

**Titre:** Simulation d'un procédé de mise en forme par grenailage aux ultrasons avec billes  
Title: ultrasons avec billes

**Auteur:** Pierre Drouin  
Author:

**Date:** 2006

**Type:** Mémoire ou thèse / Dissertation or Thesis

**Référence:** Drouin, P. (2006). Simulation d'un procédé de mise en forme par grenailage aux ultrasons avec billes [Master's thesis, École Polytechnique de Montréal].  
Citation: PolyPublie. <https://publications.polymtl.ca/7540/>

 **Document en libre accès dans PolyPublie**  
Open Access document in PolyPublie

**URL de PolyPublie:** <https://publications.polymtl.ca/7540/>  
PolyPublie URL:

**Directeurs de recherche:** Marie Bernard, & Claude Perron  
Advisors:

**Programme:** Unspecified  
Program:

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

SIMULATION D'UN PROCÉDÉ DE  
MISE EN FORME PAR GRENAILLAGE  
AUX ULTRASONS AVEC BILLES

PIERRE DROUIN  
DÉPARTEMENT DE GÉNIE MÉCANIQUE  
ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

MÉMOIRE PRÉSENTÉ EN VUE DE L'OBTENTION  
DU DIPLOME DE MAÎTRISE ÈS SCIENCES APPLIQUÉES  
(GÉNIE MÉCANIQUE)  
AVRIL 2006

© Pierre Drouin, 2006.



Library and  
Archives Canada

Bibliothèque et  
Archives Canada

Published Heritage  
Branch

Direction du  
Patrimoine de l'édition

395 Wellington Street  
Ottawa ON K1A 0N4  
Canada

395, rue Wellington  
Ottawa ON K1A 0N4  
Canada

*Your file* *Votre référence*  
*ISBN: 978-0-494-17938-3*  
*Our file* *Notre référence*  
*ISBN: 978-0-494-17938-3*

#### NOTICE:

The author has granted a non-exclusive license allowing Library and Archives Canada to reproduce, publish, archive, preserve, conserve, communicate to the public by telecommunication or on the Internet, loan, distribute and sell theses worldwide, for commercial or non-commercial purposes, in microform, paper, electronic and/or any other formats.

The author retains copyright ownership and moral rights in this thesis. Neither the thesis nor substantial extracts from it may be printed or otherwise reproduced without the author's permission.

#### AVIS:

L'auteur a accordé une licence non exclusive permettant à la Bibliothèque et Archives Canada de reproduire, publier, archiver, sauvegarder, conserver, transmettre au public par télécommunication ou par l'Internet, prêter, distribuer et vendre des thèses partout dans le monde, à des fins commerciales ou autres, sur support microforme, papier, électronique et/ou autres formats.

L'auteur conserve la propriété du droit d'auteur et des droits moraux qui protègent cette thèse. Ni la thèse ni des extraits substantiels de celle-ci ne doivent être imprimés ou autrement reproduits sans son autorisation.

---

In compliance with the Canadian Privacy Act some supporting forms may have been removed from this thesis.

Conformément à la loi canadienne sur la protection de la vie privée, quelques formulaires secondaires ont été enlevés de cette thèse.

While these forms may be included in the document page count, their removal does not represent any loss of content from the thesis.

Bien que ces formulaires aient inclus dans la pagination, il n'y aura aucun contenu manquant.

  
**Canada**

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

Ce mémoire intitulé :

SIMULATION D'UN PROCÉDÉ DE  
MISE EN FORME PAR GRENAILLAGE  
AUX ULTRASONNS AVEC BILLES

présenté par : DROUIN Pierre

en vue de l'obtention du diplôme de : Maîtrise ès sciences appliquées

a été dûment accepté par le jury d'examen constitué de :

M. BUI-QUOC Thang, D.Sc.A., président

Mme. BERNARD Marie, Ph.D., membre et directrice de recherche

M. PERRON Claude, M.Sc.A., membre et codirecteur de recherche

M. LÉVESQUE Martin, Ph.D., membre

*À mon épouse*

## REMERCIEMENTS

Je tiens à remercier mes deux co-directeurs de mémoire, Pr. Marie Bernard et M. Claude Perron. Les nombreuses discussions que nous avons eues et leurs précieux conseils ont toujours été intéressants et pertinents. Je remercie le Pr. Thang Bui-Quoc qui a su, avec ses remarques et interventions précises, mettre au jour des éléments du projet qui n'auraient peut-être pas reçu toute l'attention qu'ils méritaient.

Je tiens également à remercier tous les employés du Centre des Technologies de Fabrication en Aérospatiale qui m'ont soutenu techniquement et moralement tout au long du projet. Parmi ceux-ci, je tiens à remercier particulièrement : Simon Larose avec qui j'ai eu de nombreuses discussions fort intéressantes, Gabriel Côté qui a fait la programmation d'une des simulations mentionnées dans ce projet, Michel Lambert qui a fait la programmation robotique pour les essais expérimentaux et finalement Christian Corbeil et Martin Demontigny qui m'ont aidé à mettre en œuvre les montages expérimentaux.

Je remercie le Conseil de recherches en sciences naturelles et en génie du Canada pour sa collaboration financière au projet.

## RÉSUMÉ

Le procédé de mise en forme par grenailage est un procédé industriel qui permet de générer des formes complexes sans nécessiter des installations coûteuses. Il est largement utilisé dans l'industrie aéronautique pour la fabrication des panneaux d'ailes et de certaines pièces de fuselage. À ce jour, le procédé en est un d'essais et d'erreurs car il n'y a pas de méthode fiable pour établir les dimensions initiales de la pièce à grenailier et la répartition des paramètres de grenailage qui mèneront à la forme finale désirée.

Afin de pallier à ce manque de connaissances, un processus de simulation complète du procédé de mise en forme par grenailage a été développé dans le cadre de ce projet. Les différentes étapes de réalisation de ce processus sont l'élaboration d'une banque de données concernant la distribution des contraintes résiduelles induites par le grenailage, la simulation de la mise en forme, le calcul des dimensions de la géométrie initiale plane (géométrie de la pièce avant grenailage) et de la répartition des paramètres de grenailage (forces et moments internes) qui permettront de respecter les tolérances de la géométrie finale désirée. Des essais de mise en forme ont permis de valider l'approche proposée.

Le développement de la banque de données concernant les distributions des contraintes résiduelles a été effectué en plusieurs étapes. Dans un premier temps, un modèle axisymétrique d'éléments finis dynamiques a été utilisé pour déterminer la distribution des contraintes résiduelles induites par un seul impact et pour quantifier l'effet de la taille des éléments, du coefficient de frottement, de la vitesse d'impact et le coefficient d'amortissement. Les résultats ont permis de choisir judicieusement les paramètres d'entrée d'un modèle tridimensionnel qui a servi à étudier l'influence de plusieurs impacts sur la distribution des contraintes résiduelles. En particulier, l'effet du nombre d'impacts consécutifs au même point (saturation) ainsi que l'effet de la distance entre les

impacts ont été examinés. Toutefois, ce modèle n'a pas permis de simuler un grand nombre d'impacts et un autre modèle tridimensionnel a dû être développé afin de bien représenter l'effet de la saturation et de la distance entre les impacts. Les résultats obtenus à partir de ce deuxième modèle tridimensionnel ont montré, qu'à des vitesses d'impact inférieures ou égales à 10 m/s, la distribution des contraintes résiduelles ne varie plus après 65 impacts; pour des vitesses supérieures à 10 m/s, la saturation est atteinte après 78 impacts. Des études approfondies sur l'effet des caractéristiques du maillage et des modes d'énergie Hourglass sur les contraintes résiduelles ont permis d'optimiser le modèle et de réduire au minimum les temps de calculs. De plus, plusieurs modèles du comportement du matériau en déformation plastique ont été examinés; le modèle de Cooper-Symonds a été choisi à partir de comparaisons qualitatives uniquement, puisqu'aucune mesure de contraintes résiduelles correspondant aux conditions de simulation n'était disponible. Toutes les informations de la base de données nécessaires pour la réalisation des étapes subséquentes du processus de simulation complète de la mise en forme par grenailage ont été générées en considérant un diamètre de particules de 3 mm et des vitesses d'impact comprises entre de 5 m/s à 15 m/s.

La mise en forme par grenailage a été effectuée en utilisant le procédé aux ultrasons Stressonics®. Ce procédé a été caractérisé en termes de vitesse d'impact, de temps de couverture et de capacité de formage. En premier lieu, un modèle d'indentation a été développé pour évaluer la vitesse d'impact en fonction de la taille de l'empreinte mesurée sur un échantillon. Pour la gamme d'amplitude de vibration de la sonotrode appliquée (entre 35 et 85  $\mu\text{m}$ ), une vitesse d'impact comprise entre 6 m/s et 14 m/s environ a été observée. Ces résultats ont servi à établir la gamme de vitesse d'impact à considérer pour les simulations par éléments finis dynamiques. Une simulation tridimensionnelle du mouvement des particules a ensuite été développée pour calculer le temps de couverture complète en fonction de l'amplitude de déplacement de la sonotrode. Les valeurs du temps de couverture ont permis de déterminer la vitesse de

déplacement du robot lors du grenailage de l'échantillon pour les essais de mise en forme. Ces essais, 22 au total, ont été réalisés sur une plaque carrée en alliage d'aluminium 7075-T6, de 400 mm de côté et de 4,7625 mm d'épaisseur. Sous les conditions de grenailage appliquées, des rayons de courbure allant de 3 à 4 mètres ont été mesurés, ce qui correspond aux valeurs attendues dans un procédé de mise en forme par grenailage.

Des simulations du formage de la plaque ont également été réalisées à l'aide d'un modèle d'éléments finis quasi-statiques. Les forces et les moments internes, correspondant aux distributions de contraintes résiduelles pour les vitesses d'impact d'intérêt, ont été introduits à l'aide d'éléments coques multicouches et de deux méthodes présentées dans la littérature, soit la méthode du profil de température et la méthode du profil de dilatation thermique. Les deux méthodes ont montré une précision équivalente pour le calcul du rayon de courbure, mais la seconde a été retenue car elle est plus facile à appliquer. L'effet de la non-linéarité géométrique liée au développement d'une courbure dans deux directions normales a aussi été étudié. Il a été démontré qu'elle est importante et qu'elle doit être prise en compte. Pour des vitesses d'impact spécifiées, la valeur calculée du rayon de courbure a été comparé à celle mesurée lors des essais avec le procédé Stresssonics®; pour toute la gamme d'amplitude de la sonotrode considérée, des écarts de moins de 15% entre les deux types de valeurs ont été observés.

En posant comme hypothèse de base que les surfaces formées par grenailage sont développables localement, une méthode a été développée pour établir le lien entre la forme finale de la pièce grenillée et la géométrie initiale plane de départ. Cette méthode a été appliquée conjointement avec la théorie des plaques et un processus d'optimisation pour déterminer la répartition finale des forces et des moments internes et les dimensions de la géométrie initiale plane.

Afin de valider le processus de simulation de mise en forme, il a été appliqué à deux cas simples : une section d'un cylindre parabolique et une section de sphère. Dans le cas du cylindre, l'écart maximal entre les coordonnées de la géométrie désirée et celles de la géométrie calculée est de 0,36 mm sans optimisation et de 0,13 mm après 2 boucles d'optimisation. Dans le cas de la sphère, l'écart obtenu sans optimisation est de 2,65 mm et de 0,73 mm, avec optimisation.

L'ensemble des résultats obtenus dans ce projet ont démontré que le processus proposé est adéquat pour simuler toutes les étapes du procédé de mise en forme par grenailage. Les méthodes développées dans le cours de ce projet pourront être appliquées pour simuler la mise en forme par grenailage de pièces plus complexes.

## ABSTRACT

Shot peen forming is an industrial manufacturing process used to form complex geometries without needing expensive installations. It is commonly used in the aeronautics industry to manufacture wing and fuselage skins. As of today, the process is based on trial and error because no reliable method is available to determine the dimensions of the initial flat geometry and the distribution of the peening parameters needed to achieve the desired final shape.

To fill this knowledge gap, a full simulation of the shot peen forming process was developed in this project. The main steps of this full simulation are the elaboration of a database of residual stress distributions induced by shot peening, the simulation of the actual forming, the calculation of the initial flat geometry (the geometry of the work piece before shot peening) and the calculation of the distribution of the peening parameters (internal forces and bending moments) over the surface of the work piece needed to form the desired shape within the tolerances. Some experimentally peen formed samples were used to validate the proposed methodology.

The elaboration of the database concerning the residual stress distributions has been done in many stages. First, an axisymmetric finite element model was used to determine the residual stress distribution caused by a single impact and to assess the effect of the elements size, friction coefficient, impact speed and damping coefficient. The results obtained were then used to choose the parameters of a three-dimensional model which was used to study the influence of multiple impacts on the residual stress distribution. In particular, the effect of the number of consecutive impacts on a single point (saturation) and the effect of the lateral distance between impacts were studied. However, this model did not allow the simulation of several impacts and a second three-dimensional model was developed to better simulate the effect of saturation and lateral distance between

impacts. The results obtained from this second model showed that for impact speeds below or equal to 10 m/s, the stress distribution does not change after 65 impacts; for speed above 10 m/s, saturation is obtained after 78 impacts. More detailed studies of the effect of mesh characteristics and the Hourglass energy modes on the residual stress distributions allowed the optimization of the model to minimise computation times. In addition, many material behaviour laws were tested; the Copper-Symonds law was chosen after qualitative comparison with experimental results, since no experimental results were available for the simulation condition. All information contained in the database was generated for particles of a diameter of 3 mm and for impact speeds between 5 m/s and 15 m/s.

The peen formed samples were shot peened using the Stressonic® ultrasound process. This peening process was characterized in terms of impact speeds, coverage times and forming capacity. First an indentation model was developed in order to calculate the impact speed as a function of the dent radius measured on a sample. For the vibration amplitude range of the sonotrode (between 35  $\mu\text{m}$  and 85  $\mu\text{m}$ ), impacts speeds ranging from 6 m/s to 14 m/s were observed. These results were used to determine the range of impact speeds to be simulated for the database elaboration. A three-dimensional simulation of the movement of particles was then developed to calculate the full coverage time as a function of the vibration amplitude of the sonotrode. The full coverage time was then used to calculate the transverse speed of the robot during the peen forming of the test samples. These tests, 22 in total, were conducted on square 400 mm X 400 mm 7075-T6 aluminium sheets of a thickness of 4,7625 mm. Curvature radius of 3 m to 4 m were measured on the formed samples, which are typical expected values of the peen forming process.

Forming simulations were also conducted using a quasi-static finite element model. The internal forces and bending moments, corresponding to the stress distributions calculated for the impacts speeds studied, were introduced in the model using multilayered shell

elements. Two methods from the literature, temperature profile and thermal expansion coefficient profile, were studied and showed equivalent precision for the curvature radius substantiation. The thermal expansion coefficient profile was chosen for the remainder of the study because of its ease of use. The effect of geometric non-linearities related to the development of curvature in two normal directions was also studied. It was demonstrated that its effect is important and that it should be considered. For specified impact speeds, the curvature radius obtained from the simulation was compared with the experimental results. For all speeds considered, a maximum difference of 15% was observed.

Assuming that formed surfaces can be developed locally, a method for establishing a link between the formed geometry and the initial flat geometry was elaborated. This method was used with the thin plates theory and an optimization process to calculate the distribution of peening parameters (forces and bending moments) and the dimensions of the initial flat geometry.

In order to validate the proposed methodology for the simulation of the peen forming process, it was tested on two simple cases: a section of a parabolic cylinder and a section of a sphere. The cylinder test case showed differences between the calculated geometry and the desired geometry of 0,36 mm without optimization and 0,13 mm after two optimization cycles. For the sphere, the difference was of 2,65 mm without optimization and 0,73 mm with optimization.

The results obtained in this project showed that the proposed methodology is adequate to simulate all steps of the peen forming process. The methods developed here could be applied to simulate the forming of more complex work pieces.

## TABLE DES MATIÈRES

DÉDICACE .....	IV
REMERCIEMENTS .....	V
RÉSUMÉ .....	VI
ABSTRACT .....	X
TABLE DES MATIÈRES .....	XIII
LISTE DES TABLEAUX.....	XVII
LISTE DES FIGURES.....	XIX
LISTE DES ANNEXES.....	XXV
LISTE DES SIGLES, SYMBOLES ET ABRÉVIATIONS .....	XXVI
INTRODUCTION .....	1
CHAPITRE 1 - REVUE BIBLIOGRAPHIQUE .....	5
1.1 Introduction.....	5
1.2 Procédé de grenailage .....	5
1.2.1 Principe du grenailage.....	5
1.2.2 Paramètres du procédé .....	8
1.2.3 Suivi et contrôle .....	10
1.3 Procédé de grenailage aux ultrasons Stressonics® .....	12
1.3.1 Description du procédé .....	13
1.3.2 Paramètres du procédé .....	14
1.3.3 Avantages et inconvénients.....	15
1.4 Mise en forme par grenailage.....	16
1.4.1 Principe de base de la mise en forme par grenailage .....	17
1.4.2 Paramètres du procédé .....	22

1.4.3 Simulation de la mise en forme par grenailage.....	22
1.4.4 Applications .....	26
1.5 Calcul des contraintes résiduelles induites par grenailage.....	27
1.5.1 Modèles analytiques.....	27
1.5.2 Simulation d'impacts par la méthode des éléments finis .....	37
1.6 Simulation du procédé de mise en forme par grenailage .....	50
1.6.1 Modèle de Gardiner et Platts.....	51
1.6.2 Modèle de Homer et VanLuchene .....	51
1.6.3 Autres modèles.....	55
1.6.4 Calcul de la géométrie initiale plane et de la répartition des paramètres de grenailage .....	57
1.7 Modélisation de l'indentation et du coefficient de restitution d'un impact .....	59
1.8 Modélisation et simulation de la couverture .....	65
1.9 Conclusion et orientation du mémoire .....	70
<b>CHAPITRE 2 - DISTRIBUTION DES CONTRAINTES RÉSIDUELLES À L'AIDE D'UN MODÈLE D'IMPACT PAR ÉLÉMENTS FINIS DYNAMIQUES .....</b>	<b>73</b>
2.1 Introduction.....	73
2.2 Modèles pour la simulation d'impact simple.....	74
2.2.1 Modèle axisymétrique.....	74
2.2.2 Modèle en tridimensionnel.....	86
2.3 Modèle tridimensionnel pour la simulation d'impacts multiples.....	89
2.3.1 Effet du nombre d'impacts au même point (saturation) .....	91
2.3.2 Effet de la distance entre les points d'impact.....	93
2.4 Simulation du procédé de grenailage .....	95
2.4.1 Description du modèle .....	96
2.4.2 Méthode d'évaluation du profil de contraintes résiduelles .....	104
2.4.3 Comparaisons des contraintes résiduelles simulées et des contraintes résiduelles expérimentales de la littérature .....	106
2.5 Conclusion .....	107

CHAPITRE 3 - CARACTÉRISATION DU PROCÉDÉ DE GRENAILLAGE AUX ULTRASONS STRESSONICS® .....	109
3.1 Introduction .....	109
3.2 Modèle d'indentation d'une sphère dans un corps semi-infini .....	110
3.2.1 Calcul de la vitesse par taille d'empreinte .....	110
3.2.2 Calcul du coefficient de restitution .....	118
3.3 Simulation unidimensionnelle du mouvement d'une particule.....	119
3.4 Simulation tridimensionnelle du mouvement de plusieurs particules.....	123
3.4.1 Effet du nombre de particules .....	126
3.4.2 Évaluation de la vitesse d'impact moyenne .....	128
3.4.3 Évaluation de la couverture.....	129
3.5 Essais de formage par grenailage.....	133
3.5.1 Banc d'essai .....	133
3.5.2 Procédure expérimentale.....	134
3.5.3 Trajectoire .....	136
3.5.4 Analyse des résultats des essais de formage .....	137
3.6 Conclusion .....	140
CHAPITRE 4 - SIMULATION DE LA MISE EN FORME PAR ÉLÉMENTS FINIS QUASI-STATIQUES .....	141
4.1 Évaluation des méthodes de simulation des contraintes résiduelles .....	141
4.1.1 Description du modèle d'éléments finis.....	142
4.1.2 Simulation des contraintes résiduelles par profil de température .....	144
4.1.3 Simulation des contraintes résiduelles par profil de coefficient de dilatation thermique .....	144
4.1.4 Validation des simulations à l'aide de la théorie des plaques.....	145
4.2 Effet de la non-linéarité géométrique.....	146
4.3 Calcul de la trajectoire de traitement .....	148
4.4 Comparaison avec les résultats expérimentaux.....	150

4.5 Conclusion .....	153
CHAPITRE 5 - PROCESSUS DE SIMULATION COMPLÈTE DE LA MISE EN FORME PAR GRENAILLAGE .....	155
5.1 Introduction .....	155
5.2 Calcul de la géométrie plane initiale .....	156
5.2.1 Maillage de la pièce selon sa forme finale après grenailage .....	156
5.2.2 Calcul des rayons de courbure locaux et division de la surface en zones de traitement .....	158
5.2.3 Choix des paramètres de moment et de force équivalents .....	159
5.2.4 Calcul de la géométrie plane initiale .....	162
5.3 Calcul et optimisation de la géométrie formée .....	166
5.3.1 Description du modèle d'éléments finis .....	166
5.3.2 Paramètres d'optimisation de la géométrie initiale plane pour le respect de la forme finale .....	168
5.4 Boucle de vérification de la géométrie finale .....	170
5.5 Résultats .....	170
5.6 Conclusion .....	175
CONCLUSIONS ET RECOMMANDATIONS .....	176
RÉFÉRENCES .....	179
ANNEXES .....	190

## LISTE DES TABLEAUX

Tableau 2.1 Tailles des éléments pour l'étude de convergence du modèle axisymétrique .....	78
Tableau 2.2 Propriétés des matériaux (Matweb, août 2004).....	78
Tableau 2.3 Propriétés des matériaux du bloc et de la bille.....	79
Tableau 2.4 Résumé des paramètres d'amortissement .....	83
Tableau 2.5 Coefficients de frottement.....	86
Tableau 2.6 Taille des éléments pour l'étude de convergence du maillage tridimensionnel (en mm).....	88
Tableau 2.7 Nombre d'impacts à saturation en fonction de la vitesse d'impact.....	92
Tableau 2.8 Points d'impacts pour l'étude de la distance d'influence à 50 m/s .....	94
Tableau 2.9 Taille des éléments du bloc pour la simulation du procédé (mm) .....	100
Tableau 2.10 Valeur des paramètres pour les simulations de l'étude du modèle de matériau.....	102
Tableau 3.1 Propriétés mécaniques d'entrée des simulations et des modèles d'indentation .....	113
Tableau 3.2 Résultats initiaux de l'étude comparative des modèles d'indentation .....	113
Tableau 3.3 Résultats de l'étude comparative sur la vitesse d'impact calculée à l'aide des modèles d'indentation qui prennent en compte l'effet d'érouissage (éq. 2.1) .....	114
Tableau 3.4 Paramètres du modèle de Cooper-Symonds.....	115
Tableau 3.5 Résultats de l'étude comparative sur la vitesse d'impact calculée à l'aide des modèles d'indentation qui prennent en compte l'effet d'érouissage et du taux de déformation (éq. 2.3).....	116
Tableau 3.6 Vitesses d'impact du procédé Stressonics® calculées à partir du modèle de Thornton.....	117
Tableau 3.7 Résumé des données d'entrée de la simulation unidimensionnelle .....	122

Tableau 3.8 Données d'entrée des simulations tridimensionnelles sur l'effet du nombre de particules .....	128
Tableau 3.9 Données d'entrée et résultats des essais .....	139
Tableau 4.1 Propriétés du matériau de la plaque .....	143
Tableau 4.2 Flèches maximales théoriques et par simulation (mm) .....	146
Tableau 5.1 Force et moment résiduels par unité de longueur en fonction de la vitesse d'impact simulée, pour des grenailles en acier 100C6 de 3 mm de diamètre et une plaque en alliage d'aluminium 7075-T6 .....	161
Tableau 5.2 Rayons et paramètres de moment initiaux et suite à la première optimisation pour le cylindre .....	172
Tableau 5.3 Paramètres de moment suite à la première optimisation pour la sphère ....	174
Tableau B.1 Déformations plastiques maximales pour les nœuds du bloc à proximité du point d'impact pour une vitesse de 10 m/s .....	194
Tableau E.1 Valeurs des températures et des coefficients de dilatation thermique pour chaque couche pour la simulation de la mise en forme par grenailage, pour une vitesse d'impact de 10 m/s .....	203

## LISTE DES FIGURES

Figure 1.1 Illustration schématique de la distribution des contraintes résiduelles induites par grenailage et de l'influence des principaux paramètres de grenailage (Herzog, Zinn, Scholtes et Wohlfahrt, 1996).....	6
Figure 1.2 Mécanismes de formation des contraintes résiduelles selon Wohlfahrt (1984)	7
Figure 1.3 Courbe de saturation typique (Champaigne, 2001a) .....	11
Figure 1.4 Principes du grenailage aux ultrasons (Duchazeaubéneix, 1999) .....	13
Figure 1.5 Distributions de contraintes menant à la distribution des contraintes résiduelles dans une plaque mince (Guechichi, 1986).....	17
Figure 1.6 Formes typiques des brisures aérodynamiques d'un DC 10 (Moore, 1982) ..	19
Figure 1.7 Principes du formage par grenailage (Kondo, Tsuzuki et Kato, 1981) .....	19
Figure 1.8 Effet de la distorsion (Moore, 1982).....	20
Figure 1.9 Contraintes résiduelles et zones plastiques pour différents cas de formage par grenailage (Kopp et Ball, 1987).....	22
Figure 1.10 Simulation de la mise en forme par grenailage par l'application d'une pression et distribution schématique des contraintes résiduelles résultantes (Grasty et Andrew , 1996).....	23
Figure 1.11 Modèle de chargement et déchargement thermique pour la simulation des contraintes résiduelles induites par grenailage (Yamada, Takahashi, Ikeda, Sugimoto et Ohta, 2002) .....	26
Figure 1.12 Géométrie du contact selon la théorie de Hertz (Johnson, 1985) .....	29
Figure 1.13 Distributions des contraintes de contact le long de l'axe de symétrie $z$ pour une pression de contact uniforme (gauche de la figure) et selon la théorie de Hertz (droite de la figure) en surface (haut de la figure) et en profondeur (bas de la figure)(Johnson, 1985) .....	32
Figure 1.14 Modèle rhéologique à deux mécanismes (Khabou, Castex et Inglebert, 1990) .....	35

Figure 1.15 Modèle de comportement cyclique à quatre paramètres (Khabou, Castex et Inglebert, 1990).....	35
Figure 1.16 Comparaison entre les valeurs des contraintes résiduelles obtenues du modèle de l'ENSAM et les valeurs expérimentales, pour un alliage de Nickel, Udimet720 (Fathallah, Inglebert et Castex, 1998).....	37
Figure 1.17 Distributions des contraintes résiduelles résultant d'un impact et deux impacts, calculées sous le point de contact du premier impact (Baragetti, 2001) ...	38
Figure 1.18 Distributions des contraintes résiduelles simulées en fonction de la distance C entre deux impacts simultanés. À gauche, contraintes entre les impacts, à droite, sous le premier impact. ....	39
Figure 1.19 Modèle d'éléments finis en trois dimensions pour le calcul des contraintes résiduelles dues à des impacts : a) quatre plans de symétrie (Meguid, Shagal et Stranart, 2002); b) Trois plans de symétrie (Schiffner et Droste 1999); c) deux plans de symétrie (Deslaef, Rouhaud et Rasouli-Yazdi, 2000); d) aucune symétrie (Schwarzer, Schulze et Vöhringer, 2002).....	40
Figure 1.20 Évolution des contraintes résiduelles suite à plusieurs impacts, pour un matériau à écrouissage isotrope (gauche) et à écrouissage cinématique (droite) (Rouhaud, Ouakka, Ould, Chaboche et François, 2005) .....	43
Figure 1.21 Propriétés de l'acier AISI 4340 en traction a) Relations contrainte-déformation pour un essai statique; b) Facteur d'amplification de la contrainte d'écoulement en fonction du taux de déformation (Meguid, Shagal et Stranart, 2002) .....	44
Figure 1.22 Distribution des impacts pour un modèle sans symétrie (Schwarzer, Schulze et Vöhringer, 2002).....	46
Figure 1.23 Distribution des impacts pour un modèle avec deux plans de symétrie (Guagliano, 2001) .....	47
Figure 1.24 Modes de déformation hourglass pour des éléments en deux dimensions (Baragetti, 2001) .....	50

Figure 1.25 Résultats obtenus pour un contour de type « Gull wing » (Homer et VanLuchene, 1991).....	53
Figure 1.26 Processus de simulation complète de la mise en forme par grenailage (VanLuchene et Cramer, 1996).....	54
Figure 1.27 Comparaison des résultats expérimentaux et de la simulation pour 15 s de grenailage (gauche) et pour des vitesses et pressions différentes (droite) (Wang, Platts et Levers, 2002).....	56
Figure 1.28 Maillage de la géométrie désirée (Wang et Platts, 2002) .....	58
Figure 1.29 Distribution de la pression dans la zone de contact selon le modèle de Thornton (Thornton, 1997) .....	63
Figure 1.30 Force normale P en fonction de la profondeur de pénétration pour les modèles de Hertz, Thornton et Vu-Quoc (Vu-Quoc, Zhang et Lesburg 2000) .....	65
Figure 1.31 Représentation schématique des deux zones partiellement couvertes du modèle d'Abyaneh (1996) .....	67
Figure 1.32 Représentation géométrique de la méthode de calcul de couverture pour une surface finie (Abyaneh, 1996).....	67
Figure 1.33 Paramètres du jet considérés dans la simulation (Ciampini, 2003).....	69
Figure 1.34 Processus de simulation complète de la mise en forme par grenailage.....	72
Figure 2.1 Géométrie du modèle axisymétrique .....	75
Figure 2.2 Effet du maillage sur les contraintes en direction x sous le point de contact en fonction de la profondeur .....	77
Figure 2.3 Effet de la loi de comportement du matériau de la bille et du bloc sur la distribution de la contrainte résiduelles $\sigma_x$ sous le point de contact en fonction de la profondeur .....	81
Figure 2.4 Déplacement vertical du point d'impact sur le bloc en fonction du temps, effet des paramètres d'amortissement.....	83
Figure 2.5 Effet du coefficient de frottement sur la variation de la contrainte résiduelle $\sigma_x$ en fonction de la profondeur, évaluée sous le point de contact.....	85
Figure 2.6 Géométrie du modèle tridimensionnel .....	87

Figure 2.7 Maillage de transition de la zone 1 du bloc (LS-Dyna User's manual, 2004)	88
Figure 2.8 Résultats de l'étude de convergence pour le maillage tridimensionnel	89
Figure 2.9 Exemple d'énergies du modèle tridimensionnel sans contrôle d'hourglass en fonction du temps (5 m/s impacts à 50 m/s)	91
Figure 2.10 Saturation du matériau à une vitesse d'impact de 50 m/s	92
Figure 2.11 Géométrie du modèle pour l'étude de la distance d'influence	93
Figure 2.12 Influence de la distance de l'impact sur la distribution des contraintes résiduelles $\sigma_x$ , sous le point central du bloc	95
Figure 2.13 Répartition et ordre des impacts pour la simulation du procédé	98
Figure 2.14 Maillage du bloc pour la simulation du procédé	99
Figure 2.15 Énergies du modèle de simulation du procédé, contrôle d'hourglass visqueux à gauche (#3), rigide à droite (#6)	101
Figure 2.16 Résultats de l'étude du modèle de matériau	104
Figure 2.17 Répartition des points de calcul des contraintes résiduelles	105
Figure 2.18 Contraintes résiduelles simulées comparées aux données de la littérature	107
Figure 3.1 Paramètres caractérisant la taille d'empreinte	111
Figure 3.2 Zone de déformation totale équivalente typique à indentation maximale et nœuds pour le calcul de la déformation représentative (encadré)	114
Figure 3.3 Empreintes mesurées à l'aide du profilomètre	117
Figure 3.4 Trajectoires d'une particule et de la sonotrode	120
Figure 3.5 Variation de la vitesse moyenne d'impact avec la plaque en fonction de l'amplitude selon le modèle de Thornton et la simulation 1D	123
Figure 3.6 Effet du nombre de particules sur l'intensité Almen et le temps de saturation	126
Figure 3.7 Variation de la vitesse d'impact moyenne en fonction du nombre de particules obtenues à l'aide d'une simulation tridimensionnelle	127
Figure 3.8 Comparaison des vitesses du modèles de Thornton et simulées en fonction de l'amplitude	129

Figure 3.9 Temps de couverture complète en fonction de la vitesse moyenne d'impact .....	132
Figure 3.10 Banc d'essai pour le formage par grenailage.....	134
Figure 3.11 Trajectoire de traitement de grenailage sur la plaque.....	136
Figure 3.12 Résultats des essais de formage.....	139
Figure 4.1 Modèle d'éléments finis pour l'évaluation des méthodes de simulation.....	143
Figure 4.2 Non-linéarités géométriques lors du formage par grenailage.....	148
Figure 4.3 Forme de la fonction $\text{ArcTan}(\psi)$ .....	150
Figure 4.4 Comparaisons des rayons simulés et mesurés selon la position sur la plaque .....	152
Figure 4.5 Comparaison des rayons moyens simulés et mesurés en fonction de la vitesse d'impact .....	153
Figure 5.1 Surface sphérique typique maillée.....	157
Figure 5.2 Erreur géométrique causée par le maillage d'une surface courbe avec des éléments linéaires (Wang et Platts, 2002).....	157
Figure 5.3 Erreur sur le rayon lorsque calculé par trois points dans le cas d'une sphère .....	159
Figure 5.4 Projections des angles de l'élément triangulaire 3D de la pièce formée sur un élément 2D (Wang et Platts, 2002) .....	163
Figure 5.5 Géométrie de l'algorithme de minimisation de l'erreur de positionnement (Wang et Platts, 2002).....	164
Figure 5.6 Étapes du calcul de la géométrie plane du premier quadrant (Wang et Platts, 2002) .....	165
Figure 5.7 Forces et moments dans le système à trois couches .....	167
Figure 5.8 Cylindre parabolique et son plan de développement (dimensions en mm, agrandie 10 fois en z).....	171
Figure 5.9 Dimensions de la géométrie initiale plane et répartition des zones sur la surface du cylindre (dimensions en mm) .....	172

Figure 5.10 Dimensions de la géométrie initiale plane répartition des zones sur la surface de la sphère (dimensions en mm).....	174
Figure A.1 Éléments ressorts ajoutés au modèle .....	191
Figure A.2 Pénétration des nœuds dans un élément coque et éléments ressorts ajoutés	191
Figure B.1 Déformations totales équivalentes typiques à indentation maximale, nœuds pour le calcul de la déformation représentative .....	193
Figure B.2 Facteur de Cooper-Symonds en fonction du taux de déformation, données d'un impact simulé à une vitesse de 10 m/s .....	195
Figure C.1 Répartition de la pression de contact de Hertz et de Thornton (zone hachurée) .....	197
Figure F.1 Trajectoire de grenailage et division de la surface en zones (1-7) et en sections (a-e) .....	204
Figure G.1 Surface quelconque maillée à partir d'un grillage dans le plan xy .....	208
Figure G.2 Illustration du centre de courbure d'un cercle passant trois points et du plan défini par ces mêmes trois points .....	209

---

## LISTE DES ANNEXES

ANNEXE A: ALGORITHME DE CONTACT ET TIME STEP DANS LS-DYNA®	190
ANNEXE B: CALCUL DE LA DÉFORMATION ET DU TAUX DE DÉFORMATION REPRÉSENTATIF LORS D'UN IMPACT .....	193
ANNEXE C: MODÈLE DE COLLISION ÉLASTO-PLASTIQUE DE THORNTON	196
ANNEXE D: ALGORITHME DE LA SIMULATION UNIDIMENSIONNELLE DU MOUVEMENT D'UNE PARTICULE DANS LA CAVITÉ DE GRENAILLAGE ....	199
ANNEXE E: DISCRÉTISATION DES PROFILS DE CONTRAINTES RÉSIDUELLES POUR LA SIMULATION DE LA MISE EN FORME PAR PROFILS DE TEMPÉRATURE ET DE COEFFICIENTS DE DILATATION THERMIQUE ...	202
ANNEXE F: SIMULATION DE LA TRAJECTOIRE DE GRENAILLAGE SUR LA PIÈCE DANS ANSYS®.....	204
ANNEXE G: PROCÉDURE DE CALCUL DU RAYON LOCAL DE LA SURFACE MAILLÉE .....	208

## LISTE DES SIGLES, SYMBOLES ET ABRÉVIATIONS

$a$	Rayon de la zone de contact
$A$	Paramètre géométrique de la théorie de Hertz
$A_a$	Taux d'impacts par unité de temps
$a_c$	Rayon de l'empreinte, définition 1
$a^e$	Composante élastique du rayon de contact
$a^{ep}$	Rayon de contact élasto-plastique
$a_f$	Rayon final de l'empreinte
$\dot{\epsilon}_{A-H}$	Taux de déformation de Al-Hassani
$a_i, a_j, a_k$	Surface des triangles $i,j,k$ en 2D
$A_i, A_j, A_k$	Surface des triangles $i,j,k$ en 3D
$a^p$	Composante plastique du rayon de contact
$a_t$	Rayon de l'empreinte, définition 2
$a_y$	Rayon de l'empreinte à l'initiation de la plasticité
$B$	Paramètre géométrique de la théorie de Hertz
$b_i$	Angle entre les segments en 2D
$C$	Coefficient du modèle de Cooper-Symonds
$c, \nu$	Exposants de la loi de frottement de Coulomb
$C_1$	Constante de la théorie de Al-Hassani
$C_2$	Constante de la théorie de Al-Hassani
$C_a$	Constante du modèle de Vu-Quoc
$CCW$	Conditioned cut wire
$CW$	Cut wire
$d$	Distance sonotrode/plaque
$D$	Constante du modèle de Evans
$D_b$	Diamètre de la bille
$e$	Bras de levier de la force $F$

$E$	Module d'élasticité équivalent
$E_1$	Module d'élasticité du corps 1
$E_2$	Module d'élasticité du corps 2
$E_b$	Module d'élasticité de la bille
$ENSAM$	École Nationale Supérieure d'Arts et Métiers
$E_p$	Module d'élasticité de la plaque
$e_r$	Coefficient de restitution
$E_{rr}$	Erreur cumulative sur la surfaces des triangles $i,j,k$
$E_{t,p}$	Module tangent de la plaque
$f$	Fréquence de vibration de la sonotrode
$F$	Force interne due aux contraintes résiduelles
$F_i$	Force appliquée dans la zone $i$
$G$	Amplitude de vibration de la sonotrode
$h$	Épaisseur de la plaque traitée
$h_m$	Hauteur de la zone raffinée du modèle d'éléments finis
$H_m$	Hauteur totale du modèle d'éléments finis
$h_p$	Profondeur de la frontière de plasticité
$I_c$	Inertie de la plaque formée (courbe)
$I_p$	Inertie de la plaque
$k$	Constante du modèle de Lee
$K$	Facteur d'efficacité du contact
$K_c$	Constante du modèle de Vu-Quoc
$L_{A-H}$	Longueur d'une plaque, théorie de Al-Hassani
$l_m$	Largeur de la zone raffinée du modèle d'éléments finis
$L_m$	Largeur totale du modèle d'éléments finis
$m$	Masse de la bille
$M$	Moment interne dû aux contraintes résiduelles
$M_i$	Moment appliqué dans la zone $i$
$M_w$	Moyenne potentielle ( $w$ )

$M_x$	Moment interne dans la direction x dû aux contraintes résiduelles
$M_z$	Moment interne dans la direction z dû aux contraintes résiduelles
$n$	Nombre d'impacts
$N_b$	Nombre de billes
$p$	Coefficient du modèle de Cooper-Symonds
$P$	Charge appliquée sur les corps en contact
$p_0$	Pression maximale de Hertz
$p_c$	Pression de contact
$p_H$	Distribution de pression
$P_y$	Force à l'initiation de la plasticité
$q$	Exposant du modèle de Evans
$r$	Coordonnée cylindrique, distance par rapport au point d'impact initial
$R$	Rayon équivalent de la théorie de Hertz
$R_1$	Rayon de courbure de la surface de contact 1
$R_2$	Rayon de courbure de la surface de contact 2
$R_b$	Rayon de la bille
$R_c$	Rayon calculé
$R_f$	Rayon de courbure d'une plaque formée
$R_p$	Rayon corrigé de la forme sphérique de l'empreinte
$R_r$	Rayon réel
$R_s$	Rayon de la surface de Abyaneh
$S$	Surface de contact entre deux corps
$SAE$	Society of Automotive Engineering
$S_c$	Pourcentage de la surface couverte par au moins un impact
$S_{c,n}$	Pourcentage de la surface couverte par n impacts
$SCCW$	Spherically conditioned cut wire
$S_t$	Surface de traitement
$S_y$	Contrainte d'écoulement
$t$	Temps

$T_{1,2}$	Points de référence sur les corps en contact
$u$	Exposant du modèle de Lee
$v$	Exposant du modèle de Lee
$V$	Vitesse moyenne de déplacement
$V_I$	Vitesse d'impact
$w$	Exposant de la moyenne potentielle
$x_{fj}, y_{fj}, z_{fj}$	Coordonnées finale du nœud $j$
$x_j, y_j, z_j$	Coordonnées initiale du nœud $j$
$x_s$	Position de la sonotrode
$\bar{u}_z$	Déplacement d'une surface d'un corps
$\bar{u}_{z1,z2}$	Déplacement des surfaces des corps 1 et 2
$z_p$	Flèche d'une plaque
$\delta_{1,2}$	Déplacement des corps 1 et 2
$\Delta$	Déplacement de l'extrémité d'une poutre dans la direction de son axe suite à un chargement
$\Delta abc$	Surface du triangle abc en 2D
$\Delta ABC$	Surface du triangle ABC en 3D
$\Delta_{A-H}$	Flèche d'une plaque de longueur $L_{A-H}$
$\Delta T$	Variation de température
$\alpha$	Coefficient de dilatation thermique de la plaque
$\alpha_{1,i}, \alpha_{2,i}, \alpha_{3,i}$	Coefficient de dilatation thermique de la zone $i$ pour les trois couches
$\alpha_a$	Coefficient d'amortissement par la masse
$\beta$	Paramètre d'écrouissage
$\beta_a$	Coefficient d'amortissement rigide
$\beta_i$	Angle entre les segments en 3D
$\chi$	Fonction d'optimisation, somme des différences carrées
$\delta$	Profondeur de l'empreinte
$\delta_y$	Profondeur de l'empreinte à l'initiation de la plasticité

$\varepsilon$	Déformation effective
$\dot{\varepsilon}$	Taux de déformation effectif
$\dot{\varepsilon}_{A-H}$	Déformation caractéristique de la théorie de Al-Hassani
$\mathcal{E}_{eff}^p$	Déformation plastique effective
$\varepsilon_{pl}$	Déformation plastique
$\varepsilon_x, \varepsilon_y$	Déformation de la plaque dans les direction x et y
$\phi$	Paramètre géométrique pour les empreintes incomplètes
$\gamma$	Constante de la théorie de Al-Hassani
$\kappa$	Facteur multiplicateur de la pression de contact
$\lambda$	Rapport de l'épaisseur de la couche plastique sur l'épaisseur totale
$\mu$	Coefficient de frottement global
$\mu_s, \mu_d$	Coefficients de frottement statique et dynamique
$\nu$	Coefficient de Poisson
$\nu_1$	Coefficient de Poisson du corps 1
$\nu_2$	Coefficient de Poisson du corps 2
$\nu_b$	Coefficient de Poisson de la bille
$\nu_p$	Coefficient de Poisson de la plaque
$\rho_b$	Masse volumique de la bille
$\sigma$	Contrainte résiduelle due au grenailage
$\sigma_0$	Contrainte d'écoulement quasi-statique
$\sigma_\infty$	Contrainte source dans un corps semi-infini
$\sigma_a$	Contrainte due à un chargement axial
$\sigma_f$	Contrainte due à la flexion
$\sigma_r, \sigma_\theta, \sigma_z$	Contraintes dans un système de coordonnées cylindriques
$\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$	Contrainte dans la direction x, y, z
$\xi$	Paramètre d'amortissement modal

## INTRODUCTION

Le grenailage est un procédé industriel largement utilisé en industrie à plusieurs fins, notamment pour l'amélioration de la vie en fatigue et pour le formage des pièces. Il consiste à bombarder une pièce à l'aide de particules plus rigides que celle-ci, dans le but de causer des déformations plastiques à la surface et d'induire des contraintes résiduelles dans le matériau. Ces contraintes sont généralement en compression près de la surface et en tension un peu plus profondément; lorsque la pièce est épaisse, elles s'estompent complètement en profondeur. Ces contraintes résiduelles permettent d'augmenter la durée de vie des pièces en fatigue et en corrosion sous tension.

Lorsque la pièce est suffisamment mince, les déformations plastiques causent une courbure de la pièce. Ce phénomène est avantageusement utilisé en aéronautique pour former des pièces du revêtement extérieur de l'avion, qui sont généralement minces et de formes complexes. Il s'agit alors de mise en forme par grenailage. Les autres techniques de mise en forme telles que le forgeage, la mise en forme par étirement ou par flexion nécessitent des machines très puissantes et des matrices très coûteuses. La mise en forme par grenailage est un procédé économique tout en étant très flexible car elle ne nécessite pas de grande force ni de matrice coûteuse et permet le développement de courbures dans deux directions en même temps.

Il n'en demeure pas moins que le procédé est très complexe et exige de bonnes connaissances pour en maîtriser la mise en oeuvre. Les entreprises qui utilisent la mise en forme par grenailage sont très dépendantes du savoir-faire de leurs employés. Un nouveau projet débute souvent par une série d'essais et erreurs sur des pièces ou des sections de pièces avant d'en arriver à une procédure relativement fiable et répétable. Afin de réduire le nombre et la durée de ces essais coûteux, des modèles numériques ont

été développés mais aucun de ces modèles n'a encore permis de simuler le procédé dans sa totalité. Le présent projet a été initié pour pallier à ce manque de connaissances.

L'objectif de cette étude est de démontrer la faisabilité d'une simulation complète du procédé de mise en forme par grenailage. Une plaque en alliage d'aluminium 7075-T6, matériau largement utilisé en aéronautique, d'une épaisseur typique des revêtements extérieurs d'ailes d'avions, est considérée. Le procédé de grenailage aux ultrasons avec billes Stresssonics® est utilisé pour effectuer le traitement des échantillons.

La simulation complète du procédé comprend les étapes suivantes : simulation du jet ou du flot de particules, le calcul des contraintes résiduelles, le calcul de la répartition des paramètres de grenailage sur une géométrie plane initiale (état dans lequel se trouve la pièce avant de commencer le grenailage) qui permettront d'obtenir la forme désirée, le calcul de cette géométrie plane et enfin, la simulation de la mise en forme. Le but recherché est d'optimiser la répartition des paramètres de grenailage ainsi que les dimensions de la géométrie initiale plane pour minimiser les opérations d'enlèvement de matière suite à la mise en forme.

La première étape du projet consiste à développer un modèle d'éléments finis dynamique fiable pour la simulation d'impacts dans le but d'obtenir les profils des contraintes résiduelles sous plusieurs conditions de grenailage. L'influence des paramètres importants du modèle a été analysée dans le but de développer un modèle le plus représentatif possible de la réalité. Une attention particulière a été accordée au type de maillage et à la loi de comportement du matériau de la plaque.

La projection par ultrasons est une nouvelle approche. Le procédé Stresssonics® développé par une entreprise française utilise la vibration à haute fréquence d'une pièce métallique pour propulser les particules vers la pièce. Peu d'études ont été réalisées à son sujet. Le procédé sera caractérisé en termes d'intensité de grenailage, de vitesse

d'impact, de couverture et de capacité de formage. Cette partie du projet comprend le développement de simulations du mouvement de particules et une série d'essais expérimentaux de mise en forme, réalisés sur une plaque simple d'une épaisseur permettant de développer des rayons de courbure typiques de l'industrie aéronautique.

Le développement d'un modèle d'éléments finis quasi-statique pour la simulation de la mise en forme est également nécessaire. Plusieurs méthodes sont proposées dans la littérature et la première étape consiste à en évaluer la facilité d'utilisation et la précision. Les effets non-linéaires sont étudiés et les résultats obtenus sont comparés aux essais expérimentaux de formage.

La dernière partie du projet consiste à développer une méthode de calcul de la géométrie initiale plane et de la répartition des paramètres de grenailage.

Le mémoire comprend cinq chapitres. Le premier présente d'abord l'état actuel des connaissances scientifiques et industrielles du procédé. Différents aspects du grenailage sont couverts; ce sont principalement les mécanismes de génération des contraintes résiduelles et de leurs paramètres d'influence, la simulation par éléments finis d'impacts, la simulation du formage, la modélisation de l'indentation et la simulation de jets de particules. À la fin de ce chapitre, l'ensemble du projet de recherche est décrit et les liens entre les différents chapitres du mémoire sont établis.

Le deuxième chapitre décrit le développement d'un modèle d'éléments finis dynamique pour la simulation des contraintes résiduelles. L'influence des paramètres du modèle tels que sa taille, sa géométrie, le nombre d'impacts simulés de même que la loi de comportement du matériau de la plaque est étudiée.

Le troisième chapitre est consacré à l'étude du procédé de grenailage Stressonics®. Il comprend le développement d'une méthode d'évaluation de la vitesse d'impact en

fonction de la taille d'empreinte mesurée, une simulation tridimensionnelle du mouvement des grenailles dans la cavité de grenailage, de même qu'une série d'essais expérimentaux pour quantifier l'effet de formage en fonction de l'amplitude de vibration de l'appareil de grenailage.

Le quatrième chapitre décrit le développement d'un modèle d'éléments finis quasi statique pour la simulation de la mise en forme. Les méthodes existantes (profil de températures, profil de coefficients de dilatation thermique) pour l'introduction de l'effet des contraintes résiduelles à l'intérieur du modèle sont évaluées pour dégager la plus pertinente à appliquer dans ce projet. Des comparaisons sont ensuite faites avec les résultats expérimentaux présentés au chapitre 3.

Le dernier chapitre est la mise en œuvre du processus développé pour être en mesure de simuler toutes les étapes de la mise en forme par grenailage, y compris le développement d'une méthode de prédiction de la géométrie initiale plane. Une méthode pour l'optimisation de la répartition des paramètres de grenailage et de la géométrie est également développée.

Finalement, la conclusion insiste sur les résultats obtenus durant ce projet et propose plusieurs pistes pour des travaux futurs.

# CHAPITRE 1 - REVUE BIBLIOGRAPHIQUE

## ***1.1 Introduction***

Le procédé de grenaillage est utilisé en industrie depuis les années 1930. Cependant, la compréhension complète du procédé et la capacité de prédiction de l'effet qu'il causera sur la pièce traitée n'ont pas encore été atteintes. Avant d'entreprendre tout travail de recherche, il importe d'identifier les paramètres importants du procédé et les techniques utilisées en industrie pour planifier et effectuer le travail de grenaillage. Dans la première section de ce chapitre, les principes et la technologie du grenaillage seront présentés. Par la suite, le procédé de grenaillage aux ultrasons Sonats® sera décrit. Les principes de mise en forme par grenaillage et des modèles d'application seront brièvement expliqués. Finalement, les modèles et simulations existants pour calculer les contraintes résiduelles et les processus développés pour la simulation complète du procédé de mise en forme par grenaillage seront décrits.

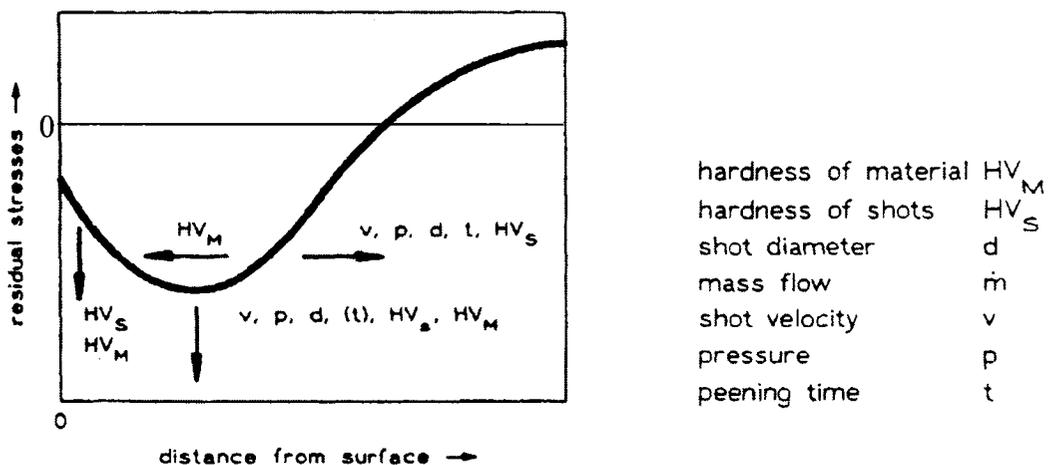
## ***1.2 Procédé de grenaillage***

Dans cette section, le principe du grenaillage et l'influence des paramètres importants sur les distributions des contraintes résiduelles induites sont présentés.

### ***1.2.1 Principe du grenaillage***

Le procédé de grenaillage est un traitement de surface qui consiste à bombarder la surface d'une pièce à l'aide de grenailles de différentes tailles, formes et matériaux. L'écroutissage à froid de la surface entraîne l'apparition de contraintes résiduelles dans une mince couche, très près de la surface traitée. Ces contraintes sont parallèles au plan de la surface et sont uniformes dans toutes les directions de ce plan. La Figure 1.1

montre de façon schématique la distribution des contraintes résiduelles en fonction de la profondeur. Dans une application typique, le profil de la contrainte résiduelle montre deux caractéristiques importantes : la contrainte résiduelle à la surface est négative et la contrainte résiduelle maximale en compression est située sous la surface et non en surface. La figure fait également référence aux paramètres qui exercent une influence importante sur la distribution des contraintes; l'effet de ces paramètres sera discuté en détail à la section 1.2.2 .



**Figure 1.1 Illustration schématique de la distribution des contraintes résiduelles induites par grenailage et de l'influence des principaux paramètres de grenailage (Herzog, Zinn, Scholtes et Wohlfahrt, 1996)**

Wohlfahrt (1984) a décrit deux mécanismes qui induisent les contraintes résiduelles du grenailage. Ils sont illustrés à la Figure 1.2, avec la distribution de la contrainte résiduelle qui y est associée. Le premier mécanisme (partie droite de la figure) consiste en l'allongement plastique des couches très près de la surface de la pièce, causé principalement par les forces tangentielles des nombreux impacts distribués sur la surface. Si ce mécanisme agissait seul, la contrainte maximale en compression se trouverait toujours à la surface même de la pièce.

Il doit donc y avoir un autre mécanisme qui est responsable de la présence de la contrainte résiduelle maximale en compression en dessous de la surface. Ce mécanisme peut être expliqué à l'aide de la théorie de Hertz (partie gauche), qui permet de calculer les contraintes dans le domaine élastique, dans une plaque impactée par une sphère. Cette théorie démontre que le cisaillement maximal se produit à une profondeur correspondant à environ  $0,47a$  ( $a$  étant le rayon de la zone de contact, Figure 1.2). Il s'agit de l'endroit où la plastification du matériau débute et où les contraintes résiduelles sont susceptibles d'être les plus élevées. Bien que cette théorie ne s'applique pas directement aux phénomènes dynamiques ni aux situations de plastification, il permet de comprendre la présence d'une contrainte résiduelle maximale non pas à la surface, mais en profondeur.

Bien sûr, ces deux mécanismes agissent en même temps et certaines conditions vont favoriser l'un ou l'autre. Par exemple, Wohlfahrt (1984) a prédit et démontré expérimentalement que les matériaux à faible dureté de même que les grenailles de diamètres élevés, favorisent le premier mécanisme.

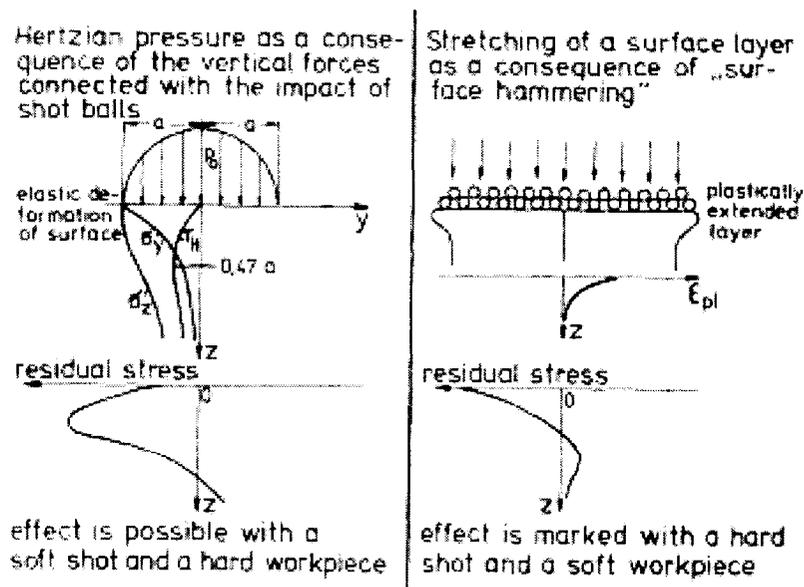


Figure 1.2 Mécanismes de formation des contraintes résiduelles selon Wohlfahrt (1984)

Dans les pièces minces, lorsque la couche en compression est suffisamment importante, la force interne générée par les déformations plastiques étant près de la surface, elle entraîne une courbure dans la pièce. C'est ce qu'on appelle la mise en forme par grenailage. Ce procédé est surtout utilisé par l'industrie aéronautique pour mettre en forme les panneaux d'ailes. Ces panneaux ont généralement la particularité d'avoir une géométrie complexe et d'être usinés avec des raidisseurs intégrés, ce qui rend les autres méthodes de formage difficilement applicables (Moore, 1982, Meyer, Reccius, Schülein, 1987). Le principe de formage peut aussi être appliqué pour effectuer des corrections de forme après d'autres traitements, tels que la soudure, l'usinage ou un traitement thermique. Il a l'avantage de ne pas nécessiter d'investissement important pour la fabrication de moules et il demeure un procédé flexible, facilement adaptable à de nouvelles pièces (Champaigne 2001a).

### **1.2.2 Paramètres du procédé**

De nombreux paramètres peuvent influencer l'effet du grenailage sur la pièce. Ils peuvent être regroupés en trois entités : les propriétés des grenailles, les propriétés du jet et les propriétés de la pièce. Herzog, Zinn, Scholtes et Wohlfahrt (1996) ont présenté un excellent résumé sur ce sujet. La Figure 1.1, présentée à la section précédente, illustre de façon schématique l'effet de plusieurs de ces paramètres sur le profil des contraintes résiduelles; ce sont la dureté du matériau des grenailles,  $HV_S$ , et de celui de la pièce traitée,  $HV_M$ , le diamètre des grenailles,  $d$ , leur débit,  $\dot{m}$ , la vitesse de projection,  $v$ , la pression du jet,  $p$ , et le temps pendant lequel le procédé est appliqué,  $t$ .

La dureté des matériaux de la plaque et des grenailles a une influence tant sur la contrainte résiduelle en surface que sur la contrainte compressive maximale et la profondeur du champ de contraintes résiduelles. Certains des autres paramètres ne sont toutefois pas indépendants. D'un point de vue opérationnel, la vitesse des grenailles est contrôlée, la plupart du temps, en réglant le débit massique et la pression sur l'appareil

de grenailage. Le temps d'exposition, le diamètre des grenailles, la pression (ou la vitesse si elle est contrôlée) et le débit massique sont donc les paramètres réels. Une augmentation de la valeur de ces paramètres entraîne une augmentation de la contrainte compressive maximale et de la profondeur du champ de contraintes résiduelles mais la contrainte en surface est peu affectée.

D'autres paramètres qui contrôlent l'efficacité du procédé sont les propriétés mécaniques du matériau de la plaque et des grenailles (limite élastique et module de Young) et les caractéristiques du matériau de la plaque dans le domaine plastique.

### **Propriétés des grenailles**

Les trois matériaux principalement utilisés pour les grenailles sont l'acier, le verre et la céramique. Les grenailles de verre et de céramique ont une dureté plus élevée que les grenailles d'acier. Elles éclatent toutefois beaucoup plus facilement, ce qui rend hasardeuse leur utilisation à des vitesses d'impact élevées. Outre le matériau, la taille et la forme des grenailles ont une influence sur la distribution des contraintes résiduelles induites par le procédé (Tatton, 1987). Plusieurs autres matériaux sont disponibles sur le marché mais ils servent à d'autres applications, telles que le nettoyage et le décapage de peinture.

### **Propriétés du jet**

La vitesse d'impact est un des paramètres les plus influents du procédé. Elle a une influence sur la profondeur des contraintes résiduelles (Herzog, Zinn, Scholtes et Wohlfahrt, 1996, Figure 1.1) mais aussi sur la rugosité de surface (Kulkarni, Schey et Badger, 1981). C'est un facteur important à considérer lorsque la pièce grenailée est exposée à un écoulement de fluide ou doit supporter un chargement cyclique. Des vitesses de l'ordre de 20 à 100 m/s sont typiques du grenailage industriel actuel

(Fathallah, Inglebert et Castex, 1998). Pour la mesure de la vitesse, outre les caméras haute vitesse, des appareils optiques existent mais sont coûteux.

Le débit massique, un autre paramètre du jet, est en fait une mesure du nombre d'impacts par unité de temps. En contrôlant ce paramètre et le temps d'exposition, il est possible d'obtenir la couverture désirée (section 1.2.3 ).

### **Propriétés de la pièce**

Le matériau de la pièce a une influence importante sur les contraintes résiduelles qui s'y développent. La limite d'écoulement et le comportement élasto-plastique du matériau sont les paramètres les plus significatifs (Khabou, Castex, Inglebert, 1990, Brickwood, 1995).

### **1.2.3 Suivi et contrôle**

Bien que contestées par plusieurs, les mesures de l'intensité Almen et de la couverture sont actuellement les méthodes les plus répandues dans l'industrie pour le contrôle et le suivi du procédé de grenailage. Ces méthodes seront brièvement expliquées dans cette section.

### **Saturation et intensité Almen**

L'intensité Almen est définie par la flèche produite par le grenailage d'une éprouvette en acier SAE 1070 de dimensions, d'épaisseur et de dureté normalisées (3 épaisseurs, correspondant aux appellations N : 0,80 mm, A : 1,30 mm, et C : 2,40 mm), selon les normes SAE J442 et SAE J443 (Society of Automotive Engineering, 2001). Le grenailage est effectué sur une seule face; une fois libérée de son support, l'éprouvette présente une flèche qui résulte des contraintes résiduelles induites. La courbe de la flèche mesurée en fonction du temps (Figure 1.3) permet de définir la condition de

saturation. Par définition, le temps de saturation,  $T$ , est le premier temps nécessaire pour atteindre une flèche telle qu'en doublant la durée du traitement ( $2T$ ), cette flèche n'augmente pas plus de 10%. L'intensité Almen correspond alors à valeur de la flèche au temps  $T$ . (Figure 1.3)

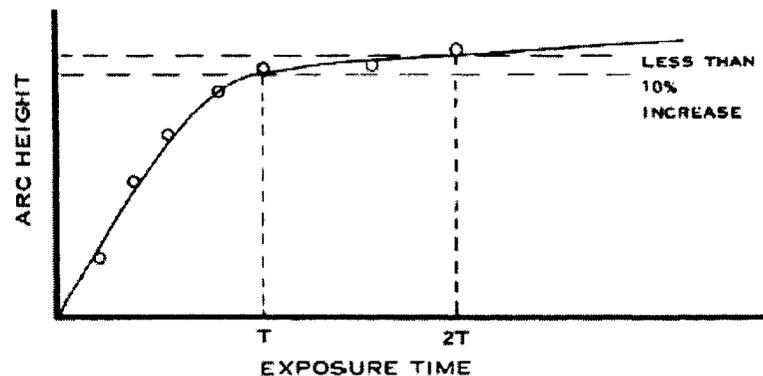


Figure 1.3 Courbe de saturation typique (Champaign, 2001a)

Dans une application typique de grenailage, des intensités allant de 0,1A à 0,4A (mm) sont communes (4A à 16A, en pouces) (Herzog, Zinn, Scholtes et Wohlfahrt, 1996). Pour la mise en forme par grenailage, des intensités aussi élevées que 18C sont parfois nécessaires (Ramati, Levasseur et Kennerknecht, 1999)

La flèche Almen caractérise le jet de grenaille et non le résultat sur la pièce à traiter. Le problème avec une telle caractérisation du grenailage est qu'une même intensité peut être atteinte dans des conditions de grenailage complètement différentes. Appliquer ces conditions de grenailage sur un autre matériau que l'acier SAE 1070 ne produira pas le même profil de contraintes résiduelles dans tous les cas, même si le niveau d'intensité Almen est maintenu constant (Al-Hassani, 1981, Herzog, Zinn, Scholtes et Wohlfahrt, 1996). L'intensité Almen ne serait donc applicable que pour s'assurer que l'appareil de grenailage effectue un traitement uniforme dans le temps, pour s'assurer de remplacer les composantes usées et de refaire la calibration de l'appareil lorsque nécessaire. Pour

effectuer une mesure plus formelle des conditions de grenailage, les mesures de la vitesse et du débit massique semblent la voie de l'avenir.

## **Couverture**

Selon Electronics Inc. (2003), la couverture (coverage) est le pourcentage de la surface traitée qui a été impactée au moins une fois par une grenaille. Pour des raisons de faisabilité, il est reconnu qu'une couverture de 98% est considérée comme totale ou complète. Une couverture de plus de 100% est atteinte en augmentant le temps d'exposition. Par exemple, pour une couverture de 200%, il faut traiter la pièce deux fois plus longtemps que pour atteindre 100% de couverture. Il est important de bien distinguer les temps T et 2T du test de saturation Almen (SAE J443, 2001) et le temps pour atteindre une couverture complète. Les temps T et 2T sont indépendants du matériau de la pièce traitée. Ils ne dépendent que des paramètres de grenailage. La couverture, par contre, est directement liée aux propriétés du matériau. Un matériau moins rigide tel que l'aluminium atteindra une couverture complète beaucoup plus rapidement que de l'acier dans les mêmes conditions car les empreintes laissées par chaque impact seront plus grandes.

Lorsqu'il est question de mise en forme par grenailage, il est fréquent de procéder à un grenailage à couverture incomplète. Cette façon de procéder permet de gagner du temps lors de la mise en forme. Un grenailage de précontrainte, parfois précédé du sablage de la surface, est ensuite effectué pour finaliser le traitement de la pièce et ainsi obtenir une couverture complète (Moore, 1982).

### ***1.3 Procédé de grenailage aux ultrasons Stresssonics®***

Cette section présente une description détaillée du procédé de grenailage aux ultrasons Stresssonics® développé et breveté par l'entreprise française Sonats.

### 1.3.1 Description du procédé

La Figure 1.4 illustre schématiquement les composantes utilisées pour le grenailage par ultrasons (Duchazeaubéneix, 1999). Un transducteur piézo-électrique est excité par un générateur de signal pour produire des ondes ultrasonores à une fréquence de 20 kHz. Ces ondes sont ensuite amplifiées en passant à travers un amplificateur et elles sont transmises à la sonotrode, une pièce en alliage de titane à dureté élevée; l'amplitude des vibrations longitudinales de la sonotrode peut varier entre 50 à 200  $\mu\text{m}$ . La sonotrode entre en contact avec les grenailles et les propulse vers la pièce à traiter. La sonotrode, la pièce à grenailier et les parois de l'appareil forment une cavité fermée à l'intérieur de laquelle les grenailles sont confinées. Ces dernières frappent la pièce mais elles se frappent aussi entre elles et heurtent les parois avant d'être propulsées de nouveau vers la pièce par la sonotrode. Une conception différente de la sonotrode permettrait d'augmenter la fréquence de fonctionnement à 30 kHz ou même 40 kHz mais aucun appareil de ce type n'est actuellement disponible. Dans le cas de l'appareil Stress Voyager®, qui sera utilisé pour cette étude, l'intervalle d'amplitude permise se situe entre 35 et 85  $\mu\text{m}$ .

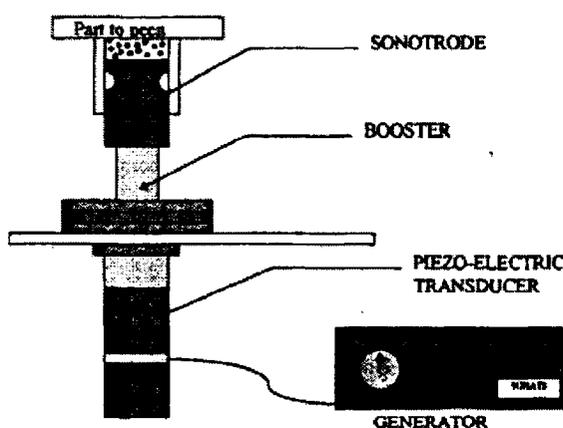


Figure 1.4 Principes du grenailage aux ultrasons (Duchazeaubéneix, 1999)

Étant donné que les grenailles sont confinées à l'intérieur d'une cavité, elles doivent résister à la durée complète du traitement. Elles doivent être très résistantes et de grande qualité. Duchazeaubéneix (1999) suggère que tous les types de grenailles peuvent être

utilisés, mais Drouin (2003), suite à des essais, soutient que les grenailles de céramique ne sont pas recommandées car elles éclatent facilement. Si une seule grenaille éclate durant le traitement d'une pièce, ses éclats demeureront à l'intérieur de la cavité et continueront de frapper la pièce, ce qui pourrait endommager la surface traitée.

### **1.3.2 Paramètres du procédé**

Dans un procédé de grenaillage à buse par pression, le système le plus utilisé en aérospatiale, les paramètres sur lesquels l'opérateur peut influencer sont nombreux. Le diamètre des grenailles, la pression d'opération, le débit massique, l'angle d'impact, la distance pièce/buse et le temps d'exposition ont tous une influence sur la distribution des contraintes résiduelles. La vitesse d'impact est un paramètre important du procédé, mais à l'heure actuelle, elle demeure difficile à mesurer. Elle est donc contrôlée indirectement en variant la pression et le débit massique dans la plupart des applications.

Le matériau de la pièce traitée prend de l'importance dans le procédé aux ultrasons étant donné que les grenailles agissent dans une boucle fermée. Leur vitesse d'impact sur la pièce dépend du coefficient de restitution (rapport de la vitesse de retour sur la vitesse incidente) de l'impact précédent sur la pièce. Pour des conditions de grenaillage identiques (amplitude et fréquence de la sonotrode, taille et matériau des grenailles), une pièce de dureté plus élevée engendrera donc des vitesses d'impact plus élevées. Également, à cause du fonctionnement en boucle fermée, il n'y a pas de contrôle du débit massique, mais plutôt du nombre de billes dans la cavité au démarrage (ou la masse). Évidemment, il n'y a pas de pression d'opération, mais ce paramètre est remplacé par l'amplitude de vibration de la sonotrode. En fixant le nombre de billes, la distance pièce/sonotrode et l'amplitude, la vitesse d'impact et le débit massique sont déterminés. L'angle d'impact des billes est aléatoire et ne peut être contrôlé (Duchazeaubéneix, 1999). La vitesse est toutefois très difficile à mesurer directement. Des caméras à haute vitesse peuvent certainement être utilisées mais elles nécessitent un montage complexe

et coûteux. Une méthode indirecte, similaire à celles qui seront présentées à la section 1.7, serait beaucoup plus simple à mettre en place, quoique les résultats obtenus seraient beaucoup moins précis.

### **1.3.3 Avantages et inconvénients**

Le procédé de grenailage par ultrasons est plus facilement contrôlable qu'un procédé conventionnel. En effet, durant le traitement, seulement deux paramètres doivent être contrôlés (l'amplitude de vibration de la sonotrode et le temps d'exposition) comparativement à cinq paramètres pour le procédé par pression (pression, débit massique, temps d'exposition, angle d'impact et distance pièce/buse). De plus, le paramètre le plus important, l'amplitude de vibration, est contrôlé à seulement quelques millimètres de la pièce à traiter. Typiquement, dans un procédé par pression, il y a plusieurs mètres de conduits flexibles entre la buse et les instruments de contrôle de la pression et du débit massique. L'usure d'une composante ou des variations d'orientation du conduit flexible en aval des instruments de contrôle sont indétectables.

Dans le cas du grenailage aux ultrasons, l'usure de la sonotrode résulte en une augmentation de sa fréquence de vibration. Cette fréquence étant mesurée tout au long du traitement, il suffit d'en faire un suivi pour quantifier l'usure de la sonotrode et de planifier son entretien. Également, le simple fait d'utiliser moins de grenailles est un avantage indéniable. Il est possible d'utiliser des grenailles de meilleure qualité, donc plus dures et plus sphériques, en carbure de tungstène par exemple. Ceci permet d'obtenir un meilleur fini de surface et une meilleure répétitivité du traitement (Duchazeaubéneix, 2005). La portabilité du procédé, étant donné que le traitement se fait dans une cavité fermée, le rend également économique au niveau des installations et facilement intégrable à un processus de production. Les infrastructures nécessaires sont donc minimales. À cause de sa portabilité, il devient intéressant pour des applications d'entretien.

Par contre, le procédé Stresssonics® comporte son lot de désavantages. Le fait de fonctionner en boucle fermée crée un effet aléatoire qui entraîne des difficultés supplémentaires pour la simulation du procédé. L'effet de l'interférence des grenailles entre elles est important. En fait, il a été démontré qu'il y a une masse optimale pour laquelle le temps de traitement est minimisé (Duchazeaubéneix, 1999, Hattori, Watanabe, Handa et Duchazeaubéneix, 2002, Drouin, 2003). L'angle d'impact est aussi aléatoire. À ce jour, la gamme de vitesses d'impact atteignable est restreinte. Pour une amplitude de 90  $\mu\text{m}$ , la vitesse d'impact des billes se situe entre 10 et 20 m/s (Hattori, Watanabe, Handa et Duchazeaubéneix, 2002). Selon les mêmes auteurs, de nouvelles géométries de sonotrode et des améliorations du système pourraient permettre l'opération à des amplitudes plus élevées et/ou à des fréquences allant jusqu'à 40 kHz. La vitesse d'impact pourrait alors atteindre des niveaux semblables à d'autres systèmes de grenaillage disponibles sur le marché.

Puisque la vitesse d'impact dépend du matériau de la pièce à grenailler, ceci amène à se questionner sur l'applicabilité du test d'intensité Almen au procédé aux ultrasons. Dans un procédé conventionnel, lorsque le matériau de la pièce est modifié, les paramètres de grenaillage sont maintenus inchangés. L'intensité Almen mesurée préalablement est toujours valide. Ce n'est cependant pas le cas du grenaillage aux ultrasons car, la vitesse d'impact étant modifiée, l'intensité Almen mesurée précédemment n'est plus valide. Il est donc difficile de faire une correspondance entre une intensité résultant d'un traitement avec un système à pression et celle avec un système aux ultrasons. Cependant, si le but est simplement de contrôler les variations d'intensité dans le temps pour un même procédé, l'intensité Almen peut être utilisée.

#### **1.4 Mise en forme par grenaillage**

La mise en forme par grenaillage a fait l'objet de plusieurs travaux de recherche (International scientific committee for shot peening, 1981-2002). Dans cette section, les

notions utiles à ce projet seront présentées; ce sont, principalement, les principes de base et les méthodes de simulation de la mise en forme par grenailage.

### 1.4.1 Principe de base de la mise en forme par grenailage

Tel qu'expliqué à la section 1.2.1, le grenailage d'une pièce a pour principal effet de générer une mince couche de matériau en compression, à la surface de la pièce. Lorsque la pièce grenillée est suffisamment mince, les forces et les moments internes dans cette mince couche seront alors suffisants pour déformer la pièce.

Selon Flavenot et Niku-Lari (1977) (section 1.5.1), la distribution des contraintes résiduelles dans un plaque mince grenillée résulte de la somme de trois distributions de contraintes (Figure 1.5) : les contraintes en compression dues au grenailage d'un corps semi-infini, celles dues à une force axiale et celles associées à un moment de flexion. Ces deux dernières composantes équilibrent les contraintes de compression induites par le grenailage, lorsque le procédé est appliqué à une plaque mince plutôt qu'à un corps semi-infini.

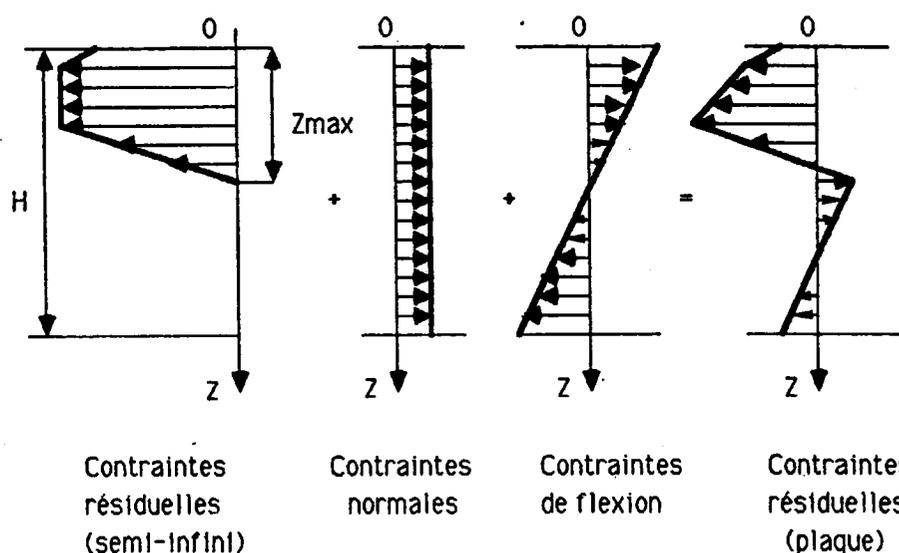


Figure 1.5 Distributions de contraintes menant à la distribution des contraintes résiduelles dans une plaque mince (Guechichi, 1986)

Pour déterminer la force résultante, (correspondant à la distribution de contraintes normales) et le moment fléchissant (correspondant aux contraintes de flexion) dans une plaque mince grenillée et courbée, Homer et VanLuchene (1991) ont proposé de faire l'intégrale de la distribution des contraintes résiduelles en compression dans le corps semi-infini,  $\sigma(y)$  sur toute l'épaisseur  $h$  de la plaque:

$$F = - \int_0^h \sigma(y) dy \quad (1.1)$$

$$M = - \int_0^h \sigma(y)(h/2 - y) dy \quad (1.2)$$

où  $y$  est la coordonnée, selon la profondeur.

Il est difficile de résoudre les équations 1.1 et 1.2. car la distribution des contraintes résiduelles n'est pas souvent connue, pour des conditions de grenailage spécifiées. Selon l'étude de Kulkarni, Schey et Badger (1981), la direction d'érouissage d'une plaque lors de sa fabrication, de même que son rapport largeur/longueur ont une influence importante sur la distribution des contraintes résiduelles. Ces derniers ont démontré expérimentalement que la courbure est plus importante dans la direction longitudinale que dans la direction transversale et ce, de manière significative; cette différence est influencée par le rapport largeur/longueur de la pièce.

### **Effet primaire du formage par grenailage**

Le résultat principal du formage par grenailage est le développement d'une courbure sur la pièce. Pour une pièce d'épaisseur constante, traitée uniformément et simplement supportée durant le traitement, une forme sphérique se développe. Cependant, pour le formage de panneaux d'ailes, d'autres formes doivent être générées telles que des cylindres (profil aérodynamique sur toute l'envergure), ellipsoïdes paraboliques et hyperboloïdes paraboliques aux brisures aérodynamiques (voir Figure 1.6) (*hog back* et *saddle back*) (Moore, 1982).

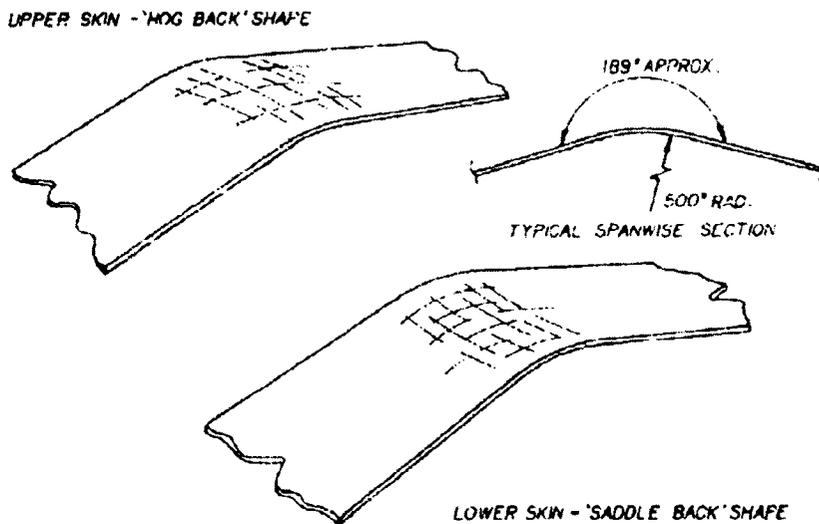


Figure 1.6 Formes typiques des brisures aérodynamiques d'un DC 10 (Moore, 1982)

Selon le niveau de déformation plastique qui est présent (Figure 1.7), la courbure de la pièce peut également se produire dans deux directions opposées (Kondo, Tsuzuki et Kato, 1981). Il sera alors question de gonflement (forme convexe, « bulging ») ou d'enfoncement (forme concave, « sinking »). Le gonflement est généralement utilisé car il nécessite moins d'énergie.

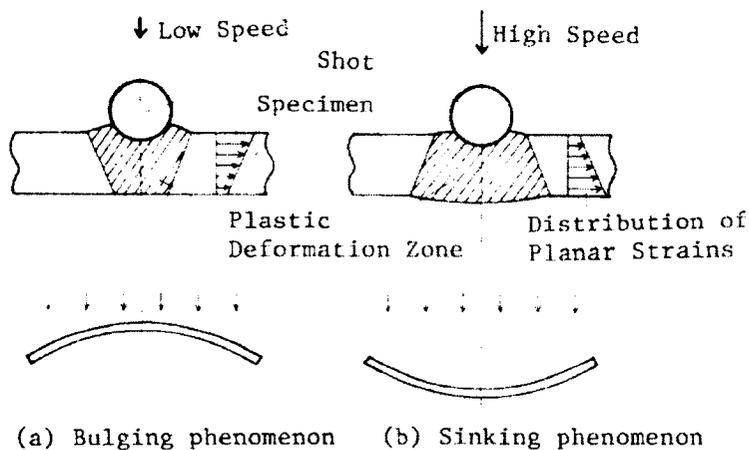


Figure 1.7 Principes du formage par grenailage (Kondo, Tsuzuki et Kato, 1981)

## Effets secondaires du formage par grenailage

Dans le formage par grenailage, le développement de courbure n'est pas le seul effet observé. Deux autres phénomènes secondaires peuvent devenir nuisibles s'ils sont mal contrôlés ou ne sont pas considérés; ce sont l'étirement et la distorsion. L'étirement est simplement dû à la force résultant des contraintes résiduelles. Il est estimé à environ 0,5 mm/m en général. Dans la direction de la corde de l'aile, cette déformation peut aisément être négligée, mais ce n'est pas le cas dans la direction de l'envergure, où une variation de plusieurs millimètres peut être observée. La distorsion est un changement dans la projection du panneau sur son plan de référence initial (Figure 1.8). Elle est principalement causée par le formage de brisures aérodynamiques car, le traitement est généralement non-uniforme et de forte intensité dans ces régions. Cet effet peut devenir important sur de grosses pièces et les concepteurs doivent en tenir compte lors du dimensionnement de la géométrie usinée (Moore, 1982).

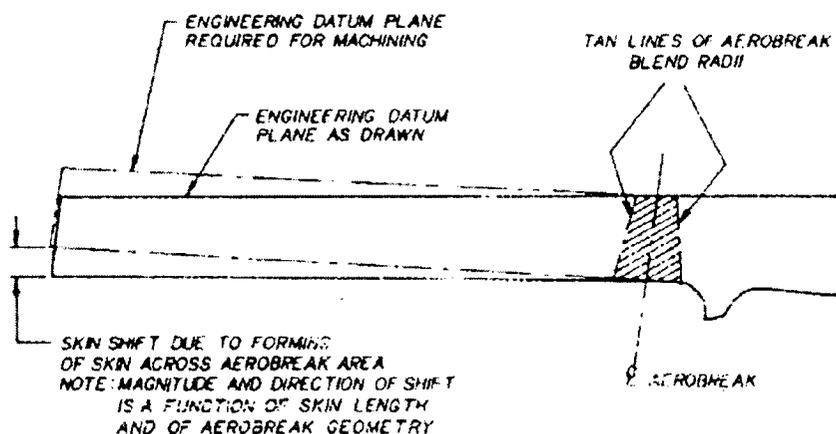


Figure 1.8 Effet de la distorsion (Moore, 1982)

## Effet de précontraintes sur le formage

L'application de précontraintes permet de créer une anisotropie artificielle dans le matériau dans le but de favoriser l'effet du grenailage dans une direction particulière.

En mettant la surface de la pièce à traiter sous tension dans une direction connue, le matériau est plus près de sa limite élastique et la déformation plastique causée par chaque impact, lors du grenailage, est plus importante dans cette direction; une forme non sphérique peut alors être générée et il en résulte un effet de formage plus important (Kopp et Ball, 1987). La Figure 1.9 illustre ce phénomène. La partie a) montre les contraintes résiduelles dues au grenailage sans précontrainte alors que les parties b) et c) montrent les contraintes résiduelles sous l'effet de précontraintes en flexion et en tension. Le cercle de Mohr des contraintes à la surface est illustré pour chaque cas. Il montre que la contrainte en surface n'est pas ou peu modifiée par l'application d'une précontrainte. Par contre, la profondeur de la zone plastifiée est grandement augmentée par l'application d'une précontrainte.

Cette technique est présentement utilisée en industrie sans pourtant avoir été investiguée de manière exhaustive par la communauté scientifique, quoique certains travaux de recherche aient été effectués sur le sujet. Meyer, Reccius et Schülein (1987) ont développé un procédé basé sur le formage par grenailage avec précontrainte sur des pièces à géométries complexes avec raidisseurs non-continus (rigidité variable). Ils ont réussi à atteindre les objectifs de précision et de répétitivité nécessaires pour la production de masse. Des démonstrations expérimentales de l'effet de précontrainte ont été faites par plusieurs auteurs (Müller et Hoesch, 1993; Müller, 1999). De leur côté, Gardiner et Platts (1999) ont réussi à simuler la présence de précontraintes à l'aide d'un modèle d'éléments finis. Leurs résultats, bien que limités, démontrent la possibilité de tenir compte de cet effet à l'intérieur d'un modèle.

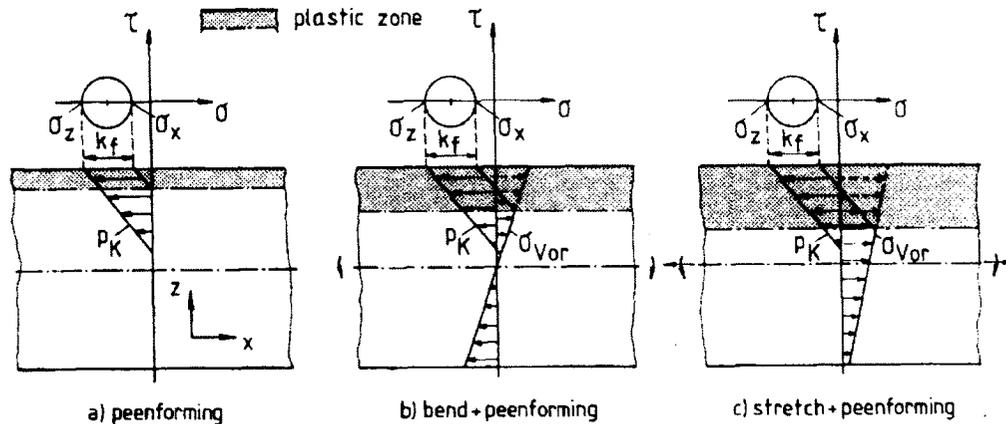


Figure 1.9 Contraintes résiduelles et zones plastiques pour différents cas de formage par grenailage (Kopp et Ball, 1987)

### 1.4.2 Paramètres du procédé

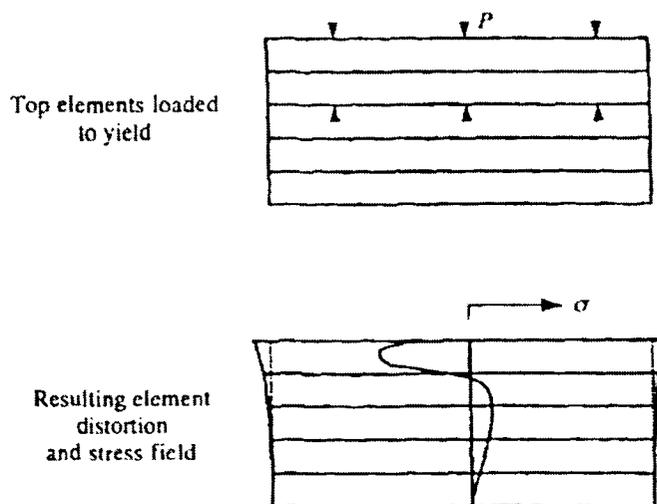
En plus des paramètres énoncés dans la section 1.2.2, la mise en forme par grenailage fait intervenir d'autres paramètres liés à la pièce traitée. Outre l'épaisseur dont l'effet a été discuté précédemment, il faut ajouter l'orientation de la pièce par rapport à la direction d'écrouissage lors de sa fabrication et la précontrainte en tension ou en flexion appliquée lors du traitement.

### 1.4.3 Simulation de la mise en forme par grenailage

La simulation de la mise en forme par grenailage a fait l'objet de nombreuses publications mais le nombre d'approches développées est limité. Le problème principal consiste à introduire l'effet des déformations plastiques générées par le grenailage dans un modèle quasi-statique d'éléments finis. Deux types d'approche peuvent être utilisés à cet effet; dans la première, une pression est appliquée sur la pièce à former alors que dans la seconde, des contraintes thermiques sont imposées à la pièce. Dans cette section, ces méthodes sont présentées.

### Approche basée sur l'application d'une pression

Grasty et Andrew (1996) ont proposé de simuler les déformations plastiques résultant du grenailage d'une plaque en divisant celle-ci en couches d'éléments et en soumettant les éléments des couches supérieures à une pression appliquée dans la direction normale à la surface des éléments, tel que montré à la Figure 1.10.



**Figure 1.10 Simulation de la mise en forme par grenailage par l'application d'une pression et distribution schématique des contraintes résiduelles résultantes (Grasty et Andrew , 1996)**

La pression appliquée étant plus élevée que la limite élastique du matériau, la plaque se déforme plastiquement, mais uniquement dans les couches soumises à la pression; lorsque la pression est relâchée, des contraintes résiduelles se développent. Il s'agit donc de bien choisir la valeur de la pression à appliquer et celle de l'épaisseur de la couche soumise à cette pression pour obtenir les contraintes résiduelles correspondant à l'effet désiré. Les auteurs ont utilisé une méthode aléatoire pour déterminer la pression à appliquer; selon eux, les résultats obtenus sont satisfaisants pour le cas étudié. Cependant, la méthode est difficile à valider (Levers et Prior, 1998).

### **Approche basée sur les contraintes thermiques**

Trois approches peuvent être utilisées pour générer des contraintes thermiques dans une plaque. La première consiste à imposer un profil de température à travers l'épaisseur de la plaque alors qu'une deuxième consiste à spécifier un profil de coefficient de dilatation thermique. Enfin, dans la troisième approche, analogue à l'approche par pression, un chargement thermique est appliqué pour ensuite être relâché dans le but d'induire des déformations plastiques. Ces trois approches sont présentées ci-après.

#### *Profil de températures*

Gardiner et Platts (1999) ont simulé la présence de déformations plastiques dans une plaque en la modélisant à l'aide d'éléments multicouches. Bien que les éléments plaques ne peuvent supporter de contraintes dans la direction normale à la surface, ils sont adéquats pour la simulation du formage par grenailage puisque ces contraintes n'interviennent pas dans le processus de formage. En modélisant la plaque à l'aide de ces éléments, il devient possible d'imposer un chargement thermique sous forme de profil de températures, chaque couche ayant sa propre température. Le choix du nombre de couches et leur épaisseur permet alors de bien représenter l'effet des déformations plastiques associées au grenailage. Pour faciliter le choix du profil des températures, un coefficient de dilatation thermique qui permet d'avoir une contrainte longitudinale équivalente à la température (par exemple, si  $\Delta T = 100^\circ\text{C}$ ,  $\sigma = 100 \text{ MPa}$ ) a été choisi :

$$\alpha = \frac{1 - \nu_p^2}{E_p(1 + \nu_p)} \times 10^{-6} \quad (1.3)$$

où  $\nu_p$  et  $E_p$  sont respectivement le coefficient de Poisson et le module d'élasticité de la plaque.

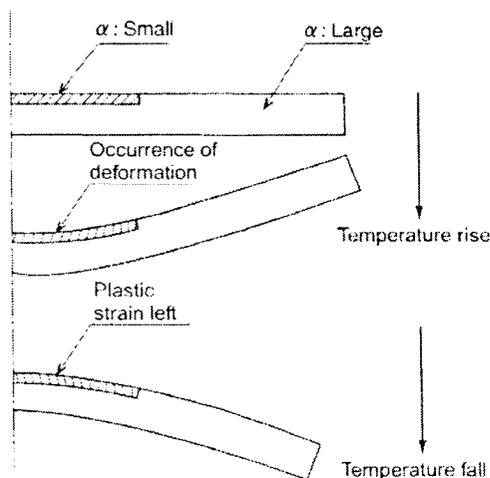
### Profil de coefficients de dilatation thermique

Les éléments multicouches utilisés par Gardiner et Platts, développés pour la simulation de matériaux composites, ont aussi la particularité de permettre d'appliquer des propriétés différentes à chaque couche. C'est cette particularité que Levers et Prior (1998) ont exploitée. Une fois que le profil de contraintes résiduelles recherché a été identifié, ils le transforment en un profil de coefficients de dilatation thermique pour chaque couche et la plaque est soumise à une charge thermique uniforme, couche par couche. La charge thermique entraîne alors une déformation proportionnelle au coefficient de dilatation dans chaque couche, ce qui a pour effet de générer des contraintes et des courbures dans la plaque mince.

### Chargement et déchargement en température

Alors que les deux méthodes précédentes simulent la présence de déformations plastiques par l'application de contraintes thermiques, Yamada, Takahashi, Ikeda, Sugimoto et Ohta, (2002) ont proposé d'utiliser le chargement thermique pour induire des déformations plastiques dans la plaque. Leur méthode consiste à modéliser la plaque en deux zones de coefficients de dilatation thermique, tel qu'illustré à la Figure 1.11. ( $\alpha$ : large et  $\alpha$ : small)

Les coefficients de dilatation de la zone en surface sont petits par rapport au reste de la pièce de telle sorte que si la température de l'ensemble augmente, des déformations plastiques sont induites dans cette zone. Lors du relâchement de la charge thermique, les déformations plastiques demeurent et induisent des contraintes résiduelles. Cette méthode cause des difficultés analogues à celle proposée par Grasty et Andrew (1996), en ce qui concerne le contrôle de la déformation plastique.



**Figure 1.11** Modèle de chargement et déchargement thermique pour la simulation des contraintes résiduelles induites par grenailage (Yamada, Takahashi, Ikeda, Sugimoto et Ohta, 2002)

#### 1.4.4 Applications

La technique de mise en forme par grenailage est surtout utilisée en aéronautique pour fabriquer les panneaux d'ailes d'avion. Son principal avantage par rapport à d'autres techniques de formage (par exemple, étirement, forgeage, hydro-forming, etc.) est sa flexibilité. Elle permet de générer des pièces de formes complexes avec des installations relativement peu complexes. Le procédé mis en place pour le formage de certains panneaux des Airbus A310 et A320 a permis d'obtenir une précision de 0,2 mm (Brickwood, 1995), ce qui est suffisant pour procéder à l'assemblage, sans avoir à faire de correction quant aux dimensions.

Le grenailage demeure une méthode de formage rentable, même pour de petites séries de pièces, ce qui n'est pas le cas des autres méthodes qui nécessitent généralement des investissements importants pour l'achat de machines et de moules (Brickwood, 1995, Kopp et Ball, 1987). Cette méthode sert aussi au redressage de pièces; une application qui semble prometteuse est le redressage d'arbres dont la rectitude de l'axe peut être critique dans certains assemblages.

## **1.5 Calcul des contraintes résiduelles induites par grenailage**

La connaissance des champs de contraintes résiduelles induites par grenailage est sans aucun doute une étape importante à franchir pour être en mesure d'exploiter le procédé à son maximum. Plusieurs approches ont été proposées, soit par modélisation (modèles analytiques), soit par simulation (méthodes numériques).

### **1.5.1 Modèles analytiques**

Le développement d'un modèle analytique pour calculer l'état des contraintes résiduelles engendrées par le grenailage est une tâche difficile. Les paramètres sont nombreux et souvent, leur effet est difficile à isoler. Quoique le grenailage génère des déformations plastiques, les modèles servant à le caractériser sont basés sur la théorie de Hertz pour le calcul des paramètres associés à la partie élastique du contact. Certains auteurs ont aussi développé la partie élastoplastique et la partie plastique du contact en se basant sur les équations de Hertz. Dans cette section, la théorie du contact élastique de Hertz (Johnson, 1985) et l'approche du groupe de chercheurs de l'École Nationale Supérieure d'Arts et Métiers (ENSAM) pour modéliser les effets du grenailage seront brièvement présentées.

### **Théorie du contact élastique de Hertz**

La théorie de Hertz est une méthode exacte pour déterminer le rayon de la surface de contact entre deux corps élastiques, la pression de contact maximale et le champ de contraintes dans le voisinage du point de contact élastique. La théorie de Hertz est basée sur quatre hypothèses :

- i. les surfaces en contact sont continues et non-conformes, i.e. que le premier contact se produit en un point ou le long d'une ligne :  $a \ll R$  ;
- ii. les déformations sont petites :  $a \ll R$  ;
- iii. chaque solide est un espace semi-infini élastique :  $a \ll R_1$  et  $a \ll R_2$  ;
- iv. le frottement est nul.

$R_1$  et  $R_2$  sont les rayons des corps en contact et le rayon équivalent  $R$  est calculé à l'aide de la relation :

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \quad (1.4)$$

La géométrie du contact entre deux sphères soumises à une force  $P$  est illustrée à la Figure 1.12. Les points  $T_1$  et  $T_2$  sont des points de référence sur les corps 1 et 2, qui servent à évaluer les déplacements  $\delta_1$  et  $\delta_2$  des deux corps, loin de la région du contact. Avec des développements géométriques relativement simples, il est possible d'établir deux équations qui relient le déplacement total  $\delta$  ( $\delta = \delta_1 + \delta_2$ ) aux déplacements dans la région entourant le point de contact,  $\bar{u}_{z,1}$  et  $\bar{u}_{z,2}$ . Lorsque deux points situés sur la surface des sphères  $S_1$  et  $S_2$  entrent en contact, la relation s'écrit :

$$\bar{u}_{z,1} + \bar{u}_{z,2} = \delta - Ax^2 - By^2 \quad (\text{dans la zone de contact}) \quad (1.5)$$

Pour deux points des surfaces  $S_1$  et  $S_2$  qui ne sont pas entrés en contact, la relation s'écrit :

$$\bar{u}_{z,1} + \bar{u}_{z,2} > \delta - Ax^2 - By^2 \quad (\text{à l'extérieur de la zone de contact}) \quad (1.6)$$

Dans le cas de deux sphères,

$$A = B = 1/2(1/R_1 + 1/R_2) = 1/(2R).$$

Une fois les hypothèses posées et la géométrie définie, le problème du contact élastique peut être formulé : quelle est la distribution de pression,  $p_H$ , agissant sur la surface de contact  $S$  entre deux corps, qui permettra de respecter des conditions de déplacement à l'intérieur (éq. 1.5) et à l'extérieur de cette surface  $S$  (éq. 1.6).

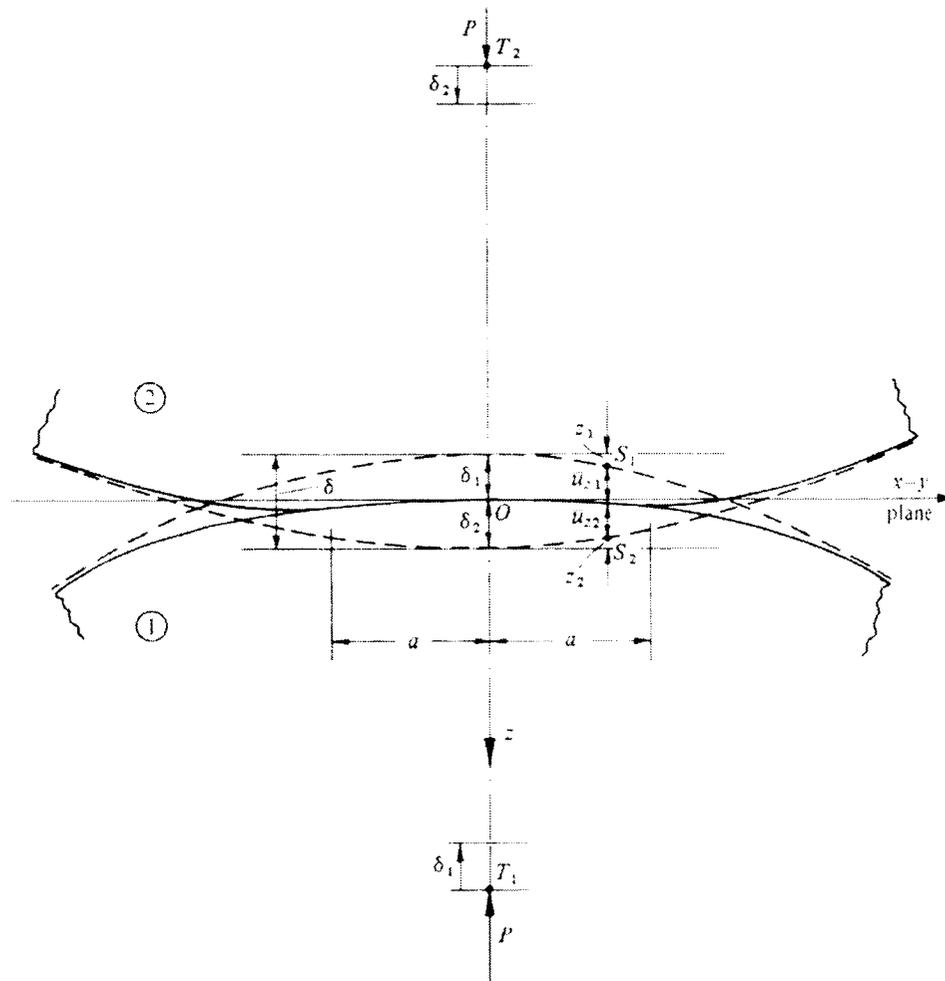


Figure 1.12 Géométrie du contact selon la théorie de Hertz (Johnson, 1985)

Pour les solides de révolution, Hertz a proposé la distribution suivante :

$$p_H(r) = p_0 \left\{ 1 - (r/a)^2 \right\}^{1/2} \quad (1.7)$$

où  $r$  représente la distance entre le centre de la surface de contact  $S$  et le point considéré,  $p_0$ , la pression maximale, au centre de la surface de contact et  $a$ , le rayon de cette surface de contact.

L'équation 1.7, avec d'autres relations non présentées ici, permet de déduire le déplacement normal d'un point soumis à cette distribution de pression et situé à l'intérieur de la surface de contact :

$$\bar{u}_{z,i} = \frac{(1-\nu_i^2)\pi p_0}{E} \frac{(2a^2 - r^2)}{4a} \quad \text{pour } r \leq a \quad (1.8)$$

où

$$\frac{1}{E} = \frac{(1-\nu_1^2)}{E_1} + \frac{(1-\nu_2^2)}{E_2} \quad (1.9)$$

$E_1$ ,  $E_2$  et  $\nu_1$ ,  $\nu_2$  représentent les modules d'élasticité et les coefficients de Poisson des corps en contact, respectivement.

En combinant les équations 1.5 (pour deux sphères), 1.8 et 1.9, il s'ensuit :

$$\frac{\pi p_0}{4aE} (2a^2 - r^2) = \delta \frac{1}{2R} r^2 \quad (1.10)$$

À  $r=0$ , le déplacement total des deux corps prend la valeur :

$$\delta = \frac{\pi a p_0}{2E} \quad (1.11)$$

En posant  $r=a$ , le rayon de la zone de contact est obtenu :

$$a = \frac{\pi p_0 R}{2E} \quad (1.12)$$

Pour plus de commodité, il peut-être intéressant de reformuler ces équations pour obtenir des expression en fonction de la charge  $P$ .

En intégrant l'équation 1.7 en fonction de  $r$ .

$$P = \int_0^a p_H(r) 2\pi r dr = \frac{2}{3} p_0 \pi a^2 \quad (1.13)$$

$$a = \left( \frac{3PR}{4E} \right)^{1/3} \quad (1.14)$$

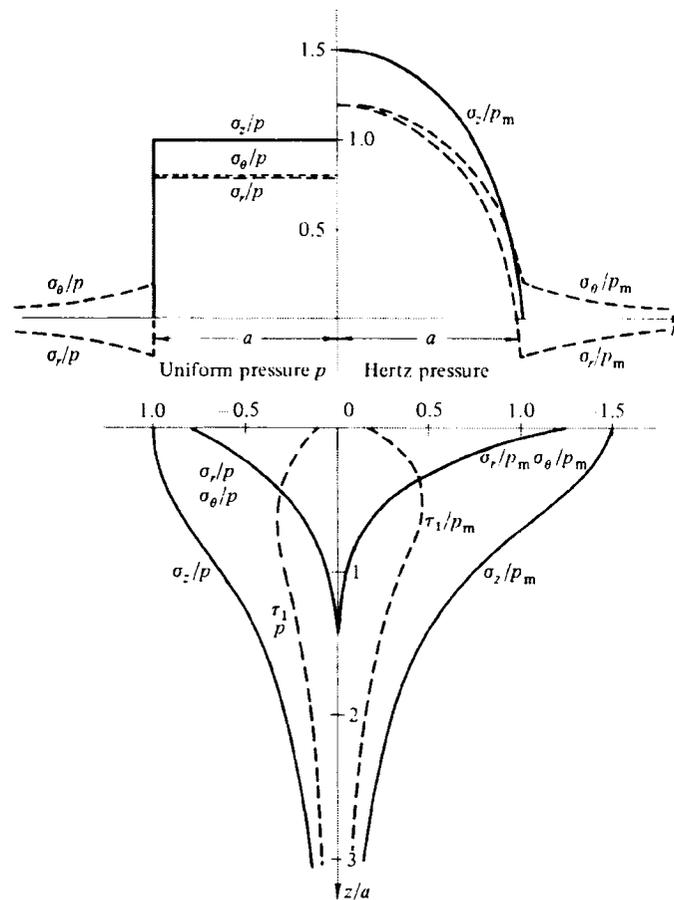
$$\delta = \frac{a^2}{R} = \left( \frac{9P^2}{16RE^2} \right)^{1/3} \quad (1.15)$$

$$p_0 = \frac{3P}{2\pi a^2} = \left( \frac{6PE^2}{\pi^3 R^2} \right)^{1/3} \quad (1.16)$$

Ces trois dernières expressions sont la base de tous les modèles de grenailage développés jusqu'ici. En poursuivant le développement, la distribution des contraintes  $\sigma_z$  ( $z$  : axe de symétrie, selon la profondeur) et  $\sigma_\theta$  (direction tangentielle) sont obtenues au point de contact, en surface et en dessous de la surface (Figure 1.13); les valeurs ont été normalisées par rapport à la pression moyenne  $p_m$  ( $p_m = 2/3 p_0$ ). La partie gauche de la figure illustre la distribution des contraintes correspondant à une pression uniforme sur toute la surface de contact et la partie droite montre les contraintes obtenues par la théorie de Hertz. La partie supérieure de la figure illustre les contraintes en surface et la partie inférieure, les contraintes sous la surface. Les différences entre les profils de contrainte pour la distribution de pression uniforme et la distribution de Hertz sont importantes, surtout près de la surface. Il est à noter que le cisaillement maximal se produit sous la surface, lieu probable du début de la plastification ( $z/a = 0,48$  pour  $\mu=0,3$ , selon Hertz) Sous le point de contact initial, les relations de Hertz sont les suivantes :

$$\frac{\sigma_r}{p_0} = \frac{\sigma_\theta}{p_0} = -(1+\nu) \left\{ 1 - (z/a) \tan^{-1}(a/z) \right\} + \frac{1}{2} (1+z^2/a^2)^{-1} \quad (1.17)$$

$$\frac{\sigma_z}{p_0} = - \left( 1 + z^2/a^2 \right)^{-1}$$



**Figure 1.13 Distributions des contraintes de contact le long de l'axe de symétrie z pour une pression de contact uniforme (gauche de la figure) et selon la théorie de Hertz (droite de la figure) en surface (haut de la figure) et en profondeur (bas de la figure)(Johnson, 1985)**

### Approche de l'ENSAM

Le modèle développé par les chercheurs de l'ENSAM est le plus complet à ce jour. Il permet de tenir compte de la grande majorité des facteurs d'influence du procédé de grenailage. À partir des informations concernant le matériau à traiter (propriétés élastoplastiques, comportement monotone et cyclique), les conditions de grenailage (propriétés des grenailles, intensité Almen, couverture et angle d'impact) et les conditions de contact (coefficient de friction et de restitution), il est possible d'obtenir la distribution des contraintes résiduelles dans la pièce grenillée.

Le développement du modèle a été fait à partir de cinq hypothèses (Fathallah, Inglebert et Castex, 1998) :

- i. les grenailles sont de forme sphérique et ont un rayon uniforme;
- ii. la répartition des impacts sur la surface traitée est uniforme;
- iii. l'impact correspond à un chargement pseudo cyclique;
- iv. les propriétés du matériau sont les propriétés cycliques stabilisées;
- v. le matériau a un comportement élastoplastique.

Guechichi, Castex, Frelat, et Inglebert (1986) ont établi les bases du modèle. Une relation énergétique entre les paramètres de grenailage (énergie cinétique) et les paramètres de contact  $a$  et  $p_0$  (énergie de déformation), qui sont les inconnus de l'équation 1.17 de Hertz, a d'abord été développée :

$$a = \left( \frac{K \pi \rho_b V_I^2}{4\sqrt{2}E} \right)^{1/5} D \quad (1.18)$$

$$p_0 = \left( \frac{E^4 K \rho_b V_I^2}{\pi^4} \right)^{1/5} \quad (1.19)$$

Dans ces équations,  $D$  est le diamètre des billes,  $K$  est un facteur d'efficacité du contact (à ne pas confondre avec le coefficient de restitution),  $\rho_b$ , la masse volumique des billes et  $V_I$ , la vitesse d'impact.

Ces relations avaient initialement été proposées par Davies (1948) pour calculer le champ de contraintes élastiques sous des conditions de grenailage spécifiées. À partir de ce champ de contraintes élastique, Guechichi *et al* ont calculé les contraintes résiduelles en utilisant une méthode développée par Zarka et Casier (1979). Le développement étant long et complexe, il n'est pas présenté ici.

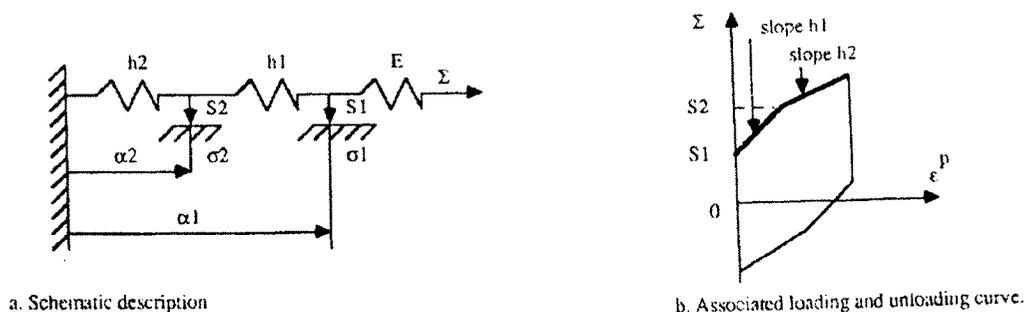
Le profil de contraintes résiduelles obtenu est toutefois uniquement valide pour un corps semi-infini. Le profil est ensuite modifié en appliquant le concept de source de contraintes qui est basé sur un principe bien simple : le retour à l'équilibre. Le matériau

est soumis au grenailage, ce qui a pour effet de générer une source de contraintes  $\sigma_\infty$  à la surface de ce dernier, et en l'occurrence, une mince couche déformée plastiquement. Les contraintes résiduelles dues au grenailage dans une pièce d'épaisseur infinie,  $\sigma_r$ , seraient égales à cette source de contrainte  $\sigma_\infty$ . Cependant, pour une pièce d'épaisseur finie, d'autres contraintes apparaîtront pour équilibrer la force ( $\sigma_a$ ), et le moment de flexion ( $\sigma_f$ ) générés. L'équation d'équilibre suivante permet de lier les deux situations (Flavenot et Niku-Lari, 1977) :

$$\sigma_r = \sigma_f + \sigma_a + \sigma_\infty \quad (1.20)$$

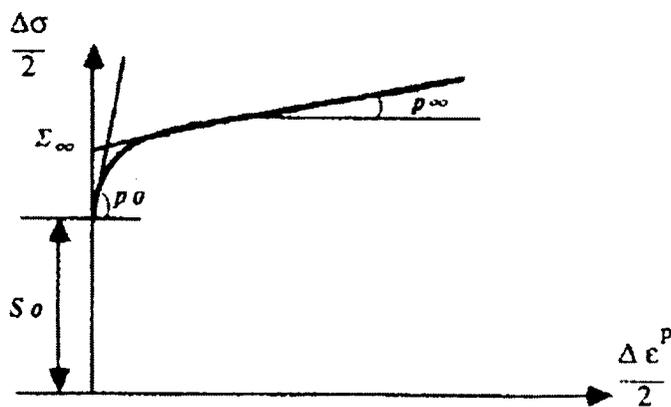
Les résultats initialement obtenus par Guechichi, Castex, Inglebert et Frelat (1986) ont permis d'étudier les effets de la limite d'écoulement du matériau traité, de la vitesse d'impact, du diamètre des grenailles et de la densité des grenailles sur la distribution des contraintes résiduelles.

Khabou, Castex et Inglebert (1990) ont raffiné le modèle en utilisant une loi de comportement cyclique mieux adaptée aux matériaux qui présentent une forte tendance à l'érouissage isotrope (alliages à base de nickel ou d'aluminium). Deux approches ont été proposées pour caractériser le comportement élastoplastique du matériau. La première approche est un modèle rhéologique à deux mécanismes illustré à la Figure 1.14 a). Il s'agit en fait d'un modèle multilinéaire (1.13b), où chaque mécanisme est associé à un seuil de transition entre les différentes pentes d'érouissage de la courbe  $\sigma-\varepsilon_p$  ( $\varepsilon_p$  : déformation plastique). Cependant, pour obtenir une amélioration notable à l'aide de ce modèle, il faut augmenter considérablement le nombre de seuils et donc d'inconnus à déterminer, ce qui rend le problème rapidement insoluble.



**Figure 1.14** Modèle rhéologique à deux mécanismes (Khabou, Castex et Inglebert, 1990)

La deuxième approche est plus simple à appliquer. En couplant deux seuils, plutôt que de les faire agir indépendamment, il est possible d’obtenir une loi de comportement non-linéaire continue et simple pour caractériser l’écrouissage cyclique du matériau. Seulement quatre paramètres sont alors nécessaires pour décrire complètement le comportement cyclique du matériau (Figure 1.15).



**Figure 1.15** Modèle de comportement cyclique à quatre paramètres (Khabou, Castex et Inglebert, 1990)

Ce sont  $S_0$ , la limite d’élasticité cyclique,  $p_0$  et  $p_\infty$ , respectivement les pentes initiale et à l’infini de la courbe d’écrouissage et  $\Sigma_\infty$ , l’intersection de la courbe  $p_\infty$  avec l’ordonnée à l’origine.

Jusqu'ici, l'influence du coefficient de restitution  $e_r$  (qui est défini comme le rapport des composantes normales de la vitesse de retour et de la vitesse incidente) sur la taille de la zone de contact n'a pas été considérée. Pour prendre en compte cet effet, Fathallah, Inglebert et Castex (1998) ont apporté une modification à l'équation 1.18 qui devient :

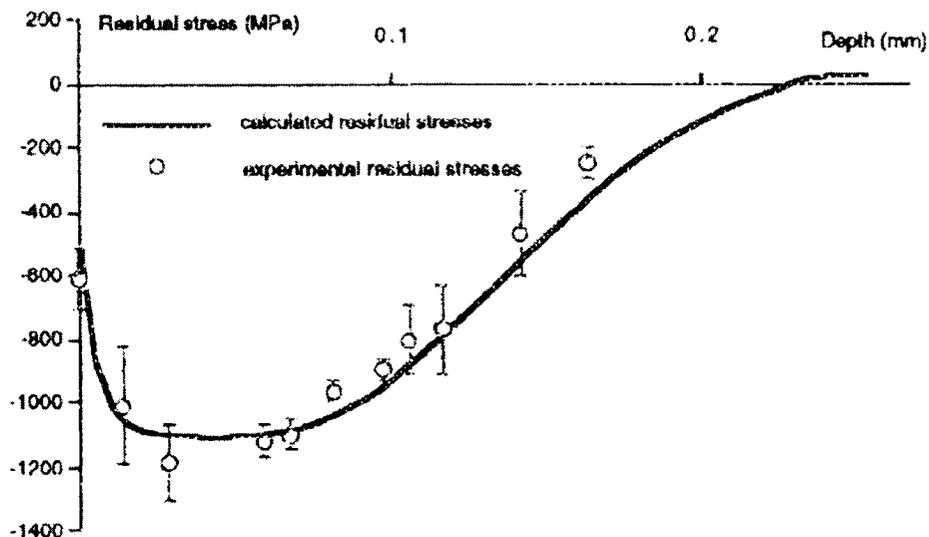
$$a = \left( \frac{5\pi\rho_b V_I^2 e_r^2}{2E} \right)^{1/5} \frac{D}{2} \quad (1.21)$$

Où la valeur de  $e_r$  inclut celle du facteur  $K$  de l'équation 1.18.

Des études ont été réalisées par Iida (1984), notamment pour quantifier l'effet de l'angle d'impact sur la taille et la forme de l'empreinte. Il a observé que le diamètre et la profondeur de l'empreinte laissée par un impact se produisant à une vitesse  $V_I$  et à un angle  $\theta$  par rapport à une direction normale à la surface sont les mêmes que pour un impact normal, se produisant à une vitesse  $V_I \sin \theta$ , ce qui correspond à la composante normale de la vitesse  $V_I$ . Fathallah, Inglebert et Castex (1998) ont introduit ces notions dans leur modèle et l'équation 1.21 devient alors :

$$a = \left( \frac{5\pi\rho_b V_I^2 e_r^2 \sin^2 \theta}{2E} \right)^{1/5} \frac{D}{2} \quad (1.22)$$

Avec ces modifications, le modèle prédit des valeurs de contraintes résiduelles qui concordent avec les valeurs expérimentales pour tous les alliages, y compris les alliages d'aluminium et de nickel; la Figure 1.16 illustre la situation pour l'alliage au nickel Udimet 720.



**Figure 1.16** Comparaison entre les valeurs des contraintes résiduelles obtenues du modèle de l'ENSAM et les valeurs expérimentales, pour un alliage de Nickel, Udimet720 (Fathallah, Inglebert et Castex, 1998)

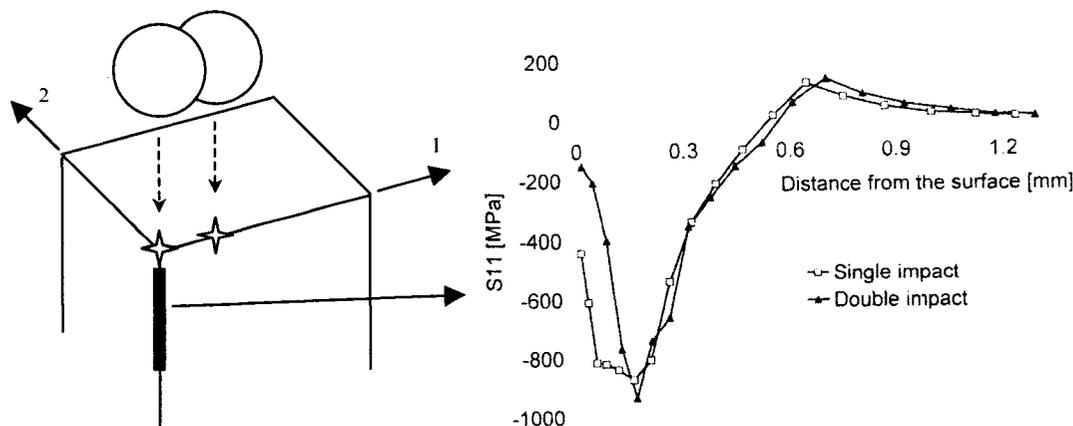
### 1.5.2 Simulation d'impacts par la méthode des éléments finis

Depuis les premières tentatives de Al-Obaid (1990, 1993, 1994a et 1994b) pour simuler le procédé de grenailage par éléments finis, de nombreux travaux ont été réalisés. Les approches sont variées, mais certaines tendances sont évidentes. Dans cette section, un résumé des conclusions importantes observées dans l'ensemble des travaux sera présenté.

#### Impact simple et impacts multiples

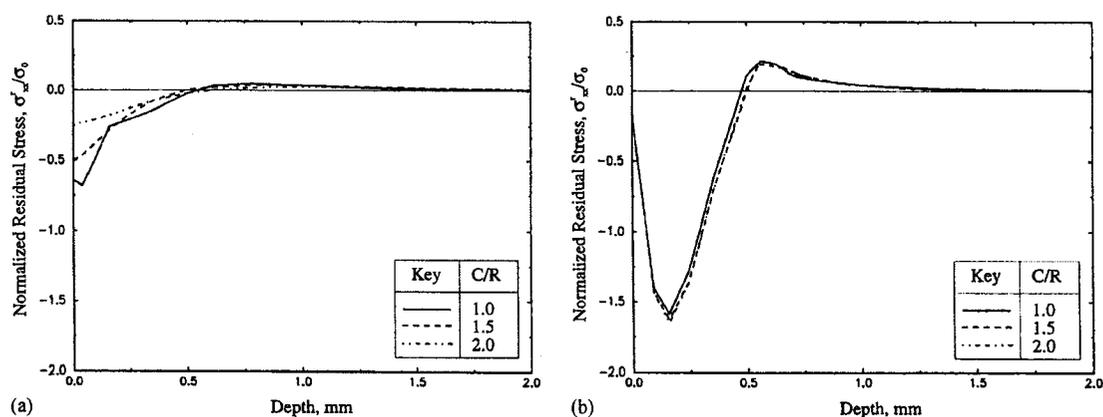
Baragetti (2001) a réalisé une étude dynamique d'étendue limitée pour vérifier l'effet d'un ou plusieurs impacts sur la distribution des contraintes résiduelles dans la région située en dessous du premier impact. Le deuxième impact a été généré après que les contraintes résiduelles associées au premier impact soient stabilisées; son point de contact est situé sur le contour de l'empreinte laissée par le premier impact (Figure 1.17). L'auteur affirme que les contraintes résiduelles dues à des impacts multiples sont

les mêmes que celles pour un impact simple, bien que les profils des contraintes résiduelles sous le point de contact du premier impact, suite à un et deux impacts, diffèrent considérablement dans la région immédiatement sous la surface.



**Figure 1.17 Distributions des contraintes résiduelles résultant d'un impact et deux impacts, calculées sous le point de contact du premier impact (Baragetti, 2001)**

Dans une étude plus approfondie, Meguid, Shagal, Stranart et Daly (1999) ont calculé les contraintes résiduelles à l'aide d'un modèle similaire à celui de Baragetti, mais en tenant compte d'autres facteurs. Ils ont fait varier la distance  $C$  entre les deux points d'impact et la localisation des points où les contraintes sont calculées (Figure 1.18). Ils concluent que les contraintes dans la région située directement sous le point d'impact sont peu influencées par des impacts multiples et le sont de moins en moins si la distance entre les impacts est augmentée. Cependant, si le point de mesure est situé entre les deux points d'impact, les contraintes sont alors modifiées de manière significative par un deuxième impact. Plus la distance est grande, moins les contraintes sont affectées. Ils concluent donc que l'influence d'impacts multiples est significative.



**Figure 1.18 Distributions des contraintes résiduelles simulées en fonction de la distance C entre deux impacts simultanés. À gauche, contraintes entre les impacts, à droite, sous le premier impact.**

### Paramètres d'importance

Plusieurs paramètres liés au modèle d'éléments finis peuvent influencer les résultats de calculs des contraintes résiduelles. Ce sont principalement la forme et la taille du modèle, la loi de comportement des matériaux de la bille et de la pièce grenailée, le frottement, le nombre et la distribution des points d'impacts. Dans la section qui suit, les résultats d'études portant sur ces aspects de la modélisation seront examinés.

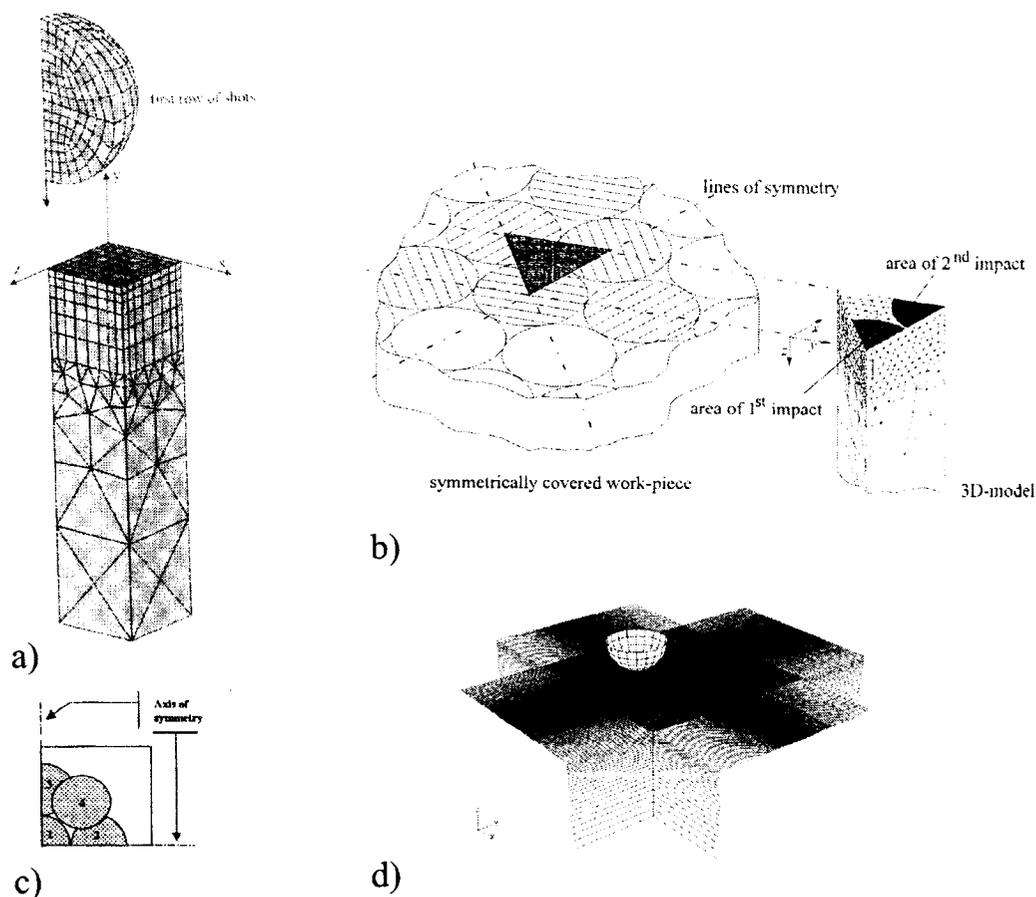
#### Forme et dimensions du modèle

Pour illustrer l'influence des dimensions et de la forme du modèle d'éléments finis sur les résultats et les temps de calcul, quatre modèles en trois dimensions (Figure 1.19) ont été sélectionnés.

Meguid, Shagal et Stranart (2002) ont réalisé une des études les plus complètes à ce jour pour la simulation du grenailage par éléments finis (Figure 1.19a). Ils ont utilisé un modèle avec une surface à impacter de forme carrée et quatre plans de symétrie (deux plans pour la bille et deux plans pour la pièce à grenailier). Le côté du carré a une

longueur égale à la distance entre deux points d'impact. L'avantage de ce modèle est de permettre la simulation de nombreux impacts avec un modèle de taille minimale, ce qui diminue les temps de calculs. Pour justifier leur choix, ils supposent que l'effet du bord des plaques sur les contraintes résiduelles est négligeable, dans la zone étudiée. Plus récemment, Majzoobi et Azizi (2005) ont également appliqué cette approche.

Schiffner et Droste (1999) ont choisi un modèle triangulaire à trois plans de symétrie, ce qui leur a permis d'intégrer les résultats d'un modèle axisymétrique dans un modèle en trois dimensions (Figure 1.19b). Le triangle équilatéral permet la simulation de plusieurs impacts sur une surface plus petite que celle du modèle carré.



**Figure 1.19** Modèle d'éléments finis en trois dimensions pour le calcul des contraintes résiduelles dues à des impacts : a) quatre plans de symétrie (Meguid, Shagal et Stranart, 2002); b) Trois plans de symétrie (Schiffner et Droste 1999); c) deux plans de symétrie (Deslaef, Rouhaud et Rasouli-Yazdi, 2000); d) aucune symétrie (Schwarzer, Schulze et Vöhringer, 2002)

Une autre approche plutôt populaire est celle proposée par Edberg, Lindgren et Mori (1995) qui consiste à modéliser uniquement un quart de la plaque en utilisant deux plans de symétrie (Figure 1.19c). Deslaef, Rouhaud et Rasouli-Yazdi (2000) ont également adopté cette approche. Quoiqu'elle nécessite un plus grand nombre d'éléments que les approches précédentes, la réduction de temps de calcul par rapport à un modèle complet demeure toutefois importante. Les effets de bords peuvent également être étudiés avec ce modèle.

La modélisation complète de la plaque sans aucune symétrie (Figure 1.19d) est un choix pénalisant au point de vue du temps de calcul mais il permet toutefois d'obtenir des résultats plus représentatifs, selon Schwarzer, Schulze et Vöhringer (2002). D'après ces auteurs, puisque l'utilisation de plans de symétrie implique que plusieurs impacts auront forcément lieu en même temps, ceci peut influencer le développement des contraintes résiduelles. La superposition des contraintes induites par deux impacts simultanés peut entraîner des déformations plastiques qui pourraient ne pas être présentes lorsque les impacts ne se produisent pas au même instant. Des éléments infinis sont ajoutés tout autour du modèle pour éviter le retour d'ondes qui peut être présent dans une analyse dynamique. Evans (2002), qui a utilisé un modèle combiné d'éléments finis et discrets développé par Han et *al* (2000a, 2000b, 2001), a également retenu cette approche.

Tous les auteurs ont effectué des analyses de convergence pour déterminer les dimensions des modèles et la taille des éléments à utiliser, ces paramètres étant fortement dépendants des conditions de maillage simulées.

### Loi de comportement des matériaux

Parmi les paramètres qui caractérisent le comportement des matériaux de la plaque et des grenailles, ceux qui ont reçu une attention particulière sont les mécanismes

d'écrouissage, le taux de déformation  $\dot{\epsilon}$  et la rigidité des grenailles. Dans cette section, les résultats de quelques études sont présentés.

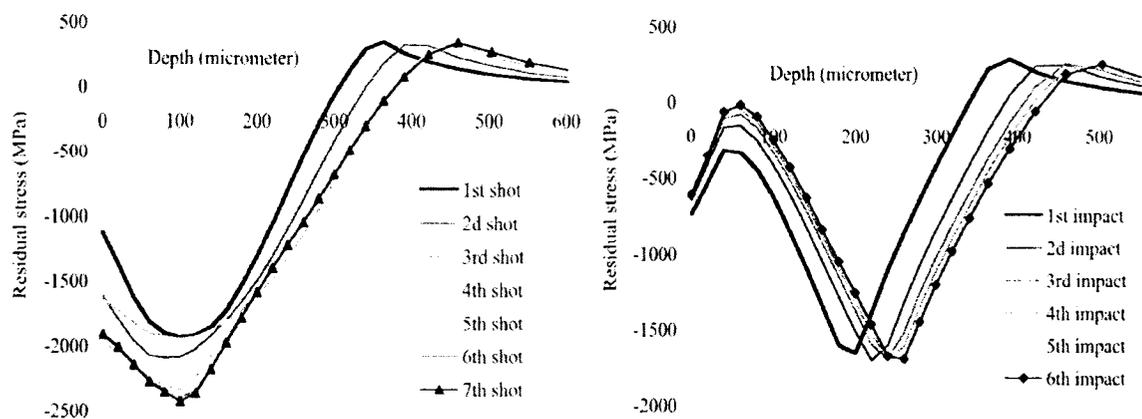
Lors d'un impact sur une plaque, le matériau est comprimé et des déformations plastiques sont induites. L'écrouissage du matériau peut se faire selon trois mécanismes : l'écrouissage cinématique, l'écrouissage isotrope ou une combinaison des deux (Lemaitre et Chaboche, 2004). L'écrouissage cinématique permet le développement de déformations plastiques autant lors du déchargement que du chargement, alors que l'écrouissage isotrope ne le permet pas. La différence entre les mécanismes se manifeste de manière importante pour un chargement cyclique. Ces deux situations peuvent certainement se produire lors du grenailage.

Schwarzer, Schulze et Vöhringer (2003) ont étudié l'influence du mécanisme d'écrouissage sur les contraintes résiduelles induites dans une plaque grenillée. Leur modèle était composé d'un bloc sans symétrie (Figure 1.19d) et 38 impacts ont été répartis autour d'un point central, de manière ordonnée. La vitesse d'impact était de 35 m/s pour un diamètre de grenaille de 0,56 mm. Ils ont observé peu de différences entre les profils des contraintes résiduelles obtenus à partir des deux mécanismes d'écrouissage. Cependant, ils ont rapporté que les paramètres les plus influents étaient la limite d'écoulement et le module tangent, plutôt que le mécanisme.

Rouhaud, Ouakka, Ould, Chaboche et François (2005) ont étudié l'effet des mécanismes d'écrouissage à l'aide d'un modèle axisymétrique. Les simulations ont été réalisées pour plusieurs impacts à une vitesse de 75 m/s, avec des grenailles de 0,4 mm. Les résultats, présentés à la Figure 1.20, montrent que le mécanisme d'écrouissage a une grande influence sur le profil de contraintes résiduelles. Pour le modèle isotrope, les régions en surface et près de la surface sont fortement en compression et la zone en profondeur est en tension et ce, quel que soit le nombre d'impacts. Selon le modèle cinématique, il existe deux zones en tension et deux zones en compression; l'intensité des contraintes

résiduelles en tension et en compression est plus grande en profondeur qu'en surface. Les résultats des études de Rouhaud *et al* et de Schwarzer *et al* ne peuvent être comparés car les simulations ont été réalisées dans des conditions de grenailage différentes.

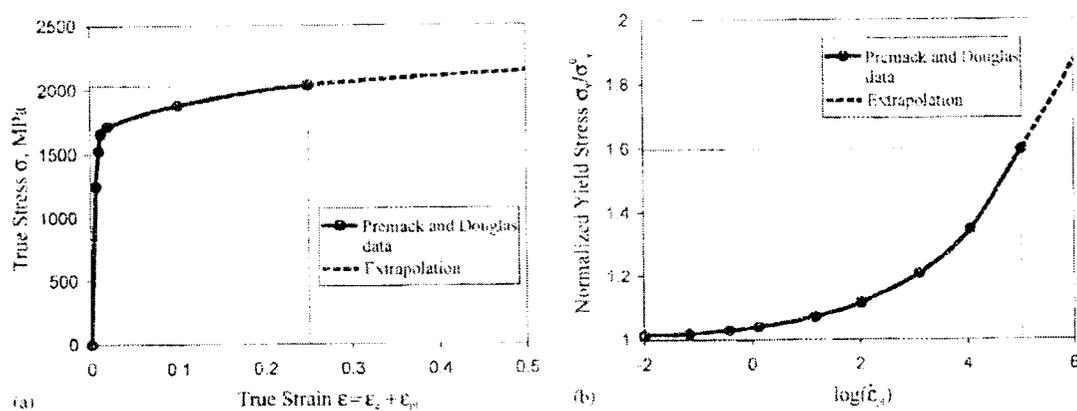
Il est reconnu que le taux de déformation a une influence sur les propriétés mécaniques de certains matériaux. Il est important de vérifier si ce dernier a un effet considérable sur le calcul des contraintes résiduelles, étant donné le caractère dynamique du procédé de grenailage. Mori, Osakada et Matsuoka (1994) ont été les premiers à simuler, à l'aide d'un modèle axisymétrique, l'effet du taux de déformation sur le développement des contraintes résiduelles, suite à un seul impact. En modélisant le matériau de la plaque suivant une loi de plasticité exponentielle isotrope, ils ont démontré que le taux de déformation influence de manière significative la distribution et la valeur des contraintes résiduelles.



**Figure 1.20 Évolution des contraintes résiduelles suite à plusieurs impacts, pour un matériau à écrouissage isotrope (gauche) et à écrouissage cinématique (droite) (Rouhaud, Ouakka, Ould, Chaboche et François, 2005)**

Premack et Douglas (1995) ont étudié l'influence du taux de déformation sur le comportement contrainte-déformation de l'acier AISI 4340 (Figure 1.21); la courbe de l'essai en traction statique est présentée à la Figure 1.21a et la variation de la contrainte d'écoulement normalisée en fonction du taux de déformation est illustrée à la Figure

1.21b. Ces résultats montrent que la contrainte d'écoulement augmente de manière très importante avec le taux de déformation. Meguid, Shagal et Stranart (2002) ont utilisé ces données pour étudier, à l'aide d'un modèle d'éléments finis, l'effet du taux de déformation sur le champ de contraintes résiduelles d'une plaque grenillée. Ils ont observé qu'à certains endroits de la plaque, le taux de déformation atteignait une valeur aussi élevée que  $6 \times 10^5$  /s, ce qui signifie que la valeur de la limite d'écoulement locale était presque deux fois supérieure à la valeur quasi-statique. Il va sans dire que ce comportement du matériau peut influencer la distribution des contraintes résiduelles de manière significative. En comparant les résultats obtenus d'un modèle qui ne tient pas compte de l'effet du taux de déformation à ceux d'un modèle qui considère cet effet, une augmentation de 32% de la contrainte de compression maximale et une diminution de 42% de la profondeur de la zone plastifiée sont observées pour le deuxième modèle, ce qui démontre l'importance du taux de déformation sur les effets du grenillage.



**Figure 1.21 Propriétés de l'acier AISI 4340 en traction a) Relations contrainte-déformation pour un essai statique; b) Facteur d'amplification de la contrainte d'écoulement en fonction du taux de déformation (Meguid, Shagal et Stranart, 2002)**

D'autres auteurs ont également tenu compte de l'effet du taux de déformation dans leurs simulations. C'est le cas de Majzoubi et Azizi (2005) qui ont utilisé la loi de comportement de matériau de Cooper-Symonds donnée par la relation suivante :

$$S_Y = \sigma_0 \left[ 1 + (\dot{\epsilon}/C)^{1/p} \right] \quad (1.23)$$

Où  $\dot{\epsilon}$  est le taux de déformation,  $C$  et  $p$  sont des constantes propres à chaque matériau et  $\sigma_0$  est la limite élastique quasi-statique. Les auteurs n'ont toutefois pas effectué de simulation avec différentes valeurs du taux de déformation, ce qui aurait permis de quantifier son effet sur le champ de contraintes résiduelles.

Rouhaud et Deslaef (2002) ont effectué une étude pour quantifier l'effet de la rigidité de la grenaille sur le profil des contraintes résiduelles. En comparant les résultats obtenus pour différentes vitesses et différentes limites élastiques de la plaque et de la grenaille, allant jusqu'à modéliser la grenaille comme étant rigide, l'étude a permis de dégager deux conclusions. En premier lieu, plus la vitesse d'impact est élevée, plus l'influence de la limite élastique de la grenaille est importante. Par exemple, à une vitesse d'impact de 20 m/s sur une plaque d'aluminium, très peu de différences sont observées entre les résultats obtenus pour une grenaille rigide et pour une grenaille dont la limite d'élasticité est de 1200 MPa. La différence est toutefois importante lorsque la vitesse d'impact est augmentée à 80 m/s. Lorsque la rigidité de la plaque est élevée (par exemple, plaque d'acier), la rigidité de la grenaille a une influence significative, même pour une vitesse d'impact de 20 m/s; l'effet est plus marqué lorsque la vitesse d'impact est de 80 m/s. Ces résultats indiquent que non seulement la vitesse d'impact a un effet mais que le rapport entre la limite élastique de la grenaille et celle de la plaque influence les résultats du grenailage; plus ce rapport est grand, moins la rigidité a de l'importance. L'utilisation de grenailles rigides doit se faire avec précaution pour éviter de surestimer les contraintes résiduelles.

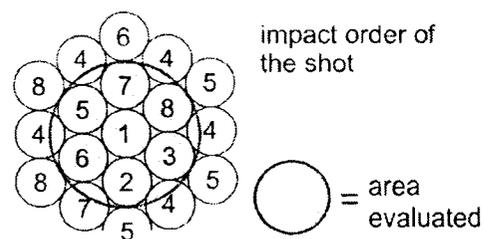
### Coefficient de frottement

La seule étude réalisée à ce jour concernant l'effet du coefficient de frottement sur le champ de contraintes résiduelles induites par un impact a été faite par Meguid, Shagal et Stranart (2002). Ils ont effectué plusieurs simulations d'impact simple en faisant varier le coefficient de friction de Coulomb,  $\mu$ , entre 0 et 0,5. Deux effets ont été observés.

Pour une valeur spécifiée de  $\mu$ , l'effet du frottement sur les contraintes résiduelles est très localisé près de la surface de la pièce. Au-delà d'une certaine profondeur, l'effet devient négligeable. De plus, pour des valeurs de  $\mu$  allant jusqu'à 0,1, une variation de  $\mu$  entraîne des changements notables dans le profil des contraintes résiduelles; cependant, lorsque  $\mu$  varie entre 0,25 et 0,5, ces changements sont négligeables. Cette étude ne fournit toutefois pas d'indication quant à la valeur réelle du coefficient de friction dans une application de grenailage.

### Distribution des points d'impacts

Pour représenter les conditions de couverture du procédé industriel de grenailage, des impacts multiples doivent être simulés. Dans ce cas, la distance entre les points d'impact a une influence marquée sur les valeurs calculées des contraintes résiduelles. Schwarzer, Schulze et Vöhringer (2002) ont proposé de distribuer les impacts de manière à obtenir une répartition compacte des empreintes (Figure 1.22). La distance entre chaque point d'impact est équivalente au rayon de l'empreinte. Ce modèle mène à une couverture complète.

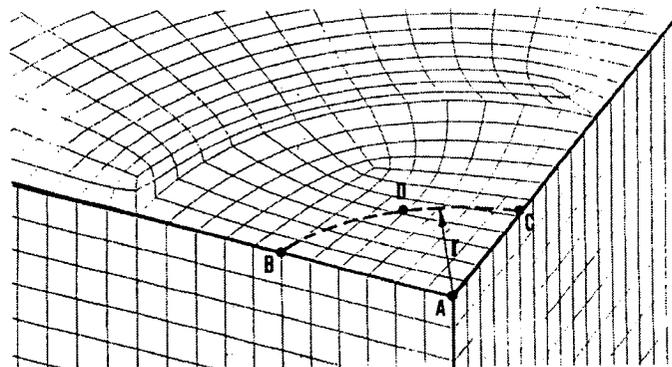


**Figure 1.22 Distribution des impacts pour un modèle sans symétrie (Schwarzer, Schulze et Vöhringer, 2002)**

Meguid, Shagal et Stranart (2002) ont réalisé une étude poussée pour établir l'influence de la distance entre les impacts sur la distribution des contraintes résiduelles; leur objectif était de déterminer les paramètres du modèle qui mèneraient à une répartition la plus uniforme possible des contraintes résiduelles dans la pièce à grenailier. Dans leur

modèle, la surface analysée est limitée par un rectangle plutôt que par un cercle, comme c'était le cas pour le modèle de Schwarzer, Schulze et Vöhringer (2002). Ils ont observé que plus la distance entre les points d'impact est petite, plus la distribution de contraintes est uniforme, ce qui est analogue à l'effet sur la couverture. Les distances ayant été normalisées en fonction du rayon de la grenaille, aucune comparaison entre les deux études ne peut être établie.

Selon Guagliano (2001), la modélisation d'un seul impact central (Figure 1.23), entouré d'impacts disposés sur un cercle, est suffisante pour représenter les conditions réelles de grenailage. Il conclut que des impacts plus éloignés du point central n'auront aucune influence sur les contraintes résiduelles mesurées sous ce point. Le rayon du cercle d'impact doit cependant être une fonction du diamètre des grenailles, de la vitesse d'impact et des caractéristiques des matériaux en présence.



**Figure 1.23 Distribution des impacts pour un modèle avec deux plans de symétrie (Guagliano, 2001)**

### Nombre d'impacts

D'après Al-Hassani (1981), après un certain nombre d'impacts de même énergie, le matériau ne se déforme plus et il atteint un état stabilisé. Cet état stabilisé est appelé la saturation. Le matériau pourrait se déformer davantage, mais seulement sous l'effet d'un impact plus énergétique, de vitesse plus élevée par exemple. Pour l'étude des contraintes

résiduelles dues au grenailage, cette observation est très importante. En effet, pour établir toute comparaison entre les valeurs obtenues à l'aide de modèles par éléments finis et les valeurs expérimentales, il est important de savoir si le matériau est saturé ou non. Schwarzer, Schulze et Vöhringer (2002) ont observé la saturation en superposant deux distributions d'impact similaires à celle présentée à la Figure 1.22, mais légèrement décalées de manière à obtenir une couverture complète. En comparant les contraintes résiduelles obtenues pour les deux cas, très peu de différences entre les deux distributions de contraintes sont observées. Les auteurs expliquent ceci par le phénomène de saturation bien qu'ils n'aient réalisé aucune étude spécifique sur cet aspect. D'un autre côté, les résultats de Rouhaud, Ouakka, Ould, Chaboche et François (2005) présentés à la Figure 1.20 montrent qu'après plus de six ou sept impacts au même endroit, les changements de contraintes résiduelles deviennent pratiquement nuls.

#### Zone de mesure des contraintes résiduelles

Guagliano (2001), de même que la plupart des autres auteurs, ont calculé les contraintes résiduelles uniquement sous le point d'impact initial. En faisant la moyenne des contraintes obtenues dans les deux directions, sous ce point, il a déterminé l'état des contraintes résiduelles moyennes sous la surface.

Schwarzer, Schulze et Vöhringer (2002) ont choisi une zone centrale regroupant sept impacts (Figure 1.22). Puisque d'une part, la valeur des contraintes résiduelles résultant d'un seul impact varie selon l'endroit où elle est calculée et, que d'autre part, le profil de contrainte ponctuel ne peut être mesuré expérimentalement, il faut utiliser une zone suffisamment grande pour pouvoir comparer les résultats de la simulation avec les valeurs expérimentales obtenues, par exemple, par diffraction aux rayons X. En général, cette technique permet de mesurer la contrainte moyenne sur une zone minimale d'environ  $1\text{mm}^2$ . En choisissant une zone couvrant sept impacts pour faire une moyenne des contraintes résiduelles parallèles à la surface, selon deux directions normales, la

variation de la contrainte calculée dans la région d'intérêt est atténuée et toute comparaison entre les valeurs calculées et les valeurs mesurées devient plus adéquate.

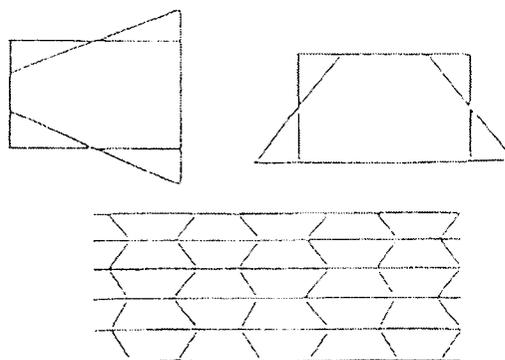
### **Problèmes couramment rencontrés**

Outre les difficultés liées à la géométrie du modèle et au maillage, deux problèmes peuvent se manifester lors de la simulation d'impacts multiples : ce sont les vibrations excessives et le phénomène d'hourglass.

Lorsque le modèle d'éléments finis utilisé pour simuler le grenailage inclut les équations de la dynamique, des vibrations excessives peuvent apparaître si aucun mécanisme d'amortissement n'est préalablement introduit dans le modèle. Le problème peut devenir particulièrement important lorsque des plans de symétrie sont utilisés. Meguid, Shagal et Stranart (2002) ont analysé ce problème, mais n'ont toutefois pas quantifié son influence sur les résultats des simulations. Ils ont tout simplement introduit de l'amortissement artificiel pour atténuer les vibrations entre deux impacts subséquents. L'amortissement est toutefois maintenu nul durant les impacts pour éviter de modifier les forces de contact. Il peut également être utile d'utiliser l'amortissement, simplement pour analyser les résultats avec des valeurs stabilisées. D'autres méthodes, comme les éléments infinis, les surfaces non-réfléctives ou encore l'amortissement artificiel peuvent également être utilisées.

Quant au problème d'hourglass, il est associé aux méthodes de calcul explicites qui utilisent souvent un seul point d'intégration au centre de masse de l'élément. Des modes de déformation inhabituels des éléments, tels qu'illustrés à la Figure 1.24, correspondant à des niveaux d'énergie de déformation nuls, peuvent alors apparaître (ANSYS LS-DYNA User's guide, 2004). Évidemment, ceci peut influencer les résultats. Plusieurs méthodes sont disponibles pour remédier à ce problème. Baragetti (2001) a simplement choisi d'utiliser un paramètre de contrôle d'hourglass disponible dans le logiciel Abaqus

5.4. Dans la dernière version de LS-Dyna, plusieurs méthodes de contrôle de l'hourglass sont incluses (ANSYS LS-DYNA User's guide, 2004). En plus de la méthode d'intégration totale, qui enrayer le problème en utilisant plusieurs points d'intégration, mais qui augmente le temps de calcul et la rigidité du modèle, six autres algorithmes sont offerts. Ces algorithmes sont basés sur deux approches. La première consiste à ajouter une forme de rigidité qui résiste aux modes de déformation d'hourglass mais qui permet les déformations usuelles et les déplacements rigides. Dans la deuxième approche, de l'amortissement est ajouté dans la direction des modes d'hourglass. Selon les conditions de simulation, et en particulier, dépendant de la vitesse d'impact, une approche ou l'autre sera plus efficace. Il faut toutefois être prudent en spécifiant les paramètres de contrôle d'hourglass car ceux-ci peuvent modifier les résultats en augmentant la rigidité du modèle. Une bonne pratique est de s'assurer que l'énergie d'hourglass ne dépasse jamais 10% de l'énergie interne du modèle (ANSYS LS-DYNA User's guide, 2004).



**Figure 1.24 Modes de déformation hourglass pour des éléments en deux dimensions (Baragetti, 2001)**

### **1.6 Simulation du procédé de mise en forme par grenailage**

Jusqu'à présent, la génération de l'ensemble des paramètres pour former une pièce par grenailage a été typiquement réalisée à partir de relations géométriques simples. Ces relations sont basées sur des hypothèses qui ne sont pas valides pour des géométries complexes. Le développement d'une simulation complète du procédé de formage par

grenailage est donc nécessaire pour améliorer la précision des méthodes existantes. Ceci implique de connaître les relations entre les paramètres de grenailage et la courbure développée pour une multitude de conditions. Quelques approches ont été proposées, basées sur des relations empiriques reliant l'intensité Almen à la courbure ou basées sur des simulations d'impacts par éléments finis. La différence entre les méthodes est surtout associée à la façon d'établir une relation entre les paramètres de grenailage et le rayon de courbure. Dans cette section, les modèles développés par Gardiner et Platts (1999), Homer et VanLuchene (1991), et Kopp et Wüstefeld (1990) seront présentés.

### **1.6.1 Modèle de Gardiner et Platts**

Pour simplifier l'étude du champ de contraintes résiduelles induites par grenailage, Gardiner et Platts (1999) ont considéré uniquement les cas où le grenailage est fait sous des conditions de couverture complète et de saturation des propriétés du matériau. Le profil de contraintes résiduelles existant sous le point de contact d'un seul impact est alors considéré comme étant celui qui sera présent pour toute la surface traitée. Ce profil est obtenu par la théorie de contact de Hertz, en y ajoutant un critère de plasticité. Les auteurs appliquent ensuite la distribution de contraintes obtenues à une plaque sous forme de contraintes thermiques (section 1.4.3), ce qui leur permet de simuler le procédé en entier. Une série de paramètres de grenailage leur permet de générer une forme dans une plaque mince. Les résultats exprimés sont pour l'instant uniquement qualitatifs et ne sont pas comparés à des valeurs expérimentales.

### **1.6.2 Modèle de Homer et VanLuchene**

Homer et VanLuchene (1991) ont utilisé des relations empiriques pour relier les rayons de courbure et l'allongement d'une plaque à l'intensité Almen.

Leur développement est basé sur les hypothèses simplificatrices suivantes :

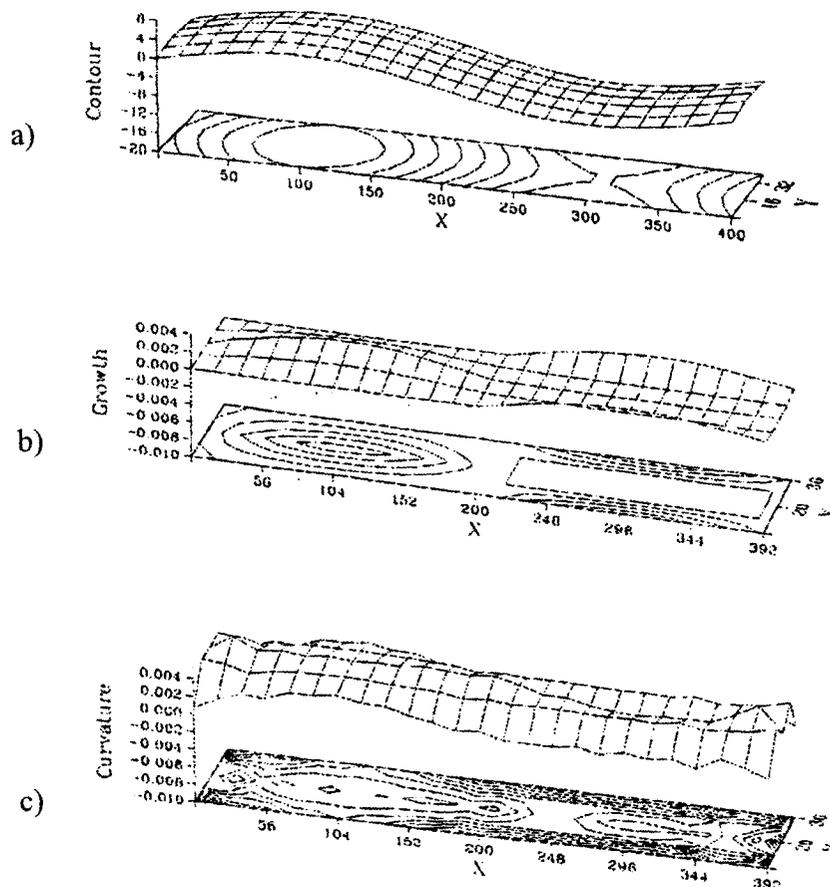
- i. la couverture est complète et uniforme;
- ii. la vitesse d'impact est normale à la surface impactée;
- iii. les effets de bord sont négligeables;
- iv. les surfaces normales à l'axe neutre avant grenailage le demeurent après grenailage, c'est-à-dire que les sections planes demeurent planes.

La distribution des contraintes à travers la plaque se fait selon la méthode de la source de contrainte initialement proposée par Flavenot et Niku-Lari (1977) (section 1.5.1 , éq. 1.20). L'effet du grenailage est donc associé à une force axiale et à un moment de flexion. À l'aide de la théorie des plaques minces, une relation simple est établie entre le rayon de courbure et le moment de flexion appliqué. Cette relation est ensuite combinée à la relation empirique qui établit le lien entre l'intensité Almen et le rayon de courbure, pour finalement obtenir une relation directe entre l'intensité de grenailage et le moment de flexion. La même procédure est appliquée pour obtenir une relation entre la force et l'intensité de grenailage. À l'aide de ces relations, les auteurs ont construit un modèle d'éléments finis basé sur des contraintes thermiques pour générer la forme que prendra un panneau grenailé.

Les relations empiriques sont ensuite inversées, ce qui permet de réduire le problème de génération de la distribution des paramètres de grenailage, à celui de la détermination de l'allongement et du rayon de courbure de la plaque à chaque point du modèle. Dans leur modèle, Homer et VanLuchene ont calculé les valeurs du rayon de courbure et de l'allongement pour des échantillons simplement supportés au contour et traités uniformément sur toute leur surface à une intensité Almen constante. Même si le traitement n'est pas uniforme sur toute la surface dans une application réelle, les erreurs engendrées par cette simplification sont néanmoins considérées négligeables. La rigidité causée par la présence de surfaces non-traitées ou traitées dans différentes conditions peut influencer les résultats. Une fonction d'optimisation, basée sur la méthode des

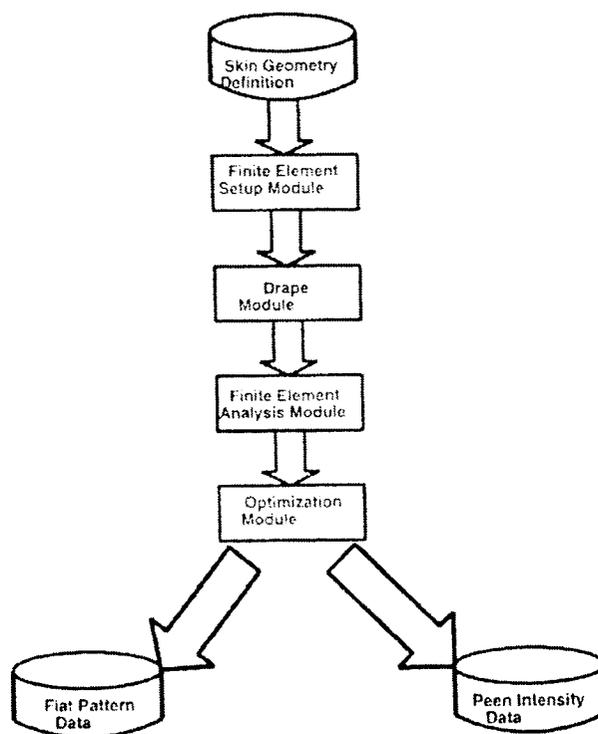
moindres carrés, est appliquée aux déplacements des nœuds du modèle initial et à ceux du modèle final désiré afin de minimiser l'erreur et d'optimiser la répartition des paramètres. Un exemple de résultats obtenus par Homer et VanLuchene est présenté à la Figure 1.25.

La figure a) représente la géométrie désirée, c'est-à-dire la forme à atteindre suite au formage. La figure b) montre la répartition de l'allongement et la figure c) la répartition de la courbure à appliquer à une géométrie initiale plane pour obtenir la forme désirée.



**Figure 1.25 Résultats obtenus pour un contour de type « Gull wing » (Homer et VanLuchene, 1991)**

Le processus développé avait toutefois quelques lacunes. Le calcul de la géométrie initiale plane était fait sans tenir compte de la répartition de l'intensité de grenailage finale et aucune provision n'était faite pour l'effet de la gravité. VanLuchene et Cramer (1996) ont amélioré le processus afin de considérer ces deux effets. Le schéma du nouveau processus est illustré à la Figure 1.26 pour le formage d'un panneau d'aile d'avion.



**Figure 1.26** Processus de simulation complète de la mise en forme par grenailage (VanLuchene et Cramer, 1996)

Les deux premiers modules (*Skin Geometry Definition* et *Finite Element Setup Module*) servent uniquement à définir la géométrie du problème. Le module de gravité (*Drape Module*) permet de tenir compte de l'effet d'enroulement du panneau d'aile sous son propre poids lorsque ce dernier est installé sur la structure de l'aile. Cet effet est important, étant donné que les pièces mises en forme par grenailage sont minces et de grandes dimensions. Vient ensuite le module d'analyse par éléments finis (*Finite Element Analysis Module*). Cette étape est basée sur une approche dite de chargement

unitaire; elle sert à déterminer les relations d'influence qui permettent de quantifier l'effet des paramètres de grenailage sur le développement de la forme. Un chargement unitaire en tension et en flexion est appliqué à chaque élément du modèle et les déplacements obtenus sont enregistrés dans les relations d'influence. Ces relations servent ensuite à faire l'optimisation de la répartition des paramètres de grenailage dans le module d'optimisation. Ce module sert à calculer la géométrie initiale plane et la répartition des paramètres de grenailage sur la surface de la pièce. Les auteurs n'ont présenté aucun résultat obtenu à l'aide de ce processus de calcul.

### **1.6.3 Autres modèles**

Il existe une troisième approche pour simuler la mise en forme par grenailage. Cette approche est basée sur l'obtention des contraintes résiduelles à partir de simulations d'impacts par éléments finis. Les principales avancées pour la simulation d'impacts ont été présentées à la section 1.5.2 . Cependant, la grande majorité des résultats de simulations a été obtenue pour de faibles intensités de grenailage et ils ne sont donc pas d'une grande utilité pour la mise en forme, car dans ce cas, l'intensité de grenailage est très élevée.

Kopp et Wüstefeld (1990) ont combiné les résultats des contraintes résiduelles obtenus pour un impact avec un modèle de couverture qui permet de planifier la trajectoire de nombreuses passes du jet de particules. Ils ont simulé et calculé la répartition des paramètres de grenailage et surtout, les trajectoires exactes que devrait suivre la machine de grenailage pour obtenir la couverture désirée. Ce procédé a été développé pour le programme de la fusée Ariane 5. Il a été perfectionné par la suite en l'intégrant à un système entièrement informatisé de génération de langage machine (Kopp, Wüstefeld et Linnemann, 1993).

Afin de pallier à la principale lacune de la méthode précédente, c'est-à-dire la simulation d'un seul impact, Wang, Platts et Levers (2002) ont simulé jusqu'à 1000 impacts sur une même surface. Ils ont étudié le formage par grenailage, de même que l'effet de la couverture sur les contraintes résiduelles. Les auteurs ont utilisé le même modèle pour la simulation d'impacts et du formage et ils ont comparé les résultats avec des données expérimentales. Les résultats sont illustrés à la Figure 1.27. À première vue, il apparaît que les valeurs calculées et les valeurs expérimentales concordent parfaitement; cependant, les résultats du modèle d'éléments finis ont été calibrés pour se rapprocher le plus possible des valeurs expérimentales, ce qui rend ces résultats inutilisables pour toute condition n'étant pas exactement identique à celles simulées lors de cette étude.

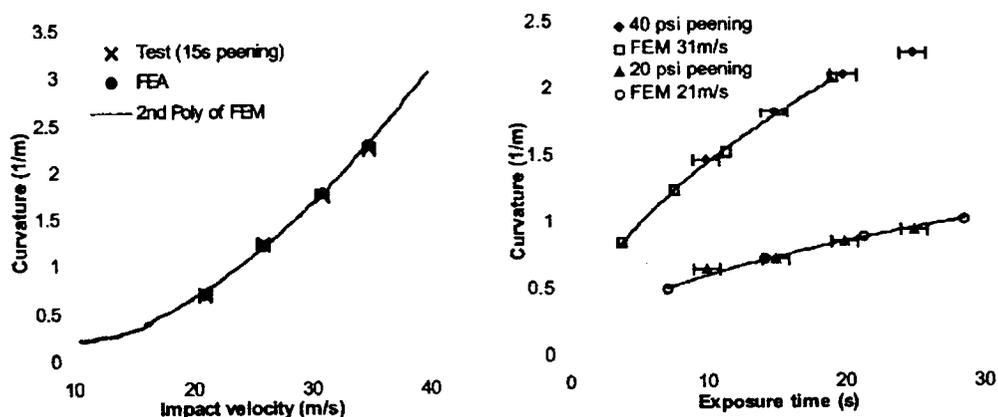


Figure 1.27 Comparaison des résultats expérimentaux et de la simulation pour 15 s de grenailage (gauche) et pour des vitesses et pressions différentes (droite) (Wang, Platts et Levers, 2002)

Bien que cette simulation semble également intéressante d'un point de vue industriel étant donné sa simplicité (un seul modèle est utilisé), les auteurs ont également utilisé des éléments multicouches (section 1.4.3) pour effectuer la simulation du formage. Lorsque plus de 1000 impacts ont été simulés, il a été nécessaire de travailler avec un maillage de la plaque plutôt grossier. Pour un rayon de grenaille de 0,968 mm, des éléments de 0,3 x 0,3 mm ou, dans les endroits critiques, de 0,2 x 0,2 mm, sont utilisés. Un minimum de neuf éléments est fixé pour modéliser la plaque dans le sens de l'épaisseur. Ceci signifie qu'il y a au plus dix éléments de longueur pour la surface

projetée d'une grenaille et donc, beaucoup moins sur la surface de contact. Les forts gradients de contraintes observés en profondeur par plusieurs auteurs pourraient ne pas être bien représentés avec seulement une dizaine d'éléments.

#### **1.6.4 Calcul de la géométrie initiale plane et de la répartition des paramètres de grenailage**

En général, dans un milieu industriel, le produit fini est d'abord élaboré. Viennent ensuite le choix et la mise en œuvre du procédé de fabrication pour obtenir ce produit. Dans le cas des panneaux d'ailes formés par grenailage, les outils actuels de simulation ne permettent pas de simuler le procédé à rebours, c'est-à-dire de prédire les dimensions initiales de la pièce à grenailer pour obtenir la forme finale spécifiée. C'est un problème de taille puisque la géométrie usinée doit être spécifiée en début de production; pourtant, très peu d'auteurs s'y sont attardés. Parmi les modèles proposés, celui de VanLuchene et Cramer (1996) illustré à la Figure 1.26 permet de calculer la géométrie initiale en tenant compte du traitement final de la pièce. Cependant, très peu de détails ont été donnés quant à la méthode de calcul utilisée.

Wang et Platts (2002) ont proposé une méthode simple pour calculer, à partir d'une géométrie finale complexe, la géométrie plane initiale d'une aile d'avion, en tenant compte de l'allongement dû au grenailage. Leur développement est basé sur le fait que, même si les surfaces d'ailes d'avion sont généralement non-développables, les déplacements et les courbures sont assez petits pour supposer que la surface est développable. À partir de cette hypothèse, des relations géométriques peuvent être appliquées. Ils ont introduit une autre simplification importante en développant une relation qui permet de déterminer l'allongement à partir de la courbure.

En supposant que la force résultante ( $F$ ) due aux contraintes résiduelles est située très près de la surface du matériau, une relation simple entre la contrainte de flexion ( $\sigma_f$ ) et la contrainte axiale ( $\sigma_a$ ) peut être calculée, liant ainsi la courbure et l'allongement :

$$\frac{\sigma_a}{\sigma_f} = \frac{h}{6e} \quad (1.24)$$

où  $h$  est l'épaisseur de la plaque et  $e$  est le bras de levier de la force  $F$  et égal à  $h/2$ .

La surface désirée (forme finale grenillée) est donc maillée telle qu'illustrée à la Figure 1.28. Les courbes  $C_1$  et  $C_2$  divisent la surface en quatre quadrants et l'intersection des deux courbes donne le centre du modèle ( $O_d$ ). Ensuite, connaissant les rayons de courbure et l'épaisseur de chaque élément, l'allongement peut être calculé et le développement de la surface peut être fait. Cette méthode a l'avantage d'être simple mais d'après VanLuchene et Cramer (1996), l'hypothèse selon laquelle la force résultante est localisée très près de la surface n'est pas très représentative de la réalité. Cette hypothèse serait valide pour un grenailage de faible intensité. Pour des applications de mise en forme, il n'est pas rare de recourir à des intensités élevées et la profondeur de la couche plastifiée devient alors importante par rapport à l'épaisseur totale de la plaque. Pourtant, pour le cas simple d'un cône tronqué, la méthode a donné de bons résultats.

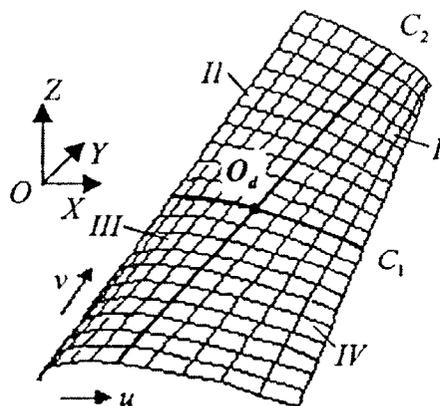


Figure 1.28 Maillage de la géométrie désirée (Wang et Platts, 2002)

## **1.7 Modélisation de l'indentation et du coefficient de restitution d'un impact**

Le grenailage aux ultrasons est un procédé complexe pour lequel il est très difficile de mesurer la vitesse d'impact des grenailles à cause de la cavité fermée dans laquelle elles se trouvent. Pour y arriver, il est nécessaire, soit de modifier cette cavité pour y voir quelque chose, soit d'utiliser une méthode indirecte de mesure telle la taille d'empreinte. La modification de la cavité entraînant forcément une modification du milieu qui pourrait perturber le processus, la méthode indirecte est donc préférable. Cependant, elle implique le développement d'un modèle qui relie la vitesse d'impact à la taille d'empreinte. Cette section est un résumé des modèles d'indentation décrits dans la littérature.

### **Modèle d'Evans**

Evans (2002), dans une étude du procédé de grenailage à l'aide d'éléments finis et discrets, a proposé d'utiliser un modèle de taille d'empreinte pour estimer la vitesse d'impact pour des conditions de grenailage données.

Des hypothèses ont été posées pour simplifier les équations :

- i. La pression de contact est constante et égale à  $2,8 S_Y$ ;
- ii. Le rayon de contact maximal de l'empreinte est égal au rayon résiduel de l'empreinte (Tabor, 1947);
- iii. La contrainte d'écoulement  $S_Y$  dépend du taux de déformation moyen durant l'impact mais sa valeur est gardée constante pendant l'impact.

La valeur de la contrainte d'écoulement est obtenue par la relation suivante :

$$S_Y = D \dot{\epsilon}^q \quad (1.25)$$

où  $D$  et  $q$  sont des constantes.

Evans a considéré que la somme de l'énergie élastique de Hertz et de l'énergie plastique (Tabor, 1947) accumulée dans la plaque au moment de la pénétration maximale d'une grenaille était égale à l'énergie cinétique de cette grenaille. Il a pu ainsi exprimer la vitesse d'impact en fonction du rayon final de l'empreinte :

$$V_I = \left[ \frac{2.8 a_f^4 \pi S_Y}{2mR_b} + \frac{14.1 \pi^2 a_f^3 S_Y^2}{3m} \left( \frac{1}{E} \right) \right]^{1/2} \quad (1.26)$$

où  $a_f$  est le rayon de l'empreinte et  $R_b$  le rayon de la bille.

Cette méthode est simple d'utilisation. Il suffit de connaître les propriétés mécaniques du matériau des grenailles et de celui de la plaque et de mesurer un certain nombre de diamètres d'empreintes pour obtenir une mesure de la vitesse d'impact. Son développement était motivé par le désir d'obtenir une évaluation de la vitesse des grenailles à partir d'une relation analytique simple.

### Modèle de Stronge

Plusieurs modèles d'indentation ou de coefficient de restitution fournissent les relations nécessaires pour déterminer la vitesse d'impact. Parmi ceux-ci, celui de Stronge (1995) constitue une approche plus complète car ce modèle tient compte des phases de déformations élastique et plastique durant l'impact, pour calculer le coefficient de restitution. La phase élastoplastique est cependant négligée; cette phase est définie par le fait que seulement une partie de la zone de contact est plastifiée. L'énergie accumulée durant la phase élastique de l'impact est basée sur la théorie de Hertz. Contrairement au modèle de Evans, dans le modèle de Stronge, la pression de contact pour la phase plastique n'est pas fixée. Elle demeure constante, certes, durant un impact, mais elle est donnée par l'équation suivante :

$$p_c = \kappa S_Y \quad (1.27)$$

La valeur de  $\kappa$  se situe dans l'intervalle  $1,1 < \kappa < 3$ ; la borne inférieure correspond à la pression de contact qui provoque le début de la plasticité selon la théorie de Hertz et la

borne supérieure est la valeur seuil qui correspond à un état de déformations planes. Le reste du développement est basé sur le concept de travail. Le travail total jusqu'à la pénétration maximale est égal à la somme du travail effectué pendant les phases de déformation élastique et plastique. À pénétration maximale, le travail total est aussi égal à l'énergie cinétique de la grenaille. La quantité de travail dans le domaine élastique est évaluée selon la théorie de Hertz. Pendant la déformation plastique, la pression de contact demeure constante et la force de contact est exprimée en fonction de la profondeur de pénétration. En s'appuyant sur l'hypothèse ii) du modèle, une expression reliant la vitesse d'impact,  $V_I$ , et le rayon de l'empreinte de contact,  $R$ , est obtenue :

$$V_I = \sqrt{\frac{(243R^4\pi^4S_Y^4 + 1280a_f^4E^4)\pi\kappa S_Y}{2560E^4Rm}} \quad (1.28)$$

où  $m$  est la masse d'une bille.

Cette relation n'a pas été présentée dans la publication de Stronge mais elle a été obtenue après quelques manipulations algébriques simples.

Bien que la relation obtenue soit simple, le modèle de Stronge est plus complet que celui de Evans car il prend en compte les deux phases de l'impact, soit celle de la déformation élastique et celle de la déformation plastique. Le choix de la valeur de  $\kappa$  demeure toutefois problématique.

### **Modèle de Thornton**

Thornton (1997) a également développé un modèle pour le calcul du coefficient de restitution d'un impact. Son approche est quelque peu différente des deux précédentes. Il développe un modèle de type force-déplacement, c'est-à-dire que la force est exprimée en fonction du déplacement tout au long de l'impact. Il est donc possible, simplement en intégrant la relation force-déplacement jusqu'à la profondeur maximale de pénétration, d'obtenir le travail effectué et de le poser égal à l'énergie cinétique de la grenaille.

Le contact est divisé en deux phases : élastique et plastique, cette dernière incluant la partie élastoplastique et la partie complètement plastique. La partie élastique du contact est basée sur la théorie de Hertz. Thornton définit toutefois un nouveau concept, celui de la contrainte d'écoulement de contact (« contact yield stress »). Lors de la phase plastique de la déformation, l'auteur suppose que la pression de contact suit la loi de Hertz, sa valeur maximale ne pouvant toutefois dépasser la valeur de la contrainte d'écoulement de contact (Figure 1.29). Le rayon de la zone alors soumise à ce seuil est  $a_p$ .

En se basant sur ce concept, il est possible de déterminer une relation entre la force et la profondeur de l'empreinte.

$$P = P_y + \pi S_y R (\delta - \delta_y) \quad (1.29)$$

Les valeurs de  $P_y$  et  $\delta_y$  sont déterminées à l'aide de la théorie de Hertz pour deux corps axisymétriques (éq. 1.13 et 1.15); il ne reste plus qu'à intégrer l'équation 1.29 selon  $\delta$ ; avec  $a^2 = R\delta$ , on obtient :

$$\frac{1}{2} m V_f^2 = \frac{8Ea_y^3}{15R^2} + \frac{2\pi S_y a_y^2}{3} \left( \frac{a_f^2}{R} - \frac{a_y^2}{R} \right) + \pi S_y R \left( \frac{a_f^2}{\sqrt{2}R} - \frac{a_y^2}{\sqrt{2}R} \right)^2 \quad (1.30)$$

où  $a_y = \left( \frac{23,4R^2 m S_y^5}{16E^5 \rho_b} \right)$

La relation obtenue est relativement simple mais, sa complexité augmente. La prise en compte de la phase élastoplastique la rend toutefois plus complète. Le choix de la contrainte d'écoulement de contact est déterminant pour l'obtention de résultats adéquats.

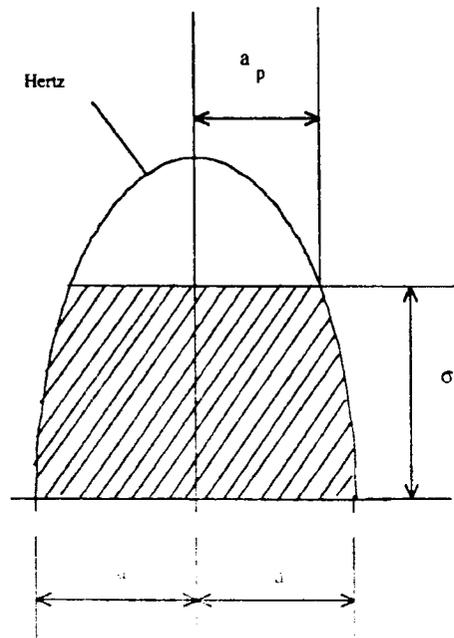


Figure 1.29 Distribution de la pression dans la zone de contact selon le modèle de Thornton (Thornton, 1997)

### Modèle de Vu-Quoc

Le modèle proposé par Vu-Quoc, Zhang et Lesburg (2000) est similaire à celui de Thornton. L'impact est divisé en deux phases : élastique et plastique. C'est également un modèle de type force déplacement, qui permet de calculer la quantité de travail fourni lors de l'impact en intégrant la force jusqu'à la profondeur maximale de l'indentation. En posant cette valeur du travail égale à l'énergie cinétique de la bille, une relation entre la vitesse et le diamètre résiduel de l'empreinte est établie.

Le calcul du rayon de la taille de l'empreinte pendant la phase élastique de la déformation est basé sur la théorie de Hertz. Durant la phase plastique, le rayon de la zone de contact,  $a^{ep}$ , est divisé en deux parties : une partie élastique,  $a^e$ , basée sur les relations de Hertz (eq. 1.14) et une partie plastique,  $a^p$ , basée sur des résultats de simulations par éléments finis. Les relations s'écrivent :

$$a^e = \left( \frac{3PR}{4E} \right)^{1/3} \quad (1.31)$$

$$a^p = C_a \langle P - P_y \rangle \text{ où } C_a = \text{constante et } \langle P - P_y \rangle = 0 \text{ si } P < P_y \quad (1.32)$$

$$a^{ep} = a^e + a^p \quad (1.33)$$

La valeur de  $a^e$  est reliée à la force de contact  $P$ , au rayon équivalent  $R$  et au module d'élasticité équivalent  $E$ . Cependant, la valeur de  $a^p$  dépend également de la force de contact du début de l'écoulement  $P_y$ .

La relation entre la profondeur de l'indentation  $\delta$  et le rayon de contact lors de la phase plastique,  $a^{ep}$ , a été développée à partir des résultats de simulations par éléments finis :

$$\delta = \frac{(a^{ep})^2}{R_p} \quad (1.34)$$

avec

$$R_p = (1.0 + K_c \langle P - P_y \rangle) R$$

où

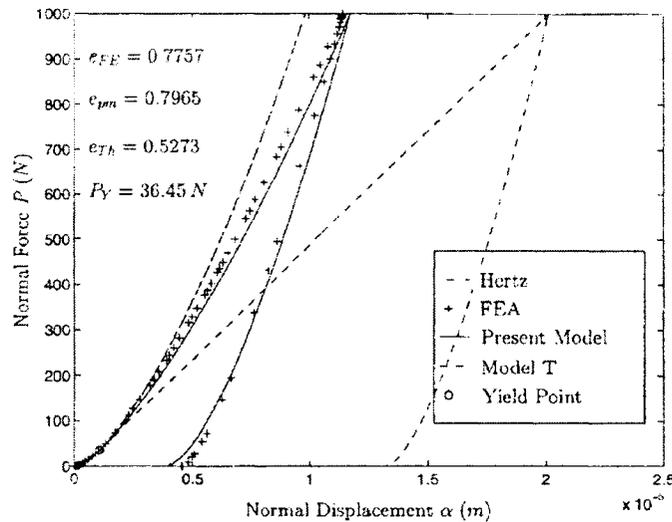
$$K_c = \text{constante et } \langle P - P_y \rangle = 0 \text{ si } P < P_y$$

En combinant ces relations, l'équation suivante est obtenue pour calculer la valeur de la profondeur de pénétration pendant la phase plastique :

$$\delta = \frac{\left[ \left( \frac{3PR}{4E} \right)^{1/3} + C_a \langle P - P_y \rangle \right]^2}{(1.0 + K_c \langle P - P_y \rangle) R} \quad (1.35)$$

Cette relation doit cependant être intégrée numériquement et les deux constantes,  $K_c$  et  $C_a$ , doivent être déterminées soit par expérience, soit par simulation. Selon les auteurs,

le calcul de  $\delta$  à l'aide de l'équation 1.35 présente une amélioration, comparativement au modèle de Thornton, principalement à cause du caractère non-linéaire de la relation entre  $\delta$  et  $P$  durant toute la phase plastique. La Figure 1.30 illustre la relation entre la force de contact  $P$  et la profondeur de l'indentation pour plusieurs modèles, dont celui de Thornton (Model T), le modèle de Vu-Quoc et des résultats obtenus d'une simulation par éléments finis (FEA). Il y a une bonne concordance entre les résultats du modèle de Vu-Quoc et *al* (present model) et ceux de la simulation par éléments finis; cependant, le modèle de Thornton devient linéaire au-delà d'une certaine charge, ce qui mène à une surestimation de l'énergie absorbée par le matériau.



**Figure 1.30 Force normale  $P$  en fonction de la profondeur de pénétration pour les modèles de Hertz, Thornton et Vu-Quoc (Vu-Quoc, Zhang et Lesburg 2000)**

### **1.8 Modélisation et simulation de la couverture**

La couverture est un paramètre de suivi important pour le grenailage mais elle est difficile à mesurer. Il serait donc intéressant de pouvoir prédire sa valeur en fonction des paramètres de grenailage. Plusieurs essais expérimentaux seraient alors évités. Quelques auteurs ont tenté l'expérience avec des approches statistiques ou par simulation d'un jet de particules.

L'approche statistique est évidemment la plus simple mais elle est aussi la moins représentative du phénomène réel car elle fait intervenir plusieurs hypothèses simplificatrices. Abyaneh (1996a) a adopté cette approche pour déterminer le pourcentage de couverture résultant du grenailage. Dans un premier temps, il suppose que tous les impacts génèrent une empreinte de même taille. Cette taille est initialement connue et elle fait partie des données d'entrée du modèle. Ceci suggère que la vitesse d'impact et les dimensions des grenailles sont uniformes. En se basant sur un modèle géométrique qui fait intervenir la superposition des empreintes, Abyaneh développe une relation simple pour déterminer le pourcentage de la surface couverte par un impact,  $S_c$ , en fonction du temps,  $t$ , du rayon de l'empreinte,  $a$ , et d'une variable qui représente le taux d'impact par unité de surface par unité de temps  $A_a$  :

$$S_c = 1 - \exp(-\pi a^2 A_a t) \quad (1.36)$$

La surface impactée  $n$  fois,  $S_{c,n}$  est obtenue à l'aide de la relation suivante :

$$S_{c,n} = \frac{\pi a^2 A_a t}{n!} \exp(-\pi a^2 A_a t) \quad (1.37)$$

La variable  $A_a$  permet de tenir compte du débit massique. Même si les équations 1.36 et 1.37 s'appliquent seulement pour une surface infinie, elles permettent d'analyser le pourcentage de la surface qui a été impacté un nombre donné de fois et sont utiles pour déterminer le nombre d'impacts moyen sur une surface lorsque la couverture complète est atteinte.

Pour pallier au fait que le modèle appliqué à une surface infinie ne permet pas d'atteindre une couverture complète d'un point de vue théorique, Abyaneh (1996b) a ajouté à son modèle une fonction qui divise la surface en deux zones rectangulaires (Figure 1.31). La zone interne, limitée par le périmètre du rectangle interne, correspond à la surface sur laquelle un impact produira une empreinte circulaire complète. Dans la zone externe, comprise entre le périmètre interne et le périmètre externe, au contraire, seulement une partie de l'empreinte circulaire d'un impact sera comptabilisée. Pour simplifier le calcul, une région circulaire a été choisie (Figure 1.32). En développant les

relations géométriques des régions internes et externes, la relation suivante est obtenue pour calculer la couverture :

$$S = \left(\frac{R_s - a}{R_s}\right)^2 [1 - \exp(-\pi a^2 A t)] + \frac{2R_s a - a^2}{R_s^2} \left\{ 1 - \exp\left(-A t \int_{R_s - a}^{R_s} \phi a^2 r dr\right) \right\} \quad (1.38)$$

où  $a$  est le rayon de l'empreinte,  $R_s$  est le rayon de la région circulaire,  $\phi$  est un paramètre géométrique.

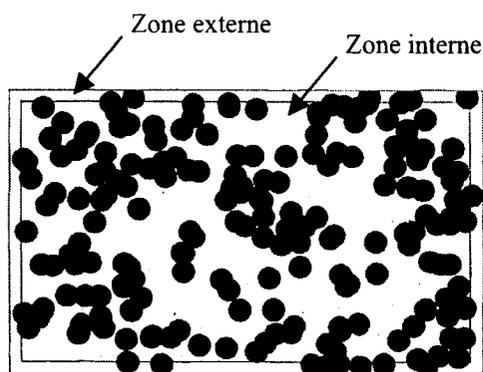


Figure 1.31 Représentation schématique des deux zones partiellement couvertes du modèle d'Abyaneh (1996)

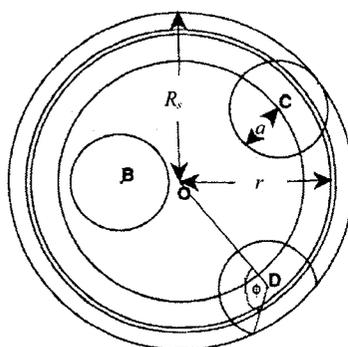


Figure 1.32 Représentation géométrique de la méthode de calcul de couverture pour une surface finie (Abyaneh, 1996)

Ce qu'il importe d'observer à ce point-ci est la différence dans le rapport de la couverture pour une surface infinie et celle pour une surface finie; le rapport  $R_s/a$  constitue le paramètre permettant d'apprécier cette différence. Les résultats montrent qu'un rapport de 200 et plus est nécessaire pour pouvoir considérer le résultat de la surface finie équivalent à celui de la surface infinie. Ce modèle est très simple

d'utilisation mais il ne permet pas de tenir compte de l'effet de l'interaction entre les grenailles, de la variation de la vitesse d'impact et de la taille des grenailles sur le développement de la couverture.

Chardin, N'Guyen, Grillon et Jeandin (1995) ont choisi une approche basée sur les probabilités et l'ont appliquée au grenailage aux ultrasons. La façon de modéliser le problème est différente de la précédente, mais les hypothèses de base sont les mêmes. Les résultats obtenus montrent que l'hypothèse de structure booléenne pour la répartition des impacts est bonne.

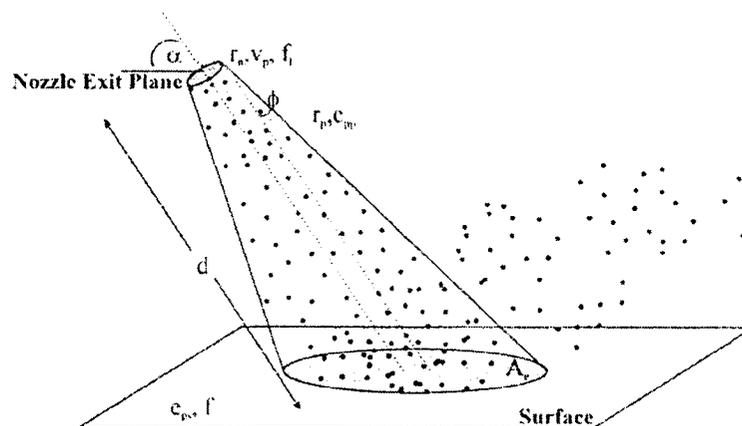
L'approche par simulation est certes plus complexe mais, elle permet de tenir compte de plus de paramètres et d'obtenir beaucoup plus d'information. Dans une étude sur l'interférence des particules dans un jet d'air pour des applications de sablage ou de décapage, Ciampini, Spelt et Papini (2003) ont réalisé une simulation complète d'un jet. Leur but était de déterminer, entre autres, l'angle à conserver entre le jet et la surface à traiter pour assurer un transfert d'énergie maximal et ainsi diminuer le temps de traitement nécessaire.

Un jet de particules est simulé par la création aléatoire de particules sur une surface de mêmes dimensions que celles de la sortie d'une buse (Figure 1.33). La vitesse des particules et leur direction peuvent être ajustées pour bien représenter un jet réel. Les particules sont dirigées vers une surface avec laquelle elles entrent en contact. Elles peuvent aussi entrer en contact entre elles, de sorte que l'interférence entre les particules est prise en compte. Les contacts particule-particule et particule-surface sont modélisés en faisant intervenir le coefficient de restitution dont la valeur dépend de la vitesse des particules. Une relation basée sur la vitesse d'impact et les matériaux en présence peut alors être utilisée ou encore, une valeur constante peut être appliquée. L'état de la simulation est recalculé à chaque événement, un événement étant la génération d'une particule, un contact particule-particule ou particule-surface. À chaque événement, la

trajectoire des particules est recalculée et le temps correspondant au prochain événement est déterminé. L'opération est répétée aussi souvent que nécessaire, jusqu'au temps de calcul désiré.

Les résultats de cette simulation sont très nombreux. Il est possible d'obtenir pour chaque collision particule-surface : la position, la vitesse, l'angle et le temps auquel elle a eu lieu. L'analyse subséquente de ces résultats permet d'évaluer un grand nombre de paramètres, ce qu'il n'était pas possible de faire avec les modèles statistiques ou probabilistes. L'avantage principal est toutefois le fait de tenir compte de l'interférence des particules entre elles, effet difficile à quantifier autrement que par simulation.

Lorsque les résultats de cette simulation sont combinés avec ceux d'un modèle de taille d'empreinte, la simulation peut servir à évaluer la couverture.



**Figure 1.33 Paramètres du jet considérés dans la simulation (Ciampini, 2003)**

## **1.9 Conclusion et orientation du mémoire**

Dans ce chapitre, des aspects importants du procédé de grenailage ont été examinés, en apportant une attention particulière aux travaux sur la mise en forme par grenailage. Des résultats de travaux ont démontré la faisabilité d'une simulation du procédé de formage par éléments finis multicouches; dans cette approche, le profil des contraintes résiduelles connues a été reproduit en imposant, soit un profil de température, soit un profil de coefficient de dilatation thermique dans les éléments.

Les principaux modèles d'éléments finis explicites pour simuler les distributions de contraintes résiduelles, suite à un ou plusieurs impacts, ont été présentés, en mettant en évidence l'influence des paramètres importants de ces modèles sur les résultats des simulations. Quelques approches, basées sur des relations empiriques, ont été proposées afin de déterminer la répartition des paramètres de grenailage, tels les moments et forces internes, pour obtenir une géométrie désirée. Ces approches sont basées sur des relations entre les paramètres de grenailage et les rayons de courbure qui en résultent.

L'ensemble des travaux examinés a démontré les lacunes concernant la capacité de simuler et de combiner toutes les étapes nécessaires à la réalisation du procédé de la mise en forme par grenailage. Dans le but de pallier le manque actuel des connaissances dans le domaine, un processus de simulation complète du procédé de mise en forme par grenailage est proposé. Le schéma de la Figure 1.34 illustre les principales étapes du processus. Ces étapes sont : la simulation des contraintes résiduelles, la simulation de l'effet de formage, le calcul de la répartition des paramètres de grenailage (moments et forces) et le calcul de la géométrie initiale plane en fonction des paramètres de grenailage. Cette dernière étape est primordiale pour minimiser les essais expérimentaux nécessaires avant d'entreprendre un cycle de production.

Dans un premier temps, des informations concernant la géométrie désirée sont nécessaires. Ces informations proviennent généralement du département de conception

et comprennent les dimensions, les épaisseurs, le matériau et les tolérances de fabrication à respecter. Il faut également disposer d'une banque de données sur le profil des contraintes résiduelles induites par grenailage dans une plaque d'épaisseur infinie. Dans ce projet, cette banque de données des distributions de contraintes résiduelles en fonction des conditions de grenailage sera constituée à partir des résultats de la simulation d'impacts à l'aide du logiciel d'éléments finis explicites LS-Dyna; ceci fera l'objet du chapitre 2. Ces informations serviront ensuite à la mise en œuvre du procédé illustré à la Figure 1.34, en permettant d'établir les limites du procédé de formage par grenailage et de calculer les forces et les moments internes correspondant à l'épaisseur de la pièce à former.

La caractérisation du procédé de grenailage aux ultrasons Stressonics® sera faite au chapitre 3 dans le but de déterminer les vitesses moyennes d'impact des particules en fonction de l'amplitude de vibration de la sonotrode. Le développement de la couverture sera également calculé à l'aide d'une simulation tridimensionnelle du mouvement des particules dans la cavité de grenailage. Les résultats des essais de formage par grenailage obtenus permettront de valider le processus de formage proposé.

Un modèle d'éléments finis quasi-statique pour simuler le formage sera développé à partir d'une géométrie plane, à l'aide du logiciel Ansys Mechanical®; les éléments multi-couches serviront à appliquer les modèles présentés dans la revue bibliographique. Les détails de cette simulation sont décrits au chapitre 4.

Connaissant la forme finale désirée et les valeurs des forces et des moments internes dus au grenailage, il est possible de déterminer les dimensions initiales que doit avoir la pièce (géométrie plane initiale) avant d'entreprendre les étapes de formage. Les fonctions d'optimisation d'Ansys seront mises à profit pour minimiser la différence entre la géométrie désirée et la géométrie obtenue suite à la simulation de formage; le

processus d'optimisation sera réalisé en corrigeant les valeurs initiales des moments et des forces appliqués. Cette étape du projet fait l'objet du Chapitre 5 .

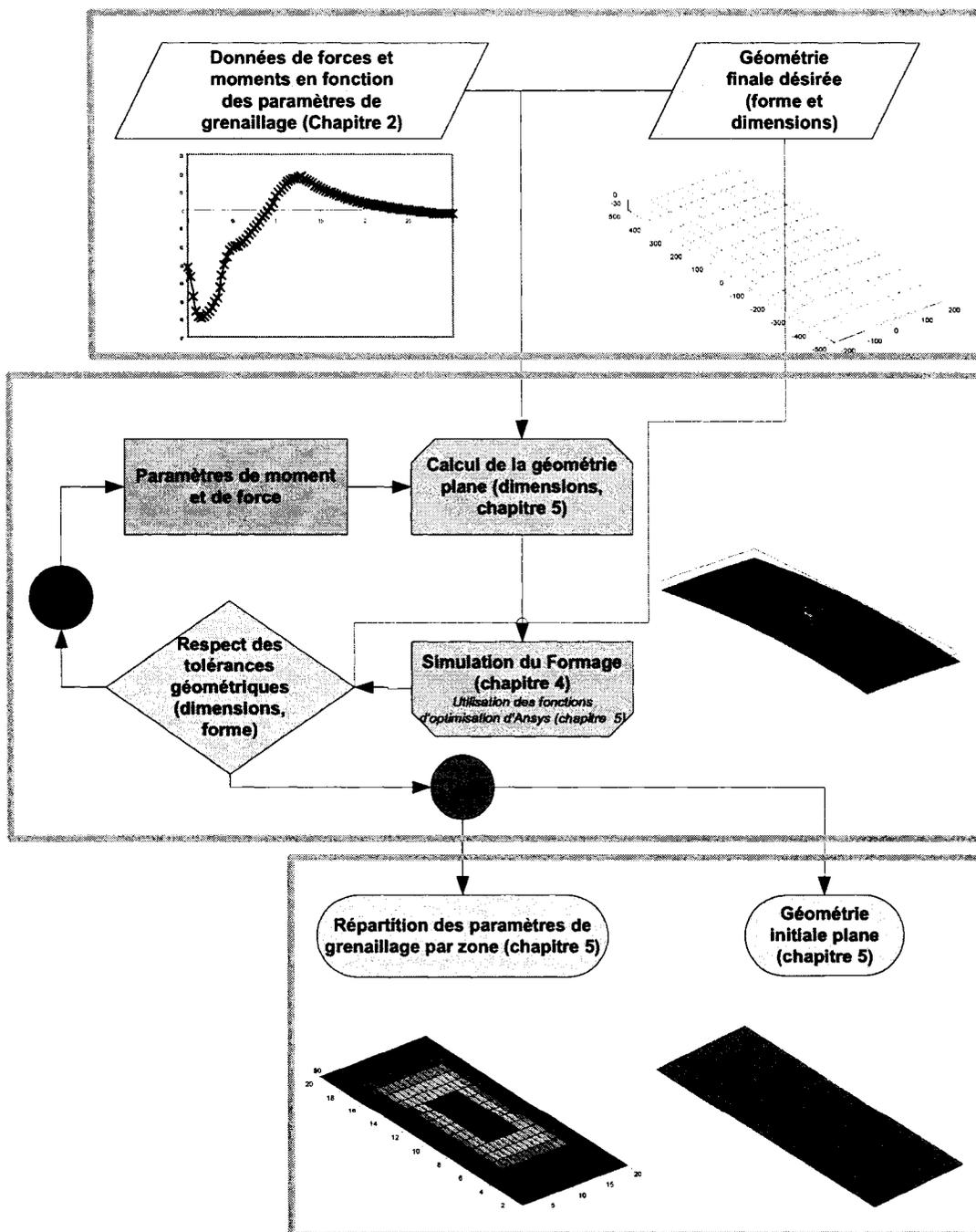


Figure 1.34 Processus de simulation complète de la mise en forme par grenailage

## CHAPITRE 2 - DISTRIBUTION DES CONTRAINTES RÉSIDUELLES À L'AIDE D'UN MODÈLE D'IMPACT PAR ÉLÉMENTS FINIS DYNAMIQUES

### **2.1 Introduction**

Trois approches sont actuellement disponibles pour évaluer les contraintes résiduelles dues à un traitement de grenaillage. L'approche par mesure expérimentale est certainement la plus fiable mais aussi la plus coûteuse en termes d'équipements et de temps. Elle doit être évitée le plus souvent possible. L'approche théorique, basée sur le comportement du matériau, est la plus rapide une fois le modèle développé et validé. Le modèle de l'ENSAM décrit à la section 1.5.1, a été validé pour des cas typiques de grenaillage de précontrainte à faible intensité. Son application à des intensités élevées, telles que celles nécessaires à la mise en forme, serait hasardeuse. L'approche restante, la simulation d'impacts par éléments finis, se situe entre les deux autres au niveau du temps d'application. Elle a été retenue et ce chapitre est un résumé des étapes qui ont mené à une simulation représentative de la réalité. Le but recherché n'est pas d'obtenir une solution exacte, mais plutôt un modèle qui permet d'observer l'effet des paramètres de grenaillage sur les contraintes résiduelles.

Un modèle axisymétrique a d'abord été développé pour étudier les paramètres globaux de la simulation d'un seul impact. Ce modèle a ensuite servi à développer une version en trois dimensions pour la simulation d'un seul impact. L'agrandissement de ce dernier a permis la simulation de plusieurs impacts à différents endroits, situation représentative du traitement réel. Tous les calculs ont été faits à l'aide du code d'éléments finis LS-Dyna®.

À la fin de ce chapitre, un ensemble de profils de contraintes résiduelles sera connu dans le but de l'intégrer au processus de simulation complète de la mise en forme par grenailage énoncé au chapitre précédent. Ces profils serviront également à valider, à l'aide d'essais expérimentaux de formage par grenailage, la justesse de la combinaison de la simulation des contraintes résiduelles par éléments finis dynamiques et de la simulation de la mise en forme par éléments finis quasi-statiques (chapitre 4).

## **2.2 Modèles pour la simulation d'impact simple**

En premier lieu, un modèle axisymétrique a été développé pour analyser l'influence des paramètres généraux du modèle sur les distribution des contraintes résiduelles calculées à l'aide d'éléments finis. Les effets du maillage, la loi de comportement du matériau, l'effet du coefficient de frottement et du coefficient d'amortissement ont ainsi pu être étudiés sur un modèle de taille restreinte. Les temps de calcul sont énormément réduits comparativement à un modèle complet. Un modèle tridimensionnel a ensuite été développé et validé à l'aide des résultats du modèle axisymétrique.

### **2.2.1 Modèle axisymétrique**

La géométrie du modèle axisymétrique est illustrée à la Figure 2.1. La pièce impactée est un bloc circulaire de rayon  $L_m$  et de hauteur  $H_m$ . Ses dimensions ont été déterminées en fonction de la disponibilité des grenailles sur le marché et des résultats de l'étude de Meguid, Shagal, Stranart et Daly (1999). Ainsi, le diamètre de la bille a initialement été fixé à 1,8 mm. Un diamètre plus élevé est souhaitable pour des applications de mise en forme mais, au moment d'effectuer les simulations, aucun des fournisseurs contactés ne pouvait garantir l'approvisionnement en grenailles de plus de 1,8 mm. Meguid, Shagal, Stranart et Daly (1999) ont suggéré de fixer les dimensions du bloc en fonction du rayon de la bille  $R_b$  dans les proportions suivantes :  $H_m=4 R_b$  et  $L_m=5 R_b$  à  $7 R_b$ . Les dimensions finalement choisies sont :  $H_m=9$  mm ( $10 R_b$ ) et  $L_m=4,5$  mm ( $5R_b$ ).

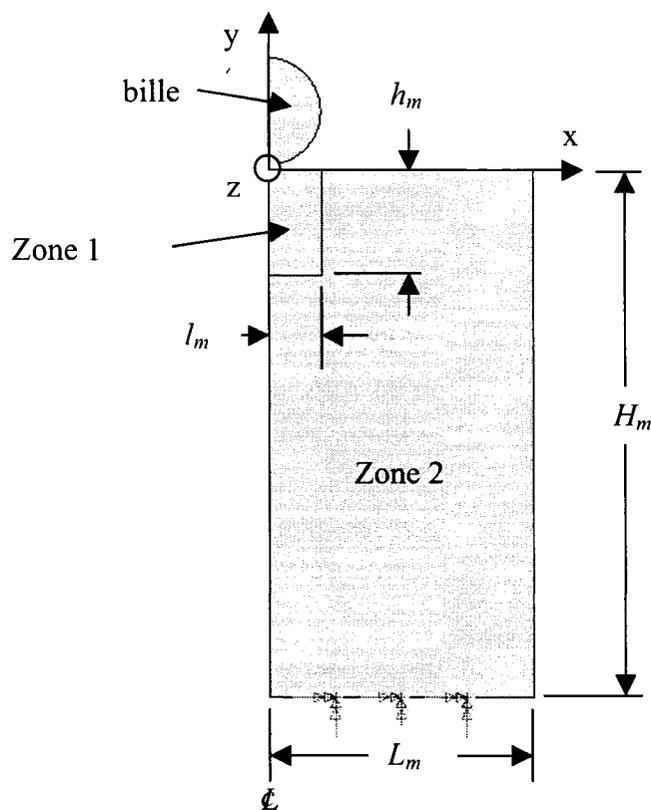


Figure 2.1 Géométrie du modèle axisymétrique

Le maillage du bloc a été divisé en deux zones. La surface directement sous le point de contact (zone 1) a été maillée avec des éléments axisymétriques PLANE162 à quatre nœuds, de manière structurée. C'est dans cette zone que les contraintes résiduelles se développent. Le maillage y est donc assez raffiné. Les éléments ont la même dimension dans les deux directions. Les dimensions de la zone sont initialement fixées à :  $l_m=0,9$  ( $R_b$ ) et  $h_m=1,8$  ( $2 R_b$ ) par comparaison à partir des distributions de contraintes de la littérature. La zone 2 est maillée de manière aléatoire avec le même type d'élément. Cette partie du bloc ne sert que de support pour les éléments de la zone 1. Il n'est donc pas nécessaire d'y avoir un nombre élevé d'éléments, ce qui ne ferait que ralentir les calculs. La bille est maillée de manière aléatoire avec le même type d'éléments. La taille des éléments y est la même que celle des éléments de la zone 1 pour maximiser la compatibilité lors du contact. Afin d'empêcher les déplacements rigides, la surface

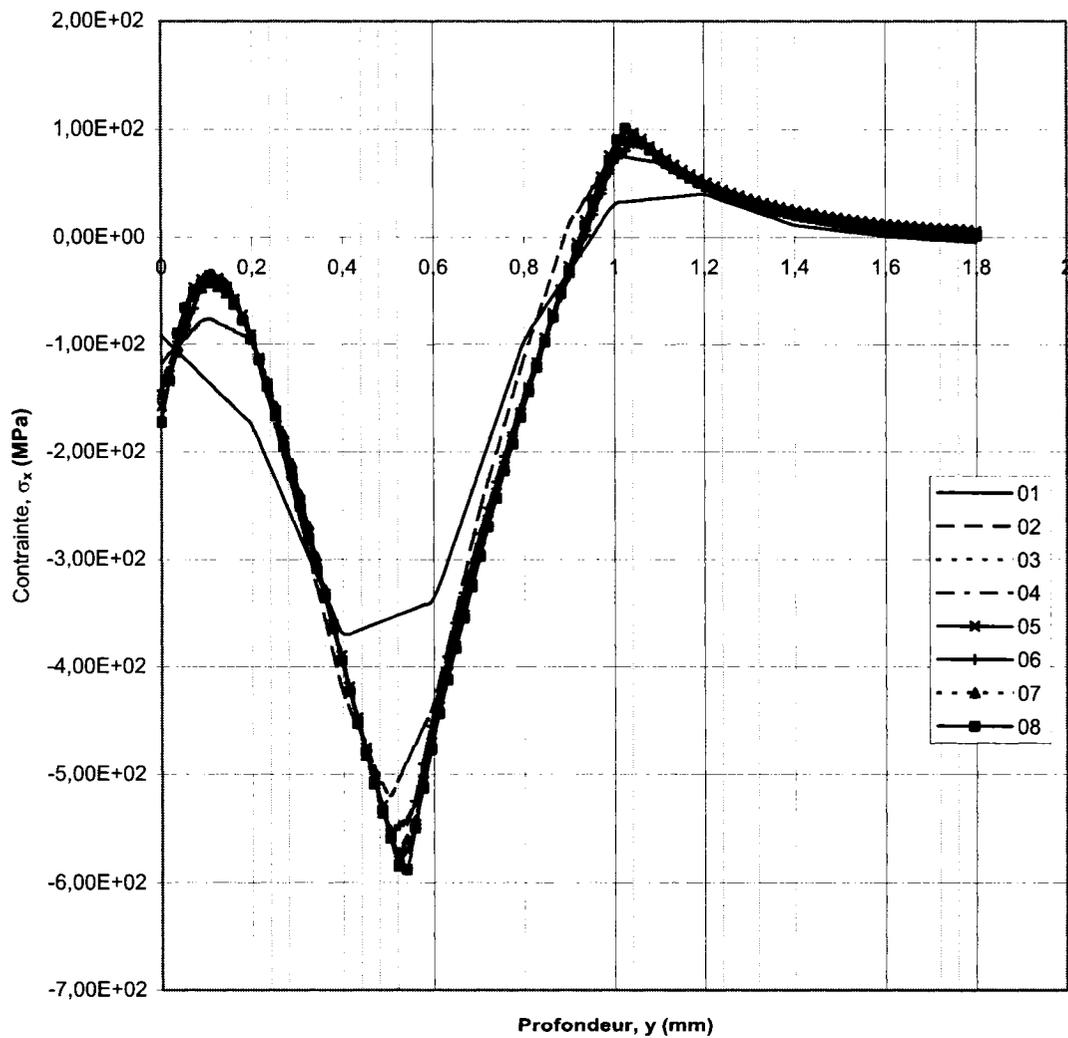
inférieure du bloc ( $y = -9$  mm) est contrainte dans la direction  $y$  uniquement. Tous les essais ont été réalisés pour une bille se déplaçant à une vitesse de 50 m/s. Il s'agit d'une vitesse élevée pour le procédé aux ultrasons mais, elle est typique du grenailage conventionnel. Ce choix de vitesse permet de développer un modèle qui pourra être appliqué à d'autres procédés. Une réduction subséquente de la vitesse dans les simulations ne devrait pas affecter les résultats.

### **Effet des caractéristiques du maillage**

Une étude de convergence a été réalisée pour déterminer la taille optimale des éléments dans les deux zones. Comme point de départ de l'étude, une loi de comportement bilinéaire à écrouissage cinématique a été choisie pour caractériser le matériau du bloc alors qu'un comportement linéaire élastique a été choisi pour le matériau de la bille. Cette combinaison est souvent citée dans la littérature et elle a été jugée adéquate pour l'analyse préliminaire. Une étude sera faite à la fin du chapitre pour déterminer la combinaison à adopter pour le présent projet. La taille des éléments de chacune des simulations est présentée au tableau 2.1 et la variation de la contrainte résiduelle dans la direction  $x$  est montrée à la Figure 2.2. Ces valeurs ont été calculées directement sous le point d'impact. Les propriétés des matériaux sont données au tableau 2.2.

Il est considéré que la convergence des résultats est atteinte à l'essai #08. Les résultats de plusieurs essais s'approchent de cette solution sur la presque totalité de la profondeur étudiée mais, dans les zones critiques (entre 0 et 0,2 mm, entre 0,4 et 0,6 mm et autour de 1 mm de profondeur), les résultats des essais #05 et #07 suivent mieux la courbe #08. Ces essais se démarquent des autres tout en exigeant des temps de calculs raisonnables. Cependant, les résultats de l'essai #05 suivent mieux la courbe #08 que les résultats de l'essai #07. Malgré le fait qu'il nécessite deux fois plus de temps de calcul, le maillage de l'essai #05 est retenu. Il est également intéressant de noter que les essais #03 et #06 ont été réalisés avec la même taille d'élément, la différence étant que la dimension  $l_m$

(Figure 2.1) était de 1,35 mm ( $1,5 R_b$ ) pour l'essai #06 au lieu 0,9 mm pour l'essais #03. La courbe #03 n'apparaît pas sur la figure car elle est située directement en-dessous de la courbe #06. La dimension  $l_m=0,9$  mm a été jugée suffisante. La contrainte étant nulle à une profondeur de 1,8 mm, la dimension  $h_m$  a aussi été jugée suffisante.



**Figure 2.2 Effet du maillage sur les contraintes en direction x sous le point de contact en fonction de la profondeur**

**Tableau 2.1 Tailles des éléments pour l'étude de convergence du modèle axisymétrique**

#Simulation	01	02	03	04	05	06	07	08
Zone 1 et bille (mm)	0,2	0,1	0,05	0,05	0,025	0,05	0,035	0,012
Zone 2 (mm)	0,5	0,5	0,5	0,25	0,25	0,5	0,5	0,05
Temps de calcul (s)	8	23	57	75	514	73	257	2700

**Tableau 2.2 Propriétés des matériaux (Matweb, août 2004)**

Propriété	Matériau	$E$ (GPa)	$\rho$ (g/cm <sup>3</sup> )	$\nu$	$S_y$ (MPa)	$E_t$ (GPa)
Bloc	Al 7075-T6	71,7	2,81	0,33	503	3,3
Bille	AISI 1070	205	7,85	0,29	-	-

### Effet de la loi de comportement des matériaux

La loi de comportement du matériau est un paramètre très important de la simulation. Elle doit représenter le plus fidèlement possible le comportement réel des matériaux en présence. Le modèle axisymétrique, même s'il ne permet pas de faire un choix définitif, permet d'apprécier les différences dans les réponses du bloc selon la loi de comportement appliquée. Les propriétés de la bille sont celles données au tableau 2.2, qu'elle soit rigide ou élastique. Les lois de comportement étudiées ont été choisies en se basant sur les études déjà publiées et décrites à la section 1.5.2. Elle seront expliquées plus en détails au Chapitre 3. Le tableau 2.3 présente les caractéristiques du comportement du matériau de la bille et du bloc et la valeur des paramètres utilisées pour chaque simulation. La quatrième colonne du tableau indique l'équation correspondant à la loi de comportement du matériau qui sert à calculer la limite élastique. Ces équations sont :

$$S_y = \sigma_0 + \beta E_p \varepsilon_{eff}^p \quad (\text{loi bilinéaire}) \quad (2.1)$$

$$S_y = k \varepsilon^u \dot{\varepsilon}^v \quad (\text{plasticité exponentielle}) \quad (2.2)$$

$$S_y = \left[ 1 + \left( \frac{\dot{\varepsilon}}{C} \right)^{1/p} \right] (\sigma_0 + \beta E_p \varepsilon_{eff}^p) \quad (\text{loi de Cooper-Symonds}) \quad (2.3)$$

Lorsque ces relations sont utilisées dans un calcul par éléments finis, la valeur de  $S_y$  correspond au rayon de la surface d'écoulement dans un système défini par les axes des

contraintes principales  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$  et  $\sigma_3$  (critère de von Mises). La variable  $\beta$  permet de combiner l'érouissage cinématique et isotrope. Une valeur de  $\beta$  égale à un correspond à un érouissage isotrope (le rayon de la surface d'écoulement augmente) alors que la valeur zéro correspond à l'érouissage cinématique (la surface d'écoulement se déplace mais son rayon demeure constant). Dans l'équation 2.1,  $\sigma_0$  est la limite d'écoulement quasi-statique et  $\varepsilon_{\text{eff}}^p$  est la déformation plastique effective. Dans l'équation 2.2,  $\varepsilon$  est la déformation effective,  $\dot{\varepsilon}$  le taux de déformation et  $k$ , une constante liée à la température. Dans la relation 2.3,  $C$  et  $p$  sont des constantes. La Figure 2.3 illustre la variation des résultats obtenus pour la contrainte résiduelle  $\sigma_x$  en fonction de la profondeur, sous le point d'impact, en utilisant les propriétés des matériaux données au tableau 2.3.

**Tableau 2.3 Propriétés des matériaux du bloc et de la bille**

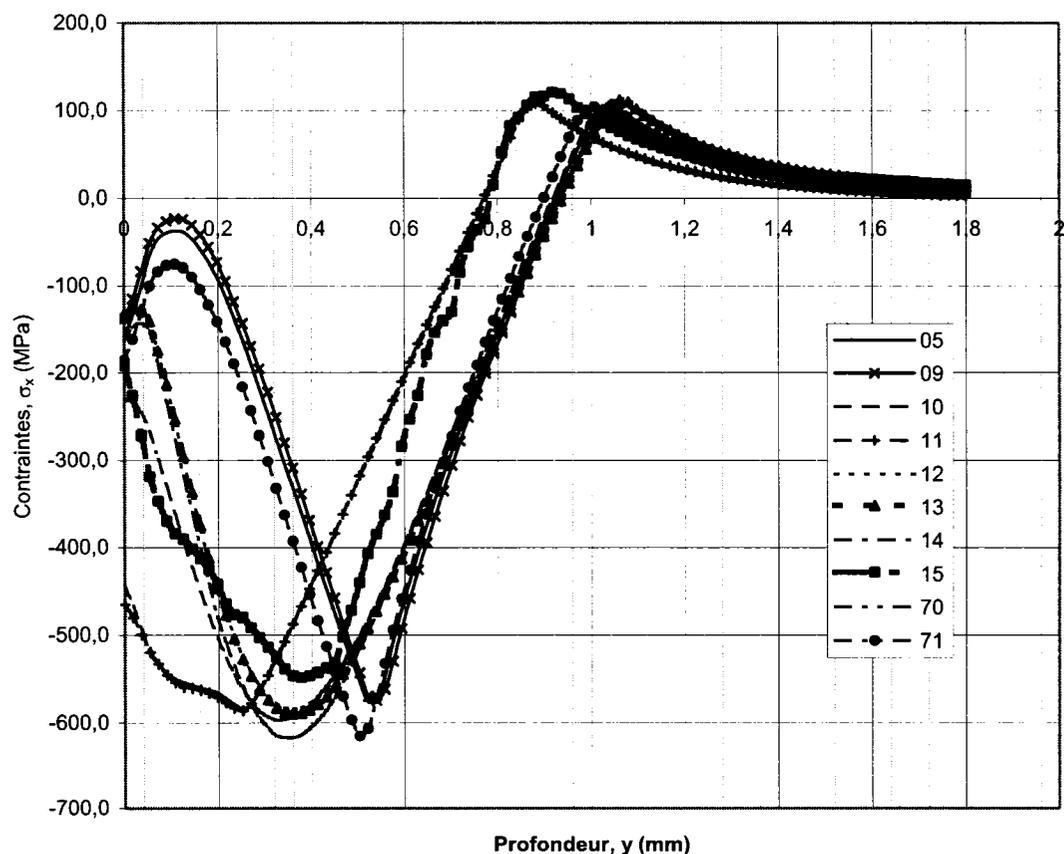
#Essai	Bille	Bloc								
		Nom	Éq.	$E_p$ (GPa)	$\rho_p$ (g/cm <sup>3</sup> )	$\nu_p$	$\sigma_0$ (MPa)		$E_{t,p}$ (GPa)	
05	Élastique	Cinématique bilinéaire, $\beta=0$	2.1	71,7	2,81	0,33	503		3,3	
09	Rigide	Cinématique bilinéaire, $\beta=0$	2.1	71,7	2,81	0,33	503		3,3	
10	Élastique	Cinématique bilinéaire, $\beta=0$	2.1	71,7	2,81	0,33	503		0	
11	Rigide	Cinématique bilinéaire, $\beta=0$	2.1	71,7	2,81	0,33	503		0	
12	Élastique	Isotrope bilinéaire, $\beta=1$	2.1	71,7	2,81	0,33	503		3,3	
13	Rigide	Cinématique bilinéaire, $\beta=1$	2.1	71,7	2,81	0,33	503		3,3	
14	Rigide	Bilinéaire, $\beta=0,5$	2.1	71,7	2,81	0,33	503		3,3	
		Nom		$E_p$ (GPa)	$\rho_p$ (g/cm <sup>3</sup> )	$\nu_p$	$k$ (MPa)	$u$	$v$	$E_{t,p}$ (GPa)
15	Rigide	Rate Sensitive Power Law Plasticity	2.2	71,7	2,81	0,33	308,5	0,068	0,144	
		Nom		$E_p$ (GPa)	$\rho_p$ (g/cm <sup>3</sup> )	$\nu_p$		$C$	$p$	$E_{t,p}$ (GPa)
70	Rigide	Isotrope bilinéaire, $\beta=1$ Cooper-Symonds	2.3	71,7	2,81	0,33		65880	3,685	3,3
71	Rigide	Cinématique bilinéaire, $\beta=0$ Cooper-Symonds	2.3	71,7	2,81	0,33		65880	3,685	3,3

Rouhaud et Deslaef (2002) ont investigué l'influence de la rigidité de la bille sur les contraintes résiduelles induites. Pour les conditions simulées, ils concluent que plus la vitesse d'impact est grande, plus la rigidité de la bille a une influence importante sur la distribution des contraintes résiduelles. Ils observent également que l'influence de la rigidité de la bille augmente avec le rapport rigidité du bloc/rigidité de la bille. Étant donné que les conditions simulées par ces auteurs sont différentes des conditions typiques du procédé aux ultrasons, cet aspect a dû être investigué. Des simulations ont été réalisées en paires, c'est-à-dire pour trois lois de comportement différentes, en ne changeant que la rigidité de la bille. Les résultats des paires d'essais 05-09, 10-11 et 12-13 montrent clairement que les billes peuvent être modélisées avec un matériau rigide, sans perte significative d'information pour les conditions de cette étude.

Schwarzer, Schulze et Vöhringer (2003) ont observé que le module tangent de la plaque ( $E_{t,p}$ ) était un paramètre ayant une grande influence sur le résultat du grenailage. Les résultats (Figure 2.3) pour les essais 05 et 10 en font la preuve. Les auteurs ont également souligné que le mécanisme d'érouissage n'avait qu'une influence mineure sur les résultats. Les différences entre les courbes 09 (érouissage cinématique), 13 (érouissage isotrope) et 14 (combinaison des deux mécanismes) montrent plutôt un effet majeur dans la distribution des contraintes résiduelles induites. Entre autres, la profondeur à laquelle la contrainte est maximale et la valeur de la contrainte légèrement sous la surface varient énormément selon le type d'érouissage considéré. L'étude des auteurs était cependant basée sur la simulation de plusieurs impacts. Cet aspect sera donc étudié plus en profondeur à l'aide d'un modèle tridimensionnel pour la simulation d'impacts multiples. Les résultats obtenus ici sont cependant conformes aux observations de Rouhaud, Ouakka, Ould, Chaboche et François (2005).

Le dernier paramètre dont l'influence a été étudiée est le taux de déformation ( $\dot{\epsilon}$ ). Les simulations ont été effectuées en considérant deux lois de comportement qui sont mentionnées dans la littérature. La première est la loi de plasticité exponentielle isotrope

représentée par l'équation 2.2 (courbe 15, Figure 2.3). La deuxième loi est une loi d'érouissage bilinéaire typique à laquelle est ajoutée la relation de Cooper-Symonds pour tenir compte du taux de déformation (équation 2.3, courbes 70 et 71, Figure 2.3). La relation de Cooper-Symonds permet d'ailleurs de choisir l'érouissage cinématique ou isotrope. Elle a aussi l'avantage de n'ajouter qu'un facteur multipliant la contrainte d'écoulement pour tenir compte du taux de déformation. Il est donc possible de quantifier l'effet du taux de déformation en comparant, par exemple, les courbes 09 et 71 ou encore les courbes 13 et 70. Il apparaît clairement que le taux de déformation est un paramètre dont il faut tenir compte dans la simulation du grenailage.



**Figure 2.3** Effet de la loi de comportement du matériau de la bille et du bloc sur la distribution de la contrainte résiduelles  $\sigma_x$  sous le point de contact en fonction de la profondeur

Toutes ces observations ne sont toutefois que qualitatives et elles ne permettent pas de tirer des conclusions formelles quant au choix à faire concernant la loi de comportement du matériau du bloc. Les études basées sur le modèle axisymétrique sont donc poursuivies avec la loi d'écroissage cinématique pour étudier l'influence du coefficient d'amortissement et du coefficient de frottement. Le modèle tridimensionnel à impacts multiples servira à faire un choix définitif sur le modèle d'écroissage.

### Effet du coefficient d'amortissement

La Figure 2.4 montre la variation du déplacement vertical  $u_y$  en fonction du temps pendant et après l'impact (la partie de droite est un agrandissement de la partie de gauche), calculé au nœud situé directement sur le point d'impact initial. Les éléments ne sont pas stables après l'impact et si aucun mécanisme d'amortissement n'est intégré au modèle, les vibrations continueront tant que les calculs ne seront pas arrêtés. Ces vibrations peuvent être relativement importantes. La courbe 26 indique que des variations de  $\pm 0,025$  mm (environ  $\pm 5\%$ ) peuvent se produire dans le temps; par exemple, si les calculs avaient été arrêtés après 0,027 ms, le déplacement final du nœud aurait été différent de 0,042 mm soit près de 10% de la valeur mesurée à 0,03 ms.

Deux mécanismes d'amortissement sont disponibles dans le code d'éléments finis LS-Dyna®. Le mécanisme d'amortissement rigide (stiffness damping, coefficient  $\beta_a$ ) agit principalement sur les hautes fréquences alors que le mécanisme d'amortissement par la masse (mass damping, coefficient  $\alpha_a$ ) agit sur les basses fréquences. Meguid, Shagal et Stranart (2002) ont proposé des relations simples basées sur la vitesse de propagation des ondes dans les matériaux pour évaluer les paramètres  $\alpha_a$  et  $\beta_a$ .

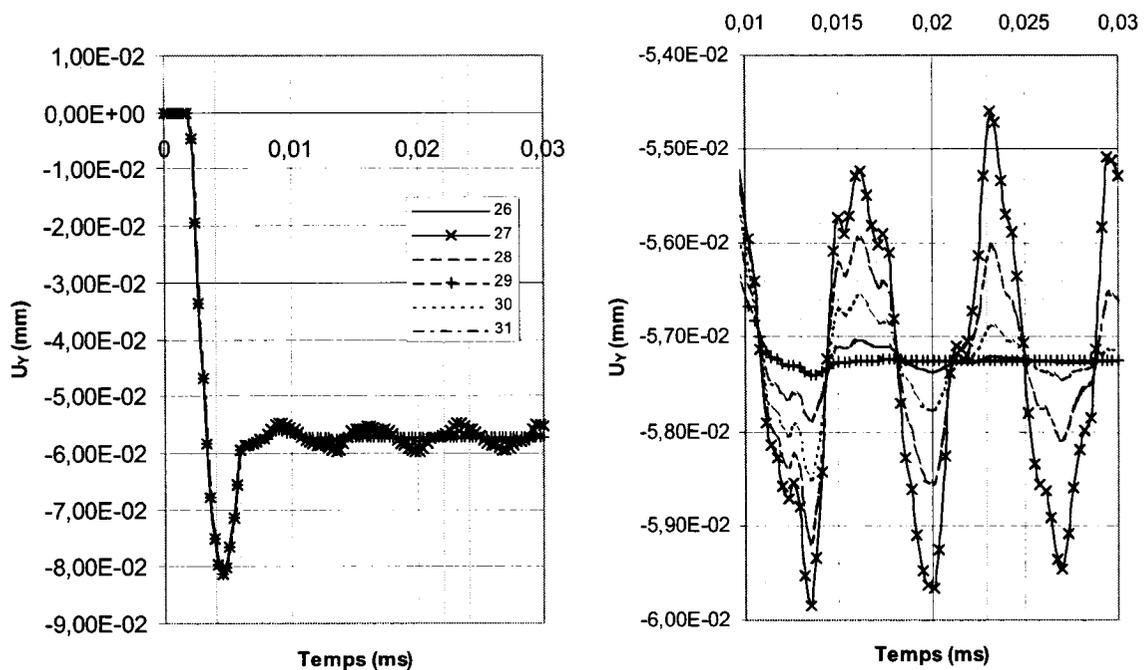
$$\beta_a = 2 \times 10^{-9} / s \quad (\text{constant}) \quad (2.4)$$

$$\alpha_a = 2 \left( \frac{1}{H_m} \sqrt{\frac{2E_p}{\rho_p}} \right) \xi \quad (2.5)$$

La valeur de  $\alpha_a$  dépend de la fréquence modale minimale du modèle (le terme entre parenthèses de l'équation 2.5), calculée en fonction de la hauteur  $h_m$ , et du paramètre d'amortissement modal  $\zeta$ . Selon les auteurs, une valeur de  $\zeta = 0,5$  est adéquate pour amortir rapidement les vibrations de basses fréquences.  $E_p$  et  $\rho_p$  sont les propriétés du bloc. Pour le modèle axisymétrique, cette équation donne une valeur de  $7,9 \times 10^5/s$  pour  $\alpha_a$ .

**Tableau 2.4 Résumé des paramètres d'amortissement**

#Essai	26	27	28	29	30	31
$\alpha_a/s$	0	0	100	1000	250	500
$\beta_a/s$	0	$2,0 \times 10^{-9}$				



**Figure 2.4 Déplacement vertical du point d'impact sur le bloc en fonction du temps, effet des paramètres d'amortissement**

Outre les valeurs des coefficients, il est aussi important de déterminer le temps opportun pour l'application de l'amortissement. Il ne doit pas être appliqué durant l'impact pour ne pas augmenter artificiellement la rigidité de l'ensemble. Il a donc été décidé de

l'appliquer immédiatement après la fin du contact. Pour les simulations dont les résultats sont présentés à la Figure 2.4, l'amortissement commence après 0,007 ms, pour atteindre sa valeur maximale après 0,008 ms.

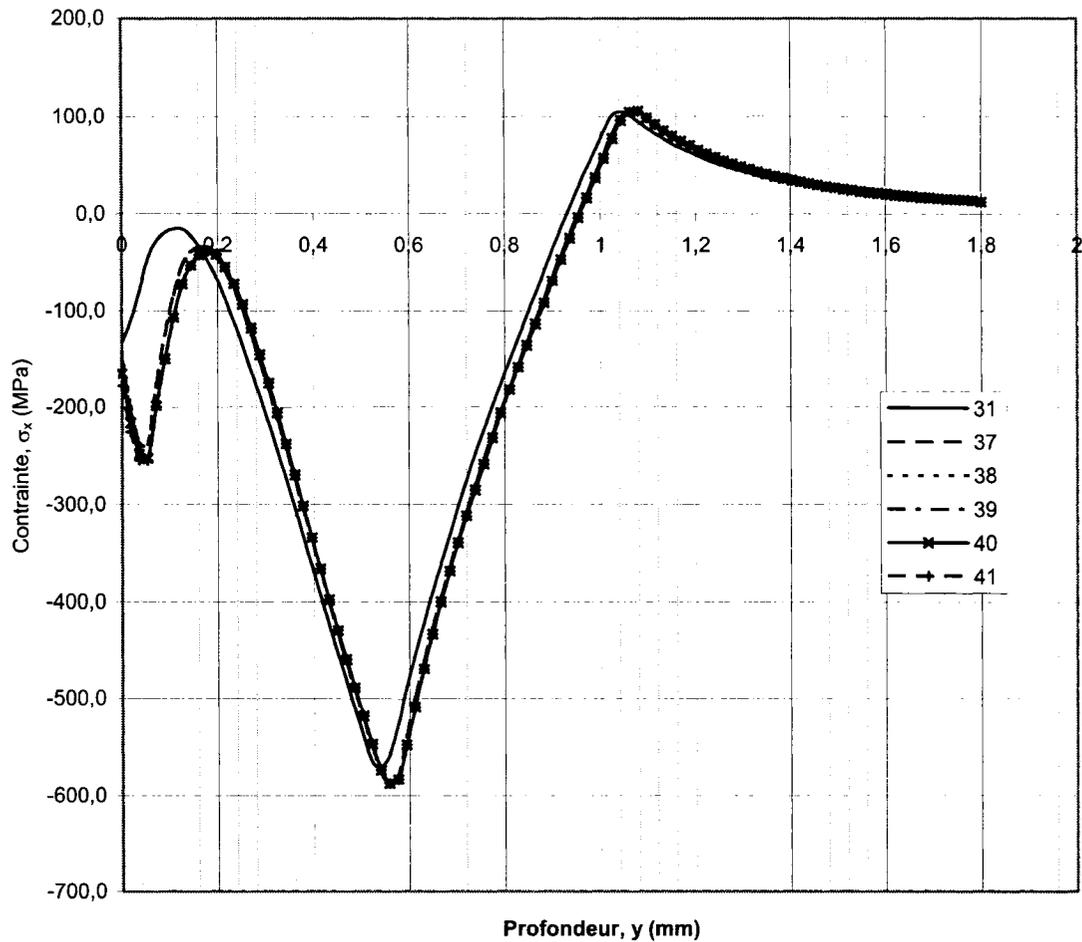
Le tableau 2.4 résume les valeurs des paramètres d'amortissement appliqués pour chacun des essais. La valeur calculée à l'aide de l'équation 2.5 doit être divisée par 1000 pour être conforme au système d'unités utilisé dans les simulations. En se servant de la courbe 26 comme référence (directement sous la courbe 27), l'amortissement idéal a pu être choisi. À l'aide de l'équation 2.5, les simulations ont été effectuées avec une valeur de  $\alpha_a$  variant entre 0/s et 1000/s. Si une valeur de  $\alpha_a = 1000/s$  semble sur-amortir les vibrations, une valeur de  $\alpha_a = 500/s$  a été suffisante. Cette valeur est toutefois inférieure à celle proposée par Meguid, Shagal et Stranart (2002). Il a été jugé préférable d'utiliser une valeur inférieure pour éviter un sur-amortissement qui modifierait les résultats, par rapport à la réalité.

### **Effet du coefficient de frottement**

Une étude de l'effet du coefficient de frottement a été effectuée par Meguid, Shagal et Stranart (2002). Le but ici n'était pas de répéter leurs calculs, mais plutôt de valider la réponse du modèle axisymétrique. Le coefficient de frottement statique  $\mu_s$ , a donc été varié entre 0 et 0,5. Le coefficient de frottement global  $\mu$  suivant une loi de Coulomb :

$$\mu = \mu_d + (\mu_s - \mu_d)e^{-c|v|} \quad (2.6)$$

En fixant le coefficient de frottement dynamique  $\mu_d$  à zéro, de même que les exposants  $c$  et  $v$ , le frottement global devient équivalent au frottement statique. Les valeurs des coefficients de frottement appliquées pour chaque simulation sont présentées au tableau 2.5. La Figure 2.5 illustre la variation de la contrainte résiduelle  $\sigma_x$  en fonction de la profondeur directement sous le point d'impact.



**Figure 2.5 Effet du coefficient de frottement sur la variation de la contrainte résiduelle  $\sigma_x$  en fonction de la profondeur, évaluée sous le point de contact**

Les résultats sont comparables à ceux obtenus par Meguid, Shagal et Stranart (2002). Il y a une grande variation de la contrainte près de la surface pour des coefficients allant de 0 à 0,1. Au-delà de cette valeur, les variations sont minimales, voire négligeables. Les résultats démontrent clairement qu'il est nécessaire de tenir compte du frottement dans une étude du grenailage. Basé sur ces résultats, un coefficient de frottement de 0,1 sera utilisé pour toutes les simulations de cette étude. Meo et Vignjevic (2003) ont également choisi cette valeur pour leurs simulations.

**Tableau 2.5 Coefficients de frottement**

#Essai	31	37	38	39	40	41
$\mu$	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5

### 2.2.2 Modèle en tridimensionnel

À partir des informations recueillies à l'aide du modèle axisymétrique, un modèle tridimensionnel a été développé pour la simulation d'un seul impact. Une étude de convergence a d'abord été réalisée pour s'assurer que les résultats obtenus étaient conformes à ceux du modèle axisymétrique. Par contre, l'augmentation considérable des temps de calcul a nécessité certaines simplifications au modèle. Cette section est une description des mesures qui ont été prises pour réduire la taille du modèle tridimensionnel.

La première de ces mesures a été de modéliser uniquement un quart du modèle complet comme illustré à la Figure 2.6. Deux plans de symétrie ont été utilisés. Cette solution, tel que mentionné au Chapitre 1, permet de diminuer énormément les temps de calcul tout en minimisant les effets pervers, entre autres de retour d'ondes, associés aux plans de symétrie. Des conditions de symétrie ont donc été appliquées aux plans  $x=0$  et  $z=0$ . Pour empêcher les déplacements rigides, la surface inférieure du bloc ( $y=-9$  mm) a été contrainte dans la direction  $y$  uniquement, de la même façon que pour le modèle axisymétrique.

#### Caractéristiques du maillage de la bille

Dans un premier temps, le maillage de la bille utilisé pour le modèle axisymétrique a été modifié. Pour diminuer le nombre d'éléments, l'intérieur de la bille a été maillé avec des éléments grossiers alors que la surface a été maillée avec de petits éléments. Dans les deux cas, les éléments sont tétraédriques de type SOLID164.

### Caractéristiques du maillage du bloc

Le maillage du bloc est également formé d'éléments SOLID164. La géométrie est similaire à celle du modèle axisymétrique. Une zone raffinée directement sous le point d'impact est formée d'éléments briques à huit nœuds (zone 1) alors que la zone 2 est formée d'éléments tétraédriques. Les éléments sont linéaires parce que LS-Dyna® ne permet pas l'utilisation d'éléments quadratiques. Le nombre d'éléments total étant très élevé, les temps de calcul le sont également. Par exemple, pour des éléments cubiques ayant un côté de 0,05 mm de long dans la zone 1 et de 0,5 mm dans la zone 2, le calcul a nécessité environ 16 minutes, 16 fois plus que pour un maillage similaire en deux dimensions.

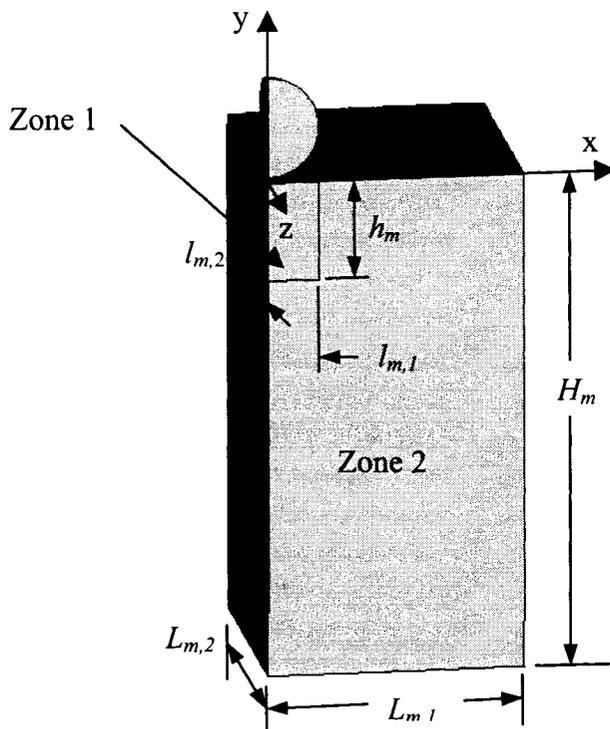


Figure 2.6 Géométrie du modèle tridimensionnel

Pour réduire le nombre d'éléments, tout en maintenant une taille suffisamment petite pour obtenir des résultats satisfaisants, un maillage de transition a été choisi. Ce type de maillage permet d'avoir des éléments plus petits dans la région de la zone 1 où il y a contact et des éléments plus grossiers plus loin du point d'impact, tout en ayant des

éléments briques. Le changement de taille des éléments se fait graduellement, ce qui ne cause pas de problèmes liés aux changements brusques de taille d'éléments. La Figure 2.7 illustre le type de transition choisi parmi les options offertes par le code LS-Dyna®.

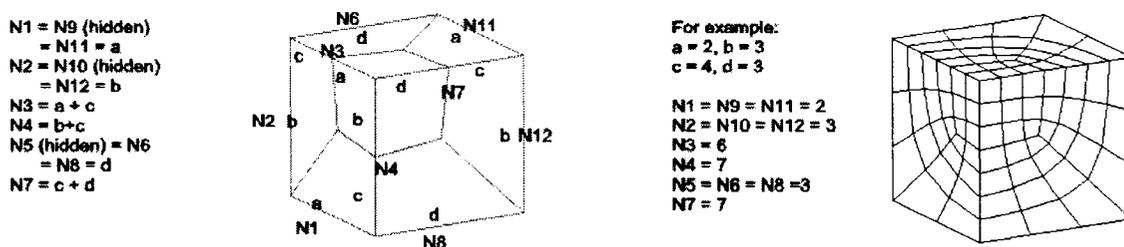


Figure 2.7 Maillage de transition de la zone 1 du bloc (LS-Dyna User's manual, 2004)

Les paramètres a, b, c et d sont variés afin de trouver la combinaison la plus appropriée. Le tableau 2.6 montre les combinaisons choisies pour chaque simulation. Elles ont été choisies de façon à obtenir des éléments dont la forme se rapproche le plus possible de celle du cube et dont la longueur du côté a une taille similaire à celle choisie pour les éléments du modèle axisymétrique, soit 0,025 mm près du point d'impact. La Figure 2.8 illustre la variation de la contrainte résiduelle  $\sigma_x$  directement sous le point d'impact en fonction de la profondeur. Le maillage de l'essai #3D 04 est considéré comme étant celui qui conduit à une solution convergée. Pour un temps de calcul d'environ 40 minutes par rapport à 35 pour l'essai #03, la courbe suit mieux celle du modèle axisymétrique (2D 05). Cette configuration est conservée pour la suite des simulations.

Tableau 2.6 Taille des éléments pour l'étude de convergence du maillage tridimensionnel (en mm)

#Essai	Bille		Bloc				Temps de calcul (min)	
	Surface	Intérieur	Zone 1					Zone 2
2D 05	0,025	0,025	0,025				0,25	9
3D 01	0,05	0,2	0,05				0,5	16
			a	b	c	d	-	-
3D 02	0,025	0,4	9	9	9	27	0,5	22
3D 03	0,025	0,4	4	36	27	4	0,5	35
3D 04	0,025	0,4	9	36	27	9	0,5	40

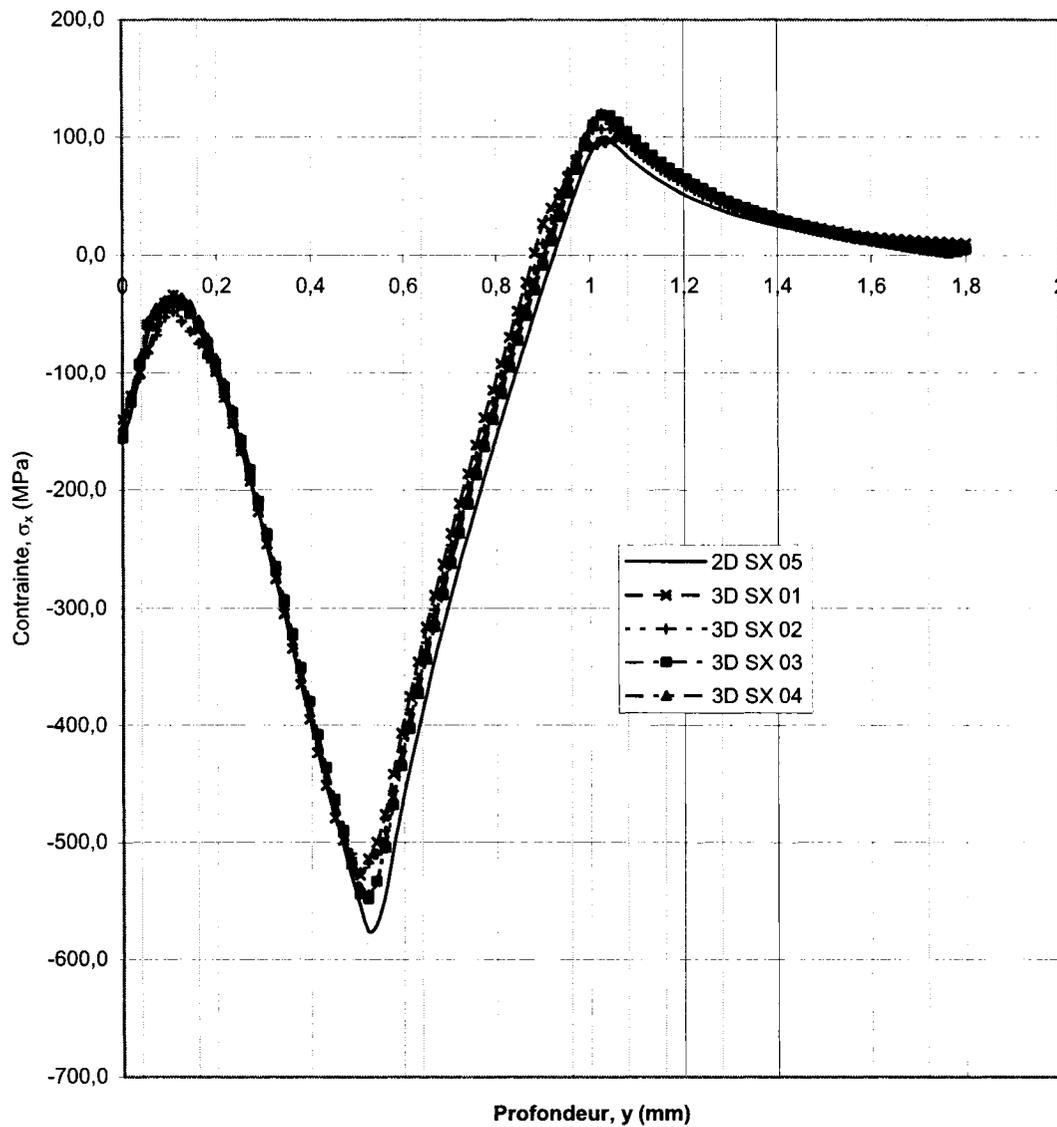


Figure 2.8 Résultats de l'étude de convergence pour le maillage tridimensionnel

### ***2.3 Modèle tridimensionnel pour la simulation d'impacts multiples***

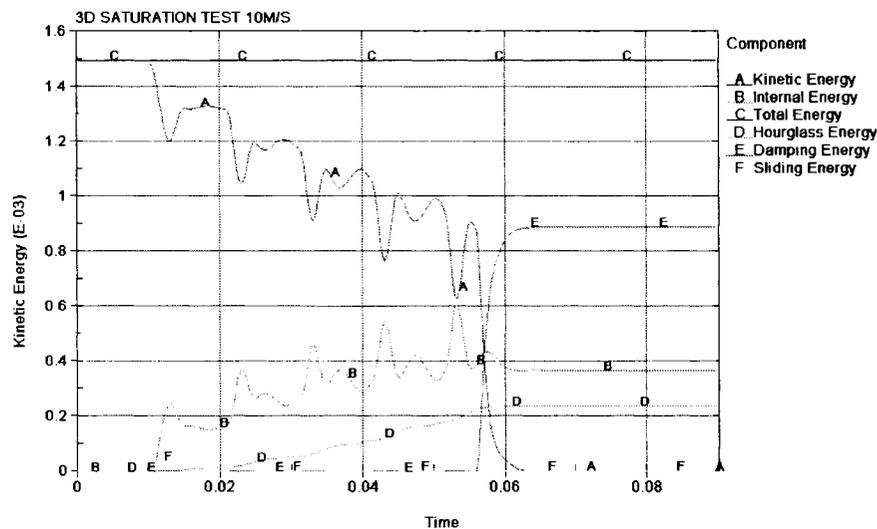
La simulation de plusieurs impacts amène trois nouveaux paramètres importants. Le nombre d'impacts à simuler au même endroit, la distance entre les impacts et le nombre

total d'impacts. Le fait de réaliser tous les essais expérimentaux à couverture complète réduit énormément le nombre de combinaisons possibles de ces paramètres. Cette section décrit les études réalisées pour pouvoir déterminer les valeurs à attribuer à ces trois paramètres, pour chacune des conditions de grenailage étudiées. Sans toutefois nécessiter des modifications majeures aux modèles, les simulations d'impacts multiples ont amené quelques changements dans la géométrie des zones de maillage du bloc.

Puisque l'ajout de billes entraîne une augmentation considérable de la taille du modèle, le maillage des billes a également été modifié afin de diminuer le nombre d'éléments. Plutôt que des éléments solides, des éléments coques (SHELL163) ont été utilisés. La sphère étant rigide, ceci ne change en rien les résultats si l'inertie de la bille est bien définie. Des essais ont été réalisés pour comparer les deux types de maillage : éléments solides et éléments coques. Les profils de contraintes résiduelles obtenus sont identiques. Les éléments coques doivent cependant être suffisamment épais pour éviter des problèmes liés au contact. L'épaisseur minimale est calculée en fonction de la vitesse d'impact et du pas de calcul du logiciel d'éléments finis (time step) de sorte que la pénétration des nœuds du bloc dans l'élément coque ne dépasse pas la mi-épaisseur. Des détails concernant l'algorithme de contact et le pas de calcul sont donnés à l'annexe A. L'algorithme de contact et le pas de calcul des simulations démontrent qu'une épaisseur de 0,001 mm est suffisante.

Le problème d'hourglass mentionné au chapitre 1 n'était pas apparu pour les simulations d'un seul impact. Par contre, comme le montre la Figure 2.9, l'énergie associée au phénomène Hourglass (courbe D) devient importante lorsque plusieurs impacts sont simulés. Le rapport énergie Hourglass/énergie interne ne doit pas dépasser 10% (LS-Dyna user's manual, 2004). La solution adoptée à ce point-ci de l'étude est de faire les calculs en utilisant l'intégration complète (plusieurs points d'intégration), l'option par défaut de code LS-Dyna étant l'utilisation d'un seul point d'intégration au centroïde de chaque élément. L'intégration complète élimine totalement le problème d'Hourglass en

enrayant la possibilité de développement de ces modes de déformation à énergie nulle. L'augmentation des temps de calculs est considérable, mais non critique. Une comparaison entre les résultats obtenus avec et sans l'option d'intégration complète a montré des différences de moins de 2% entre les deux profils de contraintes résiduelles.



**Figure 2.9 Exemple d'énergies du modèle tridimensionnel sans contrôle d'hourglass en fonction du temps (5 m/s impacts à 50 m/s)**

### 2.3.1 Effet du nombre d'impacts au même point (saturation)

Essentiellement, la simulation de plusieurs impacts au même point ne nécessite aucune modification au modèle tridimensionnel détaillé à la section 2.2.2 mis à part l'ajout de billes. Les billes sont espacées dans la direction  $y$  en fonction de la vitesse de sorte que les contacts aient lieu les uns après les autres, sans aucune superposition. La Figure 2.10 montre les résultats des essais pour dix impacts à 50 m/s sur un bloc en alliage d'aluminium 7075-T6, modélisé suivant une loi d'érouissage cinématique. Il apparaît clairement qu'au-delà du sixième impact, les contraintes résiduelles demeurent inchangées. Il est donc inutile de simuler plus de six impacts au même endroit dans ces conditions. Une autre simulation pour laquelle le bloc d'aluminium était cette fois modélisé selon une loi d'érouissage isotrope, a également montré une saturation à partir du sixième impact.

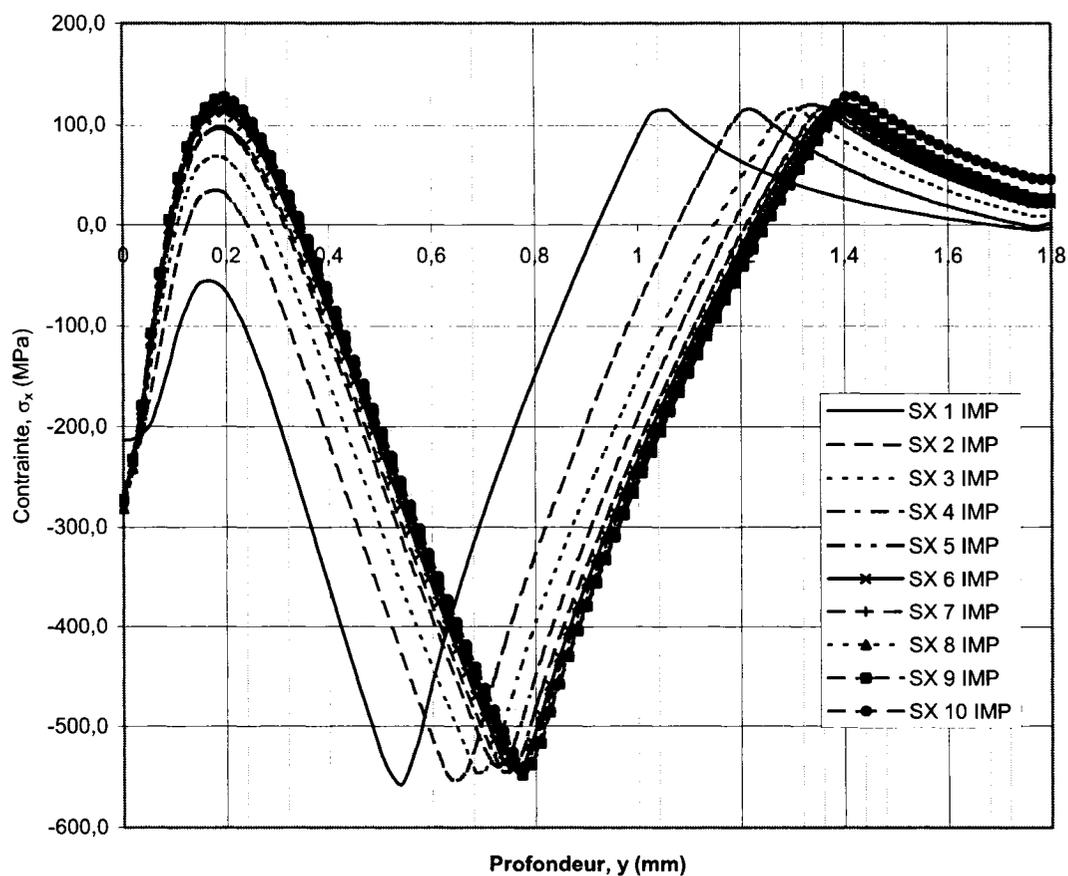


Figure 2.10 Saturation du matériau à une vitesse d'impact de 50 m/s

Tableau 2.7 Nombre d'impacts à saturation en fonction de la vitesse d'impact

Vitesse (m/s)	10	30	50
Nb. d'impacts à saturation	5	6	6

Toutefois, si le nombre d'impacts à saturation est indépendant du mécanisme d'écrasement, il dépend cependant de la vitesse d'impact. Le tableau 2.7 donne le nombre d'impact à saturation obtenu à partir de simulations effectuées avec différentes vitesses d'impact.

### 2.3.2 Effet de la distance entre les points d'impact

L'évaluation de la distance adéquate entre les impacts pour réaliser une couverture complète implique un élargissement de la zone 1 du bloc. En plus de l'ajout de billes, la dimension  $l_{m,1}$  (Figure 2.6) doit être augmentée pour permettre aux nouvelles billes de frapper une zone de maillage raffiné. La Figure 2.11 illustre le modèle modifié.

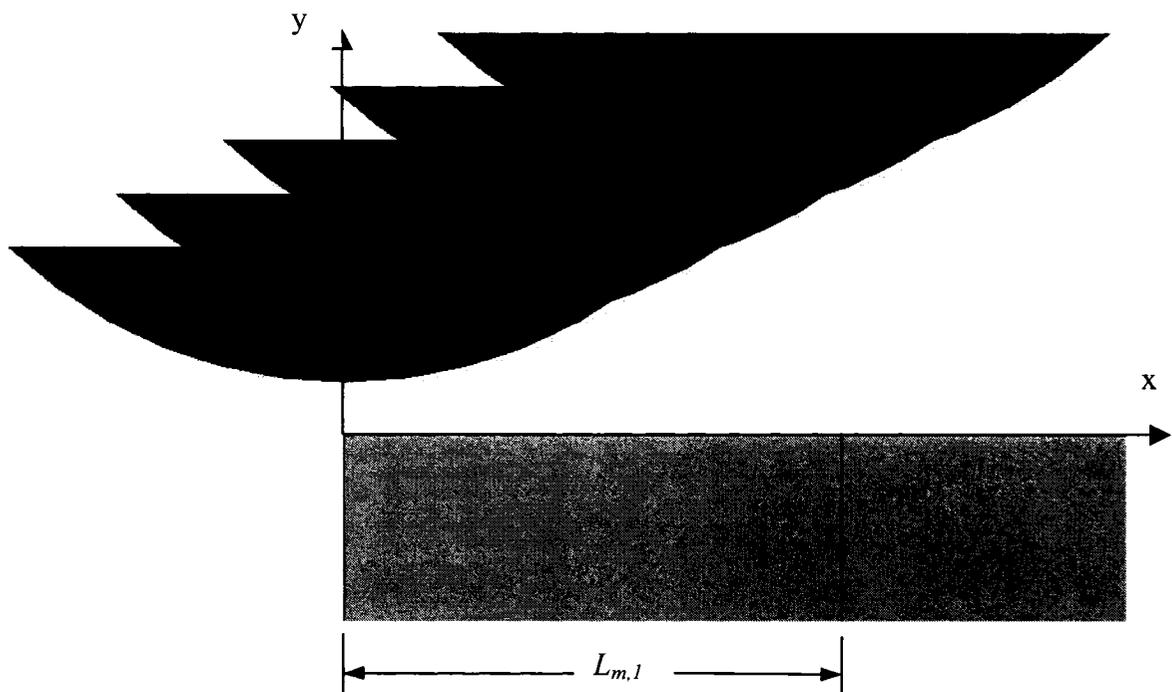


Figure 2.11 Géométrie du modèle pour l'étude de la distance d'influence

Meguid, Shagal et Stranart (2002) ont fait une étude assez détaillée de l'effet de la distance entre les impacts sur la distribution des contraintes résiduelles. Par contre, les distances étudiées impliquaient toujours une couverture incomplète. Puisqu'une des hypothèses de base de la présente étude est de toujours considérer une couverture complète, le choix de la distance d'impact ne peut donc pas être basé sur les travaux de ces auteurs. Une façon conservatrice de déterminer la distance entre les impacts serait de

s'assurer d'avoir, hors de tout doute, une couverture complète pour toutes les vitesses simulées. Il a été décidé de fixer la distance entre les impacts à une valeur correspondant au rayon de l'empreinte développée par un impact. La couverture complète est alors garantie.

L'autre variable à déterminer est la distance d'influence d'un impact. Autrement dit, jusqu'à quelle distance du point central un impact a-t-il une influence sur les contraintes résiduelles induites sous ce point central? Des simulations ont été réalisées pour quantifier cette distance. Cinq impacts ont été simulés. La distance des points d'impact, par rapport au centre du bloc est donnée au tableau 2.8. La Figure 2.12 illustre les résultats obtenus pour une vitesse d'impact de 50 m/s. Il apparaît clairement que le cinquième impact n'a plus aucune influence sur les contraintes résiduelles sous le point de contact du premier impact. Des essais ont été réalisés pour des vitesses de 10 m/s et 30 m/s en modifiant les distances entre les impacts, pour qu'elles correspondent aux rayons des tailles d'empreintes respectives. Dans les deux cas, le cinquième impact n'avait aucune influence sur la distribution des contraintes résiduelles sous le point de contact du premier impact. Quatre impacts sont donc suffisants pour analyser l'effet d'impacts distancés. Il est également intéressant d'observer que la contrainte en surface est modifiée à la baisse par un impact distancé. Il s'agit d'un paramètre très important lorsque le but recherché par le grenailage est l'amélioration de la résistance à la fatigue.

**Tableau 2.8 Points d'impacts pour l'étude de la distance d'influence à 50 m/s**

<b>Point d'impact</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>
Distance en x par rapport à l'origine (mm)	0	0,4	0,8	1,2	1,6

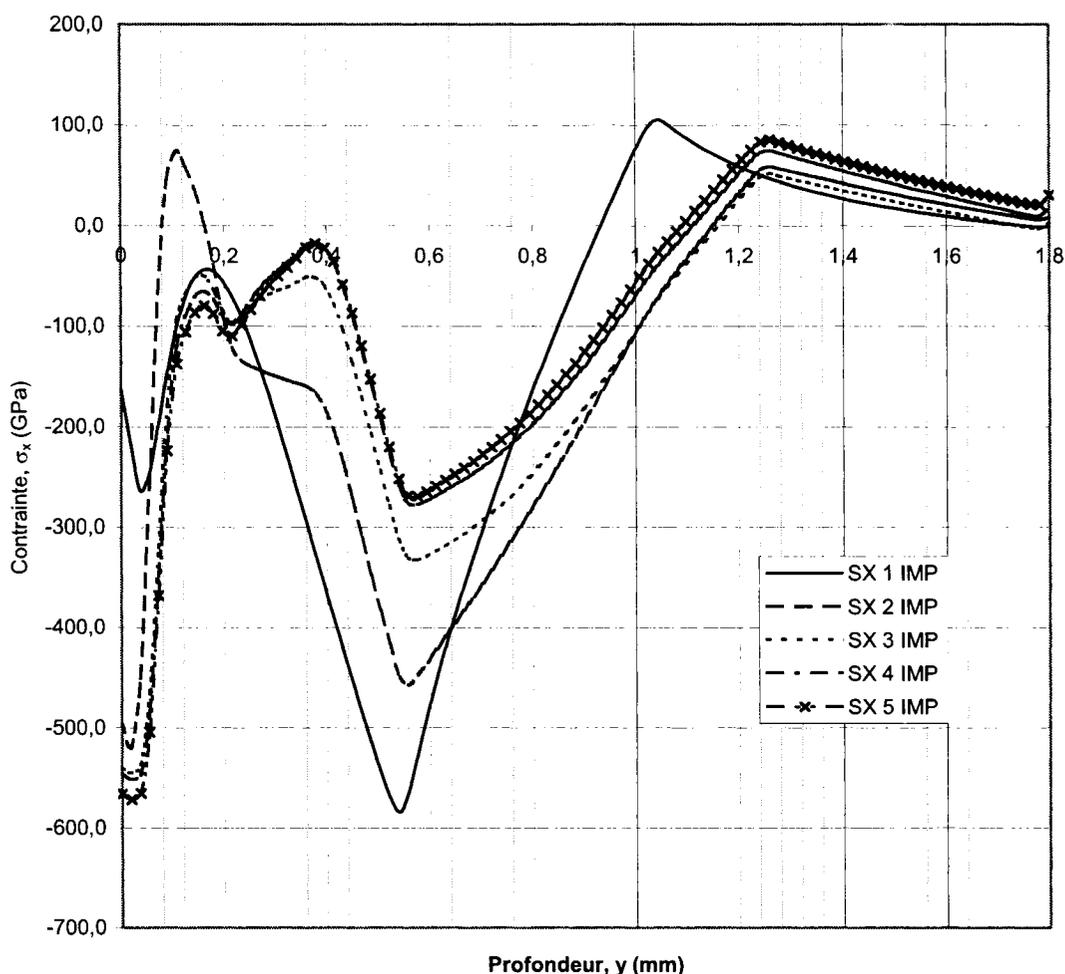


Figure 2.12 Influence de la distance de l'impact sur la distribution des contraintes résiduelles  $\sigma_x$ , sous le point central du bloc

## 2.4 Simulation du procédé de grenailage

Les résultats précédents ont permis d'établir la valeur de tous les paramètres d'une simulation à impacts multiples. La simulation des effets du grenailage pour une couverture complète peut maintenant être réalisée. Dans cette section, toutes les étapes de cette simulation sont présentées. À cette fin, le modèle utilisé a été modifié de nouveau pour permettre d'effectuer un plus grand nombre d'impacts que celui considéré

jusqu'ici. Le modèle a également été optimisé pour réduire au minimum le nombre d'éléments, réduisant ainsi les temps de calculs. Pour la même raison, une méthode de contrôle des modes d'hourglass plus adaptée a également été mise en place. De plus, une méthode pour évaluer le profil de contraintes résiduelles induites sur toute la surface a été développée. Les résultats ont ensuite été comparés, lorsque possible, avec des valeurs expérimentales provenant de la littérature.

Il est important de noter que le diamètre des billes a été augmenté à 3 mm pour toutes les simulations qui suivent. Ce diamètre est plus approprié pour le formage par grenailage. Un diamètre de 1,8 mm avait été choisi au départ, étant donné la non-disponibilité des billes de 3 mm sur le marché, problème réglé à cette étape-ci du projet. Étant donné le changement de diamètre des billes, certaines simulations de saturation et de distance d'influence ont été refaites pour valider les données recueillies en considérant le nouveau diamètre. Il s'est avéré que le nombre d'impacts à saturation demeure inchangé et que la distance d'influence d'un impact est demeurée proportionnelle à la taille de l'empreinte.

Les vitesses des simulations ont également été ajustées pour se rapprocher des vitesses réelles du procédé Stressonics®. La figure 3.8 montre que la gamme de vitesses s'étend de 6 m/s à 15 m/s, environ. Pour les simulations, cinq valeurs de la vitesse d'impact seront donc considérées : 5 m/s, 7,5 m/s, 10 m/s, 12,5 m/s et 15 m/s.

#### **2.4.1 Description du modèle**

Les résultats obtenus à la section 2.3 fournissent les éléments nécessaires pour déterminer la répartition et le nombre d'impacts devant être simulés, pour chaque valeur de la vitesse. Cette répartition conduit ensuite au choix du maillage. Une méthode de contrôle d'hourglass autre que l'intégration complète permet de réduire

considérablement les temps de calculs. Le modèle peut ensuite servir à déterminer la loi de comportement du matériau la plus adaptée aux conditions de grenailage simulées.

### **Répartition des impacts**

Tous les éléments nécessaires à la détermination du nombre et de la position des impacts sont donnés dans les tableaux 2.7 et 2.8. Par mesure préventive, pour des vitesses supérieures à 10 m/s, six impacts successifs par point de contact ont été simulés afin de s'assurer que la saturation des contraintes était atteinte à ce point. À une vitesse donnée, la distance entre les impacts a été fixée au rayon de l'empreinte générée par un impact à cette vitesse. Un minimum de trois impacts localisés à des points différents, en plus de celui au point central, doivent être simulés pour s'assurer de capter l'effet des impacts latéraux.

Le modèle à deux plans de symétrie (Figure 2.6) est conservé pour minimiser les interactions entre les impacts, tout en permettant une réduction importante du nombre d'éléments. La Figure 2.13 illustre la répartition des impacts choisie. Les impacts sont répartis sur des arcs de cercles centrés à l'origine du modèle (intersection des plans de symétrie). La distance entre chacun des impacts sur les axes  $x$  et  $z$  est exactement égale à la taille de l'empreinte. Pour les autres points, la distance n'est pas exactement la même mais, elle demeure dans un intervalle de  $\pm 20\%$ . Il y a donc 13 points d'impacts. Connaissant le nombre d'impacts pour atteindre la saturation, un total de 65 impacts sont simulés pour les vitesses inférieures ou égales à 10 m/s et 78 impacts pour les autres vitesses. L'ordre dans lequel les impacts ont lieu a été choisi arbitrairement, du centre vers l'extérieur. Puisque le matériau est saturé à la fin de la simulation, l'ordre d'impact n'a que très peu d'influence sur le résultat final. Le point d'impact #1 est aussi le #14, le #27 et ainsi de suite.

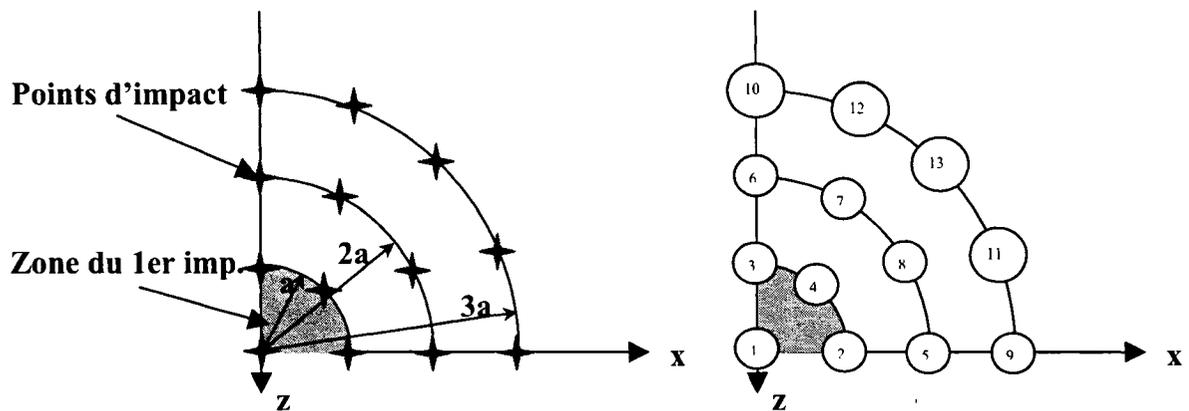


Figure 2.13 Répartition et ordre des impacts pour la simulation du procédé

### Maillage

Le maillage doit évidemment être modifié pour permettre de simuler tous ces impacts. Entre autres, la zone de maillage raffinée du bloc (zone 1, Figure 2.6) doit être agrandie. Un simple agrandissement serait toutefois très dommageable pour le temps de calcul car il augmenterait considérablement le nombre d'éléments. De plus, le maillage de transition n'est plus adapté, étant donné la répartition des impacts sur une grande surface. Il a donc été nécessaire de repenser le modèle en entier pour s'assurer de l'optimiser pour minimiser les temps de calculs.

La géométrie de la surface à impacter a d'abord été changée (Figure 2.14). Plutôt qu'une forme carrée, une forme circulaire, plus adaptée pour la répartition des impacts choisie, a été implantée. Ceci permet de réduire considérablement le nombre d'éléments en plus de mieux se conformer à la géométrie des contraintes résiduelles.

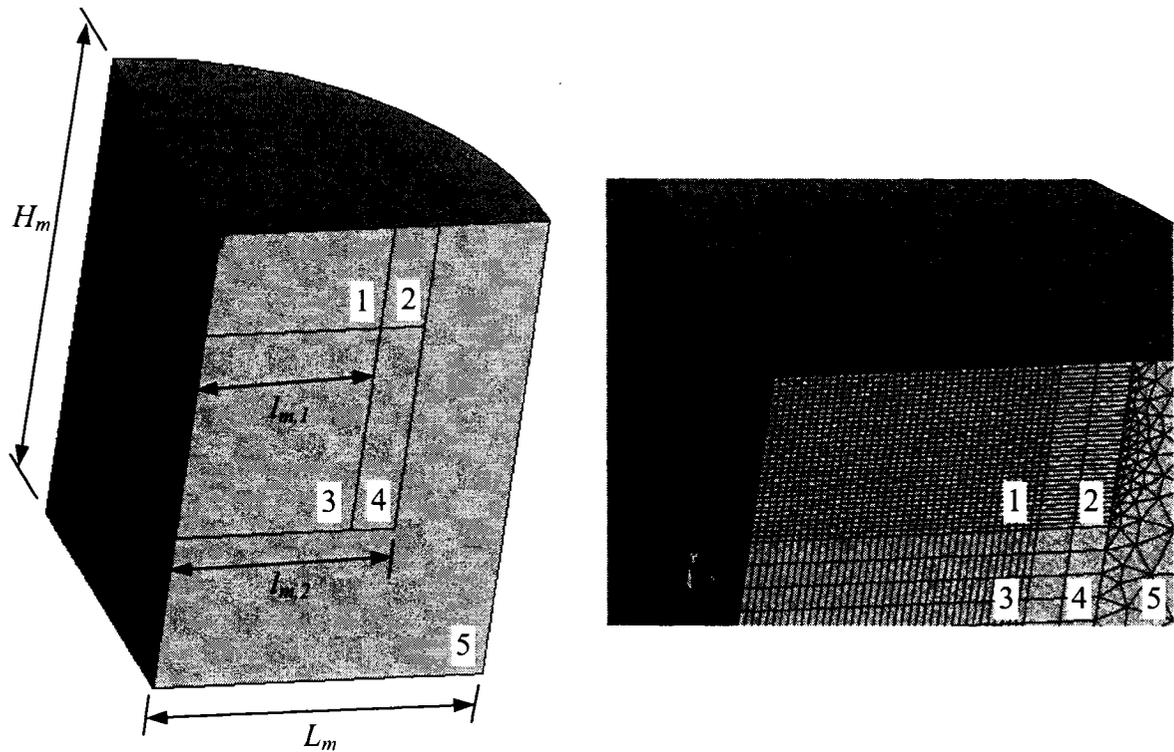


Figure 2.14 Maillage du bloc pour la simulation du procédé

La taille du modèle a également été modifiée en se référant à la répartition des impacts pour la vitesse maximale simulée (15 m/s). Puisque l'impact le plus éloigné aura lieu à 1,14 mm du centre et que son empreinte s'étendra jusqu'à 1,52 mm du centre, une zone de maillage très raffiné de rayon de 1,6 mm a été créée (zone 1). Une autre zone a été créée à l'extérieur avec un maillage moins raffiné (zone 2), d'une largeur de 0,2 mm, pour agir comme support. Ces deux zones sont également divisées en deux en profondeur (zones 3 et 4). Le maillage du premier millimètre en surface est très raffiné (zones 1 et 2) alors que le maillage des deux millimètres restants l'est beaucoup moins (zones 3 et 4). La profondeur de l'interface entre les zones 1 et 3 a été déterminée en examinant les résultats du modèle axisymétrique pour une bille de 3 mm de diamètre ayant un vitesse d'impact de 15 m/s. Dans ces conditions, les forts gradients de contraintes se produisent à l'intérieur du premier millimètre sous la surface. Ces quatre

zones sont maillées de manière structurée à l'aide d'éléments SOLID164. La profondeur totale ( $h_{m,2}$ ) de cette section raffinée du maillage est de 3 mm ( $2R_b$ ) alors que son rayon ( $l_{m,2}$ ) est de 1,8 mm ( $1,2 R_b$ ). La profondeur est donc demeurée la même que celle du modèle de la Figure 2.6 alors que la largeur a été légèrement augmentée. Ceci s'explique par le fait que la largeur a été validée pour une vitesse d'impact de 50 m/s, ce qui nécessite une largeur plus importante que pour la vitesse maximale qui sera simulée à l'aide de ce modèle (15 m/s). Par contre, les impacts latéraux doivent se produire sur un maillage relativement fin, ce qui nécessite un élargissement de la zone de maillage raffinée. Ces deux éléments conjugués ont mené au choix de la largeur mentionnée précédemment. La largeur totale du modèle ( $L_m$ ), a également été réduite à 3 mm ( $2 R_b$ ) et la profondeur totale ( $H_m$ ) à 4,5 mm ( $3 R_b$ ). Ceci se justifie par des vitesses simulées peu élevées. La zone restante (zone 5) est maillée avec des éléments tétraédriques dans le but de minimiser le nombre d'éléments. Le tableau 2.9 indique les tailles des éléments de chaque zone. Le nombre de degrés de liberté pour ce modèle est d'environ 400 000. Une simulation a été faite pour un impact à 15 m/s afin de comparer les résultats de ce modèle avec ceux du modèle de la Figure 2.6. La différence entre les résultats obtenus est négligeable.

**Tableau 2.9 Taille des éléments du bloc pour la simulation du procédé (mm)**

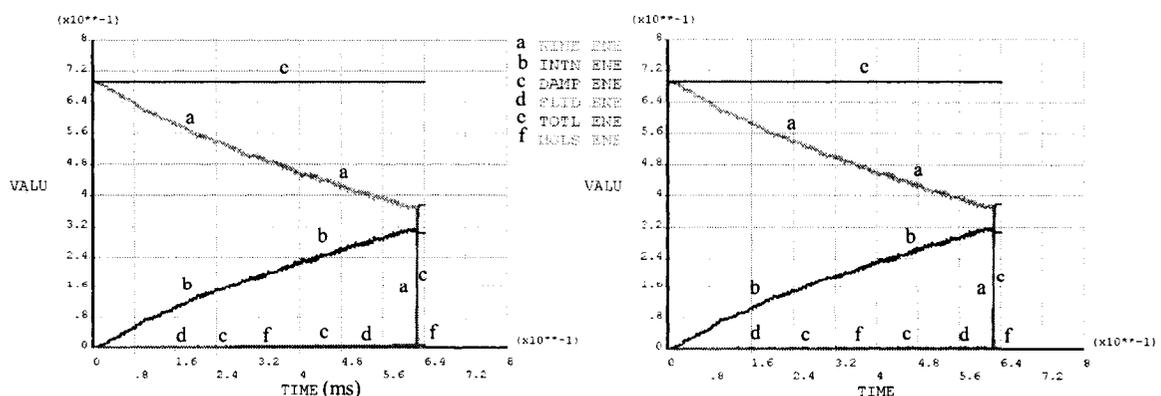
	Zone 1	Zone 2	Zone 3	Zone 4	Zone 5
Largeur des éléments (horizontale)	0,04	0,2	0,04	0,2	-
Hauteur des éléments (verticale)	0,03	0,03	0,2	0,2	-
Taille des éléments tétraédriques (maximale)	-	-	-	-	0,5

### **Contrôle d'Hourglass**

L'intégration complète, utilisée pour contrôler le phénomène d'Hourglass est rapidement devenue trop lourde. Les temps de calculs dépassant les 250 heures sur une station de travail relativement moderne, il fallait trouver une autre solution. Le logiciel d'éléments

finis LS-Dyna® propose sept méthodes en plus de l'intégration complète. Le but ici n'est pas d'expliquer le fonctionnement de chacune, elles n'ont pas toutes été testées, mais plutôt de comprendre leur principe de base.

Les sept méthodes sont regroupées en deux classes : une classe visqueuse et une rigide. Ces méthodes sont toutefois basées sur des principes similaires : de l'amortissement ou de la rigidité est ajouté, dans la direction des modes de déformation d'hourglass. Les classes visqueuses sont préférables pour des vitesses élevées alors que les classes rigides sont plus efficaces à basses vitesses. Ne sachant pas à l'avance dans quelle catégorie de vitesse les simulations de cette étude se situent, les deux classes ont été testées. Les algorithmes #3 (visqueux) et #6 (rigide) ont été choisis car ils sont les plus complets pour chaque classe. La Figure 2.15 illustre les résultats. À gauche, les résultats obtenus en appliquant un contrôle visqueux et à droite, ceux obtenus en appliquant un contrôle rigide. L'ordonnée représente l'énergie du modèle et l'abscisse, le temps. Les deux algorithmes donnent de bons résultats mais la forme rigide permet de maintenir un niveau d'énergie hourglass (courbe f) presque nul alors que la forme visqueuse montre environ 5% d'énergie hourglass par rapport à l'énergie interne (courbe b). L'algorithme #6 est choisi car il donne de meilleurs résultats sans pour autant augmenter les temps de calculs.



**Figure 2.15 Énergies du modèle de simulation du procédé, contrôle d'hourglass visqueux à gauche (#3), rigide à droite (#6)**

### Comportement du matériau

Comme il a été mentionné précédemment, plusieurs lois de comportement de matériau existent pour établir le champs de contraintes au delà du domaine élastique. Outre le mécanisme d'écrouissage, le taux de déformation peut jouer un rôle très important. Khabou, Castex et Inglebert (1990) ont indiqué que les alliages d'aluminium, dû à leur structure cubique à faces centrées, ont un comportement d'écrouissage fortement isotrope. Le mécanisme d'écrouissage cinématique a donc été rejeté. Les deux lois de comportement étudiées ici sont donc l'écrouissage isotrope bilinéaire (éq. 2.1) et l'écrouissage isotrope ajouté de la loi de Cooper-Symonds (éq. 2.3) pour tenir compte du taux de déformation. Des recherches plus approfondies ont également été menées afin de déterminer les propriétés de l'alliage d'aluminium 7075-T6 et ainsi s'assurer de la validité des valeurs utilisées dans les calculs. Il s'est avéré que le module tangent avait été surestimé dans les simulations effectuées depuis le début. Une valeur de 1,4 GPa plutôt que 3,3 GPa est donc utilisée à partir de ce point (Atlas of stress-strain curves). Les valeurs des paramètres utilisées pour les simulations qui suivent sont présentées au tableau 2.10.

**Tableau 2.10 Valeur des paramètres pour les simulations de l'étude du modèle de matériau**

#Essai	Matériau (tableau 4.3)	Vitesse (m/s)	Nombre total d'impacts	Distance nominale entre les impacts (mm)
V5 IsoCS	Isotrope bilinéaire, Cooper-Symonds	5	65	0,20
V10 IsoCS	Isotrope bilinéaire, Cooper-Symonds	10	65	0,30
V15 IsoCS	Isotrope bilinéaire, Cooper-Symonds	15	78	0,38
V5 Iso	Isotrope bilinéaire	5	65	0,20
V10 Iso	Isotrope bilinéaire	10	65	0,30
V15	Isotrope bilinéaire	15	78	0,38

Les résultats des simulations sont donnés à la Figure 2.16. Cette figure met en évidence l'effet du taux de déformation sur la variation de la contrainte résiduelle radiale moyenne,  $\sigma_r$  (et non  $\sigma_x$  comme dans les figures précédentes) à travers l'épaisseur. Les valeurs de  $\sigma_r$  sont calculées selon la méthode présentée à la section 2.4.2 . Il apparaît évident que le taux de déformation a un effet non négligeable. Comme cela était à prévoir, les écarts observés augmentent avec la vitesse de simulation. Pour une vitesse d'impact faible (5 m/s), l'effet du taux de déformation sur le profil de la contrainte résiduelle n'est pas très marqué, sauf dans la zone située juste en-dessous de la surface, là où la contrainte maximale se produit. À haute vitesse, l'effet est un peu plus marqué, notamment dans la zone où la contrainte en compression est maximale. Pour toutes les vitesses d'impacts simulées, la contrainte en compression maximale observée est inférieure pour le modèle bilinéaire isotrope. Par contre, la profondeur de la zone de contrainte en compression est inférieure pour le modèle isotrope ajouté de la loi de Cooper-Symonds. Ce comportement peut s'expliquer par le fait que la limite élastique augmente avec le taux de déformation. Des contraintes plus élevées sont donc possibles, mais ces contraintes freinent également plus rapidement l'avancée des particules en demandant plus de travail, ce qui tend à réduire la profondeur de la zone plastifiée. La loi d'écrouissage isotrope ajoutée de la loi de Cooper-Symonds est choisie car elle représente mieux comportement réel du matériau.

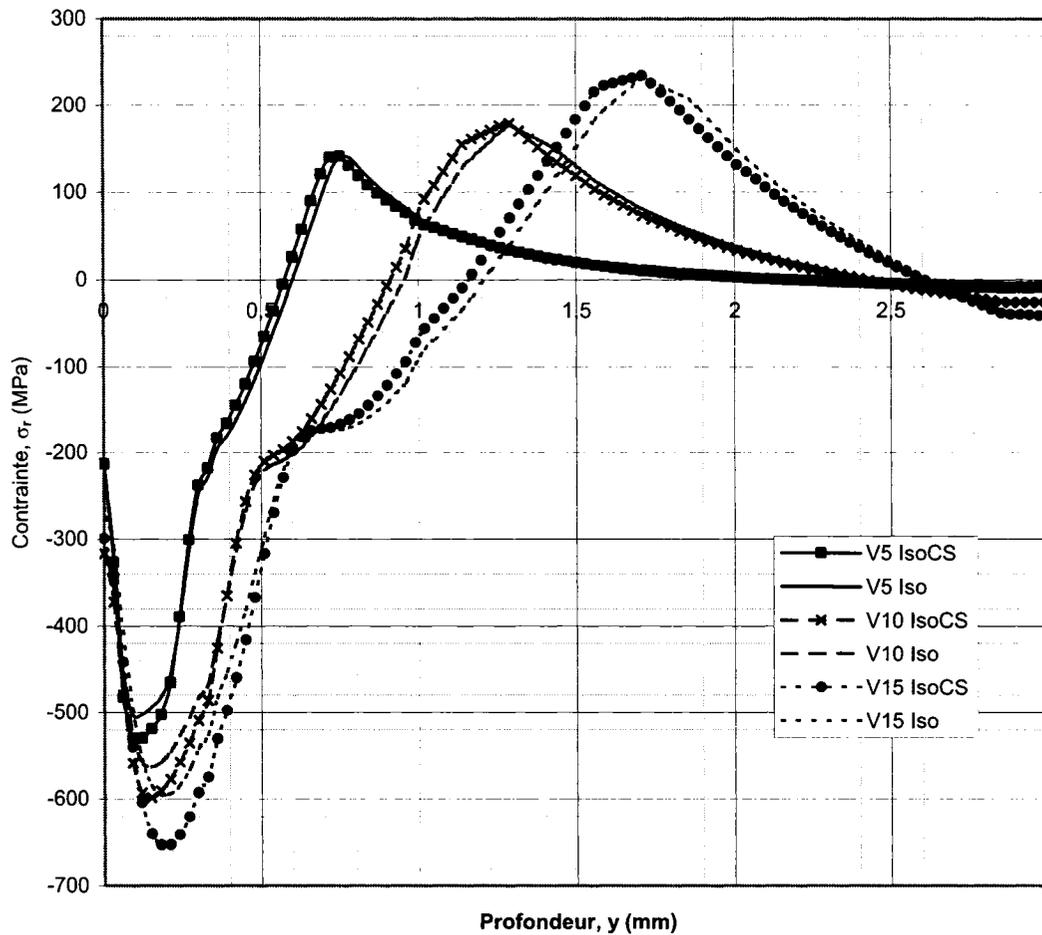


Figure 2.16 Résultats de l'étude du modèle de matériau

### 2.4.2 Méthode d'évaluation du profil de contraintes résiduelles

La théorie de Hertz a démontré que les valeurs des contraintes sous la surface de contact entre deux corps dépendent du point sous lequel elles sont calculées. Les méthodes de mesure expérimentales de contraintes nécessitent, pour la plupart, une surface d'environ  $1 \text{ mm}^2$ . Dans le but d'obtenir, à l'aide des simulations, un profil de contraintes résiduelles qui pourra être comparé aux valeurs expérimentales, une méthode de calcul des contraintes sur une région plutôt que sur une ligne a été développée.

La méthode développée par Schwarzer, Schulze et Vöhringer (2002) (chapitre 1) est excellente car elle permet de faire une moyenne des contraintes sur une grande région. Toutefois, si le maillage tridimensionnel n'est pas uniforme dans les trois directions, la méthode devient rapidement complexe à utiliser, le poids de chaque élément devant être considéré en plus des coordonnées de son centroïde. C'est toutefois une méthode très précise. La méthode développée pour cette étude est une combinaison de cette approche avec une autre approche très répandue, la mesure ponctuelle des contraintes directement sous le point d'impact. En calculant les contraintes sous plusieurs points d'une région et en faisant la moyenne, il est possible d'arriver à un profil de contraintes qui représente assez bien la moyenne des contraintes dans cette région. La Figure 2.17 illustre la répartition des points (marqués d'une croix) sous lesquels les contraintes résiduelles sont calculées; la surface ombragée représente l'empreinte d'un impact.

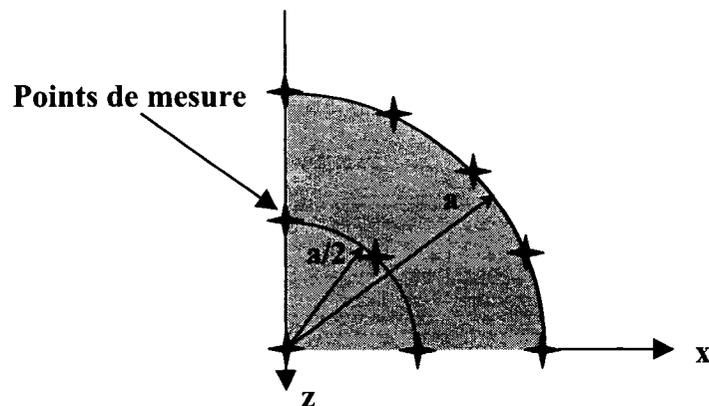


Figure 2.17 Répartition des points de calcul des contraintes résiduelles

Dans le but d'améliorer la méthode, il a été décidé d'utiliser, plutôt que la moyenne des contraintes en  $x$  et  $z$ , la moyenne de la contrainte radiale. Les contraintes en  $x$  et en  $z$  n'étant pas égales en tous points, simplement à cause de l'ordre dans lequel les impacts ont lieu, cette approche est plus appropriée. La différence entre les deux méthodes est faible mais non négligeable.

### **2.4.3 Comparaisons des contraintes résiduelles simulées et des contraintes résiduelles expérimentales de la littérature**

Peu de résultats expérimentaux sur les profils de contraintes résiduelles ont été publiés dans la littérature scientifique pour les intensités de grenailage considérées dans cette étude. Les seuls résultats qui peuvent servir pour fin de comparaison sont ceux de Khabou, Castex et Inglebert (1990) pour une intensité de 0,2A (8A po.). Ces résultats sont obtenus avec des billes d'acier projetés sur une plaque en alliage d'aluminium. Bien que les valeurs absolues des contraintes ne puissent être comparées, une analyse qualitative du profil de contraintes mesurés et des profils obtenus par simulation est faite. La Figure 2.18 met en évidence les ressemblances entre les deux types de profil, expérimental et ceux obtenus des simulations. Même le petit épaulement, indiqué par une flèche, est apparent sur tous les profils. Aux vues de ces résultats, les simulations sont considérées fidèles aux conditions de grenailage réelles.

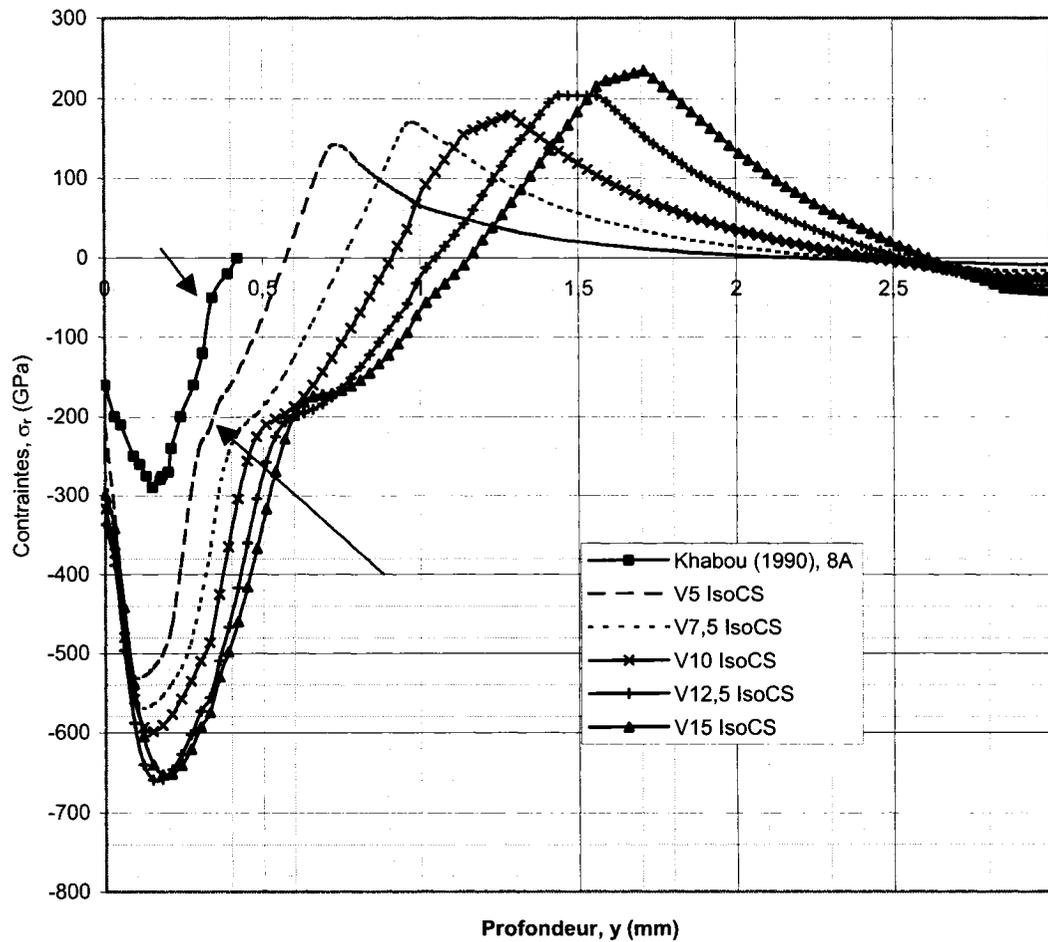


Figure 2.18 Contraintes résiduelles simulées comparées aux données de la littérature

## 2.5 Conclusion

Le développement d'un modèle axisymétrique a été présenté. Ce modèle a ensuite mené au développement d'une version en trois dimensions pour la simulation de plusieurs impacts à différents endroits, situation représentative du traitement réel. La taille du modèle, le comportement du matériau, les coefficients de frottement et d'amortissement, le nombre d'impact à saturation et la distance d'influence d'un impact ont été étudiés. Tous les calculs ont été réalisés à l'aide du logiciel d'éléments finis LS-Dyna®.

Un ensemble de profils de contraintes résiduelles est maintenant connu et sera intégré au processus de simulation complète de la mise en forme par grenailage énoncé au chapitre 1 et détaillé au chapitre 5. Ces profils serviront également aux simulations de la mise en forme par éléments finis quasi-statiques (chapitre 4). Cependant, il est nécessaire de caractériser le procédé Stressonics® afin de mieux la connaître.

## CHAPITRE 3 - CARACTÉRISATION DU PROCÉDÉ DE GRENAILLAGE AUX ULTRASONNS STRESSONICS®

### **3.1 Introduction**

L'outil de grenailage choisi dans le cadre de ce projet est l'appareil StressVoyager®, utilisant le procédé Stresssonics®, décrit à la section 1.3 et développé par l'entreprise française Sonats. Ce procédé n'a pas encore été utilisé en industrie pour effectuer des opérations de formage. Pourtant, dans une étude visant à caractériser le procédé, Drouin (2003) a démontré que des intensités allant de 0,20A à 0,61A mm (8A à 24A en système impérial) peuvent être atteintes. Ceci confirme que l'appareil a la capacité de mettre en forme des pièces minces. Peu d'études ont cependant été publiées à propos du procédé et de ses caractéristiques de fonctionnement.

Dans toute étude de grenailage, il importe d'être en mesure de connaître la vitesse d'impact des grenailles pour différentes combinaisons de paramètres. Dans ce projet il est particulièrement important de connaître la valeur de la vitesse pour calculer la distribution des contraintes résiduelles (chapitre 2). Deuxièmement, la couverture doit être estimée avant de lancer toute expérimentation afin de ne pas avoir à effectuer plusieurs essais préliminaires de calibration. De plus, il est nécessaire de comprendre l'effet d'autres facteurs, tels que l'interférence entre particules, qui a une influence importante sur la vitesse des particules dans le procédé Stresssonics®.

Les méthodes de calcul développées pour mieux comprendre le procédé de grenailage aux ultrasons sont présentées dans ce chapitre. Un modèle d'indentation d'une sphère dans un corps semi-infini servira au calcul de la vitesse d'impact. Une simulation unidimensionnelle du mouvement d'une bille soumise à l'action d'une sonotrode de même qu'une simulation tridimensionnelle du mouvement de plusieurs billes dans la

cavité de grenailage de l'appareil StressVoyager® permettent de déterminer la couverture. Les résultats des essais de mise en forme qui ont été réalisés pour quantifier la capacité de formage du procédé sont présentés. Ils seront comparés aux résultats de la simulation de mise en forme par éléments finis au chapitre 4.

### ***3.2 Modèle d'indentation d'une sphère dans un corps semi-infini***

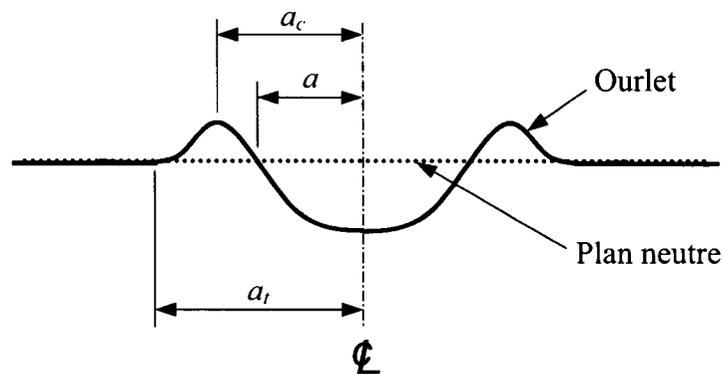
Plusieurs modèles d'indentation sont disponibles dans la littérature et ont été brièvement présentés à la section 1.7. Ces modèles, pour la plupart, permettent de calculer deux éléments très importants pour cette étude : le rayon de contact durant l'impact et le coefficient de restitution d'un impact. La connaissance du rayon de contact permet d'appliquer une méthode de mesure indirecte de la vitesse par la taille d'empreinte alors que le coefficient de restitution sert de paramètre d'entrée pour la simulation du comportement de va-et-vient des grenailles à l'intérieur de la cavité de grenailage.

#### **3.2.1 Calcul de la vitesse par taille d'empreinte**

Un des objectifs du modèle d'indentation étant de fournir une mesure indirecte de la vitesse d'impact, une étude comparative des modèles analytiques disponibles dans la littérature a été réalisée à l'aide d'un modèle d'éléments finis axisymétrique qui permet de simuler la taille d'empreinte, connaissant la vitesse d'impact. Les détails du modèle sont présentés à la section 1.2.1.

Toutefois, avant de pouvoir effectuer des comparaisons entre les modèles, il est important de définir le paramètre qui caractérise la taille d'empreinte. Il existe en fait trois mesures possibles (Figure 3.1). La première ( $a_i$ ) inclut toute la zone modifiée par l'impact. Le rayon de l'empreinte est mesuré à l'extérieur de l'ourlet généré en surface par le déplacement du matériau vers l'extérieur. La deuxième ( $a_c$ ) prend pour

caractéristique de mesure le point le plus élevé de l'ourlet. C'est probablement la mesure la plus facile à prendre visuellement. La troisième ( $a$ ) est plus difficile à obtenir. Il s'agit en fait de mesurer le rayon de l'empreinte à partir de l'intersection de l'ourlet avec le plan neutre, défini comme étant le plan de la surface avant l'impact. Étant donné que les modèles examinés sont développés à partir des mesures du rayon de contact, la première méthode est rejetée d'emblée, le contact ne pouvant manifestement pas se faire sur toute la surface considérée par cette méthode. La même observation peut s'appliquer à la deuxième définition. La troisième méthode, faisant appel au plan neutre, est donc retenue.



**Figure 3.1 Paramètres caractérisant la taille d'empreinte**

À partir des résultats du modèle d'éléments finis axisymétrique sur la taille d'empreinte, la vitesse d'impact a été obtenue en appliquant les modèles d'Evans (éq. 1.26), de Stronge (éq. 1.28) et celui de Thornton (éq. 1.30). La loi de comportement de matériau appliquée au modèle d'éléments finis est initialement l'écroutissage isotrope, qui correspond le mieux aux matériaux à structure cubique à faces centrées tels que l'aluminium (Khabou, Castex et Inglebert, 1990). Cependant, comme il a été mentionné précédemment, tous les modèles analytiques d'indentation ont été développés pour un matériau élastique parfaitement plastique sans considérer l'écroutissage. Il y a donc introduction d'une erreur car, le matériau réel ne suit pas un comportement parfaitement plastique. Le but visé ici n'est pas de démontrer quel modèle est le plus exact mais plutôt

lequel est le plus approprié pour cette étude en particulier. Les paramètres d'entrée du modèle d'éléments finis et des modèles analytiques sont présentés au tableau 3.1. La taille de l'empreinte calculée à partir du modèle d'éléments finis est présentée à la colonne 1 du tableau 3.2 pour une vitesse d'impact spécifiée à la colonne 2. Aux colonnes 3, 4 et 5 sont présentées les valeurs des vitesses d'impact calculées à l'aide des modèles d'Evans et de Stronge et de Thornton et leur écart par rapport à celles simulées par éléments finis. Le modèle de Vu-Quoc, Zhang et Lesburg (2000) n'a pas été étudié car sa formulation ne permet pas d'exprimer la taille d'empreinte par une simple équation, une solution numérique est nécessaire. Il importe ici de mentionner que la contrainte d'écoulement de contact utilisée dans le modèle de Thornton est obtenue en multipliant la limite élastique par 1,61. En appliquant ce facteur, qui provient de la théorie du contact entre deux corps axisymétriques, la valeur de la pression moyenne de contact au moment de l'apparition de la plasticité est calculée selon le critère de Tresca. (Johnson, 1985 p. 155)

L'analyse des résultats montre qu'aucun des trois modèles ne représente correctement le phénomène. Par contre, une observation intéressante pour la suite peut être faite en examinant les écarts relatifs par rapport à la vitesse de la simulation. Pour les modèles de Stronge et Thornton, l'écart relatif augmente avec la vitesse, ce qui peut suggérer que le niveau de déformation a un effet significatif sur la limite élastique. Étant donné que le modèle d'éléments finis prend en compte l'effet d'écrouissage sur la limite élastique, il est donc judicieux d'introduire dans les modèles une valeur plus élevée de la limite élastique. Cette limite élastique sera calculée en fonction d'une valeur de déformation représentative de la situation dans la plaque pour toute la durée de l'impact. Le modèle de Evans est rejeté à cette étape car, comparativement aux autres modèles, son comportement semble erratique.

**Tableau 3.1 Propriétés mécaniques d'entrée des simulations et des modèles d'indentation**

Plaque		Bille	
Matériau	A17075 T6	Matériau	AFNOR 100C6 (AISI 52100)
Loi de comportement	Écrouissage isotrope	Loi de comportement	Rigide
$E_p$	72 GPa	$E_b$	205 GPa
$E_{1,p}$	1,4 GPa	$D_b$	3 mm
$\sigma_o$	505 MPa	$\nu_b$	0,29
$\nu_p$	0,33	$\rho_b$	7,85g/cm <sup>3</sup>
$\rho_p$	2,81 g/cm <sup>3</sup>		

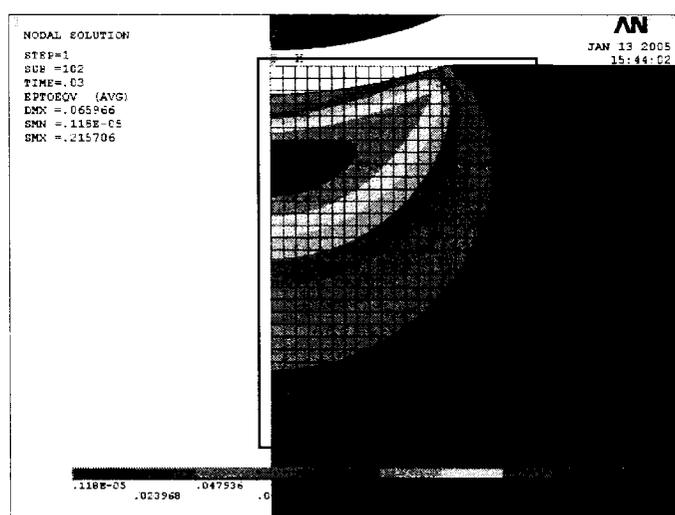
**Tableau 3.2 Résultats initiaux de l'étude comparative des modèles d'indentation**

Taille d'empreinte calculée par élément finis ( $\mu\text{m}$ )	Vitesse d'impact (m/s) ( <i>écart par rapport aux éléments finis</i> )			
	Éléments finis	Evans (éq. 1.26)	Stronge (éq. 1.28)	Thornton (éq. 1.30)
196	5	5,76 (15,3%)	4,65 (-6,9%)	4,74 (-5,2%)
237	7,5	8,12 (8,3%)	6,76 (-9,9%)	6,94 (-7,5%)
273	10	10,52 (5,2%)	8,94 (-10,6%)	9,22 (-7,8%)
305	12,5	12,90 (3,2%)	11,15 (-10,8%)	11,51 (-7,9%)
327	15	14,67 (-2,2%)	12,81 (-14,6%)	13,23 (-11,8%)

Pour les deux modèles retenus, ceux de Stronge et de Thornton, les calculs ont été refaits en introduisant les valeurs corrigées de  $S_Y$ . Selon Thornton (1997), il est possible de recourir à cet artifice pour tenir compte de l'écrouissage et/ou du taux de déformation. La valeur de la déformation ( $\varepsilon^p_{eff}$ ) peut être obtenue à l'aide du modèle d'éléments finis en faisant, pour un certain nombre de nœuds situés sous la zone d'impact (Figure 3.2), la moyenne des déformations plastiques calculées au temps d'indentation maximale et divisée par deux. Les détails concernant cette méthode sont donnés à l'annexe B. La relation 2.1, basée sur un comportement de matériau bilinéaire isotrope est utilisée pour calculer la limite élastique caractéristique correspondant à chaque vitesse d'impact. Les résultats obtenus sont présentés au tableau 3.3 qui inclut également les valeurs de  $\varepsilon^p_{eff}$ .

**Tableau 3.3 Résultats de l'étude comparative sur la vitesse d'impact calculée à l'aide des modèles d'indentation qui prennent en compte l'effet d'érouissage (éq. 2.1)**

Taille d'empreinte par éléments finis ( $\mu\text{m}$ )	$\varepsilon_{eff}^p$	$S_y$ (éq. 3.1) (MPa)	Vitesse (m/s) ( <i>écart par rapport à la simulation</i> )		
			Éléments finis	Stronge	Thornton
196	0,00855	507,2	5	4,67 (-6,7%)	4,75 (-5,0%)
237	0,01063	510,1	7,5	6,79 (-9,4%)	6,98 (-7,0%)
273	0,01235	512,5	10	9,01 (-9,9%)	9,28 (-7,2%)
305	0,01434	515,3	12,5	11,26 (-9,9%)	11,62 (-7,0%)
327	0,01761	519,8	15	13,00 (-13,4%)	13,42 (-10,5%)



**Figure 3.2 Zone de déformation totale équivalente typique à indentation maximale et nœuds pour le calcul de la déformation représentative (encadré)**

Bien que les résultats ne soient pas tout à fait satisfaisants, une amélioration est observée pour les deux modèles retenus quant à l'écart relatif entre la vitesse d'impact prédite par les modèles et celle utilisée pour le calcul par éléments finis. La seule avenue restante pour faire converger les modèles et les simulations est de prendre en compte l'influence du taux de déformation, à la fois dans le modèle d'éléments finis et dans la simulation. Lee, Sue, Lin et Wu (2002) ont proposé une loi de comportement permettant de tenir compte de l'effet de l'érouissage et du taux de déformation dans le calcul de la limite élastique (éq. 2.2). Ils ont validé leur approche à l'aide d'échantillons de type Hopkinson en A17075-T6, soumis à des taux de déformation allant de  $1 \times 10^3/s$  à  $5 \times 10^3/s$ . Les auteurs

ont également inclu l'effet de la température dans leur modèle mais, dans le cas étudié, celle-ci est constante. La constante  $k$  de l'équation est alors modifiée pour inclure la constante liée à la température.

Si ce modèle est approprié pour l'intervalle de taux de déformation étudié, il sous-estime grandement la limite élastique pour un taux de déformation très petit, correspondant à un essai de traction quasi-statique. Il ne sera pas utilisé pour la présente étude mais, les données expérimentales recueillies par les auteurs ont servi à déterminer les paramètres d'un autre modèle de matériau, celui de Cooper-Symonds. Dans ce modèle, le taux de déformation est pris en compte en modifiant le modèle d'écrouissage isotrope (éq. 4.3).

La valeur de la déformation caractéristique est évaluée en suivant la méthode décrite précédemment. Par contre, cette méthode ne convient pas pour calculer une valeur moyenne du taux de déformation ( $\dot{\epsilon}$ ). Dans ce cas, une moyenne potentielle (power mean) doit être calculée à l'aide de l'équation suivante :

$$M_w(\dot{\epsilon}_1, \dot{\epsilon}_2, \dot{\epsilon}_3, \dots, \dot{\epsilon}_l) = \left( \frac{1}{l} \sum_{m=1}^l \dot{\epsilon}_m^{1/p} \right)^p \quad (3.1)$$

Les détails concernant cette méthode sont donnés à l'annexe B. Le tableau 3.5 fournit les valeurs moyennes de  $\mathcal{E}_{eff}^p$  et  $\dot{\epsilon}$  utilisées pour le calcul de  $S_Y$  et de la vitesse d'impact. Les valeurs de taux de déformation calculées sont du même ordre de grandeur que celles obtenues à partir de la relation  $2V_I/D_b$  proposée par Al-Hassani (1983) (colonne 4). Le modèle d'éléments finis est également modifié pour tenir compte du taux de déformation; le matériau #3 de LS-Dyna® correspond exactement à l'équation 2.3. Les paramètres du modèle de Cooper-Symonds sont présentés au tableau 3.4.

**Tableau 3.4 Paramètres du modèle de Cooper-Symonds**

$\sigma_0$	$C$	$p$
505 MPa	65880	3,685

**Tableau 3.5 Résultats de l'étude comparative sur la vitesse d'impact calculée à l'aide des modèles d'indentation qui prennent en compte l'effet d'érouissage et du taux de déformation (éq. 2.3)**

Taille d'empreinte par éléments finis ( $\mu\text{m}$ )	$\varepsilon_{eff}^p$	$\dot{\varepsilon}$ ( $\text{s}^{-1}$ )	$\dot{\varepsilon}_{A-H}$ ( $\text{s}^{-1}$ ) ( $2V_f/D_b$ )	$S_Y$ (MPa)	Vitesse (m/s) (écart par rapport à la simulation)		
					Éléments finis	Stronge	Thornton
194	0,00848	1230,3	1666,7	692,7	5	5,53 (10,5%)	5,44 (8,8%)
235	0,01031	2448,9	2500	732,4	7,5	8,14 (8,6%)	8,18 (9,1%)
271	0,01192	3255,9	3333,3	752,8	10	10,91 (9,1%)	11,09 (10,9%)
296	0,01339	5457,4	4166,7	790,7	12,5	13,31 (6,5%)	13,56 (8,5%)
323	0,01648	6246,2	5000	807,4	15	15,96 (6,4%)	16,32 (8,8%)

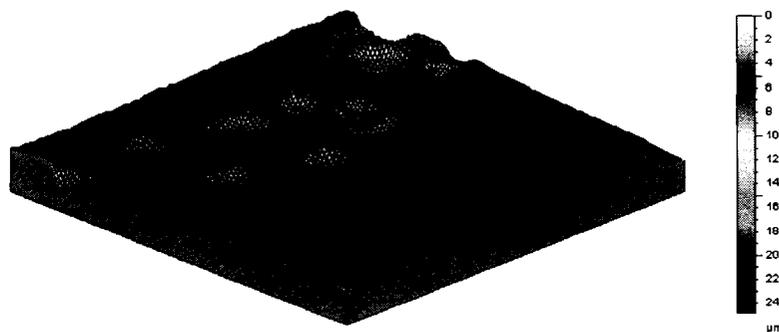
Par rapport aux valeurs présentées au tableau 3.3, l'écart relatif entre la vitesse d'impact du modèle d'éléments finis et celle calculée avec le modèle de Stronge (éq. 1.28) est réduit dans certains cas et augmenté dans d'autres. Cependant, il y a une variation importante de l'écart relatif en fonction de la vitesse. Bien que l'écart par rapport aux résultats de la simulation soit plus élevé, de l'ordre de 10% pour le modèle de Thornton (éq. 1.30), le modèle mène à un écart relatif qui est presque constant par rapport à la vitesse d'impact. Ceci suggère que les effets de l'érouissage et du taux de déformation sont bien modélisés, à une constante près. Un facteur de 0,915 permet de réduire l'écart considérablement et de ramener la moyenne des écarts relatifs à zéro. Ce modèle est retenu donc pour évaluer la vitesse d'impact du procédé de grenailage aux ultrasons. Des détails concernant son développement sont donnés à l'annexe C. Une validation expérimentale aurait été souhaitable, mais l'équipement nécessaire n'était pas disponible.

Des essais expérimentaux ont été réalisés dans des conditions similaires à celles rencontrées en situation de grenailage réel, c'est-à-dire pour une gamme d'amplitudes allant de 35  $\mu\text{m}$  à 75  $\mu\text{m}$  avec des grenailles en acier 100C6 de 3 mm de diamètre. La taille de l'empreinte a été mesurée à l'aide d'un profilographe Talysurf de Hobson. Une section de surface comptant au moins cinq empreintes sans chevauchement a été balayée à raison d'un point à tous les 20  $\mu\text{m}$  de manière à obtenir une représentation en trois dimensions des empreintes (Figure 3.3). Des outils logiciels ont ensuite permis

d'extraire de cette surface des profils en deux dimensions au centre de chaque empreinte sélectionnée pour en mesurer le diamètre selon la définition mentionnée précédemment. Au moins cinq empreintes distinctes ont été sélectionnées pour chaque essai afin de faire une moyenne. Le modèle de Thornton a ensuite été appliqué, avec le facteur de correction, pour calculer la vitesse d'impact. Les résultats sont présentés au tableau 3.6 pour chaque amplitude de vibration.

**Tableau 3.6 Vitesses d'impact du procédé Stresssonics® calculées à partir du modèle de Thornton**

Amplitude de vibration ( $\mu\text{m}$ )	Taille d'empreinte mesurée ( $\mu\text{m}$ )	Vitesse (m/s)
35	217	6,24
45	251	8,56
55	282	11,01
65	307	13,18
75	323	14,59
85	335	15,75



**Figure 3.3 Empreintes mesurées à l'aide du profilomètre**

### 3.2.2 Calcul du coefficient de restitution

Par souci de consistance, le modèle de Thornton est également choisi pour évaluer le coefficient de restitution. Le coefficient de restitution est déterminé en fonction de la vitesse et de la limite élastique à l'aide de la relation suivante :

$$e_r = 1.324 \left( \frac{(1,61S_Y)^5}{E^4 \rho_b} \right)^{1/8} (V_I)^{-1/4} \quad (3.2)$$

où  $E$  est le module équivalent. La valeur de  $S_Y$  et de  $V_I$  sont celles présentées au tableau 3.5.

Cette relation caractérise les impacts non-élastiques entre la plaque d'aluminium et les particules, dans les simulations du mouvement de particules. Puisque la valeur de la limite élastique de l'équation 3.2 dépend de la vitesse, une relation empirique entre le coefficient de restitution et la vitesse seulement a été développée :

$$e_r = a_1 \cdot V_I^4 + a_2 \cdot V_I^3 + a_3 \cdot V_I^2 + a_4 \cdot V_I + a_5 \quad (3.3)$$

$$a_1 = 4,376 \times 10^{-6} \text{ (s}^4/\text{m}^4\text{)}$$

$$a_2 = -2,386 \times 10^{-4} \text{ (s}^3/\text{m}^3\text{)}$$

$$a_3 = 4,87 \times 10^{-3} \text{ (s}^2/\text{m}^2\text{)}$$

$$a_4 = -5,086 \times 10^{-2} \text{ (s/m)}$$

$$a_5 = 6,869 \times 10^{-1}$$

Cette relation peut être appliquée plus directement dans les simulations. Elle est toutefois limitée dans son domaine de validité, la valeur minimale du coefficient de restitution correspond une vitesse de 20 m/s. Pour un impact à une vitesse supérieure, la valeur calculée à 20 m/s est utilisée afin d'éviter les erreurs dues à l'extrapolation.

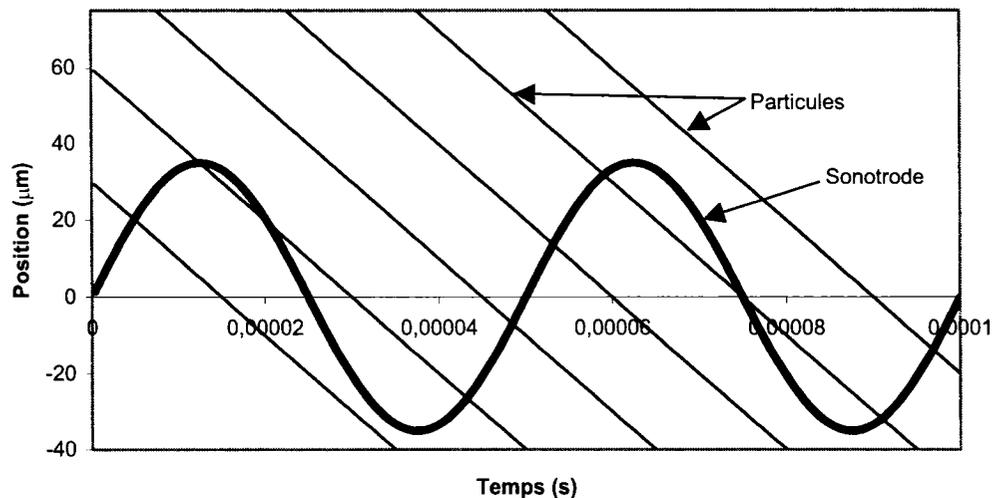
### **3.3 Simulation unidimensionnelle du mouvement d'une particule**

Afin de valider la méthode d'évaluation de la vitesse par taille d'empreinte, une simulation du mouvement d'une particule à l'intérieur de la cavité de l'appareil StressVoyager® a été développée. Puisque le modèle est unidimensionnel, la particule se déplace toujours sur la même trajectoire. L'élément clé de cette simulation unidimensionnelle est le mouvement de la sonotrode, qui conditionne la vitesse de la particule. La position de la sonotrode ( $x_s$ ) en fonction du temps ( $t$ ) peut être exprimée par la relation suivante :

$$x_s = G \cdot \sin(2\pi ft) \quad (3.4)$$

où  $G$  est l'amplitude et  $f$  la fréquence.

La vitesse d'impact relative entre la sonotrode et la particule dépend de la situation dynamique de la sonotrode au moment de l'impact. La Figure 3.4 illustre le phénomène à l'aide d'un cas spécifique en montrant la position d'une particule qui se déplace à une vitesse donnée (pente de la droite) et celle de la sonotrode en fonction du temps (éq. 3.4,  $f = 20$  kHz). Il importe ici de remarquer que, pour une même vitesse de particule, il peut y avoir plusieurs points d'intersection entre les deux trajectoires. Évidemment, seule la première intersection peut avoir lieu physiquement mais, d'un point de vue mathématique, il est important de s'assurer que le point d'intersection calculé est le bon.



**Figure 3.4 Trajectoires d'une particule et de la sonotrode**

La simulation est construite à l'aide du logiciel Matlab® de la manière suivante. Les données d'entrée sont le diamètre de la particule ( $D_b$ ), sa vitesse initiale ( $V_i$ ), sa position initiale ( $x_i$ ), l'amplitude ( $G$ ) et la fréquence de vibration ( $f$ ) de la sonotrode, la distance nominale entre la plaque et la sonotrode ( $d$ ) et finalement, une fonction permettant de calculer le coefficient de restitution d'un impact entre une particule et la plaque (éq. 3.3). Étant donné la dureté élevée de la sonotrode, le coefficient de restitution d'un impact avec celle-ci est fixé à un. En premier lieu, une relation spécifiant la position du centroïde de la particule en fonction du temps est déterminée à partir des données d'entrée. La valeur du temps auquel la particule et la sonotrode se touchent est ensuite calculée. La dérivée de la position de la sonotrode par rapport au temps donne la vitesse de déplacement de la sonotrode à cet instant. Les vitesses d'impact et de restitution sont calculées et une nouvelle fonction de la position de la particule est déterminée. La vitesse de restitution de la particule doit être calculée à l'aide de sa vitesse relative, alors que la fonction de position de la particule dépend de sa vitesse absolue. Une situation particulière peut alors se produire. Il peut y avoir plus d'un impact consécutif entre la particule et la sonotrode sans que la particule ne frappe la plaque selon la vitesse relative en jeu. Ce cas particulier est traité de la même façon que lorsqu'un impact entre la

sonotrode et la particule est suivi d'un impact entre la particule et la plaque. La valeur  $t$  où la particule frappe la plaque est ensuite calculée et la relation 3.3 permet de déterminer le coefficient de restitution de l'impact avec la plaque et du même coup, la vitesse de restitution. Une nouvelle fonction de position de la particule est calculée et toute la procédure est reprise. Le résultat final est un tableau contenant la vitesse de chaque impact particule/plaque. L'algorithme complet de la simulation est donné à l'annexe D.

Plusieurs simulations ont été faites pour s'assurer de bien comprendre l'influence que peuvent avoir tous les paramètres d'entrée sur la vitesse moyenne d'impact entre la particule et la plaque. L'amplitude de la sonotrode et la vitesse initiale de la particule ont été identifiées comme étant les paramètres ayant la plus grande influence. Les efforts d'analyse ont donc été concentrés sur ces deux variables. Les simulations ont été effectuées en considérant cinq valeurs de l'amplitude de la sonotrode (entre 35  $\mu\text{m}$  et 75  $\mu\text{m}$ ); à chacune des ces valeurs une gamme de vitesse initiale de la particule a été associée. Les essais préliminaires ont démontré qu'au-delà de 2000 impacts, la vitesse d'impact moyenne mesurée ne dépendait plus de la vitesse initiale. Par mesure préventive, 5000 impacts ont été simulés pour toutes les valeurs d'amplitude de la sonotrode.

Le tableau 3.7 montre la valeur des paramètres d'entrée pour chaque simulation identifiée Sim V-x de même que la valeur calculée de la vitesse moyenne d'impact avec la plaque, pour toute la gamme de vitesses initiales de la particule. Les valeurs des autres paramètres ont été gardées constantes pour toutes les simulations.

La figure 3.5 montre la variation de la vitesse moyenne d'impact en fonction de l'amplitude de la sonotrode obtenue à l'aide de la simulation 1D. La vitesse suit un comportement linéaire par rapport à l'amplitude de la sonotrode avec un coefficient de corrélation de 1,0000, ce qui démontre la pertinence de la simulation. Un fait observé

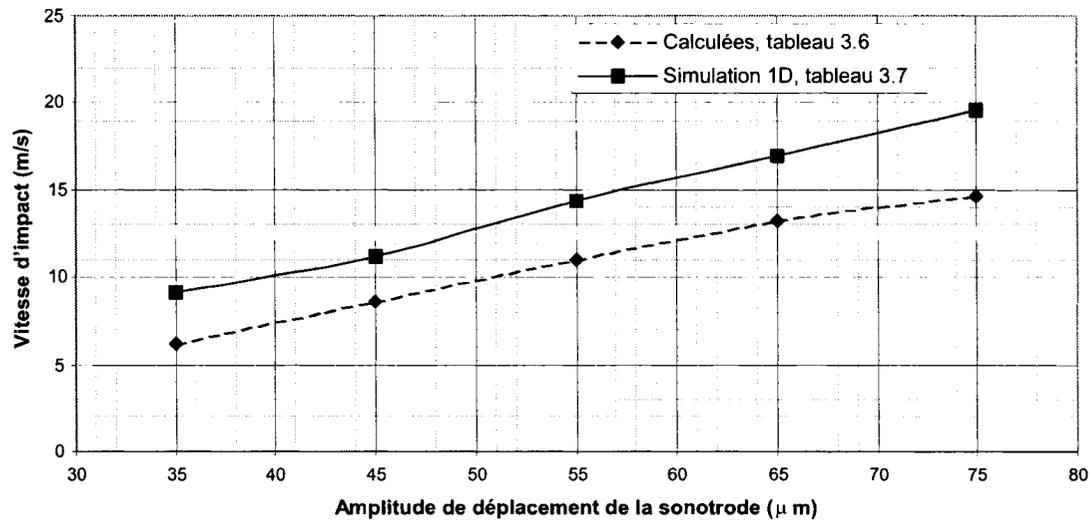
encore plus intéressant est la grande variabilité de la vitesse d'impact sur la plaque. Pour l'ensemble des simulations, l'écart type observé pour toutes les simulations est d'environ 36% de la valeur moyenne. Cette variation importante de la vitesse pourrait causer une répartition inégale des contraintes résiduelles induites dans la plaque. La simulation unidimensionnelle ne fournit toutefois pas les informations nécessaires pour tirer une conclusion claire à ce sujet.

**Tableau 3.7 Résumé des données d'entrée de la simulation unidimensionnelle**

Paramètre	SimV-1	SimV-2	SimV-3	SimV-4	SimV-5
Vitesse initiale $V_i$ (m/s)	[4,14]	[6,16]	[8,18]	[10,20]	[12,22]
Amplitude ( $\mu\text{m}$ )	35	45	55	65	75
$D_b$ (mm)	3				
$x_i$ (mm)	13,5				
$f$ (Hz)	20000				
$d$ (mm)	15				
Nombre d'impact total	5000				
Vitesse d'impact moyenne simulée (m/s)	9,13	11,73	14,35	16,97	19,63
Écart type (m/s)	3,28	4,16	5,15	5,95	7,08

La Figure 3.5 montre également la variation de la vitesse obtenue à l'aide du modèle de Thornton en utilisant les valeurs mesurées des tailles d'empreintes (tableau 3.6). Les deux courbes suivent la même tendance linéaire, mais l'écart entre les deux courbes s'accroît à amplitudes plus élevées, les valeurs du modèle de Thornton étant plus faibles. Ceci peut s'expliquer par le caractère plus aléatoire des essais expérimentaux qui ont permis de mesurer la taille d'empreinte. Dans la simulation, la vitesse tangentielle est considérée nulle alors qu'en réalité, la particule interagit avec les parois de la cavité et avec les empreintes existantes sur la plaque ce qui peut causer des pertes de vitesse normale à la plaque. Une partie de l'énergie transférée à la particule par la sonotrode est donc perdue en vitesse tangentielle ou sur les parois, ce qui n'est pas le cas dans la simulation. De même, l'impact entre la sonotrode et la particule n'est probablement pas parfaitement élastique comme il a été supposé. Cependant, n'ayant pas ou très peu

d'information concernant ces deux situations et les résultats de la simulation montrant les mêmes tendances que le modèle de Thornton, la simulation est jugée adéquate pour cette étude.



**Figure 3.5** Variation de la vitesse moyenne d'impact avec la plaque en fonction de l'amplitude selon le modèle de Thornton et la simulation 1D

### **3.4 Simulation tridimensionnelle du mouvement de plusieurs particules**

Bien que la simulation unidimensionnelle ait donné de l'information très pertinente quant au comportement d'une particule lorsque soumise au mouvement sinusoïdal de la sonotrode, une simulation tridimensionnelle est nécessaire pour bien comprendre le procédé. Elle permet entre autres d'analyser le phénomène d'interférence entre les particules de même que le développement de la couverture, lorsque combinée au modèle de taille d'empreinte développé à la section 3.2 .

La simulation effectuée ici est une réplique quasi exacte du travail qui a été fait par Ciampini, Spelt et Papini (2003a) (section 1.8.1). Les auteurs ont développé une simulation d'un jet de particules pour mesurer la quantité d'énergie transférée à une

surface traitée dans différentes conditions. Le procédé de grenailage aux ultrasons ne fonctionnant pas à la manière d'un jet, la géométrie de la simulation a dû être modifiée. Une cavité en forme de prisme rectangulaire à six faces a été créée. L'une des surfaces agit comme la sonotrode, qui dans ce cas est fixe, et une autre, comme la plaque traitée. Les surfaces restantes forment les parois de la cavité. Un nombre fini de particules est généré de manière aléatoire à l'intérieur de la cavité. La vitesse initiale de chaque particule est également aléatoire. Dans la simulation de Ciampini, les particules sont générées en continu pour représenter le jet et le nombre de particules simulées devient donc rapidement grand. Une méthode d'élimination a été mise en place pour effacer les particules lorsqu'elles sortent d'une boîte de contrôle suffisamment grande pour ne pas influencer les résultats. Dans cette étude, cette méthode d'élimination n'est pas nécessaire car le nombre de particules demeure constant tout au long de cette simulation.

Les paramètres de contact ont été choisis de manière à représenter le mieux possible le comportement réel des particules. Il existe quatre types de contact différents dans la simulation : les contacts particule/plaque, particule/parois, particule/particule et particule/sonotrode. L'approche par coefficient de restitution basé sur la vitesse a été privilégiée pour les trois premiers types afin de tenir compte des pertes d'énergie lors du contact.

Le contact particule/plaque est simulé en tenant compte du frottement, en plus du coefficient de restitution calculé à l'aide de l'équation 3.3. Il est supposé qu'aucun moment ne se développe lors du contact, ce qui est équivalent à considérer un contact sur un seul point. L'approche est basée sur les rapports d'impulsion des forces normales et tangentielles développées. En combinant les relations obtenues avec le principe de conservation de la quantité de mouvement angulaire, toutes les relations nécessaires au calcul des vitesses linéaires et angulaires des particules sont obtenues. Deux cas sont possibles : il y a glissement pour la durée totale du contact ou le glissement cesse avant la fin du contact. Le contact particule/parois est simulé de la même façon que le contact

sur la plaque. Cependant, n'ayant aucune donnée concernant le coefficient de restitution du matériau des parois de la cavité, il a été jugé préférable de le fixer à un, même s'il est clair que ce n'est pas le cas étant donné la faible rigidité du matériau des parois. Ceci mène invariablement à une surestimation de la vitesse d'impact, alors que si le coefficient de restitution est plus petit que l'unité, il n'est pas possible de prévoir si la vitesse d'impact sera surestimée ou sous-estimée.

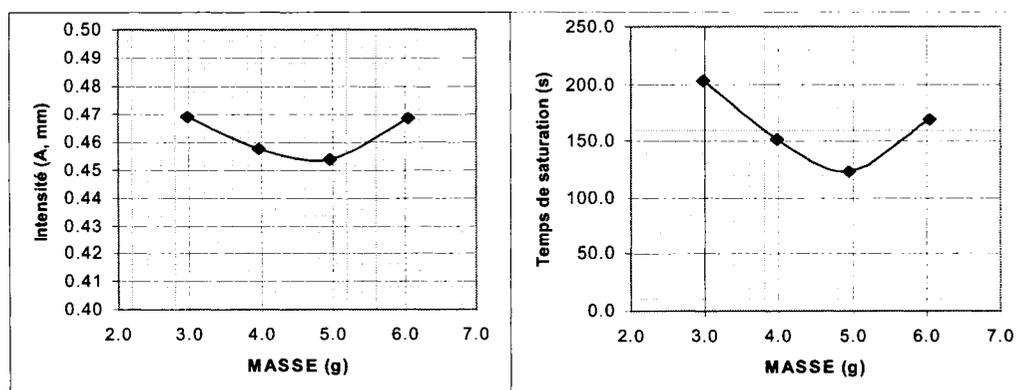
Le contact particule/particule est simulé sans tenir compte du frottement et ce, afin de réduire la complexité des équations et du même coup, les temps de calculs. Cette hypothèse permet de considérer uniquement les forces normales au point de contact, ce qui se traduit par des changements de vitesse uniquement dans la direction normale au point de contact. Le principe de la conservation de la quantité de mouvement donne alors une relation simple entre les vitesses des particules. Le coefficient de restitution est fixé à l'unité, étant donné le manque d'information à ce sujet.

Le contact particule/sonotrode est particulier. Bien qu'il aurait été très intéressant de simuler le mouvement de la sonotrode, le nombre très élevé d'impacts aurait entraîné des temps de calculs très élevés. Pour contourner ce problème et pour conserver le réalisme de la simulation, l'effet de la sonotrode a été considéré constant dans le temps. Toute particule entrant en collision avec la sonotrode voit donc sa vitesse normale réinitialisée à une vitesse constante et sa vitesse tangentielle ramenée à zéro. La vitesse tangentielle est annulée pour éviter l'augmentation continue de l'énergie de la particule impact après impact. La vitesse normale de toute particule suite à un impact avec la sonotrode est donc constante. Sa valeur est fixée avant le lancement de la simulation et elle correspond à une vitesse moyenne des impacts provenant du modèle de Thornton ou de la simulation unidimensionnelle. Le choix de cette vitesse se justifie par le fait que, pour ces deux approches, le mouvement d'une seule particule a été considéré. Ne subissant aucune interférence, la vitesse d'impact de cette particule sur la plaque est la même que sa vitesse de restitution, suite au contact avec la sonotrode.

La simulation est basée sur le temps. Une fois les particules générées, le temps auquel aura lieu la prochaine collision est calculé à partir des trajectoires de chacune des particules. Toutes les collisions possibles sont calculées et celle qui aura lieu le plus tôt dans le temps est retenue. À ce temps, la vitesse et la direction de la particule ou des particules impliquées sont mises à jour. Le temps auquel se produira la prochaine collision est recalculé et ainsi de suite. Si l'impact a lieu sur la plaque, les conditions d'impact (vitesse, position, angle) sont stockées pour consultation ultérieure. Certaines mesures ont été prises pour accélérer les calculs. Par exemple, il n'est pas nécessaire de recalculer toutes les collisions possibles après chacune des collisions. Uniquement celles impliquant la ou les particules dont la vitesse ou la direction ont été modifiées doivent être recalculées.

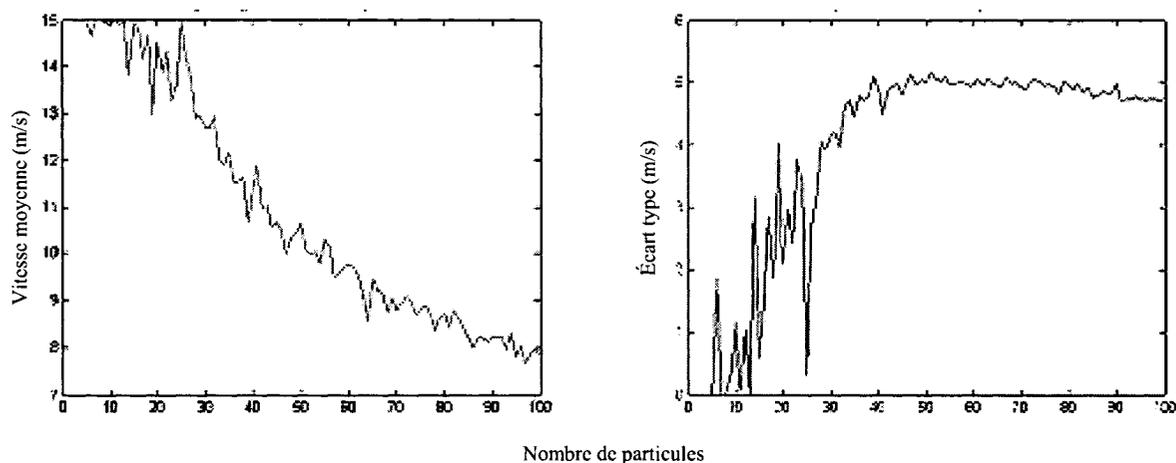
### 3.4.1 Effet du nombre de particules

L'effet qu'exerce l'interférence entre les particules a été observé par Drouin (2003) qui a démontré expérimentalement que, pour une amplitude donnée de la sonotrode, l'intensité Almen est peu influencée par la quantité de particules dans la cavité mais que le temps de saturation passe par une valeur minimale lorsque le nombre de particules augmente (Figure 3.6). Cependant, aucune explication valable de ce phénomène n'avait pu être donnée.



**Figure 3.6 Effet du nombre de particules sur l'intensité Almen et le temps de saturation (amplitude=50  $\mu$ m, D=3 mm, masse d'une particule  $\approx$  0,11g)**

La simulation tridimensionnelle permet justement d'observer l'effet du nombre de billes sur la vitesse d'impact et sur la couverture. Plusieurs simulations ont été conduites en faisant varier uniquement le nombre de particules entre 1 et 100. Les valeurs d'entrées des autres paramètres ont été gardées constantes; elles sont données au tableau 3.8. Les résultats obtenus sont intéressants (Figure 3.7). La vitesse moyenne des impacts sur la plaque diminue progressivement avec l'augmentation du nombre de particules. Cependant, au-delà de 50 particules, ce qui correspond à une masse d'environ 5,5 g, l'écart type des vitesses d'impact sur la plaque devient quasi-constant. Si la vitesse moyenne diminue et que l'écart type demeure constant, ceci implique qu'il y a de moins en moins d'impacts à haute vitesse. Il est évident que ce sont ces impacts qui ont le plus d'importance sur la saturation. La diminution de leur fréquence implique donc une augmentation du temps de saturation. Cette observation explique le phénomène observé par Drouin (2003) lorsque plus de 5 g de particules sont présents dans la cavité. En deçà de 5 g, le temps de saturation serait plus long uniquement parce qu'un nombre inférieur de billes implique une plus faible fréquence d'impacts.



**Figure 3.7** Variation de la vitesse d'impact moyenne en fonction du nombre de particules obtenues à l'aide d'une simulation tridimensionnelle

**Tableau 3.8 Données d'entrée des simulations tridimensionnelles sur l'effet du nombre de particules**

Nombre de particules	Vitesse de la sonotrode	Dimensions de la cavité	Diamètre des particules	Durée des simulations
[1,100]	15 m/s	26x76x15 mm	3 mm	50 ms

### 3.4.2 Évaluation de la vitesse d'impact moyenne

Bien que deux méthodes pour évaluer la vitesse aient déjà été proposées (section 3.2 et 3.3 ), elles avaient toutes deux la lacune de ne considérer qu'une seule particule à la fois. La situation réelle fait intervenir plusieurs particules et il importe de considérer l'effet de l'interférence entre les particules sur la vitesse d'impact moyenne. La Figure 3.8 montre la variation de la vitesse moyenne d'impact en fonction de l'amplitude de la sonotrode obtenue à partir de la simulation tridimensionnelle effectuée pour 55 particules (environ 6 g). Les résultats de la Figure 3.6 pour la simulation unidimensionnelle et le modèle de Thornton sont également illustrés. Il est à noter que les valeurs des vitesses d'entrée des particules dans la simulation tridimensionnelle, c'est-à-dire la vitesse à laquelle les particules repartent suite à un impact avec la sonotrode, sont celles obtenues de la simulation unidimensionnelle.

La comparaison entre les résultats de la simulation tridimensionnelle et ceux de la simulation unidimensionnelle montrent que la vitesse est fortement réduite par l'interférence entre les billes. La combinaison de l'interaction des particules entre elles et de celle particules avec les parois de la cavité a donc un effet important sur la vitesse moyenne d'impact sur la plaque.

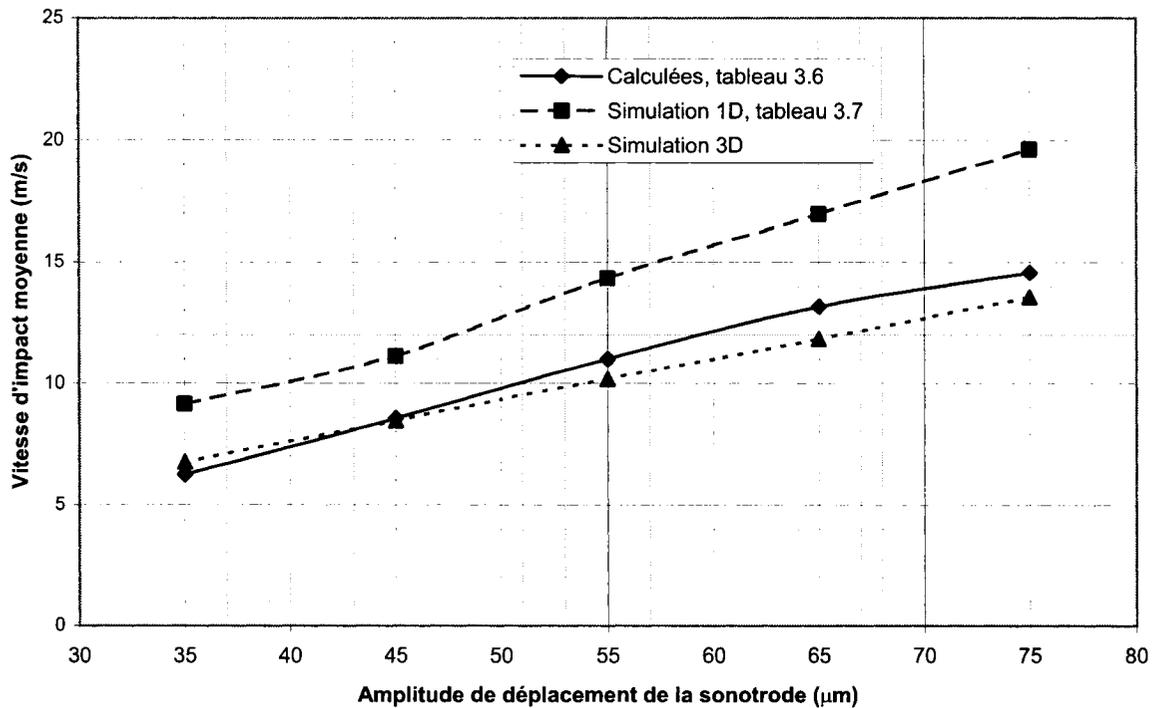


Figure 3.8 Comparaison des vitesses du modèles de Thornton et simulées en fonction de l'amplitude

### 3.4.3 Évaluation de la couverture

La capacité d'évaluation de la couverture est le principal objectif à atteindre avec la simulation tridimensionnelle. Connaissant la position et la vitesse normale de chaque impact qui a lieu sur la plaque, il est possible de calculer le rayon de l'empreinte laissée sur la plaque à partir du modèle de taille d'empreinte de Thornton décrit à la section 3.2 . À partir des résultats du modèle une relation empirique entre la taille de l'empreinte et la vitesse d'impact a été établie :

$$a = 1,241 \times 10^{-4} \cdot \ln(V_i) - 1,303 \times 10^{-5} \quad (3.5)$$

Toute l'information nécessaire au calcul de la couverture est maintenant connue. La surface de la plaque a été discrétisée en un grillage plus ou moins raffiné. À chaque petit élément de surface est associé un nombre d'impacts. Chaque fois que l'élément est touché, ce nombre est augmenté de un. Lorsqu'un impact a lieu, le rayon de l'empreinte

est calculé en fonction de la vitesse d'impact. À partir des coordonnées du point d'impact, tous les éléments de surface dont le centroïde se trouve à l'intérieur du cercle de l'empreinte sont considérés comme ayant été touchés. À des intervalles de temps prédéterminés, la couverture est calculée. Elle correspond au rapport entre le nombre d'éléments ayant été touchés au moins une fois et le nombre total d'éléments. Il est donc possible de suivre l'évolution de la couverture dans le temps.

Afin de valider cette méthode de calcul de la couverture, elle a été comparée à celle développée par Abyaneh (1996a, b et c), brièvement présentée à la section 1.8. Le rapport  $R_s/a$  observé étant significativement inférieur à 200 (valeur maximale de 111 pour  $V=5$  m/s), il est nécessaire d'utiliser l'approche de la surface finie (eq. 1.38). La surface étudiée étant rectangulaire, la valeur équivalente de  $R_s$  est calculée comme étant le rayon qu'aurait la surface si elle était de forme circulaire. Le rayon de l'empreinte  $a$  est évalué à l'aide de l'équation 3.5 en considérant que la vitesse d'impact est égale à la vitesse moyenne d'impact sur la plaque provenant de la simulation tridimensionnelle. Le seul paramètre de l'équation 1.38 qui demeure inconnu est  $A_a$  : le nombre d'impacts par seconde par unité de surface. Deux méthodes de calcul sont comparées : la première est une approche théorique alors que l'autre fait appel aux résultats de la simulation tridimensionnelle.

L'approche théorique est basée sur la vitesse de déplacement des particules à l'intérieur de la cavité. Connaissant la vitesse moyenne d'impact sur la plaque, et à partir de la relation 3.3 donnant le coefficient de restitution calculé, la vitesse suite à l'impact est déterminée. En supposant que ces deux vitesses soient constantes pour toutes les particules pendant la durée totale de traitement, c'est-à-dire que tout l'effet de l'interférence est inclu dans la vitesse moyenne d'impact, la moyenne de ces deux vitesses est la vitesse moyenne de déplacement des particules tout au long du traitement. Connaissant la distance entre la plaque et la sonotrode ainsi que le diamètre des particules, le temps d'un aller-retour plaque/sonotrode est connu. Le nombre d'impacts

entre une particule et la plaque pour une durée spécifiée est donc connu. Il ne reste plus qu'à multiplier ce nombre par le nombre de particules et le diviser par la surface et le temps pour obtenir le nombre d'impacts par unité de surface par unité de temps.

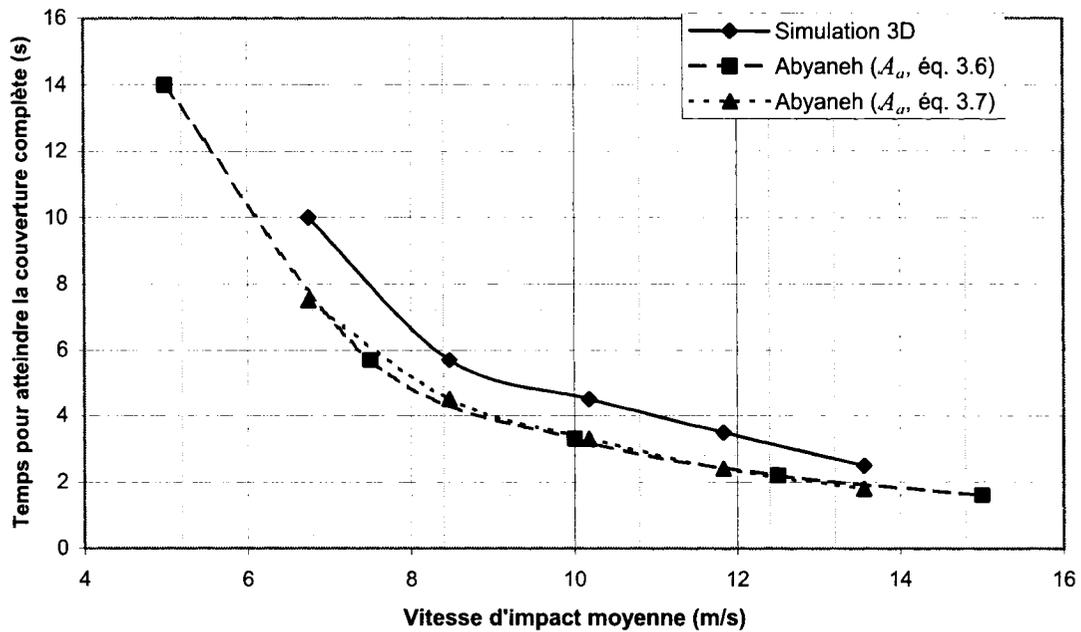
$$A_a = \frac{N_p V}{2(d - D_b) S_t} \quad (3.6)$$

Où  $V$  est la vitesse moyenne des particules,  $S_t$  la surface traitée,  $d$  la distance sonotrode/plaque et  $N_p$  le nombre de particules.

L'autre méthode de calcul de  $A_a$  fait appel aux résultats de la simulation tridimensionnelle. Pour un épisode de temps donné, le nombre d'impacts qui ont eu lieu sur la plaque est connu ( $n$ ). Il suffit de diviser ce nombre par la surface et le temps pour obtenir la valeur de  $A_a$ .

$$A_a = \frac{n}{t \cdot S_t} \quad (3.7)$$

La Figure 3.9 illustre la variation du temps de couverture complète en fonction de la vitesse d'impact moyenne; les résultats obtenus à l'aide de l'approche de Abyaneh (calcul de  $A_a$  avec l'équation 3.6 ou 3.7) et à l'aide de la simulation tridimensionnelle y sont également présentés.



**Figure 3.9 Temps de couverture complète en fonction de la vitesse moyenne d'impact**

Pour toute la gamme de vitesse considérées, les résultats obtenus à l'aide des deux méthodes de calcul de  $A_a$ , pour l'approche de Abyaneh, sont presque identiques. Par contre, la simulation tridimensionnelle donne des résultats plus conservateurs. L'écart relatif entre les temps de couverture est d'environ 25% quelque soit la vitesse moyenne d'impact. Cet écart peut s'expliquer par la variation non linéaire du rayon de l'empreinte en fonction de la vitesse d'impact. Le rayon varie en effet de moins en moins rapidement avec l'augmentation de la vitesse. La vitesse moyenne ne correspond donc pas nécessairement au rayon moyen de l'empreinte. En fait, le rayon moyen de l'empreinte devrait être inférieur à celui correspondant à la vitesse moyenne étant donné la forme de la courbe du rayon en fonction de la vitesse (éq. 3.5). Ceci explique donc en partie l'écart entre les résultats de la simulation et ceux du modèle de Abyaneh. D'autres aspects, tels que les impacts à très basse vitesse, qui ne sont pas comptabilisés ni dans l'évaluation nombre d'impacts ni dans le calcul de la vitesse ou du rayon d'empreinte moyen dans la simulation, pourraient également expliquer la différence des résultats des

deux méthodes. Cependant, les résultats obtenus démontrent que la simulation tridimensionnelle est conservatrice pour l'évaluation du temps de couverture complète et elle sera retenue pour cette étude. Lors des essais expérimentaux, un facteur de sécurité égal à deux sera appliqué sur le temps de grenailage pour s'assurer d'avoir la couverture complète.

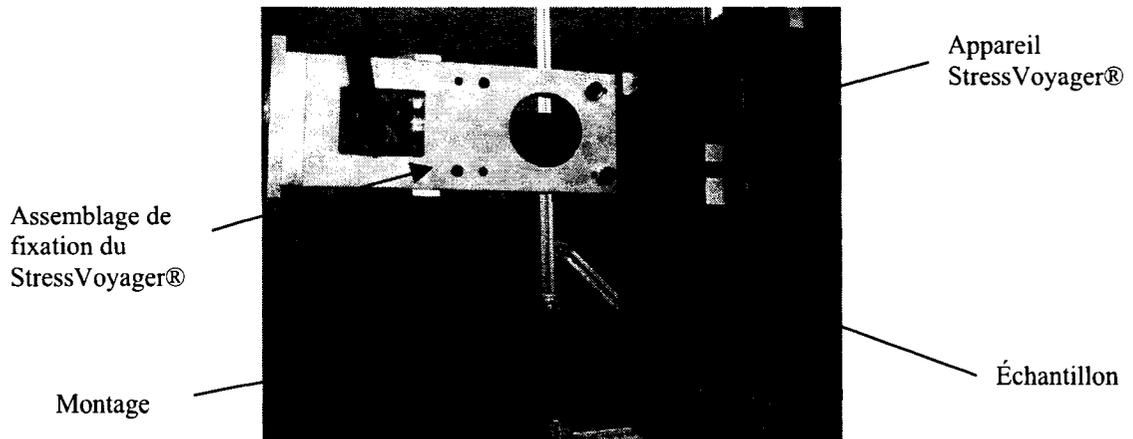
### **3.5 Essais de formage par grenailage**

Plusieurs essais de formage par grenailage ont été réalisés dans le but d'évaluer la précision de la simulation d'impacts combinée avec la simulation du formage développées dans cette étude (chapitres 2 et 4). Le grenailage nécessite un contrôle adéquat pour s'assurer de la répétabilité du procédé. La robotisation des essais a été choisie en début de projet pour s'assurer de minimiser les erreurs de manipulation pouvant affecter les résultats. Considérant ce choix, le grenailage aux ultrasons nécessite des accommodations non négligeables par rapport à un procédé conventionnel. Entre autres, l'embout de l'appareil doit demeurer très près de la surface à grenailier pour éviter la perte de particules lors du traitement. Cet aspect peut devenir problématique lors des opérations de formage, comme c'est le cas dans cette étude, car la surface traitée se déforme et se déplace, généralement vers le jet de particules, donc vers l'appareil. La condition de proximité entre l'embout et la surface devient difficile à respecter sans appliquer une trop grande force sur l'embout de l'appareil, ce qui pourrait l'abîmer.

#### **3.5.1 Banc d'essai**

Pour les besoins de la robotique, l'échantillon traité et l'appareil StressVoyager® doivent être fixés solidement. De plus, l'échantillon il doit être positionné de telle sorte que toute la trajectoire de grenailage fait partie de l'espace de travail du robot (le volume à l'intérieur duquel le robot est en mesure de se déplacer). Le montage utilisé est

montré à la Figure 3.10. Ce montage a été conçu pour être adaptable à plusieurs type de pièces. Sa structure en extrusions d'aluminium permet facilement des ajustements et des modifications pour l'adaptation à une multitude de pièces. Un assemblage a également été conçu pour fixer l'appareil StressVoyager® au robot.



**Figure 3.10 Banc d'essai pour le formage par grenailage**

Le coin inférieur gauche de la plaque est considéré comme l'origine du repère du montage pour des mesures subséquentes (Figure 3.11). L'arête inférieure de la plaque sert à déterminer l'orientation de l'échantillon. Lors de la mise en place d'un échantillon, il est d'abord appuyé fermement sur les deux attaches inférieures puis poussé vers la gauche ce qui assure un positionnement uniforme pour tous les essais. La direction de l'érouissage de laminage coïncide avec la verticale pour éviter les problèmes liés à ce paramètre démontrés par Kulkarni, Schey et Badger (1981).

### 3.5.2 Procédure expérimentale

L'échantillon utilisé pour les essais de formage par grenailage a été dimensionné en respectant deux exigences : a) la valeur du rayon de courbure généré lors du formage doit être similaire aux valeurs utilisées dans les applications industrielles du procédé, b) les dimensions de la plaque doivent permettre une trajectoire de grenailage simple compte tenu de la forme de l'embout de l'appareil. Le matériau de la plaque est un

alliage d'aluminium 7075-T6, largement utilisé par l'industrie aéronautique. La forme carrée a été choisie dès le départ pour éviter les effets dus au rapport longueur/largeur observés par Kulkarni, Schey et Badger (1981). La largeur de l'embout de l'appareil étant de 76 mm, une plaque de 400 mm x 400 mm permet d'effectuer cinq passes de grenailage tout en laissant une largeur excédentaire d'environ 10mm sur le contour pour éviter toute perte de particules en passant près des bordures durant le traitement. De plus, cette dimension correspond aux standards de l'industrie concernant les matériaux (16 po. = 406 mm, les feuilles de matériau sont vendues en dimensions impériales 48 po. x 96 po.) ce qui permet de réduire les pertes de matériau au minimum.

Le choix de l'épaisseur a été fait à partir de données expérimentales provenant de la littérature. À partir des intensités atteignables de l'appareil StressVoyager® (8A po. à 24A po.) mesurées par Drouin (2003), deux courbes expérimentales provenant de la littérature correspondant à des intensités de 0,31A (8A po., Khabou, Castex et Inglebert (1990) et environ 0,79A (20A po., Rouhaud et Deslaef, 2002) ont été choisies. À l'aide de l'équation 1.2, le moment de flexion de chacun des deux profils a été calculé. La théorie des plaques en flexion a ensuite servi à calculer le rayon de courbure développé pour différentes épaisseurs de plaques disponibles sur le marché. L'épaisseur 4,7625 mm (3/16po.) a été retenue car elle permettait d'obtenir des rayons de courbure de 6,25 m (0,31A) et de 2,82 m (0,79A).

Les essais de formage ont été réalisés en couvrant toute la gamme d'amplitude de l'appareil StressVoyager®. Les valeurs choisies sont de 35, 45, 55, 65 et 75  $\mu\text{m}$ . Pour une même amplitude, deux essais sont initialement réalisés. Si les résultats des deux essais diffèrent trop, un troisième essai est effectué. Les billes sont en acier 100C6 (AFNOR, équivalent AISI 52100) d'un diamètre de 3 mm, ce qui est typique des applications industrielles. Le déplacement de l'appareil se fait suivant la petite dimension de l'embout (26 mm). La vitesse de déplacement est calculée à partir des temps de couverture calculés à l'aide de la simulation tridimensionnelle, en divisant

simplement la longueur de l'embout par le temps de couverture complète, lui-même augmenté par un facteur de sécurité de deux. Tous les essais sont réalisés à couverture complète pour éviter toute ambiguïté liée à la non uniformité des contraintes résiduelles que pourrait causer une couverture incomplète.

### 3.5.3 Trajectoire

La trajectoire suivie par le robot dans le plan de la surface de l'échantillon est illustrée à la Figure 3.11. Elle permet de générer une couverture d'au moins 100% sur la majorité de la surface. Des mouvements de rotation de l'appareil (R1 à R6) ont été choisis pour minimiser les accélérations importantes causées par les changements brusques de direction qui peuvent modifier la couverture de certaines régions.

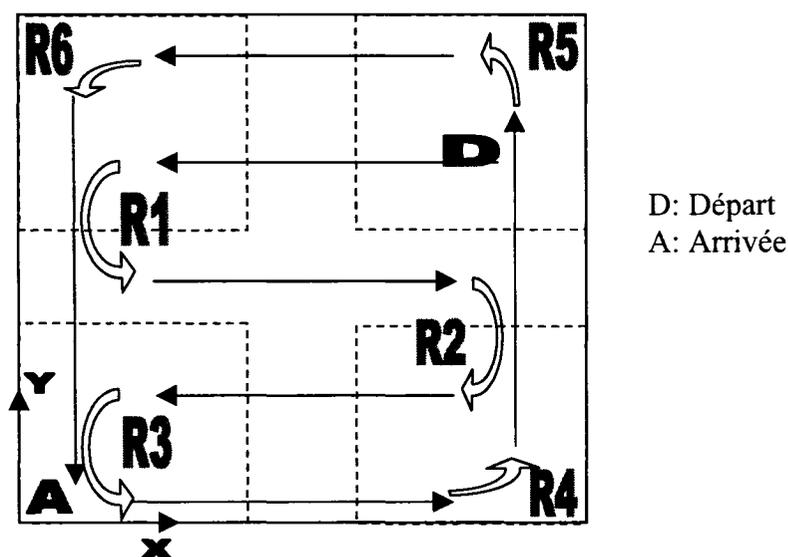


Figure 3.11 Trajectoire de traitement de grenailage sur la plaque

La difficulté est toutefois de maintenir une distance de moins de 1,5mm ( $1/2D_b$ ) entre la plaque et l'embout de l'appareil sans appuyer trop fortement sur l'échantillon, pour éviter l'endommagement de l'appareil. Une première solution aurait été de contraindre l'échantillon de manière à limiter tout déplacement hors plan à moins de 1,5 mm. Les forces en jeu auraient toutefois été très grandes et un montage complexe aurait été

nécessaire. La solution retenue est de simuler la déformation de la plaque en fonction du temps en appliquant les contraintes qui résulte de la trajectoire de grenailage montrée la figure 3.11. Des fonctions d'Ansys® permettent l'application de charges dont l'intensité et le point d'application varient dans le temps. Les détails concernant cette application sont donnés à l'annexe E alors que le modèle est décrit au chapitre 4. En saisissant la position des nœuds qui font partie de la trajectoire de grenailage en fonction du temps, il est possible de déterminer la position et l'orientation que doit avoir le robot pour maintenir la distance prescrite entre l'échantillon et l'appareil durant la totalité du traitement.

#### **3.5.4 Analyse des résultats des essais de formage**

Une première idée pour mesurer les coordonnées de la surface des plaques déformées était d'utiliser un marbre et des appareils de mesure manuels standards. Les dimensions de l'échantillon posaient toutefois des problèmes et cette solution a vite été abandonnée. Une autre possibilité était d'utiliser une machine à mesurer tridimensionnelle (CMM). Cependant, la machine disponible n'était pas fonctionnelle au moment d'effectuer les mesures. La solution qui a été retenue est l'utilisation d'un bras Faro®, muni d'une caméra laser en guise de pointeur. Cet appareil permet de numériser une pièce en trois dimensions en un nombre élevé de points dont les coordonnées peuvent ensuite être traités à l'aide du logiciel Polygonia®.

Lors de la numérisation d'un échantillon, plus de 2 000 000 de points sont saisis. Des filtres permettent ensuite de réduire ce nombre à environ 200 000, ce qui facilite le traitement subséquent. Les coordonnées des points étant données dans un système global, lié à la base du bras Faro®, des outils logiciels sont utilisés pour ramener les points dans un système (x,y,z) parallèle à celui illustré à la Figure 3.11. Pour extraire les valeurs des deux rayons de courbure développés par le formage, le logiciel Matlab® a été utilisé. Dans une région formant une croix au centre de l'échantillon (Figure 3.11),

41 bandes de points d'une largeur de 0,2 mm (environ 100 points) sont extraites dans chacune des directions, x et y. Chaque bande de points est ensuite soumise aux fonctions de « Curve Fitting » de Matlab® et les rayons de courbure sont calculés. Pour éviter tout effet de bord et surtout pour minimiser l'erreur sur le rayon liée au déplacement en x ou y par rapport au centre de la plaque, toutes les bandes sont situées à moins de 25 mm du centre de la plaque. Les données d'entrée et les résultats des essais sont présentés dans le tableau 3.9 et graphiquement à la Figure 3.12, qui illustre la variation du rayon de courbure moyen en fonction de l'amplitude de la sonotrode. La courbe, qui est un lissage cubique des valeurs mesurées, montre une diminution du rayon de courbure avec l'augmentation de l'amplitude, mais aussi une tendance qui semble montrer que le rayon de courbure atteindra une valeur minimale. Certains essais ont été rejetés à cette étape à cause d'erreurs de manipulation ou de paramètres mal contrôlés. Par exemple, l'échantillon 009 a été mal orienté. Les essais 015 et 016 ont quant à eux été réalisés avec des particules qui avaient été sur-utilisées. Les essais 018 et 022 ont été réalisés avec des particules neuves. L'essai 021 a été rejeté car il était en désaccord avec les essais 007 et 008, réalisés dans les mêmes conditions. L'essai a été interrompu et repris par la suite, ce qui a pu causer une non uniformité du grenailage. Il importe ici de mentionner que les rayons de courbure mesurés ont été normalisés par rapport à l'épaisseur. L'épaisseur de chaque échantillon a été mesurée en huit points et le rayon a été normalisé par rapport à l'épaisseur nominale de la plaque soit 4,7625 mm (3/16 po.) en utilisant une relation du moment en fonction du rayon de courbure provenant de la théorie des plaques.

$$\frac{R_{t-nominal}}{R_{mesuré}} = \left( \frac{t_{nom}}{t_{mesuré}} \right)^3 \quad (3.11)$$

Tableau 3.9 Données d'entrée et résultats des essais

#Essai	Amplitude ( $\mu\text{m}$ )	Vitesse de déplacement du robot (m/s)	Rayon de courbure normalisé, direction x (mm)	Rayon de courbure normalisé, direction y (mm)	Rayon de courbure moyen (mm)
005	35	0,0013	3573	4535	4054
006	35	0,0013	3352	4691	4022
019	35	0,0013	3772	4048	3910
007	45	0,0023	3467	3801	3634
008	45	0,0023	3276	3795	3536
021	45	0,0023	3183	3607	3395
009	55	0,0029	3540	3568	3554
010	55	0,0029	3178	3423	3301
012	55	0,0029	3222	3458	3340
013	65	0,0037	3059	3267	3163
014	65	0,0037	2948	3217	3083
020	65	0,0037	2721	3316	3019
015	75	0,0052	2686	3519	3103
016	75	0,0052	2336	3951	3144
018	75	0,0052	2827	2949	2888
022	75	0,0052	2871	3107	2989

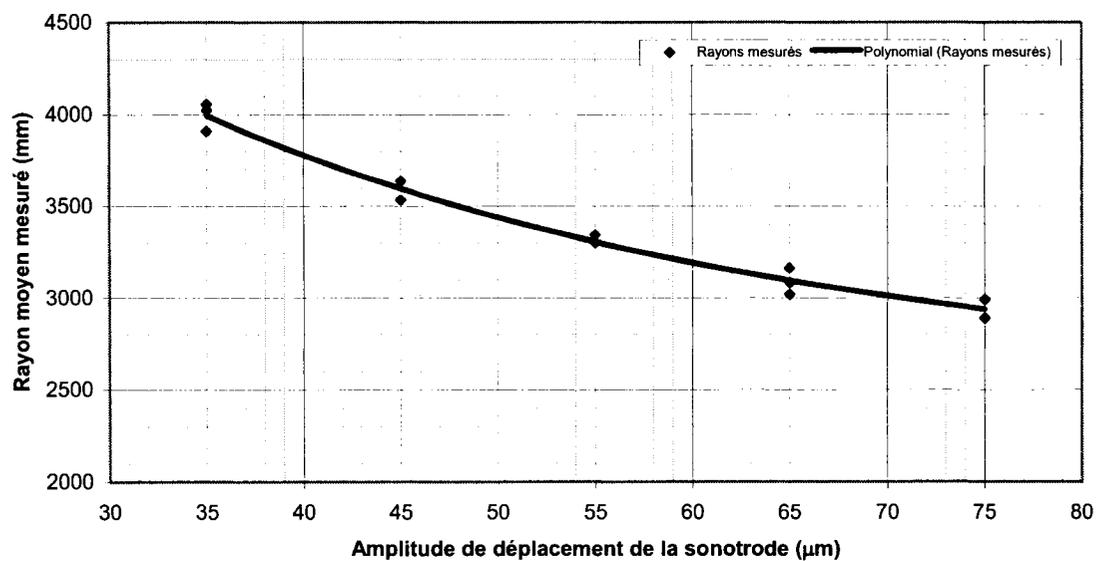


Figure 3.12 Résultats des essais de formage

### **3.6 Conclusion**

Des méthodes de calcul ont été développées pour mieux comprendre le procédé de grenailage aux ultrasons.. Un modèle d'indentation d'une sphère, une simulation unidimensionnelle du mouvement d'une bille soumise à l'action d'une sonotrode de même qu'une simulation tridimensionnelle du mouvement de plusieurs billes dans la cavité de grenailage de l'appareil StressVoyager® permettent de déterminer la vitesse et la couverture. Les valeurs de la vitesse calculées ont d'ailleurs servi à déterminer les vitesses d'impact dans les simulations d'impact par éléments finis dynamiques au chapitre 2. La robotisation a été réalisée et les valeurs des rayons de courbures des essais de mise en forme ont été présentées en fonction de l'amplitude. Ces rayons seront comparés aux résultats de la simulation de mise en forme par éléments finis au chapitre 4.

## **CHAPITRE 4 - SIMULATION DE LA MISE EN FORME PAR ÉLÉMENTS FINIS QUASI-STATIQUES**

Plusieurs approches pour simuler la mise en forme ont été présentées au chapitre 1. Deux d'entre elles seront maintenant évaluées à l'aide d'un modèle simple d'éléments finis quasi-statiques afin d'en dégager la précision et surtout la facilité d'utilisation. Ce sont les approches par profil de température et par profil de coefficients de dilatation thermique. Une étude pour évaluer le degré de non-linéarité géométrique du modèle est également présentée. La méthodologie développée pour simuler la trajectoire de traitement pour la robotisation des essais est décrite et finalement, les résultats des simulations du formage d'une plaque par grenailage sont comparés aux valeurs expérimentales.

Les données d'entrée des simulations de mise en forme sont les profils de contraintes résiduelles obtenues à la fin du chapitre 2. Ce chapitre permet donc de valider la justesse de la combinaison de la simulation dynamique d'impact pour l'obtention des contraintes résiduelles, avec une simulation quasi-statique de la mise en forme. Cette combinaison est nécessaire au processus de simulation complète de la mise en forme énoncé au chapitre 1 dont les détails seront présentés au chapitre 5.

### ***4.1 Évaluation des méthodes de simulation des contraintes résiduelles***

Des quatre approches présentées au chapitre 1, seulement deux ont été retenues : l'approche par profil de températures et l'approche par profil de coefficients de dilatation thermique. Les deux autres approches ont été rejetées à cause de la grande difficulté à les mettre en œuvre étant donné leur caractère indirect. Dans l'application de ces méthodes, un chargement induit des déformations plastiques. Le chargement est

ensuite relâché et la courbure est générée par les déformations plastiques. Ce n'est pas le chargement initial qui génère la forme, d'où le caractère indirect qui rend les méthodes difficiles à appliquer.

Les deux approches retenues seront appliquées à la mise en forme d'une surface sphérique, et les résultats seront comparés à ceux provenant de la théorie des plaques minces en flexion. Pour fins de comparaison, la flèche au centre de la plaque est étudiée. Étant donné que les calculs sont linéaires, la flèche est liée géométriquement au rayon de courbure par l'équation d'une sphère. Il n'est donc pas nécessaire de calculer ce rayon. Lorsque les comparaisons seront établies avec les résultats expérimentaux, le rayon de courbure sera le paramètre d'intérêt étant donné les non-linéarités géométriques qui risquent de se manifester.

#### **4.1.1 Description du modèle d'éléments finis**

Le modèle d'éléments finis utilisé pour évaluer les deux approches de mise en forme est illustré à la Figure 4.1. Il s'agit d'une plaque carrée de 400 mm de côté (plan x-y) et de 4,7625 mm (3/16 po.) d'épaisseur en alliage d'aluminium 7075-T6 ( $E_p = 72$  GPa,  $\nu_p = 0,33$ ). Les propriétés mécaniques de l'ensemble sont données au tableau 4.1. Il est supposé que le matériau adopte un comportement élastique linéaire. En réalité, pour des rayons de courbure typiques de la mise en forme par grenailage, le matériau formé demeure toujours dans le domaine élastique.

Pour mettre en application les approches par profil de températures et de coefficients de dilation thermique, il est nécessaire d'utiliser des éléments multicouches. Plusieurs options sont disponibles dans Ansys®. Les éléments Shell99 sont choisis pour leur capacité à modéliser les effets non-linéaires géométriques. Ce sont des éléments à huit nœuds ayant chacun six degrés de liberté. Les éléments Shell91 sont aussi adéquats, mais ils nécessitent des temps de calculs plus élevés étant donné leur formulation plus

complexe qui permet également de modéliser les matériaux non-linéaires. Chaque élément est divisé en 50 couches d'épaisseur constante. Par exemple, pour le profil de contraintes correspondant à une vitesse de 5 m/s (Figure 2.15), la partie en compression du profil est divisée en cinq segments. Cette discrétisation est jugée suffisante pour l'évaluation des méthodes de simulation.

La taille des éléments a été déterminée de manière arbitraire, étant donné les temps de calcul très faibles (environ 60 secondes). Des éléments carrés de 10 mm ont été choisis, ce qui fait un total de 1600 éléments. Ce nombre est amplement suffisant pour bien modéliser la courbure sphérique développée.

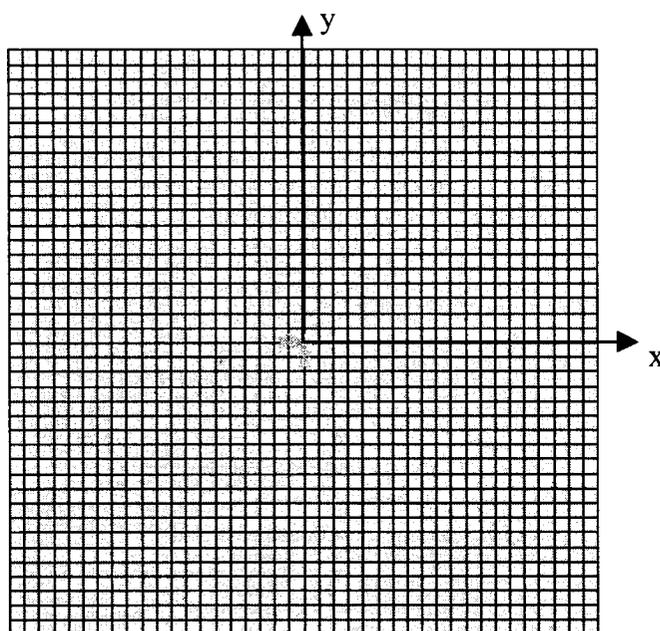


Figure 4.1 Modèle d'éléments finis pour l'évaluation des méthodes de simulation

Tableau 4.1 Propriétés du matériau de la plaque

Matériau	$E_p$	$\nu_p$
Élastique linéaire (Al 7075 T6)	72 GPa	0,33

#### **4.1.2 Simulation des contraintes résiduelles par profil de température**

Cette approche, proposée par Gardiner et Platts (1999), a été présentée à la section 1.4.3. Il s'agit d'imposer un profil de température à travers l'épaisseur des éléments. En utilisant un coefficient de dilatation thermique calculé selon l'équation 1.3, la température appliquée est équivalente à la contrainte en MPa, selon le principe de la déformation équivalente. Seuls les coefficients dans les directions x et y sont affectés. Le coefficient dans la direction z est fixé à 0. Il est supposé ici que l'application d'une charge thermique entraîne le même effet que les déformations plastiques dans le matériau réel.

Les éléments Shell99 permettent l'application d'une même valeur de la température aux huit coins de chaque couche. Pour des éléments de 50 couches, il y a donc 51 températures à spécifier pour les deux surfaces libres et les 49 surfaces inter couche. Les profils de contraintes résiduelles doivent être discrétisés en 51 points également espacés, à travers une épaisseur de 4,7625 mm. Pour cette étude, la totalité des profils est utilisée pour simplifier les manipulations. Cependant, puisque le profil de contraintes a été calculé jusqu'à une profondeur de 3 mm dans les simulations, uniquement les 35 premières couches sont affectées. Pour les autres couches, la température est fixée à zéro. La discrétisation des profils de contraintes se fait à l'aide de splines cubiques. Les profils proviennent des simulations tridimensionnelles du procédé; ils sont illustrés à la figure 2.8. Des détails concernant la valeur de la températures de chaque couche et la méthode de discrétisation sont donnés à l'annexe E. Les flèches maximales calculées à l'aide de la méthode par profils de température sont présentées au tableau 4.2.

#### **4.1.3 Simulation des contraintes résiduelles par profil de coefficient de dilatation thermique**

Cette approche est similaire à la précédente mais en même temps, elle en est bien différente. Plutôt que d'introduire l'effet des déformations plastiques en faisant varier la

température selon la profondeur, une température constante est appliquée sur toute l'épaisseur, mais le coefficient de dilatation thermique diffère d'une couche à l'autre; il est calculé en fonction de la contrainte résiduelle. Levers et Prior (1998) ont été les premiers à utiliser cette méthode pour simuler le formage par grenailage.

Les profils de contraintes résiduelles sont discrétisés de la même façon que pour la méthode précédente, exception faite qu'il faut utiliser la contrainte au milieu de chaque couche. Cinquante points sont donc nécessaires pour les 50 couches. Le coefficient de dilatation thermique de chaque couche est ensuite calculé selon la relation suivante.

$$\alpha = \frac{(1-\nu)\sigma}{E_p \cdot \Delta T} \quad (4.1)$$

Pour cette étude,  $\Delta T$  a été fixé à 100°C. Seuls les coefficients dans les directions x et y sont affectés. Le coefficient dans la direction z est fixé à 0. Des détails concernant les valeurs des coefficients de dilatation thermique de chaque couche et la méthode de discrétisation sont donnés à l'annexe E. Les flèches maximales calculées à l'aide de la méthode des profils de coefficients de dilatation thermique sont données au tableau 4.2.

#### 4.1.4 Validation des simulations à l'aide de la théorie des plaques

Puisque l'effet primaire du grenailage est la génération d'une courbure dans la plaque par l'introduction d'un moment fléchissant uniforme dans le matériau, une plaque mince soumise à un moment de flexion sur ses quatre côtés mènera théoriquement à un résultat équivalent. Une validation est faite à l'aide de la théorie des plaques minces en flexion. La valeur de la flèche ( $z_f$ ) est donnée par la relation suivante :

$$z_f = \frac{1}{2E_p I_p} \left[ -(M_x + \nu_p M_y) x^2 + (M_y + \nu_p M_x) y^2 \right] \quad (4.2)$$

Où  $M_x$  et  $M_y$  sont les moments appliqués autour des axes x et y.

Cette équation est valide pour une plaque carrée (plan x-y), dont les côtés sont parallèles aux axes x et y. Le repère est situé au centre de la plaque. Pour obtenir la flèche

maximale, il suffit de poser les valeurs de  $x$  et  $y$  égales aux coordonnées d'un des coins de la plaque. Les profils de contraintes résiduelles appliquées sont ceux obtenus des simulations tridimensionnelles du procédé, illustrés à la figure 2.18. À partir de ces profils, les valeurs de  $M_x$  et  $M_y$  doivent être calculées car les valeurs numériques à introduire dans les équations ont jusqu'ici été spécifiées pour des longueurs unitaires (N.m/m). Il faut donc multiplier la valeur obtenue par la longueur de la plaque pour obtenir les valeurs globales. Les valeurs de la flèche  $z_f$  sont également présentées au tableau 4.2.

**Tableau 4.2 Flèches maximales théoriques et par simulation (mm)**

	Vitesse d'impact	5 m/s	7,5 m/s	10 m/s	12,5 m/s	15 m/s
Approche	Théorique	10,84	15,49	19,28	23,82	24,89
	Simulation, profil de température	10,50 (-3,18%)	15,33 (-1,00%)	19,20 (-0,41%)	23,75 (-0,29%)	24,85 (-0,19%)
	Simulation, profil de coefficient de dilatation thermique	10,49 (-3,26%)	15,33 (-1,00%)	19,20 (-0,41%)	23,78 (-0,17%)	24,88 (-0,04%)

Les résultats des deux simulations sont équivalents et l'erreur relative par rapport à la théorie des plaques est de moins de 1%, sauf pour une vitesse de 5 m/s. Les écarts relatifs diminuent avec l'augmentation de la vitesse. Ceci s'explique par la qualité de discrétisation du profil de contraintes résiduelles. Le nombre de couches dans les éléments étant constant, plus le profil est profond, plus il affecte un grand nombre de couches et mieux il est discrétisé. La simulation par coefficients de dilatation thermique est tout de même retenue étant donné la plus grande facilité de manipulation des charges. Cet aspect est particulièrement important pour simuler la trajectoire de traitement (section 4.3).

## **4.2 Effet de la non-linéarité géométrique**

Dans ce type de formage, la non-linéarité géométrique peut se manifester de deux façons. Le développement de la courbure entraîne des déplacements dans le plan de la

plaque et il augmente l'inertie de la plaque en flexion. Ces deux phénomènes sont illustrés à la Figure 4.2. À gauche, une poutre chargée en porte-à-faux subit un déplacement de son extrémité libre suivant la direction  $x$  suite à un chargement. Si la charge est relativement petite, ce déplacement sera très petit et il pourra être négligé car il n'aura aucun effet sur la réaction à l'encastrement. Par contre, lorsque la charge est suffisamment grande, le déplacement peut devenir suffisant pour diminuer le moment de réaction à l'encastrement de manière significative en diminuant la longueur du bras de levier. Il est alors nécessaire de tenir compte de cet effet dans les modèles d'éléments finis.

Les courbures générées par la mise en forme par grenailage ne sont pas très grandes. Si le but était uniquement de déterminer le rayon de courbure développé, cette forme de non-linéarité serait négligeable. Par contre, un des objectifs de cette étude est de simuler non seulement le rayon de courbure développé, mais aussi l'allongement de la plaque dû aux contraintes résiduelles. Dans ce contexte particulier, il devient très important de tenir compte des déplacements dans le plan de la plaque qui sont dus à la courbure, car ils peuvent être significatifs par rapport à l'allongement causé par le grenailage. Par exemple, le déplacement à l'extrémité d'une poutre de 400 mm de long, chargée en porte-à-faux pour obtenir un rayon de courbure de 4000 mm, est de 0,167 mm, soit 0,42 mm/m. Un allongement de 0,5 mm/m est typique en aéronautique (Moore, 1982). Il apparaît évident qu'il est absolument nécessaire de tenir compte de ces déplacements dans les simulations.

L'autre type de non-linéarité géométrique est particulière au procédé étudié et est liée au développement d'une courbure suivant deux directions. Lorsque cela se produit, l'inertie des sections en flexion augmente à cause de l'apparition de la courbure. La partie de droite de la Figure 4.2 illustre le phénomène. S'il y a développement de courbure dans une seule direction, la section en flexion est inchangée et son inertie demeure constante, mais s'il y a flexion simultanée d'une plaque dans deux directions, la forme de la section

change. Pour une surface équivalente, une forme courbe a une inertie plus grande et résiste mieux aux charges de flexion. Plus la charge est élevée, plus la courbure est grande et plus la plaque résiste à la flexion. Le phénomène n'est pas considéré lorsqu'un calcul linéaire est effectué, les chargements et les calculs inertiels étant liés à la géométrie initiale. Il est primordial d'en tenir compte dans toute simulation de formage.

Cette observation pourrait bien expliquer le phénomène lié au rapport longueur/largeur rapporté par Kulkarni, Schey et Badger (1981). Les auteurs ont observé des variations dans les courbures développées dans deux directions normales dépendant du rapport longueur/largeur des échantillons. Ces variations pourraient s'expliquer par les différences dans les changements d'inertie, selon les dimensions des échantillons.

Le dernier type de non-linéarité sera discuté plus en détail à la section 4.4 , où les résultats expérimentaux sur les rayons de courbures d'une plaque grenillée seront présentés.

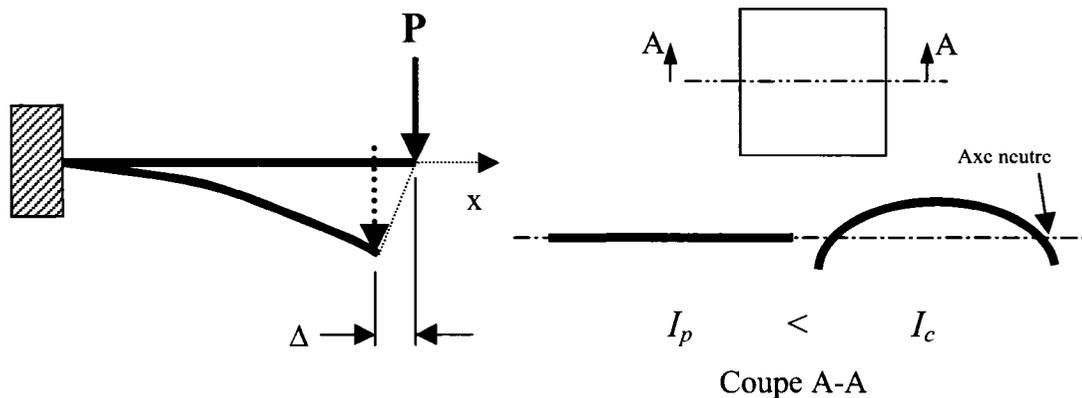


Figure 4.2 Non-linéarités géométriques lors du formage par grenailage

### 4.3 Calcul de la trajectoire de traitement

Les difficultés liées à la robotisation des essais de formage ont été expliquées au chapitre 3. L'une d'entre elles est de maintenir une distance de moins de 1,5 mm entre la plaque

et l'embout de l'appareil sans appuyer trop fortement sur la plaque afin de ne pas abîmer l'appareil.

Le modèle retenu pour déterminer la trajectoire du robot est le même que celui qui a servi aux simulations de formage (Figure 4.1) mis à part les conditions aux frontières. Le montage comprend des attaches solides pour éviter tout mouvement de l'échantillon durant le traitement. Le modèle doit être modifié en conséquence et des conditions d'encastrement sont appliquées sur quatre éléments à chaque coin (20 x 20 mm) pour simuler la rigidité des attaches. L'approche par coefficients de dilatation thermique a été retenue car elle permet de contrôler plus facilement la charge appliquée.

Des fonctions de Ansys® permettent d'appliquer un chargement selon une équation qui dépend du temps et de la position. Cette équation doit représenter le mieux possible la trajectoire de la figure 3.11. Le module qui permet d'entrer la fonction est toutefois limité car uniquement des fonctions continues peuvent être utilisées. Or, une fonction de Heaviside aurait été tout indiquée pour cette application. N'étant pas disponible, il a fallu utiliser la fonction  $y = \arctg(\psi)$  qui prend la forme présentée à la Figure 4.3. La fonction tend vers  $\pi/2$  lorsque  $\psi$  tend vers  $+\infty$  et vers  $-\pi/2$  lorsque  $\psi$  tend vers  $-\infty$ . Ces deux asymptotes peuvent être utilisées pour simuler une fonction de Heaviside. En multipliant la valeur de  $\psi$  par un nombre très élevé, la fonction passe de  $-\pi/2$  à  $\pi/2$  pour une très petite variation de  $\psi$  autour de 0. Une quasi-fonction de Heaviside est alors obtenue. Il suffit ensuite de choisir  $\psi$  en fonction de la position et du temps de manière appropriée. La combinaison de plusieurs de ces fonctions a permis de simuler la trajectoire de traitement qui a été utilisée pour tous les essais de formage par grenailage. Le développement complet de la fonction est donné à l'annexe F.

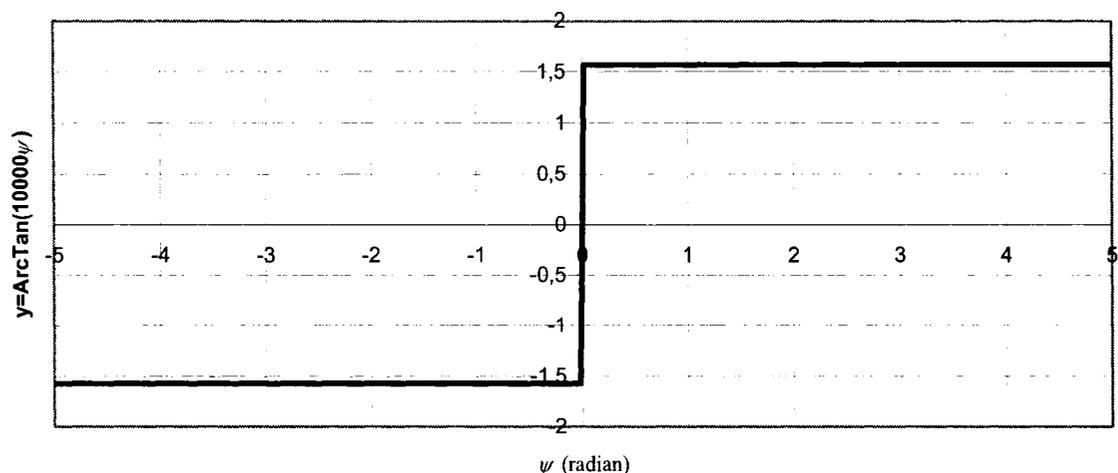


Figure 4.3 Forme de la fonction  $\text{ArcTan}(\psi)$

#### 4.4 Comparaison avec les résultats expérimentaux

Afin de valider la méthode des profils de coefficients de dilatation thermique, des simulations de formage en mode non-linéaire ont été réalisées et les valeurs des rayons de courbure ainsi calculées ont été comparées à celles mesurées sur une plaque formée par grenailage. Les profils de contraintes utilisés proviennent des simulations dynamiques par éléments finis du procédé, réalisées en utilisant un matériau à écrouissage bilinéaire isotrope ajouté de la loi de Cooper-Symonds (Figure 2.18). Afin de bien représenter l'effet réel, uniquement la partie en compression du profil de contraintes résiduelles est introduite dans la simulation non-linéaire. Cette portion correspond à la zone plastifiée de la plaque qui génère la force qui permet le formage. La zone en tension du profil est simplement due à un équilibrage interne des forces en jeu.

Deux méthodes ont été utilisées pour comparer les valeurs des rayons de courbure calculées et les valeurs mesurées. Dans la première, les rayons de courbure en plusieurs points, le long des plans de symétrie de la plaque sont comparés. Étant donné la non-linéarité du problème, la forme développée n'est pas une sphère parfaite mais plutôt un ellipsoïde. En réalité, le rayon diminue lorsque le point de mesure s'éloigne du centre de

la plaque. La Figure 4.4 montre les résultats des simulations (symboles vides) pour un matériau à écrouissage isotrope ajouté de la loi de Cooper-Symonds et les mesures prises sur les plaques formées en laboratoire (symboles pleins) pour différentes vitesses d'impact. Sur cette figure, la valeur du rayon correspond à la moyenne des valeurs prises dans les deux plans de symétrie; la position du centre des points de mesure représente les coordonnées de  $x$  et  $y$  ( $x = y$ ) dans le repère de la figure 3.11. Il faut noter que les rayons de courbure obtenus à partir de la simulation ont été calculés à l'aide de l'équation d'un cercle passant par trois points situés sur les axes de symétrie. Ces trois points sont espacés de 20 mm chacun et la coordonnée en  $x$  sur la figure indique la position du point central, la largeur ainsi couverte est de 40 mm. Les valeurs expérimentales des rayons ont été déterminées à partir des points obtenus par la méthodologie expliquée au chapitre 3 sauf que dans la présente situation, la largeur de la plaque est divisée en segments de 100 mm de long, espacés de 20 mm et un rayon est calculé pour chaque segment. Il aurait été préférable d'utiliser des segments de 40 mm de long, mais dans ce dernier cas, le nombre restreint de points cause des problèmes de convergence aux algorithmes de lissage de Matlab.

Les courbes de la Figure 4.4 montrent bien la forme non sphérique développée (rayon de courbure non constant) autant dans les simulations que dans les essais de formage en laboratoire. Ceci démontre clairement l'effet non-linéaire lié à l'augmentation de l'inertie de la section. Évidemment, les valeurs expérimentales montrent des variations moins régulières étant donné les nombreuses sources d'erreur possibles, y compris la mesure elle-même, la non-uniformité du traitement et les variations d'épaisseur des échantillons.

Si ces résultats sont encourageants, ils sont toutefois difficiles à interpréter. Une deuxième méthode de comparaison, plus simple et plus visuelle, est utilisée pour faciliter l'appréciation des résultats. Cette méthode permet d'observer l'effet de formage d'une manière plus globale. La comparaison est faite uniquement sur les valeurs des

rayons moyens, calculés ou mesurés, dans une région formant une croix au centre de la plaque, tel qu'illustré à la Figure 3.11. Les résultats expérimentaux sont illustrés à la Figure 3.12 en fonction de l'amplitude de la sonotrode. En appliquant une méthode de régression aux résultats de la simulation tridimensionnelle du procédé présentés à la Figure 3.8, une expression est obtenue pour exprimer les rayons de courbure en fonction de la vitesse d'impact. Les rayons moyens des simulations sont calculés en faisant la moyenne des rayons de la Figure 4.4 pour une vitesse d'impact donnée. La Figure 4.5 permet de comparer graphiquement les deux résultats.

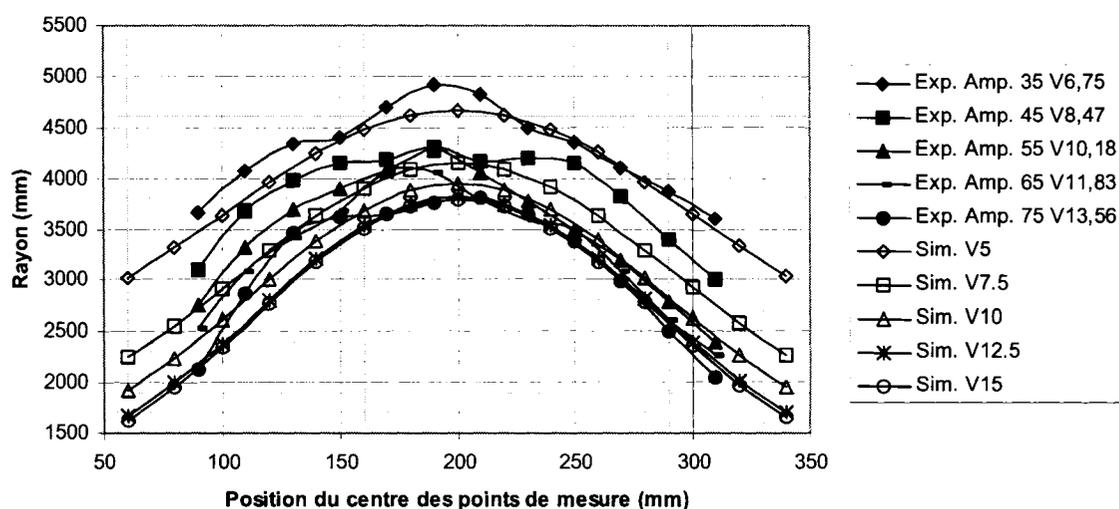


Figure 4.4 Comparaisons des rayons simulés et mesurés selon la position sur la plaque

Les résultats expérimentaux suivent assez bien la courbe provenant des simulations. Les écarts des valeurs expérimentales par rapport à celles de la simulation sont de moins de 15% pour toutes les vitesses. Il est clair que la combinaison des simulations dynamiques et quasi statiques permet d'obtenir des résultats représentatifs de la réalité. L'écart est principalement attribué aux propriétés du matériau qui ont été obtenues de la littérature. Les propriétés réelles du matériau des plaques en laboratoire peuvent différer de celles utilisées pour les simulations. Les essais à taux de déformation élevés étant très complexes, les installations disponibles au moment de l'étude ne permettaient pas de

couvrir la gamme du taux de déformation associée aux résultats des simulations dynamiques.

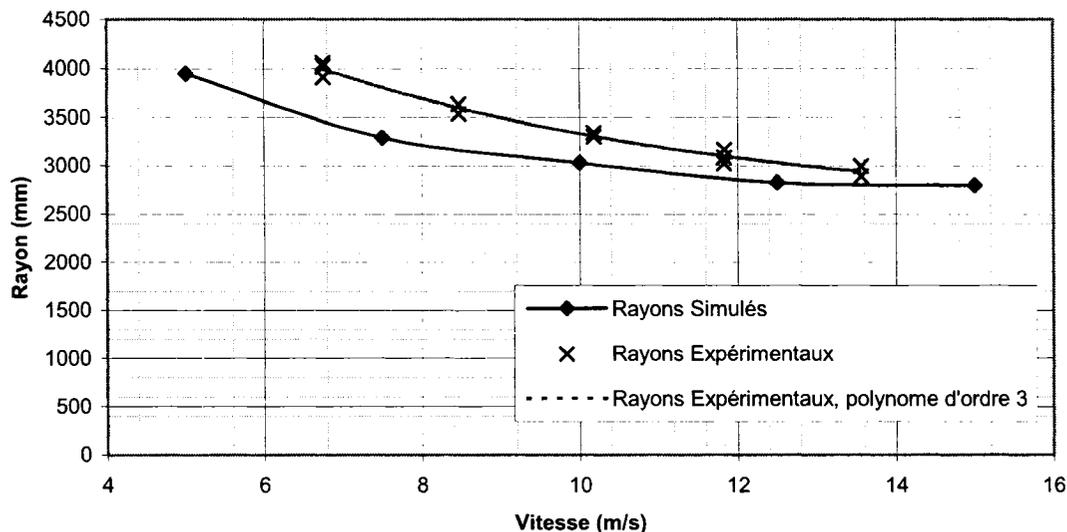


Figure 4.5 Comparaison des rayons moyens simulés et mesurés en fonction de la vitesse d'impact

## 4.5 Conclusion

Un modèle pour la simulation de l'effet de formage du grenailage a été développé. La méthode par profils de coefficient de dilatation thermique a été choisie pour sa simplicité. Afin de s'assurer de bien représenter tous les effets réels, les non-linéarités géométriques du système ont été prises en compte. En combinant le modèle développé avec les valeurs des contraintes résiduelles obtenues à l'aide du modèle dynamique d'éléments finis (chapitre 2), des simulations de la mise en forme par grenailage ont été faites. Des comparaisons avec les valeurs des rayons expérimentales ont montré des écarts de moins de 15%. La combinaison des simulations est donc un outil viable pour la simulation de la mise en forme par grenailage.

Au prochain chapitre, le processus de simulation complète de la mise en forme par grenailage, énoncé au chapitre 1, sera détaillé. La simulation de la mise en forme en est

une étape importante, car elle sera utilisée pour effectuer l'optimisation de la répartition des paramètres de grenailage.

## CHAPITRE 5 - PROCESSUS DE SIMULATION COMPLÈTE DE LA MISE EN FORME PAR GRENAILLAGE

### ***5.1 Introduction***

Le dernier élément à maîtriser avant d'être en mesure de simuler la totalité du procédé de mise en forme par grenailage, tel qu'il est décrit au premier chapitre, est de déterminer par calcul la répartition des paramètres de grenailage sur une surface pour obtenir une géométrie désirée et de calculer la géométrie initiale plane en fonction des valeurs de ces paramètres. Cette dernière étape est primordiale pour minimiser les essais expérimentaux nécessaires avant d'entreprendre un cycle de production. Les effets non-linéaires dus au développement de la courbure n'ayant pas été investigués par la communauté scientifique pour l'instant, de même que la distorsion de la pièce, la connaissance préalable d'une géométrie plane obtenue en tenant compte de ces effets permettrait de réduire considérablement les temps de mise en route d'un procédé de formage par grenailage.

La méthode pour le calcul de la géométrie initiale plane est d'abord présentée. Par la suite, l'optimisation de cette géométrie plane et de la répartition des paramètres de grenailage est effectuée à l'aide du module d'optimisation du logiciel Ansys®. Finalement, ayant démontré la validité de la simulation des contraintes résiduelles par éléments finis dynamiques (chapitre 2), et la validité de la simulation de la mise en forme par éléments finis quasi-statiques (chapitre 4), le procédé proposé au chapitre 1 (figure 1.34) est appliqué à deux géométries simples. Les résultats obtenus sont présentés et analysés.

## **5.2 Calcul de la géométrie plane initiale**

Jusqu'à présent, l'approche de Wang et Platts (2002) présentée à la section 1.6.4 est la seule méthode de prédiction de la géométrie plane initiale répertoriée dans la littérature scientifique. La méthode consiste, en un premier temps, à faire le maillage de la pièce dans sa forme finale grenillée. Ensuite, les rayons de courbure locaux sont déterminés et la pièce est divisée en zones à l'intérieur desquelles les paramètres de grenailage (forces et moments internes) sont considérés constants. Bien qu'elle comporte quelques lacunes, cette méthode sera néanmoins utilisée dans le cadre de ce projet; cependant, quelques modifications seront apportées pour en améliorer la précision.

### **5.2.1 Maillage de la pièce selon sa forme finale après grenailage**

Le maillage de la pièce selon sa forme finale après grenailage (forme désirée) est la première étape de ce processus. Uniquement des surfaces définies par des équations connues sont retenues pour simplifier les algorithmes. Cette simplification permet également de mieux contrôler les paramètres de maillage.

Le point d'ancrage, ou l'origine du modèle, est fixé au centre géométrique de la pièce dans sa forme finale, une fois grenillée (Figure 5.1). Les coordonnées médianes en  $x$  et en  $y$  servent à déterminer sa position. Les axes  $x$  et  $y$  divisent alors la surface en 4 sections ou secteurs, correspondants aux quatre quadrants. Le maillage est ensuite effectué en respectant un quadrillage dans le plan  $xy$ . La distance en  $x$  et  $y$  entre chaque nœud est constante et la coordonnée en  $z$  du nœud est calculée à partir de l'équation de la surface. Une fois le maillage terminé, des vérifications sont faites pour s'assurer de respecter une tolérance de forme. En effet, puisque les coordonnées des points des éléments varient linéairement entre chaque nœud, il est nécessaire de vérifier que la surface de chaque élément ne s'éloigne pas trop de la surface réelle à modéliser entre les nœuds. La Figure 5.2 illustre une situation possible si un maillage triangulaire est appliqué; dans le cas illustré, les surfaces IJK et JKM de l'élément tétraédrique IJKM

ne représentent pas fidèlement les surfaces courbes à modéliser. Lorsque ceci se produit, la taille du quadrillage est réduite et l'opération est relancée. Le nombre de nœuds ne doit toutefois pas dépasser 1000 à cause des limites du logiciel Ansys® concernant le nombre de paramètres. Ce point sera expliqué en détail à la section 5.3 . Un exemple de surface maillée est illustré à la Figure 5.1.

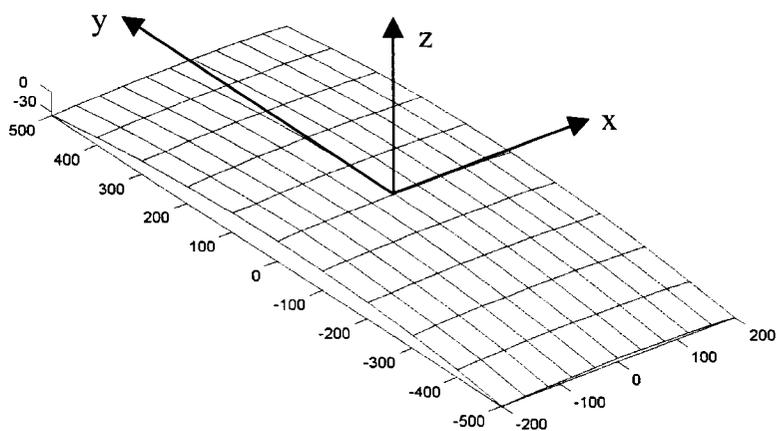


Figure 5.1 Surface sphérique typique maillée

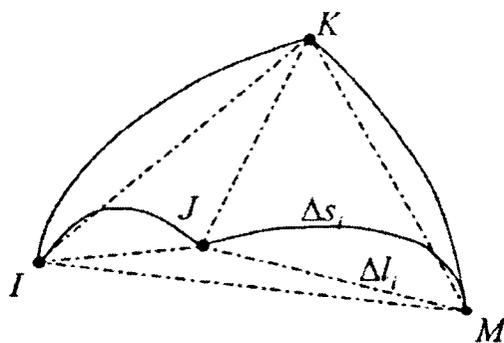


Figure 5.2 Erreur géométrique causée par le maillage d'une surface courbe avec des éléments linéaires (Wang et Platts, 2002)

### 5.2.2 Calcul des rayons de courbure locaux et division de la surface en zones de traitement

Pour simuler le formage par grenailage, la surface de la pièce est divisée en zones de traitement. Les paramètres de grenailage sont constants à l'intérieur d'une zone, mais ils peuvent être considérablement différents d'une zone à l'autre. Les zones sont déterminées en fonction des rayons de courbure dans les deux directions. Initialement, les rayons de courbure sont calculés aux nœuds. Dans le modèle d'éléments finis, les charges sont appliquées sur la surface des éléments; deux rayons moyens seront alors calculés pour chacun des éléments, en faisant la moyenne des rayons aux quatre nœuds qui composent l'élément. Les éléments sont ensuite regroupés en zones. Par exemple, une zone regroupera tous les éléments dont les rayons en x sont situés dans un intervalle de  $\pm 75$  mm et les rayons en y dans un autre intervalle de  $\pm 75$  mm. Dans la présente étude, les seuls cas qui seront considérés sont ceux pour lesquels la courbure est la même chaque point dans les deux directions ou la courbure est nulle dans une des directions. Il est cependant possible d'obtenir des courbures différentes selon deux directions normales en appliquant des pré-contraintes tel qu'expliqué à la section 1.4.1.

Le calcul du rayon de courbure n'est cependant pas direct à cause de la méthode de maillage choisie. Le simple calcul d'un rayon de courbure par trois points n'est pas possible car le centre réel du cercle qui décrit la surface grenillée n'est pas nécessairement dans le même plan que les trois points considérés. La Figure 5.3 illustre l'erreur qui serait causée dans le calcul du rayon d'une sphère en utilisant trois points. Le rayon calculé  $R_c$  (rayon de la calotte sphérique,) serait inférieur au rayon réel  $R_r$ . Il est donc nécessaire d'identifier le plan tangent à la surface, au point de calcul du rayon. Puisque l'équation de la surface est connue, l'équation du plan tangent est obtenue sans problème. Les nœuds sont ensuite projetés sur le plan tangent dans la direction z. Ces nouveaux points sont à leur tour projetés sur la surface, perpendiculairement au plan tangent. Les coordonnées ainsi obtenues servent finalement au calcul du rayon de courbure en utilisant l'équation d'un cercle défini par trois points situés sur sa

circonférence. Pour une sphère, l'erreur sur le rayon obtenue par cette méthode est de l'ordre de la précision machine. La procédure détaillée est présentée à l'annexe G.

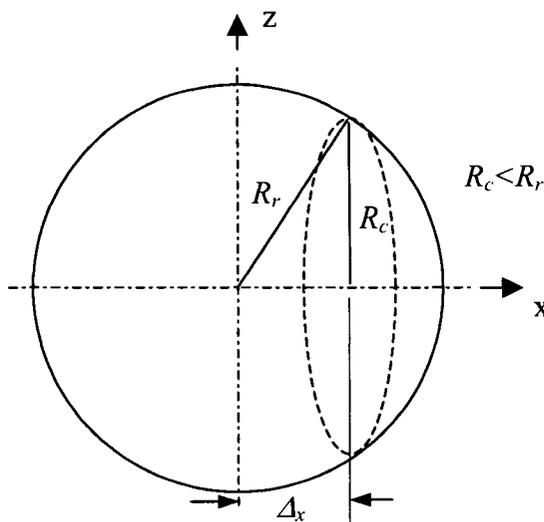


Figure 5.3 Erreur sur le rayon lorsque calculé par trois points dans le cas d'une sphère

### 5.2.3 Choix des paramètres de moment et de force équivalents

Dans la simulation du formage par grenailage, les contraintes résiduelles induites sont remplacées par des moments et des forces internes correspondantes dont la valeur sert à déterminer l'allongement de la pièce grenillée en fonction de sa courbure. Le choix initial des paramètres de moment et de force équivalents à appliquer au modèle, dans une zone spécifique, est strictement relié au rayon de courbure. Cette simplification est basée sur l'hypothèse que la plaque est simplement supportée, ce qui n'est évidemment pas le cas puisque le fait d'avoir une zone adjacente qui n'a pas été traitée avec les mêmes paramètres de grenailage entraîne des conditions frontières différentes de celles d'une plaque simplement supportée. Cette méthode de calcul sert toutefois à déterminer les valeurs initiales pour le lancement des calculs d'optimisation. La théorie des plaques en flexion donne la relation pour calculer le moment de flexion équivalent ( $M$ ) à

appliquer en fonction du rayon désiré ( $R_f$ ) et des propriétés de la plaque ( $E_p$  : module de Young,  $I_p$  : second moment de surface,  $\nu_p$  : coefficient de Poisson).

$$M = \frac{E_p I_p}{(1 + \nu_p) R_f} \quad (5.1)$$

Le calcul de la force équivalente  $F$  n'est pas aussi simple que celui du moment  $M$ . Wang et Platts (2002) de même que VanLuchene, Johnson et Carpenter (1995) ont fait l'hypothèse que la force résiduelle générée par les déformations plastiques était située très près de la surface, si près en fait, qu'elle pouvait être considérée comme agissant à la surface du matériau. Cette hypothèse leur permet de déterminer la force équivalente par une simple relation géométrique :

$$\frac{M}{F} = \frac{h}{2} \quad (5.2)$$

ou, en termes de contraintes en surface :

$$\frac{\sigma_a}{\sigma_f} = \frac{1}{3} \quad (5.3)$$

où  $\sigma_a$  est la contrainte reliée à une force axiale et  $\sigma_f$ , celle reliée à un moment de flexion.

Il est vrai que la force équivalente est située près de la surface; cependant, elle n'est pas localisée directement à la surface. VanLuchene, Johnson et Carpenter (1995) font état des erreurs que cette hypothèse entraîne, sans toutefois les quantifier. Des simulations d'impacts par éléments finis, dont les détails ont été présentés au chapitre 2, ont donné des résultats intéressants par rapport à ceci. En calculant la force et le moment générés par la partie en compression d'un profil de contraintes résiduelles pour une plaque de 4,7625 mm (3/16 po.) d'épaisseur à partir des équations 1.1 et 1.2, il a été possible de calculer le rapport réel entre la force et le moment pour différentes vitesses d'impact. Le tableau 5.1 présente les résultats obtenus. La quatrième colonne du tableau démontre clairement que l'hypothèse sur laquelle est basée l'équation 5.2 n'est pas valide; selon cette équation, le rapport  $M/F$  est constant et égal à  $h/2$ , soit 2,38 mm. Plus la vitesse

augmente, plus cette hypothèse devient obsolète. Par exemple, pour une vitesse d'impact de 15 m/s, l'erreur sur la force calculée est de l'ordre de 15%.

Pour cette analyse préliminaire (choix initial), uniquement la partie compressive des profils de contraintes résiduelles a été prise en compte. Il s'agit de la portion du profil qui correspond à la zone de déformations plastiques. Ce sont ces déformations plastiques qui génèrent la force qui entraîne l'allongement et la courbure dans la plaque. La section en tension, localisée plus en profondeur sous la partie en compression, est uniquement due à l'équilibrage des forces internes locales. Tenir compte du profil en entier entraînerait donc inévitablement une sous-estimation de l'effet de formage.

**Tableau 5.1 Force et moment résiduels par unité de longueur en fonction de la vitesse d'impact simulée, pour des grenailles en acier 100C6 de 3 mm de diamètre et une plaque en alliage d'aluminium 7075-T6**

Vitesse d'impact (m/s)	F (N/mm)	M (N)	M/F (mm)
5	162,4	354,3	2,18
7,5	228,9	486,0	2,12
10	280,2	581,9	2,08
12,5	337,2	687,9	2,04
15	352,4	709,6	2,01

À partir des résultats du tableau 5.1, une relation unique entre le moment équivalent et la force équivalente est établie pour les conditions spécifiques considérées dans cette étude. Dans une simulation plus générale, une relation analogue devrait être développée pour chaque type de grenaille utilisé. En effet, pour une même intensité Almen spécifiée, la forme du profil des contraintes résiduelles peut varier d'un type de grenaille à l'autre, ce qui entraîne une modification de la relation force-moment. Pour le traitement de l'alliage d'aluminium 7075-T6 à l'aide de grenailles en acier 100C6 de 3 mm de diamètre, cette relation prend la forme :

$$F=4,062\times 10^{-8}M^3+5,913\times 10^{-5}M^2+4,325\times 10^{-1}M \quad (5.4)$$

### 5.2.4 Calcul de la géométrie plane initiale

Comme il a été mentionné précédemment, la méthode de Wang et Platts (2002) présentée à la section 1.6.4 est utilisée pour effectuer le calcul de la géométrie plane initiale. Cependant, la relation entre la force et le moment équivalent sera définie par l'équation 5.3 au lieu de l'équation 5.2; cette relation permettra de calculer l'allongement de la plaque en fonction de la courbure.

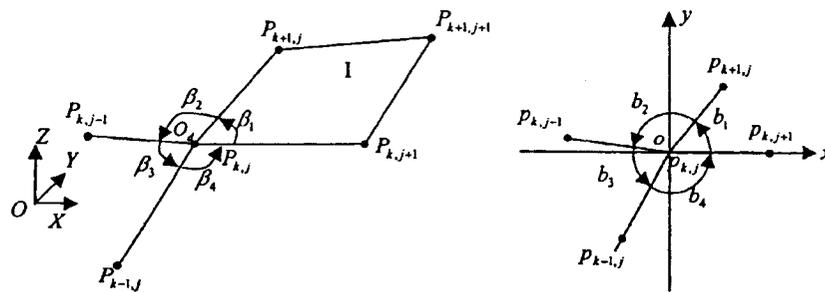
Puisque les courbures et les déplacements subis par la pièce formée par grenailage sont relativement petits, les calculs peuvent être faits, sans introduire d'erreur majeure, en posant comme hypothèses que les surfaces de la géométrie finale sont développables et que les sections planes demeurent planes. À chaque nœud, sont donc associées deux valeurs d'allongement, l'une selon la direction  $x$  et l'autre selon la direction  $y$ . Ces valeurs servent à calculer le changement de surface des éléments. En considérant l'hypothèse des petites courbures, lorsque l'aire d'un élément triangulaire  $\Delta ABC$  faisant partie de la surface formée (géométrie finale) est projetée sur le plan  $x$ - $y$ , la surface du triangle projeté  $\Delta abc$  peut être estimée à partir de la relation suivante :

$$\Delta abc = \frac{\Delta ABC}{1 + \varepsilon_x + \varepsilon_y} \quad (5.5)$$

où  $\varepsilon_x$  et  $\varepsilon_y$  sont les valeurs moyennes des déformations calculées aux trois nœuds de l'élément; dans cette équation, les termes d'ordre 2 sont négligés. Cette relation permet de calculer l'allongement des éléments mais elle ne donne pas d'information quant au changement de forme car aucune information n'est disponible concernant les déformations dues au cisaillement. Pour contourner ce problème, Wang et Platts ont proposé une relation géométrique basée sur la conservation du rapport  $b_i$  entre les angles de l'élément triangulaire dans l'espace en trois dimensions et ceux de l'élément projeté dans l'espace en deux dimensions :

$$b_i = \frac{2\pi\beta_i}{\sum_{j=1}^4 \beta_j} \quad i = 1, 2, 3, 4 \quad (5.6)$$

Les variables de la relation 5.6 sont illustrées à la Figure 5.4 qui montre les angles  $\beta_i$  d'un élément tridimensionnel (à gauche) et les angles  $b_i$  de cet élément projeté sur le plan  $x$ - $y$  (à droite). Sur ces figures, les points  $P_{k,j}$  (ou  $O_d$ ) et  $p_{k,j}$  (ou  $o$ ) représentent l'origine du modèle et ils coïncident avec le centre de la plaque de la Figure 5.1. À l'aide des relations 5.4 à 5.6, les coordonnées dans le plan  $x$ - $y$  des quatre points  $p_{k,j-1}$ ,  $p_{k,j+1}$ ,  $p_{k-1,j}$  et  $p_{k+1,j}$ , directement liés à l'origine  $o$ , peuvent être calculées.



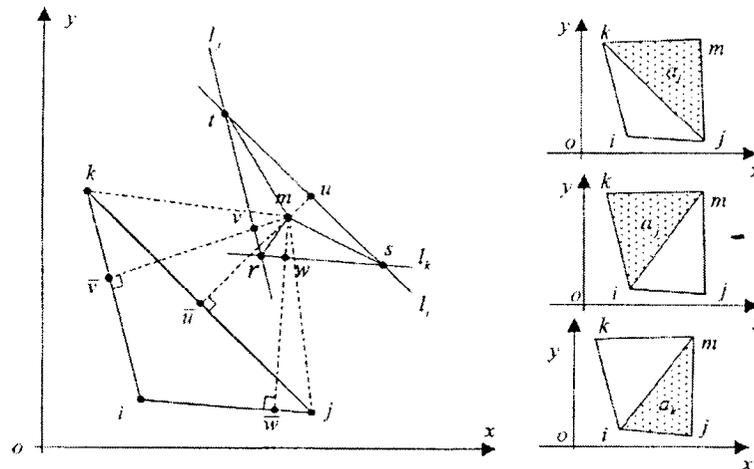
**Figure 5.4** Projections des angles de l'élément triangulaire 3D de la pièce formée sur un élément 2D (Wang et Platts, 2002)

Le calcul des coordonnées planes du quatrième nœud du premier quadrant  $P_{k+1,j+1}$  ne peut être fait avec les relations 5.5 et 5.6 seulement, car il manque de l'information dans le modèle.

Une procédure permettant de minimiser l'erreur a été développée par Wang et Platts (2002). La Figure 5.5 illustre la géométrie du problème. Trois triangles  $A_I$ ,  $A_J$  et  $A_K$  situés sur la surface désirée et définis à partir de quatre points ( $P_{k,j}$ ,  $P_{k,j+1}$ ,  $P_{k+1,j}$  et  $P_{k+1,j+1}$ ) doivent être projetés sur le plan  $x$ - $y$  (triangles  $a_i$ ,  $a_j$  et  $a_k$ ) en respectant la relation 5.5. Étant donné que la surface désirée comporte une courbure dans les deux directions, elle n'est pas développable et il n'existe pas de solution exacte. La position du point  $m$  de la Figure 5.5 (qui correspond au point  $P_{k+1,j+1}$  de la Figure 5.4) ne peut être déterminée qu'à l'aide d'une solution approximative qui minimise l'erreur totale sur les surfaces des trois triangles.

Cette approche est illustrée dans la partie gauche de la Figure 5.5. Connaissant la surface projetée idéale de chaque triangle ( $a_i$ ,  $a_j$  et  $a_k$ , éq. 5.5) et la longueur de la base de chacun des triangles projetés (points  $i$ ,  $j$  et  $k$ , correspondant à  $p_{k,j}$ ,  $p_{k,j+1}$ ,  $p_{k+1,j}$ ), la hauteur idéale de chaque triangle projeté peut être calculée. En traçant une droite parallèle à chaque base à une distance de la base correspondant à la hauteur du triangle respectif, une série de trois droites  $l$  est obtenue. Le troisième point de chaque triangle devrait se trouver sur sa droite correspondante pour respecter la relation 5.5. Toutefois, les droites ne se croisent pas en un seul point mais forment un triangle ( $\Delta rst$ ). Le choix du centroïde de ce triangle comme troisième sommet des trois triangles projetés (point  $m$ ) permet de minimiser l'erreur globale sur la surface de ces triangle. Les surfaces ainsi obtenues pour les triangles projetées ( $A_i$ ,  $A_j$  et  $A_k$ ) sont comparées aux surfaces idéales pour calculer l'erreur  $E_{rr}$  à l'aide de la relation suivante:

$$E_{rr} = \sqrt{(a_i - A_i)^2 + (a_j - A_j)^2 + (a_k - A_k)^2} \quad (5.7)$$

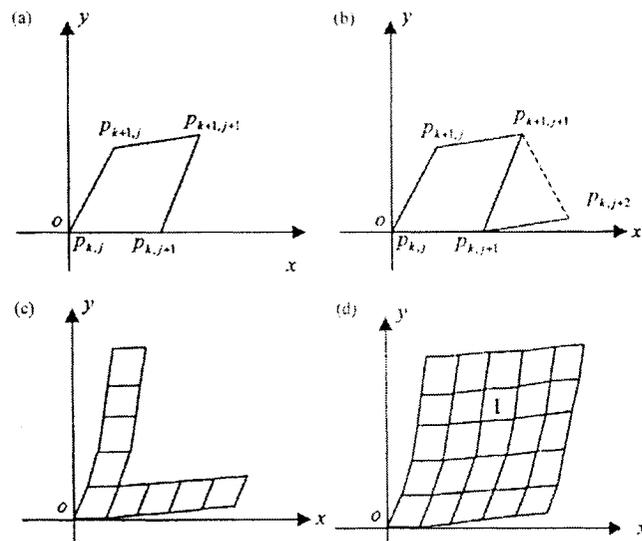


**Figure 5.5** Géométrie de l'algorithme de minimisation de l'erreur de positionnement (Wang et Platts, 2002)

Le quatrième point  $p_{k+1,j+1}$  est maintenant positionné. La Figure 5.6 illustre les étapes du calcul de la géométrie plane dans le premier quadrant. L'étape (a) qui correspond à la minimisation d'erreur de surface vient d'être décrite. L'étape (b), qui consiste à déterminer les coordonnées du point  $p_{k,j+2}$ , est effectuée à l'aide des relations 5.5 et 5.6.

Les étapes a) et b) sont répétées jusqu'à l'obtention de la première ligne et de la première colonne d'éléments (c), qui correspondent au quart de la plaque de la Figure 5.1. Le maillage complet du quadrant est finalisé en utilisant uniquement l'algorithme de minimisation de l'erreur de surface (d). Les mêmes opérations sont répétées pour les autres quadrants.

La méthode a été validée sur des cas simples pour s'assurer de sa précision. Deux cylindres circulaires, l'un dont l'axe est orienté dans la direction  $y$  et l'autre, dans la direction  $x$ , ont été utilisés à cette fin. Ces surfaces développables permettent de calculer analytiquement les dimensions de la géométrie plane en fonction des déformations et de la géométrie formée (géométrie finale).



**Figure 5.6** Étapes du calcul de la géométrie plane du premier quadrant (Wang et Platts, 2002)

Le cylindre dont l'axe est orienté selon la direction  $y$  a un rayon de 2000 mm; une section projetée sur le plan méridien (plan  $x$ - $y$ ), de 400 mm de largeur x 4000 mm de longueur, est maillée. Les déformations  $\varepsilon_x$  et  $\varepsilon_y$  sont fixées à zéro. La longueur de l'arc du cylindre est calculée (400,6697 mm) et comparée à la longueur finale de la géométrie plane calculée à l'aide de la méthode. La différence entre les deux résultats est de 0,0003

mm, ce qui est négligeable. Pour le même cylindre, mais dont l'axe est orienté dans la direction  $x$ , une erreur de 0,0021 mm sur la longueur est calculée. Puisque le développement se fait dans la direction  $x$  en premier (Figure 5.6), il est normal que l'erreur soit moindre dans cette direction; cependant, dans les deux cas, la valeur de l'erreur est toutefois négligeable.

Le dernier cas de validation porte sur un cylindre identique à celui des deux cas précédents ; son axe est orienté suivant la direction  $y$ , mais avec,  $\varepsilon_x = 500 \mu\text{m/m}$ . Sur une longueur de 400 mm, cette déformation correspond à un allongement de 0,2 mm. En combinant cette valeur au développement géométrique de la surface, la longueur finale de la géométrie plane devrait être de 400,4697 mm. La valeur observée est 400,4690 pour une erreur négligeable de 0,0007 mm. Dans les trois cas, l'allongement dans la direction de l'axe est de l'ordre de la précision machine. La méthode est donc très précise.

### ***5.3 Calcul et optimisation de la géométrie formée***

Un processus d'optimisation permettra de corriger les valeurs des paramètres (force et moments équivalents, coordonnées des points de la géométrie initiale) calculés de façon préliminaire à la section précédente, jusqu'à ce que les tolérances géométriques de la forme finale soient respectées. À l'aide des fonctions d'optimisation d'Ansys®, la répartition des paramètres de maillage (moments et forces) par zone de la surface traitée sera obtenue en minimisant les différences entre la forme géométrique obtenue et la forme désirée.

#### **5.3.1 Description du modèle d'éléments finis**

Le modèle d'éléments finis est construit à l'aide des coordonnées des nœuds de la géométrie plane initiale calculée de façon préliminaire. Des nœuds intermédiaires sont

ajoutés entre chaque paire de nœuds pour permettre de modéliser avec des éléments à huit nœuds. Des éléments multicouches sont utilisés afin d'appliquer l'approche du profil de coefficient de dilatation thermique pour générer des forces et des moments internes qui provoquent la courbure désirée. Les détails concernant le choix de la méthode de simulation et sa validation par profil de coefficient de dilatation thermique ont été présentés au chapitre 4.

Pour accélérer les calculs d'optimisation, la plaque a été modélisée avec des éléments à trois couches seulement, ayant 8 nœuds et 6 degrés de liberté par nœuds (3 déplacements et 3 rotations). Ces trois couches, symétriques par rapport à la mi-épaisseur de la plaque, permettent d'isoler l'effet de la force et du moment de flexion. La Figure 5.7 illustre comment la couche centrale sert à introduire la force  $F_i$  et les couches externes, le moment  $M_i$ . Il est à noter qu'il ne sera pas utile de connaître les valeurs de  $F_a$  et  $F_c$ , puisque seule la valeur de  $M_i$  intervient dans les calculs.

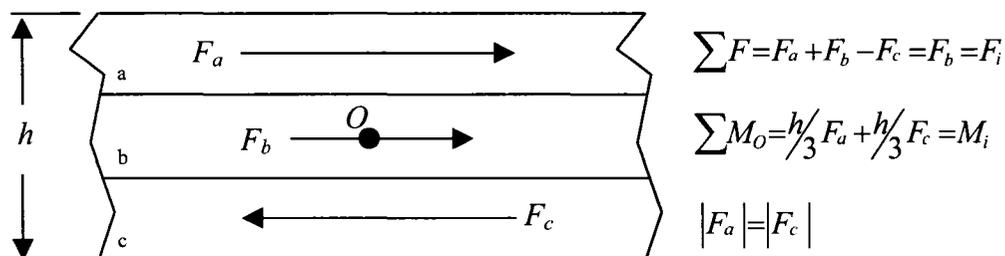


Figure 5.7 Forces et moments dans le système à trois couches

La valeur du coefficient de dilatation thermique à appliquer à chaque couche de chaque zone de grenailage  $i$  est déterminée en fonction du moment  $M_i$  et de la force  $F_i$  désirés, à l'aide de la relation 1.3 présentée au chapitre 1. Cette relation avait été développée initialement pour obtenir une contrainte proportionnelle à la variation de température appliquée ( $1^\circ\text{C} = 1 \text{ MPa}$ ). En multipliant cette relation par le rapport  $\sigma/\Delta T=1$  et en remplaçant  $\sigma$  par sa valeur dans chaque couche, soit  $F/(h/3)$  (la force et le moment sont

exprimés par unité de longueur de la plaque), les relations suivantes sont obtenues pour  $\alpha$ :

$$\alpha_{a,i} = \frac{M_i (1-\nu)}{2 \left(\frac{h}{3}\right)^2 E \Delta T} \quad (5.8)$$

$$\alpha_{b,i} = \frac{F_i (1-\nu)}{\frac{h}{3} E \Delta T} \quad (5.9)$$

$$\alpha_{c,i} = \frac{-M_i (1-\nu)}{2 \left(\frac{h}{3}\right)^2 E \Delta T} \quad (5.10)$$

En fixant  $\Delta T$  dans le modèle d'éléments finis, seules les valeurs du moment  $M_i$  et de la force  $F_i$  doivent être déterminés pour obtenir les paramètres  $\alpha$  nécessaires pour chaque couche et chaque zone de grenailage.

La réduction du nombre de couches accélère énormément les calculs et permet également l'utilisation des éléments SHELL91 qui sont plus efficaces que les éléments SHELL99 lorsque trois couches ou moins sont utilisées. Tous les déplacements et rotations sont bloqués au nœud qui correspond au centre de la plaque. Les effets non-linéaires sont pris en compte pour les raisons détaillées au chapitre 4.

### **5.3.2 Paramètres d'optimisation de la géométrie initiale plane pour le respect de la forme finale**

La méthode calcul des forces et moments, présentée à la section 5.2.3 , ne tient pas compte des effets non-linéaires géométriques qui sont pourtant importants (chapitre 4). Afin de tenir compte de ces effets, une méthode d'optimisation sera appliquée pour déterminer les paramètres de grenailage à appliquer dans chaque zone. La méthode est décrite ci-après, en utilisant les définitions d'Ansys®.

## Variables indépendantes

Les variables indépendantes sont les moments de flexion. Les cas étudiés ici étant limités aux formes qui présentent des rayons de courbure identiques dans les deux directions ou une courbure nulle dans une des directions, il y a une variable indépendante par zone. Ansys® permet d'utiliser jusqu'à 60 variables indépendantes, mais plus ce nombre est élevé, plus l'optimisation est complexe et il y a un risque de ne pas converger à une valeur minimale absolue de la fonction d'optimisation. La force  $F_i$  appliquée à chaque zone  $i$  n'est pas une variable indépendante car elle est calculée à partir de la valeur du moment  $M_i$  selon la relation 5.4. Les valeurs initiales des moments sont calculées géométriquement à partir de la relation 5.1. Des bornes sont fixées aux moments correspondant aux valeurs maximales et minimales obtenues par simulation et présentées au tableau 5.1.

## Fonction à minimiser

Dans cette étude, le but de l'optimisation est de se rapprocher le plus possible de la forme finale désirée. Ansys® ne spécifie pas la fonction à optimiser, qui doit être choisie conséquemment au but visé. La méthode des moindres carrés a été choisie pour minimiser les différences entre la position des nœuds obtenus ( $x_i$  et  $y_i$ ) et celle des nœuds désirée ( $x_{fi}$  et  $y_{fi}$ ) :

$$\chi = \sum_{j=1}^n \left( (x_{f,j} - x_i)^2 + (y_{f,j} - y_i)^2 + (z_{f,j} - z_i)^2 \right) \quad (5.10)$$

La fonction  $\chi$  est minimisée à l'aide d'une méthode d'optimisation d'ordre 1 (first order). Les dérivées partielles de la fonction à minimiser par rapport à chacune des variables indépendantes sont utilisées pour calculer les valeurs pour l'itération suivante. Les paramètres d'optimisation sont fixés de manière à permettre jusqu'à 25% de variation de chaque variable indépendante entre chaque itération. La dérivée partielle est calculée pour une variation de 0,01% de la variable.

#### **5.4 Boucle de vérification de la géométrie finale**

La boucle de vérification consiste à comparer les valeurs des moments calculées à une étape donnée de l'optimisation aux valeurs calculées à l'étape précédente. Si la variation est supérieure à une certaine tolérance, la géométrie plane est recalculée à partir des nouvelles valeurs de moments et une nouvelle optimisation est lancée. Si la tolérance est respectée, les résultats sont jugés acceptables et une comparaison finale entre la géométrie désirée et la géométrie obtenue peut être faite à partir des coordonnées des nœuds.

#### **5.5 Résultats**

Dans le but de valider le processus, il a été appliqué à deux cas simples. Le premier cas est celui d'un cylindre, une forme développable; il permet de vérifier la capacité de la méthode de tenir compte de l'étirement et des non-linéarités associées au développement de la courbure. La courbure du cylindre étudié se compare à la courbure générée dans le sens de la corde sur une aile d'avion. Le deuxième cas est celui d'une sphère; il permet d'apprécier l'efficacité du processus pour une forme plus complexe comprenant deux courbures, qui est une situation similaire à celle d'une brisure aérodynamique sur une aile d'avion.

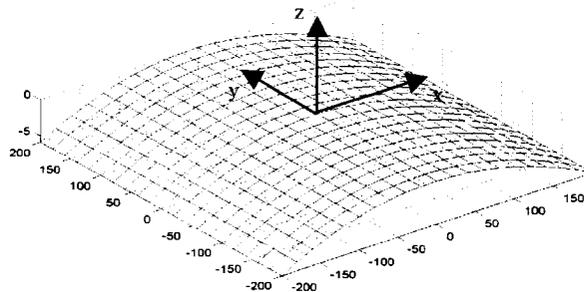
##### **Cas #1 : Cylindre**

La surface du cylindre parabolique illustré à la Figure 5.8 est définie selon l'équation suivante :

$$z=4,269 \times 10^{-8} \cdot x^3 - 1,477 \times 10^{-4} \cdot x^2 + 5,664 \times 10^{-2} \cdot x - 11,73 \quad (5.11)$$

Cette forme a été choisie car elle simule très bien la déformation nécessaire pour la mise en forme dans le sens de la corde de l'aile afin d'obtenir le profil aérodynamique. Également, les rayons de courbure de cette surface couvrent l'intervalle des rayons de

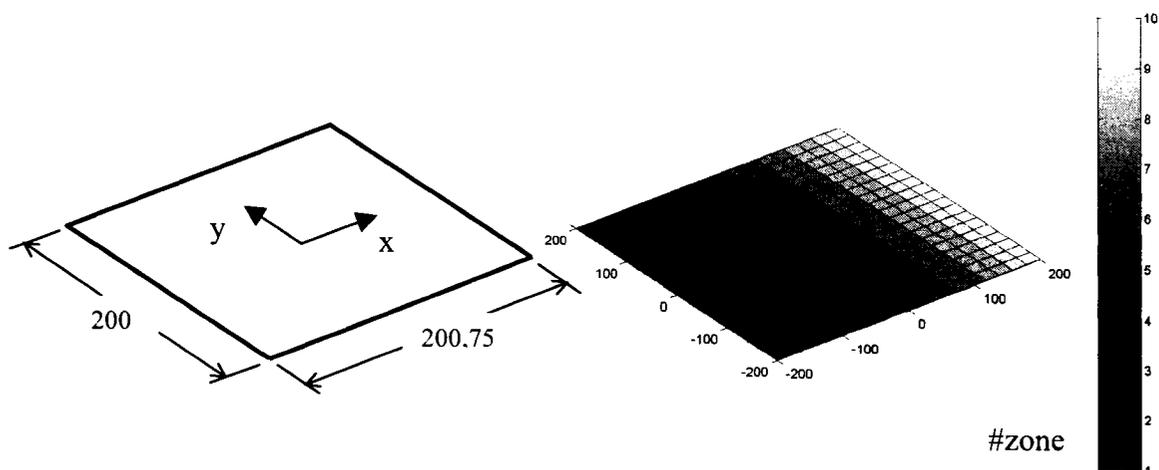
courbure que le procédé aux ultrasons permet d'obtenir (3000 mm à 4000 mm), pour une épaisseur de 4,7625 mm. Les valeurs limites des coordonnées dans le plan projeté  $x$ - $y$  sont situées dans l'intervalle  $[-200, 200]$ . Les coordonnées des nœuds du cylindre sont modifiées par des opérations de rotation et de translation, pour être exprimées dans l'intervalle des coordonnées du plan  $x$ - $y$ . Le tableau 5.2 donne les rayons de courbure pour chaque zone, calculés selon la méthode présentée à la section 5.2.2. Les valeurs du moment initial sont calculées à l'aide de l'équation 5.1; la Figure 5.9 illustre la répartition des zones de maillage sur la surface du cylindre correspondantes de même que les dimensions de la géométrie initiale plane. En utilisant les valeurs du moment initial du tableau 5.2 dans un calcul par éléments finis, sans optimisation, des écarts maximaux par rapport aux coordonnées réelles de 0,14 mm en  $x$ , de 0,0001 mm en  $y$  et de 0,33 mm en  $z$  sont obtenus. Ces écarts sont mesurés à partir des coordonnées des nœuds de la géométrie calculée et des nœuds correspondants de la géométrie désirée.



**Figure 5.8 Cylindre parabolique et son plan de développement (dimensions en mm, agrandie 10 fois en  $z$ )**

**Tableau 5.2 Rayons et paramètres de moment initiaux et suite à la première optimisation pour le cylindre**

Zone ( <i>i</i> )	Rayon ( $R_f$ , mm)	Moment initial ( $M_i$ , kN)	Moment après une 1 <sup>ère</sup> optimisation ( $M_i$ , kN)
1	3015	0,32085	0,31902
2	3107	0,31131	0,29517
3	3197	0,30253	0,37929
4	3295	0,29535	0,19173
5	3402	0,28433	0,28603
6	3518	0,27495	0,37090
7	3645	0,26542	0,19430
8	3781	0,25576	0,26760
9	3893	0,24847	0,25538
10	3992	0,24234	0,24594



**Figure 5.9 Dimensions de la géométrie initiale plane et répartition des zones sur la surface du cylindre (dimensions en mm)**

Une première optimisation à l'aide d'Ansys® a ensuite permis de converger, après 26 itérations, aux valeurs des moments de chaque zone indiquées au tableau 5.2 (colonne 4). Dépendant des zones, ces valeurs peuvent différer sensiblement des valeurs utilisées pour le lancement du premier calcul (colonne 3). Ceci démontre la nécessité de l'optimisation pour l'obtention de résultats fiables. Après cette première optimisation, les écarts maximaux entre la géométrie obtenue et la géométrie désirée sont de 0,13 mm en  $x$ , de 0,0001 mm en  $y$  et de 0,007 mm en  $z$ . Il s'agit d'une nette amélioration par rapport au calcul sans optimisation. Une deuxième optimisation est lancée avec les

valeurs de moment  $M_i$  obtenues de la première optimisation; la convergence est atteinte en seulement 2 itérations. Les valeurs des moments et des écarts n'ont pas changé significativement, ce qui était à prévoir étant donné que la surface est développable.

Il importe ici de mentionner qu'une tolérance typique en aéronautique est de l'ordre de 0,4 mm/m. Dans le cas de ce cylindre, cette tolérance est respectée, ce qui fait du processus un outil de planification viable pour ce genre de géométrie dans l'industrie aéronautique.

### Cas #2 : Sphère

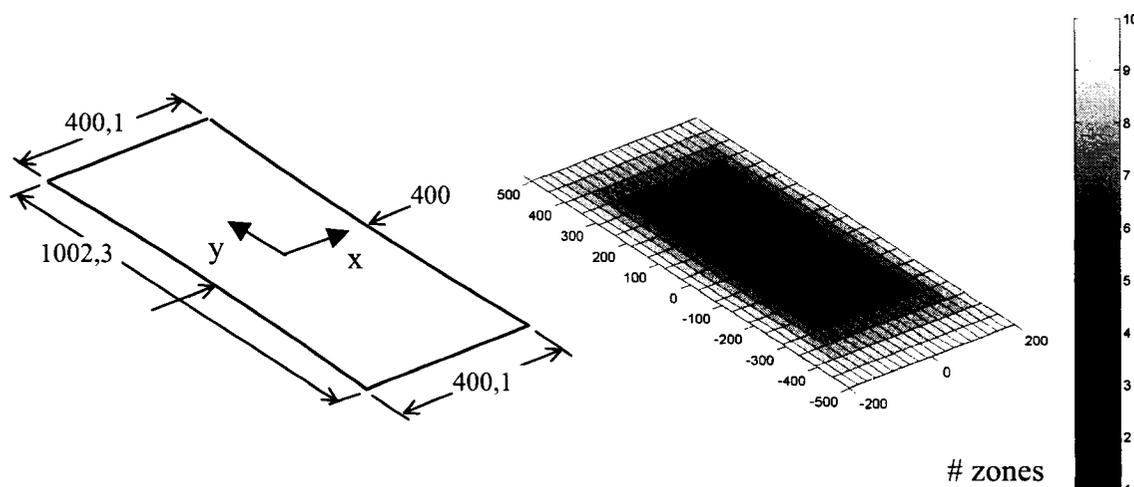
La surface de la sphère est définie selon l'équation suivante :

$$z = -\sqrt{4000^2 - x^2 - y^2} + 4000 \quad (5.12)$$

Cette forme sphérique, illustrée à la Figure 5.1, a été choisie car elle simule très bien une brisure aérodynamique. Les valeurs limites des coordonnées (en mm) dans le plan projeté  $x-y$  sont situées dans l'intervalle  $[-200, 200]$  pour  $x$  et  $[-500, 500]$  pour  $y$ .

La valeur du moment initial appliqué (0,2418 kN) est calculée à l'aide de l'équation 5.1, (rayon de la sphère = 4000 mm), ce qui définit une seule zone de grenailage. Étant donné les effets non-linéaires dûs à l'augmentation de l'inertie de la plaque avec le développement de la courbure, ce moment est beaucoup trop petit. Un premier calcul, sans optimisation, donne des écarts maximaux, par rapport aux coordonnées réelles, de 0,32 mm en  $x$ , de 0,08 mm en  $y$  et de 2,63 mm en  $z$ , ce qui montre bien l'effet des non-linéarités. Pour remédier à ce problème, une correction est apportée au processus et plusieurs zones sont définies, même si le rayon de courbure est constant. Ceci permet de tenir compte des effets non-linéaires. La Figure 5.10 illustre la répartition des dix zones choisies manuellement ainsi que les dimensions de la géométrie initiale plane. La valeur

initiale des moments est la même pour toutes les zones et égal à la valeur calculée pour un rayon de 4000 mm. Une première optimisation du moment associé à chaque zone donne déjà de bien meilleurs résultats. Après 11 itérations, l'écart maximal est de 0,15 mm en  $x$ , de 0,22 mm en  $y$  et de 0,75 mm en  $z$ . Les valeurs des moments obtenues de la première optimisation (tableau 2.4) sont ensuite utilisées pour lancer une deuxième optimisation et recalculer la géométrie plane. Après seulement 3 itérations, les valeurs des moments ne varient presque plus et les écarts sont améliorés. L'écart maximal est de 0,07 mm en  $x$ , de 0,20 mm en  $y$  et de 0,70 mm en  $z$ .



**Figure 5.10** Dimensions de la géométrie initiale plane répartition des zones sur la surface de la sphère (dimensions en mm)

**Tableau 5.3** Paramètres de moment suite à la première optimisation pour la sphère

Zone ( $i$ )	Moment ( $M_i$ , $kN$ )
1	0,41468
2	0,50923
3	0,48653
4	0,43891
5	0,38528
6	0,33257
7	0,28448
8	0,25118
9	0,24039
10	0,23418

Dans ce dernier cas, l'écart obtenu en  $z$  ne respecte pas les tolérances aéronautiques. Cependant, il s'agit d'une amélioration significative par rapport à la méthode proposée par Wang et Platts (2002), simplement parce que les effets non-linéaires sont pris en compte par le modèle d'éléments finis.

## **5.6 Conclusion**

Une méthode pour l'optimisation de la géométrie initiale plane et de la répartition des paramètres de maillage a été présentée. Le procédé de simulation complète de la mise en forme par maillage, proposé au chapitre 1 (figure 1.33), a été appliqué à deux géométries simples. Les résultats obtenus démontrent la faisabilité d'une telle simulation.

Le processus proposé a démontré de très bonnes capacités pour l'optimisation de la géométrie initiale plane en fonction des paramètres de maillage et de la répartition de ces paramètres. Les tolérances géométriques étant généralement très serrées dans l'industrie aéronautique, les gains en précision que permet ce processus pourraient bien être déterminants dans son application future à des pièces de géométries plus complexes et surtout de plus grandes dimensions.

## CONCLUSIONS ET RECOMMANDATIONS

L'objectif de cette étude était de démontrer la faisabilité d'une simulation complète du procédé de mise en forme par grenailage. Une plaque en alliage d'aluminium 7075-T6, matériau très utilisé en aéronautique, d'une épaisseur typique des revêtements extérieurs d'ailes d'avion, a été considérée. Le procédé de grenailage aux ultrasons avec billes Stresssonics® a été utilisé pour effectuer le traitement des échantillons.

La première étape du projet consistait à développer un modèle d'éléments finis dynamique pour la simulation d'impacts dans le but d'obtenir les profils des contraintes résiduelles. L'influence des paramètres importants du modèle a été analysée et une attention particulière a été accordée au type de maillage et à la loi de comportement du matériau de la plaque. Une banque de données de distributions de contraintes résiduelles en fonction de la vitesse d'impact a été créée pour être utilisée dans le processus de simulation complète de la mise en forme par grenailage proposé au chapitre 1.

Le procédé Stresssonics® a ensuite été caractérisé en termes d'intensité de grenailage, de vitesse d'impact, de couverture et de capacité de formage. Cette partie du projet comprend le développement de simulations du mouvement de particules et une série d'essais expérimentaux de mise en forme. La vitesse d'impact moyenne des particules en fonction de l'amplitude de vibration de la sonotrode a été déterminée et a servi à définir l'intervalle des vitesses d'impact des simulations par éléments finis dynamiques du chapitre 2. Les valeurs des temps de couverture complète obtenues à l'aide de la simulation du développement de la couverture ont servi à déterminer la vitesse de déplacement de robot lors des essais expérimentaux.

Un modèle d'éléments finis quasi-statique pour la simulation de la mise en forme a été développé. Deux des méthodes proposées dans la littérature ont été évaluées en termes

de facilité d'utilisation et de précision. La méthode du profil de coefficients de dilatation thermique a été retenue. Les effets non-linéaires ont été étudiés et les résultats obtenus ont été comparés aux essais expérimentaux de formage. Des écarts de moins de 15% par rapport aux valeurs expérimentales des rayons moyens ont été observés.

Finalement, une méthode de calcul et d'optimisation de la géométrie initiale plane et de la répartition des paramètres de grenailage a été développée. Un processus permettant la simulation complète du procédé de mise en forme par grenailage a aussi été élaboré. Ce faisant, la faisabilité d'une planification détaillée du procédé de mise en forme, sans avoir à réaliser d'essai sur une pièce réelle, a été démontrée. Cet avancement devrait permettre une grande réduction des temps de mise en route de la production de pièces mises en forme par grenailage. Conséquemment, de grandes économies pourraient être réalisées.

Ce projet de recherche a également démontré la faisabilité de l'automatisation du procédé de grenailage aux ultrasons Stressonics® pour la mise en forme par grenailage. Pour y arriver, des simulations du mouvement des particules ont été développées de même qu'un modèle d'indentation permettant le calcul de la vitesse par la mesure de la taille de l'empreinte. Une simulation de la trajectoire de traitement a également facilité la planification robotique.

Par contre, la réalisation du projet dans un temps relativement court a nécessité plusieurs simplifications. En premier lieu, un seul diamètre de grenailles a été étudié. Bien que l'effet du diamètre des grenailles sur les contraintes résiduelles soit bien documenté dans la littérature, il serait intéressant de pouvoir le quantifier précisément. L'effet de la couverture n'a pas été investigué non plus. Tous les essais et simulations ont été faits pour une couverture complète. En réalité, dans les applications industrielles de mise en forme par grenailage, il n'est pas rare d'avoir recours à des couvertures de l'ordre de 50% à 60% pour gagner du temps. Dans le même ordre d'idées, l'effet de pré-

contraintes n'a pas été traité. Il est fréquent de grenailleur une pièce sous tension ou flexion pour augmenter la quantité de déformations plastiques induites pour une même énergie de jet, donc pour augmenter l'effet de formage. Cependant, très peu de travaux ont été publiés à ce sujet. Le grenailleur sur deux surfaces opposées en simultané n'a également pas été abordé. Cette méthode est pourtant pratiquée et devrait être étudiée davantage pour avoir une connaissance complète de toutes les particularités de la mise en forme par grenailleur.

Une fois tous ces paramètres étudiés, il pourrait également être pertinent d'appliquer le processus développé à des géométries plus complexes et de dimensions plus grandes. Par exemple, l'ajout de raidisseurs, généralement présents dans les applications industrielles, pourrait mener à de nouvelles difficultés. La validation des essais pourrait se faire sur des pièces plus grandes, se rapprochant plus des dimensions des pièces d'avion réelles.

Le processus de simulation complète pourrait également être amélioré par l'automatisation des toutes les étapes. Il serait également préférable d'utiliser un logiciel spécialisé pour la phase d'optimisation. Le module d'optimisation de Ansys® est limité quant au nombre de variables et restreint ainsi la taille et la complexité des pièces qu'il est possible de modéliser. Du point de vue expérimental, un système de contrôle du robot en temps réel permettrait de réduire la planification de la trajectoire du robot à la spécification d'une série de points dans le plan initial de la plaque, ce qui faciliterait grandement l'intégration industrielle.

Il reste donc beaucoup de travail à faire pour être en mesure de bien comprendre tous les aspects de la mise en forme par grenailleur afin d'en arriver à un processus industriel fiable et facile à utiliser. Ce projet a toutefois démontré la faisabilité d'une simulation complète du procédé de mise en forme par grenailleur permettant d'atteindre une précision acceptable, procédé qui pourra être bonifié par d'autres travaux de recherche.

## RÉFÉRENCES

ABYANEH M.Y., 1996a, « Fundamental aspects of shot peening coverage control part two: Simulation of single and multiple impacting », *ICSP6*, pp. 448-455

ABYANEH M.Y., 1996b, « Fundamental aspects of shot peening coverage control part one: Formulation of single and multiple impacting », *ICSP6*, pp. 438-447

ABYANEH, M.Y., 1996c, « Fundamental aspects of shot peening coverage control part three: coverage control versus fatigue », *ICSP6*, pp. 456-463

AL-HASSANI S.T.S., 1981, « Mechanical aspects of residual stress development in shot peening », SAE paper #821452,

AL-HASSANI S.T.S., 1983, « The Shot Penning of Metals – Mechanics and Structures », *ICSP1*, pp. 583-602

AL-OBAID Y.F., 1990, « Three-Dimensional dynamic finite element analysis for shot peening mechanics », *Computers & structures*, volume 36, No.4, pp. 681-689

AL-OBAID Y.F., 1993, « Multiple shot analysis in shot-peening using finite elements », *Surface treatment effects*, pp. 155-168

AL-OBAID Y.F., 1994a, « Dynamic impact simulation for shot/target interaction: plasticity residual stresses and responses », *Computers & structures*, volume 52, No.4, pp. 693-703

AL-OBAID Y.F., 1994b, « Shot impact on a steel target plate: experimental and theoretical analysis », *Engineering fracture mechanics*, volume 47, No.1, pp. 93-99

AL-OBAID Y.F., 1995, « Shot peening mechanics: experimental and theoretical analysis », *Mechanics of materials*, volume 19, pp. 251-260

BARAGETTI S., 2001, « Three-dimensional finite-element procedures for shot peening residual stress field prediction », *International journal of computer applications in technology*, volume 14, pp. 51-63

BRICKWOOD R., 1995, « Peen forming - a look under the surface », *Aircraft engineering and aerospace technology*, volume 67, No.4

CHAMPAIGNE, Jack, 2001a. *Shot peening overview*. [En ligne]. Electronics Incorporated. <http://www.shotpeener.com/learning/spo.pdf> (Page consultée le 9 juin 2005)

CHAMPAIGNE, Jack. 2001b. *The little book on shot peening*. [En ligne]. Electronics Incorporated. <http://www.shotpeener.com/learning/tlb.pdf> (Page consultée le 9 juin 2005)

CHARDIN H., N'GUYEN F., GRILLON F., JEANDIN M., 1995, « Random approach to peening coverage in ultrasonic shot-peening », *Materials and manufacturing processes*, volume 10, No.5, pp. 1101-1106

CIAMPINI D., SPELT J.K., PAPINI M., 2003a, « Simulation of interference effects in particle streams following impact with a flat surface part I: Theory and analysis », *Wear*, volume 254, pp. 237-249

CIAMPINI D., SPELT J.K., PAPINI M., 2003b, « Simulation of interference effects in particle streams following impact with a flat surface part II: Parametric study and implications for erosion testing and blast cleaning », *Wear*, volume 254, pp. 250-264

DAVIES R.M., 1948, « The determination of static and dynamic yield stresses using a steel ball », *Proc. of the London society*, pp. 416-432

DESLAEF D., ROUHAUD E., RASOULI-YAZDI S., 2000, « 3D finite element models of shot peening processes », *Materials science forum*, volume 347-349, pp. 241-246

DROUIN P., 2003, « Caractérisation du procédé Stresssonics », *NRC-IAR-AMTC, interne*

DUCHAIZEAUBENEIX, J.-M., 1999, « Stresssonic shot peening (ultrasonic process) », *7th international conference on shot peening (ICSP-7)*, [En ligne]. Warsaw : Prof. Nakonieczny, 444-452. <http://www.shotpeening.org/ICSP/icsp-7-58.pdf> (Page consultée le 9 juin 2005)

DUCHAIZEAUBÉNEIX J.-M., 2005, « The interest to use tungsten carbide balls with Stresssonic ultrasonic shot-peening process: application to aero engine parts », *ICSP9*, pp. 171-178

EDBERG J., LINDGREN L.E., MORI K.I., 1995, « Shot peening simulated by two different finite element formulations », *Proceedings Simulation of materials processing: Theory methods and applications*, pp. 425-430

ELECTRONICS INC. 2003. The shot peening directory. In *Shot peening universe*. [En ligne] <http://www.shotpeener.com/learning/lexicon.htm> (page consultée le 13 juin 2005)

EVANS R.W., 2002, « Shot peening process: modelling, verification, and optimisation », *Materials science and technology*, volume 18, pp. 831-839

FATHALLAH R., INGLEBERT, G., CASTEX L., 1998, « Prediction of plastic deformation and residual stresses induced in metallic parts by shot peening », *Materials science and technology*, volume 14, pp. 631-639

FATHALLAH R., INGLEBERT, G., CASTEX L., 1996, « Modelling of shot peening residual stresses and plastic deformation induced in metallic parts », *ICSP6*, pp. 464-472

FLAVENOT J.-F., NIKU-LARI A., 1977, « La mesure de contraintes résiduelles, méthode de la flèche, méthode de la source des contraintes », CETIM 31, Senlis, France

GARDINER D.S., PLATTS M.J., 1999, « Towards peen forming process optimization », *ICSP7*, pp. 235-243

GRASTY L.V., ANDREW C., 1996, « Shot peen forming sheet metal: finite element prediction of deformed shape », *Proceeding of the institute of mechanical engineers*, volume 210, No.4, pp. 361-366

GUAGLIANO M., 2001, « Relating Almen intensity to residual stresses induced by shot peening: a numerical approach », *Journal of materials processing technology*, volume 110, pp. 277-286

GUECHICHI H., 1986, *Prévision des contraintes résiduelles dues au grenailage de précontrainte*, 91 pages, Thèse de Doctorat ingénierie mécanique, École Nationale Supérieure d'Arts et Métiers

GUECHICHI H., CASTEX L., FRELAT J., INGLEBERT G., 1986, « Predicting residual stresses due to shot-peening », *Proceedings of the 2<sup>nd</sup> International Conference on Impact Treatment Processes at Cranfield Institute of Technology*, Bedford UK, Elsevier Applied Science Publishers, London, pp. 11-22

HAN K., OWEN D.R.J., PERIC D., 2002, « Combined finite/discrete element and explicit/implicit simulations of peen forming process », *Engineering computations*, volume 19, No.1, pp. 92-118

HAN K., PERIC D., CROOK A.J.L., OWEN D.R.J., 2000a, « A combined finite/discrete element simulation of shot peening processes Part I: studies on 2D interaction laws », *Engineering computations*, volume 17, No.5, pp. 593-619

HAN K., PERIC D., OWEN D.R.J., YU J., 2000b, « A combined finite/discrete element simulation of shot peening processes Part II: 3D interaction laws », *Engineering computations*, volume 17, No.6, pp. 608-702

HATTORI K., WATANABE Y., HANDA M., DUCHAZEAUBENEIX J.M., , 2002, « Searching for the most suitable condition and the suggestion of each application in ultrasonic shot peening », *ICSP8*, pp. 31-36

HERZOG R., ZINN W., SCHOLTES B., WOHLFAHRT H., 1996, « The significance of almen intensity for the generation of shot peening residual stresses », *ICSP6*, pp. 270-280

HOMER S.E., VANLUCHENE R.D., 1991, « Aircraft wing skin contouring by shot peening », *Journal material shaping technology*, volume 9, pp. 89-101

IIDA K., 1984 « Dent and affected layer produced by shot peening », *ISCP2*, pp. 283-292

INTERNATIONAL SCIENTIFIC COMMITTEE FOR SHOT PEENING (ISCSP).  
Conference proceedings (ICSP-1 to 8). In *Site de International Scientific Committee for Shot Peening*. [En Ligne] <http://www.shotpeening.org/> (Page consultée le 6 juillet 2005)

JOHNSON K.L., 1993, *Contact Mechanics*, 2<sup>e</sup> édition, Cambridge, Cambridge University Press, 464 pages.

KHABOU M.T., CASTEX L., INGLEBERT G., 1990, « The effect of material behaviour law on the theoretical shot peening results », *European journal of mechanics, A/Solids*, volume 9, No.6, pp. 537-549

KONDO K., TSUZUKI S., KATO A., 1981, « Investigations on peen forming (2nd report; on the forming mechanism) », *ICSP1*, pp. 565-571

KOPP R., BALL H.-W., 1987, « Recent developments in shot peen forming », *ISCP3*, pp. 297-318

KOPP R., WUSTEFELD F., « Modern simulation and optimization of peen forming processes », *ISCP*, pp. 561-572

KOPP R., WUSTEFELD F., LINNEMAN W., « High precision shot peen forming », *ISCP*, pp. 127-138

KULKARNI K.M., SCHEY J.A., BADGER D.V., 1981, « Investigation of shot peening as a forming process for aircraft wing skins », *Journal of applied metal working*, volume 1, No.4, pp. 34-44

KUOHSIANG, Li. 1981. « Using stress peen-forming process for integrally stiffened wing panels ». *1st international conference on shot peening (ICSP-1)*. [En ligne]. Paris : Dr. Niku-Lari. 555-563. <http://www.shotpeening.org/ICSP/icsp-1-61.pdf> (Page consultée le 20 septembre 2005)

LEE W.-S., SUE W.-C., LIN C.-F., WU C.-J., , 2000, « The strain rate and temperature dependance of the dynamic impact properties of 7075 aluminum alloy », *Journal of materials processing technology*, volume 100, pp. 116-122

LEMAITRE J., CHABOCHE J.-L., 2004, *Mécanique des matériaux solides*, Dunod, 544 p.

LEVERS A., PRIOR A., 1998, « Finite element analysis of shot peening », *Journal of materials processing technology*, volume 80-81, pp. 304-308

LIVERMORE SOFTWARE, 2004, *Ansys LS-Dyne User's Guide*, Version 9.0

MAJZOUBI G.H., AZIZI R., 2005, « A 3-D numerical study of shot peening process using multiple shot impacts », *ICSP9*, pp. 88-93

MEGUID S.A., SHAGAL G., STRANART J.C., 1999, « Finite element modelling of shot peening residual stresses », *Journal of materials processing technology*, volume 92-93, No.92-93, pp. 401-404

MEGUID S.A., SHAGAL G., STRANART J.C., 2002, « 3D FEM analysis of peening of strain-rate sensitive materials using multiple impingement model », *International journal of impact engineering*, volume 27, pp. 119-134

MEGUID S.A., SHAGAL G., STRANART J.C., DALY J., , 1999, « Three-dimensional dynamic finite element analysis of shot-peening induced residual stresses », *Finite elements in analysis and design*, volume 31, pp. 179-191

MEO M., VIGNJEVIC R., 2003, « Finite element analysis of residual stress induced by shot peening process », *Advances in engineering software*, volume 34, No., pp. 569-575  
METAL FINISHING SYSTEMS. Blasting TechTips. In *Site de Metal Finishing Systems*. [En Ligne] <http://www.metalfinishingsystems.com/tt-blasting.html> (Page consultée le 10 juin 2005)

MEYER R., RECCIUS H., SCHÜLEIN R., 1987, « Shot peen-forming of NC machined parts with integreted stringers using large balls », *ICSP3*, pp. 327-334

MOORE, Douglas, 1982, « The application of shot peen forming technology to commercial aircraft wing skins », *Shot peening for advanced aerospace design 25-28 octobre*, Anaheim CA: L. Society of automotive engineers (SAE), p. 23-28

MORI K.I., OSAKADA K., MATSUOKA N., 1994, « Finite element analysis of peening process with plastically deforming shot », *Journal of material processing technology*, volume 45, pp. 607-612

MÜLLER, E., « The development of residual stresses at bending specimens under the influence of setting and stress peening », *7th international conference on shot peening (ICSP-7)*, [En ligne], Warsaw : Pr. A. Nakanieczny, pp. 88-95.  
<http://www.shotpeening.org/ICSP/icsp-7-12.pdf> (Page consultée le 20 septembre 2005)

MÜLLER, Eckehard, HOESCH, Federn, 1993, « Some aspects of stress peening of coil springs for vehicle suspensions », *5th international conference on shot peening (ICSP-5)*, [En ligne], Oxford : Dr. D. Kiri. 341-348, <http://www.shotpeening.org/ICSP/icsp-5-38.pdf> (Page consultée le 20 septembre 2005)

PREMACK T., DOUGLAS, A.S., 1995, « Three-dimensional analysis of the impact fracture of 4340 steel », *International Journal of Solids and Structures*, volume 32, no. 17-18, pp. 2793-2812

ROUHAUD E., OUAKKA A., OULD C., CHABOCHE J.-L., FRANÇOIS M., 2005, « Finite elements model of shot peening, effectes of constitutive laws of the material », *ICSP9*, pp. 107-112

ROUHOUD E., DESLAEF D., 2002, « Influence of shots' material on shot peening, a finite element model », *Materials science forum*, volume 404-407, pp. 153-158

SCHIFFNER K., DROSTE C., 1999, « Simulation of residual stresses by shot peening », *Computers and structures*, volume 72, pp. 329-340

SCHWARZER J., SCHULZE V., VÖHRINGER O., 2002, « Finite element simulation of shot peening - A method to evaluate the influence of peening parameters on surface characteristics », *ICSP8*, pp. 507-515

SCHWARZER J., SCHULZE V., VÖHRINGER O., 2003, « Evaluation of the influence of shot peening parameters on residual stress profiles using finite element simulation », *Materials science forum*, volume 426-432, pp. 3951-3956

SOCIETY OF AUTOMOTIVE ENGINEERING, 2001, *SAE Manual on shot peening*, Warrendale Pa., Society of automitive Engineering, 81 p., SAE HS-84

- STRONGE W.J., 1995, « Theoretical coefficient of restitution for planar impact of rough elasto-plastic bodies », *Impact, Waves and Fracture*, volume Vol. 205
- TABOR D., 1947, « A simple theory of static and dynamic hardness », *Proc. of the London society*, pp. 247-274
- TATTON R.J.D., 1987, « Shot peen forming - An economical solution », *ICSP3*, pp. 309-318
- THORNTON C., 1997, « Coefficient of restitution for collinear collisions of elastic-perfectly plastics spheres », *Journal of applied mechanics*, volume 64, pp. 383-386
- VANLUCHENE R.D., CRAMER E.J., 1996, « Numerical modeling of a wing skin peen forming process », *Journal of materials engineering and performance*, volume 5, pp. 753-760
- VANLUCHENE R.D., JOHNSON J., CARPENTER R.G., 1995, « Induced stress relationships for wing skin forming by shot peening », *Journal of materials engineering and performance*, volume 4, pp. 283-290
- VU-QUOC, L., ZHANG, X., LESBURG, L., 2000, « A normal force-displacement model for contacting spheres accounting for plastic deformation: force-driven formulation », *Journal of applied mechanics*, volume 67, pp. 363-371
- WANG T., PLATTS J., LEVERS A., 2002, « Finite element impact modeling for shot peen forming », *ICSP8*, pp. 540-546
- WANG T., PLATTS M.J., 2002, « A computer-aided blank design method for the peen forming process », *Journal of materials processing technology*, volume 122, pp. 374-380

WOHLFAHRT, H., 1984, « The influence of shot peening conditions on the resulting distribution of residual stress », *2nd international conference on shot peening (ICSP-2)*, [En ligne], Chicago : Prof. H. Fuchs. 316-331, <http://www.shotpeening.org/ICSP/icsp-2-47.pdf> (Page consultée le 10 juin 2005)

YAMADA T., TAKAHASHI T., IKEDA M., SUGIMOTO S., OHTA T., 2002, « Development of shot peening for wing integral skin for continental business jets », *Mitsubishi heavy industries, Technical review*, volume 39, No.2, pp. 57-61

ZARKA J., CASIER J., 1979, « Elastic-plastic response of the structure to cyclic loading : practical rules », *Mechanics Today*, vol. 6, Pergamon Press

## ANNEXE A: ALGORITHME DE CONTACT ET TIME STEP DANS LS-DYNA®

Cette annexe a pour but d'expliquer brièvement la notion de « time step » et l'algorithme de contact du logiciel LS-Dyna® et son lien avec le choix de l'épaisseur des éléments coque du modèle d'éléments finis.

Le « time step » est l'intervalle de temps entre deux calculs complets des déplacements du modèle. Ce temps doit être inférieur au temps de propagation d'une onde de choc à travers un élément pour être capable d'en modéliser l'effet.

Pour un élément coque, la plus petite dimension n'est pas l'épaisseur car l'élément ne permet pas le calcul des contraintes dans cette direction. La vitesse de propagation à travers l'élément (vitesse du son) est fonction du matériau et est donnée par :

$$c = \sqrt{\frac{E}{\rho(1-\nu^2)}} \quad (\text{A.1})$$

En divisant simplement la dimension caractéristique par la vitesse de propagation, le « time step » maximal permet est obtenu. Un facteur de 0,9 est appliqué par défaut pour éviter les problèmes liés à la compression des éléments.

$$t_s = 0,9 \frac{L_s}{c} \quad (\text{A.2})$$

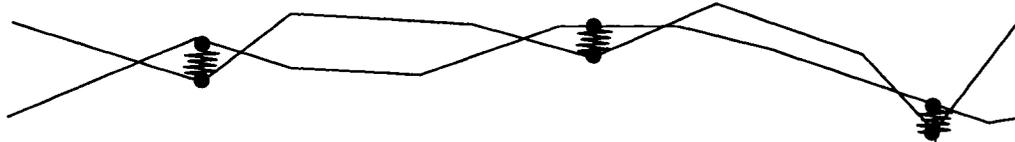
La dimension caractéristique est donnée par :

$$L_s = \frac{A_s}{\min(L_{1-4})} \quad (\text{A.3})$$

où  $A_s$  est la surface de l'élément et  $L_{1-4}$  la longueur de chacun des 4 côtés.

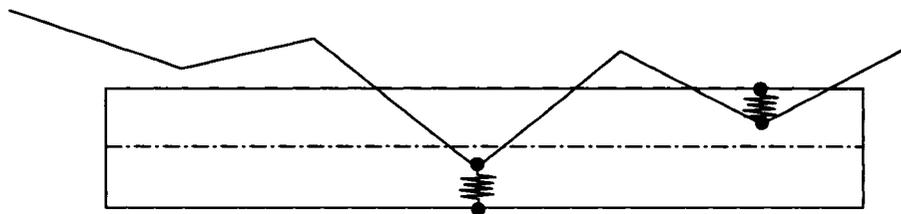
L'algorithme de contact de LS-Dyna® est basé sur la méthode de pénalité (penalty method). Cette méthode consiste à ajouter des éléments ressorts perpendiculairement à

la surface de contact (Figure A.1). La constante élastique de ces éléments est déterminée à partir des modules d'élasticité des matériaux en contact.



**Figure A.1** Éléments ressorts ajoutés au modèle

Cependant, pour des éléments plaques ou coques, la force générée par ces éléments est dans la direction de la surface la plus près du nœud qui a pénétré. Autrement dit, si entre deux calculs, la distance parcourue par un nœud est supérieure à la mi-épaisseur de l'élément, la force de l'élément ressort pourrait entraîner le nœud plus profondément à l'intérieur de l'élément plutôt que le faire ressortir du côté où il est entré (Figure A.2).



**Figure A.2** Pénétration des nœuds dans un élément coque et éléments ressorts ajoutés

La combinaison de la vitesse d'impact et du time step ne doit donc pas permettre un déplacement de plus de la moitié de l'épaisseur des éléments coque. Pour de l'aluminium 7075 T6 :

$$C = 5376 \text{ m/s}$$

Et avec  $t_s = 0,358 \times 10^{-6} \text{ ms}$  (valeur obtenue à partir du modèle)

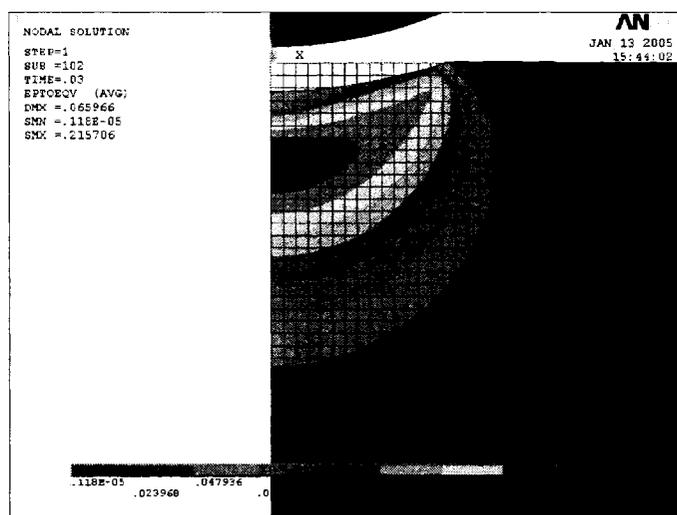
En combinant les équations, pour une vitesse d'impact maximale de 15m/s, il en résulte une épaisseur minimale de 0,0000358 mm. Une épaisseur de 0,001 mm est donc amplement suffisante pour éviter tout problème de contact.

## ANNEXE B: CALCUL DE LA DÉFORMATION ET DU TAUX DE DÉFORMATION REPRÉSENTATIF LORS D'UN IMPACT

Cette annexe est une explication détaillée de la méthode utilisée pour déterminer la déformation et le taux de déformation caractéristique d'un impact à partir d'un modèle d'éléments finis.

### Calcul de la déformation caractéristique

La déformation plastique équivalente est mesurée dans le temps pour tous les nœuds du bloc situés à proximité du point d'impact (Figure B.1).



**Figure B.1 Déformations totales équivalentes typiques à indentation maximale, nœuds pour le calcul de la déformation représentative**

La déformation plastique maximale est ensuite mesurée pour chacun des ces nœuds. La moyenne de toutes les déformations plastiques des nœuds (Tableau B.1) est ensuite divisée par deux pour obtenir une valeur moyenne globale pour toute la durée de

l'impact. Cette division par deux s'appuie sur un comportement linéaire de la déformation plastique, ce qui est le cas pour la loi de comportement d'écroutissage isotrope bilinéaire (éq. 4.1) mais pas nécessairement lorsque la correction de Cooper-Symonds pour tenir compte du taux de déformation est ajoutée (éq. 4.3). Toutefois, cette non-linéarité est considérée négligeable dans cette étude. Le tableau suivant est un exemple des données analysées et des résultats obtenus par cette méthode.

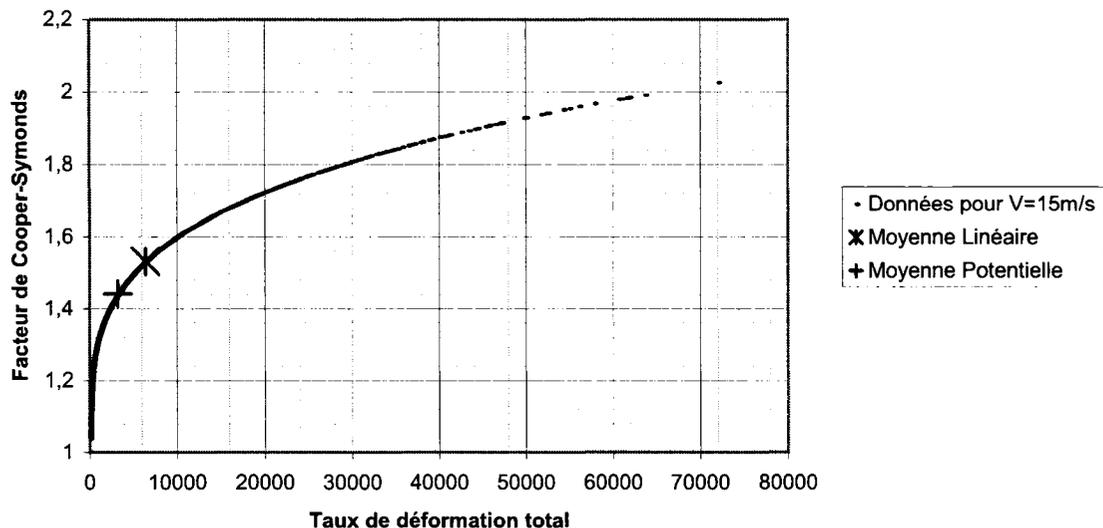
**Tableau B.1 Déformations plastiques maximales pour les nœuds du bloc à proximité du point d'impact pour une vitesse de 10 m/s**

Nœud	dε/dt	Nœud	dε/dt								
2	23,424	280	35,597	426	67,602	626	0,000	772	0,000	918	0,294
57	0,000	281	46,578	427	73,360	627	0,000	773	0,273	919	0,841
58	0,000	282	57,641	428	74,635	628	0,000	774	1,236	920	1,338
59	0,526	283	65,722	429	55,511	629	0,047	775	2,821	921	1,715
60	2,253	284	68,680	484	0,000	630	0,789	776	4,704	922	1,920
61	5,014	285	66,397	485	0,000	631	2,640	777	6,643	923	1,997
62	8,641	286	59,997	486	0,000	632	5,061	778	8,629	924	1,112
63	13,303	287	40,934	487	0,781	633	7,935	779	10,464	925	0,101
64	19,262	342	0,000	488	2,828	634	11,291	780	12,184	926	0,000
65	26,926	343	0,000	489	5,639	635	15,135	781	13,312	981	0,000
66	36,424	344	0,326	490	9,132	636	19,288	782	14,169	982	0,000
67	47,958	345	1,803	491	13,383	637	24,075	783	14,455	983	0,000
68	59,110	346	4,441	492	18,564	638	28,723	784	8,944	984	0,000
69	66,048	347	7,811	493	24,801	639	34,968	839	0,000	985	0,000
70	67,689	348	12,119	494	31,945	640	39,621	840	0,000	986	0,000
71	65,153	349	17,617	495	40,072	641	55,476	841	0,000	987	0,000
72	58,001	350	24,570	496	49,005	642	55,584	842	0,000	988	0,000
73	38,166	351	33,080	497	59,432	697	0,000	843	0,000	989	0,000
75	25,866	352	42,979	498	69,779	698	0,000	844	0,000	990	0,000
76	29,950	353	53,500	499	81,718	699	0,000	845	0,200	991	0,031
77	36,083	354	63,412	500	67,335	700	0,000	846	0,832	992	0,031
78	45,523	355	70,005	555	0,000	701	0,212	847	1,921	993	0,165
79	53,430	356	69,920	556	0,000	702	1,216	848	3,244	994	0,165
80	40,162	357	65,967	557	0,000	703	3,059	849	4,472	995	0,000
81	15,480	358	46,989	558	0,310	704	5,271	850	5,513	996	0,000
82	3,798	413	0,000	559	1,738	705	7,813	851	6,204		
83	0,285	414	0,000	560	4,173	706	10,625	852	6,413		
84	0,000	415	0,105	561	7,151	707	13,594	853	5,916		
85	0,000	416	1,305	562	10,699	708	16,735	854	3,676		
271	0,000	417	3,751	563	14,971	709	19,649	855	1,108		
272	0,000	418	6,880	564	19,935	710	23,001	910	0,000		
273	0,485	419	10,808	565	25,561	711	25,184	911	0,000		
274	2,143	420	15,748	566	32,009	712	31,808	912	0,000		
275	4,863	421	21,894	567	38,905	713	26,885	913	0,000		
276	8,414	422	29,310	568	47,698	768	0,000	914	0,000		
277	12,982	423	37,921	569	56,319	769	0,000	915	0,000		
278	18,844	424	47,452	570	76,603	770	0,000	916	0,000		

La déformation plastique caractéristique obtenue est la suivante: 0,01235 m/m

### Calcul du taux de déformation caractéristique

Le taux de déformation caractéristique total (élastique + plastique) est évalué à partir du même échantillon de nœuds. L'équation 4.3 montre cependant que le taux de déformation a un effet strictement non-linéaire sur la limite élastique. L'hypothèse de linéarité ne peut donc pas être appliquée. Afin d'obtenir une valeur caractéristique la plus représentative possible de la réalité, une moyenne potentielle est appliquée (éq. 3.1) avec pour exposant la valeur de  $1/p$ . Pour illustrer la différence entre la valeur obtenue d'un calcul linéaire et la valeur obtenue par la moyenne potentielle, le graphique suivant a été tracé:



**Figure B.2 Facteur de Cooper-Symonds en fonction du taux de déformation, données d'un impact simulé à une vitesse de 10 m/s**

Ce graphique montre clairement la différence entre les deux moyennes. La moyenne linéaire surestime la valeur du taux de déformation caractéristique ce qui entraîne une surenchère de valeur de la contrainte d'écoulement caractéristique de près de 10%.

## ANNEXE C: MODÈLE DE COLLISION ÉLASTO- PLASTIQUE DE THORNTON

Cette annexe a pour but de résumer les principales étapes du développement du modèle d'indentation de Thornton (1997) qui mène finalement au modèle de la vitesse d'impact en fonction de la taille d'empreinte. Pour plus de détails, il est suggéré au lecteur de consulter la référence.

Le principe de base du développement est la conservation de l'énergie. Au moment d'indentation maximale dans la pièce, si les pertes d'énergie dues au frottement sont négligées, l'énergie cinétique initiale de la bille est entièrement accumulée dans le bloc sous forme de déformations élastiques et plastiques. Il suffit donc de trouver une expression de ces énergies en fonction de la géométrie de l'empreinte pour être en mesure d'évaluer la vitesse d'impact en fonction de l'empreinte.

$$\frac{1}{2}mV_i^2 = E_{el} + E_{ep} \quad (C.1)$$

La base théorique est la théorie de Hertz qui a déjà été présentée au chapitre 1. La partie élastique est d'abord développée. La force est d'abord fonction du rayon de l'empreinte

$$P_{el} = \int_0^a p_H(r) 2\pi r dr = \frac{2}{3} p_0 \pi a^2 \quad (C.2)$$

$$\text{où } p_H(r) = p_0 \left\{ 1 - (r/a)^2 \right\}^{1/2}$$

Pour obtenir le travail élastique, il suffit multiplier cette force par le déplacement, la profondeur de l'empreinte. Ceci est équivalent à intégrer la relation C.2 par rapport à  $\delta$  du point de contact à la profondeur correspondant à la première déformation plastique ( $\delta_y$ ). En posant:

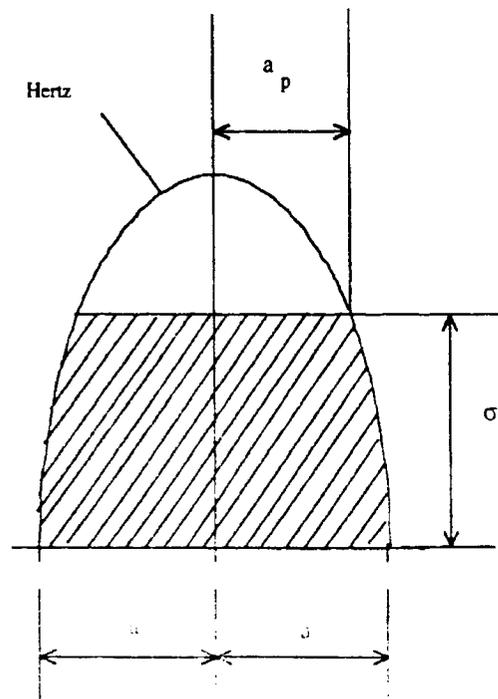
$$a^2 = R\delta \quad (C.3)$$

$$E_{el} = \int_0^{\delta_y} P_{el} d\delta = \frac{8Ea_y}{15R^2} \quad (C.4)$$

La phase élasto-plastique est ensuite développée selon le même principe. Pour simuler la présence de plasticité, la distribution de pression est modifiée. Une valeur maximale de pression ( $\sigma_y$ ) est appliquée formant ainsi une zone centrale de rayon  $a_p$  dont la pression est constante (Figure C.1). La force générée par cette nouvelle distribution peut être calculée en soustrayant à la relation C.2 la partie centrale, de rayon  $a_p$ , correspondant à la zone plastique.

$$P_{ep} = P_e - 2\pi \int_0^{a_p} [p_H(r) - \sigma_y] r dr \quad (C.5)$$

$$\text{où } P_e = \frac{2}{3} p_0 \pi a_{tot}^2$$



**Figure C.1 Répartition de la pression de contact de Hertz et de Thornton (zone hachurée)**

Il est ensuite possible de démontrer que :

$$a^2 = a_y^2 + a_p^2 \quad (C.6)$$

Ce qui permet finalement d'obtenir :

$$P_{ep} = P_y + \pi \sigma_y R (\delta - \delta_y) \quad (C.7)$$

$$\text{où } P_y = \frac{2}{3} p_0 \pi a_y^2$$

$$a_y = \frac{\sigma_y \pi R}{2E}$$

$$\delta_y = \frac{\sigma_y^2 \pi^2 R}{4E^2}$$

En intégrant cette relation par rapport à  $\delta$  pour obtenir le travail élasto-plastique :

$$E_{ep} = \int_{\delta_y}^{\delta_{tot}} P_{ep} d\delta = P_y (\delta_{tot} - \delta_y) + \frac{\pi}{2} \sigma_y R (\delta_{tot}^2 - \delta_y^2) - \pi \sigma_y R (\delta_{tot} \delta_y - \delta_y^2) \quad (C.8)$$

À partir des relation C.1, C.4 et C.8, la relation suivante est finalement obtenue:

$$\frac{1}{2} m V_f^2 = \frac{8Ea_y^5}{15R^2} + \frac{2\pi\sigma_y a_y^2}{3} \left( \frac{a_f^2}{R} - \frac{a_y^2}{R} \right) + \pi\sigma_y R \left( \frac{a_f^2}{\sqrt{2}R} - \frac{a_y^2}{\sqrt{2}R} \right)^2 \quad (C.9)$$

$$\text{où } a_y = \left( \frac{23,4R^2 m S_y^5}{16E^5 \rho_b} \right) \text{ et } a_f \text{ est le rayon finale de l'empreinte.}$$

## ANNEXE D: ALGORITHME DE LA SIMULATION UNIDIMENSIONNELLE DU MOUVEMENT D'UNE PARTICULE DANS LA CAVITÉ DE GRENAILLAGE

Cette annexe a pour but d'expliquer le fonctionnement de la simulation unidimensionnelle du mouvement d'une particule développée dans le cadre de ce projet.

### Algorithme des fonctions de base

#### A. Saisir les données d'entrée:

*NImpactMax*: nombre d'impact maximal à calculer

*InitialSpeed*: vitesse initiale de la particule, doit être négative (vers la plaque)

*ParticuleRadius*: rayon de la particule en mm

*Amplitude*: amplitude de vibration de la sonotrode

*ZWorkpiece*: distance entre la plaque et la sonotrode

#### B. Définition d'autres variables

*ZPositionParticuleImpact*: position du centre de la particule lors d'un impact

*ZPositionSonotrodeImpact*: position de la surface de la sonotrode lors d'un impact

*ZSpeedSonotrodeImpact*: vitesse absolue de la sonotrode lors d'un impact

*TimeImpact*: temps auquel a lieu un impact

*ParticleSpeedImpact*: vitesse relative des deux corps lors d'un impact

*ParticleSpeed*: vitesse absolue de la particule

*Nimpact*: nombre d'impact ayant eu lieu dans la simulation

#### C. Calcul de la première collision (sur la plaque)

$TimeImpact = 0$

$ZpositionSonotrodeImpact = Zworkpiece - ParticuleRadius$

$ParticleSpeed = InitialSpeed$

$ParticleSpeedImpact = ParticleSpeed$

Calcul du coefficient de restitution à partir de la relation 3.3 et la vitesse relative d'impact

Calcul de la vitesse absolue pour le prochain impact à partir du coefficient de restitution et de la vitesse relative

## D. Calcul des autres impact

**Tant que**  $N_{\text{impact}}$  est inférieur à  $N_{\text{impactMax}}$

**Si** l'impact précédent a eu lieu sur la plaque, l'impact aura lieu sur la sonotrode

Calcul du temps d'intersection de la trajectoire de la particule et de la trajectoire de la sonotrode (éq. 3.4, fréquence de 20 kHz)  
 Calcul de la vitesse de la sonotrode (dérivée par rapport à la position de l'équation 3.4)  
 Calcul de la vitesse relative de l'impact ( $ParticleSpeedImpact$ )  
 Calcul de la vitesse relative de restitution (= -  
 $ParticleSpeedImpact$ )  
 Calcul de la vitesse absolue de restitution

**Sinon** (l'impact précédent a eu lieu sur la sonotrode, vérifier ou aura lieu le prochain impact)

Calculer le temps auquel la particule sera hors d'atteinte de la sonotrode, définie par l'amplitude, la vitesse absolue de la particule et le point d'impact ( $timeParticleOutofRange$ )  
 Calculer le temps auquel la sonotrode atteindra son amplitude maximale ( $timeSonotrodeMaxRange$ )

**Si**  $timeParticleOutofRange \leq timeSonotrodeMaxRange$ , l'impact aura lieu sur la sonotrode

Calcul du temps d'intersection de la trajectoire de la particule et de la trajectoire de la sonotrode (éq. 3.4, fréquence de 20 kHz)  
 Calcul de la vitesse de la sonotrode (dérivée par rapport à la position de l'équation 3.4)  
 Calcul de la vitesse relative de l'impact ( $ParticleSpeedImpact$ )  
 Calcul de la vitesse relative de restitution (= - $ParticleSpeedImpact$ )  
 Calcul de la vitesse absolue de restitution

**Sinon** (l'impact aura lieu sur la plaque)

*ZpositionSonotrodeImpact = Zworkpiece - ParticuleRadius*

*ParticleSpeedImpact = ParticleSpeed*

Calcul du coefficient de restitution à partir de la relation 3.3 et la vitesse relative d'impact

Calcul de la vitesse absolue pour le prochain impact à partir du coefficient de restitution et de la vitesse relative

Calcul du temps de l'impact.

**End**

**End**

**End**

## **Résultats**

Les résultats sont une série de figures montrant l'évolution de la vitesse d'impact sur la plaque en fonction du nombre d'impacts simulés. Des fonctionnalités ont également été ajoutées pour permettre d'étudier l'influence de la vitesse initiale (boucle supplémentaire).

La vitesse moyenne de tous les impacts ayant eu lieu sur la plaque est calculée de même que son écart type. Ce sont ces valeurs qui sont données dans le tableau 3.7.

## **ANNEXE E: DISCRÉTISATION DES PROFILS DE CONTRAINTES RÉSIDUELLES POUR LA SIMULATION DE LA MISE EN FORME PAR PROFILS DE TEMPÉRATURE ET DE COEFFICIENTS DE DILATATION THERMIQUE**

Cette annexe a pour but d'expliquer les détails de la discrétisation des profils de contraintes résiduelles, obtenus au chapitre 2, pour les transformer en profil de température et de coefficient de dilatation thermique.

Les profils ont été calculés sur une profondeur de 3 mm, alors que les simulations de formage sont réalisées pour une plaque de 4,7625 mm d'épaisseur, divisée en 50 couches. La température ou le coefficient de dilatation thermique des couches ne faisant pas partie des 3 premiers millimètres seront fixés à zéro.

Les profils de contraintes calculés comprennent 101 points également espacés en profondeur. Ces points ne coïncident pas avec les profondeurs auxquelles les températures (inter couches) et les coefficients de dilatation (plan média des couches) doivent être appliquées. Des splines cubiques ont été utilisées pour calculer les contraintes résiduelles aux profondeurs correspondants au points d'entrées des températures ou des coefficients de dilatation thermiques.

Les températures sont, par définition (éq. 1.3), égales aux contraintes. Les coefficients de dilatation doivent cependant être calculées à l'aide de la relation 4.1. Le tableau E.1 présente valeurs des températures des inter couches et des coefficients de dilatation thermique calculées pour simuler le formage due à des impacts réalisés à une vitesse de 10 m/s. La même procédure est appliquée pour toutes les vitesse d'impact simulées

**Tableau E.1 Valeurs des températures et des coefficients de dilatation thermique pour chaque couche pou la simulation de la mise en forme par grenailage, pour une vitesse d'impact de 10 m/s**

#Couche	Profondeur (mm)	$\sigma_r$ (MPa)	Température (°C)	Profondeur (mm)	$\sigma_r$ (MPa)	$\alpha$ (°C)
50	0,000	-316,8	316,8	0,048	-441,9	41,12E-3
49	0,095	-567,0	567,0	0,143	-576,9	53,68E-3
48	0,191	-586,8	586,8	0,238	-553,8	51,53E-3
47	0,286	-520,7	520,7	0,333	-451,7	42,03E-3
46	0,381	-382,7	382,7	0,429	-305,5	28,43E-3
45	0,476	-228,3	228,3	0,524	-212,2	19,74E-3
44	0,572	-196,0	196,0	0,619	-176,3	16,40E-3
43	0,667	-156,5	156,5	0,714	-128,2	11,93E-3
42	0,762	-99,8	99,8	0,810	-68,3	6,36E-3
41	0,857	-36,8	36,8	0,905	-3,8	356,83E-6
40	0,953	29,1	-29,1	1,000	67,9	-6,32E-3
39	1,048	106,6	-106,6	1,095	131,3	-12,21E-3
38	1,143	155,9	-155,9	1,191	164,2	-15,28E-3
37	1,238	172,4	-172,4	1,286	169,1	-15,74E-3
36	1,334	165,8	-165,8	1,381	151,5	-14,10E-3
35	1,429	137,3	-137,3	1,476	124,9	-11,63E-3
34	1,524	112,6	-112,6	1,572	101,8	-9,47E-3
33	1,619	91,1	-91,1	1,667	81,9	-7,62E-3
32	1,715	72,8	-72,8	1,762	65,7	-6,11E-3
31	1,810	58,5	-58,5	1,857	52,2	-4,86E-3
30	1,905	45,8	-45,8	1,953	40,3	-3,75E-3
29	2,000	34,7	-34,7	2,048	30,1	-2,80E-3
28	2,096	25,5	-25,5	2,143	21,3	-1,98E-3
27	2,191	17,1	-17,1	2,238	13,3	-1,24E-3
26	2,286	9,6	-9,6	2,334	6,3	-585,57E-6
25	2,381	3,0	-3,0	2,429	-0,1	4,77E-6
24	2,477	-3,1	3,1	2,524	-6,0	560,28E-6
23	2,572	-8,9	8,9	2,619	-11,7	1,08E-3
22	2,667	-14,4	14,4	2,715	-17,1	1,59E-3
21	2,762	-19,8	19,8	2,810	-22,4	2,09E-3
20	2,858	-25,0	25,0	2,905	-25,1	2,34E-3
19	2,953	-25,2	25,2	3,000	0,0	0,0
18	3,048	0,0	0,0	3,096	0,0	0,0
17	3,143	0,0	0,0	3,191	0,0	0,0
16	3,239	0,0	0,0	3,286	0,0	0,0
15	3,334	0,0	0,0	3,381	0,0	0,0
14	3,429	0,0	0,0	3,477	0,0	0,0
13	3,524	0,0	0,0	3,572	0,0	0,0
12	3,620	0,0	0,0	3,667	0,0	0,0
11	3,715	0,0	0,0	3,762	0,0	0,0
10	3,810	0,0	0,0	3,858	0,0	0,0
9	3,905	0,0	0,0	3,953	0,0	0,0
8	4,001	0,0	0,0	4,048	0,0	0,0
7	4,096	0,0	0,0	4,143	0,0	0,0
6	4,191	0,0	0,0	4,239	0,0	0,0
5	4,286	0,0	0,0	4,334	0,0	0,0
4	4,382	0,0	0,0	4,429	0,0	0,0
3	4,477	0,0	0,0	4,524	0,0	0,0
2	4,572	0,0	0,0	4,620	0,0	0,0
1	4,667	0,0	0,0	4,715	0,0	0,0

## ANNEXE F: SIMULATION DE LA TRAJECTOIRE DE GRENAILLAGE SUR LA PIÈCE DANS ANSYS®

Cette annexe est une description détaillée de la méthode développée pour tenir compte de la trajectoire de grenaille dans la simulation de la mise en forme par grenailage à l'aide du logiciel Ansys®.

La trajectoire à simuler est illustrée ci-bas (Figure F.1). Pour les fins de la simulation, elle est divisée en sept zones à traiter successivement, identifiées par les traits pointillés et les numéros de un à sept. Les rotations de l'appareil, étant nécessaires uniquement pour le volet expérimental, ne sont pas simulées. Les zones sont ainsi bien découpées et sans chevauchement. Les dimensions de chacune sont également indiquées.

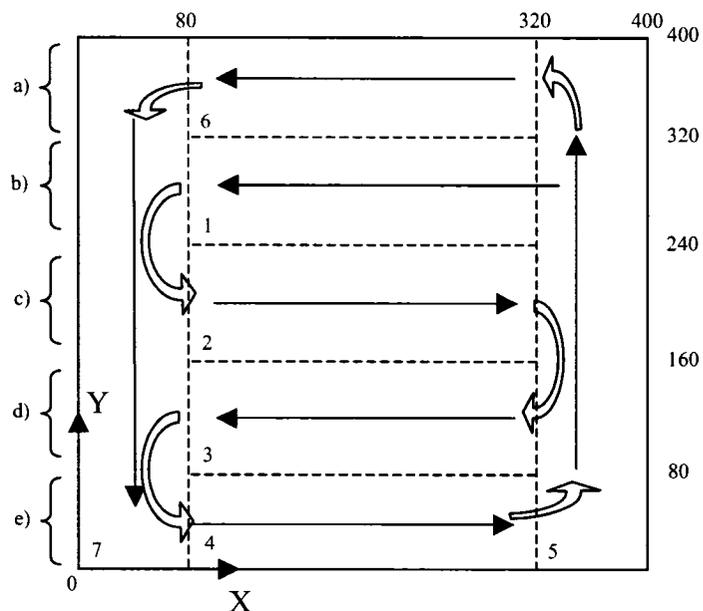


Figure F.1 Trajectoire de grenailage et division de la surface en zones (1-7) et en sections (a-e)

La fonctionnalité du logiciel permettant d'introduire la charge thermique selon un temps et une position ne permet que l'utilisation de fonctions mathématiques continues. Par exemple, la fonction de Heaviside, qui aurait été certainement très utile, n'est pas

disponible. Il est donc nécessaire de travailler avec des fonctions continues telles que les fonctions trigonométriques, polynomiales, exponentielles et logarithmiques. Le temps total de traitement est fixé à 2800 unités. Ce temps, égal à sept fois 400 mm, correspond aux sept zones à traiter. Pour chaque zone, 400 unités de temps sont accordées. Par exemple, la zone 1 est traitée durant l'intervalle [0-400], la zone 2 entre [400-800] et ainsi de suite. Il est à noter que le temps choisi est entièrement fictif et la trajectoire obtenue devra être ajustée afin de correspondre à la trajectoire réelle en termes de temps. Le logiciel permet également de définir des fonctions différentes selon certains intervalles de position ou de temps. La surface de la plaque est donc divisée en cinq secteurs de dimensions identiques selon la direction y. Ces secteurs sont identifiés par les lettres a) à e).

Le développement des équations ne sera pas démontré pour chaque zone, car il est similaire, mis à part les constantes et les signes de certaines opérations. Le développement de l'équation pour le secteur b), comprenant la zone 1, est une partie des zones 5 et 7 et est détaillé en détail ci-bas.

Tel que mentionné au chapitre 5, la fonction  $\arctg(s)$  est utilisée car elle permet de passer rapidement de  $-\pi/2$  à  $\pi/2$  lorsque la valeur de  $s$  passe d'une valeur négative à positive. En multipliant la valeur de  $s$  par un nombre élevé, 10 000 par exemple, le passage se fait encore plus rapidement. Cette particularité est exploitée ici pour obtenir une fonction dont la valeur passe de 0 à 1 très rapidement autour de  $s = 0$ . La fonction de base est donc la suivante :

$$\frac{\arctan(10000s)\frac{2}{\pi}+1}{2} \quad (\text{F.1})$$

Cette fonction prend une valeur très près de 0 lorsque  $s < 0$  et une valeur très près de 1 lorsque  $s > 0$ . Le choix de  $s$  doit être fait judicieusement pour bien représenter la trajectoire.

La zone 1 doit être traitée durant l'intervalle de temps [0,400] de droite à gauche pour les coordonnées en  $x = [80,320]$ . En premier lieu, il faut s'assurer de ne pas traiter la surface à l'extérieur de l'intervalle en  $x$ . Deux fonctions  $s$  doivent être définies : l'une est négative pour tout  $x < 80$  et positive ailleurs ( $s_1$ ) et l'autre est négative pour tout  $x > 320$  et positive ailleurs ( $s_2$ ). Par déduction :

$$s_1 = x - 80 \quad (\text{F.2})$$

$$s_2 = 320 - x \quad (\text{F.3})$$

Une troisième fonction  $s$  doit être définie, en fonction du temps et de la position, pour permettre le passage de 0 à 1 de la fonction globale et représenter le déplacement du pistolet sur la surface . Par déduction :

$$s_3 = \text{temps}(400 - x) \quad (\text{F.4})$$

La combinaison de ces trois fonctions permet le traitement de la zone 1 de droite à gauche dans l'intervalle de temps [0,400] et pour l'intervalle en  $x = [8,320]$ . Dans les faits, la charge commence à être appliquée à  $x = 320$  et le temps = 80 et se termine à  $x = 80$  et le temps = 320. La fonctions agglomérée est la suivante :

$$\frac{\arctan(10000(s_1 s_2 s_3)) \frac{2}{\pi} + 1}{2} \quad (\text{F.5})$$

Restent maintenant les zones 5 et 7 à traiter pour ce secteur.

La zone 5 est traitée de bas en haut durant l'intervalle de temps [1600,2000] dans l'intervalle  $y = [0,400]$ . La fonction  $s$  permettant le traitement de la zone de bas en haut prend la même forme que la relation G.4 avec une correction sur le temps.

$$s_4 = \text{temps} - (y + 1600) \quad (\text{F.6})$$

Cette fonction peut prendre une valeur positive uniquement si le temps est supérieur à 1600. Il faut également choisir une fonction  $s$  qui prend une valeur positive lorsque la position  $x$  est supérieure à 320.

$$s_5 = x - 320 \quad (\text{F.7})$$

En combinant ces deux relations :

$$\frac{\arctan(10000(s_4s_5))\frac{2}{\pi}+1}{2} \quad (\text{F.8})$$

Le même raisonnement est appliqué pour la zone 7. Le traitement y est fait du haut vers le bas durant l'intervalle de temps [2400,2800] pour l'intervalle  $y = [0,400]$ .

$$s_6 = \text{temps} - (2800 - y) \quad (\text{F.9})$$

$$s_7 = 80 - x \quad (\text{F.10})$$

En combinant ces deux relations :

$$\frac{\arctan(10000(s_6s_7))\frac{2}{\pi}+1}{2} \quad (\text{F.11})$$

Pour obtenir la fonction globale pour le secteur b), il suffit simplement d'additionner les relations F.5, F.8 et F.11.

$$\frac{\arctan(10000(s_1s_2s_3))\frac{2}{\pi}+1}{2} + \frac{\arctan(10000(s_4s_5))\frac{2}{\pi}+1}{2} + \frac{\arctan(10000(s_6s_7))\frac{2}{\pi}+1}{2} \quad (\text{F.12})$$

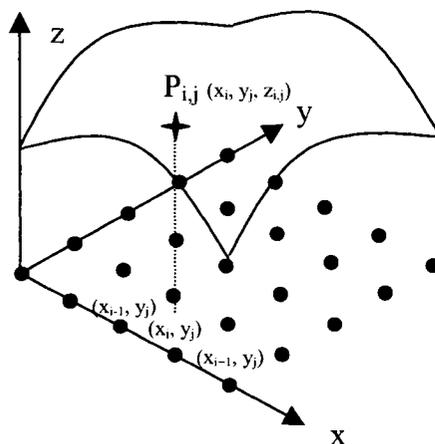
Cette fonction prend une valeur de 1 lorsque le temps de la simulation correspond au temps auquel un nœud doit être traité et a une valeur nulle avant d'atteindre ce temps.

Pour les secteurs a), c), e) et f), les fonctions  $s_1$ ,  $s_2$  et  $s_3$  doivent être modifiées pour respecter les temps de traitement et la direction du traitement, mais la structure demeure la même.

## ANNEXE G: PROCÉDURE DE CALCUL DU RAYON LOCAL DE LA SURFACE MAILLÉE

Cette annexe est une explication détaillée de la méthode utilisée pour calculer le rayon de courbure local d'une surface maillée selon un grillage régulier dans un plan.

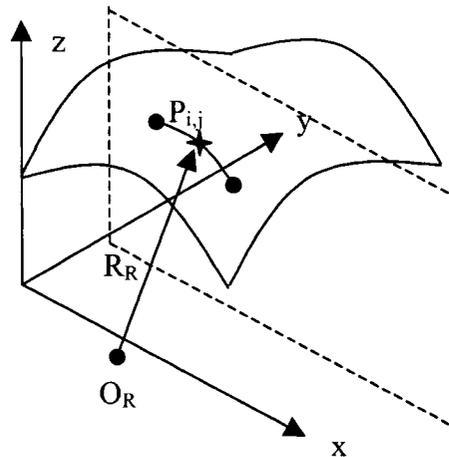
Pour simplifier les équations, la surface  $S$  est définie par un grillage régulier dans le plan  $xy$  (Figure G.1).



**Figure G.1** Surface quelconque maillée à partir d'un grillage dans le plan  $xy$

Le rayon de courbure local à un point  $P_{i,j}$  de la surface  $S$ , correspondant au nœud de coordonnées  $x_i$  et  $y_j$  ne peut être calculé par l'équation d'un cercle passant par trois points en utilisant les coordonnées des points adjacents ( $P_{i+1,j}$ ,  $P_{i-1,j}$ ). Ces points ne sont pas nécessairement dans le même plan que le centre de courbure et le point  $P_{i,j}$ , à cause du maillage initial, ce qui rend cette méthode erronée. L'équation d'un cercle par trois points n'est valide qu'en deux dimensions. Tous les points doivent être dans un même plan autrement, le rayon calculé ne sera pas le rayon réel, mais celui de la forme projetée dans le plan de calcul. De la même manière, la dérivée seconde de l'équation de la surface par rapport à  $x$  ou  $y$  ne fournirait de l'information que sur le rayon dans un plan

parallèle aux plans zx ou zy, qui ne serait pas non plus le rayon local réel dans la direction x ou y, mais un rayon local d'une forme projetée (Figure G.2).



**Figure G.2 Illustration du centre de courbure d'un cercle passant trois points et du plan défini par ces mêmes trois points**

Le calcul du rayon doit être fait dans un plan défini par le vecteur normal à la surface au point de calcul ( $PO_R$ ) et un vecteur parallèle à la direction de calcul désirée (x ou y). Dans le cas de cette étude, l'équation de la surface est connue, ce qui facilite le calcul du plan tangent. Par contre, un nuage de points pourrait être utilisé sans problème. Le calcul du plan tangent pourrait alors se faire à partir des coordonnées des points adjacents. Les équations suivantes servent à définir le plan tangent.

Le vecteur normal au point  $P_{i,j}$  est défini comme suit :

$$\vec{n} = a_x \vec{i} + a_y \vec{j} + a_z \vec{k} \quad (\text{G.1})$$

où

$$a_x = \frac{\partial f(x_i, y_i)}{\partial x} \quad z = f(x, y)$$

$$a_y = \frac{\partial f(x_i, y_i)}{\partial y}$$

$$a_z = -1$$

Le plan tangent est alors défini par :

$$a_x x + a_y y + a_z z + d = 0 \quad (\text{G.2})$$

$$d_{i,j} = -a_x x_i - a_y y_j + a_z z_{i,j}$$

Une fois ce plan défini, les deux nœuds de la surface adjacents au point  $P_{i,j}$  dans la direction de calcul désirée sont projetés sur ce plan tangent dans la direction  $z$ .

$$z_{i\pm 1,j}^{proj} = \frac{-d_{i,j} - a_x x_{i\pm 1} - a_y y_j}{a_z} \quad (\text{direction } x) \quad (\text{G.3})$$

Ces deux points sur le plan tangent au point  $P_{i,j}$  sont ensuite projetés sur la surface selon la normale au point  $P_{i,j}$ . L'équation de la normale donnée ci-haut permet de définir une droite parallèle à la normale passant par la point projeté sur le plan.

$$x = x_{i\pm 1} + a_x t \quad y = y_j + a_y t \quad z = z_{i\pm 1,j} + a_z t \quad (\text{G.4})$$

où est un paramètre de définition

En remplaçant les relations de  $x$ ,  $y$  et  $z$  de l'équation de la droite dans l'équation de la surface et en solutionnant pour  $t$ , les coordonnées des deux points sur la surface sont obtenus. En utilisant tout simplement ces deux nouveaux points  $P_{i\pm 1,j}$  avec le point  $P_{i,j}$  dans l'équation d'un cercle par trois points, le rayon local de la surface dans la direction désirée est obtenu. Pour un sphère, l'erreur sur le rayon en utilisant cette méthode est de l'ordre de la précision machine.