

Titre:	Optimisation multidisciplinaire d'une voilure transsonique simplifiée
Title:	
Auteur:	Jérôme Bettinger
Author:	
Date:	2004
Type:	Mémoire ou thèse / Dissertation or Thesis
Référence:	Bettinger, J. (2004). Optimisation multidisciplinaire d'une voilure transsonique simplifiée [Mémoire de maîtrise, École Polytechnique de Montréal]. PolyPublie. https://publications.polymtl.ca/7341/
Citation:	

Document en libre accès dans PolyPublie

Open Access document in PolyPublie

URL de PolyPublie:	https://publications.polymtl.ca/7341/
PolyPublie URL:	

Directeurs de recherche:	Jean-Yves Trépanier, & Christophe Tribes
Advisors:	

Programme:	Non spécifié
Program:	

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

OPTIMISATION MULTIDISCIPLINAIRE D'UNE VOILURE
TRANSSONIQUE SIMPLIFIÉE

JÉRÔME BETTINGER
DÉPARTEMENT DE GÉNIE MÉCANIQUE
ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

MÉMOIRE PRÉSENTÉ EN VUE DE L'OBTENTION
DU DIPLÔME DE MAÎTRISE ÈS SCIENCES APPLIQUÉES
(GÉNIE MÉCANIQUE)
DÉCEMBRE 2004



Library and
Archives Canada

Published Heritage
Branch

395 Wellington Street
Ottawa ON K1A 0N4
Canada

Bibliothèque et
Archives Canada

Direction du
Patrimoine de l'édition

395, rue Wellington
Ottawa ON K1A 0N4
Canada

Your file *Votre référence*

ISBN: 0-494-01285-4

Our file *Notre référence*

ISBN: 0-494-01285-4

NOTICE:

The author has granted a non-exclusive license allowing Library and Archives Canada to reproduce, publish, archive, preserve, conserve, communicate to the public by telecommunication or on the Internet, loan, distribute and sell theses worldwide, for commercial or non-commercial purposes, in microform, paper, electronic and/or any other formats.

The author retains copyright ownership and moral rights in this thesis. Neither the thesis nor substantial extracts from it may be printed or otherwise reproduced without the author's permission.

AVIS:

L'auteur a accordé une licence non exclusive permettant à la Bibliothèque et Archives Canada de reproduire, publier, archiver, sauvegarder, conserver, transmettre au public par télécommunication ou par l'Internet, prêter, distribuer et vendre des thèses partout dans le monde, à des fins commerciales ou autres, sur support microforme, papier, électronique et/ou autres formats.

L'auteur conserve la propriété du droit d'auteur et des droits moraux qui protège cette thèse. Ni la thèse ni des extraits substantiels de celle-ci ne doivent être imprimés ou autrement reproduits sans son autorisation.

In compliance with the Canadian Privacy Act some supporting forms may have been removed from this thesis.

While these forms may be included in the document page count, their removal does not represent any loss of content from the thesis.

Conformément à la loi canadienne sur la protection de la vie privée, quelques formulaires secondaires ont été enlevés de cette thèse.

Bien que ces formulaires aient inclus dans la pagination, il n'y aura aucun contenu manquant.

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

Ce mémoire intitulé:

OPTIMISATION MULTIDISCIPLINAIRE D'UNE VOILURE
TRANSSONIQUE SIMPLIFIÉE

présenté par: BETTINGER Jérôme
en vue de l'obtention du diplôme de: Maîtrise ès sciences appliquées
a été dûment accepté par le jury d'examen constitué de:

M. PELLETIER Dominique, Ph.D., président

M. TREPANIER Jean-Yves, Ph.D., membre et directeur de recherche

M. TRIBES Christophe, Doctorat, membre et codirecteur de recherche

M. PIPERNI Paskale, Ph.D., membre

REMERCIEMENTS

Je tiens à remercier mon directeur de recherche, le professeur Jean-Yves Trépanier pour m'avoir permis de rejoindre son équipe en cours de route. Je souhaite également le remercier de m'avoir laissé une certaine liberté dans mon travail tout en me faisant profiter de son expérience dans l'ensemble des sujets abordés lors de cette étude.

Je souhaite également remercier mon codirecteur de recherche, Christophe Tribes pour sa disponibilité et pour m'avoir toujours soutenu lors des différentes phases de l'optimisation.

Par ailleurs je me dois de remercier mes collègues de bureau soit dans le désordre : Sylvain pour les peu nombreuses mais épuisantes parties de squash, Amadou pour ses interminables discutions , Jocelyn pour les cours d'anglais, Alexandre pour partager mes goûts informatiques et enfin Atmane pour m'avoir permis de profiter encore un peu de mon séjour au Québec.

Ce travail n'aurait pas pu voir le jour sans le support de J. Abanto dont l'expérience et les conseils m'ont été d'une grande utilité tout au long de ce projet.

Finalement, j'aimerais remercier chaleureusement toute ma famille, mes colocataires et tout particulièrement Anne pour leur soutien tout au long de cette maîtrise.

RÉSUMÉ

Lors des dernières décennies, des efforts considérables ont été investis dans le développement de méthodes numériques permettant la résolution des problèmes rencontrés quotidiennement par les ingénieurs. Ces recherches ont donné lieu à la création de disciplines à part entière qui ont désormais atteint un niveau de maturité suffisant pour permettre l'analyse précise d'un large éventail de problèmes. Le prochain défi technique réside dans l'intégration des différentes disciplines afin d'envisager l'approche multidisciplinaire de problèmes plus complexes tels que l'optimisation des performances.

Cette étude vise à explorer une méthodologie d'optimisation multidisciplinaire applicable lors de la conception préliminaire d'une voilure transsonique. Pour ce faire, un processus de résolution du couplage aéro-structurel est établi en intégrant des logiciels commerciaux issus des sociétés MSC et FLUENT. Les cas tests de l'ONERA M6 et de l'ARW-2 sont utilisés pour valider la résolution du couplage.

Le processus d'optimisation implémenté consiste à maximiser le rayon d'action de l'avion sous des contraintes aérodynamiques et structurelles. Pour ce faire, une forme simplifiée de l'équation de Bréguet est utilisée afin d'évaluer le rayon d'action. Une méthode d'optimisation à gradient est employée car cette catégorie d'algorithme semble offrir de bonnes performances pour ce type de problème. Par la suite, une stratégie d'optimisation à deux niveaux imbriqués est présentée et préférée à la stratégie monolithique plus traditionnelle. Cette décomposition du problème d'optimisation repose sur la possibilité de scinder l'équation de Bréguet en deux termes, l'un qualifiant l'efficacité aérodynamique et l'autre l'efficacité structurelle. Enfin, deux optimisations sont effectuées pour les nombres de Mach transsoniques 0,78 et 0,82. Les résultats obtenus soulignent la nécessité d'effectuer une optimisation multidisciplinaire comparée à une optimisation purement aérodynamique.

ABSTRACT

The past decades have been marked by advancements in the methodology of solving engineering problems. One milestone that has brought upon the creation of new disciplines is the development of computational methods. These disciplines, which are now well established, are capable of simulating a large number problems. Thus, the next technological breakthrough will involve of the integration of those disciplines in order to solve more complex problems such as performance optimization.

This study aims at examining an optimization methodology which could be used during the conceptual design of a transonic wing. The resolution of the fluid/structure interaction is done by integrating the commercial software MSC NASTRAN and FLUENT. The ONERA M6 and the ARW-2 test case are used to validate the resolution of this coupling.

The multidisciplinary optimization consist at maximizing the range of operation of the aircraft under structural and aerodynamic constraints. A simplified formulation of the Breguet equation is used in order to evaluate the range of the plane. In addition, a gradient based optimizer is chosen since this class of algorithms seems to offer good performance for these types of problems. Then, a coupled two level optimization is brought forward and preferred to the more classical one level optimization. This factorization of the optimization problem is based on the possibility of dividing the Breguet equation into two terms, the first one describing the aerodynamic efficiency and the second one the structural efficiency.

Finally, two optimizations are performed for the transonic Mach numbers 0.78 and 0.82. The results highlight the advantage of a multidisciplinary optimization over a strictly aerodynamic optimization.

TABLE DES MATIÈRES

REMERCIEMENTS	iv
RÉSUMÉ	v
ABSTRACT	vi
TABLE DES MATIÈRES	vii
LISTE DES TABLEAUX	xi
LISTE DES FIGURES	xiii
LISTE DES SIGLES ET ABRÉVIATIONS	xviii
LISTE DES ANNEXES	xx
INTRODUCTION	1
CHAPITRE 1 MISE EN SITUATION, REVUE BIBLIOGRAPHIQUE ET OBJECTIFS	3
1.1 Description du cycle de design	3
1.1.1 Première partie du cycle de design préliminaire : initialisation	3
1.1.2 Seconde partie du cycle de design préliminaire : itération .	5
1.1.3 Conclusion	7
1.2 Prise en compte du phénomène d'aéroélasticité	8
1.2.1 Précision des résultats numériques	9
1.2.1.1 Convergence du couplage aéroélastique	10
1.3 Méthode de décomposition	11
1.3.1 Comparaison des méthodes de décomposition FIO et DAO .	12

1.4 Objectifs de l'étude	13
CHAPITRE 2 ANALYSE AÉRO-STRUCTURELLE D'UNE AILE SIMPLIFIÉE	
2.1 Description de l'aile modélisée	15
2.2 Analyse structurelle	16
2.2.1 Éléments structuraux d'une aile	16
2.2.2 Forces appliquées sur l'aile	17
2.2.3 Modèle éléments finis	19
2.2.3.1 Modélisation des longerons	22
2.2.3.2 Modélisation des lisses	23
2.2.3.3 Modélisation de la peau	23
2.2.3.4 Modélisation des nervures	25
2.2.3.5 Modèle final de l'aile	27
2.3 Analyse aérodynamique	28
2.3.1 Génération du maillage aérodynamique	29
2.3.1.1 Domaine d'étude et maillage de la voilure	30
2.3.1.2 Déformation du maillage	33
2.3.2 Validation du calcul aérodynamique	37
2.3.3 Calcul des efforts appliqués sur la structure	40
2.4 Interaction des programmes dans la résolution du couplage aéroélastique et l'optimisation multidisciplinaire	42
2.5 Stratégies utilisées afin de réduire la durée des calculs	44
2.5.1 Méthode de relaxation	44
2.5.2 Réutilisation des résultats du calcul de CFD	45
2.6 Validation du couplage aéro-structurel	48
2.6.1 Modification des modules d'analyse	49
2.6.2 Résultats de la validation	53

CHAPITRE 3 OPTIMISATION AÉRO-STRUCTURELLE D'UNE VOI- LURE TRANSSONIQUE	56
3.1 Description de l'algorithme d'optimisation employé	56
3.1.1 Description de la méthode de programmation séquentielle quadratique (SQP)	58
3.1.2 Choix du pas de discrétisation	60
3.1.3 Adimensionalisation des variables	62
3.2 Définition du problème d'optimisation et stratégie employée	64
3.2.1 Définition de la fonction coût	64
3.2.2 Définition des contraintes	65
3.2.3 Stratégie d'optimisation employée	67
3.3 Résultats de l'optimisation	71
3.3.1 Point initial	72
3.3.2 Optimisation structurelle	73
3.3.3 Optimisation multidisciplinaire à Mach 0,78	75
3.3.4 Optimisation à Mach 0,82	80
CONCLUSION	89
IV.1 Charges internes	107
IV.1.1 Définition des efforts de type Grid Point Force	107
IV.1.2 Définition des efforts de type Element Force	108
IV.2 Calcul des marges de sécurités	109
IV.2.1 Dimensionnement des lisses (stringers)	110
IV.2.1.1 Raidisseurs supérieurs	110
IV.2.1.2 Raidisseurs inférieurs	113
IV.2.2 Revêtements (peau)	114
IV.2.2.1 Revêtements supérieurs	114
IV.2.2.2 Revêtements inférieurs	117

IV.2.3 Dimensionnement des longerons	119
IV.2.3.1 Étude de l'âme des longerons	119
IV.2.3.2 Étude des semelles supérieures des longerons	119
IV.2.3.3 Étude des semelles inférieures des longerons	120
IV.3 Utilisation des marges de sécurités lors de l'optimisation	120

LISTE DES TABLEAUX

	TABLEAU 3.1 Comparaison du nombre d'évaluations nécessaire pour atteindre le point de design optimal (d'après Vanderplaats (1999))	57
	TABLEAU 3.2 Définition des bornes inférieures et supérieures pour les variables structurelles	63
	TABLEAU 3.3 Définition des bornes inférieures et supérieures pour les variables géométriques	64
	TABLEAU 3.4 Comparaison des variables géométriques entre le point initial et le point final ($M = 0,78$)	76
	TABLEAU 3.5 Comparaison des données aérodynamique et structurelle entre le point initial et le point final ($M=0,78$)	79
	TABLEAU 3.6 Évolution de certaines variables structurelles entre le point initial et le point final ($M=0,78$)	81
	TABLEAU 3.7 Comparaison des variables géométriques entre le point initial et le point final ($M = 0,82$)	82
	TABLEAU 3.8 Comparaison des données aérodynamique et structurelle entre le point initial et le point final ($M =0,82$)	86
	TABLEAU 3.9 Évolution de certaines variables structurelles entre le point initial et le point final ($M =0,82$)	88
	TABLEAU I.1 Validation du calcul du centre de cisaillement	96

TABLEAU IV.1 Contraintes cibles pour le 2024-T3511 (target stress, tiré du cours L'Heureux <i>et al.</i> (2000))	113
TABLEAU IV.2 Contraintes cibles pour le 2024-T3511	118
TABLEAU IV.3 Contraintes cibles pour l'alliage 7050-T7451	119

LISTE DES FIGURES

	FIGURE 1.1 Processus de conception préliminaire : phase d'initialisation (d'après L'Heureux <i>et al.</i> (2000))	4
	FIGURE 1.2 Processus de conception préliminaire : itération 2 et supérieure (d'après L'Heureux <i>et al.</i> (2000))	6
	FIGURE 2.1 Résolution itérative du couplage aerodynamique-srtucture	15
	FIGURE 2.2 Composition du caisson de voilure (d'après Niu (1999))	17
	FIGURE 2.3 Définition du centre de cisaillement	18
	FIGURE 2.4 Définition des efforts appliqués sur l'aile	20
	FIGURE 2.5 Influence du nombre d'éléments sur la précision du résultat	21
	FIGURE 2.6 Modélisation des longerons	22
	FIGURE 2.7 Modélisation des lisses	24
	FIGURE 2.8 Modélisation des intersections lisse-longeron	24
	FIGURE 2.9 Modélisation des nervures	25
	FIGURE 2.10 Modèle éléments finis de la voilure	26
	FIGURE 2.11 exemple de discréétisation des efforts tranchants	28
	FIGURE 2.12 Évolution de la qualité du maillage en fonction de la déflexion en bout d'aile	32

FIGURE 2.13	Description du domaine d'étude	33
FIGURE 2.14	Maillage du profil à l'emplanture et au saumon	34
FIGURE 2.15	Déformation du domaine d'étude	34
FIGURE 2.16	Transfert des déplacements entre la structure et l'aérodynamique	37
FIGURE 2.17	Géométrie de l'aile ONERA M6	38
FIGURE 2.18	Comparaison entre C_p expérimentaux et numériques pour $M = 0,84$, $\alpha = 3,06^\circ$, $P = 315986,7 \text{ Pa}$	39
FIGURE 2.19	Définition des notations du maillage fluide	41
FIGURE 2.20	Évolution du repère de calcul lié à la déformation de l'aile	43
FIGURE 2.21	Interaction des programmes lors de la résolution du couplage aéroélastique	43
FIGURE 2.22	Méthode de relaxation	45
FIGURE 2.23	Résultat de la méthode de relaxation	46
FIGURE 2.24	Évolution du coefficient de portance en fonction du nombre d'itérations	47
FIGURE 2.25	Évolution du coefficient de traînée en fonction du nombre d'itérations	47
FIGURE 2.26	Forme en plan de l'aile ARW2	49

FIGURE 2.27	Comparaison entre les rigidités de l'aile ARW2 et celles du modèle optimisé	51
FIGURE 2.28	Maillage CFD de l'aile ARW2	52
FIGURE 2.29	Exemple de déformation du modèle éléments finis utilisé pour l'aile ARW2 (échelle non respectée)	54
FIGURE 2.30	Comparaison entre les déflexions calculées et mesurées	55
FIGURE 2.31	Comparaison des coefficients de pression à 70,7% de l'envergure : $M=0,8$, $\alpha=1^\circ$, $P=300$ qsf	55
FIGURE 3.1	Influence du choix du pas de discréétisation sur l'évaluation d'un gradient	61
FIGURE 3.2	Méthode de détermination du pas de différentiation d'après Papalambros et Wilde (2000)	61
FIGURE 3.3	Demande d'évaluation de la fonction coût par l'optimiseur maître	70
FIGURE 3.4	Influence du choix du point initial sur le résultat de l'optimisation	73
FIGURE 3.5	Évolution de la fonction coût structurelle en fonction du nombre d'itérations	74
FIGURE 3.6	Évolution des marges de sécurité en fonction du nombre d'itérations (point initial 2)	75
FIGURE 3.7	Comparaison entre la géométrie finale et initiale ($M =0,78$)	76

FIGURE 3.8	Distribution du nombre de Mach et déformations finales de l'aile optimisée ($M=0,78$)	77
FIGURE 3.9	Courbes de C_p suivant l'envergure pour l'aile finale	78
FIGURE 3.10	Évolution de la fonction coût au cours des itérations ($M =0,78$)	78
FIGURE 3.11	Comparaison entre la distribution de portance initiale et finale ($M =0,78$)	81
FIGURE 3.12	Comparaison entre la géométrie finale et initiale ($M =0,82$)	83
FIGURE 3.13	Courbes de C_p suivant l'envergure pour l'aile finale	83
FIGURE 3.14	Distribution de nombre de Mach sur l'extrados et déformations finales de l'aile optimisée ($M=0,82$)	84
FIGURE 3.15	Évolution de la fonction coût au cours des itérations ($M=0,82$)	85
FIGURE 3.16	Comparaison entre les distributions de portance initiale et finale ($M =0,82$)	86
FIGURE 3.17	Évolution de la traînée à portance constante en fonction de nombre de Mach pour les points optimisés	87
FIGURE I.1	Configuration structurelle utilisées pour la validation du calcul du centre de cisaillement	96
FIGURE II.1	Définition des notations pour le calcul des rigidités EI et GJ	97
FIGURE II.2	Détail du calcul du coefficient GJ	98
FIGURE IV.1	Flambement global d'une lisse	106

FIGURE IV.2 Flambement local d'une lisse	107
FIGURE IV.3 Définition des charges axiales entre deux nœud typiques . .	108
FIGURE IV.4 Courbe de fcc tiré de Niu (1999)	111
FIGURE IV.5 Coefficient K_s de cisaillement (tiré de Niu (1999) p. 460) . .	115
FIGURE IV.6 Coefficient K_c de cisaillement (tiré de Niu (1999) p. 458) . .	116
FIGURE V.1 Répartition des zone de chargement sur l'aile et cas dimensionant associé	123

LISTE DES SIGLES ET ABRÉVIATIONS

CFD	Computational Fluid Dynamics (Aérodynamique Numérique)
CSD	Computational Structure Dynamics (Analyse Structurelle Numérique)
FEM	Finite Element Model (Modèle Éléments Finis)
SLP	Sequential Linear Programming (Programmation Séquentielle Linéaire)
SQP	Sequential Quadratic Programming (Programmation Séquentielle Quadratique)

Caractères usuels

A	Allongement
s	Demi-envergure de la voilure
c	Corde d'un profil aérodynamique
D	Traînée (Drag)
L	Portance (Lift)
$l(y)$	Distribution linéique de portance
V	Effort tranchant
T	Moment de torsion
M	Moment de flexion
Q_{eas}	Distorsion
\mathbf{t}	Translation dûe aux déformations structurelles
R	Matrice de rotation

Caractères grecs

α	Angle d'incidence à l'emplanture de la voilure
Ω	Rotation dûe aux déformations structurelles
ξ	Coordonnée curviligne suivant l'envergure

LISTE DES ANNEXES

ANNEXE I	VALIDATION DU CALCUL DU CENTRE DE CISAILLEMENT DES NERVURES	95
ANNEXE II	CALCUL DES COEFFICIENTS DE RIGIDITÉ <i>EI</i> ET <i>GJ</i>	97
ANNEXE III	DÉFINITION DES VARIABLES DE DESIGN À TRAVERS LE FICHIER D'ENTRÉE <i>INPUTPARAM.TXT</i>	101
ANNEXE IV	CALCUL DES MARGES DE SÉCURITÉS	106
ANNEXE V	ÉTUDE DES CAS DE CHARGEMENT	122

INTRODUCTION

Lors des dernières décennies, des efforts considérables ont été investis dans le développement de méthodes numériques permettant la résolution des problèmes rencontrés quotidiennement par les ingénieurs. Ces recherches ont donné lieu à la création de disciplines à part entière telle que l'aérodynamique numérique et l'analyse structurelle numérique. À l'heure actuelle ces nouvelles disciplines ont atteint un niveau de maturité suffisant pour permettre l'analyse précise d'un large éventail de problèmes.

En continuant sur cette voie, il est toujours possible d'accroître la précision d'une simulation ou d'en réduire la durée. Cependant il ne s'agit que d'améliorations et non d'évolution réelle telle qu'a pu l'être l'introduction des codes numériques. Pour faire face à une concurrence croissante, l'industrie aéronautique se doit d'évoluer et d'innover afin d'améliorer les performances des appareils tout en réduisant les coûts de développement.

Le prochain défi technique réside dans l'intégration des différentes disciplines afin d'envisager l'approche multidisciplinaire de problèmes plus complexes tels que l'optimisation des performances. Lors de cette démarche le résultat de la simulation n'est plus l'objectif à atteindre mais une étape préliminaire à un résultat plus global. En effet, les différents résultats intermédiaires sont communiqués à un optimiseur puis analysés afin de déterminer les modifications nécessaires pour améliorer certaines caractéristiques définies par les ingénieurs. Le résultat final est alors un produit théoriquement exploitable par l'entreprise.

Les bénéfices d'une telle démarche sont nombreux. Ainsi, l'automatisation des échanges entre les différents départements d'ingénierie permet de réduire la du-

rée du cycle de développement d'un avion. De même, le recours à un optimiseur autorise le traitement simultané d'un nombre de variables dépassant largement les capacités humaines, améliorant ainsi potentiellement les qualités du produit final. Cependant, l'implémentation de processus multidisciplinaires requiert des efforts considérables afin d'intégrer des disciplines développées par des départements d'ingénierie différents, possédant des conventions et des habitudes différentes. Par conséquent, il est impératif de démontrer les capacités des méthodes multidisciplinaires avant d'envisager un déploiement à grande échelle au sein des entreprises aéronautiques.

Cette étude vise à démontrer l'applicabilité d'une méthode originale d'optimisation multidisciplinaire lors de la conception d'une voilure transsonique.

Le premier chapitre définit le processus de design de voilure tel qu'il existe à l'heure actuelle dans les entreprises aéronautiques. Cette organisation fait apparaître des couplages forts entre les disciplines aérodynamique et structurelle. Ces couplages seront ensuite étudiés dans la seconde partie de ce chapitre.

Le second chapitre présente la modélisation de la voilure employée pour l'optimisation et décrit la méthode de résolution du couplage aéro-structurel. Une validation de la méthode de couplage est également présentée et fait intervenir l'aile ARW2 développée par la NASA.

Finalement, le troisième et dernier chapitre définit la méthode d'optimisation utilisée et la compare à une méthode plus classique. Afin de tester cette méthode, celle-ci est appliquée à deux nombres de Mach transsoniques et une interprétation des résultats est proposée.

CHAPITRE 1

MISE EN SITUATION, REVUE BIBLIOGRAPHIQUE ET OBJECTIFS

Pour les entreprises, l'optimisation multidisciplinaire permet de répondre à deux besoins fondamentaux : réduire la durée des cycles de design et améliorer les performances de leur produit. Afin de répondre à ces besoins, il est nécessaire de comprendre les processus de design mis en place au sein de l'entreprise. De même la compréhension des interactions entre les différents départements est essentielle à la réalisation de ce projet.

1.1 Description du cycle de design

Le cycle de design d'une voilure est un processus propre à chaque entreprise qui permet d'orchestrer les échanges entre les différents départements d'ingénierie. Le cycle de design suivant est un exemple provenant de la compagnie Bombardier Aerospace d'après L'Heureux *et al.* (2000).

1.1.1 Première partie du cycle de design préliminaire : initialisation

La Figure 1.1 représente le premier cycle de design préliminaire lors de la conception d'un avion. Le processus se déroule en respectant l'enchaînement suivant :

- Étude de marché (étape 1) : initialement, il est nécessaire de déterminer les besoins du marché. Cette tâche revêt une importance toute particulière, puisqu'une

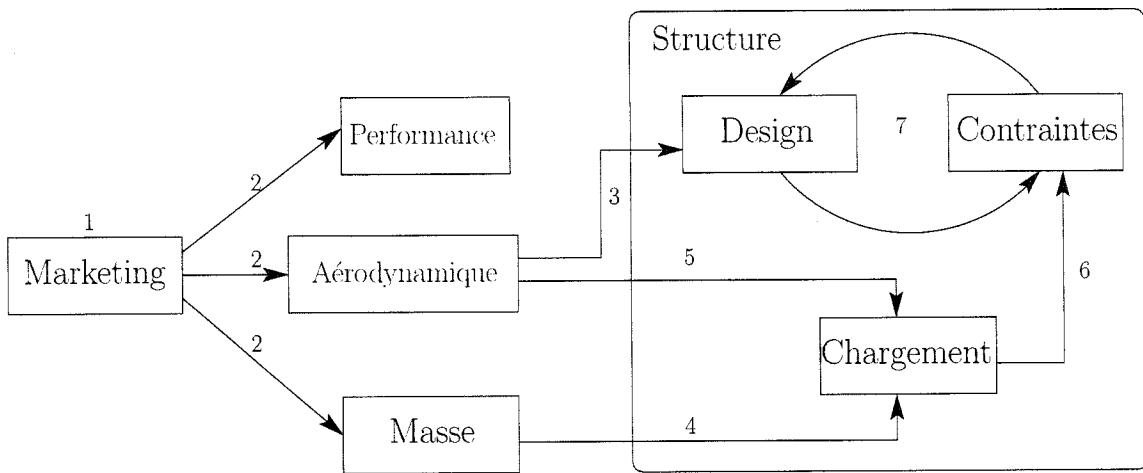


FIGURE 1.1: Processus de conception préliminaire : phase d'initialisation (d'après L'Heureux *et al.* (2000))

mauvaise évaluation compromet l'ensemble du projet et ce quelques en soient les qualités techniques. Ainsi, le développement d'un avion grande vitesse dans un marché qui désire un avion économique est un dangereux gaspillage d'argent et de ressources. Cette étape est d'autant plus ardue qu'il ne faut pas seulement comprendre les besoins actuels, mais aussi anticiper ceux à venir.

- Définition technique et technologique (étape 2) : le département de Marketing communique alors les caractéristiques générales de l'avion (i.e., le nombre de passagers, le rayon d'action, la vitesse, la consommation spécifique, etc.). Trois départements entrent en action : le département de performance, dont le rôle est de s'assurer que les objectifs fixés seront bien atteints, le département d'aérodynamique qui dessine l'ensemble des surfaces portantes, et le département de masse qui grâce à un devis de masse analytique, évalue des informations déterminantes telle que la masse à vide ou encore la masse au décollage. Durant cette étape, les concepteurs effectuent des choix qui conditionnent la suite du projet.
- Définition générale de la voilure (étape 3) : le département d'aérodynamique fixe une première fois les caractéristiques générales de la voilure : envergure, allonge-

ment, effilement, profil, etc. Les résultats sont alors communiqués au département de design qui est chargé de déterminer la structure interne de l'aile.

- Définition des cas de chargement : Le département de masse communique les résultats du devis de masse analytique au département de chargement (étape 4). Ce dernier utilise ces résultats pour définir les cas de chargement qui permettent d'assurer la solidité de l'aile. Les cas de chargement sont alors envoyés au département de contraintes qui les utilisera ultérieurement lors du dimensionnement de la structure (étape 6).
- Définition des charges aérodynamiques : le département d'aérodynamique calcule les distributions de pression pour différentes phases de vol (étape 5). Il fournit ensuite ces résultats au département de chargement qui transforme ces distributions en charges discrétisées (étape 6). Ces charges sont livrées au département responsable des contraintes afin de déterminer les déflexions de l'aile.
- Définition de la structure interne de la voilure (étape 7) : les départements de design et de contraintes travaillent conjointement afin de concevoir une structure permettant de répondre aux cas de chargement.

1.1.2 Seconde partie du cycle de design préliminaire : itération

À cet instant, l'ensemble des disciplines ont connaissance du projet. Cependant, l'information a été communiquée de façon descendante, sans aucune boucle de retour. À ce moment, le projet peut être abandonné sans engendrer de dépenses trop importantes pour l'entreprise : si par exemple il apparaît qu'un avion rapide n'est plus la priorité des compagnies aériennes, le projet est abandonné au profit d'un avion plus économique. Si le projet est maintenu, on entre dans une seconde phase de design qui est caractérisée par des échanges intenses entre les différents domaines d'expertise (cf. Figure 1.2).

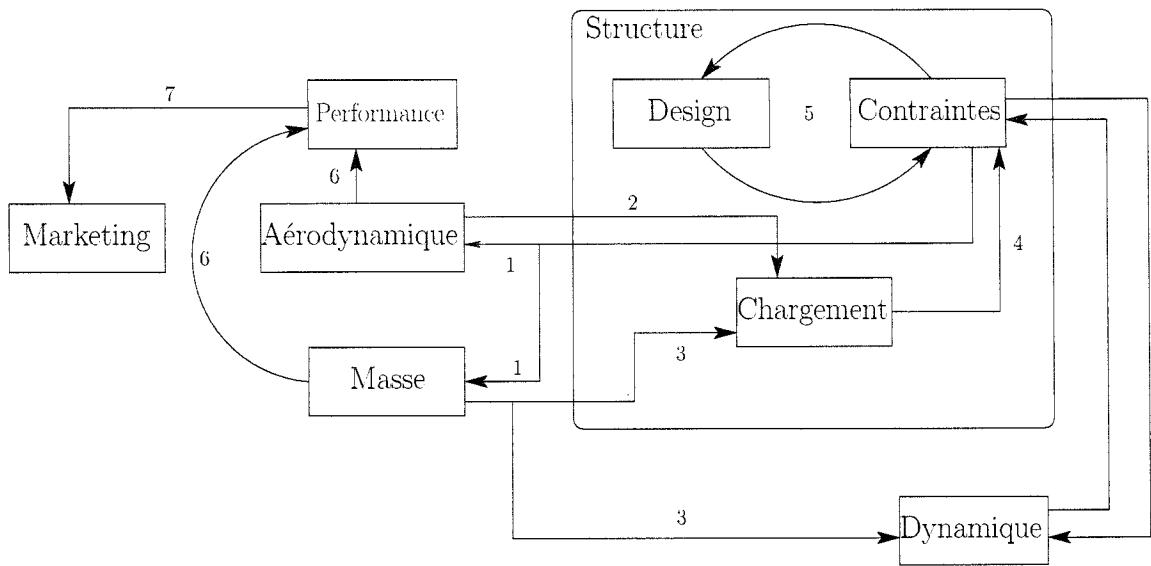


FIGURE 1.2: Processus de conception préliminaire : itération 2 et supérieure (d'après L'Heureux *et al.* (2000))

- Retour des données calculées par le département de contraintes : le département de contraintes diffuse les dimensions de la structure au département de masse afin que celui-ci soit en mesure de mettre à jour son devis de masse (étape 1). De même, le département d'aérodynamique reçoit les déflexions de l'aile. Ces données lui permettent de modifier la géométrie et/ou le profil afin d'améliorer les caractéristiques de l'aile souple (étape 1). Enfin, les rigidités équivalentes de l'aile sont envoyées au département de dynamique permettant ainsi d'anticiper le comportement dynamique de l'aile.
- Calcul du nouveau chargement de l'aile : après modification de la géométrie de l'aile, une nouvelle distribution de pression est reçue par le département de chargement (étape 2). De même, un nouveau devis de masse est envoyé par le département de masse (étape 3). Ayant pris connaissance de ces informations, le département de chargement est alors en mesure de fournir le nouveau chargement de la voilure (étape 4).
- Modification de la structure interne de l'aile : les départements de design, de

contraintes et de dynamique travaillent conjointement pour s'assurer que la nouvelle aile réponde aux critères d'homologation statiques et dynamiques.

- Évaluation des performances : les laboratoires d'aérodynamique et de masse effectuent un compte rendu afin d'évaluer les performances du design actuel (étape 6). Si les performances sont jugées satisfaisantes, le service de marketing reçoit un compte-rendu technique afin d'effectuer une première approche de clients potentiels (étape 7).

1.1.3 Conclusion

La conception préliminaire d'une voilure résulte donc d'une démarche itérative et collaborative. Comme pour la plupart des méthodes itératives, le nombre d'itérations nécessaire est directement lié à la solution initiale. Ainsi, si le département d'aérodynamique fournit un design proche du design recherché, le nombre d'itérations sera faible. Au contraire, si pour une raison ou pour une autre le département d'aérodynamique fournit un design irréalisable, le nombre d'itérations requis risque d'être élevé, rallongeant ainsi inutilement la durée du cycle de conception. Dans un tel cadre, il est extrêmement intéressant de développer une méthode permettant d'assurer que le design initial soit "proche" du design final. Cette étude se propose d'explorer une méthodologie permettant d'atteindre cet objectif. Pour cela, il est nécessaire de maîtriser les différentes disciplines qui interagissent dans le cycle précédent et plus particulièrement le couplage entre le fluide et la structure de la voilure.

1.2 Prise en compte du phénomène d'aéroélasticité

L'aéroélasticité est définie comme *le phénomène mettant en exergue l'interaction (statique ou dynamique) entre les forces aérodynamiques et les déformations qu'elles engendrent dans la structure d'un engin volant, son système de contrôle, ou son système de propulsion* (d'après Bhardwaj (1997)). L'aéroélasticité n'existerait pas si les avions étaient parfaitement rigides. De plus, les concepteurs d'aéronef ont longtemps considéré que ces effets étaient indésirables. En conséquence, les ailes ont été dessinées de façon à en réduire la flexibilité, augmentant inutilement la masse de la voilure. Depuis peu, les ingénieurs tentent de tirer partie des effets aéroélastiques afin de diminuer la traînée tout en réduisant la masse globale de l'avion. Ainsi, dans le programme militaire “Active Aeroelastic Wing” (AAW), Miller (1987) prédit qu'en tenant compte des effets aéroélastiques, il est possible de réduire la masse au décollage d'un avion d'environ 15 %.

Afin de diminuer les coûts de développement, il devient de plus en plus important de prédire les déformations des modèles testés en soufflerie. En effet, un code d'aérodynamique (CFD) couplé à un code de structure (CSD) permet de prédire la déformation du modèle sous certaines conditions de vol. La corrélation entre les résultats numériques et expérimentaux étant améliorée, il est possible d'utiliser plus largement les simulations numériques moins coûteuses que des séances en soufflerie. Que ces effets aéroélastiques soient recherchés ou non, il devient de plus en plus important de les prédire aussi bien pour des avions civils que militaires. Ainsi, pour le projet AIRBUS A340-600 la prédiction des effets aéroélastiques a permis de tenir compte de la flexibilité aile-fuselage dans les asservissements de commandes de vol (Leclerc (2003)).

Afin de mener une étude aéroélastique, il faut disposer d'outils de CFD suffisamment performants pour capter les effets non-linéaires engendrés en régime trans-

sonique par les ondes de choc. Ainsi, l'évaluation des charges aérodynamiques dépend directement de la précision atteinte lors de la prédiction des ondes de choc. Un nombre important d'études montre également l'importance des codes de CSD dans le calcul de la réponse structurelle. À cette fin, la méthode des éléments finis (FEM), dont le principe repose sur la discrétisation de la structure, a prouvé son efficacité dans la résolution des problèmes en aérospatial (Barrau et Laroze (2000)).

1.2.1 Précision des résultats numériques

Le couplage de code CFD et CSD est une activité récente, qui nécessite une grande puissance de calcul. Cependant, des progrès continus en terme de processeur, de mémoire et d'architecture ont permis de rendre viable la résolution du couplage aéroélastique.

Il existe deux méthodes de couplage : les méthodes à couplage fort et les méthodes à couplage faible. Les approches à couplage fort nécessitent que les équations de CFD et CSD soient résolues conjointement. Il est donc nécessaire de réassembler les deux systèmes d'équations en un seul plus complexe dont les propriétés mathématiques sont différentes. Il en résulte qu'aucun des schémas applicable à chaque sous problème ne l'est au système couplé fortement. Pour cette raison, cette méthode de couplage est peu utilisée à ce jour et se limite pour l'instant à quelques exemples bidimensionnels (Etienne *et al.* (2004)).

L'approche à couplage faible est généralement plus employée car celle-ci est modulaire. En effet, chaque système d'équation est résolu séparément, ce qui permet de profiter de l'expérience acquise dans chaque discipline. Guruswamy et Yang ont

implémenté une méthode à couplage faible où le fluide et la structure sont modélisés de façon indépendante et échangent des informations à l'interface fluide-structure. Cette méthode fut d'abord appliquée à un problème 2D, où elle se montra très précise. Par la suite cette méthode a été étendue à la troisième dimension. Deux modélisations de CFD ont été testées : l'une résolvant les équations d'Euler (Guruswamy (1990)) et l'autre les équations de Navier-Stokes (Guruswamy (1990)). Les résultats obtenus montrent qu'il est possible d'atteindre une précision inférieure à 5 % en utilisant un code Navier-Stokes et de l'ordre de 10 % en utilisant un code Euler. La différence entre ces deux méthodes est principalement imputable aux prédictions de position des ondes de choc.

1.2.1.1 Convergence du couplage aéroélastique

Pour une approche à couplage faible, la solution aéroélastique statique est obtenue de façon itérative. Après un calcul aérodynamique, la pression obtenue sur les nœuds du maillage fluide est transposée aux nœuds de la structure. Le système d'équations structurelles est résolu puis les déplacements calculés sont répercutés sur le maillage fluide. Une nouvelle distribution de pression est calculée puis le processus est répété jusqu'à ce qu'un certain critère de convergence soit atteint. Cette méthode permet d'obtenir une solution aéroélastique statique dans la plupart des cas. Elle présente cependant certaines limites. En effet, la qualité de la réponse dépend évidemment de la qualité de chaque analyse. La réponse est donc très sensible à la qualité du maillage fluide. Si le mailleur est bien conçu, celui-ci permet de conserver une bonne qualité de maillage pour des déplacements modérés. Cependant, lorsque les déplacements augmentent, la qualité du maillage se dégrade rapidement. Cette méthode n'est donc pas apte à rendre compte du phénomène de divergence structurelle.

1.3 Méthode de décomposition

L'une des difficultés majeures de l'optimisation multidisciplinaire est le traitement du couplage entre les différentes disciplines. En effet, le rôle de l'optimiseur est de trouver un compromis entre des disciplines aux intérêts souvent antagoniste. En raison des couplages, un tel compromis peut difficilement être mis en évidence. Pour résoudre ce problème, deux possibilités s'offrent aux ingénieurs. La première est d'optimiser chaque discipline de façon séquentiel, les couplages ne sont alors pas pris en compte. La seconde possibilité est de décomposer le problème d'optimisation, c'est-à-dire repartir la complexité du problème initial entre plusieurs sous-problèmes plus petits et plus facile à résoudre. Cette deuxième permet de tenir compte des différents couplages entre les disciplines. Aussi, comme l'a montré Korte *et al.* (1997), elle est permet d'obtenir des design de meilleur qualité.

Les méthodes de décomposition peuvent être classées en deux catégories : les méthodes à un niveau et les méthodes multi-niveaux. Dans les méthodes à un niveau, un seul optimiseur contrôle l'ensemble des variables de design. Au contraire, pour les méthodes multi-niveaux les variables de design sont réparties entre plusieurs sous-optimiseurs eux même contrôlés par un optimiseur maître. Parmi les différentes stratégies de décomposition, quatre retiennent l'attention des chercheurs dont deux stratégies à un niveau (Fully integrated Optimization (FIO) et Distributed Analysis Optimization (DAO)) et deux stratégies multi-niveaux (Collaborative Optimization (CO) et Optimization by Linear Decomposition (OLD)).

Alexandrov et Lewis (2000) ont démontré mathématiquement que les méthodes multi-niveaux (CO et OLD) peuvent se révéler inefficaces lorsqu'elles sont utilisées avec des algorithmes d'optimisation non linéaires tel que celui utilisé durant ce travail. Ils ont de plus démontré que les formulations FIO et DAO possèdent les mêmes propriétés de convergence. Ceci permet d'assurer que si l'une des deux formulations se révèle efficace pour un problème donné, alors l'autre le sera également.

1.3.1 Comparaison des méthodes de décomposition FIO et DAO

Kroo *et al.* (1994) compare les méthodes de décomposition FIO et DAO en les appliquant au problème de design multidisciplinaire d'un avion en phase préliminaire. Le problème étudié fait intervenir 13 variables et 5 contraintes pour la formulation FIO et 18 variables et 14 contraintes pour la formulation DAO. Le couplage entre chaque discipline est jugé sévère, c'est-à-dire que la résolution des couplages nécessite un grand nombre d'itération entre chaque discipline. À la suite de cette étude Kroo conclut que la méthode DAO est supérieure à FIO pour un problème possédant peu de variables et de contraintes, ce qui est le cas dans cette étude. Ainsi, la méthode DAO permet de réduire considérablement le temps de calcul en réduisant le nombre d'appel aux modules d'analyses. Alexandrov et Kodiyalam (1998) aboutissent aux mêmes conclusions et montrent également que les résultats obtenus grâce aux deux méthodes sont très similaires. Ainsi, une méthode de décomposition similaire à DAO semble bien adapté à la résolution du problème étudié durant ce travail.

1.4 Objectifs de l'étude

La résolution du couplage aéro-structurel a été traitée dans plusieurs études (e.g., Abdo *et al.* (2001), Allison et Cavallo (2003), etc.) et la précision atteinte montre que cette opération est désormais maîtrisée. Parallèlement, un nombre croissant d'études a porté sur le développement d'algorithmes d'optimisations multidisciplinaires. À ce jour, seulement quelques optimisations exploitent pleinement les capacités des outils développés pour résoudre le couplage aéro-structurel. En effet, en cherchant à limiter le temps de calcul, les processus d'optimisation utilisent généralement des modèles plus simples que ceux employés lors de la résolution du couplage.

Cette étude se propose donc d'effectuer un lien entre les deux domaines, en utilisant pour l'optimisation des modèles CSD et CFD de complexités comparables à ceux utilisés pour résoudre le couplage aéro-structurel. Une telle démarche permettra de mieux prendre en compte les interactions entre les différentes disciplines lors de l'optimisation. Par contre, l'utilisation de modèles complexes implique effectivement des temps de calculs très importants et afin de rendre l'optimisation possible, il est nécessaire d'identifier les calculs les plus longs et d'en limiter le nombre. Pour atteindre ce dernier objectif, cette étude propose une décomposition du problème d'optimisation suivant deux niveaux imbriqués. L'étude de la mise en place et des performances de cette méthodologie de décomposition constitue l'objectif principal de ce travail.

Le chapitre suivant commencera par d'écrire la technique mise en place pour l'analyse aéro-structurelle et le dernier chapitre présentera la méthodologie d'optimisation multidisciplinaire ainsi que les résultats obtenus.

CHAPITRE 2

ANALYSE AÉRO-STRUCTURELLE D'UNE AILE SIMPLIFIÉE

Dans un premier temps, il est nécessaire de mettre en place une méthode permettant la résolution du couplage entre les forces aérodynamiques et la structure de l'aile. Comme nous l'avons vu précédemment, ces deux éléments s'influencent mutuellement, de telle sorte qu'il est impossible de connaître l'un sans connaître l'autre. Supposons par exemple que nous connaissons l'écoulement autour d'une aile rigide (i.e., non déformée). Possédant cette information, on semble être capable de calculer la forme de l'aile souple, mais ce raisonnement est erroné. Les déformations, calculées à partir des forces appliquées sur l'aile rigide, vont en effet modifier l'écoulement aérodynamique. Ce faisant, elles influencent les forces qui les ont engendrées. Après avoir appliqué les déformations, il est donc nécessaire de recalculer l'écoulement autour de cette nouvelle géométrie. On comprend donc que la connaissance précise de ces deux informations doit résulter d'un processus itératif. Cette méthode peut être illustrée par la Figure 2.1

Avant de décrire les détails de ce processus, il est intéressant de présenter les caractéristiques de l'aile modélisée. Une fois ce cahier des charges établi, il est possible de présenter les différents modules d'analyse permettant d'obtenir les résultats intermédiaires.

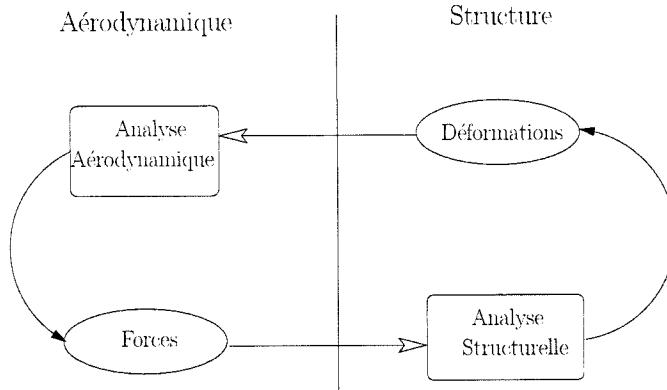


FIGURE 2.1: Résolution itérative du couplage aerodynamique-structure

2.1 Description de l'aile modélisée

L'aile retenue est volontairement simple. En effet, l'objectif étant d'explorer la faisabilité de certaines techniques d'optimisation, il est souhaitable de limiter la complexité du modèle tout en le gardant suffisamment complexe pour être représentatif. La voilure étudiée est alors entièrement définie suivant deux sections : l'emplanture qui constitue le lien entre le fuselage et l'aile, et le saumon qui est l'extrémité de celle-ci. Les paramètres fixés pour ces sections peuvent être classées dans la catégorie aérodynamique où structurelle. Les données aérodynamiques définissent le profil utilisé, la torsion du profil ainsi que sa corde. Les informations structurelles fixent les aires et les épaisseurs de l'ensemble des éléments structuraux pour le modèle éléments finis. Afin de définir complètement l'aile, chaque paramètre est ensuite interpolé linéairement entre les deux sections. Enfin, pour parachever la construction de l'aile, l'angle de flèche au bord d'attaque et l'angle d'incidence à l'emplanture sont ajoutés à l'ensemble des variables. L'aile ainsi définie est une voilure prismatique sans cassure.

Au total, l'aile est entièrement définie grâce à 24 variables structurelles et 6 variables géométriques. L'ensemble de ces variables sont contenues dans le fichier d'entrée

inputparam.txt présenté dans l'Annexe ??

2.2 Analyse structurelle

2.2.1 Éléments structuraux d'une aile

Il est impossible de développer l'analyse structurelle sans s'intéresser préalablement à la conception de la structure interne d'une aile ainsi qu'aux forces qui agissent sur celle-ci.

Les éléments qui composent l'aile ont peu évolué au cours du temps. En effet, tous les composants que l'on trouve dans une aile moderne étaient déjà présents à la naissance de l'aéronautique. La structure repose sur la répétition d'un motif le long de l'envergure. Ce motif, appelé "caisson de voilure", assure à l'ensemble une grande résistance tout en ménageant un espace intérieur suffisamment grand pour y loger carburant et autres commandes de vol. Chaque caisson est composé de :

- Longerons : ce sont les éléments les plus importants de l'aile. Ce sont notamment eux qui permettent de relier la voilure au reste du fuselage.
- Nervures : elles viennent se fixer sur les longerons et permettent d'assurer la rigidité de l'aile tout en servant de base aux autres éléments.
- La peau : pour notre étude c'est une partie essentielle car elle assure le lien entre la partie aérodynamique et la structure interne de l'aile. Mais contrairement au début de l'aviation, la peau ne s'arrête pas à ce rôle puisqu'elle participe grandement à la rigidité de l'ensemble.
- Lisses : elles assurent la connexion entre la peau et les nervures. Ce faisant, elles permettent également de diviser la peau en plusieurs panneaux.

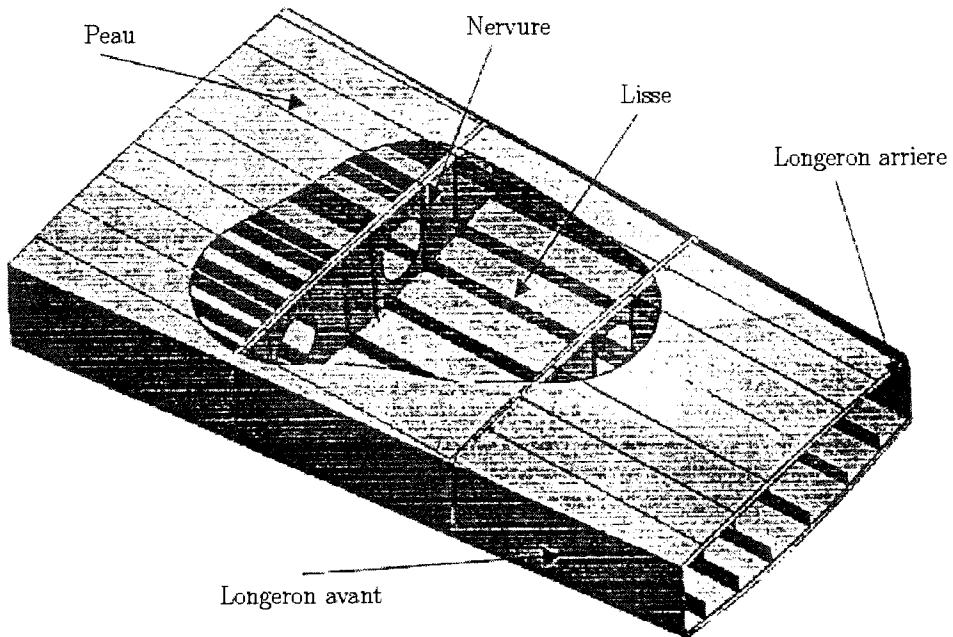


FIGURE 2.2: Composition du caisson de voilure (d'après Niu (1999))

2.2.2 Forces appliquées sur l'aile

En vol de croisière, la voilure est soumise à deux forces aérodynamiques : la portance et la traînée. Pour le design préliminaire de éléments structuraux, les forces de traînée appliquées sur l'aile peuvent être négligées. La portance engendre des efforts qui peuvent être classés suivant trois catégories : l'effort tranchant, le moment de flexion et le moment de torsion. Lors de l'étude de la structure, ce sont ces efforts qui sont utilisés pour décrire le chargement qui s'applique sur l'aile.

La portance est en fait une notion purement aérodynamique qui désigne la composante verticale de la résultante des forces de pression s'appliquant sur la peau de l'aile. La position du point d'application de cette force résultante dépend donc directement de la distribution de pression sur le profil (ie., centre de pression). Par conséquent, l'utilisation de la portance pour des calculs structuraux est peu commode car elle nécessiterait la modification du point d'application des forces

dans le modèle mathématique de la structure, et ce pour chaque condition de vol. Il est donc plus aisé d'utiliser un point d'application dépendant uniquement de la structure de l'aile. Ce point, couramment utilisé lors du calcul de la structure, est appelé centre de cisaillement.

Considérons une section de caisson de voilure. Comme le montre la Figure 2.3, le centre de cisaillement C est tel que l'application d'une force verticale \vec{F} ne génère aucune torsion. On définit alors l'axe élastique comme étant la droite reliant le centre de cisaillement de chaque section.

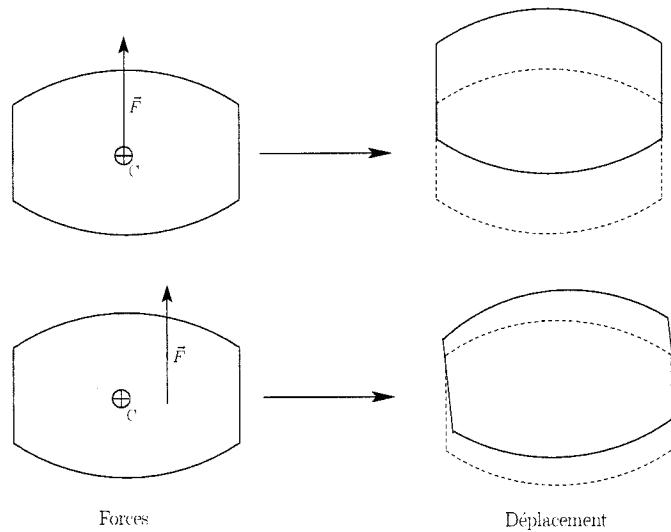


FIGURE 2.3: Définition du centre de cisaillement

De même, les efforts appliqués sur le modèle mathématique de la structure sont des grandeurs propres au domaine structurel calculées  partir des efforts aérodynamiques. Connaissant la distribution de portance $l(y)$, il est ainsi possible de calculer l'effort tranchant V , le moment de flexion M et le moment de torsion T agissant sur une section d'aile située  une distance ξ de l'empanture (voir Figure 2.4).

La distribution d'effort tranchant est obtenue en appliquant les conditions d'  qui-

libre statique :

$$V(\xi) = \int_0^{s-\xi} l(y)dy \quad (2.1)$$

où s est la demi-envergure de l'aile

Par définition, la distribution de moment de flexion est obtenue en intégrant l'effort tranchant :

$$M(\xi) = \int_0^{s-\xi} V(y)dy \quad (2.2)$$

Enfin, le moment de torsion résulte de la superposition de deux effets antagonistes. Le premier est lié à la distance entre le centre de pression et l'axe élastique $a(y)$ et occasionne un moment de torsion "nose up" (nez vers le haut). Le second est engendré par la déviation introduite par la flèche $d(y, \xi)$ et crée un moment "nose down" (nez vers le bas) :

$$T(\xi) = \int_0^{s-\xi} l(y)[a(y) - d(\xi, y)]dy \quad (2.3)$$

2.2.3 Modèle éléments finis

Afin de limiter le temps de développement, la résolution structurelle a été basée sur le logiciel commercial MSC/NASTRAN. Ce logiciel utilise la méthode des éléments finis qui permet d'approximer le comportement d'une structure en la représentant par un modèle mathématique discrétilisé. L'aile réelle est ainsi remplacée par un assemblage d'éléments fictifs dont le comportement est linéaire. Chacun de ces éléments est choisi de façon à s'assurer que son comportement mathématique reflète le comportement local de la structure.

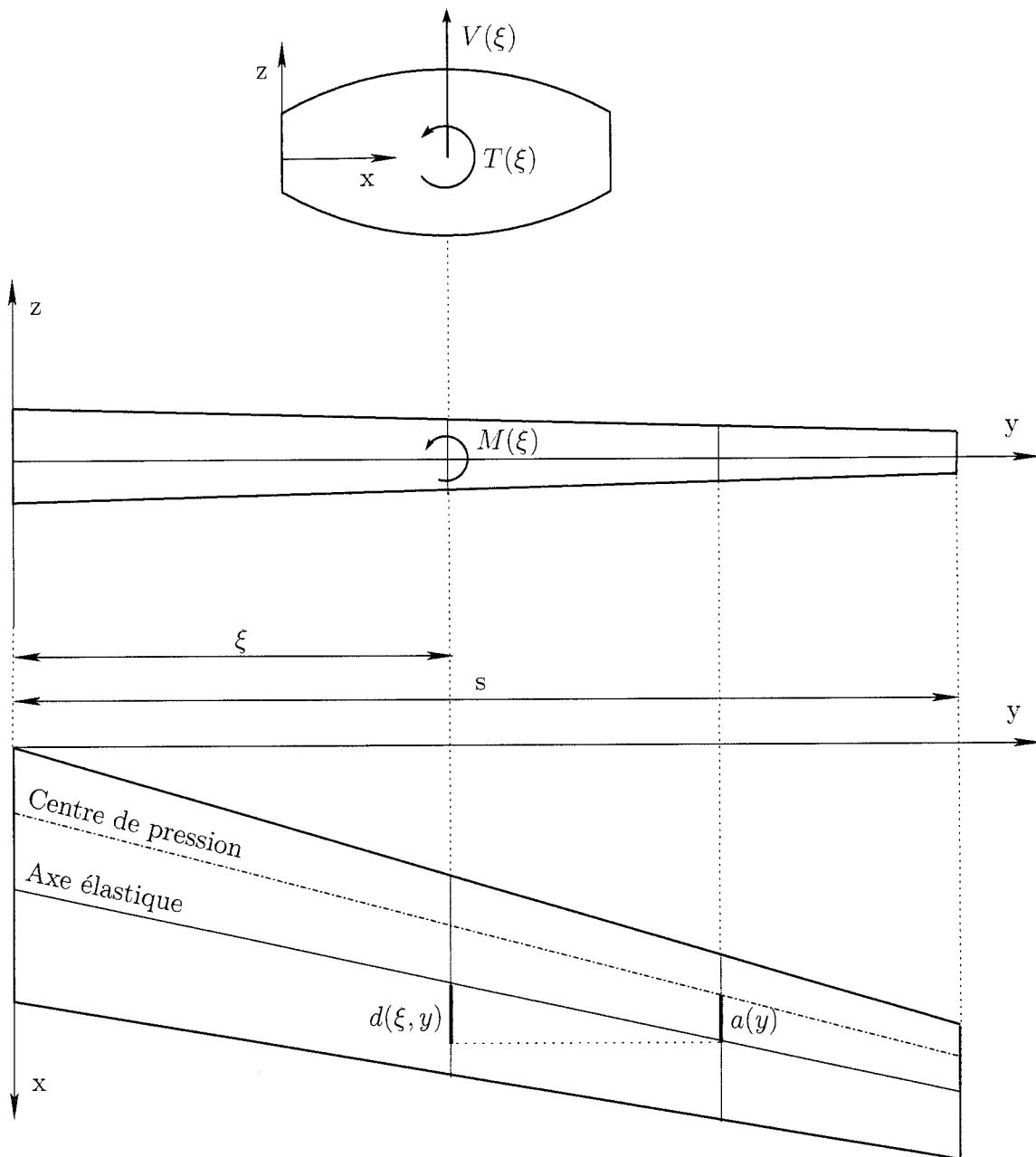


FIGURE 2.4: Définition des efforts appliqués sur l'aile

Pour cette méthode le nombre de points de discrétisation est particulièrement important. En modélisant une barre avec un unique élément, on arrive inévitablement à une aberration : la déformation de la barre est linéaire. Afin de capter correctement le comportement réel d'une barre, il est nécessaire d'utiliser au moins quatre éléments (cf. Figure 2.5). Toutefois, utiliser plus d'éléments est un gaspillage de ressources informatiques. On considère souvent que quatre éléments pour une barre et seize pour une plaque représentent un bon compromis entre la précision et le temps de calcul (L'Heureux *et al.* (2000)).

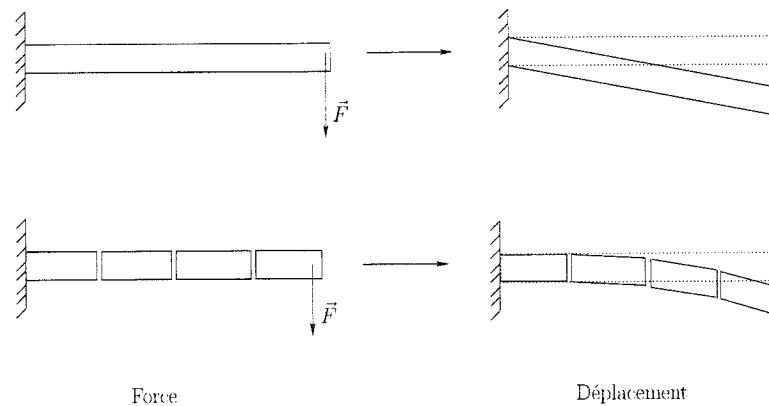


FIGURE 2.5: Influence du nombre d'éléments sur la précision du résultat

Finalement, la conception d'un modèle élément fini repose sur une très bonne compréhension de la structure, ce afin de choisir convenablement les éléments mathématiques qui connectent les points de discrétisation. MSC/NASTRAN possède une bibliothèque très étendue d'éléments finis qui permettent de modéliser un large éventail de comportements physiques. Dans un premier temps il convient de justifier les choix qui ont amené à la création du modèle.

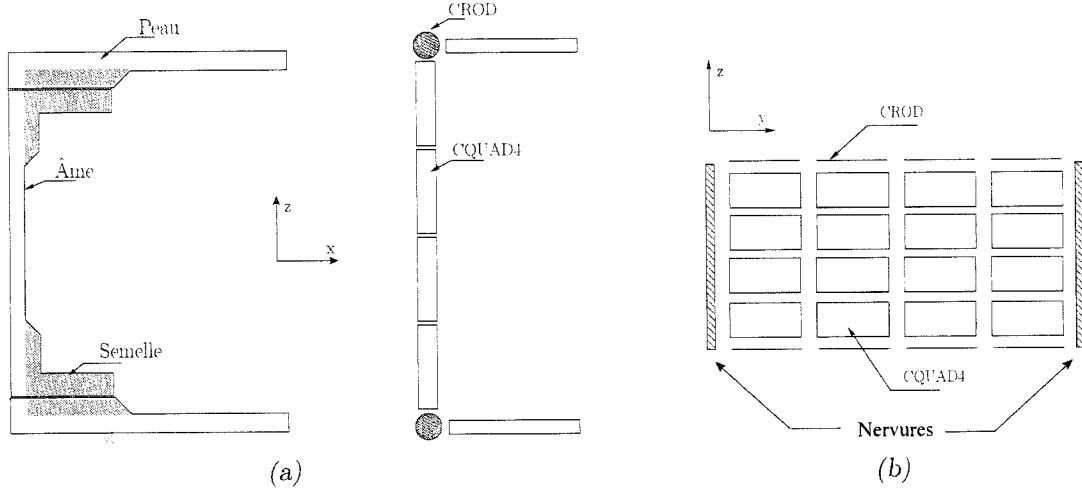


FIGURE 2.6: Modélisation des longerons

2.2.3.1 Modélisation des longerons

La voilure étudiée ne comportant pas de cassure, le nombre de longerons est limité à deux. Chaque longeron est constitué d'une âme qui s'apparente à une plaque plane, et de deux semelles qui s'apparentent à des poutres. L'ensemble du longeron participe à la résistance de l'aile. Cependant, en phase préliminaire, on considère que le rôle de l'âme est de résister à l'effort tranchant et au moment de torsion alors que celui des semelles est de supporter le moment de flexion. Une étude des librairies MSC/NASTRAN montre que deux éléments doivent être utilisés. En effet, les CROD sont des éléments unidimensionnels capables de supporter un moment de flexion mais pas de torsion ni d'effort tranchant. Ils sont donc bien adaptés à la modélisation des semelles. Les CQUAD4 bidimensionnels sont capables de reprendre le moment de torsion et l'effort tranchant et seront utilisés pour représenter l'âme des longerons. En tenant compte des remarques précédentes, on obtient finalement la modélisation présentée sur la Figure 2.6.

2.2.3.2 Modélisation des lisses

Les lisses sont également constituées d'une âme et de deux semelles. Il existe cependant de nombreuses formes de lisse possédant des caractéristiques différentes. Dans l'industrie, l'aile est optimisée en utilisant plusieurs types de lisse au sein d'un même caisson de voilure. Une telle démarche demande en revanche une grande expertise et dépasse de loin le cadre de ce travail. Ici, seule la forme la plus courante, en "Z", est utilisée. La modélisation des lisses est alors très semblable à celle des longerons : des éléments CQUAD4 représentent l'âme et des éléments unidimensionnels modélisent les semelles. Cependant, comme il n'est plus possible de négliger le moment de torsion dans les semelles, on utilise l'élément CBAR plutôt que CROD. Les CBAR sont des éléments unidimensionnels plus élaborés mais d'utilisation plus complexe. Leurs caractéristiques physiques sont définies par l'aire des sections qu'ils modélisent. Dans le cas général, il suffit donc d'évaluer l'aire réelle et d'imposer cette aire au CBAR. Mais dans le cas présent, la peau de la voilure présente une excroissance à l'endroit où la lisse vient se fixer. Afin de simplifier la modélisation de la peau, l'aire de cette excroissance est incluse dans l'aire de la semelle supérieure (cf. Figure 2.7).

Par ailleurs, comme les lisses sont parallèles au longeron arrière, il est possible que celles-ci interceptent le longeron avant. Pour tenir compte de ces intersections, la modélisation des lisses est modifiée selon les recommandations de L'Heureux *et al.* (2000), telle qu'illustrée sur la Figure 2.8.

2.2.3.3 Modélisation de la peau

La peau doit résister aux moments de flexion et de torsion. Ces moments engendrent des flux de cisaillement ainsi que des contraintes en tension sur l'intrados

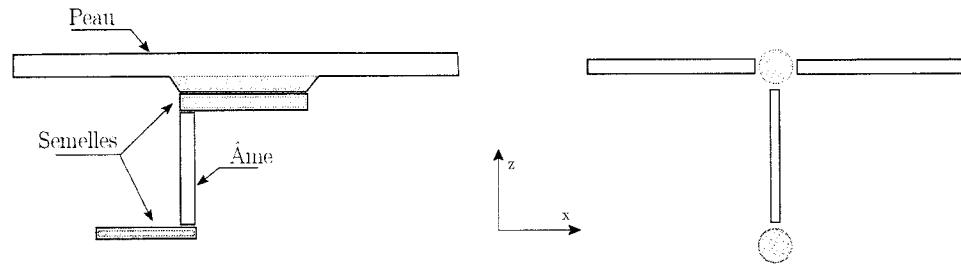


FIGURE 2.7: Modélisation des lisses

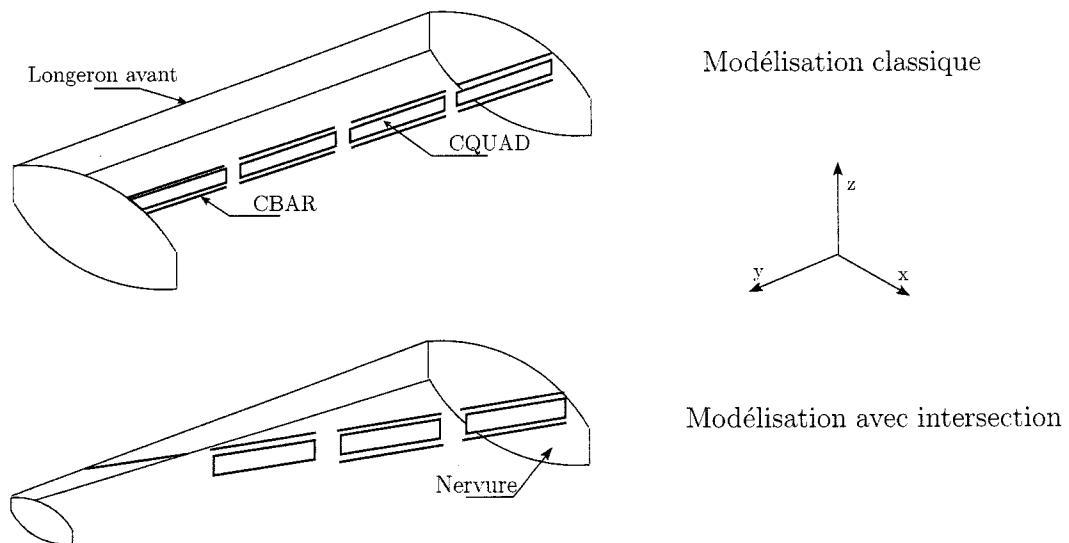


FIGURE 2.8: Modélisation des intersections lisse-longeron

et en compression sur l'extrados. Les éléments CQUAD4 déjà utilisés précédemment conviennent parfaitement à la modélisation de la peau extrados et intrados.

2.2.3.4 Modélisation des nervures

Le rôle des nervures est le plus complexe. Leurs flexion permet de redistribuer la portance sur toute la section de l'aile tandis que leur compression permet de supporter la différence de pression entre l'extrados et l'intrados. Enfin, elles permettent de transmettre le moment de torsion aux longerons. En résumé, les nervures permettent à l'aile de conserver sa forme et transmettent la charge de la peau aux longerons. La modélisation des nervures est illustrée par la Figure 2.9 où apparaissent les mêmes élément que ceux utilisés précédemment.

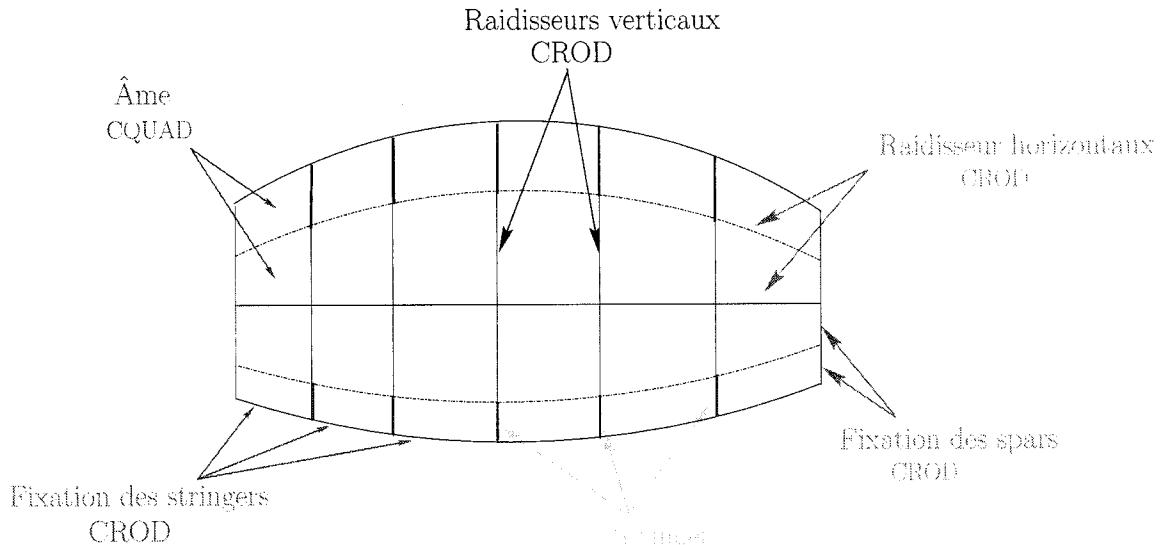


FIGURE 2.9: Modélisation des nervures

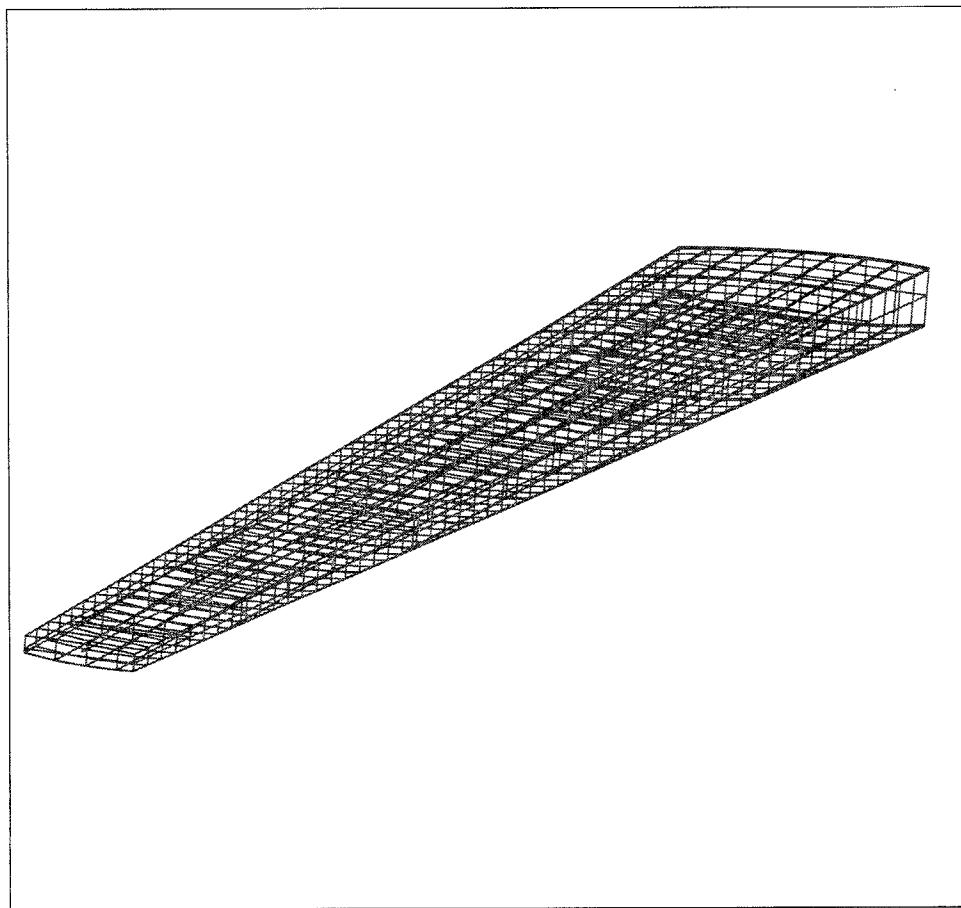


FIGURE 2.10: Modèle éléments finis de la voilure

2.2.3.5 Modèle final de l'aile

Le modèle élément finis complet est illustré par la Figure 2.10. Une fois ce modèle éléments finis construit, il ne reste plus qu'à appliquer les forces sur le modèle. Pour des raisons de stabilité numérique, les forces ne sont pas appliquées directement sur la surface de l'aile mais discrétisées aux nervures et appliquées sur le centre de cisaillement de celle-ci. Ces forces sont ensuite réparties dans la structure grâce à un élément d'interpolation conçu à cet effet qui lie le centre de cisaillement aux nœuds périphériques. Pour appliquer les forces sur la structure, il est donc nécessaire de calculer le centre de cisaillement de chaque nervure. La méthode de calcul du centre de cisaillement utilisée est celle présentée par Megson (1999). La validation du calcul du centre de cisaillement est présentée en Annexe I.

Connaissant l'axe élastique et étant donnée une répartition d'efforts, il est possible de charger la structure en appliquant la démarche suivante.

Soient V_i , T_i , et M_i les efforts réels vus par la i ème nervure. Les courbes d'effort tranchant et de moment de torsion sont discrétisées entre deux nervures :

$$V_{D_{i-1/i}} = \frac{V_i + V_{i-1}}{2} \quad (2.4)$$

$$T_{D_{i-1/i}} = \frac{T_i + T_{i-1}}{2} \quad (2.5)$$

Cette discrétisation permet d'améliorer l'approximation des courbes réelles (cf. Figure 2.11). L'effort tranchant ainsi que le moment de torsion ne font que s'accumuler du saumon à l'emplanture. Ainsi, la charge à appliquer n'est que l'incrément des efforts discrétisés entre deux nervures. Les charges appliquées V_A et T_A sont donc :

$$V_{A_i} = V_{D_{i-1/i}} - V_{D_{i/i+1}} \quad (2.6)$$

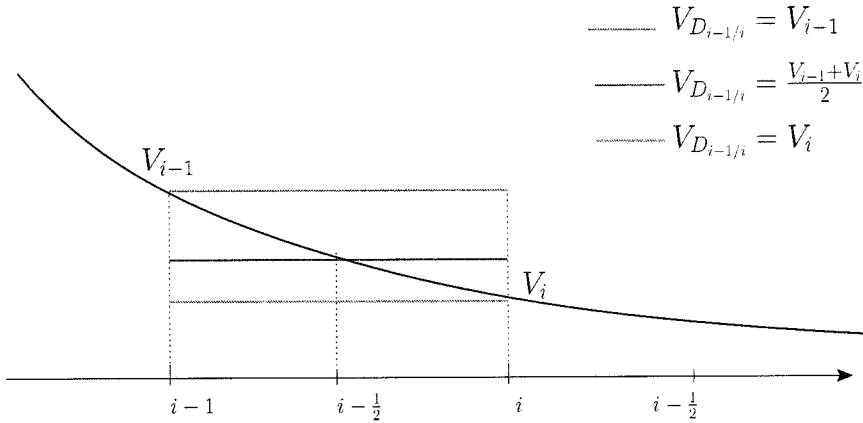


FIGURE 2.11: exemple de discréétisation des efforts tranchants

$$T_{A_i} = T_{D_{i-1/i}} - T_{D_{i/i+1}} \quad (2.7)$$

Pour le moment de flexion, la méthode est légèrement différente. En effet, le moment de flexion n'a pas besoin d'être discréétisé car il s'accumule naturellement le long de l'envergure. Concrètement, cela signifie que l'on pourrait appliquer directement les valeurs de moment de flexion sur le modèle. Cependant, il faut tenir compte de l'effort tranchant que nous venons d'imposer. Celui-ci génère un moment de flexion qu'il est nécessaire de corriger. Le moment de flexion est alors :

$$M_{A_i} = M_i - M_{i+1} - V_{D_{i/i+1}} * l \quad (2.8)$$

où l est la distance entre deux nervures.

2.3 Analyse aérodynamique

L'analyse aérodynamique nécessite l'utilisation d'un couple de logiciels : un mailleur et un résolveur. Pour cette étude, les produits FLUENT ont été retenus en raison

de leur bonne intégration. GAMBIT¹ quant à lui est un mailleur qui propose deux modes : un mode graphique qui permet de construire et de visualiser rapidement le maillage, et un mode en ligne de commande sans interface graphique qui permet d'automatiser le maillage. FLUENT² est un résolveur multi-usages pouvant être appliqué à l'analyse aérodynamique. Il est en effet capable de résoudre les équations d'Euler et de Navier-Stokes tout en proposant différents schémas de calcul (implicite, explicite, premier et second ordre).

La résolution de problème aéroélastique demande une grande puissance de calcul. C'est pourquoi la plupart des études existantes se basent sur les équations d'Euler qui permettent d'obtenir une bonne approximation de l'écoulement. L'utilisation des équations d'Euler facilite en outre la génération du maillage puisqu'il n'est plus nécessaire d'effectuer un maillage de couche limite. Pour toutes ces raisons, les équations d'Euler sont utilisées lors de cette étude. Cependant, il faut être conscient que leur incapacité à prédire de façon précise la position des chocs détériore quelque peu la solution aéroélastique.

Dans un premier temps, nous nous intéresserons à la génération du maillage, puis à la résolution aérodynamique. Nous présenterons finalement quelques résultats visant à démontrer la qualité des solutions obtenues.

2.3.1 Génération du maillage aérodynamique

Le générateur de maillage doit répondre à plusieurs prérequis :

Le maillage doit être structuré. Afin de réduire le temps de calcul, on souhaite réutiliser les solutions aérodynamiques pour initialiser l'itération suivante. Si

¹voir www.fluent.com/software/gambit pour plus de détails

²voir www.fluent.com/software/fluent pour de plus amples informations

le maillage est non structuré, le nombre et la position des mailles changent d'une itération à l'autre. Pour réutiliser la solution, il serait alors nécessaire d'utiliser des fonctions d'interpolation pour faire correspondre une solution sur un maillage de topologie différente. Cette démarche introduirait des difficultés qu'il est préférable d'éviter dans le cadre de l'étude. Par conséquent, un maillage structuré doit être favorisé dans la majorité du domaine.

Le maillage doit être déformable. Il doit pouvoir tenir compte des déformations calculées par l'analyse structurelle.

Il doit être automatique. En effet, la résolution est itérative et peut nécessiter un grande nombre d'itérations. En aucun cas le maillage ne doit faire l'objet d'une intervention humaine.

Il doit être robuste. Les déformations peuvent être importantes. Le mailleur doit donc être en mesure de mailler des voilures possédant de grandes déflexions tout en conservant une bonne qualité de maillage.

2.3.1.1 Domaine d'étude et maillage de la voilure

Plusieurs formes de domaines d'étude ont été testées mais la seule permettant de répondre au cahier des charges est le domaine dit "en C" (cf. Figure 2.13). Il est connu que ce domaine permet d'obtenir d'excellents maillages structurés sur des profils 2D. L'aile étudiée est prismatique, on peut donc considérer le maillage 3D comme une succession de maillages 2D. Chaque section du maillage 3D possède ainsi les qualités conférées au maillage 2D par le domaine "en C". En déformant le domaine de façon à ce qu'il suive les déformations de l'aile, on conserve les propriétés précédentes, ce qui garantit une qualité de maillage quasi constante.

Afin d'évaluer la qualité du maillage, on s'intéresse à l'évolution de l'angle de déformation des mailles en fonction de la déformation de l'aile. En effet, chaque

résolueur est sensible à la qualité du maillage. Cependant le critère qui permet de déterminer cette qualité change en fonction du résolueur utilisé. Selon la documentation de FLUENT, le résolueur FLUENT est particulièrement sensible à l'angle de déformation des mailles. Cette valeur adimensionnelle détermine la déformation d'une maille par rapport à un parallélépipède parfait. Elle est définie par l'équation suivante :

$$Q_{eas} = \max \left(\frac{\theta_{max} - \theta_{eq}}{180 - \theta_{eq}}, \frac{\theta_{eq} - \theta_{min}}{\theta_{eq}} \right) \quad (2.9)$$

où θ_{min} et θ_{max} représentent les angles minima et maxima entre les arêtes de la maille, θ_{eq} est l'angle entre deux arêtes pour un quadrilatère parfait (90°). Chaque maillage peut être classé suivant la valeur moyenne de l'angle de déformation. FLUENT distingue les 7 catégories suivantes (Bonnet et Cousteix (2002)) :

angle de déformation moyen (Q_{eas})	qualité du maillage
$Q_{eas} = 0$	Parfait, convergence assurée
$0 < Q_{eas} < 0,25$	Excellent, convergence très probable
$0,25 < Q_{eas} < 0,5$	Bon, convergence probable
$0,5 < Q_{eas} < 0,75$	Correct, convergence possible
$0,75 < Q_{eas} < 0,9$	Mauvais, convergence peu probable
$0,9 < Q_{eas} < 1$	Très mauvais, convergence très peu probable
$Q_{eas} = 1$	Dégénéré, convergence impossible

L'évolution de la qualité du maillage en fonction de la déflexion en bout d'aile (cf. Figure 2.12) montre que celle-ci reste très acceptable dans une large gamme de déformations. Ainsi, pour une aile ayant une demi-envergure de 2,5 mètres, l'angle moyen de déformation des mailles reste inférieur à 0,4 et l'angle maximal reste inférieur à 0,8. La qualité du maillage reste donc très bonne, d'autant plus que seule la partie avant du maillage (l'arrondi) est considérée car en tenant compte de la partie arrière, on introduirait des mailles qui sont forcément de bonne qualité et ce

indépendamment des déformations.

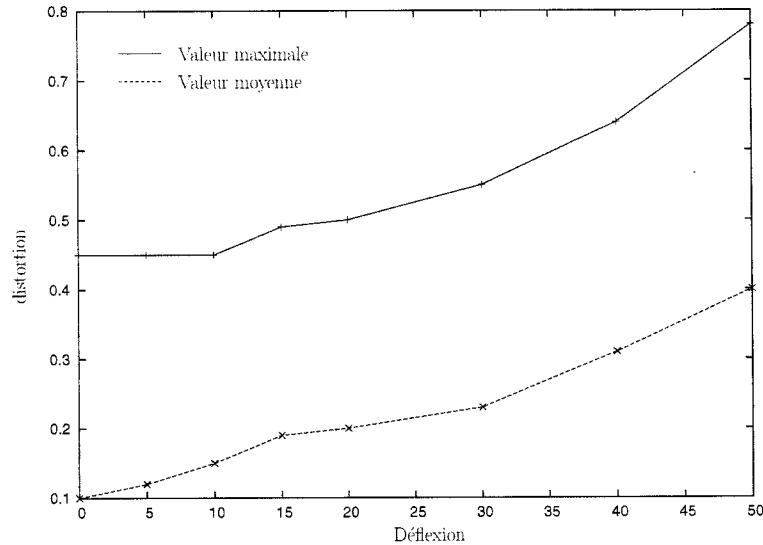


FIGURE 2.12: Évolution de la qualité du maillage en fonction de la déflexion en bout d'aile

Finalement, le domaine d'étude permet d'obtenir un maillage de qualité pour l'aile rigide aussi bien que pour l'aile souple. Cependant, avec un tel domaine il n'est pas possible d'obtenir un maillage totalement structuré. En effet, il est nécessaire de créer un volume qui prolonge l'aile entre le saumon de celle-ci et la paroi latérale du domaine (cf. Figure 2.13). Ce volume constitue une aile fictive qu'il est très difficile de mailler de façon structurée (cf. Figure 2.14). Pour limiter les inconvénients liés à cette partie non-structurée, on fait en sorte que l'aile fictive ne suive pas les déformations de l'aile (cf. Figure 2.15) afin de limiter la variation du nombre de mailles dans ce volume.

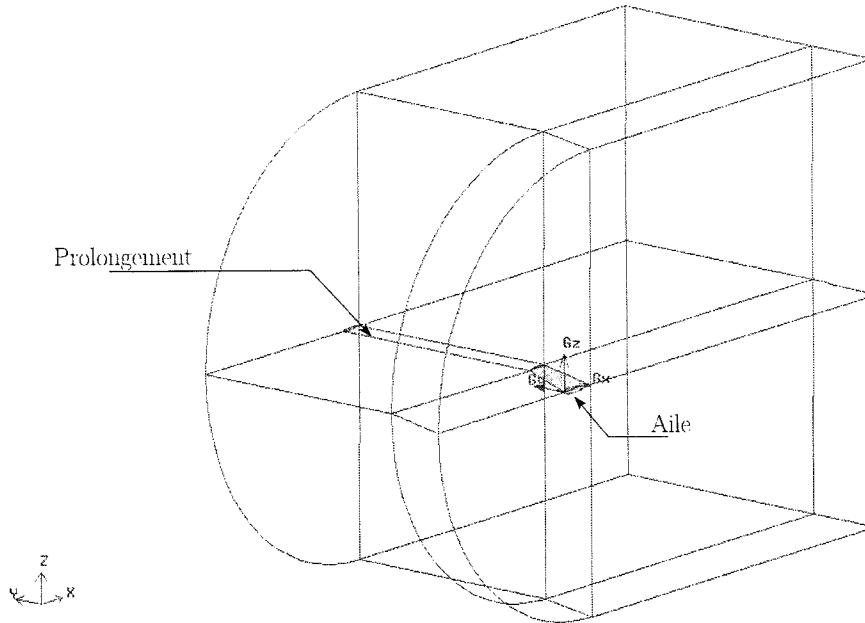
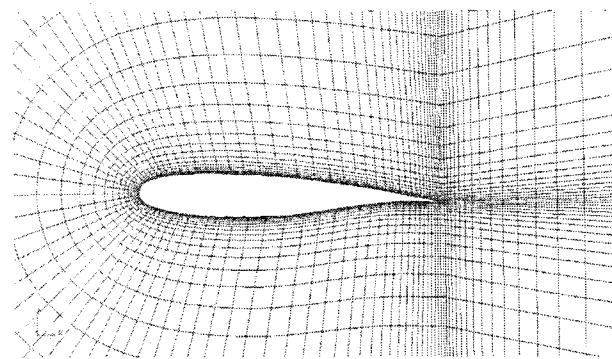


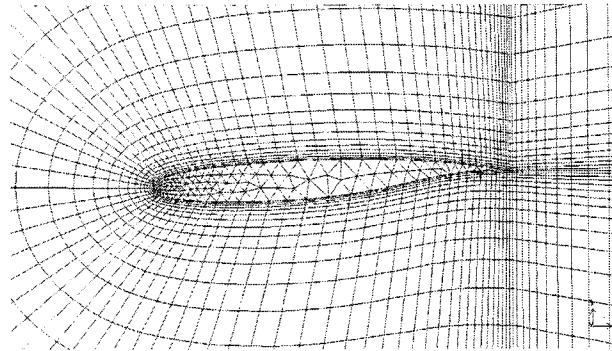
FIGURE 2.13: Description du domaine d'étude

2.3.1.2 Déformation du maillage

Pour une approche d'aéroélasticité à couplage faible, le maillage doit se déformer afin de tenir compte des déplacements de la voilure. Il existe deux méthodes pour faire cela. La première est de re-générer à chaque fois l'ensemble du maillage. La seconde est de reprendre le maillage existant et d'en déformer les mailles en déplaçant les noeuds du maillage le long de lignes perpendiculaires aux profils. Le nombre et la topologie des mailles restent ainsi constants. Cette dernière méthode semblait donc être la plus adaptée à notre problème. Cependant, elle nécessite le développement de routines complexes permettant d'identifier et de déplacer chaque maille. De plus, la constitution du domaine d'étude assure que la majeure partie du maillage est structurée ce qui limite l'intérêt d'une telle méthode. Pour cette raison, la première méthode a été retenue et le maillage est ainsi re-généré à chaque itération.



(a) emplanture



(b) saumon

FIGURE 2.14: Maillage du profil à l'emplanture et au saumon

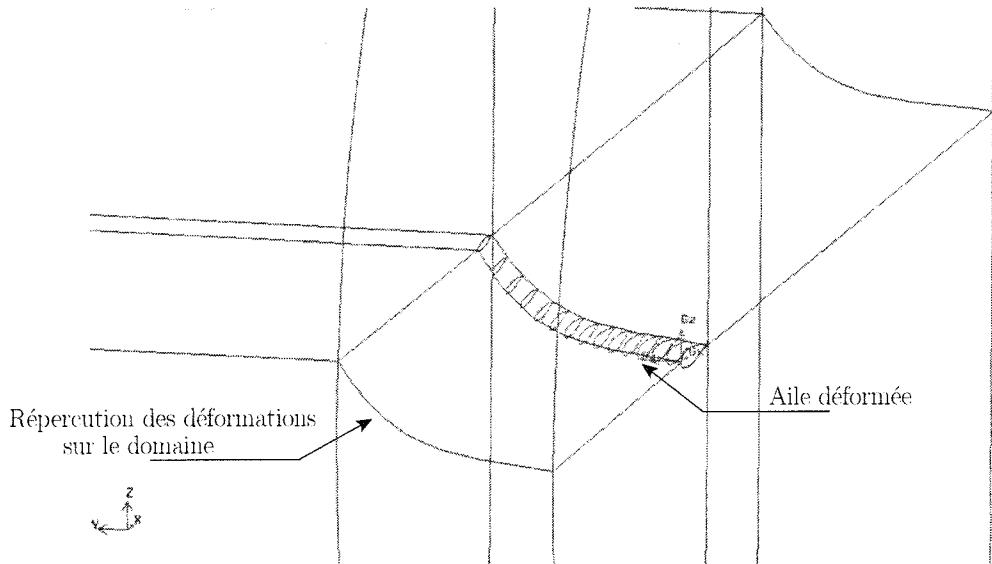


FIGURE 2.15: Déformation du domaine d'étude

Quelle que soit la méthode utilisée, il faut traduire les déplacements de la structure en déplacement de noeuds fluides. Cette démarche est d'autant plus complexe que les interfaces fluide et structure ne se correspondent pas. L'étude du caisson de voilure apporte une réponse appropriée à ce problème. En effet, une des fonctions des nervures est de conserver la forme de l'aile. Par conséquent, les nervures sont suffisamment rigides pour être considérées comme des solides indéformables dont tous les points se déplacent de façon parfaitement identique. En connaissant les déplacements du centre de cisaillement de la section, il est possible d'en déduire la nouvelle position de la nervure. Ces informations étant aisément extraites des résultats structuraux, il suffit d'appliquer la méthode suivante :

Considérons un profil P discrétisé suivant l'ensemble de points (p_1, \dots, p_n) . L'étude par éléments finis montre que le déplacement du centre de cisaillement C_s de ce profil est défini par la translation \mathbf{t} et la rotation $\boldsymbol{\Omega}$.

$$\mathbf{t} = \begin{pmatrix} t_x \\ t_y \\ t_z \end{pmatrix} \quad \boldsymbol{\Omega} = \begin{pmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{pmatrix} \quad (2.10)$$

Dans le repère $(O, \mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z})$, la rotation $\boldsymbol{\Omega}$ de centre C_s est définie par la matrice de rotation R :

$$R = \begin{pmatrix} \cos(\omega_z) \cos(\omega_y) & \sin(\omega_z) \cos(\omega_x) & \sin(\omega_z) \sin(\omega_x) \\ -\cos(\omega_z) \sin(\omega_y) \sin(\omega_x) & +\cos(\omega_z) \sin(\omega_y) \cos(\omega_x) & \\ \hline -\sin(\omega_z) \cos(\omega_y) & \cos(\omega_z) \cos(\omega_x) & \cos(\omega_z) \sin(\omega_x) \\ +\sin(\omega_z) \sin(\omega_y) \sin(\omega_x) & -\sin(\omega_z) \sin(\omega_y) \cos(\omega_x) & \\ \hline \sin(\omega_y) & -\cos(\omega_y) \sin(\omega_x) & \cos(\omega_y) \cos(\omega_x) \end{pmatrix} \quad (2.11)$$

L'image p'_i du point p_i par la rotation R dans le repère $(O, \mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z})$ est telle que :

$$\mathbf{C}_s \mathbf{p}'_i = R \cdot \mathbf{C}_s \mathbf{p}_i \quad (2.12)$$

De même, l'image p''_i du point p'_i par la translation \mathbf{t} dans le repère $(O, \mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z})$ est :

$$\mathbf{O} \mathbf{p}''_i = \mathbf{O} \mathbf{p}'_i + \mathbf{t} \quad (2.13)$$

Finalement les coordonnées du point p''_i , image du point p_i par la transformation issue des déformations structurelles, sont données par l'équation vectorielle :

$$\mathbf{O} \mathbf{p}''_i = \mathbf{O} \mathbf{C}_s + R \cdot \mathbf{C}_s \mathbf{p}_i + \mathbf{t} \quad (2.14)$$

En résumé, la surface de l'aile est définie par un ensemble de profils correspondant aux nervures de la structure. Une fois les déformations calculées, celles-ci sont appliquées sur chacun des profils. Finalement, cet ensemble est utilisé pour définir une surface NURBS représentant la surface de la voilure. Étant donné la procédure adoptée, les déformations sont transmises de façon exacte au niveau des nervures ce qui se vérifie facilement en traçant les deux géométries côte à côte (cf. Figure 2.16). Cependant, il faut être conscient qu'aucune condition n'est posée entre deux nervures. En effet, pour interpoler la forme réelle de l'aile on utilise une surface NURBS ce qui ne garantit en rien la correspondance des deux géométries. De plus, la précision du transfert de déplacement dépend grandement du nombre de nervures. Comme ce projet cherche surtout à démontrer la faisabilité de certaines méthodes, on considère que la précision atteinte est suffisante pour ce type d'étude.

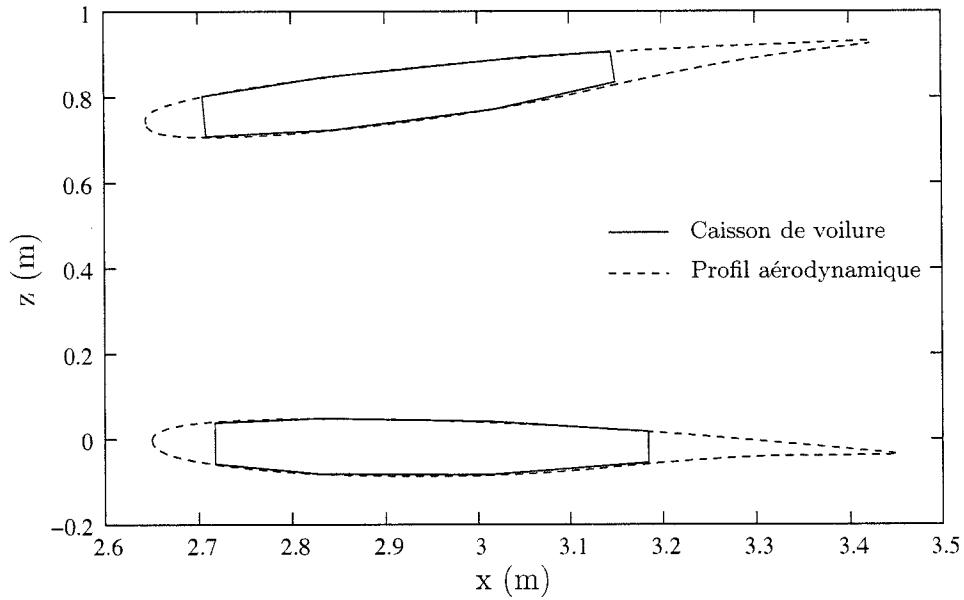


FIGURE 2.16: Transfert des déplacements entre la structure et l'aérodynamique

2.3.2 Validation du calcul aérodynamique

La géométrie du maillage est *a priori* de bonne qualité. Cependant, rien ne garantit que les mailles aient été placées de façon à capturer correctement les gradients de l'écoulement. Ainsi, avant de se lancer dans le calcul des efforts, il est nécessaire de valider l'analyse aérodynamique. À cette fin, on utilise le cas test de l'ONERA M6. Pour l'analyse numérique des écoulements externes, l'aile ONERA M6 est un cas de validation classique. La simplicité de sa géométrie la rend facile à modéliser alors que la complexité de l'écoulement transsonique met à rude épreuve les meilleurs codes de CFD. Cette aile non vrillée possède une flèche sans cassure (cf. Figure 2.17) et est construite autour du profil symétrique ONERA D.

En temps normal, son saumon comporte un arrondi qui malheureusement n'est pas modélisable par le mailleur. En conséquence, notre modèle remplace l'extrémité arrondie par un saumon plat. Cet artifice est utilisé dans de nombreuses études et

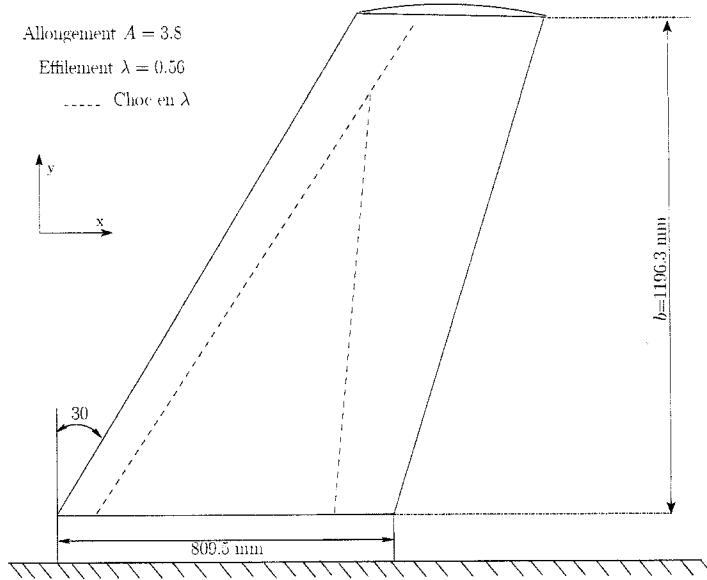


FIGURE 2.17: Géométrie de l'aile ONERA M6

ne dégrade pas sensiblement la solution des équations d'Euler.

Des résultats expérimentaux ont été obtenus en soufflerie par Schmitt et Charpin (1979). Lors de leurs études le nombre de Mach était de 0,84 pour une incidence de $3,06^\circ$ et une pression de 315986 pascals. En reproduisant ces conditions, on obtient les courbes de coefficient de pression représentées sur la Figure 2.18. Les résultats obtenus sont conformes à ce qu'on pouvait espérer en utilisant les équations d'Euler. Cependant, pour $y/b = 0,65$ la prédiction du premier choc est mauvaise. Ce problème est lié à la complexité de l'écoulement autour de l'ONERA M6. En effet, pour le nombre de Mach étudié, l'écoulement comporte deux chocs qui forment un λ suivant l'envergure. Ainsi, en s'éloignant de l'emplanture, ces deux chocs se rapprochent pour ne former qu'un à partir de $y/b = 0,85$. Il existe donc une zone où les deux chocs sont trop proches pour être correctement prédis par l'analyse numérique. Laurendeau (2003) mentionne que très peu de codes CFD sont capables de capter correctement le double choc en λ de l'ONERA M6. De plus, une telle prédiction nécessite un maillage particulièrement fin réclamant trop de temps de

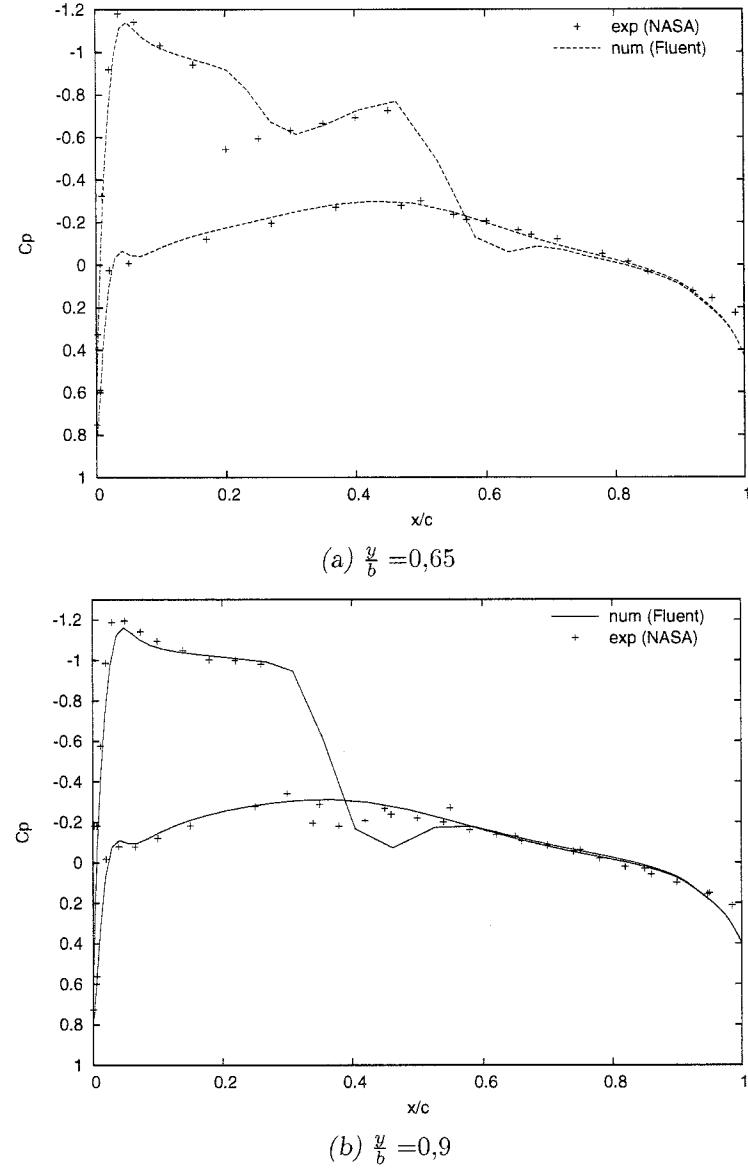


FIGURE 2.18: Comparaison entre C_p expérimentaux et numériques pour $M = 0,84$, $\alpha = 3,06^\circ$, $P = 315986,7 \text{ Pa}$

calcul pour une analyse aéroélastique. La qualité de la solution aérodynamique est suffisante pour l'analyse aéroélastique menée dans cette étude.

2.3.3 Calcul des efforts appliqués sur la structure

Comme expliqué précédemment, le chargement de la structure s'effectue en appliquant effort tranchant, moment de flexion et moment de torsion au centre de cisaillement de chaque nervure. Pour calculer ces grandeurs on dispose de la pression, évaluée par le résolveur FLUENT, au centre de chaque cellule du maillage généré par GAMBIT. Par conséquent, il est nécessaire de développer une méthode permettant de traduire les pressions réparties sur la voilure en efforts ponctuels appliqués sur la structure.

En fluide parfait, le tenseur des contraintes se réduit au terme de pression, de sorte que les efforts et le moment au point M par rapport à un point O quelconque sur un obstacle de surface S sont donnés par :

$$\mathbf{F} = - \int \int_S p \cdot \mathbf{n} dS \quad (2.15)$$

$$\mathbf{M}_O = \int \int_S \mathbf{OM} \wedge (-p \cdot \mathbf{n} dS) \quad (2.16)$$

Ces équations permettent de calculer les efforts pour des distributions de pression continues. Afin de les discréteriser, il convient de définir quelques notations. Comme le maillage fluide sur l'aile est structuré, il est possible de définir deux indices L et K permettant de parcourir l'ensemble des cellules $cell_{LK}$ de la voilure. Chaque cellule définit ainsi un volume dont la pression est p_{LK} . De plus, on note \mathbf{n}_{LK} le vecteur unitaire normal à la face en contact avec la voilure de la cellule $cell_{LK}$ (cf. Figure 2.19), le centre de cette face est noté M_{LK} et sa surface S_{LK} .

Considérons également le centre de cisaillement C_i de la i ème nervure de l'aile rigide. Il existe alors un indice i tel que pour tout L supérieur ou égal à L_i la cellule $cell_{LK}$ soit comprise entre la i ème nervure et l'extrémité de l'aile. La surface ainsi

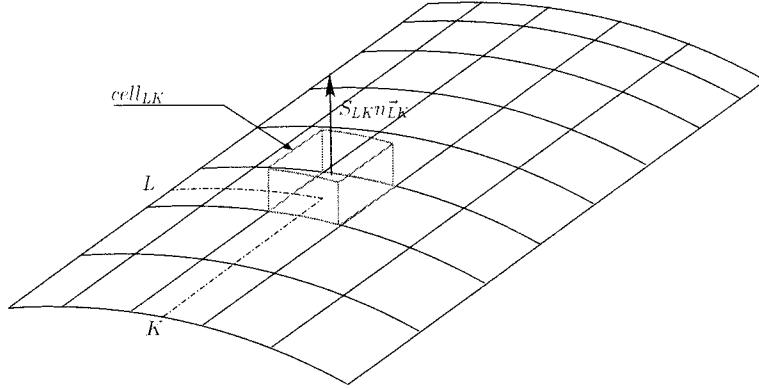


FIGURE 2.19: Définition des notations du maillage fluide

définie est nommée S_i .

Par définition (voir Eq. 2.1), l'effort tranchant se calcule à partir de la force F_i s'appliquant sur la surface S_i . D'après l'équation 2.16 on a alors :

$$\mathbf{F}_i = - \sum_{L \geq L_i} \sum_K p_{LK} \cdot \mathbf{n}_{LK} S_{LK} \quad (2.17)$$

Dans le cas de l'aile rigide, l'effort tranchant est calculé en prenant la troisième composante de la force \mathbf{F}_i , c'est-à-dire $\mathbf{F}_i \cdot \mathbf{z}$. On obtient donc finalement :

$$V_i = - \sum_{L \geq L_i} \sum_K p_{LK} \cdot \mathbf{n}_{LK} S_{LK} \cdot \mathbf{z} \quad (2.18)$$

Les moments de torsion et flexion sont calculés à partir du moment au point C_i des forces appliquées sur la surface S_i . D'après l'équation 2.16, on a :

$$\mathbf{M}_{\mathbf{C}_i} = \sum_{L \geq L_i} \sum_K \mathbf{C}_i \mathbf{M}_{LK} \wedge (-p_{LK} \cdot \mathbf{n}_{LK} S_{LK}) \quad (2.19)$$

Les moments de flexion et de torsion correspondent alors respectivement à la pre-

mière et la seconde composante du vecteur $\mathbf{M}_{\mathbf{C}_i}$. On obtient finalement :

$$M_i = \mathbf{M}_{\mathbf{C}_i} \cdot \mathbf{x} \quad (2.20)$$

$$T_i = \mathbf{M}_{\mathbf{C}_i} \cdot \mathbf{y} \quad (2.21)$$

Le calcul précédent est valable pour l'aile rigide. Lorsqu'il s'agit d'une aile flexible, on doit y apporter quelques modifications. En effet, même si l'aile se déforme, la discrétisation en éléments finis reste invariante. Par conséquent, les axes $(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z})$ du modèle NASTRAN ne correspondent plus au système d'axes local $(\mathbf{x}', \mathbf{y}', \mathbf{z}')$ de la structure. Une illustration de ce phénomène est présentée Figure 2.20. Chaque effort doit être calculé dans le repère curviligne local de la structure et idéalement il faudrait faire varier ce repère de façon continue en fonction de l'envergure. Afin de s'affranchir de cette contrainte, on conserve une image du maillage de la voilure rigide $(\mathbf{n}_{LK}, S_{LK}, M_{LK})$ et on applique les pressions de l'aile souple sur cette image rigide. Cette méthode est justifiée par l'hypothèse de rigidité des nervures émise lors du transfert des déplacements. En élargissant légèrement cette hypothèse, on peut supposer que chaque section de voilure conserve sa forme initiale. On garantit ainsi que les propriétés géométriques restent constantes entre l'aile souple et l'aile rigide dans le repère curviligne lié à la structure.

2.4 Interaction des programmes dans la résolution du couplage aéroélastique et l'optimisation multidisciplinaire

La Figure 2.21 présente les interactions entre les différents programmes intervenant lors la résolution du couplage aéroélastique. Ces échanges sont orchestrés par un script shell permettant également de gérer les erreurs intrinsèques au réseau informatique (gestion des licences logiciels, blocage de logiciels propriétaires) et

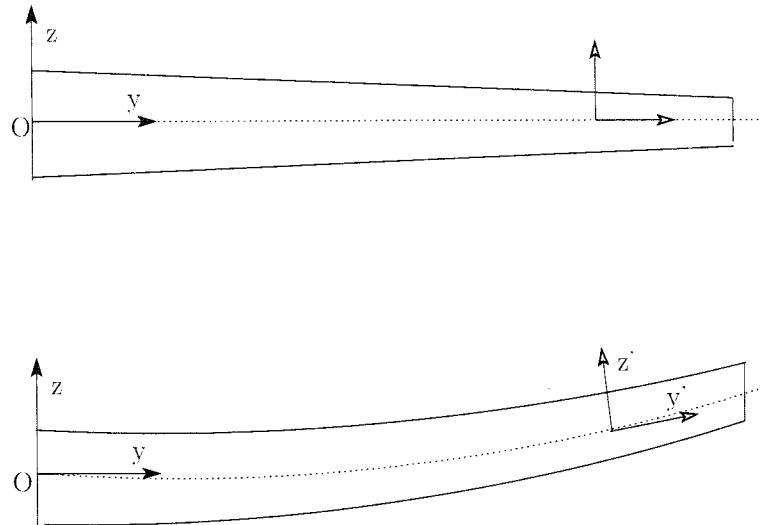


FIGURE 2.20: Évolution du repère de calcul lié à la déformation de l'aile

facilitant la parallélisation du calcul via l'utilisation de connexions ssh.

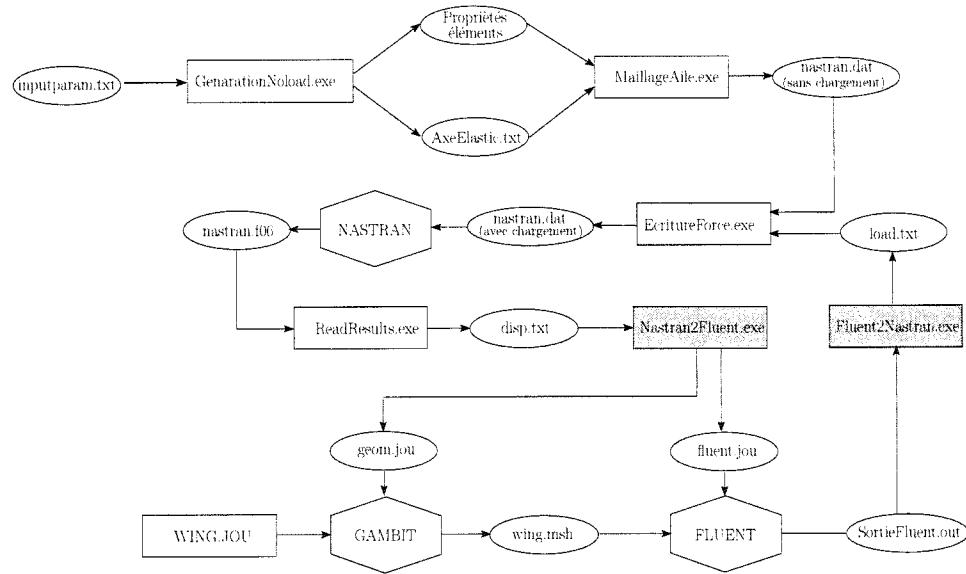


FIGURE 2.21: Interaction des programmes lors de la résolution du couplage aéroélastique

2.5 Stratégies utilisées afin de réduire la durée des calculs

La résolution du couplage aéroélastique peut nécessiter plusieurs heures de calcul. En effet, il faut en moyenne 4 itérations entre les résolveurs aérodynamique et structurel pour atteindre la convergence. Si la résolution du couplage est un objectif en soi cela peut ne pas être problématique. Cependant, lors d'une optimisation, le couplage doit être résolu à chaque évaluation de la fonction coût. Une optimisation peut alors demander plusieurs dizaines de résolution du couplage. Dans un tel contexte, il est indispensable de réduire au maximum la durée de chaque calcul aéroélastique. Pour ce faire deux stratégies sont employées : la relaxation, qui permet de réduire le nombre d'itérations pour atteindre la convergence, et la reprise du calcul aérodynamique qui permet de réduire la durée de chaque calcul aérodynamique.

2.5.1 Méthode de relaxation

La convergence d'une solution aéroélastique est oscillatoire. En effet, les charges appliquées initialement sur la structure sont issues des distributions de pression d'une aile rigide. La flèche arrière implique une torsion de l'aile "nose down" (nez vers le bas). Cela entraîne la réduction des angles d'incidences locaux et donc des charges aérodynamiques plus faibles. Comme les charges sont plus faibles que celles de l'aile rigide, les nouvelles déflexions sont plus faibles, les angles d'incidences locaux augmentent, les charges aérodynamiques augmentent donc également (sans atteindre les valeurs de l'aile rigide).

Par conséquent, les déplacements sont successivement exagérés puis sous-estimés jusqu'à rencontrer un critère de convergence. Afin de réduire le nombre d'itérations, on souhaite instinctivement diminuer les déplacements sur-estimés tout en augmen-

tant ceux qui au contraire sont sous-estimés. La méthode de relaxation, présentée Figure 2.22, permet d'atteindre cet objectif. Cette méthode consiste à remplacer les grandeurs calculées à l'itération n par une somme pondérée de celle-ci et des grandeurs calculées à l'itération $n - 1$. Les déplacements envoyés au module d'aérodynamique à l'itération n sont ainsi le barycentre des déplacements calculés à l'itération n affecté du coefficient $\lambda \in [0, 1]$ et de ceux calculés à l'itération $n - 1$ affectés du coefficient $1 - \lambda$. De cette façon, on assure que les déplacements trop faibles sont élevés et ceux trop importants diminués.

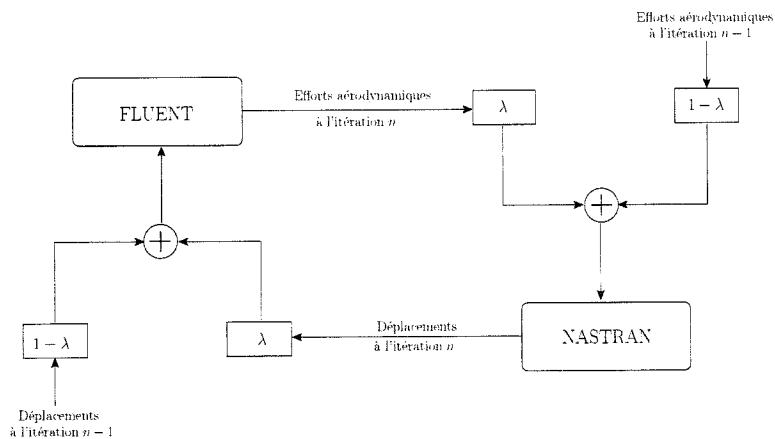


FIGURE 2.22: Méthode de relaxation

Finalement, cette méthode se révèle très efficace. Ainsi, en utilisant une aile particulièrement flexible, le nombre d'itérations requises pour atteindre une même convergence est divisé par quatre sans que le résultat final ne soit modifié de façon significative (cf. Figure 2.23).

2.5.2 Réutilisation des résultats du calcul de CFD

Après avoir réduit le nombre d'itérations, il est intéressant de réduire la durée de chaque itération. Lors de la résolution, le temps de calcul est largement dévolu

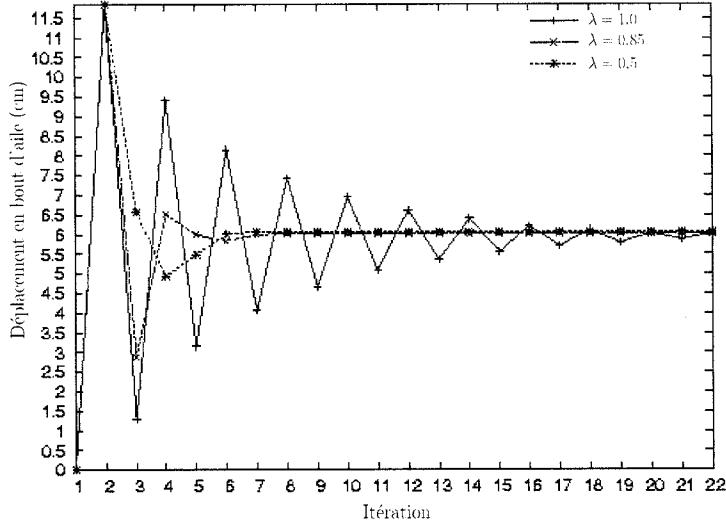


FIGURE 2.23: Résultat de la méthode de relaxation

au module aérodynamique. C'est donc à ce niveau qu'il est nécessaire d'agir pour réduire le temps de calcul.

Lors d'un calcul aéroélastique, la solution aérodynamique varie peu d'une itération à l'autre. Or, en temps normal le calcul CFD est initialisé en utilisant les conditions de l'écoulement non perturbé. Ainsi, tous les résultats obtenus lors d'un calcul CFD sont perdus dès l'itération aéroélastique suivante. Cela constitue un gaspillage de ressource informatique qui peut être endigué. En effet, en initialisant le calcul de CFD avec la solution obtenue à l'itération précédente, on conserve tous les résultats déjà acquis. L'initialisation étant plus proche de la solution recherchée, le nombre d'itérations aérodynamiques requises est considérablement réduit (cf. Figure 2.24 et 2.25). De plus, comme les résultats sont réutilisés, il n'est plus nécessaire de faire converger complètement les calculs aérodynamiques à chaque itération aéroélastique. Ceux-ci s'enrichissent au fur et à mesure des itérations aéroélastiques pour n'être complètement convergés qu'à la fin de la résolution du couplage.

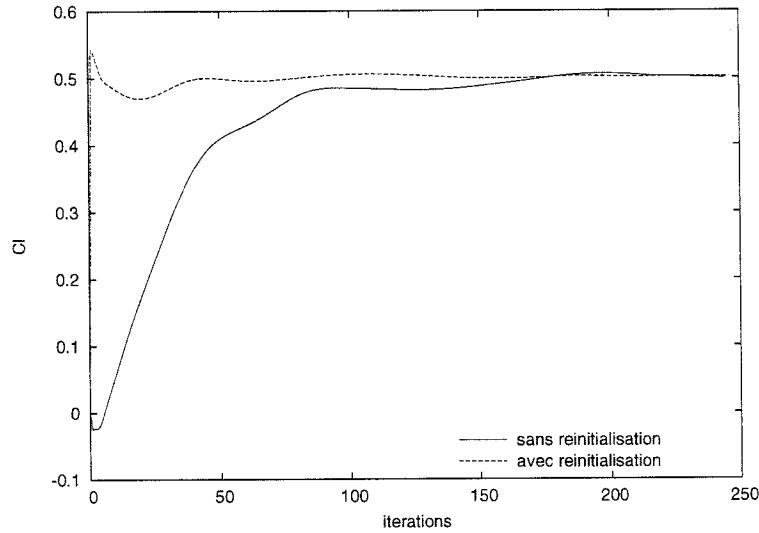


FIGURE 2.24: Évolution du coefficient de portance en fonction du nombre d’itérations

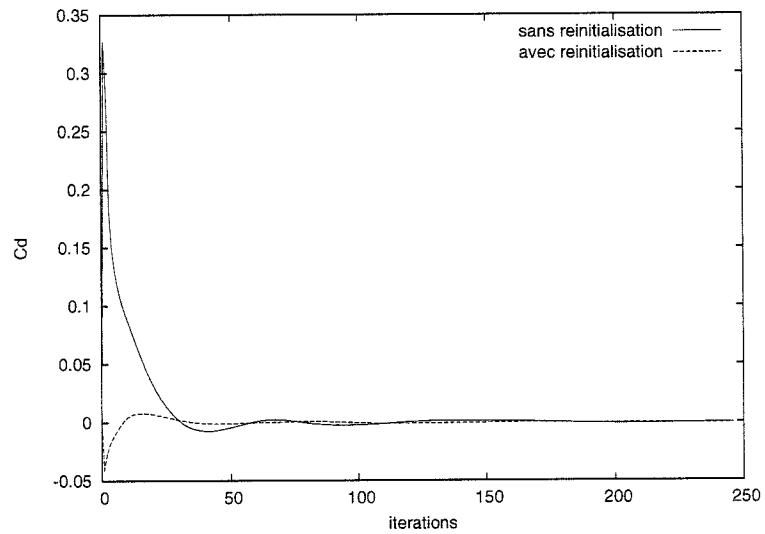


FIGURE 2.25: Évolution du coefficient de traînée en fonction du nombre d’itérations

Étant donné la conception du maillage fluide, l’implémentation de cette méthode est très simple. En effet, le maillage est construit de telle sorte que la numérotation des mailles de la partie structurée ne change pas à chaque appel de GAMBIT. Ainsi, il suffit de mettre en mémoire les propriétés aérodynamiques de chaque cellule et de

les appliquer sur le nouveau maillage. Cependant, la partie non structurée est plus problématique car le nombre de maille n'y est pas constant. La méthode retenue consiste à extraire, à chaque itération, les coordonnées du centre des cellules non structurées. Pour reprendre le calcul, les déformations de la dernière nervure sont appliquées aux coordonnées mémorisées à l'itération aéroélastique précédente. Ensuite, pour chaque nouvelle cellule, on parcourt les anciennes coordonnées corrigées afin de trouver le numéro de la cellule qui minimise la distance entre le nouveau et l'ancien centre corrigé. Il suffit alors d'appliquer les propriétés aérodynamiques de l'ancienne cellule à la nouvelle.

Cette méthodologie n'est pas parfaite puisqu'elle introduit des approximations dans la partie non structurée. Néanmoins, les résultats obtenus se sont révélés très satisfaisants.

On dispose désormais d'une méthode capable de résoudre le couplage aéroélastique. Cependant, étant donné le nombre d'erreurs possibles lors d'une telle analyse, il est indispensable de valider la méthode de résolution du couplage qui vient d'être mise en place.

2.6 Validation du couplage aéro-structurel

Afin de valider la méthode précédente, l'aile ARW2 est utilisée. Initialement, l'ARW2 s'inscrit dans un programme de la NASA visant à améliorer la corrélation entre les calculs CFD et les résultats expérimentaux sur des avions existants (Allison et Cavallo (2003)). Ainsi, cette aile reprend la structure interne d'aile réelle et est conçue de façon à en reproduire la flexibilité. Elle possède un allongement de 10,3 et un angle de flèche au bord d'attaque de 28,8°. La forme en plan de l'aile en question est représentée Figure 2.26. L'ARW2 est un cas test idéal pour notre étude

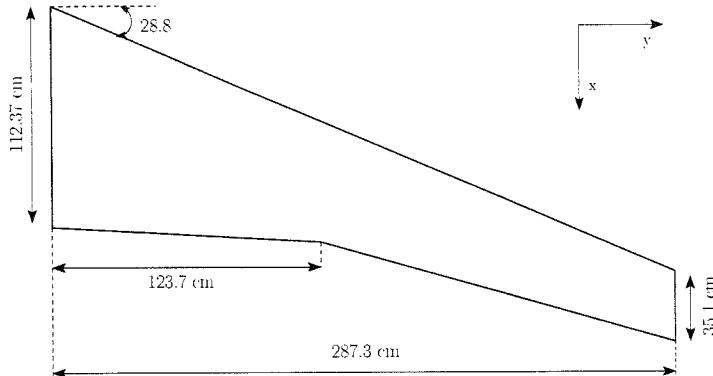


FIGURE 2.26: Forme en plan de l'aile ARW2

car les domaines aérodynamique et structure sont chacun parfaitement documentés. Cela permet de reproduire avec précision les conditions de l'expérimentation en soufflerie. On limite ainsi les erreurs autres que celles liées à la méthode de résolution du couplage aéroélastique. Cependant l'utilisation de cette aile nécessite l'adaptation sinon la modification des modules d'analyse.

2.6.1 Modification des modules d'analyse

L'aile ARW2 possède une cassure sur le bord de fuite. Cette simple constatation remet en cause l'utilisation des modules qui viennent d'être développés. En effet, la cassure implique la présence d'un troisième longeron ce qui n'est pas modélisable par l'étude éléments finis. De plus, le mailleur aérodynamique n'est pas conçu pour tenir compte d'une telle cassure.

Des études menées chez Bombardier Aéronautique montrent qu'il est possible de prédire les déformations d'une aile avec un modèle éléments finis très simple : le “stick model” (Abdo *et al.* (2003) et Abdo *et al.* (2001)). Cette représentation remplace l'aile par un assemblage linéaire de barres aux propriétés choisies de façon adéquate. La seul contrainte est alors que la rigidité de l'assemblage corresponde à

la rigidité réelle de l'aile. Pour cela on définit deux rigidités : la rigidité en torsion $G \cdot J$ et la rigidité en flexion $E \cdot I$ qui seront simplement notés EI et GJ . Le calcul des ces deux informations est présenté en Annexe II.

Pour ce travail, il est inconcevable d'utiliser ce type de modèle. En effet, le recourt au "stick model" implique la connaissance préliminaire de l'aile à modéliser, ce qui n'est pas le cas lors d'une optimisation. De plus l'objectif principal de l'étude étant de montrer la faisabilité d'une méthode d'optimisation multidisciplinaire, il est préférable de conserver un modèle élément finis détaillé afin de s'approcher des défis que pose la conception préliminaire d'une voilure.

Néanmoins, il est possible d'appliquer une méthode similaire pour valider l'implémentation de la méthode de couplage. Ainsi, il suffit d'ajuster les paramètres structuraux de notre modèle pour en faire correspondre les rigidités avec celles de l'ARW2. De cette manière, on représente l'aile de façon précise sans que cela ne nécessite une refonte totale du meilleur éléments finis. Pour cela, on définit le problème d'optimisation suivant :

$$\left\{ \begin{array}{l} \min_{X_1, \dots, X_n} \sqrt{\sum (EI_{num} - EI_{cible})^2 + \sum (GJ_{num} - GJ_{cible})^2} \\ \text{sous contraintes :} \\ \forall i \in [1, n] : -1 \leq X_i \leq 1 \end{array} \right. \quad (2.22)$$

où n est le nombre de variables adimensionnées entre -1 et 1 pour cette optimisation structurelle.

L'aile ARW2 est constituée de matériaux composites. Il est alors impossible d'en représenter convenablement les rigidités avec le modèle. Pour augmenter le nombre de degrés de liberté, les propriétés des matériaux (Module d'Young, coefficient de Poisson) sont ajoutées aux variables d'optimisation. En procédant de cette façon, on rompt tout lien entre le modèle et la réalité puisque les matériaux utilisés

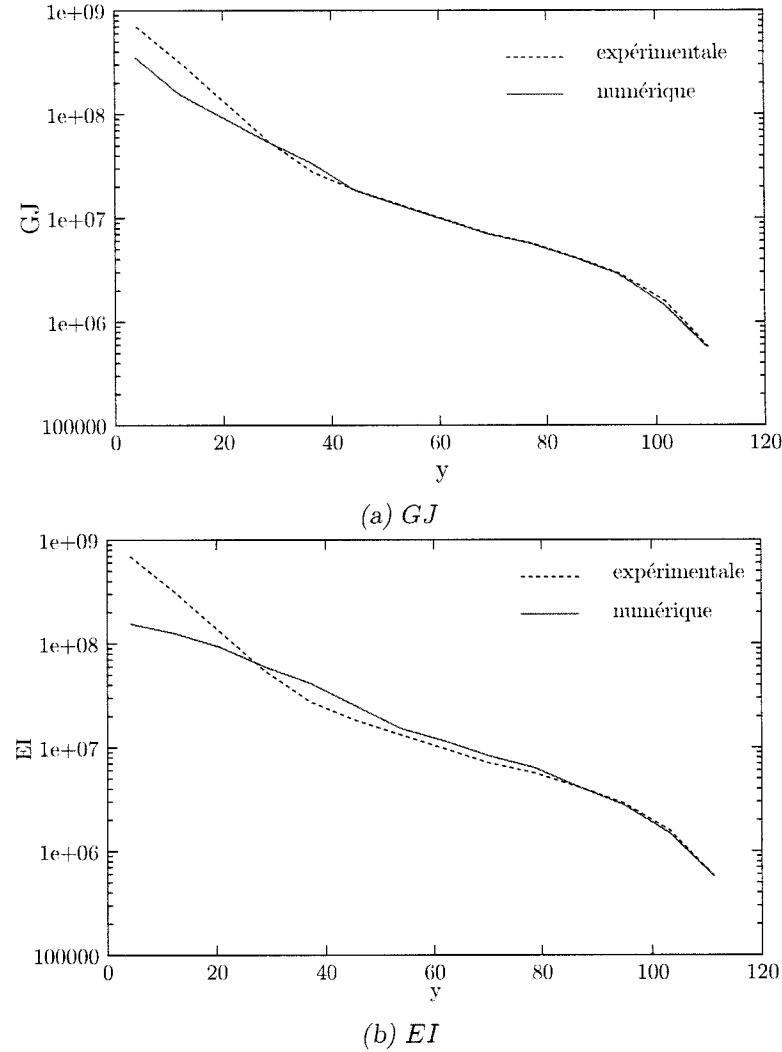


FIGURE 2.27: Comparaison entre les rigidités de l'aile ARW2 et celles du modèle optimisé

sont factices. Cela permet cependant d'accroître grandement la corrélation entre les rigidités numériques et les rigidités cibles. La Figure 2.27 montre les rigidités obtenues en fin d'optimisation.

Finalement grâce à cette optimisation et même si les deux structures ne sont pas géométriquement identiques, on peut affirmer que sous un chargement donné elles

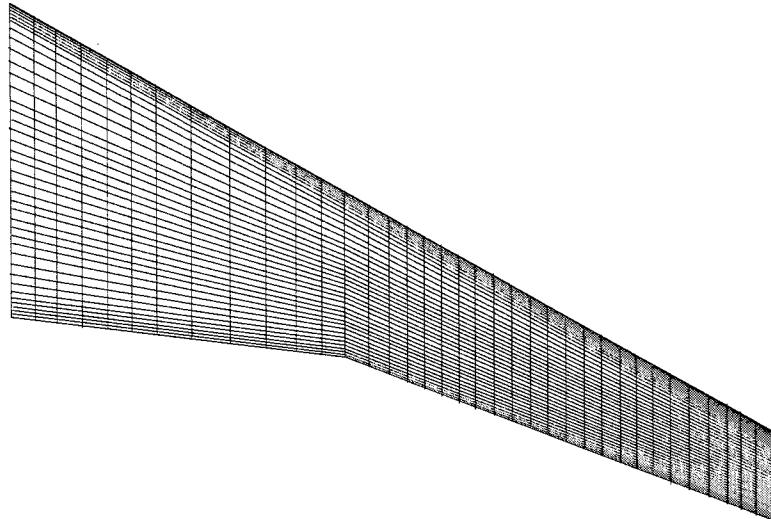


FIGURE 2.28: Maillage CFD de l'aile ARW2

se déformeront de façon très similaire.

L'aérodynamique n'offre pas les mêmes facilités. En effet, pour s'assurer que les forces aérodynamiques soient correctes, il est nécessaire que l'aile réelle et l'aile modélisée soient identiques. À cette fin, le maillage doit être modifié de façon à tenir compte de la cassure de l'aile. De plus, l'aile ARW2 comporte trois profils distincts. Une fois encore, la stratégie de maillage doit être modifiée puisque dans la version classique seul deux profils sont pris en compte. Enfin, cette aile est flexible, si bien que sous son propre poids et en l'absence de force aérodynamique l'aile fléchie. Le module de structure ne prend pas en compte les effets de la gravité. Afin d'améliorer les résultats, les déformations initiales expérimentales sont systématiquement ajoutées à celles calculées par le module de structure.

2.6.2 Résultats de la validation

Une série de calculs est effectuée en faisant varier l'incidence et la pression à un nombre de Mach fixé ($M=0,8$). Les déflexions obtenues, dont un exemple est présenté Figure 2.29, sont alors comparées aux déflexions expérimentales. Comme le montre la Figure 2.30, les résultats obtenus sont en accord avec les mesures expérimentales et la précision des résultats varie entre 5 et 15% avec une précision moyenne d'environ 10%. En revanche, les déflexions en bout d'aile n'offrent aucune indication quant à la précision de l'évaluation de la torsion de l'aile. L'aile ARW2 n'étant pas équipée de capteurs permettant la mesure du vrillage, une validation de la torsion est proposée en utilisant les répartition de C_p . En effet, la torsion de l'aile influence grandement les angles d'incidences locaux de la voilure et donc les courbes de coefficient de pression. La Figure 2.31 montre que le plateau de la courbe de coefficient de pression de l'aile souple est plus proche des relevés expérimentaux (d'après Clinton *et al.* (1994)) que celui de l'aile rigide. On peut donc raisonnablement en déduire que la torsion est correctement prédite par la méthode de résolution du couplage aéroélastique mise en place. Il est intéressant de noter que l'utilisation des équations d'Euler ne permet pas de capter correctement la position du choc. Ainsi, le décalage observé sur la Figure 2.31 entre le choc réel et le choc calculé est une illustration de ce phénomène et n'est pas lié à une erreur dans la résolution du couplage aéro-structurel.

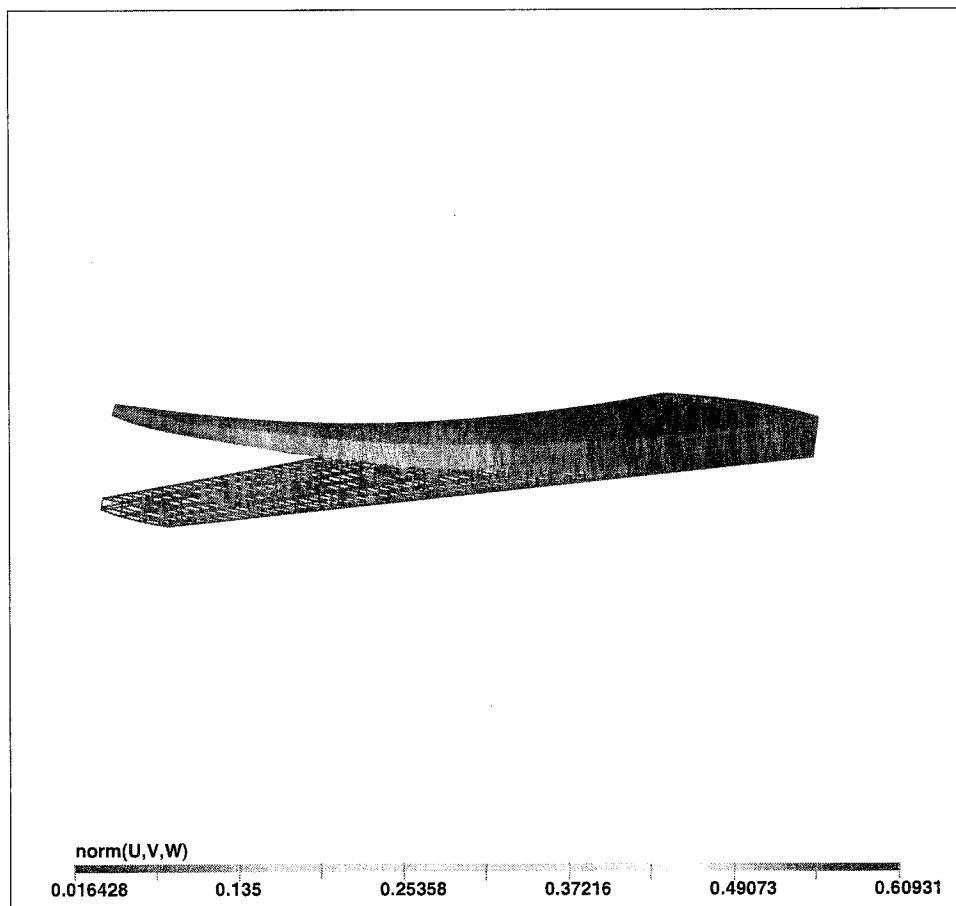


FIGURE 2.29: Exemple de déformation du modèle éléments finis utilisé pour l'aile ARW2 (échelle non respectée)

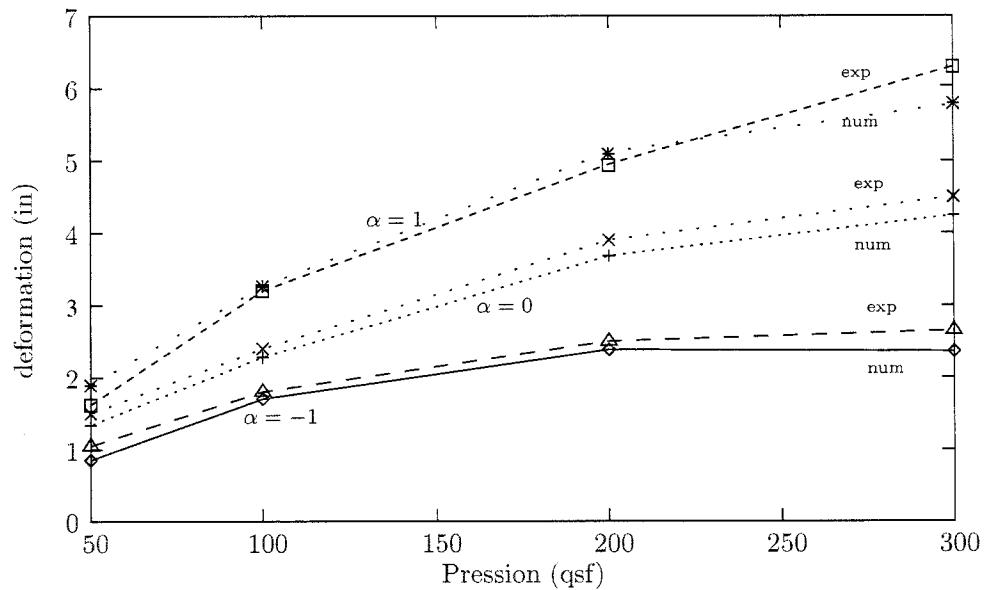


FIGURE 2.30: Comparaison entre les déflexions calculées et mesurées

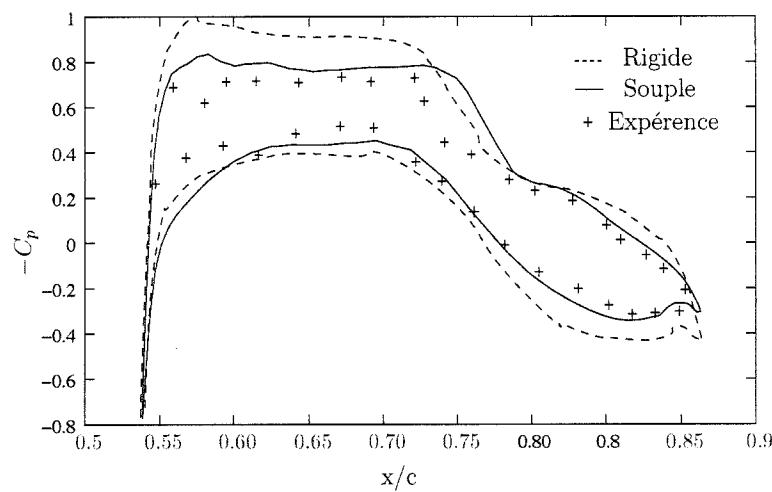


FIGURE 2.31: Comparaison des coefficients de pression à 70,7% de l'envergure : $M=0,8$, $\alpha=1^\circ$, $P=300$ qsf

CHAPITRE 3

OPTIMISATION AÉRO-STRUCTURELLE D'UNE VOILURE TRANSSONIQUE

Les parties précédentes ont rendu possible la mise en place d'une méthodologie d'optimisation multidisciplinaire. L'objectif de l'optimisation est de maximiser le rayon d'action de l'appareil en modifiant la forme en plan et la structure interne de la voilure. Afin de simplifier l'optimisation, aucune variable n'influence la forme du profil.

Le début de ce chapitre est consacré à quelques rappels généraux concernant les algorithmes d'optimisation, ensuite le processus d'optimisation retenu est décrit. Enfin, deux optimisations à des nombres de Mach transsoniques sont effectuées et les résultats sont présentés lors de la dernière partie du chapitre.

3.1 Description de l'algorithme d'optimisation employé

Il existe de nombreux algorithmes d'optimisation et le choix d'un algorithme particulier conditionne la totalité du déroulement du processus d'optimisation. Par conséquent, la première tâche consiste à choisir le type d'optimiseur mis en place lors de l'étude.

Quel que soit l'optimiseur utilisé, celui-ci doit permettre de limiter le nombre de calculs aéroélastiques. En effet, pour une telle optimisation, l'évaluation d'une quelconque fonction coût nécessite un ou plusieurs calculs aéroélastiques. Le choix d'une technique d'optimisation inappropriée peut alors rendre toute optimisation impos-

sible car trop longue. Cette considération restreint considérablement le nombre de choix possibles. En effet, Vanderplaats (1999) a démontré la supériorité des méthodes à gradients, en terme de nombre d'évaluations de la fonction coût, face à d'autres méthodes telles que les algorithmes génétiques. Pour ce faire, Vanderplaats a posé un problème d'optimisation consistant à minimiser la masse d'une barre sous des contraintes géométriques et structurelles. Différents algorithmes ont été utilisés et chacune de ces méthodes a abouti au même point de design. Cependant, le nombre d'évaluations de la fonction coût varie grandement entre chaque algorithme (cf. Tableau 3.1). Pour autant, les algorithmes génétiques ne sont pas inefficaces, mais sont inadaptés à ce type de problème.

	Algorithme génétique	Programmation séquentielle linéaire	Programmation séquentielle quadratique	Directions faisables
Nombre d'évaluations	10^6	160	125	215

TABLEAU 3.1: Comparaison du nombre d'évaluations nécessaire pour atteindre le point de design optimal (d'après Vanderplaats (1999))

De plus, la méthode utilisée doit gérer convenablement les contraintes d'inégalité. Le nombre de méthodes exploitables est alors réduit à trois : la programmation séquentielle linéaire (SLP), la programmation séquentielle quadratique (SQP) et la méthode des directions faisables (CONMIN). Hock et Schittkowski ont montré sur une suite de problèmes analytiques qu'en général, la méthode SQP est supérieure aux autres lorsqu'il s'agit de traiter plusieurs contraintes non-linéaires. Finalement, la méthode d'optimisation retenue est un algorithme à gradient de type SQP dont l'implémentation a été effectuée par Spellucci (1994) en un programme nommé DONLP2¹.

¹Les codes sources du programme DONLP2 sont disponibles à l'adresse suivante :

3.1.1 Description de la méthode de programmation séquentielle quadratique (SQP)

La méthode SQP résout le problème mathématique suivant :

$$\left\{ \begin{array}{l} \min_{\mathbf{x}} f(\mathbf{x}) \\ \text{sous contraintes :} \\ \quad \forall i \in [1, n] : h_i(\mathbf{x}) = 0 \\ \quad \forall j \in [1, m] : g_j(\mathbf{x}) \geq 0 \end{array} \right. \quad (3.1)$$

Comme toute méthode à gradient, la méthode SQP calcule une direction de descente grâce à l'évaluation du gradient de la fonction coût $f(x)$ et des contraintes $h_i(x)$ et $g_j(x)$. Cependant, cette méthode ne se contente pas d'utiliser la direction donnée par le gradient mais construit une approximation quadratique au point courant du problème 3.1. La direction de descente est alors solution du programme mathématique suivant :

$$\left\{ \begin{array}{l} \min_{\mathbf{d}} \phi_k(\mathbf{x}^k) = \nabla \mathbf{f}(\mathbf{x}^k)^T \mathbf{d} + \frac{1}{2} \mathbf{d}^T B_k \mathbf{d} \\ \text{sous contraintes :} \\ \quad \forall i \in [1, n] : \nabla \mathbf{h}(\mathbf{x}^k) \mathbf{d} + \mathbf{h}_i(\mathbf{x}^k) = 0 \\ \quad \forall j \in [1, m] : \nabla \mathbf{g}(\mathbf{x}^k) \mathbf{d} + \mathbf{g}_j(\mathbf{x}^k) \geq 0 \end{array} \right. \quad (3.2)$$

Idéalement, B_k est le hessien du lagrangien de f . Cependant le calcul d'un hessien est toujours lourd en terme de nombre d'évaluations de f . Il est donc souhaitable d'utiliser une approximation de celui-ci. Pour cela, la première approximation du hessien B_0 est choisie égale à la matrice unité. Ensuite, l'approximation B_k est affinée au fil des évaluations du gradient de la fonction coût $\nabla f(x^k)$ en utilisant

par exemple la méthode BFGS. Ainsi, plus le nombre d'itérations augmente, plus la direction de descente \mathbf{d} est calculée avec précision.

Une fois le problème (3.2) résolu, la direction de descente \mathbf{d} est utilisée pour incrémenter le vecteur de design \mathbf{x}^k :

$$\mathbf{x}^{k+1} = \mathbf{x}^k + \sigma_k \mathbf{d} \quad (3.3)$$

où σ_k est le pas de descente tel que $\sigma_k \geq 0$. Le pas de descente est choisi de façon à minimiser la fonction mérite $\Gamma(x^k)$. En effet, afin de tenir compte des contraintes h_i et g_j , l'algorithme SQP définit une fonction mérite qui établit un compromis entre la fonction coût et les différentes contraintes.

$$\Gamma(x) = f(x) - \sum_{j=1}^m \beta_j \min(0, g_j(x)) + \sum_{i=1}^n \gamma_i |h_i(x)| \quad (3.4)$$

Le pas σ_k est calculé de manière à minimiser une interpolation de la fonction Γ .

Une fois le nouveau point \mathbf{x}^{k+1} calculé, le gradient $\nabla \mathbf{f}(\mathbf{x}^{k+1})$ est évalué. Si le vecteur \mathbf{x}^{k+1} vérifie les conditions nécessaires d'optimalité, \mathbf{x}^{k+1} est l'optimum \mathbf{x}^* recherché, sinon une nouvelle itération est lancée afin de calculer \mathbf{x}^{k+2} .

Les conditions nécessaires d'optimalité, connues sous le nom de conditions de Karush-Kuhn-Tucker (KKT), sont les suivantes :

$$\left\{ \begin{array}{l} \nabla f(\mathbf{x}^*) - \nabla g(\mathbf{x}^*) \lambda^* - \nabla h(\mathbf{x}^*) \mu^* = 0 \\ h_i(\mathbf{x}^*) = 0 \quad \forall i \in [1, n] \\ g_j(\mathbf{x}^*) \geq 0 \quad \forall i \in [1, m] \\ \lambda^* g_j(\mathbf{x}^*) = 0 \quad \forall i \in [1, m] \end{array} \right. \quad (3.5)$$

où λ^* et μ^* sont les multiplicateurs de Lagrange associés respectivement aux

contraintes d'inégalités g_j et aux contraintes d'égalités h_i

3.1.2 Choix du pas de discrétisation

La méthode SQP requiert la connaissance à chaque itération des gradients de la fonction coût et des contraintes. Dans le cas où le module d'analyse ne donne pas d'information quant aux gradients, il est nécessaire d'évaluer ceux-ci par différence-finie. Ainsi, la dérivée de la fonction coût par rapport à une variable x_i est donnée par :

$$\frac{\partial f}{\partial x_i} = \frac{f(x_i + h) - f(x_i)}{h} \quad (3.6)$$

où h est le pas de discrétisation. Cette expression est une approximation au premier ordre du gradient de la fonction coût par rapport à la variable x_i . Idéalement, la valeur exacte du gradient est obtenue en faisant tendre h vers 0. Cependant, cette démarche est rarement possible puisque l'optimisation repose souvent sur des analyses numériques dont la précision n'est pas garantie. L'imperfection des analyses exige une certaine réflexion lors du choix du pas de discrétisation. Comme le montre la Figure 3.1, un pas trop petit ou trop grand peut fournir un gradient totalement erroné et remettre en cause l'optimisation tout entière.

Une technique de sélection du pas de différentiation pour une variable x_i est suggérée par Papalambros et Wilde (2000). Celle-ci consiste à tracer l'évolution de la fonction coût en faisant varier la variable x_i autour d'un valeur x_{0i} avec un pas très petit. L'amplitude du bruit pour cette variable peut ainsi être mesurée graphiquement (cf. Figure 3.2) et une bonne valeur du pas de différentiation h_i pour cette variable est donnée par :

$$h_i \approx \left(\frac{\epsilon_A}{F_{cout}(x_{0i})} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (3.7)$$

où h_i représente le pas de différentiation optimal minimisant l'erreur totale, c'est-

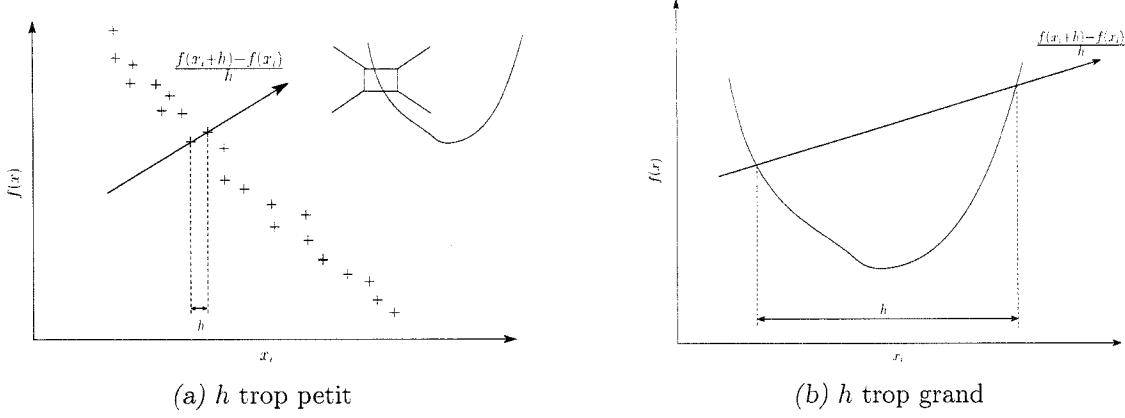


FIGURE 3.1: Influence du choix du pas de discréétisation sur l'évaluation d'un gradient

à-dire l'erreur de troncature provenant du calcul par différence finie et l'erreur liée au bruit sur la fonction coût. Cette technique est toutefois assez difficile à mettre

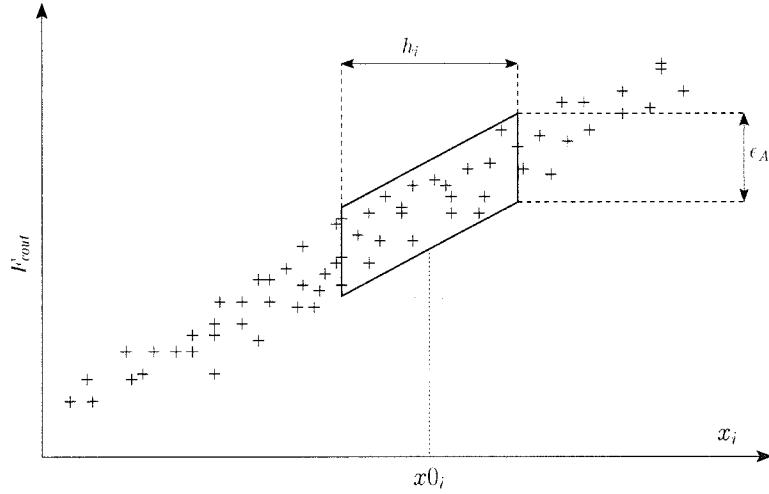


FIGURE 3.2: Méthode de détermination du pas de différentiation d'après Papalambros et Wilde (2000)

en œuvre lorsque le nombre de variables est grand car elle nécessite un nombre important d'appels à la fonction coût. L'expérience et le sens physique de l'ingénieur sont en général de bien meilleurs atouts lors du choix du pas de différentiation. En effet, de par son expérience, l'ingénieur connaît la précision des analyses utilisées

et son sens physique lui permet de fixer des bornes réalistes à chaque variable. Le pas de discrétisation est alors la plus petite valeur lui permettant de s'affranchir de la précision des analyses. Cette méthode a été utilisée lors de cette étude et a permis de mettre en évidence la différence de précision entre les analyses aérodynamiques et structurelles. Ainsi, les pas de différentiation retenus sont de 10^{-2} pour l'aérodynamique et 10^{-4} pour la structure.

3.1.3 Adimensionalisation des variables

De par leur algorithme, les méthodes à gradient accordent une plus grande importance aux variables pour lesquelles le gradient de la fonction coût est élevé. Ce comportement semble tout à fait naturel mais peut engendrer quelques difficultés. En effet, dans le cas où les variables de design ont des ordres de grandeur très différents et que l'on conserve le même pas de discrétisation pour toutes les variables, celui-ci peut être adéquat pour l'une des variables mais noyer une autre dans le bruit numérique. La direction de descente peut alors être faussée pour certaines variables. Ainsi, l'ordre de grandeur relatif des variables peut compromettre le déroulement de l'optimisation. Pour résoudre ce problème, les variables doivent être mises à l'échelle afin d'assurer l'efficacité du processus d'optimisation. Dans le cas présent, cette mise à l'échelle consiste à adimensionnaliser les variables en forçant leur valeur à évoluer entre -1 et 1 . Les variables adimensionnelles sont obtenues en utilisant l'expression suivante :

$$x_{adim} = \frac{2}{x_{max} - x_{min}}x - \frac{x_{max} + x_{min}}{x_{max} - x_{min}} \quad (3.8)$$

Cette équation fait apparaître les bornes inférieure et supérieure des variables de design. Ces bornes sont également très importantes car elles définissent l'ensemble

Variables	emplanture de l'aile		saumon de l'aile	
	borne inférieure	borne supérieure	borne inf	borne sup
Lisses supérieures et inférieures				
e_{ame}	1,2 mm	10 mm	1,2 mm	5,0 mm
A_{inf}	1,0 cm^2	9,0 cm^2	1,0 cm^2	9,0 cm^2
A_{sup}	1,0 cm^2	9,0 cm^2	1,0 cm^2	9,0 cm^2
Revêtement supérieur et inférieur				
e_{peau}	1,2 mm	10 mm	1,2 mm	5,0 mm
Longerons avant et arrière				
e_{ame}	1,2 mm	10 mm	1,2 mm	10 mm

TABLEAU 3.2: Définition des bornes inférieures et supérieures pour les variables structurelles

des design accessibles à l'optimiseur. Des bornes trop serrées risquent d'exclure des design intéressants. Au contraire, des bornes trop larges risquent de permettre à l'optimiseur d'atteindre des points qui sortent du domaine de validité des analyses. Ainsi, un choix adéquat des bornes est un prérequis au bon déroulement de l'optimisation. Un tel choix nécessite une bonne connaissance du problème et l'expérience de l'ingénieur fait ici, une fois de plus, toute la différence.

Les bornes retenues lors de cette étude sont présentées dans le tableau 3.2 pour les variables structurelles et dans le tableau 3.3 pour les variables géométriques.

L'algorithme de la méthode SQP rend aussi nécessaire l'adimensionalisation des contraintes et de la fonction coût. En effet, l'optimisation se base sur une fonction mérite définie par l'équation (3.4). Cette équation montre qu'il est préférable que fonction coût et contraintes soient du même ordre de grandeur afin de faciliter le démarrage de l'optimisation (avant que les coefficients β_j et γ_j s'adaptent automatiquement). Ce problème est résolu en multipliant l'une ou l'autre des informations par un facteur de mise à l'échelle.

Variables	borne inférieure	borne supérieure
envergure	5,0 m	12,0 m
effilement	0,2	1,0
corde à l'emplanture	2,0 m	6,0 m
angle de vrillage	-3°	+3°
angle de flèche	0°	30°
angle d'incidence	-1°	4°

TABLEAU 3.3: Définition des bornes inférieures et supérieures pour les variables géométriques

3.2 Définition du problème d'optimisation et stratégie employée

L'objectif de l'optimisation est de maximiser le rayon d'action d'un avion tout en s'assurant que la voilure de celui-ci réponde à certains critères de résistance fixés préalablement. De manière générale, il n'existe pas une unique formulation à un problème d'optimisation donné. Il est donc nécessaire de choisir la formulation qui réponde au mieux aux objectifs de l'étude.

3.2.1 Définition de la fonction coût

Un fois l'optimiseur choisi, il est possible de poser le problème d'optimisation. Le choix de la fonction coût est déterminant car il fixe les caractéristiques de l'aile qui doivent être améliorées. Pour cette étude, les paramètres d'intérêt sont les caractéristiques aérodynamiques et structurelles de l'aile. La fonction coût retenue est une formulation de l'équation de Bréguet (Equation 3.9) qui permet à l'origine de quantifier le rayon d'action d'un aéronef. L'équation de Bréguet sépare l'influence des paramètres aérodynamiques et structurels. En effet, le coefficient L/D , appelé la finesse de l'aile, est fréquemment utilisé pour déterminer l'efficacité aérodynamique

de la voilure. De même, la seconde partie de l'équation met en exergue l'influence des variables structurelles sur le rayon d'action.

$$f_{cout} = \frac{L}{D} \cdot \log \left(\frac{W_s + W_f + W_0}{W_s + W_0} \right) \quad (3.9)$$

où :

W_s est la masse de la structure d'une aile

W_f est la masse de kérosène embarquée dans une aile

W_0 est la masse de la portion de charge utile que l'aile doit supporter

3.2.2 Définition des contraintes

Les contraintes imposées à l'optimiseur peuvent être classées en deux catégories : les contraintes de borne (linéaires) liées à l'adimensionalisation des variables qui empêchent les valeurs adimensionnelles de quitter l'intervalle $[-1, 1]$ et les contraintes non linéaires qui définissent l'ensemble des solutions réalisables suivant des critères liés aux différentes disciplines.

Sur l'ensemble des contraintes non linéaires, six sont d'origine structurelle et une d'origine aérodynamique.

Les contraintes structurelles sont appelées marges de sécurité et déterminent si l'aile va résister ou non au chargement qui lui est imposé. De façon générale, les marges de sécurité MS sont exprimées en fonction du rapport entre la contrainte maximale que le matériau peut supporter (f_{max}) et la contrainte effectivement

appliquée (f_{app}) :

$$MS = \frac{f_{max}}{f_{app}} - 1 \geq 0 \quad (3.10)$$

Malgré cette formulation très simple, le calcul des marges de sécurité est rendu complexe par la diversité des éléments qui composent le caisson de voilure. En effet, chaque élément est susceptible de rompre dans des conditions différentes et il est indispensable d'adapter le calcul des contraintes intervenant dans l'équation (3.10) à chaque élément. Le calcul des marges de sécurités est présenté à l'Annexe IV. De plus, le calcul de f_{app} requiert un ou plusieurs cas de chargement qui puissent refléter des conditions de vol réelles. Chaque cas de chargement réclame une analyse éléments finis. Ainsi, afin de limiter le temps de calcul, un seul cas de chargement est retenu. Celui-ci correspond au cas de chargement dit de rafale ascendante qui est le plus critique pour une grande partie de l'aile. Plus de précision concernant les cas de chargement peut être obtenue en parcourant l'Annexe V.

La contrainte aérodynamique impose que la portance L d'une aile soit égale à la moitié de la masse totale de l'avion. La masse de l'avion se décompose en trois parties. La première est une constante $W_{fuselage}$ qui représente la masse du fuselage et de la charge utile de l'avion. Les seconde et troisième parties sont la masse de la structure de l'aile W_s et la masse de kérosène entreposée dans la voilure W_f . Le calcul de W_s est effectué lors de la création du modèle éléments finis en calculant le volume de chaque élément lors de sa création dans le fichier d'entrée de NASTRAN. Le calcul de W_f est effectué à partir du volume V_{aile} de la structure des ailes. Ce volume est ensuite multiplié par le facteur 0,83 car la totalité de celui-ci n'est pas occupé par le carburant (cf. Leclerc (2003)).

Cependant, une contrainte d'égalité rend le problème d'optimisation beaucoup plus difficile. Afin de laisser un marge de manœuvre à l'optimiseur, cette contrainte d'égalité est remplacée par deux contraintes d'inégalité définissant un intervalle où

la portance peut évoluer. Les contraintes aérodynamiques s'expriment alors :

$$0,0 \leq \frac{L}{\frac{1}{2} \cdot g(W_{fuselage} + W_s + W_f)} - 1 \leq 0,1 \quad (3.11)$$

Finalement, le problème peut intuitivement être écrit de la façon suivante :

$$\left\{ \begin{array}{l} \min_x \quad -\frac{L}{D} \cdot \log \left(\frac{W_s + W_f + W_0}{W_s + W_0} \right) \\ \text{sous contraintes :} \\ \forall i \in [1, 22] : -1 \leq x_i \leq 1 \\ \forall j \in [1, 6] : MS_j(x) \geq 0 \\ 0,0 \leq \frac{L}{\frac{1}{2} \cdot g(W_{fuselage} + W_s + W_f)} - 1 \leq 0,1 \end{array} \right. \quad (3.12)$$

3.2.3 Stratégie d'optimisation employée

La formulation (3.12) est sans aucun doute l'expression mathématique qui caractérise le mieux les raisons d'être de cette étude. De par sa simplicité elle est idéale pour présenter efficacement l'objectif de l'optimisation et les conditions que l'aile finale doit remplir.

Cependant, une implémentation stricte de cette formulation n'est pas envisageable car le temps de calcul associé à celle-ci serait prohibitif. En effet, la modélisation de l'aile fait apparaître un total de vingt-deux variables soit vingt-deux calculs aéroélastiques à chaque évaluation de gradient. Sachant que la durée d'un calcul aéroélastique varie entre trois et cinq heures, on comprend aisément qu'il est impensable de réaliser une optimisation réclamant un grand nombre d'itérations.

De plus, dans l'hypothèse où le calcul aéroélastique puisse être accéléré, rendant possible l'utilisation de cette formulation, l'implémentation alors réalisée présenterait encore un inconvénient majeur : le manque de flexibilité. En effet, l'expérience

montre que l'analyse structurelle est moins bruitée que l'analyse aérodynamique. Selon ce qui précède, les paramètres de l'optimiseur sont déterminés en utilisant l'analyse la plus bruitée. Par conséquent, il est impossible de tirer parti de la précision de l'analyse structurelle puisque le pas de différenciation est nécessairement trop important. Cette première formulation intuitive du problème d'optimisation semble donc inadaptée aux ressources informatiques et logicielle actuelles. Cette étude se propose donc de mettre en place une approche originale permettant d'exploiter pleinement la précision des analyses tout en réduisant la durée de l'optimisation.

La seconde formulation vise à améliorer les performances de l'algorithme en tenant compte de la physique du problème. Ainsi, selon ce qui précède, le problème mathématique 3.12 fait apparaître une fonction coût décomposable en deux parties : l'une aérodynamique et l'autre structurelle. De même, les variables de design peuvent être classées en deux catégories. Le premier groupe de variables définit la forme en plan, alors que le second caractérise la structure interne de la voilure. Chaque groupe de variables influence les deux parties de la fonction coût. Les variables structurelles influencent le poids de l'aile et les marges de sécurité, mais elles changent aussi la finesse de l'aile en modifiant sa rigidité et donc le résultat final du calcul aéroélastique. Les variables géométriques influencent l'aérodynamique de l'aile, mais elles modifient également le volume de carburant ainsi que la structure interne de la voilure. Cependant, chaque groupe de variables influence de manière plus importante la partie de la fonction coût à laquelle il est rattaché. Ce comportement incite à utiliser non pas un optimiseur global mais un optimiseur pour chaque discipline.

La formulation 3.12 est donc scindée en deux sous-systèmes hiérarchisés. Le problème d'optimisation principal 3.13 ci-après permet d'optimiser la fonction coût initiale en ne considérant que les variables géométriques. Cela permet à l'optimiseur de prendre en compte les effets de la forme en plan sur l'aérodynamique et la structure de l'aile.

$$\left\{ \begin{array}{l} \min_{x^{geom}} -\frac{L}{D} \cdot \log \left(\frac{W_s + W_f + W_0}{W_s + W_0} \right) \\ \text{sous contraintes :} \\ \forall i \in [1, 6] : -1 \leq x_i^{geom} \leq 1 \\ 0,0 \leq \frac{L}{\frac{1}{2} \cdot g(W_{fuselage} + W_s + W_f)} - 1 \leq 0,1 \end{array} \right. \quad (3.13)$$

Le problème d'optimisation secondaire 3.14 reçoit la géométrie de l'aile, envoyée par l'optimiseur principal, et utilise les variables structurelles pour optimiser la partie structure de la fonction coût initiale.

$$\left\{ \begin{array}{l} \min_{x^{struct}} -\log \left(\frac{W_s + W_f + W_0}{W_s + W_0} \right) \\ \text{sous contraintes :} \\ \forall i \in [1, 16] : -1 \leq x_i^{struct} \leq 1 \\ \forall j \in [1, 6] : MS_j(x) \geq 0 \end{array} \right. \quad (3.14)$$

Afin de faciliter chaque problème, les contraintes initiales sont réparties entre les deux optimiseurs : l'optimiseur maître vérifie que la portance de l'aile rencontre les critères choisis et l'optimiseur secondaire se charge de produire une aile suffisamment résistante. Ainsi, l'optimiseur maître ne tient pas compte des marges de sécurité. Cependant, pour éviter que la méthode ne produise des designs non réalisables, l'optimiseur secondaire envoie un message à l'optimiseur maître à chaque fois qu'il n'est pas capable de trouver une aile suffisamment résistante. Ce message consiste à remplacer la valeur réelle de la fonction coût par une valeur suffisam-

ment élevée. Cela entraîne le rejet du point de design en cause par l'optimiseur maître. Afin de ne pas dégrader le calcul des gradients, cette substitution est effectuée uniquement lors d'une recherche de ligne c'est à dire entre deux calculs de gradients. L'interaction entre les deux optimiseurs est illustrée schématiquement par la Figure 3.3.

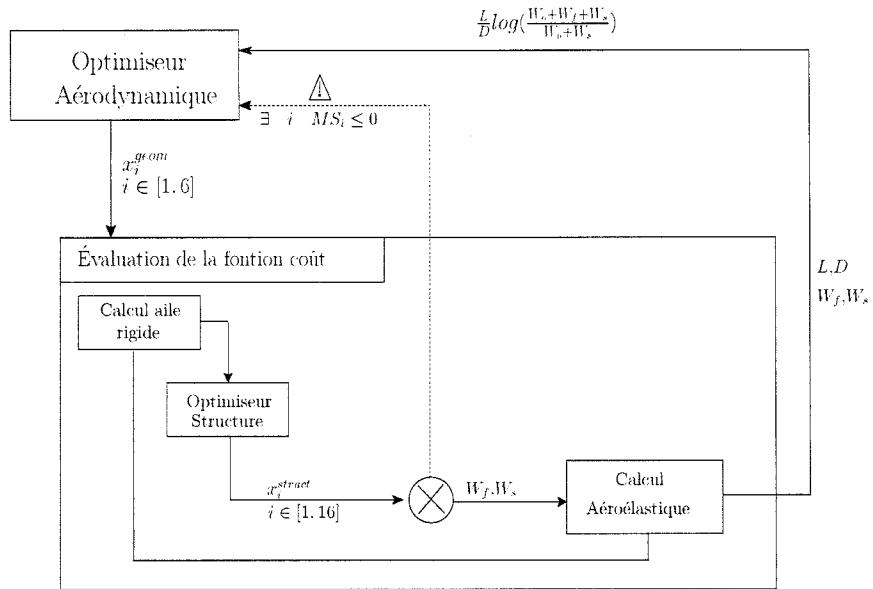


FIGURE 3.3: Demande d'évaluation de la fonction coût par l'optimiseur maître

Les deux formulations précédentes (problèmes mathématique 3.13 et 3.14 vs. problème mathématiques 3.12) constituent deux points de vue différents d'un même problème. Aucune preuve mathématique n'est donnée pour justifier l'équivalence des deux expressions et rien ne garantit que les deux formulations donnent un même résultat. Cependant, on peut penser que la seconde formulation peut fournir un point de design intéressant pour l'ingénieur. En effet, la seconde formulation reproduit les interactions réelles entre les départements d'aérodynamique et de structure. Ainsi comme cela est présenté au §1.1, le département d'aérodynamique fixe les caractéristiques générales de la voilure : envergure, allongement, effilement, profil, etc. Les résultats sont alors communiqués au département de design qui

est chargé de déterminer la structure interne de l'aile. Une fois la structure de l'aile déterminée, le département d'aérodynamique reçoit les déflexions de l'aile. Ces données lui permettent de modifier la géométrie et/ou le profil afin d'améliorer les caractéristiques de l'aile souple. Dans ce contexte, l'optimiseur principal peut être comparé au département d'aérodynamique qui fixe la géométrie de l'aile. De même, l'optimiseur secondaire joue un rôle similaire au département de structure en déterminant l'agencement interne de l'aile qui lui a été envoyé. Selon toute vraisemblance, la méthode employée dans l'industrie permet d'obtenir des designs d'intérêt. Il est donc raisonnable de penser que la méthode originale présentée dans cette étude peut, elle aussi, fournir de bons designs.

De plus, cette nouvelle formulation permet de répondre aux problèmes soulevés par la formulation monolithique précédente. En effet, l'optimisation requiert moins de puissance de calcul car les variables nécessitant un calcul aéroélastique sont limitées aux variables géométriques. Les autres variables n'engendrent aucune évaluation aéroélastique car la seconde optimisation requiert uniquement des calculs éléments finis structuraux. Ainsi, la durée de l'optimisation structurelle est en général inférieure à celle d'un unique calcul aéroélastique. De plus, la séparation de l'optimisation permet un meilleur contrôle des paramètres de chaque optimiseur ce qui permet de tirer parti de la précision respective des analyses.

3.3 Résultats de l'optimisation

Les sections suivantes présentent les résultats obtenus pour le problème de maximisation du rayon d'action. L'analyse des propriétés aérodynamiques et structurelles de ces points de design obtenus y est également incluse. Afin de faciliter la com-

paraison des résultats entre les différentes optimisations, un point de design initial est défini et utilisé pour toutes les optimisations suivantes.

3.3.1 Point initial

Comme décrit précédemment, les optimiseurs à gradient utilisent les variations de la fonction coût pour déterminer une direction de descente. En conséquence, pour des problèmes non convexes, ce type d'optimiseur est sensible au choix du point initial (cf Figure 3.4). Afin d'être en mesure de comparer les résultats des différentes optimisations, le point initial doit être le même pour chaque processus. Lors d'une phase de design réelle, le point initial doit être proche de la solution optimale. Pour cela, l'ingénieur doit profiter de l'expérience acquise lors des design précédents. Cependant, l'objectif de cette étude n'est pas de produire un design immédiatement exploitable, mais d'évaluer les capacités de la méthode utilisée. Par conséquent, le point initial est choisi de façon à permettre à l'optimiseur d'améliorer rapidement le design et de mettre en évidence des tendances visibles et facilement exploitables.

La forme de l'aile est définie par deux profils : un à l'emplanture et l'autre au s au mon de l'aile. Les profils utilisés sont ceux de l'aile ARW2 précédemment étudiée. Ainsi des profils adaptés au domaine transsonique sont associés à une géométrie qui de toute évidence ne l'est pas. Cela est justifié par l'exclusion de la forme des profils du processus d'optimisation. Si l'on souhaite obtenir une forme en plan de type transsonique, il est donc important de choisir dès le début un profil adapté pour ce domaine très exigeant.

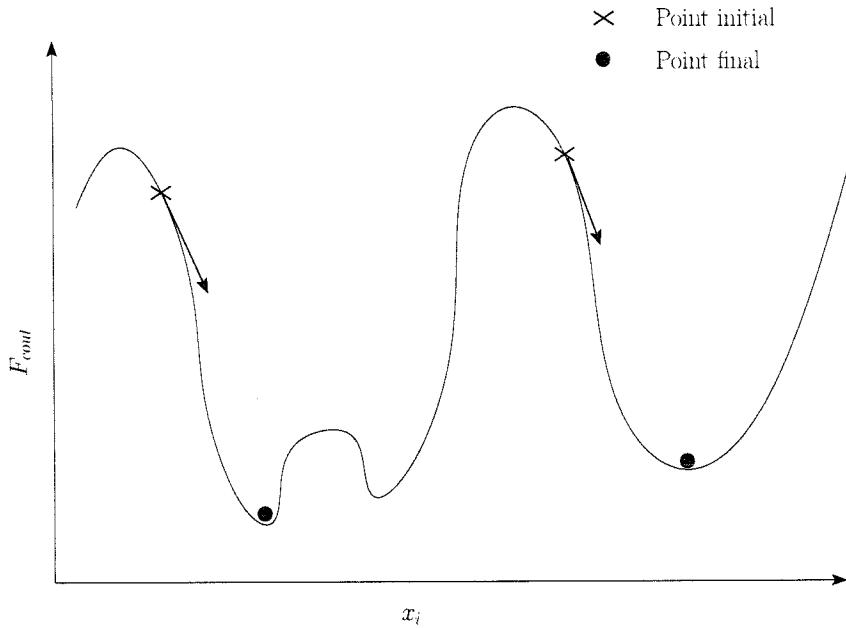


FIGURE 3.4: Influence du choix du point initial sur le résultat de l'optimisation

3.3.2 Optimisation structurelle

L'optimisation structurelle consiste à minimiser la masse de la structure tout en s'assurant que l'aile résiste au cas de chargement de rafale ascendante. Comme cela a déjà été exprimé, les contraintes non linéaires relatives à l'optimisation structurelles sont des marges de sécurité calculées en Annexe IV. Une étude rapide du problème montre, grâce à un raisonnement par l'absurde, qu'à l'optimum les marges de sécurité doivent être saturées. En effet, supposons qu'à l'optimum une marge de sécurité ne soit pas saturée, cela signifie que l'élément correspondant à la marge non saturée est sur-dimensionné. Par conséquent, il est possible d'améliorer la fonction coût en diminuant l'épaisseur ou l'aire de cet élément. La nouvelle solution est alors meilleure que la solution optimale ce qui contredit l'hypothèse d'optimalité initiale. Les lisses font toutefois exception à cette règle. En effet, le calcul des marges de sécurité fait apparaître deux marges pour les lisses supérieures : une marge pour le comportement local et une autre pour le comportement global. Si l'une de ces

deux marges est saturée avant l'autre, la lisse ne peut plus être modifiée, car cette marge serait violée. Par conséquent la marge positive ne peut plus être abaissée et elle reste ainsi jusqu'à la fin de l'optimisation.

Afin de vérifier la qualité de l'optimisation structurelle, on effectue deux optimisa-

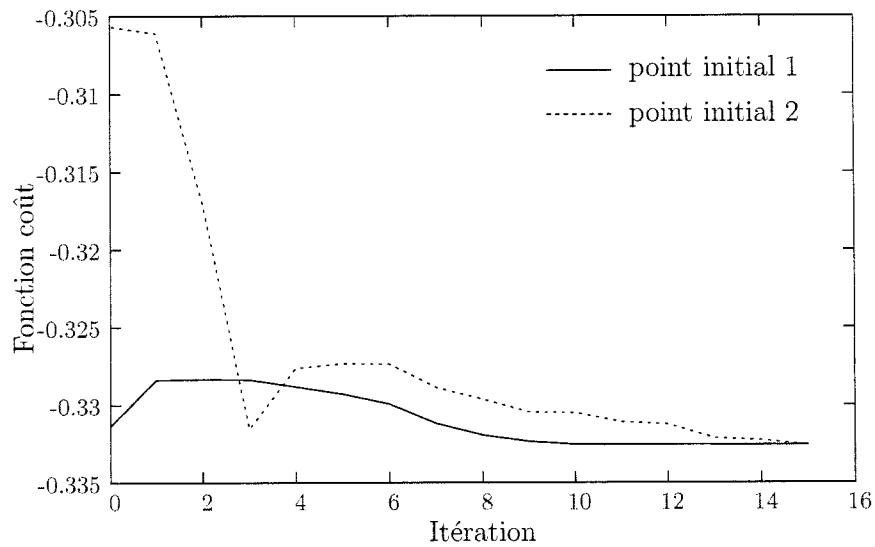


FIGURE 3.5: Évolution de la fonction coût structurelle en fonction du nombre d'itérations

tions en utilisant une même forme en plan initiale mais deux structures différentes. Pour le premier point initial les variables de la structure sont arbitrairement fixées à -0,75. Ce point de design correspond à une solution non réalisable puisque quatre marges sont négatives. Les variables structurelles du second point initial sont fixées à 0,75 ce qui correspond à une solution réalisable mais non optimale car toutes les marges sont largement positives.

Les résultats des optimisations sont présentées sur la Figure 3.5. Les deux solutions sont très similaires et les variables de design optimales ne diffèrent que très légèrement. L'évolution des marges de sécurité en fonction du nombre d'itérations est présentée sur la Figure 3.6. Comme on pouvait s'y attendre, l'optimum est obtenu lorsque toutes les marges de sécurité sont saturées.

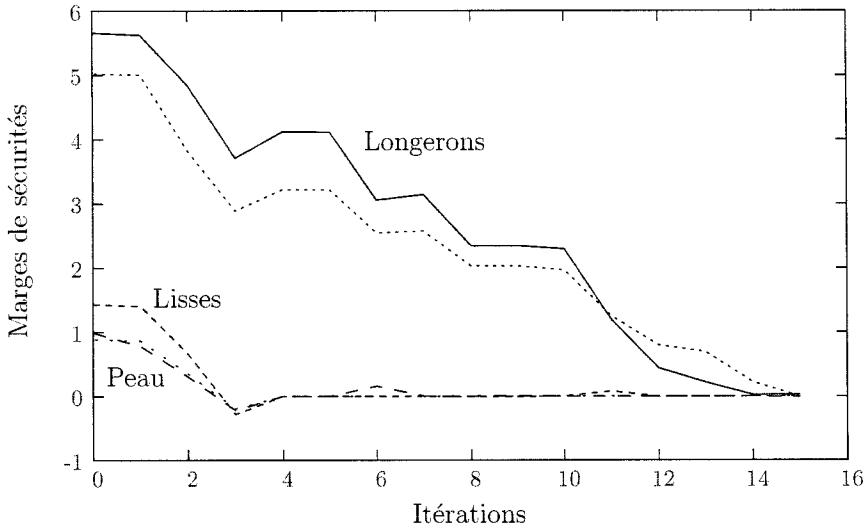


FIGURE 3.6: Évolution des marges de sécurité en fonction du nombre d’itérations (point initial 2)

3.3.3 Optimisation multidisciplinaire à Mach 0,78

L’optimisation multidisciplinaire aéro-structurelle a nécessité 14 itérations pour une durée totale d’environ 9 jours. Le nombre d’appels au résolueur aérodynamique s’est élevé à 147 contre environ 2800 évaluations pour le résolueur structurel.

Il faut noter que le critère d’arrêt de Karush-Kuhn Tucker n’a pas été atteint par l’optimiseur. En effet, l’optimisation a été arrêtée manuellement lorsque les variations de la fonction coût ont été jugées suffisamment faibles (10^{-1}). Pour cette raison, on ne parlera pas de point optimal, mais de point final. Le Tableau 3.3.3 présente les variations des paramètres contrôlant la géométrie externe de l’aile et la Figure 3.7 permet d’illustrer certains de ces paramètres. Il est à noter qu’aucune variable ne rencontre une de ses bornes, ce qui montre que l’optimiseur n’a pas trouvé un design trivial. Une visualisation de la distribution du nombre de Mach, des déformations de l’aile et de la pression sur l’aile finale est présentée sur les Figures 3.8 et 3.9

	valeur initiale	valeur finale
envergure	7,5 m	8,94 m
effilement	1	0,48
corde à l'emplanture	3,3m	3,05 m
angle de vrillage	0°	0,8°
angle de flèche	0°	21,84°
angle d'incidence	3.0°	1,20°

TABLEAU 3.4: Comparaison des variables géométriques entre le point initial et le point final ($M = 0,78$)

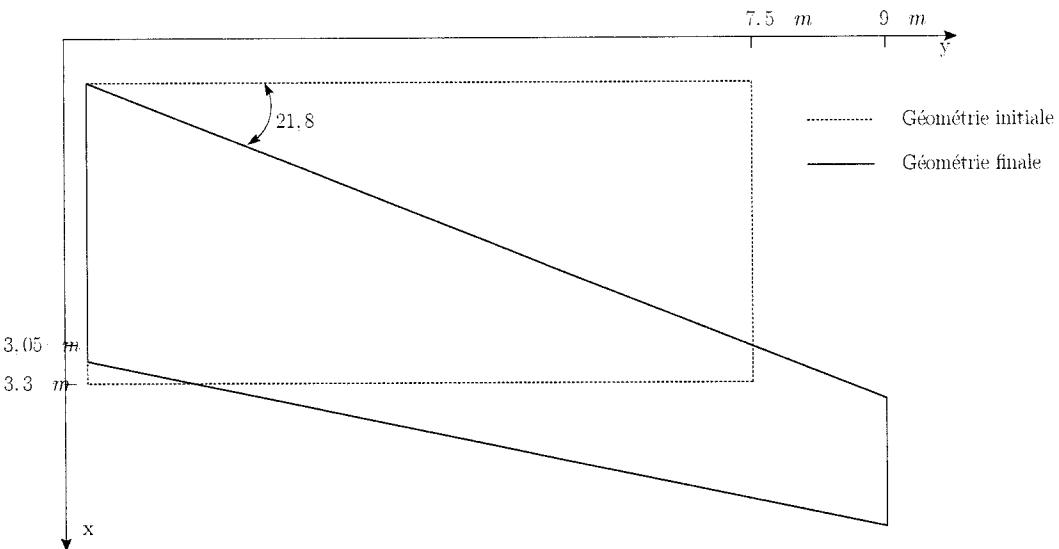
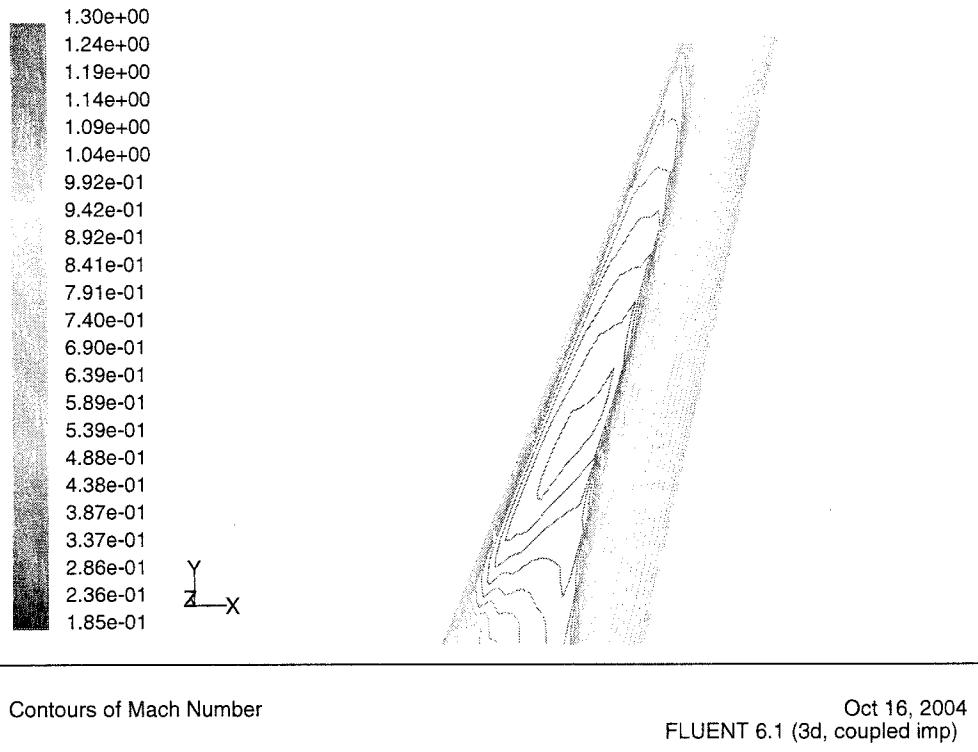


FIGURE 3.7: Comparaison entre la géométrie finale et initiale ($M = 0,78$)

L'évolution de la fonction coût présentée sur la Figure 3.10 permet de distinguer clairement deux phases dans le processus d'optimisation. La première phase est caractérisée par l'augmentation de la fonction coût structurelle et se termine à l'itération 5. Durant cette phase l'optimiseur maître ne considère que les contraintes aérodynamiques et cherche à produire un design vérifiant les contraintes (i.e. réalisable). Le design obtenu à l'itération 5 est nommé design intermédiaire et représente le premier point réalisable rencontré par l'optimiseur. Entre le design initial et in-



(a) distribution de nombre de Mach sur l'extrados



(b) déformation finale de l'aile

FIGURE 3.8: Distribution du nombre de Mach et déformations finales de l'aile optimisée ($M=0,78$)

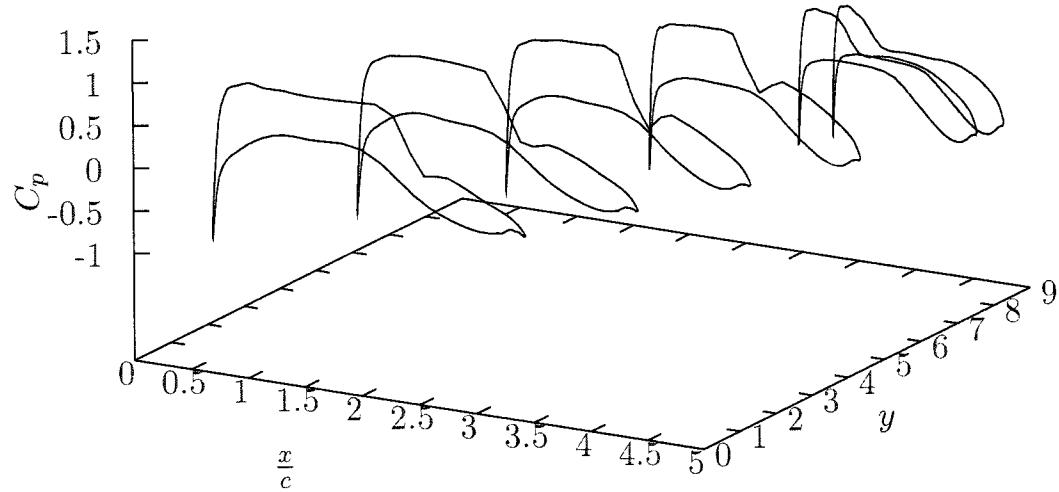


FIGURE 3.9: Courbes de C_p suivant l'envergure pour l'aile finale

termédiaire, l'optimiseur réduit les dimensions de l'aile ainsi que l'angle d'incidence. Il en résulte une baisse significative du volume de carburant pénalisant grandement la fonction coût structurelle.

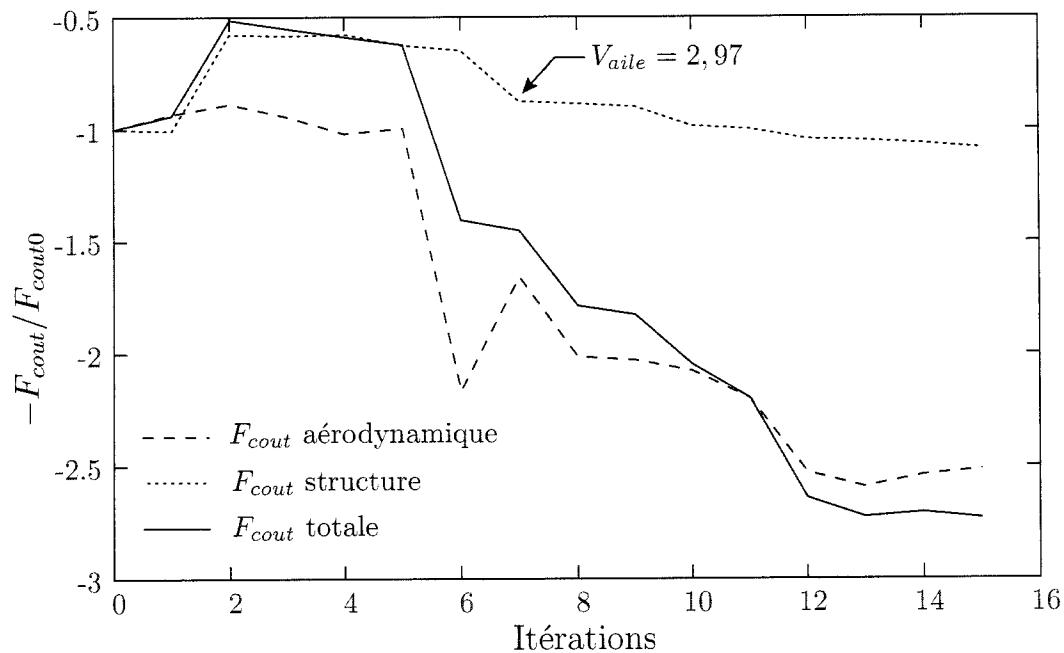


FIGURE 3.10: Évolution de la fonction coût au cours des itérations ($M = 0,78$)

	Portance (N)	Portance cible (N)	Trainée (N)	Volume aile (m^3)	masse (kg)	déformation % de s
Initiale	202492	127831	15898	3.34	913	3,6
Intermédiaire	118134	115393	8206	1,7	634	4,9
Finale	125937	126383	4229	3.01	866	8,53

TABLEAU 3.5: Comparaison des données aérodynamique et structurelle entre le point initial et le point final ($M=0,78$)

Lors de la seconde phase, l'optimiseur maître considère les contraintes ainsi que la fonction coût totale. Durant cette phase, l'amélioration du design est distribuée entre les deux parties de la fonction coût.

La diminution de la fonction coût aérodynamique provient principalement de la réduction de la trainée. En effet, la portance reste dans l'intervalle voulu et varie faiblement au cours des itérations. La réduction de la trainée peut être attribuée à l'augmentation de l'allongement de l'aile qui réduit la trainée induite et à l'augmentation de l'angle de flèche qui diminue la trainée d'onde. Parallèlement, il est étonnant de constater que l'angle d'incidence final est loin de l'angle de finesse maximale soit $\alpha=2,1^\circ$ d'après Clinton *et al.* (1994). Ce phénomène s'explique d'abord par l'utilisation des équations d'Euler qui induit une diminution de l'angle de finesse maximale, mais également par la forme de la fonction coût. Ainsi, en augmentant l'angle d'incidence, la portance dépasse nécessairement la cible. Si l'optimiseur souhaite atteindre l'angle de finesse maximal, il est alors contraint de diminuer les dimensions de l'aile. Ce faisant, le volume de l'aile se trouve réduit, pénalisant ainsi la partie structurelle de la fonction coût. De même, l'optimiseur ne peut augmenter l'angle de flèche sans pénaliser la fonction coût structurelle puisque l'optimiseur secondaire doit alors augmenter la masse de la structure de l'aile pour satisfaire aux marges de sécurité.

L'amélioration de la fonction coût structurelle résulte de la conjugaison de deux effets. Le premier effet est lié à la réduction de l'angle d'incidence qui permet d'augmenter à nouveau le volume de l'aile. Cet effet ne résulte pas réellement d'un couplage entre l'aérodynamique et la structure puisque seul le calcul du volume de la structure est nécessaire pour prédire cette influence. Cependant, ce premier effet ne suffit pas à expliquer complètement l'amélioration de la fonction coût structurelle. En effet, après le design intermédiaire, le volume de la structure atteint une valeur proche de la valeur finale dès la septième itération (cf. Figure 3.10). Lors des itérations suivantes, la fonction coût continue sa décroissance bien que le volume reste quasi constant. Pour expliquer ce phénomène, il est nécessaire d'introduire un deuxième effet plus intéressant pour l'étude du couplage aéro-structurel.

Ce deuxième effet se manifeste par une modification de la distribution de portance et est illustré par la Figure 3.11. Ainsi, la distribution finale est modifiée de façon à réduire l'effort sur les parties critiques de la structure, c'est-à-dire celles ayant les marges de sécurité les plus faibles. Pour le cas de chargement et le modèle employé, ces zones se situent dans la seconde moitié de l'aile. Cette nouvelle distribution de portance permet de réduire les variables structurelles en bout d'aile et d'obtenir une voilure plus flexible. Finalement, malgré un volume inférieur, la voilure optimisée présente une meilleure fonction coût structurelle grâce à un diminution de la masse de l'aile.

3.3.4 Optimisation à Mach 0,82

L'optimisation menée à Mach 0,82 s'est avérée beaucoup plus longue que celle menée à un Mach plus faible et 23 itérations ont été nécessaires pour atteindre le critère d'arrêt utilisé précédemment. Les contraintes aérodynamiques se sont révé-

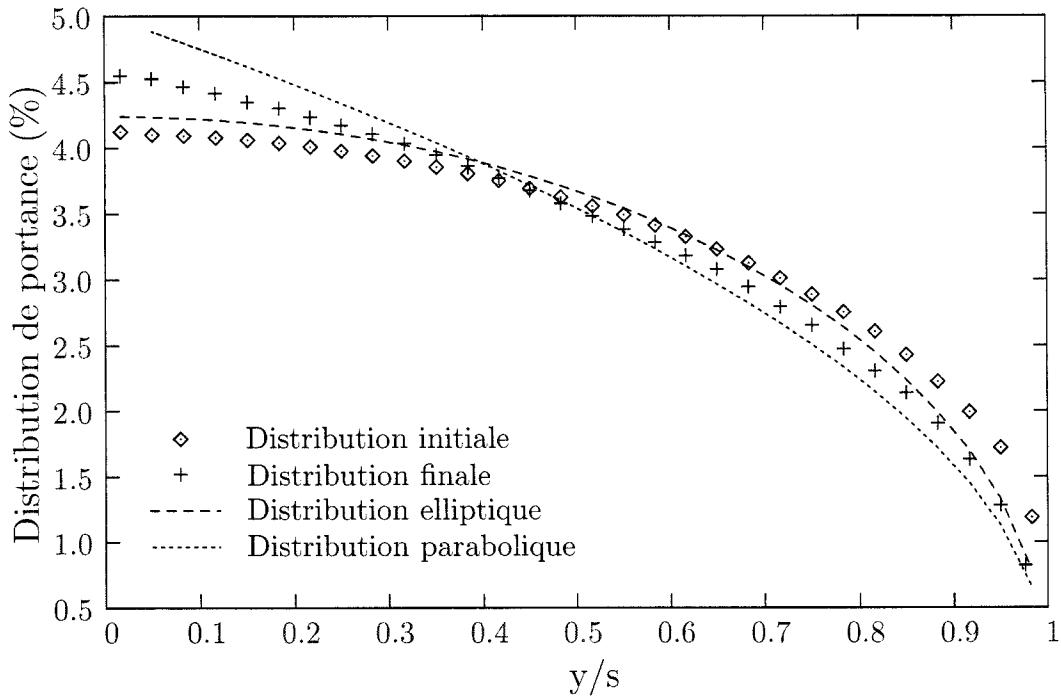


FIGURE 3.11: Comparaison entre la distribution de portance initiale et finale ($M = 0,78$)

Variables	Evolution initiale-finale
épaisseur âme longeron AV R	8,22%
épaisseur âme longeron AV T	-34,79%
épaisseur âme longeron AR R	19,63%
épaisseur âme longeron AR T	-17,53%
épaisseur peau supérieure R	-9,12%
épaisseur peau supérieure T	-20,38%
épaisseur peau inférieure R	3,20%
épaisseur peau inférieure T	-15,03%

TABLEAU 3.6: Évolution de certaines variables structurelles entre le point initial et le point final ($M=0,78$)

lées plus difficiles à vérifier ce qui a obligé l'optimiseur à utiliser des pas de descente plus petits que ceux employés à Mach 0,78. Le nombre d'itérations nécessaire pour

arriver à un même résultat est donc plus élevé. Ainsi, le nombre d'appel au résoluteur aérodynamique s'est élevé à 207 contre environ 4500 pour le résoluteur structurel.

Le Tableau 3.3.4 présente les variations des paramètres contrôlant la géométrie externe de l'aile et la Figure 3.12 permet d'illustrer certains de ces paramètres. Une visualisation de la distribution du nombre de Mach et de la pression sur l'aile finale est présentée sur les Figures 3.14 et 3.13

	valeur initiale	valeur finale
envergure	7,5m	8,32m
effilement	1	0,43
corde à l'emplanture	3,3m	2,91 m
angle de vrillage	0	1,2
angle de flèche	0	24,12
angle d'incidence	3,0	0,92

TABLEAU 3.7: Comparaison des variables géométriques entre le point initial et le point final ($M = 0,82$)

La géométrie finale de l'aile optimisée pour Mach 0,82 (cf. Figure 3.12) présente les mêmes tendances que celle optimisée à Mach 0,78. Le processus d'optimisation se déroule également de façon similaire. Ainsi, lors d'une première phase, l'optimiseur cherche à obtenir un point réalisable (itérations 1 à 9 sur la Figure 3.15). Puis, lors d'une seconde phase, l'optimiseur modifie la géométrie afin d'en améliorer les caractéristiques tout en vérifiant les contraintes aérodynamiques et structurelles (itérations 10 à 23 sur la Figure 3.15). Ce nouveau point vient étayer les conclusions énoncées à la suite du premier calcul. Ainsi, un nombre de Mach plus élevé offre deux possibilités à l'optimiseur pour vérifier les contraintes aérodynamiques. La première est de diminuer les dimensions de la voilure afin d'abaisser la surface portante et la seconde est de diminuer l'angle d'incidence au risque de s'éloigner

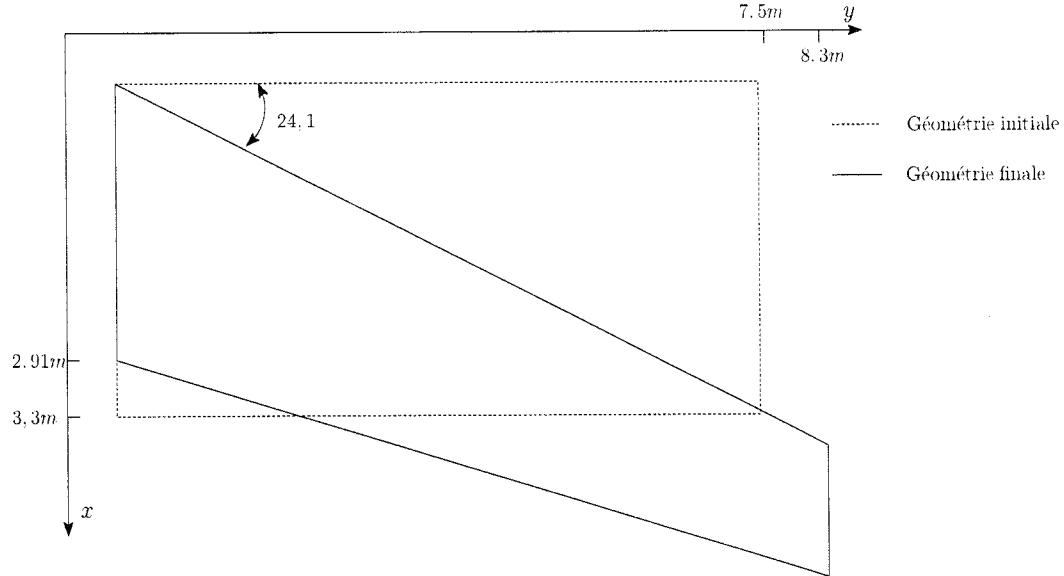


FIGURE 3.12: Comparaison entre la géométrie finale et initiale ($M = 0,82$)

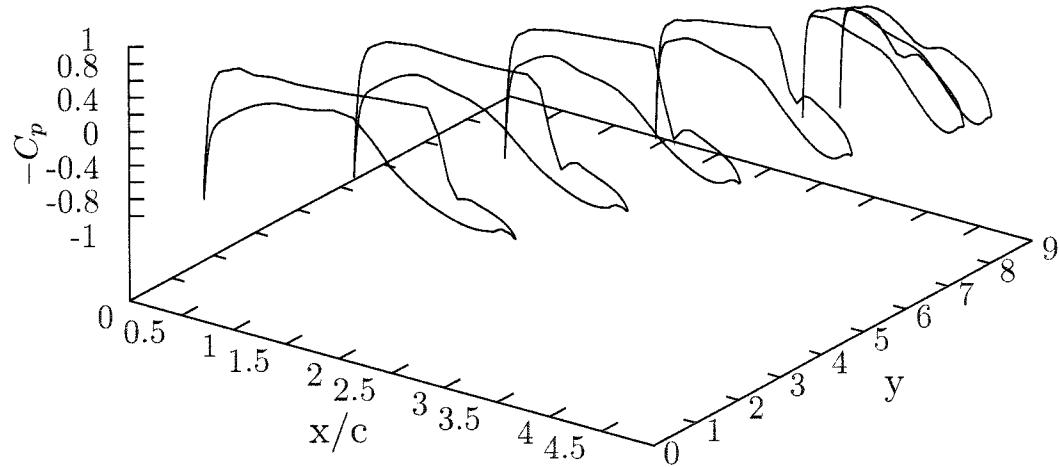
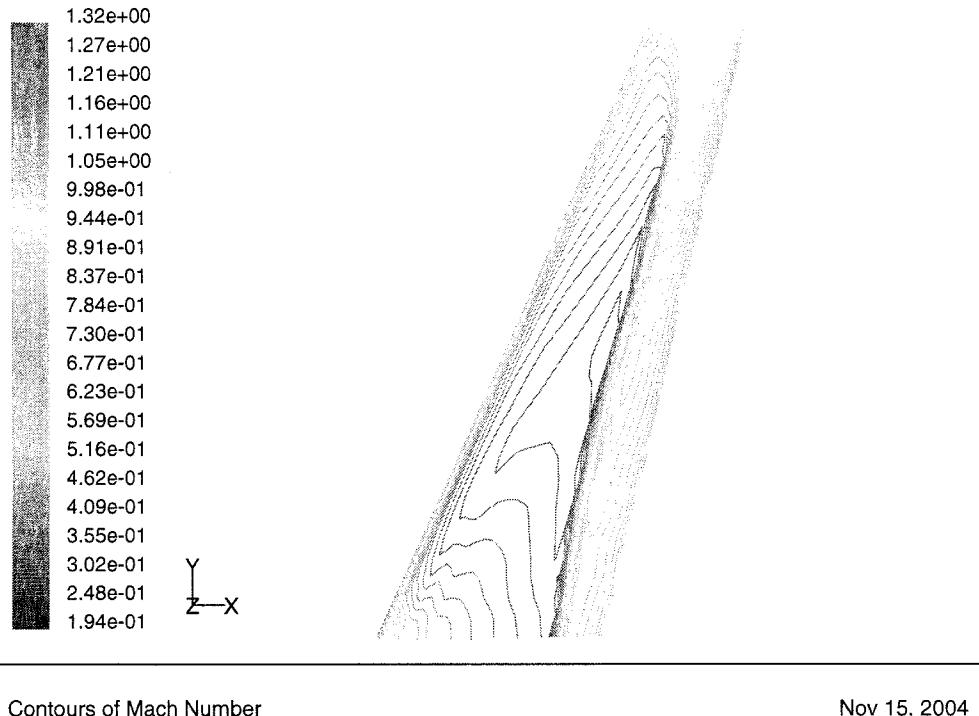
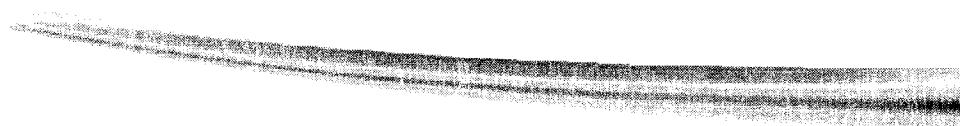


FIGURE 3.13: Courbes de C_p suivant l'envergure pour l'aile finale

de l'angle de finesse maximale. L'optimiseur utilise cette dernière solution puisque l'angle d'incidence passe de $1,20^\circ$ à $0,9^\circ$ alors que le volume de l'aile change très peu. Cela tend à montrer que d'un point de vue multidisciplinaire, il est plus intéressant de conserver un volume élevé que de voler à l'angle de finesse maximale. Il est toutefois important de noter que le profil reste constant au cours de l'optimisation.



(a) distribution de nombre de Mach sur l'extrados



(b) déformation finale de l'aile

FIGURE 3.14: Distribution de nombre de Mach sur l'extrados et déformations finales de l'aile optimisée ($M=0,82$)

Si la forme du profil était incluse dans le processus d'optimisation, le résultat serait probablement tout autre puisque celui-ci pourrait être adapté afin de voler à la finesse maximale tout en conservant un volume d'aile important. De même,

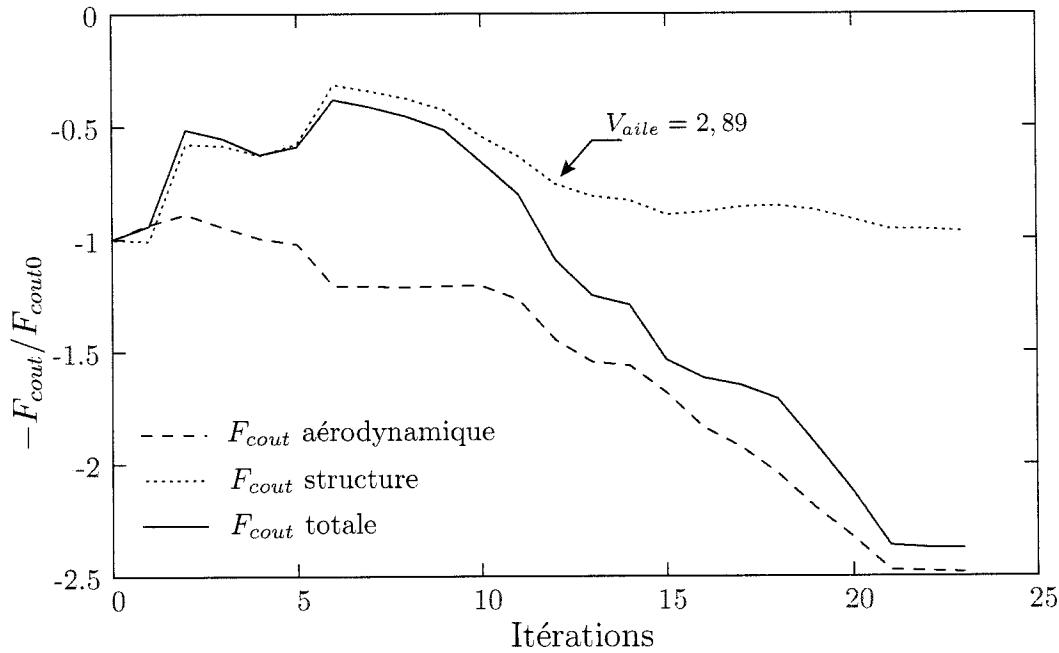


FIGURE 3.15: Évolution de la fonction coût au cours des itérations ($M=0,82$)

l'optimiseur préfère une distribution de portance parabolique (cf. Figure 3.16) à une distribution de portance elliptique pourtant réputée pour minimiser la traînée induite de la voilure. Ce nouveau calcul semble donc confirmer que la distribution de portance parabolique est plus intéressante pour le problème multidisciplinaire. Cette conclusion est d'ailleurs similaire à celle obtenue par une étude menée en milieu industriel (voir Piperni *et al.* (2004)).

Enfin, les courbes d'augmentation de traînée, présentées sur la Figure 3.17, mettent en évidence un compromis entre l'aérodynamique et la structure. La portance étant conservée à la valeur cible, l'augmentation de traînée est le reflet direct de l'évolution de la fonction coût aérodynamique. Ainsi, le point obtenu au nombre de Mach

	Portance (N)	Portance cible (N)	Traînée (N)	Volume aile (m^3)	masse (kg)	déformation % de s
Initiale	221295	127831	22821	3,34	933	3,9
Intermédiaire	126674	112933	10831	1,67	674	4,1
Finale	125830	125788	4976	2,87	802	8,25

TABLEAU 3.8: Comparaison des données aérodynamique et structurelle entre le point initial et le point final ($M = 0,82$)

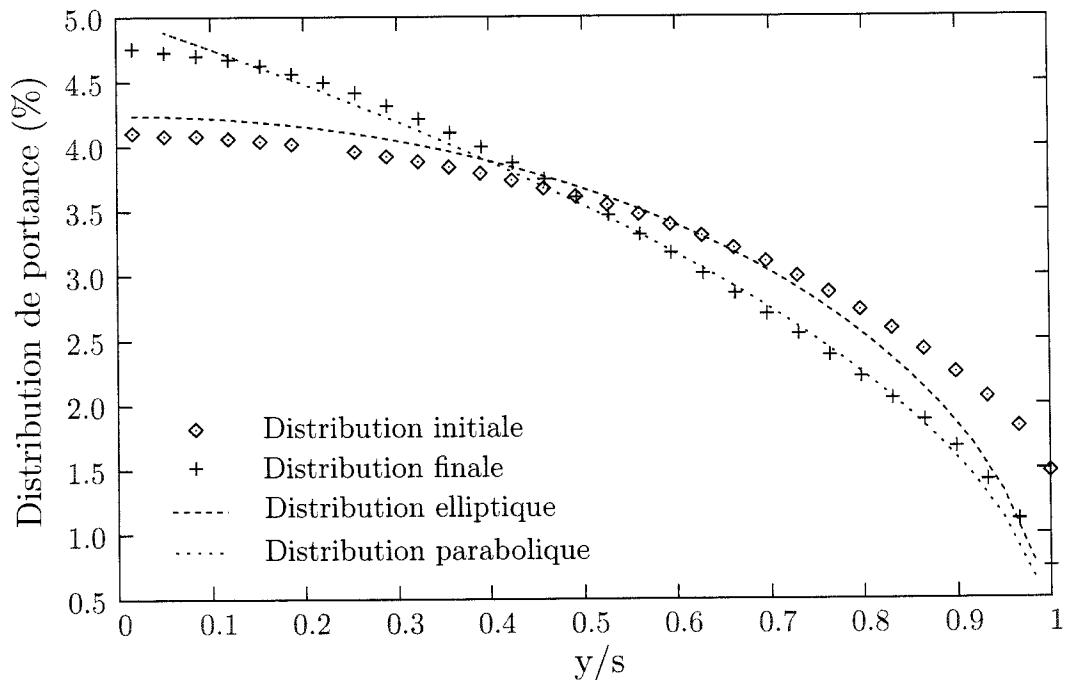


FIGURE 3.16: Comparaison entre les distributions de portance initiale et finale ($M = 0,82$)

le plus élevé semble être supérieur au premier point puisque la traînée reste faible dans un domaine plus vaste. Qui plus est, il est difficile de différencier les deux courbes pour des nombres de Mach inférieurs à 0,78. Cependant, la fonction coût structurelle est favorable au point obtenu au nombre de Mach le plus faible. En considérant la fonction coût totale, le point obtenu à $M = 0,78$ se démarque du second point pour les nombres de Mach faibles alors que la différence s'amenuise entre

les deux points pour des nombres de Mach plus élevés. Finalement, chaque point est le plus performant au nombre de Mach pour lequel il a été conçu, mais la différence reste faible et une plus grande spécialisation était attendue. Ces faibles différences sont probablement liées au fait qu'aucune variable n'influence la forme du profil aérodynamique. En effet, des études précédentes (Painchaud-Ouellet (2003)) ont montré l'importance de variables telles que l'épaisseur du profil dans le phénomène de divergence de traînée. De plus, étant donné le critère d'arrêt utilisé, il est possible que les optimisations aient fourni des minima locaux ce qui réduit potentiellement la spécialisation des points de design. Quoi qu'il en soit, les faibles écarts constatés entre les solutions ne justifient pas ici l'utilisation d'une stratégie multi-points dont l'objectif est justement de réduire la spécialisation des profils tout en conservant de bonnes performances.

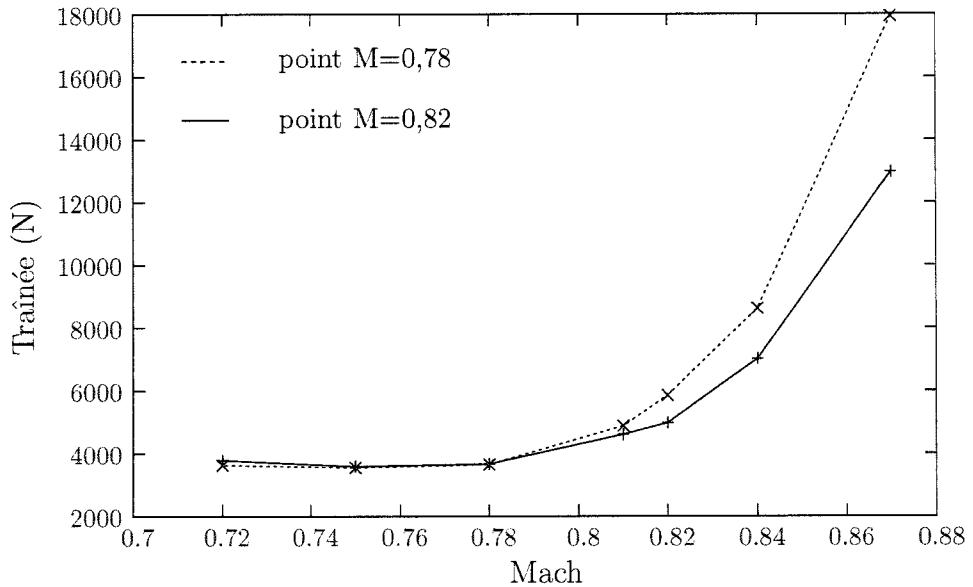


FIGURE 3.17: Évolution de la traînée à portance constante en fonction de nombre de Mach pour les points optimisés

Finalement, les résultats obtenus confirment la nécessité de résoudre le couplage aéro-structurel lors de l'optimisation d'une voilure transsonique. Ainsi, l'optimisa-

Variable	Evolution initiale-finale
épaisseur âme longeron AV R	-3,22%
épaisseur âme longeron AV T	-23,52%
épaisseur âme longeron AR R	-9,63%
épaisseur âme longeron AR T	-21,53%
épaisseur peau supérieure R	1,12%
épaisseur peau supérieure T	-10,3%
épaisseur peau inférieure R	3,20%
épaisseur peau inférieure T	-16,78%

TABLEAU 3.9: Évolution de certaines variables structurelles entre le point initial et le point final ($M = 0,82$)

tion multidisciplinaire a mis en exergue des différences significatives entre les résultats obtenus et ceux attendus pour une optimisation purement aérodynamique.

CONCLUSION

L'objectif de cette étude était d'élaborer et d'explorer une méthodologie d'optimisation multidisciplinaire applicable lors de la conception préliminaire d'une voilure transsonique. Pour ce faire, un processus de résolution du couplage aéro-structurel a été établi en intégrant des logiciels commerciaux issus des sociétés MSC et FLUENT. Les cas tests de l'ONERA M6 et de l'ARW2 ont permis de valider la résolution de ce couplage et, étant donné le cadre de cette étude, la qualité des résultats obtenus a été jugée suffisante.

Le processus d'optimisation implémenté consiste à maximiser le rayon d'action de l'avion sous des contraintes aérodynamiques et structurelles. Pour ce faire, une forme simplifiée de l'équation de Bréguet a été utilisée afin d'évaluer le rayon d'action. Une méthode d'optimisation à gradient a été retenue car cette catégorie d'algorithme semble offrir de bonnes performances pour ce type de problème. Par la suite, une stratégie d'optimisation à deux niveaux imbriqués a été présentée et préférée à la stratégie monolithique plus traditionnelle. Cette décomposition du problème d'optimisation repose sur la possibilité de scinder l'équation de Bréguet en deux termes, l'un qualifiant l'efficacité aérodynamique et l'autre l'efficacité structurelle. Cette décomposition permet une réduction du temps de calcul et une meilleure utilisation des spécificités de chaque discipline.

Deux optimisations ont été effectuées pour les nombres de Mach transsoniques 0,78 et 0,82. Les résultats obtenus soulignent des tendances différentes entre l'optimisation multidisciplinaire et l'optimisation purement aérodynamique. Ainsi l'allongement de la voilure est limitée afin de ne pas pénaliser la partie structurelle de la fonction coût. L'évolution la plus importante concerne la modification de la distri-

bution de portance. Ainsi, lors d'une optimisation aérodynamique, la distribution de portance elliptique constitue un optimum car celle-ci minimise la traînée induite par la portance. Or, pour les deux optimisations réalisées l'optimiseur substitue cette distribution par une distribution de portance parabolique. Cette nouvelle distribution, également observée par d'autres études, permet de réduire la masse structurelle de la voilure en limitant la charge sur l'extrémité des ailes.

Par ailleurs, les deux optimisations n'ont pas donné des points très spécialisés et l'écart en terme de fonction coût ne justifie pas l'introduction d'une méthode d'optimisation multi-points. Au vu des résultats obtenus par d'autres études, ce constat est surprenant. Néanmoins, la forme du profil n'est pas considérée dans ce document et étant donné l'importance de cet élément il est probable que son introduction dans le processus d'optimisation permette d'obtenir des designs plus spécifiques à chaque condition de vol.

De plus, les temps de calcul se sont révélés beaucoup trop élevés pour envisager l'usage de la méthode multi-niveaux lors de la phase de design préliminaire. De nombreux moyens ont été mis en œuvre pour réduire la durée des calculs, mais l'utilisation des équations d'Euler dans la résolution de l'écoulement aérodynamique limite les gains possibles dans ce domaine. Ainsi, l'utilisation d'un logiciel différent et/ou d'une modélisation différente permettraient de réduire de façon très importante la durée de l'optimisation. De même, les serveurs de calculs utilisés étant fréquemment saturés, un gain de temps important pourrait être effectué en utilisant des machines dédiées au processus d'optimisation.

Finalement, ce document constitue une première approche d'optimisation multidisciplinaire sur une aile tridimensionnelle. Les routines développées et l'expérience

acquise constituent une base pour les futurs travaux d'optimisation. Deux voies s'ouvrent désormais pour les prochaines recherches. La première est d'augmenter la complexité du modèle en tenant compte d'autres phénomènes ou en augmentant le nombre de variables de design. Ainsi il serait intéressant d'inclure les variables de design définissant le profil aérodynamique afin d'optimiser complètement la voilure. La seconde approche est d'explorer d'autres techniques de décomposition afin d'améliorer les résultats de l'optimisation ou de réduire la durée des calculs. Ces deux approches peuvent difficilement être menées simultanément à moins d'utiliser une méthode adjointe permettant de calculer tous les gradients en une seule résolution du couplage aérostructurel. Cependant, l'implémentation d'une telle méthode reste difficile à un niveau universitaire car elle nécessite la modification des codes de calcul.

BIBLIOGRAPHIE

- ABDO, M., KAFYEKE, F., PÉPIN, F., BOROWIEC, Z. ET A. MARLEAU (2001). Transonic aerodynamic of flexible wings. *Canadian Aeronautics and Space Institute 48th AGM and Conference*.
- ABDO, M., L'HEUREUX, R., PÉPIN, F. ET KAFYEKE, F. (2003). Equivalent finite element wing structural models used for aerodynamics-structures interaction. *Canadian Aeronautics and Space Institute 50th AGM and Conference 16th Aerospace Structures and Materials Symposium*.
- ALEXANDROV, N. ET KODIYALAM, S. (1998). Initial result of an mdo method evaluation study. *AIAA, 98*.
- ALEXANDROV, N. ET LEWIS, R. (2000). Anlytical and computational properties of distributed approaches to mdo.
- ALLISON, D. ET CAVALLO, P. (2003). Static aeroelastic prediction fot a transonic transport model using an unstructured-grid flow solver coupled with a structural technique. Rapport technique TP-2003-212156, NASA.
- BARRAU, J. ET LAROZE, S. (2000). *Mécanique et calcul des structures*. SUPAERO.
- BHARDWAJ, K. (1997). *A CFD/CSD Interaction methodologie for aircraft wings*. Mémoire de maîtrise, Virginia Polytechnic Institute.
- BONNET, A. ET COUSTEIX, J. (2002). *Modélisation fluide parfait compressible*. SUPAERO.
- CLINTON, E., SEIDEL, D. ET SANDFORD, M. (1994). Measurement of steady pressure for an elastic supercritical wing. Rapport technique 3443, NASA.

- ETIENNE, S., PELLETIER, A. ET GARON, A. (2004). A monolithic formulation for steady-state fluid-structure interaction problems. *34th AIAA Fluid Dynamics Conference and Exhibit*.
- GURUSWAMY, G. P. (1990a). Unsteady aerodynamic and aeroelastic calculations of wings using euler equations. *AIAA Journal*, 28, 461–469.
- GURUSWAMY, G. P. (1990b). Vortical flow computations on swept flexible wings using navier-stokes equations. *AIAA Journal*, 28, 2077–2084.
- KORTE, J., WESTON, R. ET ZANG, P. (1997). Multidisciplinary approach to linear aerospike nozzle optimization. *AIAA*.
- KROO, I., S. ALTUS, BRAUN, R., GAGE, P. ET SOBIESKI, I. (1994). Multidisciplinary optimization methods for aircraft preliminary design. *American Institute of Aeronautics and Astronautics*, 94.
- LAURENDEAU, E. (2003). *Notes de cours MEC6602 : Aérodynamique Transsonique*. École Polytechnique de Montréal et Bombardier Aéronautique.
- LECLERC, F. (2003). *Structure et dynamique du vol*. SUPAERO.
- L'HEUREUX, R., BEAUDRY, P. ET KHERRAT, A. (2000). *Notes de cours AE4160 : analyse des contraintes en aéronautique II*. École Polytechnique de Montréal and Bombardier Aéronautique.
- MEGSON, T. (1999). *Aircraft structures for engineering students third edition*. Arnold.
- MILLER, G. (1987). *Active Flexible Wing (AFW) Technologie*. AFWAL-TR-87-30.
- NIU, M. (1999). *Airframe Stress Analysis And Sizing, second edition*. Hong Kong Conmilit Press LTD.

- PAINCHAUD-OUELLET, S. (2003). *Optimisation aérodynamique de profils d'aile 2D*. Mémoire de maîtrise, École Polytechnique de Montréal.
- PAPALAMBROS, P. ET WILDE, D. (2000). *Principle Of Optimal Design*. Cambridge University Press.
- PIPERNI, P., ABDO, M. ET KAFYEKE, F. (2004). The application of multi-disciplinary optimization technologies to the design of a business jet. *10th AIAA/ISSMO Multidisciplinary Analysis and Optimization Conference*.
- SPELLUCCI, P. (1994). *DONLP2 users guide*.
- VANDERPLAATS, G. (1999). *Numerical optimization techniques for engineering design*. VRandD.

ANNEXE I

Validation du calcul du centre de cisaillement des nervures

Le centre de cisaillement est tel qu'une force pure appliquée en ce point ne génère aucun moment de torsion dans la structure.

La définition du centre de cisaillement fournit également la méthode de validation du calcul du centre de cisaillement. En effet, il suffit d'appliquer une force pure aux points calculés par la méthode de Megson (1999) et de vérifier que la solution éléments finis n'induit pas de torsion. Lors de cette validation, la géométrie de l'aile est similaire à celle présentée en § 2.3.2, mais le profil utilisé est un profil symétrique NACA0012. Une force verticale de $10^5 N$ est appliquée au point calculé sur chaque nervure. De plus, afin de tester la position du centre de cisaillement différentes configurations de structure sont utilisées (cf. Figure I.1). Pour chaque configuration asymétrique, deux cas sont étudiés : dans le premier cas (cas 1) les forces sont appliquées au point calculé pour cette configuration, dans le second cas (cas 2) les forces sont appliquées au point calculé pour la configuration symétrique.

Les résultats présentés dans le tableau I montrent une différence importante entre les deux cas et ce pour chaque configuration asymétrique. Cet écart démontre que la position du centre de cisaillement est correctement évalué et que les variables structurelles ont une influence réelle sur le calcul du centre de cisaillement. Ces observations permettent de justifier la nécessité de recalculer la position des centres de cisaillement à chaque modification des caissons de voilures.

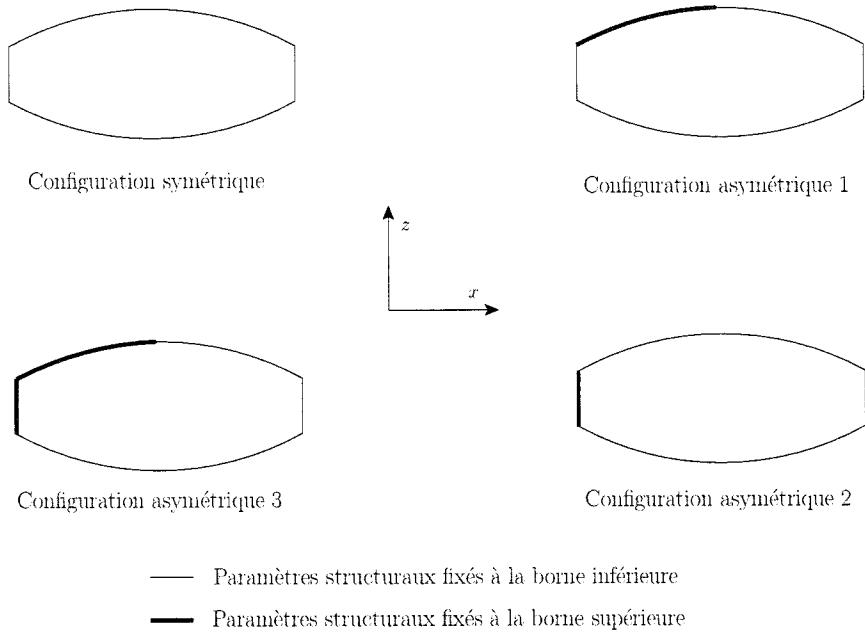
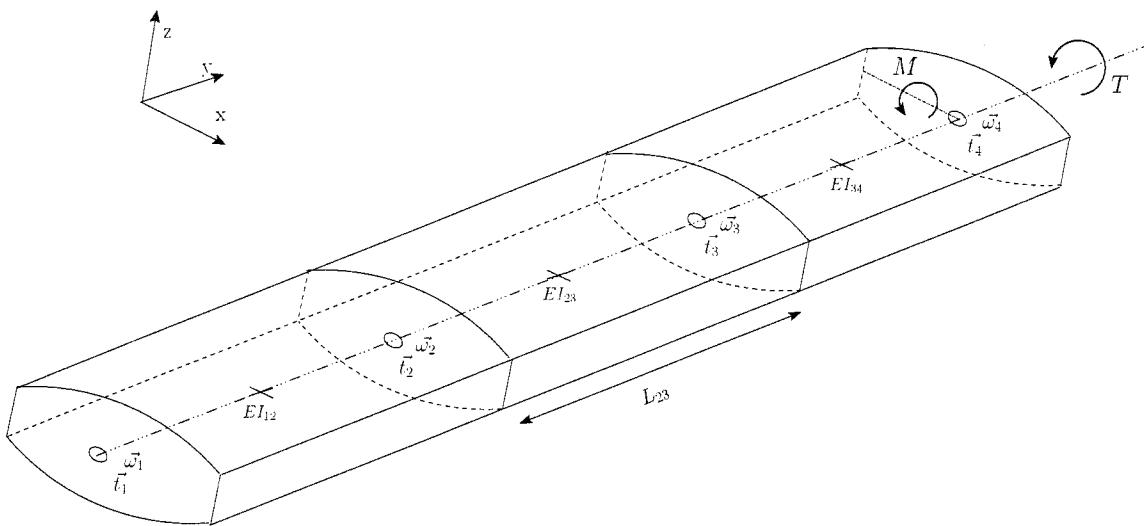


FIGURE I.1: Configuration structurelle utilisées pour la validation du calcul du centre de cisaillement

Angle de torsion en bout d'aile (deg)				
	Configuration 0	Configuration 1	Configuration 2	Configuration 3
Cas 1	$7,9 \cdot 10^{-5}$	$5,9 \cdot 10^{-5}$	$6,2 \cdot 10^{-5}$	$6,8 \cdot 10^{-5}$
Cas 2	$7,9 \cdot 10^{-5}$	$1,4 \cdot 10^{-2}$	$2,5 \cdot 10^{-2}$	$4,3 \cdot 10^{-2}$

TABLEAU I.1: Validation du calcul du centre de cisaillement

ANNEXE II

Calcul des coefficients de rigidité EI et GJ FIGURE II.1: Définition des notations pour le calcul des rigidités EI et GJ

Le comportement structural d'aile est défini par sa rigidité en flexion EI et en torsion GJ . Deux ailes de géométrie similaire et de rigidité égale auront un comportement identique sous un cas de chargement donné. Ces rigidités sont calculées au centre de chaque caisson de voilure. La méthode de calcul consiste à appliquer un moment de flexion M ainsi qu'un moment de torsion T au centre de cisaillement de la dernière nervure du modèle éléments finis. Sous l'effet de ce chargement, le centre de cisaillement de chaque nervure se déplace suivant la translation \vec{t}_i et la rotation $\vec{\omega}_i$.

$$\vec{t}_i = \begin{pmatrix} t_{i_x} \\ t_{i_y} \\ t_{i_z} \end{pmatrix} \quad \vec{\Omega}_i = \begin{pmatrix} \omega_{i_x} \\ \omega_{i_y} \\ \omega_{i_z} \end{pmatrix} \quad (\text{II.1})$$

Par définition des rigidités en torsion et en flexion, celles-ci sont données par les équations :

$$EI_{(i-1)i} = \frac{M}{\frac{\omega_{i_x} - \omega_{i-1_x}}{L_{(i-1)i}}} \quad GJ_{(i-1)i} = \frac{T}{\frac{\omega_{i_y} - \omega_{i-1_y}}{L_{(i-1)i}}} \quad (\text{II.2})$$

Ces formules peuvent être appliquées telles quelles. Cependant, il est tout de même intéressant d'en expliquer l'origine. Ainsi le calcul du coefficient GJ se justifie de la façon suivante :

Considérons deux sections S et S' distantes de δx . En appliquant un moment de torsion T , le segment MN devient MN_ω (voir Figure II.2). On peut écrire :

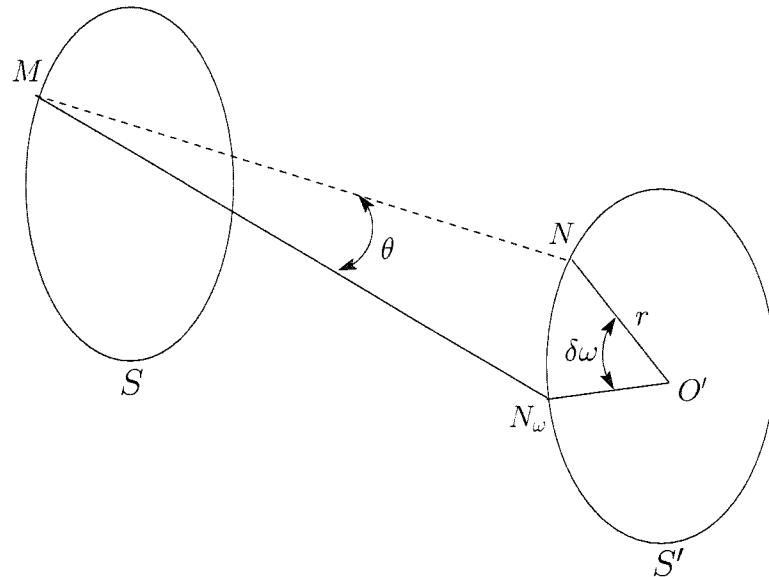


FIGURE II.2: Détail du calcul du coefficient GJ

$$\tan\theta \approx \frac{NN_{\delta\omega}}{\delta x} \approx \frac{r\delta\omega}{\delta x} \approx \theta \quad (\text{II.3})$$

$$\text{d'où : } \theta = kr \quad (\text{II.4})$$

$$\text{avec : } k = \frac{\delta\omega}{\delta x} \quad (\text{II.5})$$

D'après la loi de Hooke, la contrainte tangentielle τ et θ sont reliées par la loi :

$$\tau = G \cdot \theta \quad \text{soit} \quad \tau = G \cdot kr \quad (\text{II.6})$$

G étant le module d'élasticité transverse. La force élémentaire agissant sur la section δS suivant la fibre MN est par définition :

$$\delta F = \tau \cdot \delta S = Gkr \cdot \delta S \quad (\text{II.7})$$

Le moment de cette force élémentaire par rapport au point O' est alors :

$$\delta M = \delta F \cdot r = Gk\delta S \cdot r^2 \quad (\text{II.8})$$

L'équilibre statique impose que le moment M de toutes les forces élémentaires de la section S' soit égal au moment de torsion appliqué T . On obtient alors :

$$T = M = \sum_{S'} \delta M = Gk \cdot \sum_{S'} r^2 \delta S \quad (\text{II.9})$$

Par définition $\sum r^2 \delta S$ est le moment polaire de la section S' noté J d'où :

$$T = GJ \cdot k \quad (\text{II.10})$$

or selon l'équation II.5 $k = \delta\omega/\delta x$, ce qui permet d'écrire finalement :

$$GJ = \frac{T}{\frac{\delta\omega}{\delta x}} \quad (\text{II.11})$$

ANNEXE III

Définition des variables de design à travers le fichier d'entrée
inputparam.txt

[Geometry]

```
*****
9.0    //semi span (m)
0.560000001  //Taper Ratio
3.0    //chorde at root (m)
0.    //Twist (deg) (negative with tip nose down)
26.6999996  //Leading edge Sweep angle (deg) (positive aft sweep)
5.29499996  //Angle of attack at Root (deg)
```

[Flight condition]

```
*****
0.85    //Mach number
0.8    //coefficient of relaxation
33027.  //Far field pressure
2.5    //facteur de charge pour marge secur
20000.    //masse avion (kg)
```

[Spars]

```
*****
```

```
0.25 //Position of Front Spar at Root (% of chord)
0.25 //Position of Front Spar at Tip (% of chord)
0.75 //Position of Rear Spar at Root (% of chord)
0.75 //Position of Rear Spar at Tip (% of chord)
0.0012 //FRONT Spar Web Thickness at Root (m)
0.0012 //FRONT Spar Web Thickness at Tip (m)
0.0012 //REAR Spar Web Thickness at Root (m)
0.0012 //REAR Spar Web Thickness at Tip (m)
9E-4 //FRONT Spar Area Upper Cap at Root (m^2)
5E-4 //FRONT Spar Area Upper Cap at Tip(m^2)
9E-4 //REAR Spar Area Upper Cap at Root(m^2)
5E-4 //REAR Spar Area Upper Cap at Tip (m^2)
9E-4 //FRONT Spar Area Lower Cap at Root (m^2)
5E-4 //FRONT Spar Area Lower Cap at Tip (m^2)
9E-4 //REAR Spar Area Lower Cap at Root (m^2)
5E-4 //REAR Spar Area Lower Cap at Tip (m^2)
-----mat-----
7.1016E+10. //Young_s Modulus (N/m^2)
0.33 //Poisson coefficient
2823.4 //Density (lbf/in^3)
5.102E+08. //Max tension stress (N/m^2)
4.3437E+08 //Max compression stress (N/m^2)
2.8957E+08 //Max shear stress (N/m^2)
```

[Ribs]

```

15 //Nb of Ribs
    0.0012 //Web Thickness at Root (m)
    0.0012 //Web Thickness at Tip (m)
    9E-4 //Area of Vertical Stiffner at Root (m^2)
    5E-4 //Area of Vertical Stiffner at Tip (m^2)
    9E-4 //Area of Horizontal Stiffner at Root (m^2)
    5E-4 //Area of Horizontal Stiffner at Tip (m^2)
    9E-4 //Area Stringer Clip at Root (m^2)
    5E-4 //Area Stringer Clip at Tip (m^2)
    9E-4 //Area of FRONT Spar Attachment at Root (m^2)
    5E-4 //Area of FRONT Spar Attachment at Tip (m^2)
    9E-4 //Area of REAR Spar Attachment at Root (m^2)
    5E-4 //Area of REAR Spar Attachment at Tip (m^2)

-----mat-----
    7.1016E+10. . //Young_s Modulus
    0.33 //Poisson coefficient
    2823.4 //Density (kg/m^3)
    5.102E+08. //Max tension stress (N/m^2)
    4.3437E+08 //Max compression stress (N/m^2)
    2.8957E+08 //Max shear stress (N/m^2)

```

[Stringer]

```

*****
10 //Nb of Stringers
3 //Nb {3,9} of division of each stringer (between two rib)
0.0012//Web Thickness at Root (m)
```

```
0.0012 //Web Thickness at Tip (m)
0.05 //Height at Root (m)
0.03 //Height at Tip (m)
9E-4 //Area Interior footage at Root (m^2)
5E-4//Area Interior footage at Tip (m^2)
9E-4 //Area Exterior footage at Root (m^2)
5E-4//Area Exterior footage at Tip (m^2)
```

-----mat-----

-----Up-----

```
7.171E+10 //EXTRADOS Young_s Modulus (N/m^2)
0.33 //EXTRADOS Poisson coefficient
2823.4 //EXTRADOS Density (kg/m^3)
5.723E+8 //EXTRADOS Max Tension stress (N/m^2)
5.308E+8//EXTRADOS Max Compression stress (N/m^2)
3.033E+8 //EXTRADOS Max Shear stress (N/m^2)
```

-----Low-----

```
7.446E+10 //INTRADOS Young_s Modulus (N/m^2)
0.33 //INTRADOS Poisson coefficient
2795.7 //INTRADOS Density (kg/m^3)
3.827E+08 //INTRADOS Max Tension stress (N/m^2)
2.586E+08 //INTRADOS Max Compression stress (N/m^2)
1.999E+08 //INTRADOS Max Shear stress (N/m^2)
```

[Skin]

```
0.0012 //Extrados Skin Thickness at Root (m)
```

```
0.0012 //Extrados Skin Thickness at Tip (m)
0.0012 //Intrados Skin Thickness at Root (m)
0.0012 //Intrados Skin Thickness at Tip (m)
-----
-----mat-----
-----
-----Up-----
7.102E+10 //EXTRADOS Young_s Modulus (N/m^2)
0.33 //EXTRADOS Poisson coefficient
2823.4 //EXTRADOS Density (kg/m^3)
5.516E+08 //EXTRADOS Max Tension stress (N/m^2)
5.102E+08 //EXTRADOS Max Compression stress (N/m^2)
3.172E+08 //EXTRADOS Max Shear stress (N/m^2)
-----
-----Low-----
7.378E+10 //INTRADOS Young_s Modulus (N/m^2)
0.33 //INTRADOS Poisson coefficient
2795.7 //INTRADOS Density (kg/m^3)
4.274E+08 //INTRADOS Max Tension stress (N/m^2)
2.756E+08 //INTRADOS Max Compression stress (N/m^2)
2.551E+08 //INTRADOS Max Shear stress (N/m^2)
```

[Erreur]

```
0.005 // aeroelastic convergence (m)
```

ANNEXE IV

Calcul des marges de sécurité

Les marges de sécurité permettent de définir si une structure donnée va ou non résister au chargement qui lui est imposé. Dans une optique d'optimisation, les marges de sécurité définissent l'ensemble des solutions réalisables. Le calcul des marges de sécurité est une tâche ardue qui nécessite de très bonnes connaissances dans le domaine structurel. Par conséquent cette responsabilité a été confiée à un étudiant spécialisé dans cette discipline. La méthode développée est donc présentée dans cette Annexe afin que celle-ci soit facilement accessible au lecteur.

Les marges de sécurité sont définies au sein de la structure et sont conçues pour anticiper les défaillances de toute ou certaines parties de la voilure. Ces défaillances peuvent concerner un élément tout entier, par exemple une lisse complète se voile (Figure IV.1), on parle alors de défaillance globale où une faible portion d'un composant, par exemple une cloque sur une semelle de lisse (Figure IV.2), et on parle alors de défaillance locale. Afin de bien comprendre la démarche présentée, il est utile de préciser les différents types des charges internes générées par les efforts externes. Après ces quelques précisions, il est possible de s'intéresser au calcul des marges de sécurité.

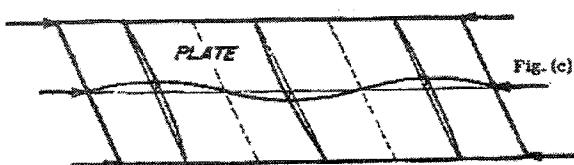


FIGURE IV.1: Flambement global d'une lisse

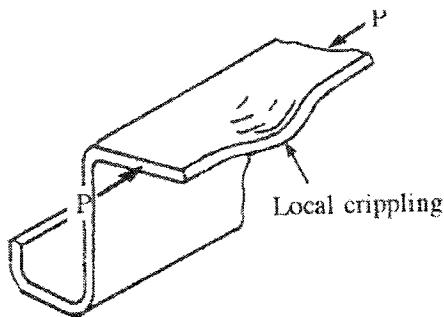


FIGURE IV.2: Flambement local d'une lisse

IV.1 Charges internes

Les charges internes nécessaires à l'étude sont calculées par MSC/NASTRAN et consignées dans le fichier de résultats nastran.f06. La terminologie MSC/NASTRAN fait référence à deux catégories d'efforts internes : Grid Point Force et Element Force.

IV.1.1 Définition des efforts de type Grid Point Force

Les Grid Point Force (GPF) sont définis pour des éléments unidimensionnels et représentent les charges axiales totales en kilogramme passant entre 2 nœuds du maillage structurel. Ces charges permettent de tenir compte de l'interaction entre les différents composants de la structure. Ainsi, la charge axiale d'une barre est la somme des contraintes axiales et des flux de cisaillement générés dans les panneaux qui l'entourent. On obtient donc (.cf Figure IV.3) :

$$GPF_{1 \rightarrow 2} = F_1 + (q_b - q_a)/L$$

$$GPF_{2 \rightarrow 1} = F_2 + (q_a - q_b)/L$$

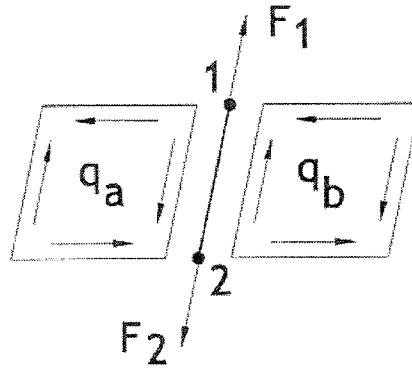


FIGURE IV.3: Définition des charges axiales entre deux nœud typiques

Les GPF sont utilisées dans le calcul des marges de sécurité des éléments unidimensionnels. Les composants réels de l'aile sont modélisés grâce à plusieurs éléments qui constituent un ensemble. Lorsqu'on s'intéresse au comportement local de la structure, il est naturel de considérer la charge axiale maximale de cette ensemble. Au contraire, lorsque le comportement global est étudié, il convient de prendre la moyenne des charges axiales de l'ensemble.

IV.1.2 Définition des efforts de type Element Force

Les efforts de type Element Force sont en réalité les flux de cisaillement. Ces informations sont utilisés pour le dimensionnement des panneaux constituant l'âme des longerons et le revêtement de la voilure. Les Element Force calculés par MSC/NASTRAN correspondent à la moyenne des flux de cisaillement en kilogramme par mètre le long des quatre cotés de chaque élément.

Pour cette étude, le dimensionnement est effectué à partir de la moyenne des flux de cisaillement de l'ensemble des éléments constituant chaque panneau. Ainsi, l'âme du longeron d'un caisson de voilure donné est dimensionné en utilisant la moyenne des

flux de cisaillement des 16 éléments qui le composent. De même, chaque panneau de peau est dimensionné en utilisant la moyenne des flux de cisaillement des 4 éléments qui le composent.

IV.2 Calcul des marges de sécurités

Après ces quelques précisions, il est désormais possible de déterminer les marges de sécurités. Celles-ci sont calculées pour l'ensemble des parties incluant les longerons, les lisses ainsi que la peau. Le dimensionnement des nervures n'est pas abordé ici. Ce choix se justifie grâce au hypothèses utilisées lors du calcul aérodynamique. En effet, il a été supposé que les nervures sont des solides indéformables. Par conséquent, elles sont surdimensionnées et exclues de l'optimisation. Cela supprime tout besoin concernant le calcul des marges de sécurités pour les nervures.

De façon générale le calcul des marges s'effectue de la manière suivante :

$$MS = \frac{\text{Contrainte Appliquable}}{\text{Contrainte Appliquée}} - 1$$

Dans certains cas, la contrainte appliquée est multipliée par le coefficient 1,5. Cette valeur établie expérimentalement permet de dimensionner la pièce en contrainte ultime, la contrainte ultime étant la plus grande contrainte que l'élément puisse supporter avant sa rupture.

$$\text{Contrainte Ultme Appliquable} > 1.5 * \text{Contrainte Appliquée}$$

La méthode développée se place dans l'optique d'un dimensionnement préliminaire. Par conséquent, certains comportements physiques n'y sont pas modélisés. Néan-

moins, l'ensemble des approximations effectuées sont conservatrices. La structure obtenue est alors nécessairement surdimensionnée et sa solidité n'est pas remise en cause.

IV.2.1 Dimensionnement des lisses (stringers)

Du fait de la flexion, la partie supérieure de la voilure travaille en compression alors que la partie inférieure travaille en tension. Par conséquent, les lisses inférieures et supérieures doivent être traitées séparément

IV.2.1.1 Raidisseurs supérieurs

Les lisses supérieures travaillent en compressions ce qui induit des instabilités globales et locales au sein de la structure. Le premier phénomène à se manifester est le flambement local qui implique l'utilisation de la charge axiale maximale sur chaque lisse.

La contrainte ultime maximale en compression est de la forme :

$$f_{ult} = \frac{1.5 * P_{end_max} + P_{dt}}{A_{str_pd}}$$

où P_{end_max} est la charge axiale maximale sur la lisse étudiée entre deux nervures, A_{str_pd} est l'aire d'une section de lisse augmentée de l'aire de la liaison lisse-peau, enfin P_{dt} est la charge dûe à la tension diagonale des revêtements qui entourent la lisse.

Le calcul de la contrainte maximale admissible en flambement local F_{cc} s'effectue en utilisant la méthode des sections extrudées ainsi que les abaques adimensionnels de flambement local présentée à la figure IV.4.

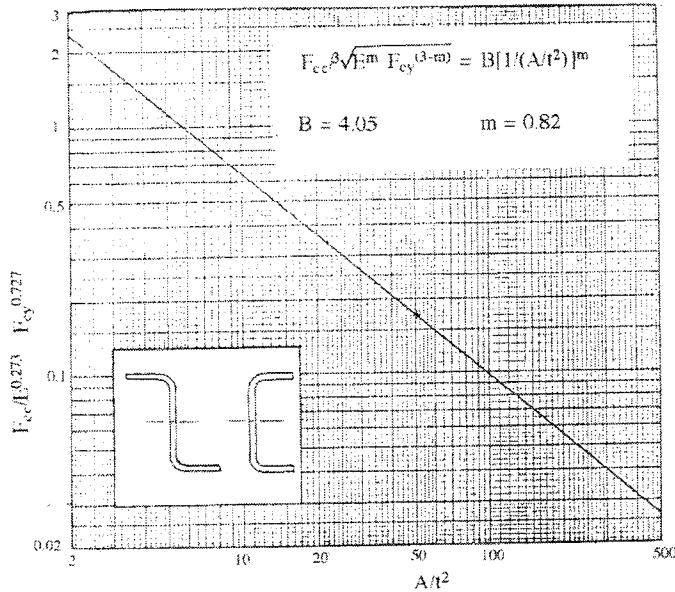


FIGURE IV.4: Courbe de fcc tiré de Niu (1999)

Afin d'automatiser le calcul des marges, il est nécessaire de trouver un équation approximant le comportement de la courbe présentée sur la figure IV.4. L'équation utilisée est celle conseillé par Niu (1999) soit :

$$F_{cc}/E^{0.273} * F_{cy}^{0.727} = 4.3247 * (A_{str-pd}/t^2)^{-0.8315}$$

où t est l'épaisseur de l'âme de la lisse, E et F_{cy} des propriétés du matériaux utilisé. L'ensemble des paramètres étant connus, il est possible de calculer F_{cc} puis la marge de sécurité, soit :

$$MS = \frac{F_{cc}}{f_{ult}} - 1$$

(IV.1)

L'équation IV.1 définit la marge de sécurité pour une défaillance locale. Si cette marge est vérifiée, la résistance de la lissoir n'est pas assurée pour autant. En effet, il existe une autre forme d'instabilité qui elle est globale. La méthode de calcul est alors :

Dans un premier temps, la contrainte ultime appliquée doit être évaluée. Le phénomène de flambement étant global, il faut utiliser la charge ultime moyenne (moyenne des deux charges) et considérer l'aire du revêtement effectif. De plus, lorsqu'il y a de la tension diagonale, il ne faut pas oublier d'inclure cet effet.

La contrainte ultime moyenne en compression est de la forme :

$$f_{ult} = \frac{1.5 * P_{end_moy} + P_{dt}}{A_{str_pd_sk}}$$

où P_{end_moy} est la charge axiale moyenne sur la lissoir entre deux nervures, et $A_{str_pd_sk}$ est l'aire de la lissoir augmentée de l'aire de la liaison lissoir-peau et de l'épaisseur de la peau.

Ensuite, il est nécessaire de calculer la contrainte maximale admissible en flambement global F_c . Pour cela, la formule de Euler-Johnson est utilisée, soit :

$$F_c = F_{cc} - \frac{F_{cc}^2}{4\pi^2 E} \left(\frac{L}{\rho\sqrt{c}} \right)^2$$

F_{cc} a été calculé dans le premier cas.

L est longueur de la colonne, soit ici la distance entre deux nervures.

c est un facteur définissant le type de fixations utilisées pour attacher la lissoir au reste de la structure, ici $c = 1$.

ρ est le rayon giratoire de la section de la lissoir. Par définition, $\rho = \sqrt{I/A_{str_pd_sk}}$ où I est le moment d'inertie d'une section de lissoir par rapport à l'axe neutre de celle-ci.

Connaissant la totalité des variables de l'équation IV.2.1.1, il est possible de calculer F_c puis la marge de sécurité. On obtient alors :

$$MS = \frac{F_c}{f_{ult}} - 1 \quad (\text{IV.2})$$

IV.2.1.2 Raidisseurs inférieurs

Les raidisseurs inférieurs subissent de la tension et il faut donc tenir compte de la fatigue. Les contraintes cibles (target stress) données dans le tableau IV.1 sont valables pour l'alliage d'aluminium 2024-T3511, matériaux de la partie inférieure de l'aile. L'aile intérieure est la partie de l'aile située entre la première et la seconde

Aile intérieure	$F_d = 0.5$ $K_t = 3.3$	$F_{ts} = 2.12359 \cdot 10^8 \text{ Pa}$
Aile extérieure	$F_d = 0.35$ $K_t = 3.3$	$F_{ts} = 3.026799 \cdot 10^8 \text{ Pa}$

TABLEAU IV.1: Contraintes cibles pour le 2024-T3511 (target stress, tiré du cours L'Heureux *et al.* (2000))

nervure. On considère que le train d'atterrissage se trouve dans cette partie, il donc faut tenir compte de la fatigue supplémentaire lié à l'atterrissage. Pour cela le coefficient F_d est fixé à 0,5 pour la partie intérieure et 0,35 pour la partie extérieure.

La contrainte ultime appliquée s'exprime de la façon suivante :

$$f_{ult} = \frac{1.5 * P_{end_max}}{A_{str_pd_sk}}$$

La marge de sécurité correspondante est alors :

$$MS = \frac{f_{ts}}{f_{ult}} - 1 \quad (\text{IV.3})$$

IV.2.2 Revêtements (peau)

Les revêtements résistent essentiellement au moment de torsion appliqué sur l'aile et sont dimensionnés par les flux de cisaillement. Comme précédemment, le revêtement de la partie supérieure est soumis à de la compression alors que le revêtement de la partie inférieure est soumis à de la tension. Il faut donc considérer deux cas distincts.

IV.2.2.1 Revêtements supérieurs

Les revêtements de la partie supérieure de l'aile doivent résister au flambement global attribuable au chargement de compression. De plus, il faut également s'assurer que le phénomène de tension diagonale ne vient pas remettre en cause la solidité du panneau.

La méthode permettant de connaître la marge de sécurité est la suivante

La contrainte critique en cisaillement $F_{s,cr}$ s'écrit :

$$F_{s,cr} = K_s \eta_s E \left(\frac{t}{b} \right)^2$$

où η_s est le facteur de plasticité qui peut être fixé à 1 pour un panneau de peau ($\eta_s = 1$), E est le module d'élasticité, t l'épaisseur du panneau, b la largeur du panneau, enfin K_s est le coefficient de flambement en cisaillement. Le coefficient de cisaillement est fonction du ratio a/b et des conditions limites.

Dans le cas présent, le panneau est simplement supporté aux quatres arêtes. L'évolution du coefficient K_s est représenté sur la figure IV.5

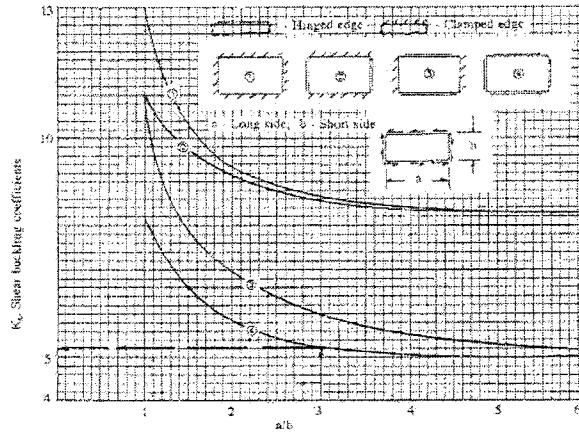


FIGURE IV.5: Coefficient K_s de cisaillement (tiré de Niu (1999) p. 460)

La contrainte critique en compression $F_{c,cr}$ s'écrit :

$$F_{c,cr} = K_c \eta_s E \left(\frac{t}{b} \right)^2$$

où K_c est le coefficient de flambement en compression obtenu à la figure IV.6. Comme précédemment, il est fonction du ratio a/b et des conditions limites. Pour le cas considéré, le panneau est simplement supporté aux quatres arêtes.

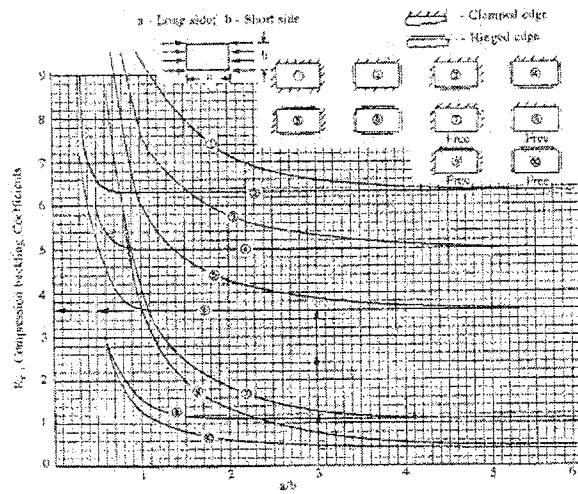


FIGURE IV.6: Coefficient K_c de cisaillement (tiré de Niu (1999) p. 458)

La contrainte de cisaillement appliquée est calculée à partir des résultats de l'analyse éléments finis. Ainsi, la contrainte de cisaillement appliquée est :

$$f_s = \frac{F_{XY}}{t_{skin,up}}$$

ce qui permet de trouver le ratio suivant :

$$R_s = \frac{f_s}{F_{s,cr}}$$

La contrainte de compression appliquée est calculée à partir des résultats de l'analyse par éléments finis. Ainsi, la contrainte de compression appliquée est :

$$f_c = \frac{F_Y}{t_{skin,up}}$$

ce qui permet de trouver le ratio suivant :

$$R_c = \frac{f_c}{F_{c,cr}}$$

Connaissant ces informations, il est possible de calculer les différentes marge de sécurité pour la partie supérieure de la peau. L'équation IV.4 définit la résistance du revêtement au flambage global alors que l'équation IV.5 vérifie si la peau va résister ou non à la tension diagonale

$$MS = \frac{2}{R_c + \sqrt{R_c^2 + 4R_s^2}} - 1 \quad (IV.4)$$

$$MS = \frac{f_{tu}}{f_{s,ult,D}} - 1 \quad (IV.5)$$

où $f_{s,ult,D}$ est défini par :

$$f_{s,ult,D} = 2 * 1.5 * \frac{F_{XY}}{t_{skin,up}}$$

et f_{tu} est la limite ultime en tension du matériau.

IV.2.2.2 Revêtements inférieurs

Le revêtement inférieur travaille en tension, il faut donc tenir compte de la fatigue. La procédure est similaire au cas des lisses inférieures. La méthode utilisée est la suivante

Recherche de la contrainte admissible fts :

Il faut également considérer deux cas : Comme pour les lisses, on effectue

la distinction entre la partie intérieure et extérieure de l'aile. Pour cela le coefficient F_d est fixé à 0.5 pour la partie intérieure et 0.35 pour l'autre partie

Aile intérieure	$F_d = 0.5$ $K_t = 3.3$	$F_{ts} = 2.12358 \cdot 10^8 \text{ Pa}$
Aile extérieure	$F_d = 0.35$ $K_t = 3.3$	$F_{ts} = 6.894757 \cdot 10^8 \text{ Pa}$

TABLEAU IV.2: Contraintes cibles pour le 2024-T3511

La contrainte principale maximale ultime f_{max} s'exprime de la façon suivante :

$$f_{max} = \frac{f_x + f_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{f_x - f_y}{2}\right)^2 + f_{xy}^2}$$

où

$$f_x = \frac{1.5 * F_X}{t_{skin,low}}$$

$$f_y = \frac{1.5 * F_Y}{t_{skin,low}}$$

$$f_{xy} = \frac{1.5 * F_{XY}}{t_{skin,low}}$$

Comme le dessous de l'aile est en tension, la contrainte maximale ultime f_{max} doit être de signe négatif.

La marge de sécurité en fatigue pour la partie inférieure de la peau est alors :

$$MS = \frac{f_{ts}}{\|f_{max}\|} - 1 \quad (\text{IV.6})$$

IV.2.3 Dimensionnement des longerons

Les longerons sont constitués de plusieurs élément qu'il est nécessaire de dimensionner séparément.

IV.2.3.1 Étude de l'âme des longerons

La méthodologie utilisée pour le dimensionnement de l'âme des longerons est identique à celle utilisée pour la peau. Cependant, comme une partie de l'âme travaille en tension et une autre en compression, ceux-ci sont dimensionnés à la fois en fatigue et en flambement. Le matériaux utilisé pour les longerons est habituellement l'alliage 7050-T7451 dont les propriétés physiques sont consignés dans le tableau IV.3

Aile intérieure	$F_d = 0.5$ $K_t = 3.3$	$F_{ts} = 1.85468 \cdot 10^8 \text{ Pa}$
Aile extérieure	$F_d = 0.35$ $K_t = 3.3$	$F_{ts} = 2.64759 \cdot 10^8 \text{ Pa}$

TABLEAU IV.3: Contraintes cibles pour l'alliage 7050-T7451

IV.2.3.2 Étude des semelles supérieures des longerons

Les semelles supérieures sont dimensionnées par le flambement local et global. Il en résulte que la méthode utilisée est similaire à celle employée pour les lisses supérieures. Cependant, un longeron est une pièce formée et non extrudées comme peuvent l'être les lisses. La contrainte critique en flambement F_{cc} s'exprime alors à

l'aide de la relation suivante (Niu (1999)) :

$$F_{cc} = B \left[\frac{1}{A/gt^2} \right]^2 \cdot \sqrt{E^m F_{cy}^{2-m}} \quad (\text{IV.7})$$

avec $m = 0.8$ et $b = 0.58$

IV.2.3.3 Étude des semelles inférieures des longerons

Les semelles inférieures travaillent en compression et sont dimensionnées de façon semblable aux lisses inférieures, soit en fatigue. Le matériaux utilisé est identique à celui utilisé pour l'âme des longerons. Les propriétés physiques de cet alliage sont présentée dans le tableau IV.3.

IV.3 Utilisation des marges de sécurité lors de l'optimisation

Le calcul précédent fournit une ou plusieurs marges de sécurité pour chaque élément de la structure. Ainsi le nombre total de marges de sécurité est en général supérieur à 3000. Il est tout à fait concevable de considérer chaque marge comme une contrainte pour l'optimisation structurelle. En effet, l'algorithme de l'optimiseur donlp2 est apte à traiter un grand nombre de contrainte. De plus, seule une faible portion des marges sont actives (ie négative) au même moment, l'optimiseur ne voyant que les marges actives, celui-ci ne sera jamais amené à traiter simultanément l'ensemble de ces contraintes.

Cependant, le nombre d'éléments dans la structure peut varier en fonction de la géométrie. En effet, le nombre de lisses run-out dépend directement de la forme en plan de l'aile. Comme la modélisation des lisses est modifiée lors des intersections avec les longerons, le nombre d'éléments totaux varie en fonction du nombre de

lisses run-out. Il en résulte que le problème d'optimisation structurelle devrait être reformulé à chaque modification de la forme en plan de l'aile.

Afin de résoudre ce problème, les marges de sécurité sont classées en sept catégories : longeron avant, longeron arrière, revêtement supérieur, revêtement inférieur, lisses supérieures locales, lisses supérieures globales et lisses inférieures. Les marges retenues sont alors les marges les plus petites pour chaque catégorie, c'est à dire les plus critiques. En procédant de la sorte, on risque d'introduire certaines difficultés lors de l'optimisation structurelle. En effet, l'utilisation d'un minimum introduit des ruptures de pentes dans l'évolution des marges à chaque fois que la marge critique change de position sur l'aile. En pratique, ces discontinuités n'ont pas mis en difficulté l'optimiseur.

ANNEXE V

Étude des cas de chargement

Pour qu'un avion puisse être exploité par une compagnie aérienne, celui-ci doit avoir obtenu un certificat de navigabilité. Ce certificat est délivré par des autorités telle que la JAA (Joint Aviation Authorities) en Europe ou la FAA (Federal Aviation Administration) au États-Unis. Chacune des ces agences établit une liste de conditions que chaque constructeur doit vérifier point par point. Afin d'homogénéiser la démarche des différents constructeurs, une certain nombre de cas dimensionnants sont définis en fonction des spécifications techniques de l'appareil (nombre de passager, masse, ect.). Ces cas dimensionnants sont décris pour toutes les parties de l'avion telle que le fuselage, l'aile ou encore l'empennage. Ces parties sont ensuite scindées en sous-ensembles (fuselage avant, central, arrière) lesquels sont encore décomposés en zone permettant ainsi de descendre jusqu'au cas dimensionnant de chaque pièce élémentaire.

La partie présentée ici est bien entendu la voilure. Cette partie incluant éléments aérodynamiques et structuraux peut être décomposée en cinq sous-ensembles représentés sur la Figure V.1.

Lors de cette étude, seule la zone 1 est retenue. Le cas dimensionnant choisi est celui qui éprouve le plus cette zone, c'est à dire le cas d'une manœuvre. La particularité de cette manœuvre est d'augmenter subitement les angles d'incidences locaux et donc les efforts appliqués sur l'aile. Pour valider le cas de rafale, la JAA et la FAA imposent que l'aile puisse résister à un chargement de $2.5\ g$. Concrètement, l'aile doit résister à une force 2.5 fois supérieure à celle qu'elle endure durant un vol de croisière.

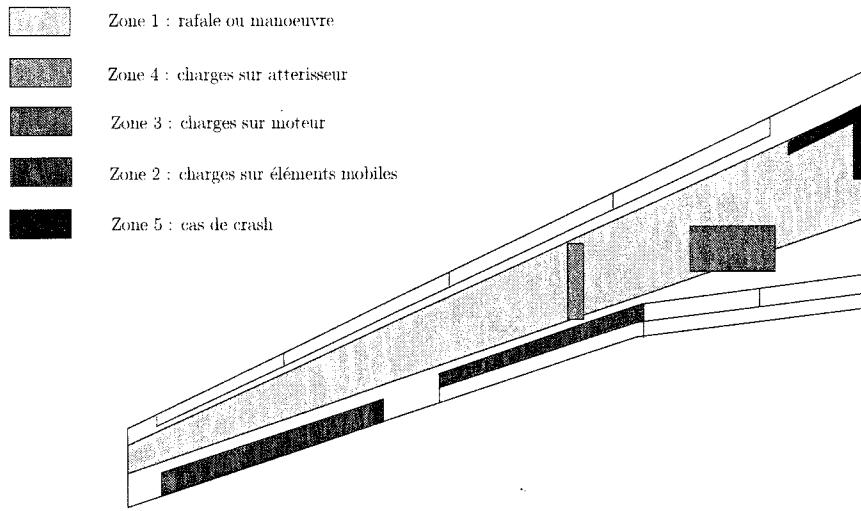


FIGURE V.1: Répartition des zones de chargement sur l'aile et cas dimensionant associé

Afin que le dimensionnement de la structure puisse être influencé par la distribution de portance sur l'aile, celui-ci est effectué après le premier calcul aérodynamique. Ce premier calcul utilise l'aile rigide et ne nécessite donc aucun calcul de structure. Le résultat issu de ce premier calcul, permet de connaître la distribution de portance sur l'aile. Les efforts appliqués sur l'aile lors du dimensionnement sont alors les efforts calculés suivant la méthode présentée au §2.2.3.5 multipliés par le facteur 2,5. Cela implique que la distribution de portance ne change pas lors de l'augmentation des angles d'incidences locaux. En ce sens le facteur 2,5 est une approximation car les déformations de l'aile ne sont pas prises en compte et l'aile ainsi aura tendance à être sur-dimensionnée.

Ainsi, durant l'optimisation les efforts appliqués pour le dimensionnement peuvent être très supérieurs ou très inférieurs au poids réel de l'avion. Ces cas ne posent toutefois pas de problèmes car ceux-ci sont éliminés par les contraintes issues du problème d'optimisation de la forme en plan.