NOTE TO USERS

This reproduction is the best copy available.

UMI®

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

ÉTUDE ET SIMULATION DE LA FORMATION DE GLACE SUR AÉRONEFS ET MODÉLISATION DE SYSTÈMES ANTIGIVRANTS

MATHIEU FREGEAU
DÉPARTEMENT DE GÉNIE MÉCANIQUE
ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

MÉMOIRE PRÉSENTÉ EN VUE DE L'OBTENTION
DU DIPLÔME DE MAÎTRISE ÈS SCIENCES APPLIQUÉES
(GÉNIE MÉCANIQUE)
MAI 2004

© Mathieu Fregeau, 2004.

Library and Archives Canada

Published Heritage Branch

395 Wellington Street
Ottawa ON K1A 0N4
Canada

Bibliothèque et Archives Canada

Direction du Patrimoine de l'édition

395, rue Wellington
Ottawa ON K1A 0N4
Canada

Your file Votre référence
ISBN: 0-612-97949-0
Our file Notre référence
ISBN: 0-612-97949-0

NOTICE:
The author has granted a non-exclusive license allowing Library and Archives Canada to reproduce, publish, archive, preserve, conserve, communicate to the public by telecommunication or on the Internet, loan, distribute and sell theses worldwide, for commercial or non-commercial purposes, in microform, paper, electronic and/or any other formats.

The author retains copyright ownership and moral rights in this thesis. Neither the thesis nor substantial extracts from it may be printed or otherwise reproduced without the author's permission.

AVIS:
L'auteur a accordé une licence non exclusive permettant à la Bibliothèque et Archives Canada de reproduire, publier, archiver, sauvegarder, conserver, transmettre au public par télécommunication ou par l'Internet, prêter, distribuer et vendre des thèses partout dans le monde, à des fins commerciales ou autres, sur support microforme, papier, électronique et/ou autres formats.

L'auteur conserve la propriété du droit d'auteur et des droits moraux qui protège cette thèse. Ni la thèse ni des extraits substantiels de celle-ci ne doivent être imprimés ou autrement reproduits sans son autorisation.

In compliance with the Canadian Privacy Act some supporting forms may have been removed from this thesis.

While these forms may be included in the document page count, their removal does not represent any loss of content from the thesis.

Conformément à la loi canadienne sur la protection de la vie privée, quelques formulaires secondaires ont été enlevés de cette thèse.

Bien que ces formulaires aient inclus dans la pagination, il n'y aura aucun contenu manquant.

Canada

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

Ce mémoire intitulé :

ÉTUDE ET SIMULATION DE LA FORMATION DE GLACE SUR AÉRONEFS ET MODÉLISATION DE SYSTÈMES ANTIGIVRANTS

présenté par : FREGEAU Mathieu

en vue de l'obtention du diplôme de : Maîtrise ès sciences appliquées

a été dûment accepté par le jury d'examen constitué de :

M. PRUD'HOMME Michel, Ph.D., président

M. PARASCHIVOIU Ion, Ph.D., membre et directeur de recherche

M. PUEYO Alberto, Ph.D., membre

REMERCIEMENTS

Je tiens à remercier sincèrement mon directeur d'étude, D^r Ion Paraschivoiu pour son mentorat professionnel et son encouragement constant, l'associé de recherche, D^r Farooq Saeed pour ses conseils et son savoir-faire sur le projet de givrage, le groupe d'aérodynamique avancée de Bombardier Aéronautique, spécialement D^r Fassi Kafyeke, D^r Alberto Pueyo, D^r Marc Langlois ainsi que M. Dan Chocron pour les discussions et recommandations qui ont aidé à faire avancer ce projet.

Je remercie également mes collègues de recherche pour leur coopération et leur patience, les étudiants sous-gradués ainsi que les étudiants de maîtrise qui ont participé à l'élaboration de parties du code, notamment Corentin Brette.

Ce projet a été supporté par la compagnie Bombardier Aéronautique ainsi que le Conseil de recherches en sciences naturelles et en génie du Canada ; leur support est grandement apprécié.

RÉSUMÉ

Ce projet vise le développement d'un code numérique de prédiction de givre et de simulation de systèmes antigivrants pour des aéronefs en trois dimensions.

Le module d'antigivrage considère une surface tridimensionnelle courbe comme surface d'impact. Un modèle d'interpolation par krigeage a été implanté à partir de résultats Navier-Stokes en 3D obtenus à l'aide du code commercial FLUENT. Les résultats des simulations numériques ont été validés en se basant sur une étude expérimentale utilisant une plaque plane comme surface d'impact*. La validation a permis de faire confiance aux résultats numériques, mais serait sans doute plus rigoureuse si elle tenait compte d'une plaque d'impact courbe.

Un code 3D complet de prédiction de givre, CANICE-3D, a été développé en se basant sur un code commercial à écoulement irrotationel et non visqueux, dit à panneaux. CANICE-3D a été développé à travers le code source de CMARC. Il est relativement facile de le découpler mais n'a pas été développé en ce sens au départ.

Un module de calcul de trajectoires a été implanté suivant un schéma Runge-Kutta d'ordre 4 (approche Lagrangienne). L'approche par 4 gouttelettes pour le calcul des coefficients de captation a été privilégiée pour son concept apportant une bonne précision. L'approche antérieurement modélisée (dans le code 2D) nécessitait des approximations/interpolations non requises par l'approche des 4 gouttelettes.

Une distribution de taille de gouttelettes peut être considérée. Le calcul de la distribution n'est pas implanté directement à CANICE-3D, mais un fichier d'entrée est attendu. Un code indépendant a été fait permettant de calculer 3 types de

* Pour assurer une similarité avec les expérimences, un cas numérique utilisant une plaque plane comme surface d'impact a été étudié.

distribution.

Un module de correction couche limite a été développé suivant les lignes de courant surfaciques. En ce sens, la troisième dimension y est considérée implicitement (lignes de courant), mais le calcul ne tiens pas compte des effets d'écoulement transverse. Les calculs du point de transition et du point de séparation sont sommaires bien qu'ils pourraient être facilement modifiables (critère de Von Doenhoff ou de Michel pour la transition, critère de Stratford ou de Thwaites pour la séparation). Des options au fichier d'entrée sont notamment prévues pour changer la nature de ces prédictions. La rugosité par hauteur équivalente de grain de sable est considérée dans la correction de la couche limite.

L'eau de ruissellement y est considérée en calculant une hauteur de film d'eau et un profil de vitesse linéaire dans le film.

Des prédictions de forme de glace pour différentes conditions atmosphériques sur des ailes tridimensionnelles droites sont présentées. Les cas expérimentaux de l'atelier de l'OTAN ainsi que les résultats de CANICE-2D sont la base de la comparaison. Les résultats sont concluants et prometteurs. Bien que les formes soient sous-prédites dans la plupart des cas, certaines sont plus près des résultats expérimentaux que celles préditent par CANICE-2D.

Un module antigivrant est complètement inclus dans CANICE-3D, sans optimisation. Une configuration de système antigivre est préalablement imposée suivant les paramètres modélisés.

ABSTRACT

This project is to develop a numerical code to predict the ice formation and to simulate an anti-icing system for aircraft in three dimensions.

The anti-icing modeling considers a 3D curved surface as the impingement surface. A kriging interpolation scheme based on 3D Navier-Stokes results, conducted with the commercial CFD tool FLUENT, has been implemented. An experimental study using a flat plate as the impingement surface has been used to validate the CFD results†. The validation asserts numerical results but should be more thorough by considering a curved surface.

CANICE-3D, a complete 3D icing code based on a commercial irrotational and unviscous flow solver (pannel method) has been developed. CANICE-3D is imbedded into CMARC. Although it is fairly easy to uncoupled CANICE-3D from CMARC, it has not been developped in that sense from the beginning.

Trajectory calculations are performed following a Runge-Kutta 4^{th} order scheme (Lagrangian approach). The approach using 4 droplets for the calculation of the collection efficiency has been preferred for its higher resolution. The approach previously developed in the 2D version was requiring approximations/interpolations that are no longer needed for the 4 droplets approach.

A distribution of droplet sizes can be considered. The distribution calculation is not directly imbeded into CANICE-3D but an input file is awaited. An independant code that compute 3 distribution types has been built.

A boundary layer correction module that follow surface streamlines has been construc-

† a CFD case study using a flat plate has been conducted for the validation to ensure similarity.

ted. The third dimension is implicitly considered (surface streamlines), but does not take into account cross-flow effects. The transition point and separation point prediction are direct, but could be changed easily (Von Doenhoff's and Michel's criteria for the transition, Stratford's and Thwaites' criteria for the separation). Options are set to choose among them. Equivalent Sand Grain roughness approach has been implemented in the boundary layer correction.

Runback water is considered by computing a water film height and a linear velocity profile in the water film.

Ice prediction results over 3D aircraft wings for different atmospheric conditions are presented. Experimental results from the NATO workshop as well as CANICE-2D results are compared with CANICE-3D ones. Results are significant and fair. Although they are under-predicted in most cases, some are closer to experimental data than what CANICE-2D was.

Anti-icing module is fully embeded into CANICE-3D, without optimization. An anti-icing configuration is previously enforced following the parametrization.

TABLE DES MATIÈRES

REMERCIEMENTS iv

RÉSUMÉ v

ABSTRACT vii

TABLE DES MATIÈRES ix

LISTE DES FIGURES xiv

LISTE DES NOTATIONS ET DES SYMBOLES xviii

LISTE DES TABLEAUX xxiv

LISTE DES ANNEXES xxv

AVANT-PROPOS xxvii

INTRODUCTION 1

CHAPITRE 1 PROBLÉMATIQUE ET REVUE DE LA LITTÉRATURE 4

1.1 Types de glace 4

1.2 Simulation du problème de givrage 5

1.2.1 Motivations et objectifs 5

1.3 Techniques existantes de simulation de givrage 6

1.3.1 Atelier d'évaluation de l'O.T.A.N. 6

1.3.2 CANICE-2D 7

1.3.3 LEWICE 8

1.4 Systèmes dégivrants et antigivrants 9

1.4.1 Systèmes de dégivrage 9

1.4.2 Systèmes antigivrants à jets d'air chaud 10

1.5 Simulation du problème d'antigivrage 12

1.5.1 Modélisation numérique 13

CHAPITRE 2 PRÉDICITION NUMÉRIQUE DE GIVRE – CANICE-3D 14

2.1 Méthodologie et fondement 14

2.2 Structure du modèle 15

2.3 Calcul de l'écoulement 17

2.4 Calcul des trajectoires des gouttelettes 19

2.4.1 Approche *Lagrangienne* versus *Eulérienne* 22

2.4.2 Coefficient local de captation 24

2.4.3 Composition de l'eau dans l'air 28

2.5 Thermodynamique et bilan massique 30

2.5.1 Eau de ruissellement 42

2.6 Transfert de chaleur dans la couche-limite avec rugosité 46

2.6.1 Rugosité de surface 47

2.6.2 Régime laminaire 49

2.6.3 Estimation du point de séparation et de transition 51

2.6.4 Régime turbulent 53

2.7 Changement de géométrie par la formation de givre 54

2.7.1 Hauteur de givre 54

2.7.2 Modification du maillage 55

2.8 Simulation de système antigivre 57

CHAPITRE 3 MODÉLISATION DU SYSTÈME ANTIGIVRANT À JETS D'AIR CHAUD 59

3.1 Généralités 59

3.2 Paramétrisation et modélisation 62

3.2.1 Combinaison des paramètres 65

3.2.2 Modèles numériques 67

3.2.3 Conditions limites 73

3.2.3.1 Modélisation de la turbulence de l'écoulement à l'entrée et à la sortie 76

3.2.3.2 Modélisation de la vitesse à l'admission 77

3.2.3.3 Modélisation de la turbulence dans l'écoulement . 78

3.2.3.4 Paramètres de solution 80

3.3 Résultats numériques et discussions 83

3.4 Validation des résultats 86

3.5 Corrélations 89

3.6 Interpolation par krigreage 91

3.7 Implémentation 95

3.8 Implémentation – Exemple 97

CHAPITRE 4 RÉSULTATS ET ANALYSES 101

4.1 Résultats sur le coefficient de transfert de chaleur convectif 101

4.2 Résultats de formation de glace de simulation de systèmes antigivre 102

4.3 Discussion des résultats 111

CONCLUSION 114

RÉFÉRENCES 117

ANNEXES 126

LISTE DES FIGURES

Figure 1.1 Types de glace 5

Figure 1.2 Formation de saillie avec un système de dégivrage à boudin pneumatique 10

Figure 1.3 Schéma d'un système antigivrant. a) profil RAE-2822 avec bord d'attaque altéré. b) bec de bord d'attaque du RAE-2822 incorporant un système antigivrant typique 11

Figure 1.4 Détails d'un système antigivrant à jets d'air chaud 11

Figure 2.1 Système référentiel de coordonnées cartésiennes utilisé . . . 14

Figure 2.2 Structure de l'algorithme 16

Figure 2.3 Calcul du point d'origine des trajectoires 22

Figure 2.4 Résultat d'un calcul de trajectoires 22

Figure 2.5 Coefficient de captation local β 24

Figure 2.6 Surfaces d'impact A_i (délimitées par 4 gouttelettes) enjambants plusieurs panneaux P 26

Figure 2.7 Coefficient local de captation β_P (sur une section d'une aile) 28

Figure 2.8 Distribution de probabilité de taille de gouttelettes dans l'air 30

Figure 2.9 Bilan de flux massique dans un volume de contrôle 31

Figure 2.10 Évaporation de l'eau dans le volume du contrôle 35

Figure 2.11 Évaluation de f_{ev} en fonction de f pour différentes fractions données d'eau évaporée $\dot{m}_{ev}$ 36

Figure 2.12 Nombre de Lewis en fonction du contenu massique en eau m_{H_2O} 37

Figure 2.13 Pression de saturation de l'air au dessus de la glace et de liquide 39

Figure 2.14 Pr de l'air en fonction du contenu massique en eau m_{H_2O} . 41

Figure 2.15 Évolution de f selon la température de surface 42

Figure 2.16 Representation de l'eau de ruissellement 43

Figure 2.17 Profil de vitesse dans l'eau de ruissellement 44

Figure 2.18 Calcul de $\dot{m}_{out}$ dans le ruissellement 45

Figure 2.19 Effet de la rugosité sur le transfert de chaleur à la parois d'un profil NACA0012 49

Figure 2.20 Profil de vitesse dans la couche limite rencontrant une rugosité 52

Figure 2.21 Calcul des vecteurs directeurs 56

Figure 3.1 Différentes configurations de tube piccolo 60

Figure 3.2 Différentes région du jet 61

Figure 3.3 a) Système référentiel de coordonnées utilisé pour le système antigivrant ; b) paramètres dimensionnels d'une configuration de jets à matrice linéaire simple 61

Figure 3.4 Domaine modélisé - définition des surfaces 68

Figure 3.5 Domaine modélisé - conditions de symétrie 68

Figure 3.6 Domaine modélisé - zonage 68

Figure 3.7 Maillage structuré 68

Figure 3.8 Maillage à proximité de la surface d'impact, vu de l'extérieur du modèle 70

Figure 3.9 Maillage à proximité de l'admission, vu de l'intérieur du modèle 70

Figure 3.11 Exemple d'un profil de vitesse turbulent modélisé à l'admission 78

Figure 3.12 Comparaison des résultats entre une discrétisation spatiale de 1^{ier} *versus* $2^{ième}$ ordre 82

Figure 3.13 Maillage créé pour la validation 87

Figure 3.14 Transfert de chaleur d'une disposition matricielle de jet (expérimental) versus une disposition simple (numérique), pour fin de validation 88

Figure 3.15 Correlation de $\bar{Nu}$ en relation avec Re_G. 90

Figure 3.17 Renormalisation du domaine sur s,y, dans l'intervale [0,1] . 96

Figure 4.1 Transfert de chaleur convectif 102

Figure 4.2 Accumulation de glace - C4 104

Figure 4.3 Accumulation de glace - C5 104

Figure 4.4 Accumulation de glace - C9 105

Figure 4.5 Accumulation de glace - C10 105

Figure 4.6 Accumulation de glace - C13 106

Figure 4.7 Accumulation de glace - C14 106

Figure 4.8 Accumulation de glace - C17 107

Figure 4.9 Accumulation de glace - C18 107

Figure 4.10 Coefficient de captation β 108

Figure 4.11 Coefficient de captation β 109

Figure 4.12 Simulation de système antigivre - C4 110

Figure 4.13 Simulation de système antigivre - C5 110

LISTE DES NOTATIONS ET DES SYMBOLES

A = aire, m^2

a = vitesse du son, $\sqrt{\gamma RT}$, m/s

a_i,b_i,c_i,d_i = coefficients

b = envergure d'une aile

$v.c.$ = volume de contrôle

c = corde géométrique moyenne d'une aile

$C_1 \ldots C_3$ = coefficients empiriques

C_D = coefficient de traînée totale

c_f = coefficient de friction local

c_p = chaleur spécifique à pression constante, kJ/(kg·K)

C_P = coefficient de pression

d = diamètre d'un trou dans le tube piccolo, m

D = diamètre d'une gouttelette d'eau, m

E = énergie, J

f = fonction de fréquence

f = fraction d'eau gelée

f_{ev} = fraction d'eau évaporante originellement en glace

$fct()$ = qui est fonction de

Fr = nombre de Frossling, $\frac{Nu}{\sqrt{Re}}$

$\vec{g}$ = accélération gravitationnelle, m/s^2

G = flux massique, ρU, $kg/(m^2 \cdot s)$

h_c = coefficient de transfert de chaleur convectif, $W/(m^2 \cdot K)$

h = hauteur, m

h = distance euclidienne

H = distance de la sortie du tube piccolo à la surface d'impact, m

I = intensité de turbulence

k = conductivité thermique, W/(m·K)

k = énergie cinétique turbulente, relative aux modèles de turbulence

k_s = terme de rugosité – hauteur équivalente de papier-sablé, m (*equivalent sand grain roughness*)

K = terme de covariance généralisée

Le = nombre de Lewis, $\frac{\text{diffusivité thermique}}{\text{diffusivité massique}}$ ou $\frac{\text{Schmidt}}{\text{Pr}}$

L_{ls} = chaleur latente, d'un état liquide à solide, kJ/kg

L_{lv} = chaleur latente, d'un état liquide à vapeur, kJ/kg

L_{sv} = chaleur latente, d'un état solide à vapeur, kJ/kg

LWC = contenu en eau liquide (*liquid water content*), g/m^3

M = nombre de Mach, U/a

m_{H_2O} = contenu massique en eau dans l'air, dans l'intervalle [0,1]

$\dot{m}$ = flux massique d'eau, g/s

MVD = diamètre volumique moyen, m

n = coefficient empirique

n = nombre de points de mesure

N = quantité

Nu = nombre de Nusselt, $\frac{h_c \ell}{k}$

p = densité de probabilité

P = panneau

P = pression, Pa

$P_{sat}(T)$ = pression de saturation de vapeur d'eau à température donnée T, Pa

P_{H_2O} = pression partielle de l'eau dans un mélange air/eau, Pa

Pr = nombre de Prandlt, $\frac{c_p \mu}{k}$

Pr_t = nombre de Prandlt turbulent

r = facteur de récupération

R = constante de l'air, 286.9 J/(kg·K)

Re = nombre de Reynolds, $\frac{U\ell}{\nu}$

Re_d = nombre de Reynolds basée sur le diamètre d
et la vitesse moyenne en sortie du tube piccolo $\bar{U}$, $\frac{\bar{U}d}{\nu}$

Re_{u_τ} = nombre de Reynolds basée sur la rugosité et u_τ, $\frac{u_\tau k_s}{\mu}$

Re_{ks} = nombre de Reynolds basée sur la rugosité et u_k, $\frac{u_k k_s}{\mu}$

Re_s = nombre de Reynolds basée sur la distance s et la vitesse U_e, $\frac{U_e s}{\nu}$

Re_θ = nombre de Reynolds basée sur l'épaisseur de quantité de mouvement, $\frac{U_e \theta}{\nu}$

s = coordonnée le long d'une surface, m

S = constante de Sutherland

St = nombre de Stanton local, $\frac{h_c}{\rho U_e c_p}$

St_{ks} = nombre de Stanton local avec rugosité, terme empirique

t = temps, sec.

T = température, K

u,v,w = vitesse locale, dans le repère (x,y,z) , m/s

u',v',w' = écart-type (fluctuation) de la vitesse moyenne locale, m/s

$\overline{u'}$,$\overline{v'}$,$\overline{w'}$ = moyenne de l'écart-type de la vitesse moyenne locale, m/s

u_k = vitesse à la hauteur de la rugosité k_s , m/s

u_τ = vitesse de cisaillement, $\sqrt{\tau_w/\rho}$, m/s

u^+ = vitesse adimensionnelle parallèle à une parois, $\frac{\bar{u}}{u_\tau}$

$\vec{U}$ = vecteur vitesse, dans le repère (x,y,z) , m/s

U = fonction générale

W = distance de séparation entre les jets, ou distance inter-jet, m

x,y,z = coordonnées cartésiennes dans le repère de l'aéronef, m (voir Fig. 2.1)

x = variable discrète

X = vecteur de variables discrètes

y^+ = coordonnée adimensionnelle perpendiculaire à une parois, $\frac{y \cdot u_\tau}{\nu}$

Z = variable centrée réduite

α = angle d'attaque

β = coefficient de captation local

Δ = pas

δ = épaisseur physique de la couche limite, (où $\frac{u}{u_\infty} = 0.9999$), m

δ_v = épaisseur de couche limite sous-visqueuse, $\frac{\nu}{u_\tau}$, m
(*boundary layer wall thickness* ou *viscous sublayer thickness*)

ε = emissivité

ℓ = longueur caractéristique, m

η = paramètre de profile de Pohlhausen, $\frac{y_b}{\delta}$

γ = angle pariétal entre le vecteur vitesse U_e et une arrête d'un panneau

γ = rapport de chaleur spécifique d'un gaz, pour l'air $\gamma = 1.4$

Γ = Matrice de krigeage

$\hat{\Gamma}$ = Matrice de krigeage pondérée

λ = paramètre de forme de Pohlhausen, $\frac{\delta^2}{\nu}\frac{dU_e}{dx}$

μ = viscosité dynamique, kg/(m·s)

ν = viscosité cinématique, μ/ρ , m^2/s

ϕ = humidité relative dans l'air, dans l'intervalle [0,1]

Φ = fonction de dérive

Ψ = fonction de covariance

ρ = densité du fluide, kg/m^3

σ = écart type d'une distribution de diamètre de gouttelettes d'eau, m

σ = constante de Stefan-Boltzmann, $5.67 \cdot 10^{-8} W/(m^2 \cdot K)$

σ = facteur de pondération

τ = force de cisaillement, $\mu\frac{\partial u}{\partial y}$, $kg/(m \cdot s^2)$

τ_0 = force de cisaillement à la parois, $\left(\mu\frac{\partial u}{\partial y}\right)_{y=0}$, $kg/(m \cdot s^2)$

θ = épaisseur de quantité de mouvement dans la couche limite

Indices:

$(_0)$ = de référence

$(_{air})$ = de l'air

$(_{anti})$ = du système antigivrant

$(_{cond})$ = conductif

$(_{conv})$ = convectif

$(_{d})$ = du diamètre du jet/trou au tube piccolo

$(_{D})$ = d'une gouttelette d'eau

$(_{e})$ = à la bordure externe de la couche limite

$(_{ev})$ = évaporant

$(_{f})$ = de friction

$(_{film})$ = du film d'eau ou d'air en surface

$(_{ice})$ = de la glace

$(_{i})$ = indice itératif

$(_{i})$ = d'une surface sur un corps déterminée par 4 impact de gouttelettes

$(_{imp})$ = heurtant la surface du corps

$(_{in})$ = à l'entrée d'un v.c.

$(_{jet})$ = au niveau du jet d'air chaud du système antigivrant, en sortie du tube piccolo

$(_{lam})$ = dans la région laminaire

$(_{max})$ = au point maximal de la variable indicée

$(_{min})$ = au point minimal de la variable indicée

$(_{out})$ = à la sortie d'un v.c.

$(_{P})$ = d'un panneau

$(_{rad})$ = radiatif

$(_{s})$ = de/sur la surface, ou le long de la coordonnée s

$(_{sep})$ = au point de séparation

$(_{S})$ = à la parois

$(_{tr})$ = au point de transition

$(_{turb})$ = dans la région turbulente

$(_{\infty})$ = à l'infini (non perturbé)

Indices supérieures:

$(^{-})$ = moyenne

Acronyme:

AIAA	= American Institute of Aeronautics and Astronautics
BAE	= British Aerospace
CASI	= Canadian Aeronautics and Space Institute
CCL	= Correction de couche limite
CIRA	= Centro Italiano Ricerche Aerospaziali
DERA	= Defence Evaluation and Research Agency (britannique)
EADS	= European Aeronautic Defence and Space Company
FAA	= Federal Aviation Administration (américain)
FAR	= Federal Aviation Regulations (américain)
JAA	= Joint Aviation Authorities (européen)
JAR	= Joint Aviation Requirements (européen)
MIT	= Massachusetts Institute of Technology (américain)
NACA	= National Advisory Committee on Aeronautics (américain)
NASA	= National Aeronautical and Space Administration (américain)
NS	= Les équations de Navier-Stokes
NTSB	= National Transportation Safety Board (américain)
ONERA	= Office Nationale d'Études et de Recherche Aérospatiales (français)
OTAN	= Organisation du traité de l'Atlantique Nord
RAE	= Royal Aircraft Establishment (britannique)
S.-A.	= Modèle de turbulence Spalart-Allmaras

LISTE DES TABLEAUX

Tableau 2.1 Chaleurs latentes de l'eau 42

Tableau 3.1 Paramètres fixes pour l'étude 65

Tableau 3.2 Combinaison des paramètres variables pour l'étude 66

Tableau 3.3 Équivalence des vitesses moyennes $\overline{U}_{jet}$ et Re_d pour les nombre de Mach 67

Tableau 3.4 Nombres de cellules par modèle géométrique 70

Tableau 3.6 Distorsion des cellules de chaque modèle 73

Tableau 3.7 Paramètres de parois du mailleur 74

Tableau 3.8 Paramètres du fluide 75

Tableau 3.9 Paramètres des parois entrée/sortie 75

Tableau 3.10 Conditions d'opération utilisées pour la validation 87

LISTE DES ANNEXES

ANNEXE I RÉSULTATS GRAPHIQUES DU TRANSFERT DE CHALEUR SUR LA SURFACE D'IMPACT 126

ANNEXE II RÉSULTATS DU TRANSFERT DE CHALEUR SUR LA SURFACE D'IMPACT 134

ANNEXE III MODÉLISATION DE LA TURBULENCE – DÉTAILS . . 152

III.1 Généralités 152

III.2 Modèle Spalart-Allmaras 154

III.3 Modèles $k - \epsilon$ 159

III.4 Modèles $k - \omega$ 162

III.5 Autres modèles 163

III.6 Remarques sur Fluent 164

ANNEXE IV CAS DE MACH 1.0 165

ANNEXE V CALCUL DES COEFFICIENTS $C_{1,2,3}$ DANS LE MODÈLE LAMINAIRE DE KAYS & CRAWFORD 166

ANNEXE VI CALCUL DU NOMBRE DE PRANDTL EN FONCTION DE LA TEMPÉRATURE 167

VI.1 Viscosité dynamique et la conductivité thermique 167

VI.2 Chaleur spécifique à pression constante 168

ANNEXE VII NOTES SUR LA PUISSANCE INFORMATIQUE 170

AVANT-PROPOS

Ce projet fait partie intégrante des efforts de recherche coordonnés par la Chaire en aéronautique Joseph-Armand Bombardier de l'École Polytechnique de Montréal.

Depuis la création de la Chaire en 1990, le sujet du givrage a pris une part importante des efforts du groupe et s'est vu apporter des contributions marquantes de plusieurs chercheurs. Étant donnée la nature étendue d'un tel sujet, le succès du projet réside essentiellement sur la gestion de sa continuation. J'espère donc que le projet de givrage CANICE-3D soit constamment amélioré afin qu'il demeure une référence et une élite distincte. Peu de codes peuvent louer leur grande précision et constance comme CANICE l'a fait dans le passé et le fait aujourd'hui. Le maintien de son succès réside donc dans les mains de ses successeurs.

CANICE-3D a été complètement revu par rapport à sa version 2D ; toutes les équations ont été réexaminées. Ce travail se veut être une intégration et une liaison du travail entamé à la Chaire en aéronautique J.-A. Bombardier de l'École Polytechnique de Montréal. Afin de donner à cet ouvrage une valeur de référence sur la modélisation du givrage, tous les aspects du givrage ont été abordés et discutés.

Ayant eu la chance de présenter ce projet à différents niveaux d'avancement lors de trois conférences, j'ai pu recueillir différents commentaires et conseils de chercheurs expérimentés oeuvrant dans le domaine du givrage, particulièrement du groupe relié à LEWICE du Glenn Research Center de la NASA. J'espère que la suite du projet sera faite avec la même détermination.

Je souhaite que cet ouvrage apporte un progrès marqué sur ce domaine à la fois unique et capital.

INTRODUCTION

Le givrage est l'un des problèmes les plus sévères reliés aux conditions atmosphériques que peut rencontrer un aéronef. Les effets du givrage, bien connus, sont d'augmenter la traînée, de dégrader la maîtrise de l'appareil et de réduir le pouvoir sustentateur des surfaces. L'écoulement de l'air autour des surfaces portantes étant modifié par la forme de glace, opérer un aéronef en condition de givrage peut être très dangeureux. Pour pallier à la dégradation des performances aérodynamiques et maintenir l'altitude, la force des moteurs doit être augmentée et l'angle d'attaque doit être relevé, ré-exposant ainsi les parties intrados des surfaces portantes et le fuselage aux conditions de givrage. Le risque de décrochage devient alors important de même que la perte de contrôle des becs de bords d'attaque, des volets et des ailerons.

Le givrage se forme en présence de nuages d'eau surfondue ou de pluie verglaçante. La glace s'accumule essentiellement sur les surfaces frontales de l'aéronef : les ailes, les bords de nacelles, le pare-brise, les antennes, les tubes de pitot et l'empennage. Les surfaces de contrôle ainsi que les trains d'atterrissage peuvent également s'exposer au givrage en configuration d'approche ou de montée.

La formation de givre est liée à divers paramètres : la température atmosphérique, le contenu en eau liquide dans l'air (LWC), la distribution de la taille des gouttelettes, la vitesse et la géométrie de l'aéronef ainsi que l'humidité relative. Les conditions propices au givrage se situent habituellement sous les 6500m (22000pi), sous zéro degré Celsius.

Dans le but de rencontrer un niveau sécuritaire en vol en conditions de givrage, l'aéronef doit être protégé contre les dommages et la dégradation de performances causées par la détérioration de l'aérodynamique des ailes. La certification, bien que

nécessaire, engendre des frais importants et beaucoup de temps/gestion en plus des risques qui y sont associés. Les essais en souffleries givrantes sont limités, réduisant ainsi la plage des conditions givrantes. Une prédiction numérique précise et fiable pour toutes conditions de givrage est alors très profitable.

En ce sens, des efforts de recherches ont déjà débuté depuis quelques années et mis à l'épreuve. Un des points principaux relevée par le FAA In-Flight Aircraft Icing Plan [22; 23] - programme sur le givrage d'aéronef en vol - a été de renforcer la confiance envers la validité et l'exactitude des codes de simulations de givre actuellement utilisés et développés. Pour les ailes et les nacelles d'un avion, les exigences requisent selon la Federal Aviation Regulations (FAR) ainsi que la Joint Airworthiness Requirements (JAR) sont rencontrées typiquement en procurant un système antigivrant à jets d'air chaud aux bords d'attaques des surfaces concernées ; bien qu'il arrive parfois qu'aucun système de protection ne soit nécessaire. Ce système assure l'élimination complète de la glace, une performance que ne peut assurer un système dégivrant à boudins pneumatiques (*boots*).

Cette étude visait le développement du code CANICE-3D. L'action a été traitée en deux parties : le modèle de prédiciton de givre 3D et le modèle de simulation de systèmes antigivre. Nous allons aborder au chapitre 1 quelques concepts et révisions de recherches effectuées.

Le chapitre 2 traitera de la modélisation du givrage dans son ensemble et le développement de CANICE-3D. Nous allons passer en détail la stratégie, le solutionneur d'écoulement, le calcul des trajectoires de gouttelettes, le bilan thermique, le calcul du transfert de chaleur convectif par correction de la couche limite, et finalement le calcul de la forme de givre. Notre propre correction de la couche limite permet de contrôler sa modélisation et d'y apporter des corrections au niveau de la rugosité de surface. L'eau qui ne gèle pas immédiatement sera ruissellante et considérée dans

le développement du givrage.

Ensuite la modélisation du module antigivrant sera détaillée au chapitre 3. Nous avons procédé par le pré-calcul de solutions numériques pour certaines configuration de système antigivre. Nous avons gardé les solutions en terme de distribution de transfert de chaleur sur la surface pour les utiliser par la suite dans un schéma d'interpolation permettant de simuler n'importe quelle configuration de système antigivre à l'intérieur du domaine de design.

Des comparaisons seront présentées et discutées au chapitre 4 au niveau de la prédiction du transfert de chaleur par correction de la couche limite. Des formes de givre prédites par CANICE-3D avec et sans système antigivre seront également présentées et discutées. Des recommandations figureront en conclusions.

CHAPITRE 1

PROBLÉMATIQUE ET REVUE DE LA LITTÉRATURE

1.1 Types de glace

Les types de glaces possiblement formés se divisent en 2 catégories : le givre (*rime ice*) qui se reconnaît par une couleur blanche semblable à de la neige dense parsemée de poches d'air et le verglas (*glaze ice*) plutôt transparent et très dure. Tout deux sont causés par des conditions atmosphériques différentes. Le givre (*rime*) se reconnaît par des formes plutôt régulières et continues, alors que le verglas (*glaze*) se reconnaît par une forme plutôt discontinue parfois accentuée de pointes ou de cornes. Le cas de givre (*rime*) exemplaire se rencontre lorsque les dimensions des gouttelettes d'eau sont relativement faibles (de l'ordre de 20μm), et lorsque la température atmosphérique est très froide mais suffisamment chaude pour laisser l'eau dans un état métastable de surfusion (généralement au dessus de $-40°$C). Le transfert de chaleur en surface est élevé dans le cas de givre (*rime*) et l'eau gèle généralement en totalité à l'impact. En complément, le cas de verglas (*glaze*) se rencontre lors de température relativement près du point de congélation et/ou avec une atmosphère riche en particules d'eau où les tailles de gouttelettes sont généralement larges (de l'ordre de 100μm); l'eau n'y gèle généralement pas en totalité et file en partie vers le bord de fuite.

Une température atmosphérique près du point de congélation en conjonction avec une distribution étendue de taille de gouttelettes provoquerait une accumulation de glace de type mixte.

L'estimation du cas de givre (*rime*) est plus simple et plus directe à prédire nu-

mériquement que le cas de verglas (*glaze*) puisque la totalité de l'eau est gelée à l'impact et la forme de glace est en général appariée à la surface touchée par l'eau.

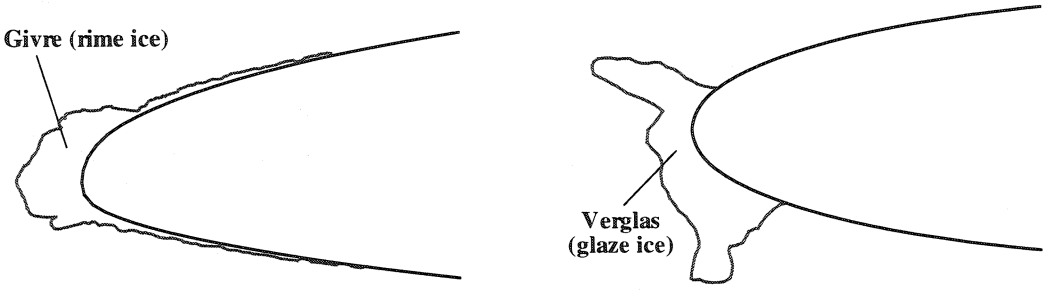


Figure 1.1: *Types de glace*

1.2 Simulation du problème de givrage

1.2.1 Motivations et objectifs

L'objectif de ce travail est principalement de fournir un code de prédiction de givrage en 3D ainsi que d'y intégrer un outil de simulation de systèmes antigivrant à base d'air chaud pour une aile d'avion. Les formes de givre seront prédites selon les conditions atmosphériques et conditions de vol ainsi que selon la géométrie de l'avion. La simulation du système antigivrant sera effectuée selon la configuration de ce dernier et selon ses conditions d'opération. L'efficacité du système antigivrant pourra alors être analysée.

La simulation du problème de givrage est essentielle pour l'étude de surfaces non-protégées et pour étudier les conditions de défaillances reliées à la certification d'un aéronef.

Plusieurs configurations différentes d'ailes étant étudiées à l'étape de conception

préliminaire, des outils de simulation rapides et précis sont alors indispensables. L'intégration de la simulation 3D de systèmes antigivrants au code de prédiction de givre permettra d'effectuer des simulations et des analyses conceptuelles. Cela permettra d'évaluer et de concevoir des systèmes antigivrants à jets d'air chaud.

Le code ainsi développé a pour intention d'être utilisé chez Bomabrdier Aéronautique.

1.3 Techniques existantes de simulation de givrage

1.3.1 Atelier d'évaluation de l'O.T.A.N.

Dans le monde, il n'existe que quelques codes de prédiction de givre en 2D. Plus rarement, des version 3D sont en cours de développement. Selon un atelier organisé par l'O.T.A.N., 6 firmes sont reconnues d'œuvrer dans le domaine de façon rigoureuse [37].

En 2000, le groupe de Recherche et Technologie de l'Oraganisation du Traité de l'Atlantique Nord a organisé un atelier dans le but de comparer la performance des codes de prédiction de givre avec des résultats expérimentaux [37]. La NASA ainsi que le CIRA ont fourni des résultats expérimentaux de formes de glace sur différents profils 2D en tunnel givrant.

Six participants ont pris part à cet atelier :

- Bombardier Aéronautique – École Polytechnique de Montréal (CANICE)
- NASA (LEWICE)
- ONERA/EADS/Airbus
- BAE (ICECREMO)

- DERA/ADSE (TRAJICE)
- CIRA (HELICE, Multi-Ice)

Les résultats de cet atelier ont permis de mettre en commun l'avancement de chaque participant. Tous les codes présentaient des lacunes quant à la prédiction de formes complexes de verglas (glaze ice).

Parmis les améliorations suggérées dans les conclusion de cet atelier, notons:

- La prise en compte de la rugosité
- La modélisation de l'écoulement de l'eau ruisselante
- La modélisation de l'impact des gouttes d'eau

Bien que tous les codes donnent des résultats semblables, nous n'examinerons brièvement que les codes CANICE-2D et LEWICE. Le premier parce qu'il fait parti du travail de développement de la chaire en aéronautique Bombardier, et le second pour être le pionnier dans la simulation du givrage.

1.3.2 CANICE-2D

Développé à la Chaire Bombardier en aéronautique de l'École Polytechnique de Montréal, ce code 2D est aujourd'hui validé et utilisé chez Bombardier Aéronautique dans un contexte de conception ainsi qu'aux étapes de certification. Transports Canada détient également une version qu'il utilise pour ses propres études.

Ce code prédit avec une précision acceptable les cas de givre (*rime ice*) mais la prédiction des formes de verglas (*glaze ice*) est parfois moins exacte. La région touchée par l'eau dans le module des trajectoires de gouttes d'eau s'avère précise.

CANICE-2D a récemmenent fait l'objet d'améliorations par Bombardier pour mieux

prédire les formes de verglas et pour y ajouter un module antigivrant à base d'air chaud. Ce module d'antigivrage est basé sur un code indépendant Navier-Stokes couplé à CANICE-2D [59; 60; 61].

Une version différente pour la prédiction de givre, modélisant les équations Navier-Stokes, a également été développé avec la participation de l'Université McGill : FENSAP-ICE [6; 9; 18]. On peut y effectuer des analyses aérodynamiques suite à l'accumulation de givre (ex.: pertes de performances).

1.3.3 LEWICE

Avec des efforts combinés de plusieurs universités américaines, dont le M.I.T., LEWICE est un des premiers codes – sinon le premier – à avoir été développé dans l'histoire des codes de prédiction de givre. Tout comme CANICE-2D ainsi que les autres participant de l'atelier de l'O.T.A.N., LEWICE présente des résultats assez près des expériences pour la plupart des conditions de givres. Plusieurs améliorations sont présentées régulièrement aux conférences de l'AIAA et publiés [8; 50; 52; 63]. La modélisation notamment de l'effet de l'éclatement de la goutte d'eau et la considération de l'état de la surface dans la couche limite (humide/sèche, rugosité) sont quelques exemples de la précision de la modélisation du code. Les versions 2D et 3D sont toutes deux basées sur un code aérodynamique non-visqueux (méthode à panneaux). Un code 3D basée sur une modélisation Navier-Stokes a également été développé (SmaggIce) dans le but d'effectuer des calculs aérodynamiques sur un corps givré (perte de performances); la prédiction de givre étant préalablement effectuée. Un module antigivrant est en cours de développement pour LEWICE-3D.

1.4 Systèmes dégivrants et antigivrants

Les systèmes pour contrer le givre ont pour but d'assurer des conditions de vols adéquates et sécuritaires lors du passage en zone de conditions de givre. Plusieurs systèmes ont été mis au point et sont utilisés sur différents types d'appareils. Un système pour contrer le givre ne fonctionne généralement pas de façon continue lors d'un vol. Le système est inactif jusqu'à ce qu'une condition propice au givre soit rencontrée. Le système est alors en fonction et assure une protection contre les effets du givre. Il y a principalement deux approches, le dégivrage et l'antigivrage. Voyons en quoi ces procédés consistent.

1.4.1 Systèmes de dégivrage

Un système de dégivrage consiste à dégager la glace/le givre formé sur le bord d'attaque à intervale prescrit ou lorsque la quantité de glace est trop importante.

Il existe différents procédés de dégivrage : mécanique, électrique, électro-impulsion, etc. Le plus courant des systèmes de dégivrage est le boudin pneumatique de caoutchouc (*boots*). En se gonflant, le boudin fait casser la glace qui s'envole aussitôt. Il s'agit d'un processus dit inter-mi-temps, qui est ainsi moins coûteux à l'utilisation que l'antigivrage. En dégivrage, la surface sujette au givre passe donc d'un état givré à un état propre continuellement ; les performances de l'aéronefs sont par conséquent sujettes à changer constamment. Des morceaux de glaces sont également projettés vers l'aval de l'appareil et sont ainsi disposés à s'engouffrer dans les moteurs ou percuter l'empennage ou certains capteurs.

L'entretien des boudins de caoutchouc est délicat. La formation d'une saillie est également un problème avec les boudins car ceux-ci ne peuvent couvrir qu'une parti de la peau de l'aile. La figure 1.2 montre comment une saillie peut se former. Une

telle saillie peut causer un décrochage soudain et mener à la perte de contrôle de l'appareil, tel que certains accidents reportés dans un rapport de NTSB [51].

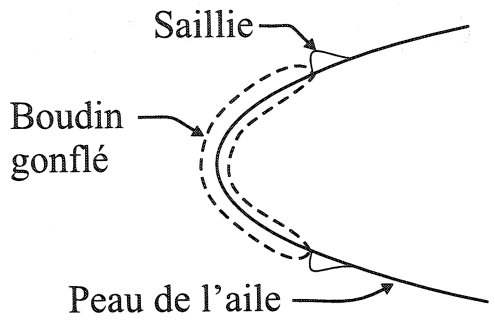


Figure 1.2: *Formation de saillie avec un système de dégivrage à boudin pneumatique*

1.4.2 Systèmes antigivrants à jets d'air chaud

Lorsqu'il est actif, un système d'antigivrage procure continuellement de l'énergie sur la surface sujette au givrage pour éviter toute formation de glace. En effet, aucune formation de glace ne pourra être observée si la température des surfaces extérieures de l'avion est maintenue au-dessus de 0°C, quelles que soient les conditions ambiantes.

Typiquement, un système antigivrant utilise l'air chaud déviée de la sortie des moteurs à turbines. Des tubes percés distribuent des jets d'air chaud à l'intérieur des ailes et près des bords d'attaque. Ces tubes piccolo assurent une distribution uniforme de l'énergie sur la surface d'attaque des ailes.

Un système externe de détection de glace avec capteur oscillant selon une certaine fréquence agit en tant qu'avertisseur de condition ou de situation givrante.

Un modèle typique d'antigivrage à jets d'air chaud est schématisé en Fig. 1.3 et est montré plus en détails à la Fig. 1.4

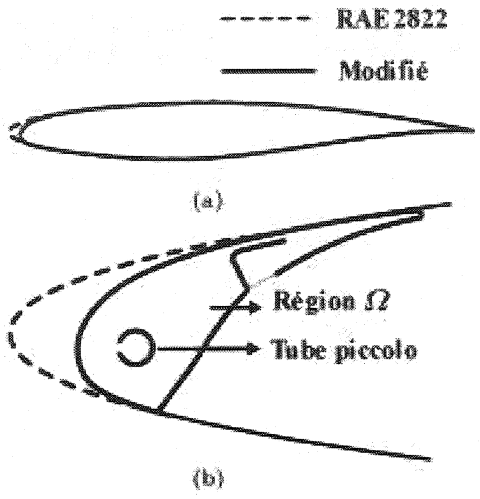


Figure 1.3: *Schéma d'un système antigivrant. a) profil RAE-2822 avec bord d'attaque altéré. b) bec de bord d'attaque du RAE-2822 incorporant un système antigivrant typique*

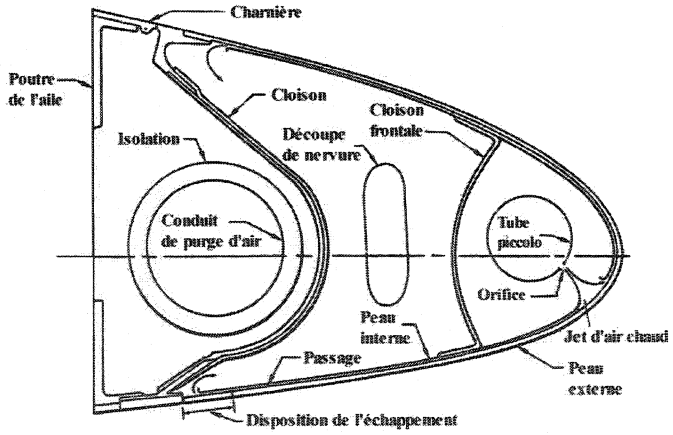


Figure 1.4: *Détails d'un système antigivrant à jets d'air chaud*

1.5 Simulation du problème d'antigivrage

Un model d'antigivrage a été implémenté au code CANICE-3D. La clé de la simulation du système antigivrant est de modéliser la distribution du transfert de chaleur convectif sur une surface courbe (i.e. le bord d'attaque d'une aile) provoqué par l'impact d'un jet d'air chaud à haute vitesse provenant du système antigivrant.

Pour modéliser numériquement un système antigivrant, plusieurs alternatives sont possibles :

- La modélisation théorique s'avère intéressante d'un point de vu pratique. L'utilisation d'une seule équation serait sans aucun doute la plus rapide des approches. Le développement de ce modèle nécéssiterait cependant une bonne période de développement et nécéssiterait fort probablement beaucoup de simplification (voir trop). Elle a déjà été approchée dans la littérature pour des surface d'impactes planes [40; 66].
- La modélisation numérique par interpolation – détaillée dans la section suivante – Elle est beaucoup moins couteuse qu'une modélisation numérique directe en terme de ressources informatiques et de temps.
- La modélisation numérique directe par les équations Navier-Stokes. Celle-ci nécéssite une génération de maillage automatique et une supervision du déroulement des calculs. Cette approche est rigoureuse et fiable.
- La modélisation basée sur des données empiriques, nécéssitant la fabrication de plusieurs maquettes et la prise de plusieurs mesures expérimentales. Ce type d'approche s'avère en général fiable et cible précisément le problème. Il s'agit cependant d'une approche très couteuse.

1.5.1 Modélisation numérique

L'approche d'un modèle numérique par interpolation nous apparait le meilleur compromis pour l'établissement d'un code antigivrant fiable, précis et rapide. Selon les différents paramètres régissants la configuration d'un système antigivrant, plusieurs cas représentant différentes configurations seront exécutés à l'aide d'un code Navier-Stokes 3D. Les résultats de ces cas seront stockés dans une base de données et serviront d'appuis ou guide pour effectuer des prédictions par interpolations pour des configurations différentes.

Comme les paramètres définissants complètement un système antigivrant à jet d'air chaud sont nombreux, la limitation d'une telle approche sera dans le choix des paramètres variables et des paramètres fixes. Ce modèle antigivrant est le premier à être développé dans le cadre du projet CANICE ; le développement d'un modèle simple a donc été privilégié. Cela nous a permis de valider sa modélisation.

Ayant par la suite un modèle de base bien développé et fiable, l'élargissement de la plage des paramètres variables pourra se faire avec plus d'aisance et d'assurance.

Les détails et la description de la modélisation numérique du système antigivrant font l'objet du chapitre 3. Voyons d'abord comment nous avons modélisé la simulation du givrage avec CANICE-3D.

CHAPITRE 2

PRÉDICITION NUMÉRIQUE DE GIVRE – CANICE-3D

2.1 Méthodologie et fondement

Le concept d'un modèle de simulation de système antigivrant implique la prédiction du givrage. Le givrage évoque un phénomène instationnaire ; la forme aérodynamique change dans le temps par le dépôt de givre. Pour modéliser le givrage, nous poserons qu'il se développe graduellement et que, sur un intervalle de temps donné, sa croissance est constante et stationnaire. L'intervalle de temps sera une fraction de la durée totale de givrage envisagée.

Le système de référence adopté est le système cartésien classique utilisé en aéronautique, tel qu'illustré à la Fig. 2.1

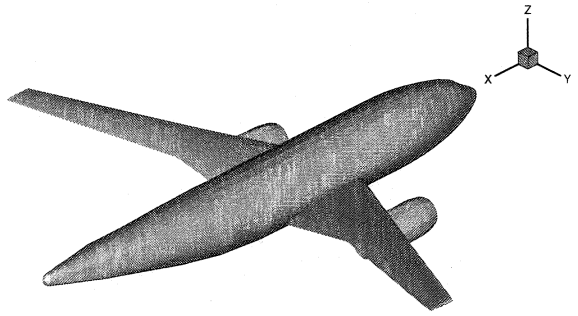


Figure 2.1: *Système référentiel de coordonnées cartésiennes utilisé*

2.2 Structure du modèle

Un modèle de simulation de givrage procède usuellement par une solution de l'écoulement externe, une prédiction de quantité/localité d'eau capté sur le corps, une solution pour la température de la surface et la fraction d'eau gelée, et parvient à une prédiction de la forme modifiée du corps par le givre avant de refermer la boucle. Cette formulation donne une quantité/forme de givre et un transfert de chaleur sur la surface. Ce transfert de chaleur peut être altéré par une source externe, tel qu'un système antigivrant. Ce système doit être configuré pour fournir suffisament d'énergie afin d'équilibrer le bilan thermique et d'empêcher tout givre de se former. La Fig. 2.2 présente l'interaction des différents modules du code CANICE-3D. Plusieurs approches numériques peuvent être utilisées pour l'écoulement externe. Une possibilité serait l'utilisation d'un code aux équations de Navier-Stokes ou d'Euler pour l'écoulement externe, ce qui impliquerait un module de génération automatique de maillage et une gestion de l'évolution de la solution. Une deuxième option consisterait à utiliser une formulation par distribution de singularités (méthode de panneaux) couplé à un module de correction de couche limite pour résoudre le transfert de chaleur convectif. Cette dernière option est considérée dans le diagramme de la Fig. 2.2

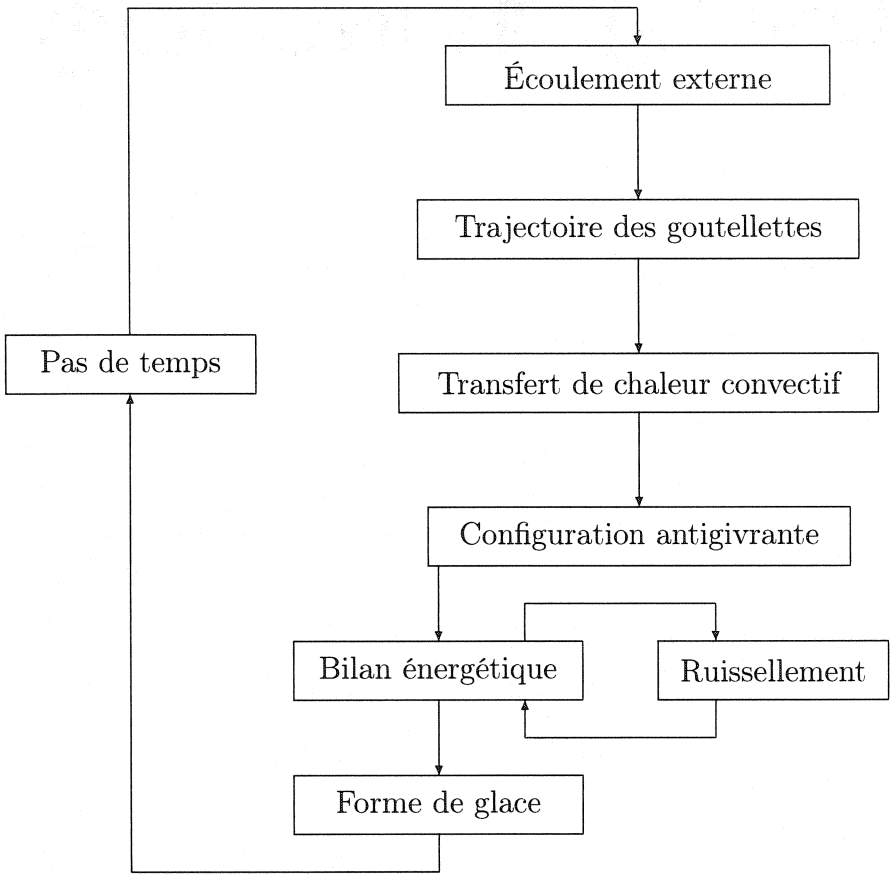


Figure 2.2: *Structure de l'algorithme*

La stratégie abordée dans tous les modules permettra de considérer un corps de n'importe quel forme, aussi longtemps que son écoulement puisse être résolue avec le solutionneur d'écoulement.

Note: *La boucle reliant l'eau de ruissellement sera expliquée en détail au point 2.5.1.*

2.3 Calcul de l'écoulement

À l'endroit de formation de givre, soit près du bord d'attaque de l'aile, l'écoulement est jugé, sur une surface propre, être en régime laminaire pour ensuite transiter en régime turbulent ou se séparer*. Le recours aux équations de Navier-Stokes (NS) s'avère alors coûteux, voir exagéré, car celles-ci sont généralement profitables pour des écoulements turbulents, pour étudier la séparation et ses effets, ou encore pour des études de prédiction de traînée / friction de surface. Bien que la formulation NS défend des capacités nettement supérieure à la formulation non visqueuse en ce qu'elle considère intégralement la compressibilité et le bilan énergétique, elle requière une attention constante. Elle a souvent besoin de maints itérations/heures† pour atteindre une stabilité et une réduction enviable des résidus numériques. À moins que la prédiction des pénalitées aérodynamiques soient en jeu, tel que l'augmentation de la traînée et la vitesse de décrochage, ou la dégradation de l'angle de décrochage, une méthode non-visqueuse avec correction de couche limite donnera des résultats comparables pour un coût nettement plus bas.

Le développement d'un outil rapide et confiant est fondamental pour l'étape de conception préliminaire. Lors de cette phase, plusieurs configurations d'avions et d'ailes sont étudiées, impliquant l'analyse de plusieurs systèmes antigivrants ; le recours aux équations de NS est alors inefficace pour la prédiction des concepts et performances de systèmes antigivrants.

Une formulation par distribution de singularités, ou méthode de panneaux, a été utilisée pour le calcul de l'écoulement externe dans CANICE-3D. Plusieurs méthodes panneaux ont été développés par divers groupes de recherche dans le passé

---

* Sur une surface contaminée (i.e. présence d'eau, de glace ou d'insects) l'écoulement est aussitôt turbulent.

† La performance d'un calcul NS en terme de temps est plutôt relié à l'accessibilité à des ressources informatiques, et fait donc référence au coût de la solution.

qui sont jusqu'à aujourd'hui couramment utilisées. PMARC-12, une évolution d'un code qui a parallèlement donné naissance à VSAERO, a vu le jour en 1990 et a été développé au centre de recherche Ames de la NASA. Il a été une référence fiable en ce qui touche les codes à écoulement potentiel [5]. Il s'agit d'une méthode à panneaux *low-order* en ce que des doublets d'intensités constantes sont considérés sur chaque centre de panneau. Le potentiel de vitesses est trouvé en solution, duquel on déduit le champs de vitesse.

CMARC, la version ANSI-C de PMARC possède la capacité de gérer des géométries complexes en 3D. Ce code possède également un module de ligne de courant surfacique qui lui procure de nets avantages pour l'intégration d'un module de correction de couche limite (CCL). Malgré l'incorporation dans CMARC d'un module CCL bien distinct, le développement de notre propre CCL est un élément stratégique du code CANICE-3D. En effet, la formulation de CMARC quant au module CCL est exclusivement dans un but de fournir une approximation de la traînée de friction. Aucune considération de la rugosité n'y est implantée. Les formulations y sont uniques et aucun paramétrage n'a été prévu ; les modèles sont fermés et une modification impliquait inévitablement une révision du code source. Il était donc motivé de développer explicitement notre module CCL afin d'avoir le contrôle sur sa modélisation et d'y incorporer éventuellement les effets de rugosités. Le givre est manifestement rugueux et la modélisation de la rugosité est un élément clé dans le calcul du transfert de chaleur convectif pour la prédiction de givre.

Le programme CMARC est commercial et son code source est disponible avec une documentation suffisante pour y apporter des modifications et adaptations [56].

2.4 Calcul des trajectoires des gouttelettes

L'équation du mouvement régissant une gouttelette dans un champs de vitesses est dérivée de la deuxième loi de Newton. Nous avons en sommation des forces, la force de flottabilité et la force de traînée découlant de la vitesse relative de la gouttelette au champs de vitesses. Il est prétendu que les gouttelettes gardent une forme parfaitement sphérique et une densité constante tout au long de leur trajectoire. La taille des gouttelettes est considérée suffisamment petite pour ne pas affecter le champs de vitesse. De ces faits, en prenant $\vec{r_D}$ comme le vecteur position de la gouttelette à un instant t, l'équation du mouvement prend cette forme :

$$\frac{d^2\vec{r}_D}{dt^2} + \frac{C_D Re_D}{24}\frac{1}{K_A}\frac{d\vec{r}_D}{dt} = K_G + \frac{C_D Re_D}{24}\frac{1}{K_A}\vec{U}_{air} \tag{2.1}$$

où :

$$K_A = \frac{\rho_D D^2}{18\mu_{air}} \tag{2.2}$$

$$K_G = \frac{\rho_D - \rho_{air}}{\rho_D}\vec{g} \tag{2.3}$$

$$Re_D = \frac{\rho_{air} D \left|\vec{U}_{air} - \vec{U}_D\right|}{\mu_{air}} \tag{2.4}$$

$$\frac{C_D Re_D}{24} = f(Re_D) \tag{2.5}$$

Ici, $\frac{d\vec{r}_D}{dt} = \vec{U}_D$, qui est la vitesse de de la gouttelette dans l'espace à la position de celle-ci. Le vecteur $\vec{U}_{air}$ représente la vitesse de l'écoulement à la position de la gouttelette. La vitesse $\vec{U}_{air}$ est indirectement retrouvée par la méthode potentielle. Une méthode panneau peut effectivement calculer une vitesse en un point donné dans l'espace puisqu'une solution potentielle est établie.

L'équation différentielle 2.1 est résolue suivant un schéma explicite Runge-Kutta

d'ordre 4 avec un pas de temps Δt d'environ 10^{-5}sec[†]. Pour gagner de la précision dans la trajectoire près du corps, où le champs de vitesse change plus rapidement dans l'espace, à environ $1/10$ de la longueur x totale du corps[†], le Δt est réduit d'un facteur 10[†]. Plusieurs pas de temps[‡] sont requises afin de solutionner avec précision les trajectoires des gouttelettes et identifier de façon juste la région d'impact ; ce qui fait de cette partie du code CANICE-3D le module le plus exigent en terme de ressources de calculs.

Note: *Une optimisation du temps de calcul des trajectoires a été effectuée dans CANICE-3D. Le temps requis pour la solution de l'équation du mouvement par le schéma Runge-Kutta n'est pas demandant en ressources de calculs. C'est le fait de vérifier s'il y a impact à chaque pas de temps qui est exigent. En effet, un pas de temps très petit dans le schéma de solution impliquera de vérifier très souvent sur tout le domaine s'il y a impact ou non sur un panneau. Des boucles imbriquées sont toujours exigentes en temps de calculs. Il est cependant possible de limiter la recherche de l'impact que sur une courte distance relative de l'endroit de la gouttelette auquel nous voulons vérifier s'il y a impact. Il suffit donc de vérifier s'il y a impact seulement sur les panneaux les plus près de la position de la gouttelette dans l'évolution de la trajectoire. Il a donc été possible de diminuer de façon substantielle le temps de calcul par rapport au modèle initialement développé par Brette [12; 11].*

La position $\vec{r}_D$ originale de la gouttelette est choisie tel que l'écoulement où se trouve-t-elle, en amont, soit très peu perturbé (soit environ 1% des conditions à ∞). Au long du calcul de l'équation de mouvement, et seulement à proximité du corps, un calcul géométrique est effectué pour surveiller une collision avec le corps. L'équation est résolue jusqu'à ce qu'une surface du corps (un panneau) passe entre la position actuelle $\vec{r}_t$ et le dernier pas de temps $\vec{r}_{t-1}$.

† données paramétrables dans CANICE-3D

‡ Les pas de temps font référence à l'équation du mouvement 2.1 et non aux pas de temps du processus de givrage de la Fig. 2.2

Un balayage de l'espace est effectué sur une surface perpendiculaire à l'écoulement, en amont, en prenant une direction de balayage suivant z puis suivant y (par petit pas de Δz et Δy). Ces balayages sont effectués jusqu'à la détection des limites dans chaque direction (z,y). Un raffinement suivant un critère de distance est alors effectué pour saisir précisément les limites de la zone touchée par l'eau. Le critère d'arrêt du raffinement mesure la distance directe entre le dernier et l'avant-dernier point d'impact ; sa valeur est donnée par l'utilisateur.

Les premières trajectoires calculées sont cruciales au sens où lorsqu'une trajetoire dépasse le domaine du corps en x (ou dans le sens de l'écoulement) sans toucher celui-ci, on doit relancer le calcul avec une nouvelle position en amont (suivant la logique du balayage). Or, il se pourrait que l'on ne touche le corps qu'après de multiples tentatives. Le calcul de la première gouttelette doit donc être positionnée afin de s'assurer de toucher le corps du premier coup. Ceci est assuré en solutionnant l'équation du mouvement à l'envers pour positionner la première gouttelette en amont. En partant d'un point de stagnation sur le corps (ou d'un point sur une "ligne" de stagnation), une trajectoire est calculée et une position est trouvée en amont. Celle-ci correspondra fort probablement à une trajectoire heurtant le corps. Toutefois, si le corps possède plusieurs points de stagnation dans le plan considéré (ex.: glace de type verglas ayant des cornes), un choix arbitraire du point de stagnation comme point de départ peut mener à un point en amont où aucune trajectoires ne touchera le corps. Il est donc important de considérer cette source d'erreur dans la détermination du point de départ par ligne de courant inverse. La Fig. 2.3 illustre le calcul du point d'origine des trajectoires en partant du point de stagnation sur le corps. Le point correspondant à 1% de l'écoulement non-perturbé n'est pas montré sur la figure car il est assez éloigné, soit à environ 2 fois la distance de la corde du profil en amont de celui-ci. La Fig. 2.4 montre un résultat typique d'un calcul des trajectoires par l'approche proposée. Nous pouvons y remarquer le raffinement de la discrétisation des trajectoires aux limites de captation du corps.

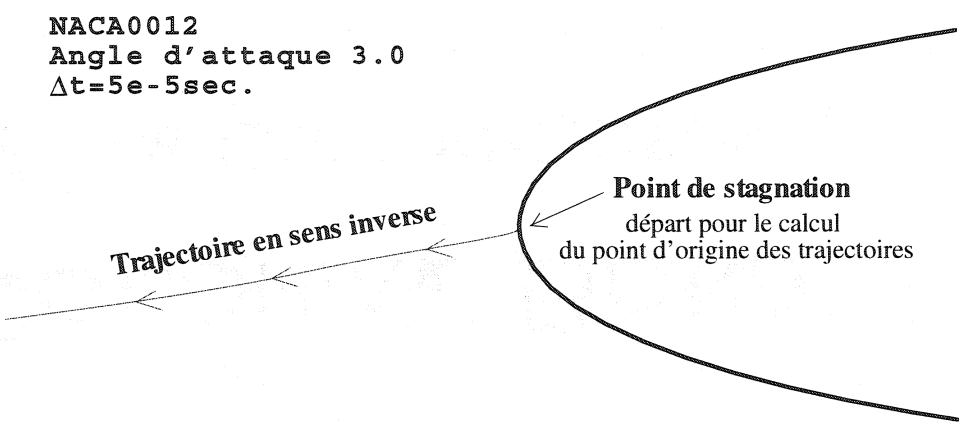


Figure 2.3: *Calcul du point d'origine des trajectoires*

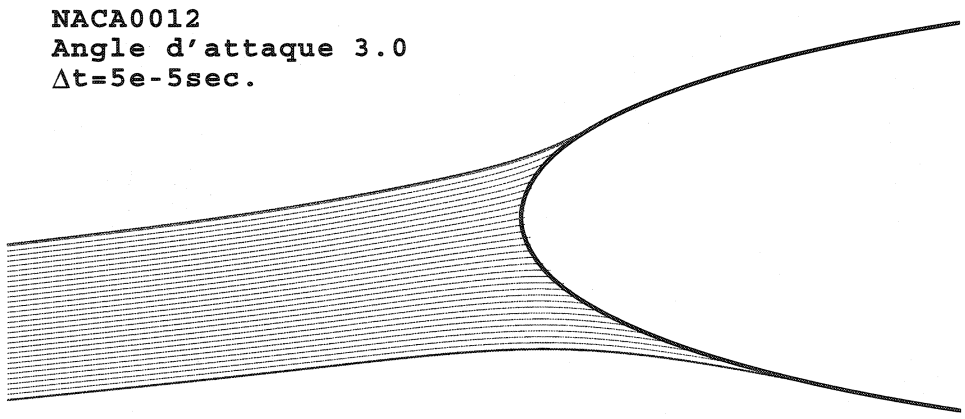


Figure 2.4: *Résultat d'un calcul de trajectoires*

2.4.1 Approche *Lagrangienne* versus *Eulérienne*

La méthode décrite au point précédent est dite *Lagrangienne* puisque l'on suit la trajectoire de chaque gouttelette et l'on calcul des trajectoires physiques dans le temps. La précision de cette méthode relève de la discrétisation temporelle Δt du

schéma de solution et du nombre de trajectoires considérées. Le champs de vitesse spatial est également un facteur important dans la précision de cette méthode, cependant ce facteur relève ici directement du choix du solutionneur d'écoulement. La méthode *Lagrangienne* s'applique donc parfaitement à un solutionneur d'écoulement à potentiel de vitesses, bien qu'elle pourrait également s'appliquer à un solutionneur NS ou Euler.

L'autre approche, dite *Eulerienne*, consiste a établir des bilans massiques sur des volumes de contrôles adjacents [6; 9]. L'approche *Eulerienne* à besoin d'un maillage dans l'espace et d'une solution du champs de vitesse sur ce maillage – mis à part la fiabilité du solutionneur. La précision de cette méthode dépend donc de la précision du maillage, qui est souvent construit en fonction du problème d'écoulement et non en fonction des trajectoires de gouttelettes ou des formes de glace. Par ailleurs, elle doit solutionner chaque volume de contrôle, et donc le domaine complet par itération ; ce qui ajoute au coût puisqu'une solution de l'écoulement est déjà préalable à cette technique. Par contre, nul besoin d'effectuer des balayages pour calculer des trajectoires ni de surveiller s'il y a impact.

Un net avantage de l'approche *Eulerienne* est son évaluation du flux massique qui n'est approximé que par la discrétisation spatial. Pour être aussi précise, la méthode *Lagrangienne* doit avoir recours à plusieurs trajectoires très rapprochées l'une de l'autre, ou mieux, faire appel à des méthodes d'interpolations. Ces dernières sont relativement fidèles dans la mesure où la géométrie n'offre pas de grandes discontinuités, et où l'écoulement est donc localement homogène.

Les avantages de chacune des deux approches liées à leur précision/efficacité seraient donc à vérifier. Car l'approche *Lagrangienne* comporte un coût d'exploitation relativement grande, mais possiblement du même ordre que l'approche *Eulerienne* pour la même précision (par rapport au flux massique heurtant la surface). La

réponse à savoir quelle méthode offre le meilleur compromis coût/précision n'est donc pas instinctive.

2.4.2 Coefficient local de captation

Selon la façon dont on définit le coefficient de captation β, l'équation pour déduire le flux massique heurtant un panneau i est adaptée en conséquence. Définissons le coefficient local de captation de gouttelettes β comme l'inverse du rapport entre la surface A_i heurtée par un flux massique (un panneau par exemple) sur la surface en amont A_∞ (écoulement non perturbé) dans le plan yz où correspond le même flux massique, éq. 2.6, voir Fig. 2.5.

$$\beta_i = \frac{A_\infty}{A_i} \tag{2.6}$$

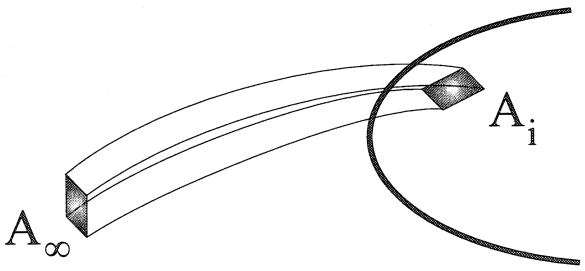


Figure 2.5: *Coefficient de captation local β*

Dans tous les cas de définition du coefficient β, les limites de captation du corps doivent être calculées de façon précise (i.e. avec un raffinement).

Si l'on impose que la surface A_i soit un panneau, la définition du coefficient β suggère que l'on détermine le β pour chaque panneau ; et qu'à chaque panneau, la surface en amont A_∞ est retrouvée de façon précise. C'est-à-dire que la localisation

des limites en amont z_{min}, z_{max}, y_{min}, y_{max} correspondants à un panneau A_i est effectuée par un raffinement. Ce n'est pas très efficace. Nous pourrions cependant ne calculer le β que pour quelques panneaux, tout les 2 ou 3 panneaux par exemple, et faire une interpolation pour évaluer les β des panneaux omis. Nous ne procèderons pas par cette méthode trop exigente en ressources et/ou trop approximative.

Désignons maintenant un panneau par P. Nous pouvons également considérer la surface A_i comme une surface quelconque, déterminée arbitrairement par 4 gouttelettes sur le corps (provenant du calcul des trajectoires). Ainsi, en reprenant le concept de balayage, la surface en amont A_∞ est délimitée par des Δz et Δy. Nul besoin de raffinement pour localiser chaque surface A_i, nous ne faisons que balayer aveuglément le domaine, jusqu'à trouver les limites de captation du corps (celles-ci toujours par raffinement par contre). La surface A_i touchée par 4 trajectoires peut alors englober plusieurs panneaux sur le corps, ou encore une fraction d'un seul panneau ; la surface A_i est calculée géométriquement. Le coefficient β_i garde la même définition que l'éq. 2.6. Chaque panneau P situé complètement à l'intérieur de la surface touchée A_i se voit attribuer le coefficient β_i qui y est associé. En effet, même si le coefficient β_i est ici calculé pour une surface A_i, la surface d'un panneau P à l'intérieur de A_i représente un pourcentage de la surface A_i, et ce pourcentage est environ le même que sur la surface A_∞. Le coefficient β_P d'un panneau complètement à l'intérieur d'un surface A_i sera donc le même que le coefficient β_i de la surface A_i englobant le panneau en question (ex.: le panneau P_5 sur la Fig. 2.6 a exactement le même β que celui de la surface A_3). Cette technique de calcul de β est particulièrement plus efficace que la précédente, où nous devions trouver le β_P pour chaque panneau de façon indépendante. Ici, seulement quelques trajectoires doivent être calculées.

Les panneaux P enjambant plus d'une surface A_i sont affectés par la moyenne des β_i correspondants aux surfaces A_i adjacentes (ex.: le panneau P_4 sur la Fig. 2.6.).

Pour être plus précis, nous pouvons calculer le β_P d'un panneau P enjambant plusieurs surface A_i en pondérant le β_i par la fraction de la surface de P touchant la surface A_i. La Fig. 2.6 montre ces explications.

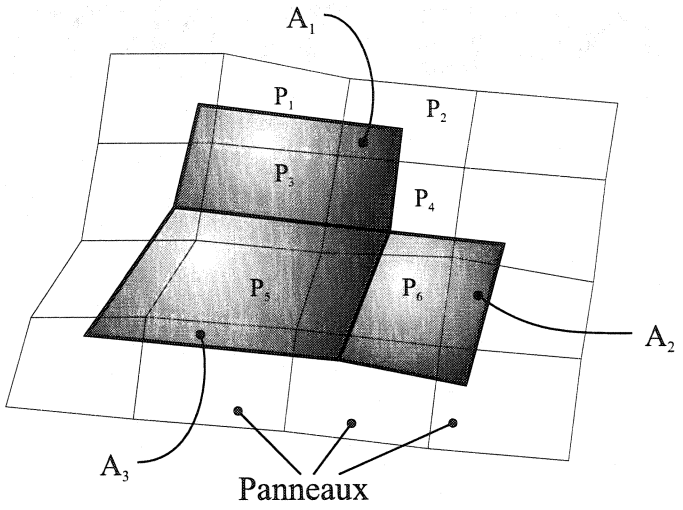


Figure 2.6: *Surfaces d'impact A_i (délimitées par 4 gouttelettes) enjambants plusieurs panneaux P*

Pour bien assimiler cette modélisation, appelons A_t la surface d'un panneau P touchée par des goutelettes. Par example, sur la Fig. 2.6, le panneau P_4 est touché par les surfaces A_1, A_2 et A_3 et son rapport A_t/A_P serait d'environ $2/3$; en complément, le rapport A_t/A_P du panneau P_5 serait de 1 de même que celui du panneau P_6 et P_3. De plus, pour chaque panneau, la fraction de A_{iP}/A_t d'un panneau servira à pondérer le coefficient β_i de la surface A_i touchant le panneau P. La surface A_{iP} est la surface commune entre A_i et A_P. C'est-à-dire que A_{iP} représente la surface de A_i qui est à l'intérieur de A_p. Le coefficient β_P d'un panneau P est donc calculé à partir des β_i comme suit :

$$\beta_P = \frac{A_t}{A_P} \Sigma \left(\frac{A_{iP}}{A_t} \beta_i \right) \tag{2.7}$$

où

$$A_t = \Sigma A_{iP} \tag{2.8}$$

Un module de *mapping* assure le calcul des fractions A_{iP}/A_t sur chaque panneau et détermine ainsi les coefficients β_P pour chaque panneau en se basant sur les β_i des surface A_i déterminés par les impacts de gouttelettes.

La précision du calcul des β_i sur les surface A_i sera liée à la discrétisation Δz et Δy choisie lors du calcul des trajectoires.

Le flux massique heurtant un panneau P est finalement donné par cette équation :

$$\dot{m}_{imp,P} = \beta_P \left(A_P\right) cos\left(\alpha\right) U_\infty LWC \tag{2.9}$$

Pueyo [58] suggère d'utiliser un facteur de proportionnalité, plutôt que le coefficient β_P, en posant $\frac{COL_P}{NG}$ où COL_P est le nombre de gouttelettes touchées par panneau et NG le nombre totale de gouttelettes touchant le corps. Il faut alors utiliser $\beta_P = \frac{COL_P}{NG}$ dans l'éq. 2.9, et la surface en amont englobant toutes les gouttelettes lancées qui ont touchées le corps, A_∞ (au lieu de A_P dans l'éq. 2.9). Cette formulation impose d'obtenir plusieurs gouttelettes par panneau si l'on veut avoir une bonne précision. Cette formulation suggère également qu'une gouttelette, touchant le corps en un point, agit sur le corps d'une dimension $(\Delta z \cdot \Delta y)$. Or cette dimension pourrait atteindre un panneau adjacent et fausser le calcul du flux massique total dans l'éq. 2.9.

Pour l'implantation, nous avons procédé par la technique de balayage avec des constants Δz et Δy (ainsi que le *mapping* des β_i). Nous balayons systèmatiquement tout le domaine jusqu'aux limites de captation. Aucune interpolation n'est nécessaire. La précision des calculs de coefficients de captation n'est alors lié qu'au choix des Δz et Δy du balayage.

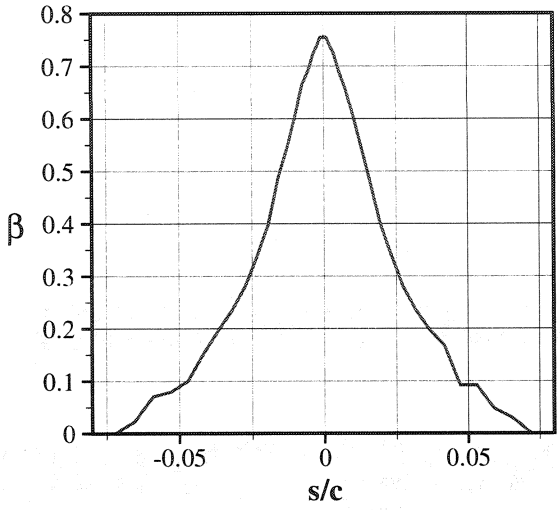


Figure 2.7: *Coefficient local de captation β_P (sur une section d'une aile)*

2.4.3 Composition de l'eau dans l'air

Pour bien prendre en compte la physique du problème des trajectoires, il est important de considérer des dimensions de gouttelettes distribuées dans l'atmosphère selon une loi statistique. Nous avons retenus ici 3 fonctions de distributions, ou fonction de fréquences distinctes, mais l'utilisateur de CANICE-3D est libre d'y apporter sont propre modèle puisqu'un fichier est attendu en entrée (et non un choix de modèle de distribution). La distribution des gouttelettes se doit donc d'être calculée préalablement dans un programme indépendant.

Modèle Khrgian-Mazan [32] $$f_i(D_i) = (D_i)^2 \, e^{\left[-3\frac{D_i}{MVD}\right]} \tag{2.10}$$

Modèle Marshall-Palmer [32] $$f_i(D_i) = e^{\left[-3.67\frac{D_i}{MVD}\right]} \tag{2.11}$$

Modèle Logarithmique [29] $$f_i(D_i) = \frac{N}{\sqrt{2\pi}\frac{D_i}{2}\ln\sigma} \cdot e^{\left[\frac{\left(\ln\frac{D_i}{2} - \ln\frac{MVD}{2}\right)^2}{2(\ln\sigma)^2}\right]} \tag{2.12}$$

Les coefficients β de chaque panneau sont ensuite pondérés selon la densité de probabilité p suivant la loi normale, selon la distribution, ou fonction de fréquences choisie, permettant ainsi d'estimer le coefficient β_P global pour chaque panneau,tel que :

$$\beta_P = \sum_{i=1}^{N} p_i \left(\beta_P\right)_i \tag{2.13}$$

La fonction de probabilité p est estimée ici selon une loi normale :

$$p_i = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}(Z_i)^2} \tag{2.14}$$

$$\text{où} \quad Z_i = \frac{D_i - \mu}{\sigma} \tag{2.15}$$

$$\mu = a \cdot \bar{d} + D_0 \tag{2.16}$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum (f_i d_i^2) - \frac{(\sum f_i d_i)^2}{\sum f_i}}{\sum f_i - 1} \cdot a^2 \tag{2.17}$$

$$d_i = \frac{D_i - D_0}{a} \tag{2.18}$$

$$\bar{d} = \frac{\sum f_i d_i}{\sum f_i} \tag{2.19}$$

avec D_0 : valeur de référence arbitraire, tel que MVD

a : écart de diamètres dans la distribution de taille de gouttelettes (doit être une valeur constante)

La Fig. 2.8 présente les 3 modèles discutés, considérant un diamètre volumétrique moyen MVD de 40μm. La plage des tailles considérées est de [20,100]μm.

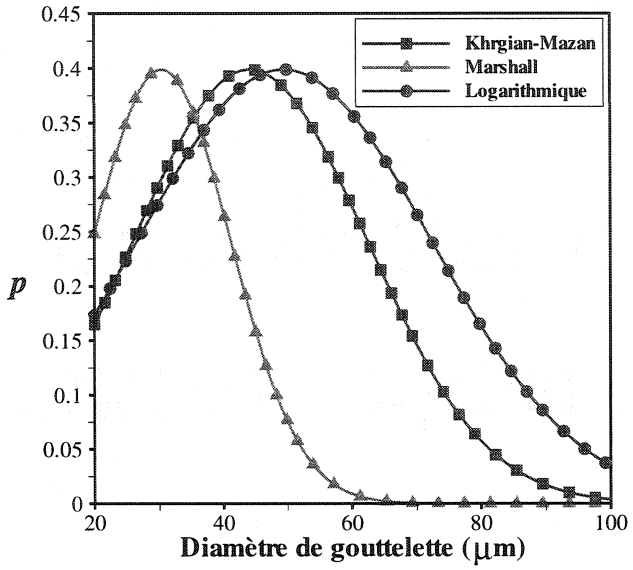


Figure 2.8: *Distribution de probabilité de taille de gouttelettes dans l'air*

Si l'option de distribution est utilisé dans CANICE-3D, c'est directement la fonction de probabilité p en fonction des tailles de gouttelettes qui doit être prescrit dans le fichier d'entrée, sous forme de 2 colonnes : diamètres des gouttelettes | probabilité.

2.5 Thermodynamique et bilan massique

En applicant la première loi de thermodynamique sur le bilan massique et énergétique, nous déduisons le flux d'eau gelante et non gelante. La Fig. 2.9 réfère au bilan des flux massique.

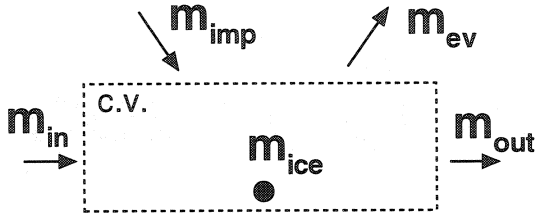


Figure 2.9: *Bilan de flux massique dans un volume de contrôle*

Pour résoudre précisément la fraction d'eau gelante f sur la surface, le bilan énergétique est résous en considérant toute les sources d'énergie, tel que dans l'équation suivante :

$$\underbrace{E_{imp} + E_{in}}_{\text{énergie entrante}} - \underbrace{(E_{out} + E_{ev} + E_{ice})}_{\text{énergie sortante}} = \underbrace{E_{cond} + E_{rad} + E_{conv}}_{\text{travail perdu}} - \underbrace{(E_f + E_{anti})}_{\text{travail gagné}} \quad (2.20)$$

Les termes de gauche négatifs représentent des sources d'énergie, ou de l'énergie entrante, alors que les termes de gauche positifs représentent des puits d'énergie, ou de l'énergie sortante. Les termes de droite font appels à l'énergie perdu (-) ou gagné (+) par le système. Le terme d'énergie conductive est toutefois très petit comparé aux autres sources et nous le négligeons. En transsonique et au-delà, les énergies convectives et de friction deviennent importantes.

L'éq. 2.20 comporte de nombreux inconnus, dont certains sont liés entre eux. Nous utiliserons le terme de fraction d'eau gelante f comme étant le rapport entre le flux massique d'eau gelante sur le flux massique entrant total, selon l'équation :

$$f = \frac{\dot{m}_{ice}}{\dot{m}_{imp} + \dot{m}_{in}} \quad (2.21)$$

Le flux d'eau sortant est donc déduit par l'équation suivante :

$$\dot{m}_{out} = (1 - f)(\dot{m}_{imp} + \dot{m}_{in}) - \dot{m}_{ev} \tag{2.22}$$

Le flux entrant $\dot{m}_{in}$ est le flux sortant $\dot{m}_{out}$ du volume de contrôle en amont. Le flux massique non gelé $\dot{m}_{out}$ sera considéré dans la modélisation du ruissellement. Le ruissellement sera discuté au point 2.5.1

Les énergies concernants les flux massiques d'eau font tous référence à la même relation. En considérant le passage d'une condition 1 à une condition 2 (vitesse/état), nous avons la relation :

$$E = \dot{m}\left[c_p(T_1 - T_2) + \frac{1}{2}(U_1 - U_2)^2 - L_{1\to 2}\right] \tag{2.23}$$

qui est vraie dans tous les cas. Elle considère donc l'énergie interne, l'énergie cinématique et la chaleur latente du changement d'état s'il a lieu.

Voyons comment l'éq. 2.23 s'adapte pour les différents types d'énergies.

Énergies entrantes / sortantes

Les énergies des flux entrants et sortants font référence exclusivement à l'énergie interne associé à l'état de l'eau à la température de surface et à la température de changement d'état (soit la température de référence $T_0 = 273.15\text{K}$). Nous négligeons les changement d'états pour les termes de flux entrants et sortants ; ils sont pris en chargent dans le calcul d'énergie de l'eau gelante.

La vitesse du flux massique entrant/sortant est également négligée. Il est néanmoins possible de la considérer en estimant la hauteur du film d'eau et le profil de vitesse dans la couche limite jusqu'à cette hauteur, par la relation 2.48 décrite plus loin. Nous avons jugé cette énergie peu contributoire et l'avons négligée. Les énergies

entrantes et sortantes sont donc :

$$E_{in} = \dot{m}_{in} \left[c_{p_{water}} (T_s - T_0) \right] \tag{2.24}$$

$$E_{out} = \left\{ (1-f)(\dot{m}_{imp} + \dot{m}_{in}) - \dot{m}_{ev} \right\} \left[c_{p_{water}} (T_s - T_0) \right] \tag{2.25}$$

Il est à noter que la température T_S du flux massique entrant $\dot{m}_{in}$ est la température de la surface du volume de contrôle en amont, ou la température du film d'eau entrant qui est théoriquement différente de la température de surface du volume de contrôle considéré. De même pour la température du flux sortant $\dot{m}_{out}$ qui est la température de la surface, ou du film d'eau, en aval du volume de contrôle considéré.

Note: *Ces température sont cependant inconnues au moment du calcul de la solution, et, dans CANICE-3D, sont considérées égales à la température du volume de contrôle considéré.*

Énergies d'impact

L'énergie du flux massique d'eau heurtant la surface ne considère pas de changement d'état. L'énergie cinétique y est par contre considérée ; la vitesse associée à cette énergie est la vitesse d'impact qui est récupérée de l'équation du mouvement 2.1 dans le module du calcul des trajectoires. L'équation de l'énergie associée au flux heurtant la surface est la suivante :

$$E_{imp} = \dot{m}_{imp} \left[c_{p_{wat}} (T_\infty - T_0) + \frac{1}{2} U_{imp}^2 \right] \tag{2.26}$$

Note: *L'énergie d'impact a une influence majeure dans le calcul du bilan énergtique. La modélisation présentée ici ne tient pas compte par exemple des tensions de surface de la gouttelette et de la surface à l'impact ni de l'état de la surface (propre ou mouillée/givrée). Une modélisation plus précise de l'énergie d'impact apporterait*

sûrement un atout majeur au module de bilan thermique.

Énergie de l'eau gelante

L'énergie reliée au flux massique d'eau gelante est liée à la variation d'énergie interne et au changement d'état, s'il a lieu, selon l'équation suivante :

$$E_{ice} = f(\dot{m}_{imp} + \dot{m}_{in}) \left[c_{p_{ice}}(T_0 - T_s) - L_{ls}\right] \tag{2.27}$$

Énergie d'évaporation

L'énergie d'évaporation ne considère que l'énergie associée au changement d'état : la chaleur latente. La vitesse de l'écoulement de l'eau évaporante est négligée ; ce flux d'eau sort instantanément, à température constante. Cependant, les chaleur latentes de sublimation et d'évaporation sont différentes d'environ 15% l'une de l'autre ; celle d'évaporation étant plus faible que celle de sublimation. Nous subdivisons en conséquence le flux massique d'évaporation en 2 portions pour bien capter la physique : une fraction présumée gelée au départ qui se sublimera, et une fraction liquide au départ qui s'évaporera. Cette considération apporte une variable de plus, la fraction gelée de l'eau évaporante, f_{ev}. Elle est toutefois facilement déduite des autres variables du problème.

Comme la chaleur latente d'évaporation est plus faible que celle de sublimation, l'eau liquide s'évaporera complètement avant qu'une parti de la glace ne se sublime. Donc, f_{ev} égale toujours zéro s'il reste de l'eau liquide, après évaporation, dans le volume de contrôle. La Fig. 2.10 montre un cas particulier : le flux massique d'eau évaporant est plus grand que le flux d'eau liquide (avant évaporation), et donc une parti de la glace se sublime. S'il n'y a pas d'eau liquide ($f = 1$), alors toute l'eau évaporante est gelée au départ et donc $f_{ev} = 1$. Il existe donc une relation pour f_{ev} en fonction de f.

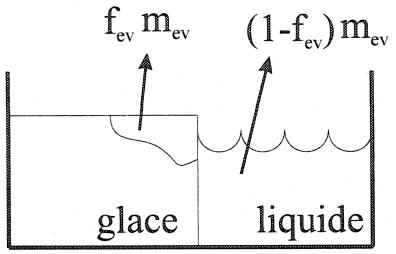


Figure 2.10: *Évaporation de l'eau dans le volume du contrôle*

Pour calculer la fraction f_{ev}, il faut d'abord calculer le flux massique d'eau évaporant $\dot{m}_{ev}$. Nous verrons plus loin comment y parvenir. Une fois le flux massique évaporant chiffré, nous évaluons f_{ev} en le comparant avec le flux massique non gelé selon la relation suivante :

$$(1-f)\,\dot{m}_{tot} \quad \begin{cases} < \dot{m}_{ev} \quad , \quad f_{ev} = \frac{\dot{m}_{ev}-(1-f)\dot{m}_{tot}}{\dot{m}_{ev}} \\ > \dot{m}_{ev} \quad , \quad f_{ev} = 0 \end{cases} \tag{2.28}$$

Pour simplifier la notation, nous désignons $\dot{m}_{tot}$ la totalité du flux massique entrant le v.c., soit $\dot{m}_{tot} = \dot{m}_{imp} + \dot{m}_{in}$.

La relation 2.28 est schématisée à la Fig. 2.11. La relation est à première vue claire, mais elle implique la valeur f qui, on le vera plus loin, fait référence aux termes d'énergie et donc de f_{ev}. Le recours aux itérations sera ici indispensable. Cette dernière est vite stabilisé toutefois dans le processus itératif du calcul de f. Nous verrons plus loin ce qui a trait au processus itératif.

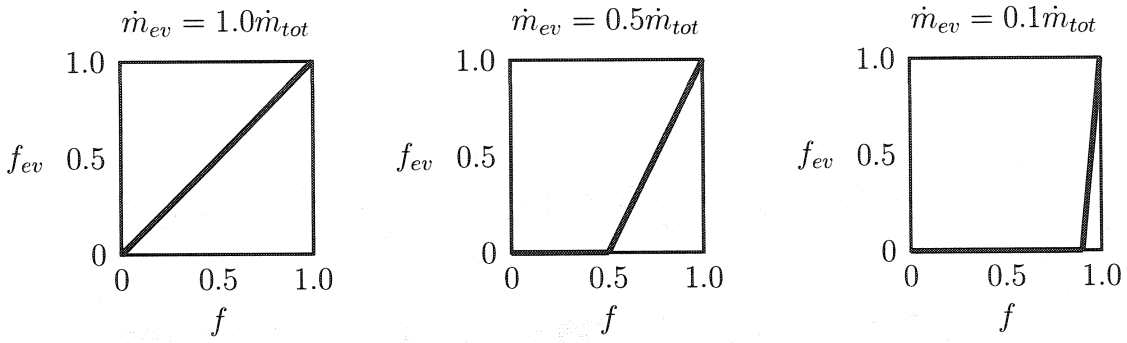


Figure 2.11: *Évaluation de f_{ev} en fonction de f pour différentes fractions données d'eau évaporée $\dot{m}_{ev}$*

L'équation de l'énergie d'évaporation suit donc l'équation suivante :

$$E_{ev} = \dot{m}_{ev} \left[(1 - f_{ev}) \cdot L_{lv} + f_{ev} L_{sv} \right] \tag{2.29}$$

Pour résoudre le flux massique évaporant, nous suivons l'approximation de Incropera et DeWitt [35] avec l'équation suivante :

$$\dot{m}_{ev} = \frac{h_c}{R c_{p_{air}} \rho L e^{2/3}} \left[\frac{P_{sat}(T_s)}{T_s} - \phi \frac{P_{sat}(T_\infty)}{T_\infty} \right] \tag{2.30}$$

Cette relation fait intervenir l'humidité relative ϕ ainsi que le nombre de Lewis Le. Le coefficient de transfert thermique est calculé avec une correction de la couche limite expliquée au point 2.6. Le nombre de Lewis mesure le rapport entre la diffusivité thermique et massique. Il est hautement dépendant du contenu massique d'eau dans l'air, m_{H_2O}. Nous évaluons le nombre de Lewis par une relation établie concernant le mélange air/eau provenant de données mesurées expérimentalement. À partir des données publiées par Kays & Crawford [36], une relation corrélée sous forme d'un polynôme de 2$^{\text{ième}}$ degré nous donne :

$$Le = 1.189 + 3.4504 \cdot 10^{-1} m_{H_2O} + 3.7378 \cdot 10^{-1} m_{H_2O}^2 \tag{2.31}$$

Cette relation est valide pour tout contenu de m_{H_2O} (i.e. entre 0 et 1), à pression atmosphérique standard et $T = 290\text{K}$.

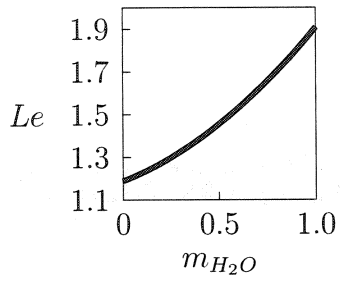


Figure 2.12: *Nombre de Lewis en fonction du contenu massique en eau* m_{H_2O}

Le contenu massique d'eau dans l'air quant à lui, m_{H_2O}, est mesuré par la relation empirique suivante :

$$m_{H_2O} = \frac{P_{H_2O}}{1.61P - 0.61P_{H_2O}} \tag{2.32}$$

Avec :

$$P_{H_2O} = \phi P_{sat} \tag{2.33}$$

Cette relation est fonction de la pression partielle de l'eau P_{H_2O} et de la pression totale P prise à l'extérieure de la couche limite. Cette dernière est approximée par une correction de compressibilité tenant compte du nombre de Mach local :

$$P = P_e \left(1 + \left(\frac{\gamma - 1}{2}\right) M_e^2\right)^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}} \tag{2.34}$$

La pression statique à l'extérieure de la couche limite P_e est calculée par la relation de Bernouilli, avec U_e comme vitesse locale.

La pression de saturation de l'air est modélisée selon les cas où l'air est au dessus de l'eau liquide ($f < 1$) ou au dessus de l'eau glacée ($f = 1$) selon :

P_{sat} de l'air au dessus d'eau liquide* :

$$\begin{aligned}\log_{10}\left(P_{sat}(T)\right) &= -7.90298\left(\frac{373.16}{T}-1\right) \\ &+5.02808\log_{10}\left(\frac{373.16}{T}\right) \\ &-1.3816\cdot 10^{-7}\left(10^{11.344\left(1-\frac{T}{373.16}\right)}-1\right) \\ &+8.1328\cdot 10^{-3}\left(10^{-3.49149\left(\frac{373.16}{T}-1\right)}-1\right) \\ &+\log_{10}\left(1013.246\right)\end{aligned} \tag{2.35}$$

où: P_{sat} en hPa, et T en K ; plage de validation : [223 ; 375]K

P_{sat} de l'air au dessus d'eau glacée* :

$$\begin{aligned}\log_{10}\left(P_{sat}(T)\right) &= -9.09718\left(\frac{273.16}{T}-1\right) \\ &-3.56654\log_{10}\left(\frac{273.16}{T}\right) \\ &+0.876793\left(1-\frac{T}{273.16}\right) \\ &+\log_{10}\left(6.1071\right)\end{aligned} \tag{2.36}$$

où: P_{sat} en hPa, et T en K ; plage de validation : [173 ; 273.15]K

∗ Modèle Goff Gratch [25; 74]

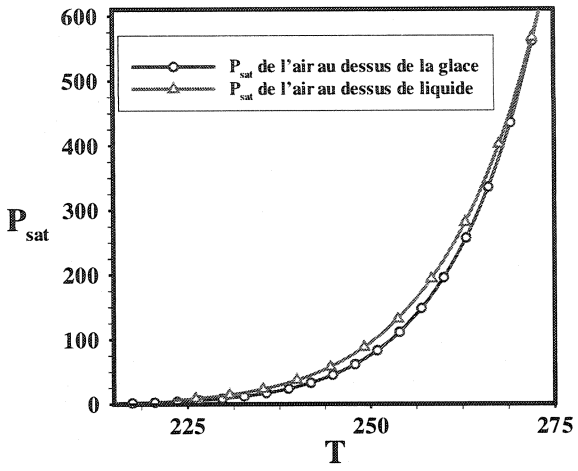


Figure 2.13: *Pression de saturation de l'air au dessus de la glace et de liquide*

Énergie convective

L'énergie convective est calculée suivant la formulation classique, c'est-à-dire en prenant en compte le coefficient de transfert de chaleur convectif h_c. Ce dernier par contre ne peut être approximé que par une solution de la couche limite thermique, expliquée au point 2.6.

$$E_{conv} = h_c A(T_s - T_\infty) \tag{2.37}$$

Énergie radiative

L'énergie radiative est calculée suivant la formulation classique. Nous prenons l'emissivité pour l'aluminum poli, soit $\varepsilon = 0.035$

$$E_{rad} = \varepsilon\sigma \left(T_s^4 - T_\infty^4\right) \tag{2.38}$$

Énergie de friction

L'énergie de friction est donnée par l'approximation de l'équation suivante :

$$E_f = h_c \cdot A \cdot r \frac{U_e^2}{2c_p} \tag{2.39}$$

Le facteur de récupération r est donnée par la relation :

$$r = 1 - \left(\frac{U_e}{U_\infty}\right)^2 (1 - Pr^n) \tag{2.40}$$

où (2.41)

$$\begin{aligned} laminaire : \quad & n = 1/2 \\ turbulent : \quad & n = 1/3 \end{aligned}$$

Il est fonction de la vitesse locale, prise à l'éxtérieure de la couche limite, et du nombre de Prandtl. Comme le nombre de Prandtl est lié à la température par la viscosité et la conductivité thermique, nous pourrions utiliser une relation suivant la loi de Sutherland ou autre, telle que vue à l'annexe VI. Cependant le nombre de Prandtl varie très peu en fonction de la température. Il varie davantage par rapport au contenu massique en eau dans l'air. Selon les données recueillies de Kays & Crawford [36], la relation du nombre de Prandtl développée et utilisée dans l'évaluation de l'énergie de friction est celle de l'équation suivante :

$$Pr = 0.7104 + 1.8035 \cdot 10^{-1} m_{H_2O} + 1.9429 \cdot 10^{-1} m_{H_2O}^2 \tag{2.42}$$

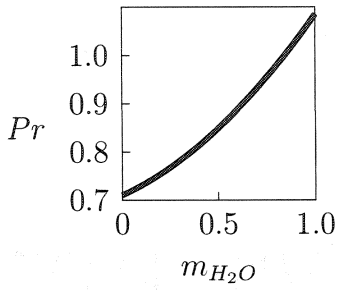


Figure 2.14: *Pr de l'air en fonction du contenu massique en eau* m_{H_2O}

Énergie du système antigivrant

L'énergie fournie par le système antigivrant est une énergie convective. Elle est donc calculée similairement au point précédent en prenant en compte bien entendu le coefficient de transfert de chaleur convectif h_c dérivant du système antigivrant. Ce dernier est approximé par un modèle développé précisément pour cet intérêt. La description de ce modèle est le sujet du chapitre 3.

$$E_{anti} = h_{anti} A (T_{jet} - T_s) \tag{2.43}$$

Solution de la température de surface

Comme le flux entrant $\dot{m}_{in}$ est égale au flux sortant $\dot{m}_{out}$ en amont, il ne reste que 2 inconnus au système: la température de surface T_s et la fraction d'eau gelée f. Or, comme le système n'est régi que par l'équation du bilan thermique, éq. 2.20, un processus itératif est nécessaire. La température de surface T_s est d'abord fixée à 273.15 pour résoudre f selon l'équation:

$$f = \frac{E_{imp} + E_{in} - E_{ev} - E_{conv} - E_{rad} + E_{diss} + E_{anti}}{-(\dot{m}_{imp} + \dot{m}_{in}) L_{ls}} \tag{2.44}$$

Ensuite si $f < 0$, on fixe $f = 0$ et si $f > 1$, on fixe $f = 1$. La température T_s peut

alors être déterminée par l'équation :

$$T_s = \frac{E_{imp} + E_{in} - E_{ev} + \dot{m}_{out} c_{pw} T_0 - \dot{m}_{ice} \left(c_{pi} T_0 - L_{ls} \right) + h_c A T_\infty - E_{rad} + E_{diss} + E_{anti}}{\dot{m}_{out} c_{pw} - \dot{m}_{ice} c_{pi} + h_c A} \tag{2.45}$$

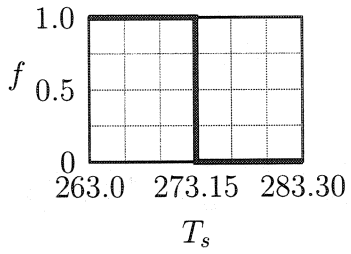


Figure 2.15: *Évolution de f selon la température de surface*

Tableau 2.1: *Chaleurs latentes de l'eau*

Phase	Valeur*
L_{ls}	334.0 kJ/kg
L_{lv}	2257.0 kJ/kg
L_{sv}	2591.0 kJ/kg

* Données prises dans la référence [21]

2.5.1 Eau de ruissellement

Dans le cas où la fraction d'eau gelante f n'est pas égale à 1, il y a de l'eau ruissellante. Connaissant la direction γ de la vitesse tangentielle à la surface U_e, nous pouvons déduire le débit d'eau ruisselante à travers le maillage, Fig. 2.16. La vitesse de l'eau sortante d'une maille et le flux massique sortant sont fractionnés à travers les arêtes des mailles par une opération géométrique.

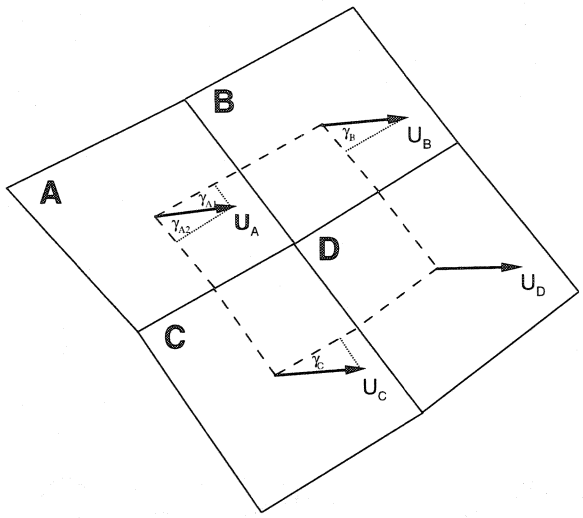


Figure 2.16: *Representation de l'eau de ruissellement*

Pour pleinement considérer l'eau ruissellante, il est nécessaire de connaître sa vitesse. Or, l'eau ruisselante est à l'intérieure de la couche limite ; la vitesse de l'eau à la l'interface eau/solide est nulle alors qu'à l'interface eau/air il y a la force de cisaillement de l'écoulement. Il y a un profil de vitesse à l'intérieur du film d'eau. Théoriquement la vitesse de l'air est également nulle à l'interface eau/air selon la condition de non glissement ; or, l'interface en question s'écoule. C'est la vitesse relative de l'air par rapport à la vitesse de l'eau qui est nulle à l'interface eau/air.

Selon Hedde, la hauteur du film h_f d'eau est déduite de l'équation du momentum de Navier-Stokes en considérant un écoulement incompressible, sans gradient de pression [33]. La hauteur du film, avec ℓ la longeur de la maille dans le sens de l'écoulement est donnée par :

$$h_{film} = \sqrt{\frac{2\mu_{eau}\dot{m}_{out}}{\tau_0 \rho_{eau} \ell}} \tag{2.46}$$

En négligeant l'effet de pesanteur de l'eau sur une surface inclinée, le profil de vitesse

dans le film d'eau est linéaire. La vitesse dans le film est donnée par l'équation suivante :

$$u(y) = \frac{\tau_0}{\mu_{eau}} y \tag{2.47}$$

avec τ_0 provenant du calcul de la couche limite (point 2.6).

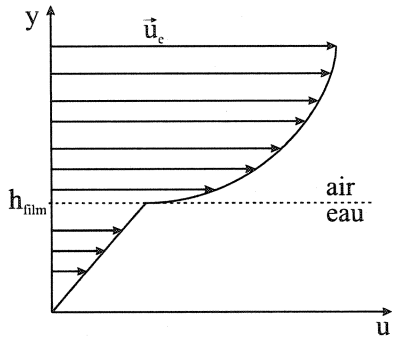


Figure 2.17: *Profil de vitesse dans l'eau de ruissellement*

Comme le profil de vitesse est linéaire, la moyenne de la vitesse, et donc du flux d'eau ruissellante, se trouve selon l'équation suivante :

$$\bar{u}_{film} = \frac{1}{h_{film}} \int_{y=0}^{y=h_{film}} u(y)dy \quad = \frac{h_{film}\tau_0}{2\mu_{eau}} \tag{2.48}$$

Cette hypothèse soutient que le ruissellement est constant tout au long du pas de temps. Or le pas de temps n'avait été lié initialement qu'à l'hypothèse où les trajectoires, et donc les coefficients β, évoluent seul dans ce pas de temps ; ce qui linéariserait l'évolution de l'eau de ruissellement de façon identique aux coefficients de captation β. Comme l'évolution de l'eau de ruissellement pourrait être plus instationnaire que l'évolution des coefficients de captation β, elle nécessiterait un pas de temps plus fin. Pour considérer cette présomption, l'instinct nous porterait directement à prendre un pas de temps plus petit pour la boucle en entier. Or, le module des trajectoires prédira sans doute les même coefficients β pour une

géométrie légèrement modifiée (avec un pas de temps global très fin). Dans un soucis d'efficacité, il est plus adéquat de subdiviser le pas de temps du système global Δt en sous-pas de temps $\Delta t'$ pour le calcul du ruissellement ; et pour chaque sous-pas de temps, prendre les même coefficients β du pas de temps global Δt. Ceci met en évidence pourquoi nous clorons une boucle pour l'eau de ruissellement sur le schéma 2.2. Le bilan thermique de l'éq. 2.20 est donc repassée pour chaque sous-pas de temps, avec une valeure $\dot{m}_{in}$ non nulle cette fois. L'eau de ruissellement est alors pris en compte de façon plus précise en subdivisant ainsi le pas de temps du système global.

La quantité d'eau sortante $\dot{m}_{out}$ est calculé ainsi :

$$\dot{m}_{(out,1)} = \rho_{eau}\bar{u}_{(film,1)}h_{film}\ell_1 \tag{2.49}$$

$$\dot{m}_{(out,2)} = \rho_{eau}\bar{u}_{(film,2)}h_{film}\ell_2 \tag{2.50}$$

$$\tag{2.51}$$

Ici, ℓ est la largeur du panneau, tel qu'illustré sur la Fig. 2.18

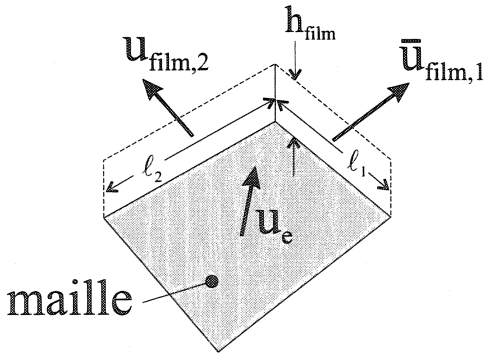


Figure 2.18: *Calcul de $\dot{m}_{out}$ dans le ruissellement*

Note 2: *Une forme de givre asymétrique sur un profil symétrique à incidence nulle pourrait s'expliquer par l'effet de pesanteur du film d'eau ruissellante. En effet,*

sur une courte partie de l'extrados, la pesanteur de l'eau agit en sens contraire à l'écoulement du film d'eau. Il serait par conséquent à propos d'inclure l'effet de pesanteur dans le calcul de l'eau de ruissellement. L'effet de pesanteur de l'eau n'est cependant pas considérée dans cette version de CANICE-3D.

2.6 Transfert de chaleur dans la couche-limite avec rugosité

Les équations complètes de la couche limite peuvent certe résoudre la question du transfert de chaleur dans la couche limite [36; 66; 76]. La considération des équations complètes de la couche limite par différences finies (dérivées des équations de NS) apporterait sans doute une précision incomparable à toute approche approximative. L'approche par différences finies requière toutefois de bâtir un maillage. La solution de ces équations pour une précision souhaitée de la convergence augmenterait le coût d'opération de CANICE-3D. Bien que plus précis, une modélisation des équations complètes de la couche limite viendrait surcharger la résolution. Nous avons donc opté pour une méthode approximative pour le calcul de la couche limite.

Note : *Il serait néanmoins intéressant de faire l'étude par une approche algébrique simple, par l'approche de longueur de mixture par exemple. Avec cette approche, un simple maillage 2D sur chaque ligne de courant dans les directions s,y pourrait alors suffir. Le méthode de Cebeci-Smith [14] s'applique d'ailleurs à ce type de solution.*

Différentes relation sont utilisées pour les parties laminaire et turbulente, toutes deux développées par Kays & Crawford [36]. Le modélisation des équations est en 2D et implique donc que les équations soient résolues sur des lignes de courants surfaciques, établies *a priori*. Les écoulements croisants (*crossflow*) sont considérés inexistants, ou non-influents. La ligne de courant est rediscrétisée pour assurer une meilleure précision (environ une longueur de panneau divisée par 10).

On définit l'épaisseur de quantité de mouvemenent de la couche limite θ (*momentum thickness*) comme la mesure de la décroissance du flux massique ρu causée par la couche limite :

$$\theta = \int_0^\infty \frac{\rho u}{\rho_\infty u_\infty} \left(1 - \frac{u}{u_\infty}\right) dy \tag{2.52}$$

Thwaites a développé une formulation par corrélation empirique permettant d'approximer θ de façon relativement précise sur des corps 2D et axisymétriques en régime laminaire [69]. La méthode de Thwaites ne prédit pas la séparation ni la transition et s'avère donc fausse dans ces régions. Il est par conséquent nécessaire de prédire la séparation et la transition par une méthode vouée à cette fin et de procéder par une autre technique que l'approche de Thwaites pour l'approximation de θ dans ces régions. La solution pour θ par la méthode intégrale développée par Thwaites est donnée par :

$$\theta_{lam} = \left(\frac{a \cdot \nu}{U_e^{b-1}} \int_0^s U_e^b \, ds\right)^{1/2} \tag{2.53}$$

où $a = 0.441$ et $b = 5.68$

Notons que le point de stagnation doit être localisé avec précision sans quoi la précision de la méthode intégrale de Thwaites est perdue.

2.6.1 Rugosité de surface

La rugosité de surface joue un rôle majeur sur le transfert de chaleur convectif lorsque la vitesse de cisaillement u_τ est grande. On modélise la rugosité de surface par un paramètre de hauteur équivalent de grain de sable k_s (*equivalent sand grain roughness*). Il existe une autre approche, celle des éléments discrets, que nous n'avons pas considéré toutefois car aucune correspondance n'était établie avec les

types de glaces [54]. L'approche par grain de sable est un concept davantage physique et une corrélation avec les types de givre est donc plus familière.

Selon Schlichting, l'aluminium lisse et propre a une hauteur équivalente d'environ $k_s \lesssim 0.03$ [66]. Une surface givrée peut se comparer à un acier dont la surface est de légèrement corrodé ($k_s \backsimeq 0.2$) pour le verglas, et largement incrusté d'oxydes de fer ($k_s > 2$) pour le givre ou glace mixte.

Note : *La modélisation de la rugosité nécessite des expériences pour corréler le type de glace avec le paramètre k_s, ou les paramètres de l'approche par éléments discrets.*

La rugosité a une influence sur le transfert de chaleur convectif lorsque la hauteur k_s dépasse la région *viscous sublayer* de la couche limite d'un facteur de 5, selon la relation suivante :

$$k_s > 5\delta_\nu \quad , \quad k_s > 5\frac{\nu}{u_\tau} \tag{2.54}$$

Toujours selon Schlichting, k_s est bien en deça de $5\delta_\nu$ dans la région laminaire ; la rugosité est donc considéré sans effet notable dans la région laminaire de l'écoulement. Cependant, lorsque u_τ augmente, la région *viscous sublayer* δ_ν diminue, conduisant à une influence plus marquée de la rugosité, jusqu'à ce que k_s dépasse la région $5\delta_\nu$. À ce stade, la transition sera déclenchée prématurément, amenant une augmentation subite du transfert de chaleur convectif.

La Fig. 2.19 montre l'effet de la rugosité k_s sur le transfert de chaleur sur la surface d'un profil NACA0012 à incidence nulle.

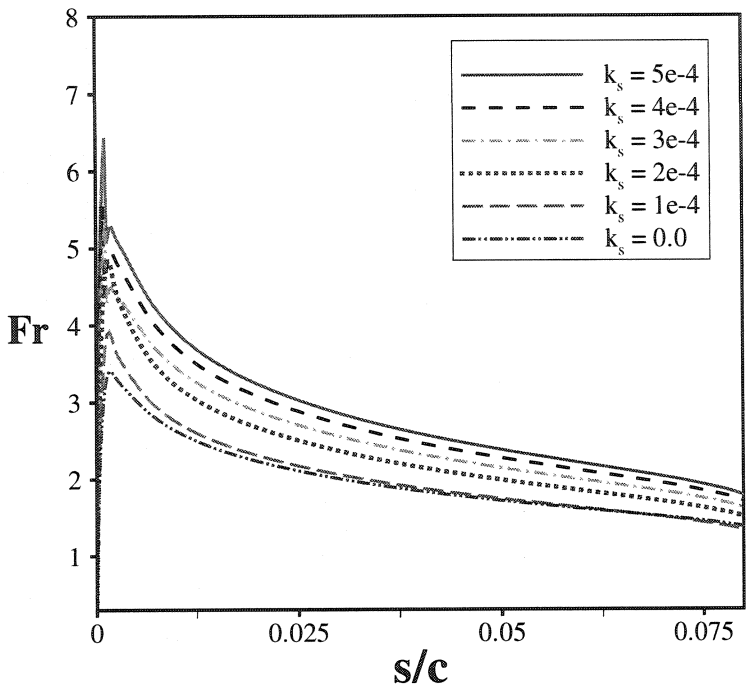


Figure 2.19: *Effet de la rugosité sur le transfert de chaleur à la parois d'un profil NACA0012*

Voyons maintenant les équations approximatives de la couche limite implantées dans CANICE-3D pour la prédiction du coefficient de transfert thermique.

2.6.2 Régime laminaire

Une façon de représenter le transfert de chaleur convectif est avec le nombre de Stanton. Ce nombre met en relation le transfert de chaleur thermique adimensionnel par le nombre de Nusselt, et les forces d'inerties par le nombre de Reynolds :

$$St = \frac{Nu}{RePr} = \frac{h_c}{\rho U_e c_p} \tag{2.55}$$

En considérant la température constante le long de la surface, Kays & Crawford évaluent le nombre de Stanton en régime laminaire selon la relation suivante :

$$St = \frac{C_1 \mu^{1/2} G_e^{C_2}}{\left(\int_0^s G_e^{C_3}\, ds\right)^{1/2}} \tag{2.56}$$

Les coefficients C_1, C_2 et C_3 sont dépendants du nombre de Prandtl selon les equations décrites en annexe V.

Selon la définition du nombre de Stanton, nous retrouvons le coefficient de transfert de chaleur convectif, dérivé de l'éq. 2.55, selon la relation suivante :

$$h_c = St \rho U_e c_p \tag{2.57}$$

Le nombre de Prandtl ainsi que la densité sont évalués à la bordure de la couche limite. Le modèle utilisé pour évalué le nombre de Prandtl en fonction de la température est décrit à l'annexe VI. La température T_e est évaluée comme suit :

$$\frac{T_e}{T_{total}} = 1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_e^2 \tag{2.58}$$

où M_e est évaluée avec la température T_{total} et la vitesse à la bordure de la couche limite U_e

La température totale est évaluée selon les conditions à l'infinie :

$$\frac{T_{total}}{T_\infty} = 1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_\infty^2 \tag{2.59}$$

La densité en bordure de la couche limite ρ_e est évaluée selon la relation suivante :

$$\frac{\rho_e}{\rho_{total}} = \left(\frac{T_e}{T_{total}}\right)^{\frac{1}{(\gamma-1)}} \tag{2.60}$$

La densité totale est évaluée selon les conditions à l'infinie :

$$\frac{\rho_{total}}{\rho_\infty} = \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_\infty^2\right)^{\frac{1}{(\gamma-1)}} \tag{2.61}$$

2.6.3 Estimation du point de séparation et de transition

La transition d'un écoulement laminaire à turbulent est un sujet en soi. Plusieurs chercheurs y ont apporté des efforts considérables. Il n'y a pourtant pas de théorie fondamentale, ou absolue, concernant la transition. La transition est considérablement sensible à des perturbations de diverses formes/sources ; il est donc fort discutable qu'une simple théorie puisse résoudre ces effets.

De toute les méthodes de prédiction de transition, la seule, connue à ce jour, prédisant la transition en considérant une surface rugueuse est la méthode proposée par Van Doenhoff [19]. Ce dernier définit un nombre de Reynolds Re_{ks} basé sur la hauteur équivalente k_s et la vitesse de l'écoulement à cette hauteur u_k, soit $Re_{ks} = \frac{u_k k_s}{\nu}$. Des signes (*spot*) de transitions apparaissent lorsque $Re_{ks} > 600$.

La vitesse u_k est tirée de l'approximation de Pohlhausen du profil de vitesse dans la couche limite :

$$\begin{aligned} \frac{u}{U_e} &= 2\eta - 2\eta^3 + \eta^4 + \frac{\lambda}{6}\eta\,(1-\eta)^3 \qquad (2.62) \\ \text{où :} \quad \eta &= \frac{k_s}{\delta} \end{aligned}$$

En utilisant la définition de l'épaisseur de quantité de mouvement, éq. 2.52, dans l'éq. 2.62, nous établissons la relation entre δ et θ avec l'éq. 2.63 ; l'épaisseur de quantité de mouvement θ_{lam} est calculée selon la méthode de Thwaites, éq. 2.53.

$$\delta = \frac{315}{37}\theta_{lam} \tag{2.63}$$

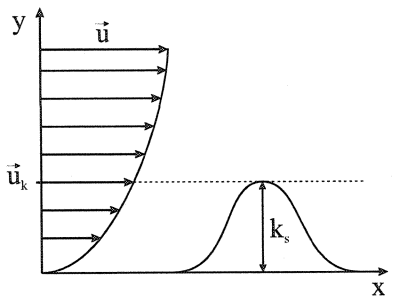


Figure 2.20: *Profil de vitesse dans la couche limite rencontrant une rugosité*

La séparation est vérifiée selon le critère de Stratford [66] :

$$\sqrt{C_P}\,(s_{sep} - s_f)\,\frac{d}{ds}\,(1 - C_P) = -0.102 \tag{2.64}$$

où : s_f = distance, du point de stagnation, où la vitesse U_e est maximale

Le coefficient de pression est préalablement corrigé tenant compte de la compressibilité selon la correction de Prandtl-Glauert [4] :

$$C_P = \frac{C_{P,0}}{\sqrt{1 - M_\infty^2}} \tag{2.65}$$

où : $C_{P,0}$ = est le C_P non corrigé

Si la séparation se produit avant la transition, nous passons hâtivement aux équations du régime turbulent pour la correction de la couche limite ; les équations du régime laminaire ne sont plus applicables.

Dans le cas où l'on ne désir pas considérer la rugosité pour la prédiction de la

transition, le critère de Michel modifié par Cebeci est utilisé [14] :

$$Re_{\theta,tr} \geq 1.174\left(1+\frac{22400}{Re_{s,tr}}\right) {Re_{s,tr}}^{0.46} \tag{2.66}$$

$$\text{Avec :}\quad Re_{\theta,tr} = \frac{U_e\theta}{\nu} \tag{2.67}$$

$$Re_{s,tr} = \frac{U_e s}{\nu} \tag{2.68}$$

2.6.4 Régime turbulent

surface rugueuse en régime turbulent

Parallèlement au régime laminaire, le nombre de Stanton est utilisé pour modéliser le transfert de chaleur en régime turbulent. La théorie concernant la couche limite turbulente est retrouvée en annexe III. Le lecteur est également invité à consulter les réf. [36; 66] pour les développements et démonstrations des équations qui suivront.

En se basant sur la loi de la parois, le nombre de Stanton est définit par la relation suivante :

$$St = \frac{c_f/2}{Pr_t + \frac{1}{St_{ks}}\sqrt{c_f/2}} \tag{2.69}$$

$$\text{où :}\quad St_{ks} = 0.8 \cdot Re_{ks}^{-0.2} Pr^{-0.44} \tag{2.70}$$

Pr_t : est le nombre de Prandtl turbulent, dépendant de Pr et du nombre de Péclet. Il est généralement assumé que $Pr_t \approx 0.9$

Le coefficient de friction c_f est trouvé selon la formulation empirique suivante [36] :

$$\frac{c_f}{2} = \frac{0.168}{\left[ln(864 \cdot \theta_{turb}/k_s)\right]^2} \tag{2.71}$$

Pour solutionner l'épaisseur de quantité de mouvement turbulente θ_{turb}, Kays & Crawford proposent une approche similaire à Thwaites. En partant encore de la loi de la parois, sous forme exponentielle (voir annexe III), et des paramètres adimensionnels u^+ et y^+, θ_{turb} est établie sous la forme suivante :

$$\theta_{turb} = \frac{0.0156\nu^{0.2}}{U_e^{3.29}} \left(\int_{s_{tr}}^{s} U_e^{3.86}\, ds \right)^{0.8} + \theta_{tr} \tag{2.72}$$

Le transfert de chaleur thermique est ensuite résolue avec l'éq. 2.57

surface lisse en régime turbulent

Dans le cas où l'on ne désir pas considérer la rugosité pour le calcul du transfert de chaleur convectif, le modèle empirique de Bragg est implanté dans CANICE-3D [10] :

$$h_c = 0.0295 \frac{k \cdot \rho^{0.8} U_e Pr^{0.6}}{\mu^{0.8} \left[\int_{s_turb}^{s} U_e ds \right]^{0.2}} \tag{2.73}$$

2.7 Changement de géométrie par la formation de givre

2.7.1 Hauteur de givre

Nous favorisons ici l'hypothèse d'une glace de densité constante. Bien que les cas de glace en givre, verglas ou mixtes pourraient réfléter des densités différentes, l'hypothèse de la densité constante simplifie grandement la modélisation. Soulignons que la glace de type givre et/ou mixte possède des petites poches d'air, d'où sa couleur blanche, alors que le verglas est une glace dense. Une formulation tenant compte par exemple de la fraction d'eau gelante f, de la température atmosphérique T, ou de l'humidité relative ϕ, pourrait apporter une précision supplémentaire quant à la densité de la glace. Le modèle de Jones s'avérerait d'ailleurs intéressant pour

considérer une densité de glace relative [62]. Cette optique impliquerait toutefois la tenue de mesures expérimentales pour fin de validation que nous n'avons pas effectuées.

Le calcul de la hauteur de glace pour un panneau $h_{(ice,P)}$ s'effectue en intégrant le flux massique de formation de glace d'un panneau sur le pas de temps :

$$h_{(ice,P)} = A_P \int_t^{t+\Delta t'} \frac{\dot{m}_{ice}(t)}{\rho_{ice}} \, dt \tag{2.74}$$

Le pas de temps est exprimé ici en relation aux commentaires exposés au point 2.5.1 sur l'eau de ruissellement.

Le flux massique d'eau gelante est dépendant du temps $\dot{m}_{ice}(t)$. Cependant pour un petit interval de temps, il est considéré constant, tout comme le coefficient β l'est.

2.7.2 Modification du maillage

Une modification de maillage est nécessaire pour prendre en considération la nouvelle géométrie et relancer le calcul. Le maillage géométrique est modifié, qui sont les noeuds des panneaux, de même que le maillage aérodynamique, constitué par le centre des panneaux. L'aire des panneaux est recalculée en conséquence.

Pour calculer les nouveaux points des noeuds, il faut d'abord calculer le vecteur directeur du déplacement $\vec{h}$. En principe, l'eau gèle de façon uniforme et modifiera chaque maille de façon régulière. Hedde soutient cette théorie pour des surfaces humides uniquement. Les surfaces dites sèches, où l'eau gèle à l'impact (i.e. $f = 1$), aurait une croissance de la glace en direction intermédiaire entre la normale à la surface et la tangente à la trajectoire [33] ; nous ne soutenons pas cette théorie car

elle n'est pas justifiée ni prouvée.

La direction de la formation de glace est donc considérée perpendiculaire à la surface. Cependant, comme la surface est courbe, les mailles forment à leurs arêtes des angles entre eux. Un déplacement perpendiculaire à la surface ne garanti pas aux surfaces une continuité avec les même noeuds. Nous calculons plutôt le vecteur directeur aux noeuds en moyennant les vecteurs directeur normales aux surfaces adjacentes aux noeuds, tel qu'illustré à la Fig. 2.21.

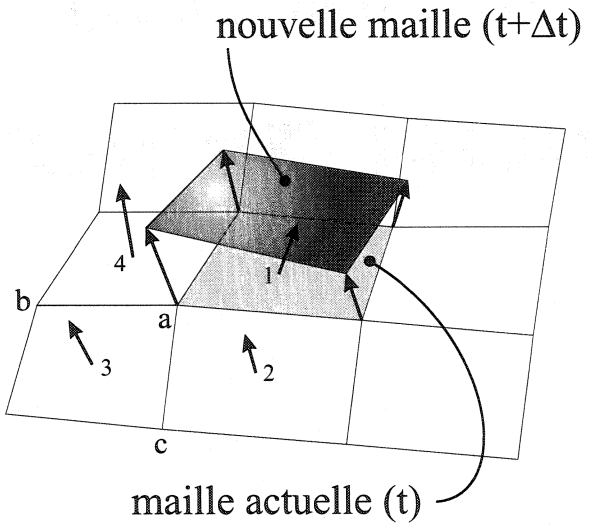


Figure 2.21: *Calcul des vecteurs directeurs*

Comme les panneaux pourraient devenir distordus suite à plusieurs couches de glace, les vecteurs en direction normale aux surfaces sont recalculés à chaque couche de glace en multipliant les 2 vecteurs correspondants au noeud auquel nous calculons le vecteur directeur du dit noeud. Par exemple, pour le calcul du vecteur $\vec{h_a}$ sur la Fig. 2.21, les vecteurs $\vec{h_1}$, $\vec{h_2}$, $\vec{h_3}$ et $\vec{h_4}$ sont calculés et moyennés par la suite. Par exemple, le vecteur $\vec{h_3}$ (menant au calcul du vecteur $\vec{h_a}$) est calculé comme

suit :

$$\vec{h_{ab}} = \frac{\vec{ab}}{\left\|\vec{ab}\right\|} \qquad \vec{h_{ac}} = \frac{\vec{ac}}{\|\vec{ac}\|} \qquad \vec{h_3} = \frac{\vec{h_{ab}} \times \vec{h_{ac}}}{\left\|\vec{h_{ab}} \times \vec{h_{ac}}\right\|} \tag{2.75}$$

Nous appliquons la même procédure pour tous les autres vecteurs adjacents à a, soit les vecteurs $\vec{h_1}$, $\vec{h_2}$, et $\vec{h_4}$. Le vecteur $\vec{h_a}$ de la direction de la formation de glace au noeud a est trouvé selon la relation suivante :

$$\vec{h_a} = \frac{\vec{h_1} + \vec{h_2} + \vec{h_3} + \vec{h_4}}{\left\|\vec{h_1} + \vec{h_2} + \vec{h_3} + \vec{h_4}\right\|} \tag{2.76}$$

Le noeud modifié a est finalement établi comme suit :

$$(x,y,z)_a = \vec{h_a} h_{(ice,a)} \tag{2.77}$$

La hauteur de glace $h_{(ice,a)}$ au neoud a est simplement la moyenne des hauteurs de glace des panneaux adjacents, selon :

$$h_{(ice,a)} = \frac{1}{4}\left(h_{(ice,1)} + h_{(ice,2)} + h_{(ice,3)} + h_{(ice,4)}\right) \tag{2.78}$$

2.8 Simulation de système antigivre

Puisque nous apportons une énergie supplémentaire avec le système antigivre, la forme de givre calculée sera normalement perdue puisque le système antigivre cherche à obtenir $f = 0$, du moins dans la région touchée par le jet d'air chaud. Un apport insuffisant d'énergie apporterait évidemment une certaine formation de givre ; le système antigivre serait alors sous-performant. La configuration actuelle du code CANICE-3D permet de vérifier si un design de système antigivrant est adéquat ou non. Elle ne procède pas à une optimisation proposant le meilleur système antigivre ; ce qui pourra éventuellement faire l'objet d'un ajout.

Le prochain chapitre traite intégralement de la modélisation du système antigivre dans CANICE-3D.

CHAPITRE 3

MODÉLISATION DU SYSTÈME ANTIGIVRANT À JETS D'AIR CHAUD

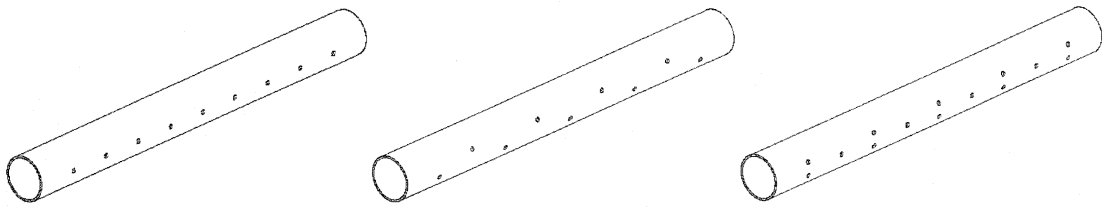
3.1 Généralités

Un système antigivre à jet d'air chaud se compose généralement de tubes transportants de l'air chaud disposés à l'intérieur de l'aile près du bord d'attaque. Les tubes sont troués de façon ordonnée sur leur longueur * de tel sorte que des jets sont dirigés vers la surface du bord d'attaque. Les trous étant relativement petits et la pression à l'intérieur du tube étant relativement grande, la vitesse de sortie de l'air est relativement élevée ; de l'ordre de Mach=0.5 à 1.0 [59] † La température de l'air en sortie est de l'ordre de 400K (130°C). L'énergie transportée (chaleur/vitesse) heurtant la surface du bord d'attaque engendre un important transfert de chaleur qui fera débalancer le bilan thermique (eq. 2.20) et, on l'espère, empêchera toute formation de givre de l'autre côté de la surface.

Plusieurs dispositions de jets sont possible pour un système antigivrant. Notons principalement : à matrice linéaire simple (Fig. 3.1 a), à matrice simple alternée (Fig. 3.1 b), et à matrice double alternée (Fig. 3.1 c)

∗ d'où l'appellation de tube piccolo.

† L'ordre de grandeur de la vitesse de l'air en sortie du tube piccolo n'a pas fait l'objet de test expérimentaux.



(a) (b) (c)

Figure 3.1: *Différentes configurations de tube piccolo*

La littérature traitant d'un jet d'air heurtant une surface est relativement restreinte [7; 13; 15; 17; 20; 30; 31; 40; 42; 43; 45; 46; 47; 48; 59; 60; 61; 65; 66; 68]. En effet, la plupart traite soit de surface d'impact plane, de cas 2D ou en lien avec le refroidissement d'aubes de turbines. Bien que les cas de surfaces d'impact planes aient été étudiés exhaustivement par rapport aux autres applications mentionnées, il n'en va pas moins qu'elles ne sont pas applicables pour des surfaces concaves.

Ce que nous cherchons est donc un modèle tridimensonnel applicable aux surfaces courbes de dimensions comparables aux bords d'attaques d'ailes d'avions. Le développement de ce modèle fût une partie importante de cet ouvrage.

Considérons le noyau potentiel du jet comme la région suivant le jet, à partir de la sortie du tube piccolo, où le profil de vitesse turbulent uniforme est maintenu dans le jet, tel que sur la Fig. 3.2. Cette région est aussi référée à *near field* ou *potential jet core* [40; 66] Le noyau potentiel sera plus important lorsque la vitesse du jet sera plus grande. Pour une géométrie confinée (i.e. petite distance de la sortie du tube piccolo à la surface d'impact), la coïncidence du noyau potentiel avec la surface d'impact aura une influence marquée sur le transfert de chaleur et une discontinuité est attendue dans pareil cas.

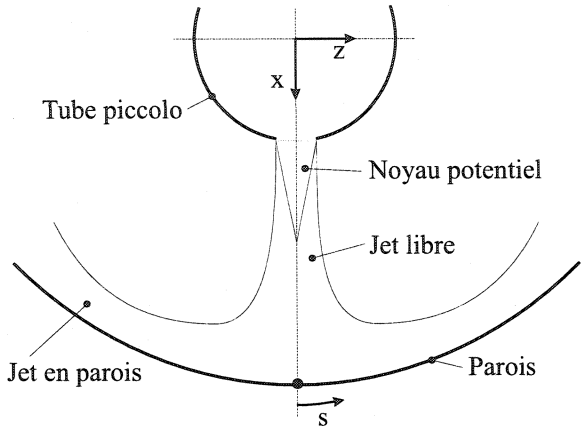


Figure 3.2: *Différentes région du jet*

La Fig. 3.3 (a) définit le système d'axes utilisé pour le système antigivrant alors que les principaux paramètres dimensionnels régissants la configuration d'un système antigivrant de jets à matrice linéaire simple sont illustrés à la Fig. 3.3 (b). Notons que le diamètre du jet au tube piccolo est dénoté d.

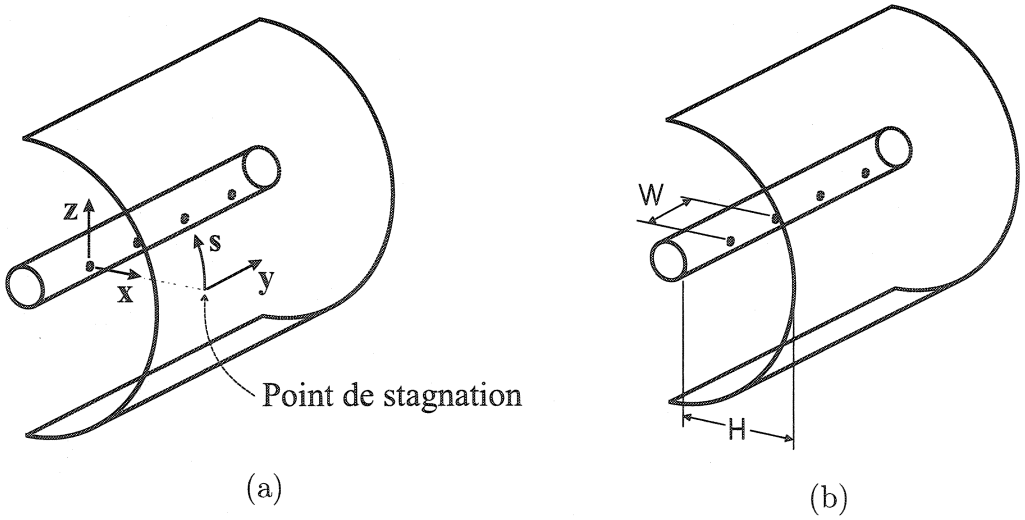


Figure 3.3: *a) Système référentiel de coordonnées utilisé pour le système antigivrant ; b) paramètres dimensionnels d'une configuration de jets à matrice linéaire simple*

3.2 Paramétrisation et modélisation

Un modèle bidimensionnel développé par Saeed at al. avait été implanté dans un code complémentaire à CANICE-2D, OPTIFLUX [65; 64]. Bien que ce code soit opérationnel, il a été développé dans une optique 2D et ne considère pas les paramètres clés tel que la distance H/d ou la distance inter-jet W/d. Uniquement le régime du jet en terme de Reynolds basé sur la coordonnée surfacique est considéré. Ce seul paramètre est insuffisant pour donner au code toute la latitude requise pour un outil de design de système antigivrant. Par ailleurs, la validation du code n'a pas supporté de conclusion éloquente. Le travail apporte toutefois un argument complémentaire pour le développement d'un modèle moins limité.

La modélisation du système antigivrant représentera un transfert de chaleur sur une surface par l'impact d'un jet d'air. Les paramètres affectants le transfert de chaleur sur la surface sont:

- Le diamètre du trou en sortie du tube piccolo, d;
- L'orientation du jet;
- La distance de la sortie du tube piccolo à la surface d'impact, H;
- La distance inter-jet, W;
- La configuration des jets (disposition linéaire de jet simple, disposition des jets, angles différents entre les jets, ou autre combinaisons), voir Fig. 3.1;
- La forme de la surface (pour un cercle: rayon, pour une ellipse: petit et grand rayon, pour une parabole: ouverture et position du sommet, pour un profil NACA: les trois facteurs de proportion et la corde, ou encore tout simplement les points d'une NURBS);
- La configuration interne (déflecteurs ou obstacles);
- La température du jet à la sortie du tube piccolo, T_{jet};
- La température de la surface d'impact T_s (constante ou distribuée sur s,y);

- La pression à la sortie du tube piccolo;
- La vitesse moyenne du jet en sortie du tube piccolo, $\overline{U}_{jet}$;
- La pression à l'échappement;
- Les matériaux conductifs internes (déflecteurs ou obstacles) en terme de conductivité thermique, expansion thermique et module d'Young;
- Les dimensions/restrictions à l'échappement;
- Le diamètre du tube piccolo.

Nous voyons que le transfert de chaleur sur la surface d'impact provenant du système antigivrant pourrait dépendre d'environ 12 à 16 paramètres. Il pourrait y avoir beaucoup plus de paramètres si des déflecteurs ou obstacles étaient considérés, ou si une distribution de température était considérée sur la surface (bien que cette distribution pourrait être considérée la même pour tous les cas). Bien qu'une distribution de température sur la surface d'impact, causée par l'écoulement externe, influe grandement l'échange de chaleur provoqué par le système antigivrant, nous avons choisi de la considérée constante afin de réduire le nombre de paramètres.

Il est en effet primordial, à cette étape du projet, de ne considérer qu'un nombre de paramètres restreints car le module d'antigivrage actuellement développé forme un modèle de base. Une fois la validation de ce modèle de base effectuée, nous pourrons y ajouter d'autres paramètres avec une meilleure confiance que si nous tentions de le développer avec une approche large englobant plusieurs paramètres du même coup.

Pour permettre une modélisation par interpolation, il est nécéssaire d'obtenir des résultats pour des combinaisons associants au moins 3 valeurs différentes par paramètres ; permettant ainsi une interpolation du second degré. Avec 12 paramètres différents, cela fait une combinaison de 3^{12}, soit plus de 500000 configurations différentes! Bien qu'il est possible de programmer le déroulement des expériences

numériques et de classer les résultats automatiquement dans une base de données, ce travail est radicalement démesuré considérant les capacités informatiques en stockage et surtout en coûts de calculs. Nous avons restreint les paramètres à 3 pour cette première étude, donnant ainsi une combinaison de 3^3 (soit 27) configurations différentes. Les paramètres retenus sont donc:

- La distance de la sortie du tube piccolo à la surface d'impact, H;
- La distance inter-jet, W;
- La vitesse moyenne du jet en sortie du tube piccolo en terme de nombre de Mach, M.

Ces paramètres sont influents et maîtrisables au moment de la conception de systèmes antigivrants. D'autres paramètres sont également contrôlables au moment du design, tel que l'orientation du jet et la forme du profil du bord d'attaque, mais nous avons décidé de resserrer l'étude et de ne garder qu'un nombre restreint de paramètres variables. L'étude poura s'élargir par la suite en y ajoutant des paramètres variables peu à peu, parfaisant ainsi le modèle numérique.

Pour représenter le transfert de chaleur local, nous avons recours au nombre de Nusselt Nu qui utilise le diamètre du trou d au tube piccolo comme longueur caractéristique ainsi que la conductivité thermique de l'air standard (soit $k = 0.0242\text{W/m}\cdot\text{s}$).

Les coordonnées surfaciques s et y sont également gardées en paramètres, permettant ainsi de représenter la distribution du transfert thermique sur la surface d'impact. Afin d'adimensionnaliser l'étude, nous uiliserons les paramètres s, y, H et W normalisés sur le diamètre du trou d au tube piccolo – qui sera constant tel qu'indiqué prochainement. Le problème vise donc a trouver un modèle pour la

relation:

$$Nu = fct\left(\frac{s}{d}, \frac{y}{d}, M, \frac{H}{d}, \frac{W}{d}\right) \tag{3.1}$$

Les paramètres constants on été fixés ainsi:

Tableau 3.1: *Paramètres fixes pour l'étude*

Variables	**Valeurs**
Diamètre du trou au tube piccolo, d	2.5mm
L'orientation du jet	horizontale
La configuration des jets	disposition linéaire de jet simple
La forme de la surface	circulaire*
diamètre du tube piccolo	$20 \times d$, soit 50mm ($\approx$ 2po.)
La configuration interne	aucun déflecteur/obstacle
La température du jet à la sortie du tube piccolo	constante à 400K (127°C)
La température de la surface d'impact	constante à 260K (−13°C)
Matériau de la surface d'impact	k = 202.4W/m·K‡, 2mm d'épais
Matériau du tube piccolo	k = 202.4W/m·K‡, 7mm d'épais

* Le centre du tube piccolo correspond au centre du cercle définissant la surface d'impact.
‡ Aluminium

Le choix de ces valeurs a été établi en se basant sur des systèmes antigivrant typiques.

3.2.1 Combinaison des paramètres

Dans le but d'obtenir une interpolation précise en utilisant le moins de combinaisons possibles, nous avons opté pour trois valeurs différentes pour les paramètres

H/d, W/d et M. De plus, pour éviter de surcharger le problème d'interpolation, la distribution surfacique a été extraite sur deux courbes seulement, soit sur y à $s = 0.0$ ainsi que sur s à $y = 0.0$, avec 40 points sur chaque courbe. Le passage par krigeage a été utilisé pour interpoler la distribution de transfert thermique sur la surface d'impact pour d'autres valeurs de paramètres[§]. L'interpolation par krigeage n'a aucune difficulté à s'effectuer sur toute la surface (s,y) en n'utilisant la distribution que sur ces deux courbes perpendiculaires l'une à l'autre. Les valeurs des paramètres variables ont été fixés comme suit:

Tableau 3.2: *Combinaison des paramètres variables pour l'étude*

Variables	**Valeurs**		
s/d	40 points de 0.0 à $\frac{\pi}{2}\left(\frac{H}{d}+10d\right)$ [†]		
y/d	40 points de 0.0 à $\frac{W/d}{2}$		
H/d	5.0	10.0	15.0
W/d	7.5	15.0	22.5
M	0.4	0.6	0.8

[†] Ce qui correspond à un quart du cercle de la surface d'impact.

Le choix de ces valeurs a été établi en se basant sur des systèmes antigivrant existants.

En guise de référence, la table d'équivalence pour les vitesses moyennes $\overline{U}_{jet}$ ainsi que les nombres de Reynolds basés sur le diamètre du trou Re_d est montré au tableau 3.3. La vitesse du son à la température de sortie du jet (400K) est utilisée pour mesurer la vitesse moyenne $\overline{U}_{jet}$. La viscosité dans le calcul du nombre de Reynolds est également évaluée selon la loi de Sutherland à la température de sortie du jet, selon l'eq. VI.2.

§ La technique d'interpolaation par krigeage est décrite en détail au point 3.6

Tableau 3.3: *Équivalence des vitesses moyennes* $\overline{U}_{jet}$ *et* Re_d *pour les nombre de Mach*

M	$\overline{U}_{jet}$	Re_d
0.4	160.33m/s	29516
0.6	240.50m/s	44275
0.8	320.66m/s	59033

3.2.2 Modèles numériques

Un code commercial de dynamique des fluides a été utilisé pour l'étude numérique : FLUENT. Le solveur est vendu avec son mailleur GAMBIT. Nous avons utilisée la version 6.0.20 de FLUENT ainsi que la version 2.0.4 de GAMBIT.

En se référant au tableau 3.2, neuf géométries différentes ont été modélisées. Nous avons favorisé une modélisation géométrique simple, soit sans déflecteurs ni échappement forcé. Ces derniers ont une influence considérable sur les résultats et peuvent avoir une configuration sophistiquée ; ce qui aurait compliqué le modèle géométrique – et spécialement le maillage. De plus, considérer des déflecteurs, échappements ou obstacles, aussi simples soient-ils, n'aurait probablement pas concordé aux configurations réelles complexes, qui changent d'un modèle d'avion à l'autre. Ainsi, dans le but d'alléger et de simplifier le domaine d'étude, nous avons opté pour une surface d'impact semi-circulaire sans échappement restrictif ni tout obstacles/déflecteurs. Cette simplification nous a permis d'éliminer le paramètre d'orientation du jet puisqu'il origine au centre de la forme circulaire. Le domaine modélisé est tel que montré sur les Fig. 3.4 à 3.7. Les surfaces et conditions limites seront expliquées au points 3.2.3. En utilissant une disposition linéaire de jet simple, le domaine modélisé a pu être restreint à un quart du jet en utilisant des conditions limites de

symétrie.

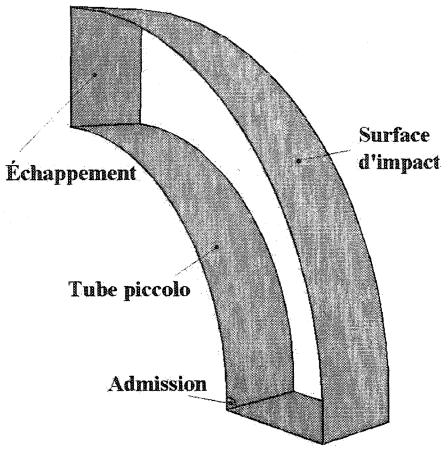


Figure 3.4: *Domaine modélisé - définition des surfaces*

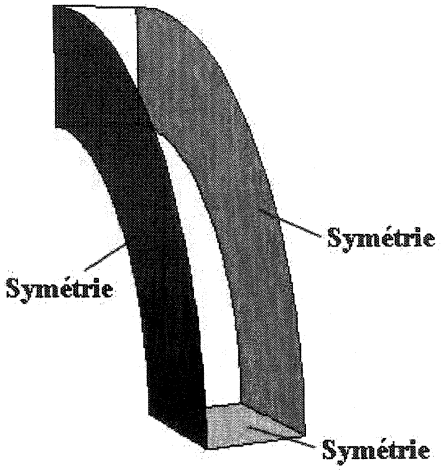


Figure 3.5: *Domaine modélisé - conditions de symétrie*

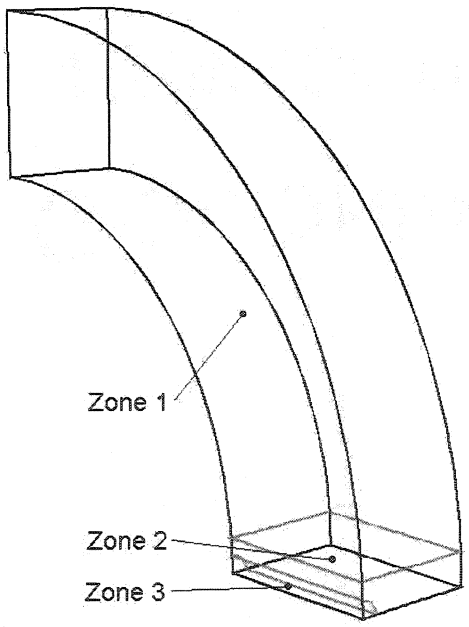


Figure 3.6: *Domaine modélisé - zonage*

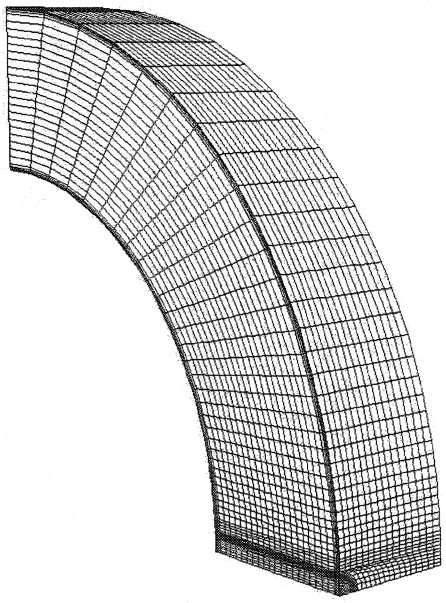


Figure 3.7: *Maillage structuré*

Le maillage a d'abord été fait de façon non-structuré avec des éléments tetrah-

édriques ; des concentrations sur la surface d'impact, le long de la ligne de jet, au point de stagnation (point d'impact) ainsi qu'en sortie du tube piccolo avaient également été fait. Aucun maillage couche-limite n'avait été fait sur ces modèles, quoi qu'une concentration était considérée sur la surface d'impact. Bien qu'aucun éléments (cellules du maillages) n'étaient disproportionnés, la solution ne convergeaient pas et nous avons opté pour des éléments hexagonaux structurés avec un maillage couche limite sur la surface d'impact ainsi que sur la surface du tube piccolo. Étant donné la nature du problème, de forts gradients de pression et de vitesses sont attendues en sortie du tube piccolo ainsi que près du point de stagnation. Nous avons donc concentré les cellules du maillage dans ces régions.

Le maillage couche limite sur la surface d'impact est tel que montré sur la Fig. 3.8. Le maillage couche limite sur la surface du tube piccolo est tel que montré sur la Fig. 3.9. Trois zones ont été faites dans le but de faciliter un maillage régulier le long du jet ainsi que sur la surface d'impact, voir Fig. 3.6. Notez que le maillage couche limite sur la surface d'impact ainsi que sur la surface du tube piccolo a une première dimension de cellule de 3E-5m. Multiplié par la longueur caractéristique du modèle, soit le diamètre d = 2.5E-3m, cette première cellule à une proportion de 3E-5 $\times$ 2.5E-3 $\approx$ 1.2E-6. Le nombre de cellules par modèle géométrique varie entre 21900 et 60500. Le tableau 3.4 résume les nombres de celulles pour chaque modèle. Ce nombre semble faible ainsi que les dimensions des premières cellules dans la couche limite. Ces valeurs ont été établies principalement pour des raisons de faisabilité compte tenu des ressources informatiques. Comme le nombre de cas est assez important (27), il aurait été très couteux d'utiliser des maillages plus raffinés. Nous verrons au point 3.4 une validation nous témoignant un choix équitable pour la précision des maillages.

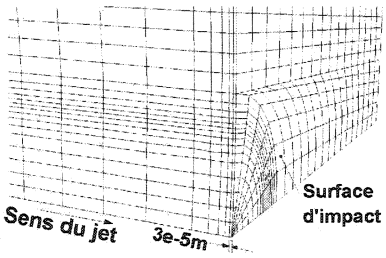


Figure 3.8: *Maillage à proximité de la surface d'impact, vu de l'extérieur du modèle*

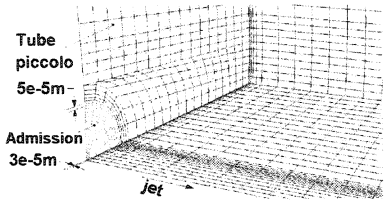


Figure 3.9: *Maillage à proximité de l'admission, vu de l'intérieur du modèle*

Tableau 3.4: *Nombres de cellules par modèle géométrique*

H/d	W/d		
	7.5	15.0	22.5
5.0	21900	29100	36300
10.0	36500	48500	60500
15.0	43800	48500	60500

Comme critère de convergence nous avons prescris une valeur de 10^{-6} pour les résidus de l'équation de continuité – quelques fois 10^{-5} dans les cas de convergences monotone/stable et très longue. Une stabilité de la valeure de la force en direction x sur la surface d'impact était aussi un critère de convergence ; rapidement atteinte dans tous les cas. La Fig. 3.10 démontre une courbe de convergence typique. La table 3.5 résume le nombre d'itération nécéssaire pour chaque cas. Pour la plupart des cas, une convergence était atteinte en moins de 16 heures ; certains cas ont pris plus de 48 heures et au-delà de 8000 itérations. Voir l'annexe VII pour les détails de la puissance informatique exploitée. Parmis la famille de cas gérés, un seul cas n'a pas convergé. Il s'agit du cas $H/d = 10.0$, $W/d = 22.5$, $M = 0.8$. Comme nous voulions garder une homogénéité des modèles (maillages) et des résultats,

un nouveau maillage et/ou paramètres de solutions aidant à la convergence de ce dernier cas aurait fort possiblement faussé la base de données. Nous avons donc préféré l'exclure de la base de données des résultats.

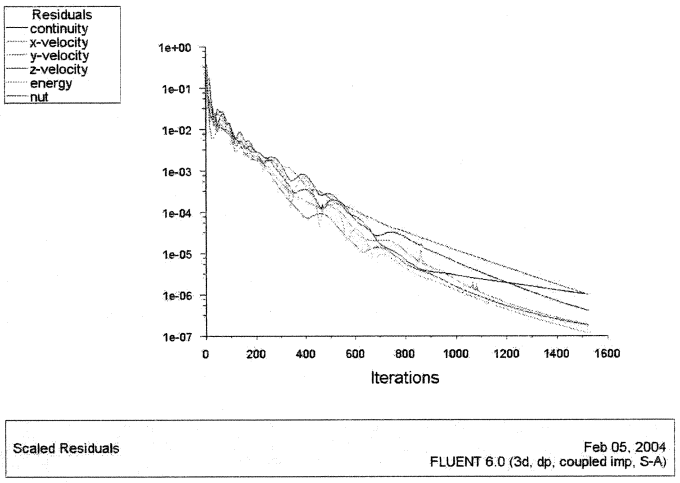


Figure 3.10: *H/d=5, W/d=15, M=0.4*

Tableau 3.5: *Convergence de chaque modèle en nombre d'itérations*

H/d	$Mach$	W/d		
		7.5	15.0	22.5
5.0	$M = 0.4$	2300	1500	2700
	$M = 0.6$	1200	1900	2100
	$M = 0.8$	2900	2900	2700
10.0	$M = 0.4$	5800	2300	6300
	$M = 0.6$	3500	6000	4800
	$M = 0.8$	9900	7900	$--$
15.0	$M = 0.4$	7600	7500	6500
	$M = 0.6$	7500	6900	7700
	$M = 0.8$	11600	7800	9500

Un point important à souligner est la plage des nombres de Mach couverte par l'étude. Cette plage se limite à $Mach = 0.8$. Bien que la vitesse des jets des systèmes antigivrants peut s'élever à une vitesse sonique – soit $Mach$ 1.0 – aucun cas à $M = 1.0$ n'a été inclus dans l'étude. Le modèle de simulation de système antigivrant développé sera donc réduit à une vitesse maximale de $M = 0.8$. Cette limitation est issue des résultats numériques incohérents pour la condition de jet sonique. Bien qu'une convergence était atteinte dans la plupart des cas avec $M = 1.0$ (voir en annexe les Figs. IV.1 et IV.2), les résultats concernant le tranfert de chaleur sur la parois d'impact ne concordent pas avec les résultats obtenus pour les vitesses inférieures . En prenant une courbe sur la surface d'impact suivant s à $y = 0.0$, le nombre de Nusselt sur la Fig. IV.2 montre clairement une discontinuité. Le transfert de chaleur se dirige rapidement vers l'infini négatif tout près du point de stagnation alors qu'il reprend de l'infini positif peu après cette zone en montrant des discontinuités subséquentes. Il y a clairement un problème avec la modélisation ou le solveur dans le cas de vitesse sonique. Des maillages plus fins ont été réalisés afin de mieux capturer les gradients de vitesses et de pressions, nottamment en sortie du tube piccolo. Des paramètres plus modérés du solveur ont aussi été utilisés pour faciliter la convergence (nombre de *courant* faible). Le fait de partir d'une solution à $M = 0.8$ facilitait souvent l'atteinte de la convergence pour $M = 1.0$. Malgré tout, les résultats étaient toujours incorrects. D'autre part, l'équipe de support du logiciel FLUENT a été incapable de répondre adéquatement à ce défaut.

Au niveau de la distorsion géométrique (*skewness*) des maillages, une vérification nous a permis de garantir un maillage adéquat pour les calculs. La distorsion géométrique se définit en tracant d'abord des vecteurs partant du centroïde d'une cellule vers les centroïdes des facettes de la même cellule. Si tous les angles entre les vecteurs adjacents d'une même cellule est 90°, la cellule est dite parfaitement proportionnée. Pour simplifier le classement, nous prenons le sinus du dit angle multiplier par 100 ; une valeur de 0 indique une cellule parfaitement proportionnée

et 100 indique une cellule totalement disproportionnée. Le tableau 3.6 indique les valeurs maximales de distorsion des cellules de chaque modèle ainsi que le nombre et pourcentage du nombre de cellules au niveau de distorsion maximale.

Tableau 3.6: *Distorsion des cellules de chaque modèle*

H/d	*Mach*	W/d		
		7.5	15.0	22.5
5.0	distorsion maximale*	94	86	89
	nombre de cellule†	50	60	395
	% de cellule†	0.68%	0.21%	1.09%
10.0	distorsion maximale*	93	87	85
	nombre de cellule†	300	50	50
	% de cellule†	0.82%	0.10%	0.08
15.0	distorsion maximale*	94	86	86
	nombre de cellule†	20	100	50
	% de cellule†	0.96%	0.21%	0.08%

* Sur une échelle de 100 (0 représant la distorsion minimale atteinte).
† Cellules dépassant 80 pour 100 sur l'échelle de distorsion.

3.2.3 Conditions limites

Les conditions limites ont été préajustées à l'intérieur du logiciel Gambit ; des précisions ont ensuite été apportées à l'intérieur du logiciel Fluent. Le tableau 3.7 résume les conditions attribuées aux différentes frontières.

Tableau 3.7: *Paramètres de parois du mailleur*

Parois	**Attributs**
Échappement*	*Pressure Outlet*
Admission*	*Velocity Intlet*
Surface d'impact*	*Wall*
Tube piccolo*	*Wall*
Surfaces de symétrie†	*Symetry*
Surface inter-zone‡	*Interior*

* Se référer à la Fig. 3.4
† Se référer à la Fig. 3.5
‡ Se référer à la Fig. 3.6

Sous Fluent, Le maillage était vérifié avec la commande `Grid/Check`. Un maillage ne passant pas cette vérification suggère que des distortions (*skewness*) dans les cellules sont trop importantes ou que des cellules ont un volume négatif. Soulignons que l'option *double precision* était choisie dans Fluent ; bien que nous n'avions pas de contrôle dans Gambit pour assurer un fichier en double précision. Les paramètres du continuum sont résumés au tableau 3.8. Le tableau 3.9 résume les paramètres attribués à la parois de sortie.

Tableau 3.8: *Paramètres du fluide*

Paramètres	**Attributs**
Densité, ρ	loi des gas parfaits, $\rho = P/(R \cdot T)$
Viscosité dynamique, μ	constante à $1.7894 \cdot 10^{-5}$N·s/m^2
Conductivité thermique, k	constante à 0.0242W/m·s
Chaleur spécifique à pression constante, c_p	constante à 1006.43J/(kg·K)
Pression d'opération*	101325Pa

* *Operating Pressure* sous Fluent. Ce paramètre permet d'entrer des valeurs de pression statique relative pour d'autres conditions limites, s'il y a lieu.

Tableau 3.9: *Paramètres des parois entrée/sortie*

Paramètres	**Attributs en entrée**	**Attributs en sortie**
Pression statique†	constante à 0.0Pa	constante à 0.0Pa
Température de l'écoulement	constante à 400K	constante à 260K
Modélisation de la turbulence	*Intens. & Length Sc.*‡	*Intens. & Length Sc.*‡
Intensité de la turbulence§	4%	$7 - 10\%$
Longueur caractéristique, ℓ, pour le modèle de turbulence en entrée/sortie§	d	W (et non W/d)

† En surplus à la pression d'opération.
‡ Cete modélisation est détaillée au point 3.2.3.1.
§ Paramètre du modèle *Intensity and Length Scale*

Les explications du modèle de turbulence *Intensity and Length Scale* utilisé pour l'écoulement à l'entrée et à la sortie figure au point 3.2.3.1. Le profil de vitesse imposée en entrée sera détaillé au point 3.2.3.2.

3.2.3.1 Modélisation de la turbulence de l'écoulement à l'entrée et à la sortie

Cette modélisation n'a rien à voir avec la modélisation de la turbulence dans l'écoulement. Il s'agit ici de la turbulence antérieure et postérieure au modèle, soit relative aux entrées/sorties du modèle. Idéalement, nous spécifierions un profil de turbulence exact. Or ce profil est impossible à mesurer et nous devons l'approximer. Le concept d'intensité-et-longueur (*Intensity and Length Scale*) est intéressant pour les écoulements internes qui sont très dépendants de leur historique intrinsèque (profil de vitesse sous-développé, entièrement développé, etc.).

L'intensité de la turbulence, I, est définie comme le rapport entre l'écart-type de la vitesse locale – la vitesse de perturbation u' – et la vitesse locale moyenne $\bar{u}$ selon l'eq. 3.2 où Re est basée sur la longueur caractéristique ℓ et la vitesse moyenne $\bar{u}$ [24].

$$I = \frac{u'}{\bar{u}} \cong 0.16\,(Re)^{-1/8} \tag{3.2}$$

Dans le cas de l'admission, la longueur caractéristique ℓ est le diamètre du trou. L'intensité de la turbulence à l'admission est alors d'environ 4% pour tous les cas. Dans le cas de l'échappement, le paramètre W est utilisé pour la longueur ℓ et la vitesse moyenne de sortie u_{out} est estimée selon l'équation suivante* :

$$\bar{u}_{out} = \bar{u}_{in} \frac{\pi/2}{(H/d)\,(W/d)} \tag{3.3}$$

L'intensité de la turbulence à l'échappement est alors d'environ 7 à 10% pour tous les cas.

Idéalement, une valeur expérimentale de l'intensité de turbulence à l'entrée/sortie devrait être utilisée. Nous n'avons pas eu la chance de procéder à de telles expé-

* Le v.c. étant le domaine totale, u_{in} est alors la vitesse moyenne à l'admission.

riences et nous avons dû nous appuyer sur l'approximation de l'eq. 3.2.

3.2.3.2 Modélisation de la vitesse à l'admission

Au niveau de la condition limite d'admission, un profil de vitesse turbulent à été prescrit. Le profil de vitesse turbulent tel que décrit par Munson et al. [49] a été choisi. Ce profil s'applique normalement aux tubes et s'adapte donc très bien en sortie des petits trous du tube piccolo. Il est fort probable que ce profil soit turbulent et non parfaitement parabolique (tel que l'écoulement de *Poiseuille*), et il est nettement plus réaliste que le profil de vitesse plat. L'équation du profil de vitesse turbulent est la suivante :

$$\frac{u}{u_{max}} = \left(1 - \frac{2y}{d}\right)^{\frac{1}{n}} \tag{3.4}$$

avec

$$u_{max} = \frac{(1+n)(2n+1)}{2n^2}\bar{u} \tag{3.5}$$

$$n = 2.169 {Re_d}^{0.103} \tag{3.6}$$

Notons que, par rapport à un cylindre, u serait en sens axial et y en sens radial. Ce profil de vitesse turbulent est valide pour la plage de Re_d suivante :

$$10^4 < Re_d < 2 \times 10^6 \tag{3.7}$$

Cette plage satisfait largement les besoins de notre étude. Le profil de vitesse à l'admission a donc l'allure d'une coupole. Une coupe 2D est montrée à la Fig. 3.11. L'inconvénient de ce profil est la forme en puissance de l'éq. 3.4 (l'exposant $\frac{1}{n}$), ce qui introduit une discontinuité sur le profil de vitesse à $y = 0$.

Les profils de vitesses turbulents pour les différentes conditions (nombres de Mach) ont été introduits dans Fluent à l'aide de la commande `Define/profile...`. Le fichier définissant les profils à utiliser a été généré avec un petit programme†. Pour utiliser les profils de vitesses, il suffit de sélectionner les profils définits, dans la section `Define/Boundary Conditions`, dans les options de la parois d'admission (*velocity inlet*).

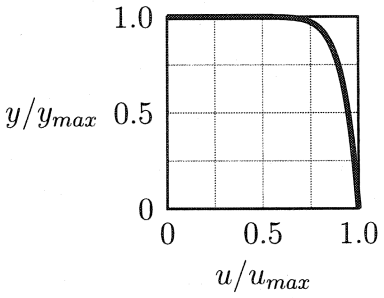


Figure 3.11: *Exemple d'un profil de vitesse turbulent modélisé à l'admission*

Note : *Nous avions auparavant effectué des essais en utilisant un profil de vitesse constant (plat) à l'admission. Un tel profil produira de forts gradients de vitesse en sortie du tube piccolo puisqu'une vitesse nulle est imposée en parois du tube et le trou du jet coïncide avec cette surface. Cette singularité apportait d'important problèmes de convergence et nous donc opté pour un profil de vitesse se rapprochant beaucoup plus de la réalité.*

3.2.3.3 Modélisation de la turbulence dans l'écoulement

Le recours à un modèle de turbulence est nécessaire pour permettre de faire la boucle entre l'écoulement moyen et les termes de viscosité et de cisaillement turbulents qui évoluent rapidement dans les problèmes à haut Reynolds, tel qu'un jet ou

† Le format du fichier à respecter est détaillé dans le manuel d'utilisation [24]

un écoulement trans/supersonique (aussi hautement compressible). Il est ainsi primordial d'utiliser un modèle de turbulence pour notre problème. Bien que chaque modèle de turbulence offre des performances et des résultats relativement comparables, leur approche est quelque peu différente d'un à l'autre et elle nécéssite une manipulation du maillage bien distincte.

L'étude et la modélisation de la turbulence dans l'écoulement est un sujet qui a fait les mérites de plusieurs efforts de recherches et développements jusqu'à aujourd'hui. Bien qu'aucun modèle ne prédise parfaitement la turbulence, plusieurs modèles numériques ont été développés et améliorés. Parmis les modèles implémentés dans le logiciel Fluent, notons :

- La famille dite Navier-Stokes à Reynolds moyennés (RANS)
  - le modèle Spalart-Allmaras
  - les modèles k-ϵ
    - Standard k-ϵ
    - *Renormalization-Group* k-ϵ (RNG)
    - *Realizable* k-ϵ
  - les modèles k-ω
    - Standard k-ω
    - Shear-Stress Transport k-ω (SST)
  - le modèle Reynold-Stress (RSM)
- le modèle Large Eddy Simulation (LES)

Bien que non implémenté dans Fluent, il existe d'autres modèles tel que les modèles algébriques :

- Le modèle Cebeci-Smith
- Le modèle Baldwin-Lomax

Soulignons que ces modèles ne sont pas compétents pour des écoulements où l'existence de couches détachées est omniprésente [67].

Il existe aussi le modèle mi-algébrique Johnson-King ainsi que le modèle $k - L$.

Le but de la présente étude n'était pas de déterminer le meilleur modèle de turbulence ou de modifier sa modélisation. Son choix est tout de même important et une compréhension sommaire de chacun est essentielle. L'annexe III décrit les principaux modèles en soulignant les comportements de chacun et les motivations de notre choix. Nous avons opté pour le modèle Spalart-Allmaras. Ce modèle est dit *low-Reynolds-number*, c'est-à-dire qu'il n'a pas de termes d'approximation *near-wall* et doit donc être utilisé avec un maillage relativement raffiné aux parois.

Une des faiblesses du modèle S.-A. est sa sensitivité aux gradients de pression, qui affecterait l'exactitude des résultats [67]. Cependant le modèle concorde généralement bien à l'écoulement. Soulignons qu'aucun modèle de turbulence n'est exact.

3.2.3.4 Paramètres de solution

Solveur

Des essais ont été effectués pour déterminer quelle technique de solveur (*coupled / segregated*, *explicit / implicit*) était plus robuste. Le solveur *coupled/implicit* à été sélectionné pour sa meilleur stabilité. Notons ici qu'il s'agit de techniques de solution et que leur performance est liée autant à leur théorie qu'à leur implémentation dans le logiciel. Par exemple, nous n'avons pas accès au préconditionnement des équations couplées (*coupled*) de Navier-Stokes, appellé *time-derivative preconditioning* [24] ‡

‡ Aucun détails n'est d'ailleurs disponible par le fabricant sur son implémentation.

Le schéma implicit permet des pas de temps Δt plus grand. Nous anticipons un écoulement permanent et donc indépendant du temps, ce qui permet d'utiliser un pas de temps plus grand une fois que la solution démontre une convergence.

Une densité de l'air suivant la loi des gas parfaits a été utilisée. Aucune correction de compressibilité n'a cependant été utilisée.

Radiation

Bien qu'il y est de la radiation dans le problème – la parois du tube piccolo n'a pas la même température que la surface d'impact – aucun modèle de radiation n'a été imposé. Nous avons tout de même faits des essais avec le modèle P-1 et avons observés qu'il n'y avait pas de différence sur le transfert de chaleur à la parois d'impact. Considérer un modèle de radiation avec Fluent est pour ainsi dire superflu puisqu'aucun coefficient ou fonction du modèle ne peut être modifié ou apporté. Bien que ces coefficients/fonctions aient été ajustés et validés, nous ne savons pas s'ils sont valides pour tout écoulement, ni quels sont leurs limites!

Discrétisation

Déterminer une méthode de correction de pression pour le solveur *segregated* est plutôt aveugle au sens où les choix détaillés sont innaccessibles tel que les shémas de discrétisations spatials et temporels centrés/amont/aval. Certains schémas de discrétisations classiques pour les équations de transports et d'énergies sont cependant disponibles (First/Second order, Power Law, QUICK) mais sont entièrement fermés pour toutes modifications! Des shémas de discrétisations sont disponibles pour la variable de densité mais également fermés aux modifications. Il va de soit que pour le solveur *coupled*, le système global seulement peut être discrétisé (First/Second order, encore une fois fermés). Un schéma de discrétisation pour les viscosités turbulentes est disponible (First/Second order, Power Law, QUICK) ; c'est le First order que nous avons pris concernant les viscosités turbulentes du modèle Spalart-

Allmaras.

Un point important à souligner est le schéma utilisé pour la discrétisation spatiale du système d'équations. Un schéma de 1^{ier} ordre a été pris. Bien que le schéma de 2^{ième} ordre permet un calcul des gradients de vitesses plus précis, les résultats convergés nous ont démontrés une très faible différence. En effet, l'erreur de discrétisation spatiale intervient en présence d'un maillage espacé aux endroits de forts gradients de vitesses ; or, nous avons pris soin de concentrer le maillage dans ces régions. Sur la Fig. 3.12 nous comparons un résultat en utilisant une discrétisation spatiale de 1^{ier} ordre *versus* 2^{ième} ordre. L'erreur moyenne sur le nombre de Nusselt entre ces deux résultats est de l'ordre de 3%. Toutefois, une erreur maximale d'environ 5% est notable au point de stagnation de l'impact du jet sur la surface. Cette tendance a été observé pour plusieurs cas.

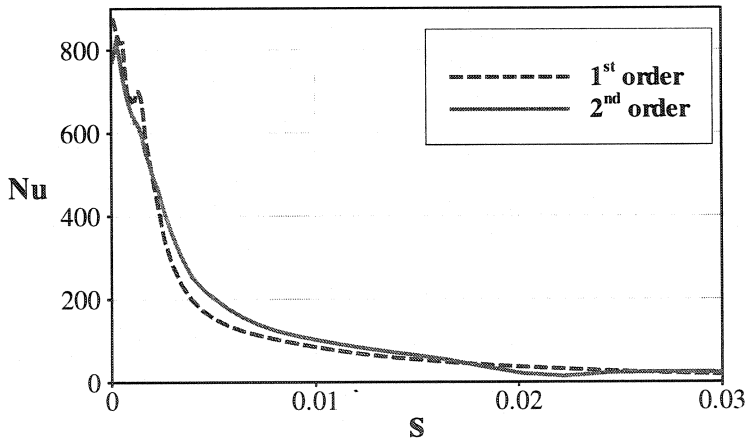


Figure 3.12: *Comparaison des résultats entre une discrétisation spatiale de 1^{ier} versus 2^{ième} ordre*

Accélération de convergence

Aucune méthode *multigrid* n'a été prise pour accélérer la convergence. Bien que cette méthode soit hautement efficace, notre maillage n'était pas considérablement

dense. Aucun maillage adaptatif n'a également pas été considéré, pour des raisons de ressources, et indirectement de par l'utilisation d'un maillage structuré.

Relaxation

Les différents facteurs de relaxations ont été corrigés durant le calcul de la solution pour chaque cas. Le facteur le plus influent sur la convergence est bien sûr celui concernant le système global d'équations (appelé *solid*), les autres concernent les viscosités du modèle Spalar-Allmaras. Ces dernier étaient fixés à 0.5 et même 0.8 dans certains cas où la convergence était monotone. Nous démarrions donc la solution avec un facteur de 0.2 pour *solid* et nous progressions d'environ 0.2 au moment où la convergence du résidu de l'équation de continuité gagnait grossièrement 10^{-1}. Ceci permettait d'accélérer la convergence. Nous faisions de même avec le terme de Courant, en prenant une valeur initiale de 1, 2 ou 5.

Initialisation

Au niveau de l'initialisation, dans la plupart des cas de $Mach = 0.8$, nous devions partir de la solution convergée à $Mach = 0.6$ en rediminuant les facteurs de relaxation et nombre de Courant. Les cas de $Mach = 0.4$ et 0.6 ont été initialisés avec la vitesse moyenne de l'admission pour les vitesses en x, tout en s'assurant que les vitesses en y,z (ainsi que la pression relative) n'avaient pas des valeurs initiales de 0m/s (0Pa) mais de 1m/s (1Pa).

3.3 Résultats numériques et discussions

Les résultats tabulés ainsi que sous forme graphiques figurent en annexe I et II repectivement. Étant donné la nature disparate de la distribution selon l'abscisse des données extraites de Fluent, nous avons redistribué les résultats sur 30 points équidistants en abscisse par un passage par krigeage. Notons toutefois que les pa-

ramètres du passage par krigeage étaient une dérive et une covariance linéaire, sans effet de singularité. Ces paramètres nous assurent une intégrité des résultats (passage par tous les points).

Les résultats graphiques sont regroupés par cas géométrique, c'est-à-dire que chaque figure montre un cas géométrique, ainsi que toutes les conditions de nombre de Mach utilisées pour le dit cas. Il est ainsi facile de voir l'effet du nombre de Mach.

Le point de stagnation survient à la rencontre de l'axe du jet sur la surface. Le transfert de chaleur maximal apparaît clairement au point de stagnation pour tous les cas. En s'éloingnant du point de stagnation, le transfert de chaleur décroit pour rehausser subitement, formant ainsi une cuvette avant de diminuer de nouveau de façon continue. Cette tendance est observable sur tous les résultats. L'intensité de la cuvette tend à diminuer avec un nombre de Mach élevé et lorsque la distance H/d diminue.

L'intensité de la cuvette ci-haut mentionnée a tendance à s'atténuer lorsque la surface d'impact se rapproche du tube piccolo, ou de la sortie du jet (soit pour de faibles H/d). Schlichting [66] suggère que le noyau potentiel (appelé *near field*) serait contenu à l'intérieur de $5d$ pour un écoulement à profil constant en sortie d'un tube de diamètre d; en contre-parti, un profil complètement développé en sortie du jet ne développerait pas de noyau potentiel (ou *near field*). Le concept du noyau potentiel ne pourrait donc pas amener une explication au phénomène de la cuvette car un profil développé a ici été modélisé à la sortie du jet.

En approchant le point de stagnation, l'écoulement du jet est rapidement influencée par la surface d'impact; il décélère, dévie à angle droit, pour réaccélérer ensuite le long de cette surface. Cependant, comme l'écoulement du jet continue d'entrai-

ner un fluide initialement au repos[§], l'accélération de l'écoulement le long de la surface d'impact finie par s'inverser et l'écoulement s'atténue graduellement. Par conséquent, la vitesse tangente à la parois, en partance du point de stagnation, aura une vitesse initiale de zéro pour atteindre un maximum et ensuite retomber à une valeur nulle. Le transfert de chaleur convectif sur la surface d'impact est donc très élevé dans la région où la vitesse tangentielle à la surface est grande ; ce qui expliquerait le rebond sur les résultats de nombre de Nusselt à proximité du point de stagnation.

Les résultats pour la condition d'écoulement sonique au niveau de la sortie du tube piccolo ont été inconsistants pour tous les cas. L'annexe IV montre un résultat pour cette condition. Bien que nous ayons obtenus une convergence pour la plupart satisfaisante, en initialisant le domaine à partir de la solution convergée à Mach 0.8, les résultats sont tout à fait incohérents. Le transfert de chaleur à bien un développement similaire aux conditions subsoniques au point de stagnation mais oscille rapidement à mesure que l'on s'en éloigne, provoquant des discontinuités. L'endroit de ces discontinuités correspond environ à la distance du rayon du trou au tube piccolo. Un maillage fortement concentré dans cette région pourrait sans doute apporter une meilleure résolution des gradients, et rendre le modèle de turbulence plus constant. Compte tenu de la diversité des hypothèses et de leur caractères imprécis, nous avons décidé d'ommettre la condition de Mach 1.0 dans cette étude. À moyen terme, des essais numériques supplémentaires, notamment en utilisant les maillages adaptatifs et des modèles de turbulences différents ou modifiés, pourraient aider à cerner et régler le problème de l'écoulement sonique.

Les résultats complets figurent en annexe I

§ Le fluide initialement au repos fait référence au fluide dans la partie externe à l'écoulement du jet.

3.4 Validation des résultats

Tel que discuté au point 3.1, peu d'études impliquant un jet d'air chaud heurtant une surface courbes ont été produites. Les seules concernent des échelles trop petites (aubes de turbines) ou sont en 2D. Parmis les études ci-haut mentionnées, seules les cas de plaque plane se rapprochaient le mieux de notre cas et nous avons dû nous restreindre à celles-ci.

L'étude de Behbahani et Goldstein [7] avaient été conduite en traitant des dimensions coïncidants aux systèmes antigivrants. Par contre, les données et graphiques techniques du transfert de chaleur publiés semblaient très imprécis : seulement quatre points de mesures étaient pris sur la distance inter-jet. De plus, les régimes considérées étaient inférieures à Mach 0.3 et de ce fait nous ne pouvions nous baser sur l'étude de Behbahani.

Une étude intéressante, celle de Gardon et Cobonpue [31], propose l'étude de jet d'air chaud sur une plaque pour des configurations matricielles de jets (i.e. suivant des directions orthogonales). Bien que la surface d'impact soit plane, l'échelle utilisée ainsi que les conditions d'écoulement du jet concordaient avec les cas de systèmes antigivrants d'ailes d'avions. Aucune étude traitant de jets d'air chaud heurtant une surface courbe en 3D d'une approche purement expérimentale n'a été trouvées dans la littérature, et nous avons donc procédé avec les données de Gardon pour la validation.

Comme les dimensions du domaines n'étaient pas exactement celles de notre étude, notamment au niveau du diamètre des trous au tube piccolo, nous avons construit un modèle supplémentaire suivant le même raisonnement de construction du maillage décrit au point 3.2.2. Les conditions limites ainsi que le modèle de turbulence étaient également les mêmes. Le tableau 3.10 résume les principaux attributs du domaine,

et la Fig. 3.13 illustre le maillage reproduit pour la validation. Notons que la taille des trous ainsi que la masse d'air chaud du modèle et de l'expérience sont les mêmes.

Tableau 3.10: *Conditions d'opération utilisées pour la validation*

Variables	**Valeur**
nombre de Mach, M	0.4
Distance jet-surface, H/d	6
Distance inter-jet, W/d	20.0
Diamètre du trou, d	6.35mm

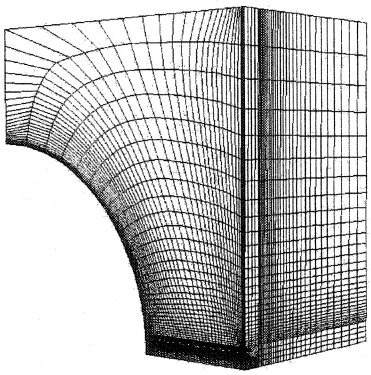


Figure 3.13: *Maillage créé pour la validation*

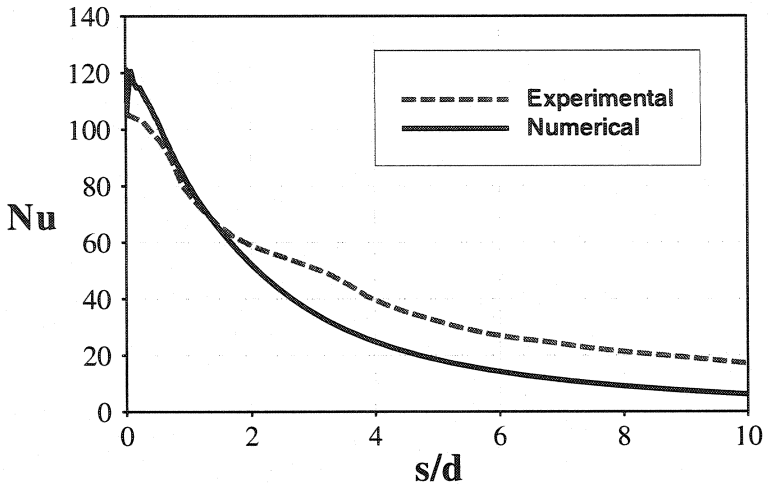


Figure 3.14: *Transfert de chaleur d'une disposition matricielle de jet (expérimental) versus une disposition simple (numérique), pour fin de validation*

Les résultats numériques du transfert de chaleurs d'une configuration linéaire de jets sont montrés sur la Fig. 3.14 en comparaison au transfert de chaleur expérimental de l'étude de Gardon pour une configuration matricielle de jets. Les résultats montrés suivent l'axe s puisque cet axe longe la disposition linéaire de jets du modèle numérique. Le nombre de Nusselt local calculé montre un accord convenable avec l'expérience. Les premiers 5% de la distance s/d montre un transfert de chaleur numérique légèrement supérieur qui pourrait s'attribuer à l'utilisation d'un schéma de discrétisation spatiale de 1^{ier} ordre¶. Les $5-20\%$ suivants témoignent d'un accord accru tandis que les 80% subséquents montrent une erreur constante du transfert de chaleur numérique – légèrement inférieur à l'expérimental. Le fait d'utiliser une disposition matricielle de jets par l'étude expérimentale et non une disposition linéaire compromet les résultats pour la comparaison. En effet, il sera probable que, pour une disposition matricielle, le transfert de chaleur soit plus élevé dans la région médiane entre les jets que pour une disposition linéaire car l'énergie

¶ Voir les détails de comparaison entre les schémas de discrétisations spatiales de 1^{ier} et $2^{\text{ième}}$ ordre au point 3.2.3.4

y est moins vite évacuée dûe à la présence des autres jets.

Notons que nous avons prescrit une température de surface uniforme et qu'en pratique ce n'est pas le cas. Cependant, la surface d'impact n'était pas dans un écoulement externe mais seulement soumis à la conduction et à la convection provenant de l'énergie du jet. Un matériau pour la surface d'impact ayant une épaisseur et conductivité identique à l'expérience a été modélisé (Aluminium).

3.5 Corrélations

Pour représenter le transfert de chaleur sous forme analytique il est possible d'exprimer le transfert de chaleur sous forme de valeur moyennée par unité de surface. Le nombre de Nusselt moyen est calculé en intégrant le transfert de chaleur local sur la surface d'impact en divisant celle-ci par la surface, selon l'équation suivante :

$$\overline{h_c} = \frac{1}{S} \oint_S h_c \, ds \tag{3.8}$$

$$\text{où} \quad S = \frac{\pi}{2} (HW) \frac{H}{d} \left(\frac{W}{d} \right)^{3/2} \tag{3.9}$$

Le nombre de Nusselt moyen ainsi calculé corrélé avec le nombre de Reynolds Re_G montre un facteur de corrélation de 0.9901 en utilisant une méthode des moindres carrés exponentielle :

$$\overline{Nu} = 10^{-10} {Re_G}^{1.1131} \tag{3.10}$$

$$\text{où} \quad \overline{Nu} = \frac{\overline{h_c} H}{k} \tag{3.11}$$

Le nombre de Reynolds Re_G est basé sur le flux massique par unité de surface G ainsi que la distance jet-surface H :

$$Re_G = \frac{G}{d\mu HW} \tag{3.12}$$

$$G = \frac{\dot{m}}{S} \tag{3.13}$$

La corrélation, montrée sur la Fig. 3.15, manifeste une forte dépendance au nombre de Reynolds Re_G.

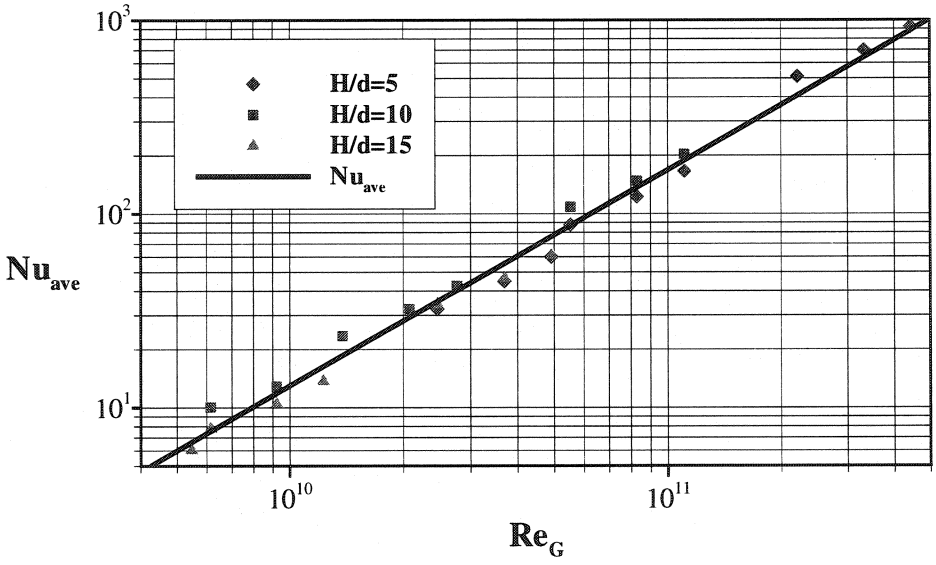


Figure 3.15: *Correlation de $\bar{N}u$ en relation avec Re_G.*

Parallèlement, en examinant le nombre de Nusselt maximal, nous établissons une corrélation sur une fonction prenant en compte de tous les paramètres. L'équation suivante de base exponentielle est d'abord établie :

$$Nu_{max} = c_1 M^{c_2} \left(\frac{H}{d}\right)^{c_3} \left(\frac{W}{d}\right)^{c_4} e^{\left[c_5 \left(\frac{H}{d}\right)^{c_6} \left(\frac{W}{d}\right)^{c_7}\right]} + c_8 \tag{3.14}$$

Les différents coefficients sont ensuite définis à l'aide d'un algorithme d'optimisation

SIMPLEX minimisant l'écart-type. La corrélation qui en résulte est la suivante :

$$Nu_{max} = 0.282M^{0.49}\left(\frac{H}{d}\right)^{-1.69}\left(\frac{W}{d}\right)^{-0.856} e^{\left[9.14\left(\frac{H}{d}\right)^{0.034}\left(\frac{W}{d}\right)^{0.074}\right]} - 3 \qquad (3.15)$$

Cette corrélation confirme que le paramètre W/d a un effet minime sur le transfert de chaleur.

3.6 Interpolation par krigreage

Pour bien représenter le transfert de chaleur local sur toute la surface en considérant tous les paramètres de l'étude, il est nécessaire d'utiliser une technique plus raffinée et recherchée que celles décrites au point précédent. En effet ces dernières ne peuvent parvenir à représenter le transfert de chaleur de façon paramétrique sur une surface. Le passage par krigeage géométrique dual a été implanté dans cette étude pour interpoler et représenter le transfert de chaleur dans la modélisation du système antigivrant. Cette technique d'interpolation a fait l'objet de maintes études et ses variantes sont bien documentées [16; 53; 73]. Le krigeage est une méthode statistique conférant la meilleure estimation linéaire sans biais d'une fonction quelconque de dimension quelconque. Elle minimise la variance d'estimation. Cette méthode permet également un effet de lissage.

Bien qu'il existe plusieurs variantes de krigeage, nous nous attarderons sur le krigeage dual. Le krigeage dual consiste à établir une fonction de dérive, appelée $\Phi(X)$, et une fonction de covariance, appellée $\Psi(X)$. La fonction interpolée, U, sur le domaine X est représentée par la relation suivante :

$$U(X) = \Phi(X) + \Psi(X) \qquad (3.16)$$

Le domaine sur lequel nous interpolons peut être de la forme d'un vecteur d'une

seule dimension, contenant plusieurs points de mesures, aussi bien qu'une matrice de dimension multiple, tel que :

$$X = \begin{bmatrix} x_I & x_{II} & x_{III} & \dots \end{bmatrix} \tag{3.17}$$

$$\text{où} \quad x_I = \begin{bmatrix} x_{I_1} & x_{I_2} & \dots & x_{I_n} \end{bmatrix}^T \tag{3.18}$$

D'un point de vu statistique, la fonction de dérive fait figure de courbe moyenne de la fonction de krigeage. Les fonctions de dérives les plus communes sont résumées à la table 3.11. Typiquement, une dérive constante ou linéaire est suffisante lorsque le comportement de la fonction ne réflète pas de discontinuités dispersés.

Tableau 3.11: ***Formes communes de dérives pour le krigeage dual***

Dérive	**Forme**
Constante	$\Phi(X) = a_0$
Linéaire	$\Phi(X) = a_0 + a_1 x_I + a_2 x_{II} + \cdots + a_N x_N$
Quadratique	$\Phi(X) = a_0 + a_1 x_I + \cdots + a_N x_N + a_{N+1} x_I^2 + \cdots + a_{2N} x_N^2 + a_{2N+1} x_I x_{II} + \cdots + a_{2N+N-1} x_I x_N + \cdots + a_{2N+N^2-N} x_N x_{N-1}$
Trigonométrique	$\Phi(X) = a_0 + a_1 \cos(\omega x_I) + \cdots + a_N \cos(\omega x_N) + a_{N+1} \sin(\omega x_I) + \cdots + a_{2N} \sin(\omega x_N)$

La fonction de covariance réduit localement l'écart-type. Une fonction de covariance appropriée fera passer la fonction d'interpolation par tous les points de mesures en corrigeant la fonction de dérive. Un sommaire des termes de covariances généralisées K est présenté à la table 3.12. Les termes de covariances linéaires, logarithmiques, ou cubiques équivalent respectivement aux interpolations de types spline 1D, 2D ou 3D. Toutefois, le terme de covariance logarithmique convient davantage aux problèmes à multiple variables (plus de 3 variables) [73].

Tableau 3.12: *Termes communs de covariances généralisées pour le krigeage dual*

Covariance	**Forme**
Linéaire	$K(h) = h$
Cubique	$K(h) = h^3$
Logarithmique	$K(h) = h^2 \ln(h)$
Trigonométrique	$K(h) = \sin(\omega h)$

$$\text{Fonction de covariance : } \Psi(X) = \sum_{i=1}^{n} b_i K(h_i) \tag{3.19}$$

$$\text{où} \quad h_i = |x - x_i| \tag{3.20}$$

D'autres formes génériques de covariance pourraient être développées et pourraient s'apprêter plus adéquatement aux problèmes comportant des données très dispersées ou ayant un comportement irrégulier. Les équations 3.21 et 3.22 seraient des exemples de covariances diverses.

$$K(h) = h^{2p+1} \tag{3.21}$$

$$K(h) = h^{2p} \ln(h) \tag{3.22}$$

La Fig. 3.16 montre l'effet des différentes fonctions de covariance sur le terme de covariance généralisée K.

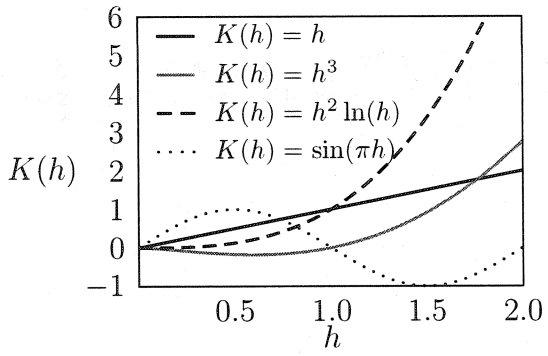


Figure 3.16: *Effet de différentes fonctions de covariance*

Le krigeage dual prend alors la forme d'un système linéaire duquel nous calculons les coefficients a et b des fonctions de dérive et de covariance. Pour éviter l'effet singulier des points de mesures localement irrégulier, nous pouvons pondérer la matrice de krigeage Γ par un facteur σ, tel que l'équation suivante :

$$\hat{\Gamma} = \Gamma + \sigma I \tag{3.23}$$

$$\text{avec} \quad 0 \leq \sigma < h_{max} \tag{3.24}$$

Le facteur de pondération tend à lisser la fonction d'interpolation, convertissant le problème à une fonction de lissage. Ceci échappe donc au passage explicite par tous les points de mesures ; cette pondération pourrait également rendre la matrice de krigeage plus consistante dans le cas d'un système incohérent.

Prenant une dérive linéaire et une covariance logarithmique, la fonction de krigeage

prend la forme suivante :

$$\tilde{U} = a_0 + \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \\ a_5 \end{bmatrix} \tilde{X} + \sum_{i=1}^{n} b_i K(|\tilde{X} - X_i|) \tag{3.25}$$

En normalisant les variables discrètes par leur valeurs maximales respectives avant l'évaluation de la distance euclidienne h, nous assurons un bon conditionnement de la matrice de krigeage Γ (ou $\hat{\Gamma}$). Cette normalisation est expliquée au point suivant.

3.7 Implémentation

Une fois les résultats du transfert de chaleur local compilés et disposés dans des fichiers, nous avons procédé à l'interpolation par krigeage. Pour ce faire nous construisons d'abord la matrice de krigeage pour ensuite résoudre un système linéaire.

En utilisant les distributions de nombre de Nusselt sur l'axe s à $y = 0$ ainsi que sur l'axe y à $s = 0$ (voir Fig. 3.3 pour le système d'axes), nous avons extraits les données sur 40 points par courbes également espacés (le nombre de points peut être changé). Pour la construction de la matrice de krigeage, les données sont normalisées comme suit : le nombre de Mach est divisé par 0.8, le nombre H/d est divisé par 15 et le nombre W/d est divisé par 22.5 ce qui représente repsectivement le maximum de chacun. La coordonnée s est normalisée comme suit : $s^* = (s + R)/(2R)$ avec $R = \pi/2(H/d + 10) * d$, ce qui représente la distance maximale sur un quart de cercle en incluant le rayon du tube piccolo. La coordonnée y est normalisée comme

suit : $y^* = (y+L)/(2L)$ avec $L = (W/d) * d/2$, ce qui représente une demie distance inter-jet. En ce sens, toutes les données sont comprises entre 0 et 1.

Rappelons que le domaine initial de chaque cas est le quart d'un jet. Les résultats extraits des expériences numériques sont donc répartis à partir du point de stagnation jusqu'à la demi-distance W sur la coordonnée y et à partir du point de stagnation jusqu'à un quart de cercle sur la coordonnée s (soit un quart du périmètre d'un cercle).

Chaque cas (H/d,W/d et M) fait l'objet d'un sous domaine que nous lions ensemble par la suite. Nous construisons chaque sous domaine en faisant le miroir des 2 courbes extraites (soit suivant y et s), d'un domaine [(0,0)(1,1)]. Nous passons donc à un domaine complet [(−1,1)(1,1)]. Le domaine dît complet serait donc d'une distance W sur la coordonnée y avec en son centre le point de stagnation, et d'une distance d'un demi cercle sur la coordonnée s avec en son centre le point de stagnation. Nous renormalisons ensuite ce domaine pour avoir un domaine compris entre 0 et 1 : [(0,0)(1,1)]. La Fig. 3.17 illustre ce procédé (le symbole $p.s.$ représente le point de stagnation)

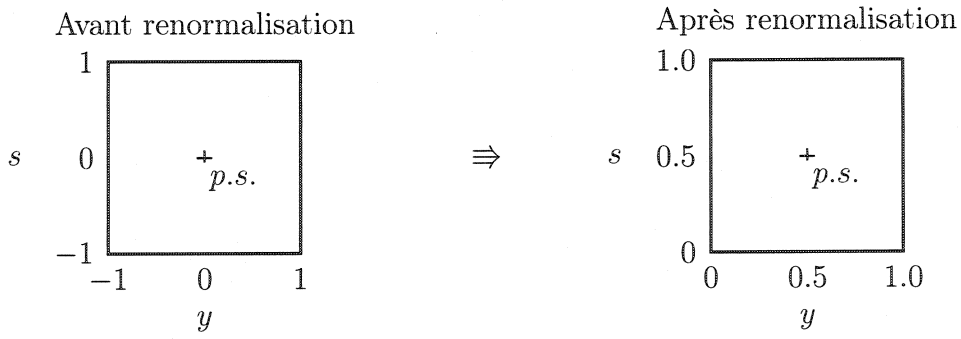


Figure 3.17: *Renormalisation du domaine sur s,y, dans l'intervale [0,1]*

Le problème de krigeage est construit en utilisant une fonction de dérive linaire

et une fonction de covariance logarithmique, avec un facteur de pondération de $1e-4$ afin de bien conditionner la matrice. Le système est résolu en utilisant une technique d'inversion par élimination Gaussienne des librairies LAPACK[‖]. Cette résolution peut prendre de quelques minutes jusqu'à 1 heure dépendamment du nombre de points extraits des courbes. Une fois le problème résolu, nous stockons les coefficients des fonctions de dérive et de covariance ainsi que leurs paramètres dans un fichier. Ce calcul n'est fait qu'une seul fois, et *a priori*. Un autre programme est appelé dans le corps de CANICE-3D au moment du calcul pour faire appel à l'interpolation par krigeage en utilisant les coefficients calculés. Un module tiens compte de la géométrie du bord d'attaque et fait appel au calcul d'interpolation pour les panneaux concernés, disposés en amont du tube piccolo. Une valeur de Nusselt est ainsi associée à chaque panneau relatif au système antigivrant, le coefficient de transfert de chaleur convectif est calculé suivant $h = Nuk/d$ et les équations du bilan thermiques peuvent inclure la portée du système antigivrant.

Il n'y a pas de module d'optimisation implanté pour l'instant, en ce que la présente étude visait a instaurer un modèle de simulation de système antigivrant adéquat.

3.8 Implémentation – Exemple

En utilisant une dérive linéaire et une covariance logarithmique, le système linéaire de krigeage dual prend cette forme :

$$\Gamma \mathbf{x} = \mathbf{f} \tag{3.26}$$

‖ les routines DGEFA et DGESL ont été utilisées ; elles accepent les données en double précision.

Le domaine utilisé réflète celui utilisé dans le module de simulation de système antigivrant, soit :

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} b_1 \\ \vdots \\ b_n \\ a_0 \\ \vdots \\ a_N \end{bmatrix}, \quad \mathbf{f} = \begin{bmatrix} Nu(X_1) \\ \vdots \\ Nu(X_n) \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \tag{3.27}$$

$$\Gamma = \begin{bmatrix} K(h_{ij}) & \cdots & \cdots & 1 & s_1 & y_1 & M_1 & \left(\frac{H}{d}\right)_1 & \left(\frac{W}{d}\right)_1 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \cdots & \cdots & \cdots & 1 & s_n & y_n & M_n & \left(\frac{H}{d}\right)_n & \left(\frac{W}{d}\right)_n \\ 1 & \cdots & 1 & & & & & & \\ s_1 & \cdots & s_n & & & & & & \\ y_1 & \cdots & y_n & & & & 0 & & \\ M_1 & \cdots & M_n & & & & & & \\ (H/d)_1 & \cdots & (H/d)_n & & & & & & \\ (W/d)_1 & \cdots & (W/d)_n & & & & & & \end{bmatrix} \tag{3.28}$$

La Fig. 3.18 illustre l'utilisation de la technique de krigeage en prenant 3 distributions de transfert de chaleur le long de la coordonnée s à différents nombre de Mach. Une courbe est interpolée pour $M = 0.4$ et montre une bonne analogie avec la courbe numérique. Une seconde courbe est interpolée pour représenter $M = 0.3$.

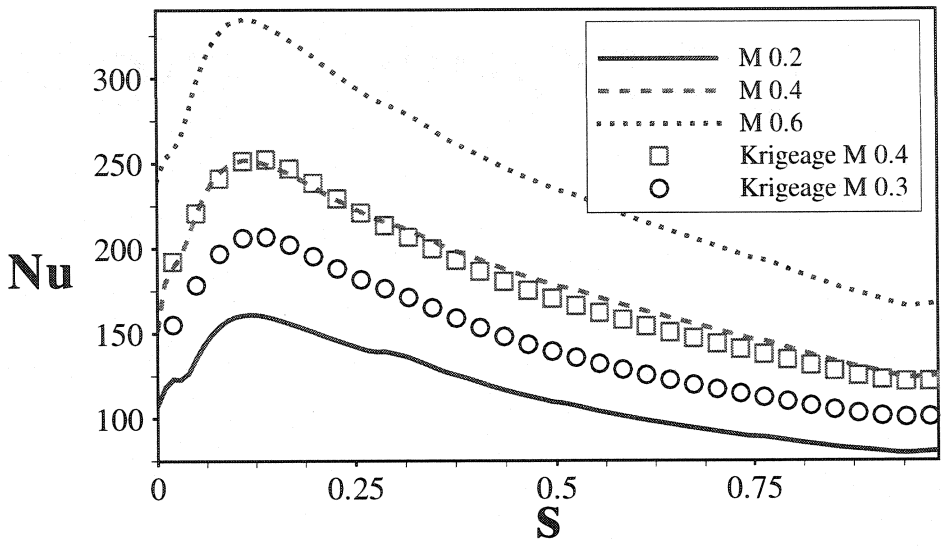


Figure 3.18: *Interpolation utilisant la technique du krigeage sur les données de l'étude.*

Prenant maintenant un profil NACA0015, constant sur une aile droite, nous établissons la forme circulaire la plus près de ce profil sur 15% de la corde. Le critère nous indiquant que la forme circulaire est le plus près du profil est l'écart-type minimal entre le profil et la forme circulaire sur une coupe 2D. Ceci nous amène à déterminer un $\frac{H}{d}$ de 10. Prenant une envergure générique de 1 mètre, un $\frac{W}{d}$ de 15 et un nombre de Mach de 0.8 pour la vitesse de sortie du jet, nous estimons la distribution du transfert de chaleur par la méthode du krigeage multi-dimensionnelle construite sur la base de données des résultats numériques de l'étude. La Fig. 3.19 représente le transfert de chaleur interpolée de la configuration du système antigivre le long de la coordonnée s tandis que la Fig. 3.20 représente le transfert de chaleur interpolée sur le bord d'attaque de l'aile.

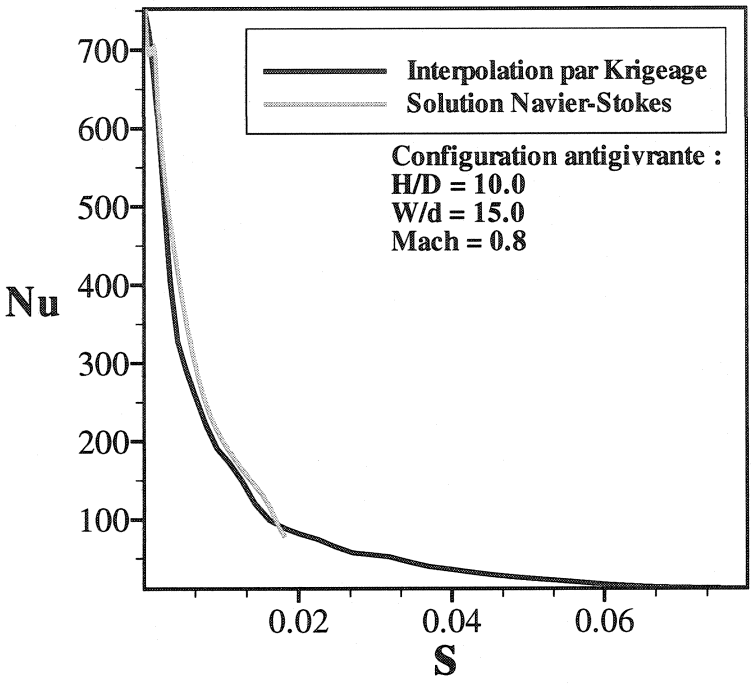


Figure 3.19: *Interpolation 2D du transfert de chaleur le long de la coordonnée s d'un bord d'attaque d'une aile.*

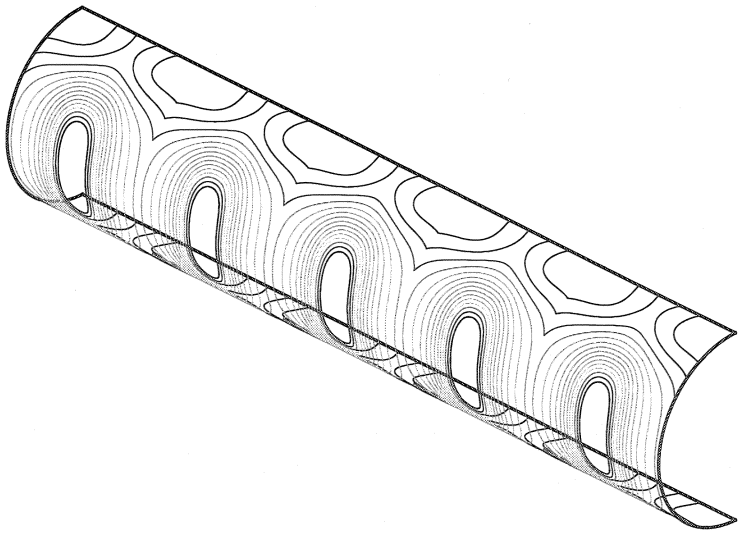


Figure 3.20: *Interpolation 3D du transfert de chaleur le long d'un bord d'attaque d'une aile.*

CHAPITRE 4

RÉSULTATS ET ANALYSES

4.1 Résultats sur le coefficient de transfert de chaleur convectif

Afin de valider la modélisation des équations de la couche limite, il est nécessaire de comparer les résultats avec l'expérience. Nous avons pris l'étude expérimental de Poinsatte [57] conduite à l'Université de Toledo pour le compte de la NASA en 1990. Cette étude portait uniquement sur le transfert de chaleur convectif sur un profil NACA0012 pour différent Reynolds, angle d'attaques et rugosités de surface.

L'étude s'appuie sur une aile droite de profil constant et mesure le transfert de chaleur sur le plan de symétrie. Elle se restreint donc à des mesures en 2D. Nous avons construit notre modèle numérique suivant les même dimensions géométriques, soit une envergure de 1.8m et une corde constante de 0.533m. La température atmosphérique est de 288.7K avec une pression standard (équivalant à une densité $\rho = 1.225\text{kg/m}^3$). Le Reynolds utilisé est 1.29M (soit $U_\infty \simeq 70\text{m/s}$). La surface est considérée parfaitement lisse. L'aile à une incidence nulle.

La Fig. 4.1 présente la comparaison du transfert de chaleur prédit avec notre modèle de correction couche limite et celui de l'expérience de Poinsatte. Le modèle numérique montre une sous prédiction au point de stagnation par rapport à l'expérience, mais une bonne cohérence par la suite. La sous prédiction au point de stagnation serait attribuée au manque de précision de la location du point de stagnation. En effet, la location du point de stagnation est capitale pour la précision de la méthode intégrale de la correction de la couche limite. De plus, la valeur nulle de la vitesse au point de stagnation constitue une singularité de la méthode intégrale.

À environ 5% de la corde, nous remarquons une élévation dans le transfert de chaleur de l'expérience que nous n'arrivons pas à reproduire. Cette élévation est marquée dans tous les cas expérimentaux de Poinsatte et signalée dans le même rapport ; elle y demeure cependant inexpliquée.

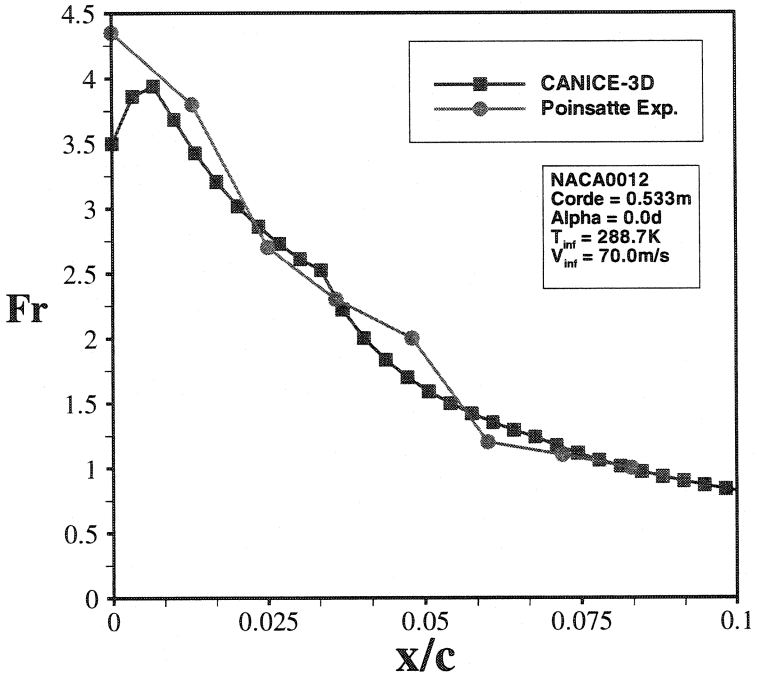


Figure 4.1: *Transfert de chaleur convectif*

4.2 Résultats de formation de glace de simulation de systèmes antigivre

Les résultats d'accumulation de glace sont présentés pour différents cas préparés dans le cadre de l'atelier organisé par l'O.T.A.N. en 2000 [37]. Sur la même figure on retrouvera la forme de glace prédite par CANICE-3D, celle prédite par CANICE-2D* ainsi que les formes de glace expérimentales.

* tel que présentée à la présentation de l'atelier de l'O.T.A.N. en 2000

Les calculs ont été fait en 5 couches d'égale pas de temps[†]. Les calculs ont été effectués sous Windows-2000 (Pentium III 1GHz) et nécessitaient en moyenne 800 Megs de mémoire. Les cas sans angle d'attaque à large MVD étaient les plus rapide (environ 2 heures pour les 5 couches) alors que les cas à angle d'attaque et à faible MVD étaient les plus lent (environ 9 à 10 heures pour les 5 couches). Les routines de calculs de trajectoires sont en effet plus longues avec des MVD plus petit car les distances calculées par pas de temps dans l'équation du mouvement de la gouttelette sont plus petites. La stratégie de vérification d'impact est également plus longue lorsqu'il y a un angle d'attaque (plus de panneaux font le test d'impact).

† le temps d'une couche était le temps total propre à chaque cas, divisé par 5.

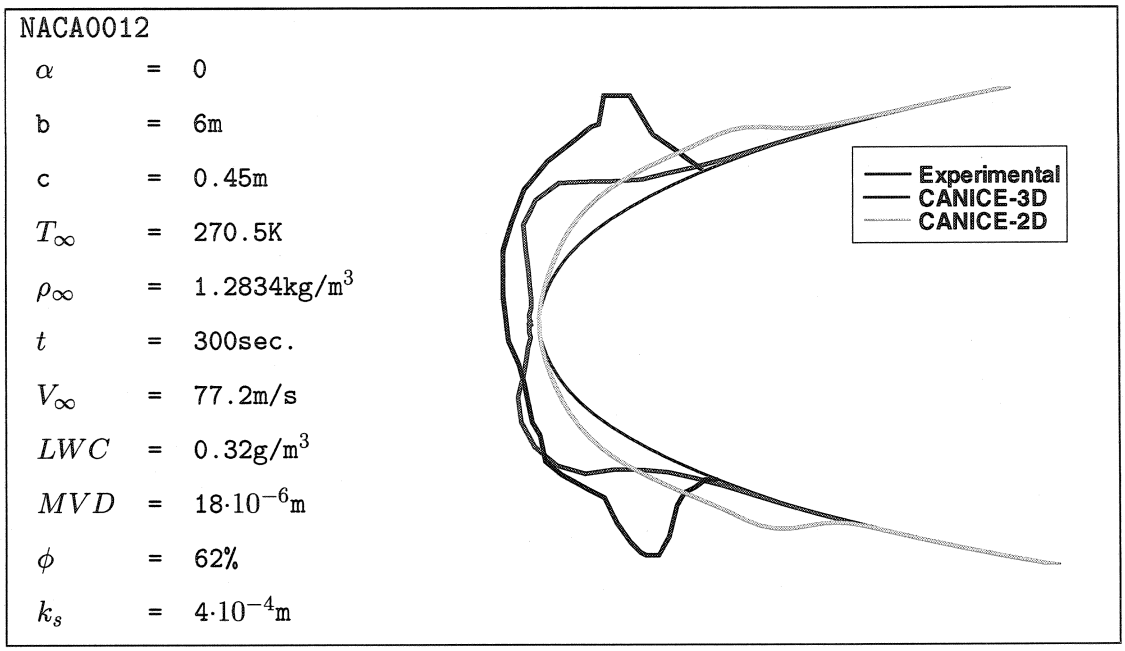


Figure 4.2: *Accumulation de glace - C4*

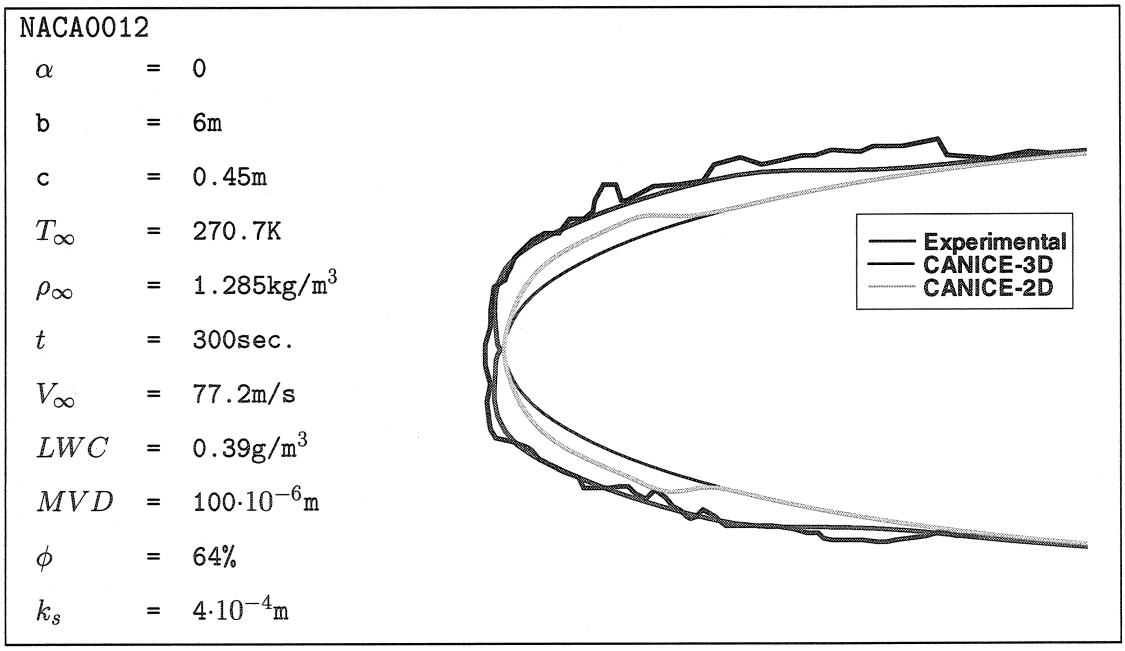


Figure 4.3: *Accumulation de glace - C5*

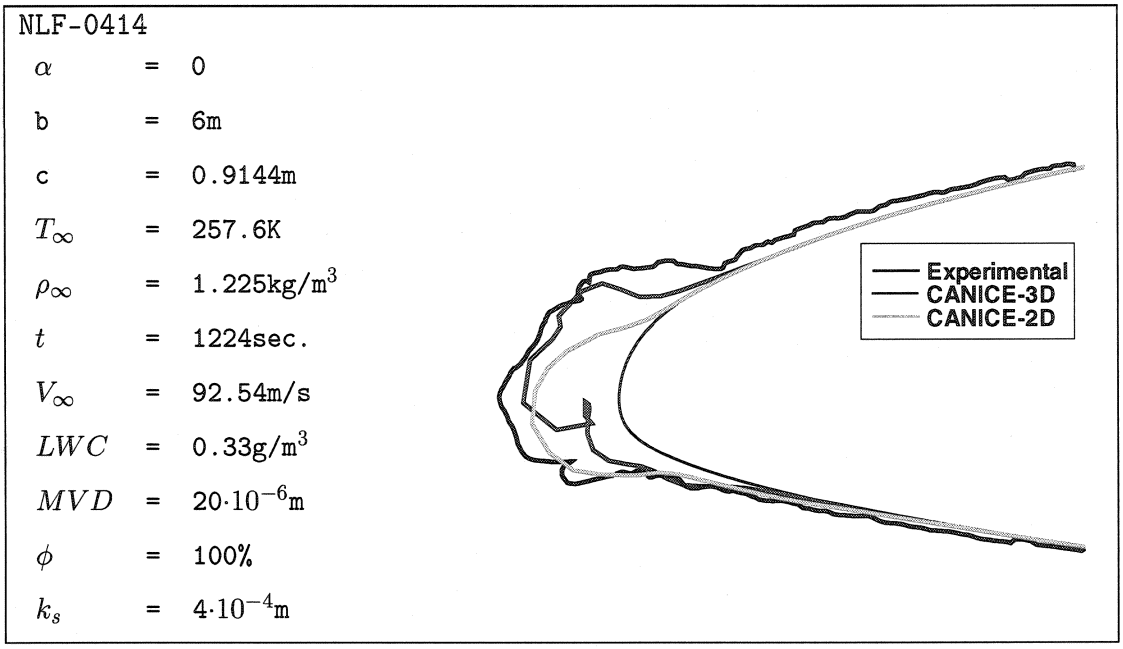


Figure 4.4: *Accumulation de glace - C9*

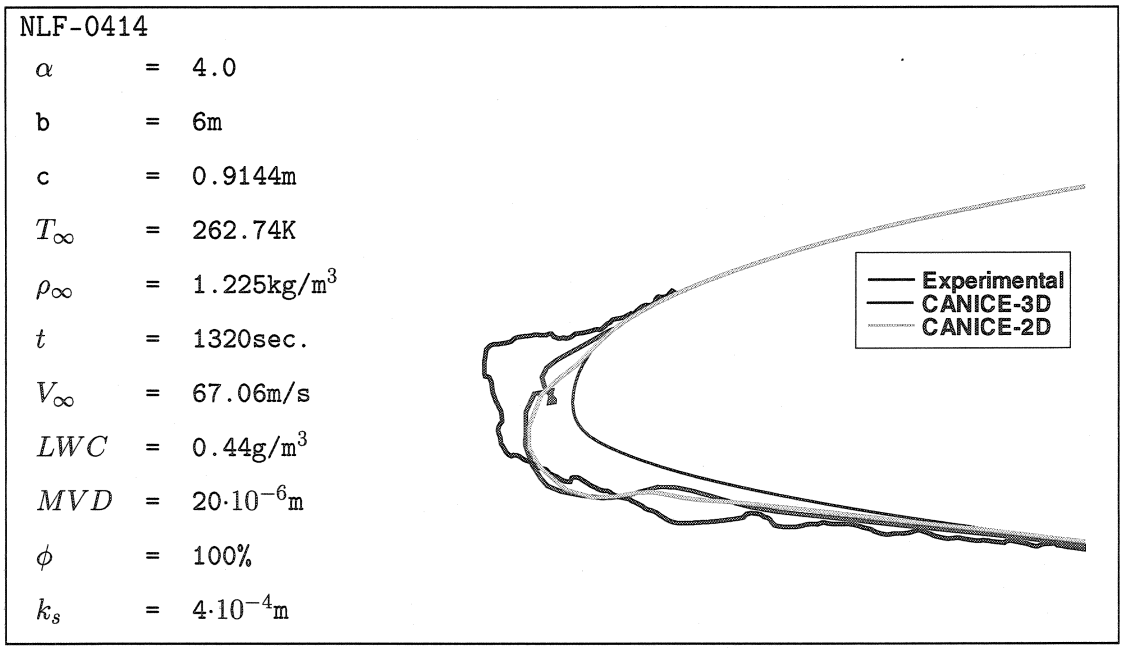


Figure 4.5: *Accumulation de glace - C10*

NACA0012

α	=	0
b	=	6m
c	=	0.533m
T_∞	=	264.4K
ρ_∞	=	1.2807kg/m^3
t	=	672sec.
V_∞	=	67.0m/s
LWC	=	0.65g/m^3
MVD	=	40·10^{-6}m
ϕ	=	100%
k_s	=	4·10^{-4}m

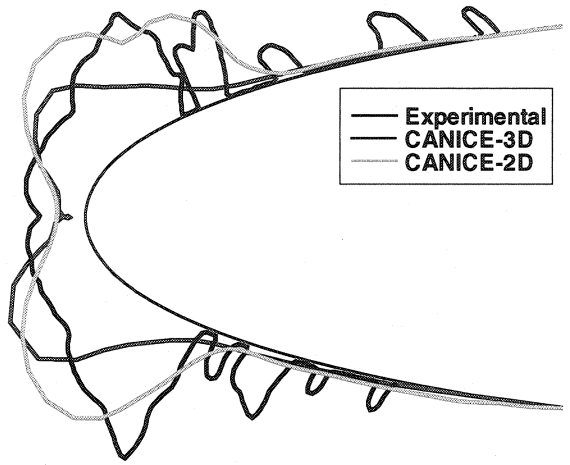


Figure 4.6: *Accumulation de glace - C13*

NACA0012

α	=	0
b	=	6m
c	=	0.267m
T_∞	=	267.6K
ρ_∞	=	1.2752kg/m^3
t	=	247.2sec.
V_∞	=	57.0m/s
LWC	=	1.04g/m^3
MVD	=	27.73·10^{-6}m
ϕ	=	N/A (100%)
k_s	=	4·10^{-4}m

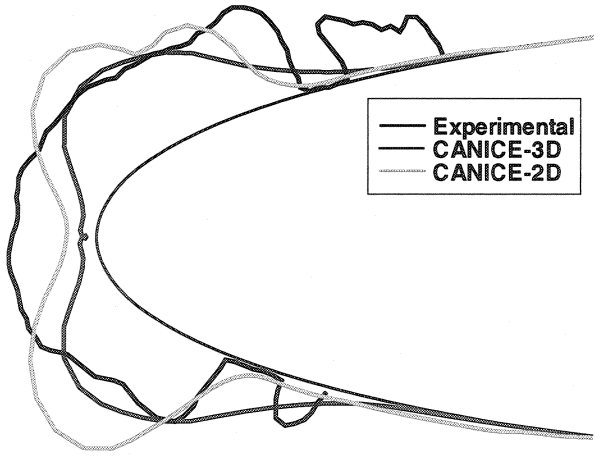


Figure 4.7: *Accumulation de glace - C14*

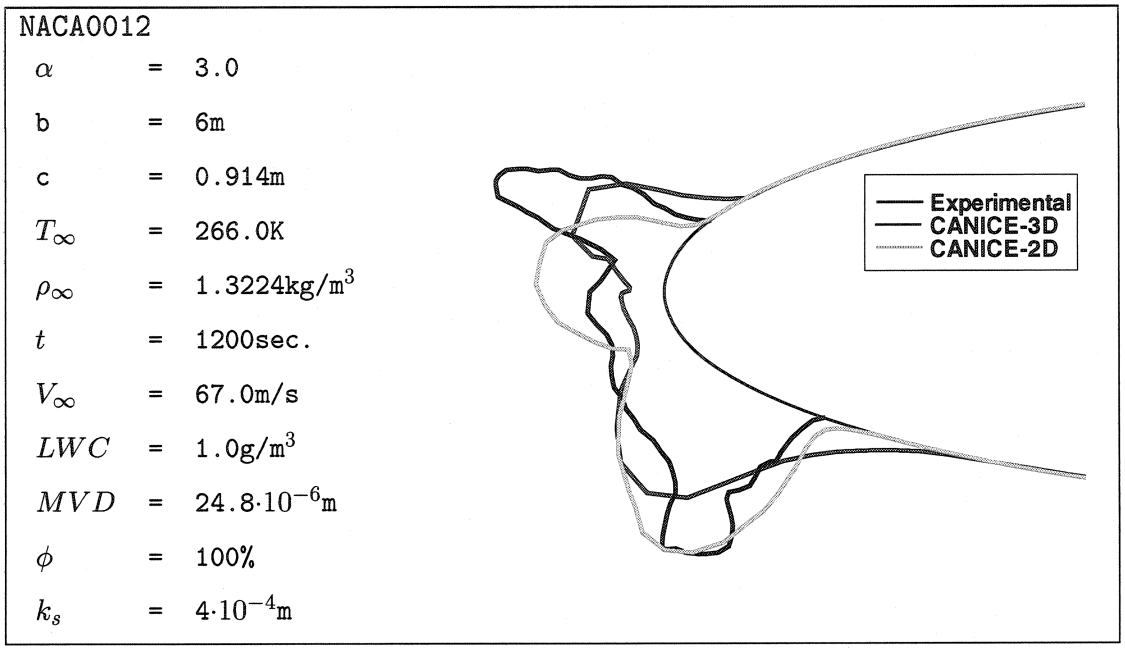


Figure 4.8: *Accumulation de glace - C17*

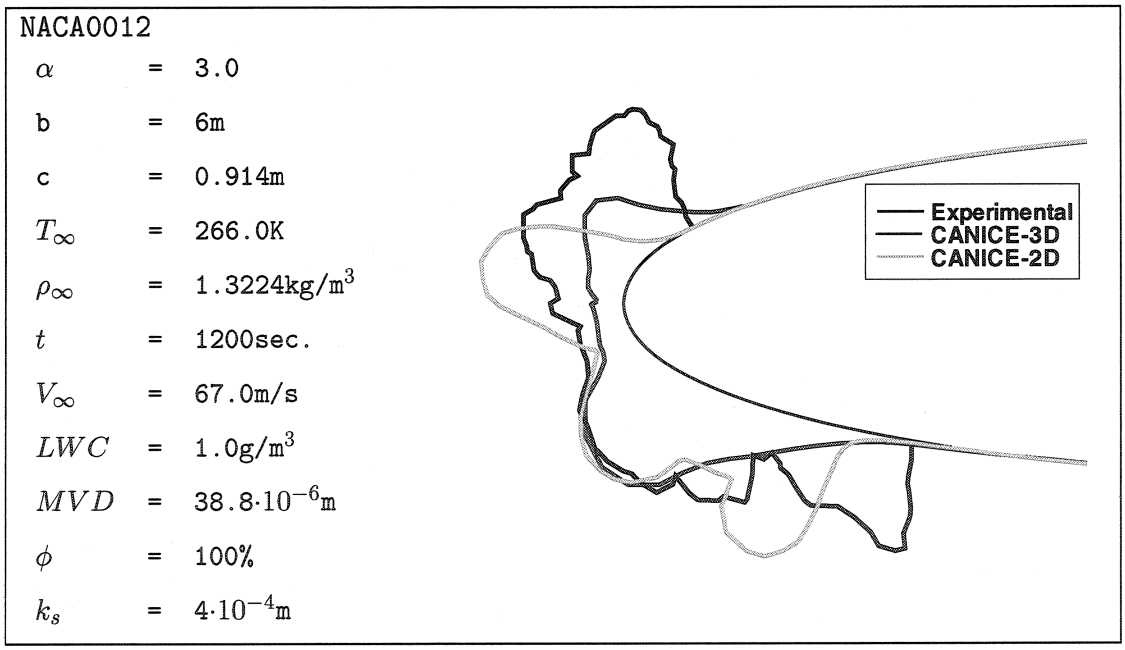


Figure 4.9: *Accumulation de glace - C18*

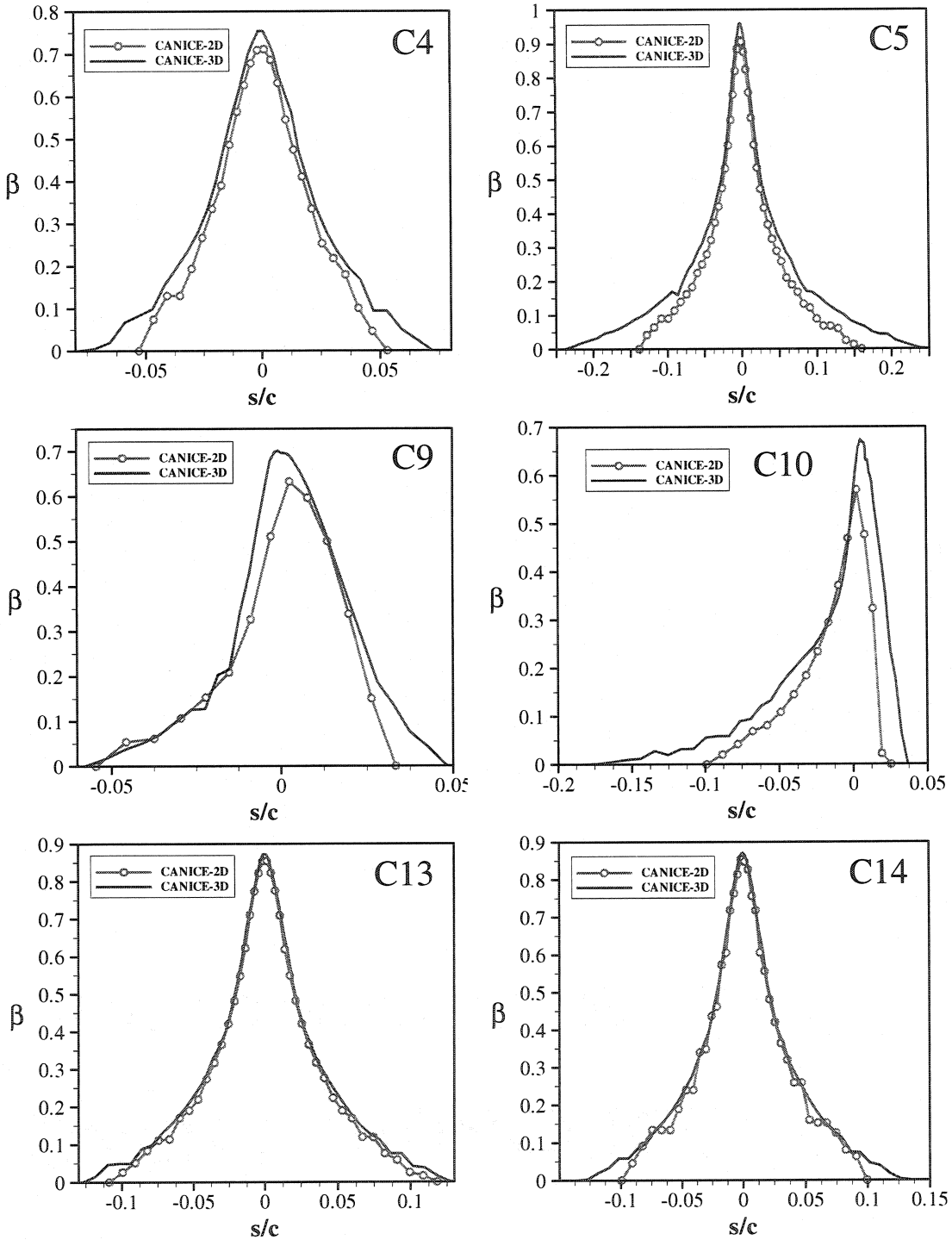


Figure 4.10: *Coefficient de captation β*

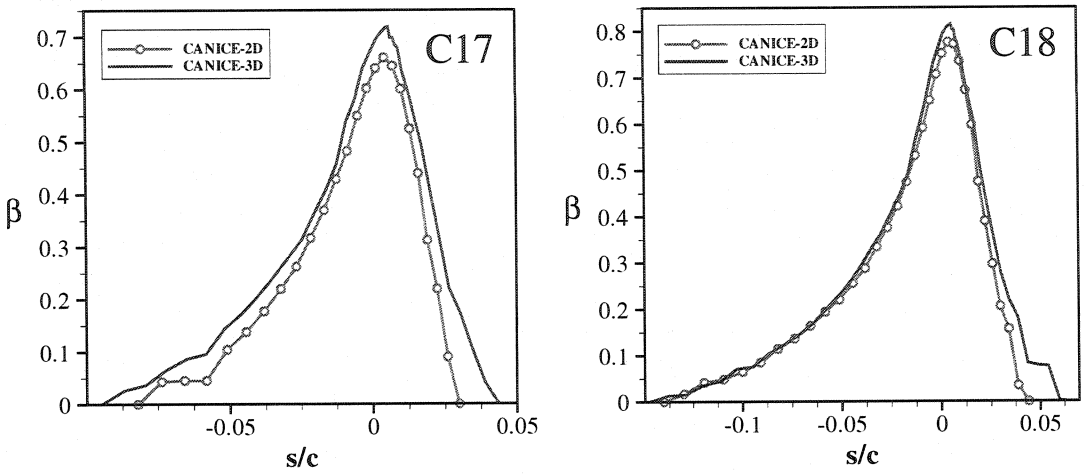


Figure 4.11: *Coefficient de captation β*

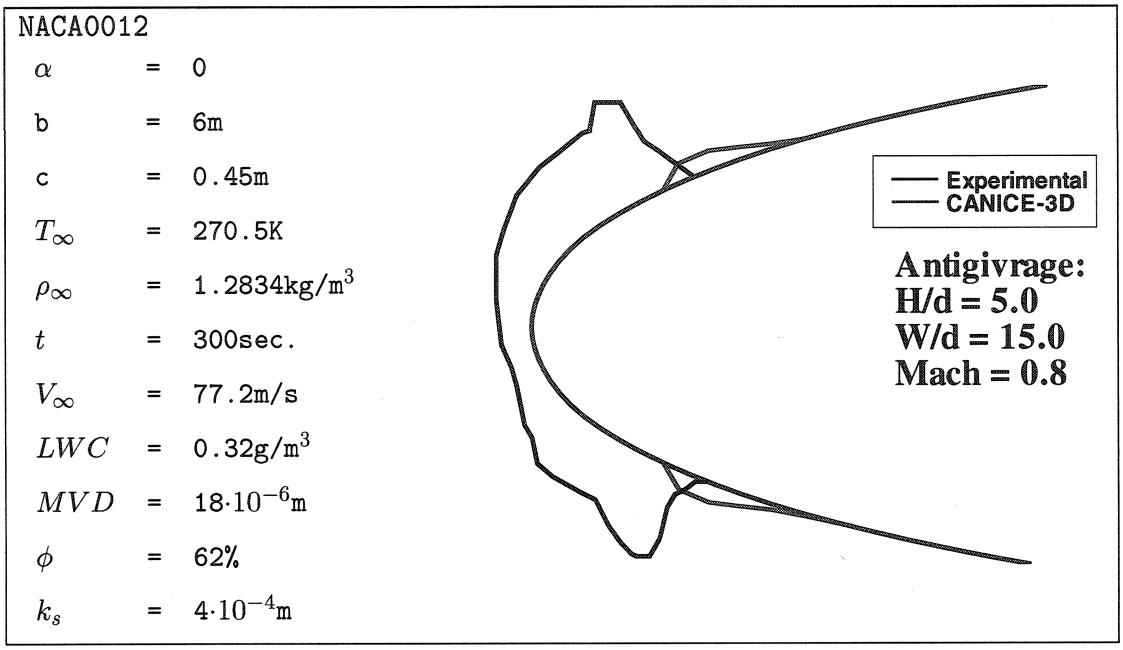


Figure 4.12: *Simulation de système antigivre - C4*

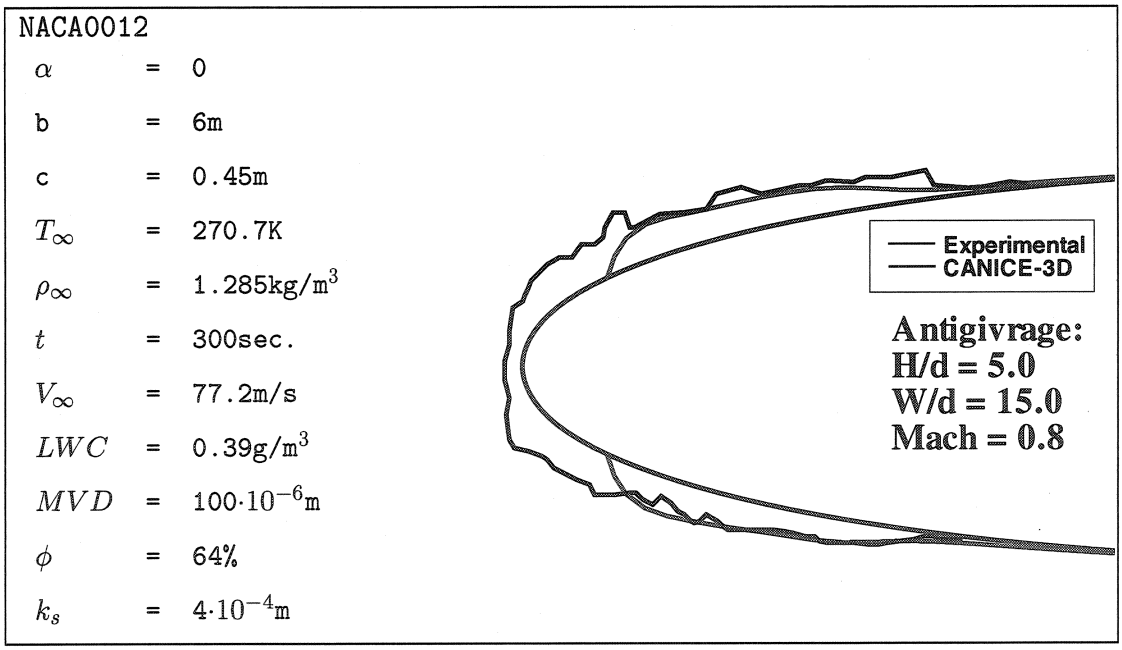


Figure 4.13: *Simulation de système antigivre - C5*

4.3 Discussion des résultats

Les cas expérimentaux C-4 et C-5 (Figs. 4.2 et 4.3) sont des glaces de types plutôt givre (*rime ice*). Les prédictions présentent des formes plutôt sous-prédites en rapport à l'expérimental. Les formes prédites par CANICE-3D sont par contre plus près de l'expérimental que celles préditent par CANICE-2D. En ce sens, il y aurait une amélioration avec CANICE-3D pour ce type de glace. La symétrie dans la forme prédite est présente. Le cas C-4 ne prédit pas les cornes, et le cas C-5 manque la prédiction de la partie en aval sur les 2 côtés du profil. Il y a une sous prédiction plus marquée au point de stagnation. Cette sous prédiction serait attribuée à la correction de la couche limite, tel que souligné au point 4.1.

Les cas expérimentaux C-9 et C-10 (Figs. 4.4 et 4.5) sont des glaces de types plutôt givre (*rime ice*). Les formes ne sont pas symétriques mais les profils ne sont pas des profils symétriques à la base ; l'écoulement amène donc les particules d'eau vers une distribution asymétrique. Sur les 2 cas, il y a clairement un problème lié au maillage au point de stagnation ; le maillage y est incurvé. Cette crénelure est l'accumulation de l'erreur attribuée à la sous prédiction du transfert de chaleur au point de stagnation. Comme le givre y est par conséquent sous prédit, l'accumulation prend une forme concave et la croissance du givre entre en collision entre l'intrados et l'extrados. Il faudrait corriger cette mauvaise croissance au calcul du maillage modifié. Il en résulterait sans doute une forme de glace plus cohérente ; ce qui, à première vue, tendrait plus vers la forme expérimental à cet endroit.

Les cas C-13 et C-14 sont intéressants (Figs. 4.6 et 4.7). Le type de glace est sont plutôt mixte/givre. La forme prédite par CANICE-3D est légèrement sous l'expérimental alors que CANICE-2D sur-prédisait ces formes dans les 2 cas. Les cornes du cas C-13 sont assez bien prédites. Il y a nettement un manque dans la région de stagnation au cas C-14 ; CANICE-2D en faisait de même. Les cornes en

aval ne sont pas prédites dans les 2 cas.

Les cas expérimentaux C-17 et C-18 (Figs. 4.8 et 4.9) sont de type verglas (*glaze ice*) avec un angle d'attaque cette fois et une quantité relativement importante d'eau dans l'atmosphère (LWC). Les cornes du cas C-17 sont légèrement sous-prédites mais clairement existantes ; une discrétisation de panneaux apporterait probablement une meilleure prédiction. Le cas C-18 rejoint presque la forme expérimentale à l'extrados et rejoint bien la corne en amont de l'intrados. Il manque toutefois la corne en aval à l'intrados.

En général, les formes de type givre prédites par CANICE-3D rejoignent, ou dépasse celles préditent par CANICE-2D en étant inférieure à l'expérimental. Les formes prédites par CANICE-2D sur-prédisaient l'expérimental alors qu'avec CANICE-3D elles sont sous-préditent. Le cas C-5 est de loin la meilleure prédiction de type givre pour CANICE-3D. Le cas C-17 serait la meilleure prédiction pour le type verglas. Les cornes sont en général visibles mais toujours sous-prédites.

Les cas de givre sont relativement bien prédites près du bord d'attaque, tout en étant sous-prédites en amont ; ce qui était semblable avec CANICE-2D.

Les différences avec CANICE-2D seraient expliquées par la correction de couche limite qui s'effectue sur des lignes de courant et non sur la discrétisation géométrique. Le bilan thermique y est modélisé avec plus de précision, notamment le nombre de Prandtl, la viscosité et le nombre de Lewis qui sont fonction de la température. L'eau de ruissellement est également un élément qui apporterait une explication puisque cette dernière n'était pas modélisée de la même façon dans CANICE-2D.

Les Figs. 4.10 et 4.11 présentent des résultats de coefficients de captation d'eau β obtenus sur les cas présentés. Les courbes sont comparées aux même courbes de CANICE-2D. Nous remarquons dans tous les cas une plage plus large de captation

avec CANICE-3D. Bien que l'équation du mouvement est résolue de la même façon que CANICE-2D, soit avec Runge-Kutta d'ordre 4, le critère d'arrêt est plus précis avec CANICE-3D. Nous captons donc une zone plus large d'eau sur le corps que ce que prédisait CANICE-2D. La redistribution (*mapping*) utilisant l'approche par 4 gouttelettes apporteraient également quelques précisions au sens où certains cas obtiennent une valeur maximale plus élevée avec CANICE-3D. Il faudrait cependant valider avec l'expérience ou d'autres codes, tel que LEWICE ou encore FENSAP-ICE.

Les Figs. 4.12 et 4.13 représentent des résultats obtenus sur les cas C-4 et C-5 avec une configuration de système antigivrant. Typiquement, le givre se formera en aval du tube piccolo puisque le problème d'interpolation ne considère pas les coordonnées dépassant le système modélisé. Comme nous avions restreint la modélisation de la surface d'impact à un demi cercle, et que le problème de krigeage n'est pas adéquat à l'extrapolation, il est impossible de prédire le transfert de chaleur en aval du tube piccolo. L'amoncellement de givre dans cette région est donc caractéristique de la modélisation ; bien que le transfert de chaleur soit assez faible en réalité et que de la glace soit tout de même attendue en s'éloignant de la région de stagnation du jet d'air chaud. Le résultat témoigne à première vue d'une bonne configuration de système antigivre ; aucune validation directe n'a toutefois pue être effectuée afin de confirmer ces résultats.

CONCLUSION

Une modélisation complète de prédiction de givrage et de simulation de système antigivrage en 3D a été développée dans un code, CANICE-3D. Ce modèle est basé sur un solveur à écoulement potentiel commercial, CMARC. Les résultats démontrent généralement tous une sous-prédiction de la forme expérimentale de glace, tout en respectant la zone touchée par l'eau.

Des précisions, principalement au niveau de l'implémentation, pourraient apporter un perfectionnement nous rapprochant de l'expérimental.

Des chercheurs de la NASA oeuvrant sur LEWICE-3D soulignaient des précisions à apporter pour considérer une surface mouillée dans la correction de la couche limite ; ce qui entraine une modélisation particulière de l'impact des gouttelettes sur ce film.

Les formes de glaces sont très satisfaisantes compte tenues du développement sommaire du code. En effet, plusieurs effets non considérés pourraient apporter des amélirations intéressantes aux prédictions. Nottamement au niveau des points suivants:

Trajectoires

- Vérification plus rigoureuse (voir expérimentale) du calcul des coefficients de captations β.

Bilan thermodynamique

- Considération plus raffinée de l'énergie de l'eau d'impact (i.e. tensions de surface de la gouttelette, taille de la gouttelette, surface mouillée ou sèche,

éclatement de la gouttelette).

- Considération de la friction dans le film d'eau.
- Énergie conductive dans le bilan thermodynamique.

Correction de la couche limite

- Modélisation détaillée de la prédiction du point de transition et de séparation.
- Relation reliant k_s et les types de glace/surface.
- Rugosité par différence finie ou autre approche.
- Relation différente pour les cas de surface mouillée (telle que proposée par la NASA lors d'une conférence).
- Considération de plusieurs points de stagnation.

Eau de ruissellement

- Profil de vitesse dans le film d'eau autre que linéaire.
- Tension de surface à l'interface air/eau ou air/glace ou eau/glace dans le calcul du cisaillement à la parois τ_0.
- Influence de l'énergie d'impact sur le film d'eau.
- Influence de la gravité (inclinaison de la surface).

Calcul de la forme de glace / maillage

- Densité relative de la glace (en fonction de T ou de f par exemple).
- Considération de l'angle d'impact dans la direction de formation de glace.
- rediscrétisation des panneaux lorsqu'il sont trop grands.

Module antigivrant

- Extrapolation du transfert de chaleur au delà du domaine, principalement sur les coordonnées surfaciques, afin d'éviter les saillies de givre faussant la

performance du système antigivrant.

- Autre configuration de jets.
- Different diamètres de trous (jets).
- Differente courbure de surface (NURBS ou profil NACA).
- Orientation de jets.
- Distribution de la température à la surface d'impact, causée par l'écoulement externe.
- Mach 1.0, autre modèle de turbulence, autre solveur numérique.
- Validation expérimentale de la modélisation du système antigivre.
- Considération d'obstacles internes / restriction à l'échappement.

En somme, une grande partie des objectifs du projets ont été atteints.

Ayant opté pour l'approche par simulation numérique pour le système antigivrant, il s'avèrerait primordial d'avoir recours à une validation expérimentale.

RÉFÉRENCES

[1] AL-KHALIL, K. (1991 June). *Numerical Simulation of an Aircraft Anti-Icing System Incorporating a Rivulet Model for the Runback Water*. Ph.D. thesis, University of Toledo, Ohio, USA.

[2] AL-KHALIL, K. and POTAPCZUK, M. (1993 Jan.). *Numerical Modeling of Anti-Icing Systems and Numerical Comparison to Test Results on a NACA0012 Airfoil. AIAA Paper 93-0170.*

[3] ANDERSON, J. D. J. (1995). *Computational Fluid Dynamics, the basic with applications*. McGraw-Hill.

[4] ANDERSON, J. D. J. (2001). *Foundamentals of Aerodynamics*. 3rd ed. McGraw-Hill.

[5] ASHBY, D. (1992 Dec.). *Potential Flow Theory and Operation Guide for the Panel Code PMARC-12*. NASA Ames Research Center.

[6] BEAUGENDRE, H., MORENCY, F., and HABASHI, W. (2002 Jan.). *ICE3D, FENSAP-ICE's 3D In-Flight Ice Accretion Module. AIAA Paper 2002-0385.*

[7] BEHBAHANI, A. and GOLDSTEIN, R. (1982). *Local Heat Transfer to Staggered Arrays of Impinging Circular Air Jets. ASME paper 82-GT-211.*

[8] BIDWELL, C. and POTAPCZUK, M. (1993 December). *Users Manual for the NASA Lewis Three-Dimensional Ice Accretion Code (LEWICE3D).* Tech. rep., NASA TM 105974.

[9] BOUTANIOS, Z., BOURGAULT, Y., COBER, S., ISAAC, G., and HABASHI, W. (1998 Jan.). *3D Droplets Impingement Analysis Around an Aircraft's*

Nose and Cockpit Using FENSAP-ICE. AIAA Paper 98-0200.

[10] BRAGG, M., LEE, S., and HENZE, C. (1997 Jan.). *Heat-Transfer and Freestream Turbulence Measurements for Improvement of the Ice Accretion Physical Model. AIAA Paper 97-0053.*

[11] BRETTE, C. (2003 Oct.). *Improvement On The 3D Water Droplet Impingement Simulation On Aircraft.* Tech. rep., École Polytechnique de Montréal.

[12] BRETTE, C. (2003 Aug.). *Three Dimensional Water Droplet Impingement Simulation On Aircraft.* Tech. rep., École Polytechnique de Montréal.

[13] BROWN, J., RAGHUNATHAN, S., WATTERSON, J., LINTON, A., and RIORDON, D. (2002 Jan.-Feb.). *Heat Transfer Correlation for Anti-Icing Systems. AIAA Journal of Aircraft*, vol. 39, no. 1, pp. 897–904.

[14] CEBECI, T. and SMITH, A. (1970 Sept.). *A Finite-Difference Method for Calculating Compressible Laminar and Turbulent Boundary Layers. Journal of Basic Engineering*, vol. 92, no. 3.

[15] CHUPP, R. and AL. (1969). *Evaluation of Internal Heat-Transfer Coefficients for Impingement-Cooled Turbined Airfoils. AIAA Journal of Aircraft*, vol. 6.

[16] CRESSIE, N. (1993). *Statistics for Spatial Data.* John Wiley and Sons.

[17] CROCE, G., BEAUGENDRE, H., and HABASHI, W. (2002 Jan.). *CHT3D FENSAP-ICE Conjugate Heat Transfer Computation and Runback Effects. AIAA Paper 0386.*

[18] CROCE, G., HABASHI, W., GUEVREMONT, G., and TEZOK, F. (1998 Jan.). *3D Thermal Analysis of an Anti-Icing Device Using FENSAP-ICE. AIAA Paper 98-0198.*

[19] DOENHOFF, A. and HORTON, E. (1958). *A Low-Speed Experimental Investigation of the Effect of a Sandpaper Type of Roughness on Boundary-Layer Transition.* Tech. rep., NACA Report no. 1349.

[20] DYBAN, E. and MAZUR, A. (1969 Nov.). *Heat Transfer For a Planar Air Jet Striking on a Concave Surface. Inzhenero-Fizicheskii Zhurnal*, (Edited by Academy of Sciences of the Ukrainian SSR), vol. 17, no. 5. Institute of Technical Heat Physics, Kiev, pp. 785–790.

[21] ÇENGEL, Y. and BOLES, M. (1994). *Thermodynamics, an Engineering Approach.* 2nd ed. McGraw-Hill.

[22] FEDERAL AVIATION ADMINISTRATION (1996 May). *Proceeding. FAA International Conference on Aircraft In-Flight Icing*, vol. I and II. Springfield, Virginia, pp. 6–8.

[23] FEDERAL AVIATION ADMINISTRATION (1997 April). *FAA In-Flight Icing Plan.* Tech. rep., United States Department of Transportation.

[24] (2001 Dec). *Fluent 6.0 User's Guide.*

[25] FORSYTHE, W. E. (1954). *Smithsonian Physical Tables.* Smithsonian Institution.

[26] FREGEAU, M., GABR, M., SAEED, F., and PARASCHIVOIU, I. (2003 April). *Numerical Simulation of Heat Transfer From an Array of Hot-Air Jets Impinging on a 3D Concave Surface. Proceedings of the 50th CASI Annual General Meeting.*

[27] FREGEAU, M., SAEED, F., and PARASCHIVOIU, I. (2003 June). *Numerical Correlation of Heat Transfer From an Array of Hot-Air Jets Impinging on a 3D Concave Surface. AIAA Paper 2003-3403.*

[28] FREGEAU, M., SAEED, F., and PARASCHIVOIU, I. (2004 Jan.). *Surface Heat Transfer Study for Ice Accretion and Anti-Icing Prediction in Three Dimension. AIAA Paper 2004-0063.*

[29] FRISCH, S. and LOVELL, B. (2002). *The Retrieval of Stratus Cloud Droplet Effective Radius with Cloud Radars. Journal of Atmospheric and Oceanic Technology*, vol. 19, pp. 835–842.

[30] GARDON, R. and AKFIRAT, J., CAHIT (1966). *Heat Transfer Characteristics of Impinging Two-Dimensional Air Jets. Journal of Heat Transfer*, pp. 101–108.

[31] GARDON, R. and COBONPUE, J. (1961). *Heat Transfer Between a Flat Plate and Jets of Air Impinging on It. International Heat Transfer Conference*, Pt. 2. pp. 454–460.

[32] HANSMAN, R. (1985 June). *Droplet Size Distribution Effects on Aircraft Ice Accretion. AIAA Journal of Aircraft97-0178*, vol. 22, no. 6, pp. 503–508.

[33] HEDDE, T. (1992 Dec.). *Modélisation tridimensionnelle des dépôts de givre sur les voilures d'aéronefs.* Master's thesis, Université Blaise-Pascal, Clermont-Ferrand II, France.

[34] HOLLWORTH, B. and GERO, L. (1985). *Entrainment Effects on Impingement Heat Transfer: Part II - Local Heat Transfer Measurements. Transaction of the ASME*, vol. 107, pp. 910–915.

[35] INCROPERA, F. and DEWITT, D. (1996). *Fundamentals of Heat and Mass Transfer.* 4th ed. John Wiley & Sons.

[36] KAYS, W. and CRAWFORD, M. (1993). *Convective Heat and Mass Transfer.* 3rd ed. McGraw-Hill.

[37] KIND, R. (2000 July). *Ice Accretion Simulation Evaluation Test*. Tech. Rep. RTO-TR-038, NATO Research and Technology Organization.

[38] MACARTHUR, C., THOMAS, S., and CASSONI, R. (1982). *Mathematical Modeling of Ice Accretion on Airfoils. AIAA Paper 82-0284*.

[39] MACARTHUR, C., THOMAS, S., and CASSONI, R. (1996 Sept.-Oct.). *Aircraft Anti-Icing and Deicing Techniques and Modeling. AIAA Journal of Aircraft*, vol. 33, no. 5, pp. 841–854.

[40] MARTIN, H. (1977). *Advances in Heat Transfer*, vol. 13, chap. Heat and Mass Transfer Between Impinging Gas Jets and Solid Surfaces. Academic Press, pp. 1–60.

[41] MEOLA, C., CARLOMAGNO, G., RIEGEL, E., and SALVATO, F. (1994 Sept.). *An Experimental Study of an Anti-Icing Hot Air Spray-Tube System. 19th Congress ICAS*.

[42] METZGER, D., BALTZER, R., and JENKINS, C. (1972 Jul.). *Impingement Cooling Performance in Gas Turbine Airfoils Including Effects of Leading Edge Sharpness. Journal of Engineering for Power*, pp. 219–225.

[43] METZGER, D., YAMASHITA, T., and JENKINS, C. (1969 Jul.). *Impingement Cooling of Concave Surfaces With Lines of Circular Air Jets. Journal of Engineering for Power*, pp. 149–158.

[44] MICHEL, R. (1952). *Détermination du point de transition et calcul de la traînée des profils d'ailes en incompressible*. Tech. Rep. No. 58, ONERA.

[45] MORENCY, F., TESSIER, P., SAEED, F., and PARASCHIVOIU, I. (1999 May). *Anti-Icing System Simulation on Multielement Airfoil. 46th Annual Conference/DNP-ASIP*, pp. 463–470.

[46] MORENCY, F., TEZOK, F., and PARASCHIVOIU, I. (1998 Jan.). *Hot Air Anti-Icing System Modelization in the Ice Prediction Code CANICE. AIAA Paper 98-0192.*

[47] MORENCY, F., TEZOK, F., and PARASCHIVOIU, I. (1999 Nov.-Dec.). *Anti-Icing System Simulation Using CANICE. AIAA Journal of Aircraft*, vol. 36, no. 6, pp. 999–1006.

[48] MORENCY, F., TEZOK, F., and PARASCHIVOIU, I. (2000 Mar.-Apr.). *Heat and Mass Transfer in the Case of an Anti-Icing System Modelisation. AIAA Journal of Aircraft*, vol. 37, no. 2, pp. 245–252.

[49] MUNSON, Y. and OKIISHI (1998). *Fundamentals of Fluid Mechanics.* 3rd ed. John Wiley & Sons.

[50] NASA (2004). *The Icing Branch.* Web Site. `http://icebox-esn.grc.nasa.gov/ext/design/lewice.html`.

[51] NATIONAL TRANSPORTATION SAFETY BOARD (1996). *Aircraft Accident Report.* Tech. Rep. NTSB/AAR-96/01, `http://www.ntsb.gov/publictn/1996/aar9601.pdf`.

[52] NORMENT, H. (1985 Oct.). *Calculation of Water Drop Trajectories To and About Three-Dimensional Lifting and Non-Lifting Bodies In Potential Airflow.* Tech. rep., NASA CR 3935.

[53] PAN, Y. (1995 July). *Application of Least Squares and Kriging in Multivariate Optimizations of Field Development Scheduling and Well Placement Design.* Master's thesis, Stanford University.

[54] PARASCHIVOIU, I. and RAGHUNATHAN, S. R. (2002 July). *Effect of Roughness Associated with Ice Accretion and Insect Contamination on Aircraft*

Performance. Tech. rep., Bombardier Aerospace Internal Report.

[55] PARASCHIVOIU, I., TRAN, P., and BRAHIMI, M. (1994 July-Aug.). *Prediction of the Ice Accretion with Viscous Effects on Aircraft Wings. AIAA Journal of Aircraft*, vol. 31, no. 4, pp. 855–861.

[56] PINELLA, D. and GARRISON, P. A. (1996). *Digital Wind Tunnel CMARC*. AeroLogic `http://www.aerologic.com`.

[57] POINSATTE, P. E. (1990). *Heat Transfer Measurements From a NACA0012 Airfoil in Flight and in the NASA Lewis Research Tunnel*. Tech. Rep. No. 4278, NASA.

[58] PUEYO, A. (1992 Jul.). *Simulation numérique de la formation de la glace pour des écoulements tridimensionnels*. Master's thesis, École Polytechnique de Montréal, Montreal, Canada.

[59] PUEYO, A. (2003-2004). *Communications personnelles*. Aérodynamique avancée, Ingénierie et Développement des produits. Bombardier Aéronautique.

[60] PUEYO, A., CHOCRON, D., and KAFYEKE, F. (2001). *Improvement to the Ice Acretion Code CANICE. Proceedings of the 48th CASI Annual Conference*.

[61] PUEYO, A., CHOCRON, D., MOKHTARIAN, F., and KAFYEKE, F. (2003). *CHT2D: A 2D Hot Air Anti-icing Analysis Tool. Proceedings of the 50th CASI Annual Conference*.

[62] RIOS, M. (1991 Jan.). *Icing Simulations Using Jones' Density Formula for Accreted Ice and LEWICE. AIAA Paper 91-0556*.

[63] RUFF, G. and BERKOWITZ, B. (1990 May). *Users Manual for the NASA Lewis Ice Accretion Prediction Code (LEWICE)*. Tech. rep., NASA CR 185129.

[64] SAEED, F., MORENCY, F., and PARASCHIVOIU, I. (2000 Jan.). *Numerical Simulation of a Hot-Air Anti-Icing Simulation. AIAA Paper 2000-0630*, vol. 2. 38th Aerospace Sciences Meeting & Exhibit, pp. 897–904.

[65] SAEED, F. and PARASCHIVOIU, I. (2000 June). *Numerical Correlation for Local Nusselt Number Distribution for Hot-Air Jet Impingement on Concave Surfaces. Proceedings of the 8th Annual Conference of the CFD Society of Canada, CFD2K*, vol. 1, pp. 897–904.

[66] SCHLICHTING, H. and GERSTEN, K. (2000). *Boundary Layer Theory*. 8th ed. Springer.

[67] SPALART, P. and ALLMARAS, S. (1992). *A One-Equation Turbulence Model for Aerodynamic Flows. AIAA Paper 92-0439*.

[68] SPARROW, E. and LOVELL, B. (1980 May). *Heat Transfer Characteristic of an Obliquely Impinging Circular Jet. Transaction of the ASME*, vol. 2.

[69] THWAITES, B. (1960). *Incompressible Aerodynamics*. Oxford University Press.

[70] TRAN, P., BRAHIMI, M., and PARASCHIVOIU, I. (1994 Sept.). *Ice Accretion on Aircraft Wings. Canadian Aeronautics and Space Journal*, vol. 40, no. 3, pp. 185–192.

[71] TRAN, P., BRAHIMI, M., PARASCHIVOIU, I., PUEYO, A., and TEZOK, F. (1995). *Ice Accretion on Aircraft Wings with Thermodynamic Effects. AIAA Journal of Aircraft*, vol. 32, no. 2, pp. 444–446.

[72] TRAN, P., BRAHIMI, M., SANKAR, L., and PARASCHIVOIU, I. (1997 Jan.). *Ice Accretion Prediction on Single and Multi-Element Airfoils and the Resulting Performance Degradation. AIAA Paper 97-0178.*

[73] TROCHU, F. (2001 Sept.). *Krigeage en CAO et FAO.* Tech. rep., Ecole Polytechnique de Montréal, Montreal, Canada.

[74] VÖMEL, H. (2003 Jul.). *Saturation Vapor Pressure Formulations.* Web Site. `http://cires.colorado.edu/~voemel/vp.html`.

[75] WADE, S. (1986 Nov.). *Modelling of the Performance of a Thermal Anti-Icing System for Use on Aero-Engine Intakes.* Master's thesis, Loughborough University of Technology, Dept. Mech. Eng., Loughborough, UK.

[76] WHITE, F. M. (1991). *Viscous Fluid Flow.* 2nd ed. McGraw-Hill.

[77] YAMAGUCHI, K. (1990 May). *Improved Ice Accretion Prediction Techniques Based on Experimental Observations of Surface Roughness Effects on Heat Transfer.* Master's thesis, Massachusetts Institute of Technology.

[78] YAWS, C. L. (1999). *Chemical Properties Handbook.* McGraw-Hill.

ANNEXE I

RÉSULTATS GRAPHIQUES DU TRANSFERT DE CHALEUR SUR LA SURFACE D'IMPACT

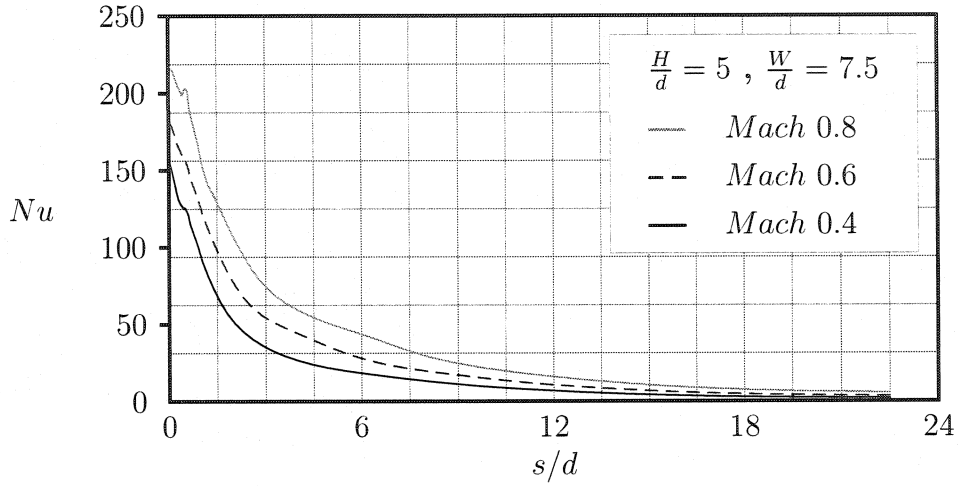


Figure I.1: *Effectsss of Mach number on Nu along s*

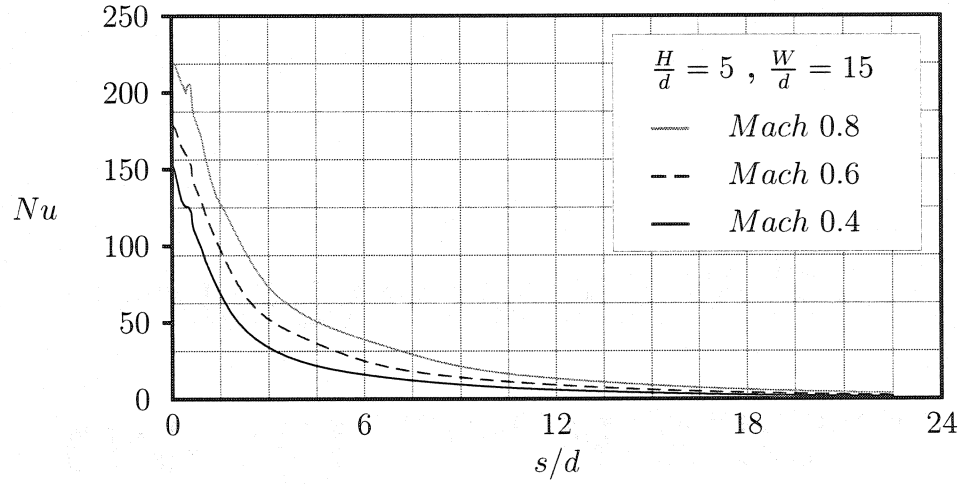


Figure I.2: *Effect of Mach number on Nu along s*

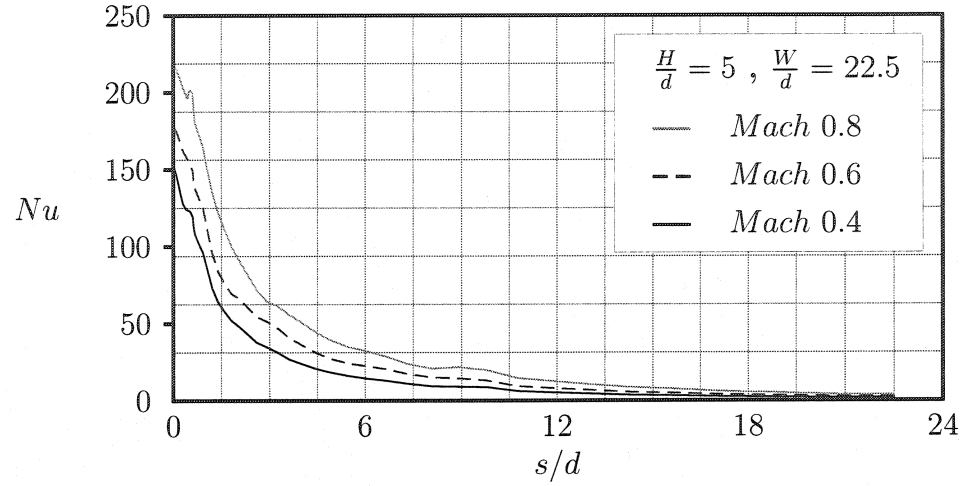


Figure I.3: *Effect of Mach number on Nu along s*

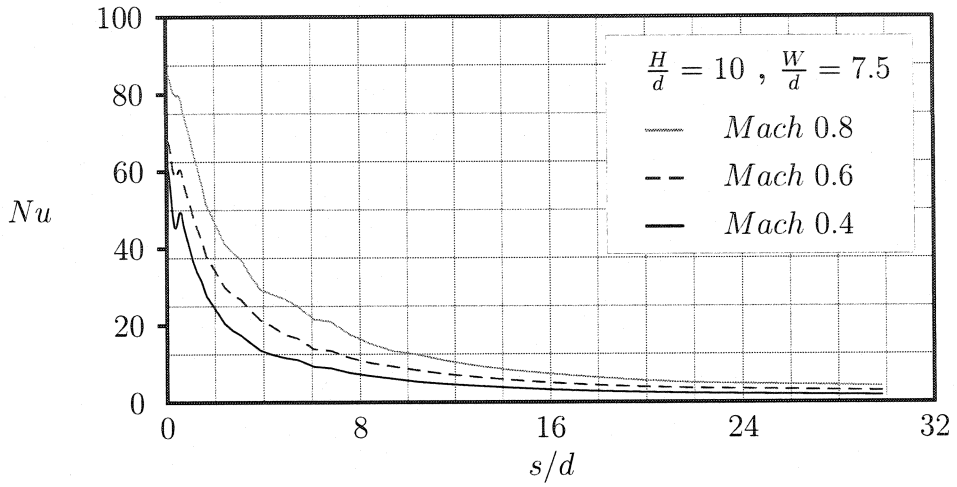


Figure I.4: *Effect of Mach number on Nu along s*

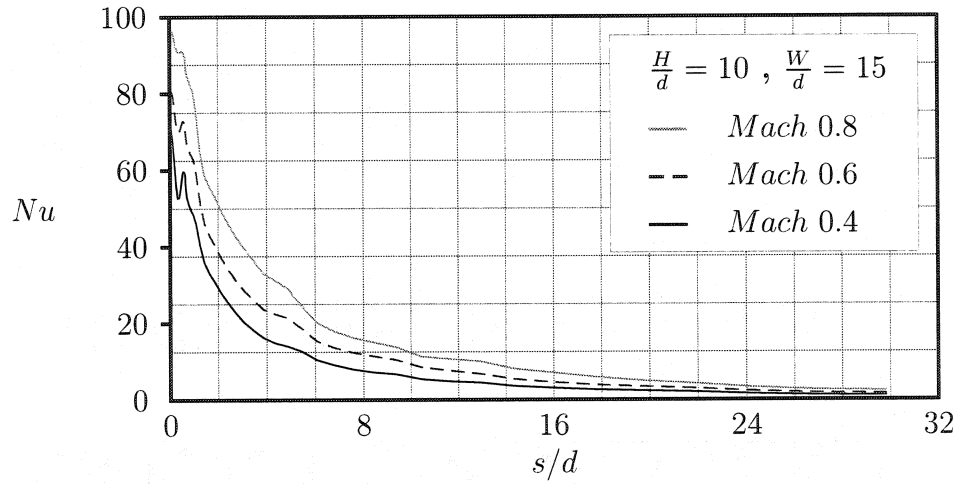


Figure I.5: *Effect of Mach number on Nu along s*

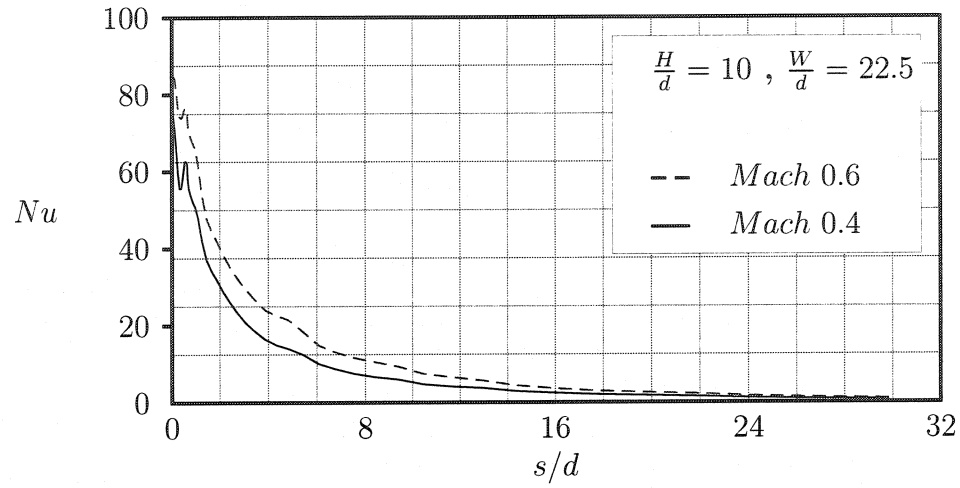


Figure I.6: *Effect of Mach number on Nu along s*

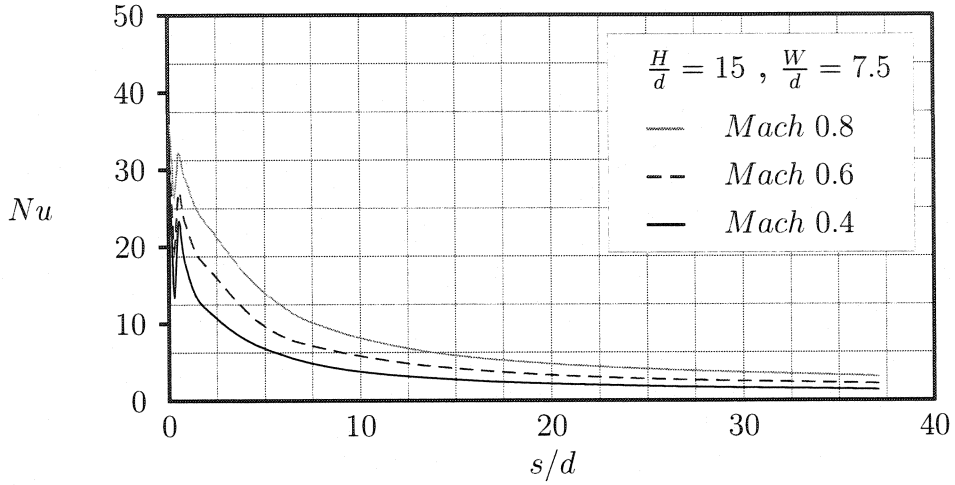


Figure I.7: *Effect of Mach number on Nu along s*

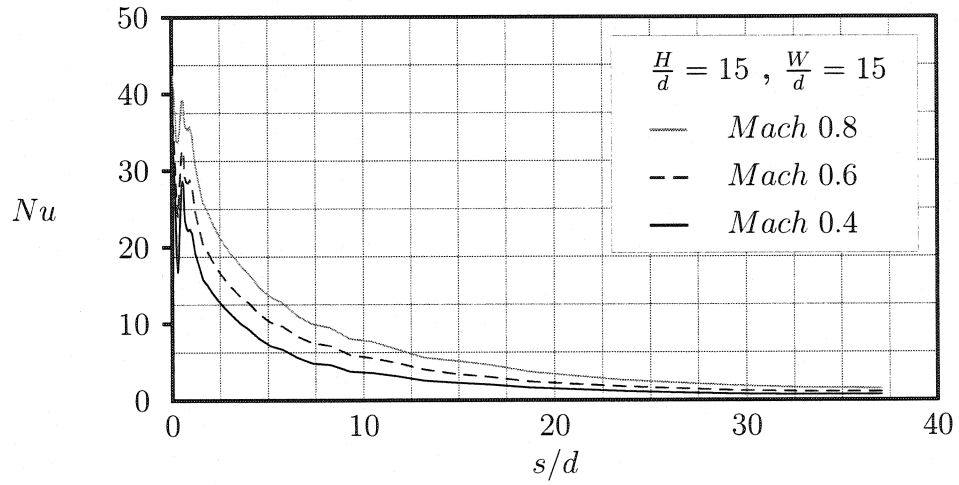


Figure I.8: *Effect of Mach number on Nu along s*

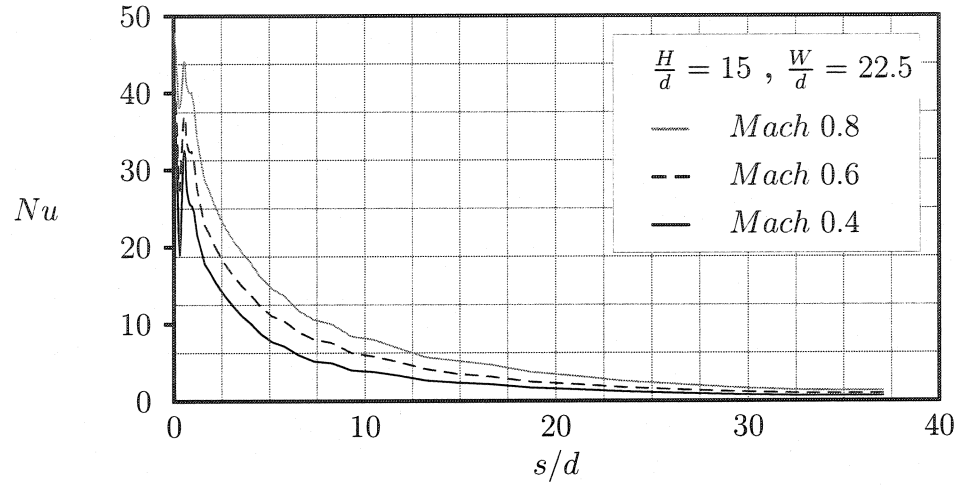


Figure I.9: *Effect of Mach number on Nu along s*

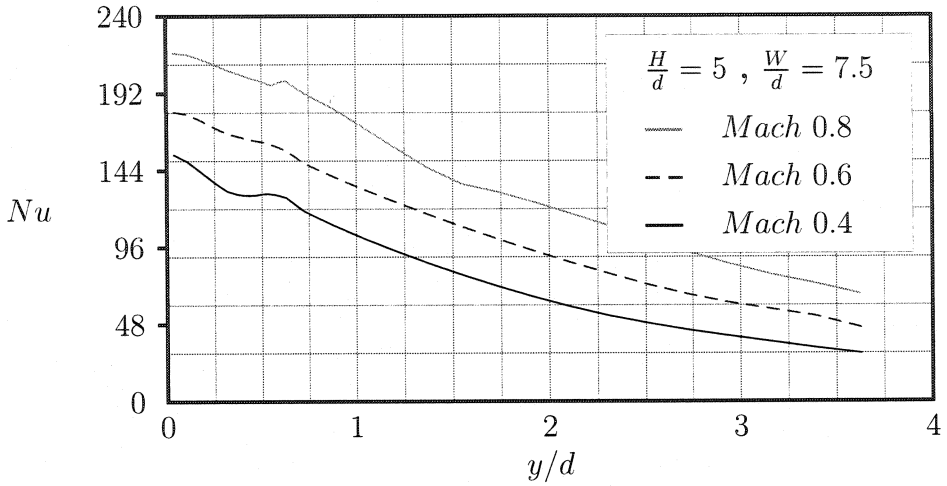


Figure I.10: *Effect of Mach number on Nu along y*

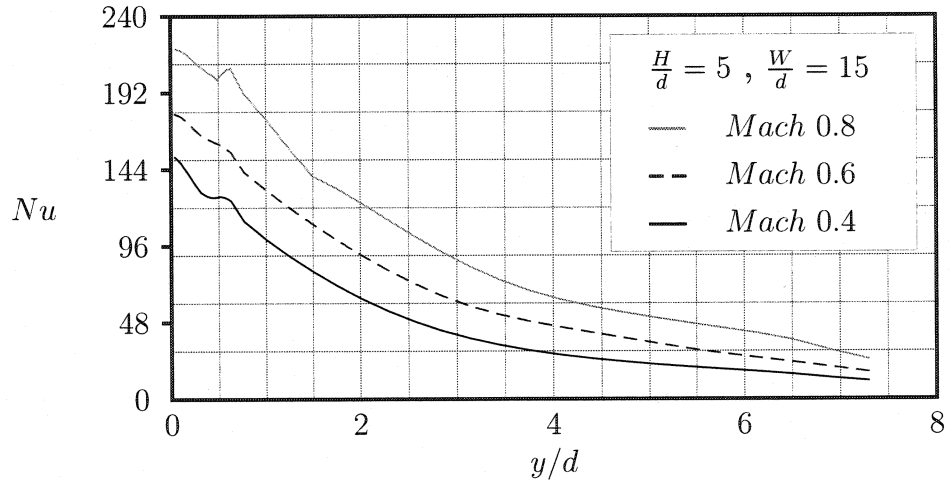


Figure I.11: *Effect of Mach number on Nu along y*

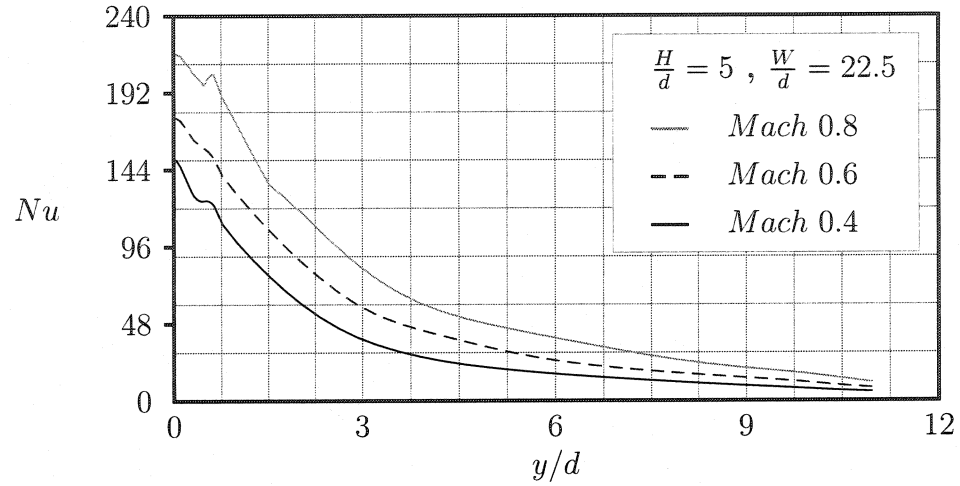


Figure I.12: *Effect of Mach number on Nu along y*

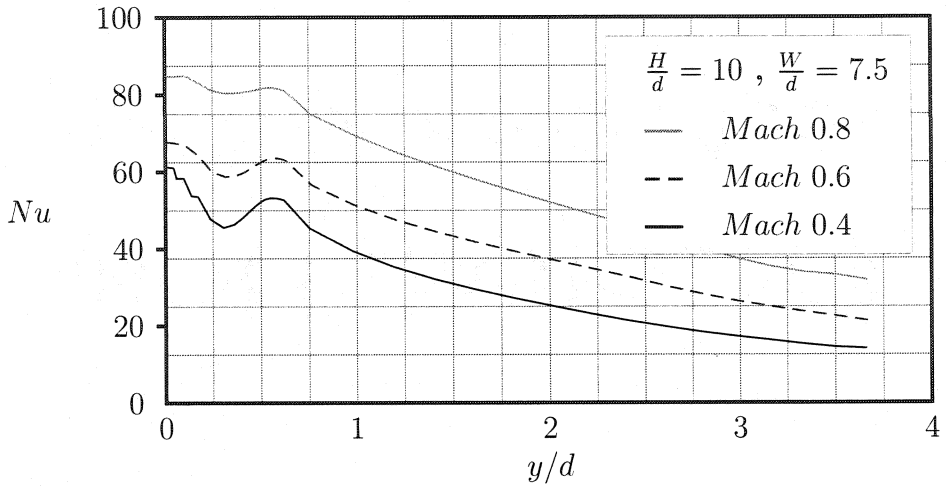


Figure I.13: *Effect of Mach number on Nu along y*

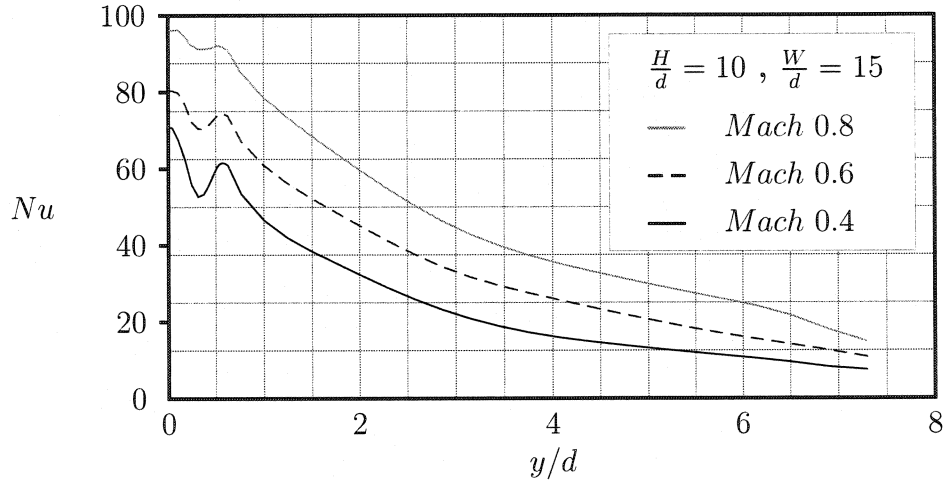


Figure I.14: *Effect of Mach number on Nu along y*

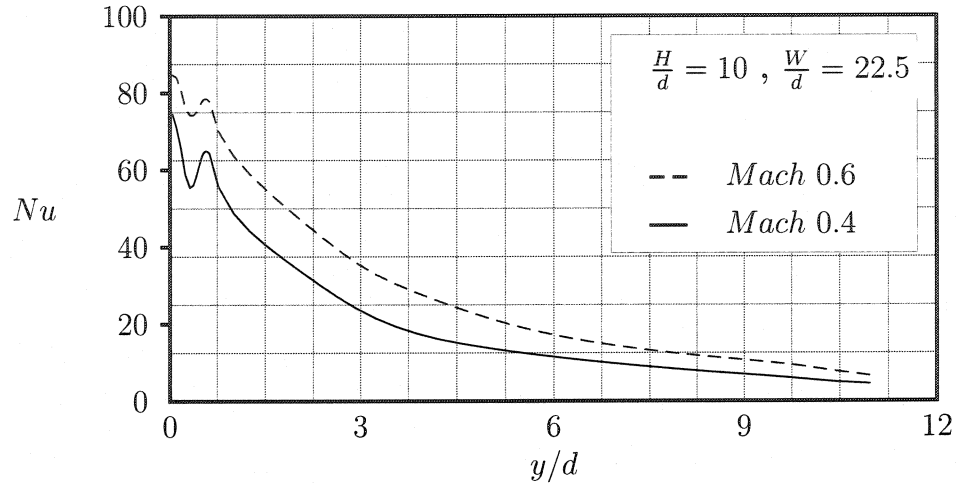


Figure I.15: *Effect of Mach number on Nu along y*

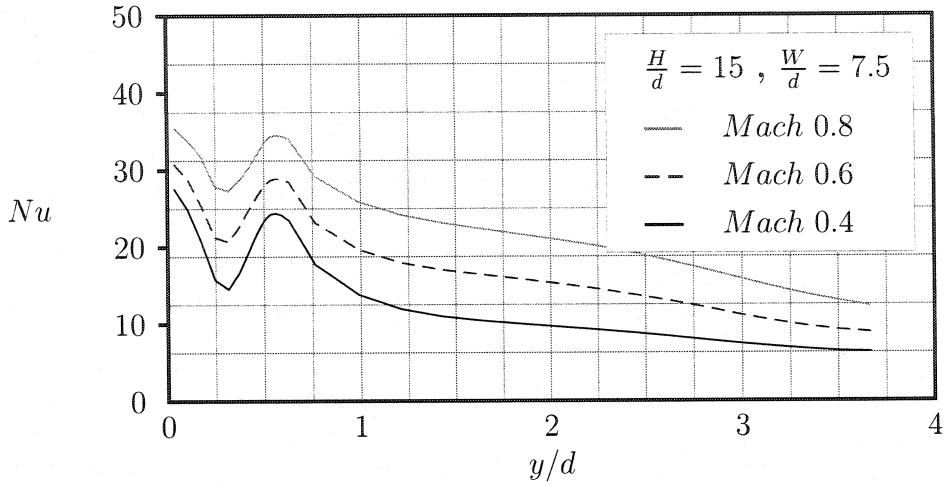


Figure I.16: *Effect of Mach number on Nu along y*

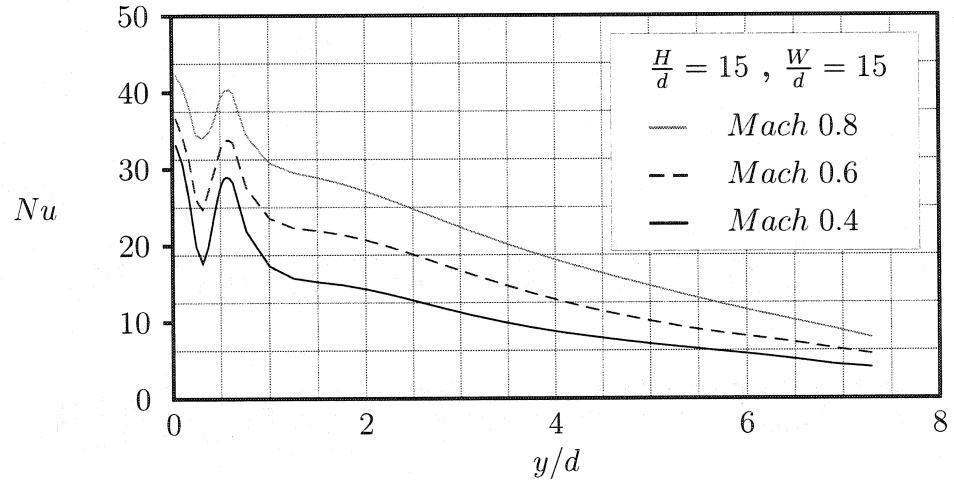


Figure I.17: *Effect of Mach number on Nu along y*

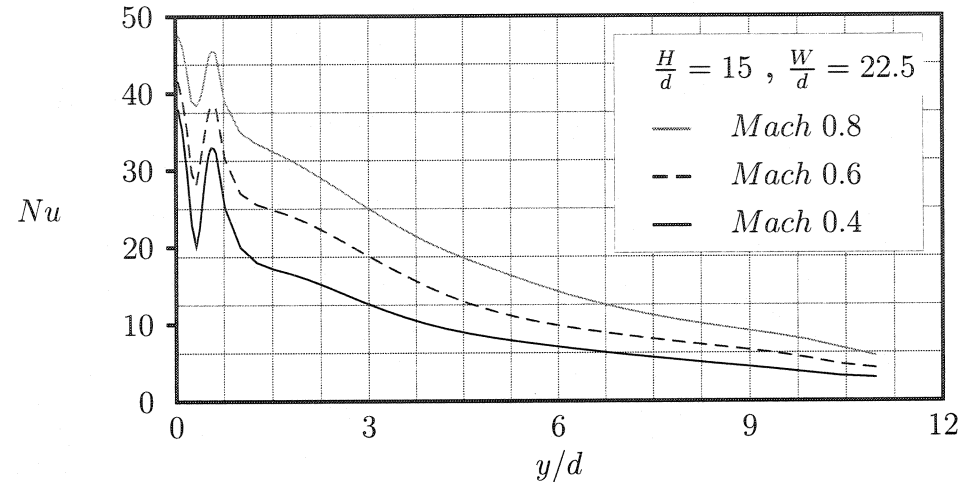


Figure I.18: *Effect of Mach number on Nu along y*

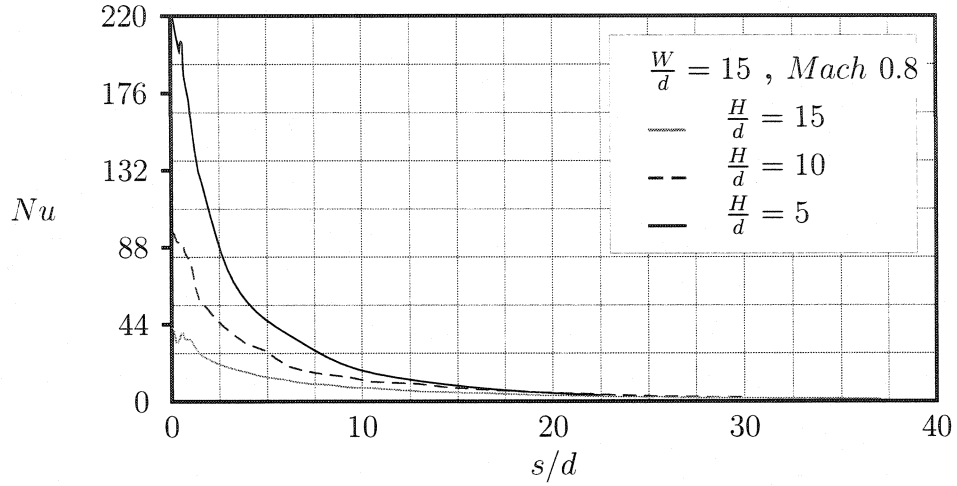


Figure I.19: *Effect of* $\frac{H}{d}$ *on* Nu *along* s

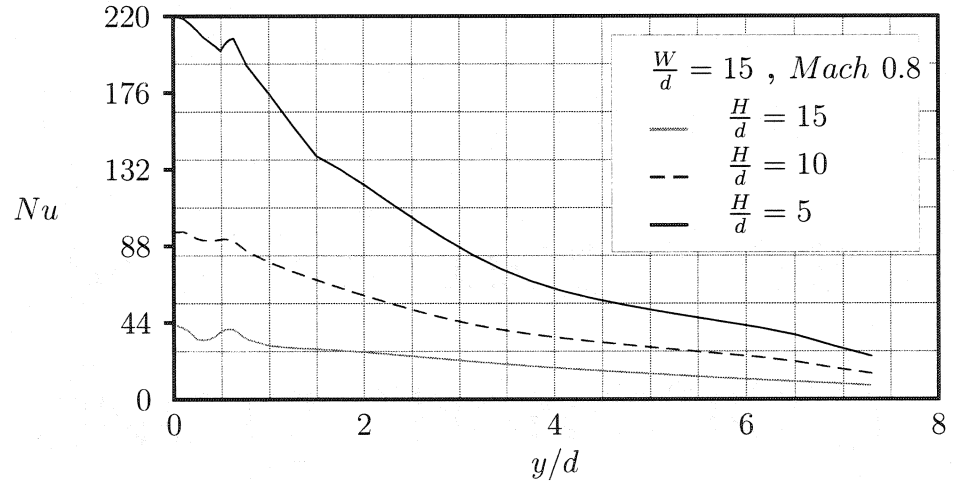


Figure I.20: *Effect of* $\frac{H}{d}$ *on* Nu *along* y

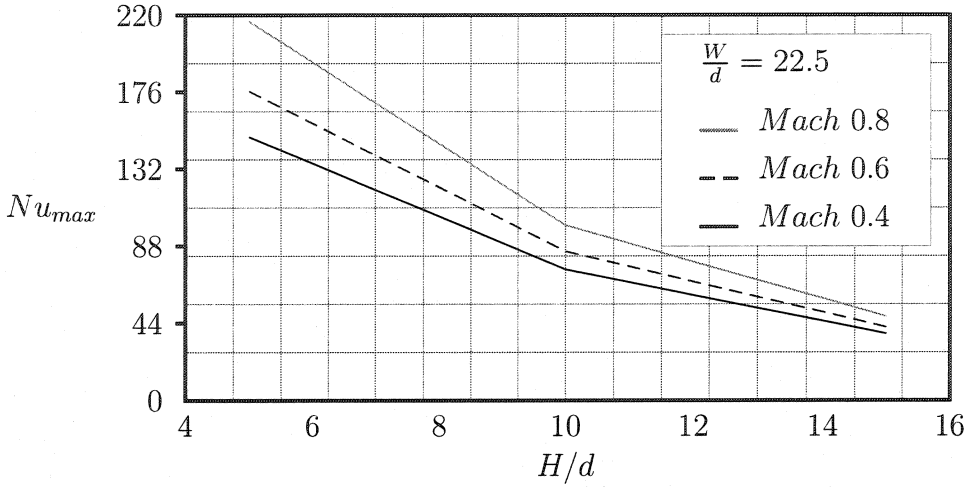


Figure I.21: *Effect of* $\frac{H}{d}$ *on* Nu *along* y

ANNEXE II

RÉSULTATS DU TRANSFERT DE CHALEUR SUR LA SURFACE D'IMPACT

Tableau II.1: *Résultats du nb. de Nusselt sur s, pour* $y = 0$, $H = 5.0$, $W/d = 7.5$

Coordonnée s	**Nusselt à Mach** 0.4	**Nusselt à Mach** 0.6	**Nusselt à Mach** 0.8
0.00008444	154.2410	180.7220	217.3600
0.00202072	106.6645	137.2645	175.6929
0.00395700	64.7191	93.8443	125.2560
0.00589328	44.2629	66.2114	93.0409
0.00782956	33.6338	52.6717	71.8447
0.00976585	27.1778	44.8616	60.3841
0.01170213	22.9169	37.9146	52.8991
0.01363841	19.9332	31.4243	47.1822
0.01557469	17.6801	26.6067	41.9452
0.01751097	15.6027	23.0035	36.2308
0.01944725	13.6792	20.2927	30.8007
0.02138353	11.9862	18.1449	26.5901
0.02331982	10.4761	16.1895	23.3682
0.02525610	9.1791	14.3163	20.7562
0.02719238	8.1118	12.5819	18.5586
0.02912866	7.1967	11.1402	16.7094
0.03106494	6.3377	9.9472	15.0400
0.03300122	5.5486	8.8615	13.4935
0.03493750	4.8870	7.8760	12.1234
0.03687379	4.3328	7.0213	10.9117
0.03881007	3.8305	6.2297	9.7763
0.04074635	3.4294	5.6348	8.9568
0.04268263	3.0400	5.0627	8.1737
0.04461891	2.7872	4.6651	7.5728
0.04655519	2.5408	4.2758	6.9804
0.04849147	2.3871	4.0183	6.6013
0.05042776	2.2516	3.7867	6.2639
0.05236404	2.1346	3.5934	5.9829
0.05430032	2.0345	3.4349	5.7533
0.05623660	1.9344	3.2765	5.5237

Tableau II.2: *Résultats du nb. de Nusselt sur y, pour* $s = 0$, $H = 5.0$, $W/d = 7.5$

Coordonnée y	**Nusselt à Mach** 0.4	**Nusselt à Mach** 0.6	**Nusselt à Mach** 0.8
0.00008769	154.0090	180.4640	217.0390
0.00039754	144.8703	176.2475	214.2043
0.00070739	133.7681	168.8135	208.2924
0.00101724	128.5574	164.1565	202.9137
0.00132709	129.5177	160.8552	197.8464
0.00163695	124.7449	154.2897	197.7214
0.00194680	115.5112	145.5049	188.8166
0.00225665	108.6268	138.9375	180.8887
0.00256650	102.2198	132.7298	171.5632
0.00287635	96.2349	126.7886	162.0691
0.00318620	90.5251	121.0215	152.7717
0.00349605	85.0607	115.4099	144.0505
0.00380590	79.8945	109.9866	137.0289
0.00411575	75.0153	104.7484	132.8621
0.00442560	70.3427	99.6432	129.2365
0.00473545	65.9331	94.7074	125.0676
0.00504530	61.8637	89.9881	120.4754
0.00535515	57.9925	85.3874	115.7537
0.00566500	54.4525	80.9772	110.9318
0.00597485	51.3736	76.7270	106.0994
0.00628470	48.5278	72.5728	101.2642
0.00659456	46.0728	69.0547	96.5014
0.00690441	43.7181	65.7143	91.8813
0.00721426	41.5651	62.7315	87.5482
0.00752411	39.4834	60.1396	83.5513
0.00783396	37.4527	57.8284	79.7958
0.00814381	35.4081	55.5316	76.5776
0.00845366	33.3596	53.2388	73.5129
0.00876351	31.5504	49.5447	70.1072
0.00907336	29.7627	45.7249	66.6710

Tableau II.3: *Résultats du nb. de Nusselt sur s, pour* $y = 0$, $H = 5.0$, $W/d = 15.0$

Coordonnée s	**Nusselt à Mach** 0.4	**Nusselt à Mach** 0.6	**Nusselt à Mach** 0.8
0.00008443	152.1530	178.7890	219.9100
0.00202071	103.8972	134.5076	178.0400
0.00395699	65.3143	93.7461	124.8783
0.00589328	43.4267	65.0261	93.2249
0.00782956	32.1402	50.2162	70.4874
0.00976584	25.2285	41.6695	57.4110
0.01170212	20.7394	34.6672	48.8567
0.01363840	17.5647	28.3787	42.4963
0.01557468	15.2196	23.4819	37.2640
0.01751097	13.2043	19.7732	32.1925
0.01944725	11.4899	17.0478	27.3519
0.02138353	10.0630	15.0066	23.2177
0.02331981	8.8183	13.3153	19.9276
0.02525609	7.7340	11.8403	17.3722
0.02719237	6.8176	10.5481	15.3832
0.02912866	6.0791	9.4363	13.8415
0.03106494	5.4518	8.4353	12.5017
0.03300122	4.8849	7.5147	11.2708
0.03493750	4.3907	6.7135	10.1713
0.03687378	3.9420	6.0217	9.1789
0.03881006	3.5153	5.3825	8.2382
0.04074635	3.1538	4.8717	7.4501
0.04268263	2.7998	4.3757	6.6796
0.04461891	2.5081	3.9672	6.0776
0.04655519	2.2193	3.5629	5.4836
0.04849147	1.9874	3.2265	5.0222
0.05042775	1.7666	2.9034	4.5869
0.05236404	1.5673	2.6100	4.1876
0.05430032	1.3875	2.3437	3.8212
0.05623660	1.2078	2.0773	3.4547

Tableau II.4: *Résultats du nb. de Nusselt sur y, pour* $s = 0$, $H = 5.0$, $W/d = 15.0$

Coordonnée y	**Nusselt à Mach** 0.4	**Nusselt à Mach** 0.6	**Nusselt à Mach** 0.8
0.00008769	152.0620	178.7330	219.6820
0.00071389	131.8848	166.9044	209.5372
0.00134008	126.8227	158.6499	203.7447
0.00196627	110.5532	141.2922	190.1115
0.00259247	98.5490	129.2885	172.5752
0.00321866	88.0791	118.2970	154.2182
0.00384485	78.6523	108.0466	138.4243
0.00447105	69.9994	98.3345	130.6759
0.00509724	62.1145	89.1732	121.7937
0.00572343	55.0722	80.6608	112.2107
0.00634963	49.0311	72.9770	102.8808
0.00697582	43.8763	66.1132	94.0958
0.00760201	39.5317	60.2309	86.0362
0.00822821	35.8588	55.3883	78.8055
0.00885440	32.7413	51.4436	72.5140
0.00948059	30.0887	48.1611	67.1991
0.01010679	27.8637	45.3163	62.8337
0.01073298	26.0180	42.6653	59.2799
0.01135917	24.4022	40.0692	56.1840
0.01198537	22.9643	37.5116	53.4245
0.01261156	21.6696	34.9952	50.9149
0.01323775	20.5340	32.5843	48.6296
0.01386395	19.4537	30.3115	46.3635
0.01449014	18.4124	28.1818	44.1013
0.01511633	17.3822	26.3103	41.8518
0.01574253	16.2776	24.4825	39.2223
0.01636872	15.0956	22.6619	36.2138
0.01699491	13.6806	20.7231	32.1250
0.01762111	12.3766	18.7449	28.2949
0.01824730	11.1512	16.7388	24.6480

Tableau II.5: *Résultats du nb. de Nusselt sur s, pour* $y = 0$, $H = 5.0$, $W/d = 22.5$

Coordonnée s	**Nusselt à Mach** 0.4	**Nusselt à Mach** 0.6	**Nusselt à Mach** 0.8
0.00008443	150.3230	176.4060	216.3420
0.00202071	101.3145	130.8781	171.9655
0.00395699	58.0697	76.1693	111.5076
0.00589327	42.2110	59.4214	79.9743
0.00782955	32.4323	48.4991	62.4006
0.00976584	24.5552	37.1910	51.7999
0.01170212	19.4556	29.0488	41.7377
0.01363840	16.1123	24.1495	34.8974
0.01557468	13.9020	21.7600	30.9874
0.01751096	11.9008	18.7675	26.0921
0.01944725	9.9472	15.9103	21.9603
0.02138353	9.1011	14.6409	21.2873
0.02331981	8.8227	13.6989	20.7342
0.02525609	7.8271	11.7683	18.0370
0.02719237	6.0164	9.1250	14.3307
0.02912865	5.3568	8.2074	12.9140
0.03106494	4.8091	7.3994	11.5393
0.03300122	4.2814	6.5915	10.2273
0.03493750	3.7337	5.7195	9.0347
0.03687378	3.4018	5.1911	8.2379
0.03881006	3.1739	4.8284	7.6320
0.04074635	2.8561	4.3412	6.8231
0.04268263	2.5279	3.8398	5.9908
0.04461891	2.3427	3.5853	5.5623
0.04655519	2.1643	3.3424	5.1528
0.04849147	1.9856	3.0694	4.6831
0.05042775	1.8069	2.7904	4.2017
0.05236404	1.7150	2.6501	3.9462
0.05430032	1.7020	2.6359	3.8959
0.05623660	1.6890	2.6217	3.8456

Tableau II.6: *Résultats du nb. de Nusselt sur y, pour* $s = 0$, $H = 5.0$, $W/d = 22.5$

Coordonnée y	**Nusselt à Mach** 0.4	**Nusselt à Mach** 0.6	**Nusselt à Mach** 0.8
0.00008769	150.2570	176.3800	216.1760
0.00103010	124.6604	159.4380	199.5969
0.00197250	109.0019	138.9809	187.4445
0.00291490	91.4516	121.1425	159.6740
0.00385731	76.5614	105.0770	133.8762
0.00479971	63.7864	90.5376	121.1287
0.00574211	52.8966	77.4539	107.0634
0.00668452	44.1955	66.2157	93.3032
0.00762692	37.5085	57.1316	81.0860
0.00856933	32.3361	50.2939	70.7327
0.00951173	28.3163	45.1997	62.5635
0.01045413	25.1891	41.0369	56.3860
0.01139654	22.7326	37.1878	51.6503
0.01233894	20.7603	33.4401	47.8347
0.01328134	19.1206	29.9911	44.5351
0.01422375	17.7040	27.0385	41.4728
0.01516615	16.4508	24.6102	38.5078
0.01610856	15.3141	22.6101	35.5841
0.01705096	14.2677	20.9355	32.7200
0.01799336	13.2918	19.4892	29.9707
0.01893577	12.3673	18.2045	27.4315
0.01987817	11.4766	17.0347	25.1591
0.02082057	10.6036	15.9430	23.1383
0.02176298	9.7996	14.8810	21.4119
0.02270538	9.0492	13.8651	19.8969
0.02364779	8.3139	12.8337	18.4999
0.02459019	7.5479	11.7045	17.1238
0.02553259	6.7298	10.3069	15.2849
0.02647500	6.0204	9.0395	13.3459
0.02741740	5.4354	7.9438	11.3482

Tableau II.7: *Résultats du nb. de Nusselt sur s, pour* $y = 0$, $H = 10.0$, $W/d = 7.5$

Coordonnée s	**Nusselt à Mach** 0.4	**Nusselt à Mach** 0.6	**Nusselt à Mach** 0.8
0.00008946	61.2483	68.0716	85.2745
0.00265756	37.2317	48.9898	66.0369
0.00522566	23.4812	33.2762	45.4463
0.00779375	17.1670	26.3935	36.7380
0.01036185	12.8741	20.4525	28.6503
0.01292995	11.2637	17.0257	25.8237
0.01549805	9.2156	13.7499	21.4611
0.01806615	8.1786	12.3333	19.0215
0.02063424	7.0015	10.4746	15.6747
0.02320234	6.1780	9.3738	13.4693
0.02577044	5.3900	8.3919	12.4488
0.02833854	4.8540	7.5168	11.1459
0.03090664	4.4364	6.8475	10.0097
0.03347473	4.0606	6.2657	9.0724
0.03604283	3.7013	5.7110	8.2829
0.03861093	3.3876	5.2528	7.6737
0.04117903	3.1159	4.8503	7.1108
0.04374712	2.8843	4.5011	6.5923
0.04631522	2.7123	4.2301	6.1437
0.04888332	2.5561	3.9799	5.7136
0.05145142	2.4220	3.7969	5.3930
0.05401952	2.2907	3.6225	5.0862
0.05658761	2.1994	3.5139	4.9176
0.05915571	2.1195	3.4239	4.7882
0.06172381	2.0510	3.3396	4.6756
0.06429191	1.9968	3.2624	4.5840
0.06686001	1.9425	3.1852	4.4924
0.06942810	1.8767	3.0927	4.3776
0.07199620	1.8090	2.9976	4.2590
0.07456430	1.7413	2.9025	4.1404

Tableau II.8: *Résultats du nb. de Nusselt sur y, pour* $s = 0$, $H = 10.0$, $W/d = 7.5$

Coordonnée y	**Nusselt à Mach** 0.4	**Nusselt à Mach** 0.6	**Nusselt à Mach** 0.8
0.00001076	61.2320	67.7937	84.9343
0.00031609	54.1290	66.0860	84.4217
0.00062143	47.1466	59.9510	81.1219
0.00092676	46.9285	59.0307	80.4525
0.00123209	52.1868	62.2992	81.4684
0.00153742	52.6111	63.1943	81.2103
0.00184275	45.8915	57.7742	76.0361
0.00214808	42.4162	54.3265	72.5661
0.00245341	39.2929	51.5027	69.6416
0.00275874	36.9539	49.2944	67.1602
0.00306407	34.7523	47.1732	64.7426
0.00336940	32.9262	45.3749	62.5660
0.00367473	31.2456	43.6500	60.4417
0.00398006	29.7094	42.0548	58.4099
0.00428540	28.2986	40.5463	56.4482
0.00459073	26.9340	39.0883	54.5273
0.00489606	25.6752	37.7117	52.7080
0.00520139	24.4409	36.3473	50.9126
0.00550672	23.2389	35.0007	49.1604
0.00581205	22.1027	33.6322	47.3964
0.00611738	21.0167	32.2423	45.6151
0.00642271	20.0506	30.7489	43.7238
0.00672804	19.1345	29.3628	41.7917
0.00703337	18.2638	28.0678	39.8396
0.00733870	17.5097	26.8669	38.1599
0.00764404	16.8192	25.8017	36.6202
0.00794937	16.1503	24.8410	35.2410
0.00825470	15.4404	23.8994	34.2321
0.00856003	14.8190	23.0409	33.5616
0.00886536	14.3404	22.1823	32.8616

Tableau II.9: *Résultats du nb. de Nusselt sur s, pour* $y = 0$, $H = 10.0$, $W/d = 15.0$

Coordonnée s	**Nusselt à Mach** 0.4	**Nusselt à Mach** 0.6	**Nusselt à Mach** 0.8
0.00008946	70.8949	80.6106	96.3772
0.00265756	46.3724	59.7564	75.7503
0.00522565	28.3428	37.5201	49.8624
0.00779375	20.0049	28.2755	39.2231
0.01036185	15.4019	22.8774	31.9303
0.01292995	13.2799	19.9164	26.6387
0.01549805	10.1569	14.9939	19.7340
0.01806614	8.4311	12.8663	16.9208
0.02063424	7.2981	11.5378	15.2281
0.02320234	6.6990	10.4843	13.8409
0.02577044	5.5197	8.7077	11.5572
0.02833854	4.9271	7.7991	10.7939
0.03090663	4.5944	7.0969	10.2811
0.03347473	4.1448	6.2733	9.3565
0.03604283	3.5137	5.3102	8.0006
0.03861093	3.2046	4.7850	7.3629
0.04117903	2.9167	4.3204	6.7071
0.04374712	2.6493	3.9136	6.0340
0.04631522	2.4726	3.6508	5.4959
0.04888332	2.3198	3.4259	4.9935
0.05145142	2.1745	3.1994	4.6260
0.05401952	2.0300	2.9727	4.2757
0.05658761	1.8230	2.6837	3.8670
0.05915571	1.5982	2.3770	3.4417
0.06172381	1.4164	2.1234	3.0927
0.06429191	1.2885	1.9363	2.8393
0.06686001	1.1606	1.7492	2.5860
0.06942810	1.1093	1.6684	2.4697
0.07199620	1.0705	1.6048	2.3757
0.07456430	1.0316	1.5413	2.2817

Tableau II.10: *Résultats du nb. de Nusselt sur y, pour* $s = 0$, $H = 10.0$, $W/d = 15.0$

Coordonnée y	**Nusselt à Mach** 0.4	**Nusselt à Mach** 0.6	**Nusselt à Mach** 0.8
0.00001073	70.8269	80.4815	96.2181
0.00061862	55.6410	72.1500	92.2189
0.00122650	59.2666	73.1630	91.8190
0.00183438	55.0713	68.6386	86.3359
0.00244226	47.2462	61.4672	79.2663
0.00305014	42.4151	56.6084	73.8917
0.00365803	38.8556	52.6774	69.1648
0.00426591	35.8213	49.1837	64.7562
0.00487379	32.9050	45.8016	60.5123
0.00548167	30.0510	42.4918	56.4112
0.00608956	27.3371	39.3302	52.5069
0.00669744	24.8398	36.3933	48.8587
0.00730532	22.6096	33.7672	45.5469
0.00791320	20.6716	31.5353	42.6590
0.00852108	19.0589	29.7122	40.2389
0.00912897	17.7113	28.1149	38.1742
0.00973685	16.5771	26.6372	36.3609
0.01034473	15.6239	25.2284	34.7405
0.01095261	14.8262	23.8501	33.2667
0.01156050	14.1297	22.5136	31.9050
0.01216838	13.4609	21.2320	30.5733
0.01277626	12.8208	19.9974	29.2766
0.01338414	12.2343	18.8072	28.0548
0.01399202	11.6562	17.6979	26.8275
0.01459991	11.0844	16.6436	25.5991
0.01520779	10.5215	15.6627	24.3722
0.01581567	9.8903	14.7275	22.8035
0.01642355	9.2113	13.7967	21.0017
0.01703144	8.4350	12.8329	18.7353
0.01763932	7.8662	11.8091	16.6856

Tableau II.11: *Résultats du nb. de Nusselt sur s, pour* $y = 0$, $H = 10.0$, $W/d = 22.5$

Coordonnée s	**Nusselt à Mach** 0.4	**Nusselt à Mach** 0.6	**Nusselt à Mach** 0.8
0.00008947	74.7088	85.0406	–
0.00265757	48.4062	62.5094	–
0.00522567	29.2733	38.8741	–
0.00779376	20.4125	29.0008	–
0.01036186	15.5102	23.1608	–
0.01292996	13.0913	19.7136	–
0.01549806	9.7949	14.4925	–
0.01806615	7.9644	12.1643	–
0.02063425	6.7445	10.6630	–
0.02320235	6.0282	9.4280	–
0.02577045	4.8720	7.6611	–
0.02833854	4.2574	6.7544	–
0.03090664	3.8967	6.0397	–
0.03347474	3.4521	5.2384	–
0.03604284	2.8614	4.3392	–
0.03861093	2.5737	3.8412	–
0.04117903	2.3104	3.4036	–
0.04374713	2.0706	3.0238	–
0.04631523	1.9177	2.7881	–
0.04888332	1.7877	2.5904	–
0.05145142	1.6599	2.4024	–
0.05401952	1.5324	2.2157	–
0.05658762	1.3703	1.9861	–
0.05915571	1.1983	1.7443	–
0.06172381	1.0559	1.5436	–
0.06429191	0.9505	1.3943	–
0.06686001	0.8451	1.2449	–
0.06942810	0.7739	1.1458	–
0.07199620	0.7084	1.0548	–
0.07456430	0.6428	0.9638	–

Tableau II.12: *Résultats du nb. de Nusselt sur y, pour* $s = 0$, $H = 10.0$, $W/d = 22.5$

Coordonnée y	**Nusselt à Mach** 0.4	**Nusselt à Mach** 0.6	**Nusselt à Mach** 0.8
0.00001074	74.5668	84.8462	–
0.00092427	55.9987	74.1827	–
0.00183779	57.6285	71.8753	–
0.00275132	47.0279	61.9036	–
0.00366485	41.0966	55.5990	–
0.00457838	36.3545	50.1681	–
0.00549191	31.9366	45.0646	–
0.00640544	27.7777	40.2466	–
0.00731897	24.0751	35.8941	–
0.00823250	21.0852	32.4063	–
0.00914602	18.7209	29.5884	–
0.01005955	16.8891	27.1427	–
0.01097308	15.4825	24.8814	–
0.01188661	14.3671	22.7721	–
0.01280014	13.3987	20.8399	–
0.01371367	12.5306	19.1339	–
0.01462720	11.7461	17.6630	–
0.01554073	11.0216	16.3983	–
0.01645425	10.3482	15.3074	–
0.01736778	9.7238	14.3631	–
0.01828131	9.1420	13.5299	–
0.01919484	8.5968	12.7787	–
0.02010837	8.0820	12.1081	–
0.02102190	7.5957	11.5052	–
0.02193543	7.1536	10.9374	–
0.02284896	6.7194	10.3761	–
0.02376248	6.2547	9.7691	–
0.02467601	5.7474	9.0995	–
0.02558954	5.2035	8.1834	–
0.02650307	4.7763	7.3301	–

Tableau II.13: *Résultats du nb. de Nusselt sur s, pour* $y = 0$, $H = 15.0$, $W/d = 7.5$

Coordonnée s	**Nusselt à Mach** 0.4	**Nusselt à Mach** 0.6	**Nusselt à Mach** 0.8
0.00008445	27.8703	31.1316	35.9547
0.00327759	14.1554	19.8456	25.7511
0.00647072	10.4751	15.6702	20.9706
0.00966386	8.1417	12.0728	16.8431
0.01285700	6.6143	9.3797	13.7201
0.01605013	5.5370	7.8573	11.4346
0.01924327	4.7256	6.9884	9.9478
0.02243640	4.1198	6.2690	8.8491
0.02562954	3.6885	5.6765	7.9677
0.02882268	3.3498	5.1542	7.2382
0.03201581	3.0921	4.7208	6.6462
0.03520895	2.8775	4.3877	6.1597
0.03840209	2.6798	4.1035	5.7518
0.04159522	2.4886	3.8365	5.4028
0.04478836	2.3595	3.6168	5.1454
0.04798149	2.2430	3.4144	4.9009
0.05117463	2.1441	3.2365	4.6746
0.05436777	2.0565	3.0920	4.4836
0.05756090	1.9753	2.9666	4.3130
0.06075404	1.8977	2.8562	4.1617
0.06394717	1.8222	2.7541	4.0213
0.06714031	1.7552	2.6640	3.8933
0.07033345	1.7004	2.5911	3.7834
0.07352658	1.6456	2.5182	3.6735
0.07671972	1.6052	2.4627	3.5813
0.07991286	1.5661	2.4088	3.4907
0.08310599	1.5259	2.3542	3.3999
0.08629913	1.4785	2.2946	3.3071
0.08949226	1.4310	2.2350	3.2142
0.09268540	1.3835	2.1754	3.1214

Tableau II.14: *Résultats du nb. de Nusselt sur y, pour* $s = 0$, $H = 15.0$, $W/d = 7.5$

Coordonnée y	**Nusselt à Mach** 0.4	**Nusselt à Mach** 0.6	**Nusselt à Mach** 0.8
0.00008769	27.6188	30.7966	35.4811
0.00039051	21.8732	26.3494	32.3832
0.00069332	15.1953	21.0002	27.6241
0.00099614	18.1585	23.8646	29.5297
0.00129896	23.9688	28.4291	34.0484
0.00160177	22.9008	27.8977	33.5731
0.00190459	17.7572	23.1853	29.1994
0.00220741	15.6384	21.2923	27.4125
0.00251022	13.6768	19.5381	25.7512
0.00281304	12.6503	18.5987	24.8251
0.00311585	11.7688	17.7844	23.9996
0.00341867	11.2341	17.2691	23.4146
0.00372149	10.8041	16.8311	22.8952
0.00402430	10.4749	16.4675	22.4390
0.00432712	10.2052	16.1172	22.0044
0.00462994	9.9552	15.7700	21.5759
0.00493275	9.7265	15.4055	21.1394
0.00523557	9.4959	15.0240	20.6884
0.00553838	9.2624	14.6163	20.2148
0.00584120	9.0128	14.1524	19.6776
0.00614402	8.7523	13.6657	19.0970
0.00644683	8.4627	13.1532	18.4029
0.00674965	8.1541	12.6087	17.6868
0.00705247	7.8355	12.0367	16.9521
0.00735528	7.5320	11.3930	16.1700
0.00765810	7.2497	10.8083	15.3999
0.00796091	6.9862	10.2713	14.6479
0.00826373	6.7514	9.7888	13.9510
0.00856655	6.5475	9.4094	13.3468
0.00886936	6.3961	9.1052	12.7908

Tableau II.15: *Résultats du nb. de Nusselt sur s, pour* $y = 0$, $H = 15.0$, $W/d = 15.0$

Coordonnée s	**Nusselt à Mach** 0.4	**Nusselt à Mach** 0.6	**Nusselt à Mach** 0.8
0.00008443	33.2374	36.6517	42.4326
0.00327757	18.3026	23.4914	29.4797
0.00647070	12.4724	16.3188	20.8979
0.00966384	9.4901	12.9551	16.8767
0.01285698	7.0869	10.1630	13.4917
0.01605011	5.7332	8.5462	11.2692
0.01924325	4.7337	7.3179	9.7547
0.02243639	4.0132	6.2703	8.4647
0.02562953	3.5933	5.5597	7.7192
0.02882266	3.1988	4.9614	6.8081
0.03201580	2.6965	4.2261	5.8395
0.03520894	2.3924	3.6771	5.3188
0.03840207	2.1955	3.2925	4.9716
0.04159521	2.0181	3.0063	4.5992
0.04478835	1.7719	2.6345	4.0382
0.04798148	1.5747	2.3410	3.5850
0.05117462	1.4466	2.1581	3.2839
0.05436776	1.3193	1.9857	2.9952
0.05756089	1.1924	1.8193	2.7135
0.06075403	1.0901	1.6843	2.5060
0.06394717	1.0015	1.5669	2.3401
0.06714030	0.9201	1.4521	2.1807
0.07033344	0.8493	1.3409	2.0305
0.07352658	0.7784	1.2298	1.8803
0.07671972	0.7430	1.1714	1.7700
0.07991285	0.7108	1.1178	1.6634
0.08310599	0.6827	1.0701	1.5668
0.08629913	0.6832	1.0637	1.5411
0.08949226	0.6838	1.0574	1.5153
0.09268540	0.6843	1.0510	1.4896

Tableau II.16: *Résultats du nb. de Nusselt sur y, pour* $s = 0$, $H = 15.0$, $W/d = 15.0$

Coordonnée y	**Nusselt à Mach** 0.4	**Nusselt à Mach** 0.6	**Nusselt à Mach** 0.8
0.00008769	33.2316	36.6143	42.2987
0.00069301	18.8995	25.4138	34.2636
0.00129833	28.2706	33.1169	39.6109
0.00190365	22.0596	27.7648	34.6356
0.00250897	17.3110	23.5507	30.7770
0.00311429	15.7290	22.3170	29.5299
0.00371961	15.2463	21.9215	28.8726
0.00432493	14.8730	21.4550	28.1202
0.00493025	14.3538	20.7764	27.1838
0.00553557	13.6869	19.9312	26.1081
0.00614089	12.9347	18.9753	24.9663
0.00674621	12.1580	17.9650	23.8076
0.00735154	11.3981	16.9441	22.6595
0.00795686	10.6787	15.9404	21.5361
0.00856218	10.0179	14.9717	20.4469
0.00916750	9.4336	14.0619	19.4210
0.00977282	8.9138	13.2048	18.4571
0.01037814	8.4507	12.4002	17.5495
0.01098346	8.0359	11.6474	16.6910
0.01158878	7.6480	11.0022	15.8621
0.01219410	7.2782	10.3837	15.0688
0.01279942	6.9291	9.7916	14.2897
0.01340474	6.6147	9.2367	13.4927
0.01401006	6.2992	8.7684	12.7281
0.01461538	5.9852	8.3407	11.9908
0.01522070	5.6750	7.9528	11.2949
0.01582602	5.3264	7.5550	10.6275
0.01643134	4.9572	7.1359	9.9708
0.01703666	4.5539	6.6568	9.3254
0.01764198	4.2552	6.2033	8.6233

Tableau II.17: *Résultats du nb. de Nusselt sur s, pour* $y = 0$, $H = 15.0$, $W/d = 22.5$

Coordonnée s	**Nusselt à Mach** 0.4	**Nusselt à Mach** 0.6	**Nusselt à Mach** 0.8
0.00008443	37.9563	41.6952	47.7931
0.00327756	20.6330	26.3434	32.8437
0.00647070	13.9036	18.1142	23.0051
0.00966384	10.3880	14.1876	18.4064
0.01285697	7.6612	11.0178	14.5743
0.01605011	6.1305	9.1697	12.0144
0.01924325	5.0524	7.8130	10.3244
0.02243638	4.2632	6.6392	8.8777
0.02562952	3.8049	5.8461	8.0290
0.02882266	3.3737	5.1746	7.0237
0.03201580	2.8254	4.3799	5.9799
0.03520893	2.4979	3.7940	5.4162
0.03840207	2.3049	3.4006	5.0554
0.04159521	2.1532	3.1313	4.6922
0.04478834	1.8714	2.7177	4.0988
0.04798148	1.6552	2.4035	3.6328
0.05117462	1.5319	2.2294	3.3467
0.05436776	1.3956	2.0317	3.0307
0.05756089	1.2518	1.8203	2.6974
0.06075403	1.1374	1.6581	2.4547
0.06394717	1.0395	1.5235	2.2627
0.06714030	0.9478	1.3964	2.0713
0.07033344	0.8649	1.2800	1.8807
0.07352658	0.7820	1.1636	1.6902
0.07671971	0.7288	1.0861	1.5647
0.07991285	0.6784	1.0121	1.4452
0.08310599	0.6341	0.9470	1.3394
0.08629913	0.6331	0.9450	1.3310
0.08949226	0.6320	0.9430	1.3225
0.09268540	0.6310	0.9410	1.3140

Tableau II.18: *Résultats du nb. de Nusselt sur y, pour* $s = 0$, $H = 15.0$, $W/d = 22.5$

Coordonnée y	**Nusselt à Mach** 0.4	**Nusselt à Mach** 0.6	**Nusselt à Mach** 0.8
0.00008769	37.9345	41.6150	47.6095
0.00099868	24.5463	31.9468	39.7749
0.00190967	25.2507	31.5759	39.0575
0.00282066	19.0237	26.2803	34.2272
0.00373165	17.2302	24.8726	32.5172
0.00464264	16.3306	23.7980	30.9472
0.00555363	15.2368	22.3885	29.1278
0.00646462	13.9945	20.7512	27.1903
0.00737561	12.7409	19.0394	25.2573
0.00828660	11.6035	17.3924	23.4079
0.00919759	10.6014	15.8415	21.6945
0.01010858	9.7585	14.4364	20.1987
0.01101958	9.0660	13.2104	18.9039
0.01193057	8.4852	12.1705	17.7311
0.01284156	7.9917	11.3052	16.6209
0.01375255	7.5632	10.5840	15.5546
0.01466354	7.1700	9.9817	14.5505
0.01557453	6.7964	9.4726	13.6294
0.01648552	6.4400	9.0226	12.8048
0.01739651	6.0967	8.6029	12.0615
0.01830750	5.7838	8.2099	11.4052
0.01921849	5.4777	7.8385	10.8108
0.02012948	5.1719	7.4819	10.2774
0.02104047	4.8695	7.1359	9.7957
0.02195146	4.5925	6.8003	9.3499
0.02286245	4.3041	6.4394	8.9066
0.02377344	3.9975	6.0282	8.4314
0.02468443	3.6710	5.5591	7.9139
0.02559542	3.3579	4.9966	7.2114
0.02650641	3.1316	4.5563	6.5099

ANNEXE III

MODÉLISATION DE LA TURBULENCE – DÉTAILS

III.1 Généralités

Pour concevoir les phénomènes dans la couche limite et comprendre les différents modèles de turbulence, il est essentiel d'aborder quelques concepts de la couche limite. La distribution de vitesse dans l'écoulement de Couette (*simple shear flow*) a un caractère bien définie et universel [36; 66; 76], le cisaillement a une valeur constante dans tout l'écoulement. Cependant, pour des régimes à haut Reynolds ce n'est plus le cas, spécialement près de la parois. Dans les familles de modèles à Reynolds moyennés, un terme de viscosité turbulente est apporté aux équations de Navier-Stokes et des vitesses moyonnées dans le temps sont considérées. Les modèles ajoutent certaines équations au problème afin de définir cette viscosité turbulente, et les fluctuations de vitesses dans certains cas, et tenter de concorder avec la physique du problème par les équations Navier-Stokes modifiées. Aucun modèle de turbulence ne peut à ce jour prédire avec exactitude les phénomènes de la turbulence (spécialement en régime transsonique où les transitions sont éminentes) ; cependant certains sont plus stables ou s'adaptent mieux à certains écoulement. Nous passerons en revue les principaux modèles de turbulences afin de motiver le choix du modèle Spalart-Allmaras dans notre étude numérique. Ces descriptions seront également profitable pour une possible étude comparative des modèles de turbulence. Introduisons d'abord quelques définitions au concept de la turbulence :

$u_\tau = \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}}$: vitesse de cisaillement à la parois

$\delta_v = \frac{\nu}{u_\tau}$: épaisseur de couche limite sous-visqueuse (*viscous sublayer thickness*)

$u^+ = \frac{\overline{u}}{u_\tau}$: vitesse adimensionnelle parallèle à une parois

$y^+ = \frac{y}{\nu} u_\tau$: coordonnée caractéristique perpendiculaire à une parois

$\kappa \cong 0.41$: (lire *kappa*) constante de Kármán

Bien que l'on étudie l'état turbulent, les conditions limites du fluide doivent toujours être satisfaites :

à $y^+ = 0$, $u^+ = 0$ condition de non frottement

à $y^+ = 0$, $\frac{du^+}{dy^+} = 1$

Ce qui suggère une distribution de vitesse u^+ dépendante de y^+ uniquement, selon la relation directe :

$$u^+ = y^+ \tag{III.1}$$

Cette relation est vrai en régime purement laminaire ainsi que dans la région sous-couche visqueuse (*viscous sublayer*) propre au régime turbulent. En effet cette région se comporte tel qu'en régime laminaire et la modélisation laminaire correspond tout à fait. Par ailleurs, il est démontré [66] que lorsque $y^+ \to \infty$, l'expression de u^+ est plutôt de la forme suivante (dénomée *log law*):

$$u^+ = \frac{1}{\kappa} \ln y^+ + C \tag{III.2}$$

Avec C, une constante dépendante de la rugosité de la surface. Pour une surface lisse, $C = 5.0$ (déterminé empiriquement). En utilisant le concept de rugosité *equivalent sand grain roughness*, une surface est dite lisse si $k_s \ll \delta_v$ [66] – i.e. si k_s est plus petit que la couche *viscous sublayer*.

Le graphe III.1 démontre la dépendance de u^+ en fonction de y^+. On remarque également que deux régions se distinguent principalement dans la couche limite turbulente ; une troisièmre étant la liaison entre les deux :

$0 \leq y^+ < 5$ *viscous sublayer* : région laminaire, eq. III.1

$5 < y^+ < 70$ *buffer layer* : région mixte (aucune relation exacte)

$70 < y^+$ *overlap layer* : couche limite turbulente, eq. III.2

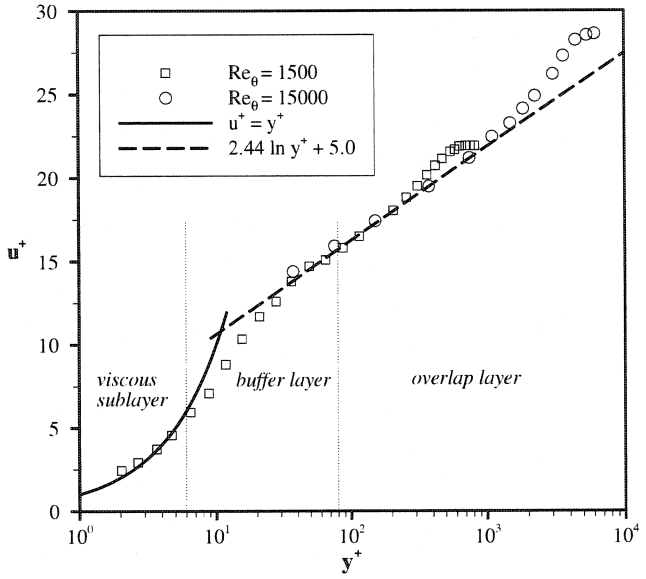


Figure III.1: *Distribution de* $u^+ = fct(y^+)$ *dans la couche limite turbulente en coordonnées adimensionnelles*

Certains modèles utilisent la loi de la parois, ou *wall law*, telle que décrite par l'éq. III.1 selon un critère de distance, par exemple $y^+ \lesssim 5$.

III.2 Modèle Spalart-Allmaras

Notons qu'avec le modèle Spalart-Allmaras (S.-A.), la loi de la parois est respectée sans y faire référence directement ; elle est modélisée dans l'équation de transport. Le modèle prend donc en compte la turbulence sans négliger la partie *viscous sublayer*. Le maillage doit donc aller jusque dans cette région sans quoi les conditions limites ne sont pas respectées et le modèle sera instable.

Les termes du modèle S.-A. :

S_{xy}	$= \frac{1}{2}\left(\frac{\partial \overline{u}}{\partial y} + \frac{\partial \overline{v}}{\partial x}\right)$	: tenseur de contrainte
S	$= \sqrt{2S_{xy}S_{yx}}$	: taux de contrainte
$\tilde{S}$	$= S + \frac{\tilde{\nu}}{\kappa^2 d^2} f_{\nu 2}$	: facteur de production
ν_t	$= \tilde{\nu} f_{\nu 1}$	: viscosité cinématique turbulente
$\tilde{\nu}$	$= \kappa y u_\tau$	: viscosité cinématique turbulente corrigée (atténuée au-delà de la région *viscous sublayer*)
χ	$= \frac{\tilde{\nu}}{\nu}$	: argument de correction
$c_{\nu 1}$	$\simeq 7.1$	: constante de correction visqueuse
$f_{\nu 1}$	$= \frac{\chi^3}{\chi^3 + c_{v1}^3}$	: fonction de correction visqueuse
$f_{\nu 2}$	$= 1 - \frac{\chi}{1+\chi f_{\nu 1}}$	: fonction de production
σ	$\simeq 2/3$	: nombre de Prandtl turbulent
c_{b1}	$\simeq 0.1355$	: constante de production (typiquement entre 0.13 et 0.14)
c_{b2}	$\simeq 0.622$	: constante de diffusion
c_{w1}	$= \frac{c_{b1}}{\kappa^2} + \frac{1}{\sigma}(1 + c_{b2})$	: constante de destruction à la parois (dérivé des fonctions de parois et du terme de destruction)
c_{w2}	$= 0.3$	: constante de destruction à la parois (empirique)
c_{w3}	$= 2$	: constante de destruction à la parois (empirique)
d		: distance perpendiculaire à la parois
r	$= \frac{\nu_t}{S\kappa^2 d^2}$	: argument adimensionnel (distance caractéristique à la parois)
g	$= r + c_{w2}(r^6 - r)$	: argument de restriction
f_w	$= g\left[\frac{1+c_{w3}^6}{g^6 + c_{w3}^6}\right]^{\frac{1}{6}}$	: fonction de destruction
Λ		: terme de Source (pour un écoulement laminaire, s'il y a lieu)

La manipulation des termes et constantes nécéssite d'abord une pleine compréhension du modèle. Nous passerons en revue les concepts du modèle et l'ajustement

des constantes. Une étude détaillée aux sens de la sensibilité des termes/constantes s'avèrerait très intéressante ; il en découlerait une compréhension plus étendue du modèle et peut-être la naissance d'un frère. Nous n'avons cependant pas étudié numériquement l'influence des paramètres du modèle S.-A. Nous allons tout de même éclaircir ses fondemements.

Terme de destruction

Le terme f_w permet d'éviter une destruction trop lente de $\tilde{\nu}$ près de la parois et permet d'éviter une friction trop faible à la parois. À la limite, toute valeur de c_{w2} réduisant f_w à 1 (et r à 1 aussi) dans la région *overlap layer*, et diminuant au-delà, serait acceptable. La valeur de g permet simplement de prévenir une grandeure démesurée de f_w lorsque au-delà de la région *overlap layer* (i.e. lorsque d s'accroit). Les paramètres intéressants à contrôler dans le terme de destruction seraient donc c_{w2} et c_{w3}. On calibre normalement c_{w2} et c_{w3} en s'assurant que, à $r = 1$ (et $f_w = 1$ par conséquent), l'on respecte la physique de la friction à la parois. Spalart et Allmaras ont déterminé ainsi des valeurs pour c_{w2} et c_{w3} en utilisant des études sur la friction sur une plaque plane à $Re = 10^4$ [67]. En fixant $c_{w3} = 2$, on détermine ainsi $c_{w2} = 0.3$. Ces constantes doivent donc être déterminées empiriquement*. Il serait coûteux de les modifier.

Terme de diffusivité

Pour augmenter la diffusivité du modèle, il suffit de réduire σ. Par contre une diffusivité trop faible rendrerait le modèle instable, notamment pour la capture de

* Une approche plus rigoureuse consisterait à effectuer plusieurs expériences en cas différents et de paramétriser les résultats sous forme d'équations pour les termes c_{w2} et c_{w3}, sans quoi il serait tentant d'affirmer que le modèle Spalart-Allmaras ne serait valide que pour des cas similaires à la plaque plane à $Re \approx 10^4$.

chocs. Une constante σ plus petite rendra le profil de destruction de $\tilde{\nu}$ à la parois plus près du profil commun hyperbolic-tangent de la viscosité turbulente. Nous n'avons cependant pas fait cet examen.

Terme de production

D'autres forme de fonction de correction visqueuse $f_{\nu 1}$ pourrait être implémentée, mais S.A. suggère que cela n'influencerait pas beaucoup le modèle. Par ailleurs, la constante $c_{\nu 1}$ de 7.1 ne semble pas avoir été validée rigoureusement [67] puisque l'étude de Spalart et Allmaras défend le choix en proclamant une capture conservatrice de la *log law*. La formulation actuelle n'assure pas une consistance de $f_{\nu 1}$ à la région *overlap layer*. Mais comme $\tilde{\nu}$ n'a plus d'influence à cette région, la faiblesse de la modélisation de $f_{\nu 1}$ est protégée.

La fonction $f_{\nu 2}$ quand à elle assure le respect de la *log law* par la variable $\tilde{S}$ et il serait donc délicat de la modifier. Bien que la formulation actuelle permet à $\tilde{S}$ de devenir négatif (due à la plage possible de χ), Spalart et Allamaras affirment que cela ne gêne pas le modèle dans son ensemble.

Terme de source

On utilise le terme de source Λ pour stabilisé le modèle dans un régime ou une région laminaire. En effet la modélisation de $\tilde{\nu}$ qui devient zéro à la parois peut rendre le modèle S.-A. instable à faible Reynold. Or, le terme de source tend à pallier à cette lacune. Une modélisation du terme de source est suggérée par Spalart et Allmaras [67] en ajoutant également des correction aux termes de production et destruction. Le terme de source viens insérer des écarts numériques lorsque $\tilde{\nu}$ tend vers zéro par des expression exponentielles. Ce terme de source considère la vorticité

à la parois à la transition ω_t ainsi que la norme des différences de vitesses à la parois à la transition ΔU. Nous n'avons pas considéré ce terme puisque nous étions en régime hautement turbulent. Par ailleurs, Fluent ne permet pas de modéliser le terme de source, ni de modifier les termes de production et de destruction pour y ajouter des facteurs ou des fonctions. Le modèle S.-A. dans Fluent n'est accessible que par les constantes (qui ne peuvent pas être modélisées par des fonctions non plus).

Autres commentaires

Parce que le terme additionnel de viscosité $\tilde{\nu}$ est ajouté dans la modélisation et que ce terme se résoud plus facilement que ν, le maillage ne nécéssite pas une résolution excessive à la parois ; bien que cette dernière n'est pas nuisible. De pouvoir résoudre la partie *viscous sublayer*, sans le *wall law* [donc plus exact], avec un maillage modérément précis est un avantage pour ce modèle car son coût d'utilisation est ainsi réduit (par l'utilisation d'un maillage modeste).

Selon certains, l'équation unique de S.-A. ne conviendrait pas tout à fait aux cas de séparations abruptes tel que sur des corps vifs (*blunt body*) comme un bord de fuite tronqué. Une étude détaillée sur ce sujet apporterait des confirmations sur cet aspect. Par contre, l'utilisation d'une seule équation est nettement avantageuse au point de vu coût. Il serait donc très rentable de témoigner réellement des faiblesses de S.-A. et d'y apporter les corrections s'il y a lieu.

L'équation de transport de Spalart-Allmaras :

$$\frac{D\tilde{\nu}}{Dt} = \underbrace{c_{b1}\tilde{S}\tilde{\nu}}_{\text{production}} + \underbrace{\frac{1}{\sigma}\left[\nabla\cdot\left(\left(\nu+\tilde{\nu}\right)\nabla\tilde{\nu}\right)+c_{b2}\left(\nabla\tilde{\nu}\right)^2\right]}_{\text{dissipation}} - \underbrace{c_{w1}f_w\left[\frac{\tilde{\nu}}{d}\right]^2}_{\text{destruction}} + (\Lambda) \qquad \text{(III.3)}$$

III.3 Modèles $k-\epsilon$

Les modèles de turbulence $k-\epsilon$ s'efforcent de modéliser la région *buffer layer* et *overlap layer* sous forme d'équilibre d'énergie (ou de turbulence). La région *buffer layer* comportera une part importante de diffusion d'énergie. Cette diffusion tendra vers zéro pour $y^+ \rightarrow \infty$ (dans la région *overlap layer*); il faudra alors que les termes de production et de dissipation s'annulent (i.e. s'égalisent) entre eux. Il y a 2 équations associées aux modèles $k-\epsilon$ et 2 variables additionnelles : l'énergie cinétique de turbulence k et le taux de dissipation de cette énergie ϵ. La première équation, l'équation du transport d'énergie (eq. III.4), établie essentiellement un équilibre entre les termes de production et de dissipation d'énergie. Ce dernier est approximé via une seconde équation, l'équation de dissipation (eq. III.5). Les équations de Navier-Stokes sont remodélisées en y incluant les termes de fluctuations et de viscosités turbulentes déterminés par le modèle de turbulence. Ce modèle est le plus classique des modèles à Reynolds moyennés. Comme nous ne voulons qu'expliquer le modèle sommairement, les détails concernants les variantes au modèle classique ne seront que légèrement abordés.

Les termes du modèle $k-\epsilon$:

$C_\mu \simeq 0.09$: coefficient de viscosité (empirique)

$\nu_t = C_\mu \frac{k^2}{\epsilon}$: viscosité cinématique turbulente

τ_t	$=\rho\nu_\tau \frac{\partial \overline{u}}{\partial y}$	: cisaillement turbulent
k	$= \frac{1}{2}\left(\overline{u'u'} + \overline{v'v'} + \overline{w'w'}\right)$	: énergie cinétique turbulente
ϵ		: taux de dissipation de l'énergie cinétique turbulente
σ_k	$\simeq 1.0$	: nombre de Prandtl associé à l'énergie turbulente
σ_ϵ	$\simeq 1.3$	: nombre de Prandtl associé à la dissipation turbulente
$c_{\epsilon 1}$	$=\simeq 1.44$	: coefficient de production (empirique)
$c_{\epsilon 2}$	$=\simeq 1.87$	: coefficient de dissipation (empirique)
μ_{eff}		: viscosité dynamique effective
$\hat{\nu}$	$= \frac{\mu_{eff}}{\mu}$	: viscosité caractéristique
$C\nu$	$\simeq 100$	: coefficient de viscosité
Λ		: terme de Source

Les coefficients C_μ, $c_{\epsilon 1}$ et $c_{\epsilon 2}$ ont été déterminés de façon empirique. Pour les modifier ou les modéliser via des fonctions, il serait nécessaire de procéder à des validations. Les autres modèles $k-x$ sont basés sur ce concept ; la plupart ne reprennent que l'équation de dissipation, laissant l'équation d'énergie intacte.

L'équation de l'énergie turbulente (*k-equation*) :

$$\frac{Dk}{Dt} = \underbrace{\frac{\partial}{\partial y}\left[\frac{\nu\tau}{\sigma_k}\frac{\partial k}{\partial y}\right]}_{\text{diffusion}} + \underbrace{\frac{\tau_t}{\rho u_\tau^2}\frac{\partial \overline{u}}{\partial y}}_{\text{production}} - \underbrace{\epsilon}_{\text{dissipation}} + (\Lambda) \qquad \text{(III.4)}$$

L'équation de dissipation turbulente (ϵ-*equation*) :

$$\frac{D\epsilon}{Dt} = \underbrace{\frac{\partial}{\partial y}\left[\frac{\nu\tau}{\sigma_\epsilon}\frac{\partial\epsilon}{\partial y}\right]}_{\text{diffusion}} + \underbrace{c_{\epsilon 1}\frac{\epsilon}{k}\frac{\tau_t}{\rho}\frac{\partial\overline{u}}{\partial y}}_{\text{production}} - \underbrace{c_{\epsilon 2}\frac{\epsilon^2}{k}}_{\text{dissipation}} + (\Lambda) \qquad \text{(III.5)}$$

Modèle $k-\epsilon$ RNG

Le modèle *Renormalization-Group* remplace la viscosité turbulente ν_t par une viscosité effective μ_{eff} dans les termes de diffusions. Cette viscosité est évaluée via une équation différentielle englobant des coefficients empiriques :

$$\frac{d}{d\hat{\nu}}\left(\frac{\rho^2 k}{\sqrt{\epsilon\mu}}\right) = 1.72\frac{\hat{\nu}}{\sqrt{\hat{\nu}^3 - 1 + C\nu}} \qquad \text{(III.6)}$$

Un terme supplémentaire indépendant ($-R_\epsilon$) est de plus ajouté à l'équation de dissipation via une formulation proportionelle à $\frac{\epsilon^2}{k}$. Donc si ϵ augmente, essentiellement dans la région *buffer layer*, le terme $-R_\epsilon$ augmentera, apportant une réduction du terme ϵ (jusqu'à un équilibre). Ce terme tend donc à diminuer l'effet de la dissipation ϵ.

L'effet de la viscosité effective μ_{eff} est semblable en ce qu'elle atténue l'effet de la diffusion dans l'équation de la dissipation – de même que dans l'équation de l'énergie. Les termes k et ϵ sont donc atténués, ou renormalisés, permettant une meilleure stabilité dans la région *buffer layer*.

Le $k-\epsilon$ *Realizable*

Ici, dans l'équation de dissipation ϵ, le terme de dissipation est modifié comme suit :

$$-1.9\frac{\epsilon^2}{k+\sqrt{\nu\epsilon}} \tag{III.7}$$

Similairement au modèle RNG, ϵ s'amplifie dans la région *buffer layer* augmentant ainsi le terme de dissipation modifié (eq. III.7). Ceci réduit l'effet de la dissipation ϵ dans l'équation de l'énergie (dans le *buffer layer*).

De plus, le coefficient C_μ obéit maintenant à une fonction pour l'atténuer en région *overlap layer* vers ≈ 0.05. Ceci a pour but de stabiliser le modèle où les *Reynolds stresses* ($\overline{u}$, $\overline{v}$, $\overline{w}$) peuvent numériquement être négatifs (ce qui est invraisemblable : *non-realizable*).

III.4 Modèles $k-\omega$

Les termes du modèle $k-\omega$ reprennent ceux de $k-\epsilon$ en y ajoutant quelques uns :

ω	$= \frac{1}{C_\mu}\frac{\epsilon}{k}$	: taux de dissipation de l'énergie turbulente
ν_t	$= \frac{k}{\omega}$	: viscosité cinématique turbulente
σ_k	$\simeq 2.0$	: nombre de Prandtl associé à l'énergie turbulente (non plus 1.0)
σ_ω	$\simeq 2.0$	: nombre de Prandtl associé à la dissipation ω
α	$\simeq 5/9$	: coefficient
β	$\simeq 3/40$	: coefficient

L'équation de dissipation turbulente (*ω-equation*) :

$$\frac{D\omega}{Dt} = \underbrace{\frac{\partial}{\partial y}\left[\frac{\nu\tau}{\sigma_\omega}\frac{\partial\omega}{\partial y}\right]}_{\text{diffusion}} + \underbrace{\alpha\frac{\omega}{k}\frac{\tau_t}{\rho}\frac{\partial\overline{u}}{\partial y}}_{\text{production}} \underbrace{- \beta\omega^2}_{\text{dissipation}} + (\Lambda) \qquad \text{(III.8)}$$

SST

III.5 Autres modèles

k-L

Cebeci-Smith algebraic model

Baldwin-Lomax models

LES et DES: les modèles précédents étant basés sur des moyennes temporelles des vecteurs vitesses couplées à des fluctuations, ces modèles ont une approche mathématique directe. En ce sens qu'aucune moyenne/fluctuation n'est calculée. Le LES calcul les quantités dite *large-eddy* dépendantes du temps – les trois vecteurs vitesses et la pression – qui restent constantes pour un pas de temps. Ces valeurs n'évoluent qu'avec le pas de temps, et sont par le fait instantannées ; il n'y a aucune itération par cellule par pas de temps. Les valeurs sont d'abord filtrées, par intégration des équations du mouvement sur un *v.c.* par exemple, pour permettre au calcul une meilleure stabilité. Il est presque nécessaire d'utiliser des algorithmes de maillages adaptatifs à ces modèles aux sens où les solutions – spécialement les régions turbulentes – sont très dépendantes de la qualité du maillage. Les modèles LES/DES coûtent excessivement chers en ressources de calculs/mémoire.

III.6 Remarques sur Fluent

Pour tout les modèles de turbulences implémentés, Fluent ne permet que d'indiquer une valeur fixe aux constantes principales sauf pour la viscosité turbulente ν_t où une fonction ouverte† est permise.

Le logiciel Fluent impose également le *wall law* de façon globale selon le critère ($y^+ \lesssim 11.$). Ceci ne devrait pas affecter la solution si le maillage ne permet pas de rejoindre cette valeur.

† *User Define Function* permet de régir une variable à l'aide d'une sous-routine écrite en C pouvant tenir compte de toutes les variables du problème.

ANNEXE IV

CAS DE MACH 1.0

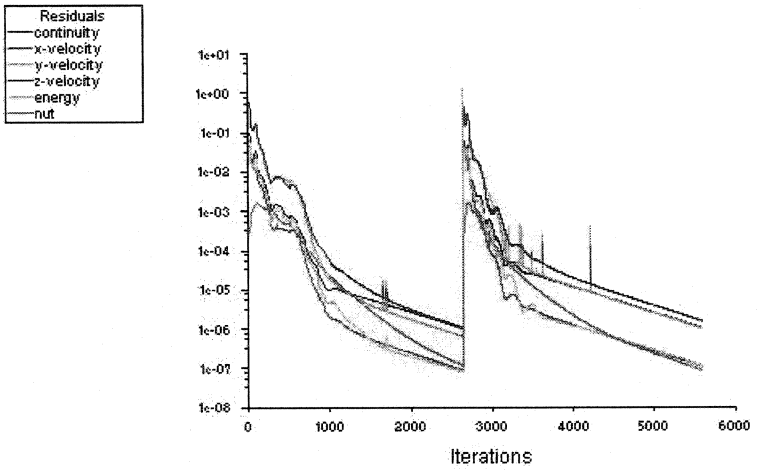


Figure IV.1: *Résidues, H/d=5, W/d=15, M=1.0*

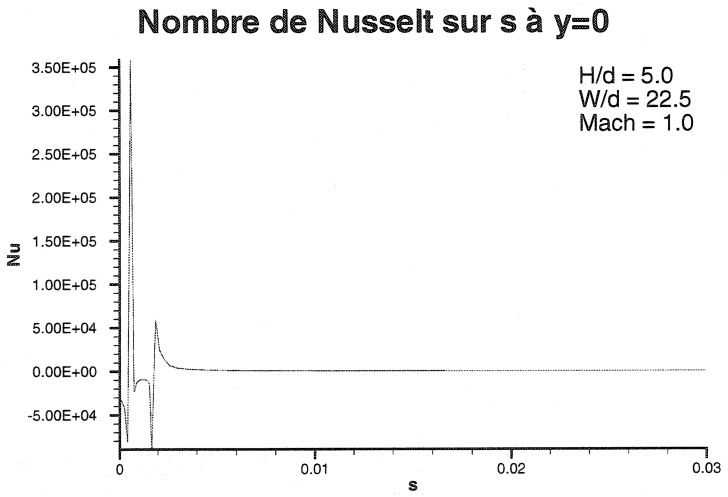


Figure IV.2: *Résultat à Mach 1.0*

ANNEXE V

CALCUL DES COEFFICIENTS $C_{1,2,3}$ DANS LE MODÈLE LAMINAIRE DE KAYS & CRAWFORD

Les coefficients de l'équation 2.56 du chapitre 2 sont corrélées d'après les données des valeurs de C en fonction du nombre de Prandtl [36, page 184]

C_1 est corrélé suivant une forme exponentielle:

$$C_1 = aPr^b \tag{V.1}$$

avec:

$$a = 0.3319061192128$$

$$b = -0.6543321297261$$

$C_{2,3}$ sont corrélés suivant une forme polynomiale

$$C_{2,3} = A + BPr + DPr^2 + EPr^3 \tag{V.2}$$

dont voici les différents coefficients:

Tableau V.1: *Coefficients pour la forme polynomiale des corrélations de* $C_{2,3}$

C	A	B	D	E
C_2 *	$3.17272492 \cdot 10^{-1}$	$1.95695160 \cdot 10^{-1}$	$-4.01677305 \cdot 10^{-2}$	$2.42754908 \cdot 10^{-3}$
C_3 *	$16.34544772 \cdot 10^{-1}$	$3.91390673 \cdot 10^{-1}$	$-8.03355504 \cdot 10^{-2}$	$4.85510368 \cdot 10^{-3}$
C_2 †	$4.38333311 \cdot 10^{-1}$	$3.80000179 \cdot 10^{-2}$	$-1.33333487 \cdot 10^{-3}$	0
C_3 †	$18.76666691 \cdot 10^{-1}$	$7.60000268 \cdot 10^{-2}$	$-2.66667074 \cdot 10^{-3}$	0

* valide pour Pr=[0.7, 1.0]
† valide pour Pr=] 1.0, 10.0]

ANNEXE VI

CALCUL DU NOMBRE DE PRANDTL EN FONCTION DE LA TEMPÉRATURE

Puisque le nombre de Prandtl est définit par la viscosité et la conductivité thermique, il est considéré dépendant de la température selon sa définition :

$$Pr = \frac{c_p \mu}{k} \tag{VI.1}$$

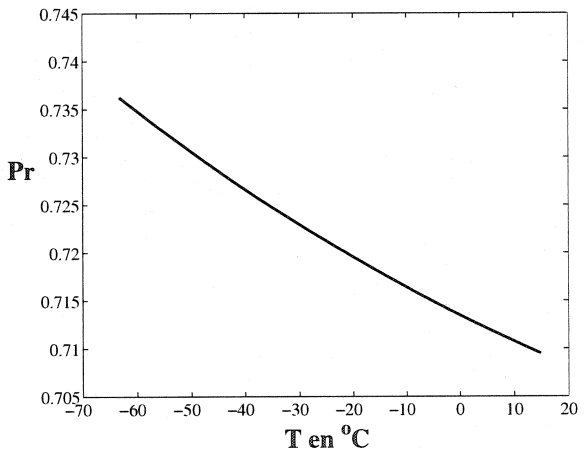


Figure VI.1: *Pr de l'air selon T*

VI.1 Viscosité dynamique et la conductivité thermique

La viscosité dynamique et la conductivité thermique de l'air sont dépendantes de la température selon la loi de Sutherland [76] (eqs. VI.2 et VI.3). Les constantes

utilisées dans ces lois sont régroupées au tableau VI.1.

$$\mu = \mu_0 \left(\frac{T}{T_0}\right)^{3/2} \frac{T_0 + S}{T + S} \tag{VI.2}$$

$$k = k_0 \left(\frac{T}{T_0}\right)^{3/2} \frac{T_0 + S}{T + S} \tag{VI.3}$$

Tableau VI.1: *Valeurs de références utilisées dans les lois de Sutherland*

variables	T_0	μ_0 et k_0	S	plage de T à 2% d'erreur
μ	273.0K	$1.716 \cdot 10^{-5}$N·s/m^2	111.0	170 – 1900
k	273.0K	0.0241W/m·s	194.0	160 – 2000

VI.2 Chaleur spécifique à pression constante

Les données concernant la chaleur spécifique à pression constante sont extraitent de Yaws [78].

La chaleur spécifique de l'air à pression constante varie selon la température selon l'expression suivante :

$$c_p = A + BT + CT^2 + DT^3 + ET^4 \tag{VI.4}$$

où c_p est en joule/(mol K) et T en Kelvin. Pour l'air les différents coefficients sont :

Tableau VI.2: *Coefficients pour la chaleur spécifique de l'air*

composantes	A	B	C	D	E
N_2 *	29.342	$-3.5395 \cdot 10^{-3}$	$1.0076 \cdot 10^{-5}$	$-4.3116 \cdot 10^{-9}$	$2.5935 \cdot 10^{-13}$
O_2 *	29.526	$-8.8999 \cdot 10^{-3}$	$3.8083 \cdot 10^{-5}$	$-3.2629 \cdot 10^{-8}$	$8.8607 \cdot 10^{-12}$
CO_2 †	27.437	$4.2315 \cdot 10^{-2}$	$-1.9555 \cdot 10^{-5}$	$3.9968 \cdot 10^{-9}$	$-2.9872 \cdot 10^{-13}$

* valide pour T=[50, 1500]
† valide pour T=[50, 5000]

Tableau VI.3: *Composition chimique de l'air*

composantes	%
N_2	78.0840
O_2	20.9476
CO_2	0.0314

La masse molaire de l'air est : 28.9636 kg/kMOL

La chaleur spécifique de l'air à pression constante est calculée par composantes (éq. VI.4 et Tab. VI.2). Les c_p par composantes sont ensuite pondérés selon leur composition dans l'air (Tab. VI.3). Le c_p ainsi obtenu doit être divisé par la masse molaire de l'air.

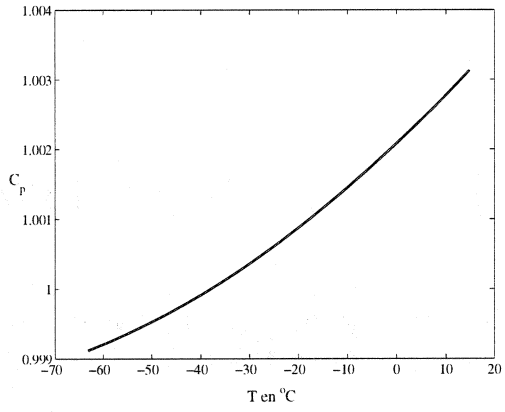


Figure VI.2: C_p *de l'air à pression constante selon* T

ANNEXE VII

NOTES SUR LA PUISSANCE INFORMATIQUE

Concernant la puissance de calcul informatique, il est important de souligner les détails dans un but informatif et complémentaire. Les machines exploitées étaient les superordinateurs de calculs du réseau ÉTOILE de l'École Polytechnique, dont fait récemment partie la Chaire Bombardier. Au nombre de 5, ces superordinateurs sont composés de 4 processeurs centraux de 1GHz chacun pouvant fonctionner en parallèle, sous un système d'exploitation Unix. La capacité mémoire de chaque machine est de 8Gigaoctets. Cependant, les 4 processeurs centraux de chaque machines ne sont pas configurés pour se partager la tâche dans les cas de session de calcul avec FLUENT. De plus, la configuration du réseau n'étant pas géré spécifiquement pour notre groupe de recherche, le réseau est partagé avec touts les chercheurs de l'École Polytechnique. Les performances du réseau de calculs n'ont donc pas été exploitées à leur capacité maximale. Par conséquent, le temps de calculs témoigné n'est pas représentatif de la performance du réseau.