

**Titre:** Identification de courants équivalents sur un circuit numérique à haut débit à partir de mesures en champ proche  
Title: Identification de courants équivalents sur un circuit numérique à haut débit à partir de mesures en champ proche

**Auteur:** Paul-André Barrière  
Author:

**Date:** 2004

**Type:** Mémoire ou thèse / Dissertation or Thesis

**Référence:** Barrière, P.-A. (2004). Identification de courants équivalents sur un circuit numérique à haut débit à partir de mesures en champ proche [Master's thesis, École Polytechnique de Montréal]. PolyPublie.  
Citation: <https://publications.polymtl.ca/7449/>

 **Document en libre accès dans PolyPublie**  
Open Access document in PolyPublie

**URL de PolyPublie:** <https://publications.polymtl.ca/7449/>  
PolyPublie URL:

**Directeurs de recherche:** Jean-Jacques Laurin, & Yves Goussard  
Advisors:

**Programme:** Unspecified  
Program:

# **NOTE TO USERS**

This reproduction is the best copy available.





**UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL**

**IDENTIFICATION DE COURANTS ÉQUIVALENTS SUR UN CIRCUIT  
NUMÉRIQUE À HAUT DÉBIT À PARTIR DE MESURES EN CHAMP**

**PROCHE**

**PAUL-ANDRÉ BARRIÈRE**

**DÉPARTEMENT DE GÉNIE ÉLECTRIQUE  
ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL**

**MÉMOIRE PRÉSENTÉ EN VUE DE L'OBTENTION  
DU DIPLÔME DE MAÎTRISE ÈS SCIENCES APPLIQUÉES (M.Sc.A.)  
(GÉNIE ÉLECTRIQUE)**

**AOÛT 2004**



Library and  
Archives Canada

Published Heritage  
Branch

395 Wellington Street  
Ottawa ON K1A 0N4  
Canada

Bibliothèque et  
Archives Canada

Direction du  
Patrimoine de l'édition

395, rue Wellington  
Ottawa ON K1A 0N4  
Canada

*Your file* *Votre référence*

ISBN: 0-612-97923-7

*Our file* *Notre référence*

ISBN: 0-612-97923-7

#### NOTICE:

The author has granted a non-exclusive license allowing Library and Archives Canada to reproduce, publish, archive, preserve, conserve, communicate to the public by telecommunication or on the Internet, loan, distribute and sell theses worldwide, for commercial or non-commercial purposes, in microform, paper, electronic and/or any other formats.

The author retains copyright ownership and moral rights in this thesis. Neither the thesis nor substantial extracts from it may be printed or otherwise reproduced without the author's permission.

In compliance with the Canadian Privacy Act some supporting forms may have been removed from this thesis.

While these forms may be included in the document page count, their removal does not represent any loss of content from the thesis.

#### AVIS:

L'auteur a accordé une licence non exclusive permettant à la Bibliothèque et Archives Canada de reproduire, publier, archiver, sauvegarder, conserver, transmettre au public par télécommunication ou par l'Internet, prêter, distribuer et vendre des thèses partout dans le monde, à des fins commerciales ou autres, sur support microforme, papier, électronique et/ou autres formats.

L'auteur conserve la propriété du droit d'auteur et des droits moraux qui protège cette thèse. Ni la thèse ni des extraits substantiels de celle-ci ne doivent être imprimés ou autrement reproduits sans son autorisation.

Conformément à la loi canadienne sur la protection de la vie privée, quelques formulaires secondaires ont été enlevés de cette thèse.

Bien que ces formulaires aient inclus dans la pagination, il n'y aura aucun contenu manquant.

**UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL**  
**ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL**

**Ce mémoire intitulé:**

**IDENTIFICATION DE COURANTS ÉQUIVALENTS SUR UN CIRCUIT  
NUMÉRIQUE À HAUT DÉBIT À PARTIR DE MESURES EN CHAMP  
PROCHE**

**présenté par: BARRIÈRE Paul-André**

**en vue de l'obtention du diplôme de: Maîtrise ès sciences appliquées  
a été dûment accepté par le jury d'examen constitué de:**

**M. CALOZ Christophe, Ph.D., président**

**M. LAURIN Jean-Jacques, Ph.D., membre et directeur de recherche**

**M. GOUSSARD Yves, Ph.D., membre et codirecteur de recherche**

**M. SAVARD Pierre, Ph.D., membre**

**À mes parents**

## REMERCIEMENTS

Je remercie mes directeurs: messieurs Jean-Jacques Laurin et Yves Goussard. Leur façon de diriger mes travaux a été exemplaire. Je les remercie particulièrement pour leur disponibilité, leur sens de l'organisation et leurs idées lumineuses.

Je remercie le CRIQ pour m'avoir laissé utiliser leur équipement pendant plusieurs heures. Plus particulièrement, je remercie messieurs Christian Forget et Alain Cocozza.

Je remercie les techniciens et les professionnels de recherche du laboratoire: Jules Gauthier, Steve Dubé, Rock Brassard, Jean-Frédéric Gagné, Éric Marsan et Mekki Belaid. Je remercie Jules pour ses conseils, Steve pour ses conseils et les dîners partagés, Rock pour la réalisation de la plupart des circuits présentés dans ce travail, Jean-Frédéric et Éric pour leur efficacité et Mekki pour son efficacité et son amitié. Je remercie aussi Ginette Desparois et Nathalie Lévesque, deux secrétaires qui facilitent grandement notre passage aux cycles supérieurs.

Je remercie également mes collègues: Zacharia Ouardirhi, Jean-David Lacasse, Badr Omrane, Stella Filippatos, Dominique Deslandes, Jérôme Sirois, Simon Germain, Rachid Abou-Elasoued, Triain Antonescu, Slim Boumaiza et Tarek Djerafi. Je les

remercie pour leurs conseils et leur écoute mais surtout pour leur amitié et leur bonne humeur qui ont contribué à rendre mon séjour à la maîtrise des plus agréables.

J'aimerais finalement remercier mes parents, à qui je dois tant.

## RÉSUMÉ

Dans ce mémoire, on tente de déterminer le rayonnement en champ lointain produit par un circuit numérique à partir de mesures en champ proche. Pour ce faire, on souhaite trouver la distribution de courants qui circule sur le circuit. À partir de celle-ci, on extrapole le champ lointain produit. Cette technique peut s'avérer intéressante dans le domaine de la compatibilité électromagnétique.

Les mesures de compatibilité électromagnétique permettent de déterminer le rayonnement produit par un appareil électrique. Avant d'être commercialisé, un produit doit respecter des limites d'émissions. Actuellement, les mesures de ces paramètres sont prises dans des chambres semi-anéchoïdes. Très volumineuses et très coûteuses, celles-ci nécessitent généralement un déplacement à l'extérieur de l'entreprise de production, ce qui incite à un report des mesures à la fin des projets de développement. L'utilisation du champ proche, pour remplacer les chambres semi-anéchoïdes, pourrait donc permettre une démocratisation des mesures en compatibilité électromagnétique. La technique s'avérant simple et relativement peu coûteuse, on pourrait prendre des mesures plus tôt et ainsi, engendrer de bonnes économies dans le développement des projets.

Dans le cadre du mémoire, deux problèmes principaux sont traités: la prise de mesures en champ proche sur un circuit ayant sa propre source de stimulation (l'horloge)

et la résolution du problème inverse, mal conditionné, qui permet de déterminer la distribution de courants.

Au cours des dernières années, plusieurs travaux effectués au POLY-GRAMES ont permis de développer une expertise sur la prise de mesures en champ proche au-dessus de circuits rayonnants ou de circuits micro-ondes analogiques. La difficulté, pour des mesures effectuées sur des circuits numériques, vient du fait que le stimulus (le signal d'horloge) se trouve à même le circuit. Dans les autres types de circuits, on utilise une source externe comme référence de phase. Dans le cas qui nous concerne, cela est impossible. Pour pallier le problème, on présente une nouvelle approche à deux sondes: l'une fixe, qui recueille un signal de référence et l'autre mobile, qui prend les mesures de champ proche en tant que tel. On peut ainsi prendre des mesures tant en amplitude qu'en phase. Pour être fonctionnel, un tel montage doit toutefois respecter certaines spécifications, en puissance et en pureté du signal de référence. Pour répondre à cette exigence, un circuit analogique qui fait un prétraitement du signal a été réalisé.

La méthode des courants équivalents permet de trouver une distribution de courants à partir de mesures en champ proche. L'équation matricielle qui en découle forme un problème dit mal conditionné. Cela a pour effet de rendre la solution très sensible aux différents types de bruits. Lorsqu'on ne sait pas, *a priori*, où se situent les sources de courants sur le circuit, le phénomène est amplifié. Il en est ainsi pour les circuits numériques. Pour résoudre le problème, nous utilisons la régularisation et nous

analysons diverses façons de disposer les fonctions de base, sur lesquelles circule le courant. Les résultats montrent clairement l'amélioration apportée par la régularisation.

Pour valider nos concepts, un circuit numérique de test a été construit. Les mesures en champ proche prises sur ce dernier montrent clairement les points chauds et les zones où se produisent des changements de phase.

Une fois la distribution de courants trouvée, une extrapolation du champ lointain est effectuée. Les résultats obtenus sont comparés aux mesures faites dans une chambre de mesure en compatibilité électromagnétique. La corrélation entre les mesures et les calculs n'étant pas vraiment satisfaisante pour les premiers résultats, les différentes sources d'erreurs sont finalement analysées.

## ABSTRACT

This thesis is about work done where the objective was to identify far-field produced by a digital circuit. In order to do so, near-field measurements of the circuit were used. With these measurements the current distribution on the board were found. Once the currents were found, they were used to extrapolate the far field. These results could be very interesting from an electromagnetic compatibility point of view.

Electromagnetic compatibility measurements are used to estimate the radiation produced by an electric device. For it to be marketed, a product must respect radiation limits. For the time being, these tests are done in semi-anechoic chambers which are very large and expensive. It follows that these measurements are usually done outside of the company where the product is developed and are often postponed until the end of the development project. Using near-field measurements to replace anechoic chambers could allow for an easier way to run electromagnetic compatibility tests. In fact this technique is simple and less costly. Thus it would be possible to begin the tests earlier in the project and in this way, reduce costs.

Two principal problems are studied in this thesis: near-field measurements over a free-running circuit (clock) and the resolution of inverse ill-posed problems

Much work has been done at POLY-GRAMES in years past allowed us to develop an expertise in near-field measurements over radiating devices or microwave analog circuits. Since the digital circuits are free-running, the techniques used for the other kinds of circuits cannot be used. For the latter, an external source is used as a phase reference. In the digital case this is impossible. A novel two probe technique is presented in this thesis. One of the probes is fixed and gathers a reference signal while the other probe is mobile and is used to take measurements. With this setup it is possible to determine amplitude and phase all over the board. However, to use this approach we must respect some power and purity specifications. In order to achieve this, an analog board has been built to perform pre-processing of the signals.

The equivalent currents technique is used to find current distribution from near-field measurements. The matrix equation thus obtained is ill-conditioned. This means that the solution is very sensitive to all kinds of noise. This effect is amplified in the case where no *a priori* knowledge of the current source positions is available which is indeed the case for numerical boards. To resolve this problem, we use regularization and we analyze different ways for positioning the basis functions on which the current is flowing. Results show a very net improvement when regularization is used.

To validate our concepts, a numerical test board was built. Near-field measurements taken over this board clearly shows hot spots and phase shifts in some areas.

Once the current distribution is found, the far-field is calculated by extrapolation. The results are then compared with measurements taken in an anechoic chamber. Errors sources are then analyzed due to the bad correlation between the first calculated results and measurements.

## TABLE DES MATIÈRES

REMERCIEMENTS .....	v
RÉSUMÉ .....	vii
ABSTRACT .....	x
TABLE DES MATIÈRES .....	xiii
LISTE DES TABLEAUX.....	xviii
LISTE DES FIGURES.....	xix
LISTE DES NOTATIONS ET DES SYMBOLES.....	xxvi
INTRODUCTION .....	1
0.1 Généralités.....	1
0.2 Description de la problématique .....	1
0.3 Connaissances actuelles .....	3
0.4 Objectifs .....	5
0.5 Domaines d'études .....	7
0.6 Structure du mémoire .....	9
CHAPITE 1 MESURES EN CHAMP PROCHE .....	12
1.1 Introduction .....	12
1.2 Champ proche .....	13
1.3 Détermination du champ lointain à partir de mesures en champ proche .....	18
1.3.1 Théorème d'équivalence .....	18
1.3.2 Méthode par transformée de Fourier.....	21

1.3.3 Méthode des courants équivalents .....	24
1.3.3.1 Principes.....	25
1.3.3.2 Mise en équations.....	28
1.4 Logicels.....	35
1.5 Conclusion .....	36
CHAPITRE 2 PROBLÈMES MAL POSÉS ET RÉGULARISATION .....	37
2.1 Introduction.....	37
2.2 Problèmes mal posés .....	38
2.2.1 Problèmes directs vs problèmes inverses.....	38
2.2.2 Problèmes mal posés .....	41
2.3 Régularisation .....	42
2.3.1 Régularisation de manière intuitive .....	42
2.3.2 Le cadre probabiliste .....	47
2.4 Fonction de pénalisation non-quadratique .....	52
2.4.1 Fonctions $L2L1$ et $L2L0$ .....	52
2.4.2 Algorithmes de minimisation.....	56
2.5 Conclusion .....	58
CHAPITRE 3 MESURES EN CHAMP PROCHE APPLIQUÉES AUX CIRCUITS NUMÉRIQUES .....	60
3.1 Introduction.....	60
3.2 Équipement .....	61
3.2.1 Mesures sur des circuits rayonnants.....	62

3.3 Problématique .....	63
3.4 Approche utilisée .....	65
3.4.1 Considérations pratiques .....	67
3.5 Conception du circuit .....	68
3.5.1 Amplificateurs.....	68
3.5.2 Filtre passe-bande.....	69
3.5.3 Filtre coupe fréquence image .....	70
3.5.4 Mélangeur .....	73
3.5.5 Résultat.....	73
3.6 Circuit de test .....	77
3.7 Mesures en champ proche .....	85
3.8 Conclusion .....	90

<b>CHAPITRE 4 RÉGULARISATION APPLIQUÉE AUX DISTRIBUTIONS DE COURANTS .....</b>	<b>93</b>
4.1 Introduction.....	93
4.2 Positions des courants .....	94
4.3 Disposition des fonctions de base .....	95
4.3.1 Modèle à trois dipôles .....	96
4.3.2 Modèle à deux dipôles .....	98
4.4 Régularisation .....	99
4.5 Simulations.....	104
4.5.1 Comparaison des modèles.....	105

4.5.2 Effet de la régularisation .....	108
4.5.3 Onde stationnaire .....	112
4.5.4 Robustesse.....	115
4.6 Régularisation non-quadratique .....	119
4.7 Conclusion .....	128
<b>CHAPITRE 5 IDENTIFICATION DES COURANTS À PARTIR DE MESURES</b>	
RÉELLES ET EXTRAPOLATON DU CHAMP LOINTAIN.....	130
5.1 Introduction.....	130
5.2 Analyse des résultats.....	131
5.3 Circuit à fentes coudées .....	132
5.3.1 Identification des courants .....	134
5.4 Circuit numérique.....	138
5.5 Champ lointain.....	141
5.5.1 Effet de la régularisation sur le champ lointain .....	141
5.5.2 Évaluation du rayonnement, en champ lointain, du circuit numérique de test	
.....	145
5.6 Conclusion .....	151
<b>CHAPITRE 6 SOURCES D'ERREURS ET TRAVAUX FUTURS .....</b> 153	
6.1 Introduction.....	153
6.2 Sources de rayonnement externes au circuit .....	154
6.3 Équipement du CRIQ.....	156
6.4 Mode commun et mode différentiel.....	159

6.5 Validité du modèle de source .....	164
6.6 Problèmes de mesures en champ proche.....	167
6.7 Effet du plan de masse .....	169
6.8 Suggestions et travaux futurs .....	170
6.9 Conclusion .....	173
CONCLUSION .....	175
RÉFÉRENCES.....	179
ANNEXE A DÉCOMPOSITION EN VALEURS SINGULIÈRES .....	184
ANNEXE B MINIMISATION D'UNE ÉQUATION VECTORIELLE QUADRATIQUE.....	187
ANNEXE C PRISES DE MESURES EN CHAMP PROCHE AU-DESSUS D'UN CIRCUIT NUMÉRIQUE AVEC MRE2 ET UN ARV 8753D .....	192

## LISTE DES TABLEAUX

Tableau 4.1	Comparaison de l'EQM avec 800 points de mesures .....	116
Tableau 4.2	Comparaison de l'EQM pour une hauteur de 1cm.....	116
Tableau 4.3	Comparaison de l'EQM pour 800 points de mesures et une hauteur de 1cm.....	117
Tableau 4.4	Comparaison de l'EQM pour des angles de $0^\circ$ et $90^\circ$ .....	117

## LISTE DES FIGURES

Figure 0.1	Normes maximales d'émissions sur un site ouvert, à une distance de 3 mètres, en fonction de la classe et de la fréquence du système (Ott, 1988) .....	2
Figure 0.2	Montage typique pour des mesures de CEM (Ott, 1988).....	3
Figure 1.1	Problème initial (a) et problème équivalent (b) d'après le théorème d'équivalence .....	19
Figure 1.2	Problèmes équivalents simplifiés par l'utilisation de conducteurs .....	21
Figure 1.3	Mesures en champ proche faites sur un plan situé à une distance $d$ de l'antenne sous test .....	22
Figure 1.4	Problème équivalent pour la méthode des courants équivalent .....	25
Figure 1.5	Problème équivalent avec conducteurs pour la méthode des courants équivalents.....	27
Figure 1.6	Décomposition d'une distribution de courants en $N$ fonctions de base ..	30
Figure 2.1	Problèmes direct et inverse .....	39
Figure 2.2	a) fonction quadratique, b) fonction $L2L1$ de type.....	53
Figure 2.3	a) image d'origine, b) image avec flou et bruit, c) reconstruction de l'image par SVD, EQM=0,17, d) reconstruction avec pénalisation quadratique, EQM=0,048, e) reconstruction avec pénalisation $L2L1$ EQM=0,025.....	55
Figure 3.1	Montage de mesure en champ proche du POLY-GRAMES .....	62

Figure 3.2	Montage de mesure pour des circuits rayonnants .....	63
Figure 3.3	Montage de mesure pour des circuits numériques .....	64
Figure 3.4	Montage d'adaptation pour analyseur réseau.....	66
Figure 3.5	Courbe de gain des amplificateurs <i>era-3sm</i> .....	69
Figure 3.6	Paramètre S21 du filtre passe-bande de Sawtek .....	70
Figure 3.7	Position de la fréquence image par rapport à la fréquence d'intérêt.....	71
Figure 3.8	Paramètre S21 du filtre coupe fréquence image .....	72
Figure 3.9	Circuit analogique haute-fréquence .....	74
Figure 3.10	Spectre fréquentiel du signal recueilli par la sonde fixe .....	76
Figure 3.11	Spectre fréquentiel du signal de la sonde fixe traité par le circuit .....	77
Figure 3.12	Architecture de la l'autogénération des signaux .....	79
Figure 3.13	Signaux autogénérés et signal d'horloge.....	80
Figure 3.14	Configuration utilisée pour les composantes <i>ECL</i> .....	81
Figure 3.15	Tension des signaux générés par les composantes <i>ECL</i> .....	82
Figure 3.16	Circuit numérique de test .....	83
Figure 3.17	Signal de données recueilli par un oscilloscope.....	85
Figure 3.18	Montage avec sonde mobile et sonde fixe .....	86
Figure 3.19	Amplitude du champ proche pour la sonde orientée selon x .....	87
Figure 3.20	Amplitude du champ proche pour la sonde orientée selon y .....	88
Figure 3.21	Phase du champ proche pour la sonde orientée selon x .....	88
Figure 3.22	Phase du champ proche pour la sonde orientée selon y .....	89
Figure 4.1	Circuit superposé d'une grille où seront placées les fonctions de base ...	95

Figure 4.2	Disposition des fonctions de base selon le modèle à trois dipôles.....	96
Figure 4.3	Disposition des fonctions de base selon le modèle à deux dipôles .....	98
Figure 4.4	Coudes de courants a) modèle à 3 dipôles, b) modèle à 2 dipôles.....	99
Figure 4.5	Représentation vectorielle des courants autour du point $i$ .....	101
Figure 4.6	Régularisation selon la direction de propagation.....	102
Figure 4.7	Distribution de courants utilisée en simulation.....	104
Figure 4.8	Distributions de courants triangulaires a) modèle à trois dipôles b) modèle à deux dipôles.....	106
Figure 4.9	Inversion par décomposition en valeur singulière a) modèle à trois dipôles, EQM=0,29, b) modèle à deux dipôles, EQM=0,03.....	107
Figure 4.10	Évolution de l'EQM en fonction de $\log(\alpha)$ pour le modèle à 3 dipôles.	109
Figure 4.11	Distribution de courants pour le $\alpha$ optimal, EQM 0,04, modèle à 3 dipôles .....	109
Figure 4.12	Distribution obtenue par décomposition en SVD avec le modèle à 2 dipôles et un RSB de 2, EQM 0,26 .....	110
Figure 4.13	Évolution de l'EQM en fonction de $\log(\alpha)$ pour le modèle à 3 dipôles.	110
Figure 4.14	Distribution de courants pour le $\alpha$ optimal, EQM 0.15, modèle à 2 dipôles .....	110
Figure 4.15	Distribution de courants, modèle à 3 dipôles, onde stationnaire .....	113
Figure 4.16	Inversion par décomposition en SVD, modèle à 3 dipôles, RSB=12dB, EQM 0,19 .....	113

Figure 4.17	Évolution de l'erreur quadratique en fonction de $\log(\alpha)$ , modèle à trois dipôles, onde stationnaire, RSB=12dB .....	113
Figure 4.18	Inversion avec régularisation pour un $\alpha$ optimal, RSB=12dB, EQM 0.04 .....	113
Figure 4.19	Distribution de courants, modèle à 2 dipôles, onde stationnaire .....	114
Figure 4.20	Inversion par décomposition en SVD, modèle à 2 dipôles, RSB=2dB, EQM 0.34 .....	114
Figure 4.21	Évolution de l'erreur quadratique en fonction de $\log(\alpha)$ , modèle à 2 dipôles, onde stationnaire, RSB=2dB .....	114
Figure 4.22	Inversion avec régularisation pour un $\alpha$ optimal, RSB=12dB, 0,18 .....	114
Figure 4.23	Comparaison des fonctions de pénalisation: pénalisation <i>L2L1</i> (-), pénalisation quadratique (--) .....	122
Figure 4.24	Distribution de courants originale, modèle à deux dipôles .....	123
Figure 4.25	Distribution de courants avec régularisation quadratique, EQM=0,15, modèle à deux dipôles .....	123
Figure 4.26	Distribution de courants avec régularisation <i>L2L1</i> , EQM=0,0943, modèle à deux dipôles .....	123
Figure 4.27	Distribution de courants originale, modèle à trois dipôles .....	125
Figure 4.28	Distribution de courants avec régularisation quadratique, EQM= 0.151, modèle à trois dipôles Figure .....	125
Figure 4.29	Distribution de courants avec régularisation <i>L2L1</i> , EQM= 0.109, modèle à trois dipôles .....	125

Figure 4.30	Évolution, en fonction du nombre d'itérations, a) du critère $C$ à minimiser, b) de l'EQM, c) de la partie quadratique du critère, d) de la partie non quadratique du critère.....	127
Figure 5.1	Circuit en coude de fentes coplanaires.....	133
Figure 5.2	Position des fonctions de base pour le circuit en coude a) travaux de Colinas (Colinas, 2001) b) nos travaux.....	134
Figure 5.3	Distribution des courants obtenus avec: a) modèle à deux dipôles sans régularisation, b) modèle à deux dipôles avec régularisation quadratique, c) modèle à deux dipôles avec régularisation semi-quadratique.....	135
Figure 5.4	Distribution des courants obtenus avec: a) modèle à trois dipôles sans régularisation, b) modèle à trois dipôles avec régularisation quadratique, c) modèle à trois dipôles avec régularisation semi-quadratique .....	136
Figure 5.5	Distribution des courants sur le circuit numérique de test sans régularisation.....	139
Figure 5.6	Distribution des courants sur le circuit numérique de test avec régularisation.....	140
Figure 5.7	Distribution de courants: a) référence, b) inversion sans régularisation RSB=2 dB .....	142
Figure 5.9	Schéma de l'intérieur de la chambre de mesures de CEM.....	146
Figure 5.10	Chambre de mesures en CEM a) Dipôle et mât b) DUT sur la table de bois .....	147
Figure 5.11	a) Circuit en position couché, b) circuit en position debout .....	148

Figure 5.12	Comparaison entre les calculs du champ lointain (-) et les mesures (--)149
Figure 5.13	Problème équivalent à celui des mesures en chambre de CEM.....150
Figure 6.1	Comparaison entre les mesures (-) et les calculs (--) du champ lointain pour le circuit numérique avec l'alimentation électrique isolée: a) circuit couché, polarisation horizontale, b) circuit couché, polarisation verticale, c) circuit debout, polarisation horizontale, d) circuit debout, polarisation verticale .....155
Figure 6.2	Antenne patch.....157
Figure 6.3	Grille utilisée pour la disposition des dipôles sur l'antenne patch.....158
Figure 6.4	Champ lointain d'une antenne patch en position debout, (-) champ mesuré, (--) champ calculé.....158
Figure 6.5	Courants commun et différentiel circulant dans une paire de conducteurs .....
	160
Figure 6.6	Tension lue par la sonde pour des courants en mode commun (-) et en mode différentiel (--) pour différentes hauteurs.....161
Figure 6.7	Position de la fente sur le circuit numérique .....163_Toc80355967
Figure 6.8	Mesures en champ proche effectuées au-dessus du circuit numérique ayant une fente de 10 cm dans son plan de masse. a) sonde orientée selon $\varphi=0^\circ$ , b) sonde orientée $\varphi=90^\circ$ .....163
Figure 6.9	Champ produit par un dipôle électrique orienté selon x dans le plan z = 0(-) et la distribution de courants magnétiques supposée équivalente (--) pour différents plans et différentes hauteurs .....166

Figure 6.10	Mise en évidence de la proximité des composantes et de la sonde.....	168
Figure 6.11	Rayonnement d'un dipôle a) avec la présence d'un plan de masse b) sans plan de masse .....	170
Figure C.1	Fenêtre de saisie pour l'initialisation de l'ARV dans le logiciel MRE2 193	
Figure C.2	Configuration de l'ARV pour les mesures avec deux sondes.....	194

## LISTE DES NOTATIONS ET DES SYMBOLES

$A$	Opérateur linéaire reliant $x$ à $y$
AR	Analyseur réseau
$a_x$	Vecteur unitaire orienté selon $x$
$a_y$	Vecteur unitaire orienté selon $y$
$\alpha$	Coefficient de régularisation
$\beta$	Constante de propagation d'une onde électromagnétique
$B$	Vecteur aléatoire d'où $b$ est issu
$b$	Vecteur de bruit
$C$	Critère à minimiser
CEM	Compatibilité électromagnétique
CRIQ	Centre de recherche industrielle du Québec
$c$	Nombre de conditions
$D$	Dimension principale d'un système rayonnant (Chapitre 1)
$D$	Matrice de différences (Chapitres 2, 4, 5)
DUT	Système sous test
$\delta$	Paramètre de forme pour les fonctions $L2L1$
$E$	Champ électrique
EQM	Erreur quadratique moyenne
$E_\phi$	Champ magnétique orienté selon $\phi$

$E_\theta$	Champ magnétique orienté selon $\theta$
$f_x$	Densité de probabilité de x
$f_{Y X=x}$	Densité de probabilité de Y sachant de X=x
FCC	« Federal Communications Commission »
GR	Méthode de Geman et Reynolds
GY	Méthode de Geman et Yang
$H$	Champ magnétique
$H_\varphi$	Champ magnétique orienté selon $\varphi$
$H_\theta$	Champ magnétique orienté selon $\theta$
$J$	Densité de courant électrique
$j$	Unité imaginaire
$I_e$	Grandeur du courant électrique
$I$	Vecteur des amplitudes complexes des fonctions de base
$l$	Vecteur ajouté pour la régularisation non-quadratique
$\lambda$	Longueur d'onde (Chapitre 1)
$\lambda$	Paramètre pour la régularisation $L2L1$ (Chapitres 2, 4, 5)
$M$	Densité de courant magnétique
MAP	Maximum <i>a posteriori</i>
$\omega$	Fréquence angulaire
$\Phi$	Fonction de pénalisation
$r$	Distance entre l'origine et un point de l'espace en coordonnées sphériques
RSB	Rapport signal sur bruit

$R_X$	Matrice de covariance normalisée
$S$	Surface quelconque
SAW	« Surface Acoustic Wave »
sq	Algorithme semi-quadratique
TEM	Transverse électromagnétique
$\sigma_n$	Valeur propre
$\sigma_x$	Variance du vecteur $x$
$u_n$	Vecteur provenant de la décomposition en valeurs singulières
$V$	Volume quelconque (Chapitre 1)
$V$	Vecteur des tensions mesurées (Chapitres 2, 3, 4, 5, 6)
$v_n$	Vecteur provenant de la décomposition en valeurs singulières
$X$	Vecteur aléatoire d'où $x$ est issu
$Y$	Vecteur aléatoire d'où $y$ est issu
$x$	Objet original
$\hat{x}$	Estimation de $x$
$y$	Objet mesuré
$Z$	Matrice d'impédance

## INTRODUCTION

### 0.1 Généralités

Le présent mémoire de maîtrise porte sur l'étude du rayonnement produit par un circuit numérique. Une technique permettant de calculer le champ rayonné par un tel circuit à partir de mesures en champ proche est développée. Les travaux qui y sont présentés relèvent du domaine de la compatibilité électromagnétique (CEM).

### 0.2 Description de la problématique

Tous les appareils électriques (en particulier les appareils électroniques numériques) doivent, pour pouvoir être commercialisés, respecter des règles de compatibilité électromagnétique. Ces dernières ont pour but de limiter les émissions produites par les appareils de façon à ce que le fonctionnement de divers systèmes, mis à proximité les uns des autres, ne soit pas perturbé. Aux Etats-Unis, c'est la « Federal Communications Commission » (FCC) qui impose les normes d'émissions alors qu'au Canada cette tâche revient à Industrie Canada.

Les limites d'émissions varient, entre autres, selon que le système est dédié à un environnement industriel ou non. Elles varient aussi en fonction de la fréquence

d'émission. La figure 0.1 présente un exemple des normes imposées par la FCC. On y indique le champ électrique maximal émis à une distance de 3 mètres en fonction de la classe du système et de la fréquence émise (la classe A comprend les systèmes ordinés conçus pour être utilisés dans un environnement industriel alors que ceux conçus pour une utilisation domestique sont compris dans la classe B). Cette figure est extraite de (Ott, 1988).

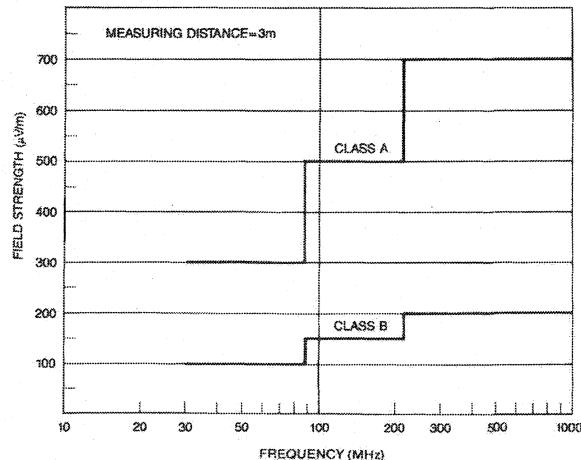


Figure 0.1 Normes maximales d'émissions sur un site ouvert, à une distance de 3 mètres, en fonction de la classe et de la fréquence du système (Ott, 1988)

Les tests de CEM doivent être réalisés sur un site ouvert selon des règles très strictes. Un montage typique pour ce genre de mesures est présenté à la figure 0.2. Il est constitué d'une table tournante en bois sur laquelle on dépose le circuit sous test, d'une antenne de mesure pouvant se déplacer sur une hauteur de 3 m, et d'un plancher métallique.

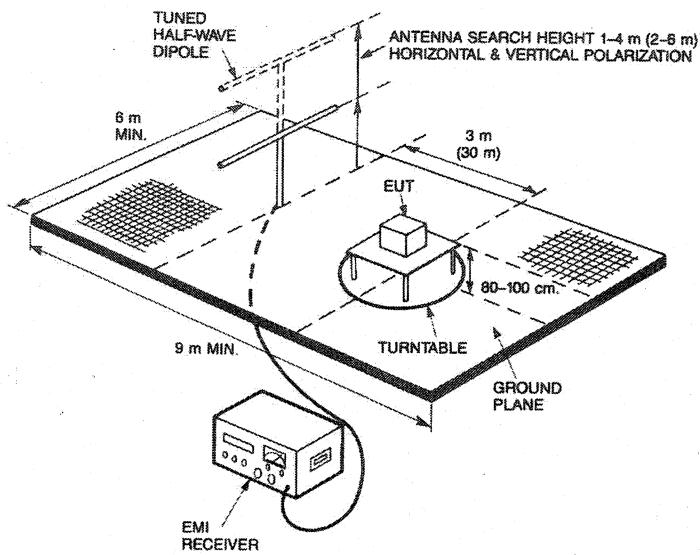


Figure 0.2 Montage typique pour des mesures de CEM (Ott, 1988)

Comme on peut le constater, ce montage est passablement encombrant. De plus, son coût d'installation est très élevé. En conséquence, très peu de compagnies ou d'organismes peuvent se permettre de posséder un tel équipement. On doit donc remettre à la toute fin des projets de développement les tests de conformité aux normes en vigueur réalisés dans des laboratoires reconnus. Dans le cas où les tests sont échoués, cela entraîne des coûts très élevés puisqu'il faut retourner aux étapes de développement.

### 0.3 Connaissances actuelles

Les problèmes de rayonnement des circuits numériques constituent donc un problème important en CEM et sont étudiés sous différents angles.

Les causes de ces problèmes sont bien connues. On a montré, entre autres dans Ilavarasan et al., (2001), que les fentes dans le plan de masse d'un circuit sont très nuisibles au point de vue CEM. Il en va de même pour les lignes de signal passant trop près du bord du circuit (Watanabe et al., 2002).

Il a aussi été démontré que les radiations provenant de ces différents problèmes ont pour cause directe la création de courants en mode commun (Watanabe et al., 2002), (Paul, 1992), (Sasaki et al., 2002). La définition des courants en mode commun est donnée au chapitre 6.

Une attention particulière a aussi été portée, par la communauté scientifique, sur les différentes façons d'analyser un circuit du point de vue CEM. Pour remplacer l'utilisation des chambres de mesures en compatibilité électromagnétique, certains proposent l'utilisation de cellules TEM (transverse électromagnétiques), (Slattery, Muccioli et al., 1999). Ces dernières ont l'avantage d'être beaucoup moins encombrantes que les chambres CEM et permettent d'extrapoler le champ lointain d'un circuit. Par contre, à basses fréquences, leur utilisation demeure problématique.

Une autre approche consiste à mesurer le champ proche au-dessus du circuit (Joy et al., 1972), (Petre et al., 1992). Cette technique est déjà bien utilisée dans le domaine des circuits rayonnants et des circuits micro-ondes (Colinas, 2001), (Laurin et al., 2001),

(Ouardirhi, 2000), (El-Asoued, 2004). Du côté numérique, des essais concluants ont été obtenus pour cartographier le champ au-dessus des circuits (Nadeau, 1996), (Regué, 2001), (Ilavarasan et al., 2001) et même au-dessus de puces électroniques telles que des microprocesseurs (Slattery, Muccioli et al., 1999), (Daran et al., 2003), (Slattery et Cui, 1999), (Slattery, 2001). Pour ces derniers, on analyse directement le champ proche mesuré alors que pour d'autres, le champ proche est utilisé pour extrapoler le champ lointain (Nadeau, 1996), (Regué, 2001), (Daran et al., 2003), (Slattery, 2001).

#### **0.4 Objectifs**

Le principal objectif du travail présenté dans ce mémoire est de fournir des pistes pour le développement d'un outil simple et accessible permettant l'analyse d'un système numérique du point de vue CEM. De manière plus générale on désire évaluer les émissions électromagnétiques produites par celui-ci à une distance électriquement grande. De plus, dans le cas où le rayonnement serait important, on désire pouvoir identifier la source du problème. Pour ce faire, une technique permettant l'identification des courants circulant sur un circuit numérique à haut débit à partir de mesures en champ proche est développée. Le rayonnement du circuit est extrapolé à partir des courants obtenus.

Tel que précisé à la section 0.2, un des principaux problèmes engendrés par la prise de mesures sur un site ouvert est l'espace occupé par l'équipement. Pour résoudre

ce problème, nous proposons l'utilisation de mesures en champ proche. Comme le nom l'indique, ces dernières sont des mesures du champ électromagnétique prises à une distance électriquement petite de l'objet sous test (DUT, « Device Under Test »). On les voit apparaître pour la première fois dans la littérature dans les années 50. Dans les années 70, Joy et Paris (Joy et al., 1972) proposent une méthode utilisant la transformée de Fourier pour déduire le champ lointain à partir des mesures en champ proche. Une vingtaine d'années plus tard, Petre et Sarkar (Petre et al., 1992) proposent une technique de courants équivalents qui permet elle aussi d'extrapoler le champ lointain à partir de mesures en champ proche. Elle consiste à trouver une distribution de courants qui produit le même champ proche que celui mesuré. On calcule ensuite le champ lointain produit par la distribution trouvée. C'est la technique qui est utilisée dans le cadre de ce travail. Étant donné que le champ lointain et les mesures de CEM se calculent de manière analogue, nous confondrons ces deux notions tout au long du document. Une discussion plus détaillée des mesures en champ proche et des différentes techniques s'y rattachant est présentée au chapitre 1.

L'autre problème majeur des techniques classiques de mesures de CEM mentionné à la section précédente est le coût élevé de l'équipement nécessaire. Pour éviter ce problème, nous n'utilisons qu'un équipement relativement courant dans l'industrie. De façon plus précise, nous n'utilisons qu'un ordinateur personnel, une table de mesures en champ proche (composée essentiellement de bras robotisés et d'un logiciel de commande) et un analyseur réseau vectoriel (ARV).

Tel que mentionné plus haut, le champ lointain du circuit est trouvé en passant par l'identification des courants circulant sur la carte. Un autre objectif de ce projet est donc d'obtenir la meilleure image possible de ces courants. Comme il sera présenté au chapitre 4, étant donné la forme particulière du problème à résoudre (mal posé), les résultats obtenus de la façon la plus « simple » donnent des distributions de courants passablement bruitées. Nous développons donc des techniques permettant d'obtenir une image nette des courants circulant sur le circuit. Cela peut s'avérer utile pour le « déverminage » du circuit en développement. En effet, il pourrait être passablement intéressant, pour un ingénieur de test qui rencontre un disfonctionnement ou des émissions excessives d'un circuit, de « voir », de façon précise, à quels endroits et de quelle façon les courants circulent sur la carte.

## 0.5 Domaines d'études

Pour réaliser les objectifs fixés à la section précédente, il est nécessaire d'utiliser, et donc d'étudier, différentes notions relevant du domaine du génie électrique. Nous les présentons dans cette section. Il est à noter que les principales seront détaillées ultérieurement dans les premiers chapitres de ce mémoire.

La mise en équations du problème est inspirée de la formulation utilisée dans la méthode des moments (Petre et al., 1992). Cette dernière utilise des notions

d'électromagnétisme et d'antennes telles que l'impédance mutuelle entre deux dipôles, les fonctions de Green et le champ rayonné par une distribution de courants donnée. Bien qu'un résumé de ces notions soit présenté dans ce document, nous invitons le lecteur à consulter (Balanis, 1989) et (Stutzman et al., 1998) s'il désire acquérir une connaissance plus complète de ces sujets.

Plusieurs travaux réalisés dans les dernières années ont contribué à l'amélioration des techniques de prise de mesures en champ proche pour des circuits rayonnants (antennes) (Laurin et al., 2001), (Colinas, 2001), (Ouardirhi, 2000). Les travaux effectués par Benoît Nadeau (Nadeau, 1996), au milieu des années 1990, ont montré quelques-unes des difficultés inhérentes à la prise de telles mesures sur un circuit numérique. Ces difficultés sont présentées en détail au chapitre 3. Principalement, elles portent sur la puissance et la pureté spectrale des signaux recueillis. Pour contourner ces difficultés, Nadeau propose une solution qui nécessite la conception de circuits analogiques à hautes fréquences permettant un pré-traitement des signaux captés. Un circuit micro-ondes a donc été conçu dans le cadre du projet et est présenté dans ce mémoire. Tous les concepts utilisés pour la réalisation de ce circuit sont présentés dans (Pozar, 1998).

Les travaux de Jérôme Colinas (Colinas, 2001), pour leur part, ont démontré l'efficacité de la régularisation pour améliorer la précision et la netteté des courants retrouvés à partir des mesures de champ proche. Cette technique a été développée pour

améliorer les résultats obtenus lors de l'inversion de problèmes dits mal posés. Les techniques développées par Colinas sont utilisées pour des systèmes où l'on connaît les endroits où sont situés les sources de courant. Dans le cadre de ce projet, nous généralisons cette approche pour l'appliquer à des circuits où l'on ne connaît pas la position des sources, ce qui est caractéristique d'un circuit numérique. Le fondement théorique des techniques utilisées sont explicitées dans (Idier, 2001 [17]).

## 0.6 Structure du mémoire

Le présent mémoire se divise en trois parties. Pour la compréhension du problème et des solutions proposées, quelques concepts théoriques qui nous semblent importants sont d'abord introduits. Les réalisations faites dans le cadre du travail sont ensuite présentées. Finalement, les résultats obtenus lorsqu'on rassemble toutes les réalisations de la partie précédente sont exposés.

D'une façon plus précise, le premier chapitre est consacré à la théorie se rattachant à la prise de mesures en champ proche. La définition et les caractéristiques du champ proche sont d'abord présentées. Les différentes techniques d'extrapolation du champ lointain sont comparées. Finalement, la méthode des moments et sa modification dans le cadre d'une application au traitement des mesures de champ proche sont développées en détail.

Le deuxième chapitre est consacré à la théorie de la régularisation. Nous introduisons la notion de problèmes mal posés et nous présentons la régularisation d'une manière intuitive. Nous montrons par la suite comment le cadre bayésien peut très bien décrire et servir le problème. Nous traitons aussi de la façon d'incorporer l'information *a priori* à la manière de Tikhonov (Tikhonov, 1977) ou, d'une manière un peu plus complexe, avec des fonctions non quadratiques (Idier, 2001 [16]).

Le troisième chapitre est consacré au montage permettant la prise de mesures. Dans un premier temps le montage actuel conçu pour les circuits rayonnants est présenté. Les modifications nécessaires pour les circuits numériques sont ensuite introduites. Le circuit conçu pour éviter les problèmes rencontrés par Nadeau est le dernier sujet couvert dans ce chapitre.

Dans le quatrième chapitre, les modèles physico-mathématiques utilisés sont décrits. Deux modèles de circulation du courant sont d'abord présentés. Par la suite une façon de représenter l'information *a priori* est proposée. Les résultats obtenus lors de simulations sont présentés en troisième lieu. Finalement, nous intégrons des algorithmes qui permettent de tenir compte des discontinuités inhérentes aux distributions de courants des circuits numériques.

Le cinquième chapitre est dédié aux résultats complets que nous avons obtenus sur un véritable circuit numérique. On y analyse la qualité des mesures et des courants

retrouvés. On compare aussi les résultats en champ lointain obtenus avec notre méthode à ceux obtenus par des prises de mesures en chambre de CEM.

Finalement, le chapitre 6 présente les sources potentielles d'erreurs ainsi que des pistes de recherche pour des travaux futurs. On y analyse la validité des modèles utilisés ainsi que les difficultés posées par les montages expérimentaux.

# CHAPITE 1

## MESURES EN CHAMP PROCHE

### 1.1 Introduction

On distingue habituellement deux zones dans le champ électromagnétique produit par un système rayonnant: la zone de champ proche et la zone de champ lointain. Dans un cadre de compatibilité électromagnétique, on s'intéresse à la zone de champ lointain des objets testés. Tel que mentionné en introduction, les mesures de CEM doivent donc être effectuées dans des chambres coûteuses et encombrantes.

Les mesures en champ proche ont été introduites pour la première fois dans les années 50. Contrairement aux mesures en champ lointain, elles sont relativement peu coûteuses et nécessitent beaucoup moins d'espace. Dans le domaine de la compatibilité électromagnétique, on les utilise de deux façons différentes. Dans certains cas, on analyse directement les mesures en champ proche pour identifier les sources de rayonnement (Slattery et Cui, 1999), (Slattery, 2001). Dans d'autres, on les utilise pour extrapoler le champ lointain du système sous test (Joy et al., 1972), (Petre et al., 1992), (Laurin et al., 2001), (Daran et al., 2003), (Ouardirhi, 2000). Cette dernière approche est celle utilisée dans ce travail. Ce choix s'explique par le fait que les normes de compatibilité sont établies pour le champ électrique situé à une distance de 3 ou 10

mètres de l'objet rayonnant. Notre objectif est donc de retrouver ce champ à partir des mesures en champ proche.

Pour extrapoler un champ lointain à partir de mesures en champ proche, deux techniques sont possibles: l'une par transformée de Fourier (Joy et al., 1972) et l'autre, par identification des courants équivalents (Petre et al., 1992). Cette deuxième option est celle retenue pour nos travaux. Les raisons de ce choix sont expliquées au paragraphe 1.2.

Dans le présent chapitre, nous présentons les définitions du champ proche et du champ lointain d'un système. Par la suite, le théorème d'équivalence, qui sert de base aux deux techniques d'extrapolation du champ lointain, est présenté. La technique des courants équivalents et celle de la transformée de Fourier sont ensuite expliquées et comparées. Enfin, la mise en équation de la méthode des courants équivalents est présentée, un travail important ayant dû être consacré à sa résolution.

## 1.2 Champ proche

On peut définir la zone de champ proche d'une structure par opposition à sa zone de champ lointain. Comme son nom l'indique, le champ proche est le champ électromagnétique qui se trouve à une distance électriquement courte d'un système électrique. Le champ lointain, pour sa part, est situé à une distance électriquement

grande. Il est important de mentionner que les limites séparant ces deux zones ne sont pas nettes. En effet, les concepts de champ proche et de champ lointain sont beaucoup plus qualitatifs que quantitatifs.

Néanmoins on a défini, par convention, la zone de champ lointain comme une zone où l'atténuation du champ électromagnétique est constante et où l'évolution de la phase est linéaire en fonction de la distance avec le système rayonnant. La formulation mathématique de ces notions est donnée ci-après.

Voici les équations décrivant le champ électromagnétique produit par un court élément de courant électrique situé à l'origine et ayant une distribution de courant  $I(z')$  uniforme sur un intervalle de longueur  $l$  le long de l'axe  $z$ :

$$I(z') = I_e \hat{a}_z \text{ pour } -l/2 < z' < l/2 \text{ avec } l \ll \lambda$$

$$\begin{aligned} H_\phi &= j \frac{\beta I_e l \sin \theta}{4\pi r} \left( 1 + \frac{1}{j\beta r} \right) e^{-j\beta r} \\ H_\theta &= H_r = 0 \\ E_r &= \eta \frac{I_e l \cos \theta}{2\pi r^2} \left( 1 + \frac{1}{j\beta r} \right) e^{-j\beta r} \\ E_\theta &= j\eta \frac{\beta I_e l \sin \theta}{4\pi r} \left( 1 + \frac{1}{j\beta r} - \frac{1}{(\beta r)^2} \right) e^{-j\beta r} \\ E_\phi &= 0 \end{aligned} \quad (1.1)$$

où  $\hat{a}_z$ : vecteur unitaire selon l'axe z

$\lambda$ : la longueur d'onde

$H_\phi, H_\theta$ : le champ magnétique selon  $\phi$  et  $\theta$

$E_\phi, E_\theta$ : le champ électrique selon  $\phi$  et  $\theta$

$\eta$ : l'impédance du milieu

$\beta$ : la constante de propagation

$r$ : la distance à l'origine

L'équation 1.1 donne le champ, en tout point de l'espace, en coordonnées sphériques  $(r, \theta, \phi)$ . Pour l'ensemble de ce travail, nous utilisons des signaux harmoniques dans le temps avec une notation phasor pour toutes les quantités. Le facteur de variation temporelle ( $e^{j\omega t}$ ) est implicite et a été omis pour alléger l'écriture.

On remarque que les équations définies en 1.1 contiennent toutes des termes en  $1/r$ ,  $1/r^2$  ou  $1/r^3$ . Un premier critère, pour identifier le champ lointain, est de se placer à une distance  $r$  telle que les termes en  $1/r^2$  et  $1/r^3$  deviennent négligeables par rapport aux termes en  $1/r$ . Il est facile de démontrer que les termes en  $1/r$  et  $1/r^2$  sont égaux si  $\beta=1/r$ , soit  $r=\lambda/2\pi$ . On peut donc conclure que le terme en  $1/r$  sera prédominant si  $r>>\lambda$ .

Le critère précédent a été déduit d'une distribution de courants électriquement très petite. On doit cependant aussi tenir compte des dimensions de l'antenne ou, plus

généralement, de l'objet rayonnant pour distinguer les différentes zones de radiation.

Pour ce faire il faut regarder l'équation générale de radiation d'une source de courant quelconque:

$$\vec{A}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_V \vec{J}(\vec{r}') \frac{e^{-j\beta R}}{R} d\vec{r}', \quad R = |\vec{r} - \vec{r}'| \quad (1.2)$$

où  $\vec{r}$ : vecteur reliant un point de l'espace à l'origine

$\vec{r}'$ : vecteur reliant un point de la source à l'origine

$\mu_0$ : la perméabilité du vide

$\vec{J}(\vec{r}')$ : la distribution de courants

$V'$ : le volume dans lequel circule le courant

$\vec{A}(\vec{r})$ : potentiel vecteur

Si  $|\vec{r} - \vec{r}'| \approx |\vec{r}| = r$ , ce qui est vrai si  $D \ll r$  (où  $D$  est la dimension principale de l'antenne), cette équation peut être approximée comme suit (Stutzman et al., 1998):

$$\vec{A} = \frac{\mu_0}{4\pi r} \int_V \vec{J}(\vec{r}') e^{-j\beta r} d\vec{r}' \quad (1.3)$$

Enfin, on peut encore simplifier 1.3 en faisant l'hypothèse des rayons parallèles.

Celle-ci nous permet de remplacer  $R$  par  $r - \vec{r}' \cdot \hat{r}$ . Un seuil d'erreur généralement utilisé

dans la littérature (Stutzman et al., 1998) est une différence de parcours de  $\lambda/16$  entre deux rayons supposés parallèles. Ce seuil est respecté si:

$$r > \frac{2D^2}{\lambda} \quad (1.4)$$

En résumé, les trois critères généralement utilisés pour déterminer les limites entre le champ proche et le champ lointain sont donc les suivants (Stutzman et al., 1998):

$$\begin{aligned} r &> \lambda \\ D &<< r \\ r &> \frac{2D^2}{\lambda} \end{aligned} \quad (1.5)$$

Maintenant que la zone de champ lointain est définie, la zone de champ proche se définit comme étant tout ce qui n'est pas dans le champ lointain.

Bien que la zone de champ proche puisse être relativement grande, les travaux réalisés au POLY-GRAMES utilisent des mesures prises à des distances électriquement très petites du DUT. Par exemple, pour ce projet, les mesures ont été prises à une distance d'environ  $\lambda/20$ . Ce choix s'explique par le fait que nous tentons d'obtenir une image des courants circulant sur le circuit. Pour améliorer la qualité des courants

retrouvés, il est avantageux d'avoir la meilleure résolution possible du champ proche au niveau du circuit.

### **1.3 Détermination du champ lointain à partir de mesures en champ proche**

Nous nous intéressons maintenant à l'extrapolation du champ lointain à partir de mesures en champ proche. Dans ce domaine, deux techniques principales sont utilisées: la méthode par transformée de Fourier (Joy et al., 1972) et celle par détermination de courants équivalents (Petre et al., 1992). Nous présentons rapidement ces deux techniques, précédées du théorème d'équivalence, sur lequel elles sont fondées.

#### **1.3.1 Théorème d'équivalence**

Ce théorème permet de remplacer des sources de courants par une distribution équivalente de courants électriques et/ou magnétiques. Plus précisément, on remplace des sources de courants par d'autres courants circulant sur une certaine surface. On entend par équivalence que malgré la nouvelle distribution de courants, le champ à l'extérieur du volume délimité par la surface demeure inchangé.

Soit un volume  $V$ , délimité par une surface  $S$ , dans lequel on retrouve des sources de courants magnétiques ( $M$ ) et/ou électriques ( $J$ ):  $\vec{J} = \vec{J}_0$ ,  $\vec{M} = \vec{M}_0$ , telles que présentées à la figure 1.1a. On pose que les champs à l'intérieur de  $V$  sont égaux à  $\vec{E}_0$ ,  $\vec{H}_0$  et ceux à

l'extérieur de  $V$ , sont égaux à  $\overrightarrow{E}_1, \overrightarrow{H}_1$ . Il va sans dire que sur la limite (la surface  $S$ ),

$$\overrightarrow{E}_0 = \overrightarrow{E}_1, \overrightarrow{H}_0 = \overrightarrow{H}_1.$$

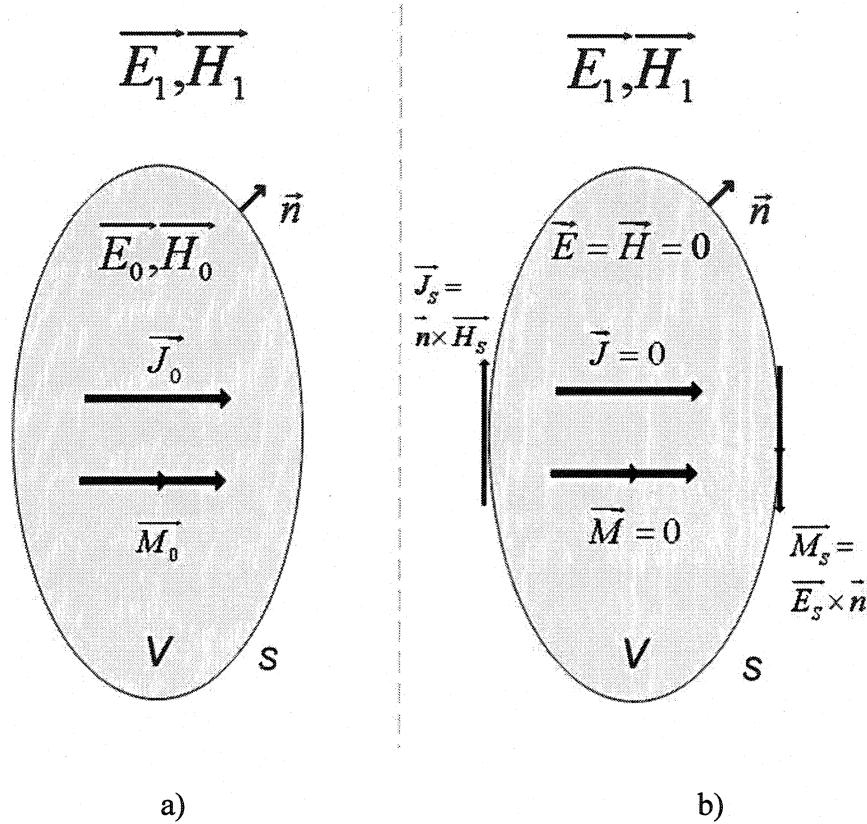


Figure 1.1 Problème initial (a) et problème équivalent (b) d'après le théorème d'équivalence

Le théorème d'équivalence stipule que ce problème initial peut être remplacé par le problème équivalent illustré à la figure 1.1b. On peut éteindre toutes les sources à l'intérieur de  $V$ :  $\overrightarrow{J} = \overrightarrow{M} = 0$ , et les remplacer par des courants circulant sur la surface  $S$ . Ces courants doivent respecter ces deux équations:

$$\begin{aligned}\vec{J}_s &= \hat{n} \times (\vec{H}_s) \\ \vec{M}_s &= -\hat{n} \times (\vec{E}_s)\end{aligned}\tag{1.6}$$

où  $H_s$  et  $E_s$  sont les champs sur la surface  $S$  et  $\hat{n}$ , le vecteur unitaire normal à  $S$ .

Le nouveau problème est alors dit équivalent puisque les champs à l'extérieur de  $V$  demeurent inchangés  $\overrightarrow{E}_1, \overrightarrow{H}_1$ . De plus, dans le cas présenté ici, le champ à l'intérieur de  $V$  est nul  $\overrightarrow{E} = \overrightarrow{H} = 0$ .

On peut simplifier encore davantage le problème équivalent présenté à la figure 1.1b. Comme le volume  $V$  est vide de sources et de champs, on peut placer n'importe quel matériau dans  $V$  sans modifier les champs à l'extérieur de  $V$ . On propose donc de remplir  $V$  avec un conducteur électrique ou magnétique. Si on place un conducteur électrique, le courant électrique sera court-circuité et donc nul. Inversement, c'est le courant magnétique qui sera annulé si on utilise un conducteur magnétique. Cela implique que l'on peut modéliser n'importe quelle source de courants en n'utilisant que des courants électriques ou que des courants magnétiques. Ce problème équivalent est présenté à la figure 1.2. Il faut toutefois noter qu'il faut prendre en compte la présence du nouveau matériau lorsque vient le temps de calculer le rayonnement produit par la source équivalente.

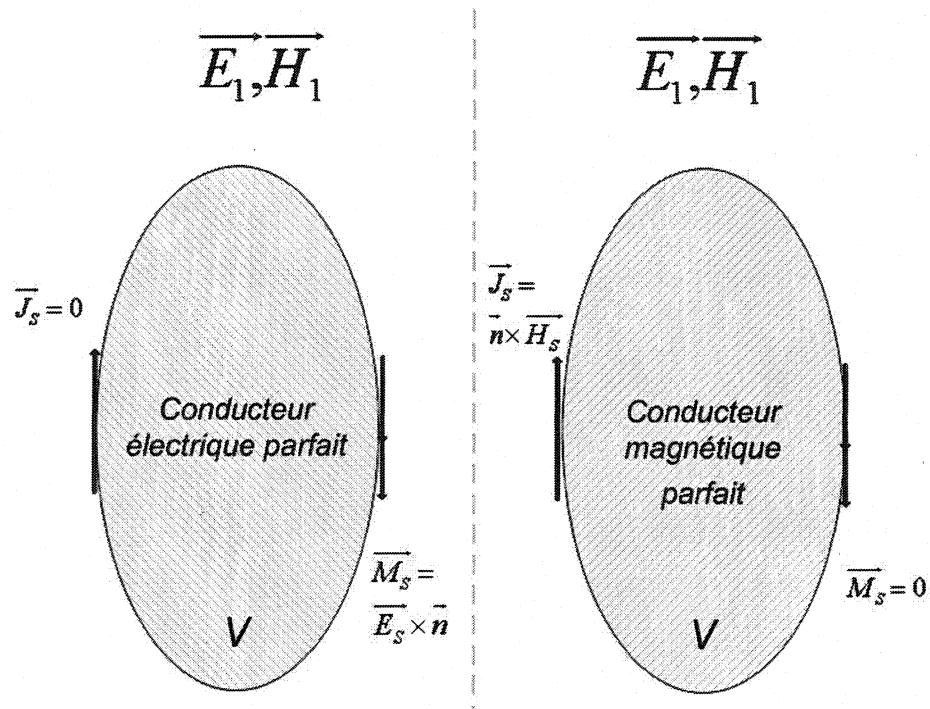


Figure 1.2 Problèmes équivalents simplifiés par l'utilisation de conducteurs

Ce théorème sera maintenant utilisé comme base pour les deux techniques d'extrapolation du champ lointain.

### 1.3.2 Méthode par transformée de Fourier

Cette méthode a été introduite par Joy et Paris (Joy et al., 1972) en 1972.

Selon le théorème d'équivalence, on sait, que si les champs électrique et magnétique sont connus en tout point sur une certaine surface fermée, il est possible de déterminer le champ à l'extérieur de cette surface. En effet, on peut remplacer les

champs sur la surface par une distribution de courants équivalents et, à partir de cette distribution, déterminer le champ à l'extérieur du volume délimité par la surface. L'idée de base dans la méthode par transformée de Fourier est de choisir comme surface un plan infini (le volume contenu par ce plan occupe la moitié de l'espace) situé à une certaine distance  $d$  au-dessus de l'objet sous test. La figure 1.3 illustre la façon de poser le problème.

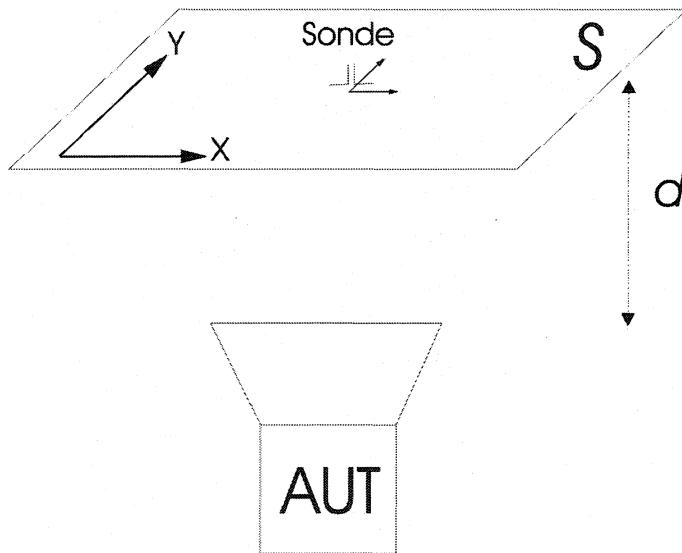


Figure 1.3 Mesures en champ proche faites sur un plan situé à une distance  $d$  de l'antenne sous test

La méthode par transformée de Fourier s'applique de la manière suivante: On désire prendre des mesures du champ proche sur un plan  $S$  (non infini) au-dessus d'une antenne sous test. On suppose d'abord que ces mesures nous permettent de connaître le champ électrique en tout point sur  $S$ . On émet aussi l'hypothèse que dans le plan infini

contenant  $S$ , le champ est négligeable partout à l'extérieur de  $S$ . Selon le théorème d'équivalence, on peut donc enlever l'antenne et la remplacer par des courants équivalents situés sur  $S$ . À partir de ces courants et de l'équation 1.3, il est possible de déterminer le rayonnement en champ lointain. Si on regroupe ces deux opérations en un seul calcul, on retrouve des équations de ce type (Stutzman et al., 1998):

$$\begin{aligned} P_x &= \iint_S E_x(x', y') e^{j\beta(x \sin \theta \cos \phi + y \sin \theta \sin \phi)} dx' dy' \\ Q_x &= \iint_S H_x(x', y') e^{j\beta(x \sin \theta \cos \phi + y \sin \theta \sin \phi)} dx' dy' \\ P_y &= \iint_S E_y(x', y') e^{j\beta(x \sin \theta \cos \phi + y \sin \theta \sin \phi)} dx' dy' \\ Q_y &= \iint_S H_y(x', y') e^{j\beta(x \sin \theta \cos \phi + y \sin \theta \sin \phi)} dx' dy' \end{aligned} \quad (1.7)$$

où  $E_x$ ,  $H_x$ ,  $E_y$  et  $H_y$  sont les composantes, électriques et magnétiques, du champ proche orientées respectivement selon  $\hat{a}_x$  et  $\hat{a}_y$  (vecteurs unitaires selon les axes  $x$  et  $y$ ) sur  $S$ .  $P$  et  $Q$  sont reliés aux champs lointains par de simples multiplications algébriques (voir (Stutzman et al., 1998) page 282). À titre d'exemple:

$$E_\theta = j\beta \frac{e^{-j\beta r}}{4\pi r} [P_x \cos \phi + P_y \sin \phi + \eta \cos \theta (Q_y \cos \phi - Q_x \sin \phi)] \quad (1.8)$$

Les équations 1.7 montrent que l'on peut déduire le champ lointain d'une structure rayonnante à partir d'une transformée de Fourier du champ proche, d'où le

nom de la technique. De plus, comme nous sommes dans le cas d'une transformée de Fourier, le théorème de Nyquist s'applique. Ce dernier nous apprend qu'il est possible de reconstruire parfaitement le champ lointain en faisant un échantillonnage approprié du champ proche (ce qui est nécessairement le cas pour des mesures réelles).

Bien que passablement utilisée, cette technique présente trois désavantages principaux. D'une part, il faut supposer que le champ est négligeable en dehors de  $S$ . Cette approximation peut s'avérer grossière dans certains cas pratiques. D'autre part, en utilisant le théorème d'équivalence, on doit annuler les sources et supposer que le champ est nul en tout point en dessous de  $S$ . Il en résulte qu'il faut se résigner à ne pas déterminer le rayonnement arrière du DUT. Finalement, comme on ne connaît pas la véritable distribution de courants sur le DUT, il est impossible de déterminer la portion du champ provenant de la diffraction. Cette dernière dépend de la géométrie du système (Laurin et al., 2001) qui ne peut être prise en compte avec la méthode par transformée de Fourier.

### 1.3.3 Méthode des courants équivalents

Comme son nom l'indique, la méthode des courants équivalents consiste à déterminer une distribution de courants qui produit le même champ proche que celui

mesuré. Une fois cette distribution trouvée, il est facile de déterminer le rayonnement en champ lointain en utilisant 1.3.

### 1.3.3.1 Principes

Selon le théorème d'équivalence, le problème posé à la figure 1.3 peut être remplacé par le problème de la figure 1.4:

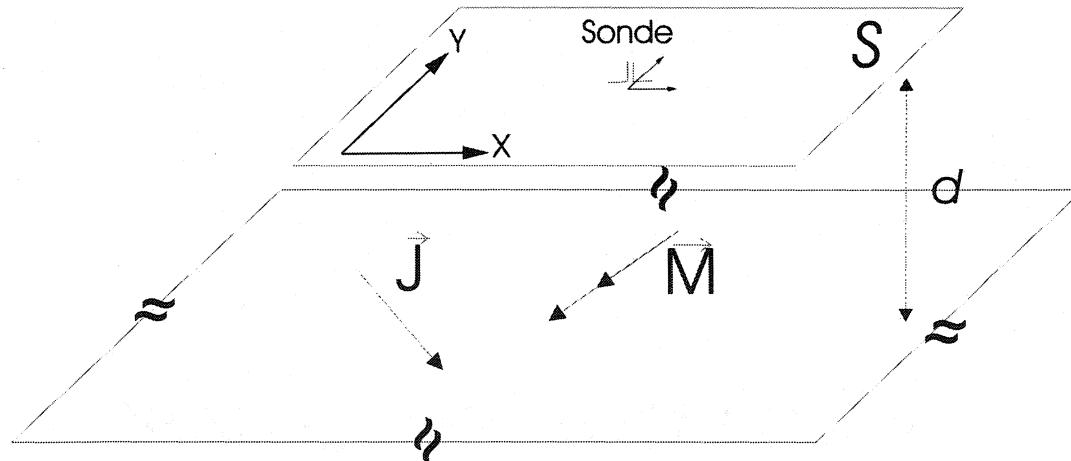


Figure 1.4 Problème équivalent pour la méthode des courants équivalents

Comme dans le cas de la technique par transformée de Fourier, on cherche une distribution de courants équivalents à partir de mesures du champ faites à une distance  $d$  au-dessus du DUT. Par contre, dans ce cas, on place le plan d'équivalence (plan sur lequel les courants équivalents circulent) au niveau du DUT plutôt qu'au niveau des mesures. On remplace donc la source par une distribution de courants, située à une

distance  $d$ , au-dessous de  $S$  (niveau du DUT), produisant le même champ proche que celui mesuré sur  $S$ .

D'un point de vue pratique, on sait qu'il peut y avoir sur le DUT des courants électriques et des courants magnétiques (en fait il s'agit plutôt de courants électriques complexes qui se modélisent par des courants magnétiques). Toutefois, on se rappelle que selon le théorème d'équivalence, on peut placer un conducteur électrique ou magnétique sous la surface où circulent les courants et, de cette façon, on se retrouve avec seulement un type de courant. De plus, comme on place les courants sur un plan infini (en pratique on supposera que les courants sont négligeables à l'extérieur d'une certaine surface), l'effet du conducteur consiste seulement à doubler les courants (fig. 1.5) (Balanis, 1989). Comme il sera présenté au chapitre 6, cette dernière étape doit être traitée avec beaucoup d'attention lorsqu'on l'applique à des cas pratiques.

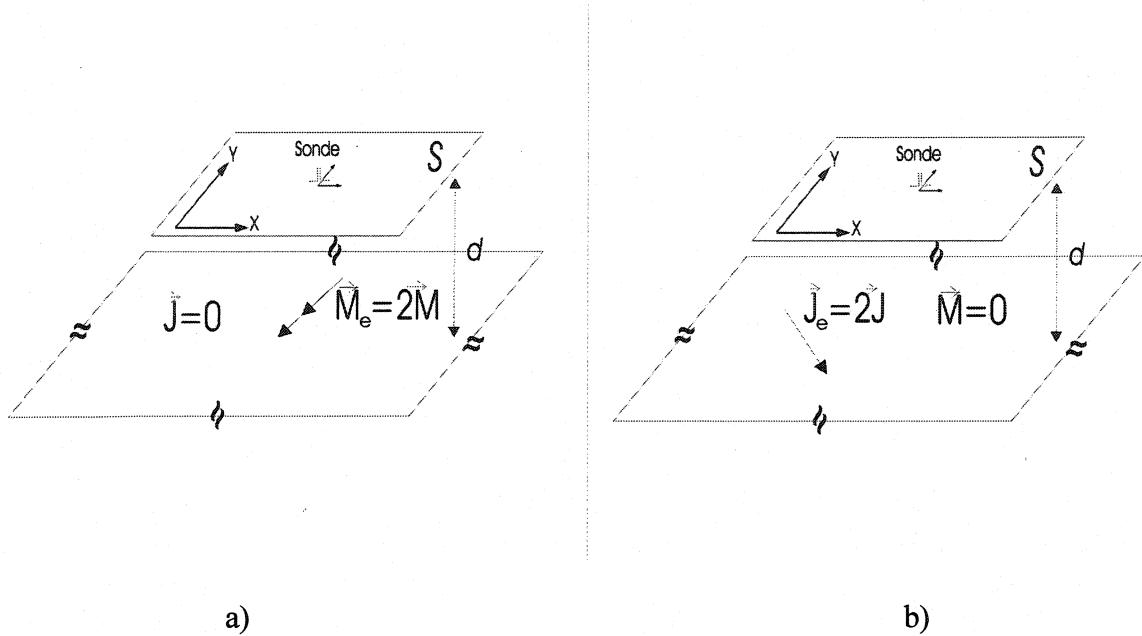


Figure 1.5 Problème équivalent avec conducteurs pour la méthode des courants équivalents:

a) conducteur électrique, b) conducteur magnétique

Dans la méthode des courants équivalents on place donc un plan sur lequel on fait circuler des courants équivalents. Ce plan est situé au niveau du DUT. De cette façon, on peut supposer que la distribution de courants représente bien la physique du système, c'est-à-dire que les courants trouvés représentent de véritables courants. Il est ainsi possible, sous certaines conditions, de déterminer le rayonnement avant et le rayonnement arrière (ce qui n'était pas le cas avec la transformée de Fourier). On peut aussi utiliser la géométrie du problème, si elle est connue, pour calculer les champs diffractés qui contribuent au champ lointain. Finalement, alors que pour la technique par transformée de Fourier il fallait faire l'hypothèse que les champs étaient négligeables en dehors d'une certaine surface, dans le cas présent, on doit supposer que les courants sont

négligeables en dehors d'une certaine surface. Cette dernière hypothèse semble beaucoup plus facile à admettre que la première. Pour toutes ces raisons, nous avons choisi, pour nos travaux, la méthode des courants équivalents.

Pour trouver la distribution de courants représentée par les figures 1.4 et 1.5, on utilise une technique déduite de la méthode des moments.

### 1.3.3.2 Mise en équations

Dans ce paragraphe, nous développons la mise en équations d'un problème de courants équivalents. Il semble approprié de s'attarder quelque peu sur ce point puisqu'une bonne partie du travail original proposé dans ce mémoire a pour objet la résolution de cette équation. Pour plus de détails sur la méthode présentée, nous suggérons la lecture de (Colinas, 2001), (Petre et al., 1992) et (Harrington, 1982).

Le champ électrique produit par une distribution de courants quelconque est déterminé par l'équation suivante (Balanis, 1989):

$$\vec{E}(\vec{r}) = \int_D \vec{J}(\vec{r}') \cdot G_e dD \quad (1.9)$$

où  $E$  est le champ électrique,  $J$ , la distribution de courant sur  $D$ ,  $D$ , le volume où il y a du courant électrique et  $G_e$ , la fonction de Green permettant de relier le courant au champ. Pour des raisons de simplicité on ne présente ici que les courants électriques et le champ électrique. Le cheminement est le même pour les courants magnétiques et le champ magnétique.

Dans la méthode des moments, on fait l'hypothèse que la distribution de courants sur la structure étudiée peut s'écrire comme étant la superposition de plusieurs fonctions de base modulées par une certaine amplitude et une certaine phase. Considérons le cas où il y a  $N$  fonctions de base. Cette décomposition en fonctions de base est représentée à la figure 1.6.

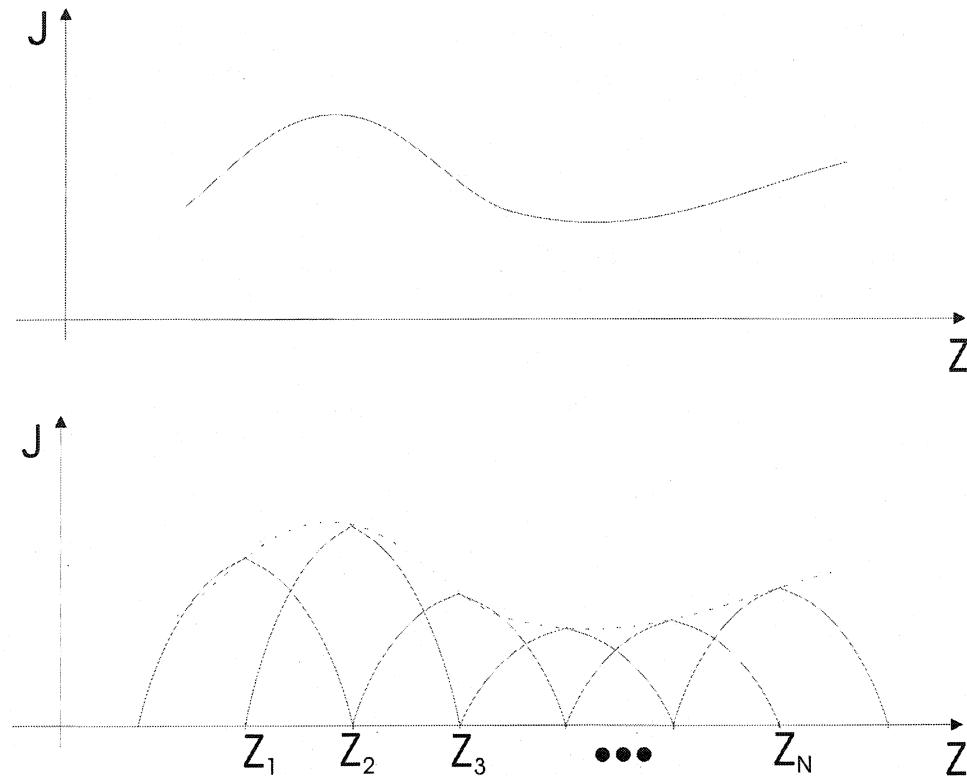


Figure 1.6 Décomposition d'une distribution de courants en  $N$  fonctions de base.

Une fois cette décomposition effectuée, on peut réécrire l'équation 1.9 de la façon suivante:

$$\vec{E}(\vec{r}) = \int_D \vec{J}(\vec{r}') \cdot G_e dD = \sum_n I_n \int_{D_n} \vec{J}_n(\vec{r}') \cdot G_e dD \quad (1.10)$$

avec  $J_n$ , la  $n^{\text{ième}}$  fonction de base et  $I_n$ , son coefficient complexe.

Dans 1.10, on remarque que le terme inclus dans l'intégrale est constant pour un problème donné. Il ne reste donc à déterminer que les coefficients  $I_n$ .

La méthode des courants équivalents consiste donc à déterminer une série de coefficients  $I_n$  représentant l'amplitude et la phase de fonctions de base qu'on dispose selon la géométrie du problème. Dans le cadre de ce travail, on utilise des dipôles (électriques ou magnétiques) filamentaires ayant une distribution de courant sinusoïdale pour soutenir les fonctions de base (tel qu'illustre à la figure 1.6):

$$J_n(z') = \begin{cases} \hat{a}_z \frac{\sin(\beta(z - z_{n-1}))}{\sin(\beta(z_n - z_{n-1}))} & z_{n-1} \leq z \leq z_n \\ \hat{a}_z \frac{\sin(\beta(z_{n+1} - z))}{\sin(\beta(z_{n+1} - z_n))} & z_n \leq z \leq z_{n+1} \end{cases} \quad (1.11)$$

Pour finir la mise en équations de notre problème, on se sert des connaissances des conditions aux frontières. Comme les courants (électriques) circulent sur des filaments métalliques, on sait que le champ électrique parallèle à ces derniers est nul. De façon mathématique, cela revient à dire que la composante tangentielle à la structure du champ électrique induit sur la structure doit être égale mais de sens opposé à la composante du champ de source. De plus, on introduit la notion de fonctions de poids (Harrington, 1982). Ces dernières servent à faire un certain moyennage du champ autour d'un point d'intérêt plutôt que de ne considérer le champ qu'à ce seul point. À partir de 1.10 et de ces considérations, on peut écrire le problème comme suit:

$$\sum_n I_n \int_l k_m(l) \left( \int_{D_n} \vec{J}_n(\vec{r}) \cdot G_e dD \right) dl = - \int_l k_m(l) \vec{E}_s(l) dl \quad (1.12)$$

avec  $k_m$ , la  $m^e$  fonction de poids,  $\vec{E}_s(l)$ , le champ de source et  $l$ , l'espace unidimensionnel occupé par la structure.

Dans cette dernière équation on note que, pour un problème donné, le terme  $\int_l k_m(l) \left( \int_{D_n} \vec{J}_n(\vec{r}) \cdot G_e dD \right) dl$  est constant. Pour une paire  $(m,n)$  nous noterons le résultat de l'intégrale comme étant  $Z_{mn}$ . Il en va de même avec  $-\int_l k_m(l) \vec{E}_s(l) dl$ , que nous noterons  $V_m$  pour un  $m$  donné. On peut donc réécrire le problème:

$$V_m = \sum_n Z_{nm} I_n \quad (1.13)$$

L'équation 1.13 est formée de  $N$  inconnues. Pour pouvoir résoudre le problème, on utilise les  $N$  termes de source, ce qui nous mène à une équation matricielle du type:

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ \vdots \\ V_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} & \cdots & Z_{1N} \\ Z_{21} & Z_{22} & \cdots & Z_{2N} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ Z_{N1} & Z_{N2} & \cdots & Z_{NN} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ \vdots \\ I_N \end{bmatrix} \quad (1.14)$$

L'équation 1.14 représente une formulation classique de la méthode des moments (Harrington, 1982). Pour le cas des mesures en champ proche, les  $N$  courants inconnus sont constitués des courants circulant sur le circuit et du courant circulant sur la sonde de mesure. Il faut alors légèrement modifier ces équations puisque nous ne connaissons pas les sources sur le système étudié. À défaut de ces sources, nous connaissons les tensions développées par la sonde de mesure du champ proche. Supposons que  $V_N$  soit le terme de source appliqué à la sonde de mesures. On fait ici l'hypothèse, par souci de simplicité, que la sonde ne possède qu'une seule fonction de base. On peut donc écrire:

$$V_N = V_P = [Z_{N1} \ Z_{N2} \ \dots \ Z_P] \times \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ \vdots \\ I_P \end{bmatrix} \quad (1.15)$$

avec  $V_P$ , le terme de source relié à la sonde de mesures,  $I_P$ , le coefficient du courant sur la sonde (le  $I_N$  de l'équation 1.14) et  $Z_P$ , l'impédance de la sonde (le  $Z_{NN}$  de 1.14). Comme le produit  $Z_P I_P$  est directement proportionnel à la tension lue par la sonde de mesures et qu'on n'applique aucune source sur cette sonde ( $V_p=0$ ), on peut réécrire 1.15 comme suit:

$$\alpha V_{PRB} = [Z_{N1} \ Z_{N2} \ \dots \ Z_{N-1}] \times \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ \vdots \\ I_{N-1} \end{bmatrix} \quad (1.16)$$

avec  $\alpha$ , un coefficient de proportionnalité (voir (Colinas, 2001) pour l'expression complète de  $\alpha$ ) et  $V_{PRB}$ , la tension lue par la sonde.

Tel que précédemment, nous nous retrouvons avec une équation ayant  $N-1$  inconnues. On prend donc au moins  $N-1$  points de mesures afin de pouvoir résoudre le système.

$$\alpha \begin{bmatrix} V_{PRB,1} \\ V_{PRB,2} \\ \vdots \\ V_{PRB,M} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} & \dots & Z_{1N-1} \\ Z_{21} & Z_{22} & \dots & Z_{2,N-1} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ Z_{M,1} & Z_{M,2} & \dots & Z_{M,N-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ \vdots \\ I_{N-1} \end{bmatrix} \quad (1.17)$$

avec  $M \geq N-1$ .

On note que pour pouvoir écrire 1.17, il faut faire la supposition que les courants  $I_1, I_2, \dots, I_{N-1}$  sont inchangés si on déplace la sonde, c'est-à-dire que la sonde ne perturbe pas les courants sur le DUT.

Les étapes précédentes permettent donc d'écrire le problème à résoudre sous la forme d'une équation matricielle de type circuit:

$$V=ZI \quad (1.18)$$

où  $V$  et  $I$  sont des vecteurs et  $Z$ , une matrice. La résolution de ce problème est traitée au chapitre 2.

Les différentes études faites au POLY-GRAMES (Ouardirhi, 2000) semblent montrer que pour obtenir de bons résultats, il faut prendre  $M$  environ 3 fois plus grand que  $N$ . On note toutefois que cette règle est empirique et qu'elle n'a jamais été démontrée de façon rigoureuse.

#### **1.4 Logiciels**

Dans le cadre de ce travail, nous avons utilisé des logiciels disponibles au laboratoire pour déterminer les valeurs des éléments de la matrice  $Z$ . Le programme SLOT, dans un environnement *Windows* et ayant une interface *MATLAB*, permet de calculer la matrice  $Z$  pour le cas des courants magnétiques équivalents. Pour les courants électriques, nous avons utilisé *SCAN* dans un environnement *UNIX* ou *LINUX*.

## 1.5 Conclusion

Dans ce chapitre, les notions de champ proche et de champ lointain ont été introduites. On retire de ces dernières qu'il est beaucoup plus facile et moins coûteux, comparativement aux mesures en champ lointain, d'obtenir des mesures en champ proche. C'est ce qui les rend très attrayantes. Par contre, comme il est nécessaire de connaître le rayonnement émis par un système à une grande distance de ce dernier, il est souhaitable de pouvoir extrapoler le rayonnement en champ lointain à partir de mesures du champ proche. Pour ce faire, deux méthodes, reposant sur le théorème d'équivalence, ont été présentées. À cause de ses nombreux avantages, notamment sa proximité avec la physique réelle du système, la méthode des courants équivalents a été préférée à la méthode par transformée de Fourier. Il a finalement été démontré que la méthode des courants équivalents s'écrit de façon mathématique par une équation matricielle simple.

## CHAPITRE 2

# PROBLÈMES MAL POSÉS ET RÉGULARISATION

### 2.1 Introduction

Au chapitre précédent, il a été montré que la relation entre une distribution de courants et les mesures en champ proche peut s'écrire comme une équation matricielle simple. Dans le cas présent, le vecteur  $V$  et la matrice  $Z$  sont connus et on cherche à déterminer le vecteur de courants  $I$ . On doit donc inverser l'équation 1.18. Quiconque s'est déjà frotté à ce genre de problème s'est probablement aperçu que sa résolution peut-être difficile. Cela provient du fait que la plupart des problèmes de physique s'écrivant de cette façon sont de type mal posés ou mal conditionnés. Conséquemment, la solution sera très sensible aux erreurs de mesures et de modèle.

Plusieurs techniques permettent de résoudre ces problèmes. Notons, entre autres, l'inversion par décomposition en valeurs singulières, l'inversion par décomposition en valeurs singulières tronquées et la régularisation. Dans le cadre de ce travail, c'est cette dernière option qui est utilisée. Nous expliquerons pourquoi au paragraphe 2.3.

Dans ce chapitre, une définition et une analyse des problèmes mal posés et des problèmes mal conditionnés sont présentées. La régularisation est ensuite introduite, de

façon intuitive d'abord, puis de manière plus formelle, en utilisant un cadre probabiliste. En dernier lieu, une technique de régularisation particulière, développée pour le traitement d'images et qui semble intéressante pour le problème énoncé à la section précédente est présentée.

## 2.2 Problèmes mal posés

### 2.2.1 Problèmes directs vs problèmes inverses

Plaçons-nous d'abord dans un contexte un peu plus large, soit celui des problèmes qui contiennent deux entités différentes: un objet et des mesures. Le problème qu'il faut résoudre en est un de reconstruction. Nous définissons ce type de problème comme celui qui permet de retrouver la constitution d'un objet à partir des mesures effectuées sur ce dernier. Par exemple, en imagerie médicale, l'objet étudié est le corps humain (ou une partie/section de celui-ci) et les mesures sont les données enregistrées par l'appareil d'imagerie. Dans le cas de la géologie, l'objet à reconstruire est la composition du sol et les mesures sont les données enregistrées par les sondes. Dans notre cas, l'objet à retrouver est la distribution de courant et les mesures sont les mesures en champ proche.

Tous ces problèmes peuvent être décomposés en un problème direct et en un problème indirect (celui de la reconstruction en tant que telle). Dans le cas du problème

direct, la composition de l'objet est connue et on cherche à déterminer les mesures que celui-ci générerait. Dans le cas du problème inverse, les mesures sont connues et on cherche à identifier l'objet. La figure 2.1 illustre cet énoncé.

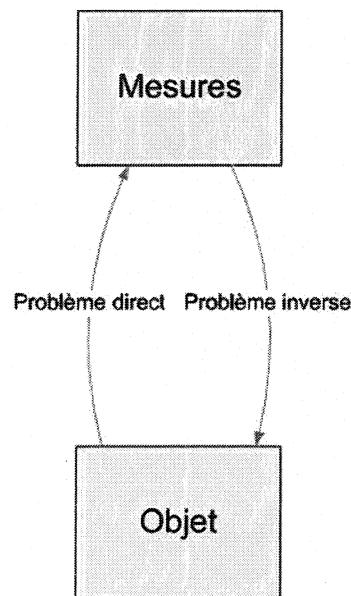


Figure 2.1 Problèmes direct et inverse

Toujours dans un but de généralisation, nous définissons  $x$  comme étant la quantité objet,  $y$ , la quantité des mesures et  $A$ , un opérateur reliant ces deux unités. D'une façon matricielle, les problèmes direct et inverse s'expriment donc comme suit:

Problème direct:

$$y = Ax \quad (2.1)$$

**Problème inverse:**

$$x = A^{-1}y \quad (2.2)$$

Supposons, pour l'instant, que  $A^{-1}$  existe.

L'équation 2.1 suppose que le lien qui unit l'objet aux mesures est parfaitement connu. Or, dans la réalité, il faut tenir compte de la présence de différentes sources de bruits. On note, entre autres, le bruit provenant du milieu ambiant. On considère aussi comme bruit les erreurs de modèles et les erreurs commises sur les mesures. On fait l'hypothèse que toutes ces sources de bruit s'ajoutent de façon additive dans le système. Cette hypothèse n'est évidemment appuyée sur aucun fondement scientifique. Par contre, sa simplicité et le fait qu'elle semble donner de très bons résultats dans plusieurs domaines nous incite à l'utiliser. L'équation 2.1 doit donc être réécrite comme suit:

$$y = Ax + b \quad (2.3)$$

Pour obtenir une bonne vue d'ensemble des sources d'erreurs se rattachant au domaine particulier des mesures en champ proche nous proposons la lecture de (Newell et al., 1975).

### 2.2.2 Problèmes mal posés

On se retrouve donc dans un contexte où il faut résoudre un problème inverse.

Pour donner un exemple de la difficulté de sa résolution, plaçons-nous dans le cas très fréquent où  $x$  et  $y$  sont reliés par une équation matricielle du type de 2.1 et où la matrice  $A$  est de dimension  $M*N$  avec  $M>N$  (on utilise plus de mesures qu'on a d'inconnues dans l'objet). Le système étant entaché d'erreurs et le nombre d'équations étant supérieur au nombre d'inconnues, il est fort probable qu'aucun objet ne puisse correspondre exactement aux mesures. En d'autres termes, l'objet recherché n'existe pas, ce qui est passablement embêtant. Ce genre de problème appartient à la grande famille des problèmes mal posés. On en donne ici une définition rigoureuse.

Dans un contexte où  $A$  est un opérateur permettant de passer de l'espace  $X$  à l'espace  $Y$  ( $A: X \longrightarrow Y$ ), pour qu'un problème soit **bien posé**, au sens d'Hadamard, il faut qu'il respecte les trois critères suivants (Carfantan, 1996):

- 1- Existence:  $\forall y \in Y$  il existe  $x \in X$  tel que  $y = A(x)$ ;
- 2- Unicité:  $\forall y \in Y$  si  $y = A(x_1)$  et  $y = A(x_2)$  alors  $x_1=x_2$ ;
- 3- Stabilité: si on fait tendre une perturbation  $\delta y$  appliquée sur  $y$  vers 0, la perturbation  $\delta x$  sur les données  $x$  doit, elle aussi, tendre vers 0.

Dans un français plus commun, cela revient à dire que les problèmes bien posés possèdent une et pas plus d'une solution et que celle-ci n'est pas instable dans un environnement bruité. Toute équation ne répondant pas à l'un ou l'autre de ces critères forme un problème mal posé

## 2.3 Régularisation

Le paragraphe précédent met en évidence la difficulté de résoudre des problèmes inverses. Dans le présent paragraphe nous présentons de quelle façon la régularisation peut être introduite pour contourner ces difficultés. Dans un premiers temps, nous amenons la régularisation de façon intuitive. Par la suite, une démonstration plus rigoureuse, dans un cadre probabiliste, est donnée.

### 2.3.1 Régularisation de manière intuitive

Nous nous plaçons donc dans la situation où une série de mesures forme un vecteur  $y$ . On sait que le vecteur d'inconnues  $x$  est relié à  $y$  par l'équation 2.1. Toutefois, comme  $A$  n'est pas carrée ( $M > N$ ), il est impossible de l'inverser et de trouver  $x$  par la simple relation 2.2. On se retrouve dans le cas décrit au début du paragraphe 2.2.2.

Un compromis, relativement intuitif, suggère de prendre comme solution le vecteur  $x$  qui minimise, à défaut de l'annuler, la distance entre  $y$  et  $Ax$ , soit:

$$\hat{x} = \arg \min_x \|y - Ax\|^2 \quad (2.4)$$

avec  $\hat{x}$ , l'estimateur de l'objet  $x$ .

Pour résoudre cette équation, on utilise généralement la décomposition en valeurs singulières (voir Annexe A). Avec cette technique, on peut écrire  $\hat{x}$  comme suit (Idier, 2001 [17]):

$$\hat{x} = \sum_n \frac{1}{\sigma_n} \langle y, v_n \rangle u_n \quad (2.5)$$

où l'opérateur  $\langle \cdot \rangle$  représente le produit scalaire.

où  $\sigma_n$  est la  $n^{\text{ième}}$  valeur singulière de la décomposition de  $A$ . De la même façon,  $v_n$  et  $u_n$  sont des vecteurs provenant de cette décomposition (voir Annexe A). Cette solution est du type inversion généralisée. Elle peut toujours présenter des problèmes de stabilité dus au bruit sur les mesures puisque pour les faibles valeurs de  $\sigma_n$ , les erreurs sont amplifiées par le terme  $1/\sigma_n$ . Bien que bien posé, ce nouveau problème est dit mal conditionné. Un problème est mal conditionné si son nombre de condition  $c$  (équation 2.6) est grand par rapport à l'unité.

$$c = \sqrt{\lambda_{\max} / \lambda_{\min}} \quad (2.6)$$

où  $\lambda_{\max}$  et  $\lambda_{\min}$  sont respectivement les valeurs propres maximale et minimale de la matrice  $A^*A$  (où  $A^*$ : la matrice transposée-conjuguée de  $A$ ). De façon pratique, cela implique qu'un problème mal conditionné se comporte toujours comme un problème mal posé, c'est-à-dire que pour de faibles perturbations sur les mesures  $y$  on voit apparaître de grandes perturbations sur l'objet  $x$ .

Une façon proposée pour corriger ce phénomène est de reprendre l'équation 2.5 mais en enlevant les valeurs singulières trop petites, susceptibles de perturber les résultats. Cette méthodologie se nomme la décomposition en valeurs singulières tronquées. Bien qu'ayant fait ses preuves, cette technique oblige à se débarrasser d'une certaine quantité d'informations disponibles pour résoudre le problème. C'est pour cette raison que nous lui avons préféré la régularisation.

L'idée, derrière la régularisation, est d'inclure un second terme dans le critère à minimiser de l'équation 2.4. Alors que dans cette équation (2.4) on ne tenait compte que des mesures (en voulant trouver un objet qui s'approchait le plus possible de ces dernières), avec la régularisation on tient compte aussi des caractéristiques probables de l'objet recherché. On vient donc ajouter, au critère à minimiser, de l'information disponible *a priori* sur l'objet. On doit cette théorie à Tikhonov (Tikhonov, 1977) qui l'a développée le premier. De façon mathématique cela se traduit par:

$$\begin{aligned} C &= \|y - Ax\|^2 + \Phi(Dx) \\ \hat{x} &= \arg \min_x (C) \end{aligned} \quad (2.7)$$

où  $\Phi(Dx)$  constitue une pénalisation appliquée en fonction du comportement souhaité pour  $x$ . Souvent, ce terme sera défini en fonction de la physique du système. Par exemple, deux critères très souvent utilisés (Colinas, 2001), (Idier, 2001 [17]), (Goussard, 2002) sont présentés par les équations 2.8 et 2.9

$$\Phi(x) = \alpha \|x\|^2 \quad (2.8)$$

$$\begin{aligned} \Phi(x) &= \alpha \|D_s x\|^2 \\ D_s &= [d_1 \ d_2 \ \cdots \ d_{N-1}]^T \\ d_n^T x &= x_{n+1} - x_n \end{aligned} \quad (2.9)$$

avec  $\alpha$ , le paramètre servant à moduler l'importance que l'on veut donner à l'information *a priori* par rapport à l'information apportée par les mesures.

Comme on peut le constater, le terme 2.8 pénalise, de façon quadratique, les grandes valeurs de  $x$ . Cela revient à dire que, parmi toutes les solution possibles, celle que l'on retient est celle qui a une « énergie » minimale.

Pour sa part, le terme 2.9 pénalise, aussi de façon quadratique, la différence entre deux éléments voisins dans le vecteur de données. Ce critère permet un lissage de la

solution. Il est utile du fait que plusieurs signaux rencontrés dans la nature ne présentent pas ou peu de changements abrupts. Il faut aussi noter que l'on aurait pu écrire 2.9 de façon beaucoup plus générale. La matrice  $D_s$  présentée constitue un opérateur permettant d'obtenir la dérivée première discrète du vecteur  $x$  représentant un signal à une seule dimension. On pourrait tout aussi bien, selon le problème, choisir une nouvelle matrice (que nous nommerons  $D$  pour le cas générale) pour pénaliser la dérivée d'un ordre supérieur. Dans le cas des objets 2D et 3D (par exemple les images), tout en gardant le même principe de base, de pénaliser les discontinuités, différentes modifications sont apportées à  $D$  pour tenir compte de tous les voisins d'un certain élément du vecteur  $x$ . Ces modifications sont liées aux notions de champs de Markov et sont explicitées dans (Idier, 2001 [17]), (Carfantan, 1996) et (Husse, 2004). Dans le cadre de ce projet, le choix de la matrice  $D$  est détaillé au chapitre 4.

Pour montrer les effets bénéfiques produits par l'ajout de  $\Phi$  dans le critère à minimiser, considérons l'expression de  $\hat{x}$  pour l'équation 2.7 avec  $\Phi$  tiré de 2.8 (Idier, 2001 [17]):

$$\hat{x} = \sum_n \frac{1}{\sigma_n + \alpha} \langle y, v_n \rangle u_n \quad (2.10)$$

On remarque que 2.10 est en quelque sorte une version filtrée de 2.5. Le terme

$$\frac{1}{\sigma_n + \alpha}$$
 vient limiter l'amplitude du résultat.

Les résultats obtenus dans la pratique, entre autres ceux présentés à la fin de ce mémoire, montrent bien que, lorsque le paramètre de régularisation  $\alpha$  est bien choisi, et que le modèle *a priori* correspond bien à la réalité, la régularisation permet d'éliminer le caractère mal posé et le caractère mal conditionné d'un problème.

### 2.3.2 Le cadre probabiliste

Nous avons vu, au paragraphe précédent, une technique permettant de régulariser un problème mal conditionné. Dans le présent paragraphe, nous montrons rapidement comment il est possible d'arriver aux mêmes résultats en se plaçant dans le cadre probabiliste. Celui-ci possède plusieurs avantages. Notamment, il permet de donner un sens au paramètre  $\alpha$  et à la matrice  $D$  ainsi que de développer les équations relatives aux champs de Markov mentionnés au paragraphe précédent. Le développement qui suit est fortement inspiré de Goussard (2002).

On se place dans le cas de l'équation 2.3. On suppose que  $x$ ,  $y$  et  $b$  sont des réalisations particulières des vecteurs aléatoires  $X$ ,  $Y$  et  $B$ . On est donc à la recherche d'un estimateur  $\hat{x}$  de  $X$ . On fait aussi l'hypothèse que le bruit est blanc, gaussien et de

moyenne nulle. Encore une fois, aucun fondement ne peut nous mener à cette conclusion mais on l'utilise à défaut d'avoir mieux. On note la matrice de covariance du bruit  $\sigma_B^2 R_B$  (où  $R_B$  est une matrice et  $\sigma_B$ , un scalaire égal à l'écart type du bruit). Avec ces informations, on peut écrire la densité conditionnelle de probabilité de  $Y$  suivant une loi gaussienne:

$$f_{Y|X=x} = \frac{1}{(2\pi\sigma_B^2)^{N/2} |R_B|^{1/2}} \exp\left(-\frac{(y - Ax)^T R_B^{-1} (y - Ax)}{2\sigma_B^2}\right) \quad (2.11)$$

Un premier estimateur peut être le  $x$  maximisant cette fonction de probabilité. En d'autres mots, cela revient à choisir le  $x$  qui rend les mesures les plus vraisemblables (on n'utilise donc que l'information contenue dans les mesures):

$$\begin{aligned} \hat{x} &= \arg \max_x f_{Y|X=x} \\ \hat{x} &= \arg \max_x \frac{1}{(2\pi\sigma_B^2)^{N/2} |R_B|^{1/2}} \exp\left(-\frac{(y - Ax)^T R_B^{-1} (y - Ax)}{2\sigma_B^2}\right) \\ \hat{x} &= \arg \min_x (y - Ax)^T R_B^{-1} (y - Ax) \end{aligned} \quad (2.12)$$

On nomme ce dernier le *maximum de vraisemblance (mv)*. Or, si la matrice de covariance normalisée  $R_B$  est égale à la matrice identité, 2.12 devient:

$$\begin{aligned}\hat{x} &= \arg \min_x (y - Ax)^T (y - Ax) \\ \hat{x} &= \arg \min_x \|y - Ax\|^2\end{aligned}\tag{2.13}$$

qui correspond à l'équation 2.4. On obtient le même résultat qu'au paragraphe précédent où on cherchait à s'approcher le plus possible des mesures. Donc, de la même façon que 2.4 est instable, 2.13 le sera aussi.

On a vu, à la section précédente, que le problème peut être relevé en insérant de l'information *a priori*. Dans un cadre probabiliste, cette information s'exprime par la fonction de probabilité de l'objet  $X$ . Cette étape est critiquée par les détracteurs de la technique. Ces derniers mentionnent que  $x$  n'est pas un vecteur aléatoire mais un objet bien réel. La meilleure réponse à cette critique est probablement qu'on ne traite pas  $X$  comme un vecteur aléatoire à cause du caractère incertain de l'objet, mais plutôt pour exprimer notre état de connaissance de celui-ci (Carfantan, 1996). Nous considérons donc  $X$  comme un vecteur aléatoire de distribution gaussienne avec une matrice de covariance  $\sigma_X^2 R_X$  (où  $R_X$  est une matrice normalisée et  $\sigma_X$ , un scalaire égal à l'écart type de l'objet  $X$ ). Nous supposons aussi, dans le cadre de ce travail, que  $X$  est de moyenne nulle, à défaut de meilleures connaissances sur les courants. La densité de probabilité de cette quantité s'écrit comme suit:

$$f_X = \frac{1}{(2\pi\sigma_X^2)^{M/2} |R_X|^{1/2}} \exp\left(-\frac{x^T R_X^{-1} x}{2\sigma_X^2}\right)\tag{2.14}$$

Le théorème de Bayes (équation 2.15) permet de réunir les informations contenues dans 2.11 et 2.14 pour exprimer la densité de probabilité de  $X$  pour un  $y$  donné (équation 2.16).

$$f_{X|Y=y} = \frac{f_{Y|X=x} f_X}{f_Y} \quad (2.15)$$

$$f_{X|Y=y} = \frac{1}{(2\pi\sigma_X^2)^{M/2} |R_X|^{1/2} (2\pi\sigma_B^2)^{N/2} |R_B|^{1/2}} \exp\left(-\frac{(y - Ax)^T R_B^{-1} (y - Ax)}{2\sigma_B^2} - \frac{x^T R_X^{-1} x}{2\sigma_X^2}\right) \quad (2.16)$$

Nous avons négligé de faire la division par  $f_Y$  dans 2.16. Celle-ci étant constante, elle n'intervient pas dans la suite des calculs.

À partir de 2.16, on peut dériver plusieurs estimateurs de  $X$  (Carfantan, 1996): maximum *a posteriori* (MAP), maximum *a posteriori* marginal (MPM), moyenne *a posteriori* (PM), etc. Dans le cadre de ce travail, nous utilisons l'estimateur MAP. Ce dernier est défini comme le  $\hat{x}$  qui maximise 2.16:

$$\begin{aligned} \hat{x} &= \arg \max_x (f_{X|Y=y}) \\ \hat{x} &= \arg \min_x \left( \frac{(y - Ax)^T R_B^{-1} (y - Ax)}{2\sigma_B^2} + \frac{x^T R_X^{-1} x}{2\sigma_X^2} \right) \end{aligned} \quad (2.17)$$

Cette équation étant quadratique, il est possible de dériver une forme compacte de la solution de 2.17. Cette dérivation est donnée en Annexe B; le résultat est présenté en 2.18:

$$\hat{x}_{MAP} = \left( A^T R_B^{-1} A + \frac{\sigma_B^2}{\sigma_X^2} R_X^{-1} \right)^{-1} A^T R_B^{-1} y \quad (2.18)$$

Encore une fois, il est intéressant de noter que, dans le cas où  $R_B$  et  $R_X$  sont des matrices identités, 2.18 devient:

$$\hat{x}_{MAP} = \left( A^T A + \frac{\sigma_B^2}{\sigma_X^2} \right)^{-1} A^T y \quad (2.19)$$

équivalent à:

$$\hat{x}_{MAP} = \arg \min_x \left( \|y - Ax\|^2 + \frac{\sigma_B^2}{\sigma_X^2} \|x\|^2 \right) \quad (2.20)$$

On remarque que 2.20 est identique à 2.7 avec la matrice  $D$  de 2.8 et  $\alpha$  égal à  $\frac{\sigma_B^2}{\sigma_X^2}$ . Tel que mentionné en introduction de ce chapitre, le cadre probabiliste peut donc nous aider à choisir le critère  $\alpha$  et la matrice  $D$ . Dans ce cas,  $\alpha$  est égal au rapport de la

variance du bruit sur la variance du signal. De même, une matrice  $D$  égale à la matrice identité signifie qu'il n'y a aucun lien entre les différentes valeurs de l'objet (on ne pénalise que l'amplitude des valeurs de l'objet sans pénaliser leur différence). Or, du point de vue statistique, c'est ce que signifie une matrice de covariance  $R_x$  égale à l'identité.

## 2.4 Fonction de pénalisation non-quadratique

Tel que mentionné également à la section précédente, un type de régularisation souvent utilisé pénalise la différence entre deux points voisins d'un signal. De façon plus précise, dans 2.9 on pénalise le carré du module de  $Dx$ . Dans ce paragraphe, on introduit différentes pénalisations qui ne sont pas quadratiques. Comme on le verra, ces techniques (tirées du traitement d'images) ont pour effet de favoriser la présence de discontinuités dans le signal.

### 2.4.1 Fonctions $L2L1$ et $L2L0$

Il a été mentionné qu'une technique de régularisation souvent utilisée consiste à pénaliser la différence entre un point de l'objet et ses voisins. En cherchant à minimiser cette différence, on provoque un lissage du signal. Cela peut donc être comparé à l'application d'un filtre passe bas. La théorie des signaux nous apprend que cela peut être très pratique pour un signal bruité. Par contre, si le signal contient des

discontinuités, celles-ci aussi seront lissées. Pour contourner ce problème, on peut utiliser des fonctions  $L2L1$  ou  $L2L0$  au lieu de la pénalisation quadratique. Le but est de permettre une pénalisation quadratique pour de faibles variations du signal (on suppose que celles-ci sont dues au bruit) alors que la pénalisation sera moins importante, comparativement à la pénalisation quadratique, pour de grandes variations (que l'on suppose dues aux discontinuités). On peut voir quelques exemples de ces fonctions sur la figure suivante:

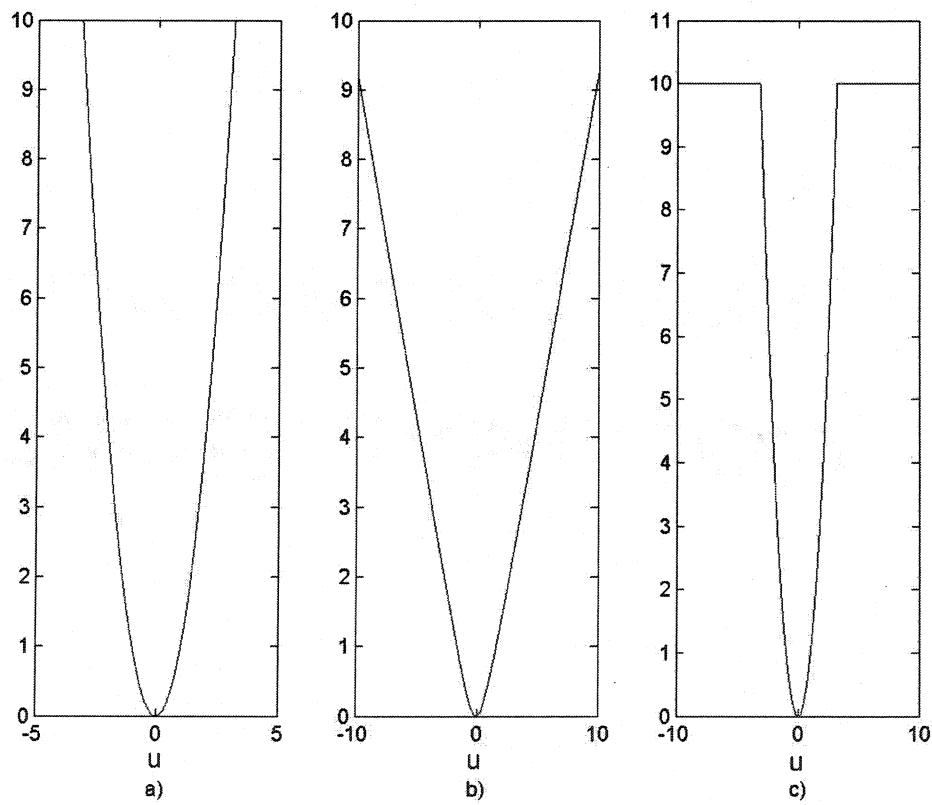


Figure 2.2 a) fonction quadratique, b) fonction  $L2L1$  de type  $\sqrt{u^2 + s^2} - s$ , c) fonction  $L2L0$  de type  $\min(u^2, s)$  où  $u$  est la différence entre deux points voisins et  $s$ , une constante.

Pour illustrer l'efficacité de la méthode, nous présentons des résultats tirés du traitement d'images. Une image de croix a été générée. Une transformation linéaire modélisant un flou a été appliquée sur l'image en plus de l'ajout de bruit. On calcule, par la suite, trois estimateurs de l'image. Le premier utilise la décomposition en valeurs singulières, le second, une pénalisation quadratique et le dernier, une pénalisation de type  $L2L1$ . Pour mesurer la validité d'une solution on utilise l'erreur quadratique moyenne (EQM) qui se calcule comme suit:

$$EQM = \frac{|\hat{x} - x|^T |\hat{x} - x|}{|x|^T |x|} \quad (2.21)$$

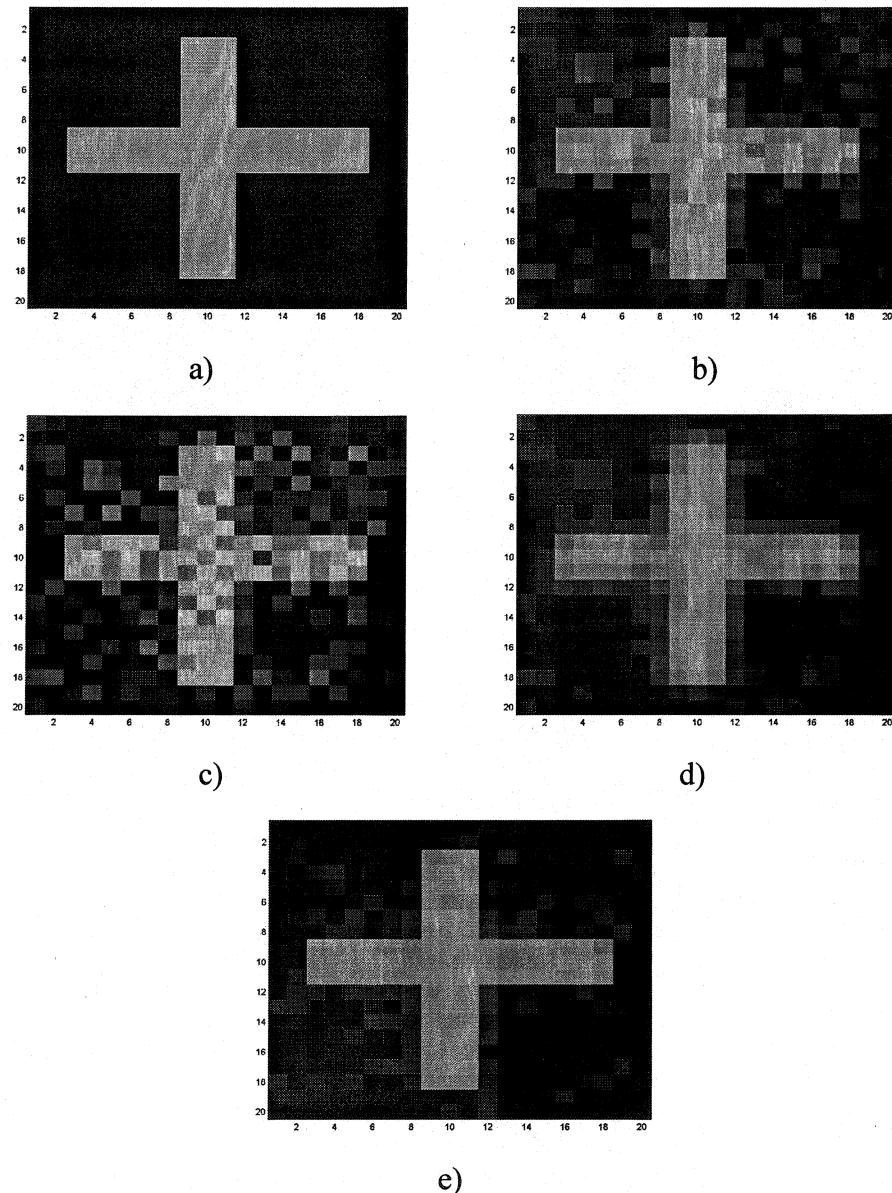


Figure 2.3 a) image d'origine, b) image avec flou et bruit, c) reconstruction de l'image par SVD, EQM=0,17, d) reconstruction avec pénalisation quadratique, EQM=0,048, e) reconstruction avec pénalisation L<sub>2</sub>L<sub>1</sub> EQM=0,025

On remarque que, dans ce cas, la pénalisation  $L2L1$  diminue l'erreur quadratique d'un facteur 2 par rapport à la pénalisation quadratique. De plus, visuellement on constate que les bords sont beaucoup mieux définis pour le cas  $L2L1$  que pour le cas de pénalisation quadratique. Ceci étant dit, il est aussi évident que les deux types de régularisations permettent d'obtenir des résultats beaucoup plus satisfaisants que dans le cas de l'inversion par décomposition en valeur singulière.

#### 2.4.2 Algorithmes de minimisation

Comme il a été montré par 2.18, si on utilise une régularisation quadratique, il est possible de trouver une expression explicite pour  $\hat{x}_{MAP}$ . Cependant, cela devient impossible pour une pénalisation  $L2L1$  ou  $L2L0$ . Il est alors nécessaire d'utiliser des algorithmes de minimisation pour minimiser le critère  $C$ . Pour ce faire, plusieurs techniques ont été développées dont, entre autres, celles de *plus forte descente*, *gradient conjugué*, *Newton* et *quasi Newton* (Allain, 2002). Tous ces algorithmes sont classés dans la catégorie des *algorithmes à directions de descente*. Dans le cadre de ce travail, nous utilisons un autre type de techniques dites semi-quadratiques (*sq*). Ces dernières ont été proposées par Geman et Reynolds (Geman et Reynolds, 1992), notées GR, et Geman et Yang (Geman et Yang, 1992), notées GY. Les travaux d'Allain (Allain, 2002) ont démontré que les méthodes semi-quadratiques sont, en fait, équivalentes à certains algorithmes de descente. Ils ne sont donc que des algorithmes de descente qui présentent

de bonnes performances quand à la convergence. Pour une meilleure compréhension, nous proposons la lecture de (Idier, 2001 [16]) et (Allain, 2002).

Le principe des algorithmes étudiés est de modifier le critère initial  $C(x)$  par un critère augmenté  $C'(x, l)$  (où  $l$  est un nouveau vecteur d'inconnues). Les modifications sont faites de telle façon que le nouveau critère est quadratique selon  $x$  et se résout de façon explicite selon  $l$  en respectant:

$$\inf_l C'(x, l) = C(x) \quad (2.22)$$

avec  $\inf$  signifiant la borne inférieure.

Pour minimiser le critère, il suffit alors de le minimiser tour à tour selon  $x$  puis selon  $l$  sur un certain nombre d'itérations. Dans ce travail, seuls les algorithmes de type GY sont utilisés car ils donnent des résultats satisfaisants.

Dans le cadre de ce projet, nous devons traiter des quantités complexes. Dans ses travaux, Husse (Husse, 2004) a dérivé les équations pour la mise en œuvre des algorithmes *sq* utilisant ces quantités. Nous ne mentionnons ici que le résultat final pour la mise à jour groupée de  $x$  et  $l$ . Nous entendons, par mise à jour groupée, qu'à chaque itération, toutes les valeurs des vecteurs  $x$  et  $l$  sont mises à jour. C'est cet algorithme qui a été utilisé pour la figure 2.3 et pour nos travaux.

$$\begin{aligned}\bar{x}^{k+1} &= \left( A^T A + \frac{\alpha}{2\lambda} D^T D \right)^{-1} \left( A^T y + \frac{\lambda}{2\alpha} D^T \hat{l}^k \right) \\ \bar{l}^{k+1} &= D\bar{x}^{k+1} - \lambda \Phi'(D\bar{x}^{k+1})\end{aligned}\quad (2.23)$$

$$\begin{aligned}\hat{x}^{k+1} &= (1-\theta)\hat{x}^k + \theta\bar{x}^{k+1} \\ \hat{l}^{k+1} &= (1-\gamma)\hat{l}^k + \gamma\bar{l}^{k+1}\end{aligned}\quad (2.24)$$

avec:  $\lambda$ : un paramètre de mise à l'échelle augmentant la robustesse de l'algorithme (Allain, 2002 ).

$\theta$ : premier coefficient de relaxation ( $\theta \in ]0; 2[$ )

$\gamma$ : second coefficient de relaxation ( $\gamma \in ]0; 1[$ )

$k$ : numéro de l'itération

Il faut mentionner que, dû à sa méthode de résolution, le temps de calcul nécessaire pour traiter un problème régulé avec une fonction de pénalisation semi quadratique est beaucoup plus grand (facteur 10 environ) que le temps nécessaire pour le cas quadratique.

## 2.5 Conclusion

Ce chapitre a servi à établir les bases de la régularisation, nécessaire à la résolution du problème posé au chapitre 1. D'abord, le problème initial a été décomposé en deux problèmes différents, l'un direct et l'autre inverse. On a montré que la

résolution du problème inverse pouvait s'avérer problématique dans un cas pratique à cause du caractère mal posé du problème.

Trois méthodes ont été présentées pour relever cette difficulté: l'inversion par décomposition en valeur singulière, les valeurs singulières tronquées et la régularisation. La première, bien qu'éliminant le caractère mal posé, rend le problème mal conditionné. D'un point de vue pratique cela cause les mêmes problèmes de stabilité que les problèmes mal posés. La seconde est efficace mais se prive d'informations disponibles sur le système. Nous avons donc opté pour la troisième solution.

Il a été expliqué de quelle manière la régularisation ajoute de l'information connue *a priori* pour éliminer le caractère mal posé et mal conditionné du problème. Il a aussi été présenté qu'on pouvait obtenir les mêmes équations de régularisation en fonctionnant de manière intuitive ou en passant pas le cadre probabiliste.

Finalement, une méthode de pénalisation semi-quadratique, laissant plus de liberté pour la présence de discontinuités dans l'objet, a été présentée. Contrairement aux méthodes de régularisation quadratiques, celle-ci nécessite l'utilisation d'un algorithme itératif pour minimiser le critère.

## CHAPITRE 3

# MESURES EN CHAMP PROCHE APPLIQUÉES AUX CIRCUITS NUMÉRIQUES

### 3.1 Introduction

Ce chapitre traite de la prise de mesures en champ proche au-dessus d'un circuit numérique.

La prise de mesures en champ proche au-dessus de circuits rayonnants (des antennes, par exemple) ou de circuits analogiques micro-ondes est un domaine bien connu et bien documenté. Les travaux effectués dans les dernières années au POLYGRAMES ont permis de développer une bonne expertise dans ce domaine (Ouardirhi, 2000), (Colinas, 2001), (Abou-Elasoud, 2004).

Contrairement à ces circuits, rayonnants et analogiques, les circuits numériques possèdent leur propre source d'excitation (l'horloge). Comme nous le verrons dans ce chapitre cela entraîne qu'il est impossible de recueillir la phase du signal en utilisant les techniques préalablement développées. Le cas des mesures en champ proche, pour les circuits numériques, trouvés dans la littérature, se contentent donc de l'amplitude du signal (Regué, 2001), (Slattery, 2001), (Slattery, 1999).

Cette limitation est passablement embêtante pour deux raisons. D'abord, il est impossible, en analysant directement le champ proche, de déterminer l'allure de la phase. Cette information peut s'avérer très utile notamment pour distinguer les courants différentiels des courants en mode commun (voir chapitre 6). La non-connaissance de la phase nous prive aussi de la moitié de l'information disponible lorsque vient le temps de retrouver la distribution de courants. Pour ces raisons, nous avons tenté de généraliser la méthode de mesures en champ proche utilisée pour les circuits rayonnants afin de l'appliquer aux circuits numériques.

Dans ce chapitre, la technique utilisée pour les circuits rayonnants est d'abord expliquée. On explique aussi pourquoi elle ne peut être appliquée aux circuits numériques. Trois techniques permettant de contourner le problème sont ensuite proposées. Le circuit de traitement des signaux nécessaire à la solution retenue est présenté de même que le circuit numérique de test qui a été conçu pour valider nos concepts. En dernier lieu, les mesures de champ proche effectuées au-dessus de ce dernier sont présentées.

### 3.2 Équipement

Le laboratoire POLY-GRAMES a à sa disposition un équipement de mesure en champ proche (figure 3.1). Essentiellement, il est constitué d'un ordinateur personnel,

d'un bras robotisé permettant un déplacement sur deux axes, d'une sonde de mesure et d'un analyseur réseau. Le tout est commandé par le logiciel *MRE2*, développé au laboratoire.

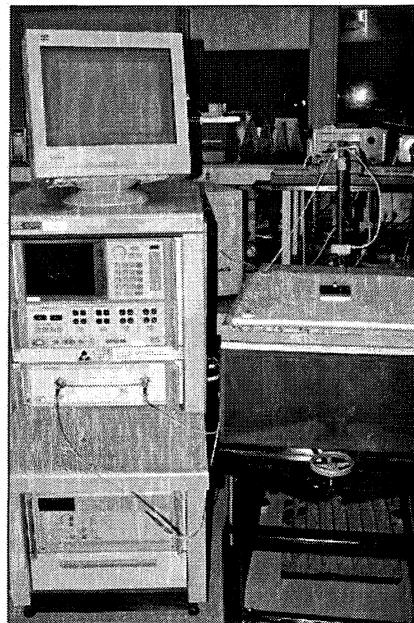


Figure 3.1 Montage de mesure en champ proche du POLY-GRAMES

### 3.2.1 Mesures sur des circuits rayonnants

Le montage présenté à la section précédente a été développé pour effectuer des mesures sur des circuits rayonnants ou des circuits micro-ondes analogiques. La figure 3.2 présente un schéma du montage qui permet d'en expliquer le fonctionnement.

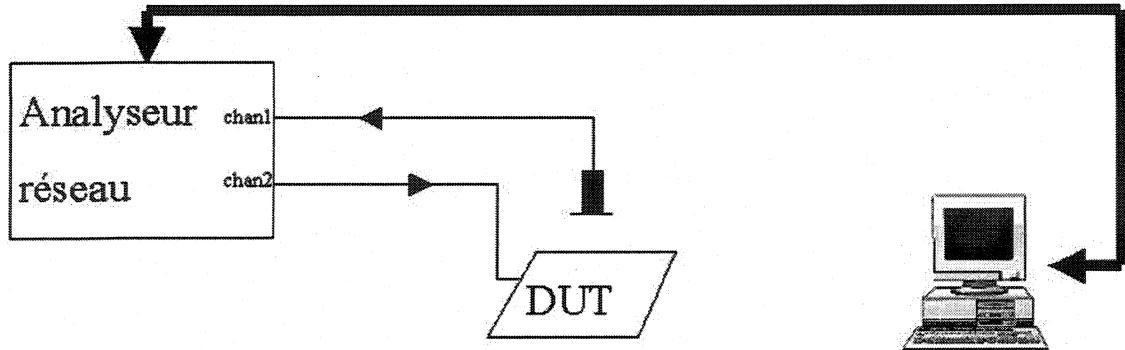


Figure 3.2 Montage de mesure pour des circuits rayonnants

Sous cette configuration, on utilise le canal 2 de l'analyseur réseau vectoriel (ARV) comme source pour le DUT. La sonde balaye un plan au-dessus du DUT et le signal recueilli par cette dernière est envoyé au canal 1. Le signal produit par le canal 2 sert alors de référence. Celle-ci est nécessaire pour mesurer la phase du signal. De cette façon, la valeur du paramètre S12 donnée par l'ARV nous permet d'obtenir l'information, en amplitude et en phase, sur le champ proche.

### 3.3 Problématique

Au milieu des années 90, Nadeau (Nadeau, 1996) a réalisé des travaux dans lesquels il désirait mesurer le champ proche d'un circuit numérique. Il est impossible d'utiliser l'approche présentée au paragraphe précédent pour ce type de circuit puisque la source se trouve sur la carte (DUT). En effet, l'ensemble des signaux présents sur un circuit numérique sont synchronisés par le signal d'horloge. Ce dernier est une onde carrée habituellement générée par une des composantes du circuit. Il est donc impossible

d'utiliser un canal de l'ARV pour stimuler le DUT. On perd donc le signal qui servait de référence de phase. Pour contourner ce problème, Nadeau propose une approche à deux sondes, illustrée à la figure 3.3.

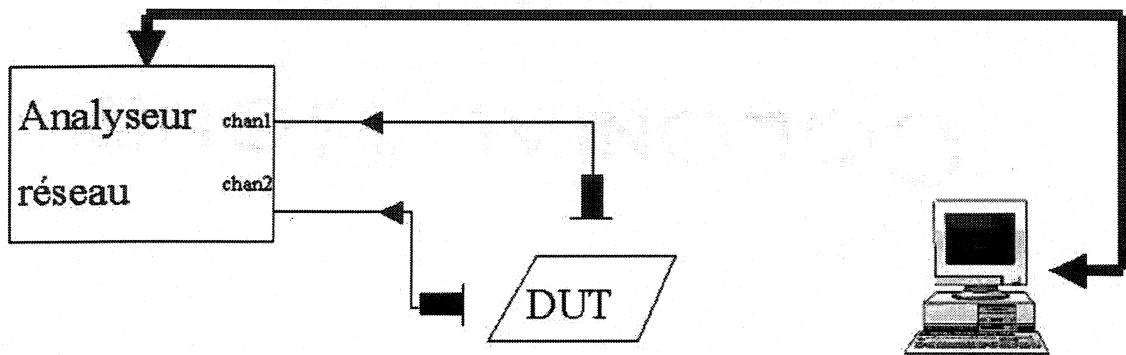


Figure 3.3 Montage de mesure pour des circuits numériques

Sous cette configuration, deux signaux sont recueillis par deux sondes différentes. La sonde branchée dans le canal 2 est fixe. Le signal ainsi recueilli sert de référence en amplitude et en phase. De cette façon, on peut suivre l'éventuel glissement en phase de l'horloge. La sonde branchée sur le canal 1 est utilisée de la même façon que précédemment.

Nadeau a été incapable d'utiliser avec succès cette technique, à cause des limitations de l'ARV. Pour que ce dernier puisse se synchroniser sur un signal externe, celui-ci doit répondre à des critères de puissance et de pureté (Agilent technologies, 1997) qui n'ont pas été atteints par Nadeau.

Il propose alors deux autres solutions pour contourner le problème. La première consiste à remplacer l'ARV par un *Microwave Transition Analyser* (MTA), plus efficace en synchronisation. Il propose aussi de remplacer l'antenne fixe servant à recueillir le signal de référence par un contact physique avec le DUT. De cette façon, il espère recueillir suffisamment de puissance de signal.

### 3.4 Approche utilisée

Dans le cadre de ce projet, nous avons fixé comme objectif d'utiliser un équipement « conventionnel » pour la prise de mesures. Or, dans l'industrie, les analyseurs réseaux sont beaucoup plus répandus que les MTA. Aussi, en se plaçant dans un cadre pratique, il n'est pas évident qu'il sera toujours possible d'avoir un accès physique au circuit (par exemple si ce dernier est dans un boîtier). Pour cette raison, on désire utiliser une sonde sans contact pour recueillir le signal de référence. De plus, on espère que de cette façon on perturbera moins le DUT. En résumé, nous désirons trouver une méthode permettant d'utiliser un montage du type de celui présenté à la figure 3.3.

Pour arriver à satisfaire les exigences en puissance et en pureté du signal de l'ARV, Nadeau propose, sans le réaliser, l'utilisation d'un circuit de prétraitement des signaux branché entre les sondes et l'ARV. C'est cette approche que nous avons développée. La figure 3.4 présente un schéma du circuit à concevoir.

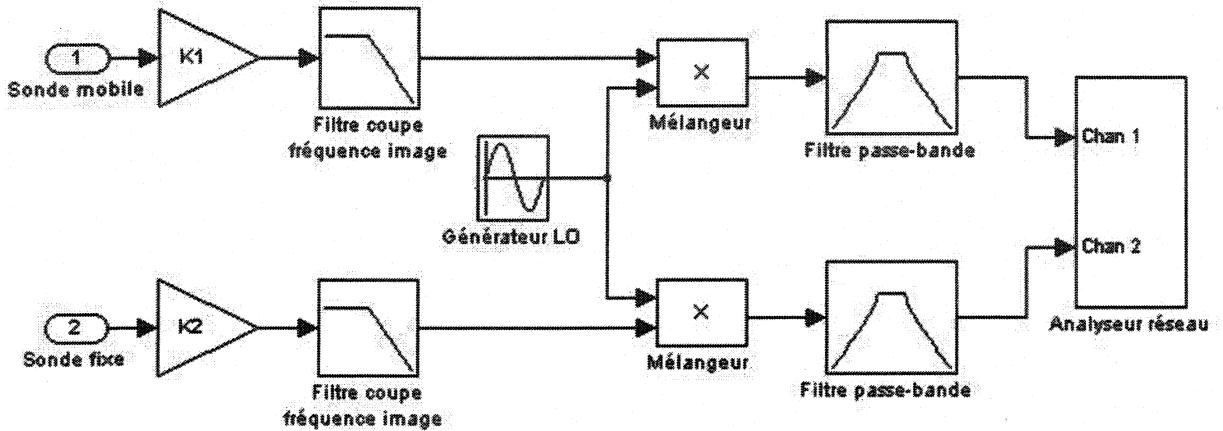


Figure 3.4 Montage d'adaptation pour analyseur réseau

Le système se divise en trois étages. Les deux signaux, captés par les deux sondes, sont d'abord amplifiés pour répondre au critère de puissance minimale de l'ARV. On utilise ensuite des mélangeurs, pour « descendre » le signal à une fréquence intermédiaire. Pour éviter l'interférence, on doit placer un filtre coupe fréquence image en amont des mélangeurs. Comme on travaille à une fréquence intermédiaire pré-déterminée, il est possible d'utiliser un filtre passe-bande ayant une largeur de bande très étroite à la sortie du système. De cette façon, on peut espérer avoir la pureté du signal désirée.

Une autre approche possible aurait été de traiter seulement le signal de référence. Il aurait alors fallu descendre la fréquence de ce signal, le filtrer et le remonter à la fréquence originale. L'avantage de la technique retenue, par rapport à celle-ci, est que le

bruit de phase introduit par le signal  $LO$  sera annulé, en étant appliqué sur les deux signaux.

### 3.4.1 Considérations pratiques

Pour réaliser cette technique, on utilise un analyseur réseau *HP 8753D*. Ce dernier permet d'utiliser un signal externe comme référence de mesure. La technique détaillée de prise de mesures avec cet ARV et le logiciel *MRE2* est décrite en annexe C.

Les spécifications de puissance et de pureté du signal requises par l'ARV sont les suivantes (Agilent technologies, 1997):

Puissance du signal de référence: -25 à 0 dBm

Signal parasite: <-30dBc

Largeur de bande balayée: -0,5 à 5 Mhz

Soit  $f_i$  la fréquence intermédiaire choisie, on en conclut que le signal doit avoir une puissance entre 0 et -25 dBm et qu'aucun autre signal ne doit avoir une puissance de plus de -30 dB par rapport au signal de référence entre  $f_i - 0,5$  MHz et  $f_i + 5$  MHz.

### 3.5 Conception du circuit

Un circuit analogique haute fréquence a été conçu pour effectuer les opérations présentées à la figure 3.4 en respectant les spécifications de la section précédente. Nous avons choisi d'utiliser des pièces commerciales pour chacun des étages du circuit.

#### 3.5.1 Amplificateurs

Comme les amplificateurs sont placés à l'entrée du circuit, ils doivent fonctionner à la fréquence de cueillette des données (880 MHz). De plus, selon les travaux antérieurs, nous pouvons approximer la puissance captée par la sonde fixe à environ -60 dBm. Nous désirons donc un gain total d'environ 50 dB.

Les amplificateurs choisis sont les *era-3sm*, de la compagnie *Mini-Circuits*. On retrouve la courbe de gain mesurée de ces derniers à la figure 3.5:

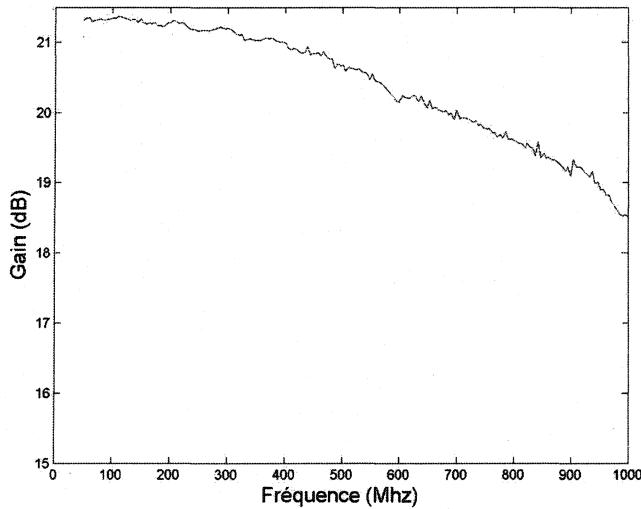


Figure 3.5 Courbe de gain des amplificateurs *era-3sm*

On remarque que le gain, à la fréquence d'utilisation, est d'environ 19.5 dB. L'utilisation de 3 amplificateurs en cascade permet d'atteindre le gain désiré.

### 3.5.2 Filtre passe-bande

Le filtre passe-bande doit avoir la largeur de bande la plus étroite possible. De plus, la fréquence intermédiaire, donc la fréquence de résonance de ce filtre, doit être de l'ordre d'au moins quelques dizaines de MHz. De cette façon, on s'assure que la différence entre la fréquence de cueillette des données et la fréquence intermédiaire (la différence de fréquence générée par le mélangeur) n'est pas trop grande. Cela évite que le bruit de phase vienne perturber les données.

Notre choix s'est arrêté sur un filtre de la compagnie *SAWTEK*. Son numéro d'identification est le 854823. La technologie SAW (surface acoustic wave) permet d'avoir une bande de résonance très étroite au prix d'une perte d'insertion relativement élevée. La figure suivante montre la mesure du paramètre S21 de ce filtre.

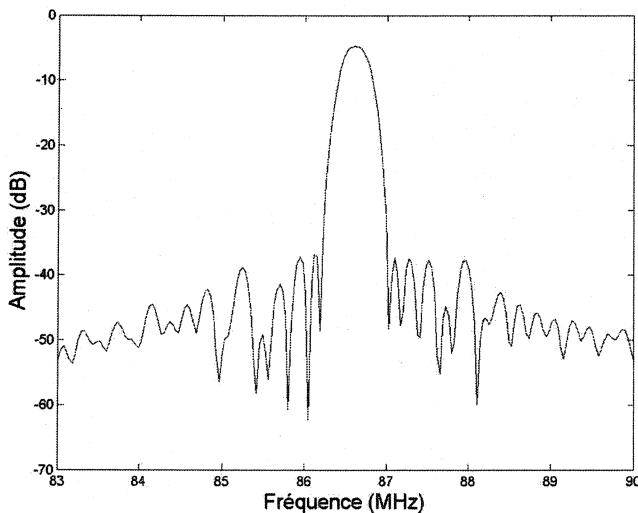


Figure 3.6 Paramètre S21 du filtre passe-bande de Sawtek

On a mesuré une largeur de bande à -3 dB de 0,32 MHz et des pertes d'insertion de 4,75 dB. La fréquence de résonance est de 86,6 MHz.

### 3.5.3 Filtre coupe fréquence image

La fréquence image introduite par l'utilisation d'un mélangeur se présente de la façon suivante:

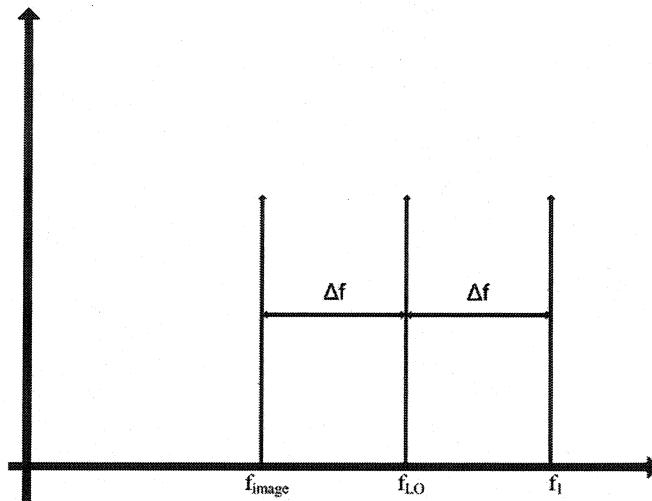


Figure 3.7 Position de la fréquence image par rapport à la fréquence d'intérêt

Dans cette figure,  $f_i$  représente la fréquence d'intérêt,  $f_{LO}$  la fréquence du signal LO et  $f_{image}$ , la fréquence image. On note aussi que  $f_i$ , la fréquence intermédiaire, est égale à  $\Delta f$ . Les équations suivantes décrivent le lien qui unit l'ensemble de ces fréquences:

$$\begin{aligned} f_i &= f_1 - f_{LO} \\ f_{image} &= 2f_{LO} - f_1 \end{aligned} \tag{3.1}$$

Dans notre cas:

$$f_i = 880 \text{ MHz}$$

$$f_i = 86,6 \text{ MHz}$$

Donc:

$$f_{LO} = 793,4 \text{ MHz}$$

$$f_{image} = 706,8 \text{ MHz}$$

Encore une fois, nous avons arrêté notre choix sur un filtre de la compagnie SAWTEK. Le numéro d'identification est le 855782. Voici son paramètre S21 mesuré:

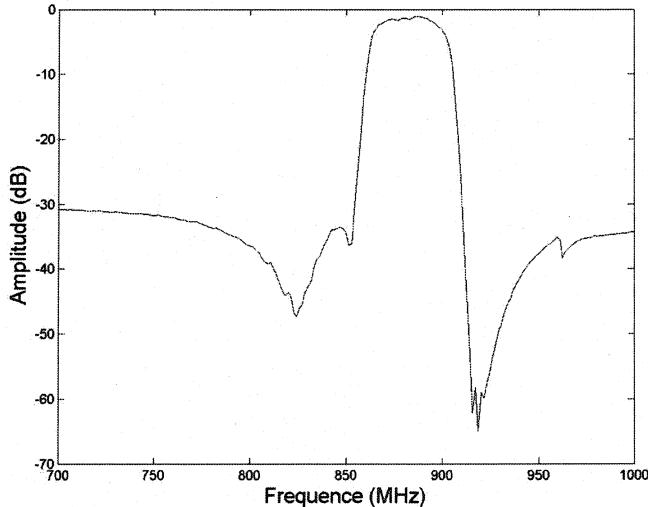


Figure 3.8 Paramètre S21 du filtre coupe fréquence image

Ces résultats nous donnent une réjection aux alentours de 30 dB pour la fréquence image et une perte d'insertion de 1,3 dB à la fréquence 880 MHz.

### 3.5.4 Mélangeur

Un mélangeur de la compagnie *Mini-Circuits* a été utilisé. Nous avons choisi le ADE-2. Les pertes d'insertion mesurées sont de 6,5 dB. De plus, ce mélangeur étant de «niveau 7», il est nécessaire d'utiliser un signal *LO* de 7 dBm. On exige aussi que le signal d'entrée soit inférieur au signal *LO* d'au moins 10 dB. Donc, le signal de référence ne devra pas dépasser -3 dBm.

### 3.5.5 Résultat

La figure 3.9 présente le circuit conçu avec les pièces mentionnées ci-haut. Le substrat utilisé est du FR4 d'une épaisseur de 40 millièmes de pouce. Les lignes de transmission ont une impédance de 50 ohms.

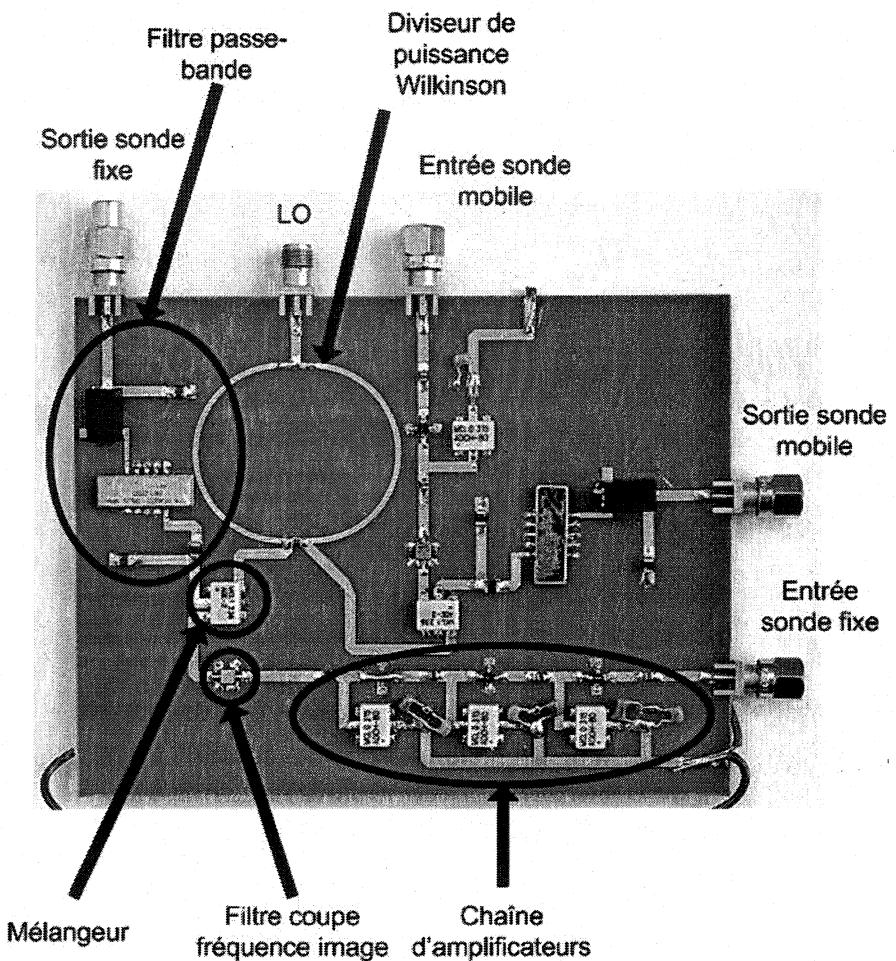


Figure 3.9 Circuit analogique haute-fréquence

Sur cette figure, on voit les deux canaux présents sur le circuit. Celui comportant plusieurs amplificateurs est dédié au signal provenant de la sonde fixe; celui qui n'en a qu'un seul est dédié au signal de la sonde mobile. Ce dernier signal est moins amplifié puisque les spécifications de puissance mentionnées précédemment ne sont exigées que pour le signal de référence.

Les deux figures suivantes présentent les résultats obtenus avec ce circuit. La figure 3.10 montre le signal recueilli par la sonde à 880 MHz. La figure 3.11 montre le signal de sortie du canal de la sonde fixe. On constate que ce dernier est maintenant à la fréquence de 86,6 MHz et qu'il respecte les spécifications. Par contre on peut voir une des limitations du circuit. On remarque la présence d'un deuxième signal très près du signal d'intérêt (75 kHz). Ce signal parasite, provenant du milieu environnant, ne peut être coupé par le filtre puisqu'il se trouve dans la bande passante de ce dernier. Il est donc nécessaire d'optimiser le positionnement de la sonde fixe pour minimiser la réception de ce signal parasite et ainsi s'assurer que la spécification de -30 dBc de celui-ci est respectée.

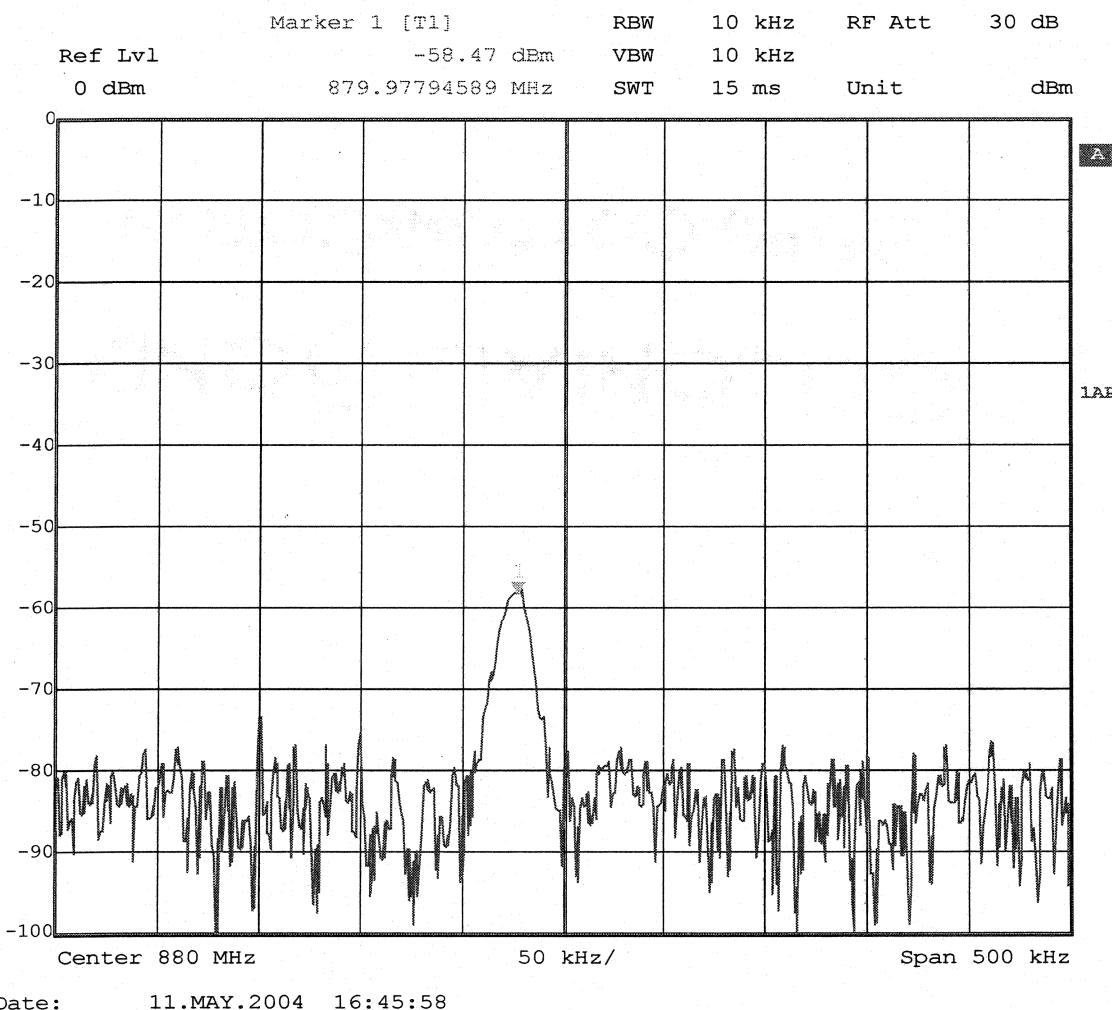


Figure 3.10 Spectre fréquentiel du signal recueilli par la sonde fixe

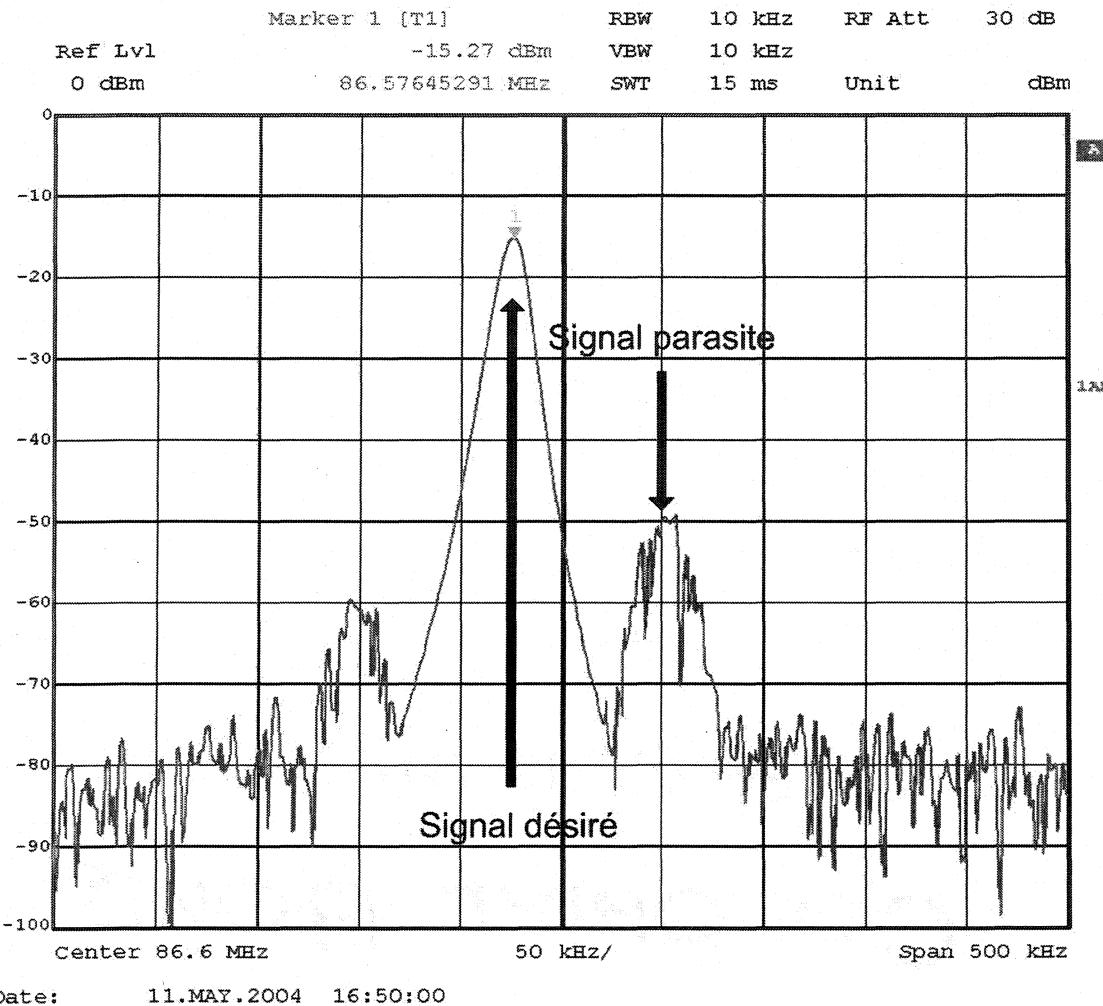


Figure 3.11 Spectre fréquentiel du signal de la sonde fixe traité par le circuit

### 3.6 Circuit de test

Pour pouvoir valider les différents circuits et algorithmes développés dans ce projet, nous avons conçu un circuit numérique de test.

Les caractéristiques suivantes ont étées choisies pour ce circuit:

1. Pour simplifier l'analyse, le circuit ne doit comprendre qu'un nombre limité de signaux.
2. Pour pouvoir bien les différencier, les traces métalliques conduisant les signaux doivent être bien espacées.
3. Étant donné les techniques de fabrication de circuits disponibles au laboratoire, une seule couche de métallisation doit être utilisée.
4. Le circuit doit être totalement autonome, c'est-à-dire que tous les signaux numériques doivent être contenus sur le circuit. Ce choix a été fait pour s'assurer que les champs mesurés (en champ proche ou en champ lointain) ne proviennent que du circuit sous test et non pas d'autres systèmes servant à l'alimenter en signaux.
5. Pour simplifier l'alimentation électrique, on ne fournit qu'une seule tension positive d'alimentation au circuit. Les autres devront être générées localement.

Ce circuit est constitué de deux bascules quadruples de type *D*. Cela limite donc la grosseur du bus de données à 4 signaux. Pour que le circuit soit totalement autonome, les données sont autogénérées par rétroaction, par la première bascule, et envoyées à la seconde par le bus. Ces deux composants sont synchronisés par un signal d'horloge générant une onde carrée.

La figure suivante montre de quelle façon les signaux sont autogénérés. On montre aussi, à la figure 3.13, l'allure des signaux. Comme on peut le constater sur cette dernière, les quatre signaux ne sont que quatre versions d'un même signal décalées dans le temps. Cela provient du fait qu'ils sont le résultat de boucles de rétroaction.

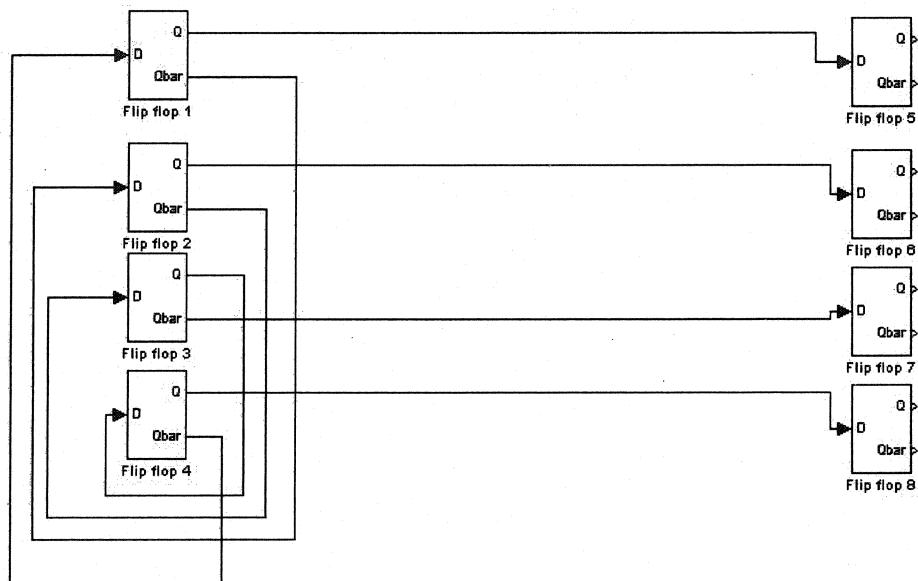


Figure 3.12 Architecture de la l'autogénération des signaux

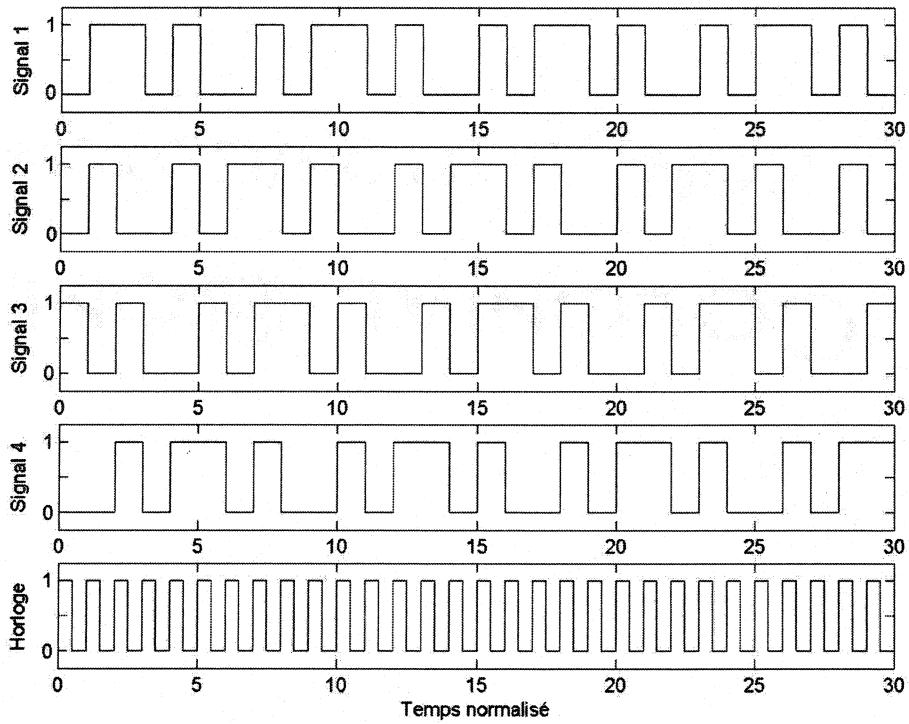


Figure 3.13 Signaux autogénérés et signal d'horloge

L'objectif étant éventuellement de tester des circuits numériques commerciaux, le choix de la fréquence d'horloge a été fait en fonction des vitesses rencontrées dans les circuits usuels. Notre choix s'est arrêté sur une fréquence d'environ 200 Mhz, qui est du même ordre de grandeur que les bus de mémoire commercialisés au moment où ce projet a débuté. À cette fréquence, une attention particulière doit être portée au design du circuit puisque les effets de ligne de transmission sont non-négligeables. Pour pouvoir régler ce problème, des composantes de type *ECL* (« Emitter Coupled Logic ») ont été utilisées. Cette technologie a été développée spécialement pour les circuits numériques à haute vitesse.

Pour des informations plus détaillées, nous suggérons la lecture des notes d'application de la compagnie *On Semiconductor* (Shockman, 2002 [31]), (Shockman, 2002 [32]), (Pearson, 1996). Nous ne montrons, ici, que le schéma général de connection des composantes *ECL* dans la configuration utilisée dans ce travail. Les ports d'entrées étant à haute impédance, il suffit de placer une résistance de terminaison  $R_t$  égale à l'impédance caractéristique  $Z_0$  entre la borne d'entrée du récepteur et un nœud de référence fixé à une tension  $V_{tt}$ .

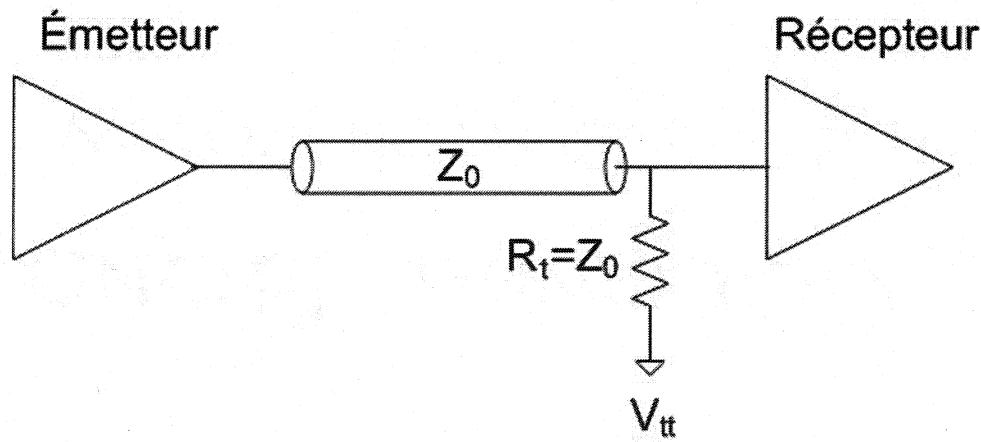


Figure 3.14 Configuration utilisée pour les composantes *ECL*

Pour la technologie *PECL* (« Positive *ECL* »), le courant circule toujours de l'émetteur vers le récepteur (autant pour les étapes logiques 1 que pour les étapes logiques 0). Le signal oscille donc autour d'une tension intermédiaire, située entre la tension d'alimentation  $V_{cc}$  (5 volts dans notre cas) et 0 volt. La tension  $V_{tt}$  est choisie en fonction de cette spécification (3 volts pour ce projet). La figure 3.15 illustre ce propos.

Pour générer la fréquence de référence  $V_u$  à partir de la tension d'alimentation  $V_{cc}$ , un régulateur de tension est utilisé.

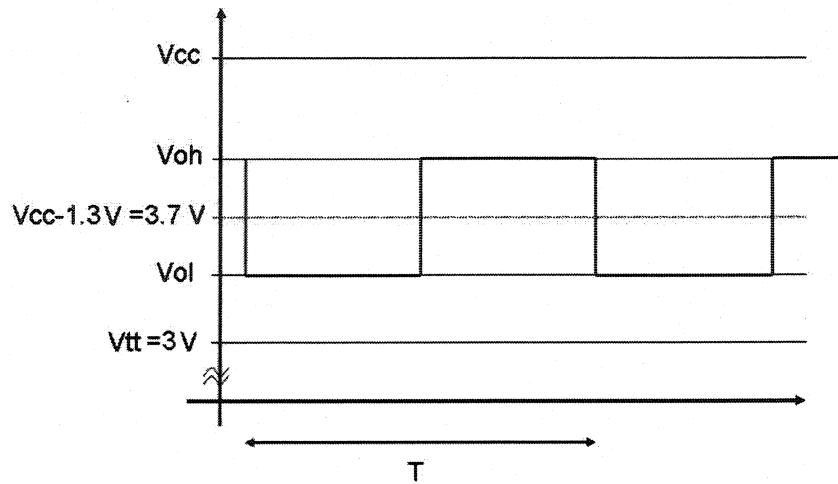


Figure 3.15 Tension des signaux générés par les composantes *ECL*

La figure qui suit est une photo du circuit réalisé. L'horloge utilisée a une fréquence de 176 MHz. Les lignes de transmission conduisant les signaux numériques sont adaptées à 100 ohms. Cette impédance a été utilisée, au lieu de 50 ohms, pour diminuer la largeur des traces métalliques. De cette façon, on facilite l'accès aux pattes des composantes *ECL*.

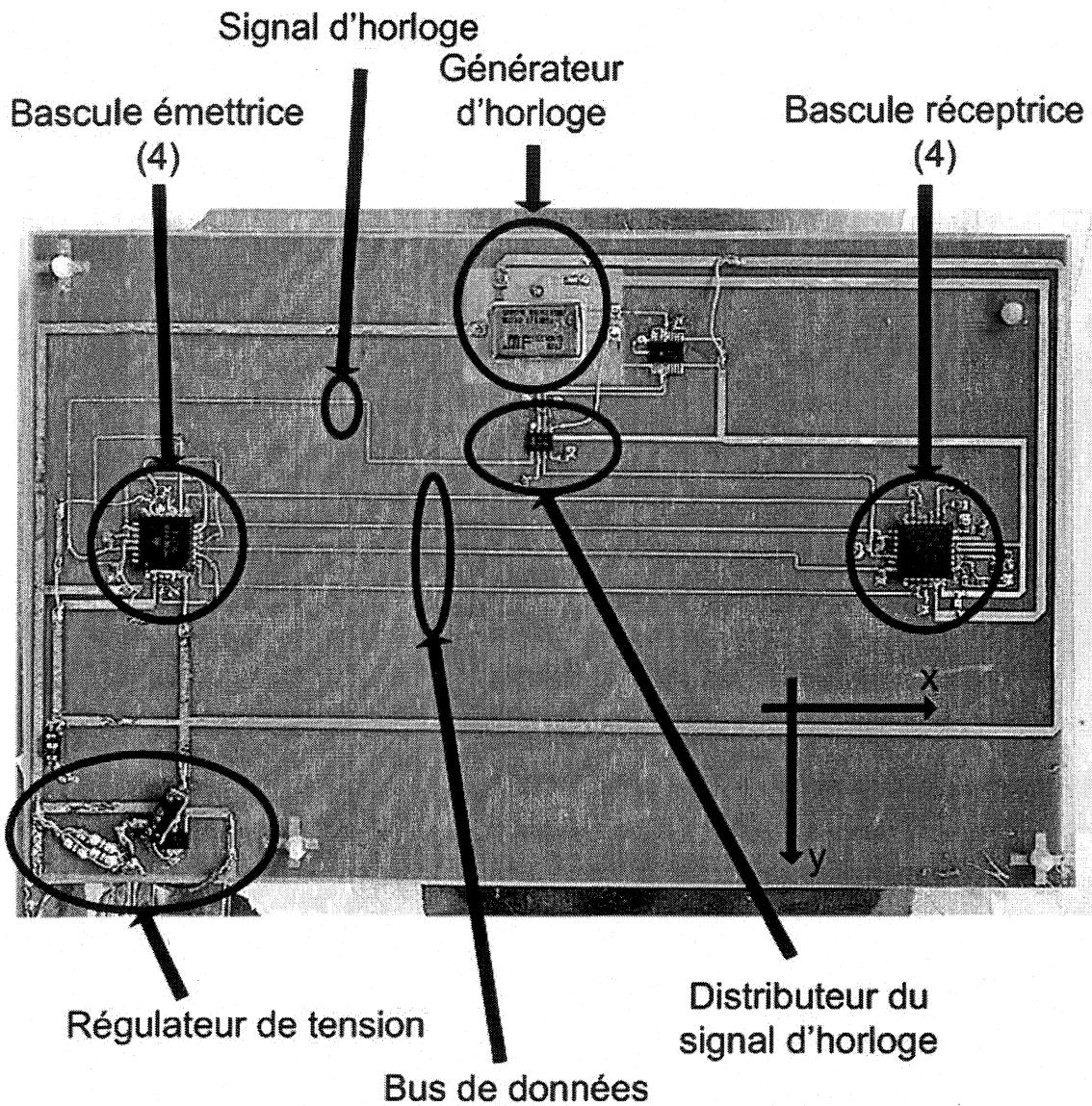


Figure 3.16 Circuit numérique de test

Le substrat utilisé est du FR4. Ce dernier est largement utilisé dans l'industrie électronique. Comme une seule couche de métallisation a été utilisée, un seul plan de masse était disponible. La tension  $V_u$  a été placée sur ce plan pour diminuer le nombre de traces nécessaires. La tension de 0 volt, n'est donc reliée à aucun plan.

Toutes les composantes utilisées, à l'exception de l'horloge, sont de type « *surface mount* ». Cela implique que ces dernières sont déposées sur le circuit et soudées sans qu'il soit nécessaire de trouer le substrat. Pour l'horloge, cependant, des trous ont dû être pratiqués. Pour éviter les courts circuits, un rectangle de métal légèrement plus grand que l'horloge, a été retiré du plan  $V_{tt}$  sous l'horloge. On peut voir ce rectangle sur la figure 3.16.

La prochaine figure présente un des signaux de données recueilli avec un oscilloscope à l'entrée de la bascule réceptrice. On peut remarquer que ce signal correspond bien aux signaux de la figure 3.13. Un seul des 4 signaux est présenté puisque, comme il a été mentionné précédemment, les trois autres signaux ne sont que des versions retardées de ce signal.

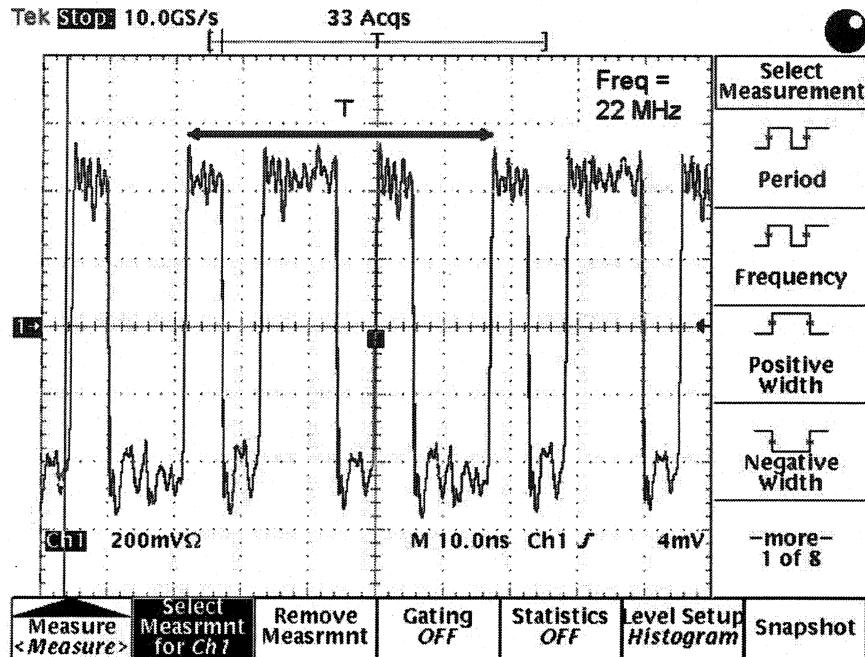


Figure 3.17 Signal de données recueilli par un oscilloscope

Il est intéressant de noter que les transitions sont très rapides ce qui implique un contenu spectral très riche. On constate aussi qu'il y a des oscillations après chacune des transitions. Ces dernières peuvent être dues, entre autres, au couplage entre les lignes et aux mauvaises adaptations d'impédances.

### 3.7 Mesures en champ proche

Dans ce paragraphe, nous présentons des résultats de mesures en champ proche obtenues au-dessus du circuit de test. La figure 3.18 présente le montage utilisé. On peut voir la sonde fixe, constituée d'une boucle de 25 mm x 25 mm, placée de telle sorte qu'elle peut recueillir un signal assez puissant. De plus, une attention particulière est

portée pour que la position de celle-ci perturbe le moins possible le circuit et les mesures. On s'assure donc que la sonde recouvre le moins possible le circuit et qu'elle ne se situe pas au-dessus d'éléments que l'on soupçonne comme étant très rayonnants.

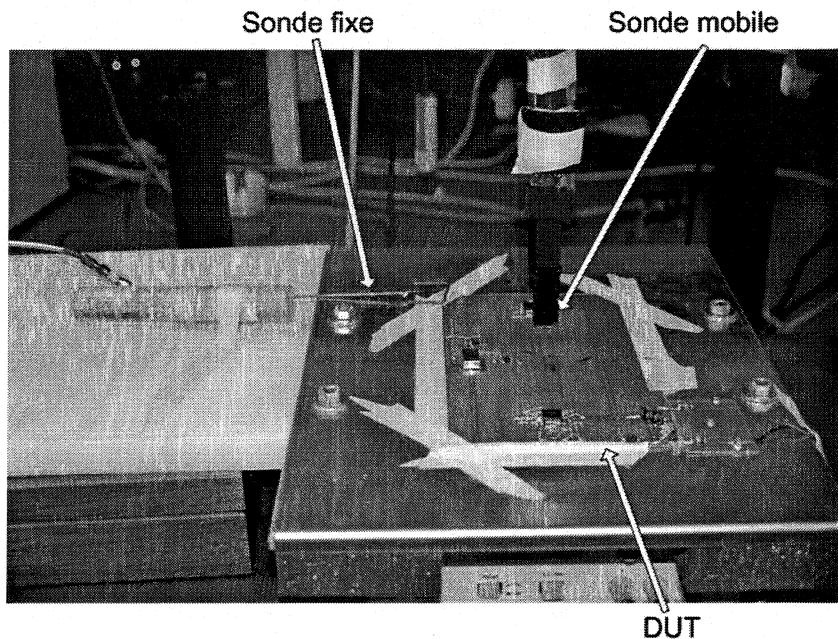


Figure 3.18 Montage avec sonde mobile et sonde fixe

Les figures 3.19, 3.20, 3.21, 3.22 présentent les mesures obtenues avec le montage précédent. La sonde mobile est placée à une hauteur de 0,8 cm. Elle consiste en un dipôle électrique de 1 cm de longueur branché aux bornes d'un amplificateur différentiel à travers une paire de câbles coaxiaux (cet arrangement permet d'avoir une réponse symétrique de la sonde). On a balayé une grille de 17,4 cm x 25,4 cm sur 51 x 81 points. Les deux premières figures montrent l'amplitude du signal pour la sonde-

dipôle orientée respectivement selon  $x$  et  $y$  (voir figure 3.16). De la même façon, les deux autres figures montrent la phase du signal pour les cas correspondants.

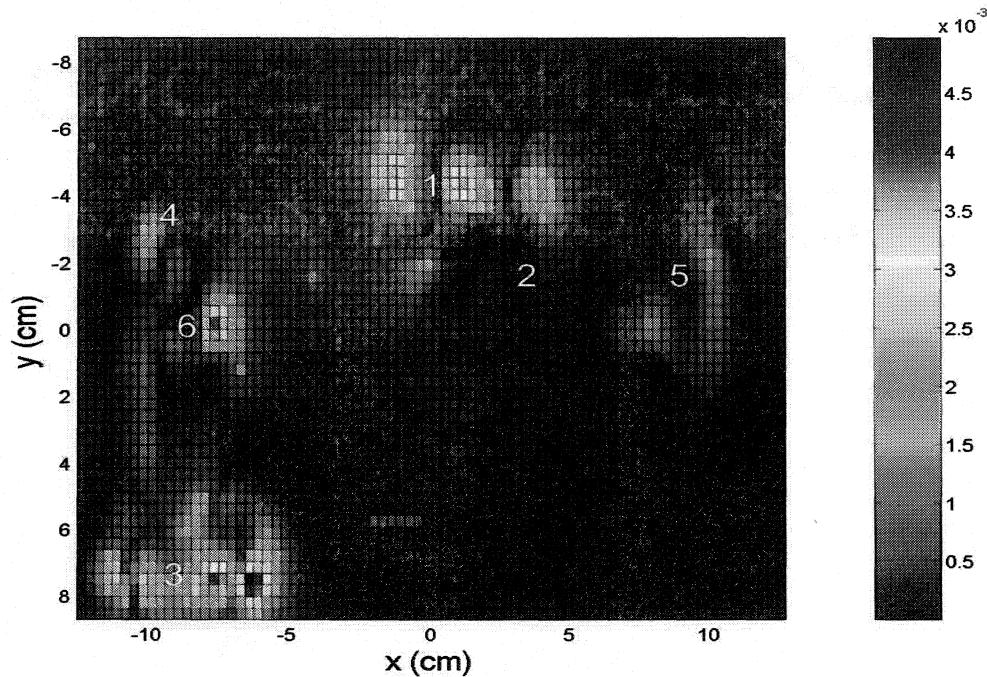


Figure 3.19 Amplitude du champ proche pour la sonde orientée selon x

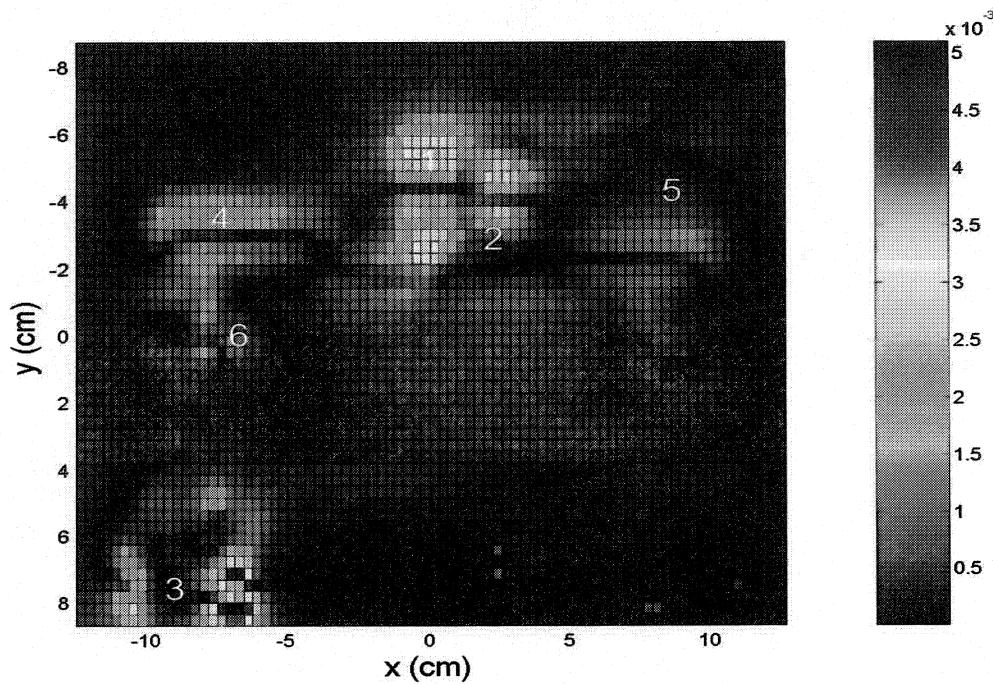


Figure 3.20 Amplitude du champ proche pour la sonde orientée selon  $y$

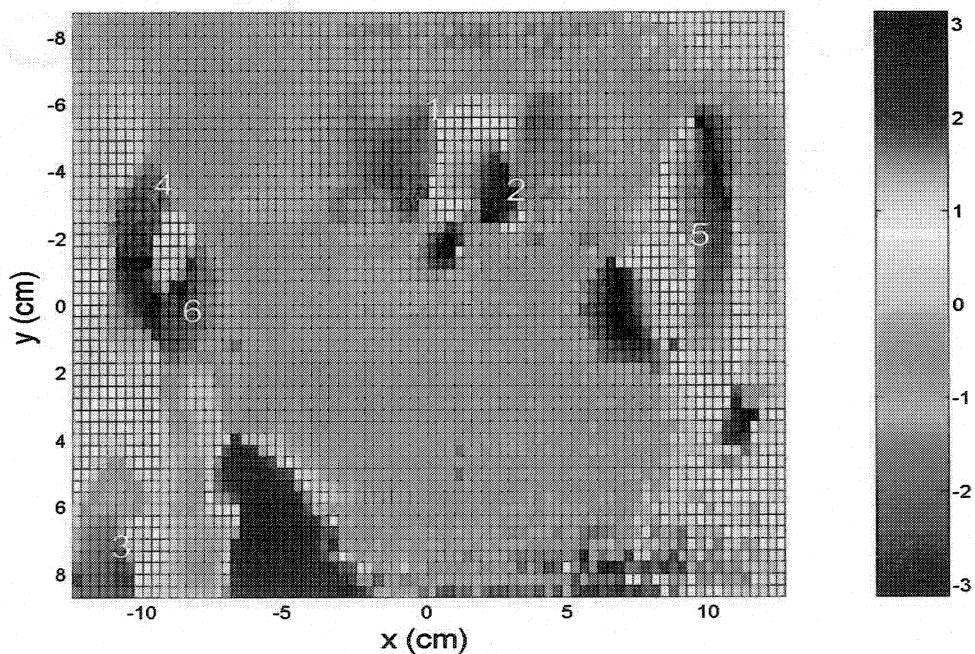


Figure 3.21 Phase du champ proche pour la sonde orientée selon  $x$

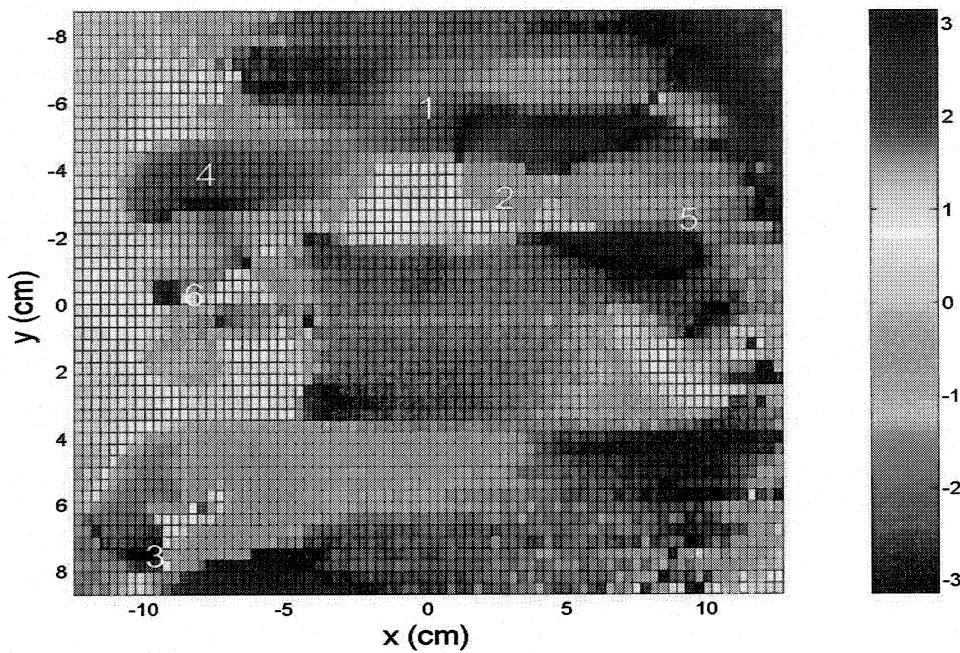


Figure 3.22 Phase du champ proche pour la sonde orientée selon  $y$

Sur les figures précédentes, six (6) zones sont identifiées. La première correspond à la position de l'horloge. La deuxième est produite par les deux composantes de distribution du signal de l'horloge. La troisième est due à la présence de l'alimentation électrique (régulateur de tension). La quatrième et la cinquième suivent les traces conduisant le signal d'horloge. Enfin, la sixième est située au-dessus de la bascule émettrice.

Il est intéressant de noter que nous avons réussi à identifier les points chauds sur le circuit. On remarque que ces derniers sont situés le long du parcours du signal d'horloge. Il peut paraître surprenant de ne pas « voir » le bus de données. Cependant,

cela s'explique par le fait que pour un cycle d'horloge (montée et descente du signal) il y a, au maximum, une seule transition du signal sur le bus. Cela a pour effet que les composantes fréquentielles des données sont nulles pour toutes les harmoniques de l'horloge.

Les graphiques représentant la phase sont aussi bien clairs. Celle-ci est stable sur certaines régions. Cela nous permet, entre autres, d'identifier les endroits où il y a des transitions de phase de  $\pi$  radians causées par des courants différentiels. Par exemple, autour du point 3 on peut voir deux transitions de  $\pi$  radians. Ces dernières sont dues à la présence d'inductances servant à couper les hautes fréquences se rendant vers l'alimentation électrique.

### 3.8 Conclusion

Dans ce chapitre, la prise de mesures en champ proche au-dessus d'un circuit numérique a été traitée.

La prise de mesures au-dessus de circuits rayonnants a été présentée. Il est devenu évident que si on utilise cette technique pour les circuits numériques, on perd la référence de phase qui était fournie par le signal de source. Pour contourner le problème, différentes approches ont été présentées. Pour des raisons d'accessibilité aux

équipements et dans l'objectif de perturber le moins possible le circuit sous-test, l'approche utilisant un ARV et une sonde fixe a été retenue.

Pour que l'approche proposée puisse être utilisée, un prétraitement des données est nécessaire. Un circuit analogique à haute fréquence a donc été réalisé. Sur ce dernier, les deux signaux sont amplifiés. Le but est d'amener le signal de référence à une puissance suffisante pour l'ARV. Les signaux sont ensuite descendus à une fréquence intermédiaire pour être filtrés par un filtre ayant une largeur de bande très étroite. De cette façon, on arrive à respecter les spécifications de pureté de signal de l'ARV. Les résultats obtenus montrent bien que le circuit permet d'atteindre les différentes spécifications. Par contre, une attention particulière doit être portée au positionnement de la sonde pour s'assurer qu'aucun signal extérieur, ayant une fréquence située à l'intérieur de la bande passante du filtre, ne vienne perturber les lectures de l'analyseur réseau.

Un circuit numérique de test a été conçu. Ce dernier fonctionne à 176 MHz et est constitué d'un bus de données de 4 bits. Les données sont autogénérées par rétroaction. Quoique complètement fonctionnel et autonome, le circuit est relativement simple pour faciliter l'analyse des résultats.

Des mesures en champ proche réalisées au-dessus du circuit de test ont été présentées à la fin du chapitre. On a balayé le circuit en utilisant deux orientations

perpendiculaires pour la sonde de mesure. Avec les images du champ électromagnétique obtenues, nous voyons clairement apparaître les points chauds sur le circuit. De façon générale, ces derniers se situent le long du parcours du signal d'horloge. La mesure de la phase est aussi très nette. On voit que la phase est constante par régions. La mesure nous permet aussi d'identifier les endroits où il y a une inversion de phase de  $180^\circ$ . Ces zones sont caractéristiques des courants différentiels. Cette notion sera approfondie au chapitre 6.

# CHAPITRE 4

## RÉGULARISATION APPLIQUÉE AUX DISTRIBUTIONS DE COURANTS

### 4.1 Introduction

Le chapitre 1 a introduit la façon dont il est possible, en utilisant des fonctions de base, de trouver une distribution de courants à partir de mesures en champ proche. L'équation mathématique qui en découle, et qui relie les inconnues aux mesures, peut s'écrire sous une forme matricielle (éq. 1.18). Cependant, comme il en a été question au chapitre 2, la solution trouvée à partir de cette équation n'est pas stable. Quelques approches permettent de contourner le problème. Parmi celles-ci, nous avons choisi la régularisation. Cette dernière a l'avantage de ne sacrifier aucune donnée; elle permet même d'ajouter de l'information connue *a priori*. L'efficacité d'un tel algorithme en traitement d'images a aussi été illustrée à l'aide d'un exemple (figure 2.3).

Dans le présent chapitre, on traite principalement de l'application de la régularisation à un problème de courants équivalents. Avant même de commencer à régulariser, il faut déterminer de quelle façon les fonctions de base sont disposées sur le circuit. On présente donc, en premier lieu, deux modèles de dispositions des fonctions de base sur un circuit numérique, soit sur un circuit où l'on ne connaît pas, *a priori*, la

position des sources de courant. Par la suite, deux techniques de régularisation sont proposées et on montre l'efficacité de l'une d'entre elles. En dernier lieu, l'effet de la pénalisation non quadratique (fonction de pénalisation  $L2L1$ ) est présenté.

## 4.2 Positions des courants

Rappelons que nous nous trouvons dans le cas illustré à la figure 1.4. Nous voulons trouver une distribution de courants générant le « même » champ proche que celui mesuré. Dans la plupart des travaux antérieurs (Colinas, 2001), (Laurin et al., 2001), (Ouardirhi, 2000), réalisés sur des circuits rayonnants ou des circuits relativement simples, les fonctions de base sont placées aux endroits où on s'attend à trouver des courants. Par exemple, dans le cas d'une antenne patch (Laurin et al., 2001), on place les fonctions de base (dipôles magnétiques) sur les côtés rayonnants de la patch (Stutzman et al., 1998). Dans notre cas, nous voulons systématiser l'analyse. De plus, les circuits numériques peuvent être très complexes et on ne peut pas savoir, *a priori*, à quels endroits se trouvent les sources de rayonnement. Pour ces raisons, nous prenons comme première approximation que les courants circulent sur une grille aussi grande que le circuit. Nous devons utiliser une grille puisque nos fonctions de base ont un support filaire. La figure 4.1 donne un exemple de ce propos.

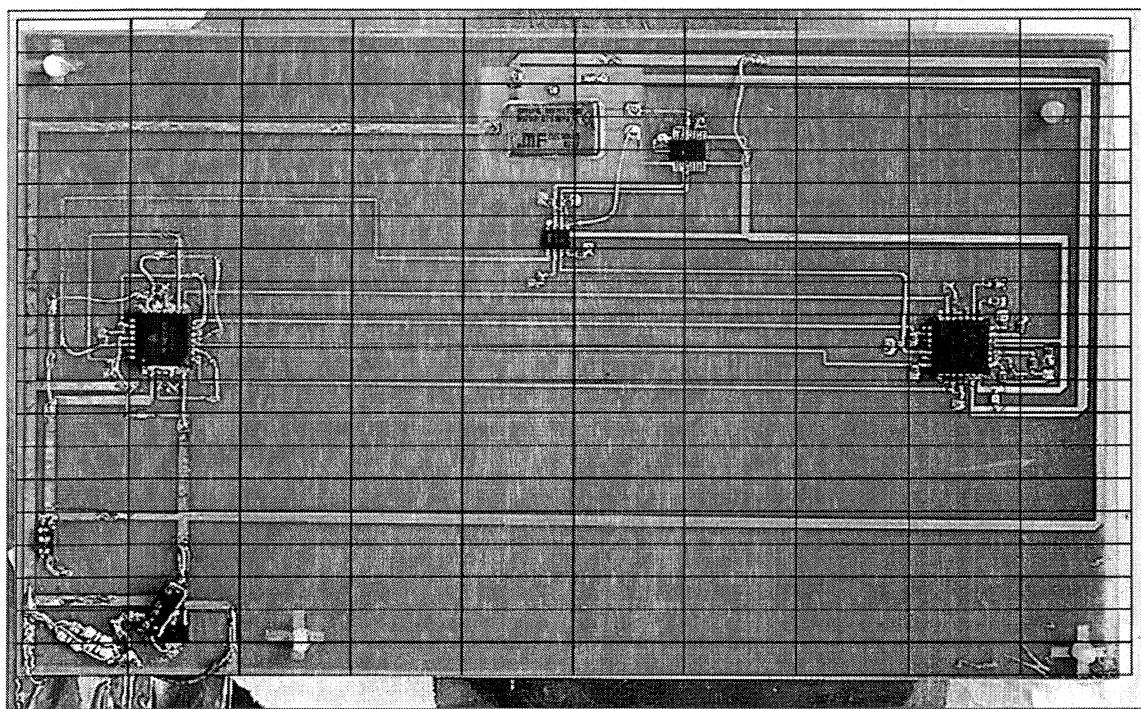


Figure 4.1 Circuit superposé d'une grille où seront placées les fonctions de base

### 4.3 Disposition des fonctions de base

Les fonctions de base que nous utilisons sont de type dipôles filamentaires. Nous choisissons arbitrairement de les disposer sur les arrêtes formées par une grille. Il reste à déterminer un algorithme de placement des fonctions de base sur cette grille. Deux modèles ont été étudiés.

### 4.3.1 Modèle à trois dipôles

Le premier modèle a été utilisé par Colinas (Colinas, 2001) et est basé sur la loi de nœuds de Kirkhoff. Selon cette loi, pour un nœud de la grille branché à  $N$  branches, il est possible de définir  $N-1$  courants indépendants. Dans notre cas, ceci se traduit par 3 fonctions de base aux nœuds situés au centre de la grille, 2 aux nœuds situés sur les bords et un seul pour les nœuds de coin. Un choix possible de dispositions des fonctions de base pour un groupe de nœuds situés au centre de la grille (où  $N = 4$ ) est illustré à la figure 4.2.

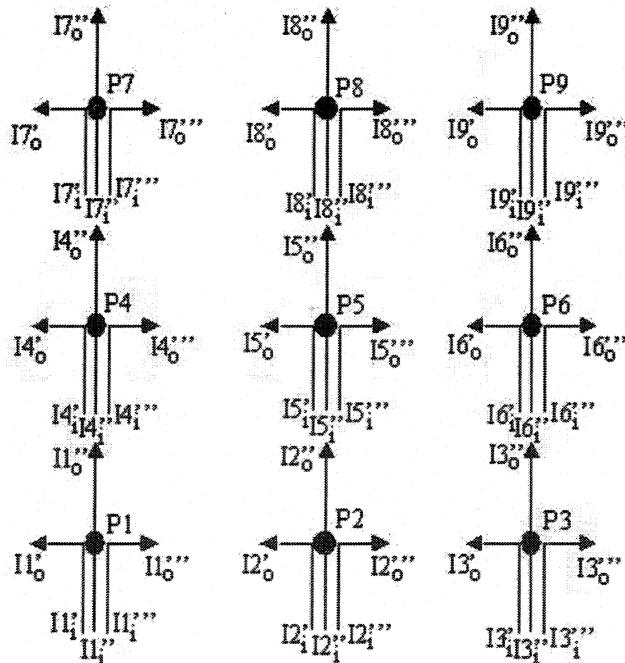


Figure 4.2 Disposition des fonctions de base selon le modèle à trois dipôles

Sur cette figure, les coefficients de courants exprimant l'amplitude et la phase des fonctions de base sont identifiés à l'aide de la lettre  $I$  suivie du numéro du point où le courant est placé (par exemple, au point 5, le courant est  $I5$ ). L'indice  $i$  signifie que le courant est entrant alors que l'indice  $o$  signifie que le courant est sortant. Enfin, le nombre de primes ( $'$ ) sert à différencier les fonctions de base sur un même point. Trois fonctions de base sont placées à chacun des nœuds. Deux d'entre elles tournent à  $90^\circ$  alors que l'autre est uniquement verticale. Pour chacun des nœuds, on identifie les courants d'entrées et les courants de sorties. À titre d'exemple, pour le nœud 5, les trois courants d'entrées sont:  $I5_i'$ ,  $I5_i''$  et  $I5_i'''$  et les courants de sorties sont  $I5_o'$ ,  $I5_o''$ ,  $I5_o'''$ .

Il va de soi que  $I5_i' = I5_o'$ , puisque ces deux courants appartiennent à la même fonction de base. Il en est de même pour les deux autres fonctions de base.

Le principal avantage de cette distribution est de faciliter les changements de directions. En effet comme, à chacun des nœuds, certains dipôles tournent à  $90^\circ$ , ces derniers peuvent être utilisés pour représenter des changements de direction des courants.

### 4.3.2 Modèle à deux dipôles

Comme il sera présenté plus loin dans ce chapitre, le désavantage du modèle précédent est de générer un grand nombre d'inconnues. Pour le diminuer, nous proposons un modèle à deux dipôles tel que présenté à la figure suivante:

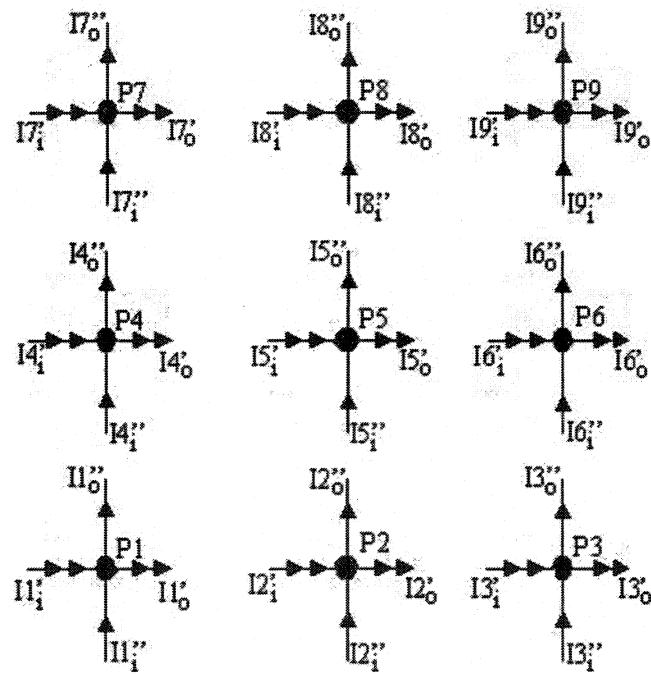


Figure 4.3 Disposition des fonctions de base selon le modèle à deux dipôles

On utilise la même notation que pour la figure 4.2. On a donc, au point 5, comme courants entrants:  $I_{5_i}', I_{5_i}''$  et comme courants sortant:  $I_{5_o}', I_{5_o}''$ .

Avec cette disposition, nous diminuons le nombre d'inconnues d'environ 33 %.

De plus, nous respectons toujours la loi des noeuds. Par contre, toutes les possibilités de

courants ne sont pas possibles puisqu'on n'utilise que 2 courants pour un nœud de 4 branches. Cela entraîne entre autres que le courant ne peut pas tourner à une intersection sans qu'il ne se produise des dépassemens. La figure 4.4 illustre ce propos en montrant les deux modélisations d'un virage de  $90^\circ$  du courant.

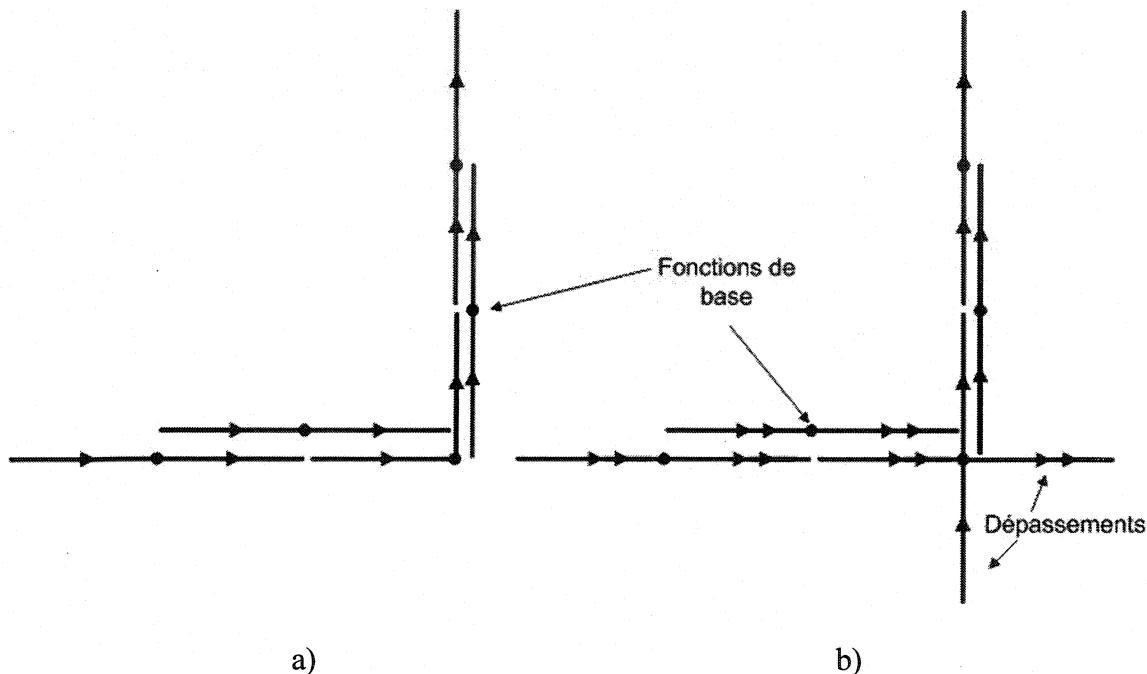


Figure 4.4 Coudes de courants a) modèle à 3 dipôles, b) modèle à 2 dipôles

#### 4.4 Régularisation

Dans ce paragraphe la régularisation appliquée à l'identification des courants est abordée. Comme nous l'avons introduit au chapitre 2, il faut développer un critère à minimiser. Ce critère contient l'information contenue dans les mesures et l'information *a priori*. Cette dernière n'est rien d'autre qu'un modèle de la physique du système. Nous rappelons la forme du critère à minimiser:

$$C = \|V - ZI\|^2 + \alpha \Phi(DI)$$

$$\hat{I} = \arg \min_I (C) \quad (4.1)$$

On cherche donc ici à développer la forme de la matrice  $D$ . Dans le cadre de ce travail, nous nous sommes inspirés du traitement d'images pour développer notre critère. Typiquement, pour les images, on cherche à pénaliser la différence entre un pixel et l'ensemble de ses voisins.

Une approche très similaire à cette pénalisation a d'abord été développée. L'idée de départ était d'exiger que tous les courants, dans une région donnée, aient la même direction et la même amplitude. Pour ce faire, on trouve d'abord la somme vectorielle des courants en chaque point. La représentation des courants passe alors de la forme des figures 4.2 et 4.3 à celle de la figure 4.5. Ensuite, nous pénalisons la somme des différences entre le courant au point  $i$  et chacun de ses voisins (en fait, on pénalise la différence des composante selon  $x$  et  $y$ ). L'équation 4.2 détaille cette tentative pour une pénalisation quadratique.

$$\phi_i = \sum_{k=1}^8 |I_{kx} - I_{ix}|^2 + |I_{ky} - I_{iy}|^2 \quad (4.2)$$

avec  $\phi_i$ , la pénalisation appliquée au point  $i$ ,  $I_{ix}$  et  $I_{iy}$ , les courants selon  $x$  et  $y$  au point  $i$  et,  $I_{kx}$  et  $I_{ky}$ , les courants selon  $x$  et  $y$  au point  $k$  (où  $k$  varie de 1 à 8 pour couvrir tous les voisins de  $i$ )

D'une façon plus visuelle, la figure suivante présente le problème. Comme on peut le voir les courants aux alentours du point  $i$  ont différentes amplitudes et différentes directions. Notre but était donc de pénaliser ces différences d'amplitudes et les différences de directions.

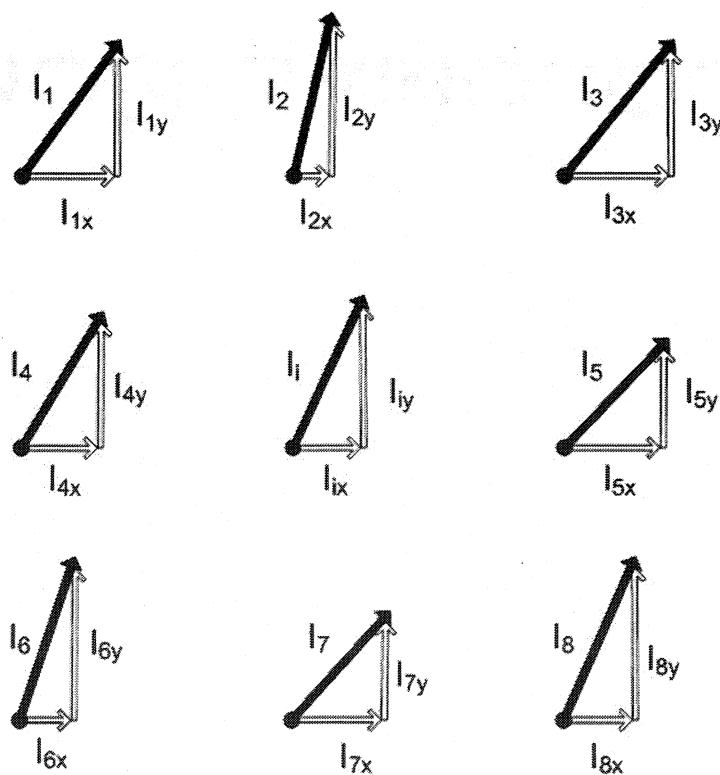


Figure 4.5 Représentation vectorielle des courants autour du point  $i$

Les résultats obtenus avec ce modèle se sont avérés très décevants, voir inexistant. Cela s'explique par le fait que le courant circule sur des lignes très étroites par rapport au maillage utilisé pour notre grille de fonctions de base. Cela a pour effet que, par exemple, on pourrait imaginer un courant circulant selon l'axe des  $x$  et passant par les points 4, i et 5 alors qu'aucun courant ne passerait par les autres points. S'il n'y a aucun lien entre le courant circulant sur les points 4, i et 5 et les courants circulant sur les autres points, il devient donc inapproprié de pénaliser leurs différences. Bien que cela n'ait pas été tenté, puisque ça dépassait les objectifs fixés pour ce projet, il serait intéressant de tester cet algorithme pour la modélisation d'antennes à ouverture. Dans ce cas, les courants ne se déplaçant pas sur des traces étroites, il est fort probable que la technique soit bien représentative la physique du système.

Pour prendre en compte les considérations précédentes, une nouvelle technique a été proposée. L'idée est de pénaliser la différence entre deux courants circulant dans une direction donnée et qui sont voisins immédiats selon cette direction. Par exemple, pour la figure suivante, on pénalise la différence entre le courant qui quitte le point 1 en direction du point 2 et le courant qui arrive au point 2 en provenance de point 1.

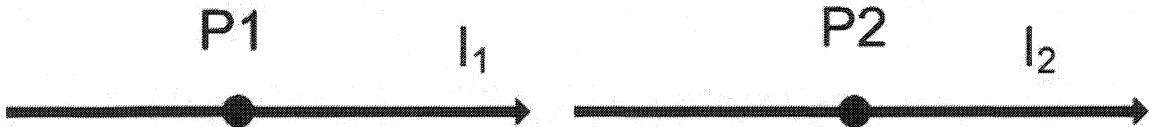


Figure 4.6 Régularisation selon la direction de propagation

De façon plus précise, si on se réfère à la figure 4.2, la pénalisation pour le point central (P5) se détaille de la façon suivante. Le courant  $I5_o'''$  quitte le point 5 en direction du point 6. Le courant  $-I6_o'$  arrive au point 6 en provenance du point 5. On pénalise donc la différence entre ces deux courants. De la même façon, le courant  $I5_o''$  quitte le point 5 en direction du point 8 alors que les courants  $I8_i', I8_i'', I8_i'''$  arrivent au point 8 en provenance du point 5. La différence entre ces courants est aussi pénalisée. Comme les courants  $I5_o'$  et  $I5_i', I5_i'', I5_i'''$  font partie des termes de régularisation des points 4 et 2, ils n'entrent pas dans les calculs se rattachant au point 5. L'équation 4.3 exprime la pénalisation appliquée au point 5 pour le cas quadratique.

$$\phi_5 = |I6_o' + I5_o''|^2 + |(I8_i' + I8_i'' + I8_i''') - I5_o''|^2 \quad (4.3)$$

On fait la même démarche pour le modèle à deux dipôles présenté à la figure 4.3. Le courant  $I5_o'$  quitte le point 5 en direction du point 6 alors que le courant  $I6_i'$  arrive au point 6 en provenance du point 5. Dans la direction verticale, le courant  $I5_o''$  quitte le point 5 en direction du point 8 alors que le courant  $I8_i'$  arrive au point 8 en provenance du point 5. Pour le cas d'une pénalisation quadratique, le tout s'exprime comme suit:

$$\phi_5 = |I6_i' - I5_o'|^2 + |I8_i'' - I5_o''|^2 \quad (4.4)$$

Tel qu'il le sera présenté dans les prochains paragraphes, cette technique donne de très bons résultats.

#### 4.5 Simulations

Pour valider les modèles développés au paragraphe précédent, des tests ont été effectués sur des mesures simulées provenant d'une distribution de courants ayant une forme triangulaire (figure 4.7). Cette distribution a été choisie ainsi pour pouvoir valider les performances de l'algorithme pour les courants circulant le long des axes  $x$  et  $y$  ainsi que pour ceux circulant dans une direction diagonale.

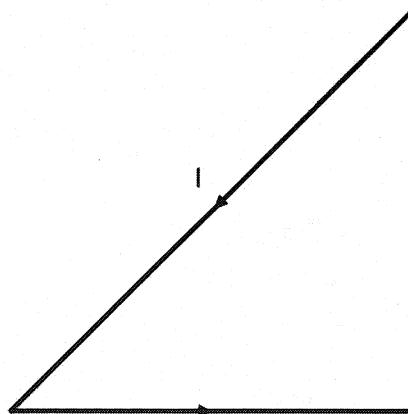


Figure 4.7 Distribution de courants utilisée en simulation

La validation des modèles s'est effectuée en quatre étapes:

- 1- Modélisation de la distribution de courants selon le modèle de fonctions de base choisi (2 ou 3 dipôles);
- 2- Simulation des mesures en champ proche obtenues avec cette distribution;
- 3- Ajout de bruit sur les mesures pour obtenir un certain rapport signal à bruit (RSB);

- 4- Inversion du problème pour réobtenir la distribution initiale et comparaison de l'erreur quadratique obtenue en utilisant la SVD et la régularisation.

Pour les paragraphes 4.5.1 et 4.5.2, les simulations placent la sonde à une hauteur de 4 mm au-dessus du circuit, orientée à + et - 45°. Elle balaye une surface de 10 cm x 10 cm sur une grille de 30x30 points, pour un total de 1800 points (900 points pour chacune des orientations de la sonde). De plus, pour ces derniers, on suppose que le courant est généré par une onde progressive à 1,5 GHz. Cela implique que l'amplitude du courant est constante tout au long du parcours. Par contre, la phase évolue. Ce type d'onde est associé à un circuit adapté (c'est-à-dire qu'il n'y a pas de réflexion aux extrémités des différentes lignes de transmission).

#### **4.5.1 Comparaison des modèles**

La figure 4.8 compare les distributions des courants selon le modèle de fonctions de base utilisé.

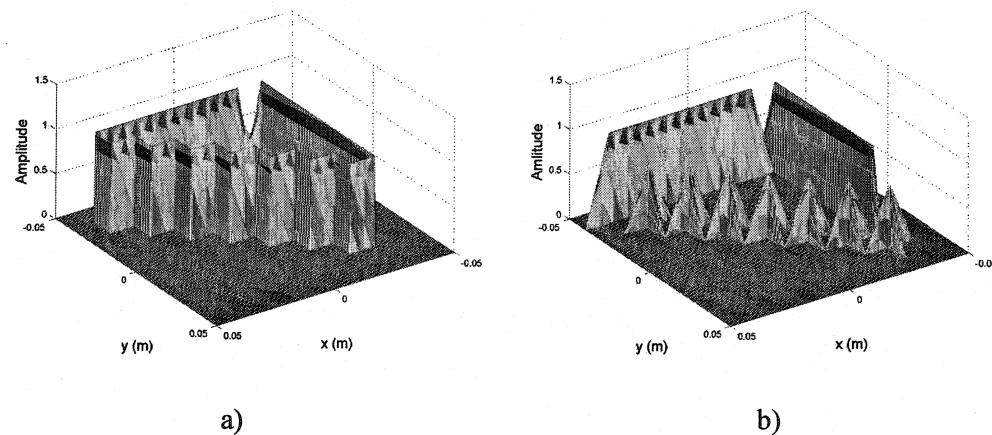


Figure 4.8 Distributions de courants triangulaires a) modèle à trois dipôles b) modèle à deux dipôles

On remarque que le modèle à trois dipôles représente beaucoup plus fidèlement la distribution de courants. On note en particulier que les courants diagonaux sont problématiques pour le modèle à deux dipôles.

Nous avons simulé les mesures en champ proche produites par chacune des deux distributions précédentes. Un vecteur de bruit a été généré pour obtenir un rapport signal à bruit de 12 dB. La figure 4.9 présente les résultats en résolvant l'équation par l'utilisation de la décomposition en valeurs singulières.

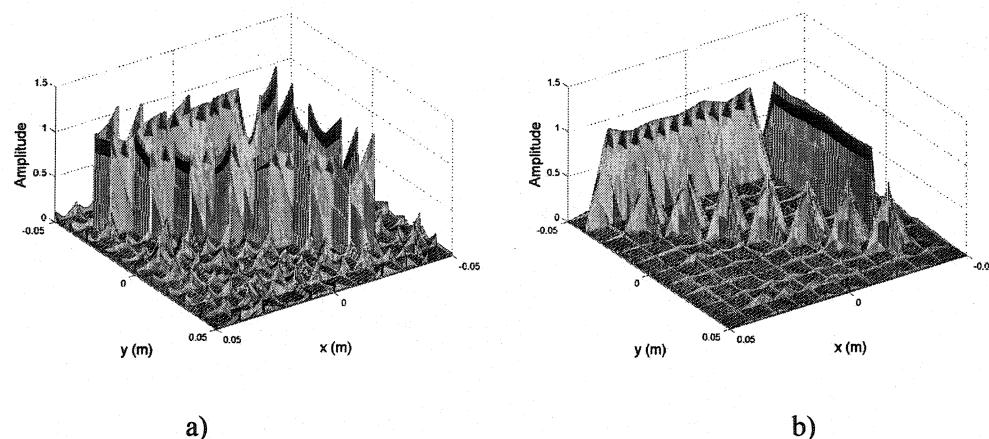


Figure 4.9 Inversion par décomposition en valeur singulière a) modèle à trois dipôles, EQM=0,29, b) modèle à deux dipôles, EQM=0,03

Avec le modèle à trois dipôles, l'erreur quadratique de la reconstruction est de 29 % alors que pour l'autre modèle, l'erreur n'est que de 3 %. On voit clairement l'effet de l'utilisation d'un plus petit nombre de fonctions de base (319 dans le premier cas comparativement à 198, dans le second). Le problème contenant moins d'inconnues est moins mal conditionné. Ce mauvais conditionnement peut aussi s'expliquer par le fait que, dans le cas du modèle à trois dipôles, les trois termes de la matrice  $Z$  reliés à un même point sont très semblables puisque les trois dipôles ont un segment commun. Cela a pour effet de diminuer la « dépendance » du champ proche envers chacun des dipôles. Il semble donc qu'un compromis soit à faire entre la souplesse du modèle représentant les courants et la stabilité de la solution.

#### 4.5.2 Effet de la régularisation

Nous présentons ici l'amélioration obtenue avec l'ajout de notre modèle de régularisation présenté à la section précédente. La façon de procéder est de faire varier le  $\alpha$  de l'équation 4.1. Pour chacune des itérations, on calcule l'EQM. Comme à la section précédente, nous avons utilisé un RSB de 12 dB pour le modèle à trois dipôles. Pour l'autre modèle, comme nous avions de très bons résultats avec ce RSB, nous en avons utilisé un nouveau de 2 dB. Si on utilise la décomposition SVD, ce dernier cas donne une EQM de 0,28 ce qui est semblable à celle obtenue avec le modèle à trois dipôles pour un RSB de 12 dB.

La figure 4.10 montre l'évolution de l'EQM en fonction du paramètre  $\alpha$  pour le modèle à trois dipôles. La figure 4.11, pour sa part, présente la distribution de courants trouvée avec le  $\alpha$  optimal. Notons que pour l'ensemble de ce mémoire, l'expression *log* signifie logarithme en base 10.

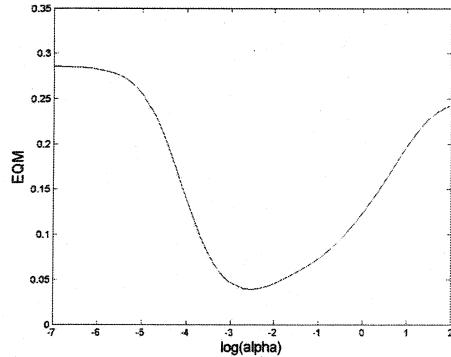
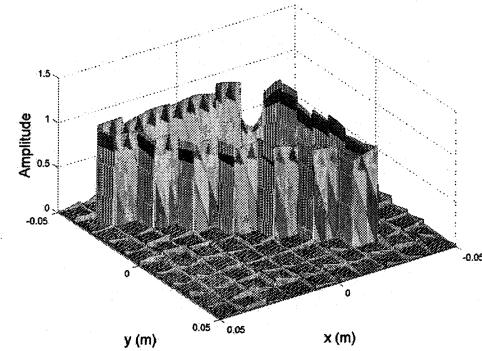


Figure 4.10 Évolution de l'EQM

en fonction de  $\log(\alpha)$  pour le modèle à 3 dipôles

Figure 4.11 Distribution de courants pour le  $\alpha$ 

optimal, EQM 0,04, modèle à 3 dipôles

Comme on peut le constater la valeur de l'EQM, pour un  $\alpha$  nul, est la même que celle obtenue avec l'inversion par SVD. Cela s'explique par le fait que dans ce cas, 2.7 devient équivalent à 2.4. Aussi, pour un  $\alpha$  optimal, on obtient une EQM de 4%, ce qui représente une amélioration d'un facteur 7. Visuellement, cela se voit facilement en comparant les figures 4.11 et 4.9 a). On note que la distribution de courants est beaucoup plus lisse en utilisant la régularisation. Aussi, le bruit aux endroits où le courant est nul est passablement diminué. Cela semble démontrer que notre modèle de régularisation est performant.

La figure 4.12 présente la distribution trouvée, pour une inversion sans régularisation, en utilisant un RSB de 2 pour le modèle à 2 dipôles. La figure 4.13 montre l'évolution de l'EQM en fonction de  $\alpha$  et la figure 4.14 présente le résultat obtenu avec un  $\alpha$  optimal.

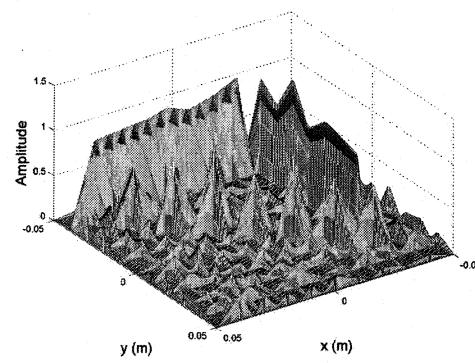


Figure 4.12 Distribution obtenue par décomposition en SVD avec le modèle à 2 dipôles et un RSB de 2, EQM 0,26

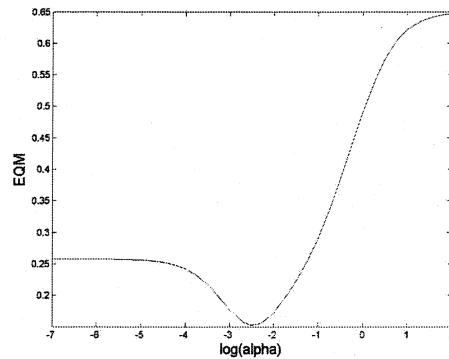


Figure 4.13 Évolution de l'EQM  
en fonction de  $\log(\alpha)$  pour le modèle à 3  
dipôles

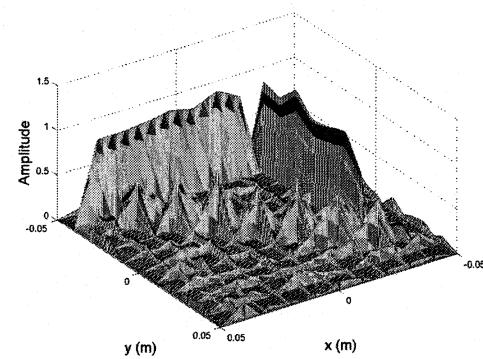


Figure 4.14 Distribution de courants pour le  $\alpha$   
optimal, EQM 0.15, modèle à 2 dipôles

Pour ce modèle, on voit que l'amélioration due à la régularisation, bien qu'appréciable, est moins importante que pour l'autre modèle. Cela s'explique en grande partie par la présence de courants diagonaux. En se référant à la figure 4.2, pour le

modèle à trois dipôles et pour le cas limite où l'onde est à variation de phase très lente, un courant diagonal serait représenté de la façon suivante:

$$I1'' = -I2' = I2'' = I5'' = -I6' = I6'' = I9'' \quad (4.5)$$

avec  $I1'' = I1_i'' = I1_o''$ .

Or, dans 4.3, pour le point 5 on cherche à minimiser la différence entre  $I5'''$  et  $-I6'$ . Cette pénalisation est conforme à l'équation 4.5 puisque  $I5'' - I6' = 0$ . À l'inverse, un courant diagonal pour le modèle à deux dipôles est représenté de la façon suivante:

$$\begin{aligned} I1' &= I5' = I9' = I1'' = I5'' = I9'' \\ I2' &= I2'' = I6' = I6'' = 0 \end{aligned} \quad (4.6)$$

Or, la régularisation présentée en 4.4 pénalise, pour le point 5, la différence entre  $I_5'$  et  $I_6'$ . Cette pénalisation va à l'encontre de notre modèle puisque  $I_5' - I_6' \neq 0$  ( $I_6'$  étant égal à 0). Ce même phénomène se produit lorsque le courant tourne de  $90^\circ$ .

De ces premiers résultats, on peut conclure que notre méthode de régularisation est bonne. Toutefois, bien qu'elle soit moins efficace pour le modèle à 2 dipôles, ce

dernier est intrinsèquement avantageé puisqu'il compte un moins grand nombre de dipôles. Tout semble donc être une question de compromis.

#### 4.5.3 Onde stationnaire

Dans cette section, on se place dans les mêmes conditions que précédemment sauf qu'on suppose que le courant est généré par une onde stationnaire. Dans ce cas, l'amplitude du courant varie en fonction de la position le long du parcours. De façon pratique, cela représente une ligne de transmission mal adaptée.

Les figures 4.15, 4.16, 4.17 et 4.18 présentent respectivement la distribution de courants avec le modèle à trois dipôles, l'inversion par décomposition en valeurs singulières, l'évolution de l'erreur quadratique en fonction de  $\alpha$  et le résultat pour un  $\alpha$  optimal.

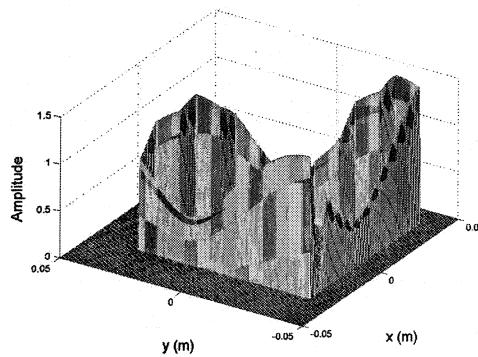


Figure 4.15 Distribution de courants, modèle à 3 dipôles, onde stationnaire

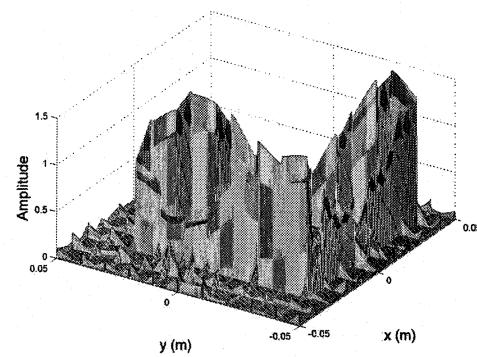


Figure 4.16 Inversion par décomposition en SVD, modèle à 3 dipôles, RSB=12dB, EQM= 0,19

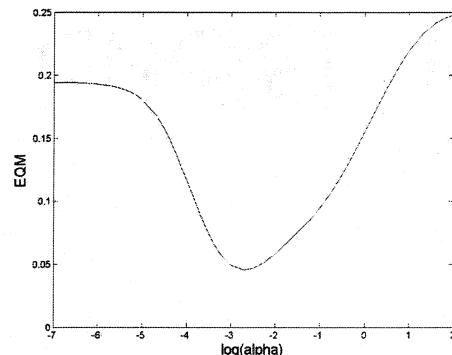


Figure 4.17 Évolution de l'erreur quadratique en fonction de  $\log(\alpha)$ , modèle à trois dipôles, onde stationnaire, RSB=12dB

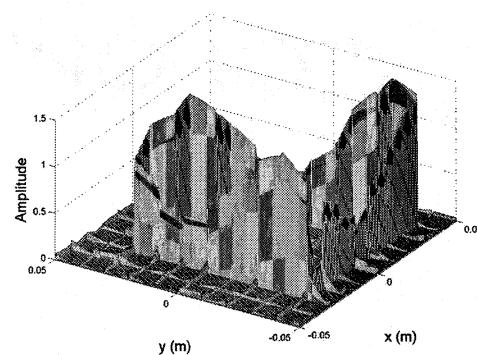


Figure 4.18 Inversion avec régularisation pour un  $\alpha$  optimal, RSB=12dB, EQM 0,04

On constate qu'une distribution de ce genre est aussi bien traitée par le modèle de régularisation proposé. Dans ce cas, l'erreur quadratique passe de 0,19 à 0,04 ce qui représente une amélioration d'un facteur 5. Visuellement, l'amélioration est aussi évidente, surtout pour le bruit sur les fonctions de base où le courant devrait être nul.

Les quatre figures suivantes présentent les résultats correspondants mais pour le modèle à deux dipôles.

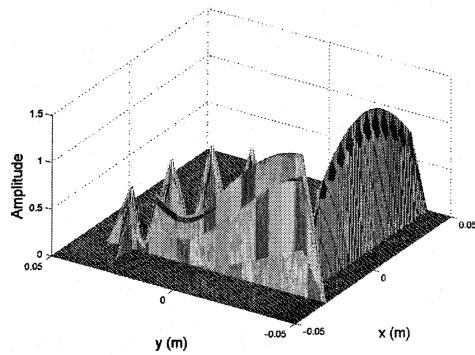


Figure 4.19 Distribution de courants, modèle à 2 dipôles, onde stationnaire

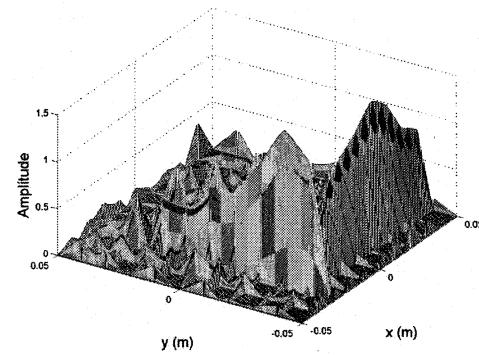


Figure 4.20 Inversion par décomposition en SVD, modèle à 2 dipôles, RSB=2dB, EQM

0.34

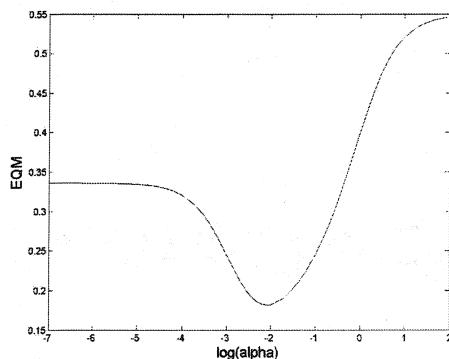


Figure 4.21 Évolution de l'erreur quadratique en fonction de  $\log(\alpha)$ , modèle à 2 dipôles, onde stationnaire, RSB=2dB

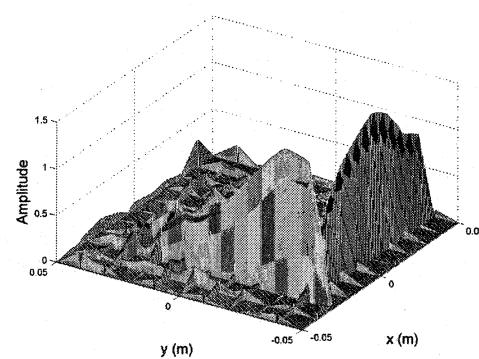


Figure 4.22 Inversion avec régularisation pour un  $\alpha$  optimal, RSB=12dB, EQM=0,18

0.18

Encore une fois, on remarque une performance semblable à celle obtenue pour l'autre distribution de courants (onde progressive). L'erreur quadratique passe de 0,34 à 0,18 ce qui représente une amélioration d'environ un facteur 2.

#### 4.5.4 Robustesse

Dans ce paragraphe, une étude sur les différents paramètres pouvant modifier les performances de nos algorithmes est effectuée. Plus précisément, l'effet de la hauteur de la sonde, du nombre de points de mesures ainsi que de la position angulaire de la sonde sont analysés.

Pour chacun des paramètres modifiés, nous comparons l'effet sur l'erreur quadratique. Les tableaux 4.1, 4.2, 4.3 et 4.4 présentent les résultats obtenus pour chacune des dispositions testées. Pour ces résultats, nous avons utilisé la distribution de courants produite par une onde progressive.

Tableau 4.1 Comparaison de l'EQM avec 800 points de mesures

	EQM, modèle à 3 dipôles RSB 12 dB	EQM, modèle à 2 dipôles RSB 12 dB	EQM, modèle à 2 dipôles RSB 2 dB
- Orientation de la sonde: $\pm 45^\circ$	SVD	SVD	SVD
- Nombre de points de mesures: 800 (grille de 20x20)	0,4756	0,0613	0,637
- Hauteur de la sonde: 4 mm	Régularisation 0,0588	Régularisation 0,0578	Régularisation 0,280

Tableau 4.2 Comparaison de l'EQM pour une hauteur de 1cm

	EQM, modèle à 3 dipôles RSB 12 dB	EQM, modèle à 2 dipôles RSB 12 dB	EQM, modèle à 2 dipôles RSB 2 dB
- Orientation de la sonde: $\pm 45^\circ$	SVD	SVD	SVD
- Nombre de points de mesures: 1800 (grille de 30x30)	40,73	0,716	6,20
- Hauteur de la sonde: 1 cm	Régularisation 0,224	Régularisation 0,188	Régularisation 0,391

Tableau 4.3 Comparaison de l'EQM pour 800 points de mesures et une hauteur de 1cm

	EQM, modèle à 3 dipôles RSB 12 dB	EQM, modèle à 2 dipôles RSB 12 dB	EQM, modèle à 2 dipôles RSB 2 dB
- Orientation de la sonde: $\pm 45^\circ$	SVD	SVD	SVD
- Nombre de points de mesures: 800 (grille de 20x20)	80,2	1,278	15,93
- Hauteur de la sonde: 1 cm	Régularisation  0,369	Régularisation  0,236	Régularisation  0,498

Tableau 4.4 Comparaison de l'EQM pour des angles de  $0^\circ$  et  $90^\circ$ 

	EQM, modèle à 3 dipôles RSB 12 dB	EQM, modèle à 2 dipôles RSB 12 dB	EQM, modèle à 2 dipôles RSB 2 dB
- Orientation de la sonde: $0^\circ, 90^\circ$	SVD  0,168	SVD  0,031	SVD  0,253
- Nombre de points de mesures: 1800 (grille de 30x30)	Régularisation  0,037	Régularisation  0,028	Régularisation  0,165
- Hauteur de la sonde: 4 mm			

Les résultats montrent très clairement que tant l'élévation de la sonde que la diminution du nombre de points de mesures dégradent passablement les résultats non régularisés.

Dans les simulations présentées au paragraphe précédent on utilisait 1800 points de mesures (900 points pour chacune des deux orientations) et 319 inconnues pour le modèle à trois dipôles. On remarque, dans le tableau 4.1, que la régularisation permet d'obtenir une erreur quadratique du même ordre de grandeur en utilisant seulement 800 points, soit une diminution de plus de 50 %. Bien que légèrement moins efficace, une amélioration appréciable de l'EQM est apportée en utilisant la régularisation et 800 mesures pour le modèle à deux dipôles.

Le deuxième cas (tableau 4.2) présente les résultats pour 1800 mesures et une hauteur de sonde de 1 cm plutôt que les 4mm des sections précédentes. On voit que la solution se dégrade très rapidement en élevant la sonde. Les erreurs quadratiques obtenues sans régularisation sont passablement supérieures à 1 (pour la première et la troisième colonne), ce qui revient à dire que la solution obtenue n'est pas valide. Par contre, la régularisation permet de retrouver une solution satisfaisante. On constate en effet une diminution marquée de l'erreur quadratique (plus de 150 % pour le meilleur cas).

La troisième partie (tableau 4.3) des résultats montre l'effet combiné de la diminution du nombre de points et de l'élévation de la sonde. Les améliorations dues aux techniques que nous proposons sont encore bien évidentes dans ce cas.

Finalement, la dernière configuration étudiée montre l'effet des changements d'orientation de la sonde. Dans tous les résultats précédents la sonde était orientée à + et - 45°. Dans le cas présent, nous nous sommes placés dans les mêmes conditions qu'au paragraphe précédent mais en orientant la sonde à 0° et à 90°. Les résultats étant très semblables à ceux obtenus précédemment, on peut conclure que les orientations utilisées n'ont pas beaucoup de conséquences sur le résultat (en autant qu'on utilise bien deux orientations orthogonales).

L'ensemble des cas étudiés montrent aussi que dans les mêmes conditions (même nombre de points de mesures, même hauteur et même RSB), le modèle à deux dipôles est meilleur que le modèle à trois dipôles si on est prêt à accepter une moins bonne modélisation des courants diagonaux et des changements de direction.

#### 4.6 Régularisation non-quadratique

À la fin du paragraphe 4.5.2, nous avons mis en évidence que, en particulier pour le modèle à deux dipôles, les performances de la régularisation sont limitées par la présence de discontinuités. Au paragraphe 2.4.1 nous avons montré comment ce genre

de problème peut être contourné en utilisant des fonctions de pénalisation de type *L2L1* ou *L2L0* au lieu de la pénalisation quadratique. Dans le cadre de ce travail nous nous limitons à la pénalisation *L2L1*. Cette décision s'explique par le fait que les résultats obtenus avec cette méthode semblent amplement satisfaisants. La fonction utilisée est tirée des travaux de Husse (Husse, 2004) et, plus généralement, des travaux effectués à l’Institut de génie biomédical (IGB) de Montréal. Cette fonction est présentée à l’équation 4.7.

$$\phi(u) = \sqrt{\delta^2 + |u|^2} \quad (4.7)$$

avec  $u$ , la différence entre deux courants et  $\delta$ , une constante

On constate que pour  $u$  petit:

$$\phi(u) \approx \delta \left( 1 + \frac{|u|^2}{2\delta^2} \right) \quad (4.8)$$

qui est une fonction quadratique alors que pour un  $u$  grand:

$$\phi(u) \approx |u| \quad (4.9)$$

qui est une fonction linéaire (d'où fonction *L2L1*).

Comme précédemment, cette nouvelle fonction de pénalité a été appliquée sur nos résultats simulés. Une configuration avec une hauteur de sonde de 4 mm, 1800 points de mesures et un RSB de 2 dB (tant pour le modèle à deux dipôles que pour celui à trois dipôles). La distribution de courants est celle de l'onde stationnaire.

Encore une fois, nous avons fait varier le  $\alpha$  modulant l'importance de la pénalisation. Toutefois, dans ce cas, il est aussi nécessaire de trouver le  $\delta$  optimal. Nous avons donc fait varier ces deux paramètres afin de trouver le meilleur couple  $(\delta, \alpha)$ . Il est à noter que plusieurs valeurs différentes de  $\delta$  peuvent donner des résultats très semblables.

On présente d'abord les résultats obtenus pour le modèle à deux dipôles (puisque c'est pour cette distribution que les discontinuités étaient les plus nombreuses). Nous trouvons les paramètres de régularisation de la même façon qu'à la section précédente. On les fait varier sur une grande plage et on regarde à quel moment l'EQM est minimale. Le couple  $(\delta, \alpha)$  optimal trouvé est de  $(0,000005, 3e-10)$ . La figure suivante compare la fonction de pénalisation  $\phi(u)$  ainsi obtenue à la fonction quadratique habituelle.

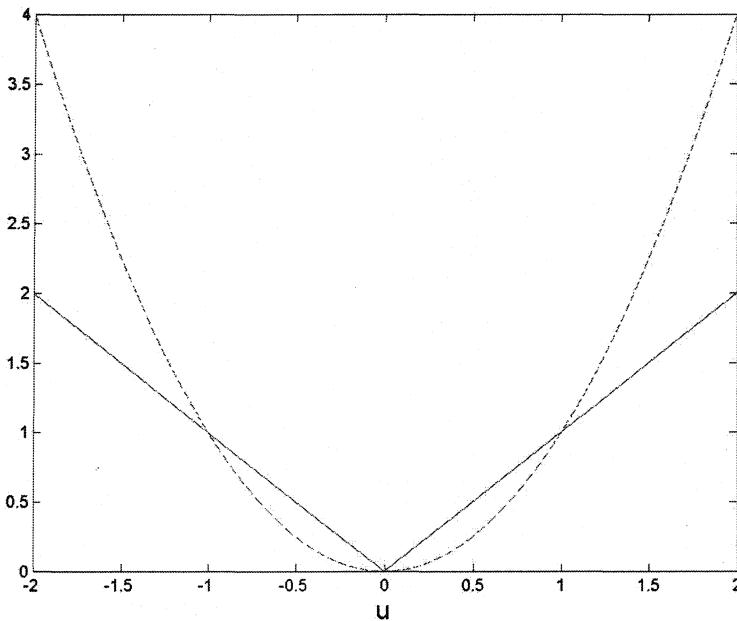


Figure 4.23 Comparaison des fonctions de pénalisation: pénalisation  $L2L1$  (-), pénalisation quadratique (--)

Comme on peut le constater la fonction obtenue est pratiquement linéaire. Toutefois, on remarque aussi qu'elle pénalise de façon plus importante (comparativement à la pénalisation quadratique) les petites différences (que l'on peut associer au bruit) alors que les grandes différences (que l'on associe aux discontinuités) sont moins pénalisées. Il est aussi intéressant de noter que de bons résultats ont été obtenus pour des valeurs de  $\delta$  beaucoup plus grandes (donc des pénalisations moins linéaires); toutefois, les résultats sont légèrement moins bons.

Les figures 4.24, 4.25 et 4.26 présentent respectivement la distribution de courant originale, celle obtenue avec une régularisation quadratique et celle obtenue avec la nouvelle fonction de pénalisation.

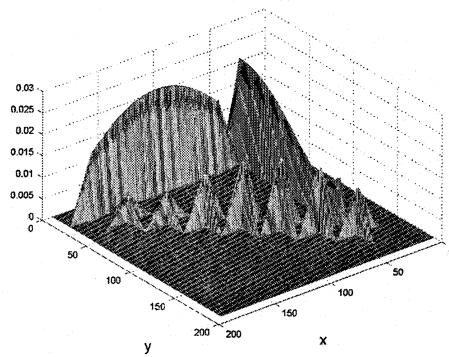


Figure 4.24 Distribution de courants originale, modèle à deux dipôles

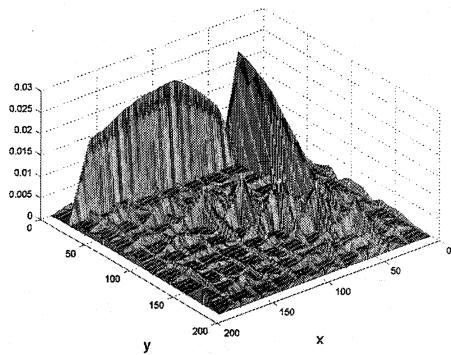


Figure 4.25 Distribution de courants avec  
régularisation quadratique, EQM=0,15, modèle  
à deux dipôles

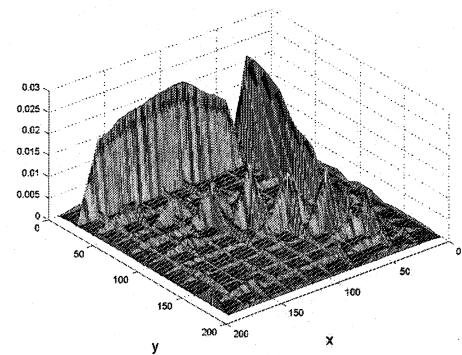


Figure 4.26 Distribution de courants avec  
régularisation L2L1, EQM=0,0943, modèle à  
deux dipôles

L'erreur quadratique est diminuée d'un autre 33 % environ, soit de 15% à 9,4%.

Comme prévu, cette technique améliore donc encore les performances de la

régularisation. D'un point de vue visuel, on constate bien l'effet de la nouvelle pénalisation. Par exemple, si on compare la hauteur des fonctions de base qui forment la diagonale, on remarque que, dans le cas de la régularisation non-quadratique, elles sont plus hautes et plus près des valeurs réelles, alors que pour la régularisation quadratique, elles sont « attirées » vers le bas. Cela démontre bien que la technique permet plus de liberté pour gérer la présence de discontinuités. De plus, comme on peut voir sur la figure 4.23, la pénalisation étant plus importante pour les petites discontinuités, on note que le bruit aux endroits où les courants devraient être nuls a diminué.

Le prix à payer pour l'utilisation de la nouvelle fonction est que la courbe obtenue est un peu moins lisse. En effet, si on regarde les fonctions de base formant les lignes de courants parallèles aux axes  $x$  et  $y$ , on remarque que celles-ci sont un peu plus « raboteuses » dans le cas  $L2L1$ .

Nous présentons maintenant les résultats obtenus avec le modèle à trois dipôles. Les figures 4.27, 4.28 et 4.29 présentent, respectivement, la distribution initiale, le résultat optimal avec une régularisation quadratique et le résultat obtenu avec la pénalisation non quadratique.

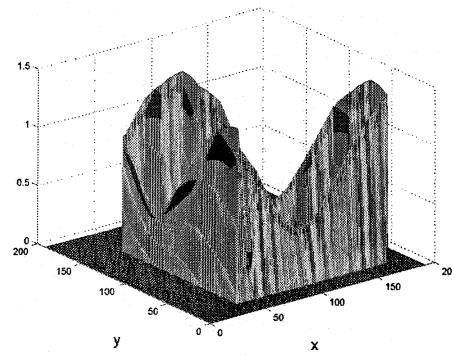


Figure 4.27 Distribution de courants originale, modèle à trois dipôles

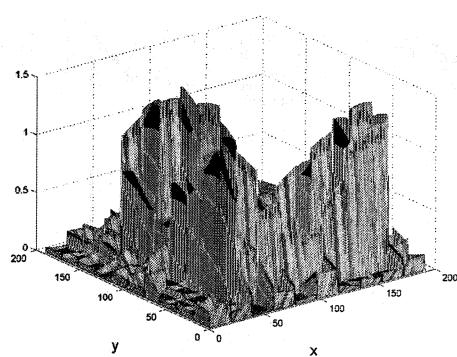


Figure 4.28 Distribution de courants avec régularisation quadratique, EQM= 0.151, modèle à trois dipôles

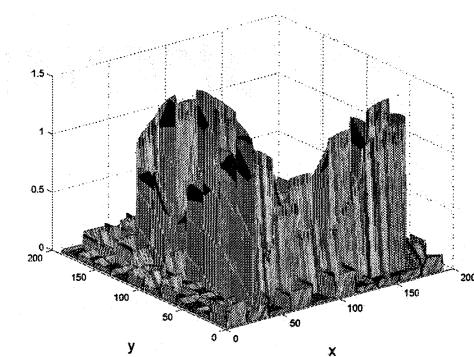


Figure 4.29 Distribution de courants avec régularisation  $L2L1$ , EQM= 0.109, modèle à trois dipôles

Encore une fois, on note une amélioration notable de l'erreur quadratique. Toutefois, visuellement, on s'aperçoit que celle-ci est principalement due à la pénalisation plus importante sur les petites différences. Comme on peut le constater l'amélioration est surtout au niveau des zones où le courant devrait être nul. À ces endroits, le courant a diminué et il est beaucoup plus régulier.

Le dernier aspect abordé, à propos de la régularisation non quadratique, est la performance de l'algorithme de descente permettant de trouver le minimum de la fonction de pénalisation. La figure 4.30 présente l'évolution des courbes intéressantes. On y présente, en a), l'évolution du critère total  $C$  de l'équation 4.1. On rappelle que la régularisation consiste à minimiser ce critère. En b) on voit l'évolution de l'erreur quadratique moyenne au fur et à mesure que l'algorithme itératif progresse. Les figures c) et d) présentent respectivement l'évolution de la partie quadratique de  $C$  ( $\|V - ZI\|^2$ ) et l'évolution de la partie non quadratique de  $C$  ( $\Phi(DI)$ ), de forme L2L1.

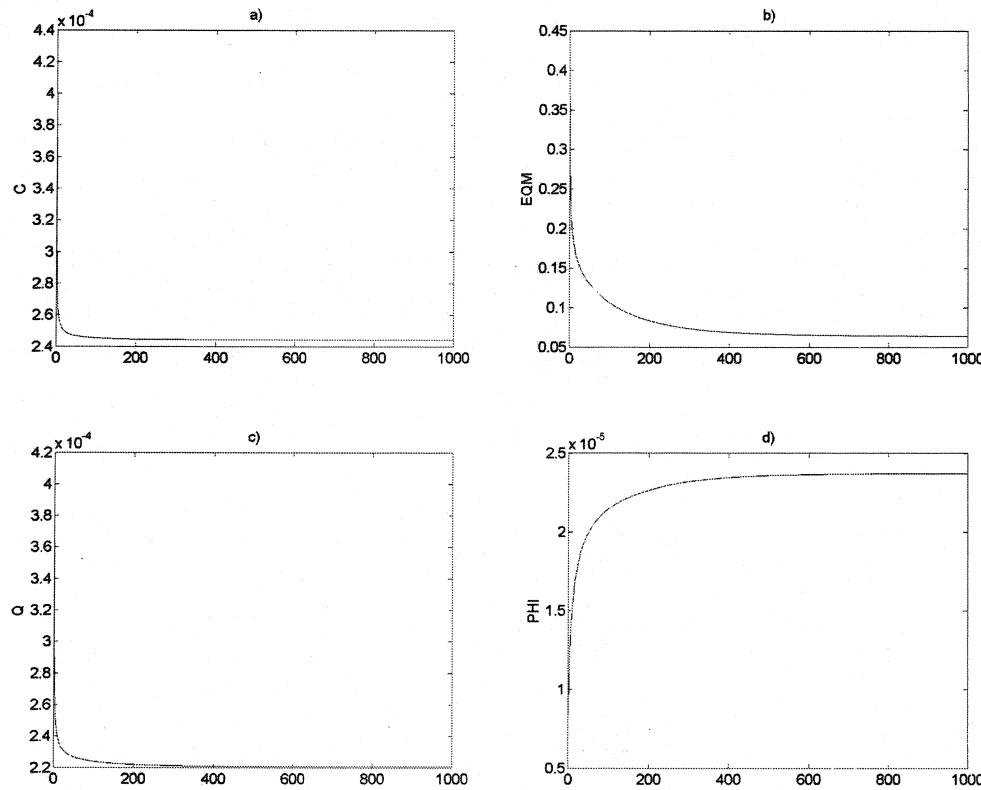


Figure 4.30 Évolution, en fonction du nombre d’itérations, a) du critère  $C$  à minimiser, b) de l’EQM, c) de la partie quadratique du critère, d) de la partie non quadratique du critère.

La première courbe montre bien que la valeur du critère descend vers un minimum (impossible toutefois de déterminer si ce minimum est local ou global). Il est aussi intéressant de noter que, même lorsque la valeur du critère semble à peu près stable, l’EQM continue toujours de diminuer de façon appréciable. Il est donc nécessaire de s’assurer de faire suffisamment d’itérations pour obtenir la solution optimale.

#### 4.7 Conclusion

Dans ce chapitre une stratégie de résolution du problème présenté au chapitre 1 a été exposée. Deux modèles de dispositions des fonctions de base sur une grille couvrant l'ensemble du circuit sous test ont été présentés. La première, à trois dipôles, permet au courant de tourner facilement sans générer de dépassement. Le prix à payer pour cette flexibilité est un nombre relativement élevé de fonctions de base. Le deuxième modèle de disposition en est un à deux dipôles. Comparativement au premier, celui-ci nécessite passablement moins de fonctions de base. Par contre, les changements de direction du courant engendrent nécessairement des dépassements.

Le modèle de régularisation retenu pénalise les différences de courants entre deux points voisins selon la direction de propagation du courant.

Pour valider chacun des modèles proposés, des simulations sur une distribution de courants triangulaire ont été effectuées. Les premiers résultats montrent clairement que pour les mêmes conditions initiales, le modèle à deux dipôles donne des résultats beaucoup plus nets. Malgré les dépassements causés par les changements de direction du courant, les résultats avec ce modèle sont très satisfaisants.

Tous les résultats obtenus montrent clairement que le modèle de régularisation retenu est très efficace. On note, en effet, une amélioration nette pour tous les cas étudiés

lorsqu'on utilise la régularisation au lieu de la SVD. De plus, la régularisation permet d'apporter de la robustesse à l'algorithme de résolution du problème. En effet, les résultats obtenus lorsqu'on diminue le nombre de points de mesures ou que l'on augmente la hauteur de la sonde montrent que la régularisation permet de passer d'une solution totalement instable à une solution tout à fait acceptable.

La pénalisation semi-quadratique a aussi été simulée. Les résultats obtenus ont montré que, tel que prévu, on pouvait diminuer encore légèrement l'EQM.

# CHAPITRE 5

## IDENTIFICATION DES COURANTS À PARTIR DE MESURES RÉELLES ET EXTRAPOLATION DU CHAMP LOINTAIN

### 5.1 Introduction

Au chapitre précédent, deux façons de disposer les dipôles sur une structure complexe où les positions des sources de courants sont inconnues ont été présentées. De bons résultats ont été obtenus en simulation en utilisant un modèle de régularisation que nous avons développé. Dans le présent chapitre, les résultats obtenus avec de véritables données sont présentés (on entend par « véritables » des données issues de mesures en champ proche et non de simulations). Ces données proviennent de deux circuits différents. Le premier en est un de référence alors que le second est le circuit numérique présenté au chapitre 3. Tels que précédemment, les résultats obtenus avec chacune des deux dispositions de dipôles, avec et sans régularisation, sont comparés.

Comme il a déjà été mentionné, une des utilités de l'identification des courants est d'en déduire le champ lointain produit par le circuit. Dans ce chapitre, on présente l'effet de la régularisation sur un champ lointain extrapolé. Par la suite, le champ

lointain du circuit numérique est calculé à partir des courants trouvés. Les résultats sont comparés aux données mesurées dans une chambre de CEM du Centre de Recherche Industrielle du Québec (CRIQ).

## 5.2 Analyse des résultats

L'analyse de résultats à partir de mesures réelles est moins facile que celle des résultats de simulation. Dans le cas réel, il est évidemment impossible de savoir à quel point la solution obtenue est proche de la véritable distribution de courants puisque cette dernière est inconnue. Les différents résultats sont donc comparés en utilisant ces trois critères:

1. La solution doit être acceptable en fonction de la physique du système.

Par exemple: les courants retrouvés doivent être situés à des endroits où le courant circule vraiment et la forme de la distribution de courants doit être acceptable (amplitude constante ou forme d'onde stationnaire).

2. La solution doit être lisse.
3. La solution doit être la moins bruitée possible aux endroits où le courant est nécessairement nul.

Dans le cadre de ce travail, le choix du paramètre de régularisation ( $\alpha$ ) est fait de façon manuelle, c'est-à-dire trouvé à partir d'essais et d'erreurs. Pour chaque essai, on

compare les résultats obtenus en utilisant les trois critères précédents. Plusieurs algorithmes (Golub et al., 1979), (Hansen, 1992) permettent de trouver de façon calculatoire une valeur pour ce paramètre. Dans le cadre de nos travaux, de rapides essais ont été effectués avec la méthode GCV (*General Cross Validation*) (Golub et al., 1979). Cette dernière semble donner de bons résultats en simulation mais non dans le cas de données réelles.

### 5.3 Circuit à fentes coudées

Le premier circuit testé est constitué de deux fentes coplanaires décrivant un trajet en coude (figure 5.1). On sait que les fentes se modélisent très bien par des courants magnétiques. Nous espérons donc obtenir de bons résultats en utilisant des dipôles magnétiques comme fonctions de base.

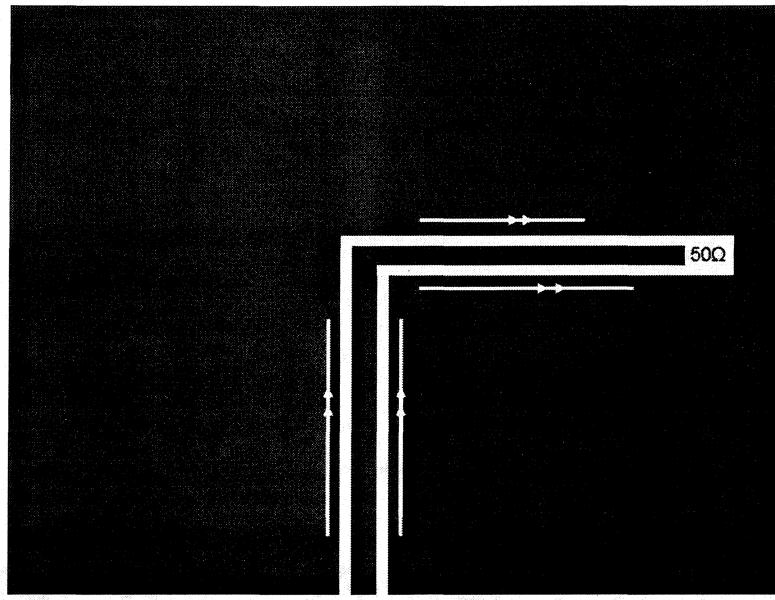


Figure 5.1 Circuit en coude de fentes coplanaires

Ce circuit a été conçu pour les besoins de (Colinas, 2001). Dans ce dernier mémoire, l'extraction des courants a été faite en plaçant les fonctions de base le long des fentes (figure 5.2a). Dans notre cas, nous tentons de déterminer le courant en plaçant les fonctions de base sur l'ensemble du circuit (figure 5.2b).

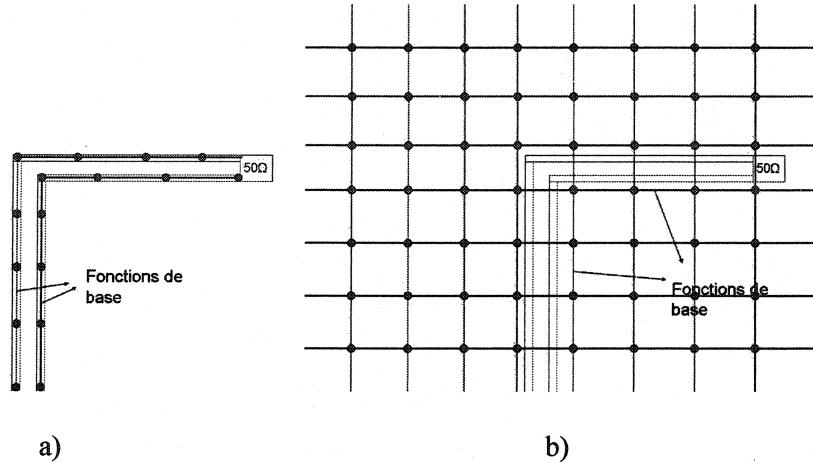


Figure 5.2 Position des fonctions de base pour le circuit en coude a) travaux de Colinas (Colinas, 2001) b) nos travaux

### 5.3.1 Identification des courants

Les mesures ont été effectuées sur une grille de 51x51 points (2601 points) sur une surface de 15cm x 15cm. La hauteur de la sonde était de 1,2 cm et la fréquence, de 2,45 GHz. Par comparaison, Colinas (Colinas, 2001) utilise 3600 points de mesures (grille de 60x60).

Les résultats sont présentés aux figures 5.3 et 5.4. La figure 5.3 présente les résultats obtenus avec un modèle à deux dipôles alors que 5.4 présente ceux du modèle à trois dipôles. Dans chacun des cas les résultats ont été obtenus en utilisant l'inversion par SVD, la régularisation quadratique et la régularisation semi-quadratique.

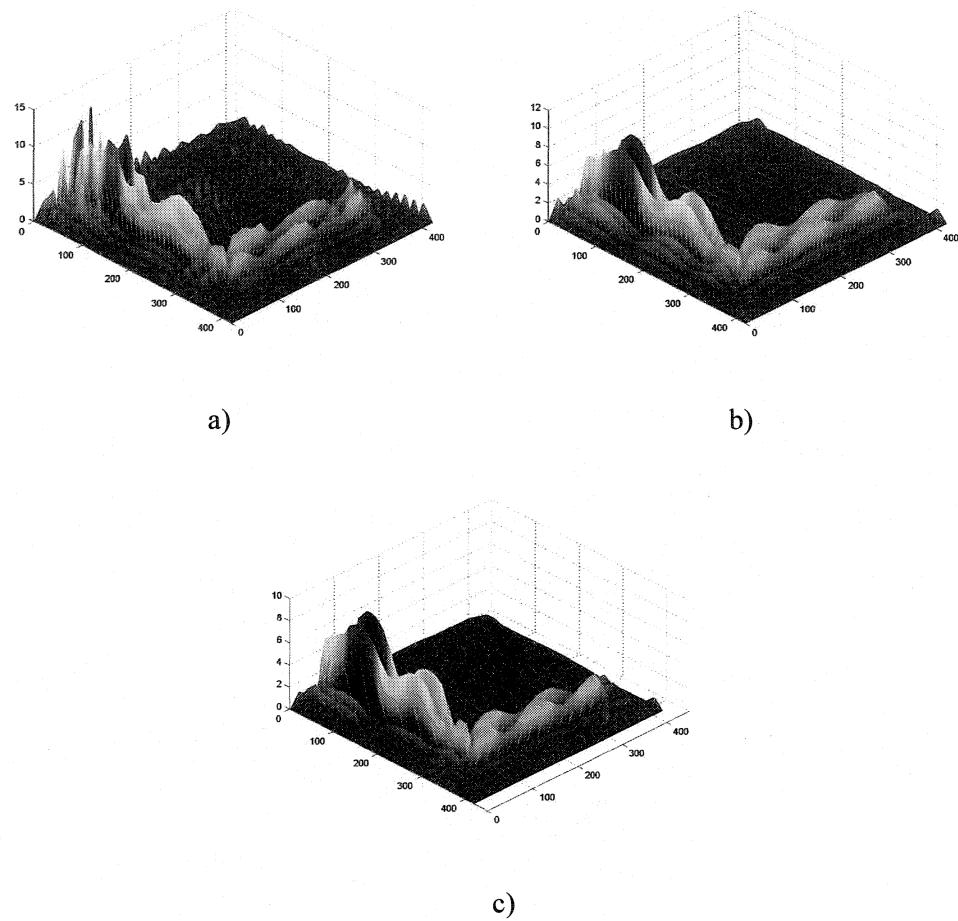


Figure 5.3 Distribution des courants obtenus avec: a) modèle à deux dipôles sans régularisation, b) modèle à deux dipôles avec régularisation quadratique, c) modèle à deux dipôles avec régularisation semi-quadratique

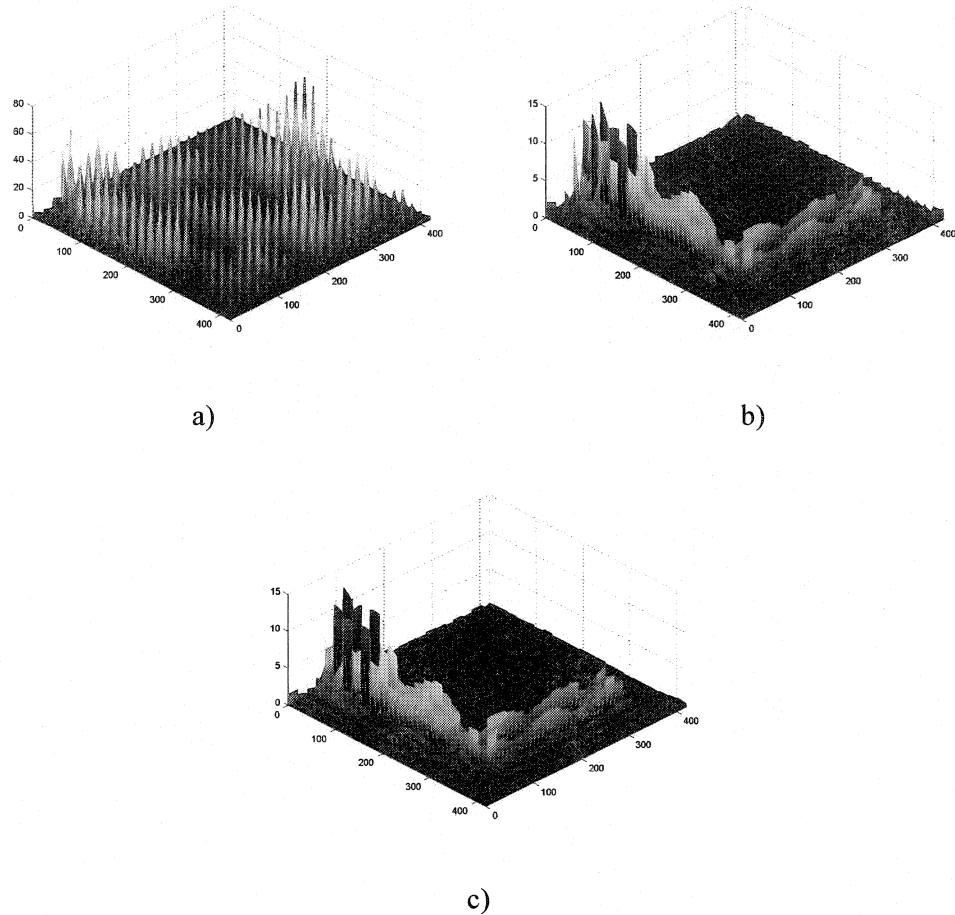


Figure 5.4 Distribution des courants obtenus avec: a) modèle à trois dipôles sans régularisation, b) modèle à trois dipôles avec régularisation quadratique, c) modèle à trois dipôles avec régularisation semi-quadratique

Ces résultats ont été obtenus avec  $\alpha = 1 \times 10^{-5}$  pour le cas quadratique et avec  $\alpha = 1 \times 10^{-9}$  et  $\delta = 0,0000075$  pour le cas semi-quadratique.

Ces figures montrent bien l'utilité de la régularisation dans le cas de mesures véritables. On remarque que pour le modèle à trois dipôles l'amélioration apportée est particulièrement importante. Alors que, sans régularisation, on n'obtient que du bruit, avec la régularisation, on retrouve une distribution de courants qui est vraisemblable, du point de vue de la physique du système. De la même façon, on remarque que la distribution de courants de la figure 5.3 b) est beaucoup plus lisse que celle de la figure 5.3 a).

De plus, comme il a été montré au chapitre précédent, dans les mêmes conditions, le modèle à deux dipôles donne de meilleurs résultats. Les résultats obtenus avec le modèle à deux dipôles sont, par chacun des cas, plus lisses et moins bruités, dans les zones où le courant est nul, que les résultats équivalents pour le modèle à trois dipôles.

Comme les fonctions de base ont été placées de façon arbitraire sur le circuit (sans connaissance de la position des sources), il est possible que le véritable courant passe entre deux fonctions de base. Cela est bien visible sur les résultats présentés aux figures 5.3 et 5.4. En effet, on peut voir la présence de courants plus faibles à côté des courants principaux. Malgré cette faiblesse, notre technique semble bien efficace.

La régularisation semi-quadratique permet, encore une fois, d'améliorer légèrement les résultats obtenus. En comparant les figures 5.3 b) et c) on remarque que

les courants plus faibles, parallèles aux principaux, ont diminué dans le cas semi-quadratique en comparaison au cas quadratique. Cette amélioration n'est toutefois pas très importante. Dans le cas du modèle à trois dipôles, la variation est encore plus subtile.

On note finalement que les résultats que nous avons obtenus concordent avec ceux obtenus par Colinas (Colinas, 2001) ce qui ne peut que renforcer la confiance en notre approche.

#### **5.4 Circuit numérique**

La distribution de courants, sur le circuit numérique, obtenue à partir des mesures présentées au chapitre 3 est maintenant présentée. Encore une fois, les dipôles magnétiques sont utilisés comme fonctions de base. Cette décision s'explique par deux raisons principales. D'une part, les lignes de transmission, sur lesquelles circulent les courants, produisent un rayonnement faible. Les principales sources de rayonnement proviennent plutôt des fentes et autres défauts présents sur le circuit. Or, ces derniers se modélisent bien par des courants magnétiques. La seconde raison est attribuable à une simple question de logiciels. En effet, pour calculer les éléments de la matrice d'impédance, on utilise le logiciel *SLOT* dans le cas des courants magnétiques et *SCAN* dans celui des courants électriques. Or, pour résoudre un problème de la taille de ceux abordés dans ce travail, *SLOT* n'a besoin que de quelques heures alors que *SCAN* prend

près d'une semaine. Ce temps excessif rend l'utilisation de *SCAN* pratiquement impossible.

Les résultats, sans et avec régularisation, sont présentés aux figures 5.5 et 5.6 respectivement. Étant donné les conclusions tirées précédemment, nous ne présentons ici que les résultats du modèle à deux dipôles.

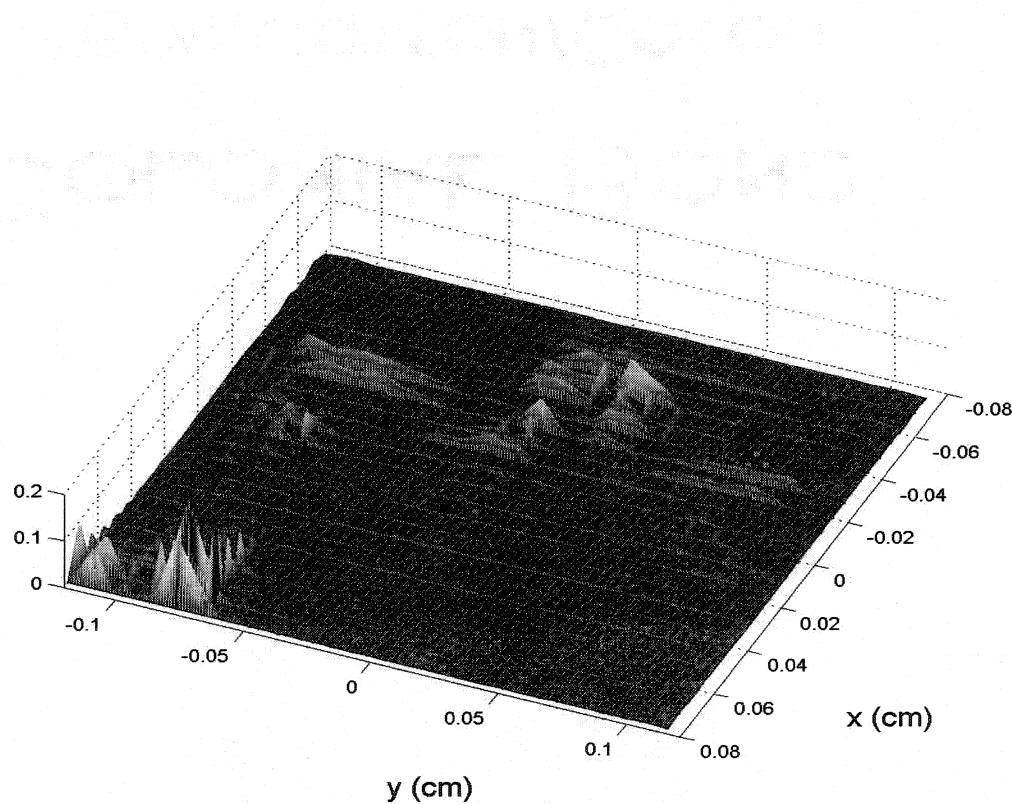


Figure 5.5 Distribution des courants sur le circuit numérique de test sans régularisation

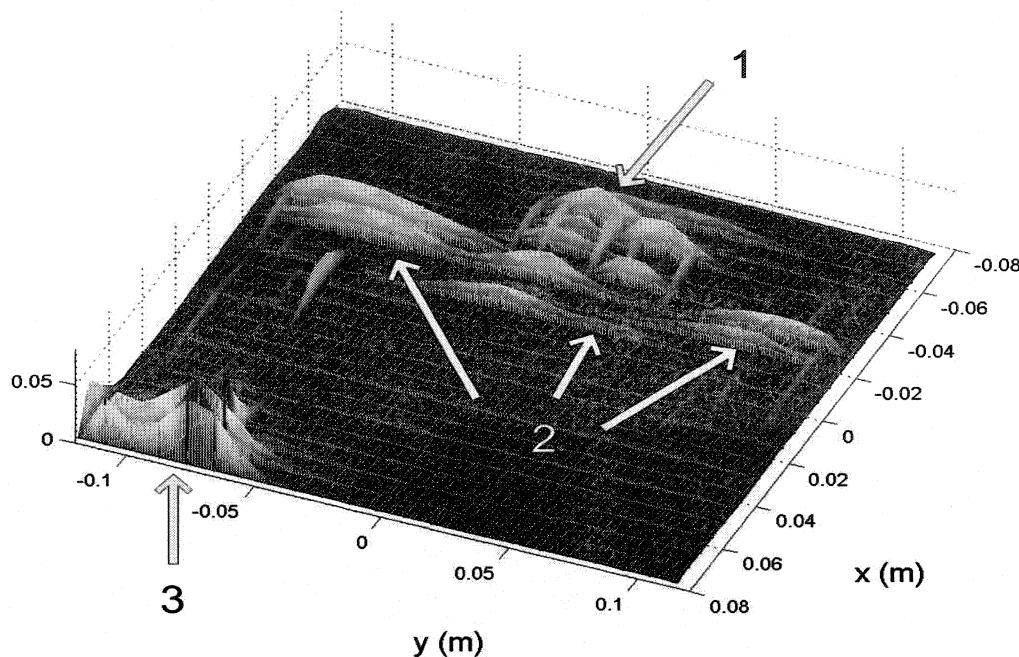


Figure 5.6 Distribution des courants sur le circuit numérique de test avec régularisation

Le résultat régularisé montre une distribution de courants bien lisse. Il est aussi intéressant de constater que les courants importants se trouvent aux endroits où on les « attendait ». La zone « 1 », sur la figure 5.6, correspond à l'endroit où se trouve l'horloge sur le circuit. La zone « 2 » suit les traces qui conduisent le signal d'horloge. Enfin, la zone « 3 » se situe où se trouve l'alimentation électrique du circuit. Ces résultats semblent confirmer ce que dit la littérature, à savoir que les principales sources de rayonnement proviennent du signal d'horloge (Regué, 2001). Quant à l'alimentation électrique, on rappelle que les mesures du champ montraient des zones voisines ayant une différence de phase de  $180^\circ$ . Cela est caractéristique des courants différentiels. Comme il sera présenté au chapitre 6, ces courants ne participent pas au champ lointain.

Or, il est intéressant de noter, qu'à la suite de simulations, nous avons déterminé que les courants que l'on voit à la zone 3 de la figure 5.6 ne participent effectivement pas au rayonnement en champ lointain du système.

## 5.5 Champ lointain

Dans cette section nous nous intéressons au champ lointain extrapolé à partir des différentes distributions de courants obtenues. Une première partie présente l'effet de la régularisation sur le diagramme de rayonnement. Une seconde, la comparaison des mesures prises dans une chambre semi-anachroïde avec nos extrapolations pour le circuit numérique.

### 5.5.1 Effet de la régularisation sur le champ lointain

Il a été montré que, visuellement, la régularisation améliore grandement la distribution de courants. On peut toutefois se demander si cette amélioration sera aussi importante en ce qui a trait au diagramme de rayonnement d'un DUT. Pour le savoir, les champs lointains produits par les deux distributions présentées aux figures 5.7 a) et b) sont calculés et comparés. La figure 5.7 a) présente la distribution triangulaire utilisée au chapitre précédent. La figure 5.7 b), est la distribution retrouvée pour un RSB de 2 dB sans régularisation (le modèle utilisé est celui à trois dipôles).

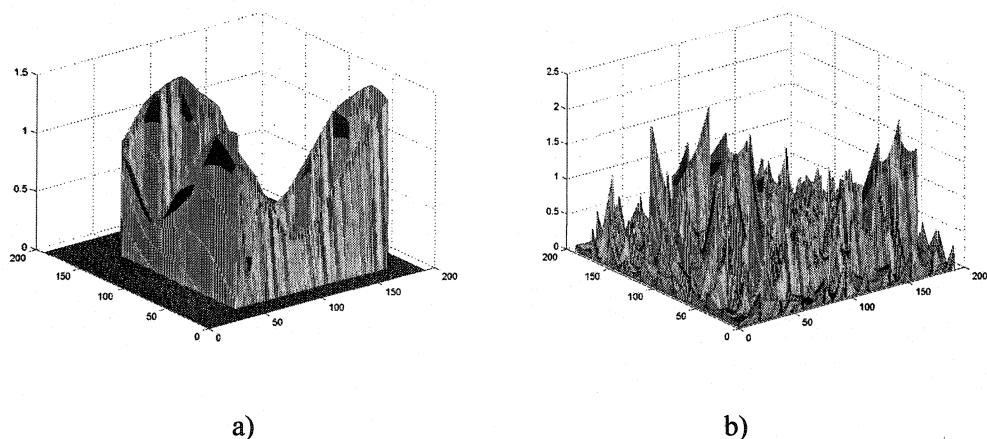


Figure 5.7 Distribution de courants: a) référence, b) inversion sans régularisation RSB=2 dB

Les champs lointains obtenus, selon les directions  $\phi$  et  $\theta$  ( $E_{phi}$  et  $E_{theta}$ ), pour différents plans, sont présentés à la figure 5.8. On note que pour le plan  $xy$ , le champ  $E_{phi}$  est nul puisqu'on utilise des courants magnétiques qui ne génèrent aucun champ selon cette composante avec la configuration utilisée.

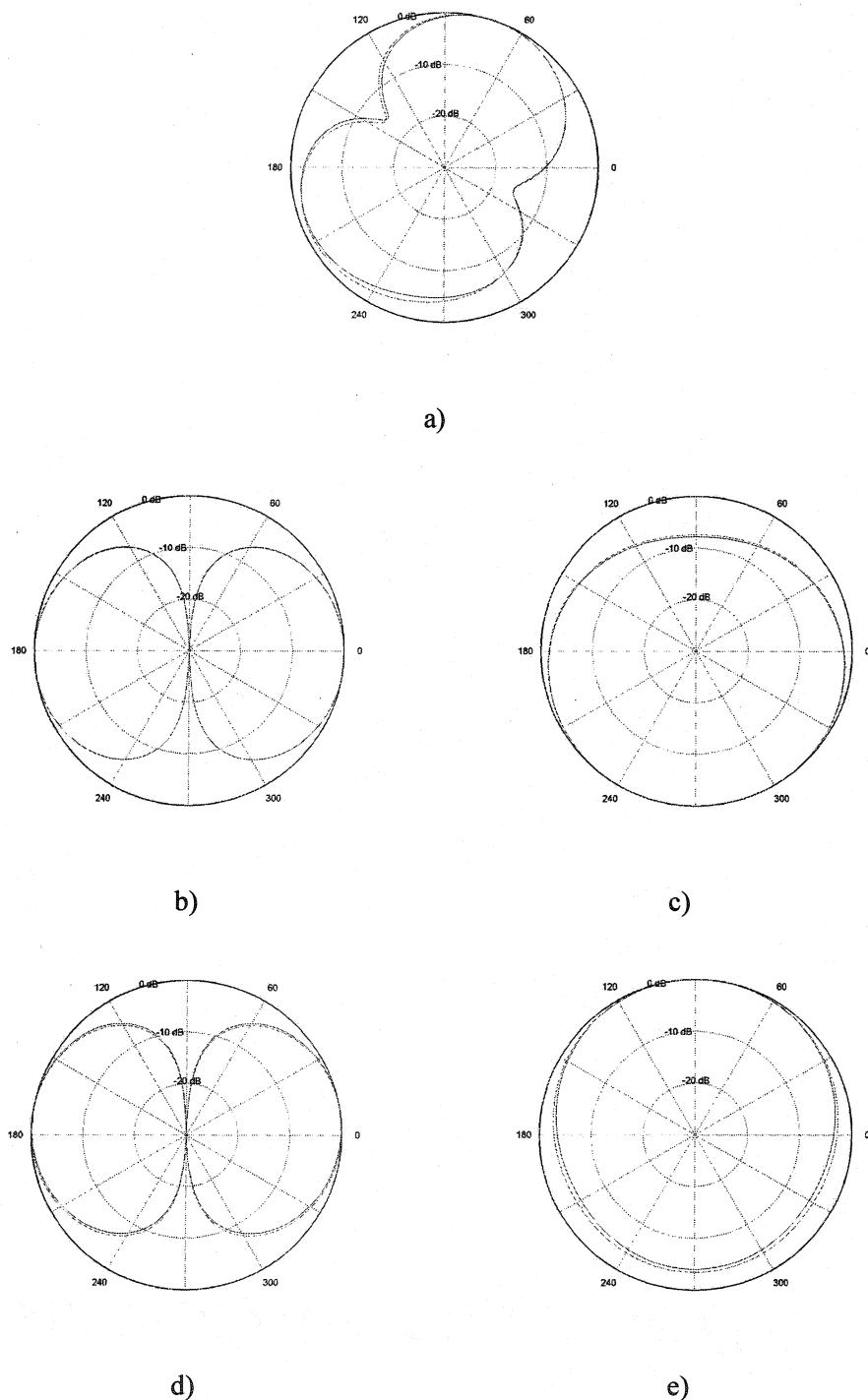


Figure 5.8 Champ lointain produit par la distribution de référence (-) et la distribution bruitée (--)

a) E<sub>theta</sub> plan xy b) E<sub>phi</sub> plan xz c) E<sub>theta</sub> plan xz d) E<sub>phi</sub> plan yz e) E<sub>theta</sub> plan yz

Comme on peut le constater, les résultats sont pratiquement identiques. On en conclut que la régularisation n'est pas nécessaire si on s'intéresse seulement au champ lointain d'un DUT. Cela peut s'expliquer en regardant l'équation qui décrit le rayonnement en champ lointain d'un système quelconque.

$$\vec{A} = \frac{\mu_0}{4\pi r} \int_V \vec{J}(\vec{r}') e^{j\beta \vec{r}' \cdot \hat{r}} dV' \quad (5.1)$$

On peut remarquer que cette équation consiste, en quelque sorte, en un moyennage pondéré de la distribution de courants. Or, si on fait l'hypothèse que la distribution de courants de la figure 5.7 b) peut s'exprimer comme la somme de la distribution de courants de la figure 5.7 a), notée  $\vec{J}_r$ , et d'un certain vecteur de bruit, on peut réécrire:

$$\begin{aligned} \vec{A} &= \frac{\mu_0}{4\pi r} \int_V (\vec{J}_r(\vec{r}') + \vec{b}(\vec{r}')) e^{j\beta \vec{r}' \cdot \hat{r}} dV' \\ \vec{A} &= \frac{\mu_0}{4\pi r} \left[ \int_V \vec{J}_r(\vec{r}') e^{j\beta \vec{r}' \cdot \hat{r}} dV' + \int_V \vec{b}(\vec{r}') e^{j\beta \vec{r}' \cdot \hat{r}} dV' \right] \end{aligned} \quad (5.2)$$

avec  $J_r$ : distribution de courants de la figure 5.7 b)

b: vecteur de bruit

On peut émettre l'hypothèse que l'intégrale de droite de 5.2 donnera une très faible valeur puisqu'elle intègre un vecteur de bruit. On en conclut que l'équation 5.1 permet un filtrage de la solution obtenue.

### **5.5.2 Évaluation du rayonnement, en champ lointain, du circuit numérique de test**

L'étape finale de ce projet consiste à déterminer le rayonnement en champ lointain produit par le circuit numérique de test. Pour déterminer la validité des résultats, ceux-ci sont comparés aux mesures prises au CRIQ, à Montréal, dans une véritable chambre de mesures en CEM.

Le montage du CRIQ est très semblable à celui présenté à la figure 0.2. La figure 5.9 présente de façon plus détaillée l'intérieur de la chambre.

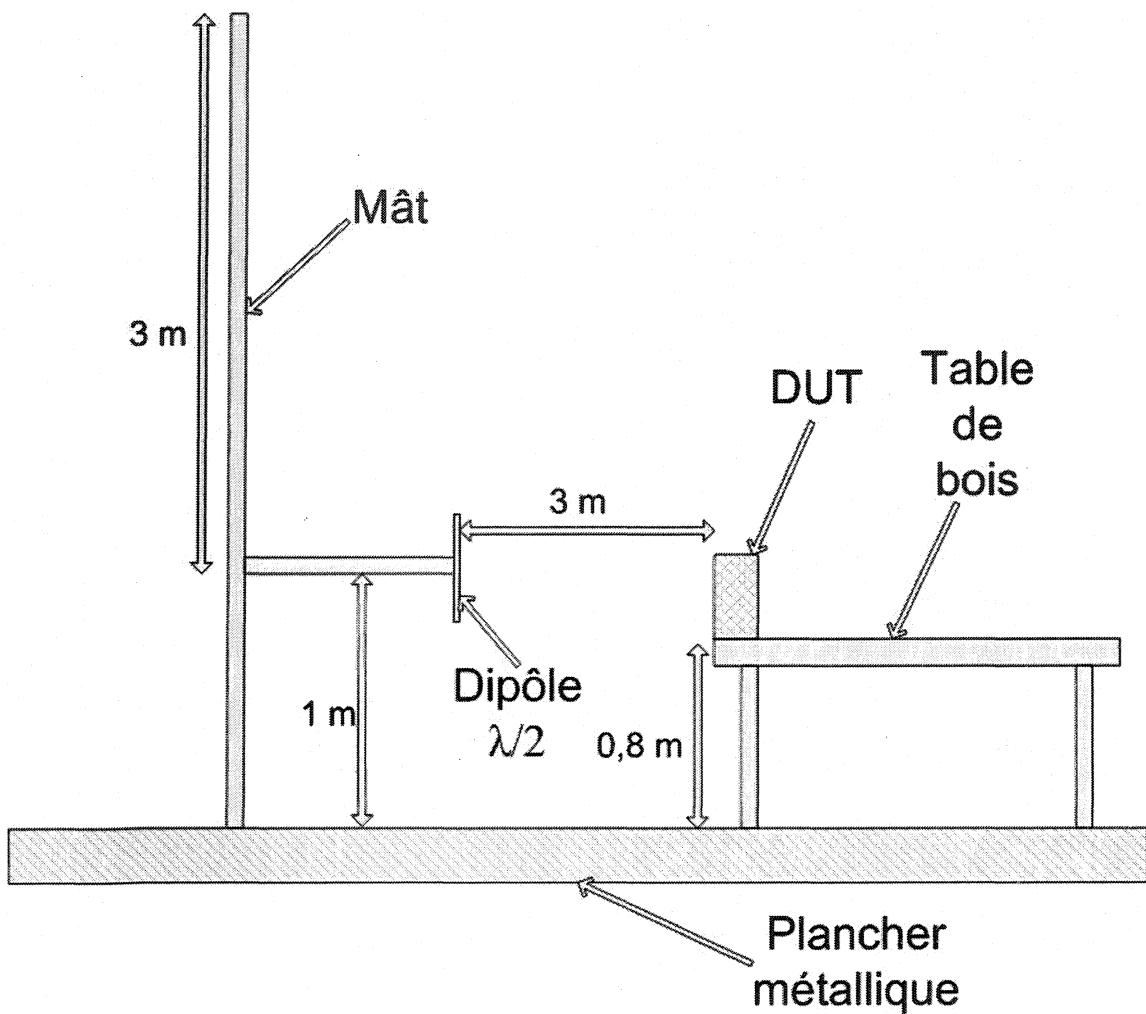


Figure 5.9 Schéma de l'intérieur de la chambre de mesures de CEM

Les murs de la salle sont faits de cônes absorbants (d'où le nom de chambre semi-anéchoïde). Ces derniers empêchent les réflexions sur les murs. Il est à noter que la table est placée sur une plaque tournante qui permet de faire tourner le DUT sur lui-même sur  $360^\circ$ . Aussi, le dipôle peut être orienté verticalement ou horizontalement pour permettre de mesurer chacune des deux polarisations. La prise de mesures consiste à lire

le champ capté par le dipôle, à une hauteur variant de 1 à 4 mètres. On effectue ces mesures pour les deux polarisations et plusieurs orientations du DUT.

Les figures 5.9 a) et b) sont des photos qui présentent respectivement le dipôle sur le mât et la disposition du DUT sur la table.

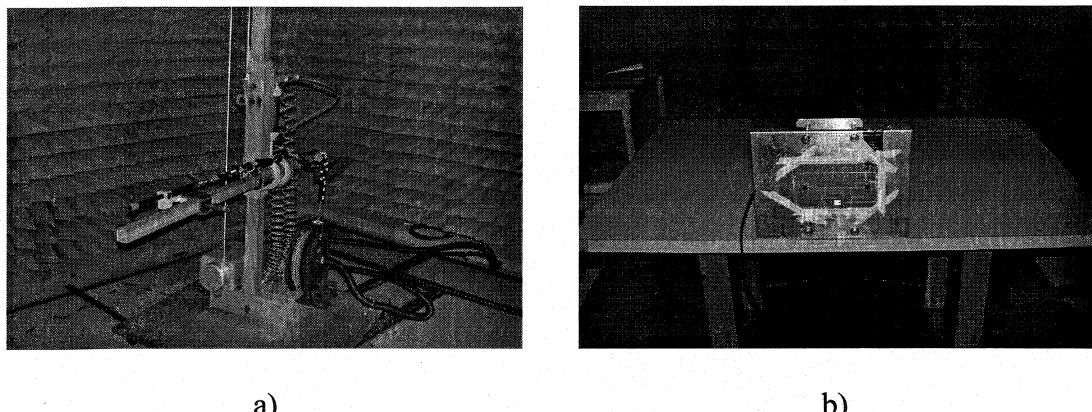


Figure 5.10 Chambre de mesures en CEM a) Dipôle et mât b) DUT sur la table de bois

À la figure 5.12 les mesures effectuées dans la chambre, sur le circuit de test, sont présentées. Sur les mêmes graphiques, on superpose les mesures et les résultats obtenus par calculs à partir de la distribution de la figure 5.6. Ces résultats ont été obtenus avec le circuit faisant face au mât (position angulaire de la table de 0 degré). Des mesures ont été prises pour chacune des deux polarisations et pour le circuit en positions couché et debout. La figure 5.11 présente ce que l'on entend par circuits couché et debout. Il est à noter que ces résultats sont normalisés en attribuant au maximum une valeur arbitraire de 0 dB.

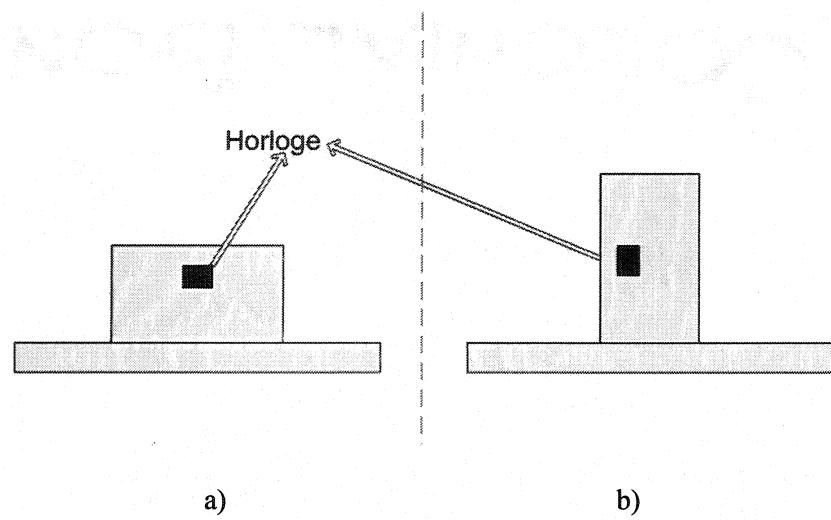


Figure 5.11 a) Circuit en position couché, b) circuit en position debout

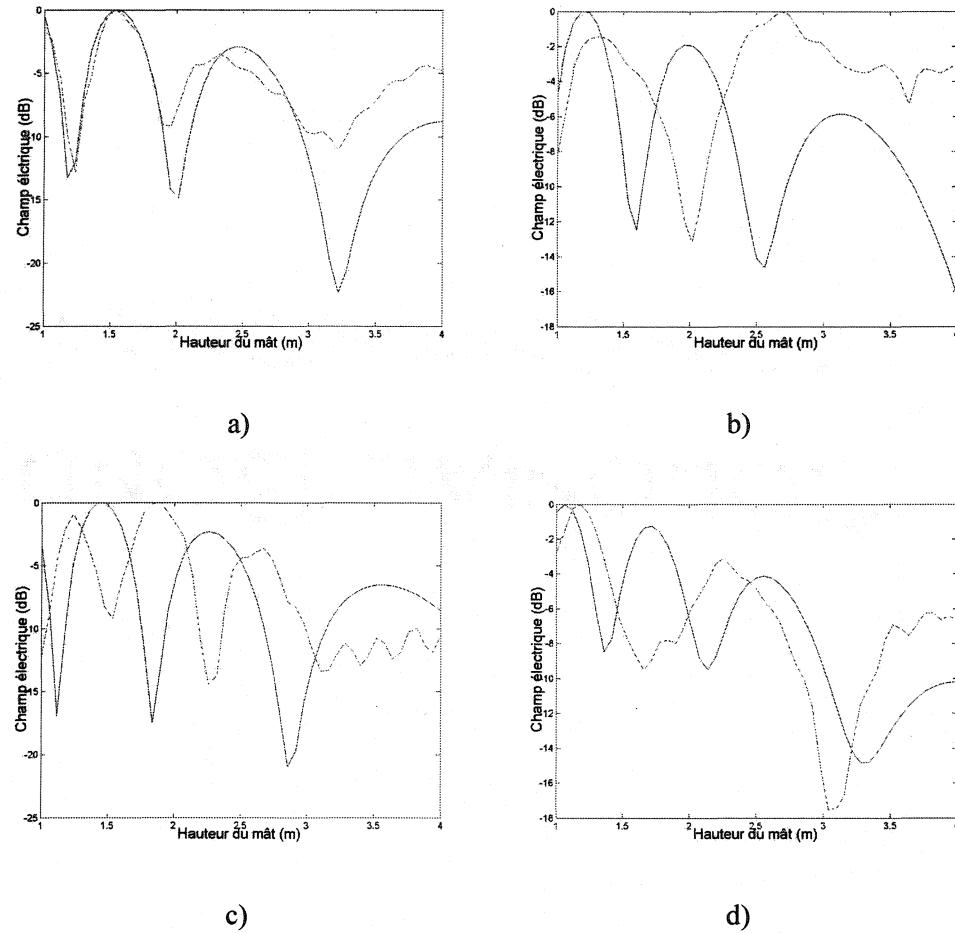


Figure 5.12 Comparaison entre les calculs du champ lointain (-) et les mesures (--) a) circuit couché, polarisation horizontale, b) circuit couché, polarisation verticale, c) circuit debout, polarisation horizontale, d) circuit debout, polarisation verticale

Toutes les courbes calculées ont la même allure générale. Elles oscillent avec une amplitude décroissante en fonction de la hauteur de la sonde. La diminution de l'amplitude s'explique simplement par le fait que plus la sonde monte dans le mât, plus elle s'éloigne du DUT. Les oscillations, pour leur part, sont dues à la présence du plancher métallique. Selon la théorie des images (Balanis, 1989), on peut remplacer le

plancher par un autre DUT situé sous le plancher, à la même distance de celui-ci que le véritable DUT. La figure 5.13 illustre ce propos.

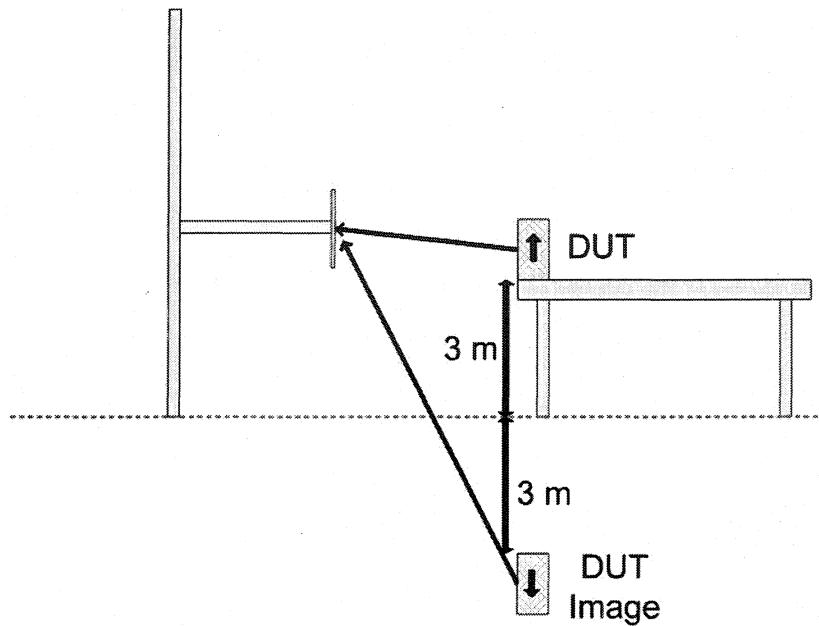


Figure 5.13 Problème équivalent à celui des mesures en chambre de CEM

Ce sont donc les interférences, tantôt constructives, tantôt destructives selon la position de la sonde, entre le DUT et le DUT image, qui sont responsables des oscillations. Comme il sera présenté au chapitre 6, la présence du plan de masse rend les calculs de champ lointain beaucoup plus sensibles aux erreurs de positionnement.

Bien que les résultats, pour le circuit en position couché et une polarisation horizontale, semblent passablement bons, les autres sont très décevants. En effet, pour

les trois autres configurations, il ne semble pas y avoir de corrélation évidente entre les mesures et les résultats calculés.

On peut se demander ce qui explique ce manque de corrélation. Des pistes de solutions sont présentées au chapitre 6.

## 5.6 Conclusion

Dans ce chapitre, l'identification des courants sur de véritables circuits ainsi que l'extrapolation du champ lointain ont été abordées.

Le circuit de référence constitué de fentes coudées a permis de valider nos techniques de régularisation. Les résultats obtenus montrent clairement l'amélioration apportée par celle-ci. Ainsi pour le cas régulé, les distributions de courants sont beaucoup plus lisses et le bruit présent aux endroits où le courant est nul est de beaucoup diminué. La régularisation semi-quadratique permet d'obtenir de meilleurs résultats que ceux de la régularisation quadratique. Toutefois, cette amélioration est très légère (dans le cas du modèle à trois dipôles, elle est quasi inexistante).

Le circuit coudé a aussi permis de confirmer ce qui avait été établi à partir des résultats de simulations c'est-à-dire que, pour les mêmes conditions de départ, le modèle à deux dipôles donne de meilleurs résultats que le modèle à trois dipôles.

La distribution de courants du circuit numérique de test a aussi été présentée. Encore une fois, le résultat régulé est nettement supérieur à celui non régulé. La distribution obtenue nous permet bien de suivre l'évolution du courant sur le circuit. Tel que prévu, il suit les traces métalliques conduisant le signal d'horloge. Il se retrouve aussi aux alentours de l'horloge et de l'alimentation électrique.

Ce chapitre a enfin permis de montrer que le gain obtenu sur la clarté de la distribution de courant ne se répercute pas sur l'extrapolation du champ lointain. En effet, on a montré qu'une distribution de courants passablement bruitée produit pratiquement le même champ lointain que la distribution non bruitée. Cela pris en ligne de compte, avec le fait que la régularisation semi-quadratique n'améliore que très peu les résultats tout en augmentant de beaucoup le temps de calcul, il ne nous semble pas évident qu'un tel algorithme soit absolument nécessaire pour la plupart des cas rencontrés dans la pratique. Ceci nous semble vrai, du moins, dans le domaine de la CEM.

La comparaison du champ lointain, mesuré et calculé, pour le circuit numérique, ne donne pas les résultats escomptés. En effet, une seule des quatre configurations donne des résultats acceptables. Une analyse des sources d'erreurs devient donc nécessaire.

## CHAPITRE 6

### SOURCES D'ERREURS ET TRAVAUX FUTURS

#### 6.1 Introduction

Au chapitre précédent, nous avons montré que bien qu'on puisse extraire une distribution de courants qui semble bonne, l'extrapolation du champ lointain du circuit ne correspond pas aux mesures prises dans une chambre de mesures de CEM. Dans ce chapitre, une analyse des différentes sources potentielles d'erreurs est présentée.

Dans un premier temps, une analyse des erreurs de mesures est faite. On étudie d'abord les sources de rayonnement externes au circuit. Puis, une expérience est réalisée dans le but de valider les mesures prises au CRIQ.

On étudie, par la suite, la validité du modèle utilisé. Pour ce faire, on compare le champ proche produit par un courant en mode commun et celui produit par un second, en mode différentiel. Des simulations démontrant les risques d'utiliser un seul type de courant (magnétique ou électrique) sont aussi présentées. Enfin, on analyse de quelle façon l'épaisseur des composantes constituant le circuit peut influencer le modèle.

La sensibilité de l'extrapolation du champ lointain, attribuable à la présence du plancher métallique dans la chambre de CEM est le dernière source d'erreur étudiée.

À la fin de ce chapitre, différentes pistes sont proposées et des suggestions sont faites en vue de travaux futurs.

## 6.2 Sources de rayonnement externes au circuit

Les mesures de champ proche, présentées au chapitre 3, ont été faites uniquement au-dessus du circuit. On ne tient donc compte que des courants présents sur ce dernier lorsqu'on extrapole le champ lointain. Les mesures prises au CRIQ, pour leur part, tiennent compte du rayonnement d'un ensemble constitué du circuit et de son système d'alimentation électrique. Nous avons donc tenté de déterminer si un signal provenant du circuit et se propageant sur les câbles d'alimentation pouvait rayonner de façon importante.

Des mesures en champ proche effectuées le long de ce câble, ont montré qu'il y avait bel et bien un signal relativement important à la fréquence d'intérêt. Un travail d'isolation de l'alimentation a donc été effectué. Pour ce faire, des condensateurs ont été placés entre le  $V_{cc}$  et le plan de référence ainsi qu'entre le 0 V et le plan de référence. De cette façon, le signal se propageant sur le câble d'alimentation a été diminué de plus de 30 dB.

De nouvelles mesures en champ proche ont été effectuées sur ce circuit. Une nouvelle distribution de courants a été trouvée. Les champs extrapolé à partir de cette distribution ont été comparés aux mesures faites au CRIQ avec le « nouveau » circuit. La figure 6.1 présente les résultats.

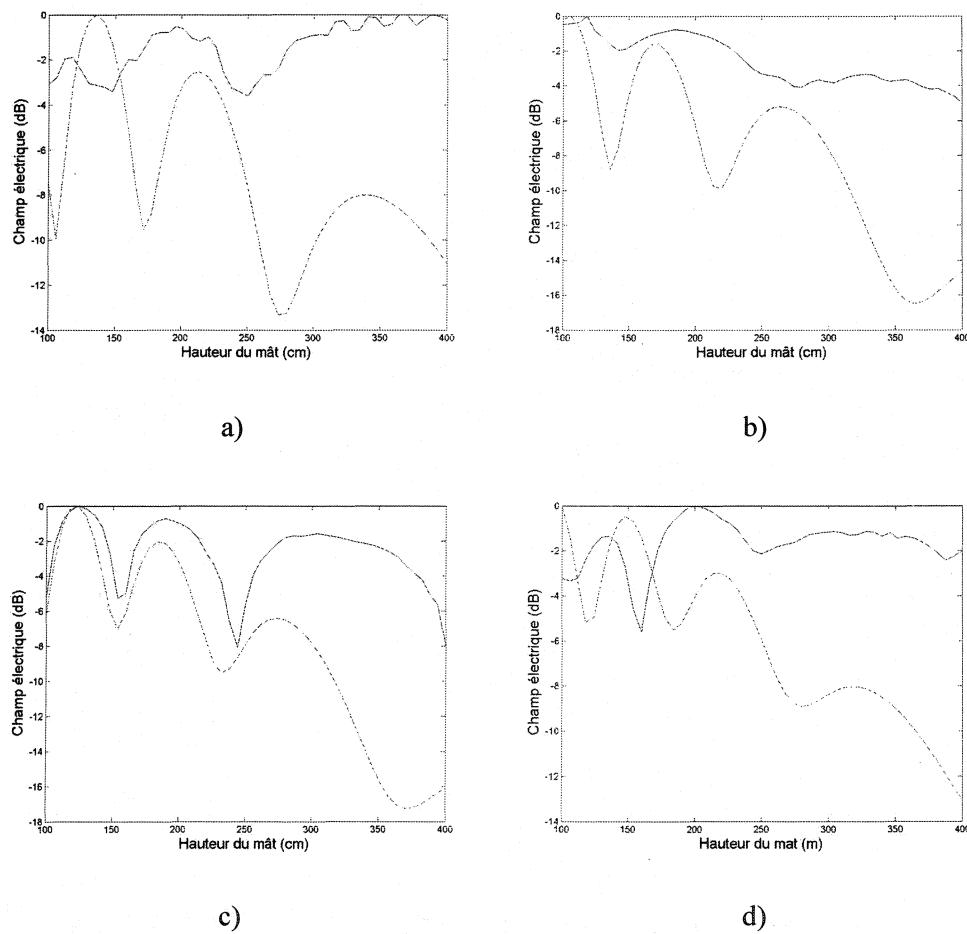


Figure 6.1 Comparaison entre les mesures (-) et les calculs (--) du champ lointain pour le circuit numérique avec l'alimentation électrique isolée: a) circuit couché, polarisation horizontale, b) circuit couché, polarisation verticale, c) circuit debout, polarisation horizontale, d) circuit debout, polarisation verticale

Bien qu'on puisse remarquer une certaine correspondance entre le champ en polarisation horizontale extrapolé et mesuré pour le circuit en position debout, les autres résultats ne sont pas plus valables que ceux présentés à la section précédente. Il faut donc en conclure que le rayonnement causé par l'alimentation électrique n'était pas la seule cause d'erreurs dans les résultats du chapitre 5.

### 6.3 Équipement du CRIQ

Lorsqu'on extrapole le champ lointain à partir de la distribution de courants, on suppose un environnement idéal, soit un circuit à 3 m au-dessus d'un plan de masse infini et aucun autre objet ne pouvant interférer avec le champ rayonné. Or, dans la réalité (chambre CEM), on est loin de cette situation. La présence de la table de bois peut, par exemple, devenir une cause non négligeable de dispersion. De plus, comme on peut le voir sur la figure 5.10 a), le mât qui supporte le dipôle constitue une masse importante de métal. Il y a aussi le câble d'alimentation électrique qui peut diffuser du signal de façon impossible à prévoir.

Pour déterminer si les mesures prises avec l'équipement du CRIQ pouvaient être utilisées comme référence pour nos calculs, nous avons mesuré le champ produit par une antenne patch (figure 6.2). Ce type d'antenne est facile à réaliser et se modélise très bien par des courants magnétiques.

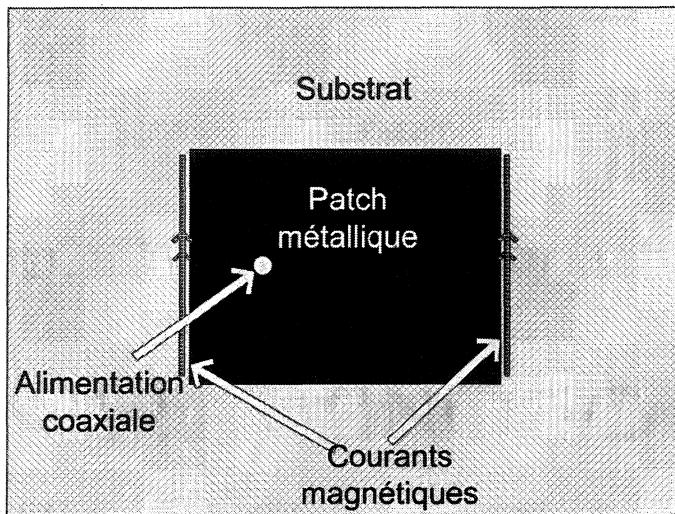


Figure 6.2 Antenne patch

Nous avons réalisé des mesures en champ proche au-dessus de cette antenne. La distribution de courants a été trouvée en plaçant des fonctions de base autour de la patch métallique et du substrat (pour modéliser la diffraction). La figure 6.3 présente la grille sur laquelle nous avons placé les fonctions de base. Nous avons utilisé le modèle à 2 dipôles sans régularisation.

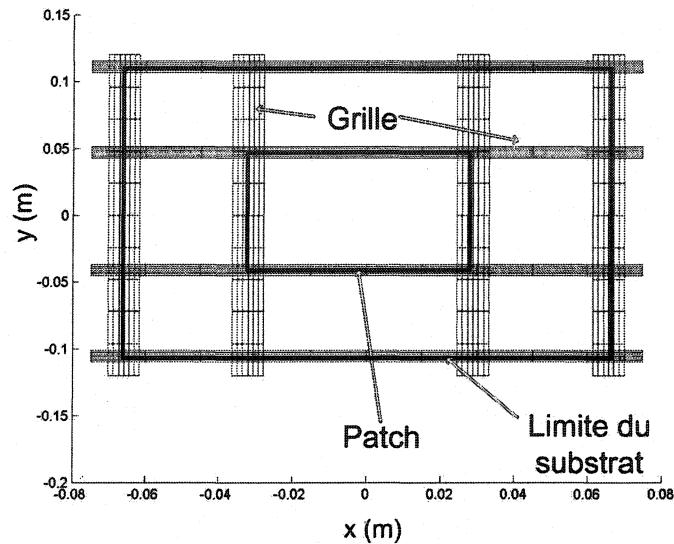


Figure 6.3 Grille utilisée pour la disposition des dipôles sur l'antenne patch

La figure suivante présente les résultats obtenus lorsqu'on compare le champ mesuré et le champ rayonné.

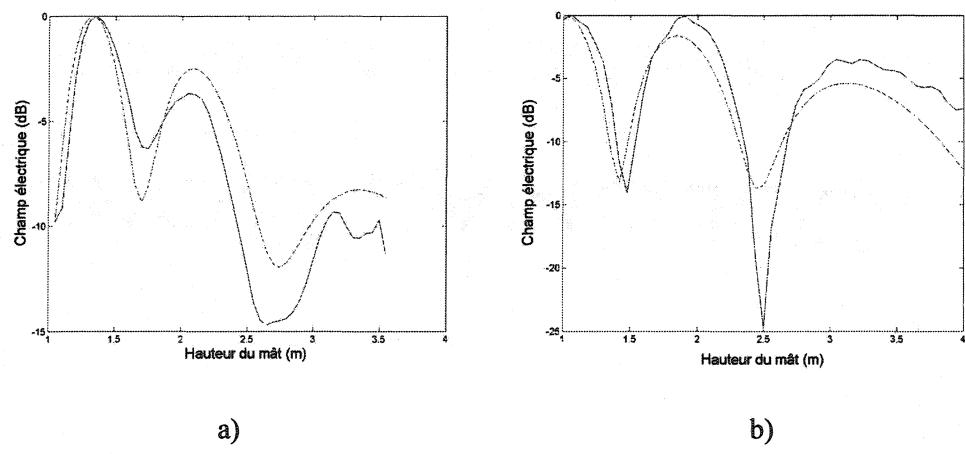


Figure 6.4 Champ lointain d'une antenne patch en position debout, (-) champ mesuré, (--) champ calculé: a) polarisation verticale, b) polarisation horizontale.

Les résultats obtenus avec l'antenne patch sont considérés comme étant excellents dans un contexte de CEM. En effet, les deux courbes se suivent de très près et les seuls endroits où la différence est supérieure à 2 dB sont les hauteurs pour lesquelles la puissance est très faible.

Cela semble démontrer que l'équipement du CRIQ est approprié pour valider nos calculs.

#### **6.4 Mode commun et mode différentiel**

Dans ce paragraphe, ainsi que dans les deux suivants, on s'intéresse à la validité du modèle de courant utilisé. Dans un premier temps, on s'intéresse à la décomposition du courant en modes commun et différentiel.

On sait que tout courant se propageant sur une paire de conducteurs peut se décomposer en un mode commun et un mode différentiel (Nadeau, 1996). La figure 6.5 et l'équation 6.1 détaillent ce principe.  $I_D$  est utilisé pour identifier le courant différentiel et  $I_C$ , le courant en mode commun alors que  $I_1$  et  $I_2$  représentent respectivement les courants circulant sur le premier et le second conducteurs.

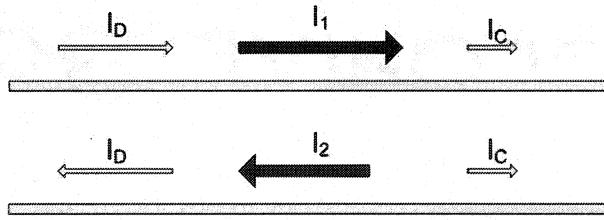


Figure 6.5 Courants commun et différentiel circulant dans une paire de conducteurs

$$\begin{aligned} I_D &= \frac{I_1 + I_2}{2} \\ I_C &= \frac{I_1 - I_2}{2} \end{aligned} \quad (6.1)$$

Il a été montré (Paul, 1992) que, pour la plupart des circuits, le mode commun, bien que beaucoup plus faible que le mode différentiel, contribue de manière plus importante au champ rayonné par le système. Or, il est possible que, lorsque nous mesurons le champ proche du circuit, nous captions la contribution du mode différentiel, plus importante, et que la contribution du mode commun soit perdue dans le bruit. Pour déterminer les puissances relatives des champs proches produits par des courants en modes commun et différentiel ayant la même amplitude, nous avons fait des simulations à l'aide du logiciel *SLOT*. Nous avons placé deux dipôles magnétiques, un à côté de l'autre, à une distance de 1 mm. Nous avons simulé la tension lue par une sonde à différentes hauteurs: 1 mm, 2 mm, 5 mm et 1 cm. Les graphiques de la figure 6.6 présentent les résultats obtenus avec la sonde balayant au centre des dipôles sur un plan perpendiculaire aux dipôles.

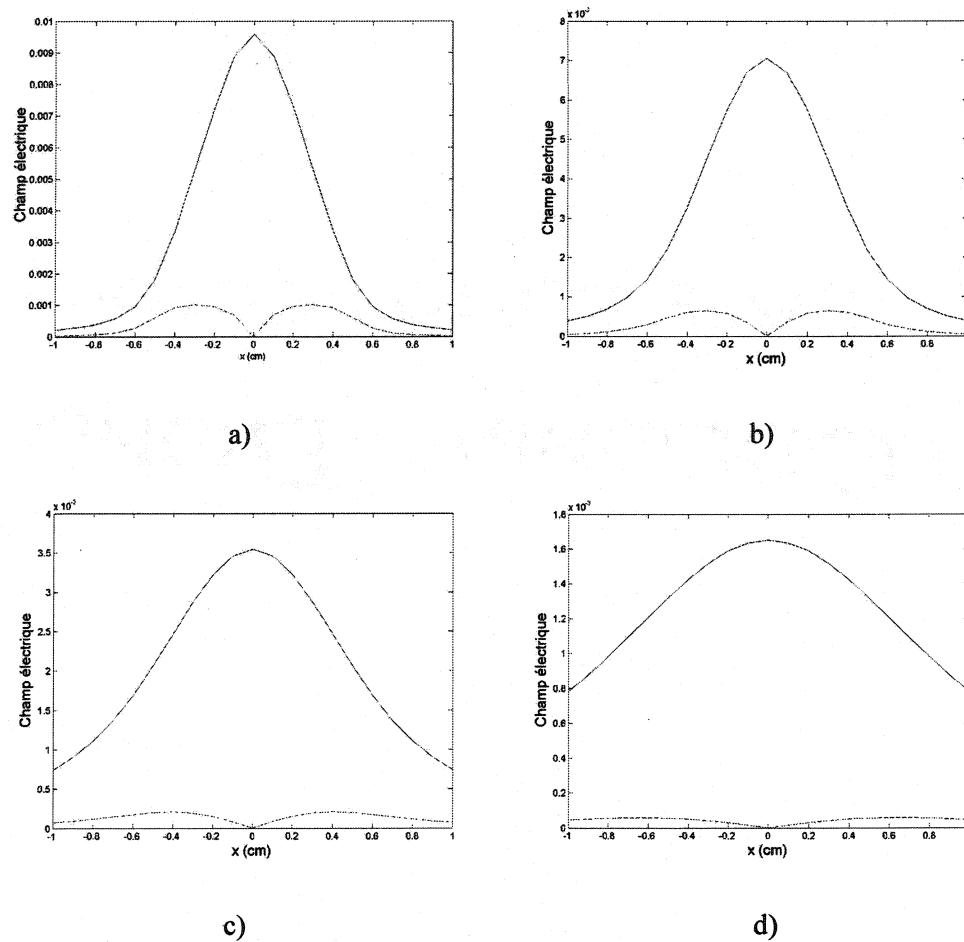


Figure 6.6 Tension lue par la sonde pour des courants en mode commun (-) et en mode différentiel (--) pour différentes hauteurs: a) 1 mm, b) 2 mm, c) 5 mm d) 1 cm

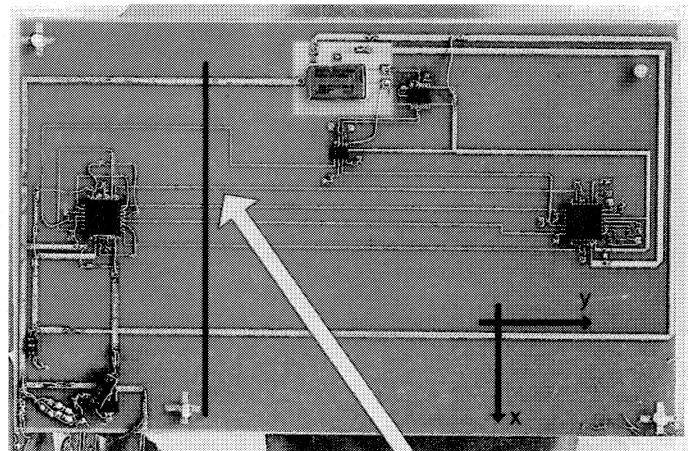
On constate que, même dans le pire des cas (hauteur de 1 cm), le champ produit par le mode commun n'est que 28,82 fois plus fort que celui produit par le mode différentiel. Or, dans la plupart des cas sur un circuit efficace, les courants en mode différentiel sont supérieurs aux courants en mode commun par un facteur beaucoup plus grand que 30. Il en résulte donc qu'il est possible qu'on mesure le champ proche des

courants différentiels alors que le champ lointain est produit par les courants en mode commun.

Il est fort probable que ce phénomène nous empêche de déterminer correctement le champ rayonné par notre structure.

Cette hypothèse nous amène à penser que, sur notre circuit, les courants en mode différentiel sont plus importants que ceux en mode commun. Dans ce cas, le champ rayonné par le circuit est très faible, probablement même trop faible pour la précision de notre technique. Cela revient à dire que le circuit conçu serait « trop bon » et ne rayonnerait presque pas. Or, le but de notre technique est d'analyser des circuits problématiques qui rayonnent passablement.

Dans cette optique, le circuit a été modifié de manière à contenir un défaut souvent rencontré lors de cas pratiques et étant la cause de rayonnements. Tel que mentionné précédemment, les fentes, dans le plan de masse, répondent à ces deux critères. Nous avons donc pratiqué une fente de 10 cm dans le plan de masse du circuit. La position de cette dernière est illustrée sur la figure 6.7.



**Fente**

Figure 6.7 Position de la fente sur le circuit numérique

De nouvelles mesures en champ proche ont été réalisées au-dessus du circuit modifié. Les résultats sont présentés à la figure 6.8.

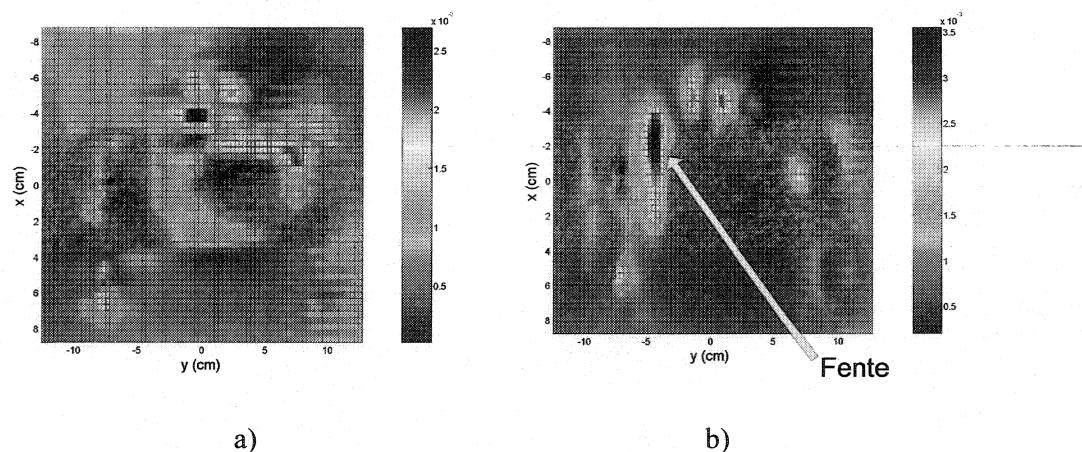


Figure 6.8 Mesures en champ proche effectuées au-dessus du circuit numérique ayant une fente de 10 cm dans son plan de masse. a) sonde orientée selon  $\varphi=0^\circ$ , b) sonde orientée  $\varphi=90^\circ$

On voit clairement, sur la figure 6.8 b), l'effet causé par la fente. De plus, sur la figure 6.8 a), on remarque que la fente est tout à fait invisible lorsqu'on tourne la sonde de  $90^\circ$ . Ce genre d'empreinte électromagnétique est caractéristique des courants magnétiques. Et, comme il n'y a qu'une seule fente on est nécessairement en présence d'un courant en mode commun. Enfin, le champ produit par la fente est prédominant (en amplitude et en surface) par rapport à celui produit par les autres éléments du circuit. On peut donc espérer que le champ lointain, calculé à partir de ces nouvelles mesures, serait principalement causé par la fente.

Malheureusement, à cause d'un manque de disponibilité, il a été impossible de retourner au CRIQ pour valider notre technique avec le circuit modifié. On peut toutefois présumer que, dans ce cas, les résultats seraient valides puisque que le circuit avec une fente est très semblable à une antenne patch (il est équivalent à une antenne patch ayant un seul bord rayonnant). Or, comme les résultats sont très bons pour la patch (selon les résultats de la section 6.3), il est fort probable que ce serait aussi le cas pour le circuit avec la fente.

## 6.5 Validité du modèle de source

Nous avons expliqué, au chapitre 5, les raisons pour lesquelles nous avons utilisé des dipôles magnétiques comme fonctions de base. En théorie, cette décision ne devrait rien changer aux résultats puisque, comme nous l'avons montré au chapitre 1, une

source quelconque peut, sous certaines conditions, être modélisée en n'utilisant que des courants électriques ou que des courants magnétiques. Toutefois, comme nous le présentons dans cette section, en pratique il semble que ce ne soit pas le cas.

Nous avons fait une simulation dans laquelle nous avons calculé le champ proche produit par un dipôle électrique de 5 cm de long. Notre grille de mesure couvrait les intervalles  $-7,5 \text{ cm} \leq x \leq 7,5 \text{ cm}$  et  $-5 \text{ cm} \leq y \leq 5 \text{ cm}$ . Par la suite, nous avons trouvé, en utilisant notre technique, la distribution de courants magnétiques équivalente. Le champ produit par cette nouvelle distribution a été calculé pour différentes hauteurs. Les résultats sont présentés à la figure 6.9. On y compare le champ produit par un dipôle électrique et celui de la distribution de courants magnétiques supposée équivalente.

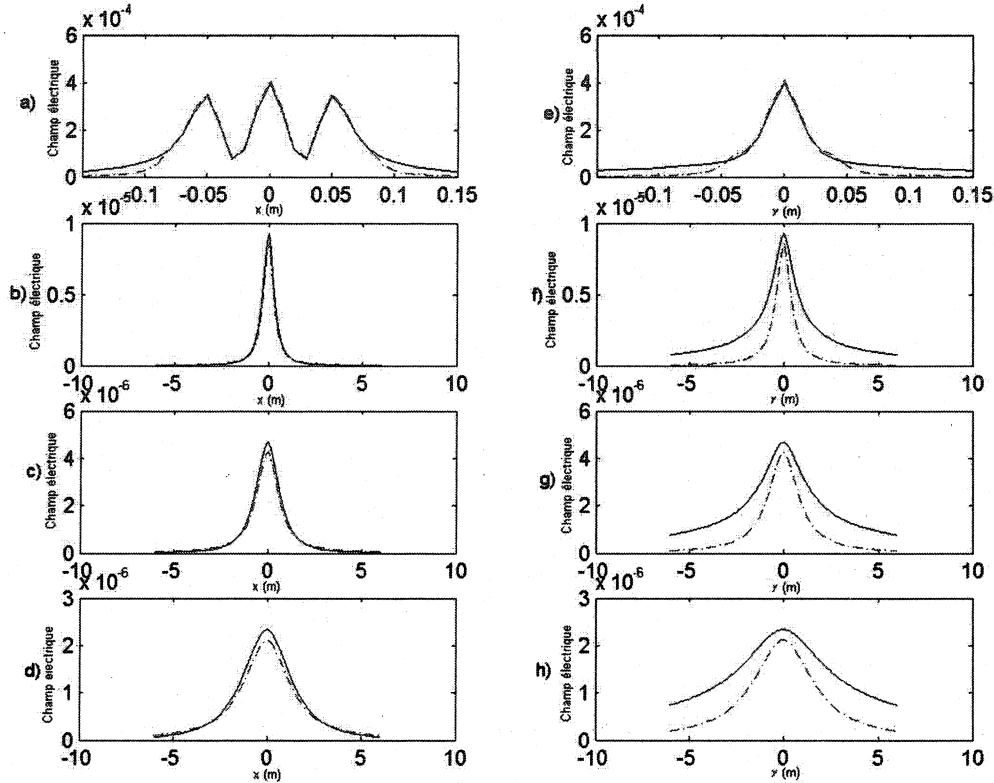


Figure 6.9 Champ produit par un dipôle électrique orienté selon x dans le plan  $z = 0$ (-) et la distribution de courants magnétiques supposée équivalente (--) pour différents plans et différentes hauteurs: a)  $y = 0$ ,  $z = 1,4$  cm, b)  $y = 0$ ,  $z = 50$  cm, c)  $y = 0$ ,  $z = 1$  m, d)  $y = 0$ ,  $z = 2$  m, e)  $x = 0$ ,  $z = 1,4$  cm, f)  $x = 0$ ,  $z = 50$  cm, g)  $x = 0$ ,  $z = 1$  m, h)  $x = 0$ ,  $z = 2$  m

Contrairement à nos attentes, les champs calculés à partir des courants électriques et magnétiques sont très différents. Cela s'explique par le fait que le théorème d'équivalence suppose qu'on connaît le champ et que les courants circulent sur des plans infinis ou sur des surfaces fermées qui englobent complètement le DUT. Or, dans un cas pratique, on doit se limiter à une certaine région de l'espace ( $15$  cm  $\times$   $10$  cm

dans notre cas). L'expérience précédente montre que les résultats peuvent varier de façon très importante si on ne tient pas compte de ce fait. On constate en particulier que même pour le champ proche ( $h = 1,4$  cm) les résultats ne sont valides que sur la région de mesures. Cela semble indiquer que si on se trouve en présence de courants électriques simples il est préférable d'utiliser des dipôles électriques comme fonctions de base. De même, si le circuit étudié se modélise mieux par des courants magnétiques on doit utiliser des dipôles magnétiques.

Nous avons mentionné, au chapitre précédent, que nous avons utilisé des dipôles magnétiques comme fonctions de base car nous croyions que les sources de rayonnement se modélisaient bien avec des courants magnétiques. Il serait cependant intéressant de trouver une distribution hybride de courants (courants électriques et magnétiques). Cette alternative permettrait probablement une meilleure modélisation.

## 6.6 Problèmes de mesures en champ proche

Étant donné que le niveau de bruit de notre système de mesures en champ proche était relativement élevé, il est nécessaire de se placer très près (1,2 cm) du circuit pour la prise de mesures. Comme nous l'avons mentionné à la section 6.4, cela a pour effet d'augmenter le niveau de signal provenant des courants différentiels. Un autre problème induit par cette proximité provient du fait que les circuits numériques ne sont pas parfaitement plats. En effet, les composantes qui forment le circuit viennent lui donner

une troisième dimension. Comme on peut le voir sur la figure 6.10, la sonde de mesures est placée à une hauteur à peu près égale à 3 fois celle de la composante la plus élevée. En plaçant la grille à la hauteur du substrat, nous contreviennent au théorème d'équivalence puisque certaines sources (les courants induits sur les composantes) se trouvent au-dessus du plan de référence.

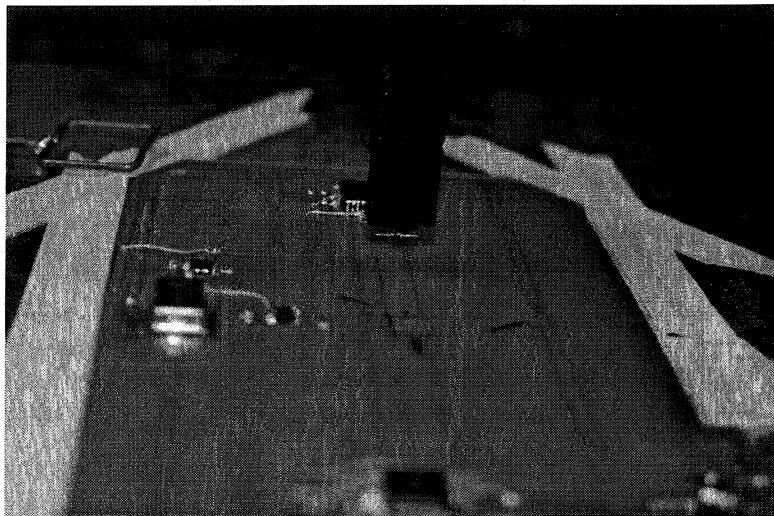


Figure 6.10 Mise en évidence de la proximité des composantes et de la sonde

Pour contourner ce problème, deux solutions sont possibles. On peut placer le plan de référence (où l'on place les dipôles) au-dessus des composantes ou se placer passablement plus haut pour la prise de mesures (par exemple à une hauteur 10 fois plus grande que la hauteur des composantes). Cette dernière option aurait pour effet de rendre négligeable la différence de hauteurs des sources.

Plus on s'éloigne d'une source de courant, plus l'intensité de son champ proche sera faible mais plus son empreinte sera large. Cela implique, selon le théorème d'équivalence, que le fait de placer le plan de référence légèrement plus haut (au-dessus des composantes) aurait pour effet d'élargir les courants équivalents. Or, comme on utilise des fonctions de base filaires, il est impossible de modéliser cet élargissement à moins d'augmenter de façon très importante le nombre de fonctions de base sur le circuit. Il nous semble donc que de placer la grille plus haute n'aurait pas l'effet escompté. Cette hypothèse reste cependant à confirmer.

Le prix à payer, si on augmente la hauteur de la sonde, est qu'on perd de la résolution sur le champ mesuré. De plus, il faut s'assurer que le RSB de la sonde est suffisamment élevé pour permettre de s'éloigner. Ce n'était pas le cas avec la sonde utilisée dans ce projet.

### **6.7 Effet du plan de masse**

On a présenté, au chapitre précédent, de quelle façon le plancher métallique façonne, dans une chambre de CEM, l'allure des mesures en champ lointain. Pour détailler cet effet des simulations ont été effectuées à partir d'une structure très simple: un dipôle magnétique. Celui-ci a été placé à des hauteurs de 1 m, 1,01 m et 1,05 m (pour une longueur d'onde de 34 cm). Le rayonnement de ce dipôle avec et sans plan de masse a ensuite été comparé. Les résultats sont présentés à la figure 6.11.

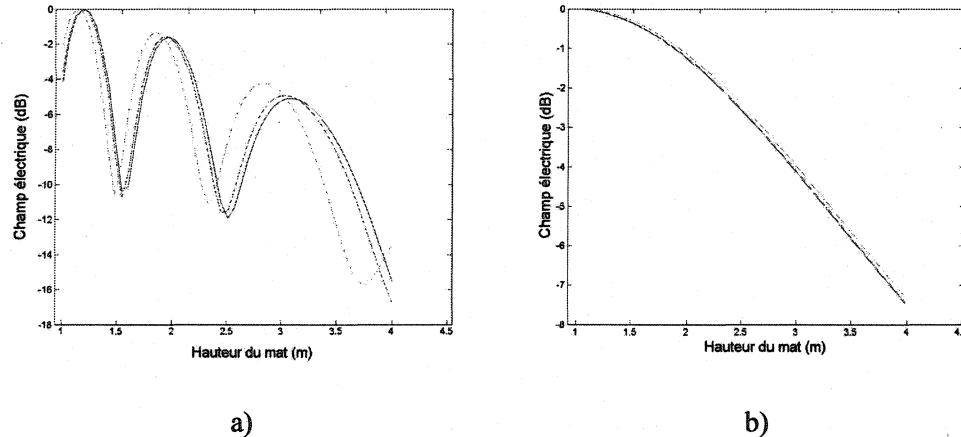


Figure 6.11 Rayonnement d'un dipôle a) avec la présence d'un plan de masse b) sans plan de masse: (-) hauteur de 1m, (--) hauteur de 1,01m, (-.) hauteur de 1,05m.

Ces graphiques montrent bien que les mesures sont beaucoup plus sensibles aux erreurs de positionnement lorsqu'il y a un plan de masse qu'en l'absence d'un tel plan. Il faut donc tenir compte de cette sensibilité particulière lorsqu'on analyse des résultats pris dans une chambre semi-anéchoïde.

## 6.8 Suggestions et travaux futurs

Le manque de corrélation, entre les mesures et nos calculs présentés au chapitre précédent, ainsi que les nombreuses sources possibles d'erreurs énumérées dans les sections précédentes proposent qu'il serait intéressant de poursuivre les travaux dans ce domaine. Dans ce paragraphe, nous proposons quelques pistes et suggestions pour ces éventuels travaux.

Aux paragraphes 6.4 et 6.6, nous avons montré de quelle façon le fait d'augmenter la hauteur de la sonde pourrait améliorer les résultats. Toutefois, la sonde utilisée dans nos travaux a un RSB trop faible pour pouvoir faire de telles mesures. Le fait que la sonde et le câble de cette dernière soient composés de matériaux conducteurs semble être un facteur important qui augmente le niveau de bruit. Le niveau de signal, pour sa part, est limité par la longueur de la sonde. Une manière d'augmenter le RSB serait donc d'utiliser une sonde un peu plus longue. Toutefois, le prix à payer serait une perte de résolution. Pour diminuer le niveau de bruit il serait intéressant d'utiliser une sonde optique. Ces dernières ont comme caractéristique que seul le dipôle est en métal.

Il serait aussi intéressant de remplacer, dans notre modèle, les dipôles magnétiques formant les fonctions de base par des dipôles électriques. Une autre option, comme mentionné précédemment, serait d'utiliser une grille hybride de dipôles (électriques et magnétiques). De cette façon, on pourrait espérer représenter de manière plus exacte la physique du système.

Pour ce qui a trait aux courants en modes commun et différentiel nous nous devons d'avouer notre ignorance relative en ce domaine. Il serait donc intéressant de regarder de plus près ce phénomène dans le cas des circuits numériques. La question est ici de déterminer si le champ proche que nous mesurons est dû en majorité aux courants (électriques ou magnétiques) en mode commun ou en mode différentiel.

Advenant le cas où on arriverait à faire correspondre les champs lointains calculés et mesurés, un travail sur le calibrage du système serait nécessaire. En effet, dans ce mémoire, on a calculé le champ normalisé. Il faudrait donc développer une technique de calibrage permettant de trouver la vraie valeur du champ électrique.

Au paragraphe 5.3 nous avons montré que, dans des cas pratiques, il est possible que le véritable courant passe entre deux fonctions de base placées sur la grille. Dans ce cas, nous perdons de la clarté dans la représentation des courants. Il serait intéressant de voir s'il est possible de poser le problème de telle façon que les dipôles ne soient pas à des positions fixes mais puissent bouger légèrement. Mathématiquement cela reviendrait à poser le problème comme suit:

$$\begin{aligned} C &= \|V - Z(\Delta z)I\|^2 + \alpha\Phi(DI) \\ \hat{I} &= \arg \min_{I, \Delta z} (C) \end{aligned} \quad (6.2)$$

où  $\Delta z$  est un vecteur qui représente le déplacement de chacune des fonctions de base.

Il serait aussi intéressant de tester, pour d'autres domaines, les techniques de régularisation développées dans ce travail. Par exemple, il semble que nos algorithmes pourraient s'avérer passablement intéressants pour le cas des antennes à ouverture. Les travaux de Abou-Elasoued (Abou-Elasoued, 2004) ont développé l'utilisation de

fonctions de base en deux dimensions pour traiter ces antennes. On pourrait regarder de quelle manière nos techniques pourraient être utilisées dans ce cas.

Finalement le problème du choix des paramètres de régularisation reste ouvert. Il serait donc pertinent de tester différentes techniques permettant de trouver de façon calculatoire ces paramètres pour voir laquelle est la plus appropriée à notre cas.

### **6.9 Conclusion**

Dans ce chapitre, différentes sources possibles d'erreur ont été présentées. On a d'abord montré qu'une attention particulière devait être portée au circuit d'alimentation électrique lorsque vient le temps de calculer le champ lointain produit par un circuit. Par contre, dans notre cas, il semble que le rayonnement produit par l'alimentation électrique n'était pas la seule cause d'erreur puisque même en modifiant l'isolation entre le circuit et son alimentation, on n'arrive pas à faire correspondre les mesures et les calculs.

Les résultats obtenus sur une antenne patch montrent que, malgré les nombreux éléments, présents dans la chambre du CRIQ, qui peuvent perturber le champ, les mesures obtenues dans cette dernière peuvent être utilisées pour valider nos calculs.

L'analyse des courants en mode commun et en mode différentiel nous amène à émettre l'hypothèse que la mauvaise qualité des résultats obtenus serait attribuable au fait que le champ rayonné par le circuit est trop faible. Pour valider cette hypothèse, une fente a été pratiquée sur le circuit numérique pour forcer la présence d'un courant magnétique en mode commun. Le champ proche mesuré montre que le champ produit par cette fente est passablement plus puissant que celui créé par les autres composantes. On se retrouve alors dans le même cas que celui de l'antenne patch. On peut donc espérer que les résultats obtenus seraient valides. Malheureusement, il a été impossible de vérifier cette hypothèse. On note que si cette dernière se vérifiait, elle démontrerait que notre technique peut être utilisée dans un véritable cas pratique. Notre objectif était de permettre l'analyse de circuits problématiques au point de vue de la CEM et, par définition, ces derniers possèdent des sources importantes de rayonnement.

On a aussi montré qu'une attention particulière devait être apportée au modèle de source utilisé ainsi qu'à la position du DUT au-dessus du plancher métallique. On a finalement expliqué pourquoi la présence, sur un circuit numérique, de composantes tridimensionnelles, vient troubler le modèle de courants équivalents que nous avons utilisé.

En dernier lieu, des suggestions pour des travaux futurs ont été présentées.

## CONCLUSION

Les travaux présentés dans ce mémoire avaient pour objectif de déterminer le rayonnement en champ lointain d'un circuit numérique à haut débit à partir de mesures du champ électrique prises dans la zone de champ proche de ce dernier. Pour y arriver, une technique à deux sondes permettant la mesure du champ électrique, en amplitude et en phase, d'un circuit autonome (c'est-à-dire dont le signal de stimulation est sur le circuit) a d'abord été développée. Celle-ci nécessitait la réalisation d'un circuit analogique à haute fréquence. La caractéristique de ce dernier est de permettre un prétraitement des signaux captés (amplification et filtrage) pour les rendre utilisables par un analyseur réseau. Par la suite, une généralisation de la technique de détermination des courants a été proposée afin de pouvoir l'appliquer à des circuits pour lesquels aucune information *a priori*, sur la localisation des sources de rayonnement n'était disponible. Pour ce faire, deux modèles de positionnement des fonctions de base sur une grille préétablie (deux ou trois dipôles) ont été proposés. Pour améliorer la qualité des résultats obtenus un modèle efficace de régularisation a été développé. Finalement, le champ lointain mesuré sur un circuit numérique de test a été comparé avec celui extrapolé à partir de mesures en champ proche.

La technique de prise de mesures en champ proche décrite dans ce mémoire a donné les résultats escomptés. En effet, les mesures prises sur le circuit numérique de

test permettent de bien identifier les points chauds sur celui-ci. De plus, les mesures sont stables au niveau de la phase et permettent de bien voir les endroits où il y a des inversions de phase de  $180^\circ$ . Nous considérons donc que les objectifs sont atteints pour cette partie et que le système pourrait être réutilisé dans d'autres travaux. La seule modification à faire dans ce cas serait de changer le filtre coupe fréquence image pour l'adapter à la nouvelle fréquence de travail.

Tant les résultats de simulation que les résultats sur de véritables données semblent montrer que le modèle à deux dipôles est plus performant que le modèle à trois dipôles. En effet, pour un même nombre de points de mesures, les distributions de courants sont beaucoup plus lisses avec le premier modèle. Le prix à payer pour cela est une moins bonne modélisation des coudes et des courants diagonaux. Toutefois, dans les circuits numériques les courants diagonaux sont relativement rares. Nous proposons donc l'utilisation du modèle à deux dipôles pour la plupart des cas pratiques.

La régularisation utilisée pénalise les variations de courants dans le sens d'écoulement de ceux-ci. Cette approche a donné de très bons résultats. De nettes améliorations de la distribution du courant ont été obtenues en utilisant la régularisation tant sur les données simulées que sur les données véritables. Dans cette partie aussi nous considérons que les objectifs sont atteints. En effet, on a montré qu'il est possible de trouver la distribution de courants sur un circuit pour lequel l'information sur le positionnement des sources n'est pas disponible. Le choix du type de pénalisation

(quadratique ou semi-quadratique) dépend de la précision recherchée, du point de vue de la distribution de courants retrouvée, et du temps disponible pour la résolution du problème.

La tentative de trouver le champ lointain à partir de la distribution de courants trouvée sur le circuit de test s'est avérée décevante dans un premier temps. À l'exception d'un résultat, les autres ne montraient à peu près pas de corrélation entre le champ extrapolé et celui mesuré dans une salle de mesure de CEM. Plusieurs travaux ont été effectués pour essayer d'obtenir de meilleurs résultats.

Bien que cela n'ait pu être vérifié, faute de temps et d'équipement, il semble que le principal problème en ce qui à trait à nos résultats provienne de la « trop bonne » performance du circuit de test utilisé. Les courants en mode commun, sur ce dernier, seraient en effet très faibles. Le cas échéant, les champs rayonnés seraient très faibles et ne pourraient être déterminés par la technique d'extrapolation développée. Pour vérifier l'hypothèse, un circuit modifié ayant une fente sur le plan de masse a été conçu. Les résultats obtenus avec les mesures en champ proche ainsi que la bonne prédiction du rayonnement d'une antenne patch incitent à croire que notre technique pourrait être efficace pour prédire le champ rayonné par un circuit défectueux.

Plusieurs hypothèses pouvant expliquer les mauvais résultats demeurent cependant inexplorées. Cela nous amène à penser que, malgré les résultats imparfaits

présentés, la technique d'identification des courants sur un circuit numérique à haut débit développée dans ce mémoire pourrait, avec d'éventuels travaux complémentaires, devenir une méthode valable de détermination du champ lointain à partir de mesures en champ proche.

## RÉFÉRENCES

- [1] ABOU-ELASOUED, R. (2004). *Développement d'une technique de caractérisation des antennes à ouvertures basée sur des mesures en champ proche: Méthode des courants électriques bidimensionnels équivalents, mémoire de maîtrise.* École Polytechnique de Montréal.
- [2] AGILENT TECHNOLOGIES (1997). *User's Guide HP 8753D Network Analyser.* Agilent technologies.
- [3] ALLAIN, M (2002). *Approche pénalisée en tomographie hélicoïdale: Application à la conception d'une prothèse personnalisée du genou, thèse de doctorat.* Université Paris XI Orsay.
- [4] BALANIS, C. A. (1989). *Advanced Engineering Electromagnetic.* John Wiley & Sons, New York, NY.
- [5] CARFANTAN, H. (1996). *Approche bayésienne pour un problème inverse non linéaire en imagerie à ondes diffractées, thèse de doctorat.* Université de Paris-sud, Centre d'Orsay.
- [6] COLINAS, J. (2001). *Étude et amélioration des performances d'une méthode de mesures en champ proche: la méthode des courants magnétiques équivalents, mémoire de maîtrise.* École Polytechnique de Montréal.
- [7] DARAN, F., LAFON, F. et MAURICE, O. (2003). Prediction of the Field Radiated at One Meter from PCB's and Microprocessors from Near EM Field

- Cartography. *1<sup>st</sup> International Conference on Electromagnetic Near-Field Characterization.* 190-192.
- [8] GEMAN, D. et REYNOLDS, G. (1992 Mars). Constrained Restoration and the Recovery of Discontinuities. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 14, 367-383.
- [9] GEMAN, D. et YANG Changda (1995 Juillet). Nonlinear Image Recovery with Half-Quadratic Regularization. *IEEE Transactions on Image Processing*, 4, 932-946
- [10] GOLUB, G., HEATH, M. et WAHBA, G. (1979 mai). Generalized Cross-Validation as a Method for Choosing a Good Ridge Parameter. *Technometrics*, 21, 215-223
- [11] GOUSSARD, Y. (2002). *Traitemen t de signaux biomédicaux, Notes de cours GBM-6103.* École Polytechnique de Montréal.
- [12] GRENIER, D. (2001). *Antennes & Propagation, Notes de cours GEL-19880.* Université Laval.
- [13] HANSSEN, C. (1992) Analysis of Discrete Ill-Posed Problems by Means of the L-curve. *SIAM Review*, 34, 561-580.
- [14] HARRINGTON, R. F. (1982). *Field Computation by Moment Methods.* Krieger Pub Co.
- [15] HUSSE, S. (2004). *Reconstruction d'images en imagerie par résonance magnétique – Approche régularisée par champ de Markov, mémoire de maîtrise.* École Polytechnique de Montréal.

- [16] IDIER, J. (2001 Juillet). Convex Half-Quadratic Criteria and Interacting Auxiliary Variables for Image Restoration. *IEEE Transactions on Image Processing*, 10, 1001-1009.
- [17] IDIER, J. (2001). *Approche bayésienne pour les problèmes inverses*. Lavoisier, Hermès Science publications, Paris.
- [18] ILAVARASAN, P., CHEN, J., SCHAFFER, M. et NORMAN, A. J. (2001). Simulation/Experimental Analysis of Single/Differential Signals Crossing Splits. *2001 IEEE EMC International Symposium*, 1, 667-670.
- [19] JOY, E. B. et PARIS, D. (1972 mai). Spacial Sampling and Filtering in Near-Field Measurements. *IEEE Transaction on Antennas and Propagation*, 20, 253-261.
- [20] LAURIN, J.-J., ZÜRCHER, J.-F. et GARDIOL, F. E. (2001 mai). Near-Field Diagnostic of Small Printed Antennas Using Equivalent Magnetic Current Approach, *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 49, 814-828.
- [21] LAY, D. C. (1997). *Linear Algebra and its Applications, Second Edition*. Addison-Wesley.
- [22] NADEAU, B. (1996). *Étude de champs proches pour des mesures en compatibilité électromagnétique, mémoire de maîtrise*. École Polytechnique de Montréal.
- [23] NEWELL, A., et YAGHJIAN, A. (1975 Juin). Study of errors in planar near-field measurements. *Antennas and Propagation Society International Symposium*, 13, 470-473.
- [24] OTT, H. W. (1988). *Noise Reduction Techniques in Electronic Systems, Second Edition*. John Wiley & Sons, New York, NY.

- [25] OUARDIRHI, Z. (2000). *Technique expérimentale de mesure en champ proche pour calcul du champ lointain d'éléments rayonnants filaires, mémoire de maîtrise*. École Polytechnique de Montréal.
- [26] PAUL, C. R. (1992). *Introduction to Electromagnetic Compatibility*. John Wiley & Sons, New York, NY. 420-428.
- [27] PEARSON, T. (1996). *ECL Clock Distribution Techniques, Applicaton notes AND1405*. ON Semiconductor.
- [28] PETRE, P. et SARKAR, T.K. (1992 novembre). Planar Near-Field to Far-Field Transformation Using an Equivalent Magnetic Current Approach. *IEEE Transaction on Antennas and Propagation*, 40, 1348-1356.
- [29] POZAR, D. M. (1998). *Microwave Engineering, Second Edition*. John Wiley & Sons, New York, NY.
- [30] REGUÉ, J.-R., RIBÒ, M, GARRELL, J.-M. et MARTIN A., A. (2001 novembre) Genetic Algorithm Based Method for Source Identification and Far-Field Radiated Emissions Prediction From Near-Field Measurements for PCB Characterization, *IEEE Transaction on Electromagnetic Compatibility*, 43, 520-530.
- [31] SASAKI, H., HARADA, T. et KURIYAMA, T. (2002). The Relationship between Common-Mode Radiation from the Ground Plane and Differential-Mode Radiation from Signal Traces on the Ground Plane. *2002 IEEE EMC International Symposium*, 1, 195-199.
- [32] SHOCKMAN, P. (2002 mai). *Termination of ECL Logic Devices, Applicaton notes AND8020/D*. ON Semiconductor.

- [33] SHOCKMAN, P. (2002 mai). *Interfacing with ECLinPs, Application notes AND8066/D.* ON Semiconductor.
- [34] SLATTERY, K. P. (2001). A Comparison of the Near Field and Far Field Emissions of a Pentium® Clock IC. *2001 IEEE EMC International Symposium, 1*, 547-549.
- [35] SLATTERY, K. et CUI, Wei. (1999). Measuring the Electric and Magnetic Fields in VLSI Devices. *1999 IEEE EMC International Symposium, 2*, 887-892.
- [36] SLATTERY, K.-P., MUCCIOU, J.P. et NORTH, T. (1999 Mai). Measuring the radiated emissions from a family of microprocessors using a 1-GHz TEM cell. *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility, 41*, 146-152.
- [37] STUTZMAN, W. L. et THIELE, G. A. (1998). *Antenna Theory and Design, Second Edition.* John Wiley & Sons, New York, NY.
- [38] TIKHONOV, A. N. et ARSENIN, V. Y. (1977). *Solution of ill-posed problems.* John Wiley & Sons, New York, NY.
- [39] WATANABE, T., WADA, O., TOYOTA, Y. et KOGA, R. (2002). Estimation of Common-mode EMI Caused by a Signal Line in the Vicinity of Ground Edge on a PCB. *2002 IEEE EMC International Symposium, 1*, 113-118.

## ANNEXE A

### DÉCOMPOSITION EN VALEURS SINGULIÈRES

La décomposition en valeurs singulières est une généralisation de la décomposition en valeurs et vecteurs propres pour les matrices non carrées.

Soit  $A$ , une matrice de dimensions  $mxn$ . La matrice  $A^T A$  est alors symétrique et peut être décomposée en valeurs et vecteurs propres. On définit comme valeurs singulières de la matrice  $A$ , la racine carrée positive des valeurs propres de  $A^T A$ . On les note de la façon suivante:

$$\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_n \quad (\text{A.1})$$

Ces valeurs sont organisées en ordre décroissant, c'est-à-dire que  $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3 \dots$

À partir des valeurs singulières, on peut définir comme suit la décomposition en valeurs singulières:

Soit  $A$ , une matrice dimension  $mxn$  de rang  $r$ . Il existe alors une matrice  $mxn$   $\Sigma$  de la forme suivante:

$$\Sigma = \begin{bmatrix} D & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{A.2})$$

où  $D$  est diagonale de dimensions  $r \times r$ . Les valeurs singulières de  $A$  forment la diagonale de  $D$ .

Il existe aussi une matrice  $U$   $m \times m$  orthogonale et une matrice  $V$   $n \times n$  orthogonale telle que:

$$A = U \Sigma V^T \quad (\text{A.3})$$

Dans le cadre de ce travail nous utilisons la forme réduite de la décomposition qui se formule comme suit:

On réécrit les matrices  $U$  et  $V$  de la façon suivante:

$$\begin{aligned} U &= [U_r \ U_{m-r}] \quad \text{où } U_r = [u_1 \ \dots \ u_r] \\ V &= [V_r \ V_{n-r}] \quad \text{où } V_r = [v_1 \ \dots \ v_r] \end{aligned} \quad (\text{A.4})$$

et où  $u_i$  et  $v_j$  sont des vecteurs.

La décomposition en valeurs singulières peut donc s'écrire aussi comme étant:

$$A = U_r D V_r^T \quad (\text{A.5})$$

Dans ce mémoire nous nous servons de cette décomposition pour trouver la solution généralisée (la pseudo inverse) d'un problème. Par exemple si  $Ax = y$ :

$$\begin{aligned} \hat{x} &= Z^\dagger y \\ \hat{x} &= V_r D^{-1} U_r^T y \end{aligned} \quad (\text{A.6})$$

Il est intéressant de noter que:

$$\begin{aligned} A\hat{x} &= U_r D V_r^T (V_r D^{-1} U_r^T y) \\ A\hat{x} &= U_r D D^{-1} U_r^T y \quad \text{car} \quad V_r^T V_r = E \\ A\hat{x} &= U_r U_r^T y \end{aligned} \quad (\text{A.7})$$

avec  $E$  : la matrice identité

Or, comme  $[u_1 \dots u_r]$  est une base orthonormale de  $\text{Col } A$  (le sous-espace des solutions de  $Ax$ ),  $U_r U_r^T y$  est la projection orthogonale de  $y$  dans  $\text{Col } A$  (Lay, 1997). Cela revient à dire que  $\hat{x}$  est la solution des moindres-carrés de  $Ax=y$ .

## ANNEXE B

### MINIMISATION D'UNE ÉQUATION VECTORIELLE QUADRATIQUE

Cette annexe est fortement inspirée de (Goussard, 2002). Nous la présentons au cas où cette référence ne serait pas disponible pour le lecteur.

Le minimum d'une fonction est nécessairement situé à un point où le gradient de celle-ci est nul.

Soit une fonction quadratique de type:

$$\psi(x) = \frac{\phi^T(x) A \phi(x)}{2} \quad (\text{B.1})$$

où  $x$  et  $\phi$  sont des vecteurs de dimensions  $m$  et  $n$  respectivement et  $A$ , une matrice symétrique définie positive.

En décomposant cette équation on peut la réécrire comme suit:

$$\psi(x) = \frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^n a_{ij} \phi_i(x) \phi_j(x) \quad (\text{B.2})$$

où  $a_{ij}$  est l'élément (i,j) de la matrice  $A$  et  $\phi_i(x)$ , la  $i^e$  ligne de  $\phi(x)$ .

Le gradient d'une fonction est un vecteur contenant la dérivée partielle de celle-ci par rapport à chacune des variables. La dérivée partielle par rapport à la  $k^e$  variable s'écrit:

$$\frac{\partial \psi}{\partial x_k} = \frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^n a_{ij} \frac{\partial \phi_i(x)}{\partial x_k} \phi_j(x) + \frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^n a_{ij} \phi_i(x) \frac{\partial \phi_j(x)}{\partial x_k} \quad (\text{B.3})$$

Comme  $A$  est symétrique, on peut réécrire B.3 comme étant une somme unique:

$$\frac{\partial \psi}{\partial x_k} = \sum_{i,j=1}^n a_{ij} \frac{\partial \phi_i(x)}{\partial x_k} \phi_j(x) \quad (\text{B.4})$$

Sous forme matricielle, B.4 s'écrit:

$$\frac{\partial \psi}{\partial x_k} = \left( \frac{\partial \phi(x)}{\partial u_k} \right)^T A \phi(x) \quad (\text{B.5})$$

On remarque que B.5 est le résultat du produit du vecteur ligne  $\left( \frac{\partial \phi(x)}{\partial x_k} \right)^T$  par le vecteur colonne  $A\phi(x)$ . Le vecteur gradient est donc égal au produit d'une matrice dont chacune des  $m$  lignes est égale à  $\left( \frac{\partial \phi(x)}{\partial x_k} \right)^T$  pour  $k$  variant de 1 à  $m$ . Cette matrice est en fait la transposée de la matrice jacobienne de  $\phi(x)$  notée  $J(\phi(x))$ . Le gradient s'exprime comme suit:

$$\nabla \psi(x) = J(\phi(x))^T A\phi(x) \quad (\text{B.6})$$

Dans ce travail, une des formes étudiées de  $\psi(x)$  était la suivante:

$$\psi(x) = (y - Zx)^T A(y - Zx) + \alpha x^T Bx \quad (\text{B.7})$$

où  $A$  et  $B$  sont des matrices symétriques définies positives,  $Z$  une matrice de dimensions  $mxn$ ,  $y$  un vecteur de dimension  $m$ ,  $x$  un vecteur de dimension  $n$  et  $\alpha$  un scalaire.

Comme le gradient d'une somme de fonctions est égal à la somme des gradients de celles-ci, on traite séparément les deux termes de B.7. Dans un premier temps,  $\phi(x) = y - Zx$  et la  $i^e$  composante de  $\phi(x)$  s'exprime comme suit:

$$\varphi_i = y_i - \sum_{k=1}^n z_{ik} x_k \quad (\text{B.8})$$

où  $z_{ik}$  est l'élément (i,k) de la matrice Z.

Il découle de B.8 que:

$$\frac{\partial \varphi_i}{\partial x_k} = -z_{ik} \quad (\text{B.9})$$

Donc, si l'élément (i,k) de la matrice jacobienne est égal à  $-z_{ik}$ , cette matrice sera égale à  $-Z$  et le gradient du premier terme de  $\psi(x)$ , qu'on note  $\nabla \psi_1(x)$ , s'écrit:

$$\nabla \psi_1(x) = -Z^T A(y - Zx) \quad (\text{B.10})$$

Pour le second terme de  $\psi(x)$  on a  $\phi(x) = x$  (on ne tiendra compte du facteur  $\alpha$  qu'à la fin des calculs). Donc:

$$\varphi_i = x_i \quad (\text{B.11})$$

D'où il découle que:

$$\frac{\partial \varphi_i}{\partial x_k} = \begin{cases} 1 & \text{si } i = k \\ 0 & \text{si } i \neq k \end{cases} \quad (\text{B.12})$$

On peut en déduire que la matrice jacobienne sera égale à la matrice identité de dimensions  $n \times n$  et le gradient du second terme de  $\psi(x)$ , qu'on note  $\nabla \psi_2(x)$  s'écrira comme suit (en ajoutant le terme  $\alpha$ ):

$$\nabla \psi_2(x) = \alpha Bx \quad (\text{B.13})$$

Le gradient total de  $\psi(x)$  sera égal à:

$$\nabla \psi(x) = -ZA(y - Zx) + Bx \quad (\text{B.14})$$

Comme il a été mentionné, le minimum de la fonction se trouve à un point où son gradient est nul. Donc:

$$\begin{aligned} \nabla \psi(x) &= -Z^T A(y - Zx) + \alpha Bx = 0 \\ Z^T Ay &= (Z^T AZ + \alpha B)x \\ x &= (Z^T AZ + \alpha B)^{-1} Z^T Ay \end{aligned} \quad (\text{B.15})$$

## ANNEXE C

### PRISES DE MESURES EN CHAMP PROCHE AU-DESSUS D'UN CIRCUIT NUMÉRIQUE AVEC MRE2 ET UN ARV

**8753D**

Le logiciel MRE2 a été conçu au laboratoire POLY-GRAMES. Il est utilisé pour gérer la prise de mesures en champ proche. C'est lui qui commande le bras robotisé et qui sauvegarde les données de l'analyseur réseau.

Toutefois, le logiciel a été conçu pour la prise de mesures au-dessus d'un circuit alimenté par un des deux canaux de l'ARV. Comme nous l'avons mentionné, dans ce travail nous envoyons deux signaux à l'ARV (sonde fixe et sonde mobile). Pour arriver à prendre de telles mesures avec MRE2, il est nécessaire de « tromper le logiciel ». Nous expliquons la procédure à suivre dans cette Annexe.

La première chose à faire dans le logiciel MRE2 est d'initialiser l'analyseur. La figure C.1 montre la fenêtre que l'on voit alors:

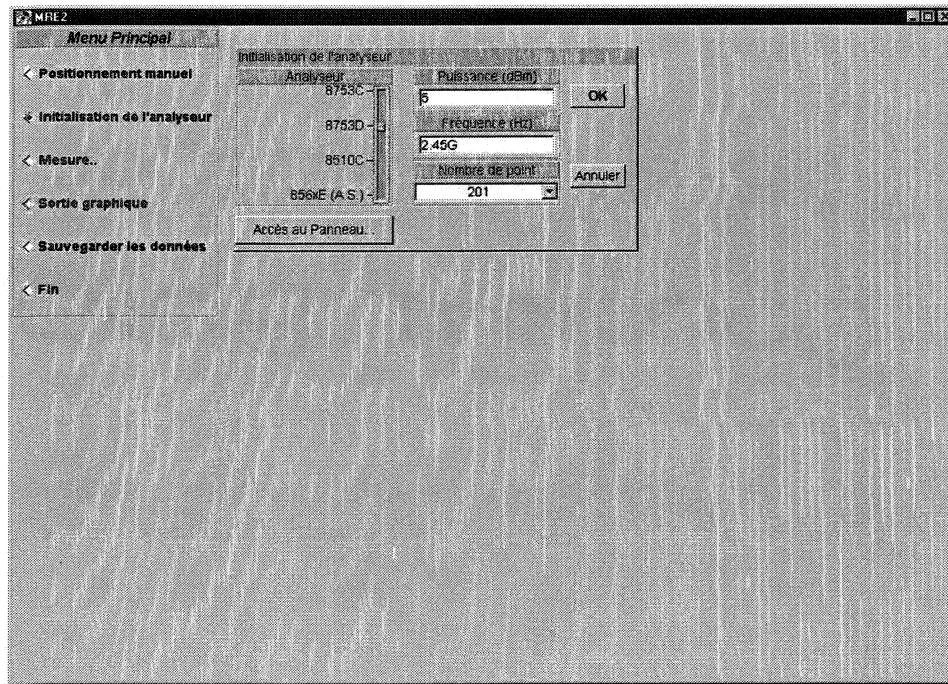


Figure C.1 Fenêtre de saisie pour l'initialisation de l'ARV dans le logiciel MRE2

Avant de faire l'initialisation, on doit s'assurer que le « jumper » reliant les canaux  $R_{in}$  et  $R_{out}$  est bien en place. Pour faire l'initialisation, il suffit de choisir le bon ARV (8753D) et de cliquer sur « OK ». Il est à noter que la fréquence choisie n'est pas importante puisqu'on doit la changer de façon manuelle sur l'ARV. De plus, la case puissance ne s'applique pas dans notre cas.

Par la suite on doit placer l'ARV selon la configuration de la figure C.2. Le signal de référence doit être branché au canal  $R_{in}$  alors que le signal de données est branché au canal 2. Des impédances de  $50 \Omega$  sont placées sur les canaux 1 et  $R_{out}$ . Il faut ensuite mettre l'ARV en mode référence externe. Pour ce faire, on doit appuyer sur les

boutons « Local » puis « System ». Ensuite, on choisit « Instrument mode » et « External source manual » à l'écran. De cette façon, l'ARV est dans le mode désiré. Il reste à choisir la fréquence. Pour ce faire, on appuie sur le bouton « Menu » et on choisi « CW Freq » à l'écran. Ensuite on enregistre la fréquence de travail.

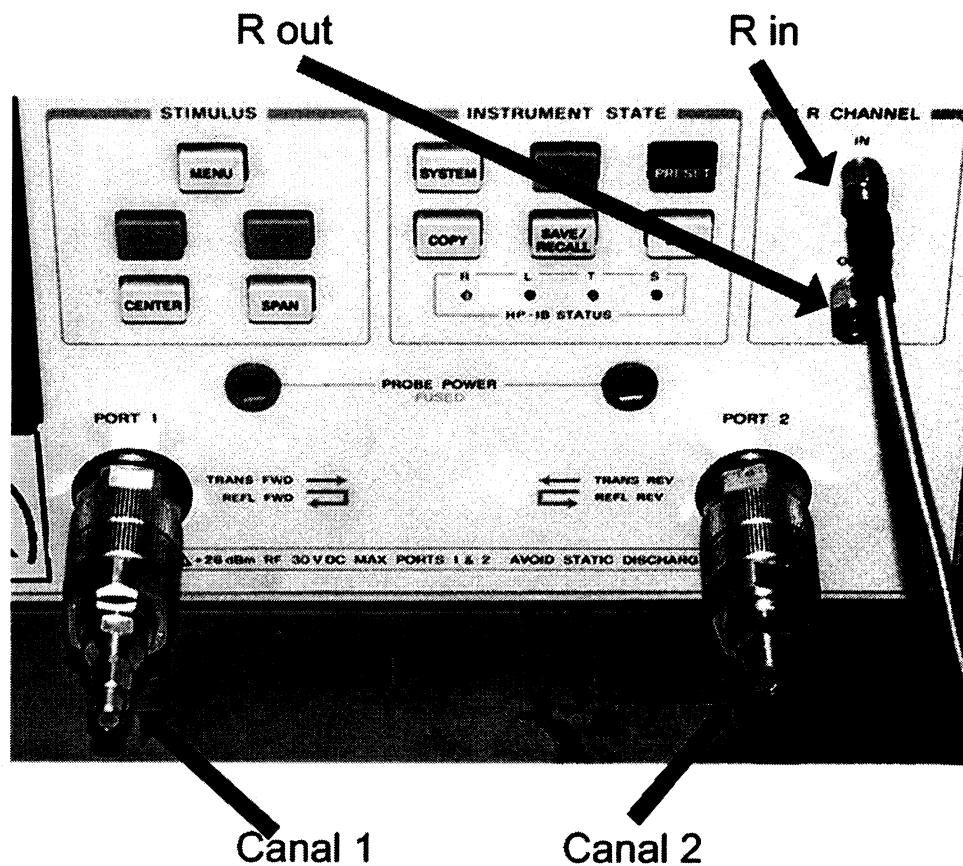


Figure C.2 Configuration de l'ARV pour les mesures avec deux sondes

Une fois ces opérations complétées on peut continuer de se servir du logiciel comme pour n'importe quel autre prise de mesures en champ proche.