UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

Tomographie d'impédance électrique par courants induits (TIE-CI): algorithmes et instrumentation

Louis-François Tanguay
INSTITUT DE GÉNIE BIOMÉDICAL
ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

MÉMOIRE PRÉSENTÉ EN VUE DE L'OBTENTION
DU DIPLÔME DE MAÎTRISE ÈS SCIENCES APPLIQUÉES
(GÉNIE BIOMÉDICAL)
Août 2004

© Louis-François Tanguay 2004.

Library and Archives Canada

Published Heritage Branch

395 Wellington Street
Ottawa ON K1A 0N4
Canada

Bibliothèque et Archives Canada

Direction du Patrimoine de l'édition

395, rue Wellington
Ottawa ON K1A 0N4
Canada

Your file Votre référence
ISBN: 0-612-97986-5
Our file Notre référence
ISBN: 0-612-97986-5

NOTICE:
The author has granted a non-exclusive license allowing Library and Archives Canada to reproduce, publish, archive, preserve, conserve, communicate to the public by telecommunication or on the Internet, loan, distribute and sell theses worldwide, for commercial or non-commercial purposes, in microform, paper, electronic and/or any other formats.

The author retains copyright ownership and moral rights in this thesis. Neither the thesis nor substantial extracts from it may be printed or otherwise reproduced without the author's permission.

AVIS:
L'auteur a accordé une licence non exclusive permettant à la Bibliothèque et Archives Canada de reproduire, publier, archiver, sauvegarder, conserver, transmettre au public par télécommunication ou par l'Internet, prêter, distribuer et vendre des thèses partout dans le monde, à des fins commerciales ou autres, sur support microforme, papier, électronique et/ou autres formats.

L'auteur conserve la propriété du droit d'auteur et des droits moraux qui protège cette thèse. Ni la thèse ni des extraits substantiels de celle-ci ne doivent être imprimés ou autrement reproduits sans son autorisation.

In compliance with the Canadian Privacy Act some supporting forms may have been removed from this thesis.

While these forms may be included in the document page count, their removal does not represent any loss of content from the thesis.

Conformément à la loi canadienne sur la protection de la vie privée, quelques formulaires secondaires ont été enlevés de cette thèse.

Bien que ces formulaires aient inclus dans la pagination, il n'y aura aucun contenu manquant.

Canada

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

ÉCOLE POLYTECHNIQUE

Ce mémoire intitulé:

Tomographie d'impédance électrique par courants induits (TIE-CI): algorithmes et instrumentation

présenté par: TANGUAY Louis-François

en vue de l'obtention du diplôme de: Maîtrise ès sciences appliquées

a été dûment accepté par le jury d'examen constitué de:

M. SAVARD Pierre, Ph.D., président

M. GUARDO Robert, Ph.D., membre et directeur de recherche

M. MAALOUF Khaled, M.Sc.A, membre

Remerciements

À mon directeur de recherche, Monsieur Robert Guardo, chez qui la rigueur et l'exigence invitent les autres au dépassement. Je tiens à lui exprimer ma gratitude pour sa grande disponibilité, sa patience, ainsi que pour la générosité avec laquelle il a l'habitude de partager ses connaissances.

À Monsieur Hervé Gagnon, pour son aide et ses encouragements, ainsi que pour les nombreuses discussions stimulantes qui ont su agrémenter, sur une base amicale et professionnelle, ces deux années à l'Institut de génie biomédical.

À tous les étudiants de l'Institut de génie biomédical, pour leur support et leur enthousiasme dans le laboratoire.

Enfin, je remercie Anne pour son aide à la révision de ce mémoire, mais surtout pour sa présence et sa joie de vivre.

Résumé

La tomographie d'impédance électrique (TIE) est une technique d'imagerie médicale non effractive utilisée pour estimer la distribution de conductivité interne d'une section du corps humain à partir de mesures de potentiel électrique prises à sa surface. Ces différences de potentiel issues de la circulation de courants alternatifs de faible amplitude dans le corps sont mesurées par des électrodes périphériques (habituellement 16). Un algorithme de reconstruction d'images utilise ensuite ces données pour estimer la distribution de conductivité interne du milieu.

En TIE conventionnelle, les courants d'excitation sont successivement appliqués par des paires d'électrodes périphériques et les différences de potentiel électrique générées sont mesurées par les paires d'électrodes restantes. Une technique alternative, appelée tomographie d'impédance électrique par courants induits (TIE-CI), utilise des champs magnétiques variant dans le temps pour induire des courants d'excitation dans le milieu. La section du corps à imager est placée au centre d'un ensemble de bobines circulaires décentrées qui sont excitées par un courant alternatif. D'après la loi d'induction de Faraday, des courants sont induits dans le milieu en réponse à la variation temporelle de ce champ magnétique externe. Les différences de potentiel qui sont développées suite à la circulation de ces courants sont mesurées par un ensemble d'électrodes périphériques.

L'induction des courants d'excitation par des champs magnétiques externes offre certains avantages par rapport à l'application conventionnelle des courants par les électrodes. Par exemple, la TIE-CI permettrait d'obtenir de l'information sur des régions difficiles d'accès pour la TIE conventionnelle comme le cerveau, la nature isolante du crâne atténuant les courants appliqués par les électrodes.

Dans le cadre de ce projet de maîtrise, un système de tomographie d'impédance électrique par courants induits a été conçu. L'objectif principal de cette recherche était d'élargir les fonctionnalités du système de TIE développé à l'Institut de génie biomédical. Plus précisément, cette recherche visait à démontrer la possibilité d'utiliser des courants induits afin d'obtenir des images en temps réel des variations de la distribution de conductivité interne d'un milieu.

Pour y arriver, un modèle mathématique de la relation entre les champs magnétiques externes et les potentiels de surface générés a été réalisé. Cette étape, appelée problème direct, a été résolue par la méthode des éléments finis. Une matrice de sensibilité a été calculée afin de résoudre le problème inverse, qui consiste en l'obtention de la distribution de conductivité à partir d'une série de mesures de potentiels de surface fournis par des électrodes.

Une carte électronique d'interface ainsi qu'une source de courant de puissance ont été conçues afin de permettre au tomographe actuel de l'Institut de génie biomédical de fonctionner en mode TIE-CI. Dans ce mode, un arrangement de 8 bobines de 50 cm de diamètre entoure le milieu à imager. L'excitation séquentielle des 8 bobines avec un courant alternatif de 100 mA à 50 kHz génère 8 profils différents de champ

magnétique. Les mesures de différences de potentiel à la surface du milieu sous étude suite à l'induction des courants sont réalisées à l'aide de 16 électrodes périphériques équidistantes. Les 128 mesures ainsi acquises sont transmises à un ordinateur qui reconstruit les images en utilisant l'estimateur du *Maximum a Posteriori* (MAP) comme algorithme de reconstruction.

Plusieurs simulations ont été réalisées afin de comparer les performances de la TIE-CI à celles de la TIE conventionnelle. Cette dernière s'est montrée plus sensible aux régions centrales que la TIE-CI, et offrait également une meilleure résolution radiale. Ceci est une conséquence de la nature circulaire du parcours des courants induits, qui implique une densité de courant nulle au centre du milieu et une composante radiale nulle en périphérie. Toutefois, la TIE-CI s'est montrée plus efficace que la TIE conventionnelle lorsque la perturbation est entourée d'une structure faiblement conductrice.

Enfin, des essais *in vitro* ont été effectués dans un bassin de 23.5 cm de diamètre et 17.5 cm de hauteur rempli d'un salin de 1 S/m de conductivité, dans lequel ont été placés différents objets conducteurs et isolants afin de perturber la distribution de conductivité. Les signaux obtenus avec le système de TIE-CI lors de ces essais concordent grandement avec les signaux prédits par simulations. Ceci nous a permis de visualiser les variations dans la distribution de conductivité interne du bassin en temps réel.

Abstract

Electrical impedance tomography (EIT) is a non-invasive medical imaging technique used to estimate the conductivity distribution in a section of the human body from the measurement of voltage gradients on its surface. These voltage gradients are generated by the flow of low amplitude alternating currents in the body and are measured by surface electrodes (usually 16). An image reconstruction algorithm uses the measured data to estimate the conductivity distribution.

With conventional EIT, the excitation currents are successively applied by pairs of peripheral electrodes and the voltage gradients at the remaining pairs are mesured. A variant of this technique, called induced-current EIT (IC-EIT), uses time-varying magnetic fields created by a set of coils to induce the excitation currents in the body. With this method, the section of the body to be imaged is placed at the center of a set of circular coils which carry an alternating current. Following Faraday's law of induction, currents are induced in the medium in response to this external perturbation. Peripheral surface electrodes allow the measurement of the voltage gradients generated by these induced currents. The magnetic induction of the excitation currents offers some advantage over the conventional applied current method. For instance, IC-EIT offers the possibility to image conductivity changes in the brain since it is feasible to induce currents inside the skull using external time-varying magnetic fields,

while the low conductivity of the skull prevents the application of currents from external electrodes from reaching the brain.

Within the framework of this master's project, an induced current electrical impedance tomograph has been built. The main goal of this project was to enhance the functionallity of the EIT system developped at the Institut de génie biomédical and to demonstrate that real time imaging of internal conductivity variations is possible with induced currents.

To do so, a mathematical model of the relation between the external magnetic fields and the measured surface potentials was formulated. This step, known as the forward problem, was solved using the finite elements method. Then, a sensitivity matrix was calculated to solve the inverse problem, which consists in finding the internal conductivity distribution from a set of measured surface potential gradients.

Two electronic boards, an interface card and a power current source, have been developped. With these modules, the present EIT system of the Institut de génie biomédical can be used in IC-EIT mode. In this mode, a set of 8 coils of 50 cm in diameter is placed arround the medium to be imaged. The coils are sequentially driven with a 100 mA alternating current at 50 kHz in order to obtain 8 different time varying magnetic field patterns. The potential differences appearing at the surface of the medium caused by the circulation of these currents are measured with a set of 16 equidistant electrodes. The set of 128 measurements acquired in this way is then sent to a computer to reconstruct the image using the *maximum a posteriori* estimator.

Simulations have been done in order to compare IC-EIT performances to those

of conventionnal EIT. The latter has shown greater sensibility to inner regions and has presented a better radial resolution than IC-EIT. This is a consequence of the circular nature of induced currents, which implies a current density vanishing near the center, and no radial component near the boundary. However, IC-EIT appears to be more efficient than EIT when the perturbation to be imaged was surrounded by a low-conductivity shell.

Finally, *in vitro* experiments have been conducted in a 23.5 cm diameter and 17.5 cm height tank filled with a 1 S/m saline, in which conducting and insulating objects were immersed to change the conductivity distribution. The signals we obtained from the system were in good agreement with the simulated ones, allowing real-time reconstruction of the internal conductivity distribution.

Table des matières

Remerciements iv

Résumé v

Abstract viii

Table des matières xi

Liste des figures xiv

Liste des tableaux xvii

Liste des annexes xviii

Liste des sigles et abréviations xix

Chapitre 1 Introduction 1

1.1 La tomographie d'impédance électrique par courants induits (TIE-CI) 2

1.1.1 Les avantages escomptés de la TIE-CI 3

1.2 Objectifs du projet et structure du mémoire 4

1.3 Revue de la littérature 5

Chapitre 2 Le problème direct en TIE-CI 9

2.1 Définition du problème direct 9

2.2 Modèle mathématique du problème direct 10

2.2.1 Équations de Maxwell 10

2.2.2 Hypothèses 11

2.2.3 Équation différentielle principale du problème direct 13

2.3 Formulation variationelle de l'équation différentielle principale 16

2.4 Résolution du problème direct par la méthode des éléments finis . . . 17

2.4.1 L'approche de la méthode des éléments finis 18

2.4.2 Fonctions d'approximation du premier ordre 18

2.4.3 Minimisation de l'énergie sur un élément 21

2.4.4 Assemblage du système global 23

2.4.5 Solution pour le potentiel scalaire 24

Chapitre 3 Le problème inverse en TIE-CI 26

3.1 Définition du problème inverse 26

3.2 Matrice de sensibilité 27

3.3 Estimation des variations de conductivité 31

3.4 Régularisation de la solution 32

3.4.1 Interprétation Bayésienne de la régularisation: l'estimateur du *maximum a posteriori* 33

3.5 Choix du paramètre de régularisation λ 37

3.5.1 La validation croisée ordinaire (VCO) 37

Chapitre 4 Conception du système 39

4.1 Module d'interface 39

4.1.1 Mode TIE par courants induits 40

4.1.2 Mode TIE conventionnelle 42
4.2 Amplificateur de puissance 44
4.3 Le système de bobines et le bassin 46
4.4 La séquence d'acquisition des mesures 47

Chapitre 5 Simulations et résultats expérimentaux 50
5.1 Simulations 51
5.1.1 Le potentiel vecteur des 8 bobines 52
5.1.2 Les courants induits dans un milieu de conductivité uniforme . . 53
5.1.3 Étude détaillée de l'influence d'une inclusion isolante sur les mesures de potentiel périphérique 56
5.1.4 Simulations: comparaison des systèmes de TIE-CI et de TIE conventionelle 59
5.2 Résultats expérimentaux 63
5.2.1 Potentiels mesurés pour un milieu homogène - Trame de référence 65
5.2.2 Images de variations de conductivité reconstruites pour diverses inclusions isolantes et conductrices 68
5.2.2.1 Inclusions isolantes 68
5.2.2.2 Inclusions conductrices 75
5.2.2.3 Influence de la distance radiale de l'inclusion 75
5.3 Discussion des résultats 75
5.4 Améliorations possibles 81

Chapitre 6 Conclusion 82

Bibliographie 85

Liste des figures

Figure 2.1	Milieu à imager entouré d'une des 8 bobines d'excitation. . . .	14
Figure 2.2	Le milieu à imager est discrétisé en éléments triangulaires sur lesquels sont définis les fonctions d'interpolation.	19
Figure 4.1	Le système complet de tomographie d'impédance électrique par courants induits.	40
Figure 4.2	Photo du système complet de tomographie d'impédance électrique par courants induits.	41
Figure 4.3	Photo du module d'électrodes actives et du bassin.	42
Figure 4.4	Diagramme bloc du module d'interface.	43
Figure 4.5	Le circuit imprimé du module d'interface.	44
Figure 4.6	Diagramme bloc du module d'amplification.	45
Figure 4.7	Le circuit imprimé du module d'amplification.	46
Figure 4.8	Diagramme des 8 bobines d'excitation avec le bassin de salin en son centre.	47
Figure 4.9	Le cadre supportant les 8 bobines d'excitation avec le bassin de salin en son centre.	48
Figure 4.10	Séquence d'acquisition des mesures.	49
Figure 5.1	Les 8 bobines d'excitation entourant le milieu sous étude discrétisé en éléments triangulaires.	51

Figure 5.2 Le potentiel vecteur magnétique généré par chacune des 8 bobines circulaires dans le système de TIE-CI. 54
Figure 5.3 Les courants induits dans le milieu par chacune des 8 bobines circulaires dans le système de TIE-CI. 55
Figure 5.4 Effet d'une inclusion isolante sur les différences de potentiel aux électrodes. 57
Figure 5.5 Comparaison entre la TIE-CI et la TIE: inclusion en périphérie du bassin. 60
Figure 5.6 Comparaison entre la TIE-CI et la TIE: inclusion au mi-rayon du bassin. 61
Figure 5.7 Comparaison entre la TIE-CI et la TIE: inclusion au centre du bassin. 62
Figure 5.8 Comparaison entre la TIE-CI et la TIE: cas d'une coquille isolante. 64
Figure 5.9 Différences de potentiel mesurées pour un milieu homogène: trame de référence. 66
Figure 5.10 Positionnement adéquat des câbles d'électrodes autour du bassin. 67
Figure 5.11 Résultats expérimentaux: inclusion isolante de 5 cm de diamètre à une position angulaire de 0° placée à 7.5 cm du centre du bassin. 70
Figure 5.12 Résultats expérimentaux: inclusion isolante de 5 cm de diamètre à une position angulaire de 90° placée à 7.5 cm du centre du bassin. 71
Figure 5.13 Résultats expérimentaux: inclusion isolante de 5 cm de diamètre à une position angulaire de 180° placée à 7.5 cm du centre du bassin. 72

Figure 5.14 Résultats expérimentaux: inclusion isolante de 5 cm de diamètre à une position angulaire de 270° placée à 7.5 cm du centre du bassin. 73

Figure 5.15 Résultats expérimentaux: inclusions isolantes de 2 cm de diamètre à des positions angulaires de 180° et à 270°. 74

Figure 5.16 Résultats expérimentaux: inclusion conductrice de 2 cm de diamètre à une position angulaire de 45° placée à 7.5 cm du centre du bassin. 76

Figure 5.17 Résultats expérimentaux: inclusion conductrice de 2 cm de diamètre à une position angulaire de 135° placée à 7.5 cm du centre du bassin. 77

Figure 5.18 Résultats expérimentaux: inclusion isolante de 5 cm de diamètre placée à 7.5 cm du centre du bassin. 78

Figure 5.19 Résultats expérimentaux: inclusion isolante de 5 cm de diamètre placée au centre du bassin. 79

Figure A.1 Bobine circulaire de rayon a utilisée pour la génération du champ magnétique variant dans le temps. 89

Liste des tableaux

Tableau 1.1 Conductivité électrique de divers tissus biologiques, tiré de Gençer *et al.*[6] 2

Tableau 2.1 Ratio des courants de déplacement et de conduction pour divers tissus biologiques à différentes fréquences, tiré de Gençer *et al.*[6] 11

Liste des annexes

Annexe A **Potentiel vecteur d'une bobine circulaire** **88**

Annexe B **Programmes MATLAB** **92**

Liste des sigles et abréviations

$2D$	:	Deux dimensions
$3D$	:	Trois dimensions
ϵ	:	Permittivité électrique
λ	:	Paramètre de régularisation
μ	:	Perméabilité magnétique
μ_0	:	Perméabilité magnétique du vide
∇	:	Opérateur gradient
ρ	:	Densité volumique de charge
σ	:	Conductivité électrique
$\boldsymbol{\sigma}$	:	Vecteur contenant la conductivité électrique des éléments du maillage
$\boldsymbol{\sigma}_h$	:	Vecteur contenant la conductivité électrique des éléments du maillage d'un milieu de conductivité homogène
$\Delta\boldsymbol{\sigma}$	:	Vecteur contenant les variations de conductivité électrique des éléments du maillage
$\Delta\hat{\boldsymbol{\sigma}}$	:	Vecteur contenant les variations de conductivité électrique estimées
ϕ	:	Potentiel scalaire électrique
$\boldsymbol{\phi}$	:	Vecteur contenant les mesures de potentiel électrique

$\Delta\phi$	:	Vecteur contenant les variations de potentiel électrique mesurées
ψ_i	:	i^{eme} fonction d'approximation
ω	:	Fonction de pondération
$a_{(i,j)}$	:	Élément (i, j) de la matrice de rigidité des éléments finis
A	:	Ampère
$\boldsymbol{A}$	:	Matrice de rigidité des éléments finis
$\vec{A}$	:	Potentiel vecteur magnétique
$\vec{A}_p$	:	Potentiel vecteur magnétique primaire
$\vec{B}$	:	Densité de flux magnétique
cm	:	Centimètre
$\vec{D}$	:	Vecteur déplacement électrique
dS	:	Élément de surface infinitésimal dans le milieu
dS_e	:	Élément de surface infinitésimal sur l'élément e
$\hat{e}_r$	:	Vecteur unitaire radial
$\hat{e}_\theta$	:	Vecteur unitaire axial
$\hat{e}_\phi$	:	Vecteur unitaire azimuthal
$\vec{E}$	:	Vecteur champ électrique
$\vec{E}_{ind}$	:	Vecteur champ électrique induit
f	:	Fréquence (Hz)
$\vec{H}$	:	Vecteur champ magnétique
Hz	:	Hertz
I	:	Courant électrique (A)
$\hat{\imath}$	:	Vecteur unitaire selon l'axe x
$\hat{\jmath}$	:	Vecteur unitaire selon l'axe y

$\vec{J}$	:	Densité de courant totale
$\vec{J}_c$	:	Densité de courant de conduction
$\vec{J}_d$	:	Densité de courant de déplacement
$\hat{k}$	:	Vecteur unitaire selon l'axe z
kHz	:	Kilohertz
l_i	:	Élément i de la matrice d'excitation des éléments finis
$\boldsymbol{L}$	:	Matrice d'excitation des éléments finis
m	:	Mètre
MA	:	Module d'électrodes actives
MSD	:	Module de synthèse et de démodulation
MHz	:	Megahertz
$\hat{n}$	:	Vecteur normal unitaire
PC	:	Personal computer
$\boldsymbol{R}_b$	:	Matrice de covariance du bruit
$\boldsymbol{R}_{\Delta\boldsymbol{\sigma}}$	:	Matrice de covariance de la distribution de conductivité
S	:	Siemens
$\boldsymbol{S}$	:	Matrice de sensibilité
TIE	:	Tomographie d'impédance électrique
$TIE-CI$	:	Tomographie d'impédance électrique par courants induits
U_i	:	Potentiel scalaire du noeud i obtenu par éléments finis
U_c	:	Potentiel scalaire du noeud central du maillage
$U(x,y)$	:	Potentiel scalaire obtenu par éléments finis dans la milieu
$U^e(x,y)$	:	Potentiel scalaire obtenu par éléments finis sur l'élément e
$\boldsymbol{U}$	:	Matrice des potentiels définis par éléments finis aux noeuds du maillage

$\boldsymbol{U}_h$	:	Matrice des potentiels définis par éléments finis aux noeuds du maillage d'un milieu homogène
$\Delta\boldsymbol{U}$	:	Matrice des variations de potentiel électrique aux noeuds du maillage
V	:	Volt
VCO	:	Validation croisée ordinaire
$W(\phi)$	:	Énergie totale dans le milieu
$W^e(\phi)$	:	Énergie sur l'élément e

Chapitre 1

Introduction

Les divers tissus qui composent le corps humain ont des conductivités électriques variées. Comme le montre le tableau 1.1, certains tissus, comme le plasma et le sang, sont de bons conducteurs électriques. D'autres, comme les poumons, la graisse et les os, sont plutôt récalcitrants à laisser passer des porteurs de charges. La conductivité de ces mêmes tissus peut également varier dans le temps. On peut penser à la ventilation pulmonaire, qui entraîne une diminution de la conductivité des poumons lors de l'inspiration, alors que l'expiration créé l'effet inverse. L'activité cardiaque, par le passage du sang à travers les tissus biologiques, modifie également la conductivité électrique de façon périodique.

La tomographie d'impédance électrique (TIE) exploite ces différences de conductivité entre les divers tissus pour générer des images d'une section du corps. En se basant sur leurs variations de conductivité électrique dans le temps, cette technique d'imagerie médicale non effractive permet de surveiller l'évolution temporelle de certains organes, tels le coeur et les poumons. La surveillance cardio-respiratoire, l'évaluation de la ventilation pulmonaire ainsi que la détection d'oedème pulmonaire

Tableau 1.1: Conductivité électrique de divers tissus biologiques, tiré de Gençer *et al.*[6]

Tissu	Conductivité moyenne (S/m)
Sang	0.67
Poumon	0.05
Foie	0.14
Tissus adipeux	0.04
Thorax	0.21

sont des exemples d'applications cliniques de la TIE.

Pour générer des images, la TIE estime la distribution de conductivité interne d'une section du corps humain à partir de mesures de différences de potentiel électrique prises à sa surface. Ces différences de potentiel, qui contiennent de l'information sur la distribution de conductivité interne, apparaissent lors de la circulation de courants alternatifs appliqués par des paires d'électrodes périphériques.

1.1 La tomographie d'impédance électrique par courants induits (TIE-CI)

Une variante de la TIE conventionnelle, appelée TIE par courants induits (TIE-CI), utilise des champs magnétiques variables dans le temps pour induire les courants d'excitation dans le milieu dont on cherche à imager la distribution de conductivité. Selon la loi d'induction de Faraday, une densité de courant apparaît dans le milieu en réponse à cette perturbation magnétique externe. La circulation de ces courants induits génère des différences de potentiel électrique périphériques qui dépendent de

la distribution de conductivité interne du milieu.

Les mesures du potentiel périphérique pour chacune des configurations de champs magnétiques sont porteuses d'information sur la distribution de conductivité interne du milieu. Il est alors possible, en ayant une connaissance détaillée des processus physiques menant à l'apparition du potentiel scalaire dans le milieu, de retrouver la distribution de conductivité qui en est à l'origine.

1.1.1 Les avantages escomptés de la TIE-CI

La TIE-CI pourrait être mieux adaptée à certaines applications cliniques car les champs magnétiques d'excitation ne sont pas affectés par les régions de faible conductivité électrique. Ceci permettrait d'induire des courants dans des structures profondes difficiles d'accès aux courants appliqués en surface par la TIE conventionnelle, ceux-ci étant atténués par les tissus faiblement conducteurs. Comme le note Maalouf [22], des applications comme la mesure et la surveillance du débit cardiaque ou encore la détection d'un oedème cérébral sont visées. En effet, lorsque les poumons sont remplis d'air, le coeur est entouré d'une structure faiblement conductrice et les courants appliqués par des électrodes y sont gravement atténués. Il en est de même pour le crâne, qui limite la densité de courant atteignant le cerveau, rendant difficilement applicable la TIE conventionnelle dans cette situation.

Par ailleurs, la TIE-CI rendrait possible l'augmentation du nombre de mesures linéairement indépendantes par un simple déplacement du système de bobines d'excitation par rapport au milieu sous étude. L'augmentation du nombre de mesures

indépendantes, essentielle à l'amélioration de la résolution des images reconstruites, est problématique en TIE conventionnelle. En utilisant le protocole de Sheffield où l'application des courants est faite par des paires d'électrodes adjacentes, la TIE fournit un maximum de $E(E-3)/2$ mesures linéairement indépendantes, E étant le nombre d'électrodes. Contrairement à la TIE conventionnelle, le nombre de mesures indépendantes disponibles en TIE-CI n'est pas limité par le nombre d'électrodes périphériques et vaut $P(E-1)$, P étant le nombre de bobines d'excitation.

1.2 Objectifs du projet et structure du mémoire

Dans le cadre de ce projet de maîtrise, un tomographe d'impédance électrique par courants induits est développé. L'objectif principal de ce travail de recherche est de concevoir l'architecture matérielle ainsi que les algorithmes de reconstruction qui permettront d'obtenir des images en temps réel de la distribution de conductivité d'une section d'un object.

Pour y arriver, le modèle mathématique du potentiel scalaire dans un milieu de conductivité donnée soumis à un champ magnétique variable dans le temps est d'abord élaboré. Ce modèle, appelé problème direct de la technique d'imagerie, sera résolu à l'aide de la méthode des éléments finis au chapitre 2. Le chapitre 3 traite de la linéarisation de ce problème direct. C'est dans ce même chapitre que sera développé l'algorithme de reconstruction d'images dynamique utilisé par le tomographe par courants induits. Cette méthode directe de reconstruction d'images n'utilise qu'un produit matriciel, permettant ainsi la reconstruction des perturbations de conductivité en temps réel.

Ensuite, les modules électroniques du tomographe d'impédance électrique par courants induits qui ont été conçus sont présentés au chapitre 4. Enfin, le chapitre 5 compare, sur la base de simulations, les performances de la TIE-CI avec celles de la TIE conventionnelle. Les résultats expérimentaux *in vitro* obtenus avec le tomographe par courants induits y sont ensuite présentés.

Finalement, notons que ce projet constitue une première étape vers un système de tomographie d'impédance électrique multi-modes, unifiant les avantages de l'induction des courants en TIE-CI à ceux de la TIE par courants appliqués. Cette méthode hybride permettra de reconstruire des images plus nettes tout en conservant le caractère non effractif de la tomographie d'impédance électrique.

1.3 Revue de la littérature

En tomographie d'impédance électrique, l'application des courants d'excitation par les électrodes périphériques est de loin l'approche la plus utilisée et la mieux documentée. Toutefois, très peu de groupes de recherche ont développé des systèmes utilisant l'induction magnétique pour la génération des courants d'excitation.

Le premier système de TIE utilisant des bobines externes pour l'induction des courants d'excitation fut décrit par Purvis *et al.* en 1993 [1]. Le système mis au point par ce groupe utilise 3 bobines circulaires de 25 cm de diamètre, entourant un bassin de 5 cm de diamètre contenant un liquide salin ayant une conductivité de 0.2 S/m. La séparation angulaire entre les bobines est de 120°, et elles sont excitées par un courant

de 1 A à une fréquence de 50 kHz. Les différences de potentiel qui résultent de ces courants induits sont mesurées à l'aide de 16 électrodes périphériques. Ces mesures sont effectuées à deux reprises: d'abord pour un milieu homogène de référence et ensuite pour un milieu contenant des perturbations de conductivité.

Ils obtiennent ainsi un total de 48 mesures, dont 45 sont linéairement indépendantes. Les images de variations de conductivité sont formées en utilisant un algorithme de rétroprojection basé sur des hypothèses similaires à celles utilisées par Barber et Brown en 1984 [2] dans leur système de TIE par courants appliqués, mais adaptées au cas particulier des courants induits.

Bien que le système de Purvis *et al.* soit en mesure d'identifier les perturbations de conductivité dans le bassin de salin, la résolution radiale est plutôt faible. Ce manque de résolution affecte particulièrement les perturbations en périphérie du milieu, là où la composante radiale des courants induits est pratiquement nulle. Aussi, ils remarquent que, tout comme en TIE par courants appliqués, la sensibilité aux variations de conductivité est plus faible au centre du milieu qu'en périphérie. Enfin, ils soulignent l'impossibilité d'obtenir des images de conductivité absolue en TIE par courants induits, étant donné que la distribution des gradients de potentiels périphériques est constante pour un ratio donné entre la conductivité du fond et celle de la perturbation.

En 1994, Gençer *et al.*[4],[5] présentent un système de TIE-CI comprenant 9 bobines et 16 électrodes de mesures. Les bobines, qui ont un rayon de 36 cm, entourent un bassin circulaire de 24 cm de diamètre. Chaque bobine est décentrée de 23 cm par rapport au centre du bassin. Les images de variations de conductivité dans le bassin sont reconstruites à l'aide d'une matrice de sensibilité, qui est obtenue à partir

d'un modèle par éléments finis du système.

En étudiant la structure de la matrice de sensibilité ainsi obtenue, ils concluent que les deux méthodes de TIE, par courants appliqués et par courants induits, sont plus sensibles aux perturbations qui surviennent en périphérie de l'objet. De plus, cette même analyse montre que la TIE par courants appliqués suivant la méthode de Sheffield est plus sensible dans les régions internes que la TIE-CI, dans la configuration utilisant 9 bobines circulaires.

Dans une autre étude, Gençer *et al.*[3] étudient différentes configurations de bobines pour l'induction des courants dans le milieu. Il s'attardent en particulier à l'effet du diamètre des bobines et de leur position par rapport au centre du bassin sur la résolution des images. Ils concluent que la configuration optimale, celle qui mène à la matrice de sensibilité la mieux conditionnée, est obtenue lorsque les bobines circulaires ont un diamètre suffisamment grand par rapport à celui du bassin et qu'elles passent le plus près possible de l'objet.

Récemment, Zlochiver *et al.*[8] ont fait des simulations théoriques d'un algorithme de reconstruction basé sur l'algorithme de Newton-Raphson modifié, et appliqué à la TIE par courants induits. Les performances de cet algorithme de reconstruction itératif ont été testées sur une représentation schématique 2-D du thorax humain. La géométrie utilisée pour les simulations qui a été obtenue à partir d'un CT scan, inclut 3 types de tissus: les poumons, le coeur et des tissus mous.

Ils ont validé leur algorithme pour des configurations à 3 et à 6 bobines, et ce pour différents nombres d'électrodes de mesures. Pour les simulations, le milieu est

discrétisé en 40 x 40 éléments de volume et les matrices utilisées dans l'algorithme de reconstruction sont obtenues par la méthode des volumes finis (FVM). De ces 1600 cellules, 107 sont en périphérie du milieu, pour un maximum théorique de 106 électrodes de mesure car une des cellules est fixée au potentiel zéro.

Enfin en 2001, Maalouf [22] a développé un système de TIE-CI à l'Institut de génie biomédical. Un analyseur d'impédance est utilisé pour générer un signal de référence de 20 kHz qui est ensuite amplifiée par un amplificateur audio pour fournir un courant de 500 mA aux bobines. La commutation des bobines est faite manuellement, et 16 électrodes périphériques sont utilisées pour lire les différences de potentiel électrique en périphérie du milieu. La reconstruction des images est dynamique; les variations de conductivité par rapport à un instant de référence sont reconstruites. L'estimateur du *maximum a posteriori* est utilisé pour l'estimation des variations de la distribution de conductivité.

Plusieurs essais *in vitro* ont démontré la possibilité d'obtenir des images d'objets conducteurs et isolants placés dans un bassin rempli de salin avec la TIE-CI. Des objets de 0.5 cm de diamètre ont pu être localisés et la résolution du système a été évaluée à 20% du diamètre du bassin. Toutefois, la reconstruction d'images en temps réel était impossible dû à la durée des acquisitions et à la commutation manuelle des bobines.

Chapitre 2

Le problème direct en TIE-CI

2.1 Définition du problème direct

En tomographie d'impédance électrique par courants induits, l'application de champs magnétiques externes variables dans le temps induit des courants dans le milieu sous étude. Le problème direct consiste à obtenir les différences de potentiel aux électrodes périphériques suite à la circulation de ces courants pour une distribution de conductivité donnée. L'expression analytique du champ magnétique d'excitation est connue, de même que la position des électrodes et la forme du milieu.

La résolution du problème direct est à la base du processus de reconstruction d'images en TIE-CI, car il modélise le comportement du tomographe lors de la prise des mesures. Il nous servira, au chapitre 3, à modéliser l'influence de la distribution de conductivité interne du milieu sur les mesures de potentiel électrique prises en périphérie.

2.2 Modèle mathématique du problème direct

2.2.1 Équations de Maxwell

Afin d'exprimer la valeur du potentiel électrique apparaissant aux électrodes en fonction de l'excitation d'une des bobines du tomographe, nous partons des équations de Maxwell qui sont données par:

$$\nabla \cdot \vec{D} = \rho \tag{2.1}$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0 \tag{2.2}$$

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \tag{2.3}$$

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{J}_c + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \tag{2.4}$$

Avec aussi:

$$\vec{D} = \epsilon \vec{E} \tag{2.5}$$

$$\vec{J}_c = \sigma \vec{E} \tag{2.6}$$

$$\vec{B} = \mu \vec{H} \tag{2.7}$$

Où $\vec{D}$ est le vecteur déplacement électrique, $\vec{B}$ la densité de flux magnétique, $\vec{E}$ le champ électrique, $\vec{H}$ le champ magnétique et $\vec{J}_c$ la densité de courant de conduction. ρ est la densité volumique de charge, σ la conductivité du milieu, et enfin μ et ϵ sont respectivement la perméabilité et la permittivité du milieu.

Tableau 2.1: Ratio des courants de déplacement et de conduction pour divers tissus biologiques à différentes fréquences, tiré de Gençer *et al.*[6]

Tissus	Fréquences						
	10 Hz	100 Hz	1 kHz	10 kHz	50 kHz	100 kHz	150 kHz
Poumon	0.15	0.025	0.05	0.14	0.422	-	-
Tissus adipeux	-	0.1	0.03	0.15	0.020	0.015	0.19
Foie	0.20	0.035	0.06	0.20	0.331	0.529	0.579
Myocarde	0.10	0.04	0.15	0.32	-	-	-
Muscle	0.0069	0.0153	0.0556	-	0.036	0.190	0.215
Os	-	-	0.008	0.053	0.151	0.107	0.133
Rein	-	-	-	-	0.309	0.385	0.402

2.2.2 Hypothèses

Avant de formuler le modèle mathématique du système, il convient tout d'abord de poser les hypothèses simplificatrices suivantes:

1- *Dans la quatrième équation de Maxwell, on suppose que le courant de déplacement est négligeable par rapport au courant de conduction.* Gençer *et al.*[6] ont calculé le ratio entre les courants de déplacement et de conduction pour divers tissus biologiques (tableau 2.1). À l'exception de quelques tissus comme le foie, les reins et les poumons, le courant de déplacement a une très faible amplitude comparativement à la densité de courant de conduction dans le milieu à une fréquence inférieure à 100 kHz.

Avec cette approximation, la densité de courant induite par le champ magnétique alternatif de la bobine est entièrement due à la conduction de charges électriques:

$$\nabla \times \vec{H} \;=\; \vec{J} \approx \vec{J}_c = \sigma \vec{E} \tag{2.8}$$

Puisque la divergence d'un rotationnel est nulle, on retrouve la loi de conservation

de la charge:

$$\nabla \cdot (\vec{\nabla} \times \vec{H}) \;=\; \vec{\nabla} \cdot \vec{J} = 0 \tag{2.9}$$

L'équation 2.9 nous indique que la charge électrique à l'intérieur du milieu sous étude demeure constante; il n'y a donc pas de courant électrique qui y entre ou qui en sort. Ceci force le parcours des courants dans le milieu à être de type circulaire. Ainsi, à la frontière du milieu, toutes les lignes de courant sont tangentielles à la surface.

2- *Le problème physique est quasi-statique.*

On suppose qu'il n'y a pas de propagation d'ondes électromagnétiques dans le milieu sous étude. Comme la longueur d'onde à une fréquence de 50 kHz est de 6000 m, il est justifié de négliger les effets de la variation spatiale des champs lorsque la distance d'observation n'est que de quelques dizaines de centimètres (le corps humain).

3- *Le potentiel vecteur total $\vec{A}$ est approximativement égal au potentiel vecteur primaire $\vec{A}_p$ qui existe en l'absence d'objet conducteur.*

Dans les développements suivants, nous supposerons que $\vec{A} = \vec{A}_p$. De ce fait, on considère la contribution des courants induits au potentiel vecteur total comme étant négligeable devant le potentiel vecteur généré par la bobine d'excitation. Ceci n'introduit pas une grande erreur car le ratio entre le champ magnétique primaire et le champ magnétique induit est d'environ 20000:1. Une validation détaillée de cette hypothèse est donnée à l'annexe "C" de l'article de Gencer *et al.*[4].

2.2.3 Équation différentielle principale du problème direct

Considérons le milieu Ω montré à la figure 2.1, placé dans un champ magnétique variant dans le temps. Les hypothèses de la section précédente nous permettent de formuler le modèle mathématique pour le problème direct régissant ce système. Afin de calculer les différences de potentiel à la surface du milieu, il faut trouver l'expression pour les courants qui y sont induits dû à l'excitation d'une des bobines externes. Pour faciliter le calcul du champ électrique $\vec{E}$ générateur de ces courants, nous utiliserons le potentiel vecteur magnétique. Ce dernier est relié à la densité de flux magnétique par:

$$\vec{B} = \nabla \times \vec{A} \tag{2.10}$$

Pour une bobine donnée, la valeur du potentiel vecteur magnétique $\vec{A}$ est calculée analytiquement et est connue en tous points de l'espace. Les détails de ce calcul sont donnés à l'annexe A.

En se servant de l'équation 2.10 dans la troisième équation de Maxwell, on obtient:

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = -\nabla \times \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \tag{2.11}$$

Donc,

$$\nabla \times \left(\vec{E} + \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \right) = 0 \tag{2.12}$$

Puisque le rotationnel du gradient d'une fonction scalaire est nul, nous pouvons

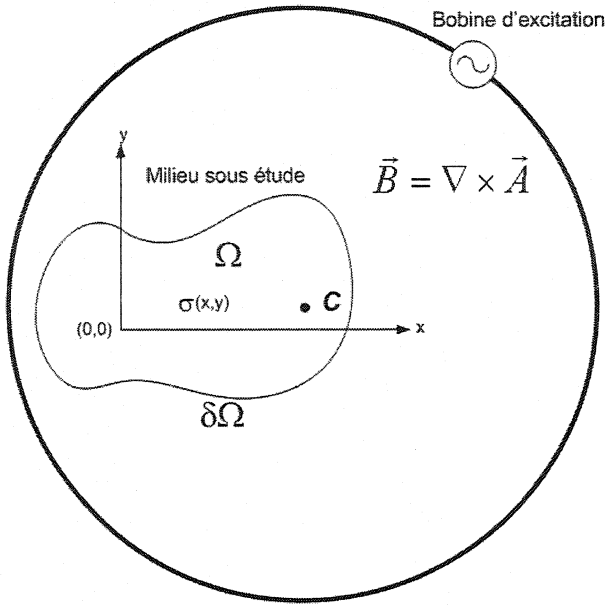


Figure 2.1: Le milieu Ω dont on cherche à imager la distribution de conductivité $\sigma(x, y)$ est entouré d'une bobine d'excitation portant un courant alternatif $I = I_0 cos\omega t$.

écrire:

$$\vec{E} + \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} = -\nabla\phi \tag{2.13}$$

On trouve donc le champ électrique total $\vec{E}$ auquel est soumis le milieu lors de l'excitation d'une des bobines circulaires:

$$\vec{E} = -\nabla\phi - \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \tag{2.14}$$

Où ϕ est le potentiel électrique scalaire et $\vec{A}$ représente le potentiel vecteur magnétique généré par l'excitation d'une des bobines. La composante $-\nabla\phi$ résulte de l'accumulation de charges sur la frontière du milieu $\partial\Omega$ (afin d'annuler la composante normale de $\frac{\partial \vec{A}}{\partial t}$ à la frontière) ainsi qu'à la frontière des discontinuités de conductivité (où $\nabla\sigma(x, y) \neq 0$). La composante $-\frac{\partial \vec{A}}{\partial t}$ désigne la variation du potentiel vecteur magnétique générée par la circulation d'un courant alternatif dans la bobine.

La densité de courant électrique totale générée par ce champ électrique est alors donnée par:

$$\vec{J} = \sigma \left(-\nabla\phi - \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \right) \tag{2.15}$$

Puisqu'il n'y a pas d'injection de charges externes dans le milieu (la quantité de charge totale est conservée), $\nabla \cdot \vec{J} = 0$, et on obtient l'équation différentielle principale en tomographie d'impédance électrique par courants induits:

$$\nabla \cdot \sigma \left(-\nabla\phi - \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \right) = 0 \tag{2.16}$$

Cette équation relie la distribution de conductivité σ, le potentiel vecteur magnétique $\vec{A}$ généré par la bobine ainsi que le potentiel scalaire électrique ϕ qui apparaît alors dans le milieu.

De plus, puisqu'aucun courant n'entre ni ne sort du milieu, les courants sont tangentiels à la surface et on obtient la condition frontière suivante:

$$\hat{n} \cdot \vec{J} = 0 \tag{2.17}$$

Où $\hat{n}$ est le vecteur normal à la surface du milieu conducteur, et $\vec{J}$ est la densité de courant induite dans le milieu.

En se servant de l'équation 2.15, on peut réécrire cette condition frontière comme:

$$\hat{n} \cdot \sigma \left(-\nabla\phi - \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \right) = 0 \tag{2.18}$$

Il apparaît donc une densité de charges surfaciques qui crée un champ électrique s'opposant au terme normal de $\frac{\partial \vec{A}}{\partial t}$, annulant de ce fait la densité de courant normale à la surface en tous points de la frontière du milieu:

$$\hat{n} \cdot \nabla \phi = -\hat{n} \cdot \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \tag{2.19}$$

2.3 Formulation variationelle de l'équation différentielle principale

La formulation variationelle de l'équation différentielle principale permet d'obtenir une expression explicite de la puissance totale dans le milieu. La formulation intégrale de l'équation 2.16 s'écrit [19]:

$$\oint_{\Omega} \left(\nabla \cdot \sigma \left(-\nabla \phi - \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \right) \right) \cdot \omega ds = 0 \tag{2.20}$$

Où ω est une fonction de pondération arbitraire définie sur le domaine Ω.

En utilisant l'identité suivante,

$$\nabla \cdot (\omega \nabla u) = \nabla \omega \cdot \nabla u + (\nabla \cdot \nabla u)\omega \tag{2.21}$$

On peut écrire l'équation 2.20 comme:

$$\begin{aligned} &\oint_{\Omega} \nabla \omega \cdot \sigma \left(-\nabla \phi - \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \right) ds \\ &- \oint_{\Omega} \nabla \cdot \left(\omega \sigma \left(-\nabla \phi - \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \right) \right) ds = 0 \end{aligned} \tag{2.22}$$

Qui donne, en utilisant le théorème de la divergence:

$$\oint_{\Omega} \nabla\omega \cdot \sigma \left(-\nabla\phi - \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \right) ds \tag{2.23}$$
$$- \oint_{\Gamma_S} \omega\sigma \left(-\nabla\phi - \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \right) \cdot \hat{n} d\Gamma_S = 0$$

Où, de la condition frontière 2.18:

$$\hat{n} \cdot \sigma \left(-\nabla\phi - \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \right) = 0 \tag{2.24}$$

Alors,

$$\oint_{\Omega} \sigma \nabla\phi \cdot \nabla\omega ds = - \oint_{\Omega} \sigma \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \cdot \nabla\omega ds \tag{2.25}$$

Cette équation est la formulation variationnelle de l'équation différentielle principale 2.16. Elle offre l'avantage d'introduire la condition frontière 2.18. Cette équation est aussi appelée formulation faible (*Weak Formulation*).

2.4 Résolution du problème direct par la méthode des éléments finis

Tel que mentionné précédemment, la résolution du problème direct consiste à obtenir les différences de potentiel électrique aux électrodes pour une distribution de conductivité donnée, la valeur du potentiel vecteur magnétique étant connue en tous points de l'espace. De même, la valeur du potentiel électrique ϕ dans le milieu est fournie par l'équation différentielle principale du problème direct 2.16. Celle-ci tient compte de la condition frontière 2.18.

Toutefois, une solution analytique de cette équation ne peut être trouvée que pour des géométries très simples. Nous utiliserons donc la méthode des éléments finis pour résoudre de façon approximative les équations 2.16 et 2.18.

2.4.1 L'approche de la méthode des éléments finis

Plutôt que de résoudre l'équation différentielle directement, la méthode par éléments finis tire profit du principe physique qui veut que la distribution de potentiel dans le milieu minimise l'énergie totale du système. Comme le démontre Silvester [17], la résolution de l'équation différentielle principale sous forme variationnelle 2.25 équivaut à la minimisation de la fonctionnelle d'énergie suivante:

$$W(\phi) = \frac{1}{2}\oint_S \sigma \nabla\phi \cdot \nabla\phi \, dS - \oint_S \sigma \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \cdot \nabla\phi \, dS \tag{2.26}$$

Où l'intégration est effectuée sur tout le domaine.

La minimisation de cette fonctionnelle d'énergie est équivalente à la solution de la formulation variationelle 2.25, au sens où une distribution du potentiel scalaire ϕ qui satisfait le principe de minimisation de l'énergie est aussi une solution de l'équation différentielle principale.

2.4.2 Fonctions d'approximation du premier ordre

La résolution du problème à l'aide de la méthode des éléments finis commence par une discrétisation en éléments du domaine sur lequel on cherche une solution. Les

éléments qui sont utilisés dans le cadre de ce projet sont des éléments triangulaires sur lesquels la conductivité est supposée constante, et où les fonctions d'approximation utilisées sont du premier ordre.

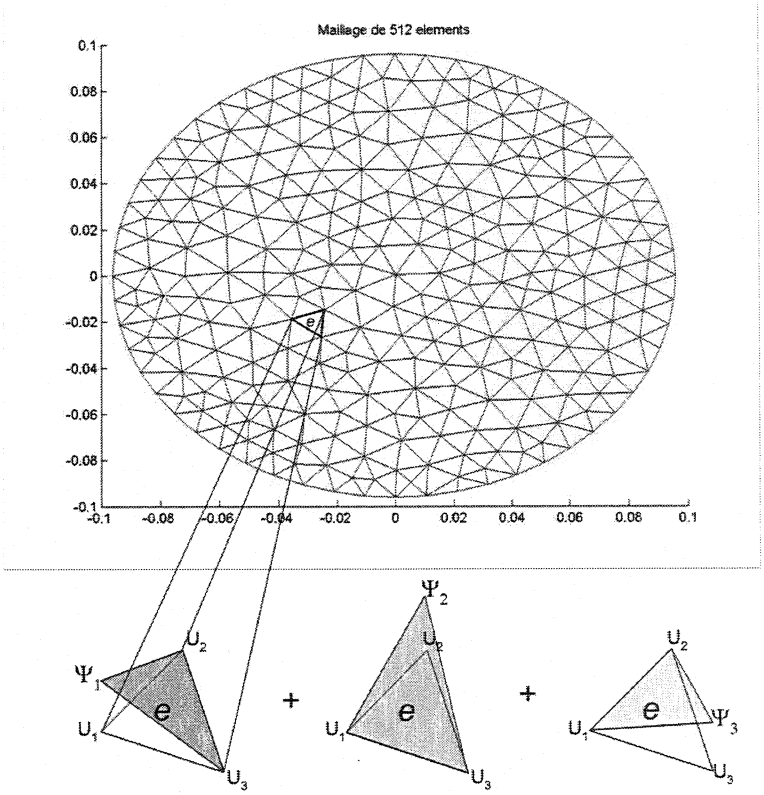


Figure 2.2: Le milieu à imager est discrétisé en éléments triangulaires sur lesquels sont définis les fonctions d'interpolation.

La solution pour le potentiel scalaire ϕ est d'abord approximée pour chaque élément individuellement à partir de fonctions d'interpolation. Les éléments sont ensuite assemblés en forçant le potentiel scalaire à être continu à la frontière des éléments adjacents.

Sur un élément e quelconque, nous supposons que le potentiel scalaire peut être

représenté par l'expression suivante:

$$U(x,y) = ax + by + c \tag{2.27}$$

Ainsi, la solution réelle de ϕ dans le plan $x-y$ est remplacée par une solution linéaire par morceau $U(x,y)$.

La valeur des trois coefficients a, b, c de l'équation 2.27 sont obtenus à partir des trois équations linéaires décrivant le potentiel scalaire à chaque noeud de l'élément e:

$$\left.\begin{aligned} U_1 &= ax_1 + by_1 + c \\ U_2 &= ax_2 + by_2 + c \\ U_3 &= ax_3 + by_3 + c \end{aligned}\right\} \Leftrightarrow \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} \tag{2.28}$$

Le déterminant de la matrice de coefficients est égale au double de la surface de l'élément triangulaire (on s'en aperçoit en faisant l'expansion du déterminant de cette matrice). Aussi, avec les valeurs de a, b, c obtenues par la résolution de 2.28, on peut réécrire 2.27 comme:

$$U(x,y) = \begin{bmatrix} x & y & 1 \end{bmatrix} \underbrace{\begin{bmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \end{bmatrix}}_{\begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix}} \tag{2.29}$$

Que l'on écrit de façon abrégée comme:

$$U(x,y) = \sum_{i=1}^{3} U_i \Psi_i(x,y) \tag{2.30}$$

On a ainsi défini un ensemble de trois fonctions d'interpolation $\Psi_i(x,y)$ sur l'élément triangulaire, fonctions qui permettent d'approximer la valeur du potentiel scalaire ϕ en tous points de l'élément à partir des valeurs de potentiel à ses trois noeuds. Notons que les fonctions $\Psi(x,y)$ s'annulent à tous les noeuds sauf un, où elles sont unitaires:

$$\Psi_i(x_j,y_j) = \begin{cases} 0 & i \neq j \\ 1 & i = j \end{cases} \tag{2.31}$$

2.4.3 Minimisation de l'énergie sur un élément

On peut maintenant déterminer l'énergie totale d'un élément triangulaire à partir de l'équation 2.26, dans la base des fonctions d'interpolation, la région d'intégration étant l'élément e lui-même:

$$W^{(e)} = \frac{1}{2} \oint_{S_e} \sigma_e \nabla U \cdot \nabla U dS_e - \oint_{S_e} \sigma_e \frac{\partial \vec{A}_e}{\partial t} \cdot \nabla U dS_e \tag{2.32}$$

En explicitant dans la base des fonctions d'interpolation,

$$\begin{aligned} W^{(e)} &= \frac{1}{2} \oint_{S_e} \sigma_e \sum_{i=1}^{3} U_i \nabla \Psi_i \cdot \sum_{j=1}^{3} U_j \nabla \Psi_j \, dS_e \\ &\quad - \oint_{S_e} \sigma_e \frac{\partial \vec{A}_e}{\partial t} \cdot \sum_{i=1}^{3} U_i \nabla \Psi_i \, dS_e \end{aligned} \tag{2.33}$$

Puisque $\frac{\partial}{\partial x}\hat{i} \cdot \frac{\partial}{\partial y}\hat{j} = 0$, on trouve:

$$W^{(e)} = \frac{1}{2}\oint_{S_e} \sigma_e \left(\sum_{i=1}^{3} U_i \frac{\partial \Psi_i}{\partial x}\right)^2 dS_e + \frac{1}{2}\oint_{S_e} \sigma_e \left(\sum_{i=1}^{3} U_i \frac{\partial \Psi_i}{\partial y}\right)^2 dS_e - \oint_{S_e} \sigma_e \frac{\partial \vec{A}_e}{\partial t} \cdot \sum_{i=1}^{3} U_i \nabla \Psi_i \, dS_e \tag{2.34}$$

Les potentiels scalaires U_1, U_2, U_3 aux trois noeuds de l'élément e sont obtenus en minimisant l'énergie $W^{(e)}$. Comme le montre Gagnon [20], ceci revient à minimiser 2.34 par rapport à U_1, U_2 et U_3:

$$\frac{\partial W^{(e)}}{\partial U_1} = \oint_{S_e} \sigma_e \left(\sum_{i=1}^{3} U_i \frac{\partial \Psi_i}{\partial x}\right) \frac{\partial \Psi_1}{\partial x} \, dS_e + \oint_{S_e} \sigma_e \left(\sum_{i=1}^{3} U_i \frac{\partial \Psi_i}{\partial y}\right) \frac{\partial \Psi_1}{\partial y} \, dS_e - \oint_{S_e} \sigma_e \frac{\partial \vec{A}_e}{\partial t} \cdot \nabla \Psi_1 \, dS_e = 0 \tag{2.35}$$

$$\frac{\partial W^{(e)}}{\partial U_2} = \oint_{S_e} \sigma_e \left(\sum_{i=1}^{3} U_i \frac{\partial \Psi_i}{\partial x}\right) \frac{\partial \Psi_2}{\partial x} \, dS_e + \oint_{S_e} \sigma_e \left(\sum_{i=1}^{3} U_i \frac{\partial \Psi_i}{\partial y}\right) \frac{\partial \Psi_2}{\partial y} \, dS_e - \sigma_e \oint_{S_e} \frac{\partial \vec{A}_e}{\partial t} \cdot \nabla \Psi_2 \, dS_e = 0 \tag{2.36}$$

$$\frac{\partial W^{(e)}}{\partial U_3} = \oint_{S_e} \sigma_e \left(\sum_{i=1}^{3} U_i \frac{\partial \Psi_i}{\partial x}\right) \frac{\partial \Psi_3}{\partial x} \, dS_e + \oint_{S_e} \sigma_e \left(\sum_{i=1}^{3} U_i \frac{\partial \Psi_i}{\partial y}\right) \frac{\partial \Psi_3}{\partial y} \, dS_e - \oint_{S_e} \sigma_e \frac{\partial \vec{A}_e}{\partial t} \cdot \nabla \Psi_3 \, dS_e = 0 \tag{2.37}$$

Donc,

$$\sum_{i=1}^{3} U_i \oint_{S_e} \sigma_e \left(\frac{\partial \Psi_i}{\partial x}\frac{\partial \Psi_1}{\partial x} + \frac{\partial \Psi_i}{\partial y}\frac{\partial \Psi_1}{\partial y}\right) dS_e = \oint_{S_e} \sigma_e \left(\frac{\partial A_{\phi x}}{\partial t}\frac{\partial \Psi_1}{\partial x} + \frac{\partial A_{\phi y}}{\partial t}\frac{\partial \Psi_1}{\partial y}\right) dS_e$$

$$\sum_{i=1}^{3} U_i \oint_{S_e} \sigma_e \left(\frac{\partial \Psi_i}{\partial x}\frac{\partial \Psi_2}{\partial x} + \frac{\partial \Psi_i}{\partial y}\frac{\partial \Psi_2}{\partial y}\right) dS_e = \oint_{S_e} \sigma_e \left(\frac{\partial A_{\phi x}}{\partial t}\frac{\partial \Psi_2}{\partial x} + \frac{\partial A_{\phi y}}{\partial t}\frac{\partial \Psi_2}{\partial y}\right) dS_e$$

$$\sum_{i=1}^{3} U_i \oint_{S_e} \sigma_e \left(\frac{\partial \Psi_i}{\partial x}\frac{\partial \Psi_3}{\partial x} + \frac{\partial \Psi_i}{\partial y}\frac{\partial \Psi_3}{\partial y}\right) dS_e = \oint_{S_e} \sigma_e \left(\frac{\partial A_{\phi x}}{\partial t}\frac{\partial \Psi_3}{\partial x} + \frac{\partial A_{\phi y}}{\partial t}\frac{\partial \Psi_3}{\partial y}\right) dS_e$$

Où les composantes en x et y du potentiel vecteur magnétique sont déterminées analytiquement par les équations A.10 et A.11. Ce système d'équations, pour l'élément e, peut être écrit sous forme matricielle compacte comme:

$$\underbrace{\begin{bmatrix} a_{11}^e & a_{12}^e & a_{13}^e \\ a_{21}^e & a_{22}^e & a_{23}^e \\ a_{31}^e & a_{32}^e & a_{33}^e \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_1^e \\ U_2^e \\ U_3^e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_1^e \\ L_2^e \\ L_3^e \end{bmatrix}}_{\boldsymbol{A}^e\boldsymbol{U}^e=\boldsymbol{L}^e} \tag{2.38}$$

Où

$$a_{ij}^e = \oint_{S_e} \sigma_e \left(\frac{\partial \Psi_i}{\partial x}\frac{\partial \Psi_j}{\partial x} + \frac{\partial \Psi_i}{\partial y}\frac{\partial \Psi_j}{\partial y} \right) dS_e \tag{2.39}$$

$$l_i^e = \oint_{S_e} \sigma_e \left(\frac{\partial A_{\phi x}}{\partial t}\frac{\partial \Psi_i}{\partial x} + \frac{\partial A_{\phi y}}{\partial t}\frac{\partial \Psi_i}{\partial y} \right) dS_e \tag{2.40}$$

Dans l'équation 2.38, la matrice $\boldsymbol{A}^e$ est la matrice de rigidité élémentaire de l'élément e, et la matrice $\boldsymbol{L}^e$ est la matrice d'excitation élémentaire (due au champ magnétique variable dans le temps) sur l'élément e. La matrice $\boldsymbol{U}^e$ contient le potentiel scalaire recherché, défini aux trois noeuds de l'élément.

2.4.4 Assemblage du système global

Pour résoudre le problème direct sur le milieu en entier, l'équation matricielle obtenue précédemment doit être résolue pour tous les éléments simultanément. Les matrices élémentaires de chaque élément sont assemblées pour former ce qui est appelé le système global. Lors de l'assemblage des matrices élémentaires, la continuité de la solution pour le potentiel scalaire est assurée en forçant les noeuds communs à plusieurs éléments à prendre la même valeur de potentiel. Pour une description

détaillée du processus d'assemblage des matrices élémentaires, se référer à Gagnon [20] et Fortin [19] .

Le système global ainsi formé a la forme suivante:

$$\boldsymbol{A}\,\boldsymbol{U} = \boldsymbol{L} \tag{2.41}$$

Pour ce système à N noeuds, $\boldsymbol{A}$ est la matrice de rigidité du système global de taille $N \times N$, $\boldsymbol{L}$ est la matrice d'excitation du système global, de taille $N \times 1$. La matrice $\boldsymbol{U}$, également de taille $N \times 1$, contient le potentiel scalaire recherché, défini à tous les noeuds du maillage.

2.4.5 Solution pour le potentiel scalaire

Pour obtenir une solution pour le potentiel scalaire dans le milieu, un noeud de référence (ou point de masse) doit être assigné, sans quoi le système 2.41 ne peut être inversé. Par choix, on fixe le potentiel du noeud central C du maillage à $U_C = 0V$. La C^e ligne et la C^e colonne de la matrice de rigidité globale $\boldsymbol{A}$ sont alors remplacées par des zéros, à l'exception de l'élément diagonal qui devient alors unitaire. La C^e

ligne de la matrice d'excitation $\boldsymbol{L}$ est également remplacée par un zéro.

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & \dots & a_{1N} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & \dots & a_{2N} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & 1 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{N1} & a_{N2} & \dots & \dots & a_{NN} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ \dots \\ U_C \\ \dots \\ U_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_1 \\ L_2 \\ \dots \\ 0 \\ \dots \\ L_N \end{bmatrix} \tag{2.42}$$

La valeur du potentiel scalaire à tous les noeuds du maillage, pour une bobine donnée, est alors fournie par l'équation 2.43:

$$\boldsymbol{U} = \boldsymbol{A}^{-1}\,\boldsymbol{L} \tag{2.43}$$

Lors de la minimisation de l'énergie des systèmes élémentaires, nous avons supposé que la variation du potentiel scalaire sur chaque élément avait une forme particulière, celle des fonctions d'interpolation. La solution pour le potentiel scalaire 2.43 est donc définie partout dans le milieu qui a été discrétisé, et non pas uniquement aux noeuds reliant les éléments du maillage.

Chapitre 3

Le problème inverse en TIE-CI

3.1 Définition du problème inverse

L'objectif de la tomographie d'impédance électrique par courants induits est de fournir des images en coupe de la distribution de conductivité interne du corps de façon non effractive. Comme nous l'avons vu au chapitre 2 lors de la résolution du problème direct, le potentiel électrique qui apparaît dans le milieu lors de l'application de champs magnétiques alternatifs est porteur d'information sur cette distribution de conductivité interne. Par la résolution du problème inverse, nous chercherons donc à estimer cette distribution de conductivité à partir des mesures de potentiel électrique prises aux électrodes.

En TIE, on rencontre deux approches générales de reconstruction d'images: l'imagerie statique et l'imagerie dynamique. L'objectif des algorithmes d'imagerie statique est d'estimer la distribution de conductivité d'un milieu à partir de mesures instantannées du potentiel électrique. Toutefois, leur sensibilité aux erreurs de mesure et au bruit les rend inutilisables en TIE-CI compte tenu de l'induction magnétique parasite

des bobines.

L'autre approche de reconstruction, appelée imagerie dynamique, permet d'obtenir des images de variations de la distribution de conductivité interne du milieu par rapport à un instant de référence. Étant donnée la nature difficilement prévisible des potentiels induits dans le système de mesure par les bobines externes, l'imagerie dynamique est la méthode de choix en TIE-CI. Ainsi, chaque nouvelle trame de mesures prises par le système de TIE-CI est soustraite d'une trame de référence, correspondant souvent à un milieu homogène, afin d'obtenir les variations du potentiel périphérique suite à une perturbation de la distribution de conductivité interne. On élimine ainsi le bruit inductif commun aux deux trames, celui-ci dépendant uniquement de l'arrangement spatial du sytème de mesure et des câbles d'électrodes.

L'algorithme d'imagerie dynamique utilisé dans ce projet est basé sur la relation existant entre une perturbation dans la distribution de conductivité interne et son effet sur l'amplitude du potentiel scalaire aux électrodes. Cette relation est contenue dans la matrice de sensibilité du système, qui sera définie dans la prochaine section.

3.2 Matrice de sensibilité

La résolution du problème direct sous forme matricielle 2.42 nous fournit une expression pour le potentiel scalaire mesuré aux électrodes en fonction de la géométrie du milieu et du champ magnétique externe appliqué, pour une distribution de conductivité donnée:

$$\boldsymbol{U} = \boldsymbol{A}^{-1}\,\boldsymbol{L} \tag{3.1}$$

L'inversion de la matrice de rigidité $\boldsymbol{A}(\boldsymbol{\sigma})$ rend non linéaire la dépendance du potentiel scalaire sur la distribution de conductivité interne.

Afin de faire ressortir de façon explicite la dépendance du potentiel scalaire sur la distribution de conductivité interne du milieu, nous ferons ici le développement du potentiel scalaire en série de Taylor autour d'une distribution de conductivité homogène $\boldsymbol{\sigma}_h$ (menant aux mesures de potentiel scalaire $\boldsymbol{U}_h$):

$$\boldsymbol{U} = \sum_{n=0}^{\infty} \left. \frac{\partial^n \boldsymbol{U}}{\partial \boldsymbol{\sigma}^n} \right|_{\boldsymbol{\sigma}=\boldsymbol{\sigma}_h} \frac{(\boldsymbol{\sigma} - \boldsymbol{\sigma}_h)}{n!} \tag{3.2}$$

Pour de faibles variations de la distribution de conductivité interne du milieu par rapport à une distribution de conductivité homogène, nous ne gardons que les termes linéaires en $\boldsymbol{\sigma}$ dans 3.2:

$$\boldsymbol{U} \approx \boldsymbol{U}(\boldsymbol{\sigma}_h) + \left. \frac{\partial \boldsymbol{U}}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \right|_{\boldsymbol{\sigma}=\boldsymbol{\sigma}_h} (\boldsymbol{\sigma} - \boldsymbol{\sigma}_h) \tag{3.3}$$

Grâce à l'équation 3.1 obtenue à l'aide du problème direct, on obtient:

$$\boldsymbol{U} \approx \boldsymbol{U}_h + \left. \frac{\partial (\boldsymbol{A}^{-1}\, \boldsymbol{L})}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \right|_{\boldsymbol{\sigma}=\boldsymbol{\sigma}_h} (\boldsymbol{\sigma} - \boldsymbol{\sigma}_h) \tag{3.4}$$

Donc,

$$\Delta \boldsymbol{U} \approx \underbrace{\left. \frac{\partial (\boldsymbol{A}^{-1}\, \boldsymbol{L})}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \right|_{\boldsymbol{\sigma}=\boldsymbol{\sigma}_h}}_{\boldsymbol{S}} \Delta \boldsymbol{\sigma} \tag{3.5}$$

La matrice $\boldsymbol{S}$ est appelée *matrice de sensibilité* du système. Elle relie de faibles perturbations dans la distribution interne de conductivité électrique à leur effet sur

les mesures de potentiel scalaire prises en surface. Elle est donc définie par:

$$\boldsymbol{S} = \left. \frac{\partial(\boldsymbol{A}^{-1}\,\boldsymbol{L})}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \right|_{\boldsymbol{\sigma}=\boldsymbol{\sigma}_h} \tag{3.6}$$

Puisque les matrices $\boldsymbol{A}^{-1}$ et $\boldsymbol{L}$ dépendent toutes les deux de $\boldsymbol{\sigma}$, on a:

$$\boldsymbol{S} = \left[\frac{\partial(\boldsymbol{A}^{-1})}{\partial \boldsymbol{\sigma}}\,\boldsymbol{L} + \boldsymbol{A}^{-1} \frac{\partial \boldsymbol{L}}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \right]_{\boldsymbol{\sigma}=\boldsymbol{\sigma}_h} \tag{3.7}$$

Pour éviter d'avoir à calculer la dérivée plutôt complexe de $\boldsymbol{A}^{-1}$ par rapport à $\boldsymbol{\sigma}$, nous exprimerons cette dérivée en termes de $\boldsymbol{A}(\boldsymbol{\sigma})$ grâce à la relation suivante, où $\boldsymbol{I}$ est la matrice identité [20]:

$$\frac{\partial \boldsymbol{I}}{\partial \boldsymbol{\sigma}} = \frac{\partial(\boldsymbol{A}^{-1}\boldsymbol{A})}{\partial \boldsymbol{\sigma}} = \frac{\partial(\boldsymbol{A}^{-1})}{\partial \boldsymbol{\sigma}}\,\boldsymbol{A} + \boldsymbol{A}^{-1}\,\frac{\partial \boldsymbol{A}}{\partial \boldsymbol{\sigma}} = 0 \tag{3.8}$$

D'où on trouve:

$$\frac{\partial(\boldsymbol{A}^{-1})}{\partial \boldsymbol{\sigma}} = -\boldsymbol{A}^{-1}\,\frac{\partial \boldsymbol{A}}{\partial \boldsymbol{\sigma}}\,\boldsymbol{A}^{-1} \tag{3.9}$$

On peut alors réécrire l'expression pour la matrice de sensibilité 3.6 comme:

$$\boldsymbol{S} = \left[-\boldsymbol{A}^{-1}\,\frac{\partial \boldsymbol{A}}{\partial \boldsymbol{\sigma}}\,\boldsymbol{A}^{-1}\,\boldsymbol{L} + \boldsymbol{A}^{-1} \frac{\partial \boldsymbol{L}}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \right]_{\boldsymbol{\sigma}=\boldsymbol{\sigma}_h} \tag{3.10}$$

Pour compléter le calcul de la matrice de sensibilité, il faut donc connaître les dérivées des matrices de rigidité $\boldsymbol{A}$ et d'excitation $\boldsymbol{L}$ par rapport au vecteur de conductivité $\boldsymbol{\sigma}$.

Lors de l'assemblage des matrices de rigidité $\boldsymbol{A}$ et d'excitation $\boldsymbol{L}$, nous avons fait la somme des contributions de tous les éléments du maillage au système global. Puisque l'opérateur dérivée est distributif sur l'addition, nous pouvons répéter le même processus d'assemblage avec les dérivées des matrices de rigidité et d'excitation

élémentaires. Le calcul de ces dérivées sur l'élément arbitraire e s'obtient aisément à partir des expressions 2.39 et 2.40 qui définissent la contribution de l'élément e aux matrices $\boldsymbol{A}$ et $\boldsymbol{L}$:

$$\frac{\partial a_{ij}^e}{\partial \boldsymbol{\sigma}} = \frac{\partial}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \oint_{S_e} \sigma_e \left(\frac{\partial \Psi_i}{\partial x}\frac{\partial \Psi_j}{\partial x} + \frac{\partial \Psi_i}{\partial y}\frac{\partial \Psi_j}{\partial y} \right) dS_e \tag{3.11}$$

$$\frac{\partial l_i^e}{\partial \boldsymbol{\sigma}} = \frac{\partial}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \oint_{S_e} \sigma_e \left(\frac{\partial A_{\phi x}}{\partial t}\frac{\partial \Psi_i}{\partial x} + \frac{\partial A_{\phi y}}{\partial t}\frac{\partial \Psi_i}{\partial y} \right) dS_e \tag{3.12}$$

Ces dérivées sont nulles pour tous les éléments de $\boldsymbol{\sigma}$, sauf pour celui correspondant à la conductivité de l'élément e, où ces dérivées valent:

$$\frac{\partial a_{ij}^e}{\partial \sigma_e} = \oint_{S_e} \left(\frac{\partial \Psi_i}{\partial x}\frac{\partial \Psi_j}{\partial x} + \frac{\partial \Psi_i}{\partial y}\frac{\partial \Psi_j}{\partial y} \right) dS_e \tag{3.13}$$

$$\frac{\partial l_i^e}{\partial \sigma_e} = \oint_{S_e} \left(\frac{\partial A_{\phi x}}{\partial t}\frac{\partial \Psi_i}{\partial x} + \frac{\partial A_{\phi y}}{\partial t}\frac{\partial \Psi_i}{\partial y} \right) dS_e \tag{3.14}$$

Nous avons donc le système suivant:

$$\Delta \boldsymbol{U} = \boldsymbol{S}\, \Delta \boldsymbol{\sigma} \tag{3.15}$$

Le vecteur $\Delta \boldsymbol{U}$ contient les variations de potentiel périphérique pour les 8 bobines et la matrice $\Delta \boldsymbol{\sigma}$ contient les variations de conductivité de chacun des éléments du maillage. La matrice de sensibilité $\boldsymbol{S}$, dont le nombre de lignes correspond au nombre de mesures et le nombre de colonnes au nombre d'éléments du maillage, établit la relation linéaire reliant les faibles variations dans la distribution de conductivité interne à leur influence sur les mesures de potentiel scalaire aux électrodes.

3.3 Estimation des variations de conductivité

La méthode des éléments finis (FEM) nous a permis de trouver la matrice de sensibilité $\boldsymbol{S}$ qui modélise le problème direct linéarisé en ne gardant que les termes de premier ordre. Il nous faut donc, à partir des observations $\Delta\boldsymbol{\phi}$, retrouver la distribution de conductivité $\Delta\boldsymbol{\sigma}$ qui a mené aux différences de potentiel mesurées. Comme le nombre de mesures de variations de potentiel est, en général, inférieur au nombre d'éléments dont on cherche à déterminer la conductivité, la matrice de sensibilité n'est pas carrée. Il est donc impossible de l'inverser directement pour retrouver les variations de conductivité interne. Cette section traite donc de l'estimation de $\Delta\boldsymbol{\sigma}$, dont l'estimateur est notée $\Delta\hat{\boldsymbol{\sigma}}$, à partir des mesures observées $\Delta\boldsymbol{\phi}$.

Cette estimation peut être effectuée en utilisant la méthode des moindres carrés, dont la solution est celle qui minimise la distance quadratique J entre les données réelles $\Delta\boldsymbol{\phi}$ et celles simulées $\boldsymbol{S}\Delta\hat{\boldsymbol{\sigma}}$:

$$J(\Delta\hat{\boldsymbol{\sigma}}) = (\Delta\boldsymbol{\phi} - \boldsymbol{S}\Delta\hat{\boldsymbol{\sigma}})^T(\Delta\boldsymbol{\phi} - \boldsymbol{S}\Delta\hat{\boldsymbol{\sigma}}) \tag{3.16}$$

Que l'on peut réécrire comme:

$$J(\Delta\hat{\boldsymbol{\sigma}}) = \Delta\boldsymbol{\phi}^T\Delta\boldsymbol{\phi} - 2\Delta\boldsymbol{\phi}^T\boldsymbol{S}\Delta\hat{\boldsymbol{\sigma}} + \Delta\hat{\boldsymbol{\sigma}}^T\boldsymbol{S}^T\boldsymbol{S}\Delta\hat{\boldsymbol{\sigma}} \tag{3.17}$$

On obtient l'expression sous forme compacte de $\Delta\hat{\boldsymbol{\sigma}}$ en égalant à 0 la dérivée par rapport à $\Delta\hat{\boldsymbol{\sigma}}$ de $J(\Delta\hat{\boldsymbol{\sigma}})$:

$$\frac{\partial J(\Delta\hat{\boldsymbol{\sigma}})}{\partial\Delta\hat{\boldsymbol{\sigma}}} = \frac{\partial}{\partial\Delta\hat{\boldsymbol{\sigma}}}\left(\Delta\boldsymbol{\phi}^T\Delta\boldsymbol{\phi} - 2\Delta\boldsymbol{\phi}^T\boldsymbol{S}\Delta\hat{\boldsymbol{\sigma}} + \Delta\hat{\boldsymbol{\sigma}}^T\boldsymbol{S}^T\boldsymbol{S}\Delta\hat{\boldsymbol{\sigma}}\right) = 0 \tag{3.18}$$

Or, du calcul vectoriel, si $\boldsymbol{m}$ et $\boldsymbol{b}$ sont deux vecteurs de n x 1 non-nuls et que $\boldsymbol{A}$ est une matrice symétrique de n x n, alors [15]:

$$\begin{aligned} \frac{d}{d\boldsymbol{m}}(\boldsymbol{b}^T\boldsymbol{m}) &= \boldsymbol{b} \\ \frac{d}{d\boldsymbol{m}}(\boldsymbol{m}^T\boldsymbol{A}\boldsymbol{m}) &= 2\boldsymbol{A}\boldsymbol{m} \end{aligned}$$

On trouve donc:

$$\frac{dJ(\Delta\hat{\boldsymbol{\sigma}})}{d\Delta\hat{\boldsymbol{\sigma}}} = -2(\Delta\boldsymbol{\phi}^T\boldsymbol{S})^T + 2\boldsymbol{S}^T\boldsymbol{S}\Delta\hat{\boldsymbol{\sigma}} = 0 \tag{3.19}$$

Alors,

$$\boldsymbol{S}^T\boldsymbol{S}\Delta\hat{\boldsymbol{\sigma}} = \boldsymbol{S}^T\Delta\boldsymbol{\phi} \tag{3.20}$$

Enfin, en supposant que la matrice $\boldsymbol{S}^T\boldsymbol{S}$ est inversible, on obtient l'expression compacte des moindres carrés:

$$\Delta\hat{\boldsymbol{\sigma}} = (\boldsymbol{S}^T\boldsymbol{S})^{-1}\boldsymbol{S}^T\Delta\boldsymbol{\phi} \tag{3.21}$$

Bien que le problème direct en tomographie d'impédance électrique par courants induits soit bien posé (une faible erreur $\Delta\boldsymbol{\sigma}$ mène à une faible erreur $\Delta\boldsymbol{\phi}$ de la solution), le problème inverse lui ne l'est pas. En fait, l'inversion de la matrice $\boldsymbol{S}^T\boldsymbol{S}$ menant au calcul de l'estimateur $\Delta\hat{\boldsymbol{\sigma}}$ est instable et très susceptible au bruit. Une forme de régularisation de l'estimation doit être utilisée afin de palier à cette difficulté, comme par exemple l'ajout d'information *a priori* sur l'objet à estimer.

3.4 Régularisation de la solution

Différentes méthodes de régularisation existent afin de permettre la résolution de problèmes mal posés. La solution des moindres carrés obtenue précédemment 3.21

minimise l'énergie résiduelle entre le modèle direct $\boldsymbol{S}\Delta\boldsymbol{\sigma}$ et les mesures $\Delta\boldsymbol{\phi}$. En ce sens, il fournit une fidélité maximale aux mesures et, dans la majorité des cas, une reconstruction trop bruitée en résulte. Il est possible d'obtenir une solution plus douce en limitant l'éventail des valeurs possibles que peut prendre la distribution de conductivité recherchée. Avec l'introduction dans le système de cette information *a priori*, la fonction de coût prend la forme générale suivante:

$$C(\Delta\boldsymbol{\sigma}) = J_1(\Delta\boldsymbol{\phi}, \boldsymbol{S}\Delta\boldsymbol{\sigma}) + \lambda J_2(\Delta\boldsymbol{\sigma}, \Delta\boldsymbol{\sigma}_{IAP}) \tag{3.22}$$

Une solution régularisée $\Delta\hat{\boldsymbol{\sigma}}$ est donc donnée par :

$$\Delta\hat{\boldsymbol{\sigma}}(\lambda, \Delta\boldsymbol{\phi}) = \arg\min_{\Delta\boldsymbol{\sigma}} \{J_1(\Delta\boldsymbol{\phi}, \boldsymbol{S}\Delta\boldsymbol{\sigma}) + \lambda J_2(\Delta\boldsymbol{\sigma}, \Delta\boldsymbol{\sigma}_{IAP})\} \tag{3.23}$$

Où $\Delta\boldsymbol{\sigma}_{IAP}$ représente l'information *a priori* introduite dans le système.

Les critères de distance J_1 et J_2 représentent respectivement la fidélité aux mesures et à l'information *a priori* introduite dans le système. Le paramètre ajustable λ permet de déterminer le degré de lissage de la solution que l'on désire atteindre. Lorsque le paramètre de régularisation égale 0, la fidélité aux mesures est complète; alors que si $\lambda = \infty$, l'information *a priori* gouverne totalement l'estimation.

3.4.1 Interprétation Bayésienne de la régularisation: l'estimateur du *maximum a posteriori*

Dans un contexte probabiliste, l'information *a priori* sur l'objet à reconstruire est représentée par une distribution de probabilité *a priori* $p(\Delta\boldsymbol{\sigma})$ imposant une plage

aux valeurs que peut prendre $\Delta\hat{\boldsymbol{\sigma}}$. La règle de Bayes nous donne d'ailleurs la forme de la distribution *a posteriori* connaissant la valeur observée du potentiel $\Delta\boldsymbol{\phi}$:

$$p(\Delta\boldsymbol{\sigma}|\Delta\boldsymbol{\phi}) = \frac{p(\Delta\boldsymbol{\phi}|\Delta\boldsymbol{\sigma})p(\Delta\boldsymbol{\sigma})}{p(\Delta\boldsymbol{\phi})} \tag{3.24}$$

La valeur optimale de distribution de conductivité à attribuer au maillage est alors celle qui maximise la densité de probabilité *a posteriori* d'obtenir $\Delta\boldsymbol{\sigma}$ connaissant les mesures de variation de potentiel $\Delta\boldsymbol{\phi}$. L'estimateur du *Maximum a posteriori* (MAP) est obtenu par:

$$\Delta\hat{\boldsymbol{\sigma}} = \arg\max_{\Delta\boldsymbol{\sigma}} \{p(\Delta\boldsymbol{\sigma}|\Delta\boldsymbol{\phi})\} = \arg\max_{\Delta\boldsymbol{\sigma}} \{p(\Delta\boldsymbol{\phi}|\Delta\boldsymbol{\sigma})p(\Delta\boldsymbol{\sigma})\} \tag{3.25}$$

Le terme de normalisation $p(\Delta\boldsymbol{\phi})$ n'affectant pas la maximisation.

L'information *a priori* sur la distribution de variation de conductivité $\Delta\boldsymbol{\sigma}$ à estimer est introduite dans le système en représentant cette dernière comme un vecteur aléatoire gaussien de moyenne nulle et de matrice de covariance $r^2_{\Delta\boldsymbol{\sigma}}\boldsymbol{R}_{\Delta\boldsymbol{\sigma}}$. Quant au bruit dans les mesures, nous le supposerons aussi de moyenne nulle mais nous supposerons qu'il est blanc. Sa matrice de covariance sera donc $r_b^2\boldsymbol{I}$, indiquant qu'il est totalement décorrélé.

On peut ainsi représenter les distributions gaussiennes des mesures de potentiel périphérique et des valeurs de conductivité à estimer par [23]:

$$\begin{aligned} p(\Delta\boldsymbol{\phi}|\Delta\boldsymbol{\sigma}) &= \frac{1}{(2\pi r_b^2)^{m/2}\sqrt{|\boldsymbol{I}|}} exp\left\{-\frac{(\Delta\boldsymbol{\phi} - \boldsymbol{S}\Delta\boldsymbol{\sigma})^T\boldsymbol{I}^{-1}(\Delta\boldsymbol{\phi} - \boldsymbol{S}\Delta\boldsymbol{\sigma})}{2r_b^2}\right\} \\ p(\Delta\boldsymbol{\sigma}) &= \frac{1}{(2\pi r^2_{\Delta\boldsymbol{\sigma}})^{n/2}\sqrt{|\boldsymbol{R}_{\Delta\boldsymbol{\sigma}}|}} exp\left\{-\frac{(\Delta\boldsymbol{\sigma})^T\boldsymbol{R}^{-1}_{\Delta\boldsymbol{\sigma}}\Delta\boldsymbol{\sigma}}{2r^2_{\Delta\boldsymbol{\sigma}}}\right\} \end{aligned}$$

Où m est le nombre de mesures $\Delta\boldsymbol{\phi}$ et n le nombre d'éléments de conductivité contenus dans $\Delta\boldsymbol{\sigma}$, $\boldsymbol{I}$ est la matrice identité et $\boldsymbol{R}_{\Delta\boldsymbol{\sigma}}$ est la matrice de covariance normalisée de la distribution de conductivité du milieu.

En utilisant ces deux équations dans la définition de l'estimateur MAP de $\Delta\boldsymbol{\sigma}$ 3.25, et en laissant tomber les constantes de normalisation, on trouve:

$$\Delta\hat{\boldsymbol{\sigma}} = \arg\max_{\Delta\boldsymbol{\sigma}} \left\{ exp\left\{ -\frac{(\Delta\boldsymbol{\phi} - \boldsymbol{S}\Delta\boldsymbol{\sigma})^T(\Delta\boldsymbol{\phi} - \boldsymbol{S}\Delta\boldsymbol{\sigma})}{2r_b^2} - \frac{(\Delta\boldsymbol{\sigma})^T\boldsymbol{R}_{\Delta\boldsymbol{\sigma}}^{-1}\Delta\boldsymbol{\sigma}}{2r_{\Delta\boldsymbol{\sigma}}^2} \right\} \right\} \quad (3.26)$$

Maximiser cette exponentielle revient à minimiser l'opposé de son argument, alors:

$$\Delta\hat{\boldsymbol{\sigma}} = \arg\min_{\Delta\boldsymbol{\sigma}} \left\{ (\Delta\boldsymbol{\phi} - \boldsymbol{S}\Delta\boldsymbol{\sigma})^T(\Delta\boldsymbol{\phi} + \boldsymbol{S}\Delta\boldsymbol{\sigma}) + \frac{r_b^2}{r_{\Delta\boldsymbol{\sigma}}^2}(\Delta\boldsymbol{\sigma})^T\boldsymbol{R}_{\Delta\boldsymbol{\sigma}}^{-1}\Delta\boldsymbol{\sigma} \right\} \quad (3.27)$$

En comparant les termes de l'équation précédente avec ceux de 3.23, on remarque que le critère $J_1(\Delta\boldsymbol{\phi}, \boldsymbol{S}\Delta\boldsymbol{\sigma})$ obtenu en adoptant l'approche bayésienne est le même que celui des moindres carrés. Ce terme reflète la fidélité aux mesures de potentiel $\Delta\boldsymbol{\phi}$. Le deuxième terme, quant à lui, nous renseigne sur la forme que prend l'information *a priori* à introduire dans le système via la fonction de lissage $J_2(\Delta\boldsymbol{\sigma}, \Delta\boldsymbol{\sigma}_{IAP})$. Cette fonction dépendra de la matrice de covariance des éléments de conductivité et sera pondérée par $\frac{r_b^2}{r_{\Delta\boldsymbol{\sigma}}^2}$.

Si l'on suppose qu'il n'y a aucune corrélation entre les divers éléments de l'image reconstruite, la minimisation de l'expression 3.27 mène à l'estimateur au sens des moindres carrés 3.21. Toutefois, le peu de mesures disponibles en TIE-CI limite la résolution spatiale des images reconstruites et amène un certain degré de corrélation entre les éléments rapprochés. Ceci est pris en compte dans la matrice de covariance $\boldsymbol{R}_{\Delta\boldsymbol{\sigma}}$, qui contient l'information *a priori* sur l'amplitude de l'image ainsi que son con-

tenu fréquentiel spatial limité. Nous utiliserons donc la fonction de lissage pour filtrer les hautes fréquences spatiales lors de la minimisation de l'expression 3.27 (Gagnon [21]).

En posant que $\boldsymbol{R}_{\Delta\boldsymbol{\sigma}}^{-1} = \boldsymbol{F}^T\boldsymbol{F}$, on peut alors écrire:

$$\Delta\hat{\boldsymbol{\sigma}} = \arg\min_{\Delta\boldsymbol{\sigma}} \left\{ (\Delta\boldsymbol{\phi} - \boldsymbol{S}\Delta\boldsymbol{\sigma})^T(\Delta\boldsymbol{\phi} + \boldsymbol{S}\Delta\boldsymbol{\sigma}) + \frac{r_b^2}{r_{\Delta\boldsymbol{\sigma}}^2}(\Delta\boldsymbol{\sigma})^T\boldsymbol{F}^T\boldsymbol{F}\Delta\boldsymbol{\sigma} \right\} \tag{3.28}$$

Ou, en utilisant l'identité matricielle $(\boldsymbol{AB})^T = \boldsymbol{B}^T\boldsymbol{A}^T$, on trouve:

$$\Delta\hat{\boldsymbol{\sigma}} = \arg\min_{\Delta\boldsymbol{\sigma}} \left\{ (\Delta\boldsymbol{\phi} - \boldsymbol{S}\Delta\boldsymbol{\sigma})^T(\Delta\boldsymbol{\phi} + \boldsymbol{S}\Delta\boldsymbol{\sigma}) + \frac{r_b^2}{r_{\Delta\boldsymbol{\sigma}}^2}(\boldsymbol{F}\Delta\boldsymbol{\sigma})^T\boldsymbol{F}\Delta\boldsymbol{\sigma} \right\} \tag{3.29}$$

En exprimant la matrice de covariance sous cette forme, il est possible de définir un filtre passe-haut $\boldsymbol{F}$ qui, suite à la minimisation de l'expression 3.29, a pour effet d'atténuer les hautes fréquences de l'image reconstruite (les variations spatiales rapides de conductivité électrique) [21]. Ce filtrage constitue l'information *a priori* qui est introduite dans la reconstruction des images. La solution régularisée de $\hat{\boldsymbol{\sigma}}$ est donc obtenue en minimisant 3.29:

$$\Delta\hat{\boldsymbol{\sigma}} = (\boldsymbol{S}^T\boldsymbol{S} + \lambda\boldsymbol{F})^{(-1)}\boldsymbol{S}^T\Delta\boldsymbol{\phi} \tag{3.30}$$

Où le paramètre ajustable $\lambda = r_b^2/r_{\Delta\boldsymbol{\sigma}}^2$ permet de décider du degré de lissage de la solution que l'on désire atteindre.

3.5 Choix du paramètre de régularisation λ

3.5.1 La validation croisée ordinaire (VCO)

La méthode d'estimation utilisée dans ce projet est contrôlée par un paramètre de régularisation λ qui pondère l'influence de l'information *a priori* sur l'image à reconstruire. Le choix de ce paramètre de régularisation doit être fait avec soin afin d'optimiser la qualité de l'image reconstruite.

La méthode de validation croisée ordinaire (VCO) a été utilisée pour choisir l'ordre de grandeur du paramètre de régularisation lors de la reconstruction des images. La méthode VCO est obtenue à partir du principe "leave-out". En fait, on estime $\Delta\hat{\boldsymbol{\sigma}}$ à partir d'un vecteur de données $\Delta\boldsymbol{\phi}^{(-k)}$ égal au vecteur de mesures $\Delta\boldsymbol{\phi}$ auquel on a enlevé la k^e composante. On note ce nouvel estimateur $\Delta\hat{\boldsymbol{\sigma}}^{(-k)}$.

On peut alors écrire :

$$\Delta\hat{\boldsymbol{\sigma}}^{(-k)} = (\boldsymbol{S}^{(-k)^T}\boldsymbol{S}^{(-k)} + \lambda\boldsymbol{F})^{-1}\boldsymbol{S}^{(-k)^T}\Delta\boldsymbol{\phi}^{(-k)} \tag{3.31}$$

Où $\boldsymbol{S}^{(-k)}$ est la matrice de sensibilité à laquelle on a enlevé la k^e ligne.

Ce nouvel estimateur de $\Delta\hat{\boldsymbol{\sigma}}$ nous permet, grâce au problème direct linéarisé, d'estimer la valeur de la k^e composante de $\Delta\hat{\boldsymbol{\phi}}$ qui a été mise de côté dans le calcul de $\Delta\hat{\boldsymbol{\sigma}}^{(-k)}$. On a alors :

$$\begin{aligned} \Delta\hat{\boldsymbol{\phi}}^{(-k)} &= \boldsymbol{S}\,\Delta\hat{\boldsymbol{\sigma}}^{(-k)} \\ \Delta\hat{\phi}_k^{(-k)} &= s_k\,\Delta\hat{\sigma}^{(-k)} \end{aligned} \tag{3.32}$$

Où s_k est la k^e ligne de la matrice de sensibilité, qui avait été mise de côté précédemment.

Pour une valeur de λ donnée, on répète cette opération pour chacune des composantes du vecteur de mesures $\Delta\phi$ et on évalue la somme des erreurs d'estimation ainsi générées:

$$F_{VCO}(\lambda, \Delta\phi) = \sum_{k=1}^{N} \left[\Delta\phi_k - \Delta\hat{\phi}_k^{(-k)}\right]^2 \tag{3.33}$$

Où N est le nombre de mesures de potentiel.

Ainsi, la recherche de la valeur optimale de λ se fait de façon empirique en calculant F_{VCO} pour différentes valeurs de λ (sur une plage de variation donnée) et en prenant λ pour laquelle la somme F_{VCO} est minimale.

Chapitre 4

Conception du système

La figure 4.1 présente le diagramme bloc du tomographe d'impédance électrique par courants induits, et sa photo est montrée à la figure 4.2. Le module d'électrodes actives (MÉA) (montré à la figure 4.3) ainsi que le module de synthèse et de démodulation (MSD) forment le tomographe d'impédance électrique par courants appliqués développé à l'Institut de génie biomédical (IGB). L'objectif du présent chapitre est de décrire l'architecture électronique des deux modules qui ont été conçus dans le cadre de ce projet de maîtrise afin de former le tomographe d'impédance électrique par courants induits: le module d'interface et le module d'amplification.

4.1 Module d'interface

Le module d'interface, dont le diagramme bloc est montré à la figure 4.4, a pour rôle d'intercepter les signaux en provenance du module de synthèse et de démodulation (MSD), et de les rediriger vers le module d'électrodes actives (MÉA) ou vers le module d'amplification. Il permet l'utilisation du tomographe en mode "courants ap-

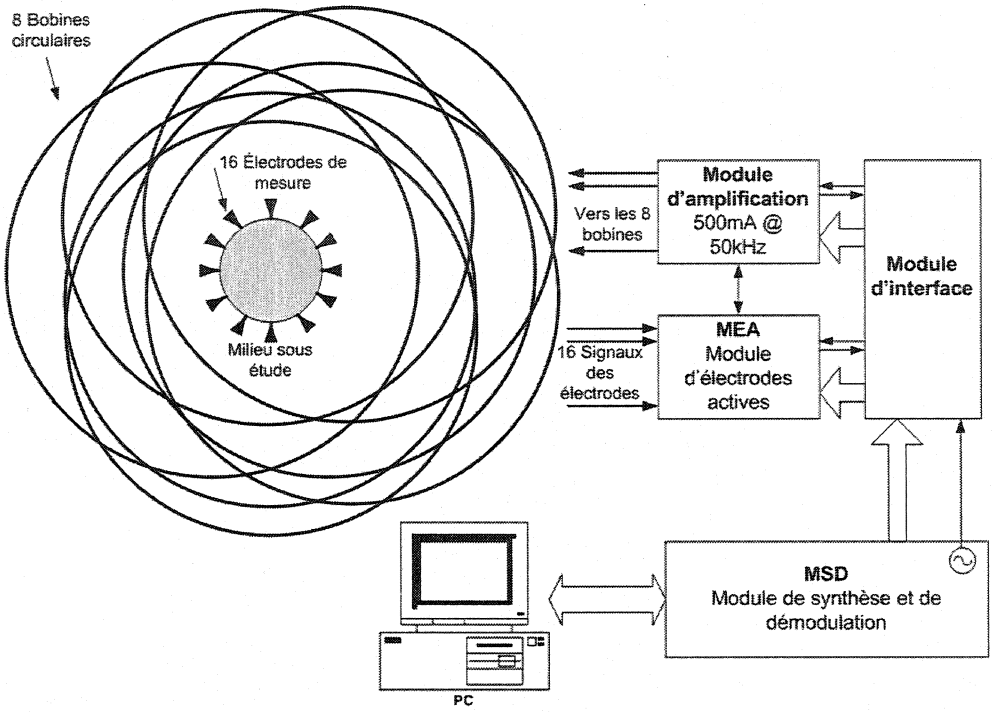


Figure 4.1: Le système complet de tomographie d'impédance électrique par courants induits.

pliqués" et en mode "courants induits", la configuration étant déterminée par l'usager de façon logicielle.

4.1.1 Mode TIE par courants induits

Lorsque le système fonctionne en mode "courants induits", chacune des 8 bobines est excitée à tour de rôle afin d'établir un profil de champ magnétique distinct. Le module d'électrodes actives (MÉA) effectue 16 mesures de différences de potentiel scalaire périphérique (entre les paires d'électrodes adjacentes) pour chacune des 8 bobines. L'amplitude de ces potentiels périphériques, qui module le signal AM_OUT, est retournée au MSD.

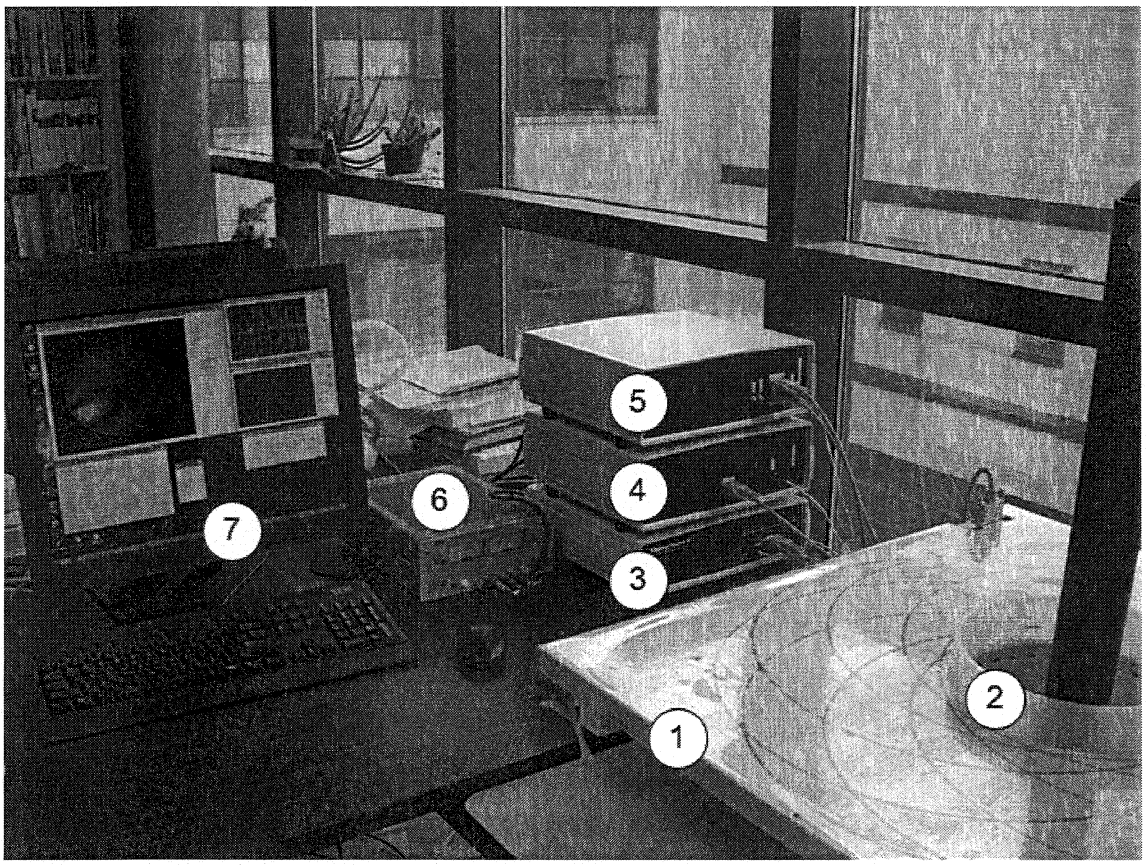


Figure 4.2: Les divers modules du tomographe d'impédance électrique par courants induits: (1) Le support à bobines, (2) Le bassin entouré des électrodes Ag/AgCl avec une inclusion isolante (tuyau de PVC), (3) Le module de synthèse et de démodulation (MSD), (4) Le module d'amplification, (5) Le module d'interface, (6) Le bloc d'alimentation DC de laboratoire et (7) Le PC montrant l'interface usager et une image reconstruite en temps réel de l'inclusion isolante. Le module d'électrodes actives (MÉA) où sont connectées les électrodes est caché par le support à bobines.

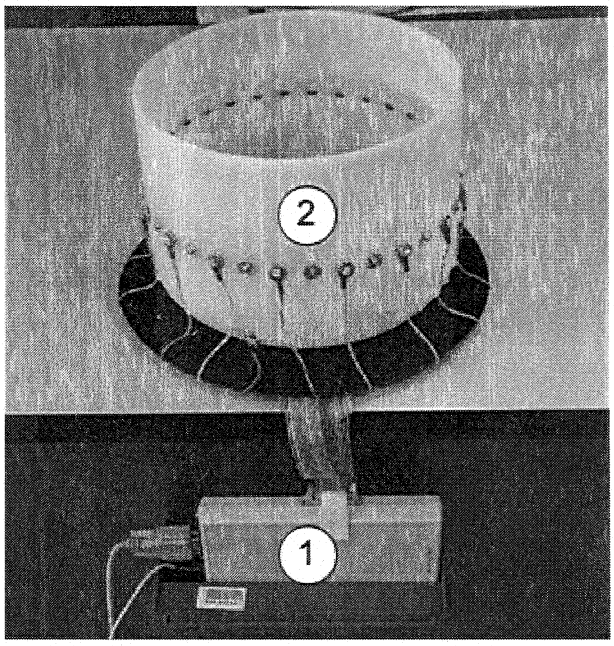


Figure 4.3: (1) Le module d'électrodes actives (MÉA) dans son support sous le bassin, (2) Le bassin entouré des 16 électrodes Ag/AgCl.

Le module d'interface dirige le signal de référence à 50 kHz (REF_IN) vers le générateur de rampes. Celui-ci diminue progressivement son amplitude avant la commutation d'une bobine, puis lui rend son amplitude nominale de 4V crête suite à la fermeture des relais du module d'amplification. L'ouverture d'une bobine portant un courant appréciable pouvant occasionner des surtensions dangereuses, cette opération nous assure qu'aucun courant ne circule dans les bobines lors de la commutation.

4.1.2 Mode TIE conventionnelle

Il est possible d'effectuer des mesures de TIE conventionnelle, où les courants sont appliqués par les électrodes, en désactivant le module d'amplification. Un lien direct est alors établi par le module d'interface entre les signaux du MÉA et du MSD, le signal de référence REF_IN est dirrigé vers le MÉA, et toutes les bobines sont désactivées.

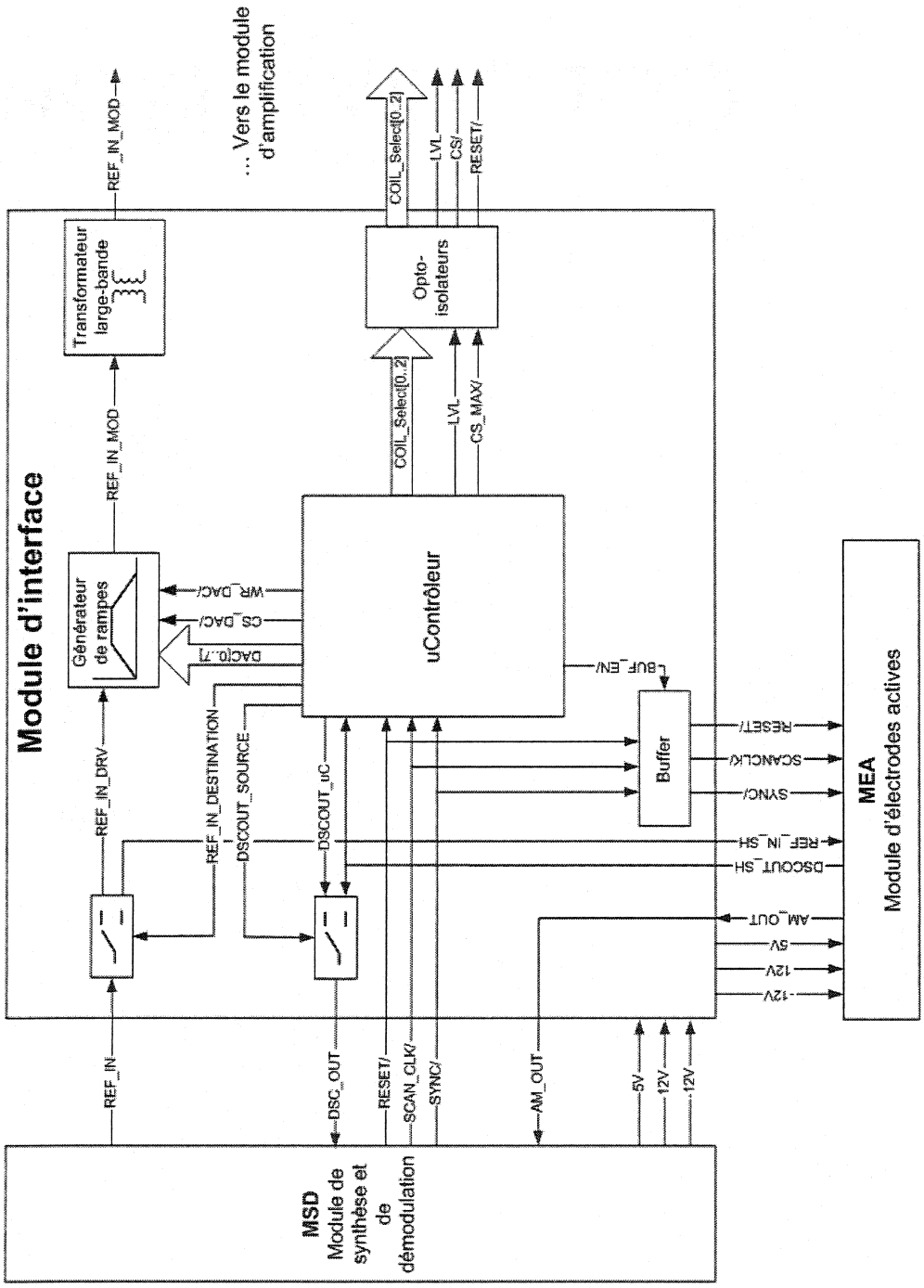


Figure 4.4: Diagramme bloc du module d'interface.

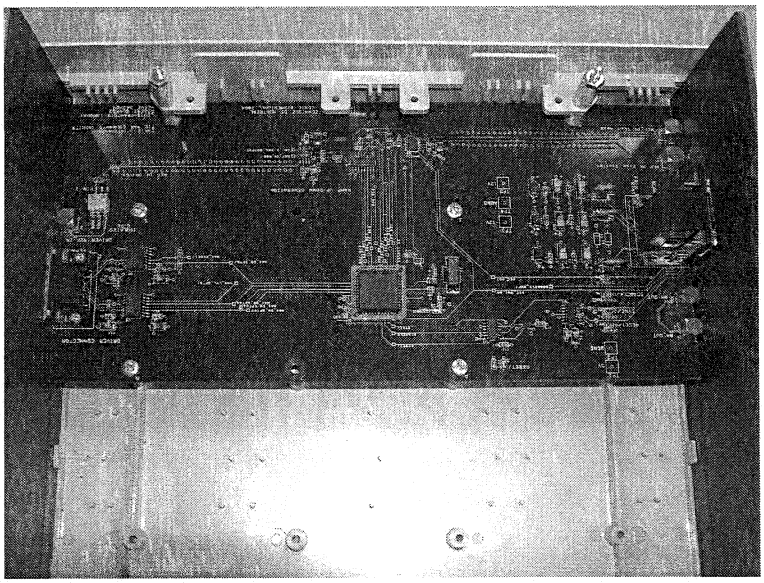


Figure 4.5: Le circuit imprimé du module d'interface.

4.2 Amplificateur de puissance

L'amplificateur de puissance peut fournir un courant atteignant 500 mA crête aux bobines à une fréquence de 50 kHz afin qu'elles génèrent le champ magnétique variable dans le temps nécessaire à l'induction des courants d'excitation dans le milieu. Le module d'amplification nécessite une source de haute tension externe de $\pm 85V$ pour fonctionner à pleine puissance. Dans le cadre de ce projet de maîtrise, nous avons cependant utilisé un bloc d'alimentation de laboratoire limité à $\pm 25V$ permettant un courant maximal de 100 mA.

Afin de simplifier les problèmes de stabilité que posent l'excitation de bobines de cette envergure, les bobines font partie d'un circuit série-résonant dont la fréquence centrale est de 50 kHz. Tel que montré dans la figure 4.6, une résistance R_s de 300 Ω

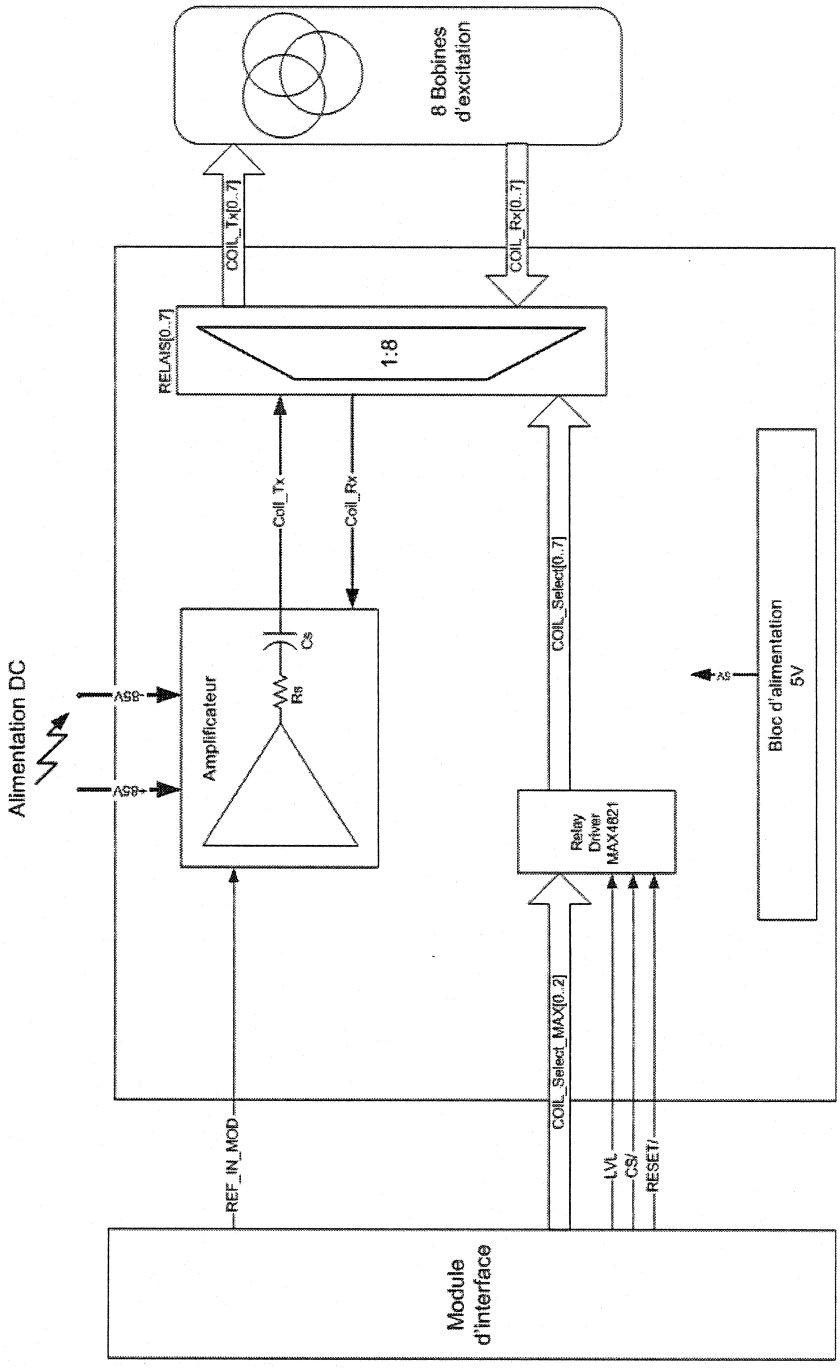


Figure 4.6: Diagramme bloc du module d'amplification.

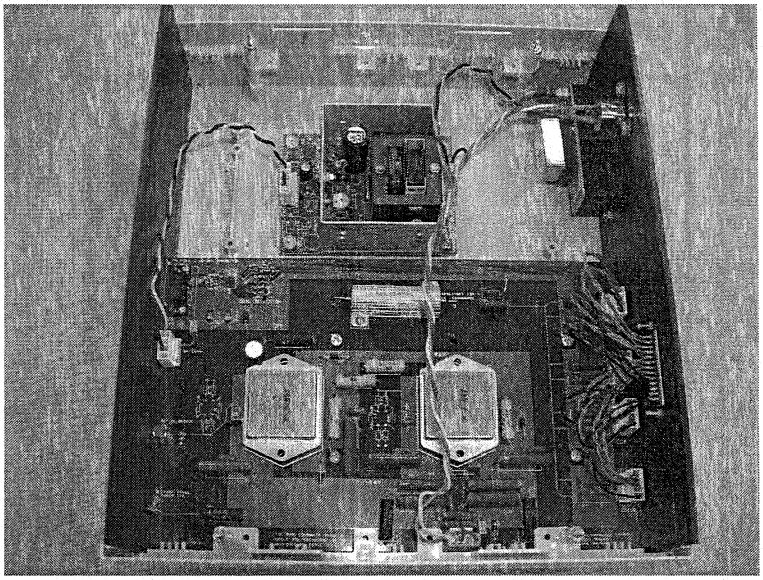


Figure 4.7: Le circuit imprimé du module d'amplification.

est placée en série avec les bobines et le condensateur afin de diminuer le facteur de qualité Q (élargir la zone de résonance) et de présenter une charge principalement résistive à l'amplificateur de puissance. De cette façon, le module d'amplification agit à toute fin pratique comme une source de courant, les faibles variations d'impédance des bobines n'ayant que très peu d'influence sur l'amplitude du courant qu'elles reçoivent.

4.3 Le système de bobines et le bassin

Les 8 bobines qui servent à générer le champ magnétique alternatif ont un diamètre de 50 cm et possèdent 16 enroulements chacune, pour une inductance de 500 μH et une résistance de 4 Ω. Afin de générer un profil de champ magnétique distinct, chaque bobine est décalée par rapport au centre du milieu à imager d'une distance de 12.5 cm.

Tel qu'illustré à la figure 4.8, le bassin dans lequel sont insérées les inclusions à

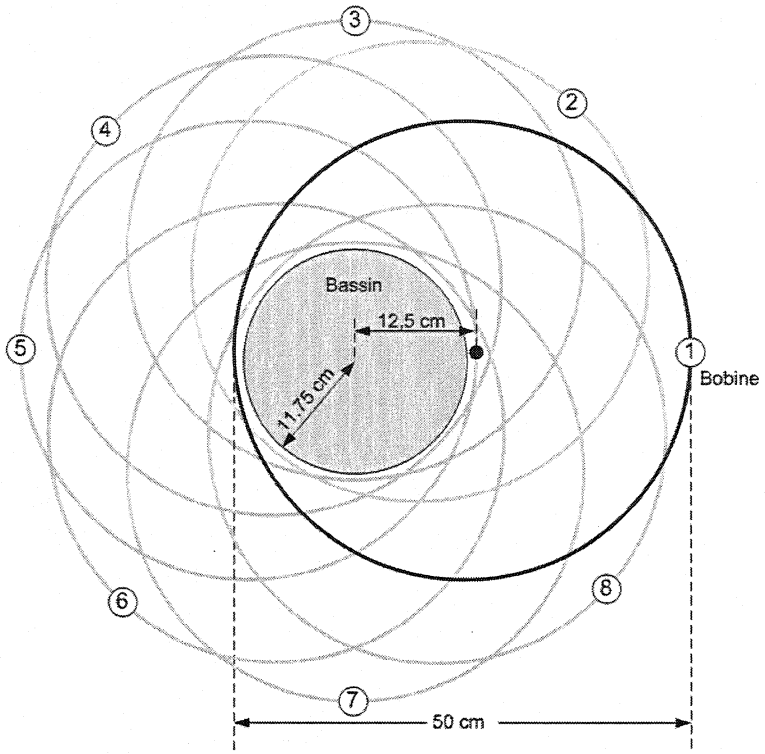


Figure 4.8: Diagramme des 8 bobines d'excitation avec le bassin de salin en son centre.

imager est placé au centre du support à bobines. Ce bassin, d'un diamètre de 23.5 cm et d'une hauteur de 17.5 cm, est entouré des 16 électrodes Ag/AgCl servant à mesurer les différences de potentiel périphérique, tel que montré à la figure 4.3.

4.4 La séquence d'acquisition des mesures

La séquence d'acquisition des mesures de potentiel périphérique est dictée par les programmes des microcontrôleurs du module d'électrodes actives (MÉA) et du module d'interface. Lorsque ces microcontrôleurs reçoivent la commande leur indiquant de commencer la série de mesures, le MÉA et le module d'interface (figure 4.1) exécutent leurs opération de façon synchrone grâce au signal d'horloge SCAN_CLK fourni

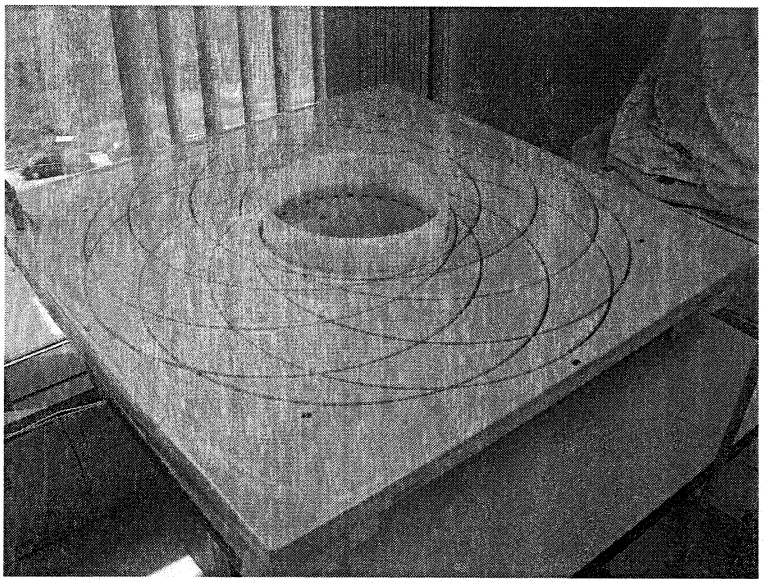


Figure 4.9: Le cadre supportant les 8 bobines d'excitation avec le bassin de salin en son centre.

par le module de synthèse et de démodulation (MSD).

Tel que le montre le diagramme d'états 4.10, lorsque le module d'interface commande au module d'amplification d'effectuer la commutation d'une bobine et d'établir le courant dans celle-ci, le MÉA est en attente. C'est ensuite au tour du module d'interface d'attendre que le MÉA ait effectué les 16 mesures de potentiel périphérique pour une configuration de bobine donnée. Le MÉA et le module d'interface ayant le même nombre d'états, le système opérant en mode TIE-CI reste parfaitement synchronisé sans que les modules n'aient à communiquer entre eux.

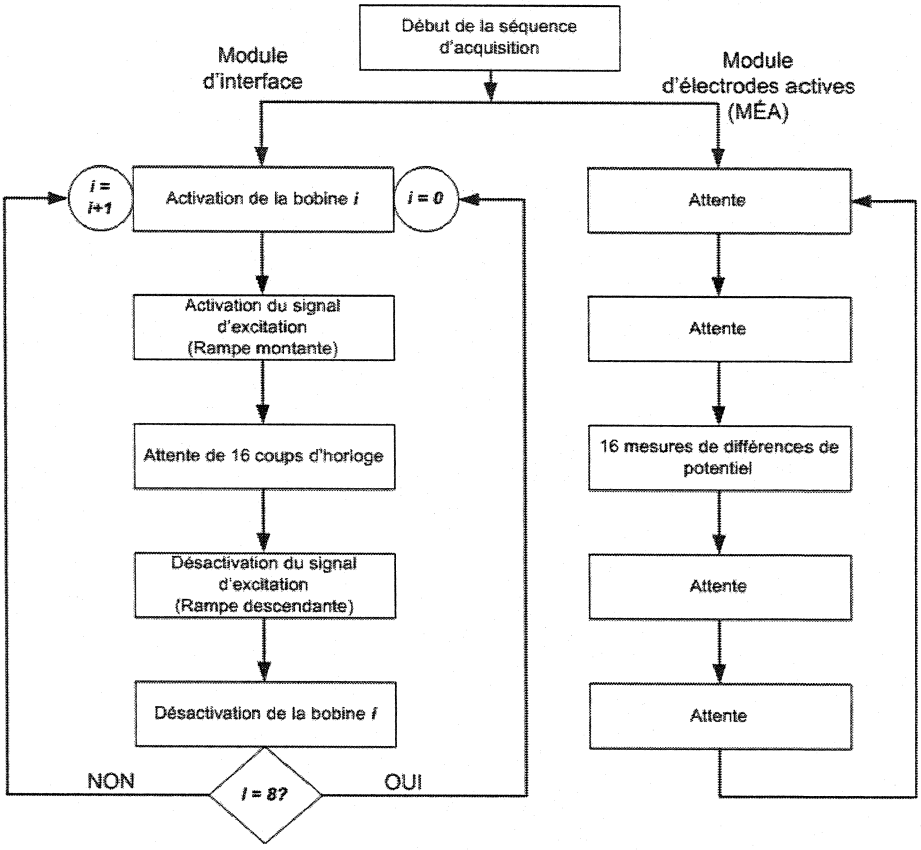


Figure 4.10: Séquence d'acquisition des mesures.

Chapitre 5

Simulations et résultats expérimentaux

Lors de la résolution du problème direct au chapitre 2, nous avons modélisé mathématiquement la distribution de potentiel scalaire apparaissant dans un milieu de conductivité donnée lorsqu'il est soumis à un champ magnétique variant dans le temps. Au chapitre 3, ce modèle mathématique nous a permis de résoudre le problème inverse en TIE par courants induits, c'est-à-dire retrouver les variations de conductivité interne d'un milieu à partir de mesures de différences de potentiel prises en périphérie par le tomographe d'impédance électrique par courants induits. Ce chapitre présente les résultats simulés ainsi que les résultats expérimentaux obtenus avec le système de TIE-CI.

5.1 Simulations

Les simulations du système de TIE-CI sont basées sur le modèle par éléments finis du problème direct et tiennent compte de la géométrie du milieu, de la position des électrodes de mesure et de la configuration des bobines servant à induire les courants. Comme le montre la figure 5.1, la dimension des bobines, du milieu sous étude ainsi que l'amplitude des courants d'excitation utilisée sont celles du système réel afin d'obtenir des signaux qui pourront ensuite être comparés avec les signaux expérimentaux.

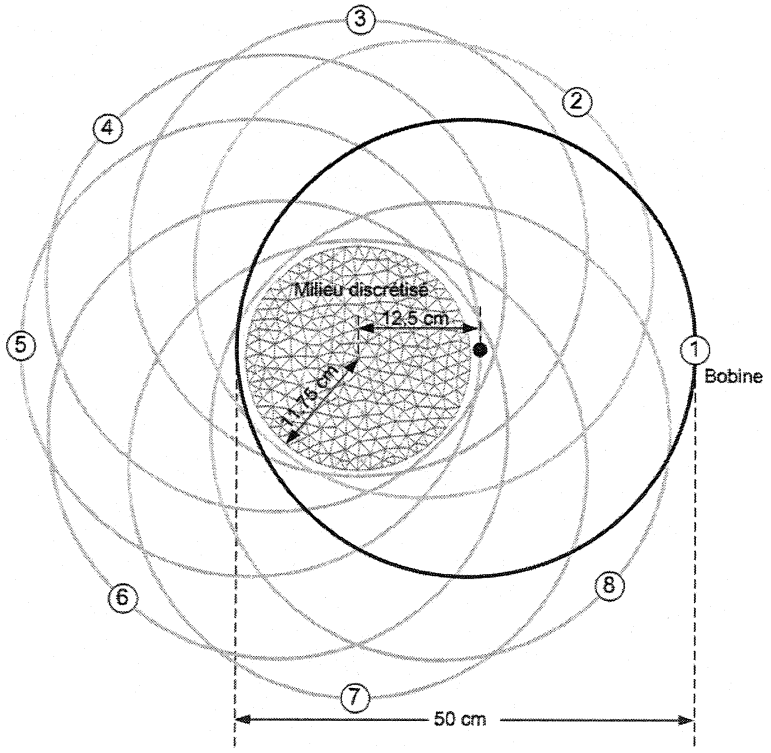


Figure 5.1: Les 8 bobines d'excitation entourant le milieu sous étude discrétisé en éléments triangulaires.

Ces simulations sont menées pour une distribution de conductivité que l'on définit, et les valeurs de potentiel aux électrodes périphériques obtenues reflètent celles que

l'on obtiendrait avec le tomographe pour une telle distribution de conductivité. Les différences de potentiel électrique entre électrodes adjacentes ainsi simulées peuvent être utilisées pour résoudre le problème inverse et ainsi reconstruire une image, aussi fidèle que possible, de la distribution de conductivité source.

En plus de démontrer la possibilité d'obtenir des images de variations de conductivité électrique dans un milieu en utilisant des courants induits, ces simulations permettent d'explorer les propriétés du système de tomographie d'impédance électrique par courants induits comme sa sensibilité aux perturbations de conductivité et sa résolution spatiale. Les divers programmes MATLAB qui ont été écrits pour réaliser les simulations de cette section sont disponibles sur CD-ROM à l'annexe B.

5.1.1 Le potentiel vecteur des 8 bobines

La principale distinction entre la tomographie d'impédance électrique par courants induits et la TIE conventionnelle réside dans le mode d'application des courants d'excitation. En TIE-CI, les courants d'excitation sont induits par des champs magnétiques variant dans le temps générés par un ensemble de bobines externes, plutôt que d'être appliqués par les électrodes périphériques.

En plus de simplifier le traitement mathématique, la représentation du champ magnétique de chaque bobine en termes du potentiel scalaire (relié à la densité de flux magnétique par 2.10) permet de mieux visualiser comment sont générés les courants induits dans le milieu sous étude. En effet, selon l'équation 2.15, la direction et l'amplitude des courants induits dépendent directement du potentiel vecteur magnétique. Le potentiel vecteur magnétique généré par chacune des 8 bobines est montré à

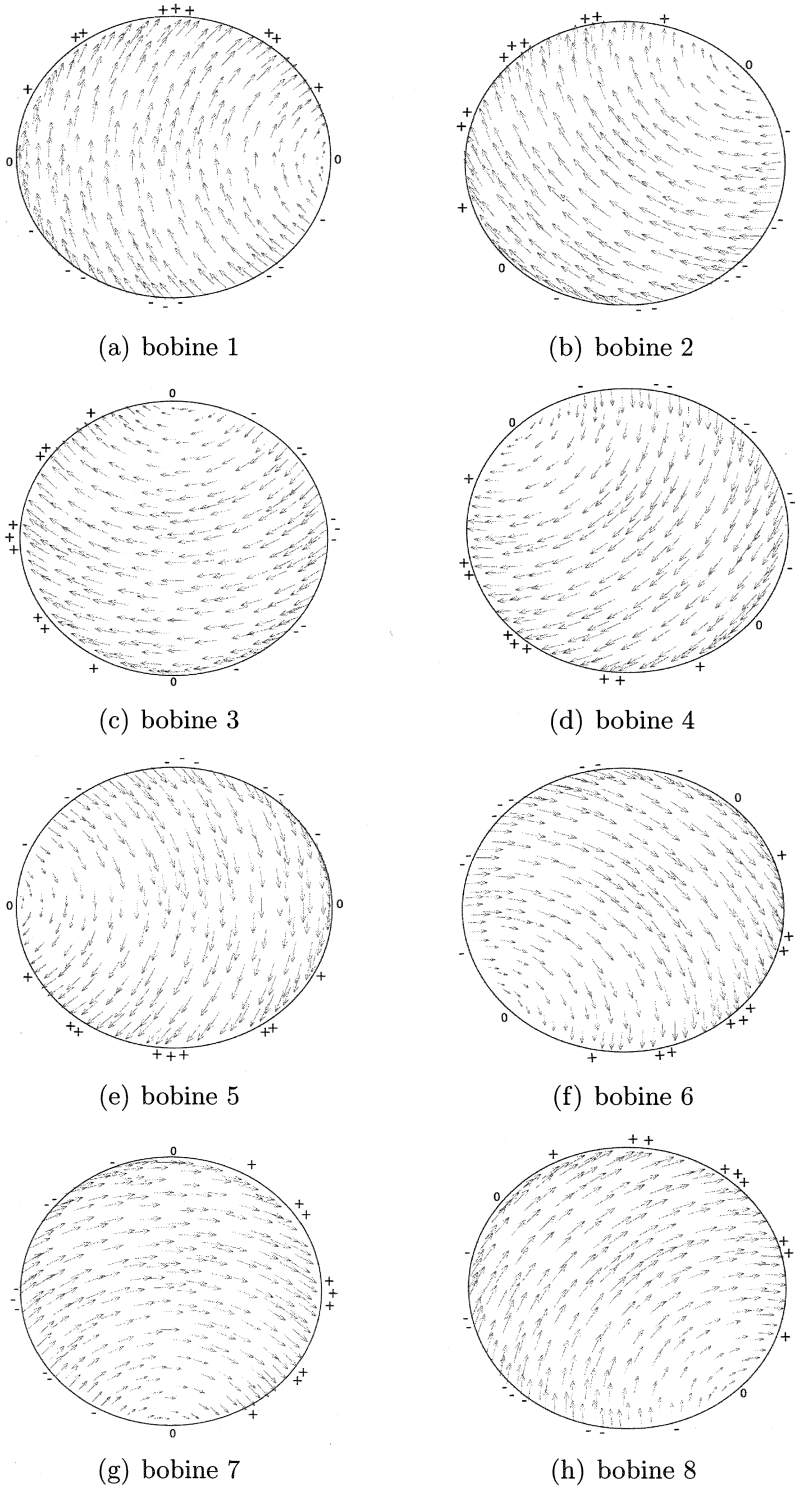
la figure 5.2. L'utilisation de plusieurs configurations de bobines différentes, 8 dans le cas du présent système, permet d'induire des profils de courant distincts qui mènent à des mesures indépendantes, fournissant alors l'information nécessaire à la reconstruction de l'image de la distribution de conductivité.

5.1.2 Les courants induits dans un milieu de conductivité uniforme

Chacun des 8 profils de potentiel vecteur magnétique montrés à la figure 5.2 crée, dans le milieu sous étude, un patron de courants induits qui lui est propre. Tel que mentionné au chapitre 2, ces courants induits sont confinés à circuler à l'intérieur du milieu, l'air étant considéré comme un isolant parfait par rapport à celui-ci.

Puisque la circulation de ces courants induits n'est pas concentrique avec la bobine d'excitation pour un patron de champ magnétique donné, une distribution de charge électrique s'accumule en périphérie du milieu. Cette accumulation de charges modifie le champ électrique de façon à ce que la composante normale du champ électrique total soit nulle à la surface, annulant alors la composante normale des courants induits à la surface. Cette accumulation de charges est à l'origine de la distribution de potentiel qui est mesurée à l'aide des électrodes et, tel que nous le verrons dans la prochaine section, elle est affectée par la distribution de conductivité interne. C'est la propriété physique qui rend possible la reconstruction d'images de la variation de conductivité par tomographie d'impédance électrique par courants induits.

La figure 5.3 montre les 8 profils de courants induits apparaissant dans un milieu



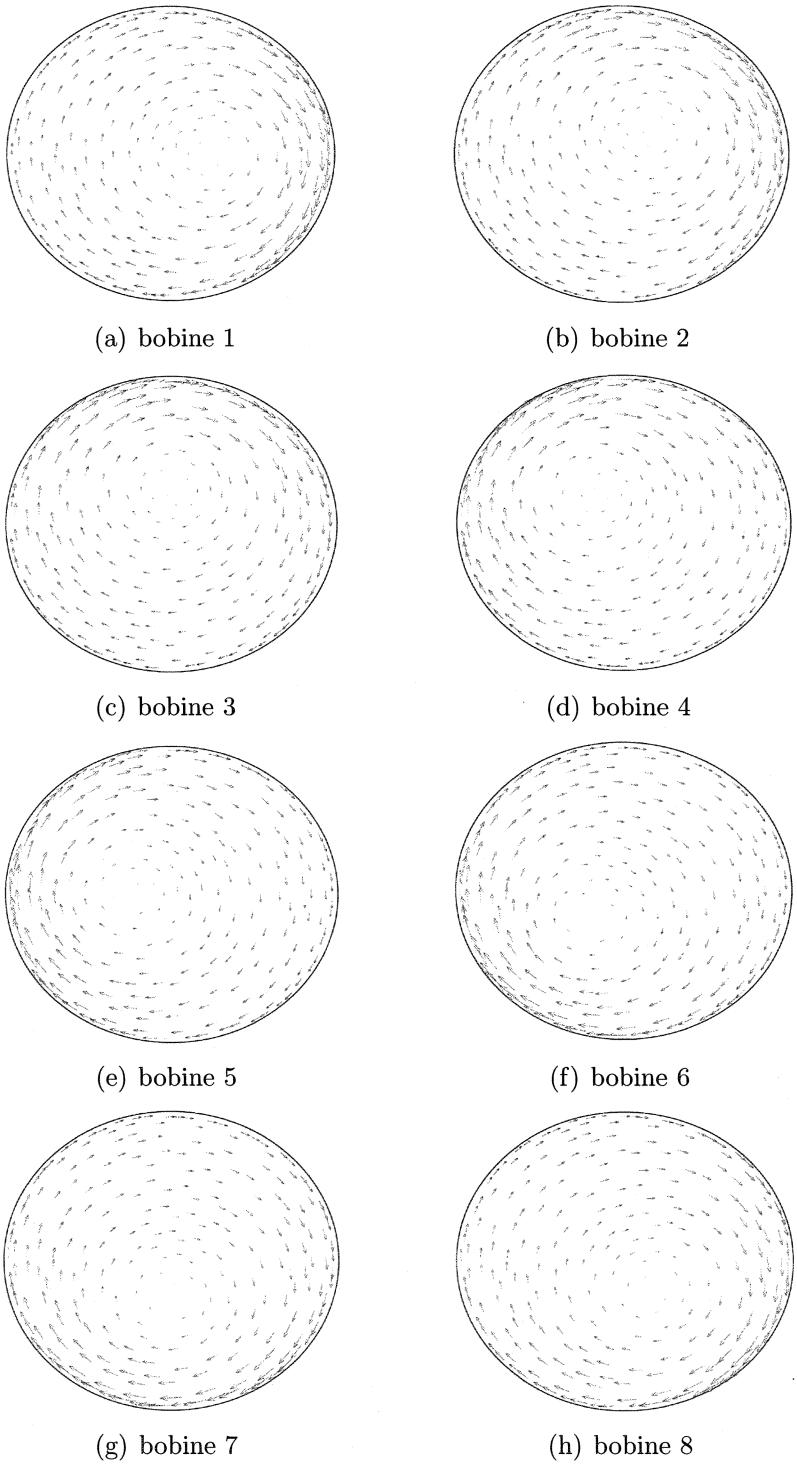
(a) bobine 1 (b) bobine 2

(c) bobine 3 (d) bobine 4

(e) bobine 5 (f) bobine 6

(g) bobine 7 (h) bobine 8

Figure 5.2: Le potentiel vecteur magnétique généré par chacune des 8 bobines circulaires dans le système de TIE-CI. Pour chaque bobine, une distribution de charges électriques apparaît à la frontière du milieu pour que la composante radiale du champ électrique total ($\vec{E}_{tot} = \vec{E}_{ind} - \nabla\phi$) y soit nulle.



(a) bobine 1 (b) bobine 2

(c) bobine 3 (d) bobine 4

(e) bobine 5 (f) bobine 6

(g) bobine 7 (h) bobine 8

Figure 5.3: Les courants induits dans le milieu par chacune des 8 bobines circulaires dans le système de TIE-CI.

dont la conductivité est homogène. On remarque que la nature circulaire du parcours suivi par les courants induits implique une densité de courant diminuant vers le centre, et l'endroit où la densité de courant est nulle est différent pour chaque bobine. La prochaine section montre comment la perturbation de ces 8 profils de densité de courant par une inclusion de conductivité différente de celle du milieu affecte les mesures de potentiel électrique en sa périphérie.

5.1.3 Étude détaillée de l'influence d'une inclusion isolante sur les mesures de potentiel périphérique

Cette section montre de façon détaillée le processus de mesure en TIE-CI pour le cas d'une inclusion isolante dans un milieu de conductivité homogène plus élevée. Afin d'illustrer comment la distribution de conductivité interne du milieu affecte le potentiel électrique aux électrodes, nous allons considérer le cas d'une inclusion de géométrie simple dont la conductivité est inférieure à celle du milieu, tel que montré à la figure 5.4.

Puique la conductivité de l'inclusion est plus faible que celle du milieu, la densité de courant y est plus faible. La loi de conservation de la charge requiert donc qu'une partie de la densité de courant contourne l'inclusion. Ainsi, à la surface du milieu, l'amplitude de la composante normale de la densité de courant augmente du côté incident à l'inclusion et, réciproquement, diminue de l'autre côté. La distribution de potentiel scalaire en périphérie est alors modifiée de façon à ce que la composante normale de la densité de courant soit toujours nulle à la surface.

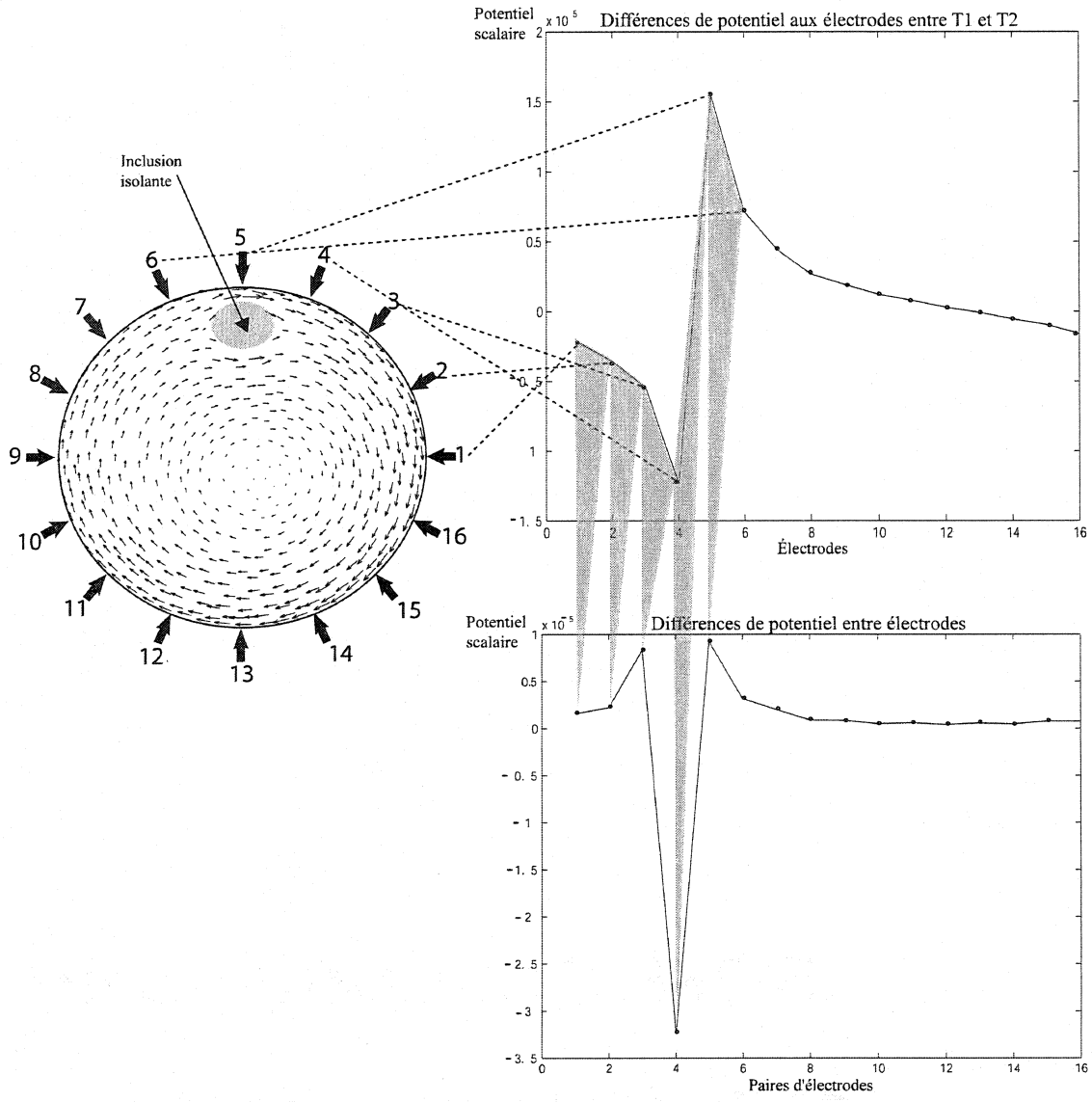


Figure 5.4: Effet d'une inclusion isolante sur le potentiel scalaire aux électrodes (Différences de potentiel aux électrodes entre T1 -Milieu homogène- et T2 -Milieu avec inclusion isolante) et sur les différences de potentiel entre les paires d'électrodes adjacentes.

La figure 5.4 montre les détails de la mesure de potentiel aux électrodes pour l'excitation magnétique créée par la première bobine. Le graphique du haut montre les différences de potentiel aux électrodes entre les instants $T1$ et $T2$, correspondant respectivement à une distribution de conductivité uniforme et à celle perturbée par l'inclusion isolante. Le graphique inférieur montre, quant à lui, la différence de potentiel entre les paires d'électrodes adjacentes, et illustre les mesures qui sont utilisées en pratique pour reconstruire les images.

L'électrode #1 est relativement éloignée de l'inclusion, et le potentiel électrique qui y est mesuré avant et après l'inclusion est très similaire, d'où la faible valeur de différence de potentiel électrique associée à cette électrode. Toutefois, en se rapprochant de la position de l'inclusion (électrodes #2, 3 et 4), le potentiel électrique mesuré après l'introduction de l'inclusion diminue par rapport à sa valeur mesurée pour le milieu homogène. Le potentiel électrique atteint un minimum à l'électrode #4, là où la composante normale des courants "détournés" est la plus faible.

À l'opposée, l'électrode #5 est située à la position où la composante normale de la densité de courant est la plus positive, et le potentiel électrique qui y est mesuré est le plus élevé. En poursuivant ainsi avec les électrodes #6, 7 et 8, le potentiel électrique est plus positif que pour le milieu de conductivité uniforme pour annuler la composante normale de la densité de courant, mais diminue graduellement vers sa valeur d'équilibre.

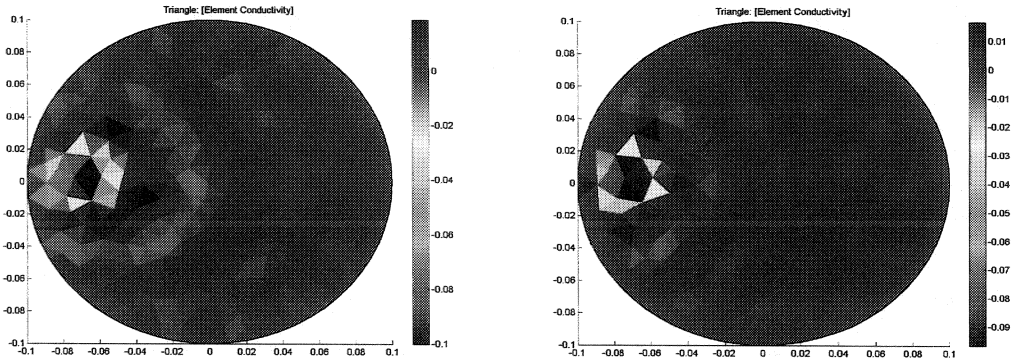
En répétant ces mesures pour les 8 configurations de champ magnétique, la trame obtenue contient les 128 valeurs de potentiel périphérique utilisées par le problème inverse pour reconstruire la distribution de conductivité perturbée par l'inclusion.

5.1.4 Simulations: comparaison des systèmes de TIE-CI et de TIE conventionelle

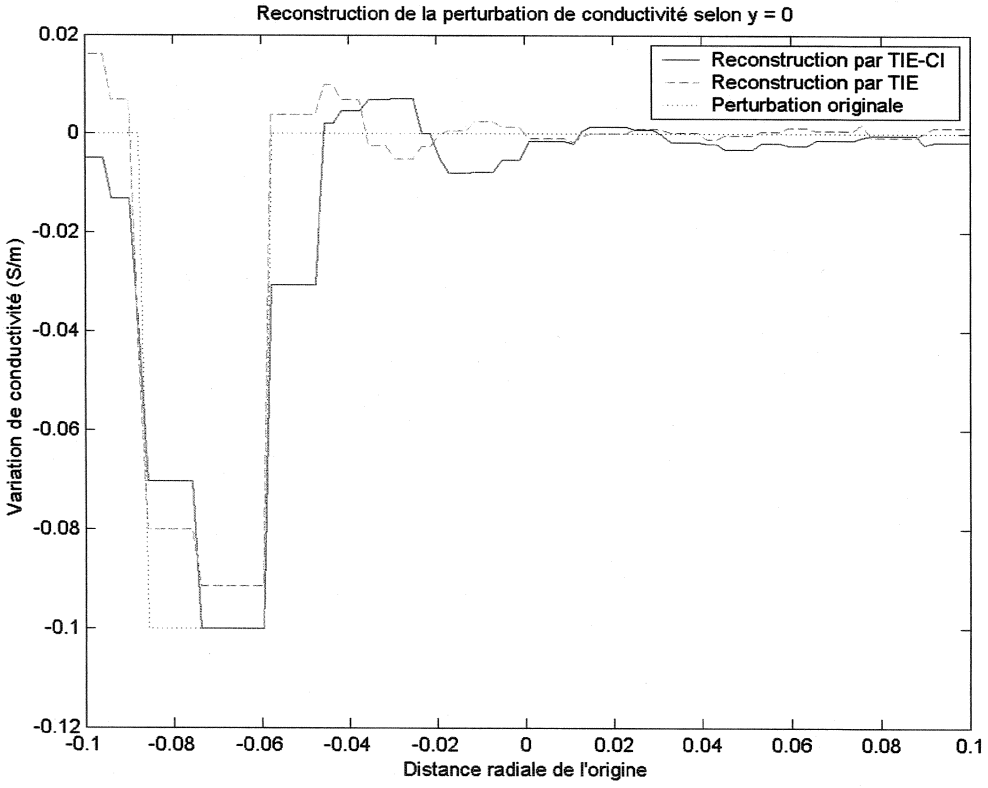
Dans cette section, les performances du système de TIE-CI sont comparées par simulations à celles de la TIE conventionnelle, dont l'algorithme est décrit par Gagnon [21]. Les données sources ont été générées à l'aide du problème direct pour une perturbation de 0.9 S/m dans un milieu de conductivité autrement uniforme de 1 S/m. L'algorithme de reconstruction d'image dynamique décrit au chapitre 3 a été utilisé pour reconstruire les images de variation de conductivité. Les figures 5.5, 5.6 et 5.7 présentent les images reconstruites pour cette inclusion pour différentes positions radiales.

Ces simulations montrent que la TIE-CI et la TIE conventionnelle sont plus sensibles aux perturbations de conductivité près de la surface du milieu que vers le centre. En observant l'étalement des perturbations reconstruites, on remarque que la TIE conventionnelle offre une meilleure résolution radiale que la TIE par courants induits, et ce peu importe la position de l'inclusion. Ceci est une conséquence de la nature circulaire du parcours suivi par les courants induits en TIE-CI. Comme le montre la figure 5.3, la composante principale des courants induits est tangentielle; ce qui permet difficilement d'obtenir de l'information sur la structure radiale des perturbations de conductivité.

La TIE conventionnelle surpasse également la TIE-CI au plan de la sensibilité aux régions centrales. En effet, la nature circulaire du parcours suivi par les courants

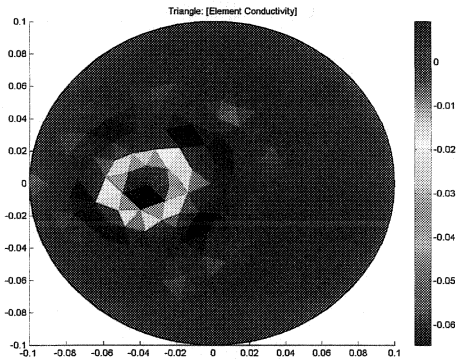


(a) TIE-CI (b) TIE

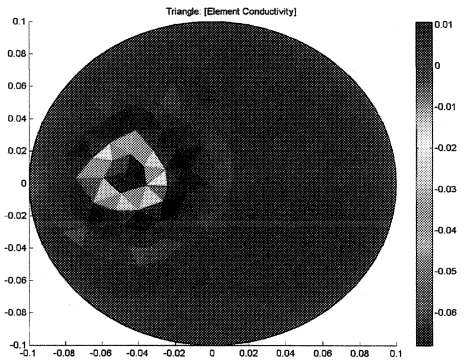


(c)

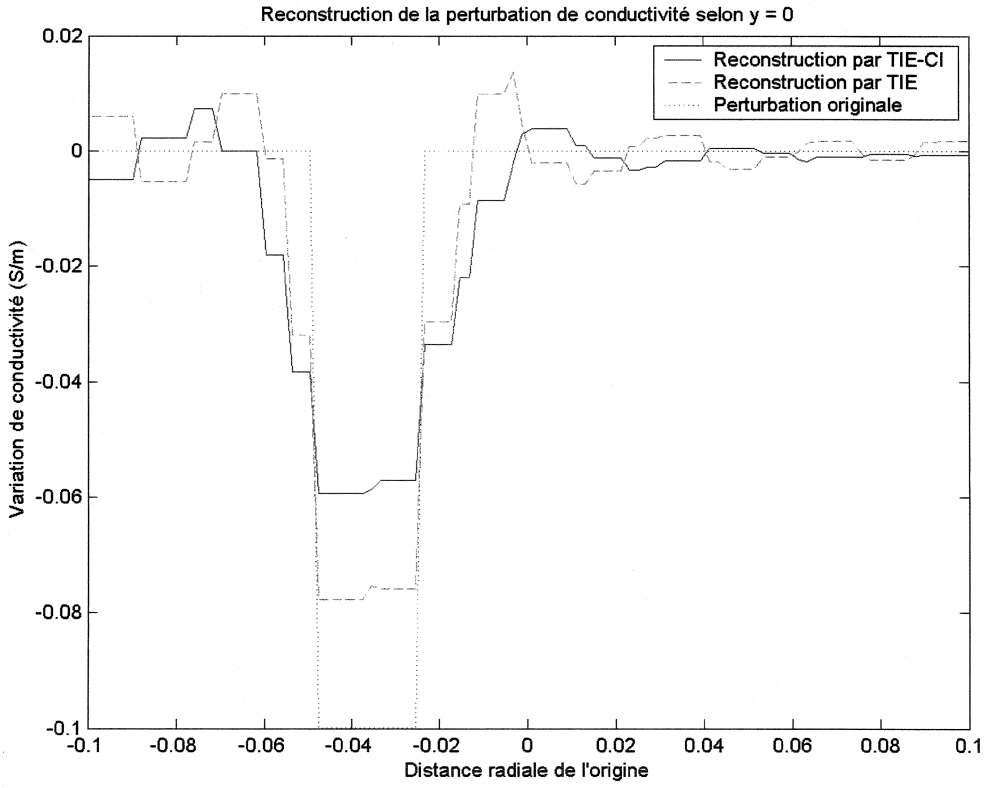
Figure 5.5: Simulations: image reconstruite d'une inclusion de 0,9 S/m en périphérie d'un bassin de conductivité 1 S/m par (a) TIE-CI et (b) TIE conventionelle. (c) Valeur de la variation de conductivité (S/m) reconstruite suivant une droite passant par le centre de l'inclusion.



(a) TIE-CI

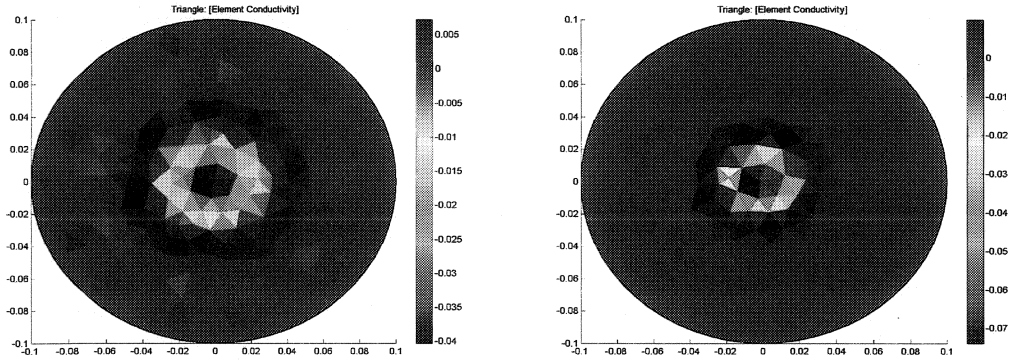


(b) TIE

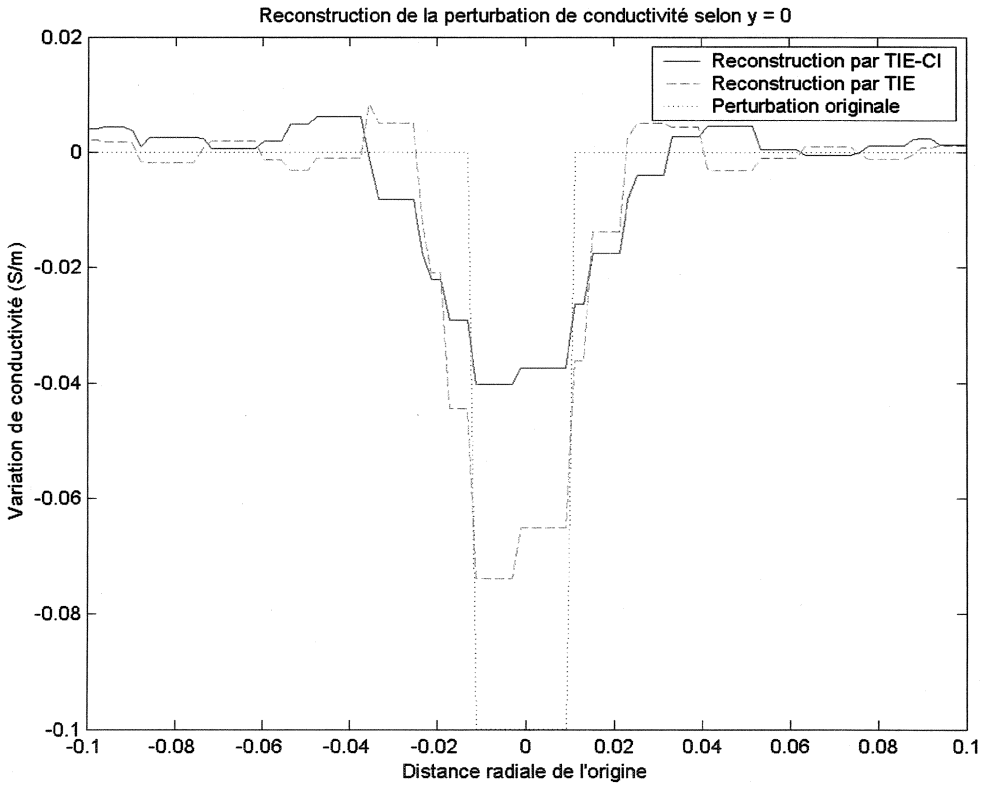


(c)

Figure 5.6: Simulations: image reconstruite d'une inclusion de 0,9 S/m au mi-rayon d'un bassin de conductivité 1 S/m par (a) TIE-CI et (b) TIE conventionelle. (c) Valeur de la variation de conductivité (S/m) reconstruite suivant une droite passant par le centre de l'inclusion.



(a) TIE-CI (b) TIE



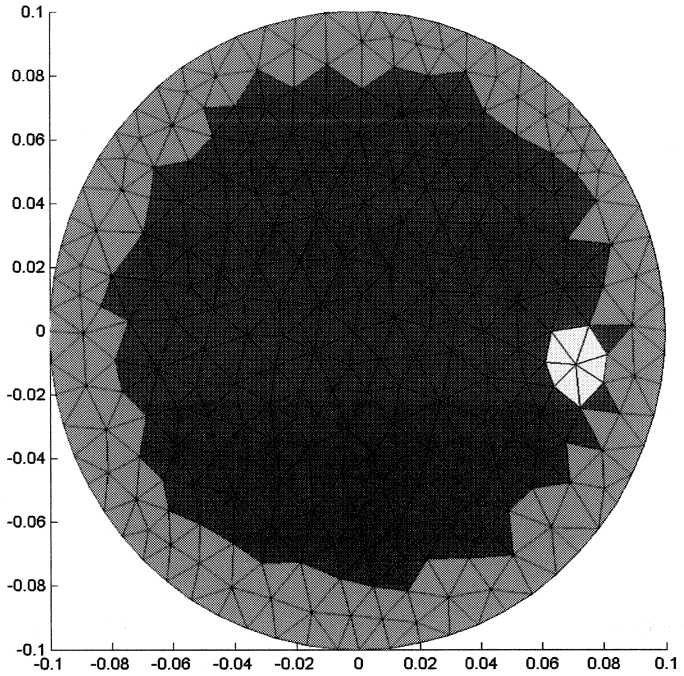
(c)

Figure 5.7: Simulations: image reconstruite d'une inclusion de 0,9 S/m au centre d'un bassin de conductivité 1 S/m par (a) TIE-CI et (b) TIE conventionelle. (c) Valeur de la variation de conductivité (S/m) reconstruite suivant une droite passant par le centre de l'inclusion.

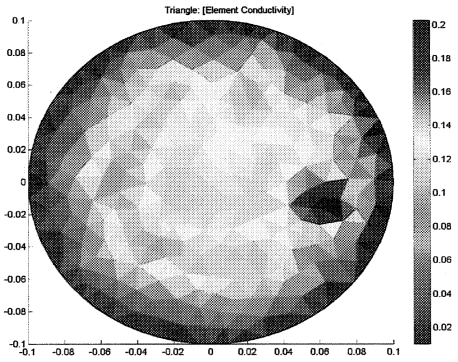
induits implique une densité de courant très faible vers le centre du milieu à imager, limitant ainsi la possibilité "d'interroger" les structures centrales.

Comme l'illustre la figure 5.8, il est avantageux d'induire les courants d'excitation en TIE-CI dans le cas où le milieu à imager est entouré d'une structure faiblement conductrice. L'utilisation de la TIE conventionnelle pour l'imagerie cérébrale est limitée par la nature isolante du crâne qui atténue les courants appliqués par les électrodes. Les champs magnétiques n'étant pas affectés par la faible conductivité du milieu à imager, l'induction de courants à l'intérieur d'une coquille isolante ne pose pas de problème. On obtient alors une meilleure résolution de l'inclusion conductrice.

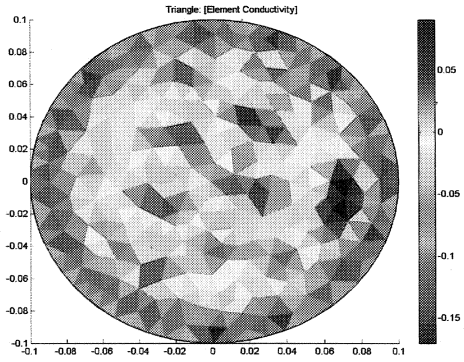
Finalement, on remarque dans la figure 5.8 que l'image reconstruite par TIE-CI ne contient que des variations de conductivité positives, alors que la coquille isolante devrait afficher une variation de conductivité négative par rapport à la référence (milieu homogène). Une propriété inhérente de la TIE-CI l'empêche de reconstruire des variations de conductivité absolue: l'amplitude des courants induits est proportionnelle à la conductivité électrique du milieu ($\vec{J}_{ind} \propto \sigma$). L'inverse s'applique à la distribution de potentiel scalaire ($\phi \propto 1/\sigma$), amenant ainsi une indétermination sur la conductivité électrique reconstruite dans le milieu. Cette indétermination n'apparaît pas en TIE conventionnelle car l'amplitude des courants appliqués est déterminée par les sources de courants du module d'électrodes actives.



(a)



(b) TIE-CI



(c) TIE

Figure 5.8: (a) La structure isolante simulée de 0.2 S/m entourant un milieu de conductivité 1 S/m avec une inclusion conductrice de 2 S/m. (b) L'image reconstruite par la TIE-CI et (c) par la TIE conventionnelle.

5.2 Résultats expérimentaux

Cette section présente les résultats d'essais *in vitro* obtenus avec le système de TIE-CI dont l'architecture est présentée au chapitre 4. Toutefois, l'amplitude du courant fourni aux bobines est de 100 mA plutôt que les 500 mA prévus dans la conception du système, faute d'un bloc d'alimentation de laboratoire assez puissant. Enfin, pour chacune des distributions de conductivité présentées, les signaux de potentiel électrique mesurés par le tomographe par courants induits sont comparés avec ceux prédits par les simulations du problème direct.

5.2.1 Potentiels mesurés pour un milieu homogène - Trame de référence

La figure 5.9 montre la trame de mesures de potentiel périphérique obtenue par le tomographe et par simulation pour une distribution de conductivité homogène (un bassin rempli de salin de conductivité 1 S/m). Cette trame de référence représente les différences de potentiel scalaire mesurées entre les paires d'électrodes adjacentes pour les 8 configurations de champ magnétique à l'instant $T1$.

Le signal expérimental est très bruité, car le système de mesure et le câblage des électrodes baignent dans le champ magnétique des bobines. Cependant, si le système de mesure est fixe dans l'espace, ce bruit est constant et affecte toutes les séries de mesures de la même façon. L'imagerie dynamique permet de se débarasser de ce bruit "mode commun" en ne reconstruisant que des images de variations de conductivité. Les mesures prises par le système sont soustraites de la trame de référence afin de ne garder que la perturbation de potentiel scalaire causée par une variation de la distribution de conductivité interne du milieu.

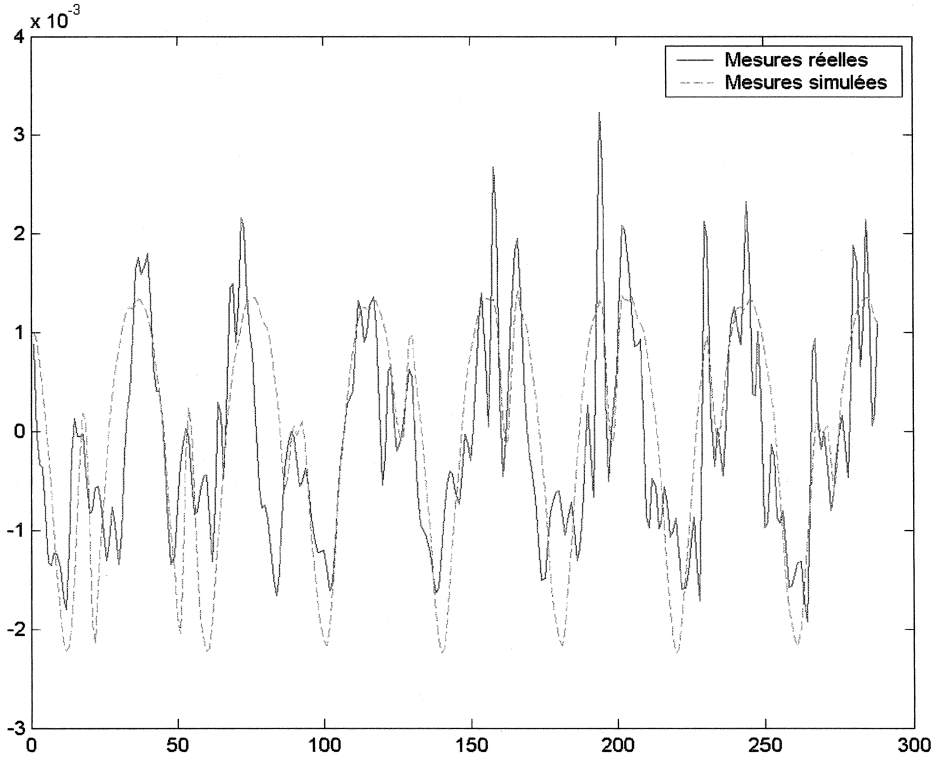


Figure 5.9: Différences de potentiel mesurées pour un milieu homogène. Cette série de mesures constitue la trame de référence.

Toutefois, la soustraction des mesures de potentiel périphérique à la trame de référence ne suffit pas à obtenir des signaux expérimentaux comparables aux signaux théoriques. Une attention particulière doit être portée à l'emplacement des câbles d'électrodes entourant le milieu à imager de façon à ce que l'amplitude de l'induction parasite dans les mesures soit minimale. Tel que montré à la figure 5.10, on minimise l'induction de bruit dans les câbles d'électrodes en les positionnant perpendiculairement au plan des électrodes.

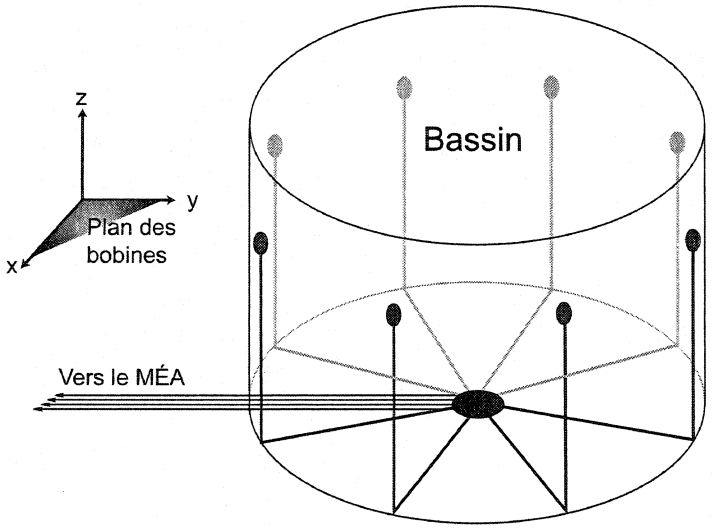


Figure 5.10: Le positionnement adéquat des câbles d'électrodes autour du bassin permet de minimiser le bruit inductif dans les mesures et, surtout, de s'assurer que toutes les mesures sont du même ordre de grandeur. Le système a donc une sensibilité identique pour toutes les électrodes.

Les câbles d'électrodes étant rassemblés sur deux connecteurs du module d'électrodes actives (MÉA, figure 4.3), une section de ces câbles se retrouve inévitablement dans le plan des bobines. Des tensions induites apparaissent alors dans ces boucles fermées et s'ajoutent aux mesures de potentiel des électrodes. On doit donc veiller à

ce que la longueur de la section de câble parallèle au plan des bobines soit identique pour chaque électrode. On s'assure alors que la sensibilité aux variations de potentiel périphérique est la même pour toutes les mesures.

5.2.2 Images de variations de conductivité reconstruites pour diverses inclusions isolantes et conductrices

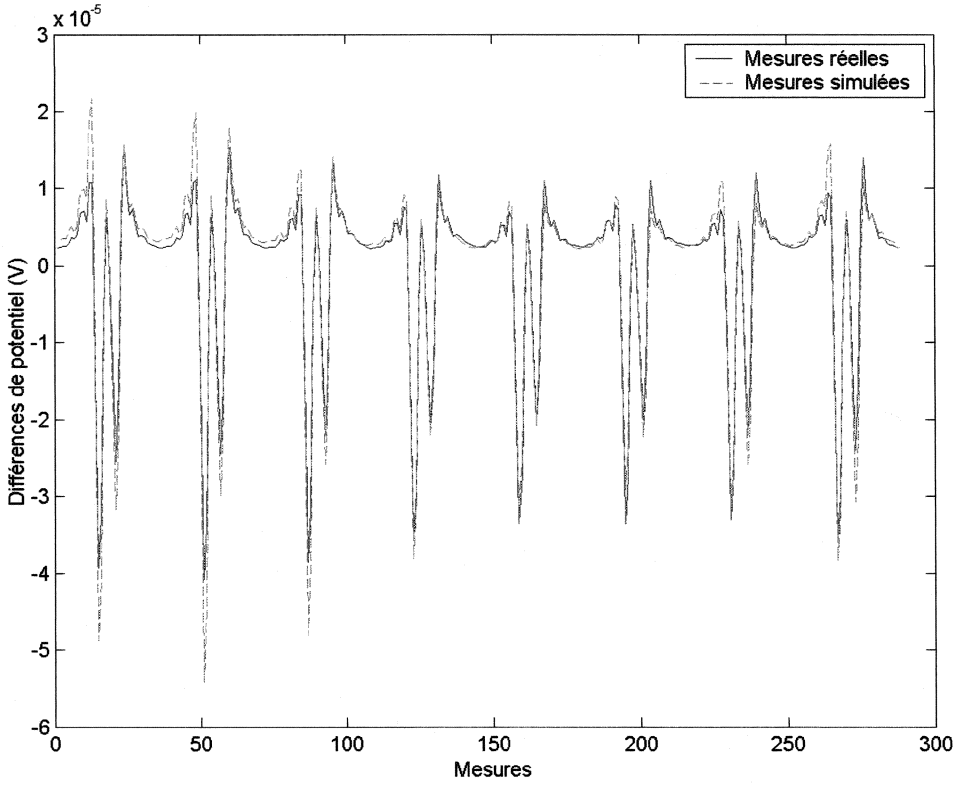
5.2.2.1 Inclusions isolantes

Les figures 5.11 à 5.14 illustrent les signaux de potentiel électrique mesurés ainsi que ceux simulés par le problème direct pour une inclusion isolante (tuyau de plastique creux) de 5 cm de diamètre placée à 7.5 cm du centre d'un bassin rempli d'un liquide salin de 1 S/m. Les images ont été reconstruites pour des positions angulaires de 0°, 90° , 180° et 270°. Chacune de ces trames de mesures est accompagnée par la distribution de conductivité simulée qui a été utilisée pour générer les mesures théoriques ainsi que par l'image reconstruite à partir des données fournies par le tomographe d'impédance électrique par courants induits. Notons que le nombre limité d'éléments utilisés lors de la résolution du problème direct ne permet pas de reproduire la forme exacte des inclusions circulaires pour la génération des signaux simulés. Toutefois, la forme irrégulière des perturbations simulées a peu d'effet sur les signaux de potentiel ainsi générés.

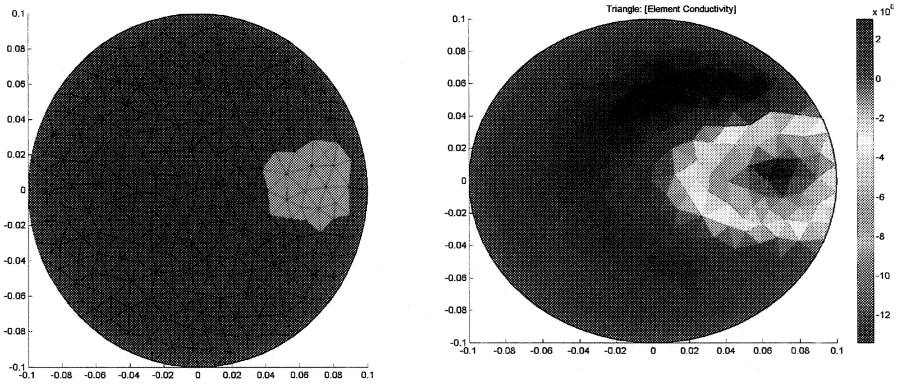
Dans toutes ces images, l'amplitude des signaux de potentiel électrique théoriques a été ajustée à celle des signaux mesurés, afin d'en faciliter la comparaison. Notons que cette normalisation n'affecte en rien les images reconstruites, celles-ci dépendant plutôt de la position des pics et de la forme générale de la trame de mesure, tel

qu'illustré à la figure 5.4.

La situation où plus d'une inclusion est présente dans le milieu est montrée à la figure 5.15. Deux inclusions isolantes de 2 cm de diamètre ont été placées à 8 cm du centre du bassin à des positions angulaires de 180° et 270°. Les deux tuyaux de plastique sont correctement localisés dans l'image reconstruite.

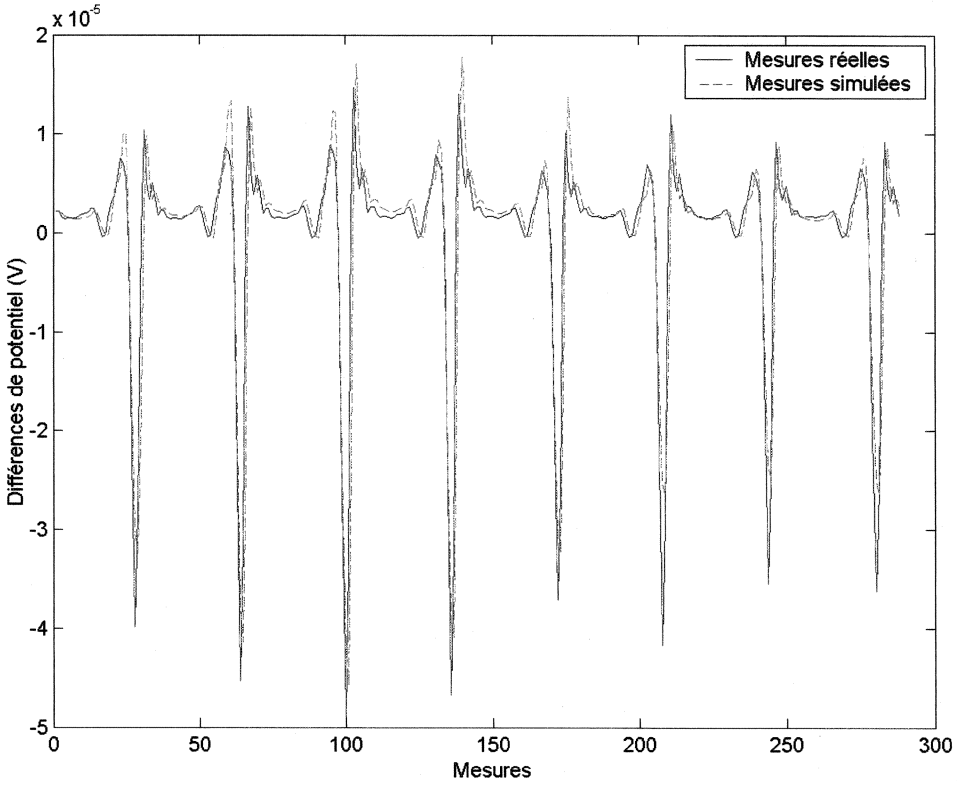


(a)

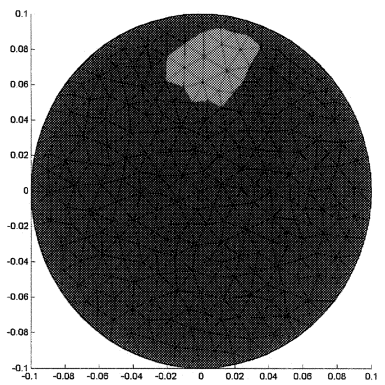


(b) (c)

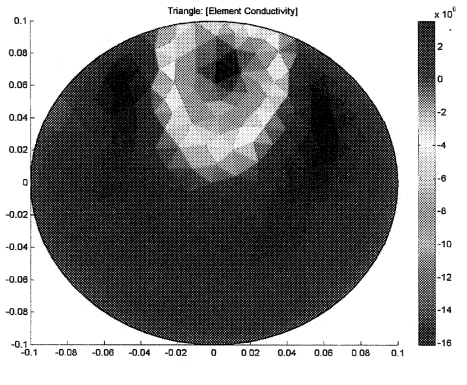
Figure 5.11: (a) Trame des mesures de potentiel périphérique obtenue pour une inclusion isolante de 5 cm de diamètre à une position angulaire de 0° placée à 7.5 cm du centre d'un bassin rempli de salin de 1 S/m, (b) La distribution de conductivité source utilisée pour la génération de la trame de mesures simulées et (c) L'image reconstruite avec les mesures réelles pour un facteur de régularisation $\lambda = 1 \times 10^{-5}$.



(a)



(b)



(c)

Figure 5.12: (a) Trame des mesures de potentiel périphérique obtenue pour une inclusion isolante de 5 cm de diamètre à une position angulaire de 90° placée à 7.5 cm du centre d'un bassin rempli de salin de 1 S/m, (b) La distribution de conductivité source utilisée pour la génération de la trame de mesures simulées et (c) L'image reconstruite avec les mesures réelles pour un facteur de régularisation $\lambda = 1 \times 10^{-5}$.

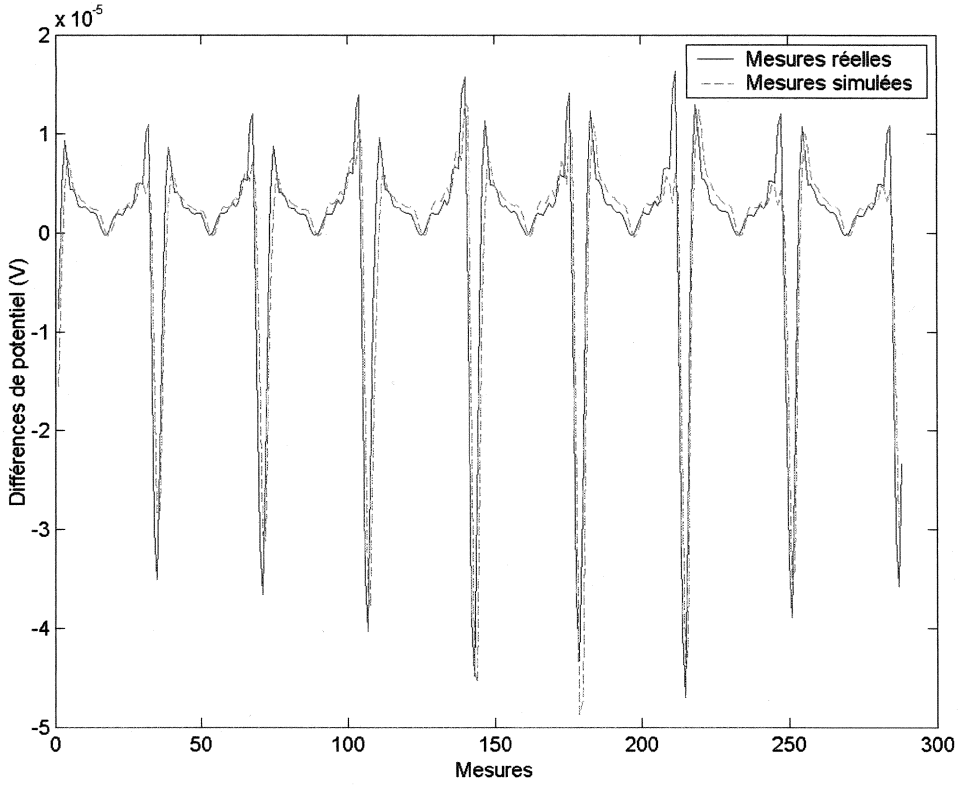


Figure 5.13: (a) Trame des mesures de potentiel périphérique obtenue pour une inclusion isolante de 5 cm de diamètre à une position angulaire de 180° placée à 7.5 cm du centre d'un bassin rempli de salin de 1 S/m, (b) La distribution de conductivité source utilisée pour la génération de la trame de mesures simulées et (c) L'image reconstruite avec les mesures réelles pour un facteur de régularisation $\lambda = 1 \times 10^{-5}$.

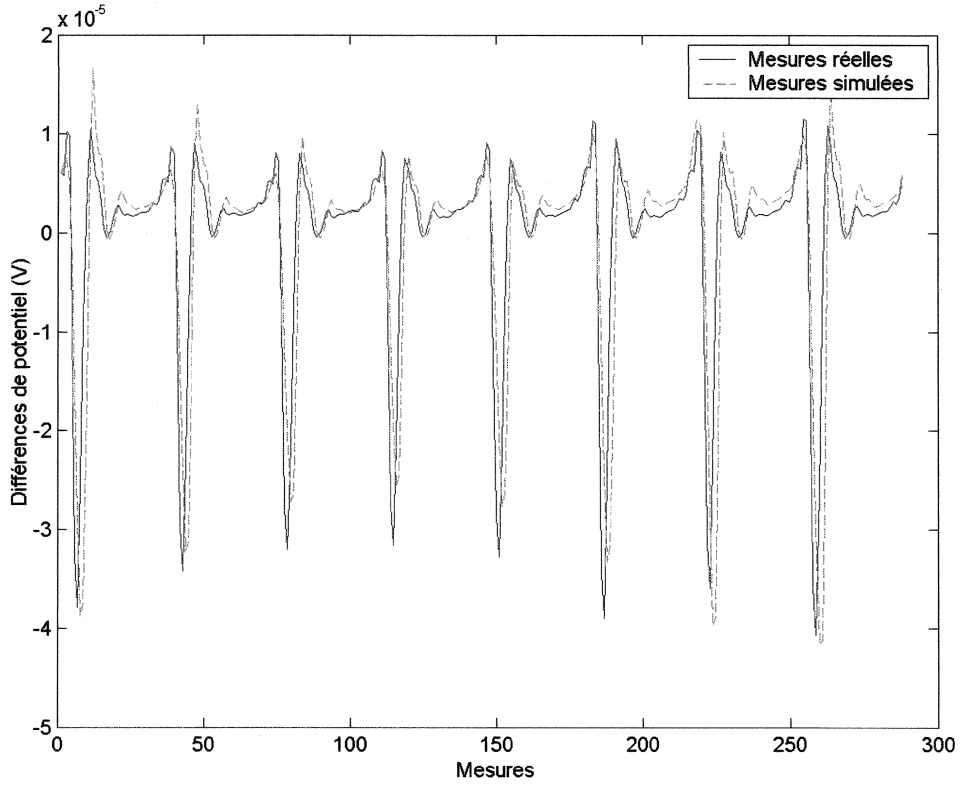
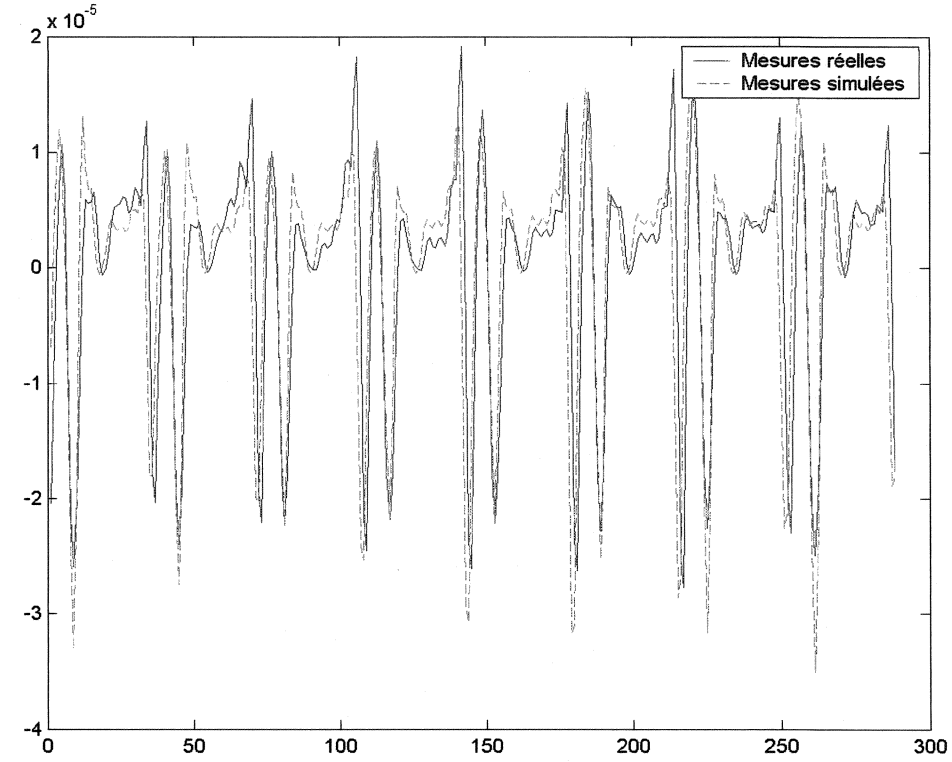
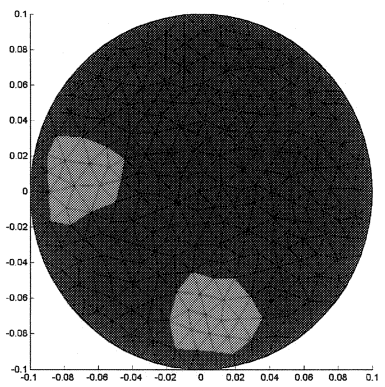


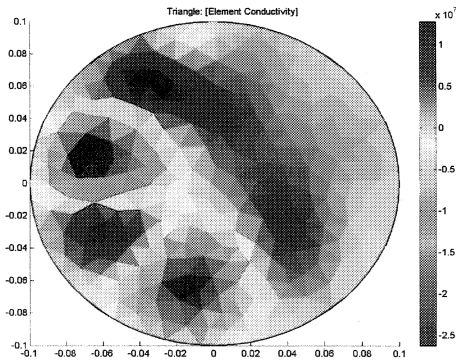
Figure 5.14: (a) Trame des mesures de potentiel périphérique obtenue pour une inclusion isolante de 5 cm de diamètre à une position angulaire de 270° placée à 7.5 cm du centre d'un bassin rempli de salin de 1 S/m, (b) La distribution de conductivité source utilisée pour la génération de la trame de mesures simulées et (c) L'image reconstruite avec les mesures réelles pour un facteur de régularisation $\lambda = 1 \times 10^{-5}$.



(a)



(b)



(c)

Figure 5.15: (a) Trame des mesures de potentiel périphérique obtenue pour une inclusion conductrice de 2 cm de diamètre à une position angulaire de 180° et une autre identique à 270° dans un milieu de 1 S/m et (b) Image reconstruite avec les mesures réelles avec un facteur de régularisation $\lambda = 1 \times 10^{-6}$.

5.2.2.2 Inclusions conductrices

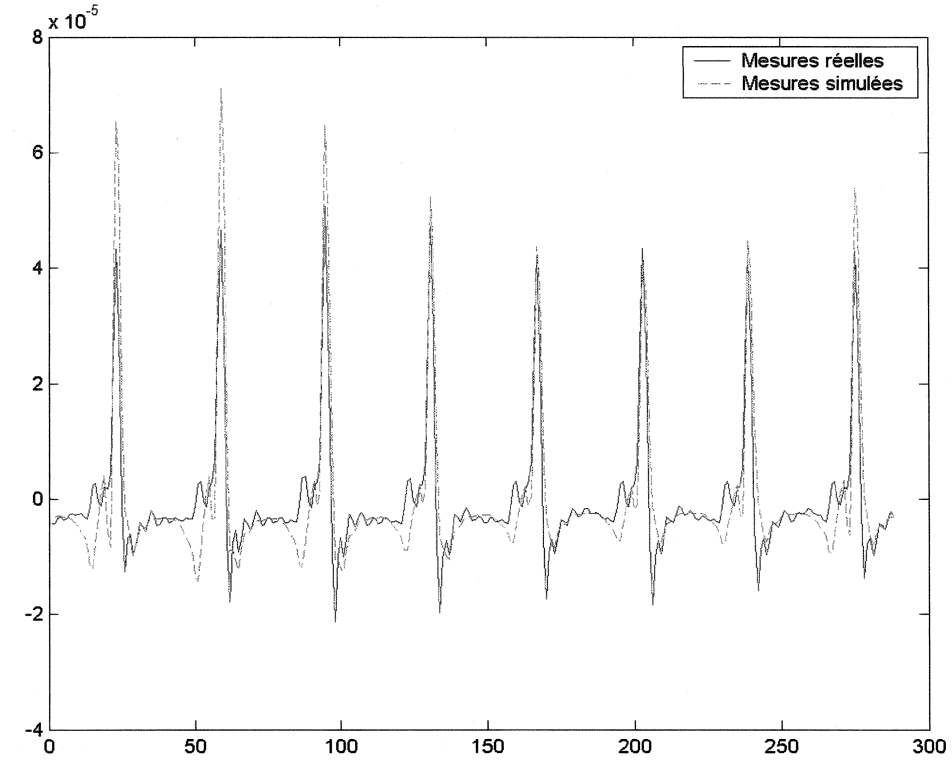
Les figures 5.16 et 5.17 montrent les signaux de potentiel électrique mesurés ainsi que ceux simulés par le problème direct pour une inclusion conductrice (tige de cuivre) de 2 cm de diamètre placée dans un bassin rempli d'un liquide salin de 1 S/m. La tige de cuivre est à une distance radiale de 8 cm et les mesures ont été effectuées pour des positions angulaires de 45° et 135°. Comme pour la série de figures précédentes, chacune de ces trames de mesures est accompagnée par la distribution de conductivité simulée utilisée pour générer la trame de comparaison.

5.2.2.3 Influence de la distance radiale de l'inclusion

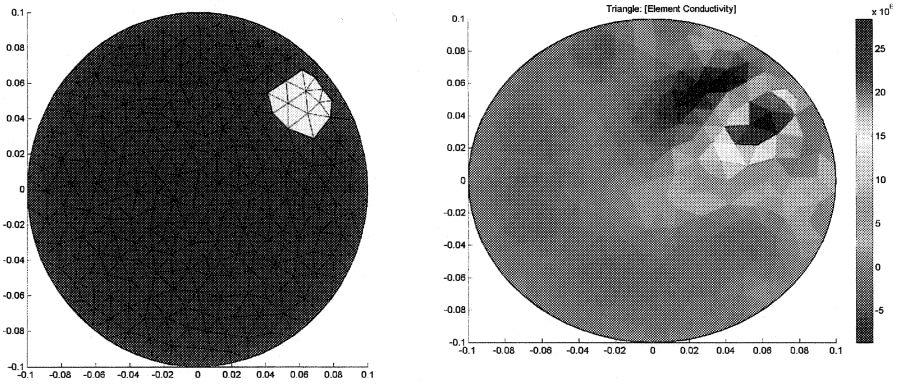
Au début de ce chapitre, nous avons montré que la nature circulaire du parcours suivi par les courants induits amenait, pour toutes les configurations de bobines, une densité de courant diminuant vers le centre du milieu. Les figures 5.18 et 5.19 montrent des images reconstruites pour des inclusions situées près du centre du bassin. On remarque que la concordance entre les signaux théoriques et expérimentaux est beaucoup plus faible que pour les inclusions périphériques montrées précédemment. Cet écart provient principalement de l'amplitude très faible des signaux mesurés aux électrodes pour des perturbations profondes.

5.3 Discussion des résultats

Les résultats obtenus avec le tomographe par courants induits pour des inclusions simples ou multiples en périphérie (figures 5.11 à 5.17) sont très encourageants. La corrélation entre les signaux de potentiel prédits par simulations et ceux mesurés par les électrodes excellente, d'autant plus que le courant fourni aux bobines n'était que

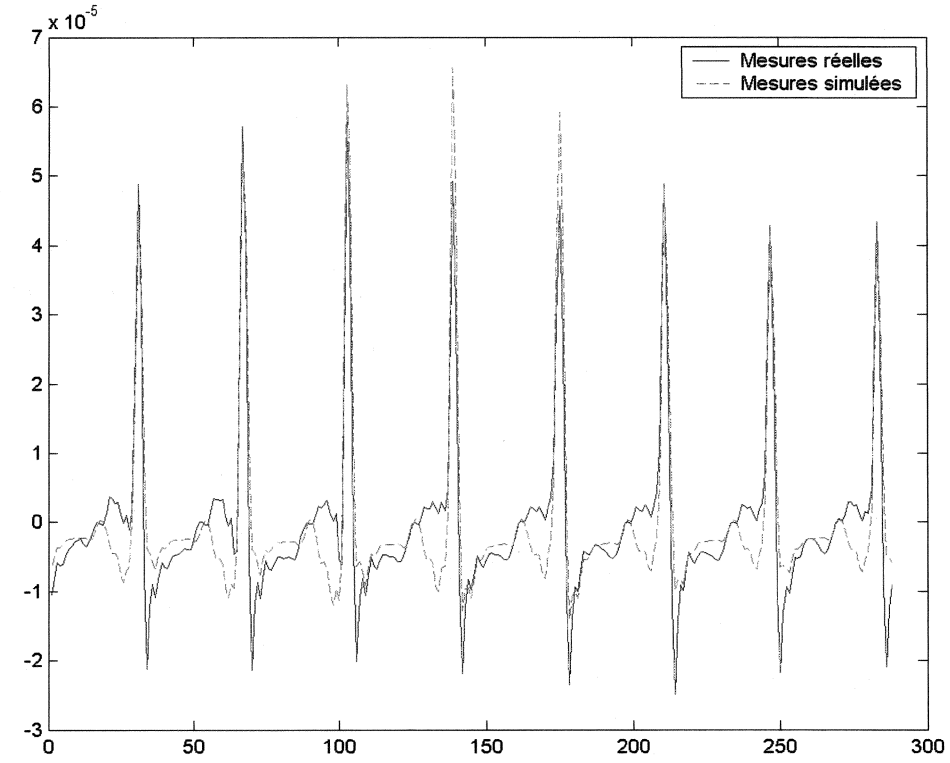


(a)

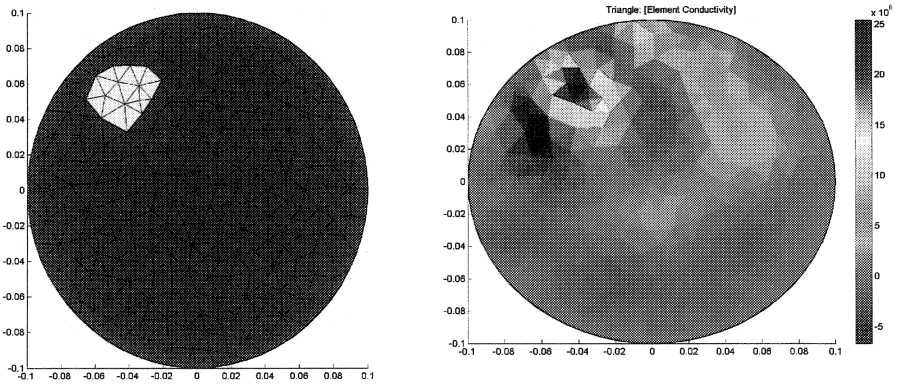


(b) (c)

Figure 5.16: (a) Trame des mesures de potentiel périphérique obtenue pour une inclusion conductrice de 2 cm de diamètre à une position angulaire de 45° placée à 8 cm du centre d'un bassin rempli de salin de 1 S/m, (b) La distribution de conductivité source utilisée pour la génération de la trame de mesures simulées et (c) L'image reconstruite avec les mesures réelles pour un facteur de régularisation $\lambda = 1 \times 10^{-6}$.

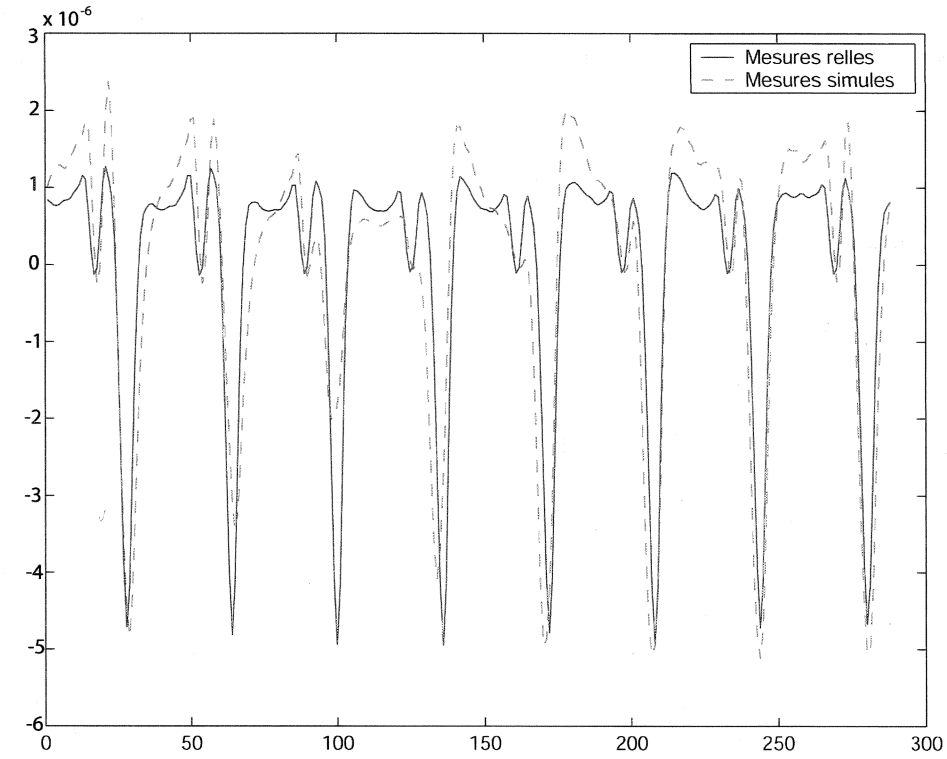


(a)

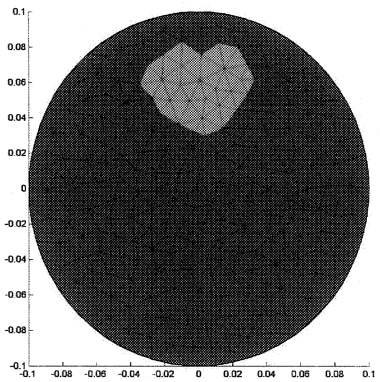


(b) (c)

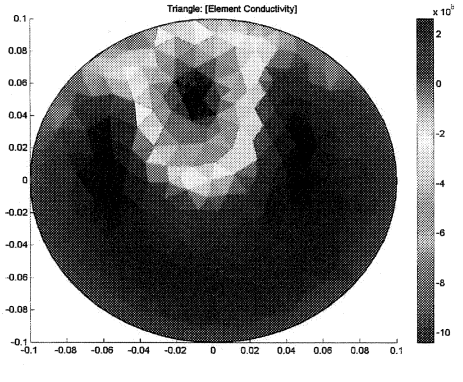
Figure 5.17: (a) Trame des mesures de potentiel périphérique obtenue pour une inclusion conductrice de 2 cm de diamètre à une position angulaire de 135° placée à 8 cm du centre d'un bassin rempli de salin de 1 S/m, (b) La distribution de conductivité source utilisée pour la génération de la trame de mesures simulées et (c) L'image reconstruite avec les mesures réelles pour un facteur de régularisation $\lambda = 1 \times 10^{-6}$.



(a)

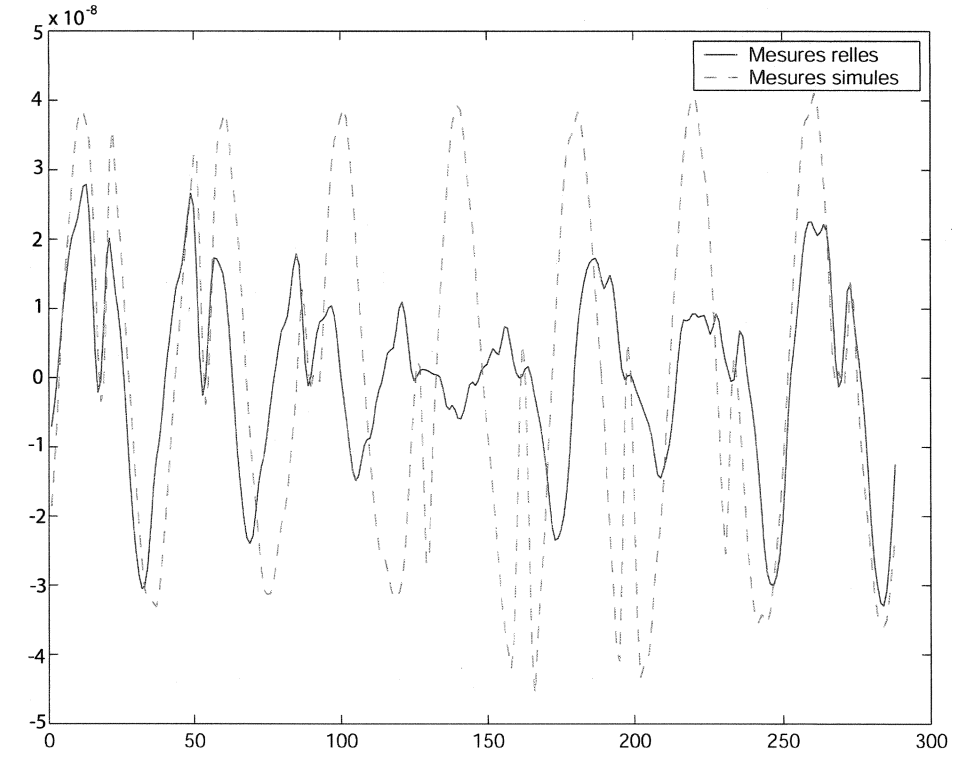


(b)

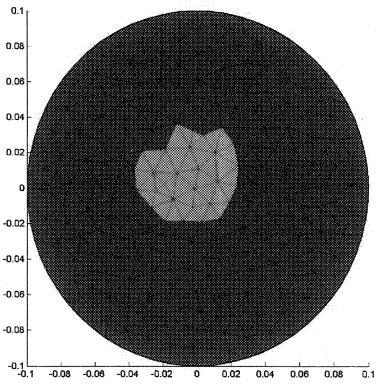


(c)

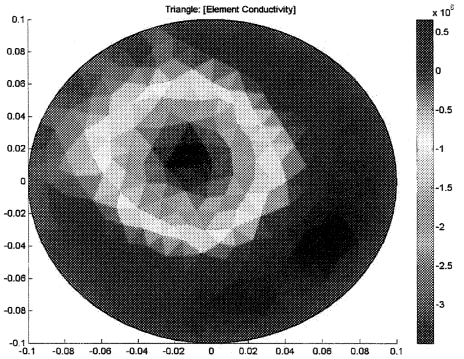
Figure 5.18: (a) Trame des mesures de potentiel périphérique obtenue pour une inclusion isolante de 5 cm de diamètre à 90° placée à 7.5 cm du centre d'un bassin de 10 cm de rayon dont la conductivité du salin est de 1 S/m. (b) La distribution de conductivité source utilisée pour la génération de la trame de mesures simulées et (c) L'image reconstruite avec les mesures réelles pour un facteur de régularisation $\lambda = 1 \times 10^{-6}$.



(a)



(b)



(c)

Figure 5.19: (a) Trame des mesures de potentiel périphérique obtenue pour une inclusion isolante de 5 cm de diamètre placée au centre d'un bassin de 10 cm de rayon dont la conductivité du salin est de 1 S/m. (b) La distribution de conductivité source utilisée pour la génération de la trame de mesures simulées et (c) L'image reconstruite avec les mesures réelles pour un facteur de régularisation $\lambda = 1 \times 10^{-6}$.

du cinquième de l'amplitude maximale possible (100 mA plutôt que 500 mA).

Toutefois, les mesures prises pour une inclusion profonde (près du centre du bassin, figures 5.6 et 5.7) souffrent de la faiblesse du champ magnétique généré par un courant de seulement 100 mA dans les bobines. La densité de courant induite étant alors plus faible, la perturbation de potentiel scalaire causée par l'inclusion est moins importante et parvient difficilement à être mesurée en surface.

Aussi, le faible courant d'excitation disponible lors des essais *in vitro* ne nous a pas permis d'obtenir des résultats concluants dans le cas d'inclusions entourées d'une structure faiblement conductrice. Les simulations, montrées à la figure 5.8, prédisent cependant que la TIE-CI a le potentiel de reconstruire des images de qualité dans ce type de situation. Il sera intéressant de vérifier la justesse de ces simulations lorsqu'une source d'alimentation plus puissante sera disponible.

Finalement, ces résultats *in vitro* démontrent qu'un placement judicieux et une position fixe des câbles d'électrodes permet l'élimination quasi totale du bruit inductif causé par les bobines en utilisant des mesures de variations de potentiel par rapport à un instant de référence. Cependant, à moins de s'attaquer à la difficile modélisation des tensions induites dans le système de mesures et d'inclure leur effet lors de la résolution du problème direct, nous sommes contraints d'effectuer de l'imagerie dynamique en TIE-CI.

5.4 Améliorations possibles

La principale amélioration à apporter au système est l'utilisation d'une source d'alimentation DC de $\pm 85V$ pour le module d'amplification. Il sera alors possible de tirer profit des 500 mA disponibles et ainsi créer des champs magnétiques plus intenses. Ceci améliorera la qualité des images d'inclusions profondes en augmentant le rapport signal sur bruit des mesures.

Dans la modélisation du problème direct, nous avons utilisé un milieu 2D pour faciliter le développement de l'algorithme de reconstruction d'images. Toutefois, la densité de courant qui est induite dans le bassin par les bobines n'est pas limitée à une section d'épaisseur infinitésimale, mais diminue graduellement en s'éloignant du plan des bobines. Ceci a certainement un effet sur la qualité des images reconstruites.

Chapitre 6

Conclusion

L'objectif de ce projet était de concevoir un tomographe d'impédance électrique par courants induits permettant de reconstruire des images de la distribution de conductivité électrique interne d'une section d'un objet en temps réel.

Au chapitre 2, nous avons utilisé la méthode des éléments finis pour résoudre l'équation différentielle régissant le potentiel scalaire dans un milieu de conductivité donnée placé dans un champ magnétique variant dans le temps. Au chapitre 3, nous avons par la suite linéarisé l'équation différentielle exprimant le potentiel scalaire dans le milieu en fonction de la distribution de conductivité interne. Ceci nous a fourni une matrice de sensibilité $\boldsymbol{S}$ modélisant le problème direct. Un lien direct a alors été établi entre les mesures de variations du potentiel périphérique et les perturbations dans la distribution de conductivité du milieu. Cette relation, représentée sous forme matricielle, allait permettre de reconstruire des images des perturbations de conductivité $\Delta\boldsymbol{\sigma}$ à partir des mesures de différences de potentiel $\Delta\boldsymbol{\phi}$ prises en surface par le tomographe.

Au chapitre 4, l'architecture matérielle des deux modules électroniques qui ont été conçus pour former le tomographe d'impédance électrique par courants induits a été présentée. Ce système devait pouvoir être utilisé avec le tomographe actuel de l'Institut de génie biomédical. De plus, il devait supporter la prise de mesures de TIE conventionnelle, où les courants d'excitation sont appliqués par les électrodes périphériques.

Les résultats de simulations présentés au chapitre 5 démontrent que, dû à la nature circulaire du parcours suivi par les courants induits, la TIE conventionnelle est généralement plus performante que la TIE-CI en terme de résolution. Toutefois, les images reconstruites par TIE-CI sont de qualité supérieure par rapport aux images générées avec la TIE conventionnelle lorsque l'inclusion à imager est entourée d'une structure faiblement conductrice qui atténue les courants appliqués par des électrodes de surface.

Les résultats expérimentaux présentés dans la seconde partie de ce même chapitre sont particulièrement concluants. Les signaux mesurés par le tomographe ont été comparés aux signaux simulés pour différentes inclusions isolantes et conductrices placées dans un bassin rempli de salin pour diverses positions. Les signaux prédits par les simulations et les signaux mesurés concordent grandement.

Enfin, le projet développé a permis l'utilisation en temps réel du tomographe par courants induits. Celui-ci a généré des images dont la résolution est similaire, quoique légèrement inférieure, aux images produites par le tomographe par courants appliqués de l'IGB.

En guise d'ouverture, parallèlement à ce projet de maîtrise, des simulations ont été menées afin d'explorer la possibilité de jumeler les techniques de TIE-CI et de TIE conventionelle. Plus précisément, un algorithme de reconstruction d'image mixte a été conçu en jumelant des mesures de TIE-CI et des mesures de TIE conventionnelle. Les résultats de ces simulations ont montré une légère amélioration de la qualité des images reconstruites. Ces mêmes résultats ont surtout mis en évidence la balance délicate qui doit être établie entre l'amplitude des courants appliqués et induits afin de tirer le meilleur de ces deux modalités. Cette approche pourra faire l'objet d'études plus approfondies afin de potentiellement améliorer les performances de la TIE, et ainsi d'élargir ses champs d'applications cliniques.

Bibliographie

[1] D.K. Anderson I.L. Freeston W.R. Purvis, R.C. Tozer. Induced current impedance imaging. *IEE Proceedings*, 140:135–141, Mars 1993.

[2] B.H. Brown D.C. Barber. Applied potential tomography. *J. Physics. E.*, 17:723–733, 1984.

[3] N.G. Gençer and Y.Z. Ider. A comparative study of several exciting magnetic fields for induced current eit. *Physiological Measurements*, 15:51–57, 1994.

[4] M. Kuzuoglu N.G. Gençer and Y.Z. Ider. Electrical impedance tomography using induced currents. *IEEE Transactions on Medical Imaging*, 13:338–350, 1994.

[5] Y.Z. Ider N.G. Gençer and S.J. Williamson. Electrical impedance tomography: Induced-current imaging achieved with a multiple coil system. *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, Février 1996.

[6] N. G. Gençer. Imaging tissue conductivity via contactless measurements: A feasibility study. *ELEKTRIK*, 6:183–200, 1998.

[7] N. G. Gençer and M. Tek. Forward problem solution for electrical conductivity imaging via contactless measurements. *Physics in Medicine and Biology*, 44:927–940, 1999.

[8] M. Rosenfeld S. Zlochiver and S. Abboud. Induced-current electrical impedance tomography: A 2-d theoritical model. *IEEE Transactions on Medical Imaging*, Décembre 2003.

[9] M. Rosenfeld S. Zlochiver and S. Abboud. Zlochiver:induced current electrical impedance tomography system: Experimental results and numerical simulations. *Institute of Physics Publishing*, Février 2004.

[10] H. Griffiths. Magnetic induction tomography. *Measurement Science and Technology*, 12:1126–1131, 2001.

[11] A. Morris, H. Griffiths, and W. Gough. A numerical model for magnetic induction tomographic measurements in biological tissues. *Physiological Measurement*, 22:113–119, 2001.

[12] W. Ruan, R. Guardo, and A. Adler. Experimental evaluation of two iterative reconstruction methods for induced current electrical impedance tomography. *IEEE Transactions on Medical Imaging*, Avril 1996.

[13] A. Adler and R. Guardo. Electrical impedance tomography: Regularized imaging and contrast detection. *IEEE Transactions on Medical Imaging*, Avril 1996.

[14] G. Demoment. Image reconstruction and restoration: overview of common estimation structures and problems. *IEEE Transactions on Acoustics, Speech and Signal Processing*, 37:2024–2030, 1989.

[15] J. M. Mendel. *Lessons in estimation theory for signal processing, communications and control.* Prentice Hal, 1995.

[16] D.R. Corson P. Lorrain. *Electromagnetic Fields and Waves.* Freeman, 1988.

[17] P. Silvester and R. L. Ferrari. *Finite Elements for Electrical Engineers, 3rd Edition.* Cambridge University Press, 1996.

[18] W. R. Smythe. *Static and Dynamic Electricity.* New York: McGraw-Hill, 1965.

[19] A. Fortin. *Les éléments finis: de la théorie à la pratique.* École Polytechnique de Montréal, 2000.

[20] H. Gagnon. *Application de la tomographie d'impédance électrique à la résolution du problème inverse en électrocardiographie.* Mémoire de maîtrise, École Polytechnique de Montréal, Canada, 1997.

[21] H. Gagnon. *Évaluation de la ventilation pulmonaire par tomographie d'impédance électrique.* Thèse de doctorat, École Polytechnique de Montréal, Canada, 2003.

[22] K. Maalouf. *Tomographie d'impédance électrique par courants de Foucault.* Mémoire de maîtrise, École Polytechnique de Montréal, Canada, 2001.

[23] Y. Goussard. *Traitement de signaux biomédicaux.* Institut de génie biomédical, École Polytechnique de Montréal, version provisoire, 2001.

Annexe A

Potentiel vecteur d'une bobine circulaire

La valeur du potentiel vecteur magnétique produit par une bobine circulaire, nécessaire lors de la modélisation du problème direct, peut être représentée sous forme analytique. Considérons la bobine circulaire montrée à la figure A.1. Cette bobine de rayon a est placée dans le plan $x-y$, et nous cherchons la valeur du potentiel vecteur magnétique en tout point de l'espace.

Par symétrie, le potentiel vecteur est azimutal, il n'a qu'une composante dans la direction $\hat{e}_\phi$. De plus, l'amplitude de cette composante A_ϕ ne dépend pas de l'angle ϕ, nous ferons donc les calculs pour $\phi = 0$ par simplicité [18].

Ainsi, pour le point $P(r, \theta, \phi = 0)$, les composantes de A_ϕ selon $\hat{e}_x$ s'annulent alors que celles selon $\hat{e}_y$ s'additionnent. On a

$$\vec{A} = \frac{\mu I}{4\pi} \oint \frac{d\vec{s}}{r} \tag{A.1}$$

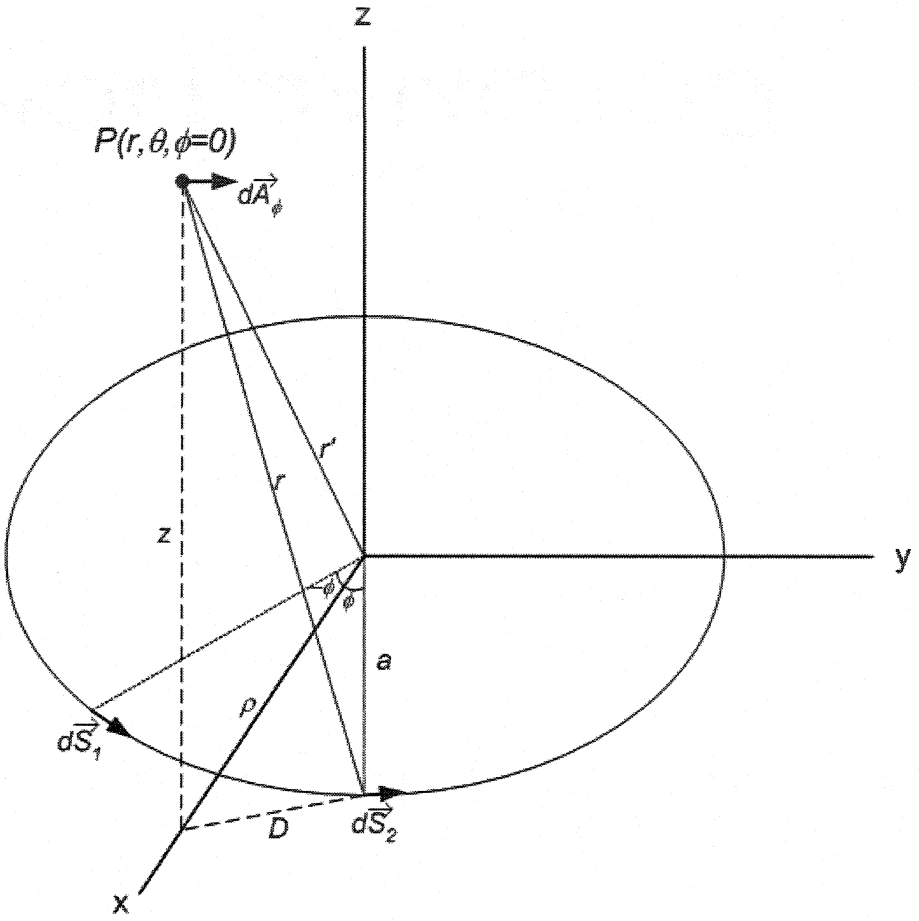


Figure A.1: Bobine circulaire de rayon a utilisée pour la génération du champ magnétique variant dans le temps.

Donc, en ce point,

$$A_\phi = \frac{\mu I}{4\pi} \int_0^{2\pi} \frac{ds_{\phi y}}{r} \tag{A.2}$$

Puisque le point considéré est dans le plan $x-z$, lorsque deux éléments équidistants ds à $+\phi$ et $-\phi$ sont pairés, la résultante est normale à ρz. On peut alors intégrer deux fois de 0 à π plutôt que de 0 à 2π:

$$A_\phi = \frac{\mu I}{2\pi} \int_0^{\pi} \frac{ds_{\phi y}}{r} = \frac{\mu I}{2\pi} \int_0^{\pi} \frac{a cos\phi d\phi}{\sqrt{a^2 + \rho^2 + z^2 - 2a\rho cos\phi}} \tag{A.3}$$

Effectuons le changement de variable suivant:

$$\begin{aligned} \phi &= \pi + 2\theta \\ d\phi &= 2d\theta \\ cos\phi &= 2sin^2\pi - 1 \end{aligned}$$

Avec ce changement de variable, et en notant que le cosinus est une fonction paire, l'intégrale pour la composante azimutale du potentiel vecteur magnétique devient:

$$A_\phi = \frac{\mu a I}{\pi} \int_0^{\pi/2} \frac{(2sin^2\theta - 1)d\theta}{\sqrt{(a+\rho)^2 + z^2 - 4a\rho sin^2\theta}} \tag{A.4}$$

En utilisant dans cette équation

$$k^2 = \frac{4a\rho}{(a+\rho)^2 + z^2} \tag{A.5}$$

On trouve, après quelques manipulations,

$$A_\phi = \frac{\mu I}{\pi k} \left(\frac{a}{\rho}\right)^{1/2} \left[\left(1 - \frac{k^2}{2}\right) \int_0^{\pi/2} \frac{d\theta}{\sqrt{1 - k^2 sin^2\theta}} - \int_0^{\pi/2} \sqrt{1 - k^2 sin^2\theta} d\theta \right] \tag{A.6}$$

Ce qui se réécrit finalement comme:

$$A_\phi = \frac{\mu I}{\pi k} \left(\frac{a}{\rho}\right)^{1/2} \left[\left(1 - \frac{k^2}{2}K - E\right) \right] \tag{A.7}$$

Où

$$\begin{aligned} K &= \int_0^{\pi/2} \frac{d\theta}{\sqrt{1 - k^2 sin^2\theta}} \\ E &= \int_0^{\pi/2} \sqrt{1 - k^2 sin^2\theta} d\theta \end{aligned}$$

$K(k)$ et $E(k)$ sont respectivement les intégrales elliptiques de premier et deuxième type.

Ces intégrales elliptiques peuvent être approximées par:

$$\begin{aligned} K &= \frac{\pi}{2}\left[1+\left(\frac{1}{2}\right)^2 k^2+\left(\frac{1\times 3}{2\times 4}\right)^4 k^4+\left(\frac{1\times 3\times 5}{2\times 4\times 6}\right)^6 k^6\right] \\ E &= \frac{\pi}{2}\left[1-\left(\frac{1}{2}\right)^2 k^2-\left(\frac{1\times 3}{2\times 4}\right)^4 \frac{k^4}{3}-\left(\frac{1\times 3\times 5}{2\times 4\times 6}\right)^6 \frac{k^6}{5}\right] \end{aligned}$$

On obtient finalement:

$$A_\phi = \frac{\mu I}{32}\left(\frac{a}{\rho}\right)^{1/2} k^3\left(1+\frac{3}{4}k^2+\frac{75}{128}k^4+...\right) \tag{A.8}$$

Où

$$k^2 = \frac{4a\rho}{(a+\rho)^2+z^2} \tag{A.9}$$

Enfin, nous simplifierons le traitement en travaillant dans le plan de la bobine car A_ϕ étant normal au plan $\rho - z$, on a $\frac{\partial A_{\phi z}}{\partial t} = 0$. On trouve donc, pour un courant d'excitation sinusoïdal $I = I_0 sin(\omega t)$ appliqué à une bobine de N tours, les composantes en x, y de la variation temporelle du potentiel vecteur magnétique nécessaire pour la résolution du problème direct:

$$\frac{\partial A_{\phi x}}{\partial t} = -\frac{\mu\omega N I_0 cos(\omega t) cos\phi}{32}\left(\frac{a}{\rho}\right)^{1/2} k^3\left(1+\frac{3}{4}k^2+\frac{75}{128}k^4+...\right) \tag{A.10}$$

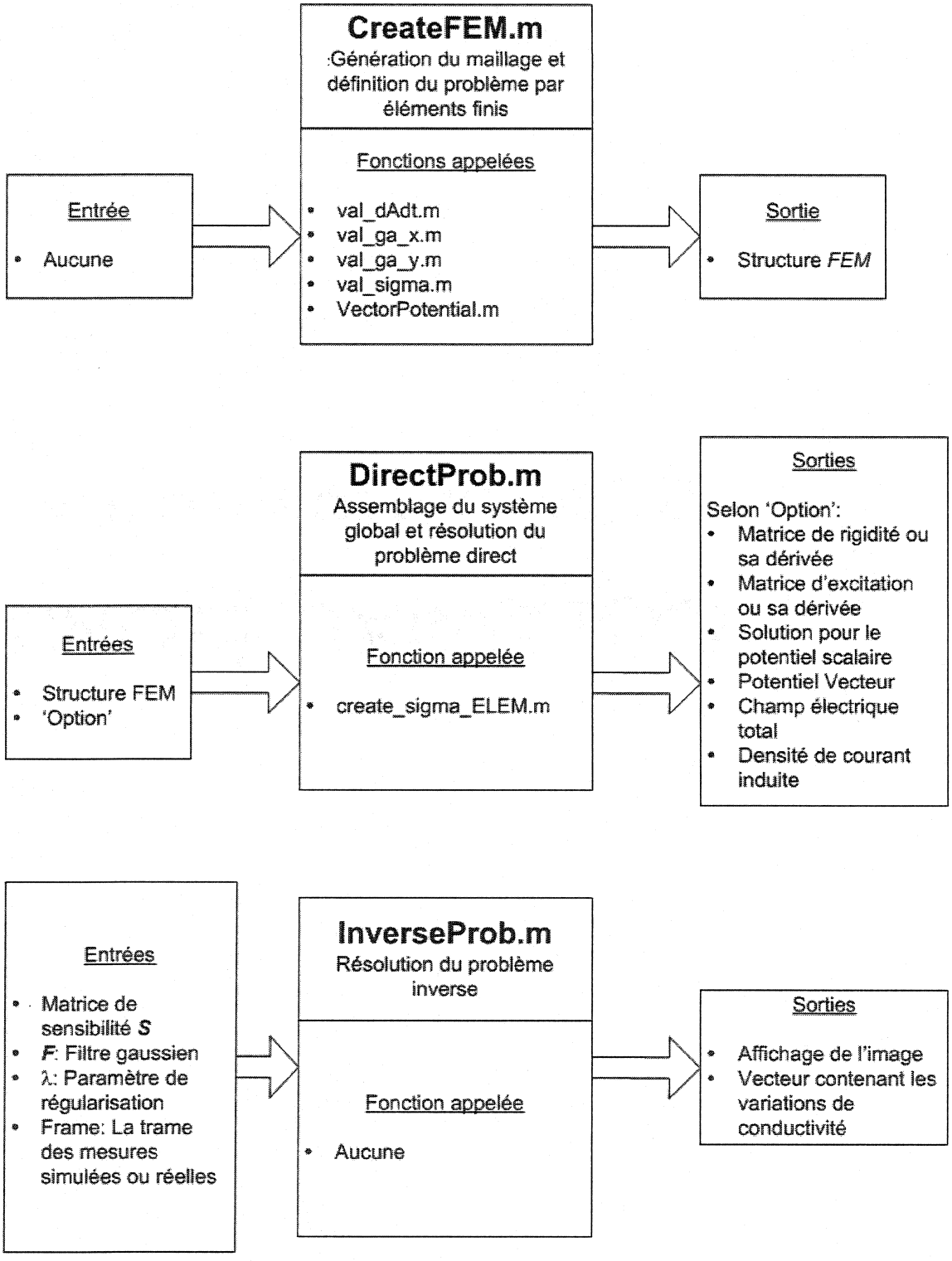
$$\frac{\partial A_{\phi y}}{\partial t} = \frac{\mu\omega N I_0 cos(\omega t) sin\phi}{32}\left(\frac{a}{\rho}\right)^{1/2} k^3\left(1+\frac{3}{4}k^2+\frac{75}{128}k^4+...\right) \tag{A.11}$$

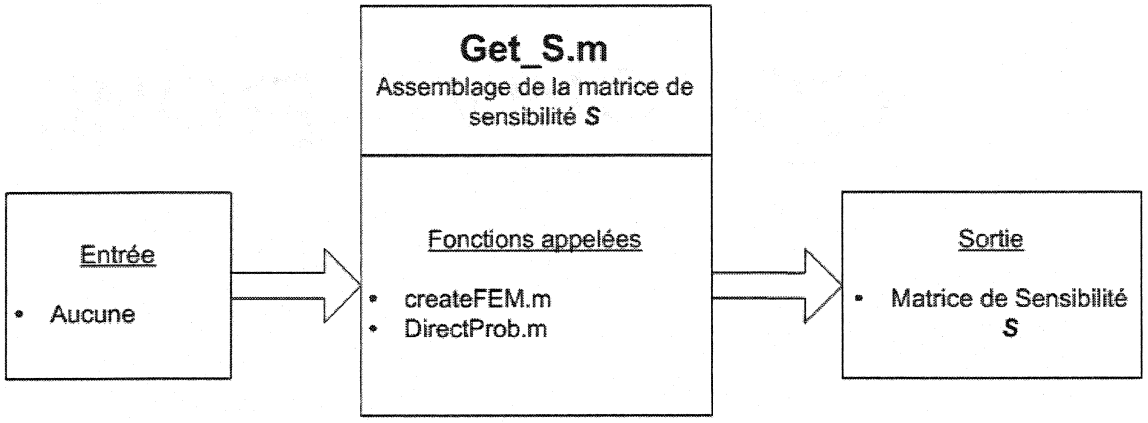
Annexe B

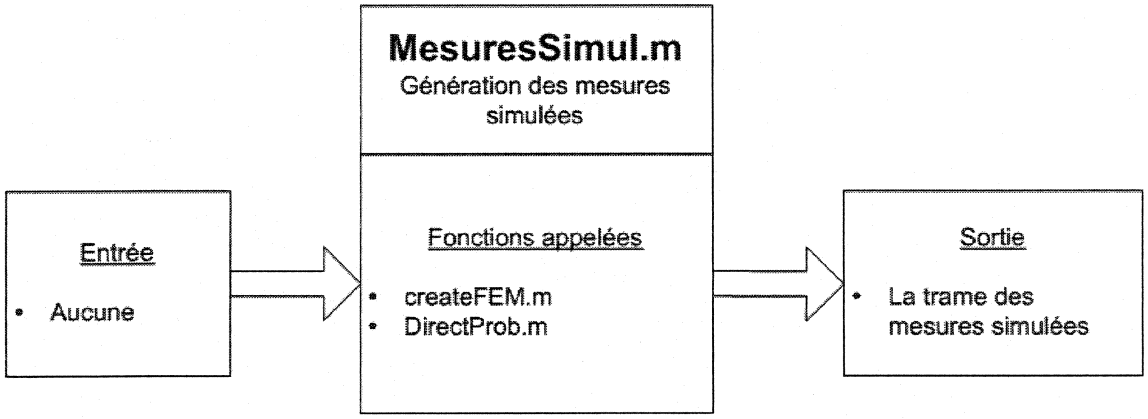
Programmes MATLAB

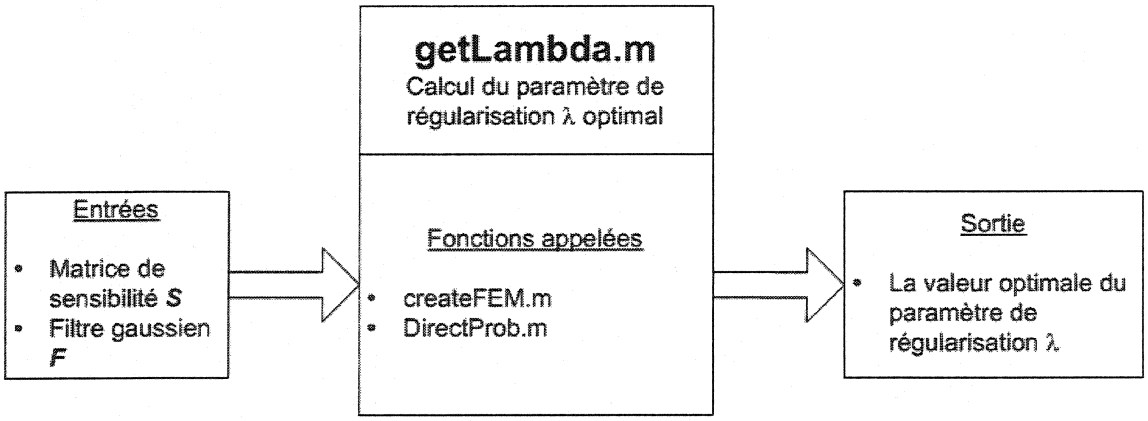
Les différents programmes MATLAB qui ont été écrits dans le cadre de ce projet de maîtrise sont disponibles sur CD-ROM à l'Institut de génie biomédical.

Les pages suivantes présentent les diagrammes fonctionnels des principaux programmes MATLAB qui ont été utilisés pour la réalisation des simulations présentées dans ce mémoire.


CreateFEM.m
Génération du maillage et définition du problème par éléments finis
Entrée
Aucune
Fonctions appelées
val_dAdt.m
val_ga_x.m
val_ga_y.m
val_sigma.m
VectorPotential.m
Sortie
Structure FEM
DirectProb.m
Assemblage du système global et résolution du problème direct
Entrées
Structure FEM
'Option'
Fonction appelée
create_sigma_ELEM.m
Sorties
Selon 'Option':
Matrice de rigidité ou sa dérivée
Matrice d'excitation ou sa dérivée
Solution pour le potentiel scalaire
Potentiel Vecteur
Champ électrique total
Densité de courant induite
InverseProb.m
Résolution du problème inverse
Entrées
Matrice de sensibilité S
F: Filtre gaussien
λ: Paramètre de régularisation
Frame: La trame des mesures simulées ou réelles
Fonction appelée
Aucune
Sorties
Affichage de l'image
Vecteur contenant les variations de conductivité


Get_S.m
Assemblage de la matrice de sensibilité S
Entrée
Aucune
Fonctions appelées
createFEM.m
DirectProb.m
Sortie
Matrice de Sensibilité S


MesuresSimul.m
Génération des mesures simulées
Entrée
Aucune
Fonctions appelées
createFEM.m
DirectProb.m
Sortie
La trame des mesures simulées


getLambda.m
Calcul du paramètre de régularisation λ optimal
Entrées
Matrice de sensibilité S
Filtre gaussien F
Fonctions appelées
createFEM.m
DirectProb.m
Sortie
La valeur optimale du paramètre de régularisation λ