

Titre: Modélisation thermohydraulique et simulation numérique d'un canal de combustible des réacteurs nucléaires CANDU
Title: Modélisation thermohydraulique et simulation numérique d'un canal de combustible des réacteurs nucléaires CANDU

Auteur: Noreddine Mesmous
Author:

Date: 2004

Type: Mémoire ou thèse / Dissertation or Thesis

Référence: Mesmous, N. (2004). Modélisation thermohydraulique et simulation numérique d'un canal de combustible des réacteurs nucléaires CANDU [Mémoire de maîtrise, École Polytechnique de Montréal]. PolyPublie.
Citation: <https://publications.polymtl.ca/7420/>

 **Document en libre accès dans PolyPublie**
Open Access document in PolyPublie

URL de PolyPublie: <https://publications.polymtl.ca/7420/>
PolyPublie URL:

Directeurs de recherche: Alberto Teyssedou
Advisors:

Programme: Non spécifié
Program:

NOTE TO USERS

This reproduction is the best copy available.



UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

MODÉLISATION THERMOHYDRAULIQUE ET SIMULATION NUMÉRIQUE
D'UN CANAL DE COMBUSTIBLE DES RÉACTEURS NUCLÉAIRES CANDU

MESMOUS NOREDDINE
DÉPARTEMENT DE GÉNIE PHYSIQUE
ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

MÉMOIRE PRÉSENTÉ EN VUE DE L'OBTENTION
DU DIPLOME DE MAÎTRISE ÈS SCIENCES APPLIQUÉES
(GÉNIE ÉNERGÉTIQUE)

Novembre 2004



Library and
Archives Canada

Published Heritage
Branch

395 Wellington Street
Ottawa ON K1A 0N4
Canada

Bibliothèque et
Archives Canada

Direction du
Patrimoine de l'édition

395, rue Wellington
Ottawa ON K1A 0N4
Canada

Your file Votre référence

ISBN: 0-494-01370-2

Our file Notre référence

ISBN: 0-494-01370-2

NOTICE:

The author has granted a non-exclusive license allowing Library and Archives Canada to reproduce, publish, archive, preserve, conserve, communicate to the public by telecommunication or on the Internet, loan, distribute and sell theses worldwide, for commercial or non-commercial purposes, in microform, paper, electronic and/or any other formats.

The author retains copyright ownership and moral rights in this thesis. Neither the thesis nor substantial extracts from it may be printed or otherwise reproduced without the author's permission.

AVIS:

L'auteur a accordé une licence non exclusive permettant à la Bibliothèque et Archives Canada de reproduire, publier, archiver, sauvegarder, conserver, transmettre au public par télécommunication ou par l'Internet, prêter, distribuer et vendre des thèses partout dans le monde, à des fins commerciales ou autres, sur support microforme, papier, électronique et/ou autres formats.

L'auteur conserve la propriété du droit d'auteur et des droits moraux qui protège cette thèse. Ni la thèse ni des extraits substantiels de celle-ci ne doivent être imprimés ou autrement reproduits sans son autorisation.

In compliance with the Canadian Privacy Act some supporting forms may have been removed from this thesis.

While these forms may be included in the document page count, their removal does not represent any loss of content from the thesis.

Conformément à la loi canadienne sur la protection de la vie privée, quelques formulaires secondaires ont été enlevés de cette thèse.

Bien que ces formulaires aient inclus dans la pagination, il n'y aura aucun contenu manquant.

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

Ce mémoire intitulé :

MODÉLISATION THERMOHYDRAULIQUE ET SIMULATION NUMÉRIQUE
D'UN CANAL DE COMBUSTIBLE DES RÉACTEURS NUCLÉAIRES CANDU

Présenté par : MESMOUS NOREDDINE

En vue de l'obtention du diplôme de : Maîtrise ès Sciences appliquées
a été dûment accepté par le jury d'examen constitué de :

M. MARCELO REGGIO, Ph.D., président

M. ALBERTO TEYSSEDOU, Ph.D., membre et directeur de recherche

Mme. ELISABETH VARIN, D.Sc., membre

DÉDICACE

À feu ma mère,

À feu mon père,

À ma femme Farida,

À mes filles Imène et Khawla &

À mon fils Rédha.

REMERCIEMENTS

J'aimerais remercier vivement mon directeur de recherche, M. Alberto Teyssedou pour ses précieux conseils, sa disponibilité, son encadrement et son support financier au cours de cette recherche.

Je suis reconnaissant envers mes collègues étudiants A. Nava, J.Y. Sun., J. Dipama et N. Onder; les professeurs et les chercheurs de l'Institut de génie nucléaire, pour leurs conseils tout au long de la réalisation de cette recherche.

Je dois souligner cependant, que sans l'amour, la compréhension et la patience de ma femme et de mes enfants, ce mémoire n'aurait jamais vu le jour.

RÉSUMÉ

Le transfert de chaleur en écoulement diphasique fait partie de plusieurs domaines du génie allant des nouvelles technologies de pointe aux filières conventionnelles de conversion d'énergie. Particulièrement dans les réacteurs nucléaires, avec l'augmentation considérable du coefficient de transfert de chaleur en écoulement diphasique, on arrive à un rendement supérieur et une combustion importante du combustible (taux de combustion élevé). L'étude de ce phénomène (écoulement diphasique) continue de susciter des développements importants en recherche théorique et expérimentale.

Un effort préliminaire pour la simulation de couplage neutronique-thermohydraulique a été initié à l'Ecole Polytechnique de Montréal. Cependant, ces travaux ont seulement permis la simulation du réacteur CANDU-6 (CANadian Deutérium Uranium) dans des conditions stationnaires. De plus, la structure du calcul parallèle en utilisant des codes déjà existants (DONJON/NDF, ASSERT-PV) a limité la capacité du traitement pour les conditions transitoires. Les simulations dans des conditions stationnaires ont montré des modes de couplage neutronique-thermohydraulique très complexes.

Cependant, on considère qu'il est essentiel d'élargir l'étude du couplage aux conditions transitoires. Ainsi, comme le cœur des réacteurs nucléaires CANDU est constitué par un nombre important de tubes de pressions horizontaux chargés de grappes de combustibles, l'objectif de cette recherche consiste à développer un environnement de calcul thermohydraulique le plus général possible. Ce programme de calcul est capable de simuler et de prédire les conditions transitoires d'écoulement et de transfert de chaleur dans un canal de combustible du cœur des réacteurs CANDU. Nous avons ainsi développé les trois modèles suivants :

-Modèle de l'écoulement : Ce modèle, basé sur l'écoulement diphasique à écart de vitesse entre les phases, consiste à écrire les équations de conservations de la masse, de la quantité de mouvement et de l'énergie pour les écoulements monophasique et diphasique. Ces équations forment le modèle physique de l'écoulement dans le canal du combustible du réacteur CANDU.

-Modèle de transfert de chaleur : Ce modèle est basé sur le développement des équations de transfert de chaleur par conduction dans une tige de combustible et par convection dans un canal d'écoulement (convection forcée en phase liquide, ébullition nucléée sous refroidie et ébullition saturée). L'objectif est de déterminer la distribution "locale" axiale et radiale de la température dans la tige de combustible en fonction du temps et de vérifier les paramètres de sûreté suite à une transitoire donnée. Il faut mentionner la nature non linéaire de ces équations causée par la conductivité thermique de l'Uranium.

-Développement du modèle numérique : Les systèmes des équations résultants sont discrétisés dans l'espace et dans le temps. Un schéma numérique semi-implicite à volumes de contrôle décalés est adopté pour permettre l'obtention de la solution des transitoires du modèle thermohydraulique de l'écoulement. De plus, un schéma de différences finies totalement implicite "méthode de Laasonen" est développé pour intégrer les équations différentielles du modèle de transfert de chaleur. Ceux là donnent une représentation détaillée d'un canal de combustible et s'avèrent nécessaire pour effectuer la simulation thermohydraulique et l'analyse de sûreté du cœur des réacteurs nucléaires CANDU.

L'élaboration du code de calcul permettra de prédire le comportement du caloporeur dans un canal de combustible du cœur du réacteur à l'état transitoire où la connaissance approfondie de la thermohydraulique des systèmes diphasiques est nécessaire. Pour cela, une comparaison des simulations numériques du modèle de l'écoulement avec les

résultats expérimentaux des expériences en écoulement vertical ascendant dans des sections d'essais chauffées a permis de valider la bonne application et le bon choix des corrélations thermohydrauliques. De plus, une simulation complète d'un canal de combustible horizontal avec un flux de chaleur de forme co-sinusoïdale pour les mêmes conditions d'opérations nominales d'un réacteur nucléaire CANDU-6 comparé à des résultats des calculs analytiques à l'état stationnaire montre des prédictions encourageantes.

Les résultats du développement de ce code de calcul permettront certainement l'exploitation en toute sûreté des réacteurs nucléaires CANDU.

ABSTRACT

Two phase flow heat transfer is present in numerous engineering fields, from new technologies to conventional energy conversion. In nuclear reactors, with the huge increasing of heat transfer coefficient as the result of two phase flow, we can get a high fuel burn up and a high efficiency. The study of this phenomena leads to a great development in theoretical and experimental research.

Preliminary efforts were devoted to simulate a coupled neutronic-thermal-hydraulic at the Thermal hydraulics Laboratory of the Institut de génie nucléaire (IGN) at the Ecole Polytechnique de Montréal. This research was conducted for analyzing CANDU-6 under steady-state conditions. Using existing codes (DONJON/NDF, ASSERT-PV) and parallel computation has limited the treatment to steady state conditions that has shown that the steady-state coupled simulation is quite complex. Modeling and safety analysis in transients and coupled situations for postulated accidents in the CANDU nuclear reactor require the development of a new thermal-hydraulic model. This model should be able to predict the evolution of all physical parameters in space and time.

As the core of CANDU reactors consists of a large number of horizontal pressure tubes containing fuel bundles, this thermal-hydraulic code was planned to be as general as possible for many orientations of the core such as horizontal or vertical. The development of a single channel model is based on these three models:

Fluid flow model: Based on the one dimensional drift flux two-phase flow model, we have developed the conservation equations for mass, momentum and energy. These equations constitute a physical model of the flow in a nuclear fuel channel of the CANDU reactor.

Heat transfer model: This model is based on the development of conduction heat transfer equations in the single fuel pin and convection in the flow (single phase liquid forced convection, subcooled nucleate boiling and saturated boiling). The determination of the local distribution of fuel pin temperature in space and time by taking into account the Uranium thermal conductivity variation represents the main objective.

Numerical model: The unique features of this program are the staggered control volume semi-implicit numerical method for fluid flow and the finite difference Lassonen numerical method for heat transfer, which allow a fine and detailed representations of the nuclear fuel channel.

The main objectives in this research are to build, to develop and to write a computer program that will be used for modeling, for simulating and for safety analysis of the nuclear fuel channel in the CANDU reactor core following hypothetical accidents. To assess the ability to simulate the CANDU core, validation and improvement of this program are conducted with large number of simulations. Important comparisons between the fluid flow model predictions and the experimental data obtained at the IGN thermal loop were carried out in up-flow in heated test sections. The results show the good agreement between the predictions and the data. In addition, a complete simulation of a horizontal fuel channel with a non uniform heat flux (co-sinus) as the same nominal operation conditions of CANDU-6 nuclear reactor are also compared with the analytical solution. The simulations are in perfect agreement with the analytical solutions.

TABLE DES MATIERES

DÉDICACE	IV
REMERCIEMENTS	V
RÉSUMÉ	VI
ABSTRACT	IX
TABLE DES MATIERES	XI
LISTE DES FIGURES.....	XIV
LISTE DES TABLEAUX.....	XVII
LISTE DES SIGLES ET ABRÉVIATIONS	XVIII
LISTE DES ANNEXES.....	XXIV
INTRODUCTION	1
CHAPITRE I - REVUE BIBLIOGRAPHIQUE.....	4
CHAPITRE II - MODÈLE DE L'ECOULEMENT	10
2.1 - Formulation des équations de conservation.....	12
2.2 - Équation de conservation de la masse	17
2.2.1 - Équation de conservation de la masse pour le mélange.....	18
2.3 - Équation de conservation de la quantité de mouvement.....	19
2.3.1 - Équation de conservation de la quantité de mouvement du mélange	21
2.4 - Équation de conservation d'énergie thermique	25
2.4.1 - Équation de conservation d'énergie du mélange	27
2.5 - Approximations	32
CHAPITRE III - ÉQUATIONS CONSTITUTIVES.....	33
3.1 - Point de génération nette de vapeur (PGNV)	33
3.1.1 - Modèle de Saha et Zuber	35
3.2 - Titre de l'écoulement.....	37
3.3 – Le taux de vide	38

3.4 - Coefficient de distribution diphasique	39
3.5 - Écart de vitesse	40
3.6 - Rapport de glissement.....	41
3.7 - Vitesse relative entre les phases.....	42
3.8 - Coefficient de perte de charges monophasiques.....	42
3.9 - Facteur de multiplication diphasique.....	43
CHAPITRE IV - TRANSFERT DE CHALEUR PAR CONVECTION FORCÉE	46
4.1 - Configurations des écoulements	46
4.1.1 - Écoulement à bulles	48
4.1.2 - Écoulement par poches de gaz et par bouchons (écoulement intermittent) ..	48
4.1.3 - Écoulement stratifié	48
4.1.4 - Écoulement annulaire dispersé	49
4.2 - Représentations graphiques des écoulements	49
4.3 - Mécanismes du transfert de chaleur.....	53
4.3.1 - Convection forcée en phase liquide	54
4.3.3 - Ébullition nucléée sous refroidie	55
4.3.2 - Ébullition nucléée saturée	56
CHAPITRE V - MODÈLE DU TRANSFERT DE CHALEUR PAR CONDUCTION .	60
5.1 - Équation générale de la conduction	60
5.2 - Transfert de chaleur dans l'intervalle entre la pastille et la gaine	66
5.3 - Conditions aux limites	68
5.4 - Coefficients de températures et propriétés thermo-physiques	70
CHAPITRE VI - DÉVELOPPEMENTS NUMÉRIQUES	73
6.1 - Intégration des équations différentielles du modèle de l'écoulement.....	74
6.1.1 - Discrétisation spatiale	74
6.1.1.1 - Équation de continuité du mélange.....	76
6.1.1.2 - Équation de conservation de la quantité de mouvement du mélange	76
6.1.1.3 - Équation de conservation de l'énergie du mélange	77
6.1.2 - Discrétisation temporelle	78

6.1.3 - Exécution numérique du modèle de l'écoulement	86
6.2 - Intégration des équations différentielles du modèle de transfert de chaleur par conduction	90
6.2.1 - Formulation de l'équation de conduction sous la forme des différences finies	90
6.2.1.1 - Discrétisation spatiotemporelle de l'équation de la conduction dans la pastille du combustible.....	91
6.2.1.2 - Discrétisation spatiotemporelle de l'équation de la conduction dans la gaine de combustible.....	95
6.2.2 - Exécution numérique du modèle de transfert de chaleur par conduction....	98
CHAPITRE VII - VALIDATION DU CODE DE CALCUL	101
7.1 - Présentation du programme de calcul	101
7.2 - Procédure de validation	104
7.2.1 - Écoulement monophasique	106
7.2.2 - Écoulement diphasique	106
7.2.3 - Canal de combustible horizontal avec flux de chaleur de forme co-sinusoïdale	109
CONCLUSION	134
BIBLIOGRAPHIE	137
ANNEXES	149

LISTE DES FIGURES

Figure 2.1 : Schéma du volume de contrôle d'un écoulement diphasique circulant dans un canal	13
Figure 2.2 : Schéma de discréétisation axiale d'un canal de combustible.....	14
Figure 3.1 : Profil axial du taux de vide, enthalpie moyenne, titre de l'écoulement et titre thermodynamique dans un canal pour un flux de chaleur uniforme.	45
Figure 4.1 : Configurations des écoulements diphasiques horizontaux air-eau (Delhayé 1980).	47
Figure 4.2 : Carte des configurations des écoulements horizontaux (Baker 1954).	51
Figure 4.3 : Carte des configurations des écoulements horizontaux (Mandhane <i>et al.</i> 1974).	52
Figure 4.4 : Carte des configurations des écoulements horizontaux (The RELAP5-3D Code Development Team 2001).	52
Figure 4.5 : Variation du facteur F en fonction du paramètre de Lockhart-Martinelli... .	59
Figure 4.6 : Variation du facteur de suppression S en fonction du nombre de Reynolds des écoulements diphasiques.	59
Figure 5.1 : Schéma représentatif de la discréétisation radiale de la tige de combustible..	64
Figure 6.1 : Représentation unidimensionnelle des volumes de contrôle et des interfaces d'un canal de combustible.	75
Figure 6.2 : Organigramme de calcul du modèle de l'écoulement	89
Figure 6.3 : Discréétisation au centre de la pastille de combustible.	92
Figure 6.4 : Discréétisation à la surface de la pastille.....	94
Figure 6.5 : Discréétisation au niveau de la partie interne de la gaine.	97
Figure 6.6 : Discréétisation au niveau de la partie externe de la gaine.....	97
Figure 7.1 : Évolution de la pression (Expérience M10, écoulement monophasique non-adiabatique).....	114

Figure 7.2 : Évolution de la pression (Expérience M6, écoulement monophasique adiabatique).....	114
Figure 7.3 : Évolution de la pression (Expérience M60, écoulement monophasique non-adiabatique).....	115
Figure 7.4 : Évolution de la pression (Expérience M35, écoulement monophasique adiabatique).....	115
Figure 7.5 : Évolution de la pression pour l'expérience 1.	116
Figure 7.6 : Profil du taux de vide pour l'expérience 1.	116
Figure 7.7 : Profils des titres de l'expérience 1.....	117
Figure 7.8 : Évolution de la pression pour l'expérience 2.	118
Figure 7.9 : Profil du taux de vide pour l'expérience 2.	118
Figure 7.10 : Profils des titres de l'expérience 2.....	119
Figure 7.11 : Évolution de la pression pour l'expérience 3b.	120
Figure 7.12 : Profil du taux de vide pour l'expérience 3b.	120
Figure 7.13 : Profils des titres de l'expérience 3b.....	121
Figure 7.14 : Évolution de la pression pour l'expérience 22.	122
Figure 7.15 : Profil du taux de vide pour l'expérience 22.	122
Figure 7.16 : Profils des titres de l'expérience 22.....	123
Figure 7.17 : Évolution de la pression pour l'expérience 35V.	124
Figure 7.18 : Profil du taux de vide pour l'expérience 35V.....	124
Figure 7.19 : Profils des titres de l'expérience 35V.....	125
Figure 7.20 : Évolution de la pression pour l'expérience 44V.	126
Figure 7.21 : Profil du taux de vide pour l'expérience 44V.....	126
Figure 7.22 : Profils des titres de l'expérience 44V.....	127
Figure 7.23 : Évolution de la pression pour l'expérience 50V.	128
Figure 7.24 : Profil du taux de vide pour l'expérience 50V.....	128
Figure 7.25 : Profils des titres de l'expérience 50V.....	129
Figure 7.26 : Évolution de la pression pour l'expérience 55V.	130
Figure 7.27 : Profil du taux de vide pour l'expérience 55V.....	130

Figure 7.28 : Profils des titres de l'expérience 55V.....	131
Figure 7.29 : Schéma de discrétisation axiale du canal et de discrétisation radiale de la tige de combustible.....	132
Figure 7.30 : Évolution des températures le long du canal et du combustible.....	133

LISTE DES TABLEAUX

Tableau 2.1 : Représentation des propriétés utilisées dans l'équation de conservation générale	16
Tableau 5.1 : Propriétés thermiques du Zr-4.....	72
Tableau 7.1 : Conditions d'opération nominale d'un réacteur nucléaire CANDU-6 (INFC/WG 8/CAN/DOC 2).....	113

LISTE DES SIGLES ET ABRÉVIATIONS

A_z	section de passage (m^2)
A_w	surface de chauffage du canal (m^2)
\vec{B}_k	un vecteur quelconque
cp	chaleur massique à pression constante ($\frac{kJ}{kg \cdot ^\circ C}$)
C_0	coefficient de distribution diphasique
D_{eq}	diamètre équivalent (m)
D_h	diamètre hydraulique (m)
f_{TP}	facteur de frottement diphasique
f_{go} et f_{lo}	facteurs de frottement monophasique
F	facteur du nombre de Reynolds
F	force de frottement par unité de volume ($\frac{N}{m^3}$)
Fr	nombre de Froude
G_m	flux massique ($\frac{kg}{m^2 s}$)
$h_{m_0}^{n+1}$	enthalpie à d'entrée du canal à l'instant ($n+1$) ($\frac{kJ}{kg}$)

h_{fg}	enthalpie (chaleur latente) de vaporisation (kJ/kg)
h_l	enthalpie du liquide saturé (kJ/kg)
h_g	enthalpie de la vapeur saturé (kJ/kg)
h_m	enthalpie du mélange (kJ/kg)
h_d	enthalpie de l'écoulement (kJ/kg)
H_C	coefficient de transfert de chaleur par convection forcée ($\text{W/m}^2\text{.}^\circ\text{C}$)
H_{NB}	coefficient de nucléation (corrération de Zuber-Forster) ($\text{W/m}^2\text{.}^\circ\text{C}$)
H_v	coefficient de transfert de chaleur dans l'intervalle d'Hélium ($\text{W/m}^2\text{.}^\circ\text{C}$)
\bar{J}_k	flux de propriété à travers les frontières par unité de surface et de temps
J_k	vitesse superficielle de la phase k (m/s)
K_{gazi}	conductivités thermiques du gaz de l'intervalle d'Hélium ($\text{W/m} \text{.}^\circ\text{K}$)
$K_{95\%}$	conductivité thermique de l' UO_2 ($\text{W/cm} \text{.}^\circ\text{K}$)
$\langle \dot{m}_k \rangle$	taux de transfert de masse par unité de surface à travers l'interface ($\text{kg/m}^2\text{s}$)
Nu	nombre de Nusselt

$P(T_w)$	pression du caloporeur à la température de la paroi (N/m^2)
P_{crit}	pression critique (N/m^2)
$P(T_{sat})$	pression du caloporeur à la température de saturation (N/m^2)
Pe	nombre de Peclet
P_e	périmètre mouillé (m)
q''	flux de chaleur (W/m^2)
q'''	source de chaleur interne par unité de volume (W/m^3)
r	distance radiale à partir du centre de la tige (m)
Re	nombre de Reynolds
S_{gk}	source par unité de volume et de temps
S	facteur de suppression des écoulements diphasiques
S	Rapport de glissement entre les phases
St	nombre de Stanton
t	temps (s)
T	température ($^\circ C$)
T_{co}	température de la surface externe de la gaine ($^\circ C$)
T_{fluide}	température moyenne du fluide ($^\circ C$)

T_i^n température à la position (i) et au temps (n) ($^{\circ}\text{C}$)

u énergie interne en (kJ/kg)

V volume de contrôle (m^3)

v_r vitesse relative entre les phases (m/s)

v_m vitesse moyenne du mélange (m/s)

v_g vitesse de la vapeur (m/s)

v_l vitesse du liquide (m/s)

v_{gj} écart de vitesse (m/s)

X_d titre de l'écoulement

X_h titre thermodynamique

χ_u paramètre diphasique de Lockhart-Martinelli

x_1, x_2 fractions molaires des gaz

We nombre de Weber

LETTRES GRECQUES

β porosité distribuée

Γ_k taux de transfert de masse par unité de surface à travers l'interface
($\text{kg/m}^2\text{s}$)

Ψ_k	propriété par unité de volume
Φ_{lo}^2	facteur de multiplication diphasique
Δz	longueur du volume de contrôle (m)
ρ_M	densité volumétrique de la quantité de mouvement (kg/m^3)
ρ_E	densité volumétrique de l'énergie (kg/m^3)
ρ_h	densité homogène (kg/m^3)
ρ_m	densité du mélange (kg/m^3)
ε	taux de vide moyen
ζ_{fo}, ζ_{ci}	coefficients d'émission des surfaces des pastilles et de la gaine
$\bar{\bar{\sigma}}_{zzk}$	contrainte inter faciale entre les phases
$\bar{\bar{I}}$	vecteur unitaire
σ	constante de Stefan-Boltzman (W/m^2K^4)
δ_v	épaisseur effective de l'intervalle d'Hélium (m)
$\delta_{Saut-fo}, \delta_{Saut-ci}$	zones de discontinuité des températures (m)
α	diffusivité thermique (m^2/s)
θ	angle formée par rapport à la verticale

INDICES

- l* phase liquide
g phase vapeur d'eau
i interface entre les phases
k phase *k*

AUTRES SYMBOLES

- $\langle \rangle$ opérateur de moyenne (intégrale) dans le volume *V*

LISTE DES ANNEXES

Annexe 1 : Conditions expérimentales (Aubé 1996)	149
Annexe 2 : Expériences en écoulement monophasique	151
Annexe 3 : Expériences en écoulement diphasique	153
Annexe 4 : Logiciel de calcul.....	158

INTRODUCTION

Dans le passé, l'étude des accidents nucléaires graves impliquant la fusion du cœur ont montré la nécessité d'en tenir compte dès le stade de la conception. En effet, il faut rendre impossible un certain nombre de séquences accidentelles dont on ne pourrait pas maîtriser les conséquences. On peut citer par exemple, les accidents de réactivité par dilution accidentelle du bore dans les réacteurs à eau légère sous pression (REP), la fusion du cœur à haute pression et la détonation globale d'hydrogène dans l'enceinte. Par conséquent, il importe de pouvoir prédire le déroulement des séquences accidentelles et de démontrer l'efficacité des dispositifs retenus pour que la fonction de confinement des produits radioactifs soit assurée en permanence.

A cet effet, les codes de calcul, simulant des phénomènes physiques complexes, représentent un support indispensable à l'étude de la sûreté, à la conception et à l'exploitation des réacteurs nucléaires. Basés sur le calcul numérique, qui représente l'une des disciplines de base pour de nombreux domaines de l'industrie et surtout les réacteurs nucléaires, certains codes de calcul s'appuient sur des modèles élémentaires comme par exemple les corrélations en thermohydraulique et les lois de comportement sur les matériaux en mécanique.

La modélisation, première étape de cette recherche, consiste à concevoir une représentation d'un objet et de phénomènes physiques qui s'y déroulent. Les objets considérés et les phénomènes associés sont : le canal de combustible d'un réacteur nucléaire CANDU, le fluide caloporteur et leur interaction mutuelle. Modéliser un phénomène et faire un calcul requièrent donc le choix d'un niveau de représentation pour chaque maillon de cette chaîne: modèle physique, géométrie, méthodes numériques et données de base.

Les phénomènes physiques sont représentés par des équations dont la complexité peut atteindre des systèmes couplés d'équations aux dérivées partielles non linéaires. Comme pour le canal de combustible, suite aux difficultés d'intégrer ces équations analytiquement, plusieurs méthodes numériques ayant des précisions différentes peuvent décrire le même phénomène. En effet, la méthode numérique va permettre de calculer une solution approchée des équations en un nombre fini de points. Il faut enfin programmer non seulement les modèles numériques, mais aussi la représentation du canal de combustible du cœur du réacteur.

La qualification du code exige alors une étape d'identification paramétrique, conduite en fonction de plusieurs critères et contraintes que l'on formule comme un problème d'optimisation. Le critère global est représenté par une norme des écarts entre les valeurs de référence et les valeurs calculées. Généralement, la qualification repose, pour une part importante, sur des expériences repères (benchmarks). Cependant, la qualification du code sera effectuée avec les résultats expérimentaux de la boucle d'essais thermohydraulique de l'Institut de génie nucléaire de l'École Polytechnique de Montréal. Et les données d'un canal de combustible horizontal avec un flux de chaleur de forme cosinusoïdale pour les conditions d'opérations nominales d'un réacteur nucléaire CANDU-6.

Le présent document sera divisé en sept chapitres. Une revue bibliographique faisant un aperçu général sur les travaux réalisés jusqu'à présent constitue le premier chapitre. A partir du deuxième jusqu'au cinquième chapitre, nous présentons respectivement, le modèle de l'écoulement dans un canal de combustible, les équations constitutives qui régissent les phénomènes des écoulements monophasiques et diphasiques, le modèle de transfert de chaleur par convection entre les crayons combustibles et le fluide caloporteur, et le modèle de transfert de chaleur par conduction dans une tige de combustible. Le développement numérique de ces modèles est par la suite présenté dans le sixième chapitre. Le dernier chapitre sera consacré à la validation du programme et à

l'analyse des résultats. La conclusion et les recommandations sont suivies par les annexes des simulations avec les conditions expérimentales en écoulement monophasique et en écoulement diphasique et finalement par un listing du code de calcul développé au cours de cette recherche.

CHAPITRE I - REVUE BIBLIOGRAPHIQUE

A la fin des années quatre-vingt, les codes de calcul disciplinaires sont devenus des outils couramment utilisés par l'industrie nucléaire. Un certain nombre de codes a été développé dans des domaines très variés : mécanique, thermohydraulique, neutronique etc. A partir du début des années quatre-vingt-dix, des besoins de plus en plus importants en matière d'études pluridisciplinaires ont été exprimés : interactions fluide structure, calculs de contraintes mécaniques d'origine thermique et rétroactions neutronique-thermohydraulique.

Ces études nécessitent le développement de solutions et la réalisation des simulations numériques intégrant les différentes disciplines et leurs interconnexions. Cette solution est envisageable dans certains cas mais demande une généralisation des codes de calcul qui n'est pas toujours possible. Une autre voie a donc été retenue, consistant à réutiliser les codes existants et à les coupler.

La réalisation d'un couplage varie en fonction des choix pris à chacun de ces niveaux. Par contre, elle peut être classifiée en trois catégories principales : le couplage fort (où les codes s'échangent mutuellement des informations éventuellement plusieurs fois lors d'un pas de temps), le couplage faible (où les codes s'échangent unilatéralement des informations lors d'un pas de temps) et l'enchaînement (où l'échange des informations s'effectue à la fin de l'exécution d'un code).

L'évolution de l'analyse de sûreté des réacteurs suite à l'étude de l'accident de perte de caloporeur (PERCA) a donné naissance au développement des codes de calculs thermohydrauliques ayant pour objectif la détermination de la distribution de la température dans le combustible et la gaine, ainsi que la pression et la qualité du fluide à l'intérieur du circuit de refroidissement.

Il est devenu donc important de développer des outils de couplage neutronique-thermohydraulique. Pour les réacteurs CANDU, jusqu'à l'année 2001, selon Dionne (2001), peu d'analyses utilisant le couplage entre les codes de neutronique et de thermohydraulique ont été effectuées. Les seuls exemples répertoriés de couplage sont ceux de CERBERUS/FIRBIRD-III et de CERBERUS/CATHENA. A cet effet, des travaux sont déjà effectués à l'IGN (Dionne 2001) pour le couplage neutronique-thermohydraulique à l'état stationnaire utilisant des codes de calculs indépendants DONJON/NDF (Varin *et al.* 2000) et ASSERT-PV "Advanced Solution of Subchannel Equations in Reactor Thermalhydraulics" (Kiteley *et al.* 1991) reliés par une interface externe, plutôt que de concevoir des algorithmes pour résoudre les équations de la thermohydraulique et de la neutronique ensemble. Le code de calcul quasi-tridimensionnel ASSERT-PV, modélise et simule les écoulements diphasiques dans les grappes de combustibles des réacteurs CANDU par des sous-canaux interconnectés à l'aide du modèle à écart de vitesse. Ce code utilise le modèle qui autorise les phases à avoir des différences de températures et de vitesses.

Une étude récemment publiée concernant le code de calcul FMPHWR (Huo *et al.* 2004), représente un programme de gestion de combustible du réacteur CANDU basé sur le couplage neutronique-thermohydraulique à l'état stationnaire. Ce code utilise dans le calcul thermohydraulique (transfert de chaleur) le modèle d'un canal unique, alors qu'il néglige la chute de la pression dans le canal. Du fait, on considère qu'il est important et essentiel d'élargir l'étude et d'élaborer un couplage neutronique-thermohydraulique du cœur du réacteur CANDU aux conditions transitoires.

En sûreté nucléaire, des codes de calcul thermohydraulique ont été développés dans le passé, on peut citer : Le code de calcul FIREBIRD-III (Lin *et al.* 1979), un programme de réseau général créé essentiellement dans le but de prédire le comportement thermohydraulique d'un écoulement diphasique eau-vapeur des réacteurs de puissance CANDU lors d'une PERCA postulée ainsi que de l'injection d'urgence de caloporeur

qui s'ensuit. Plusieurs modifications sont faites pour améliorer ce code, tant au point de vue des méthodes de résolution des équations thermohydrauliques et des corrélations utilisées qu'au point de vue du modèle physique. CATHENA (Richards *et al.* 1988) et (Hanna 1997) basé sur le modèle à six équations à deux pressions et à sept variables principales, réduit en six (v_g , v_l , h_g , h_l , P , ε) par l'utilisation de la relation constitutive de la différence de pression entre les phases, développé principalement pour l'analyse de l'accident PERCA dans les réacteurs CANDU. Ce code à une dimension est utilisé dans la conception et l'analyse des réacteurs CANDU-3, CANDU-6, CANDU-9 et MAPLE. Concernant la sûreté des cœurs des réacteurs REP, le commissariat à l'énergie atomique de France (CEA) a développé un système de codes, CRONOS-2 (Lautard *et al.* 1990) pour la neutronique du cœur et FLICA-4 (Toumi *et al.* 2000) pour la thermohydraulique du cœur avec comme méthode numérique basé sur l'approximation de Riemann (approximate Riemann solver). Ces codes sont couplés (on calcule simultanément la neutronique, l'évolution isotopique et la thermohydraulique du cœur), ce qui constitue une des modélisations les plus avancées.

De plus, le code CATHARE (Geffraye *et al.* 1994) développé par le CEA, traite de la thermohydraulique à l'échelle du système. Ce code largement utilisé à travers le monde permet de mener à bien les évaluations de la sûreté des réacteurs (REP). Le programme de validation expérimentale de CATHARE a été systématique et progressif, depuis les modèles élémentaires, jusqu'au retour d'expérience sur les réacteurs. Ce logiciel simule dans sa version la plus avancée les écoulements diphasiques qui peuvent se produire pendant des transitoires dans la cuve du réacteur à l'aide d'un modèle tridimensionnel. Le logiciel MANTA (Novendstern 1970) permet de simuler le comportement transitoire du réacteur (REP) lors du fonctionnement normal ou dans des situations de dimensionnement. Il décrit les écoulements et transferts de chaleur en simple phase liquide ou en double phase liquide-vapeur, cette possibilité étant essentiellement réservée au circuit secondaire. Sa validation, reposant sur la

comparaison de ses prédictions avec des résultats expérimentaux obtenus soit à partir d'essais ou des transitoires réels, est déjà largement acquise à ce jour.

Le code de calcul thermohydraulique THYC (Mur et Meignin 1997) développé à Électricité de France (EDF) est particulièrement adapté au calcul des transferts de masse et d'énergie dans les composants nucléaires. Ce code a pour but l'étude des écoulements simple ou double-phase à trois dimensions se produisant dans des grappes de combustible ou dans des faisceaux de tubes des réacteurs REP. Il repose sur une modélisation tridimensionnelle de l'écoulement par une approche de type milieux poreux. Le code THYC est utilisé d'une part pour la prédiction du flux de chaleur critique et d'autre part pour l'élaboration de nouvelles corrélations. De plus, il calcule les écoulements diphasiques dans les tuyauteries ou les faisceaux de tubes et il sert aux calculs des transitoires tels qu'une rupture de la tuyauterie vapeur, accidents de dilution de bore, prédictions de la caléfaction où études de générateurs de vapeurs et de condenseurs.

Enfin, les codes de calculs utilisés pour la simulation des réacteurs CANDU sont classifiés selon Carver (1995) selon :

1)- Codes systèmes à une dimension qui ont les capacités de modéliser l'écoulement et le transfert de chaleur dans toutes les composantes du circuit de refroidissement du réacteur et ses interactions avec le reste du système incluant la rétroaction neutronique, le combustible, les tubes de pression, la calandre, et les mécanismes de contrôle. L'analyse de sûreté des transitoires pour les accidents hypothétiques considère la génération significative du vide. Par conséquent, tous les codes systèmes sont développés de manière à incorporer l'écoulement diphasique. Les codes systèmes sont classés essentiellement en deux catégories :

a) Codes à deux phases : FIREBIRD-III (Lin *et al.* 1979) ; NUCIRC (Dam *et al.* 1994) permettent la simulation du système à l'état stationnaire. Le code NUCIRC est utilisé

initialement dans l'analyse de la puissance critique d'un canal de combustible. Basé sur le modèle d'équilibre dynamique (equilibrium flow model), ce code est modifié pour tenir compte de l'ébullition sous refroidie et du glissement et leurs effets sur le taux de vide et la chute de pression. NUCIRC a la capacité de modéliser à l'état stationnaire tout le circuit de refroidissement et peut simultanément modéliser tous les canaux du réacteur individuellement. SOPHT (Skears et Chang 1977) est un code de calcul système pour l'analyse à l'état transitoire. Il est également basé sur le modèle d'équilibre dynamique (equilibrium flow model) avec pour approche numérique l'algorithme de Porsching (Porsching *et al.* 1971). SPORTS (Chatoorgoon 1986) a été développé spécifiquement pour l'analyse des transitoires en écoulement diphasique des réacteurs type piscine à basse pression et utilise le modèle homogène avec la méthode d'intégration itérative complètement implicite pour éviter les oscillations numériques.

b) **Codes à deux fluides avec gaz non condensables** : CATHENA (Hanna 1997); le code de calcul RELAP5 (Lee *et al.* 2000), développé pour la simulation des transitoires et la modélisation couplée du cœur et des systèmes de refroidissement des réacteurs REP en cas d'accident PERCA. Ce code est utilisé occasionnellement dans l'analyse des réacteurs CANDU. Le modèle de ce code est basé sur l'écoulement diphasique en déséquilibre thermique et dynamique avec six équations et intégré par la méthode numérique semi-implicite. TUF (Liu *et al.* 1994) utilise également le modèle à six équations avec une méthode de solution basé sur deux pas avec un pas explicite et l'autre implicite qui représente une extension de la méthode de Porsching.

2)- Codes multidimensionnels des composants, l'analyse multidimensionnelle n'est pas largement utilisée dans les codes systèmes à cause de sa complexité. Cependant, quelques particularités multidimensionnelles auxiliaires sont appliquées à savoir le modèle de la conduction dans le combustible. Généralement, ces codes sont orientés à des composants particuliers, tel que la grappe de combustible, le générateur de vapeur, la calandre, etc. COBRA-3M (William 1979) utilise le modèle d'équilibre en écoulement diphasique; alors que, ASSERT (Carver *et al.* 1990) a une option d'équilibre lui

permettant de résoudre les mêmes équations que COBRA-IV, mais l'option du déséquilibre de ASSERT favorise la modélisation du début d'ébullition sous-refroidie dans des canaux particuliers et la redistribution du flux massique entre les sous-canaux.

3)- Codes de calculs CFD (Computational Fluid Dynamics) : Des avancés significatives dans la méthodologie à système aux coordonnées arbitraires (basée sur la méthode des éléments finis) ont été appliqués dans le domaine de la thermohydraulique des réacteurs nucléaires. La performance de ces codes est bien prouvée en écoulement monophasique, où la précision est fonction de l'applicabilité du modèle de turbulence choisi. On mentionne ici essentiellement trois codes utilisés dans l'analyse des réacteurs CANDU. TASCFLOW (Banas *et al.* 1993) est un code CFD monophasique à trois dimensions pour une géométrie arbitraire utilisé avec succès dans la simulation des géométries assez complexes et pour la modélisation des jonctions, des espacements et des grappes du combustible afin de quantifier l'amélioration du transfert de chaleur. PHEONICS (Spalding *et Singhal* 1980) est un code CFD à trois dimensions et à deux fluides pour des géométries arbitraires, utilisé dans la modélisation de la calandre. Banas *et al.* (1994) ont utilisés le code FLOW-3D dans l'analyse des réacteurs de type piscine et dans la modélisation de la distribution du taux de vide dans les canaux. Ce code a les mêmes caractéristiques que PHEONICS.

Le code de calcul qu'on développe dans ce mémoire sera basé sur un écoulement diphasique unidimensionnel de la forme d'un canal de combustible des réacteurs nucléaires CANDU. Il sera capable de traiter le déséquilibre dynamique entre les phases et le transfert de chaleur par conduction dans une tige de combustible à l'état transitoire, avec la possibilité de faire varier les quatre paramètres suivants : le flux massique moyen (G_m) et le sous refroidissement (h) à l'entrée d'un canal de combustible, la pression (P) à la sortie et la source thermique (q'') (source neutronique) le long d'un canal.

CHAPITRE II - MODÈLE DE L'ÉCOULEMENT

Une grande partie des codes développés pour la simulation des transitoires thermohydrauliques des réacteurs nucléaires ont recours à des méthodes de solutions numériques des équations de conservation de la masse, de la quantité de mouvement et de l'énergie. A ces équations s'ajoutent les conditions initiales et aux limites appropriées. En général, selon l'approche utilisée, ces méthodes peuvent être classifiées en quatre catégories :

- 1) L'approche par sous canal considère que chaque cellule élémentaire délimitée par quatre crayons, ou par un nombre plus petit de crayons et une partie du tube de force comme un sous canal au sein duquel on étudie de manière fine l'écoulement. La cellule élémentaire est définie par des lignes imaginaires liant les centres des éléments combustibles, ce qui modifie le système de coordonnées cylindrique(z, r, θ) à un système(z, ξ), où ξ définit la distance directe entre les centres des sous canaux. Cette approche suppose que la composante axiale de la vitesse est dominante comparée aux autres composantes, et des corrélations sont nécessaires pour la formulation des termes de l'équation de la quantité de mouvement transversale.
- 2) L'approche milieux poreux est basée sur le traitement global des solides régulièrement répartis au sein d'une maille du domaine de calcul, où les solides sont homogénéisés aux fluides les baignant. Lors de l'utilisation d'une telle méthode, il convient toutefois d'être prudent, car une homogénéisation peu pertinente risque de sévèrement détériorer les résultats. Cependant, il ne faut pas homogénéiser les solides dont la distribution au sein de la maille de calcul considérée est irrégulière, ou sur lesquels s'exercent des conditions aux limites de température, de pression et d'étanchéité (comme la paroi du canal). La

porosité distribuée (β) est incluse dans les équations par un remplacement simple de la densité (ρ) par le terme ($\rho\beta$).

3) Pour l'approche du système à coordonnées arbitraires, à cause de la complexité de la géométrie d'une grappe de combustible, le domaine physique est transformé en un plan de régions connectées, puis les équations de conservation sont écrites en coordonnées orthogonales ou non orthogonales qui sont ensuite déformées pour représenter la géométrie. Cette méthode est parmi les plus utilisées actuellement dans les codes de calcul de type CFD.

4) Concernant l'approche du modèle d'un canal de combustible, elle est basée essentiellement sur la modélisation des grappes de combustibles baignant dans le fluide adjacent sous forme d'un canal unitaire, avec une étude détaillée de la conduction thermique dans l'élément. On retrouve deux sous modèles :

Sous modèle avec des conditions aux frontières en mouvement (Han *et* Thomas 1999) : cette technique est basée sur le suivi des mouvements des conditions aux limites du volume de contrôle (changement de phase et de la position du flux de chaleur critique) axialement durant les transitoires;

Sous modèle avec les conditions aux frontières fixes : ce modèle est celui utilisé pour notre projet.

On simule un tube de pression chargé de grappes de combustibles baignant dans le fluide caloporteur par des volumes de contrôle, tout en supposant que la section de passage est axialement uniforme (On néglige l'effet des plaques de fixations). Un volume de contrôle est défini par une interface d'entrée, une interface de sortie et une longueur de chauffage centrée par un nœud (figure 2.1). Pour les écoulements diphasiques, le modèle unidimensionnel est basé sur l'utilisation des moyennes sur le volume des paramètres qui définissent le système. Le volume de contrôle représente

ainsi la base essentielle pour la discréétisation spatiale du canal de combustible (figure 2.2) et servira encore à l'application de la méthode de résolution numérique appropriée.

2.1 - Formulation des équations de conservation

Afin d'élaborer l'équation générale de conservation moyennée sur le volume, on simule l'écoulement dans un tube de pression du cœur du réacteur CANDU par un canal avec un diamètre équivalent (D_{eq}) soumis à un flux de chaleur sur la paroi (q''). La figure 2.1 représente un volume de contrôle générale pour un écoulement mixte diphasique dans un canal. On suppose un écoulement unidirectionnel (figure 2.2) où la section de passage est constante, alors que les grandeurs thermohydrauliques telles que la pression, la répartition des phases, la densité, la vitesse et la température sont distribuées uniformément sur la section de passage. Prenons (V_k) comme le volume de contrôle de la phase (k) limité par les surfaces des phases (A_{k1}) (entrée) et (A_{k2}) (sortie), les portions des interfaces (A_i) et la surface de contact entre la phase (k) et la paroi (A_{kw}). Le volume (V_k) choisi arbitrairement petit est fonction de la longueur (Δz).

En utilisant le théorème de Leibnitz sur le volume de contrôle (V_k), il résulte :

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{V_k(z,t)} \Psi_k dV = \int_{V_k(z,t)} \frac{\partial \Psi_k}{\partial t} dV + \int_{A_i(z,t)} \Psi_k \vec{v}_i \vec{n}_k dA + \int_{A_{kw}(z,t)} \Psi_k \vec{v}_k \vec{n}_{kw} dA + \int_{A_{k1}} \Psi_k \vec{v}_{k1} \vec{n}_z dA - \int_{A_{k2}} \Psi_k \vec{v}_{k2} \vec{n}_z dA, \quad (2.1)$$

avec : Ψ_k : propriété par unité de volume,

\vec{v}_i : vitesse de l'interface entre les phases (m/s),

$\vec{v}_{k1}, \vec{v}_{k2}, \vec{v}_{kw}$: vitesses de la phase k respectivement à (l'entrée, à la sortie et à la paroi) (m/s).

Comme le volume de contrôle est indéformable, alors les vitesses $\vec{v}_{k1}, \vec{v}_{k2}, \vec{v}_{kw}$ sont nulles, c'est-à-dire que l'équation (2.1) peut s'écrire comme suit :

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{V_k(z,t)} \Psi_k dV = \int_{V_k(z,t)} \frac{\partial \Psi_k}{\partial t} dV + \int_{A_i(z,t)} \Psi_k \vec{v}_i \vec{n}_k dA . \quad (2.2)$$

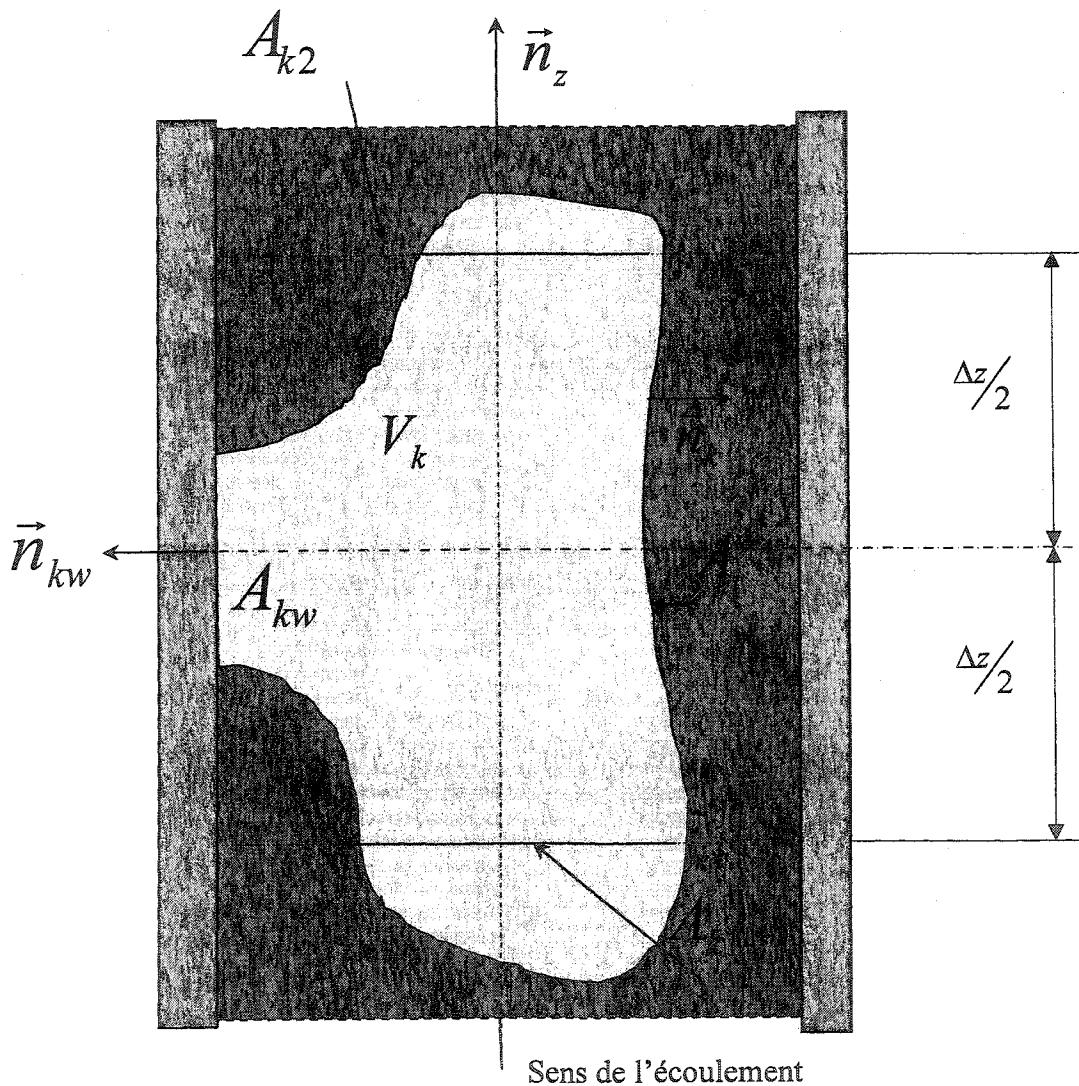


Figure 2.1 : Schéma du volume de contrôle d'un écoulement diphasique circulant dans un canal

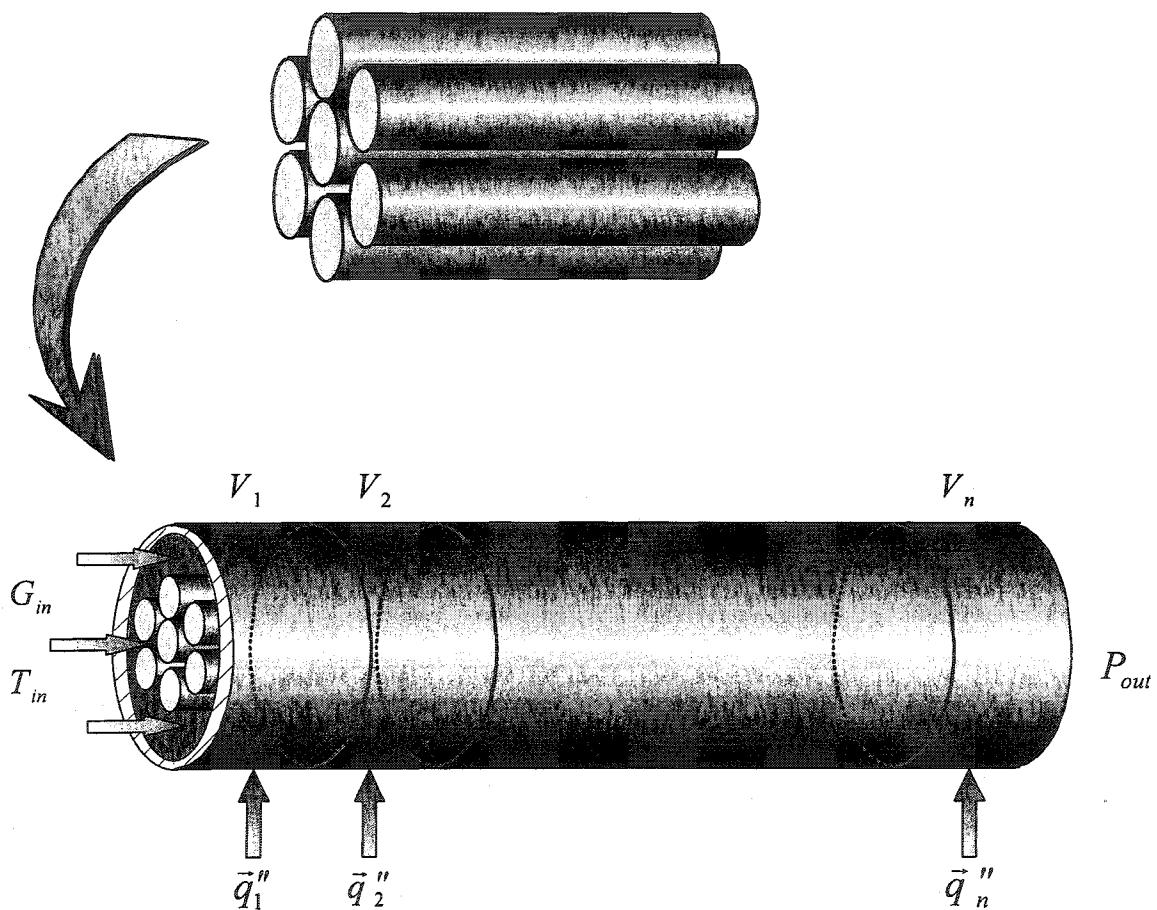


Figure 2.2 : Schéma de discréétisation axiale d'un canal de combustible

Par l'application du théorème de Gauss sur le volume de contrôle (V_k) :

$$\int_{V_k(z,t)} \vec{\nabla} \cdot \vec{B}_k dV = \int_{A_i(z,t)} \vec{n}_k \cdot \vec{B}_k dA + \frac{\partial}{\partial z} \int_{V_k(z,t)} \vec{n}_z \cdot \vec{B}_k dV + \int_{A_{kw}(z,t)} \vec{n}_{kw} \cdot \vec{B}_k dA . \quad (2.3)$$

où :

\vec{B}_k : un vecteur quelconque.

En effectuant le bilan sur un volume de contrôle (V_k) de la propriété (Ψ), on obtient l'équation de conservation suivante :

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Taux de variation de la} \\ \text{propriété } \Psi \text{ dans le volume} \\ \text{de contrôle } V_k(z,t) \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{l} \text{Génération de la} \\ \text{propriété } \Psi \text{ dans} \\ \text{le volume } V_k(z,t) \end{array} \right\} + \left\{ \begin{array}{l} \text{Flux net de la propriété } \Psi \\ \text{à travers la surface } A_i(z,t) \text{ du} \\ \text{volume de contrôle } V_k(z,t) \end{array} \right\}$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{V_k(z,t)} \Psi_k dV = \int_{V_k(z,t)} S_{gk} dV - \int_{A_i(z,t)} \bar{\bar{J}}_k \cdot \vec{n} dA , \quad (2.4)$$

où :

S_{gk} : source par unité de volume et de temps,

$\bar{\bar{J}}_k$: flux de propriété à travers les frontières par unité de surface et de temps.

En combinant les équations (2.2), (2.3) et (2.4), on obtient l'équation générale de conservation moyennée pour chaque phase (Tapucu 2000), donnée par :

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \varepsilon_k \langle \Psi_k \rangle + \frac{\partial}{\partial z} \varepsilon_k \left\langle \vec{n}_z \left(\Psi_k \vec{V}_k + \bar{\bar{J}}_k \right) \right\rangle - \varepsilon_k \langle S_{gk} \rangle = \\ - \frac{1}{V} \int_{A_i} \left(\frac{\dot{m}_k}{\rho_k} \Psi_k + \vec{n}_k \cdot \bar{\bar{J}}_k \right) dA - \frac{1}{V} \int_{A_{kw}} \vec{n}_{kw} \bar{\bar{J}}_k dA , \end{aligned} \quad (2.5)$$

avec le taux de vide moyen défini par : $\varepsilon_k = \frac{V_k}{V}$.

Afin d'obtenir les équations phasiques, il faut identifier alors les propriétés (Ψ_k) , (S_{gk}) et $(\bar{\bar{J}}_k)$ présentées dans la tableau 2.1.

Les équations de conservation du modèle de l'écoulement à savoir la conservation de la masse, de la quantité de mouvement et de l'énergie sont développées pour toutes les configurations en fonction de l'angle d'inclinaison (θ) de l'écoulement selon la tableau 2.1. L'écoulement vertical ascendant est traité dans l'objectif de la vérification des résultats théoriques avec ceux expérimentaux à l'état stationnaire disponible au laboratoire de thermohydraulique de l'IGN.

Tableau 2.1 : Représentation des propriétés utilisées dans l'équation de conservation générale

Balance	Ψ_k	$\bar{\bar{J}}_k$	S_{gk}
Masse	ρ	0	0
Quantité de mouvement	$\rho \vec{v}_k$	$P_k \bar{\bar{I}} - \bar{\bar{\sigma}}_k$	$\rho \vec{g} \cos(\theta)$
Énergie	$\rho \left(u + \frac{\vec{v}_k \cdot \vec{v}_k}{2} \right)$	$\vec{q}'_k - \left(-P_k \bar{\bar{I}} + \bar{\bar{\sigma}}_k \right) \vec{v}_k$	$\rho \vec{g} \cdot \vec{v}_k \cos(\theta) + \dot{Q}_g$

Avec : u : énergie interne en $\left(\frac{kJ}{kg} \right)$,

P_k : pression de la phase k $\left(\frac{N}{m^2} \right)$,

\bar{q}' : flux de chaleur ($\frac{W}{m^2}$),

\dot{Q}_g : source de chaleur interne par unité de volume ($\frac{W}{m^3}$),

$\bar{\sigma}_k$: contrainte inter faciale entre les phases,

$\bar{\bar{I}}$: vecteur unitaire,

θ : angle formée par rapport à la verticale; Pour un écoulement vertical ascendant, on a $\theta = 0$; Pour un écoulement horizontal "Réacteur CANDU", $\theta = 90^\circ$.

2.2 - Équation de conservation de la masse

En remplaçant les propriétés telles que définies dans la tableau 2.1, dans l'équation générale de la conservation (2.5), on peut déduire l'équation de la continuité donnée par :

$$\frac{\partial}{\partial t} \varepsilon_k \langle \rho_k \rangle + \frac{\partial}{\partial z} \varepsilon_k \langle \vec{n}_z \rho_k \vec{v}_k \rangle = -\frac{1}{V} \int_{A_i} \dot{m}_k dA , \quad (2.6)$$

avec :

$\langle \dot{m}_k \rangle = \frac{1}{V} \int_{A_i} \dot{m}_k dA = \rho_k \vec{n}_k (\vec{v}_k - \vec{v}_i)$, qui représente le taux de transfert de

masse par unité de surface à travers l'interface ($\frac{kg}{m^2 s}$),

\vec{v}_i : vitesse de l'interface ($\frac{m}{s}$).

ε_k : taux de vide moyen. Pour la phase gazeuse $\varepsilon_g = \varepsilon = \frac{V_g}{V}$, pour la phase liquide $\varepsilon_l = 1 - \varepsilon = \frac{V_l}{V}$.

En remplaçant $k = g$, ou $k = l$ pour les phases gazeuse et liquide respectivement dans l'équation de conservation de la masse (2.6), on obtient :

- Phase vapeur

$$\frac{\partial}{\partial t} \varepsilon \langle \rho_g \rangle + \frac{\partial}{\partial z} \varepsilon \langle \rho_g v_g \rangle = - \langle \dot{m}_g \rangle = \Gamma_g , \quad (2.7)$$

- Phase liquide

$$\frac{\partial}{\partial t} (1 - \varepsilon) \langle \rho_l \rangle + \frac{\partial}{\partial z} (1 - \varepsilon) \langle \rho_l v_l \rangle = - \langle \dot{m}_l \rangle = \Gamma_l . \quad (2.8)$$

Selon le théorème de Kotchine, la somme des quantités de masse échangée entre les phases est nulle. Donc on a $(\Gamma_g + \Gamma_l = 0)$.

2.2.1 - Équation de conservation de la masse pour le mélange

En additionnant les équations de conservation de la masse des phases gazeuse et liquide (2.7) et (2.8) respectivement, on obtient :

$$\frac{\partial}{\partial t} [\varepsilon \langle \rho_g \rangle + (1 - \varepsilon) \langle \rho_l \rangle] + \frac{\partial}{\partial z} [\varepsilon \langle \rho_g v_g \rangle + (1 - \varepsilon) \langle \rho_l v_l \rangle] = 0 . \quad (2.9)$$

On considère que toutes les propriétés sont moyennées sur un volume de contrôle, et on définit les quantités physiques suivantes :

$$G_g = \varepsilon \langle \rho_g v_g \rangle , \quad G_l = (1 - \varepsilon) \langle \rho_l v_l \rangle , \quad \rho_m = \varepsilon \rho_g + (1 - \varepsilon) \rho_l ,$$

$$G_m = G_g + G_l = \varepsilon \langle \rho_g v_g \rangle + (1 - \varepsilon) \langle \rho_l v_l \rangle ,$$

avec :

G_g , G_l et G_m : flux massique de la phase gazeuse, de la phase liquide et du mélange respectivement en $\left(\frac{kg}{m^2 s}\right)$ et
 ρ_m : densité du mélange $\left(\frac{kg}{m^3}\right)$.

On peut écrire l'équation de conservation de la masse (2.9) comme suit :

$$\frac{\partial}{\partial t} \rho_m + \frac{\partial}{\partial z} G_m = 0 \quad . \quad (2.10)$$

2.3 - Équation de conservation de la quantité de mouvement

En remplaçant les propriétés telles que définies dans le tableau 2.1, dans l'équation générale de conservation (2.5), on peut déduire l'équation de conservation de la quantité de mouvement.

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \varepsilon_k \langle \rho_k \vec{v}_k \rangle + \frac{\partial}{\partial z} \varepsilon_k \left\langle \vec{n}_z \left(\rho_k \vec{v}_k \cdot \vec{v}_k + P_k \bar{\bar{I}} - \bar{\bar{\sigma}}_k \right) \right\rangle - \varepsilon_k \langle \rho_k \vec{g}_k \cos(\theta) \rangle = \\ - \frac{1}{V} \int_{A_z} \left[\dot{m}_k \vec{v}_k + \vec{n}_k \left(P_k \bar{\bar{I}} - \bar{\bar{\sigma}}_k \right) \right] dA - \frac{1}{V} \int_{A_{kw}} \vec{n}_{kw} \left(P_k \bar{\bar{I}} - \bar{\bar{\sigma}}_k \right) dA , \end{aligned} \quad (2.11)$$

En multipliant scalairement cette équation par le vecteur unitaire \vec{n}_z et sachant que :

$$\vec{n}_z \cdot \vec{g} = -g \text{ (Écoulement vertical ascendant)},$$

$$\vec{n}_z \cdot \vec{v}_k = v_k \text{ (Composante axiale de vitesse de la phase } k \text{ sur l'axe } z \text{)},$$

$$\vec{n}_z \left(\vec{n}_z \cdot \rho_k \vec{v}_k \cdot \vec{v}_k \right) = \rho_k v_k^2 ,$$

$$\vec{n}_z \left(\vec{n}_z \cdot P_k \bar{\bar{I}} \right) = P_k \text{ (Pression de la phase } k \text{)},$$

$$\vec{n}_z \left(\vec{n}_z \cdot \bar{\bar{\sigma}}_k \right) = \sigma_{zzk} ,$$

$$\vec{n}_z \left(\vec{n}_{kw} \cdot P_k \bar{\bar{I}} \right) = 0 , \quad (\vec{n}_z \perp \vec{n}_{kw}) .$$

L'équation de conservation de la quantité de mouvement devient alors :

$$\begin{aligned}
 & \underbrace{\frac{\partial}{\partial t} \varepsilon_k \langle \rho_k v_k \rangle}_{(1)} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial z} \varepsilon_k \langle \rho_k v_k^2 \rangle}_{(2)} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial z} \varepsilon_k \langle P_k \rangle}_{(3)} - \underbrace{\frac{\partial}{\partial z} \varepsilon_k \langle \sigma_{zzk} \rangle}_{(4)} + \underbrace{\varepsilon_k \langle \rho_k g \cos(\theta) \rangle}_{(7)} = \\
 & - \frac{1}{V} \int_A \left[\underbrace{\dot{m}_k v_{kz}}_{(5a)} + \underbrace{\vec{n}_z (\vec{n}_k P_k \bar{\bar{I}})}_{(5b)} - \underbrace{\vec{n}_z (\vec{n}_k \bar{\bar{\sigma}}_k)}_{(5c)} \right] dA + \underbrace{\frac{1}{V} \int_A \vec{n}_z (\vec{n}_{kw} \bar{\bar{\sigma}}_k) dA}_{(6)} . \quad (2.12)
 \end{aligned}$$

L'interprétation physique de chaque terme de cette équation est la suivante :

terme (1) : taux de changement de la quantité de mouvement de la phase (k) en fonction du temps, 'accélération locale',

terme (2) : variation de la quantité de mouvement de la phase (k) par le déplacement du fluide, i.e., convection, 'accélération spatiale',

terme (3) : gradient de pression axiales de la phase (k) ,

terme (4) : gradient axial des forces visqueuses dans la phase (k) ,

terme (5a) : transfert de la quantité de mouvement par vaporisation où condensation à l'interface des phases,

terme (5b) : forces de pression à l'interface des phases,

terme (5c) : contraintes inter faciales entre les phases,

terme (6) : perte de pression par frottement à la paroi du canal,

terme (7) : forces gravitationnelles.

En remplaçant l'indice (k) par ($k = g$ ou $k = l$) pour la phase gazeuse et la phase liquide respectivement dans l'équation (2.12), on obtient les équations de conservation de la quantité de mouvement suivantes pour chaque phase :

- Phase vapeur

$$\frac{\partial}{\partial t} \varepsilon \langle \rho_g v_g \rangle + \frac{\partial}{\partial z} \varepsilon \langle \rho_g v_g^2 \rangle + \frac{\partial}{\partial z} \varepsilon \langle P_g \rangle - \frac{\partial}{\partial z} \varepsilon \langle \sigma_{zg} \rangle + \varepsilon \langle \rho_g g \cos(\theta) \rangle =$$

$$-\frac{1}{V} \int_{A_g} \left[\dot{m}_g v_{gz} + \vec{n}_z \left(\vec{n}_g P_g \bar{\bar{I}} \right) - \vec{n}_z \left(\vec{n}_g \bar{\bar{\sigma}}_g \right) \right] dA + \frac{1}{V} \int_{A_{gw}} \vec{n}_z \left(\vec{n}_{gw} \bar{\bar{\sigma}}_g \right) dA . \quad (2.13)$$

- Phase liquide

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} (1-\varepsilon) \langle \rho_l v_l \rangle + \frac{\partial}{\partial z} (1-\varepsilon) \langle \rho_l v_l^2 \rangle + \frac{\partial}{\partial z} (1-\varepsilon) \langle P_l \rangle - \frac{\partial}{\partial z} (1-\varepsilon) \langle \sigma_{zz} \rangle + (1-\varepsilon) \langle \rho_l g \cos(\theta) \rangle = \\ -\frac{1}{V} \int_{A_l} \left[\dot{m}_l v_{lz} + \vec{n}_z \left(\vec{n}_l P_l \bar{\bar{I}} \right) - \vec{n}_z \left(\vec{n}_l \bar{\bar{\sigma}}_l \right) \right] dA + \frac{1}{V} \int_{A_{lw}} \vec{n}_z \left(\vec{n}_{lw} \bar{\bar{\sigma}}_l \right) dA . \end{aligned} \quad (2.14)$$

On pose :

$$\begin{aligned} I_g &= -\frac{1}{V} \int_{A_g} \left[\dot{m}_g v_{gz} + \vec{n}_z \left(\vec{n}_g P_g \bar{\bar{I}} \right) - \vec{n}_z \left(\vec{n}_g \bar{\bar{\sigma}}_g \right) \right] dA , \\ I_l &= -\frac{1}{V} \int_{A_l} \left[\dot{m}_l v_{lz} + \vec{n}_z \left(\vec{n}_l P_l \bar{\bar{I}} \right) - \vec{n}_z \left(\vec{n}_l \bar{\bar{\sigma}}_l \right) \right] dA , \end{aligned}$$

où :

(I_k) : représente la quantité de mouvement transférée d'une phase (k) vers l'autre. Selon le théorème de Kotchine : $(I_g + I_l = 0)$.

2.3.1 - Équation de conservation de la quantité de mouvement du mélange

On additionne les équations de la phase vapeur (2.13) et de la phase liquide (2.14) et on prend en considération le théorème de Kotchine, on obtient l'équation suivante :

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \left[\varepsilon \langle \rho_g v_g \rangle + (1-\varepsilon) \langle \rho_l v_l \rangle \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[\varepsilon \langle \rho_g v_g^2 \rangle + (1-\varepsilon) \langle \rho_l v_l^2 \rangle \right] + \\ \frac{\partial}{\partial z} \left[\varepsilon \langle P_g \rangle + (1-\varepsilon) \langle P_l \rangle \right] - \frac{\partial}{\partial z} \left[\varepsilon \langle \sigma_{zzg} \rangle + (1-\varepsilon) \langle \sigma_{zzl} \rangle \right] + \\ \left[\varepsilon \langle \rho_g g \cos(\theta) \rangle + (1-\varepsilon) \langle \rho_l g \cos(\theta) \rangle \right] = \frac{1}{V} \sum_{k=g}^l \int_{A_{kw}} \vec{n}_z \left(\vec{n}_{kw} \bar{\bar{\sigma}}_k \right) dA , \end{aligned} \quad (2.15)$$

or, nous avons :

$$\frac{1}{V} \sum_{k=g}^l \int \vec{n}_z (\vec{n}_{kw} \quad \bar{\sigma}_k) dA = - \frac{A_w}{V} \langle \tau_w \rangle \text{ c'est-à-dire } \langle \tau_w \rangle = - \frac{1}{A_w} \sum_{k=g}^l \int \vec{n}_z (\vec{n}_{kw} \quad \bar{\sigma}_k) dA ,$$

$$[\varepsilon \rho_g g \cos(\theta) + (1-\varepsilon)\rho_l g \cos(\theta)] = \rho_m g \cos(\theta),$$

avec :

A_w : surface de chauffage des éléments de combustible d'une longueur Δz dans le volume de contrôle du canal (m^2).

Le terme de droite de l'équation de conservation de la quantité de mouvement du mélange (2.15) représente la chute de pression par frottement, lequel peut-être développé selon la procédure suivante :

$$-\left(\frac{dP}{dz}\right)_{fric} = \frac{A_w}{V} \langle \tau_w \rangle = \frac{f_{TP}}{D_{eq}} \left[\frac{G_m^2}{2\rho_m} \right] = \Phi_{lo}^2 \left(\frac{dP}{dz} \right)_{fric}' = \Phi_{go}^2 \left(\frac{dP}{dz} \right)_{fric}^g ,$$

$$\frac{f_{TP}}{D_{eq}} \left[\frac{G_m^2}{2\rho_m} \right] = \Phi_{lo}^2 \frac{f_l}{D_{eq}} \left(\frac{G^2}{2\rho_l} \right) = \Phi_{go}^2 \frac{f_g}{D_{eq}} \left(\frac{G^2}{2\rho_g} \right) . \quad (2.16)$$

avec :

D_{eq} : diamètre hydraulique de l'écoulement (m), donné par : $D_{eq} = \frac{4A_z}{P_e}$,

A_z : section de passage du fluide dans le canal de combustible (m^2),

f_{TP} : facteur de frottement diphasique,

f_{go} et f_{lo} : facteurs de frottement monophasique,

Φ_{lo}^2 : facteur de multiplication diphasique par rapport à la phase liquide,

Φ_{go}^2 : facteur de multiplication diphasique par rapport à la phase gazeuse.

Puisque la section de passage du canal est petite, donc on peut supposer que la distribution de la pression dans la section de passage est uniforme, c'est-à-dire que la pression des phases est la même sur un plan radiale, alors :

$$P = P_g = P_l = \varepsilon P_g + (1-\varepsilon) P_l .$$

On néglige la variation axiale des forces visqueuses dans les phases, soit :

$$\frac{\partial}{\partial z} [\varepsilon \langle \sigma_{zz} \rangle + (1-\varepsilon) \langle \sigma_{zl} \rangle] \rightarrow 0 \text{ et}$$

on introduit la définition du titre de l'écoulement comme suit :

$$X_d = \frac{\dot{m}_g}{\dot{m}_g + \dot{m}_l} = \frac{\rho_g v_g A_g}{\rho_g v_g A_g + \rho_l v_l A_l} = \frac{\varepsilon \rho_g v_g}{\varepsilon \rho_g v_g + (1-\varepsilon) \rho_l v_l} .$$

Selon Ishii (1977) et Delhaye *et al.* (1980), on peut supposer que la moyenne du produit des variables dépendantes dans le canal est identique au produit des moyennes, ce qui représente une simplification conventionnelle. De plus, avec l'approximation sur $\langle \varepsilon \rho_g v_g^2 \rangle \langle \varepsilon \rho_g \rangle \approx \langle \varepsilon^2 \rho_g^2 v_g^2 \rangle$, le deuxième terme de gauche de l'équation de conservation de la quantité de mouvement du mélange (2.15), qui représente la perte de pression par accélération peut-être développée sous la forme générale suivante :

$$\begin{aligned} -\left(\frac{dP}{dz}\right)_{acc} &= \frac{\partial}{\partial z} [\varepsilon \rho_g v_g^2 + (1-\varepsilon) \rho_l v_l^2] = \frac{\partial}{\partial z} \left[\frac{(\varepsilon \rho_g v_g)^2}{\varepsilon \rho_g} + \frac{(1-\varepsilon) \rho_l v_l^2}{(1-\varepsilon) \rho_l} \right] \\ &= \frac{\partial}{\partial z} \left[\frac{G_g^2}{\varepsilon \rho_g} + \frac{G_l^2}{(1-\varepsilon) \rho_l} \right] = \frac{\partial}{\partial z} G_m^2 \left[\frac{X_d^2}{\varepsilon \rho_g} + \frac{(1-X_d)^2}{(1-\varepsilon) \rho_l} \right] = \frac{\partial}{\partial z} \left[\frac{G_m^2}{\rho_M} \right] , \end{aligned} \quad (2.17a)$$

où :

$$\rho_M = \left[\frac{X_d^2}{\varepsilon \rho_g} + \frac{(1-X_d)^2}{(1-\varepsilon) \rho_l} \right]^{-1} \text{ représente la densité volumétrique de la quantité de mouvement du mélange } \left(\frac{kg}{m^3} \right).$$

Selon la définition de l'identité fondamentale de l'écoulement diphasique (Ishii *et al.* 2003) dans le modèle à écart de vitesse, la perte de pression par accélération peut s'écrire de la façon suivante :

$$\begin{aligned}
 -\left(\frac{dP}{dz}\right)_{acc} &= \frac{\partial}{\partial z} \left[\varepsilon \langle \rho_g \ v_g \ v_g \rangle + (1-\varepsilon) \langle \rho_l \ v_l \ v_l \rangle \right] = \frac{\partial}{\partial z} [\rho_m v_m v_m] + \frac{\partial}{\partial z} \left[\frac{\varepsilon \rho_g \rho_l}{(1-\varepsilon) \rho_m} v_{gi}^2 \right], \\
 -\left(\frac{dP}{dz}\right)_{acc} &= \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{G_m^2}{\rho_m} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left[\frac{\varepsilon \rho_g \rho_l}{(1-\varepsilon) \rho_m} v_{gi}^2 \right]. \tag{2.17b}
 \end{aligned}$$

Sachant que :

$$v_g = v_m + \frac{\rho_l}{\rho_m} v_{gi} \quad \text{et} \quad v_l = v_m - \frac{\varepsilon \rho_g}{(1-\varepsilon) \rho_m} v_{gi},$$

v_{gi} : l'écart de vitesse entre les phases (m/s).

En utilisant ces définitions, l'équation de la quantité de mouvement du mélange (2.15) devient sous la forme générale suivante :

$$\frac{\partial G_m}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial z} \left[P + \frac{G_m^2}{\rho_M} \right] + \Phi_{lo}^2 \frac{f_l}{D_{eq}} \left(\frac{G^2}{2\rho_l} \right) + \rho_m g \cos(\theta) = 0. \tag{2.18a}$$

L'équation de la quantité de mouvement du mélange (2.15) sous la forme du modèle à écart de vitesse devient :

$$\frac{\partial G_m}{\partial t} + \frac{\partial P}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{G_m^2}{\rho_m} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left[\frac{\varepsilon \rho_g \rho_l}{(1-\varepsilon) \rho_m} v_{gi}^2 \right] + \Phi_{lo}^2 \frac{f_l}{D_{eq}} \left(\frac{G^2}{2\rho_l} \right) + \rho_m g \cos(\theta) = 0, \tag{2.18b}$$

en utilisant la définition de la chute de pression par accélération (2.17b), l'équation de la quantité de mouvement du mélange devient :

$$\frac{dP}{dz} = \underbrace{-\frac{dG_m}{dt}}_{(a)} + \underbrace{\left(\frac{dP}{dz}\right)_{acc}}_{(b)} + \underbrace{\left(\frac{dP}{dz}\right)_{fric}}_{(c)} + \underbrace{\left(\frac{dP}{dz}\right)_{élév}}_{(d)},$$

avec :

$$\underbrace{\left(\frac{dP}{dz}\right)_{élév}}_{(d)} = \rho_m g \cos(\theta),$$

terme (a) : représente l'accélération locale,

terme (b) : perte de pression par accélération,

terme (c) : perte de pression par frottement,

terme (d) : perte de pression par élévation.

2.4 - Équation de conservation d'énergie thermique

En remplaçant les propriétés telles que définies à la tableau 2.1, dans l'équation générale de conservation, équation (2.5), on peut déduire l'équation de conservation de l'énergie pour chaque phase, qui est donnée par :

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \varepsilon_k \left(\rho_k \left(u_k + \frac{1}{2} \vec{v}_k \cdot \vec{v}_k \right) \right) + \frac{\partial}{\partial z} \varepsilon_k \left(\vec{n}_z \cdot \rho_k \left(u_k + \frac{1}{2} \vec{v}_k \cdot \vec{v}_k \right) \vec{v}_k \right) + \\ \frac{\partial}{\partial z} \varepsilon_k \left(\vec{n}_z \cdot \left(\vec{q}'_k - (-P_k \bar{\bar{I}} + \bar{\bar{\sigma}}_k) \cdot \vec{v}_k \right) \right) - \varepsilon_k \langle \dot{Q}_{gk} \rangle - \varepsilon_k \langle \rho_k \bar{g} \cdot \vec{v}_k \cos(\theta) \rangle = \\ - \frac{1}{V} \int_{A_i} \left[\dot{m}_k \left(u_k + \frac{1}{2} \vec{v}_k \cdot \vec{v}_k \right) + \vec{n}_k \left(\vec{q}'_k - (-P_k \bar{\bar{I}} + \bar{\bar{\sigma}}_k) \cdot \vec{v}_k \right) \right] dA - \\ - \frac{1}{V} \int_{A_{kw}} \vec{n}_{kw} \left(\vec{q}'_k - (-P_k \bar{\bar{I}} + \bar{\bar{\sigma}}_k) \cdot \vec{v}_k \right) dA . \end{aligned} \quad (2.19)$$

L'expression de l'équation de conservation d'énergie en terme de l'enthalpie peut s'écrire comme suit :

$$\begin{aligned} \underbrace{\frac{\partial}{\partial t} \varepsilon_k \left(\rho_k \left(h_k - \frac{P_k \bar{\bar{I}}}{\rho_k} + \frac{1}{2} \vec{v}_k \cdot \vec{v}_k \right) \right)}_{(1)} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial z} \varepsilon_k \left(\vec{n}_z \cdot \rho_k \left(h_k - \frac{P_k \bar{\bar{I}}}{\rho_k} + \frac{1}{2} \vec{v}_k \cdot \vec{v}_k \right) \vec{v}_k \right)}_{(2)} + \\ \underbrace{\frac{\partial}{\partial z} \varepsilon_k \langle \vec{n}_z \cdot \vec{q}'_k \rangle}_{(3)} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial z} \varepsilon_k \langle \vec{n}_z P_k \bar{\bar{I}} \cdot \vec{v}_k \rangle}_{(4)} - \underbrace{\frac{\partial}{\partial z} \varepsilon_k \langle \vec{n}_z \bar{\bar{\sigma}}_k \vec{v}_k \rangle}_{(5)} - \underbrace{\varepsilon_k \langle \rho_k \bar{g} \cdot \vec{v}_k \cos(\theta) \rangle}_{(6a)} = \\ \varepsilon_k \langle \dot{Q}_{gk} \rangle - \underbrace{\frac{1}{V} \int_{A_i} \dot{m}_k \left(h_k - \frac{P_k \bar{\bar{I}}}{\rho_k} + \frac{1}{2} \vec{v}_k \cdot \vec{v}_k \right) dA}_{(7a)} - \underbrace{\frac{1}{V} \int_{A_i} \vec{n}_k \vec{q}'_k dA}_{(7b)} - \end{aligned}$$

$$\underbrace{\frac{1}{V} \int_{A_i} \vec{n}_k \left(P_k \bar{\bar{I}} - \bar{\bar{\sigma}}_k \right) \cdot \vec{v}_k dA}_{(7c)} - \underbrace{\frac{1}{V} \int_{A_{kw}} \vec{n}_{kw} \cdot \vec{q}'_k dA}_{(8)} - \underbrace{\frac{1}{V} \int_{A_{kw}} \vec{n}_{kw} \left(P_k \bar{\bar{I}} - \bar{\bar{\sigma}}_k \right) \cdot \vec{v}_k dA}_{(9)} . \quad (2.20)$$

L'explication physique des différents termes :

terme (1) : taux de variation de l'énergie totale de la phase (k),

terme (2) : variation de l'énergie totale par convection de la phase (k),

terme (3) : transfert de chaleur par conduction thermique axiale dans la phase (k),

terme (4) : travail produit par les forces de pression dans la phase (k),

terme (5) : travail produit par les forces visqueuses dans la phase (k),

terme (6) : source d'énergie dans la phase (k),

terme (6a) : travail produit par les forces massiques dans la phase (k) suite à l'élévation,

avec, $\vec{g} \cdot \vec{v}_k = - g v_k$ (Écoulement vertical ascendant),

terme (7a) : énergie transférée à travers l'interface entre les phases par vaporisation ou condensation,

terme (7b) : transfert de chaleur par conduction à travers l'interface des phases,

terme (7c) : travail produit à travers l'interface des phases par les forces visqueuses et de pression,

terme (8) : chaleur transférée par conduction de la paroi à la phase (k),

terme (9) : comme la vitesse à la paroi du canal est nulle, alors ce terme est nul.

On pose π_k : l'énergie transférée à travers l'interface de la phase (k) par unité de volume,

$$\pi_k = - \frac{1}{V} \int_A \dot{m}_k \left[\left(h_k - \frac{P_k \bar{\bar{I}}}{\rho_k} + \frac{1}{2} \vec{v}_k \cdot \vec{v}_k \right) + \vec{n}_k \cdot \vec{q}'_k + \vec{n}_k \cdot \left(P_k \bar{\bar{I}} - \bar{\bar{\sigma}}_k \right) \cdot \vec{v}_k \right] dA .$$

L'équation de conservation de l'énergie thermique pour la phase vapeur est :

$$\begin{aligned}
& \frac{\partial}{\partial t} \varepsilon \langle \rho_g h_g \rangle + \frac{\partial}{\partial t} \varepsilon \left\langle \frac{\rho_g}{2} v_g^2 \right\rangle - \frac{\partial}{\partial z} \varepsilon \langle P_g \rangle + \frac{\partial}{\partial z} \varepsilon \langle \rho_g h_g v_g \rangle + \frac{\partial}{\partial z} \varepsilon \left\langle \frac{\rho_g}{2} v_g^2 v_g \right\rangle + \frac{\partial}{\partial z} \varepsilon \langle q''_{zg} \rangle - \\
& \frac{\partial}{\partial z} \varepsilon \langle \bar{\sigma}_{zg} v_g \rangle - \varepsilon \langle \dot{Q}_{gg} \rangle - \varepsilon \langle \rho_g \vec{g} \cdot \vec{v}_g \cos(\theta) \rangle = \pi_g - \frac{1}{V} \int_{A_{gw}} \vec{n}_{gw} \vec{q}'_g dA . \quad (2.21)
\end{aligned}$$

L'équation de conservation de l'énergie thermique pour la phase liquide est :

$$\begin{aligned}
& \frac{\partial}{\partial t} (1-\varepsilon) \langle \rho_l h_l \rangle + \frac{\partial}{\partial t} (1-\varepsilon) \left\langle \frac{\rho_l}{2} v_l^2 \right\rangle - \frac{\partial}{\partial z} (1-\varepsilon) \langle P_l \rangle + \frac{\partial}{\partial z} (1-\varepsilon) \langle \rho_l h_l v_l \rangle + \\
& \frac{\partial}{\partial z} (1-\varepsilon) \left\langle \frac{\rho_l}{2} v_l^2 v_l \right\rangle + \frac{\partial}{\partial z} (1-\varepsilon) \langle q''_{zl} \rangle - \frac{\partial}{\partial z} (1-\varepsilon) \langle \bar{\sigma}_{zl} v_l \rangle - (1-\varepsilon) \langle \dot{Q}_{gl} \rangle - \\
& (1-\varepsilon) \langle \rho_l \vec{g} \cdot \vec{v}_l \cos(\theta) \rangle = \pi_l - \frac{1}{V} \int_{A_{lw}} \vec{n}_{lw} \vec{q}'_l dA . \quad (2.22)
\end{aligned}$$

2.4.1 - Équation de conservation d'énergie du mélange

En additionnant les équations (2.21) et (2.22), on obtient l'équation de conservation de l'énergie thermique du mélange :

$$\begin{aligned}
& \underbrace{\frac{\partial}{\partial t} [\varepsilon \langle \rho_g h_g \rangle + (1-\varepsilon) \langle \rho_l h_l \rangle]}_{(1)} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial t} \left[\varepsilon \left\langle \frac{\rho_g}{2} v_g^2 \right\rangle + (1-\varepsilon) \left\langle \frac{\rho_l}{2} v_l^2 \right\rangle \right]}_{(2)} - \\
& \underbrace{\frac{\partial}{\partial z} [\varepsilon \langle P_g \rangle + (1-\varepsilon) \langle P_l \rangle]}_{(3)} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial z} [\varepsilon \langle \rho_g h_g v_g \rangle + (1-\varepsilon) \langle \rho_l h_l v_l \rangle]}_{(4)} + \\
& \underbrace{\frac{\partial}{\partial z} \left[\varepsilon \left\langle \frac{\rho_g}{2} v_g^2 v_g \right\rangle + (1-\varepsilon) \left\langle \frac{\rho_l}{2} v_l^2 v_l \right\rangle \right]}_{(5)} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial z} [\varepsilon \langle q''_{zg} \rangle + (1-\varepsilon) \langle q''_{zl} \rangle]}_{(6)} - \\
& \underbrace{\frac{\partial}{\partial z} [\varepsilon \langle \bar{\sigma}_{zg} v_g \rangle + (1-\varepsilon) \langle \bar{\sigma}_{zl} v_l \rangle]}_{(7)} - \underbrace{[\varepsilon \langle \dot{Q}_{gg} \rangle + (1-\varepsilon) \langle \dot{Q}_{gl} \rangle]}_{(8)} -
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \underbrace{\left[(1-\varepsilon) \langle \rho_l \vec{g} \cdot \vec{v}_l \cos(\theta) \rangle + \varepsilon \langle \rho_g \vec{g} \cdot \vec{v}_g \cos(\theta) \rangle \right]}_{(11)} = \\
& \underbrace{\pi_g + \pi_l}_{(9)} - \underbrace{\frac{1}{V} \sum_{k=g}^l \int_{A_{kw}} \vec{n}_{kw} \cdot \vec{q}'_k dA}_{(10)} . \quad (2.23)
\end{aligned}$$

On considère que tous les paramètres et les variables sont moyennés sur le volume, donc on peut enlever la représentation de la moyenne $\langle \rangle$.

Le développement des différents termes de l'équation de conservation de l'énergie thermique du mélange (2.23) donne :

$$\text{terme (1)} : \quad \frac{\partial}{\partial t} \left[\varepsilon \rho_g h_g + (1-\varepsilon) \rho_l h_l \right] = \frac{\partial}{\partial t} \rho_m h_m ,$$

$$\text{terme (2)} : \quad \frac{\partial}{\partial t} \left[\varepsilon \frac{\rho_g}{2} v_g^2 + (1-\varepsilon) \frac{\rho_l}{2} v_l^2 \right] = \frac{\partial}{\partial t} \left[\frac{G_m^2}{2} \left\{ \frac{X_d^2}{\varepsilon \rho_g} + \frac{(1-X_d)^2}{(1-\varepsilon) \rho_l} \right\} \right] = \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{G_m^2}{2 \rho_M} \right) ,$$

$$\text{terme (4)} : \quad \frac{\partial}{\partial z} \left[\varepsilon \rho_g h_g v_g + (1-\varepsilon) \rho_l h_l v_l \right] = \frac{\partial}{\partial z} h_d G_m ,$$

$$\text{terme (5)} : \quad \frac{\partial}{\partial z} \left[\varepsilon \frac{\rho_g}{2} v_g^3 + (1-\varepsilon) \frac{\rho_l}{2} v_l^3 \right] = \frac{\partial}{\partial z} \left[\frac{G_m^3}{2} \left\{ \frac{X_d^3}{(\varepsilon \rho_g)^2} + \frac{(1-X_d)^3}{((1-\varepsilon) \rho_l)^2} \right\} \right] = \frac{\partial}{\partial z} \left[\frac{G_m^3}{2 \rho_E^2} \right] ,$$

$$\text{terme (9)} : \quad (\pi_g + \pi_l = 0) , \text{ selon le théorème de Kotchine,}$$

$$\text{terme (10)} : \quad - \frac{1}{V} \sum_{k=g}^l \int_{A_{kw}} \vec{n}_{kw} \cdot \vec{q}'_k dA = q''_w = \frac{q'' A_w}{V} ,$$

terme (11) : selon l'identité vectorielle $\vec{\nabla} \varphi \vec{v} = \vec{v} \vec{\nabla} \varphi + \varphi \vec{\nabla} \vec{v}$, avec φ : une fonction scalaire, et avec $\vec{g} = -\vec{\nabla} \varphi$, $\vec{v}_k = v_k \vec{n}_z$ et d'après l'équation de conservation de la masse du mélange (2.10) on a :

$$\sum_{k=g}^l \varepsilon_k \rho_k \vec{g} \cdot \vec{v}_k \cos(\theta) = - \left[\frac{\partial}{\partial z} g z G_m + \frac{\partial}{\partial t} \rho_m g z \right] \cos(\theta) ,$$

$$\frac{1}{\rho_E^2} = \frac{X_d^3}{(\varepsilon \rho_g)^2} + \frac{(1-X_d)^3}{\{(1-\varepsilon)\rho_l\}^2},$$

$$h_m = \frac{\varepsilon \rho_g h_g + (1-\varepsilon) \rho_l h_l}{\varepsilon \rho_g + (1-\varepsilon) \rho_l}, \quad h_d = \frac{\varepsilon \rho_g v_g h_g + (1-\varepsilon) \rho_l v_l h_l}{\varepsilon \rho_g v_g + (1-\varepsilon) \rho_l v_l},$$

avec :

ρ_E : densité volumétrique de l'énergie (kg/m^3),

h_m : enthalpie du mélange (kJ/kg) et

h_d : enthalpie de l'écoulement (kJ/kg).

Selon Todreas et Kazimi (1990), on peut supposer que la conduction thermique axiale dans la phase (k) est négligeable soit le terme (6)=0 ; le travail causé par les contraintes visqueuses dans la phase (k) est négligeable alors le terme (7)=0 ; et le volume du fluide caloporteur dans les tubes de forces est très petit par rapport au volume du modérateur, donc on peut négliger la chaleur générée dans la phase (k), soit le terme (8)=0.

En utilisant ces simplifications, l'équation de conservation de l'énergie devient :

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\rho_m h_m + \frac{G_m^2}{2\rho_M} - P + \rho_m g z \cos(\theta) \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(h_d G_m + \frac{G_m^3}{2\rho_E^2} + g z G_m \cos(\theta) \right) = \frac{q'' A_w}{V}. \quad (2.25)$$

En plus des équations de conservation qui composent un système de trois équations différentielles non linéaires et couplées (2.10), (2.18) et (2.25) ; des équations constitutives additionnelles sont nécessaires pour fermer le système d'équations à résoudre dont : la corrélation du taux de vide en fonction du titre, le coefficient de perte

de charge monophasique, le facteur de multiplication diphasique, etc. Elles sont développées en détail dans le chapitre suivant.

Les équations d'états qui représentent les propriétés des phases (ρ_k) doivent également être déterminées. Elles sont données par les lois d'état des fluides, en général connues sous la forme $\rho_k = f(P_k, h_k)$.

Une comparaison détaillée entre les équations de conservation de la quantité de mouvement sous la forme générale (2.18a) (à phase séparées) et à écart de vitesse (2.18b) montre que seule la différence existe entre les termes de chute de pression par accélération selon les équations (2.17a) et (2.17b). Dans cette recherche, pour une première étude, et pour simplifier l'intégration des systèmes d'équations, la meilleure approche consiste à intégrer l'équation de conservation de la masse du mélange (2.10) couplée avec l'équation de conservation de la quantité de mouvement sous la forme générale (2.18a) et l'équation de conservation de l'énergie (2.25), (qui sera développé sous la forme du modèle à écart de vitesse au chapitre du développement numérique).

En résumé, les équations de conservation de la masse, de la quantité de mouvement et de l'énergie du mélange peuvent être présentées respectivement comme suit :

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \rho_m + \frac{\partial}{\partial z} G_m &= 0, \\ \frac{\partial G_m}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial z} \left[P + \frac{G_m^2}{\rho_M} \right] + \Phi_{lo}^2 \frac{f_l}{D_{eq}} \left(\frac{G^2}{2\rho_l} \right) + \rho_m g \cos(\theta) &= 0, \\ \frac{\partial}{\partial t} \left(\rho_m h_m + \frac{G_m^2}{2\rho_M} - P + \rho_m g z \cos(\theta) \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(h_d G_m + \frac{G_m^3}{2\rho_E^2} + g z G_m \cos(\theta) \right) &= \frac{q'' A_w}{V}. \end{aligned}$$

Avec la densité moyenne du mélange, le flux massique moyen, la densité volumétrique de la quantité de mouvement, la densité volumétrique de l'énergie, l'enthalpie du mélange et l'enthalpie de l'écoulement sont présentés respectivement par :

$$\rho_m = \varepsilon \rho_g + (1-\varepsilon) \rho_l , \quad G_m = \varepsilon \rho_g V_g + (1-\varepsilon) \rho_l V_l ,$$

$$\rho_M = \left[\frac{X_d^2}{\varepsilon \rho_g} + \frac{(1-X_d)^2}{(1-\varepsilon)\rho_l} \right]^{-1}, \quad \rho_E = 1 \sqrt{\sqrt{\frac{X_d^3}{(\varepsilon \rho_g)^2} + \frac{(1-X_d)^3}{((1-\varepsilon)\rho_l)^2}}}$$

$$h_m = \frac{\varepsilon \rho_g h_g + (1-\varepsilon) \rho_l h_l}{\varepsilon \rho_g + (1-\varepsilon) \rho_l} \quad \text{et} \quad h_d = \frac{\varepsilon \rho_g v_g h_g + (1-\varepsilon) \rho_l v_l h_l}{\varepsilon \rho_g v_g + (1-\varepsilon) \rho_l v_l}$$

2.5 - Approximations

La plus grande partie du fluide caloporeur dans le canal de combustible est monphasique, alors que durant les conditions des opérations normales, une faible génération de vide est permise. L'analyse des transitoires des accidents causant une génération significative de vide nécessite le passage au système diphasique, sachant que la majorité des codes de calcul thermohydrauliques à une dimension (Carver 1995) sont formulés en terme des équations de conservation (masse, quantité de mouvement et énergie) résolues par la méthode semi-implicite sur des volumes de contrôle.

Les approximations standard utilisées dans les codes de calculs thermohydrauliques sont entre autres :

On suppose que l'écoulement monphasique est complètement développé, c'est-à-dire que le profit de la vitesse de l'écoulement est indépendant de la position axiale.

En écoulement diphasique dans un canal sous haute pression et à une grande vitesse, selon Delhaye *et al.* (1980), le modèle qui représente le plus de réalisme est le modèle homogène, sachant que le modèle homogène ne s'applique que s'il n'y a pas une variation rapide des paramètres thermohydrauliques.

Selon Todreas et Kazimi (1990), on peut supposer que la pression du canal reste inchangée durant les transitoires. Cette approximation est physiquement acceptable pour plusieurs classes de transitoires des réacteurs qui ne sont pas liées au PERCA.

Selon Tye *et al.* (1995), en comparaison avec le flux thermique, on peut négliger le terme d'énergie due à la variation locale et spatiale de l'énergie cinétique qui représente l'énergie mécanique dégradée en chaleur provenant du frottement sur la paroi.

Dans cette recherche, tous les termes cités précédemment sont considérés non négligeable dans le but de minimiser l'erreur de calcul.

CHAPITRE III - ÉQUATIONS CONSTITUTIVES

Différents modèles existent pour la simulation et l'analyse des écoulements diphasiques. Les plus utilisés comprennent : le modèle homogène, le modèle d'écoulement à phases séparées, le modèle à écart de vitesse et le modèle à deux fluides.

Le modèle de l'écoulement à écart de vitesse a une importance pratique (Ishii 1977, Ishii *et* Hibiki 2003) dans l'analyse des transitoires des réacteurs nucléaires, ce modèle est capable de traiter le déséquilibre dynamique entre les phases mais il nécessite l'équation constitutive spécifiant le mouvement relatif entre les phases (l'écart de vitesse) ν_{gi} et les équations de fermeture qui présentent les relations pour le titre de l'écoulement à une position dans le canal $X_d(z)$, le taux de vide ε , le coefficient de distribution C_0 , le coefficient de perte de charge monophasique f et le facteur de multiplication diphasique Φ_{lo}^2 . C'est ce que l'on va identifier ici :

3.1 - Point de génération nette de vapeur (PGNV)

Le processus d'ébullition nucléée sous refroidie dans un canal est divisé en deux zones comme présenté dans la figure 3.1 où la zone (I) commence par le début d'ébullition nucléée 'Onset of nucleate boiling' (ONB). Cette zone est définie par une génération des bulles de vapeur qui s'attachent ou qui glissent sur la paroi (Dix 1971). A cause du sous refroidissement élevé du liquide dans cette zone, i.e., la température moyenne du liquide est inférieure à la température de saturation, la condensation à la paroi est importante; de ce fait, la formation nette de vapeur est négligeable. Selon Kureta *et al.* (2003), il n'existe pas un modèle approprié qui puisse déterminer le taux de vide dans cette région. En analyse thermohydraulique, cette région est généralement négligée. Par contre, la zone (II) commence par le point de génération nette de vapeur (PGNV), régi par les deux facteurs opposés que sont la vaporisation et la condensation. Cette zone comporte

le détachement et la migration des bulles de la paroi vers le centre du canal participant ainsi à l'augmentation de l'enthalpie moyenne du liquide.

D'après l'évolution de l'ébullition le long du canal, le calcul du taux de vide doit suivre trois étapes principales :

- a) la localisation du point de génération nette de vapeur,
- b) la détermination du titre de l'écoulement et
- c) l'utilisation d'une relation titre-taux de vide pour déterminer le taux de vide à n'importe quel niveau du canal.

À cet effet, plusieurs modèles ont été élaborés ; ils sont divisés essentiellement selon deux approches afin de quantifier la prédiction du taux de vide. La première approche représente le modèle théorique 'Mécanistique' (Griffith *et al.*, 1958, Bowring, 1962, Larsen et Tong 1969, Ahmad 1970, Rouhani et Axelsson 1970 et Hancox et Nicoll 1971) qui est basé sur une description phénoménologique du processus de transfert de chaleur en ébullition. L'autre approche est empirique 'profil fit' (Zuber *et al.* 1966 et Saha et Zuber 1974) pour le profil du titre de l'écoulement ou de l'enthalpie du liquide entre le point de génération nette de vapeur (z_{sc}) et le point d'équilibre thermodynamique (z_{eq}).

En plus, dépendant des chercheurs, le point de détachement des bulles de vapeur peut être contrôlé thermiquement (Griffith *et al.* 1958, Bowring 1962, Rouhani et Axelsson 1970, Ahmad 1970, Dix 1971 et Hancox et Nicoll 1971) ou hydrodynamiquement (Levy 1967, Staub 1968, Al Hayes et Winterton 1984 et Rogers *et al.* 1987) ou les deux à la fois (Saha et Zuber 1974, Qi *et al.* 2003 et Delhaye *et al.* 2004). Comme l'objectif de cette recherche est l'analyse thermohydraulique du cœur des réacteurs CANDU dans les différents modes d'opérations et en régime transitoire, nous estimons que les deux phénomènes seront présents. Par conséquent, le modèle de Saha et Zuber (1974) s'avère le plus intéressant.

3.1.1 - Modèle de Saha et Zuber

Dans ce modèle, Saha et Zuber (1974) considèrent que le détachement des bulles de vapeur est contrôlé par deux phénomènes, thermique et hydrodynamique.

En effet, sous un faible flux massique, la diffusion de chaleur contrôle le processus d'évaporation et de condensation, où le détachement des bulles est fonction seulement des conditions thermiques locales qui déterminent le taux d'évaporation à la paroi et le taux de condensation au liquide. Ces auteurs proposent que le taux d'évaporation à la paroi soit proportionnel au flux de chaleur alors que la condensation est proportionnelle au sous-refroidissement local. Le processus est régi par le nombre de Nusselt exprimé selon la relation suivante :

$$Nu = \frac{q'' D_h}{K_l(T_{sat} - T_f(z))} . \quad (3.1)$$

Sous un haut flux massique, le départ des bulles et le transfert de chaleur sont contrôlés par le transport hydrodynamique où le modèle de détachement est basé sur le balancement des forces exercés sur la bulle. Dans ce cas, le processus est régi par le nombre de Stanton donné par :

$$St = \frac{q''}{G cp_l(T_{sat} - T_f(z))} , \quad (3.2)$$

avec :

cp : la chaleur massique du liquide ($\frac{kJ}{kg \cdot ^\circ C}$),

T_{sat} : la température de saturation ($^\circ C$).

Pour déterminer quel nombre est le paramètre qui caractérise l'écoulement, Saha et Zuber (1974) ont tracé graphiquement, en utilisant leurs résultats expérimentaux, la variation du nombre de Stanton en fonction du nombre de Peclet à partir du PGNV, sachant que le nombre de Peclet est défini par :

$$Pe = \frac{Nu}{St} = \frac{G D_h cp_l}{K_l} . \quad (3.3)$$

Selon leurs résultats, il y a deux régions qui identifient et représentent les deux conditions déjà citées, i. e., contrôle thermique ou contrôle hydrodynamique, ainsi ils ont proposé le modèle thermique donné comme suit :

Pour $(Pe \leq 7 \cdot 10^4)$, le nombre de (St) varie linéairement avec (Pe^{-1}) , ce qui indique que le nombre de Nusselt est constant ($Nu = 455$), d'où :

$$\Delta T_{Sub}(z_{sc}) = T_{sat} - T_f(z_{sc}) = 0,0022 \frac{q'' D_h}{K_l}. \quad (3.4)$$

Pour le modèle hydrodynamique, ils ont proposé :

Pour $(Pe > 7 \cdot 10^4)$, le nombre de Stanton est constant ($St = 0,0065$), alors :

$$\Delta T_{Sub}(z_{sc}) = T_{sat} - T_f(z_{sc}) = 154 \frac{q''}{G \cdot cp_l}. \quad (3.5)$$

Les données expérimentales utilisées par les auteurs couvrent les limites des paramètres suivantes pour l'eau :

Pression $P = (0.1 \text{ à } 13.8) \text{ (MPa)},$

flux massique $G = (95.0 \text{ à } 2760.0) \text{ (kg/m}^2\text{s)}$,

flux thermique $q'' = (0.28 \text{ à } 1.89) \text{ (MW/m}^2\text{)}.$

D'après le bilan d'énergie de la phase liquide, on détermine le point de transition entre la zone de transfert de chaleur en convection monophasique liquide et la zone d'ébullition sous refroidie (z_{sc}) :

$$z_{sc} = \frac{G \cdot D_{eq}^2 \cdot cp_l [T_f(z_{sc}) - T_{in}]}{4 q'' D_h}. \quad (3.6)$$

Le bilan d'énergie du fluide saturé permet de déterminer le point de transition entre la zone d'ébullition sous refroidie et la zone d'ébullition saturée (z_b) :

$$z_b = \frac{\dot{m} (h_f - h_{in})}{\pi D_h q''}. \quad (3.7)$$

Finalement, le bilan d'énergie de la phase vapeur permet de déterminer le point de transition entre la zone d'ébullition saturé et la zone de transfert de chaleur en convection monophasique dans la phase vapeur (z_v) :

$$z_v = \frac{\dot{m} (h_g - h_m)}{\pi D_h q''} . \quad (3.8)$$

3.2 - Titre de l'écoulement

Levy (1967) a proposé l'expression suivante du modèle de "profil fit" pour le calcul du titre de l'écoulement $X_d(z)$. Ce titre commence à partir du point de génération nette de vapeur, en fonction du titre thermodynamique à la position voulu $X_{th}(z)$ et du titre thermodynamique du point de génération de vapeur $X_{th}(z_{sc})$:

$$X_d(z) = X_{th}(z) - X_{th}(z_{sc}) \cdot \exp\left[\frac{X_{th}(z)}{X_{th}(z_{sc})} - 1\right], \quad (3.9)$$

où le titre thermodynamique $X_{th}(z_{sc})$, au point de détachement des bulles, i. e., PGNV, a une valeur négative, est donnée par :

$$X_{th}(z_{sc}) = - \frac{cp_l \Delta T_{Sub}(z_{sc})}{h_{fg}}, \quad (3.10)$$

$X_{th}(z)$ est le titre thermodynamique à la position (z) du canal, c'est-à-dire :

$$X_{th}(z) = \frac{h(z) - h_f}{h_{fg}}. \quad (3.11)$$

Au point de détachement des bulles (PGNV) $z = z_{sc}$, le titre de l'écoulement est nul, c'est-à-dire $X_d(z_{sc}) = 0$.

De la même façon au point où l'ébullition nucléée saturée commence, qui correspond à $z = z_b$ donc, le titre thermodynamique $X_{th}(z_b) = 0$, on a :

$$X_d(z_b) = -X_{th}(z_{sc}) \cdot \exp[-1].$$

Après le début d'ébullition saturée $X_{th}(z) > 0$, le titre de l'écoulement s'approche asymptotiquement du titre thermodynamique $X_d(z) \rightarrow X_{th}(z)$.

3.3 – Le taux de vide

La détermination de la quantité de vapeur présente dans les régions d'ébullition sous-refroidie et saturée représente une information importante dans l'analyse thermohydraulique des systèmes diphasiques et l'analyse de sûreté des réacteurs nucléaires. L'ébullition sous-refroidie est caractérisée par le non-équilibre thermodynamique entre les phases. Ce phénomène est très important dans les réacteurs refroidis à l'eau pressurisée, ce qui exige un choix raisonnable de la corrélation entre le titre de l'écoulement et le taux de vide. Il existe deux catégories de corrélations, l'une est basée sur le rapport de glissement S et l'autre sur le paramètre de distribution C_0 et l'écart de vitesse ν_g . En utilisant la relation du taux de vide la plus recommandée pour les écoulements à bulles et à bouchons, c'est-à-dire la corrélation de Chexal-Lellouche (Chexal *et al.* 1992) à écart de vitesse définie par :

$$\varepsilon = \frac{\langle j_g \rangle}{C_0 \langle j \rangle + \nu_g} , \quad (3.12)$$

où : C_0 : coefficient de distribution diphasique défini par : $C_0 = \frac{\langle j\alpha \rangle}{\langle j \rangle \langle \alpha \rangle}$,

$\varepsilon = \langle \alpha \rangle$: le taux de vide moyen dans la section de passage,

$\langle j \rangle$: Le flux volumétrique du mélange (vitesse superficielle) défini par :

$$\langle j \rangle = \langle j_g \rangle + \langle j_l \rangle , \text{ avec } \langle j_g \rangle = \varepsilon \langle \nu_g \rangle \text{ et } \langle j_l \rangle = (1 - \varepsilon) \langle \nu_l \rangle .$$

En utilisant ces définitions, l'équation du taux de vide selon le modèle à écart de vitesse (3.12) devient :

$$\varepsilon = \frac{X_d}{C_0 \left[X_d + (1 - X_d) \frac{\rho_g}{\rho_l} \right] + \frac{\rho_g}{G} v_{gj}} \quad . \quad (3.13)$$

Puisque le canal de combustible d'un réacteur CANDU est horizontal, alors on peut négliger l'écart de vitesse ($v_{gj} = 0$). Donc, l'équation du taux de vide (3.13) devient :

$$\varepsilon = \frac{X_d}{C_0 \left[X_d + (1 - X_d) \frac{\rho_g}{\rho_l} \right]} \quad . \quad (3.14)$$

3.4 - Coefficient de distribution diphasique

Le modèle retenu est celui de Chexal-Lellouche (Lellouche 1985) puisqu'il est l'un des plus précis selon la littérature. Ces auteurs ont proposé une corrélation empirique basée sur un calcul itératif du coefficient de distribution C_0 en relation avec le taux de vide ε selon la formulation suivante :

$$C_0 = \frac{L(\varepsilon, P)}{K_0 + (1 - K_0)\varepsilon^r} , \quad (3.15)$$

où

$$r = \frac{1 + 1.57 \left(\frac{\rho_g}{\rho_l} \right)}{1 - B_l} ,$$

$$L(\varepsilon, P) = \frac{L_1}{L_2} ,$$

avec

$$L_1 = 1 - \exp[-C_1 \varepsilon] \quad \text{si} \quad C_1 \varepsilon > 80 \quad \text{alors} \quad L_1 = 1 ,$$

$$L_2 = 1 - \exp[-C_1] \quad \text{si} \quad C_1 > 80 \quad \text{alors} \quad L_2 = 1 ,$$

$$C_1 = \frac{4 P_{crit}^2}{P(P_{crit} - P)} , \quad K_0 = B_l + (1 - B_l) \left(\frac{\rho_g}{\rho_l} \right)^{0.25} ,$$

$$B_1 = \min(0.8, A_1) \quad , \quad A_1 = \frac{1}{1 + \exp\left(-\frac{\text{Re}}{60000}\right)},$$

$$\text{Re} = \begin{cases} \text{Re}_g & \text{si } \text{Re}_g > \text{Re}_l \text{ ou } \text{Re}_g \leq 0 \\ \text{Re}_l & \text{si } \text{Re}_g < \text{Re}_l \end{cases},$$

$$\text{Re}_l = \frac{(1-X_d) G D_h}{\mu_f} \quad ; \quad \text{Re}_g = \frac{X_d G D_h}{\mu_g}.$$

P_{crit} : pression critique $\left(\frac{N}{m^2}\right)$.

3.5 - Écart de vitesse

Plusieurs corrélations ont été développées pour le calcul de l'écart de vitesse entre les phases en écoulement diphasique. Généralement, ces corrélations dépendent essentiellement du sens de l'écoulement et des conditions d'application. La corrélation la plus recommandée fut celle de (Lellouche 1985), qui est valable pour différentes configurations d'écoulement :

$$\langle v_{gi} \rangle = 1.41 \left(\frac{g \sigma (\rho_l - \rho_g)}{\rho_l^2} \right)^{0.25} (1-\varepsilon)^{K_1} C_2 C_3 C_4 \cos(\theta), \quad (3.16)$$

où, les coefficients K_1 , C_2 , C_3 et C_4 sont donnés selon les expressions suivantes :

$$K_1 = \begin{cases} B_1 & \text{Pour } \text{Re}_g \geq 0 \\ \text{Si non,} & \\ \min \left[0.65, 0.5 \exp \left(\frac{|\text{Re}_g|}{4000} \right) \right] & \end{cases},$$

$$C_2 = \begin{cases} 1 & \text{Pour } C_5 \geq 1 \\ \left(1 - \exp(-C_6)\right)^{-1} & \text{Pour } C_5 < 1 \end{cases},$$

$$C_5 = \sqrt{150 \left(\frac{\rho_g}{\rho_l} \right)},$$

$$C_6 = \frac{C_5}{(1 - C_5)}.$$

Pour un écoulement vertical ascendant, le facteur C_3 est donné par :

$$C_3 = \max \left[0.50, 2 \exp \left(-\frac{\text{Re}_l}{60000} \right) \right],$$

$$C_4 = \begin{cases} 1 & \text{Pour } C_7 \geq 1 \\ \left(1 - \exp(-C_8) \right)^{-1} & \text{Pour } C_7 < 1 \end{cases},$$

$$C_7 = \left(\frac{D_2}{D_h} \right)^{0.6}, \text{ avec } D_2 = 0.091 \text{ m},$$

$$C_8 = \frac{C_7}{(1 - C_7)}.$$

Pour un écoulement horizontal ($\theta = 90^\circ$), nous avons $\langle v_{gi} \rangle = 0$.

3.6 - Rapport de glissement

On détermine ici le rapport de glissement dans l'objectif d'un éventuel développement futur du modèle à phases séparées. Dans la relation à écart de vitesse du taux de vide - titre de l'écoulement, il y a une définition implicite du rapport de glissement. Nous avons :

$$\varepsilon = \frac{X_d}{X_d + S(1 - X_d) \frac{\rho_g}{\rho_l}}. \quad (3.17)$$

Une simple combinaison des équations du taux de vide (3.13) et (3.17) nous donne :

$$S = \underbrace{C_0 + \frac{X_d [C_0 - 1] \rho_l}{(1 - X_d) \rho_g}}_{\text{Due à la distribution non uniforme du taux de vide}} + \underbrace{\frac{\rho_l v_{gi}}{G(1 - X_d)}}_{\text{Due à la différence locale des vitesses}}, \quad (3.18)$$

pour le canal de combustible horizontal, on obtient :

$$S = C_0 + \frac{X_d [C_0 - 1] \rho_l}{(1 - X_d) \rho_g} = \frac{\nu_g}{\nu_l} . \quad (3.19)$$

3.7 - Vitesse relative entre les phases

La vitesse relative entre les phases sera présentée dans les termes de diffusion de l'équation de conservation de l'énergie pour le modèle à écart de vitesse dans le chapitre des développements numériques. Ishii (1977) a développé les expressions suivantes pour la vitesse relative entre les phases vapeur et liquide :

$$\begin{aligned} \nu_r &= \nu_g - \nu_l = \left(\frac{C_0 - 1}{1 - \varepsilon} \right) j + \frac{\nu_{gl}}{1 - \varepsilon} , \\ \nu_r &= \nu_g - \nu_l = \frac{(C_0 - 1) \nu_m + \nu_{gl}}{(1 - \varepsilon) \left[1 - \varepsilon \left(\frac{\rho_l - \rho_g}{\rho_m} \right) (C_0 - 1) \right]} . \end{aligned} \quad (3.20)$$

3.8 - Coefficient de perte de charges monophasiques

Afin de déterminer la perte de pression par frottement dans le canal en écoulement monophasique, il est nécessaire de calculer le facteur de frottement de Darcy-Weisbach donné par la relation suivante :

$$f = \frac{-\left(\frac{dP}{dz}\right) D_h}{\rho v^2 / 2} , \quad (3.21)$$

pour un écoulement laminaire totalement développé :

$$f = \frac{64}{Re} , \quad (3.22)$$

pour un écoulement turbulent, le facteur de frottement peut être calculé selon la formule de Swamee et Jain (1976) :

$$f = \frac{1.325}{\left[\ln \left(\frac{\zeta / D_h}{3.7} + \frac{5.74}{Re^{0.9}} \right) \right]^2} , \quad (3.23)$$

cette corrélation est valable uniquement pour les conditions d'écoulement suivantes :
 $10^{-6} \leq \zeta/D_h \leq 10^{-2}$ et $5000 \leq \text{Re} \leq 10^8$.

3.9 - Facteur de multiplication diphasique

Ce facteur de multiplication présente l'effet de présence de la phase gazeuse pour le calcul de la perte de pression par frottement en milieu diphasique. Plusieurs travaux ont été fait afin d'établir des corrélations pour déterminer la chute de pression par frottement en écoulement diphasique, à savoir entre autres : Lockhart et Martinelli (1949), Bankoff (1960), Chishlom (1973) et Freidel (1979). De plus, selon Ould-didi *et al.* (2002) la corrélation de Freidel (1979) développée pour les écoulements diphasiques adiabatiques est probablement la formule existante la plus précise. Elle est la plus recommandée dans

le cas où : $\left(\frac{\mu_g}{\mu_l}\right) < 1000$.

$$\Phi_{lo}^2 = \frac{(-dP/dz)_{TF}}{(-dP/dz)_{lo}} = E + \frac{3.24}{Fr^{0.045}} \frac{F}{We^{0.035}}, \quad (3.24)$$

avec, We : nombre de Weber, donné par : $We = \frac{G^2 D_h}{\sigma \rho_h}$,

Fr : nombre de Froude, donné par : $Fr = \frac{G^2}{g D_h \rho_h^2}$,

E , F et H : des coefficients donnés respectivement par les expressions

suivantes: $E = (1-X_d)^2 + X_d^2 \frac{\rho_l f_{go}}{\rho_g f_{lo}}$, $F = X_d^{0.78} (1-X_d)^{0.224}$ et

$$H = \left(\frac{\rho_l}{\rho_g} \right)^{0.91} \left(\frac{\mu_g}{\mu_l} \right)^{0.19} \left(1 - \frac{\mu_g}{\mu_l} \right)^{0.70},$$

ρ_h : la densité homogène, donnée par : $\rho_h = \left(\frac{X_d}{\rho_g} + \frac{1-X_d}{\rho_l} \right)^{-1}$.

Comme on l'a présenté, pour déterminer le taux de vide moyen (3.13) on a besoin du titre de l'écoulement (3.9) qui est lui-même en fonction du point de génération nette de vapeur (3.4 et 3.5). De plus, le taux de vide moyen (3.13) est en fonction du coefficient de distribution diphasique (3.15) et de l'écart de vitesse (3.16) lesquels sont en fonction du taux de vide moyen. À cet effet, une itération est nécessaire pour effectuer ces calculs. Une convergence de l'ordre de 10^{-6} est assurée sur l'écart relatif du taux de vide moyen entre deux itérations.

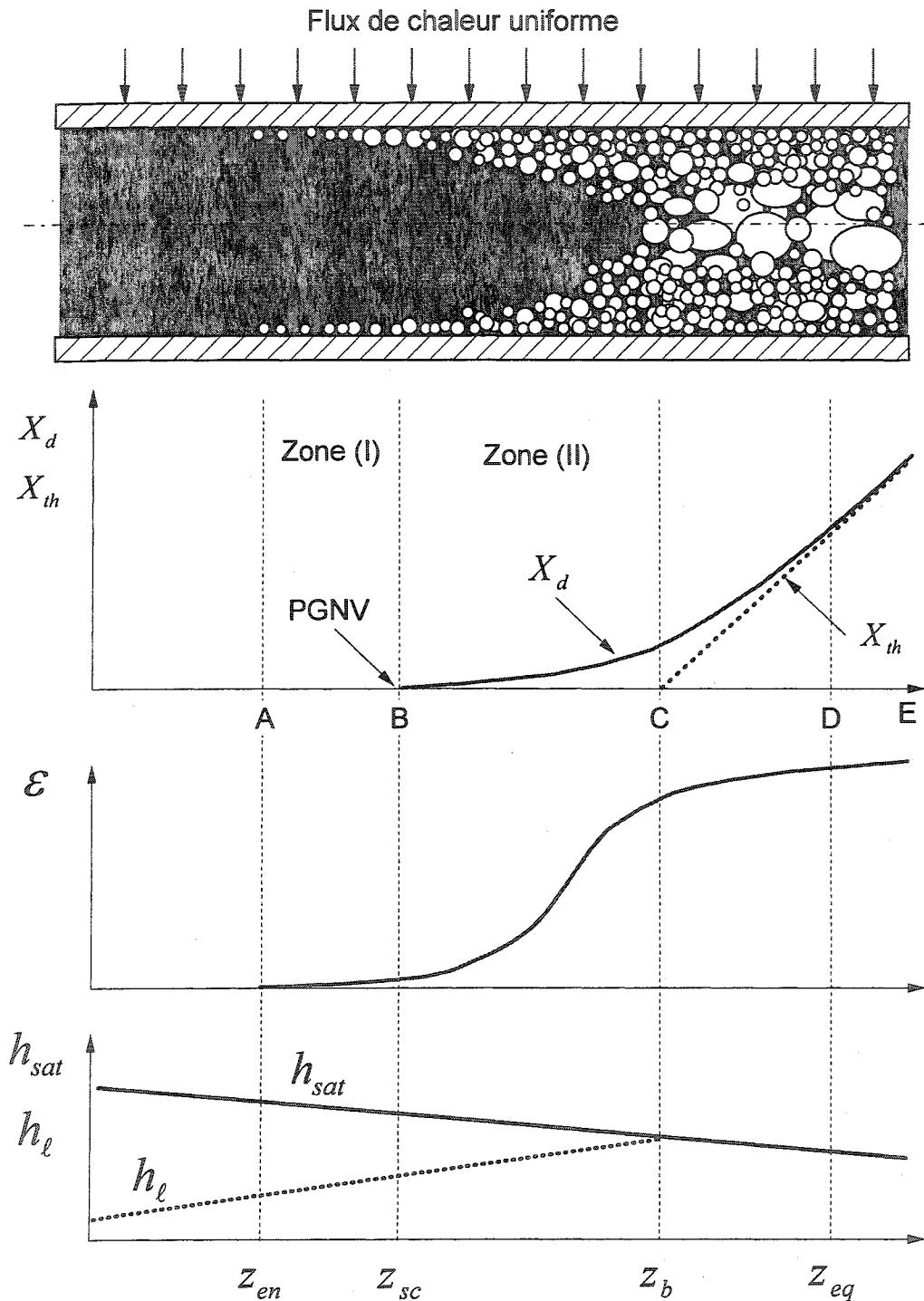


Figure 3.1 : Profil axial du taux de vide, enthalpie moyenne, titre de l'écoulement et titre thermodynamique dans un canal pour un flux de chaleur uniforme.

CHAPITRE IV - TRANSFERT DE CHALEUR PAR CONVECTION FORCÉE

Dans les conditions d'opération normale des réacteurs CANDU, l'ébullition locale sous-refroidie permet d'améliorer le transfert de chaleur et par cela d'augmenter la puissance du réacteur. Naturellement, la génération de vapeur peut affecter la modération et l'absorption des neutrons, ce qui affecte la distribution du flux neutronique. De plus, dans le processus de changement de phase, le coefficient de transfert de chaleur et le facteur de chute de pression sont fortement dépendants du taux de vide. Lors de l'ébullition dans un canal de combustible nucléaire, différentes configurations d'écoulement peuvent exister dans différentes régions où le fluide caloporteur subit la transition (le changement de phase). Une prédition correcte du transfert de chaleur nécessite une approche qui prend en considération ces variations.

4.1 - Configurations des écoulements

Lors d'un changement de phase dans le canal, le liquide et la vapeur générée présentent une variété de configurations qui dépendent des conditions de pression, de débit, de la géométrie et du flux de chaleur. Le choix de la corrélation appropriée pour évaluer le coefficient de transfert de chaleur est de grande importance et dépend essentiellement du mécanisme d'échange de chaleur et du régime d'écoulement (turbulent ou laminaire). Les écoulements diphasiques peuvent être classés selon les phases en présence (liquide, solide, gaz ou plasma (gaz ionisé)) ou selon la distribution spatiale des interfaces. Pour le premier cas, les combinaisons possibles sont les suivantes :

- a) - mélange gaz-liquide "vapeur-eau" (ébullition dans les réacteurs nucléaires);
- b) - mélange de deux liquides non miscibles (échangeurs à contact direct);
- c) - mélange solide-liquide (transport de boue, etc.);
- d) - mélange gaz-solide (transport pneumatique comme dans les réacteurs chimiques).

Pour le deuxième cas, on distingue les trois configurations d'écoulements horizontaux suivantes :

- 1) - à phases dispersées (des bulles dans un liquide, gouttelettes dans un gaz "brouillard" et particules dans un gaz ou un liquide "suspension");
- 2) - à phases séparées (film liquide, écoulement annulaire, jet ou écoulement stratifié);
- 3) - de transition (bouchons "slug", bulles dans le film "bubbly annular flow" et gouttes dispersées dans l'écoulement d'un gaz "disperse annular flow").

En écoulement diphasique gaz-liquide, le calcul du coefficient de transfert de chaleur est effectué pour chaque configuration donnée de l'écoulement. Ces configurations, appelées cartes d'écoulement, sont basées sur la description des interfaces entre les phases. Lors d'un écoulement diphasique horizontal gaz-liquide interne où la phase continue est le liquide, on distingue les configurations principales suivantes selon la figure 4.1.

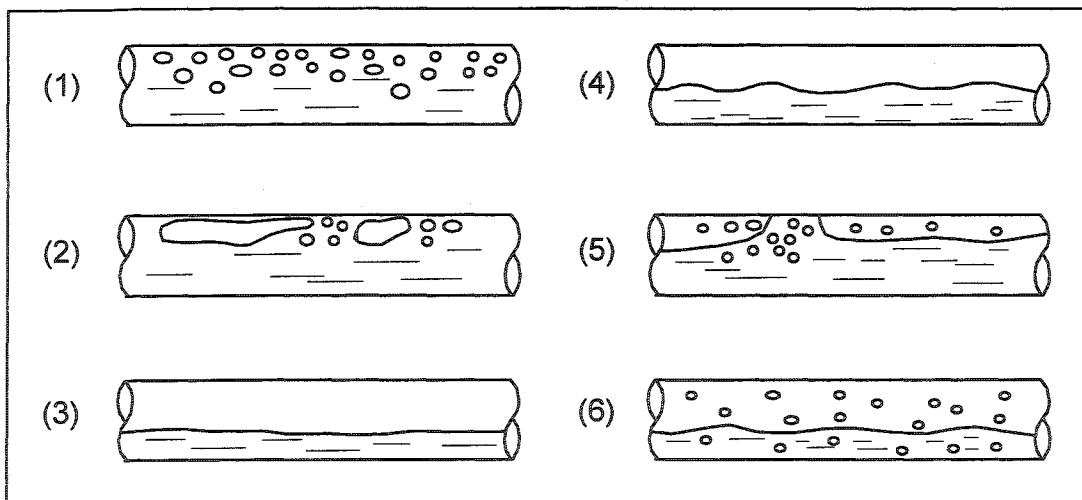


Figure 4.1 : Configurations des d'écoulements diphasiques horizontaux air-eau
(Delhaye 1980).

(1) : écoulement à bulles; (2) : écoulement par poches de gaz (bulles allongées); (3) : écoulement stratifié; (4) : écoulement par vagues (stratifié ondulé); (5) : écoulement par bouchons ; (6) : écoulement annulaire dispersé.

4.1.1 - Écoulement à bulles

Lorsque le débit du liquide est important, les forces d'inertie qui s'exercent sur le gaz engendrent la formation de bulles (Figure 4.1, partie-1). Cet écoulement appartient à la classe des écoulements dispersés. La phase gazeuse est répartie sous forme de bulles dispersées dans le liquide qui constitue la phase continue. Les dimensions de ces bulles sont petites en comparaison avec le diamètre de la conduite. Ce régime n'apparaît que pour de faibles vitesses superficielles de gaz et pour des vitesses superficielles du liquide suffisamment élevées.

4.1.2 - Écoulement par poches de gaz et par bouchons (écoulement intermittent)

Ce type d'écoulement est observé pour des débits de gaz et de liquide "moyens". Sa structure présente une succession de poches de gaz et de bouchons de liquide qui contiennent de petites bulles (Figure 4.1, partie-2 et partie-5). C'est une configuration mixte entre un écoulement stratifié et un écoulement à bulles. En augmentant le débit de gaz, les bulles coalescent pour donner des poches séparées par des bouchons de liquide de sections voisines de celle de la conduite.

4.1.3 - Écoulement stratifié

L'écoulement en conduite horizontale est caractérisé par une quatrième configuration appelée "configuration stratifiée" (Figure 4.1, partie-3 et partie-4). Cette dernière est causée principalement par une variation de la masse volumique entre le gaz et le liquide provoquant leur séparation. En effet, cette différence de densité explique que le gaz circule dans la partie haute de la conduite au dessus du liquide. Ce type d'écoulement se rencontre lorsque les débits de gaz et de liquide sont faibles. L'interface se présente sous la forme d'une surface continue séparant les deux phases. La forme de l'interface est contrôlée par la compétition entre les forces d'inertie qui tendent à la déformer "champ de vagues" et les forces de gravité et de tension superficielle qui tendent à la maintenir

plane. Lorsque les premières prédominent, on se trouve en écoulement dit stratifié à vagues "stratified wavy two phase flow" et dans le cas contraire, l'écoulement est appelé stratifié lisse "stratified smooth two phase flow". Dans la nature, on rencontre ce type d'écoulement en mer (formation des vagues par le vent).

4.1.4 - Écoulement annulaire dispersé

Lorsque le débit du gaz est important, les forces gravitationnelles sont fortement négligeables devant les forces d'inertie. Le liquide mouille alors complètement la paroi de la conduite en formant un film annulaire autour de l'écoulement de gaz (figure 4.1, partie-6). L'écoulement est encore à phases séparées. De plus, à très fort débit de gaz, des gouttes de liquide sont arrachées et entraînées par la phase gazeuse. Cet écoulement est dit annulaire dispersé. Le gaz circule à grande vitesse au centre de la conduite et provoque la formation d'un film liquide ondulé sur la paroi.

4.2 - Représentations graphiques des écoulements

Une carte d'écoulement, comme son nom l'indique, est une représentation graphique bidimensionnelle des domaines d'existence propres aux différentes configurations. Les systèmes de coordonnées qui la définissent sont formés à partir des variables de l'écoulement diphasique. Ces derniers sont différents selon les auteurs et il n'existe pas de consensus sur le meilleur système. Les paramètres qui sont souvent employés sont ceux utilisés par l'expérimentateur d'après les quantités mesurées au laboratoire pour contrôler l'écoulement, à savoir par exemple : les vitesses superficielles du liquide (J_l) et du gaz (J_g). Les frontières entre les différentes configurations n'ont jamais été bien définies et les zones de transition sont relativement étendues, d'où le caractère subjectif de ces cartes d'écoulement.

Plusieurs travaux empiriques ont été réalisés pour tracer des cartes représentants les configurations des écoulements horizontaux. La première carte présentée dans la figure 4.2 fut celle de Baker (1954) donnée en fonction des flux massiques et des propriétés

thermo-physiques des deux phases. La carte de Mandhane *et al.* (1974) (figure 4.3) a été établie pour un écoulement horizontal gaz-liquide en conduite cylindrique. Celle-ci adopte comme système de coordonnées les vitesses superficielles du liquide et du gaz et utilise l'échelle logarithmique. Les frontières de transition entre les différents régimes sont encore moins précises sur cette carte.

D'autres modèles semi-théoriques sont réalisés dans l'objectif de favoriser le passage entre les différentes configurations. Taitel et Dukler (1976) expriment les transitions en termes de groupes adimensionnels qui sont fonction des variables indépendant du système. Ces travaux qui ont été développés en régime transitoire représentent les situations fréquemment rencontrées en thermohydraulique des réacteurs nucléaires (Barnea *et al.* 1983). Ils recommandent l'utilisation directe d'un paramètre géométrique, tel le taux de vide, pour la détermination de la configuration de l'écoulement dans des conditions transitoire, là où le modèle le plus approprié est le modèle à deux fluides comme appliqué dans le code de calcul RELAP5-3D (The RELAP5-3D Code Development Team 2001). RELAP5-3D utilise le taux de vide moyen (ε) pour caractériser la configuration de l'écoulement. Cette configuration est exprimée sous la forme d'un tableau comme présenté dans la figure 4.4.

La majorité des récentes réalisations dans ce domaine sont basées sur des expériences effectuées dans des conditions adiabatiques, (Breber *et al.* 1980, Tandon *et al.* 1982, Hashizume 1983, Steiner 1993, Kattan *et al.* 1998, Cavilliani *et al.* 2002, et Kim *et Ghajar* 2002). Le modèle clef est celui de Taitel et Dukler (1976).

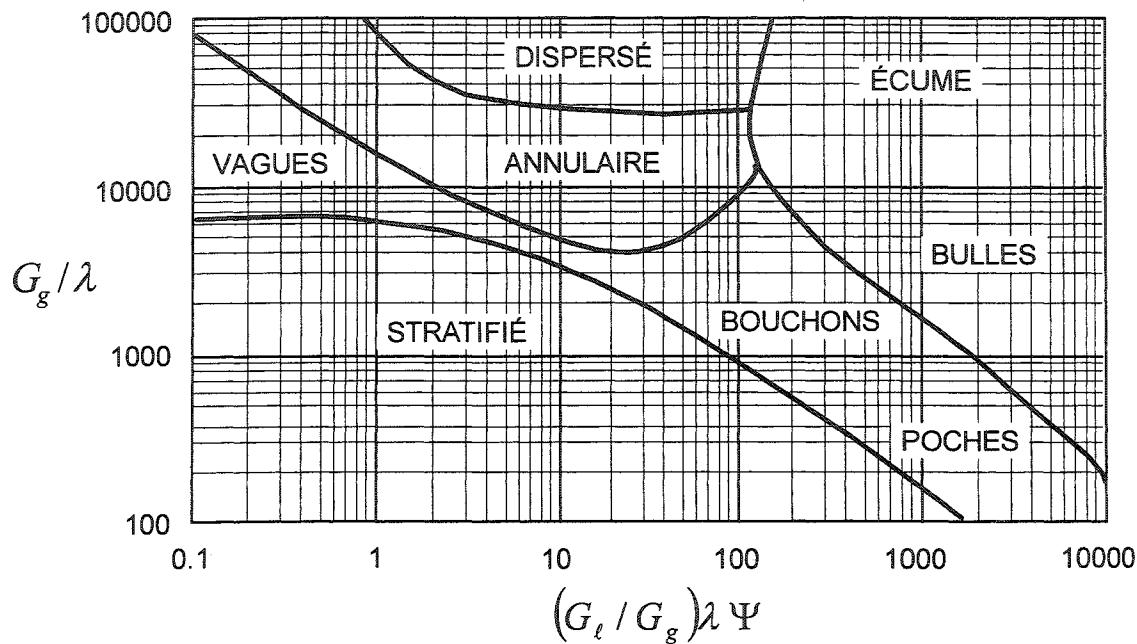


Figure 4.2 : Carte des configurations des écoulements horizontaux (Baker 1954).

où les variables λ et Ψ sont définies en fonction des propriétés thermophysiques par :

$$\Psi = \left(\frac{73}{\sigma} \right) \left[\mu_l \left(\frac{62.3}{\rho_l} \right)^2 \right]^{0.333}, \quad \lambda = \sqrt{\left(\frac{\rho_g}{0.075} \right) \left(\frac{\rho_l}{62.3} \right)}$$

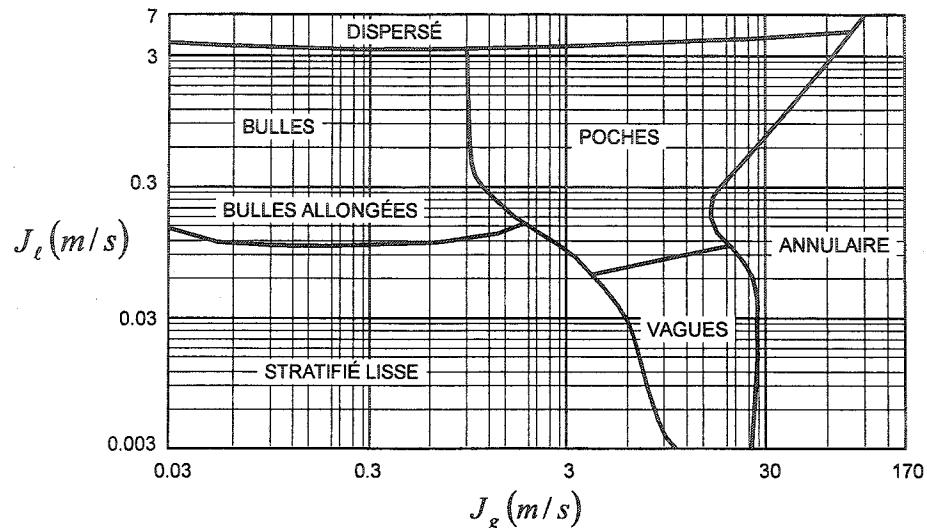


Figure 4.3 : Carte des configurations des écoulements horizontaux (Mandhane *et al.* 1974).

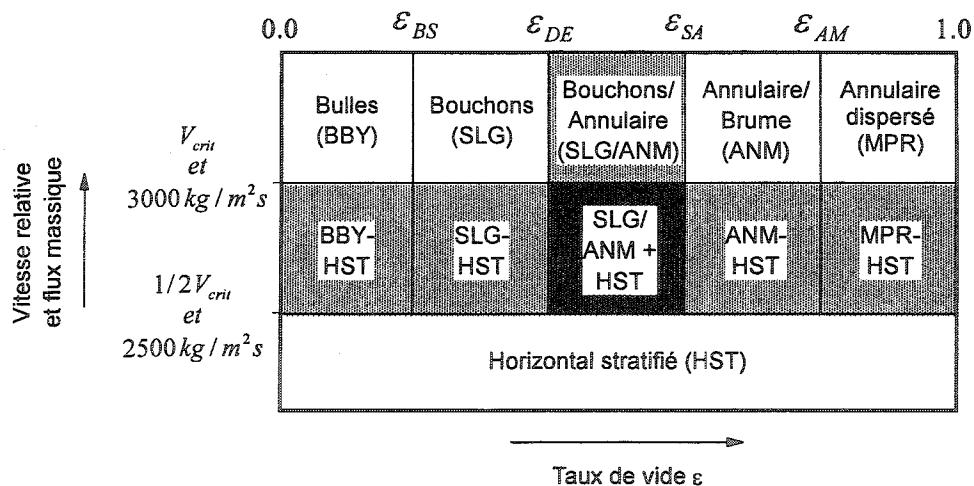


Figure 4.4 : Carte des configurations des écoulements horizontaux (The RELAP5-3D Code Development Team 2001).

La carte des configurations la mieux appropriée au canal de combustible du cœur d'un réacteur nucléaire CANDU est celle utilisée dans le code de calcul RELAP5-3D pour un canal horizontal (figure 4.4). Cette carte représente les configurations suivantes : écoulement à bulles (BBY), par bouchons et ou poches (SLG), écoulement annulaire (ANM), écoulement annulaire dispersé (MPR) et écoulement stratifié (HST). Des hachures indiquent les zones de transition afin d'éviter les discontinuités lors de passage d'une zone à l'autre, avec :

$$\varepsilon_{BS} = 0.25, \quad \varepsilon_{DE} = 0.75, \quad \varepsilon_{SA} = 0.8 \quad \text{et} \quad \varepsilon_{AM} = 0.9999$$

4.3 - Mécanismes du transfert de chaleur

Si un flux thermique est imposé dans un canal de combustible (Figure 3.1), on observe une augmentation de la température du liquide, alors que la température de la paroi reste inférieure à la valeur nécessaire pour la nucléation. De ce fait, le transfert de chaleur dans cette région se fait par convection forcée monophasique, c'est-à-dire sur la phase liquide uniquement. À un certain point le long du canal, il y a formation de bulles de vapeur par nucléation, ce qui amorce l'ébullition nucléée. Initialement, ce processus survient en présence du liquide sous refroidie ayant une surchauffe locale dans la région de contact avec la surface chauffée. Le transfert de chaleur dans cette région est nommé ébullition nucléée sous refroidie. À l'équilibre thermodynamique au point ($z = z_b$), le liquide atteint la température de saturation et à ce moment le titre thermodynamique est nul ($X_{th} = 0$).

Ainsi, pour le canal de combustible du réacteur CANDU, il est possible d'identifier les modes de transfert de chaleur suivants tel que représentés sur la figure 3.1:

- a) - convection forcée en écoulement monophasique liquide ($h < h_{sc}$),
- b) - convection forcée en ébullition nucléée sous refroidie ($h_{sc} \leq h < h_b$),
- c) - convection forcée en ébullition nucléée saturée ($h \geq h_b$).

Pour des raisons de sûreté nucléaire, la condition de vapeur surchauffée ($X_{th} \geq 1$) ne doit pas exister.

Étant donné que la génération de vapeur varie le long du canal, le taux de vide varie aussi axialement dans le canal, d'une manière similaire à la courbe "ABCDE" de la figure 3.1. La section "AB" représente l'effet de la paroi sur l'ébullition sous refroidie où le taux net de génération de vide est négligeable. La partie "BC" comporte le détachement des bulles vers le milieu du canal sous refroidi jusqu'à l'équilibre thermodynamique au point "C", c'est-à-dire ($X_{th} = 0$), alors que le dernier tronçon "CDE" fait valoir le taux de vide dans la partie d'ébullition nucléée totalement saturée.

Nous nous sommes limités aux trois configurations de l'écoulement, à savoir : phase liquide, écoulement à bulles et écoulement par bouchons. Les configurations des écoulements annulaire, stratifié et vapeur saturée ne sont pas considérés présentement. De cette manière, dépendant des conditions locales et selon le type de l'écoulement, le coefficient de transfert de chaleur doit être déterminé différemment.

4.3.1 - Convection forcée en phase liquide

On considère que l'écoulement turbulent est hydrodynamiquement et thermiquement totalement développé. Le flux thermique entre la paroi et le liquide est donné par :

$$q'' = H_l (T_w - T_m).$$

La corrélation utilisée pour le calcul du coefficient de transfert de chaleur dans cette région du canal est celle de Dittus-Boelter (1930) :

$$H_l = 0.023 \text{ } Re^{4/5} \text{ } Pr_l^{0.4} \frac{k_l}{D_{eq}}. \quad (4.1)$$

Cette équation est confirmée expérimentalement pour les conditions d'écoulement suivantes :

$$\left[0.7 \leq Pr \leq 160, \quad Re^{4/5} \geq 10000, \quad \frac{L}{D_{eq}} \geq 10 \right],$$

où :

$$D_{eq} : \text{le diamètre hydraulique équivalent (m)}, D_{eq} = \frac{4 A_z}{P_e} ,$$

$$\text{Re} : \text{le nombre de Reynolds}, \text{Re} = \frac{\rho_l V_m D_{eq}}{\mu_l} .$$

4.3.3 - Ébullition nucléée sous refroidie

Collier *et* Thome (1994) ont discuté la possibilité d'utiliser la corrélation de Chen (1963) pour le calcul du coefficient de transfert de chaleur en ébullition nucléée sous refroidie. Cette corrélation est donnée par :

$$q'' = H_{NB} (T_w - T_{sat}) + H_C (T_w - T_m) , \quad (4.2)$$

avec :

H_C : le coefficient de transfert de chaleur par convection forcée, déterminé selon la corrélation modifiée de Dittus-Boelter exprimé par :

$$H_C = 0.023 \left(\frac{G_m (1 - X_d) D_{eq}}{\mu_l} \right)^{0.8} \Pr_l^{0.4} \frac{k_l}{D_{eq}} F , \quad (4.3)$$

où : F est un facteur qui dépend du nombre de Reynolds (Chen 1963). Ce facteur tient compte de l'amélioration de la turbulence due à la présence de vapeur. Il est déterminé graphiquement selon la figure 4.5 en fonction du paramètre diphasique de Lockhart-Martinelli.

H_{NB} : le coefficient de transfert de chaleur par ébullition nucléée, déterminé selon la corrélation de Forster *et* Zuber (1955) avec le facteur de suppression (S) :

$$H_{NB} = 0.00122 S \left[\frac{(k^{0.79} C_p^{0.45} \rho^{0.49})_l}{\sigma^{0.5} \mu_l^{0.29} h_{fg} \rho_g^{0.24}} \right] \Delta T_{sat}^{0.24} \Delta P^{0.75} , \quad (4.4)$$

et

$$\Delta T_{sat} = T_w - T_{sat} \quad (\text{°C}),$$

$$\Delta P = P(T_w) - P(T_{sat}) \quad \left(\frac{N}{m^2}\right),$$

$P(T_w)$: pression locale du caloporeur calculée à la température de la paroi

$$\left(\frac{N}{m^2}\right),$$

$P(T_{sat})$: pression correspondante à la température de saturation $\left(\frac{N}{m^2}\right)$,

S : facteur de suppression (Forster *et* Zuber 1955), déterminé graphiquement selon la figure 4.6 en fonction du nombre de Reynolds de l'écoulement diphasique.

Pour la région où se trouve l'ébullition sous-refroidie, les valeurs de F et S respectivement sont données par ($F=1$) et $S = \sqrt{\left(1 + 2.53 \cdot 10^{-6} \cdot Re^{1.7}\right)}$.

4.3.2 - Ébullition nucléée saturée

Le flux de chaleur dans la région d'ébullition nucléée saturée est exprimé sous la forme suivante:

$$q'' = H_{2\phi} (T_w - T_{sat}) \quad . \quad (4.5)$$

Puisque la température moyenne du fluide est égale à celle de la saturation, le coefficient de transfert de chaleur diphasique ($H_{2\phi}$) est donné par la somme du coefficient de transfert de chaleur par convection forcée en ébullition nucléée (H_{NB}) et du coefficient de transfert de chaleur par convection forcée (H_C), c'est-à-dire :

$$H_{2\phi} = H_{NB} + H_C \quad . \quad (4.6)$$

Plusieurs auteurs ont utilisé cette équation pour exprimer ($H_{2\phi}$) comme un multiple du coefficient de transfert de la phase liquide pour le même flux massique total. On peut entre autres, se référer aux travaux de Jens et Lottes (1951), Bennet *et al* (1961), Schrock et Grossman (1962), Collier et Pulling (1962), Chen (1963), Bjorge *et al.* (1982) et Kim et Ghajar (2002). Le transfert de chaleur dans la région d'ébullition saturée dépend du taux de génération des bulles à la paroi chauffée. Les corrélations développées pour cette région sont généralement applicables même pour la région d'ébullition nucléée sous refroidie. La corrélation la plus populaire et la plus utilisée pour un écoulement en ébullition saturée est celle de Chen (1963).

En ébullition saturée, le facteur F est déterminé graphiquement à partir de la figure 4.5. Il peut-être calculé approximativement par la relation suivante :

$$F = 1 \quad \text{Pour} \quad \left(\frac{1}{\chi_u} < 0.1 \right),$$

$$F = 2.35 \left(0.213 + \frac{1}{\chi_u} \right)^{0.736} \quad \text{Pour} \quad \left(\frac{1}{\chi_u} > 0.1 \right),$$

avec χ_u , le paramètre diphasique de Lockhart-Martinelli, donné par :

$$\frac{1}{\chi_u} = \left(\frac{X_d}{1 - X_d} \right)^{0.9} \left(\frac{\rho_l}{\rho_g} \right)^{0.5} \left(\frac{\mu_g}{\mu_l} \right)^{0.1}. \quad (4.7)$$

Le facteur S peut-être calculé approximativement par :

$$S = \sqrt{1 + 2.53 \cdot 10^{-6} \cdot \text{Re}_{TP}^{1.17}}, \quad (4.8)$$

où,

$$\text{Re}_{TP} = \text{Re}_l F^{1.25}, \quad (4.9)$$

$$\text{Re}_l = \frac{G_m (1 - X_d) D_{eq}}{\mu_l}.$$

Il est important de noter que la transition d'une zone à l'autre (d'une région ou d'un mode de transfert de chaleur vers un autre mode) se fasse par une interpolation linéaire afin d'éviter des divergences et des instabilités dans les calculs (fluctuations).

En récapitulatif, les équations utilisées pour calculer le flux de chaleur vers le fluide caloporteur sont données par :

mode-1 : convection forcée en phase liquide $q'' = H_l (T_w - T_m),$

mode-2 : ébullition nucléée sous refroidie $q'' = H_{NB} (T_w - T_{sat}) + H_c (T_w - T_m),$

mode-3 : ébullition nucléée saturée $q'' = H_{2\phi} (T_w - T_{sat}).$

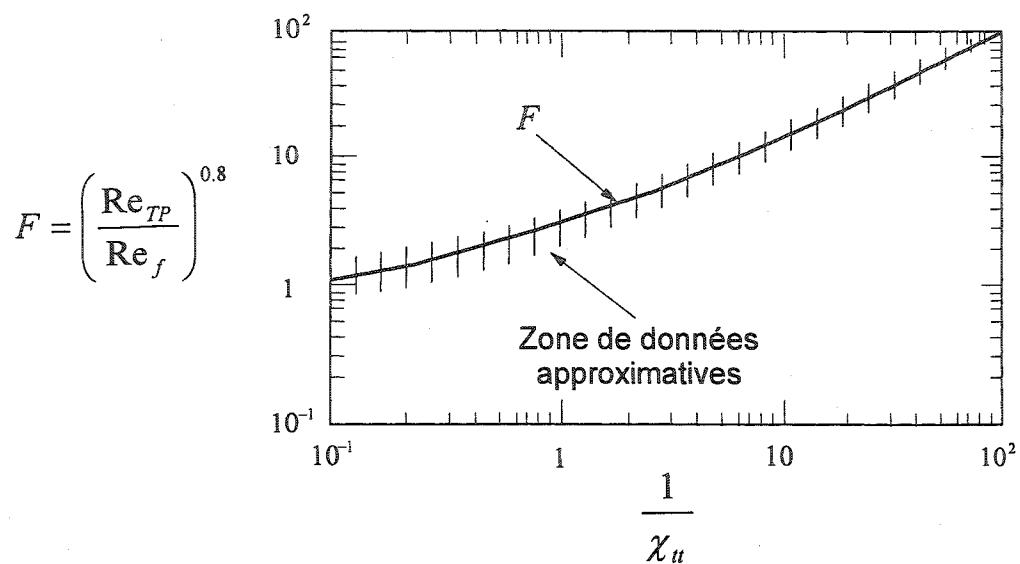


Figure 4.5 : Variation du facteur F en fonction du paramètre de Lockhart-Martinelli.

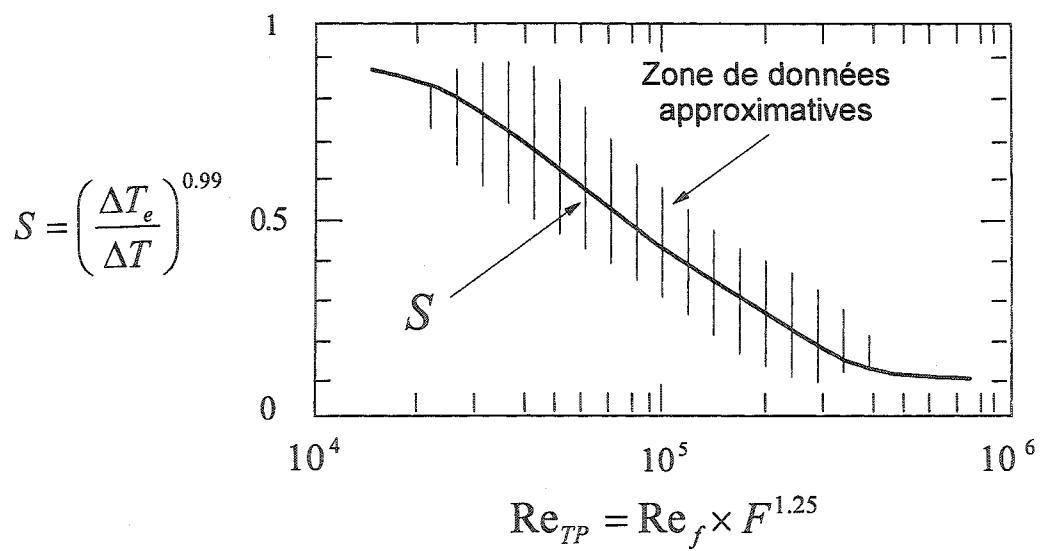


Figure 4.6 : Variation du facteur de suppression S en fonction du nombre de Reynolds des écoulements diphasiques.

CHAPITRE V - MODÈLE DU TRANSFERT DE CHALEUR PAR CONDUCTION

Une description précise de la distribution de la température dans la tige de combustible d'un réacteur nucléaire est essentielle pour déterminer la réactivité et ainsi la puissance dans le combustible. En effet, la température a un impact direct sur la thermalisation des neutrons et sur le taux de réaction neutronique. Le taux de réaction dépend des éléments de matériaux composant le combustible et des matériaux du modérateur (s'ils existent) ainsi que ses températures.

L'objectif principal de l'étude de la conduction est de déterminer la distribution de la température locale, le taux de transfert de chaleur et ses variations dans le temps.

L'étude de la conduction en régime transitoire tient en compte de la variation en fonction du temps des propriétés du matériel, de la distribution de la source d'énergie interne q''' , de la variation des conditions aux limites imposées à la surface extérieure de la gaine, lesquelles dépendent de l'écoulement du fluide caloporteur, des modes de transfert de chaleur par convection et de la géométrie. Des efforts considérables ont été fournis pour résoudre ce problème analytiquement pour des cas particuliers assez simples afin d'obtenir une distribution de température avec les conditions aux limites et les équations qui gouvernent ce phénomène. Suite aux complexités mentionnées et à cause de la non linéarité, la solution analytique des équations devient assez difficile à résoudre. A cet effet, le recours à la méthode numérique devient inévitable afin d'obtenir les informations désirées.

5.1 - Équation générale de la conduction

On veut étudier le transfert de chaleur par conduction afin de déterminer la distribution de température dans le solide en fonction de l'espace et du temps pour les conditions initiales et aux limites données. Pour se faire, on applique le principe de conservation de l'énergie et la loi de Fourier de la conduction à un élément différentiel.

Selon l'équation de conservation générale, on peut écrire :

$$\frac{\partial \Psi}{\partial t} + \vec{\nabla} \Psi \vec{v} + \vec{\nabla} \bar{\bar{J}}_{\Psi} - S_{\Psi} = 0 , \quad (5.1)$$

avec :

Ψ : énergie interne, ($\Psi = \rho u$) et u en (kJ/kg) ,

$\bar{\bar{J}}_{\Psi}$: le flux de chaleur (équation de Fourier), ($\bar{\bar{J}}_{\Psi} = \bar{q}'' = -k \vec{\nabla} T$),

S_{Ψ} : la source totale d'énergie ($S_{\Psi} = q'''$),

$\vec{v} = \vec{0}$ (volume de contrôle indéformable).

Il faut mentionner que la source d'énergie $S_{\Psi} = q'''$ sera déterminée à partir du calcul neutronique, c'est-à-dire, du taux de réaction de fission dans le combustible. Dans le cas d'un travail éventuel de couplage entre la thermohydraulique et la neutronique ; ce terme sera responsable d'une partie des calculs couplés.

En remplaçant les variables définies antérieurement dans l'équation (5.1), on peut écrire :

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho u) + \vec{\nabla} \bar{q}'' - q''' = 0 . \quad (5.2)$$

En remplaçant l'énergie interne u par $cp \cdot T$ et le flux thermique \bar{q}'' par l'équation de Fourier, on obtient :

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho cp T) - \vec{\nabla} (k \vec{\nabla} T) - q''' = 0 , \quad (5.3)$$

où : k , ρ , cp représentent respectivement la conductivité thermique, la densité et la chaleur massique du matériel.

La conductivité thermique du combustible est affectée par l'irradiation, c'est-à-dire par des changements de la composition isotopique du combustible. D'autre part, elle est aussi une fonction complexe de la température, de la porosité, du rapport atomique

d'oxygène au métal, des effets de déformation des pastilles "cracking" et du taux de combustion "burnup". Dans cette étude, on prend seulement en considération la variation en fonction de la température.

La dérivation de l'équation générale de la conduction dans les tiges de combustibles en coordonnées cylindriques nous donne :

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(k r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(k \frac{\partial T}{\partial \theta} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(k \frac{\partial T}{\partial z} \right) + q''' = \frac{\partial}{\partial t} (\rho \ cp \ T) . \quad (5.4)$$

Comme le canal de combustible est divisé axialement en plusieurs volumes de contrôles (N), avec pour chacun une température moyenne à son centre, la tige sera divisée axialement de la même manière en des tronçons élémentaires. De plus, dans notre cas, on ne traite pas le cas d'injection d'eau froide suite à un accident de perte de caloporteur (reflooding). De ce fait, on peut négliger la variation axiale de température à l'intérieur de chaque tronçon élémentaire se trouvant à côté d'un volume de contrôle, c'est-à-dire :

$$\left(\frac{\partial T}{\partial z} \right) = 0 ,$$

et l'équation de transfert de chaleur par conduction sera développée pour chaque tronçon élémentaire.

On considère que la chaleur générée suit une distribution angulaire uniforme sur l'angle θ et que la conductivité thermique ne dépend pas de θ , donc :

$$\left(\frac{\partial T}{\partial \theta} \right) = 0 .$$

L'équation générale de transfert de chaleur par conduction dans chaque tronçon donné devient :

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(k r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + q''' = \frac{\partial}{\partial t} (\rho \ cp \ T) , \quad (5.5)$$

où :

r : distance radiale à partir du centre de la tige (m) ,

T : température ($^{\circ}\text{C}$),

t : temps (s).

On peut négliger la variation de la densité et de la chaleur spécifique en fonction du temps ; alors l'équation pour chaque tronçon élémentaire du combustible devient :

$$\left[k \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{k}{r} \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{\partial k}{\partial r} \frac{\partial T}{\partial r} + q''' = \rho \ cp \frac{\partial T}{\partial t} \right] . \quad (5.6)$$

Pour des raisons de sûreté des réacteurs, la température de la face externe de la gaine est limitée à des températures de l'ordre de 400°C (tableau 5.1) afin d'éviter le phénomène d'Hydrogénisation de l'alliage de Zircaloy. De ce fait, on peut négliger l'énergie due à la réaction chimique entre la gaine et le fluide caloporteur.

Selon la structure de la tige de combustible, en considérant une distribution angulaire uniforme de chaleur générée et à cause de la symétrie du problème, on effectue notre étude dans la direction radiale de la tige. Le point de symétrie simule une condition aux limites adiabatique.

L'équation (5.6) est d'une forme parabolique dans le temps et elliptique dans l'espace. On peut avoir une solution par le déplacement dans le temps "marching in time" débutant par les conditions initiales.

Comme les propriétés sont variables en fonction de la température, l'intégration des équations différentielles non linéaires du second ordre et couplées devient assez difficile.

À cet effet, la première étape doit être la sélection de ces points (M) selon la figure 5.1.

Cela se fait par subdivision (discréétisation radiale) du domaine d'intégration en plusieurs petites régions et en assignant à chacune un point de référence dans son centre. Chaque point de référence représente une région dont la température est une moyenne.

D'après la figure 5.1, on distingue les points caractéristiques suivants :

- Le point (1) au centre de la pastille,

- le point (M) dans la partie extérieure de la gaine,
- le point $(M - 1)$ dans la partie intérieure de la gaine,
- le point $(M - 2)$ dans la partie extérieure de la pastille.

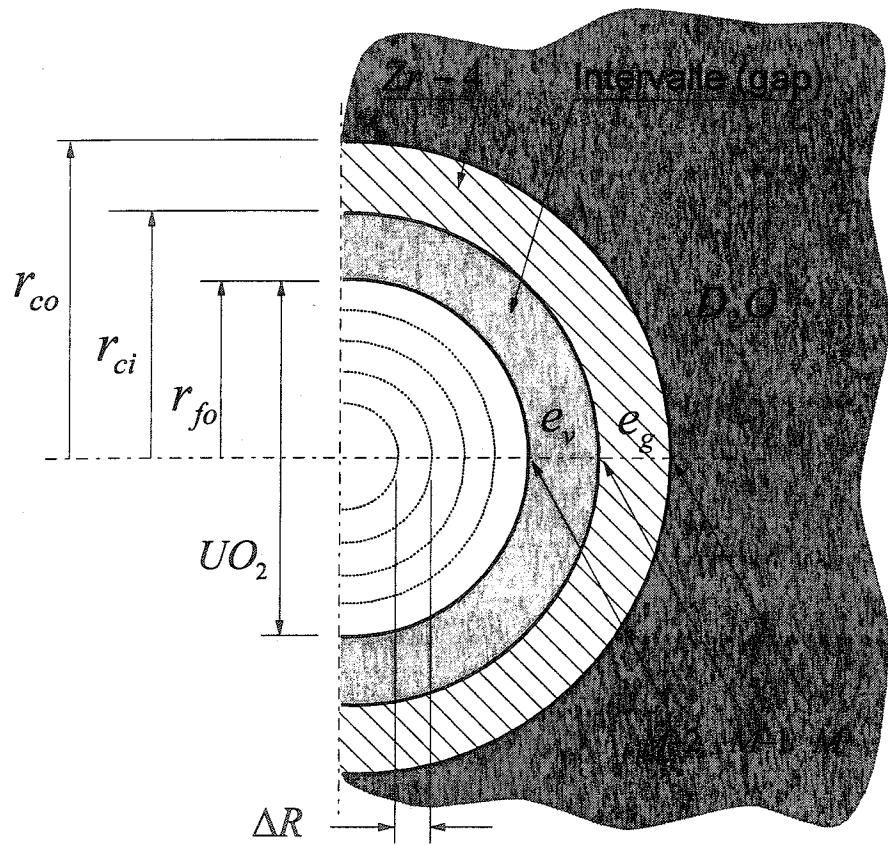


Figure 5.1 : Schéma représentatif de la discrétisation radiale de la tige de combustible.

Suite à la discréétisation spatiale expliquée ci-dessus, on a dans chaque région d'épaisseur ΔR :

$$k = k(T), \quad \Rightarrow \quad \frac{\partial k}{\partial r} \rightarrow 0.$$

A cet effet, le résultat est donné par (M) équations différentielles, dont $(M - 2)$ dans la pastille et (2) dans la gaine. Elles sont représentées comme suit :

L'équation générale de conduction pour chaque région discréétisée de la pastille devient linéaire, c'est-à-dire :

$$\left[\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{q'''}{k_f} = \frac{1}{\alpha_f} \frac{\partial T}{\partial t} \right]. \quad (5.7)$$

L'équation générale de conduction pour chaque région discréétisée de la gaine devient :

$$\left[\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} = \frac{1}{\alpha_g} \frac{\partial T}{\partial t} \right], \quad (5.8)$$

où :

$$\alpha : \text{diffusivité thermique } (m^2 / s) \text{ exprimé par : } \alpha = \frac{k}{\rho cp}.$$

Dans l'intervalle entre la pastille et la gaine, il y a un transfert de chaleur assez complexe qui prend en considération les trois modes de transfert de chaleur, à savoir la conduction, la convection et le rayonnement.

5.2 - Transfert de chaleur dans l'intervalle entre la pastille et la gaine

Pour faciliter le montage durant la fabrication des tiges de combustibles, on prévoit généralement un espace annulaire de l'ordre de 0.08 (*mm*) entre la gaine et les pastilles d' UO_2 . Cet intervalle est rempli par un gaz inerte afin d'éviter l'oxydation et d'assurer le transfert de chaleur à l'état initial, c'est-à-dire à l'état de combustible neuf. Après le chargement dans le cœur du réacteur, au fil du temps et suite aux réactions nucléaires, il y a des changements qui apparaissent au niveau de la composition chimique et de la forme géométrique des pastilles. Cela est dû surtout aux gaz de fission comme le Xénon, le Krypton et l'Argon, au gonflement des pastilles et à la différence d'expansions thermiques entre le Zr-4 et l' UO_2 . Deux situations se présentent pour déterminer la conductance thermique de cet intervalle, à savoir :

a) En début d'opération, puisque l'épaisseur de l'intervalle est assez petite et comme les tiges de combustibles sont placées horizontalement dans les réacteurs CANDU, le développement des courants de convection des gaz devient impossible. Alors, le transfert de chaleur dans cet intervalle s'exprime généralement par une conductance thermique qui tient compte des modes de transfert de chaleur par conduction et radiation. On écrit alors :

$$q'' = H_v (T_{fo} - T_{ci}), \quad (5.9)$$

où:

$$H_v = \frac{K_v}{\delta_v} + \frac{\sigma}{\frac{1}{\zeta_f} + \frac{1}{\zeta_{ci}} - 1} \left[\frac{T_{fo}^4 - T_{ci}^4}{T_{fo} - T_{ci}} \right]. \quad (5.10)$$

Selon Ross et Stoute (1962), l'épaisseur effective de l'intervalle est supérieure à l'épaisseur réelle à cause de la discontinuité de la température entre les molécules du gaz et la surface des solides, due essentiellement à un échange d'énergie incomplet entre elles. Cette épaisseur peut s'exprimer par :

$$\delta_v = e_v + \delta_{Saut-fo} + \delta_{Saut-ci} , \quad (5.11)$$

où :

δ_v : épaisseur effective de l'intervalle (m),

$\delta_{Saut-fo}$, $\delta_{Saut-ci}$: zones de discontinuité des températures (m).

Selon leurs résultats expérimentaux sur l'intervalle entre l' UO_2 et le Zr-2 à la pression atmosphérique, ils ont conclu que l'épaisseur totale $\delta_{Saut} = \delta_{Saut-fo} + \delta_{Saut-ci}$ est de l'ordre de 1 à 10 (μm).

Selon Kampf et Karsten (1970), la conductivité du mélange de deux gaz de fission est donnée par

$$K_v = (K_{gaz1})^{x_1} \cdot (K_{gaz2})^{1-x_2} , \quad (5.12)$$

$$K_{gazi} = A_i \cdot 10^{-6} T^{0.79} , \quad (5.13)$$

où :

T : température moyenne du gaz ($^{\circ}K$),

A_i : constante donnée pour chaque gaz. On a : $A_{He}=15.8$, $A_{Ar}=1.97$, $A_{Kr}=1.15$ et $A_{Xe}=0.72$,

x_1 et x_2 : fractions molaires des gaz respectifs,

K_{gazi} : conductivités thermiques des gaz purs dans l'intervalle d'Hélium à une température moyenne ($W/cm^{\circ}K$).

D'après Ross et Stoute (1962), le transfert de chaleur par rayonnement dans l'intervalle durant les conditions d'opérations normales est généralement petit et négligeable. Il est de l'ordre de 0.35% du transfert par conduction. Alors, l'équation (5.10) devient :

$$H_v = \frac{K_v}{e_v + \delta_{Sout}} \quad (W/m \cdot K) . \quad (5.14)$$

b) Suite à l'augmentation du taux de combustion et à cause des changements cités ci-dessus, l'épaisseur de l'intervalle devient considérablement réduit et des points de contacts se créent entre les pastilles et la gaine. Le transfert de chaleur en devient plus compliqué. L'étude approfondie d'un tel phénomène n'est pas l'objectif de ce travail. Plusieurs scientifiques ont effectué des travaux dans ce domaine. Ils ont développé des corrélations pour le coefficient de transfert de chaleur, qui consistent en deux composantes : la conduction thermique à travers les points de contact des solides, et la conduction, la convection et le rayonnement à travers le gaz emprisonné entre ces points de contact.

A cet effet, et pour faciliter l'intégration du système d'équations différentielles (5.7 et 5.8), l'équation de la conductance thermique de l'intervalle (5.14) sera utilisée. De plus et afin de mieux fermer ce système d'équations, il est indispensable de définir et de prendre en considération les conditions aux limites.

5.3 - Conditions aux limites

La résolution de ces équations différentielles nécessite l'application des conditions initiales ainsi que des conditions aux limites imposées. Ainsi et pour des raisons de symétrie au centre du combustible, on peut écrire :

$$\left[i=1 \Rightarrow r=0 \Rightarrow \frac{\partial T}{\partial r} \Big|_{r=0} = 0 \right] . \quad (5.15)$$

À l'interface entre le combustible et la gaine, au niveau de la face externe de la pastille, nous avons :

$$\left[i=M-2 \Rightarrow q'' \Big|_{r=r_{fo}} = -k_f \frac{\partial T_f}{\partial r} \Big|_{r=r_{fo}} = H_v (T_{fo} - T_{ci}) \right] . \quad (5.16)$$

À l'interface entre le combustible et la gaine, au niveau de la face interne de la gaine nous avons :

$$\left[i = M - 1 \Rightarrow q''|_{r=r_{ci}} = -k_g \frac{\partial T_g}{\partial r} \Big|_{r=r_{ci}} = H_v (T_{fo} - T_{ci}) \right], \quad (5.17)$$

En prenant en considération la continuité du flux entre ces régions, alors on a :

$$\left[q''|_{r=r_{fo}} = q''|_{r=r_{ci}} = H_v (T_{fo} - T_{ci}) \right]. \quad (5.18)$$

À l'interface entre la gaine et le caloporeur, il y a convection forcée. Comme nous l'avons détaillé dans le chapitre précédent, il peut y avoir convection forcée monphasique, convection forcée en ébullition sous refroidie ou saturée. Dans chaque cas, le coefficient de transfert de chaleur doit être calculé de façon appropriée. On peut écrire d'une façon générale, cette condition aux limites comme suit :

$$\left[i = M \Rightarrow q''|_{r=r_{co}} = -k_g \frac{\partial T_g}{\partial r} \Big|_{r=r_{co}} = H (T_{co} - T_{fluid}) \right], \quad (5.19)$$

où :

H_v : coefficient de transfert de chaleur dans l'intervalle d'Hélium $(W/m^2 \cdot ^\circ C)$,

H : coefficient de transfert de chaleur par convection forcée $(W/m^2 \cdot ^\circ C)$,

k_l, k_g : conductivités thermiques de la pastille et de la gaine respectivement

$(W/m \cdot K)$,

T_{co} : température de la surface externe de la gaine $(^\circ C)$,

T_{ci} : température de la surface interne de la gaine $(^\circ C)$,

T_{fo} : température de la surface externe de la pastille $(^\circ C)$,

T_{fluid} : température moyenne du fluide ($^{\circ}\text{C}$)

5.4 - Coefficients de températures et propriétés thermophysiques

La tige de combustible d'un réacteur CANDU est composée de pastilles de dioxyde d'Uranium et de la gaine en Zircaloy-4. La température de la gaine doit être inférieure à une valeur maximale permise (de l'ordre de $400\ ^{\circ}\text{C}$) afin d'éviter le phénomène d'hydrogénisation du Zr-4 qui le rend assez fragile. L' UO_2 est un combustible largement utilisé dans les réacteurs nucléaires de puissance à cause de ses bonnes caractéristiques : dimension stable, bonne résistance aux irradiations, haut point de fusion et stabilité chimique avec l'eau sous haute température. De plus, il retient la plus grande partie des gaz de fission pour des températures inférieures à $1000\ ^{\circ}\text{C}$. Le facteur le plus désavantageux est sa faible conductivité thermique et la variation de celle-ci en fonction de la température.

Les pastilles cylindriques d' UO_2 sont fabriquées par un compactage sous haute pression de la poudre de dioxyde d'Uranium. Puis, elles sont frittées sous haute température pour augmenter la densité (généralement, la densité des pastilles est de l'ordre de (95%) de sa densité théorique). Elles sont ensuite insérées dans un tube en Zircaloy-4 formant ainsi une tige de combustible. Des travaux ont été effectués, entre autres Hagrman *et al.* (1980) et Siefken *et al.* (1983), pour déterminer les propriétés de l' UO_2 en fonction des facteurs cités ci-dessus. A cet effet, on présente une brève explication, nécessaire pour effectuer les calculs des propriétés thermiques de l' UO_2 .

- Conductivité thermique d' UO_2 : Plusieurs facteurs affectent la conductivité thermique d' UO_2 . Les éléments les plus importants sont la température, la porosité, le rapport atomique d'Oxygène-Uranium, la composition en produits de fission et le taux de combustion "burnup". Des travaux ont été effectués dans ce domaine pour déterminer la

conductivité thermique, entre autres Godfrey *et al.* (1964), Kampf *et Karsten* (1970), Berman *et al.* (1972), Lyons *et al* (1972) et Fenech (1981). On présente ainsi, la corrélation proposée par Lyons (1972) sur l'évolution de la conductivité thermique à (95%) de la densité théorique en fonction de la température. Cette corrélation est donnée par :

$$K_{95\%} = \frac{38.24}{402.4 + T} + 6.125 \cdot 10^{-13} (T + 273)^3 , \quad (5.20)$$

où :

T : température moyenne du gaz ($^{\circ}\text{C}$) .

- Densité d'UO₂ : Généralement, on considère la densité de dioxyde d'Uranium comme étant une fraction égale à 95% de la densité théorique, c'est-à-dire :

$$\rho = (95\%) \rho_{th} , \quad (5.21)$$

avec : $\rho_{th} = 10970 \text{ (Kg/m}^3\text{)}.$

- Chaleur massique d'UO₂ : La chaleur massique du dioxyde d'Uranium joue un rôle important dans la détermination des séquences d'évènements durant les transitoires rapides. Dans cette étude, selon les équations différentielles de conduction pour les régions discrétisées de la pastille (5.7), la chaleur massique n'est pas variable en fonction de la température. A cet effet, on prend une valeur constante prise à une température de 100($^{\circ}\text{C}$), donc : $cp = 0.247 \text{ (kJ/Kg } ^{\circ}\text{C}).$

- La gaine en Zircaloy-4 : Le matériel de la gaine dans les réacteurs CANDU est fabriqué en utilisant l'alliage de Zircaloy-4 composé de (98.38%) de Zirconium, (1.3%) d'Étain (Tin), (0.22%) de Fer (Iron) et (0.10%) de Chrôme. Il est caractérisé par sa faible section efficace d'absorption pour les neutrons. Le tableau 5.1 présente les propriétés thermiques du Zr-4.

Dans le cadre de ce projet, une interpolation linéaire est utilisée pour calculer la conductivité et la chaleur spécifique de la gaine en fonction de la température. Néanmoins, on suppose que la densité est constante.

Tableau 5.1 : Propriétés thermiques du Zr-4.

(ρ) (kg / m^3)	(k) $(W / m ^\circ C)$ à $(^\circ C)$	(cp) $(kJ / kg ^\circ C)$ à $(^\circ C)$	Point de fusion $(^\circ C)$	Temperature maximale $(^\circ C)$
6570	12.7 (300)	0.328 (300)	1850	400
	13.1 (400)	0.357 (650)		

CHAPITRE VI - DÉVELOPPEMENTS NUMÉRIQUES

Dans ce chapitre, le développement numérique sera présenté afin d'intégrer les équations différentielles, d'une part, du modèle de l'écoulement dans un canal de combustible et d'autre part, du modèle de transfert de chaleur par conduction dans la tige de combustible.

En pratique, le choix d'une méthode numérique d'intégration repose essentiellement sur trois critères : l'erreur de troncature, la stabilité numérique et l'effort de calcul. L'équilibre entre ces trois critères sera choisi selon les besoins des analyses. Par exemple, si plusieurs situations de natures très diverses sont à prévoir, le critère de stabilité pourra être déterminant.

Pour la discrétisation temporelle, les méthodes les plus utilisées en modélisation et simulation des transitoires thermohydrauliques sont : la méthode explicite, la méthode implicite et la méthode semi-implicite.

Il est important de signaler que la méthode explicite est conditionnée par le critère de stabilité, alors que du point de vue de l'effort de calcul, elle ne nécessite qu'une multiplication d'une matrice par un vecteur pour obtenir la solution au prochain intervalle de temps. De ce point de vue, la méthode explicite présente une grande simplicité et un effort de calcul très faible. Pour ce qui est de la méthode implicite, les conditions de stabilité sont généralement toujours vérifiées, mais elle nécessite l'inversion d'une matrice pour trouver la solution au prochain intervalle de temps. Cette matrice peut changer à chaque pas de temps d'intégration. Donc, l'inversion devra être refaite chaque fois. De ce point de vue, la méthode implicite demande beaucoup plus de temps de calcul que la méthode explicite, mais avec l'avantage de la stabilité inconditionnelle. La méthode semi-implicite est aussi inconditionnellement stable. Cependant, elle nécessite d'effectuer un choix judicieux en ce qui concerne la variable qui sera assignée au nouveau temps ($n+1$).

6.1 - Intégration des équations différentielles du modèle de l'écoulement

Dans cette partie, on effectuera le développement numérique dans l'espace et dans le temps des équations de conservation de la masse, de la quantité de mouvement et de l'énergie afin de résoudre numériquement, sur (N) volumes de contrôle, les trois équations différentielles (2.10, 2.18a et 2.25).

6.1.1 - Discrétisation spatiale

Les équations qui décrivent les transitoires d'écoulement diphasique requièrent l'utilisation de méthodes numériques, telles que les méthodes de différences finies. Dans notre cas, le canal de combustible est divisé axialement en plusieurs volumes de contrôle (figure 6.1) où les équations de volumes finis sont écrites pour chaque volume. Les variables d'états comme la pression, l'énergie interne (l'enthalpie) et le taux de vide sont déterminées aux nœuds, c'est-à-dire aux centres des volumes de contrôle, alors que la variable de flux massique (vitesse) est obtenue au niveau des interfaces, c'est-à-dire à l'entrée et à la sortie de chaque volume de contrôle.

Cette méthode, dite à volumes décalés «staggered control volume», consiste à exprimer le bilan de la grandeur étudiée (masse, quantité de mouvement et énergie) sur un volume de contrôle. Elle offre l'avantage d'assurer une conservation intégrale des grandeurs quelle que soit la taille du maillage. Naturellement, cette formulation constitue un avantage fondamental de la méthode des volumes finis. Les volumes sont généralement cylindriques et orientés parallèlement aux lignes de coordonnées choisies pour représenter le problème. Cependant, il est possible d'utiliser des volumes de diverses formes.

On considère qu'il n'y a pas de renversement du sens d'écoulement. Avec cette configuration, selon Hsu (1994), l'expression de la moyenne sur une interface du volume de contrôle (j) de la variable de vitesse, i.e., le flux massique, donne :

$$\langle Y \nu \rangle_{j+\frac{1}{2}} = Y_j \nu_{j+\frac{1}{2}}, \quad (6.1)$$

où :

Y : représente une propriété thermophysique quelconque.

L'entier (j) indique que la quantité (variable) est évaluée sur un nœud c'est-à-dire au centre du volume de contrôle, alors que le demi-entier représente l'évaluation aux interfaces.

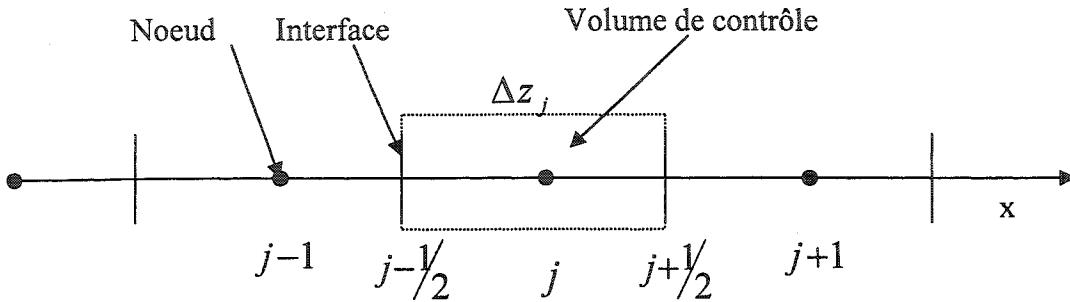


Figure 6.1 : Représentation unidimensionnelle des volumes de contrôle et des interfaces d'un canal de combustible.

Avec la relation (6.1), l'opérateur de divergence du flux massique, représenté par la discrétisation spatiale, peut s'exprimer en fonction de la vitesse comme suit :

$$\nabla_j \langle Y \nu \rangle = \frac{\langle Y \nu \rangle_{j+\frac{1}{2}} - \langle Y \nu \rangle_{j-\frac{1}{2}}}{\Delta z_j}, \quad (6.2)$$

on peut l'écrire de la manière suivante :

$$\frac{\partial}{\partial z} G_m = \frac{G_{m_{j+\frac{1}{2}}} - G_{m_{j-\frac{1}{2}}}}{\Delta z_j} = \frac{\rho_{m_j} v_{m_{j+\frac{1}{2}}} - \rho_{m_{j-1}} v_{m_{j-\frac{1}{2}}}}{\Delta z_j}, \quad (6.3)$$

où :

Y : représente la densité en $\left(\frac{kg}{m^3}\right)$,

Δz_j : la longueur du volume de contrôle (j) (la distance entre deux interfaces adjacentes) en (m).

Les équations de conservation de la masse et de l'énergie sont intégrées spatialement sur le volume de contrôle entre une interface et une interface adjacente, alors que l'équation de la quantité de mouvement est intégrée entre un nœud à un nœud adjacent. À partir de la représentation approximative d'une quantité différentielle selon l'équation (6.2), on peut développer les différentes équations de conservation comme suit :

6.1.1.1 - Équation de continuité du mélange

D'après l'équation de conservation de la masse du mélange (2.10) et en utilisant l'équation (6.3), on peut écrire :

$$\left(\frac{\partial \rho_m}{\partial t} \right)_j = \frac{G_{m_{j+\frac{1}{2}}} - G_{m_{j-\frac{1}{2}}}}{\Delta z_j} = - \frac{\partial}{\partial z} G_m \quad (6.4)$$

6.1.1.2 - Équation de conservation de la quantité de mouvement du mélange

À partir de l'équation (2.18a) réécrite ici par convenance, on a :

$$\frac{\partial G_m}{\partial t} = - \left[\frac{\partial P}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{G_m^2}{\rho_M} \right) + F + \rho_m g \cos(\theta) \right], \quad (6.5)$$

Où, F est la force de frottement par unité de volume (N/m^3). Pour un écoulement diphasique, cette force est calculée selon la relation suivante :

$$F = \Phi_{lo}^2 \frac{f_l}{D_{eq}} \left(\frac{G^2}{2\rho_l} \right) = - \left(\frac{dP}{dz} \right)_{fric}. \quad (6.6)$$

À la sortie du volume de contrôle (j), on peut écrire :

$$\left(\frac{\partial G_m}{\partial t} \right)_{j+\frac{1}{2}} = - \left[\frac{1}{\Delta z_j} [P_{j+1} - P_j] + \frac{1}{\Delta z_j} \left(\frac{G_{m_{j+\frac{1}{2}}}^2}{\rho_{M_j}} - \frac{G_{m_{j-\frac{1}{2}}}^2}{\rho_{M_{j-1}}} \right) + F_{j+\frac{1}{2}} + \rho_m g \cos(\theta) \right], \quad (6.7)$$

avec, $\Delta\bar{z}_j = \frac{1}{2}(\Delta z_j + \Delta z_{j-1})$ représente la distance entre deux noeuds consécutifs.

6.1.1.3 - Équation de conservation de l'énergie du mélange

En utilisant l'équation de conservation de l'énergie du mélange (2.25), repris ici par convenance, on a :

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\rho_m h_m + \frac{G_m^2}{2\rho_M} - P + \rho_m g z \cos(\theta) \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(h_d G_m + \frac{G_m^3}{2\rho_E^2} + g z G_m \cos(\theta) \right) = \frac{q'' A_w}{V}. \quad (6.8)$$

avec,

$q''' = \frac{q'' A_w}{V}$, chaleur externe d'origine nucléaire dégagée par unité de volume

(W/m^3) ,

ρ_m : densité du mélange (kg/m^3) et

A_w : surface de chauffage du canal (volume de contrôle) (m^2) .

En remplaçant ces définitions dans l'équation (6.8), on peut écrire :

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho_m E) + \frac{\partial}{\partial z} \left(G_m \left\{ h_d + \frac{G_m^2}{2\rho_E^2} + g z \cos(\theta) \right\} \right) = q''. \quad (6.9)$$

avec : $E = \frac{\left[\rho_m h_m + \frac{G_m^2}{2\rho_M} - P + \rho_m g z \cos(\theta) \right]}{\rho_m}$,

Au centre du volume de contrôle, on peut écrire :

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} \rho_m E \right)_j = \frac{1}{\Delta z_j} \left[G_{m_{j-\frac{1}{2}}} \left\{ h_{d_{j-1}} + \frac{G_{m_{j-\frac{1}{2}}}^2}{2\rho_{E_{j-1}}^2} + g z_{j-1} \cos(\theta) \right\} - G_{m_{j+\frac{1}{2}}} \left\{ h_d + \frac{G_{m_{j+\frac{1}{2}}}^2}{2\rho_{E_j}^2} + g z_j \cos(\theta) \right\} \right] + q''_j. \quad (6.10)$$

6.1.2 - Discrétisation temporelle

L'implantation d'un algorithme numérique stable et bien posé comprend la sélection d'une évaluation implicite des termes du gradient spatial au nouveau temps. Pour cela, la méthode numérique appliquée pour résoudre le système d'équations du modèle de l'écoulement sera la méthode semi-implicite.

La technique d'intégration la plus simple est l'approximation de la dérivée en fonction du temps par :

$$\left(\frac{\partial \Phi}{\partial t} \right)_i = \frac{\Phi_i^{n+1} - \Phi_i^n}{\Delta t}, \quad (6.11)$$

où : l'indice (n) indique la valeur connue de la variable à l'instant courant,

l'indice (n+1) indique que la variable est évaluée au temps nouveau (variable inconnue).

Φ : une variable arbitraire.

Selon Hsu (1994), on implante la méthode semi-implicite de façon à ce que les propriétés soient considérées à l'instant (n), alors que les variables d'états (pression, énergie, vitesse) sont considérées à l'instant ultérieur (n+1).

Sachant que les conditions aux limites sont : le flux massique moyen G_m^{n+1} et le sous refroidissement h^{n+1} à l'entrée du canal de combustible, la pression P^{n+1} à la sortie et la source thermique q''' (source neutronique) le long du canal.

- La conservation de la masse du mélange, selon les équations (6.4) et (6.11), peut s'écrire:

$$\frac{\rho_{m_j}^{n+1} - \rho_{m_j}^n}{\Delta t} = \frac{1}{\Delta z_j} \left[G_{m_{j-\frac{1}{2}}}^{n+1} - G_{m_{j+\frac{1}{2}}}^{n+1} \right] = \frac{1}{\Delta z_j} \left[\rho_{m_{j-1}}^n v_{m_{j-\frac{1}{2}}}^{n+1} - \rho_{m_j}^n v_{m_{j+\frac{1}{2}}}^{n+1} \right],$$

ce qui nous donne :

$$\rho_{m_{j-1}}^n v_{m_{j-\frac{1}{2}}}^{n+1} - \rho_{m_j}^n v_{m_{j+\frac{1}{2}}}^{n+1} = \frac{\Delta z_j}{\Delta t} (\rho_{m_j}^{n+1} - \rho_{m_j}^n). \quad (6.12)$$

Pour l'ensemble des (N) volumes de contrôle, cette équation peut s'écrire sous la forme matricielle suivante : $[A][X] = [B]$. sachant que les coefficients de la matrice carrée $[A]$ sont définis comme suit :

$$A_{ij} = -\rho_{m_j}^n, \text{ Pour } (i = j),$$

$$A_{ij} = \rho_{m_j}^n, \text{ Pour } (j = i - 1),$$

$$A_{ij} = 0, \text{ Pour } (j \neq i - 1) \text{ et } (i \neq j),$$

les éléments du vecteur colonne $[X]$ sont définis par : $x_j = v_{m_{j+\frac{1}{2}}}^{n+1}$,

les éléments du vecteur colonne $[B]$ sont :

pour ($j = 1$), nous avons : $b_j = \frac{\Delta z_1}{\Delta t} (\rho_{m_1}^{n+1} - \rho_{m_1}^n) - \rho_{m_0}^n v_{m_{\frac{1}{2}}}^{n+1}$, sachant que :

$G_{m_0}^{n+1} = \rho_{m_0}^n v_{m_{\frac{1}{2}}}^{n+1}$: représente une condition limite à l'entrée du canal de combustible,

pour ($j \neq 1$), nous avons : $b_j = \frac{\Delta z_j}{\Delta t} (\rho_{m_j}^{n+1} - \rho_{m_j}^n)$.

Dans un réacteur nucléaire, le pressuriseur doit être connecté à la partie chaude qui représente la sortie du cœur. Ainsi, c'est la pression de sortie du canal qui représente une condition aux limites.

- L'équation de conservation de la quantité de mouvement du mélange avec la pression à la sortie du canal comme condition aux limites, selon les équations (6.7) et (6.11), devient alors :

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial G_m}{\partial t} \right)_{j+\frac{1}{2}} &= - \left[\frac{1}{\Delta \bar{z}_j} [P_{j+1} - P_j] + \frac{1}{\Delta z_j} \left(\frac{G_{m_{j+\frac{1}{2}}}^2}{\rho_{M_j}} - \frac{G_{m_{j-\frac{1}{2}}}^2}{\rho_{M_{j-1}}} \right) + F_{j+\frac{1}{2}} + \rho_{m_j} g \cos(\theta) \right], \\ \frac{1}{\Delta t} \left(G_{m_{j+\frac{1}{2}}}^{n+1} - G_{m_{j-\frac{1}{2}}}^{n+1} \right) &= \frac{1}{\Delta \bar{z}_j} (P_j^{n+1} - P_{j+1}^{n+1}) + \frac{1}{\Delta z_j} \left(\frac{G_{m_{j+\frac{1}{2}}}^{2^{n+1}}}{\rho_{M_{j-1}}^n} - \frac{G_{m_{j-\frac{1}{2}}}^{2^{n+1}}}{\rho_{M_j}^n} \right) - F_{j+\frac{1}{2}}^{n+1} - \rho_{m_j}^n g \cos(\theta), \quad (6.13) \end{aligned}$$

en réarrangeant cette équation, on peut écrire :

$$\begin{aligned} -P_j^{n+1} + P_{j+1}^{n+1} &= \frac{\Delta \bar{z}_j}{\Delta t} \left(\rho_{m_j}^n v_{m_{j+\frac{1}{2}}}^n - \rho_{m_j}^n v_{m_{j-\frac{1}{2}}}^{n+1} \right) + \\ &\quad \frac{\Delta \bar{z}_j}{\Delta z_j} \left(\frac{\left\{ \rho_{m_{j-1}}^n v_{m_{j-\frac{1}{2}}}^{n+1} \right\}^2}{\rho_{M_{j-1}}^n} - \frac{\left\{ \rho_{m_j}^n v_{m_{j+\frac{1}{2}}}^{n+1} \right\}^2}{\rho_{M_j}^n} \right) - \Delta \bar{z}_j F_{j+\frac{1}{2}}^{n+1} - \Delta \bar{z}_j \rho_{m_j}^n g \cos(\theta). \quad (6.14) \end{aligned}$$

Pour l'ensemble des (N) volumes de contrôle, cette équation peut s'écrire dans la forme matricielle suivante : $[C][P] = [D]$. Sachant que les éléments du vecteur $[D]$ sont définis comme suit :

Pour ($j = N$), soit au dernier volume de contrôle (N) du canal, sachant que

$$\Delta \bar{z}_N = \frac{\Delta z_N}{2}, \text{ nous avons :}$$

$$D_N = -P_{N+1}^{n+1} + \frac{\Delta \bar{z}_N}{\Delta t} \left(\rho_{m_N}^n v_{m_{N+\frac{1}{2}}}^n - \rho_{m_N}^n v_{m_{N-\frac{1}{2}}}^{n+1} \right) +$$

$$\frac{\Delta \bar{z}_N}{\Delta z_N} \left(\frac{\left\{ \rho_{m_{N-1}}^n v_{m_{N-\frac{1}{2}}}^{n+1} \right\}^2}{\rho_{M_{N-1}}^n} - \frac{\left\{ \rho_{m_N}^n v_{m_{N+\frac{1}{2}}}^{n+1} \right\}^2}{\rho_{M_N}^n} \right) - \Delta \bar{z}_N F_{N+\frac{1}{2}}^{n+1} - \Delta \bar{z}_N \rho_{m_N}^n g \cos(\theta),$$

P_{N+1}^{n+1} : représente la condition limite de pression à la sortie du canal contrôlée par le pressuriseur.

Pour ($j \neq N$), nous avons :

$$D_j = \frac{\Delta \bar{z}_j}{\Delta t} \left(\rho_{m_j}^n v_{m_{j+\frac{1}{2}}}^n - \rho_{m_j}^n v_{m_{j+\frac{1}{2}}}^{n+1} \right) + \frac{\Delta \bar{z}_j}{\Delta z_j} \left(\frac{\left\{ \rho_{m_{j-1}}^n v_{m_{j-\frac{1}{2}}}^{n+1} \right\}^2}{\rho_{M_{j-1}}^n} - \frac{\left\{ \rho_{m_j}^n v_{m_{j+\frac{1}{2}}}^{n+1} \right\}^2}{\rho_{M_j}^n} \right) - \Delta \bar{z}_j F_{j+\frac{1}{2}}^{n+1} - \Delta \bar{z}_j \rho_{m_j}^n g \cos(\theta).$$

Les éléments du vecteur colonne $[P]$ sont définis par : $P_j = P_j^{n+1}$ et les coefficients de la matrice carrée $[C]$ sont définis comme suit :

$$C_{ij} = -1, \text{ pour } (i = j),$$

$$C_{ij} = 1, \text{ pour } (j = i+1),$$

$$C_{ij} = 0, \text{ pour } (j \neq i+1) \text{ et } (i \neq j).$$

- Conservation de l'énergie du mélange : comme l'enthalpie (la température) à l'entrée d'un canal de combustible d'un réacteur CANDU est contrôlée par le transfert de chaleur dans le générateur de vapeur, l'équation de conservation de l'énergie du mélange devient d'après les équations (6.8) et (6.11) :

$$\frac{1}{\Delta t} \left[\left(\rho_{m_j}^n h_{m_j}^{n+1} + \frac{\left(\rho_{m_j}^n v_{m_{j+1/2}}^{n+1} \right)^2}{2 \rho_{M_j}^n} - P_j^{n+1} + \rho_{m_j}^n g z_j \cos(\theta) \right) - \left(\rho_{m_j}^n h_{m_j}^n + \right. \right.$$

$$\begin{aligned} \left[\frac{\left(\rho_{m_j}^n v_{m_{j+1/2}}^n \right)^2}{2\rho_{M_j}^n} - P_j^n + \rho_{m_j}^n g z_j \cos(\theta) \right] = & \frac{1}{\Delta z_j} \left\{ \rho_{m_{j-1}}^n v_{m_{j-1/2}}^{n+1} \left[h_{d_{j-1}}^{n+1} + \frac{\left(\rho_{m_{j-1}}^n v_{m_{j-1/2}}^{n+1} \right)^2}{2\left(\rho_{E_{j-1}}^n \right)^2} + g z_{j-1} \cos(\theta) \right] - \right. \\ & \left. \rho_{m_j}^n v_{m_{j+1/2}}^{n+1} \left[h_{d_j}^{n+1} + \frac{\left(\rho_{m_j}^n v_{m_{j+1/2}}^{n+1} \right)^2}{2\left(\rho_{E_j}^n \right)^2} + g z_j \cos(\theta) \right] \right\} + q_j''' . \end{aligned} \quad (6.15)$$

On présente ici deux cas particuliers pour la résolution de l'équation d'énergie, à savoir sans glissement entre les phases et avec glissement entre les phases :

a) Il n'existe pas de glissement entre les phases c'est-à-dire que l'écoulement est homogène. Ce cas particulier est caractérisé par une vitesse relative entre les phases nulle ($v_r = 0$, $v_g = v_i$). Donc, l'enthalpie du mélange (statique) devient égale à l'enthalpie de l'écoulement. Avec une bonne approximation ($h_m = h_d$), l'équation (6.15) devient :

$$\left(-\frac{\Delta t}{\Delta z_j} \rho_{m_{j-1}}^n v_{m_{j-1/2}}^{n+1} \right) h_{m_{j-1}}^{n+1} + \left(\rho_{m_j}^n + \frac{\Delta t}{\Delta z_j} \rho_{m_j}^n v_{m_{j+1/2}}^{n+1} \right) h_{m_j}^{n+1} = FF_{j1} , \quad (6.16)$$

où :

$$\begin{aligned} FF_{j1} = & \left(\rho_{m_j}^n h_{m_j}^n + \frac{\left(\rho_{m_j}^n v_{m_{j+1/2}}^n \right)^2}{2\rho_{M_j}^n} - P_j^n \right) - \left(\frac{\left(\rho_{m_j}^n v_{m_{j+1/2}}^n \right)^2}{2\rho_{M_j}^n} - P_j^{n+1} \right) + \\ & \frac{\Delta t}{\Delta z_j} \left\{ \rho_{m_{j-1}}^n v_{m_{j-1/2}}^{n+1} \left[\frac{\left(\rho_{m_{j-1}}^n v_{m_{j-1/2}}^{n+1} \right)^2}{2\left(\rho_{E_{j-1}}^n \right)^2} + g z_{j-1} \cos(\theta) \right] - \rho_{m_j}^n v_{m_{j+1/2}}^{n+1} \left[\frac{\left(\rho_{m_j}^n v_{m_{j+1/2}}^{n+1} \right)^2}{2\left(\rho_{E_j}^n \right)^2} + g z_j \cos(\theta) \right] \right\} + \Delta t q_j''' , \end{aligned}$$

Pour l'ensemble des (N) volumes de contrôle, cette équation peut s'écrire sous la forme matricielle suivante : $[E][h] = [FF]$. Sachant que les coefficients de la matrice carrée $[E]$ sont définis comme suit :

Pour ($i = j$), $E_{j,j} = \rho_{m_j}^n + \frac{\Delta t}{\Delta z_j} \rho_{m_j}^n v_{m_{j+1/2}}^{n+1}$

Pour ($j = i-1$), $E_{j,j-1} = -\frac{\Delta t}{\Delta z_j} \rho_{m_{j-1}}^n v_{m_{j-1/2}}^{n+1}$

Pour ($j \neq i-1$) et ($i \neq j$), $E_{ij} = 0$.

Les éléments du vecteur colonne $[h]$ sont définis par : $h_j = h_{m_j}^{n+1}$ et les éléments du vecteur $[FF]$ sont définis comme suit :

Pour ($j = 1$), on a :

$$FF_{11} = \frac{\Delta t}{\Delta z_1} \rho_{m_0}^n v_{m_{1/2}}^{n+1} h_{m_0}^{n+1} + \left(\rho_{m_1}^n h_{m_1}^n + \frac{(\rho_{m_1}^n v_{m_{3/2}}^n)^2}{2\rho_{M_1}^n} - P_1^n \right) - \left(\frac{(\rho_{m_1}^n v_{m_{3/2}}^n)^2}{2\rho_{M_1}^n} - P_1^{n+1} \right) + \frac{\Delta t}{\Delta z_1} \left\{ \rho_{m_0}^n v_{m_{1/2}}^{n+1} \left[\frac{(\rho_{m_0}^n v_{m_{1/2}}^{n+1})^2}{2(\rho_{E_0}^n)^2} + gz_0 \cos(\theta) \right] - \rho_{m_1}^n v_{m_{1/2}}^{n+1} \left[\frac{(\rho_{m_1}^n v_{m_{1/2}}^{n+1})^2}{2(\rho_{E_1}^n)^2} + gz_1 \cos(\theta) \right] \right\} + \Delta t q_1''' ,$$

$h_{m_0}^{n+1}$: enthalpie qui correspond à la condition limite d'entrée du canal à l'instant (n+1).

Pour ($j \neq 1$), on a :

$$FF_{j1} = \left(\rho_{m_j}^n h_{m_j}^n + \frac{(\rho_{m_j}^n v_{m_{j+1/2}}^n)^2}{2\rho_{M_j}^n} - P_j^n \right) - \left(\frac{(\rho_{m_j}^n v_{m_{j+1/2}}^n)^2}{2\rho_{M_j}^n} - P_j^{n+1} \right) + \frac{\Delta t}{\Delta z_j} \left\{ \rho_{m_{j-1}}^n v_{m_{j-1/2}}^{n+1} \left[\frac{(\rho_{m_{j-1}}^n v_{m_{j-1/2}}^{n+1})^2}{2(\rho_{E_{j-1}}^n)^2} + gz_{j-1} \cos(\theta) \right] - \rho_{m_j}^n v_{m_{j+1/2}}^{n+1} \left[\frac{(\rho_{m_j}^n v_{m_{j+1/2}}^{n+1})^2}{2(\rho_{E_j}^n)^2} + gz_j \cos(\theta) \right] \right\} + \Delta t q_j''' ,$$

b) Il existe un glissement entre les phases : Le modèle le plus approprié qui tient compte de la vitesse relative entre les phases est le modèle à écart de vitesse. A cet effet, selon

le terme (4) de l'équation de conservation d'énergie du mélange (2.23), il est nécessaire de définir et d'expliquer l'identité fondamentale des écoulements diphasiques qui est donnée pour un écoulement à une dimension par :

$$\varepsilon \langle \rho_g h_g v_g \rangle + (1-\varepsilon) \langle \rho_l h_l v_l \rangle = \langle \rho_m \rangle \langle v_m \rangle \langle h_m \rangle + \varepsilon (1-\varepsilon) \frac{\langle \rho_g \rangle \langle \rho_l \rangle}{\langle \rho_m \rangle} \langle v_r \rangle [\langle h_g \rangle - \langle h_l \rangle], \quad (6.17)$$

On considère que tous les paramètres sont moyennés sur le volume, donc :

$$h_d = h_m + \frac{\varepsilon (1-\varepsilon) \rho_g \rho_l v_r}{\rho_m^2 v_m} h_{fg}, \quad (6.18)$$

où:

$$(h_{fg} = h_g - h_l) \quad (\text{enthalpie de vaporisation}),$$

$$v_r : \text{vitesse relative entre les phases } \left(\frac{m}{s} \right),$$

$$v_m : \text{vitesse moyenne du mélange } \left(\frac{m}{s} \right) \text{ et}$$

Pour diminuer la taille de l'équation de l'énergie thermique, on considère le

$$\text{terme suivant : } hh1 = \frac{\varepsilon (1-\varepsilon) \rho_g \rho_l v_r}{\rho_m^2 v_m} h_{fg} \quad \left(\frac{kJ}{kg} \right).$$

En remplaçant l'enthalpie de l'écoulement (équation 6.18) dans l'équation de conservation de l'énergie du mélange (6.15), on obtient :

$$\begin{aligned} & \frac{1}{\Delta t} \left[\left(\rho_{m_j}^n h_{m_j}^{n+1} + \frac{(\rho_{m_j}^n v_{m_{j+1/2}}^{n+1})^2}{2 \rho_{M_j}^n} - P_j^{n+1} + \rho_{m_j}^n g z_j \cos(\theta) \right) - \left(\rho_{m_j}^n h_{m_j}^n + \right. \right. \\ & \left. \left. \frac{(\rho_{m_j}^n v_{m_{j+1/2}}^n)^2}{2 \rho_{M_j}^n} - P_j^n + \rho_{m_j}^n g z_j \cos(\theta) \right) \right] = \frac{1}{\Delta z_j} \left\{ \rho_{m_{j-1}}^n v_{m_{j-1/2}}^{n+1} \left[\left(h_{m_{j-1}}^{n+1} + hh1_{j-1}^n \right) + \frac{(\rho_{m_{j-1}}^n v_{m_{j-1/2}}^{n+1})^2}{2 (\rho_{E_{j-1}}^n)^2} + \right. \right. \\ & \left. \left. \right] \right\} \end{aligned}$$

$$g z_{j-1} \cos(\theta) \Big] - \rho_{m_j}^n v_{m_{j+1/2}}^{n+1} \left[\left(h_{m_j}^{n+1} + hh1_j^n \right) + \frac{\left(\rho_{m_j}^n v_{m_{j+1/2}}^{n+1} \right)^2}{2\left(\rho_{E_j}^n \right)^2} + g z_j \cos(\theta) \right] \Bigg] + q_j^n . \quad (6.19)$$

En réarrangeant les différents termes de cette équation, on obtient l'équation sous forme matricielle suivante :

$$\left(-\frac{\Delta t}{\Delta z_j} \rho_{m_{j-1}}^n v_{m_{j-1/2}}^{n+1} \right) h_{m_{j-1}}^{n+1} + \left(\rho_{m_j}^n + \frac{\Delta t}{\Delta z_j} \rho_{m_j}^n v_{m_{j+1/2}}^{n+1} \right) h_{m_j}^{n+1} = FF_{j1} , \quad (6.20)$$

Pour l'ensemble des (N) volumes de contrôle, cette équation peut s'écrire sous la forme matricielle suivante : $[E][h] = [FF]$. Sachant que les coefficients de la matrice carrée $[E]$ sont définis comme suit :

$$\text{Pour } (i=j), E_{j,j} = \rho_{m_j}^n + \frac{\Delta t}{\Delta z_j} \rho_{m_j}^n v_{m_{j+1/2}}^{n+1}$$

$$\text{Pour } (j=i-1), E_{j,j-1} = -\frac{\Delta t}{\Delta z_j} \rho_{m_{j-1}}^n v_{m_{j-1/2}}^{n+1}$$

$$\text{Pour } (j \neq i-1) \text{ et } (i \neq j), E_{ij} = 0 .$$

Les éléments du vecteur colonne $[h]$ sont définis par : $h_j = h_{m_j}^{n+1}$ et les éléments du vecteur $[FF]$ sont définis comme suit :

Pour ($j=1$), on a :

$$FF_{11} = \left(-\frac{\left(\rho_{m_1}^n v_{m_{1+1/2}}^{n+1} \right)^2}{2\rho_{M_1}^n} + P_1^{n+1} \right) + \left(\rho_{m_1}^n h_{m_1}^n + \frac{\left(\rho_{m_1}^n v_{m_{1+1/2}}^{n+1} \right)^2}{2\rho_{M_1}^n} - P_1^n \right) + \frac{\Delta t}{\Delta z_1} \left\{ \rho_{m_0}^n v_{m_{1/2}}^{n+1} \left[hh1_0^n + \frac{\left(\rho_{m_0}^n v_{m_{1/2}}^{n+1} \right)^2}{2\left(\rho_{E_0}^n \right)^2} + g z_0 \cos(\theta) \right] - \rho_{m_1}^n v_{m_{1+1/2}}^{n+1} \left[hh1_1^n + \frac{\left(\rho_{m_1}^n v_{m_{1+1/2}}^{n+1} \right)^2}{2\left(\rho_{E_1}^n \right)^2} + g z_1 \cos(\theta) \right] \right\} +$$

$$\Delta t \cdot q_1''' + \left(\frac{\Delta t}{\Delta z_1} \rho_{m_0}^n v_{m_{1/2}}^{n+1} \right) h_{m_0}^{n+1} ,$$

$h_{m_0}^{n+1}$: enthalpie qui correspond à la condition aux limites d'entrée du canal à l'instant ($n+1$).

Pour ($j \neq 1$), on a :

$$FF_{j1} = \left(- \frac{(\rho_{m_j}^n v_{m_{j+1/2}}^{n+1})^2}{2\rho_{M_j}^n} + P_j^{n+1} \right) + \left(\rho_{m_j}^n h_{m_j}^n + \frac{(\rho_{m_j}^n v_{m_{j+1/2}}^n)^2}{2\rho_{M_j}^n} - P_j^n \right) + \frac{\Delta t}{\Delta z_j} \left\{ \rho_{m_{j-1}}^n v_{m_{j-1/2}}^{n+1} \left[hh1_{j-1}^n + \frac{(\rho_{m_{j-1}}^n v_{m_{j-1/2}}^{n+1})^2}{2(\rho_{E_{j-1}}^n)^2} + g z_{j-1} \cos(\theta) \right] - \rho_{m_j}^n v_{m_{j+1/2}}^{n+1} \left[hh1_j^n + \frac{(\rho_{m_j}^n v_{m_{j+1/2}}^{n+1})^2}{2(\rho_{E_j}^n)^2} + g z_j \cos(\theta) \right] \right\} + \Delta t \cdot q_j''' .$$

La résolution de ces ($3 \times N$) équations commence par la détermination des valeurs initiales des variables dans tous les volumes de contrôle et les interfaces. Ces valeurs correspondent à l'état du régime permanent initial nécessaire de connaître dans tout problème transitoire.

6.1.3 - Exécution numérique du modèle de l'écoulement

Puisque nous avons un canal de combustible avec des conditions aux limites (vitesse et enthalpie à l'entrée et pression à la sortie) données en fonction du temps, selon Hsu (1994) et Carver (1995), une boucle d'itération interne est ajoutée à l'algorithme pour calculer et remettre à jour les paramètres. Dans cette méthode, selon l'organigramme de calcul du modèle de l'écoulement (figure 6.2), la première étape consiste à proposer une perturbation sur la distribution de la pression dans les volumes de contrôles au nouveau temps ($n+1$).

En fonction de cette pression, les propriétés physiques sont calculées, d'après les équations constitutives qui régissent les phénomènes des écoulements monophasiques et

diphasiques, on détermine le taux de vide moyen en fonction du titre de l'écoulement, le coefficient de perte de charge monophasique, le facteur de multiplication diphasique, etc.

S'en suit le calcul des vitesses aux interfaces par la résolution de l'équation de continuité,

$$\rho_{m_{j-1}}^n v_{m_{j-\frac{1}{2}}}^{n+1} - \rho_{m_j}^n v_{m_{j+\frac{1}{2}}}^{n+1} = \frac{\Delta z_j}{\Delta t} (\rho_{m_j}^{n+1} - \rho_{m_j}^n).$$

La résolution de l'équation de la quantité de mouvement pour la détermination de la nouvelle pression,

$$-P_j^{n+1} + P_{j+1}^{n+1} = \frac{\Delta \bar{z}_j}{\Delta t} \left(\rho_{m_j}^n v_{m_{j+\frac{1}{2}}}^n - \rho_{m_j}^n v_{m_{j+\frac{1}{2}}}^{n+1} \right) + \frac{\Delta \bar{z}_j}{\Delta z_j} \left(\frac{\left\{ \rho_{m_{j-1}}^n v_{m_{j-\frac{1}{2}}}^{n+1} \right\}^2}{\rho_{M_{j-1}}^n} - \frac{\left\{ \rho_{m_j}^n v_{m_{j+\frac{1}{2}}}^{n+1} \right\}^2}{\rho_{M_j}^n} \right) - \Delta \bar{z}_j F_{j+\frac{1}{2}}^{n+1} - \Delta \bar{z}_j \rho_{m_j}^n g \cos(\theta).$$

Et la résolution de l'équation d'énergie pour calculer l'enthalpie,

$$\begin{aligned} & \left(-\frac{\Delta t}{\Delta z_j} \rho_{m_{j-1}}^n v_{m_{j-\frac{1}{2}}}^{n+1} \right) h_{m_{j-1}}^{n+1} + \left(\rho_{m_j}^n + \frac{\Delta t}{\Delta z_j} \rho_{m_j}^n v_{m_{j+\frac{1}{2}}}^{n+1} \right) h_{m_j}^{n+1} = \\ & \left(-\frac{\left(\rho_{m_j}^n v_{m_{j+\frac{1}{2}}}^{n+1} \right)^2}{2 \rho_{M_j}^n} + P_j^{n+1} \right) + \left(\rho_{m_j}^n h_{m_j}^n + \frac{\left(\rho_{m_j}^n v_{m_{j+\frac{1}{2}}}^n \right)^2}{2 \rho_{M_j}^n} - P_j^n \right) + \frac{\Delta t}{\Delta z_j} \left\{ \rho_{m_{j-1}}^n v_{m_{j-\frac{1}{2}}}^{n+1} \left[h_{m_{j-1}}^n + \frac{\left(\rho_{m_{j-1}}^n v_{m_{j-\frac{1}{2}}}^{n+1} \right)^2}{2 \left(\rho_{E_{j-1}}^n \right)^2} + g z_{j-1} \cos(\theta) \right] - \rho_{m_j}^n v_{m_{j+\frac{1}{2}}}^{n+1} \left[h_{m_j}^n + \frac{\left(\rho_{m_j}^n v_{m_{j+\frac{1}{2}}}^{n+1} \right)^2}{2 \left(\rho_{E_j}^n \right)^2} + g z_j \cos(\theta) \right] \right\} + \Delta t q_j''' . \end{aligned}$$

La nouvelle pression sera utilisée pour recalculer à nouveau les valeurs des propriétés et ensuite permettra de déterminer la nouvelle vitesse à partir de l'équation de continuité. Une procédure vérifie la convergence de la vitesse (le flux massique) et valide la condition stationnaire.

En résumé, la nature itérative de la procédure de résolution de ces équations non linéaires et couplées, joue deux rôles différents. Premièrement, puisque nos équations sont non linéaires et couplées, on les rend linéaire par rapport à une variable donnée (i.e., la continuité est linéaire par rapport à la vitesse, la quantité de mouvement est linéaire par rapport à la pression et l'énergie est linéaire par rapport à l'enthalpie). Puis, on calcule les propriétés physiques et les coefficients en fonction des résultats de l'itération précédente sur les variables. Deuxièmement, ces équations algébriques linéaires pour une variable dépendante sont résolues par la méthode d'inversion de matrices.

À la suite de l'exécution du programme, on a remarqué une convergence rapide sur la vitesse (équation de continuité). Afin d'améliorer encore nos résultats, on a instauré le processus d'itération et de vérification de la convergence sur la pression aussi (équation de conservation de la quantité de mouvement) ainsi que sur l'enthalpie (équation de conservation de l'énergie). Lorsqu'on vérifie la convergence sur l'enthalpie à une précision relative de 10^{-4} , tous les autres paramètres convergent en même temps et le résultat est beaucoup plus précis.

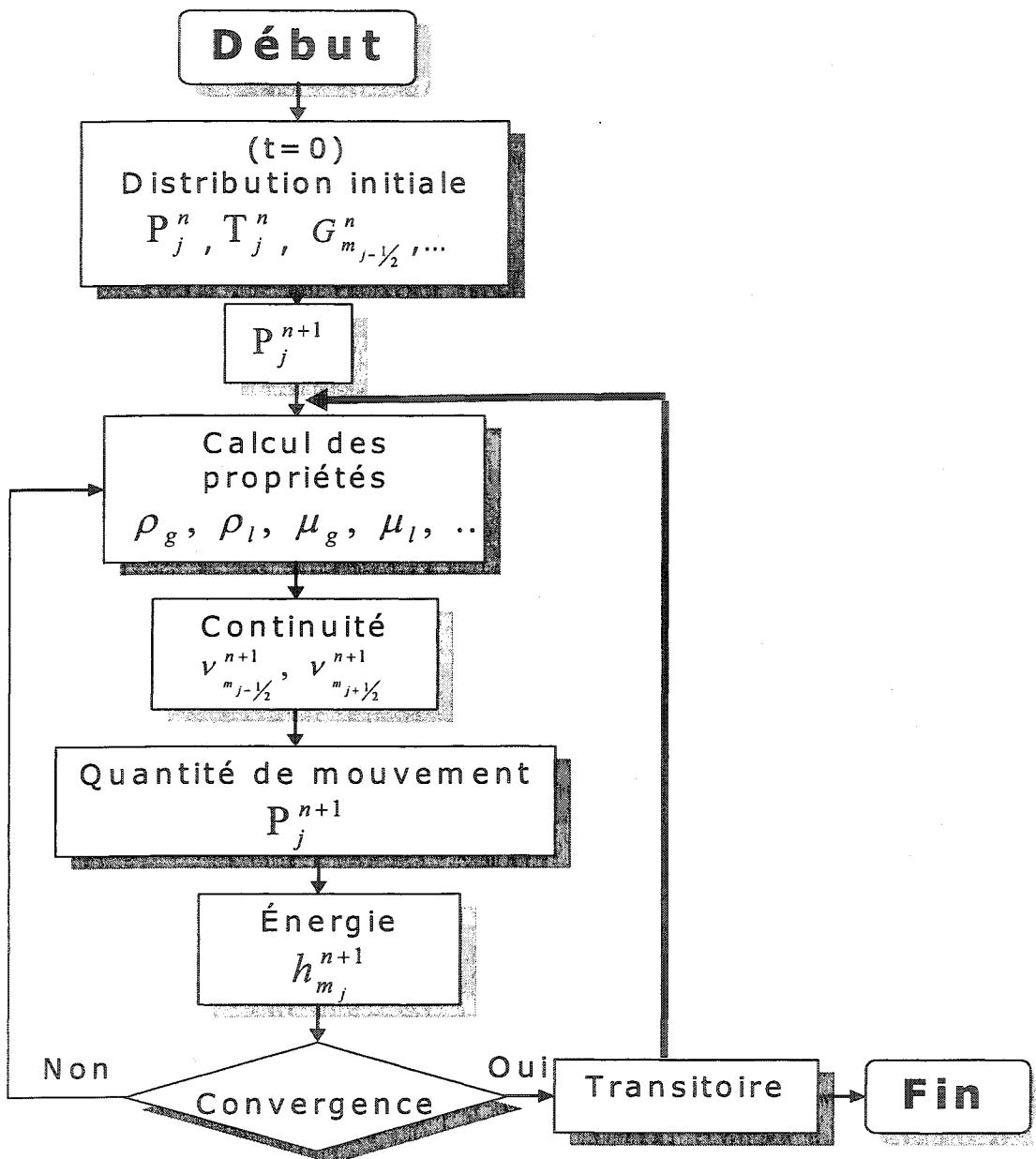


Figure 6.2 : Organigramme de calcul du modèle de l'écoulement

6.2 - Intégration des équations différentielles du modèle de transfert de chaleur par conduction

Dans cette partie, on va intégrer numériquement les (M) équations différentielles de discréétisation radiale dans la pastille et la gaine (5.7) et (5.8) en relation avec les conditions aux limites présentées dans les équations (5.15), (5.16), (5.17) et (5.19).

6.2.1 - Formulation de l'équation de conduction sous la forme des différences finies

Plusieurs méthodes sont développées pour la résolution numérique des équations de la conduction à l'état transitoire (Yogesh et Kenneth 2003), à savoir : la méthode explicite "Forward time central space" (FTCS) ou méthode d'Euler, la méthode de Crank-Nicholson "Multipoint-time, central-space" (MTCS), la méthode implicite "Backward-time, central-space" (BTCS) ou méthode de Laasonen et la méthode implicite à direction alternative "Alternative directions implicit" (ADI). Pour cette étude, on applique la méthode implicite dans le temps qui est reconnue par sa stabilité sans introduire de contraintes sur l'intervalle du temps d'intégration. Selon cette méthode de différences finies, les dérivées dans l'espace sont remplacées par l'approximation de différences centrées des trois-points "Three-point central difference approximations". La dérivée dans le temps est remplacée par une différence en amont "Backward difference approximation". Ainsi, pour une variable arbitraire Φ , la représentation mathématique est écrite selon le schéma suivant :

$$\left(\frac{\partial \Phi}{\partial r} \right)_{i+\frac{1}{2}} = \frac{\Phi_{i+1} - \Phi_i}{\Delta R}, \quad \left(\frac{\partial \Phi}{\partial r} \right)_{i-\frac{1}{2}} = \frac{\Phi_i - \Phi_{i-1}}{\Delta R}, \quad \left(\frac{\partial \Phi}{\partial r} \right)_i = \frac{\Phi_{i+1} - \Phi_{i-1}}{2 \Delta R},$$

$$\left(\frac{\partial^2 \Phi}{\partial r^2} \right)_i = \frac{\left(\frac{\partial \Phi}{\partial r} \right)_{i+\frac{1}{2}} - \left(\frac{\partial \Phi}{\partial r} \right)_{i-\frac{1}{2}}}{\Delta R} = \frac{\Phi_{i+1} - 2\Phi_i + \Phi_{i-1}}{(\Delta R)^2} \quad \text{et l'approximation de la}$$

dérivée en fonction du temps selon l'équation (6.11).

Selon la discréétisation présentée dans la figure 5.1, les épaisseurs des régions discréétisées sont données par :

Pour les régions de la pastille, c'est-à-dire pour ($i \leq M-2$), on a :

$$\Delta R = \frac{r_{fo}}{(M-3)},$$

l'épaisseur de l'intervalle entre la pastille et la gaine est donnée pour ($i = M-1$)

par $\Delta R = e_v$,

l'épaisseur de la gaine est donnée pour ($i = M$) par $\Delta R = e_g$, sachant que :

$$r_\infty = r_{fo} + e_v + e_g, \quad r_a = r_{fo} + e_v, \quad r_{fo} = \Delta R (M-3).$$

6.2.1.1 - Discréétisation spatiotemporelle de l'équation de la conduction dans la pastille du combustible

D'après la représentation mathématique ci-dessus et selon les équations discréétisées pour les régions de la pastille (5.7), en prenant en compte les conditions aux limites, on peut développer les équations régissant toutes les régions selon le cheminement suivant :

- Au centre de la pastille

A cause de la symétrie vue sur la figure 6.3, en développant l'équation (5.15) avec la condition aux limites pour ($i = 1$) selon la série de Taylor, on a : $\left. \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} \right|_{r=0} \approx \frac{\partial^2 T}{\partial r^2}$. En

remplaçant cette condition aux limites dans l'équation (5.7) de conduction pour la pastille avec ($T_{i+1} = T_{i-1}$) (symétrie), on obtient :

$$\frac{T_i^{n+1} - T_i^n}{\Delta t} = \frac{\alpha_f}{(\Delta R)^2} [2 T_{i+1}^{n+1} - 2 T_i^{n+1}] + \frac{\alpha_f}{(\Delta R)^2} [2 T_{i+1}^{n+1} - 2 T_i^{n+1}] + \frac{\alpha_f q'''}{K_f}, \quad (6.21)$$

cette équation peut s'écrire comme suit :

$$-0 T_{i-1}^{n+1} + \left[\frac{4 \alpha_f \Delta t}{(\Delta R)^2} + 1 \right] T_i^{n+1} - \left[\frac{4 \alpha_f \Delta t}{(\Delta R)^2} \right] T_{i+1}^{n+1} = \left[T_i^n + \frac{\alpha_f \Delta t q'''}{K_f} \right]. \quad (6.22)$$

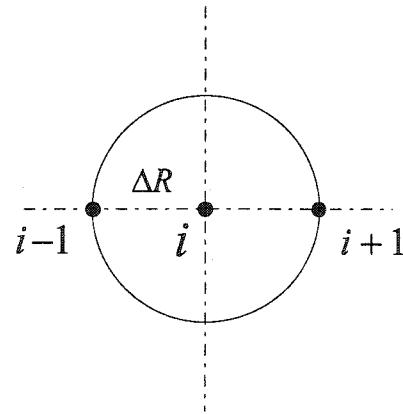


Figure 6.3 : Discrétisation au centre de la pastille de combustible.

- À l'intérieur de la pastille

À l'intérieur de la pastille, c'est-à-dire pour $[1 < i < (M - 2)]$ et en utilisant l'équation (5.7) nous avons :

$$\left(\frac{\partial T}{\partial t} \right)_i = \frac{\alpha_f}{(\Delta R)^2} [T_{i+1} - 2T_i + T_{i-1}] + \frac{\alpha_f}{2 r_i \Delta R} [T_{i+1} - T_{i-1}] + \frac{\alpha_f q'''}{K_f}, \quad (6.23)$$

en remplaçant la dérivée temporelle de cette équation (6.23) par la formulation implicite, on obtient :

$$\frac{T_i^{n+1} - T_i^n}{\Delta t} = \frac{\alpha_f}{(\Delta R)^2} [T_{i+1}^{n+1} - 2T_i^{n+1} + T_{i-1}^{n+1}] + \frac{\alpha_f}{2 r_i \Delta R} [T_{i+1}^{n+1} - T_{i-1}^{n+1}] + \frac{\alpha_f q'''}{K_f}, \quad (6.24)$$

cette équation peut s'écrire comme suit :

$$-\left[\frac{(2i-3) \alpha_f \Delta t}{2(i-1)(\Delta R)^2} \right] T_{i-1}^{n+1} + \left[\frac{2 \alpha_f \Delta t}{(\Delta R)^2} + 1 \right] T_i^{n+1} - \left[\frac{(2i-1) \alpha_f \Delta t}{2(i-1)(\Delta R)^2} \right] T_{i+1}^{n+1} = \left[T_i^n + \frac{\alpha_f \Delta t q'''}{K_f} \right]. \quad (6.25)$$

- À la surface de la pastille

Afin de développer l'équation pour la condition aux limites (5.16), c'est-à-dire, ($i = M-2$, $T_{fo} = T_{M-2}$), on suppose une température imaginaire (T_x) à une distance (ΔR) du point ($M-2$) représentée à la figure 6.4. En incorporant cette nouvelle température, on obtient :

$$-\frac{K_f}{2 \Delta R} (T_x^{n+1} - T_{M-3}^{n+1}) = H_v (T_{fo}^{n+1} - T_{ci}^{n+1}), \quad (6.26)$$

avec,

$$T_i = T_{fo} = T_{M-2}, \quad T_{i-1} = T_{M-3}, \quad T_{i+1} = T_x, \quad r_{fo} = \Delta R (M-3) = (i-1) \Delta R,$$

en remplaçant ces définitions dans l'équation de la conduction (5.7), on obtient :

$$\frac{T_{fo}^{n+1} - T_{fo}^n}{\Delta t} = \frac{\alpha_f}{(\Delta R)^2} [T_x^{n+1} - 2T_{fo}^{n+1} + T_{M-3}^{n+1}] + \frac{\alpha_f}{2(i-1)(\Delta R)^2} [T_x^{n+1} - T_{M-3}^{n+1}] + \frac{\alpha_f q'''}{K_f}, \quad (6.27)$$

en éliminant (T_x^{n+1}) de ces deux équations (6.26) et (6.27), le résultat peut être écrit de la manière suivante :

$$\begin{aligned}
 & - \left[\frac{2 \alpha_f \Delta t}{(\Delta R)^2} \right] T_{M-3}^{n+1} + \left[1 + \frac{2 \alpha_f \Delta t}{(\Delta R)^2} + \frac{\alpha_f H_v \Delta t}{K_f} \left(\frac{2}{\Delta R} + \frac{1}{(M-3)\Delta R} \right) \right] T_{fo}^{n+1} - \\
 & \left[\frac{\alpha_f H_v \Delta t}{K_f} \left(\frac{2}{\Delta R} + \frac{1}{(M-3)\Delta R} \right) \right] T_{ci}^{n+1} = \left[T_{fo}^n + \frac{\alpha_f \Delta t q'''}{K_f} \right] . \quad (6.28)
 \end{aligned}$$

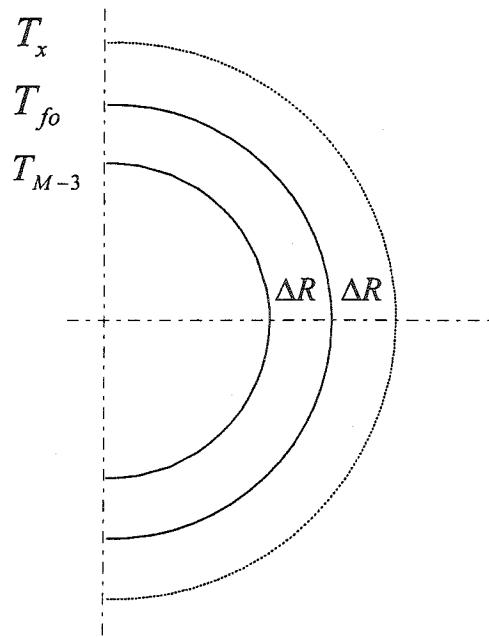


Figure 6.4 : Discrétisation à la surface de la pastille.

6.2.1.2 - Discrétisation spatiotemporelle de l'équation de la conduction dans la gaine de combustible

Sachant que la température de la gaine joue un rôle important dans la sûreté du réacteur, surtout celle de la face externe en contact avec l'eau lourde, il nous faut déterminer la température au niveau des deux faces de la gaine de combustible.

- Au niveau de la partie interne de la gaine

Comme pour le calcul de la température externe du combustible, pour ($i = M - 1$, $T_{ci} = T_{M-1}$), on propose une température imaginaire (T_y) à une distance (e_g) au point ($M - 2$) représentée à la figure 6.5, puis on développe l'équation de la condition aux limites (5.17). On obtient ainsi :

$$(T_{co}^{n+1} - T_y^{n+1}) = - \frac{2 e_g H_v}{K_g} (T_{fo}^{n+1} - T_{ci}^{n+1}). \quad (6.29)$$

La discrétisation spatiotemporelle de l'équation (5.8) sur la face interne de la gaine donne :

$$\frac{T_{ci}^{n+1} - T_{ci}^n}{\Delta t} = \frac{\alpha_g}{(e_g)^2} [T_y^{n+1} - 2T_{ci}^{n+1} + T_{co}^{n+1}] + \frac{\alpha_g}{2 r_{ci} e_g} [T_{co}^{n+1} - T_y^{n+1}]. \quad (6.30)$$

En remplaçant l'équation (6.29) dans l'équation de conduction (6.30) afin d'éliminer (T_y^{n+1}). On obtient :

$$-\left[\frac{\alpha_g H_v \Delta t}{K_g} \left(\frac{2}{e_g} - \frac{1}{r_{ci}} \right) \right] T_{fo}^{n+1} + \left[1 + \frac{2 \alpha_g \Delta t}{(e_g)^2} + \frac{\alpha_g H_v \Delta t}{K_g} \left(\frac{2}{e_g} - \frac{1}{r_{ci}} \right) \right] T_{ci}^{n+1} - \left[\frac{2 \alpha_g \Delta t}{(e_g)^2} \right] T_{ci}^{n+1} = T_{ci}^n. \quad (6.31)$$

- Au niveau de la partie externe de la gaine

De la même manière que pour le calcul de la température interne de la gaine, pour ($i = M$, $T_{co} = T_M$), on propose une température imaginaire (T_z) à une distance (e_g) dans le fluide caloporteur représentée à la figure 6.6. L'équation de la condition aux limites (5.19) devient : $(T_z^{n+1} - T_{ci}^{n+1}) = - \frac{2 e_g H}{K_g} (T_{co}^{n+1} - T_{fluid}^{n+1})$, (6.32)

La discréétisation spatiotemporelle de l'équation (5.8) sur la face externe de la gaine donne :

$$\frac{T_{co}^{n+1} - T_{co}^n}{\Delta t} = \frac{1}{(e_g)^2} [T_{ci}^{n+1} - 2T_{co}^{n+1} + T_z^{n+1}] + \frac{1}{2 r_{co} e_g} [T_z^{n+1} - T_{ci}^{n+1}]. \quad (6.33)$$

En remplaçant l'équation (6.32) dans l'équation (6.33) afin d'éliminer (T_z^{n+1}), on obtient:

$$-\left[\frac{2\alpha_g \Delta t}{(e_g)^2} \right] T_{ci}^{n+1} + \left[1 + \frac{2 \alpha_g \Delta t}{(e_g)^2} + \frac{\alpha_g H \Delta t}{K_g} \left(\frac{2}{e_g} + \frac{1}{r_{co}} \right) \right] T_{co}^{n+1} = \\ \left[T_{co}^n + \left\{ \frac{\alpha_g H \Delta t}{K_g} \left(\frac{2}{e_g} + \frac{1}{r_{co}} \right) \right\} T_{fluid}^{n+1} \right]. \quad (6.34)$$

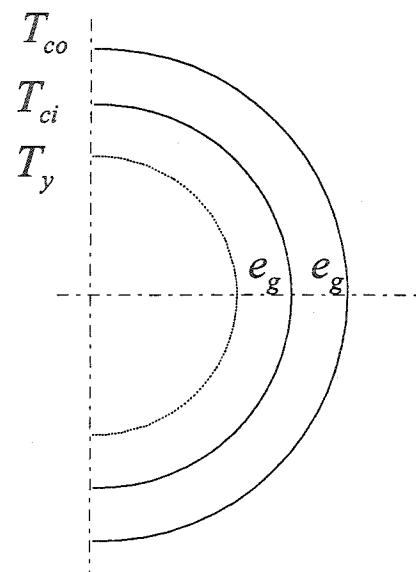


Figure 6.5 : Discrétisation au niveau de la partie interne de la gaine.

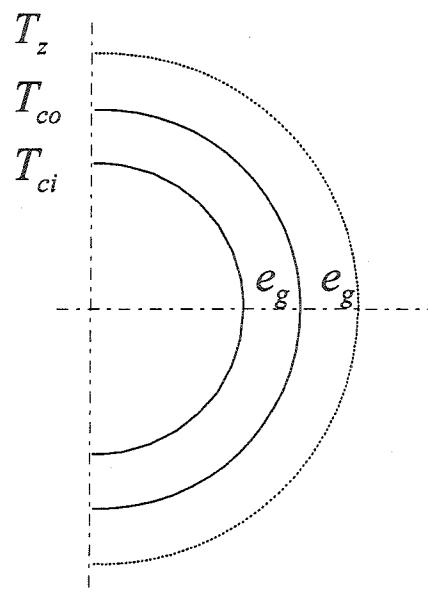


Figure 6.6 : Discrétisation au niveau de la partie externe de la gaine.

6.2.2 - Exécution numérique du modèle de transfert de chaleur par conduction

En combinant les équations de conduction discrétisées (6.22), (6.25), (6.28), (6.31) et (6.34), on obtient un système d'équations qui forme une matrice tri-diagonale de coefficients appelée SS , un vecteur colonne des variables de température appelé T à déterminer et un vecteur colonne des constantes appelé DD .

$$-A_i T_{i-1}^{n+1} + B_i T_i^{n+1} - C_i T_{i+1}^{n+1} = D_i .$$

Le système peut s'écrire :

$$\begin{vmatrix} B_1 & -C_1 & 0 & \cdot & 0 & 0 \\ -A_2 & B_2 & -C_2 & 0 & \cdot & 0 \\ 0 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 0 \\ 0 & \cdot & 0 & -A_{M-1} & B_{M-1} & -C_{M-1} \\ 0 & 0 & \cdot & 0 & -A_M & B_M \end{vmatrix} \begin{vmatrix} T_1 \\ T_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ T_{M-1} \\ T_M \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} D_1 \\ D_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ D_{M-1} \\ D_M \end{vmatrix} .$$

Matriciellement, on peut écrire l'égalité suivante :

$$[SS] [T] = [DD], \quad (6.35)$$

Pour diminuer l'erreur de calcul, il suffit d'avoir : $A_i > 0$, $B_i > 0$, $C_i > 0$ et $B_i > (A_i + C_i)$, avec $[SS]_{i,j} = 0$, Pour $|i-j| > 1$,

$[T]$: représente le vecteur des températures à déterminer,

T_i^{n+1} : température à la position (i) et au temps ($n+1$),

T_i^n : température à la position (i) et au temps (n),

sachant que les éléments de la matrice SS et du vecteur DD sont définis comme suit :

- Pour ($i = 1$):

$$A_i = 0, \quad B_i = \left[\frac{4 \alpha_f \Delta t}{(\Delta R)^2} + 1 \right], \quad C_i = \left[\frac{4 \alpha_f \Delta t}{(\Delta R)^2} \right], \quad D_i = \left[T_i^n + \frac{\alpha_f \Delta t q'''}{K_f} \right],$$

- pour ($1 < i < M - 2$):

$$A_i = \left[\frac{(2i-3) \alpha_f \Delta t}{2(i-1)(\Delta R)^2} \right], \quad B_i = \left[\frac{2 \alpha_f \Delta t}{(\Delta R)^2} + 1 \right], \quad C_i = \left[\frac{(2i-1) \alpha_f \Delta t}{2(i-1)(\Delta R)^2} \right],$$

$$D_i = \left[T_i^n + \frac{\alpha_f \Delta t q''}{K_f} \right],$$

- pour ($i = M - 2$):

$$A_i = \left[\frac{2 \alpha_f \Delta t}{(\Delta R)^2} \right], \quad B_i = \left[1 + \frac{2 \alpha_f \Delta t}{(\Delta R)^2} + \frac{\alpha_f H_v \Delta t}{K_f} \left(\frac{2}{\Delta R} + \frac{1}{(M-3)\Delta R} \right) \right]$$

$$C_i = \left[\frac{\alpha_f H_v \Delta t}{K_f} \left(\frac{2}{\Delta R} + \frac{1}{(M-3)\Delta R} \right) \right], \quad D_i = \left[T_{fo}^n + \frac{\alpha_f \Delta t q''}{K_f} \right],$$

- pour ($i = M - 1$):

$$A_i = \left[\frac{\alpha_g H_v \Delta t}{K_g} \left(\frac{2}{e_g} - \frac{1}{r_{ci}} \right) \right], \quad B_i = \left[1 + \frac{2 \alpha_g \Delta t}{(e_g)^2} + \frac{\alpha_g H_v \Delta t}{K_g} \left(\frac{2}{e_g} - \frac{1}{r_{ci}} \right) \right],$$

$$C_i = \left[\frac{2 \alpha_g \Delta t}{(e_g)^2} \right], \quad D_i = T_{ci}^n, \text{ et}$$

- pour ($i = M$):

$$A_i = \left[\frac{2\alpha_g \Delta t}{(e_g)^2} \right], \quad B_i = \left[1 + \frac{2 \alpha_g \Delta t}{(e_g)^2} + \frac{\alpha_g H \Delta t}{K_g} \left(\frac{2}{e_g} + \frac{1}{r_{co}} \right) \right], \quad C_i = 0$$

$$D_i = \left[T_{co}^n + T_{fluid}^{n+1} \left\{ \frac{\alpha_g H \Delta t}{K_g} \left(\frac{2}{e_g} + \frac{1}{r_{co}} \right) \right\} \right].$$

Le système tri-diagonal qui en résulte (6.35) peut être résolu par un algorithme basé sur la méthode d'élimination de Gauss connue sous le nom d'algorithme de Thomas.

On procède par une itération sur le système d'équations linéaires. Les coefficients de température sont évalués au temps $(t + \Delta t)$, ce qui rend les équations non linéaires. On peut démarrer le processus itératif pour calculer ces coefficients durant le temps précédent (t) afin de rendre le problème linéaire et puis utiliser l'algorithme de la matrice tri-diagonale (TDMA) pour obtenir la distribution de température au temps $(t + \Delta t)$, ce qui résulte de la première itération. On peut améliorer la précision de ce calcul par l'emploi des nouvelles températures pour recalculer les propriétés et les coefficients qui se substituent aux anciennes valeurs jusqu'à une convergence sur les températures de l'ordre de 10^{-4} .

CHAPITRE VII - VALIDATION DU CODE DE CALCUL

Ce chapitre couvre une introduction sur la structure du programme de calcul ainsi qu'une procédure de validation utilisant des résultats expérimentaux de Aubé (1996) pour les écoulements monophasiques et diphasiques (vertical ascendant) dans une section d'essai chauffée. De plus, une simulation complète d'un canal de combustible horizontal avec un flux de chaleur de forme co-sinusoïdale, pour les mêmes conditions d'opérations nominales que ceux d'un réacteur nucléaire de type CANDU-6, sera présentée.

7.1 - Présentation du programme de calcul

Le programme de calcul a été écrit en FORTRAN 90 (Compaq Visual Fortran). Comme présenté dans l'annexe 4, il est composé d'un programme principal MAIN qui gère l'ensemble des sous routines et des fonctions. Il fait appel au module INITIAL, aux sous routines SELECTION, PROPSUB, SATPROP, CARACT, MASSE, VMAT, MOUVEMENT, ENERGIE, VERIF, CONDUCTION et à la fonction RHOM1.

Module INITIAL : Ce module déclare les entiers, les réels, les paramètres et les variables qu'on peut allouer ultérieurement dans le programme principal et les autres sous-routines.

Sous-routine SELECTION : Ce sous-programme sélectionne quelle orientation d'écoulement (horizontale, verticale où inclinée) sera utilisée. Il effectue aussi la lecture des données initiales et de géométrie, et prépare la structure des résultats de sortie.

Sous-routines PROPSUB et SATPROP : Ces sous-programmes de l'Institut de génie nucléaire sont utilisés pour le calcul des propriétés thermo-physiques de l'eau à l'état sous refroidie et à la saturation respectivement.

Sous-routine CARACT : Ce sous-programme effectue le calcul du point de génération nette de vapeur, titre thermodynamique, titre de l'écoulement, taux de vide, écart de vitesse, rapport de glissement, vitesse relative, coefficient de perte de charge monophasique et facteur de multiplication diphasique.

Sous-routine MASSE : Ce sous-programme effectue la résolution de l'équation de conservation de la masse d'après le modèle de l'écoulement qui a été choisi.

Sous-routine VMAT : Ce sous-programme a pour fonction l'inversion des matrices.

Sous-routine MOUVEMENT : Ce sous-programme résolve l'équation de conservation de la quantité de mouvement selon le modèle de l'écoulement choisi, en tenant compte de la pression donnée à la sortie du canal comme condition aux limites.

Sous-routine ENERGIE : Ce sous-programme permet la résolution de l'équation de conservation de l'énergie d'après le modèle de l'écoulement choisi.

Sous-routine VERIF : Ce sous-programme vérifie si le critère de convergence d'une variable donnée a atteint la consigne de précision voulue.

Sous-routine CONDUCTION : Ce sous-programme présente le modèle de transfert de chaleur par conduction dans une tige de combustible. Il fait appel au module TEMPINITIAL et aux sous-routines suivantes : SOLIDPROP, CONVECTION, COEFF, TDMA et VERIF.

Module TEMPINITIAL : Ce module permet la déclaration des paramètres et des variables spécifiques au modèle de transfert de chaleur par conduction dans la tige de combustible.

Sous-routine SOLIDPROP : Ce sous-programme effectue le calcul des propriétés thermomécaniques de la gaine en Zircalloy-4 et de la pastille de dioxyde d'Uranium. Il fait appel à la sous-routine GAPE.

Sous-routine GAPE : Ce sous-programme effectue le calcul de la conductance thermique de l'intervalle entre la gaine et la pastille dans une tige de combustible.

Sous-routine COEFF : Ce sous-programme permet le calcul des coefficients de la matrice tri diagonal du modèle de transfert de chaleur par conduction.

Sous-routine TDMA : Ce sous-programme implémente l'algorithme utilisé pour résoudre la matrice tri-diagonale et permet le calcul des nouvelles températures du modèle de transfert de chaleur par conduction.

Sous-routine CONVECTION : Ce sous-programme détermine le coefficient de transfert de chaleur par convection forcée entre le fluide caloporteur et la tige de combustible. Il fait appel à la fonction HMON1 et à la sous-routine HTP1.

Fonction HMON1 : Cette fonction effectue le calcul du coefficient de transfert de chaleur par convection forcée en écoulement monophasique.

Sous-routine HTP1 : Ce sous-programme permet le calcul du coefficient de transfert de chaleur par convection forcée en écoulement diphasique dans les conditions d'ébullition sous refroidie et d'ébullition saturée. Il fait appel à la fonction SATPRESS.

Fonction SATPRESS : Cette fonction détermine la pression de saturation de l'eau en fonction de la température.

7.2 - Procédure de validation

Pour l'exécution de ce programme de calcul, il est nécessaire d'effectuer la sélection des paramètres de calcul suivants :

- critère de convergence,
- nombre de volumes de contrôles dans le canal et nombres de régions radiales dans la tige de combustible, et
- intervalle du temps (pas d'intégration).

Lors de la validation du programme, nous avons fait varier volontairement ces paramètres numériques et ce dans l'objectif de s'assurer que le résultat obtenu n'était pas significativement affecté. Pour l'exécution de ce programme, ces paramètres sont à choisir par l'analyste et les résultats de calcul doivent être essentiellement indépendants d'eux.

Une importante vérification de la validité du programme de calcul est effectuée par une caractérisation physique et une comparaison des résultats de simulations avec des données expérimentales existantes. On a procédé selon deux étapes principales à savoir, la validation du modèle de l'écoulement en écoulement monophasique et en écoulement diphasique, et la validation par la simulation complète d'un canal de combustible horizontal avec un flux de chaleur de forme co-sinusoïdale pour les mêmes conditions d'opérations nominales que ceux d'un réacteur nucléaire CANDU-6.

De plus, des simulations basées sur la variation de la distribution initiale de pression, de température et de flux massique ont montré et confirmé que la solution finale obtenue après la convergence est indépendante de la distribution de départ. Des variations du pas de temps d'intégration (Δt) et du pas de discréétisation en espace ont été effectués afin de s'assurer de la stabilité de la méthode numérique et de la convergence. Des essais

concluants ont été effectués avec un (Δt) allant de $10^{-4}(s)$ jusqu' à $10(s)$ et pour différents nombres des volumes de contrôles (10, 20 et 100).

Pour qualifier le modèle de l'écoulement, on s'est basé sur des expériences déjà réalisées à l'Institut de Génie Nucléaire de l'École Polytechnique de Montréal (Aubé 1996) concernant les effets du chauffage au niveau de la paroi des tubes (écoulement vertical ascendant) sur les pertes de pression par frottement dans les écoulements monophasiques et diphasiques pour des conditions de pression de sortie situées entre 10 et 45 (bars) et pour deux différents diamètres intérieurs de tube, i.e., 13.4 et 22.9 (mm). On a effectué la comparaison des résultats de simulations avec les résultats expérimentaux tout en prenant la même configuration et appellation des expériences. On a procédé de la manière suivante : on fixe la donnée de **pression de sortie** de la section d'essais (comme une condition aux limites) en fonction des résultats expérimentaux en prenant la pression d'entrée rehaussée de la chute de pression totale (expérimentale). Avec les mêmes conditions expérimentales de température d'entrée (sous refroidissement à l'entrée), de pression de sortie, de flux massique à l'entrée et de flux thermique additionné, on implante une discrétisation (24 volumes de contrôles pour ces simulations), puis une distribution initiale quelconque des variables (température, pression et flux massique). Pour diminuer le nombre d'itérations, on initialise la distribution par les conditions aux limites, c'est-à-dire, la distribution initiale respective de la pression et de la température dans les volumes de contrôle comme la pression de sortie et la température d'entrée du canal. On initialise aussi la distribution du flux massique dans les volumes de contrôle avec le flux massique à l'entrée du canal. On lance l'exécution jusqu'à la convergence pour atteindre l'état stationnaire. Une fois l'état stationnaire assuré, on pourrait lancer une transitoire voulue par la variation dans le temps de l'un des paramètres suivant (P_{out} , G_{in} , q'' ou T_{in}).

L'objectif principal de cette comparaison est de vérifier le choix des différents modèles et corrélations appliqués. Les principaux éléments vérifiés et comparés sont : la chute de

pression, le profil axial du taux de vide, le titre de l'écoulement et la titre thermodynamique.

7.2.1 - Écoulement monophasique

On a choisi pour chaque tube deux expériences effectuées en écoulement monophasiques pour des flux massiques situés entre 1000 et 11000 (kg/m^2s) et pour des flux de chaleur situés entre 0 et 3500 (kW/m^2).

En effet, les expériences simulées pour un tube de 22.9 (mm) sont : l'expérience M6 en écoulement monophasique adiabatique et l'expérience M10 en écoulement monophasique non adiabatique. De plus, pour un tube de 13.4 (mm) s'ajoute l'expérience M35 en écoulement monophasique adiabatique et l'expérience M60 en écoulement monophasique non adiabatique.

Les conditions expérimentales de chaque expérience sont présentées en annexe 1. La comparaison des résultats de calculs obtenus (Annexe 2) par rapport aux valeurs expérimentales (figures 7.1, à 7.4) pour la chute de la pression axiale montre qu'elles sont pratiquement similaires, ce qui vérifie et confirme le bon choix de la corrélation (équation 3.23) utilisée pour le calcul du coefficient de perte de charge monophasique.

7.2.2 - Écoulement diphasique

On a effectué la simulation avec les conditions expérimentales (Annexe 1) des écoulements diphasiques non adiabatiques pour des tubes de différents diamètres, pour une gamme de pression variant entre 10 et 45 (bars), pour des flux massiques variant entre 1000 à 10000 (kg/m^2s) et pour des flux thermiques situés entre 0 et 3500 (kW/m^2).

Les expériences simulées pour la section d'essais de 22.9 (mm) sont identifiées par (1, 2, 3b et 22). Pour chacune est disponible une mesure simultanée et détaillée de la distribution axiale de la pression, du taux de vide et de la température au niveau de la paroi externe du tube (Annexe 3). Ces données sont confrontées avec les résultats de simulation de chaque expérience.

Les figures (7.6, 7.9, 7.12 et 7.15) montrent la comparaison des résultats (de simulations et expérimentaux) pour l'évolution du taux de vide le long de la position axiale de la section d'essais respectivement pour les expériences (1, 2, 3b et 22). On peut noter en analysant ces figures que le modèle de calcul sous-estime le point de génération nette de vapeur dans le cas d'un faible flux thermique. Cela est probablement dû au fait que le modèle néglige la zone (I) montrée dans la figure 3.1 qui correspond au début d'ébullition nucléée sous refroidie.

Les figures (7.5, 7.8, 7.11 et 7.14) montrent les résultats (de simulations et expérimentaux) de l'évolution de la pression le long de la section d'essais. On note une nette concordance, ce qui vérifie et confirme les capacités du modèle et le bon choix de la corrélation utilisée pour le calcul du facteur de multiplication diphasique et de la perte de pression par accélération.

Les figures (7.7, 7.10, 7.13 et 7.16) montrent l'évolution du titre de l'écoulement et du titre thermodynamique le long de la section d'essais. Pour toutes ces expériences, les trois modes de transfert de chaleur sont présents et on remarque bien le passage de la convection en écoulement monophasique à l'ébullition nucléée sous refroidie puis le passage vers l'ébullition nucléée saturée. Ces résultats sont essentiellement obtenus pour les conditions d'ébullition sous refroidie et saturée pour des valeurs faibles du titre.

En considérant en même temps les courbes d'évolution de la pression et du profil du taux de vide pour chaque expérience, on peut identifier clairement le changement de la pente de chute de pression lors d'un changement de phase, ce qui confirme la bonne application des corrélations.

Les expériences simulées pour la section d'essais de 13.4 (mm) sont identifiées par (35V, 44V, 50V et 55V). Pour chacune est disponible une mesure simultanée et détaillée

de la distribution axiale de la pression, du taux de vide et de la température au niveau de la paroi externe du tube (Annexe 3). Ces données sont confrontées avec les résultats de simulation de chaque expérience.

Les figures (7.18, 7.21, 7.24 et 7.27) montrent la comparaison des résultats (de simulations et expérimentaux) pour l'évolution du taux de vide le long de la position axiale de la section d'essais respectivement pour les expériences (35V, 44V, 50V et 55V). On peut noter en analysant ces figures que lorsque le taux de vide moyen atteint les 75%, le modèle de calcul devient incapable de suivre les résultats expérimentaux. Ceci peut être dû aux limites de la corrélation appliquée (Chexal et al. 1992).

Les figures (7.17, 7.20, 7.23 et 7.26) montrent les résultats (de simulations et expérimentaux) de l'évolution de la pression le long de la section d'essais. On note une bonne concordance pour la chute totale de pression entre l'entrée et la sortie de la section d'essais et une déviation de la courbe de simulation au milieu de la section. Ceci est dû principalement à la sous-estimation du taux de vide à la sortie.

Les figures (7.19, 7.22, 7.25 et 7.28) montrent l'évolution du titre de l'écoulement et du titre thermodynamique le long de la section d'essais. Pour toutes ces expériences, les trois modes de transfert de chaleur sont présents et on remarque bien le passage de la convection en écoulement monophasique à l'ébullition nucléée sous refroidie puis le passage vers l'ébullition nucléée saturée. Ces résultats sont essentiellement obtenus pour les conditions d'ébullition sous refroidie et saturée pour des valeurs du titre allant jusqu'à 3%.

De la même manière que pour la section d'essais de 22.9 (*mm*), en considérant en même temps les courbes d'évolution de la pression et du profil du taux de vide pour chaque expérience, on peut identifier clairement le changement de la pente de chute de pression lors d'un changement de phase, ce qui confirme la bonne application des corrélations.

7.2.3 - Canal de combustible horizontal avec flux de chaleur de forme co-sinusoïdale

Après les qualifications partielles du modèle de l'écoulement à l'aide des données expérimentales (Aubé 1996), une simulation complète d'un canal de combustible horizontal avec un flux de chaleur de forme co-sinusoïdale pour les mêmes conditions d'opérations nominales que ceux d'un réacteur nucléaire CANDU-6 (Tableau 7.1) s'avère encore plus intéressante pour qualifier et valider ce code de calcul vis-à-vis d'un flux thermique variable.

À cet effet, on procède par une exécution instantanée, couplée et complète de tous les modèles avec un flux thermique de la forme co-sinusoïdale, à savoir, le modèle d'écoulement monophasique et diphasique dans le canal, le modèle de transfert de chaleur par convection forcée en mode monophasique, en mode d'ébullition nucléée sous refroidi et en mode d'ébullition saturée, et le modèle de transfert de chaleur par conduction dans la tige de combustible.

Afin de déterminer l'évolution des variables localement dans le canal et la tige, on implante une discréétisation axiale (de $N = 24$ volumes de contrôle) du canal de combustible suivi d'une discréétisation radiale (de $M = 10$ tronçons élémentaires) et axiale de la tige de combustible comme présenté dans la figure 7.29. Comme il est important de connaître les températures locales de la gaine et du centre du combustible, on présente dans la figure 7.30 l'évolution des températures dans le canal de combustible. À partir de cette courbe, on observe que la température du fluide augmente continuellement de l'entrée vers la sortie. Cependant, les températures de la surface externe et de la surface interne de la gaine, la température de la surface externe de la pastille et les températures à l'intérieur de la pastille (centre de la pastille) augmentent le long de la première moitié du canal et atteignent des valeurs maximales dans la seconde moitié. Il existe deux raisons pour lesquelles les maximums ne sont pas atteints au centre du canal où la génération de chaleur est maximale. Premièrement, la température du fluide continue d'augmenter le long du canal. Deuxièmement, le flux linéique, ayant la

forme d'un cosinus, décroît après la médiane du canal. De plus, en comparant les températures à l'entrée et à la sortie, il est clair que, suite à l'augmentation de la température du fluide caloporteur le long du canal, il y a augmentation des températures des faces externe et interne de la gaine et des températures de la pastille.

Il est intéressant de noter que les maximums de température ne sont pas à la même position axiale. Ainsi, pour une discréétisation axiale du canal de 24 volumes de contrôles, le maximum de la température au centre de la pastille se trouve au volume de contrôle 14 (1582.191 °C), le maximum de la température à la surface interne de la gaine est au volume de contrôle 15 (387.065 °C) et le maximum de la température à la surface externe de la gaine est au volume de contrôle 16 (360.425 °C).

Pour la validation des résultats obtenus, des calculs semi-analytiques ont été effectués avec les équations qui régissent le transfert de chaleur par conduction à l'état stationnaire. En considérant que les propriétés thermomécaniques du combustible et de la gaine sont constantes, le coefficient de transfert de chaleur par convection et la conductance thermique de l'intervalle ont des valeurs constantes prises dans les résultats numériques. On obtient, en appliquant les équations analytiques (Tapucu 2000) répétées ici par commodité :

Température externe de la gaine T_{co} :

$$T_{co} = \frac{T_{in} + T_{out}}{2} + \frac{T_{out} - T_{in}}{2 \cdot Sin\beta} \left(Sin2\beta \frac{z}{h} + \frac{1}{\gamma} Cos2\beta \frac{z}{h} \right),$$

avec : $\gamma = \frac{H \cdot S \cdot h}{2 \cdot \beta \cdot m \cdot cp}$, $\beta = \frac{\pi \cdot h}{2 \cdot h'}$,

T_{in} : température à l'entrée du canal (°C),

T_{out} : température à la sortie du canal (°C).

La position de la température externe maximale de la gaine Z_m est :

$$Z_m = \frac{h}{2\beta} \arctan \gamma ,$$

et la température externe maximale de la gaine T_{coMAX} :

$$T_{coMAX} = \frac{T_{in} + T_{out}}{2} + \frac{T_{out} - T_{in}}{2 \sin \beta} \left(\sin(\arctan \gamma) + \frac{1}{\gamma} \cos(\arctan \gamma) \right).$$

La température à la surface du combustible T_{fo} est calculée par :

$$T_{fo} = \frac{T_{in} + T_{out}}{2} + \frac{T_{out} - T_{in}}{2 \sin \beta} \left(\sin 2\beta \frac{z}{h} + \frac{1}{\gamma'} \cos 2\beta \frac{z}{h} \right),$$

$$\text{avec : } \frac{1}{\gamma'} = \frac{1}{\gamma} + \frac{\beta}{\pi K_g} \frac{P_{Canal}}{(T_{out} - T_{in})h} \ln \frac{r_{co}}{r_{ci}} + \frac{\beta}{\pi r_{fo} H_v} \frac{P_{Canal}}{(T_{out} - T_{in})h} .$$

Ainsi, la position de la température maximale à la surface du combustible Z'_m est donnée par :

$$Z'_m = \frac{h}{2\beta} \arctan \gamma' ,$$

et la température maximale à la surface du combustible T_{foMAX} :

$$T_{foMAX} = \frac{T_{in} + T_{out}}{2} + \frac{T_{out} - T_{in}}{2 \sin \beta} \sqrt{1 + \left(\frac{1}{\gamma'} \right)^2} .$$

La température au centre du combustible T_{fc} est calculée par :

$$T_{fc} = \frac{T_{in} + T_{out}}{2} + \frac{T_{out} - T_{in}}{2 \sin \beta} \left(\sin 2\beta \frac{z}{h} + \frac{1}{\gamma''} \cos 2\beta \frac{z}{h} \right),$$

$$\text{avec : } \frac{1}{\gamma''} = \frac{1}{\gamma'} + \frac{\beta}{\pi K_f} \frac{P_{Canal}}{(T_{out} - T_{in})h} .$$

Ainsi, la position de la température maximale au centre du combustible Z''_m est donnée par :

$$Z''_m = \frac{h}{2\beta} \arctan \gamma'' ,$$

et la température maximale au centre du combustible T_{fcMAX} :

$$T_{fcMAX} = \frac{T_{in} + T_{out}}{2} + \frac{T_{out} - T_{in}}{2 \sin\beta} \sqrt{1 + \left(\frac{1}{\gamma''}\right)^2},$$

avec :

h : Longueur active du combustible (m),

h' : Longueur extrapolée (Réflecteur) (m),

P_{Canal} : Puissance thermique d'un canal de combustible (kW).

L'application numérique de ces équations analytiques donne les valeurs suivantes

$$Z_m = 3.80 \text{ (m)}, \quad T_{coMAX} = 360.46 \text{ (\textdegree C)}, \quad Z'_m = 3.38 \text{ (m)}, \quad T_{foMAX} = 740.59 \text{ (\textdegree C)},$$

$$Z''_m = 3.29 \text{ (m)}, \quad T_{fcMAX} = 1582.75 \text{ (\textdegree C)},$$

au milieu du canal : $T_{co} = 353.43 \text{ (\textdegree C)}$, $T_{fo} = 730.53 \text{ (\textdegree C)}$, $T_{fc} = 1540.69 \text{ (\textdegree C)}$,

à la sortie du canal : $T_{co} = 325.92 \text{ (\textdegree C)}$, $T_{fo} = 511.65 \text{ (\textdegree C)}$, $T_{fc} = 776.38 \text{ (\textdegree C)}$.

Ces résultats sont très proches des résultats numériques obtenus par le programme de calcul (figure 7.30). On présente une comparaison pour les valeurs maximales seulement :

Le programme de calcul donne les résultats suivants : $T_{fcMAX} = 1582.191 \text{ (\textdegree C)}$,

$T_{coMAX} = 360.425 \text{ (\textdegree C)}$. Ce qui présente une différence entre les résultats de simulation et les calculs semi analytiques inférieur à $0.6 \text{ (\textdegree C)}$.

Les résultats obtenus dans ce chapitre sont très intéressants et confirment le bon comportement du modèle numérique. Néanmoins, d'autres simulations devront être réalisées pour les écoulements diphasiques à l'état transitoire.

Tableau 7.1 : Conditions d'opération nominale d'un réacteur nucléaire CANDU-6
(INFC/WG 8/CAN/DOC 2)

Canal de douze grappes avec trente sept crayons de combustible :

Débit massique : 24 (kg/s),

température du fluide à l'entrée : 267 ($^{\circ}C$),

pression de sortie : 10.3 (MPa),

puissance nominale : 6.5 (MW),

diamètre interne du canal : 103 (mm),

longueur active : 480 (mm) par grappe,

diamètre externe de la pastille : 12.154 (mm),

diamètre externe de la gaine : 13.08 (mm),

épaisseur de la gaine : 0.419 (mm).

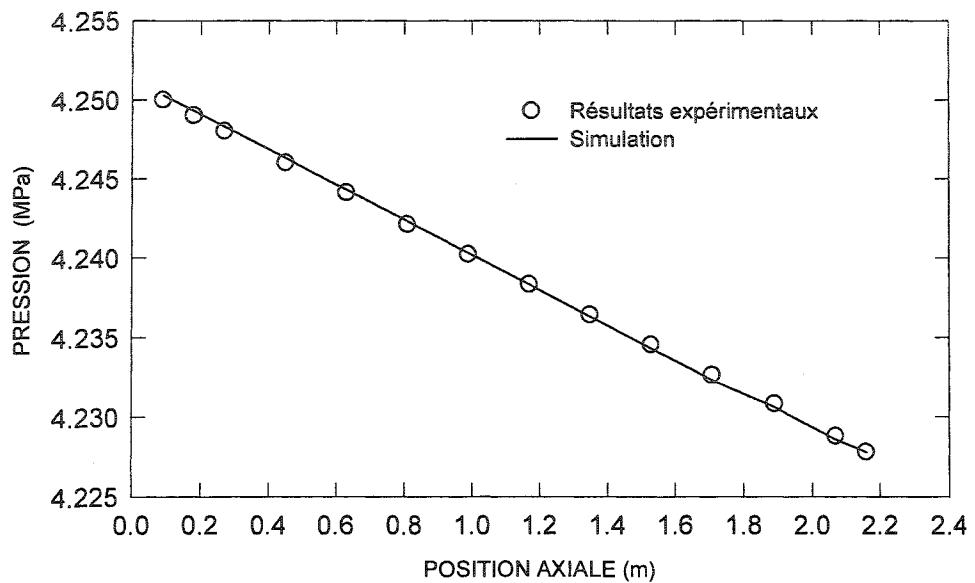


Figure 7.1 : Évolution de la pression (Expérience M10, écoulement monophasique non-adiabatique).

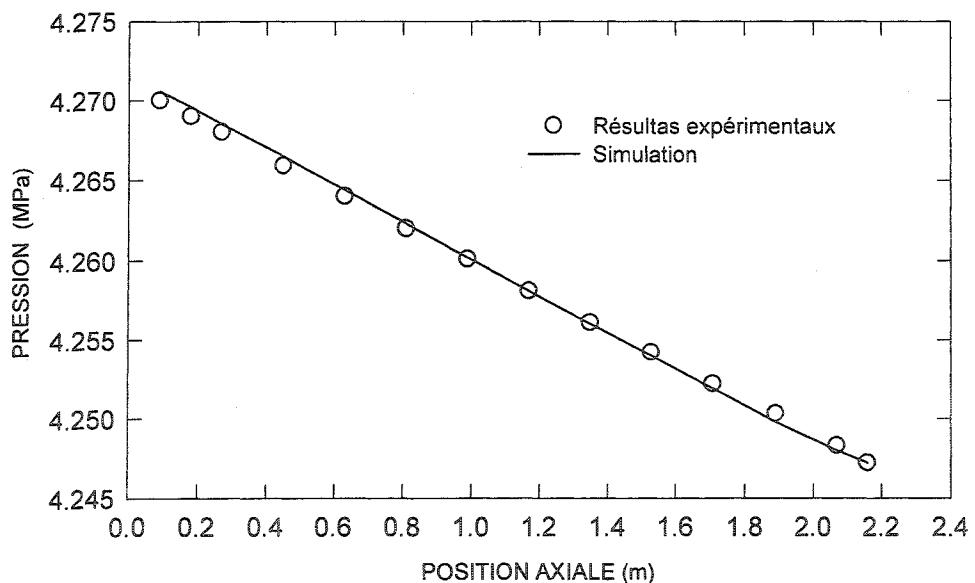


Figure 7.2 : Évolution de la pression (Expérience M6, écoulement monophasique adiabatique).

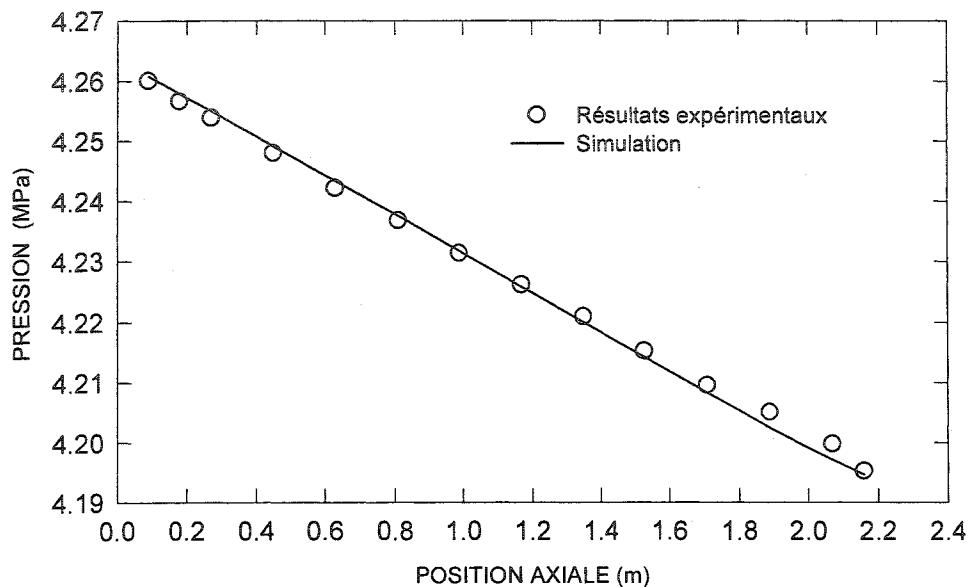


Figure 7.3 : Évolution de la pression (Expérience M60, écoulement monophasique non-adiabatique).

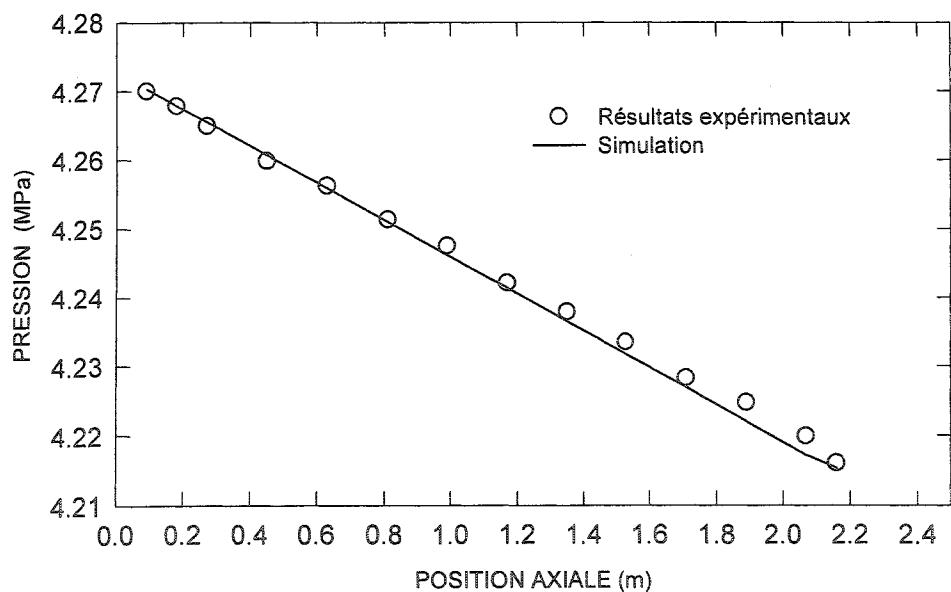


Figure 7.4 : Évolution de la pression (Expérience M35, écoulement monophasique adiabatique).

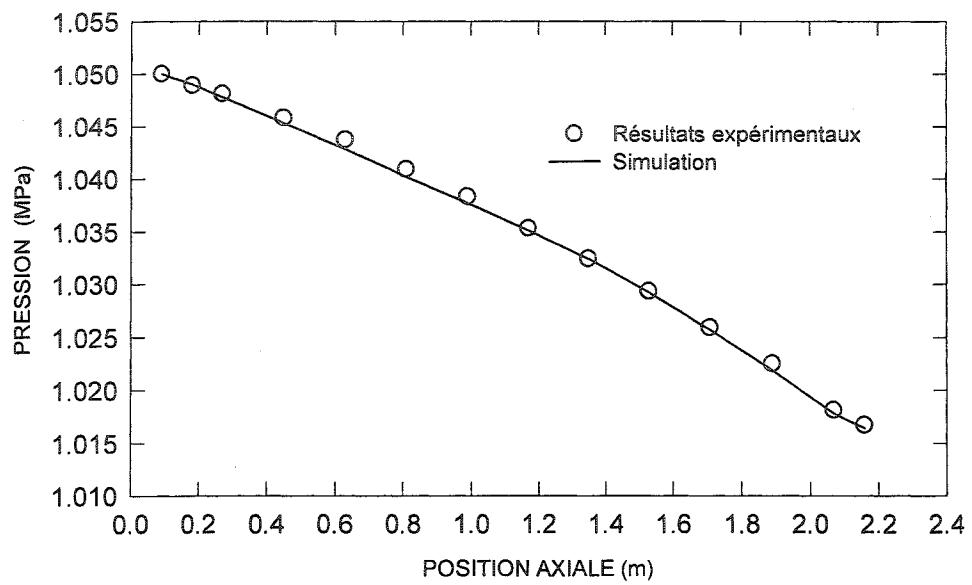


Figure 7.5 : Évolution de la pression pour l'expérience 1.

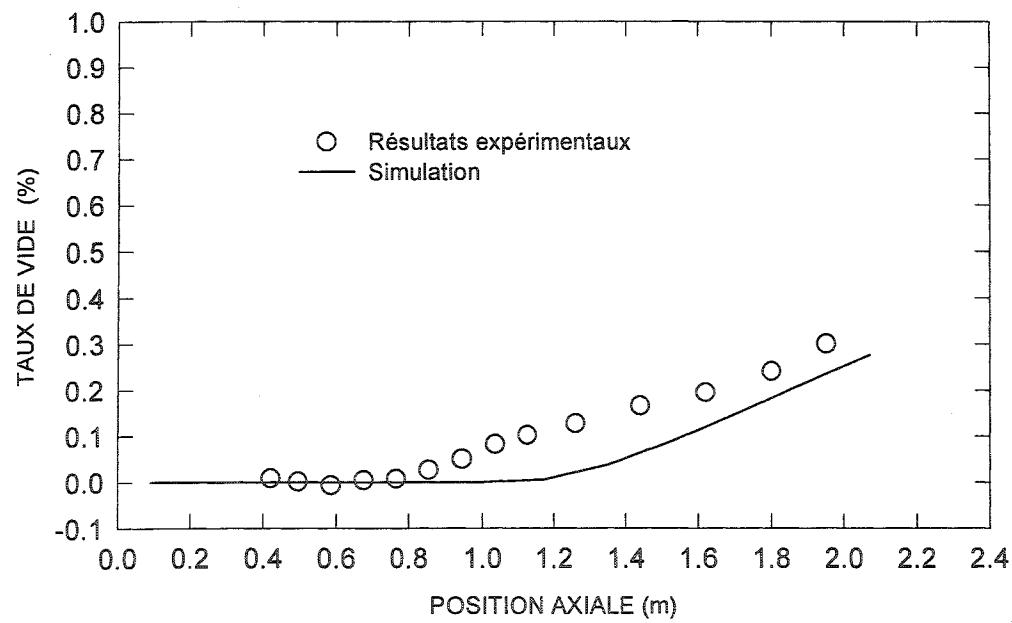


Figure 7.6 : Profil du taux de vide pour l'expérience 1.

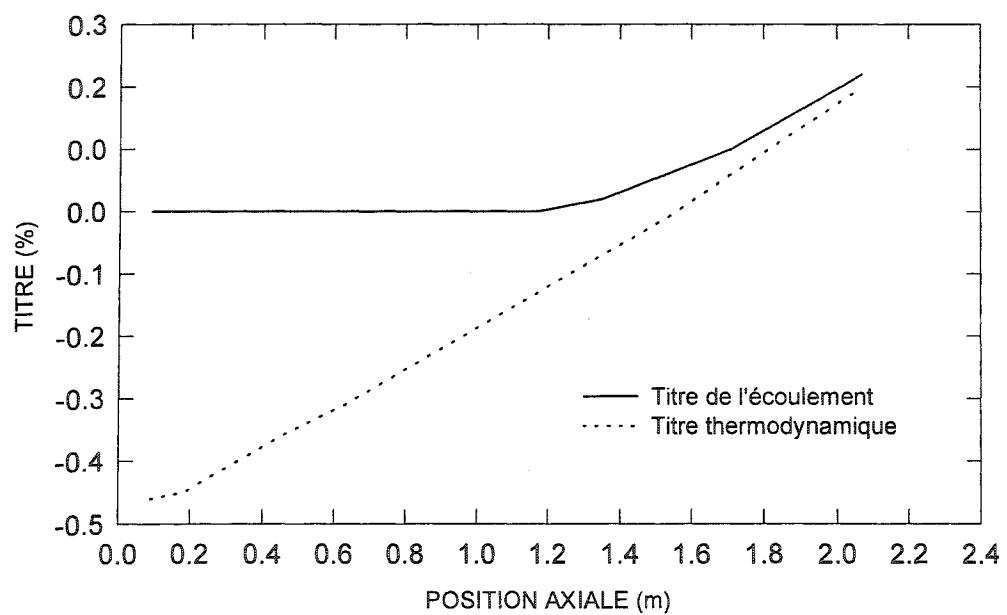


Figure 7.7 : Profils des titres de l'expérience 1.

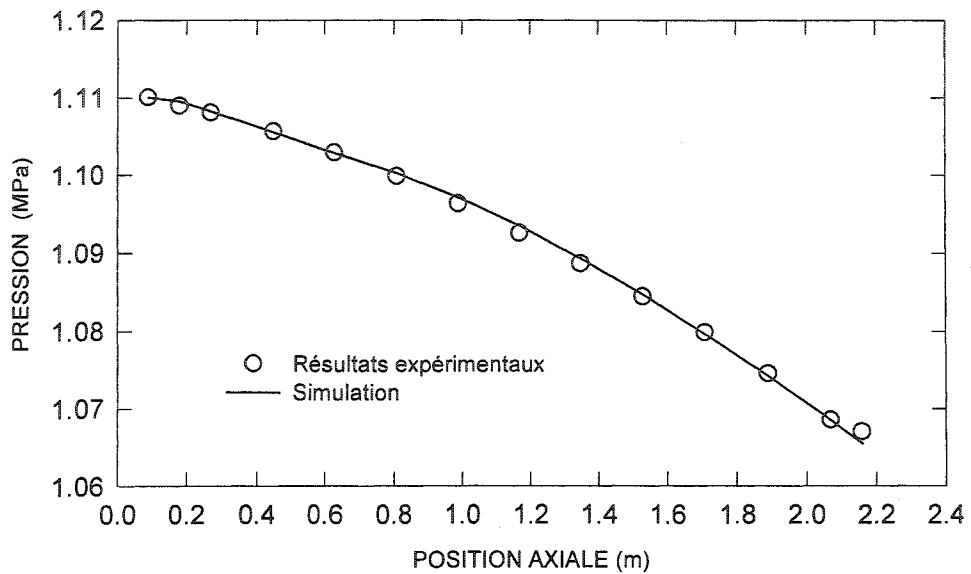


Figure 7.8 : Évolution de la pression pour l'expérience 2.

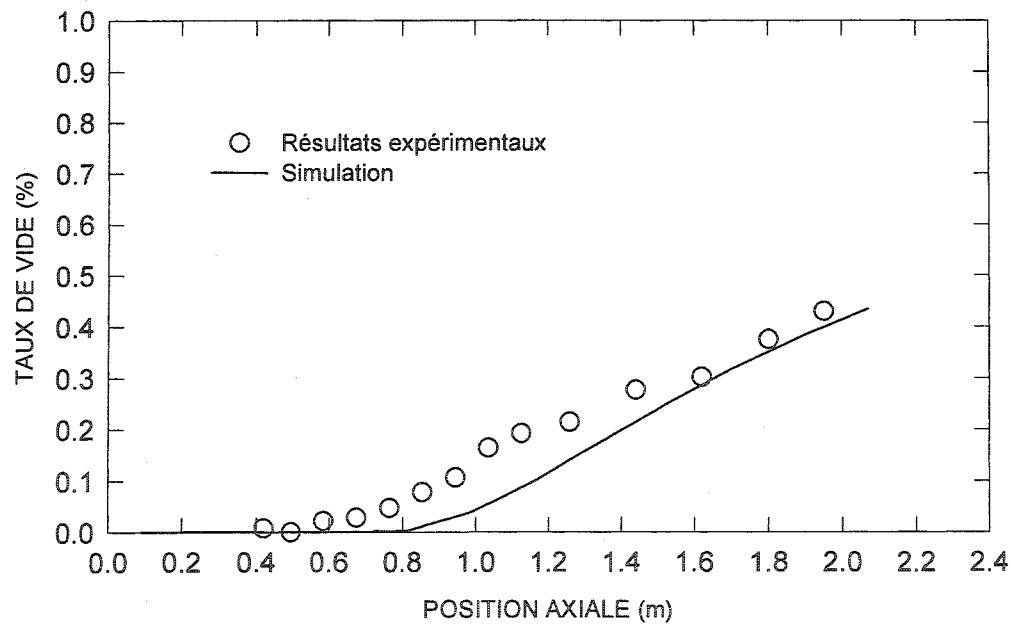


Figure 7.9 : Profil du taux de vide pour l'expérience 2.

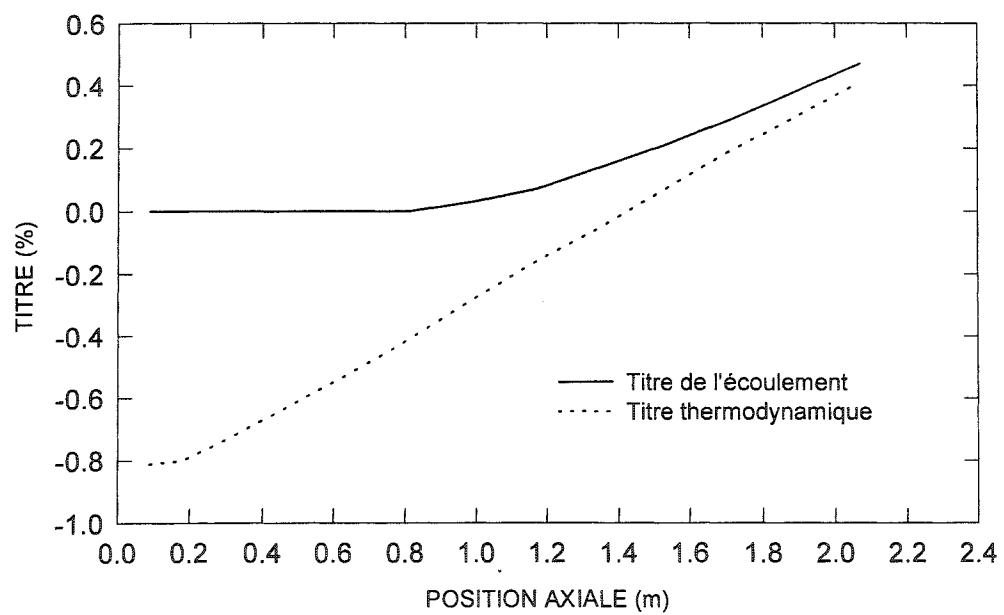


Figure 7.10 : Profils des titres de l'expérience 2.

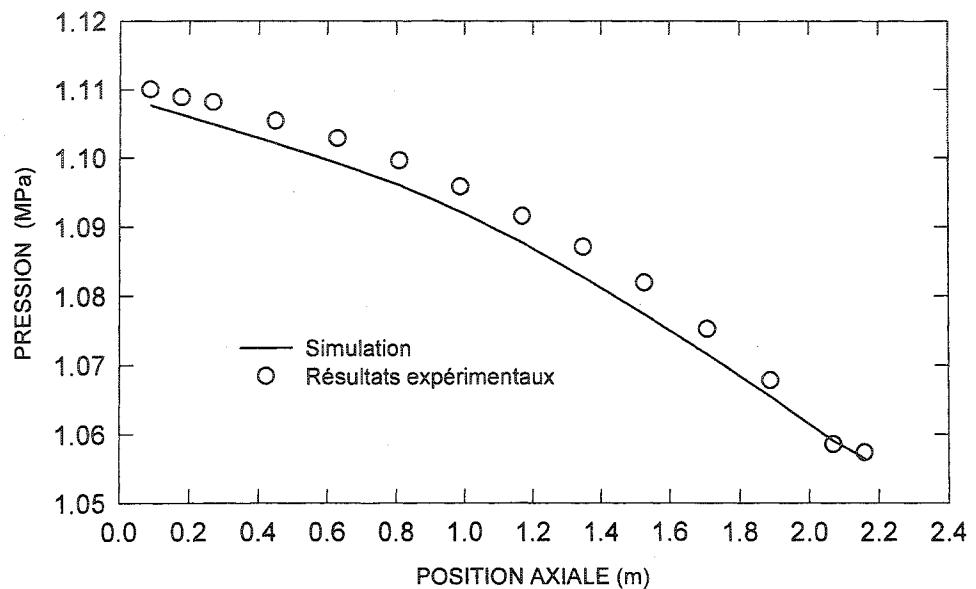


Figure 7.11 : Évolution de la pression pour l'expérience 3b.

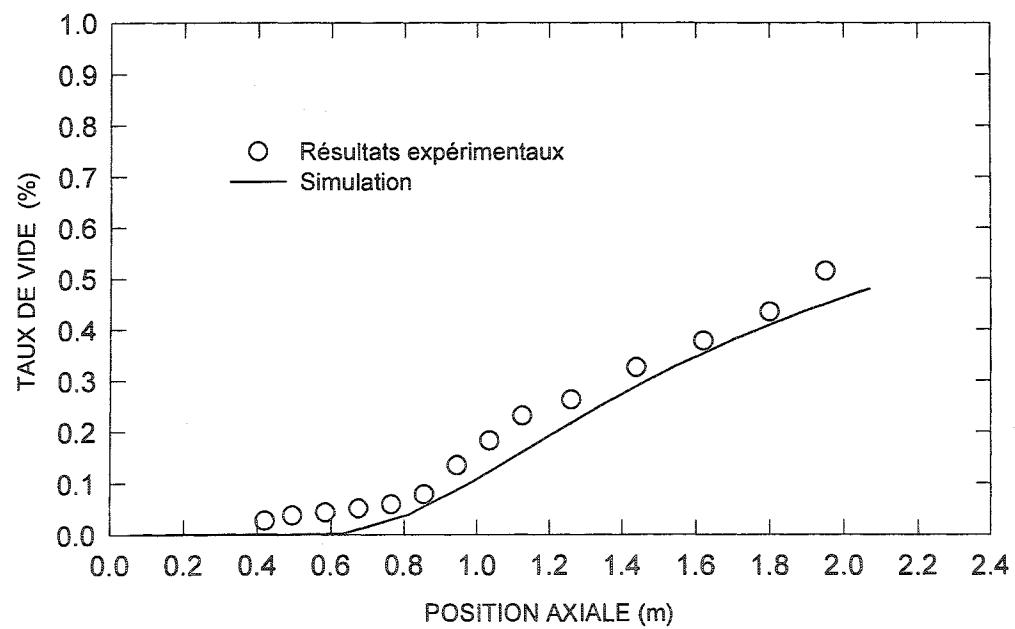


Figure 7.12 : Profil du taux de vide pour l'expérience 3b.

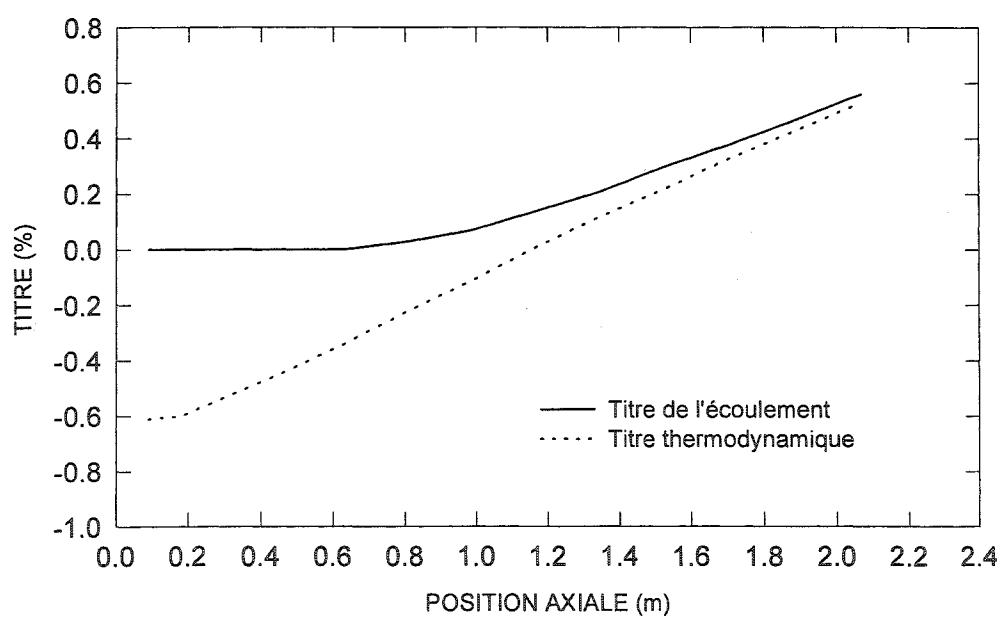


Figure 7.13 : Profils des titres de l'expérience 3b.

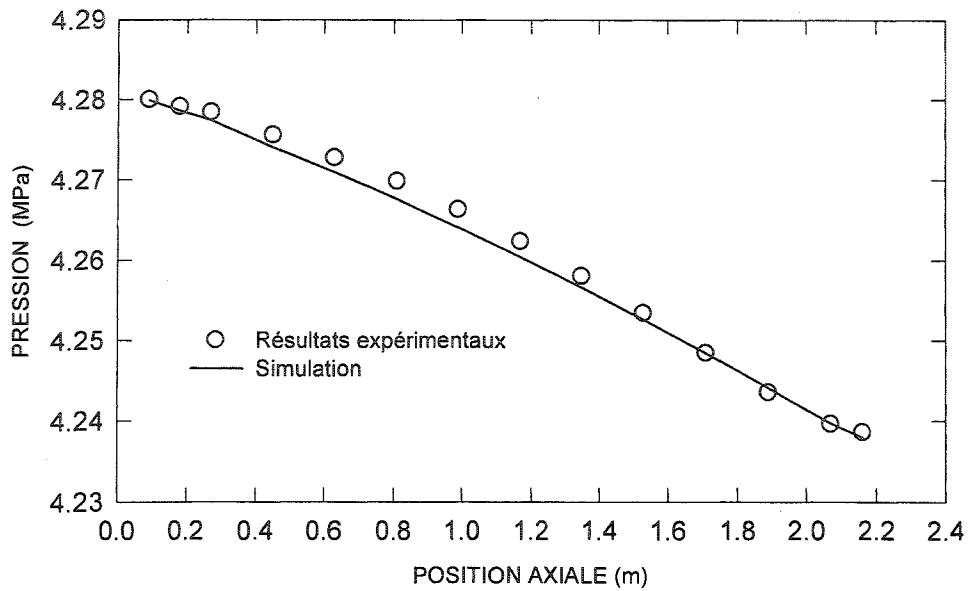


Figure 7.14 : Évolution de la pression pour l'expérience 22.

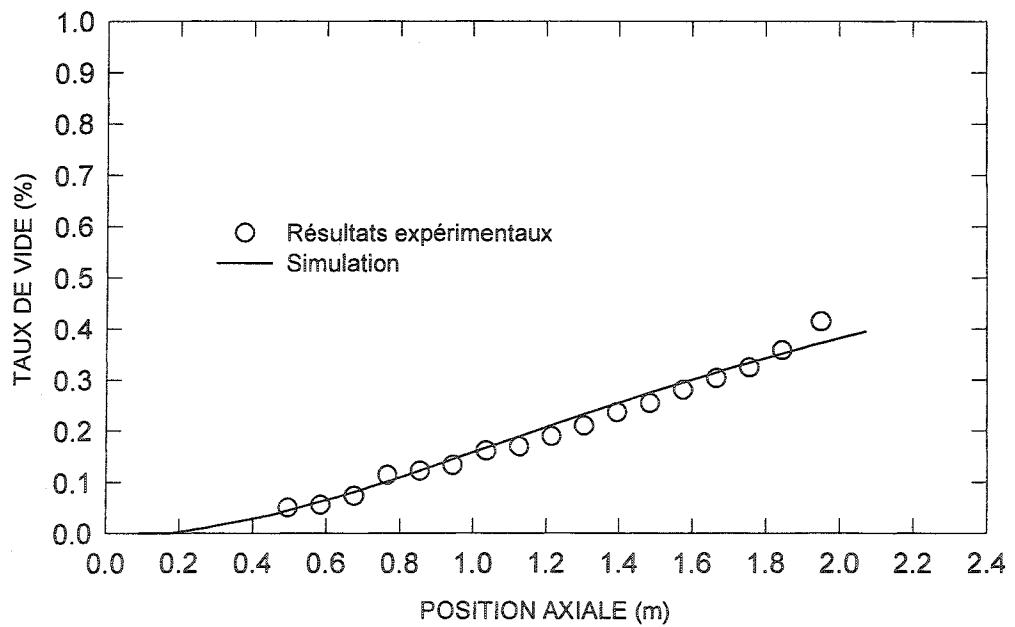


Figure 7.15 : Profil du taux de vide pour l'expérience 22.

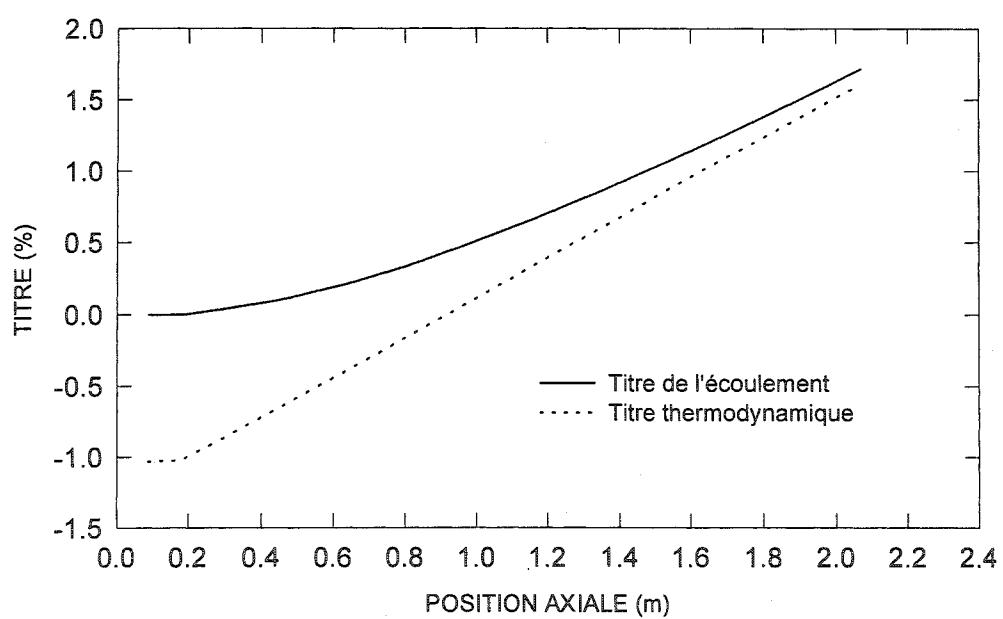


Figure 7.16 : Profils des titres de l'expérience 22.

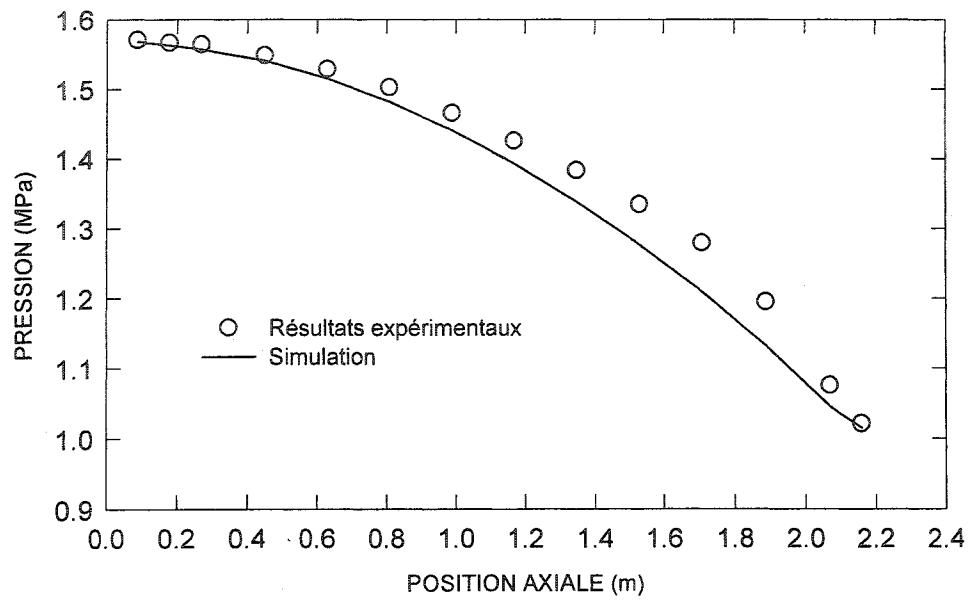


Figure 7.17 : Évolution de la pression pour l'expérience 35V.

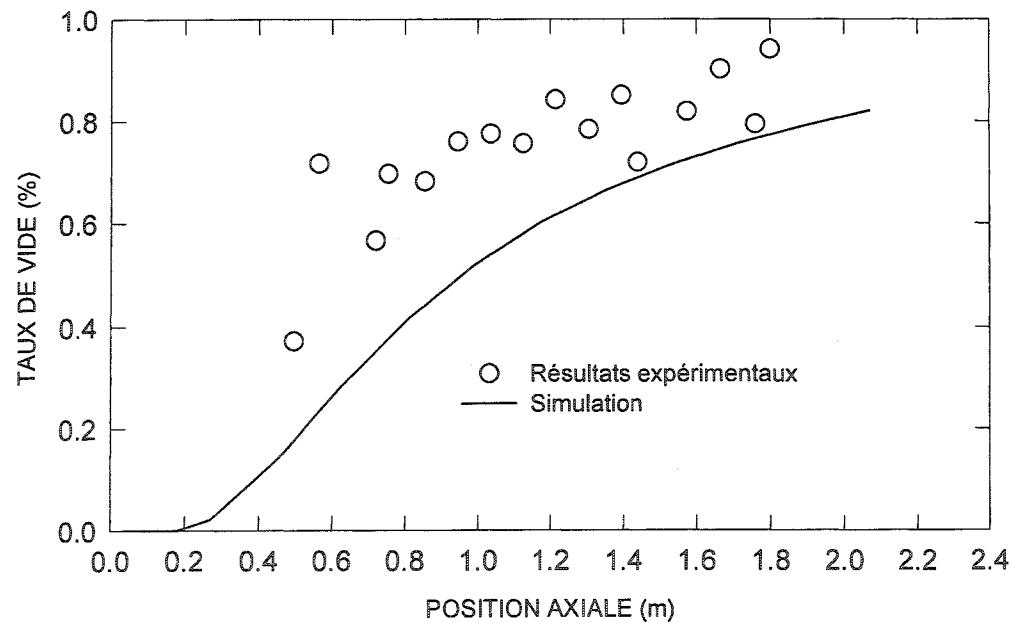


Figure 7.18 : Profil du taux de vide pour l'expérience 35V.

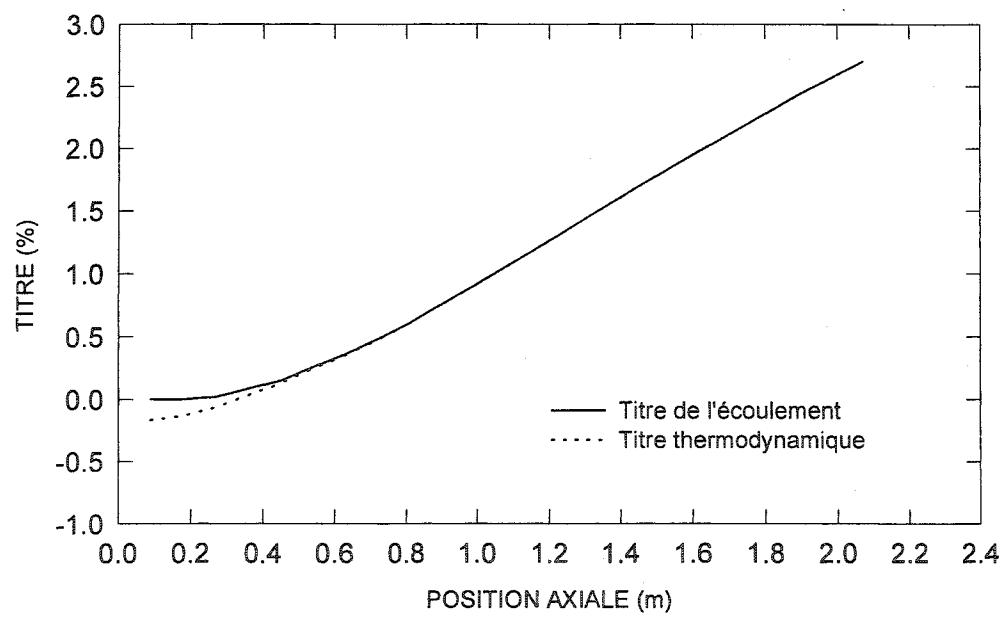


Figure 7.19 : Profils des titres de l'expérience 35V.

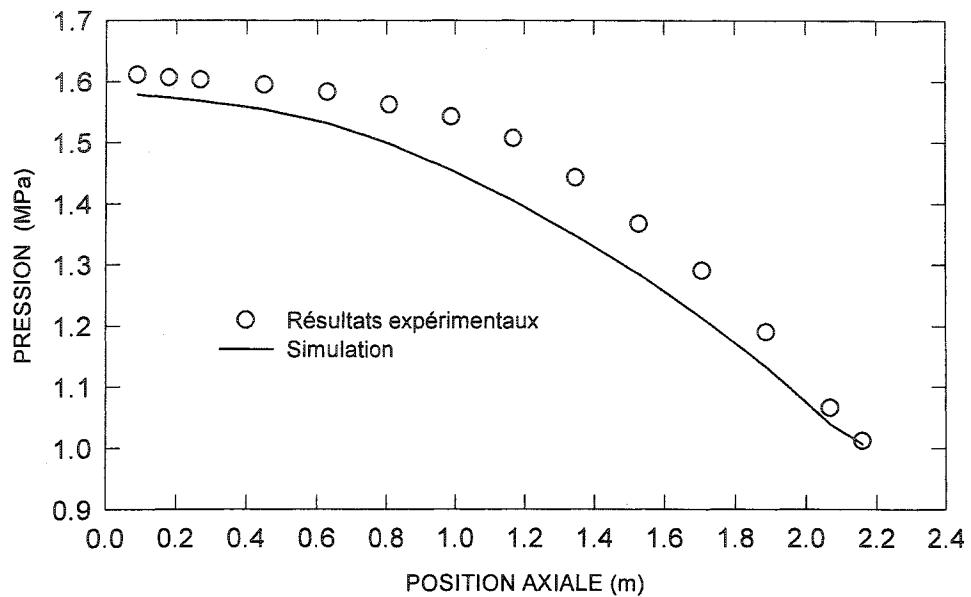


Figure 7.20 : Évolution de la pression pour l'expérience 44V.

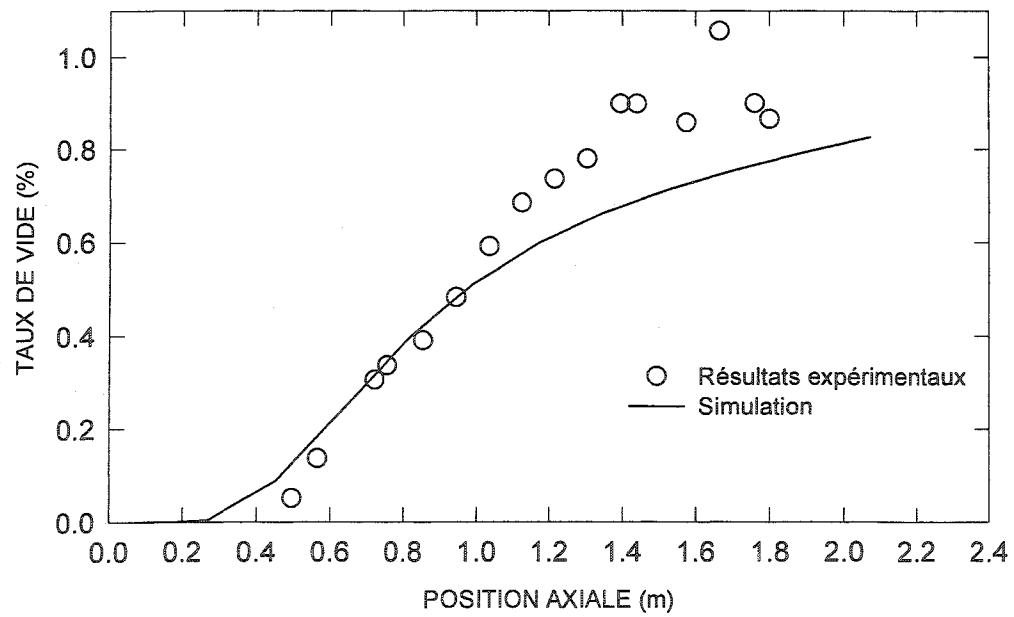


Figure 7.21 : Profil du taux de vide pour l'expérience 44V.

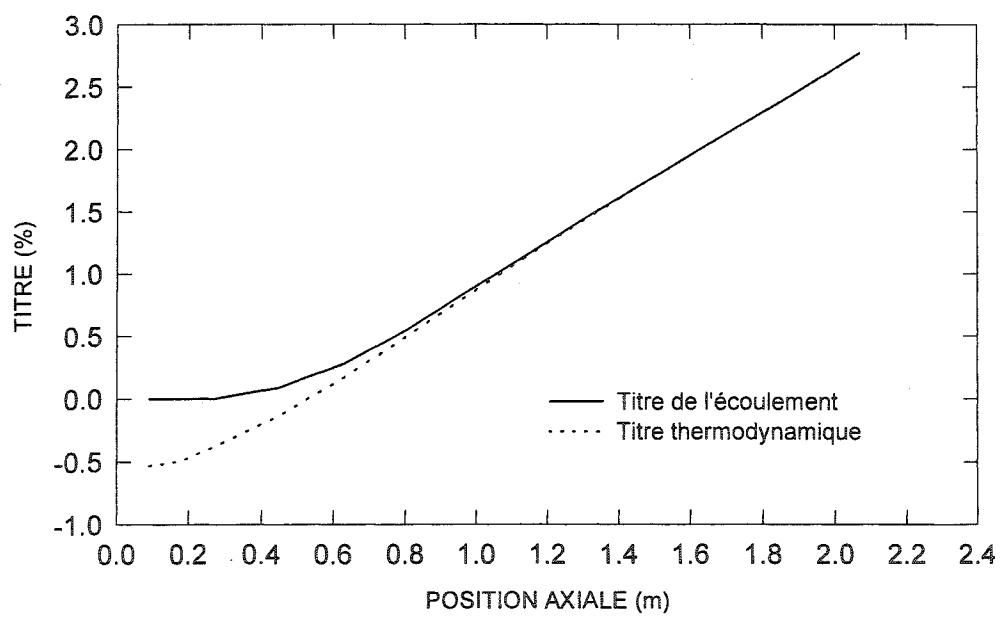


Figure 7.22 : Profils des titres de l'expérience 44V.

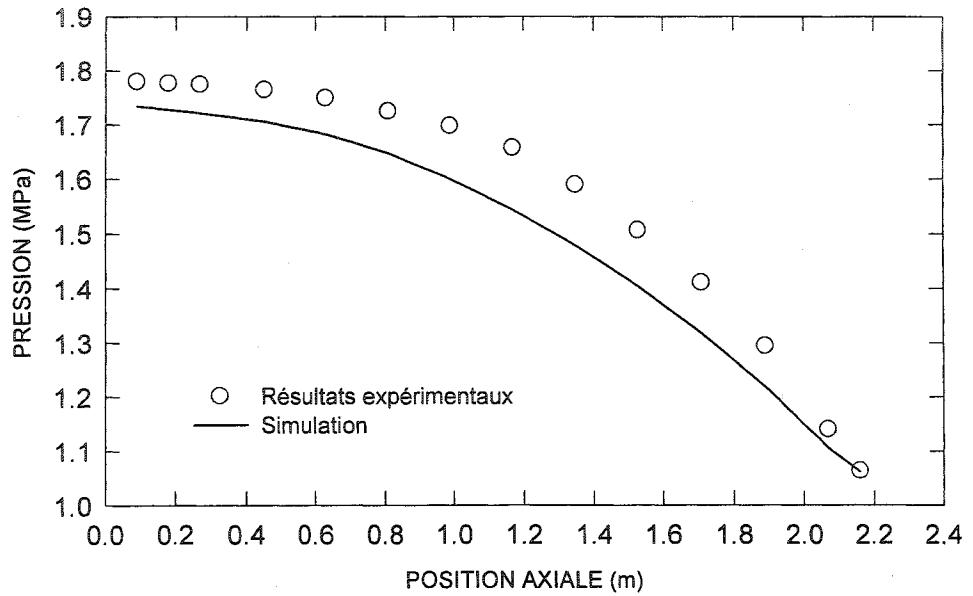


Figure 7.23 : Évolution de la pression pour l'expérience 50V.

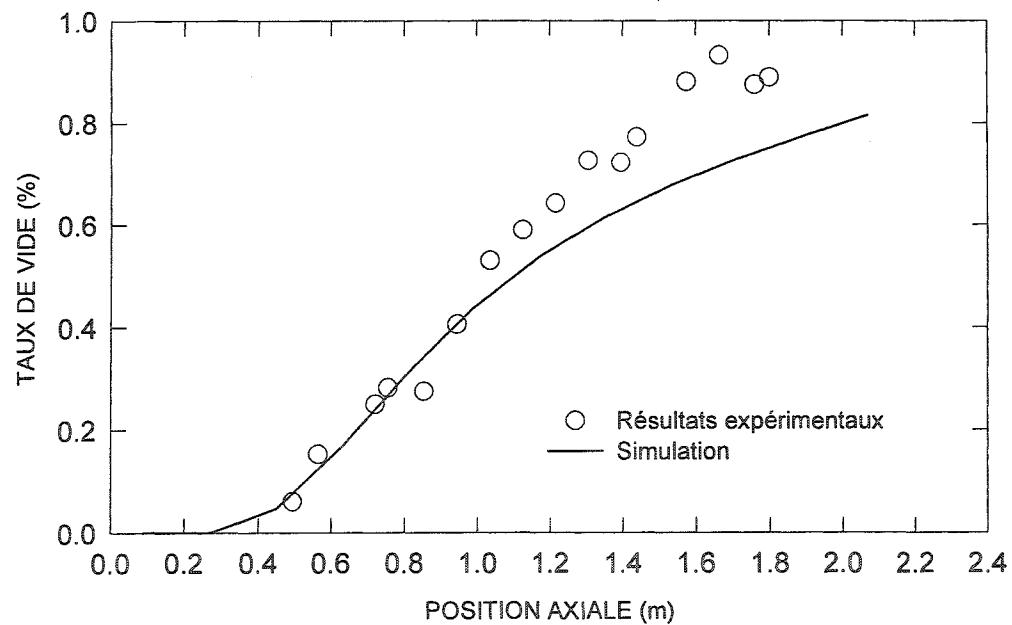


Figure 7.24 : Profil du taux de vide pour l'expérience 50V.

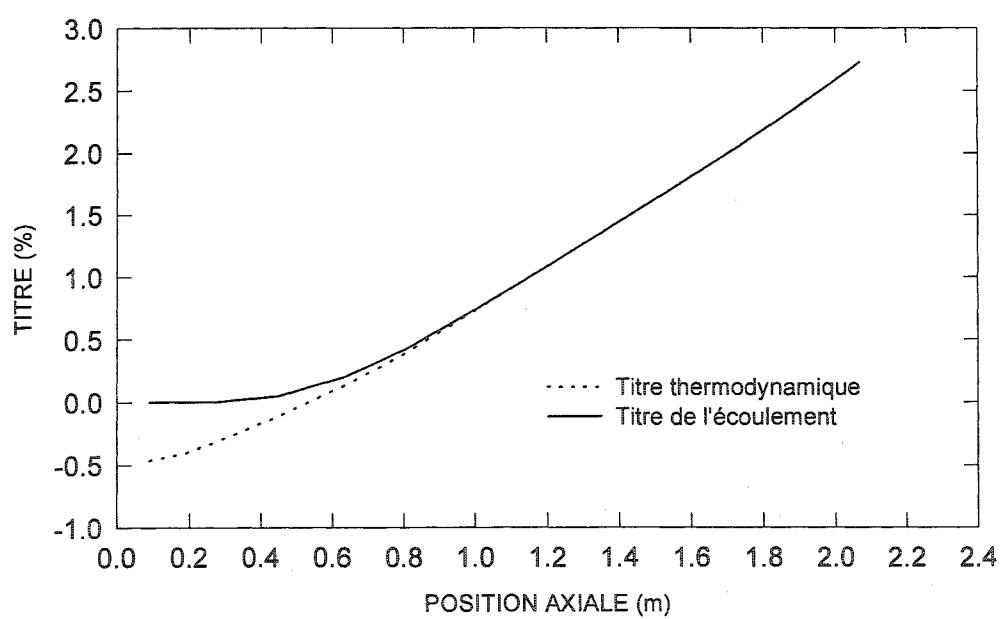


Figure 7.25 : Profils des titres de l'expérience 50V.

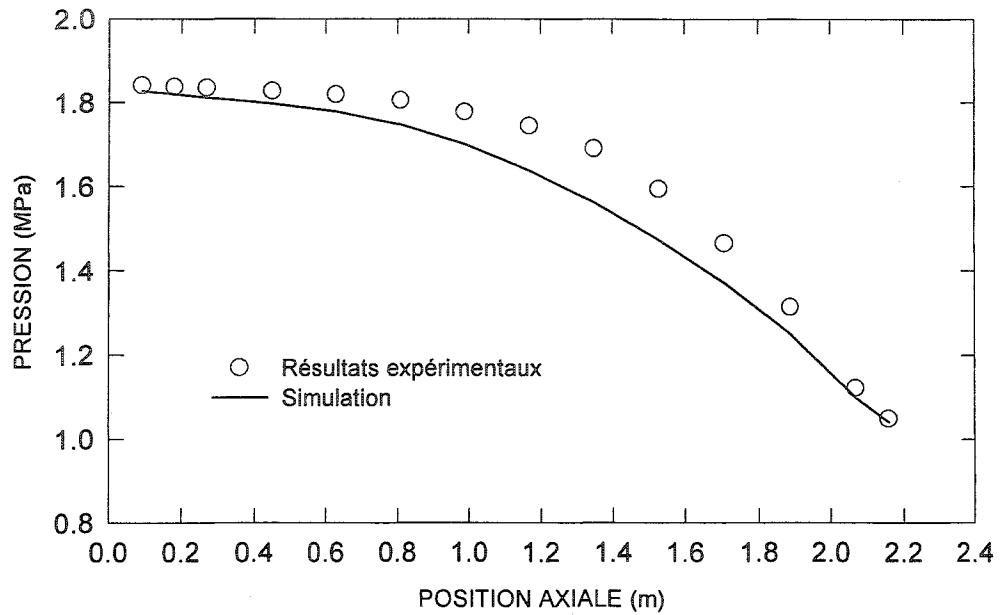


Figure 7.26 : Évolution de la pression pour l'expérience 55V.

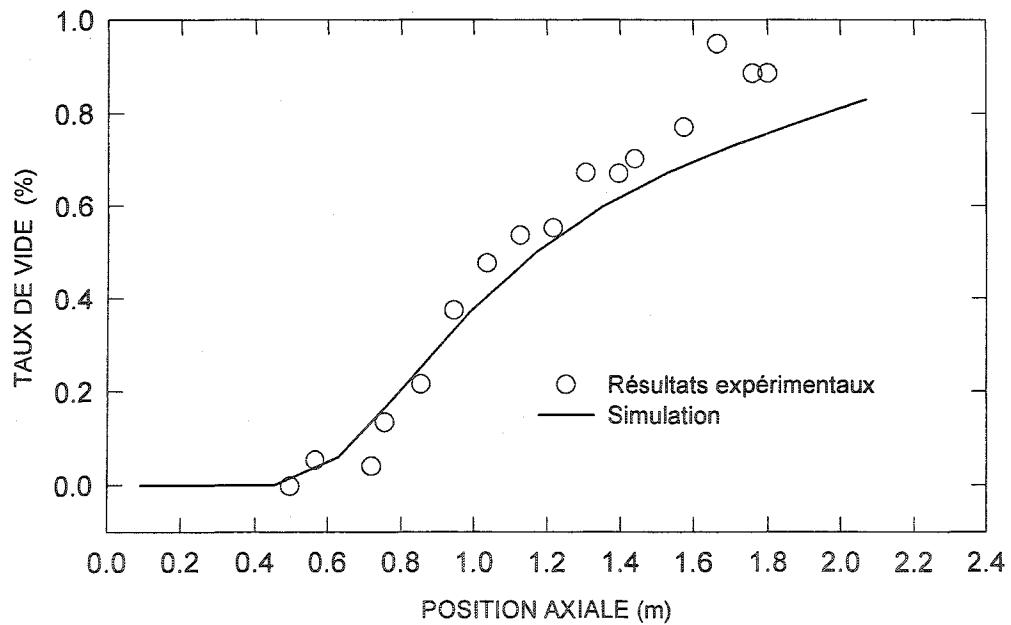


Figure 7.27 : Profil du taux de vide pour l'expérience 55V.

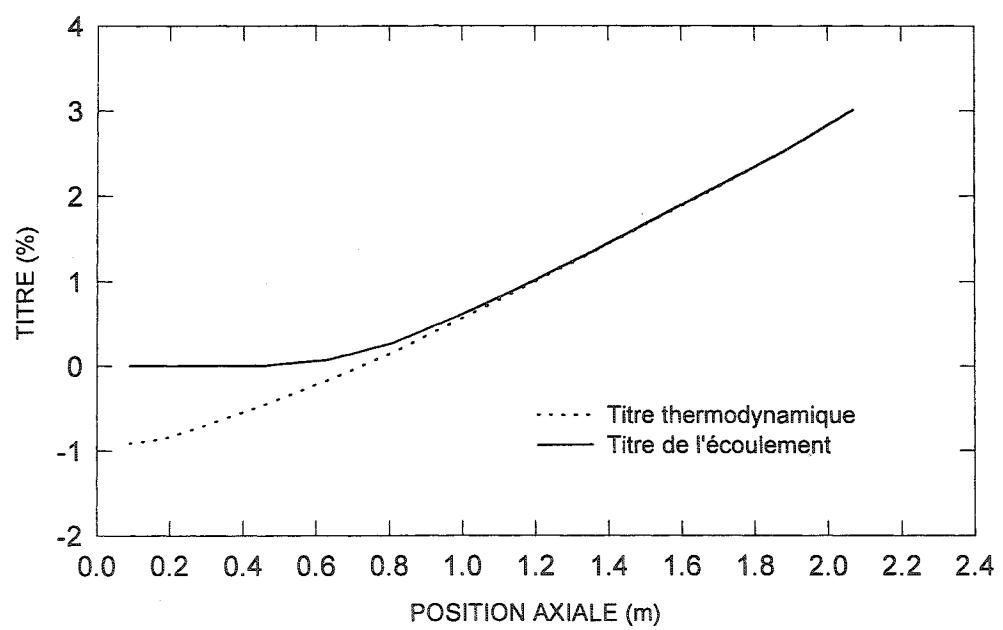


Figure 7.28 : Profils des titres de l'expérience 55V.

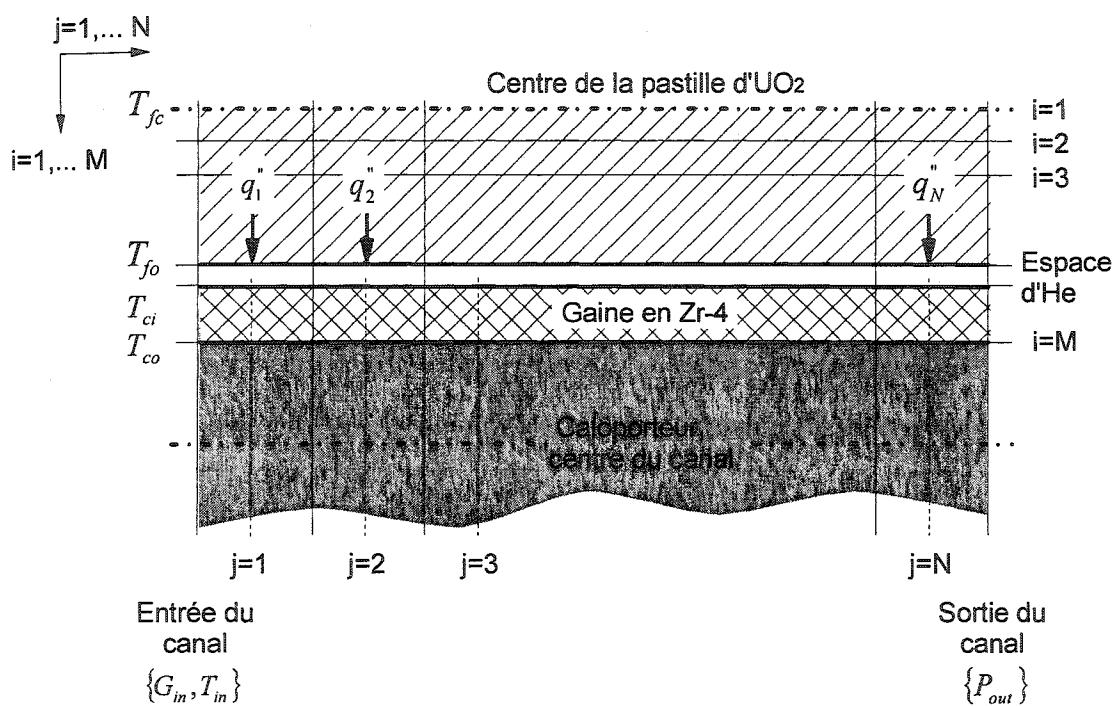


Figure 7.29 : Schéma de discréétisation axiale du canal et de discréétisation radiale de la tige de combustible.

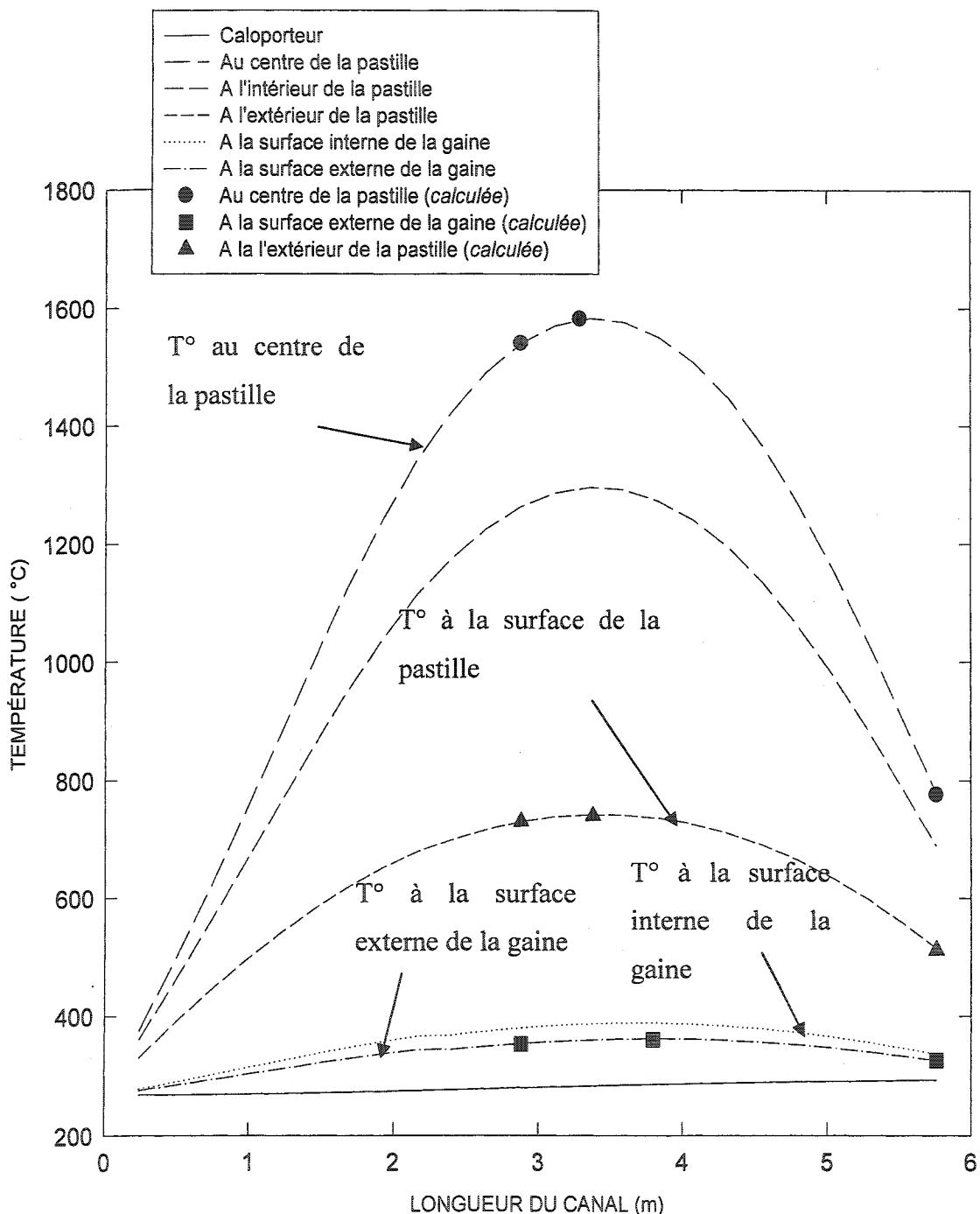


Figure 7.30 : Évolution des températures le long du canal et du combustible.

CONCLUSION

L'objectif de cette recherche était d'élaborer et de développer un programme de calcul thermohydraulique capable de modéliser et de simuler numériquement l'écoulement diphasique dans un canal de combustible d'un réacteur nucléaire CANDU en régime transitoire.

Ce travail constitue une étape importante dans le développement des outils de calcul et d'analyse des transitoires propres aux canaux de combustibles des réacteurs CANDU. De plus, il sera, dans un futur proche, une partie importante dans le couplage neutronique thermohydraulique appliqué aux réacteurs nucléaires CANDU de nouvelle génération.

Ce code de calcul est composé des modèles suivants :

- a) le modèle de l'écoulement dans un canal de combustible et les équations constitutives qui régissent les phénomènes des écoulements monophasiques et diphasiques,
- b) le modèle de transfert de chaleur par convection entre les crayons combustibles et le fluide caloporeur et
- c) le modèle de transfert de chaleur par conduction dans une tige de combustible.

Ces modèles sont développés numériquement selon le schéma numérique semi-implicite à volumes de contrôle décalés pour permettre l'obtention de la solution des transitoires du modèle thermohydraulique de l'écoulement et selon le schéma de différences finies totalement implicite "méthode de Laasonen" pour intégrer les équations différentielles du modèle de transfert de chaleur par conduction.

Le code de calcul présenté dans ce mémoire est en mesure de simuler les phénomènes thermohydrauliques suivants :

- ✓ les écoulements monophasiques et diphasiques dans un canal de combustible nucléaire similaire aux canaux de combustible des réacteurs CANDU,
- ✓ les différents modes de transfert de chaleur, à savoir :
 - a) la convection forcée en écoulement monophasique,
 - b) la convection forcée en ébullition sous refroidie,
 - c) la convection forcée en ébullition saturée,
 - d) le transfert de chaleur par conduction à travers la tige de combustible.
- ✓ De ce fait, le code peut prédire l'évolution des paramètres thermohydrauliques locaux le long d'un canal tout en considérant les variations des propriétés thermo-physiques dans l'espace et dans le temps.

Nous avons démontré que la solution numérique converge toujours de façon indépendante des conditions initiales et du pas d'intégration. Les différentes simulations qui ont été effectuées ont permis de prouver la validité des modèles et des corrélations choisis. De plus, les résultats obtenus démontrent la bonne implantation des méthodes numériques que nous avons utilisées. Ces comparaisons montrent encore que les résultats de simulations sont en accord avec les résultats expérimentaux.

Généralement, la distribution axiale de la densité de puissance dans un canal de combustible d'un réacteur nucléaire est influencée par les mécanismes de contrôle de la réactivité, le chargement et le déchargement des grappes de combustible et la variation de la densité volumétrique du caloporteur et du combustible. Dans le but de mieux analyser les effets d'une perturbation thermohydraulique (la rétroaction des températures du combustible et du caloporteur de même que l'influence du taux de vide) sur la distribution spatiale du flux neutronique et réciproquement, on propose les recommandations suivantes:

Recommandations

- a)- Rendre le modèle de l'écoulement totalement à écart de vitesse et effectuer la comparaison avec les résultats existants,
- b)- développer un modèle pour déterminer le point de génération nette de vapeur dans le cas d'un écoulement en ébullition nucléée sous refroidie,
- c)- dans le but de valider complètement ce code, effectuer des analyses d'incertitude,
- d)- effectuer des simulations en mode transitoire pour des exemples d'accidents hypothétiques et
- e)- finalement, passer à l'étape d'un couplage de ce programme thermohydraulique avec les codes de calculs neutroniques existants au niveau de l'institut de génie nucléaire et ce à l'état transitoire des réacteurs CANDU.

BIBLIOGRAPHIE

- AHMAD, S. Y. (1970). "Axial Distribution of Bulk Temperature and Void Fraction in a Heated Channel with Inlet Subcooling," ASME Journal of Heat Transfer, Conference N°. 70-HT-T, pp. 595-609.
- AL-HAYES, et WINTERTON, R. (1984). "Flow Boiling: Prediction of Bubble Departure," Int. Journal of Heat and Mass Transfer, Vol. 27, N°. 8, pp. 1422-1424.
- AUBÉ, F. (1996). «Étude de la Distribution Axiale de la Pression dans les Écoulements Diphasiques», Thèse de Doctorat, Département de Génie Énergétique, École Polytechnique de Montréal, Canada.
- BAKER, O. (1954). "Design of pipelines for Simultaneous Flow of Oil and Gas," Oil Gas Journal, Vol. 53, pp. 185-195.
- BANAS, A.O., CARVER, M.B. et WHITEHEAD, C.A. (1993). "Numerical Studies of Flow and Heat-Transfer around Fuel-Element Bearing Pads," Proceedings, 4'th CNS/ANS Conference on Simulation Methods in Nuclear Engineering, Montreal, QC, Canada.
- BANAS, A. O., CARVER, M.B. et UNRAU, D. (1994). "Prediction of Bubbly Flow in Pipes Using Two-Fluid Models in CFDS-FLOW-3D code," Proceedings, 17th CNS Simulation Symposium, Vol. 290, pp. 123-124, Pembroke, ON, CANADA
- BANKOFF, S. G. (1960). "A Variable Density Single-Fluid Model of Two-Phase Flow with particular reference to Steam-Water Flow. Trans. ASME Journal Heat Transfer Series C, 82.

BARNEA, D., LUNINSKI, Y. et TITAL, Y. (1983). "Flow Pattern in Horizontal and Vertical Two Phase in Small Diameter Pipes," Can. Journal Chem. Eng., Vol. 91, pp. 617-620.

BERMAN, R.M., TULLY, T.S., BELLE, J. et GOLDBERG, I. (1972). "Thermal Conductivity Polycrystalline Thoria and Thoria-Urania Solid Solutions," WAPD-TM-908, Bettis Atomic Power Laboratory. Pittsburgh, Pa. USA.

BENNET, J.A.R., COLLIER, J.G., PRATT, H.R.C. et THORNTON, J.D. (1961). "Heat Transfer in Two-Phase Gas-Liquid Systems," Int. Chem. Engrs.-Trans., Vol. 39, N° 2, pp. 137-144.

BJORGE, R.W., HALL, G.R., et ROHSENOW, W.M., (1982). "Correlation of Forced Convection Boiling Heat Transfer Data," Int. Journal of Heat and Mass Transfer, Vol. 25, N°. 6, pp. 753-757.

BOWRING, R.W. (1962). "Physical Model, Based on Bubble Detachment, and Calculation of Steam Voidage in the Subcooled Region of a Heated Channel," OECD Halden Reactor Project Report HPR-10.

BREBER, G., PALEN, J.W. et TABOREK, J. (1980). "Prediction of Horizontal tube-side Condensation of Pure Components using Flow Regime Criteria," Journal of Heat Transfer, Vol. 102, pp. 471-476.

CARVER, M.B., TAHIR, A., KITELEY, J.C. et BANAS, A.O. (1990). "Simulation of the Distribution of Flow and Phases in Vertical and Horizontal Fuel Bundles using ASSERT-4 Subchannel Code," Nuclear Engineering and Design, Vol.122, pp. 413-424.

CARVER, M.B. (1995). "Numerical Solution of the Thermal hydraulic Conservation Equations from Fundamental Concepts to Multidimensional Two-Fluid Analysis," AECL, Canada.

CAVILLINI, A., CENSI, G., DEL-COL, D., DORETTI, L., LONGO, G.A. et ROSSETTO, L. (2002). "Intube Condensation of Halogenated Refrigerants," ASHRAE Trans. 108(1), Paper 4507.

CHATOORGOON, V. (1986). "SPORTS a Simple Non-Linear Thermal hydraulic Stability Code," Nuclear Engineering and Design, Vol. 93, pp. 51-67.

CHEN, J.C. (1963). "A Correlation for Boiling Heat Transfer to Saturated Fluids in Convective Flow," 63-HT-34, ASME.

CHEN, W.L., ISHII, M. et GROLMES, M.A. (1979). "The Application of the Simple Fuel Pin Transient and Melting Model to Thermal-Hydraulics in LMFBR Subassembly," Nuclear Engineering and Design, Vol. 53, N°. 3, pp. 321-338.

CHEXAL, B., LELLOUCHE, G., HOROWITZ, J., et HEALZER, J. (1992). "A Void Fraction Correlation for Generalized Applications," Progress in Nuclear Energy, Vol. 27, N°. 4, pp. 255-295.

CHISHOLM, D. (1973). "Pressure Gradients due to Friction during the Flow of Evaporating Two-Phase Mixtures in Smooth Tubes and Channels." Int. Journal Heat Mass Transfer, Vol. 16, pp. 347-348.

COLLIER, J.G., PULLING DJ. (1962). "Heat transfer to two-phase gas-liquid system: Part II. Further data on steam-water mixture in the liquid dispersed region in an annulus." U.K.A.E.A. Report No. AERE-R3809.

COLLIER, J.G., THOME, J.R. (1994). "Convective Boiling and Condensation," 3rd ed. Oxford University Press, Oxford.

DAM, D.F., KITELEY, J.C., SOULARD, M.R., CARVER, M.B., HAU, K.F., HOTTE, T. et THOMPSON, P.D. (1994). "ASSERT/NUCIRC Commissioning for CANDU-6 Fuel Channel CCP Analysis." CNS Proceedings of the Nuclear Simulation Symposium, Vol. 290, pp. 129-138. Pembroke, ON, CANADA.

DELHAYE, J.M., GIOT, M. et RIETHMULLER, M.L. (1980). "Thermohydraulics of two-phase systems for industrial design and nuclear engineering," Hemisphere Pub. Corp. New York, McGraw-Hill, Washington.

DELHAYE, J.M., MAUGIN, F. et OCHTERBECK, J.M. (2004). "Void Fraction Predictions in Forced Convective Subcooled Boiling of Water between 10 and 18 MPa," Int. Journal Heat Mass Transfer Vol. 47, pp. 4415-4425.

DIONNE, B. (2001). «Couplage neutronique-thermohydraulique pour l'analyse de réacteurs CANDU à l'état stationnaire», Mémoire de maîtrise, Département de Génie Mécanique, École Polytechnique de Montréal, Canada

DITTUS, F.W. et BOELTER, L.M.K. (1930). "Heat transfer in automobile radiators of the tubular type," Univ. Calif. Publ. Eng., Vol. 2, pp. 443-461.

DIX, G.E. (1971). "Vapor Void Fractions for Forced Convection with Subcooled Boiling at Low Flow Rates," Ph.D Thesis, University of California, Berkley.

DUKLER, A.E. et TAITEL, Y. (1986). "Flow Pattern Transitions in Gas-Liquid Systems: Measurement and Modeling. Multiphase Science and Technology," Hemisphere, Washington, 2.

FENECH, H. (1981). "Heat Transfer and Fluid Flow in Nuclear Systems," Pergamon Press.

FORSTER, H. K. et ZUBER, N., (1955), "Dynamics of Vapor Bubbles and Boiling Heat Transfer," AIChE Journal, Vol. 1, N°. 4, pp. 531-535.

FREIDEL, L. (1979). "Improved Friction Pressure Drop Correlations for Horizontal and Vertical Two-Phase Pipe Flow. European Two-Phase Flow Group Meeting," Conference E2, Ispra, Italie.

GEFFRAYE, G. et BESTION, D. (1994). "Assessment of the CATHARE 1D pump model," Nuclear Engineering and Design, pp. 117-128.

GODFREY, T.G., FULKERSON, W., KOLLIE, T.G., MOORE, J.P. et MCELROY, D.L. (1964). "Thermal Conductivity of Uranium Dioxide from -57° to 1100°C by Radial Heat Flow Technique," American Ceramic Society Journal, Vol. 48, N° 6, pp.297-305.

GRIFFITH, P., CLARK, J.A. et ROHSENOW, W.M. (1958). "Void Volumes in Subcooled Boiling Systems," ASME-AIChE, 58-HT-19, Heat Transfer Conference, Chicago.

HAGRMAN, D. L. et REYMANN, G. A. (1980). "MATPRO-11: A Handbook of Materials Properties for Use in the Analysis of Light Water Reactor Fuel Rod Behavior," NUREG/CR-0497 (TREE-1280) Rev. 1.

HAN, G.Y. et THOMAS, P.S. (1999). "Thermal-Hydraulic Transient Analysis of Light Water Reactors using Moving Boundaries," Annals of Nuclear Energy, Vol. 26, pp. 301-326.

HANCOX, W. T. et NICOLL, W. B. (1971). "A General Technique for the Prediction of Void Distributions in Non-Steady Two Phase Forced Convection," Int. Journal of Heat and Mass Transfer, Vol. 14, pp. 1377-1394.

HANNA, B.N. (1997). "CATHENA: A Thermal hydraulic Code for CANDU Analysis", Nuclear Engineering and Design, Vol. 180, pp. 113-131.

HASHIZUME, K. (1983). "Flow Pattern and Void Fraction of refrigerant Two-Phase Flow in a Horizontal Pipe, Bull. JSME, Vol. 26, N°. 219, pp. 1597-1602.

HSU, Y.Y. (1994). "Some Challenges to Thermal-Hydraulic Codes," Nuclear Engineering and Design, Vol. 151, pp. 103-111.

HUO, X, ZHONGSHENG, X, et CHENGKUI, L. (2004). "Development of Core Fuel Management Code System for CANDU Reactor Based on Coupled Neutronics and Thermal-hydraulic Advanced Nodal Method," Annals of Nuclear Energy, Vol. 31, pp. 1083-1100.

ISHII, M. (1977). "One-Dimensional Drift-Flux Model and Constitutive Equations for Relative Motion between Phases in Various Two-Phases Flow Regimes," Rapport ANL-77-47. Argonne Natl. Lab., Argonne, USA.

ISHII, M. et HIBIKI, T. (2003). "One-Dimensional Drift-Flux Model and Constitutive Equations for Relative Motion between Phases in Various Two-Phases Flow Regimes," Int. Journal of Heat and Mass Transfer, Vol. 46, pp. 4935-4948.

JENS, W.H. et LOTTES, P.A. (1951). "Analysis of Heat Transfer, Burnout, Pressure Drop, and Density Data for High Pressure Water," USAEC Rep. ANL-4627, Argonne Natl. Lab., Argonne, USA.

KAMPF, H. et KARSTEN, G. (1970). "Effects of different types of void volumes on the radial temperature distribution of fuel pins," Nuclear Applications and Technology," Vol. 9, pp. 288-300.

KATTAN, N., THOME, J.R. et FAVRAT, D. (1998). "Flow Boiling in Horizontal Tubes: Part 3-Development of a New Heat Transfer Model based on Flow Pattern," Journal of Heat Transfer, Vol. 120, pp.156-165.

KIM, D. et GHAJAR, A.J. (2002). "Heat Transfer Measurements and Correlations for Air-Water Flow of Different Flow Patterns in Horizontal Pipe," Experimental Thermal and Fluid Science, Vol. 25, pp. 659-676.

KITELEY, J.C., CARVER, M.B., BANAS, A., ROWE, D.S. and WASILEWICZ, J.P. (1991). "ASSERT-PV V2 User's Manual," COG-91-202, Chalk River Laboratories.

KURETA, M., HIBIKI, T., MISHIMA, K. et AKIMOTO, H. (2003). "Study on Point of Net Vapor Generation by Neutron Radiography in Subcooled Boiling Flow along Narrow Rectangular Channels with short Heated Length," Int. Journal of Heat and Mass Transfer, Vol. 46, pp. 1171-1181.

LARSEN, P.S. et TONG, L.S. (1969). "Void Fraction in Subcooled Flow Boiling," Journal of Heat Transfer, Trans. ASME, series C, Vol.91, pp. 471-476.

LAUTARD, J.J., LOUBIERE, S. et FEDON-MAGNAUD, C. (1990). "CRONOS, A Modular Computational System for Neutronic Core Calculations," Spec. IAEA Meeting, Cadarache, France.

LEE, S. et KIM, L.G. (2000). "RELAP5 Simulation of Thermal-hydraulic behavior in a CANDU Reactor – Assessments of RD-14 Experiments." Nuclear Technology, Vol. 130, N°. 1, pp. 18-26.

LELLOUCHE, G. (1985). "Full-Rang Drift-Flux Correlation for Vertical Flows," Electric Power Research Institute, (Rapport EPRI NP) -3989-SR, USA.

LEVY, S. (1967). "Forced Convection Subcooled Boiling Prediction of Vapour Volumetric Fraction," Int. Journal of Heat and Mass Transfer, Vol. 10, pp. 951-965.

LIN, M.R., PRAWIROSOEHARDJO, S. RENNICK, D.F. WEESMAN, E. BLAIN, R.J.D. et WILSON, J.M. (1979). "Firebird-III, Program Description," Atomic Energy of Canada Limited, Sheridan Park, Mississauga, Canada.

LIU, W.S. et LEUNG, R. (1994). "TUF Developement Status and Applications," Proceeding of the 15th CNS Conference, Montréal, Vol. 1, ISSN: 0227-1907.

LOCKHART, R.W. et MARTINELLI, R.C. (1949). "Proposed Correlation of Data for Isothermal Two-Phase, Two-Component Flow in Pipes," Chem. Eng. Prog., Vol. 45, pp. 39-48.

LYONS, F.M., BOYLE, R.F., DAVIES, J.H., HAZEL, V.E. et ROWLAND, T.C. (1972). "UO₂ Properties Affecting Performance," Nuclear Engineering and Design, Vol. 21, pp. 167-199.

MANDHANE, J.M., GREGORY, G.A. et AZIZ, K. (1974). "A Flow Pattern Map for Gas-Liquid Flow in Horizontal Pipes," Int. Journal of Multiphase Flow, Vol. 1, pp. 537-553.

MUR, J. et MEIGNIN, J.C. (1997). «Analyse thermohydraulique avec le code THYC d'un cœur REP dont un assemblage possède des grilles intermédiaires de mélange», EDF/Direction des Études et Recherches, France.

NOVENDSTERN, E.H. (1970). "MANTA CODE," USDOE, Washington DC, USA.

OULD-DIDI, M.B., KATTAN, N., et THOME, J.R. (2002). "Prediction of Two-Phase Pressure Gradients of Refrigerants in Horizontal Tubes," Int. Journal of Refrigeration, Vol. 25, pp. 935-947.

PORSCHING, T.A., MURPHY, J.H. et REDFIELD, J.A. (1971). "Stable Numerical Integration of Conservation Equations for Hydraulic Networks," Nuclear Science and Engineering, Vol. 43, pp. 218-225.

QI, S., RUICHANG, Y. et HUO, Z. (2003). "Predictive Study of the Incipient Point of Net Vapor Generation in Low-Flow Subcooled Boiling," Nuclear Engineering and Design, Vol. 225, pp. 249-256.

RICHARDS, D.J. (1988). "Validation of the CATHENA Two-Fluid Code using RD-14 Experiments," Proceedings International ENS/ANS on Thermal Reactor, Avignon, France.

ROGERS, J.T., SALCUDEAN, M., ABDULLAH, Z., MC-LEOD, D. et POIRIER, D. (1987). "The Onset of Significant Void in Up-Flow Boiling in Water at Low Pressure and Velocities," Int. Journal of Heat and Mass Transfer, Vol. 30, N°. 11, pp. 2247-2260.

ROSS, A.M. et STOUTE, R.L. (1962). "Heat Transfer Coefficient between UO₂ and Zr-2," AECL, CANADA.

ROUHANI, S.Z. et AXELSON, E. (1970). "Calculation of Void Volume Fraction in Subcooled and Quality Boiling Region," Aktiebolaget Atomenergi, Stockholm, Sweden.

SAHA, P. et ZUBER, N. (1974). "Point of Net Vapor Generation and Vapor Void Fraction in Subcooled Boiling," Proc. Of the 5th Int. Heat Transfer Conf. Tokyo, Vol. 4, pp. 175-179.

SCHROCK, V.E. et GROSSMAN, L.M. (1962). "Forced Convection Boiling in Tubes," Nuclear Science and Engineering, Vol. 12, N°. 4, pp. 474-481.

SIEFKEN, L.J., BERNA, G.A. et SHAH, V.N. (1983). "FRAP-T6: A Computer Code for the Transient Analysis of Oxide fuel Rods," Nuclear Engineering and Design, Vol. 88, N°. 3, pp. 341-355.

SKEARS, J.S. et CHANG, Y.F. (1977). "A Thermalhydraulic System Simulation Model for the Reactor, Boiler and Heat-Transport System (SOPHT)." Ontario Hydro Report, CNS-3-2.

SPALDING, D.B. et SINGHAL, A.K. (1980). "Mathematical Modelling of multi-phase Flow and Heat Transfer in Steam Generators," Engineering in Medicine and Biology Society Annual Conference, Vol. 1, pp. 373-406.

STAUB, F.W. (1968). "The Void Fraction in Subcooled Boiling-Prediction of the Initial Point of Net Vapor Generation," Journal of Heat Transfer, Vol. 90, pp. 151-157.

STEINER, D. (1993). "Heat Transfer to Boiling Saturated Liquids, in :VDI-Wärmeatlas (VDI Heat Atlas), Chapter Hbb, VDI-Gesellschaft Verfahrenstechnik und Chemieingenieurwesen (GCV), Dusseldorf, (Translator: J. W. Fullarton).

SWAMEE, P.K. et JAIN, A.K. (1976). "Explicit Equations for Pipe Flow Problems," Journal of Hydraulic Div. Proc., ASCE, Vol. 1, pp. 657-664.

TAITEL, Y. et DUCLER, A.E. (1976). "A Model for Predicting Flow Regimes Transition in Horizontal and near Horizontal Gas-Liquid Flow," AIChE, Vol. 22, N°.1, pp. 47-54.

TANDON, T.N., VARMA, H.K. et GUPTA, C.P. (1982). "A New Flow Regime Map for Condensation inside Horizontal Tubes," Journal of Heat Transfer, Vol. 104, N°. 4, pp. 763-768.

TAPUCU, A. (2000). "Thermal Nuclear Reactors", Notes de cours, Institut de génie nucléaire, École Polytechnique de Montréal.

The RELAP5-3D Code Development Team (2001). "RELAP5-3D Code Manual, Volume IV: Models and Correlations," Idaho National Engineering and Environmental Laboratory, Idaho Falls, Idaho. INEEL-EXT-98-00834, REVISION 1.3a.

TODREAS, N.E. et KAZIMI, M.S. (1990). "Nuclear Systems I, Thermal Hydraulic Fundamentals," Hemisphere Publishing Corporation, New York, USA.

TOUMI, I. (1996). "An Upwind Numerical Method for Two Fluid Two-Phase Flow Model," Nuclear Science and Engineering. Vol. 123, pp. 147-168.

TOUMI, I., BERGERON, A., GALLO, D. ROYER, E. et CARUGE, D. (2000). "FLICA-4: A Three-Dimensional Two-Phase Flow Computer Code with Advanced Numerical Methods for Nuclear Applications," Nuclear Engineering and Design, Vol. 200, pp. 139-155.

TYE, P., TEYSSEDOU, A. et TROCHE, N. (1995). "A Review of Void Quality Relationships: Applicability to ASSERT," Report IGE-202. Institut de génie nucléaire, École Polytechnique de Montréal, Canada.

VARIN, E., HÉBERT, A., ROY, R. and KOCLAS, J. (2000). "A User's Guide for DONJON," Report IGE-208, École Polytechnique de Montréal, Montréal.

WILLIAM, W.M. (1979). "COBRA-3M: A Modified Version of COBRA for Analyzing Thermal-Hydraulics in Small Pin Bundles," Nuclear Engineering and Design, Vol. 53, N°. 2, pp. 223-235.

YOGESH, J. et KENNETH, E. T. (2003). "Computational Heat Transfer," 2nd ed. Taylor and Francis Group, N. Y.

ZUBER, N., STAUB, F.W. et BIJWAARD, G. (1966). "Vapor Void Fraction in Subcooled Boiling and in Saturated Boiling Systems," Proceedings of the 3rd Int. Heat Transfer Conference, Vol. 4, pp. 24-38.

ANNEXES

Annexe 1 : Conditions expérimentales (Aubé 1996)

Nom exp.	M6	M10	M35	M60
Diamètre (mm)	22.9	22.9	13.4	13.4
Press. sort. (MPa)	4.2472	4.2278	4.2160	4.1952
Temp. Entrée (° C)	100.9	100.9	99.4	100.0
Flux mass. (kg/m ² s)	2027	2064	5076	5999
Flux chal. (kW/m ²)	0.0	1203	0.0	1037

Expériences en écoulement monophasique

Nom exp.	1	2	3b	22
Press. sort. (MPa)	1.0167	1.067	1.0573	4.2386
Temp. Entrée (° C)	174.1	168.8	163.0	232.2
Flux mass. (kg/m ² s)	3181	3156	3205	3181
Flux chal. (kW/m ²)	423	798	1178	1552

Expériences en écoulement diphasique non adiabatique dans le tube de 22.9 mm

Nom exp.	35V	44V	50V	55V
Press. sort. (MPa)	1.0205	1.0111	1.0629	1.0474
Temp. Entrée (° C)	192.2	162.8	186.1	169.0
Flux mass. (kg/m ² s)	4601	4523	6013	6013
Flux chal. (kW/m ²)	1649	3312	2310	3562

Expériences en écoulement diphasique non adiabatique dans le tube de 13.4 mm

*Annexe 2 : Expériences en écoulement
monophasique*

Z(m)	0.090	0.180	0.270	0.450	0.630	0.810	0.990
Press. (MPa)	4.2706	4.2696	4.2685	4.2665	4.2644	4.2623	4.2602
Z(m)	1.170	1.350	1.530	1.710	1.890	2.070	2.16
Press. (MPa)	4.2581	4.2560	4.2540	4.2519	4.2498	4.2477	4.2472

Expérience, M6

Z(m)	0.090	0.180	0.270	0.450	0.630	0.810	0.990
Press. (MPa)	4.2503	4.2493	4.2483	4.2463	4.2443	4.2423	4.2403
Z(m)	1.170	1.350	1.530	1.710	1.890	2.070	2.16
Press. (MPa)	4.2383	4.2363	4.2343	4.2323	4.2303	4.2283	4.2278

Expérience, M10

Z(m)	0.090	0.180	0.270	0.450	0.630	0.810	0.990
Press. (MPa)	4.2703	4.2679	4.2655	4.2607	4.2559	4.2510	4.2462
Z(m)	1.170	1.350	1.530	1.710	1.890	2.070	2.16
Press. (MPa)	4.2414	4.2365	4.2317	4.2269	4.2220	4.2172	4.2160

Expérience, M35

Z(m)	0.090	0.180	0.270	0.450	0.630	0.810	0.990
Press. (MPa)	4.2608	4.2579	4.2550	4.2491	4.2433	4.2375	4.2317
Z(m)	1.170	1.350	1.530	1.710	1.890	2.070	2.16
Press. (MPa)	4.2258	4.2200	4.2142	4.2083	4.2025	4.1967	4.1952

Expérience, M60

Annexe 3 : Expériences en écoulement diphasique

Z(m)	0.090	0.180	0.270	0.450	0.630	0.810	0.990
Press. (MPa)	1.0500	1.0490	1.0478	1.0453	1.0428	1.0402	1.0377
ε	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
X _d	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
X _{th}	-0.0045	-0.0044	-0.0043	-0.0039	-0.0033	-0.0027	-0.0021
Z(m)	1.170	1.350	1.530	1.710	1.890	2.070	2.16
Press. (MPa)	1.0351	1.0324	1.0292	1.0257	1.0219	1.0178	1.0167
ε	0.0059	0.0379	0.0895	0.1511	0.2152	0.2771	
X _d	0.0000	0.0002	0.0006	0.0011	0.0016	0.0023	
X _{th}	-0.0014	-0.0008	-0.0001	0.0006	0.0013	0.0020	

Expérience 1, tube de 22.9 mm

Z(m)	0.090	0.180	0.270	0.450	0.630	0.810	0.990
Press. (MPa)	1.1100	1.1095	1.1082	1.1055	1.1028	1.1002	1.0971
ε	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0019	0.0392
X _d	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0003
X _{th}	-0.0081	-0.0080	-0.0075	-0.0064	-0.0053	-0.0041	-0.0028
Z(m)	1.170	1.350	1.530	1.710	1.890	2.070	2.16
Press. (MPa)	1.0935	1.0893	1.0847	1.0796	1.0742	1.0685	1.067
ε	0.1030	0.1773	0.2514	0.3201	0.3811	0.4345	
X _d	0.0007	0.0014	0.0021	0.0029	0.0038	0.0047	
X _{th}	-0.0016	-0.0005	0.0007	0.0019	0.0030	0.0041	

Expérience 2, tube de 22.9 mm

Z(m)	0.090	0.180	0.270	0.450	0.630	0.810	0.990
Press. (MPa)	1.1077	1.1063	1.1049	1.1021	1.0992	1.0960	1.0922
ε	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0012	0.0379	0.1037
X _d	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0003	0.0007
X _{th}	-0.0061	-0.0060	-0.0055	-0.0045	-0.0034	-0.0022	-0.0011
Z(m)	1.170	1.350	1.530	1.710	1.890	2.070	2.16
Press. (MPa)	1.0877	1.0827	1.0773	1.0715	1.0654	1.0590	1.0573
ε	0.1796	0.2542	0.3224	0.3826	0.4347	0.4799	
X _d	0.0014	0.0021	0.0030	0.0038	0.0047	0.0056	
X _{th}	0.0001	0.0012	0.0022	0.0033	0.0043	0.0053	

Expérience 3b, tube de 22.9 mm

Z(m)	0.090	0.180	0.270	0.450	0.630	0.810	0.990
Press. (MPa)	4.2799	4.2786	4.2774	4.2740	4.2709	4.2676	4.2641
ε	0.0000	0.0000	0.0104	0.0357	0.0708	0.1117	0.1555
X _d	0.0000	0.0000	0.0003	0.0010	0.0021	0.0034	0.0050
X _{th}	-0.0103	-0.0102	-0.0090	-0.0065	-0.0040	-0.0015	0.0010
Z(m)	1.170	1.350	1.530	1.710	1.890	2.070	2.16
Press. (MPa)	4.2604	4.2566	4.2526	4.2484	4.2441	4.2397	4.2386
ε	0.1999	0.2432	0.2847	0.3238	0.3602	0.3941	
X _d	0.0067	0.0086	0.0106	0.0127	0.0149	0.0172	
X _{th}	0.0035	0.0060	0.0086	0.0111	0.0136	0.0161	

Experience 22, tube de 22.9 mm

Z(m)	0.090	0.180	0.270	0.450	0.630	0.810	0.990
Press. (MPa)	1.5677	1.5626	1.5569	1.5410	1.5154	1.4817	1.4407
ε	0.0000	0.0002	0.0217	0.1405	0.2879	0.4167	0.5202
X _d	0.0000	0.0000	0.0002	0.0015	0.0036	0.0061	0.0090
X _{th}	-0.0016	-0.0013	-0.0006	0.0013	0.0035	0.0061	0.0090
Z(m)	1.170	1.350	1.530	1.710	1.890	2.070	2.16
Press. (MPa)	1.3929	1.3383	1.2770	1.2085	1.1315	1.0444	1.0205
ε	0.6011	0.6644	0.7148	0.7561	0.7908	0.8208	
X _d	0.0121	0.0152	0.0183	0.0213	0.0243	0.0270	
X _{th}	0.0121	0.0152	0.0183	0.0213	0.0243	0.0270	

Expérience 35V, tube de 13.4 mm

Z(m)	0.090	0.180	0.270	0.450	0.630	0.810	0.990
Press. (MPa)	1.5790	1.5737	1.5685	1.5543	1.5317	1.4980	1.4548
ε	0.0000	0.0000	0.0046	0.0886	0.2392	0.3920	0.5110
X _d	0.0000	0.0000	0.0000	0.0009	0.0028	0.0056	0.0088
X _{th}	-0.0053	-0.0049	-0.0038	-0.0013	0.0017	0.0051	0.0085
Z(m)	1.170	1.350	1.530	1.710	1.890	2.070	2.16
Press. (MPa)	1.4042	1.3473	1.2838	1.2126	1.1319	1.0379	1.0111
ε	0.5979	0.6630	0.7142	0.7563	0.7927	0.8257	
X _d	0.0120	0.0152	0.0183	0.0214	0.0245	0.0277	
X _{th}	0.0119	0.0151	0.0183	0.0214	0.0245	0.0277	

Expérience 44V, tube de 13.4 mm

Z(m)	0.090	0.180	0.270	0.450	0.630	0.810	0.990
Press. (MPa)	1.7340	1.7274	1.7208	1.7055	1.6818	1.6465	1.5999
ε	0.0000	0.0000	0.0000	0.0475	0.1678	0.3114	0.4377
X _d	0.0000	0.0000	0.0000	0.0005	0.0020	0.0043	0.0072
X _{th}	-0.0046	-0.0041	-0.0032	-0.0011	0.0013	0.0040	0.0071
Z(m)	1.170	1.350	1.530	1.710	1.890	2.070	2.16
Press. (MPa)	1.5435	1.4782	1.4036	1.3181	1.2185	1.0986	1.0629
ε	0.5370	0.6144	0.6765	0.7284	0.7736	0.8152	
X _d	0.0103	0.0135	0.0168	0.0201	0.0236	0.0273	
X _{th}	0.0103	0.0135	0.0168	0.0201	0.0236	0.0273	

Expérience 50V, tube de 13.4 mm

Z(m)	0.090	0.180	0.270	0.450	0.630	0.810	0.990
Press. (MPa)	1.8278	1.8200	1.8122	1.7965	1.7782	1.7473	1.6999
ε	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0606	0.2114	0.3719
X _d	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0007	0.0027	0.0059
X _{th}	-0.0091	-0.0086	-0.0074	-0.0047	-0.0017	0.0016	0.0054
Z(m)	1.170	1.350	1.530	1.710	1.890	2.070	2.16
Press. (MPa)	1.6374	1.5619	1.4735	1.3705	1.2483	1.0958	1.0474
ε	0.5007	0.5976	0.6719	0.7314	0.7821	0.8299	
X _d	0.0095	0.0134	0.0174	0.0214	0.0255	0.0301	
X _{th}	0.0093	0.0133	0.0173	0.0213	0.0255	0.0301	

Expérience 55V, tube de 13.4 mm

Annexe 4 : Logiciel de calcul

```

*****
*          ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL
*
*          Departement de génie physique
*
*          Institut de génie nucléaire
*
*          Élaboré par: Noreddine MESMOUS
*
*          Novembre 2004
*
*          REactor Dynamics for Thermal Hydraulics Analysis
*
*          REDTHA
*
*****
PROGRAM MAIN
USE INITIAL
IMPLICIT NONE
OPEN(1,FILE='C:\DATA\NOREDDINE\CARAVANE\DATA-PRES-SORT\DATA11-.DAT', &
& STATUS='UNKNOWN')
OPEN(4,FILE='DISTRIBUTION.DAT', STATUS='UNKNOWN')
READ(1,*)N, K
ALLOCATE (TMFLUID(1:N),GM(1:N),P(1:N),HMZ(1:N),TMFLSAT(1:N))
ALLOCATE (TIN(1:K),HMZO(1:K),GMO(1:K),POUT(1:K),PIN(1:K),FLHTHTOT(1:K))
PRINT*, 'QUELLE PRESSION MOU== 1 POUR LA SORTIE AUTRE POUR L''ENTREE'
READ*, MOU
CALL SELECTION(THETA,L,MOU,ERRR,DT)
IF(MOU==1)THEN
READ(2,*)LONGTOT,TMFLUID, GM, P,TIN, GMO, POUT, FLHTHTOT, DEQ
ELSE
READ(2,*)LONGTOT,TMFLUID, GM, P,TIN, GMO, PIN, FLHTHTOT, DEQ
ENDIF
!LONGTOT: (M), GM: (Kg/M2*S), P: (MPA), TIN: (C), POUT: (N/M2), FLHTHTOT: (Kw/M2), DEQ: (M)

ALLOCATE (DZ(1:N),AECH(1:N),Z(1:N),LON(1:N))

DO 5 J=1,N
DZ(J)=LONGTOT/N
IF (J==1) THEN
Z(J)=DZ(J)
ELSE
Z(J)=Z(J-1)+DZ(J)
ENDIF

```

```

IF (L==20) THEN
! CANDU
    APASS=(PI/4.)*(0.103**2-37.*0.01308**2)
! AECH(J)=37.*PI*D-GAINE-EXT*DZ(J)
    AECH(J)=37.*0.01308*PI*DZ(J)
! PERIM=PI*( D-INSIDE-PRES-TUDE + 37.* D-GAINE-EXT)
    PERIM=PI*(0.103+37.*0.01308)
    ELSE
        APASS=(PI*DEQ**2)/4.
        AECH(J)=PI*DEQ*DZ(J)
        PERIM=PI*DEQ
    ENDIF
5   CONTINUE
    DO J=1,N
        IF (J==1) THEN
            LON(J)=-LONGTOT/2.
        ELSEIF (J<(N/2)) THEN
            LON(J)=LON(J-1)+DZ(J)
        ELSEIF (J==(N/2)) THEN
            LON(J)=0.
        ELSE
            LON(J)=LON(J-1)+DZ(J)
        ENDIF
    ENDDO
    T=0.
    DP=1.E-4

    ALLOCATE(RHOL(1:N),RHOG(1:N),HL(1:N),HG(1:N),HFG(1:N),CPL(1:N),NUL(1:N),&
    &NUG(1:N),SIGMA(1:N),KL(1:N),FLTH(1:N),QVOL(1:N),XTHR(1:N),XD(1:N),&
    RHOME(1:N),RHOH(1:N),XTHRR(1:N),VM(1:N),VL(1:N),VG(1:N),HM(1:N),HD(1:N),&
    &GLIS(1:N),FRL(1:N),FRTP(1:N),EPS(1:N),RHOM(1:N),RHOE(1:N),VTSRV(1:N),&
    &PNPU(1:N),VMNPU(1:N),HMNPU(1:N),RHOMNPU(1:N),RHOLNPU(1:N),RHOGNPU(1:N),&
    &AMAS(1:N,1:N),BMAS(1:N),CMAS(1:N),AMOV(1:N,1:N),BMOV(1:N),CMOV(1:N),&
    &AENER(1:N,1:N),BENER(1:N),CENER(1:N),RHOLSUB(1:K),HLSUB(1:K),&
    &CPLSUB(1:K),HH(1:N))

    PRINT*, 'M=10 LA DISTRIBUTION RADIALE DE LA TEMPERATURE DANS LA TIGE'
    READ*, M

    ALLOCATE (TMRADIALE(1:M))

    DO 21 KK=1,K
        CALL PROPSUB(TIN(KK), PIN(KK), RHOLSUB(KK), HLSUB(KK), CPLSUB(KK))
        HMZO(KK)=TIN(KK)*CPLSUB(KK)

21   CONTINUE

        DO 1 KK=1,K-1
!A L'ENTREE DU CANAL A L'INSTANT (KK)
        ITERR=0
        DO J=1,N
! CANDU
            IF (L==20) THEN
                FLTH(J)=FLTHTOT(KK)
                LONNN = LONGTOT+REF
                FLTH(J)=FLTH(J)*COSD((180.* LON(J))/LONNN)
            ! OU
            !     FLTH(J)=FLTH(J)*SIND((180.* Z(J))/LONNN)
            ELSE
                IF (J==1 .OR. J==2 ) THEN

```

```

FLTH(J)=0.
ELSE
FLTH(J)=FLTHTOT(KK)/(N-2)
ENDIF
ENDIF
ENDDO
12 DO 2 J=1,N

CALL SATPROP(P(J),TMFLsat(J),RHOL(J),RHOG(J),HL(J),HG(J),HFG(J),CPL(J),&
&NUL(J),NUG(J),SIGMA(J),KL(J))

!ICI TMFLsat(J) EST UNE TEMPERATURE DE SATURATION

IF(ITERR>0)THEN
GOTO 18
ENDIF

!PROPOSER UN CALCUL DE L'ENTHALPIE AU DEBUT DANS LES VOLUMES HMZ(J) EN KJOULE

IF(KK>1)THEN
GOTO 18
ENDIF
IF(J==1)THEN
HMZ(J)=HMZO(KK)+AECH(J)*FLTH(J)/(GM(J)*APASS)
ELSE
HMZ(J)=HMZ(J-1)+AECH(J)*FLTH(J)/(GM(J)*APASS)
ENDIF

!Saha et Zuber (1974)

18 IF(J==1)THEN
Pe=GM(j)*DEQ*1000.0*CPL(j)/KL(j)
IF(Pe<=7.E+4)THEN
Nu=455.
DTSC=0.0022*FLTHTOT(kk)*1000.0*DEQ/KL(j)
ELSE
St=0.0065
DTSC=154.*FLTHTOT(kk)*1000.0/(GM(j)*CPL(j)*1000.0)
ENDIF
XTHSC1=-CPL(j)*1000.0*DTSC/(HFG(j)*1000.0)
TSUBFLUD=TMFLSAT(J)-DTSC
IF(TSUBFLUD<=TIN(KK))then
ZSUB=0.
ELSE
ZSUB=GM(J)*DEQ*CPL(J)*1000.0*(TSUBFLUD-TIN(KK))/(FLTHTOT(kk)*1000.0)
ZSUB=GM(J)*DEQ*CPL(J)*1000.0*DTSC/(FLTHTOT(kk)*1000.0)
ENDIF

PRINT*, 'P(1)=' , P(J) , '      ZSUB=' , ZSUB, '      DTSC=' , DTSC
PRINT*, 'TMFLsat(1)=' , TMFLsat(j)
PRINT*, 'TMFLUID(1)=' , TMFLUID(j)
ELSE
ENDIF
XTHSC=XTHSC1

!PGNV

CALL CARACT(Z(J),ZSUB,P(J),TMFLUID(J),RHOL(J),RHOG(J),HL(J),HG(J),HFG(J),
&CPL(J),NUL(J),NUG(J),SIGMA(J),HMZ(J),GM(J),DEQ,XTHSC,XTHR(J),XD(J),&
amp;EPS(J),CZERO,RHOM(J),RHOME(J),RHOE(J),VM(J),VTSRV(J),VL(J),VG(J),HM(J),&
amp;HD(J),GLIS(J),RHOH(J),FRL(J),FRTP(J),GRAV,THETA)

```

```

2      CONTINUE

!ON PROPOSE UNE PRESSION (MPA) A (N+1) ET ON CALCUL LES NOUVELLES PROPRIÉTÉS

DO 14 J=1,N
PNPU(J)=P(J)-DP
IF(EPS(J)==0.) THEN

CALL PROPSUB(TMFLUID(J),PNPU(J),RHOLNPU(J),HLSUB,CPLSUB)
RHOMNPU(J)=RHOLNPU(J)

ELSE

CALL SATPROP(PNPU(J),TMFLsat(J),RHOLNPU(J),RHOGNPU(J),HL(J),HG(J),HFG(J),
&CPL(J),NUL(J),NUG(J),SIGMA(J),KL(J))

RHOMNPU(J)=EPS(J)*RHOGNPU(J)+(1.-EPS(J))*RHOLNPU(J)
ENDIF
14  CONTINUE

CALL MASSE(AMAS,BMAS,N,DT,DZ,RHOM,GMO(KK+1),RHOMNPU)

CALL VMAT(AMAS,BMAS,CMAS,N)
VMNPU=ABS(CMAS)

IF(MOU==1) THEN

CALL MOUVE(AMOV,BMOV,RHOM,RHOME,RHOL,VMNPU,VM,FRL,FRTP,POUT(KK+1),N,DT,&
&DZ,DEQ,RHOLSUB(KK),GMO(KK+1),GRAV,THETA)

ELSE

CALL MOUVEMENT(AMOV,BMOV,RHOM,RHOME,RHOL,VMNPU,VM,FRL,FRTP,PIN(KK+1),N,&
&DT,DZ,DEQ,RHOLSUB(KK),GMO(KK),GMO(KK+1),GRAV,THETA)

ENDIF

CALL VMAT(AMOV,BMOV,CMOV,N)

PNPU=ABS(CMOV*1.0E-3)
P=P*1.E+3

!' P(KPA)='
!' PNPU(KPA)='
!LA PRESSION EN (N/M2)

PNPU=PNPU*1.0E+3
P=P*1.E+3

CALL ENERGIE(L,DEQ,AENER,BENER,N,DT,DZ,FLTH,P,PNPU,RHOM,RHOME,RHOL,RHOG,&
&RHOE,HMZ,HG,HL,VM,VTSRV,VMNPU,EPS,GMO(KK+1),RHOLSUB(KK),HMZO(KK+1),&
&GRAV,THETA,Z,QVOL)

CALL VMAT(AENER,BENER,CENER,N)
HMNPU=ABS(CENER*1.E-3)

!' HMZ(KJ/KG)='
!' HMZNPU(KJ/KG)='
!LA PRESSION EN (MPa)

```

```

PNPU=PNPU*1.0E-6
P=P*1.E-6
! TMFLUID=HMNPU/CPL
TMFLUID=HMNPU/CPL(1)
PRINT*, 'TMFLUID',TMFLUID
!VERIFIER LA CONVERGENCE SUR L'ENTHALPIE, SI C'EST OK DONC GOTO 13

CALL VERIF(HMZ,HMNPU,ERRR,INDD,N)

IF(INDD==0)THEN
PRINT*, 'AHHAH..CONVERGE-CONVERGE....ITERR=', ITERR
WRITE(3,*)
WRITE(3,*) 'LES TEMPERATURES RADIALES DE 1 A 10 SONT'
WRITE(3,*) 'TEMPS =', 'LES VOLUMES DE CONTROLES DE 1 A N'
WRITE(3,432) KK,N
WRITE(3,*) 'Z(J)', 'TMFLUID(J)', 'TFC', 'TRAD(5)', 'TFO', 'TCI', 'TCO'

DO J=1,N

CALL CONDUCTION(M,XD(J),XTHR(J),RHOL(J),RHOG(J),NUG(J),NUL(J),CPL(J),&
&KL(J),GM(J),DEQ,SIGMA(J),HFG(J),DT,QVOL(J),TMFLUID(J),HH(J),TMRADIALE)

WRITE(3,431) Z(J),TMFLUID(J), TMRADIALE(1),TMRADIALE(5),TMRADIALE(8),&
&TMRADIALE(9),TMRADIALE(10)

ENDDO
WRITE(3,433) HH(J)
431 FORMAT(1X,F4.2,3X,6(F8.3,2X))
432 FORMAT(/,1X,2(5X,I4),/)
433 FORMAT(1X,F15.6)

GOTO 13

ELSE
ITERR=ITERR+1
PRINT*, 'ITERR=', ITERR
HMZ=HMNPU

! LA PRESSION EN (MPA)

P=PNPU
VM=VMNPU
GM=RHOM*VM
PRINT*, 'HMZ', HMZ
PRINT*, 'VM', VM
PRINT*, 'P', P

!REVENIR A L'EQUATION DE LA MASSE

GOTO 12
ENDIF
13 IF(KK==3)THEN
WRITE(3,*)
WRITE(3,*) 'Z(J)', 'TMFLUID', 'HMNPU', 'PNPU', 'VMNPU', 'ZSUB', &
'XD', 'XTHR', 'XTHSC', 'EPS'
DO 16 J=1,N

WRITE(3,31) Z(J),TMFLUID(J),HMNPU(J),PNPU(J),VMNPU(J),ZSUB,XD(J),XTHR(J),
&XTHSC,EPS(J)
31 FORMAT(1X,F5.3,2(2X,F8.3),2X,F7.4,2X,F7.4,2X,F6.3,2X,4(F7.4,2X))
16 CONTINUE

```

```

ENDIF

T=T+DT
1 CONTINUE

CLOSE (3)
CLOSE (4)
END

*****
*          ÉQUATIONS CONSTITUTIVES
*
*          Élaboré par: Noreddine MESMOUS
*
*          Novembre 2004
*
*****


SUBROUTINE CARACT(ZOUZ,ZSUBZ,P,TMFLUID,RHOL,RHOG,HL,HG,HFG,CPL,NUL,NUG,&
&SIGMA,HMZ,GM,DEQ,XTHSC,XTHR,XD,EPS,CZERO,RHOM,RHOME,&
$RHOE,VM,VTSRV,VL,VG,HM,HD,GLIS,RHOH,FRL,FRTA,GRAV,THETA)

REAL P,TMFLUID,RHOL,RHOG,HL,HG,HFG,CPL,NUL,NUG,SIGMA,HMZ,GM,DEQ,XTHR,JJ,&
&XTHSC,XD,EPS,CZERO,RHOM,RHOE,VM,VTSRV,VL,VG,HM,HD,GLIS,RHOH,FRTA,&
&JL,JG,ERR,EPS11,PCR,C1,L1,L2,A1,B1,K0,R,E,F,H,Fr,We,FRL,FRG,REL,REG,GRAD

! CPL EST EN KJ/..., H AUSSI EN KJ/...

XTHR=(HMZ-HL)/HFG
XTHR=MIN(0.999999,XTHR)

IF(XTHR < XTHSC)THEN

! IF(ZOUZ < ZSUBZ)THEN

XD=0.
ELSE

! MODEÈLE à ÉCART DE VITESSE

XD=XTHR - XTHSC * EXP(XTHR/XTHSC-1.)
PRINT*, 'LEVY-XD=' , XD

XD=(XTHR-XTHSC*EXP(XTHR/XTHSC-1.))/(1.-XTHSC*EXP(XTHR/XTHSC-1.))
PRINT*, 'AHMAD-XD=' , XD

ENDIF
XD=MAX(0.0,XD)
XD=MIN(0.999999,XD)
IF(XD > 0..AND.XTHR <= 0.)THEN
PRINT*, 'EBULLITION SOUS REFROIDIE'
PRINT*, 'XD=' , XD, 'XTHR=' , XTHR
ELSEIF(XD > 0..AND.XTHR > 0.)THEN
PRINT*, 'EBULLITION SATUREE'
PRINT*, 'XD=' , XD, 'XTHR=' , XTHR
ELSE
PRINT*, 'CONVECTION FORCEE'
PRINT*, 'XD=' , XD, 'XTHR=' , XTHR
ENDIF

```

```

!MODÈLE HOMOGENE (juste pour comparaison)

!    EPS=XD/ (XD+ (RHOG/RHOL) * (1.-XD) )
!    EPS=MIN(0.99,EPS)
!    EPS=MAX(0.,EPS)

!MODÈLE à ÉCART DE VITESSE
    EPS=1.E-6
    ERR=1.E-7
    K=1
!  PCR (bar)
    PCR = 221.2
!  PP(bar)=10.*P(MPa)
    PP=10.*P
    C1 = 4.*PCR**2/(PP*(PCR-PP))
10   L1=1.-EXP(-C1*EPS)
    IF ((C1*EPS) > 80.0) THEN
    L1 = 1.0
    ENDIF
    L2=1.-EXP(-C1)
    IF (C1 > 80.0) THEN
    L2 = 1.0
    ENDIF
    RELQ = (1.-XD)*GM*DEQ/NUL
    REGZ = XD*GM*DEQ/NUG
    IF ((REGZ > RELQ) .OR. (REGZ <= 0.0)) THEN
    RE = REGZ
    ELSE
    RE = RELQ
    ENDIF
    A1 = 1. / (1. + EXP(-RE/60000.))
    B1 = MIN(0.8,A1)
    R = (1.+1.57*(RHOG/RHOL))/(1.-B1)
    K0 = B1 + (1.-B1)*(RHOG/RHOL)**0.25

    CZERO = (L1/L2)/(K0+(1.-K0)*EPS**R)

    IF(REGZ >=0.)THEN
    K1=B1
    ELSE
    K1=MIN(0.65,0.5*EXP(ABS(REGZ)/4000.))
    ENDIF
    C5=SQRT(150.*RHOG/RHOL)
    C6=C5/(1.-C5)
    IF(C5>=1.)THEN
    C2=1.
    ELSE
    C2=1./ (1.-EXP(-C6))
    ENDIF
    IF(THETA==0.)THEN
    C3=MAX(0.50,2.*EXP(-RELQ/60000.))
    ELSE
    C3=0.
    ENDIF
    C7=(0.091/DEQ)**0.6
    C8=C7/(1.-C7)
    IF(C7>=1.)THEN
    C4=1.
    ELSE
    C4=1./ (1.-EXP(-C8))
    ENDIF

```

```

UGJ=1.41*((GRAV*SIGMA*(RHOL-RHOG)/RHOL**2)**0.25)*((1.-EPS)**K1)*C2*C3*&
&C4*COSD(THETA)

! JG= XD * GM / RHOG
! JL = GM * (1. - XD) / RHOL
! JJ = JL + JG
! EPS11 = JG / (CZERO * JJ+UGJ)
EPS11 = XD/(CZERO*(XD+(1.-XD)*(RHOG/RHOL))+(RHOG*UGJ/GM))
EPS11=MIN(0.99,EPS11)
EPS11=MAX(0.,EPS11)

IF(ABS(EPS-EPS11)>ERR)THEN
EPS=EPS11
K=K+1
GOTO 10
ENDIF
EPS=EPS11

PRINT*, 'EPS=' ,EPS

IF(EPS==0.)then

CALL PROPSUB(TMFLUID,P,RHOL,HL,CPL)

ENDIF
RHOM=EPS*RHOG+(1.-EPS)*RHOL
IF(EPS==0.)THEN
RHOME=RHOL
RHOE=RHOL
GLIS=0.
ELSE
RHOME=1./(((XD**2)/(EPS*RHOG))+((1.-XD)**2)/((1.-EPS)*RHOL))
RHOE=1./SQRT(XD**3/(EPS*RHOG)**2+(1.-XD)**3/((1.-EPS)*RHOL)**2)

GLIS=(CZERO+ XD*(CZERO-1.)*RHOL)/((1.-XD)*RHOG)

ENDIF

VM=GM/RHOM

VTSRV = ((CZERO-1.)*VM + UGJ)/((1.-EPS)*(1.-EPS*((RHOL-RHOG)/RHOM)*&
&(CZERO-1.)))
VTSRV = MAX(0.0,VTSRV)

VL=(GM-EPS*RHOG*VTSRV)/(EPS*RHOG+(1.-EPS)*RHOL)

VG=VTSRV+VL

HM=(EPS*RHOG*HG+(1.-EPS)*RHOL*HL)/RHOM

HD=(EPS*RHOG*VG*HG+(1.-EPS)*RHOL*VL*HL)/(EPS*RHOG*VG+(1.-EPS)*RHOL*VL)

RHOH = 1.0 / (XD / RHOG + (1.0 - XD) / RHOL)
REL = GM * DEQ / NUL
REG = GM * DEQ / NUG

! Rugosite, tube de diametre de 22.9mm
! FRL = 1.325 / (LOG(4.0E-5 / (DEQ * 3.7) + 5.74 / (REL**0.9)))**2
! FRG = 1.325 / (LOG(4.0E-5 / (DEQ * 3.7) + 5.74 / (REG**0.9)))**2
! Rugosite, tube de diametre de 13.4mm

```

```

FRL = 1.325 / (LOG(2.6E-5 / (DEQ * 3.7) + 5.74 / (REL**0.9)))**2
FRG = 1.325 / (LOG(2.6E-5 / (DEQ * 3.7) + 5.74 / (REG**0.9)))**2
E = (1.-XD)**2 + (XD)**2 * RHOL * FRG / (RHOG * FRL)
F = (XD**0.78) * ((1.-XD)**0.224)
H = ((RHOL/RHOG)**0.91) * ((NUG/NUL)**0.19) * ((1.-(NUG/NUL))**0.7)
Fr = GM**2 / (GRAV * DEQ * RHOH**2)
We = GM**2 * DEQ / (SIGMA * RHOH)

FRTP = E + 3.24 * F * H / (Fr**0.045 * We**0.035)

RETURN
END

! *****
*          SUBROUTINE -ENERGIE-
*          EQUATION DE CONSERVATION D'ENERGIE
*          Élaboré par: Noredine MESMOUS
*          Novembre 2004
* *****
SUBROUTINE ENERGIE(L,DEQ,A,B,N,DT,DZ,FLTH,P,PNPU,RHOM,RHOME,RHOL,RHOG,&
&RHOE,HM,HG,HL,VM,VTSRV,VMNPU,EPS,GM0,RHOSUB,HMZ0,&
&GRAV,THETA,Z,QVOL)

REAL,DIMENSION (1:N,1:N)::A
REAL,DIMENSION (1:N) ::B,QVOL,FLTH,EPS,HM,RHOG,RHOL,RHOE,RHOME,RHOM,&
&VTSRV,HG,HL,DZ,VMNPU,VM,P,PNPU
REAL, DIMENSION (0:N) :: HH1,Z
REAL BBBB,AAAA,CCCC,DDD1,DDD2,DT,DEQ

! CALCUL DES ÉLÉMENTS DE LA MATRICE A(N,N)

DO 1 I=1,N
DO 2 J=1,N
IF(I==J)THEN
A(I,J)=RHOM(J)+(DT/DZ(J))*RHOM(J)*VMNPU(J)
ELSEIF(J==1 .AND. I==2)THEN
A(I,J)==(DT/DZ(J))*GM0
ELSEIF(J==(I-1))THEN
A(I,J)==(DT/DZ(J))*(RHOM(J-1)*VMNPU(J-1))
ELSE
A(I,J)=0.
ENDIF
2 CONTINUE
1 CONTINUE

! CALCUL DES ÉLÉMENTS DE LA MATRICE B(N,1)
DO 5 J=1,N

```

```

! TAUX DE TRANSFERT DE CHALEUR PAR CONDUCTION à L'INTERFACE PAR UNITÉ VOLUME

    IF(L==20) THEN
! CANDU
    ! QVOL=4*QNOMINAL/37*LONGTOT*PI*DFUEL**2
    ! QVOL=(4.*6.5E+3)/(37.*5.76*3.14*0.012154**2)
    ! ELSE
    ! QVOL (J)=4.*FLTH (J)/DEQ
    ! ENDIF
    ! IF(J==1) THEN

    ! RHOLSUB, EPS (J-1)=0, HMZ0=HMNPU (J-1)

    AAAA=RHOM (J)*HM (J)*1000.+((RHOM (J)*VM (J))**2)/(2.*RHOME (J))-P (J)

    BBBB=((RHOM (J)*VMNPU (J))**2)/(2.*RHOME (J))-PNPU (J)

    HH1 (J-1)=0.

    DDD1= HH1 (J-1)+(GMO**2)/(2.*RHOLSUB**2)

    HH1 (J)=EPS (J)*(1.-EPS (J))*RHOG (J)*RHOL (J)*VTSRV (J)*1000.* (HG (J)-HL (J))/&
    & ((RHOM (J)**2)*VMNPU (J))

    DDD2= HH1 (J)+((RHOM (J)*VMNPU (J))**2)/(2.*RHOE (J)**2) + GRAV*Z (J)*&
    & COSD (THETA)

    CCCC=(DT/DZ (J))* (GMO*DDD1-RHOM (J)*VMNPU (J)*DDD2)

    B (J)=AAAA-BBBB+CCCC+DT*1000.*QVOL (J)+(DT/DZ (J))*GMO*HMZ0*1000.

    ELSE

    AAAA=RHOM (J)*1000.*HM (J)+((RHOM (J)*VM (J))**2)/(2.*RHOME (J))-P (J)

    BBBB=((RHOM (J)*VMNPU (J))**2)/(2.*RHOME (J))-PNPU (J)

    HH1 (J-1)=EPS (J-1)*(1.-EPS (J-1))*RHOG (J-1)*RHOL (J-1)*VTSRV (J-1)*1000.*&
    & (HG (J-1)-HL (J-1))/(VMNPU (J-1)*RHOM (J-1)**2)

    DDD1=HH1 (J-1)+((RHOM (J-1)*VMNPU (J-1))**2)/(2.*RHOE (J-1)**2)+GRAV*Z (J-1)&
    & *COSD (THETA)

    HH1 (J)=EPS (J)*(1.-EPS (J))*RHOG (J)*RHOL (J)*VTSRV (J)*1000.* (HG (J)-HL (J))/&
    & ((RHOM (J)**2)*VMNPU (J))

    DDD2=HH1 (J)+((RHOM (J)*VMNPU (J))**2)/(2.*RHOE (J)**2)+GRAV*Z (J)&
    & *COSD (THETA)

    CCCC=(DT/DZ (J))* (RHOM (J-1)*VMNPU (J-1)*DDD1-RHOM (J)*VMNPU (J)*DDD2)

    B (J)=AAAA-BBBB+CCCC+DT*1000.*QVOL (J)

    ENDIF
5   CONTINUE
    END

!
! ***** ****
!
!           MODULE INITIAL
!
!
```

```

!
!           *          Élaboré par: Noreddine MESMOUS      *
!           *          Novembre 2004                      *
!           *          *****                                *
!
! MODULE INITIAL
IMPLICIT NONE
REAL, PARAMETER :: PI=3.14, GRAV=9.81, REF=1.
INTEGER :: J, K, L, N, KK, ITERR, INDD, MOU, M
REAL :: LONGTOT, DEQ, RHOM1, LONG, Pe, Nu, St, XTHSC1, XTHSC, DTSC, &
&ERRR, PERIM, HCV, HNCL, FACT, SACT, XTT, TW, TSAT, DEP, DTST, &
&T, DT, DP, APASS, CZERO, THETA, TSUBFLUD, ZSUB, LONNN

REAL, ALLOCATABLE, DIMENSION (:) :: TMFLUID, GM, P, HMZ, XTHR, Z, TMFLsat, &
&TIN, HMZO, GMO, POUT, PIN, FLHTOT, VL, &
&QVOL, VG, HM, HD, GLIS, FRL, FRTP, HMON, &
&HTP, FLTH, XTHR, XD, EPS, RHOM, RHOME, &
&RHOE, VM, VTSRV, RHOH, RHOL, RHOG, HL, &
&HG, HFG, CPL, NUL, NUG, SIGMA, KL, AECH, &
&PNPU, VMNPU, HMNPU, RHOMNPU, RHOLNPU, &
&DZ, RHOGNPU, RHOLSUB, HLSUB, CPLSUB, &
&HH, BMAS, BMOV, BENER, CMAS, CMOV, LON, &
&CENER, TMRADIALE

REAL, ALLOCATABLE, DIMENSION (:,:) :: AMAS, AMOV, AENER

END MODULE INITIAL

!
!           *          *****                                *
!           *          SUBROUTINE VMAT    INVERSER ET MULTIPLIER LES MATRICES   *
!           *          *****                                *
!           *          Élaboré par: Noreddine MESMOUS      *
!           *          Novembre 2004                      *
!           *          *****                                *
!
SUBROUTINE VMAT(A, B, C, N)

INTEGER I, J, K, N
REAL, DIMENSION (1:N, 1:N) :: A, AINV
REAL, DIMENSION (1:N) :: B, C
REAL, DIMENSION (1:N, 1:(2.*N)) :: D
REAL ALPHA, BETA
M=2.*N

! INITIALIZE THE REDUCTION MATRIX

DO 1 I = 1, N
DO 2 J = 1, N
D(I, J) = A(I, J)
D(I, N+J) = 0.
2 CONTINUE
D(I, N+I) = 1.
1 CONTINUE

! DO THE REDUCTION

```

```

DO 3 I = 1,N
ALPHA = D(I,I)
IF(ALPHA == 0.) GOTO 14
DO 4 J = 1,M
D(I,J) = D(I,J)/ALPHA
4 CONTINUE
DO 5 K = 1,N
IF((K-I)==0) GOTO 5
BETA = D(K,I)
DO 6 J = 1,M
D(K,J) = D(K,J) - BETA*D(I,J)
6 CONTINUE
5 CONTINUE
3 CONTINUE

! COPY RESULT INTO OUTPUT MATRIX

DO 7 I = 1,N
DO 8 J = 1,N
AINV(I,J) = D(I,J+N)
8 CONTINUE
7 CONTINUE

! MULTIPLICATION DES MATRICES

C=MATMUL(Ainv,B)

GOTO 13
14 PRINT *, 'ERROR: SINGULAR MATRIX -BAYE BAYE'
PAUSE
13 RETURN
END

! ****
! *
! *          SUBROUTINE -MASSE-
! *          EQUATION DE CONSERVATION DE LA MASSE
! *
! *          Élaboré par: Noredine MESMOUS
! *
! *          Novembre 2004
! *
! ****

SUBROUTINE MASSE(A,B,N,DT,DZ,RHOM,GMO,RHOMNPU)

REAL,DIMENSION (1:N,1:N) ::A
REAL,DIMENSION (1:N)    :: B, DZ, RHOM, RHOMNPU
REAL DT,GMO

DO 1 I=1,N
DO 2 J=1,N
IF(I==J)THEN
A(I,J)=-RHOM(J)
ELSEIF(J==(I-1))THEN
A(I,J)=RHOM(J)
ENDIF
2 ENDIF
1 ENDDO
END

```

```

ELSE
A(I,J)=0.

ENDIF
2 CONTINUE
1 CONTINUE
DO 5 J=1,N
IF(J==1) THEN

B(J)=(DZ(J)/DT)*(RHOMNPU(J)-RHOM(J))-GMO

ELSE

B(J)=(DZ(J)/DT)*(RHOMNPU(J)-RHOM(J))

ENDIF

5 CONTINUE

END

!
!
!          *      SUBROUTINE -MOUVE- PIN DONNÉE      *
!          *      EQUATION DE QUANTITÉ DE MOUVEMENT      *
!          *      *                                         *
!          *      Élaboré par: Noreddine MESMOUS      *
!          *      *                                         *
!          *      Novembre 2004      *
!          *      *                                         *
!          *      *****

SUBROUTINE MOUVEMENT(A,B,RHOM,RHOME,RHOL,VMNPU,VM,FRL,FRTP,PIN,N,DT,DZ,&
&DEQ,RHOLSUB,GM00,GM01,GRAV,THETA)

REAL, DIMENSION (1:N,1:N) :: A
REAL, DIMENSION (1:N) :: B,RHOM,RHOME,RHOL,VMNPU,VM,FRL,FRTP,DZ
REAL DT,DEQ,DDD,BBB,CCC,PIN,DZM,GM00,GM01

DO 1 I=1,N
DO 2 J=1,N
IF(I==J) THEN

A(I,J)=-1.

ELSEIF(J==(I-1)) THEN

A(I,J)=1.

ELSE

A(I,J)=0.

ENDIF
2 CONTINUE
1 CONTINUE

DO 5 J=1,N
IF(J==1) THEN

```

```

DZM=DZ (J) /2.

DDD=(DZM/DT)*(GM01-GM00)

! A L'ENTREE RHOME(0)=RHOLSUB

BBB=(DZM/DZ (J))*((RHOM (J)*VMNPU (J))**2/RHOME (J))-(GM01**2/RHOLSUB))

CCC=DZM*(FRTP (J)*FRL (J)/DEQ)*GM01**2/(2.*RHOLSUB)+DZM*RHOLSUB*GRAV&
*&COSD (THETA)

B (J)=-PIN+DDD+BBB+CCC

ELSE

DZM=(DZ (J)+DZ (J-1))/2.

DDD=(DZM/DT)*(RHOM (J-1)*VMNPU (J-1)-RHOM (J-1)*VM (J-1))

BBB=(DZM/DZ (J))*((RHOM (J)*VMNPU (J))**2/RHOME (J)-(RHOM (J-1)*VMNPU (J-1))&
**2/RHOME (J-1))

CCC=DZM*(FRTP (J-1)*FRL (J-1)/DEQ)*(RHOM (J-1)*VMNPU (J-1))**2/(2.*RHOL (J-1)&
)+DZM*RHOM (J-1)*GRAV*COSD (THETA)

B (J)=DDD+BBB+CCC

ENDIF
5  CONTINUE
END

*****
!
!
!          SUBROUTINE -MOUVE-   POUT DONNÉE
!          EQUATION DE QUANTITÉ DE MOUVEMENT
!
!          Élaboré par: Noreddine MESMOUS
!
!          Novembre 2004
!
*****
```

SUBROUTINE MOUVE(A,B,RHOM,RHOME,RHOL,VMNPU,VM,FRL,FRTP,POUT,N,DT,DZ,DEQ,&
&RHOLSUB,GM0,GRAV,THETA)

REAL, DIMENSION (1:N,1:N) :: A
REAL, DIMENSION (1:N) :: B,RHOM,RHOME,RHOL,VMNPU,VM,FRL,FRTP,DZ
REAL DT,DEQ,DDD,BBB,CCC,POUT,DZM

DO 1 I=1,N
DO 2 J=1,N
IF(I==J)THEN

A(I,J)=-1.

ELSEIF(J==(I+1))THEN

A(I,J)=1.

ELSE

```

A(I,J)=0.

ENDIF
2  CONTINUE
1  CONTINUE

DO 5 J=1,N
IF (J==N) THEN

DZM=DZ(J)/2.

DDD=(DZM/DT)*(RHOM(J)*VM(J)-RHOM(J)*VMNPU(J))

BBB=(DZM/DZ(J))*((RHOM(J-1)*VMNPU(J-1))**2/RHOME(J-1)-(RHOM(J)*VMNPU(J))&
&**2/RHOME(J))

CCC=DZM*(FRTP(J)*FRL(J)/DEQ)*(RHOM(J)*VMNPU(J))**2/(2.*RHOL(J))+DZM*&
&RHOM(J)*GRAV*COSD(THETA)

B(J)=-POUT+DDD+BBB-CCC

ELSEIF (J==1) THEN

DZM=(DZ(J)+DZ(J+1))/2.

DDD=(DZM/DT)*(RHOM(J)*VM(J)-RHOM(J)*VMNPU(J))

! A L'ENTREE RHOME(0)=RHOLSUB

BBB=(DZM/DZ(J))*((GM0**2/RHOLSUB-(RHOM(J)*VMNPU(J))**2/RHOME(J))

CCC=DZM*(FRTP(J)*FRL(J)/DEQ)*(RHOM(J)*VMNPU(J))**2/(2.*RHOL(J))+DZM*&
&RHOM(J)*GRAV*COSD(THETA)

B(J)=DDD+BBB-CCC

ELSE

DZM=(DZ(J)+DZ(J+1))/2.

DDD=(DZM/DT)*(RHOM(J)*VM(J)-RHOM(J)*VMNPU(J))

BBB=(DZM/DZ(J))*((RHOM(J-1)*VMNPU(J-1))**2/RHOME(J-1)-(RHOM(J)*VMNPU(J))&
&**2/RHOME(J))

CCC=DZM*(FRTP(J)*FRL(J)/DEQ)*(RHOM(J)*VMNPU(J))**2/(2.*RHOL(J))+DZM*&
&RHOM(J)*GRAV*COSD(THETA)

B(J)=DDD+BBB-CCC

ENDIF
5  CONTINUE
END

REAL FUNCTION RHOM1(EPS,RHOL,RHOG)
RHOM1=EPS*RHOG+(1.-EPS)*RHOL
END

!
! ****
!
```

```

!      * PROPRIÉTÉS DE L'EAU à L'ÉTAT DE SATURATION *
!      * PRÉPARÉ à L'INSTITUT DE GÉNIE NUCLÉAIRE   *
!      *
!      ****
!      ****
!      * THERMAL CONDUCTIVITY OF WATER KL (W/M*K) AS A FUNCTION OF   *
!      * TEMPERATURE AND PRESSURE.                                     *
!      *
!      * P MUST BE GREATER THAN P OF SATURATED WATER.                 *
!      *
!      * RANGE OF APPLICABILITY : 0 < TMFLsat < 350 C.               *
!      *
!      *          100 < PKPA < 20000 KPA                            *
!      *
!      * MAXIMUM ERROR : .2 %.                                         *
!      *          PKPA=PIN*E+3 , P       (MPA)                         *
!      ****
!      ****
!      SUBROUTINE SATPROP(P,TMFLsat,RHOL,RHOG,HL,HG,HFG,CPL,NUL,NUG,SIGMA,KL)

REAL P,TMFLsat,RHOL,RHOG,HL,HG,HFG,CPL,NUL,NUG,SIGMA
REAL*4 A(5),B(5),C(5),KL

*****  

* SATURATION TEMPERATURE TMFLsat(C)                                *
*****  

*****  

IF(P .GE. 0.07 .AND. P .LT. 0.359) THEN  

  TMFLsat = 236.2315 * P ** (0.1784767) - 57.0  

ELSE IF(P .GE. 0.359 .AND. P .LT. 1.676) THEN  

  TMFLsat = 207.9248 * P ** (0.2092705) - 28.0  

ELSE IF (P .GE. 1.676 .AND. P .LT. 8.511) THEN  

  TMFLsat = 185.0779 * P ** (0.2323217) - 5.0  

ELSE IF (P .GE. 8.511 .AND. P .LT. 17.69) THEN  

  TMFLsat = 195.1819 * P ** (0.2241729) - 16.0  

ELSE IF ( P .GT. 17.69) THEN  

  TMFLsat = 227.2963 * P ** (0.201581) - 50.0  

END IF

DATA A /-922.47,2839.5,-1800.7,525.77,-73.440/
DATA B /-.9473,2.5186,-2.0012,.51536,0.0/
DATA C /1.6563E-03,-3.8929E-03,2.9323E-03,-7.1693E-04,0.0/
PKPA=PIN*E+3
W=3.2437814
X=5.86826E-03
Y=1.1702379E-08
Z=2.1878462E-03
TKEL=TMFLsat+273.15
X1=647.1-TKEL
X2=(X1/TKEL)*(W+X*X1+Y*X1**3)/(1.+Z*X1)
X3=10.*X2
PS=22120./X3
SUM1=0.
SUM2=0.
SUM3=0.
DO 1 I=1,5
  SUM1=SUM1+A(I)*(TKEL/273.15)**(I-1)
  SUM2=SUM2+((PKPA-PS)/100.)*B(I)*(TKEL/273.15)**(I-1)
  SUM3=SUM3+((PKPA-PS)/100.)*C(I)*(TKEL/273.15)**(I-1)
1 CONTINUE
KL=(SUM1+SUM2+SUM3)*.001

*****  

* DENSITY OF LIQUID PHASE RHOL( kg/m**3)                           *
*****
```

```

! ****
! IF ( P .GE. 0.075 .AND. P .LE. 1.0) THEN
!   VL = 1.2746977E-4 * P ** (0.4644339) + 0.001
! ELSE IF ( P .GT. 1.0 .AND. P .LE. 3.88) THEN
!   VL = 1.0476071E-4 * P ** (0.5651090) + 0.001022
! ELSE IF ( P .GT. 3.88 .AND. P .LE. 8.84) THEN
!   VL = 3.2836717E-5 * P + 1.12174735E-3
! ELSE IF ( P .GT. 8.84 .AND. P .LE. 14.463) THEN
!   VL = 3.3551046E-4 * EXP(5.8403566E-2 * P) + 0.00085
! ELSE IF ( P .GT. 14.463 .AND. P .LT. 18.052) THEN
!   VL = 3.101462E-8 * P ** (3.284754) + 0.00143
! ELSE IF ( P .GE. 18.052 .AND. P .LT. 20.204) THEN
!   VL = 1.5490787E-11 * P ** (5.7205) + 0.001605
! ELSE IF ( P .GE. 20.204) THEN
!   VL = 4.1035988E-24 * P ** (15.03329) + 0.00189
! END IF
! RHOL = 1.0 / VL
! ****
! * DENSITY OF GAS PHASE RHOG(kg/m**3) *
! ****
! IF ( P .GT. 0.085 .AND. P .LT. 1.112) THEN
!   RHOG = 5.126076 * P ** (0.9475862) + 0.012
! ELSE IF ( P .GE. 1.112 .AND. P .LT. 3.932) THEN
!   RHOG = 4.630832 * P ** (1.038819) + 0.52
! ELSE IF ( P .GE. 3.932 .AND. P .LT. 8.996) THEN
!   RHOG = 2.868721 * P ** (1.252148) + 3.80
! ELSE IF ( P .GE. 8.996 .AND. P .LT. 14.628) THEN
!   RHOG = 0.5497653 * P ** (1.831182) + 18.11
! ELSE IF ( P .GE. 14.628 .AND. P .LE. 18.21) THEN
!   RHOG = 8.5791582E-3 * P ** (3.176484) + 50.0
! ELSE IF ( P .GT. 18.21 .AND. P .LE. 20.253) THEN
!   RHOG = 3.5587113E-6 * P ** (5.660939) + 88.0
! ELSE IF ( P .GT. 20.253) THEN
!   RHOG = 3.558734E-16 * P ** (13.03774) + 138.0
! END IF
! ****
! * SPECIFIC ENTHALPY LIQUID PHASE HL(kJ/kg) *
! ****
! IF ( P .GT. 0.075 .AND. P .LT. 0.942) THEN
!   HL = 912.1779 * P ** (0.2061637) - 150.0
! ELSE IF ( P .GE. 0.942 .AND. P .LT. 4.02) THEN
!   HL = 638.0621 * P ** (0.2963192) + 125.0
! ELSE IF ( P .GE. 4.02 .AND. P .LT. 9.964) THEN
!   HL = 373.7665 * P ** (0.4235532) + 415.0
! ELSE IF ( P .GE. 9.964 .AND. P .LT. 16.673) THEN
!   HL = 75.38673 * P ** (0.8282384) + 900.0
! ELSE IF ( P .GE. 16.673 .AND. P .LT. 20.396) THEN
!   HL = 0.1150827 * P ** (2.711412) + 1440.0
! ELSE IF ( P .GT. 20.396) THEN
!   HL = 9.1417257E-14 * P ** (11.47287) + 1752.0
! END IF
! HL(J/kg)
! HL = HL * 1.0E+3
! ****
! * SPECIFIC ENTHALPY OF GAS PHASE HG(kJ/kg) *
! ****
! IF ( P .GE. 0.075 .AND. P .LE. 0.348) THEN
!   HG = -4.0381938E-6 * (3.0 - P) ** (15.72364) + 2750.0
! ELSE IF ( P .GT. 0.348 .AND. P .LE. 1.248) THEN
!   HG = -0.5767304 * EXP(-1.66153 * (P - 3.2)) + 2800.0
! ELSE IF ( P .GT. 1.248 .AND. P .LT. 2.955) THEN

```

```

HG = -7.835986 * (3.001 - P) ** 2 + 2.934312 * (3.001 - P) + 2803.71
ELSE IF ( P .GE. 2.955 .AND. P .LE. 6.522) THEN
HG = -1.347244 * (P - 2.999) ** 2 - 2.326913 * (P - 2.999) + 2803.35
ELSE IF ( P .GT. 6.522 .AND. P .LT. 16.497) THEN
HG = -0.9219176 * (P - 9.0) ** 2 - 16.38835 * (P - 9.0) + 2742.03
ELSE IF ( P .GE. 16.497 .AND. P .LT. 20.193) THEN
HG = -3.532177 * (P - 8.0) ** 2 + 29.81305 * (P - 8.0) + 2565.0
ELSE IF (P .GE. 20.193) THEN
HG = -22.92521 * (P - 18.0) ** 2 + 44.23671 * (P - 18.0) + 2415.01
END IF
!
HL(J/kg)
HG = HG *1.0E+3
*****
* SPECIFIC ENTHALPY OF PHASE CHANGE HFG(kJ/kg) OU EN (J/kg)*
*****
HFG = HG - HL
*****
* SPECIFIC HEAT OF LIQUID PHASE CPL(kJ/kgK) *
*****
IF ( P .GE. 0.030 .AND. P .LT. 0.671) THEN
CPL = 0.247763 * P ** (0.5704026) + 4.150
ELSE IF ( P .GE. 0.671 .AND. P .LT. 2.606) THEN
CPL = 0.179305 * P ** (0.8967323) + 4.223
ELSE IF ( P .GE. 2.606 .AND. P .LT. 6.489) THEN
CPL = 0.09359843 * P ** (1.239114) + 4.340
ELSE IF ( P .GE. 6.489 .AND. P .LT. 11.009) THEN
CPL = 0.01068888 * P ** (2.11376) + 4.740
ELSE IF ( P .GE. 11.009 .AND. P .LT. 14.946) THEN
CPL = 1.333058E-4 * P ** 3.707294 + 5.480
ELSE IF ( P .GE. 14.946 .AND. P .LT. 18.079) THEN
CPL = 6.635658E-3 * (P - 10.0) ** 3.223323 + 7.350
ELSE IF ( P .GE. 18.079) THEN
CPL = 4.6844786E-6 * EXP( 0.7396875 * P) + 10.020
END IF
CPL(J/kgK)
CPL = CPL *1.0E+3
*****
* DYNAMIC VISCOSITY LIQUID PHASE NUL(kg/m s) *
*****
IF ( P .GE. 0.035 .AND. P .LT. 0.960) THEN
NUL = (111.5993 * P ** (-0.342588) + 38.0) * 1.E-6
ELSE IF ( P .GE. 0.960 .AND. P .LE. 3.948) THEN
NUL = (134.5288 * P ** (-0.28483) + 15.0) * 1.E-6
ELSE IF ( P .GT. 3.948 .AND. P .LT. 9.514) THEN
NUL = (141.5415 - 25.91353*LOG(P)) * 1.E-6
ELSE IF ( P .GE. 9.514 .AND. P .LT. 15.074) THEN
NUL = (113.4599 * EXP(-0.03279562 * P)) * 1.E-6
ELSE IF ( P .GE. 15.074 .AND. P .LT. 18.868) THEN
NUL = (110.0 - 17.67922 * EXP(0.05556056 * P)) * 1.E-6
ELSE IF ( P .GE. 18.868 .AND. P .LT. 20.430) THEN
NUL = (9.12152 * P - 0.3159837 * P ** 2) * 1.E-6
ELSE IF ( P .GE. 20.430) THEN
NUL = (64.0 - 0.00261596 * EXP(0.4010038) * P) * 1.E-6
END IF
*****
* DYNAMIC VISCOSITY OF GAS PHASE NUG(kg/ms) *
*****
IF ( P .GE. 0.040 .AND. P .LE. 2.207) THEN
NUG = (7.473620 * P ** (0.2050149) + 7.6) * 1.E-6
ELSE IF ( P .GE. 2.207 .AND. P .LE. 5.480) THEN
NUG = (3.375163 * P ** (0.3916208) + 11.8) * 1.E-6

```

```

ELSE IF ( P .GT. 5.480 .AND. P .LT. 9.585) THEN
NUG = (0.9169410 * P ** (0.7644731) + 15.0) * 1.E-6
ELSE IF ( P .GE. 9.585 .AND. P .LT. 14.351) THEN
NUG = (5.030544 * EXP(0.05045239 * P) + 12.0) * 1.E-6
ELSE IF ( P .GE. 14.351 .AND. P .LT. 81.385) THEN
NUG = (0.4423761 * EXP(0.1458726 * P) + 18.8) * 1.E-6
ELSE IF ( P .GE. 18.385 .AND. P .LE. 20.347) THEN
NUG = (0.01082229 * EXP(0.3071918 * P) + 22.2) * 1.E-6
ELSE IF ( P .GT. 20.347) THEN
NUG = (6.6753655E-6 * EXP(0.63477 * P) + 25.1) * 1.E-6
END IF
*****
* SURFACE TENSION SIGMA(N/m)
*****
TC = 647.15
TDEGK = TMFLsat + 273.16
X = (TC - TDEGK) / TC
SIGMA = 235.8E-03 * (X**1.256) * (1. - .625 * X )
RETURN
END

*****
*
* PROPRIÉTÉS DE L'EAU à L'ÉTAT SOUS REFROIDIE*
* PRÉPARÉ à L'INSTITUT DE GÉNIE NUCLÉAIRE *
*
*****
* THERMAL CONDUCTIVITY OF WATER KL (W/M*K) AS A FUNCTION OF *
* TEMPERATURE AND PRESSURE. *
*
* P MUST BE GREATER THAN P OF SATURATED WATER. *
*
* RANGE OF APPLICABILITY : 0 < TIN < 350 C. *
*
* 100 < PKPA < 20000 KPA *
*
* MAXIMUM ERROR : .2 % .
* PKPA=PIN*E-3 , PIN (MPA) *
*****
SUBROUTINE PROPSUB(TIN, PIN, RHOLSUB, HLSUB, CPLSUB)

REAL*4 A(5),B(5),C(5),KL
!(PIN EST EN Pa)
PINI=PIN*1.E-6
!(PINI EST EN MPa)
DATA A /-922.47,2839.5,-1800.7,525.77,-73.440/
DATA B /-.9473,2.5186,-2.0012,.51536,0.0/
DATA C /1.6563E-03,-3.8929E-03,2.9323E-03,-7.1693E-04,0.0/
PKPA=PINI*1.E+3
W=3.2437814
X=5.86826E-03
Y=1.1702379E-08
Z=2.1878462E-03
TKEL=TIN+273.15
X1=647.1-TKEL
X2=(X1/TKEL)*(W+X*X1+Y*X1**3)/(1.+Z*X1)
X3=10.*X2
PS=22120./X3
! ICI PS (KPa)
SUM1=0.

```

```

SUM2=0.
SUM3=0.
DO 1 I=1,5
SUM1=SUM1+A(I)*(TKEL/273.15)**(I-1)
SUM2=SUM2+((PKPA-PS)/100.)*B(I)*(TKEL/273.15)**(I-1)
SUM3=SUM3+((PKPA-PS)/100.)*C(I)*(TKEL/273.15)**(I-1)
1 CONTINUE
KL=(SUM1+SUM2+SUM3)*.001
***** * SATURATION PRESSURE (MPA) AS A FUNCTION OF TEMPERATURE (C) *
***** ****
IF(TIN .GE. 65.965 .AND. TIN .LT. 139.781) THEN
PS = ((TIN + 57.0)/236.2315)**5.602972
ELSE IF(TIN .GE. 139.781 .AND. TIN .LT. 203.662) THEN
PS = ((TIN + 28.0)/207.9248)**4.778504
ELSE IF(TIN .GE. 203.662 .AND. TIN .LT. 299.407) THEN
PS = ((TIN + 5.0)/185.0779)**4.304376
ELSE IF(TIN .GE. 299.407 .AND. TIN .LT. 355.636) THEN
PS = ((TIN + 16.0)/195.1819)**4.460843
ELSE IF(TIN .GE. 355.563 .AND. TIN .LT. 373.253) THEN
PS = ((TIN + 50.0)/227.2963)**4.960785
END IF
***** * DENSITY OF LIQUID PASE RHOL( kg/m**3) *
***** ****
IF ( PS .GE. 0.075 .AND. PS .LE. 1.0) THEN
VL = 1.2746977E-4 * PS ** (0.4644339) + 0.001
ELSE IF ( PS .GT. 1.0 .AND. PS .LE. 3.88) THEN
VL = 1.0476071E-4 * PS ** (0.5651090) + 0.001022
ELSE IF ( PS .GT. 3.88 .AND. PS .LE. 8.84) THEN
VL = 3.2836717E-5 * PS + 1.12174735E-3
ELSE IF ( PS .GT. 8.84 .AND. PS .LE. 14.463) THEN
VL = 3.3551046E-4 * EXP(5.8403566E-2 * PS) + 0.00085
ELSE IF ( PS .GT. 14.463 .AND. PS .LT. 18.052) THEN
VL = 3.101462E-8 * PS ** (3.284754) + 0.00143
ELSE IF ( PS .GE. 18.052 .AND. PS .LT. 20.204) THEN
VL = 1.5490787E-11 * PS ** (5.7205) + 0.001605
ELSE IF ( PS .GE. 20.204) THEN
VL = 4.1035988E-24 * PS ** (15.03329) + 0.00189
END IF
RHOLSAT = 1.0 / VL
RHOLSUB = RHOLSAT + ((170.0/(375.0 - TIN)) - 0.2)*(PINI - PS)
***** * SPECIFIC ENTHALPY LIQUID PHASE HL(kJ/kg) *
***** ****
IF ( PS .GT. 0.075 .AND. PS .LT. 0.942) THEN
HL = 912.1779 * PS ** (0.2061637) - 150.0
ELSE IF ( PS .GE. 0.942 .AND. PS .LT. 4.02) THEN
HL = 638.0621 * PS ** (0.2963192) + 125.0
ELSE IF ( PS .GE. 4.02 .AND. PS .LT. 9.964) THEN
HL = 373.7665 * PS ** (0.4235532) + 415.0
ELSE IF ( PS .GE. 9.964 .AND. PS .LT. 16.673) THEN
HL = 75.38673 * PS ** (0.8282384) + 900.0
ELSE IF ( PS .GE. 16.673 .AND. PS .LT. 20.396) THEN
HL = 0.1150827 * PS ** (2.711412) + 1440.0
ELSE IF ( PS .GT. 20.396) THEN
HL = 9.1417257E-14 * PS ** (11.47287) + 1752.0
END IF
HLSAT = HL
HLSUB = HLSAT + (1.4 - (169.0 / (369.0 - TIN)))*(PINI - PS)
***** ****

```

```

* SPECIFIC HEAT OF LIQUID PHASE CPL(kJ/kgK) *
*****  

IF ( PS .GE. 0.030 .AND. PS .LT. 0.671) THEN
CPL = 0.247763 * PS ** (0.5704026) + 4.150
ELSE IF ( PS .GE. 0.671 .AND. .PS .LT. 2.606) THEN
CPL = 0.179305 * PS ** (0.8967323) + 4.223
ELSE IF ( PS .GE. 2.606 .AND. PS .LT. 6.489) THEN
CPL = 0.09359843 * PS ** (1.239114) + 4.340
ELSE IF ( PS .GE. 6.489 .AND. PS .LT. 11.009) THEN
CPL = 0.01068888 * PS ** (2.11376) + 4.740
ELSE IF ( PS .GE. 11.009 .AND. PS .LT. 14.946) THEN
CPL = 1.333058E-4 * PS ** 3.707294 + 5.480
ELSE IF ( PS .GE. 14.946 .AND. PS .LT. 18.079) THEN
CPL = 6.635658E-3 * (PS - 10.0) ** 3.223323 + 7.350
ELSE IF ( PS .GE. 18.079) THEN
CPL = 4.6844786E-6 * EXP( 0.7396875 * PS) + 10.020
END IF
CPLSAT = CPL
CPLSUB = CPLSAT +(0.0018 - (76./((364.0 - TIN)**1.8)))*(PINI - PS)
RETURN
END  

*****  

*  

*      MODÈLE DE TRANSFERT DE CHALEUR  

*          PAR CONDUCTION  

*  

*          Élaboré par: Noredine MESMOUS  

*  

*          Novembre 2004  

*  

*****  

SUBROUTINE CONDUCTION(M,XDC,XTHRC,RHOLC,RHOGC,NUGC,NULC,CPLC,KLC,GMC,&
&DEQ,SIGMAC,HFGC,DT,QVOLC,TMFLUID,HH,TM)  

USE TEMPINITIAL  

IMPLICIT NONE
INTEGER M, I, ITER
REAL XDC,XTHRC,RHOLC,RHOGC,NUGC,NULC,CPLC,KLC,GMC,DEQ,SIGMAC,HFGC,DT,&
& QVOLC,TMFLUID,HH,TCO,H1,H2,RFO,RCI,RCO,EV,EG,zz  

REAL, DIMENSION (1:M) :: TM
ALLOCATE (TF(1:M-2),TNPU(1:M))
DATA RFO,RCI,RCO,EV,EG/0.006032,0.006121,0.00654,0.000089,0.000419/  

! INITIALISATION INITIALE DES TM COMME LA TMFLUID
DO I=1,M
TM(I)=TMFLUID
ENDDO  

ALLOCATE (KFUEL(1:M-2),ALFAF(1:M-2),KGAIN(M-1:M),CPGAIN(M-1:M),&
& ALFAG(M-1:M),DR(1:M))  

20 CALL SOLIDPROP(M,TM,TF,TCO,RFO,EV,EG,DR,KFUEL,RFUEL,CPFUEL,ALFAF,KGAIN,&
& RGAIN,CPGAIN,ALFAG,KV,HV)  

CALL CONVECTION(XDC,XTHRC,RHOLC,RHOGC,NUGC,NULC,CPLC,KLC,GMC,DEQ,SIGMAC,&
& HFGC,TCO,TMFLUID,H1,H2,HH)

```

```

      ALLOCATE (A(1:M), B(1:M), C(1:M), D(1:M))

      CALL COEFF(M, TM, DR, EG, RCO, RCI, RFO, KFUEL, ALFAF, KGAIN, ALFAG, HV, DT, HH, &
      & QVOLC, TMFLUID, A, B, C, D)

      CALL TDMA (A, B, C, D, M, TNPU)

      DEALLOCATE (A, B, C, D)

      CALL VERIF(TNPU, TM, EPSS, INDC, M)

      IF (INDC==1) THEN
      TM=TNPU
      ITER=ITER+1
      GOTO 20
      ELSE
      ENDIF
      TM=TNPU

      WRITE (4, *) ' POSITION = ', ' TM(I)= '
      zz=0.
      DO I=1, M
      WRITE (4, 4) zz , TM(I)
4       FORMAT (1X, F10.8, 2X, F8.3, 2X)
      IF (I<M-2) THEN
      zz=zz+dr(i)
      ELSEIF (I==M-2) THEN
      ZZ=ZZ+EV
      ELSEIF (I==M-1) THEN
      ZZ=ZZ+EG
      ENDIF
      ENDDO
      DEALLOCATE (TF, TNPU, KFUEL, ALFAF, KGAIN, CPGAIN, ALFAG, DR)
      END

      !*****
      !          COEFFICIENTS DES MATRICES
      !          TRANSFERT DE CHALEUR PAR CONDUCTION
      !*
      !          Élaboré par: Noredine MESMOUS
      !*
      !          Novembre 2004
      !*
      !*****
```

SUBROUTINE COEFF(M, TM, DR, EG, RCO, RCI, RFO, KFUEL, ALFAF, KGAIN, ALFAG, HV, & DT, HH, QVOLU, TFLUIDENPU, A, B, C, D)

IMPLICIT NONE
INTEGER I, M, J
REAL DT, QVOLU, HV, EG, RCI, HH, RCO, TFLUIDENPU, RFO
REAL, DIMENSION (1:M) :: DR, A, B, C, D, TM, DD
REAL, DIMENSION (1:(M-2)) :: KFUEL, ALFAF
REAL, DIMENSION (M-1:M) :: KGAIN, ALFAG
REAL, DIMENSION (1:M, 1:M) :: SS

!QVOLU est en (kw/m3) donc il faut corriger SOIT MULTIPLIER PAR 1.E+3

QVOLU=QVOLU*1.E+3
DO 5 I=1, M
IF (I==1) THEN

```

A(I)= 0.
B(I)= 4.*ALFAF(I)*DT/(DR(I)**2)+1.
C(I)= 4.*ALFAF(I)*DT/(DR(I)**2)
D(I)= TM(I)+ALFAF(I)*DT*QVOLU/KFUEL(I)

ELSEIF (I>1 .AND. I<(M-2)) THEN

    A(I)= (2.*I-3.)*ALFAF(I)*DT/(2.*(I-1.)*DR(I)**2)
    B(I)= 2.*ALFAF(I)*DT/(DR(I)**2)+1.
    C(I)= (2.*I-1.)*ALFAF(I)*DT/(2.*(I-1.)*DR(I)**2)
    D(I)= TM(I)+ALFAF(I)*DT*QVOLU/KFUEL(I)

ELSEIF (I==(M-2)) THEN

    A(I)= 2.*ALFAF(I)*DT/(DR(I)**2)
    B(I)= 1.+ 2.*ALFAF(I)*DT/(DR(I)**2) + (ALFAF(I)*HV*DT/KFUEL(I))*(2./&
        &DR(I)+1./RFO)
    C(I)= (ALFAF(I)*HV*DT/KFUEL(I))*(2./DR(I)+1./RFO)
    D(I)= TM(I)+ALFAF(I)*DT*QVOLU/KFUEL(I)

ELSEIF (I==(M-1)) THEN

    A(I)= (ALFAG(I)*HV*DT/KGAIN(E(I))* (2./EG-1./RCI)
    B(I)= 1.+ 2.*ALFAG(I)*DT/(EG**2) + (ALFAG(I)*HV*DT/KGAIN(E(I))* (2./&
        &EG-1./RCI)
    C(I)= 2.*ALFAG(I)*DT/(EG**2)
    D(I)= TM(I)

ELSE

    A(I)= 2.*ALFAG(I)*DT/(EG**2)
    B(I)= 1.+ 2.*ALFAG(I)*DT/(EG**2) + (ALFAG(I)*HH*DT/KGAIN(E(I))* (2./&
        &EG+1./RCO)
    C(I)= 0.
    D(I)= TM(I)+TFLUIDENPU*(ALFAG(I)*HH*DT/KGAIN(E(I))* (2./EG+1./RCO)

ENDIF

5   CONTINUE

! **** CONSTRUCTION DES MATRICES *
! -----
! ----- MATRICE SS(I,J)
! -----



DO 15 I=1,M
    DO 20 J=1,M
IF(I==J)THEN
    SS(I,J)=B(I)
    ELSEIF(I==J+1)THEN
        SS(I,J)=-A(I)
        ELSEIF(I==J-1)THEN
            SS(I,J)=-C(I)
        ELSEIF(ABS(I-J)>1)THEN
            SS(I,J)=0.
ENDIF
20 CONTINUE

```

```

15 CONTINUE

-----
| MATRICE DD(I)
| -----
| DO 25 I=1,M
| DD(I)=D(I)
| 25 CONTINUE
! POUR REVENIR, QVOLU DOIT ETRE en (kw/m3)
| QVOLU=QVOLU*1.E-3

END

*****
*          *
*      SUBROUTINE DE LA CONDUCTANCE DE          *
*      L'INTERVALLE ENTRE LA Gaine ET LE COMBUSTIBLE  *
*          *
*          Élaboré par: Noredine MESMOUS          *
*          *
*          Novembre 2004          *
*          *
*****


SUBROUTINE GAPE(TCI,TFO,EV,KV,HV)

IMPLICIT NONE

REAL KV,HV,AHE,ESAUT,TT,BB,EPV,EV,TCI,TFO,AAR,AKR,AXE,XHE,XAR,XKR,XXE,&
&KHE,KKR,KAR,KXE
DATA AHE,AAR,AKR,AXE / 15.8,1.97,1.15,0.72/
DATA XHE,XAR,XKR,XXE / 1.,0.,0.,0./

! Épaisseur effective de l'intervalle (m)
ESAUT = 7.5E-6
EPV = EV + ESAUT

! Conductivité de l'intervalle (W/m c)
TT = (TFO + TCI)/2.
BB = (TT**0.79)*1.E-6
KHE = AHE*BB
KKR = AKR*BB
KAR = AAR*BB
KXE = AXE*BB

KV = (KHE**XHE)*(KKR**XKR)*(KAR**XAR)*(KXE**XXE)*100.

! Conductance de l'intervalle (W/m2 c)
HV = KV/EPV
END

*****
*          *
*      PROPRIÉTÉS DE LA Gaine ET DU COMBUSTIBLE  *
*          *
*          Élaboré par: Noredine MESMOUS          *
*          *
*****
```

```

!
!          *
!          *           Novembre 2004
!          *
!          ****
!
SUBROUTINE SOLIDPROP(M, TM, TF, TCO, RFO, EV, EG, DR, KFUEL, RFUEL, CPFUEL, ALFAF, &
&KGAIN, RGAIN, CPGAIN, ALFAG, KV, HV)

IMPLICIT NONE
INTEGER M, I
REAL TFC, TFO, RFO, RTHF, RFUEL, CPFUEL, TCI, EV, TCO, EG, RGAIN, KV, HV
REAL,    DIMENSION (1:(M-2))    :: TF, KFUEL, ALFAF
REAL,    DIMENSION (M-1:M)       :: KGAIN, CPGAIN, ALFAG
REAL,    DIMENSION (1:M)         :: TM, DR

IF(M<4)THEN
PRINT*, 'M doit etre superieur ou egale a 4'
STOP
ENDIF

DO 5 I=1,M
IF(I<=(M-2))THEN
TF(I)=TM(I)
IF(I==1)THEN
TFC=TF(I)
ELSEIF(I==(M-2))THEN
TFO=TF(I)
ENDIF
DR(I)=RFO/(M-3)
5      Conductivité d'UO2 (W/m C)

KFUEL(I)= (38.24/(402.4+TF(I))+6.125E-13*(TF(I)+273.)**3)*1.E+2

! Densité d'UO2 (Kg/m**3)

RTHF = 1097.
RFUEL = 0.95*RTHF

! Chaleur spécifique d'UO2 (J/Kg C)

CPFUEL = 247.0

! Diffusivité d'UO2 (M**2/S)

ALFAF(I)=KFUEL(I)/(RFUEL*CPFUEL)
ELSEIF(I==(M-1))THEN
TCI=TM(I)
DR(I)=EV
DR(I)=RCI-RFO
! Conductivité du Zr-4 (W/m C)

KGAIN(I) = 12.7+0.004*(TM(I)-300.)

! Densité du Zr-4 (Kg/m**3)

RGAIN = 6570.

! Chaleur spécifique du Zr-4 (J/Kg C)

```

```

CPGAIN(I) = 328.+0.082857*(TM(I)-300.)

! Diffusivité du Zr-4 (M**2/S)

ALFAG(I)=KGAIN(I)/(RGAIN*CPGAIN(I))

ELSEIF(I==M) THEN
TCO=TM(I)
DR(I)=EG
DR(I)=RCO-RCI

! Conductivité du Zr-4 (W/m C)

KGAIN(I) = 12.7+0.004*(TM(I)-300.)

! Densité du Zr-4 (Kg/m**3)

RGAIN = 6570.

! Chaleur spécifique du Zr-4(J/Kg C)

CPGAIN(I) = 328.+0.082857*(TM(I)-300.)

! Diffusivité du Zr-4 (M**2/S)

ALFAG(I)=KGAIN(I)/(RGAIN*CPGAIN(I))
ENDIF

IF(I==M-1) THEN
CALL GAPE(TCI,TFO,EV,KV,HV)
ENDIF

5 CONTINUE

END

*****
*          TDMA (méthode d'élimination de Gauss      *
*          TRIDIAGONAL MATRIX ALGORITHM               *
*          *                                             *
*          *          Élaboré par: Noredine MESMOUS       *
*          *                                             *
*          *          Novembre 2004                      *
*          *                                             *
*****
```

!

! AAA, BBB, CCC sont les trois éléments dans chaque rangée,
! avec BBB à la diagonale,
! FFF est la constante au côté droit de chaque équation,
! MM est le nombre des équations, et TEMNPU est la variable à déterminer.

!

SUBROUTINE TDMA(AAA,BBB,CCC,FFF,MM,TEMNPU)

IMPLICIT NONE
INTEGER NN,MM,I,J
REAL D
REAL, DIMENSION (1:MM) :: AAA, BBB, CCC, FFF, TEMNPU

AAA=-AAA

```

CCC=-CCC
NN=MM-1
DO 5 I=2,MM
    D=AAA(I)/BBB(I-1)
    BBB(I)=BBB(I)-CCC(I-1)*D
    FFF(I)=FFF(I)-FFF(I-1)*D
5 CONTINUE

! Apply back substitution

TEMNPU(MM)=FFF(MM)/BBB(MM)
DO 6 I=1, NN
    J=MM-I
    TEMNPU(J)=(FFF(J)-CCC(J)*TEMNPU(J+1))/BBB(J)
6 CONTINUE
END

! *****
! *          MODULE TEMPINITIAL          *
! *          *
! *      Élaboré par: Noredine MESMOUS   *
! *          *
! *          Novembre 2004                 *
! *          *
! *****

MODULE TEMPINITIAL

IMPLICIT NONE
REAL, PARAMETER :: PI=3.14, EPSS=1.E-3
INTEGER :: INDC
REAL :: HV, RFUEL, CPFUEL, RGAIN, KV
REAL, ALLOCATABLE, DIMENSION(:) :: TF, TNPU, KFUEL, ALFAF, KGAIN, CPGAIN
REAL, ALLOCATABLE, DIMENSION(:) :: ALFAG, DR, A, B, C, D, SS, DD

END MODULE TEMPINITIAL

! *****
! *          VÉRIFICATION DE LA CONVERGENCE   *
! *          *
! *      Élaboré par: Noredine MESMOUS       *
! *          *
! *          Novembre 2004                   *
! *          *
! *****

SUBROUTINE VERIF(X, XO, EPSS, IND, M)
IMPLICIT NONE
INTEGER :: J, M, IND
REAL, DIMENSION (1:M) :: X, XO, XERREUR
REAL :: EPSS, MAXX

!On détermine la convergence de la variable X avec la variable EPSS.
!Initialisation de l'indicateur, IND = 0 : CONVERGENCE
!                                         IND = 1 : NON CONVERGENCE

IND = 1

!Calcul de l'erreur absolue de X et XO.

```

```

XERREUR=ABS (X-XO)

! Trouver l'erreur absolue maximale.

MAXX = MAXVAL(XERREUR)

! Vérifier si l'erreur est supérieur au critère de convergence.

IF (MAXX<EPSS) THEN
PRINT*, 'ERREUR-MAXIMALE=' , MAXX
IND=0
ENDIF
END

*****
*      COEFFICIENT DE TRANSFERT DE CHALEUR      *
*          PAR CONVECTION                         *
*                                              *
*      Élaboré par: Noreddine MESMOUS           *
*                                              *
*          Novembre 2004                          *
*                                              *
*****


SUBROUTINE CONVECTION(XDN,XTHRN,RHOLN,RHOGN,NUGN,NULN,CPLN,KLN,GMN,DEQ,&
&SIGMAN,HFGN,TW,TSAT,H1,H2,HH)

IF (XDN==0.) THEN

! MONOPHASIQUE

H1= HMON1(KLN,DEQ,NULN,CPLN,GMN)
H2= 0.
ELSEIF (XDN>0. .AND. XTHRN<0.) THEN

! ÉBULLITION SOUS REFROIDIE

CALL HTP1(XDN,RHOLN,RHOGN,NUGN,NULN,CPLN,KLN,GMN,DEQ,TW,TSAT,SIGMAN,&
&HFGN,H1,H2,HTP)

ELSE

! ÉBULLITION SATURÉE

CALL HTP1(XDN,RHOLN,RHOGN,NUGN,NULN,CPLN,KLN,GMN,DEQ,TW,TSAT,SIGMAN,&
&HFGN,H1,H2,HTP)

ENDIF
HH=H1+H2
END

*****
*      FONCTION -HMON1-    CALCUL DU COEFFICIENT DE TRANSFERT      *
*          PAR CONVECTION MONOPHASIQUE                           *
*                                              *
*****


REAL FUNCTION HMON1(KLN,DEQ,NULN,CPLN,GMN)

```

```

Pr=NULN*CPLN/KLN
REL=GMN*DEQ/NULN
HMON1=0.023*REL**0.8*Pr**0.4*KLN/DEQ
END

*****
* -HTP-    CALCUL DU COEFFICIENT DE TRANSFERT      *
*          PAR CONVECTION DIPHASIQUE                 *
*
*          Élaboré par: Noreddine MESMOUS           *
*
*          Novembre 2004                            *
*
*****


SUBROUTINE HTP1(XDN,RHOLN,RHOGN,NUGN,NULN,CPLN,KLN,GMN,DEQ,TW,TSAT,&
&SIGMAN,HFG,HCV,HNB,HTP)

XTT=1./((XDN/(1.-XDN))**0.9*(RHOLN/RHOGN)**0.5*(NUGN/NULN)**0.1)
IF((1./XTT)<=0.1)THEN
FACT=1.
ELSE
FACT=2.35*(0.213+1./XTT)**0.736
ENDIF
Pr=NULN*CPLN/KLN
RELQ=GMN*(1.-XDN)*DEQ/NULN

HCV=0.023*RELQ**0.8*Pr**0.4*KLN*FACT/DEQ

RETP=RELQ*FACT**1.25
SACT=1./(1.+2.53E-6*RETP**1.17)
DTST=TW-TSAT
PWALL=SATPRESS(TW)
PST=SATPRESS(TSAT)
DEP= PWALL-PST

HNB=0.00122*SACT* ((KLN**0.79*CPLN**0.45*RHOLN**0.49)/(SIGMAN**0.5*NULN*&
&*0.29*HFG*RHOGN**0.24))*DTST**0.24*DEP**0.75

HTP=HCV+HNB
END

*****
*          PROPRIÉTÉS DE L'EAU à L'ÉTAT DE SATURATION      *
*          PRÉPARÉ à L'INSTITUT DE GÉNIE NUCLÉAIRE        *
*          SATURATION PRESSURE (MPA) AS A FUNCTION OF TEMPERATURE (C)  *
*****


REAL FUNCTION SATPRESS(TIN)

IF(TIN .GE. 65.965 .AND. TIN .LT. 139.781) THEN
PS = ((TIN + 57.0)/236.2315)**5.602972
ELSE IF(TIN .GE. 139.781 .AND. TIN .LT. 203.662) THEN
PS = ((TIN + 28.0)/207.9248)**4.778504
ELSE IF(TIN .GE. 203.662 .AND. TIN .LT. 299.407) THEN
PS = ((TIN + 5.0)/185.0779)**4.304376
ELSE IF(TIN .GE. 299.407 .AND. TIN .LT. 355.636) THEN
PS = ((TIN + 16.0)/195.1819)**4.460843
ELSE IF(TIN .GE. 355.563 .AND. TIN .LT. 373.253) THEN

```

```
PS = ((TIN + 50.0)/227.2963)**4.960785
END IF
SATPRESS=PS
END
```