniques. Proceedings of 2nd International Symposium on Field Measurements in Geomechanics, Kobe, 6-9 avril 1987. Balkema, Rotterdam. p.75-83.

GRAY, W.M., TOEWS, N.A. 1974. Optimization of the Design and Use of a Triaxial Strain Cell for Stress Determination. Field Testing and Instrumentation of Rock, ASTM STP 554, American Society for Testing and Materials. p. 116-134.

GUSTKIEWICZ, J. 1975. Strain Fluctuations in Heterogeneous Rocks. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics Abstracts. 12. p.181-189.

HASHIN, Z. 1964. Theory of mechanical behavior of heterogeneous media. Applied Mechanics Reviews. 17:1. p. 1-8.

HASHIN, Z. 1965. Elasticity of a Random Media. Transactions of the Society of Rheology. 5. p.381-406.

HILL, R. 1952. The Elastic Behaviour of a Crystalline Aggregate. Proc. Phys. Soc., Londres, 1er mai 1952. A 65:5. p.349-354.

HIRAMATSU, Y., OKA, Y. 1962. Stress around a shaft or level excavated in ground with three-dimensional stress state. Mem. Fac. Eng. Kyoto University. 24:1. p.56-76.

ITASCA CONSULTING GROUP. 2001. FLAC (Fast Lagrangian Analysis of Continua) Theory and Background. Minneapolis, Minnesota. p. 1-34.

ITASCA CONSULTING GROUP. 2002. FLAC^{3D} (Fast Lagrangian Analysis of Continua in 3 Dimensions). Version 2.1 [Logiciel]. Minneapolis, Minnesota.

ITASCA CONSULTING GROUP. 2002. FLAC^{3D} (Fast Lagrangian Analysis of Continua in 3 Dimensions) User's Guide. Minneapolis, Minnesota. 228 p.

ITASCA CONSULTING GROUP. 2002. FLAC^{3D} (Fast Lagrangian Analysis of Continua in 3 Dimensions) Command Reference. Minneapolis, Minnesota. 358 p.

ITASCA CONSULTING GROUP. 2002. FLAC^{3D} (Fast Lagrangian Analysis of Continua in 3 Dimensions) FISH in FLAC^{3D}. Minneapolis, Minnesota. 148 p.

ITASCA CONSULTING GROUP. 2002. FLAC^{3D} (Fast Lagrangian Analysis of Continua in 3 Dimensions) Theory and Background. Minneapolis, Minnesota. 154 p.

KIM, K., FRANKLIN, J.A. 1987. Suggested methods for rock stress determination. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics Abstracts. 24:1. p.53-73.

LANG, P.A., THOMPSON, P.M., NG, L. K.W. 1986. The effect of residual stress and drill hole size on the in-situ stress determined by overcoring. Proceedings of International Symposium on Rock Stress and Rock Stress Measurements. Stockholm, Centek Publ., Lulea. p. 687-694.

LEEMAN, E.R. 1969. The 'Doorstopper' and Triaxial Rock Stress Measuring Instruments Developed by the C.S.I.R. Journal of the South African Institute of Mining and Metallurgy. 69:7. p. 305-339.

LEEMAN, E.R., DENKHAUS, H.G. 1969. Determination of stress in rock with linear or non-linear elastic characteristics. Rock Mech Felsmech Mec Roches. 1:4. p. 198-206.

LEIJON, B.A. 1989. Relevance of Pointwise Rock Stress Measurements – an Analysis of Overcoring Data. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics Abstracts. 26:1. p.61-68.

LEIJON, B.A., STILLBORG, B.L. 1986. A comparative study between two rock stress measurement techniques at Luossavaara Mine. Rock Mechanics and Rock Engineering. 19:3. p. 143-163.

LEKHNITSKII, S.G. 1963. Theory of elasticity of an anisotropic elastic body. San Francisco, États-Unis : Holden-Day. 404 p.

LJUNGGREN, C., CHANG, Y., JANSON, T., CHRISTIANSSON, R. 2003. An overview of rock stress measurement methods. Special Issue of the International Journal of Rock Mechanics & Mining Sciences : Rock Stress Estimation ISRM Suggested Methods and Associated Supporting Papers. 40:7-8. p. 975-989.

LOPES S. NUNES, A. L. 1997. Nouvelle méthode de détermination de la déformabilité des roches transversalement isotropes avec la cellule triaxiale CSIR. 490 p. Thèse de doctorat en génie minéral, École Polytechnique de Montréal.

MOLYNEUX, J., BERAN, M. 1965. Statistical Properties of the Stress and Strain Fields in a Medium with Small Random Variations in Elastic Coefficients. Journal of Mathematics and Mechanics. 14:3. p.337-351.

OUELLET, J. 1985. Répartition spatiale des propriétés mécaniques des roches. 172 p. Mémoire de maîtrise en génie minéral. École Polytechnique de Montréal.

PIERSON, H.O. 1993. Handbook of Carbon, Graphite, Diamond and Fullerenes - Properties, Processing and Applications. [En ligne]. Park Ridge, NJ, USA : Noyes. 399p.

<http://www.knovel.com/knovel2/Toc.jsp?SpaceID=10089&BookID=242>

(Page consultée le 31 mai 2004)

ROCTEST LTÉE. 2002. Cellule triaxiale de mesure des contraintes dans le roc - Modèle CSIR. Fiche technique F5072A-021202.

THOMPSON, P.M., LANG, P.A., SNIDER, G.R. 1996. Recent improvements to the in situ stress measurements using the overcoring method. Proceedings of the 39th Canadian Geotechnical Conference, Aug 27-30 1986, Ottawa. Canadian Geotechnical Society. p. 143-150.

VAN HEERDEN, W.L. 1973. The influence of various factors on the triaxial strain cell results. South African Council for Scientific and Industrial Research (CSIR) Technical Report ME 1178.

VAN HEERDEN, W.L. 1976. Practical application of the CSIR triaxial strain cell for rock stress measurements. Proceedings of ISRM Symposium on Investigation of Stress in Rock, Advances in Stress Measurement. Sydney, The Institution of Engineers, Australie. p.1-6.

WITTKE, W. 1990. Rock Mechanics, Theory and Applications with Case Histories. Berlin, Allemagne : Springer-Verlag. 1075 p.

ANNEXES

ANNEXE A : Code utilisé dans FLAC^{3D} et MATLAB

A.1. Mesure des déformations du modèle hétérogène ayant un c.v. de 30% sur E et un tenseur de contraintes in situ de $\sigma_X = \sigma_Y = 50$ MPa et $\sigma_Z = 0$ MPa

```

; -----
; Construction de la grille tridimensionnelle
; -----

```

; Quart de grille située entre x = 0 et 250 mm, y = 0 et 250 mm, z = 0 et -50 mm

```

generate zone cshell p0 0 0 0 p1 45 0 0 p2 0 0 -50 p3 0 45 0 p4 45 0 -50 &
p5 0 45 -50 dimension 19 19 19 19 size 8 20 12 1 ratio 1.1 1 1 1

```

```

generate zone radcylinder p0 0 0 0 p1 250 0 0 p2 0 0 -50 p3 0 250 0 &
p4 250 0 -50 p5 0 250 -50 p6 250 250 0 p7 250 250 -50 p8 45 0 0 p9 0 45 0 &
p10 45 0 -50 p11 0 45 -50 size 9 10 12 10 ratio 1 1 1 1.2

```

; Quart de grille située entre x = 0 et 250 mm, y = 0 et 250 mm, z = -50
; et -250 mm

```

generate zone cshell p0 0 0 -50 p1 45 0 -50 p2 0 0 -250 p3 0 45 -50 &
p4 45 0 -250 p5 0 45 -250 dimension 19 19 19 19 size 8 15 12 1 ratio 1.1 1.1 1 1

```

```

generate zone radcylinder p0 0 0 -50 p1 250 0 -50 p2 0 0 -250 p3 0 250 -50 &
p4 250 0 -250 p5 0 250 -250 p6 250 250 -50 p7 250 250 -250 p8 45 0 -50 &
p9 0 45 -50 p10 45 0 -250 p11 0 45 -250 size 9 15 12 10 ratio 1 1.1 1 1.2

```

; Grille complète située entre x = -250 et 250 mm, y = -250 et 250 mm, z = -250
; et 250 mm

```

generate zone reflect dd 0 dip 0 origin 0 0 0
generate zone reflect dd 90 dip 90 origin 0 0 0
generate zone reflect dd 0 dip 90 origin 0 0 0

```

; Identification de zones dans la grille pour utilisation ultérieure

```

; -----
; Application des propriétés élastiques homogènes et hétérogènes
; -----

```

```

model elastic
prop poisson 0.25 ; sur tout le modèle

```

prop young 50000.0 ; E en MPa, sur tout le modèle

; Application d'un module de Young hétérogène sur la partie centrale de la grille,
; distribution normale et c.v. de 30%

prop young 50000.0 gauss_dev 15000.0 range cylinder end1 0 0 -50 &
end2 0 0 50 radius 45 ; E en MPa, group carotte_centrale

; Fonction qui applique des bornes supérieure et inférieure au module de Young
; et affiche les changements effectués

```
def bornes
  command
    set log on
  endcommand
  cadre = '-----'
  entete = 'zone_id   E initial (Mpa)      nouveau E (Mpa)'
  ligne1 = out(cadre)
  ligne2 = out(entete)
  ligne3 = out(cadre)
  p_z = zone_head
  loop while p_z # null
    E_initial = z_prop(p_z, 'young')
    if E_initial <= 0
      z_prop(p_z, 'young') = 1
      nouveau_E = z_prop(p_z, 'young')
      donnee = string(z_id(p_z)) + ' ' + string(E_initial) &
        + ' ' + string(nouveau_E)
      ligne_suivante = out(donnee)
    endif
    if E_initial >= 1000000
      z_prop(p_z, 'young') = 1000000
      nouveau_E = z_prop(p_z, 'young')
      donnee = string(z_id(p_z)) + ' ' + string(E_initial) &
        + ' ' + string(nouveau_E)
      ligne_suivante = out(donnee)
    endif
    p_z = z_next(p_z)
  endloop
command
  set log off
endcommand
end
```



```
bornes
save Model_cv30.sav
```

```
; -----
; Application des conditions aux frontières
; -----
```

```
fix z range z -250.1 -249.9 ; en mm
apply sxx = -50 range x 249.9 250.1
apply sxx = -50 range x -249.9 -250.1
apply syy = -50 range y 249.9 250.1
apply syy = -50 range y -249.9 -250.1
```

```
hist unbal
solve
save Model_cv30_sxx50_syy50_szz0.sav
```

```
; -----
; Affichage et enregistrement des données à l'aide du fichier Affichage.dat
; -----
```

```
call Affichage.dat
```

```
set logfile data.log ; ouverture du fichier d'enregistrement
set log on
```

```
print zone information ; affiche le numéro et les coordonnées du centroïde de
; chaque élément
print zone stress ; affiche les contraintes en x, y, z de chaque élément
print zone property young ; affiche le module d'élasticité E de chaque élément
print zone property poisson ; affiche le coefficient de Poisson v de chaque
; élément
```

```
set log off
```

```
; Fonctions qui affiche et enregistre dans un fichier texte les déformations de
; chaque élément
```

```
define calcul_deformations_all
  command
    set log on
  endcommand
  cadre1 = '-----'
```

```

cadre2 = '-----'
entete1 = ' zone_id      xx      yy      zz'
entete2 = '          xy      yz      xz'
ligne1 = out(cadre1+cadre2)
ligne2 = out(entete1+entete2)
ligne3 = out(cadre1+cadre2)
array deform(6)
pnt=zone_head
loop while pnt # null
    calcul_deformations=z_fsi(pnt,deform)
    donnee1 = '      '+string(z_id(pnt))+      '+string(deform(1))&
              +'      '+string(deform(2))
    donnee2 = '      '+string(deform(3))+      '+string(deform(4))&
              +'      '+string(deform(5))
    donnee3 = '      '+string(deform(6))
    ligne4 = out(donnee1+donnee2+donnee3)
    pnt=z_next(pnt)
endloop
ligne5 = out(cadre1+cadre2)
command
    set log off
endcommand
end

```

set logfile deformations.log ; ouverture du fichier d'enregistrement
calcul_deformations_all

; Fonctions qui affiche et enregistre dans un fichier texte les contraintes
; principales et les déformations principales de chaque élément.

```

define directions_contraintes_principales
    command
        set log on
    endcommand
    cadre = '-----'
    entete1 = ' zone_id      s1      s2      s3'
    entete2 = '          d1.x      d1.y      d1.z'
    entete3 = '          d2.x      d2.y      d2.z'
    entete4 = '          d3.x      d3.y      d3.z'
    ligne1 = out(cadre)
    ligne2 = out(entete1+entete2+entete3+entete4)
    ligne3 = out(cadre)
    array arr1(3)

```

```

array arr2(9)
pnt=zone_head
loop while pnt # null
    principales = z_pstress(pnt,arr1,arr2)
    donnee1 = '    '+string(z_id(pnt))+ '    '+string(arr1(1))&
        +'    '+string(arr1(2))
    donnee2 = '    '+string(arr1(3))+ '    '+string(arr2(1))&
        +'    '+string(arr2(2))
    donnee3 = '    '+string(arr2(3))+ '    '+string(arr2(4))&
        +'    '+string(arr2(5))
    donnee4 = '    '+string(arr2(6))+ '    '+string(arr2(7))&
        +'    '+string(arr2(8))+ '    '+string(arr2(9))
    ligne4 = out(donnee1+donnee2+donnee3+donnee4)
    pnt=z_next(pnt)
endloop
ligne5 = out(cadre)
command
    set log off
endcommand
end

```

```

set logfile sprincipales.log ; ouverture du fichier d'enregistrement
directions_contraintes_principales

```

A.2. Rechargement du manchon récupéré à partir du modèle hétérogène ayant un c.v. de 30% sur E

```

; -----
; Rechargement biaxial du manchon récupéré
; -----

```

```

restore Model_cv30.sav ; ouverture du modèle hétérogène cubique enregistré
; avant l'application du tenseur de contraintes in situ

```

```

model null range cylinder end1 0 0 -250 end2 0 0 250 radius 29.55 not
; la grille cylindrique correspondant au manchon est isolée

```

```

fix z range z -250.1 -249.9 ; en mm
apply nstress -50 range cylinder end1 0 0 -250 end2 0 0 250 radius 29.55 &
    cylinder end1 0 0 -250 end2 0 0 250 radius 29 not

```

```

hist unbal
solve
save Model_cv30_biaxial.sav
call Affichage.dat

```

```

; -----
; Rechargement triaxial du manchon récupéré
; -----

```

```

restore Model_cv30.sav ; ouverture du modèle hétérogène cubique enregistré
; avant l'application du tenseur de contraintes in situ

```

```

model null range cylinder end1 0 0 -250 end2 0 0 250 radius 29.55 not
; la grille cylindrique correspondant au manchon est isolée

```

```

fix z range z -250.1 -249.9 ; en mm
apply szz = -50 range z 249.9 250.1
apply nstress -15 range cylinder end1 0 0 -250 end2 0 0 250 radius 29.55 &
    cylinder end1 0 0 -250 end2 0 0 250 radius 29 not

```

```

hist unbal
solve
save Model_cv30_triaxial.sav

```

```
call Affichage.dat
```

```
; -----  
; Rechargement uniaxial du manchon récupéré  
; -----
```

```
restore Model_cv30.sav ; ouverture du modèle hétérogène cubique enregistré  
; avant l'application du tenseur de contraintes in situ
```

```
model null range cylinder end1 0 0 -250 end2 0 0 250 radius 29.55 not  
; la grille cylindrique correspondant au manchon est isolée
```

```
fix z range z -250.1 -249.9 ; en mm  
apply szz = -50 range z 249.9 250.1
```

```
hist unbal  
solve  
save Model_cv30_uniaxial.sav  
call Affichage.dat
```

A.3. Fonction MATLAB pour résoudre le système d'équations permettant d'obtenir les 6 composantes du tenseur in situ

```
function B = tenseur_in_situ(x,y)

% "tenseur_in_situ" permet de calculer le tenseur 3D de contraintes préalables
% à partir de trois états 2D de contraintes sous les rosettes de la cellule de
% Leeman. Les inputs x et y sont respectivement la matrice S des contraintes
% sous les rosettes et la matrice K des coefficients. Le output B est le tenseur
% 3D de contraintes préalables recherchées.

C = zeros(6,1);
F = zeros(6,6);

for k = 1:6
    for i = 1:9
        C(k,1) = C(k,1) + (x(i,1)*y(i,k));
    end
end

for k = 1:6
    for j = 1:6
        for i = 1:9
            F(k,j) = F(k,j) + (y(i,j)*y(i,k));
        end
    end
end

B = F\C;

save tenseur3D.out B -ASCII
```

ANNEXE B : Résultats

B.1 Tenseurs de contraintes in situ obtenus : Explications concernant les fichiers de données

Neuf fichiers Microsoft Excel sont présents dans le disque compact fourni avec ce mémoire : CV10_A.xls, CV10_B.xls, CV10_C.xls, CV20_A.xls, CV20_B.xls, CV20_C.xls, CV30_A.xls, CV30_B.xls, CV30_C.xls.

Ils ont tous la même configuration. Chaque fichier présente les résultats obtenus pour les 24 tenseurs de contraintes in situ simulés sur un des modèles hétérogènes (CV10, CV20 et CV30) avec une des méthodes d'interprétation : méthodes A, B, C. Ainsi, le fichier CV20_B.xls présente les résultats obtenus avec la méthode B pour le modèle hétérogène ayant un c.v. de 20% sur le module de Young E .

Dans les premières colonnes des fichiers, on retrouve d'abord le numéro de la mesure, le coefficient de variation de E du modèle et le tenseur de contraintes in situ simulé aux frontières du modèle numérique : σ_x vraie, σ_y vraie, σ_z vraie, τ_{xy} vraie, τ_{yz} vraie et τ_{zx} vraie. Viennent ensuite les paramètres de déformabilité obtenus (E et ν pour les fichiers « A » et « B », E_1 , E_2 , G_2 et ν pour « C »). Chaque composante du tenseur de contraintes in situ obtenu est présentée par après : σ_x obtenue, σ_y obtenue, σ_z obtenue, τ_{xy} obtenue, τ_{yz} obtenue et τ_{zx} obtenue. Et enfin, quelques données statistiques sont fournies : erreurs relatives et erreurs absolues sur les composantes du tenseur de contraintes in situ obtenues, statistiques sur la régression par moindres carrés (somme des résidus au carré Q' et variance sur la régression V) et biais sur le tenseur de contraintes in situ obtenu. Les rangées présentent les 10 mesures pour chacun des 24 tenseurs de contraintes in situ simulés suivies de la moyenne, l'écart-type et la variance des 10 mesures.

B.2. Résultats : tableaux et figures

Tableau B.1. Composantes moyennes de contraintes in situ des 24 simulations sur le modèle hétérogène ayant un c.v. de 10% sur E .

Méthode	σ_x [MPa]	σ_y [MPa]	σ_z [MPa]	τ_{xy} [MPa]	τ_{yz} [MPa]	τ_{zx} [MPa]
Modèle numérique	50	0	0	0	0	0
Méthode A	49,30	-0,13	-0,20	0,11	0,02	-0,01
Méthode B	49,09	-0,64	-0,22	-0,31	0,02	-0,01
Méthode C	47,75	-0,24	-0,17	0,04	0,04	0,13
Modèle numérique	50	0	25	0	0	0
Méthode A	49,42	-0,07	25,31	0,21	0,04	0,03
Méthode B	49,16	-0,54	25,30	-0,28	0,03	0,03
Méthode C	47,90	-0,08	24,79	0,05	0,04	0,11
Modèle numérique	50	0	50	0	0	0
Méthode A	49,53	-0,03	50,84	0,31	0,05	0,07
Méthode B	49,22	-0,46	50,85	-0,26	0,05	0,08
Méthode C	48,03	0,06	49,77	0,06	0,04	0,09
Modèle numérique	50	0	75	0	0	0
Méthode A	49,64	0,02	76,39	0,40	0,08	0,11
Méthode B	49,28	-0,38	76,40	-0,23	0,07	0,12
Méthode C	48,17	0,20	74,76	0,06	0,03	0,07
Modèle numérique	50	10	0	0	0	0
Méthode A	49,23	9,71	-0,25	0,08	0,02	0,00
Méthode B	49,01	9,39	-0,27	-0,36	0,02	0,00
Méthode C	47,67	9,29	-0,17	0,01	0,03	0,12
Modèle numérique	50	10	25	0	0	0
Méthode A	49,36	9,77	25,25	0,17	0,05	0,04
Méthode B	49,08	9,49	25,25	-0,33	0,04	0,05
Méthode C	47,81	9,45	24,78	0,02	0,03	0,10
Modèle numérique	50	10	50	0	0	0
Méthode A	49,46	9,81	50,79	0,27	0,07	0,08
Méthode B	49,14	9,57	50,79	-0,31	0,06	0,09
Méthode C	47,95	9,59	49,76	0,03	0,02	0,08
Modèle numérique	50	10	75	0	0	0
Méthode A	49,57	9,86	76,33	0,37	0,08	0,13
Méthode B	49,20	9,66	76,35	-0,28	0,08	0,13
Méthode C	48,08	9,73	74,75	0,04	0,02	0,06

Tableau B.1. Suite.

Méthode	σ_x [MPa]	σ_y [MPa]	σ_z [MPa]	τ_{xy} [MPa]	τ_{yz} [MPa]	τ_{zx} [MPa]
Modèle numérique	50	20	0	0	0	0
Méthode A	49,16	19,55	-0,30	0,04	0,03	0,02
Méthode B	48,93	19,42	-0,31	-0,41	0,03	0,02
Méthode C	47,58	18,81	-0,17	-0,02	0,02	0,11
Modèle numérique	50	20	25	0	0	0
Méthode A	49,29	19,61	25,20	0,14	0,05	0,06
Méthode B	49,00	19,53	25,19	-0,38	0,05	0,06
Méthode C	47,73	18,97	24,77	-0,01	0,02	0,09
Modèle numérique	50	20	50	0	0	0
Méthode A	49,40	19,65	50,73	0,24	0,07	0,10
Méthode B	49,06	19,61	50,74	-0,36	0,07	0,10
Méthode C	47,86	19,11	49,75	0,00	0,01	0,07
Modèle numérique	50	20	75	0	0	0
Méthode A	49,50	19,70	76,28	0,33	0,08	0,14
Méthode B	49,12	19,69	76,29	-0,33	0,08	0,14
Méthode C	48,00	19,25	74,74	0,01	0,02	0,05
Modèle numérique	50	30	0	0	0	0
Méthode A	49,09	29,38	-0,34	0,01	0,04	0,03
Méthode B	48,85	29,45	-0,36	-0,46	0,03	0,03
Méthode C	47,49	28,34	-0,18	-0,05	0,01	0,10
Modèle numérique	50	30	25	0	0	0
Méthode A	49,21	29,46	25,16	0,10	0,05	0,07
Méthode B	48,92	29,56	25,15	-0,43	0,05	0,07
Méthode C	47,63	28,50	24,77	-0,04	0,01	0,08
Modèle numérique	50	30	50	0	0	0
Méthode A	49,33	29,50	50,68	0,20	0,07	0,11
Méthode B	48,99	29,64	50,69	-0,41	0,07	0,12
Méthode C	47,78	28,64	49,74	-0,03	0,01	0,05
Modèle numérique	50	30	75	0	0	0
Méthode A	49,44	29,54	76,23	0,30	0,09	0,15
Méthode B	49,05	29,72	76,24	-0,38	0,09	0,16
Méthode C	47,91	28,78	74,73	-0,02	0,00	0,03

Tableau B.1. Suite.

Méthode	σ_x [MPa]	σ_y [MPa]	σ_z [MPa]	τ_{xy} [MPa]	τ_{yz} [MPa]	τ_{zx} [MPa]
Modèle numérique	50	40	0	0	0	0
Méthode A	49,02	39,22	-0,39	-0,03	0,04	0,04
Méthode B	48,77	39,48	-0,40	-0,51	0,04	0,04
Méthode C	47,40	37,86	-0,18	-0,08	0,00	0,08
Modèle numérique	50	40	25	0	0	0
Méthode A	49,10	39,29	25,13	0,07	0,06	0,08
Méthode B	48,81	39,58	25,13	-0,48	0,06	0,09
Méthode C	47,51	38,02	24,79	-0,07	0,00	0,06
Modèle numérique	50	40	50	0	0	0
Méthode A	49,26	39,34	50,62	0,16	0,08	0,12
Méthode B	48,91	39,67	50,63	-0,46	0,08	0,13
Méthode C	47,70	38,17	49,72	-0,06	-0,01	0,04
Modèle numérique	50	40	75	0	0	0
Méthode A	49,37	39,38	76,16	0,26	0,10	0,17
Méthode B	48,97	39,76	76,18	-0,43	0,09	0,17
Méthode C	47,83	38,31	74,71	-0,05	0,00	0,02
Modèle numérique	50	50	0	0	0	0
Méthode A	48,95	49,06	-0,43	-0,06	0,05	0,05
Méthode B	48,69	49,51	-0,45	-0,56	0,04	0,06
Méthode C	47,32	47,38	-0,18	-0,11	-0,01	0,07
Modèle numérique	50	50	25	0	0	0
Méthode A	49,04	49,09	25,14	0,03	0,07	0,10
Méthode B	48,73	49,58	25,14	-0,53	0,06	0,10
Méthode C	47,43	47,51	24,84	-0,10	-0,01	0,05
Modèle numérique	50	50	50	0	0	0
Méthode A	49,19	49,18	50,58	0,13	0,08	0,14
Méthode B	48,84	49,71	50,59	-0,51	0,08	0,14
Méthode C	47,61	47,70	49,73	-0,09	-0,01	0,03
Modèle numérique	50	50	75	0	0	0
Méthode A	49,30	49,23	76,12	0,23	0,10	0,18
Méthode B	48,90	49,79	76,13	-0,48	0,10	0,19
Méthode C	47,75	47,84	74,71	-0,08	-0,01	0,01

Tableau B.2. Composantes moyennes de contraintes in situ des 24 simulations sur le modèle hétérogène ayant un c.v. de 20% sur E .

Méthode	σ_x [MPa]	σ_y [MPa]	σ_z [MPa]	τ_{xy} [MPa]	τ_{yz} [MPa]	τ_{zx} [MPa]
Modèle numérique	50	0	0	0	0	0
Méthode A	49,43	0,35	-0,04	-0,20	0,08	-0,06
Méthode B	49,50	0,08	-0,12	0,11	0,10	-0,04
Méthode C	47,63	0,12	0,37	-0,04	0,07	-0,01
Modèle numérique	50	0	25	0	0	0
Méthode A	49,48	0,31	24,67	-0,25	-0,05	-0,08
Méthode B	49,49	0,06	24,71	0,11	-0,04	-0,06
Méthode C	47,83	0,33	24,94	-0,04	0,10	-0,04
Modèle numérique	50	0	50	0	0	0
Méthode A	49,52	0,25	49,41	-0,30	-0,17	-0,10
Méthode B	49,46	0,03	49,56	0,10	-0,18	-0,07
Méthode C	48,01	0,51	49,52	-0,04	0,13	-0,05
Modèle numérique	50	0	75	0	0	0
Méthode A	49,56	0,19	74,15	-0,35	-0,30	-0,12
Méthode B	49,43	0,00	74,41	0,09	-0,31	-0,09
Méthode C	48,20	0,70	74,12	-0,04	0,15	-0,08
Modèle numérique	50	10	0	0	0	0
Méthode A	49,29	9,94	-0,18	-0,18	0,03	-0,05
Méthode B	49,39	9,90	-0,27	0,11	0,04	-0,04
Méthode C	47,47	9,38	0,35	-0,03	0,02	-0,01
Modèle numérique	50	10	25	0	0	0
Méthode A	49,35	9,90	24,52	-0,23	-0,10	-0,08
Méthode B	49,38	9,89	24,55	0,11	-0,10	-0,06
Méthode C	47,67	9,59	24,90	-0,03	0,04	-0,02
Modèle numérique	50	10	50	0	0	0
Méthode A	49,39	9,84	49,25	-0,28	-0,22	-0,10
Méthode B	49,35	9,86	49,40	0,10	-0,24	-0,07
Méthode C	47,85	9,77	49,49	-0,03	0,07	-0,04
Modèle numérique	50	10	75	0	0	0
Méthode A	49,43	9,79	74,00	-0,33	-0,35	-0,12
Méthode B	49,32	9,82	74,26	0,09	-0,38	-0,09
Méthode C	48,04	9,96	74,09	-0,03	0,10	-0,06

Tableau B.2. Suite.

Méthode	σ_x [MPa]	σ_y [MPa]	σ_z [MPa]	τ_{xy} [MPa]	τ_{yz} [MPa]	τ_{zx} [MPa]
Modèle numérique	50	20	0	0	0	0
Méthode A	49,16	19,54	-0,32	-0,16	-0,03	-0,05
Méthode B	49,28	19,73	-0,42	0,11	-0,02	-0,04
Méthode C	47,31	18,64	0,32	-0,02	-0,04	0,00
Modèle numérique	50	20	25	0	0	0
Méthode A	49,21	19,50	24,37	-0,21	-0,15	-0,08
Méthode B	49,27	19,72	24,39	0,11	-0,16	-0,06
Méthode C	47,51	18,85	24,87	-0,02	-0,01	-0,02
Modèle numérique	50	20	50	0	0	0
Méthode A	49,25	19,44	49,10	-0,27	-0,28	-0,10
Méthode B	49,24	19,68	49,24	0,10	-0,30	-0,07
Méthode C	47,69	19,03	49,45	-0,02	0,02	-0,03
Modèle numérique	50	20	75	0	0	0
Méthode A	49,29	19,38	73,85	-0,32	-0,40	-0,12
Méthode B	49,21	19,65	74,10	0,09	-0,44	-0,09
Méthode C	47,88	19,22	74,06	-0,02	0,05	-0,05
Modèle numérique	50	30	0	0	0	0
Méthode A	49,02	29,13	-0,47	-0,15	-0,08	-0,06
Méthode B	49,17	29,55	-0,57	0,11	-0,08	-0,04
Méthode C	47,14	27,90	0,29	-0,01	-0,09	0,01
Modèle numérique	50	30	25	0	0	0
Méthode A	49,07	29,10	24,22	-0,20	-0,20	-0,07
Méthode B	49,15	29,55	24,24	0,11	-0,22	-0,05
Méthode C	47,34	28,11	24,84	-0,01	-0,06	-0,01
Modèle numérique	50	30	50	0	0	0
Méthode A	49,12	29,04	48,95	-0,25	-0,33	-0,10
Méthode B	49,13	29,51	49,08	0,10	-0,36	-0,07
Méthode C	47,54	28,30	49,42	-0,01	-0,03	-0,03
Modèle numérique	50	30	75	0	0	0
Méthode A	49,16	28,98	73,69	-0,30	-0,45	-0,12
Méthode B	49,10	29,48	73,93	0,10	-0,49	-0,09
Méthode C	47,72	28,48	74,01	-0,01	0,00	-0,05

Tableau B.2. Suite.

Méthode	σ_x [MPa]	σ_y [MPa]	σ_z [MPa]	τ_{xy} [MPa]	τ_{yz} [MPa]	τ_{zx} [MPa]
Modèle numérique	50	40	0	0	0	0
Méthode A	48,89	38,72	-0,61	-0,13	-0,13	-0,06
Méthode B	49,06	39,38	-0,72	0,12	-0,14	-0,04
Méthode C	46,98	37,15	0,26	0,00	-0,14	0,02
Modèle numérique	50	40	25	0	0	0
Méthode A	48,90	38,68	24,10	-0,18	-0,26	-0,08
Méthode B	49,01	39,36	24,12	0,11	-0,28	-0,05
Méthode C	47,14	37,36	24,84	0,01	-0,11	0,00
Modèle numérique	50	40	50	0	0	0
Méthode A	48,99	38,63	48,79	-0,23	-0,38	-0,10
Méthode B	49,03	39,34	48,92	0,10	-0,42	-0,07
Méthode C	47,38	37,56	49,38	0,00	-0,08	-0,02
Modèle numérique	50	40	75	0	0	0
Méthode A	49,03	38,57	73,53	-0,28	-0,51	-0,12
Méthode B	49,00	39,31	73,77	0,10	-0,56	-0,09
Méthode C	47,56	37,75	73,97	0,01	-0,05	-0,03
Modèle numérique	50	50	0	0	0	0
Méthode A	48,75	48,31	-0,76	-0,12	-0,18	-0,05
Méthode B	48,95	49,20	-0,87	0,12	-0,20	-0,04
Méthode C	46,82	46,41	0,24	0,01	-0,19	0,03
Modèle numérique	50	50	25	0	0	0
Méthode A	48,77	48,24	24,01	-0,17	-0,31	-0,08
Méthode B	48,90	49,15	24,02	0,11	-0,34	-0,06
Méthode C	46,99	46,59	24,86	0,01	-0,16	0,01
Modèle numérique	50	50	50	0	0	0
Méthode A	48,86	48,23	48,65	-0,22	-0,43	-0,10
Méthode B	48,92	49,17	48,77	0,10	-0,48	-0,07
Méthode C	47,22	46,82	49,36	0,02	-0,13	-0,01
Modèle numérique	50	50	75	0	0	0
Méthode A	48,90	48,17	73,38	-0,27	-0,56	-0,12
Méthode B	48,89	49,14	73,62	0,10	-0,61	-0,09
Méthode C	47,40	47,01	73,94	0,02	-0,11	-0,03

Tableau B.3. Composantes moyennes de contraintes in situ des 24 simulations sur le modèle hétérogène ayant un c.v. de 30% sur E .

Méthode	σ_x [MPa]	σ_y [MPa]	σ_z [MPa]	τ_{xy} [MPa]	τ_{yz} [MPa]	τ_{zx} [MPa]
Modèle numérique	50	0	0	0	0	0
Méthode A	49,25	-0,10	-0,18	-0,59	-0,30	-0,30
Méthode B	50,30	1,54	-0,18	2,07	-0,31	-0,37
Méthode C	47,22	-0,47	0,97	-0,49	-0,18	0,04
Modèle numérique	50	0	25	0	0	0
Méthode A	49,19	-0,19	24,14	-0,86	-0,49	-0,44
Méthode B	50,30	1,35	24,28	2,13	-0,51	-0,52
Méthode C	47,44	-0,34	25,29	-0,43	-0,09	0,12
Modèle numérique	50	0	50	0	0	0
Méthode A	49,11	-0,31	48,49	-1,13	-0,67	-0,57
Méthode B	50,28	1,13	48,78	2,18	-0,71	-0,68
Méthode C	47,65	-0,23	49,66	-0,37	0,00	0,19
Modèle numérique	50	0	75	0	0	0
Méthode A	49,04	-0,42	72,83	-1,40	-0,86	-0,70
Méthode B	50,26	0,92	73,27	2,24	-0,91	-0,83
Méthode C	47,85	-0,12	74,02	-0,32	0,09	0,26
Modèle numérique	50	10	0	0	0	0
Méthode A	49,27	9,77	-0,26	-0,48	-0,25	-0,28
Méthode B	50,45	11,03	-0,28	2,23	-0,26	-0,34
Méthode C	47,21	9,11	1,00	-0,41	-0,26	0,00
Modèle numérique	50	10	25	0	0	0
Méthode A	49,21	9,68	24,05	-0,75	-0,44	-0,41
Méthode B	50,45	10,83	24,18	2,29	-0,46	-0,50
Méthode C	47,43	9,24	25,32	-0,36	-0,18	0,07
Modèle numérique	50	10	50	0	0	0
Méthode A	49,14	9,56	48,39	-1,02	-0,62	-0,55
Méthode B	50,42	10,62	48,67	2,35	-0,66	-0,65
Méthode C	47,63	9,35	49,68	-0,30	-0,09	0,15
Modèle numérique	50	10	75	0	0	0
Méthode A	49,07	9,45	72,74	-1,29	-0,81	-0,68
Méthode B	50,40	10,40	73,17	2,41	-0,86	-0,81
Méthode C	47,84	9,45	74,04	-0,24	0,01	0,22

Tableau B.3. Suite.

Méthode	σ_x [MPa]	σ_y [MPa]	σ_z [MPa]	τ_{xy} [MPa]	τ_{yz} [MPa]	τ_{zx} [MPa]
Modèle numérique	50	20	0	0	0	0
Méthode A	49,29	19,64	-0,35	-0,37	-0,21	-0,26
Méthode B	50,60	20,51	-0,38	2,39	-0,22	-0,31
Méthode C	47,19	18,68	1,03	-0,34	-0,35	-0,04
Modèle numérique	50	20	25	0	0	0
Méthode A	49,24	19,55	23,96	-0,64	-0,39	-0,39
Méthode B	50,59	20,32	24,08	2,45	-0,42	-0,47
Méthode C	47,41	18,81	25,34	-0,28	-0,26	0,03
Modèle numérique	50	20	50	0	0	0
Méthode A	49,17	19,43	48,30	-0,91	-0,57	-0,52
Méthode B	50,57	20,10	48,56	2,51	-0,61	-0,62
Méthode C	47,62	18,92	49,70	-0,22	-0,17	0,11
Modèle numérique	50	20	75	0	0	0
Méthode A	49,09	19,32	72,66	-1,18	-0,76	-0,66
Méthode B	50,55	19,89	73,07	2,57	-0,81	-0,78
Méthode C	47,82	19,03	74,07	-0,17	-0,08	0,18
Modèle numérique	50	30	0	0	0	0
Méthode A	49,32	29,51	-0,43	-0,26	-0,16	-0,23
Méthode B	50,74	29,99	-0,48	2,56	-0,17	-0,29
Méthode C	47,17	28,26	1,05	-0,26	-0,44	-0,08
Modèle numérique	50	30	25	0	0	0
Méthode A	49,25	29,42	23,87	-0,53	-0,34	-0,37
Méthode B	50,73	29,81	23,97	2,61	-0,36	-0,44
Méthode C	47,39	28,39	25,37	-0,20	-0,35	-0,01
Modèle numérique	50	30	50	0	0	0
Méthode A	49,19	29,31	48,20	-0,80	-0,53	-0,50
Méthode B	50,72	29,59	48,45	2,67	-0,56	-0,60
Méthode C	47,61	28,50	49,71	-0,15	-0,26	0,07
Modèle numérique	50	30	75	0	0	0
Méthode A	49,12	29,19	72,56	-1,07	-0,71	-0,64
Méthode B	50,70	29,38	72,95	2,73	-0,76	-0,76
Méthode C	47,81	28,61	74,08	-0,09	-0,17	0,14

Tableau B.3. Suite.

Méthode	σ_x [MPa]	σ_y [MPa]	σ_z [MPa]	τ_{xy} [MPa]	τ_{yz} [MPa]	τ_{zx} [MPa]
Modèle numérique	50	40	0	0	0	0
Méthode A	49,34	39,38	-0,52	-0,15	-0,11	-0,21
Méthode B	50,89	39,48	-0,57	2,72	-0,12	-0,26
Méthode C	47,16	37,83	1,08	-0,18	-0,53	-0,12
Modèle numérique	50	40	25	0	0	0
Méthode A	49,24	39,28	23,81	-0,42	-0,29	-0,34
Méthode B	50,84	39,28	23,90	2,78	-0,32	-0,41
Méthode C	47,34	37,96	25,42	-0,12	-0,44	-0,05
Modèle numérique	50	40	50	0	0	0
Méthode A	49,22	39,18	48,11	-0,69	-0,48	-0,48
Méthode B	50,87	39,08	48,35	2,84	-0,52	-0,57
Méthode C	47,60	38,08	49,73	-0,07	-0,35	0,03
Modèle numérique	50	40	75	0	0	0
Méthode A	49,15	39,06	72,46	-0,96	-0,66	-0,61
Méthode B	50,85	38,87	72,84	2,90	-0,71	-0,73
Méthode C	47,80	38,19	74,10	-0,01	-0,26	0,10
Modèle numérique	50	50	0	0	0	0
Méthode A	49,36	49,25	-0,60	-0,04	-0,06	-0,19
Méthode B	51,03	48,96	-0,67	2,88	-0,07	-0,23
Méthode C	47,14	47,40	1,11	-0,11	-0,61	-0,16
Modèle numérique	50	50	25	0	0	0
Méthode A	49,27	49,12	23,78	-0,31	-0,25	-0,32
Méthode B	50,99	48,73	23,85	2,94	-0,27	-0,39
Méthode C	47,33	47,50	25,50	-0,05	-0,52	-0,09
Modèle numérique	50	50	50	0	0	0
Méthode A	49,25	49,05	48,03	-0,58	-0,43	-0,45
Méthode B	51,02	48,57	48,25	3,00	-0,47	-0,54
Méthode C	47,58	47,65	49,76	0,01	-0,43	-0,01
Modèle numérique	50	50	75	0	0	0
Méthode A	49,17	48,94	72,38	-0,85	-0,62	-0,59
Méthode B	51,00	48,36	72,75	3,06	-0,67	-0,70
Méthode C	47,79	47,77	74,13	0,06	-0,34	0,06

Tableau B.4. Erreurs standards moyennes sur les composantes de contraintes in situ des 24 simulations sur le modèle hétérogène ayant un c.v. de 30% sur E .

	σ_X [MPa]	σ_Y [MPa]	σ_Z [MPa]	τ_{XY} [MPa]	τ_{YZ} [MPa]	τ_{ZX} [MPa]
Contraintes in situ vraies	50	0	0	0	0	0
Méthode A	6,25	6,25	3,53	10,27	4,99	4,99
Méthode B	9,20	9,20	5,21	15,16	7,36	7,36
Méthode C	6,53	6,53	3,69	10,74	5,22	5,23
Contraintes in situ vraies	50	0	25	0	0	0
Méthode A	10,82	10,82	6,11	17,79	8,64	8,64
Méthode B	11,41	11,41	6,45	18,81	9,12	9,13
Méthode C	5,96	5,96	3,37	9,81	4,77	4,77
Contraintes in situ vraies	50	0	50	0	0	0
Méthode A	17,58	17,58	9,93	28,90	14,04	14,04
Méthode B	16,53	16,52	9,35	27,25	13,22	13,22
Méthode C	5,73	5,73	3,24	9,43	4,59	4,59
Contraintes in situ vraies	50	0	75	0	0	0
Méthode A	24,87	24,86	14,04	40,87	19,85	19,86
Méthode B	22,80	22,80	12,90	37,59	18,24	18,24
Méthode C	5,80	5,80	3,28	9,54	4,64	4,64
Contraintes in situ vraies	50	10	0	0	0	0
Méthode A	5,47	5,46	3,09	8,98	4,37	4,37
Méthode B	8,87	8,87	5,02	14,62	7,10	7,10
Méthode C	5,96	5,96	3,37	9,81	4,77	4,77
Contraintes in situ vraies	50	10	25	0	0	0
Méthode A	10,22	10,22	5,77	16,80	8,16	8,16
Méthode B	10,59	10,59	5,99	17,46	8,47	8,47
Méthode C	5,30	5,30	3,00	8,73	4,24	4,24
Contraintes in situ vraies	50	10	50	0	0	0
Méthode A	17,12	17,12	9,66	28,13	13,67	13,67
Méthode B	15,56	15,56	8,80	25,66	12,45	12,45
Méthode C	4,99	4,99	2,82	8,21	3,99	3,99
Contraintes in situ vraies	50	10	75	0	0	0
Méthode A	24,51	24,51	13,84	40,28	19,57	19,57
Méthode B	21,81	21,80	12,34	35,95	17,45	17,45
Méthode C	5,00	5,00	2,83	8,23	4,00	4,00

Tableau B.4. Suite.

	σ_x [MPa]	σ_y [MPa]	σ_z [MPa]	τ_{xy} [MPa]	τ_{yz} [MPa]	τ_{zx} [MPa]
Contraintes in situ vraies	50	20	0	0	0	0
Méthode A	4,73	4,73	2,67	7,77	3,78	3,78
Méthode B	8,83	8,83	5,00	14,55	7,07	7,07
Méthode C	5,45	5,45	3,08	8,96	4,36	4,36
Contraintes in situ vraies	50	20	25	0	0	0
Méthode A	9,67	9,67	5,46	15,89	7,72	7,72
Méthode B	10,00	10,00	5,66	16,49	8,00	8,00
Méthode C	4,70	4,70	2,66	7,73	3,76	3,76
Contraintes in situ vraies	50	20	50	0	0	0
Méthode A	16,72	16,72	9,44	27,48	13,35	13,35
Méthode B	14,68	14,67	8,30	24,20	11,74	11,74
Méthode C	4,29	4,28	2,42	7,05	3,43	3,43
Contraintes in situ vraies	50	20	75	0	0	0
Méthode A	24,22	24,21	13,67	39,80	19,33	19,34
Méthode B	20,84	20,84	11,79	34,36	16,68	16,68
Méthode C	4,24	4,24	2,40	6,97	3,39	3,39
Contraintes in situ vraies	50	30	0	0	0	0
Méthode A	4,10	4,10	2,31	6,73	3,27	3,27
Méthode B	9,16	9,16	5,19	15,10	7,33	7,33
Méthode C	5,00	5,00	2,83	8,23	4,00	4,00
Contraintes in situ vraies	50	30	25	0	0	0
Méthode A	9,19	9,19	5,19	15,10	7,34	7,34
Méthode B	9,75	9,75	5,52	16,07	7,80	7,80
Méthode C	4,16	4,16	2,35	6,85	3,33	3,33
Contraintes in situ vraies	50	30	50	0	0	0
Méthode A	16,40	16,40	9,26	26,96	13,10	13,10
Méthode B	13,90	13,90	7,87	22,92	11,12	11,12
Méthode C	3,64	3,64	2,06	6,00	2,91	2,91
Contraintes in situ vraies	50	30	75	0	0	0
Méthode A	23,98	23,98	13,54	39,42	19,15	19,15
Méthode B	19,93	19,93	11,28	32,86	15,95	15,95
Méthode C	3,53	3,53	2,00	5,81	2,83	2,83

Tableau B.4. Suite.

	σ_X [MPa]	σ_Y [MPa]	σ_Z [MPa]	τ_{XY} [MPa]	τ_{YZ} [MPa]	τ_{ZX} [MPa]
Contraintes in situ vraies	50	40	0	0	0	0
Méthode A	3,65	3,65	2,06	6,00	2,92	2,92
Méthode B	9,84	9,84	5,57	16,21	7,87	7,87
Méthode C	4,65	4,65	2,63	7,65	3,72	3,72
Contraintes in situ vraies	50	40	25	0	0	0
Méthode A	8,82	8,82	4,98	14,50	7,05	7,05
Méthode B	9,77	9,77	5,53	16,11	7,82	7,82
Méthode C	3,73	3,73	2,11	6,13	2,98	2,98
Contraintes in situ vraies	50	40	50	0	0	0
Méthode A	16,15	16,15	9,12	26,55	12,90	12,90
Méthode B	13,31	13,31	7,53	21,95	10,65	10,65
Méthode C	3,10	3,09	1,75	5,09	2,47	2,47
Contraintes in situ vraies	50	40	75	0	0	0
Méthode A	23,78	23,77	13,43	39,08	18,99	18,99
Méthode B	19,06	19,06	10,79	31,43	15,26	15,26
Méthode C	2,95	2,95	1,67	4,86	2,36	2,36
Contraintes in situ vraies	50	50	0	0	0	0
Méthode A	3,45	3,45	1,95	5,67	2,76	2,76
Méthode B	10,69	10,69	6,05	17,62	8,56	8,56
Méthode C	4,47	4,46	2,52	7,35	3,57	3,57
Contraintes in situ vraies	50	50	25	0	0	0
Méthode A	8,57	8,57	4,84	14,09	6,85	6,85
Méthode B	10,06	10,06	5,69	16,58	8,05	8,05
Méthode C	3,49	3,49	1,97	5,74	2,79	2,79
Contraintes in situ vraies	50	50	50	0	0	0
Méthode A	15,96	15,96	9,01	26,23	12,75	12,75
Méthode B	13,01	13,01	7,36	21,45	10,41	10,41
Méthode C	2,77	2,77	1,57	4,57	2,22	2,22
Contraintes in situ vraies	50	50	75	0	0	0
Méthode A	23,63	23,62	13,34	38,83	18,87	18,87
Méthode B	18,29	18,29	10,35	30,15	14,64	14,64
Méthode C	2,68	2,68	1,52	4,41	2,14	2,14

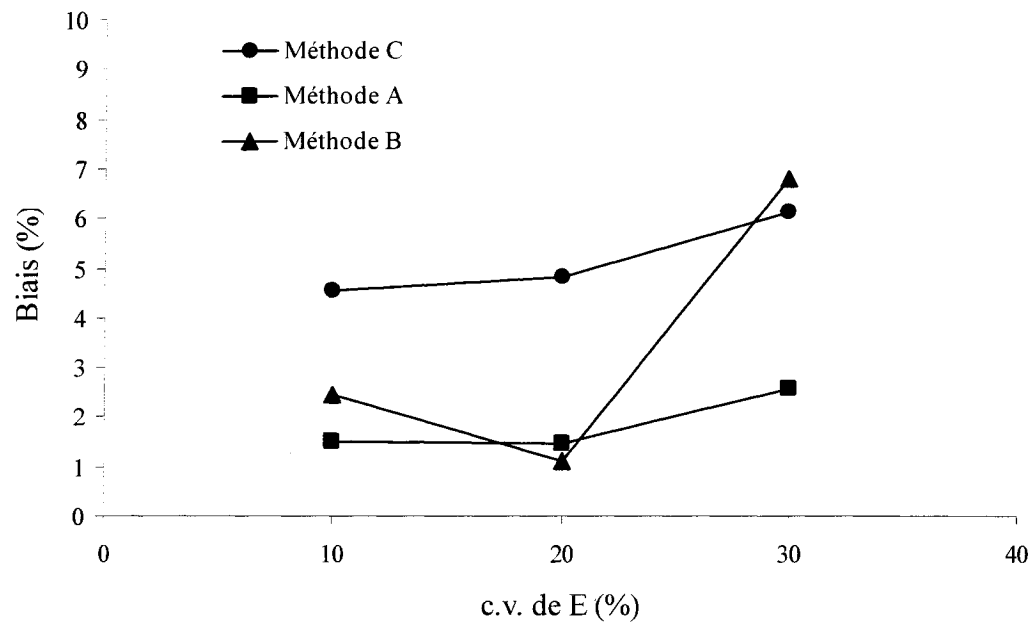
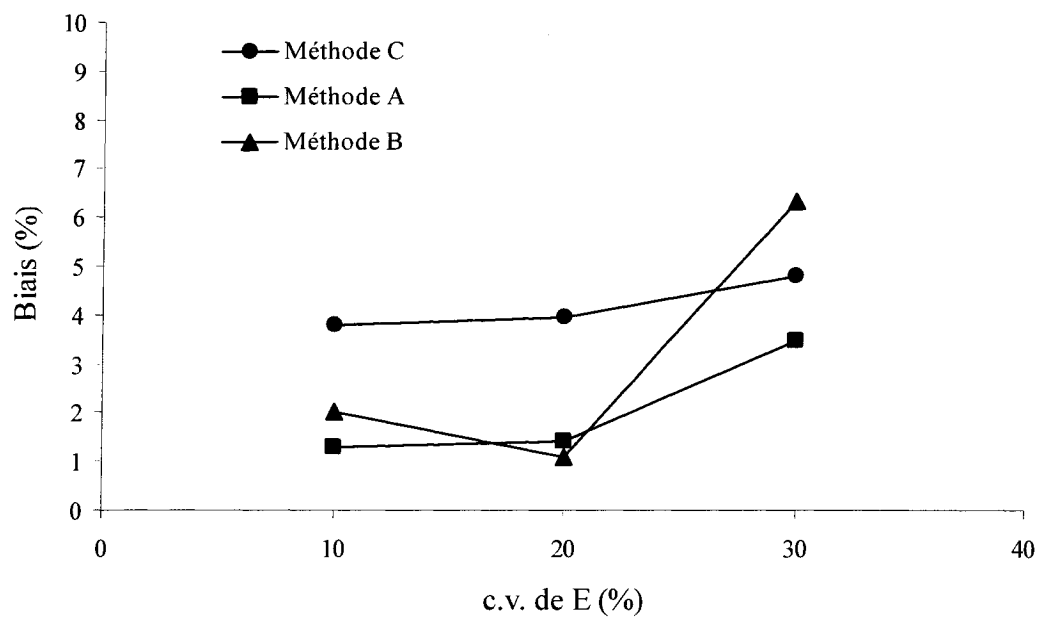
Figure B.1. $\sigma_X = 50$ MPa, $\sigma_Y = 0$ MPa et $\sigma_Z = 0$ MPa**Figure B.2.** $\sigma_X = 50$ MPa, $\sigma_Y = 0$ MPa et $\sigma_Z = 25$ MPa

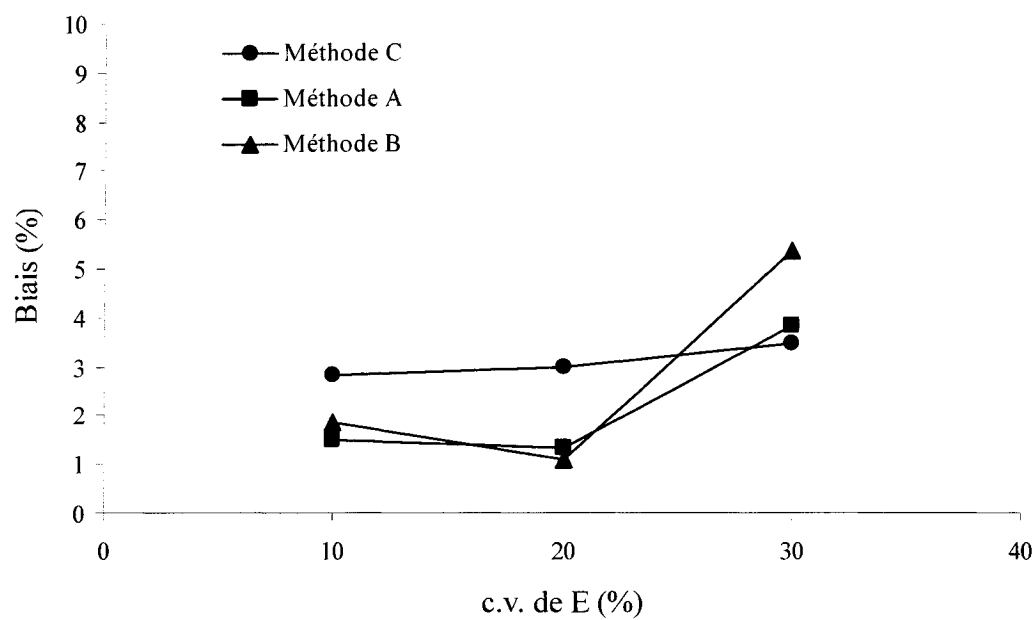
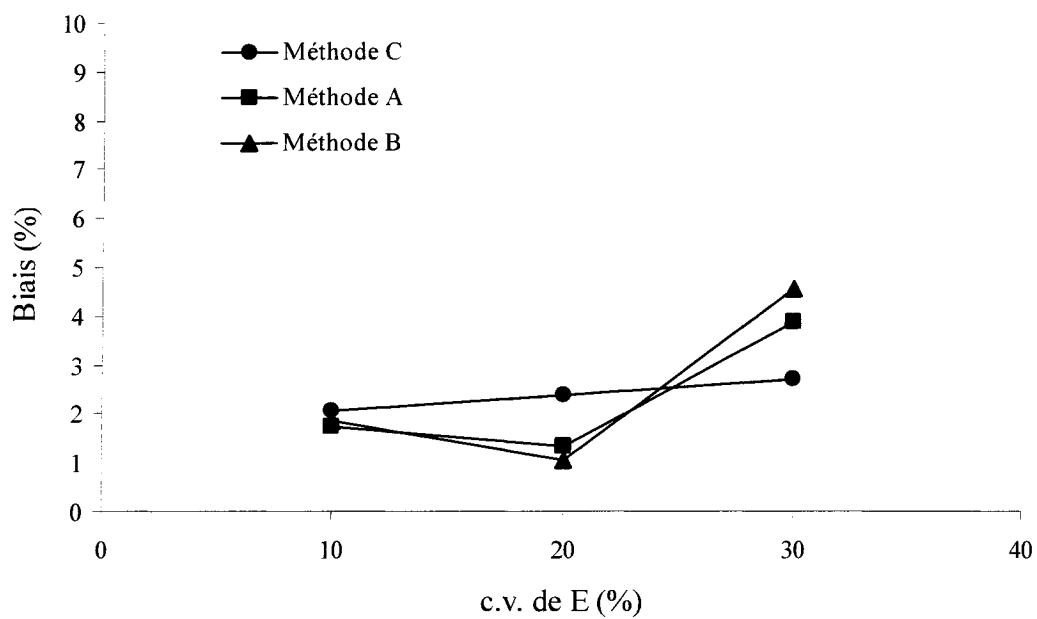
Figure B.3. $\sigma_X = 50$ MPa, $\sigma_Y = 0$ MPa et $\sigma_Z = 50$ MPa**Figure B.4.** $\sigma_X = 50$ MPa, $\sigma_Y = 0$ MPa et $\sigma_Z = 75$ MPa

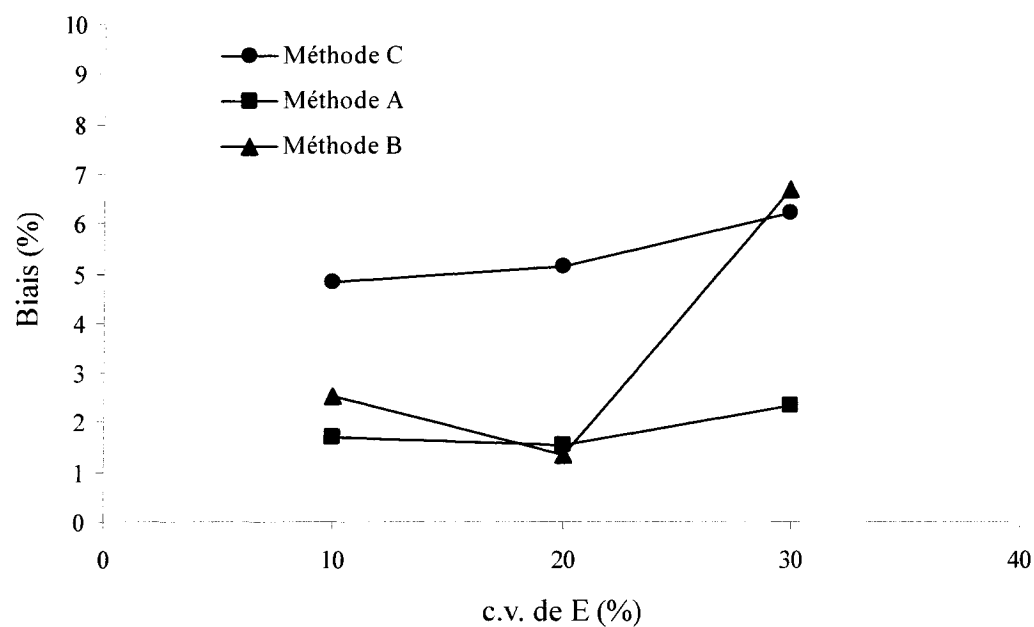
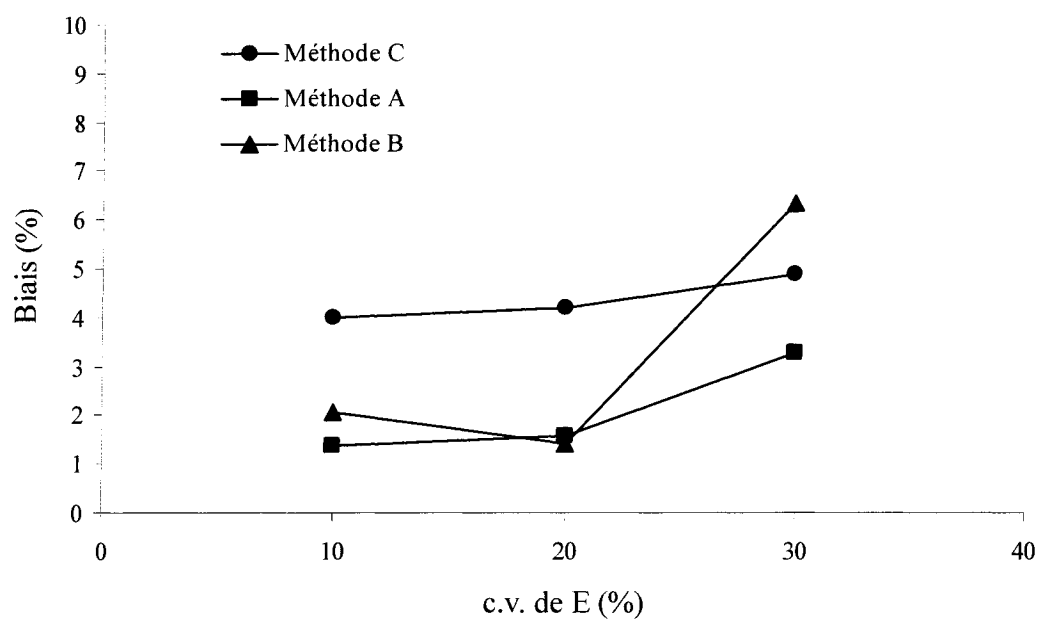
Figure B.5. $\sigma_X = 50$ MPa, $\sigma_Y = 10$ MPa et $\sigma_Z = 0$ MPa**Figure B.6.** $\sigma_X = 50$ MPa, $\sigma_Y = 10$ MPa et $\sigma_Z = 25$ MPa

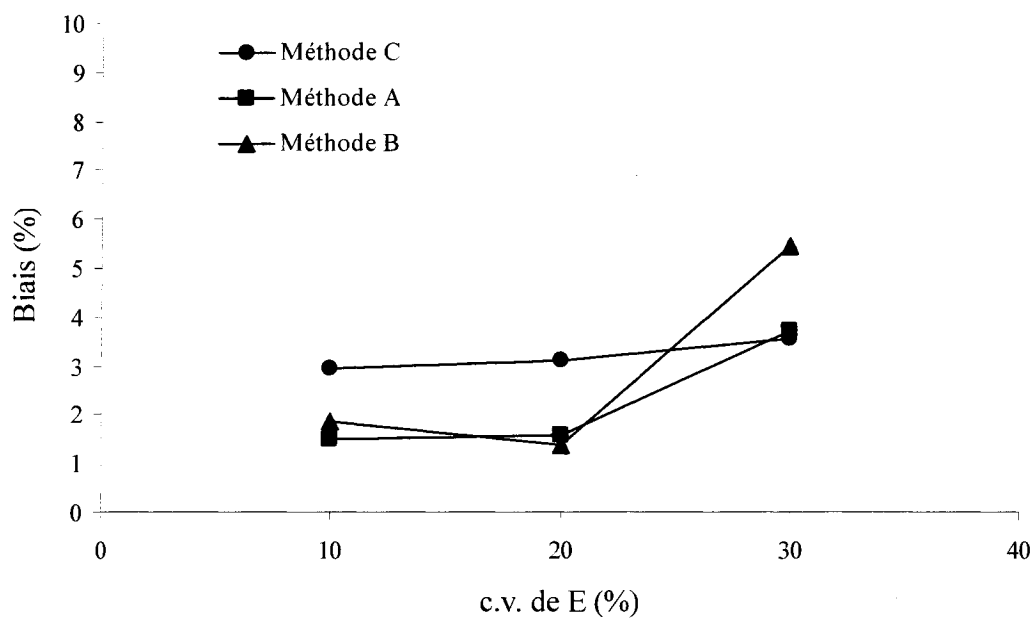
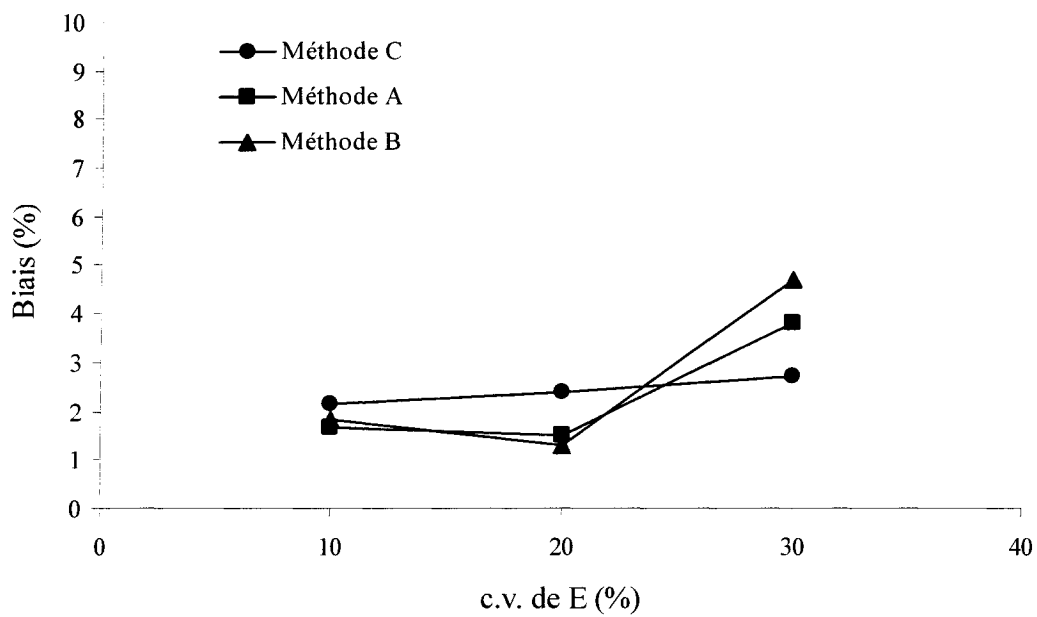
Figure B.7. $\sigma_X = 50$ MPa, $\sigma_Y = 10$ MPa et $\sigma_Z = 50$ MPa**Figure B.8.** $\sigma_X = 50$ MPa, $\sigma_Y = 10$ MPa et $\sigma_Z = 75$ MPa

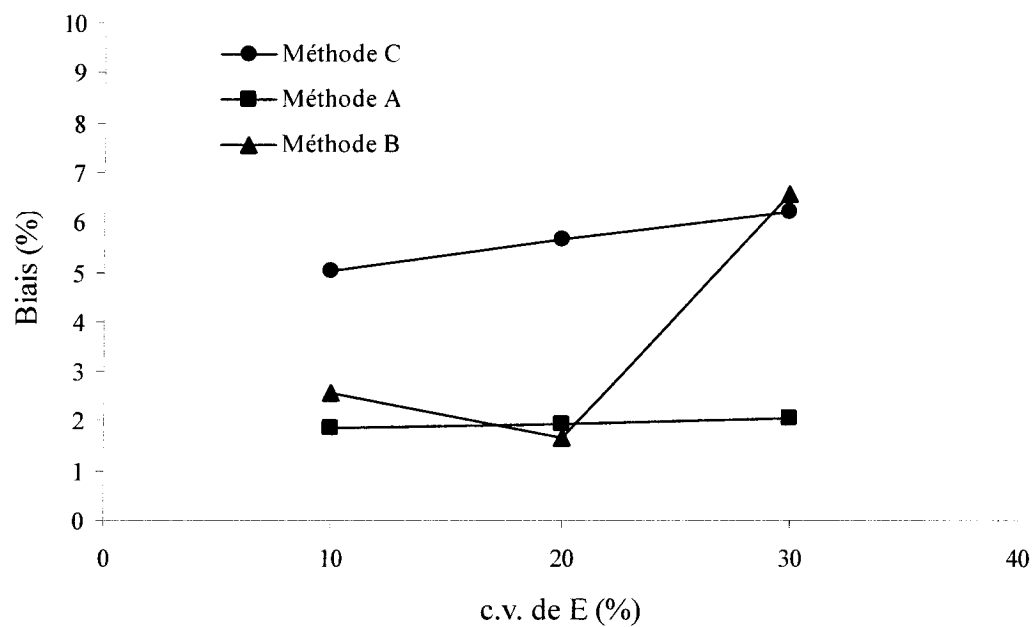
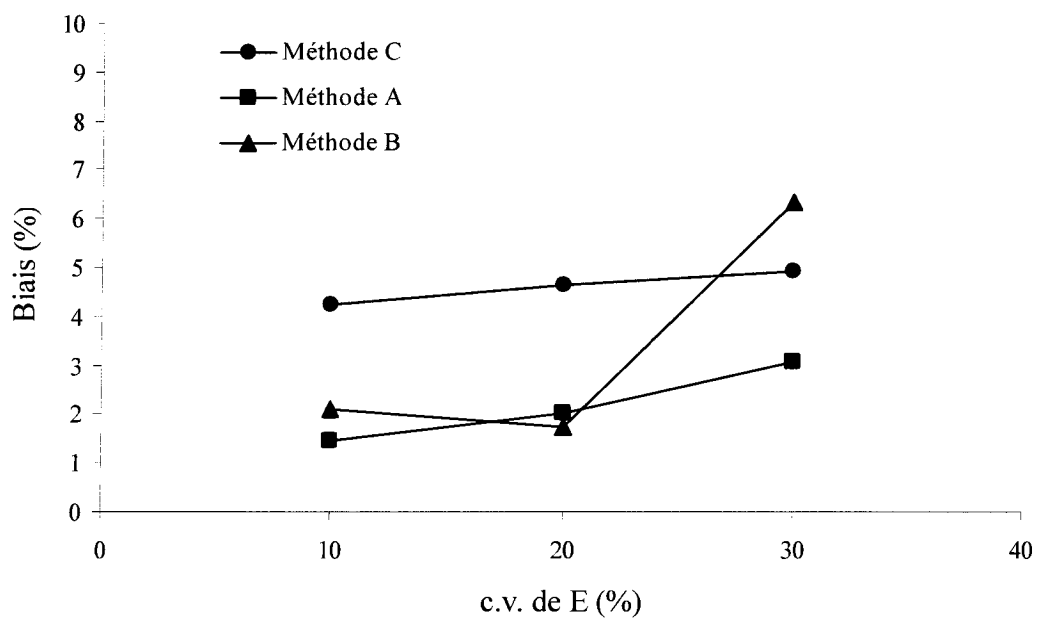
Figure B.9. $\sigma_X = 50$ MPa, $\sigma_Y = 20$ MPa et $\sigma_Z = 0$ MPa**Figure B.10.** $\sigma_X = 50$ MPa, $\sigma_Y = 20$ MPa et $\sigma_Z = 25$ MPa

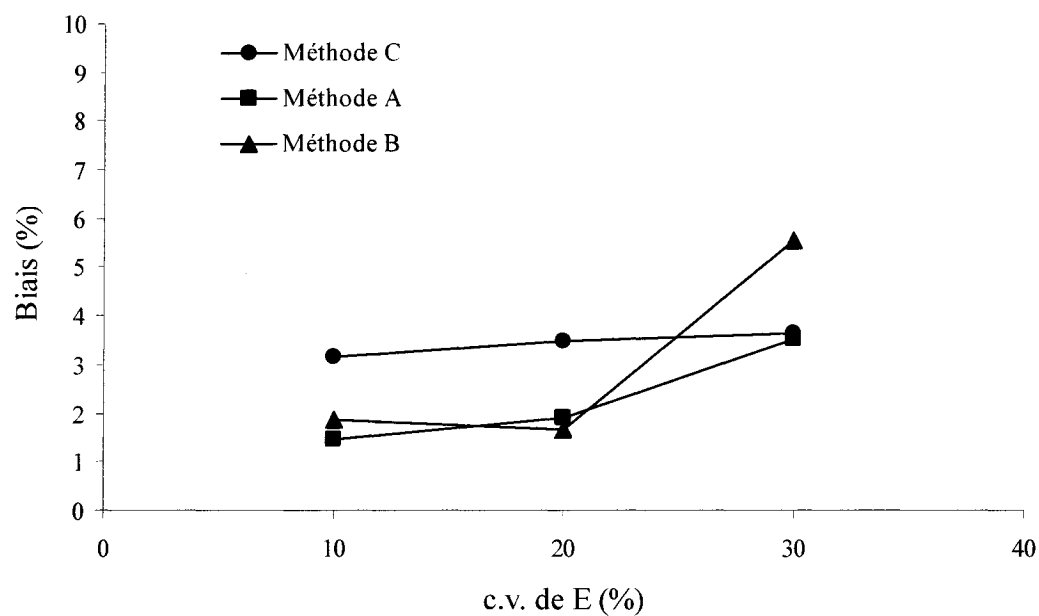
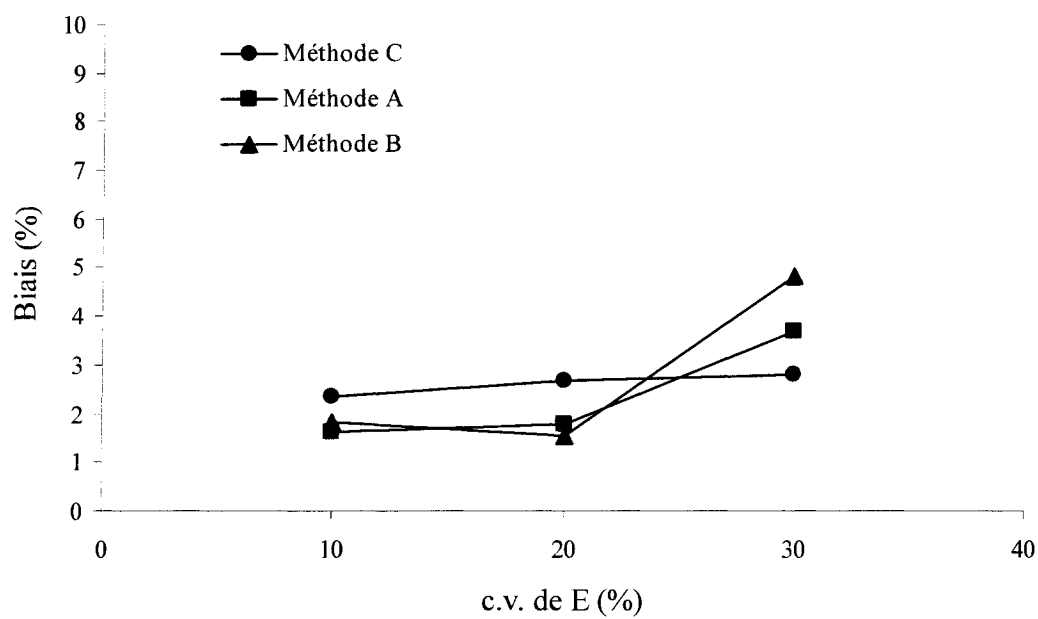
Figure B.11. $\sigma_X = 50$ MPa, $\sigma_Y = 20$ MPa et $\sigma_Z = 50$ MPa**Figure B.12.** $\sigma_X = 50$ MPa, $\sigma_Y = 20$ MPa et $\sigma_Z = 75$ MPa

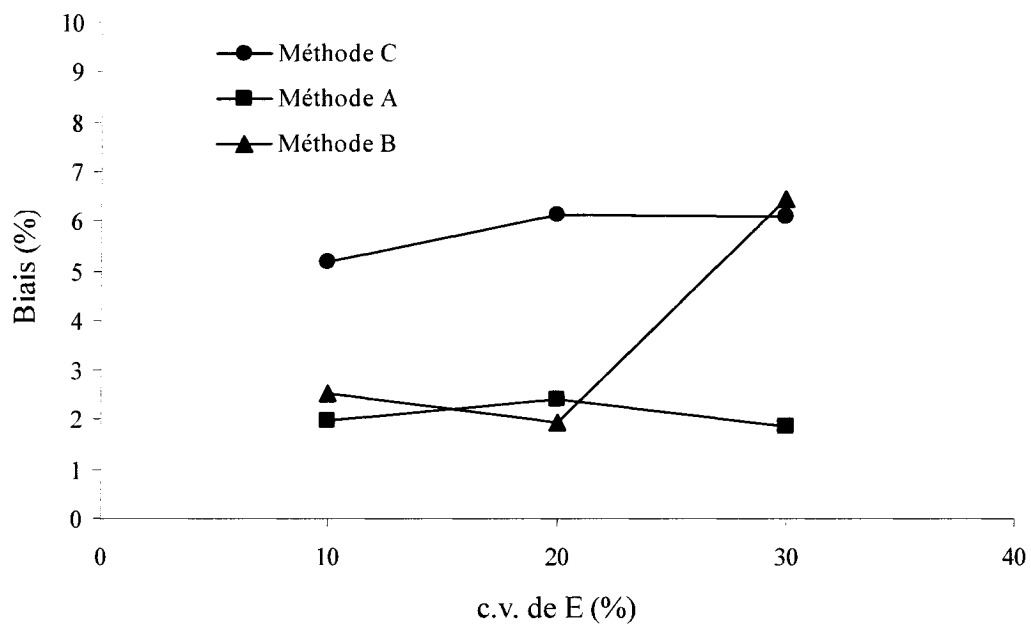
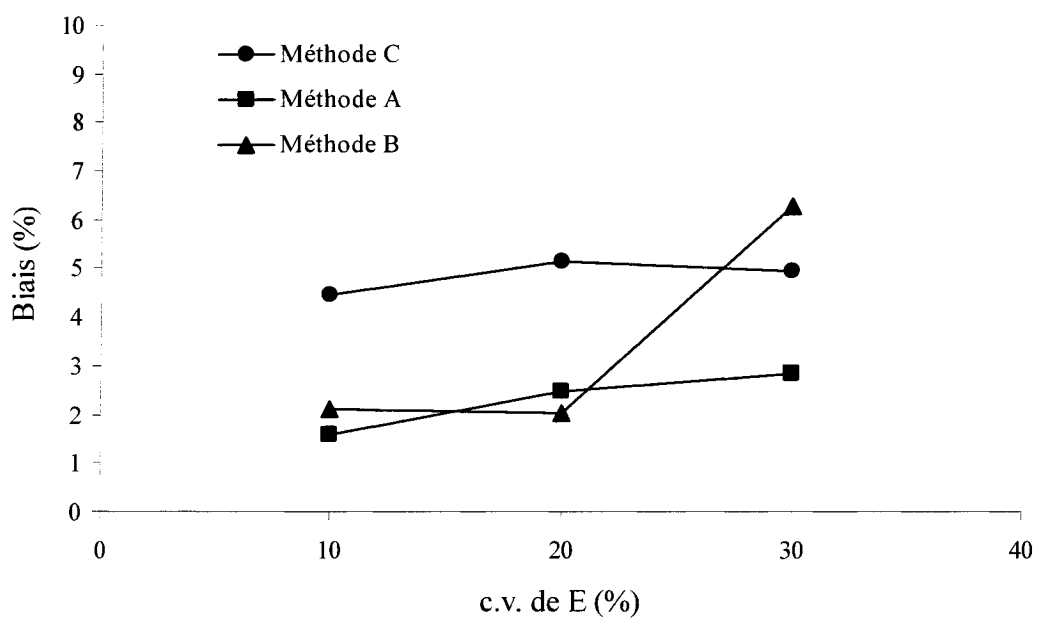
Figure B.13. $\sigma_X = 50$ MPa, $\sigma_Y = 30$ MPa et $\sigma_Z = 0$ MPa**Figure B.14.** $\sigma_X = 50$ MPa, $\sigma_Y = 30$ MPa et $\sigma_Z = 25$ MPa

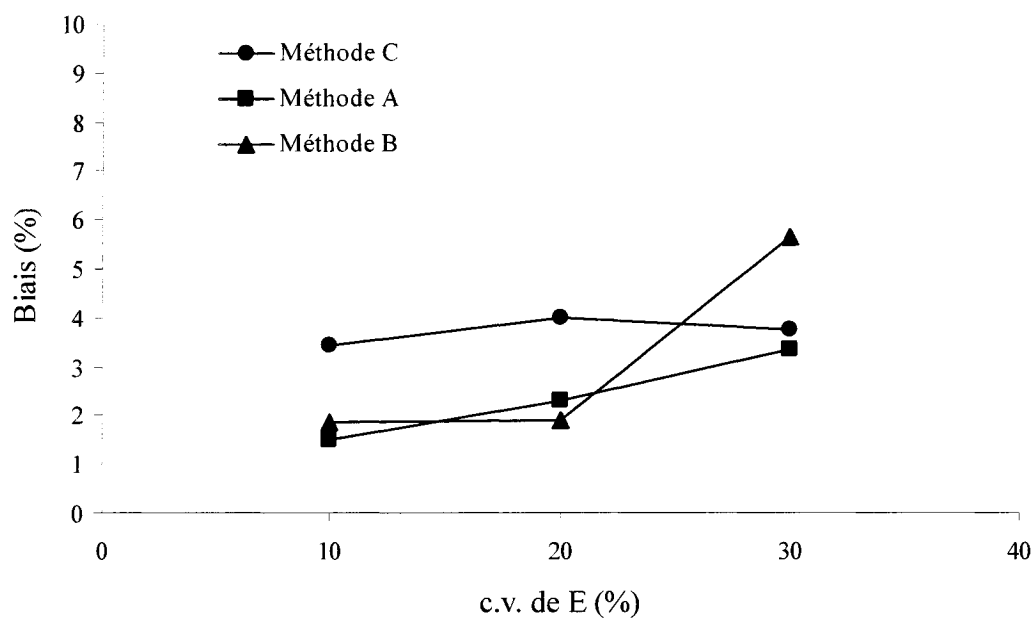
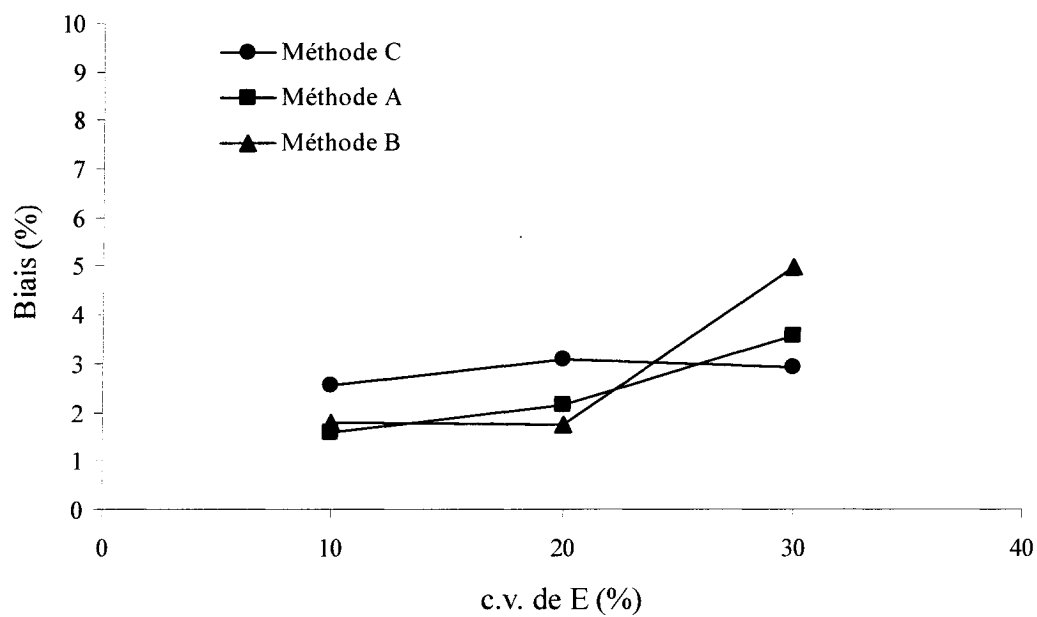
Figure B.15. $\sigma_X = 50$ MPa, $\sigma_Y = 30$ MPa et $\sigma_Z = 50$ MPa**Figure B.16.** $\sigma_X = 50$ MPa, $\sigma_Y = 30$ MPa et $\sigma_Z = 75$ MPa

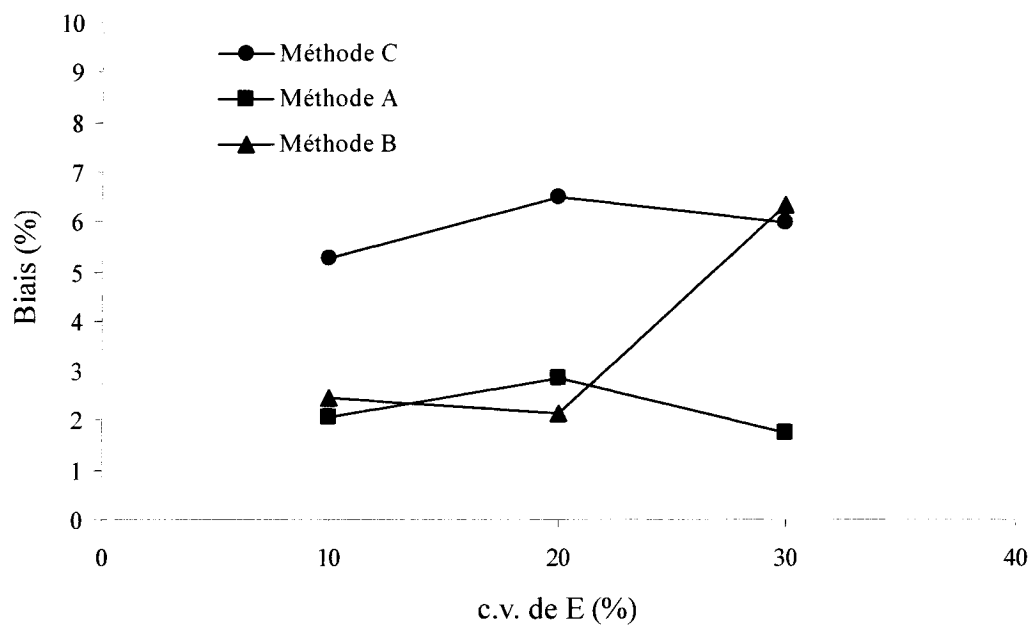
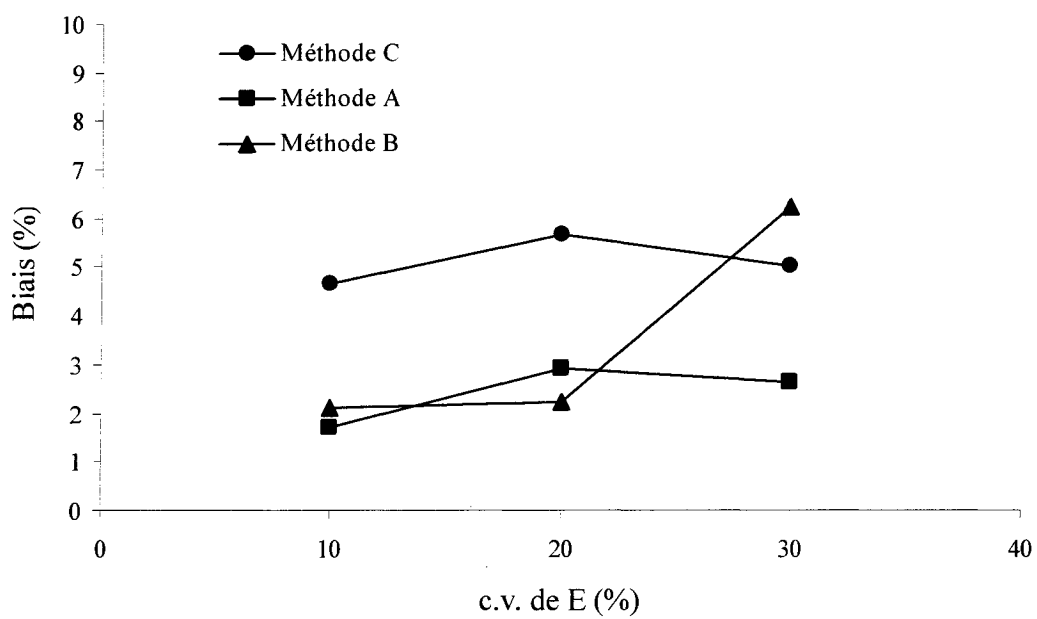
Figure B.17. $\sigma_X = 50$ MPa, $\sigma_Y = 40$ MPa et $\sigma_Z = 0$ MPa**Figure B.18.** $\sigma_X = 50$ MPa, $\sigma_Y = 40$ MPa et $\sigma_Z = 25$ MPa

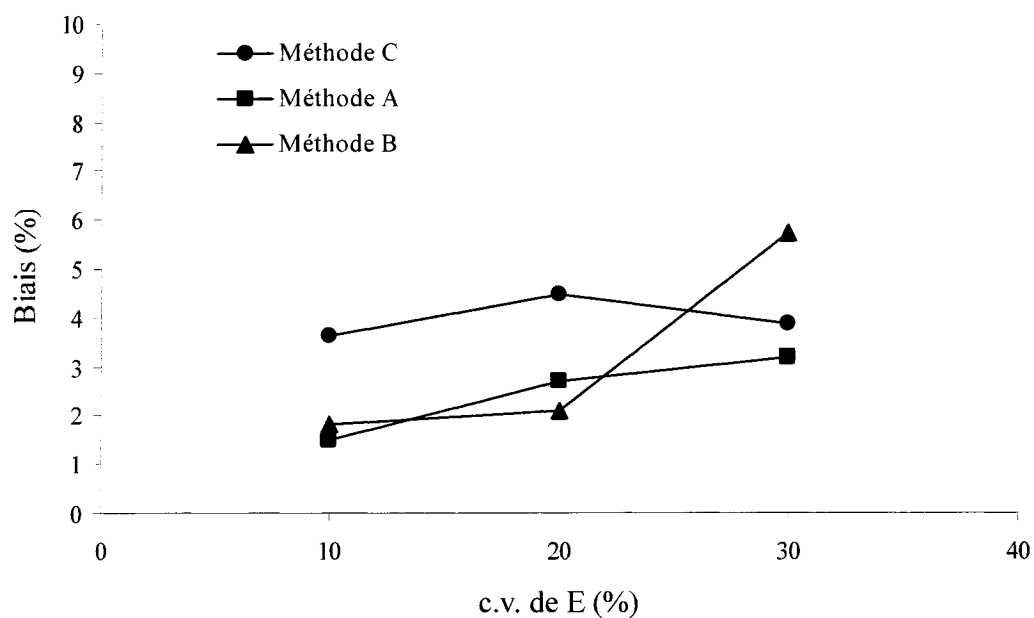
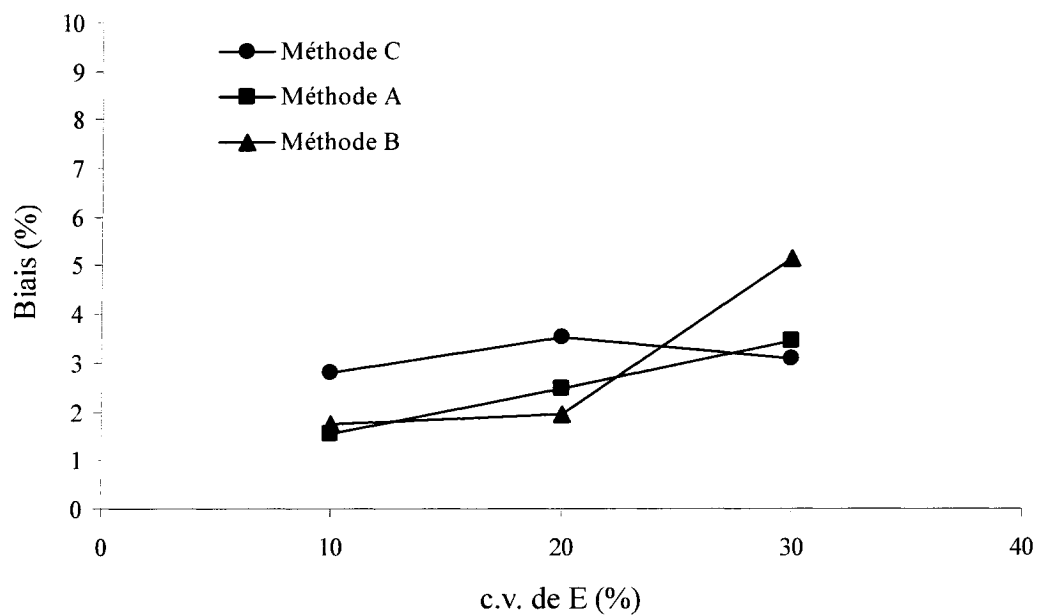
Figure B.19. $\sigma_X = 50$ MPa, $\sigma_Y = 40$ MPa et $\sigma_Z = 50$ MPa**Figure B.20.** $\sigma_X = 50$ MPa, $\sigma_Y = 40$ MPa et $\sigma_Z = 75$ MPa

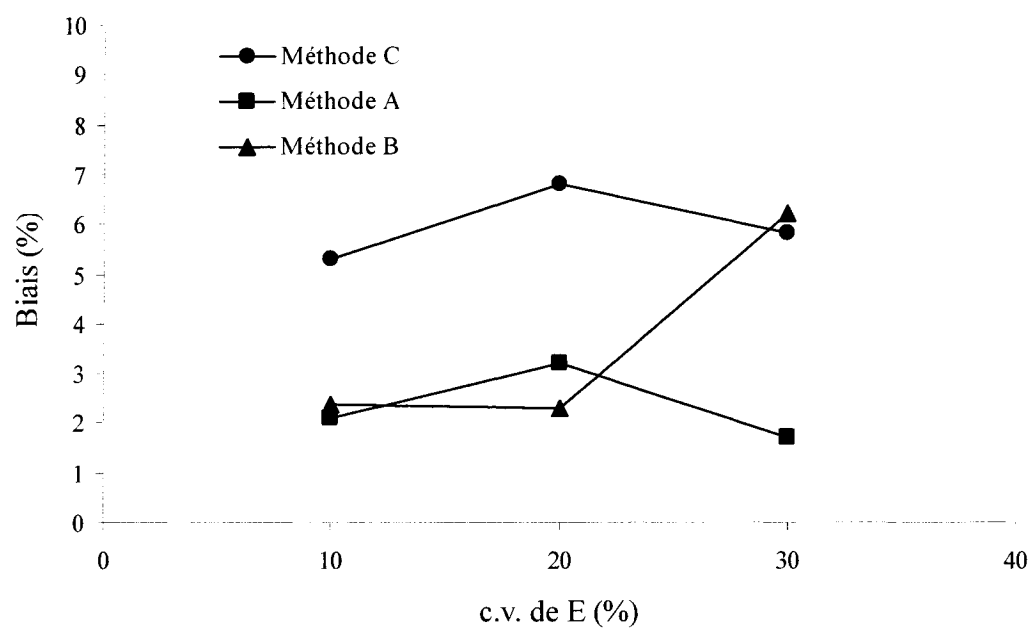
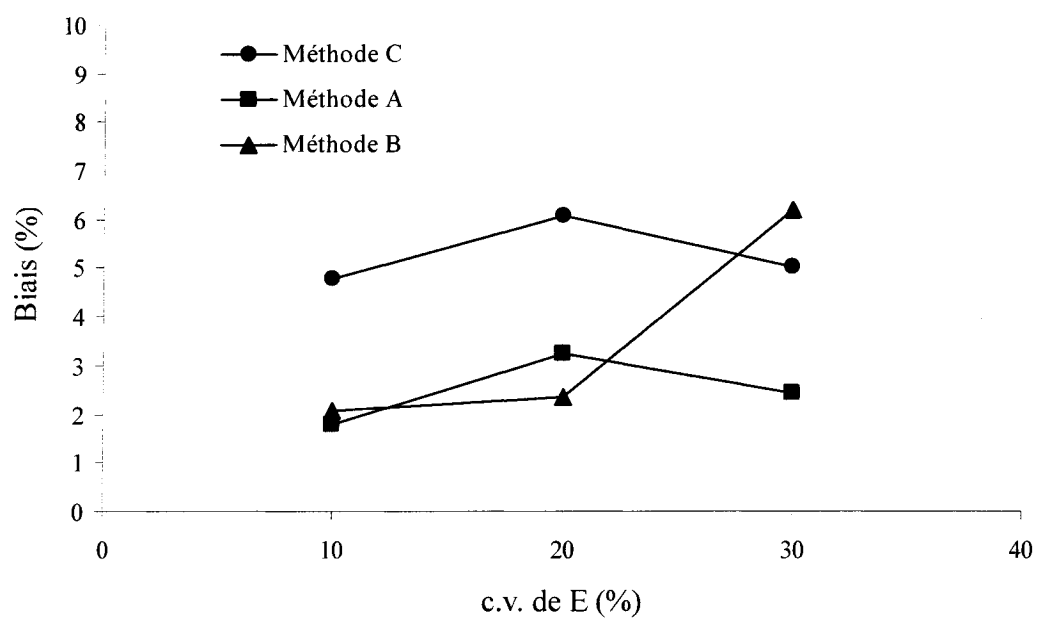
Figure B.21. $\sigma_X = 50$ MPa, $\sigma_Y = 50$ MPa et $\sigma_Z = 0$ MPa**Figure B.22.** $\sigma_X = 50$ MPa, $\sigma_Y = 50$ MPa et $\sigma_Z = 25$ MPa

Figure B.23. $\sigma_X = 50$ MPa, $\sigma_Y = 50$ MPa et $\sigma_Z = 50$ MPa

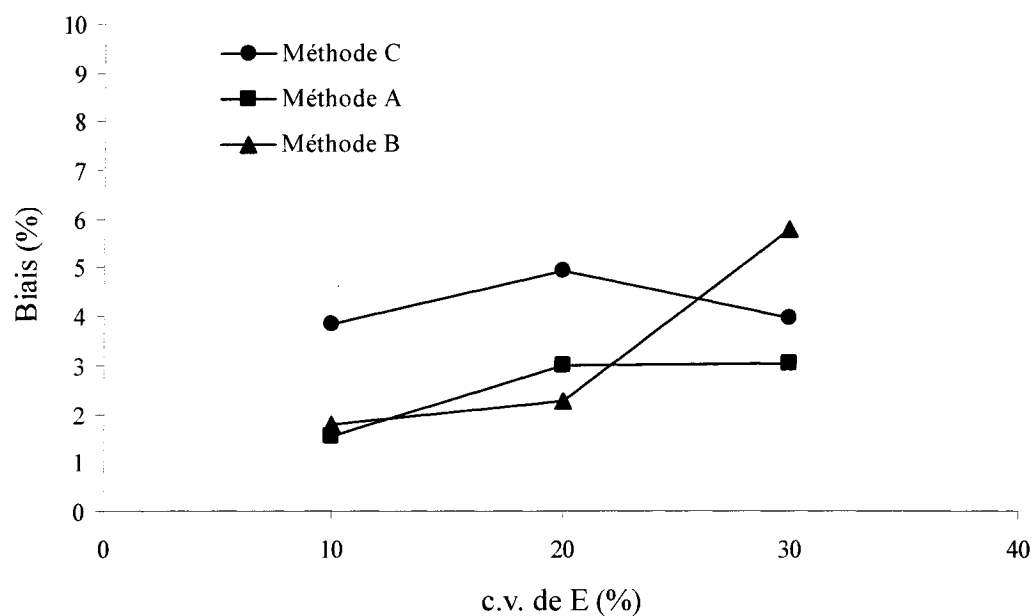


Figure B.24. $\sigma_X = 50$ MPa, $\sigma_Y = 50$ MPa et $\sigma_Z = 75$ MPa

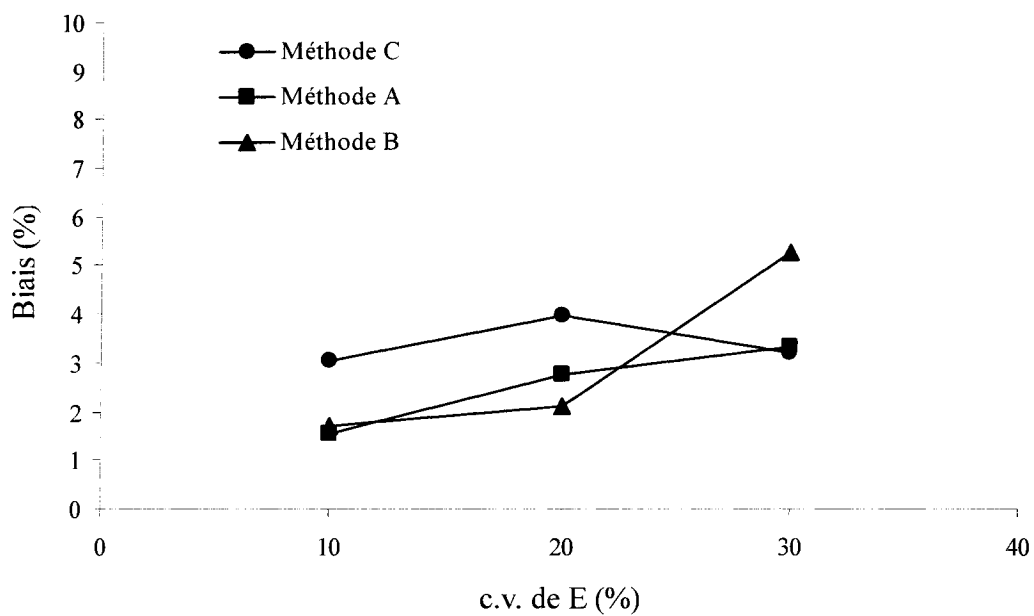


Figure B.25. $\sigma_X = 50$ MPa, $\sigma_Y = 0$ MPa et $\sigma_Z = 0$ MPa

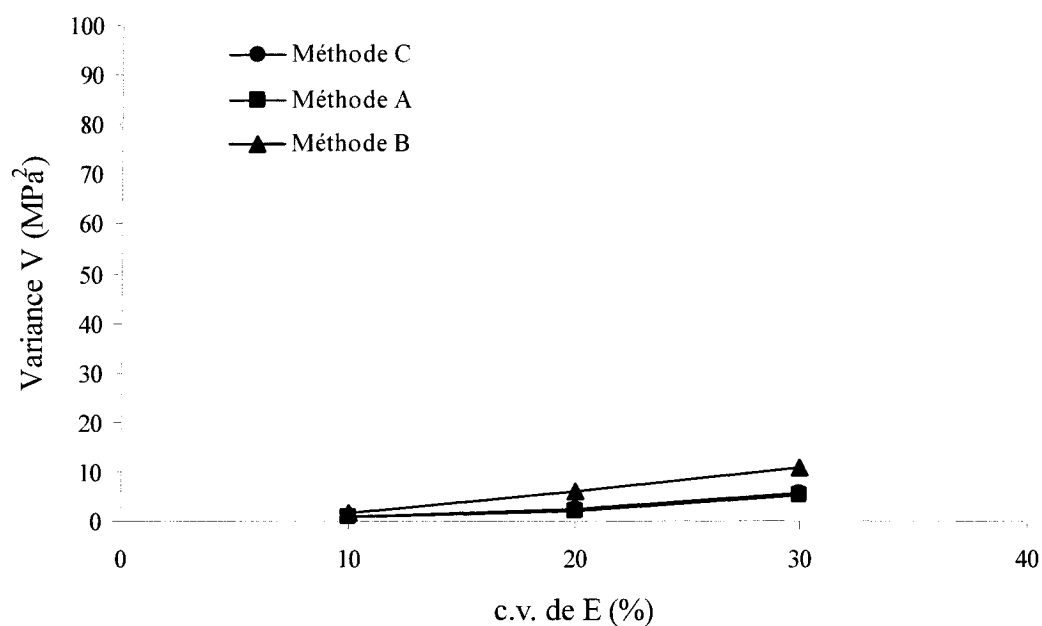


Figure B.26. $\sigma_X = 50$ MPa, $\sigma_Y = 0$ MPa et $\sigma_Z = 25$ MPa

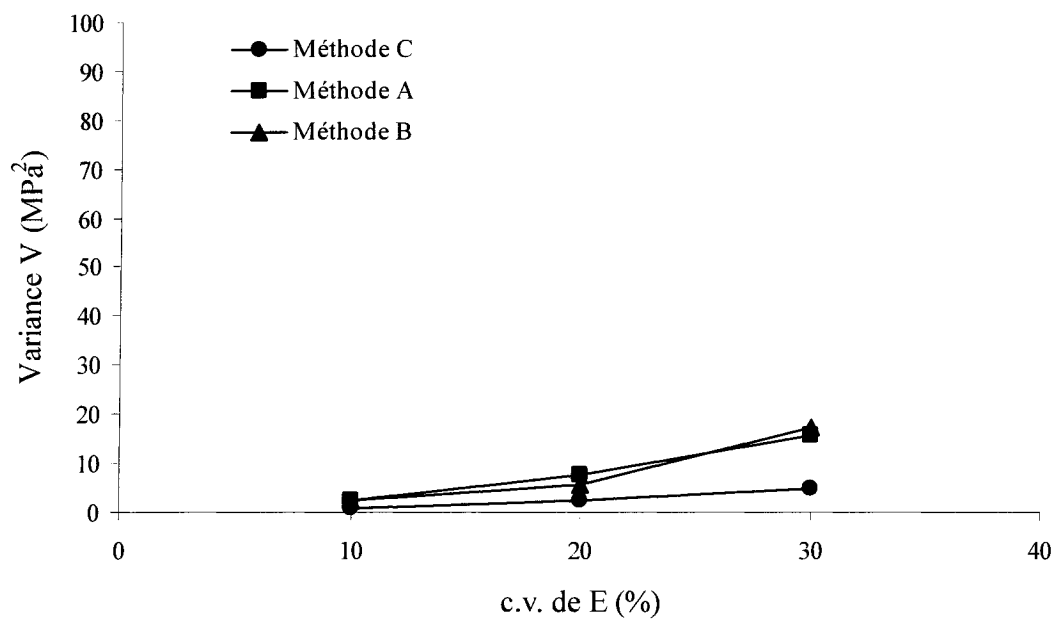


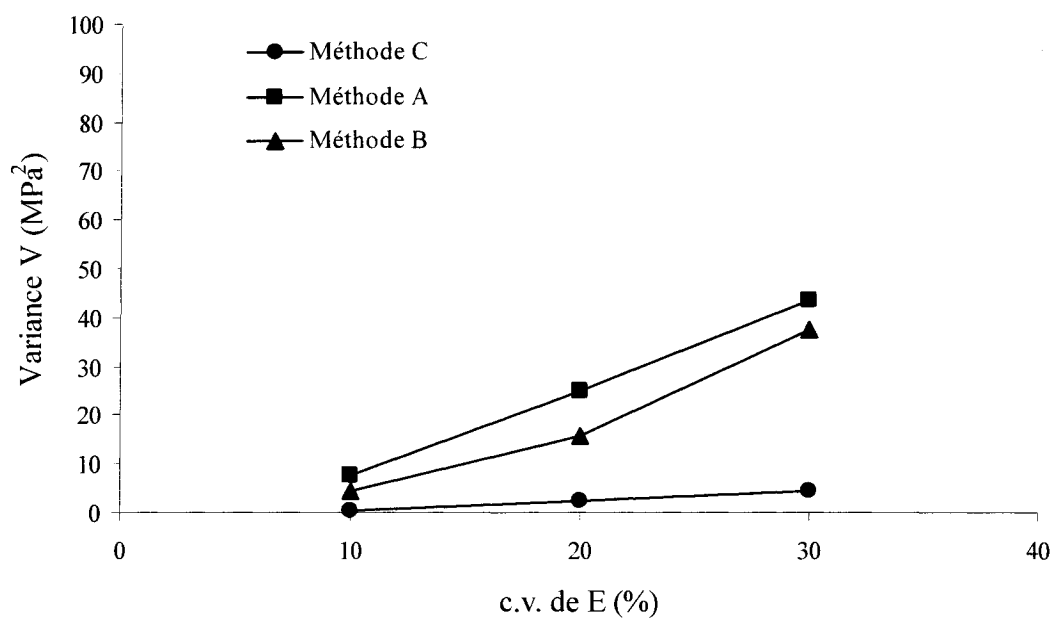
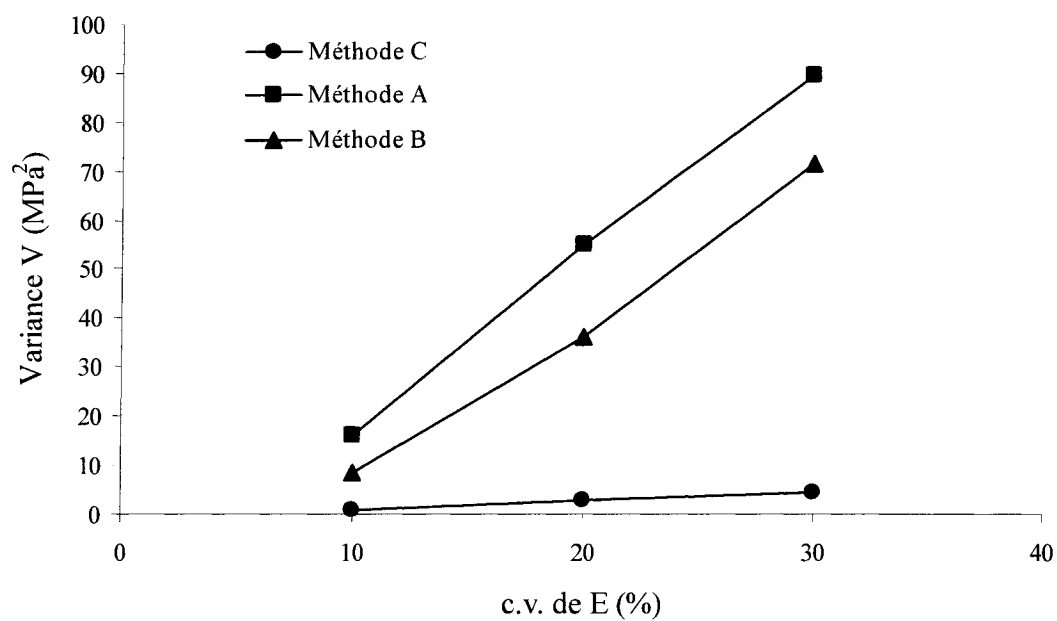
Figure B.27. $\sigma_X = 50$ MPa, $\sigma_Y = 0$ MPa et $\sigma_Z = 50$ MPa**Figure B.28.** $\sigma_X = 50$ MPa, $\sigma_Y = 0$ MPa et $\sigma_Z = 75$ MPa

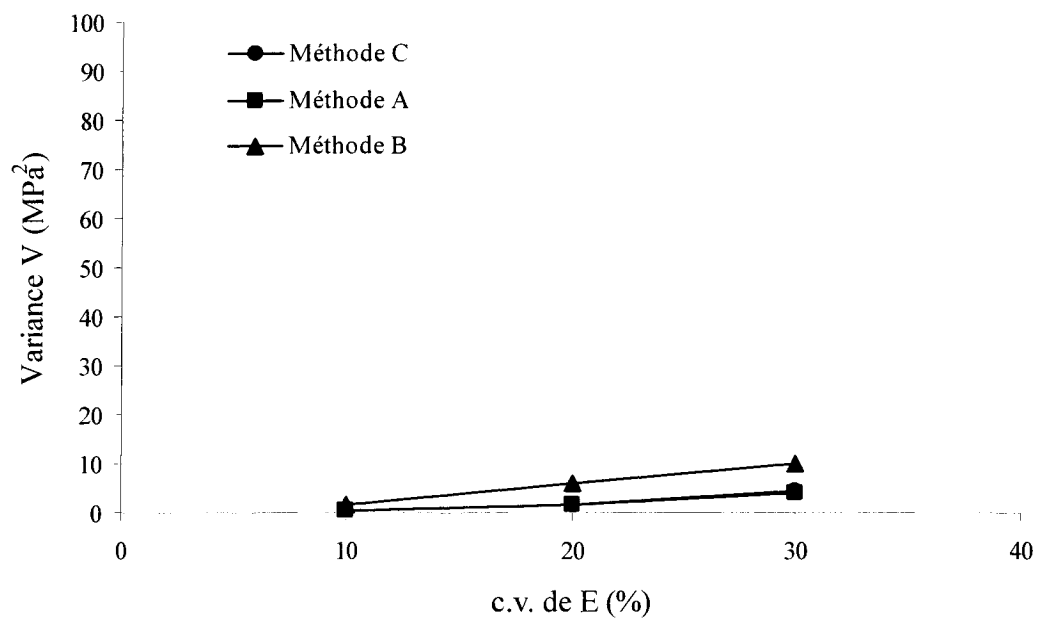
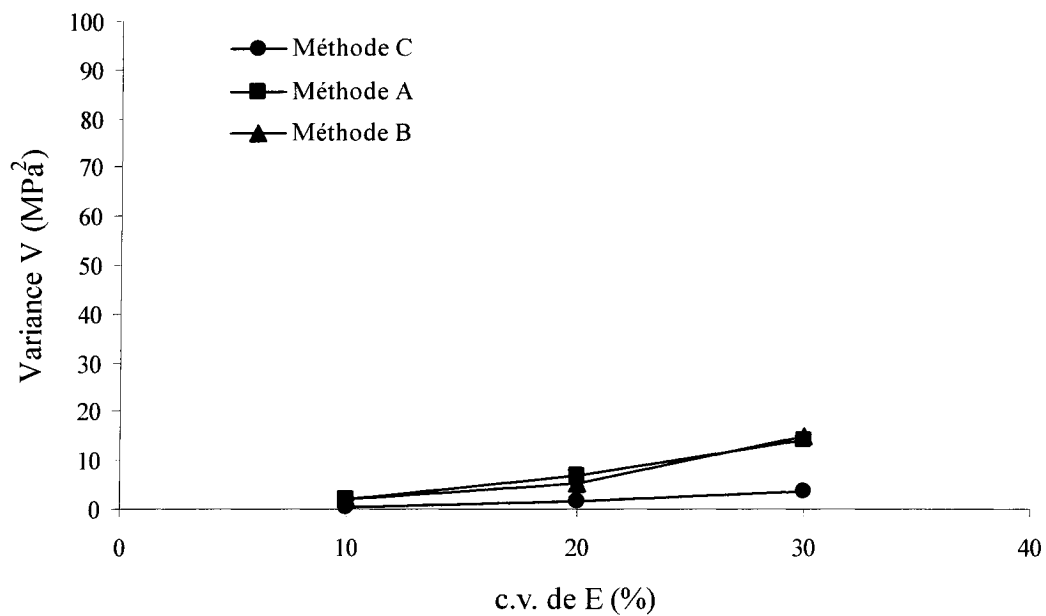
Figure B.29. $\sigma_X = 50$ MPa, $\sigma_Y = 10$ MPa et $\sigma_Z = 0$ MPa**Figure B.30.** $\sigma_X = 50$ MPa, $\sigma_Y = 10$ MPa et $\sigma_Z = 25$ MPa

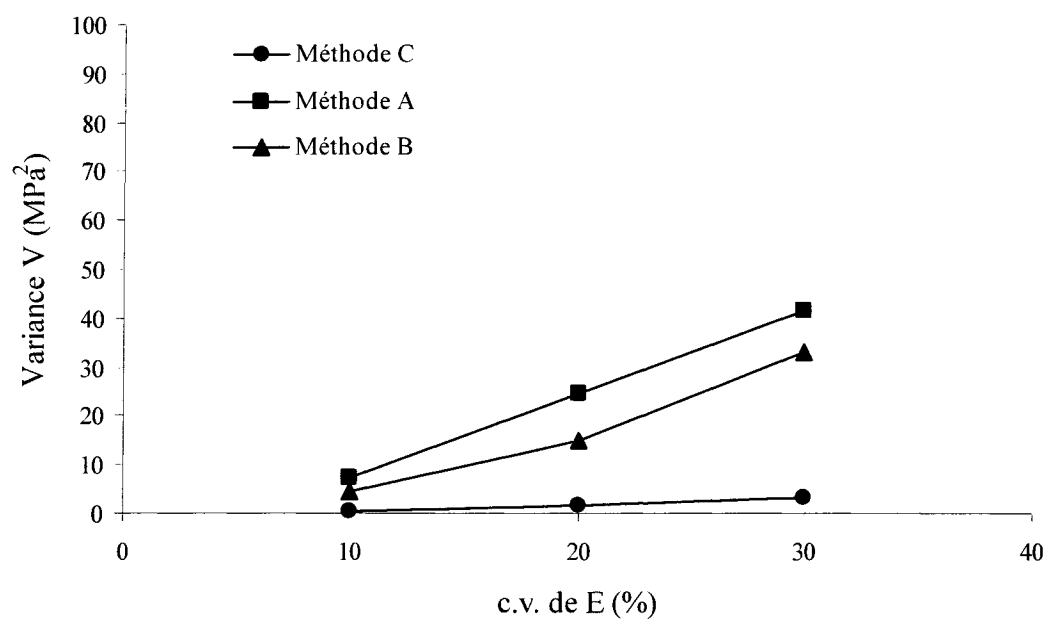
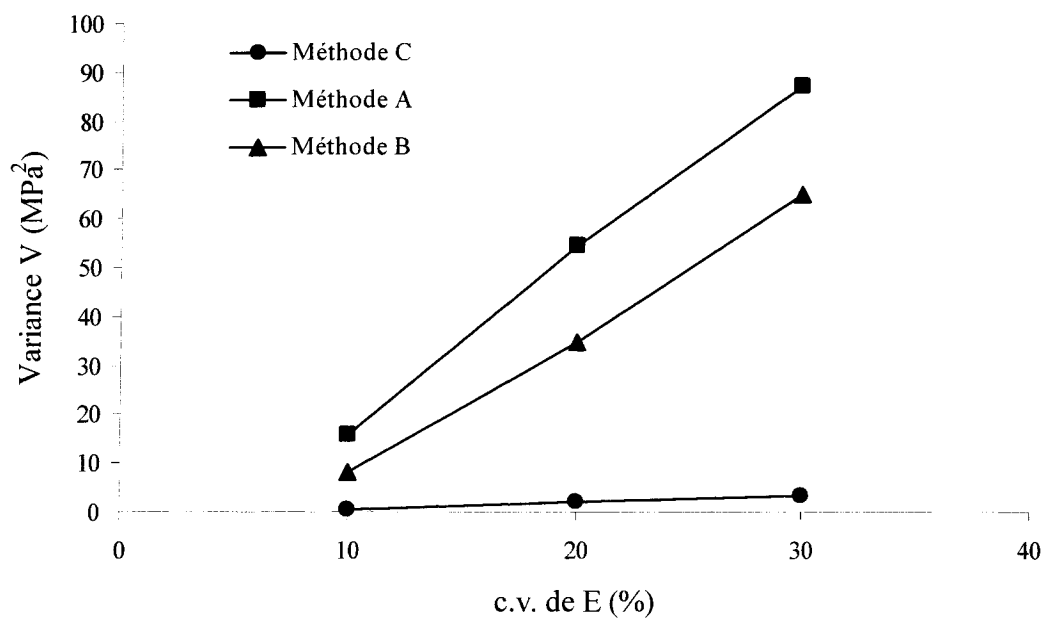
Figure B.31. $\sigma_X = 50$ MPa, $\sigma_Y = 10$ MPa et $\sigma_Z = 50$ MPa**Figure B.32.** $\sigma_X = 50$ MPa, $\sigma_Y = 10$ MPa et $\sigma_Z = 75$ MPa

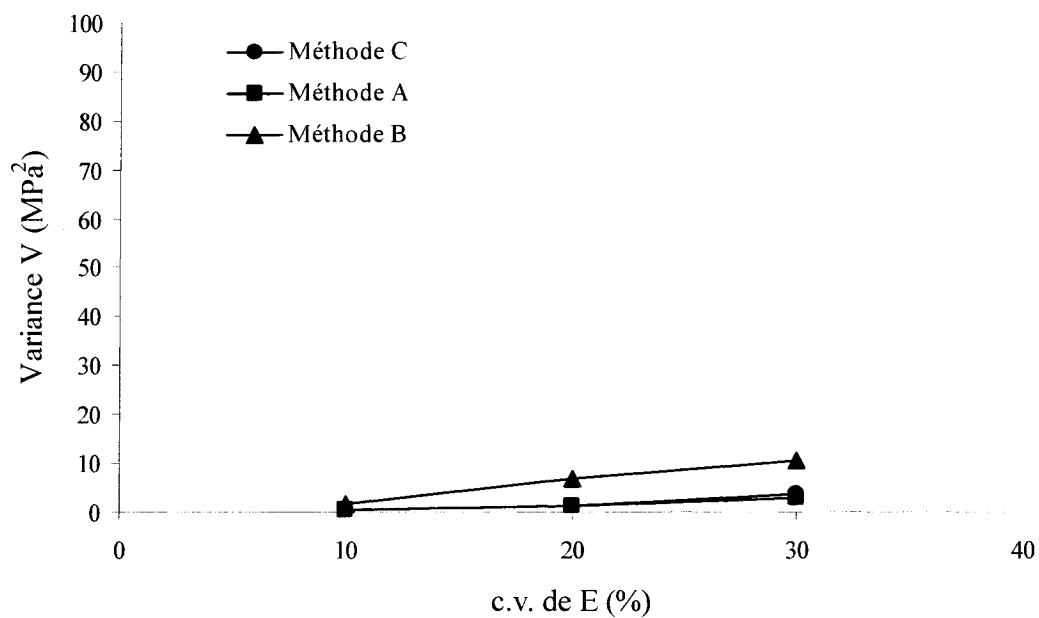
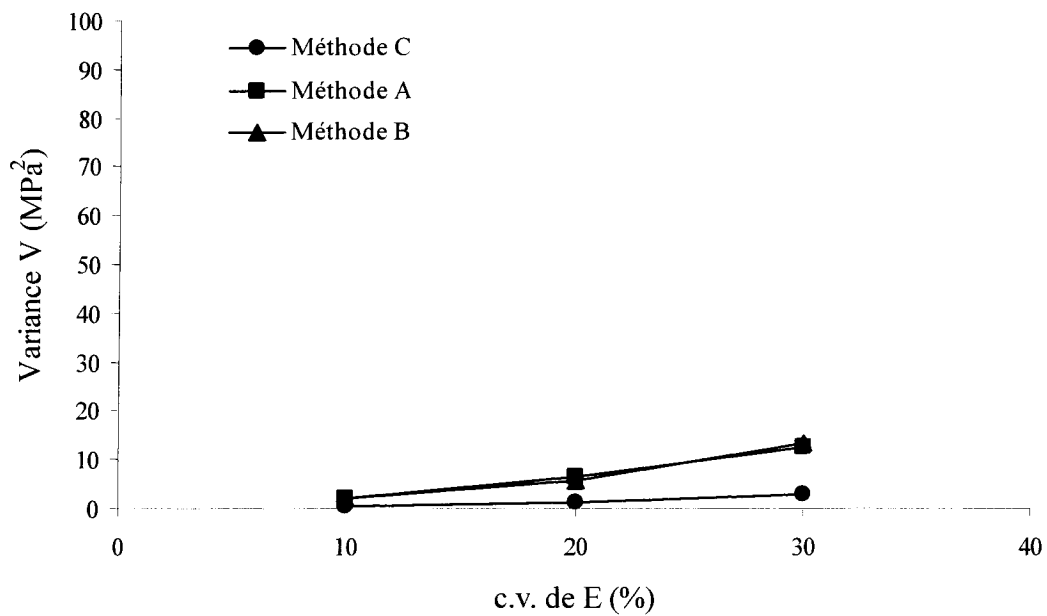
Figure B.33. $\sigma_X = 50$ MPa, $\sigma_Y = 20$ MPa et $\sigma_Z = 0$ MPa**Figure B.34.** $\sigma_X = 50$ MPa, $\sigma_Y = 20$ MPa et $\sigma_Z = 25$ MPa

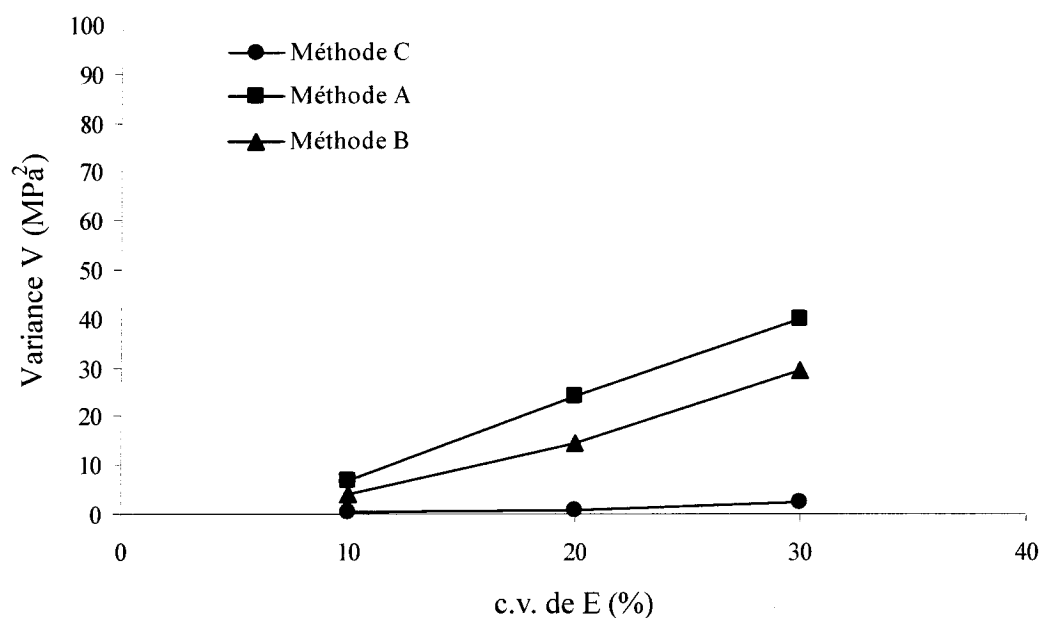
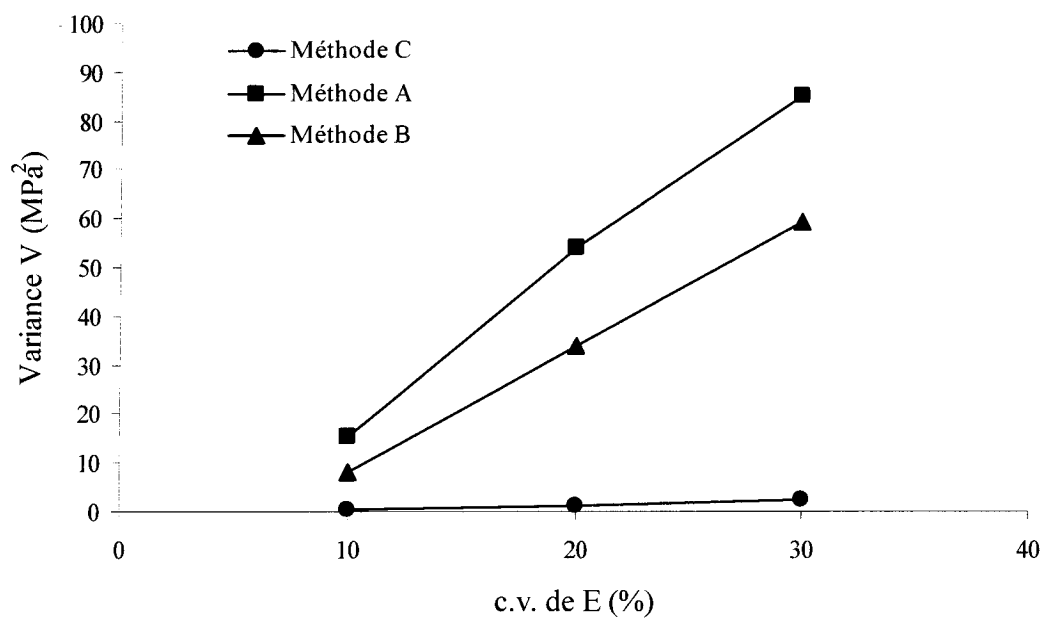
Figure B.35. $\sigma_X = 50$ MPa, $\sigma_Y = 20$ MPa et $\sigma_Z = 50$ MPa**Figure B.36.** $\sigma_X = 50$ MPa, $\sigma_Y = 20$ MPa et $\sigma_Z = 75$ MPa

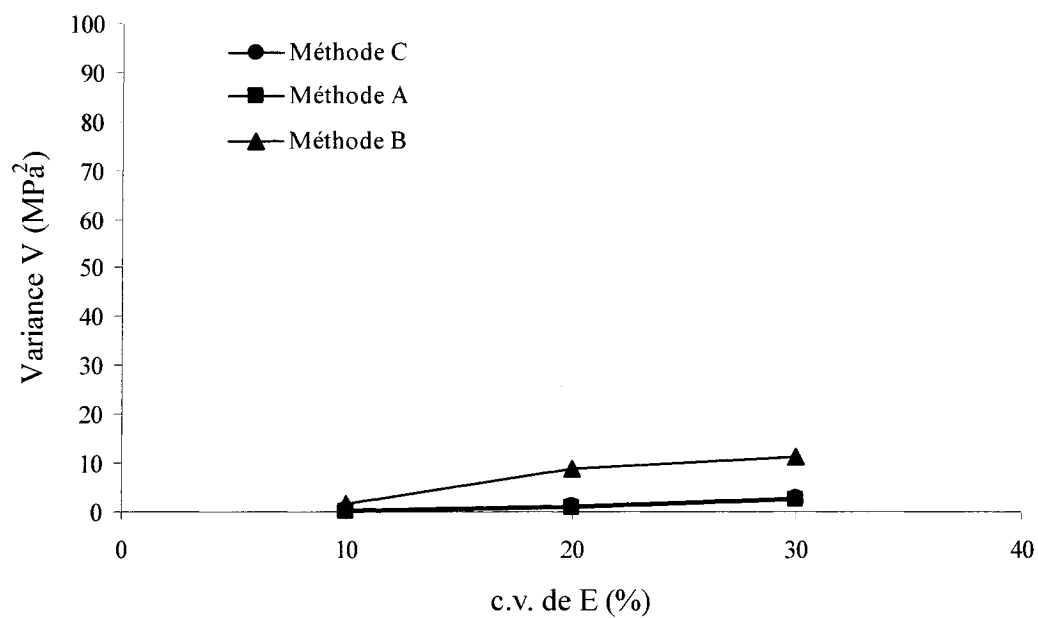
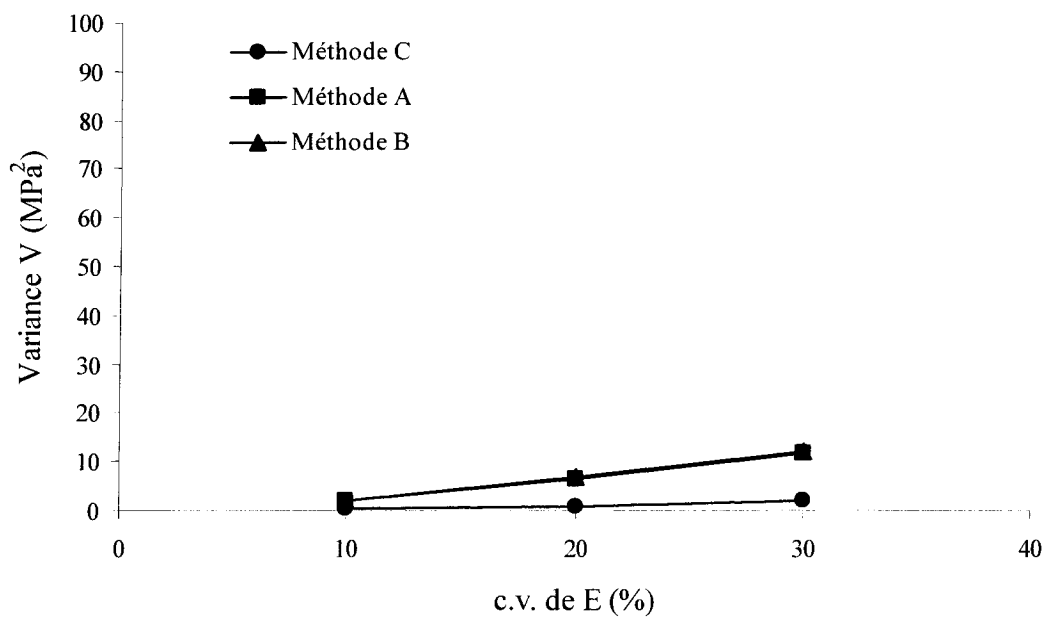
Figure B.37. $\sigma_X = 50$ MPa, $\sigma_Y = 30$ MPa et $\sigma_Z = 0$ MPa**Figure B.38.** $\sigma_X = 50$ MPa, $\sigma_Y = 30$ MPa et $\sigma_Z = 25$ MPa

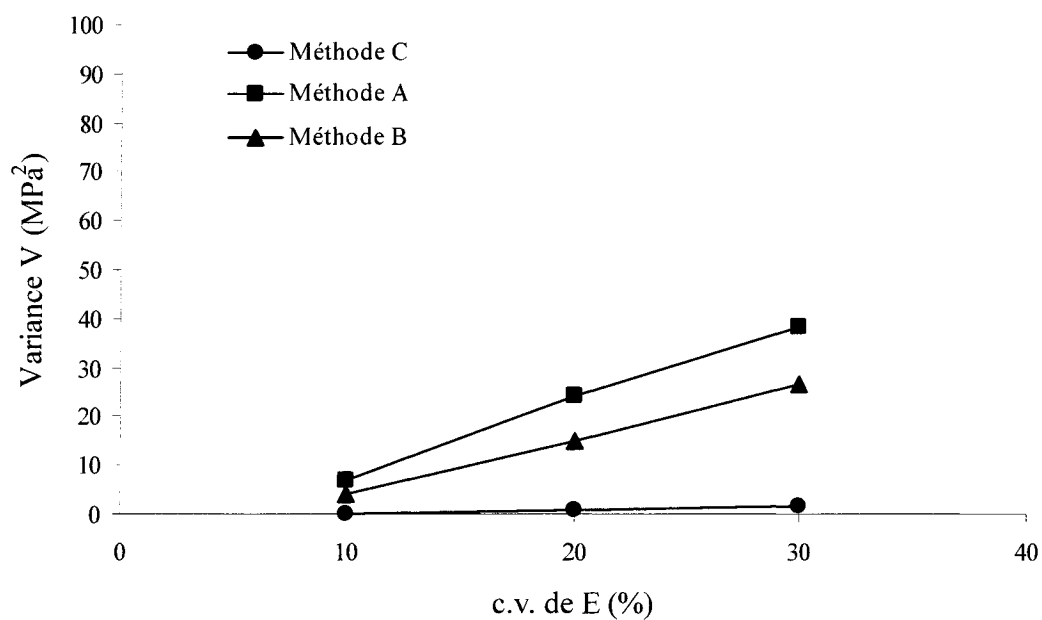
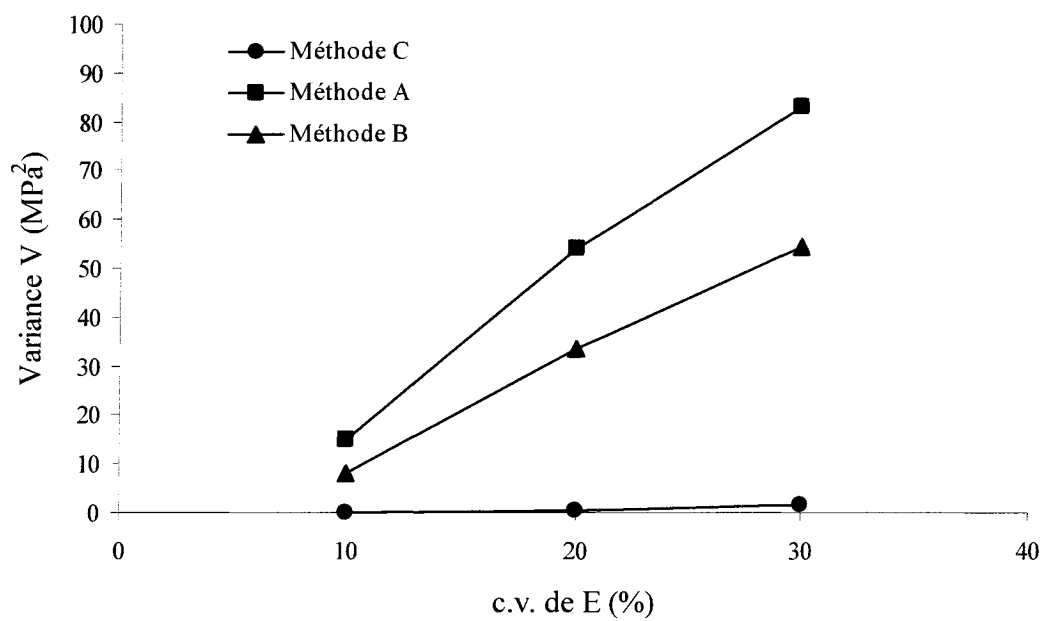
Figure B.39. $\sigma_X = 50$ MPa, $\sigma_Y = 30$ MPa et $\sigma_Z = 50$ MPa**Figure B.40.** $\sigma_X = 50$ MPa, $\sigma_Y = 30$ MPa et $\sigma_Z = 75$ MPa

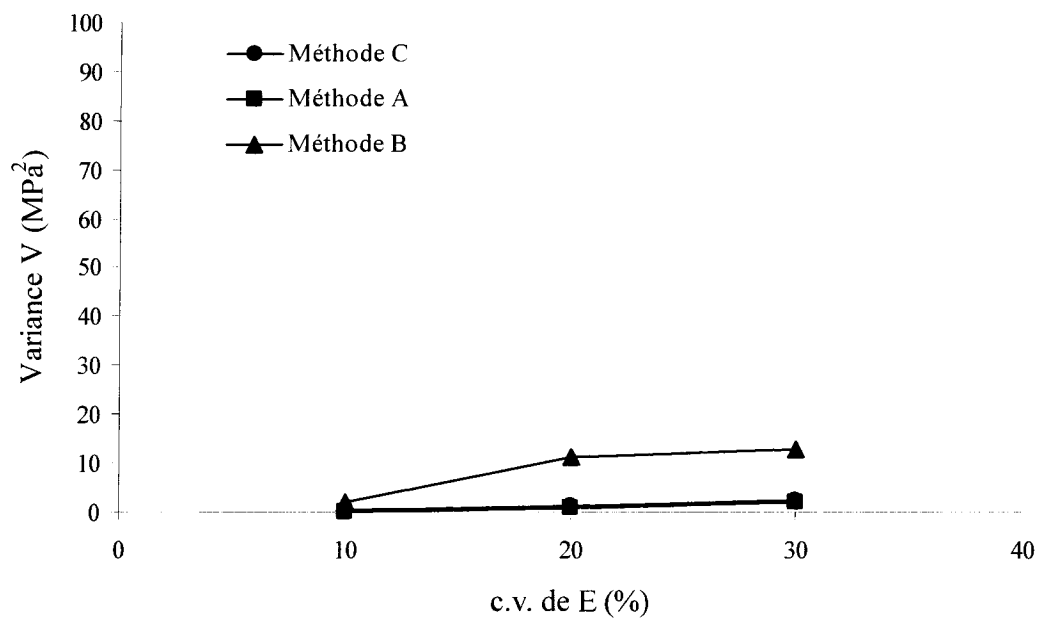
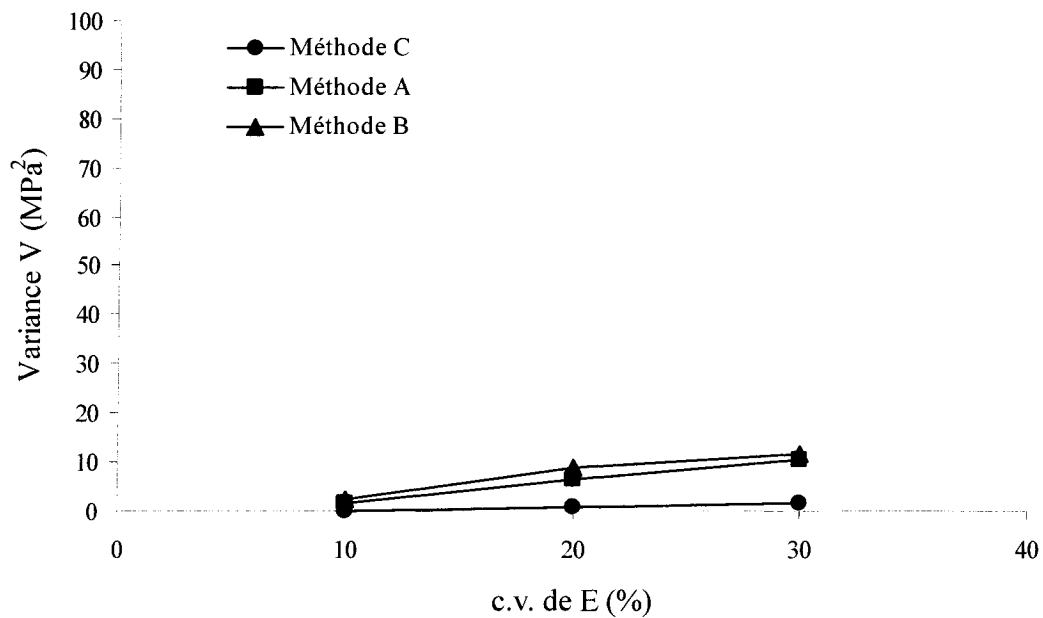
Figure B.41. $\sigma_X = 50$ MPa, $\sigma_Y = 40$ MPa et $\sigma_Z = 0$ MPa**Figure B.42.** $\sigma_X = 50$ MPa, $\sigma_Y = 40$ MPa et $\sigma_Z = 25$ MPa

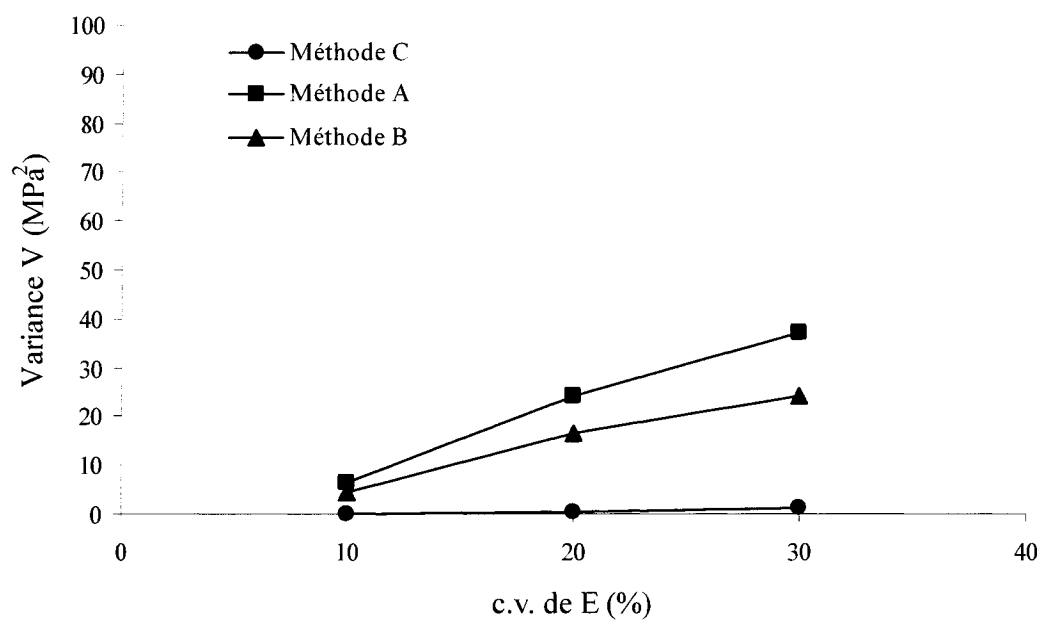
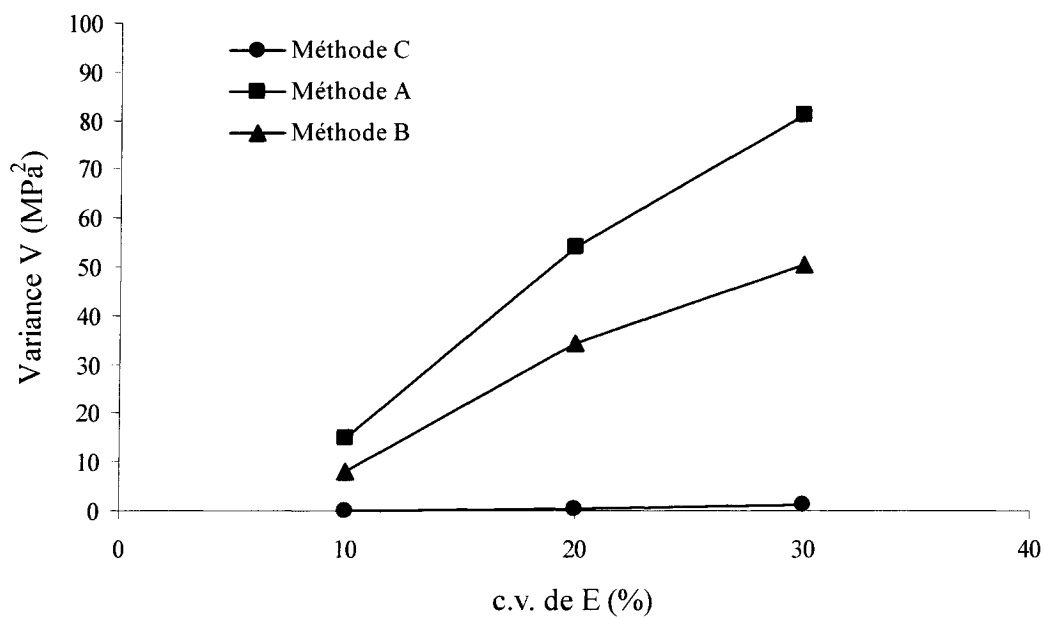
Figure B.43. $\sigma_X = 50$ MPa, $\sigma_Y = 40$ MPa et $\sigma_Z = 50$ MPa**Figure B.44.** $\sigma_X = 50$ MPa, $\sigma_Y = 40$ MPa et $\sigma_Z = 75$ MPa

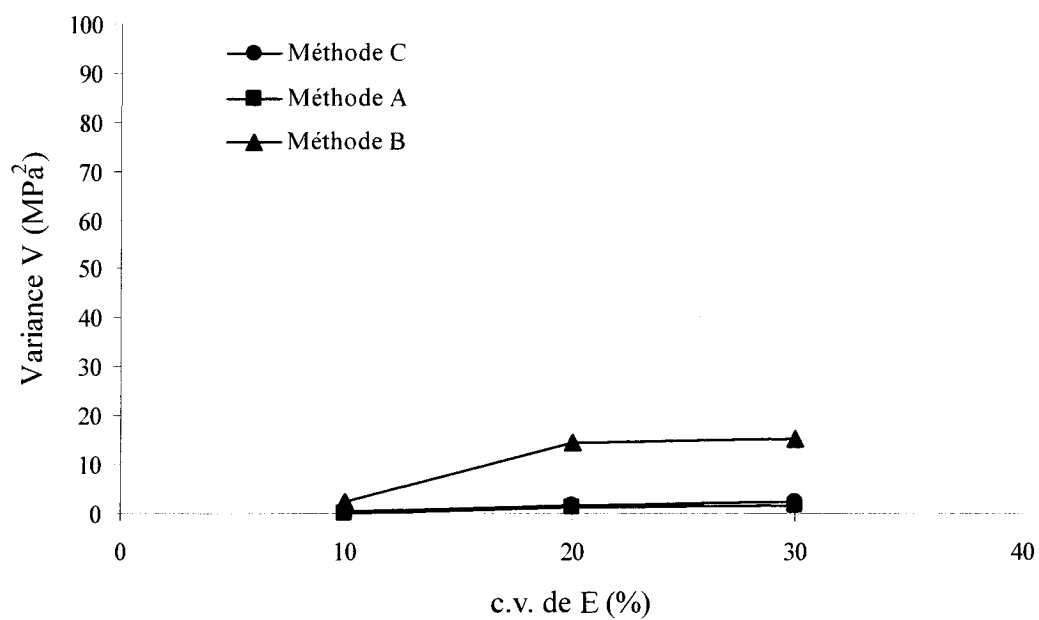
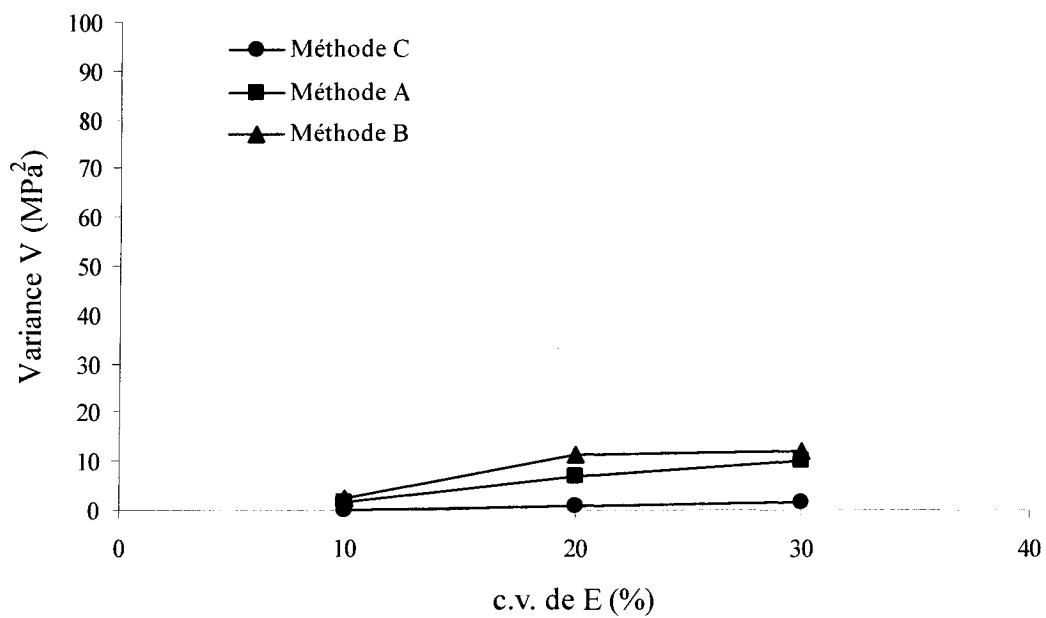
Figure B.45. $\sigma_X = 50$ MPa, $\sigma_Y = 50$ MPa et $\sigma_Z = 0$ MPa**Figure B.46.** $\sigma_X = 50$ MPa, $\sigma_Y = 50$ MPa et $\sigma_Z = 25$ MPa

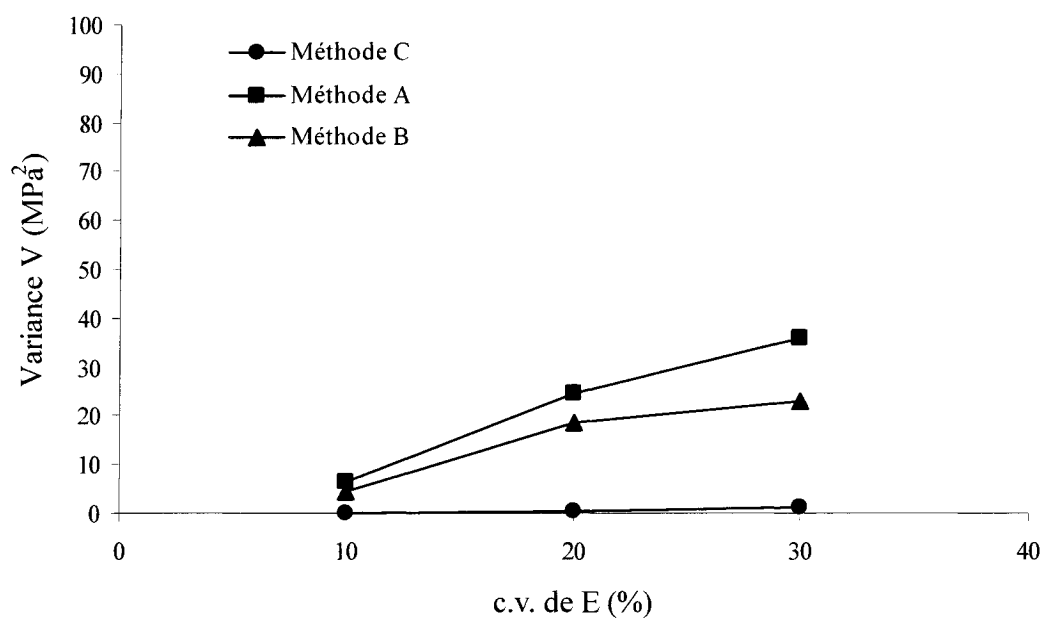
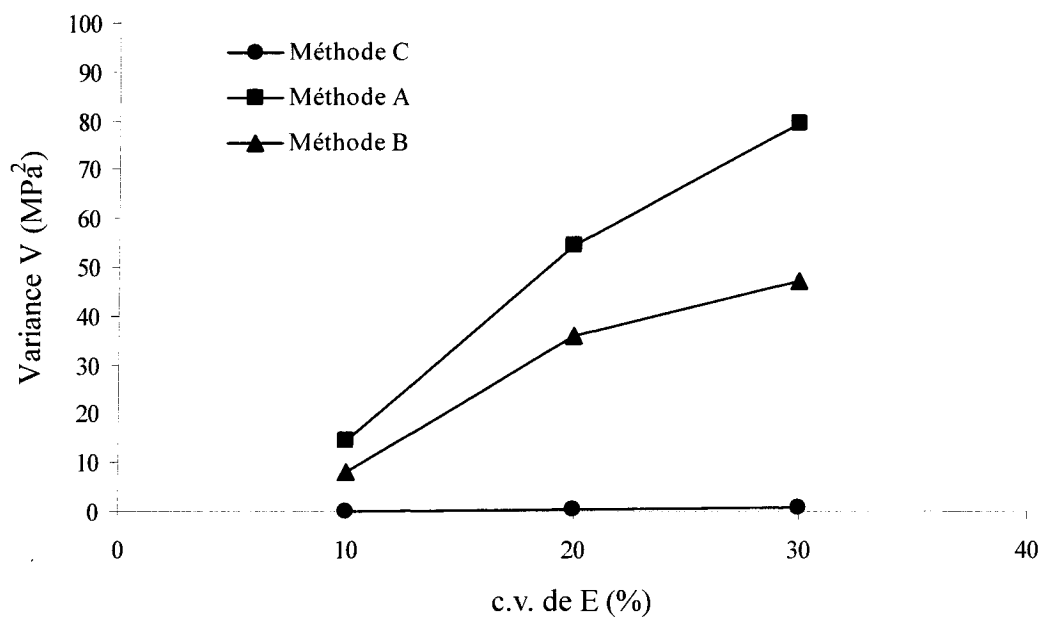
Figure B.47. $\sigma_X = 50$ MPa, $\sigma_Y = 50$ MPa et $\sigma_Z = 50$ MPa**Figure B.48.** $\sigma_X = 50$ MPa, $\sigma_Y = 50$ MPa et $\sigma_Z = 75$ MPa

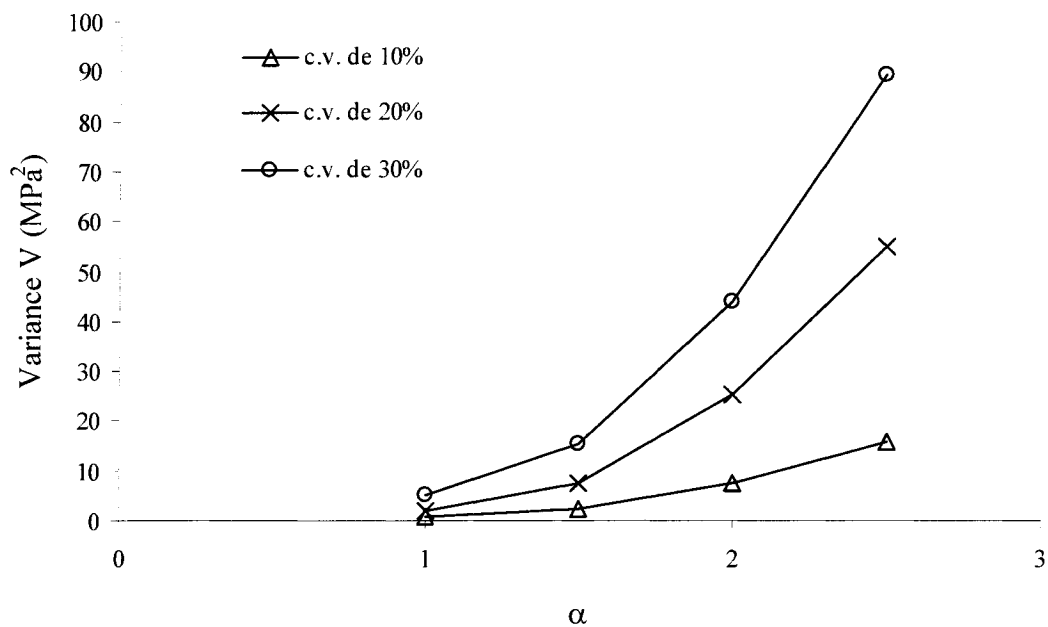
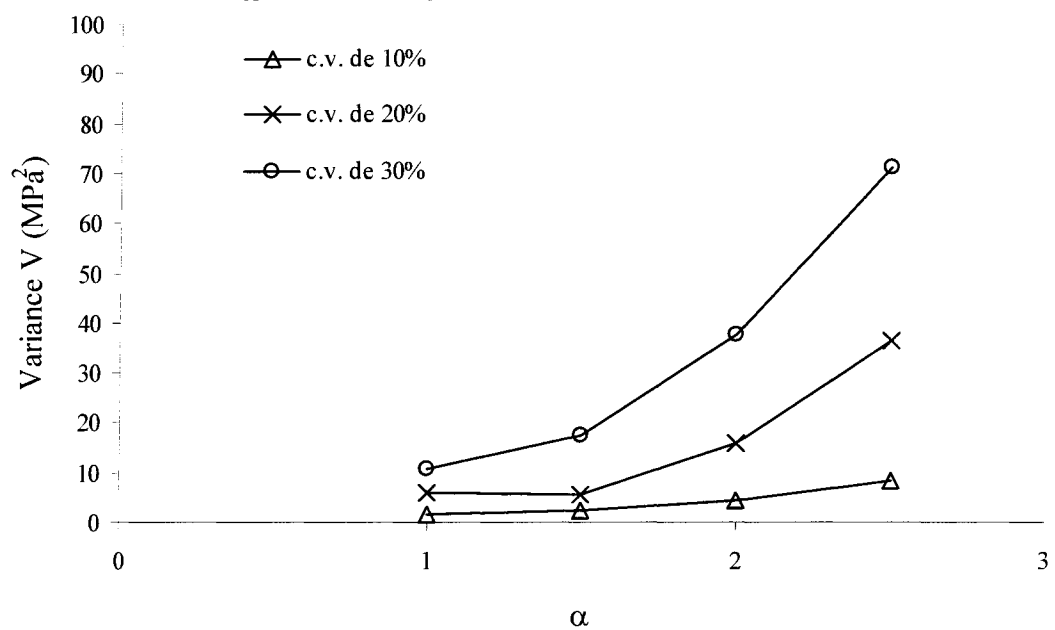
Figure B.49. Méthode A
 $\sigma_X = 50 \text{ MPa}$, $\sigma_Y = 0 \text{ MPa}$ et $\sigma_Z = 0, 25, 50 \text{ et } 75 \text{ MPa}$
**Figure B.50. Méthode B**
 $\sigma_X = 50 \text{ MPa}$, $\sigma_Y = 0 \text{ MPa}$ et $\sigma_Z = 0, 25, 50 \text{ et } 75 \text{ MPa}$


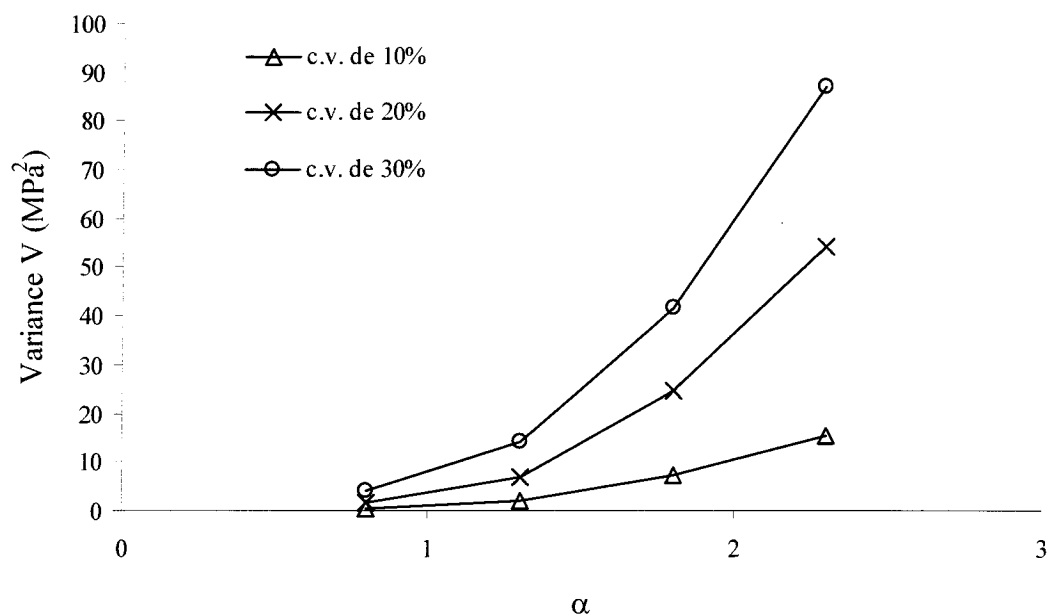
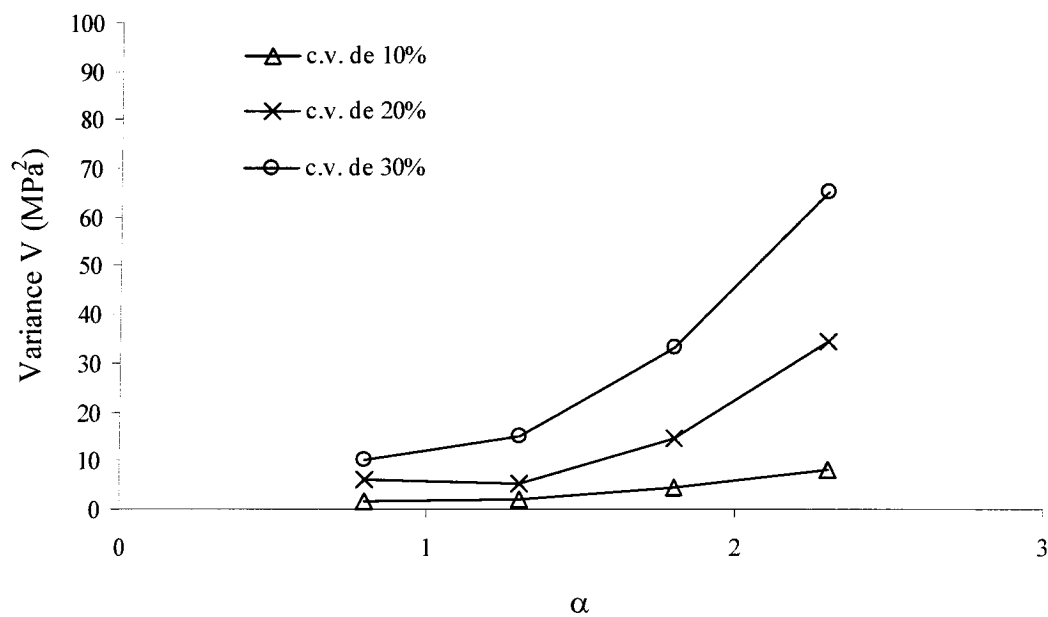
Figure B.51. Méthode A
 $\sigma_X = 50 \text{ MPa}$, $\sigma_Y = 10 \text{ MPa}$ et $\sigma_Z = 0, 25, 50 \text{ et } 75 \text{ MPa}$
**Figure B.52. Méthode B**
 $\sigma_X = 50 \text{ MPa}$, $\sigma_Y = 10 \text{ MPa}$ et $\sigma_Z = 0, 25, 50 \text{ et } 75 \text{ MPa}$


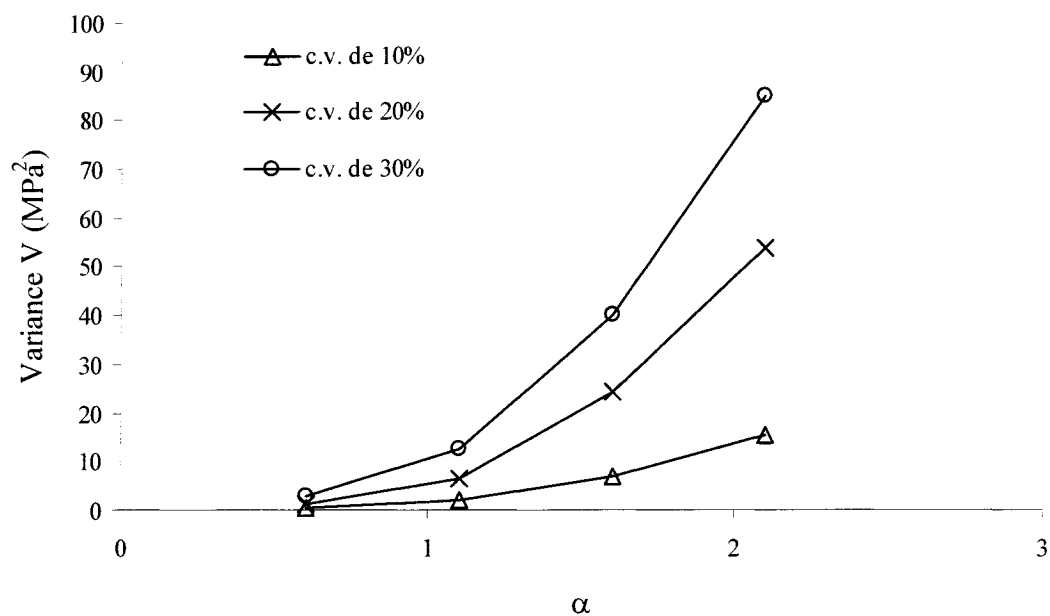
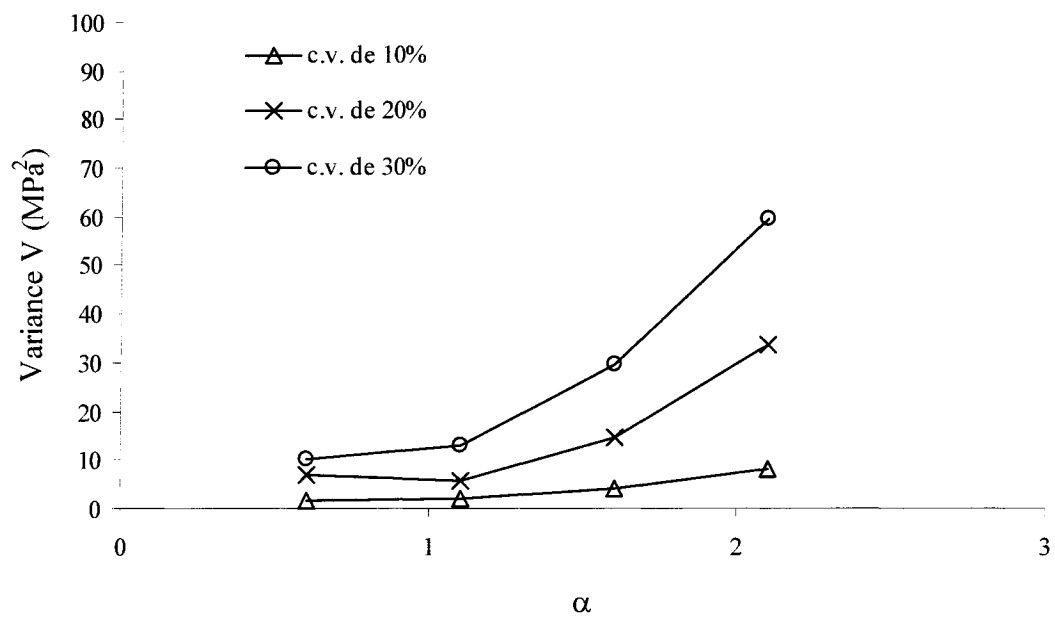
Figure B.53. Méthode A $\sigma_X = 50$ MPa, $\sigma_Y = 20$ MPa et $\sigma_Z = 0, 25, 50$ et 75 MPa**Figure B.54. Méthode B** $\sigma_X = 50$ MPa, $\sigma_Y = 20$ MPa et $\sigma_Z = 0, 25, 50$ et 75 MPa

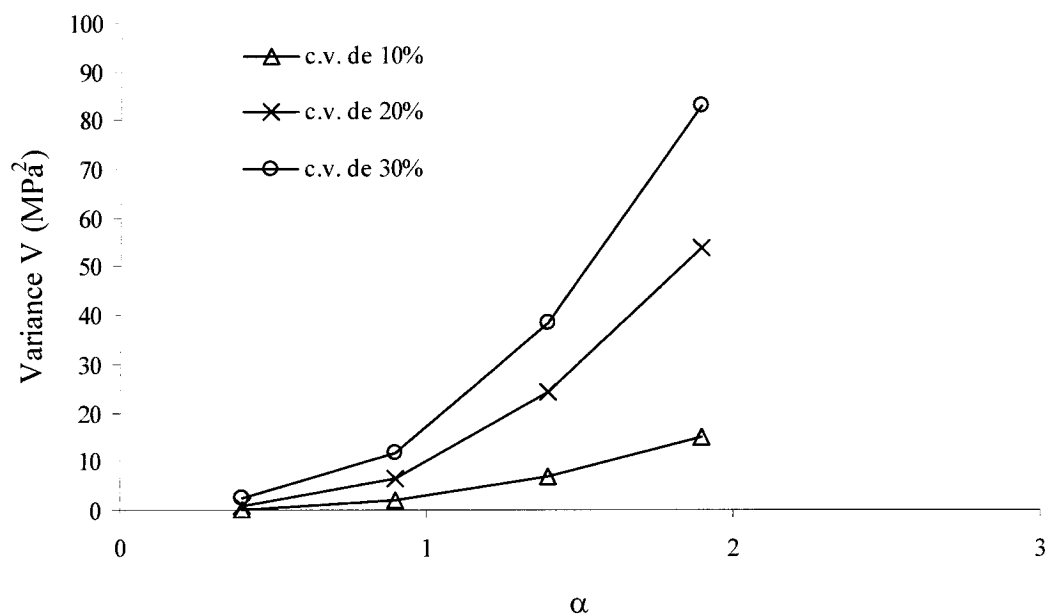
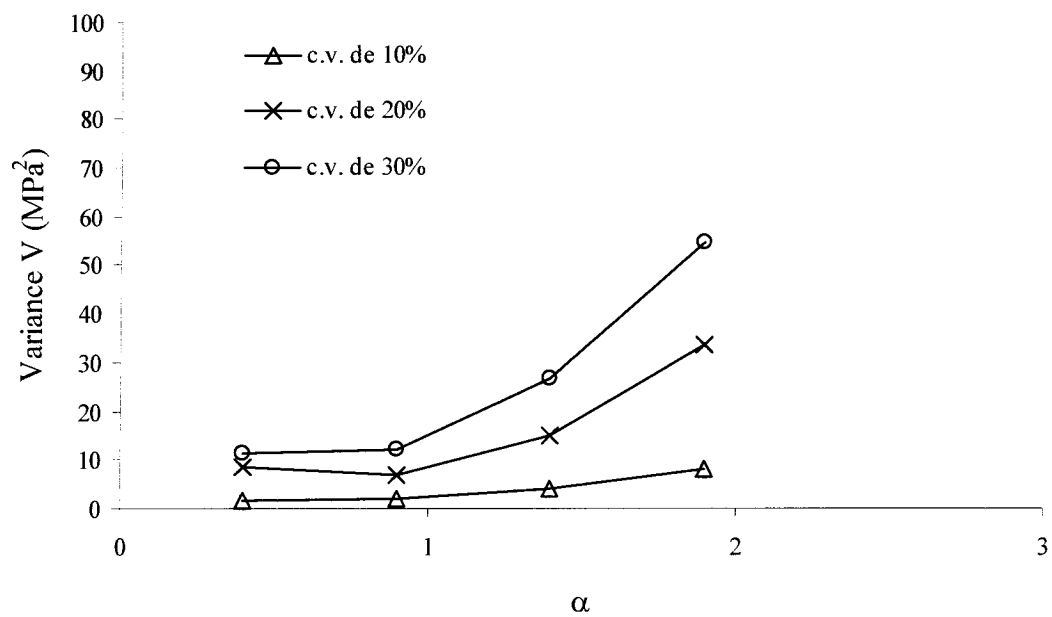
Figure B.55. Méthode A
 $\sigma_X = 50 \text{ MPa}$, $\sigma_Y = 30 \text{ MPa}$ et $\sigma_Z = 0, 25, 50 \text{ et } 75 \text{ MPa}$
**Figure B.56. Méthode B**
 $\sigma_X = 50 \text{ MPa}$, $\sigma_Y = 30 \text{ MPa}$ et $\sigma_Z = 0, 25, 50 \text{ et } 75 \text{ MPa}$


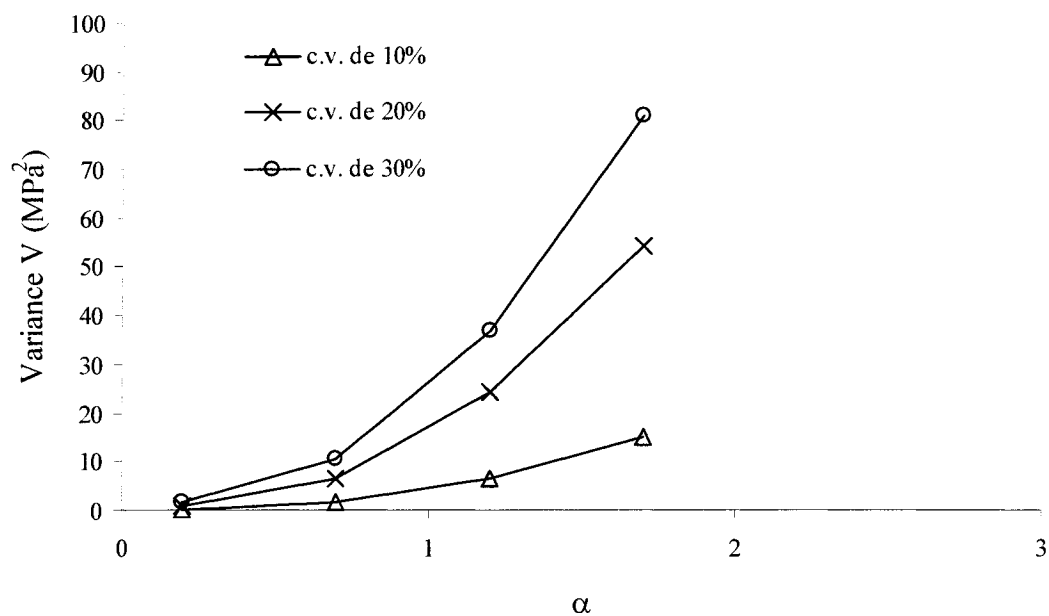
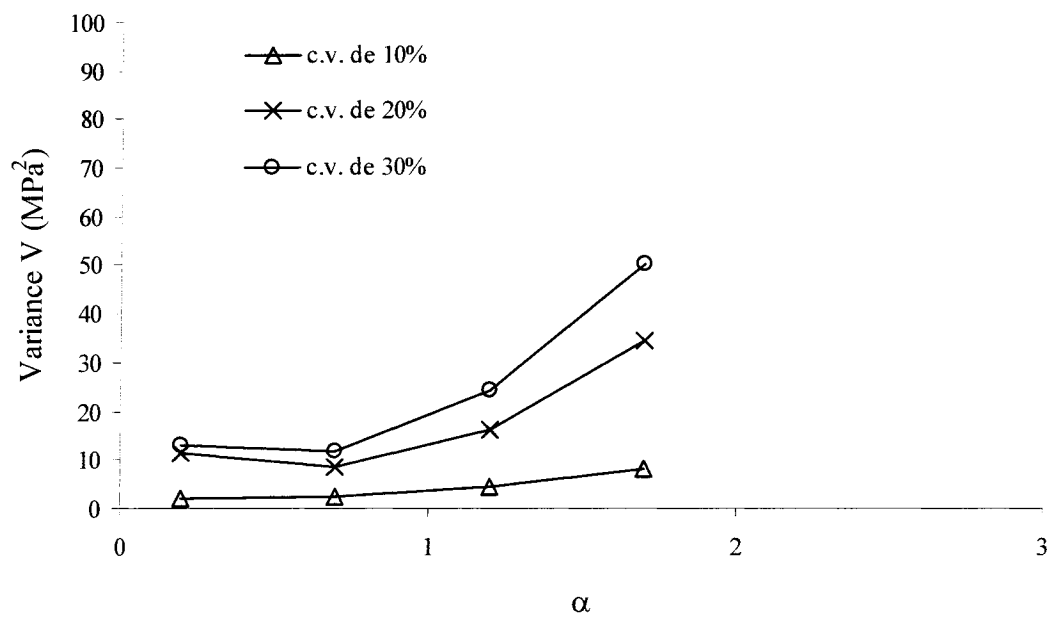
Figure B.57. Méthode A
 $\sigma_X = 50 \text{ MPa}$, $\sigma_Y = 40 \text{ MPa}$ et $\sigma_Z = 0, 25, 50 \text{ et } 75 \text{ MPa}$
**Figure B.58. Méthode B**
 $\sigma_X = 50 \text{ MPa}$, $\sigma_Y = 40 \text{ MPa}$ et $\sigma_Z = 0, 25, 50 \text{ et } 75 \text{ MPa}$


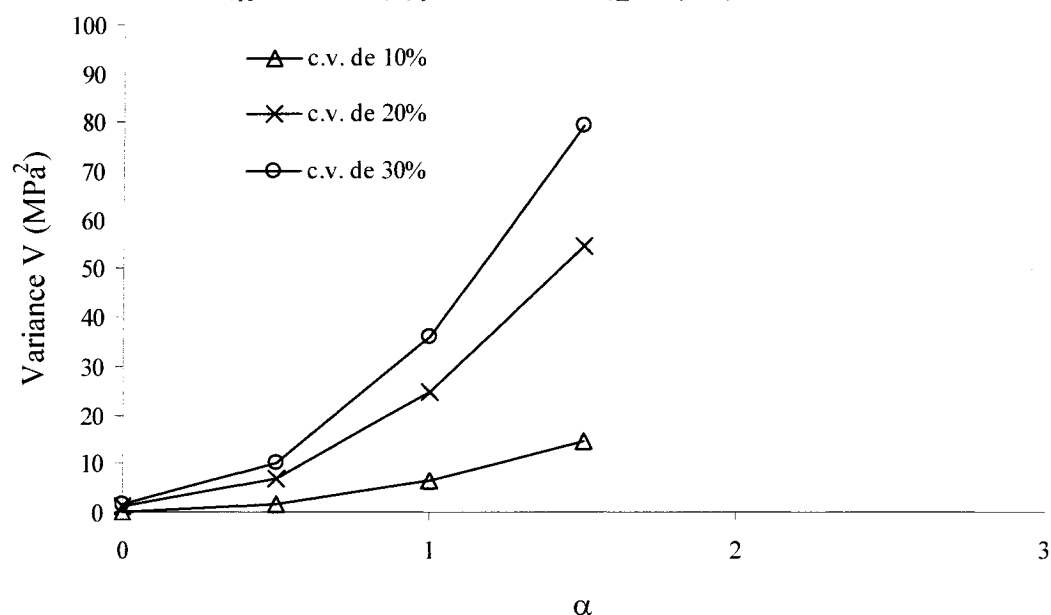
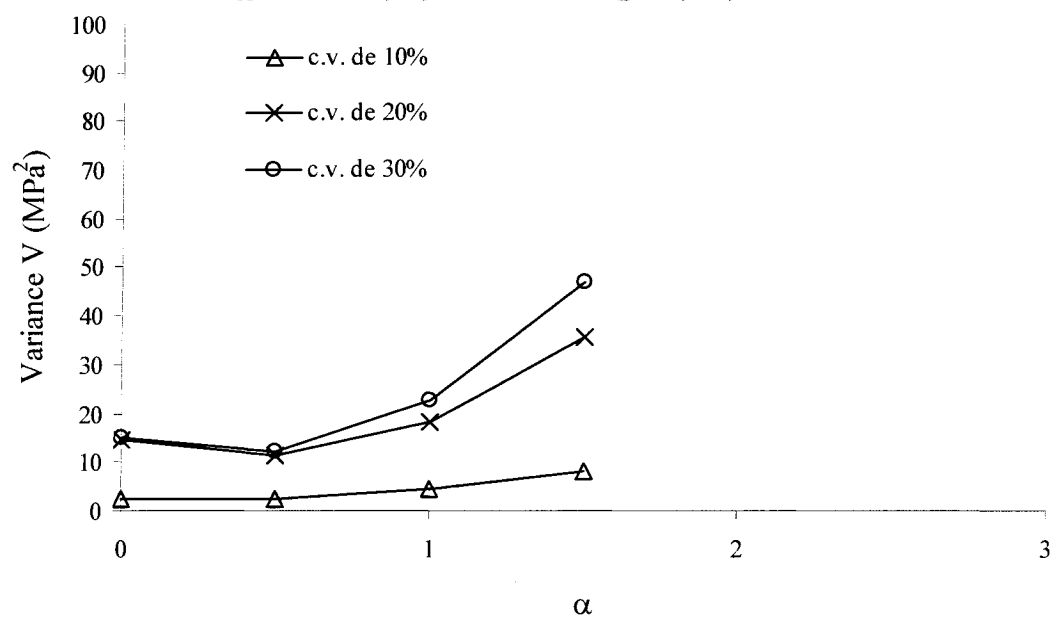
Figure B.59. Méthode A
 $\sigma_X = 50 \text{ MPa}$, $\sigma_Y = 50 \text{ MPa}$ et $\sigma_Z = 0, 25, 50$ et 75 MPa
**Figure B.60. Méthode B**
 $\sigma_X = 50 \text{ MPa}$, $\sigma_Y = 50 \text{ MPa}$ et $\sigma_Z = 0, 25, 50$ et 75 MPa


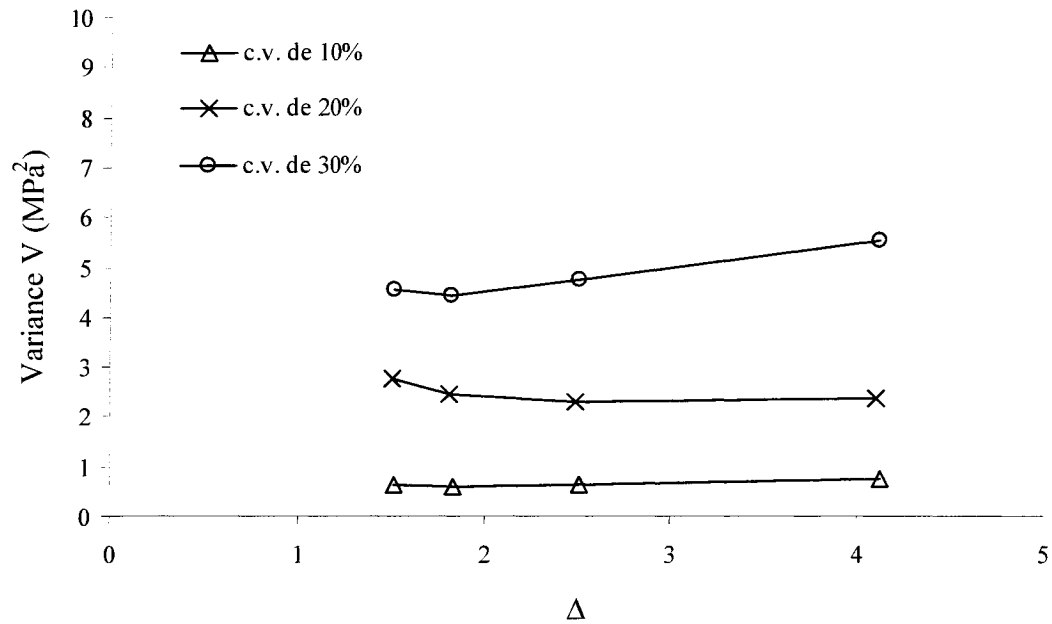
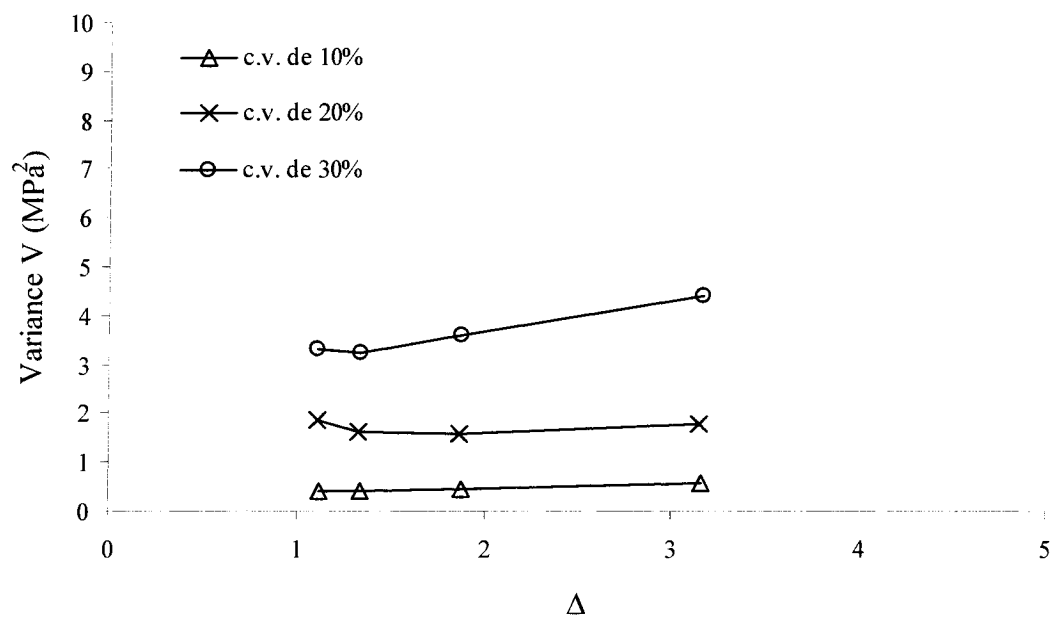
Figure B.61. Méthode C $\sigma_X = 50 \text{ MPa}$, $\sigma_Y = 0 \text{ MPa}$ et $\sigma_Z = 75, 50, 25 \text{ et } 0 \text{ MPa}$ **Figure B.62. Méthode C** $\sigma_X = 50 \text{ MPa}$, $\sigma_Y = 10 \text{ MPa}$ et $\sigma_Z = 75, 50, 25 \text{ et } 0 \text{ MPa}$ 

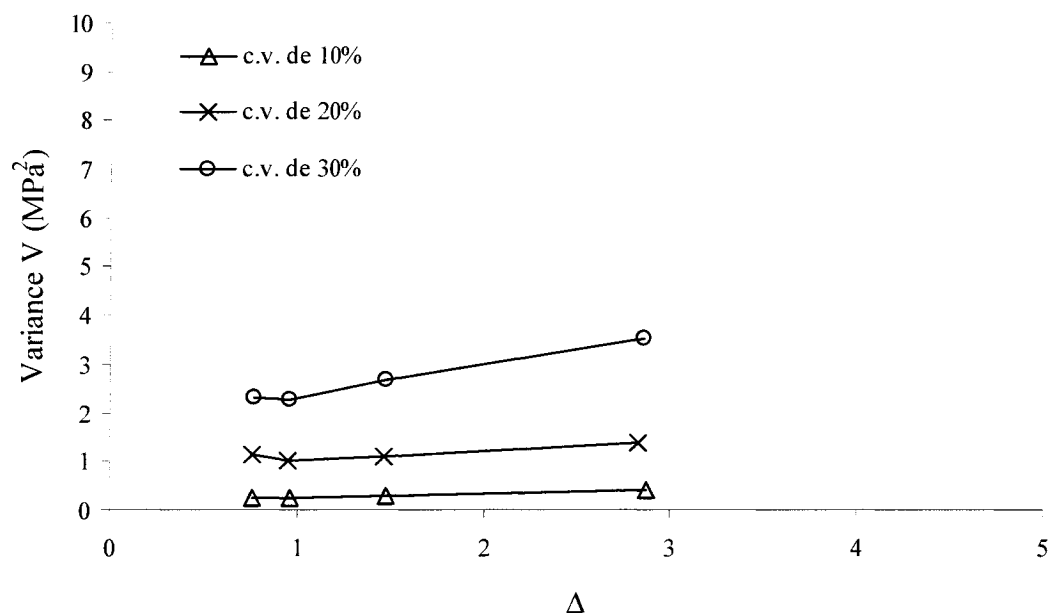
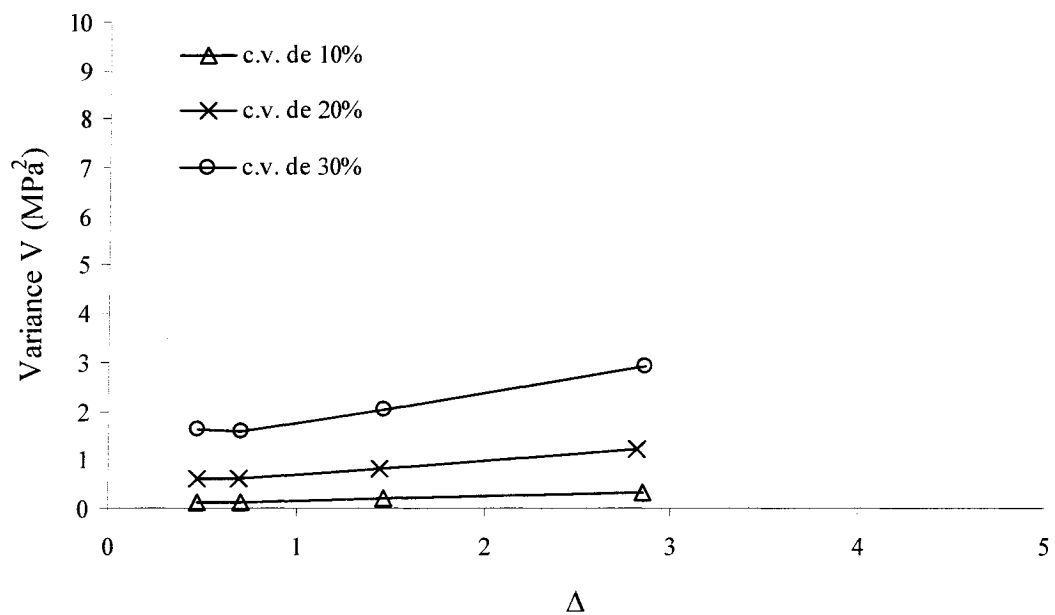
Figure B.63. Méthode C
 $\sigma_X = 50 \text{ MPa}$, $\sigma_Y = 20 \text{ MPa}$ et $\sigma_Z = 75, 50, 25 \text{ et } 0 \text{ MPa}$
**Figure B.64. Méthode C**
 $\sigma_X = 50 \text{ MPa}$, $\sigma_Y = 30 \text{ MPa}$ et $\sigma_Z = 75, 50, 25 \text{ et } 0 \text{ MPa}$


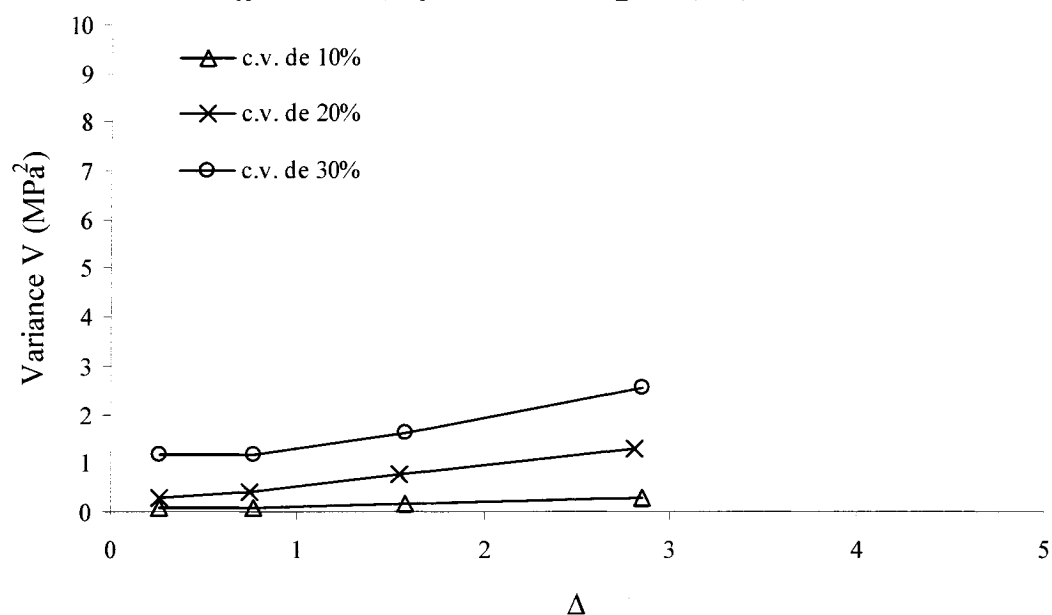
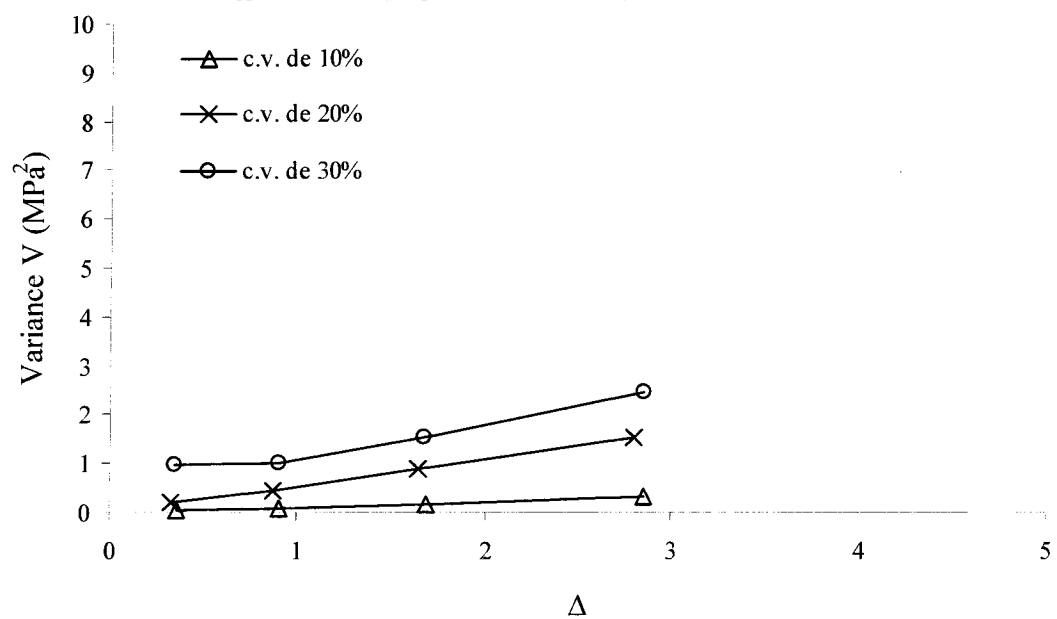
Figure B.65. Méthode C
 $\sigma_X = 50 \text{ MPa}$, $\sigma_Y = 40 \text{ MPa}$ et $\sigma_Z = 75, 50, 25 \text{ et } 0 \text{ MPa}$
**Figure B.66. Méthode C**
 $\sigma_X = 50 \text{ MPa}$, $\sigma_Y = 50 \text{ MPa}$ et $\sigma_Z = 75, 50, 25 \text{ et } 0 \text{ MPa}$


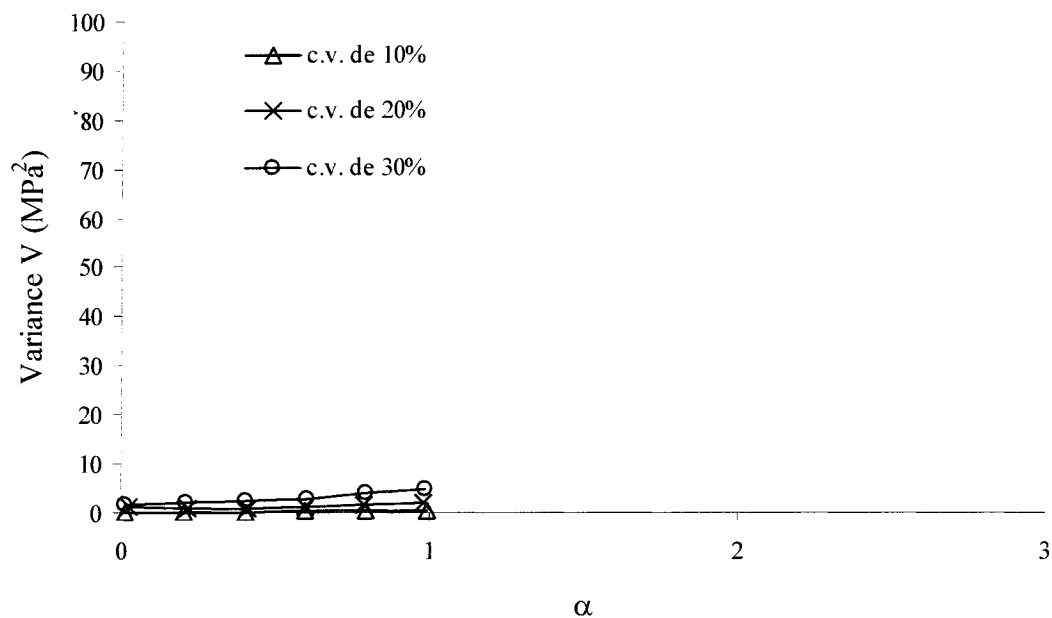
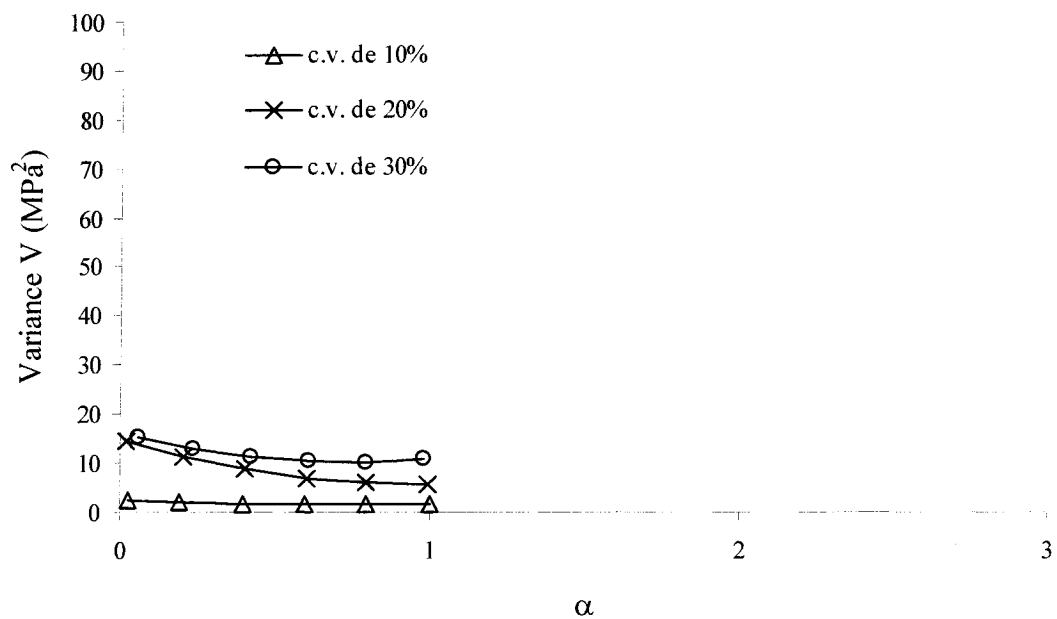
Figure B.67. Méthode A
 $\sigma_X = 50 \text{ MPa}$, $\sigma_Y = 50, 40, 30, 20, 10 \text{ et } 0 \text{ MPa}$ et $\sigma_Z = 0 \text{ MPa}$
**Figure B.68. Méthode B**
 $\sigma_X = 50 \text{ MPa}$, $\sigma_Y = 50, 40, 30, 20, 10 \text{ et } 0 \text{ MPa}$ et $\sigma_Z = 0 \text{ MPa}$


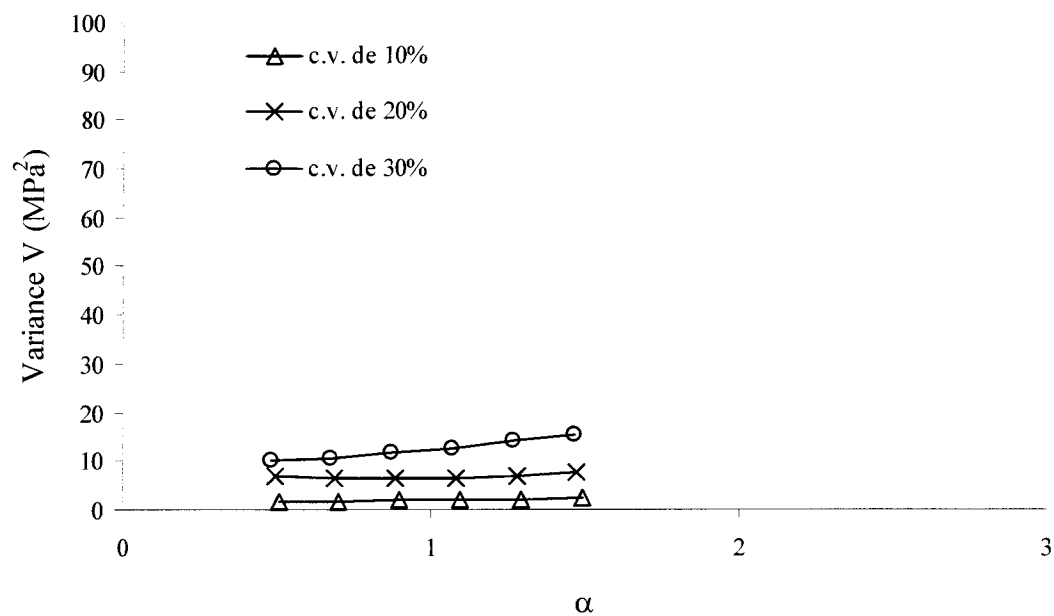
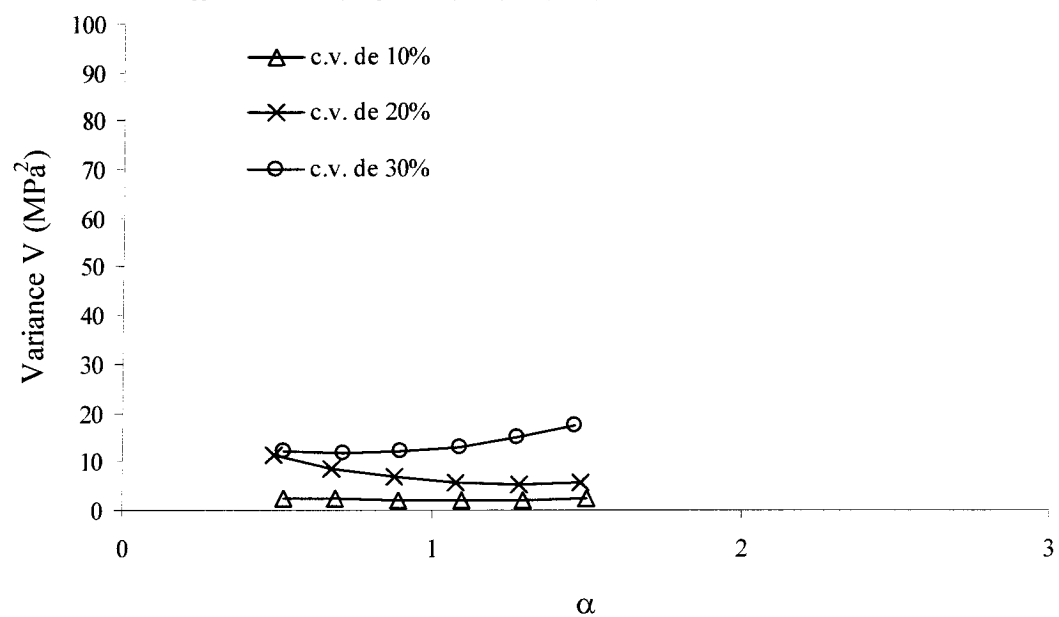
Figure B.69. Méthode A
 $\sigma_X = 50 \text{ MPa}$, $\sigma_Y = 50, 40, 30, 20, 10 \text{ et } 0 \text{ MPa}$ et $\sigma_Z = 25 \text{ MPa}$
**Figure B.70. Méthode B**
 $\sigma_X = 50 \text{ MPa}$, $\sigma_Y = 50, 40, 30, 20, 10 \text{ et } 0 \text{ MPa}$ et $\sigma_Z = 25 \text{ MPa}$


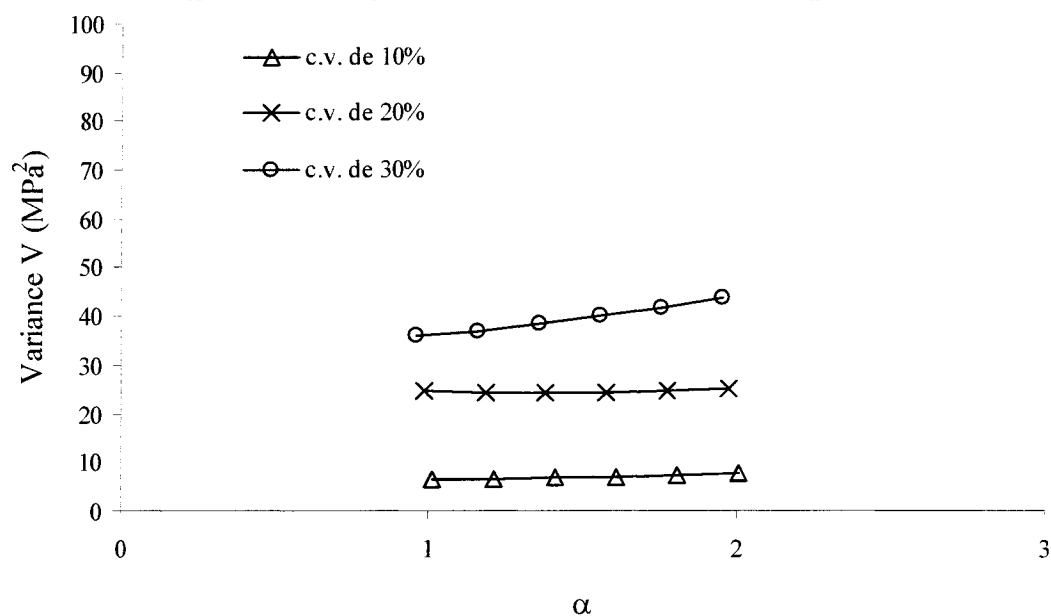
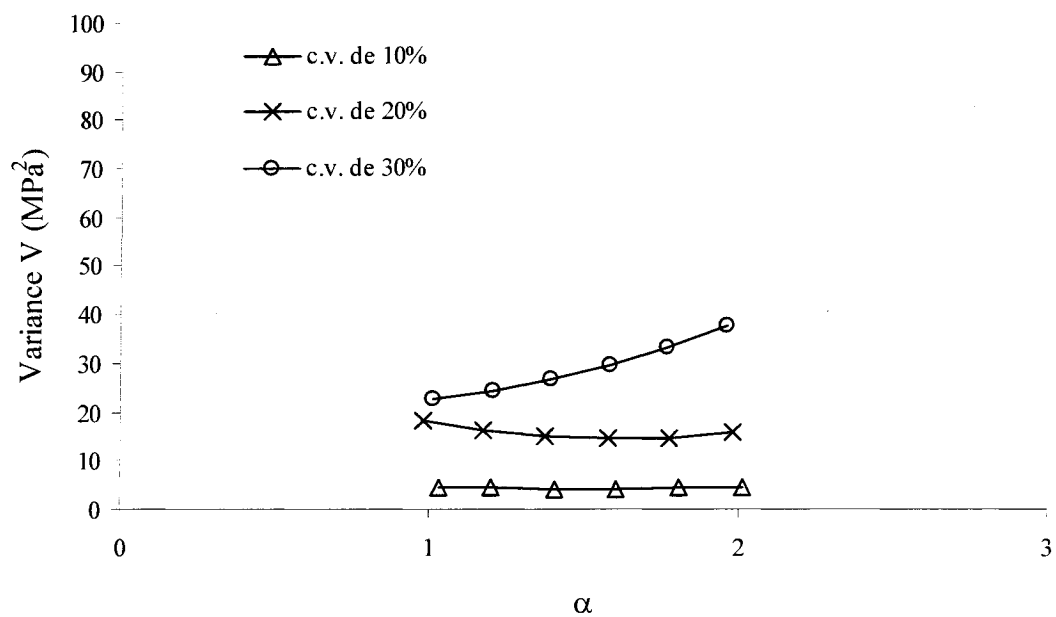
Figure B.71. Méthode A
 $\sigma_X = 50 \text{ MPa}$, $\sigma_Y = 50, 40, 30, 20, 10 \text{ et } 0 \text{ MPa}$ et $\sigma_Z = 50 \text{ MPa}$
**Figure B.72. Méthode B**
 $\sigma_X = 50 \text{ MPa}$, $\sigma_Y = 50, 40, 30, 20, 10 \text{ et } 0 \text{ MPa}$ et $\sigma_Z = 50 \text{ MPa}$


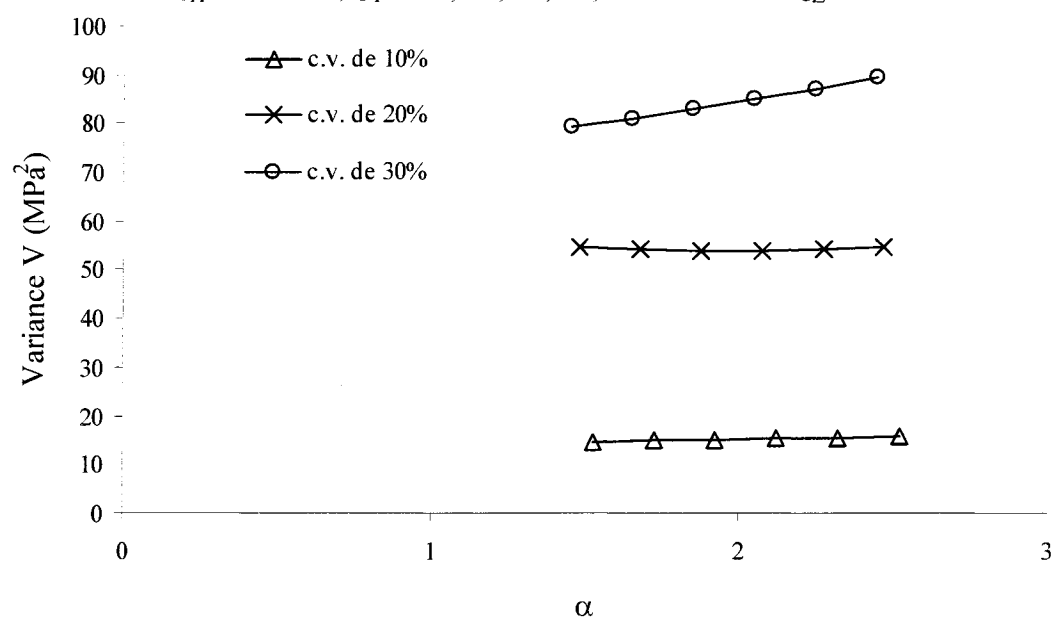
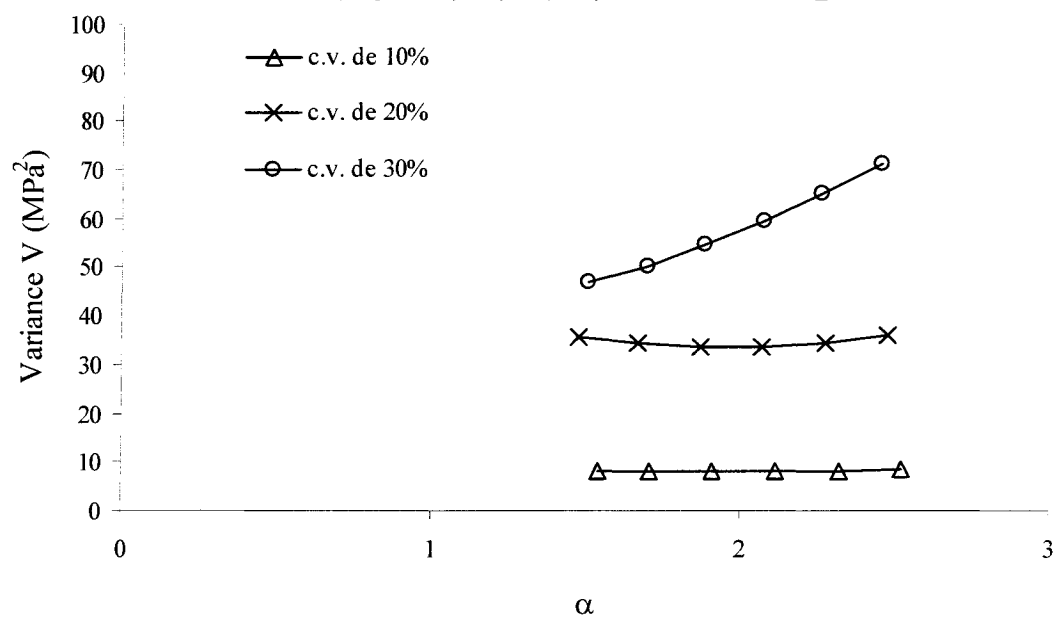
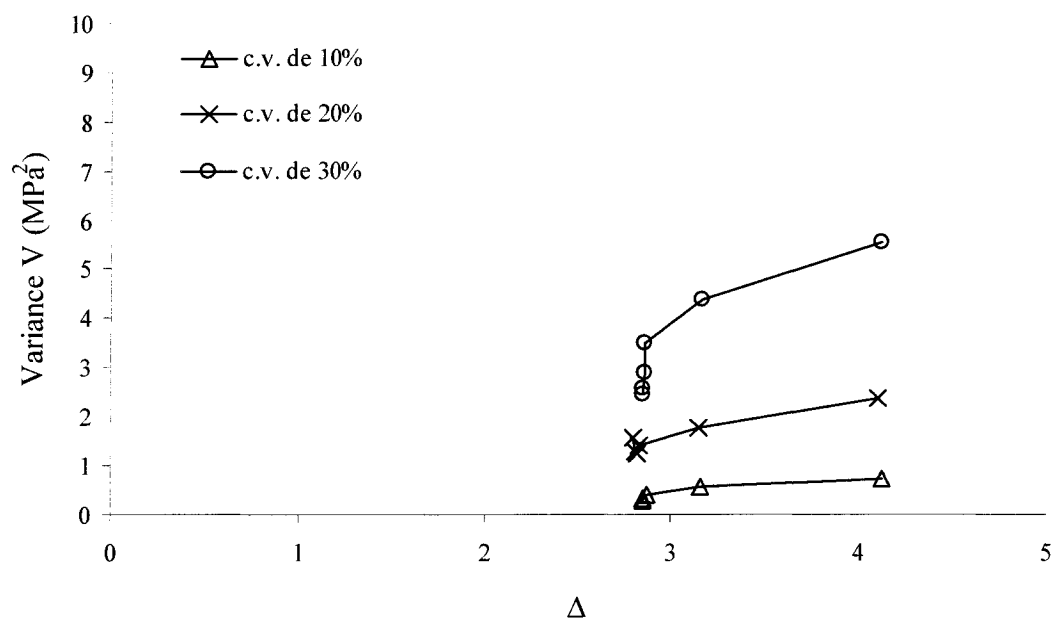
Figure B.73. Méthode A
 $\sigma_X = 50 \text{ MPa}$, $\sigma_Y = 50, 40, 30, 20, 10 \text{ et } 0 \text{ MPa}$ et $\sigma_Z = 75 \text{ MPa}$
**Figure B.74. Méthode B**
 $\sigma_X = 50 \text{ MPa}$, $\sigma_Y = 50, 40, 30, 20, 10 \text{ et } 0 \text{ MPa}$ et $\sigma_Z = 75 \text{ MPa}$


Figure B.75. Méthode C

$\sigma_X = 50$ MPa, $\sigma_Y = 50, 40, 30, 20, 10$ et 0 MPa et $\sigma_Z = 0$ MPa

**Figure B.76. Méthode C**

$\sigma_X = 50$ MPa, $\sigma_Y = 50, 40, 30, 20, 10$ et 0 MPa et $\sigma_Z = 25$ MPa

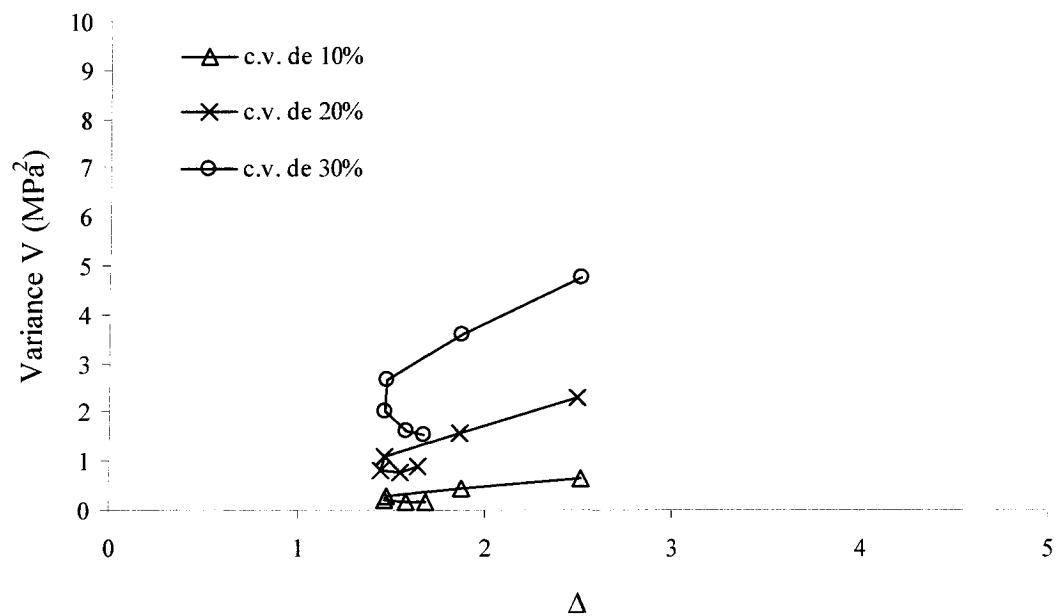


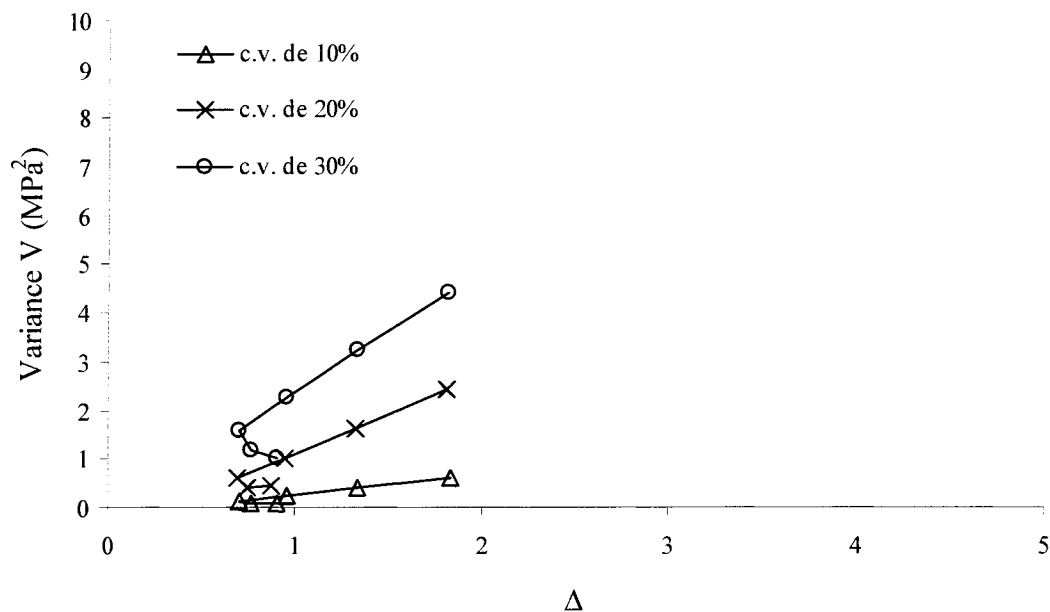
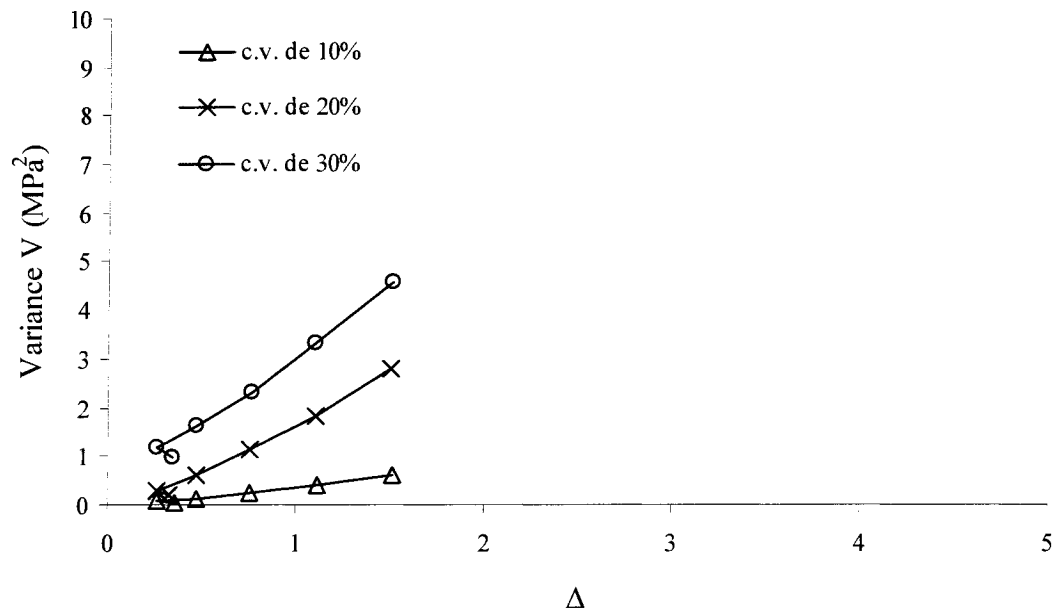
Figure B.77. Méthode C
 $\sigma_X = 50 \text{ MPa}$, $\sigma_Y = 50, 40, 30, 20, 10 \text{ et } 0 \text{ MPa}$ et $\sigma_Z = 50 \text{ MPa}$
**Figure B.78. Méthode C**
 $\sigma_X = 50 \text{ MPa}$, $\sigma_Y = 50, 40, 30, 20, 10 \text{ et } 0 \text{ MPa}$ et $\sigma_Z = 75 \text{ MPa}$


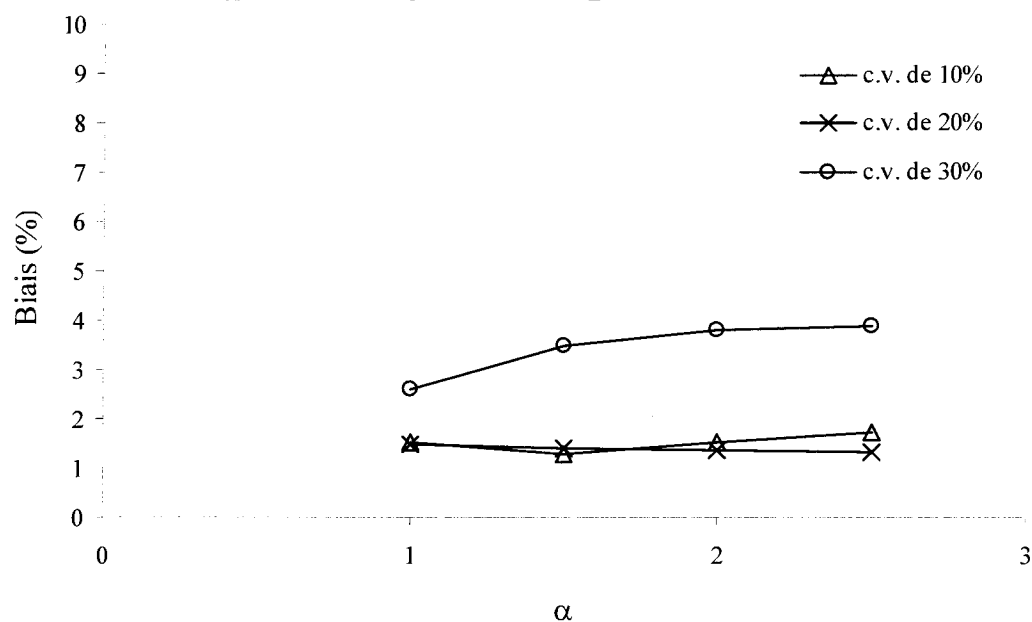
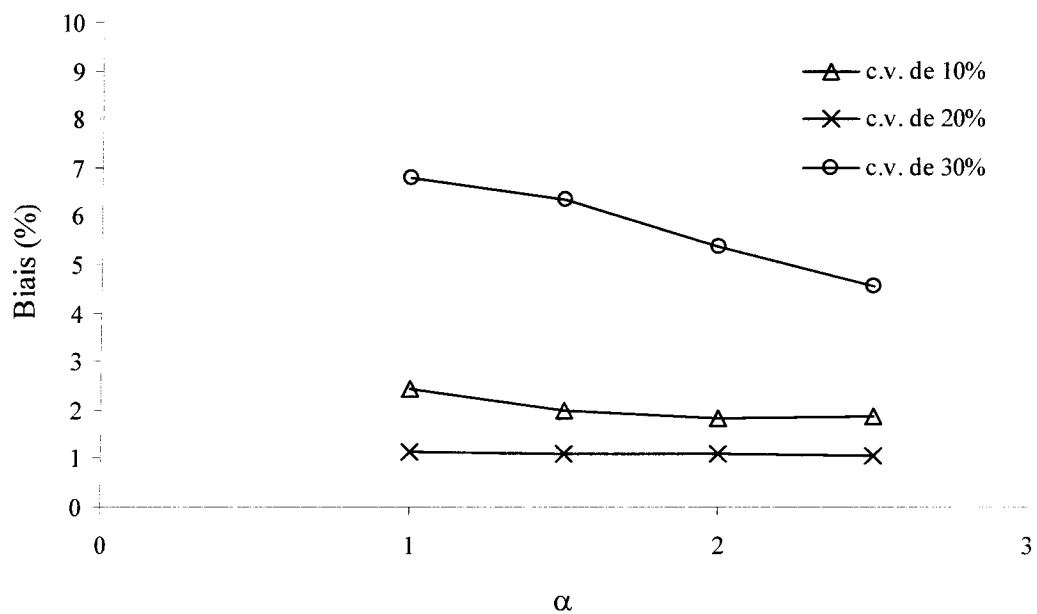
Figure B.79. Méthode A
 $\sigma_X = 50 \text{ MPa}$, $\sigma_Y = 0 \text{ MPa}$ et $\sigma_Z = 0, 25, 50 \text{ et } 75 \text{ MPa}$
**Figure B.80. Méthode B**
 $\sigma_X = 50 \text{ MPa}$, $\sigma_Y = 0 \text{ MPa}$ et $\sigma_Z = 0, 25, 50 \text{ et } 75 \text{ MPa}$


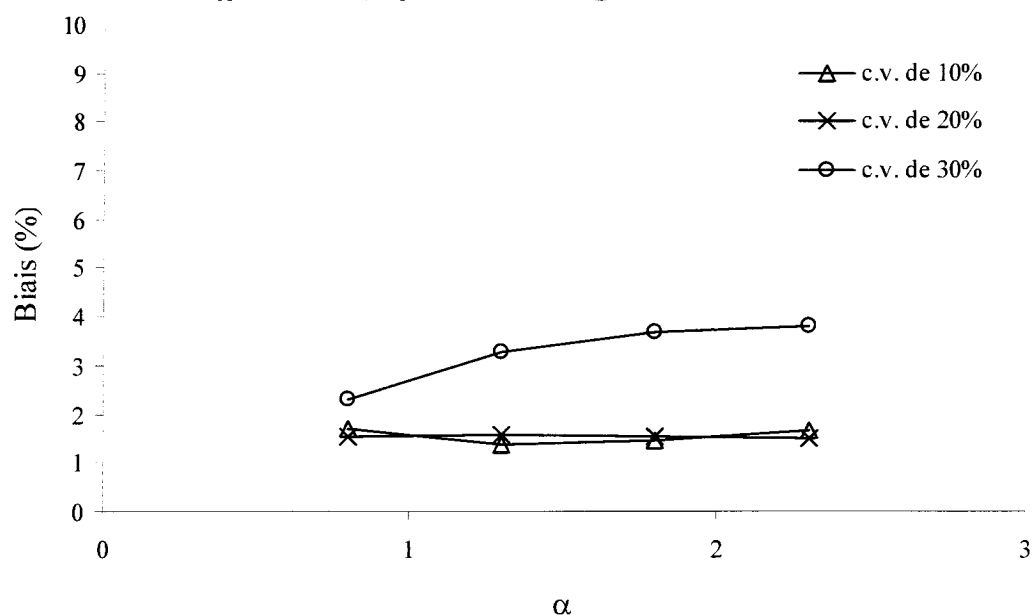
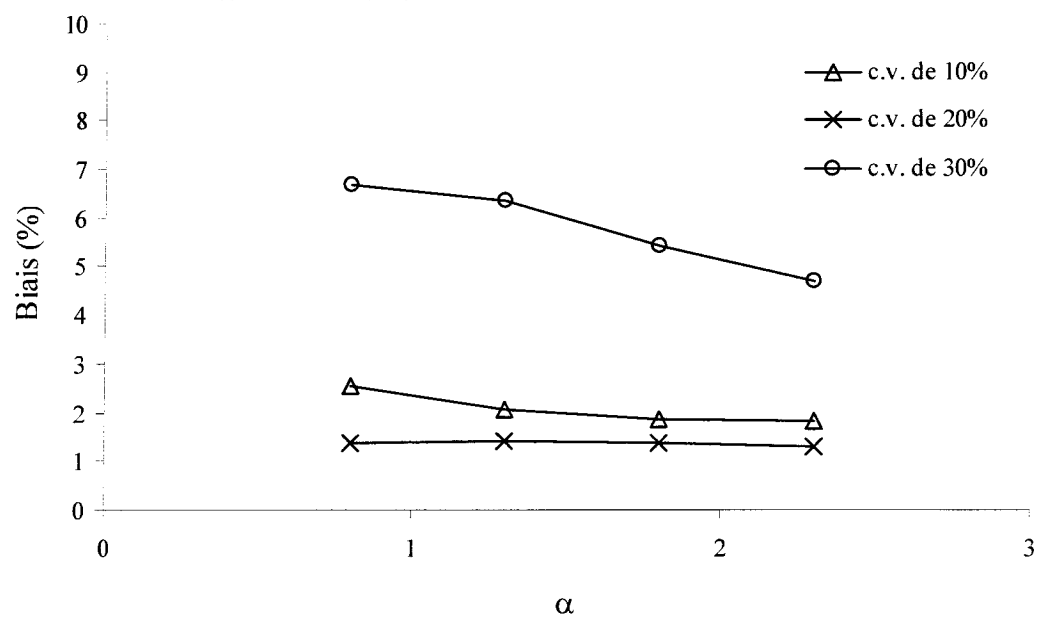
Figure B.81. Méthode A $\sigma_X = 50 \text{ MPa}$, $\sigma_Y = 10 \text{ MPa}$ et $\sigma_Z = 0, 25, 50$ et 75 MPa **Figure B.82. Méthode B** $\sigma_X = 50 \text{ MPa}$, $\sigma_Y = 10 \text{ MPa}$ et $\sigma_Z = 0, 25, 50$ et 75 MPa 

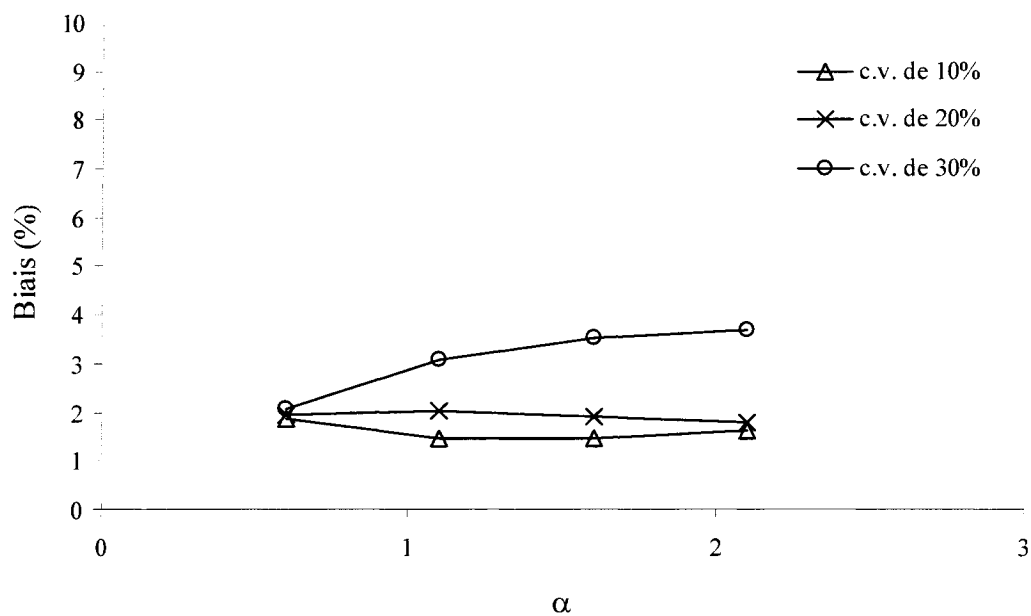
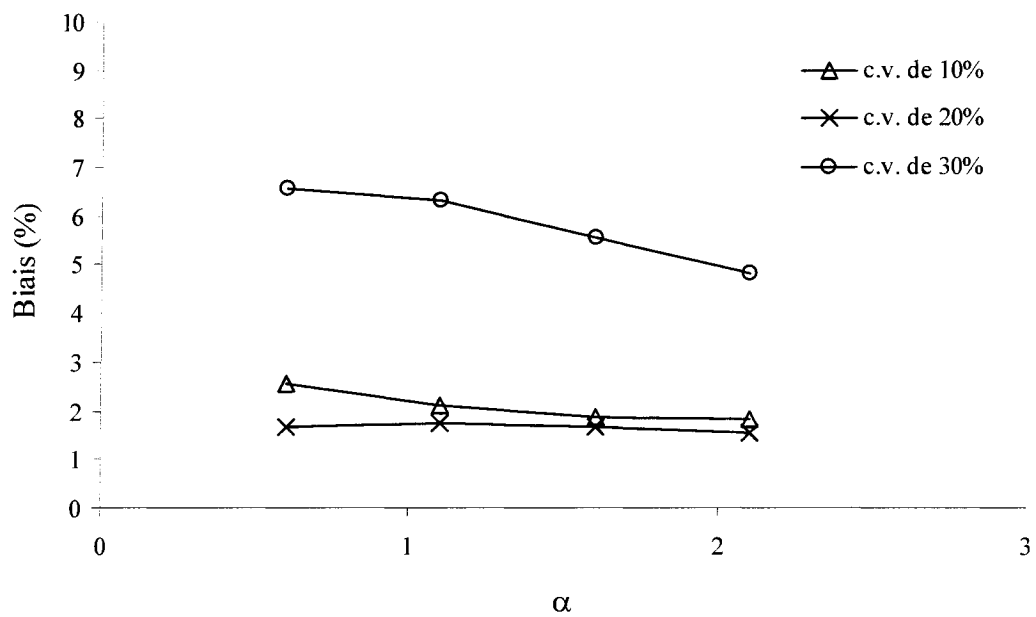
Figure B.83. Méthode A $\sigma_X = 50 \text{ MPa}$, $\sigma_Y = 20 \text{ MPa}$ et $\sigma_Z = 0, 25, 50$ et 75 MPa **Figure B.84. Méthode B** $\sigma_X = 50 \text{ MPa}$, $\sigma_Y = 20 \text{ MPa}$ et $\sigma_Z = 0, 25, 50$ et 75 MPa 

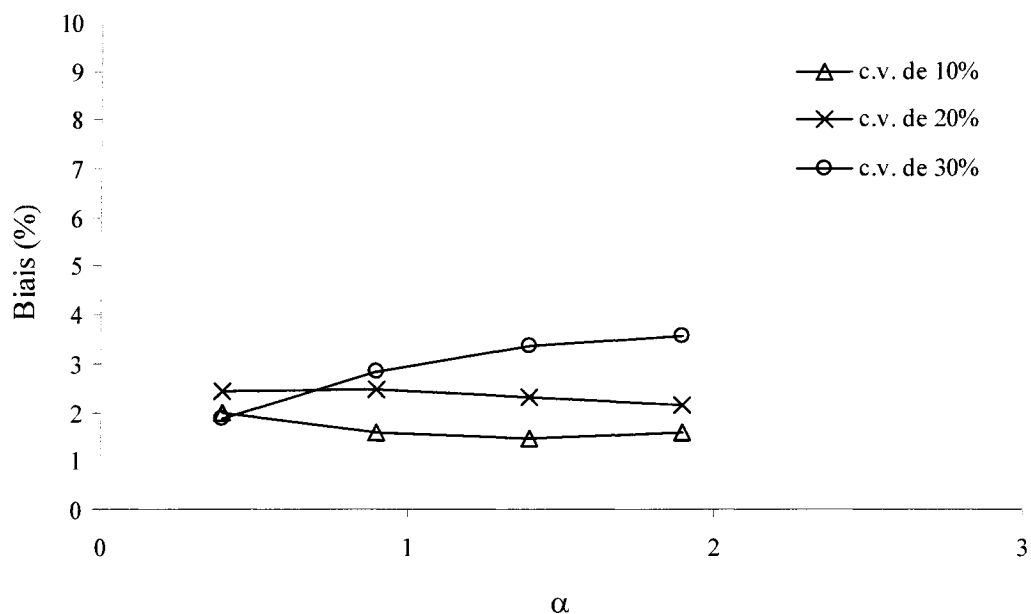
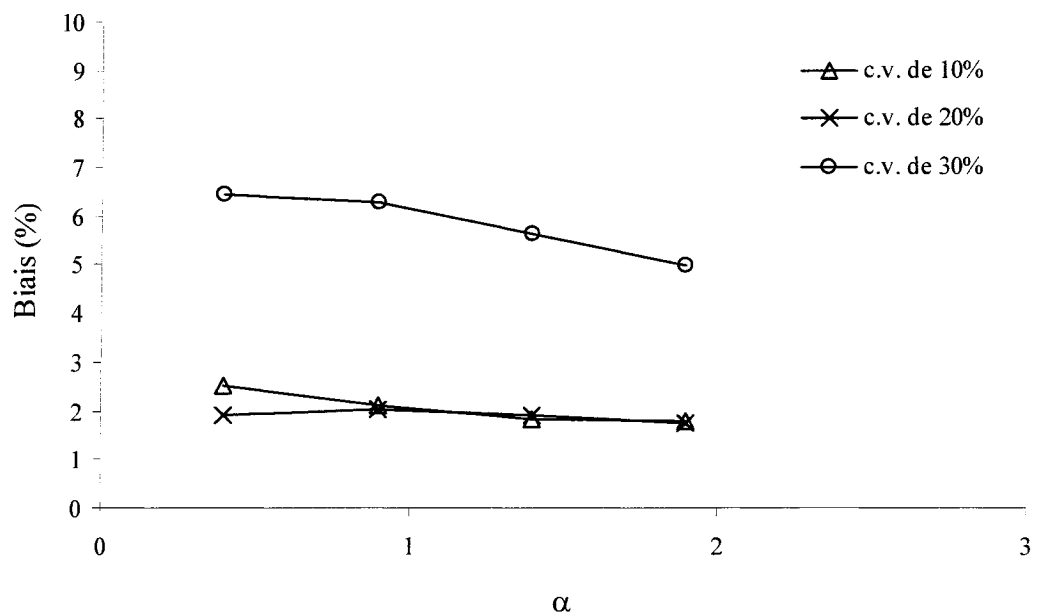
Figure B.85. Méthode A $\sigma_X = 50 \text{ MPa}$, $\sigma_Y = 30 \text{ MPa}$ et $\sigma_Z = 0, 25, 50$ et 75 MPa **Figure B.86. Méthode B** $\sigma_X = 50 \text{ MPa}$, $\sigma_Y = 30 \text{ MPa}$ et $\sigma_Z = 0, 25, 50$ et 75 MPa 

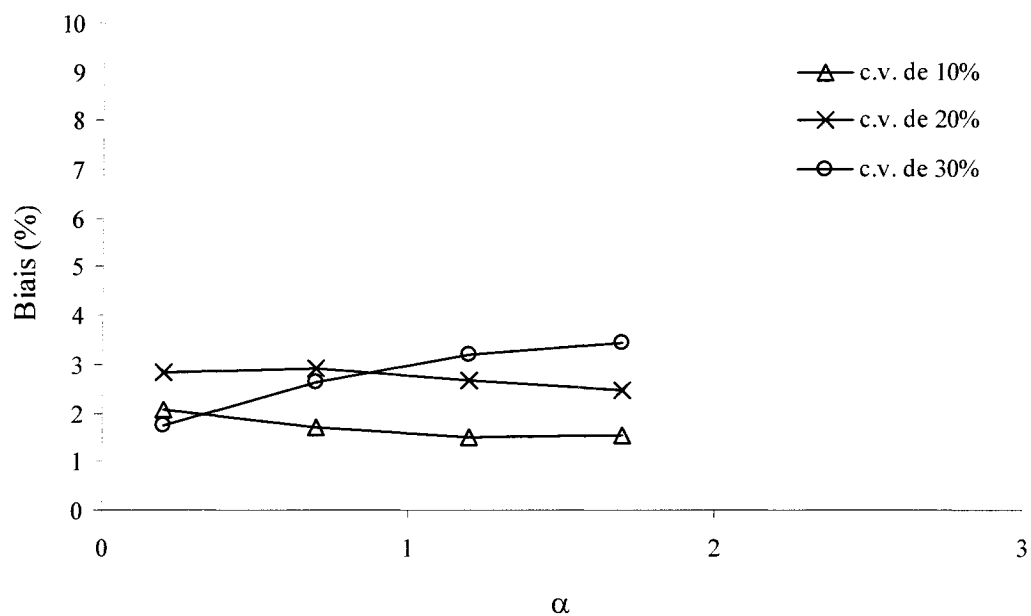
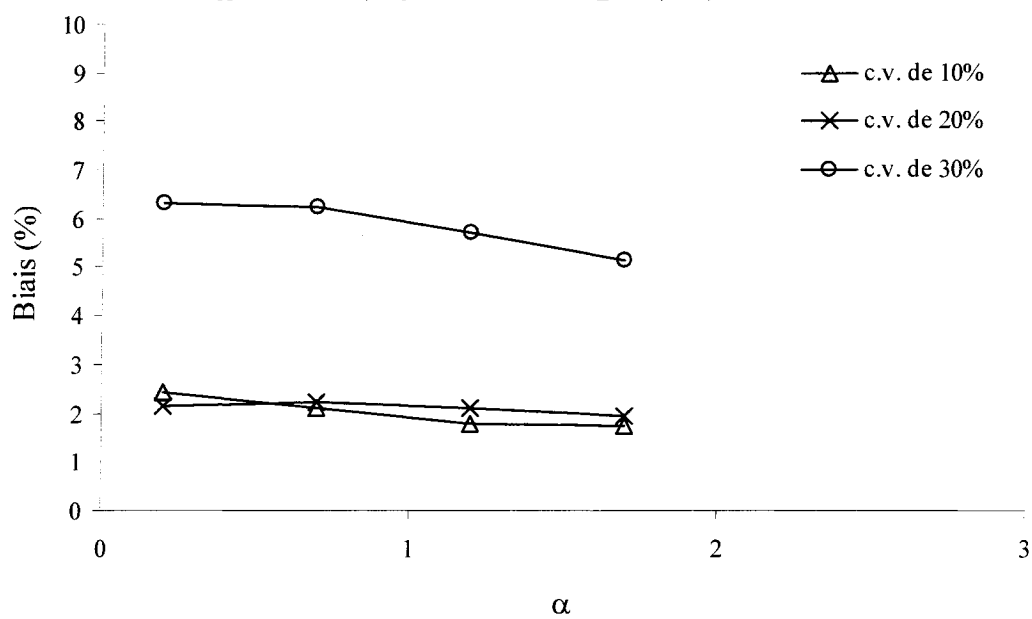
Figure B.87. Méthode A $\sigma_X = 50 \text{ MPa}$, $\sigma_Y = 40 \text{ MPa}$ et $\sigma_Z = 0, 25, 50$ et 75 MPa **Figure B.88. Méthode B** $\sigma_X = 50 \text{ MPa}$, $\sigma_Y = 40 \text{ MPa}$ et $\sigma_Z = 0, 25, 50$ et 75 MPa 

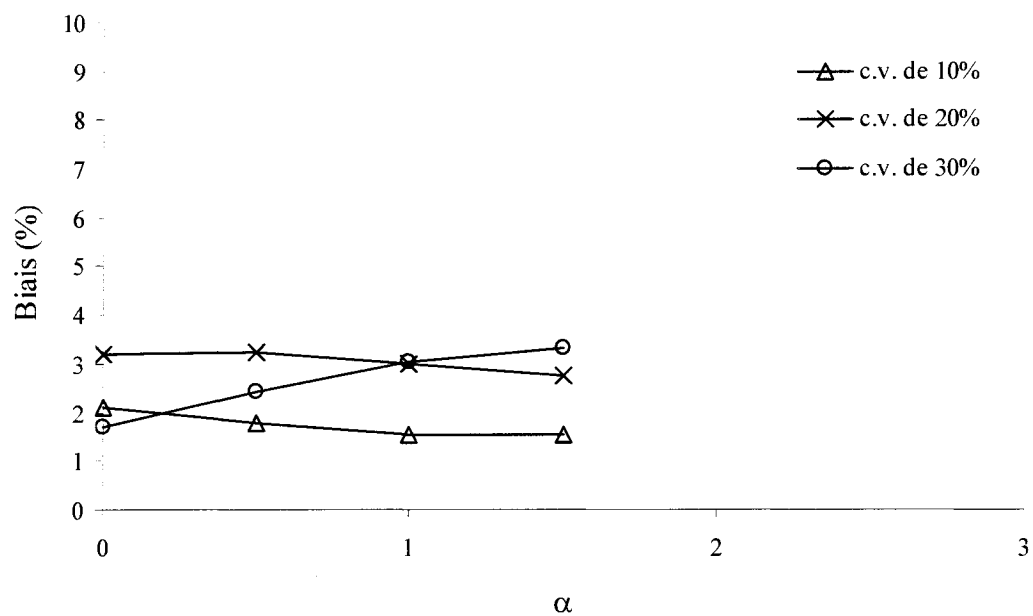
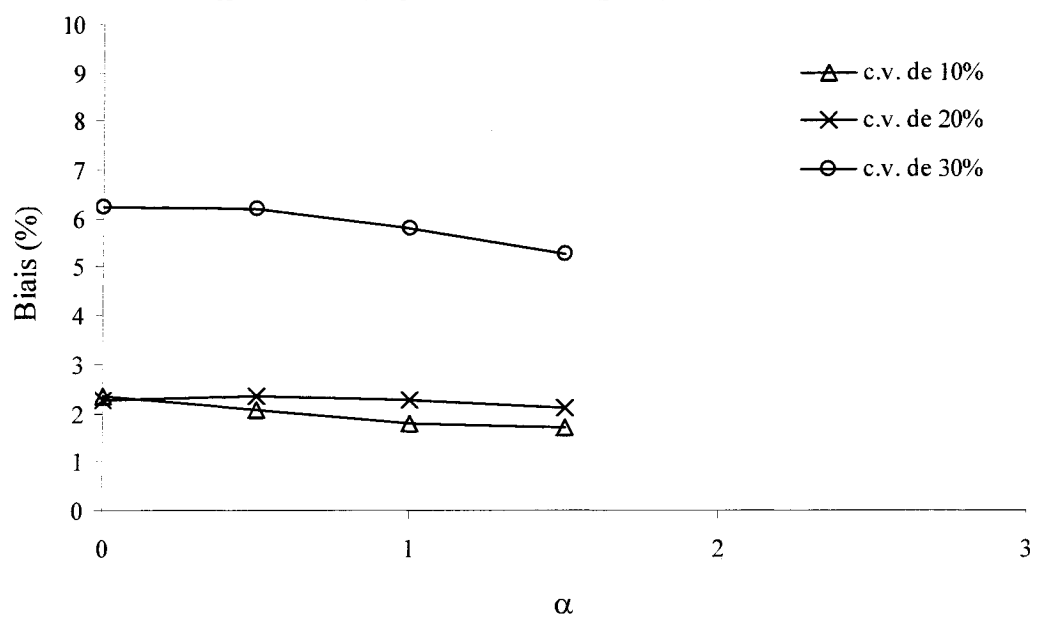
Figure B.89. Méthode A $\sigma_X = 50 \text{ MPa}$, $\sigma_Y = 50 \text{ MPa}$ et $\sigma_Z = 0, 25, 50$ et 75 MPa **Figure B.90. Méthode B** $\sigma_X = 50 \text{ MPa}$, $\sigma_Y = 50 \text{ MPa}$ et $\sigma_Z = 0, 25, 50$ et 75 MPa 

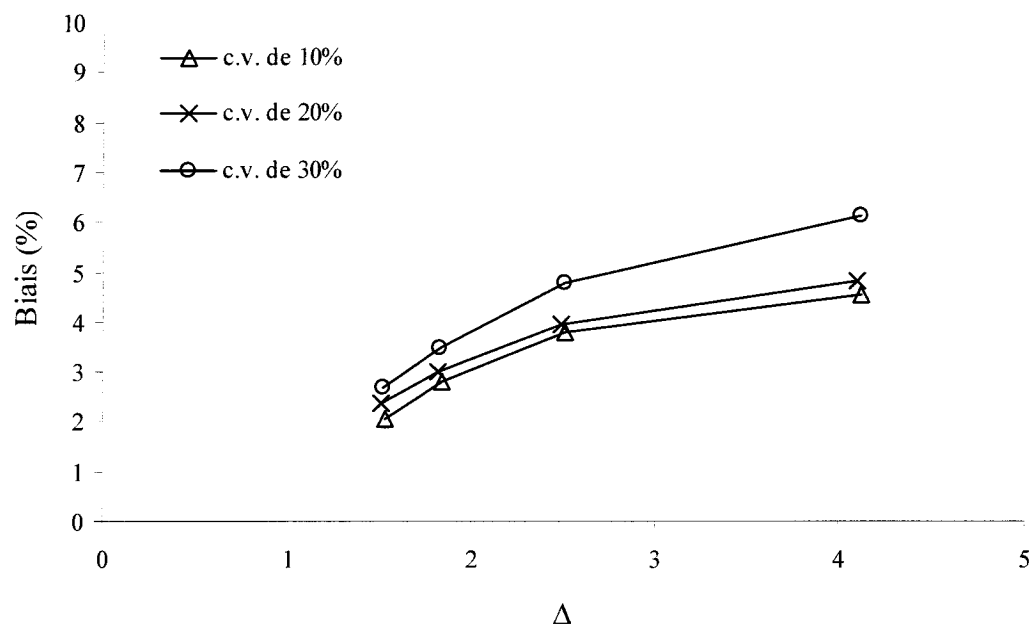
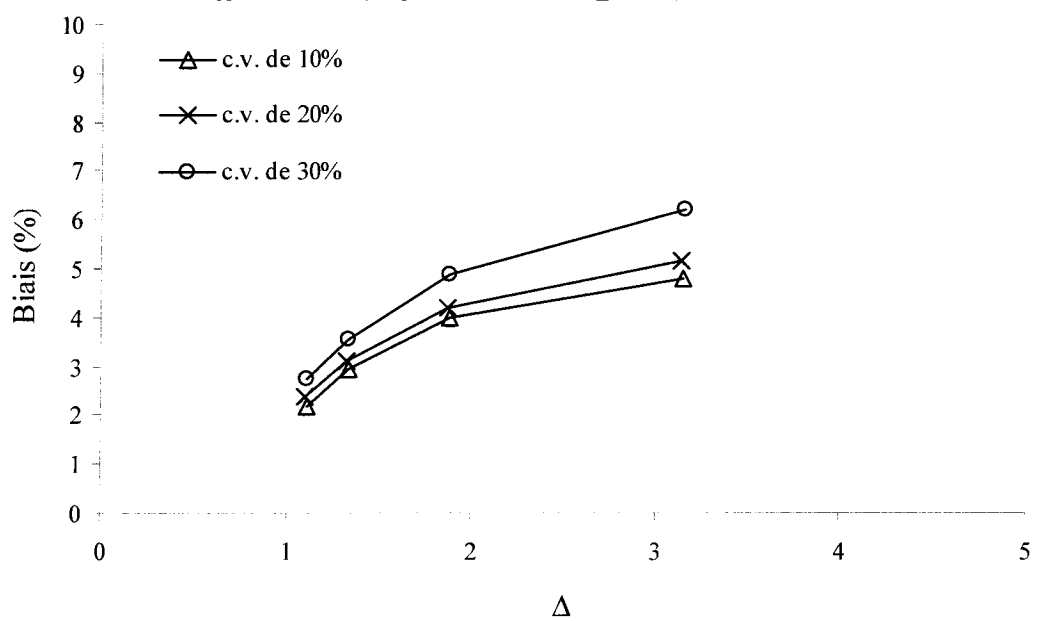
Figure B.91. Méthode C
 $\sigma_X = 50 \text{ MPa}$, $\sigma_Y = 0 \text{ MPa}$ et $\sigma_Z = 75, 50, 25 \text{ et } 0 \text{ MPa}$
**Figure B.92. Méthode C**
 $\sigma_X = 50 \text{ MPa}$, $\sigma_Y = 10 \text{ MPa}$ et $\sigma_Z = 75, 50, 25 \text{ et } 0 \text{ MPa}$


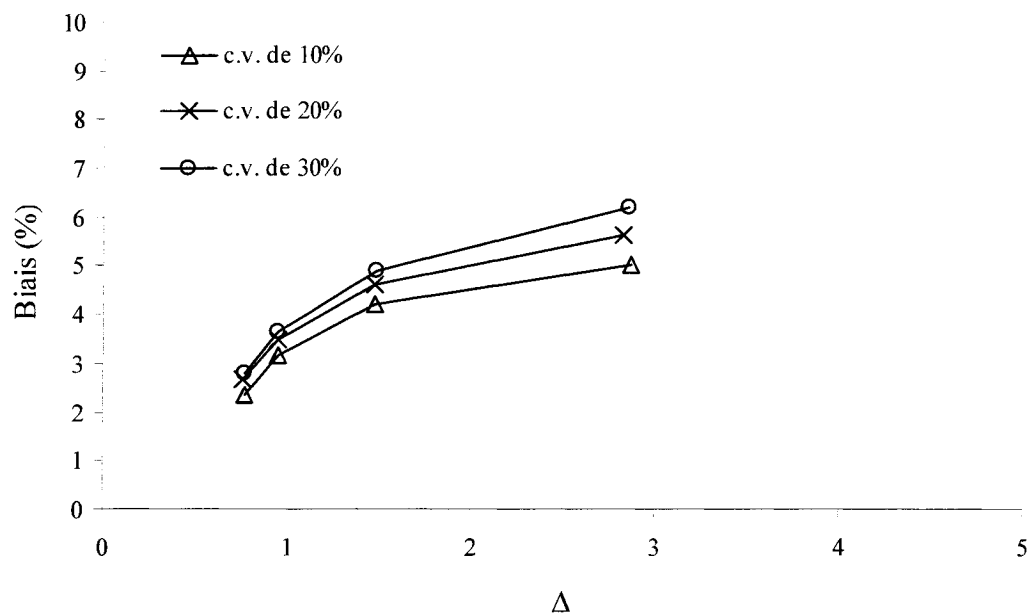
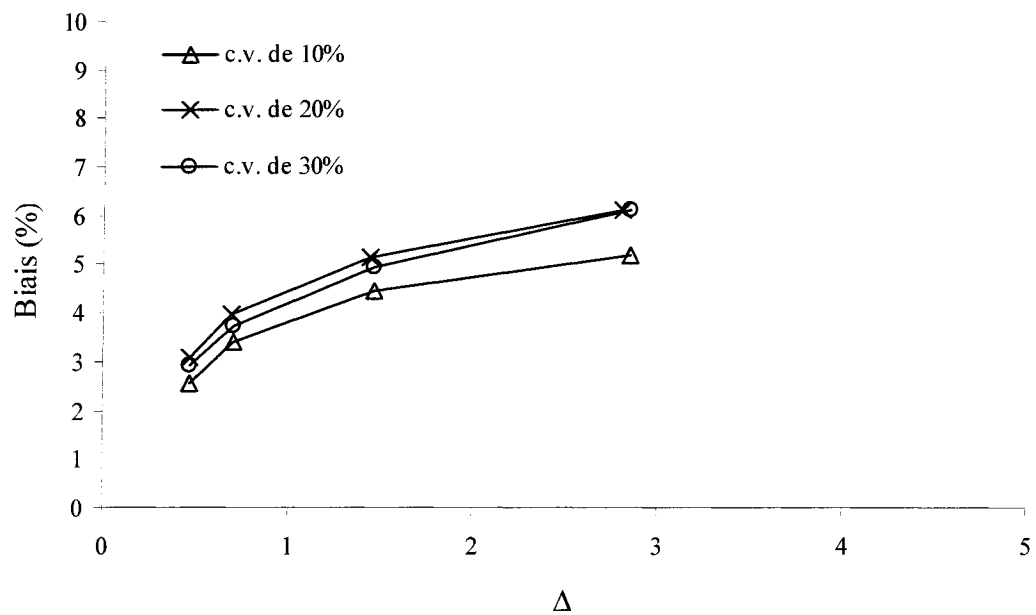
Figure B.93. Méthode C
 $\sigma_X = 50 \text{ MPa}$, $\sigma_Y = 20 \text{ MPa}$ et $\sigma_Z = 75, 50, 25 \text{ et } 0 \text{ MPa}$
**Figure B.94. Méthode C**
 $\sigma_X = 50 \text{ MPa}$, $\sigma_Y = 30 \text{ MPa}$ et $\sigma_Z = 75, 50, 25 \text{ et } 0 \text{ MPa}$


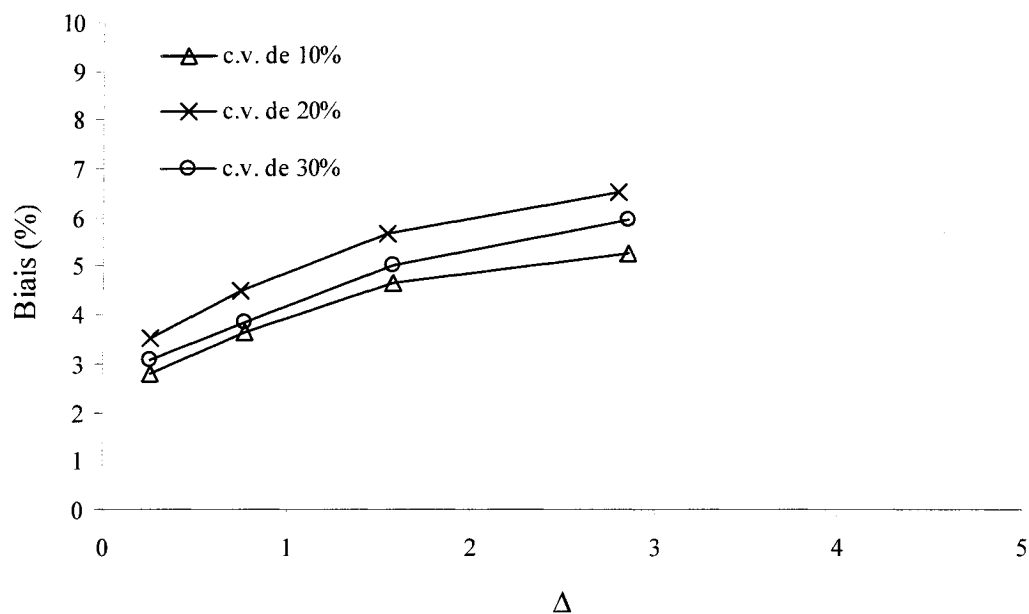
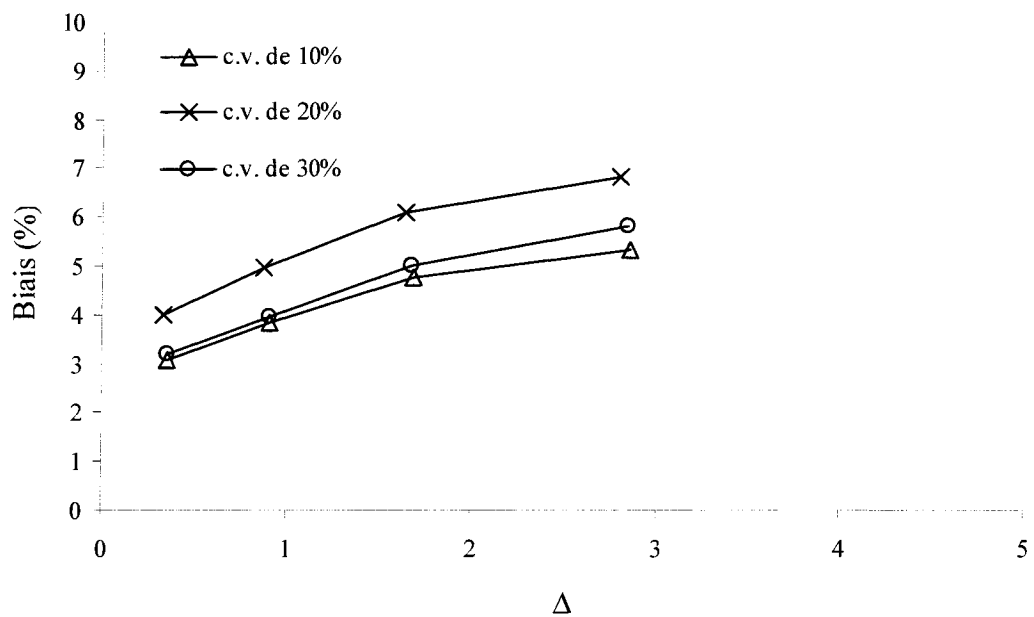
Figure B.95. Méthode C $\sigma_X = 50$ MPa, $\sigma_Y = 40$ MPa et $\sigma_Z = 75, 50, 25$ et 0 MPa**Figure B.96. Méthode C** $\sigma_X = 50$ MPa, $\sigma_Y = 50$ MPa et $\sigma_Z = 75, 50, 25$ et 0 MPa

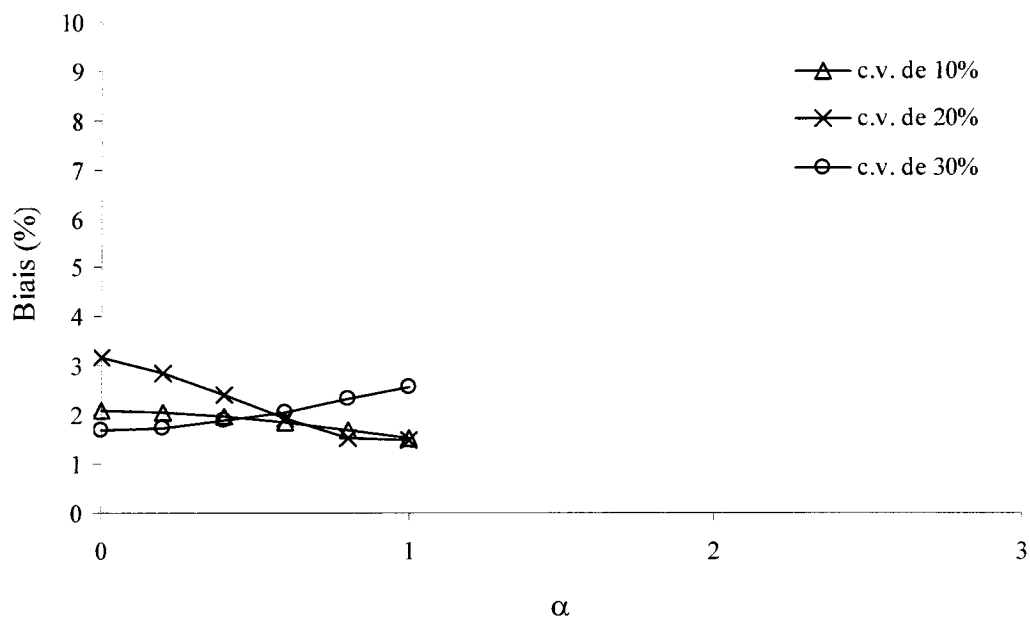
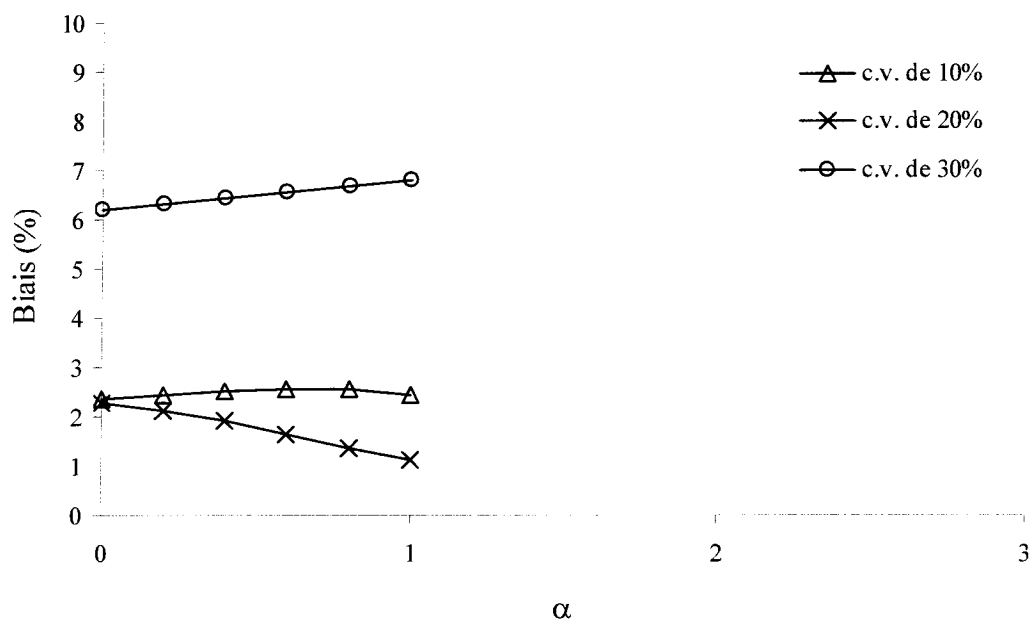
Figure B.97. Méthode A
 $\sigma_X = 50 \text{ MPa}$, $\sigma_Y = 50, 40, 30, 20, 10 \text{ et } 0 \text{ MPa}$ et $\sigma_Z = 0 \text{ MPa}$
**Figure B.98. Méthode B**
 $\sigma_X = 50 \text{ MPa}$, $\sigma_Y = 50, 40, 30, 20, 10 \text{ et } 0 \text{ MPa}$ et $\sigma_Z = 0 \text{ MPa}$


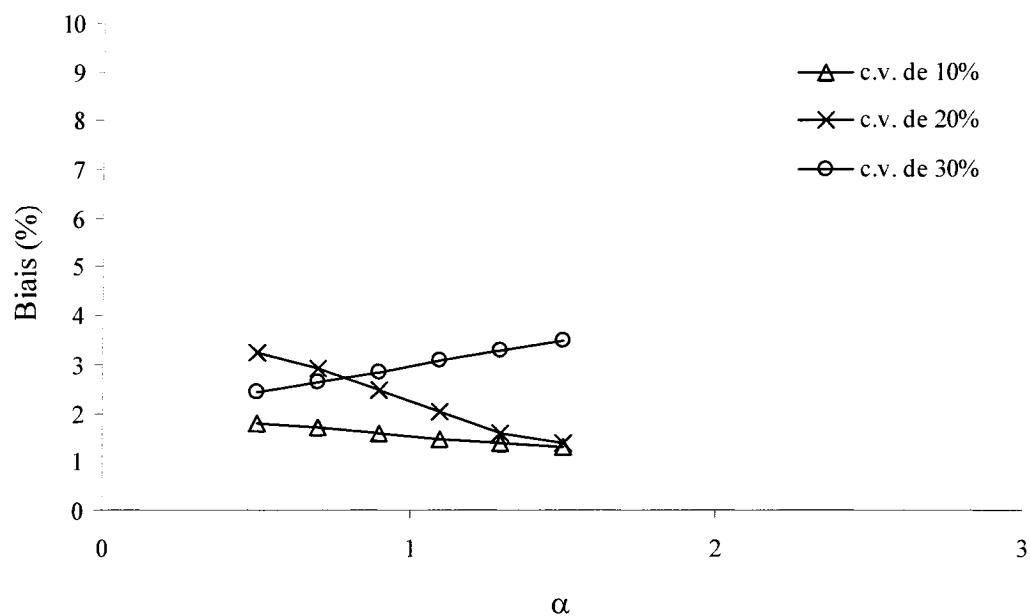
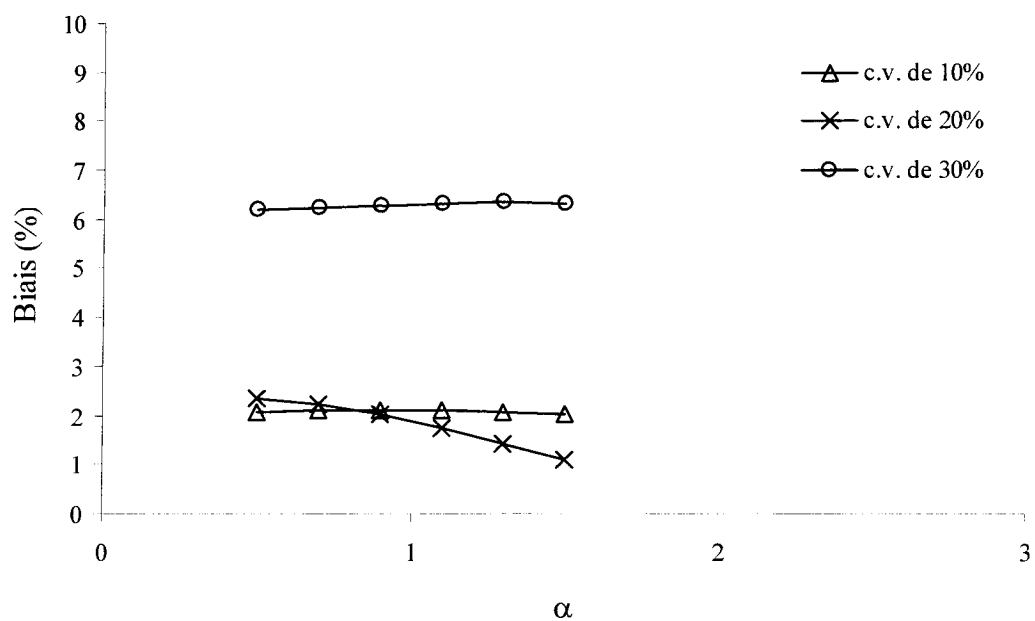
Figure B.99. Méthode A
 $\sigma_X = 50 \text{ MPa}$, $\sigma_Y = 50, 40, 30, 20, 10 \text{ et } 0 \text{ MPa}$ et $\sigma_Z = 25 \text{ MPa}$
**Figure B.100. Méthode B**
 $\sigma_X = 50 \text{ MPa}$, $\sigma_Y = 50, 40, 30, 20, 10 \text{ et } 0 \text{ MPa}$ et $\sigma_Z = 25 \text{ MPa}$


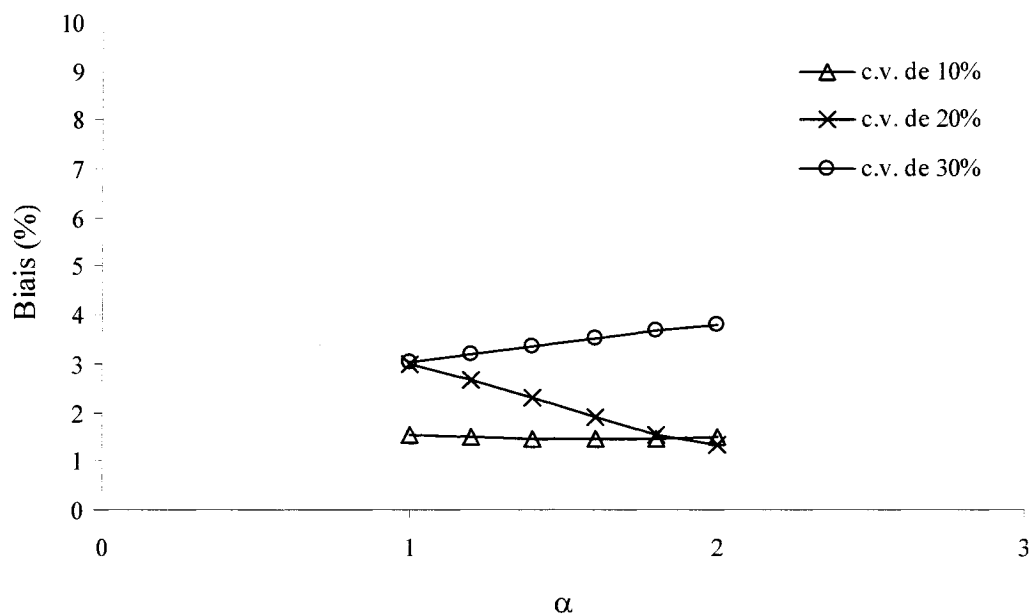
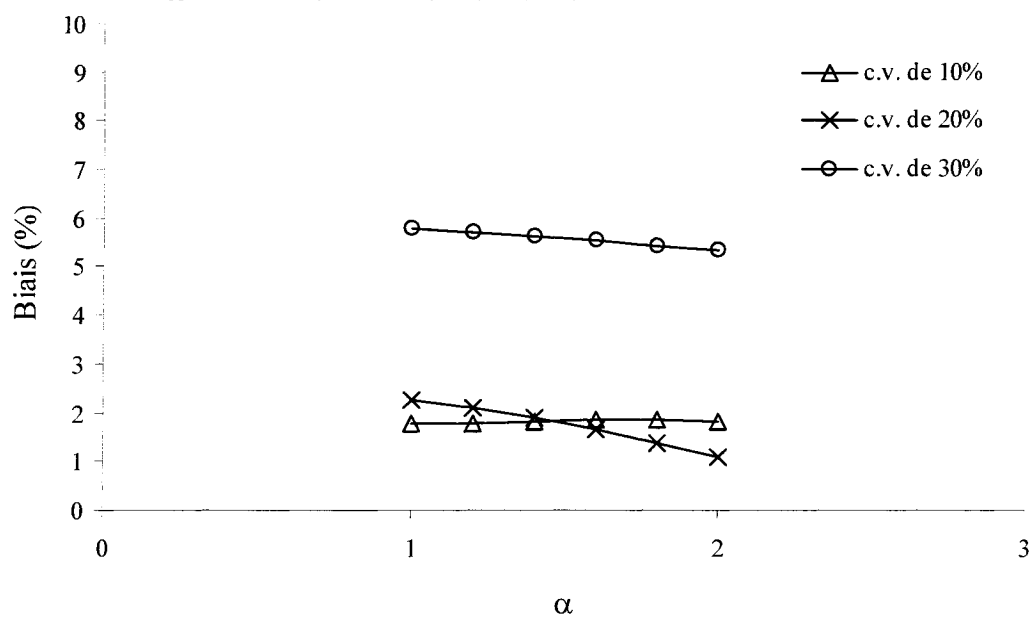
Figure B.101. Méthode A
 $\sigma_X = 50 \text{ MPa}$, $\sigma_Y = 50, 40, 30, 20, 10 \text{ et } 0 \text{ MPa}$ et $\sigma_Z = 50 \text{ MPa}$
**Figure B.102. Méthode B**
 $\sigma_X = 50 \text{ MPa}$, $\sigma_Y = 50, 40, 30, 20, 10 \text{ et } 0 \text{ MPa}$ et $\sigma_Z = 50 \text{ MPa}$


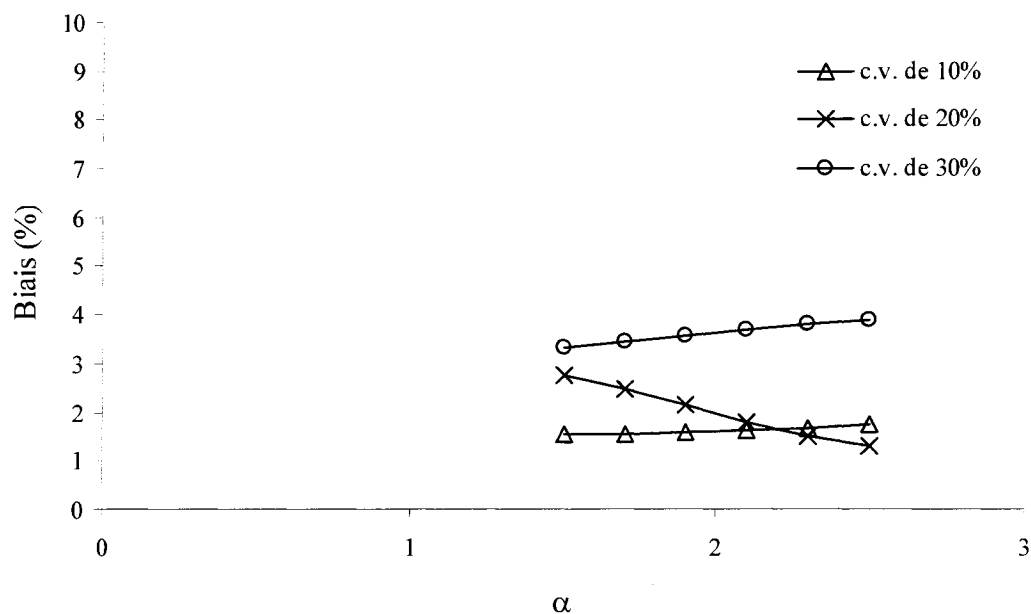
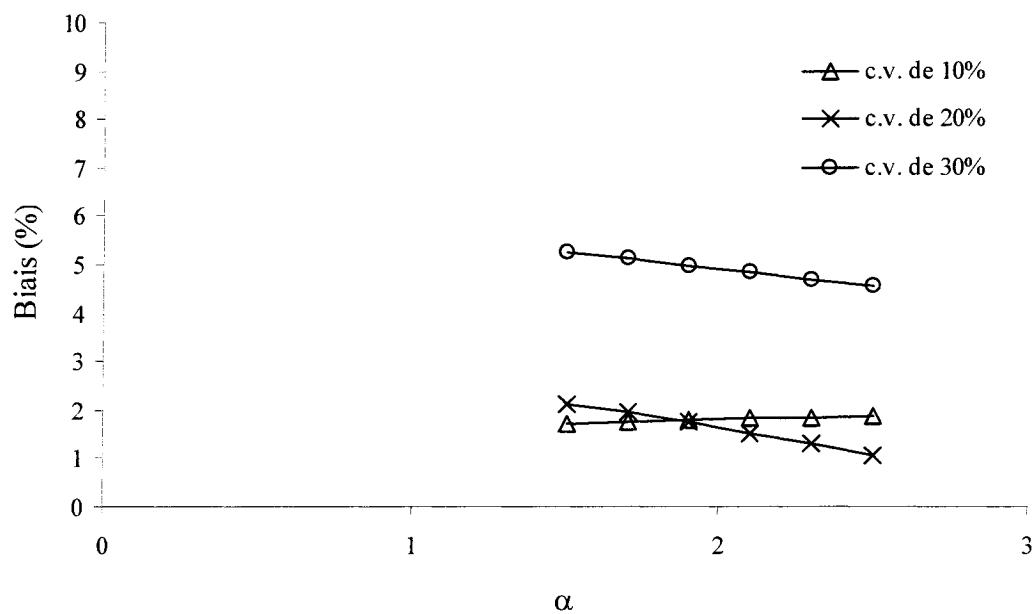
Figure B.103. Méthode A
 $\sigma_X = 50 \text{ MPa}$, $\sigma_Y = 50, 40, 30, 20, 10 \text{ et } 0 \text{ MPa}$ et $\sigma_Z = 75 \text{ MPa}$
**Figure B.104. Méthode B**
 $\sigma_X = 50 \text{ MPa}$, $\sigma_Y = 50, 40, 30, 20, 10 \text{ et } 0 \text{ MPa}$ et $\sigma_Z = 75 \text{ MPa}$


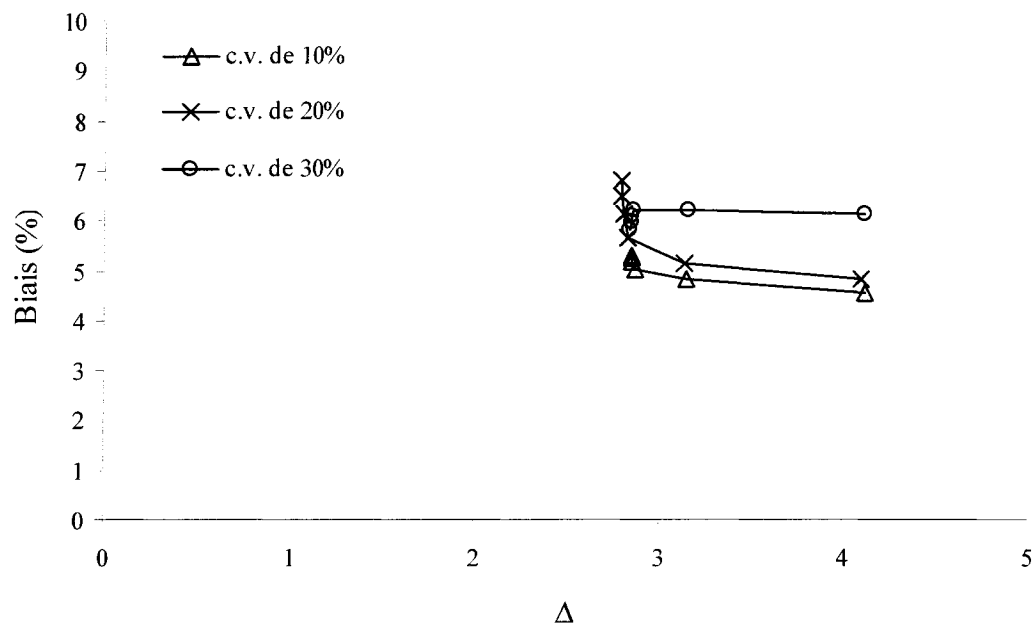
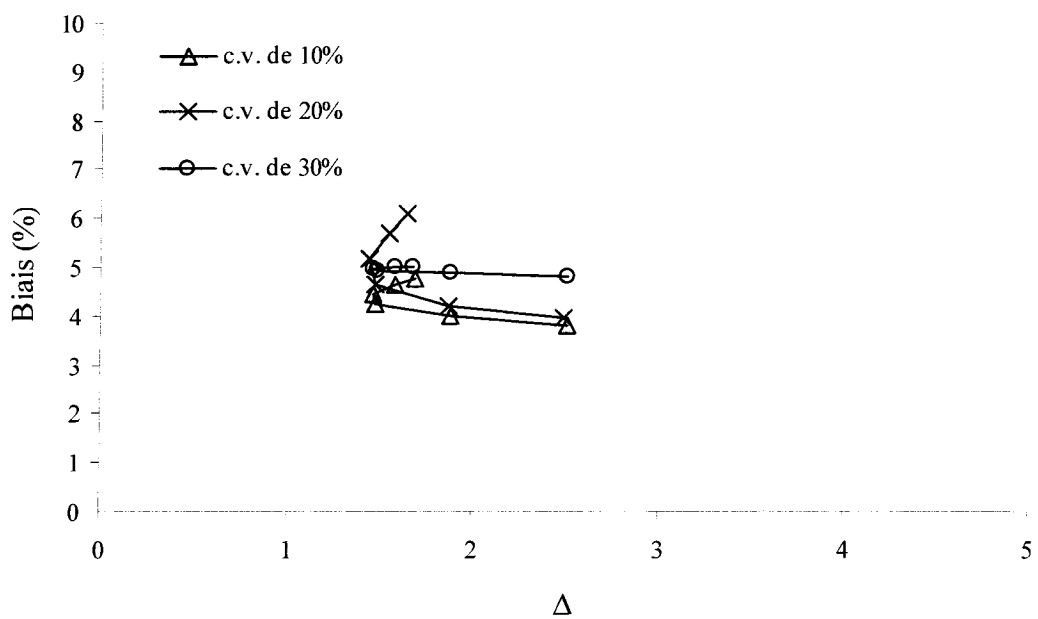
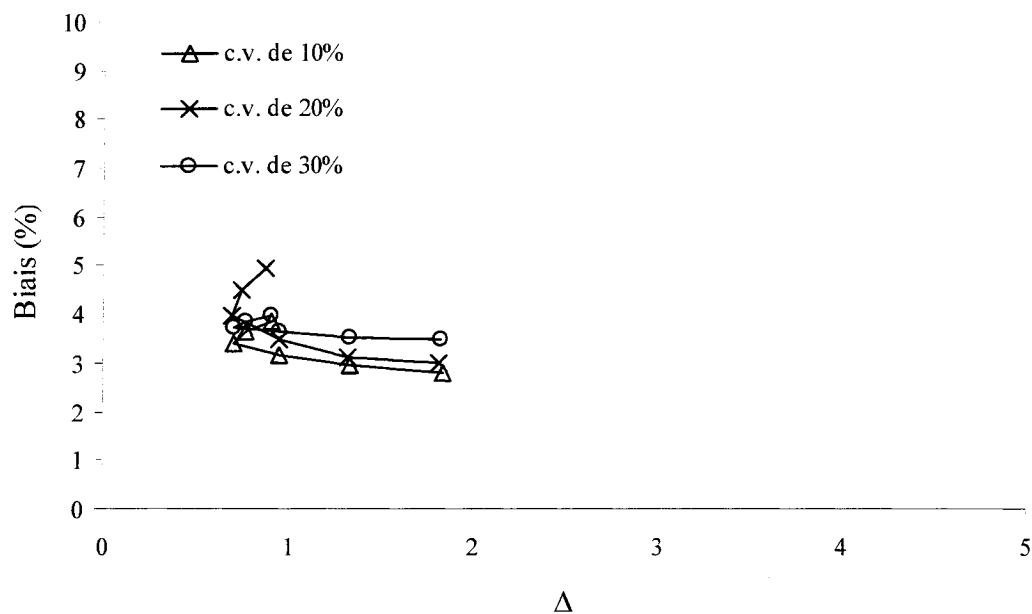
Figure B.105. Méthode C
 $\sigma_X = 50 \text{ MPa}$, $\sigma_Y = 50, 40, 30, 20, 10 \text{ et } 0 \text{ MPa}$ et $\sigma_Z = 0 \text{ MPa}$
**Figure B.106. Méthode C**
 $\sigma_X = 50 \text{ MPa}$, $\sigma_Y = 50, 40, 30, 20, 10 \text{ et } 0 \text{ MPa}$ et $\sigma_Z = 25 \text{ MPa}$


Figure B.107. Méthode C
 $\sigma_X = 50 \text{ MPa}$, $\sigma_Y = 50, 40, 30, 20, 10 \text{ et } 0 \text{ MPa}$ et $\sigma_Z = 50 \text{ MPa}$
**Figure B.108. Méthode C**
 $\sigma_X = 50 \text{ MPa}$, $\sigma_Y = 50, 40, 30, 20, 10 \text{ et } 0 \text{ MPa}$ et $\sigma_Z = 75 \text{ MPa}$
