



**Titre:** Étalonnage des écarts angulaires de l'axe de rotation d'une MOCN  
Title:

**Auteur:** Habib Oueslati  
Author:

**Date:** 2004

**Type:** Mémoire ou thèse / Dissertation or Thesis

**Référence:** Oueslati, H. (2004). Étalonnage des écarts angulaires de l'axe de rotation d'une MOCN [Master's thesis, École Polytechnique de Montréal]. PolyPublie.  
Citation: <https://publications.polymtl.ca/7427/>

 **Document en libre accès dans PolyPublie**  
Open Access document in PolyPublie

**URL de PolyPublie:** <https://publications.polymtl.ca/7427/>  
PolyPublie URL:

**Directeurs de recherche:** René Mayer  
Advisors:

**Programme:** Unspecified  
Program:

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

ÉTALONNAGE DES ÉCARTS ANGULAIRES DE L'AXE DE  
ROTATION D'UNE MOCN

HABIB OUESLATI

DÉPARTEMENT DE GÉNIE MÉCANIQUE  
ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

MÉMOIRE PRÉSENTÉ EN VUE DE L'OBTENTION  
DU DIPLÔME DE MAÎTRISE ÈS SCIENCES APPLIQUÉES  
(GÉNIE MÉCANIQUE)

DÉCEMBRE 2004



Library and  
Archives Canada

Bibliothèque et  
Archives Canada

Published Heritage  
Branch

Direction du  
Patrimoine de l'édition

395 Wellington Street  
Ottawa ON K1A 0N4  
Canada

395, rue Wellington  
Ottawa ON K1A 0N4  
Canada

*Your file* *Votre référence*

*ISBN: 0-494-01376-1*

*Our file* *Notre référence*

*ISBN: 0-494-01376-1*

#### NOTICE:

The author has granted a non-exclusive license allowing Library and Archives Canada to reproduce, publish, archive, preserve, conserve, communicate to the public by telecommunication or on the Internet, loan, distribute and sell theses worldwide, for commercial or non-commercial purposes, in microform, paper, electronic and/or any other formats.

The author retains copyright ownership and moral rights in this thesis. Neither the thesis nor substantial extracts from it may be printed or otherwise reproduced without the author's permission.

#### AVIS:

L'auteur a accordé une licence non exclusive permettant à la Bibliothèque et Archives Canada de reproduire, publier, archiver, sauvegarder, conserver, transmettre au public par télécommunication ou par l'Internet, prêter, distribuer et vendre des thèses partout dans le monde, à des fins commerciales ou autres, sur support microforme, papier, électronique et/ou autres formats.

L'auteur conserve la propriété du droit d'auteur et des droits moraux qui protègent cette thèse. Ni la thèse ni des extraits substantiels de celle-ci ne doivent être imprimés ou autrement reproduits sans son autorisation.

---

In compliance with the Canadian Privacy Act some supporting forms may have been removed from this thesis.

Conformément à la loi canadienne sur la protection de la vie privée, quelques formulaires secondaires ont été enlevés de cette thèse.

While these forms may be included in the document page count, their removal does not represent any loss of content from the thesis.

Bien que ces formulaires aient inclus dans la pagination, il n'y aura aucun contenu manquant.

  
**Canada**

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL  
ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

Ce mémoire intitulé :

ÉTALONNAGE DES ÉCARTS ANGULAIRES DE L'AXE DE  
ROTATION D'UNE MOCN

Présenté par : OUESLATI Habib

en vue de l'obtention du diplôme de : Maîtrise ès sciences appliquées

a été dûment accepté par le jury d'examen constitué de :

M. BALAZINSKI Marek, Ph.D., président

M. MAYER René, Ph.D., membre et directeur de recherche

M. MASCLE Christian, Ph.D., membre

## Dédicace

À la mémoire de mes parents pour m'avoir éduqué,

à ma femme et mes enfants pour m'avoir supporté durant  
ce projet,

à toute ma famille,

À tous mes amis,

je dédie ce modeste travail.

## Remerciements

J'adresse mes remerciements à mon directeur de recherche, Monsieur René Mayer, pour le soutien et la confiance qu'il m'a accordés.

Ainsi, je remercie Messieurs Marek Balazinski, Guy Cloutier et Luc Baron pour leurs cours qui m'ont aidé à réaliser ce mémoire ainsi qu'à leur expérience et disponibilité à répondre à mes questions.

Je remercie Monsieur Marek Balazinski d'avoir accepté de présider le jury d'examen de même que le professeur Christian Mascle pour sa participation au jury.

Je remercie Monsieur Clément Fortin pour les questions pertinentes qu'il m'a posées, durant un séminaire du groupe de recherche en développement et fabrication de produit et qui m'a permis de cibler des points intéressants.

Enfin, je ne pourrais passer sous silence l'aide inestimable de ma femme.

## Résumé

Ce mémoire consiste à identifier les écarts cinématiques articulaires du type écart de positionnement angulaire de l'articulation rotoïde d'une MOCN, et cela afin d'en connaître l'état ou compenser ces écarts.

Pour accomplir les mesures, un interféromètre laser (ML10 - Renishaw), un indexeur rotatif (RX10 - Renishaw), un interféromètre angulaire et un rétro-réflecteur angulaire ont été utilisés.

La méthode proposée par le fabricant ne tient pas compte de deux sources d'erreurs. La première est l'écart de positionnement angulaire de l'indexeur rotatif, qui représente la référence pour les mesures. La seconde source d'erreur provient des écarts de montage de l'indexeur rotatif et des composantes optiques de l'interféromètre laser.

Après avoir acquis les mesures brutes, les écarts de montage sont identifiés, puis leurs effets filtrés par l'utilisation de modèles cinématiques comprenant des matrices de transport, qui tiennent compte de la chaîne cinématique du montage. Les résidus après filtrage sont la combinaison des écarts de l'articulation rotoïde et de l'indexeur rotatif « RX10 ». Ces écarts sont ensuite découplés par la méthode de retournement. Cette méthode permet ainsi d'identifier non seulement les écarts cinématiques articulaires de l'articulation, mais également ceux de l'indexeur rotatif de référence.

La méthode a été validée par simulation numérique ainsi qu'expérimentalement pour l'articulation rotoïde « C » d'une MOCN.

L'analyse des mesures et le traitement des données nous ont livré de bons résultats et une signature réelle de l'articulation rotoïde.

Cette méthode pourra être utilisée pour les écarts linéaires, par la suite cela conduit à un modèle complet de l'articulation puis de la MOCN en tenant compte de sa morphologie. Comme deuxième étape, on pourra injecter ce modèle en aval de la CAO pour tenir compte des spécificités dues au procédé (limites des outils de coupe, de la machine et du contrôleur). Ces spécificités ne sont pas, ou peu, intégrées dans les logiciels de CFAO actuels.



## Abstract

This thesis is concerned with the identification of the angular motion errors of the axis of rotary table of a CNC machine tools, in order to be able to know the capability of the articulation and to correct these variations during manufacture.

The measurement used a laser system (ML10 – Renishaw with the angular measurement optics), and a rotary indexer (RX10 - Renishaw).

The method proposed by the laser system manufacturer does not consider two important sources of error. The first one is the angular motion error of the rotary indexer used as reference. The second is the effect of setup geometry errors such the alignments of the rotary indexer and the various laser components.

After having acquired raw data, a filtering of the setup errors is necessary. This is archived through the use of a geometric and kinematic model based on transport matrices. After this filtering the data now contains mainly a combination of the angular motion errors of the machine tools rotary table and of the rotary indexer "RX10". Decoupling of these two error sources is obtained by the method of reversal. This method requires at least one additional setup but reduces the need for a calibrated rotary indexer.

Both numerical and experimental validations have been conducted. The numerical validation involved generating artificial data with predetermined setup errors as well as angular motion errors. This was followed by experimental trials.

The analysis of data measurements and processing delivered good results, and a real signature of the rotary table.

## Tables des matières

<b>Dédicace .....</b>	<b>iv</b>
<b>Remerciements.....</b>	<b>v</b>
<b>Résumé .....</b>	<b>vi</b>
<b>Abstract.....</b>	<b>viii</b>
<b>Tables des matières .....</b>	<b>x</b>
<b>Liste des figures .....</b>	<b>xii</b>
<b>Liste des tableaux.....</b>	<b>xxiii</b>
<b>Liste des symboles et abréviations.....</b>	<b>xxiv</b>
<b>Liste des annexes .....</b>	<b>xxvi</b>
<b>Introduction .....</b>	<b>1</b>
1. Généralité .....	1
2. Revue de la littérature pertinente .....	5
3. Énoncé des objectifs.....	6
4. Formulation d'hypothèses .....	7
<b>Chapitre I - Théorie et modèles de traitement .....</b>	<b>8</b>
1.1 Méthode de mesure .....	8
1.2 Modèle mathématique de la méthode de retournement .....	9
1.3 Modélisation des écarts de montage et des écarts de mouvement.....	11
1.4 Identification des écarts de montage.....	20
1.5 Méthode de retournement.....	25

<b>Chapitre II – Simulations</b> .....	<b>32</b>
2.1 Introduction .....	32
2.2 Condition et rang du système d'identification.....	33
2.3 Robustesse de la méthode d'identification.....	34
2.4 Modèle d'identification des écarts de montage .....	36
<b>Chapitre III - Expérimentations</b> .....	<b>40</b>
3.1 Introduction .....	40
3.2 Test de répétabilité de l'articulation rotoïde «C » .....	42
3.3 Filtrages des mesures brutes.....	44
3.4 Études statistiques.....	46
3.5 Découplage et identifications des écarts cinématiques de l'articulation rotoïde « C » et du « RX » .....	49
3.6 Analyse des résultats et discussion .....	62
<b>Conclusions</b> .....	<b>65</b>
<b>Références</b> .....	<b>69</b>
<b>Annexes</b> .....	<b>71</b>

## Liste des figures

Figure 1 - Introduction du modèle dans la chaîne de production.....	4
Figure 1.1 - Montage pour la mesure de l'écart angulaire suivant Z .....	9
Figure 1.2 - Liaison de l'articulation rotoïde « C » et de l'indexeur rotatif « RX » ...	10
Figure 1.3 - Chaîne cinématique du système de mesure .....	15
Figure 1.4 - Chaîne cinématique du système de mesure .....	19
Figure 2.1 – Modélisation solide du montage de mesure.....	32
Figure 2.2 – Rang, conditionnement, nombre de lignes et nombre de colonnes du système matriciel (méthode de retournement) .....	33
Figure 2.3 - Vérification du modèle (méthode de retournement) .....	35
Tableau 2.1 - Valeur des résidus .....	36
Figure 2.4 - Position du RX et de l'articulation rotoïde « C ».....	37
Figure 2.5 - Données nulles avec écarts de montage .....	38
Figure 2.6- Données non nulles avec écarts de montage.....	39
Figure 3.1 - Montage complet pour la mesure de l'écart angulaire résultant $\varepsilon_z$ .....	41
Figure 3.2 - Montage pour la mesure de l'écart angulaire $\varepsilon_z$ .....	41
Figure 3.3 - Chaîne cinématique du système de mesure .....	43
Figure 3.4 - Test de répétabilité de l'articulation rotoïde « C ».....	43
Figure 3.5 - Mesure brute filtrée $\varepsilon_z$ (n=12, m=1).....	45
Figure 3.6 - Mesure brute filtrée $\varepsilon_z$ (n=12, m=12).....	45
Figure 3.7 - Écart type de l'articulation rotoïde « C » .....	47

Figure 3.8 - Écart type de l'indexeur rotatif « RX10 » .....	47
Figure 3.9 - RMS des mesures filtrées de l'articulation rotoïde « C ».....	48
Figure 3.10 - RMS des mesures filtrées de l'indexeur rotatif « RX ».....	49
Figure 3.11 - Mesures brutes filtrées $\varepsilon_z$ (m=2) .....	51
Figure 3.12 - Découplage des mesures brutes filtrées $\varepsilon_z$ (m=2) .....	51
Figure 3.13 - Mesures brutes filtrées $\varepsilon_z$ (m=3) .....	52
Figure 3.14 - Découplage des mesures brutes filtrées $\varepsilon_z$ (m=3) .....	52
Figure 3.15 - Mesures brutes filtrées $\varepsilon_z$ (m=4) .....	53
Figure 3.16 - Découplage des mesures brutes filtrées $\varepsilon_z$ (m=4) .....	53
Figure 3.17 - Mesures brutes filtrées $\varepsilon_z$ (m=5) .....	54
Figure 3.18 - Découplage des mesures brutes filtrées $\varepsilon_z$ (m=5) .....	54
Figure 3.19 - Mesures brutes filtrées $\varepsilon_z$ (m=6) .....	55
Figure 3.20 - Découplage des mesures brutes filtrées $\varepsilon_z$ (m=6) .....	55
Figure 3.21 - Mesures brutes filtrées $\varepsilon_z$ (m=7) .....	56
Figure 3.22 - Découplage des mesures brutes filtrées $\varepsilon_z$ (m=7) .....	56
Figure 3.23 - Mesures brutes filtrées (m=8) .....	57
Figure 3.24 - Découplage des mesures brutes filtrées $\varepsilon_z$ (m=8) .....	57
Figure 3.25 - Mesures brutes filtrées $\varepsilon_z$ (m=9) .....	58
Figure 3.26 - Découplage des mesures brutes filtrées $\varepsilon_z$ (m=9) .....	58
Figure 3.27 - Mesures brutes filtrées $\varepsilon_z$ (m=10) .....	59
Figure 3.28 - Découplage des mesures brutes filtrées $\varepsilon_z$ (m=10) .....	59
Figure 3.29 - Mesures brutes filtrées $\varepsilon_z$ (m=11) .....	60

Figure 3.30 - Découplage des mesures brutes filtrées $\varepsilon_z$ (m=11).....	60
Figure 3.31 - Mesures brutes filtrées $\varepsilon_z$ (m=12) .....	61
Figure 3.32 - Découplage des mesures brutes filtrées $\varepsilon_z$ (m=12) .....	61
Figure 3.33 - Diagramme causes et effets (Ishikawa) de perturbation des mesures ...	63
Figure A.2.1 - Filtrage des mesures $\varepsilon_z$ pour m=1 .....	75
Figure A.2.2 - Filtrage des mesures $\varepsilon_z$ pour m=2 .....	75
Figure A.2.3 - Filtrage des mesures $\varepsilon_z$ pour m=3 .....	76
Figure A.2.4 - Filtrage des mesures $\varepsilon_z$ pour m=4 .....	76
Figure A.2.5 - Filtrage des mesures $\varepsilon_z$ pour m=5 .....	77
Figure A.2.6 - Filtrage des mesures $\varepsilon_z$ pour m=6 .....	77
Figure A.2.7 - Filtrage des mesures $\varepsilon_z$ pour m=7 .....	78
Figure A.2.8 - Filtrage des mesures $\varepsilon_z$ pour m=8 .....	78
Figure A.2.9 - Filtrage des mesures $\varepsilon_z$ pour m=9 .....	79
Figure A.2.10 - Filtrage des mesures $\varepsilon_z$ pour m=10 .....	79
Figure A.2.11 - Filtrage des mesures $\varepsilon_z$ pour m=11 .....	80
Figure A.2.12 - Filtrage des mesures $\varepsilon_z$ pour m=12 .....	80
Figure A.3.0 - Montage pour la mesure de l'écart d'inclinaison suivant Y .....	81
Figure A.3.1 - Chaîne cinématique du système de mesure de l'écart angulaire $\varepsilon_Y$ ..	82
Figure A.3.2 - Filtrage des mesures $\varepsilon_Y$ pour m=1 .....	83

Figure A.3.3 - Filtrage des mesures $\mathcal{E}_Y$ pour $m=2$ .....	83
Figure A.3.4 - Filtrage des mesures $\mathcal{E}_Y$ pour $m=3$ .....	84
Figure A.3.5 - Filtrage des mesures $\mathcal{E}_Y$ pour $m=4$ .....	84
Figure A.3.6 - Filtrage des mesures $\mathcal{E}_Y$ pour $m=5$ .....	85
Figure A.3.7 - Filtrage des mesures $\mathcal{E}_Y$ pour $m=6$ .....	85
Figure A.3.8 - Filtrage des mesures $\mathcal{E}_Y$ pour $m=7$ .....	86
Figure A.3.9 - Filtrage des mesures $\mathcal{E}_Y$ pour $m=8$ .....	86
Figure A.3.10 - Filtrage des mesures $\mathcal{E}_Y$ pour $m=9$ .....	87
Figure A.3.11 - Filtrage des mesures $\mathcal{E}_Y$ pour $m=10$ .....	87
Figure A.3.12 - Filtrage des mesures $\mathcal{E}_Y$ pour $m=11$ .....	88
Figure A.13.13 - Filtrage des mesures $\mathcal{E}_Y$ pour $m=12$ .....	88
Figure A.3.14 - Mesure filtrée et résidu pour $m=2$ ( $\mathcal{E}_Y$ ) .....	90
Figure A.3.15 - Découplage des mesures filtrées pour $m=2$ ( $\mathcal{E}_Y$ ) .....	90
Figure A.3.16 - Mesure filtrée et résidu pour $m=3$ ( $\mathcal{E}_Y$ ) .....	91
Figure A.3.16 - Découplage des mesures filtrées pour $m=3$ ( $\mathcal{E}_Y$ ) .....	91
Figure A.3.18 - Mesure filtrée et résidu pour $m=4$ ( $\mathcal{E}_Y$ ) .....	92
Figure A.3.19 - Découplage des mesures filtrées pour $m=4$ ( $\mathcal{E}_Y$ ) .....	92
Figure A.3.20- Mesure filtrée et résidu pour $m=5$ ( $\mathcal{E}_Y$ ) .....	93
Figure A.3.21 - Découplage des mesures filtrées pour $m=5$ ( $\mathcal{E}_Y$ ) .....	93



Figure A.3.22 - Mesure filtrée et résidu pour $m=6$ ( $\mathcal{E}_Y$ ) .....	94
Figure A.3.23 - Découplage des mesures filtrées pour $m=6$ ( $\mathcal{E}_Y$ ) .....	94
Figure A.3.24 - Mesure filtrée et résidu pour $m=7$ ( $\mathcal{E}_Y$ ) .....	95
Figure A.3.25 - Découplage des mesures filtrées pour $m=7$ ( $\mathcal{E}_Y$ ) .....	95
Figure A.3.26 - Mesure filtrée et résidu pour $m=8$ ( $\mathcal{E}_Y$ ) .....	96
Figure A.3.27 - Découplage des mesures filtrées pour $m=8$ ( $\mathcal{E}_Y$ ) .....	96
Figure A.3.28 - Mesure filtrée et résidu pour $m=9$ ( $\mathcal{E}_Y$ ) .....	97
Figure A.3.29 - Découplage des mesures filtrées pour $m=9$ ( $\mathcal{E}_Y$ ) .....	97
Figure A.3.30 - Mesure filtrée et résidu pour $m=10$ ( $\mathcal{E}_Y$ ) .....	98
Figure A.3.31 - Découplage des mesures filtrées pour $m=10$ ( $\mathcal{E}_Y$ ) .....	98
Figure A.3.32 - Mesure filtrée et résidu pour $m=11$ ( $\mathcal{E}_Y$ ) .....	99
Figure A.3.33 - Découplage des mesures filtrées pour $m=11$ ( $\mathcal{E}_Y$ ) .....	99
Figure A.3.34 - Mesure filtrée et résidu pour $m=12$ ( $\mathcal{E}_Y$ ) .....	100
Figure A.3.35 - Découplage des mesures filtrées pour $m=12$ ( $\mathcal{E}_Y$ ) .....	100
Figure A.4.0 - Montage pour la mesure de l'écart d'inclinaison suivant X .....	101
Figure A.4.1 - Chaîne cinématique du système de mesure de l'écart angulaire $\mathcal{E}_X$	102
Figure A.4.2 - Filtrage des mesures $\mathcal{E}_X$ pour $m=1$ .....	103
Figure A.4.3 - Filtrage des mesures $\mathcal{E}_X$ pour $m=2$ .....	103
Figure A.4.4 - Filtrage des mesures $\mathcal{E}_X$ pour $m=3$ .....	104

Figure A.4.5 - Filtrage des mesures $\mathcal{E}_X$ pour $m=4$ .....	104
Figure A.4.6 - Filtrage des mesures $\mathcal{E}_X$ pour $m=5$ .....	105
Figure A.4.7 - Filtrage des mesures $\mathcal{E}_X$ pour $m=6$ .....	105
Figure A.4.8 - Filtrage des mesures $\mathcal{E}_X$ pour $m=7$ .....	106
Figure A.4.9 - Filtrage des mesures $\mathcal{E}_X$ pour $m=8$ .....	106
Figure A.4.10 - Filtrage des mesures $\mathcal{E}_X$ pour $m=9$ .....	107
Figure A.4.11 - Filtrage des mesures $\mathcal{E}_X$ pour $m=10$ .....	107
Figure A.4.12 - Filtrage des mesures $\mathcal{E}_X$ pour $m=11$ .....	108
Figure A.4.13 - Filtrage des mesures $\mathcal{E}_X$ pour $m=12$ .....	108
Figure A.4.14 - Mesure filtrée et résidu pour $m=2$ ( $\mathcal{E}_X$ ).....	110
Figure A.4.15 - Découplage des mesures filtrées pour $m=2$ ( $\mathcal{E}_X$ ).....	110
Figure A.4.16 - Mesure filtrée et résidu pour $m=3$ ( $\mathcal{E}_X$ ).....	111
Figure A.4.17 - Découplage des mesures filtrées pour $m=3$ ( $\mathcal{E}_X$ ).....	111
Figure A.4.18 - Mesure filtrée et résidu pour $m=4$ ( $\mathcal{E}_X$ ).....	112
Figure A.4.19 - Découplage des mesures filtrées pour $m=4$ ( $\mathcal{E}_X$ ).....	112
Figure A.4.20 - Mesure filtrée et résidu pour $m=5$ ( $\mathcal{E}_X$ ).....	113
Figure A.4.21 - Découplage des mesures filtrées pour $m=5$ ( $\mathcal{E}_X$ ).....	113
Figure A.4.22- Mesure filtrée et résidu pour $m=6$ ( $\mathcal{E}_X$ ).....	114
Figure A.4.23 - Découplage des mesures filtrées pour $m=6$ ( $\mathcal{E}_X$ ).....	114

Figure A.4.24 - Mesure filtrée et résidu pour $m=7$ ( $\mathcal{E}_X$ ).....	115
Figure A.4.25 - Découplage des mesures filtrées pour $m=7$ ( $\mathcal{E}_X$ ).....	115
Figure A.4.26 - Mesure filtrée et résidu pour $m=8$ ( $\mathcal{E}_X$ ).....	116
Figure A.4.27 - Découplage des mesures filtrées pour $m=8$ ( $\mathcal{E}_X$ ).....	116
Figure A.4.28 - Mesure filtrée et résidu pour $m=9$ ( $\mathcal{E}_X$ ).....	117
Figure A.4.29 - Découplage des mesures filtrées pour $m=9$ ( $\mathcal{E}_X$ ).....	117
Figure A.4.30 - Mesure filtrée et résidu pour $m=10$ ( $\mathcal{E}_X$ ).....	118
Figure A.4.31 - Découplage des mesures filtrées pour $m=10$ ( $\mathcal{E}_X$ ).....	118
Figure A.4.32 - Mesure filtrée et résidu pour $m=11$ ( $\mathcal{E}_X$ ).....	119
Figure A.4.33 - Découplage des mesures filtrées pour $m=11$ ( $\mathcal{E}_X$ ).....	119
Figure A.4.34 - Mesure filtrée et résidu pour $m=12$ ( $\mathcal{E}_X$ ).....	120
Figure A.4.35 - Découplage des mesures filtrées pour $m=12$ ( $\mathcal{E}_X$ ).....	120
Figure A.5.1 - Filtrage des mesures $\delta_Z$ pour $m=1$ .....	122
Figure A.5.2 - Filtrage des mesures $\delta_Z$ pour $m=2$ .....	122
Figure A.5.3 - Filtrage des mesures $\delta_Z$ pour $m=3$ .....	123
Figure A.5.4- Filtrage des mesures $\delta_Z$ pour $m=4$ .....	123
Figure A.5.5 - Filtrage des mesures $\delta_Z$ pour $m=5$ .....	124
Figure A.5.6 - Filtrage des mesures $\delta_Z$ pour $m=6$ .....	124
Figure A.5.7 - Filtrage des mesures $\delta_Z$ pour $m=7$ .....	125

Figure A.5.8 - Filtrage des mesures $\delta_Z$ pour m=8 .....	125
Figure A.5.9 - Filtrage des mesures $\delta_Z$ pour m=9 .....	126
Figure A.5.10 - Filtrage des mesures $\delta_Z$ pour m=10 .....	126
Figure A.5.11 - Filtrage des mesures $\delta_Z$ pour m=11 .....	127
Figure A.5.12 - Filtrage des mesures $\delta_Z$ pour m=12 .....	127
Figure A.5.13 - Mesure filtrée et résidu pour m=2 ( $\delta_Z$ ) .....	129
Figure A.5.14 - Découplage des mesures filtrées pour m=2 ( $\delta_Z$ ) .....	129
Figure A.5.15 - Mesure filtrée et résidu pour m=3 ( $\delta_Z$ ) .....	130
Figure A.5.16 - Découplage des mesures filtrées pour m=3 ( $\delta_Z$ ) .....	130
Figure A.5.17 - Mesure filtrée et résidu pour m=4 ( $\delta_Z$ ) .....	131
Figure A.5.18 - Découplage des mesures filtrées pour m=4 ( $\delta_Z$ ) .....	131
Figure A.5.19 - Mesure filtrée et résidu pour m=5 ( $\delta_Z$ ) .....	132
Figure A.5.20 - Découplage des mesures filtrées pour m=5 ( $\delta_Z$ ) .....	132
Figure A.5.21 - Mesure filtrée et résidu pour m=6 ( $\delta_Z$ ) .....	133
Figure A.5.22 - Découplage des mesures filtrées pour m=6 ( $\delta_Z$ ) .....	133
Figure A.5.23 - Mesure filtrée et résidu pour m=7 ( $\delta_Z$ ) .....	134
Figure A.5.24 - Découplage des mesures filtrées pour m=7 ( $\delta_Z$ ) .....	134
Figure A.5.25 - Mesure filtrée et résidu pour m=8 ( $\delta_Z$ ) .....	135
Figure A.5.26 - Découplage des mesures filtrées pour m=8 ( $\delta_Z$ ) .....	135

Figure A.5.27 - Mesure filtrée et résidu pour $m=9$ ( $\delta_Z$ ) .....	136
Figure A.5.28 - Découplage des mesures filtrées pour $m=9$ ( $\delta_Z$ ) .....	136
Figure A.5.29 - Mesure filtrée et résidu pour $m=10$ ( $\delta_Z$ ) .....	137
Figure A.5.30 - Découplage des mesures filtrées pour $m=10$ ( $\delta_Z$ ) .....	137
Figure A.5.31- Mesure filtrée et résidu pour $m=11$ ( $\delta_Z$ ) .....	138
Figure A.5.32- Découplage des mesures filtrées pour $m=11$ ( $\delta_Z$ ) .....	138
Figure A.5.33 - Mesure filtrée et résidu pour $m=12$ ( $\delta_Z$ ) .....	139
Figure A.5.34 - Découplage des mesures filtrées pour $m=12$ ( $\delta_Z$ ) .....	139
Figure A.6.1 - Filtrage des mesures $\delta_Y$ pour $m=1$ .....	141
Figure A.6.2 - Filtrage des mesures $\delta_Y$ pour $m=2$ .....	141
Figure A.6.3 - Filtrage des mesures $\delta_Y$ pour $m=3$ .....	142
Figure A.6.4 - Filtrage des mesures $\delta_Y$ pour $m=4$ .....	142
Figure A.6.5 - Filtrage des mesures $\delta_Y$ pour $m=5$ .....	143
Figure A.6.6 - Filtrage des mesures $\delta_Y$ pour $m=6$ .....	143
Figure A.6.7 - Filtrage des mesures $\delta_Y$ pour $m=7$ .....	144
Figure A.6.8 - Filtrage des mesures $\delta_Y$ pour $m=8$ .....	144
Figure A.6.9 - Filtrage des mesures $\delta_Y$ pour $m=9$ .....	145
Figure A.6.10 - Filtrage des mesures $\delta_Y$ pour $m=10$ .....	145
Figure A.6.11 - Filtrage des mesures $\delta_Y$ pour $m=11$ .....	146

Figure A.6.12 - Filtrage des mesures $\delta_Y$ pour m=12 .....	146
Figure A.6.13 - Mesure filtrée et résidu pour m=2 ( $\delta_Y$ ) .....	148
Figure A.6.15 - Mesure filtrée et résidu pour m=3 ( $\delta_Y$ ) .....	149
Figure A.6.17 - Mesure filtrée et résidu pour m=4 ( $\delta_Y$ ) .....	150
Figure A.6.19 - Mesure filtrée et résidu pour m=5 ( $\delta_Y$ ) .....	151
Figure A.6.21 - Mesure filtrée et résidu pour m=6 ( $\delta_Y$ ) .....	152
Figure A.6.23- Mesure filtrée et résidu pour m=7 ( $\delta_Y$ ) .....	153
Figure A.6.25 - Mesure filtrée et résidu pour m=8 ( $\delta_Y$ ) .....	154
Figure A.6.27 - Mesure filtrée et résidu pour m=9 ( $\delta_Y$ ) .....	155
Figure A.6.29- Mesure filtrée et résidu pour m=10 ( $\delta_Y$ ) .....	156
Figure A.6.31 - Mesure filtrée et résidu pour m=11 ( $\delta_Y$ ) .....	157
Figure A.6.33 - Mesure filtrée et résidu pour m=12 ( $\delta_Y$ ) .....	158
Figure A.7.1 - Filtrage des mesures $\delta_X$ pour m=1.....	160
Figure A.7.2 - Filtrage des mesures $\delta_X$ pour m=2.....	160
Figure A.7.3 - Filtrage des mesures $\delta_X$ pour m=3.....	161
Figure A.7.4 - Filtrage des mesures $\delta_X$ pour m=4.....	161
Figure A.7.5 - Filtrage des mesures $\delta_X$ pour m=5.....	162
Figure A.7.6 - Filtrage des mesures $\delta_X$ pour m=6.....	162
Figure A.7.7 - Filtrage des mesures $\delta_X$ pour m=7.....	163

Figure A.7.8 - Filtrage des mesures $\delta_X$ pour m=8.....	163
Figure A.7.9 - Filtrage des mesures $\delta_X$ pour m=9.....	164
Figure A.7.10 - Filtrage des mesures $\delta_X$ pour m=10 .....	164
Figure A.7.11 - Filtrage des mesures $\delta_X$ pour m=11.....	165
Figure A.7.12 - Filtrage des mesures $\delta_X$ pour m=12.....	165
Figure A.7.13 - Mesure filtrée et résidu pour m=2 ( $\delta_X$ ).....	167
Figure A.7.15- Mesure filtrée et résidu pour m=3 ( $\delta_X$ ).....	168
Figure A.7.17 - Mesure filtrée et résidu pour m=4 ( $\delta_X$ ).....	169
Figure A.7.19 - Mesure filtrée et résidu pour m=5 ( $\delta_X$ ).....	170
Figure A.7.21 - Mesure filtrée et résidu pour m=6 ( $\delta_X$ ).....	171
Figure A.7.23 - Mesure filtrée et résidu pour m=7 ( $\delta_X$ ).....	172
Figure A.7.25 - Mesure filtrée et résidu pour m=8 ( $\delta_X$ ).....	173
Figure A.7.27 - Mesure filtrée et résidu pour m=9 ( $\delta_X$ ).....	174
Figure A.7.29 - Mesure filtrée et résidu pour m=10 ( $\delta_X$ ).....	175
Figure A.7.31 - Mesure filtrée et résidu pour m=11 ( $\delta_X$ ).....	176
Figure A.7.33 - Mesure filtrée et résidu pour m=12 ( $\delta_X$ ).....	177

**Liste des tableaux**

Tableau 2.1 - Valeur des résidus ..... 36



## Liste des symboles et abréviations

### Symboles :

${}^A T_B$	Transformation homogène (T.H.) de B dans A
${}^B T_{RL}$	T.H. de simulation du repère RL dans B
${}^B T_{C_0}$	T.H. de simulation du repère $C_0$ dans B
${}^{C_0} T_{C_{0nom}}$	T.H. de simulation du repère $C_{0nom}$ dans $C_0$
${}^{C_{0nom}} T_{teta\_c}$	T.H. de simulation du repère $teta\_c$ dans $C_{0nom}$
${}^{teta\_c} T_{RX_0}$	T.H. de simulation du repère $RX_0$ dans $teta\_c$
${}^{RX_0} T_{RX_{0nom}}$	T.H. de simulation du repère $RX_{0nom}$ dans $RX_0$
${}^{RX_{0nom}} T_{teta\_rx}$	T.H. de simulation du repère $teta\_rx$ dans $RX_{0nom}$
${}^{teta\_rx} T_{RL}$	T.H. de simulation du repère RL dans $teta\_rx$
$\delta_Z(RX)$	Écart axial suivant l'axe Z de l'indexeur rotatif « RX »
$\delta_Y(RX)$	Écart radial suivant l'axe Y de l'indexeur rotatif « RX »
$\delta_X(RX)$	Écart radial suivant l'axe X de l'indexeur rotatif « RX »
$\varepsilon_Z(RX)$	Écart cinématique de position angulaire de l'indexeur rotatif « RX » suivant l'axe Z
$\varepsilon_Y(RX)$	Écart angulaire d'inclinaison de l'indexeur rotatif « RX » suivant l'axe Y
$\varepsilon_X(RX)$	Écart angulaire d'inclinaison de l'indexeur rotatif « RX » suivant l'axe X

$\delta_Z(C)$	Écart axial suivant l'axe Z de l'articulation rotoïde « C »
$\delta_Y(C)$	Écart radial suivant l'axe Y de l'articulation rotoïde « C »
$\varepsilon_Z(C)$	Écart radial suivant l'axe X de l'articulation rotoïde « C »
$\varepsilon_Y(C)$	Écart cinématique de position angulaire de l'articulation rotoïde « C » suivant l'axe Z
$\varepsilon_X(C)$	Écart angulaire d'inclinaison de l'articulation rotoïde « C » suivant l'axe Y
$\varepsilon_X(C)$	Écart angulaire d'inclinaison de l'articulation rotoïde « C » suivant l'axe X

#### **Abréviations :**

CAO	Conception assistée par ordinateur
FAO	Fabrication assistée par ordinateur
CFAO	Conception et fabrication assistées par ordinateur
BE	Bureau d'étude
BM	Bureau des méthodes
MOCN	Machine outil à commande numérique
RX10	Indexeur rotatif
C	Articulation rotoïde de la MOCN
RL	Rétro-réfecteur angulaire
I	Interféromètre angulaire
L	Interféromètre laser

**Liste des annexes**

A.1 Travail futur.....	71
A.2 Données des mesures brutes et filtrées de l'écart angulaire suivant l'axe Z ( $\varepsilon_Z$ ) .....	74
A.3 Écart d'inclinaison suivant l'axe Y ( $\varepsilon_Y$ ).....	81
A.4 Écart d'inclinaison suivant l'axe X ( $\varepsilon_X$ ).....	101
A.5 Écart axial suivant l'axe Z ( $\delta_Z$ ).....	121
A.6 Écart radial suivant l'axe Y ( $\delta_Y$ ).....	140
A.7 Écart radial suivant l'axe X ( $\delta_X$ ).....	159

## Introduction

### 1. Généralité

Les machines-outils à commande numérique (MOCN) ont commencé à intégrer l'industrie dans les années 1950 pour subvenir aux besoins du développement mécanique au niveau de la fabrication.

D'après une étude du ``Basic Instructional Physical Education`` (B.I.P.E), qui est une société de conseil en stratégie certifiée de l'Office Professionnel de Qualification des Conseils en Management (OPQCM), le parc MOCN a connu une grande évolution entre 1974 et 2003.

Les machines-outils à commande numérique représentent encore le moyen de production des pièces mécaniques le plus important. De par l'avancée des techniques, la machine-outil a subi des modifications pour s'adapter aux exigences de productivité moderne. Par exemple, l'usinage à grande vitesse utilise des vitesses de déplacement et des accélérations importantes ayant pour but d'augmenter la productivité en jouant sur le temps de coupe et sur le processus de coupe. Au début, les MOCN ont commencé par 2-1/2 axes, en usinant en deux dimensions et en paramétrisant le troisième axe. Puis apparût les MOCN à 3 axes qui usinent les formes en trois dimensions en combinant les trois articulations prismatiques. Par la suite vint l'intégration des articulations rotoïdes pour résoudre le problème d'usinage des surfaces complexes basées sur des courbes gauches. Ce développement est la

combinaison de l'amélioration de la technologie des composants mécanique, électrique et électronique, ainsi que du logiciel.

En parallèle à cela, la métrologie se doit d'évoluer. On ne peut assurer la qualité d'un produit si on ne maîtrise pas l'outil de mesure et de contrôle. La métrologie comprend tous les aspects aussi bien théoriques que pratiques de la mesure, quel qu'en soit le degré de précision ou le domaine d'application. Suivant la fonction et l'objectif de la métrologie, elle doit évoluer avec un facteur plus accentué que celui des machines-outils à contrôler.

Toujours dans le but d'améliorer le rendement des MOCN, la CFAO qui vient en amont de l'usinage rend la tâche aisée pour réaliser des formes complexes, mais cela ne tient pas compte des écarts cinématiques. Ces derniers doivent donc être connus et au besoin rectifiés.

Avec l'évolution des outils énumérés précédemment, on doit donc maîtriser les écarts des articulations de la machine. Les MOCN se composent d'articulations prismatiques et rotoïdes qui génèrent conjointement des mouvements dans l'espace de l'outil par rapport à la pièce à réaliser. Par exemple, dans le cas d'une machine à cinq axes, on retrouve trois articulations prismatiques et deux rotoïdes. On remarque l'importance des articulations rotoïdes dans la précision et la composition des mouvements des MOCN. Dans ce cadre, ma recherche consiste à étalonner les écarts angulaires de l'articulation rotoïde par une méthode robuste qui pourrait essentiellement être utilisée pour ses cinq autres écarts. Dans un deuxième temps, on pourrait aussi injecter ces

écarts en aval de la CAO pour tenir compte des spécificités de la machine. Ces spécificités ne sont pas, ou peu, intégrées dans des logiciels de CFAO actuels. En conséquence, non seulement les trajectoires d'outils ne permettent pas d'utiliser au mieux les potentialités de la machine, mais elles conduisent souvent à des défauts sur la pièce.

La maîtrise des défauts d'une machine nous permet d'améliorer la précision et la qualité d'usinage. Il est maintenant possible d'envisager la compensation de bon nombre d'imperfections mécaniques par des compensations logicielles implémentées dans l'armoire de commande de la machine-outil. Alternativement, les trajectoires d'outils peuvent être compensées afin de tenir compte des écarts particuliers à une machine. La compensation des défauts sera alors basée sur la signature géométrique particulière à une machine.

D'une façon standard en bureau d'étude, on réalise le dessin en CAO, puis le programme avec langage neutre en FAO et par la suite on fait un traitement post-processeur pour transférer le programme à la MOCN en code G. Cette méthode ne tient pas compte des défauts de la machine. Par contre, si on réalise un algorithme qui corrige le programme selon le modèle spécifique de la machine, on pourrait minimiser l'influence des défauts générés par la MOCN (Figure 1). En programmation, on devra réaliser un modèle pour chaque machine et corriger le programme neutre selon la gamme d'usinage qui spécifie la référence de la machine.

Ma recherche consiste à identifier les écarts cinématiques articulaires de type positionnement angulaire d'une articulation rotoïde d'une MOCN. L'étalonnage permet de connaître le comportement réel d'une articulation. À ce jour, on connaît plus le comportement des articulations prismatiques que celui des rotoïdes.

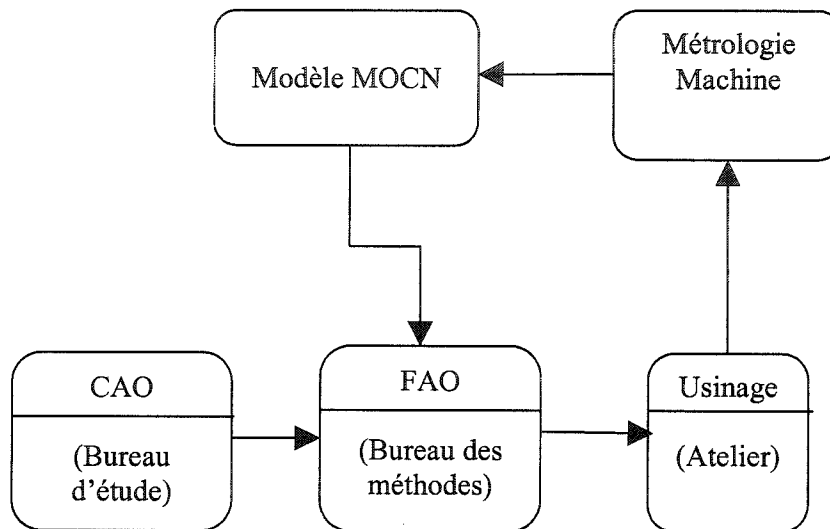


Figure 1 - Introduction du modèle dans la chaîne de production

Pour mon sujet de mémoire, je devais identifier les écarts angulaires de l'articulation rotoïde en élaborant l'ensemble des opérations établissant la relation entre les valeurs indiquées par le système de mesure et par une mesure matérialisée et les valeurs de l'articulation. Cela nous permet d'établir une relation entre la grandeur de sortie et la grandeur demandée.

Les problématiques de mon sujet se résument au fait que les axes de rotation contribuent à l'erreur d'usinage, les méthodes expérimentales sont peu documentées et les modèles de représentations sont inconnus.

Pour résoudre cette problématique, l'objectif de ma recherche consiste à déterminer en première étape une méthode de contrôle et de mesure précise et rapide. En deuxième étape vient la création des modèles de filtrage et l'identification des écarts angulaires de l'articulation rotoïde. Enfin, valider le modèle en cohérence avec les méthodes d'étalonnage en précisant pour chacune des phases les méthodes utilisées et la nature des caractéristiques métrologiques vérifiées.

## **2. Revue de la littérature pertinente**

Estler [1] analyse deux types d'étalonnage angulaire pour un mouvement de rotation. Le premier consiste en un contour circulaire simple avec un angle de référence inconnu et le second présente un contour complémentaire à l'autre. L'analyse inclut des méthodes pour l'évaluation quantitative de l'incertitude standard de la mesure d'angle en utilisant des autocollimateurs électroniques, y compris les effets de l'incertitude d'étalonnage et de la turbulence de l'air. La méthode théorique qui y est présentée permet, en principe, l'étalonnage d'une articulation rotoïde sans le besoin d'un indexeur de référence étalonné. Cependant, il n'y a pas de validation expérimentale.

Mark [2] présente une méthode utilisant le principe de fermeture de boucle qui est développée pour l'étalonnage de précision des écarts angulaires de rotations. Il développe également une méthode, pour obtenir des incertitudes approximatives de l'échelle et des étalonnages des erreurs d'incrément, qui utilise les mêmes données de mesure exigées pour les étalonnages des erreurs d'échelle et d'incrément obtenus à



partir des ensembles multiples de mesures. Le thème abordé présente une partie de mon sujet, mais qui est traité de façon différente. Donc cela présente une variante supplémentaire afin de valider les résultats. La conclusion est présentée sous forme de sommaire et de synthèse de l'expérience réalisée. Donc elle se base sur des résultats concrets et cela donne une meilleure liaison entre la théorie et la pratique.

Bryan [3] traite la mesure des écarts angulaires de l'articulation rotoïde en tenant compte du décalage du système de mesure par rapport à l'axe de la table. L'auteur a développé une méthode simple pour mesurer ces erreurs et les corriger en réusinant les surfaces de référence. Cela m'a donné une idée sur les erreurs dues au montage des instruments de mesure. L'auteur n'a pas donné de résultats expérimentaux afin de valider ces équations et cela reste à prouver avec des exemples réels.

### **3. Énoncé des objectifs**

L'objectif principal est l'étalonnage des écarts cinématiques angulaires d'une articulation rotoïde en utilisant une méthode précise et rapide.

La méthode devra permettre de s'affranchir des erreurs causées par l'imprécision de l'étalon de référence angulaire ainsi que des écarts de montage de l'instrument. Plus spécifiquement, nous utiliserons un indexeur de référence du type « Herth » et un interféromètre angulaire. Ces outils permettent un étalonnage aux 5° et une prise des données automatisée et donc rapide.

Des erreurs paramétriques désignées souvent sous le nom des écarts cinématiques articulaires décrivent les écarts de mouvements fondamentaux de l'articulation.

Chaque articulation (linéaire ou rotoïde) sur une machine-outil est destinée à n'avoir qu'un seul degré de liberté commandé. Dans la réalité, il y a 5 microdegrés additionnels qui existent pour chaque articulation en plus de l'erreur de la commande [5]. Ces six écarts de mouvements peuvent être provoqués par plusieurs sources: imperfections dans les composants mécaniques d'articulation, l'erreur de capteur de position angulaire, usure, etc. Pour une articulation rotoïde telle que la table rotative d'une MOCN, ces six écarts sont l'écart de positionnement angulaire, deux écarts d'inclinaisons, deux écarts linéaires radiaux et un écart linéaire axial. Ce mémoire traite l'écart de positionnement angulaire. De plus, en pratique et durant la saisie des mesures, des défauts de montage peuvent entacher les mesures.

#### **4. Formulation d'hypothèses**

Afin d'aboutir à l'objectif de ce mémoire, j'ai émis des hypothèses qui tiennent compte de la réalité :

- L'effet thermique est négligeable car je réalise les mesures avec des mouvements sans usinage, sans contraintes et sans chauffer les articulations.
- Pour un tour complet, la somme des écarts est nulle car la répétabilité est excellente, de l'ordre de 0.163 arcsec sur 42 mesures (intervalle maximale).
- Les défauts de construction des articulations, se traduisant par une erreur systématique reproductible, peuvent se mesurer et se corriger. Quant aux erreurs aléatoires, elles peuvent se réduire par la répétition des mesures et le traitement par la suite.

## Chapitre I - Théorie et modèles de traitement

### 1.1 Méthode de mesure

L'étalonnage utilise la méthode de retournement en conjonction avec un instrument commercial vendu spécifiquement pour l'étalonnage des articulations rotoïdes. Le montage de mesure est illustré à la figure 1.2.

L'instrument consiste en un indexeur de haute répétabilité et justesse utilisant une table Herth. Cet indexeur permet des rotations par incrément de  $5^\circ$  sur  $360^\circ$ . Il est monté sur l'articulation rotoïde à étalonner avec son axe de rotation coaxiale à cette dernière. Sa fonction est de canceler la rotation de l'axe machine par une contre rotation de même valeur nominale. Ainsi, le plateau tournant de l'indexeur retournera à son point de départ plus l'écart de mouvement total combiné des deux rotations. Dans l'utilisation commerciale de l'indexeur, ce dernier est supposé parfait, donc l'écart résultant est entièrement attribué à l'axe machine. Notons que l'écart résultant est mesuré à l'aide d'un interféromètre laser et d'optiques pour la mesure angulaire. L'interféromètre est utilisé en configuration de mesure angulaire, voir figure 1.1. Le faisceau de lumière cohérente est d'abord divisé en deux faisceaux parallèles séparés par une distance connue de quelques centimètres. Ces deux faisceaux forment chacun un trajet aller-retour vers un des deux rétro-rélecteurs du rétro-rélecteur angulaire. Les deux faisceaux rétro-réfléchis sont par la suite recombinaés afin de compter les franges d'interférence. Ces franges sont directement reliées à la différence des deux trajets, et donc à l'angle du rétro-rélecteur angulaire.

Cependant, dans mes travaux, je ne suppose ni l'indexeur parfait ni qu'il soit parfaitement monté, pour ne pas égarer les résultats.

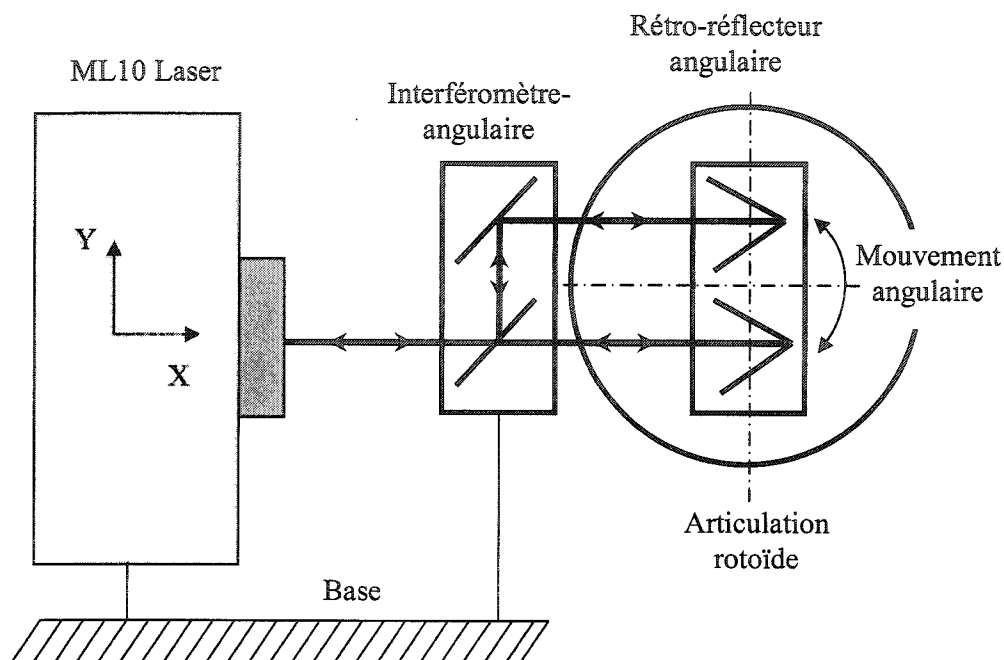


Figure 1.1 - Montage pour la mesure de l'écart angulaire suivant Z

## 1.2 Modèle mathématique de la méthode de retournement

Un modèle mathématique de nature cinématique permet de simuler le processus de prise de mesure et de mieux comprendre les variables présentes. Ce modèle permet aussi de générer des données artificielles pour assister dans le développement des méthodes et logiciel de traitement des données.

Pour la simulation des mouvements nominaux de l'articulation rotative « C » et de l'indexeur rotatif « RX », je modélise le système par des transformations homogènes exactes de rotation associées aux angles d'Euler et aussi de translation [5].

Au début, il y a une mise à zéro de l'interféromètre et de l'articulation rotoïde « C ». Le rétro-rélecteur angulaire « RL » étant fixé sur le « RX10 », ils sont solidaires. La chaîne cinématique du modèle commence du bâti (partie fixe) jusqu'au rétro-rélecteur angulaire (RL), qui transmet la mesure directement au laser par réflexion et comparaison de deux faisceaux.

Le modèle comprend en première étape une indexation nominale de rotation de 30 degrés de l'articulation rotoïde « C » et de -30 degrés nominale de l'indexeur rotatif « RX10 » (Figure 1.2). Ce cycle est répété jusqu'à 360 degrés pour « C » et jusqu'à -360 degrés pour « RX10 », ce qui nous donne 12 étapes pour une rotation complète.

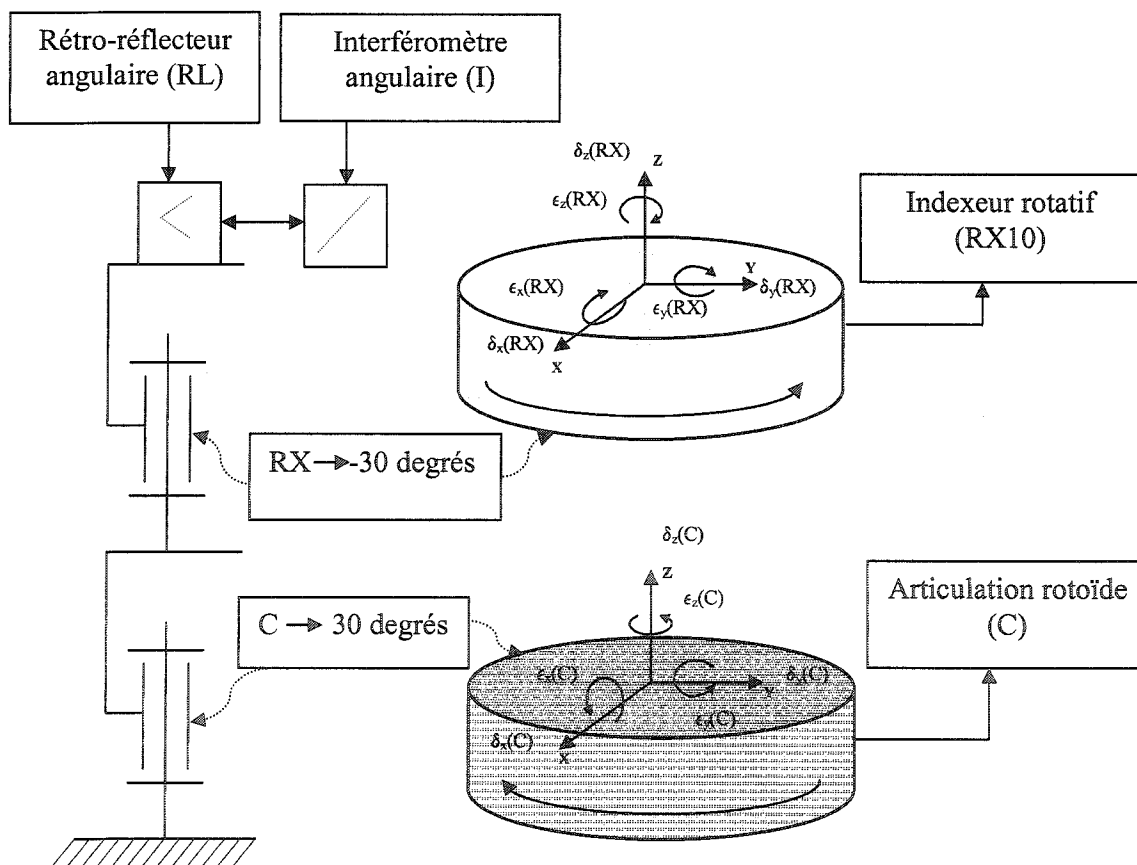


Figure 1.2 - Liaison de l'articulation rotoïde « C » et de l'indexeur rotatif « RX »

### 1.3 Modélisation des écarts de montage et des écarts de mouvement

Les Figures 1.3 et 1.4 montrent la chaîne cinématique du montage de mesure en partant de la base « B » jusqu'au rétro-rélecteur angulaire « RL ».

La MOCN « Matsuura » se compose de cinq articulations, dont trois prismatiques (X, Y et Z) et deux rotoïdes (A et C). Durant l'essai, l'articulation « C » est une articulation mobile et les autres (X, Y, Z et A) sont fixes. Nous pouvons ainsi schématiser la liaison de l'articulation « C », directement liée au bâti, qui est fixée au sol. L'interféromètre laser est lui aussi positionné directement sur le sol, ce qui nous donne deux chaînes fermées, coupées par l'interféromètre laser. La première chaîne génère les écarts et comprend le bâti « B », l'articulation « C », l'indexeur rotatif « RX10 » et le rétro-rélecteur angulaire « RL » (Figure 1.3). La deuxième chaîne mesure ces écarts et comprend le même bâti « B », l'interféromètre laser « L » et l'interféromètre « I ».

Les transformations homogènes seront utilisées pour modéliser le système.

La transformation homogène qui décrit un repère {A} dans un repère {B} est construite à partir d'un torseur constitué de 3 translations, décrivant l'origine de {A} dans {B},  ${}^B P_A$ , et 3 rotations, décrivant les rotations permettant d'aligner le repère {B} dans le repère {A} et à partir duquel est construite la matrice de rotation  ${}^B R_A$  par le produit des matrices de rotation élémentaires de gauche à droite dans l'ordre des rotations:

$${}^B T_A = \begin{bmatrix} {}^B R_A & \{{}^B\} P_A \\ 000 & 1 \end{bmatrix} \quad (1.1)$$

et

$${}^B T_A = \text{Trans}(\hat{i}, u) \text{Trans}(\hat{j}, v) \text{Trans}(\hat{k}, w) \text{Rot}(\hat{k}, c) \text{Rot}(\hat{j}, b) \text{Rot}(\hat{i}, a) \quad (1.2)$$

ce qui nous donne :

$$\begin{bmatrix} {}^B R_A & \{{}^B\} P_A \\ 000 & 1 \end{bmatrix} = \text{Trans}(\hat{i}, u) \text{Trans}(\hat{j}, v) \text{Trans}(\hat{k}, w) \text{Rot}(\hat{k}, c) \text{Rot}(\hat{j}, b) \text{Rot}(\hat{i}, a) \quad (1.3)$$

Soit le torseur:  $\tau = [u, v, w, a, b, c]$ , où  $u, v, w$  sont trois translations selon  $\hat{i}, \hat{j}$  et  $\hat{k}$  respectivement et  $a, b, c$  sont trois rotations qui selon la convention d'Euler (repère mobile) seront utilisées dans l'ordre  $c, b, a$  autour des axes  $\hat{k}, \hat{j}$  et  $\hat{i}$  respectivement.

Soit le repère  $(O, \hat{i}, \hat{j}, \hat{k})$  est orthonormé, où  $\hat{i}$  est colinéaire à  $(u)$ ,  $\hat{j}$  est colinéaire à  $(v)$  et  $\hat{k}$  est colinéaire à  $(w)$ . Dans les expressions suivantes, il y a eu simplification de notation : S=sinus et C=cosinus.

Où la translation de l'écart axial  $(w)$  suivant  $\hat{k}$  est:

$$Trans(\hat{k}, w) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & w \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (1.4)$$

La translation de l'écart radial (v) suivant  $\hat{j}$  est:

$$Trans(\hat{j}, v) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & v \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (1.5)$$

La translation de l'écart radial (u) suivant  $\hat{i}$  est:

$$Trans(\hat{i}, u) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & u \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (1.6)$$

L'écart cinématique de positionnement angulaire (c) de la rotation suivant  $\hat{k}$  est:

$$Rot(\hat{k}, c) = \begin{bmatrix} Cc & -Sc & 0 & 0 \\ Sc & Cc & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (1.7)$$

L'écart angulaire d'inclinaison (b) suivant  $\hat{j}$  est:



$$Rot(\hat{j}, b) = \begin{bmatrix} Cb & 0 & Sb & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -Sb & 0 & Cb & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (1.7)$$

L'écart angulaire d'inclinaison ( $a$ ) suivant  $\hat{i}$  est:

$$Rot(\hat{i}, a) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & Ca & -Sa & 0 \\ 0 & Sa & Ca & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (1.8)$$

En injectant tous ces paramètres dans l'équation (1.3), on aurait:

$${}^B T_A = \begin{bmatrix} Cb Cc & Cc Sa Cb - Ca Sc & Ca Cc Sb + Sa Sc & u \\ Cb Sc & Ca Cc + Sa Sb Sc & Ca Sb Sc - Cc Sa & v \\ -Sb & Cb Sa & Ca Cb & w \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (1.10)$$

La Figure 1.3 présente les liaisons cinématiques de chaque composant par rapport à l'autre. On a :

- une liaison pivot entre le bâti « B » et l'articulation rotoïde « C » ;
- une liaison pivot entre l'articulation rotoïde « C » et l'indexeur rotatif « RX » ;
- une liaison fixe entre l'indexeur rotatif « RX » et le rétro-rélecteur angulaire « RL » ;
- liaison fixe entre l'interféromètre « I » et le bâti « B » ;
- liaison fixe entre le laser « L » et le bâti « B ».

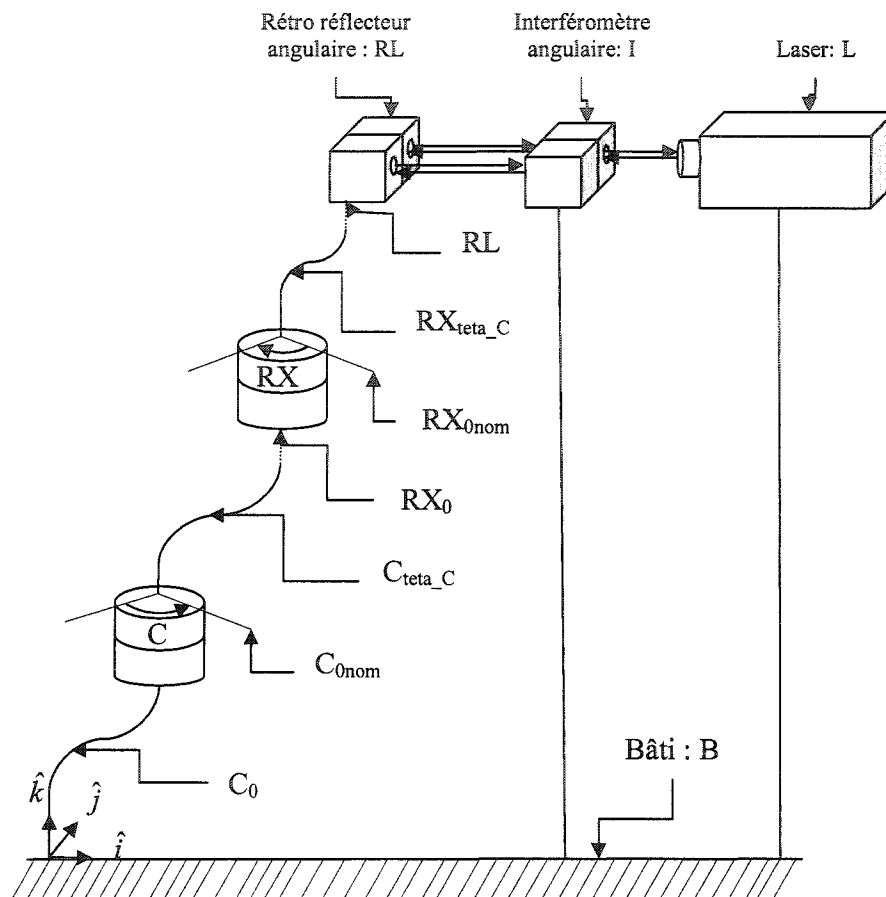


Figure 1.3 - Chaîne cinématique du système de mesure

La position du rétro-réflecteur angulaire « RL » par rapport au bâti, en tenant compte de la chaîne cinématique du système de mesure, se traduit par l'équation (1.11) :

$${}^B T_{RL} = {}^B T_{C_0} \cdot {}^{C_0} T_{C_{0nom}} \cdot {}^{C_{0nom}} T_{C_{teta\_c}} \cdot {}^{C_{teta\_c}} T_{RX_0} \cdot {}^{RX_0} T_{RX_{0nom}} \cdot {}^{RX_{0nom}} T_{RX_{teta\_rx}} \cdot {}^{RX_{teta\_rx}} T_{RL} \quad (1.11)$$

- ${}^B T_{C_0}$  : position du repère de l'axe « C » nominal dans le repère de base « B »
- ${}^{C_0} T_{C_{0nom}}$  : mouvement (rotation) de  $C_{0nom}$  de l'articulation rotoïde de « C »
- ${}^{C_{0nom}} T_{C_{teta\_c}}$  : mouvement  $\theta_C$  (erreur des paramètres géométriques) de l'articulation rotoïde de « C »
- ${}^{C_{teta\_c}} T_{RX_0}$  : position du repère de l'axe « RX » nominal dans le repère de l'axe « C »
- ${}^{RX_0} T_{RX_{0nom}}$  : mouvement (rotation) de  $RX_{0nom}$  de l'articulation rotoïde de « RX »
- ${}^{RX_{0nom}} T_{RX_{teta\_rx}}$  : mouvement  $\theta_{RX}$  (erreur des paramètres géométriques) de l'articulation rotoïde de « RX »
- ${}^{RX_{teta\_rx}} T_{RL}$  : position du repère de l'axe du rétro-réfecteur angulaire « RL » dans le repère de l'axe « RX »

Le mauvais alignement de l'axe de rotation, l'axe de support de la table et l'axe de l'articulation rotoïde « C » génèrent un mouvement parasite. Ainsi, la position initiale de l'articulation rotoïde par rapport au bâti « B » se traduit par l'équation (1.12) :

$${}^B T_{C_0} = Trans(\hat{i}, \delta_x(C_0)).Trans(\hat{j}, \delta_y(C_0)).Trans(\hat{k}, \delta_z(C_0)). \\ Rot(\hat{i}, \varepsilon_x(C_0)).Rot(\hat{j}, \varepsilon_y(C_0)).Rot(\hat{k}, \varepsilon_z(C_0)) \quad (1.12)$$

Après une rotation d'un angle nominal, on repère la nouvelle position de l'articulation rotoïde « C » par l'équation (1.13) :

$${}^{C_0}T_{C_{0nom}} = Rot(\hat{k}, \theta_z(C_{0nom})) \quad (1.13)$$

Après une rotation d'un angle nominal, on tient compte des six écarts de mouvements. Ces écarts peuvent être provoqués par plusieurs sources : imperfections dans les composants mécaniques d'articulation, l'erreur de l'encodeur angulaire, usure, etc. L'équation suivante décrit la position de l'articulation rotoïde « C » par rapport à la position nominale (1.14) :

$${}^{C_{0nom}}T_{C_{\text{réta}_c}} = Trans(\hat{i}, \delta_x(C)).Trans(\hat{j}, \delta_y(C)).Trans(\hat{k}, \delta_z(C)). \\ Rot(\hat{i}, \varepsilon_x(C)).Rot(\hat{j}, \varepsilon_y(C)).Rot(\hat{k}, \varepsilon_z(C)) \quad (1.14)$$

Le mauvais alignement de l'axe de rotation, l'axe de support et l'axe de l'indexeur rotatif « RX10 », génèrent un mouvement d'écart excentrique. Ainsi, la position initiale de l'indexeur rotatif « RX10 » par rapport à l'articulation rotoïde « C » se traduit par l'équation (1.15):

$${}^{C_{\text{réta}_c}}T_{RX_0} = Trans(\hat{i}, \delta_x(RX_0)).Trans(\hat{j}, \delta_y(RX_0)).Trans(\hat{k}, \delta_z(RX_0)). \\ Rot(\hat{i}, \varepsilon_x(RX_0)).Rot(\hat{j}, \varepsilon_y(RX_0)).Rot(\hat{k}, \varepsilon_z(RX_0)) \quad (1.15)$$

Après une rotation d'un angle nominal, on repère la position de l'indexeur rotatif « RX10 » par l'équation (1.16):

$${}^{RX_0}T_{RX_{0nom}} = Rot(\hat{k}, \theta_z(RX_{0nom})) \quad (1.16)$$

Après une rotation d'un angle nominal, on tient compte des six erreurs de mouvements. L'équation suivante décrit la position de l'indexeur rotatif « RX10 » par rapport à la position nominale (1.17) :

$${}^{RX0nom}T_{RX\_teta\_rx} = Trans(\hat{i}, \delta_x(RX)).Trans(\hat{j}, \delta_y(RX)).Trans(\hat{k}, \delta_z(RX)). \\ Rot(\hat{i}, \varepsilon_x(RX)).Rot(\hat{j}, \varepsilon_y(RX)).Rot(\hat{k}, \varepsilon_z(RX)) \quad (1.17)$$

La position du rétro-réfecteur angulaire « RL » par rapport à l'indexeur rotatif « RX10 » se traduit par l'équation (1.18) :

$${}^{RX10}T_{RL} = Trans(\hat{i}, \delta_x(RL)).Trans(\hat{j}, \delta_y(RL)).Trans(\hat{k}, \delta_z(RL)). \\ Rot(\hat{i}, \varepsilon_x(RL)).Rot(\hat{j}, \varepsilon_y(RL)).Rot(\hat{k}, \varepsilon_z(RL)) \quad (1.18)$$

Puisque le mouvement nominal de l'articulation rotoïde « C » est opposé à celui de l'indexeur rotatif, on a alors (1.19):

$${}^{C0}T_{C0nom} = - {}^{RX0}T_{RX0nom} \Rightarrow Rot(\hat{k}, \theta_z(C)) = -Rot(\hat{k}, \theta_z(RX)) \quad (1.19)$$

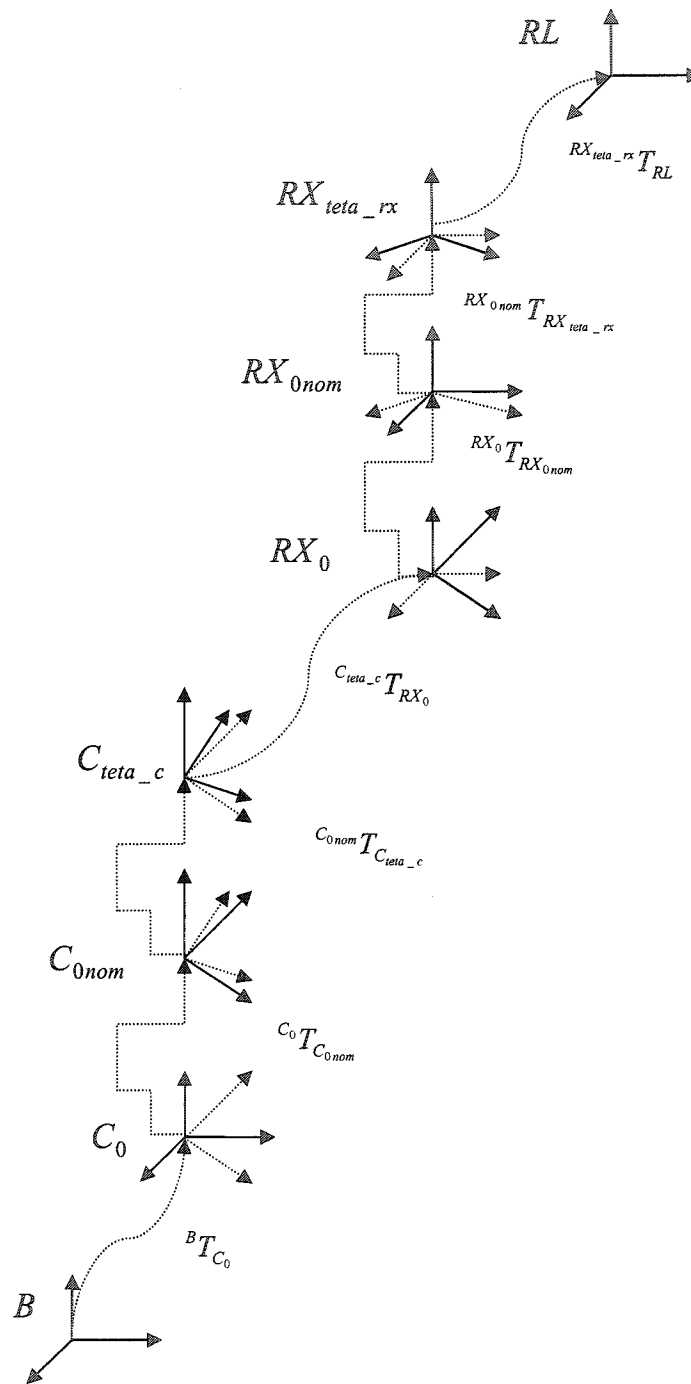


Figure 1.4 - Chaîne cinématique du système de mesure

## 1.4 Identification des écarts de montage

Le torseur cumulatif  ${}^{\{n\},B}\delta\tau_{cum,n}$  de déplacement du composant « n » par rapport à la base « B » exprimé en {n} est construit avec des matrices de transport ( ${}^n_jC$ ) qui expriment en « n » l'effet d'un torseur cinématique réalisé en « j » [5].

$${}^{\{n\},B}\delta\tau_{cum,n} = \sum_{j=1}^n {}^n_jC \delta q_j \quad {}^j\hat{Z}_j = {}^{\{n\},B}J_n \delta q \quad (1.20)$$

$\mathfrak{R}$  : matrice de rotation généralisée

$\delta q$  : torseur augmenté

${}^{\{RL\},B}J_{RL}$  : jacobien qui exprime l'effet de  $\delta q$  sur le torseur « RL » dans le repère « RL »

$\tau_{mes}$  : torseur des points mesurés

$\tau_{aug}$  : torseur augmenté (écarts de mouvement et montage)

Pour une liaison rotoïde, on aura :

$$\delta q_j \quad {}^j\hat{Z}_j = [0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad \delta\theta_j]^T \quad (1.21)$$

En tenant compte de la matrice de rotation généralisée, l'équation du torseur cumulatif devient :

$${}^{\{B\},B}\delta\tau_{cum,n} = {}^B_n\mathfrak{R} \quad {}^{\{n\},B}\delta\tau_{cum,n} = {}^B_n\mathfrak{R} \quad {}^{\{n\},B}J_n \delta q \quad (1.22)$$

$${}^B_n \mathfrak{R} \{n\},B J_n = \{B\},B J_n \Rightarrow \{B\},B \delta\tau_{cum,n} = \{B\},B J_n \delta q \quad (1.23)$$

La dimension de la matrice de rotation généralisée est de 6 x 6.

$$\mathfrak{R} = \begin{bmatrix} {}^B_n R & \mathbf{O} \\ \mathbf{O} & {}^B_n R \end{bmatrix} \quad (1.24)$$

La matrice de transport ( ${}^k_j C$ ) qui est liée à la transformation homogène ( ${}^j_k T$ ) est de dimension 6 x 6. Cette matrice décrit en  $\{k\}$  l'effet d'une cause présente en  $\{j\}$ .

$${}^k_j C = \begin{bmatrix} {}^j_k R^T & {}^j_k R^T [{}^j\},j P_k \times]^T \\ \mathbf{O} & {}^j_k R^T \end{bmatrix} \quad (1.25)$$

Dans notre cas de montage de mesure, figure 1.3, le torseur cumulatif  $\{RL\},B \delta\tau_{cum,RL}$  du rétro-rélecteur angulaire « RL » par rapport à la base « B » est exprimé dans  $\{RL\}$  :

$$\{B\},B \delta\tau_{cum,RL} = \mathfrak{R} \{RL\},B \delta\tau_{cum,RL} = \mathfrak{R} \{RL\},B J_{RL} \delta q = \{B\},B J_{RL} \delta q \quad (1.26)$$

où la matrice de rotation généralisée est de dimension 6 x 6:

$$\mathfrak{R} = \begin{bmatrix} {}^B_{RL} R & \mathbf{O} \\ \mathbf{O} & {}^B_{RL} R \end{bmatrix} \quad (1.27)$$



En tenant compte de la matrice de rotation généralisée, qui considère le mouvement du rétro-réfecteur angulaire « RL » par rapport à la base « B », l'équation du torseur cumulatif devient :

$$\{RL\}_B \delta \tau_{cum,RL} = \{RL\}_B J_{RL} \cdot \delta q \quad (1.28)$$

Dans notre cas, l'articulation rotoïde tourne d'un angle nominal de 30 degrés et l'indexeur rotatif tourne d'un angle nominal opposé à celui de l'articulation rotoïde qui est de -30 degrés. Alors, la matrice de rotation généralisée est égale à l'identité de dimension 6 x 6.

L'équation des torseurs de mesure est liée avec celle des torseurs augmentés par l'intermédiaire d'un jacobien qui tient compte de la chaîne cinématique du montage de mesure.

$$\tau_{mes} = J \tau_{aug} \quad (1.29)$$

$$\begin{bmatrix} \delta_X \\ \delta_Y \\ \delta_Z \\ \varepsilon_X \\ \varepsilon_Y \\ \varepsilon_Z \end{bmatrix}_{6,1} = {}^B \tau_{RL} = [J_{Total}]_{6,48} \begin{bmatrix} {}^B \tau_B \\ C_0 \tau_{C_0} \\ C_{0nom} \tau_{C_{0nom}} \\ \text{teta}_c \tau_{C_{\text{teta}_c}} \\ RX_0 \tau_{RX_0} \\ RX_{0nom} \tau_{RX_{0nom}} \\ RX_{\text{teta}_rx} \tau_{RX_{\text{teta}_rx}} \\ RL \tau_{RL} \end{bmatrix}_{48,1} \quad (1.30)$$

Où :

$$[J_{Total}] = \begin{bmatrix} {}^{RL}C_B & {}^{RL}C_{C_0} & {}^{RL}C_{C_{0nom}} & {}^{RL}C_{C_{\text{teta}_c}} & {}^{RL}C_{RX_0} & {}^{RL}C_{RX_{0nom}} & {}^{RL}C_{RX_{\text{teta}_{rx}}} & {}^{RL}C_{RL} & {}^{RL}C_{RL} \end{bmatrix}_{6,48} \quad (1.31)$$

Les torseurs des points mesurés sont :

- Position du repère de base :

$${}^B\tau_B = \{0, 0, 0, 0, 0, 0\}^T$$

- Erreur de position du repère « C » :

$${}^{C0}\tau_{C0} = \{\delta_{C0\_X}, \delta_{C0\_Y}, \delta_{C0\_Z}, \varepsilon_{C0\_X}, \varepsilon_{C0\_Y}, \varepsilon_{C0\_Z}\}^T$$

- Erreur de localisation du repère « C » :

$${}^{C0nom}\tau_{C0nom} = \{\delta_{C0nom\_X}, \delta_{C0nom\_Y}, \delta_{C0nom\_Z}, \varepsilon_{C0nom\_X}, \varepsilon_{C0nom\_Y}, \varepsilon_{C0nom\_Z}\}^T$$

- Erreur (écarts) des paramètres géométriques de l'articulation rotoïde « C » :

$${}^{\text{teta}_c}\tau_{\text{teta}_c} = \{\delta_{C\_X}, \delta_{C\_Y}, \delta_{C\_Z}, \varepsilon_{C\_X}, \varepsilon_{C\_Y}, \varepsilon_{C\_Z}\}^T$$

- Erreur de position du repère « RX » :

$${}^{RX0}\tau_{RX0} = \{\delta_{RX0\_X}, \delta_{RX0\_Y}, \delta_{RX0\_Z}, \varepsilon_{RX0\_X}, \varepsilon_{RX0\_Y}, \varepsilon_{RX0\_Z}\}^T$$

- Erreur de localisation du repère « RX » :

$${}^{RX0nom}\tau_{RX0nom} = \{\delta_{RX0nom\_X}, \delta_{RX0nom\_Y}, \delta_{RX0nom\_Z}, \varepsilon_{RX0nom\_X}, \varepsilon_{RX0nom\_Y}, \varepsilon_{RX0nom\_Z}\}^T$$

- Erreur (écarts) des paramètres géométriques de l'articulation rotoïde « C » :

$${}^{teta\_rx}\tau_{teta\_rx} = \left\{ \delta_{RX\_X}, \delta_{RX\_Y}, \delta_{RX\_Z}, \varepsilon_{RX\_X}, \varepsilon_{RX\_Y}, \varepsilon_{RX\_Z} \right\}^T$$

- Erreur de localisation du repère du rétro-réflecteur angulaire « RL » :

$${}^{RL}\tau_{RL} = \left\{ \delta_{RL\_X}, \delta_{RL\_Y}, \delta_{RL\_Z}, \varepsilon_{RL\_X}, \varepsilon_{RL\_Y}, \varepsilon_{RL\_Z} \right\}^T$$

Et les torseurs inconnus sont :  ${}^{C0}\tau_{C0}$ ,  ${}^{RX0}\tau_{RX0}$  et  ${}^{RL}\tau_{RL}$ .

Ces mesures ne sont sensibles qu'à  $\varepsilon_z$  dans  ${}^B\tau_{RL}$ , puisqu'on prend la sixième ligne et que le montage de mesure cible cet écart. De plus, nous désirons expliquer dans les mesures, ce qui peut provenir des écarts de montage. Alors, nous éliminons du système ces autres variables et ne conservons que la sixième ligne pour chaque position de mesure.

Le jacobien  $J$  est composé de matrices de transport. Sa dimension n'est pas carrée, donc pour l'inverser, il faut appliquer l'inverse généralisé, avec les conditions de l'équation (1.32).

$$\text{Soit } \det(J^T J) \neq 0 \Rightarrow \tilde{J} = (J^T J)^{-1} J^T \quad (1.32)$$

$$\Rightarrow \tilde{J} \tau_{mes} = \tau_{aug\_identifié} \quad (1.33)$$

Par la suite, on calcule le torseur des mesures identifiées, équation (1.34) :

$$\Rightarrow \tau_{mes\_identifié} = \tau_{mes} - J \tau_{aug\_identifié} \quad (1.34)$$

Après simplification, on obtient l'équation des torseurs de mesure qui est en fonction des torseurs augmentés et d'un jacobien, équation (1.35) :

$$\begin{bmatrix} \delta x \\ \delta y \\ \delta z \\ \varepsilon x \\ \varepsilon y \\ \varepsilon z \end{bmatrix}_{6,1} = {}^B \tau_{RL} = \begin{bmatrix} {}^{RL}C & & \\ & {}^{RL}C & \\ & & {}^{RL}C \end{bmatrix}_{6,18} \begin{bmatrix} {}^{C_0} \tau_{C_0} \\ {}^{RX_0} \tau_{RX_0} \\ {}^{RL} \tau_{RL} \end{bmatrix}_{18,1} \quad (1.35)$$

### 1.5 Méthode de retournement

Afin d'améliorer l'identification des écarts, j'utilise une méthode de retournement qui permet de s'affranchir des écarts de positionnement angulaire de l'indexeur et même de les quantifier [1].

Le retournement est un changement de montage qui modifie la relation angulaire entre le zéro de l'axe machine et celui de l'indexeur. Cette relation est un nombre entier d'incrément de l'indexeur. Il change les combinaisons d'écarts mesurés et génère ainsi des équations additionnelles dans le but de séparer les écarts respectifs.

Cette méthode est basée sur un système avec matrice d'identification, qui comprend :

$m_i$  : mesures brutes de l'écart angulaire par laser.

$C_i$  : écart angulaire de l'articulation rotoïde « C ».

$RX_i$  : écart angulaire de l'indexeur rotatif « RX ».

M : système matriciel de la liaison entre « C » et « RX ».

Puisque l'articulation rotoïde « C » tourne dans le sens des aiguilles d'une montre et l'indexeur rotatif « RX » tourne dans le sens contraire, on réalise l'équation suivante

(1.36) :

$$m_i = C_i - RX_i \quad (1.36)$$

Avec l'hypothèse de la répétabilité des erreurs et après un tour complet, la somme des écarts de l'articulation rotoïde « C » et de l'indexeur rotatif « RX » est nulle (1.37), ce qui se traduit par les équations de fermeture suivantes :

$$\sum_{i=1}^{i=n} C_i = 0 \quad \sum_{j=1}^{j=n} RX_j = 0 \quad (1.37)$$

Les équations (1.36) et (1.37) pourraient se représenter par un système matriciel qui fait le lien entre l'articulation rotoïde « C » et l'indexeur rotatif « RX » :

$$[M] \begin{bmatrix} C_i \\ RX_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_i \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (1.38)$$

où n est le nombre d'incrément angulaire par rotation.

Plus n est grand, meilleure est notre connaissance de la fonction d'écart :

$$n = 360 / (\text{angle d'incrément angulaire}) \quad (1.39)$$

Dans notre cas, l'angle d'incrément est de 30 degrés, ce qui nous donne  $n = 12$ .

Un autre paramètre important est  $m$ , le nombre de retournement de l'indexeur rotatif « RX » par rapport à l'articulation rotoïde « C ».

$$\text{avec } RX = \begin{bmatrix} RX_1 \\ RX_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ RX_n \end{bmatrix}_{(n \times 1)} ; C = \begin{bmatrix} C_1 \\ C_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ C_n \end{bmatrix}_{(n \times 1)} \text{ et } m = \begin{bmatrix} m_1 \\ m_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ m_{n \cdot m} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}_{(((n \cdot m) + 2) \times 1)} \quad (1.40)$$

Les dimensions des matrices dépendent du nombre d'incrément angulaire de mesure ( $n$ ) et du nombre de retournement de l'indexeur rotatif ( $m$ ).

$$\dim(M) = ((n \cdot m) + 2) \times 2n \quad (1.41)$$

$$\dim(C) = \dim(RX) = (n \times 1) \quad (1.42)$$

$$\dim(m) = ((n \cdot m) + 2) \times 1 \quad (1.43)$$

Le système matriciel se compose de plusieurs matrices, comprenant les valeurs zéro et un. Il génère la liaison et la cinématique de l'articulation rotoïde « C » et de l'indexeur rotatif « RX ».

L'équation (1.44) est l'identité qui représente la base du système matriciel.

$$I_{n \times n,1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & . & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & . & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & . & 0 & 0 & 0 \\ . & . & . & . & . & . & . \\ 0 & 0 & 0 & . & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & . & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & . & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_1 \\ L_2 \\ L_3 \\ \dots \\ L_{n-2} \\ L_{n-1} \\ L_n \end{bmatrix} \quad (1.44)$$

Par la suite, il y aura des permutations de lignes et de signes des composants afin de construire le système matriciel. Ces permutations représentent les rotations de l'articulation rotoïde « C » et de l'indexeur rotatif (1.45) (voir l'exemple pour  $m=3$  et  $n=3$ ) :

$$I_{n \times n,2} = \begin{bmatrix} L_2 \\ L_3 \\ L_4 \\ \dots \\ L_{n-1} \\ L_n \\ L_1 \end{bmatrix} ; I_{n \times n,3} = \begin{bmatrix} L_3 \\ L_4 \\ L_5 \\ \dots \\ L_n \\ L_1 \\ L_2 \end{bmatrix} ; \dots ; I_{n \times n,n-1} = \begin{bmatrix} L_{n-1} \\ L_1 \\ L_2 \\ \dots \\ L_{n-4} \\ L_{n-3} \\ L_{n-2} \end{bmatrix} ; I_{n \times n,n} = \begin{bmatrix} L_n \\ L_1 \\ L_2 \\ \dots \\ L_{n-3} \\ L_{n-2} \\ L_{n-1} \end{bmatrix} \quad (1.45)$$

Pour avoir une fermeture de boucle et la somme nulle des écarts, on aura les matrices (1.46) et (1.47).

$$I_{1 \times n} = [1 \quad 1 \quad 1 \quad \dots \quad 1 \quad 1 \quad 1] \quad (1.46)$$

$$O_{1 \times n} = [0 \quad 0 \quad 0 \quad \dots \quad 0 \quad 0 \quad 0] \quad (1.47)$$

Et la forme générale de système matriciel de la liaison entre « C » et « RX » sera (1.48):

$$[M] = \begin{bmatrix} I_{n \times n,1} & -I_{n \times n,1} \\ I_{n \times n,1} & -I_{n \times n,2} \\ I_{n \times n,1} & -I_{n \times n,3} \\ \dots & \dots \\ I_{n \times n,1} & -I_{n \times n,n-1} \\ I_{n \times n,1} & -I_{n \times n,n} \\ I_{1 \times n} & O_{1 \times n} \\ O_{1 \times n} & I_{1 \times n} \end{bmatrix} \quad (1.48)$$

Développons à titre d'exemple le système matriciel pour  $n=3$  et  $m=3$  :

On remarque que les positions de mesure de l'articulation rotoïde « C » se répètent périodiquement (C1 C2 C3) d'un montage à l'autre et que au contraire les positions de l'indexation de l'indexeur rotatif sont réalisées par des permutations, qui dépendent de la valeur de  $m$  (1.49). En supposons aucune autre source d'erreur que les écarts de position angulaire, alors :

$$\begin{bmatrix} m_1 \\ m_2 \\ m_3 \\ m_4 \\ m_5 \\ m_6 \\ m_7 \\ m_8 \\ m_9 \end{bmatrix}_{3n \times 1} = \begin{bmatrix} C_1 \\ C_2 \\ C_3 \\ C_1 \\ C_2 \\ C_3 \\ C_1 \\ C_2 \\ C_3 \end{bmatrix}_{3n \times 1} - \begin{bmatrix} RX_1 \\ RX_2 \\ RX_3 \\ RX_2 \\ RX_3 \\ RX_1 \\ RX_3 \\ RX_1 \\ RX_2 \end{bmatrix}_{3n \times 1} \quad (1.49)$$



Le système matriciel correspondant à ces essais est alors :

$$[M]_{(3n+2) \times 2n} * \begin{bmatrix} C \\ RX \end{bmatrix}_{2n \times 1} = \begin{bmatrix} m \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}_{(3n+2) \times 1} \quad (1.50)$$

Et explicitement, l'équation (1.51) représente l'identification des paramètres du système matriciel; pour cet exemple, où le nombre d'incrément de l'articulation rotoïde est  $n=3$ , et le nombre d'indexation de l'indexeur rotatif est  $m=3$ .

L'équation (1.51) représente la forme du système matriciel de la liaison entre « C » et « RX ». [M] est une matrice composée de sous-matrices. La dimension de [M] est 11 x 6.

$$[M] = \begin{bmatrix} I_{3 \times 3,1} & -I_{3 \times 3,1} \\ I_{3 \times 3,1} & -I_{3 \times 3,2} \\ I_{3 \times 3,1} & -I_{3 \times 3,3} \\ I_{1 \times 3} & O_{1 \times 3} \\ O_{1 \times 3} & I_{1 \times 3} \end{bmatrix} \quad (1.51)$$

$$\text{avec } RX = \begin{bmatrix} RX_1 \\ RX_2 \\ RX_3 \end{bmatrix}_{3 \times 1} ; C = \begin{bmatrix} C_1 \\ C_2 \\ C_3 \end{bmatrix}_{3 \times 1} \text{ et } m = \begin{bmatrix} m_1 \\ m_2 \\ m_3 \\ m_4 \\ m_5 \\ m_6 \\ m_7 \\ m_8 \\ m_9 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}_{11 \times 1} \quad (1.52)$$

$$I_{3 \times 3,1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_1 \\ L_2 \\ L_3 \end{bmatrix} \quad (1.53)$$

$$I_{3 \times 3,2} = I_{n \times n, n-1} = \begin{bmatrix} L_2 \\ L_3 \\ L_1 \end{bmatrix} ; \quad I_{3 \times 3,3} = I_{n \times n, n} = \begin{bmatrix} L_3 \\ L_1 \\ L_2 \end{bmatrix} ; \quad (1.54)$$

$$I_{1 \times 3} = [1 \ 1 \ 1] \quad \text{et} \quad O_{1 \times 3} = [0 \ 0 \ 0] \quad (1.55)$$

Finalement, l'on substitue ces valeurs dans [M] et l'on obtient l'équation (1.5.20) :

$$\begin{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\ [1 \ 1 \ 1] \\ [0 \ 0 \ 0] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \\ [0 \ 0 \ 0] \\ [1 \ 1 \ 1] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} C_1 \\ C_2 \\ C_3 \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} RX_1 \\ RX_2 \\ RX_3 \end{bmatrix} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_1 \\ m_2 \\ m_3 \\ m_4 \\ m_5 \\ m_6 \\ m_7 \\ m_8 \\ m_9 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (1.56)$$

## Chapitre II – Simulations

### 2.1 Introduction

Les simulations ont pour but de vérifier la capacité de la méthode à identifier correctement les écarts. Du même coup, cela constitue une vérification de la suite des programmes MATLAB qui seront utilisés pour le traitement des mesures réelles durant les essais expérimentaux.

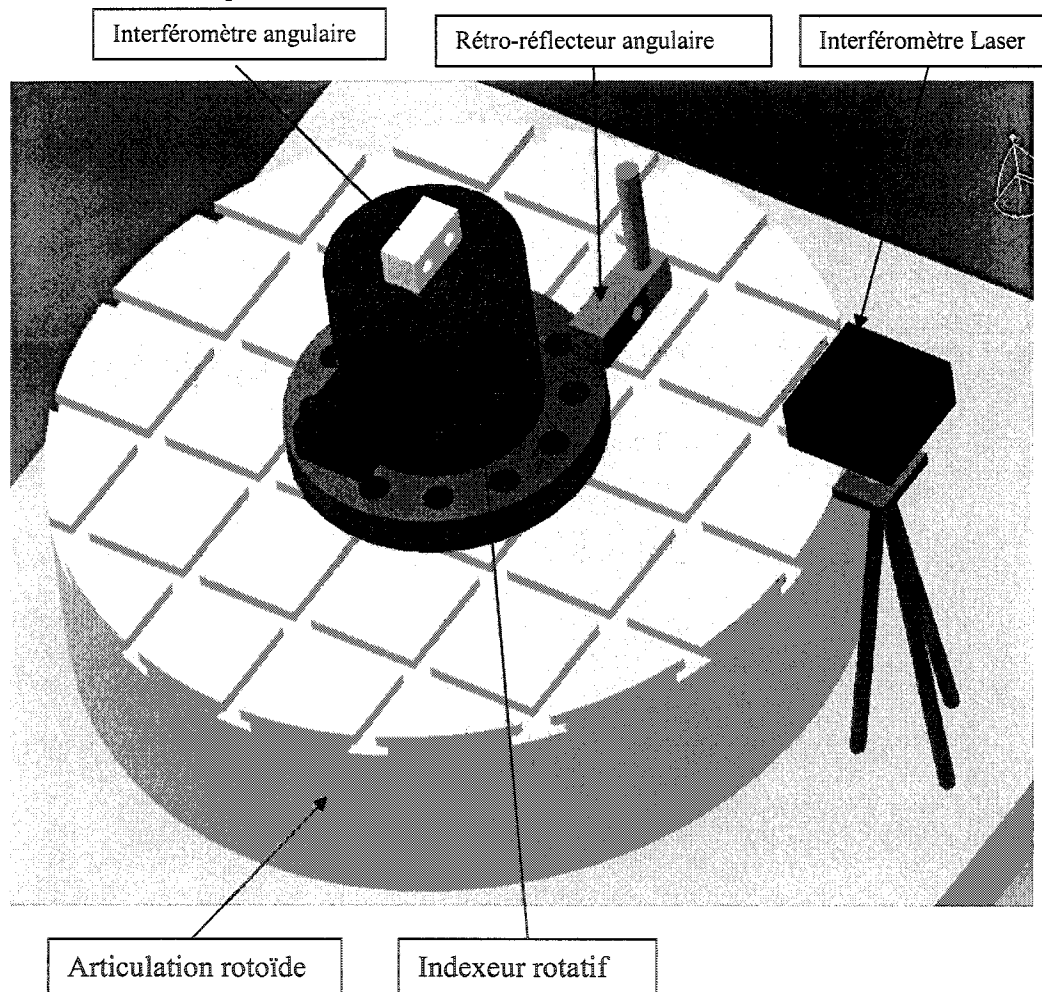


Figure 2.1 – Modélisation solide du montage de mesure

Les grandes étapes des simulations sont :

- générations des données simulées par transformations homogènes exactes ;
- identification des écarts de montage par matrice de transport et jacobien ;
- filtrage de l'effet des écarts de montage à l'aide du jacobien;
- découplage des écarts de l'articulation rotoïde et de l'indexeur rotatif par la matrice de retournement.

## 2.2 Condition et rang du système d'identification

La dimension, le rang et le conditionnement de la matrice M (S.M. : système matriciel), pour la méthode de retournement, varient en fonction du nombre de retournement  $m$ , voir figure 2.2.

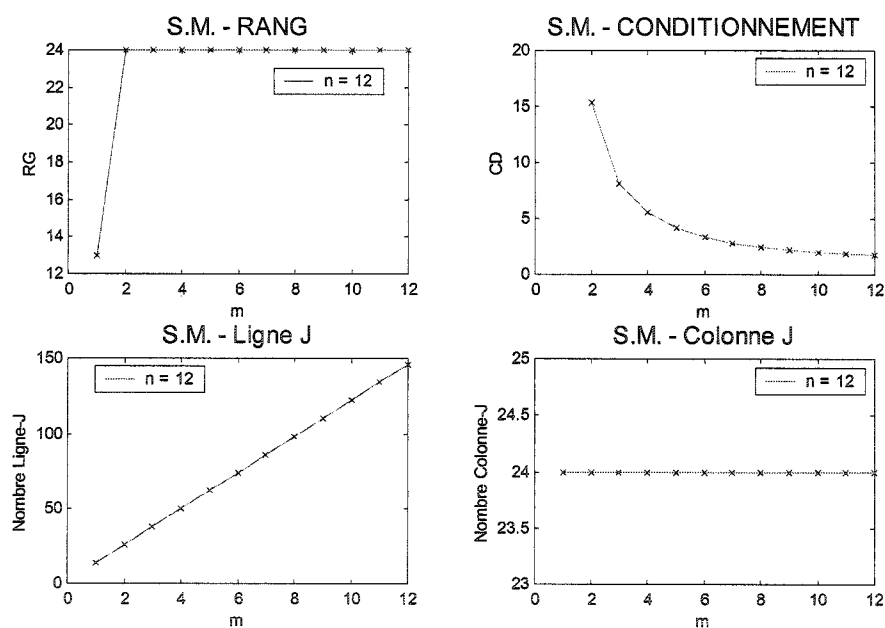


Figure 2.2 – Rang, conditionnement, nombre de lignes et nombre de colonnes du système matriciel (méthode de retournement)

On remarque que le rang est de 13 pour  $m=1$  puis est constant à 24 pour  $m \geq 2$ . Étant donné que le nombre d'inconnues est de 24, il est ici confirmé qu'au moins un retournement est requis pour pouvoir résoudre le système.

Cependant, une étude du conditionnement de la matrice indique que l'accroissement de  $m$  améliore significativement la robustesse de l'identification car par exemple le conditionnement est divisé par 2 pour  $m=3$ . Une autre réduction de près de 40% est obtenue pour  $m=4$ . Rappelons que le conditionnement est une mesure de la robustesse de la résolution en présence des bruits sur les mesures. Bien que d'autres améliorations du conditionnement résultent en augmentant  $m$ , il faut contrebalancer ce fait avec le temps additionnel de perte de production machine pendant la prise de mesure.

Les graphiques du nombre de lignes et du nombre de colonnes sont fournis pour illustrer les évolutions des dimensions du système matriciel  $M$ . Ces valeurs confirment les informations fournies précédemment.

### **2.3 Robustesse de la méthode d'identification**

Le but est de vérifier la robustesse de la méthode d'identification par retournement, en fonction de la précision des variables d'entrées (système de mesure).

Pour ce faire, réaliser quelques simulations en traitant des mesures simulées. Aucun écart de montage n'est introduit.

Dans le modèle principal, je génère des écarts angulaires de l'articulation rotoïde « C »  $\varepsilon_{CZV}$  et de l'indexeur rotatif « RX »  $\varepsilon_{RXZV}$ . J'introduis ces écarts dans un modèle à transformation homogène qui me donne les écarts angulaires résultants tels que mesurés par l'interféromètre laser. En utilisant le système d'identification, je découple les mesures finales simulées pour avoir les écarts angulaires identifiés de l'articulation rotoïde « C »  $\varepsilon_{CZ-Identifie}$  et de l'indexeur rotatif « RX »  $\varepsilon_{RXZ-Identifie}$  (Figure 2.3).

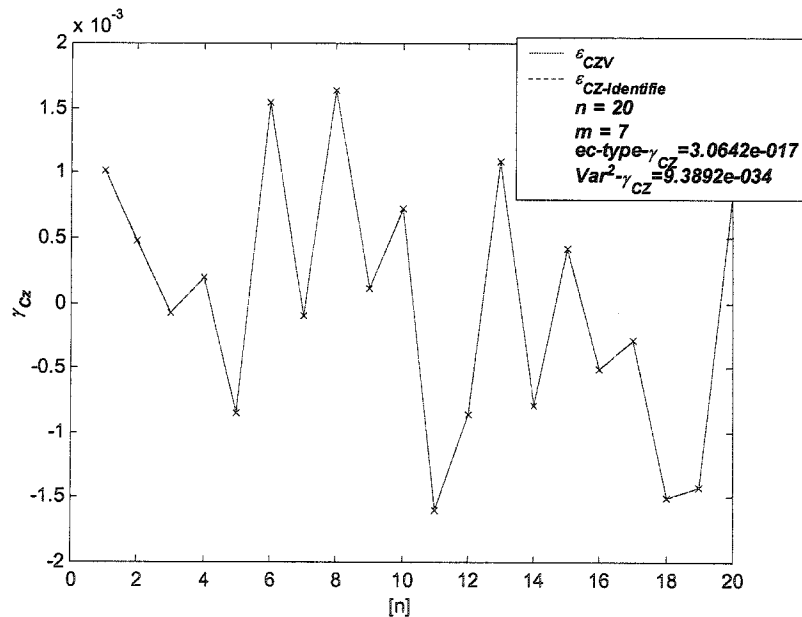


Figure 2.3 - Vérification du modèle (méthode de retournement)

Je constate pour  $n=20$  et  $m=7$  que le résidu est très petit, de l'ordre de la précision informatique, et donc acceptable (Tableau 2.1):

- pour l'articulation rotoïde « C », le résidu maximum sur les écarts angulaires est

égal à  $4 e^{-17}$ ,

- pour l'indexeur rotatif « RX », le résidu maximum sur les écarts angulaires est égal à  $1 \text{ e}^{-17}$ .

Tableau 2.1 - Valeur des résidus

n=20; m=7;	
Écart angulaire	Écart-type
$\mathcal{E}_{C_z}$	3 e-017
$\mathcal{E}_{RX_z}$	2 e-017

## 2.4 Modèle d'identification des écarts de montage

Les écarts de montage nuisent à l'identification des écarts de l'articulation rotoïde « C ». Pour résoudre ce problème, j'ai réalisé un modèle qui tient compte des écarts de localisation des composants lors du montage de mesure. Suivant la chaîne cinématique et le mouvement de chaque élément par rapport au précédent dans la chaîne, le modèle permet d'identifier ces écarts. Par la suite, je filtre les mesures brutes en enlevant l'effet des écarts de montage.

Les conditions de simulations sont :

- un incrément de rotation de l'articulation rotoïde égal à 30 degrés, ce qui nous donne après un tour complet  $N = 360 / 30 = 12$ ;
- un incrément de retournement de l'indexeur rotatif égal à 30 degrés, ce qui nous donne après un tour complet  $M = 360 / 30 = 12$ .

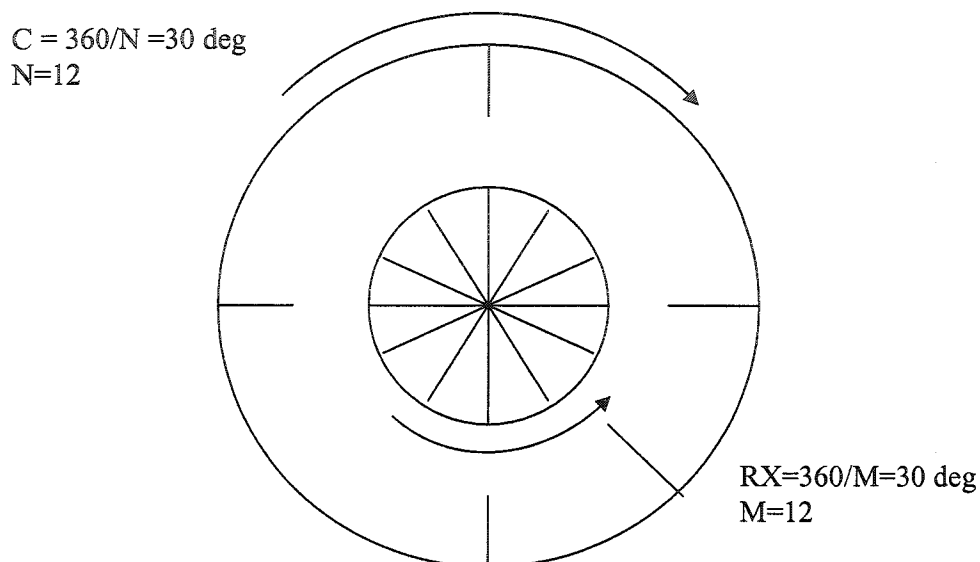


Figure 2.4 - Position du RX et de l'articulation rotoïde « C »

Le montage de la Figure 2.1 montre la disposition et le montage de l'indexeur rotatif, le rétro-rélecteur angulaire et l'interféromètre.

La partie inférieure de l'indexeur rotatif « RX10 » est fixée à l'articulation rotoïde « C ». Il y a une liaison pivot entre la partie inférieure et supérieure de l'indexeur rotatif pour permettre l'incrément de la contre rotation à l'articulation rotoïde « C ».

Le rétro-rélecteur angulaire « RL » est solidaire à la partie supérieure de l'indexeur rotatif. L'interféromètre « I » est fixé à l'articulation « Z », qui est fixe.

Pour évaluer la robustesse de la méthode de filtrage, j'ai introduit en première étape dans le modèle des données nulles avec des écarts de montage non nuls, illustrés à la



Figure 2.5. À la sortie, j'ai détecté des écarts filtrés nuls, ce qui montre que le modèle a filtré efficacement l'effet des écarts de montage.

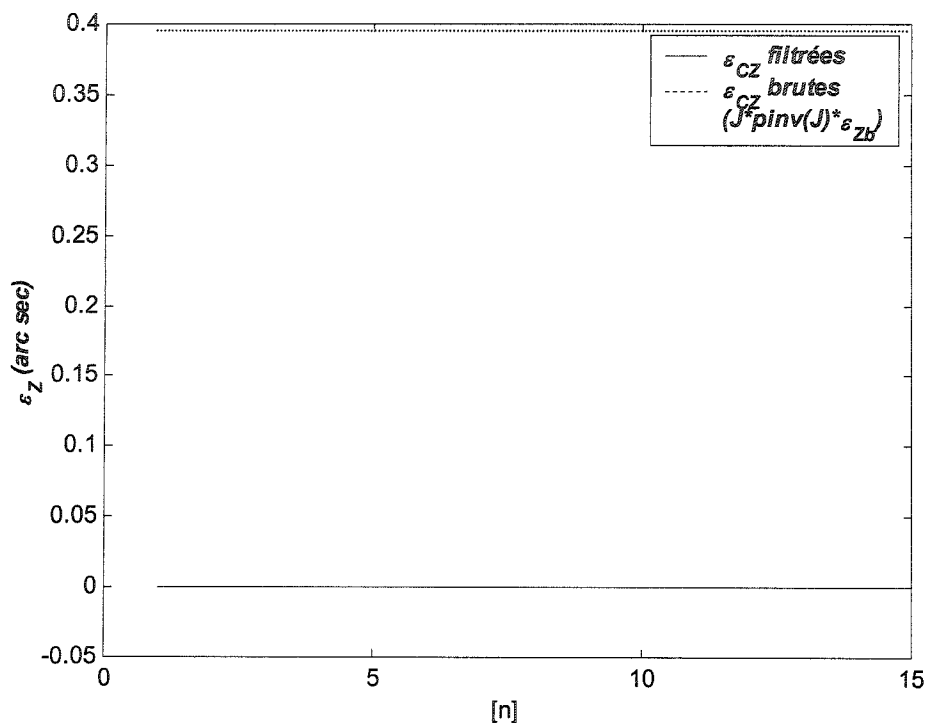


Figure 2.5 - Données nulles avec écarts de montage

En deuxième étape, j'ai introduit dans le modèle des données non nulles avec des écarts de montage, illustrés à la Figure 2.6. À l'entrée, j'ai les écarts angulaires  $\varepsilon_z$  brutes de l'articulation rotoïde. À la sortie, j'ai détecté des écarts angulaire filtrés  $\varepsilon_z$  non nulles, qui sont les écarts réels de l'articulation rotoïde « C » et de l'indexeur rotatif « RX » simulés, démontrant l'efficacité du filtrage même en présence d'écarts angulaires sur l'articulation rotoïde C.

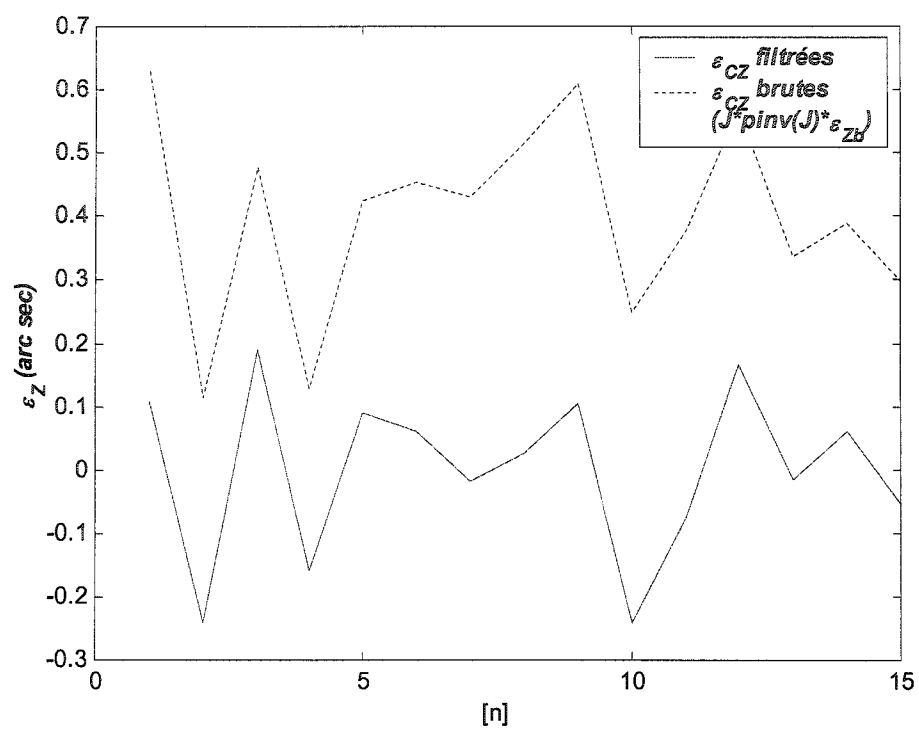


Figure 2.6- Données non nulles avec écarts de montage

## Chapitre III - Expérimentations

### 3.1 Introduction

Les essais pratiques ont été réalisés sur l'axe C d'une MOCN à cinq axes de marque Matsuura. Les étapes suivantes ont été suivies :

- réaliser les mesures de l'écart angulaire grâce à l'interféromètre laser et l'indexeur rotatif « RX10 »;
- vérifier le positionnement rotatif de l'exactitude et répétabilité;
- vérifier et analyser la tendance (prévoir les problèmes);
- mettre en évidence les zones des problèmes et localiser les problèmes;
- analyser les données et la modélisation;
- réaliser le filtrage et l'identification des écarts angulaires de l'articulation rotoïde;
- vérifier la robustesse de la méthode d'identification en fonction de la précision des variables d'entrées (système de mesure).

Les caractéristiques du système de mesure sont, pour l'indexeur rotatif « RX10 »:

- exactitude :  $\pm 1$  arcsec ,
- répétabilité : 0.2 arcsec

et pour l'interféromètre laser ML10 « L »:

- exactitude linéaire de déplacement :  $\pm 1.1$  ppm (partie par million),
- résolution : 0.001  $\mu\text{m}$ ,
- taux d'échantillonnage : 10-5000 Hz.

Les figures 3.1 et 3.2 représentent le montage complet. On remarque que le système de mesure est composé de deux chaînes. La première se compose de l'articulation rotoïde « C », de l'indexeur rotatif « RX10 » et du rétro-réflexeur angulaire « RL ». La deuxième comprend le laser et l'interféromètre angulaire.

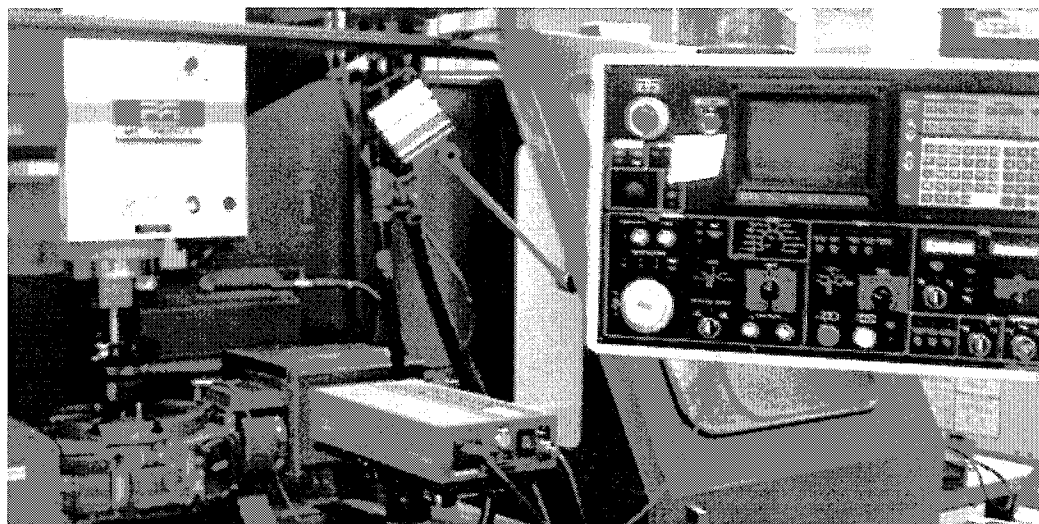


Figure 3.1 - Montage complet pour la mesure de l'écart angulaire résultant  $\varepsilon_z$

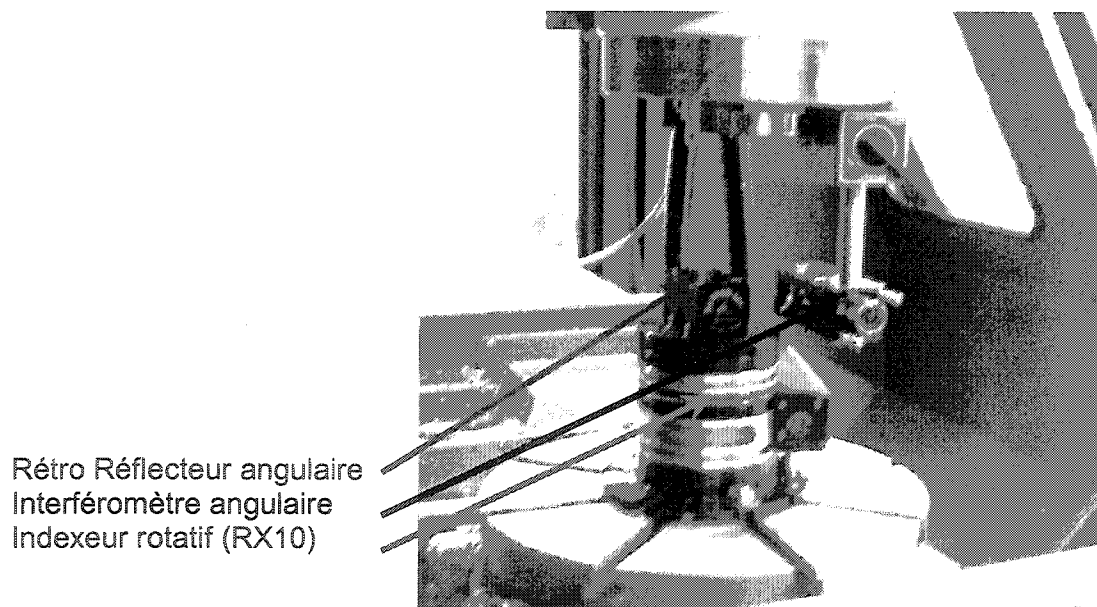


Figure 3.2 - Montage pour la mesure de l'écart angulaire  $\varepsilon_z$

Le laser envoie un premier signal qui est dupliqué par l'interféromètre. Ces deux faisceaux subissent une rétro-réflexion au niveau du rétro-réflecteur angulaire. Le système de commande du laser calcule la différence entre les deux signaux rétro-réfléchis pour nous donner les écarts combinés de l'articulation rotoïde « C », de l'indexeur rotatif « RX » et des écarts de montage. Cette opération se répète après chaque rotation de 5 degrés de « C » et de -5 degrés de « RX ». Après un tour, on récupère le cycle complet des écarts.

Ce processus se répète par la suite en tournant l'indexeur rotatif d'un angle bien déterminé par rapport à l'articulation rotoïde « C ».

### **3.2 Test de répétabilité de l'articulation rotoïde «C »**

Pour évaluer la répétabilité de positionnement de l'articulation rotoïde « C », j'ai réalisé des séries successives comprenant 42 tests. La figure 3.3 illustre le principe de ce test. Une équerre est fixée sur l'articulation rotoïde et un comparateur à cadran de précision .00001 in/div, est lié à la broche de la MOCN.

La répétabilité nous permet de voir si l'articulation rotoïde « C » nous donne une valeur acceptable après chaque commande.

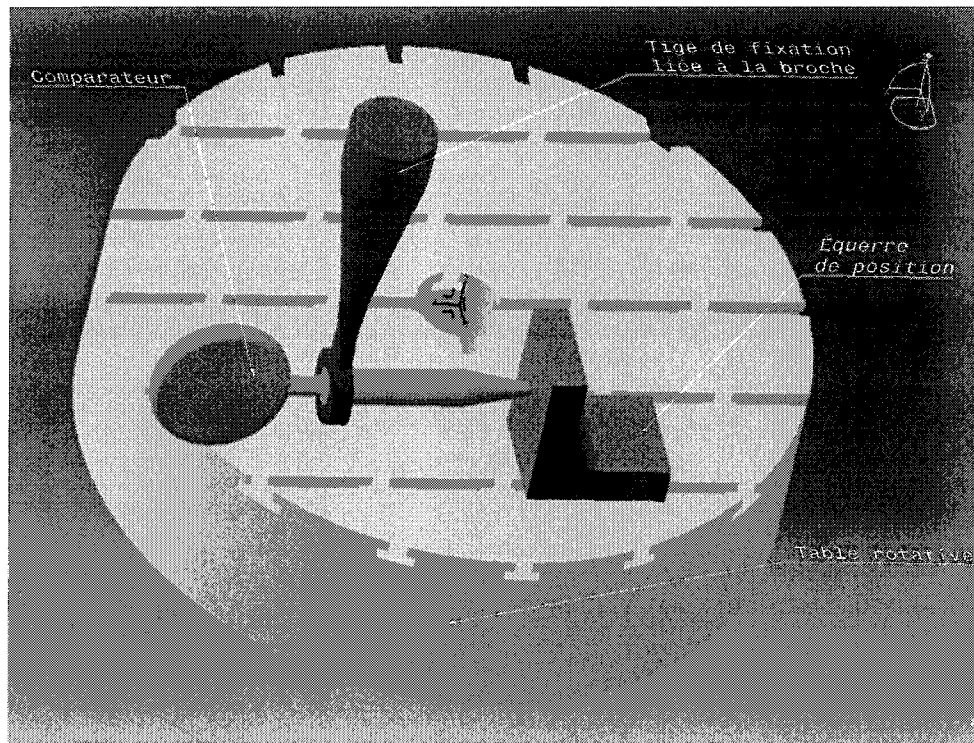


Figure 3.3 - Chaîne cinématique du système de mesure

Le test de répétabilité nous a donné un écart total après 42 mesures de 1.81 arcsec. (intervalle maximal), voir figure 3.4.

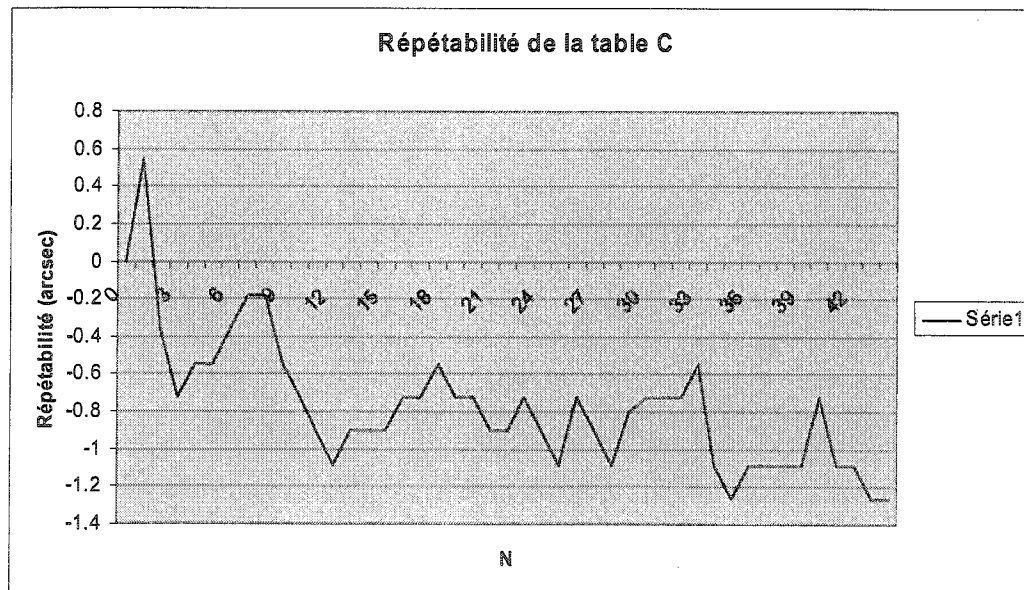
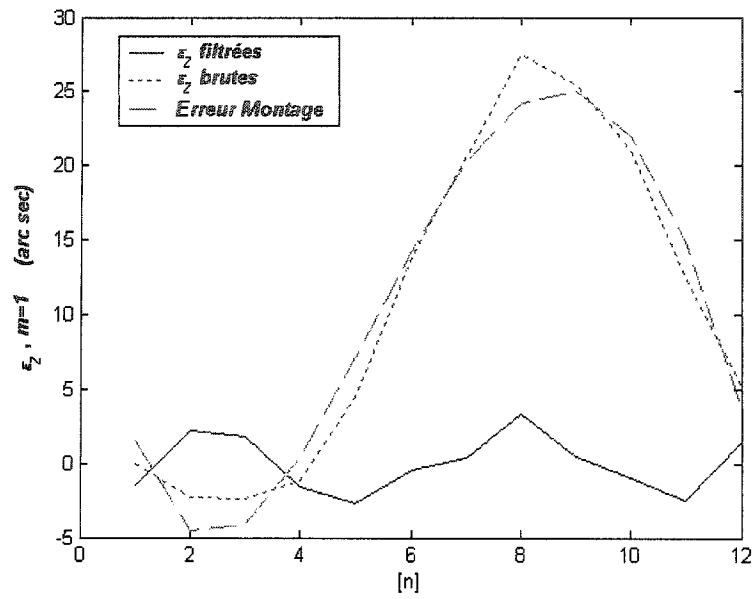
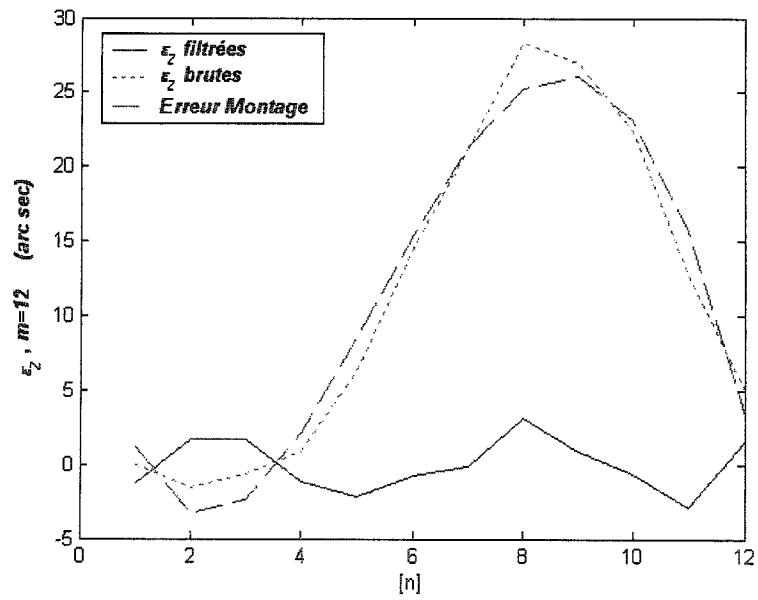


Figure 3.4 - Test de répétabilité de l'articulation rotoïde « C »

### 3.3 Filtrages des mesures brutes

Après la réalisation de mesures brutes par laser et indexeur rotatif « RX », j'introduis ces données dans le modèle d'identification des écarts de montage. Les résultats de sortie illustrés aux Figures 3.5 et 3.6 sont les mesures filtrées (sans écarts de montage). On remarque que la ligne continue approxime bien la forme générale des mesures brutes. Cette ligne représente les mesures brutes prédites par le modèle en présence seulement des écarts de montage identifiés et donc sans écart de positionnement angulaire. C'est donc l'effet cumulé des écarts de montage. En d'autres termes, c'est la portion des mesures brutes explicables par les écarts de montage.

Figure 3.5 - Mesure brute filtrée  $\varepsilon_z$  ( $n=12, m=1$ )Figure 3.6 - Mesure brute filtrée  $\varepsilon_z$  ( $n=12, m=12$ )



### 3.4 Études statistiques

L'écart type peut être vu comme la moyenne des distances à la moyenne. Il mesure la dispersion autour de la moyenne, sachant que la dispersion des mesures autour de la moyenne est plus étroite dans le cas d'un ensemble de données dont l'écart type est plus petit. Contrairement à cela, plus les valeurs sont largement distribuées, plus l'écart type est élevé, voir équation (3.1).

On remarque dans les deux Figures 3.7 et 3.8, que plus  $m$  est grand plus l'écart type se stabilise, donc pour avoir un meilleur résultat, c'est mieux de choisir une valeur de  $m$  acceptable.

L'écart type est la racine carrée de la variance qui dépend des écarts à chaque incrément  $\varepsilon_i$  et de leur moyenne  $\bar{\varepsilon}$ .

$$\sigma = \sqrt{V(\varepsilon)} = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n n_i (\varepsilon_i - \bar{\varepsilon})^2} \quad (3.1)$$

La valeur de stabilisation de l'écart type  $\sigma_C$  pour l'articulation rotoïde en fonction du nombre de retournement  $m$  est de 1.2 (arc sec), voir Figure 3.7.

$$\sigma_C = \sqrt{V(\varepsilon_C)} = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n n_i (\varepsilon_{Ci} - \bar{\varepsilon})^2} \quad (3.2)$$

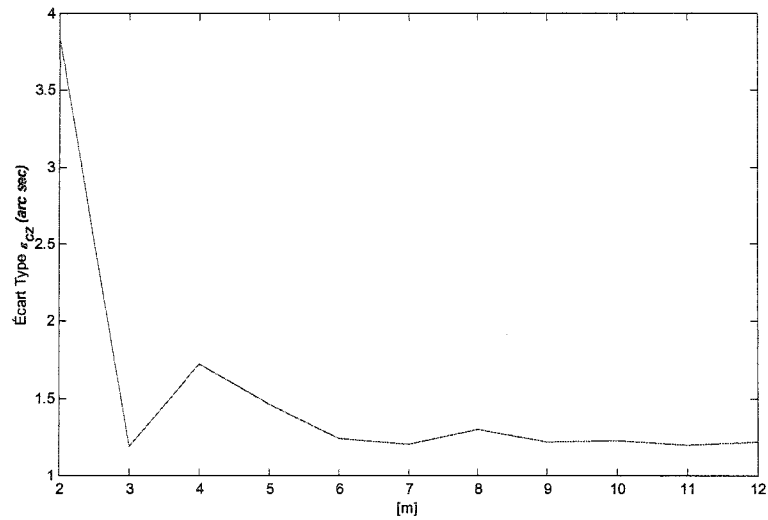


Figure 3.7 - Écart type de l'articulation rotoïde « C »

La valeur de stabilisation de l'écart type  $\sigma_{RX}$  pour l'indexeur rotatif est de 0.2 arc sec, voir Figure 3.8.

$$\sigma_{RX} = \sqrt{V(\epsilon_{RX})} = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n n_i (\epsilon_{RXi} - \bar{\epsilon})^2} \quad (3.3)$$

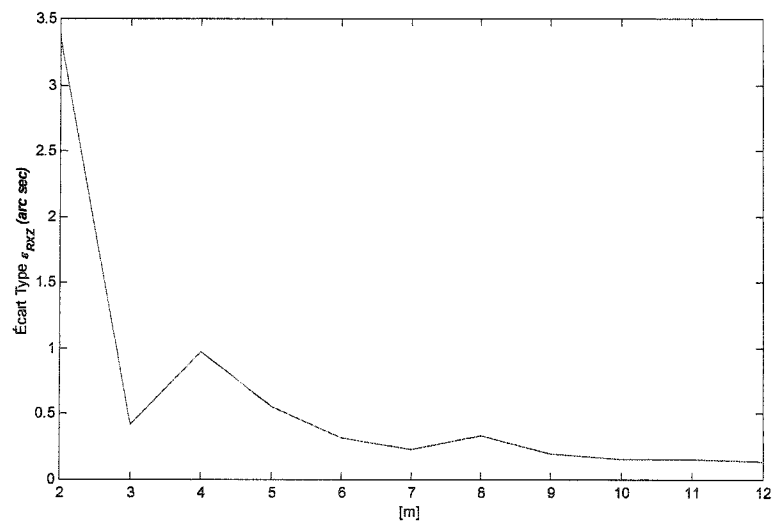


Figure 3.8 - Écart type de l'indexeur rotatif « RX10 »

On remarque dans les Figures 3.9 et 3.10 que plus  $m$  est grand, plus le RMS se stabilise.

$$RMS = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^n (\varepsilon_i)^2} \quad (3.4)$$

La valeur de stabilisation de la moyenne quadratique RMS (de l'anglais Root Mean Square) pour l'articulation rotoïde est de 1.4 (arc sec), voir Figure 3.9.

$$RMS_C = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^n (\varepsilon_{C_i})^2} \quad (3.5)$$

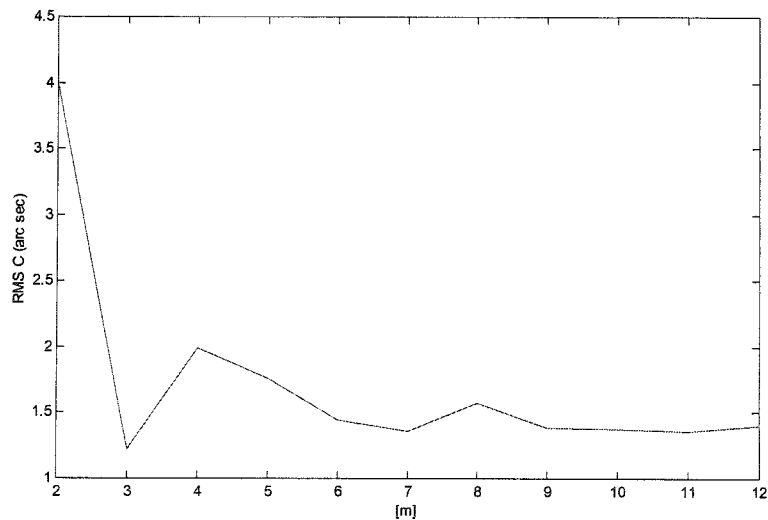


Figure 3.9 - RMS des mesures filtrées de l'articulation rotoïde « C »

La valeur de stabilisation du RMS pour l'indexeur rotatif est de 0.75 arc sec, voir

Figure 3.10.

$$RMS_{RX} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^n (\varepsilon_{RXi})^2} \quad (4.6)$$

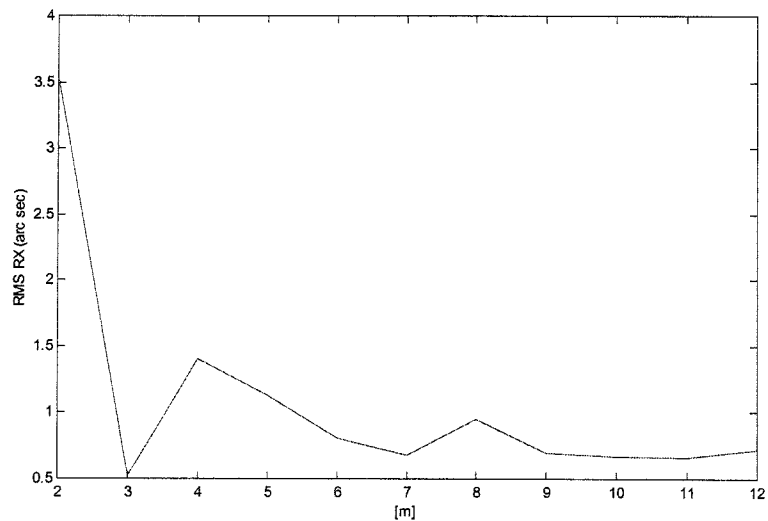


Figure 3.10 - RMS des mesures filtrées de l'indexeur rotatif « RX »

### 3.5 Découplage et identifications des écarts cinématiques de l'articulation rotoïde « C » et du « RX »

Après le filtrage des mesures brutes, on a des mesures sans l'effet des écarts de montages. J'introduis ces données dans le modèle de découplage et d'identification. À la sortie j'ai deux mesures :

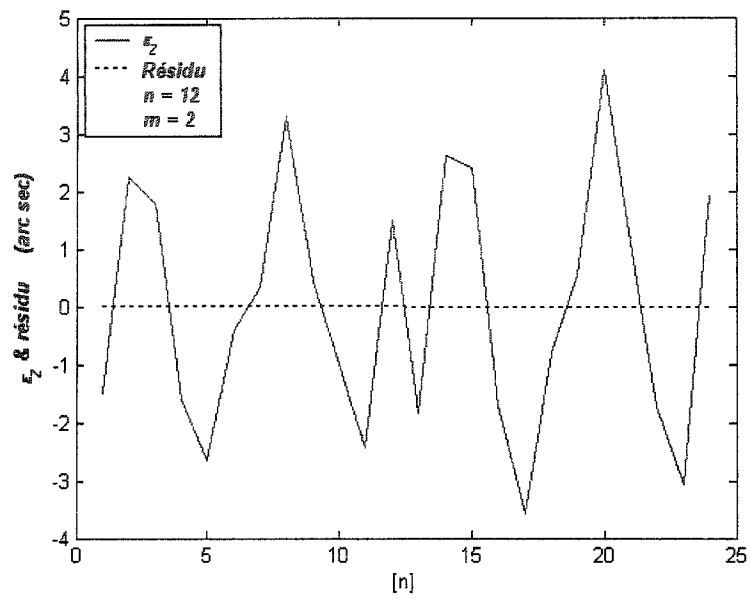
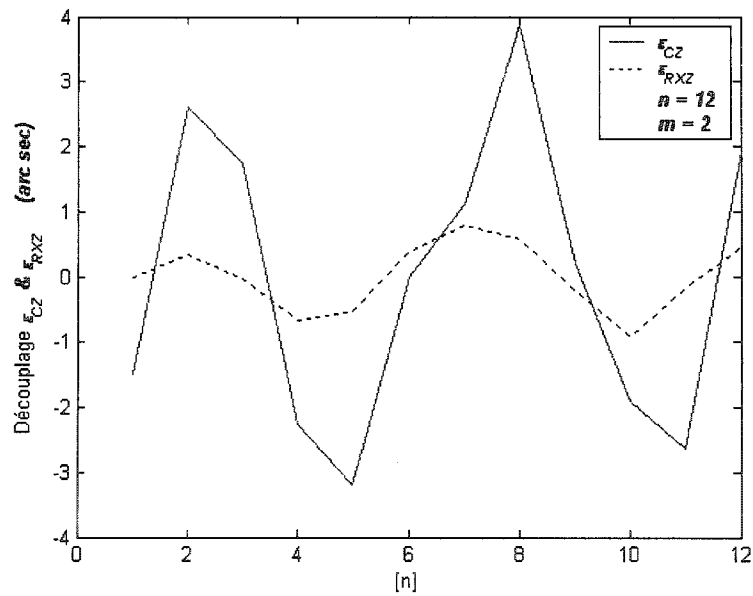
- les écarts angulaires de l'articulation rotoïde  $\varepsilon_{CZ}$  ;
- les écarts angulaires de l'indexeur rotatif  $\varepsilon_{RXZ}$  .

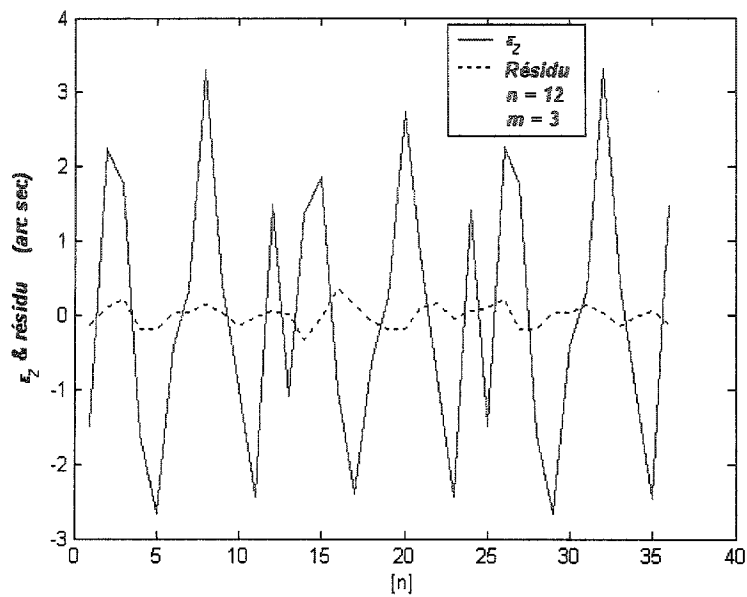
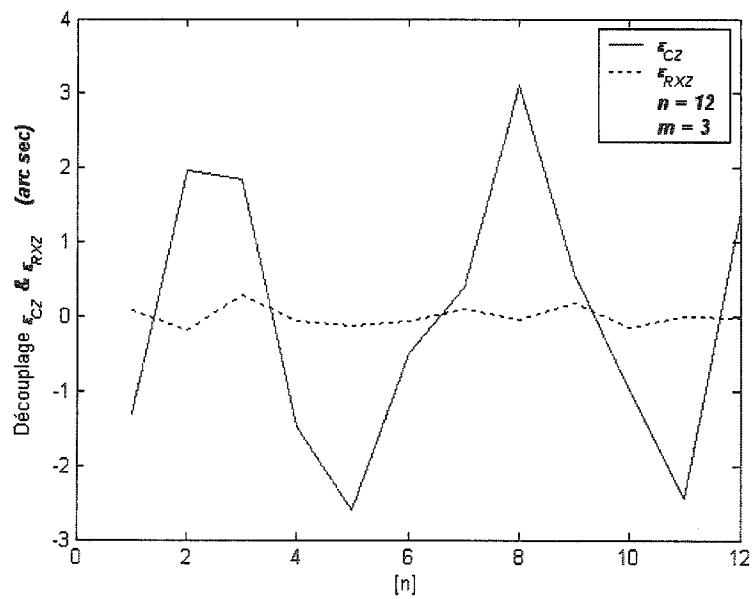
Le modèle de découplage tient compte de la méthode et du nombre de retournement. Il est basé sur un système matriciel qui configure la cinématique et le mouvement de l'articulation rotoïde « C » et de l'indexeur rotatif « RX ». En entrée, on a les mesures brutes filtrées et en sortie on a les mesures propres à l'articulation rotoïde ( $\varepsilon_C$ ) et à l'indexeur rotatif ( $\varepsilon_{RX}$ ).

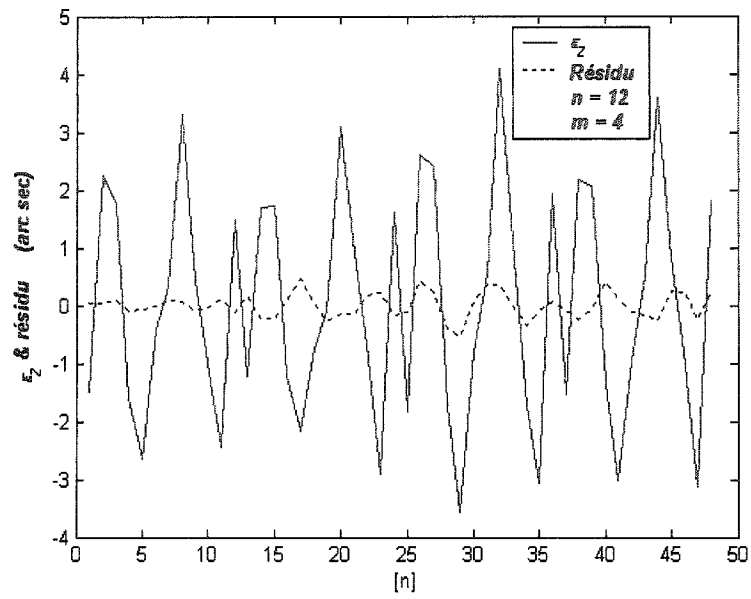
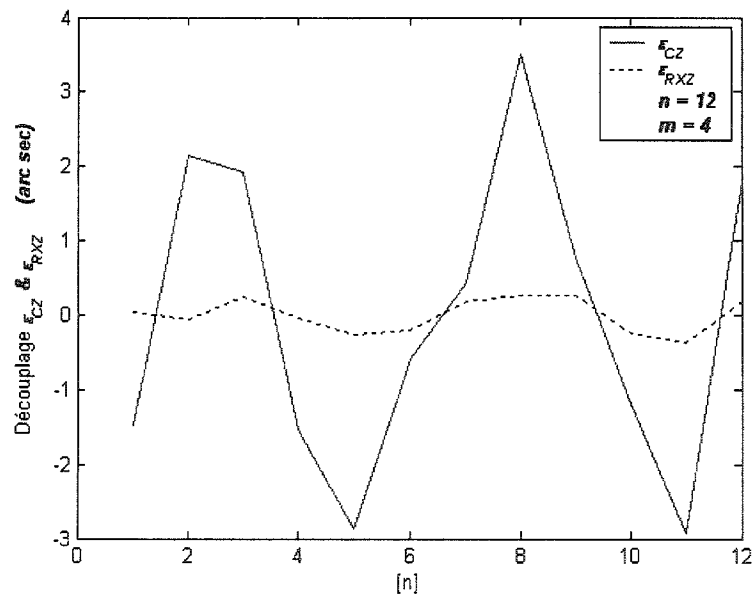
On remarque que plus le nombre de retournement ( $m$ ) est grand, plus les résultats sont mieux filtrés, voir les Figures 3.12, 3.14 et 3.16.

Les mesures filtrées et résidus sont représentées de la figure 3.11 à la figure 3.31 (les nombres impairs). On voit dans ces figures deux courbes. La première représente les données des mesures filtrées et la deuxième représente les données des résidus.

Les mesures découplées des écarts angulaires sont représentées de la figure 3.12 à la figure 3.32 (les nombres pairs). On voit dans ces figures deux courbes. La première représente l'écart angulaire de l'articulation rotoïde  $\varepsilon_{CZ}$  et la deuxième représente les l'écart angulaire de l'indexeur rotatif  $\varepsilon_{RXZ}$ .

Figure 3.11 - Mesures brutes filtrées  $\varepsilon_z$  ( $m=2$ )Figure 3.12 - Découplage des mesures brutes filtrées  $\varepsilon_z$  ( $m=2$ )

Figure 3.13 - Mesures brutes filtrées  $\varepsilon_z$  ( $m=3$ )Figure 3.14 - Découplage des mesures brutes filtrées  $\varepsilon_z$  ( $m=3$ )

Figure 3.15 - Mesures brutes filtrées  $\varepsilon_z$  ( $m=4$ )Figure 3.16 - Découplage des mesures brutes filtrées  $\varepsilon_z$  ( $m=4$ )



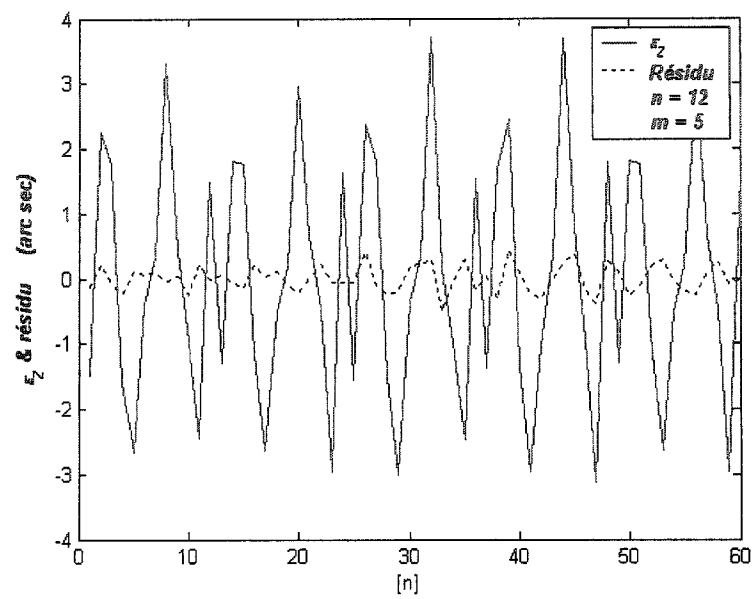


Figure 3.17 - Mesures brutes filtrées  $\varepsilon_z$  ( $m=5$ )

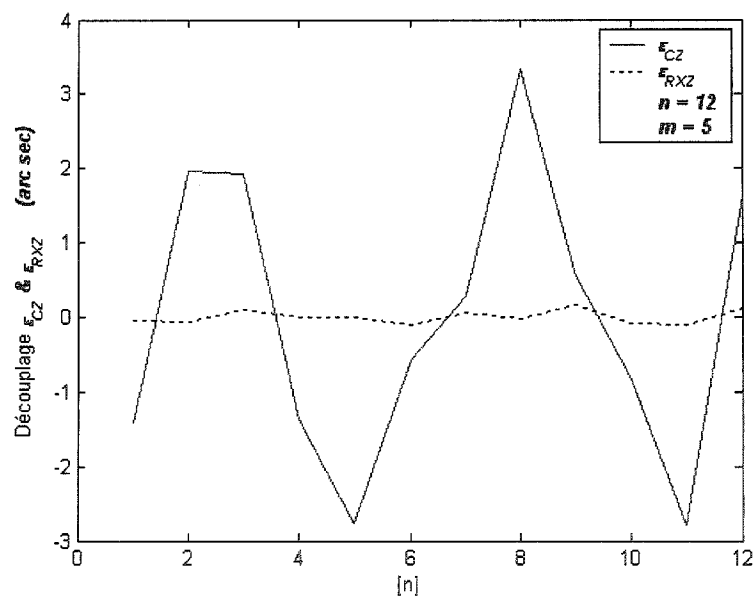
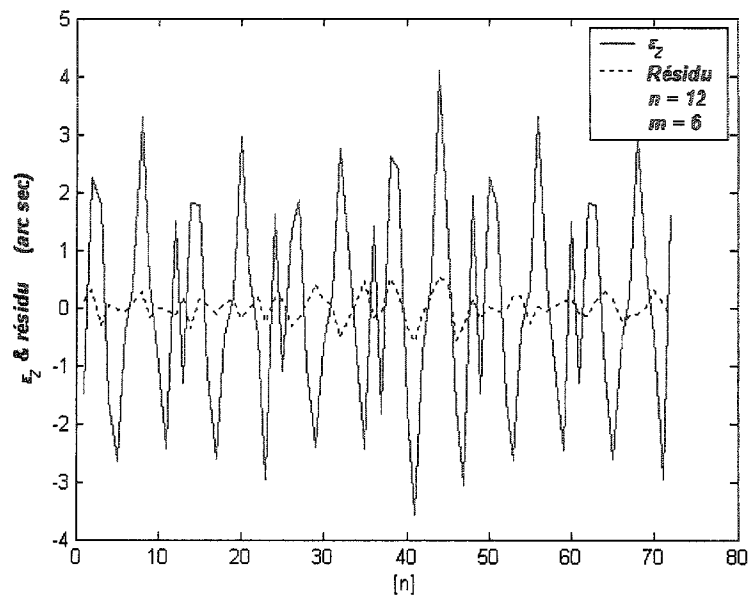
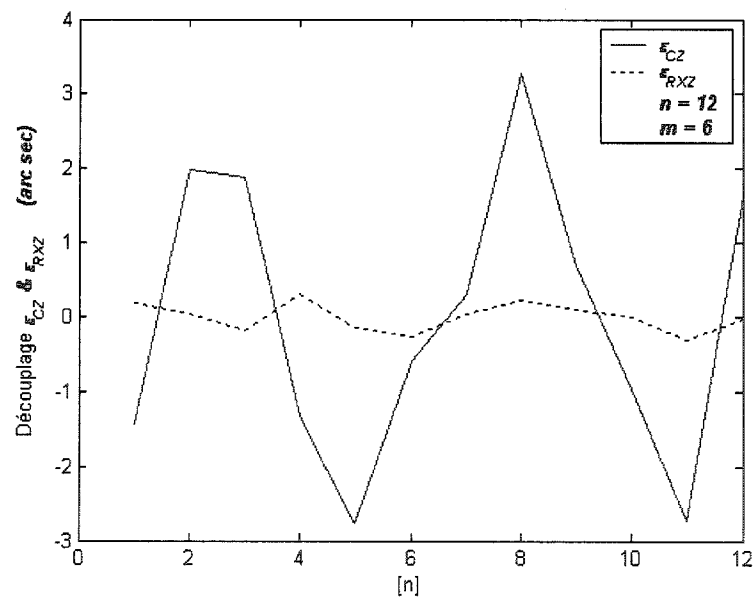


Figure 3.18 - Découplage des mesures brutes filtrées  $\varepsilon_z$  ( $m=5$ )

Figure 3.19 - Mesures brutes filtrées  $\varepsilon_z$  ( $m=6$ )Figure 3.20 - Découplage des mesures brutes filtrées  $\varepsilon_z$  ( $m=6$ )

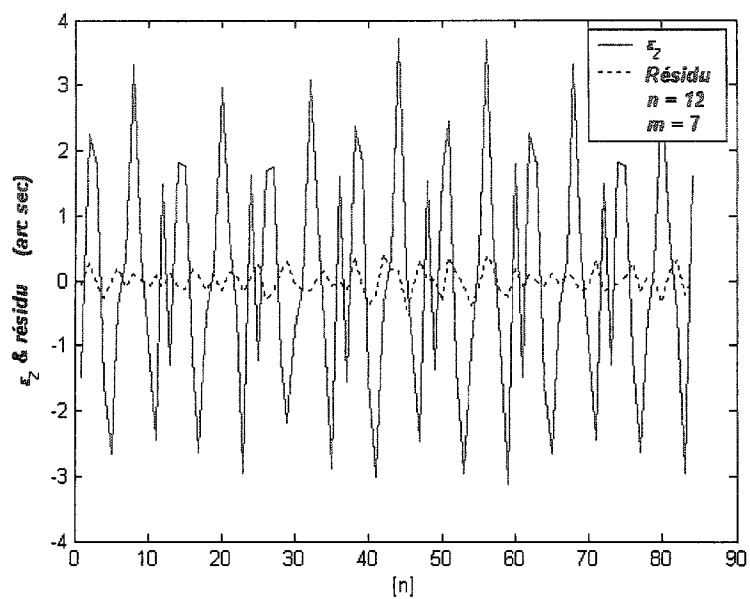


Figure 3.21 - Mesures brutes filtrées  $\varepsilon_z$  ( $m=7$ )

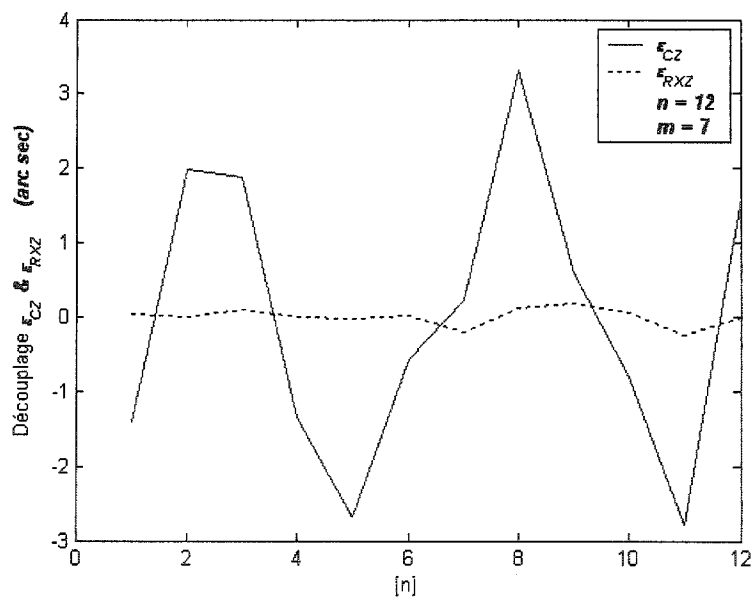


Figure 3.22 - Découplage des mesures brutes filtrées  $\varepsilon_z$  ( $m=7$ )

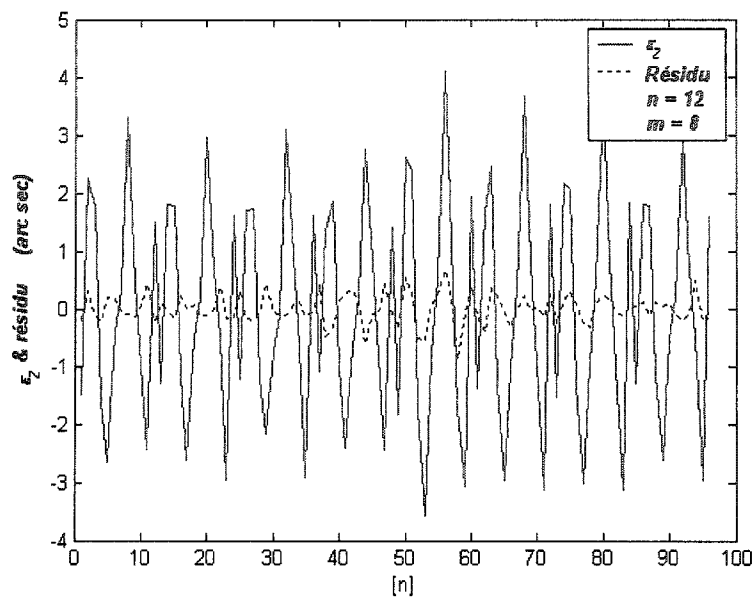
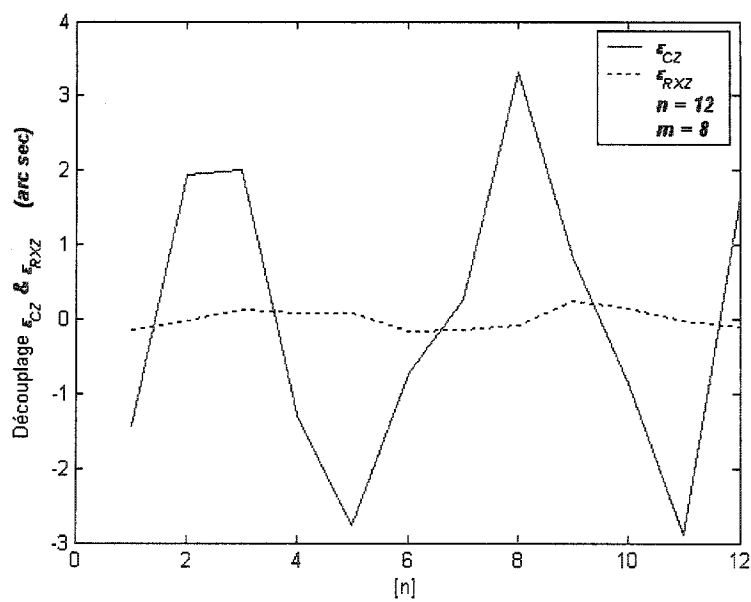
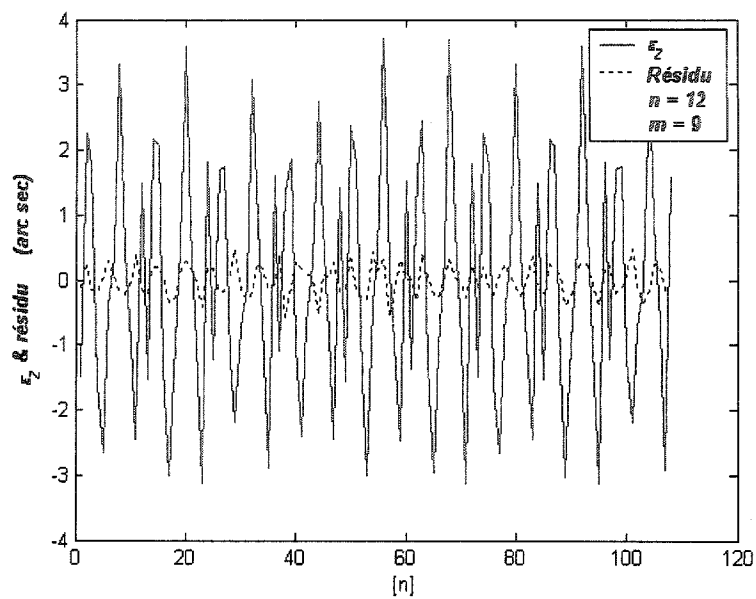
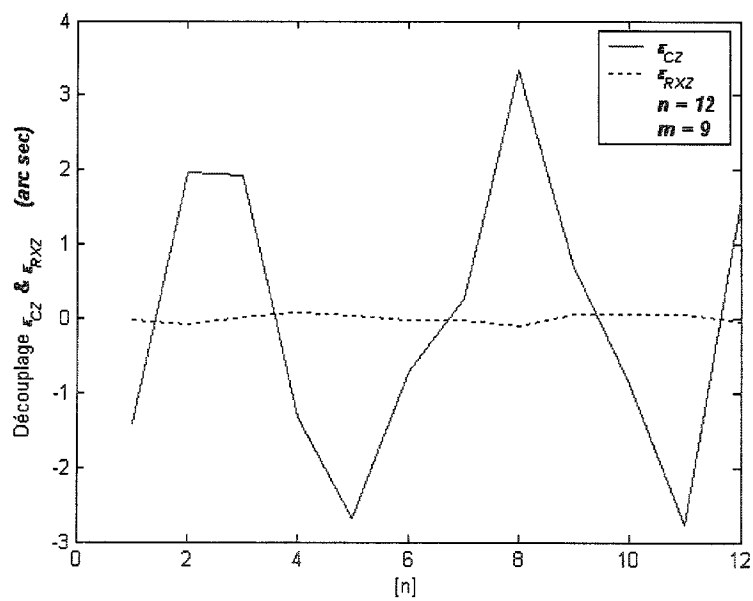


Figure 3.23 - Mesures brutes filtrées (m=8)

Figure 3.24 - Découplage des mesures brutes filtrées  $\varepsilon_z$  (m=8)

Figure 3.25 - Mesures brutes filtrées  $\varepsilon_z$  ( $m=9$ )Figure 3.26 - Découplage des mesures brutes filtrées  $\varepsilon_z$  ( $m=9$ )

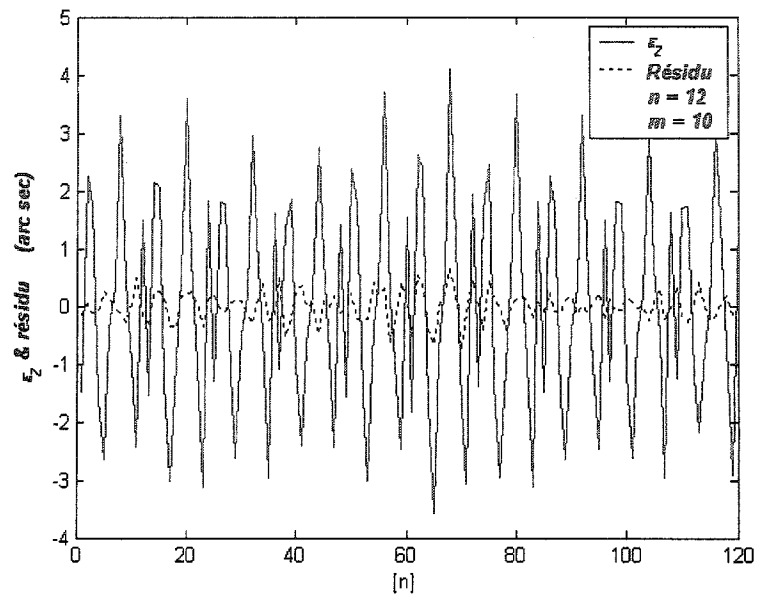


Figure 3.27 - Mesures brutes filtrées  $\varepsilon_z$  ( $m=10$ )

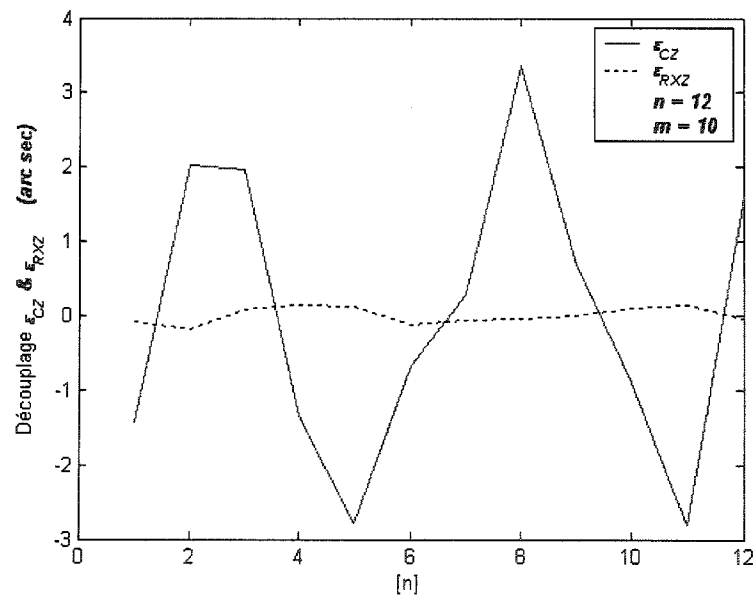
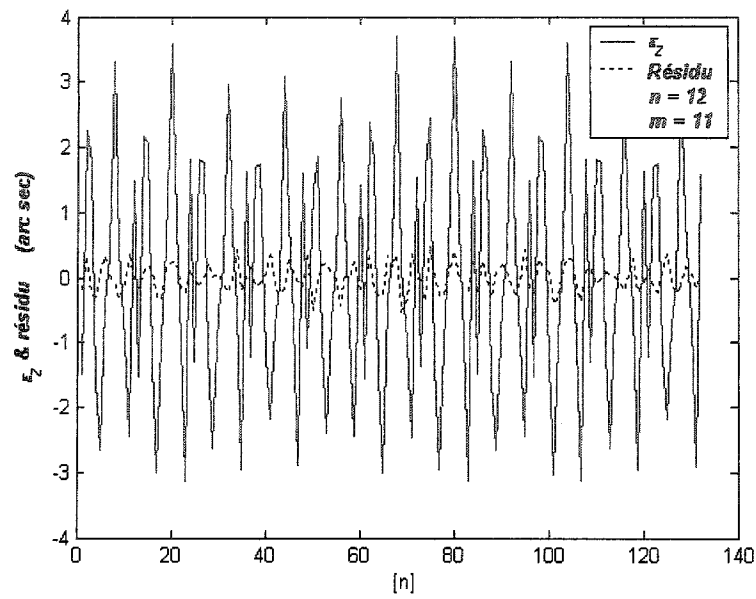
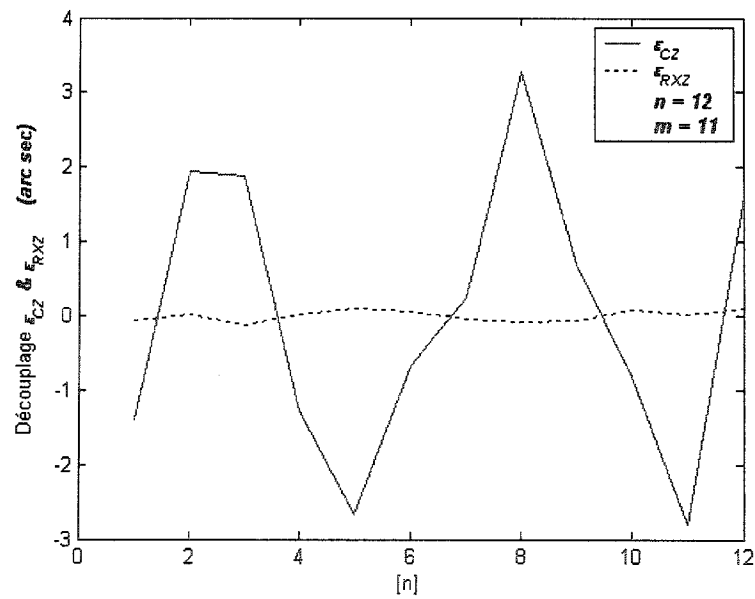
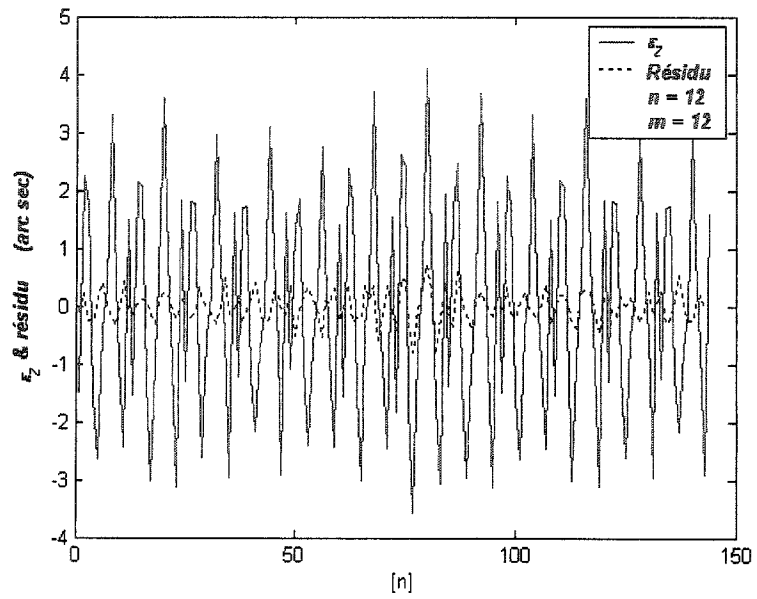
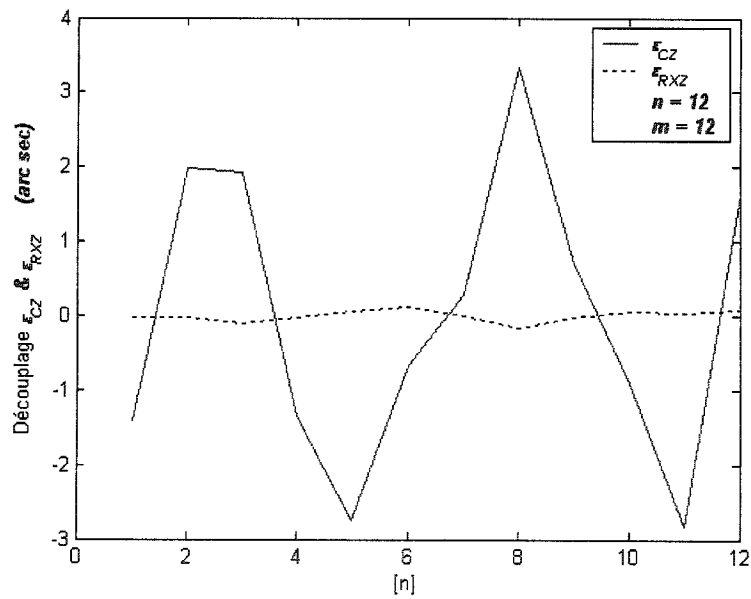


Figure 3.28 - Découplage des mesures brutes filtrées  $\varepsilon_z$  ( $m=10$ )

Figure 3.29 - Mesures brutes filtrées  $\varepsilon_z$  (m=11)Figure 3.30 - Découplage des mesures brutes filtrées  $\varepsilon_z$  (m=11)

Figure 3.31 - Mesures brutes filtrées  $\varepsilon_z$  ( $m=12$ )Figure 3.32 - Découplage des mesures brutes filtrées  $\varepsilon_z$  ( $m=12$ )



### 3.6 Analyse des résultats et discussion

Pour comprendre et analyser les causes des erreurs de mesure, j'utilise le diagramme d'Ishikawa. La figure 3.33 illustre les facteurs qui influent sur la justesse d'un résultat ou d'un diagnostic. Dans notre cas d'identifications des écarts angulaires de l'articulation rotoïde « C », j'ai étudié les facteurs pertinents qui sont les écarts de montage et les écarts du système de mesures. En travaillant dans des conditions imposées stables, j'ai pu diminuer l'effet d'autres facteurs. Comme en utilisant la machine sans usinage, j'ai pu diminuer l'effet d'inertie et de l'effort de frottement. En bloquant les autres articulations, j'ai diminué l'effet d'échange thermique et les vibrations. En utilisant la machine après un repos considérable, j'ai diminué l'effet thermique.

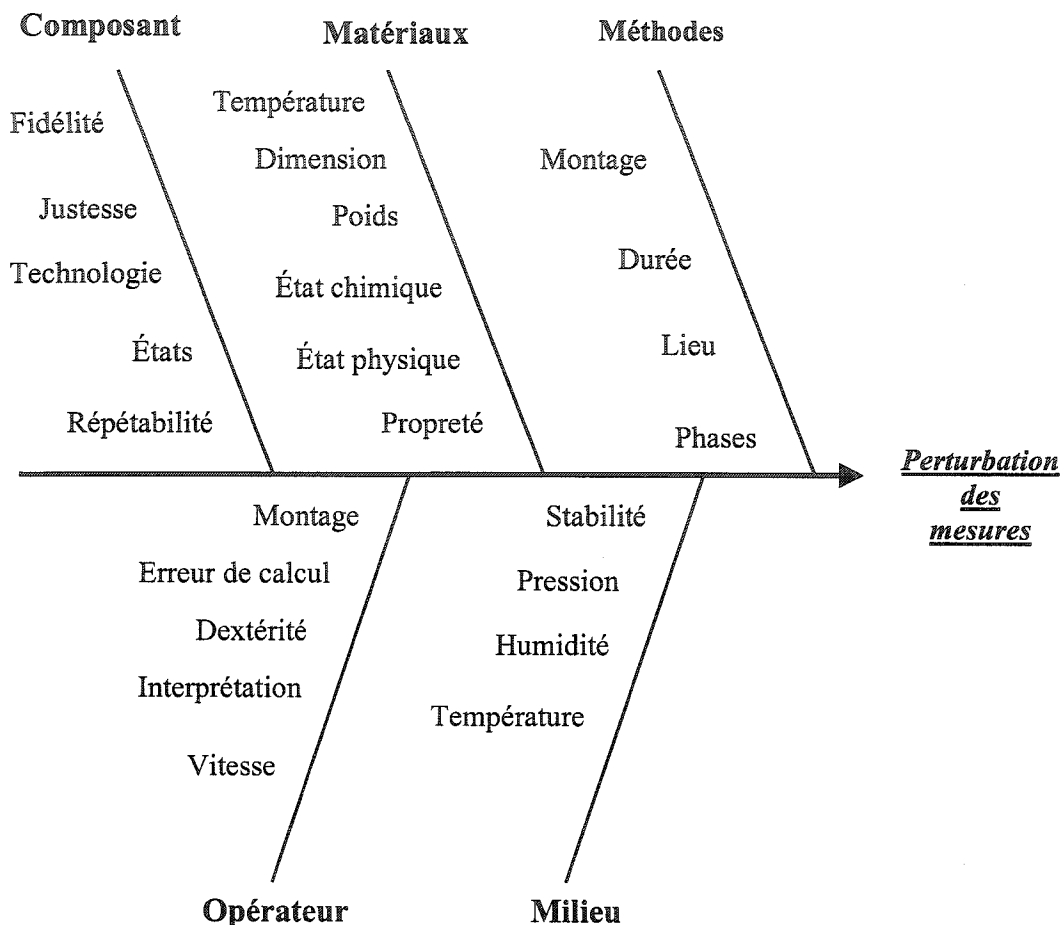


Figure 3.33 - Diagramme causes et effets (Ishikawa) de perturbation des mesures

On remarque que l'utilisation du modèle des écarts de montage en amont du modèle de retournement permet de filtrer et identifier les écarts de l'articulation rotoïde « C » et de l'indexeur rotatif « RX », ce qui permet par la suite une bonne estimation des écarts cinématiques.

Les résultats s'améliorent en augmentant le nombre de retournement, mais je constate qu'il y a une valeur de stabilisation, où même si on augmente le nombre de retournement, le résultat sera le même. Cette constatation est importante car elle

permet un juste équilibre entre l'obtention d'une précision d'étalonnage suffisante en un temps d'essai raisonnable. Dans un contexte de production industrielle, les temps d'arrêt représentent des pertes de production et donc des coûts.

## Conclusions

L'usinage se développe de plus en plus avec les nouvelles technologies au niveau mécanique et informatique. Cela implique l'augmentation de la productivité, de la puissance et de la qualité. Cela contraint les chercheurs et concepteurs à réaliser des prototypes et à les valider selon les besoins et les exigences des grands sous-traitants, comme Pratt et Whitney Canada Inc. Pour aboutir à cet objectif, la métrologie des machines doit suivre ce développement afin de pouvoir contrôler de façon adéquate et précise les écarts de mouvement des machines.

Ma méthode utilise la métrologie afin de bien étalonner les articulations rotoïdes tout en utilisant une méthode fiable, qui pourrait être utilisée avec n'importe quelle mesure brute faite par retournement, et des modèles robustes (voir page 34) qui pourraient s'intégrer dans un logiciel de fabricant des systèmes de contrôle et de mesure.

Ce projet est donc une contribution significative aux travaux de FAN [4] qui a étudié les écarts angulaires de l'articulation rotoïde, mais sans considérer les écarts de montage et la liaison entre les mesures. De ce fait, il a gardé les mesures sous forme sinusoïdale, comme mesure réelle de l'articulation rotoïde. Cela ne reflète pas la réalité des écarts angulaires car on a alors la combinaison des écarts propres à l'articulation rotoïde et des écarts des instruments de mesures et en plus l'effet du montage.

L'article [3] porte sur les mesures des déplacements angulaires, mais n'a pas donné des résultats liés aux tests.

Les articles [2] et [13] portent sur la réalisation d'un modèle de l'articulation rotoïde, basé sur les transformations homogènes. Pour les mesures, il a utilisé un polygone et un autocollimateur. Pour les erreurs de montage, il n'a tenu compte que de l'excentricité.

Dans l'article [1] l'auteur a étudié la méthode de calibration par retournement. Donc, je l'ai utilisé en partie dans mon modèle. Mais l'auteur n'a pas réalisé d'essais pour valider son modèle.

Dans tous ces articles, j'ai pu avoir une bonne expérience et ciblé mon objectif. À chaque étape pertinente, j'ai réalisé des différents modèles qui me permettent d'avoir des résultats qui reflètent la réalité. Le modèle de filtrage, basé sur les matrices de transport, m'a permis d'enlever les écarts de montage en tenant compte de la chaîne cinématique et statique du montage de mesure. Le modèle d'identification, basé sur la méthode de retournement, m'a permis, à partir des mesures filtrées, de découpler les écarts angulaires de l'articulation rotoïde ( $\varepsilon_{CZ}$ ) et de l'indexeur rotatif ( $\varepsilon_{RXZ}$ ).

Pendant les essais et simulations, j'ai constaté qu'on pourrait avoir des résultats acceptables (converge presque vers le même résultat que pour supérieur à 3) à partir de  $m=3$  (nombre de retournement) voir figure (2.4), figure (A.17) et figure (A.30) ce qui minimise le temps de contrôle dans le cas de mesure dans les entreprises.

Les écarts de montage dépendent du matériel utilisé, de son assemblage et de l'opérateur. Donc, il faut en tenir compte pour avoir une signature réelle de l'articulation de la MOCN.

Comme travail futur, je propose de continuer cette étude afin de réaliser les signatures complètes de l'articulation rotoïde et par la suite de la machine, en combinant les modèles des articulations rotoïdes et prismatiques. On pourra introduire ce modèle en amont du post-processeur afin de réaliser un programme en code G, qui compense les écarts de la MOCN.

Durant mon mémoire, j'ai remarqué que les écarts détectés reflètent la signature complète des écarts angulaires suivant Z ( $\varepsilon_{CZ}$ ), de l'articulation rotoïde « C ». Par analogie, on espère pouvoir utiliser la même méthode pour les autres écarts :

- $\varepsilon_{CX}$  : écart d'inclinaison suivant X
- $\varepsilon_{CY}$  : écart d'inclinaison suivant Y
- $\delta_{CX}$  : écart radial suivant X
- $\delta_{CY}$  : écart radial suivant Y
- $\delta_{CZ}$  : écart axial suivant Z

Une fois qu'on a toutes ces données, on pourra les modéliser dans un modèle qui représente les écarts de toute l'articulation (voir annexe).

Ce projet pourrait être complété par un autre projet pour les articulations prismatiques afin de donner un système de contrôle global d'une machine à commande numérique ou d'un robot.

## Références

- [1] ESTLER, W. Tyler “Uncertainty Analysis for Angle Calibrations using Circle Closure”, Journal of Research of the National Institute of Standards and Technology, Vol.103, no 2, March-April 1998, p.141-151.
- [2] Mark, W. D. “Method for precision calibration of rotary scale errors and precision determination of gear tooth index errors”, Pennsylvania State Univ., University Park , PA , USA, Vol. 30, Nov. 1998, p. 723-752.
- [3] BRYAN, J. B. , CARTER, D. L. , THOMPSON, S. L. “Angle Interferometer Cross-Axis Errors”, Lawrence Livermore National Laboratory, Annals of the CIRP, Vol. 43, 1994, p.453-456.
- [4] FAN, Kuang-Chao “Application of a Laser Interferometer for the Calibration of Angular Indexing”, Journal of the Chinese Society of Mechanical Engineers, Vol.9, no. 1, 1988, p.63-69.
- [5] CLOUTIER, G.M. , MAYER, J.R.R. “Modélisation de machine en fabrication mécanique”, Cours offert au département de génie mécanique, École Polytechnique de Montréal, 1999.
- [6] MAYER, J.R.R. , MIR, Y.A. , FORTIN, C. “Calibration of a Five-Axis Machine Tool for Position Independent Geometric Error Parameters using a Telescoping Magnetic Ball-Bar”, MATADOR International Conference, UK , 2000.
- [7] HAYATI, S. , Tso K. , ROSTON G. “Robot Geometry Calibration”, IEEE International Conference on Robotics and Automation, Philadelphia, Pennsylvania, Vol. 2, April 1988, p. 24-29.



- [8] STEVEN, J. , HAYATI, S. , TSO, K. , ROSTON G. “Robot Geometry Calibration”, IEEE International Conference on Robotics and Automation, Philadelphia, Pennsylvania, Vol. 2, April 1988, p. 24-29.
- [9] PAHK, H. J. , KIM, Y. S. , MOON, J. H. “A New Technique for Volumetric Error Assessment of CNC Machine Tools Incorporating Ball Bar Measurement and 3D Volumetric Error Model”, Int. J. Mach. Tools Manuf., 37(11), 1997, p. 1583-1596.
- [10] OKAFOR, A. C. , ERTEKIN, Y. M. “Vertical machining center accuracy characterization using laser interferometer Part1. Linear positional errors”, Material Processing Technology, Vol. 105, 2000, p. 394-406.
- [11] CLOUTIER, G. M. , MAYER, J. R. René , AUSSEL, W. “Study of the co-calibration of the scale error of a prismatic joint and of a step gauge by shearing of reversal techniques”, IDMMME Forum 2000 SCGM/CSME published on a Cdrom ISBN 2-553-00803-1 , 10 pages , 2000.
- [12] ESTLER, W. Tyler , EVANS, Chris J. , SHAOT, L.Z. “Uncertainty estimation for multiposition form error metrology”, Precision Engineering Division, National Institute of Standards and Technology, Vol. 21, 1997, p. 72-82.
- [13] SUH, Suk-Hwan , LEE, Eung-Suk , JUNG, Se-Yong “Error Modeling and Measurement for the Rotary Table of Five-axis Machine Tools”, The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 1998, p.656-663.

## Annexes

### A.1 Travail futur

Une fois qu'on a tous les écarts de l'articulation rotoïde, on pourra les injecter dans un modèle (A.1.1 et A.1.2) afin de représenter les écarts complets de l'articulation rotoïde.

$$[E_{L_{Mesure}}] = [J][E_C] \quad (\text{A.1.1})$$

$E_{L_{Mesure}}$  : données des mesures du laser.

$E_C$  : les 6 écarts de l'articulation rotoïdes

$$\begin{bmatrix} e_{Lx} \\ e_{Ly} \\ e_{Lz} \\ \gamma_{Lx} \\ \gamma_{Ly} \\ \gamma_{Lz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial e_{Lx}}{\partial \delta_x} & \frac{\partial e_{Lx}}{\partial \delta_y} & \frac{\partial e_{Lx}}{\partial \delta_z} & \frac{\partial e_{Lx}}{\partial \varepsilon_x} & \frac{\partial e_{Lx}}{\partial \varepsilon_y} & \frac{\partial e_{Lx}}{\partial \varepsilon_z} \\ \frac{\partial e_{Ly}}{\partial \delta_x} & \frac{\partial e_{Ly}}{\partial \delta_y} & \frac{\partial e_{Ly}}{\partial \delta_z} & \frac{\partial e_{Ly}}{\partial \varepsilon_x} & \frac{\partial e_{Ly}}{\partial \varepsilon_y} & \frac{\partial e_{Ly}}{\partial \varepsilon_z} \\ \frac{\partial e_{Lz}}{\partial \delta_x} & \frac{\partial e_{Lz}}{\partial \delta_y} & \frac{\partial e_{Lz}}{\partial \delta_z} & \frac{\partial e_{Lz}}{\partial \varepsilon_x} & \frac{\partial e_{Lz}}{\partial \varepsilon_y} & \frac{\partial e_{Lz}}{\partial \varepsilon_z} \\ \frac{\partial \gamma_{Lx}}{\partial \delta_x} & \frac{\partial \gamma_{Lx}}{\partial \delta_y} & \frac{\partial \gamma_{Lx}}{\partial \delta_z} & \frac{\partial \gamma_{Lx}}{\partial \varepsilon_x} & \frac{\partial \gamma_{Lx}}{\partial \varepsilon_y} & \frac{\partial \gamma_{Lx}}{\partial \varepsilon_z} \\ \frac{\partial \gamma_{Ly}}{\partial \delta_x} & \frac{\partial \gamma_{Ly}}{\partial \delta_y} & \frac{\partial \gamma_{Ly}}{\partial \delta_z} & \frac{\partial \gamma_{Ly}}{\partial \varepsilon_x} & \frac{\partial \gamma_{Ly}}{\partial \varepsilon_y} & \frac{\partial \gamma_{Ly}}{\partial \varepsilon_z} \\ \frac{\partial \gamma_{Lz}}{\partial \delta_x} & \frac{\partial \gamma_{Lz}}{\partial \delta_y} & \frac{\partial \gamma_{Lz}}{\partial \delta_z} & \frac{\partial \gamma_{Lz}}{\partial \varepsilon_x} & \frac{\partial \gamma_{Lz}}{\partial \varepsilon_y} & \frac{\partial \gamma_{Lz}}{\partial \varepsilon_z} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_x \\ \delta_y \\ \delta_z \\ \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \end{bmatrix} \quad (\text{A.1.2})$$

Si on fait un choix préliminaire du modèle (A.1.3) :

$$\delta x = a_0 b^0 + a_1 b^1 + a_2 b^2 \Rightarrow \delta x = \sum_{i=0}^{i=n-1} a_i b^i \quad (\text{A.1.3})$$

Et on réalise un découplage paramétré, basé sur un jacobien «  $J_a$  » (A.1.4):

$$\begin{bmatrix} \delta_x \\ \delta_y \\ \delta_z \\ \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \end{bmatrix} = J_a \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \\ a_5 \end{bmatrix} \quad (\text{A.1.4})$$

Si on ramène les valeurs du jacobien à notre système de mesure pour l'articulation rotoïde « C » et l'indexeur rotatif « RX », on aura le jacobien (A.1.5) :

$$J_a = \begin{bmatrix} \frac{\partial e_{Cx}}{\partial \delta_x} \frac{\partial \delta_x}{\partial a_0} & \frac{\partial e_{Cx}}{\partial \delta_y} \frac{\partial \delta_x}{\partial a_1} & \frac{\partial e_{Cx}}{\partial \delta_z} \frac{\partial \delta_x}{\partial a_2} & \frac{\partial e_{Rx}}{\partial \varepsilon_x} \frac{\partial \delta_x}{\partial a_3} & \frac{\partial e_{Rx}}{\partial \varepsilon_y} \frac{\partial \delta_x}{\partial a_4} & \frac{\partial e_{Rx}}{\partial \varepsilon_z} \frac{\partial \delta_x}{\partial a_5} \\ \frac{\partial e_{Cy}}{\partial \delta_x} \frac{\partial \delta_x}{\partial a_0} & \frac{\partial e_{Cy}}{\partial \delta_y} \frac{\partial \delta_x}{\partial a_1} & \frac{\partial e_{Cy}}{\partial \delta_z} \frac{\partial \delta_x}{\partial a_2} & \frac{\partial e_{Ry}}{\partial \varepsilon_x} \frac{\partial \delta_x}{\partial a_3} & \frac{\partial e_{Ry}}{\partial \varepsilon_y} \frac{\partial \delta_x}{\partial a_4} & \frac{\partial e_{Ry}}{\partial \varepsilon_z} \frac{\partial \delta_x}{\partial a_5} \\ \frac{\partial e_{Cz}}{\partial \delta_x} \frac{\partial \delta_x}{\partial a_0} & \frac{\partial e_{Cz}}{\partial \delta_y} \frac{\partial \delta_x}{\partial a_1} & \frac{\partial e_{Cz}}{\partial \delta_z} \frac{\partial \delta_x}{\partial a_2} & \frac{\partial e_{Rz}}{\partial \varepsilon_x} \frac{\partial \delta_x}{\partial a_3} & \frac{\partial e_{Rz}}{\partial \varepsilon_y} \frac{\partial \delta_x}{\partial a_4} & \frac{\partial e_{Rz}}{\partial \varepsilon_z} \frac{\partial \delta_x}{\partial a_5} \\ \frac{\partial \gamma_{Cx}}{\partial \delta_x} \frac{\partial \delta_x}{\partial a_0} & \frac{\partial \gamma_{Cx}}{\partial \delta_y} \frac{\partial \delta_x}{\partial a_1} & \frac{\partial \gamma_{Cx}}{\partial \delta_z} \frac{\partial \delta_x}{\partial a_2} & \frac{\partial \gamma_{Rx}}{\partial \varepsilon_x} \frac{\partial \delta_x}{\partial a_3} & \frac{\partial \gamma_{Rx}}{\partial \varepsilon_y} \frac{\partial \delta_x}{\partial a_4} & \frac{\partial \gamma_{Rx}}{\partial \varepsilon_z} \frac{\partial \delta_x}{\partial a_5} \\ \frac{\partial \gamma_{Cy}}{\partial \delta_x} \frac{\partial \delta_x}{\partial a_0} & \frac{\partial \gamma_{Cy}}{\partial \delta_y} \frac{\partial \delta_x}{\partial a_1} & \frac{\partial \gamma_{Cy}}{\partial \delta_z} \frac{\partial \delta_x}{\partial a_2} & \frac{\partial \gamma_{Ry}}{\partial \varepsilon_x} \frac{\partial \delta_x}{\partial a_3} & \frac{\partial \gamma_{Ry}}{\partial \varepsilon_y} \frac{\partial \delta_x}{\partial a_4} & \frac{\partial \gamma_{Ry}}{\partial \varepsilon_z} \frac{\partial \delta_x}{\partial a_5} \\ \frac{\partial \gamma_{Cz}}{\partial \delta_x} \frac{\partial \delta_x}{\partial a_0} & \frac{\partial \gamma_{Cz}}{\partial \delta_y} \frac{\partial \delta_x}{\partial a_1} & \frac{\partial \gamma_{Cz}}{\partial \delta_z} \frac{\partial \delta_x}{\partial a_2} & \frac{\partial \gamma_{Rz}}{\partial \varepsilon_x} \frac{\partial \delta_x}{\partial a_3} & \frac{\partial \gamma_{Rz}}{\partial \varepsilon_y} \frac{\partial \delta_x}{\partial a_4} & \frac{\partial \gamma_{Rz}}{\partial \varepsilon_z} \frac{\partial \delta_x}{\partial a_5} \end{bmatrix} \quad (\text{A.1.5})$$

Puisque le jacobien est de dimension (6 x 6), donc on pourra l'inverser directement et avoir les écarts  $[E_C]$  du système basés sur les mesures  $[E_{CM}]$  (A.1.6) :

$$[E_C] = [J]^{-1} [E_{CM}] \quad (\text{A.1.6})$$

Si on introduit l'erreur de mesure  $E_{RM}$ , on aura :

$$[E_{CM}] = [E_{RM}] [J] [E_C] \quad (A.1.7)$$

$$[E_C] = [J]^{-1} [E_{RM}]^{-1} [E_{CM}] \quad (A.1.8)$$

Si on prend comme modèle de représentation le modèle Runge-Kutta, il faut en tenir compte qu'il diverge pour les abscisses équidistantes et converge pour les abscisses de Chebyshev.

$$[E_{CM}] = [J][E_C] \quad (A.1.9)$$

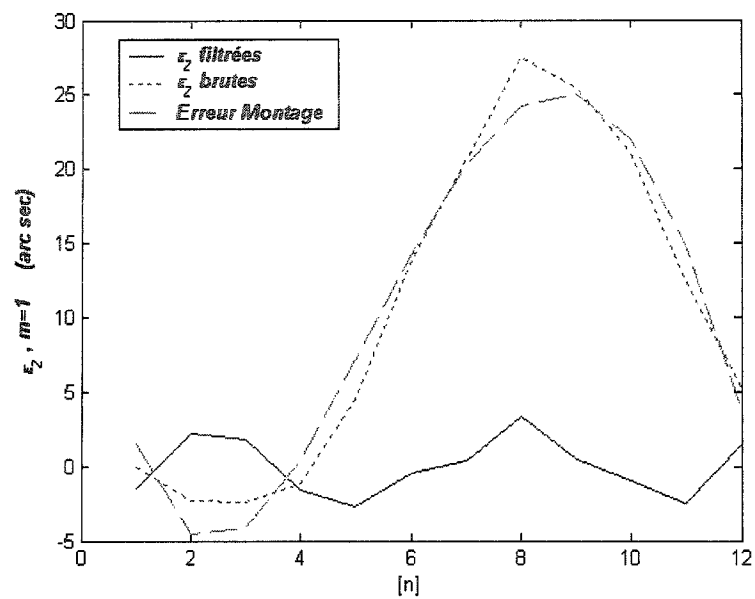
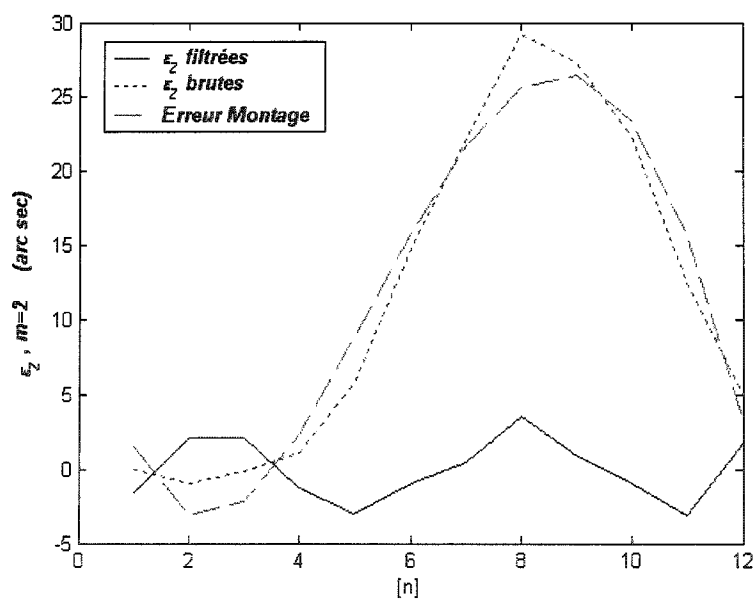
$$\begin{bmatrix} e_{RCx} \\ e_{RCy} \\ e_{RCz} \\ \gamma_{RCx} \\ \gamma_{RCy} \\ \gamma_{RCz} \\ e_{RRx} \\ e_{RRy} \\ e_{RRz} \\ \gamma_{RRx} \\ \gamma_{RRy} \\ \gamma_{RRz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial e_{Cx}}{\partial \delta_x} & \frac{\partial e_{Cx}}{\partial \delta_y} & \frac{\partial e_{Cx}}{\partial \delta_z} & \frac{\partial e_{Cx}}{\partial \varepsilon_x} & \frac{\partial e_{Cx}}{\partial \varepsilon_y} & \frac{\partial e_{Cx}}{\partial \varepsilon_z} & \frac{\partial e_{Rx}}{\partial \delta_x} & \frac{\partial e_{Rx}}{\partial \delta_y} & \frac{\partial e_{Rx}}{\partial \delta_z} & \frac{\partial e_{Rx}}{\partial \varepsilon_x} & \frac{\partial e_{Rx}}{\partial \varepsilon_y} & \frac{\partial e_{Rx}}{\partial \varepsilon_z} \\ \frac{\partial e_{Cy}}{\partial \delta_x} & \frac{\partial e_{Cy}}{\partial \delta_y} & \frac{\partial e_{Cy}}{\partial \delta_z} & \frac{\partial e_{Cy}}{\partial \varepsilon_x} & \frac{\partial e_{Cy}}{\partial \varepsilon_y} & \frac{\partial e_{Cy}}{\partial \varepsilon_z} & \frac{\partial e_{Ry}}{\partial \delta_x} & \frac{\partial e_{Ry}}{\partial \delta_y} & \frac{\partial e_{Ry}}{\partial \delta_z} & \frac{\partial e_{Ry}}{\partial \varepsilon_x} & \frac{\partial e_{Ry}}{\partial \varepsilon_y} & \frac{\partial e_{Ry}}{\partial \varepsilon_z} \\ \frac{\partial e_{Cz}}{\partial \delta_x} & \frac{\partial e_{Cz}}{\partial \delta_y} & \frac{\partial e_{Cz}}{\partial \delta_z} & \frac{\partial e_{Cz}}{\partial \varepsilon_x} & \frac{\partial e_{Cz}}{\partial \varepsilon_y} & \frac{\partial e_{Cz}}{\partial \varepsilon_z} & \frac{\partial e_{Rz}}{\partial \delta_x} & \frac{\partial e_{Rz}}{\partial \delta_y} & \frac{\partial e_{Rz}}{\partial \delta_z} & \frac{\partial e_{Rz}}{\partial \varepsilon_x} & \frac{\partial e_{Rz}}{\partial \varepsilon_y} & \frac{\partial e_{Rz}}{\partial \varepsilon_z} \\ \frac{\partial \gamma_{Cx}}{\partial \delta_x} & \frac{\partial \gamma_{Cx}}{\partial \delta_y} & \frac{\partial \gamma_{Cx}}{\partial \delta_z} & \frac{\partial \gamma_{Cx}}{\partial \varepsilon_x} & \frac{\partial \gamma_{Cx}}{\partial \varepsilon_y} & \frac{\partial \gamma_{Cx}}{\partial \varepsilon_z} & \frac{\partial \gamma_{Rx}}{\partial \delta_x} & \frac{\partial \gamma_{Rx}}{\partial \delta_y} & \frac{\partial \gamma_{Rx}}{\partial \delta_z} & \frac{\partial \gamma_{Rx}}{\partial \varepsilon_x} & \frac{\partial \gamma_{Rx}}{\partial \varepsilon_y} & \frac{\partial \gamma_{Rx}}{\partial \varepsilon_z} \\ \frac{\partial \gamma_{Cy}}{\partial \delta_x} & \frac{\partial \gamma_{Cy}}{\partial \delta_y} & \frac{\partial \gamma_{Cy}}{\partial \delta_z} & \frac{\partial \gamma_{Cy}}{\partial \varepsilon_x} & \frac{\partial \gamma_{Cy}}{\partial \varepsilon_y} & \frac{\partial \gamma_{Cy}}{\partial \varepsilon_z} & \frac{\partial \gamma_{Ry}}{\partial \delta_x} & \frac{\partial \gamma_{Ry}}{\partial \delta_y} & \frac{\partial \gamma_{Ry}}{\partial \delta_z} & \frac{\partial \gamma_{Ry}}{\partial \varepsilon_x} & \frac{\partial \gamma_{Ry}}{\partial \varepsilon_y} & \frac{\partial \gamma_{Ry}}{\partial \varepsilon_z} \\ \frac{\partial \gamma_{Cz}}{\partial \delta_x} & \frac{\partial \gamma_{Cz}}{\partial \delta_y} & \frac{\partial \gamma_{Cz}}{\partial \delta_z} & \frac{\partial \gamma_{Cz}}{\partial \varepsilon_x} & \frac{\partial \gamma_{Cz}}{\partial \varepsilon_y} & \frac{\partial \gamma_{Cz}}{\partial \varepsilon_z} & \frac{\partial \gamma_{Rz}}{\partial \delta_x} & \frac{\partial \gamma_{Rz}}{\partial \delta_y} & \frac{\partial \gamma_{Rz}}{\partial \delta_z} & \frac{\partial \gamma_{Rz}}{\partial \varepsilon_x} & \frac{\partial \gamma_{Rz}}{\partial \varepsilon_y} & \frac{\partial \gamma_{Rz}}{\partial \varepsilon_z} \\ \frac{\partial \delta_x}{\partial \delta_x} & \frac{\partial \delta_x}{\partial \delta_y} & \frac{\partial \delta_x}{\partial \delta_z} & \frac{\partial \delta_x}{\partial \varepsilon_x} & \frac{\partial \delta_x}{\partial \varepsilon_y} & \frac{\partial \delta_x}{\partial \varepsilon_z} & \frac{\partial \delta_y}{\partial \delta_x} & \frac{\partial \delta_y}{\partial \delta_y} & \frac{\partial \delta_y}{\partial \delta_z} & \frac{\partial \delta_y}{\partial \varepsilon_x} & \frac{\partial \delta_y}{\partial \varepsilon_y} & \frac{\partial \delta_y}{\partial \varepsilon_z} \\ \frac{\partial \delta_y}{\partial \delta_x} & \frac{\partial \delta_y}{\partial \delta_y} & \frac{\partial \delta_y}{\partial \delta_z} & \frac{\partial \delta_y}{\partial \varepsilon_x} & \frac{\partial \delta_y}{\partial \varepsilon_y} & \frac{\partial \delta_y}{\partial \varepsilon_z} & \frac{\partial \delta_z}{\partial \delta_x} & \frac{\partial \delta_z}{\partial \delta_y} & \frac{\partial \delta_z}{\partial \delta_z} & \frac{\partial \delta_z}{\partial \varepsilon_x} & \frac{\partial \delta_z}{\partial \varepsilon_y} & \frac{\partial \delta_z}{\partial \varepsilon_z} \\ \frac{\partial \varepsilon_x}{\partial \delta_x} & \frac{\partial \varepsilon_x}{\partial \delta_y} & \frac{\partial \varepsilon_x}{\partial \delta_z} & \frac{\partial \varepsilon_x}{\partial \varepsilon_x} & \frac{\partial \varepsilon_x}{\partial \varepsilon_y} & \frac{\partial \varepsilon_x}{\partial \varepsilon_z} & \frac{\partial \varepsilon_y}{\partial \delta_x} & \frac{\partial \varepsilon_y}{\partial \delta_y} & \frac{\partial \varepsilon_y}{\partial \delta_z} & \frac{\partial \varepsilon_y}{\partial \varepsilon_x} & \frac{\partial \varepsilon_y}{\partial \varepsilon_y} & \frac{\partial \varepsilon_y}{\partial \varepsilon_z} \\ \frac{\partial \varepsilon_y}{\partial \delta_x} & \frac{\partial \varepsilon_y}{\partial \delta_y} & \frac{\partial \varepsilon_y}{\partial \delta_z} & \frac{\partial \varepsilon_y}{\partial \varepsilon_x} & \frac{\partial \varepsilon_y}{\partial \varepsilon_y} & \frac{\partial \varepsilon_y}{\partial \varepsilon_z} & \frac{\partial \varepsilon_z}{\partial \delta_x} & \frac{\partial \varepsilon_z}{\partial \delta_y} & \frac{\partial \varepsilon_z}{\partial \delta_z} & \frac{\partial \varepsilon_z}{\partial \varepsilon_x} & \frac{\partial \varepsilon_z}{\partial \varepsilon_y} & \frac{\partial \varepsilon_z}{\partial \varepsilon_z} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_{Cx} \\ \delta_{Cy} \\ \delta_{Cz} \\ \varepsilon_{Cx} \\ \varepsilon_{Cy} \\ \varepsilon_{Cz} \\ \delta_{Rx} \\ \delta_{Ry} \\ \delta_{Rz} \\ \varepsilon_{Rx} \\ \varepsilon_{Ry} \\ \varepsilon_{Rz} \end{bmatrix} \quad (A.1.10)$$

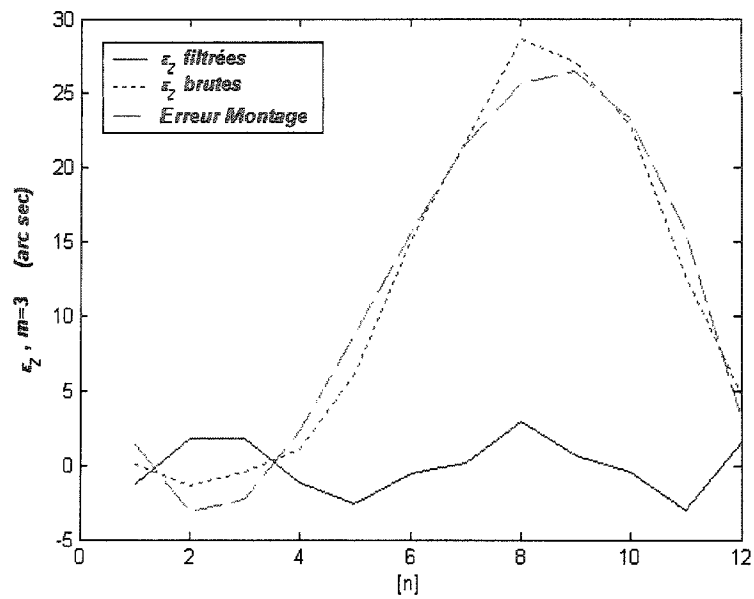
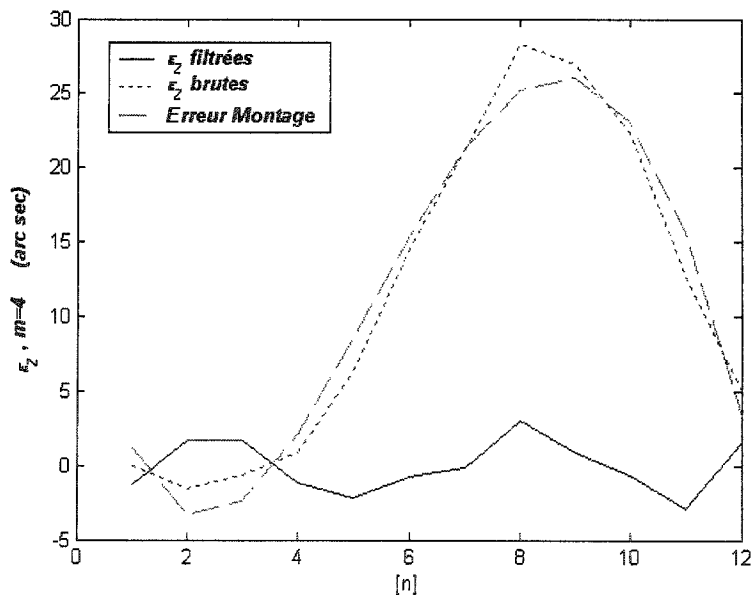
Si on fait un choix préliminaire du modèle :

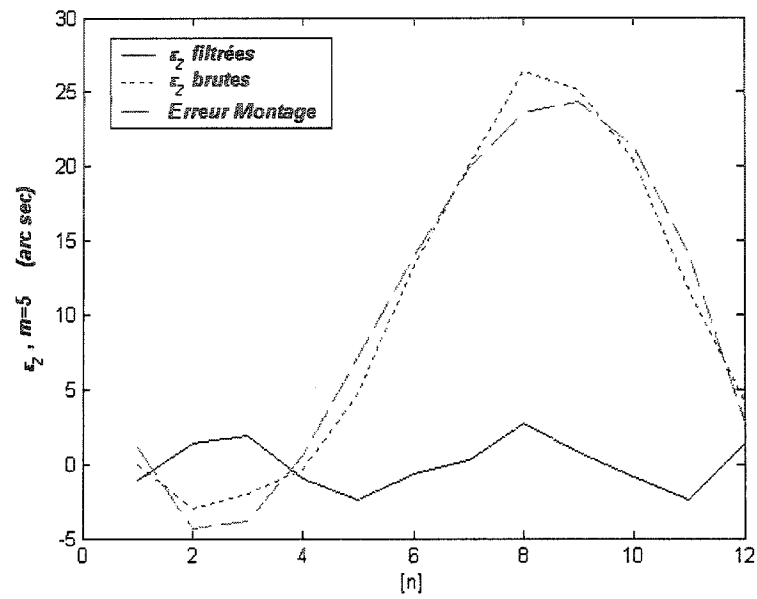
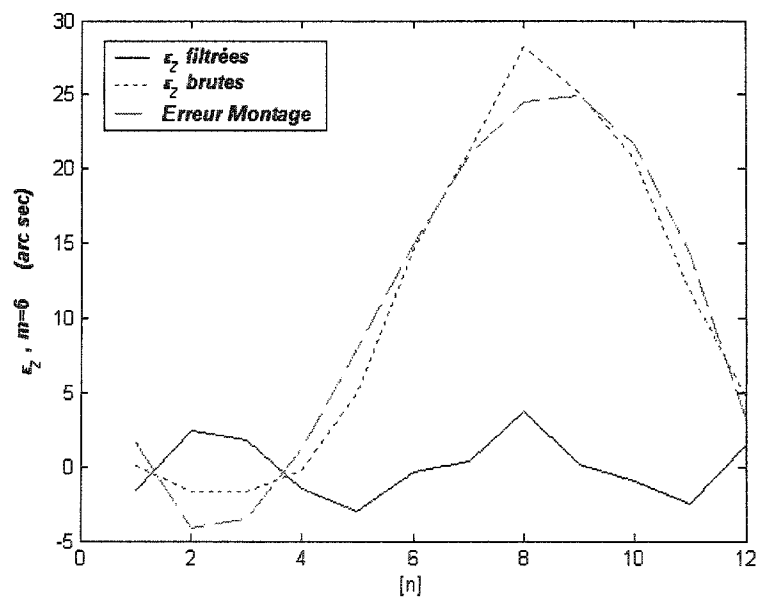
$$\delta x = a_0 * b^0 + a_1 * b^1 + a_2 * b^2 \Rightarrow \delta x = \sum_{i=0}^{i=n-1} a_i * b^i \quad (A.1.11)$$

## A.2 Données des mesures brutes et filtrées de l'écart angulaire suivant l'axe Z ( $\varepsilon_Z$ )

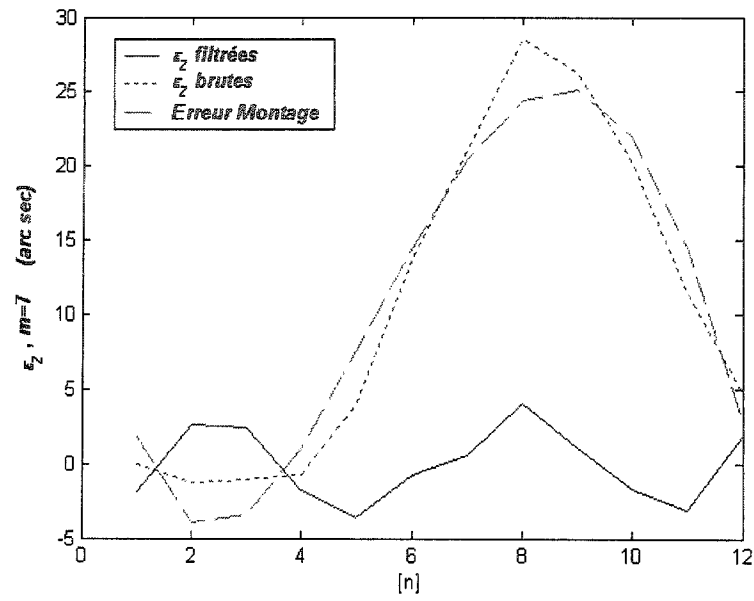
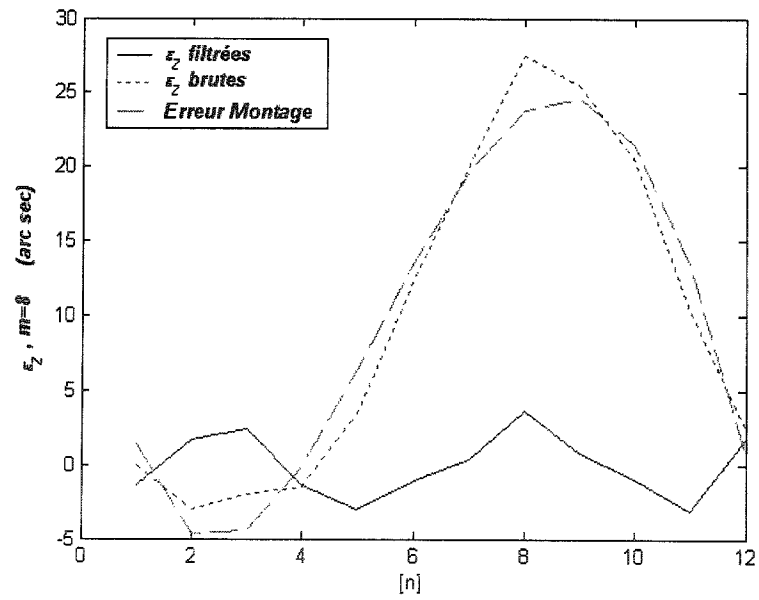
Les mesures filtrées sont représentées de la figure A.2.1 à la figure A.2.12. On voit dans ces figures trois courbes. La première représente les mesures brutes, la deuxième représente les mesures explicables par les écarts de montage et la troisième courbe représente les mesures dont l'effet des écarts de montage a été filtré.

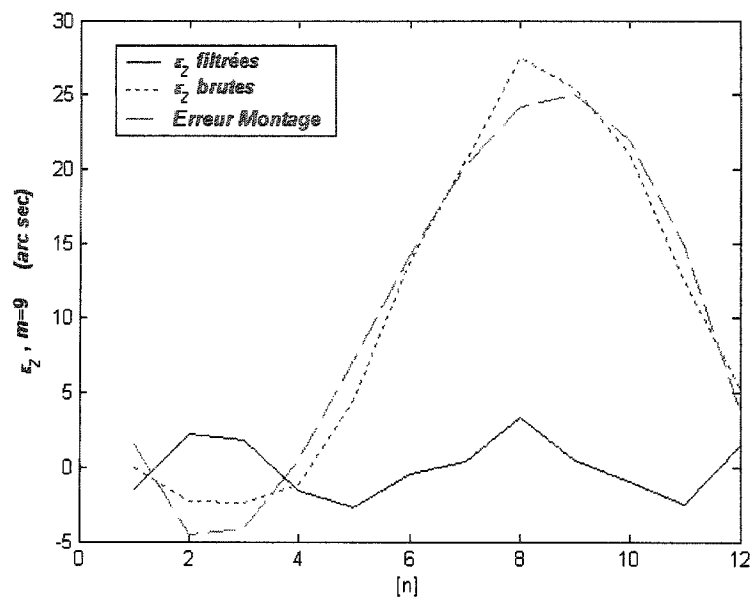
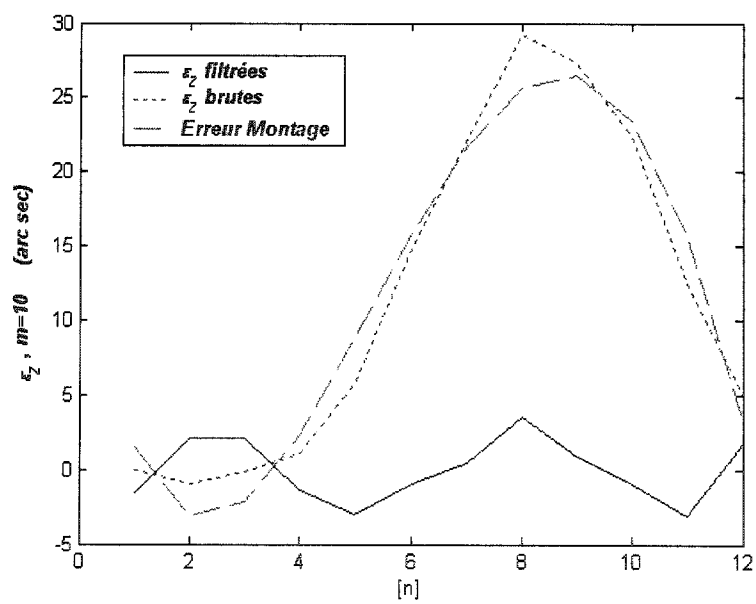
Figure A.2.1 - Filtrage des mesures  $\varepsilon_z$  pour  $m=1$ Figure A.2.2 - Filtrage des mesures  $\varepsilon_z$  pour  $m=2$

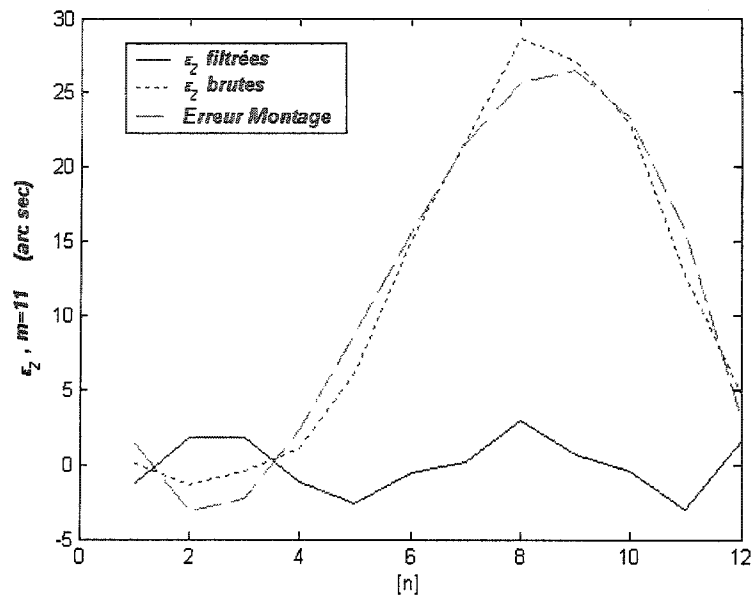
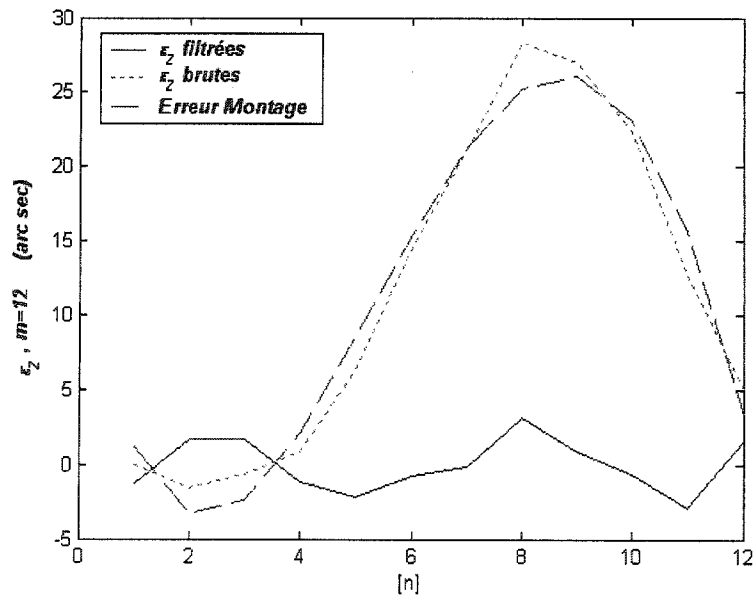
Figure A.2.3 - Filtrage des mesures  $\epsilon_z$  pour  $m=3$ Figure A.2.4 - Filtrage des mesures  $\epsilon_z$  pour  $m=4$

Figure A.2.5 - Filtrage des mesures  $\varepsilon_z$  pour  $m=5$ Figure A.2.6 - Filtrage des mesures  $\varepsilon_z$  pour  $m=6$



Figure A.2.7 - Filtrage des mesures  $\varepsilon_z$  pour m=7Figure A.2.8 - Filtrage des mesures  $\varepsilon_z$  pour m=8

Figure A.2.9 - Filtrage des mesures  $\varepsilon_z$  pour  $m=9$ Figure A.2.10 - Filtrage des mesures  $\varepsilon_z$  pour  $m=10$

Figure A.2.11 - Filtrage des mesures  $\varepsilon_z$  pour m=11Figure A.2.12 - Filtrage des mesures  $\varepsilon_z$  pour m=12

### A.3 Écart d'inclinaison suivant l'axe Y ( $\varepsilon_Y$ )

#### A.3-1 Données des mesures brutes et filtrées de l'écart d'inclinaison suivant l'axe Y ( $\varepsilon_Y$ )

Les mesures filtrées sont représentées de la figure A.3.2 à la figure A.3.13. On voit dans ces figures trois courbes. La première représente les mesures brutes, la deuxième représente les mesures explicables par les écarts de montage et la troisième courbe représente les mesures dont l'effet des écarts de montage a été filtré.

Le montage de mesure pour l'écart d'inclinaison suivant l'axe Y ressemble à celui de l'écart angulaire suivant l'axe Z, mais varie au niveau des positions des rétro-rélecteurs angulaires et de l'interféromètre angulaire, Figures A.3.0 et A.3.1.

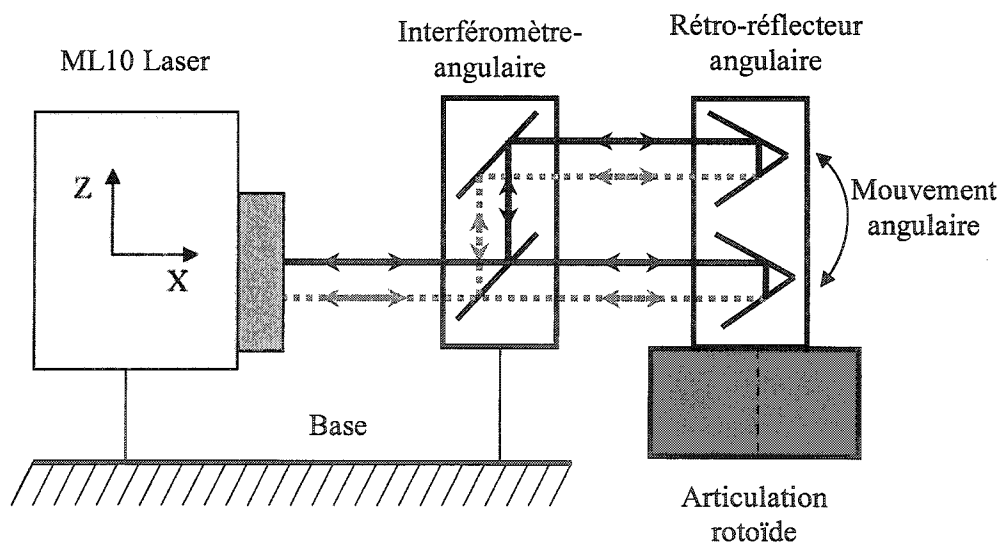


Figure A.3.0 - Montage pour la mesure de l'écart d'inclinaison suivant Y



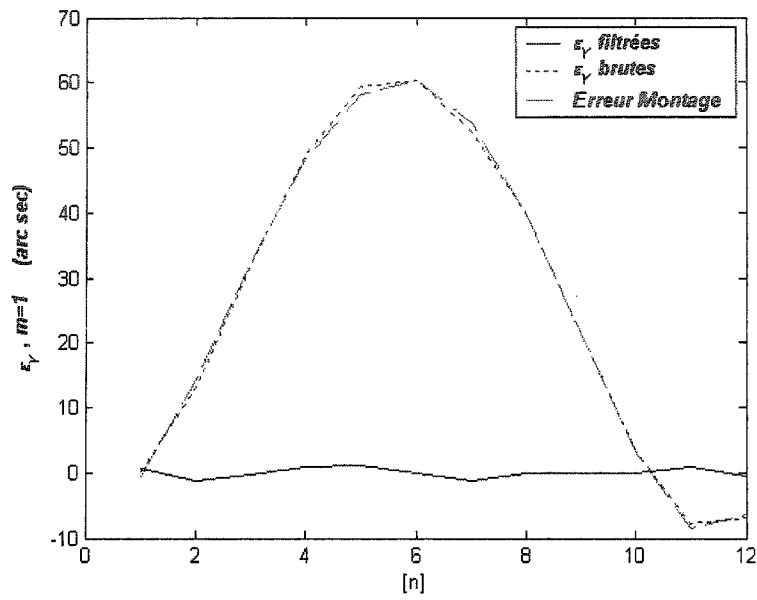


Figure A.3.2 - Filtrage des mesures  $\varepsilon_Y$  pour  $m=1$

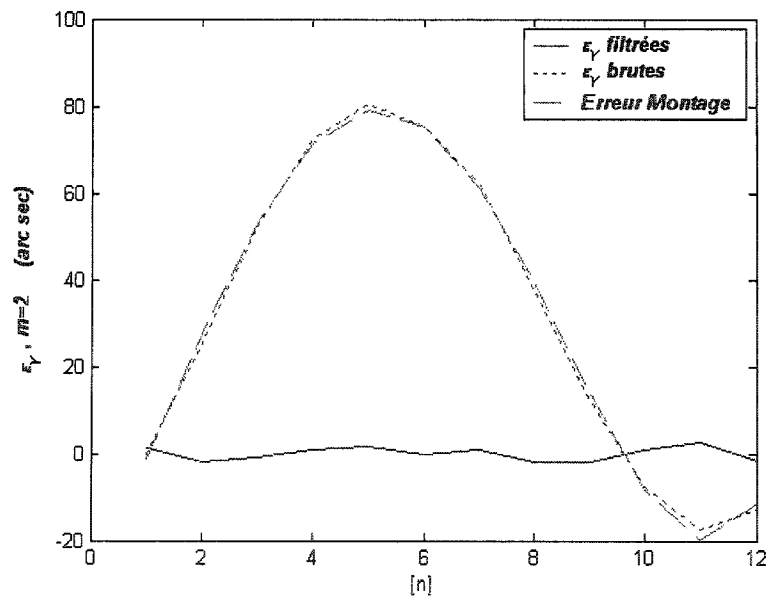
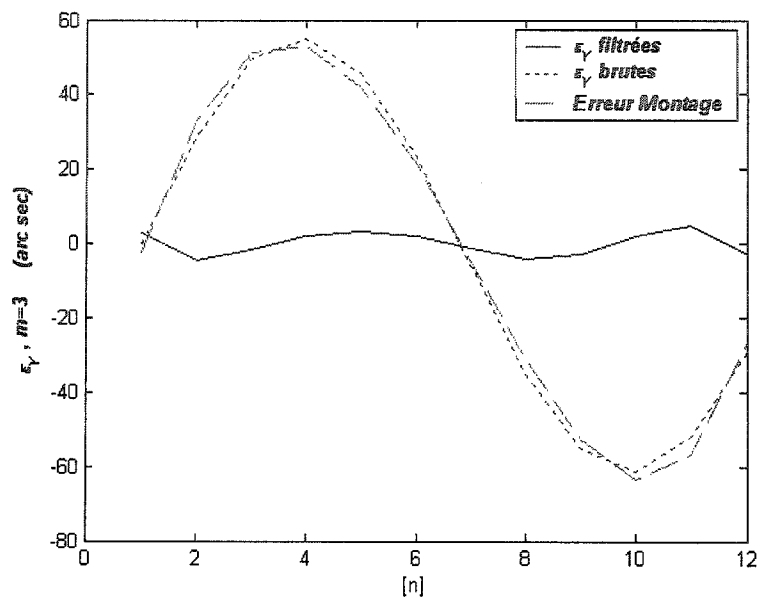
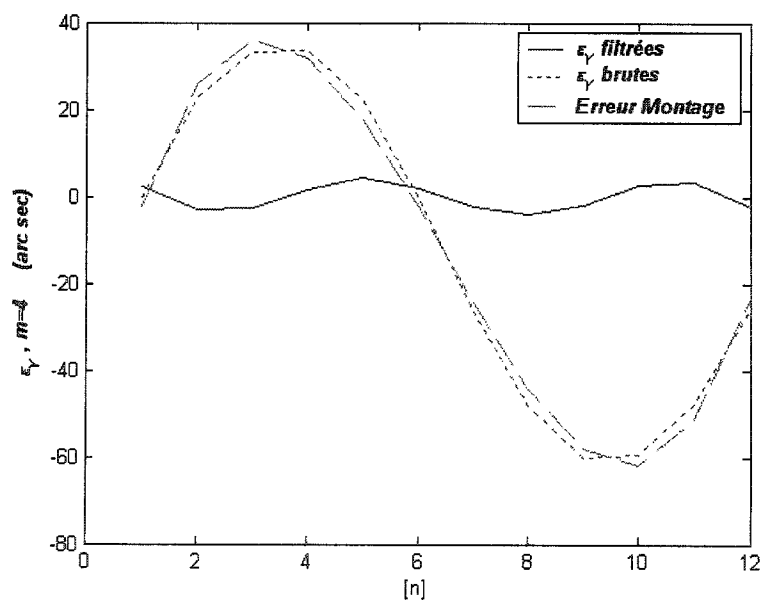


Figure A.3.3 - Filtrage des mesures  $\varepsilon_Y$  pour  $m=2$

Figure A.3.4 - Filtrage des mesures  $\varepsilon_Y$  pour  $m=3$ Figure A.3.5 - Filtrage des mesures  $\varepsilon_Y$  pour  $m=4$

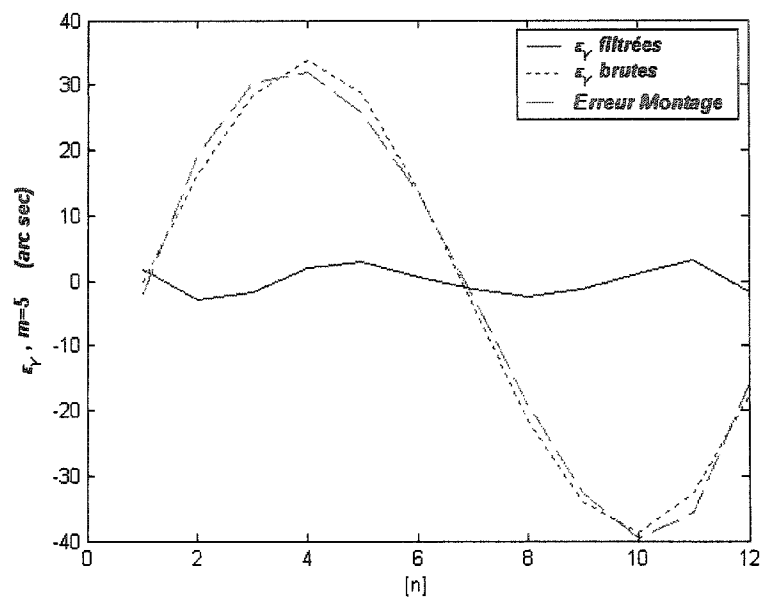


Figure A.3.6 - Filtrage des mesures  $\varepsilon_Y$  pour  $m=5$

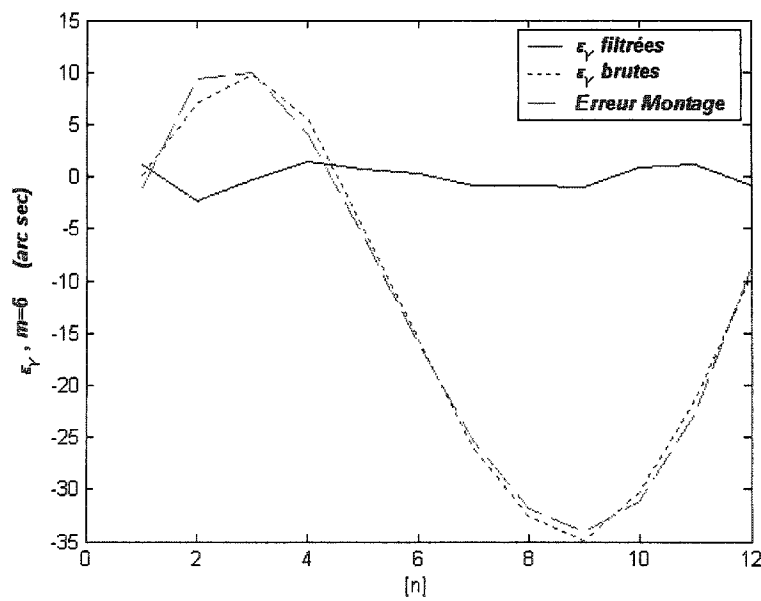
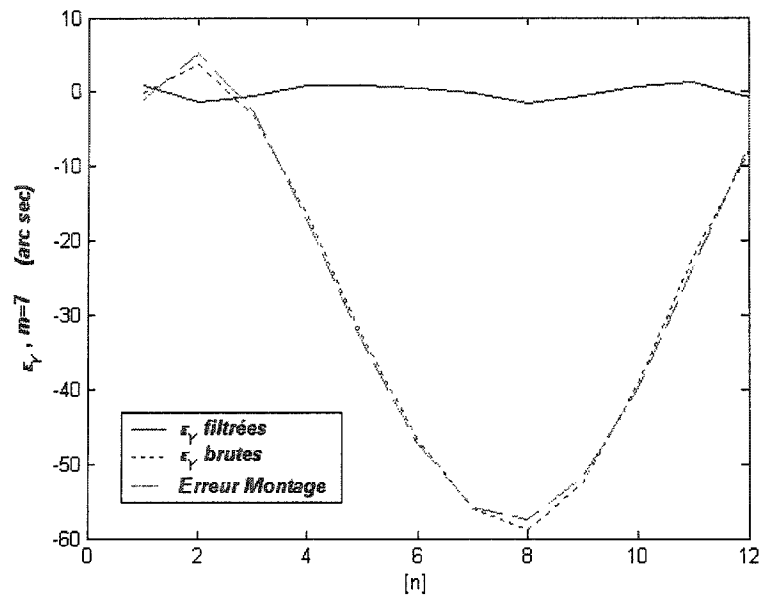
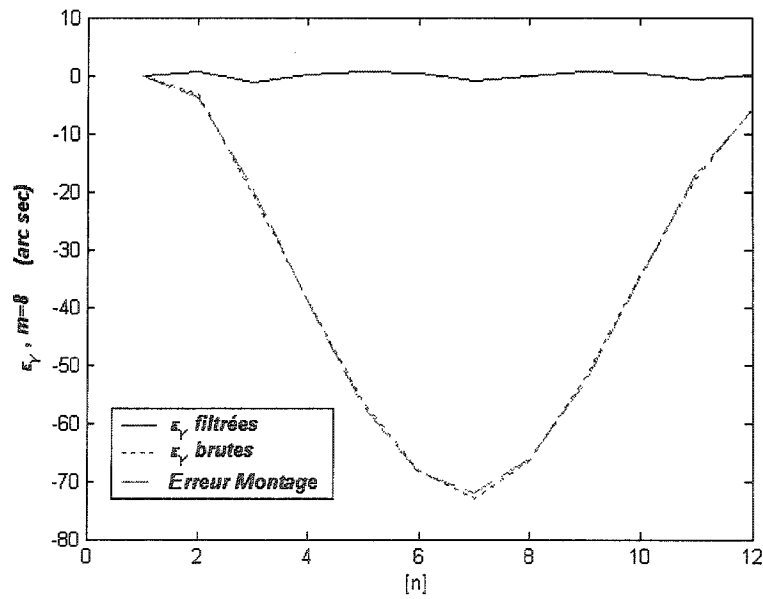
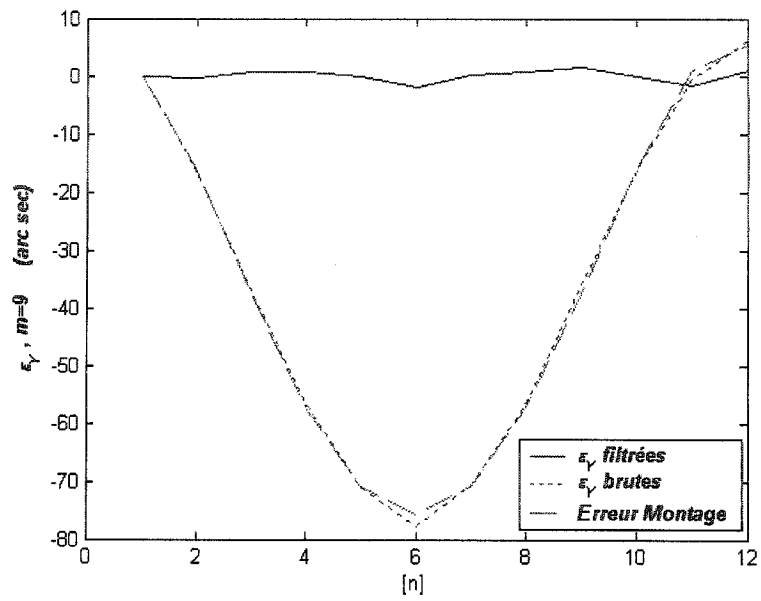
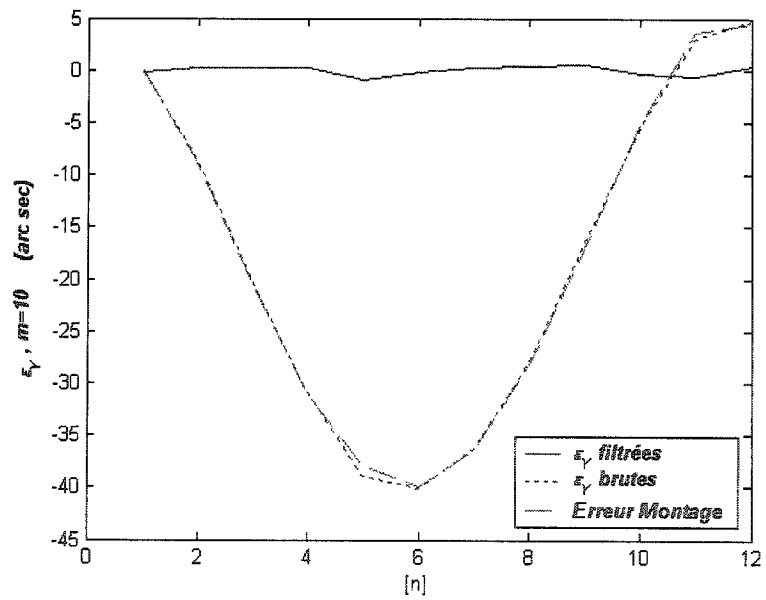
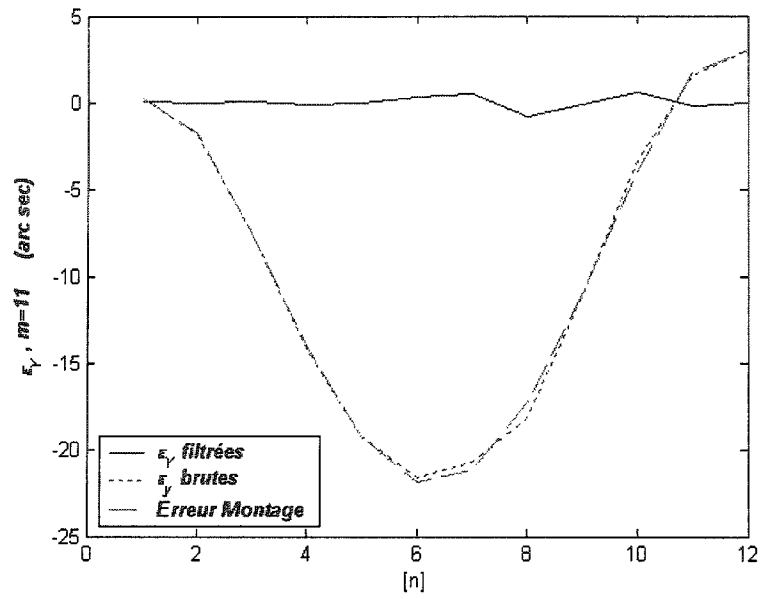
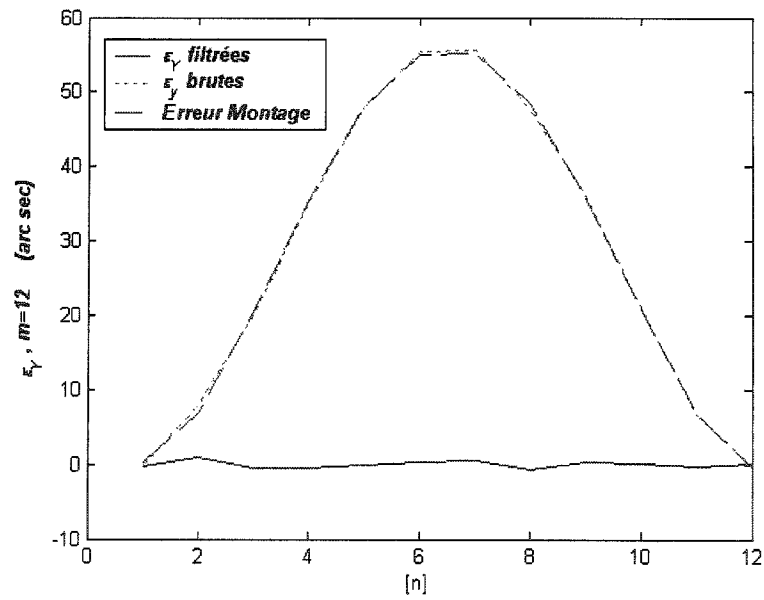


Figure A.3.7 - Filtrage des mesures  $\varepsilon_Y$  pour  $m=6$



Figure A.3.8 - Filtrage des mesures  $\varepsilon_\gamma$  pour  $m=7$ Figure A.3.9 - Filtrage des mesures  $\varepsilon_\gamma$  pour  $m=8$

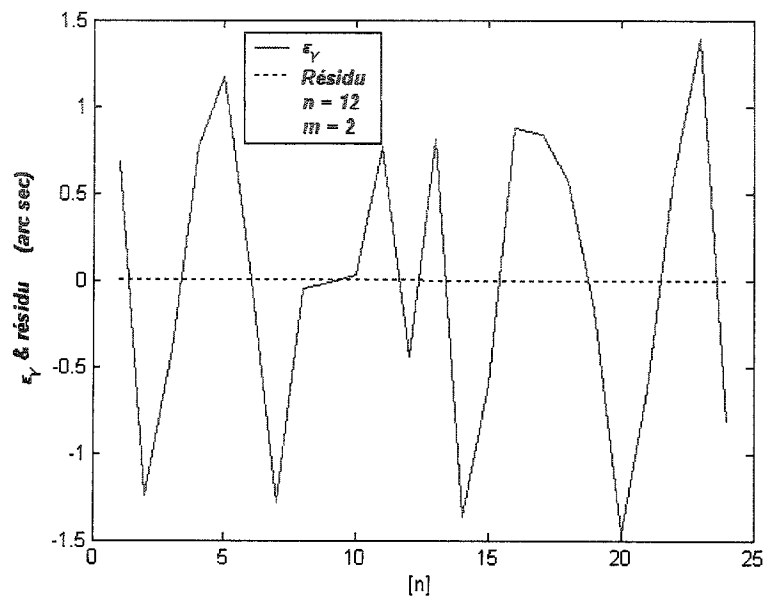
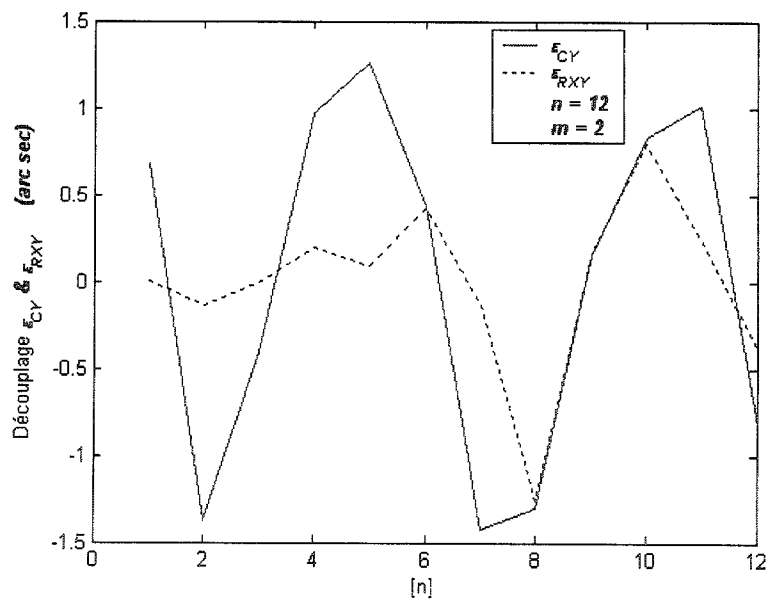
Figure A.3.10 - Filtrage des mesures  $\varepsilon_\gamma$  pour  $m=9$ Figure A.3.11 - Filtrage des mesures  $\varepsilon_\gamma$  pour  $m=10$

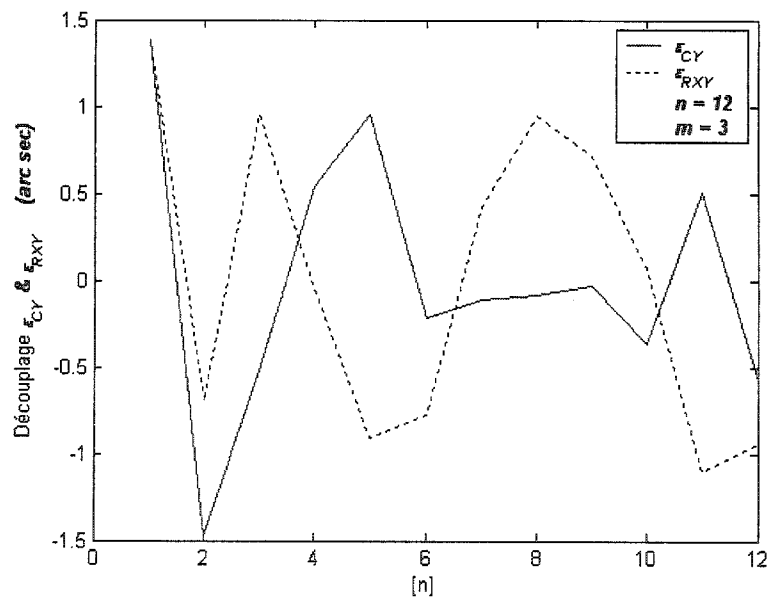
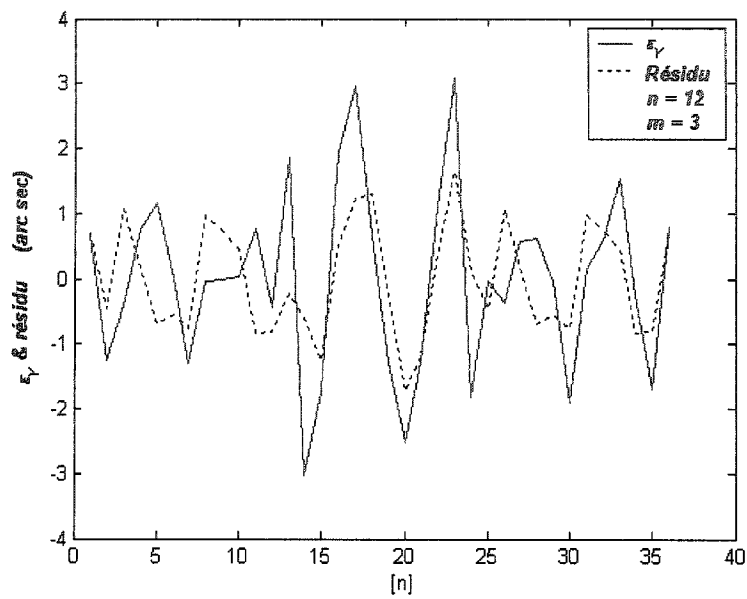
Figure A.3.12 - Filtrage des mesures  $\varepsilon_Y$  pour  $m=11$ Figure A.13.13 - Filtrage des mesures  $\varepsilon_Y$  pour  $m=12$

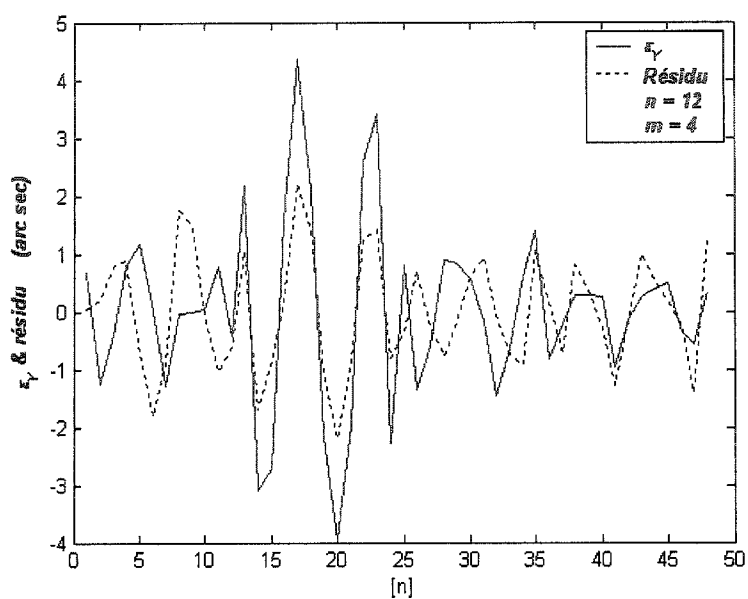
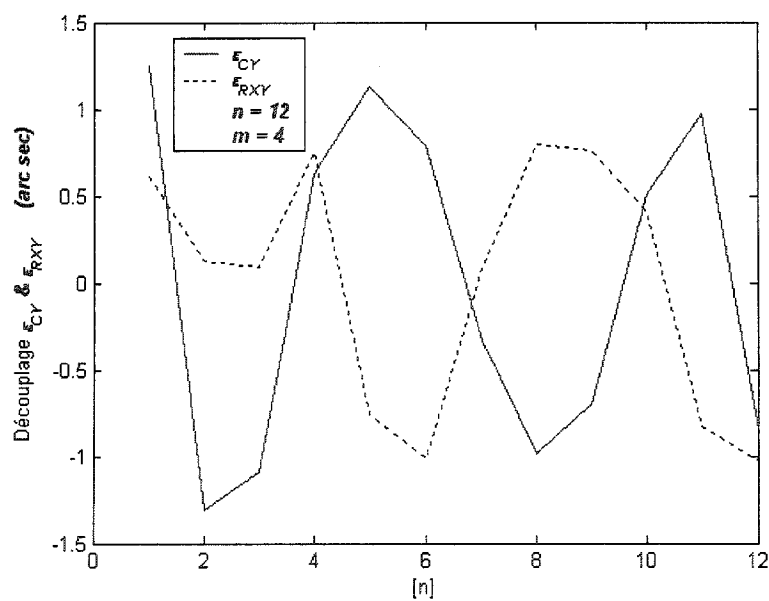
### A.3-2 Données des écarts d'inclinaisons suivant l'axe Y ( $\varepsilon_{CY}$ et $\varepsilon_{RXY}$ )

Les mesures filtrées et résidus sont représentées de la figure A.3.14 à la figure A.3.34 (les nombres pairs). On voit dans ces figures deux courbes. La première représente les mesures filtrées et la deuxième représente les résidus.

Les mesures découplées des écarts d'inclinaisons suivant l'axe Y sont représentées de la figure A.3.15 à la figure A.3.35 (les nombres impairs). On voit dans ces figures deux courbes. La première représente l'écart d'inclinaison de l'articulation rotoïde  $\varepsilon_{CY}$  et la deuxième représente les données de l'écart angulaire de l'indexeur rotatif  $\varepsilon_{RXY}$ .

Figure A.3.14 - Mesure filtrée et résidu pour  $m=2$  ( $\varepsilon_Y$ )Figure A.3.15 - Découplage des mesures filtrées pour  $m=2$  ( $\varepsilon_Y$ )



Figure A.3.18 - Mesure filtrée et résidu pour  $m=4$  ( $\varepsilon_Y$ )Figure A.3.19 - Découplage des mesures filtrées pour  $m=4$  ( $\varepsilon_Y$ )

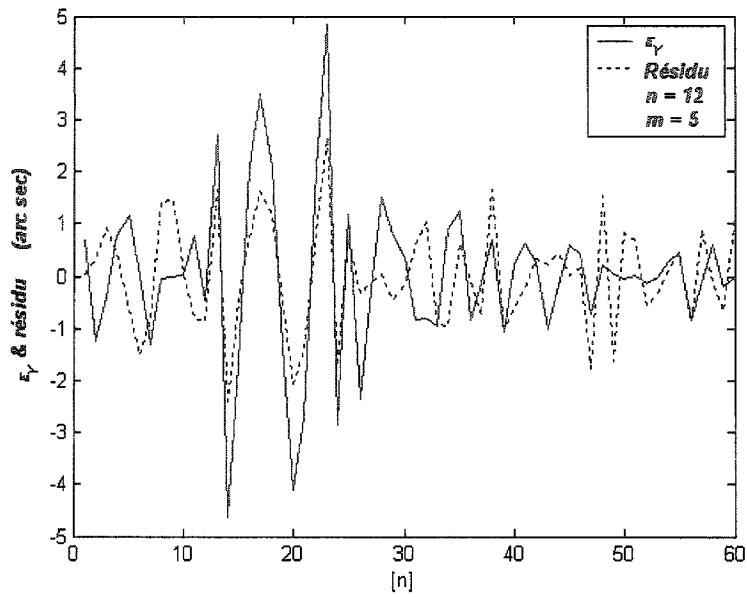


Figure A.3.20- Mesure filtrée et résidu pour  $m=5$  ( $\varepsilon_Y$ )

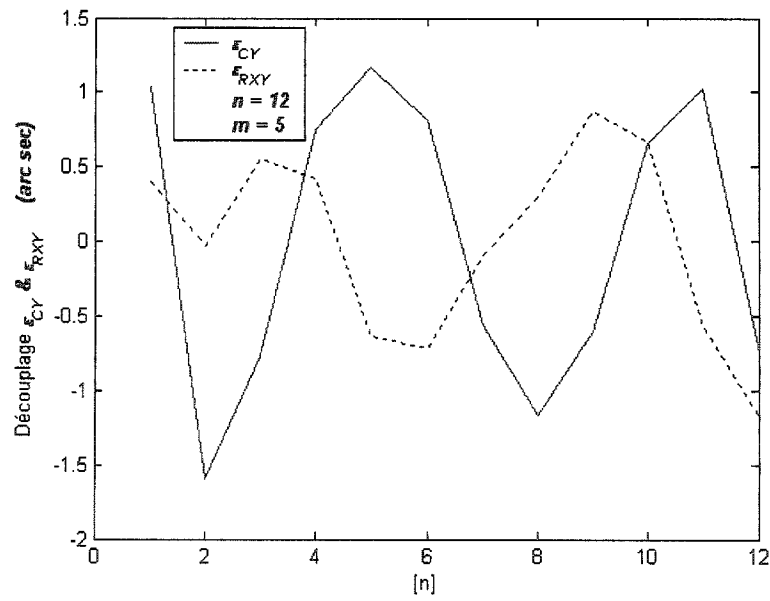


Figure A.3.21 - Découplage des mesures filtrées pour  $m=5$  ( $\varepsilon_Y$ )



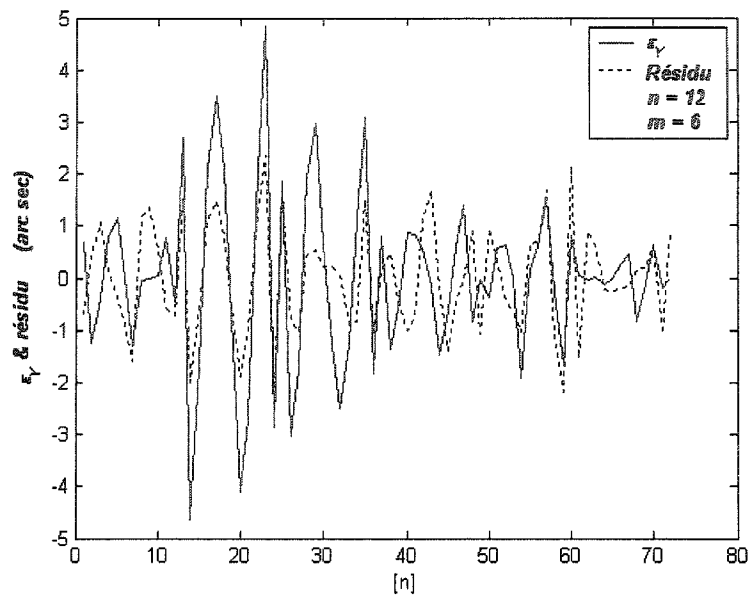


Figure A.3.22 - Mesure filtrée et résidu pour  $m=6$  ( $\varepsilon_Y$ )

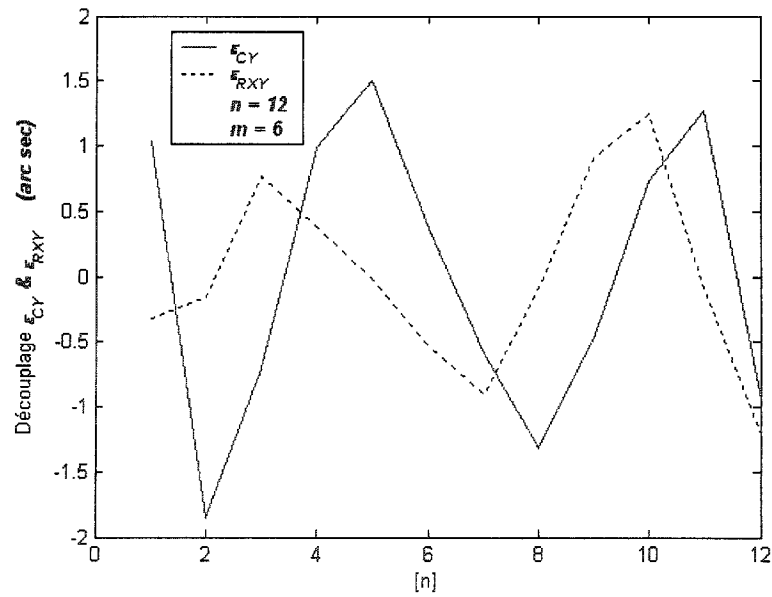


Figure A.3.23 - Découplage des mesures filtrées pour  $m=6$  ( $\varepsilon_Y$ )

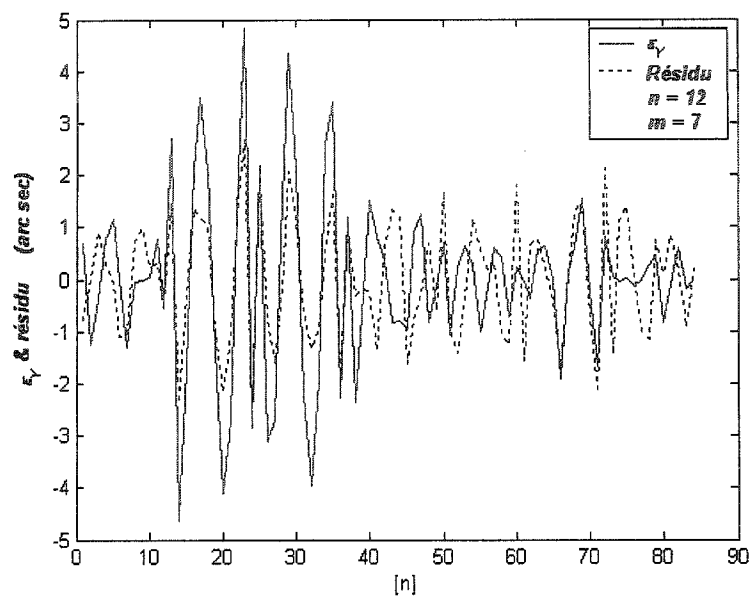


Figure A.3.24 - Mesure filtrée et résidu pour  $m=7$  ( $\varepsilon_Y$ )

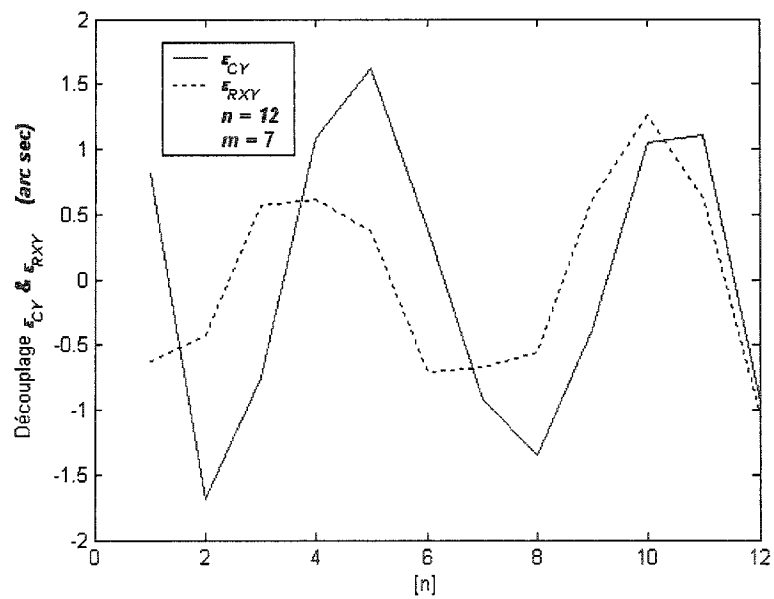
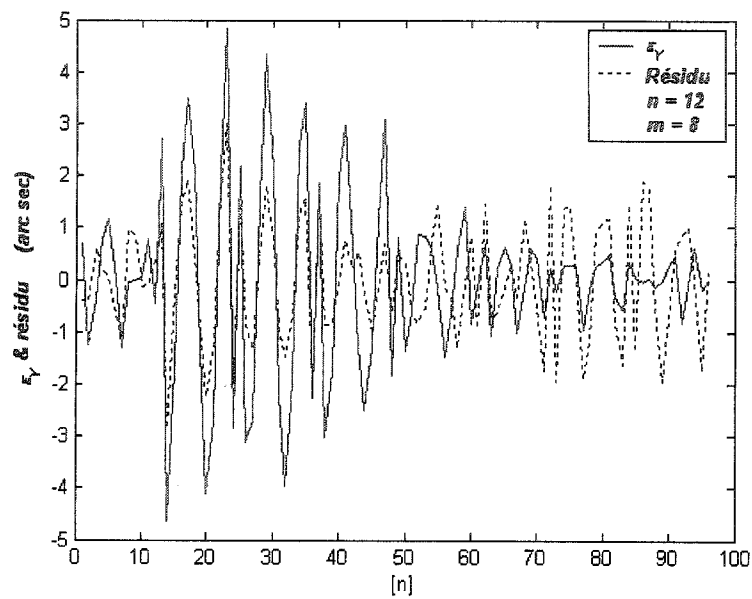
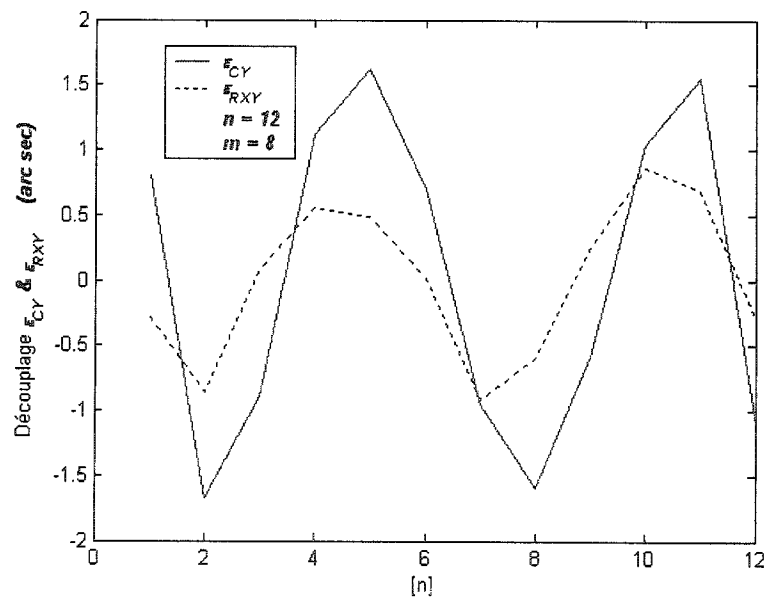


Figure A.3.25 - Découplage des mesures filtrées pour  $m=7$  ( $\varepsilon_Y$ )

Figure A.3.26 - Mesure filtrée et résidu pour  $m=8$  ( $\varepsilon_Y$ )Figure A.3.27 - Découplage des mesures filtrées pour  $m=8$  ( $\varepsilon_Y$ )

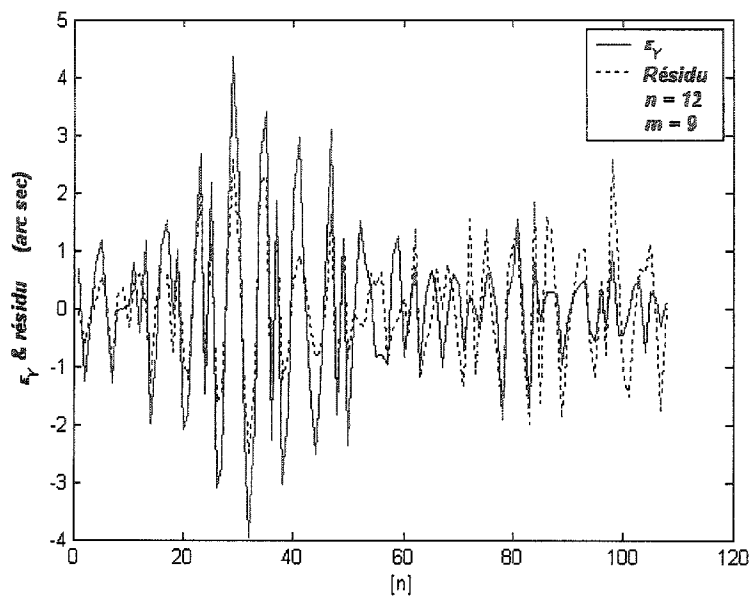


Figure A.3.28 - Mesure filtrée et résidu pour  $m=9$  ( $\varepsilon_Y$ )

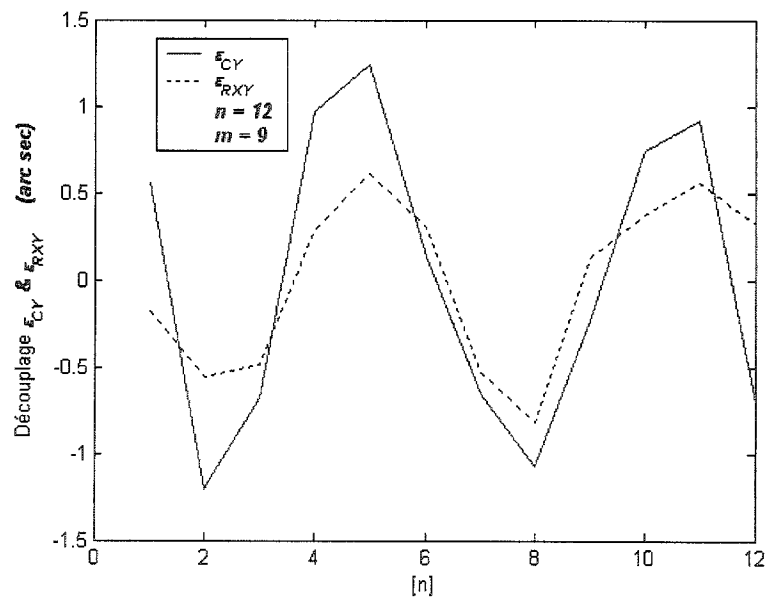
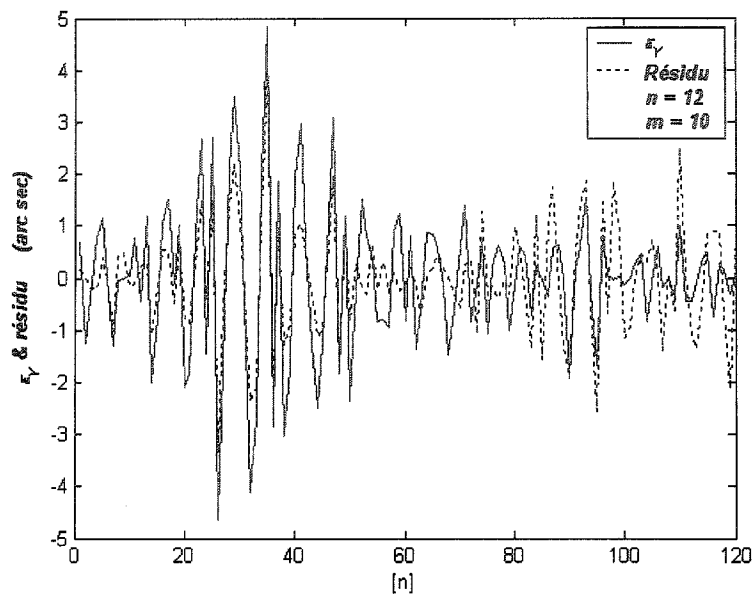
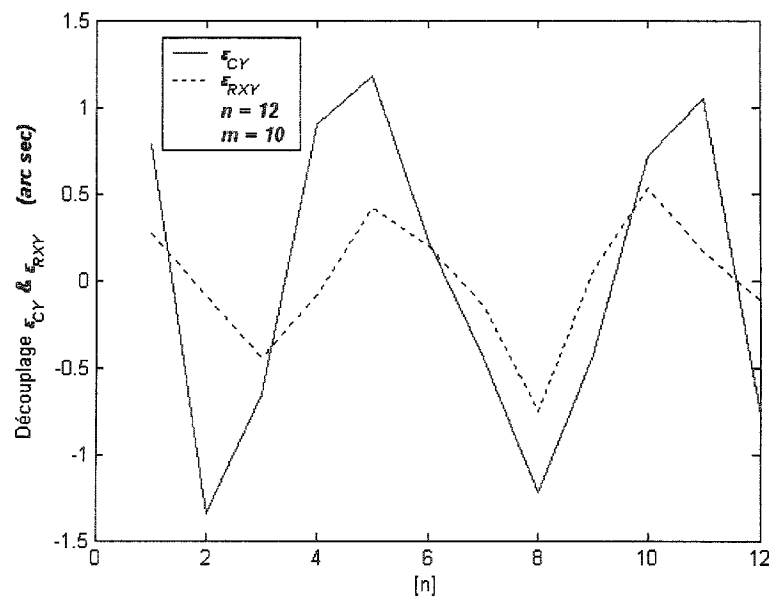
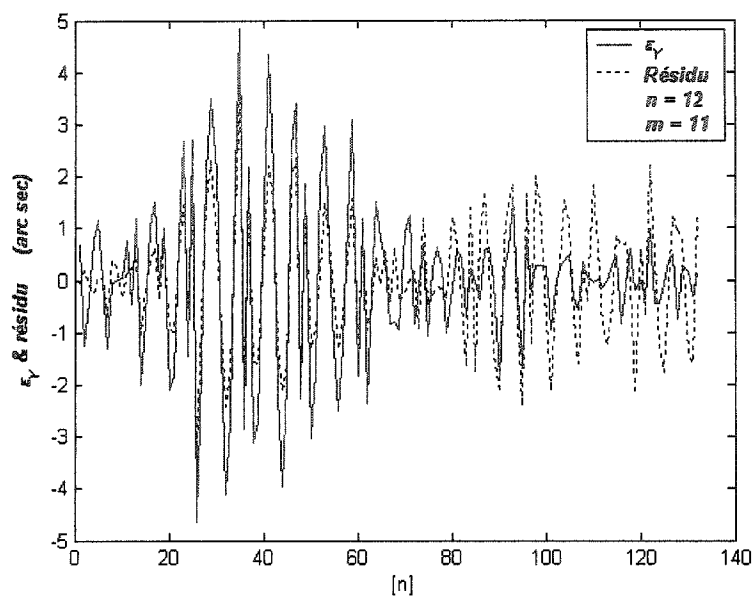
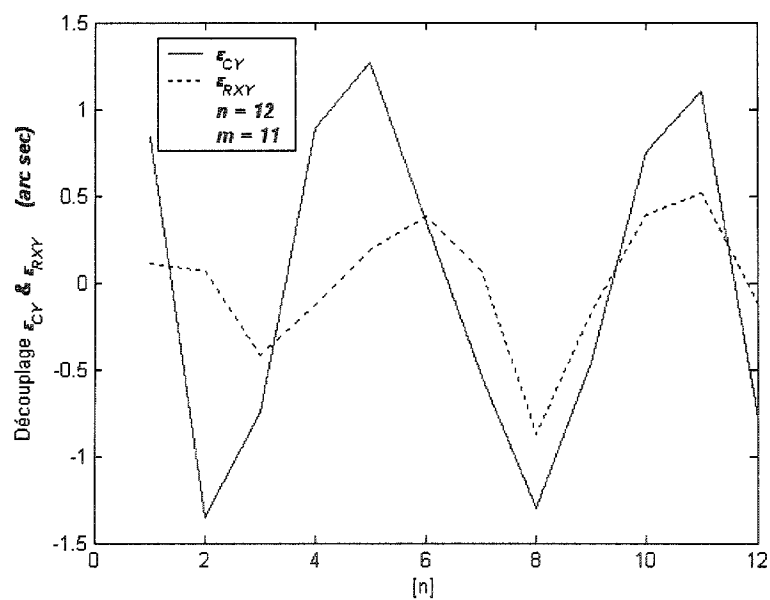
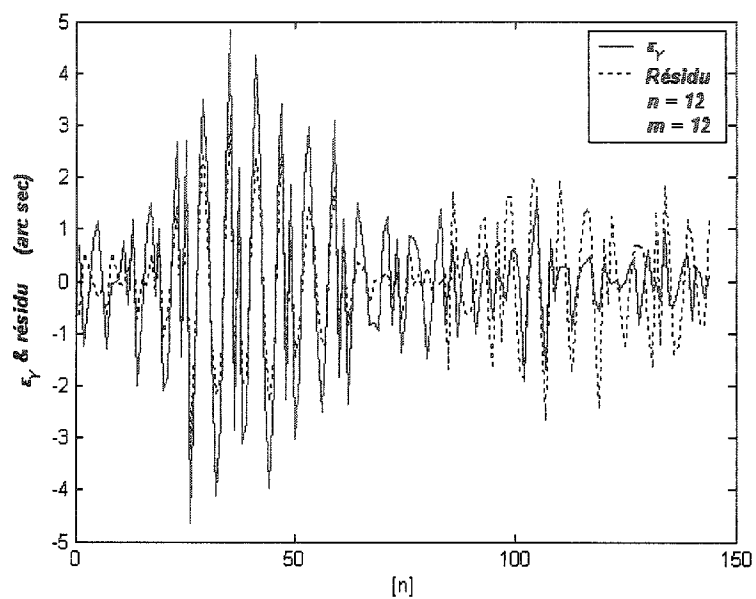
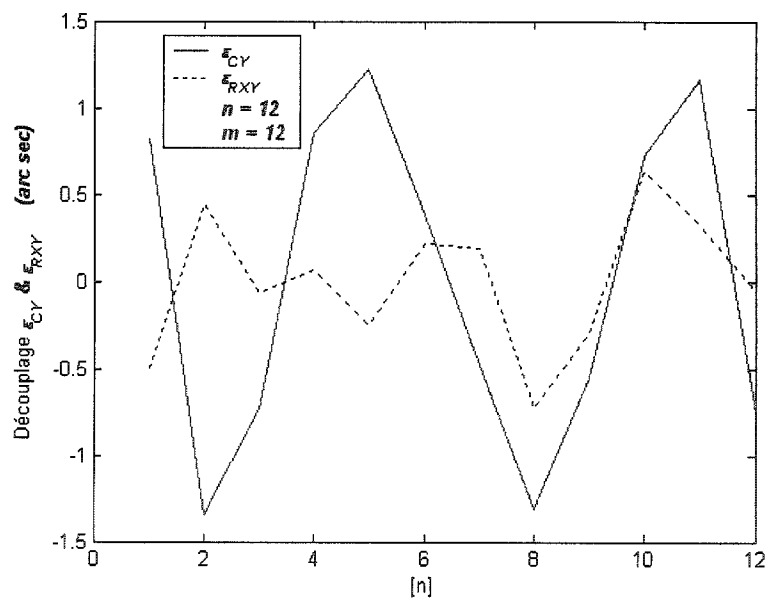


Figure A.3.29 - Découplage des mesures filtrées pour  $m=9$  ( $\varepsilon_Y$ )

Figure A.3.30 - Mesure filtrée et résidu pour  $m=10$  ( $\varepsilon_Y$ )Figure A.3.31 - Découplage des mesures filtrées pour  $m=10$  ( $\varepsilon_Y$ )

Figure A.3.32 - Mesure filtrée et résidu pour  $m=11$  ( $\varepsilon_Y$ )Figure A.3.33 - Découplage des mesures filtrées pour  $m=11$  ( $\varepsilon_Y$ )

Figure A.3.34 - Mesure filtrée et résidu pour  $m=12$  ( $\varepsilon_Y$ )Figure A.3.35 - Découplage des mesures filtrées pour  $m=12$  ( $\varepsilon_Y$ )

#### A.4 Écart d'inclinaison suivant l'axe X ( $\varepsilon_X$ )

##### A.4-1 Données des mesures brutes et filtrées de l'écart d'inclinaison suivant l'axe X ( $\varepsilon_X$ )

Les mesures filtrées sont représentées de la figure A.4.2 à la figure A.4.13. On voit dans ces figures trois courbes. La première représente les mesures brutes, la deuxième représente les mesures explicables par les écarts de montage et la troisième courbe représente les mesures dont l'effet des écarts de montage a été filtré.

Le montage de mesure pour l'écart d'inclinaison suivant l'axe X ressemble à celui de l'écart angulaire suivant l'axe Z, mais varie au niveau des positions des retro-rélecteurs angulaires et de l'interféromètre angulaire, Figures A.4.0 et A.4.1.

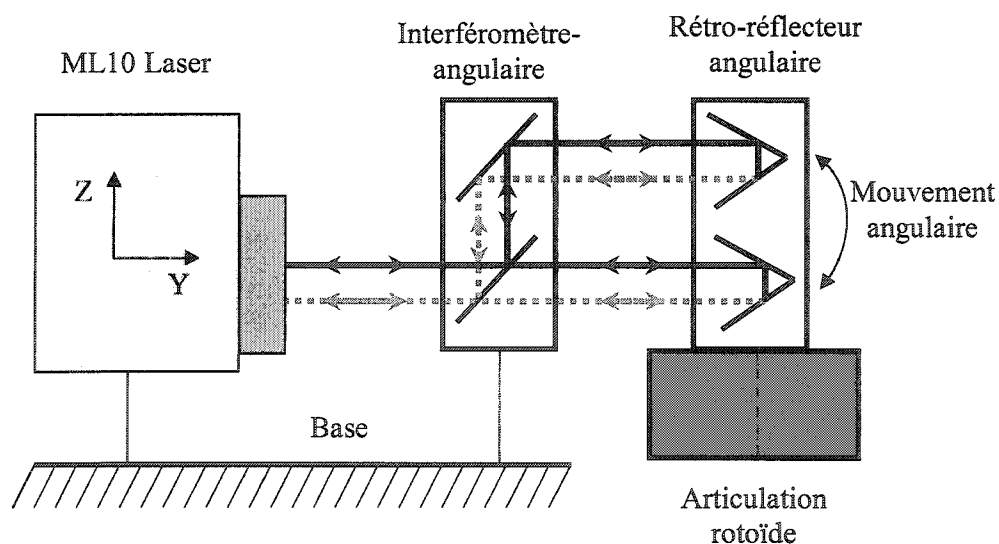


Figure A.4.0 - Montage pour la mesure de l'écart d'inclinaison suivant X



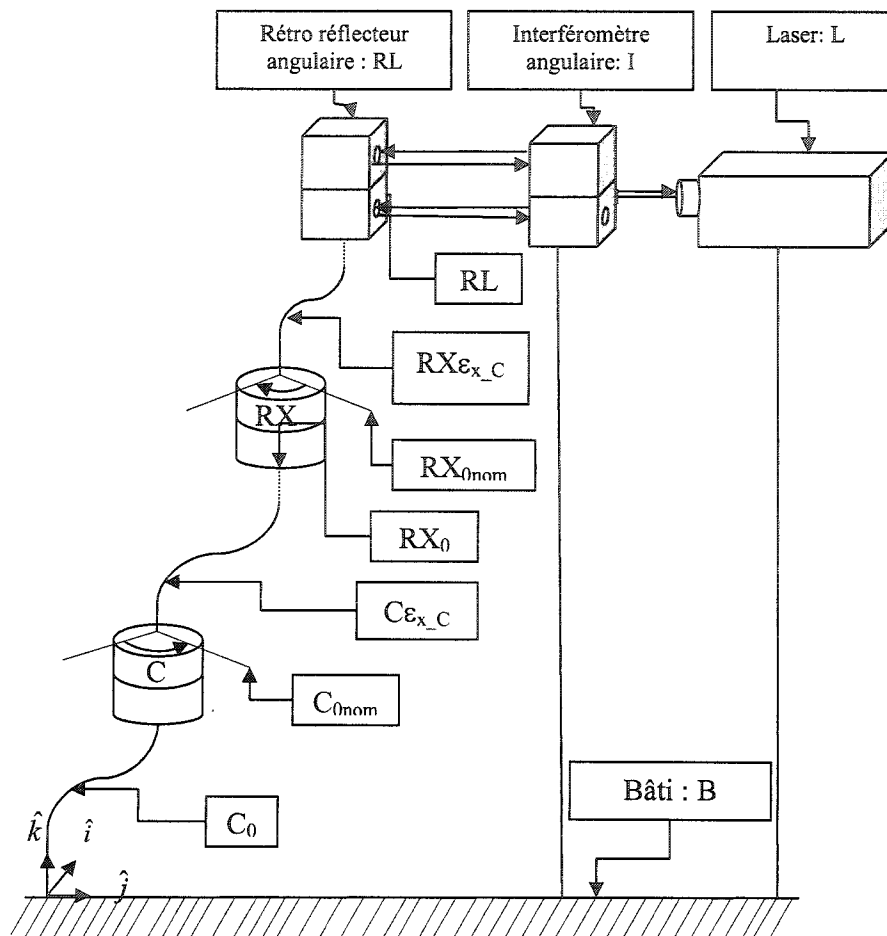


Figure A.4.1 - Chaîne cinématique du système de mesure de l'écart angulaire  $\varepsilon_x$

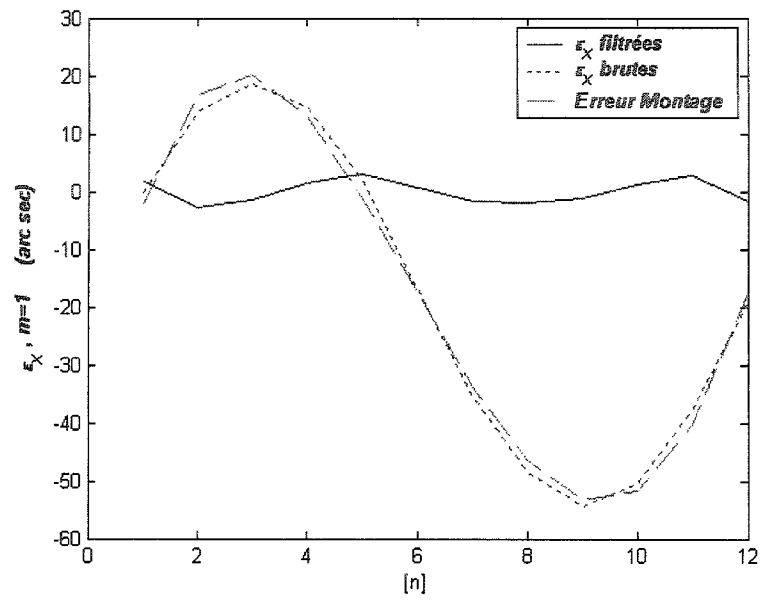


Figure A.4.2 - Filtrage des mesures  $\epsilon_X$  pour  $m=1$

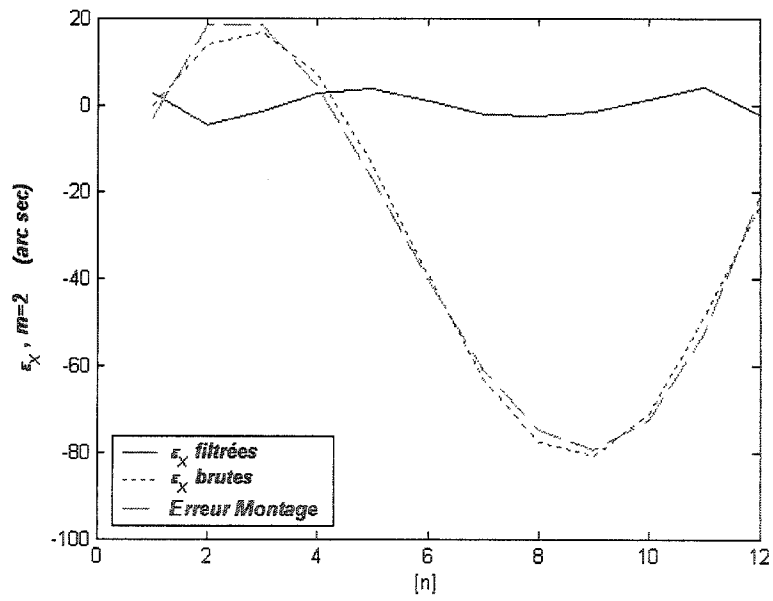
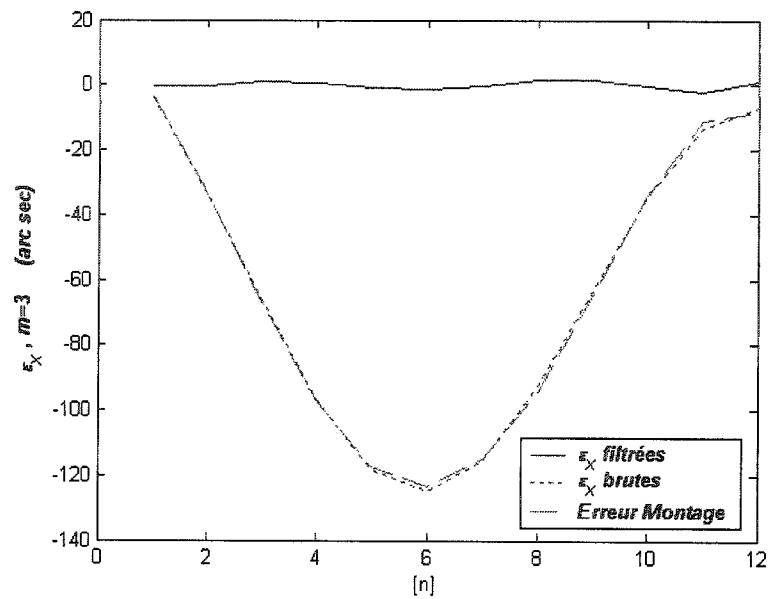
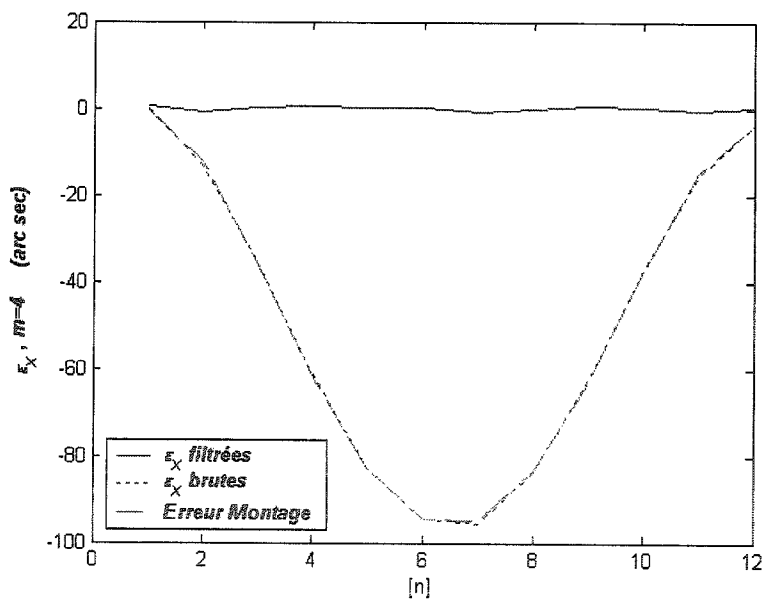
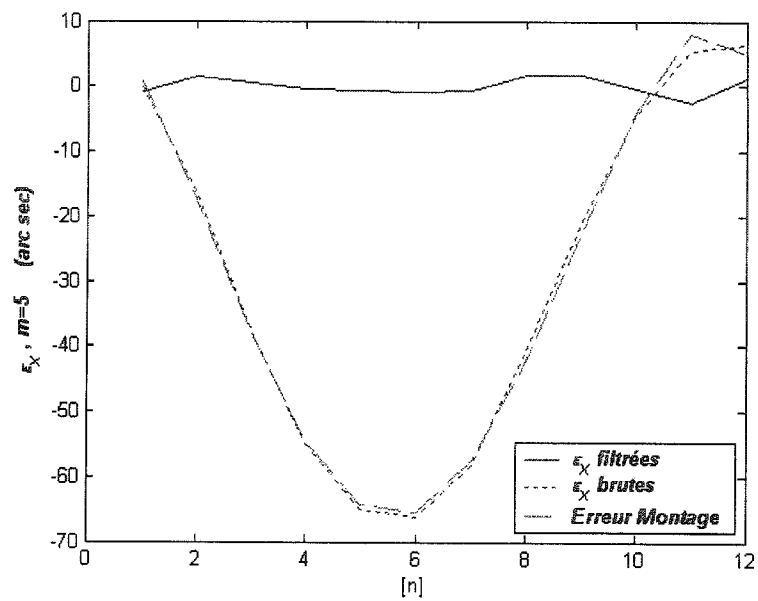
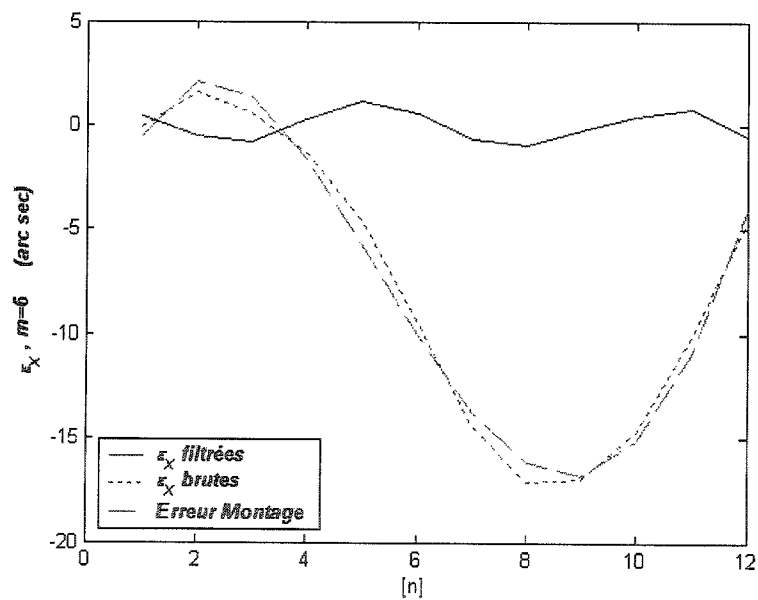
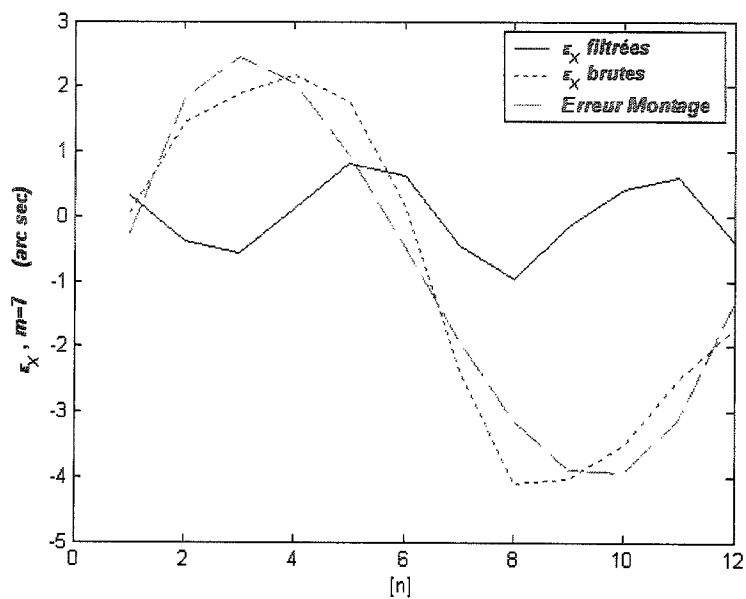
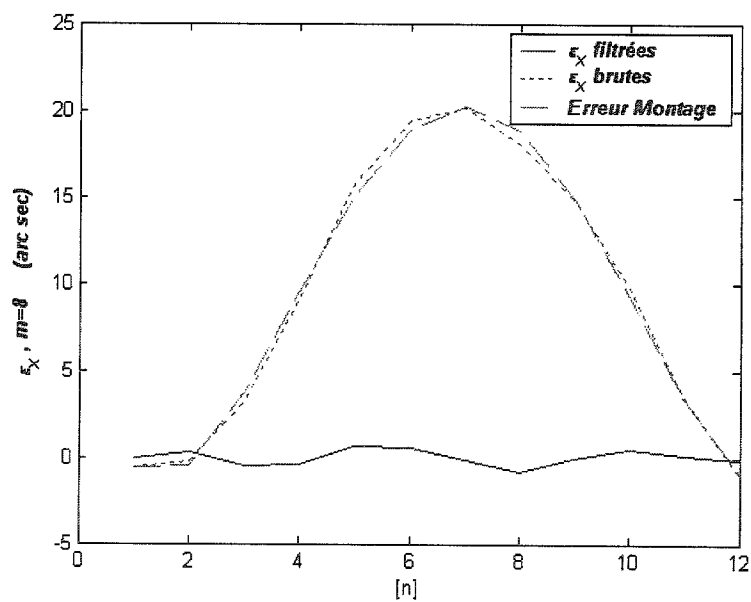
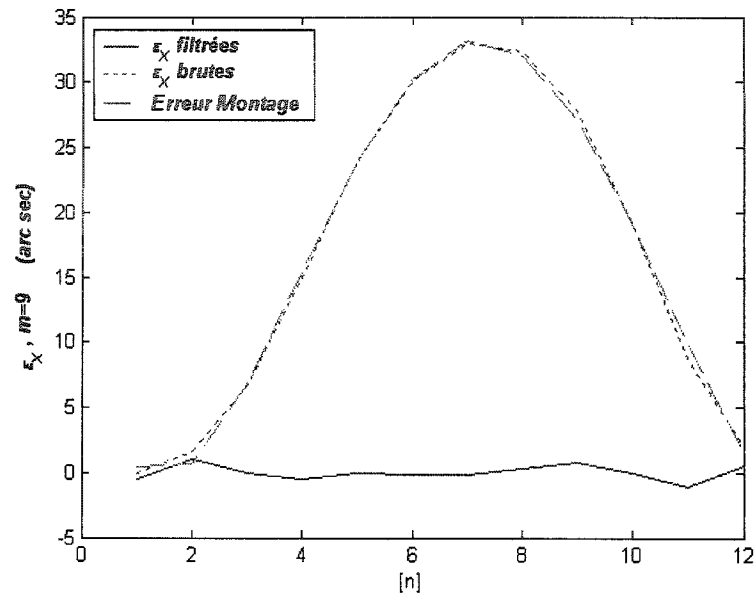
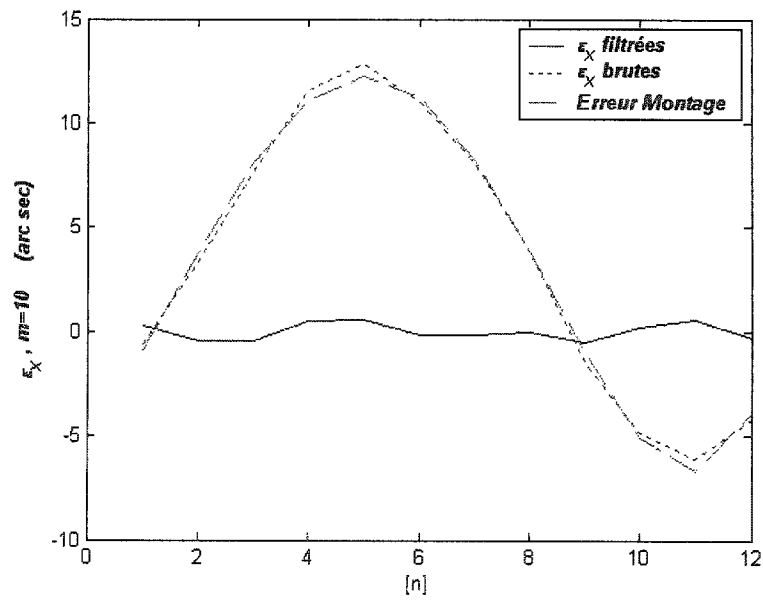


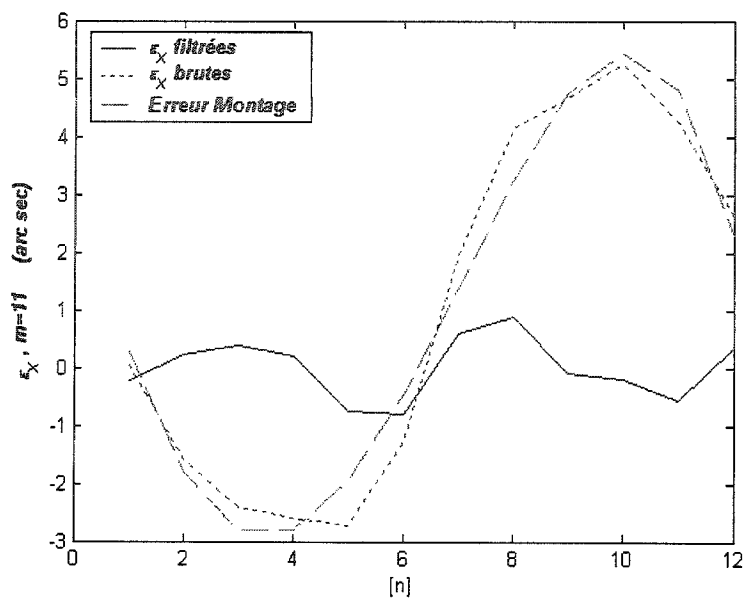
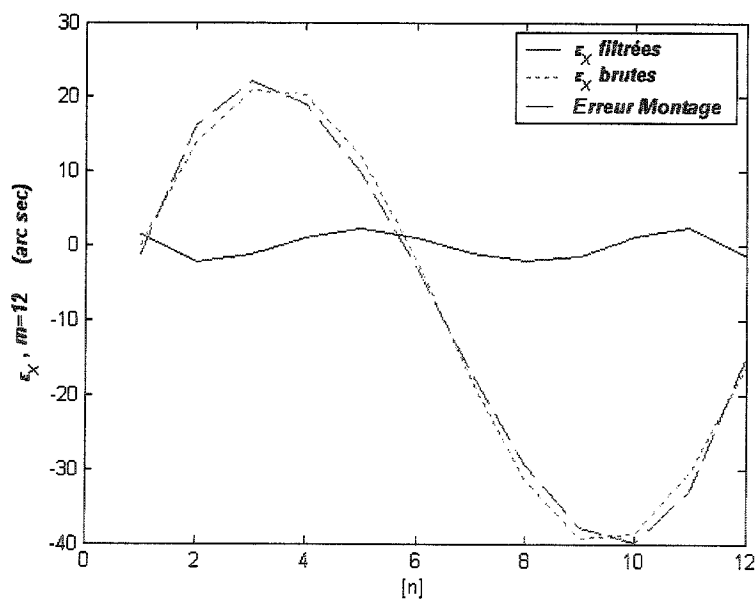
Figure A.4.3 - Filtrage des mesures  $\epsilon_X$  pour  $m=2$

Figure A.4.4 - Filtrage des mesures  $\varepsilon_X$  pour  $m=3$ Figure A.4.5 - Filtrage des mesures  $\varepsilon_X$  pour  $m=4$

Figure A.4.6 - Filtrage des mesures  $\varepsilon_X$  pour  $m=5$ Figure A.4.7 - Filtrage des mesures  $\varepsilon_X$  pour  $m=6$

Figure A.4.8 - Filtrage des mesures  $\varepsilon_X$  pour  $m=7$ Figure A.4.9 - Filtrage des mesures  $\varepsilon_X$  pour  $m=8$

Figure A.4.10 - Filtrage des mesures  $\varepsilon_X$  pour  $m=9$ Figure A.4.11 - Filtrage des mesures  $\varepsilon_X$  pour  $m=10$

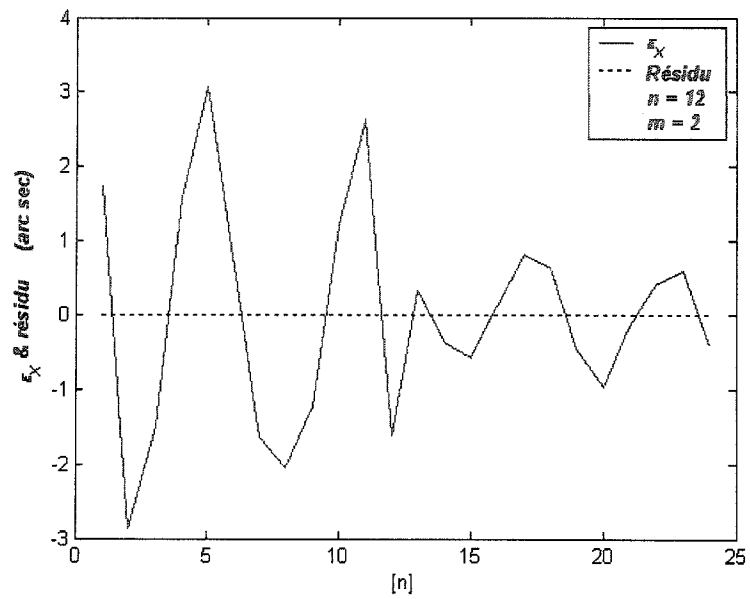
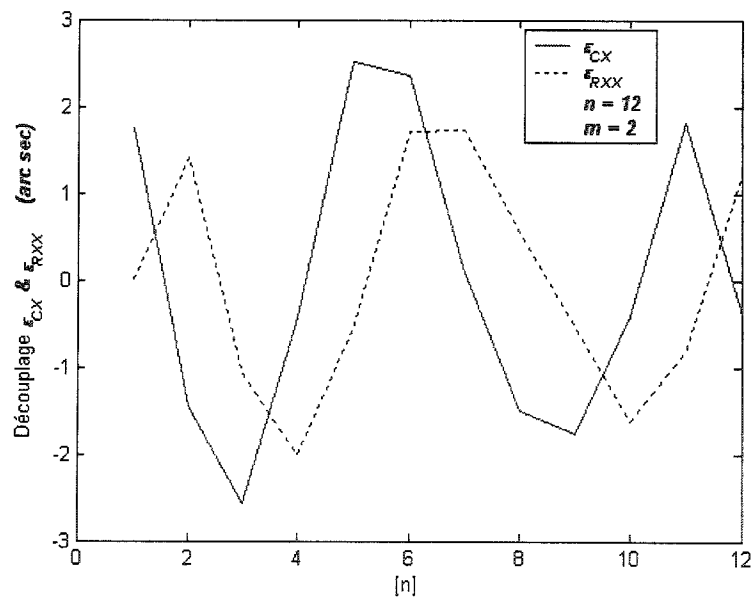
Figure A.4.12 - Filtrage des mesures  $\varepsilon_X$  pour  $m=11$ Figure A.4.13 - Filtrage des mesures  $\varepsilon_X$  pour  $m=12$

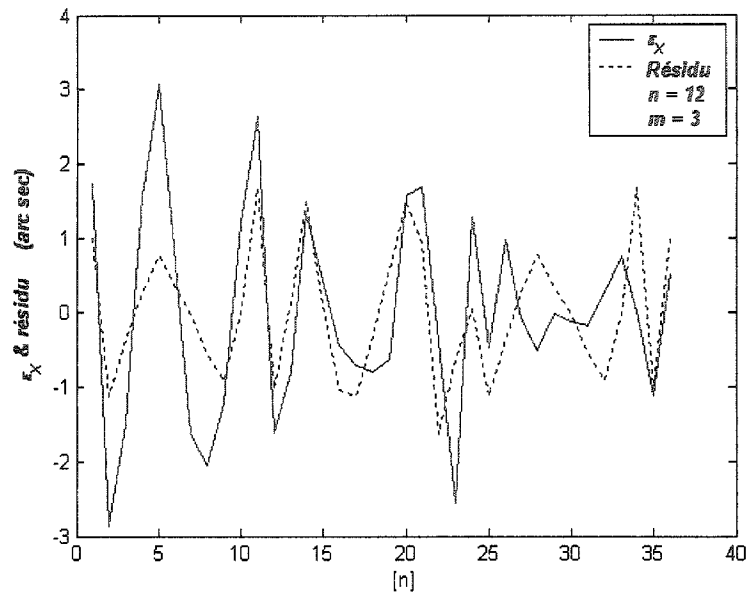
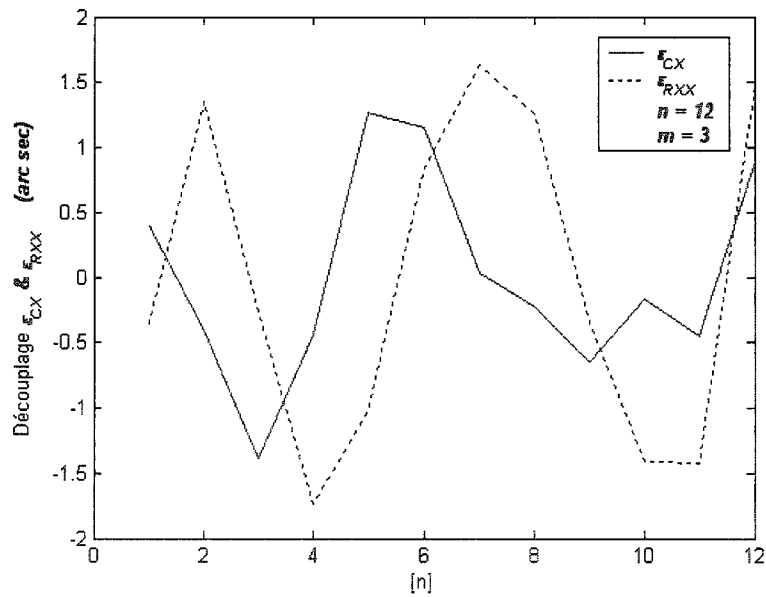
**A.4-2 Données des écarts d'inclinaisons suivant l'axe X ( $\varepsilon_{CX}$  et  $\varepsilon_{RXX}$ )**

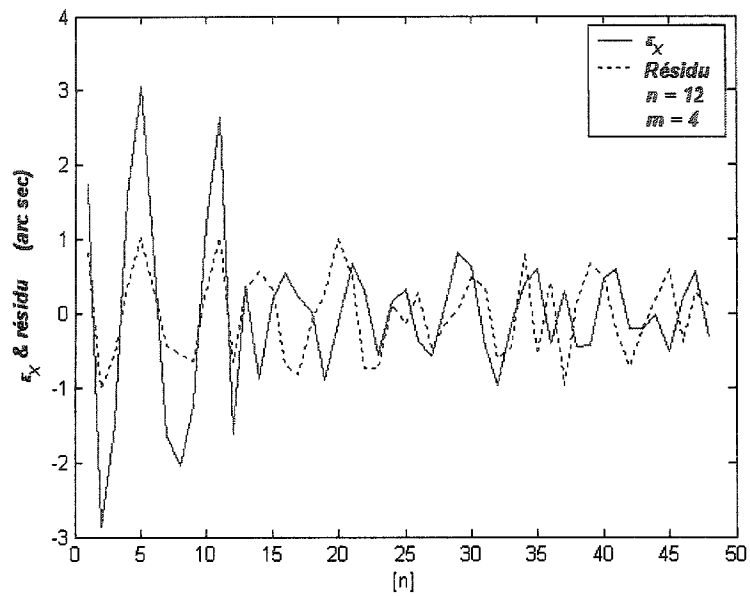
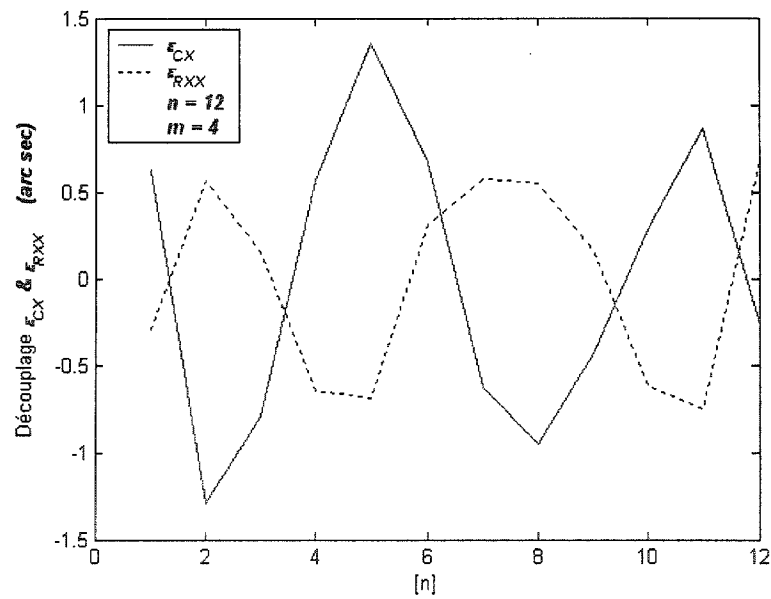
Les mesures filtrées et résidus sont représentées de la figure A.4.14 à la figure A.4.34 (les nombres pairs). On voit dans ces figures deux courbes. La première représente les mesures filtrées et la deuxième représente les résidus.

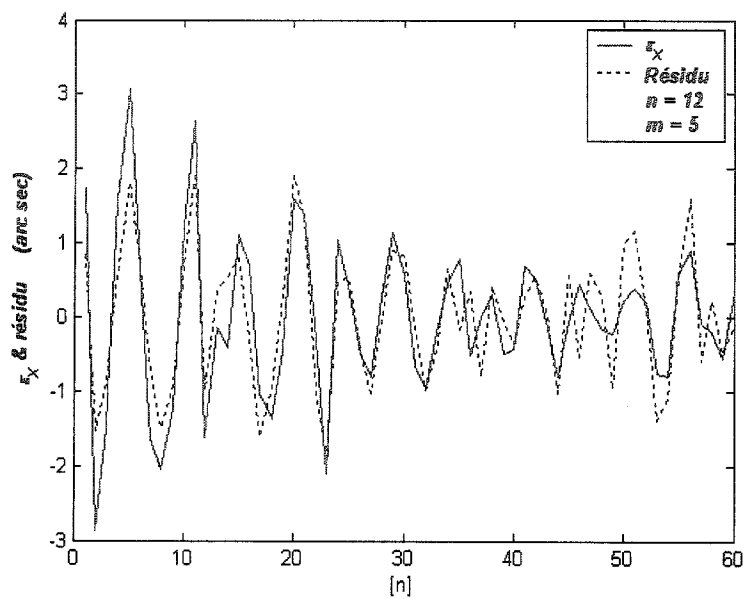
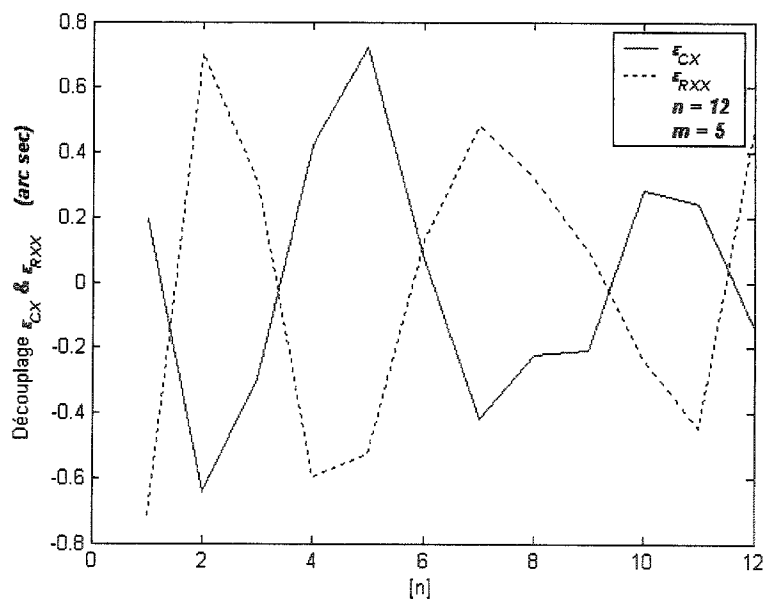
Les mesures découplées des écarts d'inclinaisons suivant l'axe Y sont représentées de la figure A.4.15 à la figure A.4.35 (les nombres impairs). On voit dans ces figures deux courbes. La première représente l'écart d'inclinaison de l'articulation rotoïde  $\varepsilon_{CY}$  et la deuxième représente les données de l'écart angulaire de l'indexeur rotatif  $\varepsilon_{RXY}$ .



Figure A.4.14 - Mesure filtrée et résidu pour  $m=2$  ( $\varepsilon_X$ )Figure A.4.15 - Découplage des mesures filtrées pour  $m=2$  ( $\varepsilon_X$ )

Figure A.4.16 - Mesure filtrée et résidu pour  $m=3$  ( $\epsilon_X$ )Figure A.4.17 - Découplage des mesures filtrées pour  $m=3$  ( $\epsilon_X$ )

Figure A.4.18 - Mesure filtrée et résidu pour  $m=4$  ( $\varepsilon_X$ )Figure A.4.19 - Découplage des mesures filtrées pour  $m=4$  ( $\varepsilon_X$ )

Figure A.4.20 - Mesure filtrée et résidu pour  $m=5$  ( $\varepsilon_X$ )Figure A.4.21 - Découplage des mesures filtrées pour  $m=5$  ( $\varepsilon_X$ )

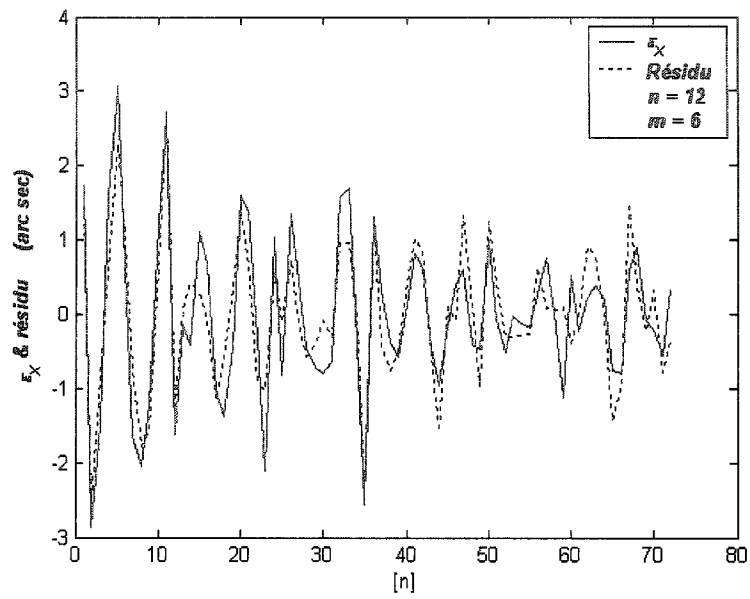


Figure A.4.22- Mesure filtrée et résidu pour  $m=6$  ( $\mathcal{E}_X$ )

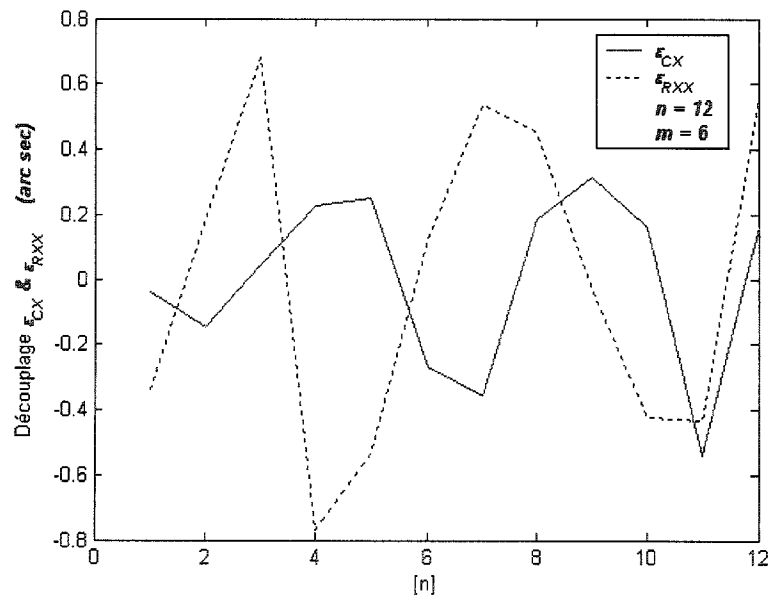


Figure A.4.23 - Découplage des mesures filtrées pour  $m=6$  ( $\mathcal{E}_X$ )

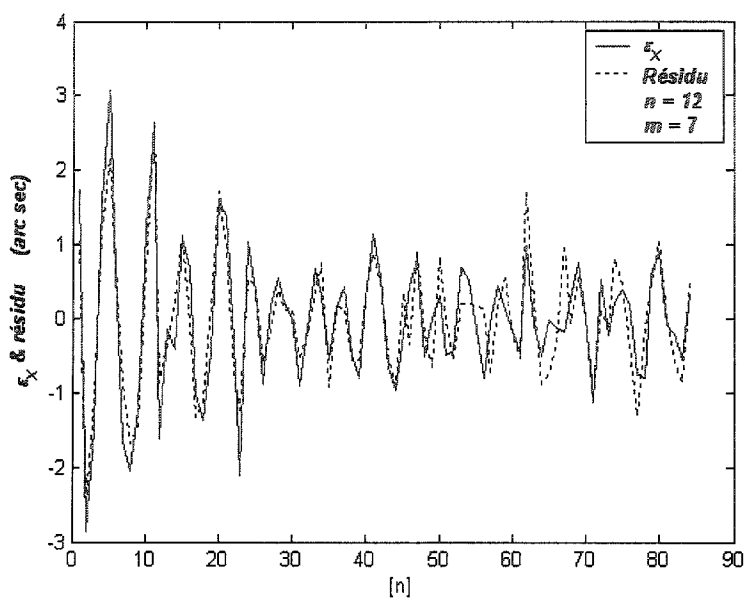


Figure A.4.24 - Mesure filtrée et résidu pour  $m=7$  ( $\varepsilon_X$ )

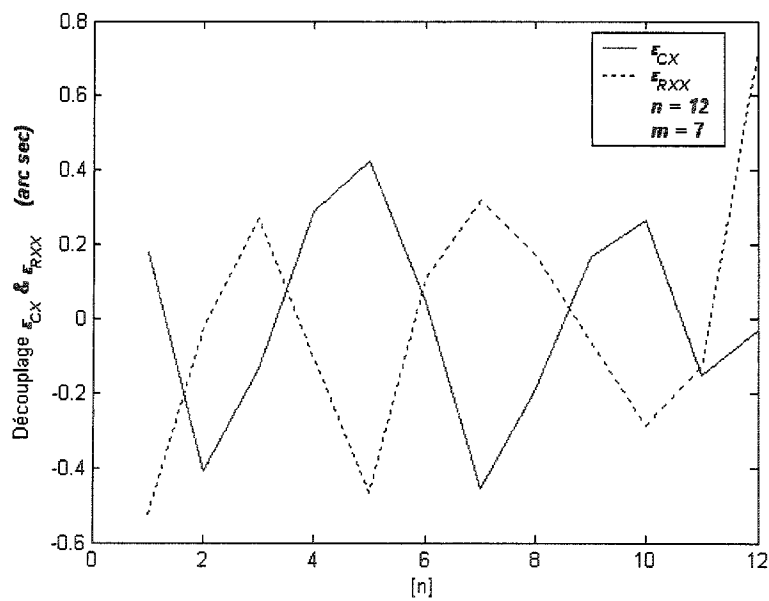
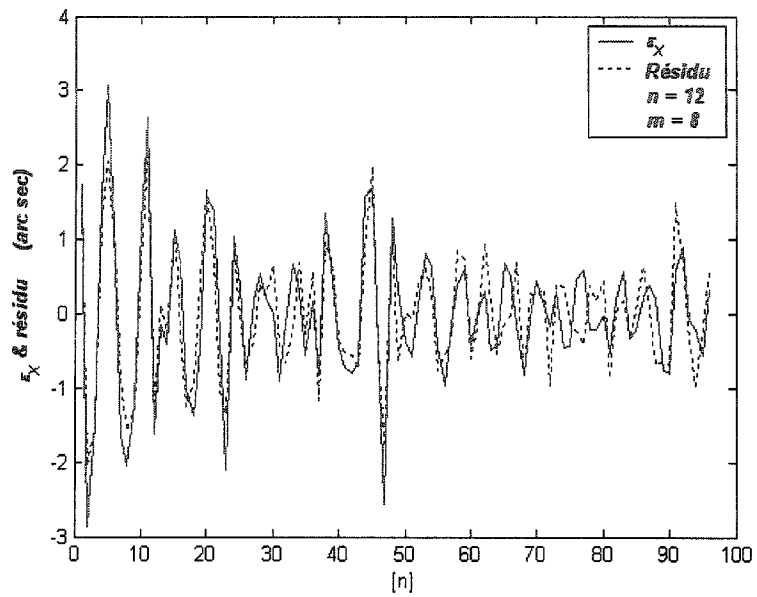
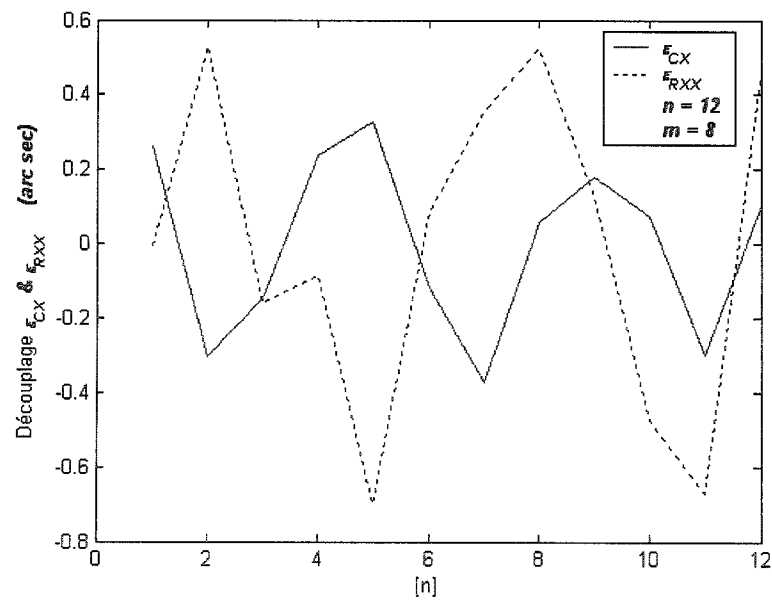
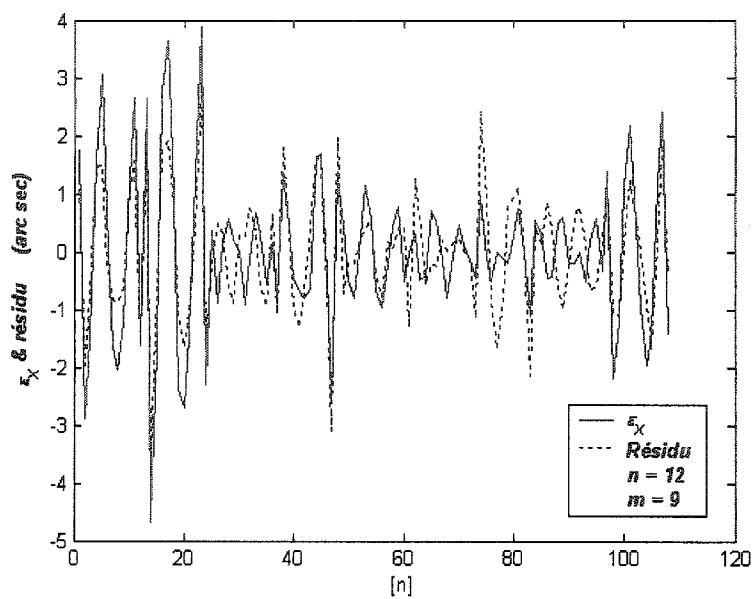
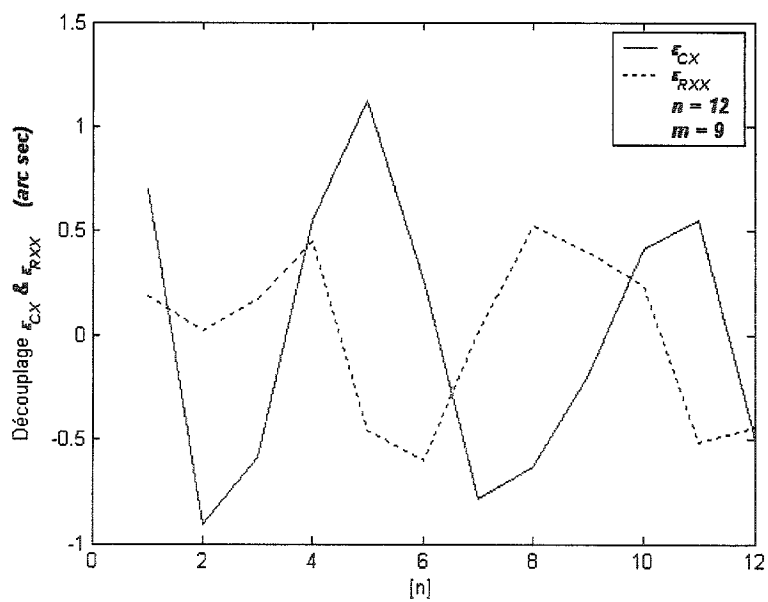


Figure A.4.25 - Découplage des mesures filtrées pour  $m=7$  ( $\varepsilon_X$ )

Figure A.4.26 - Mesure filtrée et résidu pour  $m=8$  ( $\varepsilon_X$ )Figure A.4.27 - Découplage des mesures filtrées pour  $m=8$  ( $\varepsilon_X$ )

Figure A.4.28 - Mesure filtrée et résidu pour  $m=9$  ( $\varepsilon_X$ )Figure A.4.29 - Découplage des mesures filtrées pour  $m=9$  ( $\varepsilon_X$ )



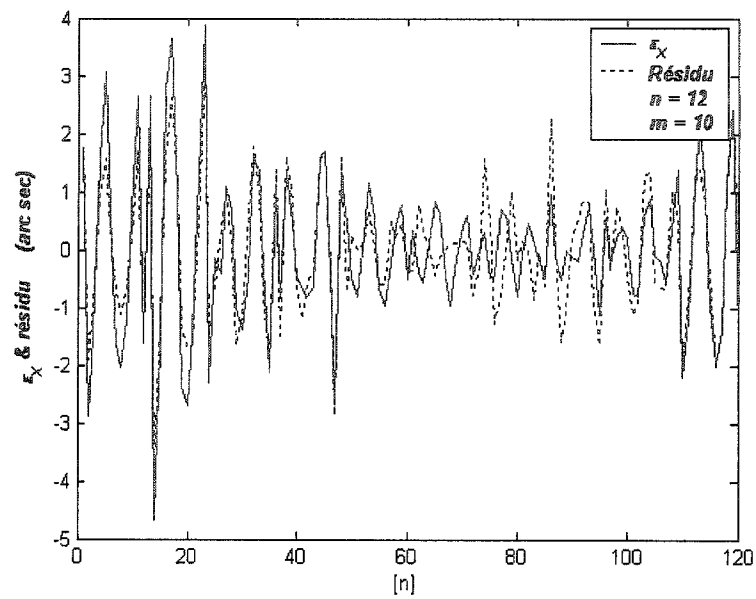


Figure A.4.30 - Mesure filtrée et résidu pour  $m=10$  ( $\varepsilon_X$ )

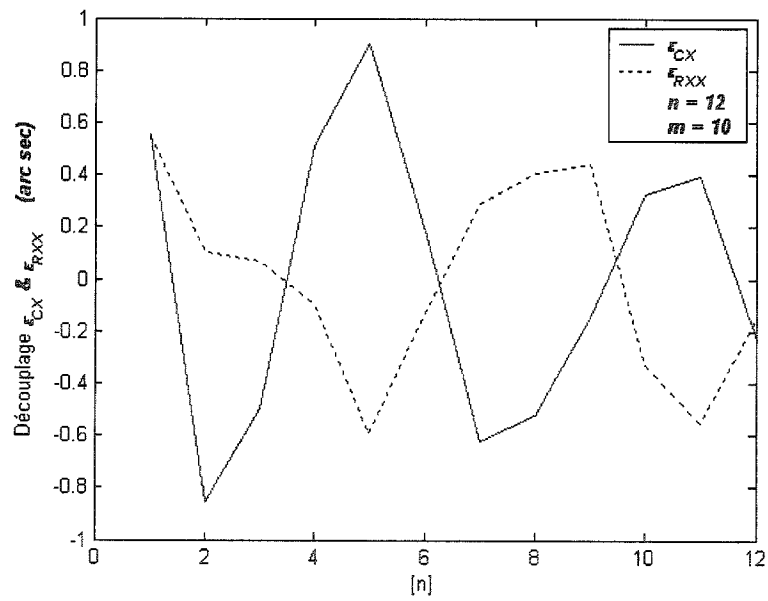


Figure A.4.31 - Découplage des mesures filtrées pour  $m=10$  ( $\varepsilon_X$ )

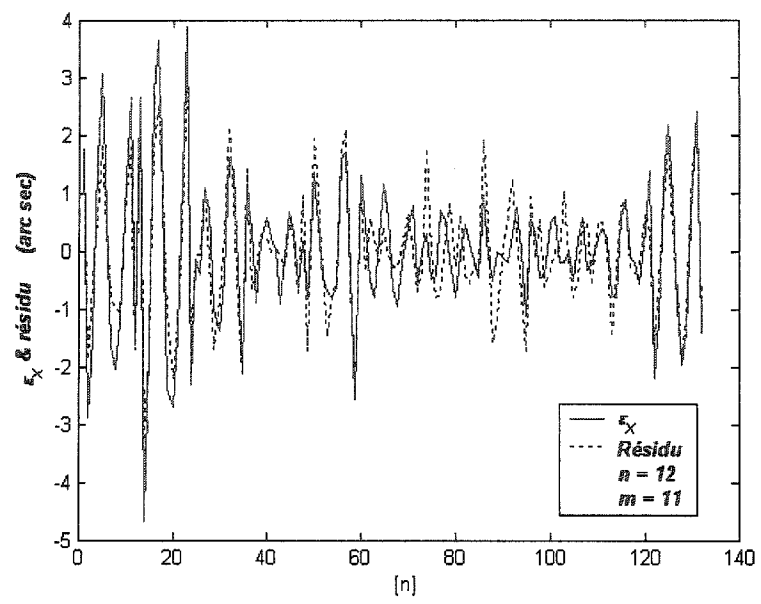


Figure A.4.32 - Mesure filtrée et résidu pour  $m=11$  ( $\epsilon_X$ )

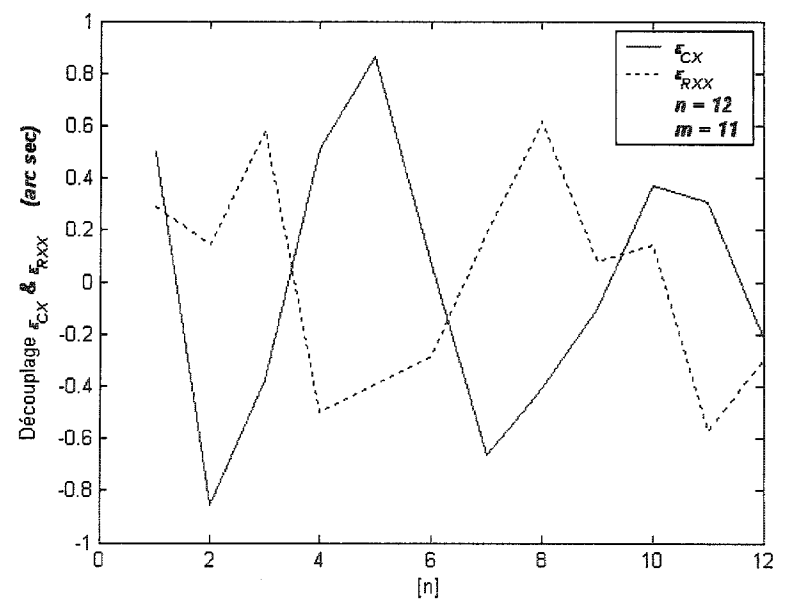
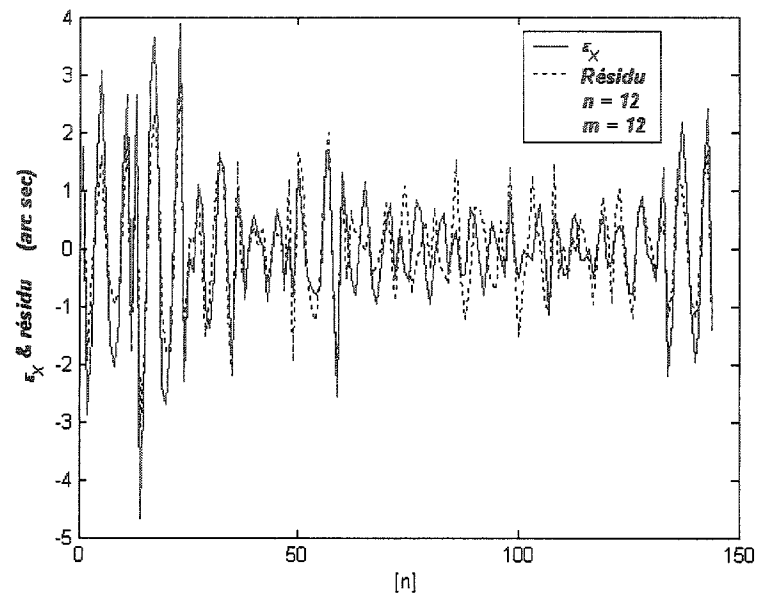
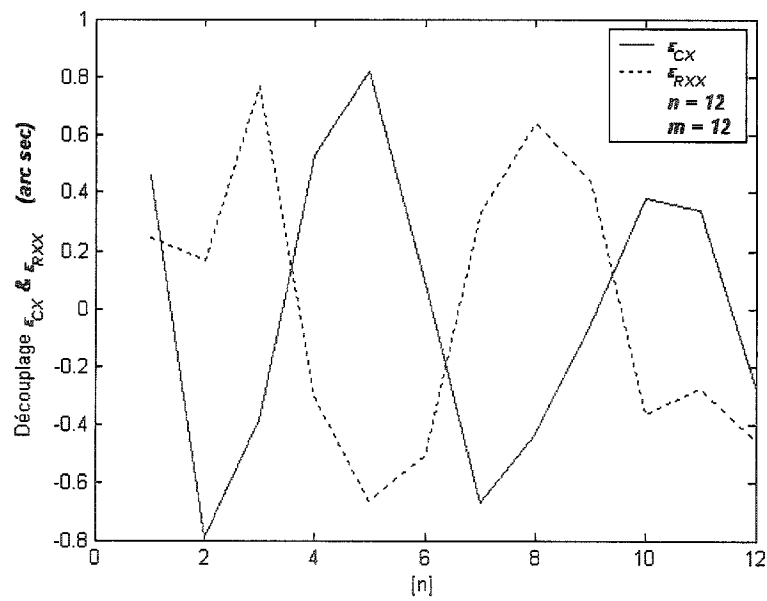


Figure A.4.33 - Découplage des mesures filtrées pour  $m=11$  ( $\epsilon_X$ )

Figure A.4.34 - Mesure filtrée et résidu pour  $m=12$  ( $\varepsilon_X$ )Figure A.4.35 - Découplage des mesures filtrées pour  $m=12$  ( $\varepsilon_X$ )

## A.5 Écart axial suivant l'axe Z ( $\delta_z$ )

### A.5-1 Données des mesures brutes et filtrées de l'écart axial suivant l'axe Z ( $\delta_z$ )

Les mesures filtrées sont représentées de la figure A.5.1 à la figure A.5.12. On voit dans ces figures trois courbes. La première représente les mesures brutes, la deuxième représente les mesures explicables par les écarts de montage et la troisième courbe représente les mesures dont l'effet des écarts de montage a été filtré.

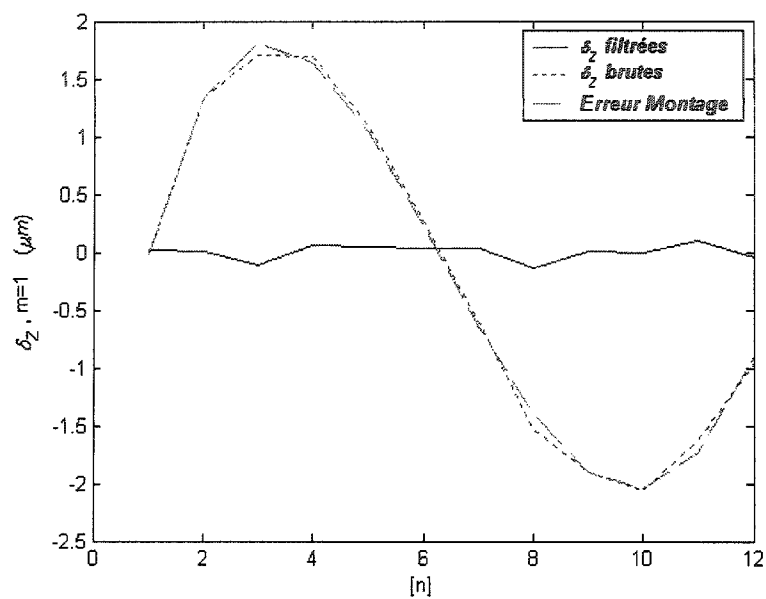


Figure A.5.1 - Filtrage des mesures  $\delta_z$  pour  $m=1$

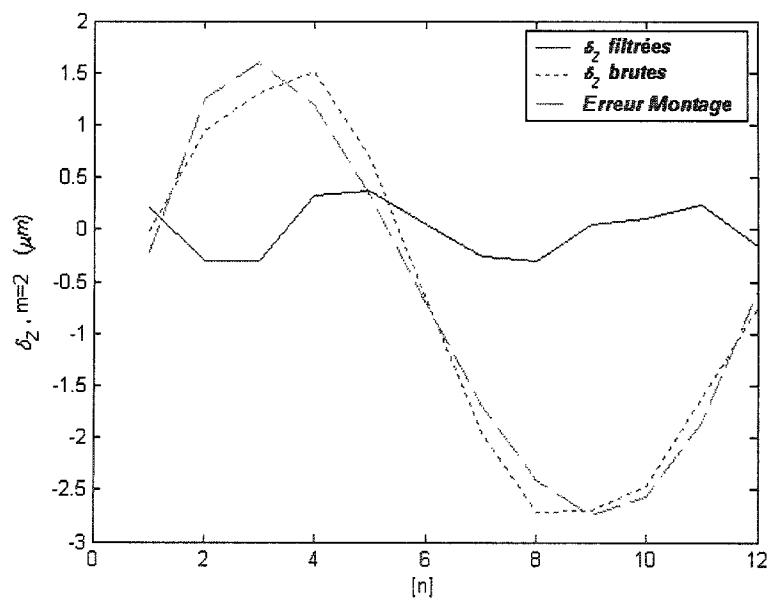


Figure A.5.2 - Filtrage des mesures  $\delta_z$  pour  $m=2$

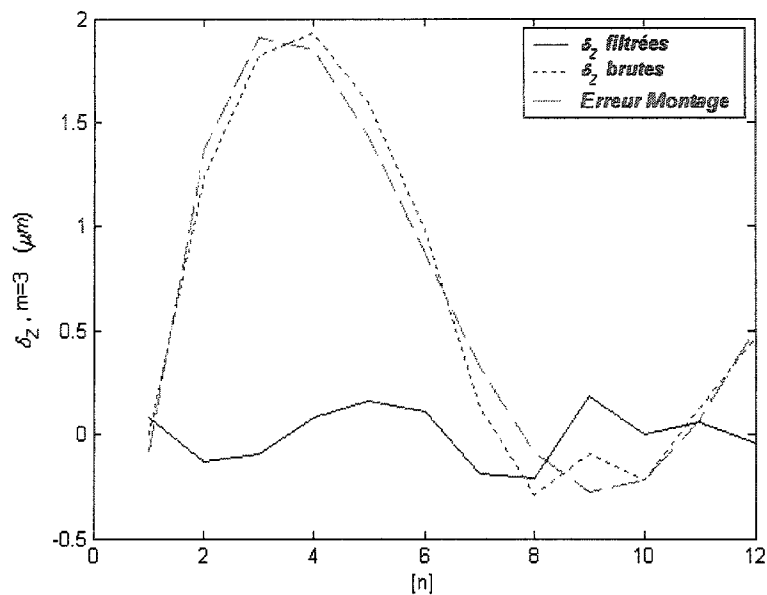


Figure A.5.3 - Filtrage des mesures  $\delta_z$  pour  $m=3$

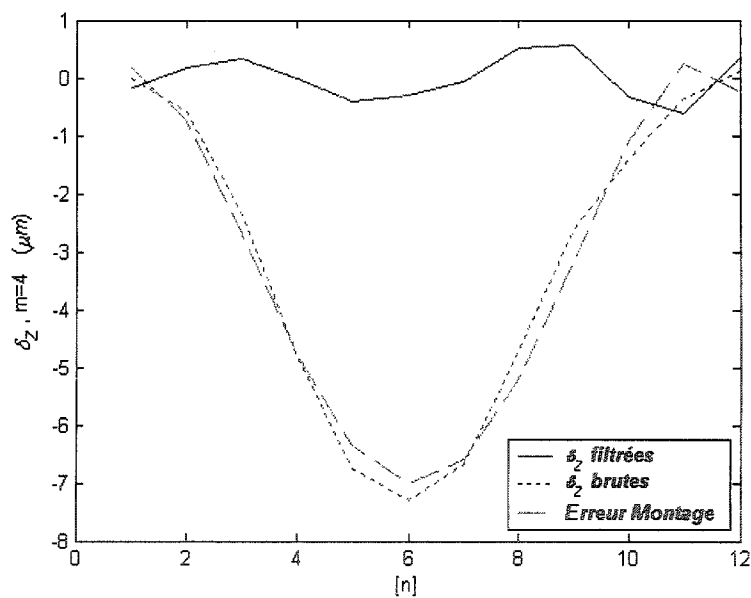
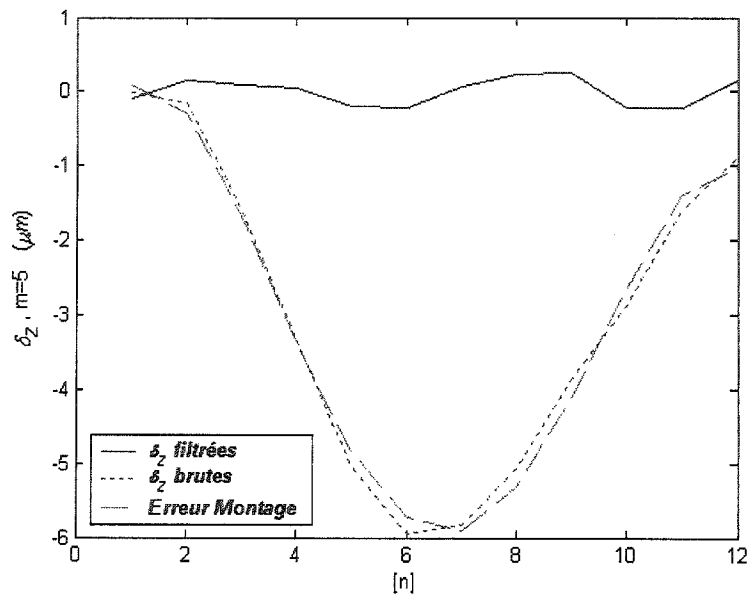
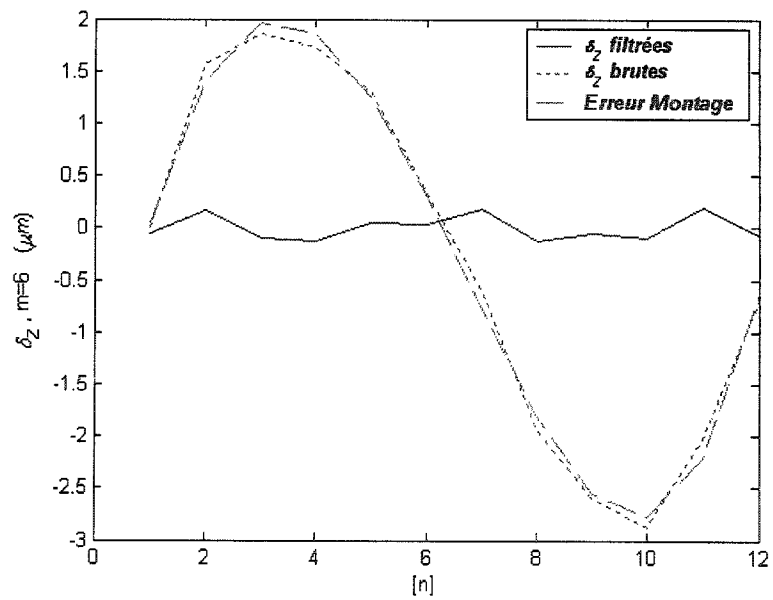


Figure A.5.4- Filtrage des mesures  $\delta_z$  pour  $m=4$

Figure A.5.5 - Filtrage des mesures  $\delta_Z$  pour  $m=5$ Figure A.5.6 - Filtrage des mesures  $\delta_Z$  pour  $m=6$

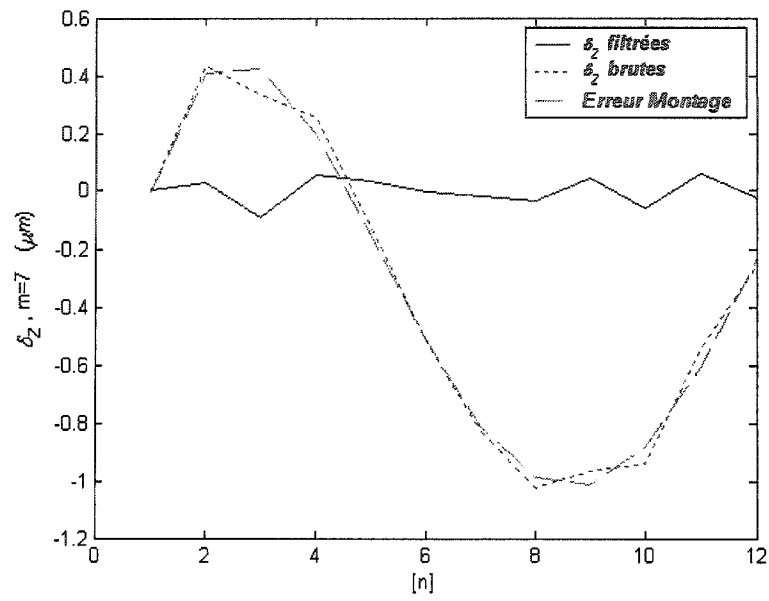


Figure A.5.7 - Filtrage des mesures  $\delta_z$  pour  $m=7$

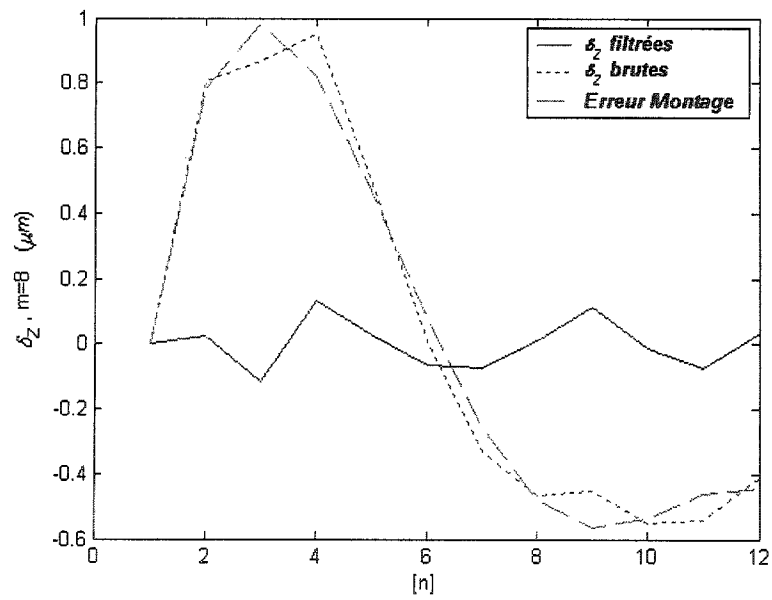
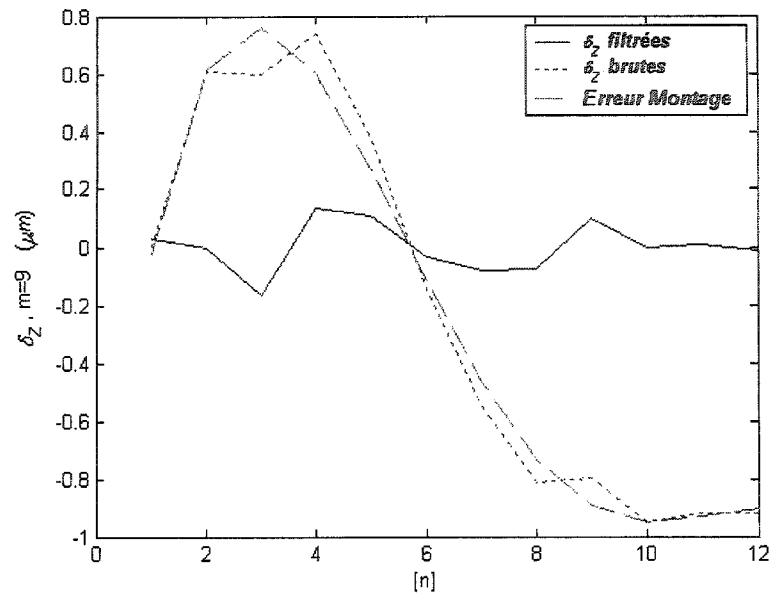
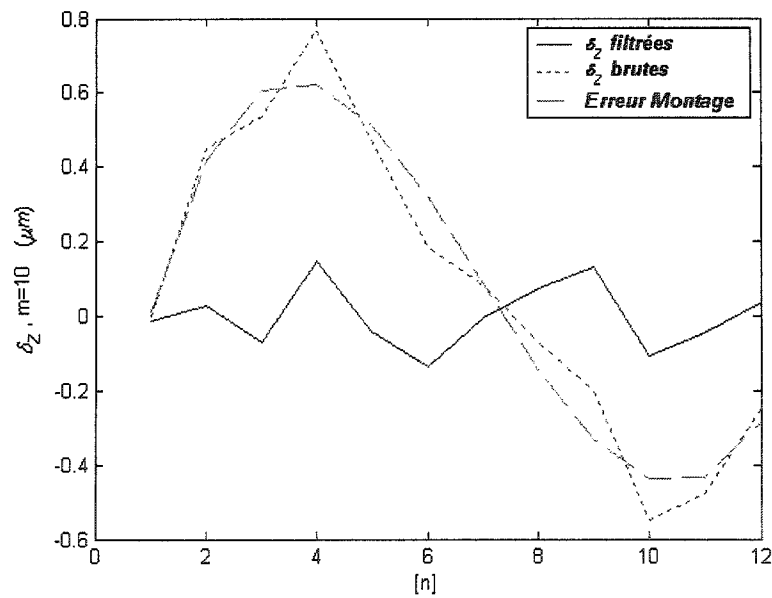


Figure A.5.8 - Filtrage des mesures  $\delta_z$  pour  $m=8$



Figure A.5.9 - Filtrage des mesures  $\delta_Z$  pour m=9Figure A.5.10 - Filtrage des mesures  $\delta_Z$  pour m=10

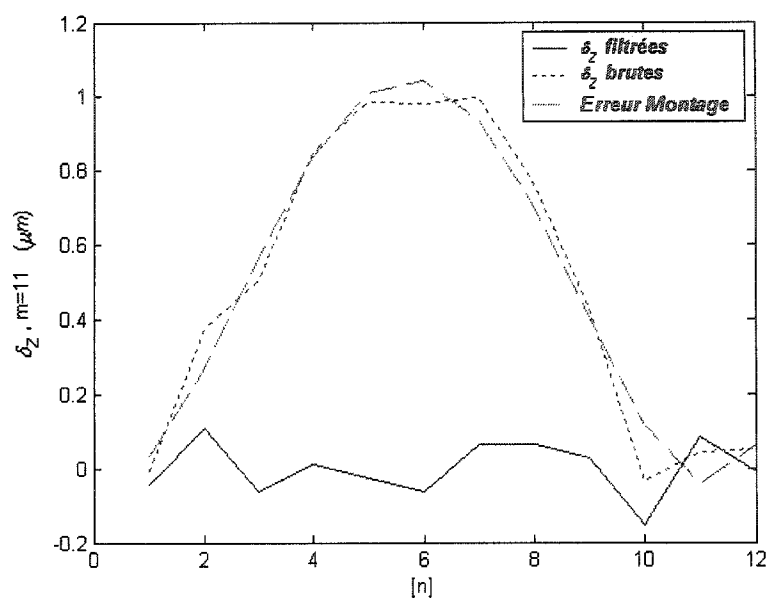


Figure A.5.11 - Filtrage des mesures  $\delta_z$  pour  $m=11$

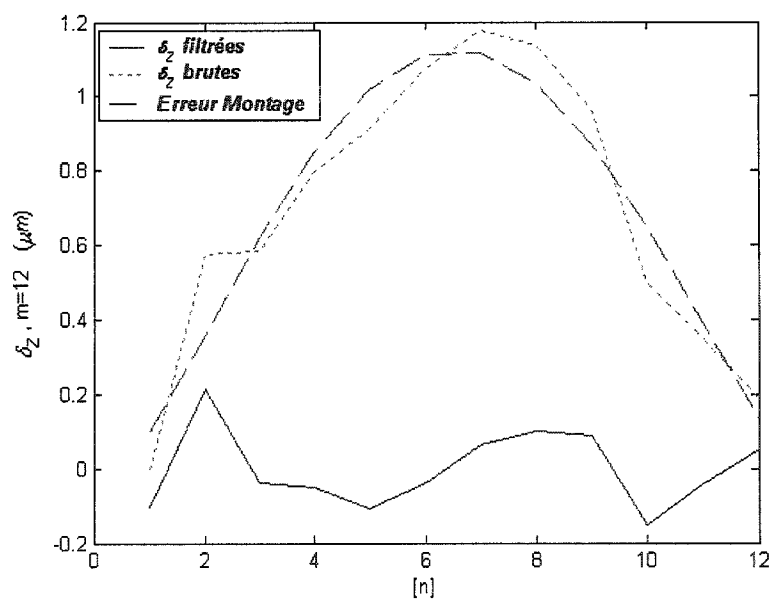
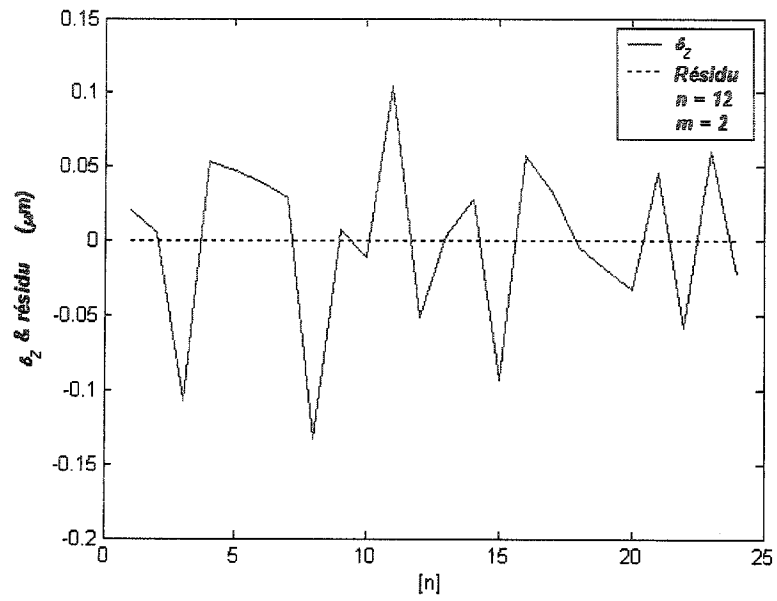
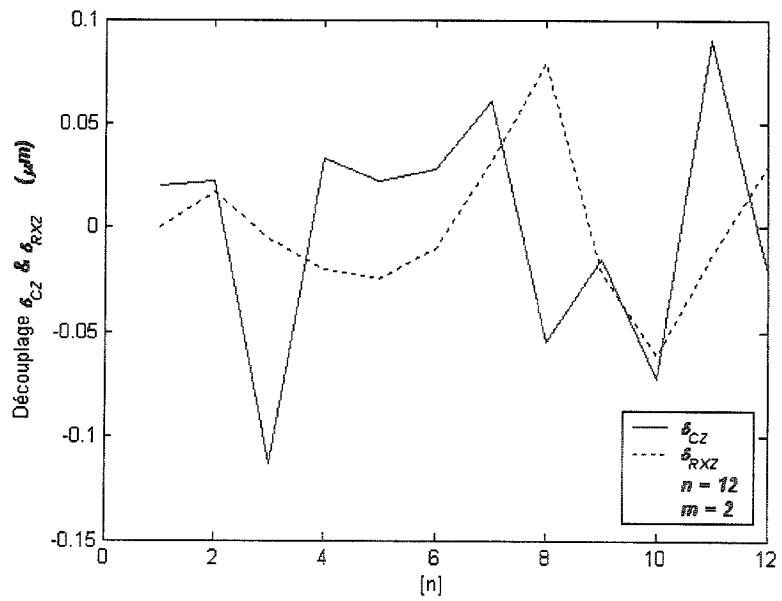


Figure A.5.12 - Filtrage des mesures  $\delta_z$  pour  $m=12$

**A.5-2 Données des écarts axiaux suivant l'axe Z ( $\delta_{CZ}$  et  $\delta_{RZ}$ )**

Les mesures filtrées et résidus sont représentées de la figure A.5.13 à la figure A.5.33 (les nombres impairs). On voit dans ces figures deux courbes. La première représente les mesures filtrées et la deuxième représente les résidus.

Les mesures découplées des écarts axiaux suivant l'axe Z sont représentées de la figure A.5.14 à la figure A.5.34 (les nombres pairs). On voit dans ces figures deux courbes. La première représente l'écart d'inclinaison de l'articulation rotoïde  $\delta_{CZ}$  et la deuxième représente les données de l'écart angulaire de l'indexeur rotatif  $\delta_{RZ}$ .

Figure A.5.13 - Mesure filtrée et résidu pour  $m=2$  ( $\delta_z$ )Figure A.5.14 - Découplage des mesures filtrées pour  $m=2$  ( $\delta_z$ )

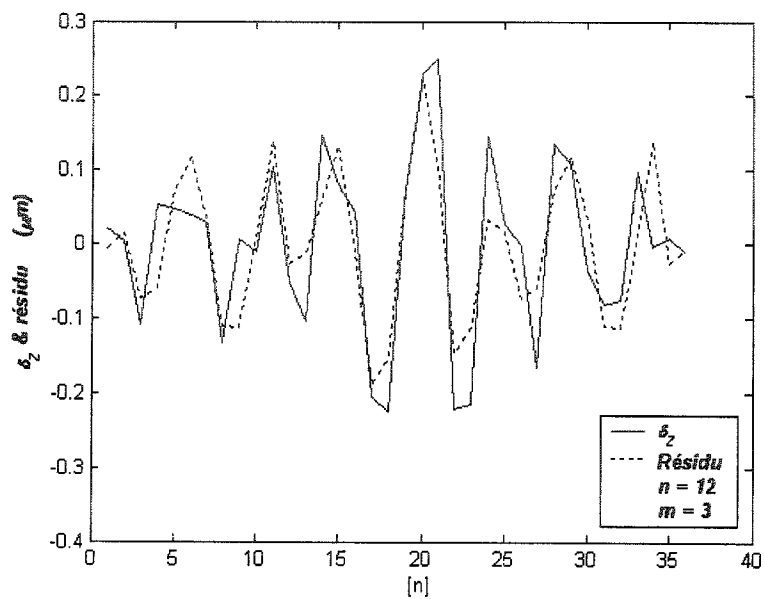


Figure A.5.15 - Mesure filtrée et résidu pour  $m=3$  ( $\delta_z$ )

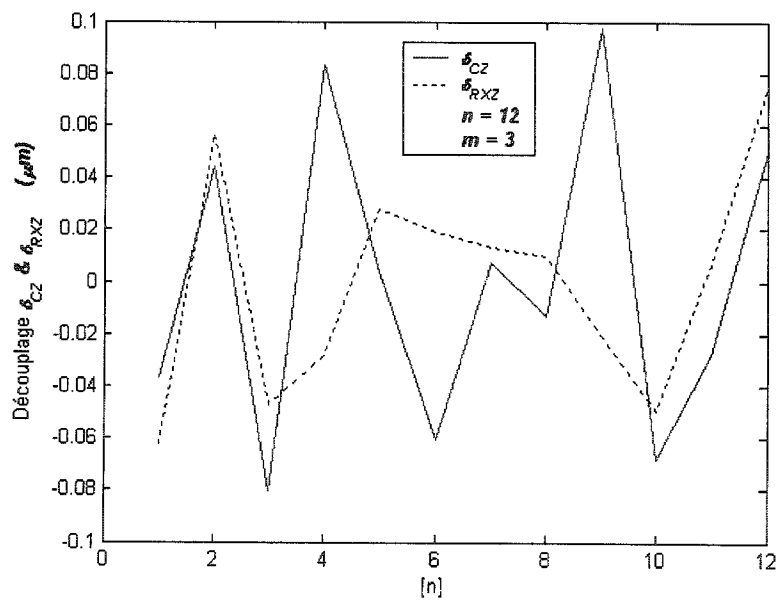


Figure A.5.16 - Découplage des mesures filtrées pour  $m=3$  ( $\delta_z$ )

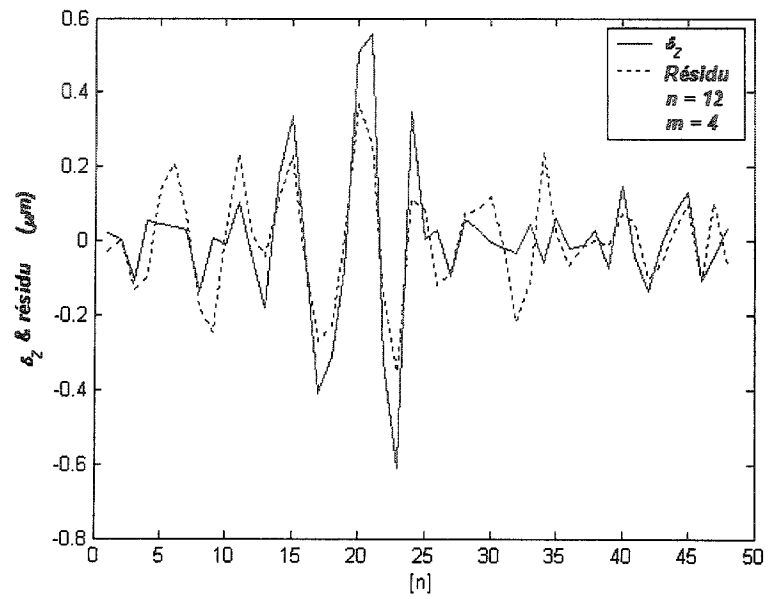


Figure A.5.17 - Mesure filtrée et résidu pour  $m=4$  ( $\delta_z$ )

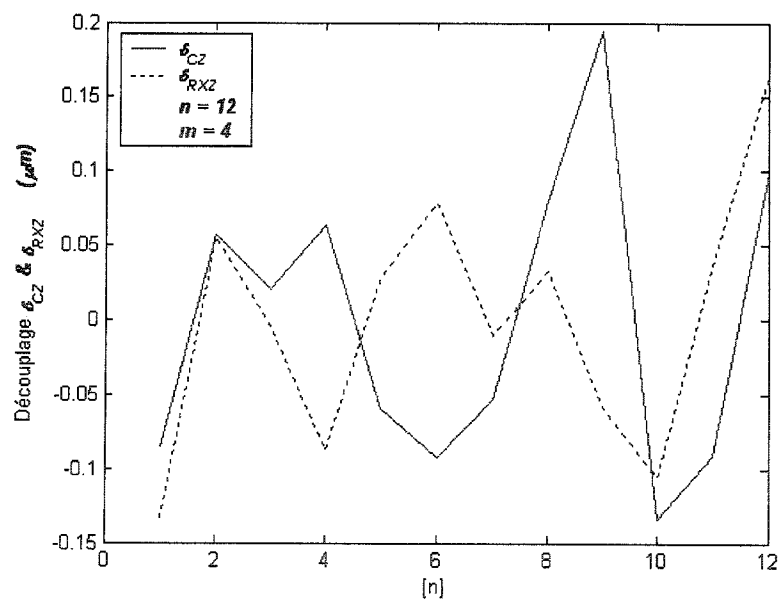
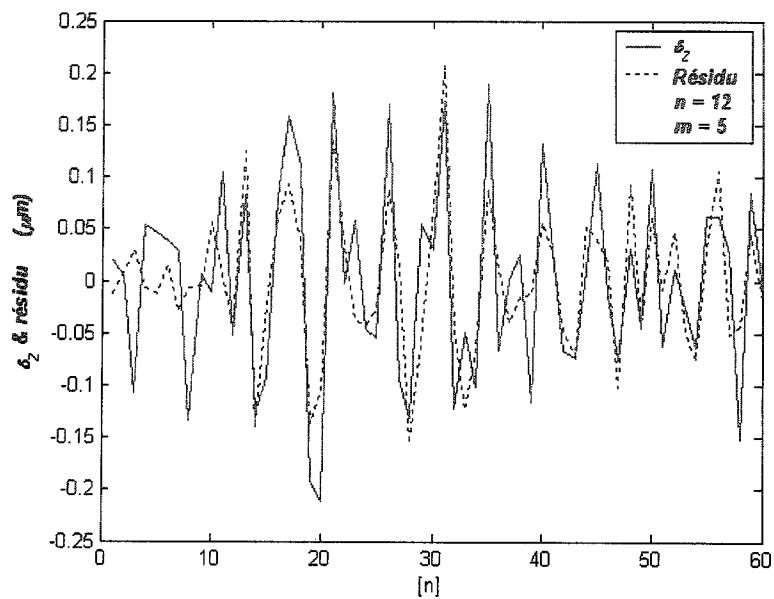
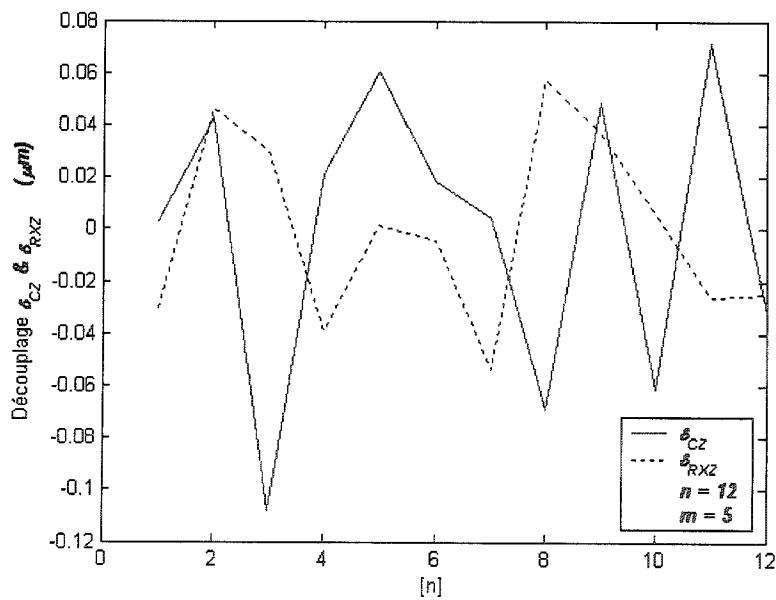


Figure A.5.18 - Découplage des mesures filtrées pour  $m=4$  ( $\delta_z$ )

Figure A.5.19 - Mesure filtrée et résidu pour  $m=5$  ( $\delta_z$ )Figure A.5.20 - Découplage des mesures filtrées pour  $m=5$  ( $\delta_z$ )

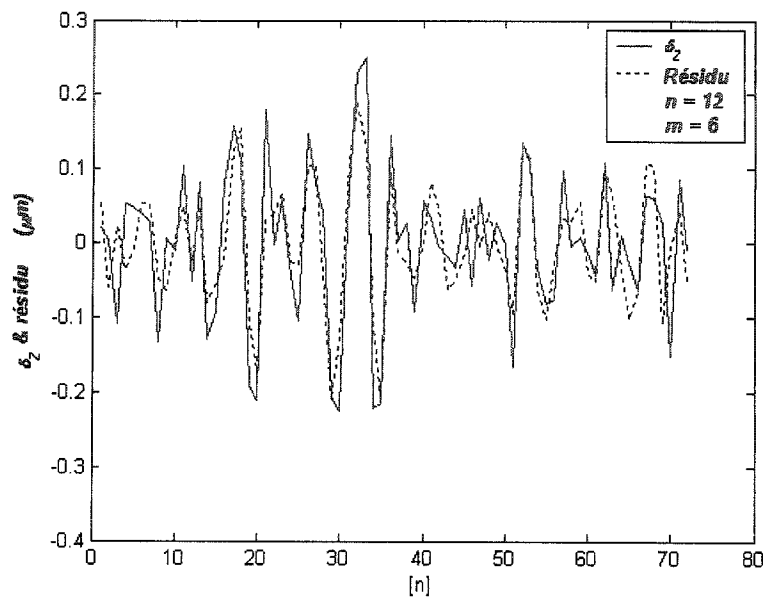


Figure A.5.21 - Mesure filtrée et résidu pour  $m=6$  ( $\delta_z$ )

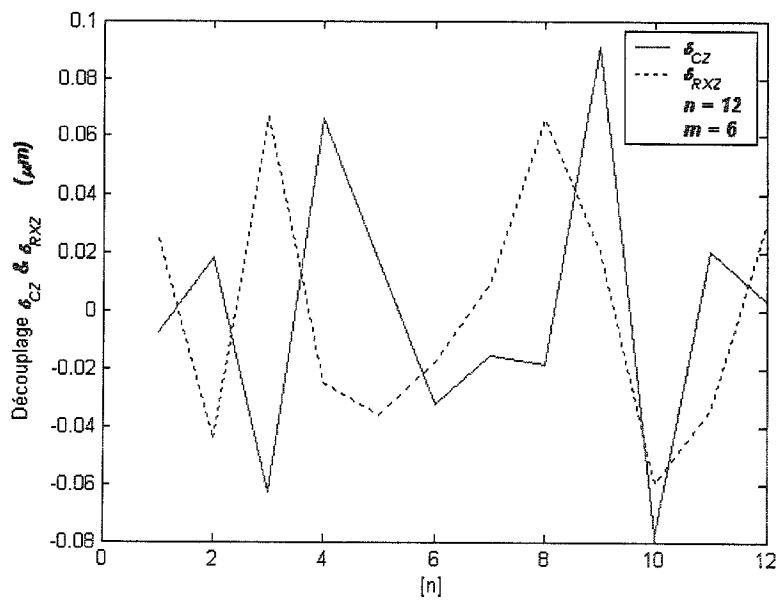


Figure A.5.22 - Découplage des mesures filtrées pour  $m=6$  ( $\delta_z$ )



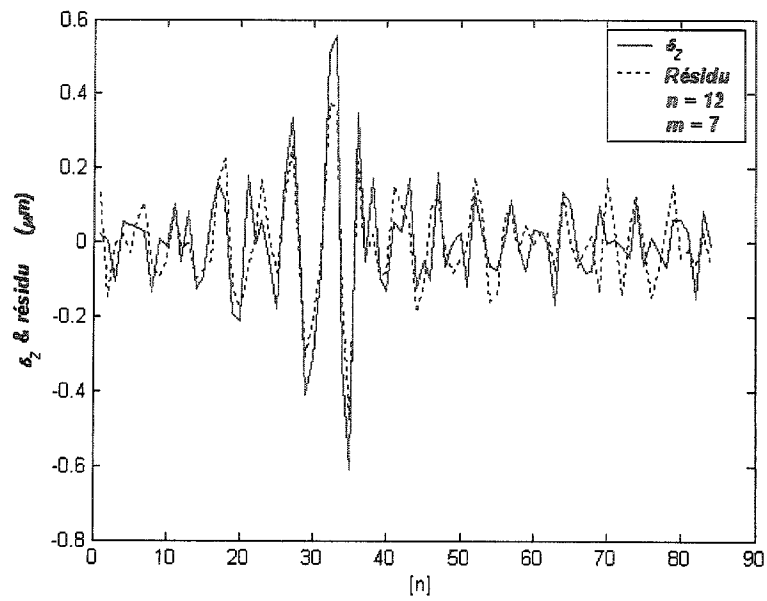


Figure A.5.23 - Mesure filtrée et résidu pour  $m=7$  ( $\delta_z$ )

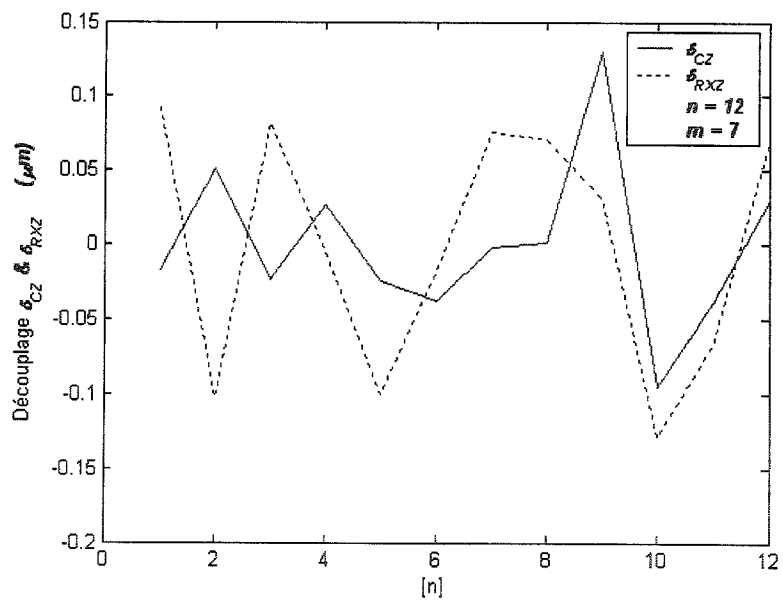


Figure A.5.24 - Découplage des mesures filtrées pour  $m=7$  ( $\delta_z$ )

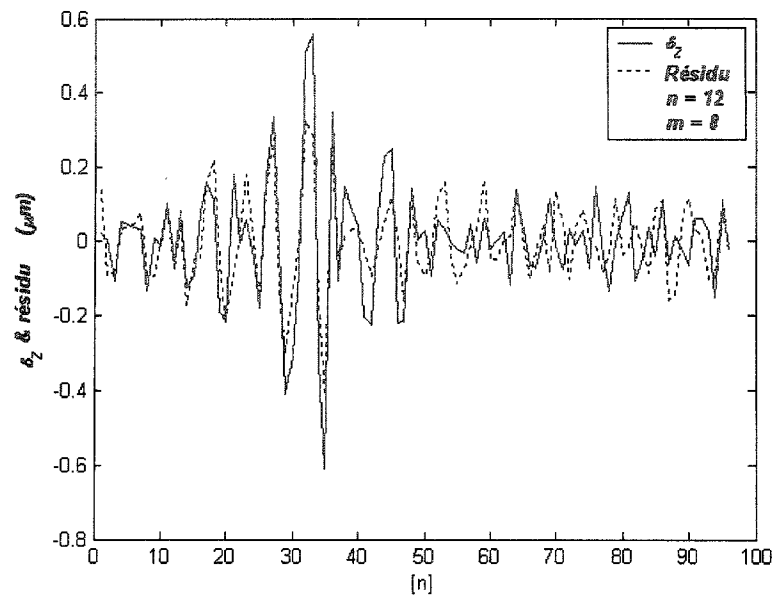


Figure A.5.25 - Mesure filtrée et résidu pour  $m=8$  ( $\delta_z$ )

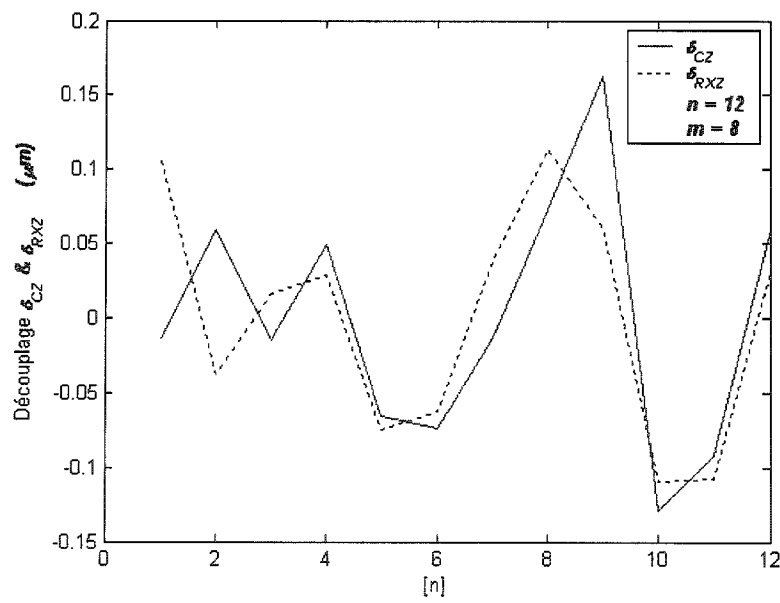


Figure A.5.26 - Découplage des mesures filtrées pour  $m=8$  ( $\delta_z$ )

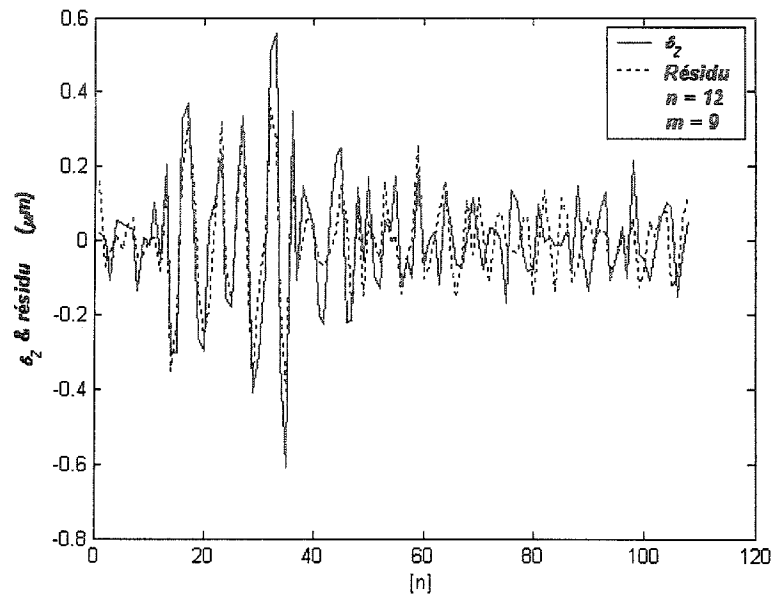


Figure A.5.27 - Mesure filtrée et résidu pour  $m=9$  ( $\delta_z$ )

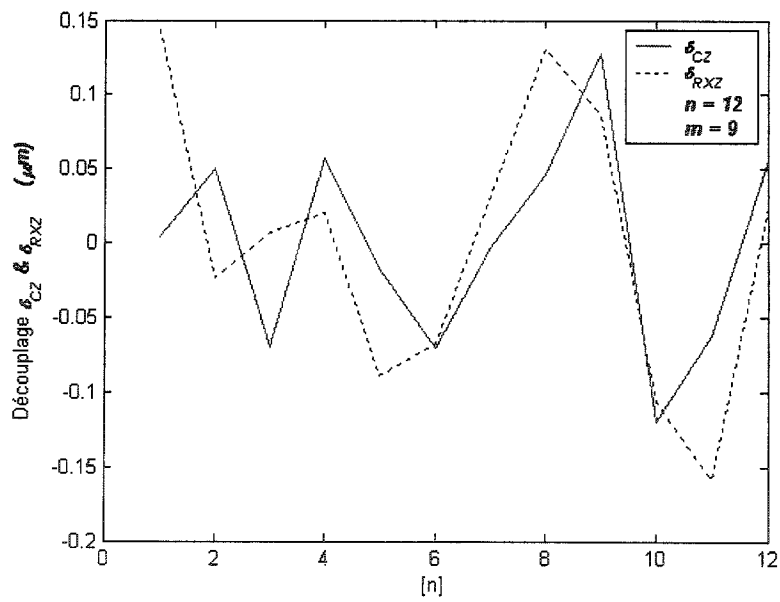


Figure A.5.28 - Découplage des mesures filtrées pour  $m=9$  ( $\delta_z$ )

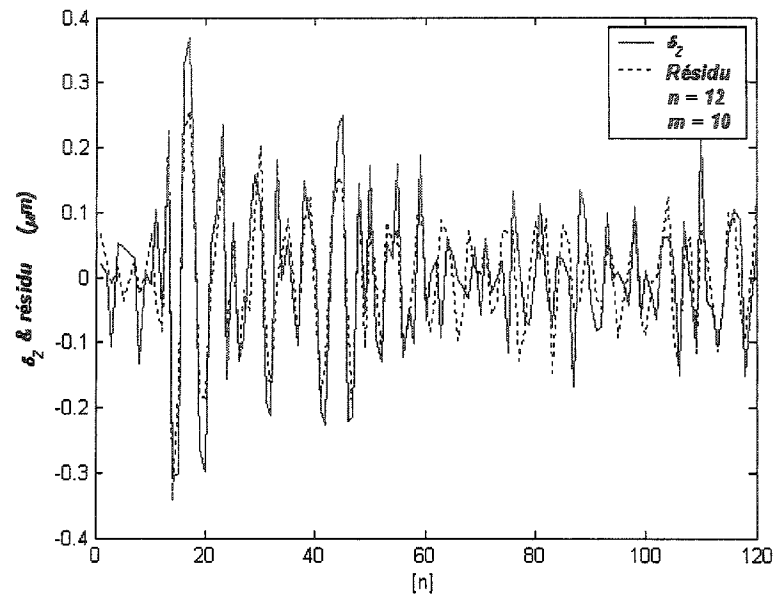


Figure A.5.29 - Mesure filtrée et résidu pour  $m=10$  ( $\delta_z$ )

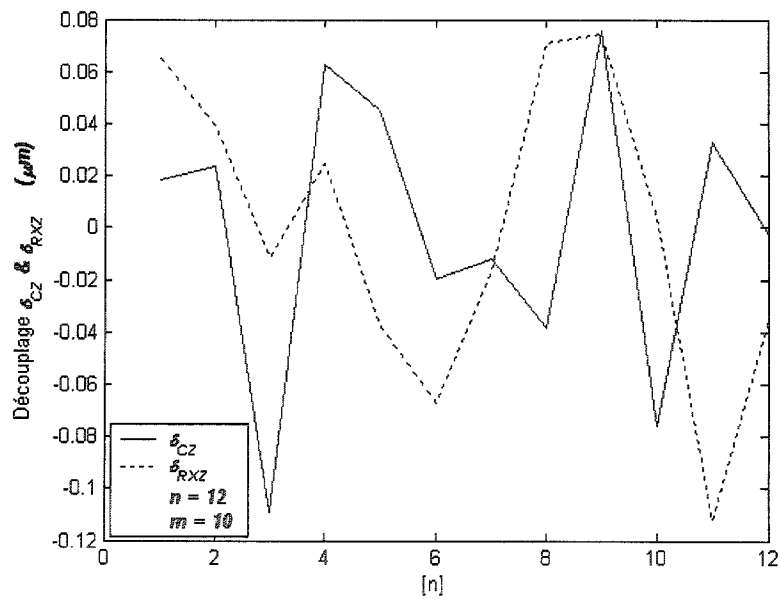


Figure A.5.30 - Découplage des mesures filtrées pour  $m=10$  ( $\delta_z$ )

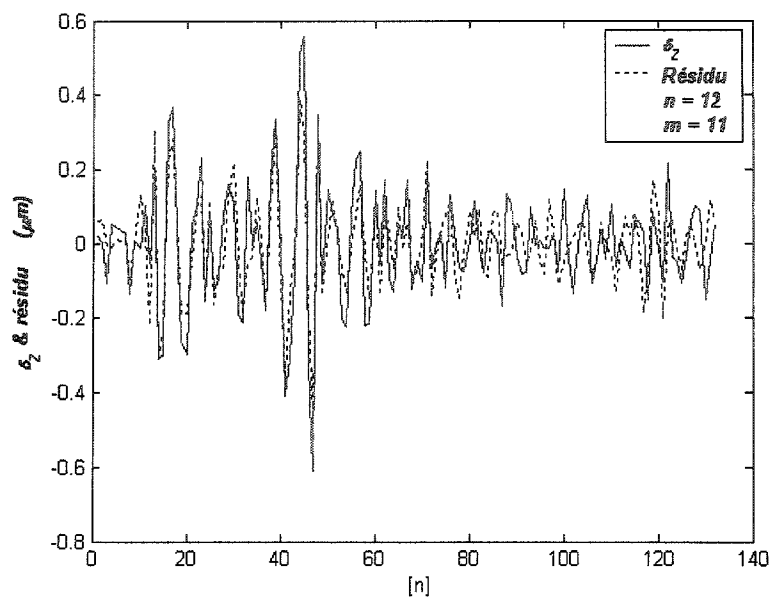


Figure A.5.31- Mesure filtrée et résidu pour  $m=11$  ( $\delta_z$ )

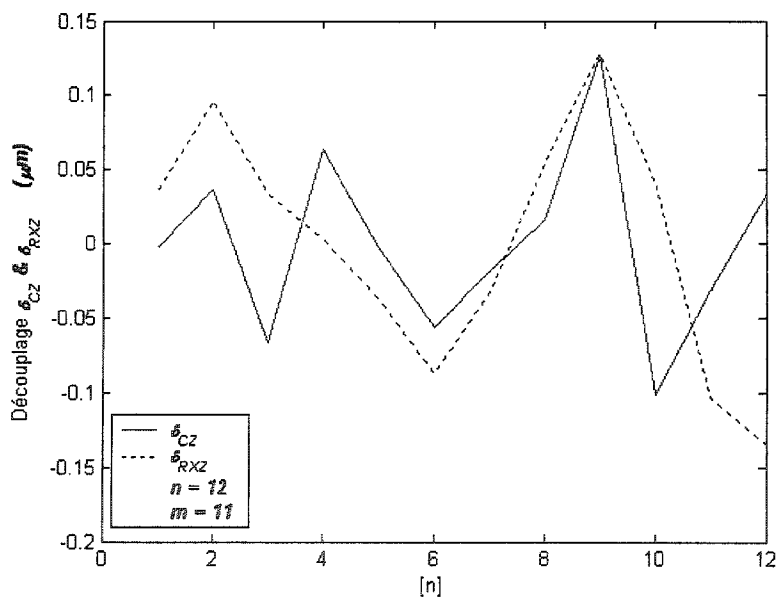


Figure A.5.32- Découplage des mesures filtrées pour  $m=11$  ( $\delta_z$ )

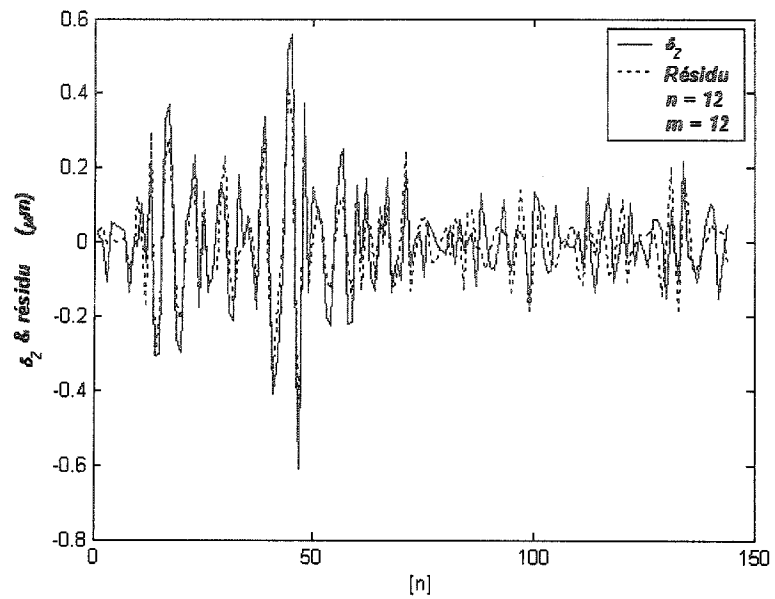


Figure A.5.33 - Mesure filtrée et résidu pour  $m=12$  ( $\delta_z$ )

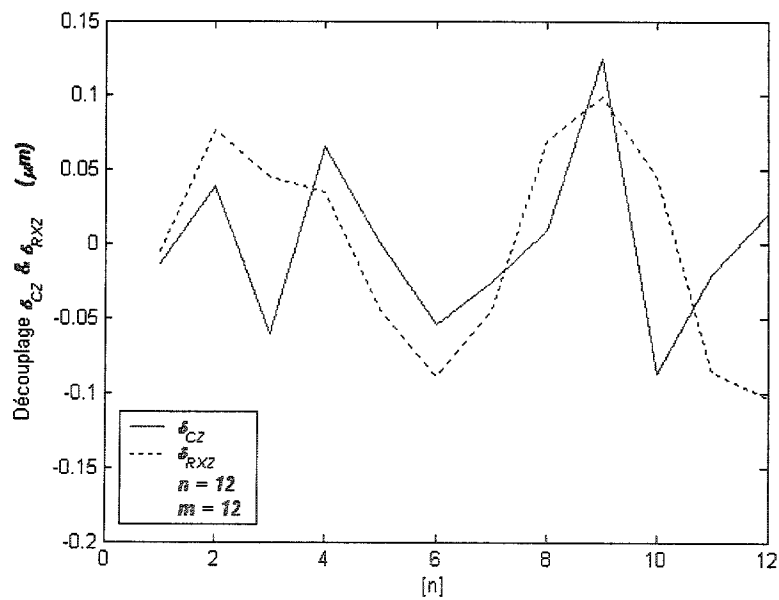
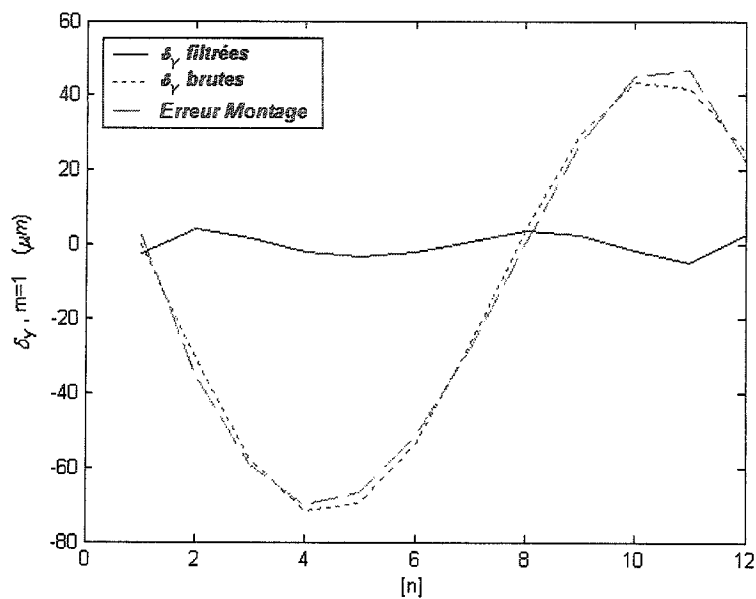
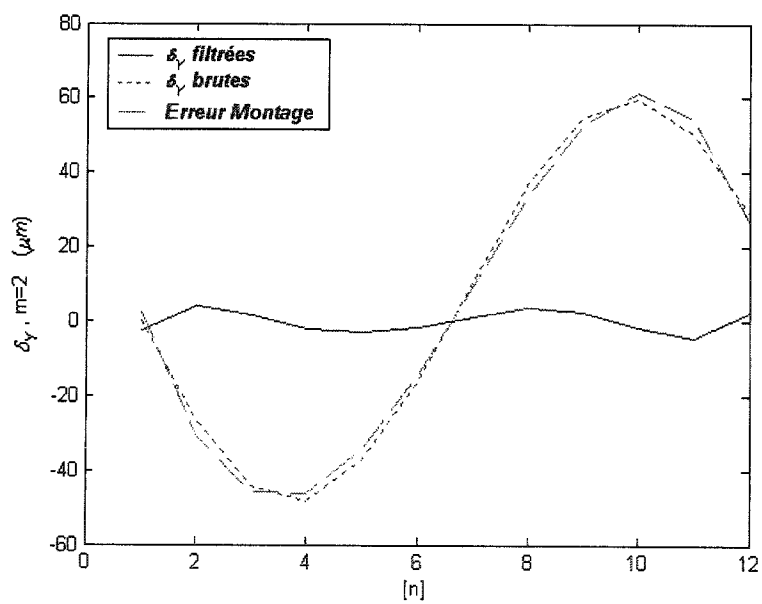


Figure A.5.34 - Découplage des mesures filtrées pour  $m=12$  ( $\delta_z$ )

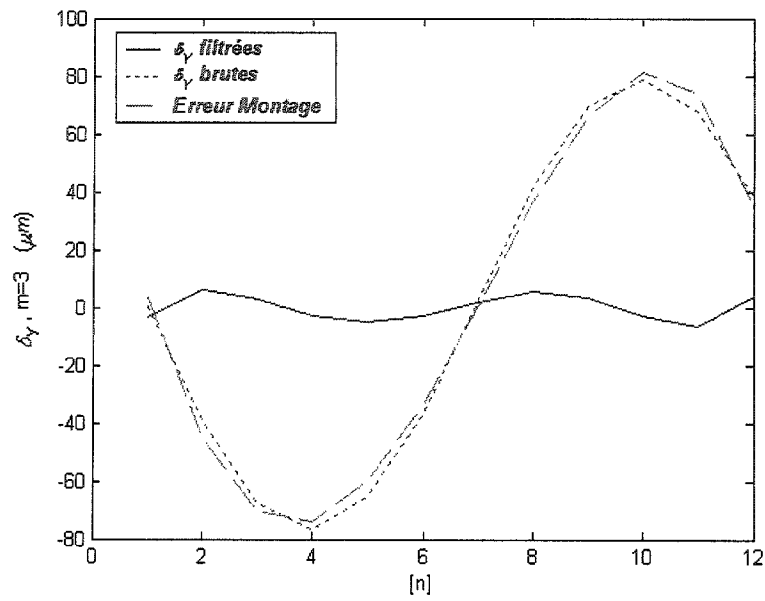
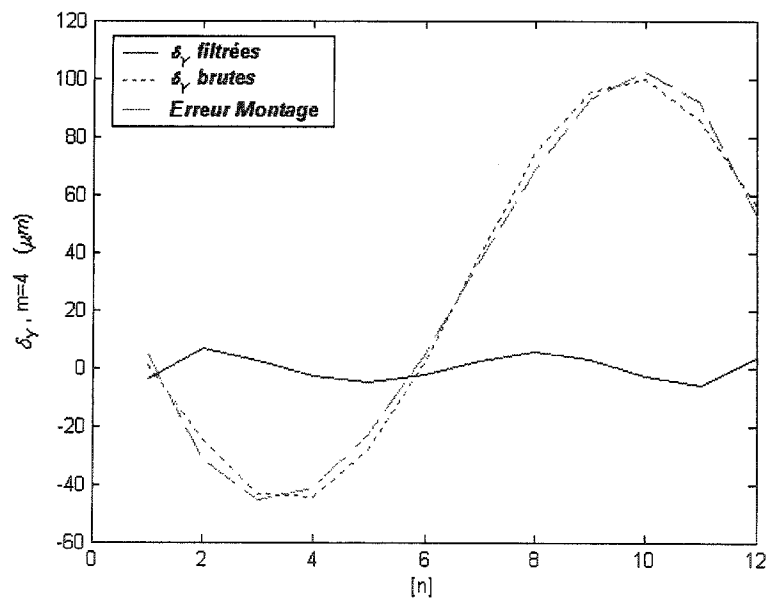
## A.6 Écart radial suivant l'axe Y ( $\delta_Y$ )

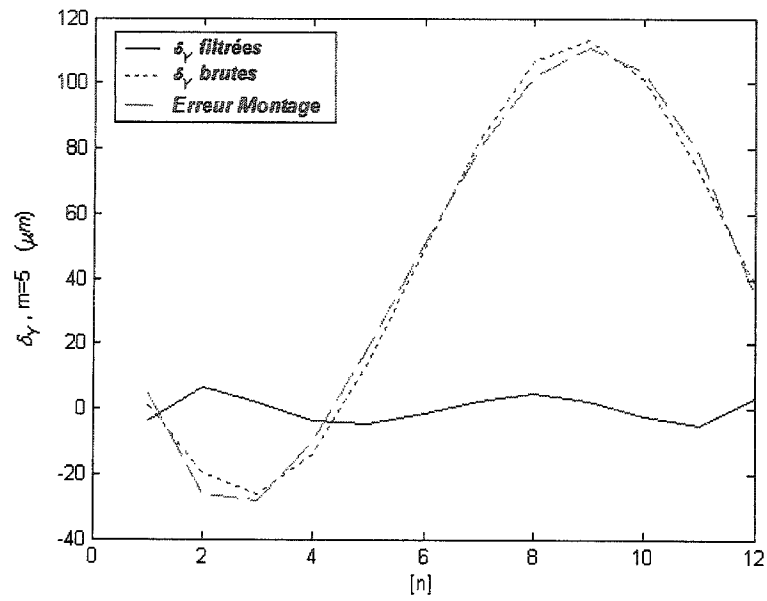
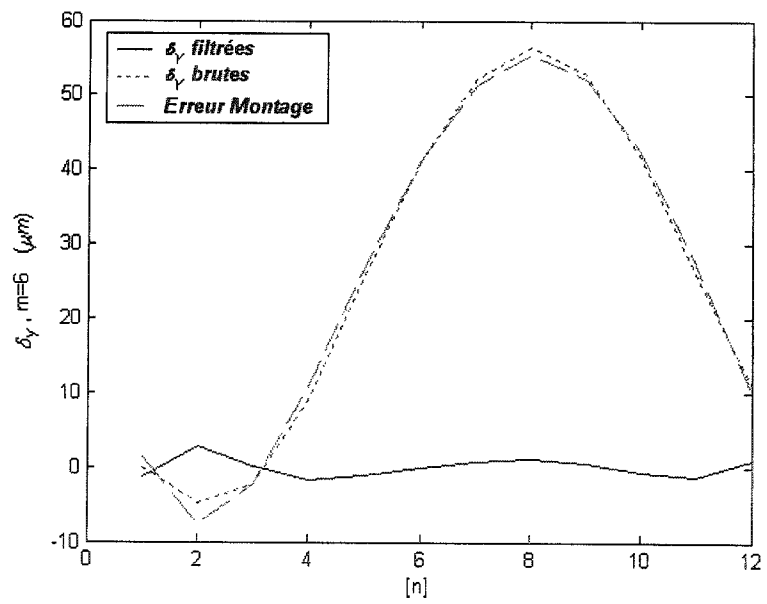
### A.6-1 Données des mesures brutes et filtrées de l'écart axial suivant l'axe Y ( $\delta_Y$ )

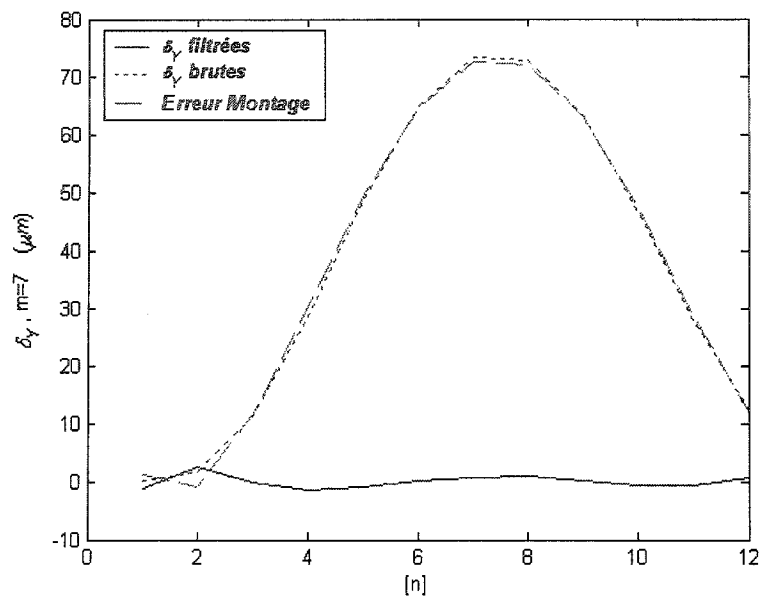
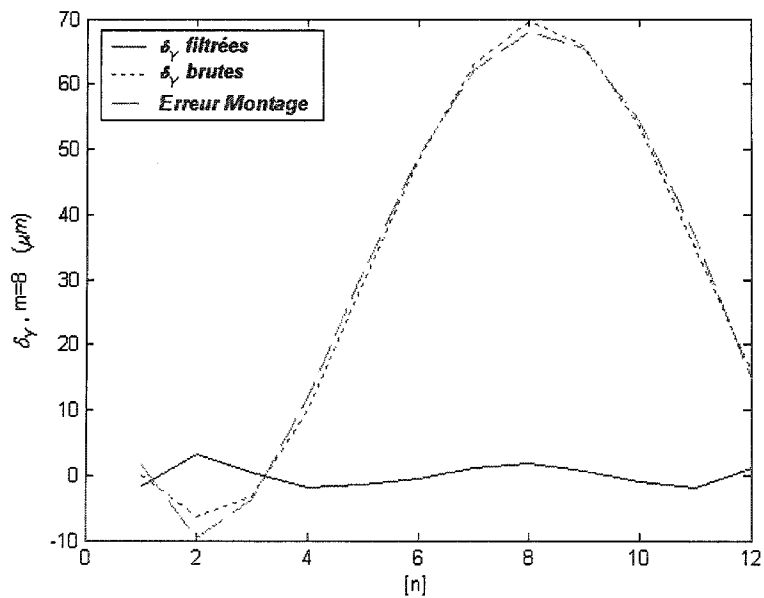
Les mesures filtrées sont représentées de la figure A.6.1 à la figure A.6.12. On voit dans ces figures trois courbes. La première représente les mesures brutes, la deuxième représente les mesures explicables par les écarts de montage et la troisième courbe représente les mesures dont l'effet des écarts de montage a été filtré.

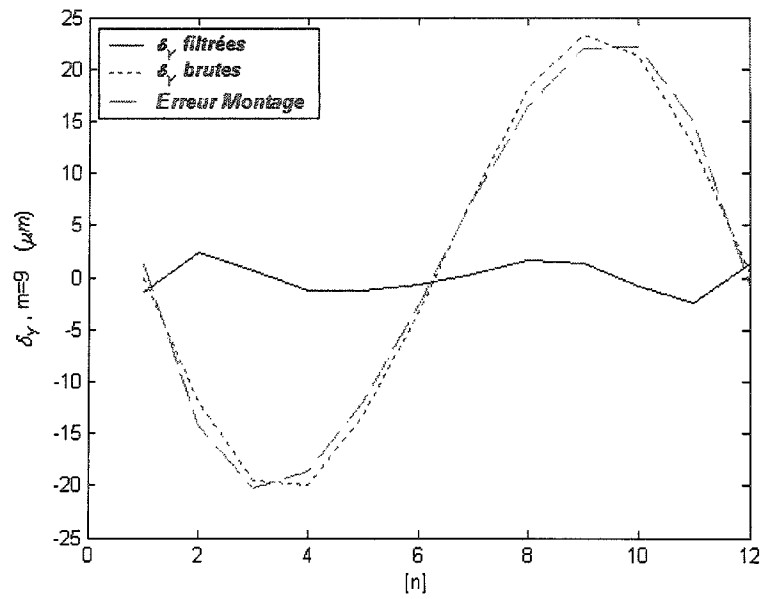
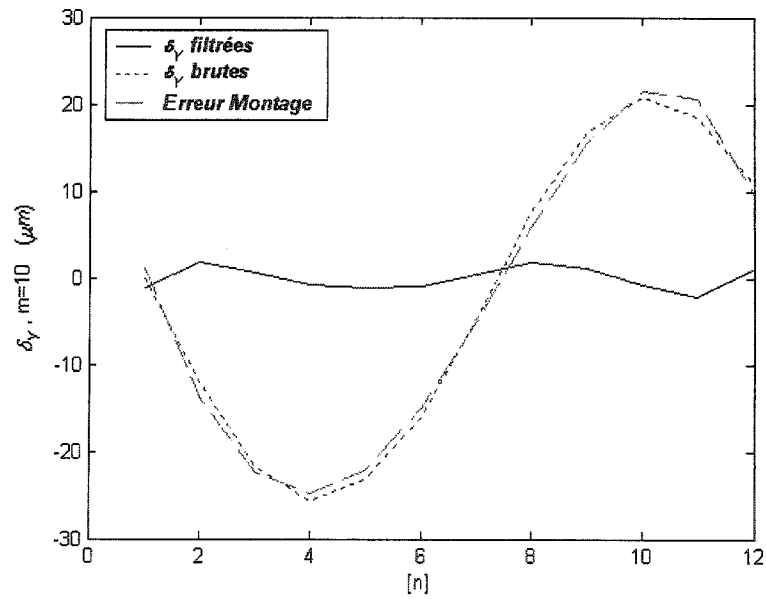
Figure A.6.1 - Filtrage des mesures  $\delta_Y$  pour  $m=1$ Figure A.6.2 - Filtrage des mesures  $\delta_Y$  pour  $m=2$

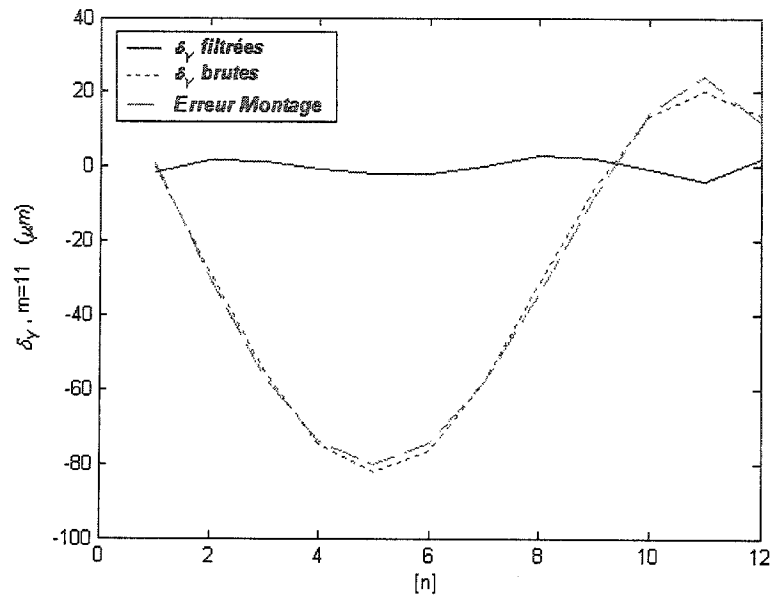
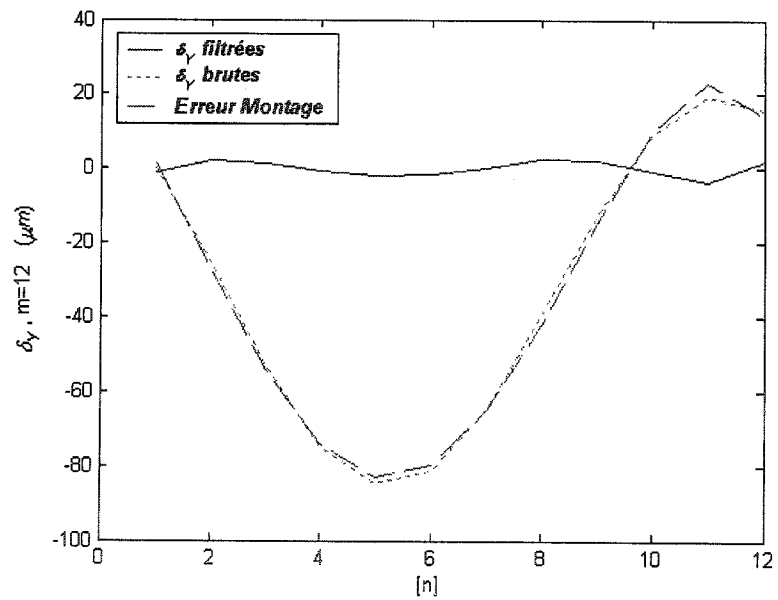


Figure A.6.3 - Filtrage des mesures  $\delta_Y$  pour  $m=3$ Figure A.6.4 - Filtrage des mesures  $\delta_Y$  pour  $m=4$

Figure A.6.5 - Filtrage des mesures  $\delta_Y$  pour m=5Figure A.6.6 - Filtrage des mesures  $\delta_Y$  pour m=6

Figure A.6.7 - Filtrage des mesures  $\delta_Y$  pour  $m=7$ Figure A.6.8 - Filtrage des mesures  $\delta_Y$  pour  $m=8$

Figure A.6.9 - Filtrage des mesures  $\delta_Y$  pour m=9Figure A.6.10 - Filtrage des mesures  $\delta_Y$  pour m=10

Figure A.6.11 - Filtrage des mesures  $\delta_Y$  pour  $m=11$ Figure A.6.12 - Filtrage des mesures  $\delta_Y$  pour  $m=12$

### A.6-2 Données des écarts axiaux suivant l'axe Y ( $\delta_{CY}$ et $\delta_{RXY}$ )

Les mesures filtrées et résidus sont représentées de la figure A.6.13 à la figure A.6.33 (les nombres impairs). On voit dans ces figures deux courbes. La première représente les mesures filtrées et la deuxième représente les résidus.

Les mesures découplées des écarts axiaux suivant l'axe Y sont représentées de la figure A.6.14 à la figure A.6.34 (les nombres pairs). On voit dans ces figures deux courbes. La première représente l'écart d'inclinaison de l'articulation rotoïde  $\delta_{CY}$  et la deuxième représente les données de l'écart angulaire de l'indexeur rotatif  $\delta_{RXY}$ .

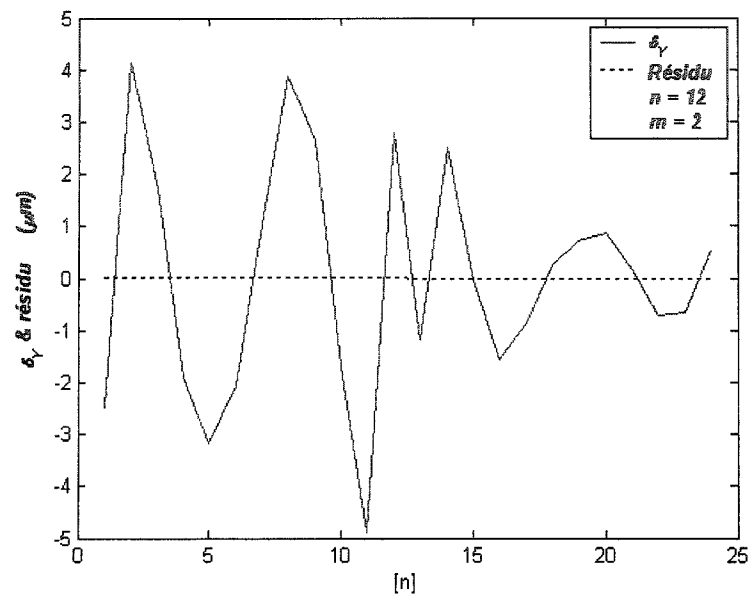


Figure A.6.13 - Mesure filtrée et résidu pour  $m=2$  ( $\delta_Y$ )

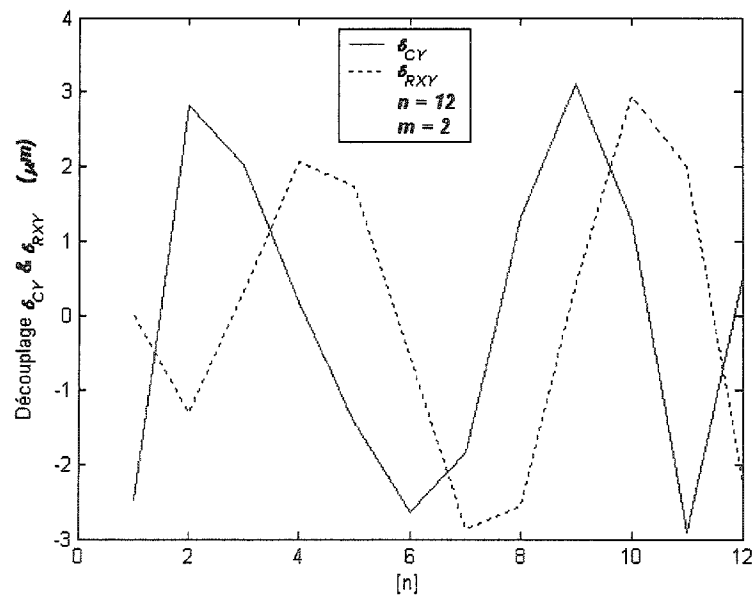


Figure A.6.14 - Découplage des mesures filtrées pour  $m=2$  ( $\delta_Y$ )

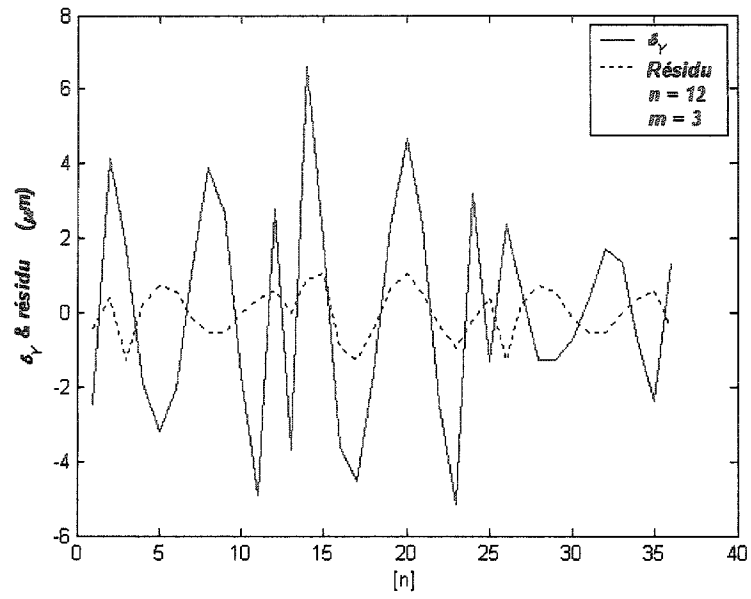


Figure A.6.15 - Mesure filtrée et résidu pour  $m=3$  ( $\delta_Y$ )

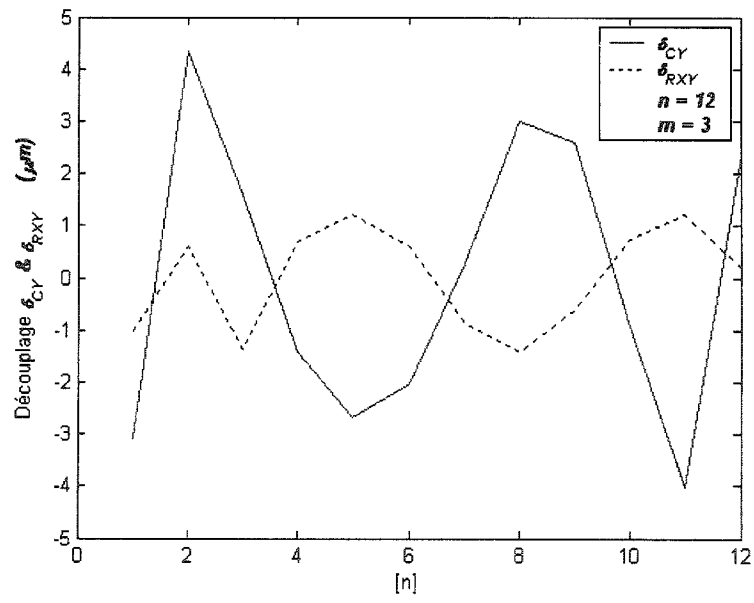


Figure A.6.16 - Découplage des mesures filtrées pour  $m=3$  ( $\delta_Y$ )



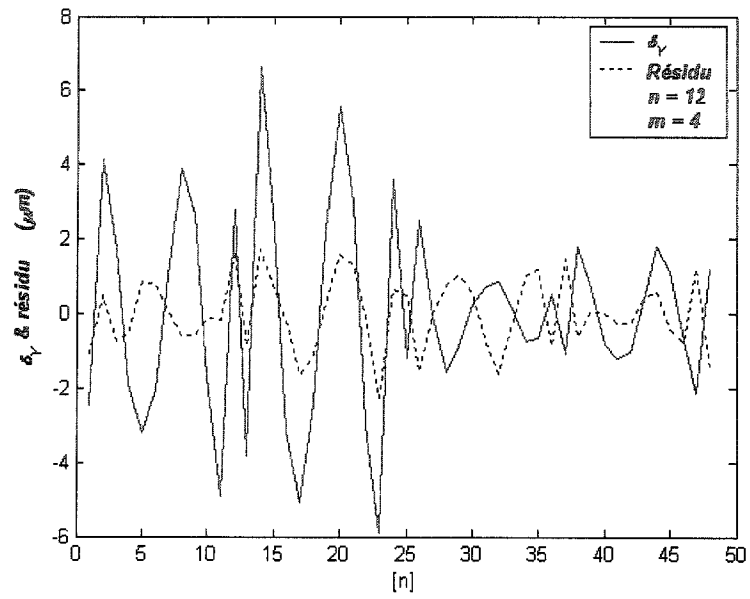


Figure A.6.17 - Mesure filtrée et résidu pour  $m=4$  ( $\delta_Y$ )

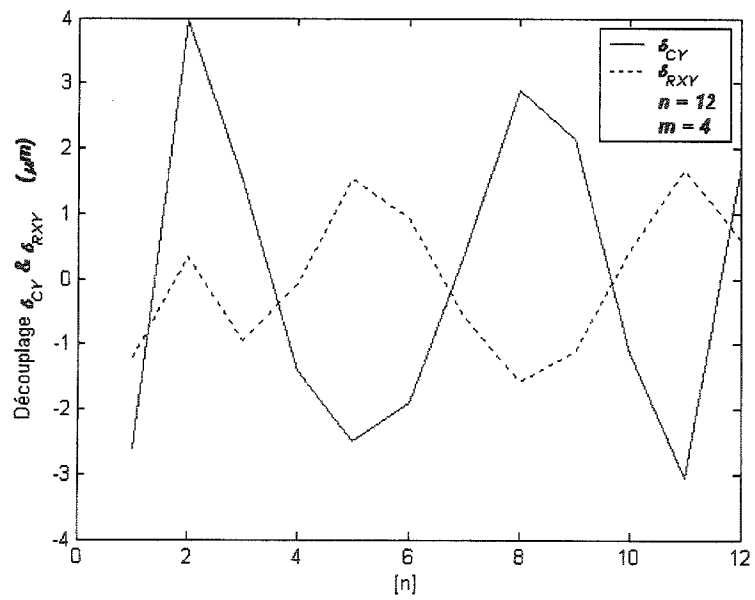
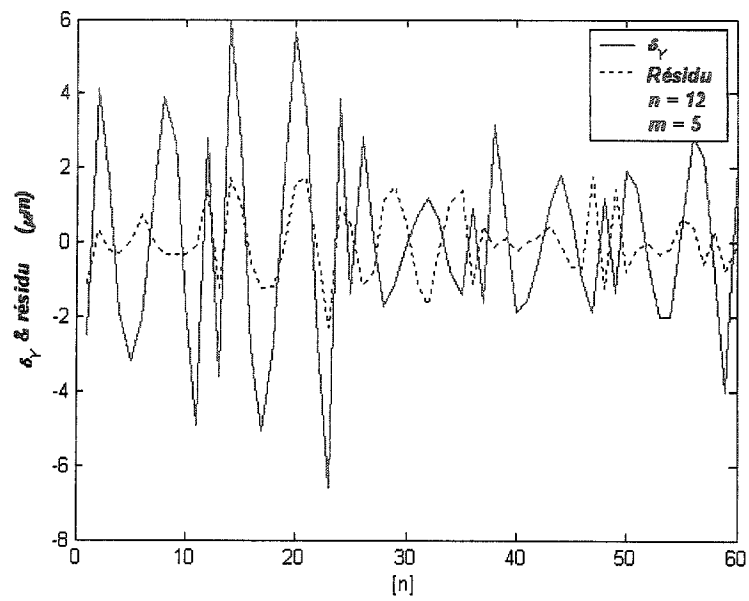
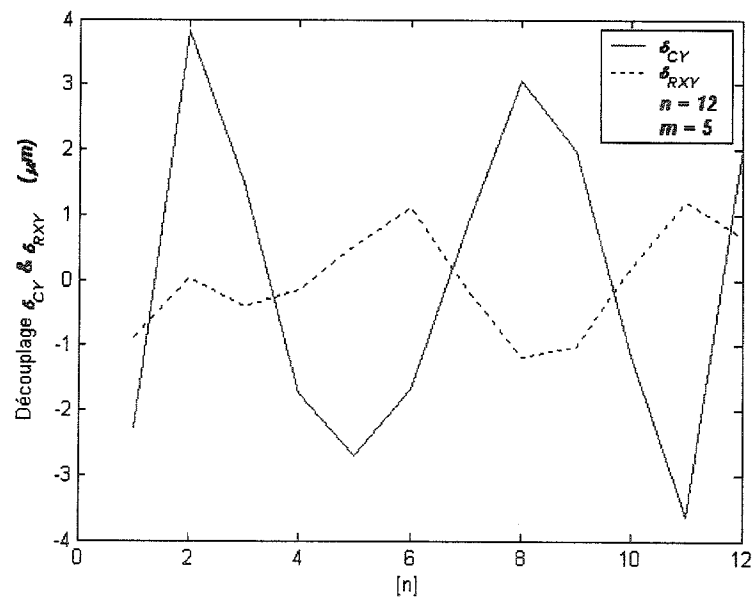


Figure A.6.18 - Découplage des mesures filtrées pour  $m=4$  ( $\delta_Y$ )

Figure A.6.19 - Mesure filtrée et résidu pour  $m=5$  ( $\delta_Y$ )Figure A.6.20 - Découplage des mesures filtrées pour  $m=5$  ( $\delta_Y$ )

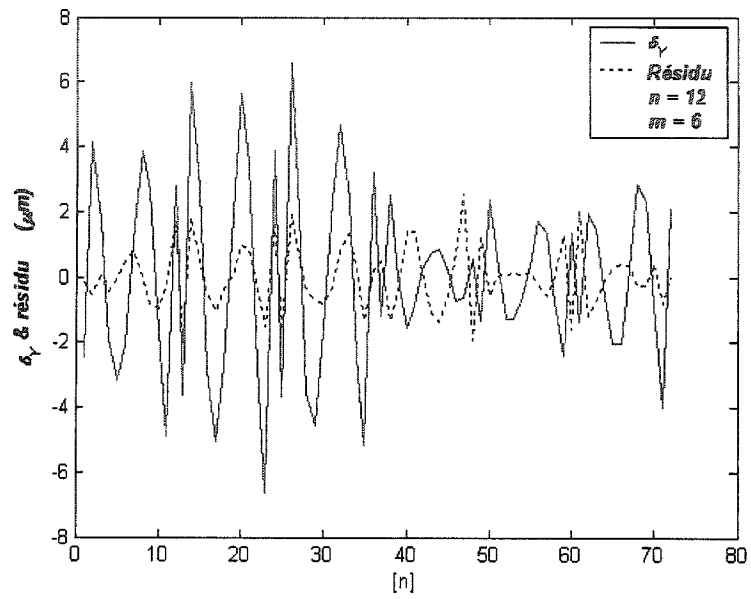


Figure A.6.21 - Mesure filtrée et résidu pour  $m=6$  ( $\delta_Y$ )

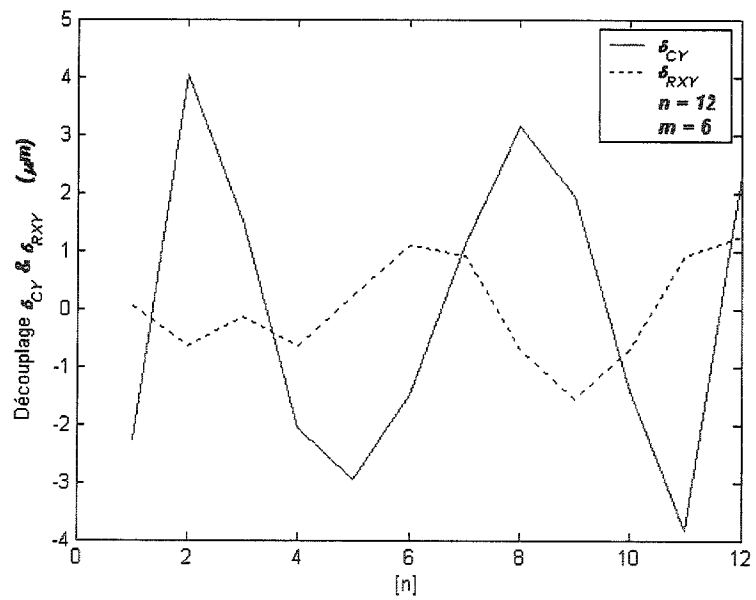


Figure A.6.22 - Découplage des mesures filtrées pour  $m=6$  ( $\delta_Y$ )

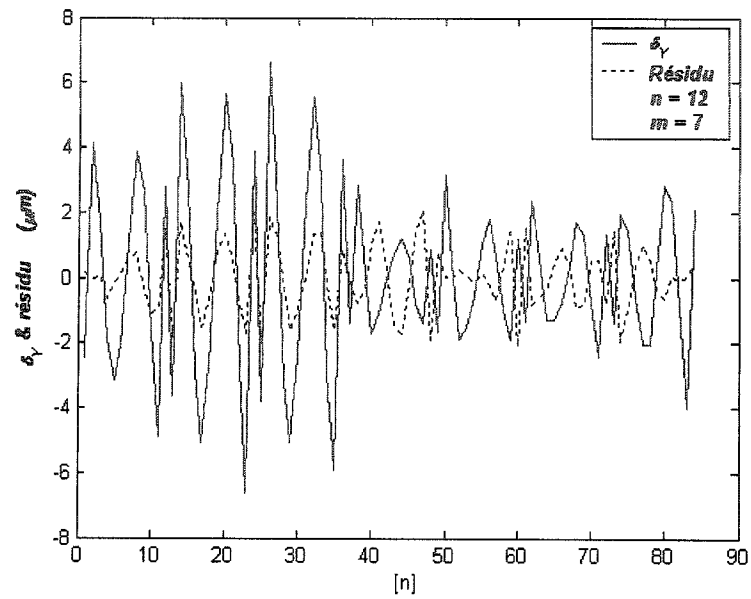


Figure A.6.23- Mesure filtrée et résidu pour  $m=7$  ( $\delta_Y$ )

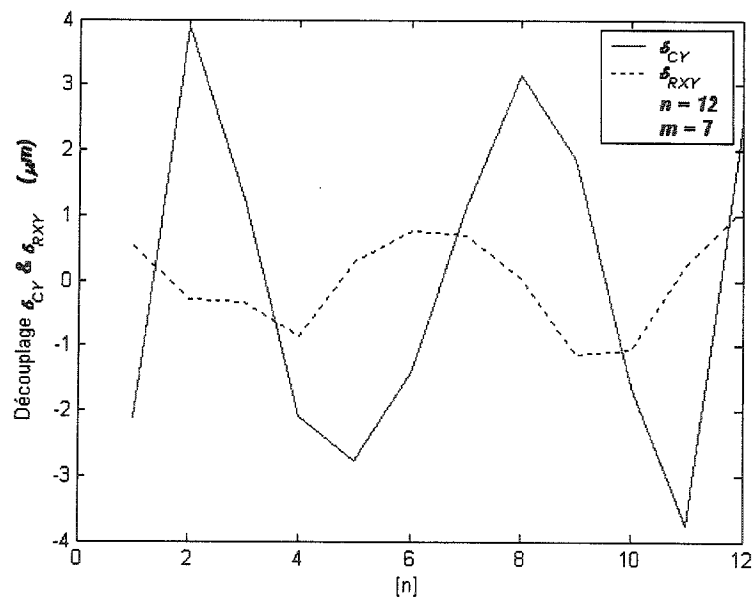


Figure A.6.24 - Découplage des mesures filtrées pour  $m=7$  ( $\delta_Y$ )

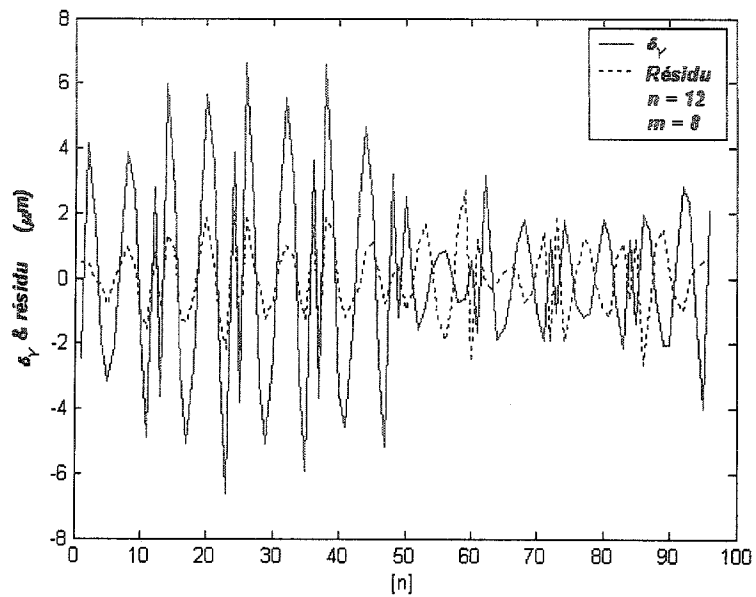


Figure A.6.25 - Mesure filtrée et résidu pour  $m=8$  ( $\delta_Y$ )

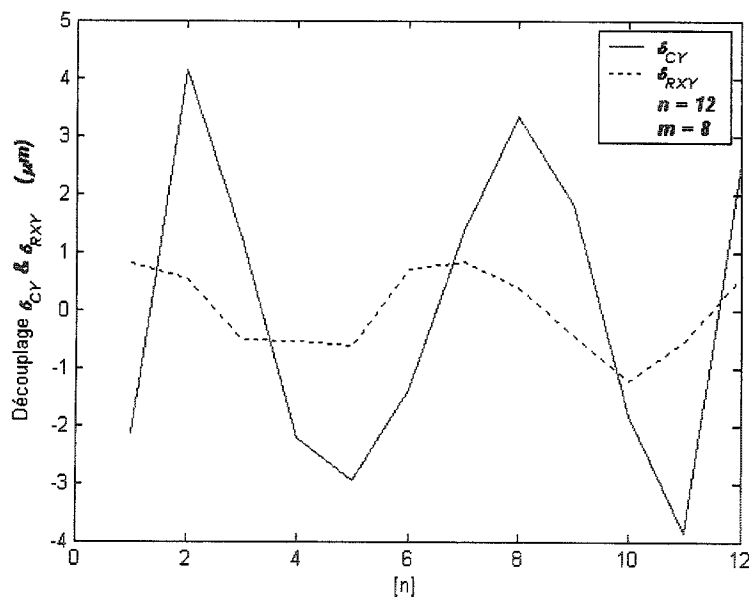


Figure A.6.26 - Découplage des mesures filtrées pour  $m=8$  ( $\delta_Y$ )

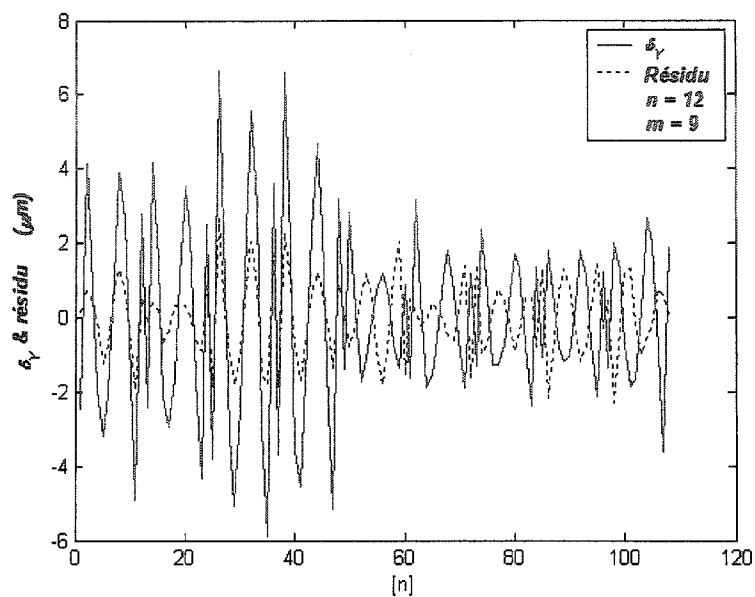


Figure A.6.27 - Mesure filtrée et résidu pour  $m=9$  ( $\delta_Y$ )

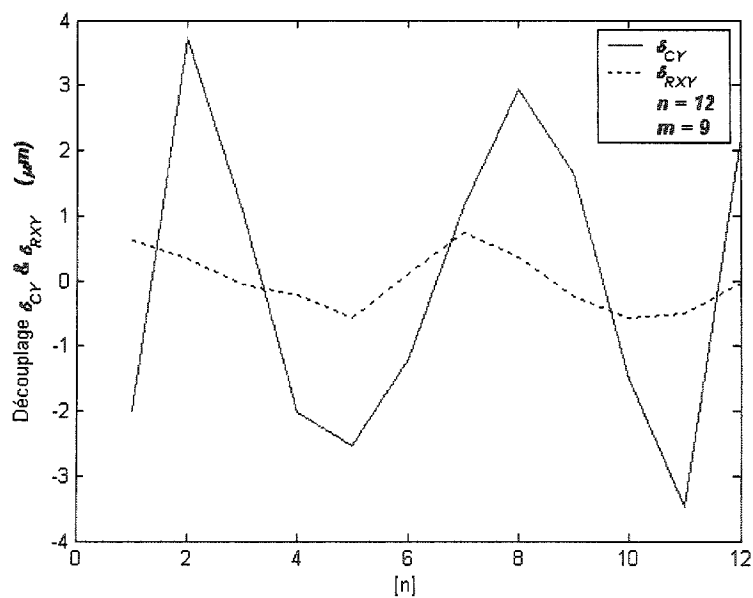


Figure A.6.28 - Découplage des mesures filtrées pour  $m=9$  ( $\delta_Y$ )

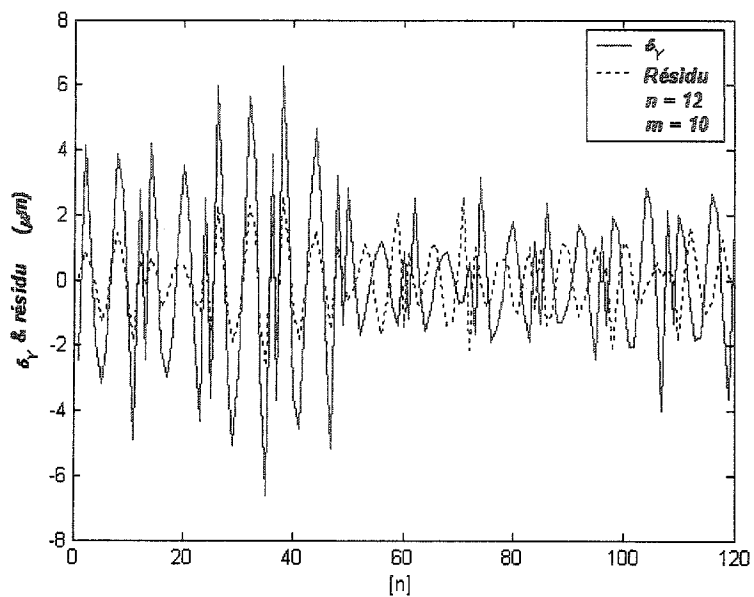


Figure A.6.29- Mesure filtrée et résidu pour  $m=10$  ( $\delta_Y$ )

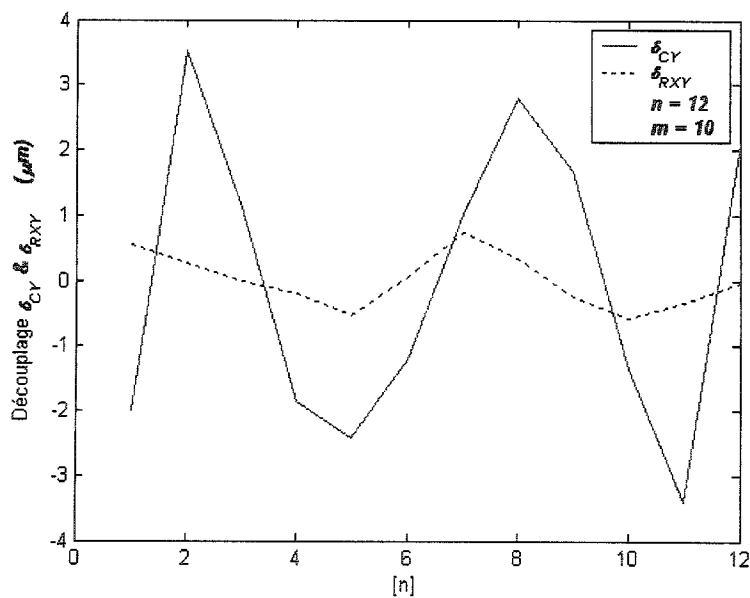


Figure A.6.30 - Découplage des mesures filtrées pour  $m=10$  ( $\delta_Y$ )

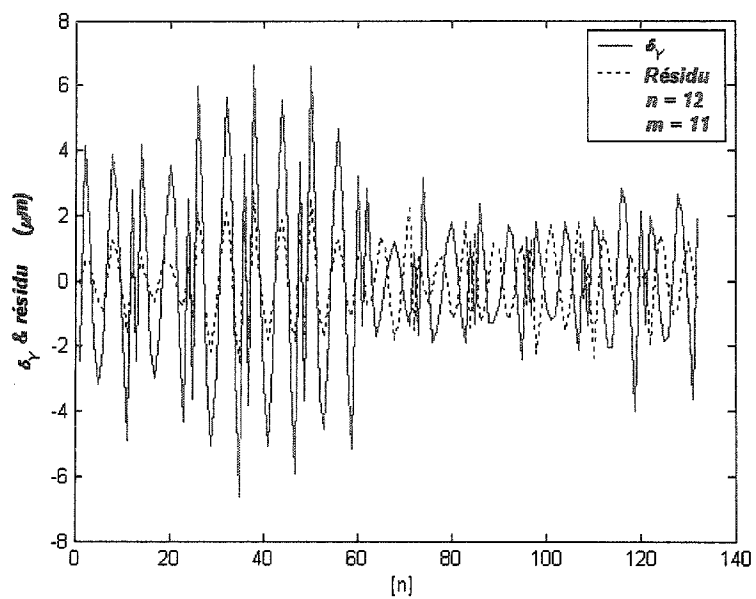


Figure A.6.31 - Mesure filtrée et résidu pour  $m=11$  ( $\delta_Y$ )

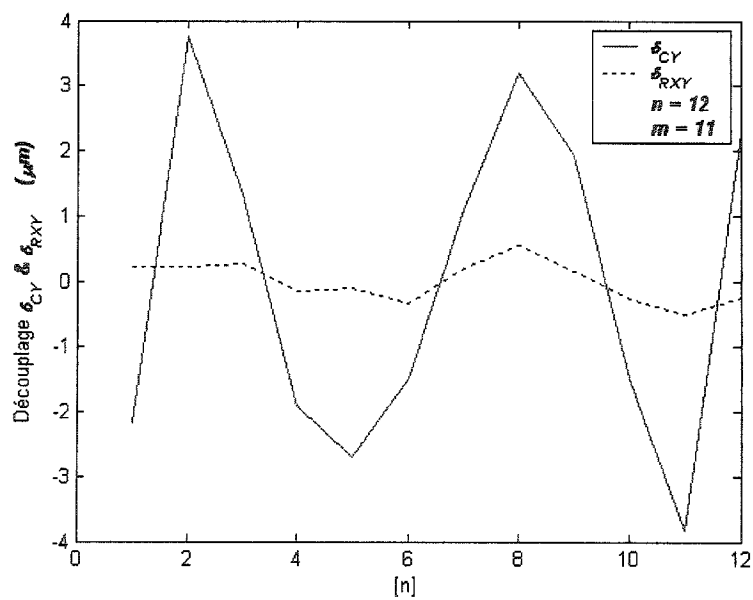


Figure A.6.32 - Découplage des mesures filtrées pour  $m=11$  ( $\delta_Y$ )



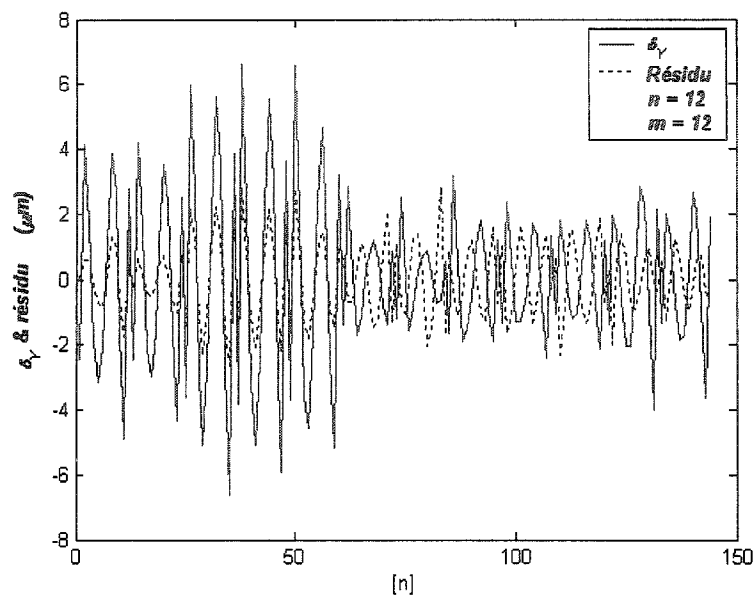


Figure A.6.33 - Mesure filtrée et résidu pour  $m=12$  ( $\delta_Y$ )

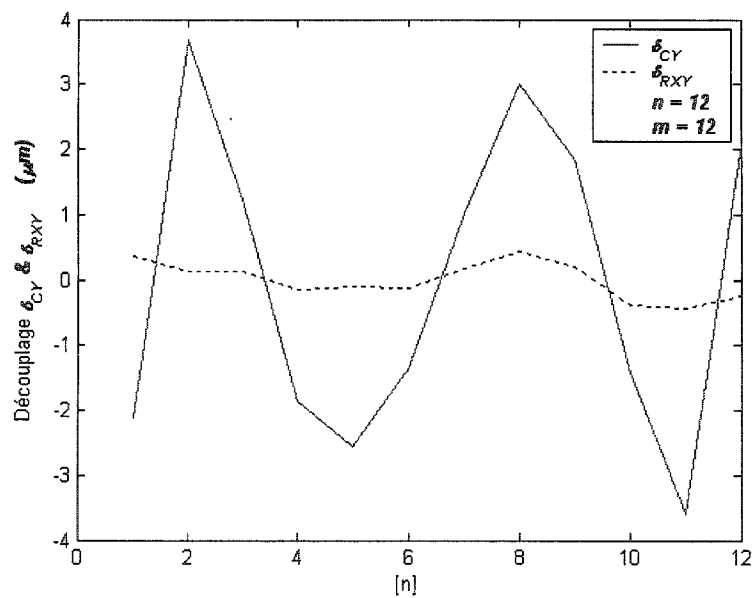
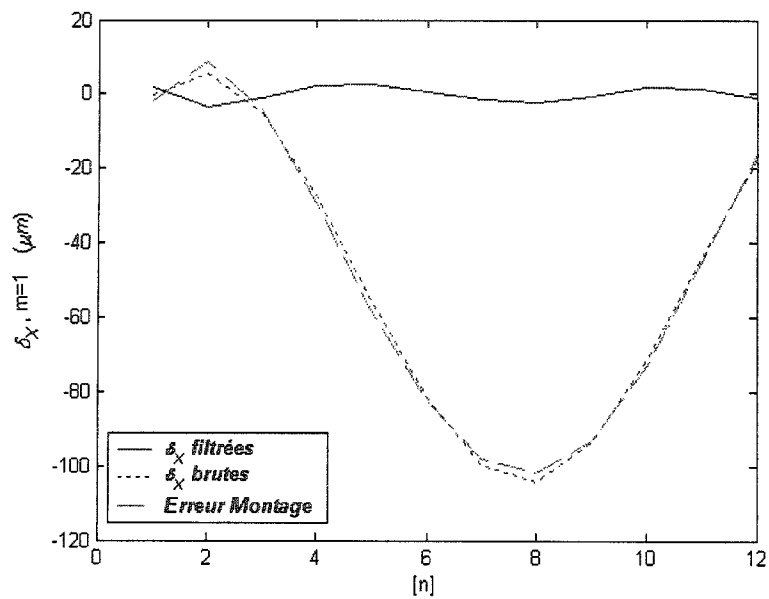
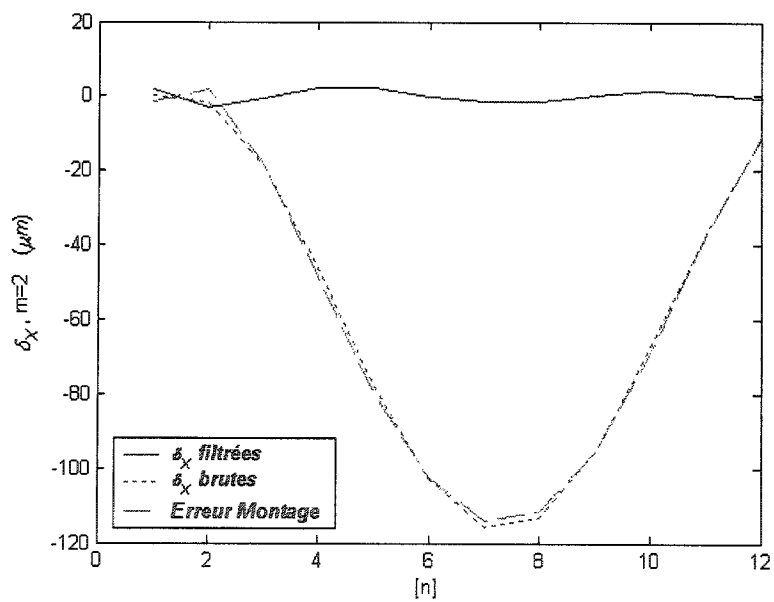


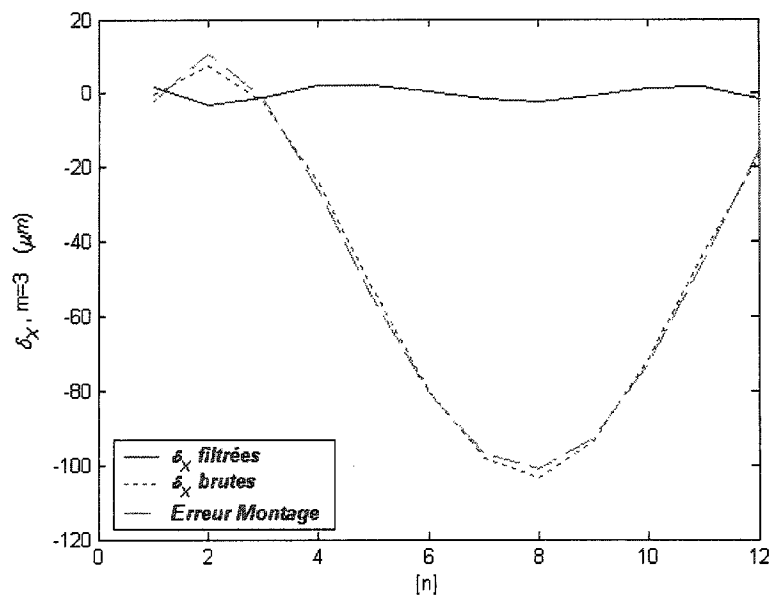
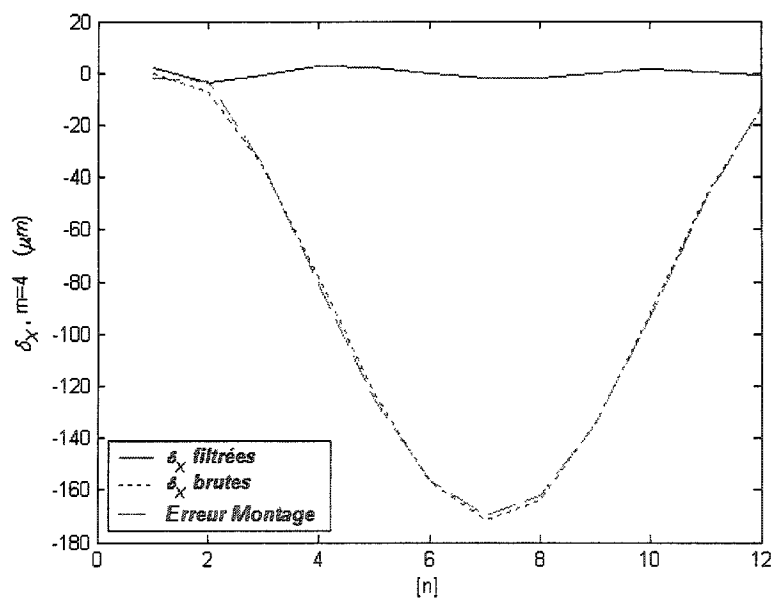
Figure A.6.34 - Découplage des mesures filtrées pour  $m=12$  ( $\delta_Y$ )

## **A.7 Écart radial suivant l'axe X ( $\delta_X$ )**

### **A.7-1 Données des mesures brutes et filtrées de l'écart axial suivant l'axe X ( $\delta_X$ )**

Les mesures filtrées sont représentées de la figure A.7.1 à la figure A.7.12. On voit dans ces figures trois courbes. La première représente les mesures brutes, la deuxième représente les mesures explicables par les écarts de montage et la troisième courbe représente les mesures dont l'effet des écarts de montage a été filtré.

Figure A.7.1 - Filtrage des mesures  $\delta_x$  pour  $m=1$ Figure A.7.2 - Filtrage des mesures  $\delta_x$  pour  $m=2$

Figure A.7.3 - Filtrage des mesures  $\delta_X$  pour  $m=3$ Figure A.7.4 - Filtrage des mesures  $\delta_X$  pour  $m=4$

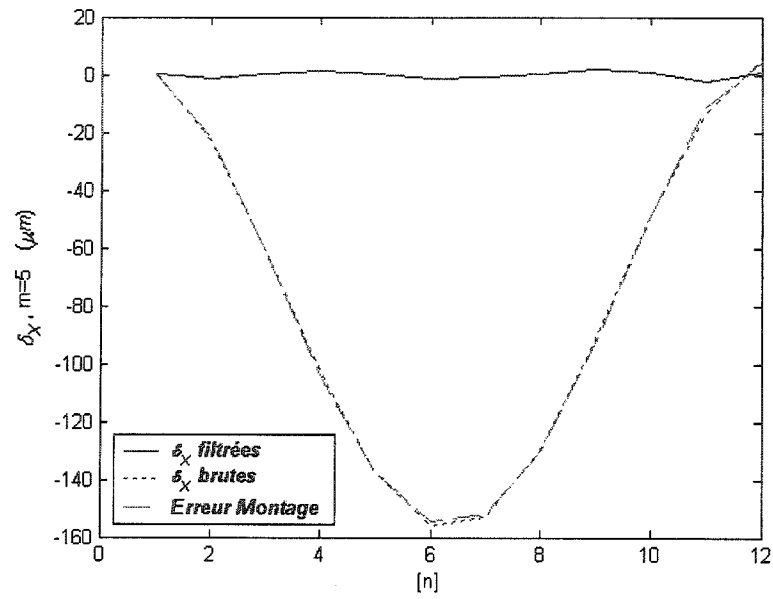


Figure A.7.5 - Filtrage des mesures  $\delta_X$  pour  $m=5$

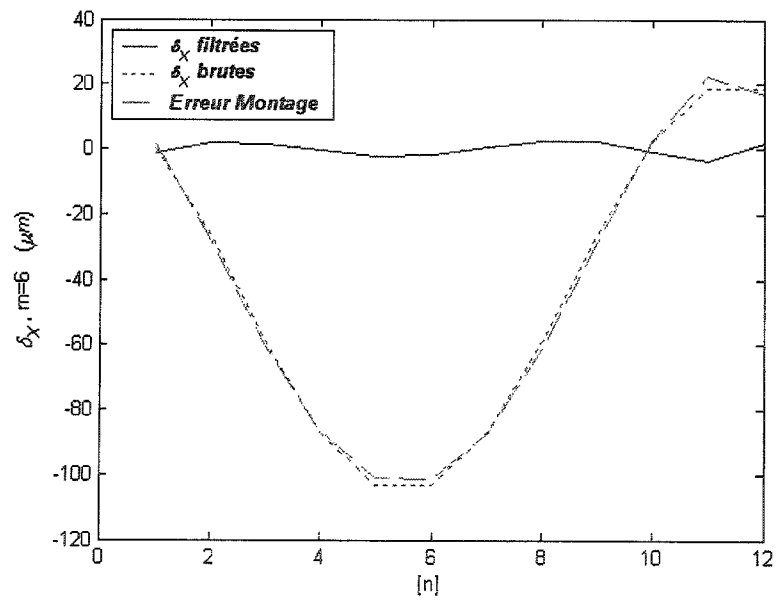


Figure A.7.6 - Filtrage des mesures  $\delta_X$  pour  $m=6$

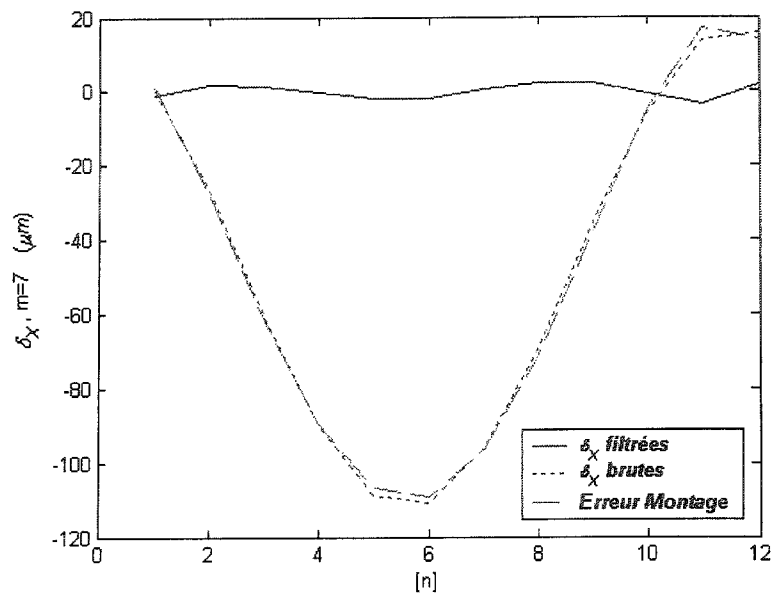


Figure A.7.7 - Filtrage des mesures  $\delta_X$  pour  $m=7$

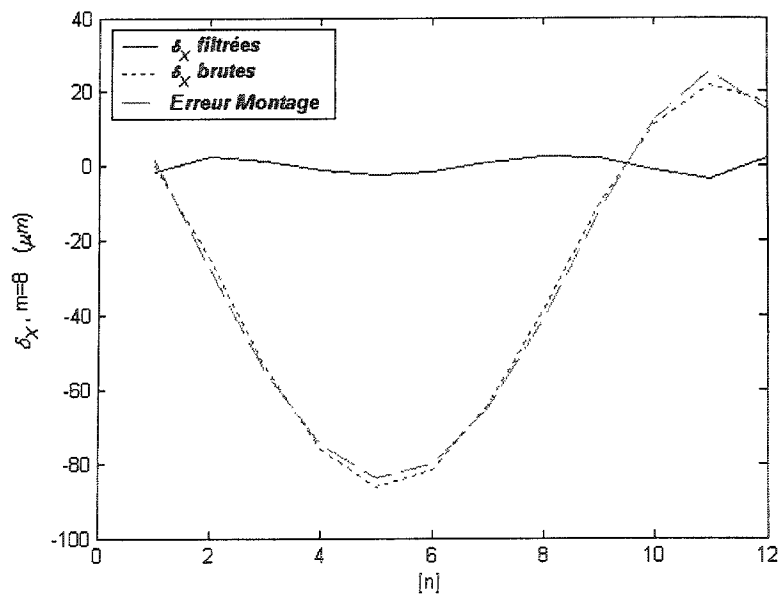
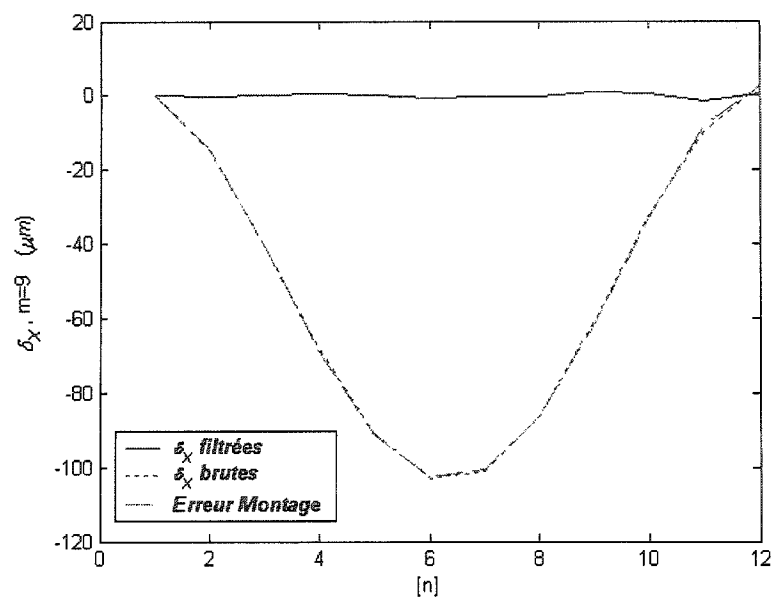
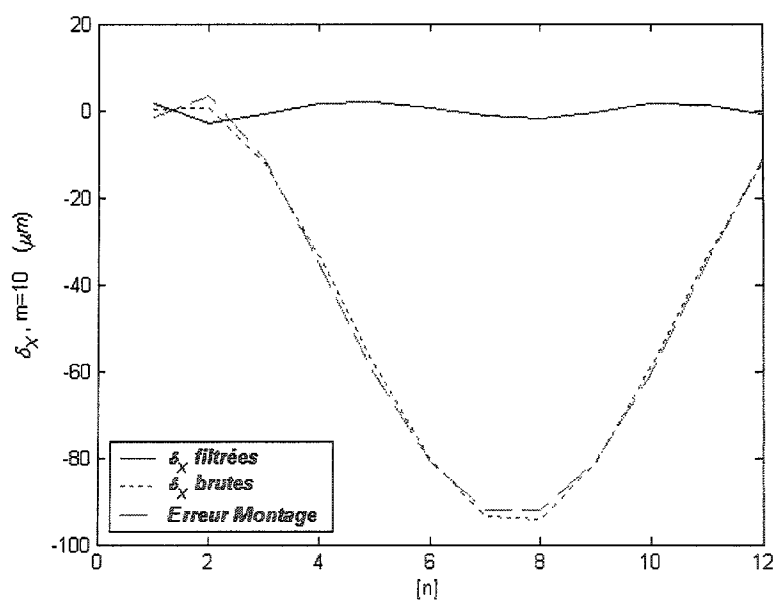
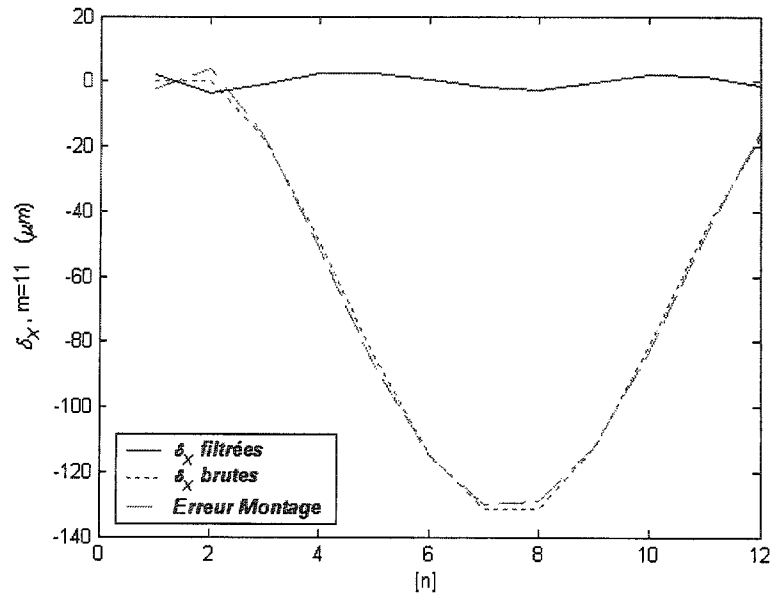
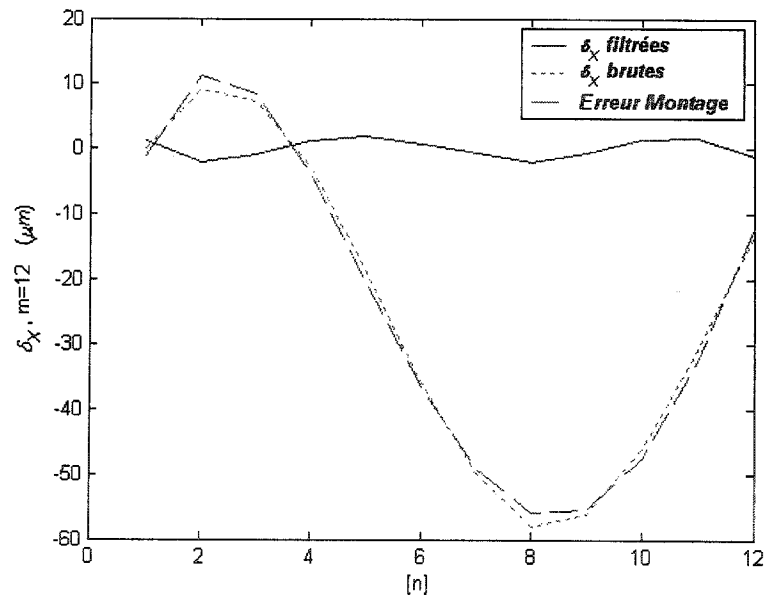


Figure A.7.8 - Filtrage des mesures  $\delta_X$  pour  $m=8$

Figure A.7.9 - Filtrage des mesures  $\delta_X$  pour  $m=9$ Figure A.7.10 - Filtrage des mesures  $\delta_X$  pour  $m=10$

Figure A.7.11 - Filtrage des mesures  $\delta_X$  pour m=11Figure A.7.12 - Filtrage des mesures  $\delta_X$  pour m=12



**A.7-2 Données des écarts axiaux suivant l'axe X ( $\delta_{CX}$  et  $\delta_{RXY}$ )**

Les mesures filtrées et résidus sont représentées de la figure A.7.13 à la figure A.7.33 (les nombres impairs). On voit dans ces figures deux courbes. La première représente les mesures filtrées et la deuxième représente les résidus.

Les mesures découplées des écarts axiaux suivant l'axe X sont représentées de la figure A.7.14 à la figure A.7.34 (les nombres pairs). On voit dans ces figures deux courbes. La première représente l'écart d'inclinaison de l'articulation rotoïde  $\delta_{CX}$  et la deuxième représente les données de l'écart angulaire de l'indexeur rotatif  $\delta_{RXY}$ .

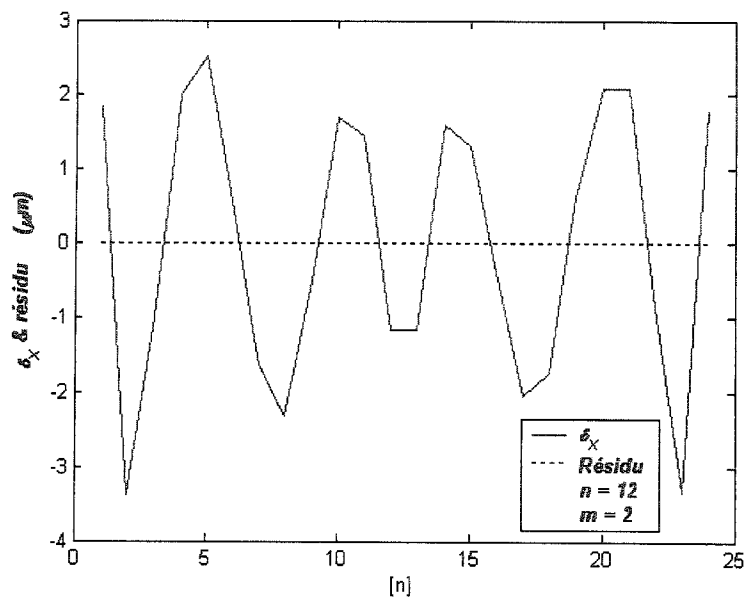


Figure A.7.13 - Mesure filtrée et résidu pour  $m=2$  ( $\delta_X$ )

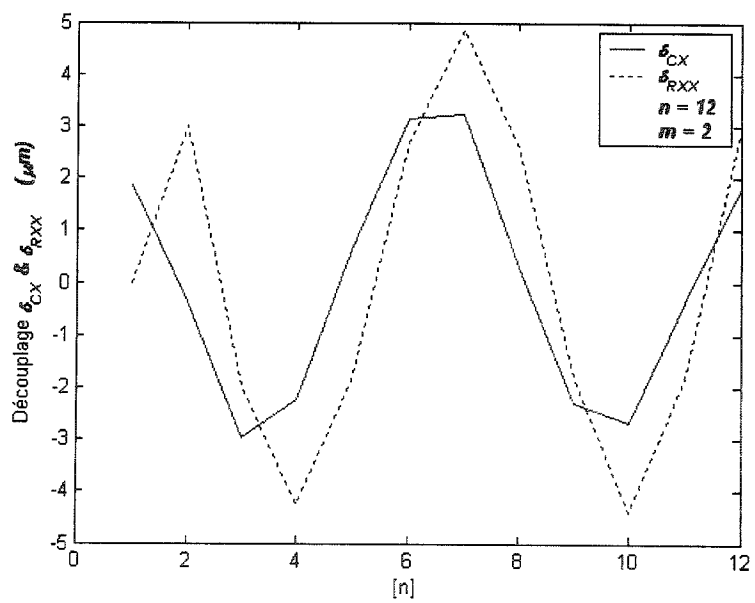


Figure A.7.14 - Découplage des mesures filtrées pour  $m=2$  ( $\delta_X$ )

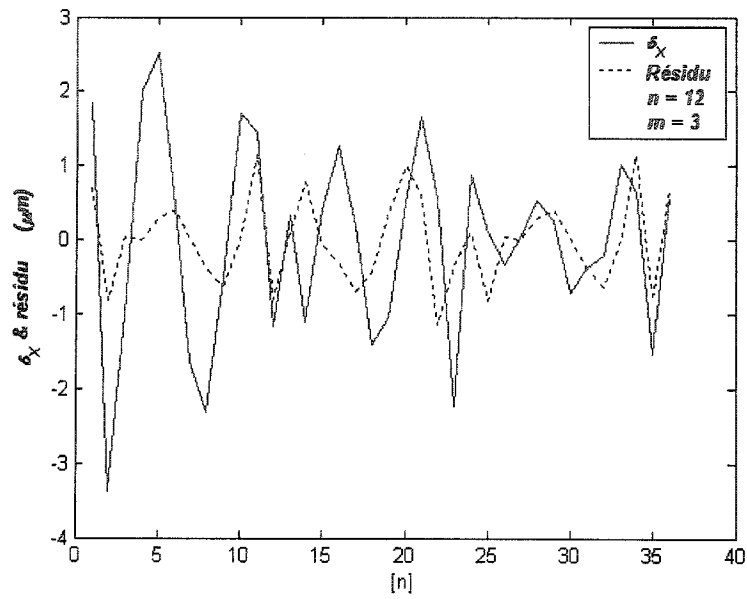


Figure A.7.15- Mesure filtrée et résidu pour  $m=3$  ( $\delta_X$ )

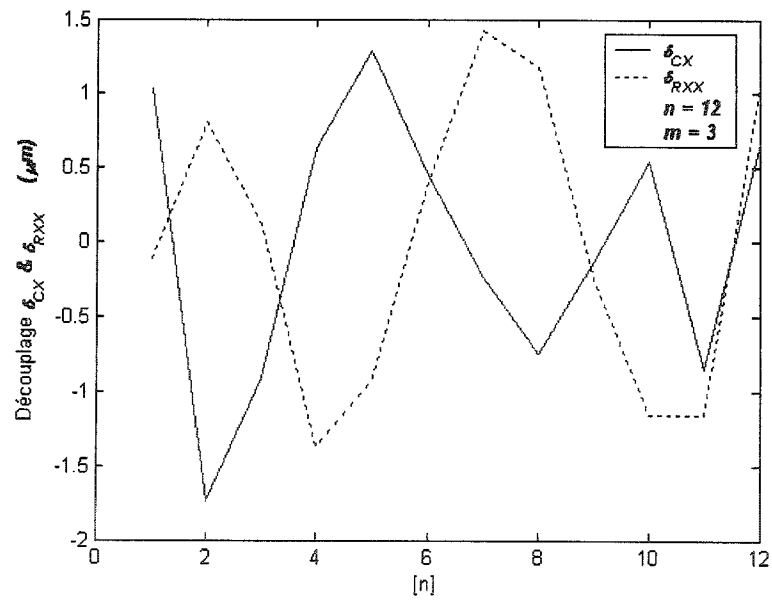


Figure A.7.16 - Découplage des mesures filtrées pour  $m=3$  ( $\delta_X$ )

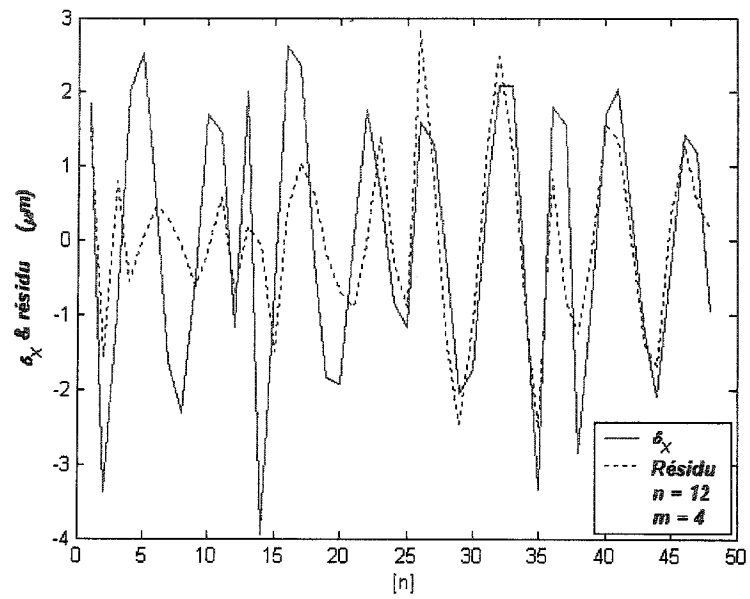


Figure A.7.17 - Mesure filtrée et résidu pour  $m=4$  ( $\delta_X$ )

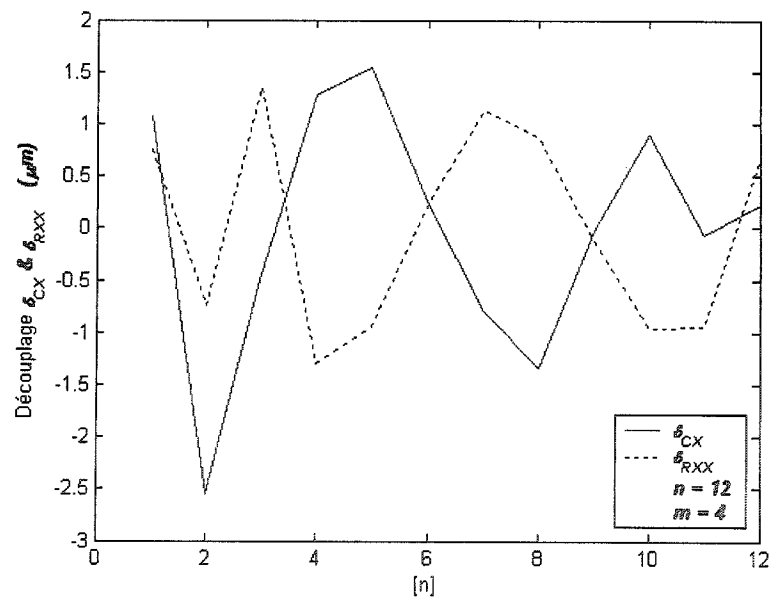


Figure A.7.18 - Découplage des mesures filtrées pour  $m=4$  ( $\delta_X$ )

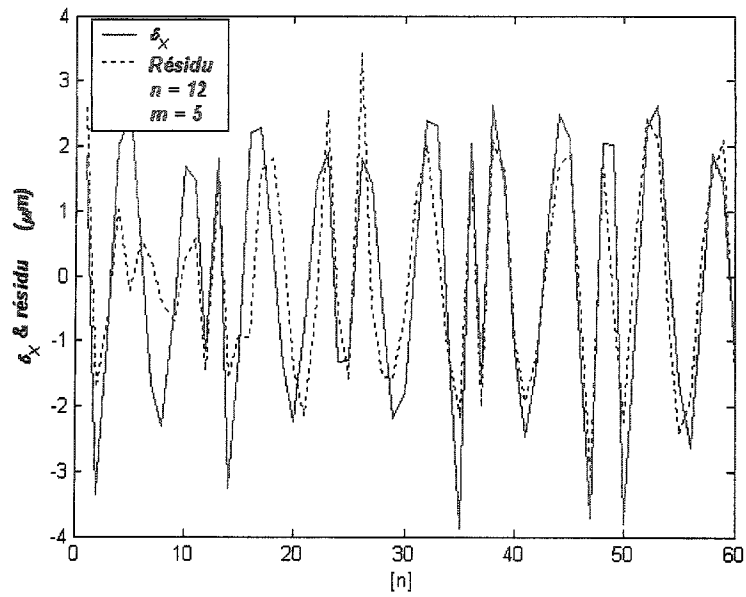


Figure A.7.19 - Mesure filtrée et résidu pour  $m=5$  ( $\delta_X$ )

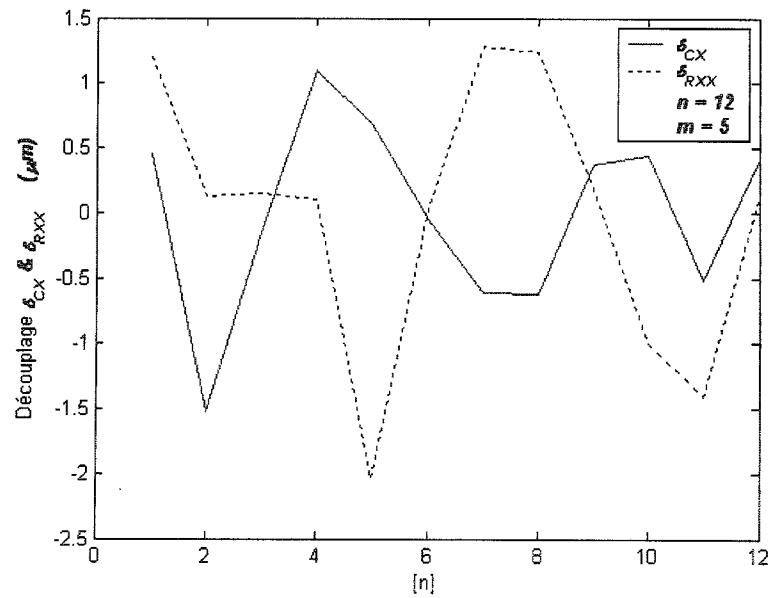


Figure A.7.20 - Découplage des mesures filtrées pour  $m=5$  ( $\delta_X$ )

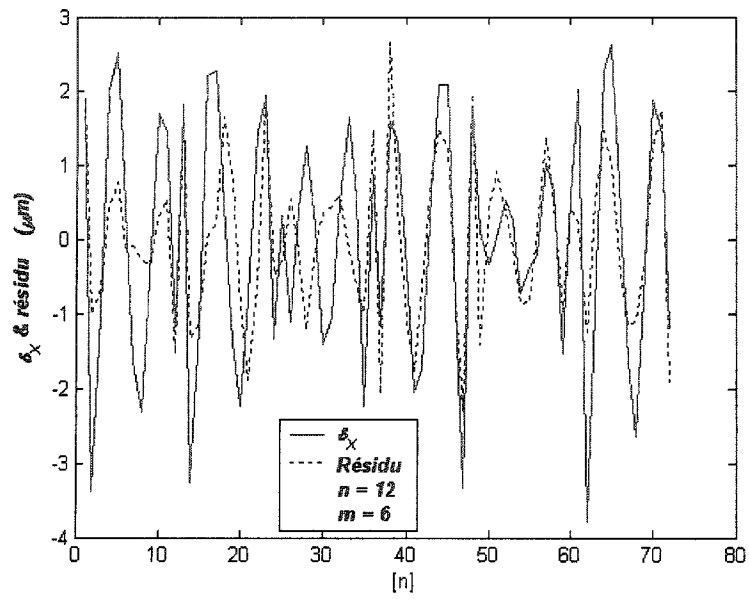


Figure A.7.21 - Mesure filtrée et résidu pour  $m=6$  ( $\delta_X$ )

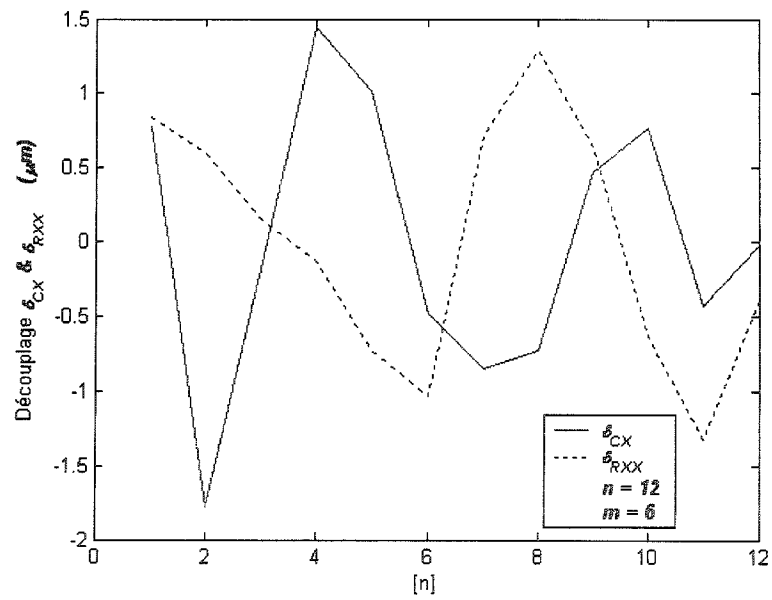


Figure A.7.22 - Découplage des mesures filtrées pour  $m=6$  ( $\delta_X$ )

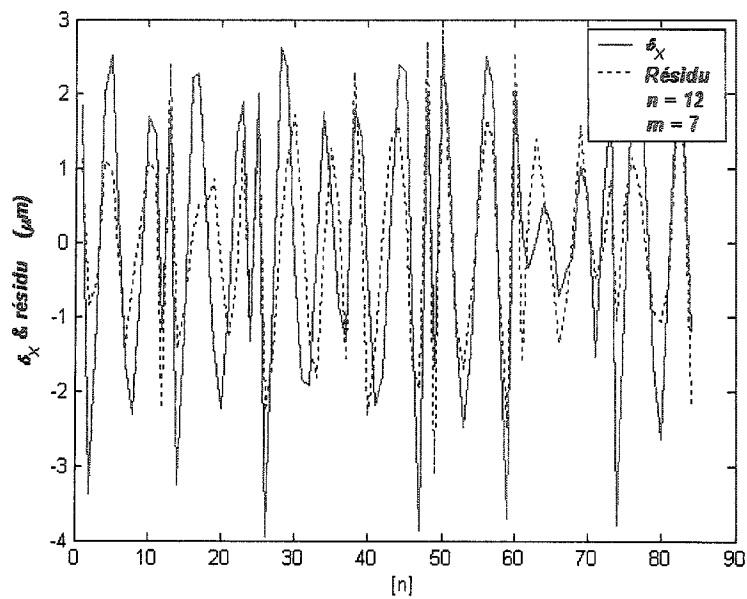


Figure A.7.23 - Mesure filtrée et résidu pour  $m=7$  ( $\delta_X$ )

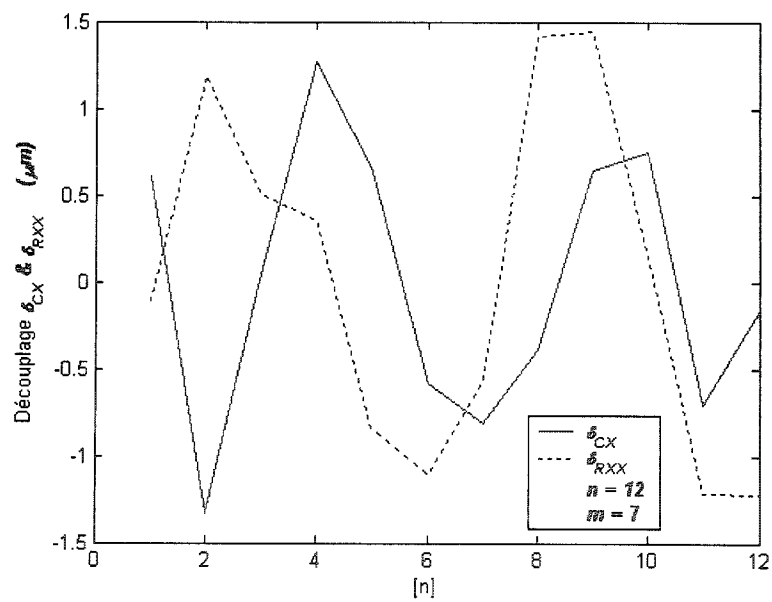


Figure A.7.24 - Découplage des mesures filtrées pour  $m=7$  ( $\delta_X$ )

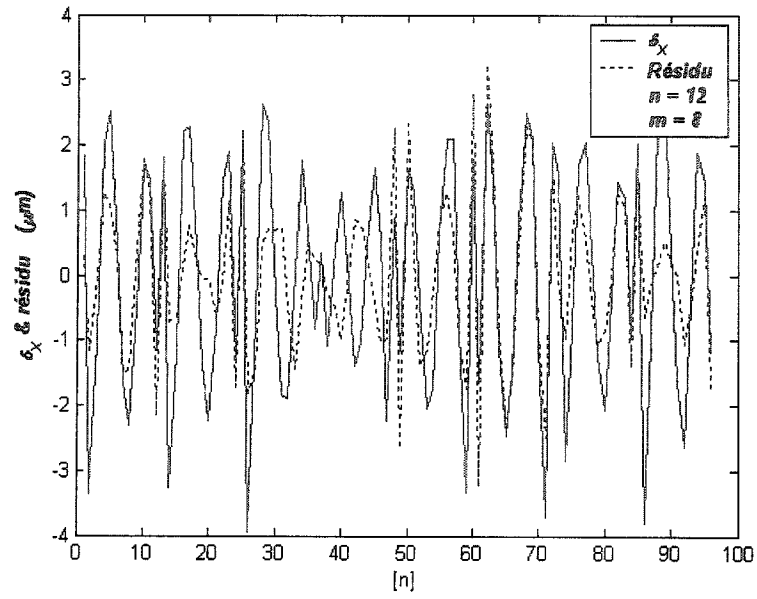


Figure A.7.25 - Mesure filtrée et résidu pour  $m=8$  ( $\delta_X$ )

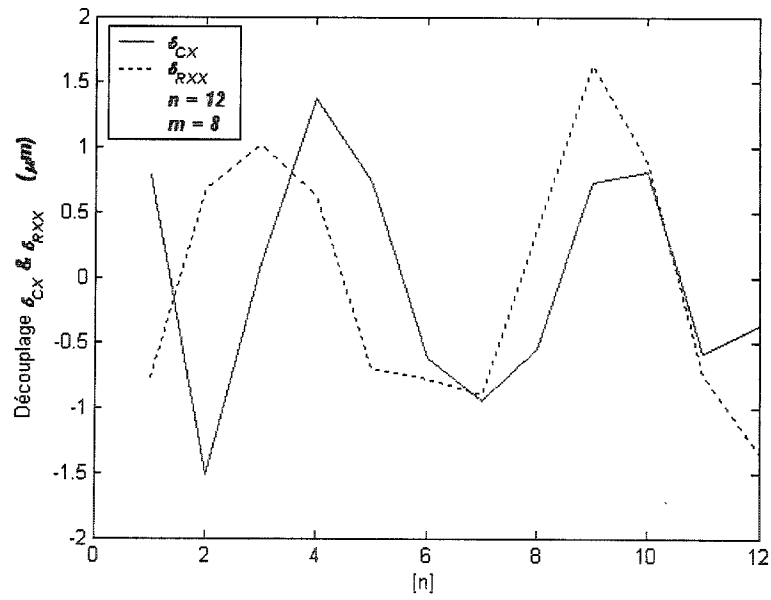


Figure A.7.26 - Découplage des mesures filtrées pour  $m=8$  ( $\delta_X$ )



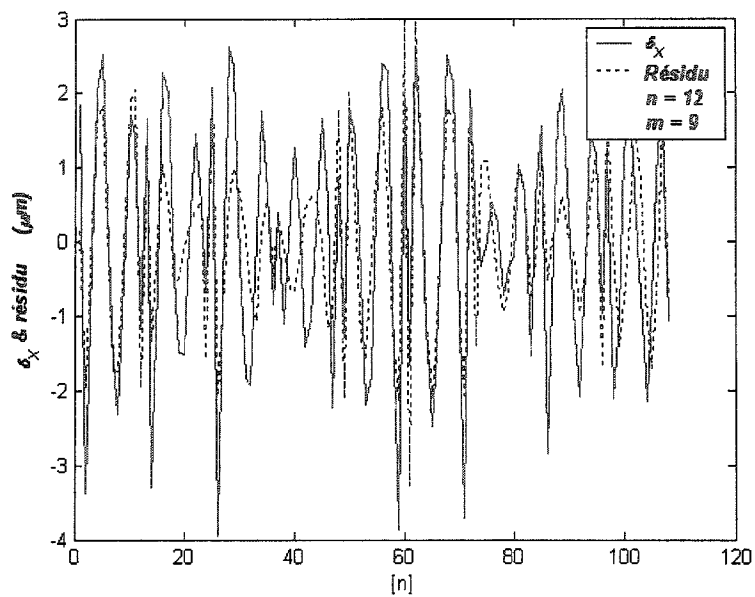


Figure A.7.27 - Mesure filtrée et résidu pour  $m=9$  ( $\delta_X$ )

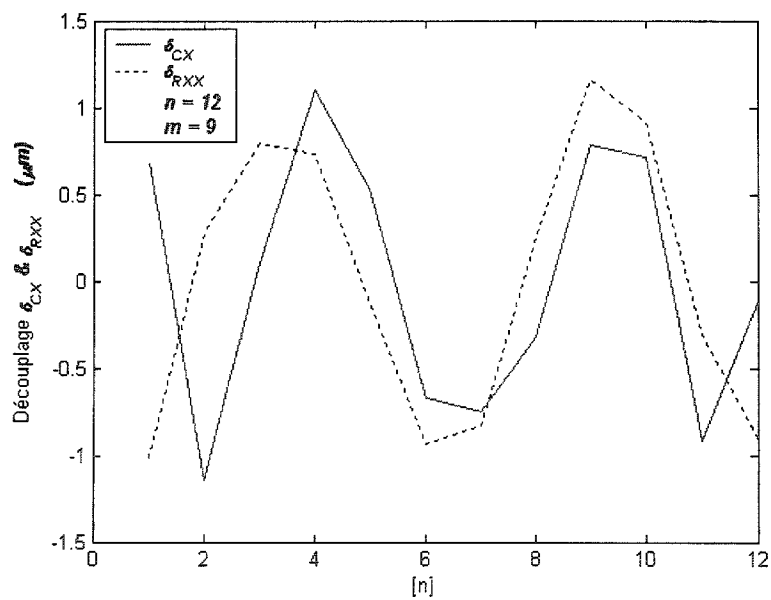


Figure A.7.28 - Découplage des mesures filtrées pour  $m=9$  ( $\delta_X$ )

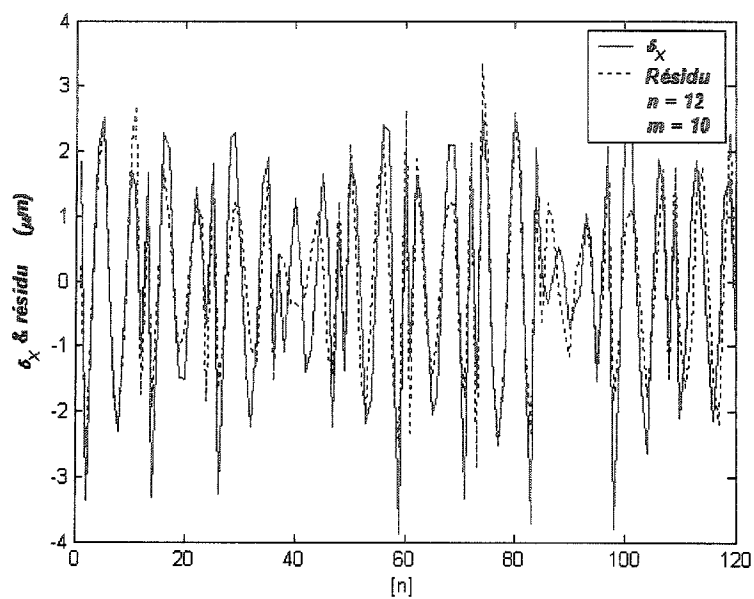


Figure A.7.29 - Mesure filtrée et résidu pour  $m=10$  ( $\delta_X$ )

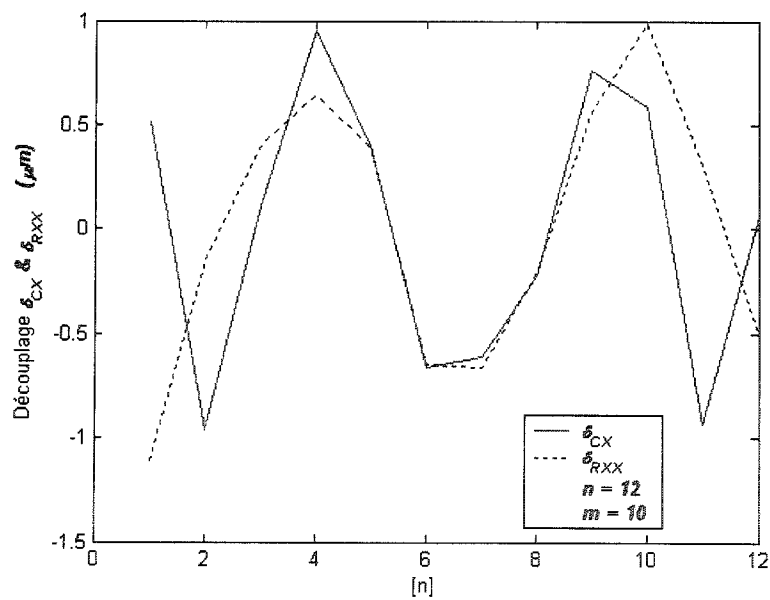


Figure A.7.30 - Découplage des mesures filtrées pour  $m=10$  ( $\delta_X$ )

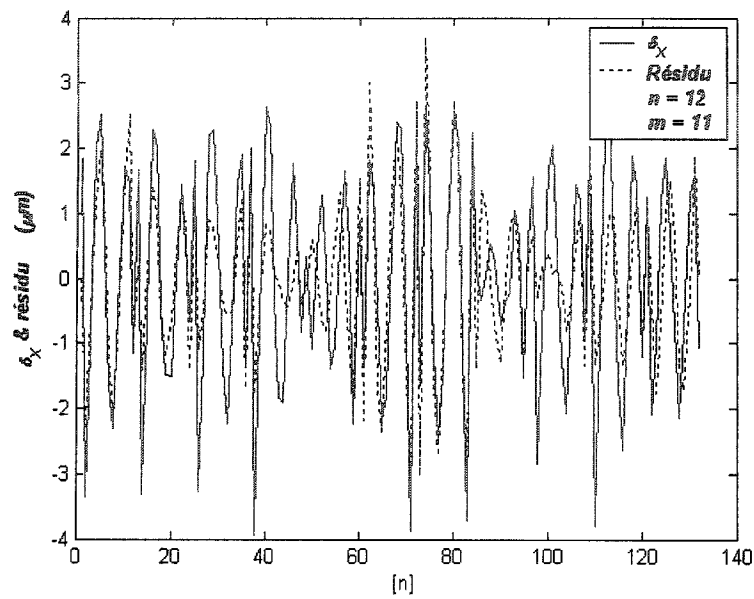


Figure A.7.31 - Mesure filtrée et résidu pour  $m=11$  ( $\delta_X$ )

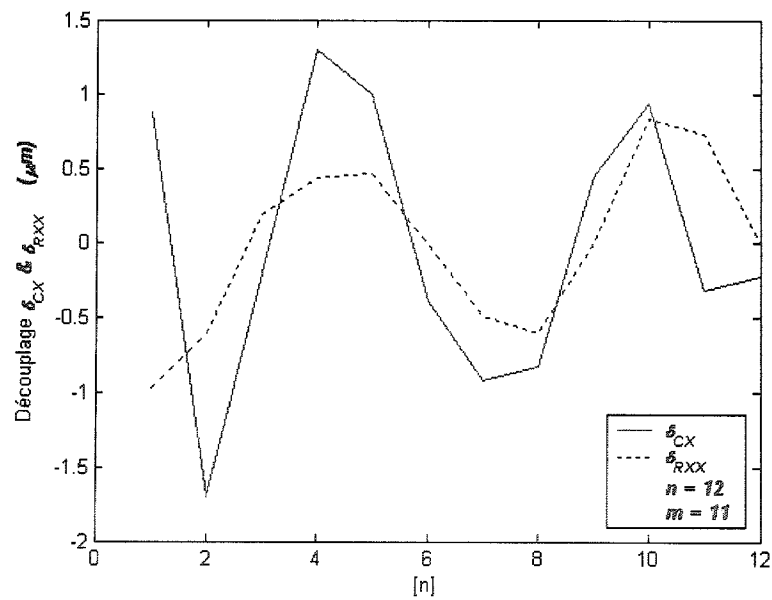
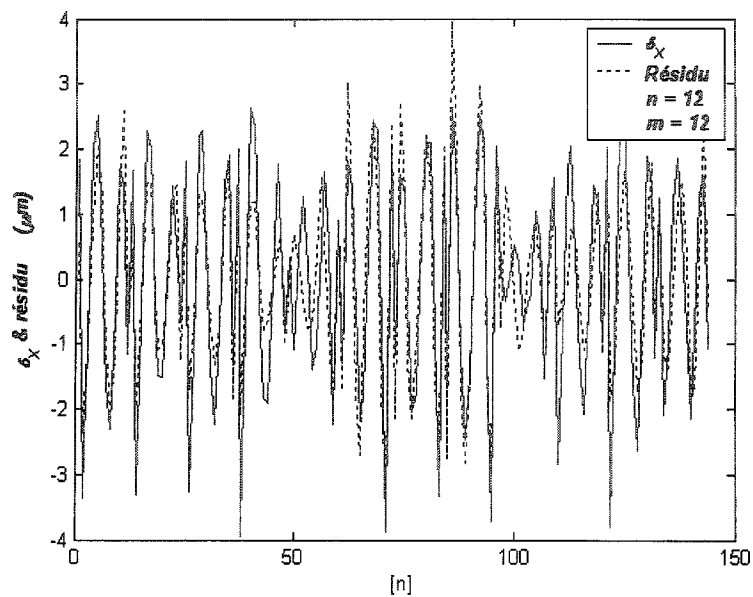
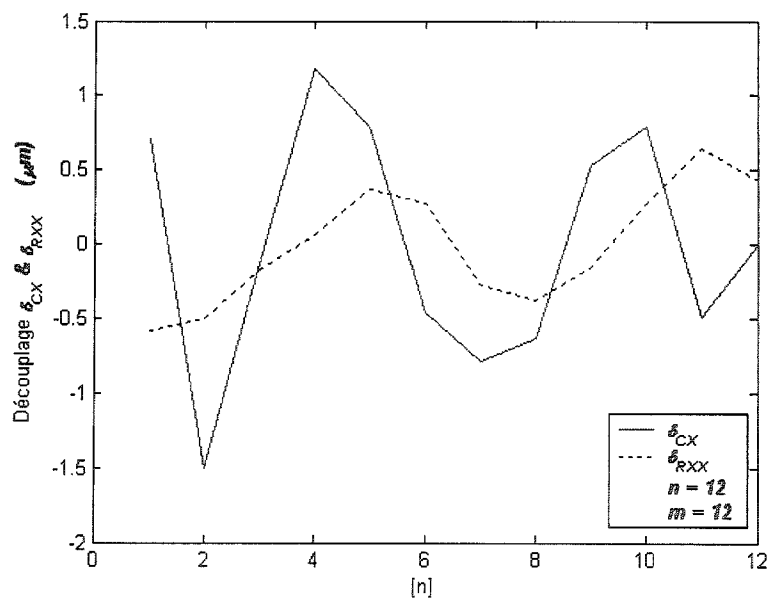


Figure A.7.32 - Découplage des mesures filtrées pour  $m=11$  ( $\delta_X$ )

Figure A.7.33 - Mesure filtrée et résidu pour  $m=12$  ( $\delta_X$ )Figure A.7.34 - Découplage des mesures filtrées pour  $m=12$  ( $\delta_X$ )