



**Titre:** Développement d'une heuristique de dimensionnement des réseaux hybrides optoélectroniques de grande taille  
Title:

**Auteur:** François Cartier  
Author:

**Date:** 2004

**Type:** Mémoire ou thèse / Dissertation or Thesis

**Référence:** Cartier, F. (2004). Développement d'une heuristique de dimensionnement des réseaux hybrides optoélectroniques de grande taille [Master's thesis, École Polytechnique de Montréal]. PolyPublie. <https://publications.polymtl.ca/7349/>  
Citation:

 **Document en libre accès dans PolyPublie**  
Open Access document in PolyPublie

**URL de PolyPublie:** <https://publications.polymtl.ca/7349/>  
PolyPublie URL:

**Directeurs de recherche:** Brunilde Sanso, & André Girard  
Advisors:

**Programme:** Unspecified  
Program:

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

DÉVELOPPEMENT D'UNE HEURISTIQUE DE DIMENSIONNEMENT DES  
RÉSEAUX HYBRIDES OPTOÉLECTRONIQUES DE GRANDE TAILLE

FRANÇOIS CARTIER  
DÉPARTEMENT DE GÉNIE ÉLECTRIQUE  
ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

MÉMOIRE PRÉSENTÉ EN VUE DE L'OBTENTION  
DU DIPLÔME DE MAÎTRISE ÈS SCIENCES APPLIQUÉES  
(GÉNIE ÉLECTRIQUE)  
DÉCEMBRE 2004



Library and  
Archives Canada

Bibliothèque et  
Archives Canada

Published Heritage  
Branch

Direction du  
Patrimoine de l'édition

395 Wellington Street  
Ottawa ON K1A 0N4  
Canada

395, rue Wellington  
Ottawa ON K1A 0N4  
Canada

*Your file* *Votre référence*

*ISBN: 0-494-01294-3*

*Our file* *Notre référence*

*ISBN: 0-494-01294-3*

#### NOTICE:

The author has granted a non-exclusive license allowing Library and Archives Canada to reproduce, publish, archive, preserve, conserve, communicate to the public by telecommunication or on the Internet, loan, distribute and sell theses worldwide, for commercial or non-commercial purposes, in microform, paper, electronic and/or any other formats.

The author retains copyright ownership and moral rights in this thesis. Neither the thesis nor substantial extracts from it may be printed or otherwise reproduced without the author's permission.

#### AVIS:

L'auteur a accordé une licence non exclusive permettant à la Bibliothèque et Archives Canada de reproduire, publier, archiver, sauvegarder, conserver, transmettre au public par télécommunication ou par l'Internet, prêter, distribuer et vendre des thèses partout dans le monde, à des fins commerciales ou autres, sur support microforme, papier, électronique et/ou autres formats.

L'auteur conserve la propriété du droit d'auteur et des droits moraux qui protègent cette thèse. Ni la thèse ni des extraits substantiels de celle-ci ne doivent être imprimés ou autrement reproduits sans son autorisation.

---

In compliance with the Canadian Privacy Act some supporting forms may have been removed from this thesis.

Conformément à la loi canadienne sur la protection de la vie privée, quelques formulaires secondaires ont été enlevés de cette thèse.

While these forms may be included in the document page count, their removal does not represent any loss of content from the thesis.

Bien que ces formulaires aient inclus dans la pagination, il n'y aura aucun contenu manquant.

  
**Canada**

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

Ce mémoire intitulé:

DÉVELOPPEMENT D'UNE HEURISTIQUE DE DIMENSIONNEMENT DES  
RÉSEAUX HYBRIDES OPTOÉLECTRONIQUES DE GRANDE TAILLE

présenté par: CARTIER François

en vue de l'obtention du diplôme de: Maîtrise ès sciences appliquées

a été dûment accepté par le jury d'examen constitué de:

M. HERTZ Alain, Ph.D., président

Mme. SANSÒ Brunilde, Ph.D., membre et directeur de recherche

M. GIRARD André, Ph.D., membre et codirecteur de recherche

M. GRÉGOIRE Jean-Charles, Ph.D., membre

À tous ceux qui ont cru en moi...

## REMERCIEMENTS

Je voudrais tout d'abord remercier ma directrice, madame Brunilde Sansò, ainsi que mon codirecteur, monsieur André Girard, pour m'avoir donné la chance de pouvoir faire cette maîtrise. Je voudrais aussi les remercier pour leurs encouragements, leur confiance en moi ainsi que leurs précieux conseils. Finalement, je voudrais les remercier de m'avoir permis de faire cette maîtrise sans soucis financiers.

Je dois aussi des remerciements à mes parents, Richard et Micheline, à mon frère et ma sœur, Simon et Isabelle, ainsi qu'à ma copine, Stéphanie, pour m'avoir supporté, encouragé et surtout pour m'avoir remonté le moral dans les moments plus difficiles. Sans leur présence, ce travail n'aurait pas vu le jour.

Finalement, je remercie les membres du GERAD et du LORLAB qui m'ont aidé de près ou de loin durant mon séjour. Je remercie spécialement Nicole Paradis et Francine Benoît, qui ont répondu si gentiment à mes nombreuses questions sur L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X .

À tous ceux que j'aurais oubliés, merci.

## RÉSUMÉ

Les réseaux hybrides optoélectroniques sont des réseaux de télécommunications composés de commutateurs optiques couplés à des routeurs ou commutateurs<sup>1</sup> électroniques reliés entre eux par des fibres optiques. La transmission sur les fibres se fait par l'intermédiaire de canaux optiques établis entre des paires d'émetteurs-récepteurs. À la différence des réseaux tout-optiques, les réseaux optoélectroniques ont la particularité de pouvoir faire du multiplexage électronique de demandes. Le multiplexage consiste à prendre plusieurs demandes et à les agréger électroniquement avant de les envoyer sur le canal optique. Toutefois, le multiplexage requiert des ressources électroniques.

Le fait de pouvoir multiplexer certaines demandes permet de réduire le nombre de canaux optiques qui doivent être installés dans le réseau. Toutefois, comme nous l'avons mentionné, le multiplexage nécessite des composantes électroniques et celles-ci ont un coût non-négligeable. Nous devons donc trouver un compromis entre le nombre de canaux à établir et la taille des routeurs que nous devons installer.

De plus, le modèle de coût des routeurs que nous privilégions est de type modulaire. En d'autres mots, chaque type de routeurs a une capacité fixe qui ne dépend pas du nombre de connexions, donc qui n'est pas basé sur un nombre de ports. Si la capacité requise à un nœud dépasse la capacité d'un type de routeur, il faut installer un routeur ayant une capacité plus élevée. Ce routeur sera toutefois plus cher.

Le dimensionnement des réseaux optoélectroniques consiste donc à déterminer le nombre de canaux optiques adéquats entre chaque routeur, ou nœud, du réseau ainsi que la capacité de chaque routeur de façon à ce que toutes les demandes soient acceptées et que le réseau coûte le moins cher possible.

En guise de première partie de ce mémoire, nous évaluons un modèle d'optimisa-

---

<sup>1</sup>Pour le reste de ce mémoire, nous utiliserons uniquement le terme routeur.

tion mathématique qui permet de calculer le dimensionnement optimal d'un tel réseau connaissant les coûts des composantes électroniques et optiques, la matrice de trafic estimée ainsi que la liste des routes possibles. En utilisant un logiciel d'optimisation commercial, nous avons trouvé que le nombre et la longueur des routes avaient un impact significatif sur le coût final des réseaux. Un choix élevé de routes diminue le coût des réseaux tandis que des routes longues en augmentent le coût. Nous avons aussi découvert que les routeurs installés avaient généralement des taux d'utilisation très élevés, ce qui est dû à la forte modularité de leur coût. La forme des coûts des composantes optiques et électroniques a aussi un impact important sur la structure des solutions. Finalement, nous avons réalisé que le logiciel d'optimisation commercial n'était pas en mesure de calculer des solutions exactes pour des réseaux dont la taille dépasse dix nœuds.

Pour pouvoir obtenir des solutions pour de plus grands réseaux, nous avons développé une méthode de recherche heuristique. Dans la deuxième partie de ce mémoire, nous présentons l'heuristique ainsi que les résultats que nous avons obtenus. Pour des réseaux de moins de dix nœuds, l'heuristique est plus rapide mais moins précise que le logiciel d'optimisation commercial. En revanche, pour des réseaux de plus de dix nœuds, l'heuristique est non seulement plus rapide mais surtout plus précise que le logiciel d'optimisation commercial lorsque nous limitons le temps de calcul à 24 heures. De plus, l'heuristique nous a permis de montrer que la composition de la matrice de trafic peut avoir un impact extrêmement important sur le coût final des réseaux. En effet, à trafic total égal, un réseau qui transporte beaucoup de demandes de petite taille coûte beaucoup plus cher qu'un réseau qui transporte quelques demandes de grande taille.



## ABSTRACT

Hybrid optoelectronic networks are telecommunication networks composed of optical switches coupled with electronic routers or switches<sup>2</sup> linked together by optical fibers. Transmission on the fiber is done with the help of optical channels established between pairs of optical transponders. Optoelectronic networks can be distinguished from all-optical networks by the fact that they can perform traffic grooming. Grooming generally consists of multiplexing small data streams into one large stream and then sending this large stream in the optical channel. However, grooming requires electronic components.

Traffic grooming can reduce the number of optical channels needed to carry all the demands. However, as we have said earlier, traffic grooming requires electronic components and these components have a non-negligible cost. Thus, we must find a tradeoff between the number of optical channels and the size of the routers. Moreover, we use a cost model which is modular. In other words, each type of router has a fixed capacity which is independent of the number of connections and thus, which is not based on a number of ports. In the end, if the required capacity at a node is greater than the capacity of a type of router, we must install a router of higher type with a corresponding higher cost.

Thus, the dimensioning of optoelectronic networks consists of assigning the adequate number of optical channels between every node as well as the adequate capacity for each router so that all the demands can be carried out by the network in the cheapest possible way.

As a first part of this work, we evaluate a mathematical optimization model which can compute the optimal solution of such a network knowing the electronic and optical costs, the traffic matrix and the set of possible routes. Using a commercial

---

<sup>2</sup>For the remainder of this work, we shall only use the term router.

optimization software, we found that the number and the length of the routes can have a significant impact on the cost of the solutions. A large set of routes decreases the cost of a network whereas long routes increase it. We have also discovered that the average utilization rate of the routers is generally high. This is due to the high modularity of their cost. The structure of the costs of electronical and optical components also has an impact on the solution structure. Finally, we have realized that the optimization software cannot compute an exact solution for networks larger than ten nodes.

To obtain good solutions for these larger networks, we have developed a heuristic method. In the second part of this work, we present the heuristic and the results obtained with it. For networks smaller than ten nodes, the heuristic is generally faster but slightly less accurate than the optimization software. However, for larger networks, the heuristic is not only much faster but also more accurate than the optimization software when we set a 24 hour limit on the computational time. Moreover, the heuristic has helped us find that the traffic matrix structure can have a very significant impact on the final cost of a network. For equal total traffic, it is much more expensive to carry a large number of small demands than to carry out a small number of large demands.

**TABLE DES MATIÈRES**

DÉDICACE . . . . .	iv
REMERCIEMENTS . . . . .	v
RÉSUMÉ . . . . .	vi
ABSTRACT . . . . .	viii
TABLE DES MATIÈRES . . . . .	x
LISTE DES FIGURES . . . . .	xiii
LISTE DES TABLEAUX . . . . .	xiv
CHAPITRE 1 INTRODUCTION . . . . .	1
1.1 Contexte de la recherche . . . . .	1
1.2 Méthodologie . . . . .	3
1.3 Structure du mémoire . . . . .	3
CHAPITRE 2 DESCRIPTION DU PROBLÈME . . . . .	5
2.1 Composantes d'un réseau optoélectronique . . . . .	5
2.2 Accès au réseau . . . . .	7
2.3 Types de routes . . . . .	7
2.4 Problématique . . . . .	10
2.5 Modularité des coûts . . . . .	14
CHAPITRE 3 REVUE DE LITTÉRATURE . . . . .	17
3.1 Problématique . . . . .	17
3.2 Routage et affectation des capacités . . . . .	18

3.3	Multiplexage des flots . . . . .	23
CHAPITRE 4 MODÈLE MATHÉMATIQUE SIMPLIFIÉ . . . . .		26
4.1	Notation . . . . .	26
4.2	Formulation du modèle . . . . .	28
4.3	Structure des coûts . . . . .	30
4.3.1	Coûts des composantes optiques . . . . .	30
4.3.2	Coûts des composantes électroniques . . . . .	31
CHAPITRE 5 TESTS AVEC ALGORITHME EXACT . . . . .		33
5.1	Environnement des tests . . . . .	33
5.1.1	Impact du nombre de nœuds de transit . . . . .	34
5.1.2	Impact du nombre de chemins de transit . . . . .	35
5.1.3	Impact de l'exposant du coût des routeurs . . . . .	38
5.1.4	Impact du nombre de nœuds . . . . .	38
5.2	Métriques de caractérisation des solutions . . . . .	39
5.2.1	Utilisation moyenne des routeurs . . . . .	39
5.2.2	Utilisation moyenne des canaux optiques . . . . .	40
5.2.3	Gain de multiplexage . . . . .	40
CHAPITRE 6 RÉSULTATS AVEC ALGORITHME EXACT . . . . .		42
6.1	Impact du nombre de nœuds de transit . . . . .	42
6.2	Impact du nombre de chemins de transit . . . . .	48
6.3	Impact de l'exposant du coût des routeurs . . . . .	61
6.4	Impact du nombre de nœuds . . . . .	65
CHAPITRE 7 MÉTHODE HEURISTIQUE . . . . .		68
7.1	Simplifications du modèle . . . . .	68
7.2	Structure des solutions . . . . .	71
7.3	Recherche heuristique . . . . .	72

7.4	Structure du voisinage . . . . .	74
7.5	Algorithme de recherche . . . . .	74
7.6	Implantation informatique . . . . .	78
CHAPITRE 8 RÉSULTATS DE L'HEURISTIQUE . . . . .		83
8.1	Objectifs . . . . .	83
8.2	Environnement des tests . . . . .	84
8.3	Petits réseaux . . . . .	85
8.4	Grands réseaux . . . . .	88
8.5	Impact du nombre de chemins de transit . . . . .	91
8.6	Impact du nombre de noeuds de transit . . . . .	93
8.7	Impact de la structure du trafic . . . . .	97
CHAPITRE 9 CONCLUSION . . . . .		100
9.1	Résultats importants . . . . .	100
9.2	Travaux futurs . . . . .	101
9.2.1	Modèles de coûts . . . . .	102
9.2.2	Choix des routes de transit . . . . .	104
9.2.3	Protection des connexions . . . . .	105
9.2.4	Délai . . . . .	106
9.2.5	Estimation de la matrice de trafic . . . . .	107
RÉFÉRENCES . . . . .		109

## LISTE DES FIGURES

Figure 2.1	Architecture d'un nœud optoélectronique . . . . .	6
Figure 2.2	Types de route dans les réseaux optoélectroniques. . . . .	9
Figure 2.3	Réseau de trois nœuds avant le dimensionnement . . . . .	11
Figure 2.4	Réseau de trois nœuds : solution tout-optique . . . . .	12
Figure 2.5	Réseau de trois nœuds : solution #1 avec multiplexage . . . . .	13
Figure 2.6	Réseau de trois nœuds : solution #2 avec multiplexage . . . . .	13
Figure 4.1	Coût des routeurs en fonction de leur capacité. . . . .	32
Figure 5.1	Fonction de coût des routeurs. . . . .	34
Figure 6.1	Évolution du nombre de canaux optiques en fonction de $\alpha$ . . . . .	62
Figure 6.2	Logarithme du temps de calcul de CPLEX en fonction du nombre de nœuds. . . . .	66
Figure 7.1	Comparaison entre l'algorithme exact et l'heuristique. . . . .	69
Figure 7.2	Exemple de choix de routes. . . . .	70
Figure 7.3	Exemple de chemins possibles. . . . .	72
Figure 7.4	Diagramme de l'heuristique principale. . . . .	77
Figure 7.5	Diagramme de la méthode de recherche locale. . . . .	79
Figure 8.1	Logarithme du temps de calcul de l'heuristique en fonction du nombre de nœuds. . . . .	90
Figure 8.2	Concentration dans le réseau d'accès . . . . .	98
Figure 8.3	Concentration dans le réseau dorsal . . . . .	98

## LISTE DES TABLEAUX

Tableau 2.1	Quantité de trafic dans les routeurs des solutions hybrides. . .	15
Tableau 5.1	Caractéristiques des réseaux, impact du nombre de nœuds de transit . . . . .	36
Tableau 5.2	Caractéristiques des réseaux, impact du nombre de chemins de transit . . . . .	37
Tableau 6.1	Temps de calcul en seconde en fonction du nombre de nœuds de transit, $\alpha = 4, 8$ et $12$ . . . . .	42
Tableau 6.2	Coût total des réseaux en fonction du nombre de nœuds de transit, $\alpha = 4, 8$ et $12$ . . . . .	43
Tableau 6.3	Répartition des chemins en fonction du nombre de nœuds de transit, $\alpha = 4$ . . . . .	44
Tableau 6.4	Répartition des chemins en fonction du nombre de nœuds de transit, $\alpha = 8$ . . . . .	44
Tableau 6.5	Répartition des chemins en fonction du nombre de nœuds de transit, $\alpha = 12$ . . . . .	44
Tableau 6.6	Répartition des coûts en fonction du nombre de nœuds de transit, $\alpha = 4$ . . . . .	45
Tableau 6.7	Répartition des coûts en fonction du nombre de nœuds de transit, $\alpha = 8$ . . . . .	45
Tableau 6.8	Répartition des coûts en fonction du nombre de nœuds de transit, $\alpha = 12$ . . . . .	45
Tableau 6.9	Utilisation des routeurs en fonction du nombre de nœuds de transit, $\alpha = 4$ . . . . .	46
Tableau 6.10	Utilisation des routeurs en fonction du nombre de nœuds de transit, $\alpha = 8$ . . . . .	47

Tableau 6.11	Utilisation des routeurs en fonction du nombre de nœuds de transit, $\alpha = 12$ . . . . .	47
Tableau 6.12	Utilisation des canaux optiques en fonction du nombre de nœuds de transit, $\alpha = 4$ . . . . .	49
Tableau 6.13	Utilisation des canaux optiques en fonction du nombre de nœuds de transit, $\alpha = 8$ . . . . .	50
Tableau 6.14	Utilisation des canaux optiques en fonction du nombre de nœuds de transit, $\alpha = 12$ . . . . .	51
Tableau 6.15	Temps de calcul en fonction du nombre de chemins de transit, $\alpha = 4, 8$ et $12$ . . . . .	52
Tableau 6.16	Coût total des réseaux en fonction du nombre de chemins de transit, $\alpha = 4, 8$ et $12$ . . . . .	52
Tableau 6.17	Utilisation des routeurs en fonction du nombre de chemins de transit, $\alpha = 4$ . . . . .	53
Tableau 6.18	Utilisation des routeurs en fonction du nombre de chemins de transit, $\alpha = 8$ . . . . .	54
Tableau 6.19	Utilisation des routeurs en fonction du nombre de chemins de transit, $\alpha = 12$ . . . . .	54
Tableau 6.20	Répartition des chemins en fonction du nombre de chemins de transit, $\alpha = 4$ . . . . .	55
Tableau 6.21	Répartition des chemins en fonction du nombre de chemins de transit, $\alpha = 8$ . . . . .	55
Tableau 6.22	Répartition des chemins en fonction du nombre de chemins de transit, $\alpha = 12$ . . . . .	55
Tableau 6.23	Répartition des coûts en fonction du nombre de chemins de transit, $\alpha = 4$ . . . . .	56
Tableau 6.24	Répartition des coûts en fonction du nombre de chemins de transit, $\alpha = 8$ . . . . .	56



Tableau 6.25	Répartition des coûts en fonction du nombre de chemins de transit, $\alpha = 12$ . . . . .	57
Tableau 6.26	Utilisation des canaux optiques en fonction du nombre de chemins de transit, $\alpha = 4$ . . . . .	58
Tableau 6.27	Utilisation des canaux optiques en fonction du nombre de chemins de transit, $\alpha = 8$ . . . . .	59
Tableau 6.28	Utilisation des canaux optiques en fonction du nombre de chemins de transit, $\alpha = 12$ . . . . .	60
Tableau 6.29	Nombre de canaux optique en fonction de $\alpha$ et de l'exposant $\gamma$ .	61
Tableau 6.30	Utilisation des canaux optiques, multiplexage maximal. . . . .	64
Tableau 6.31	Utilisation des routeurs, multiplexage maximal. . . . .	65
Tableau 6.32	Évolution du temps de calcul en fonction de la taille du réseau (* : n'a pas terminé). . . . .	65
Tableau 7.1	Exemple d'une solution réalisable, réseau de six nœuds. . . . .	72
Tableau 7.2	Comparaison des chemins de diverses solutions. . . . .	73
Tableau 7.3	Exemple de solutions courante et voisine. . . . .	74
Tableau 7.4	Vecteur solution . . . . .	80
Tableau 7.5	Tableau des nœuds des chemins . . . . .	81
Tableau 7.6	Tableau des capacités des routeurs . . . . .	81
Tableau 7.7	Tableau des capacités des canaux optiques . . . . .	82
Tableau 8.1	Résultats de dix exécutions de l'heuristique sur un réseau de six nœuds, $\alpha = 4$ . . . . .	86
Tableau 8.2	Comparaison des coûts pour un réseau de six nœuds, $\alpha = 4$ . . . . .	86
Tableau 8.3	Temps de calcul pour des réseaux de six nœuds, $\alpha = 4$ . . . . .	87
Tableau 8.4	Résultats de dix exécutions de l'heuristique sur différents grands réseaux, $\alpha = 4$ . . . . .	89
Tableau 8.5	Comparaison des coûts pour différents réseaux, $\alpha = 4$ . . . . .	89

Tableau 8.6	Comparaison du temps de calcul pour différents grands réseaux, $\alpha = 4$ . . . . .	91
Tableau 8.7	Coût total, réseaux de 20 nœuds. . . . .	92
Tableau 8.8	Utilisation moyenne des routeurs, réseaux de 20 nœuds. . .	93
Tableau 8.9	Utilisation des routeurs, réseaux de 20 nœuds. . . . .	94
Tableau 8.10	Utilisation moyenne des canaux optiques, réseaux de 20 nœuds.	95
Tableau 8.11	Coût total en fonction du nombre de nœuds de transit, réseaux de 20 nœuds. . . . .	95
Tableau 8.12	Utilisation moyenne des routeurs en fonction du nombre de chemins de transit, réseaux de 20 nœuds. . . . .	96
Tableau 8.13	Utilisation moyenne des canaux optiques en fonction du nombre de chemins de transit, réseaux de 20 nœuds. . . . .	97
Tableau 8.14	Effet de la composition du trafic sur les réseaux. . . . .	98

## CHAPITRE 1

### INTRODUCTION

#### 1.1 Contexte de la recherche

Depuis quelques années, on assiste à l'apparition de plusieurs propositions de technologies pour les réseaux de télécommunications de la prochaine génération. Ces propositions ont souvent un dénominateur commun : elles sont tout-optiques. Par tout-optique, on entend qu'un réseau qui utiliserait cette technologie ne comporterait pas d'équipements électroniques. De plus, dans un tel réseau, les données seraient transportées de façon purement optique, c'est-à-dire, sans passer par le domaine électronique. La commutation de rafales optiques (*Optical Burst Switching* (OBS)), la commutation de paquets optiques (*Optical Packet Switching* (OPS)) ou la commutation par bandes de longueurs d'ondes (*Waveband Switching*) sont des exemples de ces propositions. Même si les recherches sur ces techniques semblent prometteuses, il reste que ces technologies ne sont toujours qu'à l'état de concept. Aussi, l'utilisation à grande échelle d'une ou plusieurs de ces technologies ne se fera pas à court et moyen terme.

Pour faire face à la croissance du trafic dans les réseaux, nous devons utiliser les technologies qui nous sont accessibles présentement. À l'heure actuelle, la plupart des grands réseaux de télécommunications sont composés de routeurs électroniques reliés entre eux par des fibres optiques. Ce sont des réseaux hybrides optoélectroniques. Le principal problème avec cette architecture est que la taille moyenne des demandes des utilisateurs est beaucoup plus petite que la capacité des canaux optiques. Généralement, la demande d'un usager normal varie entre quelques kilobits

par seconde et quelques Megabits par seconde. À l’opposé, la capacité d’un canal optique est de l’ordre du Gigabit par seconde. De plus, une seule fibre peut maintenant porter plusieurs canaux optiques grâce à la technologie du multiplexage par division de longueurs d’ondes (*Wavelength Division Multiplexing* (WDM)). Donc, avec cette architecture, nous assistons à un gaspillage énorme de bande passante dans les canaux optiques puisque ceux-ci sont utilisés bien en-deçà de leur capacité.

Pour remédier à cette situation, on a proposé il y a quelques années de faire du multiplexage<sup>1</sup>, ou agrégation, de demandes (*traffic grooming* dans la littérature anglophone). Cette technique consiste à prendre plusieurs demandes ayant une partie de chemin commune et à les regrouper sur un même canal optique. Ce faisant, on utilise plus efficacement la bande passante disponible. Toutefois, pour faire ce multiplexage, il faut des routeurs électroniques ayant une grande capacité de traitement et ces équipements sont dispendieux.

Le problème qui nous intéresse ici est le dimensionnement des réseaux optoélectroniques. Comme nous l’avons mentionné plus haut, les réseaux optoélectroniques sont composés de canaux optiques et de routeurs électroniques. Le dimensionnement d’un réseau optoélectronique consiste à déterminer le nombre adéquat de canaux optiques qu’il faut installer entre chaque nœud ainsi que la capacité de chaque routeur du réseau. Toutefois, cette assignation est sujette à deux contraintes importantes : toutes les demandes doivent pouvoir être acceptées par le réseau et le réseau doit coûter le moins cher possible.

---

<sup>1</sup>Nous avons traduit le terme anglais *grooming* par multiplexage. Il s’agit d’une traduction libre.

## 1.2 Méthodologie

Dans ce projet, nous allons tout d'abord aborder un modèle mathématique de dimensionnement de réseaux optoélectroniques récemment proposé (Meddeb et al., 2004). Nous allons présenter rapidement le modèle avant d'effectuer une série de tests qui nous permettront d'en trouver les caractéristiques et surtout les limites. En effet, comme nous allons le voir, ce modèle mathématique est un problème d'optimisation mixte. Pour des problèmes plus grands, l'algorithme d'optimisation *Branch and Bound* n'est plus en mesure de trouver la solution optimale dans un délai raisonnable. C'est pourquoi la deuxième partie de ce projet est dévolue à la présentation de la méthode de recherche heuristique que nous avons développée. Cette heuristique doit nous permettre de trouver des solutions, certes approximatives, mais tout de même près de l'optimalité dans un temps raisonnable. Nous allons donc présenter les fondements de la méthode heuristique ainsi que les résultats que nous avons obtenus.

## 1.3 Structure du mémoire

La présentation du mémoire est la suivante. Nous débutons par une description du problème dans le chapitre 2. Dans ce dernier, nous présentons certaines composantes des réseaux optoélectroniques ainsi que certains concepts importants comme la méthode d'accès et les types de routes. Nous présentons aussi un exemple de dimensionnement de réseau. Une brève revue de littérature sur le dimensionnement des réseaux et sur le multiplexage est ensuite présentée dans le chapitre 3. Le modèle mathématique proprement dit est abordé dans le chapitre 4 où nous présentons le modèle ainsi que la structure des coûts des composantes. Les tests que nous avons effectués avec un algorithme exact sont présentés au chapitre 5. Ce

chapitre contient aussi les définitions des métriques de caractérisation des solutions que nous avons développées. L'analyse des résultats de ces tests est faite au chapitre 6. À la suite de ce chapitre, nous concluons à la nécessité d'avoir recours à une méthode heuristique. Les fondements de la méthode et sa structure interne sont présentés au chapitre 7 tandis que les résultats qu'elle nous a permis d'obtenir sont analysés au chapitre 8. Finalement, la conclusion est suivie d'une courte discussion sur certaines hypothèses du modèle mathématique.

## CHAPITRE 2

### DESCRIPTION DU PROBLÈME

Dans ce chapitre, nous discutons des divers aspects du problème de dimensionnement des réseaux optoélectroniques. Nous présentons d'abord les principales composantes de ces réseaux et ensuite les méthodes d'accès au réseau et les types de routes. Ces deux derniers concepts sont fortement liés. Pour imager ces concepts, nous présentons un exemple de dimensionnement. Nous discutons finalement de la modularité des coûts des composantes et de son impact sur les solutions.

#### 2.1 Composantes d'un réseau optoélectronique

Comme nous l'avons mentionné dans l'introduction, un réseau hybride optoélectronique est un réseau de télécommunications qui utilise à la fois des composantes électroniques et des composantes optiques. Nous avons déjà mentionné les routeurs électroniques et les liens optiques mais un tel réseau contient aussi d'autres composantes optiques : des amplificateurs, des commutateurs (*Optical Cross-Connect* (OXC)) ou des multiplexeurs (*Add-Drop Multiplexer* (ADM)), des fibres ainsi que des émetteurs-récepteurs. Évidemment, cette liste n'est pas exhaustive mais nous ne voulons pas entrer dans les détails techniques des réseaux optoélectroniques. Nous pouvons voir, dans la figure 2.1, la plupart des composantes d'un réseau optoélectronique. La partie supérieure est le routeur électronique. Le routeur peut multiplexer, démultiplexer et router les demandes lorsqu'elles sont sous forme de signaux électriques. Le convertisseur optoélectronique, quant à lui, convertit les signaux électriques en signaux optiques et vice-versa. Sous le convertisseur, nous

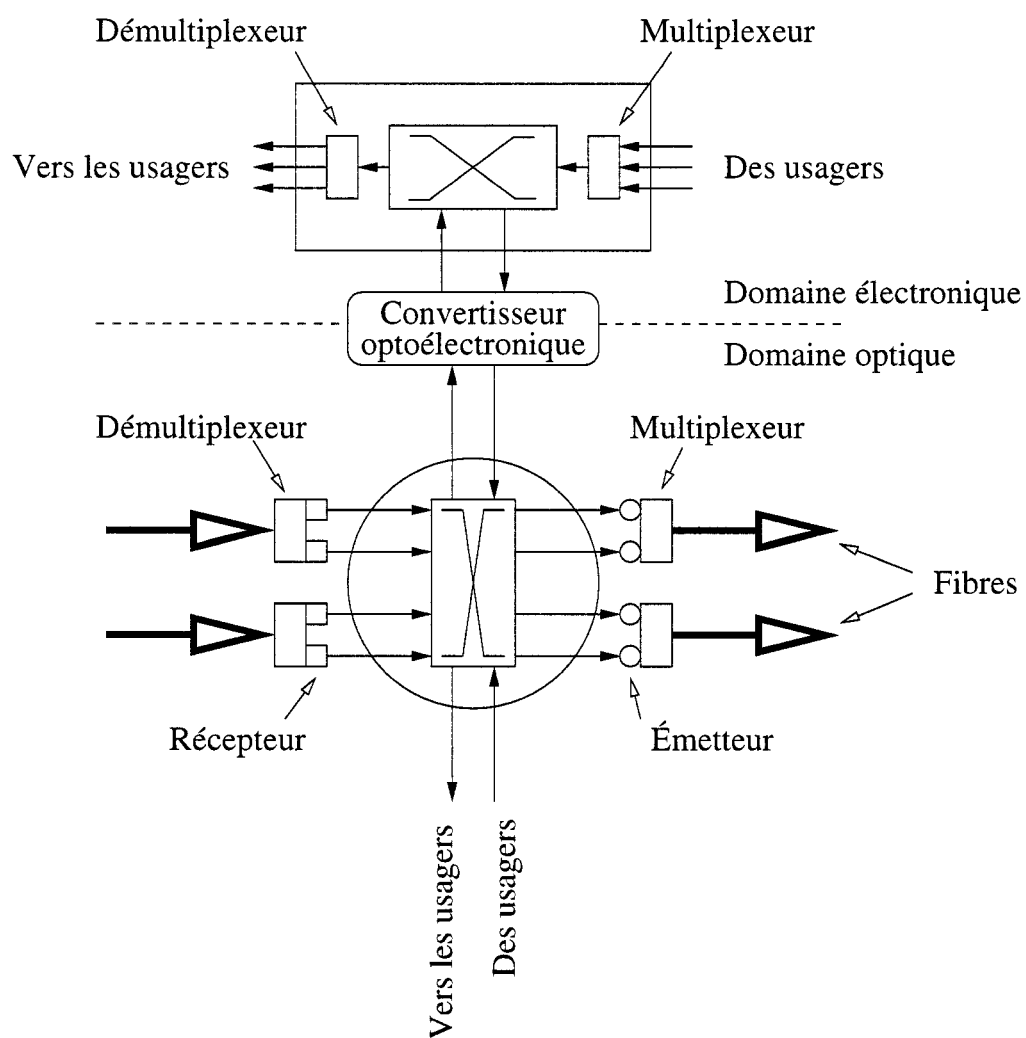


Figure 2.1 Architecture d'un nœud optoélectronique



avons le commutateur optique. Celui-ci reproduit certaines fonctions d'un routeur électronique mais sur des signaux optiques. Il peut donc les multiplexer, les démultiplexer et les router vers leur destination. Nous avons ensuite les fibres qui relient les nœuds entre eux. Si la distance entre deux nœuds est très grande, il peut y avoir un ou plusieurs amplificateurs optiques le long de la fibre pour régénérer les signaux. La figure 2.1 reste toutefois un schéma simplifié de la réalité qui est beaucoup plus complexe. Cependant, une description exhaustive du fonctionnement et de la structure des réseaux optoélectroniques n'est pas l'objet du présent ouvrage.

## 2.2 Accès au réseau

Une des particularités des réseaux optoélectroniques est la possibilité d'accéder au réseau de deux façons différentes. En effet, comme nous pouvons le voir sur la figure 2.1, il est possible d'accéder au réseau par le routeur électronique par l'intermédiaire du multiplexeur d'entrée. Une demande qui accède au réseau par un routeur peut être multiplexée avec d'autres demandes avant d'être convertie en signaux optiques et envoyée sur un canal optique. La demande sera reconvertie sous forme électrique au nœud destination et envoyée au destinataire. Une demande peut aussi accéder au réseau directement par un port optique (figure 2.1 en bas). Dans ce cas, la demande est directement convertie en signaux optiques et ne peut pas être multiplexée avec d'autres demandes. Arrivée au nœud destination, la demande sort du réseau par un port optique et est envoyée au destinataire.

## 2.3 Types de routes

Dans le modèle de réseaux optoélectroniques que nous utiliserons ici, il existe trois types de route : la route optique directe, la route directe partagée et finalement, la

route de transit partagée. Le choix d'un type de route par rapport à un autre est intimement relié à la façon dont la demande accède au réseau. De plus, le terme partagé vient du fait que certains types de route partagent les canaux optiques qu'ils utilisent grâce au multiplexage. Dans la figure 2.2, nous pouvons voir un exemple des trois types de routes.

La première, la route directe optique, accède au réseau via un port optique (nœud  $O$ ). Elle se rend ensuite directement au nœud destination (nœud  $D$ ) via un canal optique dédié. De là, elle sort du réseau via un autre port optique. Comme nous pouvons le voir sur la figure 2.2, la route directe peut passer par un certain nombre de nœuds dit de transit (identifiés par la lettre  $T$ ). Toutefois, puisque la route ne sort jamais du domaine optique, ces nœuds sont invisibles pour les protocoles des couches supérieures comme le routage IP par exemple. C'est pourquoi la route est considérée comme directe.

Nous avons ensuite la route directe partagée. La demande qui emprunte une telle route entre dans le réseau par un routeur électronique. Elle peut donc être multiplexée avec d'autres demandes transitant par ce routeur. La demande, multiplexée ou non, est ensuite convertie en signaux optiques et envoyée sur un canal optique. Celui-ci est établi directement entre les nœuds origine et destination. Arrivée au nœud destination, la demande est reconvertie en signaux électriques et sort du réseau par le routeur. À l'instar de la route optique directe, la route directe partagée peut passer par certains nœuds optiques intermédiaires. Toutefois, puisque la demande ne sort pas du domaine optique à ces nœuds, la route est considérée comme directe.

Finalement, nous avons la route de transit partagée. Une demande qui emprunte ce type de route entre dans le réseau par un routeur électronique. Elle peut être multiplexée ou non avec d'autres demandes avant d'être convertie en signaux op-

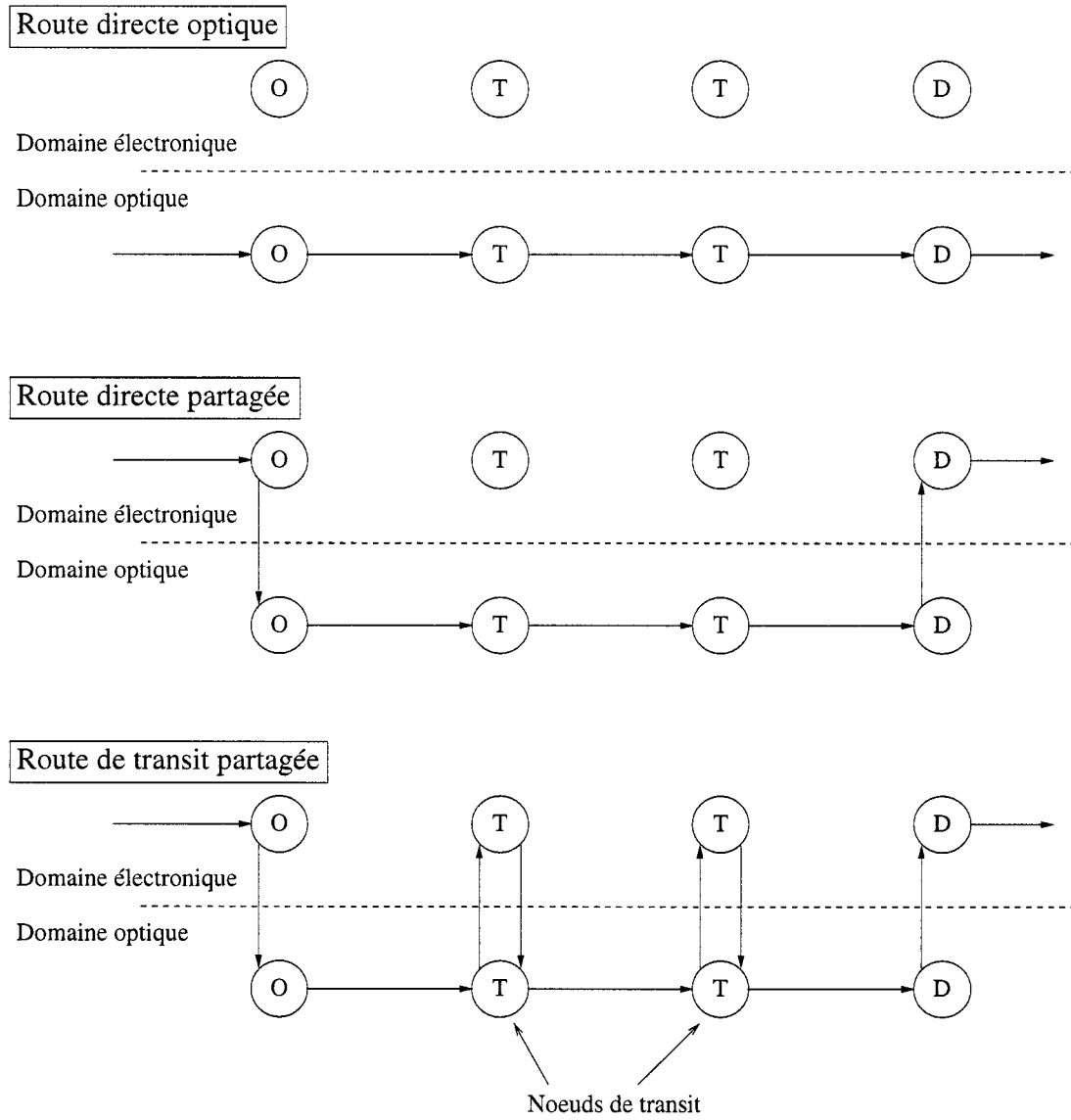


Figure 2.2 Types de route dans les réseaux optoélectroniques.

tiques et envoyée sur le canal optique. Ce type de route a de particulier que les nœuds origine et destination ne sont pas reliés par un seul canal optique mais par plusieurs. En effet, la route *transite* par un certain nombre de nœuds intermédiaires entre lesquels sont établis les canaux. À chacun de ces nœuds, la ou les demandes qui empruntent la route sont reconverties en signaux électriques, démultiplexées et remultiplexées. Les demandes qui ont atteint leur destination sont extraites du flot démultiplexé et les demandes qui entrent dans le réseau peuvent être multiplexées aux demandes qui seront remultiplexées. Le nombre de nœuds intermédiaires peut être arbitrairement grand. Arrivée au nœud destination, la demande est reconvertie en signaux électriques et sort du réseau par le routeur.

Donc, une demande qui accède au réseau par un port optique n'a qu'un seul choix de route, la route optique directe. Si, la demande accède au réseau via un routeur, elle peut emprunter une route directe partagée ou une route de transit partagée.

## 2.4 Problématique

Nous supposons que le graphe sous-jacent au réseau comporte un ensemble de  $n$  sommets. Ceux-ci correspondent à des points géographiquement distribués, par exemple, aux bureaux d'une grande corporation, à différents bâtiments sur un campus universitaire, aux succursales d'une banque, etc. Entre ces points, nous voulons établir un réseau de télécommunications. Toutefois, la quantité d'information à transporter entre chaque point est différente. De plus, il pourrait aussi y avoir plusieurs types d'information à transporter entre une même paire de points. En effet, nous pourrions vouloir établir des connexions qui nécessitent différents débits ou différentes qualités de service. Chacune de ces connexions serait d'un type différent. Par exemple, une connexion de téléphonie IP n'a pas les mêmes caractéristiques qu'une connexion d'accès FTP. Nous voulons donc trouver un moyen

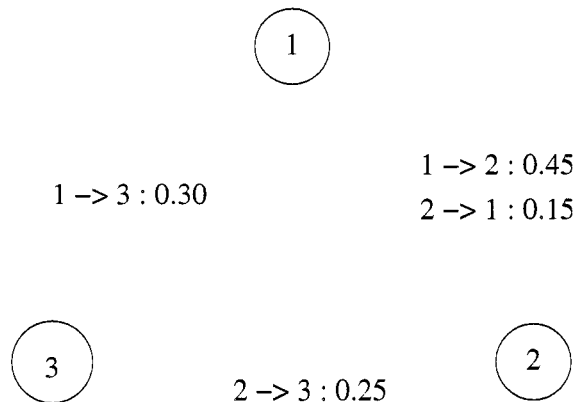


Figure 2.3 Réseau de trois nœuds avant le dimensionnement

de dimensionner ce réseau de télécommunications de façon à ce que toutes les demandes de transport d'information soient acceptées tout en faisant en sorte que le réseau coûte le moins cher possible. Ce réseau est composé de liens optiques et de routeurs électroniques. Le réseau comporte aussi des commutateurs optiques mais nous prenons pour acquis qu'il y en a un à chaque nœud.

Prenons l'exemple simple de la figure 2.3 : nous avons quatre demandes à servir dans un réseau de trois nœuds, une demande de 0.45 entre les nœuds 1 et 2, une de 0.30 entre les nœuds 1 et 3, une de 0.25 entre les nœuds 2 et 3 et une demande de 0.15 entre les nœuds 2 et 1. Les demandes sont exprimées en fraction de la capacité d'un canal optique.

Une première solution pour le dimensionnement de ce réseau serait la solution tout-optique qui implique l'installation d'un canal optique dédié pour chaque demande. Le résultat serait un réseau tel que celui de la figure 2.4. Bien que cette solution soit simple, nous nous retrouvons avec quatre canaux optiques sous-utilisés et donc avec un gaspillage de ressources. De plus, cette solution néglige les possibilités de multiplexage.

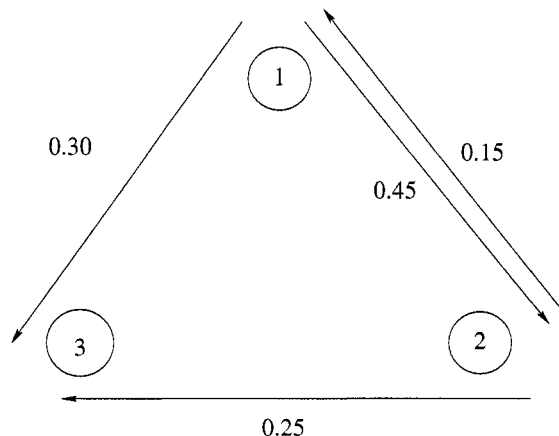


Figure 2.4 Réseau de trois nœuds : solution tout-optique

Une deuxième possibilité serait le réseau de la figure 2.5. Dans cette solution, nous multiplexons les demandes 1-2 et 1-3 au nœud 1 avant de les envoyer sur le canal (1,2). Arrivées au nœud 2, nous démultiplexons les demandes 1-2 et 1-3 et la demande 1-2 est extraite puisqu'elle a atteint sa destination. La demande 1-3 est multiplexée de nouveau mais cette fois avec la demande 2-3. Ce flot agrégé est envoyé sur le canal (2,3). Au nœud 3, les demandes sont désagrégées et extraites puisque les deux ont atteint leur destination. La demande 2-1, quant à elle, est envoyée sur le canal optique dédié (2,1) (flèche en tirets). Cette solution hybride optoélectronique permet l'économie d'un canal optique par rapport à la solution tout-optique. Toutefois, il a fallu ajouter trois routeurs au réseau pour réaliser cette économie.

Finalement, nous avons une seconde solution hybride représentée à la figure 2.6 qui ressemble à bien des égards à la solution hybride précédente. En effet, elle contient trois canaux optiques et trois routeurs. En fait, seuls le routage et le multiplexage des demandes diffèrent de la solution hybride 1. Dans la solution 1, la demande 1-3 est multiplexée avec les demandes 1-2 et 2-3 respectivement tandis que la demande 2-1 est routée sur une route optique directe. Dans la solution 2, la demande 1-2

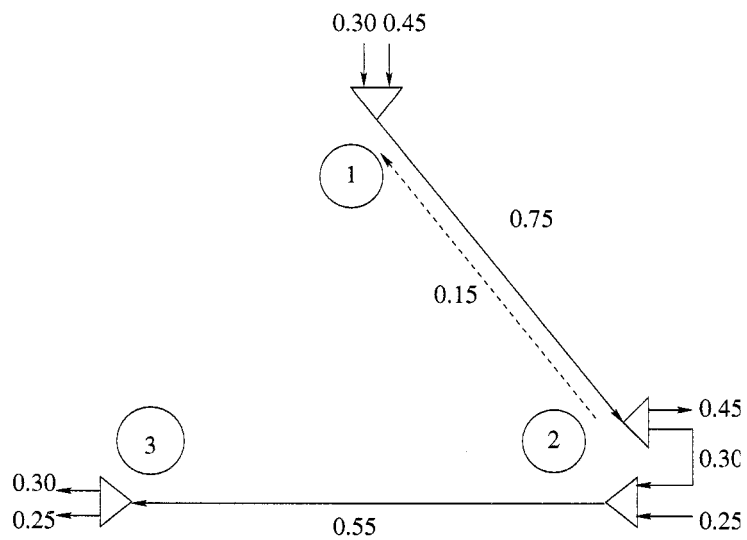


Figure 2.5 Réseau de trois nœuds : solution #1 avec multiplexage

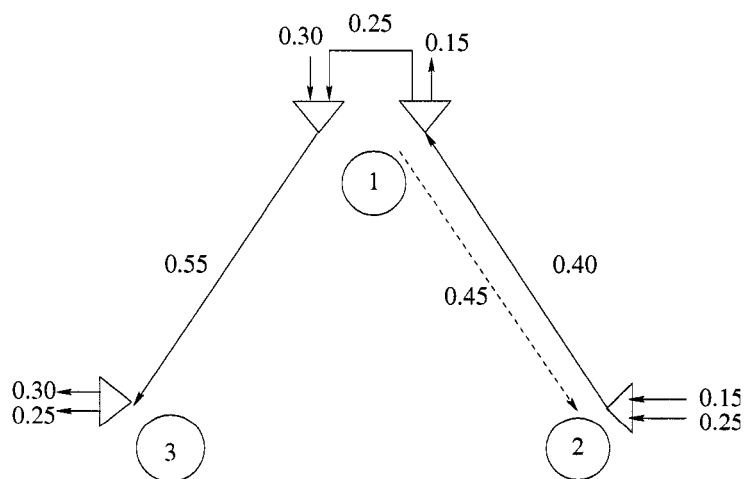


Figure 2.6 Réseau de trois nœuds : solution #2 avec multiplexage

est routée sur une route optique directe tandis que la demande 2-3 est multiplexée avec les demande 2-1 et 1-3 respectivement.

La différence entre les deux provient du routage différent dans les deux cas, ce qui affecte la solution et les coûts. La question est de savoir quelle solution est la plus économique. La réponse dépend de plusieurs facteurs. Premièrement, nous devons nous demander s'il est plus économique de prendre une solution tout-optique ou une solution hybride. Si nous prenons une solution tout-optique, le problème de dimensionnement s'arrête là. Si nous prenons une solution hybride, nous devons nous demander laquelle est la plus économique. En effet, toutes les solutions hybrides ne sont pas équivalentes.

Pour répondre à ces questions, nous devons prendre en compte plusieurs paramètres. Le premier et le plus important est le coût des composantes optiques et des composantes électroniques. En effet, si les coûts des canaux optiques sont très bas par rapport aux coûts des routeurs, une solution tout-optique peut être envisageable. Dans le cas contraire, il faudra envisager une solution hybride. Nous devons ensuite prendre en compte la taille des demandes et leur nombre. Finalement, il faut tenir compte des possibilités de routage et de multiplexage. De plus, comme nous allons le voir à la section 2.5, il faut tenir compte de la modularité des coûts des équipements dans le dimensionnement. Cette modularité peut avoir un impact majeur sur le choix d'une solution.

## 2.5 Modularité des coûts

Nous avons proposé deux solutions hybrides optoélectroniques pour le dimensionnement du réseau comportant chacun trois canaux optiques et trois routeurs. Ainsi, à première vue, ces deux solutions semblent équivalentes. En fait, nous ne pouvons



Routeurs	Quantité de trafic	
	Solution # 1	Solution # 2
1	0.75	0.95
2	1.30	0.40
3	0.55	0.55

Tableau 2.1 Quantité de trafic dans les routeurs des solutions hybrides.

rien affirmer sur l'équivalence de ces solutions en terme de coût car nous n'avons pas défini de structure de coûts, ni pour les canaux optiques, ni pour les routeurs.

Le modèle mathématique original (Meddeb et al., 2004) comporte une structure de coûts des composantes optiques et électroniques qui est modulaire ou en escalier. En effet, et contrairement à la plupart des modèles précédents, les coûts ne sont pas linéaires ou directement proportionnels au nombre de ports. Ainsi, un routeur ou un canal optique ayant une capacité déterminée coûte le même prix, qu'il soit rempli à 5% ou à 95%. Ce genre de comportement fait en sorte qu'il faut maximiser l'utilisation que l'on fait des équipements installés. Dans la section précédente, nous avons deux solutions hybrides optoélectroniques comportant chacune trois canaux optiques et trois routeurs. La question est maintenant de savoir quelle solution est la meilleure. Par exemple, dans le tableau 2.5, nous pouvons voir la quantité de trafic qui circule dans les trois routeurs pour chacune des solutions hybrides. Nous pouvons aisément constater que ces valeurs diffèrent entre elles. Posons maintenant que les routeurs viennent avec des capacités entières. Pour les routeurs 1 et 3, nous pourrions installer le même type de routeurs dans les deux solutions. Toutefois, pour le routeur 2, il faudrait installer, dans la solution 1, un routeur plus gros, et aussi plus cher, que dans la solution 2. Dans ce cas, les deux solutions hybrides ne seraient pas égales et la solution 2 serait meilleure.

Cet exemple est relativement simple. Il se complique toutefois rapidement à mesure que la taille des réseaux augmente. Avant de voir comment ce problème a

été modélisé mathématiquement, nous allons voir d'autres approches qui ont été proposées par le passé. Nous allons voir en quoi certaines approches ressemblent à notre problème et en quoi elles diffèrent.

## CHAPITRE 3

### REVUE DE LITTÉRATURE

#### 3.1 Problématique

Le design et dimensionnement des réseaux de télécommunications est un problème assez vaste. Il existe même quelques variantes dont deux principales. Nous retrouvons tout d'abord le **routage et l'affectation des capacités** (*Routing and Capacity Assignment*) où l'objectif principal est de trouver simultanément le routage des demandes ainsi que la capacité des liens entre les nœuds de façon à ce qu'une métrique, délai, coût, perte de paquets, blocage, etc. ou une combinaison de métriques soit optimisée. La seconde variante est le **routage et l'affectation des longueurs d'ondes** (*Routing and Wavelength Assignment*). L'objectif de cette variante est aussi de trouver le routage. Toutefois, ce n'est plus la capacité que l'on cherche à assigner mais une longueur d'onde pour chaque demande entre les nœuds origine et destination. La première différence entre les deux variantes est que, dans le cas du routage et d'affectation des capacités, ce sont la taille des demandes et la capacité des liens qui limitent le nombre de demandes pouvant circuler sur un lien. Dans le routage et l'affectation des longueurs d'ondes, c'est le nombre de longueurs d'ondes disponibles dans le réseau qui limite le nombre de demandes pouvant circuler sur un lien. De plus, dans le premier cas, les demandes sont de nature fractionnaire ou entière tandis que dans le deuxième, les demandes sont uniquement discrètes. Finalement, dans la première variante, toutes les demandes peuvent théoriquement être acceptées tandis que dans la deuxième, la probabilité de blocage est généralement toujours présente. La deuxième variante est toutefois beaucoup plus récente puis-

qu'elle s'applique uniquement aux réseaux optiques à multiplexage par division de longueurs d'ondes (*Wavelength Division Multiplexing* (WDM)). La variante qui nous intéresse est la première : le routage et l'affectation des capacités. Ainsi, nous n'allons pas nous occuper de l'affectation des longueurs d'ondes.

Plus récemment, nous avons vu apparaître une nouvelle technique pour mieux utiliser les ressources dans les réseaux optiques : le multiplexage des demandes (*traffic grooming*). Essentiellement, elle consiste à prendre plusieurs petits flots et à les agréger électroniquement pour en faire un gros flot. Ce flot agrégé est ensuite envoyé sur le lien optique. Ce faisant, les liens optiques sont utilisés plus efficacement.

Comme notre problème consiste à faire du routage et de l'affectation des capacités tout en considérant le multiplexage des demandes, nous allons faire une revue de littérature sur les deux aspects du problème.

### **3.2 Routage et affectation des capacités**

Une partie importante de notre problème concerne le routage et l'affectation des capacités. Comme nous l'avons brièvement expliqué plus haut, ce problème consiste à déterminer les routes et à assigner les capacités aux équipements de façon à optimiser une métrique. Ce problème est en fait constitué de deux problèmes intimement reliés : le routage et l'affectation des capacités. En effet, le choix d'un routage particulier déterminera les capacités à installer et donc le coût du réseau. D'un autre côté, le choix des capacités déterminera les routes possibles. Il s'agit donc de trouver un compromis optimal entre les deux problèmes. Plusieurs auteurs se sont penchés sur ce problème durant les dernières années.

Déjà en 1977, Huynh et al. (Huynh et al., 1977) proposent un modèle pour effectuer

le routage et le dimensionnement d'un réseau à commutation de paquets. La particularité de ce modèle est le choix entre deux médiums de transmission : un réseau terrestre filaire et un réseau sans-fil par satellite. Au départ, les auteurs résolvent les deux problèmes indépendamment. Ils solutionnent d'abord le problème de routage dans lequel un paquet peut passer soit par le réseau filaire, plus rapide mais plus cher et sujet à des délais de transmission, soit par le réseau satellite, moins rapide mais moins cher et sujet à des collisions de paquets. Dans ce problème, l'objectif est de minimiser le délai. Les auteurs proposent deux algorithmes pour le routage satellite : ALOHA et MASTER. L'algorithme ALOHA est la technique standard du même nom tandis que la technique MASTER est une proposition des auteurs. Elle stipule que si un paquet entre en collision dans le réseau satellite, il est retransmis par le réseau terrestre. Les auteurs proposent ensuite de résoudre le problème d'affectation des capacités en minimisant le coût. Ils utilisent à nouveau les deux algorithmes. Finalement, ils proposent une méthode pour résoudre le problème conjoint à l'aide d'un algorithme itératif. Leur modèle n'est toutefois pas d'un grand intérêt pour nous puisqu'il ne tient pas compte de la capacité des nœuds et il se base sur le délai, aspect que nous négligeons totalement. Toutefois, ils apportent une idée que nous allons utiliser : le choix entre deux techniques de transmission.

On propose, dans Gavish et Hantler (Gavish et Hantler, 1983), un algorithme pour le choix des routes dans les réseaux de communications fonctionnant sous le protocole SNA. Les auteurs présentent un modèle où l'on tente de minimiser une fonction du délai du réseau en choisissant les bonnes routes. Les routes sont statiques et il n'y a pas de séparation de flot sur plusieurs routes. Ce modèle est basé sur l'approximation de Kleinrock qui stipule que l'on peut modéliser les files d'attente des réseaux par des files de type  $M/M/1$ . Ce problème d'optimisation étant NP-complet, les auteurs optent pour une relaxation lagrangienne. Ils définissent un sous-gradient

et présentent l'algorithme proprement dit. Finalement, ils solutionnent le problème lagrangien en le coupant en deux puisqu'il n'y a pas de contraintes liantes entre les deux sous-problèmes. Toutefois, ce modèle ne tient compte que du délai et ne fait pas d'affectation de capacité. De plus, aucune allusion au dimensionnement des routeurs n'est présentée.

Dans Gavish et Neuman (Gavish et Neuman, 1989), les auteurs proposent un modèle mathématique pour effectuer le routage et l'affectation des capacités tout en minimisant le coût total du réseau. Ils présentent deux types de coûts : de capacité, par exemple pour l'installation, la location mensuelle ou la bande passante utilisée et de délai. Leur modèle de base est une somme des trois coûts : location, utilisation et délai. De plus, il y a un nombre fini de types de lignes de transmission que le réseau peut utiliser et le choix des routes est limité à un ensemble déjà choisi sans séparation de flot. Ils posent aussi que la topologie est connue et que l'estimé du trafic l'est aussi. Puisque le problème est trop complexe, les auteurs proposent une relaxation lagrangienne et une optimisation par la méthode du sous-gradient. La relaxation lagrangienne proposée engendre un problème sur la qualité de la borne inférieure. En effet, en relaxant la contrainte qui lie les problèmes de routage et d'affectation, les solutions ne sont pas très bonnes. Pour remédier à ce problème, les auteurs ajoutent des contraintes redondantes au problème original. Ces contraintes supplémentaires permettent de mieux relier les deux problèmes une fois la contrainte de base relaxée. Cela permet aussi de trouver de meilleures bornes inférieures. Les auteurs ont effectué des tests sur plusieurs topologies connues, ARPA, USA, OCT et RING, et ont trouvé des résultats extrêmement satisfaisants. Qui plus est, les solutions trouvées sont robustes mêmes si les prévisions sur le trafic futur sont mauvaises. Finalement, les auteurs proposent une généralisation du problème en expliquant comment revoir le modèle si l'on veut une distribution générale du temps de service des paquets. Ils montrent aussi comment tenir compte du fait

que chaque lien pourrait être en fait un groupe de liens de plus faible capacité. Leur modèle ne tient toutefois pas compte du dimensionnement des routeurs et de leur coût. Malgré tout, nous partageons avec eux l'utilisation d'un ensemble de routes fixées à l'avance. Une version similaire de cette modélisation est proposée par Gavish et Altinkemer dans (Gavish et Altinkemer, 1990).

L'article de Ng et Hoang (Ng et Hoang, 1987) présente une technique différente pour la résolution du problème du routage et de l'affectation des capacités. Premièrement, contrairement à la plupart des autres auteurs, ils fondent leur modèle sur des files de type  $m$ - $M/M/1$ . Ainsi, au lieu de trouver quelle capacité  $C$  doit avoir chaque lien associé à une file  $M/M/1$ , les auteurs cherchent plutôt combien de lignes  $m$  de capacité  $C$  on doit installer entre chaque nœud. En effet, pour les auteurs, les liens entre les nœuds sont composés de  $m$  lignes de transmission. De plus, les auteurs posent l'hypothèse que les coûts sont linéaires. Ces deux hypothèses combinées, files  $m$ - $M/M/1$  et coûts linéaires, produisent des sous-problèmes convexes avec la méthode des multiplicateurs de Lagrange. La fonction de coût qui en résulte est en effet convexe par rapport aux flots et il suffit d'utiliser une technique de détournement de flots pour trouver la solution optimale. Les auteurs présentent aussi un raffinement à leur technique en utilisant la programmation dynamique qui permet essentiellement de généraliser l'hypothèse voulant que les coûts soient linéaires. Ce raffinement permet aussi de trouver des valeurs discrètes de capacités des liens. Ils proposent aussi une méthode permettant de réduire la quantité de mémoire requise lors des tests. Le prix de cette réduction est une erreur sur la solution d'environ 10%. Or, l'article fut publié en 1987, époque où la mémoire informatique coûtait cher. Cette méthode de réduction de l'utilisation de la mémoire est probablement obsolète aujourd'hui. Les auteurs ont pris pour acquis la connaissance de la topologie, du nombre de nœuds et de liens ainsi que la matrice de trafic. Ici encore, les auteurs ne tiennent aucunement compte du dimensionnement des routeurs. De

plus, leur modèle est aussi contraint par le délai moyen maximum mais ce délai n'intervient pas directement dans le coût car il n'y a pas de pénalités monétaires sur le délai.

Dans (LeBlanc et Simmons, 1989), les auteurs proposent un autre modèle pour le routage et l'affectation des capacités. Toutefois, ce modèle se base aussi sur le délai et de plus, pose l'hypothèse de capacité des liens continue. Leur modèle n'est donc pas comparable au nôtre.

Plus récemment, Amiri et Pirkul (Amiri et Pirkul, 1997) ont proposé une nouvelle méthode de résolution du problème de routage et d'affectation des capacités. Dans leur modèle, les auteurs supposent connues les caractéristiques suivantes : la topologie, la structure des coûts des capacités et du délai et la matrice de trafic. De plus, ils supposent les tampons dans les routeurs infinis, les arrivées Poisson, la distribution des longueurs des paquets exponentielle et les délais de propagation négligeables. Un flot ne peut pas être séparé sur plusieurs routes et le routage est statique. Bref, tout le réseau est modélisé comme un ensemble de files  $M/M/1$  selon l'approximation de Kleinrock. Les auteurs veulent minimiser une fonction objectif qui contient deux types de coûts : de capacité et de délai. Le problème, tel que formulé par les auteurs, est NP-Complet. Pour contourner cette difficulté, les auteurs proposent une relaxation lagrangienne. Une fois relaxé, le problème peut se décomposer en deux sous-problèmes. Le premier est solutionné selon une procédure proposée par les auteurs alors que le second peut se résoudre avec un algorithme de Dijkstra. L'un des problèmes lors des relaxations lagrangiennes est de trouver de bons multiplicateurs pour trouver de bonnes bornes. Les auteurs proposent la méthode du sous-gradient pour trouver de bons multiplicateurs. Dans Amiri et Pirkul (Amiri et Pirkul, 1999), les auteurs reprennent l'essentiel de ce qu'ils ont proposé dans (Amiri et Pirkul, 1997) et y ajoutent une matrice de trafic variable dans le



temps. Le reste est similaire. Toutefois, dans les deux cas, les auteurs négligent les routeurs dans leur modèle de dimensionnement.

Cuihong (Cuihong, 1997) quant à lui, propose un algorithme génétique pour solutionner le problème de routage et d'affectation des capacités. Le modèle mathématique est très similaire à celui de (Gavish et Neuman, 1989) excepté le fait que l'algorithme de Cuihong considère toutes les routes pour le routage. Mis à part l'ajout d'un nouvel opérateur génétique, le *orthogonal crossover*, il s'agit d'un algorithme génétique standard. L'auteur teste son heuristique sur les mêmes réseaux que Gavish et Neuman (Gavish et Neuman, 1989) et il obtient de meilleures valeurs. À la lumière de ces résultats, nous constatons que l'utilisation de méthodes heuristiques pour résoudre le problème de routage et d'affectation des capacités peut donner de bons résultats.

Évidemment, ces articles et publications ne couvrent pas la totalité des travaux qui ont été faits dans le domaine du routage et de l'affectation des capacités. Nous pouvons toutefois constater que la plupart des modèles proposés tiennent compte du délai mais pas de la capacité dans les nœuds. Ainsi, puisque notre approche diffère grandement des modèles décrits plus haut, nous ne pouvons que difficilement les comparer entre eux.

### 3.3 Multiplexage des flots

Bien que ce soit un domaine de recherche relativement récent, la littérature sur le multiplexage des flots est abondante. Nous allons donc faire une revue de quelques articles qui sont reliés de plus près à notre problème.

Dans (MacGregor et Grover, 1997), les auteurs proposent un système qui agrège certains petits flots qui partagent une partie de leur chemin et qui envoie le flot

agrégé sur un canal dédié. En général, les petits flots sont démultiplexés et remultiplexés à chaque nœud intermédiaire. La particularité du système de MacGregor et Grover est qu'il peut être économique de ne pas démultiplexer et remultiplexer certains flots agrégés à chaque nœud en leur donnant un canal dédié. Ainsi, ces flots sont multiplexés à certains nœuds seulement. De plus, il n'est pas nécessaire que les chemins des flots agrégés soient identiques. Il faut toutefois que ces chemins aient quelques liens en commun. Ce système permet de réduire le coût des équipements puisque le réseau requiert moins de capacité de traitement. Cet article est important car, comme nous allons le voir, nous utilisons un concept semblable d'agrégation partielle dans notre modèle de dimensionnement.

Un autre aspect du multiplexage concerne le placement et/ou la présence de routeurs à certains nœuds. Dans l'article de Zhu et al. (Zhu et al., 2002), les auteurs proposent un modèle de design de réseau dans lequel certains nœuds peuvent faire du multiplexage et les autres non. Les résultats montrent qu'en faisant un placement adéquat des nœuds pouvant multiplexer et qu'en trouvant un nombre adéquat de canaux optiques, il est possible d'augmenter l'efficacité du réseau et/ou d'en réduire le coût. Ces travaux rejoignent en partie les nôtres, puisque notre modèle inclut la possibilité que certains nœuds n'aient pas de routeurs.

Certains chercheurs combinent aussi design des réseaux et multiplexage. Par exemple, Zhemin et Hamdi dans (Zhemin et Hamdi, 2002) ou Zhu et Mukherjee dans (Zhu et Mukherjee, 2002). Toutefois, ces articles et la plupart des autres dans le domaine posent des hypothèses que nous n'utilisons pas, telles l'utilisation d'algorithmes de plus court chemin, des coûts de routeurs négligeables, le routage et l'affectation des longueurs d'ondes, etc. Il y a cependant un article qui fait exception. En effet, nous retrouvons dans (Huang et Copeland, 2003) un modèle relativement similaire au nôtre où les auteurs proposent un modèle mathématique de dimensionnement des équipements optiques et optoélectroniques qui minimise le coût total. Dans leur

modèle, la matrice de trafic peut prendre des valeurs continues et une demande peut prendre un canal optique dédié ou être multiplexée avec d'autres demandes, à l'instar de notre modèle. Le coût des équipements optiques comprend le coût des liens optiques et le coût des ports optiques. Le coût des équipements électroniques est composé uniquement du coût des ports électroniques. Ce modèle de coût diffère du nôtre pour les deux types de coûts. En effet, notre modèle comptabilise seulement le coût des ports optiques et des routeurs électroniques. Nous ne tenons pas compte du coût des liens optiques et du coût des ports électroniques. Malgré tout, ce modèle est très semblable au nôtre car il effectue du dimensionnement de réseau en incluant du multiplexage et surtout, des flots continus.

Nous pouvons donc voir que la plupart des travaux dans le domaine du routage et de l'affectation des capacités se basent sur des modèles de délai et négligent les coûts des équipements électroniques et les possibilités de multiplexage. Quant aux travaux sur le multiplexage, ils démontrent clairement son utilité pour réduire le nombre de canaux optiques ou augmenter l'efficacité des réseaux mais négligent toutefois le coût engendré par le multiplexage.

Nous référons le lecteur à la bibliographie pour une liste plus complète des publications que nous avons consultées.

## CHAPITRE 4

### MODÈLE MATHÉMATIQUE SIMPLIFIÉ

Le modèle mathématique que nous présentons est une version légèrement simplifiée du modèle précédemment proposé par Meddeb, Girard et Sansò dans (Meddeb et al., 2004). Nous allons tout d'abord commencer par expliquer la notation et ensuite présenter le modèle proprement dit. Finalement, nous allons conclure ce chapitre par une description de la structure des coûts des équipements optiques et des équipements électroniques.

#### 4.1 Notation

Dans le modèle mathématique, les indices et exposants  $i$  et  $j$  identifient les nœuds origine et destination d'une demande. Les indices et exposants  $k$  et  $l$  identifient les nœuds origine et destination d'un canal optique. Utilisé seul,  $k$  identifie le nœud où est installé un routeur. La lettre  $t$  identifie le type de trafic qu'une demande transporte. En effet, comme il peut y avoir plusieurs demandes entre une même paire origine-destination, nous utilisons  $t$  pour les différencier. Le type peut être utilisé pour dénoter des bandes passantes différentes, des qualités de services différentes, des services (voix sur IP, accès FTP, etc.) différents, etc. La signification du type est déterminée par l'utilisateur. L'indice  $p$  est utilisé pour identifier quel chemin un flot utilise. Comme nous le verrons plus loin, une demande peut être séparée en deux ou plusieurs flots qui empruntent des chemins différents. La lettre  $p$  permet de préciser ces chemins. Finalement,  $r$  indique le type du routeur installé à un nœud.

Dans le modèle mathématique, les valeurs des paramètres suivants sont connues avant le début du processus d'optimisation.

$B$  la bande passante d'un canal optique,

$\alpha_{k,l}$  le coût d'un canal optique entre les nœuds  $k$  et  $l$ ,

$\beta_r$  le coût d'un routeur de type  $r$ ,

$\Gamma_r$  la capacité d'un routeur de type  $r$ ,

$d^{i,j}(t)$  la taille de la demande de type  $t$  entre les nœuds  $i$  et  $j$  exprimée en fraction de la capacité d'un canal optique,

$\mathcal{I}_{(k,l),(i,j,p,t)}$  la matrice d'incidence arc-chemin pour les chemins partagés. Elle vaut 1 si le chemin partagé  $p$  de la demande entre les nœuds  $i$  et  $j$  de type  $t$  utilise le lien  $(k, l)$  et 0 sinon et

$\mathcal{I}_{(k,l),(i,j,p^*)}$  la matrice d'incidence arc-chemin pour les chemins optiques dédiés. Elle vaut 1 si le chemin optique  $p^*$  de la demande entre les nœuds  $i$  et  $j$  utilise le lien  $(k, l)$  et 0 sinon.

Nous définissons aussi la variable auxiliaire  $E(k)$  qui correspond au trafic *électronique* qui transite dans le nœud  $k$ . Cette variable permet de déterminer quel type de routeur il faudra installer au nœud  $k$ . Le concept de trafic *électronique* sera défini plus loin.

Finalement, nous définissons les variables de décision qui seront déterminées pendant le processus d'optimisation.

$n_{k,l}$  le nombre de canaux optiques qui seront installés entre les nœuds  $k$  et  $l$ ,

$y_r^k$  la présence d'un routeur de type  $r$  au nœud  $k$ . Ces variables sont binaires. Elles valent 1 si le routeur est installé, 0 dans le cas contraire,

$\delta_{i,j}(t)$  la décision de faire entrer une demande  $d^{i,j}(t)$  dans le réseau par l'intermédiaire d'un routeur électronique ou directement sur un canal optique dédié et

$x_p^{i,j}(t)$  la partie de la demande de type  $t$  entre les nœuds  $i$  et  $j$  routée sur le chemin  $p$ .

## 4.2 Formulation du modèle

Le modèle mathématique d'optimisation que nous utilisons se définit comme suit :

$$\min_{\delta, x, n, y} z = \sum_{k,l} \alpha_{k,l} n_{k,l} + \sum_k \sum_r \beta_r y_r^k. \quad (4.1)$$

$$d^{i,j}(t) \delta_{i,j}(t) = \sum_p x_p^{i,j}(t) \quad (4.2)$$

$$x_p^{i,j}(t) \geq 0 \quad (4.3)$$

$$n_{k,l} \geq \frac{1}{B} \sum_{i,j,p,t} x_p^{i,j}(t) \mathcal{I}_{(k,l),(i,j,p,t)} + \sum_{i,j,p^*,t} (1 - \delta_{i,j}(t)) \mathcal{I}_{(k,l),(i,j,p^*)} \quad (4.4)$$

$$n_{k,l} \in \{0, 1, 2, \dots\} \quad (4.5)$$

$$\delta_{i,j}(t) \in \{0, 1\} \quad (4.6)$$

$$E(k) = \sum_{i,j,p,t,m} x_p^{i,j}(t) \mathcal{I}_{(m,k),(i,j,p,t)} + \sum_{i,j,p,t,l} x_p^{i,j}(t) \mathcal{I}_{(k,l),(i,j,p,t)} \quad (4.7)$$

$$\sum_r y_r^k \Gamma_r \geq E(k) \quad (4.8)$$

$$\sum_r y_r^k \leq 1 \quad (4.9)$$

$$y_r^k \in \{0, 1\}. \quad (4.10)$$

Premièrement, nous avons la fonction à minimiser (4.1) qui représente le coût total du réseau. Ce dernier est composé de deux parties : le coût des composantes optiques

$\sum_{k,l} \alpha_{k,l} n_{k,l}$  et le coût des composantes électroniques  $\sum_k \sum_r \beta_r y_r^k$ . Le coût des composantes optiques se calcule comme la somme, sur toutes les paires de nœuds, du produit du nombre de canaux optiques entre une paire de nœuds et du coût d'un canal optique entre cette paire. Pour le coût des composantes électroniques, il se calcule en faisant la somme, sur tous les nœuds, du coût du routeur qui y est installé. L'objectif de cette fonction est donc de trouver la meilleure assignation de canaux et de routeurs, en fonction de leur coût respectif, de façon à obtenir un réseau à coût minimum. Il y a toutefois certaines contraintes que le modèle doit respecter.

La première contrainte (4.2) stipule que lorsqu'une demande qui accède au réseau de façon électronique est séparée sur plusieurs chemins, la somme des fractions de cette demande sur tous ces chemins doit totaliser la demande initiale. C'est une contrainte de conservation des flots. La seconde contrainte (4.3) empêche qu'un flot négatif ne circule sur un chemin. L'équation (4.4) oblige le nombre de canaux optiques entre une paire de nœuds à être au moins égal à la somme du nombre de connexions passant directement sur des canaux optiques dédiés et la somme des flots dont le chemin emprunte le lien entre ces mêmes nœuds. C'est la contrainte de capacité pour les équipements optiques. La contrainte (4.5) force le nombre de canaux optiques à être un entier. Nous avons ensuite une contrainte sur la variable  $\delta_{i,j}(t)$  :

$$\delta_{i,j}(t) = \begin{cases} 1 & \text{si la demande } d^{i,j}(t) \text{ accède au réseau} \\ & \text{via un routeur électronique,} \\ 0 & \text{si la demande } d^{i,j}(t) \text{ accède au réseau} \\ & \text{directement via un canal optique dédié.} \end{cases}$$

La contrainte (4.6) force  $\delta_{i,j}(t)$  à valoir seulement 0 ou 1.

Les quatre dernières contraintes concernent les composantes électroniques. L'équation 4.7 détermine le trafic *électronique* passant par le nœud  $k$ . Le trafic électronique

circulant dans un nœud est la somme des demandes qui entrent ou qui sortent du réseau via le routeur de ce nœud et des demandes qui sont démultiplexées ou remultiplexées dans ce routeur. Une demande qui accède au réseau directement sur un canal optique ne peut jamais faire partie du trafic électronique. L'équation (4.8) force l'installation au nœud  $k$  d'un routeur avec une capacité de traitement au moins égale à la somme du trafic électronique passant par ce même nœud. Ensuite, nous avons la contrainte (4.9) qui garantit l'installation d'au maximum un routeur à chaque nœud. Finalement, nous avons une contrainte sur la variable  $y_r^k$ . En termes mathématiques,  $y_r^k$  se définit comme suit :

$$y_r^k = \begin{cases} 1 & \text{si un routeur de type } r \text{ est installé au nœud } k, \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases}$$

Avant de conclure cette section, il est bon de mentionner que les chemins  $p$  sur lesquels une demande peut être routée sont déterminés et donc connus à l'avance.

### 4.3 Structure des coûts

#### 4.3.1 Coûts des composantes optiques

Dans le chapitre 2, nous avons discuté de certaines composantes optiques telles les amplificateurs, les fibres, les émetteurs-récepteurs et les commutateurs. Toutes ces composantes ont un coût. Toutefois, dans le modèle mathématique décrit plus haut, nous pouvons voir que le coût des composantes optiques semble se limiter au coût des canaux optiques. Le coût d'un canal optique est en fait composé des coûts des émetteurs-récepteurs, de la fibre et des amplificateurs. Or, comme chaque canal optique peut parcourir une distance différente, chacun peut utiliser une longueur de fibre différente et un nombre d'amplificateurs différent. Donc, chaque canal optique



a un coût distinct  $\alpha_{k,l}$ . Nous avons donc fusionné les coûts de la fibre, des émetteurs-récepteurs et des amplificateurs en un seul coût, celui d'un canal optique. Il revient à l'utilisateur du modèle de définir tous les  $\alpha_{k,l}$ .

Quant aux coûts des commutateurs, nous les avons négligés par hypothèse. En effet, nous avons posé qu'il y avait déjà des commutateurs à chaque nœud et que ceux-ci avaient une capacité assez grande pour supporter toutes les demandes.

### 4.3.2 Coûts des composantes électroniques

L'une des particularités principales du modèle est la structure des coûts des composantes électroniques. En effet, comme nous l'avons mentionné plus haut, le nombre de types de routeurs est limité et il est impossible d'installer plus d'un routeur à un nœud. De plus, chaque type de routeurs ayant des spécifications particulières, le coût associé à chaque type est différent. Finalement, puisque le coût d'un routeur ne dépend pas de l'utilisation qu'on en fait, son coût reste fixe. Toutes ces hypothèses nous donnent une structure de coût des routeurs qui suit une fonction semblable à celle de la figure 4.1.

Selon la figure 4.1, le choix du routeur qui devra être installé à un nœud dépend de l'intervalle dans lequel se trouve  $E(k)$ , le trafic électronique total passant par le routeur. Ainsi, si  $E_r < E(k) \leq E_{r+1}$ , alors le coût de ce routeur sera  $\beta_{r+1}$ . Ce modèle de coût diffère largement des autres modèles couramment employés qui sont généralement basés sur des coûts de ports.

Nous avons choisi un modèle de coût en escalier car nous croyons que lorsqu'un routeur a utilisé toute sa capacité, nous devons en installer un nouveau, plus rapide mais plus cher, et non pas seulement une nouvelle carte ou un port supplémentaire.

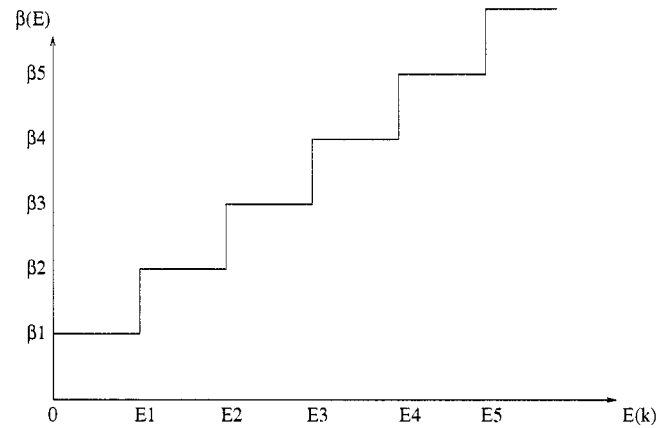


Figure 4.1 Coût des routeurs en fonction de leur capacité.

C'est ce changement abrupt de coût que nous avons modélisé avec la fonction en escalier.

Finalement, nous devons préciser que les caractéristiques de la fonction en escalier sont paramétrables par l'utilisateur. Ainsi, les paliers peuvent avoir des largeurs différentes et la hauteur des paliers peut suivre une loi arbitraire. La figure 4.1 est seulement donnée à titre d'exemple.

Nous avons donc un modèle mathématique qui permet de trouver le dimensionnement optimal des composantes optiques et électroniques d'un réseau optoélectronique. Ce modèle se base sur des coûts optiques fixes, des coûts électroniques modulaires ainsi qu'une matrice de trafic et un ensemble de routes pour chaque demande. Le modèle permet d'obtenir le nombre de canaux et les types de routeurs à installer ainsi que la méthode d'accès et les routes utilisées par chaque demande.

## CHAPITRE 5

### TESTS AVEC ALGORITHME EXACT

Dans ce chapitre, nous présentons les tests que nous avons effectués en utilisant un algorithme de *Branch and Bound*. Nous avons préparé quatre séries de tests pour pouvoir mieux caractériser l'importance de certains paramètres et ainsi mieux comprendre la structure des solutions. Pour chacune de ces séries, nous décrivons en détail les paramètres des réseaux testés. Finalement, nous présentons trois métriques qui nous permettront de mieux caractériser les solutions. Les résultats de ces tests seront présentés au chapitre suivant.

#### 5.1 Environnement des tests

Nous présentons ici les différents tests que nous avons effectués avec un algorithme de *Branch and Bound*, soit le logiciel d'optimisation CPLEX version 8.1. Nous avons utilisé la configuration par défaut du logiciel excepté pour la limite du temps de calcul, fixée à 24 heures. La machine utilisée pour les tests est un Pentium 4, 2.8 GHz, avec 1.5 Gigaoctets de mémoire vive.

Pour toutes les séries de tests, nous avons posé la capacité d'un canal optique  $B$  égale à 1. Nous avons effectué ce choix par souci de simplicité et de commodité. Nous avons aussi posé que tous les canaux optiques avaient le même coût. Nous avons donc  $\alpha_{k,l} = \alpha \forall k, l$ . Nous avons fait cette approximation car nous estimons que le coût des émetteurs-récepteurs domine largement le coût des amplificateurs et d'utilisation de la fibre et que le coût d'installation est déjà amorti. Ensuite, nous

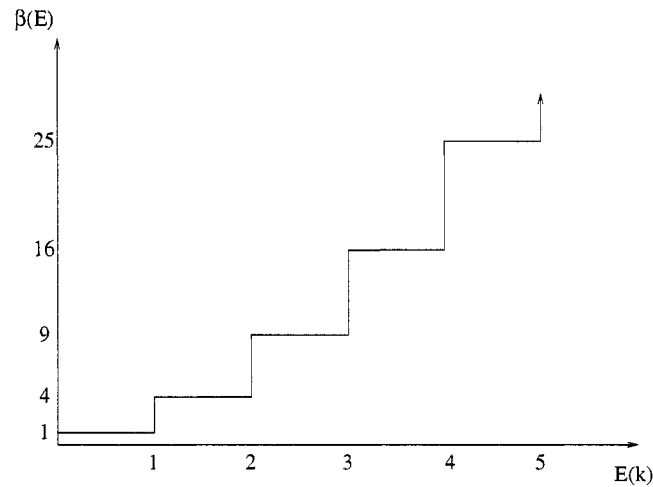


Figure 5.1 Fonction de coût des routeurs.

avons posé que les intervalles  $E_{r+1} - E_r$  étaient tous égaux à  $B$ . Finalement, excepté pour la série de tests sur l'impact du taux de croissance du coût des routeurs, le coût des routeurs  $\beta_r$  suit toujours une loi quadratique discrète  $\beta_r = r^2$  telle que présentée dans la figure 5.1.

### 5.1.1 Impact du nombre de nœuds de transit

La première série de tests vise à observer l'effet de la longueur des routes de transit sur le dimensionnement des réseaux. Nous avons les caractéristiques de base suivantes :

- Taille du réseau :  $n = 6$
- Taille des demandes :  $d_{i,j}(t) \leq 0.50 \quad \forall i, j, t$
- Nombre de types :  $t = 1$ .

Nous avons utilisé un réseau de six nœuds car nous voulions être sûrs que le logiciel soit capable de trouver une solution exacte dans un temps raisonnable. Nous avons décidé que la taille des demandes ne dépasserait pas 0.5. La raison de ce choix

vient du fait que les grosses demandes utilisent généralement des canaux optiques dédiés et que nous voulons observer l'effet du multiplexage sur la structure des réseaux. Finalement, nous avons décidé de mettre un seul type de demande par paire origine-destination par souci de simplicité.

Le résumé des caractéristiques des réseaux testés sont présentées dans le tableau 5.1. Les colonnes *Orig.* et *Dest.* indiquent les nœuds origines et destinations. La colonne *Type* indique le type de la demande. Dans notre cas, la valeur du type est toujours 1. La colonne *Flot* détaille la taille des diverses demandes. Cette valeur est exprimée en fraction de la capacité d'un canal optique. Les colonnes suivantes donnent les nœuds des chemins disponibles pour chaque demande. Pour chaque test, chaque demande peut utiliser le chemin direct (*CD*) ou un seul chemin de transit de longueur variable (*CdT1-x*).

### 5.1.2 Impact du nombre de chemins de transit

La deuxième série de tests a pour but d'observer l'effet du nombre de routes disponibles pour chaque demande. Pour cette série de tests, nous avons utilisé les mêmes caractéristiques de base que pour les tests sur l'impact du nombre de nœuds de transit.

Le tableau 5.2 résume les autres caractéristiques des réseaux testés. Les colonnes *Orig.*, *Dest.*, *Type*, *Flot* et *CD* ont la même signification que celle mentionnée plus haut. Pour chacun des tests, chaque demande peut utiliser un nombre variable de chemins de transit (*CdT<sub>x</sub>*), tous de même longueur avec un seul nœud de transit.

Orig.	Dest.	Type	Flot	CD	CdT1-1	CdT1-2	CdT1-3	CdT1-4
1	2	1	0.31	1-2	1-5-2	1-5-3-2	1-5-3-4-2	1-5-3-4-6-2
1	3	1	0.37	1-3	1-5-3	1-5-2-3	1-5-2-4-3	1-5-2-4-6-3
1	4	1	0.35	1-4	1-5-4	1-5-2-4	1-5-2-3-4	1-5-2-3-6-4
1	5	1	0.45	1-5	1-4-5	1-4-2-5	1-4-2-3-5	1-4-2-3-6-5
1	6	1	0.23	1-6	1-2-6	1-2-3-6	1-2-3-4-6	1-2-3-4-5-6
2	1	1	0.15	2-1	2-4-1	2-4-3-1	2-4-3-5-1	2-4-3-5-6-1
2	3	1	0.34	2-3	2-5-3	2-5-4-3	2-5-4-6-3	2-5-4-6-1-3
2	4	1	0.46	2-4	2-1-4	2-1-3-4	2-1-3-5-4	2-1-3-5-6-4
2	5	1	0.35	2-5	2-4-5	2-4-3-5	2-4-3-6-5	2-4-3-6-1-5
2	6	1	0.30	2-6	2-1-6	2-1-3-6	2-1-3-5-6	2-1-3-5-4-6
3	1	1	0.32	3-1	3-5-1	3-5-4-1	3-5-4-2-1	3-5-4-2-6-1
3	2	1	0.33	3-2	3-6-2	3-6-4-2	3-6-4-5-2	3-6-4-5-1-2
3	4	1	0.12	3-4	3-2-4	3-2-5-4	3-2-5-6-4	3-2-5-6-1-4
3	5	1	0.11	3-5	3-4-5	3-4-6-5	3-4-6-2-5	3-4-6-2-1-5
3	6	1	0.47	3-6	3-5-6	3-5-4-6	3-5-4-2-6	3-5-4-2-1-6
4	1	1	0.36	4-1	4-5-1	4-5-6-1	4-5-6-3-1	4-5-6-3-2-1
4	2	1	0.37	4-2	4-3-2	4-3-5-2	4-3-5-1-2	4-3-5-1-6-2
4	3	1	0.49	4-3	4-2-3	4-2-5-3	4-2-5-1-3	4-2-5-1-6-3
4	5	1	0.37	4-5	4-3-5	4-3-2-5	4-3-2-1-5	4-3-2-1-6-5
4	6	1	0.28	4-6	4-3-6	4-3-2-6	4-3-2-1-6	4-3-2-1-5-6
5	1	1	0.23	5-1	5-6-1	5-6-2-1	5-6-2-3-1	5-6-2-3-4-1
5	2	1	0.18	5-2	5-3-2	5-3-6-2	5-3-6-4-2	5-3-6-4-1-2
5	3	1	0.24	5-3	5-2-3	5-2-6-3	5-2-6-4-3	5-2-6-4-1-3
5	4	1	0.05	5-4	5-3-4	5-3-6-4	5-3-6-2-4	5-3-6-2-1-4
5	6	1	0.15	5-6	5-4-6	5-4-1-6	5-4-1-2-6	5-4-1-2-3-6
6	1	1	0.34	6-1	6-2-1	6-2-3-1	6-2-3-4-1	6-2-3-4-5-1
6	2	1	0.45	6-2	6-5-2	6-5-1-2	6-5-1-4-2	6-5-1-4-3-2
6	3	1	0.21	6-3	6-5-3	6-5-1-3	6-5-1-4-3	6-5-1-4-2-3
6	4	1	0.12	6-4	6-2-4	6-2-1-4	6-2-1-3-4	6-2-1-3-5-4
6	5	1	0.40	6-5	6-2-5	6-2-1-5	6-2-1-4-5	6-2-1-4-3-5

Tableau 5.1 Caractéristiques des réseaux, impact du nombre de nœuds de transit

Orig.	Dest.	Type	Flot	CD	CdT1	CdT2	CdT3	CdT4
1	2	1	0.31	1-2	1-5-2	1-3-2	1-4-2	1-6-2
1	3	1	0.37	1-3	1-5-3	1-2-3	1-4-3	1-6-3
1	4	1	0.35	1-4	1-5-4	1-2-4	1-3-4	1-6-4
1	5	1	0.45	1-5	1-4-5	1-2-5	1-3-5	1-6-5
1	6	1	0.23	1-6	1-2-6	1-3-6	1-4-6	1-5-6
2	1	1	0.15	2-1	2-4-1	2-3-1	2-5-1	2-6-1
2	3	1	0.34	2-3	2-5-3	2-4-3	2-6-3	2-1-3
2	4	1	0.46	2-4	2-1-4	2-3-4	2-5-4	2-6-4
2	5	1	0.35	2-5	2-4-5	2-3-5	2-6-5	2-1-5
2	6	1	0.30	2-6	2-1-6	2-3-6	2-5-6	2-4-6
3	1	1	0.32	3-1	3-5-1	3-4-1	3-2-1	3-6-1
3	2	1	0.33	3-2	3-6-2	3-4-2	3-5-2	3-1-2
3	4	1	0.12	3-4	3-2-4	3-5-4	3-6-4	3-1-4
3	5	1	0.11	3-5	3-4-5	3-6-5	3-2-5	3-1-5
3	6	1	0.47	3-6	3-5-6	3-4-6	3-2-6	3-1-6
4	1	1	0.36	4-1	4-5-1	4-6-1	4-3-1	4-2-1
4	2	1	0.37	4-2	4-3-2	4-5-2	4-1-2	4-6-2
4	3	1	0.49	4-3	4-2-3	4-5-3	4-1-3	4-6-3
4	5	1	0.37	4-5	4-3-5	4-2-5	4-1-5	4-6-5
4	6	1	0.28	4-6	4-3-6	4-2-6	4-1-6	4-5-6
5	1	1	0.23	5-1	5-6-1	5-2-1	5-3-1	5-4-1
5	2	1	0.18	5-2	5-3-2	5-6-2	5-4-2	5-1-2
5	3	1	0.24	5-3	5-2-3	5-6-3	5-4-3	5-1-3
5	4	1	0.05	5-4	5-3-4	5-6-4	5-2-4	5-1-4
5	6	1	0.15	5-6	5-4-6	5-1-6	5-2-6	5-3-6
6	1	1	0.34	6-1	6-2-1	6-3-1	6-4-1	6-5-1
6	2	1	0.45	6-2	6-5-2	6-1-2	6-4-2	6-3-2
6	3	1	0.21	6-3	6-5-3	6-1-3	6-4-3	6-2-3
6	4	1	0.12	6-4	6-2-4	6-1-4	6-3-4	6-5-4
6	5	1	0.40	6-5	6-2-5	6-1-5	6-4-5	6-3-5

Tableau 5.2 Caractéristiques des réseaux, impact du nombre de chemins de transit

### 5.1.3 Impact de l'exposant du coût des routeurs

La troisième série de tests vise à voir l'effet de l'exposant des coûts des routeurs sur la structure des solutions. L'exposant, que nous notons  $\gamma$ , est l'exposant de  $r$  de la fonction  $\beta_r = r^\gamma$ . Pour cette série de tests, nous avons pris le réseau de six nœuds avec quatre chemins de transit de même longueur comme réseau de base. Nous avons ensuite fait varier deux paramètres, soit l'exposant de la fonction du coût des routeurs et le coût d'un canal optique. L'exposant module la forme de la fonction du coût des routeurs et permet donc d'avoir des coûts concaves, linéaires ou convexes. Pour les tests précédents, nous avons toujours posé  $\gamma = 2$ . Dans cette série de tests, nous voulons observer l'effet de cet exposant sur la structure des réseaux. Nous allons donc tester quatre exposants :  $1/2$ ,  $3/4$ ,  $1$  et  $2$ . Pour chacun de ces exposants, nous allons faire varier le coût des canaux optiques  $\alpha$ .

### 5.1.4 Impact du nombre de nœuds

Finalement, cette dernière série vise à déterminer le nombre maximal de nœuds que le logiciel d'optimisation peut calculer de façon exacte dans un délai raisonnable. Pour cette dernière série de tests, nous avons généré une série de réseaux ayant des caractéristiques similaires :

- Taille des demandes :  $d_{i,j}(t) = U[0, 0.5] \quad \forall i, j, t$
- Nombre de types :  $t = 1$
- Nombre de chemins de transit :  $1$
- Nombre de nœuds de transit :  $1$

Les réseaux ont une taille qui varient entre 4 et 10 nœuds. Les nœuds intermédiaires des chemins de transit ont été choisis au hasard. Dans tous les tests, nous avons posé le coût des canaux optiques égal à 4.



## 5.2 Métriques de caractérisation des solutions

Dans le but de pouvoir comparer efficacement les divers réseaux entre eux et de pouvoir observer l'évolution de leur structure, nous présentons ici une série de métriques de caractérisation des solutions que nous avons définies. Celles-ci permettent d'observer certaines tendances et de voir dans quelles directions se dirigent les diverses solutions. Ces métriques permettent aussi de mieux visualiser l'impact de certains paramètres sur les solutions.

### 5.2.1 Utilisation moyenne des routeurs

La métrique  $\bar{K}$  est une mesure de l'utilisation des routeurs électroniques.  $\bar{K}$  se veut une mesure du remplissage des paliers de la fonction de coût des routeurs électroniques. Elle est donnée par :

$$\bar{K} = \frac{\sum_{k=1}^n E(k)}{\sum_r \sum_{k=1}^n y_r^k \Gamma_r}. \quad (5.1)$$

Cette métrique n'a pas d'unité et n'est pas rigoureusement un pourcentage. C'est une valeur fractionnaire et  $\bar{K} \in [0, 1]$  où les valeurs extrêmes, 0 et 1, signifient l'absence de routeurs ou leur utilisation complète.

Utilisée seule, la métrique n'indique pas si une solution est bonne ou mauvaise. La métrique ne fait qu'indiquer dans quelle mesure les routeurs installés sont utilisés de façon efficace.

### 5.2.2 Utilisation moyenne des canaux optiques

La deuxième métrique,  $\bar{m}$ , mesure le remplissage moyen des canaux optiques. Nous définissons la nouvelle variable  $m_{k,l}$  comme étant la somme des flots circulant sur les canaux optiques installés entre les nœuds  $k$  et  $l$  et

$$\bar{m} = \frac{\sum_{(k,l)} m_{k,l}}{\sum_{(k,l)} n_{k,l}}. \quad (5.2)$$

La métrique  $\bar{m}$  est un rapport entre la quantité de trafic total circulant dans les canaux et le nombre de canaux et  $\mu \leq \bar{m} \leq 1$  où  $\mu$  est la moyenne de la taille des demandes  $d_{i,j}(t)$ . Le cas  $\bar{m} = \mu$  est obtenu pour une solution tout-optique, c'est-à-dire une solution où chaque demande est routée sur un canal optique dédié.

### 5.2.3 Gain de multiplexage

La troisième métrique, le gain de multiplexage, quantifie les économies réalisées en faisant du multiplexage de flots par rapport à une solution tout-optique où chaque demande est routée sur un canal optique dédié. Le gain de multiplexage est donné par :

$$G_m = \frac{Z_o - Z_m}{Z_o} \quad (5.3)$$

où  $Z_o$  et  $Z_m$  représentent respectivement le coût d'une solution tout-optique et le coût d'une solution avec multiplexage.

Le gain de multiplexage est un ratio d'un coût sur un coût et donc sans unité. Cette métrique est bornée entre 0 et 1 ( $G_m \in [0, 1]$ ). Le gain de multiplexage ne peut théoriquement pas valoir 1 puisque ceci signifierait que la solution avec multiplexage ne coûte rien, ce qui serait étrange puisque les routeurs ont un coût

non-négligeable par hypothèse. Le gain de multiplexage vaut 0 lorsque la solution optimale ne contient aucun multiplexage.

Dans ce chapitre, nous avons présenté les tests pour lesquels nous avons calculé une solution exacte à l'aide d'un algorithme de *Branch and Bound*. Les réseaux testés ont été décrits et une série de métriques de caractérisation des solutions a été définie. Les résultats de ces tests sont présentés et analysés au chapitre 6.

## CHAPITRE 6

### RÉSULTATS AVEC ALGORITHME EXACT

Nous présentons, dans ce chapitre, le détail des résultats obtenus lors des tests effectués en utilisant un algorithme de *Branch and Bound*. La description des différents tests et de l'environnement dans lequel ils ont été effectués a été faite au chapitre 5.

#### 6.1 Impact du nombre de nœuds de transit

Trois séries de quatre tests ont été effectuées. Pour chaque  $\alpha \in [4, 8, 12]$ , nous avons testé des réseaux ayant un chemin de transit composé de un, deux, trois et quatre nœuds de transit respectivement.

Premièrement, nous pouvons voir dans le tableau 6.1 l'évolution du temps de calcul en secondes en fonction de la longueur des chemins de transit pour les trois valeurs de  $\alpha$ . Ce tableau montre qu'il ne semble pas y avoir de relation directe entre le nombre de nœuds de transit dans le chemin de transit et le temps de calcul.

$\alpha$	Nbr. de nœuds de transit			
	1	2	3	4
4	0.86	0.59	0.67	0.36
8	11.80	0.76	2.63	2.87
12	14.13	1.11	2.25	15.11

Tableau 6.1 Temps de calcul en seconde en fonction du nombre de nœuds de transit,  $\alpha = 4, 8$  et  $12$

$\alpha$	Nbr. de nœuds de transit			
	1	2	3	4
4	113	118	120	120
8	213	224	234	238
12	301	324	342	353

Tableau 6.2 Coût total des réseaux en fonction du nombre de nœuds de transit,  $\alpha = 4, 8$  et  $12$

Une analyse du fonctionnement interne de CPLEX pourrait peut-être expliquer ces résultats.

Le tableau 6.2 présente, quant à lui, l'évolution du coût des réseaux en fonction du nombre de nœuds de transit. Ce tableau montre un comportement très intéressant. À mesure que le nombre de transits augmente, le coût de la solution augmente. Il semble donc que l'utilisation de longs chemins ne soit pas très rentable. Ceci s'explique par le fait que les longs chemins sont peu flexibles et qu'ils génèrent beaucoup de trafic *électronique*, ce qui se traduit par l'installation de routeurs plus rapides mais plus chers.

La prochaine série de tableaux, 6.3, 6.4 et 6.5, présente la répartition des chemins utilisés entre chemin optique dédié, chemin direct partagé et chemin de transit. Ces tableaux viennent confirmer qu'à mesure que la longueur des chemins augmente, ils sont de moins en moins utilisés dans les réseaux. En effet, quel que soit  $\alpha$ , le nombre de chemins de transit utilisé diminue lorsque le nombre de nœuds de transit augmente. Autre point intéressant, pour  $\alpha = 4$ , les solutions deviennent tout-optiques à partir du moment où il y a trois nœuds de transit dans le chemin de transit. En effet, nous pouvons voir dans le tableau 6.3 que toutes les demandes utilisent un chemin optique dédié lorsque les chemins de transit ont trois ou quatre nœuds intermédiaires. Toutefois, pour  $\alpha = 8$  et  $12$ , les solutions ne sont jamais tout-

Chemin	Nbr. de nœuds de transit			
	1	2	3	4
optique dédié	20	22	30	30
direct partagé	6	6	0	0
de transit partagé	4	2	0	0

Tableau 6.3 Répartition des chemins en fonction du nombre de nœuds de transit,  $\alpha = 4$

Chemin	Nbr. de nœuds de transit			
	1	2	3	4
optique dédié	13	15	18	21
direct partagé	10	10	9	8
de transit partagé	7	5	3	1

Tableau 6.4 Répartition des chemins en fonction du nombre de nœuds de transit,  $\alpha = 8$

optique même s'il y a quatre nœuds de transit. Nous constatons donc que le coût des équipements joue beaucoup sur la structure des solutions. Pour  $\alpha = 4$ , il est plus économique de n'installer que des liens optiques et aucun routeur. Toutefois, lorsque le coût des canaux optiques augmente, il devient plus rentable d'installer des routeurs et même d'utiliser de longs chemins que d'avoir recours à une solution tout-optique.

Chemin	Nbr. de nœuds de transit			
	1	2	3	4
optique dédié	8	14	18	16
direct partagé	13	11	9	11
de transit partagé	9	5	3	3

Tableau 6.5 Répartition des chemins en fonction du nombre de nœuds de transit,  $\alpha = 12$

Coût	Nbr. de nœuds de transit			
	1	2	3	4
optique	104	112	120	120
électronique	9	6	0	0
total	113	118	120	120
$G_m$ (%)	5.8	1.7	0	0

Tableau 6.6 Répartition des coûts en fonction du nombre de nœuds de transit,  $\alpha = 4$

Coût	Nbr. de nœuds de transit			
	1	2	3	4
optique	184	200	216	232
électronique	29	24	18	6
total	213	224	234	238
$G_m$ (%)	11.25	6.7	2.5	0.8

Tableau 6.7 Répartition des coûts en fonction du nombre de nœuds de transit,  $\alpha = 8$

Coût	Nbr. de nœuds de transit			
	1	2	3	4
optique	252	300	324	324
électronique	49	24	18	29
total	301	324	342	353
$G_m$ (%)	16.4	10.0	5.0	1.9

Tableau 6.8 Répartition des coûts en fonction du nombre de nœuds de transit,  $\alpha = 12$

Trafic électronique	Nbr. de nœuds de transit			
	1	2	3	4
E(1)	0.98	0.89	0.00	0.00
E(2)	0.96	0.92	0.00	0.00
E(3)	1.26	0.92	0.00	0.00
E(4)	0.76	0.83	0.00	0.00
E(5)	0.95	0.79	0.00	0.00
E(6)	0.53	0.85	0.00	0.00
$\sum_k E(k)$	5.44	5.20	0.00	0.00
$K$	0.777	0.867	0.000	0.000

Tableau 6.9 Utilisation des routeurs en fonction du nombre de nœuds de transit,  $\alpha = 4$

La seconde série de tableaux, 6.6, 6.7 et 6.8, vient présenter la répartition du coût total entre les composantes optiques et électroniques. Les tableaux montrent aussi le gain de multiplexage de la solution optimale par rapport à une solution tout-optique. Deux conclusions s'imposent. La première est que les coûts des composantes optiques augmentent tandis que les coûts des composantes électroniques diminuent. Ceci s'explique par le fait que les chemins de transit plus longs sont moins rentables et qu'il est plus économique d'utiliser des canaux optiques dédiés. De plus, parce qu'il se fait moins de multiplexage, les coûts des composantes électroniques diminuent. La deuxième conclusion est facilement observable. En effet, nous pouvons voir que plus les chemins de transit sont longs, plus le gain de multiplexage diminue. Il faut se rappeler que le gain de multiplexage traduit les économies faites en faisant du multiplexage de demandes. Les chemins longs ne permettent donc pas de faire autant d'économie que les chemins plus courts.

La série de tableaux suivante, 6.9, 6.10 et 6.11, présente l'utilisation des routeurs dans les solutions. Première constatation, l'utilisation des routeurs tend à se rapprocher de l'entier supérieur. Il faut se rappeler que, pour ces tests, les valeurs de capacité des routeurs sont entières et multiples de la capacité d'un canal optique



Trafic électronique	Nbr. de nœuds de transit			
	1	2	3	4
E(1)	1.91	1.95	0.76	0.99
E(2)	2.79	1.94	1.97	0.84
E(3)	1.26	1.95	1.65	0.84
E(4)	1.98	1.94	1.25	0.29
E(5)	1.90	1.96	0.75	0.55
E(6)	1.72	1.78	1.64	0.95
$\sum_k E(k)$	11.56	11.52	8.02	4.46
$K$	0.889	0.960	0.802	0.743

Tableau 6.10 Utilisation des routeurs en fonction du nombre de nœuds de transit,  $\alpha = 8$

Trafic électronique	Nbr. de nœuds de transit			
	1	2	3	4
E(1)	2.00	1.95	0.76	1.86
E(2)	2.83	1.94	1.97	1.72
E(3)	2.70	1.95	1.65	1.84
E(4)	2.90	1.94	1.25	1.84
E(5)	2.95	1.96	0.75	1.23
E(6)	2.66	1.78	1.64	2.13
$\sum_k E(k)$	16.04	11.52	8.02	10.62
$K$	0.944	0.960	0.802	0.817

Tableau 6.11 Utilisation des routeurs en fonction du nombre de nœuds de transit,  $\alpha = 12$

( $B = 1$ ). Ceci semble dire que si une solution compte un routeur, il sera utilisé autant que possible sans toutefois dépasser sa capacité. Deuxième constatation, la valeur de  $\overline{K}$  tend généralement à diminuer à mesure que le nombre de nœuds de transit augmente. Ceci vient confirmer une fois de plus que les réseaux qui utilisent des chemins avec plusieurs transits sont moins efficaces.

Finalement, la dernière série de tableaux, 6.12, 6.13 et 6.14, présente le taux de remplissage des canaux optiques. La présence d'un tiret signifie l'absence de canal pour l'arc  $(i, j)$  en question. Ces tableaux confirment ce que nous savions déjà, à savoir qu'augmenter le nombre de nœuds de transit engendre une moins bonne utilisation des ressources. En effet, ces tableaux montrent une hausse du nombre de canaux optiques jumelée à tendance à la baisse de l'utilisation moyenne  $\overline{m}$  de ces canaux.

En résumé, nous pouvons conclure qu'ajouter des nœuds aux chemins de transit engendre :

- une hausse du coût des réseaux,
- une baisse du gain de multiplexage  $G_m$ ,
- une diminution de la flexibilité du routage,
- une diminution de l'efficacité d'utilisation des ressources  $\overline{K}$  et  $\overline{m}$ .

## 6.2 Impact du nombre de chemins de transit

Nous présentons maintenant les résultats obtenus lors des tests sur l'impact du nombre de chemins de transit sur la structure des réseaux. Nous avons effectué ici aussi trois séries de quatre tests. Pour  $\alpha \in [4, 8, 12]$ , nous avons fait quatre tests. Pour le premier test, le réseau avait trois chemins possibles : le chemin optique direct dédié, le chemin direct partagé et un chemin de transit. Ensuite, nous avons

$m_{i,j}$	Nbr. de nœuds de transit			
	1	2	3	4
$m_{1,2}$	0.31	0.31	0.31	0.31
$m_{1,3}$	0.37	0.37	0.37	0.37
$m_{1,4}$	0.35	0.35	0.35	0.35
$m_{1,5}$	0.45	0.45	0.45	0.45
$m_{1,6}$	0.53	0.38	0.23	0.23
$m_{2,1}$	0.45	0.15	0.15	0.15
$m_{2,3}$	0.34	0.34	0.34	0.34
$m_{2,4}$	0.46	0.46	0.46	0.46
$m_{2,5}$	0.35	0.47	0.35	0.35
$m_{2,6}$	—	0.30	0.30	0.30
$m_{3,1}$	0.32	0.32	0.32	0.32
$m_{3,2}$	0.51	0.45	0.33	0.33
$m_{3,4}$	0.28	—	0.12	0.12
$m_{3,5}$	—	0.11	0.11	0.11
$m_{3,6}$	0.47	0.47	0.47	0.47
$m_{4,1}$	0.36	0.51	0.36	0.36
$m_{4,2}$	0.37	0.37	0.37	0.37
$m_{4,3}$	0.49	0.49	0.49	0.49
$m_{4,5}$	0.48	0.37	0.37	0.37
$m_{4,6}$	0.28	0.28	0.28	0.28
$m_{5,1}$	0.23	0.23	0.23	0.23
$m_{5,2}$	—	0.18	0.18	0.18
$m_{5,3}$	0.47	0.24	0.24	0.24
$m_{5,4}$	—	0.32	0.05	0.05
$m_{5,6}$	0.15	—	0.15	0.15
$m_{6,1}$	0.34	0.34	0.34	0.34
$m_{6,2}$	0.45	0.45	0.45	0.45
$m_{6,3}$	0.21	0.21	0.21	0.21
$m_{6,4}$	0.12	0.12	0.12	0.12
$m_{6,5}$	0.40	0.40	0.40	0.40
Can. opt totaux	26	28	30	30
$\bar{m}$	0.367	0.337	0.297	0.297

Tableau 6.12 Utilisation des canaux optiques en fonction du nombre de nœuds de transit,  $\alpha = 4$

$m_{i,j}$	Nbr. de nœuds de transit			
	1	2	3	4
$m_{1,2}$	0.31	0.31	0.31	0.31
$m_{1,3}$	0.37	0.37	0.49	0.49
$m_{1,4}$	0.35	0.47	0.35	0.35
$m_{1,5}$	0.45	0.45	0.45	0.45
$m_{1,6}$	0.53	0.38	0.23	0.23
$m_{2,1}$	0.79	0.27	0.27	0.27
$m_{2,3}$	0.34	0.34	0.34	0.34
$m_{2,4}$	0.58	0.46	0.51	0.46
$m_{2,5}$	0.35	0.47	0.46	0.35
$m_{2,6}$	—	0.30	0.30	0.30
$m_{3,1}$	0.32	—	0.32	0.32
$m_{3,2}$	0.51	0.45	0.33	0.33
$m_{3,4}$	0.28	—	0.35	0.12
$m_{3,5}$	—	0.43	—	0.23
$m_{3,6}$	0.47	0.65	0.52	0.47
$m_{4,1}$	—	0.83	0.36	0.36
$m_{4,2}$	0.37	0.37	0.37	0.37
$m_{4,3}$	0.49	0.49	0.49	0.49
$m_{4,5}$	0.84	0.37	0.37	0.37
$m_{4,6}$	0.28	0.28	0.39	0.28
$m_{5,1}$	0.59	0.23	0.23	0.23
$m_{5,2}$	—	—	0.18	0.18
$m_{5,3}$	0.47	0.42	0.29	0.24
$m_{5,4}$	—	0.64	—	0.17
$m_{5,6}$	0.15	—	0.15	0.15
$m_{6,1}$	—	0.34	0.34	0.34
$m_{6,2}$	0.91	0.75	0.73	0.57
$m_{6,3}$	0.21	0.21	0.21	0.21
$m_{6,4}$	—	—	—	—
$m_{6,5}$	0.40	0.40	0.40	0.40
Can. opt totaux	23	25	27	29
$\bar{m}$	0.450	0.427	0.361	0.323

Tableau 6.13 Utilisation des canaux optiques en fonction du nombre de nœuds de transit,  $\alpha = 8$

$m_{i,j}$	Nbr. de nœuds de transit			
	1	2	3	4
$m_{1,2}$	0.31	0.31	0.31	0.31
$m_{1,3}$	0.37	0.37	0.49	0.37
$m_{1,4}$	0.35	0.47	0.35	0.40
$m_{1,5}$	0.45	0.45	0.45	0.56
$m_{1,6}$	0.53	0.38	0.23	0.23
$m_{2,1}$	0.45	0.27	0.27	0.31
$m_{2,3}$	0.34	0.34	0.34	0.57
$m_{2,4}$	0.93	0.46	0.51	0.46
$m_{2,5}$	—	0.47	0.46	0.35
$m_{2,6}$	—	0.30	0.30	0.30
$m_{3,1}$	0.32	—	0.32	0.32
$m_{3,2}$	0.88	0.45	0.33	0.33
$m_{3,4}$	0.28	—	0.35	0.46
$m_{3,5}$	—	0.43	—	—
$m_{3,6}$	0.47	0.65	0.52	0.52
$m_{4,1}$	0.36	0.83	0.36	0.59
$m_{4,2}$	—	0.37	0.37	0.37
$m_{4,3}$	0.86	0.49	0.49	0.49
$m_{4,5}$	0.83	0.37	0.37	0.37
$m_{4,6}$	0.28	0.28	0.39	0.39
$m_{5,1}$	—	0.23	0.23	—
$m_{5,2}$	—	—	0.18	0.18
$m_{5,3}$	0.68	0.42	0.29	0.29
$m_{5,4}$	—	0.64	—	—
$m_{5,6}$	0.38	—	0.15	0.38
$m_{6,1}$	0.57	0.34	0.34	0.34
$m_{6,2}$	0.57	0.75	0.73	0.84
$m_{6,3}$	—	0.21	0.21	0.21
$m_{6,4}$	—	—	—	0.12
$m_{6,5}$	0.61	0.40	0.40	0.40
Can. opt totaux	21	25	27	27
$\bar{m}$	0.515	0.427	0.361	0.387

Tableau 6.14 Utilisation des canaux optiques en fonction du nombre de nœuds de transit,  $\alpha = 12$

$\alpha$	Nbr. de chemins de transit			
	1	2	3	4
4	0.86	34.88	135.77	2472.41
8	11.46	310.81	6878.09	2868.44
12	13.38	168.69	3429.47	5809.08

Tableau 6.15 Temps de calcul en fonction du nombre de chemins de transit,  $\alpha = 4, 8$  et  $12$

$\alpha$	Nbr. de chemins de transit			
	1	2	3	4
4	113	112	109	109
8	213	206	199	194
12	301	286	277	270

Tableau 6.16 Coût total des réseaux en fonction du nombre de chemins de transit,  $\alpha = 4, 8$  et  $12$

ajouté un second chemin de transit à chaque demande, puis un troisième et ainsi de suite pour le quatrième test. Tous les chemins de transit de ces tests sont composés d'un seul nœud de transit.

Le premier résultat important est la hausse marquée du temps de calcul à mesure que nous ajoutons des chemins de transit supplémentaires. Comme nous pouvons le voir dans le tableau 6.15, le temps de calcul passe de quelques secondes pour un seul chemin de transit à quelques dizaines de minutes pour quatre chemins de transit. De plus, dans certains cas, le temps dépasse une heure. Ce comportement s'explique par le fait que l'ajout de chemins de transit ajoute autant de variables que de chemins et complexifie certaines contraintes. De plus, comme nous allons le voir un peu plus loin, le fait d'avoir plusieurs chemins de transit fait apparaître un comportement que nous n'avions jamais observé auparavant.

Le tableau 6.16, quant à lui, montre des résultats fort importants. L'ajout de

Trafic électronique	Nbr. de nœuds de transit			
	1	2	3	4
E(1)	0.98	0.76	0.98	0.98
E(2)	0.96	0.00	0.96	0.96
E(3)	1.26	0.78	1.71	1.71
E(4)	0.76	0.76	0.88	0.88
E(5)	0.95	1.97	0.95	0.95
E(6)	0.53	0.99	0.86	0.86
$\sum_k E(k)$	5.44	5.26	6.34	6.34
$\bar{K}$	0.777	0.877	0.906	0.906

Tableau 6.17 Utilisation des routeurs en fonction du nombre de chemins de transit,  $\alpha = 4$

chemins de transit fait diminuer le coût total des réseaux et ce pour tous les  $\alpha$  testés. En fait, puisque ni le nombre ni la taille des demandes n'ont changé, la réduction du coût est donc totalement due à l'ajout des chemins qui permet de mieux distribuer le trafic électronique sur les routeurs. Ainsi, il est possible de transporter les mêmes demandes en utilisant des routeurs moins dispendieux. Ce résultat est confirmé par l'évolution de la métrique  $\bar{K}$ . Nous pouvons voir dans les tableaux 6.17, 6.18 et 6.19 que  $\bar{K}$  augmente à mesure que le nombre de chemins de transit croît. Dans certains cas, nous retrouvons même des taux d'utilisation qui s'approchent de l'unité, c'est-à-dire près de 100% d'utilisation.

Nous ne pouvons toutefois pas expliquer la baisse des coûts et la hausse du taux d'utilisation des routeurs uniquement parce qu'il y a plus de chemins. En fait, l'ajout de chemins a permis de faire apparaître un phénomène qui ne s'était jamais manifesté auparavant : la bifurcation. Le modèle mathématique permet qu'une demande soit fractionnée et routée sur deux ou plusieurs chemins distincts. Cependant, nous n'avions jamais observé le phénomène avant puisque le nombre de chemins était insuffisant. Dans notre cas, la bifurcation s'est toujours produite lorsqu'un routeur ou un canal optique étaient remplis au complet. En effet, il devenait

Trafic électronique	Nbr. de nœuds de transit			
	1	2	3	4
E(1)	1.91	3.90	2.97	2.89
E(2)	2.79	1.96	1.87	1.87
E(3)	1.26	2.80	2.74	2.86
E(4)	1.98	1.87	1.57	1.68
E(5)	1.90	2.71	2.80	1.99
E(6)	1.72	2.00	1.97	1.93
$\sum_k E(k)$	11.56	15.24	13.92	13.22
$K$	0.889	0.952	0.928	0.944

Tableau 6.18 Utilisation des routeurs en fonction du nombre de chemins de transit,  $\alpha = 8$

Trafic électronique	Nbr. de nœuds de transit			
	1	2	3	4
E(1)	2.00	3.90	2.96	2.99
E(2)	2.83	1.96	2.99	3.00
E(3)	2.70	2.80	2.99	3.00
E(4)	2.90	1.87	3.86	3.00
E(5)	2.95	2.71	2.96	2.87
E(6)	2.66	2.00	2.56	2.92
$\sum_k E(k)$	16.04	15.24	18.32	17.78
$K$	0.944	0.953	0.964	0.988

Tableau 6.19 Utilisation des routeurs en fonction du nombre de chemins de transit,  $\alpha = 12$



Chemin	Nbr. de chemins de transit			
	1	2	3	4
optique dédié				
direct partagé	6	6	7	7
de transit partagé	4	4	5	5

Tableau 6.20 Répartition des chemins en fonction du nombre de chemins de transit,  $\alpha = 4$

Chemin	Nbr. de chemins de transit			
	1	2	3	4
optique dédié				
direct partagé	10	12	10	10
de transit partagé	7	11*	10	10

Tableau 6.21 Répartition des chemins en fonction du nombre de chemins de transit,  $\alpha = 8$

plus coûteux d'installer un routeur plus rapide ou un deuxième canal que de router une partie de la demande sur un autre chemin moins rempli. Dans les tableaux 6.20, 6.21 et 6.22, nous pouvons voir la répartition des chemins utilisés. Les nombres accompagnés d'une étoile signifient qu'il y a eu bifurcation. Dans ces tableaux, nous pouvons constater que le nombre de chemins directs partagés varie peu tandis que le nombre de chemins de transit partagés tend à augmenter à mesure que le nombre de chemins de transit disponibles augmente.

Chemin	Nbr. de chemins de transit			
	1	2	3	4
optique dédié				
direct partagé	13	12	12	12
de transit partagé	9	11*	14*	14*

Tableau 6.22 Répartition des chemins en fonction du nombre de chemins de transit,  $\alpha = 12$

Coût	Nbr. de chemins de transit			
	1	2	3	4
optique	104	104	100	100
électronique	9	8	9	9
total	113	112	109	109
$G_m$ (%)	5.8	6.7	9.2	9.2

Tableau 6.23 Répartition des coûts en fonction du nombre de chemins de transit,  $\alpha = 4$

Coût	Nbr. de chemins de transit			
	1	2	3	4
optique	184	160	160	160
électronique	29	46	39	34
total	213	206	199	194
$G_m$ (%)	11.25	14.2	17.1	19.2

Tableau 6.24 Répartition des coûts en fonction du nombre de chemins de transit,  $\alpha = 8$

Les tableaux 6.23, 6.24 et 6.25 présentent la distribution des coûts entre les composantes optiques et électroniques ainsi que le gain de multiplexage pour chaque solution. À la lumière de ces résultats, nous pouvons constater que, en valeur absolue, la contribution des coûts des équipements optiques dans le coût total diminue plus vite que l'augmentation de la contribution des coûts des composantes électroniques. En fait, la contribution des coûts des composantes électroniques augmente peu ou pas tandis que celle des coûts des composantes optiques diminue sensiblement. Ceci laisse croire que la présence de plusieurs chemins de transit permet de réduire le nombre de canaux optiques requis sans faire augmenter de façon significative les coûts des composantes électroniques. Il y a donc utilisation plus efficace des ressources. De plus, la hausse de  $G_m$  confirme que l'ajout de chemins de transit supplémentaires permet de faire des économies appréciables par rapport à une solution tout-optique pouvant aller jusqu'à 25%.

Coût	Nbr. de chemins de transit			
	1	2	3	4
optique	252	240	216	216
électronique	49	46	61	54
total	301	286	277	270
$G_m$ (%)	16.4	20.6	23.1	25.0

Tableau 6.25 Répartition des coûts en fonction du nombre de chemins de transit,  $\alpha = 12$

Finalement, les tableaux, 6.26, 6.27 et 6.28 montrent le remplissage des canaux optiques. Nous pouvons y constater deux tendances. Premièrement, le nombre de canaux optiques diminue à mesure que le nombre de chemins de transit augmente. Nous avons déjà constaté ce phénomène en observant la baisse du coût des composantes optiques. Toutefois, et c'est la deuxième constatation, la métrique  $\bar{m}$  augmente, ce qui indique que les canaux optiques restants sont plus remplis et donc utilisés plus efficacement.

À la lumière de tous ces résultats, nous pouvons conclure qu'ajouter des chemins de transit supplémentaires permet :

- une baisse générale du coût total des réseaux,
- une augmentation du gain de multiplexage ( $G_m$ ),
- une meilleure répartition du trafic électronique,
- une meilleure utilisation des routeurs (hausse de  $\bar{K}$ ),
- une baisse du nombre de canaux optiques et des coûts des composantes optiques,
- une meilleure utilisation des canaux optiques (hausse de  $\bar{m}$ ),
- l'apparition de bifurcation de flots dans certaines solutions.

Nous constatons aussi que les coûts des composantes électroniques augmentent peu. Toutefois, si l'ajout de chemins de transit apporte beaucoup d'avantages, il engendre aussi une hausse significative du temps de calcul. Si l'augmentation reste

$m_{i,j}$	Nbr. de chemins de transit			
	1	2	3	4
$m_{1,2}$	0.31	0.31	0.31	0.31
$m_{1,3}$	0.37	0.37	0.37	0.37
$m_{1,4}$	0.35	0.35	0.35	0.35
$m_{1,5}$	0.45	0.45	0.45	0.45
$m_{1,6}$	0.53	0.38	0.53	0.53
$m_{2,1}$	0.45	0.15	0.45	0.45
$m_{2,3}$	0.34	0.34	0.34	0.34
$m_{2,4}$	0.46	0.46	0.46	0.46
$m_{2,5}$	0.35	0.35	0.35	0.35
$m_{2,6}$	—	0.30	—	—
$m_{3,1}$	0.32	0.32	0.32	0.32
$m_{3,2}$	0.51	0.33	0.56	0.56
$m_{3,4}$	0.28	0.28	0.35	0.35
$m_{3,5}$	—	—	—	—
$m_{3,6}$	0.47	0.47	0.47	0.47
$m_{4,1}$	0.36	0.36	0.36	0.36
$m_{4,2}$	0.37	0.37	0.37	0.37
$m_{4,3}$	0.49	0.49	0.49	0.49
$m_{4,5}$	0.48	0.48	0.48	0.48
$m_{4,6}$	0.28	0.28	0.28	0.28
$m_{5,1}$	0.23	0.38	0.23	0.23
$m_{5,2}$	—	0.18	—	—
$m_{5,3}$	0.47	0.50	0.47	0.47
$m_{5,4}$	—	—	—	—
$m_{5,6}$	0.15	—	0.15	0.15
$m_{6,1}$	0.34	0.34	0.34	0.34
$m_{6,2}$	0.45	0.45	0.45	0.45
$m_{6,3}$	0.21	—	0.33	0.33
$m_{6,4}$	0.12	0.12	—	—
$m_{6,5}$	0.40	0.61	0.40	0.40
Can. opt totaux	26	26	25	25
$\bar{m}$	0.367	0.362	0.386	0.386

Tableau 6.26 Utilisation des canaux optiques en fonction du nombre de chemins de transit,  $\alpha = 4$

$m_{i,j}$	Nbr. de chemins de transit			
	1	2	3	4
$m_{1,2}$	0.31	—	0.31	0.31
$m_{1,3}$	0.37	0.89	—	0.58
$m_{1,4}$	0.35	0.47	0.35	0.82
$m_{1,5}$	0.45	0.45	0.82	0.45
$m_{1,6}$	0.53	0.68	0.66	—
$m_{2,1}$	0.79	0.45	—	—
$m_{2,3}$	0.34	—	—	—
$m_{2,4}$	0.58	0.46	0.46	0.46
$m_{2,5}$	0.35	0.69	0.61	0.80
$m_{2,6}$	—	—	0.64	0.45
$m_{3,1}$	0.32	0.32	—	0.67
$m_{3,2}$	0.51	0.82	0.62	0.62
$m_{3,4}$	0.28	0.28	0.61	—
$m_{3,5}$	—	—	—	—
$m_{3,6}$	0.47	0.47	0.47	0.47
$m_{4,1}$	—	—	0.96	0.36
$m_{4,2}$	0.37	0.37	0.37	0.37
$m_{4,3}$	0.49	0.49	0.49	0.49
$m_{4,5}$	0.84	0.655	0.37	0.37
$m_{4,6}$	0.28	0.465	—	0.66
$m_{5,1}$	0.59	0.555	0.53	—
$m_{5,2}$	—	—	—	—
$m_{5,3}$	0.47	0.81	0.84	0.99
$m_{5,4}$	—	—	—	0.20
$m_{5,6}$	0.15	—	—	—
$m_{6,1}$	—	0.645	0.34	0.82
$m_{6,2}$	0.91	0.45	0.45	0.45
$m_{6,3}$	0.21	—	0.67	—
$m_{6,4}$	—	—	—	—
$m_{6,5}$	0.40	0.40	0.40	0.40
Can. opt totaux	23	20	20	20
$\bar{m}$	0.450	0.541	0.549	0.537

Tableau 6.27 Utilisation des canaux optiques en fonction du nombre de chemins de transit,  $\alpha = 8$

$m_{i,j}$	Nbr. de chemins de transit			
	1	2	3	4
$m_{1,2}$	0.31	—	—	—
$m_{1,3}$	0.37	0.89	0.59	0.68
$m_{1,4}$	0.35	0.47	1.00	0.745
$m_{1,5}$	0.45	0.45	0.45	0.45
$m_{1,6}$	0.53	0.68	—	—
$m_{2,1}$	0.45	0.45	0.47	—
$m_{2,3}$	0.34	—	—	0.34
$m_{2,4}$	0.93	0.46	0.46	0.80
$m_{2,5}$	—	0.69	1.00	0.695
$m_{2,6}$	—	—	—	—
$m_{3,1}$	0.32	0.32	—	0.775
$m_{3,2}$	0.88	0.82	0.85	0.755
$m_{3,4}$	0.28	0.28	0.74	—
$m_{3,5}$	—	—	—	—
$m_{3,6}$	0.47	0.47	—	0.47
$m_{4,1}$	0.36	—	0.36	—
$m_{4,2}$	—	0.37	0.67	0.37
$m_{4,3}$	0.86	0.49	0.49	0.49
$m_{4,5}$	0.83	0.655	0.47	0.73
$m_{4,6}$	0.28	0.465	0.98	0.725
$m_{5,1}$	—	0.555	—	0.79
$m_{5,2}$	—	—	—	—
$m_{5,3}$	0.68	0.81	0.81	—
$m_{5,4}$	—	—	—	—
$m_{5,6}$	0.38	—	0.68	0.655
$m_{6,1}$	0.57	0.855	0.90	—
$m_{6,2}$	0.57	0.45	0.45	0.75
$m_{6,3}$	—	—	—	0.79
$m_{6,4}$	—	—	—	—
$m_{6,5}$	0.61	0.40	0.40	0.40
Can. opt totaux	21	20	18	18
$\bar{m}$	0.515	0.552	0.654	0.634

Tableau 6.28 Utilisation des canaux optiques en fonction du nombre de chemins de transit,  $\alpha = 12$

$\alpha$	Exposant			
	1/2	3/4	1	2
0.50	30	30	30	30
0.75	30	30	30	30
0.875	14	30	30	30
1.00	14	30	30	30
1.25	14	26	26	30
1.50	14	15	22	27
2.00	14	14	17	27
2.50	14	14	15	25
3.00	14	14	15	25
4.00	14	14	14	25
8.00	14	14	14	20
12.00	14	14	14	18
20.00	14	14	14	15
24.00	14	14	14	15

Tableau 6.29 Nombre de canaux optique en fonction de  $\alpha$  et de l'exposant  $\gamma$ .

acceptable pour les réseaux testés, elle risque d'être prohibitive pour des réseaux de grandes dimensions.

### 6.3 Impact de l'exposant du coût des routeurs

Nous présentons ici les résultats obtenus lors des tests sur l'effet de l'exposant du coût des routeurs. Pour les quatre exposants  $\gamma$  suivant, 1/2, 3/4, 1 et 2, nous avons fait varier le coût des canaux optiques  $\alpha$ .

Les premiers résultats intéressants sont présentés dans le tableau 6.29. Nous pouvons voir que le nombre de canaux ne diminue pas à la même vitesse en fonction de  $\alpha$  pour tous les exposants  $\gamma$ . Le nombre de canaux est utilisé ici comme mesure du multiplexage. Puisque l'utilité principale du multiplexage est de réduire le nombre de canaux, moins il y a de canaux, plus il y a de multiplexage. Pour les

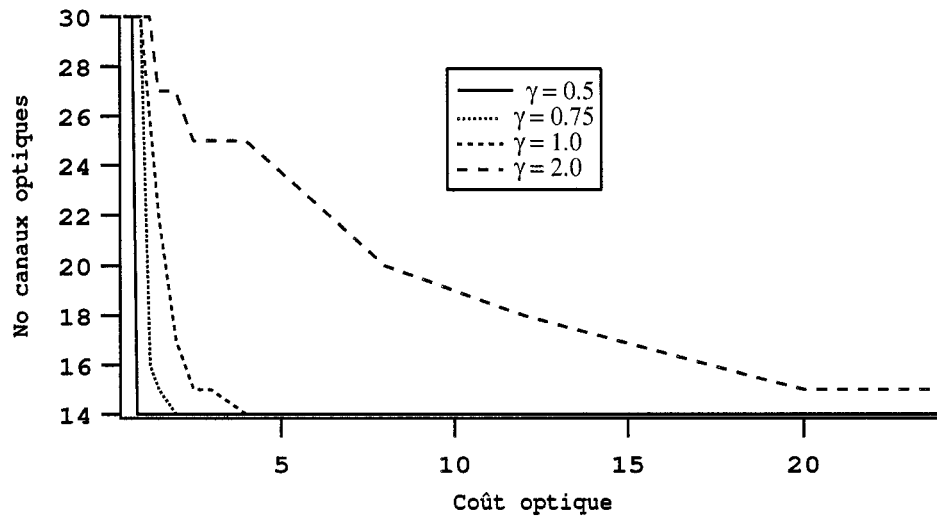


Figure 6.1 Évolution du nombre de canaux optiques en fonction de  $\alpha$ .

coûts concaves ( $\gamma = 1/2$  et  $\gamma = 3/4$ ), la diminution du nombre de canaux est très abrupte. En effet, on passe très rapidement d'un réseau de 30 canaux à un réseau de 14 canaux. L'explication de ce phénomène provient du fait que les exposants fractionnaires produisent des économies d'échelle. Ainsi, avec ces exposants, il est plus économique d'installer un routeur plus rapide car le coût par unité de capacité est moindre. Donc, lorsque le coût des canaux optiques dépasse une certaine valeur, il devient plus rentable d'installer les routeurs les plus rapides et de faire un maximum de multiplexage. Pour les deux autres exposants ( $\gamma = 1$  et  $\gamma = 2$ ), la diminution est plus lente. Ceci est directement relié au fait que ces deux exposants n'offrent pas d'économies d'échelle. En fait, pour l'exposant quadratique, la forme de la courbe est convexe. En d'autres mots, il se produit des *deséconomies* d'échelle. Dans ces deux cas, la quantité de multiplexage va beaucoup plus dépendre du coût des canaux optiques. Nous pouvons voir graphiquement l'évolution du nombre de canaux optiques en fonction de  $\alpha$  dans la figure 6.1. Ces variations abruptes ou lentes du nombre de canaux optiques peuvent avoir une importance majeure. En



effet, dans certaines conditions, une simple variation du coût des canaux optiques peut avoir des répercussions majeures sur la forme finale du réseau. Le cas de l'exposant  $\gamma = 1/2$  est remarquable. Pour une légère hausse de  $\alpha$ , le réseau est passé de tout-optique à multiplexage maximal. Pour un planificateur de réseaux, l'estimation des coûts peut avoir un impact considérable sur le design final. Dans ces conditions, il faut avoir une estimation la plus précise possible.

Un autre résultat important apparaît pour la première fois dans le tableau 6.29 et la figure 6.1 où nous pouvons voir que, malgré une hausse du coût des canaux optiques, le nombre total de canaux ne descend jamais sous 14. Il semble donc qu'il y ait un nombre minimal de canaux pour transporter toutes les demandes de ce réseau. En fait, en observant le tableau 6.30, nous pouvons voir pourquoi le nombre de canaux ne descend pas sous 14. Les valeurs proviennent de la solution pour l'exposant  $\gamma = 1/2$  et le coût des canaux optiques  $\alpha = 4$ . Sur les 14 canaux, six sont remplis à 100% et trois à plus de 90%. De plus,  $\bar{m}$  vaut 0.91, ce qui signifie qu'en moyenne les canaux sont remplis à 91%, ce qui est un taux d'utilisation très élevé. Nous avons aussi un taux d'utilisation des routeurs,  $\bar{K}$ , de 0.944 (voir tableau 6.31). Nous sommes donc en présence d'un réseau où tous les équipements sont, à toute fin pratique, utilisés à 100%. Finalement, lorsque nous regardons la solution pour ce réseau, nous réalisons qu'aucune demande n'utilise un chemin optique dédié. Il n'est donc plus possible de faire du multiplexage car toutes les demandes sont multiplexées d'une manière ou d'une autre.

À la lumière de ces résultats, nous trouvons que la forme de la fonction du coût des routeurs et surtout, la combinaison de cette fonction avec le coût des canaux optiques, peut avoir un impact significatif sur la forme finale du réseau. De plus, il est possible d'atteindre un niveau de multiplexage maximal dans certains cas.

$m_{i,j}$	
$m_{1,2}$	—
$m_{1,3}$	0.885
$m_{1,4}$	1.000
$m_{1,5}$	—
$m_{1,6}$	—
$m_{2,1}$	—
$m_{2,3}$	—
$m_{2,4}$	0.995
$m_{2,5}$	0.880
$m_{2,6}$	—
$m_{3,1}$	0.575
$m_{3,2}$	1.000
$m_{3,4}$	—
$m_{3,5}$	—
$m_{3,6}$	0.775
$m_{4,1}$	—
$m_{4,2}$	—
$m_{4,3}$	0.765
$m_{4,5}$	1.000
$m_{4,6}$	1.000
$m_{5,1}$	1.000
$m_{5,2}$	—
$m_{5,3}$	1.000
$m_{5,4}$	—
$m_{5,6}$	—
$m_{6,1}$	—
$m_{6,2}$	0.915
$m_{6,3}$	—
$m_{6,4}$	—
$m_{6,5}$	0.950
Can. opt totaux	14
$\bar{m}$	0.910

Tableau 6.30 Utilisation des canaux optiques, multiplexage maximal.

Trafic électronique	
E(1)	3.46
E(2)	3.79
E(3)	5.00
E(4)	4.76
E(5)	4.83
E(6)	3.64
$\sum_k E(k)$	25.48
$\bar{K}$	0.944

Tableau 6.31 Utilisation des routeurs, multiplexage maximal.

Nbr. de nœuds	4	5	6	7	8	9	10
Temps (sec.)	0.22	0.82	11.49	26.10	61.59	2656.79	43377.69*

Tableau 6.32 Évolution du temps de calcul en fonction de la taille du réseau (\* : n'a pas terminé).

#### 6.4 Impact du nombre de nœuds

Nous présentons les résultats des tests évaluant l'impact de la taille des réseaux sur le temps de calcul.

Le tableau 6.32 montre l'évolution du temps de calcul en fonction du nombre de nœuds dans le réseau. La valeur accompagnée d'une étoile (\*) signifie que l'optimisation n'a pu être complétée par manque de mémoire. Nous pouvons voir que les valeurs de temps augmentent très rapidement. En fait, il semble que le temps de calcul suive une loi exponentielle par rapport au nombre de nœuds. La figure 6.2 montre bien ce comportement. En effet, le graphique utilise une échelle logarithmique et la régression exponentielle suit sensiblement les valeurs de temps de calcul effectivement mesurées.

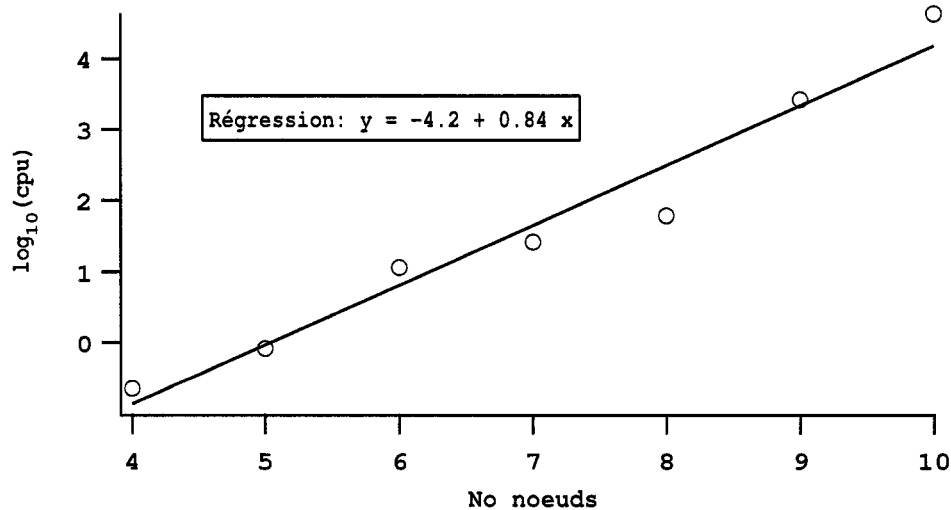


Figure 6.2 Logarithme du temps de calcul de CPLEX en fonction du nombre de nœuds.

Il faut aussi se rappeler que les réseaux testés n'avaient que trois chemins disponibles par demande. Ainsi, comme nous l'avons vu dans les tests sur l'impact du nombre de chemins de transit, si le nombre de chemins disponibles avait été plus grand, le temps de calcul aurait aussi été plus grand. Il ne faut donc pas prendre cette limite de dix nœuds comme absolue. En effet, selon les caractéristiques du réseau, il sera peut-être possible d'optimiser des réseaux de 12 nœuds dans certains cas et impossible d'optimiser des réseaux de 8 nœuds dans d'autres. Toutefois, il est clair que le temps de calcul devient prohibitif lorsque la taille des réseaux approche la dizaine de nœuds.

Les tests que nous avons faits sur de petits réseaux ont montré que les chemins longs sont généralement peu utilisés dans les réseaux tandis que plusieurs chemins courts peuvent réduire sensiblement le coût des réseaux. De plus, lorsque le coût des routeurs produit des économies d'échelle, nous avons constaté qu'il se faisait beaucoup de multiplexage alors que c'est le contraire si le coût produit des de-

séconomies d'échelle. Finalement, nous avons trouvé qu'au-delà d'une dizaine de nœuds, le logiciel d'optimisation commercial que nous utilisons n'est plus capable de calculer une solution optimale dans un délai raisonnable.

## CHAPITRE 7

### MÉTHODE HEURISTIQUE

Comme nous l'avons vu à la fin du chapitre précédent, au-delà d'une dizaine de nœuds, il devient très difficile de trouver une solution exacte dans un temps de calcul raisonnable. L'une des principales raisons de cet état de cause est le fait que le problème ne semble pas avoir de structure particulière pouvant nous aider à le résoudre. De plus, la forte modularité des coûts nous empêche d'avoir de bonnes bornes inférieures pour éliminer des solutions. Nous devons donc recourir à une méthode de recherche heuristique pour obtenir des solutions approximatives dans un délai acceptable.

#### 7.1 Simplifications du modèle

Une des premières constatations que nous avons faites en étudiant le modèle mathématique est que tout dépendait du choix des routes. En effet, lorsque nous connaissons les routes empruntées par chaque demande, nous pouvons calculer la capacité requise sur chaque lien optique et dans chaque nœud. Ensuite, nous pouvons assigner les canaux optiques aux liens et les routeurs électroniques aux nœuds de façon à ce que les contraintes de capacité soient respectées. Dans le modèle mathématique, le routage et le dimensionnement sont faits simultanément. Par le fait même, le nombre de variables à optimiser est plus grand, ce qui fait que l'optimisation est plus longue. Ainsi, dans le but de simplifier la résolution des problèmes et de faire une heuristique plus rapide, nous avons décidé de faire quelques simplifications au modèle mathématique.

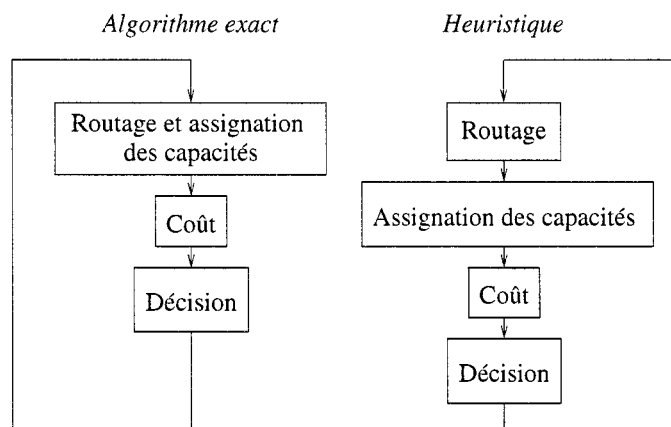


Figure 7.1 Comparaison entre l'algorithme exact et l'heuristique.

La première simplification est la séparation des étapes de routage et de dimensionnement. Dans l'heuristique, le routage est fait d'abord et le dimensionnement ensuite. Le coût est calculé suite au dimensionnement et finalement, une décision est prise quant à la solution. La figure 7.1 résume la différence entre l'algorithme exact et l'heuristique. Comme nous l'avons mentionné plus haut, le calcul du coût d'une solution est facile quand les routes utilisées par chaque demande sont déterminées. Il suffit de calculer la capacité requise sur chaque lien et dans chaque nœud, d'assigner les équipements minimaux qui satisfont aux contraintes de capacité et de calculer le coût de ces équipements.

La seconde simplification est la fusion des variables  $\delta_{i,j}(t)$  et  $x_p^{i,j}(t)$  du modèle 4.1–4.10. Dans celui-ci, la variable  $\delta_{i,j}(t)$  détermine si la demande accède au réseau via un canal optique ou par l'intermédiaire d'un routeur. Si la demande accède au réseau via un routeur électronique, elle peut emprunter le chemin direct partagé ou l'un des chemins de transit partagés. Théoriquement, la demande peut même emprunter une combinaison de chemins partagés. La figure 7.2 montre un exemple où une demande a trois choix de routes. La première est un chemin optique dédié, la deuxième est un chemin direct partagé et la troisième est un chemin de transit

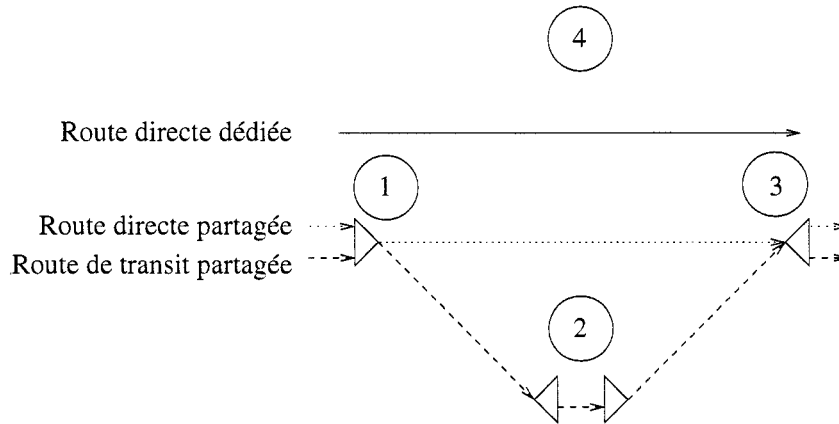


Figure 7.2 Exemple de choix de routes.

partagé. Dans le modèle mathématique, l'algorithme doit premièrement décider si la demande entre dans le réseau par un chemin optique dédié ou par un chemin partagé. Ensuite, s'il choisit un chemin partagé, il doit choisir quel ou quels chemins la demande empruntera. Or, le choix d'une route, quelle qu'elle soit, détermine *a posteriori* si la demande accède le réseau via un canal optique ou un routeur. Nous pouvons donc éliminer la variable  $\delta_{i,j}(t)$  en ajoutant une route supplémentaire,  $x_{p'}^{i,j}(t)$ , à l'ensemble des routes possibles où  $p'$  dénote le chemin direct optique. Ainsi, dans l'heuristique, le routage est déterminé par une seule variable :  $x_p^{i,j}(t)$ .

Finalement, pour simplifier un peu plus le problème, nous avons décidé d'ajouter une contrainte de non-bifurcation. Dans le modèle mathématique, il est théoriquement permis qu'une demande soit fractionnée et routée sur plusieurs chemins. Nous avons même observé le phénomène lors de certains tests (voir chapitre 6). Lors de ces mêmes tests, nous avons aussi constaté que la bifurcation était tout de même rare et que l'amélioration qu'elle apportait n'était pas importante. De plus, si nous devons considérer toutes les possibilités de combinaisons de routes, l'espace de recherche serait extrêmement vaste et il faudrait ajouter une composante continue puisqu'il faudrait décider quelle fraction d'une demande est envoyée



sur quel chemin. Ainsi, dans le but d'avoir une heuristique efficace et rapide, nous avons conclu qu'enlever la possibilité de bifurcation ne dégraderait pas trop les solutions. Ces simplifications ont donc réduit un problème entier-mixte à un problème relativement plus simple en variables entières uniquement.

## 7.2 Structure des solutions

Dans le but de mieux comprendre l'heuristique, nous rappelons comment construire une solution réalisable. Nous savons que chaque demande possède un ensemble de chemins qui contient au moins un chemin optique direct dédié et un chemin direct partagé ainsi qu'un ou plusieurs chemins de transit partagés. La différence entre les deux chemins directs, dédié et partagé, est le multiplexage. Le chemin direct optique accède au réseau via un canal optique et ne passe jamais par un routeur électronique. Une demande qui emprunte ce chemin ne peut donc pas être multiplexée. Le chemin direct partagé, quant à lui, entre dans le réseau par un routeur et une demande peut donc être multiplexée avec une autre. C'est la même chose pour les chemins de transit partagés à la différence que pour ces derniers, la demande qui les emprunte est démultiplexée et remultiplexée à chaque nœud de transit. La figure 7.3 donne un exemple des divers types de chemins. Nous présentons seulement deux chemins de transit mais dans la réalité, leur nombre n'est pas contraint. Le nombre de nœuds intermédiaires, quant à lui, est contraint par la taille du réseau à  $n - 2$ .

Pour construire une solution réalisable, nous n'avons qu'à choisir un chemin parmi l'ensemble disponible pour chaque demande. Si, par exemple, nous identifions les chemins comme suit : 0 pour le chemin optique dédié, 1 pour le chemin direct partagé et 2, 3, 4... pour les chemins de transit, une solution réalisable pour un réseau de six nœuds ressemblerait au tableau 7.1. Comme nous l'avons mentionné

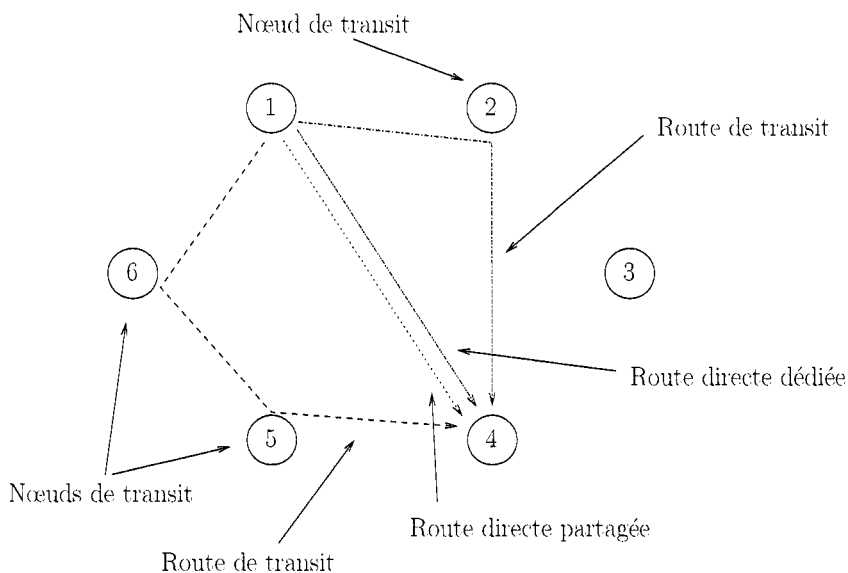


Figure 7.3 Exemple de chemins possibles.

Origine	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2	3	3	3	3	3	4	4	4	4	4	4	5	5	5	5	5	5	6	6	6	6	6
Destination	2	3	4	5	6	1	3	4	5	6	1	2	4	5	6	1	2	3	5	6	1	2	3	4	6	1	2	3	4	5		
Type	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
Routes	3	1	1	0	3	2	0	1	1	4	0	1	2	4	1	1	0	0	0	0	2	1	3	4	1	1	0	1	3	0		

Tableau 7.1 Exemple d'une solution réalisable, réseau de six nœuds.

plus haut, une fois le routage déterminé, il est facile de calculer le dimensionnement des équipements et le coût de la solution.

### 7.3 Recherche heuristique

En utilisant cette structure de solution, nous avons effectué des tests sur de petits réseaux avec une méthode de recherche locale simple. Les résultats n'étaient pas très bons. En effet, d'une fois à l'autre, la solution finale pouvait être très

Origine	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2	3	3	3	3	3	4	4	4	4	4	5	5	5	5	5	6	6	6	6	6
Destination	2	3	4	5	6	1	3	4	5	6	1	2	4	5	6	1	2	3	5	6	1	2	3	4	6	1	2	3	4	5
Type	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
No. de la solution (coût)	Liste des chemins utilisés																													
1 (204)	3	1	1	0	3	2	0	1	1	4	0	1	2	4	1	1	0	0	0	0	2	1	3	4	1	1	0	1	3	0
2 (205)	3	1	0	0	0	2	0	1	1	4	0	1	2	4	0	1	0	0	0	0	2	1	3	4	1	1	0	1	0	0
3 (201)	0	1	4	0	1	4	4	0	1	1	3	1	1	4	0	1	0	0	0	4	1	2	1	2	3	0	0	1	4	0
4 (202)	0	1	0	0	1	4	4	0	1	1	3	1	1	4	0	1	1	0	0	3	1	2	1	2	3	0	0	1	4	0
5 (202)	0	0	1	0	4	1	1	3	1	4	4	1	1	4	0	0	0	0	0	1	2	2	1	2	1	1	0	0	3	0
6 (205)	0	0	1	0	4	0	0	0	1	4	0	1	1	4	0	3	0	0	0	1	2	2	1	2	1	1	0	1	4	0
Optimal (199*)	0	2	0	1	1	4	4	0	1	1	3	1	1	4	0	1	0	0	0	4	1	2	1	2	3	0	0	1	4	0

Tableau 7.2 Comparaison des chemins de diverses solutions.

bonne ou carrément mauvaise lorsque comparée à la solution optimale. Toutefois, en prenant quelques unes des meilleures solutions et en les comparant entre elles, nous avons découvert un phénomène particulier : *Les bonnes solutions ont beaucoup de chemins en commun.* Le tableau 7.2 montre diverses solutions d'un même réseau obtenues par la méthode de recherche locale. La dernière rangée correspond à la solution optimale calculée par le logiciel d'optimisation CPLEX. En observant bien, nous pouvons constater que pour certains triplets origine-destination-type (en gras), toutes les solutions, y compris la solution optimale, utilisent le même chemin. Par exemple, pour le triplet 2-5-1, toutes les solutions utilisent le chemin 1. Globalement, nous pouvons constater que 7 chemins sur 30 sont présents dans toutes les solutions. L'idée de base est donc de trouver ces chemins, de les fixer, de continuer la recherche sur les autres chemins, d'en fixer encore et ainsi de suite jusqu'à ce que tous les chemins soient fixés.

Origine	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2	3	3	3	3	3	4	4	4	4	4	5	5	5	5	5	6	6	6	6	
Destination	2	3	4	5	6	1	3	4	5	6	1	2	4	5	6	1	2	3	5	6	1	2	3	4	6	1	2	3	4	5
Type	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
Courante	3	1	1	0	3	2	0	1	1	4	0	1	2	4	1	1	0	0	0	0	2	1	3	4	1	1	0	1	3	0
Voisine	3	1	1	0	3	2	0	1	1	2	0	1	2	4	1	1	0	1	0	0	2	1	3	4	1	1	0	1	3	0

Tableau 7.3 Exemple de solutions courante et voisine.

#### 7.4 Structure du voisinage

Avant de présenter en détail l’heuristique, nous devons définir la structure du voisinage que nous utilisons. Pour tout le reste de ce mémoire, le voisinage d’une solution courante se définit comme suit : *Pour une solution courante, toute solution qui diffère par seulement deux chemins est une solution voisine.* Le tableau 7.3 donne un exemple d’une solution courante et d’une solution voisine. Le choix de prendre deux chemins différents n’est pas obligatoire mais les tests que nous avons effectués avec ce choix ont donné de bons résultats.

#### 7.5 Algorithme de recherche

À partir des idées de base mentionnées plus haut, nous pouvons dériver les deux concepts maîtres de l’heuristique. Premièrement, si nous voulons comparer des solutions, nous avons besoin de plusieurs *bonnes* solutions, en fait, d’une *population* de solutions. Deuxièmement, chaque solution prise individuellement doit être minimisée par un algorithme de recherche locale pour être la moins chère possible.

L’heuristique, illustrée à la figure 7.4, débute avec la création (1) d’une population initiale de solutions (2) créées aléatoirement avec des chemins choisis au hasard.

Chacune sert de point de départ à un algorithme de recherche locale (3) qui minimise leur coût. Cet algorithme s'arrête après un nombre prédéterminé d'itérations. Une fois que toutes les solutions ont été minimisées, mais pas nécessairement jusqu'à l'optimalité, celles-ci sont triées par ordre croissant de coût (4). Ensuite, un sous-ensemble de ces solutions qui présentent les coûts les plus bas est retenu (5) et on compare les solutions de ce sous-ensemble chemin par chemin (7). Si, pour un même triplet origine-destination-type, un chemin est présent dans toutes les solutions du sous-ensemble, ce chemin est verrouillé (8). Lorsque la comparaison de tous les chemins est terminée (9), on reconstruit une nouvelle population de solutions en conservant les chemins verrouillés dans les solutions de la nouvelle population (1). Les autres chemins sont encore choisis au hasard. L'idée maîtresse est de réduire l'espace de recherche et de concentrer la recherche dans les régions prometteuses. Toutefois, il est fort possible qu'après un certain temps, trop de chemins soient verrouillés, ce qui se traduirait par un espace de recherche trop restreint. Pour remédier à cette situation, nous avons inclus une procédure de diversification (6).

La procédure de diversification permet de déverrouiller certains chemins précédemment verrouillés en fonction d'une certaine probabilité déterminée par l'utilisateur. La procédure de diversification peut être déclenchée par plusieurs événements. L'événement le plus important se produit lorsque toutes les solutions qui font partie du sous-ensemble ont un coût identique, signe que l'espace de recherche est trop restreint puisque l'heuristique y trouve toujours la même valeur. Nous avons aussi inclus deux autres événements déclencheurs : une limite sur le temps de calcul ainsi qu'une limite sur le nombre de générations. On compte une génération à chaque fois qu'une nouvelle population de solutions est générée. En fait, pour de petits réseaux, la première condition de diversification est suffisante. Toutefois, pour de gros réseaux, les deux autres événements sont nécessaires si nous voulons une solution dans un délai raisonnable. Il est bon de noter que d'autres événements déclencheurs

de diversification pourraient être ajoutés. La diversification reste néanmoins nécessaire car les chemins verrouillés au début de l'heuristique ne sont généralement pas les meilleurs. Finalement, nous avons ajouté une limite sur le nombre de fois que cette procédure peut être invoquée.

Pour que l'algorithme termine, une des trois conditions suivantes doit être remplie : 1) tous les chemins sont verrouillés (10), 2) la limite d'appels de diversification est atteinte, 3) la limite de temps de calcul global est atteinte. Les deux dernières conditions ne sont pas présentes sur la figure 7.4 car ce sont des conditions secondaires. Lorsque l'algorithme termine, l'heuristique retourne la meilleure solution obtenue dans toute la recherche (11).

Dans le schéma de la figure 7.4, nous pouvons voir une boîte identifiée *Recherche locale*. Il s'agit d'une heuristique de recherche locale relativement simple dans laquelle une mauvaise solution peut être conservée pendant un certain nombre d'itérations pour sortir des minimums locaux. Cette technique, inspirée des méthodes d'acceptation de seuil (voir (Dueck et Scheuer, 1990)), est présentée schématiquement à la figure 7.5. À partir de la solution initiale (1), on choisit une solution voisine (3) au hasard (2). Le coût de cette solution est évalué (4) et ensuite comparé au meilleur coût connu (5). Si le coût de cette solution est meilleur, la solution devient la nouvelle meilleure solution et le processus recommence. Si le coût est égal au meilleur coût (6), on peut garder la solution comme la nouvelle meilleure en fonction d'une certaine probabilité. Nous avons ajouté cette possibilité car la modularité des coûts des composantes fait en sorte que beaucoup de solutions ont le même coût. Il peut donc être souhaitable de se déplacer sur un plateau de coûts identiques dans l'espace de recherche. Si le coût est moins bon que le meilleur, une alternative se présente. Si le coût est pire que le meilleur coût plus une constante (7), la nouvelle solution est rejetée et on redémarre la recherche à partir de la meilleure solution connue. Dans le cas contraire, on conserve la nouvelle solution comme solution courante

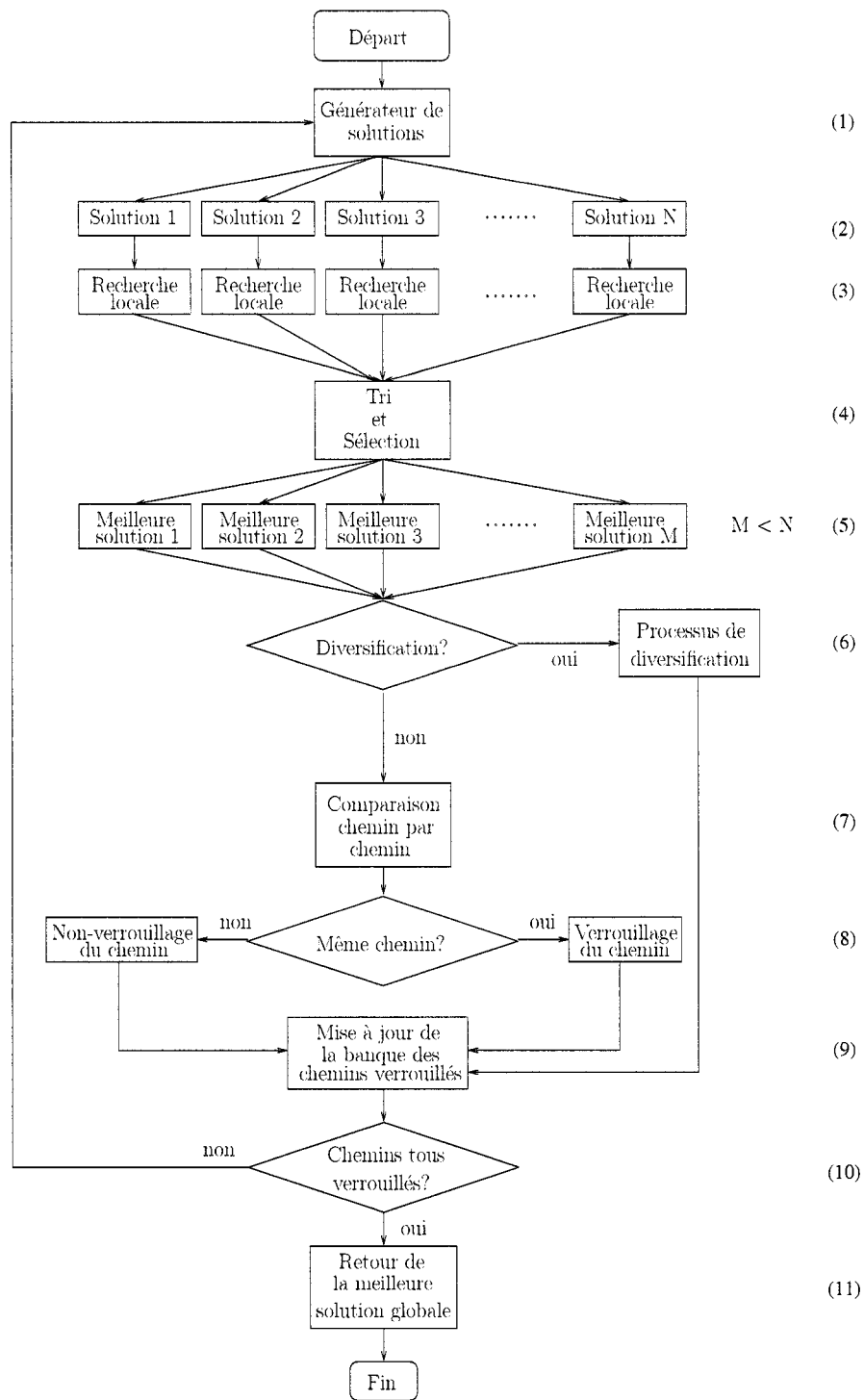


Figure 7.4 Diagramme de l'heuristique principale.

mais on initialise le compteur d'exploration (8). La possibilité de conserver une *mauvaise* solution pour un certain nombre d'itérations permet à l'algorithme de sortir de certains minimums locaux. Toutefois, si aucune solution moins chère que la meilleure n'est trouvée lorsque le compteur atteint sa limite (9), on redémarre la recherche à partir de la meilleure solution (10) et on remet le compteur à zéro. Si une meilleure solution est trouvée pendant l'exploration, on la conserve comme la nouvelle meilleure solution, on remet le compteur à zéro et la recherche continue. Une itération de la méthode de recherche locale est comptée chaque fois qu'une nouvelle solution est évaluée (11). La recherche locale s'arrête lorsqu'un nombre prédéterminé d'itérations est atteint (12).

En résumé, l'heuristique que nous proposons est une méthode basée le concept de population de bonnes solutions modifiées itérativement provenant des Algorithmes Génétiques à laquelle nous avons ajouté les concepts d'intensification pour le verrouillage des chemins et de diversification pour le déverrouillage des chemins. Ces deux derniers concepts sont inspirés des travaux de Rochat et Taillard (Rochat et Taillard, 1995) sur les méthodes à mémoire adaptative.

## 7.6 Implantation informatique

Cette section présente la structure de données qui est utilisée dans le programme informatique de l'heuristique.

Comme nous l'avons défini plus haut, un réseau peut être entièrement déterminé lorsqu'un chemin est choisi pour chaque triplet origine-destination-type. Nous utilisons un tableau dynamique nommé *vecteur solution* qui contient tous les triplets origine-destination-type ainsi qu'un chemin pour chacun. Les chemins sont identifiés par des numéros, 0 pour le chemin direct dédié, 1 pour le chemin direct partagé



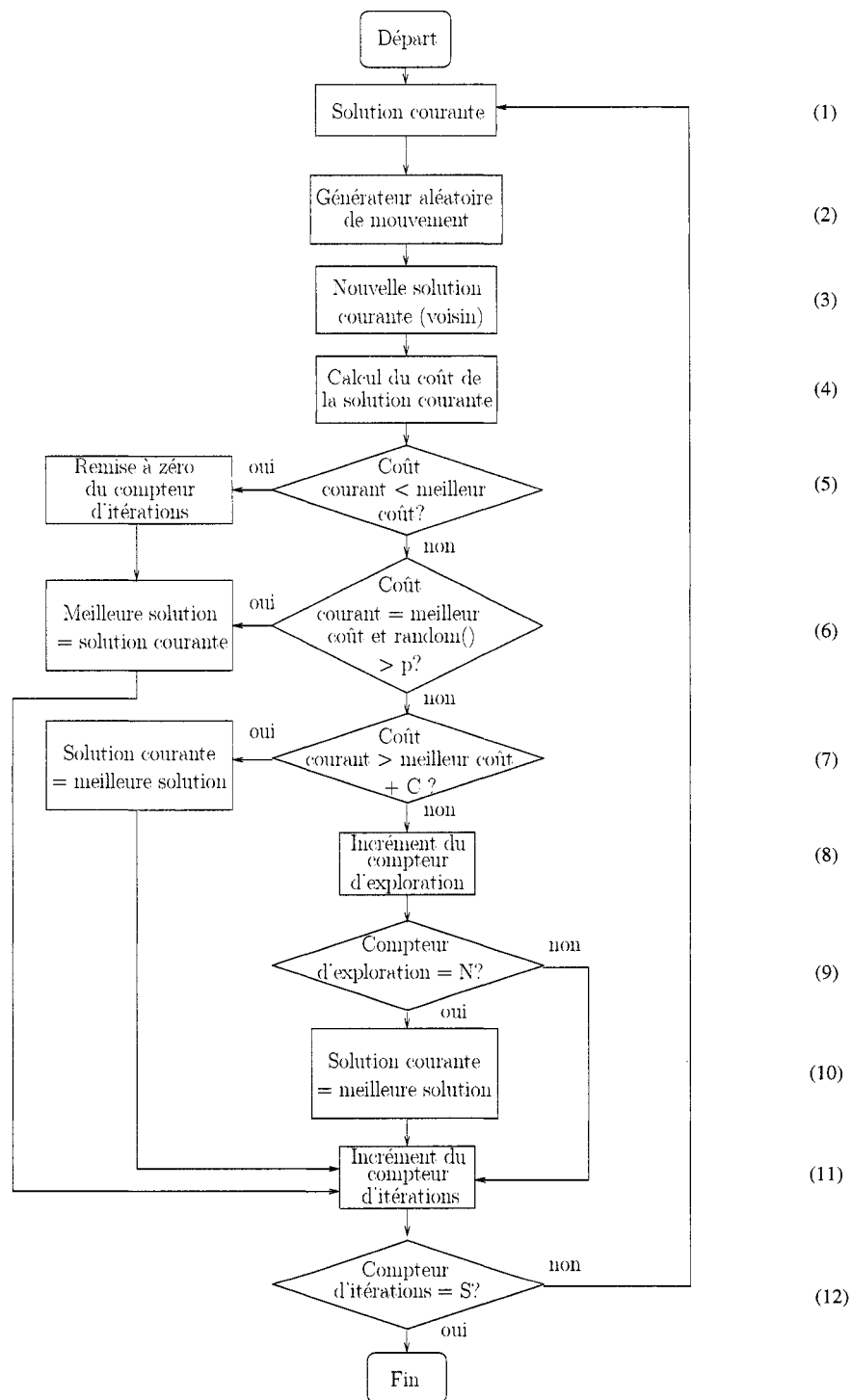


Figure 7.5 Diagramme de la méthode de recherche locale.

Origine	1	1	1	...	1	2	2	...	$n$	$n$	$n$	$n$
Destination	2	3	3	...	$n-1$	1	3	...	$n-4$	$n-3$	$n-2$	$n-1$
Type	1	1	2	...	1	1	1	...	$t$	$t$	$t$	$t$
Chemin	0	1	2	...	3	1	2	...	$c$	$c$	$c$	$c$

Tableau 7.4 Vecteur solution

et 2, 3, 4 et ainsi de suite pour les chemins de transit. Dans le tableau 7.4, nous pouvons voir un exemple d'un tel vecteur solution. La lettre  $n$  indique le nombre de nœuds du réseau. Rappelons que le nombre de types et le nombre de chemins ne sont pas contraints.

Une fois le choix des chemins effectué, il faut accéder à la liste de nœuds qui composent chaque chemin et à la taille de la demande du triplet. Pour ce faire, nous avons un tableau en trois dimensions (origine, destination et type). Ainsi, chaque triplet identifie uniquement une seule case du tableau. Dans chaque case, il y a la taille de la demande et une liste des nœuds pour chaque chemin. Comme nous pouvons le voir dans le tableau 7.5, les numéros de chemin 0 et 1 sont réservés aux chemins directs. Le nombre de chemins n'est pas contraint mais il doit être le même pour toutes les demandes. La taille des chemins de transit peut varier d'un chemin à l'autre et le nombre de nœuds dans un chemin n'est contraint que par le nombre de nœuds dans le réseau.

Une fois que nous avons les informations sur la taille des demandes et sur les nœuds des chemins choisis, nous pouvons calculer les capacités requises dans les routeurs électroniques et les liens optiques. Pour entreposer les valeurs de capacité, nous avons défini deux tableaux. Le premier, pour la capacité des routeurs, est montré dans le tableau 7.6. Le nombre de routeurs est limité à  $n$ , le nombre de nœuds dans le réseau. Le tableau des capacités requises pour les liens optiques est légèrement

Chemin	Nœud 1	Nœud 2	Nœud 3	Nœud 4	Nœud 5	...	Nœud max
0	origine	destination	0	0	0	...	0
1	origine	destination	0	0	0	...	0
2	origine	n1	n2	n3	n4	...	destination
3	origine	n1	n2	n3	n4	...	destination
4	origine	n1	n2	n3	n4	...	destination
⋮	origine	n1	n2	n3	n4	...	destination
C	origine	n1	n2	n3	n4	...	destination

Tableau 7.5 Tableau des nœuds des chemins

Routeurs	1	2	3	4	5	...	$n - 1$	$n$
Capacité	$z_1$	$z_2$	$z_3$	$z_4$	$z_5$	...	$z_{n-1}$	$z_n$

Tableau 7.6 Tableau des capacités des routeurs

Origine	1	1	1	...	1	...	$n$	$n$
Destination	2	3	4	...	$n$	...	$n-2$	$n-1$
Capacité	$y_{1,2}$	$y_{1,3}$	$y_{1,4}$	...	$y_{1,n}$	...	$y_{n,n-2}$	$y_{n,n-1}$

Tableau 7.7 Tableau des capacités des canaux optiques

plus complexe. En effet, le nombre de liens est égal à  $n(n-1)$ . Le tableau a donc  $n(n-1)$  colonnes. Nous pouvons voir un exemple dans le tableau 7.7. L'accès aux valeurs de capacité des routeurs est très simple puisque la capacité du routeur  $k$  est stockée dans la colonne  $k$ . Dans le cas de la capacité des liens optiques, l'accès est un peu plus complexe. La colonne  $j$  qui contient le capacité du lien  $(k, l)$  est identifiée par l'équation suivante :

$$j = (k-1)(n-1) + \begin{cases} l & \text{si } k > l \\ l-1 & \text{si } l > k. \end{cases}$$

Nous pouvons donc facilement et rapidement accéder à n'importe quelle valeur des tableaux contenant les données de capacité des routeurs et des liens optiques. Ainsi, le temps de calcul pourra être concentré sur l'optimisation de la solution et non dans la recherche d'information dans des structures de données.

Le calcul du coût de la solution se fait à partir des informations sur les capacités requises. En effet, une fois que ces capacités ont toutes été déterminées, nous pouvons dimensionner les équipements que nous devons installer. Le coût de ces équipements étant connu, nous pouvons calculer le coût total du réseau.

## CHAPITRE 8

### RÉSULTATS DE L'HEURISTIQUE

#### 8.1 Objectifs

Dans le chapitre sur les tests avec l'algorithme exact, nous devons vérifier les performances de l'algorithme et observer la structure des solutions en fonction de divers paramètres. Les tests sur l'heuristique doivent d'abord vérifier si celle-ci est fiable et précise. Ainsi, pour la première série de tests, nous avons fait exécuter l'heuristique sur une série de réseaux dont nous connaissons les solutions optimales, c'est-à-dire, les réseaux de six nœuds dont le nombre de chemins de transit augmente. Il s'agit exactement des mêmes réseaux que dans la section 5.1.2 (taille des demandes, type, chemins de transit). Cette série de tests a pour but d'évaluer la précision de l'heuristique en comparant les valeurs qu'elle calcule à des valeurs optimales.

La deuxième série de tests vise à comparer pour de grands réseaux les valeurs de coûts calculées par l'heuristique aux valeurs, optimales ou non, de coûts calculées par CPLEX après un maximum de 24 heures de temps de calcul. Le but est de voir jusqu'à quel point l'heuristique est plus performante que CPLEX. Nous voulons aussi voir comment se comporte le temps de calcul de l'heuristique à mesure que les réseaux grossissent en taille. Les réseaux testés avaient 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45 et 50 nœuds.

Les troisième et quatrième séries de tests veulent vérifier si la structure des solutions que nous avons trouvée dans le chapitre 6 reste valide pour un réseau de grande

taille. Nous avons donc testé l'impact du nombre de chemins de transit et l'impact du nombre de nœuds de transit sur un réseau de 20 nœuds.

La dernière série de tests consiste à utiliser l'heuristique pour observer l'impact de la taille et du nombre des demandes sur le coût des réseaux. Pour cette série, nous voulions vérifier cet impact mais aussi voir jusqu'à quel point l'heuristique pouvait être utile à des fins de recherche. Le réseau testé a 20 nœuds. Pour cette série de tests, nous avons utilisé un réseau de base où les demandes avaient une taille uniformément distribuée entre 0 et 0.1 ( $d_{i,j}(t) = U[0, 0.1]$ ) et quatre chemins de transit. Pour vérifier l'impact de la taille des demandes, nous avons multiplié toutes les demandes  $d_{i,j}(t)$  du réseau de base par 2, 3, 4, 6, 8 et 10. Par exemple, la demande  $d_{1,2}(1) = 0.01$  dans le réseau de base devient successivement égale à 0.02, 0.03, 0.04, 0.06, 0.08 et 0.10 dans les six réseaux subséquents. Le nombre de demandes ne change pas. Pour vérifier l'impact du nombre de demandes, nous avons multiplié le nombre de types par 2, 3, 4, 6, 8 et 10. Dans le réseau de base, il n'y a qu'un seul type, donc 380 demandes. Dans les six réseaux subséquents, ce nombre passe à 760, 1140, 1520, 2280, 3040 et 3800. Pour augmenter le nombre de type, nous reproduisons les demandes. Ainsi, la demande  $d_{1,2}(1) = 0.01$  est reproduite 2, 3, 4, 6, 8, 10 fois et devient  $d_{1,2}(2) = 0.01$ ,  $d_{1,2}(3) = 0.01$ , ...,  $d_{1,2}(10) = 0.01$ . Donc, pour un facteur donné, le trafic total entre chaque paire origine-destination est égal dans les deux réseaux générés. Seule la composition de ce trafic est différente.

## 8.2 Environnement des tests

L'heuristique que nous avons présentée au chapitre 7 a été programmée en C++. Les tests ont été effectués sur un ordinateur Pentium 4 cadencé à 2.8 GHz. Pour tous les tests, nous avons utilisé une population de dix solutions. Le sous-ensemble des meilleures solutions sélectionnées après le tri contient quatre solutions. Le pro-

cessus de diversification est appelé si les quatre solutions du sous-ensemble ont le même coût, après deux heures de temps de calcul ou après 200 générations. Le processus de diversification peut être invoqué un maximum de trois fois. La probabilité qu'un chemin soit déverrouillé lors du processus de diversification est de 20%. La probabilité qu'une solution de même coût soit conservée pendant la recherche locale est de 30%. Nous avons utilisé un coût de canal optique  $\alpha$  égal à 4. Finalement, nous avons limité le temps de calcul global à 30000 secondes.

### 8.3 Petits réseaux

Puisque l'heuristique comporte une large part de choix aléatoires, nous avons exécuté l'heuristique plusieurs fois sur chaque réseau avec diverses valeurs de départ pour les générateurs de nombres aléatoires. Le tableau 8.1 contient les valeurs de coût pour dix exécutions consécutives de l'heuristique avec des valeurs initiales différentes. Nous pouvons voir que le coefficient de variation est très bas pour tous les réseaux testés. Le coefficient de variation est défini comme l'écart type divisé par la moyenne et permet de voir la dispersion normalisée des valeurs. En d'autres mots, quelle que soit la valeur initiale du générateur de nombres aléatoires, l'heuristique donne des valeurs similaires, exécution après exécution. L'heuristique est donc stable pour de petits réseaux.

Afin de pouvoir vérifier si l'heuristique est précise, nous avons compilé quatre types de coûts dans le tableau 8.2. Le premier, le coût tout-optique, est le coût d'une solution où chaque demande est routée sur un canal optique dédié sans multiplexage. Le deuxième est la moyenne des dix valeurs calculées par l'heuristique. Le troisième correspond à la meilleure valeur trouvée dans les dix exécutions de l'heuristique. Finalement, le dernier coût est le coût optimal trouvé par CPLEX pour le même réseau. Nous avons aussi la valeur de l'écart moyen d'optimisation  $G$  entre la valeur

Exécution #	Nbr. de chemins de transit			
	1	2	3	4
1	115	113	111	111
2	115	113	109	110
3	115	112	113	111
4	113	113	109	111
5	113	112	112	111
6	113	113	109	112
7	113	113	109	110
8	113	113	110	112
9	115	113	111	112
10	113	113	111	111
Moyenne	113.8	112.8	110.4	111.1
Coeff. de var.	0.01	0	0.01	0.01

Tableau 8.1 Résultats de dix exécutions de l'heuristique sur un réseau de six nœuds,  $\alpha = 4$ .

Coût	Nbr. de chemins de transit			
	1	2	3	4
Tout-optique	120	120	120	120
Moyen de l'heuristique	113.8	112.8	110.4	111.1
Meilleur de l'heuristique	113	112	109	110
Optimal	113	112	109	109
$G(\%)$	0.71	0.71	1.28	1.93

Tableau 8.2 Comparaison des coûts pour un réseau de six nœuds,  $\alpha = 4$ .



Temps (sec)	Nbr. de chemins de transit			
	1	2	3	4
Moyen de l'heuristique	3.58	5.03	7.47	8.93
CPLEX	1.0	32.7	128	7674

Tableau 8.3 Temps de calcul pour des réseaux de six nœuds,  $\alpha = 4$ .

moyenne de l'heuristique et la valeur optimale calculée par :

$$G = 100 \times \left( \frac{\bar{Z} - \underline{Z}}{\underline{Z}} \right)$$

où  $\bar{Z}$  correspond à la valeur moyenne de l'heuristique tandis que  $\underline{Z}$  correspond à la valeur optimale. Le premier résultat intéressant que nous pouvons observer est la valeur de  $G$ . En effet, l'écart moyen d'optimisation ne dépasse jamais 2%, et ce, même si le dernier réseau possède quatre chemins de transit. Nous avons donc une heuristique relativement précise. Deuxième résultat notable, l'heuristique a trouvé la valeur optimale pour trois des quatre réseaux. Ce résultat est important car il montre que malgré une combinatoire importante, l'heuristique est assez puissante pour pouvoir retrouver la valeur optimale, à tout le moins, pour de petits réseaux.

Finalement, le tableau 8.3 présente les temps de calcul moyens pour l'heuristique et pour CPLEX pour les réseaux de six nœuds testés. Première constatation, le temps de calcul moyen de l'heuristique est plus bas que celui de CPLEX dans la majorité des cas. Ainsi, même si l'heuristique ne trouve pas toujours la valeur optimale, son temps moyen de calcul est, quant à lui, beaucoup plus bas que celui de CPLEX. Dans tous les cas, la valeur moyenne du coût calculé par l'heuristique est tout de même près de l'optimalité. Donc, la légère perte de précision de l'heuristique est largement compensée par son gain en rapidité. Deuxième constatation,

et de loin la plus importante, le temps de calcul moyen de l'heuristique augmente beaucoup moins vite que celui de CPLEX à mesure que nous ajoutons des chemins de transit, donc, à mesure que la combinatoire grossit. Tous ces résultats montrent que l'heuristique est stable, rapide et relativement précise pour de petits réseaux.

## 8.4 Grands réseaux

Comme nous l'avons mentionné plus haut au chapitre 6, au-delà de dix nœuds, CPLEX n'est plus capable d'obtenir une solution optimale dans des délais raisonnables. Pour cette seconde série de tests, nous voulons voir comment se comporte l'heuristique sur des réseaux de taille plus réaliste.

Le tableau 8.4 montre les valeurs de coût calculées par dix exécutions de l'heuristique sur des réseaux allant de 10 à 50 nœuds. Comme pour les réseaux de six nœuds, le coefficient de variation est encore une fois très petit pour tous les réseaux. Ce résultat confirme donc que l'heuristique est stable et ce, même pour de grands réseaux.

Nous trouvons toutefois des résultats beaucoup plus intéressants dans le tableau 8.5. Ce tableau est construit comme le tableau 8.2 pour les réseaux de six nœuds. Il y a seulement deux petites différences. Premièrement, puisque CPLEX n'est pas capable de trouver la valeur optimale, nous présentons dans la rangée *Meilleur de CPLEX* la valeur de la meilleure solution réalisable que CPLEX trouve en 24 heures. La rangée *Borne inf. de CPLEX* présente, quant à elle, la meilleure borne inférieure trouvée par CPLEX en 24 heures. La valeur de l'écart à l'optimalité  $G$  est maintenant calculée par rapport à cette borne inférieure. Le résultat le plus important de ce tableau concerne les coûts moyens de l'heuristique et les meilleurs coûts de CPLEX. Sauf pour le réseau de dix nœuds, la valeur moyenne du coût

Exéc. #	Nombre de nœuds								
	10	15	20	25	30	35	40	45	50
1	339	792	1480	2288	3335	4598	5984	7659	9513
2	342	796	1481	2283	3331	4600	5984	7655	9516
3	341	790	1481	2283	3345	4591	5986	7672	9513
4	339	785	1481	2279	3326	4597	5990	7665	9513
5	344	789	1478	2286	3340	4595	5990	7655	9520
6	341	790	1487	2284	3335	4587	5978	7665	9511
7	344	790	1476	2289	3325	4591	5980	7654	9521
8	344	794	1480	2292	3332	4582	5986	7657	9522
9	341	790	1483	2283	3329	4579	5988	7649	9520
10	341	793	1482	2279	3323	4590	5985	7669	9512
Moyenne	341.6	790.9	1480.9	2284.6	3332.1	4591	5985.1	7660	9516.1
Coeff. de var.	0.01	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00

Tableau 8.4 Résultats de dix exécutions de l'heuristique sur différents grands réseaux,  $\alpha = 4$ .

Coût	Nombre de nœuds								
	10	15	20	25	30	35	40	45	50
Tout-optique	360	840	1520	2400	3480	4760	6240	7920	9800
Moyen de l'heuristique	342	791	1481	2285	3332	4591	5985	7660	9516
Meilleur de l'heuristique	339	785	1476	2279	3323	4579	5978	7649	9511
Meilleur de CPLEX	339	793	1484	2303	3377	4629	6147	7752	9599
Borne inf. de CPLEX	339	760	1437	2167	3149	4326	5789	7205	8937
$G$ (%)	0.77	4.11	3.08	5.45	5.82	6.12	3.38	6.31	6.48

Tableau 8.5 Comparaison des coûts pour différents réseaux,  $\alpha = 4$ .

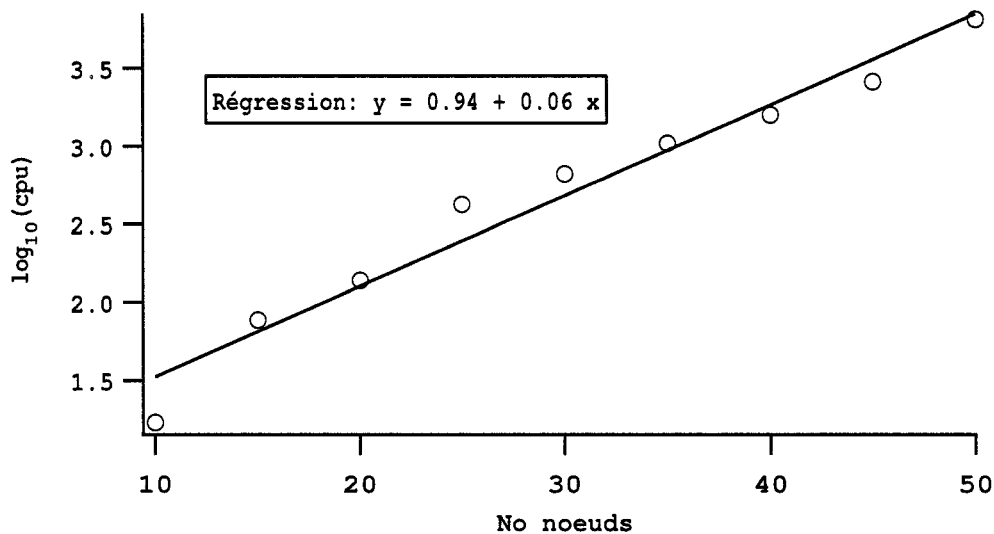


Figure 8.1 Logarithme du temps de calcul de l'heuristique en fonction du nombre de nœuds.

calculée par l'heuristique est toujours plus petite que le meilleur coût calculé par CPLEX après 24 heures. Ce résultat montre que l'heuristique est, en moyenne, meilleure que CPLEX pour optimiser de grands réseaux. De plus, l'écart moyen d'optimisation est toujours inférieur à 7%. Même si l'écart s'est dégradé par rapport aux réseaux de six nœuds, il ne faut pas oublier que celui-ci est maintenant calculé par rapport à la borne inférieure qui est inférieure sinon égale à la valeur optimale. Le véritable écart moyen d'optimisation pourrait être plus petit que les valeurs trouvées.

Nous pouvons aussi voir dans la figure 8.1 à quelle vitesse croît le temps de calcul de l'heuristique en fonction du nombre de nœuds. Nous avons trouvé que le temps de calcul croît de façon exponentielle et suit approximativement  $10^{0.06n}$  où  $n$  est le nombre de nœuds du réseau. Il faut toutefois noter que puisque notre heuristique contient une limite sur le temps de calcul global, la croissance exponentielle cessera lorsque les temps de calcul atteindront cette limite. Il est tout de même intéressant de comparer les pentes des courbes des figures 6.2 et 8.1. Dans la première figure,

Temps	Nombre de nœuds								
	10	15	20	25	30	35	40	45	50
Moyen de l'heuristique	16.87	76.78	138.4	424.3	664.5	1046	1593	2591	6449
CPLEX	49010	<i>CPLEX s'est arrêté après 24 heures.</i>							

Tableau 8.6 Comparaison du temps de calcul pour différents grands réseaux,  $\alpha = 4$ .

la pente vaut 0.84 tandis que dans la deuxième, elle est seulement de 0.06. Le taux de croissance du temps de calcul est donc beaucoup plus important pour CPLEX que pour l'heuristique. Nous avons donc une heuristique qui est non seulement plus précise que CPLEX pour de grands réseaux, mais aussi généralement plus rapide. Nous pouvons voir les valeurs exactes de temps de calcul pour CPLEX et pour l'heuristique dans le tableau 8.6.

### 8.5 Impact du nombre de chemins de transit

Dans le chapitre 6, nous avons étudié la structure des réseaux lorsque nous ajoutons des chemins de transit supplémentaires. Globalement, l'ajout de chemins faisait diminuer le coût des réseaux tout en les rendant plus efficaces. Ici, nous voulons voir si l'heuristique retrouve le même genre de comportement sur un réseau de 20 nœuds. Nous avons effectué les mêmes tests que sur le réseau de six nœuds sur un réseau auquel nous ajoutons successivement un chemin de transit à chaque demande. Pour cette série de tests, nous avons exécuté l'heuristique cinq fois sur chaque réseau avec des générateurs différents à chaque fois.

Le tableau 8.7 montre les résultats pour les cinq exécutions ainsi que la moyenne des coûts, le coût de comparaison tout-optique et finalement, le gain de multiplexage  $G_m$ . La rangée *Moyenne* confirme la réduction du coût à mesure que le nombre de

Exécution #	Nombre de chemins de transit			
	1	2	3	4
1	1407	1369	1343	1345
2	1415	1373	1356	1345
3	1406	1367	1358	1348
4	1403	1385	1354	1342
5	1400	1379	1354	1338
Moyenne	1406.2	1374.6	1353.0	1343.6
Coût tout-optique	1520	1520	1520	1520
$G_m$	0.0749	0.0957	0.1099	0.1161

Tableau 8.7 Coût total, réseaux de 20 nœuds.

chemins de transit ajoutés augmente. Nous voyons aussi que le gain de multiplexage augmente lorsque le nombre de chemins de transit augmente, ce qui confirme une fois de plus que plus il y a de chemins disponibles, plus le multiplexage peut faire réaliser des économies.

Le tableau 8.8 montre, quant à lui, l'évolution de la métrique  $\bar{K}$  lorsque le nombre de chemins de transit augmente. Ici encore, les résultats sont conformes à ce que nous attendions. Nous pouvons observer le même comportement ici, à savoir que le taux d'utilisation tend à monter à mesure que le nombre de chemins augmente.

Il est encore plus intéressant de voir le détail de l'utilisation des routeurs. Le tableau 8.9 montre l'utilisation de chacun des 20 routeurs pour le résultat de la première exécution de l'heuristique. L'heuristique trouve des solutions où l'utilisation des routeurs se situe près de la valeur entière supérieure. Par exemple, l'heuristique va essayer de trouver des solutions où l'utilisation se trouve près de 1.8 ou 1.9 et va éviter les solutions où l'utilisation se trouve autour de 2.1 ou 2.2. Il faut se rappeler que les routeurs ont des capacités  $\Gamma_r$  égales à  $rB$  où  $B$  est la bande passante d'un

Exécution #	Nombre de chemins de transit			
	1	2	3	4
1	0.9076	0.9288	0.9560	0.9144
2	0.8970	0.9182	0.9475	0.9317
3	0.9212	0.9587	0.9295	0.9392
4	0.9127	0.9218	0.9274	0.9392
5	0.9375	0.9264	0.9339	0.9422
Moyenne	0.9152	0.9308	0.9389	0.9333

Tableau 8.8 Utilisation moyenne des routeurs, réseaux de 20 nœuds.

canal optique. Ce comportement est directement relié au fait que les coûts et les capacités des routeurs sont modulaires. Ce genre de comportement ne serait pas apparu avec des coûts de composantes électroniques basés sur le nombre de ports.

Finalement, nous avons le tableau 8.10 qui détaille le taux d'utilisation des canaux optiques. Nous pouvons voir que le taux suit une tendance à la hausse à mesure que le nombre de chemins de transit disponibles augmente. Ce comportement avait été observé pour les réseaux de six nœuds et semble donc être aussi confirmé pour de grands réseaux.

## 8.6 Impact du nombre de noeuds de transit

Nous avons aussi examiné les solutions calculées par l'heuristique lorsque le chemin de transit comporte un nombre croissant de nœuds de transit. Dans ces tests, il y a toujours trois chemins disponibles, deux chemins directs, l'un dédié, l'autre partagé et un chemin de transit partagé. L'impact de la longueur du chemin de transit est nettement visible dans les coûts du tableau 8.11. Nous pouvons voir la hausse du

Routeur #	Nombre de chemins de transit			
	1	2	3	4
1	1.5192	1.9296	1.9188	1.9388
2	1.9516	1.7576	1.9320	1.9304
3	1.8116	1.9556	2.8824	1.7732
4	1.9212	2.6916	1.8904	1.9768
5	1.4048	1.9396	1.6456	1.7448
6	1.9408	1.9612	2.9668	1.9020
7	1.9608	1.6588	2.9448	1.9556
8	1.6988	1.7960	1.9984	1.9320
9	0.9656	1.7000	1.8232	1.7052
10	1.6672	1.9128	1.9372	1.9728
11	0.9740	1.6592	1.9484	1.8152
12	1.8384	1.9160	1.9772	1.9352
13	1.9324	1.8936	1.9176	1.8428
14	1.9248	1.9948	1.9552	1.8068
15	1.8412	1.9348	1.9768	1.8296
16	1.8596	1.9212	1.6624	1.5904
17	2.8992	1.9552	1.9800	2.5236
18	1.8132	1.8392	1.8132	1.9352
19	1.7436	1.6968	1.9476	1.9896
20	1.7288	1.9680	1.9892	1.3920
$\bar{K}$	0.9076	0.9288	0.9560	0.9144

Tableau 8.9 Utilisation des routeurs, réseaux de 20 nœuds.



Exécution #	Nombre de chemins de transit			
	1	2	3	4
1	0.2380	0.2497	0.2574	0.2545
2	0.2359	0.2527	0.2550	0.2536
3	0.2396	0.2489	0.2546	0.2568
4	0.2402	0.2454	0.2550	0.2620
5	0.2361	0.2476	0.2539	0.2608
Moyenne	0.2380	0.2489	0.2552	0.2575

Tableau 8.10 Utilisation moyenne des canaux optiques, réseaux de 20 nœuds.

Exécution #	Nombre de nœuds de transit			
	1	2	3	4
1	1414	1477	1501	1522
2	1416	1467	1506	1519
3	1414	1472	1502	1524
4	1413	1477	1499	1519
5	1408	1473	1497	1521
Moyenne	1413.00	1473.20	1501.00	1521.00
Coût tout-optique	1520	1520	1520	1520
$G_m$	0.0704	0.0308	0.0125	-0.0007

Tableau 8.11 Coût total en fonction du nombre de nœuds de transit, réseaux de 20 nœuds.

Exécution #	Nombre de nœuds de transit			
	1	2	3	4
1	0.9243	0.8630	0.8573	0.7591
2	0.9092	0.8976	0.7661	0.7440
3	0.9213	0.8275	0.7932	0.7193
4	0.9261	0.8325	0.8595	0.7896
5	0.9365	0.8894	0.8208	0.8224
Moyenne	0.9235	0.8620	0.8194	0.7669

Tableau 8.12 Utilisation moyenne des routeurs en fonction du nombre de chemins de transit, réseaux de 20 nœuds.

coût total à mesure que le chemin de transit s'allonge. Qui plus est, avec le chemin de transit à quatre nœuds de transit, le coût moyen calculé par l'heuristique est pire que le coût tout-optique. Il faut comprendre ici que c'est un phénomène relié à l'heuristique puisque le coût tout-optique est une borne supérieure sur le coût total. En fait, lorsque nous regardons le détail des solutions, nous voyons que l'heuristique trouve certaines solutions meilleures que celle tout-optique mais l'économie n'est que de 0.07%, ce qui est, à toute fin pratique, négligeable. Ces résultats confirment donc que, pour de grands réseaux comme pour de petits réseaux, les chemins longs engendrent des solutions plus coûteuses.

Dans les tableaux 8.12 et 8.13, nous pouvons voir que des chemins de transit de plus en plus longs rendent les réseaux de moins en moins efficaces. En effet, dans ces deux tableaux, le taux d'utilisation moyen des routeurs et des canaux optiques diminue à mesure que le chemin de transit s'allonge. Ces deux résultats confirment ce que nous avons obtenu pour de petits réseaux.

À la lumière de ces résultats, nous pouvons conclure que l'utilisation de longs

Exécution #	Nombre de nœuds de transit			
	1	2	3	4
1	0.2384	0.2175	0.2095	0.2049
2	0.2375	0.2211	0.2101	0.2054
3	0.2384	0.2227	0.2079	0.2038
4	0.2375	0.2163	0.2087	0.2043
5	0.2382	0.2204	0.2125	0.2044
Moyenne	0.2380	0.2196	0.2097	0.2046

Tableau 8.13 Utilisation moyenne des canaux optiques en fonction du nombre de chemins de transit, réseaux de 20 nœuds.

chemins de transit est à éviter car ils engendrent une hausse du coût des réseaux tout en réduisant l'efficacité de l'utilisation des ressources.

## 8.7 Impact de la structure du trafic

Finalement, nous avons utilisé l'heuristique pour examiner l'effet de la composition du trafic sur les réseaux. Pour une valeur donnée de trafic total, nous avons deux situations : peu de demandes mais de tailles importantes et beaucoup de demandes de faibles tailles. Ces deux situations peuvent représenter un cas où les demandes sont préalablement agrégées avant d'être envoyées dans le réseau (voir figure 8.2) et un cas où les demandes sont directement envoyées dans le réseau (voir figure 8.3). Dans le deuxième cas, c'est le réseau qui devra faire du multiplexage, si nécessaire, et ce, avec une augmentation de coût correspondante.

Nous avons exécuté l'heuristique cinq fois sur chaque réseau. Nous avons ensuite pris la moyenne des coûts trouvés par l'heuristique. Ces coûts moyens sont compilés dans le tableau 8.14. La rangée *Multiplexage usager* correspond au cas d'un petit

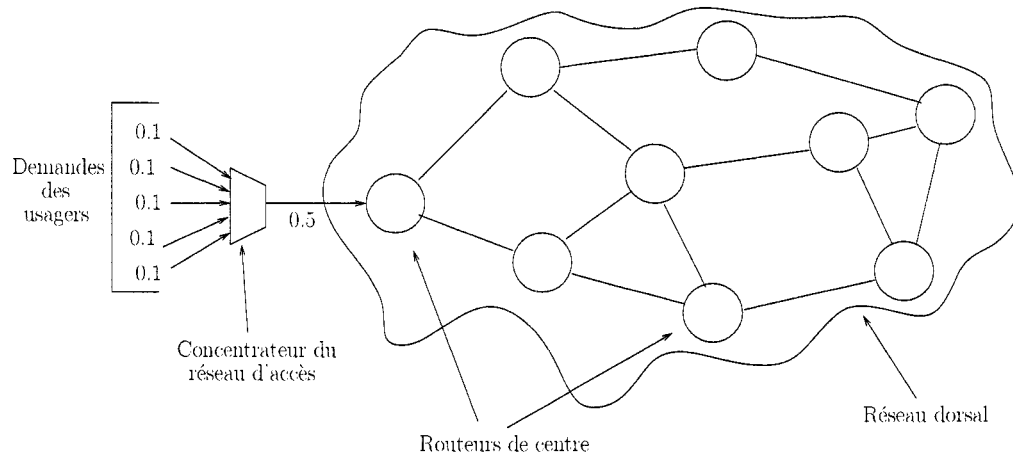


Figure 8.2 Concentration dans le réseau d'accès

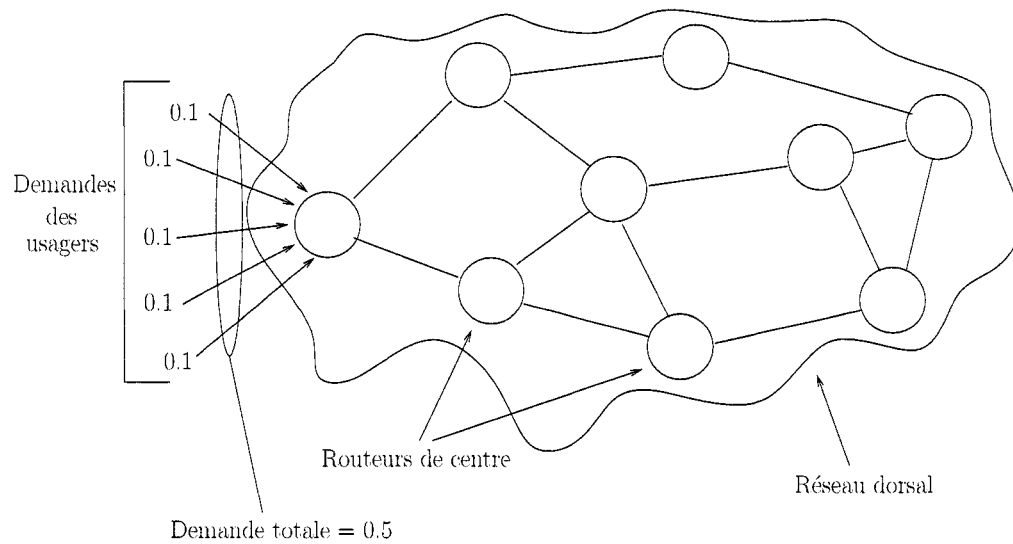


Figure 8.3 Concentration dans le réseau dorsal

	Coût total du réseau						
	19	38	57	76	114	152	190
Trafic total	19	38	57	76	114	152	190
Multiplexage usager	852	1145	1273	1342	1411	1442	1462
Multiplexage réseau	852	1405	2065	2775	4578	6689	9492

Tableau 8.14 Effet de la composition du trafic sur les réseaux.

nombre de demandes de grande taille. La rangée *Multiplexage réseau* correspond au cas d'un grand nombre de demandes de faible taille. Comme nous pouvons aisément le constater, il revient beaucoup plus cher de dimensionner un réseau avec beaucoup de faibles demandes qu'un réseau où il y a peu de grandes demandes et ce, à trafic total égal. La raison de ce phénomène est simple : lorsque les demandes sont de petite taille, le réseau doit faire beaucoup de multiplexage pour mieux utiliser ses ressources et ce multiplexage se traduit par une hausse notable des coûts. Nous n'aurions pas obtenu ce genre de résultats si nous avions utilisé un modèle de coût des composantes électroniques basé uniquement sur le nombre de ports car le nombre de ports requis dépend beaucoup plus du nombre de demandes que de leur taille.

Ces derniers résultats font surgir une question extrêmement importante pour les opérateurs de réseaux. En effet, si le multiplexage est fait dans le réseau, le coût qu'il engendre devra éventuellement être assumé par l'utilisateur. Si le multiplexage est effectué préalablement par l'utilisateur, le coût du réseau sera plus faible. Toutefois, le multiplexage effectué par l'utilisateur coûtera aussi quelque chose. La question centrale est donc de savoir s'il est plus économique de faire du multiplexage directement dans le réseau ou à l'entrée du réseau, dans le réseau d'accès. Cette question devra être abordée dans des travaux futurs.

Nous avons donc démontré que notre heuristique est stable, rapide et relativement précise. Pour de grands réseaux, ses performances sont mêmes meilleures que celles de CPLEX. Nous avons aussi retrouvé, pour de grands réseaux, les mêmes conclusions sur le nombre et la longueur des routes que nous avons trouvées pour de petits réseaux. L'heuristique nous a aussi permis de trouver d'intéressants résultats sur l'impact de la matrice de trafic sur le coût des réseaux.

## CHAPITRE 9

### CONCLUSION

#### 9.1 Résultats importants

Le dimensionnement des réseaux de télécommunications fait l'objet de recherches depuis de nombreuses années. Divers modèles mathématiques et techniques de résolution ont été proposés avec le temps. Dans le cadre de notre projet, nous voulions premièrement tester un modèle particulier qui effectue le dimensionnement de réseaux hybrides optoélectroniques. Deux particularités distinguent ce modèle des autres : le multiplexage et la modularité des coûts des routeurs.

Les résultats de ces tests nous ont montré que les chemins comportant plusieurs nœuds intermédiaires étaient évités dans les solutions optimales. Nous avons aussi trouvé que plus le choix de routes était grand, moins les réseaux coûtaient cher et plus les équipements étaient utilisés efficacement. Nous avons aussi montré que la structure des coûts des routeurs avait un impact considérable sur le multiplexage et donc sur la structure finale des réseaux. Ce résultat est très important car il montre qu'une mauvaise estimation des coûts peut avoir des répercussions majeures sur la solution finale. Finalement, nous avons montré qu'au-delà d'une dizaine de nœuds, il devenait impossible pour le logiciel d'optimisation (CPLEX 8.1) de trouver la solution optimale dans un délai raisonnable. La conclusion était qu'il fallait recourir à une méthode de recherche heuristique pour trouver de bonnes solutions approximatives.

La deuxième partie de ce projet consistait donc à faire le design d'une méthode

de recherche heuristique pour trouver des solutions approximatives pour de grands réseaux. L'heuristique que nous avons développée est une technique qui utilise des notions des algorithmes génétiques (individu et population) et aussi les concepts d'exploration et de diversification. L'heuristique contient aussi une technique de recherche locale qui s'apparente à la technique d'acceptation de seuil. Les résultats obtenus avec l'heuristique sur de grands réseaux nous ont permis de confirmer ceux que nous avons obtenus avec un algorithme exact sur de petits réseaux. De plus, pour de grands réseaux, l'heuristique permet de trouver de meilleures solutions que CPLEX dans un délai plus court. Nous pouvons trouver de bonnes solutions pour des réseaux allant jusqu'à 50 nœuds dans un délai raisonnable. La combinatoire reste toutefois un obstacle majeur et le temps de calcul deviendra problématique pour de très grands réseaux.

De plus, comme nous l'avons vu, l'heuristique nous a permis de découvrir que la structure de la matrice de trafic pouvait avoir un impact plus que considérable sur le coût final. En effet, il revient beaucoup plus cher de dimensionner un réseau contenant beaucoup de demandes de faible taille qu'un réseau avec peu de demandes de grande taille, le tout, à trafic total égal. Nous avons donc un outil de recherche intéressant qui peut nous permettre de trouver de nouveaux résultats sur la structure des réseaux hybrides optoélectroniques.

## 9.2 Travaux futurs

Dans cette section, nous allons revenir sur le modèle mathématique conçu par Meddeb et al. (Meddeb et al., 2004). Lors de la conception de ce dernier, certains aspects du problème de dimensionnement ont été négligés et des hypothèses ont été faites. Nous allons donc discuter des cinq aspects suivants :

- les modèles de coûts des composantes,

- le choix des routes de transit,
- l'absence de protection des connexions,
- l'absence de délai,
- l'estimation de la matrice de trafic.

Tenir compte des aspects qui ont été négligés pourra faire l'objet de travaux futurs.

### 9.2.1 Modèles de coûts

L'objectif principal du modèle mathématique est la minimisation du coût total d'un réseau optoélectronique sous une série de contraintes. Comme nous l'avons vu dans le chapitre 4, le coût total d'un réseau est la somme des coûts des composantes optiques et électroniques. Ce qui fait la particularité du modèle, ce sont les deux modèles de coûts utilisés. Dans le cas des composantes optiques, nous avons posé l'hypothèse que le coût de ces composantes était dominé par le coût des canaux optiques. Nous avons ainsi négligé les coûts de commutateurs optiques, des amplificateurs et de la fibre. Nous avons aussi posé, à la section 5.1, que le coût d'un canal optique est indépendant de la paire de nœuds entre lesquels il est installé.

Dans le cas des coûts des routeurs électroniques, nous avons posé que ces coûts suivent une fonction en escalier. Ainsi, pour un intervalle donné de capacité, le coût d'un routeur reste fixe. Donc, quel que soit le nombre de connexions passant par un routeur, son coût sera seulement déterminé par son type, c'est-à-dire, sa capacité. Nous devons nous demander ici si ces hypothèses sont valides et dans quelle mesure nous pouvons modifier les modèles de coûts pour les rendre plus réalistes.

Pour les coûts des composantes optiques, l'hypothèse stipulant que tous les canaux optiques ont le même coût n'est pas réaliste. Il est évident que certains canaux



seront plus dispendieux que d'autres dû au fait que la distance sera plus grande et que l'ajout d'amplificateurs sera nécessaire. Toutefois, et nous l'avons déjà mentionné rapidement, il est possible de spécifier le coût d'un canal optique pour chaque paire d'origine-destination en incluant le coût des répéteurs et des amplificateurs. Il revient toutefois au designer de réseaux de définir les coûts pour les canaux. L'absence de coût pour les commutateurs optiques est plus difficile à quantifier. En effet, les commutateurs optiques et leurs coûts dépendent fortement du nombre de ports. Toutefois, dans le modèle mathématique, nous avons négligé le nombre de ports représenté par le degré entrant et sortant d'un nœud. Nous ne pouvons donc pas déterminer quel type de commutateurs optiques il faudrait. Si nous devons tenir compte du coût des commutateurs, nous devrions calculer les degrés entrant et sortant des nœuds et trouver ensuite quel type de commutateur il faudrait installer. Le modèle des coûts des commutateurs serait similaire à celui des routeurs, c'est-à-dire, en escalier.

Quant aux coûts des routeurs électroniques, l'hypothèse voulant que le coût dépende seulement de la capacité du routeur néglige une partie de la réalité. En effet, les routeurs commerciaux ne sont pas des boîtes noires ayant une capacité fixe. En fait, les *routeurs* sont composés d'un *châssis* de base dans lequel on ajoute des cartes pour différentes fonctions. C'est seulement lorsque le châssis est plein qu'il faut changer de routeur/châssis. Ainsi, pour avoir un modèle de coûts plus réaliste pour les composantes électroniques, il faudrait prendre en compte le fait qu'il n'est pas nécessaire d'installer un châssis rempli de cartes. Le vrai coût des *routeurs* suivrait donc une fonction en escalier mais où chaque marche serait en fait un petit escalier.

Quoi qu'il en soit, il reste que pour avoir un modèle de coûts plus réaliste, il nous faudrait avoir les coûts véritables des équipements ainsi que leur vraie capacité. Même en gardant certaines hypothèses, nous ne savons pas quel est le rapport entre

les coûts des canaux optiques et des routeurs. De plus, nous n'avons pas la forme exacte de la fonction des coûts des routeurs : taille des intervalles, coût, croissance des coûts, économie d'échelle, etc. Il faudrait donc avoir toutes ces valeurs pour obtenir des résultats plus significatifs. Comme nous l'avons vu, la structure finale des réseaux dépend énormément des coûts et du rapport entre eux.

Finalement, si nous voulions rendre le modèle plus réaliste, nous pourrions procéder en deux temps. Premièrement, il faudrait trouver les véritables coûts des composantes ainsi que leur capacité. Deuxièmement, il faudrait prendre en compte certains coûts supplémentaires : ceux de la fibre, des amplificateurs et des commutateurs optiques en fonction des degrés et modifier la fonction en escalier des coûts des routeurs.

### 9.2.2 Choix des routes de transit

Lorsque nous avons présenté le modèle mathématique, nous avons expliqué que chaque demande pouvait emprunter une ou plusieurs routes parmi un ensemble. Nous avons indiqué que l'ensemble des routes contient toujours une route directe utilisant un canal optique dédié et une route directe utilisant un canal optique partagé. Les autres routes sont des routes de transit partagées passant par un certain nombre de nœuds intermédiaires. Toutefois, dans tous les tests que nous avons effectués, le choix des nœuds intermédiaires a toujours été fait au hasard. Or, comme nous avons pu le constater dans certains tests, ce choix a un impact considérable sur le coût final du réseau. Nous n'avons toutefois aucun moyen à date pour trouver les meilleurs nœuds. Il ne faut jamais oublier qu'une route n'est jamais bonne ou mauvaise en soi. C'est la combinaison de plusieurs routes qui fait qu'une solution est meilleure ou pire qu'une autre. Il semble donc qu'il soit impossible de connaître les meilleures routes *a priori*. Il serait peut-être possible,

avec une heuristique appropriée, de trouver un ensemble de bonnes routes. Les méthodes de type tabou sont généralement bien adaptées à ce genre de problèmes et il serait probablement assez facile de modifier notre heuristique dans ce sens. Ces modifications pourraient faire l'objet de travaux futurs.

### 9.2.3 Protection des connexions

Il y a peu à dire sur la protection dans le modèle mathématique puisque nous n'y avons pas inclus de contraintes de fiabilité. Il est évident que cette hypothèse est très optimiste puisque les équipements ne sont pas parfaits et qu'il y a toujours une probabilité de panne.

Les réseaux dimensionnés avec le modèle mathématique sont donc vulnérables à toutes pannes, de routeurs ou de liens. Il serait toutefois possible d'ajouter certains types de protection dans les réseaux dimensionnés. Par exemple, on pourrait ajouter un facteur de surdimensionnement à tous les équipements. Cette capacité supplémentaire permettrait de protéger toutes sinon une partie des demandes qui sont affectées par une panne. Il faudrait toutefois trouver un facteur de surdimensionnement acceptable pour que le réseau ne coûte pas trop cher tout en assurant une protection adéquate. Une deuxième technique consisterait à forcer qu'une demande passe par au moins deux routes disjointes. Cette technique couramment utilisée aurait l'avantage de pouvoir utiliser le multiplexage pour les deux routes et pourrait ainsi diminuer le coût total tout en assurant une protection complète.

Quelle que soit la technique utilisée, il faut comprendre qu'un réseau qui comprend de la protection coûte toujours plus cher qu'un réseau sans protection.

#### 9.2.4 Délai

Dans le modèle mathématique défini au début de ce mémoire, nous avons posé l'hypothèse qu'il n'y avait pas de délais dans les réseaux dimensionnés. Évidemment, cette hypothèse est fautive puisque tout réseau génère des délais, que ce soit des délais de transmission, de multiplexage ou encore de conversion optoélectronique. Nous avons utilisé cette hypothèse car l'objectif initial de ce projet était d'observer l'impact du coût des routeurs et du multiplexage sur le dimensionnement des réseaux optoélectroniques. Toutefois, dans nos prochains travaux, nous allons devoir tenir compte des délais.

Il existe diverses façons de tenir compte du délai dans les réseaux. Nous allons en proposer deux. La première consisterait à trouver quels délais sont non-négligeables et à leur assigner un coût sous forme de pénalité monétaire. Par exemple, si nous décidons de considérer les délais de transmission dans les canaux optiques, nous pourrions convertir ces délais en coût et ajouter ces derniers au coût de chaque canal optique. L'idée est de convertir les délais en coût et de transférer ces coûts supplémentaires dans les coûts des équipements. De cette façon, le modèle mathématique resterait essentiellement le même. Il suffirait seulement d'ajuster les coûts.

Une autre façon de prendre le délai en compte serait d'utiliser des modèles de files d'attente. Pour ce faire, il faudrait changer le modèle initial de façon importante. Les résultats seraient probablement plus précis mais la résolution serait d'autant plus complexe que les modèles de files d'attente sont non-linéaires. Un modèle avec files d'attente serait probablement nécessaire si nous avons des contraintes sur les délais maximums tolérables par chaque demande.

Quelle que soit la technique préconisée, il faudra tenir compte des délais dans de futures recherches.

### 9.2.5 Estimation de la matrice de trafic

La dernière hypothèse n'est pas une hypothèse sur le modèle mathématique en soi mais sur les données qui lui seront transmises. Parmi ces données, la matrice de trafic est probablement l'une des plus importante. Toutefois, comme le réseau n'existe pas encore, il est extrêmement difficile d'estimer avec précision la demande réelle entre les diverses paires d'origine-destination. Ainsi, l'hypothèse qui stipule que la matrice de trafic est exacte est à toute fin pratique fausse.

Ceci soulève une autre question : quelle est la validité d'un dimensionnement dit optimal si les données de départ sont estimées ? Ce problème n'est pas nouveau car il est à toute fin pratique impossible d'avoir une matrice de trafic exacte avant la construction du réseau. C'est pourquoi il faut faire attention aux résultats dit optimaux. Pour obtenir une solution plus réaliste, il faudrait faire plusieurs tests avec des matrices de trafics différentes et observer le comportement des solutions. De plus, il faudrait ajouter un facteur de sécurité à la capacité des équipements pour tenir compte de la croissance future du réseau.

Il est aussi bon de noter que d'après les résultats que nous avons obtenus, les réseaux dimensionnés tendent à utiliser au maximum les équipements installés. S'il devait y avoir une erreur notable dans l'estimation de la matrice de trafic, le réseau pourrait bien se révéler sous-dimensionné.

Bref, l'estimation de la matrice de trafic est extrêmement importante. Il serait intéressant de faire l'étude de plusieurs cas de matrices de trafic, optimistes et pessimistes, pour obtenir un réseau final adéquat.

Nous constatons donc qu'il reste encore beaucoup de possibilités de recherche dans le domaine des réseaux hybrides optoélectroniques. Que ce soit au sujet des modèles de coûts, du choix des nœuds de transit, de la protection, du délai ou de l'estimation de la matrice de trafic, beaucoup de voies de recherche sont encore ouvertes.

## RÉFÉRENCES

- Amiri, A. et Pirkul, H. (1997). Routing and capacity assignment in backbone communication networks. *Computers and Operations Research*, **24**(3), 275–287.
- Amiri, A. et Pirkul, H. (1999). Routing and capacity assignment in backbone communication networks under time varying traffic conditions. *European Journal of Operational Research*, **117**(1), 15–29.
- Brunetta, L., Malucelli, F., Väbrand, P., et Yuan, D. (2004). Joint optical network design, routing and wavelength assignment by integer programming. *Telecommunication Systems*, **26**(1), 53–67.
- Cinkler, T. (2003). Traffic and  $\lambda$  grooming. *IEEE Networks*, **17**(2), 16–21.
- Costamagna, E., Fanni, A., et Giacinto, G. (1998). A tabu search algorithm for the optimisation of telecommunication networks. *European Journal of Operational Research*, **106**(2-3), 375–372.
- Cuihong, H. (1997). Route selection and capacity assignment in computer communication networks based on genetic algorithm. In *Proceedings of 1997 IEEE International Conference on Intelligent Processing Systems (IEEE ICIPS 1997)*, volume 1, pages 548–552.
- Dueck, G. et Scheuer, T. (1990). Threshold accepting : A general purpose optimization algorithm appearing superior to simulated annealing. *Journal of Computational Physics*, **90**(1), 161–175.
- Dutta, R. et Rouskas, G. N. (2002). Traffic grooming in WDM networks : Past and future. *IEEE Networks*, **16**(6), 46–56.
- Gavish, B. et Altinkemer, K. (1990). Backbone network design tools with economic tradeoffs. *ORSA Journal on Computing*, **2**(3), 236–252.

- Gavish, B. et Hantler, S. (1983). An algorithm for optimal route selection in SNA networks. *IEEE Transactions on Communications*, **31**(10), 1154–1161.
- Gavish, B. et Neuman, I. (1989). A system for routing and capacity assignment in computer communication networks. *IEEE Transactions on Communications*, **37**(4), 360–366.
- Gendreau, M. (2002). An introduction to tabu search. *Publication du CRT*, (25).
- Glover, F. W. et Laguna, M. (1998). *Tabu Search*. Kluwer Academic Publishers.
- Huang, H. et Copeland, J. (2003). Optical networks with hybrid routing. *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, **21**(7), 1063–1070.
- Huynh, D., Kobayashi, H., et Kuo, F. F. (1977). Optimal design of mixed-media packet-switching networks : Routing and capacity assignment. *IEEE Transactions on Communications*, **COM-25**(1), 158–169.
- Izmailov, R., Ganguly, S., Wang, T., Suemura, Y., Maeno, Y., et Araki, S. (2002). Hybrid hierarchical optical networks. *IEEE Communications Magazine*, **40**(11), 88–94.
- LeBlanc, L. et Simmons, R. (1989). Continuous models for capacity design of large packet-switched telecommunication networks. *ORSA Journal on Computing*, **1**(4), 271–286.
- MacGregor, M. H. et Grover, W. D. (1997). Distributed partial-express routing of broad-band transport network demands. *IEEE Transactions on Networking*, **5**(7), 981–988.
- Meddeb, A., Girard, A., Sansò, B., et Cartier, F. (2004). Effect of switch cost on the design of hybrid optoelectronic networks. *Journal of Optical Networking*, **3**(5), 324–341.
- Modiano, E. et Lin, P. (2001). Traffic grooming in WDM networks. *IEEE Communications Magazine*, **39**(7), 124–129.



- Mukherjee, B., Banerjee, D., Ramamurthy, S., et Mukherjee, A. (1996). Some principles for designing a wide-area WDM optical networks. *IEEE/ACM Transactions on Networking*, **4**(5), 684–696.
- Ng, T. et Hoang, D. (1987). Joint optimization of capacity and flow assignment in a packet-switched communications network. *IEEE Transactions on Communications*, **35**(2), 202–209.
- Ramaswami, R. et Sivarajan, K. N. (2002). *Optical Networks, A Practical Perspective*. Morgan Kaufmann Publishers.
- Rochat, Y. et Taillard, E. (1995). Probabilistic diversification and intensification in local search for vehicle routing. *Journal of Heuristic*, **1**(1), 147–167.
- Simmons, J. et Saleh, A. (1999). The value of optical bypass in reducing router size in gigabit networks. In *Proceedings of 1999 IEEE International Conference on Communications (IEEE ICC 1999)*, volume 1, pages 591–596.
- Xin, Y., Rouskas, G. N., et Perros, H. G. (2003). On the physical and logical topology design of large-scale optical networks. *Journal of Lightwave Technology*, **21**(4), 904–915.
- Zhemin, D. et Hamdi, M. (2002). Clustering techniques for traffic grooming in optical WDM mesh networks. In *Proceedings of 2002 IEEE Global Telecommunications Conference (IEEE GLOBECOM 2002)*, volume 3, pages 2711–2715.
- Zhu, K. et Mukherjee, B. (2002). Traffic grooming in an optical WDM mesh networks. *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, **20**(1), 122–133.
- Zhu, K., Zang, H., et Mukherjee, B. (2002). Design of WDM mesh networks with sparse grooming capability. In *Proceedings of 2002 IEEE Global Telecommunications Conference (IEEE GLOBECOM 2002)*, volume 3, pages 2696–2700.
- Zhu, K., Zhu, H., et Mukherjee, B. (2003). Traffic engineering in multigranularity heterogeneous optical WDM mesh networks through dynamic traffic grooming. *IEEE Networks*, **17**(2), 8–15.