POLYPUBLIE
Polytechnique Montréal

POLYTECHNIQUE MONTRÉAL
UNIVERSITÉ D'INGÉNIERIE

Titre: Title:	Approximation du système vasculaire : évaluation de l'erreur de modélisation
Auteur: Author:	Marie-Noëlle Lincourt-Ethier
Date:	2005
Type:	Mémoire ou thèse / Dissertation or Thesis
Référence: Citation:	Lincourt-Ethier, M.-N. (2005). Approximation du système vasculaire : évaluation de l'erreur de modélisation [Mémoire de maîtrise, École Polytechnique de Montréal]. PolyPublie. https://publications.polymtl.ca/7413/

Document en libre accès dans PolyPublie
Open Access document in PolyPublie

URL de PolyPublie: PolyPublie URL:	https://publications.polymtl.ca/7413/
Directeurs de recherche: Advisors:	André Garon, & Ricardo Camarero
Programme: Program:	Non spécifié

Ce fichier a été téléchargé à partir de PolyPublie, le dépôt institutionnel de Polytechnique Montréal
This file has been downloaded from PolyPublie, the institutional repository of Polytechnique Montréal

https://publications.polymtl.ca

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

APPROXIMATION DU SYSTÈME VASCULAIRE : ÉVALUATION DE L'ERREUR DE MODÉLISATION

MARIE-NOËLLE LINCOURT-ETHIER
INSTITUT DE GÉNIE BIOMÉDICAL
ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

MÉMOIRE PRÉSENTÉ EN VUE DE L'OBTENTION
DU DIPLÔME DE MAÎTRISE ÈS SCIENCES APPLIQUÉES
(GÉNIE BIOMÉDICAL)
AVRIL 2005

© Marie-Noëlle Lincourt-Ethier, 2005.

Library and Archives Canada

Published Heritage Branch

395 Wellington Street
Ottawa ON K1A 0N4
Canada

Bibliothèque et Archives Canada

Direction du Patrimoine de l'édition

395, rue Wellington
Ottawa ON K1A 0N4
Canada

Your file Votre référence
ISBN: 0-494-01359-1
Our file Notre référence
ISBN: 0-494-01359-1

NOTICE:
The author has granted a non-exclusive license allowing Library and Archives Canada to reproduce, publish, archive, preserve, conserve, communicate to the public by telecommunication or on the Internet, loan, distribute and sell theses worldwide, for commercial or non-commercial purposes, in microform, paper, electronic and/or any other formats.

The author retains copyright ownership and moral rights in this thesis. Neither the thesis nor substantial extracts from it may be printed or otherwise reproduced without the author's permission.

AVIS:
L'auteur a accordé une licence non exclusive permettant à la Bibliothèque et Archives Canada de reproduire, publier, archiver, sauvegarder, conserver, transmettre au public par télécommunication ou par l'Internet, prêter, distribuer et vendre des thèses partout dans le monde, à des fins commerciales ou autres, sur support microforme, papier, électronique et/ou autres formats.

L'auteur conserve la propriété du droit d'auteur et des droits moraux qui protège cette thèse. Ni la thèse ni des extraits substantiels de celle-ci ne doivent être imprimés ou autrement reproduits sans son autorisation.

In compliance with the Canadian Privacy Act some supporting forms may have been removed from this thesis.

While these forms may be included in the document page count, their removal does not represent any loss of content from the thesis.

Conformément à la loi canadienne sur la protection de la vie privée, quelques formulaires secondaires ont été enlevés de cette thèse.

Bien que ces formulaires aient inclus dans la pagination, il n'y aura aucun contenu manquant.

Canada

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

Ce mémoire intitulé :

APPROXIMATION DU SYSTÈME VASCULAIRE :
ÉVALUATION DE L'ERREUR DE MODÉLISATION

présenté par : LINCOURT-ETHIER Marie-Noëlle
en vue de l'obtention du diplôme de : Maîtrise ès sciences appliquées
a été dûment accepté par le jury d'examen constitué de :

M. PELLETIER Dominique, Ph.D., président
M. GARON André, Ph.D., membre et directeur de recherche
M. CAMARERO Ricardo, Ph.D., membre et codirecteur de recherche
M. REGGIO Marcelo, Ph.D., membre

Remerciements

Je souhaite exprimer ici ma reconnaissance à tous ceux qui ont contribué de près ou de loin à la réalisation de ce mémoire. Plus particulièrement, je désire remercier M. André Garon, directeur de recherche, pour la rigueur scientifique qu'il m'a enseignée. Grâce à lui, j'ai pu développer les habiletés nécessaires pour travailler de façon autonome. La confiance qu'il a mise en moi m'a également encouragé à relever, avec une attitude positive, les défis que comportaient mon projet de recherche, en particulier celui de la programmation.

L'énergie que j'ai pu investir dans la réalisation de ce projet de recherche n'aurait pu être possible sans l'indispensable collaboration de mes collègues de travail, Marie-Isabelle Farinas, Sarah Jullien et Sébastien Langlois. Non seulement m'ont-ils soutenu par leurs judicieux conseils et leur présence, mais ils ont également contribué à une atmosphère de travail incomparable.

J'en profite également pour témoigner de ma gratitude envers mon père Robert et ma mère Francine qui, par leur expérience, ont été pour moi un exemple de persévérance et de ténacité. Je désire également souligner le soutien inconditionnel de mon frère Jean-Christophe ainsi que la présence journalière de ma confidente, Ève. Enfin, je remercie Jonathan pour ses encouragements, sa compréhension, sa patience et sa complicité sans borne.

Résumé

L'objectif de ce mémoire consiste à qualifier et à quantifier les sources d'erreurs engendrées par les étapes de modélisation du réseau vasculaire humain – reconstruction, génération de maillage et simulation numérique de l'écoulement – et ce, à partir de géométries analytiques simples comme le cylindre et le demi-tore. L'algorithme de reconstruction proposé reproduit un domaine similaire à celui de l'imagerie par résonance magnétique en éliminant les artéfacts provenant d'images médicales.

Cet algorithme, combiné à un lissage par co-volumes, permet de reconstruire, dans un premier temps, des géométries de volumes unitaires. La quantification de l'erreur générée par le modèle de reconstruction s'avère dès lors possible et ce, dans différentes conditions de discrétisation, d'orientation et de taille du domaine. Les calculs de l'erreur se basent sur des critères de conservation de volume et de l'aire de surface. Cette analyse de l'erreur démontre l'importance du rapport de taille entre le domaine de reconstruction et la géométrie à reconstruire, un tel rapport pouvant engendrer une discrétisation grossière de faible précision s'il est trop grand.

Dans un deuxième temps, l'algorithme reconstruit des géométries de tailles similaires à celles des vaisseaux sanguins. Des simulations numériques de l'écoulement permettent de distinguer le comportement réel du fluide des artéfacts numériques résultant de la

reconstruction ou encore, des conditions frontières imposées au domaine d'écoulement. Les graphiques de pression et de cisaillement pariétal ainsi que les iso-contours de vitesse mettent ensuite l'emphase sur les lacunes de la technique de lissage par co-volumes qui est privilégiée. Ainsi, la nécessité d'ajouter des sections en aval et en amont du domaine physiologique s'impose afin d'éviter la confusion entre les « effets de bouts », présents à l'entrée et à la sortie du domaine d'écoulement, et le comportement hémodynamique réel dans des géométries plus complexes.

Ce mémoire propose donc un canevas de modélisation pouvant servir de référence lors de la reconstruction de géométries plus complexes. Cette démarche de quantification de l'erreur demeure valable indépendamment de l'algorithme de reconstruction choisi ou encore de la technique de lissage imposée aux géométries reconstruites.

Abstract

The objective of this master thesis is to both quantify and qualify the sources of errors initialized by the various stages of the human vascular tree modelisation – which includes the reconstruction, mesh generation and computational flow modeling – from simple analytical geometries such as cylinders and half-torus. To achieve this goal, the reconstruction algorithm proposed reproduces a domain similar to the one observed in medical imaging, while eliminating artifacts generated in medical imagery.

First, this algorithm enables us to reconstruct unitary volume geometries when it is combined to a smoothing technique. The generated error through the reconstructed model can then be quantified upon various conditions of discretisation, orientation and domain size. The error computation is based on criterias such as conservation of volume and surface area. This brings us to acknowledge the importance of the size ratio between the reconstruction domain and the geometry to be reconstructed, as a larger ratio would generate a less accurate model.

Secondly, the reconstruction algorithm is applied to geometries that are of a similar size to blood vessels. Numerical flow simulations will permit us to differentiate the actual hemodynamics from the artifacts generated by reconstruction or by the boundary conditions given to the fluid domain. The many defects of the smoothing technique that we use are clearly revealed by the pressure and wall shear stress graphics as well as the

speed fringe-plot. Therefore, it becomes necessary to increase the numerical physiological domain with downstream and upstream geometrical sections in order to avoid confusion between inlet and outlet effects and actual hemodynamic behavior in more complex geometries.

This master thesis acts as a modelisation guide that can be used as a reference when reconstructing more complex geometries. This modelisation guide is in fact an error quantification method that stays valid as well as independent from the chosen reconstruction algorithm or from smoothing technique used.

Table des matières

REMERCIEMENTS iv
RÉSUMÉ v
ABSTRACT vii
TABLE DES MATIÈRES ix
LISTE DES TABLEAUX xi
LISTE DES FIGURES xiii
LISTE DES ANNEXES xvii
LISTE DES SIGLES ET DES ABBRÉVIATIONS xviii
INTRODUCTION 1

CHAPITRE 1. DÉVELOPPEMENT D'UN OUTIL DE RECONSTRUCTION APPLICABLE À DES GÉOMÉTRIES ANALYTIQUES SIMPLES 10

1.1 CHOIX DU MODÈLE DE RECONSTRUCTION 11
1.2 PRÉSENTATION DE L'ALGORITHME DE RECONSTRUCTION 12
1.2.1 Définition du domaine de reconstruction 13
1.2.2 Segmentation et reconstruction de la géométrie désirée 14
1.2.3 Lissage de la surface reconstruite 17
1.3 QUELQUES EXEMPLES D'APPLICATION DE L'ALGORITHME 19

CHAPITRE 2. REPRÉSENTATION GÉOMÉTRIQUE DE L'OBJET SUITE À SA RECONSTRUCTION : CALCUL DE L'ERREUR ET SIMPLIFICATION DES ÉLÉMENTS DE SURFACE 22

2.1 ERREURS IMPUTABLES AU MODÈLE DE RECONSTRUCTION 23
2.1.1 Choix des géométries et des conditions de reconstruction 24
2.1.2 Effet de la discrétisation 28
2.1.3 Effet du rapport de taille entre le domaine et la géométrie à reconstruire 37
2.1.4 Effet du lissage 43
2.2 SIMPLIFICATION DES ÉLÉMENTS DE SURFACE 55
2.2.1 Description du logiciel YAMS 56
2.2.2 Application de YAMS aux géométries reconstruites 57
2.2.3 Évaluation de la qualité de la représentation géométrique 61
2.3 CONCLUSIONS 62

CHAPITRE 3. GÉNÉRATION DU MAILLAGE ET SIMULATION NUMÉRIQUE DE L'ÉCOULEMENT 64

3.1 GÉNÉRATION DU MAILLAGE SURFACIQUE ET VOLUMIQUE 67

3.2 SIMULATIONS NUMÉRIQUES DE L'ÉCOULEMENT 74

3.2.1 Indépendance de la solution par rapport au maillage pour les géométries exactes du cylindre et du demi-tore 77

3.2.2 Comparaison des résultats d'écoulement dans les géométries exactes et les fantômes analytiques 80

3.3 CONCLUSIONS 91

CONCLUSION 94

BIBLIOGRAPHIE 98

ANNEXES 106

Liste des tableaux

Tableau 2.1 : Association des caractéristiques géométriques à des géométries analytiques simples. 24

Tableau 2.2 : Calcul du volume V et de l'erreur sur le volume E_v du cube (non lissé) pour une position centrée, à 45° et une position où l'une de ses surfaces frontières correspond à une face de discrétisation (plan YZ) 30

Tableau 2.3 : Calcul du volume et de l'erreur sur le volume E_v du cylindre (non lissé) pour une position centrée, à 45° et une position où l'une de ses surfaces frontières correspond à une face de discrétisation (plan YZ) 31

Tableau 2.4 : Calcul du volume et de l'erreur sur le volume E_v du demi-tore (non lissé) pour une position centrée 31

Tableau 2.5 : Calcul du volume et de l'erreur sur le volume E_v de la sphère (non lissée) pour une position centrée 32

Tableau 2.6 : Comparaison de l'erreur sur le volume E_v du cube (non lissé) reconstruit dans un domaine de taille 10x10x10 (10:1) et 5x5x5 (5:1) unités volumiques pour une position centrée, à 45° et une position où l'une de ses surfaces frontières correspond au plan YZ 41

Tableau 2.7 : Comparaison de l'erreur sur le volume E_v du cylindre (non lissé) reconstruit dans un domaine de taille 10x10x10 (10:1) et 5x5x5 (5:1) unités volumiques pour une position centrée, à 45° et une position où l'une de ses surfaces frontières correspond au plan YZ 42

Tableau 2.8 : Comparaison de l'erreur sur le volume E_v du demi-tore (non lissé) reconstruit dans un domaine de taille 10x10x10 (10:1) et 5x5x5 (5:1) unités volumiques pour une position centrée 42

Tableau 2.9 : Comparaison de l'erreur sur le volume E_v de la sphère (non lissée) reconstruite dans un domaine de taille 10x10x10 (10:1) et 5x5x5 (5:1) unités volumiques pour une position centrée 42

Tableau 2.10 : Calcul de l'erreur sur le volume E_v du cube non lissé et lissé pour une position centrée, à 45° et une position où l'une de ses surfaces frontières correspond au plan YZ 45

Tableau 2.11 : Calcul de l'erreur sur le volume E_v du cylindre non lissé et lissé pour une position centrée, à 45° et une position où l'une de ses surfaces frontières correspond au plan YZ 46

Tableau 2.12 : Calcul de l'erreur sur le volume E_v du demi-tore non lissé et lissé pour une position centrée 47

Tableau 2.13 : Calcul de l'erreur sur le volume E_v de la sphère non lissée et lissée pour une position centrée....47

Tableau 2.14 : Calcul de l'erreur sur l'aire de surface reconstruite E_s du cube non lissé et lissé pour une position centrée, une orientation à 45° et une position où l'une de ses surfaces frontières correspond au plan YZ....50

Tableau 2.15 : Calcul de l'erreur sur l'aire de surface reconstruite E_s du cylindre non lissé et lissé pour une position centrée, une orientation à 45° et une position où l'une de ses surfaces frontières correspond au plan YZ....52

Tableau 2.16 : Calcul de l'erreur sur l'aire de surface reconstruite E_s du demi-tore non lissé et lissé pour une position centrée....53

Tableau 2.17 : Calcul de l'erreur sur l'aire de surface reconstruite E_s de la sphère non lissée et lissée pour une position centrée....53

Tableau 2.18 : Nombre d'éléments triangulaires composant les maillages résultant de l'algorithme ainsi que de la simplification par l'option 1 et l'option 2 de YAMS..59

Tableau 2.19 : Comparaison du volume V de la géométrie reconstruite du cylindre lissé avant et après simplification par l'option 2 du logiciel YAMS pour une position centrée, à 45° et une position où l'une de ses surfaces frontières correspond à une face de discrétisation (plan YZ)....62

Tableau 3.1 : Calcul du volume V et de l'erreur sur le volume E_v des géométries du cylindre et du demi-tore (lissées) pour une position centrée dans un domaine de taille 10x10x10 unités volumiques....66

Tableau 3.2 : Qualité du maillage des géométries exactes du cylindre et du demi-tore ainsi que de leurs fantômes analytiques respectifs en fonction des critères de l'angle et du déterminant 3x3x3....73

Tableau 3.3 : Propriétés de l'analogue sanguin utilisé pour les simulations numériques de l'écoulement....74

Tableau 3.4 : Conditions frontières imposées au domaine d'écoulement....74

Tableau 3.5 : Nombre de Reynolds associé aux géométries exactes du cylindre et du demi-tore pour un débit de 5L/min....75

Tableau 3.6 : Nombre de noeuds composant les trois maillages imposés à la géométrie exacte du cylindre et du demi-tore....77

Tableau 3.7 : Discrétisation minimale requise pour l'étape de la reconstruction comparativement à celle requise pour les simulations numériques de l'écoulement....91

Tableau D.1 : Nombre de noeuds composant les trois maillages imposés à la géométrie exacte du cylindre et du demi-tore....113

Liste des figures

Figure 0.1 : Schéma représentant les différentes étapes du projet de recherche 8

Figure 1.1: Exemple d'un domaine et de son volume élémentaire pour une discrétisation de 3x3x3 voxels 14

Figure 1.2 : Segmentation des voxels (en bleu) appartenant à la géométrie du cercle (en pointillé) 15

Figure 1.3 : Géométrie résultante en fonction de la discrétisation du domaine 16

Figure 1.4 : Conservation des arêtes frontières entre le domaine appartenant à la géométrie et celui qui ne lui appartient pas 17

Figure 1.5 : Lissage des nœuds des surfaces frontières via les barycentres (a) barycentre d'une face; (b et c) moyenne pondérée des barycentre à un nœud; (d) surface lissée 18

Figure 1.6 : Lissage par co-volumes des frontières de l'objet reconstruit 18

Figure 1.7 : Reconstruction de la crosse aortique et des carotides à partir de géométries analytiques simples pour une discrétisation du domaine de (a) 64x64x64 voxels et (b) 128x128x128 voxels 19

Figure 1.8 : Reconstruction du réseau artériel humain simplifié 20

Figure 1.9 : Zoom sur différentes régions du réseau vasculaire humain reconstruit par l'algorithme (a) région de la crosse aortique et des carotides et (b) jonction de la crosse aortique avec l'artère sous-clavière 21

Figure 2.1 : Positions angulaires du cube dans le domaine de reconstruction correspondant aux bornes minimales et maximales de l'erreur (a) 0° et (b) 45° par rapport à la discrétisation 25

Figure 2.2 : Deux cas de reconstruction du cube dans un domaine discrétisé (a) situé au centre du domaine de reconstruction, (b) correspondance de l'une de ses surfaces frontières à une face de discrétisation (face d'un voxel) 26

Figure 2.3 : Analyse complète des erreurs imputables au modèle de reconstruction 27

Figure 2.4 : Conservation du volume exprimée sous forme d'erreur E_v pour une géométrie du cube (non lissée) 30

Figure 2.5 : Conservation du volume exprimée sous forme d'erreur E_v pour une géométrie du cylindre (non lissée) 31

Figure 2.6 : Conservation du volume exprimée sous forme d'erreur E_v pour une géométrie du demi-tore (non lissée) 32

Figure 2.7 : Conservation du volume exprimée sous forme d'erreur E_v pour une géométrie de la sphère (non lissée) 32

Figure 2.8 : Détection du pixel en fonction de la position du barycentre par rapport à la frontière de l'objet (le trait correspond à cette frontière) 33

Figure 2.9 : Surface reconstruite des géométries (a) du cube, (b) du cylindre et (c) de la sphère (non lissées) pour une discrétisation de 16x16x16 voxels 34

Figure 2.10 : Propagation de l'erreur suivant la position de l'objet à détecter (a) position centrée par rapport au domaine de reconstruction (b) position de l'objet où l'une de ses surfaces frontières correspond à une face de discrétisation (face d'un voxel) ... 35

Figure 2.11 : Détection des voxels en fonction de la position du barycentre par rapport à l'objet pour une position angulaire (a) nulle ou (b) à 45° par rapport à la discrétisation 36

Figure 2.12 : Crosse aortique et carotides résultant d'une reconstruction basée sur des géométries analytiques simples par notre algorithme (modèle vasculaire) 38

Figure 2.13 : Reconstruction, à partir de données anatomiques provenant d'images médicales, de la crosse aortique et des carotides avec le logiciel sliceOmatic 39

Figure 2.14 : Segmentation manuelle (a) des carotides et (b) de la crosse aortique par le mode morphologique de sliceOmatic 40

Figure 2.15 : Conservation du volume exprimée sous forme d'erreur E_v pour une géométrie du cube non lissée et lissée 45

Figure 2.16 : Conservation du volume exprimée sous forme d'erreur E_v pour une géométrie du cylindre non lissée et lissée 46

Figure 2.17 : Conservation du volume exprimée sous forme d'erreur E_v pour une géométrie du demi-tore non lissée et lissée 47

Figure 2.18 : Conservation du volume exprimée sous forme d'erreur E_v pour une géométrie de la sphère non lissée et lissée 48

Figure 2.19 : Effet du lissage sur le volume de la géométrie à détecter dans le cas où le volume de la géométrie reconstruite est (a) supérieur à l'objet réel et (b) inférieur à l'objet réel 49

Figure 2.20 : Conservation de l'aire de surface exprimée sous forme d'erreur E_s pour une géométrie du cube non lissée et lissée 51

Figure 2.21 : Conservation de l'aire de surface exprimée sous forme d'erreur E_s pour une géométrie du cylindre non lissée et lissée 52

Figure 2.22 : Conservation de l'aire de surface exprimée sous forme d'erreur E_s pour une géométrie du demi-tore non lissée et lissée 53

Figure 2.23 : Conservation de l'aire de surface exprimée sous forme d'erreur E_s pour une géométrie de la sphère non lissée et lissée 54

Figure 2.24 : Facettisation, forme « escalier », résultant de l'algorithme de reconstruction pour une géométrie de la sphère (a) non lissée et (b) lissée (discrétisation du domaine = 256x256x256 voxels) 54

Figure 2.25 : Résultats de la simplification du maillage par YAMS du cube, du cylindre, du demi-tore et de la sphère dans un domaine de reconstruction discrétisé à (a) 32x32x32 voxels et (b) 128x128x128 voxels 59

Figure 3.1 : Dimensions des géométries (a) du cylindre et (b) du demi-tore reconstruites en vue de la simulation de l'écoulement 65

Figure 3.2 : Répartition des nœuds composant le maillage de la géométrie du cylindre (nombre total de moeuds = 72 450) 69

Figure 3.3 : Répartition des nœuds composant le maillage de la géométrie du demi-tore (nombre total de noeuds = 190 365; nombre de noeuds composant le demi-tore seulement = 173 817) 69

Figure 3.4 : Maillage surfacique de la géométrie exacte du cylindre et des fantômes analytiques reconstruits pour six cas de discrétisation (nombre total de noeuds = 72 450) 71

Figure 3.5 : Maillage surfacique de la géométrie exacte du demi-tore et des fantômes analytiques reconstruits pour six cas de discrétisation (nombre total de noeuds = 190 365; nombre de nœuds composant le demi-tore seulement = 173 817) 72

Figure 3.6 : Moyenne de la pression dans le cylindre en fonction du maillage 78

Figure 3.7 : Moyenne du cisaillement pariétal du cylindre en fonction du maillage 78

Figure 3.8 : Moyenne de la pression dans le demi-tore en fonction du maillage 79

Figure 3.9 : Moyenne du cisaillement pariétal du demi-tore en fonction du maillage 79

Figure 3.10 : Iso-contours de vitesse pour les géométries exactes du cylindre et du demi-tore 81

Figure 3.11 : Iso-contours de vitesse des fantômes analytiques du cylindre en fonction de la discrétisation du domaine de reconstruction 83

Figure 3.12 : Iso-contours de vitesse des fantômes analytiques du demi-tore en fonction de la discrétisation du domaine de reconstruction 84

Figure 3.13 : Effet du lissage par co-volumes sur les caractéristiques de coins des géométries, exemple du cylindre 86

Figure 3.14 : Moyenne de la pression dans le cylindre en fonction de la discrétisation du domaine de reconstruction 87

Figure 3.15 : Moyenne du cisaillement pariétal du cylindre en fonction de la discrétisation du domaine de reconstruction 87

Figure 3.16 : Moyenne de la pression dans le demi-tore en fonction de la discrétisation du domaine de reconstruction 88

Figure 3.17 : Moyenne du cisaillement pariétal du demi-tore en fonction de la discrétisation du domaine de reconstruction 88

Figure 3.18 : Géométrie des fantômes analytiques résultant de discrétisations grossières au niveau de la jonction du demi-tore et du cylindre (a) géométrie reconstruite dans un domaine discrétisé à 16x16x16 voxels ; (b) géométrie exacte 89

Figure A.1 : Réseau artériel humain simplifié (tiré de Kumar, Quateroni, Formaggia et Lamponi 2003, p.323) 106

Figure A.2 : Dimensions des vaisseaux composant le réseaux artériel humain simplfié (tiré de Kumar, Quateroni, Formaggia et Lamponi 2003, p.324) 107

Figure B.1 : Champs obligatoires et facultatifs du logiciel YAMS (a) champs obligatoires, (b) champs facultatifs et (c) normales et tangentes à la surface (tiré de Frey (2001), p.31 et 32) 109

Figure C.1 : Valeurs par défaut du logiciel YAMS (tiré de Frey 2001, p.11 et 12) 112

Figure D.1 : Répartition des nœuds composant le maillage de la géométrie du cylindre pour trois tailles de maillage (*mesh_1*, *mesh_2* et *mesh_3*) 114

Figure D.2 : Répartition des nœuds composant le maillage de la géométrie du demi-tore pour trois tailles de maillage (*mesh_1*, *mesh_2* et *mesh_3*) 115

Figure E.1 : Iso-contours de pressions et vecteurs de vitesse résultant de l'écoulement dans les géométries analytiques du cylindre et du demi-tore 116

Figure F.1 : Iso-contours de pressions et vecteurs de vitesses résultant de l'écoulement dans les fantômes analytiques du cylindre pour des discrétisations de 16x16x16, 32x32x32 et 64x64x64 voxels 117

Figure F.2 : Iso-contours de pressions et vecteurs de vitesses résultant de l'écoulement dans les fantômes analytiques du cylindre pour des discrétisations de 128x128x128, 256x256x256 et de 512x512x512 voxels 118

Figure F.3 : Iso-contours de pressions et vecteurs de vitesses résultant de l'écoulement dans les fantômes analytiques du demi-tore pour des discrétisations de 16x16x16, 32x32x32 et 64x64x64 voxels 119

Figure F.4 : Iso-contours de pressions et vecteurs de vitesses résultant de l'écoulement dans les fantômes analytiques du demi-tore pour des discrétisations de 128x128x128, 256x256x256, 512x512x512 voxels 120

Liste des annexes

ANNEXE A. DIMENSIONS DES VAISSEAUX DU RESEAU ARTERIEL HUMAIN SIMPLIFIE 106

ANNEXE B. FICHIER D'ENTREE DU LOGICIEL YAMS 108

ANNEXE C. VALEURS PAR DEFAUT DE YAMS 112

ANNEXE D. MAILLAGES DES GEOMETRIES EXACTES UTILISEES POUR L'ANALYSE DE L'INDEPENDANCE DE LA SOLUTION PAR RAPPORT AU MAILLAGE 113

ANNEXE E. ÉCOULEMENT DANS LE CYLINDRE ET LE DEMI-TORE ANALYTIQUE 116

ANNEXE F. ÉCOULEMENT DANS LES FANTOMES ANALYTIQUES DU CYLINDRE ET DU DEMI-TORE 117

Liste des sigles et abréviations

Sigles

2D	deux dimensions
a	rayon de courbure
D_H	diamètre hydraulique
dx	longueur d'un volume élémentaire (suivant x)
dy	hauteur d'un volume élémentaire (suivant y)
dz	profondeur d'un volume élémentaire (suivant z)
E_v	erreur sur le volume (%)
E_s	erreur sur l'aire de surface (%)
L	longueur
L_v	nombre de voxels suivant l'axe des z
$\dot{m}$	débit massique (kg/s)
M_v	nombre de voxels suivant l'axe des x
n	numéro de nœuds associé au volume élémentaire
N_v	nombre de voxels suivant l'axe des y
P	périmètre « mouillé » (m)
Q	débit volumétrique (L/min)
r	rayon
Re	nombre de Reynolds
S	aire de passage (m^2)

$S_{reconstruit}$	superficie de la géométrie reconstruite (u^2)
$S_{réel}$	superficie de la géométrie exacte avant reconstruction (u^2)
u	unité
u_f	vitesse du fluide (m/s)
U	uniforme – maillage uniforme
V	volume (m^3)
$V_{reconstruit}$	volume de la géométrie reconstruite (u^3)
$V_{réel}$	volume de la géométrie exacte avant reconstruction (u^3)
xa	borne minimale du domaine de reconstruction suivant x
xb	borne maximale du domaine de reconstruction suivant x
ya	borne minimale du domaine de reconstruction suivant y
yb	borne maximale du domaine de reconstruction suivant y
za	borne minimale du domaine de reconstruction suivant z
zb	borne maximale du domaine de reconstruction suivant z
μ	viscosité dynamique du fluide (kg/m·s)
ρ	densité du fluide (kg/m^3)

Abréviations

CFD	*Computational Fluid Dynamics*
INRIA	Institut National de Recherche en Informatique et en Automatique
DICOM	*Digital Imaging and Communications in Medicine*

Introduction

Les maladies cardiovasculaires sont responsables de la majorité des décès dans les pays développés. Des données récentes montrent qu'il existe une relation causale entre les propriétés du sang, la géométrie des vaisseaux sanguins et le développement des maladies vasculaires. Bien que l'expérimentation ait longtemps été une option de choix pour mesurer ce lien causal, la simulation numérique est depuis le milieu des années 90 de plus en plus utilisée pour étudier les phénomènes à l'origine de la maladie cardiovasculaire.

Le défi de la CFD (*Computational Fluid Dynamics*) est de représenter avec fidélité la complexité physique et géométrique observée dans le corps humain. Pour ce faire, la reconstruction géométrique du réseau vasculaire se base sur des données anatomiques provenant d'images médicales. Parmi les différentes techniques d'imagerie disponibles, l'imagerie par résonance magnétique est l'une des techniques les plus précises pour visualiser le système vasculaire. Sur ces images, les vaisseaux sanguins se différencient des autres composantes du corps par le niveau de gris qui leur est associé. Les cliniciens sont alors en mesure de visualiser la géométrie des vaisseaux, de connaître le débit sanguin et de détecter la présence d'anomalies.

Bien qu'il soit possible de déduire des images médicales les champs de vitesse associés à l'écoulement du sang, les techniques d'imagerie, dont la résonance magnétique, ne fournissent pas une mesure directe des forces qui en découlent. La connaissance des forces générées dans les vaisseaux sanguins est pourtant essentielle pour les spécialistes. La littérature indique à ce sujet que les informations émanant des techniques d'imagerie permettent de détecter les signes avant-coureurs de pathologies vasculaires. Mentionnons à titre d'exemples, la formation d'anévrisme, de thrombus causé par la présence de zones de recirculation dans les vaisseaux ou encore, la formation de plaques d'athérosclérose associées à des forces de cisaillement pariétal importantes (Moore, Steinman et Ethier 1998).

La reconstruction du système vasculaire présente d'autres intérêts qui s'ajoutent à celui de la dynamique. En effet, la reconstitution des vaisseaux sanguins permet de visualiser le comportement de l'écoulement du sang en tout point du réseau vasculaire. Elle peut également conduire à la détermination de sites propices au développement de pathologies. De plus, elle rend possible une modification virtuelle de la géométrie des vaisseaux et ce, afin d'en visualiser les effets sur l'écoulement du sang avant même d'intervenir sur le patient.

Les modèles de reconstruction accomplissent bien davantage. En effet, ils créent une géométrie du système vasculaire à partir de laquelle les cliniciens posent un diagnostic. Mais jusqu'à quel point l'analyse effectuée pour établir ce diagnostic représente t-elle la

réalité *in vivo* du patient? Que peut-on dire sur la fidélité du modèle reconstruit par rapport à la véritable géométrie du réseau vasculaire? Quels sont les risques que les erreurs de reconstruction amènent à un faux négatif ou un faux positif?

Les conditions idéales d'acquisition permettent aux modèles de reconstruction de détecter avec précision les frontières des vaisseaux sanguins. La conformité de l'objet reconstruit avec l'objet réel ne dépend, par conséquent, que des erreurs propres aux modèles de reconstruction telles que la résolution spatiale, la segmentation de l'image et la construction proprement dite du modèle (Moore, Steinman et Ethier 1998). Or, les conditions réelles d'acquisition ajoutent une source d'erreur supplémentaire: une incertitude géométrique. Prenons en exemple, la respiration et le mouvement interne des parois vasculaires dans l'utilisation de la résonance magnétique; ceux-ci créent des artéfacts sur les images médicales (Karangelis, Firle, Zamboglou, Sakas et Borman 2003). La définition des frontières des vaisseaux sanguins n'est donc plus nette et les modèles de reconstruction ne sont plus en mesure de les détecter avec précision.

La géométrie reconstruite peut donc être qualitativement fidèle à la véritable géométrie sans pour autant représenter de façon quantitative la réalité observée *in vivo*. Afin d'obtenir une reconstruction fiable de laquelle un diagnostic puisse être posé sans risque, il devient donc important de mesurer l'erreur commise à chaque étape de la modélisation.

Une façon simple de quantifier ces erreurs consiste à comparer les volumes des géométries réelles et reconstruites. Ces erreurs ne peuvent toutefois être calculées à partir de la géométrie *in vivo* du système vasculaire en raison de l'absence de gabarit avec lequel le résultat de la reconstruction des vaisseaux sanguins peut être comparé (Chalana et Kim 1997; Moore, Steinman, Holdsworth et Ethier 1999), la vascularisation étant propre à chaque individu. Néanmoins, il est possible de contourner ce problème en appliquant les modèles de reconstruction à des géométries analytiques simples de volume connu.

Dans le cas du réseau vasculaire, deux géométries analytiques simples peuvent être utilisées : le cylindre représentant les vaisseaux et le demi-tore modélisant la crosse aortique. L'application des modèles de reconstruction sur de telles géométries permet la quantification de l'erreur commise lors de la reconstruction et de la simulation de l'écoulement.

Peu d'auteurs ont consacré leur recherche à la reconstruction de géométries analytiques simples pour approximer les vaisseaux sanguins et déterminer les erreurs qui en résultent. Bien qu'une telle approche peut s'avérer, à première vue, simpliste voire même quelque peu naïve, elle demeure néanmoins l'approche idéale pour distinguer, dans des géométries beaucoup plus complexes, le comportement réel du fluide des phénomènes résultant d'artéfacts de reconstruction ou encore, d'artifices numériques.

Par ailleurs, quelques auteurs ont appliqué leur modèle de reconstruction à des géométries de formes et de dimensions similaires aux carotides et leur bifurcation (géométrie *in vitro*) et ce, à partir d'images médicales. Les travaux de ces différents auteurs se divisent en deux catégories. La première consiste à tester la robustesse de l'algorithme avant de l'appliquer à la reconstruction des géométries *in vivo* en mesurant, par exemple, les rayons des géométries *in vitro* reconstruites (Yim, Cebral, Mullick, Marcos, et Choyke 2001; Zahalka et Fenster 2001; Barratt, Ariff, Humphries, Thom et Hughes 2004). Ces auteurs cherchent donc à valider la performance de leur algorithme de reconstruction sans pour autant en quantifier les erreurs de reconstruction ni en établir leurs conséquences sur le comportement hémodynamique. La seconde catégorie vise une comparaison qualitative du comportement hémodynamique des géométries *in vitro* et *in vivo* reconstruites (Milner, Moore, Rutt et Steinman 1998; Cebral, Yim, Löhner, Soto et Choyke 2002; Marshall, Zhao, Papathanasopoulou, Hoskins et Xu 2004; Cebral, Yim, Löhner, Soto et Choyke 2002). Les résultats de ces recherches mettent l'emphase sur la difficulté de prédiction du comportement hémodynamique dans des géométries complexes telles les carotides et leur bifurcation. L'incertitude géométrique causée par l'absence de gabarit ainsi que le manque de connaissances quant au comportement du sang dans de telles géométries en seraient la cause.

Nous avons toutefois identifié un article traitant d'un sujet proche de notre problématique. En effet, Moore, Steinman et Ethier (1998) cherchent à établir l'effet cumulé des erreurs engendrées par la segmentation de l'image, la construction du

modèle et la discrétisation d'un tube droit sur le cisaillement pariétal suite à sa reconstruction à partir d'images médicales. Cependant, les auteurs ne visent pas à qualifier ni à quantifier les erreurs relatives à chaque étape de la modélisation. De plus, cet article ne traite pas spécifiquement des conséquences de la reconstruction sur les artéfacts numériques qu'elle peut engendrer.

Ce mémoire s'inscrit donc au cœur d'une réalisation d'envergure visant à fournir au chirurgien, suite à la reconstruction des vaisseaux à partir d'images médicales, un outil de détection des maladies vasculaires. L'objectif général consiste à qualifier et à quantifier les sources d'erreurs engendrées par les étapes de modélisation – reconstruction, génération du maillage et simulation numérique de l'écoulement – du réseau vasculaire humain et ce, à partir de géométries analytiques simples comme le cylindre et le demi-tore.

Les hypothèses suivantes sont posées afin de répondre à cet objectif :

- L'erreur maximale engendrée par le processus complet de modélisation du réseau vasculaire provient de la reconstruction.
- Le lissage appliqué sur la géométrie reconstruite influence non seulement la qualité de la représentation géométrique, mais également les résultats de l'écoulement du sang.

Quatre objectifs spécifiques permettront de tester ces hypothèses :

- Développer en C++ un outil de reconstruction semblable à celui employé en imagerie médicale pour la détection de géométries analytiques;
- Simplifier la représentation géométrique de l'objet reconstruit, fantôme analytique, pour la génération du maillage surfacique et volumique;
- Mesurer les erreurs sous-jacentes aux étapes de reconstruction, de lissage et de simplification de la représentation géométrique pour chacune des géométries reconstruites;
- Simuler numériquement l'écoulement dans le fantôme analytique en vue de le comparer avec celui de la géométrie exacte.

La figure suivante illustre le cheminement suivi pour atteindre ces objectifs. Elle représente également les chapitres qui seront traités dans ce mémoire.

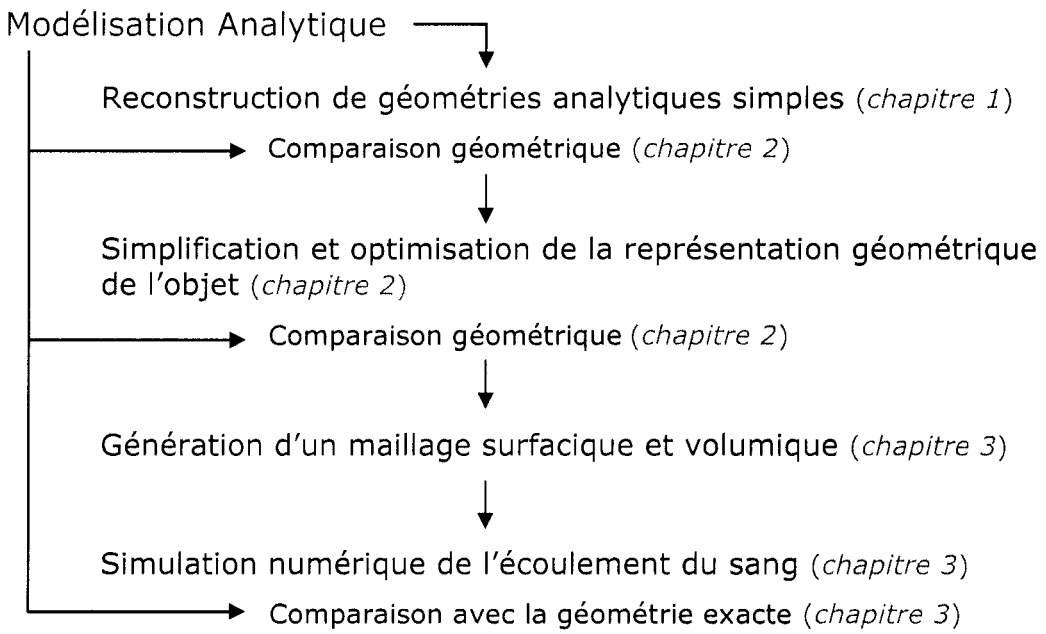


Figure 0.1 : Schéma représentant les différentes étapes du projet de recherche

Le premier chapitre a pour objectif de développer un outil de reconstruction et de l'appliquer à des géométries analytiques simples plutôt qu'à des données anatomiques provenant d'images médicales. La performance de cet algorithme sera démontrée par la reconstruction analytique simplifiée du réseau artériel humain approximé par des cylindres et des demi-tores.

Le deuxième chapitre s'intéresse à la représentation géométrique de l'objet. Une première étape permettra de quantifier les erreurs issues de la reconstruction en comparant le volume des géométries reconstruites avec celui des géométries exactes. Une seconde étape consistera à simplifier la surface résultant de la reconstruction de

façon à en faciliter l'intégration dans le logiciel de génération de maillage; l'erreur engendrée par cette modification géométrique sera également calculée.

Le troisième chapitre présente finalement les étapes de génération du maillage surfacique et volumique de géométries simples en vue de simuler numériquement l'écoulement du sang. Les géométries du cylindre et du demi-tore feront partie de l'étude et seront testées pour diverses discrétisations du domaine de reconstruction. Les résultats de ces simulations seront comparés avec ceux obtenus des géométries exactes afin de mettre en évidence, d'un point de vue numérique, les éléments sur lesquels une vigilance s'impose lors de la modélisation d'objets résultant d'une reconstruction géométrique.

Chapitre 1. Développement d'un outil de reconstruction applicable à des géométries analytiques simples

L'objectif de ce chapitre consiste à développer un outil de reconstruction pour reproduire les conditions de détection, de segmentation et de reconstruction du réseau vasculaire dans un domaine similaire à celui de l'imagerie par résonance magnétique. Dans un contexte analytique, des géométries simples décrites par leur équation générale se substitueront aux données anatomiques provenant d'images médicales. Nous éliminerons ainsi les erreurs engendrées par les systèmes d'imagerie et la variation interindividuelle du réseau vasculaire; les erreurs attribuables uniquement au modèle de reconstruction seront alors mises en évidence.

Dans un premier temps, nous justifierons le choix de notre algorithme par sa simplicité et sa facilité d'implantation. Dans un deuxième temps, nous présenterons cet algorithme en mettant l'accent sur les concepts généraux qui le gouvernent. Par souci de clarté, nous n'entrerons pas dans les détails de la programmation. Nous opterons plutôt pour une approche descriptive à l'intérieur de laquelle les concepts seront accompagnés d'illustrations pour en faciliter la compréhension. La reconstruction d'un cercle 2D servira d'exemple.

1.1 Choix du modèle de reconstruction

Plusieurs techniques de reconstruction peuvent s'appliquer à la reconstitution du réseau vasculaire, plus particulièrement des carotides. Pensons entre autres aux modèles déformables dynamiques de Gill, Ladak, Steinman et Fenster (2000), de Zahalka et Fenster (2001) ou encore, de Jin et Ladak (2004) qui ont fait suite aux travaux de Terzopoulos et Vasilescu (1991), de Chen et Medioni (1995) et de Lobreght et Viergever (1995). Mentionnons également les modèles inspirés de l'approche *level set* de Malladi, Sethian et Vemuri (1995) notamment ceux de Yezzi, Kichenassamy, Kumar, Olver et Tannenbaum (1997) et d'Antiga, Ene-Iordache et Remuzzi (2003).

De plus, soulignons la contribution de Foutrakis, Burgreen, Yonas, Sclabassi (1996), de Long, Xu, Collins, Bourne et Griffith (1998) ainsi que de Barratt, Arriff, Humphries, Thom et Hughes (2004) pour la reconstruction des carotides via l'interpolation de contours définis par des splines sur les images médicales. Mentionnons finalement les travaux de Lorenson et Cline (1987) avec l'algorithme du *marching cube*, un algorithme grandement utilisé pour des reconstructions à partir de logiciels commerciaux tel sliceOmatic (© TomoVision).

Toutefois, bien que de tels modèles de reconstruction soient forts populaires dans le domaine de l'imagerie médicale, aucun d'entre eux n'a été retenu dans le cadre de ce mémoire. En effet, nous avons préféré nous limiter au choix d'un algorithme simple, qui

se programme aisément, afin d'éviter de concentrer nos énergies à la formulation d'algorithmes informatiques de haute complexité. Rappelons par ailleurs que l'objectif visé par ce mémoire ne consiste pas en la formulation ou l'utilisation d'un modèle qui soit le plus efficace et le plus performant pour la détection du réseau vasculaire, mais plutôt en la quantification de l'erreur de reconstruction.

Nous présentons, à la section suivante, l'outil de reconstruction choisi pour reconstruire des géométries analytiques simples dans un domaine similaire à celui de l'imagerie par résonance magnétique. Cet algorithme s'inspire du modèle proposé par Cebral et Löhner (2001).

1.2 Présentation de l'algorithme de reconstruction

Les images médicales représentent de façon discrète la réalité observée dans le corps humain. Afin de demeurer fidèle à ce domaine, nous proposons un outil de reconstruction qui reproduit également un domaine discret, mais qui se compose de volumes élémentaires, appelés voxels (*volume element*), plutôt que de pixels (*picture element*). C'est dans ce domaine que les géométries analytiques seront détectées, segmentées puis reconstruites.

1.2.1 Définition du domaine de reconstruction

Les bornes minimales et maximales du domaine dans lequel nous devons détecter l'objet ainsi que la discrétisation qui lui est imposée sont des données connues. Nous définissons la discrétisation comme étant le nombre de volumes élémentaires, voxels, qui composent le domaine suivant les trois axes principaux du système des coordonnées. Elle s'exprime en $M_v x N_v x L_v$ voxels, où M_v, N_v et L_v correspondent au nombre de voxels suivant l'axe des x, des y et des z respectivement.

Nous associons, par la méthode des éléments finis, une numérotation et une connectivité aux nœuds résultant de la discrétisation du domaine et nous définissons les volumes élémentaires qui le composent par une connectivité de huit nœuds de coordonnées cartésiennes. À titre d'exemple, la figure suivante illustre un domaine de discrétisation 3x3x3 voxels ainsi qu'un volume élémentaire défini par la connectivité de ses nœuds. Les bornes minimales et maximales du domaine y sont également indiquées.

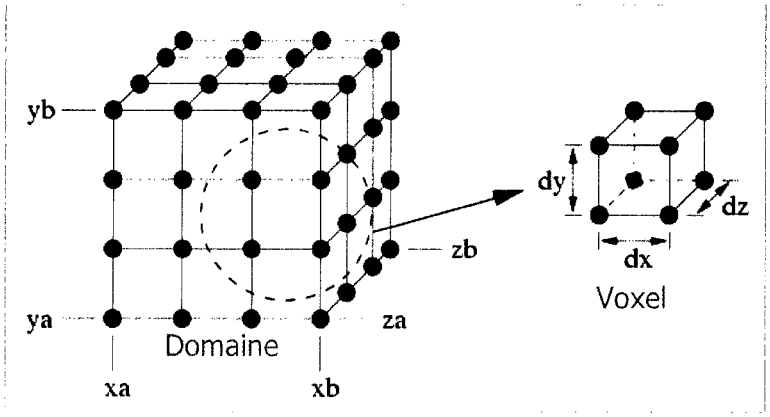


Figure 1.1: Exemple d'un domaine et de son volume élémentaire pour une discrétisation de 3x3x3 voxels

Les dimensions *dx*, *dy*, *dz* du volume élémentaire indiquées à la figure 1.1 se définissent de la façon suivante :

$$dx = \frac{(xb - xa)}{M_v} \; ; \; dy = \frac{(yb - ya)}{N_v} \; ; \; dz = \frac{(zb - za)}{L_v} \tag{1.1}$$

La prochaine étape consiste à « circuler » à travers le domaine que nous venons de définir afin d'y distinguer les voxels qui appartiennent à la géométrie de ceux qui ne lui appartiennent pas. Cette étape s'appelle la segmentation.

1.2.2 Segmentation et reconstruction de la géométrie désirée

La segmentation d'images consiste à séparer les objets les uns des autres ainsi que de l'arrière-plan en extrayant les contours ou les régions homogènes désirés. Dans un contexte médical, cette segmentation permet d'isoler les vaisseaux sanguins des autres composantes du corps en fonction du niveau de gris qui est associé aux voxels; un

niveau de gris qui, rappelons le, différencie les composantes du corps en imagerie par résonance magnétique.

Contrairement aux voxels décrits par l'imagerie par résonance magnétique, les voxels composant notre domaine de reconstruction ne correspondent pas à un niveau de gris particulier. En effet, d'intensités nulles au départ, une intensité ne leur est attribuée que s'ils appartiennent à la géométrie désirée. Il en résulte un domaine binaire composé de voxels d'intensités unitaires s'ils correspondent à la géométrie désirée (en bleu à la figure 1.2) et d'intensités nulles s'ils n'y correspondent pas (en blanc à la figure 1.2).

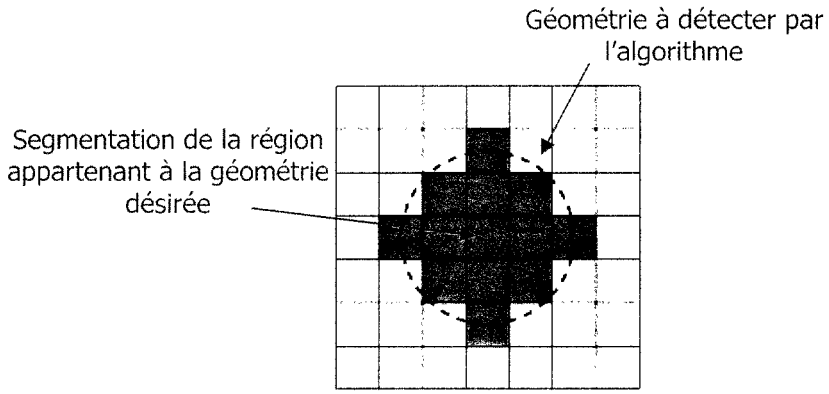


Figure 1.2 : Segmentation des voxels (en bleu) appartenant à la géométrie du cercle (en pointillé)

Les voxels appartenant à la géométrie désirée sont sélectionnés en fonction de leur barycentre. Tel qu'illustré en 2D à la figure 1.2, seuls les voxels pour lesquels le barycentre appartient à la géométrie reconstruite sont segmentés. Mentionnons que dans le cadre de ce mémoire, les objets à détecter sont des géométries analytiques simples,

tels le cylindre et le demi-tore, décrites dans le domaine de reconstruction par leur équation générale. Par conséquent, le critère de sélection des voxels dans notre outil de reconstruction n'attribue une intensité unitaire à un voxel que si les coordonnées cartésiennes de son barycentre appartiennent à la géométrie désirée.

La géométrie résultant de la segmentation est fonction de la discrétisation du domaine, c'est-à-dire du nombre de volumes élémentaires (voxels) qui le composent tel qu'illustré à la figure 1.3. L'erreur de reconstruction résultant de cette étape est de l'ordre d'un demi-pixel.

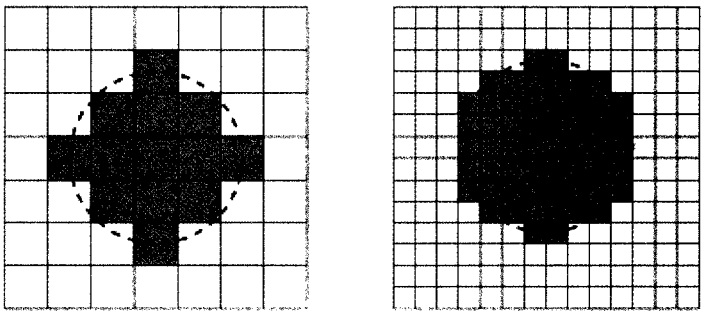


Figure 1.3 : Géométrie résultante en fonction de la discrétisation du domaine

Afin d'obtenir une représentation géométrique surfacique de l'objet reconstruit, seules les surfaces externes à la géométrie sont conservées par l'algorithme. Pour ce faire, l'algorithme de reconstruction ne retient que les faces des voxels, ou les arêtes des pixels en 2D, qui partagent deux voxels d'intensités différentes. La surface, ou le contour, qui

en résulte correspond à la frontière de la géométrie désirée dans le domaine de reconstruction (figure 1.4).

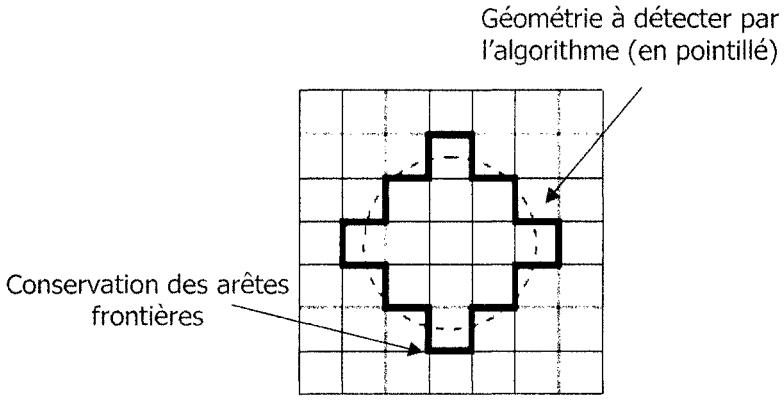


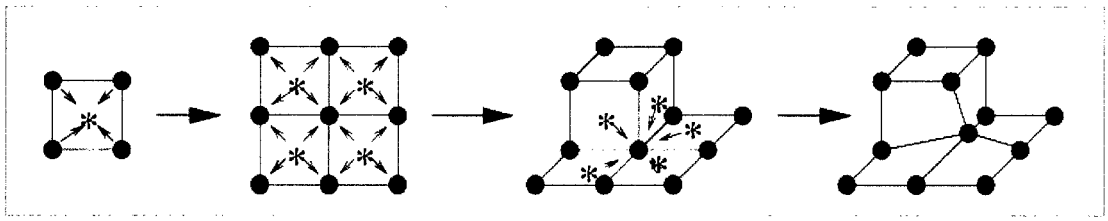
Figure 1.4 : Conservation des arêtes frontières entre le domaine appartenant à la géométrie et celui qui ne lui appartient pas

Pour éviter que la forme en « escalier » résultante de cette étape n'ait des répercussions numériques indésirables sur l'écoulement, nous devons appliquer au modèle un algorithme de lissage.

1.2.3 Lissage de la surface reconstruite

Nous appliquons sur les surfaces externes des voxels un lissage par co-volumes. Pour ce faire, l'algorithme de reconstruction calcule les coordonnées du barycentre de chaque facette composant la géométrie en effectuant une moyenne arithmétique des nœuds qui lui sont connectés (figure 1.5a). Par la suite, de nouvelles coordonnées cartésiennes sont associées aux nœuds du domaine; celles-ci résultent de la somme pondérée des barycentres des faces associées à ce nœud (figure 1.5b et c). La valeur attribuée aux

noeuds de la surface correspond donc à une moyenne de la contribution des barycentres en ce point. Il en résulte une surface lissée (figure 1.5d).



(a) (b) (c) (d)

Figure 1.5 : Lissage des nœuds des surfaces frontières via les barycentres (a) barycentre d'une face; (b et c) moyenne pondérée des barycentre à un nœud; (d) surface lissée

À titre d'exemple, la figure 1.6 illustre l'effet du lissage sur un contour 2D. La géométrie lissée est représentée par le trait rouge.

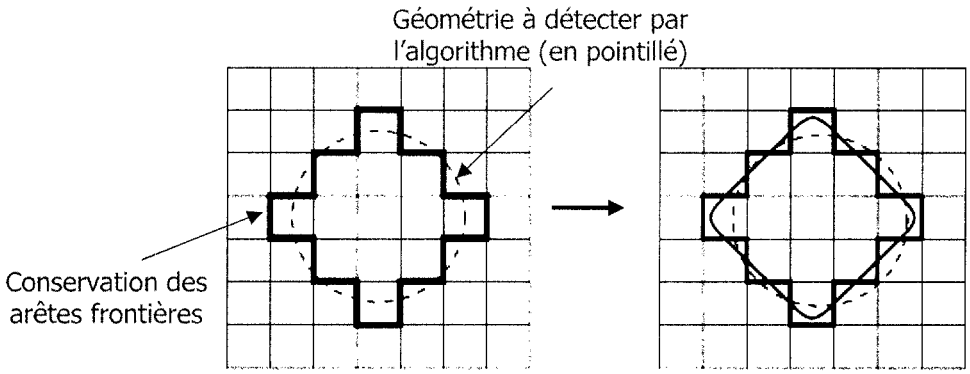


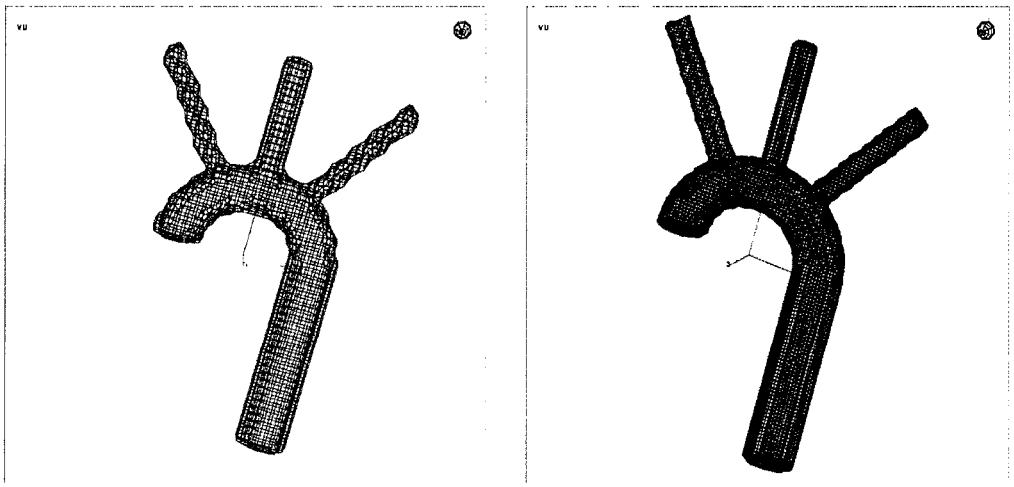
Figure 1.6 : Lissage par co-volumes des frontières de l'objet reconstruit

La section suivante démontre la performance de notre algorithme par la présentation de deux exemples d'application de notre outil de reconstruction.

1.3 Quelques exemples d'application de l'algorithme

Nous présentons dans cette sous-section deux exemples d'application de notre algorithme : la reconstruction de la crosse aortique et des carotides ainsi que la reconstruction du réseau artériel humain simplifié. Ces exemples visent à démontrer la performance de l'outil de reconstruction que nous proposons.

La figure 1.7 présente le résultat de la reconstruction de la crosse aortique et des carotides à partir de géométries simples (cylindres et demi-tore) pour deux cas de discrétisations du domaine, soient un domaine de 64x64x64 voxels et un de 128x128x128 voxels. Mentionnons que ces reconstructions sont basées sur des données géométriques aléatoires des vaisseaux sanguins; ces derniers ne représentent donc pas la réalité observée *in vivo*.



(a) (b)

Figure 1.7 : Reconstruction de la crosse aortique et des carotides à partir de géométries analytiques simples pour une discrétisation du domaine de (a) 64x64x64 voxels et (b) 128x128x128 voxels

Comme deuxième exemple d'application, nous présentons à la figure 1.8 les résultats de la reconstruction du réseau artériel humain simplifié. Pour ce cas de reconstruction, des données anatomiques ont été imposées aux géométries analytiques sous forme de longueurs et de rayons; celles-ci ont été tirées de l'article de Kumar, Quateroni, Formaggia et Lamponi (2003).

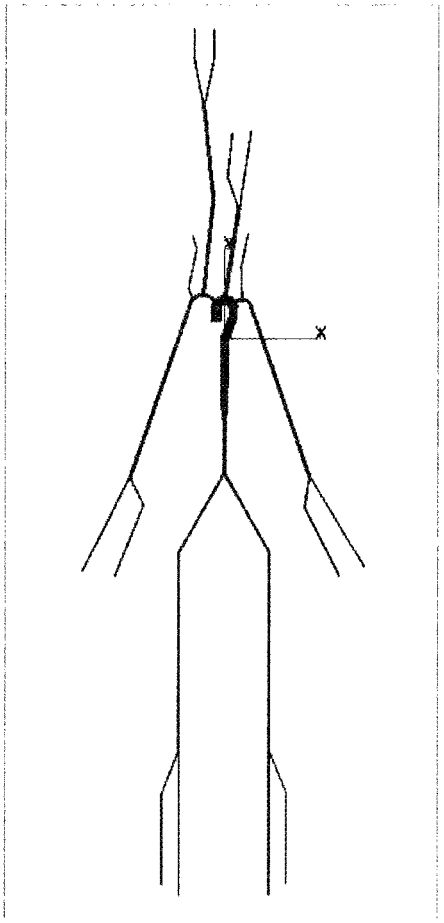
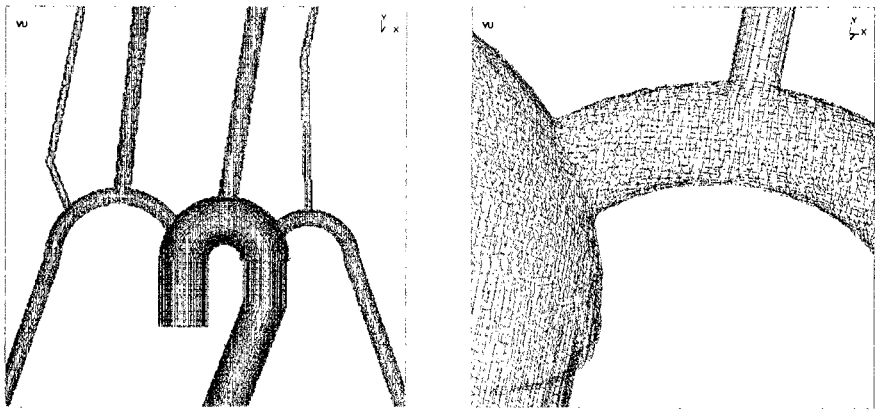


Figure 1.8 : Reconstruction du réseau artériel humain simplifié

La figure suivante permet de mieux visualiser certaines régions du réseau artériel humain reconstruit par l'algorithme.



(a) (b)

Figure 1.9 : Zoom sur différentes régions du réseau vasculaire humain reconstruit par l'algorithme (a) région de la crosse aortique et des carotides et (b) jonction de la crosse aortique avec l'artère sous-clavière

L'algorithme présenté dans ce chapitre sera utilisé dans les chapitres subséquents pour reconstruire des géométries analytiques simples afin de qualifier et de quantifier les erreurs relatives aux étapes de modélisation du réseau vasculaire humain – reconstruction, génération de maillage et simulation numérique de l'écoulement.

Dans ces chapitres, une terminologie particulière sera utilisée pour désigner les géométries reconstruites de celles non reconstruites. Ainsi, les expressions **géométrie analytique**, **géométrie réelle** et **géométrie exacte** feront référence aux objets que nous désirons reconstruire alors que les expressions **fantôme analytique** et **géométrie reconstruite** réfèreront plutôt aux géométries résultantes de l'algorithme de reconstruction.

Chapitre 2. Représentation géométrique de l'objet suite à sa reconstruction : calcul de l'erreur et simplification des éléments de surface

Au premier chapitre, nous avons développé un algorithme pour simuler la reconstruction de géométries similaires aux vaisseaux sanguins. Dans ce chapitre, l'objectif consiste à quantifier les erreurs de reconstruction résultant de cet algorithme. Des géométries analytiques simples seront reconstruites dans différentes conditions de reconstruction de manière à évaluer les effets de la discrétisation, de la taille du domaine, du lissage ainsi que de l'orientation de l'objet dans l'espace de reconstruction.

Le second objectif consiste à simplifier la surface des objets reconstruits en vue de la génération de maillage et de la simulation numérique de l'écoulement. Un logiciel de remaillage adaptatif sera utilisé afin de décrire le fantôme analytique (géométrie reconstruite) avec un minimum de nœuds et d'éléments et ce, sans perte d'information. L'erreur commise lors de la simplification sera également quantifiée pour assurer une conformité avec la surface provenant du modèle de reconstruction.

2.1 Erreurs imputables au modèle de reconstruction

L'utilisation des statistiques est incontournable dans le cas de reconstruction effectuée à partir d'images médicales et ce, principalement en raison de l'absence de gabarit. En effet, sans gabarit à partir duquel la géométrie reconstruite des vaisseaux sanguins peut être comparée, la reproductibilité (Ladak, Thomas et Steinman 2001) et la variabilité (Chalana et Kim 1997; Gill, Ladak, Steinman, et Fenster 2000; Jin et Ladak 2004) constituent les seules données d'erreurs pertinentes aux modèles de reconstruction. Pourtant, de telles analyses statistiques n'identifient pas que les erreurs attribuables à la qualité du modèle de reconstruction. Elles prennent également en considération les erreurs issues des techniques d'imagerie en plus de celles conséquentes de la variation interindividuelle du réseau vasculaire.

L'application du modèle de reconstruction développé sur des géométries analytiques simples présente un avantage de taille puisqu'elle permet la comparaison de la géométrie reconstruite avec l'objet réel. L'erreur, sous-jacente au seul modèle de reconstruction, peut alors être déterminée explicitement à l'aide de quantités physiques simples tels le volume et l'aire de surface.

2.1.1 Choix des géométries et des conditions de reconstruction

Les géométries sélectionnées pour cette analyse sont choisies afin d'évaluer la capacité de l'algorithme de détecter des caractéristiques géométriques précises. Le tableau 2.1 les présente en associant, pour chacune, une géométrie analytique simple. Mentionnons que l'utilisation du cube et de la sphère dans ce chapitre est justifiée dans un contexte d'analyse de la performance de l'algorithme; il va de soi que ces deux géométries ne ressemblent en rien aux géométries composant le système vasculaire.

Tableau 2.1 : Association des caractéristiques géométriques à des géométries analytiques simples.

Caractéristique géométrique	Géométrie associée
Arêtes droites	Cube
Courbure radiale	Cylindre
Courbures radiale et axiale	Demi-tore
Courbures en toute direction	Sphère

La capacité de l'algorithme de détecter avec précision et fidélité la géométrie réelle dépend, en plus des caractéristiques géométriques indiquées ci-dessus, de l'orientation de l'objet dans le domaine de reconstruction. Parmi les positions angulaires que peut prendre l'objet dans le domaine de reconstruction, deux d'entre elles correspondent aux bornes minimales et maximales de l'erreur pouvant lui être attribuée. Telles qu'indiquées à la figure 2.1 pour la géométrie du cube, ces deux orientations sont celles à 0 et à 45° par rapport à la discrétisation du domaine.

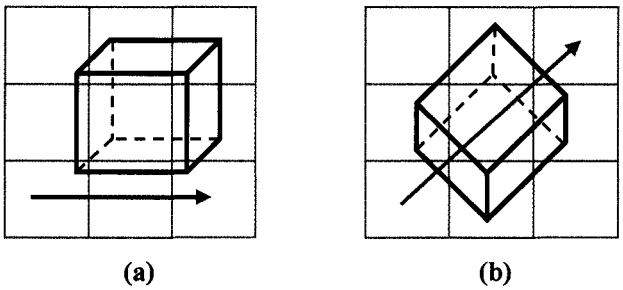


Figure 2.1 : Positions angulaires du cube dans le domaine de reconstruction correspondant aux bornes minimales et maximales de l'erreur (a) 0° et (b) 45° par rapport à la discrétisation

Nous estimons également que l'emplacement de l'objet dans le domaine de reconstruction est un facteur à prendre en considération, la reconstruction de l'objet s'effectuant dans un domaine discrétisé. Nous considérons que l'erreur produite par l'algorithme de reconstruction est plus élevée dans le cas où l'objet à détecter se situe en plein centre du domaine de reconstruction que dans le cas où l'une de ses surfaces frontières correspond à une face de discrétisation (face d'un voxel). Pour une meilleure compréhension, la figure 2.2 distingue ces deux cas de reconstruction pour la géométrie du cube.

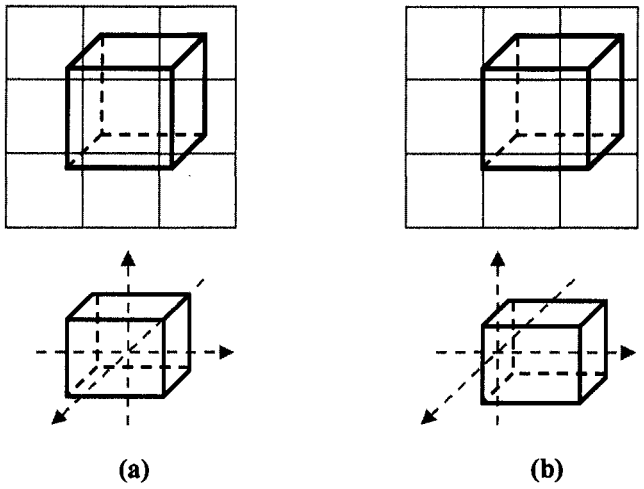


Figure 2.2 : Deux cas de reconstruction du cube dans un domaine discrétisé (a) situé au centre du domaine de reconstruction, (b) correspondance de l'une de ses surfaces frontières à une face de discrétisation (face d'un voxel)

Certains auteurs affirment, de plus, que la résolution des images médicales ainsi que les techniques de lissage imposées aux vaisseaux sanguins, après reconstruction par l'algorithme, influencent considérablement les résultats de cisaillement pariétal (Moore, Steinman et Ethier 1998; Cebral, Yim, Löhner, Soto et Choyke 2002; Glor, Hughes, Augst, Ariff, Thom, Verdonck et Xu 2003). Dans le but de vérifier cette affirmation, nous ajoutons aux conditions de reconstruction mentionnées précédemment (géométrie, orientation et emplacement dans le domaine discrétisé) les effets de la discrétisation, de la taille du domaine et du lissage comme sources d'erreurs du modèle de reconstruction.

L'analyse complète des erreurs imputables à l'algorithme de reconstruction est illustrée à la figure 2.3. Quant aux résultats qui en découlent, ils sont présentés dans les sous-sections qui suivent.

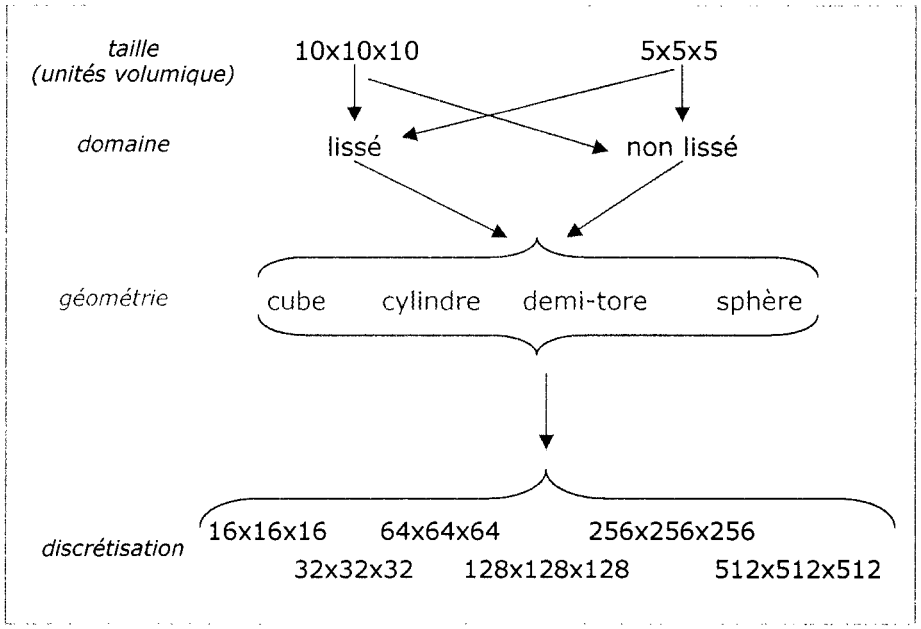


Figure 2.3 : Analyse complète des erreurs imputables au modèle de reconstruction

Une analyse basée sur la conservation du volume est choisie pour quantifier les erreurs découlant du modèle de reconstruction. Le volume reconstruit $V_{reconstruit}$ est alors comparé avec celui de l'objet réel $V_{réel}$ sous forme de pourcentage d'erreur E_v :

$$E_v = \frac{(V_{réel} - V_{reconstruit})}{V_{réel}} \times 100 \tag{2.1}$$

Afin de mesurer l'effet du choix de la géométrie sur l'erreur de reconstruction, le volume de l'objet réel est imposé à un volume unitaire. Le pourcentage d'erreur se traduit alors par l'équation suivante :

$$E_v = \frac{(1{,}0 - V_{reconstruit})}{1{,}0} \times 100 \tag{2.2}$$

2.1.2 Effet de la discrétisation

La discrétisation du domaine de reconstruction peut se comparer à la résolution spatiale d'une image. Prenons l'exemple d'une photographie, la résolution spatiale influence la qualité de l'image et la précision avec laquelle les détails peuvent se distinguer. Ainsi, l'image avec la plus grande définition, composée de plusieurs pixels, est celle qui représente le mieux la réalité photographiée. Le même principe s'applique en imagerie médicale où le standard utilisé en imagerie par résonance magnétique est une résolution spatiale 2D de 256x256 (Young, Gerbrands et van Vliet 2000).

Il peut dès lors sembler injustifié d'étudier l'effet de la discrétisation du domaine de reconstruction sur la qualité de la représentation géométrique de l'objet. Toutefois, dans un contexte de reconstruction de géométries *in vivo*, il peut s'avérer pertinent d'en connaître les effets. Le cas de la reconstruction de la crosse aortique et des carotides en est un exemple. En effet, pour un tel cas de reconstruction, l'algorithme doit reconstruire, pour une même discrétisation du domaine de reconstruction, des vaisseaux sanguins dont les rayons peuvent varier de 1,38 cm pour l'aorte ascendante à 0,196 cm pour les carotides (Kumar, Quateroni, Formaggia et Lamponi 2003). Avec un rapport de taille sept fois plus grand, la discrétisation applicable à la géométrie de l'aorte ascendante ne permettra pas de reconstruire avec la même précision géométrique les carotides. Nous pouvons donc nous attendre à ce que l'erreur de reconstruction des carotides soit beaucoup plus élevée que celle de l'aorte ascendante, une reconstruction fixée à 256x256x256 voxels pouvant correspondre en fait à une discrétisation de

32x32x32 voxels pour une taille de vaisseaux sanguins beaucoup plus petite. L'existence du rapport de taille au sein des géométries du système vasculaire justifie l'intérêt de quantifier l'erreur de discrétisation.

Le volume de l'objet, et son erreur, est calculé pour six cas de discrétisation du domaine de reconstruction. Mentionnons qu'aucun lissage n'est appliqué aux géométries puisque cet effet fera l'objet de la sous-section 2.1.4. La taille du domaine est fixée à 10x10x10 unités volumiques (u^3).

Les résultats de volume (V) et d'erreur sur le volume (E_v) pour les géométries du cube, du cylindre, du demi-tore et de la sphère qui occupent une position centrée dans le domaine de reconstruction sont présentés dans les tableaux et les figures ci-dessous. À titre comparatif, les géométries du cube et du cylindre ont également été reconstruites pour une orientation à 45° et une position où l'une de ses surfaces frontières correspond à une face de discrétisation (ci-dessous nommée plan YZ). Soulignons que plus l'erreur E_v tend vers zéro, meilleure est la représentation géométrique du fantôme analytique par rapport à l'objet réel.

Tableau 2.2 : Calcul du volume V et de l'erreur sur le volume E_v du cube (non lissé) pour une position centrée, à 45° et une position où l'une de ses surfaces frontières correspond à une face de discrétisation (plan YZ)

Discrétisation (voxels)	Centrée		45°		Plan YZ	
	V (u^3)	E_v (%)	V (u^3)	E_v (%)	V (u^3)	E_v (%)
16x16x16	1,9531	95,31	1,9531	95,31	1,9531	95,31
32x32x32	1,9531	95,31	1,4648	46,48	0,8240	17,60
64x64x64	0,8240	17,60	0,9155	8,45	0,8240	17,60
128x128x128	0,8240	17,60	1,0300	3,00	1,0476	4,76
256x256x256	1,0476	4,76	1,0600	6,00	1,0476	4,76
512x512x512	1,0476	4,76	1,0321	3,21	0,9883	1,17

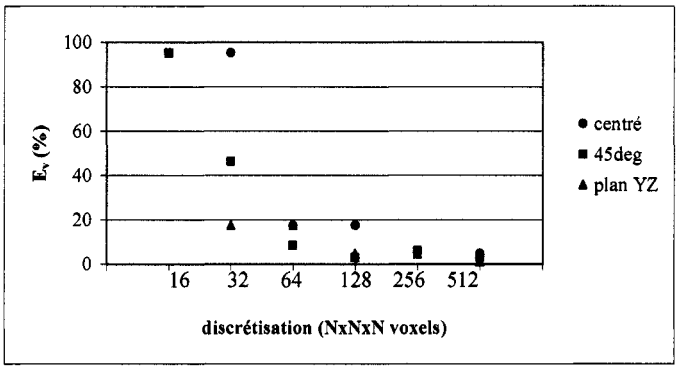


Figure 2.4 : Conservation du volume exprimée sous forme d'erreur E_v pour une géométrie du cube (non lissée)

Tableau 2.3 : Calcul du volume et de l'erreur sur le volume E_v du cylindre (non lissé) pour une position centrée, à 45° et une position où l'une de ses surfaces frontières correspond à une face de discrétisation (plan YZ)

Discrétisation (voxels)	Centrée		45°		Plan YZ	
	V (u^3)	E_v (%)	V (u^3)	E_v (%)	V (u^3)	E_v (%)
16x16x16	1,9531	95,31	1,9531	95,31	1,9531	95,31
32x32x32	1,4648	46,48	1,2207	22,07	1,0986	9,86
64x64x64	0,8545	14,55	0,8545	14,55	0,8545	14,55
128x128x128	0,9174	8,26	0,9670	3,30	0,9880	1,20
256x256x256	1,0147	1,47	0,9952	0,48	1,0147	1,47
512x512x512	1,0147	1,47	1,0077	0,77	0,9966	0,34

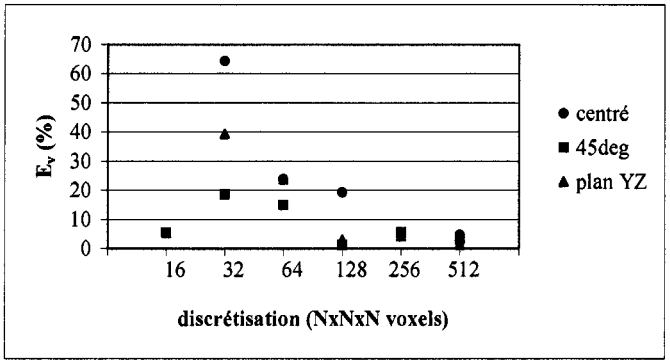


Figure 2.5 : Conservation du volume exprimée sous forme d'erreur E_v pour une géométrie du cylindre (non lissée)

Tableau 2.4 : Calcul du volume et de l'erreur sur le volume E_v du demi-tore (non lissé) pour une position centrée

Discrétisation (voxels)	Centré	
	V (u^3)	E_v (%)
16x16x16	n/a	n/a
32x32x32	0,8545	14,55
64x64x64	0,9766	2,34
128x128x128	1,0071	0,71
256x256x256	0,9892	1,08
512x512x512	1,0021	0,21

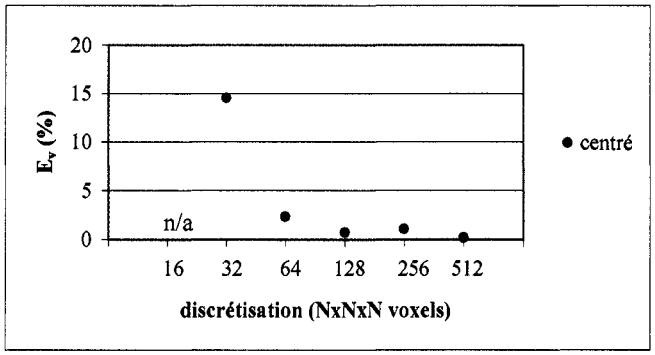


Figure 2.6 : Conservation du volume exprimée sous forme d'erreur E_v pour une géométrie du demi-tore (non lissée)

Tableau 2.5 : Calcul du volume et de l'erreur sur le volume E_v de la sphère (non lissée) pour une position centrée

Discrétisation (voxels)	Centrée	
	V (u^3)	E_v (%)
16x16x16	1,9531	95,31
32x32x32	0,9766	2,34
64x64x64	1,0681	6,81
128x128x128	1,0376	3,76
256x256x256	0,9928	0,72
512x512x512	1,0006	0,06

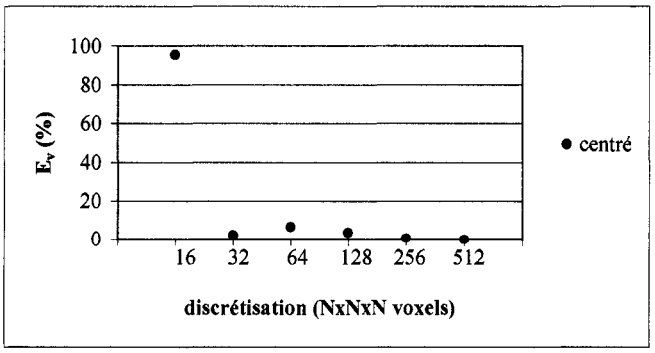


Figure 2.7 : Conservation du volume exprimée sous forme d'erreur E_v pour une géométrie de la sphère (non lissée)

Nous observons que la valeur du volume ne décroît pas linéairement en fonction de la discrétisation, mais qu'elle oscille autour de la valeur exacte (équivalente à un dans notre cas) et ce, indépendamment des géométries reconstruites et de leur orientation dans le domaine de reconstruction. Un tel comportement s'explique par le critère de sélection des voxels appartenant à l'objet par l'algorithme.

Rappelons à cet effet que le critère de sélection des voxels se base sur son barycentre. Ainsi, l'algorithme ne détecte les voxels que si leur barycentre appartient à l'objet que nous désirons reconstruire. À titre de rappel, la figure 2.8 illustre, en 2D, les pixels qui sont sélectionnés comme appartenant à l'objet désiré en fonction du barycentre et de la frontière de l'objet, ci-dessous représenté par un trait.

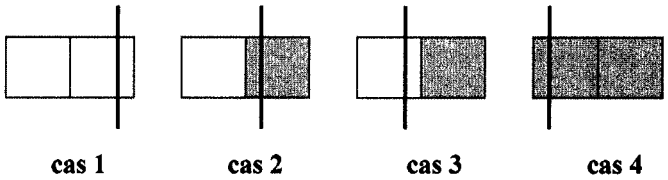
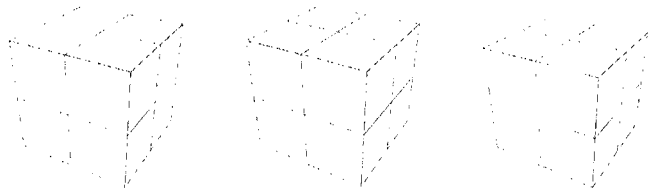


Figure 2.8 : Détection du pixel en fonction de la position du barycentre par rapport à la frontière de l'objet (le trait correspond à cette frontière)

C'est ce même critère de sélection des voxels qui explique qu'aucune géométrie du demi-tore n'est détectée pour une discrétisation de 16x16x16 voxels, l'espace occupé dans les voxels étant trop faible pour être détecté par l'algorithme.

De ces tableaux, nous remarquons également qu'un même volume est obtenu pour les géométries du cube, du cylindre et de la sphère pour une discrétisation de 16x16x16 voxels et ce, indépendamment de leur orientation dans le domaine de reconstruction. Dans un domaine de taille 10x10x10 unités volumiques, cette discrétisation ne permet donc pas de distinguer les conditions de reconstruction ni même la géométrie à reconstruire pour un volume unitaire. La taille des voxels (10/16 = 0,625 unités de longueur d'arêtes) est trop grossière pour distinguer quelques caractéristiques géométriques que ce soient.

La figure 2.9 présente la surface reconstruite des géométries du cube, du cylindre et de la sphère pour une discrétisation de 16x16x16 voxels. Nous y remarquons que la représentation géométrique résultant de l'algorithme de reconstruction est la même pour les trois cas.

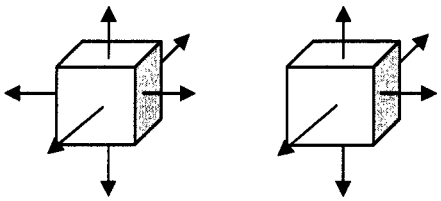


(a) **(b)** **(c)**

Figure 2.9 : Surface reconstruite des géométries (a) du cube, (b) du cylindre et (c) de la sphère (non lissées) pour une discrétisation de 16x16x16 voxels

Si nous comparons maintenant l'effet de la position de l'objet à détecter dans le domaine de reconstruction, la comparaison du cube et du cylindre nous permet de constater que la

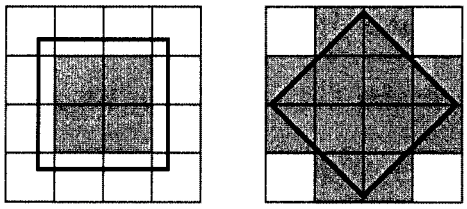
position centrée (voir figure 2.2a), correspond à l'orientation qui génère le plus d'erreurs. En effet, bien que cette constatation soit principalement observée pour des discrétisations grossières, il est possible d'en expliquer l'origine par le fait que l'erreur d'un tel cas de reconstruction se propage dans tous les sens de la reconstruction (voir figure 2.10a). La somme des erreurs de reconstruction d'un objet positionné au centre du domaine de reconstruction est donc supérieure à celle d'un objet dont l'une de ses surfaces frontières correspond à une face de discrétisation (voir figure 2.2b). L'erreur générée dans ce cas se propage dans toutes les directions à l'exception de celle correspondant à la face de discrétisation sur laquelle repose la surface frontière de l'objet à détecter (voir figure 2.10b).



(a) (b)

Figure 2.10 : Propagation de l'erreur suivant la position de l'objet à détecter (a) position centrée par rapport au domaine de reconstruction (b) position de l'objet où l'une de ses surfaces frontières correspond à une face de discrétisation (face d'un voxel)

Également, la reconstruction d'une géométrie orientée à 45° engendre moins d'erreurs que celle d'une position centrée. La discrétisation en « escalier » produite par la reconstruction d'un objet à 45° par rapport à la discrétisation du domaine favoriserait donc une meilleure approximation du volume tel qu'illustré à la figure 2.11.



(a) (b)

Figure 2.11 : Détection des voxels en fonction de la position du barycentre par rapport à l'objet pour une position angulaire (a) nulle ou (b) à 45° par rapport à la discrétisation

Cette justification expliquerait aussi que la discrétisation de géométries avec courbure, tels le cylindre, le demi-tore et la sphère, produise moins d'erreurs que les géométries composées uniquement d'arêtes droites comme le cube et ce, indépendamment de l'orientation dans le domaine de reconstruction.

Toutefois, il importe de mentionner que l'importance de ces observations sur l'erreur générée par la discrétisation diminue en fonction d'une discrétisation de plus en plus fine. Ainsi, les tableaux de calcul du volume et de son erreur nous révèlent que la géométrie à détecter, ainsi que la position qu'elle occupe dans le domaine de discrétisation, n'ont que peu d'influence pour une discrétisation du domaine de 256x256x256 voxels et plus, l'erreur engendrée à cette discrétisation étant inférieure à 5% pour toutes les conditions de reconstruction. Par conséquent, la discrétisation de 256x256x256 voxels suffit pour détecter avec précision un objet de volume unitaire dans un domaine de taille de 10x10x10 unités volumiques. Nous pouvons ainsi avoir confiance en la géométrie reconstruite puisqu'elle représente avec fidélité la géométrie exacte.

2.1.3 Effet du rapport de taille entre le domaine et la géométrie à reconstruire

La quantification des erreurs sous-jacentes à la discrétisation du domaine de reconstruction a été justifiée, à la sous-section précédente, dans un contexte de reconstruction à partir d'images médicales. Dans un tel contexte, il n'est pas rare que les géométries *in vivo* détectées par les algorithmes de reconstruction varient en taille. Nous avons souligné à cet effet, l'exemple de l'aorte ascendante et de la carotide pour lequel il n'est pas possible de détecter avec une même précision géométrique ces deux vaisseaux pour une résolution spatiale donnée, le rayon de l'aorte ascendante étant sept fois plus grand que celui de la carotide.

Pour bien comprendre les conséquences de la taille du domaine (par rapport à la taille de la géométrie à reconstruire) sur la qualité de la reconstruction, nous présentons, aux figures suivantes, deux cas de reconstruction où des vaisseaux sanguins de tailles différentes sont reconstruits dans un domaine de discrétisation spatiale donnée.

La figure 2.12 illustre le modèle vasculaire présenté au premier chapitre. Reconstruit à l'aide de notre algorithme de reconstruction à partir de géométries analytiques simples, nous remarquons que la précision de la reconstruction de la crosse aortique est supérieure à celle des carotides. Cela s'explique par le nombre élevé de voxels qui

compose la crosse aortique, celle-ci occupant un volume dans le domaine de reconstruction beaucoup plus grand que celui des carotides.

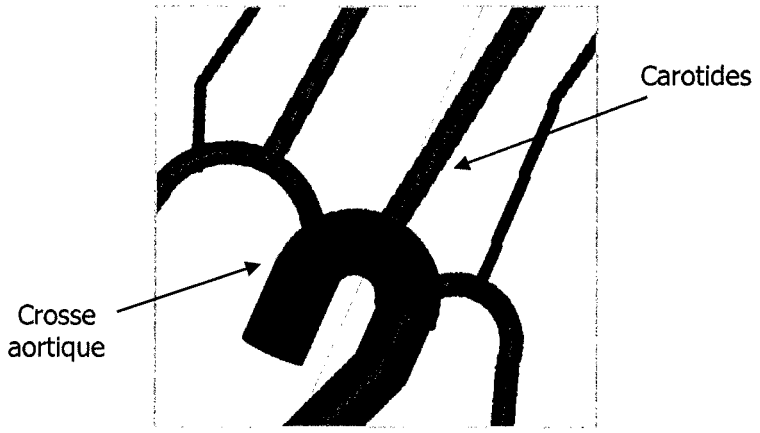


Figure 2.12 : Crosse aortique et carotides résultant d'une reconstruction basée sur des géométries analytiques simples par notre algorithme (modèle vasculaire)

La reconstruction géométrique de la crosse aortique et des carotides à partir des données anatomiques provenant d'images médicales est présentée à la figure 2.13. Sans entrer dans les détails de la reconstruction, mentionnons seulement que cette représentation résulte d'une segmentation manuelle à partir du logiciel commercial sliceOmatic (© TomoVision). Cette illustration démontre que le problème de la qualité de la représentation géométrique de l'objet reconstruit en fonction de la taille qu'occupe l'objet dans le domaine se pose quelle que soit la méthode de reconstruction utilisée.

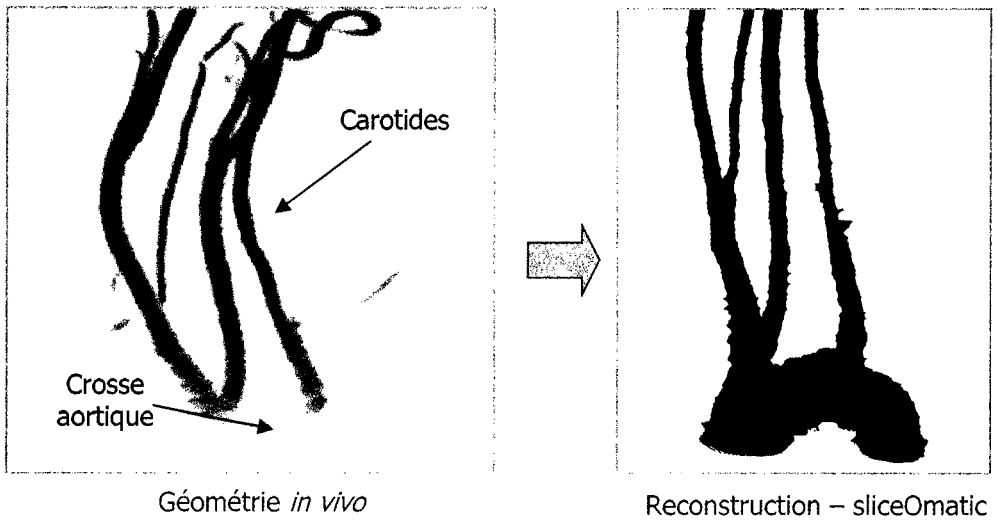


Figure 2.13 : Reconstruction, à partir de données anatomiques provenant d'images médicales, de la crosse aortique et des carotides avec le logiciel sliceOmatic

Il est possible de distinguer la précision avec laquelle les géométries de la crosse aortique et des carotides sont reconstruites à la figure 2.14. Le mode morphologique qui compose les images représente les zones que l'usager doit sélectionner manuellement; plusieurs zones approximent la géométrie de la crosse aortique comparativement à une seule pour les carotides. Pour une meilleure visualisation des zones appartenant aux carotides et à la crosse aortique, l'image médicale (DICOM) originale est ajoutée.

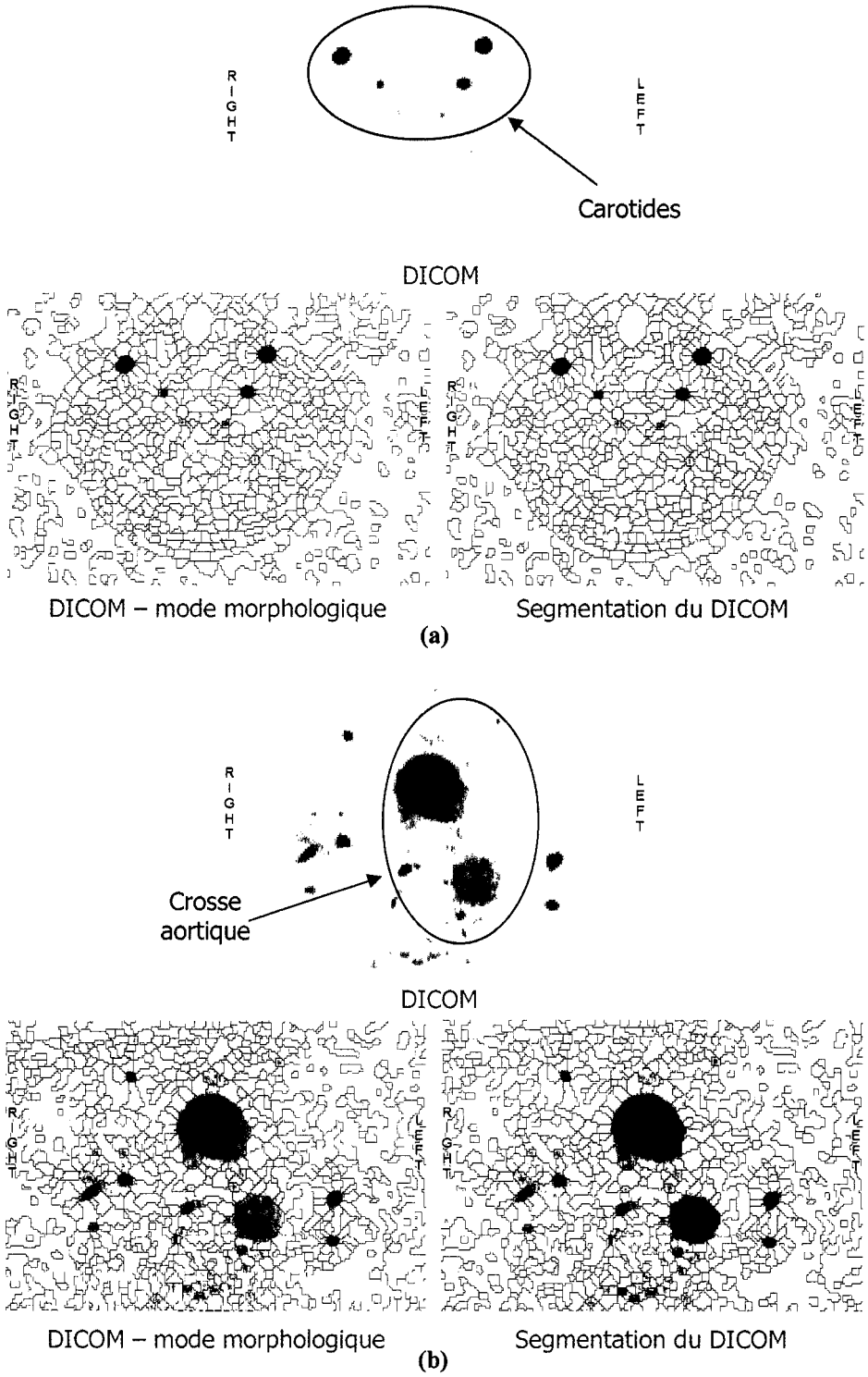


Figure 2.14 : Segmentation manuelle (a) des carotides et (b) de la crosse aortique par le mode morphologique de sliceOmatic

À la lumière de ces observations, nous désirons quantifier l'effet de la taille du domaine sur l'erreur de reconstruction d'un objet de volume unitaire. Pour ce faire, nous comparons l'erreur sur le volume obtenue pour une reconstruction dans un domaine de taille 10x10x10 unités volumiques et un de taille 5x5x5. Le rapport de la taille du domaine par rapport à la taille de l'objet peut s'exprimer ainsi :

taille du domaine (10 ou 5 dans notre cas) : taille de l'objet (1 dans notre cas)

Les tableaux 2.6 à 2.9 présentent les résultats d'erreur sur le volume pour les géométries non lissées du cube, du cylindre, du demi-tore et de la sphère pour une reconstruction effectuée dans un domaine de taille 10x10x10 (10:1) et un de 5x5x5 unités volumiques (5:1).

Tableau 2.6 : Comparaison de l'erreur sur le volume E_v du cube (non lissé) reconstruit dans un domaine de taille 10x10x10 (10:1) et 5x5x5 (5:1) unités volumiques pour une position centrée, à 45° et une position où l'une de ses surfaces frontières correspond au plan YZ

Discrétisation (voxels)	E_v (%) – centrée		E_v (%) – 45°		E_v (%) – plan YZ	
	5 :1	10 :1	5 :1	10 :1	5 :1	10 :1
16x16x16	95,31	95,31	46,48	95,31	17,60	95,31
32x32x32	17,60	95,31	8,45	46,48	17,60	17,60
64x64x64	17,60	17,60	3,00	8,45	4,76	17,60
128x128x128	4,76	17,60	6,00	3,00	4,76	4,76
256x256x256	4,76	4,76	3,21	6,00	1,17	4,76
512x512x512	1,17	4,76	0,14	3,21	1,17	1,17

Tableau 2.7 : Comparaison de l'erreur sur le volume E_v du cylindre (non lissé) reconstruit dans un domaine de taille 10x10x10 (10:1) et 5x5x5 (5:1) unités volumiques pour une position centrée, à 45° et une position où l'une de ses surfaces frontières correspond au plan YZ

Discrétisation (voxels)	E_v (%) – centrée		E_v (%) – 45°		E_v (%) – plan YZ	
	5 :1	10 :1	5 :1	10 :1	5 :1	10 :1
16x16x16	46,48	95,31	22,07	95,31	9,86	95,31
32x32x32	14,55	46,48	14,55	22,07	14,55	9,86
64x64x64	8,26	14,55	3,30	14,55	1,20	14,55
128x128x128	1,47	8,26	0,48	3,30	1,47	1,20
256x256x256	1,47	1,47	0,77	0,48	0,34	1,47
512x512x512	0,14	1,47	0,09	0,77	0,14	0,34

Tableau 2.8 : Comparaison de l'erreur sur le volume E_v du demi-tore (non lissé) reconstruit dans un domaine de taille 10x10x10 (10:1) et 5x5x5 (5:1) unités volumiques pour une position centrée

Discrétisation (voxels)	E_v (%) – centrée	
	5 :1	10 :1
16x16x16	14,55	n/a
32x32x32	2,34	14,55
64x64x64	0,71	2,34
128x128x128	1,08	0,71
256x256x256	0,21	1,08
512x512x512	0,06	0,21

Tableau 2.9 : Comparaison de l'erreur sur le volume E_v de la sphère (non lissée) reconstruite dans un domaine de taille 10x10x10 (10:1) et 5x5x5 (5:1) unités volumiques pour une position centrée

Discrétisation (voxels)	E_v (%) – centrée	
	5 :1	10 :1
16x16x16	2,34	95,31
32x32x32	6,81	2,34
64x64x64	3,76	6,81
128x128x128	0,72	3,76
256x256x256	0,06	0,72
512x512x512	0,03	0,06

De ces tableaux, nous constatons que l'erreur sur le volume présente le même comportement indépendamment de la géométrie et de la position que l'objet occupe dans le domaine de reconstruction. En effet, nous remarquons que l'erreur commise à une discrétisation (par exemple, 64x64x64 voxels) donnée pour un domaine de taille 10x10x10 unités volumiques devient l'erreur de la discrétisation précédente dans un domaine de taille 5x5x5 (par exemple, 32x32x32). Ainsi, pour une même discrétisation dans l'un ou l'autre des domaines, la reconstruction sera plus précise si l'objet occupe un rapport volumique 5:1 dans le domaine que s'il occupe un rapport volumique 10:1.

Le même raisonnement s'applique pour un domaine de taille 20x20x20 unités volumiques où l'erreur commise pour une discrétisation de 64x64x64 dans un domaine de taille 10x10x10 unités volumiques sera désormais celle commise pour une discrétisation de 128x128x128 dans ce nouveau domaine. La résolution spatiale de 256x256 utilisée en imagerie médicale peut donc s'avérer insuffisante dans des cas où le rapport de taille entre le domaine de reconstruction et l'objet à détecter est élevé.

2.1.4 Effet du lissage

L'incertitude géométrique créée par la présence d'artéfacts sur les images médicales incite à recourir à des techniques de lissage pour améliorer la qualité de la détection des vaisseaux sanguins et par conséquent, la fidélité de leur représentation géométrique (Foutrakis, Burgreen et Slabassi 1996). Dans le cas de notre algorithme, c'est la méthode

sur laquelle se base la reconstruction qui en justifie l'utilisation, la surface de la géométrie reconstruite étant composée des surfaces frontières des voxels appartenant à l'objet.

Bien qu'il soit évident, d'un point de vue numérique, que ce sont les géométries lissées qui doivent être retenues pour la génération de maillage et la simulation de l'écoulement (afin d'éviter l'intégration d'erreurs numériques conséquentes des géométries exiguës en « dents de scie »), nous désirons dans cette sous-section quantifier l'effet du lissage sur l'erreur engendrée par l'étape de reconstruction et par le fait même, confirmer ce qu'avance la littérature au sujet de l'importance du lissage.

Pour ce faire, nous avons comparé les résultats du volume et de l'erreur sur le volume des géométries non lissées et lissées du cube, du cylindre, du demi-tore et de la sphère pour une position centrée dans le domaine de reconstruction. Les géométries du cube et du cylindre, pour une orientation à 45° et une position où l'une des surfaces frontières de la géométrie correspond à une face de discrétisation (ci-dessous nommée plan YZ), font également partie de l'analyse. Les résultats d'erreur sur le volume sont présentés dans les tableaux et figures ci-dessous pour une taille du domaine de reconstruction de 10x10x10 unités volumiques. Rappelons également que plus l'erreur E_v tend vers zéro, meilleure est la représentation géométrique du fantôme analytique par rapport à l'objet réel.

Tableau 2.10 : Calcul de l'erreur sur le volume E_v du cube non lissé et lissé pour une position centrée, à 45° et une position où l'une de ses surfaces frontières correspond au plan YZ

Discrétisation (voxels)	E_v (%) - centrée		E_v (%) - 45°		E_v (%) - plan YZ	
	Non lissé	Lissé	Non lissé	Lissé	Non lissé	Lissé
16x16x16	95,31	5,40	95,31	5,40	95,31	5,40
32x32x32	95,31	64,41	46,48	18,63	17,60	39,35
64x64x64	17,60	23,75	8,45	14,96	17,60	23,75
128x128x128	17,60	19,23	3,00	1,19	4,76	2,99
256x256x256	4,76	4,31	6,00	5,53	4,76	4,31
512x512x512	4,76	4,65	3,21	3,09	1,17	1,28

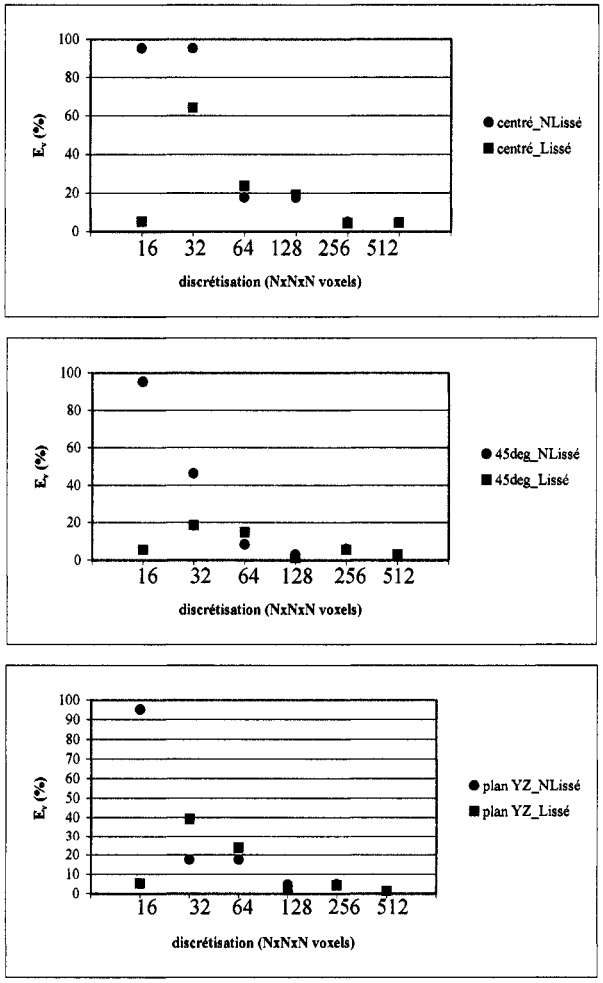


Figure 2.15 : Conservation du volume exprimée sous forme d'erreur E_v pour une géométrie du cube non lissée et lissée

Tableau 2.11 : Calcul de l'erreur sur le volume E_v du cylindre non lissé et lissé pour une position centrée, à 45° et une position où l'une de ses surfaces frontières correspond au plan YZ

Discrétisation (voxels)	E_v (%) - centrée		E_v (%) - 45°		E_v (%) - plan YZ	
	Non lissé	Lissé	Non lissé	Lissé	Non lissé	Lissé
16x16x16	95,31	5,40	95,31	5,40	95,31	5,40
32x32x32	46,48	18,63	22,07	3,82	9,86	14,94
64x64x64	14,55	20,70	14,55	20,86	14,55	20,70
128x128x128	8,26	9,91	3,30	5,01	1,20	2,90
256x256x256	1,47	1,04	0,48	0,92	1,47	1,04
512x512x512	1,47	1,36	0,77	0,66	0,34	0,45

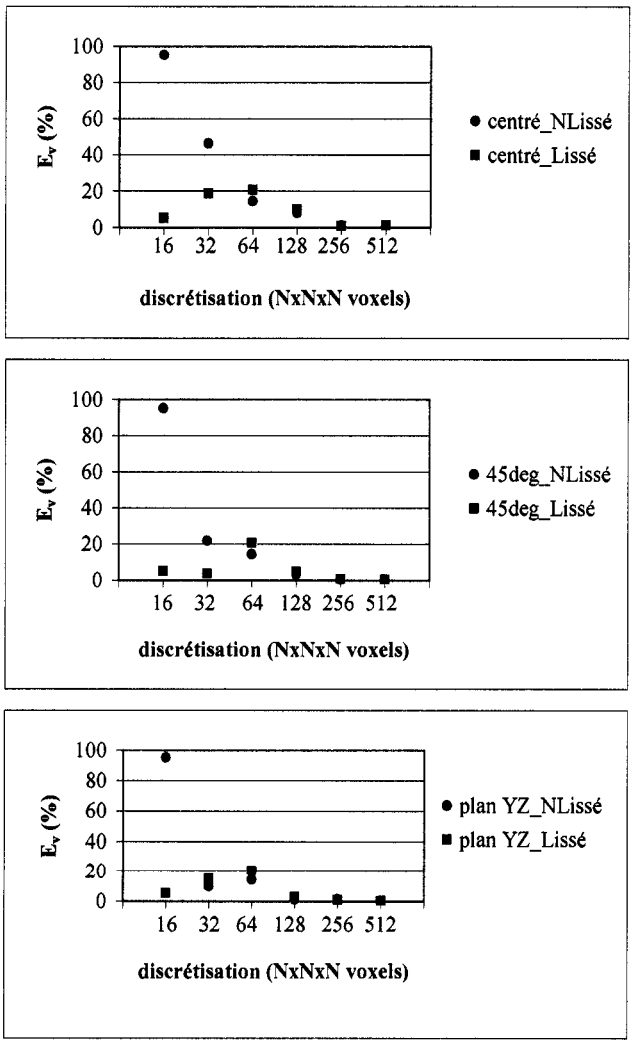


Figure 2.16 : Conservation du volume exprimée sous forme d'erreur E_v pour une géométrie du cylindre non lissée et lissée

Tableau 2.12 : Calcul de l'erreur sur le volume E_v du demi-tore non lissé et lissé pour une position centrée

Discrétisation (voxels)	E_v (%) - centrée	
	Non lissé	Lissé
16x16x16	n/a	n/a
32x32x32	14,55	42,00
64x64x64	2,34	10,80
128x128x128	0,71	1,52
256x256x256	1,08	1,64
512x512x512	0,21	0,07

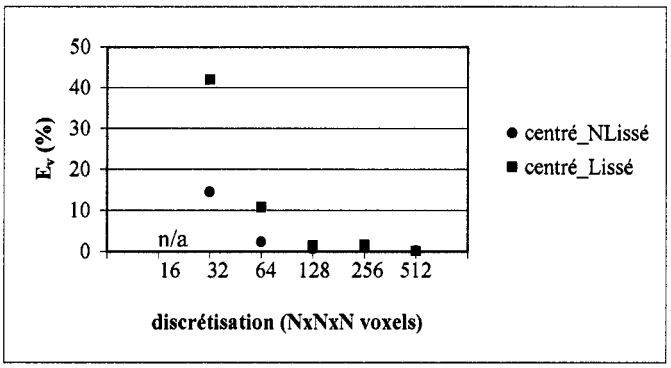


Figure 2.17 : Conservation du volume exprimée sous forme d'erreur E_v pour une géométrie du demi-tore non lissée et lissée

Tableau 2.13 : Calcul de l'erreur sur le volume E_v de la sphère non lissée et lissée pour une position centrée

Discrétisation (voxels)	E_v (%) - centrée	
	Non lissée	Lissée
16x16x16	95,31	5,40
32x32x32	2,34	26,12
64x64x64	6,81	0,14
128x128x128	3,76	2,08
256x256x256	0,72	1,13
512x512x512	0,06	0,04

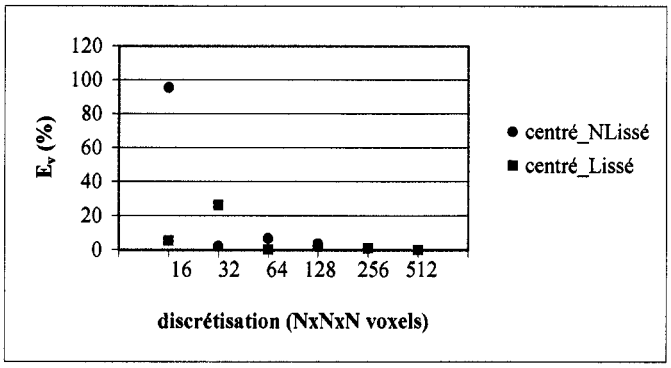


Figure 2.18 : Conservation du volume exprimée sous forme d'erreur E_v pour une géométrie de la sphère non lissée et lissée

La lecture des ces tableaux et de ces graphiques nous permet de remarquer que l'erreur E_v résultant des géométries lissées est dans certains cas plus élevée que celle des géométries non lissées. Une telle observation n'est pas surprenante. Rappelons à cet effet que la technique de lissage par co-volumes, utilisé par notre algorithme de reconstruction, génère une surface en fonction du barycentre des facettes composant la géométrie. Par conséquent, si le volume occupé par la géométrie avant lissage est supérieur au volume exact de l'objet, l'erreur sur le volume de la géométrie lissée sera inférieur à celui de la géométrie non lissée, le volume occupé par celle-ci s'approchant du volume exact (figure 2.19a). Le même raisonnement s'applique pour une géométrie non lissée qui occupe un volume inférieur à l'objet réel. Une fois lissée, cette dernière occupera un volume plus petit que la géométrie non lissée et l'erreur qui en résultera sera alors plus grande puisque son volume s'éloignera de la géométrie exacte (figure 2.19b).

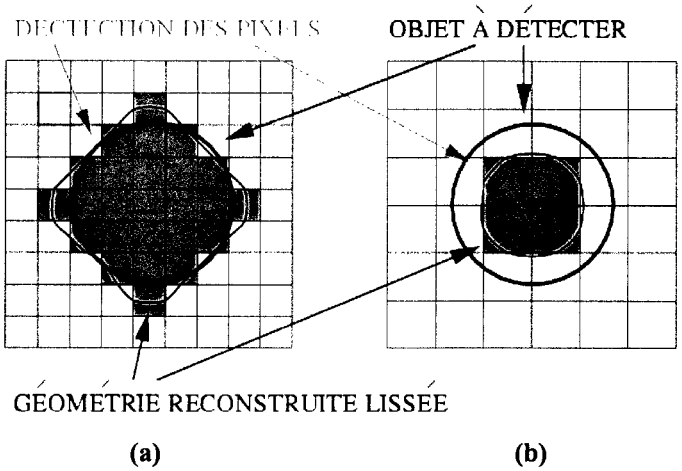


Figure 2.19 : Effet du lissage sur le volume de la géométrie à détecter dans le cas où le volume de la géométrie reconstruite est (a) supérieur à l'objet réel et (b) inférieur à l'objet réel

Ces mêmes tableaux et graphiques nous permettent de constater également que l'utilisation du volume comme critère d'erreur, ne permet pas de faire ressortir les avantages que procurent les géométries lissées sur les géométries non lissées. En effet, l'erreur issue des discrétisations fines, telles que 256x256x256 voxels et 512x512x512 voxels, est inférieure à 5% indépendamment du lissage et des conditions de reconstruction. Pourtant, nous savons que les géométries non lissées conduisent à l'apparition d'artéfacts numériques sévères lors de la résolution de l'écoulement. Prenons l'exemple du calcul du cisaillement pariétal, la géométrie en « dents de scie » générée par l'algorithme crée des pics de cisaillement indésirables qui ne correspondent pas avec le phénomène réel observé. Un second critère de comparaison doit donc être développé.

Une deuxième analyse, se basant cette fois sur la conservation de l'aire de surface, complète la quantification des erreurs de reconstruction. Par ce choix, nous espérons démontrer l'influence du lissage sur la représentation géométrique des fantômes analytiques. Ce nouveau critère compare la superficie de la surface reconstruite $S_{reconstruit}$ avec celle de l'objet réel $S_{réel}$ sous forme de pourcentage d'erreur E_s de la façon suivante :

$$E_s = \frac{(S_{réel} - S_{reconstruit})}{S_{réel}} \times 100 \tag{2.3}$$

Les tableaux et les figures suivantes présentent les résultats d'erreurs sur l'aire de surface (E_s) pour les géométries lissées et non lissées du cube, du cylindre, du demi-tore et de la sphère. La taille du domaine de reconstruction est de 10x10x10 unités volumiques.

Tableau 2.14 : Calcul de l'erreur sur l'aire de surface reconstruite E_s du cube non lissé et lissé pour une position centrée, une orientation à 45° et une position où l'une de ses surfaces frontières correspond au plan YZ

Discrétisation (voxels)	E_s (%) - centrée		E_s (%) - 45°		E_s (%) - plan YZ	
	Non lissé	Lissé	Non lissé	Lissé	Non lissé	Lissé
16x16x16	56,25	16,59	56,25	16,59	56,25	16,59
32x32x32	56,25	21,68	43,23	3,12	12,11	38,50
64x64x64	12,11	24,84	10,68	19,33	12,11	24,84
128x128x128	12,11	18,36	24,51	4,92	3,15	3,61
256x256x256	3,15	0,20	30,00	0,39	3,15	0,20
512x512x512	3,15	1,48	29,09	0,36	0,78	2,42

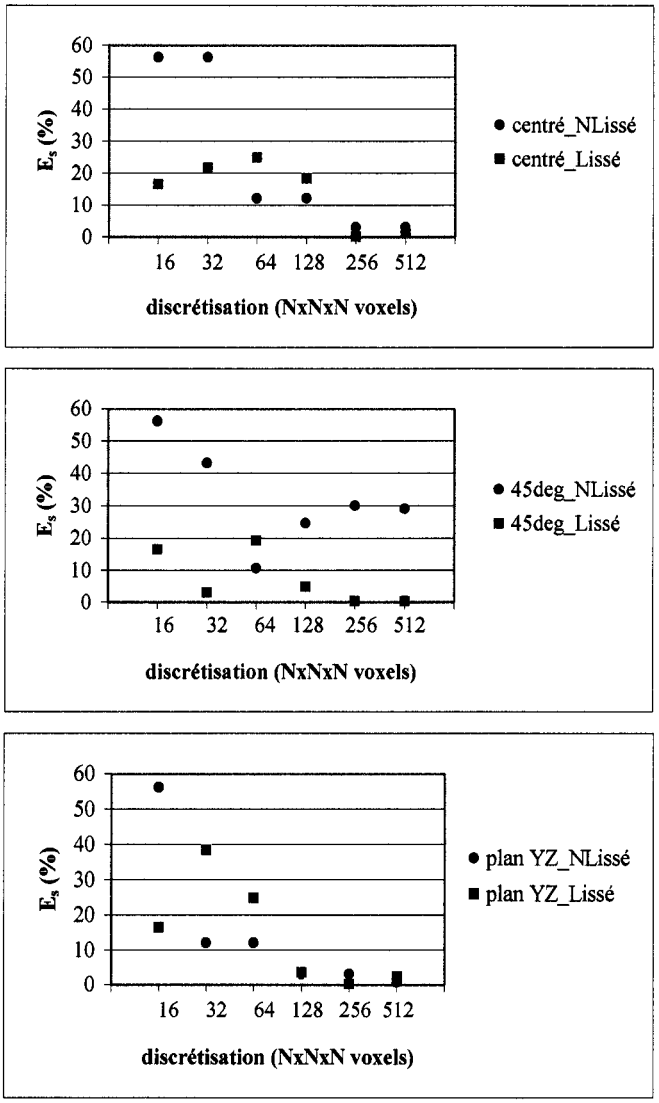


Figure 2.20 : Conservation de l'aire de surface exprimée sous forme d'erreur E_s pour une géométrie du cube non lissée et lissée

Tableau 2.15 : Calcul de l'erreur sur l'aire de surface reconstruite E_s du cylindre non lissé et lissé pour une position centrée, une orientation à 45° et une position où l'une de ses surfaces frontières correspond au plan YZ

Discrétisation (voxels)	E_s (%) - centrée		E_s (%) - 45°		E_s (%) - plan YZ	
	Non lissé	Lissé	Non lissé	Lissé	Non lissé	Lissé
16x16x16	69,35	9,59	69,35	9,59	69,35	9,59
32x32x32	55,24	5,01	55,24	8,27	27,01	16,13
64x64x64	2,32	18,51	19,96	18,21	2,32	18,51
128x128x128	12,90	8,57	40,24	6,02	19,08	3,73
256x256x256	19,96	0,58	48,18	0,79	19,96	0,58
512x512x512	19,96	1,88	50,39	1,01	18,41	0,64

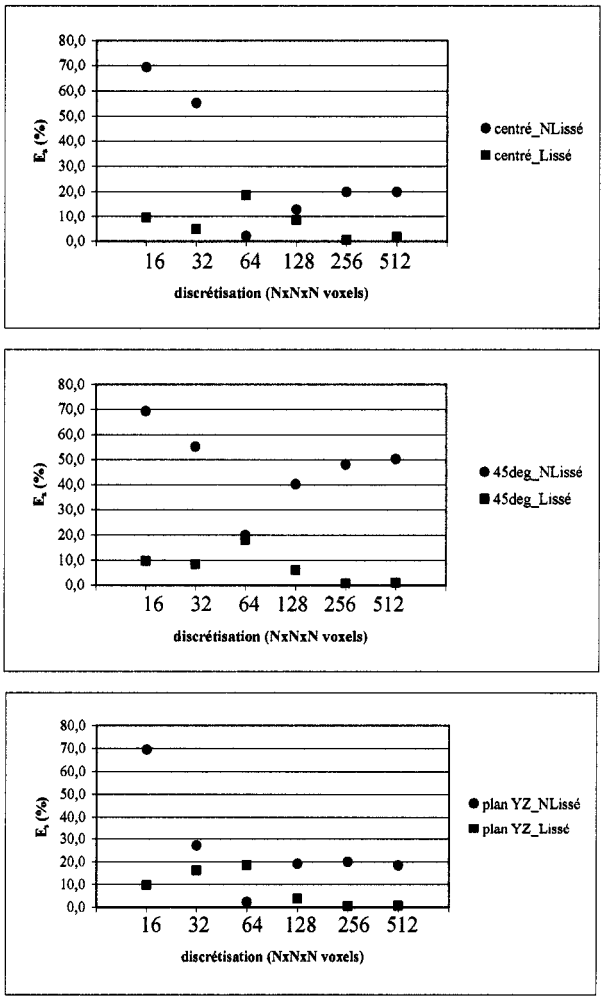


Figure 2.21 : Conservation de l'aire de surface exprimée sous forme d'erreur E_s pour une géométrie du cylindre non lissée et lissée

Tableau 2.16 : Calcul de l'erreur sur l'aire de surface reconstruite E_s du demi-tore non lissé et lissé pour une position centrée

Discrétisation (voxels)	E_s (%) - centrée	
	Non lissé	Lissé
16x16x16	n/a	n/a
32x32x32	5,99	31,32
64x64x64	27,81	6,31
128x128x128	41,45	0,28
256x256x256	34,82	0,16
512x512x512	38,96	1,96

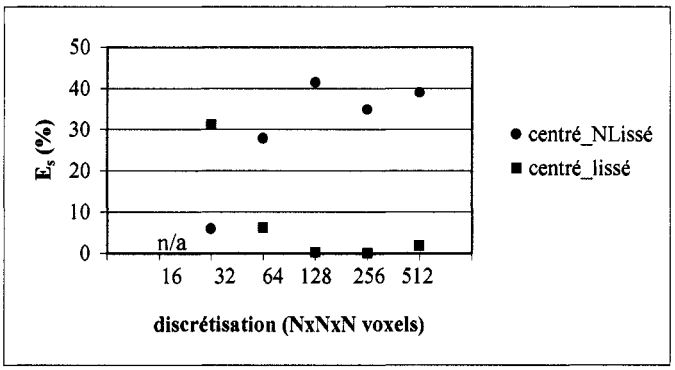


Figure 2.22 : Conservation de l'aire de surface exprimée sous forme d'erreur E_s pour une géométrie du demi-tore non lissée et lissée

Tableau 2.17 : Calcul de l'erreur sur l'aire de surface reconstruite E_s de la sphère non lissée et lissée pour une position centrée

Discrétisation (voxels)	E_s (%) - centrée	
	Non lissée	Lissée
16x16x16	93,86	3,49
32x32x32	45,39	14,01
64x64x64	57,51	3,10
128x128x128	57,51	4,76
256x256x256	49,18	2,29
512x512x512	50,32	2,79

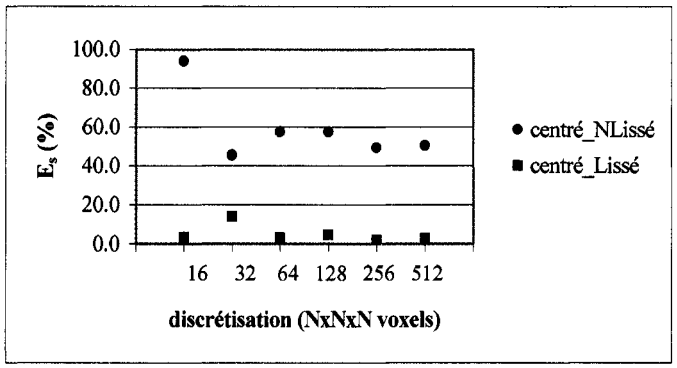
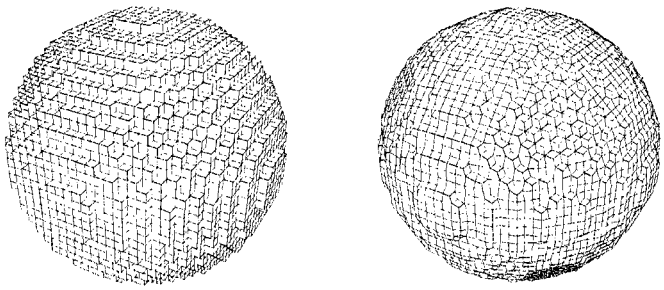


Figure 2.23 : Conservation de l'aire de surface exprimée sous forme d'erreur E_s pour une géométrie de la sphère non lissée et lissée

Le critère d'erreur sur l'aire de surface E_s nous permet de constater que l'erreur de reconstruction est plus élevée dans le cas de géométries non lissées que dans le cas de géométries lissées. Nous pouvons expliquer une telle observation par le fait que les géométries caractérisées par des courbures (cylindre, demi-tore et sphère) génèrent un grand nombre de facettes lors de la reconstruction. La figure 2.24 illustre les géométries lissées et non lissées à partir desquelles il est possible d'observer les nombreuses facettes qui composent la sphère sans lissage.



(a) **(b)**

Figure 2.24 : Facettisation, forme « escalier », résultant de l'algorithme de reconstruction pour une géométrie de la sphère (a) non lissée et (b) lissée (discrétisation du domaine = 256x256x256 voxels)

Ce nombre élevé de facettes entraîne peu de conséquences sur le calcul de l'erreur de volume, mais il augmente considérablement l'erreur générée sur l'aire de surface. Par le lissage des surfaces, nous atténuons donc l'effet de la facettisation (figure 2.24b) et réduisons, par conséquent, l'erreur de reconstruction. Mentionnons que ce raisonnement est également applicable à la géométrie du cube orientée à 45° par rapport à la discrétisation.

Le seul critère du volume ne suffit donc pas pour démontrer l'importance des techniques de lissage sur la qualité de la reconstruction. Nous pouvons ainsi affirmer que l'aire de surface doit elle aussi être prise en considération.

2.2 Simplification des éléments de surface

La surface des géométries reconstruites dans la section précédente est composée d'éléments dont le nombre dépend de la discrétisation imposée au domaine de reconstruction. Nous avons indiqué que l'utilisation d'une discrétisation plus fine du domaine de reconstruction permet de représenter avec plus de précision l'objet réel. Or, le nombre d'éléments qui résulte de cette discrétisation fine alourdit son intégration dans un logiciel de génération de maillage. L'objectif de cette section consiste alors à réduire à sa plus simple expression la représentation géométrique de l'objet résultant de la reconstruction et ce, tout en demeurant fidèle à la géométrie reconstruite. Le logiciel YAMS est utilisé à cette fin.

2.2.1 Description du logiciel YAMS

Le logiciel YAMS a été développé au sein du projet GAMMA de l'INRIA (Institut National de Recherche en Informatique et en Automatique) à l'unité de recherche de Rocquencourt en France. Il s'agit d'un logiciel automatique de remaillage adaptatif de surfaces capable, à partir d'un maillage arbitraire, de produire un maillage surfacique de haute qualité pouvant être utilisé tant dans un contexte de simulations numériques que dans un contexte de visualisation (Frey 2001).

Les caractéristiques de la surface sur laquelle un remaillage adaptatif est désiré doivent être fourni à YAMS sous forme de fichier. Typiquement, ce fichier doit contenir les données géométriques de la surface, les coordonnées des nœuds, ainsi que la topologie des éléments qui la composent c'est-à-dire, la connectivité des arêtes et des éléments de surface. Un exemple de ce fichier est présenté à l'annexe A.

Le logiciel YAMS peut servir à diverses applications :

- Simplification du maillage surfacique par la réduction du nombre d'éléments composant la surface;
- Enrichissement du maillage surfacique par l'addition de nœuds sur la surface;
- Optimisation du maillage surfacique par l'amélioration de la qualité des éléments de maillage et la conservation du nombre de nœuds;

- Adaptation du maillage surfacique par le contrôle de la densité des mailles.

La première application, soit la simplification du maillage surfacique, est d'intérêt dans ce mémoire en raison de la réduction du nombre d'éléments qui composent la surface et du contrôle de la qualité de l'approximation géométrique, des propriétés de la surface (courbures, arêtes et coins) ainsi que de la qualité globale du maillage (Frey 2001).

2.2.2 Application de YAMS aux géométries reconstruites

Deux options disponibles dans YAMS permettent de simplifier le maillage surfacique. Ces options sont sélectionnées à même la fenêtre d'exécution sous forme de lignes de commande puisque le logiciel YAMS n'est pas doté d'interfaces usager. À titre informatif, elles s'expriment ainsi :

yams -O **-1** [Nom_Fichier.mesh] (*OPTION 1*)
yams -O **-2** [Nom_Fichier.mesh] (*OPTION 2*)

Utilisée dans un contexte de simulations numériques, l'application de la première option de YAMS sur le maillage initial résulte en un maillage surfacique de haute qualité caractérisé par l'isotropie de ses mailles (triangles pratiquement équilatéraux). Précisons que la taille des éléments qui composent un tel maillage est fonction de la courbure locale. Ainsi, plus la courbure locale est élevée, plus la taille des éléments de maillage est petite et par conséquent, plus la densité de mailles (concentration) à cet endroit est

élevée. Le choix de la deuxième option, pour sa part, permet d'obtenir un maillage surfacique géométrique. Cette option se distingue de la première par l'anisotropie de ses mailles, les éléments triangulaires étant étirés suivant les directions principales de la courbure. Le maillage qui en découle est donc utilisé dans les cas où la précision de la représentation géométrique est exigée, mais où la qualité du maillage est un facteur de moindre importance (Frey 2001). Mentionnons que nous avons utilisé les valeurs par défaut de YAMS pour gouverner le remaillage adaptatif ; elles peuvent être consultées au besoin à l'annexe C.

Nous avons appliqué l'algorithme de simplification du maillage de YAMS (option 1 et option 2) aux géométries lissées et non lissées du cube, du cylindre, du demi-tore et de la sphère et ce, pour les six cas de discrétisation du domaine. La figure 2.25 illustre, à titre d'exemple, les résultats de la simplification du maillage par YAMS de ces géométries pour les discrétisations de 32x32x32 voxels et de 128x128x128 voxels. Trois maillages y sont représentés : le maillage surfacique résultant de la reconstruction, le maillage surfacique de haute qualité (option 1 de YAMS) et le maillage surfacique géométrique (option 2 de YAMS). Les géométries sont lissées, à l'exception du cube, et positionnées au centre du domaine. La taille du domaine de reconstruction est de 10x10x10 unités volumiques. Le nombre d'éléments triangulaires composant chacun de ces maillages peut être consulté au tableau 2.18.

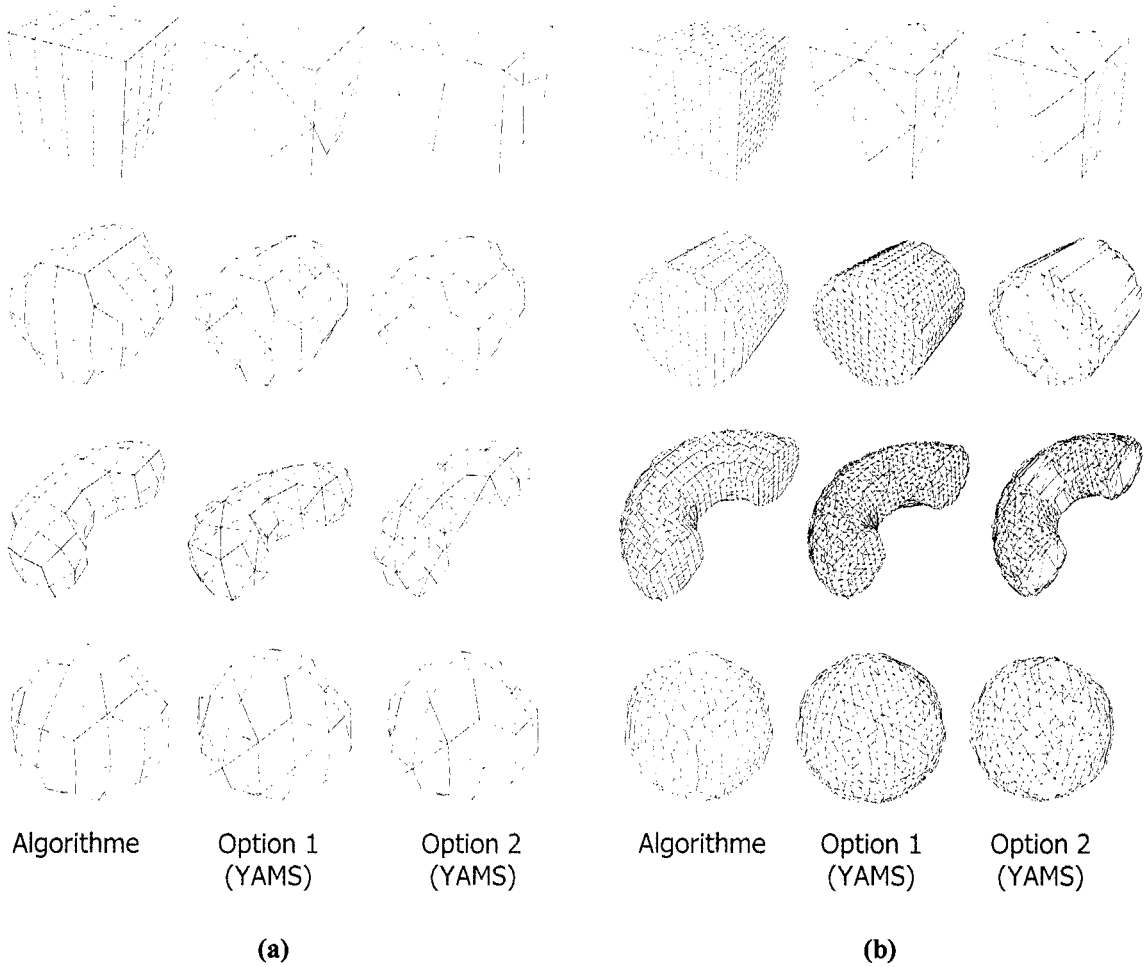


Figure 2.25 : Résultats de la simplification du maillage par YAMS du cube, du cylindre, du demi-tore et de la sphère dans un domaine de reconstruction discrétisé à (a) 32x32x32 voxels et (b) 128x128x128 voxels

Tableau 2.18 : Nombre d'éléments triangulaires composant les maillages résultant de l'algorithme ainsi que de la simplification par l'option 1 et l'option 2 de YAMS

Géométrie	32x32x32 voxels			128x128x128 voxels		
	Algorithme	Option 1 (YAMS)	Option 2 (YAMS)	Algorithme	Option 1 (YAMS)	Option 2 (YAMS)
Cube	192	52	50	1728	48	48
Cylindre	176	176	60	2048	2048	536
Demi-tore	136	136	132	2904	2904	2284
Sphère	144	144	144	2496	2496	2108

Cette figure et ce tableau démontrent l'intérêt de recourir à l'option 2 de YAMS pour simplifier la représentation géométrique des surfaces reconstruites. Spécifions que l'ensemble des cas de reconstruction (géométrie, discrétisation, orientation, taille du domaine, application du lissage) conduit à la même constatation.

La simplification du maillage surfacique des géométries reconstruites par notre algorithme met en évidence plusieurs caractéristiques du logiciel YAMS. D'abord, nous remarquons que la géométrie initiale de l'objet est respectée lors du remaillage et que les caractéristiques géométriques d'arêtes et de courbure sont conservées. Nous constatons également que le maillage produit par YAMS est un maillage triangulaire et ce, malgré le fait que la surface initiale, résultant de notre algorithme de reconstruction, ait été définie par des quadrangles dans le fichier d'entrée lu par YAMS.

Nous observons aussi que le nombre d'éléments résultant du maillage surfacique de haute qualité (option 1 de YAMS) et du maillage surfacique géométrique (option 2 de YAMS) est sensiblement le même pour la géométrie du cube et ce, quelle que soit la discrétisation du domaine de reconstruction. L'absence de courbure locale pour cette géométrie explique le résultat. De plus, nous constatons que la surface du cube n'est pas réduite à sa plus simple expression, c'est-à-dire deux triangles par face, la longueur des segments des éléments étant contrôlée par les valeurs par défaut de YAMS. Nous estimons que ces valeurs par défaut pourraient également justifier la non simplification des éléments de maillage des géométries du cylindre, du demi-tore et de la sphère

simplifiées par l'option 1 de YAMS. Mentionnons que nous n'avons pas étudié l'influence des valeurs par défaut du logiciel YAMS sur les résultats de simplification dans le cadre de ce mémoire (annexe C).

Nous remarquons finalement que la simplification appliquée à une discrétisation tant grossière que fine est limitée par le respect de la courbure locale. En effet, la courbure locale influence la forme des éléments du maillage de telle sorte que lorsque la courbure locale augmente, l'anisotropie des mailles diminue et leur densité augmente. Ceci explique la simplification limitée des éléments qui composent la sphère ainsi que la présence de triangles fins au niveau des jonctions des extrémités du cylindre et du demi-tore.

2.2.3 Évaluation de la qualité de la représentation géométrique

Le logiciel de remaillage adaptatif YAMS fournit une représentation géométrique simplifiée de la surface reconstruite par l'algorithme de reconstruction. Nous avons constaté que l'option 2 du logiciel permet de représenter la surface des objets reconstruits avec un minimum de nœuds et d'éléments. Afin d'évaluer la conformité de la surface simplifiée avec la surface reconstruite, le volume des géométries simplifiées est comparé à celui des géométries reconstruites. À titre d'exemple, nous présentons au tableau 2.19 les volumes obtenus pour la géométrie du cylindre avec surface lissé. La taille du domaine de reconstruction est de 10x10x10 unités volumiques.

Tableau 2.19 : Comparaison du volume *V* de la géométrie reconstruite du cylindre lissé avant et après simplification par l'option 2 du logiciel YAMS pour une position centrée, à 45° et une position où l'une de ses surfaces frontières correspond à une face de discrétisation (plan YZ)

Discrétisation (voxels)	*V* (u^3) – centrée		*V* (u^3) – 45°		*V* (u^3) – plan YZ	
	Algorithme	YAMS	Algorithme	YAMS	Algorithme	YAMS
16x16x16	0,9460	0,9766	0,9460	0,9766	0,9460	0,9766
32x32x32	1,1863	1,1976	0,9618	0,9635	0,8506	0,8620
64x64x64	0,7930	0,7944	0,7914	0,7935	0,7930	0,7944
128x128x128	0,9009	0,9014	0,9499	0,9507	0,9710	0,9715
256x256x256	1,0104	1,0105	0,9908	0,9910	1,0104	1,0105
512x512x512	1,0136	1,0136	1,0066	1,0066	0,9955	0,9955

Nous remarquons que l'erreur de volume résultant du remaillage adaptatif est inférieure à 5% pour les différentes conditions de reconstruction imposées au cylindre. Spécifions que cette constatation s'applique également aux trois autres géométries (cube, demi-tore et sphère) et ce, indépendamment de la discrétisation, de l'orientation, de la taille du domaine et de l'application du lissage. Le maillage simplifié obtenu par l'option 2 du logiciel YAMS peut donc être utilisé pour la génération et la simulation de l'écoulement, cette étape ne générant aucun biais supplémentaire.

2.3 Conclusions

Dans ce chapitre, nous avons quantifié les erreurs de reconstruction de géométries analytiques simples. Plus précisément, nous avons remarqué que l'erreur oscille autour de la valeur exacte du volume de la géométrie en fonction de la discrétisation. Nous avons également constaté que l'erreur générée par les caractéristiques géométriques des

objets (arêtes et courbures) ainsi que par les positions qu'ils occupent dans le domaine de reconstruction est faible pour des discrétisations fines de 256x256x256 voxels et plus.

L'effet du rapport de taille entre le domaine et la géométrie à reconstruire a de plus fait ressortir que pour une même discrétisation, l'erreur de reconstruction peut être beaucoup plus élevée dans un domaine où le rapport de taille avec l'objet que nous désirons reconstruire l'est également. Nous avons appuyé cette constatation par l'exemple de la crosse aortique et de la carotide où le rapport de taille entre ces deux vaisseaux peut conduire, pour une même discrétisation, à une discrétisation de 32x32x32 voxels dans le cas de la carotide. Dans cette même optique de quantification de l'erreur, nous avons de plus confirmé, à partir des calculs d'erreurs sur le volume et sur l'aire de surface, que les géométries lissées fournissent la représentation géométrique la plus fidèle à l'objet réel.

Dans ce même chapitre, nous avons également réduit le nombre d'éléments de surface qui résulte de l'algorithme de reconstruction de manière à en faciliter l'intégration dans le logiciel de génération de maillage. L'option 2 du logiciel de remaillage adaptatif de surfaces s'est avérée être l'option la plus efficace en ce sens.

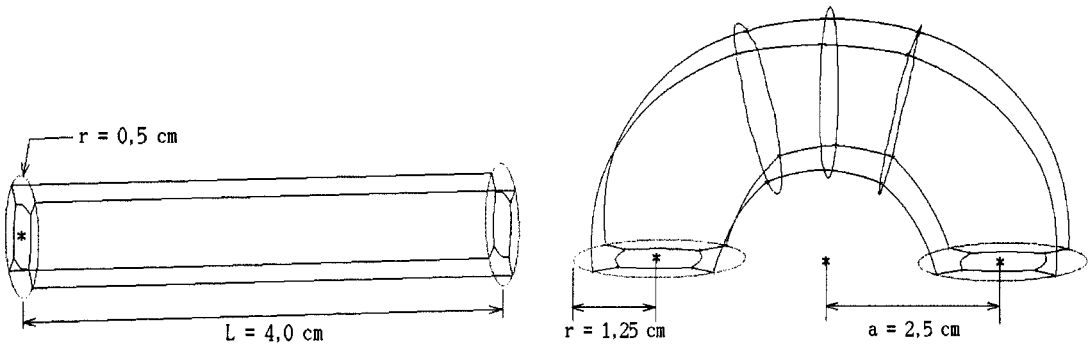
À la lumière des résultats obtenus dans le second chapitre, nous pouvons maintenant générer le maillage et simuler l'écoulement dans des géométries similaires à celles du réseau vasculaire. Les géométries du cylindre et du demi-tore seront retenues à cet effet.

Chapitre 3. Génération du maillage et simulation numérique de l'écoulement

Dans ce chapitre, nous évaluons l'effet des erreurs de reconstruction, plus précisément l'effet de la discrétisation, sur la précision des simulations numériques de l'écoulement du sang. Nous porterons une attention particulière aux artéfacts numériques qu'elles engendrent. Certes facilement identifiables sur des géométries simples, ces artéfacts peuvent conduire, si leur origine n'est pas connue préalablement, à une fausse interprétation dans un contexte réel (*in vivo*) de détection de pathologies vasculaires. L'objectif de ce chapitre est alors de connaître les artéfacts numériques résultant de la reconstruction de géométries simples afin de permettre, dans un milieu où les géométries sont beaucoup plus complexes, de les distinguer du comportement réel de l'écoulement.

En raison de leur similitude avec les vaisseaux sanguins, les géométries du cylindre et du demi-tore sont retenues. Soulignons toutefois que ces géométries diffèrent de celles utilisées au second chapitre. En effet, nous avons jugé intéressant l'utilisation de dimensions plus réalistes; leur volume n'est donc pas unitaire. Ainsi, un cylindre dont la longueur correspond à huit fois son rayon est construit à partir de l'algorithme de reconstruction. De même, un demi-tore de rayon équivalent à celui de la crosse aortique

est également reconstruit. La figure 3.1 illustre ces deux géométries avec leurs dimensions respectives.



(a) **(b)**

Figure 3.1 : Dimensions des géométries (a) du cylindre et (b) du demi-tore reconstruites en vue de la simulation de l'écoulement

Les étapes de reconstruction présentées au deuxième chapitre sont appliquées à ces nouvelles géométries : la reconstruction par l'algorithme pour six cas de discrétisation, l'application du lissage par co-volumes et la simplification du maillage surfacique par l'option 2 de YAMS. Les objets à détecter occupent une position centrée dans un domaine de reconstruction de 10x10x10 unités volumiques.

Dans le but de connaître l'erreur de reconstruction spécifique aux géométries plus réalistes du cylindre et du demi-tore, nous avons calculé le volume et l'erreur sur le volume des fantômes analytiques reconstruits. Nous croyons pertinent leur mention dans ce chapitre puisque le rapport de taille entre le domaine et les objets à détecter est beaucoup plus petit que dans les cas présentés au chapitre précédent. Ces résultats peuvent être consultés au tableau 3.1.

Tableau 3.1 : Calcul du volume V et de l'erreur sur le volume E_v des géométries du cylindre et du demi-tore (lissées) pour une position centrée dans un domaine de taille 10x10x10 unités volumiques

Discrétisation (voxels)	Cylindre		Demi-tore	
	V (u^3)	E_v (%)	V (u^3)	E_v (%)
16x16x16	3,8757	23,37	35,5032	7,91
32x32x32	3,8718	23,24	38,1145	0,96
64x64x64	3,0398	3,24	38,4988	0,09
128x128x128	3,0405	3,22	38,5570	0,01
256x256x256	3,1772	1,13	38,5684	0,03
512x512x512	3,1228	0,06	38,5588	0,01
géométrie exacte	*3,1416*	*0*	*38,5531*	*0*

Les résultats d'erreur sur le volume confirment les observations établies au deuxième chapitre quant à l'effet du rapport de taille entre le domaine et l'objet à reconstruire sur l'erreur de reconstruction. En effet, ce rapport de taille ayant grandement diminué, la précision de reconstruction atteint désormais une valeur inférieure à 5% pour des discrétisations plus grossières de 64x64x64 voxels dans le cas du cylindre et de 32x32x32 voxels pour le demi-tore (comparativement à 256x256x256 voxels et 128x128x128 voxels au chapitre précédent).

L'interprétation que nous devons donner à ces résultats s'exprime comme suit. Si deux objets de tailles différentes doivent être détectés dans un même domaine, l'objet le plus gros, pouvant correspondre à une discrétisation de 256x256x256 voxels, sera représenté par une erreur sur le volume inférieure à 5% tout comme l'objet le plus petit, qui lui correspond à une discrétisation de 64x64x64 voxels. Par conséquent, le seul critère d'erreur sur le volume nous pousse à croire que l'une ou l'autre de ces approximations

représenterait, dans un contexte de simulations de l'écoulement, le même comportement hémodynamique. Mais qu'en est-il vraiment? Pouvons-nous effectivement être confiants face aux résultats d'écoulement fournis par une discrétisation grossière de la géométrie? N'est-il pas possible qu'une telle discrétisation engendre des artéfacts numériques qui ne correspondent pas à la réalité? La comparaison de l'écoulement engendré par les fantômes analytiques et les géométries exactes du cylindre et du demi-tore nous permettra de répondre à ces questions.

Afin de permettre cette comparaison, les sections suivantes présentent dans un premier temps la génération du maillage surfacique et volumique des géométries reconstruites. Ce maillage sera imposé à la géométrie simplifiée par YAMS au moyen d'un logiciel commercial. Dans un deuxième temps, nous présenterons les résultats des simulations numériques de l'écoulement du sang dans ces géométries appuyés par des graphiques de pression et de cisaillement pariétal; ceux-ci permettront de comparer l'effet de la discrétisation.

3.1 Génération du maillage surfacique et volumique

Nous avons choisi le logiciel ICEM comme outil de génération de maillage à cause de sa compatibilité avec le logiciel TascFLOW. Les géométries simplifiées par YAMS sont importées dans ICEM sous un format STL qui sert de support à la discrétisation

volumique puisqu'il comprend une liste des surfaces triangulaires du modèle à visualiser.

Une fois importées dans ICEM, les facettes qui composent la surface des géométries sont d'abord fusionnées en trois régions principales du domaine d'écoulement du fluide : l'entrée (*inlet*), la sortie (*outlet*) et les parois (*wall*). Un bloc sous forme d'« o-grid » est ensuite construit autour de la géométrie importée. Les arêtes et les faces de ce bloc sont alors projetées sur les surfaces de la géométrie de manière à bien épouser ses frontières. Il constitue ainsi le domaine fluide à l'intérieur duquel se calcule l'écoulement. Un maillage surfacique structuré est par la suite généré sur cette enveloppe. Mentionnons que les géométries exactes du cylindre et du demi-tore sont construites directement dans ICEM. Elles correspondent aux géométries réelles qui doivent être approximées par les géométries reconstruites.

Dans le but de ne mesurer que les effets de la discrétisation sur l'écoulement, il importe que les géométries tant reconstruites qu'exactes soient composées du même maillage et ce, indépendamment de la discrétisation du domaine de reconstruction. Nous comparons ainsi un même problème numérique résolu dans divers domaines d'écoulement du fluide. Les figures 3.2 et 3.3 indiquent la répartition des nœuds de maillage ainsi que les régions du domaine d'écoulement des géométries du cylindre et du demi-tore respectivement. C'est ce maillage qui sera également imposé sur les fantômes analytiques.

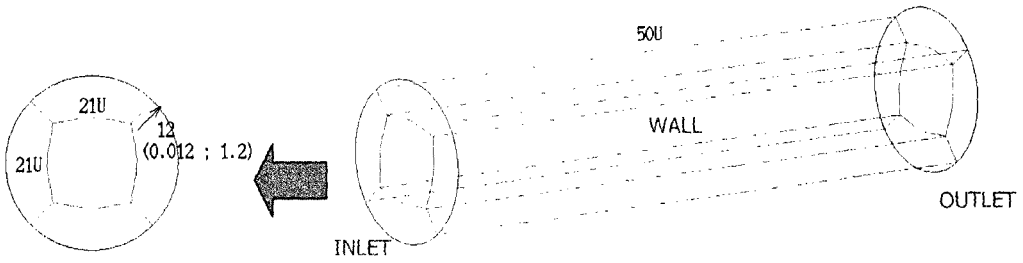


Figure 3.2 : Répartition des nœuds composant le maillage de la géométrie du cylindre (nombre total de moeuds = 72 450)

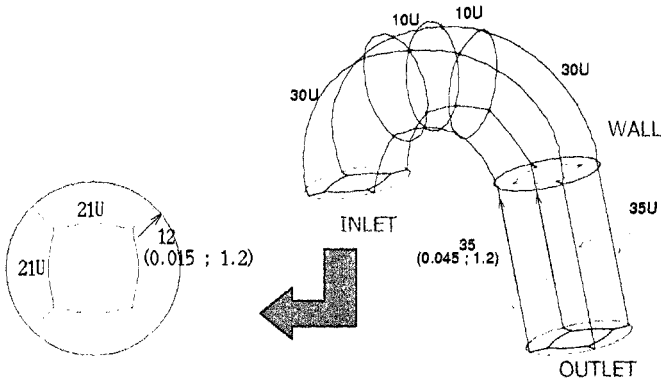


Figure 3.3 : Répartition des nœuds composant le maillage de la géométrie du demi-tore (nombre total de noeuds = 190 365; nombre de noeuds composant le demi-tore seulement = 173 817)

Précisons que la géométrie du demi-tore a été volontairement allongée. Cette extension cylindrique résulte de l'extrusion de la région de sortie du demi-tore; les effets de la discrétisation sont alors propagés sur toute sa longueur qui est équivalente à 4 cm. Un tel ajout est purement numérique. Il évite ainsi de couper le domaine d'écoulement à un endroit critique permettant ainsi à l'écoulement de se stabiliser.

Tel qu'illustré aux figures 3.2 et 3.3, nous imposons un maillage uniforme (représenté par *U* sur les figures) au domaine d'écoulement avec une répartition unidirectionnelle des mailles vers la paroi des géométries pour capter la couche limite qui y est développée. Dans ICEM, ce maillage unidirectionnel est décrit en fonction d'un ratio d'espacement entre les nœuds de maillage permettant ainsi de concentrer les mailles vers l'une ou l'autre des extrémités du segment du bloc « o-grid » sur lequel est décrit le maillage. Cette concentration de mailles est exprimée entre des parenthèses de la façon suivante : (espacement ; ratio). Notons qu'à la figure 3.3, un maillage unidirectionnel est également imposé sur la section *intrados* de l'extension cylindrique de sorte que la répartition des mailles demeure uniforme sur toute la longueur de cette section.

Le maillage surfacique obtenu pour chacune des discrétisations des géométries du cylindre et du demi-tore est présenté aux figures 3.4 et 3.5. La géométrie exacte est également ajoutée puisque l'écoulement généré dans les fantômes analytiques lui sera comparé. De telles images nous permettent d'observer l'effet de la discrétisation sur l'approximation du contour de ces géométries.

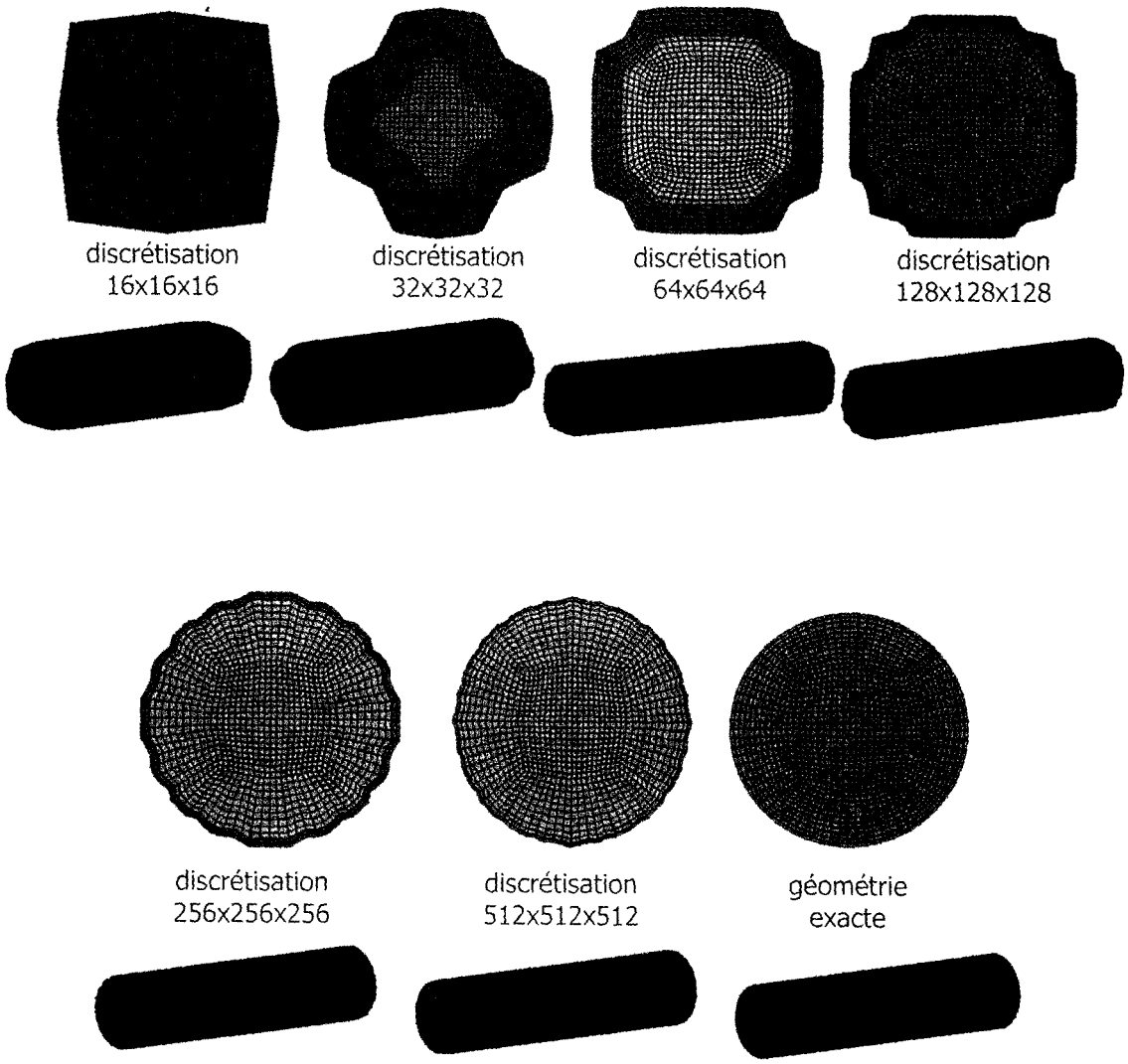


Figure 3.4 : Maillage surfacique de la géométrie exacte du cylindre et des fantômes analytiques reconstruits pour six cas de discrétisation (nombre total de noeuds = 72 450)

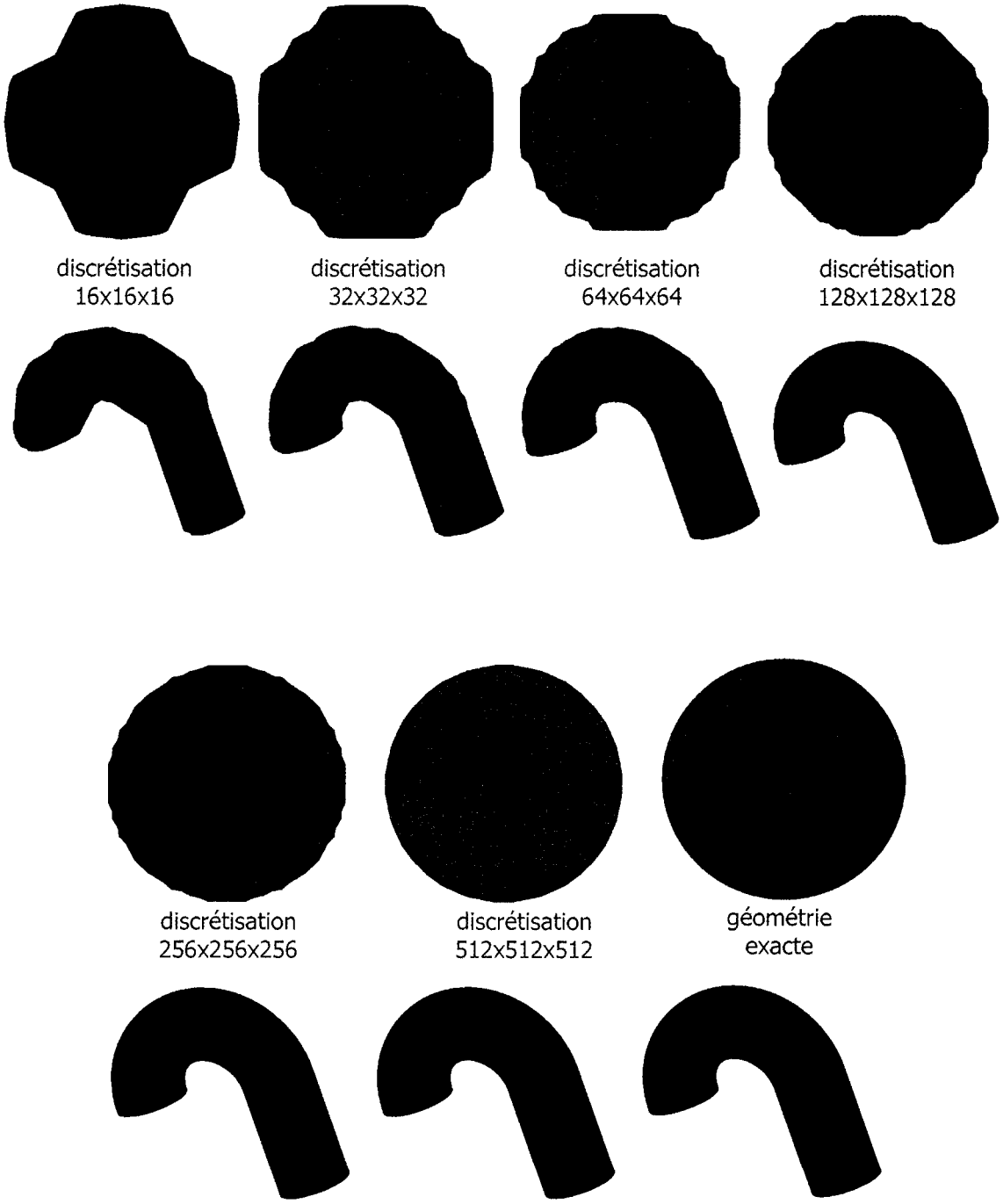


Figure 3.5 : Maillage surfacique de la géométrie exacte du demi-tore et des fantômes analytiques reconstruits pour six cas de discrétisation (nombre total de noeuds = 190 365; nombre de nœuds composant le demi-tore seulement = 173 817)

Le tableau 3.2 indique la qualité du maillage de ces géométries. Nous évaluons la qualité du maillage en fonction de deux critères : le critère de l'angle, qui doit être en tout point du domaine supérieur à 20°, et le critère du déterminant 3x3x3, qui doit atteindre une valeur supérieure à 0.3. Ces valeurs sont choisies afin d'assurer une résolution adéquate de l'écoulement par TascFLOW.

Tableau 3.2 : Qualité du maillage des géométries exactes du cylindre et du demi-tore ainsi que de leurs fantômes analytiques respectifs en fonction des critères de l'angle et du déterminant 3x3x3

Discrétisation (voxels)	**Cylindre**		**Demi-tore**	
	angle en ° (≥ 20°)	déterminant 3x3x3 (≥ 0.3)	angle en ° (≥ 20°)	déterminant 3x3x3 (≥ 0.3)
16x16x16	45,63	0,783	24,48	0,517
32x32x32	46,08	0,607	37,53	0,594
64x64x64	46,26	0,639	36,45	0,483
128x128x128	38,43	0,585	35,19	0,579
256x256x256	47,79	0,727	33,84	0,559
512x512x512	48,15	0,781	35,73	0,572
géométrie exacte	*47,25*	*0,765*	*36,0*	*0,62*

Nous constatons que la qualité du maillage des géométries du cylindre et du demi-tore respecte les conditions imposées par TascFLOW pour toutes les géométries. Par conséquent, les maillages volumiques de ces géométries peuvent être utilisés pour la simulation numérique de l'écoulement.

3.2 Simulations numériques de l'écoulement

Les simulations numériques de l'écoulement dans les fantômes analytiques simplifiés par YAMS sont réalisées à partir du logiciel TascFLOW. Une première étape consiste à spécifier les propriétés du fluide et les conditions frontières du problème. Les tableaux 3.3 et 3.4 les présentent telles qu'elles seront définies lors des simulations. Notons ici que le sang y est approximé par un analogue sanguin newtonien.

Tableau 3.3 : Propriétés de l'analogue sanguin utilisé pour les simulations numériques de l'écoulement

Propriétés	Valeurs
densité ρ (kg/m^3)	1100
viscosité $\mu\,(kg/m*s)$	0,00366

Tableau 3.4 : Conditions frontières imposées au domaine d'écoulement

Région surfacique	Conditions frontières et valeurs imposées
WALL	« Wall » stationnaires
INLET	« Inlet » avec imposition d'un débit massique $\dot{m} = 0{,}091666\ kg/s\ \ (Q = 5L/\min)$ - une direction est imposée à l'écoulement Cylindre : $dx = 1, dy = 0, dz = 0$ Demi-tore : $dx = 0, dy = 1, dz = 0$
OUTLET	« Opening » de pression nulle imposée de façon implicite - nous permettons ainsi au fluide d'entrer ou de sortir du domaine d'écoulement

Les conditions frontières énoncées dans ce tableau correspondent à celles suggérées par le logiciel TascFLOW pour un écoulement laminaire dans un tube.

La combinaison des propriétés du fluide avec les caractéristiques géométriques des fantômes analytiques nous permet de déterminer le nombre de Reynolds qui régit l'écoulement. Ce rapport adimensionnel des forces d'inertie sur les forces visqueuses est défini de la façon suivante :

$$\mathrm{Re} = \frac{\rho u_f D_H}{\mu} \qquad \text{où, } D_H = \frac{4S}{P} \text{ et } u_f = \frac{Q}{S} \tag{3.1}$$

Les valeurs obtenues pour les géométries exactes du cylindre et du demi-tore sont présentées au tableau 3.5.

Tableau 3.5 : Nombre de Reynolds associé aux géométries exactes du cylindre et du demi-tore pour un débit de 5L/min

Géométrie exacte	Nombre de Reynolds (Re)
Cylindre	3 176
Demi-tore	1 270

Bien que l'écoulement du sang dans le cylindre se caractérise par un nombre de Reynolds supérieur à 3000, l'hypothèse d'un écoulement laminaire dans les vaisseaux demeure tout de même justifiée. En effet, le débit sanguin imposé pour le calcul du nombre de Reynolds, soit 5L/min, ne représente qu'un maximum possible de débit dans les vaisseaux. Mentionnons que ce débit maximum n'est observé que de façon intermittente en raison de la pulsation cardiaque et ce, dans l'aorte seulement.

L'écoulement dans les autres vaisseaux sanguins est alors laminaire à moins, bien sûr, de la présence de pathologies vasculaires qui selon Ladak, Thomas, Mitchel, Rutt et Steinman (2001) engendrent des changements hémodynamiques locaux.

Une seconde étape consiste à choisir le schéma de discrétisation approprié à la résolution de l'écoulement. Nous avons choisi le schéma *modified linear profile* avec un facteur de correction *physical advection correction* que nous avons résolu en simple précision, un schéma précis et robuste à la fois. Les simulations numériques sont réalisées avec un pas de temps (*dtime*) équivalant à 0,005 et le critère de convergence est fixé à $5{,}0 \times 10^{-5}$.

Aux sous-sections suivantes, nous présentons, sous forme de graphiques de pression et de cisaillement pariétal, les résultats numériques d'écoulement dans les géométries du cylindre et du demi-tore. Nous débuterons l'analyse par une étude de l'indépendance de la solution par rapport au maillage imposée aux géométrie exactes du cylindre et du demi-tore. Par la suite, nous comparerons la géométrie exacte avec les fantômes analytiques reconstruits pour six cas de discrétisation en discutant des effets du lissage et de la discrétisation sur l'écoulement du sang et la formation d'artéfacts numériques. Nous déterminerons enfin si les discrétisations approximant la géométrie réelle avec un minimum d'erreur sur le volume ($\leq 5\%$) représentent avec fidélité l'écoulement du sang par son analogue.

3.2.1 Indépendance de la solution par rapport au maillage pour les géométries exactes du cylindre et du demi-tore

L'indépendance de la solution par rapport au maillage pour les géométries exactes du cylindre et du demi-tore est déterminée par la comparaison de trois maillages de tailles différentes. Le tableau 3.6 indique le nombre de noeuds composant chacun des maillages. Soulignons que le maillage le plus grossier, *mesh_1*, correspond à celui imposé aux fantômes analytiques et que la taille du maillage imposé au demi-tore correspond au domaine complet d'écoulement (demi-tore et cylindre). La répartition des noeuds pour les géométries du cylindre et du demi-tore maillées avec *mesh_1*, *mesh_2* et *mesh_3* peut être consultée à l'annexe D.

Tableau 3.6 : Nombre de noeuds composant les trois maillages imposés à la géométrie exacte du cylindre et du demi-tore

Identification du maillage	Nombre de nœuds composant le maillage	
	Cylindre	Demi-tore
mesh_1	72 450	190 365
mesh_2	264 000	340 000
mesh_3	608 280	604 800

Nous présentons aux figures 3.6 à 3.9 les graphiques de pression et de cisaillement en fonction du maillage imposé aux géométries réelles du cylindre et du demi-tore.

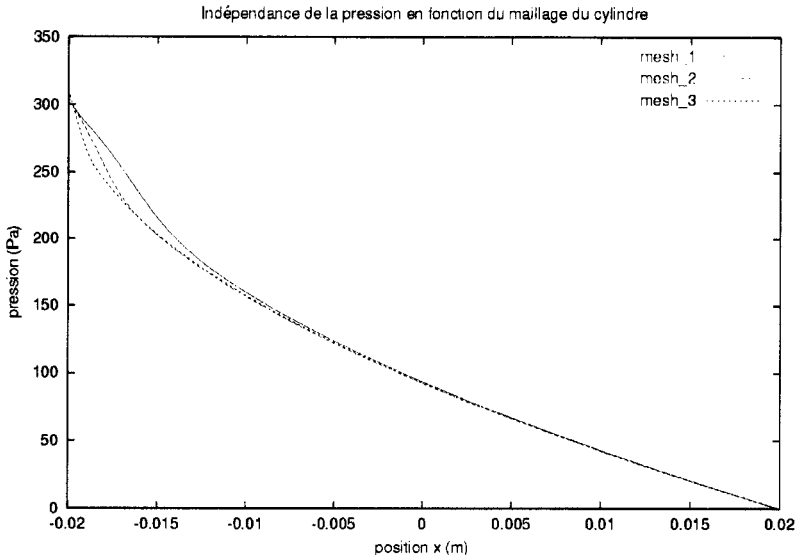


Figure 3.6 : Moyenne de la pression dans le cylindre en fonction du maillage

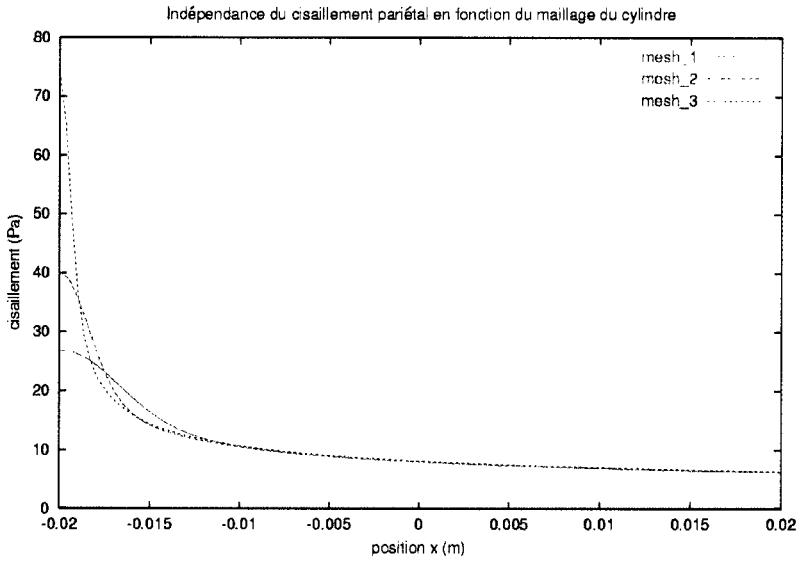


Figure 3.7 : Moyenne du cisaillement pariétal du cylindre en fonction du maillage

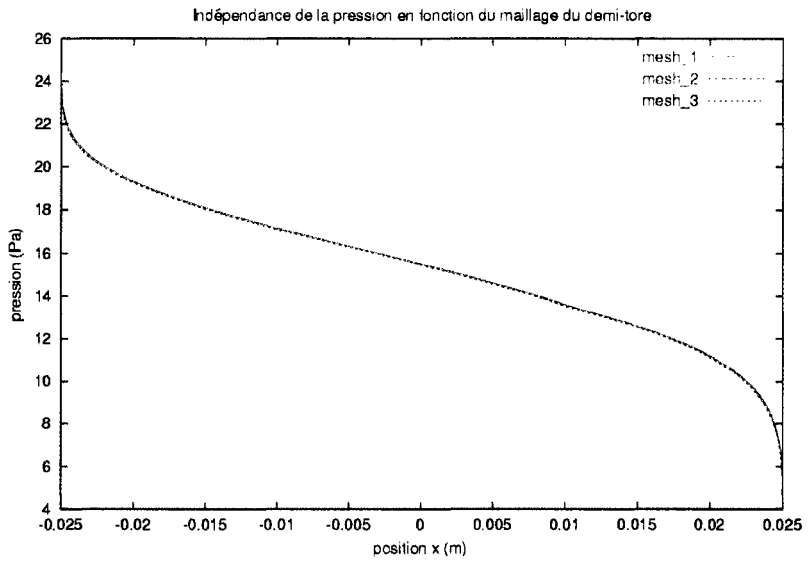


Figure 3.8 : Moyenne de la pression dans le demi-tore en fonction du maillage

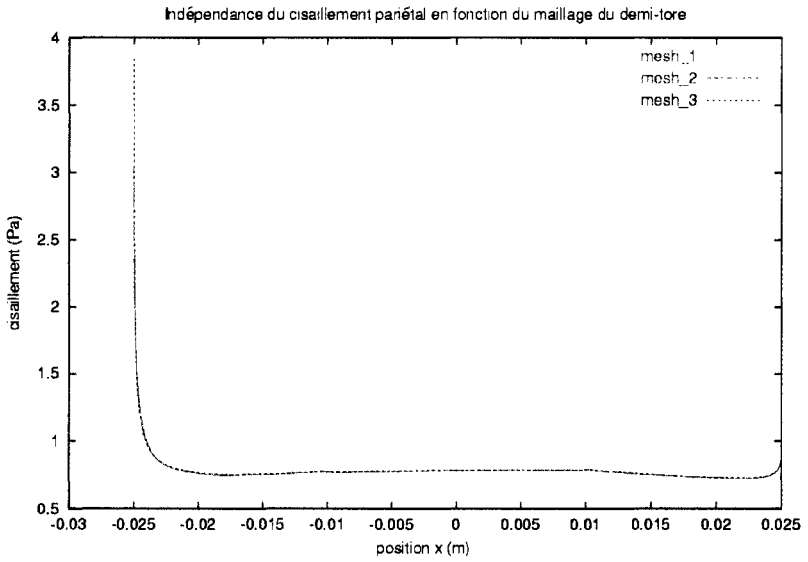


Figure 3.9 : Moyenne du cisaillement pariétal du demi-tore en fonction du maillage

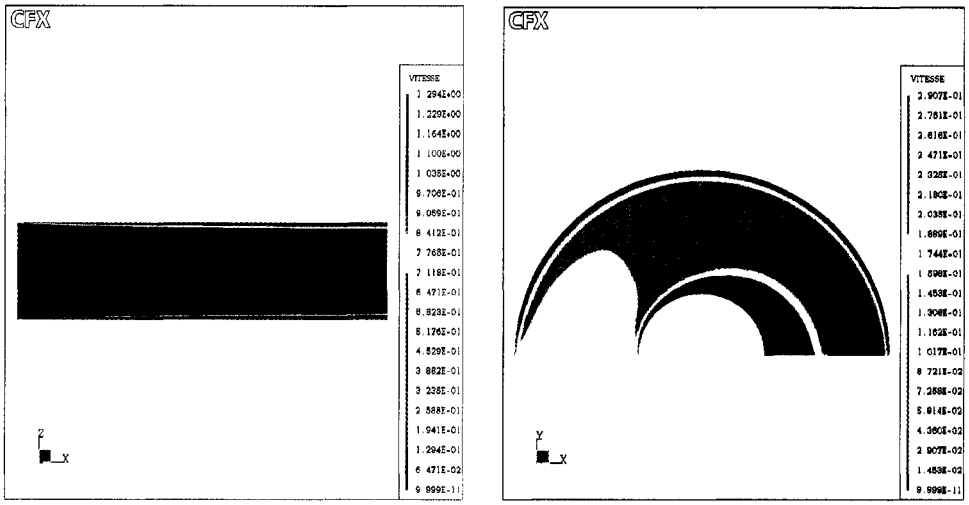
En examinant ces figures, nous remarquons d'abord la présence d'un effet de bout à l'entrée des géométries. Cet effet peut être attribué à la condition imposée à l'entrée du domaine d'écoulement. En effet, rappelons que cette condition consiste en l'imposition d'un débit massique qui se traduit numériquement par un profil de vitesse plat en entrée. En se développant, ce profil non-développé engendre des artéfacts numériques; ceux-ci résultent de l'imposition non physique du débit qui se traduit par des variations de pression et des pics de cisaillement.

Les graphiques de pression et de cisaillement des figures 3.6 à 3.9 nous permettent de constater qu'il y a indépendance de la solution par rapport au maillage sur 75% de la longueur de la géométrie du cylindre et sur 97% de la longueur de la géométrie du demi-tore. Ils suggèrent de plus la nécessité d'ajouter une section en aval des géométries et ce, afin que l'effet de bout ne soit pas confondu avec le comportement réel du fluide pour des géométries plus complexes. Il en va de même pour fournir au fluide un temps suffisant lui permettant de se développer complètement avant de pénétrer dans le domaine d'analyse proprement dit.

3.2.2 Comparaison des résultats d'écoulement dans les géométries exactes et les fantômes analytiques

Dans un premier temps, nous avons simulé l'écoulement dans les géométries exactes du cylindre et du demi-tore. Nous présentons les résultats de ces simulations sous forme

d'iso-contours de vitesse à la figure 3.10. Les vecteurs d'écoulement principal et secondaire ainsi que les iso-contours de pression et de vitesse de ces géométries analytiques peuvent être consultés à l'annexe E. Mentionnons également que les résultats d'écoulement de la géométrie du demi-tore ne sont pas calculés sur l'extension cylindrique puisque ce dernier ne fait pas partie du domaine d'analyse.



(a) (b)

Figure 3.10 : Iso-contours de vitesse pour les géométries exactes du cylindre et du demi-tore

La figure 3.10 fait ressortir deux caractéristiques de l'écoulement dans les géométries réelles. La première est la présence d'une couche limite en paroi du cylindre et du demi-tore; cette couche résulte de la condition frontière imposée à la paroi (stationnaire). La deuxième caractéristique, pour sa part, est la présence d'une zone de décollement du fluide sur la courbure *intrados* du demi-tore; une zone où la vitesse est nulle à cet endroit.

Dans un deuxième temps, nous avons comparé les résultats d'écoulement des fantômes analytiques avec les géométries exactes. Cette comparaison permet de distinguer le comportement réel du fluide des artéfacts numériques engendrée par la discrétisation du domaine. Les iso-contours de vitesse des géométries reconstruites du cylindre et du demi-tore en fonction de la discrétisation sont présentés aux figures 3.11 et 3.12. Au besoin, d'autres résultats d'écoulement (vecteurs d'écoulement et d'iso-contours de pression) dans les fantômes analytiques peuvent être consultés à l'annexe F.

Figure 3.11 : Iso-contours de vitesse des fantômes analytiques du cylindre en fonction de la discrétisation du domaine de reconstruction

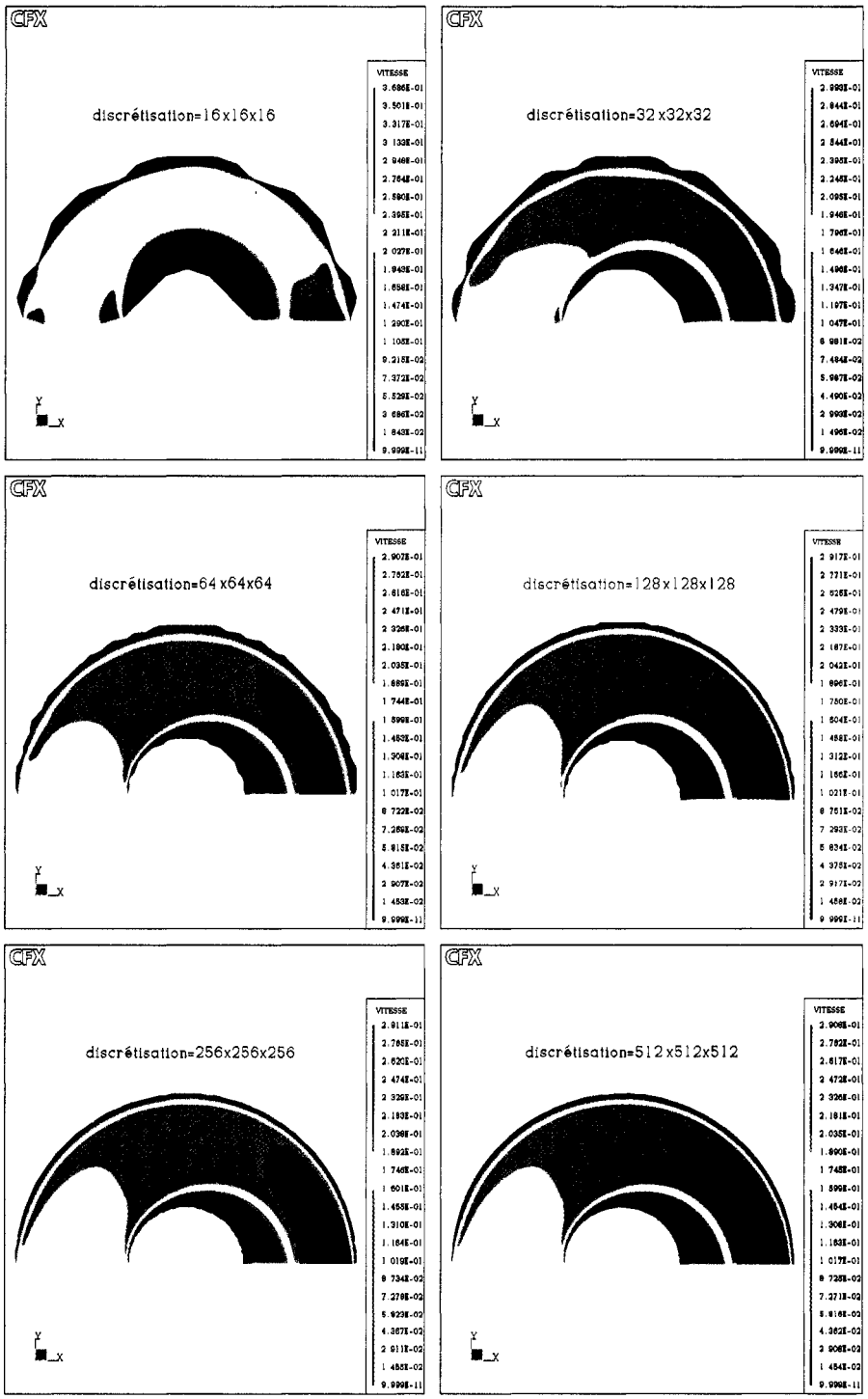


Figure 3.12 : Iso-contours de vitesse des fantômes analytiques du demi-tore en fonction de la discrétisation du domaine de reconstruction

Ces figures présentent les mêmes caractéristiques d'écoulement que celles observées sur les géométries exactes : présence d'une couche limite, pour les deux géométries, et d'une zone de décollement pour le demi-tore seulement. Par contre, nous notons la présence de zones de recirculation aux extrémités des géométries ainsi qu'en paroi des géométries du demi-tore pour des discrétisations grossières du domaine de reconstruction; celles-ci sont représentées sur les images par des régions de vitesses nulles. Nous attribuons ces zones, qui s'atténuent au fur et à mesure que la discrétisation du domaine devient fine, à des artéfacts numériques résultant de deux sources d'erreurs de reconstruction : le lissage par co-volumes et la discrétisation.

Les erreurs générées par les simulations numériques de l'écoulement soutiennent l'incapacité de notre algorithme de lissage à respecter les arêtes vives. Pour en expliquer la cause, rappelons que la technique des co-volumes lisse la surface en fonction du barycentre de ses facettes sans tenir compte des caractéristiques géométriques à conserver. Cela étant, les arêtes de la surface sont lissées. La figure 3.13 illustre en 2D cette lacune qui se traduit par un lissage des coins des géométries. Précisons à cet effet que nous n'avons pas cherché à corriger ce défaut dans ce mémoire, bien qu'il nous était connu.

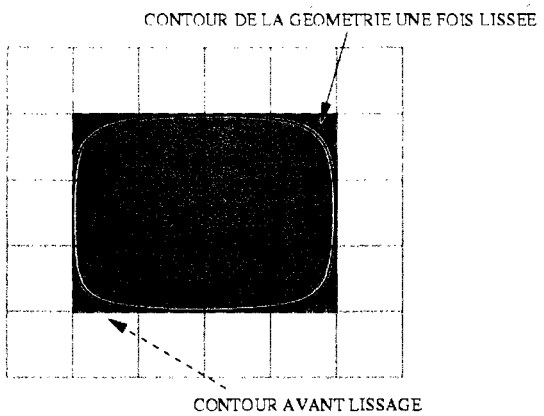


Figure 3.13 : Effet du lissage par co-volumes sur les caractéristiques de coins des géométries, exemple du cylindre

Par conséquent, l'effet du lissage des arêtes vives sur l'écoulement explique la présence de zones de recirculation du fluide à l'entrée et à la sortie des géométries reconstruites pour des discrétisations grossières (figures 3.11 et 3.12). Mentionnons cependant que les zones de recirculation présentes sur les parois du demi-tore sur ces mêmes images sont des artéfacts numériques causés par la discrétisation grossière du domaine de reconstruction.

Le lissage par co-volumes engendre également des répercussions sur les graphiques de pression et de cisaillement pariétal du cylindre et du demi-tore. Nous les identifions sur les figures 3.14 à 3.17 par les « effets de bouts » observés à l'entrée et à la sortie du domaine d'écoulement. Mentionnons que ces derniers sont plus prononcés à l'entrée qu'à la sortie des géométries. Nous attribuons cette observation à l'effet combiné du lissage et de l'imposition non physique du profil d'écoulement du fluide.

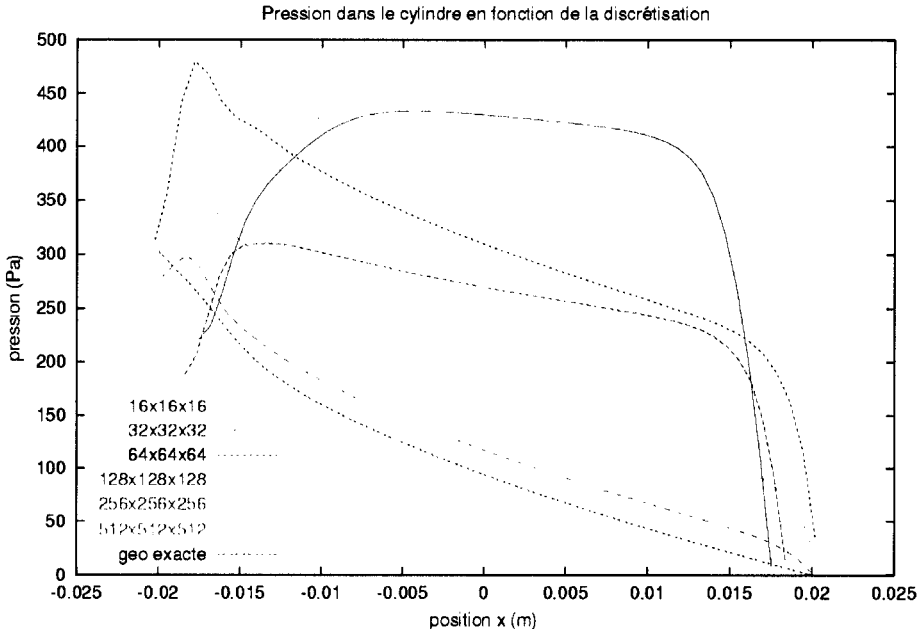


Figure 3.14 : Moyenne de la pression dans le cylindre en fonction de la discrétisation du domaine de reconstruction

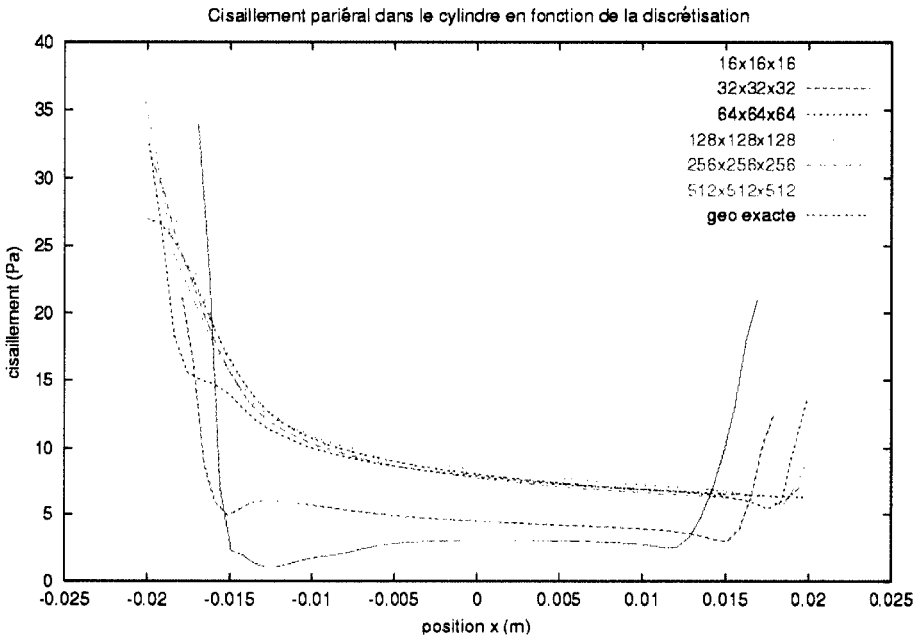


Figure 3.15 : Moyenne du cisaillement pariétal du cylindre en fonction de la discrétisation du domaine de reconstruction

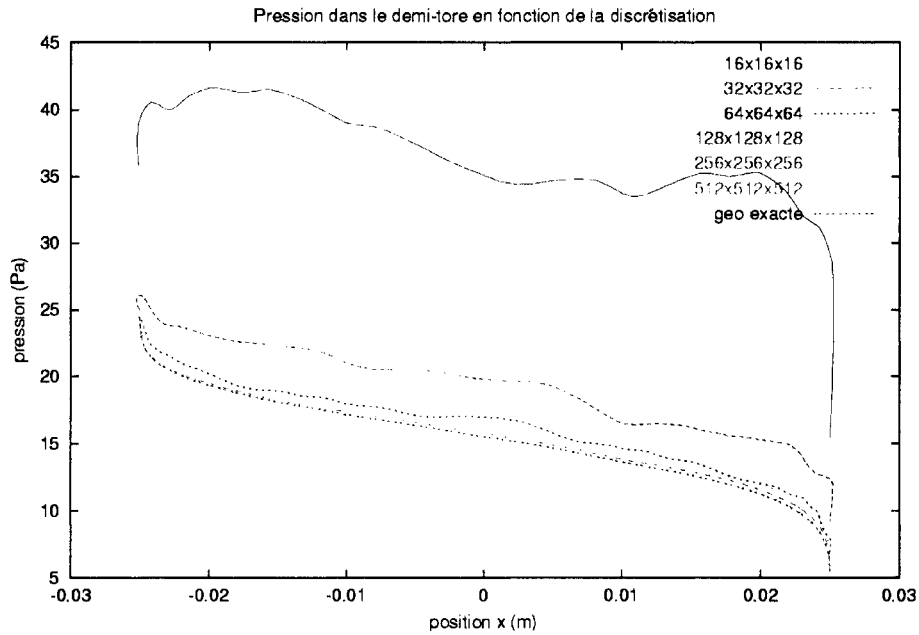


Figure 3.16 : Moyenne de la pression dans le demi-tore en fonction de la discrétisation du domaine de reconstruction

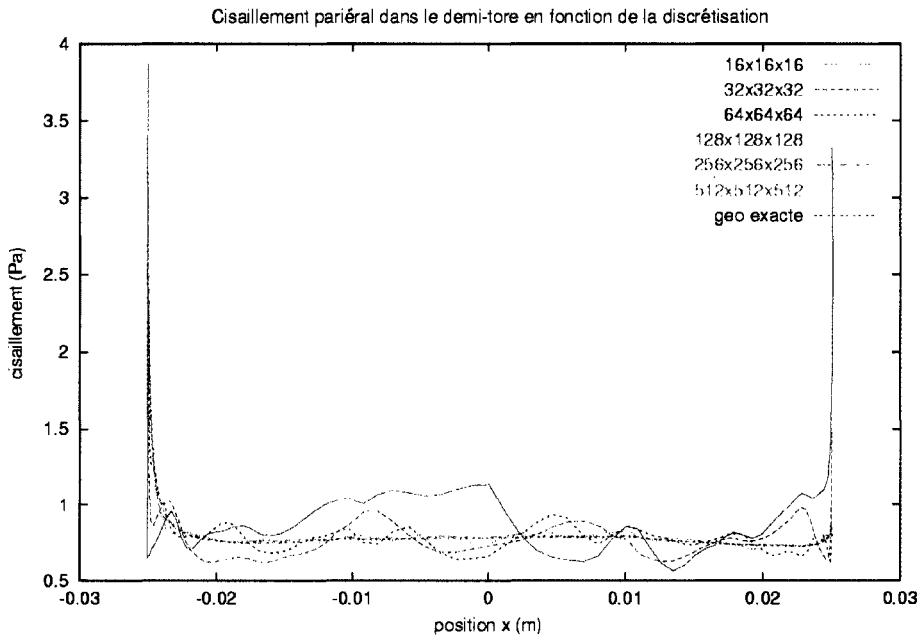
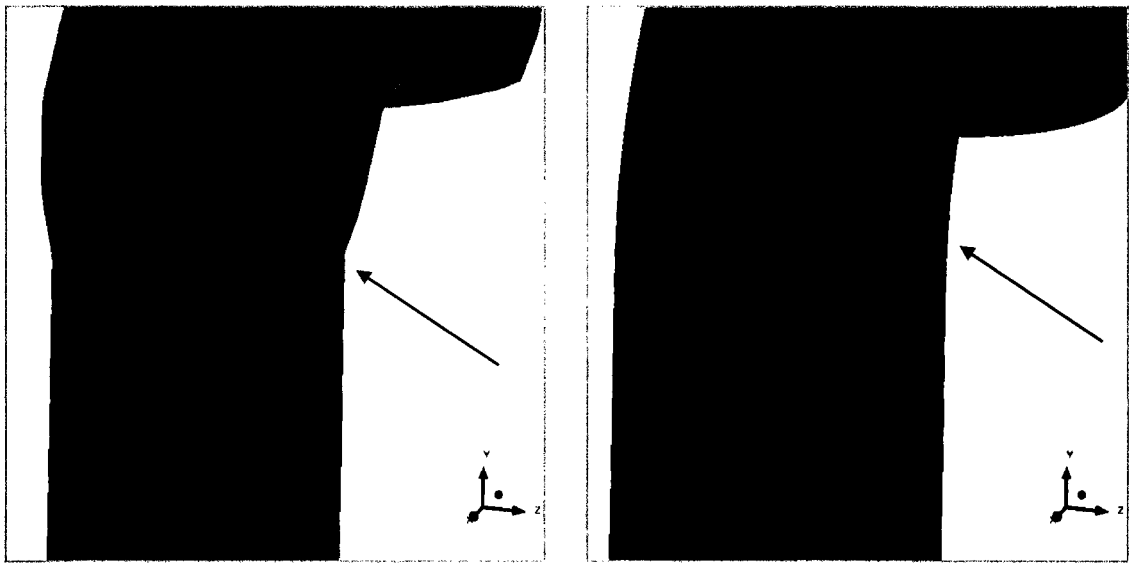


Figure 3.17 : Moyenne du cisaillement pariétal du demi-tore en fonction de la discrétisation du domaine de reconstruction

Nous désirons apporter une précision supplémentaire quant aux résultats de cisaillement observés en sortie du demi-tore (figure 3.17). En effet, soulignons que ceux-ci sont causés par la forme que prennent les fantômes analytiques au niveau de la jonction du demi-tore et du cylindre pour des discrétisations grossières. Afin d'illustrer cette observation, la figure 3.18 compare la jonction du demi-tore et du cylindre d'une géométrie reconstruite dans un domaine discrétisé de 16x16x16 voxels avec la jonction de la géométrie exacte. Nous y remarquons la présence d'une jonction non lisse résultant de la discrétisation grossière 16x16x16 voxels et de l'effet du lissage des arêtes vives. Par conséquent, plus la jonction du demi-tore et du cylindre sera lisse, c'est-à-dire plus la discrétisation sera fine, moins le pic de cisaillement sera prononcé au niveau de la jonction.



(a) (b)

Figure 3.18 : Géométrie des fantômes analytiques résultant de discrétisations grossières au niveau de la jonction du demi-tore et du cylindre (a) géométrie reconstruite dans un domaine discrétisé à 16x16x16 voxels ; (b) géométrie exacte

Des erreurs propres à la discrétisation du domaine de reconstruction sont aussi à l'origine d'artéfacts numériques présents sur les graphiques de pression et de cisaillement pariétal (figures 3.14 à 3.17) : la présence d'oscillations sur le graphique de cisaillement du demi-tore (figure 3.17) ainsi que le décalage observé entre les courbes de pression du cylindre et du demi-tore (figures 3.14 et 3.16 respectivement). Nous remarquons finalement que le décalage entre les courbes de pression est plus élevé pour la géométrie du cylindre que pour le demi-tore. Ce décalage s'explique par l'erreur d'approximation du contour d'entrée qui est propagée sur toute la longueur du cylindre. La pression calculée est donc affectée d'un facteur d'erreur équivalent sur toute la longueur. Un phénomène similaire est également observé pour le demi-tore. Cependant, son effet est moins grand en raison de sa courbure longitudinale qui, combinée au lissage, atténue le décalage de pression entre les discrétisations.

Les résultats numériques présentés dans cette sous-section nous permettent maintenant de déterminer si les discrétisations approximant la géométrie exacte avec un minimum d'erreur sur le volume ($\leq 5\%$) représentent avec fidélité l'écoulement par l'analogue sanguin. Rappelons que ces valeurs correspondent à une discrétisation de 64x64x64 voxels ($E_v = 3{,}19\%$) pour le cylindre et de 32x32x32 voxels ($E_v = 1{,}14\%$) pour le demi-tore. Pour ce faire, nous nous référons aux graphiques de pression et de cisaillement des géométries du cylindre et du demi-tore.

Le tableau suivant indique la discrétisation minimale requise pour représenter, avec un minimum d'erreur, le volume exact de la géométrie comparé à la discrétisation minimale permettant d'obtenir un écoulement fidèle à la géométrie exacte.

Tableau 3.7 : Discrétisation minimale requise pour l'étape de la reconstruction comparativement à celle requise pour les simulations numériques de l'écoulement

Géométrie	Reconstruction	Simulations numériques
Cylindre	64x64x64 voxels	512x512x512 voxels
Demi-tore	32x32x32 voxels	128x128x128 voxels

De ce tableau, nous constatons que la discrétisation du domaine qui était appropriée pour l'étape de reconstruction ne permet pas d'obtenir des résultats satisfaisants pour l'écoulement; une discrétisation plus fine est nécessaire pour les deux géométries étudiées afin de limiter l'effet de la reconstruction sur les résultats d'écoulement.

3.3 Conclusions

Dans ce chapitre, nous avons simulé l'écoulement dans des géométries similaires aux vaisseaux sanguins. Des dimensions plus réalistes que celles utilisées au deuxième chapitre ont été imposées aux géométries du cylindre et du demi-tore. Nous avons reconstruit ces nouvelles géométries à l'aide de l'algorithme de reconstruction et nous avons calculé l'erreur sur le volume qui en résulte. Ce calcul nous a révélé que des géométries reconstruites pour des dimensions grossières du domaine de reconstruction

obtiennent une erreur inférieure à 5%. Cette constatation nous a incité à résoudre l'écoulement afin de déterminer si les discrétisations optimales de la géométrie exacte (erreur sur le volume $\leq 5\%$) représentent avec fidélité l'écoulement du sang.

Nous avons démontré, à l'aide des iso-contours de vitesse ainsi que des graphiques de pression et de cisaillement pariétal, que les résultats numériques sont grandement influencés par la technique de lissage employée ainsi que par la discrétisation du domaine. Finalement, les simulations de l'écoulement dans les géométries reconstruites nous ont permis de constater qu'une discrétisation jugée adéquate pour la géométrie reconstruite n'est pas nécessairement suffisante pour la résolution numérique de l'écoulement.

Nous pouvons faire ressortir de ce chapitre l'importance d'ajouter des sections en aval et en amont des géométries pour éviter les « effets de bout » à l'entrée et à la sortie de celles-ci. Nous évitons ainsi le risque de confusion entre le comportement réel du fluide et le comportement sous-jacent aux artéfacts numériques causés par le schéma de discrétisation, les conditions frontières imposées au domaine d'écoulement et la techniques de lissage par co-volumes.

Nous sommes donc en mesure de valider les hypothèses que nous avions posées au début de ce mémoire : (1) l'erreur maximale engendrée par le processus complet de modélisation du réseau vasculaire provient de la reconstruction et (2) le lissage appliqué

sur la géométrie reconstruite influence non seulement la qualité de la représentation géométrique, mais également les résultats de l'écoulement du sang. Ces résultats viennent confirmer ceux de Moore, Steinman et Ethier (1998), de Moore, Steinman, Holdsworth et Ethier (1999) ainsi que ceux de Glor, Long, Hughes, Augst, Ariff, Thom et al. (2003).

Conclusion

Dans ce mémoire, nous avons qualifié et quantifié les sources d'erreurs engendrées par les étapes de modélisation du réseau vasculaire humain – reconstruction, génération du maillage ou simulation numérique de l'écoulement – et ce, à partir de géométries analytiques simples comme le cylindre et le demi-tore. Ces étapes nous ont permis, à partir d'un outil de reconstruction reproduisant un domaine similaire à celui de l'imagerie médicale, de répondre aux deux hypothèses de recherche que nous avions posées soient : (1) l'erreur maximale engendrée par le processus complet de modélisation du réseau vasculaire provient de la reconstruction et (2) le lissage appliqué sur la géométrie reconstruite influence non seulement la qualité de la représentation géométrique, mais également les résultats de l'écoulement du sang.

En effet, nous avons démontré, dans un premier temps, que l'erreur maximale engendrée par le processus complet de modélisation du réseau vasculaire provient de la reconstruction. Cette hypothèse a été confirmée par le calcul de l'erreur sur le volume et de la résolution de l'écoulement en faisant ressortir dans les deux cas l'importance du rapport de taille entre les géométries reconstruites dans un même domaine de reconstruction. Nous avons observé qu'une géométrie reconstruite à l'intérieur d'un domaine discrétisé en 256x256x256 voxels peut résulter en une discrétisation de

32x32x32 voxels si son rapport de taille avec le domaine est grand et ce, en étudiant le rapport de taille entre le domaine et l'objet réel en fonction de la discrétisation imposée.

Dans un deuxième temps, nous avons confirmé la seconde hypothèse de recherche qui affirme que le lissage appliqué sur la géométrie reconstruite influence non seulement la qualité de la représentation géométrique, mais également les résultats de l'écoulement du sang. L'erreur résultant de l'algorithme de reconstruction nous a permis de valider en partie cette hypothèse par le calcul de l'erreur sur l'aire de surface plutôt que sur le volume, ce dernier critère n'ayant fait ressortir aucune différence significative entre les géométries non lissées et lissées par la technique des co-volumes.

Les résultats des simulations numériques de l'écoulement dans les géométries du cylindre et du demi-tore nous ont également permis de valider cette deuxième hypothèse. Effectivement, les conséquences du lissage se sont traduites en « effets de bouts » observés à l'entrée et à la sortie du domaine de calcul occasionnant ainsi, en raison du lissage des arêtes vives par la technique des co-volumes, des zones de recirculation de même que des zones plus élevées de pressions et, dans le cas du demi-tore, des pics de cisaillement en sortie du domaine.

Nous avons élaboré dans ce mémoire un canevas de modélisation comprenant différentes étapes à suivre pour quantifier les erreurs qui en découlent. Ce canevas de modélisation se compose de trois étapes principales : l'algorithme de reconstruction et le

lissage par co-volumes, la génération de maillage ainsi que la simulation numérique de l'écoulement. Notre démarche montre que notre approche de quantification de l'erreur est valable peu importe l'algorithme de reconstruction choisi ou encore la technique de lissage imposée aux géométries reconstruites.

Nous croyons que les artéfacts numériques résultant de la reconstruction demeureront sensiblement les mêmes quelles que soient les modifications qui seront apportées au modèle de reconstruction, à la complexité des géométries sur lesquelles ce modèle sera appliqué ou encore à la technique de lissage choisie,. Nous recommandons toutefois d'inclure au domaine d'écoulement des sections en aval et en amont du domaine physiologique à l'étude pour éviter que les effets d'entrée et de sortie du domaine d'écoulement, résultant des conditions frontières imposées ou de la reconstruction, ne se confondent avec le comportement réel du fluide. Un tel ajout revêt une importance majeure principalement dans le cas des géométries complexes. Mentionnons à titre d'exemple, les carotides et leur bifurcation où il serait difficile de distinguer le cisaillement résultant des effets de bouts de la géométrie réelle des vaisseaux.

Nous ouvrons donc la voie à d'autres chercheurs qui pourront compléter cette analyse en testant l'effet de différents algorithmes et de techniques de lissage sur les artéfacts numériques engendrées lors de la simulation numérique de l'écoulement. Plus ces effets seront connus, meilleure sera notre compréhension de l'écoulement dans les géométries complexes. Également, plus les artéfacts numériques pourront être distingués du

comportement réel du fluide, plus nous aurons confiance en les prédictions hémodynamiques et plus faible sera la possibilité de poser un faux diagnostic dans un domaine où, le comportement réel du fluide nous est inconnu.

Bibliographie

ANTIGA, L., ENE-IORDACHE, B., CAVERNI, L., PAOLO CORNALBA, G., REMUZZI, A. 2002. "Geometric reconstruction for computational mesh generation of arterial bifurcations from CT angiography". *Computerized Medical Imaging and Graphics*. 26:4. 227-35.

ANTIGA, L., ENE-IORDACHE, B., REMUZZI, A. 2003. "Computational geometry for patient-specific reconstruction and meshing of blood vessels from MR and CT angiography". *IEEE Transactions on Medical Imaging*. 22:5. 674-84.

AUGST, A.D., BARRATT, D.C., HUGHES, A.D., GLOR, F.P., THOM, S.A.Mc.G., XU, X.Y. 2003. "Accuracy and reproducibility of CFD predicted wall shear stress using 3D ultrasound images". *Transactions of the ASME. Journal of Biomechanical Engineering*. 125:2. 218-22.

BARRATT, D.C., ARIFF, B.B., HUMPHRIES, K.N., THOM, S.A., HUGHES, A.D. 2004. "Reconstruction and quantification of the carotid artery bifurcation from 3-D ultrasound images". *IEEE Transaction on Medical Imaging*. 23 : 5. 567-583.

CEBRAL, J.R., FERNANDO, E.C., LÖHNER, R. 2002. "A feature-preserving volumetric technique to merge surface triangulations". *International Journal for Numerical Methods in Engineering* . 55:177-190.

CEBRAL, J.R., LOHNER, R., SOTO, O., CHOYKE, P.L., YIM, P.J. 2002. "Image-based finite element modeling of hemodynamics in stenosed carotid artery". *Proceedings of the SPIE - The International Society for Optical Engineering*. 4683:297-304.

CEBRAL, J.R., LÖHNER, R. 2001. "From medical images to anatomically accurate finite element grids". *International Journal for Numerical Methods in Engineering*. 51:985-1008.

CEBRAL, J.R., LÖHNER, R., CHOYKE, P.L., YIM, P.J. 2001. "Merging of intersecting triangulations for finite element modeling". *Journal of Biomechanics*. 34:815-819.

CEBRAL, J.R., YIM, P.J., LÖHNER, R., SOTO, O., CHOYKE, P.L. 2002. "Blood flow modeling in carotid arteries with computational fluid dynamics and MR imaging". *Academic Radiology*. 9:11. 1286-1299.

CHALANA, V., KIM, Y. 1997. "A methodology for evaluation of boundary detection algorithms on medical images". *IEEE Transactions on Medical Imaging.* 16 : 5. 642-652.

CHEN, Y., MEDIONI, G. 1995. "Description of complex objects from multiple range images using an inflating balloon model". *Computer Vision and Images Understanding.* 61:3. 325-334.

COHEN, L.D., COHEN, I. 1993. "Finite-element methods for active contour models and balloons for 2-D and 3-D Images". *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence.* 15:11. 1131-1147.

DELIBASIS, K.S., MATSOPOULOS, N.A., MOURAVLIANSKY, K.S.N. 2001. "A novel and efficient implementation of the marching cubes algorithm". *Computerized Medical Imaging and Graphics.* 25:343-352.

DELINGETTE, H. 1999. "General object reconstruction based on simplex meshes". *International Journal of Computer Vision.* 32:2. 111-46.

DELINGETTE, H., HEBERT, M., IKEUCHI, K. 1992. "Shape representation and image segmentation using deformable surfaces". *Image and Vision Computing.* 10:3. 132-44.

DESCHAMPS, T., COHEN, L.D. 2002. "Fast extraction of tubular and tree 3D surfaces with front propagation methods". *Proceedings of 16th International Conference on Pattern Recognition.* 731-4 vol.1.

FOUTRAKIS, G.N., BURGREEN, H.Y., SLABASSI, R.J. 1996. "Construction of 3-D arterial volume meshes from magnetic resonance angiography". *Neurological Research.* 18:354-360.

FRAKES, D.H., CONRAD, C.P., HEALY, T.M., MONACO, J.W., FOGEL, M., SHARMA, S. et al. 2003. "Application of an adaptive control grid interpolation technique to morphological vascular reconstruction". *IEEE Transactions on Biomedical Engineering* . 50:2. 197-206.

FREY, P., SARTER, B., GAUTHERIE, M. 1994. "Fully automatic mesh generation for 3-D domains based upon voxel sets". *International Journal for Numerical Methods in Engineering.* 37:2735-2753.

FREY, P.J. 2001. *YAMS A fully automatic adaptative isotropic surface remeshing procedure.* Institut National de Recherche en Informatique et en Automatique. 0252.

GILL, J.D., LADAK, H.M., FENSTER, A. 2001. "Segmentation of ulcerated plaque: evaluation and optimization of a semi-automatic method for tracking the progression of carotid atherosclerosis". *Proceedings of the SPIE - The International Society for Optical Engineering*. 4322:1347-56.

GILL, J.D., LADAK, H.M., STEINMAN, D.A., FENSTER, A. 1999. "Development and evaluation of a semi-automatic 3D segmentation technique of the carotid arteries from 3D ultrasound images". *Proceedings of the SPIE - The International Society for Optical Engineering*. 3661:214-221.

GILL, J.D., LADAK, H.M., STEINMAN, D.A., FENSTER, A. 2000. "Accuracy and variability assessment of a semiautomatic technique for segmentation of the carotid arteries from three-dimensional ultrasound images". *Medical Physics*. 27:6. 1333-1342.

GLOR, F.P., HUGHES, A.D., AUGST, A.D., ARIFF, B., THOM, S.A.M., VERDONCK, P.R. et al. 2003. "Reproductibility study of magnetic resonance image-based computational fluid dynamics prediction of carotid bifurcation flow". *Annals of Biomedical Engineering*. 31:142-151.

GOUT, C., VIEIRA-TESTÉ, S. 2003. "An algorithm for segmentation under interpolation conditions using deformable models". *International Journal of Computer Mathematics*. 80:1. 47-54.

JIN, Y., LADAK, H.M. 2004. "Software for interactive segmentation of the carotid artery from 3D black blood magnetic resonance images". *Computer Methods and Programs in Biomedicine*. 75 : 31-43.

JONES, T.N., METAXAS, D.N. 1998. "Image Segmentation based on the integration of pixel affinity and deformable models". *IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*. 330-337.

KARANGELIS, G., FIRLE, E., ZAMBOGLOU, N., SAKAS, G., BORMAN, U. 2003. "Fast smoothing of superficial respiratory artifacts on medical surfaces". Proceedings of the 7th international conference on information visualisation. 344-349.

KLINGENSMITH, J.D., SHEKHAR, R., VINCE, D.G. 2000. "Evaluation of three-dimensional segmentation algorithms for the identification of luminal and medial-adventitial borders in intravascular ultrasound images". *IEEE Transactions on Medical Imaging*. 19:10. 996-1011.

KLINGENSMITH, J.D., VINCE, D.G. 2002. "B-spline methods for interactive segmentation and modeling of lumen and vessel surfaces in three-dimensional intravascular ultrasound". *Computerized Medical Imaging and Graphics*. 26:6. 429-38.

KOBASHI, S., HATA, Y., TOKIMOTO, Y., ISHIKAWA, M. 1999. "Automatic segmentation of blood vessels from MR angiography volume data by using fuzzy logic technique". *Proceedings of the SPIE - The International Society for Optical Engineering*. 3661:968-76.

KRISSIAN, K., MALANDAIN, G., AYACHE, N., VAILLANT, R., TROUSSET, Y. 1998. "Model based multiscale detection of 3D vessels". *Proceedings. Workshop on Biomedical Image Analysis*. 202-10.

KRISSIAN, K., MALANDAIN, G., AYACHE, N., VAILLANT, R., TROUSSET, Y. 2000. "Model-based detection of tubular structures in 3D images". *Computer Vision and Image Understanding*. 80:2. 130-71.

KUMAR, B.V.R., QUATERONI, A., FORMAGGIA, L., LAMPONI, D. 2003. "On parallel computation of blood flow in human arterial network based on 1-D modelling". *Computing*. 71 : 4. 321-351.

LADAK, H.M., MILNER, J.S., STEINMAN, D.A. 2000. "Rapid three-dimensional segmentation of the carotid bifurcation from serial MR images". *Journal of Biomechanical Engineering - Technical Briefs*. 122:96-99.

LADAK, H.M., THOMAS, J.B., MITCHELL, J.R., RUTT, B.K., STEINMAN, D.A. 2001. "A semi-automatic technique for measurement of arterial wall from blak blood MRI". *Medical Physics*. 28:6. 1098-1107.

LEE, T.-Y., LIN, C.-H. 2001 . "Growing-cube isosurface extraction algorithm for medical volume data". *Computerized Medical Imaging and Graphics* . 25:405-415.

LIU, Y., LAI, Y., NAGARAJ, A., KANE, B., HAMILTON, A., GREENE, R. et al. 2001. "Pulsatile flow simulation in arterial vascular segments with intravascular ultrasound images". *Medical Engineering & Physics*. 23:8. 583-95.

LOBREGT, S., VIERGEVER, M.A. 1995. "A discrete dynamic contour model". *IEEE Transactions on Medical Imaging*. 14:1. 12-24.

LONG, Q., ARIFF, B., ZHAO, S.Z., THOM, S.A., HUGHES, A.D., XU, X.Y. 2003. "Reproducibility study of 3D geometrical reconstruction of the human carotid bifurcation from magnetic resonance images". *Magnetic Resonance in Medicine*. 49:4. 665-74.

LONG, Q., XU, X.Y., BOURNE, M., GRIFFITH, T.M. 2000. "Numerical study of blood flow in an anatomically realistic aorto-iliac bifurcation generated from MRI data". *Magnetic Resonance in Medicine*. 43:4. 565-76.

LONG, Q., XU, X.Y., COLLINS, M.W., BOURNE, M., GRIFFITH, T.M. 1998. "Magnetic resonance image processing and structured grid generation of a human abdominal bifurcation". *Computer Methods and Programs in Biomedicine*. 56:3. 249-59.

LORENSON, W.E., CLINE, H.E. 1987. "Marching cubes: a high resolution 3D surface construction algorithm". *Computer Graphics*. 21:4. 163-169.

MAGEE, D., BULPITT, A., BERRY, E. 2001. "3D automated segmentation and structural analysis of vascular trees using deformable models". *Variational and Level Set Methods in Computer Vision. Proceedings. IEEE workshop on*. 119-126.

MALLADI, R., SETHIAN, J.A., VEMURI, B.C. 1995. "Shape Modeling with Front Propagation: A Level Set Approach". *IEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*. 17 : 2. 158-175.

MAO, F., GILL, J., DOWNEY, D., FENSTER, A. 2000a. "Segmentation of carotid artery in ultrasound images". *Proceedings of the 22nd Annual International Conference of the IEEE Engineering in Medicine and Biology Society*. 3. 1734-7.

MAO, F., GILL, J., DOWNEY, D., FENSTER, A. 2000b. "Segmentation of carotid artery in ultrasound images: Method development and evaluation technique". *Medical Physics*. 27:8 . 1961-70.

MARSHALL, I.M., ZHAO, S., PAPATHANASOPOULOU, P., HOSKINS, P., XU, X.Y. 2004. "MRI and CFD studies of pulsatile flow in healthy and stenosed carotid bifurcation models". *Journal of Biomechanics*. 37 : 679-687.

MCINERNEY, T., TERZOPOULOS, D. 1993. "A finite element model for 3D shape reconstruction and nonrigid motion tracking". *IEEE Proceedings Fourth International Conference on Computer Vision*. 518-523.

MCINERNEY, T., TERZOPOULOS, D. 1995. "Topologically adaptable snakes". *IEEE Proceedings Fifth International Conference on Computer Vision. Los Alamitos, CA*. 840-845.

MCINERNEY, T., TERZOPOULOS. D. 1996. "Deformable models in medical image analysis". *IEEE Proceedings of the Workshop on Mathematical Methods in Biomedical Image Analysis*. 171-180.

MCINERNEY, T., TERZOPOULOS, D. 1999. "Topology adaptive deformable Surfaces for Medical Image Volume Segmentation". *IEEE transactions on Medical Imaging*. 18:10. 840-850.

MILNER, J.S., MOORE, J.A., RUTT, B.K., STEINMAN, D.A. 1998. "Hemodynamics of human carotid artery bifurcations: Computational studies with models reconstructed from magnetic resonance imaging of normal subjects". *Journal of Vascular Surgery*. 28:1. 143-156.

MONTAGNAT, J., DELINGETTE, H., AYACHE, N. 2001. "A review of deformable surfaces: Topology, geometry and deformation". *Image and Vision Computing*. 19:14. 1023-40.

MONTAGNAT, J., DELINGETTE, H., SCAPEL, N., AYACHE, N. 2000. "Surface simplex meshes for 3D medical image segmentation". *Proceedings 2000 ICRA. IEEE International Conference on Robotics and Automation*. 1. 864-70.

MONTANI, C., SCATENI, R., SCOPIGNO, R. 1994. "Discretized Marching Cubes". *IEEE Proceedings Conferences on Visualisation*. 281-287.

MOORE, J.A., STEINMAN, D.A., ETHIER, C.R. 1998. "Computational blood flow modelling: Errors associates with reconstructing finite element models from magnetic resonance images". *Journal of Biomechanics*. 31:179-184.

MOORE, J.A., STEINMAN, D.A., HOLDSWORTH, D.H., ETHIER, C.R. 1999. "Accuracy of computational hemodynamics in complex arterial geometries reconstructed from magnetic resonance imaging". *Annals of Biomedical Engineering*. 27:32-41.

NYSTROM, I., SMEDBY, O. 2001. "Skeletonization of volumetric vascular images-distance information utilized for visualization". *Journal of Combinatorial Optimization*. 5:1. 27-41.

PAPAHARILAOU, Y., DOORLY, D.J., SHERWIN, S.J., PEIRO, J., GRIFFITH, C., CHESHIRE, N. et al. 2002. "Combined MR imaging and numerical simulation of flow in realistic arterial bypass graft models". *Biorheology*. 39:3-4. 525-31.

PARK, J.-Y., MCINERNEY, T., TERZOPOULOS, D., KIM, M.-H. 1999. "A multiscale Deformable Model for Extracting Complex Surfaces from Volume Images". *IEEE Proceedings - Seventh Pacific Conference on Computer Graphics and Applications*. 208-215.

PEIRO, J., GIORDANA, S., GRIFFITH, C., SHERWIN, S.J. 2002. "High-order algorithms for vascular flow modelling". *International Journal for Numerical Methods in Fluids*. 40:1-2. 137-51.

PELLOT, C., HERMENT, A., SIGELLE, M., HORAIN, P., PERONNEAU, P. 1992. "Segmentation, modelling and reconstruction of arterial bifurcations in digital angiography". *Medical & Biological Engineering & Computing*. 30:6. 576-83.

PERKTOLD, K., RESCH, M., FLORIAN, H. 1991. "Pulsatile Non-Newtonian Flow Characteristics in a three-dimensional human carotid bifurcation model". *Journal of Biomechanical Engineering*. 113:464-475.

PUJOL, O., CANERO, C., RADEVA, P., TOLEDO, R., SALUDES, J., GIL, D. et al. 1999. "Three-dimensional reconstruction of coronary tree using intravascular ultrasound images". *Computers in Cardiology 1999. 26*. 265-8.

SABER, N.R., GOSMAN, AD., WOOD, N.B., KILNER, P.J., CHARRIER, C.L., FIRMIN, D.N. 2001. "Computational flow modeling of the left ventricle based on in vivo MRI Data: Initial Experience". *Annals of Biomedical Engineering*. 29:275-283.

SARWAL, A., DHAWAN, A.P. 2001. "Three dimensional reconstruction of coronary arteries from two views". *Computer Methods and Programs in Biomedicine*. 65:1. 25-43.

SCOLLAN, D.F., HOLMES, A., ZHANG, J., WINSLOW, R.L. 2000. "Reconstruction of cardiac ventricular geometry and fiber orientation using magnetic resonance imaging". *Annals of Biomedical Engineering*. 28:934-944.

TOMOVISION. 2001. sliceOmatic. Version 4.2.1. [Logiciel]. Montréal: Virtual Magic Inc.

STEINMAN, D.A. 2002a. "Image-based computational fluid dynamics modeling in realistic arterial geometries". *Annals of Biomedical Engineering*. 30:483-497.

STEINMAN, D.A. 2002b. "Image-based computational fluid dynamics modeling in realistic arterial geometries". *Annals of Biomedical Engineering*. 30:4. 483-97.

THIRION, J.-P., GOURDON, A. 1995. "Computing the differential characteristics of isointensity surfaces". *Computer Vision and Image Understanding*. 61:2. 190-202.

THIRION, J.-P., GOURDON, A. 1996. "The 3D marching lines algorithm". *Graphical Models and Image Processing*. 58:6. 503-509.

WANG, K.C., DUTTON, R.W., TAYLOR, C.A. 1999. "Improving geometric model construction for blood flow modeling". *IEEE Engineering in Medicine and Biology Magazine*. 18:6. 33-9.

YEZZI, A., KICHENASSAMY, S., KUMAR, A., OLVER, P., TANNENBAUM, A. 1997. "A geometric snake model for segmentation of medical imagery". *IEEE Transactions on Medical Imaging.* 16 : 2. 199-209.

YIM, P.J., CEBRAL, J.J., MULLICK, R., MARCOS, H.B., CHOYKE, P.L. 2001. "Vessel surface reconstruction with a tubular deformable model". *IEEE Transactions on Medical Imaging.* 20:12. 1411-21.

YIM, P.J., VASBINDER, G.B.C., HO, V.B., CHOYKE, P.L. 2003. "Isosurfaces as deformable models for magnetic resonance angiography". *IEEE Transactions on Medical Imaging.* 22:7. 875-81.

YOUNG, I.T., GERBRANDS, J.J., VAN VLIET, L.J. 2000. "Image Processing Fundamentals". In *Digital Signal Processing Handbook* [En Ligne]. 2e ed. Boca Raton, Fl. : CRC Press. http://www.engnetbase.com//books/406/51.pdf (Page consultée le 17 avril 2003)

ZAHALKA, A., FENSTER, A. 2001. "An automated segmentation method for three-dimensional carotid ultrasound images". *Physics in Medicine and Biology.* 46:4. 1321-42.

Annexe A. Dimensions des vaisseaux du réseau artériel humain simplifié

Les données de rayons et de longueurs utilisées pour la reconstruction analytique du réseau artériel humain sont tirées de l'article de Kumar, Quateroni, Formaggia et Lamponi (2003).

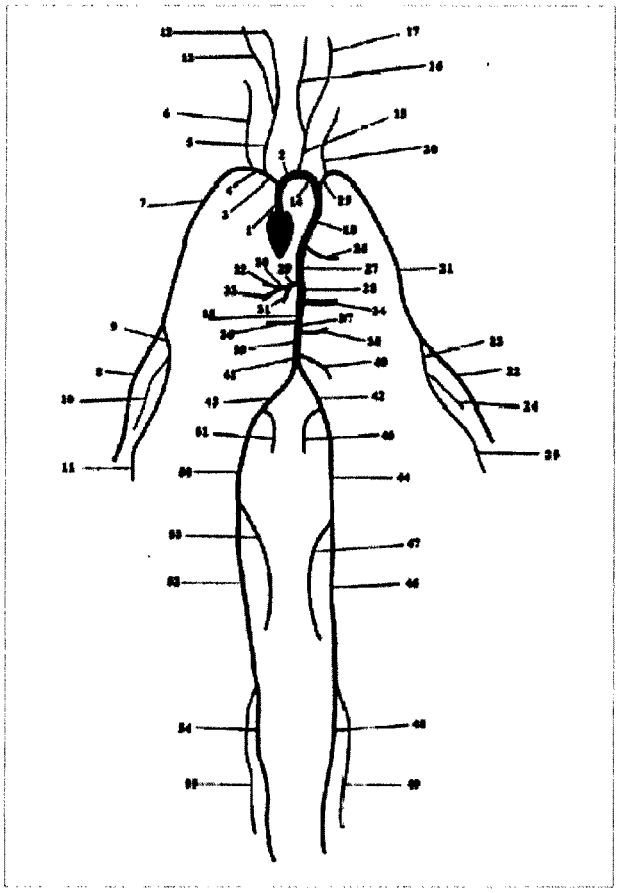


Figure A.1 : Réseau artériel humain simplifié (tiré de Kumar, Quateroni, Formaggia et Lamponi 2003, p.323)

Table 1. Data related to the simplified arterial tree with 55 main arteries

#	Artery	Length (cm)	Area (cm^2)	β ($kg\ s^{-2}\ cm^{-2}$)	R_t
1	Ascending Aorta	4.0	5.983	97	–
2	Aortic Arch I	2.0	5.147	87	–
3	Brachiocephalic	3.4	1.219	233	–
4	R. Subclavian I	3.4	0.562	423	–
5	R. Carotid	17.7	0.432	516	–
6	R. Vertebral	14.8	0.123	2590	0.906
7	R. Subclavian II	42.2	0.510	466	–
8	R. Radial	23.5	0.106	2866	0.82
9	R. Ulnar I	6.7	0.145	2246	–
10	R. Interosseous	7.9	0.031	12894	0.956
11	R. Ulnar II	17.1	0.133	2446	0.893
12	R. Internal Carotid	17.6	0.121	2644	0.784
13	R. External Carotid	17.7	0.121	2467	0.79
14	Aortic Arch II	3.9	3.142	130	–
15	L. Carotid	20.8	0.430	519	–
16	L. Internal Carotid	17.6	0.121	2644	0.784
17	L. External Carotid	17.7	0.121	2467	0.791
18	Thoracic Aorta I	5.2	3.142	124	–
19	L. Subclavian I	3.4	0.562	416	–
20	Vertebral	14.8	0.123	2590	0.906
21	L. Subclavian II	42.2	0.510	466	–
22	L. Radial	23.5	0.106	2866	0.821
23	L. Ulnar I	6.7	0.145	2246	–
24	L. Interosseous	7.9	0.031	12894	0.956
25	L. Ulnar II	17.1	0.133	2446	0.893
26	Intercostals	8.0	0.196	885	0.627
27	Thoracic Aorta II	10.4	3.017	117	–
28	Abdominal I	5.3	1.911	167	–
29	Celiac I	2.0	0.478	475	–
30	Celiac II	1.0	0.126	1805	–
31	Hepatic	6.6	0.152	1142	0.925
32	Gastric	7.1	0.102	1567	0.921
33	Splenic	6.3	0.238	806	0.93
34	Sperior Mesenteric	5.9	0.430	569	0.934
35	Abdominal II	1.0	1.247	227	–
36	L. Renal	3.2	0.332	566	0.861
37	Abdominal III	1.0	1.021	278	–
38	R. Renal	3.2	0.159	1181	0.861
39	Abdominal IV	10.6	0.697	381	–
40	Inferior Mesenteric	5.0	0.080	1895	0.918
41	Abdominal V	1.0	0.578	399	–
42	R. Common Iliac	5.9	0.328	649	–
43	L. Common Iliac	5.8	0.328	649	–
44	L. External Iliac	14.4	0.252	1493	–
45	L. Internal Iliac	5.0	0.181	3134	0.925
46	L. Femoral	44.3	0.139	2559	–
47	L. Deep Femoral	12.6	0.126	2652	0.885
48	L. Posterior Tibial	32.1	0.110	5808	0.724
49	L. Anterior Tibial	34.3	0.060	9243	0.716
50	R. External Iliac	14.5	0.252	1493	–
51	R. Internal Iliac	5.1	0.181	3134	0.925
52	R. Femoral	44.4	0.139	2559	–
53	R. Deep Femoral	12.7	0.126	2652	0.888
54	L. Posterior Tibial	32.2	0.110	5808	0.724
55	R. Anterior Tibial	34.4	0.060	9243	0.716

Figure A.2 : Dimensions des vaisseaux composant le réseaux artériel humain simplifié (tiré de Kumar, Quateroni, Formaggia et Lamponi 2003, p.324)

Annexe B. Fichier d'entrée du logiciel YAMS

Le fichier **nom_fichier.mesh** contient les divers champs de données requis par le logiciel de remaillage adaptatif YAMS. Ces champs, obligatoires ou facultatifs, sont extraits du rapport technique de Frey (2001). Ils s'identifient par des mots clés et des valeurs scalaires spécifiques. Précisons que, dans le cadre du mémoire, la description des données géométriques fournies à YAMS s'est limitée aux champs obligatoires et que les éléments de surfaces que nous avons décrits dans le fichier sont des quadrangles.

La description du maillage dans le fichier d'entrée doit obligatoirement commencer avec la description suivante :

```
MeshVersionFormatted 1
Dimension   3
```

Les champs obligatoires puis facultatifs font suite à cette description. Les champs obligatoires correspondent à la géométrie et à la topologie du maillage tandis que les champs facultatifs décrivent les contraintes d'entités et les singularités. Au besoin, les normales et les tangentes de la surface peuvent également être spécifiées.

The other fields supported by YAMS are either required or faculative. The required fields correspond to the geometry (*i.e.*, the coordinates) and to the topology description (*i.e.*, the mesh entities). In the folowing tables, the term v_i indicates a vertex number (*i.e.*, the ith vertex in the vertx list), e_i is an edge number, t_i is a triangle number and q_i is a quadrilateral number. Notice that the vertices are real numbers in single precision.

Keyword	Card.	Syntax	Range
`Vertices`	np	$x_i\ y_i\ z_i\ ref_i$	$\{i = 1, np\}$
`Edges`	na	$a_i^1\ a_i^2\ ref_i$	$\{i = 1, na\}$
`Triangles`	nt	$v_i^j\ ref_i$	$\{i = 1, nt\}$, $\{j = 1, 3\}$
`Quadrilaterals`	nq	$v_i^j\ ref_i$	$\{i = 1, nq\}$, $\{j = 1, 4\}$

(a)

Then, follows the description of constrained entities or singularities. In particular, a corner point `Corner` is a point where there is a C^0 continuity between the edges sharing it (this type of item is necessary a mesh vertex). By analogy, a `Ridge` is an edge where there is a C^0 continuity between the adjacent faces. The fields of type `Requiredxx` make it possible to specify any type of entity that must be preserved by the meshing algorithm.

Keyword	Card.	Syntax	Range
`Corners`	nc	v_i	$\{i = 1, nc\}$
`RequiredVertices`	nrv	v_i	$\{i = 1, nrv\}$
`Ridges`	nr	e_i	$\{i = 1, nr\}$
`RequiredEdges`	nre	e_i	$\{i = 1, nre\}$
`RequiredTriangles`	nrt	t_i	$\{i = 1, nrt\}$
`RequiredQuadrilaterals`	nrq	q_i	$\{i = 1, nrq\}$

(b)

As mentioned above, it is also possible to specify normals and tangents to the surface. The normals (resp. tangents) are given as a list of vectors. The normal at a vertex, keyword `NormalAtVertices`, is specified using the vertex number and the index of the corresponding normal vector. The normal at a vertex of a triangle, `NormalAtTriangleVertices`, corresponds to the combination of the triangle number, the index of the vertex in the triangle and the index of the normal vector at this vertex. Similarly for the field corresponding to the keyword `NormalAtQuadrilateralVertices`. The tangent vectors are described in the same way.

Keyword	Card.	Syntax	Range
`Normals`	nn	$x_i\ y_i\ z_i$	$\{i = 1, nn\}$
`Tangents`	nnt	$x_i\ y_i\ z_i$	$\{i = 1, nnt\}$
`NormalAtVertices`	nv	$v_i\ n_i$	$\{i = 1, nv\}$
`NormalAtTriangleVertices`	ntv	$t_i\ v_j\ n_i$	$\{i = 1, ntv\}$
`NormalAtQuadrilateralVertices`	nqv	$q_i\ v_j\ n_i$	$\{i = 1, nqv\}$
`TangentAtEdges`	te	$e_i\ v_j\ t_i$	$\{i = 1, te\}$

(c)

Figure B.1 : Champs obligatoires et facultatifs du logiciel YAMS (a) champs obligatoires, (b) champs facultatifs et (c) normales et tangentes à la surface (tiré de Frey (2001), p.31 et 32)

Un exemple de fichier pouvant être fourni à YAMS peut être consulté à la page suivante. Cet exemple est extrait de Frey (2001).

```
# Mesh generated by YAMS (INRIA) V2.1
MeshVersionFormatted 1
Dimension   3

# Set of mesh vertices
Vertices
7902
-3.299989 1.829990 -4.139999 0
-3.209990 1.620000 -3.939990 0
.....

# Set of mesh edges (v1,v2,ref)
Edges
891
401 13 0
13 389 0
410 15 0
.....

# Set of mesh triangles (v1,v2,v3,ref)
Triangles
15346
13 389 401 0
410 15 406 0
.....

# Set of corners
Corners 82
1
2
9      (point 9 is corner)
.....

# Set of ridges
Ridges
891
1
2
.....

# List of normal vectors
Normals
8299
0.244684 0.031587 -0.969088
0.254205 0.033309 -0.966576
.....
```

```
# Normals at vertices
NormalAtVertices
7006
406 1391
412 6    (normal vector 6 associated with vertex 412)
.....

End
```

Annexe C. Valeurs par défaut de YAMS

L'algorithme de remaillage adaptatif de YAMS se base sur des paramètres de contrôle imposés au maillage via le fichier **nom_fichier.yams** ou **DEFAULT.yams**. Ces paramètres de contrôle sont représentés sous forme de champs associés à des mots clés et sont définis par des valeurs scalaires. Nous présentons ci-dessous les valeurs par défaut du logiciel YAMS; nous avons utilisé ces valeurs dans le cadre de ce mémoire.

Parameters that can be specified are as follows (notice that all keywords are **not** case sensitive) :

- `Absolute`
  indicates that the tolerance and size parameters are specified in model unit. Default is to consider relative values (e.g. in 1/1000 of the bounding box size).

- `Tolerance`, δ (Float)
  used to specify the maximum allowable chordal deviation δ.
  Default value is 1/1000 of the bounding box size (or model units).

- `GeomApp`, ε (Float)
  used to control the surface smoothness (bound the maximal deviation of the mesh edges from the tangent plane at mesh vertices).
  Range : 0.001 to 0.1, default value : 0.01.

- `Ridge`, α (Float)
  allows to specify the angular value for the detection of ridges and corners (*i.e.*, the measure of the angle between the normals of adjacent faces or edges).
  The default value is 45 degrees.

- `Gradation`, *grad* (Float)
  indicates the rate of the size variation between neighboring elements.
  Values : -1 if no gradation is desired, range : 1. to 100, default : 1.3.

- `MinSize`, h_{min} (Float) and `MaxSize`, h_{max} (Float)
  allow to prescribe a minimal (resp. maximal) element size.
  Default h_{min} is 5/1000 of the bounding box size (or model units). No default value for h_{max}.

- `NbIter`, n (Integer)
  used to prescribe the number of smoothing iterations when invoking the option `-O 9`. The default value is set to 50.

Figure C.1 : Valeurs par défaut du logiciel YAMS (tiré de Frey 2001, p.11 et 12)

Annexe D. Maillages des géométries exactes utilisées pour l'analyse de l'indépendance de la solution par rapport au maillage

L'indépendance de la solution par rapport au maillage a été vérifiée pour trois tailles de maillage. Nous présentons ci-dessous la répartition des noeuds de maillage dans les géométries du cylindre et du demi-tore. Rappelons que le maillage *mesh_1* correspond au maillage imposé aux fantômes analytiques (géométries reconstruites par l'algorithme) pour la simulation numérique de l'écoulement.

À titre de rappel, nous joignons aux figures un tableau comparatif des nœuds composant le maillage des géométries.

Tableau D.1 : Nombre de noeuds composant les trois maillages imposés à la géométrie exacte du cylindre et du demi-tore

Identification du maillage	Nombre de nœuds composant le maillage	
	Cylindre	Demi-tore
mesh_1	72 450	190 365
mesh_2	264 000	340 000
mesh_3	608 280	604 800

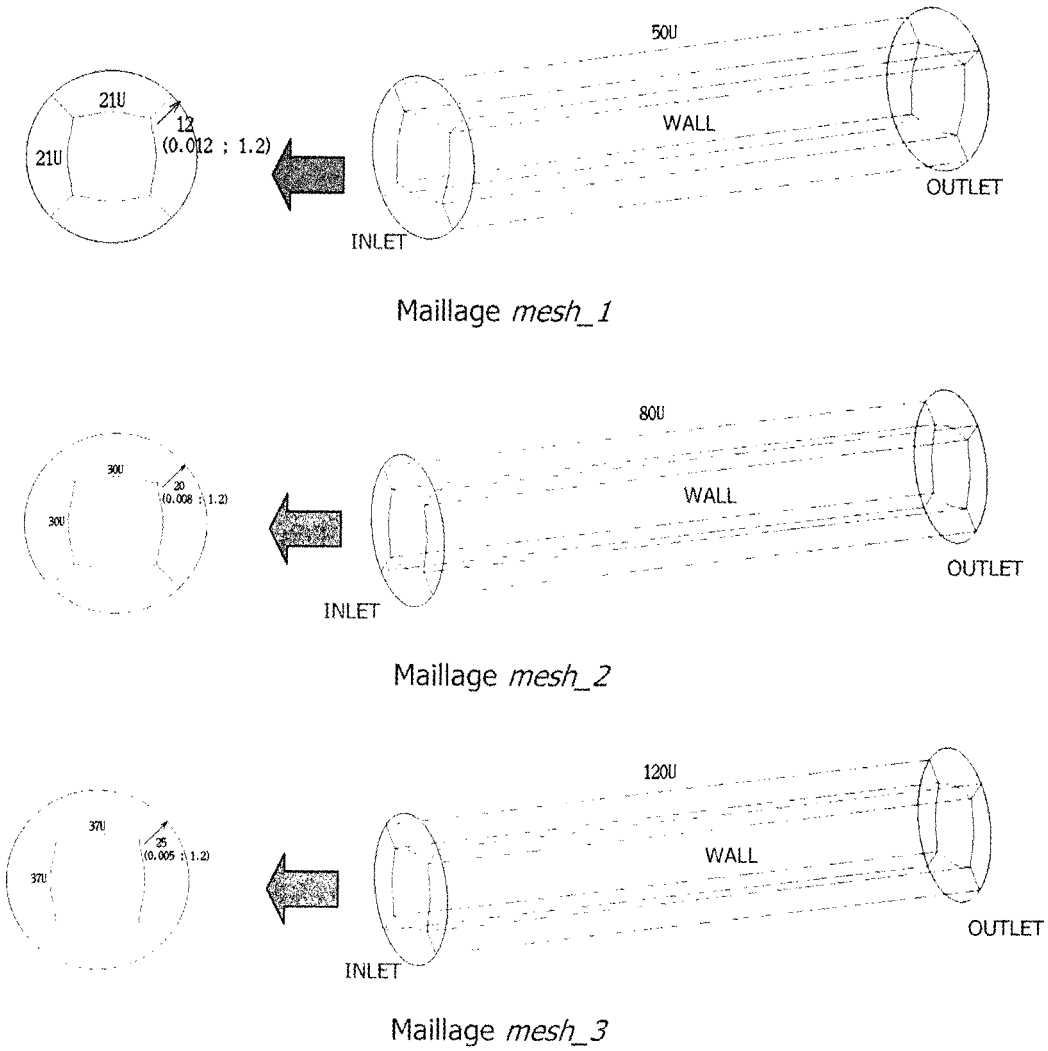
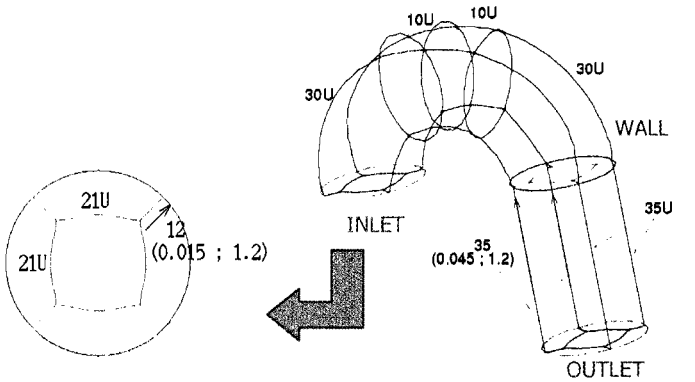
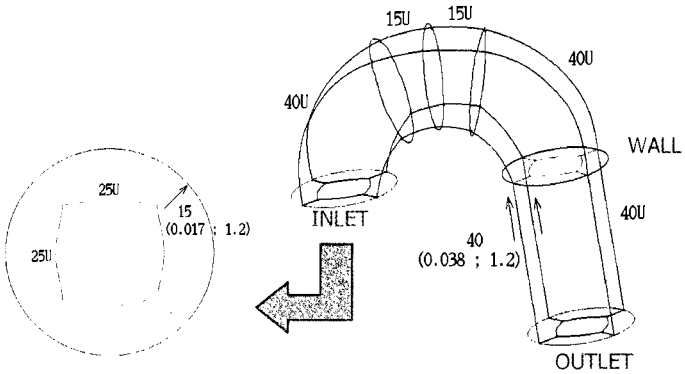


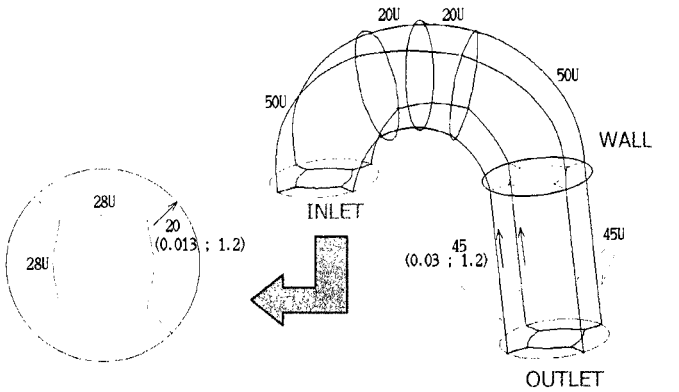
Figure D.1 : Répartition des nœuds composant le maillage de la géométrie du cylindre pour trois tailles de maillage (*mesh_1*, *mesh_2* et *mesh_3*)



Maillage *mesh_1*



Maillage *mesh_2*



Maillage *mesh_3*

Figure D.2 : Répartition des nœuds composant le maillage de la géométrie du demi-tore pour trois tailles de maillage (*mesh_1*, *mesh_2* et *mesh_3*)

Annexe E. Écoulement dans le cylindre et le demi-tore analytique

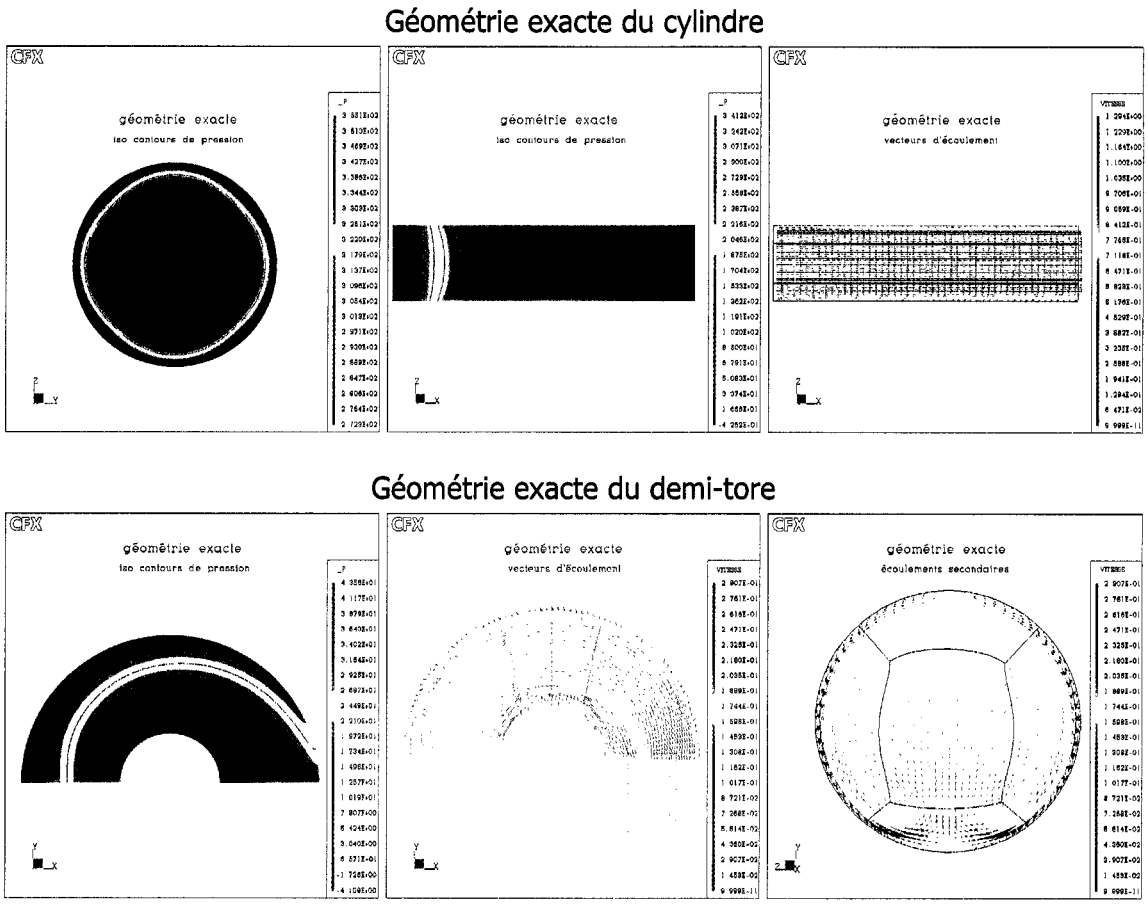


Figure E.1 : Iso-contours de pressions et vecteurs de vitesse résultant de l'écoulement dans les géométries analytiques du cylindre et du demi-tore

Annexe F. Écoulement dans les fantômes analytiques du cylindre et du demi-tore

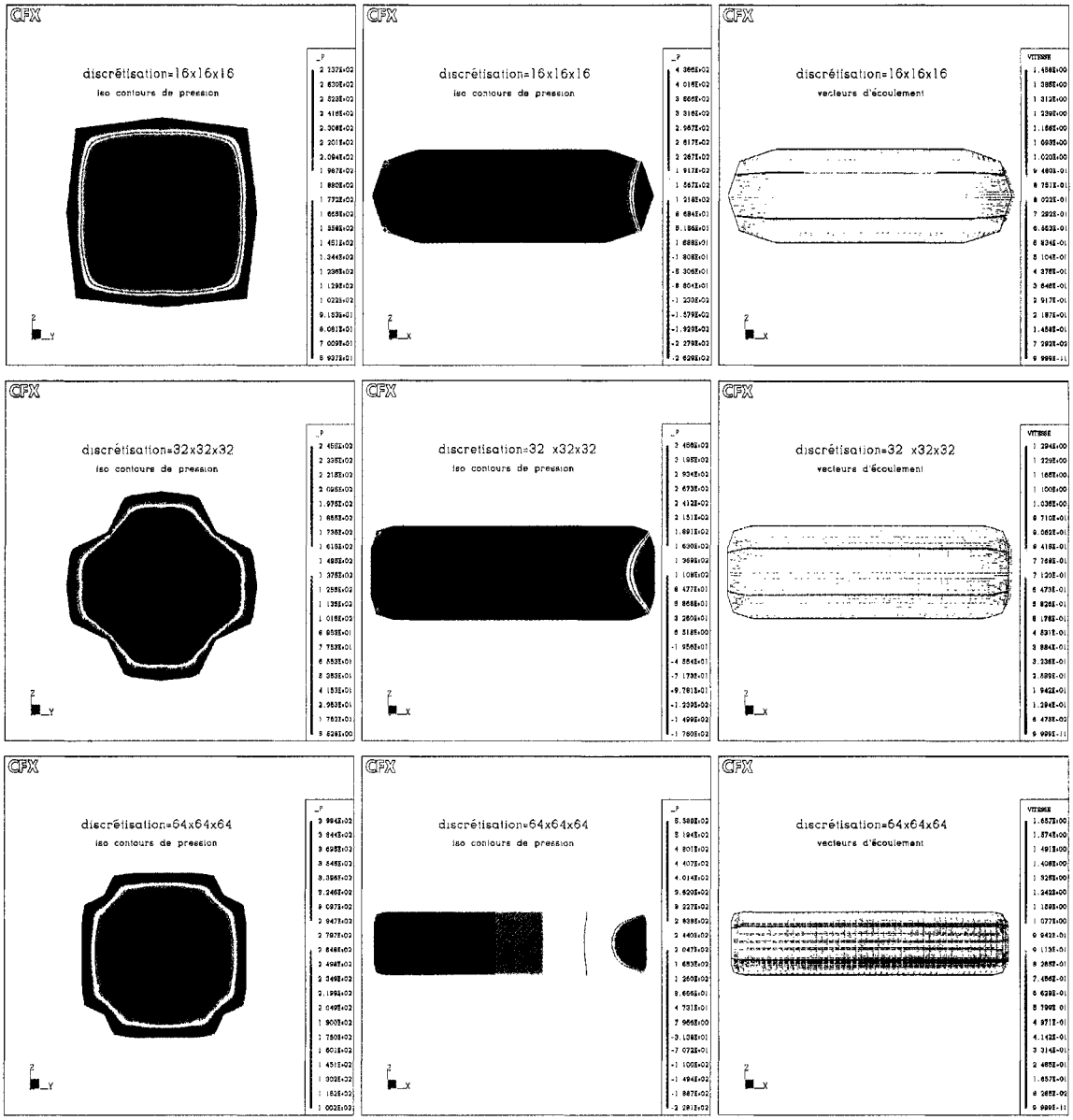


Figure F.1 : Iso-contours de pressions et vecteurs de vitesses résultant de l'écoulement dans les fantômes analytiques du cylindre pour des discrétisations de 16x16x16, 32x32x32 et 64x64x64 voxels

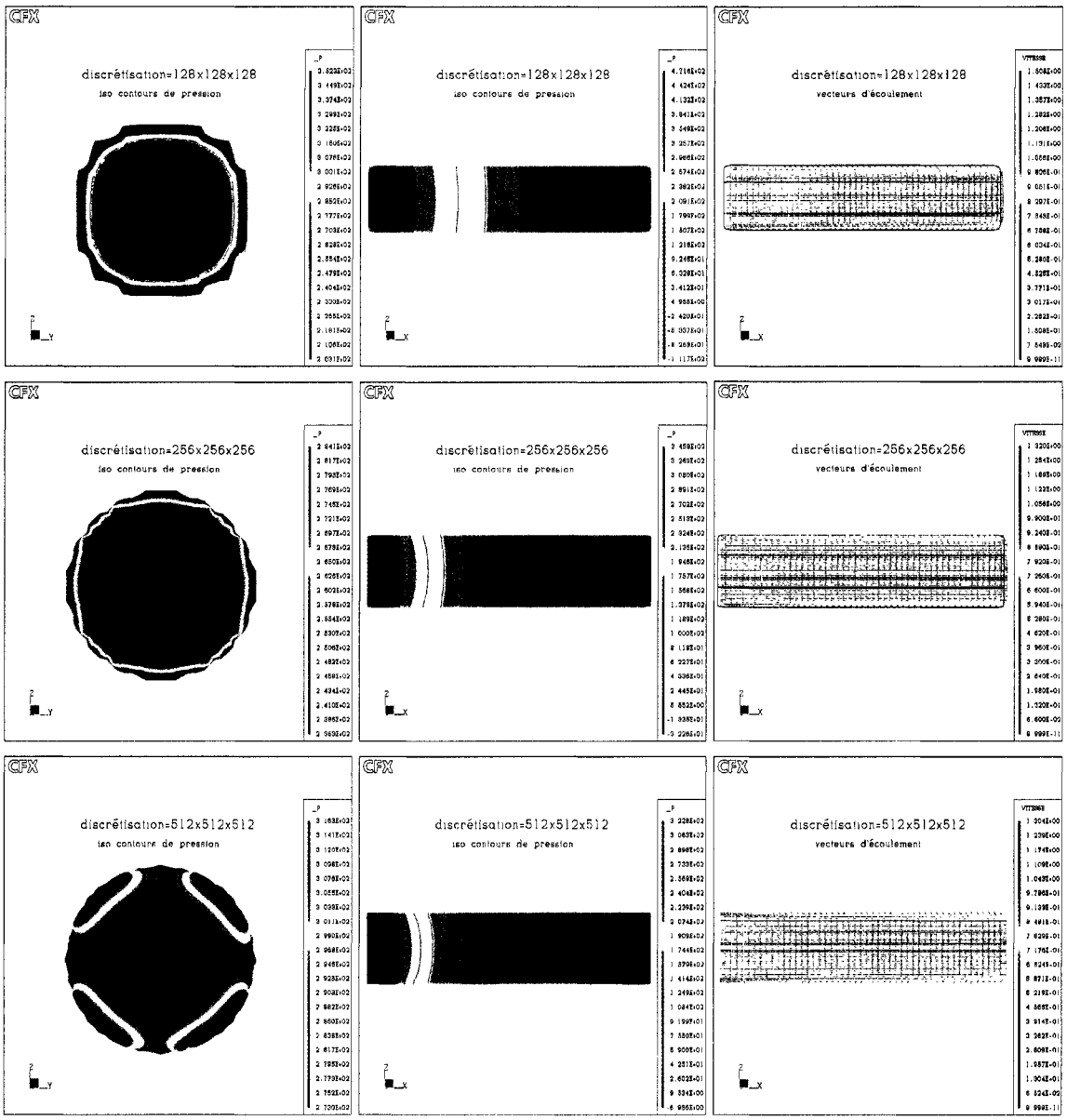


Figure F.2 : Iso-contours de pressions et vecteurs de vitesses résultant de l'écoulement dans les fantômes analytiques du cylindre pour des discrétisations de 128x128x128, 256x256x256 et de 512x512x512 voxels

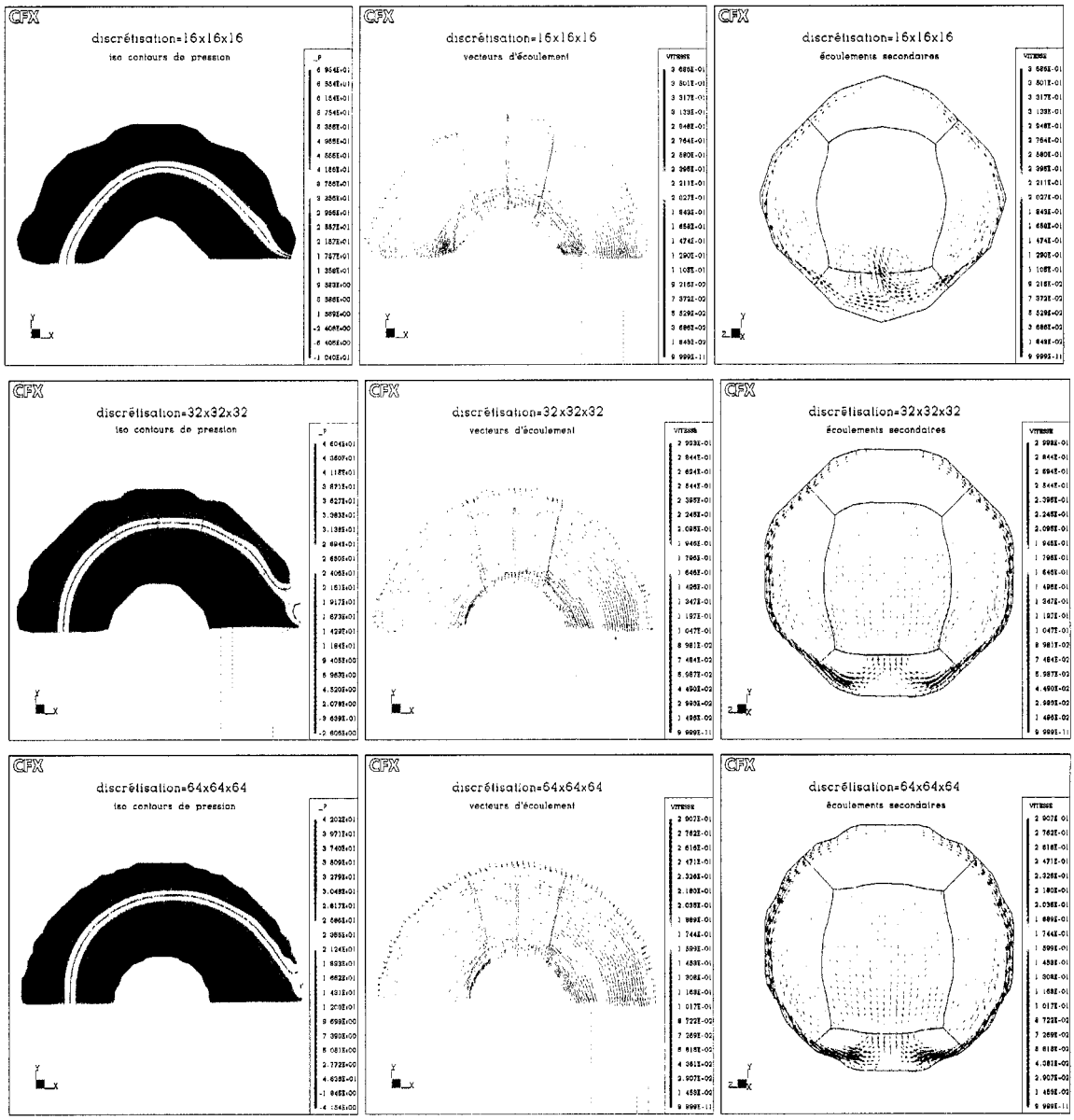


Figure F.3 : Iso-contours de pressions et vecteurs de vitesses résultant de l'écoulement dans les fantômes analytiques du demi-tore pour des discrétisations de 16x16x16, 32x32x32 et 64x64x64 voxels

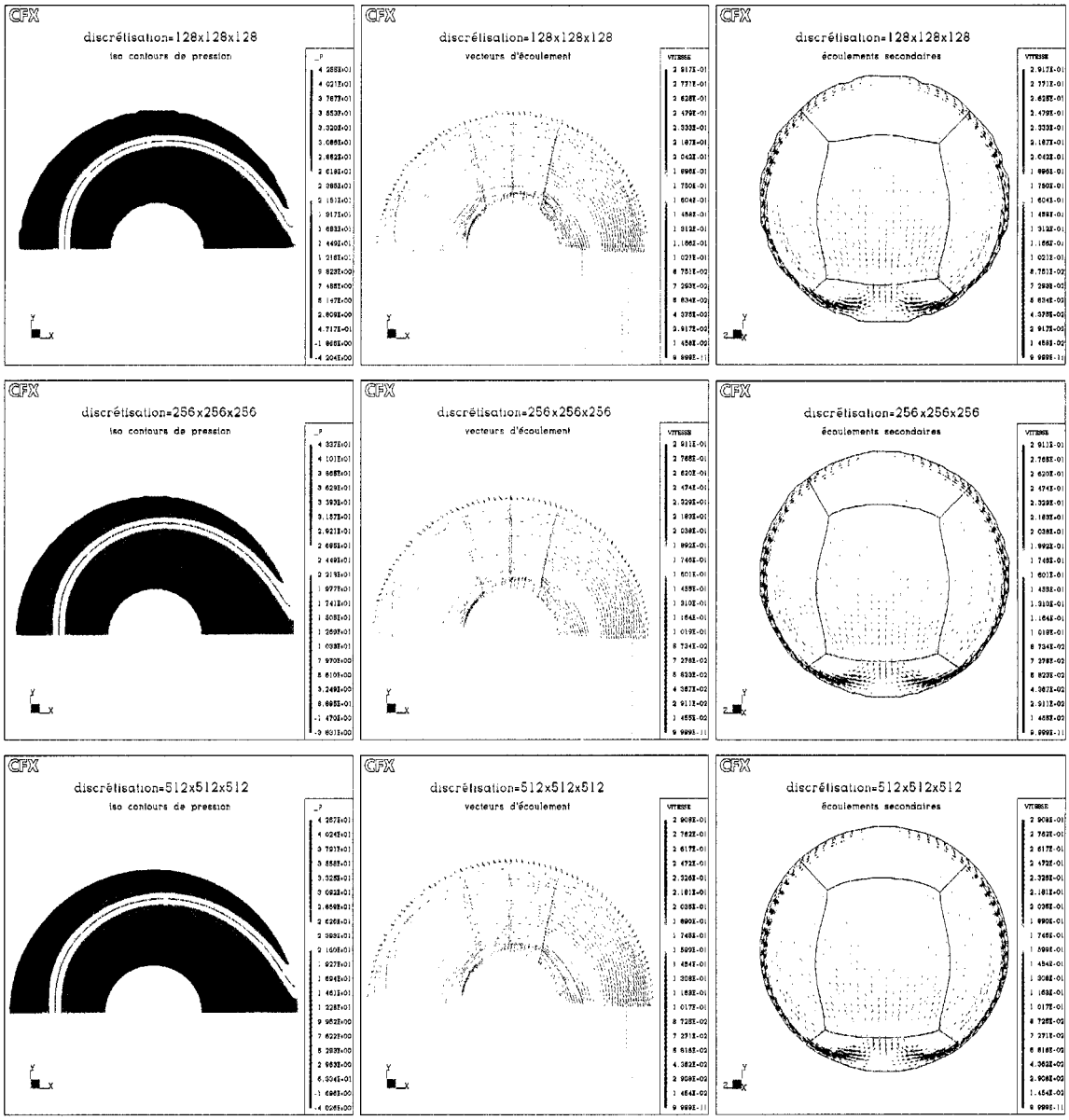


Figure F.4 : Iso-contours de pressions et vecteurs de vitesses résultant de l'écoulement dans les fantômes analytiques du demi-tore pour des discrétisations de 128x128x128, 256x256x256, 512x512x512 voxels