

Titre: Modélisation paramétrique de la géométrie externe du tronc pour une analyse automatique des déformations scoliotiques
Title: A parametric model of the trunk's external geometry for automatic analysis of scoliotic deformations

Auteur: Michel Archambault
Author:

Date: 2005

Type: Mémoire ou thèse / Dissertation or Thesis

Référence: Archambault, M. (2005). Modélisation paramétrique de la géométrie externe du tronc pour une analyse automatique des déformations scoliotiques [Mémoire de maîtrise, École Polytechnique de Montréal]. PolyPublie.
Citation: <https://publications.polymtl.ca/7332/>

 **Document en libre accès dans PolyPublie**
Open Access document in PolyPublie

URL de PolyPublie: <https://publications.polymtl.ca/7332/>
PolyPublie URL:

Directeurs de recherche: Farida Cheriet, & Jean Dansereau
Advisors:

Programme: Non spécifié
Program:

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

MODÉLISATION PARAMÉTRIQUE DE LA GÉOMÉTRIE EXTERNE DU TRONC
POUR UNE ANALYSE AUTOMATIQUE DES DÉFORMATIONS SCOLIOTIQUES

MICHEL ARCHAMBAULT
DÉPARTEMENT DE GÉNIE INFORMATIQUE
ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

MÉMOIRE PRÉSENTÉ EN VUE DE L'OBTENTION
DU DIPLÔME DE MAÎTRISE ÈS SCIENCES APPLIQUÉES
(GÉNIE INFORMATIQUE)
AVRIL 2005



Library and
Archives Canada

Published Heritage
Branch

395 Wellington Street
Ottawa ON K1A 0N4
Canada

Bibliothèque et
Archives Canada

Direction du
Patrimoine de l'édition

395, rue Wellington
Ottawa ON K1A 0N4
Canada

Your file Votre référence

ISBN: 0-494-01274-9

Our file Notre référence

ISBN: 0-494-01274-9

NOTICE:

The author has granted a non-exclusive license allowing Library and Archives Canada to reproduce, publish, archive, preserve, conserve, communicate to the public by telecommunication or on the Internet, loan, distribute and sell theses worldwide, for commercial or non-commercial purposes, in microform, paper, electronic and/or any other formats.

The author retains copyright ownership and moral rights in this thesis. Neither the thesis nor substantial extracts from it may be printed or otherwise reproduced without the author's permission.

AVIS:

L'auteur a accordé une licence non exclusive permettant à la Bibliothèque et Archives Canada de reproduire, publier, archiver, sauvegarder, conserver, transmettre au public par télécommunication ou par l'Internet, prêter, distribuer et vendre des thèses partout dans le monde, à des fins commerciales ou autres, sur support microforme, papier, électronique et/ou autres formats.

L'auteur conserve la propriété du droit d'auteur et des droits moraux qui protège cette thèse. Ni la thèse ni des extraits substantiels de celle-ci ne doivent être imprimés ou autrement reproduits sans son autorisation.

In compliance with the Canadian Privacy Act some supporting forms may have been removed from this thesis.

While these forms may be included in the document page count, their removal does not represent any loss of content from the thesis.

Conformément à la loi canadienne sur la protection de la vie privée, quelques formulaires secondaires ont été enlevés de cette thèse.

Bien que ces formulaires aient inclus dans la pagination, il n'y aura aucun contenu manquant.

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

Ce mémoire intitulé:

MODÉLISATION PARAMÉTRIQUE DE LA GÉOMÉTRIE EXTERNE DU TRONC
POUR UNE ANALYSE AUTOMATIQUE DES DÉFORMATIONS SCOLIOTIQUES

présenté par: ARCHAMBAULT Michel
en vue de l'obtention du diplôme de: Maîtrise ès sciences appliquées
a été dûment accepté par le jury d'examen constitué de:

M. GUIBAULT François, Ph.D., président
Mme. CHERIET Farida, Ph.D., membre et directrice de recherche
M. DANSEREAU Jean, Ph.D., membre et codirecteur de recherche
M. SAVARD Pierre, Ph.D., membre

*À mon grand-père Lucien Morel
qui nous a quittés au début de la réalisation de ce projet.*

REMERCIEMENTS

L'accomplissement d'un diplôme de maîtrise n'est pas une tâche aisée. En particulier, le projet de recherche demande beaucoup d'efforts, de temps et d'organisation. Qui dit temps, dit financement et motivation chancelante. C'est pourquoi, je veux remercier certaines personnes qui m'ont appuyée tout au long de ce projet.

J'aimerais tout d'abord remercier ma directrice de recherche, Farida Cheriet, qui n'a pas hésité une seconde à me prendre comme étudiant et qui m'a encouragé, conseillé et supporté pour toute la durée de ce projet. Je remercie également mon codirecteur, Jean Dansereau, qui par ses commentaires, m'a permis de rédiger un mémoire rigoureux. Par le fait même, j'aimerais remercier mes deux directeurs pour l'aide financière qu'ils m'ont accordée.

Dans le cadre d'une maîtrise, la majorité des étudiants doivent accomplir une tâche plus ou moins intéressante, mais essentielle : les demandes de bourses. Celles-ci sont en général accompagnées de lettres de recommandation. Ainsi, je remercie Farida Cheriet, Jean Dansereau et Jean-Jacques Laurin de m'avoir soutenu dans ce processus. Malgré quelques refus, j'ai tout de même obtenu deux bourses. Ainsi, je remercie l'École Polytechnique de Montréal pour m'avoir accordé une bourse d'entrée aux études supérieures et le Fonds RBC Groupe Financier pour une bourse d'excellence.

Pour leurs apports technique, j'aimerais remercier particulièrement François Guibault pour m'avoir permis de me servir des librairies PIRATE et OPGEOM qui m'ont permis de ne pas réinventer la roue et Mohammed Khachan pour son aide « mathématique ». Aussi, je remercie Valérie Pazos qui m'a offert l'aide nécessaire pour ce qui est de la scoliose. Je remercie également les autres étudiants du laboratoire LIV4D pour le temps passé à discuter de tout et de rien et tout simplement pour leur présence.

Enfin, je me dois de remercier les personnes les plus importantes à mes yeux, c'est-à-dire ma fiancée Marie-Ève, mes parents Lucie et René, ma soeur Elise, ma grand-tante Carmen, mes grands-parents et tous mes amis. Toutes ces personnes ont contribué à leur façon à mon succès.

RÉSUMÉ

Par définition, la scoliose idiopathique adolescente est une déformation tridimensionnelle complexe du système musculo-squelettique du tronc qui n'a pas de cause connue. Elle est particulièrement caractérisée, à l'interne, par une déviation latérale de la colonne vertébrale et à l'externe par une gibbosité (bosse dans le dos). Actuellement, à l'Hôpital Sainte-Justine, le suivi médical des patients scoliotiques est effectué à l'aide de radiographies prises régulièrement. Des risques de cancers sont inhérents à l'accumulation de radiations, bien que ceux-ci aient été réduits en fixant un délai de six mois entre chaque prise de radiographies.

Pour faire le suivi médical, la technique privilégiée dans le cadre de ce projet est une méthode non effractive qui consiste en l'analyse de la géométrie externe du tronc. Toutefois, les méthodes actuelles d'analyse sont limitées par la précision et la reproductibilité de leurs résultats. En effet, des marqueurs placés sur le tronc doivent être détectés manuellement pour calculer des indices cliniques. Il importe donc d'avoir une méthode automatique donnant des résultats reproductibles et possiblement plus précis.

L'objectif global de ce projet de maîtrise est d'implémenter une modélisation paramétrique de la surface du tronc en vue de faciliter l'extraction automatique d'indices quantifiant la déformation externe attribuable à la scoliose. Les objectifs spécifiques sont de modéliser le tronc par une surface paramétrique respectant une certaine tolérance par rapport aux points de données 3D provenant du système d'acquisition *InSpeck* (*InSpeck Inc.*, Montréal) et d'identifier qualitativement, sur cette surface, quelques repères anatomiques utiles au calcul d'indices cliniques. Une surface paramétrique est construite, car celle-ci permet facilement le calcul de dérivées, contrairement à la surface polygonale fournie par le système d'acquisition utilisé.

La technique de reconstruction 3D utilisée dans ce projet est basée sur le système *InSpeck*. Celui-ci est un système de vision active non effractif composé de quatre numérisateurs optiques placés autour du patient. Il est basé sur les principes de projection de Moiré avec décalage de phase et de triangulation. En moins de cinq secondes, la surface du tronc du patient est reconstituée tridimensionnellement avec une texture.

La première étape de la méthodologie consiste à faire l'extraction des sections transversales de points de la surface du fichier de données brutes. À partir de ces sections ne possédant pas nécessairement le même nombre de points, une surface B-spline est générée. Trois algorithmes de modélisation de surface B-spline ont été implémentés pour y arriver. Ces techniques sont basées sur un algorithme d'approximation d'une section de points par une courbe B-spline qui respecte une certaine tolérance développé pour ce projet. Le premier est l'algorithme *approx-approx* qui fait une approximation des sections de points, puis approxime les courbes-sections pour générer la surface. Le second est l'algorithme *approx-interp* qui approxime également les sections de points, mais fait une interpolation des courbes-sections. Le troisième est l'algorithme *approx-skin* qui génère la surface de la même façon que le second. Toutefois, sa méthode d'interpolation est différente.

La dernière étape de la méthodologie sert à atteindre le second objectif, soit l'identification qualitative de repères anatomiques. Pour accomplir cet objectif, le calcul des courbures moyenne et gaussienne a été effectué sur les surfaces B-spline du tronc de 44 patients. Un filtrage des données de courbures a été réalisé à l'aide d'un filtre de moyennage car les données de courbures étaient trop bruitées sur la plupart des acquisitions.

Du côté de la modélisation de surface, des expériences ont été faites afin d'identifier le meilleur algorithme pour cette application. Tout d'abord, plusieurs paramètres de l'algorithme d'approximation de points par une courbe B-spline devaient être fixés. Ainsi, les expériences effectuées ont permis de conclure que : 1) la méthode de moyennage pour la construction du vecteur nodal est la plus efficace ; 2) l'approche de paramétrisation logarithmique donne des résultats légèrement plus pertinent que les autres ; 3) la méthode d'incrémentation non linéaire, utilisée lors de la recherche du nombre de points de contrôle, permet d'accélérer le temps de calcul et 4) la tolérance maximale pour notre application est de 1 mm, soit environ la résolution du système d'acquisition.

Ensuite, des expériences ont été effectuées afin d'identifier le meilleur des trois algorithmes de modélisation de surface. Ces expériences ont démontré que l'algorithme *approx-approx* n'est pas pertinent pour notre application, car souvent une approximation dans la direction *v* (sur la verticale) n'est pas possible pour la tolérance demandée.

Ces expériences ont également démontré que l'algorithme *approx-skin* est meilleur que l'algorithme *approx-interp*. Premièrement, la surface générée est représentée avec un nombre réduit d'information dans le cas de l'algorithme *approx-skin*. Deuxièmement, la qualité de la surface générée est supérieure du point de vue des valeurs de courbures gaussienne et moyenne. Une dernière expérience a permis de conclure que la tolérance idéale pour notre application est de 0,3 mm. En effet, une tolérance supérieure déforme la surface, ce qui se traduit par du bruit dans les valeurs de courbures. Par ailleurs, pour une tolérance inférieure, l'algorithme ne réduit pas le bruit, comme il est possible de le constater à une tolérance de 0,3 mm.

Du côté de l'identification visuelle de repères anatomiques, l'analyse des surfaces produites par l'algorithme *approx-skin* a permis d'en identifier plusieurs. Une compilation des résultats d'identifications d'un nombre restreint de repères, sur les 44 acquisitions, a permis de déterminer les repères anatomiques les plus propices à être détectés automatiquement. Le nombril et la vallée dorsale sont les repères anatomiques les plus faciles à identifier, suivent le bord médial des omoplates, la fourchette sternale et les clavicules. La proéminence vertébrale, les épines iliaques postero-supérieures et le sacrum n'ont pas été identifiés fréquemment. Cependant, ils pourraient l'être plus souvent si quelques précautions étaient prises lors de l'acquisition.

Le travail de maîtrise a atteint son objectif général qui était d'implémenter une modélisation paramétrique en vue de faciliter l'extraction automatique d'indices quantifiant la déformation externe due à la scoliose. Une retombée importante de ce projet est le développement d'une technique de modélisation surfacique, basée sur les B-splines, qui respecte une certaine tolérance. Cela permet d'avoir une surface dans une représentation intuitive et facile à manipuler et de connaître avec quelle précision la surface approxime les points de données. Une deuxième retombée importante est qu'il a été démontré qu'il est possible d'extraire automatiquement des repères anatomiques.

Les prochains travaux de recherche pourraient porter sur l'identification automatique de repères anatomiques. D'autres repères anatomiques pourraient également être identifiés. Ensuite de nouveaux indices cliniques quantifiant l'asymétrie antérieure du tronc pourraient être développés. Finalement, une analyse de la corrélation entre la ligne de la vallée (externe) et la ligne des apophyses épineuses (interne) pourrait être réalisée.

ABSTRACT

Adolescent idiopathic scoliosis is a complex 3D deformation of the musculo-skeletal system of the trunk which does not have any known cause. It is characterized internally by a deviation of the spine, and externally by a bump in the back. Currently at Sainte-Justine Hospital, medical follow-up of scoliotic patients is done by taking regular X-Rays; cancer risks inherently increase with more radiation exposures, although these risks are reduced by fixing a six-month deadline between X-Rays.

The medical follow-up procedure used in this project is a non-invasive one involving analysis of the external geometry of the trunk. Current analysis methods using external geometry are limited by a lack of precision and reproducibility in their results, since the markers placed on the trunk surface must be detected manually to calculate clinical indices. It is thus important to have an automatic method to get reproducible, and possibly more precise, results.

The global objective of this project is to implement a parametric modeling of the trunk surface in order to facilitate the automatic extraction of indices, which can then be used to quantify external deformations due to a scoliosis. Within this general context, there are two specific objectives: First, to model the trunk with a parametric surface that respects certain tolerances relative to the 3D data points coming from the *InSpeck* acquisition system (*InSpeck* Inc., Montréal). A parametric surface will be built because, compared to the polygonal surface provided by the acquisition system, it allows easy calculation of derivatives. The second objective will be to qualitatively identify anatomical landmarks on this surface that will be useful for determining clinical indices.

The 3D reconstruction technique used in this project is based on the *InSpeck* system, which is a non-invasive active vision system comprised of four optical digitizers placed around the patient. It is based on phase-shifted Moiré projection and triangulation. In less than five seconds, the whole patient's trunk surface is rebuilt in 3D with texture.

The first step of the methodology involves extracting cross-sections of points on the trunk surface from the original data file. From these cross-sections, but not necessarily

using the same number of points, a B-spline surface is generated. To do this, three B-spline surface modeling techniques were considered: the *approx-approx*, *approx-interp* and *approx-skin* algorithms. These techniques all begin by using an algorithm, developed as part of this project, that approximates a section of points using a B-spline curve which respects a specified tolerance. Following this approximation, the *approx-approx* algorithm then approximates the curve-sections to generate the surface. In contrast, the *approx-interp* algorithm uses an interpolation of the curve-sections. The third technique, the *approx-skin* algorithm, generates the surface in the same way as the second; however, its interpolation method is different.

The last step of the methodology helps to achieve the second goal of this project, which is the qualitative identification of anatomical landmarks. To achieve this goal, mean and Gaussian curvatures are calculated on B-spline trunk surfaces from 44 patients. Filtering of the curvatures is performed using a mean filter, since the curvatures are too noisy for almost all acquisitions.

For surface modeling, the best modeling algorithm for this application was determined through experimentation. However, several parameters in the B-spline curve approximation algorithm needed to be fixed first. Experiments in this regard concluded that: 1) the averaging method for the construction of the nodal vector is most effective; 2) the logarithmic parameterization gives results slightly more interesting than the others; 3) the nonlinear incrementation method (used when the number of control points allowed in order to respect the tolerance needs to be fixed) makes it possible to reduce the computation time, and; 4) the maximum tolerance (for curve approximation) for our application is 1 mm, which is approximately the resolution of the acquisition system.

Then, experiments were carried out in order to identify the best of the three surface modeling algorithms. These experiments showed that the *approx-approx* algorithm is not relevant for our application, because the approximation in the v direction often cannot meet the required tolerance. These experiments also showed that the *approx-skin* algorithm is better than the *approx-interp* algorithm. First of all, the generated surface can be represented with less information using the *approx-skin* algorithm. Second, the quality of the generated surface is higher in terms of mean curvature and Gaussian curvature. This last experiment showed that the ideal tolerance for our application is 0.3 mm;

indeed, a higher tolerance deforms the surface, which results in noise in the curvatures. Further, with a lower tolerance, the algorithm does not reduce the noise as it does in the case of a 0.3 mm tolerance.

For visual anatomical landmark identification, analyses of the surfaces produced by the *approx-skin* algorithm made it possible to identify several landmarks. A compilation of the results of landmark identifications from 44 acquisitions made it possible to determine the most favourable anatomical landmarks to be detected automatically. The belly button and the valley in the back are the easiest anatomical landmarks to identify, followed by the medial edge of the scapulas, the sternal fork, and the clavicles. Prominent vertebrae, the posterior superior iliac spines and the sacrum were not frequently identified. However, they could be more often identified if some precautions were taken during the acquisition.

This research project achieved its global objective to implement a parametric modeling method that can facilitate the automatic extraction of indices quantifying external deformation due to scoliosis. An important result of this project is a B-spline-based surface modeling technique that respects a tolerance. This provides an intuitive surface representation which is easy to handle and makes it easy to know the precision with which the surface approximates the data points. A second important result is a demonstration that it is possible to automatically extract anatomical landmarks.

Future research could address the automatic identification of anatomical landmarks. Other anatomical landmarks could also be considered. New clinical indices measuring the front trunk asymmetry also could be developed. Finally, the correlation between the line of the valley of the back (external) and the spinous processes line could be analysed.

TABLE DES MATIÈRES

DÉDICACE	iv
REMERCIEMENTS	v
RÉSUMÉ	vi
ABSTRACT	ix
TABLE DES MATIÈRES	xii
LISTE DES TABLEAUX	xv
LISTE DES FIGURES	xvi
LISTE DES SIGLES ET ABRÉVIATIONS	xxii
LISTE DES ANNEXES	xxiii
INTRODUCTION	1
 CHAPITRE 1 REVUE DES CONNAISSANCES	6
1.1 Anatomie du tronc humain	6
1.2 Scoliose idiopathique	10
1.2.1 Définition	12
1.2.2 Évaluation et traitement	14
1.2.3 Indices d'asymétrie de la surface du tronc	17
1.2.4 Détection automatique de repères anatomiques	21
1.3 Système d'acquisition <i>InSpeck</i>	24
1.3.1 Numériseur	24
1.3.2 Configuration	27
1.3.3 Limites de la méthode	28
1.3.4 Format du fichier	29
1.4 Techniques de modélisation surfacique	31
1.5 Algorithme d'approximation par une surface B-spline	33

1.5.1	Approximation de courbes à une certaine tolérance	34
1.5.2	Approximation de surfaces	36
1.5.2.1	Rendre les courbes compatibles	37
1.5.2.2	Contrôle du vecteur nodal	38
1.6	Techniques d'analyses de surface	39
1.7	Objectifs du projet	42
 CHAPITRE 2 MÉTHODOLOGIE		44
2.1	Extraction des sections de points	45
2.1.1	Description des fonctionnalités de l'interface graphique	45
2.1.2	Implémentation de l'algorithme d'extraction de sections	50
2.2	Approximation de courbes	55
2.2.1	Optimisation de la mémoire	57
2.3	Modélisation de surfaces paramétriques à partir des données brutes	59
2.4	Identification qualitative de repères anatomiques	63
2.5	Méthodes d'évaluations	65
2.5.1	Métriques utilisées	65
2.5.2	Équipement informatique utilisé	67
2.5.3	Évaluation de la procédure d'extraction des sections	67
2.5.4	Évaluation de la procédure d'approximation de courbes	68
2.5.5	Évaluation de la procédure d'approximation de surfaces	69
2.5.6	Identification qualitative de repères anatomiques	71
 CHAPITRE 3 RÉSULTATS ET DISCUSSION		72
3.1	Extraction des sections	72
3.2	Approximation des sections transversales	75
3.2.1	Première expérimentation	75
3.2.2	Deuxième expérimentation	80
3.2.3	Troisième expérimentation	86
3.3	Approximation de la surface du tronc	91
3.3.1	Première expérimentation	91
3.3.2	Deuxième expérimentation	94
3.3.3	Troisième expérimentation	96
3.3.4	Quatrième expérimentation	98

3.4 Identification qualitative de repères anatomiques	107
3.5 Discussion générale	117
3.5.1 Modélisation de la surface du tronc	117
3.5.2 Identification qualitative de repères anatomiques	119
CONCLUSION ET RECOMMANDATIONS	122
RÉFÉRENCES	126
ANNEXES	130

LISTE DES TABLEAUX

Tableau 1.1	Caractéristiques des numériseurs 3D Capturor	25
Tableau 1.2	Formes locales associées aux valeurs de courbure gaussienne et moyenne (Lepage, 2004)	42
Tableau 3.1	Moyenne de l'ajustement en y pour quelques acquisitions	73
Tableau 3.2	Évaluation visuelle et d'exécution pour la section bruitée	79
Tableau 3.3	Évaluation visuelle et d'exécution pour la section lisse	79
Tableau 3.4	Évaluation visuelle de la forme générale des courbes de la section bruitée et la section lisse	82
Tableau 3.5	Utilisation ou non de l'interpolation dans la direction v	92
Tableau 3.6	Pourcentage d'identification de repères anatomiques pour la courbure moyenne (H) et la courbure gaussienne (K)	115
Tableau IV.1	Évaluation de l'identification de repères anatomiques avec la courbure moyenne	183
Tableau IV.2	Évaluation de l'identification de repères anatomiques avec la courbure gaussienne	184

LISTE DES FIGURES

Figure 0.1	Illustration d'une patiente scoliotique (tirée du site www.srs.org)	1
Figure 0.2	Plan du mémoire	5
Figure 1.1	Squelette humain (Grant et Waugh, 2003)	7
Figure 1.2	La colonne vertébrale (Grant et Waugh, 2003)	9
Figure 1.3	Omomate droite de la vue postérieure (Grant et Waugh, 2003) .	9
Figure 1.4	La cage thoracique (Grant et Waugh, 2003)	10
Figure 1.5	Os du bassin (pelvis) (Grant et Waugh, 2003)	11
Figure 1.6	Repères anatomiques du tronc (adaptée de (Marieb, 1993)) . .	11
Figure 1.7	Comparaison entre une adolescente saine et une scoliotique (King, 2004)	12
Figure 1.8	Exemple de gibbosité (SRS, 2004)	12
Figure 1.9	Définition des plans	13
Figure 1.10	Types de scoliose (NIAMS, 2001)	14
Figure 1.11	Courbures anormales de la colonne vertébrale (Hall, 2002) . .	15
Figure 1.12	Utilisation d'un scoliomètre (Hayes, 2004)	16
Figure 1.13	Test par flexion antérieure (tirée du site www.spineuniverse.com)	16
Figure 1.14	Hump Sum (Suzuki et al., 1992)	19
Figure 1.15	Demi-aires (Jaremko et al., 2002)	19
Figure 1.16	La courbe de symétrie (Drerup et Hierholzer, 1987)	20
Figure 1.17	POTSI (Suzuki et al., 1999)	20
Figure 1.18	Exemple de résultat du calcul de courbure (Frobin et Hierholzer, 1982)	22
Figure 1.19	Identification de quelques repères anatomiques (Drerup et Hierholzer, 1987)	22
Figure 1.20	Le 3D Capturor de <i>InSpeck</i> inc.	25
Figure 1.21	Images composant une acquisition	26
Figure 1.22	Images de la phase (gauche), de profondeur (centre) et la surface polygonale résultante avec texture (droite)	26
Figure 1.23	Configuration des numériseurs <i>InSpeck</i> et système de coordonnées utilisé	27
Figure 1.24	Recalage des vues	28

Figure 1.25	Valeur de y pour une série de points	30
Figure 1.26	Étapes de l'approximation de courbe avec une certaine tolérance	34
Figure 1.27	Approximer le nombre de points de contrôle	35
Figure 1.28	Trouver le nombre de points de contrôle	36
Figure 1.29	Construire la courbe et éliminer des noeuds	37
Figure 1.30	Algorithme d'approximation de points à une certaine tolérance par une surface B-spline	38
Figure 1.31	Courbure d'une courbe en un point (Zorin, 2002)	40
Figure 1.32	Courbures normales (Mortenson, 1985)	41
Figure 2.1	Méthodologie du projet	44
Figure 2.2	Interface graphique du logiciel <i>ExtracSections</i>	46
Figure 2.3	Tronc avec les sections initiales (gauche) et avec les sections réordonnées (droite)	48
Figure 2.4	Algorithme d'extraction des sections	51
Figure 2.5	Une section présentant un repli	53
Figure 2.6	La fin d'une section débordant	54
Figure 2.7	Une section ne présentant plus de repli	54
Figure 2.8	Trouver le nombre de points de contrôle	56
Figure 2.9	Algorithme de génération de la matrice N (Piegl et Tiller, 2000a)	58
Figure 2.10	Algorithme de génération de $N^T N$ (Piegl et Tiller, 2000a)	59
Figure 2.11	Algorithme de génération de R (Piegl et Tiller, 2000a)	60
Figure 2.12	Algorithme <i>approx-interp</i> d'approximation de points à une certaine tolérance par une surface B-spline	61
Figure 2.13	Algorithme <i>approx-skin</i> d'approximation de points à une certaine tolérance par une surface B-spline	62
Figure 2.14	Algorithme de construction du vecteur nodal uniforme	62
Figure 2.15	Acquisition F00210002 (a) et F40360003 (b)	70
Figure 3.1	Ajustement moyen en y en fonction de l'angle pour toutes les sections de l'acquisition F00210002	74
Figure 3.2	Ajustement moyen en y en fonction de l'angle pour la section 50 de l'acquisition F00210002	74
Figure 3.3	Section de points bruitée	76
Figure 3.4	Section de points lisse	76
Figure 3.5	Courbe B-spline qui dégénère	77

Figure 3.6	Courbe B-spline comportant des formes bizarres	78
Figure 3.7	Distance maximale en fonction de la tolérance pour la section bruitée et la section lisse	81
Figure 3.8	Distance minimale en fonction de la tolérance pour la section bruitée et la section lisse	83
Figure 3.9	Distance moyenne en fonction de la tolérance pour la section bruitée et la section lisse	84
Figure 3.10	Distance RMS en fonction de la tolérance pour la section bruitée et la section lisse	84
Figure 3.11	Taux de compression en fonction de la tolérance pour la section bruitée et la section lisse	85
Figure 3.12	Temps d'exécution en fonction de la tolérance pour la section bruitée et la section lisse	86
Figure 3.13	Moyenne du temps d'exécution des sections en fonction de la tolérance pour l'acquisition F00210002	87
Figure 3.14	Moyenne du taux de compression des sections en fonction de la tolérance pour l'acquisition F00210002	88
Figure 3.15	Moyenne des distances moyennes des sections en fonction de la tolérance pour l'acquisition F00210002	89
Figure 3.16	Moyenne des distances RMS des sections en fonction de la tolé- rance pour l'acquisition F00210002	89
Figure 3.17	Moyenne des distances maximales des sections en fonction de la tolérance pour l'acquisition F00210002	90
Figure 3.18	Moyenne des distances minimales des sections en fonction de la tolérance pour l'acquisition F00210002	90
Figure 3.19	Temps d'exécution en fonction de la tolérance pour deux mé- thodes de modélisation de surface (a et i)	93
Figure 3.20	Taux de compression en fonction de la tolérance pour deux mé- thodes de modélisation de surface (a et i)	93
Figure 3.21	Distances maximales en fonction de la tolérance pour deux mé- thodes de modélisation de surface (s et i)	94
Figure 3.22	Distances minimales en fonction de la tolérance pour deux mé- thodes de modélisation de surface (s et i)	95

Figure 3.23	Distances moyennes en fonction de la tolérance pour deux méthodes de modélisation de surface (s et i)	95
Figure 3.24	Distances RMS en fonction de la tolérance pour deux méthodes de modélisation de surface (s et i)	96
Figure 3.25	Temps d'exécution en fonction de la tolérance pour deux méthodes de modélisation de surface (s et i)	97
Figure 3.26	Taux de compression en fonction de la tolérance pour deux méthodes de modélisation de surface (s et i)	97
Figure 3.27	Écart-type de la courbure moyenne en fonction de la tolérance pour le cas 1	99
Figure 3.28	Écart-type de la courbure moyenne en fonction de la tolérance pour le cas 2	99
Figure 3.29	Écart-type de la courbure gaussienne en fonction de la tolérance pour le cas 1	100
Figure 3.30	Écart-type de la courbure gaussienne en fonction de la tolérance pour le cas 2	100
Figure 3.31	Vue de face de la courbure moyenne pour le cas de l'acquisition F00210002	103
Figure 3.32	Vue de dos de la courbure moyenne pour le cas de l'acquisition F00210002	104
Figure 3.33	Vue de face de la courbure gaussienne pour le cas de l'acquisition F00210002	105
Figure 3.34	Vue de dos de la courbure gaussienne pour le cas de l'acquisition F00210002	106
Figure 3.35	Vue de face de la courbure moyenne pour le cas de l'acquisition F40360003	108
Figure 3.36	Vue de dos de la courbure moyenne pour le cas de l'acquisition F40360003	109
Figure 3.37	Vue de face de la courbure gaussienne pour le cas de l'acquisition F40360003	110
Figure 3.38	Vue de dos de la courbure gaussienne pour le cas de l'acquisition F40360003	111
Figure 3.39	Vue originale (a,b) et filtrée (c,d) de la courbure moyenne pour l'acquisition F00250003	113

Figure 3.40	Vue originale (a,b) et filtrée (c,d) de la courbure gaussienne pour l'acquisition F00250003	114
Figure I.1	Une courbe B-spline (Guibault, 2004)	131
Figure I.2	Une surface B-spline (Guibault, 2004)	132
Figure I.3	Une courbe interpolant un ensemble de points (Guibault, 2004)	132
Figure I.4	Algorithme de construction du vecteur nodal du NURBS Book (Piegl et Tiller, 1997)	138
Figure I.5	Algorithme de construction du vecteur nodal par moyennage (Piegl et Tiller, 2000c)	139
Figure I.6	Exemple d'insertion d'un noeud	141
Figure I.7	Exemple de projection d'un point (Guibault, 2004)	144
Figure II.1	Vue de face pour l'acquisition F00210002	147
Figure II.2	Vue de dos pour l'acquisition F00210002	148
Figure II.3	Vue de face pour l'acquisition F40360003	149
Figure II.4	Vue de dos pour l'acquisition F40360003	150
Figure III.1	Vue de face	152
Figure III.2	Vue de face (suite)	153
Figure III.3	Vue de face (suite)	154
Figure III.4	Vue de face (suite)	155
Figure III.5	Vue de face (suite)	156
Figure III.6	Vue de dos	157
Figure III.7	Vue de dos (suite)	158
Figure III.8	Vue de dos (suite)	159
Figure III.9	Vue de dos (suite)	160
Figure III.10	Vue de dos (suite)	161
Figure III.11	Vue de face de la courbure moyenne	162
Figure III.12	Vue de face de la courbure moyenne (suite)	163
Figure III.13	Vue de face de la courbure moyenne (suite)	164
Figure III.14	Vue de face de la courbure moyenne (suite)	165
Figure III.15	Vue de face de la courbure moyenne (suite)	166
Figure III.16	Vue de dos de la courbure moyenne	167
Figure III.17	Vue de dos de la courbure moyenne (suite)	168
Figure III.18	Vue de dos de la courbure moyenne (suite)	169
Figure III.19	Vue de dos de la courbure moyenne (suite)	170

Figure III.20	Vue de dos de la courbure moyenne (suite)	171
Figure III.21	Vue de face de la courbure gaussienne	172
Figure III.22	Vue de face de la courbure gaussienne (suite)	173
Figure III.23	Vue de face de la courbure gaussienne (suite)	174
Figure III.24	Vue de face de la courbure gaussienne (suite)	175
Figure III.25	Vue de face de la courbure gaussienne (suite)	176
Figure III.26	Vue de dos de la courbure gaussienne	177
Figure III.27	Vue de dos de la courbure gaussienne (suite)	178
Figure III.28	Vue de dos de la courbure gaussienne (suite)	179
Figure III.29	Vue de dos de la courbure gaussienne (suite)	180
Figure III.30	Vue de dos de la courbure gaussienne (suite)	181

LISTE DES SIGLES ET ABRÉVIATIONS

- 3D : Tridimensionnel
- A.D.A.M. : Animated Dissection of Anatomy for Medecine
- CCD : Charge Coupled Device
- CERCA : Centre De Recherche En Calcul Appliqué
- EIPS : Épines iliaques postero-supérieures
- GRMIAO : Groupe de Recherche en Mathématiques de l'Ingénierie Assistée par Ordinateur
- IRM : Imagerie à Résonnance Magnétique
- ISIS : Integrated Shape Imaging System
- LIV4D : Laboratoire d'Imagerie et de Vision 4D
- NIAMS : National Institute of Arthritis and Musculoskeletal and Skin Diseases
- NSF : National Scoliosis Foundation
- POTSI : Posterior Trunk Sum Index
- RMS : Root-Mean-Square
- SRS : Scoliosis Research Society

LISTE DES ANNEXES

ANNEXE I	RAPPEL SUR LES B-SPLINES	130
ANNEXE II	RÉSULTATS DE LA MODÉLISATION SURFACIQUE	146
ANNEXE III	RÉSULTATS DE L'ANALYSE SURFACIQUE	151
ANNEXE IV	RÉSULTATS DE L'IDENTIFICATION QUALITATIVE DE RE- PÈRES ANATOMIQUES	182

INTRODUCTION

Le projet de recherche sur lequel porte le présent mémoire traite d'une application biomédicale des techniques et de la science du génie informatique. Il s'inscrit dans le cadre de recherches portant sur la scoliose idiopathique adolescente. Celle-ci est définie comme étant une déformation tridimensionnelle complexe du système musculo-squelettique du tronc (figure 0.1), pour laquelle il n'y a pas de cause connue (idiopathique) (SRS, 2004) et qui est propre aux adolescents. Elle est particulièrement caractérisée, à l'interne, par une déviation latérale de la colonne vertébrale et à l'externe par une gibbosité (bosse dans le dos).

Les patients scoliotiques, étant à l'adolescence, ont besoin d'un suivi régulier afin que le médecin surveille l'évolution de la déformation et ainsi soit en mesure de décider de la nécessité et du moment opportun pour faire une opération corrigeant cette déformation. En ce moment, ce suivi est effectué à l'aide de radiographies de la colonne vertébrale. À partir de celles-ci, certains indices cliniques sont mesurés. Le plus utilisé et le plus connu est sans aucun doute l'angle de Cobb.

Toutefois, avec ce type de suivi, les patients sont exposés à des radiations répétées, ce qui augmente les risques de développement de certains cancers (Levy et al., 1996). Actuellement, les radiographies sont limitées à une fréquence d'une acquisition à tous les six mois à l'Hôpital Sainte-Justine, afin de réduire un tant soit peu ce risque. Néanmoins, il serait pertinent de réduire davantage ce risque.



Figure 0.1 Illustration d'une patiente scoliotique (tirée du site www.srs.org)

Pour y parvenir, il faut se tourner vers les techniques dites non effractives. Celles-ci peuvent être utilisées plus fréquemment, ce qui permet aux cliniciens d'avoir une meilleure documentation des changements de la courbe scoliose (Pearsall et al., 1992). Toutes ces techniques se basent sur la topographie de la surface du tronc humain afin de quantifier la déformation. Certaines de ces techniques tentent de prédire la déformation de la colonne vertébrale (déformation interne quantifiée par l'angle de Cobb) à partir de la géométrie externe du patient. Toutefois, les adolescents scoliotiques sont davantage préoccupés par la déformation externe de leur corps que par la valeur de l'angle de Cobb (Goldberg et al., 2001). Aussi, l'angle de Cobb ne décrit pas complètement la géométrie tridimensionnelle de la colonne vertébrale (Pearsall et al., 1992). C'est pourquoi certains croient que la topographie de surface pourrait être supérieure à l'angle de Cobb du point de vue de la représentation 3D (Hierholzer et Drerup, 1992). Ainsi, il existe des indices cliniques permettant de quantifier la déformation externe du patient.

Parmi les techniques non effractives, il y a l'analyse de la géométrie externe du patient numérisée par un système d'acquisition dans une représentation informatique 3D. La plupart de ces techniques font une acquisition et une analyse du dos exclusivement. Quelques techniques, dont celle utilisée au laboratoire LIV4D, font plutôt une acquisition et une analyse du tronc complet. De cette façon, il est possible d'obtenir une plus grande quantité d'information décrivant avec une meilleure précision la déformation.

Toutefois, comme plusieurs techniques d'analyse de surface, celle-ci est limitée par la précision et la reproductibilité des résultats. En effet, elle est basée sur l'utilisation de marqueurs afin d'identifier des repères anatomiques du tronc, comme la proéminence vertébrale (*i.e.* environ le début de la colonne vertébrale), utiles au calcul d'indices cliniques. Ces marqueurs sont placés manuellement, donc il y a une erreur propre à la manipulation faite par le clinicien lors de l'identification des repères anatomiques. De plus, les marqueurs sont détectés manuellement par un opérateur, d'où une autre source d'erreur possible. Il importe donc d'avoir une méthode automatique et sans utilisation de marqueurs donnant des résultats plus précis et reproductibles.

L'objectif global de ce projet de maîtrise est d'implémenter une modélisation paramétrique en vue de faciliter l'extraction automatique d'indices quantifiant la déformation externe attribuable à la scoliose. Ces indices, provenant de l'analyse automatique de la surface du tronc humain, seraient alors reproductibles et possiblement plus précis. Les

objectifs spécifiques sont de modéliser le tronc par une surface paramétrique respectant une certaine tolérance par rapport aux points de données tridimensionnelles provenant du système d'acquisition *InSpeck* (*InSpeck Inc.*, Montréal) et d'identifier qualitativement, de cette surface, quelques repères anatomiques utiles au calcul d'indices cliniques. La construction d'une surface paramétrique permettant facilement le calcul de dérivées (nécessaire à la détection de repères anatomique) est privilégiée, pour cette raison, par rapport à la surface polygonale fournie par le système d'acquisition utilisé. Les objectifs à long terme, devant être complétés par des projets futurs, constituent à obtenir une méthode non effractive pour le suivi des patients scoliotiques qui permettra de faire un suivi plus régulier de l'évolution de la déformation d'un patient afin de documenter davantage la progression. Cette méthode devra apporter des informations complémentaires aux méthodes actuelles et, dans le meilleur des cas, pourra remplacer complètement la prise de radiographies durant le suivi clinique des patients scoliotiques.

Ce mémoire est divisé en trois chapitres (figure 0.2). Le premier, la revue des connaissances, permet au lecteur de se situer face au problème et aux avenues de solutions présentes dans la littérature. Ainsi, l'anatomie du tronc humain sera présentée afin de bien comprendre ce qu'est la scoliose. À la section 1.2, en plus de la définition de la scoliose, il sera question des méthodes d'évaluations et de traitements, des indices d'asymétrie de la surface du tronc et de l'identification automatique de repères anatomiques. Cette identification se base sur des techniques d'analyse de surface discutées à la section 1.6. Ces techniques d'analyse serviront à l'atteinte d'un des deux objectifs de ce mémoire décrit à la section 1.7. Dans la revue de connaissances sur la scoliose (section 1.2), il va être question sommairement de quelques systèmes de numérisation 3D. Ainsi, à la section 1.3, le système utilisé pour ce projet sera présenté avec davantage de détails. À partir des données tridimensionnelles d'un patient, il est nécessaire de générer une surface. Dans ce projet, une modélisation B-spline a été privilégiée. Ainsi, la section 1.4 justifie ce choix par une discussion des avantages et inconvénients des principales représentations surfaciques. La section 1.5 présentera la méthode de modélisation surfacique sur laquelle se base ce projet. Cette technique de modélisation correspond au second objectif de ce mémoire présenté à la section 1.7.

Le deuxième chapitre, la méthodologie, décrit les techniques utilisées et développées dans ce projet afin de répondre aux objectifs décrits à la section 1.7. Ainsi, les sections

2.1 à 2.3 présentent ce qui doit être fait afin d'arriver à une surface B-spline. À partir de cette surface, il est possible d'élaborer une technique d'identification qualitative de repères anatomiques. Celle-ci sera présentée à la section 2.4. Ensuite, les méthodes de comparaison utilisées pour évaluer les différentes étapes de la méthodologie seront élaborées.

Pour finir, le dernier chapitre, résultats et discussion, présente et discute des résultats de l'extraction des sections, de l'approximation des sections transversales par une courbe B-spline, de la modélisation surfacique et de l'identification qualitative de repères anatomiques développées au chapitre précédent. Le mémoire conclut par un résumé des principales contributions de la présente recherche, de ses limites et de ses contraintes. Pour finir, certaines recommandations pouvant mener à de nouvelles avenues de recherche sont présentées.

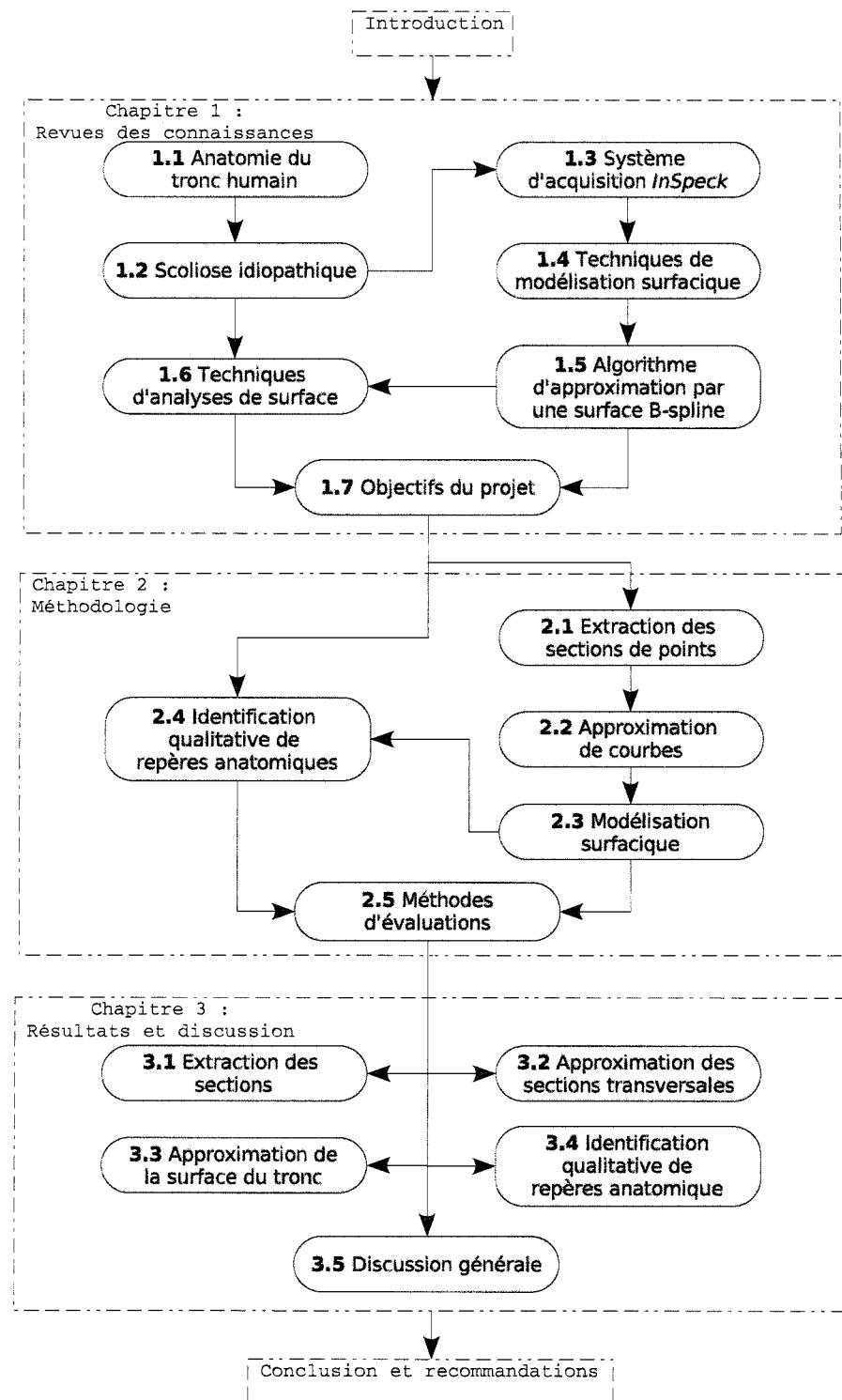


Figure 0.2 Plan du mémoire

CHAPITRE 1

REVUE DES CONNAISSANCES

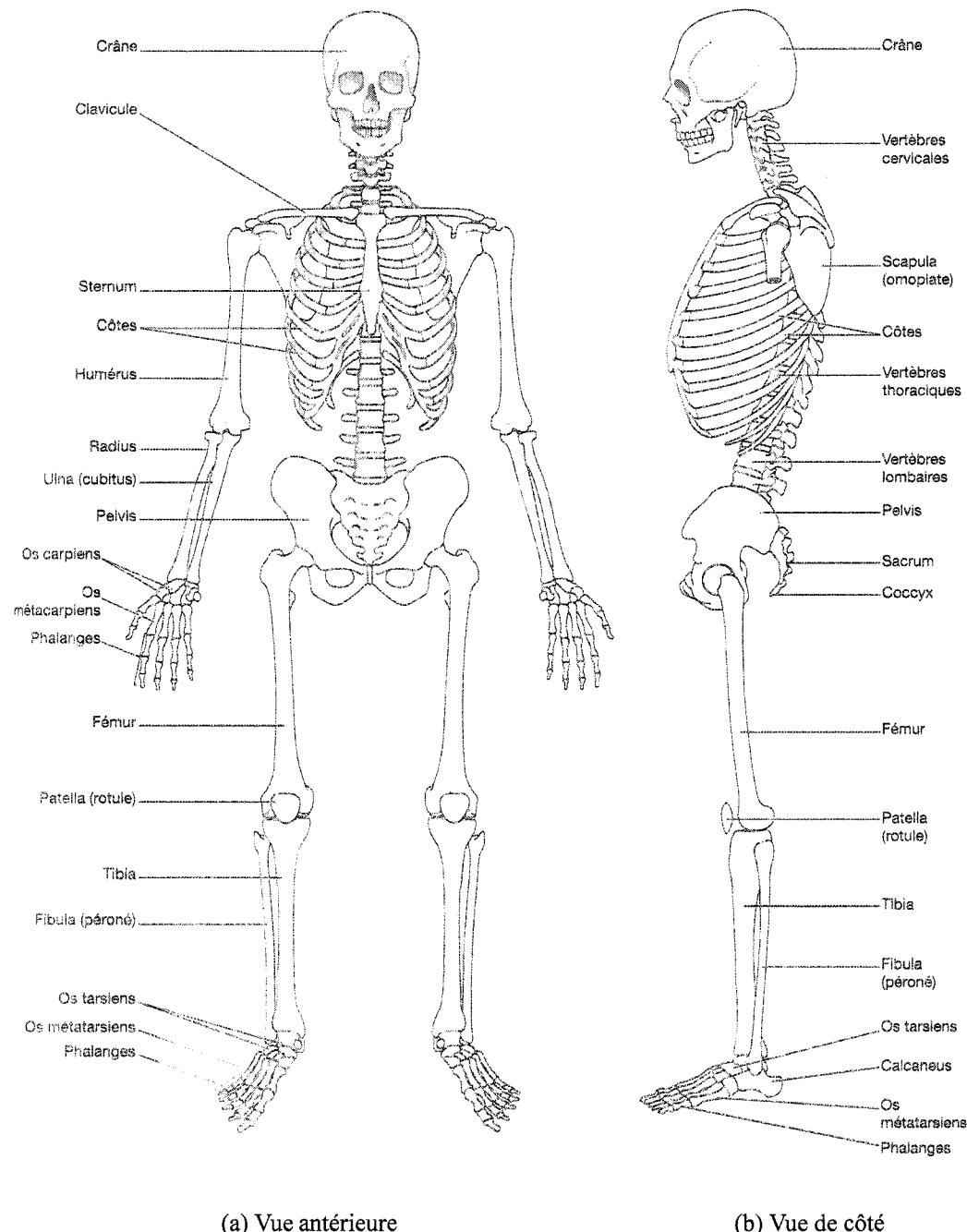
Ce chapitre présente les différentes connaissances de base requises pour bien comprendre la méthodologie utilisée dans le cadre du présent projet de recherche. Tout d'abord, il sera question de l'anatomie du tronc humain. Ensuite, la définition de la scoliose idiopathique, ainsi que les méthodes d'évaluation, les traitements et des indices d'asymétrie du tronc seront exposés. Par la suite, le système d'acquisition utilisé sera présenté. Puis, une justification du choix de la représentation B-spline pour la surface sera mise en lumière par une comparaison avec d'autres représentations. Cette section sera suivie de la présentation d'un algorithme d'approximation de points par une surface B-spline respectant une certaine tolérance par rapport aux points de données provenant d'un système d'acquisition 3D. Cet algorithme servira de base aux algorithmes de modélisation surfacique présentés dans la méthodologie. Enfin, une description des techniques d'analyse de surface sera suivie par la présentation des objectifs du projet.

1.1 Anatomie du tronc humain

Dans cette section, nous faisons un survol des principales notions de l'anatomie humaine nécessaires à la bonne compréhension de cette recherche. Principalement, quelques repères anatomiques utiles lors du calcul d'indices cliniques quantifiant la déformation due à la scoliose sont présentés.

La figure 1.1 illustre le squelette humain. Dans le cadre de la présente recherche, les membres osseux du tronc sont ceux qui sont les plus pertinents. Il s'agit, sur la figure de gauche (a), des clavicules, du sternum, des côtes et du pelvis (ou os iliaque). Sur la figure de droite (b), il s'agit des vertèbres cervicales, des omoplates, des côtes, des vertèbres thoraciques, des vertèbres lombaires, du pelvis, du sacrum et du coccyx.

La colonne vertébrale est l'un des constituants osseux les plus importants du tronc. Celle-ci est faite de 24 vertèbres, plus le sacrum et le coccyx. Comme illustré à la figure 1.2,



(a) Vue antérieure

(b) Vue de côté

Figure 1.1 Squelette humain (Grant et Waugh, 2003)

les vertèbres sont divisées en trois groupes. De haut en bas, il y a les vertèbres cervicales (7), les thoraciques (12) et les lombaires (5). Elles sont numérotées de haut en bas en débutant par la première lettre du nom du groupe puis d'un chiffre commençant à 1. Par exemple, la dernière vertèbre est désignée par L5 et la première par C1. Deux vertèbres consécutives sont séparées par un disque intervertébral.

La colonne vertébrale est caractérisée par quatre courbures, soit deux primaires et deux secondaires. Les courbures primaires (thoracique et sacrée) sont présentes à la naissance et les courbures secondaires (cervicale et lombaire) le sont après environ l'âge de 15 mois. De haut en bas les courbures sont : la courbure cervicale (convexe en avant), la courbure thoracique (concave en avant), la courbure lombaire (convexe en avant) et la courbure sacrée (concave en avant).

La colonne vertébrale a plusieurs fonctions. Notamment, elle protège la moelle épinière, absorbe les chocs lors de la marche, soutient la tête et sert de point d'attache aux muscles du dos et aux côtes.

Chaque vertèbre possède une proéminence dorsale nommée apophyse épineuse. Il s'agit, sur la figure 1.2, de la partie à l'extrême droite de chaque vertèbre (*i.e.* du côté du dos). Les apophyses épineuses sont, en général, palpables. Sur la figure 1.6 on peut voir que l'ensemble des apophyses épineuses forment une courbe appelée la courbe des apophyses épineuses. Celle-ci est associée à la vallée, *i.e.* le sillon qui se forme à la surface du dos et qui se positionne sur la courbe des apophyses épineuses des vertèbres thoraciques inférieures et lombaires. L'apophyse épineuse de la septième vertèbre cervicale (C7) est la proéminence vertébrale qui constitue un repère anatomique très facilement identifiable.

Le tronc est également composé de la cage thoracique (figure 1.4) et des ceintures scapulaires. Ces dernières comprennent les omoplates (figure 1.3) et les clavicules. Les omoplates, ou scapula, sont des os plats triangulaires qui se retrouvent dans le dos à la hauteur des épaules. Il existe trois repères anatomiques pour chaque omoplate, soit le bord médial de l'omoplate, l'acromion et l'angle inférieur de l'omoplate (figure 1.6). Les clavicules, quant à elles, se retrouvent antérieurement. Chaque clavicule rejoint l'acromion de l'omoplate et s'attache au sternum. Les clavicules sont en soi des repères anatomiques, car elles sont facilement palpables.

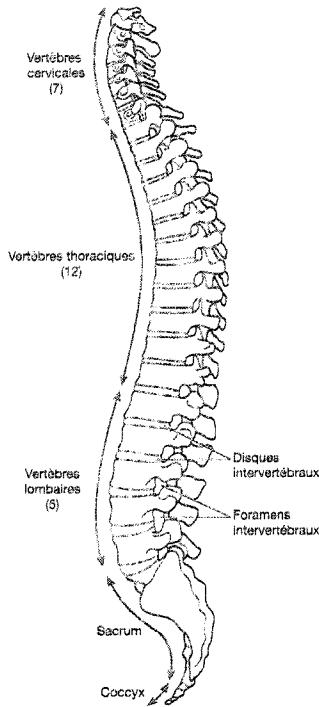


Figure 1.2 La colonne vertébrale (Grant et Waugh, 2003)

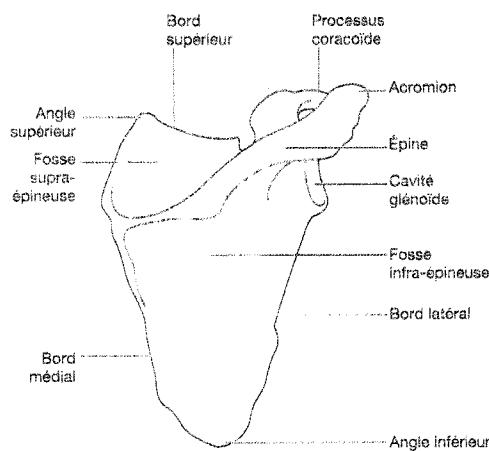


Figure 1.3 Omoplate droite de la vue postérieure (Grant et Waugh, 2003)

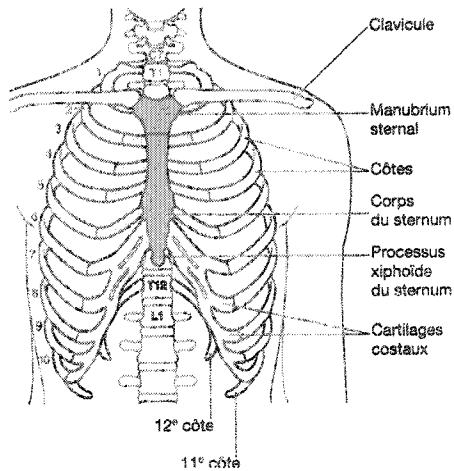


Figure 1.4 La cage thoracique (Grant et Waugh, 2003)

La cage thoracique (figure 1.4) comprend le sternum et 12 paires de côtes, dont 10 sont reliées au sternum par des cartilages caustaux et les 2 dernières sont flottantes. Toutes les côtes sont reliées aux vertèbres thoraciques. La cage thoracique sert de point d'attache à certains muscles dont ceux utiles à la respiration et à la protection des organes internes tels le cœur et les poumons. La cage thoracique comporte deux repères anatomiques palpables soit la fourchette sternale et l'articulation sternale inférieure (figure 1.6).

La dernière partie du tronc est le bassin ou le pelvis (figure 1.5). C'est à cet endroit que le bas de la colonne vertébrale (sacrum et coccyx) est relié aux os innominés. Ceux-ci sont constitués de l'ilium, de l'ischium et du pubis. Le bassin présente trois paires de repères anatomiques faisant partie de l'ilium, soit la crête iliaque, l'épine iliaque antero-supérieure située en avant et l'épine iliaque postero-supérieure située dans le dos (figure 1.6). Il est à noter que les épines iliaque antero-supérieures sont plus facilement identifiables par palpation que les épines postero-supérieures.

1.2 Scoliose idiopathique

Cette section, présente la scoliose idiopathique. Il sera donc question de sa définition, des méthodes d'évaluation et des traitements existants. Une attention particulière sera également portée sur les indices d'asymétries externes et sur la détection automatique de

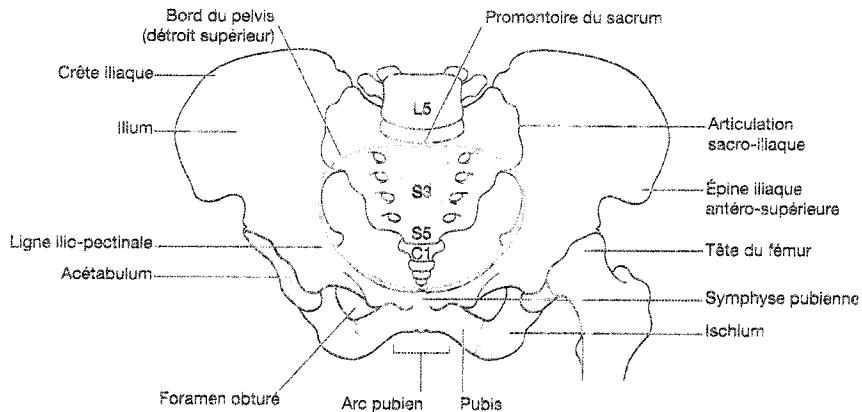


Figure 1.5 Os du bassin (pelvis) (Grant et Waugh, 2003)

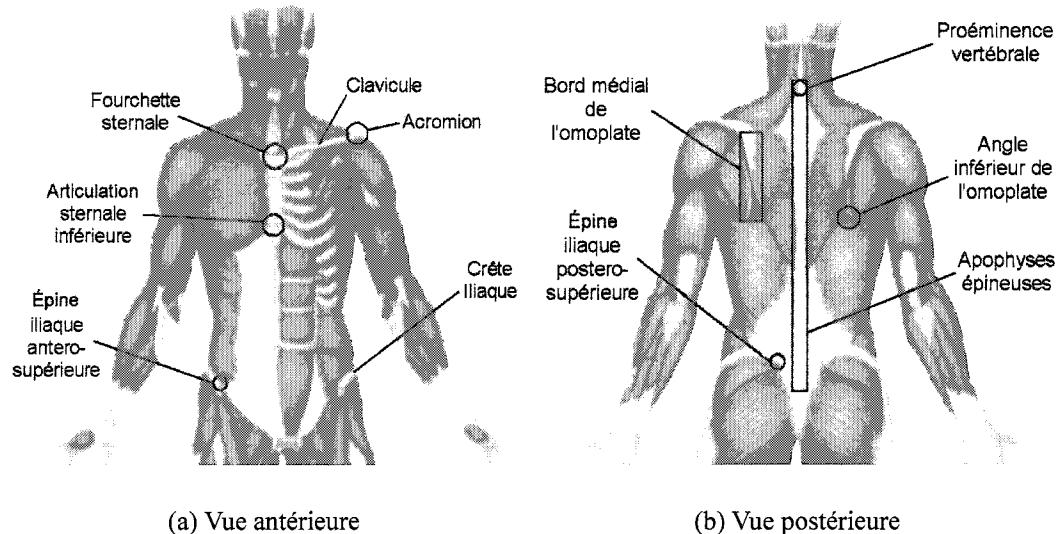


Figure 1.6 Repères anatomiques du tronc (adaptée de (Marieb, 1993))

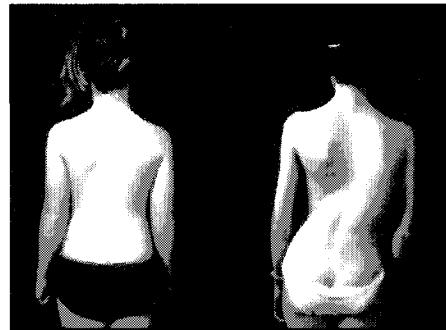


Figure 1.7 Comparaison entre une adolescente saine et une scoliotique (King, 2004)

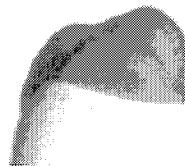


Figure 1.8 Exemple de gibbosité (SRS, 2004)

repères anatomiques utilisés pour définir ces indices.

1.2.1 Définition

La scoliose idiopathique est définie comme étant une déformation tridimensionnelle complexe du système musculo-squelettique du tronc (SRS, 2004) (figure 1.7). Le terme idiopathique réfère au fait que celle-ci n'a pas de cause connue. Elle est particulièrement caractérisée, à l'interne, par une déviation latérale de la colonne vertébrale et à l'externe par une gibbosité (bosse dans le dos, figure 1.8). Il ne s'agit pas du seul type de scoliose. En effet, certains patients scoliotiques ont une scoliose ayant une cause connue telle qu'une déformation à la naissance. Toutefois, le type de scoliose le plus répandu est la scoliose idiopathique. Celle-ci est surtout présente chez les adolescents. En fait, la progression de la scoliose se produit en même temps que la poussée de croissance.

Environ 3% des adolescents sont atteints de scoliose idiopathique (NSF, 2004) avec une distribution équivalente entre les hommes et les femmes. Toutefois, les femmes sont plus nombreuses à avoir une déformation sévère (un angle de Cobb supérieure à 20°) que les hommes. Ce fait, couplé à celui que c'est justement les patients avec de grandes défor-

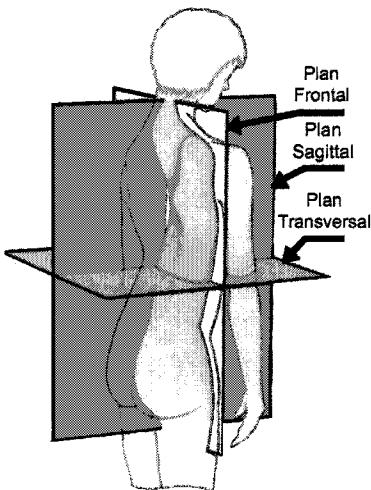


Figure 1.9 Définition des plans

mations qui subissent des traitements, fait en sorte que la plupart des gens croient que la scoliose idiopathique est plus commune chez les femmes que chez les hommes (eSpine, 2004).

La scoliose a beaucoup d'effets néfastes sur le patient. Tout d'abord, les personnes scolioïtiques ont une gibbosité dans le dos. À un certain stade, elle peut être très importante, au point de créer chez le patient une perception négative de soi. Cette déformation esthétique est, pour le patient, l'inconvénient majeur de sa scoliose. Du point de vue médical, ce sont naturellement les problèmes de santé potentiels engendrés par la scoliose qui sont au premier plan. Il y a notamment la présence de maux de dos, la difficulté d'accomplir certaines activités physiques et l'altération des fonctions pulmonaires et cardiaques (Kim et al., 2001).

Avant de donner les différentes classes de courbures scolioïtiques, il est important de définir un référentiel spatial. Dans le domaine médical, il est commun de désigner les plans de l'espace 3D en fonction de la position du patient. La figure 1.9 définit les trois plans de l'espace. Il y a le plan frontal, le plan sagittal et le plan transversal.

Tel que mentionné précédemment, la scoliose est caractérisée notamment par une déviation latérale de la colonne vertébrale. Cette déviation se trouve donc dans le plan frontal. Il existe une classification des courbes scolioïtiques dans ce plan (figure 1.10).

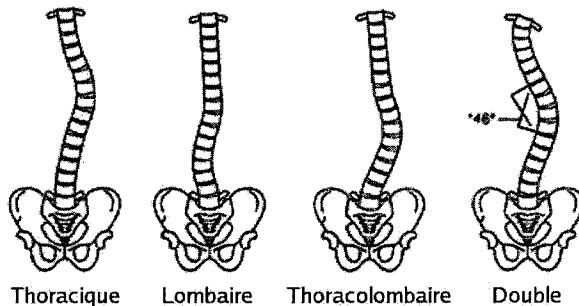


Figure 1.10 Types de scoliose (NIAMS, 2001)

Il y a d'abord les courbures thoraciques et lombaires caractérisées respectivement par une courbe dans la région thoracique et dans la région lombaire de la colonne vertébrale. Lorsqu'une courbe est présente dans la région englobant les vertèbres T12 et L1, il s'agit d'une courbure thoracolombaire. Ces types de courbes peuvent également être subdivisés selon le sens de la courbure, *i.e.* droite ou gauche. Il existe une dernière sorte de courbe scoliotique lorsqu'il y a deux grandes courbes, celle-ci est nommée courbe double.

Si on analyse la déformation dans le plan sagittal, il est possible de constater une des courbures illustrées à la figure 1.11. Bien que ces deux courbures soient présentes chez un individu sain, elles sont plus prononcées chez certains patients scoliotiques. Dans ce cas, celle située au niveau des vertèbres lombaires s'appelle lordose et celle présente dans la partie thoracique de la colonne est nommée cyphose.

1.2.2 Évaluation et traitement

Afin de prévenir des effets néfastes de la scoliose, il est utile de détecter sa présence au début de la progression. Ainsi, un traitement approprié peut être prescrit avant qu'il ne soit trop tard. C'est notamment pour cette raison que des programmes de détection existent dans certains endroits du monde. Par exemple, au Japon, ce type de programme est effectué dans les écoles primaires depuis 1977 afin de détecter la scoliose au cours des premiers stades de développement (Kim et al., 2001).

Plusieurs techniques existent dans le but d'identifier la présence d'une scoliose, de faire

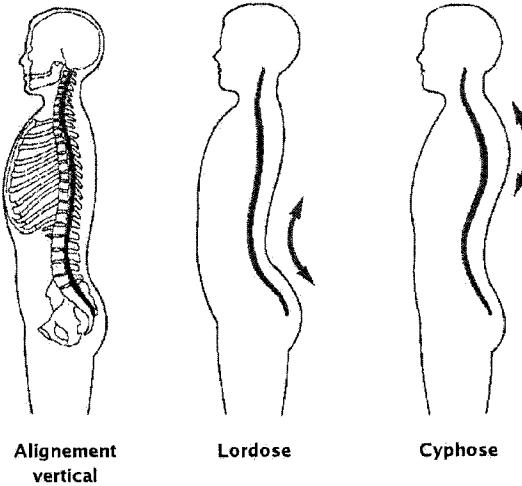


Figure 1.11 Courbures anormales de la colonne vertébrale (Hall, 2002)

un suivi de la progression et de quantifier la déformation. Il y a tout d'abord les techniques dites visuelles. Il s'agit pour le médecin de faire une évaluation visuelle du patient pour détecter des anomalies. Parmi les indices visuels permettant de déceler la présence de scoliose on note :

- la proéminence d'une des omoplates
- un déséquilibre des épaules
- l'angle de la taille plus grand du côté concave de la scoliose
- le bassin surélevé d'un côté
- une asymétrie apparente des seins chez les filles
- une gibbosité

Il est à noter qu'en général ce n'est pas le médecin qui découvre ces indices visuels, mais bien le patient ou son entourage. C'est d'ailleurs ce qui les amène à consulter.

Pour décrire plus précisément la scoliose, le médecin utilise des indices permettant de quantifier les déformations scoliotiques. Il peut mesurer, par exemple, la déviation latérale du thorax par rapport au bassin. Ainsi, il mesure la différence entre la position d'un fil à plomb pendant à partir de la proéminence vertébrale et le pli inter-fessier. Une autre mesure externe consiste à utiliser un appareil nommé scoliomètre qui permet de mesurer la gibbosité (figure 1.12). Il est à noter que ces deux méthodes sont peu précises et sont sensibles à la position du patient (Dangerfield et al., 1992). Il en résulte qu'une



Figure 1.12 Utilisation d'un scoliomètre (Hayes, 2004)

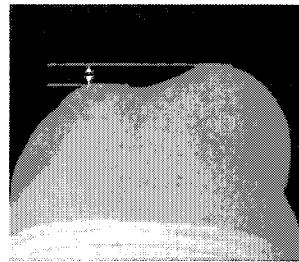


Figure 1.13 Test par flexion antérieure (tirée du site www.spineuniverse.com)

utilisation de celles-ci dans le cadre de programme de détection engendre trop de faux positifs (Stokes et Moreland, 1993). Une autre technique est le test par flexion antérieure (figure 1.13). Celui-ci consiste à mesurer la différence de hauteur entre les côtés gauche et droit du dos du patient lorsque ce dernier est en position inclinée vers l'avant. Ce test est considéré comme un moyen simple et efficace de détecter la scoliose. Toutefois, il n'est pas sensible à la forme de scoliose la plus répandue, soit la thoracolombaire (Pear-sall et al., 1992).

Malgré l'existence de ces techniques visuelles, celle qui est la plus utilisée est l'acquisition de radiographies. À partir de radiographies, le clinicien mesure l'angle de Cobb. Il s'agit de l'indice clinique le plus utilisé. En anglais, on lui attribue le titre de « gold standard », que l'on pourrait traduire en français par « indice de référence ». L'angle de Cobb est défini comme l'angle entre les lignes de projection des plateaux vertébraux au niveau des points d'inflexion de la courbure scoliotique.

Lors du suivi d'un patient, un médecin peut décider à un moment précis de traiter le patient avec le traitement approprié à sa condition. Il existe deux principales catégories de traitement à l'heure actuelle. Il y a d'abord l'utilisation d'un corset. Celui-ci permet idéalement d'arrêter la progression ou de corriger la déformation de la colonne verté-

brale. Plusieurs sortes de corsets sont disponibles, dont le corset de Boston, celui de Milwaukee et de Charleton (A.D.A.M., 2003). Le deuxième type de traitement, utilisé dans les cas plus graves, est la chirurgie. Lors d'une chirurgie, il y a habituellement fusion de certaines vertèbres et pose d'une tige afin de donner à la colonne vertébrale une forme normale.

Le choix du traitement est fonction de plusieurs facteurs. Les plus importants sont la sévérité de la déformation et le risque de progression rapide. En général, pour une déformation faible ou moyenne, correspondant à un angle de Cobb plus petit que 40°, l'utilisation d'un corset est plus appropriée. Pour une déformation ayant un angle de Cobb plus grand que 40° et qui progresse rapidement, un traitement chirurgical est à prescrire.

L'angle de Cobb n'est malheureusement pas une mesure idéale pour quantifier la scoliose. En effet, celui-ci est peu reproductible et caractérise mal la déformation tridimensionnelle de la déformation de la colonne vertébrale (Pearsall et al., 1992). Toutefois, sa simplicité et sa popularité auprès des médecins font en sorte que celui-ci continu d'être utilisé pour valider des études cliniques et pour le choix d'un traitement.

Il est à noter qu'il est également possible, à partir de radiographies, de reconstruire en 3D (à l'ordinateur) la colonne vertébrale. Toutefois, l'utilisation fréquente de radiographies, comme c'est le cas dans le suivi de patients scoliotiques, augmente les risques de développement de certains cancers (Levy et al., 1996). Il existe une autre méthode d'imagerie permettant de voir les structures osseuses, il s'agit de l'imagerie à résonance magnétique (IRM). Toutefois, étant donné que celle-ci doit être utilisée en position couchée (la scoliose est évaluée en position debout) et qu'elle est coûteuse, elle est peu utilisée. Il est donc pertinent de rechercher une autre façon d'évaluer une déformation scoliotique.

1.2.3 Indices d'asymétrie de la surface du tronc

Partant de l'hypothèse que la déformation de la colonne induit une déformation de la cage thoracique et par le fait même une déformation de la surface du tronc (Pearsall et al., 1992; Drerup et Hierholzer, 1994), plusieurs techniques s'appuient sur la surface du tronc afin de caractériser la déformation. Certaines techniques essaient de déterminer à partir de l'externe, la déformation interne de la colonne vertébrale (Bryant et al.,

1989). D'autres tentent « simplement » de caractériser la déformation externe du patient. Toutes ces techniques utilisent des systèmes d'acquisition afin de générer un modèle 3D du dos ou du tronc complet du patient. La plupart des techniques font uniquement une acquisition du dos. L'acquisition du tronc complet apporte cependant son lot d'informations supplémentaires. On note parmi les systèmes d'acquisitions, ceux utilisant la topographie de Moiré, le système ISIS (Integrated Shape Imaging System), les numérisateurs BIRIS, le système Quantec et le système *InSpeck*. Une description très complète de ces techniques se retrouve dans le mémoire d'Alexis Hétu (Hétu, 2004). Par ailleurs, à la section 1.3 du présent mémoire se trouvent toutes les informations sur le système pertinent à ce projet (système *InSpeck*). Ayant une surface provenant de l'acquisition du tronc d'un patient, il devient nécessaire de définir des indices cliniques visant à quantifier la déformation externe due à la déformation de la colonne vertébrale. Cette section présente certains de ces indices externes.

Il est possible de diviser en deux catégories les indices externes permettant de quantifier la déformation. Ces catégories sont les indices issus d'une analyse des sections transversales et ceux provenant d'une analyse globale de la surface.

Parmi les indices de sections, il y a ceux qui mesurent la rotation du dos (« Back Surface Rotation »). Plusieurs méthodes permettent de mesurer celle-ci. Il y a le calcul de l'angle de la tangente dans le dos (simple ou double) (Stokes et Moreland, 1993; Jaremko et al., 2002), le calcul du rapport de hauteur de bosses (« Hump Sum ») (Suzuki et al., 1992; Goldberg et al., 2001) (figure 1.14) et l'angle des axes principaux d'inertie (Jaremko et al., 2002). Un autre indice consiste à calculer la différence des demi-aires de chaque section (figure 1.15). À partir des sections, il est également possible de créer la courbe des barycentres (« Torso centroid line ») en calculant pour chacune d'elle leur barycentre et en les interpolant par une courbe.

Parmi les indices plus globaux, il y a les différentes courbes avec lesquelles les chercheurs ont essayé de trouver une corrélation avec la courbure de la colonne vertébrale. Pour y arriver, ils calculent, sur ces courbes, des indices semblables à l'angle de Cobb dans le plan frontal et sagittal et tentent de trouver une corrélation avec le véritable angle de Cobb (Dawson et al., 1993) ou tentent de prédire la présence d'une cyphose ou d'une lordose. Au nombre des courbes, bien que calculées à partir des sections, il y a la courbe des barycentres (Dawson et al., 1993), soit la courbe passant par le barycentre des

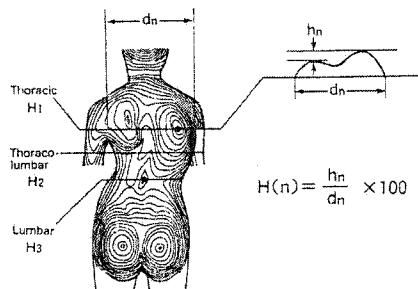


Figure 1.14 Hump Sum (Suzuki et al., 1992)

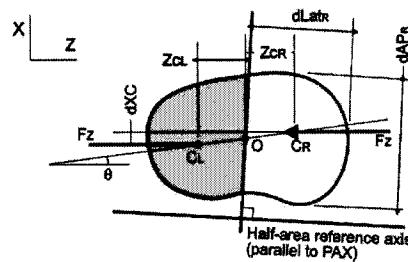


Figure 1.15 Demi-aires (Jaremko et al., 2002)

sections transversales. Il y a également la courbe de la vallée qui correspond à l'emplacement de la vallée dorsale du patient. Celle-ci peut être calculée aussi bien à l'aide des sections ou en tirant de l'information de la surface proprement dite. Il y a aussi la courbe des apophyses épineuses (« spinous process line » en anglais) qui est soit estimée par la courbe de la vallée ou par la courbe de symétrie (Hierholzer, 1985), soit construite par interpolation de marqueurs placés par palpation sur certaines apophyses épineuses du patient. La courbe de symétrie est la courbe passant par les minimums d'une certaine fonction de symétrie (Hierholzer, 1985) calculée sur tout le dos. La figure 1.16 montre, en haut, la courbe de symétrie dans le dos et, en bas, la courbe de symétrie sur la fonction de symétrie pour tout le dos. Certains chercheurs utilisent la courbe des apophyses épineuses ou son approximation (la courbe de symétrie) afin de déterminer la courbe médiale de la colonne vertébrale (« spinal midline » en anglais) (Drerup et Hierholzer, 1994; Drerup et Hierholzer, 1996; Huysmans et al., 2004), *i.e.* la courbe passant par le centre des vertèbres.

La plupart des indices globaux sont calculés en fonction de la position de certains repères anatomiques. Par exemple, le POTSI (Suzuki et al., 1999) et le POTSI adapté (Pazos,

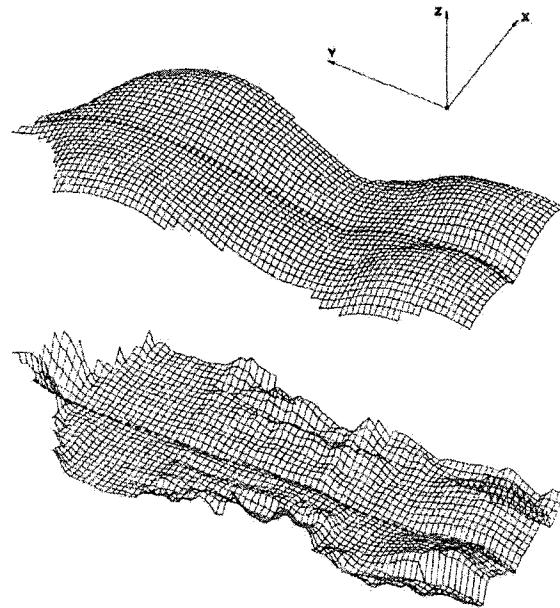


Figure 1.16 La courbe de symétrie (Drerup et Hierholzer, 1987)

2002) utilisent huit repères anatomiques. Dans le cas du POTSI, il s'agit des deux creux de la taille, des deux plis des aisselles, du sacrum, de la proéminence vertébrale et des deux acromions. À partir de ceux-ci, six indices d'asymétrie dans le plan frontal sont calculés sur la base de différences de hauteurs et de différences de largeur (figure 1.17).

Le « Trunk distortion score » utilise également des repères anatomiques. Il se base sur l'angle entre la pointe de l'omoplate la plus proéminente et l'horizontal, sur le déséquilibre des épaules par rapport à l'horizontale et sur l'asymétrie de la taille (Pazos, 2002). D'autres indices utilisent aussi des repères anatomiques, comme par exemple, la courbe

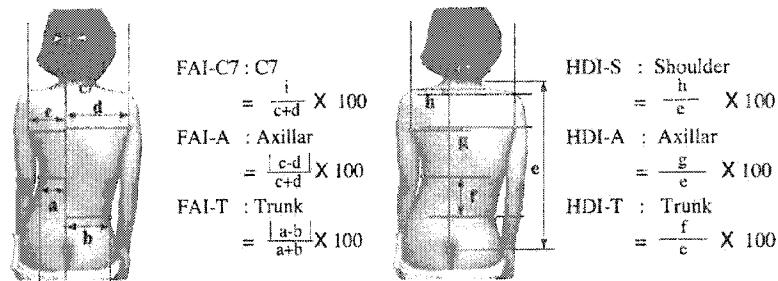


Figure 1.17 POTSI (Suzuki et al., 1999)

des apophyses épineuses, le déjettement, l'obliquité du bassin, l'asymétrie des épaules et l'asymétrie de la taille (Pazos, 2002). Les épines iliaques antero-supérieures (gauche et droite) sont des repères anatomiques importants utilisés notamment pour définir le référentiel du patient par opposition au référentiel global du système d'acquisition basé sur la position des pieds. Le référentiel du patient est utilisé pour le calcul de tous les indices utilisant un référentiel (Pazos, 2002).

1.2.4 Détection automatique de repères anatomiques

Comme il vient d'être mentionné, la plupart des techniques d'analyse permettant de caractériser la déformation externe du patient, utilisent des marqueurs (identifiant des repères anatomiques) placés et détectés manuellement (Bryant et al., 1989; Goldberg et al., 2001; Pazos, 2002). Cela induit, nécessairement, une faible reproductibilité. Certains chercheurs ont proposé des techniques qui tentent de détecter automatiquement les repères anatomiques sans utilisation de marqueurs, afin de rendre le processus d'analyse plus juste, plus rapide, moins intrusif pour le patient et reproductible. C'est sur ce type de techniques que porte une partie de la présente recherche.

Drerup et Hierholzer sont parmi les premiers chercheurs qui se sont intéressés à cette problématique. Les travaux de Frobin et Hierholzer en 1981 (Frobin et Hierholzer, 1982), portant sur l'analyse de la surface du dos à l'aide des courbures de surface, ont démontré que l'utilisation de la courbure gaussienne et moyenne de la surface était une avenue intéressante, car ces mesures sont indépendantes du système de coordonnées et, par conséquent, de la position du patient dans l'espace. Aussi, comme on peut le voir sur la figure 1.18, tirée de leurs travaux, les courbures apportent un lot d'informations utiles à l'identification de repères anatomiques. Drerup et Hierholzer ont ainsi développé une méthode permettant d'identifier la proéminence vertébrale (Drerup et Hierholzer, 1985), puis l'ont raffinée pour identifier les épines iliaques postero-supérieures (gauche et droite) et le sacrum (Drerup et Hierholzer, 1987). La figure 1.19 illustre ces quatre repères anatomiques avec l'identification de la courbe de symétrie. Comme mentionné, leur méthode est basée sur les caractéristiques locales de la surface extraites à partir des valeurs de courbures gaussienne et moyenne. La section 1.6 de ce mémoire explique en détail ces courbures et leurs interprétations.

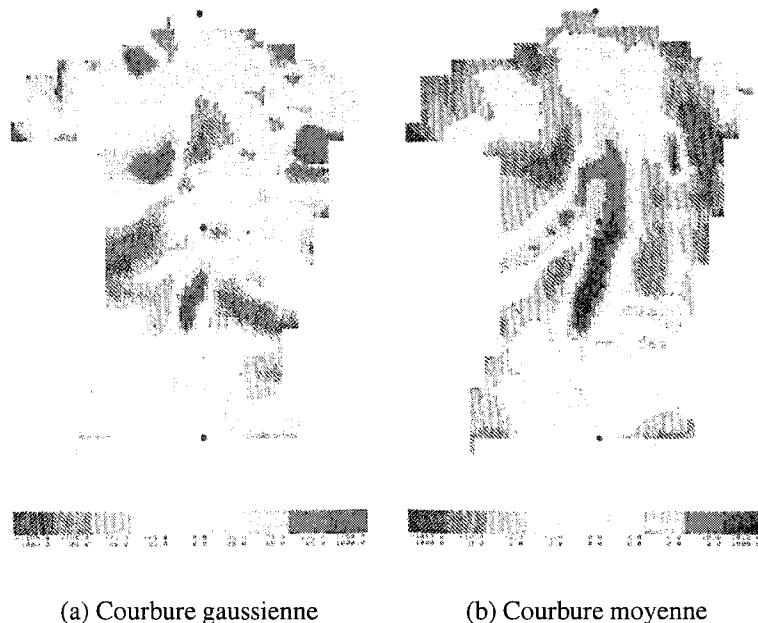


Figure 1.18 Exemple de résultat du calcul de courbure (Frobin et Hierholzer, 1982)

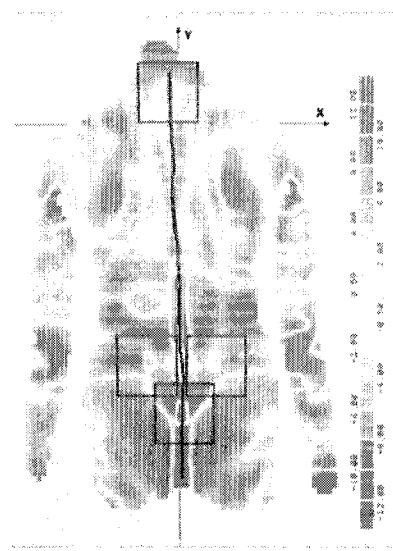


Figure 1.19 Identification de quelques repères anatomiques (Drerup et Hierholzer, 1987)

Pour trouver la proéminence vertébrale, Drerup et Hierholzer (Drerup et Hierholzer, 1985) ont numérisé en 3D le dos de patients avec un système de rasterstéréographie d'une grande précision. Les patients avaient le cou légèrement penché vers l'avant afin de faire ressortir la proéminence vertébrale. À l'aide du calcul de la courbure gaussienne, ils ont identifié la proéminence vertébrale comme étant à l'intérieur d'une région convexe ($K > 0$) entourée d'une région ayant une forme de selle ($K < 0$). À la limite de ces deux régions, la valeur de la courbure gaussienne est zéro. Pour identifier précisément la proéminence vertébrale, le barycentre, pondéré en fonction de la valeur de courbure gaussienne, est calculé pour chacun des points de la surface compris dans la région convexe identifiée précédemment. Une autre méthode aurait été de trouver la valeur maximale de courbure gaussienne dans cette région par interpolation des points de données, étant donné qu'ils n'avaient pas une surface paramétrique, mais uniquement une grille de points. Leur méthode a été concluante lors de leur expérimentation. Ils émettent cependant des avertissements tant qu'au fait qu'une bonne précision et une résolution fine de la surface provenant du système d'acquisition sont cruciales pour cette méthode d'analyse. De plus, puisque le calcul de courbure est basé sur les dérivées premières et secondes, le bruit sur les points de données a un effet néfaste sur le calcul des valeurs de courbure.

Dans un second article (Drerup et Hierholzer, 1987), tel que mentionné plus haut, ils ont réussi à identifier les épines iliaques postero-supérieures (gauche et droite), le sacrum et la proéminence vertébrale. Leur méthode est divisée en deux étapes. Premièrement, ils ont isolé une région d'intérêt pour chaque repère anatomique. Pour y arriver, ils se basent sur la position de la courbe de symétrie dans le dos. Cette courbe est définie avec une formule de calcul de symétrie utilisant les valeurs de courbure (Hierholzer, 1985; Drerup et Hierholzer, 1987). Deuxièmement, ils ont mesuré avec précision l'emplacement des repères à l'intérieur de leur région respective en fonction des valeurs de courbure caractéristique à chaque repère.

Bien que la méthode d'analyse automatique de surface basée sur le calcul de courbure de surface semble prometteuse, certains chercheurs se questionnent sur la viabilité de l'identification automatique de repères anatomiques. Notamment, pour l'identification de repères anatomiques basés sur les structures osseuses sous-jacentes à la peau, le manque de rétroaction tactile de ces éléments osseux peut nuire à l'identification pré-

cise de ces repères (Dekker et al., 1999). Toutefois, l'analyse automatique a l'avantage de rendre rapide l'identification de caractéristiques telles que les maximums et les minimums de certaines mesures, telles que les courbures. De plus, les bons résultats obtenus par Drerup et Hierholzer minimisent les craintes exprimées par ces chercheurs.

Avant d'être en mesure d'analyser automatiquement la surface du tronc, il est nécessaire d'avoir un modèle 3D de cette surface. La section suivante présente le système d'acquisition utilisé dans ce projet afin de numériser le tronc d'un patient et d'obtenir une surface 3D.

1.3 Système d'acquisition *InSpeck*

Le système d'acquisition *InSpeck* (*InSpeck* inc., Montréal) est un système de numérisation 3D polyvalent. En effet, celui-ci a été utilisé dans divers films (X-Men, Harry Potter III, etc.) et dans des jeux vidéos (d'Electronic Arts par exemple), mais il est particulièrement intéressant pour le domaine médical. C'est d'ailleurs ce système qui est utilisé dans le cadre de ce projet afin de numériser en 3D le tronc des patients. Celui-ci est un système de vision active non effractif composé, dans notre configuration, de quatre numériseurs optiques placés autour du patient. Il est basé sur la technique de triangulation active avec projection de franges de lumière avec décalage de phase. En moins de cinq secondes, la surface du tronc du patient est reconstituée tridimensionnellement par une surface polygonale avec une texture.

1.3.1 Numériseur

Le type de numériseur utilisé est une version spéciale du 3D Capturor de *InSpeck* (figure 1.20). Celui-ci permet de faire une acquisition avec texture en 0,5 seconde. Puisque nous avons quatre numériseurs pour reconstruire le tronc en entier, ceux-ci prennent un à la suite de l'autre leur acquisition, avec un petit délai entre chacun, pour un temps total en deçà de cinq secondes. Du point de vue de la résolution, celui-ci offre une résolution latérale de 1,2 mm et en profondeur de 1 mm. Le tableau 1.1 donne les caractéristiques techniques de ce type de numériseur. D'après une étude d'évaluation de précision présentée dans le mémoire de Valérie Pazos (Pazos, 2002), l'erreur moyenne est de l'ordre



Figure 1.20 Le 3D Capturor de *InSpeck* inc.

Tableau 1.1 Caractéristiques des numériseurs 3D Capturor

Champ visuel	1185x889 mm
Profondeur de champ	1000 mm
Résolution latérale (x,y)	1,2 mm
Résolution en profondeur (z)	1,0 mm
Distance minimum	1000 mm
Distance de référence	1500 mm
Texture	1024x768 pixels
Géométrie	800 000 points
Temps d'acquisition	0,5 s

de la résolution des numériseurs, soit environ 1 mm pour un type de numériseur semblable à ceux utilisés dans le présent projet.

Chaque numériseur est constitué d'une caméra couleur CCD et d'un projecteur de frange avec lumière halogène. Du point de vue d'un numériseur, une acquisition consiste à prendre quatre images de l'objet à numériser, illuminé par des projections de franges avec une phase décalée d'un quart de phase entre chaque image. Une dernière image sans les projections de franges est prise afin d'avoir une texture à appliquer sur le modèle polygonal. La figure 1.21 donne un exemple d'images constituant une acquisition.

Après l'acquisition, un traitement est effectué par l'ordinateur de bureau gérant l'acquisition. Premièrement, la fonction de phase, modulo 2π , est calculée pour chaque pixel en fonction de l'intensité du pixel correspondant sur les images de franges. Ensuite une image de profondeur relative est créée en partant du fait qu'une différence d'amplitude dans l'image de la fonction de phase correspond à une différence relative de la profondeur. Pour finir, une conversion de la profondeur relative (pixels) en une profondeur absolue (mm) est faite à l'aide d'un fichier de calibration propre à chaque numériseur. La figure 1.22 donne un exemple d'image de phase, d'image de profondeur et de surface polygonale avec texture pour une acquisition.

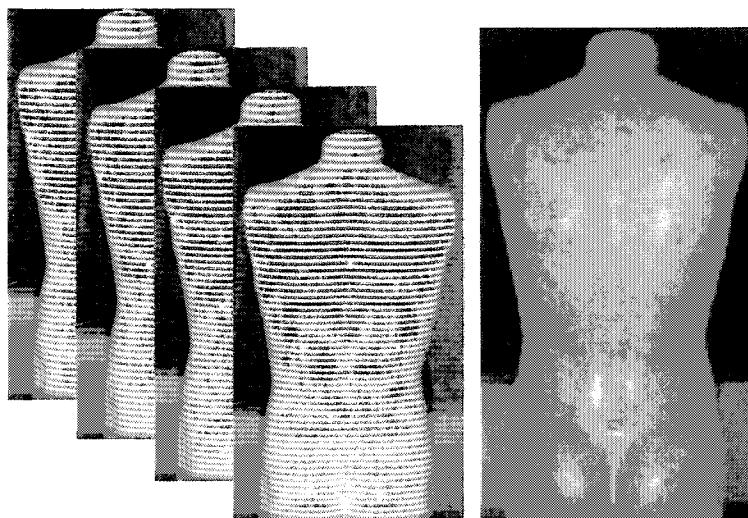


Figure 1.21 Images composant une acquisition

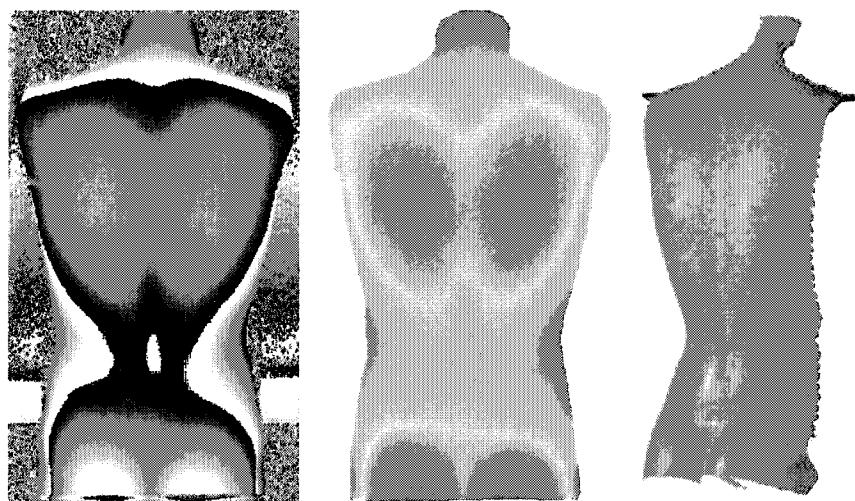


Figure 1.22 Images de la phase (gauche), de profondeur (centre) et la surface polygonale résultante avec texture (droite)

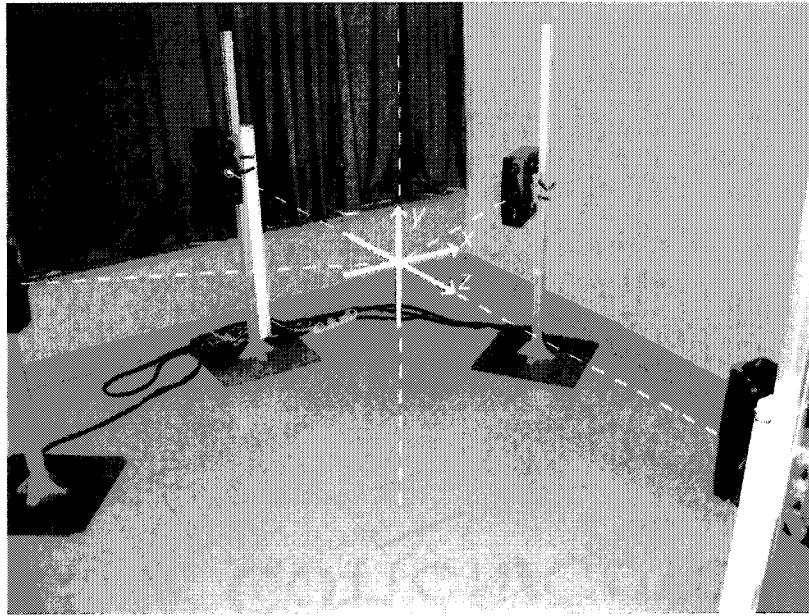


Figure 1.23 Configuration des numérisateurs *InSpeck* et système de coordonnées utilisé

1.3.2 Configuration

La configuration du système à l'Hôpital Sainte-Justine est une configuration multi-tête, *i.e.* qu'elle est composée de plus d'un numérisateur. Dans notre cas, elle possède, tel qu'illustré à la figure 1.23, un numérisateur orienté vers le dos du patient, un en face du patient et un de chaque côté en face du patient à 60°. Chaque numérisateur génère une vue 3D d'une partie du tronc du patient. Les vues sont alors fusionnées dans un processus nommé recalage. Le résultat de cette étape est illustré à la figure 1.24. Le système génère donc une surface polygonale.

Pour faire le recalage, une numérisation est faite, par tous les numérisateurs, d'une toile de référence sur laquelle est tracé un système de coordonnées (ronds de couleur et points noirs). Ceci permet au système de calculer les matrices de transformations reliant les vues entre elles. Ainsi, toutes les vues sont converties dans le même référentiel. Ensuite, une fusion de ces surfaces est faite afin d'obtenir la surface finale. Lors de ce processus, il arrive fréquemment que des données soient manquantes sur les côtés du tronc et au niveau des épaules. Par conséquent, le processus de fusion, tel que développé par *InSpeck*, génère, par interpolation, des points afin de relier la surface du devant avec celle du dos.

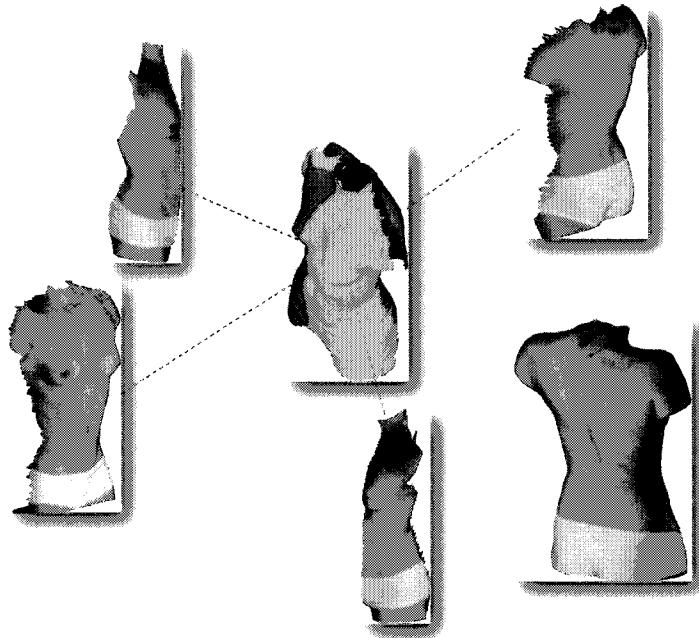


Figure 1.24 Recalage des vues

1.3.3 Limites de la méthode

Ce système d'acquisition a des limites dans ses capacités à reproduire un objet 3D. La première est dû au fait que certaines régions de la surface peuvent ne pas être visibles d'aucun des numériseurs. On appelle ce type de problème, la présence d'occlusions. Par conséquent, des « trous » peuvent être présents sur la surface.

Aussi, tel que vu précédemment, lors de la fusion des surfaces des différentes vues, des points de données peuvent être générés par interpolation sur les côtés du patient. Par ailleurs, la toile de référence utilisée pour le recalage peut bouger en présence de courant d'air, ce qui entraîne des erreurs de recalage. Heureusement, plusieurs problèmes de recalage reliés notamment à l'utilisation de la toile de référence ont été résolus dans le mémoire d'Alexis Hétu (Hétu, 2004) à l'aide d'une méthode automatique, plutôt que manuelle, comme c'est le cas actuellement. Toutefois, la solution proposée n'a pas encore été validée et, par le fait même, mise en oeuvre au moment de faire la présente recherche.

Un autre problème est sa forte sensibilité au mouvement du patient. Bien qu'il soit de-

mandé au patient de rester immobile durant la période d'acquisition de cinq secondes, il est fréquent que celui-ci se déplace légèrement. Cela induit une erreur de localisation des points qui se traduit par une surface comportant des ondulations dans le sens vertical.

Puisque le système fournit une surface polygonale, il est possible de conserver, comme information, uniquement les points des polygones, sans leur connectivité, *i.e.* la façon dont chaque point est connecté à ses voisins afin de faire des polygones. Bien que pour afficher une surface à l'écran d'un ordinateur il faille fournir à la carte graphique une surface polygonale, il peut être avantageux, dans certaines circonstances, de faire des calculs sur une surface paramétrique, puis d'afficher la nouvelle surface en la convertissant en surface polygonale (*i.e.* en discrétilisant la surface paramétrique). C'est d'ailleurs sur cette technique que s'articule le présent projet. Toutefois, pour construire une surface paramétrique quelle qu'elle soit, il faut que les points soient placés en sections. Le système *InSpeck* fournit les données dans cet ordre, soit une section à la suite de l'autre, mais, malgré tout, il y a une difficulté. La section suivante décrit la problématique par un examen du format de fichier fourni par le système d'acquisition.

1.3.4 Format du fichier

Le système *InSpeck* permet d'exporter les données d'acquisition sous plusieurs formats. Le format de fichier choisi est le format texte d'extension « .sze ». Ce fichier contient en plus des points de données, la connectivité entre les points afin de faire une surface polygonale et des données de texture permettant d'appliquer une texture sur la surface. Dans la section du fichier donnant les points, chaque ligne contient les coordonnées en 3D d'un point (x , y et z). Voici un court extrait d'un fichier.

```
-141.883820 -50.168068 127.694420
-141.080490 -50.788013 129.649200
-139.265106 -49.837036 132.039810
-137.700058 -49.837036 133.884750
-136.166428 -49.837036 135.669510
-134.632797 -49.837036 137.454269
```

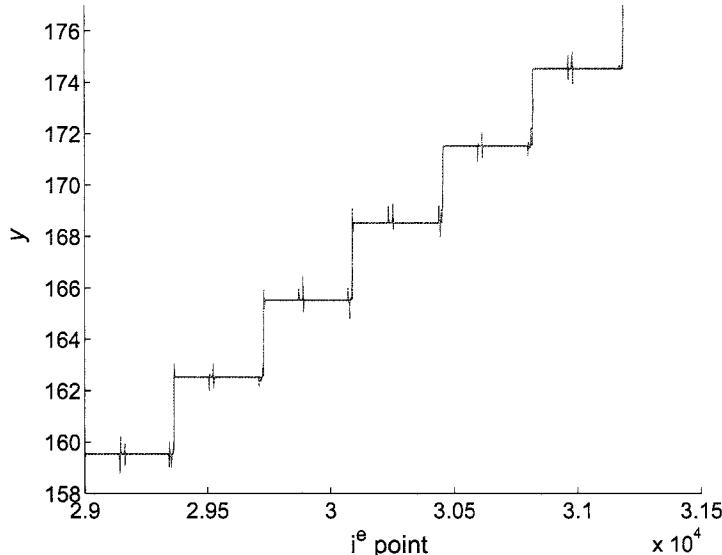


Figure 1.25 Valeur de y pour une série de points

Dans ce fichier, les points sont regroupés en sections. Une section est définie lors de l'acquisition de données pour un y plus ou moins fixe. Ainsi, dans le cas de l'acquisition du tronc humain, une section correspond à une coupe horizontale du tronc. Dans le fichier, aucune balise n'explique le changement de section. De plus, les sections n'ont pas le même nombre de points et la même distribution. Par conséquent, la seule indication d'un changement de section est un changement prononcé de la coordonnée y d'un point à l'autre. Toutefois, le système d'acquisition n'étant pas parfait, il arrive que la coordonnée y varie sensiblement pour un ou plusieurs points dans la section. Par exemple, comme le montre l'extrait de fichier précédent, les deux premiers points font partie de la même section que les quatre points suivants. La figure 1.25 montre aussi la valeur en y pour une partie des points d'un fichier. Comme on peut le voir, il y a du bruit en y . Il y en a notamment au début et à la fin d'une section. Cela rend plus ardue la tâche de décider quand se termine une section et quand commence la prochaine. Dans la méthodologie, il sera question de la méthode utilisée pour contourner ce problème.

Une fois que la surface du tronc est numérisée et que les sections sont extraites, les points de données doivent être convertis en une surface. Plusieurs représentations surfaciques existent. La section suivante discute de quelques-unes de celles-ci et, ainsi, justifie le choix effectué dans le cadre de ce projet.

1.4 Techniques de modélisation surfacique

Suite aux travaux de maîtrise de Valérie Pazos (Pazos, 2002), dont ce projet fait suite, il a été convenu d'explorer, pour la réalisation de ce projet, une technique (Piegl et Tiller, 2000c) de modélisation surfacique basée sur une représentation B-spline. Bien que le choix de cette représentation soit valide, il convient de discuter brièvement des avantages et inconvénients des principales représentations surfaciques, soit les surfaces polygonales, implicites, krigées et B-splines.

Le système d'acquisition *InSpeck* fourni une surface polygonale. En plus d'avoir l'avantage d'être le format de sortie du système d'acquisition, ce type de surface est également dans le type de représentation utilisé par les cartes graphiques des ordinateurs pour dessiner les surfaces à l'écran. Aussi, il existe des algorithmes permettant de lisser facilement ce type de surface. De plus, les surfaces polygonales permettent de représenter des surfaces de topologie arbitraire. Elles ont également un support local. Donc, il est possible de modifier une partie de la surface sans que toute la surface soit modifiée. Par contre, le calcul analytique des dérivées premières et secondes de la surface ne peut être effectué, car une surface polygonale n'est pas continue. Ainsi, il existe une difficulté à calculer les courbures moyenne et gaussienne utiles pour l'analyse de surface (section 1.6). Il existe toutefois des méthodes d'approximation de courbures. La première méthode consiste à faire une approximation continue. Ainsi, pour calculer la courbure à un sommet donné de la surface polygonale, il est possible d'approximer quelques points voisins par une surface continue (p. ex. une surface paramétrique) et ainsi le calcul de courbures se fait aisément. Une autre approche consiste à faire une approximation discrète (Sheffer, 2004), basée sur les angles entre les sommets et entre les normales des facettes, ainsi que sur l'aire de ces facettes. Toutefois, ces deux méthodes ne donnent qu'une approximation. Parmi les autres désavantages, une surface polygonale n'a pas une représentation concise et précise. En effet, la résolution de la surface est limitée par le nombre de sommets la composant. Cela vient du fait que ce n'est pas une surface continue. Les surfaces polygonales, aussi appelées un maillage, sont utilisées dans plusieurs domaines, dont en génie mécanique, en histoire de l'art (reconstruction 3D de statues anciennes), dans le domaine médical et, bien entendu, dans le domaine ludique.

Les surfaces implicites, bien qu'elles aient une représentation simple, ont plusieurs désa-

vantages pour une utilisation dans ce projet. En effet, il n'est pas facile de faire une énumération des points présents sur la surface (Finkelstein, 2001). Une telle énumération est essentielle pour convertir la surface dans une représentation polygonale afin d'être en mesure de l'afficher. De plus, ce type de surface n'a pas de support local. Par conséquent, il est impossible de modifier la surface localement. Aussi, générer une surface implicite, qui épouse des points de données provenant d'un système d'acquisition, demande énormément de calcul et de mémoire. Parmi ses avantages, il est à noter que dans le cas du tronc, il serait possible d'avoir une surface fermée, comme c'est le cas pour une surface polygonale. Donc, afin d'avoir une surface continue, sur laquelle le calcul de courbures serait aisés, et une surface pouvant être facilement discrétisée pour la convertir en une surface polygonale, il faut se tourner vers les surfaces paramétriques.

Valérie Pazos dans son mémoire (Pazos, 2002) a générée une surface paramétrique par krigeage dual. Le krigeage a été développé originellement pour estimer la concentration de minéraux dans une région géographique à partir d'échantillons du sol extraits à quelques endroits dans la région. Cette représentation était un bon choix *a priori*. Toutefois, elle constate, suite à sa recherche, que ce type de surface a quelques désavantages. Premièrement, la qualité de sa surface est sujette à la valeur de plusieurs paramètres de son algorithme. Le plus important est sûrement l'effet pépite qui permet de laisser plus de souplesse dans l'approximation des points dans une ou des régions données. La localisation de ces régions est différente d'un patient à l'autre, ce qui rend difficile l'automatisation de son algorithme. Aussi, cet effet de pépite est difficile à doser (Pazos, 2002). Un effet de pépite trop grand lisse trop la surface et un trop petit, pas assez. Ce dosage est aussi fonction des régions. Mais, le plus important c'est que l'effet de pépite ne représente pas une tolérance physique entre les points de données et la surface résultante.

Afin d'éviter les désavantages des représentations surfaciques précédentes, les surfaces B-splines ont été utilisées dans ce projet pour les raisons suivantes. Premièrement, la technique de modélisation par B-spline proposée à la section 1.5, permet de faire une approximation des points de données avec une tolérance réellement physique contrairement à l'effet de pépite pour le krigeage. Ainsi, cette technique répond à un des objectifs de ce projet (section 1.7), soit de modéliser le tronc par une surface paramétrique respectant une certaine tolérance par rapport aux points de données tridimensionnelles

provenant du système. Deuxièmement, les B-splines ont tous les avantages des surfaces paramétriques. Ainsi, il est facile de calculer les courbures moyenne et gaussienne, puisqu'il s'agit d'une surface continue. Aussi, il est possible de faire une discréétisation de plus en plus fine, lorsqu'une analyse d'une région plus précise du tronc est nécessaire. Par le fait même, il est facile d'énumérer les points de la surface. De plus, il est possible de décrire, avec les B-splines, des formes complexes. Un autre avantage des B-splines est sa forme intuitive. Ainsi, il est simple de calculer des dérivées et de manipuler une surface B-spline. Un dernier avantage est son support local. Celui-ci permet de modifier localement la forme de la surface sans affecter toute la surface.

Comme il vient d'être mentionné, les surfaces B-splines ont été choisies pour plusieurs raisons. Cela ne signifie pas qu'il s'agisse de la représentation idéale pour représenter le tronc dans le cadre d'une analyse des déformations scoliotiques, mais bien d'une représentation ayant des atouts pertinents.

Maintenant que le choix de la représentation surfacique est justifié, la section suivante présente la technique d'approximation de points par une surface B-spline sur laquelle est basé ce projet.

1.5 Algorithme d'approximation par une surface B-spline

Afin de générer une surface B-spline approximant les données originales à une certaine tolérance, ce projet s'inspire d'un algorithme publié dans l'article « Surface approximation to scanned data » (Piegl et Tiller, 2000c). Cette section présente cet algorithme¹.

Cette technique de modélisation a l'avantage de donner une modélisation paramétrique intuitive permettant de faire efficacement l'analyse automatique de la géométrie externe du tronc. En effet, afin d'analyser une surface, il est d'usage d'extraire ses caractéristiques. Celles-ci sont liées aux calculs des dérivées premières et secondes de la surface. Ce calcul est d'une grande simplicité avec une représentation B-spline. Un algorithme efficace et simple se trouve dans le livre « The NURBS Book » (Piegl et Tiller, 1997).

Toutefois, pour notre application, cet algorithme a un désavantage lié à sa nature même.

¹Le lecteur est prié de se référer à l'annexe I afin d'avoir un rappel sur les B-splines.

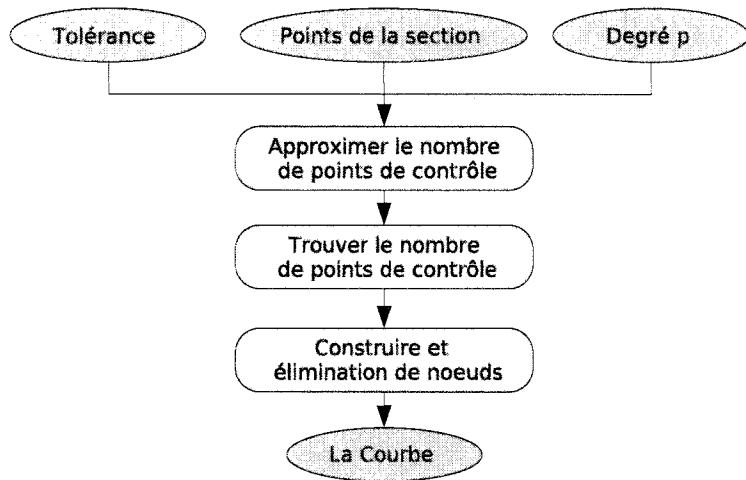


Figure 1.26 Étapes de l'approximation de courbe avec une certaine tolérance

L'algorithme décrit dans les pages suivantes est basé dans un premier temps sur l'approximation par une courbe B-spline d'une série de points provenant d'une section transversale du tronc. Donc, chaque section est décrite par une seule courbe. Un problème peut survenir si un patient a une épaule haute créant un creux à la base du cou dans le plan frontal. Dans ce cas, au moins une section transversale, à cette hauteur, ne peut être représentée par une seule courbe. Donc, cette section doit être écartée de l'algorithme d'approximation, d'où une perte relativement importante d'informations au niveau des épaules. De plus, même si ce problème ne se rencontre pas, les épaules sont une partie difficile à modéliser par cet algorithme dû au changement rapide de largeur dans le plan frontal.

1.5.1 Approximation de courbes à une certaine tolérance

Tel que discuté précédemment, l'algorithme de modélisation de surface B-spline présenté dans cette section s'appuie sur un algorithme d'approximation de courbes respectant une certaine tolérance. Cet algorithme est illustré à la figure 1.26. Comme on peut le voir, l'algorithme prend en entrée trois paramètres, soit la tolérance à respecter, les points de la section transversale (du tronc dans notre cas) à approximer et le degré de la courbe désirée.

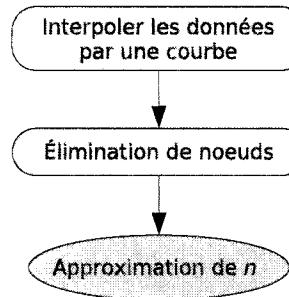


Figure 1.27 Approximer le nombre de points de contrôle

La première étape (figure 1.27) consiste à approximer le nombre de points de contrôle qu'il faut pour respecter la tolérance dans le cas d'une approximation par moindres carrés. Cette étape est réalisée en faisant une interpolation des données par une courbe B-spline (Annexe I.3) puis en essayant d'éliminer le plus de noeuds possible par un algorithme d'élimination de noeuds avec la tolérance spécifiée (Annexe I.6).

Ayant une approximation du nombre de points de contrôle, la deuxième étape consiste à trouver, plus précisément, le plus petit nombre de points de contrôle qui génère, par approximation par moindres carrés (Annexe I.4), une courbe qui respecte la tolérance. Pour y arriver, on accompli les étapes illustrées à la figure 1.28. On débute en approximant les points de données par une courbe ayant le nombre de points de contrôle approximé. On projette ensuite les points de données sur la courbe (Annexe I.7). Si un des points a une distance à la courbe plus grande que la tolérance, alors on incrémente le nombre de points de contrôle et on répète le même processus jusqu'à ce que la tolérance soit respectée. Deux types d'incrémentation peuvent être utilisés. Le premier type consiste à incrémenter de un à chaque fois, *i.e.* faire une incrémentation linéaire. Le deuxième type (incrémentation non linéaire) consiste à augmenter le nombre de points de contrôle plus rapidement si celui-ci est très petit par rapport au nombre de points de données ($n \ll k$) et de moins en moins rapidement lorsque celui-ci s'approche du nombre de points de données ($n \approx k$). Cette façon de faire est décrite par l'équation suivante :

$$\Delta n = \frac{n}{2} \quad (1.1)$$

$$n = \min(n + \Delta n, \frac{n + k + 1}{2}) \quad (1.2)$$

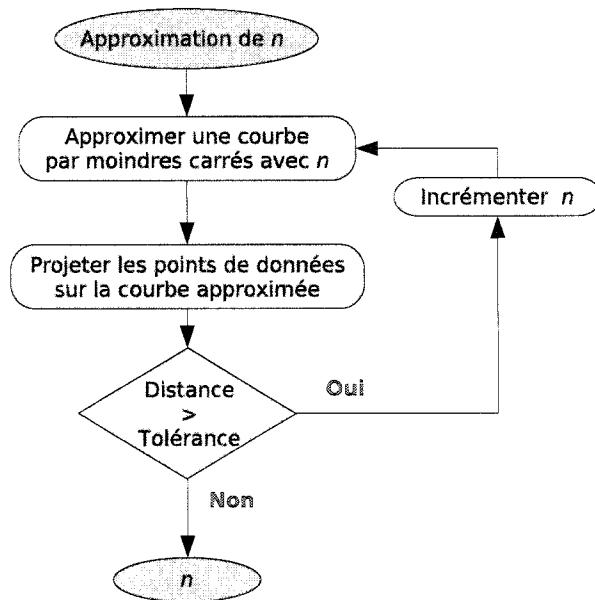


Figure 1.28 Trouver le nombre de points de contrôle

La dernière étape (figure 1.29) consiste à construire la courbe avec le nombre de points de contrôle trouvé précédemment. Dans le cas où le nombre de points de contrôle est égal au nombre de points de données, alors une interpolation est réalisée, sinon une approximation par moindres carrés est effectuée. Pour finir, l'algorithme d'élimination de noeuds est appliqué afin d'éliminer les noeuds très proches.

1.5.2 Approximation de surfaces

L'algorithme d'approximation de sections de points par une surface B-spline respectant une certaine tolérance, se base sur l'algorithme d'approximation de points par une courbe B-spline respectant une tolérance vue à la section précédente.

La figure 1.30 illustre l'algorithme approximant les points des sections par une courbe qui ensuite approxime les courbes-sections pour construire la surface. L'algorithme prend en entrée deux valeurs de tolérance, une liste des sections de points et le degré de la surface dans chaque direction (p et q).

La première étape consiste à approximer chaque section de points par une courbe B-

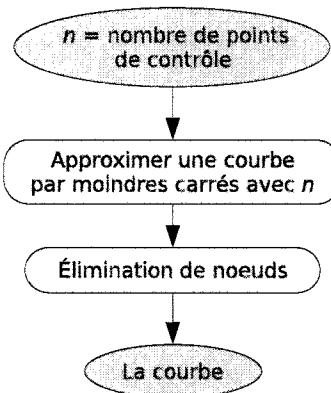


Figure 1.29 Construire la courbe et éliminer des noeuds

spline respectant la première tolérance. Ensuite, les courbes sont mises compatibles (section 1.5.2.1). À la fin de ce processus, on a le vecteur nodal dans la première direction de la surface. Ainsi, chaque courbe, utilisant ce même vecteur nodal, a le même nombre de points de contrôle.

La troisième étape consiste à approximer chaque i^e point de contrôle de chaque courbe par une courbe B-spline respectant la seconde tolérance. Ceci est fait pour tous les points de contrôle. Pour finir, on rend compatibles ces courbes. Cela nous donne le vecteur nodal dans la seconde direction et la grille de points de contrôle. Cette façon de construire une surface vient du fait qu'une surface B-spline est un produit tensoriel.

1.5.2.1 Rendre les courbes compatibles

Pour rendre des courbes compatibles, cela implique de faire les étapes suivantes :

- Mettre les vecteurs nodaux sur un même intervalle
- Augmenter le degré des courbes au degré le plus élevé de toutes les courbes
- Fusionner les vecteurs nodaux
- Raffiner les courbes (*i.e.* insérer les noeuds manquants)²

Il est à noter que l'opération d'insertion de noeuds ne change en rien la forme des courbes. Une courbe, après une insertion de noeuds, est exactement la même qu'avant

²p. 141-179 du livre « The NURBS Book » (Piegl et Tiller, 1997)

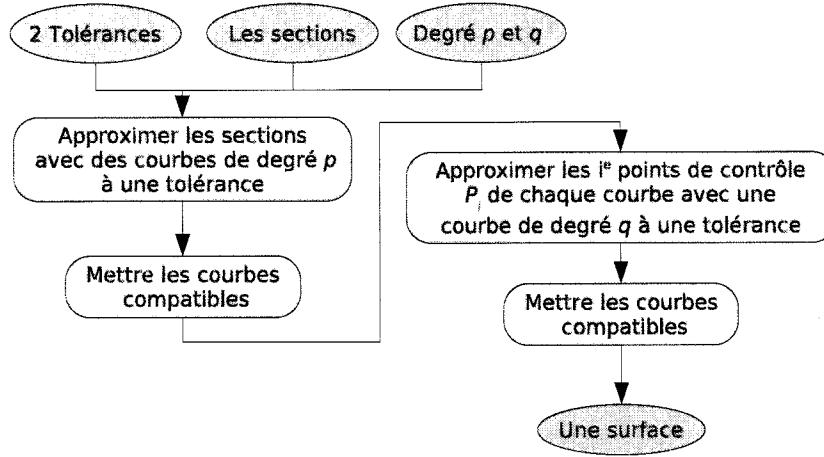


Figure 1.30 Algorithme d’approximation de points à une certaine tolérance par une surface B-spline

cette opération. C'est comme si on ajoutait à la fonction polygonale suivante $f = 3 + 4x$ un coefficient pour représenter x^2 . L'équation résultante serait : $f = 3 + 4x + 0x^2$. Cet ajout nul d'information, vise simplement à ce que toutes les courbes aient le même vecteur nodal et par conséquent le même nombre de points de contrôle.

1.5.2.2 Contrôle du vecteur nodal

Afin de diminuer le nombre de noeuds à insérer dans chaque courbe lors de l'opération rendant les courbes compatibles et, par le fait même, la quantité d'informations nécessaires pour représenter la surface, un algorithme de contrôle du vecteur nodal est implémenté dans l'algorithme d'approximation par moindres carrés.

Cet algorithme prend en entrée un vecteur nodal candidat. Un vecteur nodal idéal et un vecteur nodal idéal de degré $p - 1$ sont aussi calculés. Pour le i^e noeud du vecteur nodal de la courbe (un noeud interne), on trouve le noeud, du vecteur nodal candidat, le plus proche du noeud idéal u_i^p . Si ce noeud est à l'intérieur de l'intervalle $[u_{i-1}^{p-1}, u_i^{p-1}]$, alors le noeud est sélectionné au détriment du noeud idéal. Dans le cas contraire, on prend le noeud idéal qui est lui-même ajouté au vecteur nodal candidat, après avoir construit tout le vecteur nodal de la courbe.

Cette flexibilité dans le choix des noeuds du vecteur nodal ne cause pas de problème numérique ou des courbes avec des formes indésirables (Piegl et Tiller, 2000c). Elle a toutefois l'avantage de réduire énormément la quantité d'informations pour représenter une surface. Dans l'algorithme présenté précédemment, on approxime la première section avec un vecteur nodal candidat vide, puis la deuxième section avec le vecteur nodal candidat mis à jour par la première courbe, ainsi de suite. Le même processus est appliqué en approximant ou en interpolant les points de contrôle de chaque courbe.

Avec ce contrôle du vecteur nodal, il est possible de déterminer dans quel ordre on tente d'éliminer les noeuds dans l'algorithme d'approximation de courbes. Après avoir interpolé avec un vecteur nodal candidat, on associe une priorité aux noeuds. Les nouveaux noeuds ont une priorité de 1 et les autres une priorité de 2. Ainsi, à l'élimination, on commence par essayer d'éliminer ceux de priorité 1 avant ceux de priorité 2. Par conséquent, le vecteur nodal grandit moins vite. La même chose est faite à la dernière étape de l'approximation de courbes, *i.e.* après avoir construit la courbe par approximation par moindres carrés. Il est à noter que le vecteur nodal candidat original de cette section est utilisé à toutes les étapes, mais qu'il n'est officiellement mis à jour que lors de la dernière étape, *i.e.* lors de la dernière approximation par moindres carrés. Ce nouveau vecteur nodal devient alors le vecteur nodal candidat de la section suivante.

Suite à la modélisation surfacique du tronc humain, la section suivante présente une méthode de calcul de courbures sur une surface paramétrique et la représentation physique de ces valeurs de courbures pour des fins d'analyse d'une surface, comme l'analyse pour identifier automatiquement des repères anatomiques discutée à la section 1.2.4.

1.6 Techniques d'analyses de surface

Afin d'analyser une surface quelconque, il faut en extraire des caractéristiques qui sont invariantes, peu importe la position de la surface dans l'espace. C'est le sujet de la présente section. On note comme propriétés intrinsèques d'une surface la normale, le plan tangent et les courbures normales principales en un point sur cette surface. Ces deux premières propriétés font parties des notions de base en mathématiques, contrairement aux courbures normales principales (appelées aussi courbures principales). Avant de les

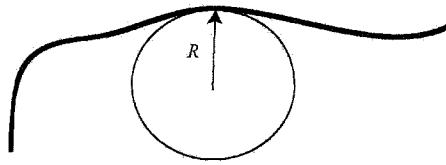


Figure 1.31 Courbure d'une courbe en un point (Zorin, 2002)

définir, il est nécessaire de décrire ce qu'est la courbure d'une courbe en un point.

La courbure en p d'une courbe est $\kappa = 1/\rho$ où ρ est appelé le rayon de courbure. Il s'agit du rayon du cercle passant par p et par p_1 et p_2 , deux points très près de chaque côté de p . En fait, il s'agit du cercle osculateur qui se retrouve dans le plan osculateur (figure 1.31). Pour une courbe paramétrique $C(u)$, la courbure en un point p est définie comme suit :

$$\kappa = \frac{1}{\rho} = \frac{|C_u \times C_{uu}|}{|C_u|^3} \quad (1.3)$$

Les courbures principales en un point p d'une surface paramétrique $S(u, v)$ sont deux valeurs notées κ_{min} et κ_{max} , qui sont indépendantes de la position de la surface dans l'espace. Elles représentent respectivement la courbure normale κ_n la plus petite et la plus grande de toutes celles mesurées sur les courbes créées à l'intersection de la surface S et des plans formés par la normale n en p et une des tangentes t présente dans le plan tangent à la surface en p . La figure 1.32 illustre trois de ces courbes formées chacune par un des plans et la surface. En résumé, lorsque l'on fait une rotation du plan autour de la normale, la courbure normale κ_n varie entre une valeur minimum κ_{min} et maximum κ_{max} . Ces deux courbures sont mesurées dans des courbes ayant des directions perpendiculaires. Celles-ci sont appelées les directions principales.

Les courbures principales permettent de définir deux mesures très intéressantes pour analyser une surface. Il s'agit de la courbure gaussienne K et de la courbure moyenne H définie respectivement comme étant le produit et la moyenne des courbures normales principales.

$$K = \kappa_{min} \cdot \kappa_{max} \quad (1.4)$$

$$H = \frac{\kappa_{min} + \kappa_{max}}{2} \quad (1.5)$$

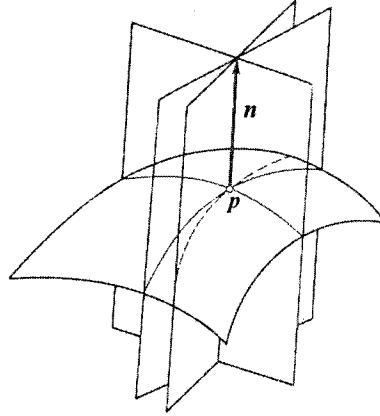


Figure 1.32 Courbures normales (Mortenson, 1985)

Il existe une méthode pour calculer ces courbures sur une surface paramétrique $S(u, v)$ de continuité C^2 . Elle est basée sur les coefficients de la première et la seconde forme fondamentale (Mortenson, 1985). Les coefficients de la première forme sont :

$$E = S_u \cdot S_u \quad (1.6)$$

$$F = S_u \cdot S_v \quad (1.7)$$

$$G = S_v \cdot S_v \quad (1.8)$$

Les coefficients de la seconde forme sont :

$$L = S_{uu} \cdot n \quad (1.9)$$

$$M = S_{uv} \cdot n \quad (1.10)$$

$$N = S_{vv} \cdot n \quad (1.11)$$

Ainsi, les courbures gaussienne et moyenne peuvent être calculées comme suit :

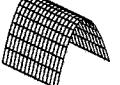
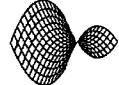
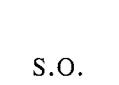
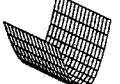
$$K = \frac{LN - M^2}{EG - F^2} \quad (1.12)$$

$$H = \frac{EN + GL - 2FM}{2(EG - F^2)} \quad (1.13)$$

Il est également possible de retrouver κ_{min} et κ_{max} à partir de ces valeurs de courbures :

$$\kappa_{min} = H - \sqrt{H^2 - K} \quad (1.14)$$

Tableau 1.2 Formes locales associées aux valeurs de courbure gaussienne et moyenne (Lepage, 2004)

	$K < 0$	$K = 0$	$K > 0$
$H < 0$			
$H = 0$			
$H > 0$			

$$\kappa_{max} = H + \sqrt{H^2 - K}. \quad (1.15)$$

À partir des valeurs de courbure gaussienne et moyenne, il est possible de qualifier la forme locale de la surface. Le tableau 1.2 donne les formes associées à chaque combinaison de courbures gaussienne et moyenne. Il est ainsi possible d'analyser une surface quelconque à l'aide des courbures gaussienne et moyenne.

1.7 Objectifs du projet

Ce projet s'inscrit dans le cadre d'un projet général de grande envergure qui vise à développer une méthode non effractive pour le suivi des patients scoliotiques. Étant non effractive, il sera possible de faire le suivi médical des patients plus régulièrement, contrairement au suivi effectué actuellement par des radiographies prises aux six mois (sinon plus) à l'Hôpital Sainte-Justine de Montréal. Ainsi, l'évolution de la déformation due à la scoliose, pour un patient donné, sera documentée davantage. De ce fait, les décisions médicales pourront être prises au moment le plus opportun. Par ailleurs, cette méthode apportera de l'information complémentaire à celles obtenues à l'aide de radiographies. Celle-ci remplacera idéalement la prise de radiographie durant le suivi clinique des patients.

Le projet présenté dans ce mémoire a pour but d'implémenter une modélisation paramétrique en vue de faciliter l'extraction automatique d'indices quantifiant la déformation externe due à la scoliose. Ces indices, provenant de l'analyse automatique de la surface du tronc humain, seraient alors reproductibles et possiblement plus précis. Plus spécifiquement, les objectifs sont les suivants. Premièrement, il s'agit de modéliser le tronc par une surface paramétrique respectant une certaine tolérance par rapport aux points de données tridimensionnelles provenant du système d'acquisition *InSpeck*. Trois approches seront développées (présentées à la section 2.3) et comparées. La meilleure des trois sera utilisée par la suite. Deuxièmement, il s'agit d'identifier qualitativement (visuellement) sur cette surface quelques repères anatomiques permettant de calculer des indices cliniques. Une étude préliminaire sur quelques patients permettra de déterminer les repères anatomiques les plus propices à être identifiés automatiquement.

CHAPITRE 2

MÉTHODOLOGIE

La méthodologie de ce projet, représentée sous forme graphique à la figure 2.1, est la suivante. Tout d'abord, il est nécessaire de préparer les données provenant du système d'acquisition *InSpeck* pour avoir des sections de points. Ainsi, la section 2.1 présente le logiciel et les algorithmes développés pour extraire des sections de points. La deuxième étape consiste à faire de la modélisation. Dans un premier temps, il sera question de présenter l'algorithme d'approximation de points par une courbe B-spline. Des modifications par rapport à l'algorithme provenant de la littérature (présenté à la section 1.5.1) seront exposées. Dans un deuxième temps, les trois algorithmes de modélisation surfacique développés seront présentés. Ceux-ci dérivent de l'algorithme présenté à la section 1.5 de la revue de connaissances. La dernière étape consiste à identifier qualitativement quelques repères anatomiques en utilisant les caractéristiques de la surface B-spline du tronc modélisée à l'étape précédente.

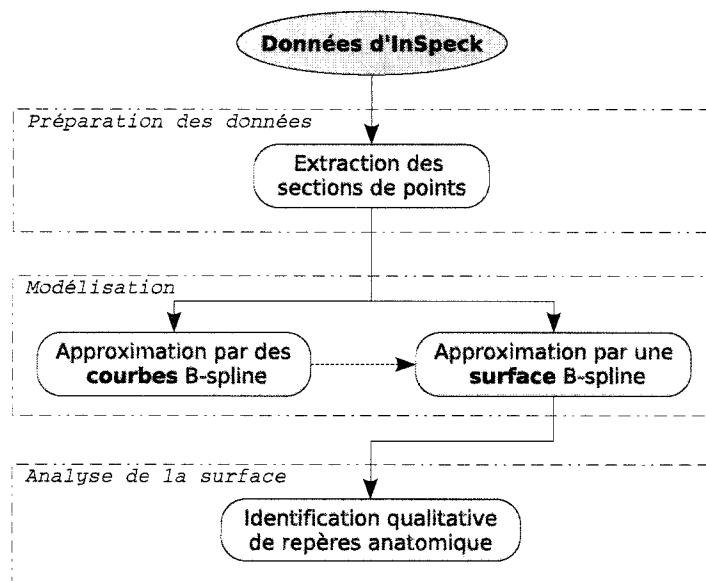


Figure 2.1 Méthodologie du projet

2.1 Extraction des sections de points

Pour modéliser le tronc par une surface paramétrique de type B-spline, il est nécessaire d'obtenir des sections de points. Comme nous l'avons vu au chapitre précédent, l'extraction des sections de points à partir du fichier de données « .sze » pose problème (section 1.3.4). Afin d'effectuer cette tâche, un logiciel spécialisé a été développé, qui a pour nom *ExtracSections*. Celui-ci génère un fichier texte avec l'extension « .Sections3D », qui contient les points de chaque section délimitée par la balise <DEBUT_SECTION>. Celle-ci est présente sur une ligne avant le premier point de chaque section. Décrivons maintenant l'interface graphique du logiciel et, par le fait même, ses diverses fonctionnalités pour ensuite discuter des algorithmes sous-jacents à son fonctionnement.

2.1.1 Description des fonctionnalités de l'interface graphique

L'interface graphique du logiciel est illustré à la figure 2.2. Il est à noter qu'afin de faciliter la description de l'interface, certaines parties de celle-ci ont été numérotées. L'interface graphique est composée de deux zones graphiques (5 et 7). Celle de gauche montre le tronc au complet et celle de droite montre la section qui est présentement sélectionnée.

Différentes informations sont mises en évidence dans chaque vue à l'aide de couleurs différentes. Dans la vue de gauche (5), les points rejetés par l'algorithme d'extraction des sections sont dessinés en orange. Le premier point de chaque section est dessiné en jaune. La section sélectionnée est en vert clair avec ses points dessinés en rouge. Les autres sections sont en turquoise avec leurs points dessinés en rose. Ainsi, il est possible de voir en un coup d'oeil le résultat de l'algorithme d'extraction des sections. La vue de droite (7) montre la section sélectionnée en vert clair avec ses points dessinés en blanc. Le premier point de la section est aussi en jaune comme pour la vue de gauche. De plus, le point sélectionné est dessiné en rouge.

Ces deux vues sont construites avec le même « widget », soit un « qglviewer »¹. Par conséquent, ils comportent les mêmes boutons. Ceux-ci permettent de modifier la vue de

¹qglviewer peut être trouvé à l'adresse suivante : <http://www.gris.uni-tuebingen.de/projects/qglviewer/>

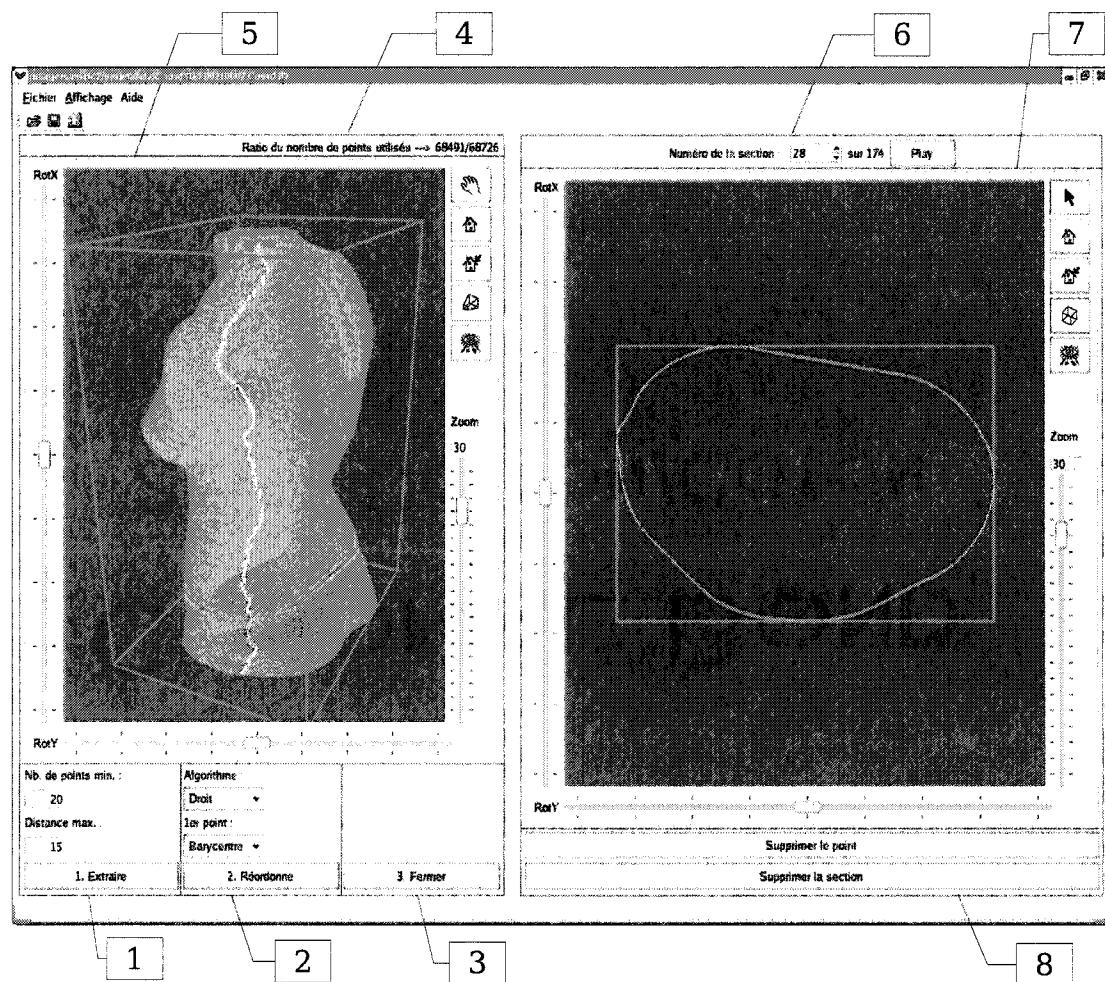


Figure 2.2 Interface graphique du logiciel *ExtracSections*

la scène. Le premier bouton en haut à droite permet de changer les fonctionnalités de la souris. Dans le premier mode, celui avec l'icône de la main (voir la vue de gauche), il est possible de déplacer la scène sur un plan, de faire des rotations de la scène, d agrandir et de réduire la vue (*i.e.* « zoomer ») avec les différents boutons de la souris. Dans le second mode, celui avec l'icône de la flèche (voir la vue de droite), il est possible de sélectionner soit une section dans la vue de gauche (5), soit un point dans la vue de droite (7).

En bas à gauche, les zones 1, 2 et 3 permettent de faire les différentes étapes pour arriver à une extraction des sections. Dans la zone 1, on retrouve le bouton « Extraire » qui appelle la fonction d'extraction des sections. Cette fonction utilise deux valeurs entrées par l'utilisateur, soit le nombre de points minimum pour qu'une section soit considérée comme une section et la distance maximale permise entre un point et le suivant, y compris entre le premier et le dernier point d'une section. Ces deux valeurs peuvent être entrées par l'utilisateur à l'aide des champs correspondant dans la zone 1. L'algorithme d'extraction des sections est présenté à la section 2.1.2.

Dans la zone 2, on retrouve le bouton « Réordonne ». Celui-ci fait en sorte que chaque section commence sensiblement à la même position. La figure 2.3 présente à gauche un tronc (dans une projection orthogonale) avec ses sections initiales. Comme il est illustré, les premiers points de chaque section sont vraiment disparates. Lors de la modélisation par une surface B-spline, les premiers points de chaque section servent à définir deux des quatre bords de la surface. Il est évident que cela ne donnerait pas un résultat intéressant. Ainsi, il est nécessaire qu'il y ait peu de variation de position entre les premiers points de chaque section. À droite, sur la figure 2.3, le même tronc est représenté après que les points des sections aient été réordonnés. Avec ce modèle, le bord de la surface B-spline résultante ondule moins.

Afin de modifier le fonctionnement de l'algorithme pour réordonner les points des sections, deux options peuvent être contrôlées par l'utilisateur. Ces options sont disponibles, car il n'y a pas un algorithme parfait qui s'applique à tous les troncs pour le moment. La première option est le choix de l'algorithme, soit : « Droit », « Droit relatif » et « XZ ». Ces trois algorithmes font sensiblement le même travail, mais avec des méthodes légèrement différentes. Toutefois, elles utilisent toutes un premier point, sur la première section (celle du bas), qui sert de référence pour réordonner les points des sections. Le

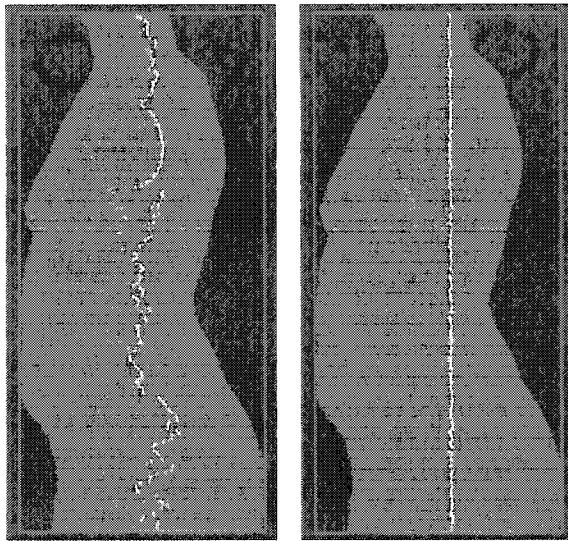


Figure 2.3 Tronc avec les sections initiales (gauche) et avec les sections réordonnées (droite)

choix de la méthode pour choisir le premier point de la première section est fait à partir de la deuxième option de la zone 2. Les deux choix sont : « Barycentre » et « Petit x ». Dans le cas de ce dernier, le premier point de la première section est choisi comme étant celui avec la plus petite valeur de coordonnée en x (la figure 1.23 montre le système de coordonnées). Dans le cas du choix « Barycentre », le premier point de la première section est choisi comme étant un point avec une valeur de x plus petit que celle du centre de masse (barycentre) de la section (*i.e.* moyenne des coordonnées des points de la section) et avec la valeur de z la plus proche de celle du centre de masse.

À partir du premier point de la première section, un des trois algorithmes mentionnés plus haut est utilisé pour réordonner les points des sections subséquentes. Dans le cas de l'algorithme « Droit », celui-ci trouve le premier point de la section courante comme étant celui qui est le plus près en z du premier point de la première section (point de référence) tout en ayant un x plus petit que celui du barycentre de la section courante. Dans le cas de l'algorithme « Droit relatif », celui-ci trouve le premier point de la section de la même façon que l'algorithme « Droit » à une différence près. En effet, le point de référence est mis à jour d'une section à l'autre par le nouveau premier point de la section précédente. Dans le cas de l'algorithme « XZ », celui-ci trouve le premier point de la section de la même façon que l'algorithme « Droit relatif » à une différence près. En

effet, plutôt que de trouver le premier point comme étant celui qui est le plus près en z du point de référence, il utilise un critère de distance basé sur les coordonnées x et z (pour une illustration du système de coordonnées, voir la figure 1.23).

Le bouton « Fermer » de la zone 3 permet d'ajouter un point à la fin de chaque section. Ce point est égal au premier point de chaque section. Ainsi, la surface modélisée par la suite sera visiblement fermée. Cette étape n'est toutefois pas primordiale.

Il est à noter que lors du chargement d'un fichier « .sze », les trois fonctions reliées au trois boutons des zones 1, 2 et 3 de la figure 2.2 sont appelées automatiquement. Donc, pour choisir un autre algorithme pour réordonner les points des sections ou pour utiliser les autres options qu'offre l'interface (décrisées plus loin), le bouton « Extraire » doit être activé.

Dans la zone 4, il est indiqué le ratio du nombre de points utilisés sur le nombre de points total que comportait le modèle à l'origine. Cela permet de savoir si trop de points ont été éliminés par l'algorithme. Il est en effet possible que très peu de sections puissent être extraites. L'algorithme d'extraction des sections de ce programme est basé sur l'hypothèse que dans le fichier d'origine les points sont déjà placés en sections, ce qui est en général le cas avec le système d'acquisition *InSpeck*.

La zone 6 présente de l'information sur la section sélectionnée et le nombre total de sections. Il est possible de changer la section sélectionnée en utilisant le bouton fléché (« spin box » en anglais). De plus, il est possible de faire défiler les sections à l'aide du bouton « Play ».

Il est également possible de supprimer la section sélectionnée avec le bouton « Supprimer la section » présent dans la zone 8. Cela est utile surtout pour les premières sections du bas, car souvent celles-ci sont trop bruitées et n'apportent donc aucune information pertinente. Dans la zone 8, il y a également le bouton « Supprimer le point » qui permet de supprimer le point sélectionné. Ceci est utile, car il peut être souhaitable à certaines occasions de supprimer un point non pertinent. Cette option est cependant rarement nécessaire, car l'algorithme d'extraction des sections supprime déjà les points les moins pertinents, comme cela va être expliqué à la section suivante.

2.1.2 Implémentation de l'algorithme d'extraction de sections

Dans la section précédente, il a été question de l'invocation de la fonction d'extraction des sections. Cette fonction est le cœur du programme *ExtracSections*. En vue de contourner les divers problèmes de l'extraction des sections vues au chapitre précédent à la section 1.3.4, l'algorithme a été développé tel qu'ilustré à la figure 2.4.

La première étape de l'algorithme consiste à éliminer le bruit entre deux plateaux successifs ayant la même valeur de y . Pour ce faire, lorsque du bruit est détecté entre deux de ces plateaux, la valeur en y des points bruités est changée pour la valeur du plateau. Ainsi, on fusionne en quelque sorte les plateaux pour en former un seul. Le premier graphique en haut de la figure montre la valeur en y pour une partie des points d'un modèle. Le second graphique présente le résultat de l'élimination du bruit intra-plateau. Après cette étape, il existe toujours des points bruités aux extrémités des plateaux. Les étapes suivantes se chargent de bien identifier les sections et d'éliminer le bruit.

La deuxième étape consiste à déterminer quels sont les plateaux et la valeur du saut en y entre chacun de ces plateaux. Ces deux types d'informations servent à identifier les sections lors de l'étape suivante. Pour identifier les plateaux, le décompte du nombre de points pour chaque valeur de y existant dans l'ensemble des points est effectué. Cette étape est réalisée facilement avec un tableau associatif (« map » en anglais). Le résultat de cette étape est présenté dans le premier graphique relié à l'étape « Identifier les plateaux et calculer la valeur des sauts » sur la figure 2.4. Comme il est identifié par l'en-cercle sur le graphique, certaines valeurs de y ont peu de points associés. Pour éliminer ces faux plateaux, générés par des points bruités, la condition suivante est appliquée. Si le nombre de points associés à un y est plus petit que la moitié du nombre minimum de points entrés par l'utilisateur, alors cet y est supprimé dans le tableau associatif. Ensuite, la distance entre un plateau et le plateau précédent est calculée. Si cette distance est plus petite que 10% (valeur empirique) de la moyenne des distances inter-plateaux, alors le plateau courant est supprimé et l'algorithme continue avec le plateau suivant, ainsi de suite. Ceci élimine également les faux plateaux. En fait, deux plateaux séparés par 10% de la moyenne des distances inter-plateaux sont assurément un seul et unique plateau². Au bout du compte, tous les plateaux et la distance entre eux ont été identifiés.

²Cette condition n'a jamais été utilisée dans les quelques tests effectués. Elle est simplement là par

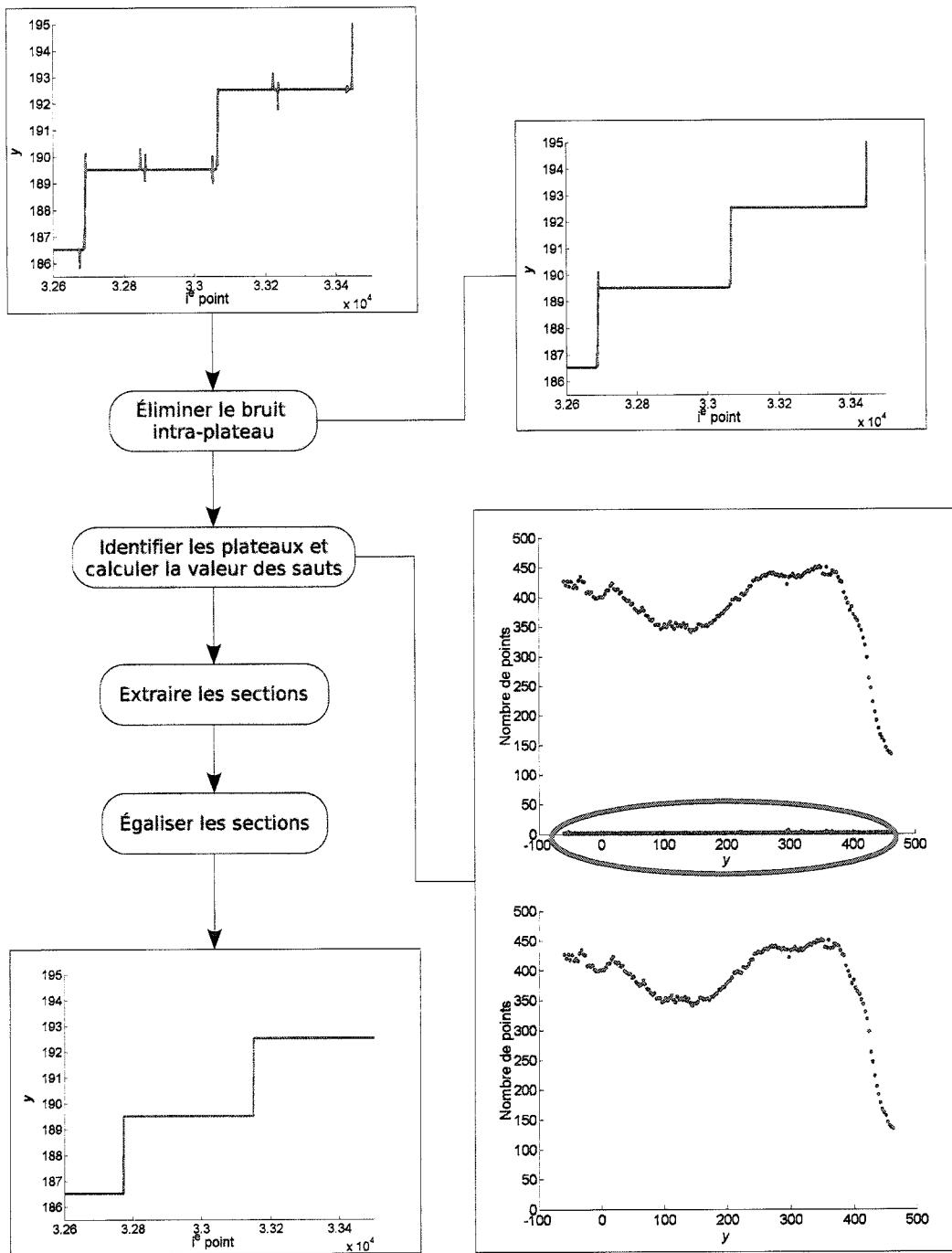


Figure 2.4 Algorithme d'extraction des sections

Le deuxième graphique de cette étape montre les valeurs de y considérées comme des plateaux.

La troisième étape est réellement celle qui accomplit l'extraction des sections de points. Pour y arriver, l'algorithme parcourt, un à la suite de l'autre, tous les points. Si la position en y des cinq points³ suivants est plus grande ou égale à la somme de la valeur en y du plateau courant avec la moitié de la distance entre ce plateau et le suivant (la moitié du saut), alors le point courant constitue le dernier point de la section courante. L'algorithme enregistre alors les points de la section et on passe au plateau suivant, ainsi de suite. Toutefois, à chaque fois qu'une section est identifiée, elle doit être validée par un test pour vérifier si celle-ci respecte les critères de la distance maximale tolérée entre un point et le suivant (y compris entre le point initial et le point final de la section) et le critère du nombre minimum de points par section tel qu'entré par l'utilisateur dans l'interface graphique. Ces critères assurent de ne pas considérer comme des sections des ensembles de points disparates ou des sections incomplètes.

La dernière étape de l'algorithme égalise les sections, *i.e.* qu'elle change la valeur en y de tous les points pour la valeur du plateau correspondant. Il est à noter qu'en général, la majorité des points ont déjà la bonne valeur en y . À la fin de l'algorithme certains points ont changé de valeur en y à la première étape et les autres à cette dernière étape. Tous ces points sont en majorité des points situés sur chaque côté du patient, à la base du tronc ou au niveau du cou et des épaules. Il s'agit de données fortement bruitées ou générées par interpolation par le système *InSpeck*. Il est donc acceptable de modifier la valeur en y . Néanmoins, dans le chapitre suivant, des résultats seront présentés sur l'ajustement en y appliqué aux points des sections. Sur la figure 2.4, le dernier graphique en bas montre le résultat de cette étape.

Après que les sections soient extraites et égalisées, une dernière étape s'ajoute pour supprimer certains points des sections. Ces points doivent être supprimés, car parfois certaines sections présentent des défauts, tel que des boucles, des replis (figure 2.5) ou bien les derniers points de la section recoupent les premiers points (figure 2.6). Il est à noter que ce dernier défaut est présent davantage à la hauteur des épaules. Pour éliminer

mesure de sûreté.

³Cette valeur a été déterminée par essaie et erreur. Un nombre plus petit de points n'est pas efficace et un nombre plus grand n'apporte aucun avantage.

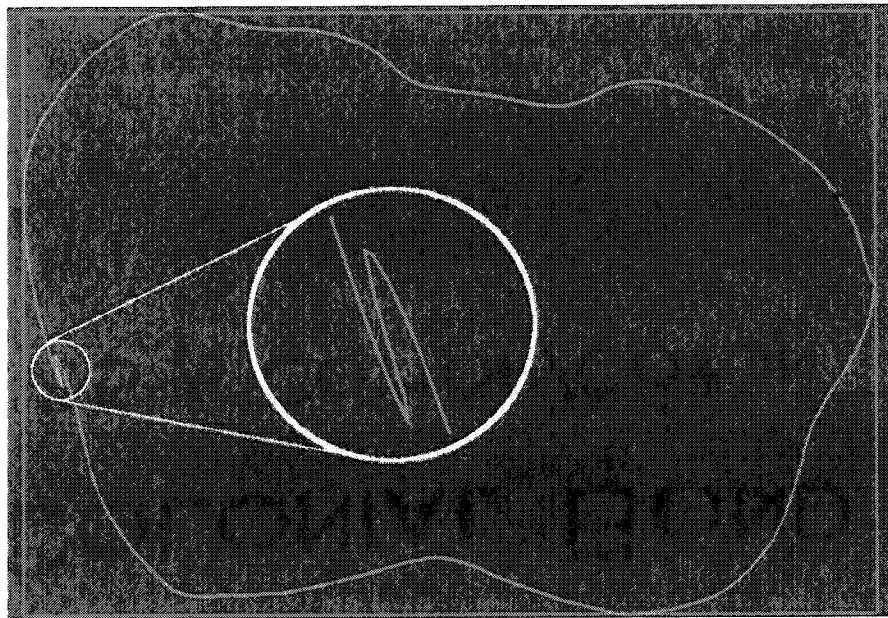


Figure 2.5 Une section présentant un repli

ces défauts, les points formant avec ses deux voisins un angle aigu (*i.e.* plus petit que 90°) sont supprimés. Il est à noter que pour le dernier et premier point, on fait comme si la courbe était fermée. Pour déterminer si l'angle entre deux segments de droite est aigu, le produit scalaire des vecteurs $\overrightarrow{PP - PC}$ et $\overrightarrow{PS - PC}$ (où PP = Point précédent, PC = Point courant et PS = Point suivant) est calculé. Si le produit scalaire est positif, cela signifie que l'angle est compris dans l'intervalle $[0, 90[$ degrés, donc il s'agit d'un angle aigu. Toutefois, afin d'éliminer les points les moins pertinents en premier, plusieurs passes de l'algorithme sont effectuées sur chaque section. Ainsi, à chaque passe, parmi les points associés à un produit scalaire positif, ceux présentant un angle petit sont supprimés en premier puis, de plus en plus grand à chaque passe jusqu'à 90° . Cela est nécessaire, car en supprimant un point, les angles de ses points voisins changent. Ainsi, par exemple, un point ayant un angle associé de 88° , s'il est supprimé, pourrait faire en sorte de changer l'angle associé au point suivant en le faisant passer de 10° à 97° . Dans ce cas, le point le moins pertinent (*i.e.* le point suivant) serait gardé au détriment d'un point plus pertinent. En éliminant les points avec un angle associé petit en premier, ce genre de problèmes est réglé. La figure 2.7 montre la même section que celle de la figure 2.5, mais après que les points avec un angle associé aigu aient été éliminés. Ainsi, la courbe ne compte plus de repli.

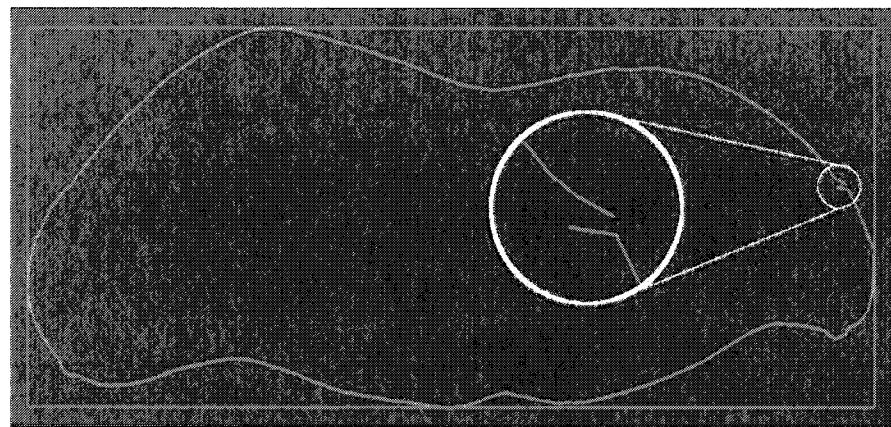


Figure 2.6 La fin d'une section débordant

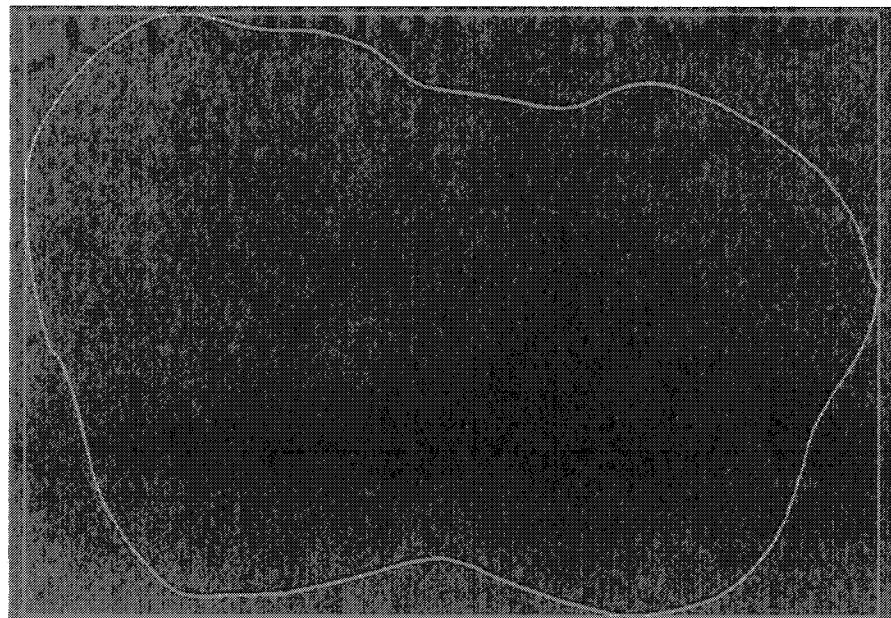


Figure 2.7 Une section ne présentant plus de repli

2.2 Approximation de courbes

L'algorithme sur lequel se base ce projet afin de modéliser la surface du tronc en respectant une certaine tolérance a été exposé dans la revue de littérature à la section 1.5. Celui-ci inclus, à la base, un algorithme d'approximation de points par une courbe B-spline décrit à la sous-section 1.5.1. Dans le cadre de ce projet, ce dernier algorithme a été modifié afin de l'améliorer et de l'adapter à notre application.

Tout d'abord, la méthode pour trouver le nombre de points de contrôle nécessaire afin de respecter une tolérance a été modifiée comme illustré à la figure 2.8. La modification se résume comme suit. Après avoir augmenté le nombre de points de contrôle, soit avec l'incrémentation linéaire ou non linéaire, tel que décrit à la section 1.5.1, on tente de trouver une valeur plus petite qui ne respecte pas le critère de tolérance en décrémentant de 1. Ayant trouvé une telle valeur, on prend la valeur précédente qui respectait le critère (*i.e.* on incrémentait de 1). Ainsi, on obtient à la fin de cette étape le nombre de points de contrôle le plus petit qui respecte la tolérance. Par conséquent, le nombre de données nécessaires pour représenter la courbe (et par le fait même la surface) est potentiellement plus petit qu'avec l'algorithme original. Cette façon de faire est surtout utile lorsque la tolérance était respectée avec le nombre de points de contrôle approximé et lorsque la méthode d'incrémentation non linéaire est utilisée. En effet, pour ces deux cas, il est fort probable qu'un nombre inférieur de point de contrôle respecte la tolérance.

Une deuxième modification à l'algorithme se situe à la dernière étape de l'approximation de courbe. À celle-ci, illustrée à la figure 1.29, l'utilité de l'étape d'élimination de noeuds est remise en question. En effet, l'algorithme d'élimination de noeuds nécessite la spécification d'une valeur de tolérance. Définir la valeur de tolérance nécessaire n'est pas facile. Intuitivement, il est tentant d'utiliser la valeur de la tolérance à respecter dans l'approximation de courbes. Toutefois, son utilisation dans l'approximation de surface entraîne une dégradation de la surface. Cela vient du fait que les courbes sont trop approximées et, par conséquent, ne respectent plus la tolérance si chèrement acquise lors de l'étape d'identification du nombre de points de contrôle décrite précédemment. Ainsi, la surface présente de fortes ondulations à la verticale. Après quelques expérimentations, il semble qu'une valeur de 1% de la tolérance pour la courbe ne déforme pas visuellement l'apparence de la surface. Néanmoins, l'élimination de noeuds offre très peu d'avantage.

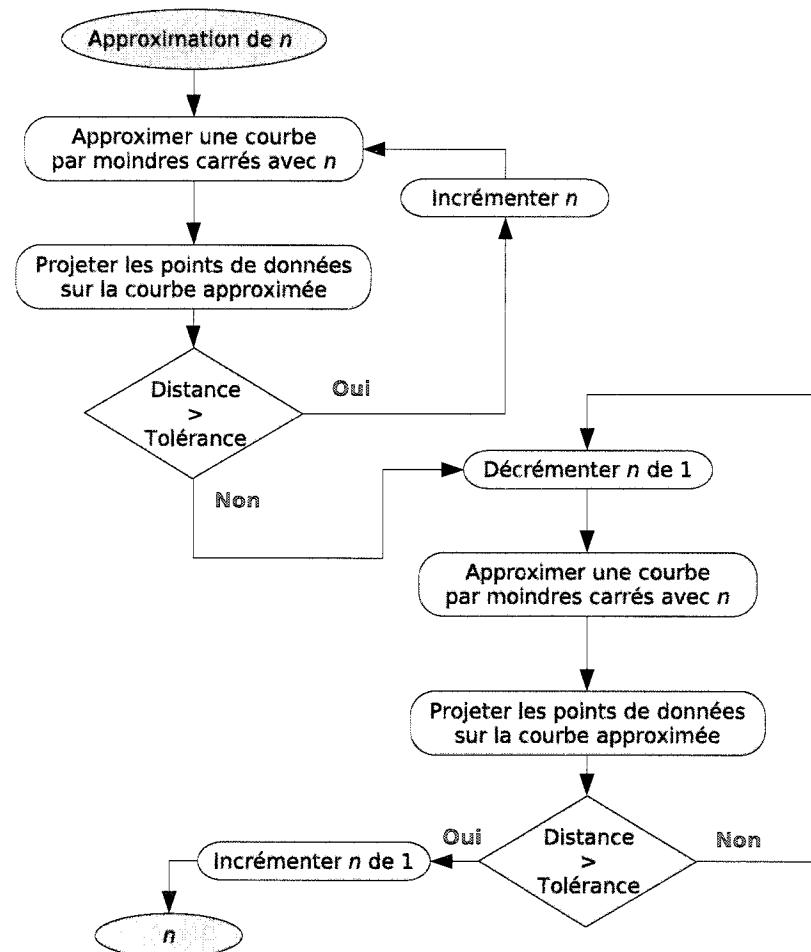


Figure 2.8 Trouver le nombre de points de contrôle

tages. Elle permet seulement d'éliminer les noeuds très proches, mais avec un coût en temps de calcul supplémentaire. Aussi, en général, il y a très peu de noeuds éliminés à cette étape. Par conséquent, cette étape a été supprimée complètement.

Une dernière modification a été apportée lors de l'approximation par moindres carrés afin d'utiliser moins de mémoire. La sous-section suivante présente cette optimisation mémoire.

2.2.1 Optimisation de la mémoire

La section I.4.1 de l'annexe I a présenté le système matriciel I.11 permettant de faire l'approximation par moindres carrés. Dans ce système, il a été dit également que la matrice N (équation I.12) est à semi-bande plus petite que $p+1$. Donc, il y a énormément de valeurs nulles. Par exemple, si le nombre de points de contrôle $n+1 \approx 100$, le nombre de points de données $m+1 \approx 1000$ et que le degré de la courbe est $p = 3$, alors une implémentation direct, sous la forme d'une matrice N de dimension $(m-1) \times (n-1)$, demanderait un espace mémoire de l'ordre de 100 000 espaces mémoire de type virgule flottante (float ou double en C++). Dans cette matrice, il y a environ 4000 éléments ayant une valeur différente de 0. Cela représente seulement 4% de l'espace mémoire utilisé pour la matrice !

Dans cette section, une implémentation permettant d'optimiser l'utilisation de la mémoire est présentée. Celle-ci est inspirée de l'article « Least-Squares B-Spline Curve Approximation with Arbitrary End Derivatives » (Piegl et Tiller, 2000a).

La figure 2.9 présente l'algorithme permettant d'enregistrer la matrice N dans une matrice compacte de dimension $(m-1) \times (p+1)$, ne contenant que les valeurs de la semi-bande $(p+1)$. Toutefois, afin d'avoir toutes les informations contenues dans la matrice N d'origine, il faut deux tableaux de longueur $(n-1)$ et un tableau de longueur $(m-1)$, soit :

index : Contient l'indice du premier élément non nul pour chaque rangée.

start : Contient l'indice du premier élément non nul pour chaque colonne.

end : Contient l'indice du dernier élément non nul pour chaque colonne.

Cet algorithme présente aussi comment remplir ces tableaux. Il est à noter qu'une correction a été apportée par rapport à la version publiée dans l'article (Piegl et Tiller, 2000a). En effet, la ligne 25 a été ajouté afin que l'algorithme soit fonctionnel.

Entrées :	$\{u_i\}, \{\bar{u}_i\}, p, n, m$
Sorties :	$N, index, start, end$

```

1   $rj = p$ 
2   $sj = p - 1$ 
3   $ej = -2$ 
4   $nd = n - 2$ 

5  pour  $i = 0$  à  $m - 2$  faire
6    pour  $j = 0$  à  $p$  faire
7       $N[i][j] = 0$ 

8  pour  $i = 0$  à  $nd$  faire
9     $start[i] = 0$ 
10    $end[i] = m - 2$ 

11 pour  $i = 1$  à  $m - 1$  faire
12    $dec \leftarrow$  Index de l'intervalle de  $[u_{dec}, u_{dec+1}]$  dans lequel  $\bar{u}_i$  est inclu
13    $li = \max(dec - p, 1)$ 
14    $hi = \min(dec, n - 1)$ 
15    $index[i - 1] = \max(0, dec - p - 1)$ 
16   Copier les fonctions de bases  $N_{li}, \dots, N_{hi}$  dans la matrice  $N$  compacte
17   si  $dec > rj$  alors
18     pour  $kk = 1$  à  $dec - rj$  faire
19        $sj = sj + 1$ 
20        $ej = ej + 1$ 
21       si  $sj \leq nd$  alors
22          $start[sj] = i - 1$ 
23       si  $ej \geq 0$  alors
24          $end[ej] = i - 2$ 
25        $rj = dec$ 

```

Figure 2.9 : Algorithme de génération de la matrice N (Piegl et Tiller, 2000a)

Maintenant que la matrice N est représentée sous une forme plus compacte, il faut être en mesure de faire l'opération matricielle $N^T N$. Le résultat de cette opération est une matrice à semi-bande $2p + 1$ de dimension $(n - 1) \times (n - 1)$. La figure 2.10 présente

l'algorithme permettant de faire cette opération à partir de la matrice compacte N et des tableaux associés. Il est à noter que contrairement à la version figurant dans l'article (Piegl et Tiller, 2000a), celle présentée ici n'utilise pas une matrice compacte pour $N^T N$.

Entrées : $N, index, start, end, p, n$

Sorties : NTN (la matrice $N^T N$)

```

1  $nd = n - 2$ 
2 pour  $i = 0$  à  $nd$  faire
3   pour  $j = 0$  à  $nd$  faire
4      $NTN[i][j] = 0$ 
5 pour  $i = 0$  à  $nd$  faire
6    $lj = \max(0, i - p)$ 
7    $hj = \min(nd, i + p)$ 
8   pour  $j = lj$  à  $hj$  faire
9      $lk = \max(start[i], start[j])$ 
10     $hk = \min(end[i], end[j])$ 
11    pour  $kk = lk$  à  $hk$  faire
12       $NTN[i][j] += N[kk][i - index[kk]] * N[kk][j - index[kk]]$ 

```

Figure 2.10 : Algorithme de génération de $N^T N$ (Piegl et Tiller, 2000a)

Il reste maintenant à définir une méthode pour calculer la matrice R . Celle-ci est présentée à la figure 2.11. Puisqu'il y a une matrice R pour chaque dimension, l'algorithme original a été modifié afin de faire simultanément les calculs pour chacune des coordonnées.

Comme il vient d'être vu, ces trois algorithmes permettent d'économiser une quantité significative de mémoire et c'est pourquoi ceux-ci ont été implémentés dans le présent projet.

2.3 Modélisation de surfaces paramétriques à partir des données brutes

Dans le cadre de ce projet, la modélisation de la surface du tronc humain a été réalisée en s'inspirant de l'algorithme décrit dans la revue de connaissances à la section 1.5. En plus

Entrées : $N, index, start, end, Rk, p, n, dim$ (dimension)

Sorties : R (la matrice \mathbf{R})

```

1  $nd = n - 2$ 
2 pour  $i = 0$  à  $nd$  faire
3    $lj = start[i]$ 
4    $hj = end[i]$ 
5   pour  $kk = 0$  à  $dim - 1$  faire
6      $R[i][kk] = 0.0$ 
7     pour  $j = lj$  à  $hj$  faire
8        $R[i][kk] += N[j][i - indexs[j]] * Rk[j][kk]$ 

```

Figure 2.11 : Algorithme de génération de \mathbf{R} (Piegl et Tiller, 2000a)

des changements précisés à la section précédente pour l'algorithme d'approximation de courbes, algorithme sur lequel se base la modélisation surfacique, d'autres modifications propres à l'algorithme pour la surface ont été réalisées. En fait, trois versions de cet algorithme ont été développées et testées dans ce projet.

La première version est celle présentée à la section 1.5 (figure 1.30) avec comme seule modification, celles décrites à la section précédente. Donc, chaque section est approximée par une courbe B-spline, puis les courbes sont mises compatibles (section 1.5.2.1). Ensuite, une approximation des points de contrôle est faite dans l'autre direction. Cet algorithme requiert donc deux valeurs de tolérance, une pour chaque direction. Pour la suite de ce mémoire, cet algorithme sera appelé l'algorithme *approx-aprox*.

La seconde version est appelé l'algorithme *approx-interp*. La figure 2.12 illustre cet algorithme. Celui-ci se différencie du précédent par le fait qu'il interpole les points de contrôle plutôt que de les approximer, comme c'était le cas à la troisième étape de l'algorithme précédent. Par conséquent, l'algorithme ne prend qu'une seule tolérance en entrée. La tolérance a , par le fait même, une représentation plus physique. Cet algorithme a été implémenté pour plusieurs raisons. Premièrement, pour être en mesure d'évaluer l'algorithme, il est nécessaire d'avoir comme métrique la distance entre les points de données et la surface. Pour y arriver, il faut faire une projection d'un point sur une surface. Il s'agit d'une opération difficile. Ainsi, il a été décidé de faire une projection d'un point sur sa courbe. Pour que la mesure de distance soit équivalente à celle de la surface, il faut que la surface passe par les courbes. Ainsi, l'interpolation s'impose. Deuxième-

ment, dans le cas de l'algorithme *aprox-aprox*, l'approximation des points de contrôle se rendait souvent à faire une interpolation pour être en mesure de respecter la tolérance. Ainsi, il est plus rapide de faire tout de suite une interpolation. C'est en bonne partie pour ces raisons que cet algorithme a été développé. Il est à noter que l'algorithme d'interpolation de courbes est celui prenant comme paramètre un vecteur nodal candidat. Ainsi, le vecteur nodal est construit au fur et à mesure que les courbes interpolant les points de contrôle sont générées.

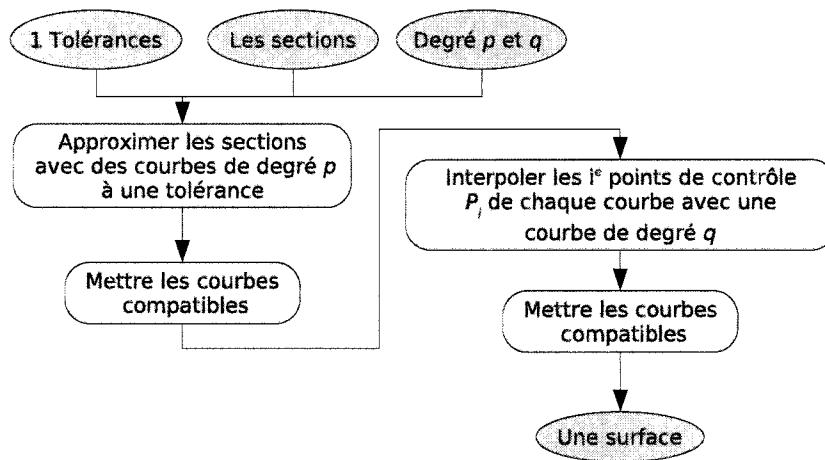


Figure 2.12 Algorithme *approx-interp* d'approximation de points à une certaine tolérance par une surface B-spline

Le dernier algorithme développé est illustré à la figure 2.13. Celui-ci sera appelé l'algorithme *aprox-skin* dans la suite du texte. Encore une fois, les points de chacune des sections sont approximés par une courbe B-spline en respectant une tolérance avec la méthode discutée précédemment, puis mises compatibles. Ensuite, un algorithme standard de « skinning » (interpolation de courbes) est utilisé pour créer la surface⁴. Le « skinning » classique est semblable à la méthode précédente, par le fait que les i^e points de contrôle de chaque courbe-section sont interpolés par une courbe B-spline. Toutefois, contrairement à la méthode précédente, aucun vecteur nodal candidat est passé à l'algorithme d'interpolation (il n'y a pas de contrôle du vecteur nodal) et par conséquent le vecteur nodal n'est pas mis à jour à chaque interpolation de courbe. En effet, dans cette technique, une paramétrisation et un vecteur nodal unique pour toutes les courbes

⁴Le livre « The NURBS Book » couvre en détails ce qu'est le « skinning » (Piegl et Tiller, 1997).

de points de contrôle sont déterminés avant d'interpoler les points de contrôle. Pour arriver à une paramétrisation unique, une paramétrisation logarithmique (section I.3.1) des courbes composées des i^e points de contrôle des courbe-sections est faite indépendamment, puis une moyenne de chaque k^e paramètre de ces courbes est calculée. L'algorithme de la figure 2.14 est utilisé pour calculer le vecteur nodal. Cet algorithme ne tient pas compte de la paramétrisation précédente. Il est basé sur un partitionnement uniforme et unitaire des noeuds internes en fonction des valeurs des paramètres minimum et maximum.

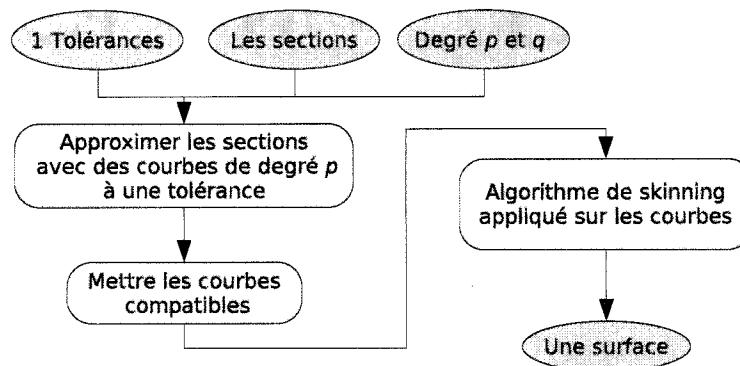


Figure 2.13 Algorithme *approx-skin* d'approximation de points à une certaine tolérance par une surface B-spline

Entrées : $\{\bar{u}_k\}$, p , n
Sorties : $\{u_i\}$

```

1 pour  $i = 0$  à  $p$  faire
2    $u_i = \bar{u}_0$ 
3    $u_{k+i+1} = \bar{u}_n$ 
4    $pas = (\bar{u}_n - \bar{u}_0)/(n - p + 1)$ 
5   pour  $j = p + 1$  à  $n$  faire
6      $u_j = pas + u_{j-1}$ 
  
```

Figure 2.14 : Algorithme de construction du vecteur nodal uniforme

Il est à noter que dans ce projet, ces algorithmes ont été implémentés dans la librairie OP-GEOM qui utilise la librairie PIRATE du GRMIAO (anciennement le CERCA) de l'École Polytechnique de Montréal. Par conséquent, quelques algorithmes ont été utilisés tel quel

de ces librairies (par exemple, les algorithmes d'insertion de noeuds, d'élimination de noeuds et de projection d'un point sur une courbe B-spline).

2.4 Identification qualitative de repères anatomiques

Dans ce projet, une première expérimentation en vue d'extraire des repères anatomiques a été faite. Aucune extraction automatique n'a été implémentée dû à des contraintes de temps.

Pour identifier visuellement (*i.e.* qualitativement) des repères anatomiques, le calcul des courbures moyenne et gaussienne a été effectué. Pour les calculer, les équations 1.12 et 1.13 sont utilisées. Les variables de ces équations sont définies en fonction des dérivées première et seconde de la surface ainsi qu'en fonction de la normale à la surface. Pour une surface B-spline, il est possible de calculer les dérivées partielles à la surface $S(u, v)$ par l'équation suivante.

$$\frac{\partial^{k+l}}{\partial^k u \partial^l v} S(u, v) = \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^m N_{i,p}^{(k)} N_{j,q}^{(l)} P_{i,j} \quad (2.1)$$

Des algorithmes efficaces qui implémentent ce calcul sont présents dans la littérature, notamment dans le livre « The NURBS Book » (Piegl et Tiller, 1997). La normale à la surface peut être calculée en faisant le produit vectoriel entre le vecteur des dérivées premières en u et celui en v (*i.e.* les tangentes à la surface).

Afin d'être en mesure d'afficher la surface et de travailler avec les valeurs de courbure, il est nécessaire d'effectuer une discréétisation (dans notre cas elle est de 500 dans la direction u par 300 en v) de la surface. La position (x, y, z) et les valeurs de courbures (gaussienne et moyenne) sont calculées pour chaque position (u_i, v_j) de discréétisation. Par conséquent, le résultat est une grille de points et deux grilles de valeurs de courbure (gaussienne et moyenne) associées à ces points. Ces grilles de valeurs de courbure peuvent être interprétées comme des images où la composante de couleur est remplacée par la valeur de courbure. Ainsi, il est possible d'utiliser des techniques similaires à celles utilisées dans le traitement d'image.

Comme il sera vu au chapitre des résultats, les données de courbure sont, en général, assez bruitées le long des surfaces. Ainsi, il peut être nécessaire de filtrer « l'image » afin de réduire le bruit. Le filtre utilisé pour ce projet est simplement un filtre de moyennage. Celui-ci consiste à calculer pour un élément de l'image une nouvelle valeur de courbure égale à la moyenne des valeurs de courbure de son voisinage. Mathématiquement, cette opération consiste à faire la convolution de l'image et d'un filtre. Pour ce projet, ce filtre est de dimension⁵ $\dim = 7$ et est décrit par la matrice ci-dessous :

$$h = \frac{1}{49} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

L'équation suivante permet de calculer la nouvelle valeur de courbure à la position (x, y) de la grille de courbure pour un filtre de dimension (\dim) impaire.

$$I'(x, y) = \sum_{i=-N}^N \sum_{j=-N}^N I(x+i, y+j) \cdot h(i+N, j+N) \text{ où } N = \frac{\dim - 1}{2} \quad (2.2)$$

Un filtre de moyennage est un filtre passe-bas. Donc, il élimine les dégradations locales correspondant aux hautes fréquences (*i.e.* le bruit). Les valeurs de courbure sont donc lissées le long de la surface.

Deux variables sont prépondérantes à de bons résultats pour l'analyse des courbures. Il s'agit du nombre de points de discrétisation en u et v , ainsi que la dimension du filtre. Le programme développé dans le cadre de ce projet permet de faire varier ces deux paramètres.

Lors de l'analyse des courbures, l'élément le plus pertinent à regarder est le signe de la courbure, suivi de son amplitude. Le tableau 1.2 identifie la forme locale de la sur-

⁵La grandeur du filtre a été déterminée par essaie et erreur. Il est à noter qu'elle est fonction de la discrétisation.

face en fonction de la courbure moyenne et gaussienne. La courbure moyenne est celle qui semble donner l'information la plus pertinente. En effet, elle permet d'identifier si la forme est concave ($H > 0$) ou convexe ($H < 0$). Par exemple, pour être en mesure d'identifier la vallée dorsale du patient, il faut rechercher un creux, donc une courbure moyenne positive. La proéminence vertébrale devrait être identifiée avec une courbure moyenne négative et le nombril par une courbure moyenne positive. Les épines iliaques postero-supérieures et antero-supérieures, le sacrum et le bord des omoplates sont d'autres repères qui pourraient être identifiés à l'aide des valeurs de courbure.

En plus des courbures géométriques, la visualisation de l'amplitude et du signe des dérivées de la surface et du laplacien des données de profondeur (S_{uu} en $z + S_{vv}$ en z) sont des données qui pourraient aider à l'analyse de la surface. Toutefois, les courbures géométriques sont bien plus intéressantes, puisqu'elles sont indépendantes du système de coordonnées et donc de la position du patient dans l'espace. Ainsi, seules les valeurs de courbures seront utilisées dans ce projet.

2.5 Méthodes d'évaluations

Cette section présente la méthodologie utilisée afin d'évaluer les méthodes développées pour ce projet et discutées dans les pages précédentes. En fait, il sera indiqué comment les résultats présentés au chapitre suivant ont été compilés.

2.5.1 Métriques utilisées

Lors de l'évaluation d'une surface et d'une courbe qui approxime des points de données, il est utile de définir des métriques évaluant la distance entre la modélisation et les points originaux. Ainsi, pour chaque point de donnée, sa distance (d_i), par rapport à la courbe de sa section associée, a été calculée en faisant la projection du point sur cette courbe B-spline. Dans le cas de l'évaluation d'une surface, il est justifié de mesurer la distance d'un point par rapport à sa courbe-section, car dans tous les algorithmes évalués avec cette métrique, les courbes-sections sont interpolées pour former la surface. Avec l'ensemble des distances pour chaque point, il est possible de définir les métriques suivantes.

La première métrique est la distance moyenne (norme L_1) qui est définie comme la somme des distances (d_i) de chaque point de donnée par rapport à la courbe divisée par le nombre de points (M).

$$d_{moy} = \frac{\sum_{i=0}^M d_i}{M}$$

La seconde est la distance RMS (« root-mean-square » ou norme L_2) qui est définie par l'équation suivante :

$$d_{RMS} = \sqrt{\frac{\sum_{i=0}^M d_i^2}{M}}$$

La norme L_2 permet de savoir, lorsque comparée avec la norme L_1 , s'il y a quelques points qui sont vraiment plus grands que la distance moyenne. Cela signifie que des points ayant une grande distance influencent davantage la norme L_2 que la norme L_1 .

Les métriques suivantes sont la distance maximale et minimale définies par :

$$d_{max} = \max_{i=0}^M (d_i)$$

$$d_{min} = \min_{i=1}^{M-1} (d_i)$$

Il est à noter que pour la distance minimale, le premier et le dernier point n'ont pas été pris en considération, car de par la construction du vecteur nodal utilisé par l'approximation par moindres carrés, la courbe passe nécessairement par le premier et le dernier point. Par conséquent, si ces points étaient considérés, alors la distance minimale serait toujours zéro.

Afin d'évaluer les algorithmes d'approximation de courbe et de surface, il est également intéressant de savoir si la nouvelle représentation demande plus d'informations pour décrire la courbe ou la surface par rapport au nombre de points de données originales. Il s'agit de la métrique mesurant le taux de compression. Celle-ci est définie, pour la courbe B-spline, comme étant le ratio du nombre de points de données originales décrivant la section sur la somme du nombre de points de contrôle et du nombre de noeuds dans le vecteur nodal (N)⁶. Pour la surface, la définition est la même à l'exception du fait qu'il

⁶L'ordre de la courbe et de la surface ne sont pas inclus, car l'espace mémoire qu'elles occupent est négligeable.

y a deux vecteurs noraux plutôt qu'un.

$$T_{comp} = \frac{M}{N}$$

La dernière métrique, utile lors de l'évaluation des performances de tout programme informatique, est le temps de calcul en secondes pour exécuter l'algorithme. Il est à noter que pour les surfaces, ce temps inclus celui utilisé pour le calcul des métriques. Puisque le temps de calcul est différent d'un ordinateur à l'autre, il est nécessaire de donner une description du système sur lequel les expériences s'effectuent.

2.5.2 Équipement informatique utilisé

Tous les tests nécessaires à ce projet ont été exécutés sur la même machine, afin d'avoir une comparaison juste. Il s'agit d'un ordinateur de bureau comportant un microprocesseur Pentium 4C de 2,8 GHz avec la technologie Hyper-Threading de la compagnie Intel. Il possède également 1 Go de mémoire vive. Le système d'exploitation, sur lequel les tests ont été effectués, est la distribution de Linux Fedora Core 2 avec l'Hyper-Threading activé.

2.5.3 Évaluation de la procédure d'extraction des sections

Dans le cas du logiciel d'extraction des sections, un seul élément nécessite d'être évalué. En effet, il a été mentionné lors de la description de l'algorithme d'extraction des sections (section 2.1) que la valeur en y de certains points est modifiée afin d'uniformiser la valeur de y pour tous les points d'une même section. Afin d'évaluer si cet ajustement est justifié, la valeur moyenne de l'ajustement en y pour 13 acquisitions de patients scoliotiques a été calculée. Aussi, afin d'identifier la répartition de l'ajustement en y en fonction de la position des points sur une section, chaque point sera représenté en coordonnées polaires par rapport au centre de masse de l'ensemble des points de l'acquisition du tronc d'un patient (acquisition F00210002). Ainsi, un graphique de l'ajustement moyen en y en fonction de l'angle pourra corroborer l'hypothèse selon laquelle l'ajustement est plus important sur les côtés d'un patient.

2.5.4 Évaluation de la procédure d'approximation de courbes

Plusieurs choix de paramètres influencent le résultat de l'algorithme d'approximation des sections de points transversales par une courbe B-spline respectant une certaine tolérance. Ainsi, les expériences effectuées pour l'approximation de courbe tentent de trouver le meilleur choix de paramètre. Un choix doit être fait entre les types de paramétrisation (annexe I) qui sont :

- u : Uniforme
- l : Longueur d'arc
- c : Centripète
- L : Logarithmique

Aussi, un choix doit être fait entre les méthodes de construction du vecteur nodal (annexe I) qui sont :

- n : Méthode du NURBS Book
- m : Méthode de moyennage

Un choix s'impose également entre une méthode d'incrémentation linéaire ou non linéaire (section 1.5.1). Pour finir, il faut fixer un intervalle pour la valeur de la tolérance qui donne de bons résultats. Il est à noter que l'ordre des courbes et des surfaces a été fixé à quatre. Ainsi, les courbes et les surfaces sont de continuités C^2 , donc elles sont dérivables deux fois.

Trois expérimentations seront nécessaires afin de faire ces choix. Les deux premières sont effectuées sur deux sections de points ayant des caractéristiques différentes. Une est lisse, tandis que la seconde est bruitée. La dernière expérimentation est effectuée sur un ensemble de 174 sections de points (68 665 points) provenant de l'acquisition (F00210002) du tronc complet d'une patiente scolioïque (figure 2.15(a)).

La première expérimentation consiste à évaluer qualitativement les courbes et le fonctionnement de l'algorithme pour un ensemble de courbes créées avec la méthode d'incrémentation linéaire, pour tous les types de paramétrisation et pour les deux méthodes de construction du vecteur nodal. Pour chaque courbe, il sera noté si celle-ci a dû être réalisée par interpolation afin de respecter la tolérance. Dans le cas contraire, une évaluation visuelle permettra de savoir si la courbe dégénère ou si elle présente des formes bizarres (boucle, replis en "S" non désiré). Cette expérimentation permettra d'exclure les

méthodes (de paramétrisation et de construction du vecteur nodal) qui ne s'appliquent pas du tout à notre application, selon les critères précédents.

Pour sa part, la seconde expérimentation permettra d'identifier un intervalle de valeur de tolérance donnant visuellement des courbes satisfaisantes, pour les méthodes restantes de l'expérience précédente. Une évaluation des métriques, discutées précédemment, sera également utilisée à cette fin.

La dernière expérimentation permettra de finaliser le choix des paramètres. La mesure des métriques sur toutes les sections d'une acquisition permettra d'avoir un portrait plus juste de l'efficacité des différentes méthodes, contrairement aux expérimentations précédentes effectuées sur deux sections. Elle permettra notamment d'identifier la méthode d'incrémentation à privilégier.

2.5.5 Évaluation de la procédure d'approximation de surfaces

Les algorithmes de modélisation de surface présentés à la section 2.3 utilisent l'approximation de courbes. Ainsi, pour l'évaluation des surfaces, les paramètres de cet algorithme seront fixés aux valeurs trouvées lors de l'évaluation de l'algorithme d'approximation de courbes.

Ainsi, l'évaluation de l'approximation de surfaces servira à identifier le meilleur des trois algorithmes et à identifier la tolérance qui permet d'avoir la meilleure surface. Quatre expérimentations seront faites pour y arriver.

La première expérimentation sert à valider l'observation selon laquelle l'interpolation est souvent utilisée lors de l'approximation des points de contrôle des courbes-sections dans l'algorithme *aprox-aprox*. Pour le démontrer, l'acquisition F00210002 sera approximée par l'algorithme pour une tolérance variant de 0,1 à 1 mm. Il sera noté si l'algorithme a dû faire une interpolation. Cette expérimentation permettra de savoir si l'algorithme *approx-interp* s'exécute plus rapidement tout en donnant des résultats similaires. Ainsi, le temps d'exécution et le taux de compression seront mesurés pour les deux algorithmes et pour une tolérance variant de 0,1 à 1 mm.

La seconde expérimentation, ainsi que les deux suivantes, seront effectuées sur deux

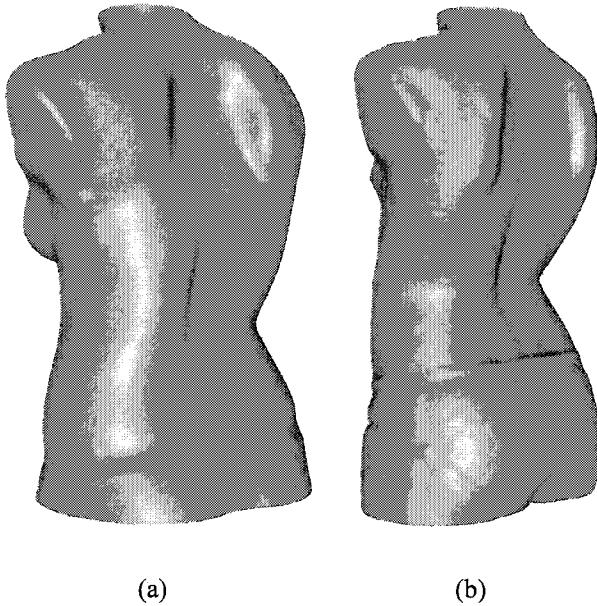


Figure 2.15 Acquisition F00210002 (a) et F40360003 (b)

acquisitions. Soit l'acquisition F00210002 (figure 2.15(a)), ayant 174 sections transversales et 68 665 points, et l'acquisition F40360003 (figure 2.15(b)), ayant 186 sections et 69 243 points. Dans cette expérience, les métriques décrites à la section 2.5.1 seront mesurées pour une tolérance variant de 0,05 à 1 mm. Celles-ci permettront de faire une comparaison entre l'algorithme *approx-interp* et *approx-skin*.

La troisième expérimentation servira à valider le choix du meilleur algorithme en se basant sur une nouvelle métrique. Celle-ci permettra d'identifier l'algorithme qui génère la surface la plus lisse, donc ayant le moins de variations de courbures. Ainsi, la courbure moyenne et gaussienne (section 1.6) seront calculées sur un échantillon de 150 000 points de chaque surface en faisant une discrétisation de 500 points dans la direction u et de 300 en v . Ensuite, l'écart-type sera calculé. Ce calcul sera effectué pour chaque surface générée par les deux algorithmes et pour une tolérance variant de 0,05 à 1 mm. Un plus grand écart-type signifie qu'il y a plus de grandes valeurs, donc plus de variations dans la courbure, d'où une surface moins lisse.

La dernière expérimentation servira à identifier, pour l'algorithme retenu, la tolérance qui offre la surface de meilleure qualité. Pour l'identifier, une évaluation visuelle d'images

des troncs pour chaque valeur de tolérance sera faite. Ces images illustreront, à l'aide de couleurs, les valeurs de la courbure moyenne et de la courbure gaussienne respectivement.

2.5.6 Identification qualitative de repères anatomiques

Pour l'identification qualitative de repères anatomiques une identification visuelle de quelques repères anatomiques sera faite sur 44 acquisitions⁷ de troncs humains à partir de la courbure moyenne, puis de la courbure gaussienne. Ces repères anatomiques sont :

- La vallée dorsale
- La proéminence vertébrale
- Les épines iliaques postero-supérieures (EIPS) approximées par les fossettes de vénus
- Le bord médial des omoplates
- Le sacrum approximé par le pli inter-fessier
- La fourchette sternale
- Les clavicules
- Le nombril

Pour qualifier l'identification d'un repère, une des valeurs suivantes sera donnée.

1. Repère anatomique non visible
2. Repère anatomique légèrement visible ou un sur deux est visible (pour les repères doubles) ou la moitié est visible (pour la vallée)
3. Repère anatomique visible

Ainsi, il sera possible de quantifier quels repères anatomiques sont les plus visibles et lesquels ne le sont pas. Cela permettra d'identifier les repères anatomiques les plus susceptibles d'être facilement identifiables par une analyse automatique de la surface. Les résultats obtenus démontreront également la pertinence de l'application d'un filtre sur les données de courbures.

⁷Les figures III.1 à III.10 de l'annexe III présentent des images de dos et de face de chacune des 44 acquisitions.

CHAPITRE 3

RÉSULTATS ET DISCUSSION

Ce chapitre présente les résultats des principales étapes associés aux méthodes utilisées et une discussion de ceux-ci. Ainsi, les résultats de l'extraction des sections, de l'approximation de points par une courbe B-spline, de l'approximation de sections de points par une surface B-spline et de l'identification qualitative de repères anatomiques seront présentés.

3.1 Extraction des sections

À la section 2.1 de la méthodologie, il est indiqué que l'algorithme d'extraction des sections change la valeur en y de certains points d'une section afin d'uniformiser la valeur de y . Ainsi, tous les points d'une section se situent dans le même plan.

Afin d'évaluer l'ajustement moyen en y pour l'acquisition d'un tronc, celui-ci a été mesuré sur 13 acquisitions. Le tableau 3.1 présente les résultats de cette expérimentation. Pour l'ensemble des modèles, l'ajustement moyen est toujours inférieur à 0,08 mm et supérieur à 0,02 mm. La moyenne pour l'ensemble des acquisitions est d'environ 0,03 mm avec un écart-type de 0,13 mm. Ceci est non significatif lorsque comparé à la résolution du système d'acquisition, qui est de 1 mm. En effet, cela ne représente en moyenne que 3% de la résolution du système.

Par ailleurs, il est intéressant de voir l'ajustement moyen en y des points en fonction de la position angulaire de ceux-ci par rapport au centre de masse de l'ensemble des points d'un modèle. Ainsi, comme il est illustré à la figure 3.1 pour l'acquisition F00210002, et également pour toutes les autres acquisitions de tronc, l'ajustement moyen en y est plus grand pour un angle proche de 0 radian et de π radians (et $-\pi$). Ces angles se situent sur les côtés du patient. Cela s'explique par le fait qu'il y a un manque de données dans ces zones et ainsi des points sont ajoutés, par interpolation, par le logiciel de modélisation EM du système d'acquisition. C'est également dans ces zones qu'il y a eu fusion de sur-

Tableau 3.1 Moyenne de l'ajustement en y pour quelques acquisitions

Nom de l'acquisition	Nombre de points	Ajustement moyen (mm)	Écart-type (mm)
F00210002	68 665	0,024	0,125
F00320002	71 501	0,029	0,127
F00320003	69 525	0,051	0,156
F00330002	56 690	0,028	0,134
F00330003	56 119	0,076	0,185
F00370002	76 293	0,028	0,124
F00370003	67 057	0,029	0,124
F00420002	59 614	0,027	0,124
F00420003	55 956	0,025	0,119
F00430002	59 745	0,032	0,129
F00430003	68 391	0,031	0,132
G00440002	61 253	0,025	0,119
G00440003	59 152	0,030	0,136

faces acquises par deux numériseurs différents à des instants distincts. Donc, les parties de surfaces qui se chevauchent peuvent être différentes, car le patient peut avoir bougé légèrement, et ainsi la surface résultante est bruitée dans ces zones. Tel qu'illustré à la figure 3.1, l'ajustement moyen le plus grand, pour un intervalle d'angle, se situe près de π avec une valeur proche de 0,2 mm. Tel que mentionné précédemment, puisque cette région possède des points bruités, cet ajustement est acceptable. De plus, cette valeur correspond à 20% de la résolution du système.

La figure 3.2 présente l'ajustement moyen en fonction de l'angle pour la section 50 de l'acquisition précédente. Encore une fois, il y a eu un ajustement de la valeur en y uniquement sur les côtés du patient. En effet, pour des angles qui se situent devant et derrière le patient, il n'y a eu aucun ajustement. En conclusion, il n'y a, en général, aucun ajustement de la valeur en y des points, à l'exception de quelques points bruités se situant sur les côtés du patient.

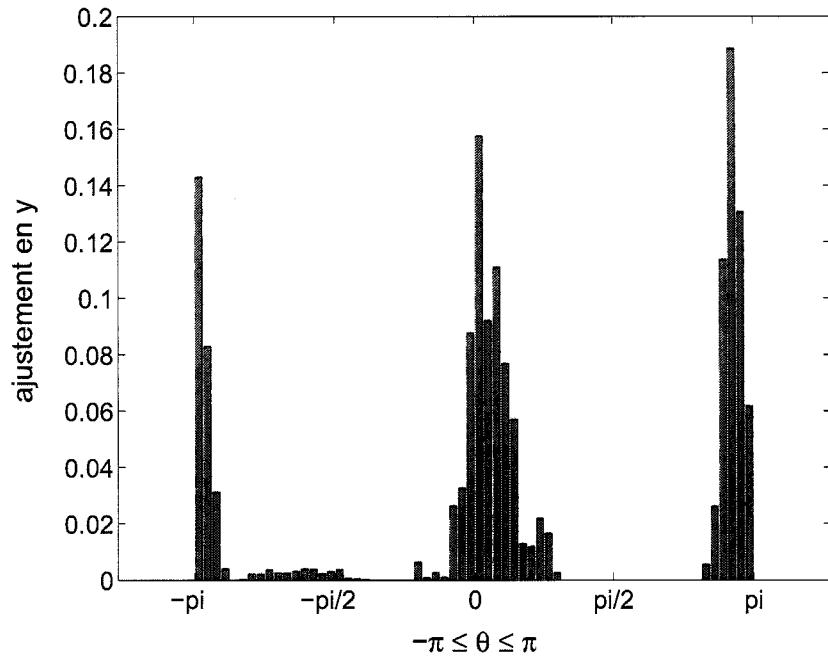


Figure 3.1 Ajustement moyen en y en fonction de l'angle pour toutes les sections de l'acquisition F00210002

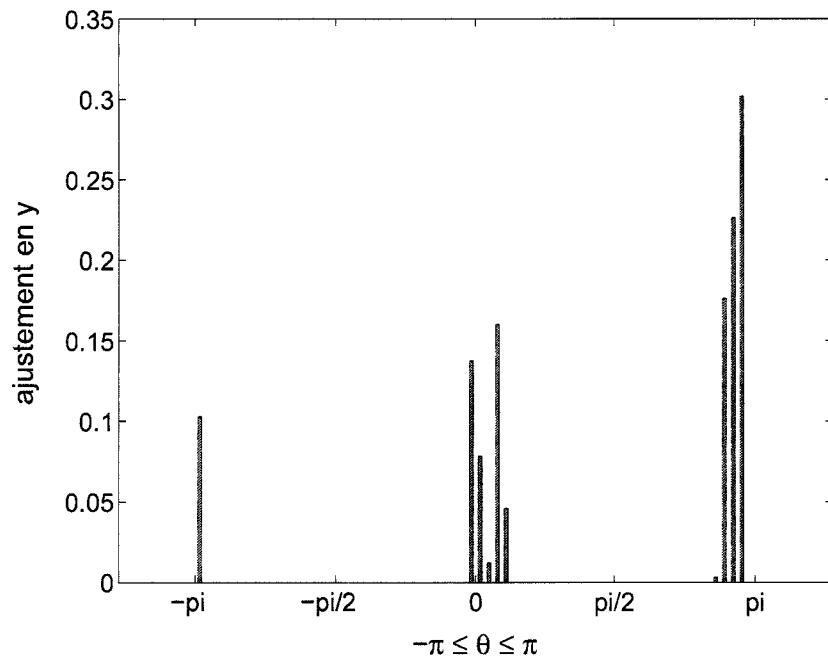


Figure 3.2 Ajustement moyen en y en fonction de l'angle pour la section 50 de l'acquisition F00210002

3.2 Approximation des sections transversales

L'algorithme d'approximation des sections de points transversales par une courbe B-spline respectant une certaine tolérance possède plusieurs paramètres influençant son fonctionnement et les résultats qu'il produit. Tel qu'indiqué à l'annexe I, à la section traitant de l'approximation moindres carrés, il existe quatre types de paramétrisation (uniforme, longueur d'arc, centripète et logarithmique) et deux méthodes de construction du vecteur nodal (méthode du NURBS Book et méthode de moyennage). Aussi, dans la méthode d'approximation à une certaine tolérance (section 1.5.1), il existe deux méthodes d'incrémentation du nombre de points de contrôle (incrémentation linéaire et incrémentation non linéaire), afin de chercher le nombre de points de contrôle faisant que la courbe B-spline respecte la tolérance fixée par l'utilisateur. Le dernier paramètre est la tolérance que les points de données doivent respecter par rapport à la courbe. Il est à noter que, pour ce projet, l'ordre des courbes et des surfaces a été fixé à quatre. Ainsi, les courbes et les surfaces sont de continuité C^2 , donc elles sont dérivables deux fois.

Il y a donc quatre variables. Lors de l'évaluation de la modélisation de surface B-spline (prochaine section), il y a trois algorithmes à évaluer qui se basent sur l'approximation de sections de points. Il devient donc indispensable de réduire ce nombre en choisissant les meilleurs algorithmes, *i.e.* en prenant ceux qui donnent les meilleurs résultats pour le type de sections caractéristiques d'une acquisition d'un tronc humain fait avec le système d'acquisition *InSpeck*. C'est le sujet de la présente section. Pour y arriver, trois expérimentations sont faites.

3.2.1 Première expérimentation

La première expérimentation est une évaluation qualitative portant sur le fonctionnement et sur les résultats de l'approximation de deux sections de points. La première section est une section présentant beaucoup d'irrégularités (figure 3.3) et la seconde est une section lisse (figure 3.4). Les paramètres évalués sont la méthode de construction du vecteur nodal et le type de paramétrisation. La méthode d'incrémentation linéaire est celle utilisée pour cette expérimentation.

Ainsi, les deux sections sont approximées par une courbe B-spline pour des valeurs

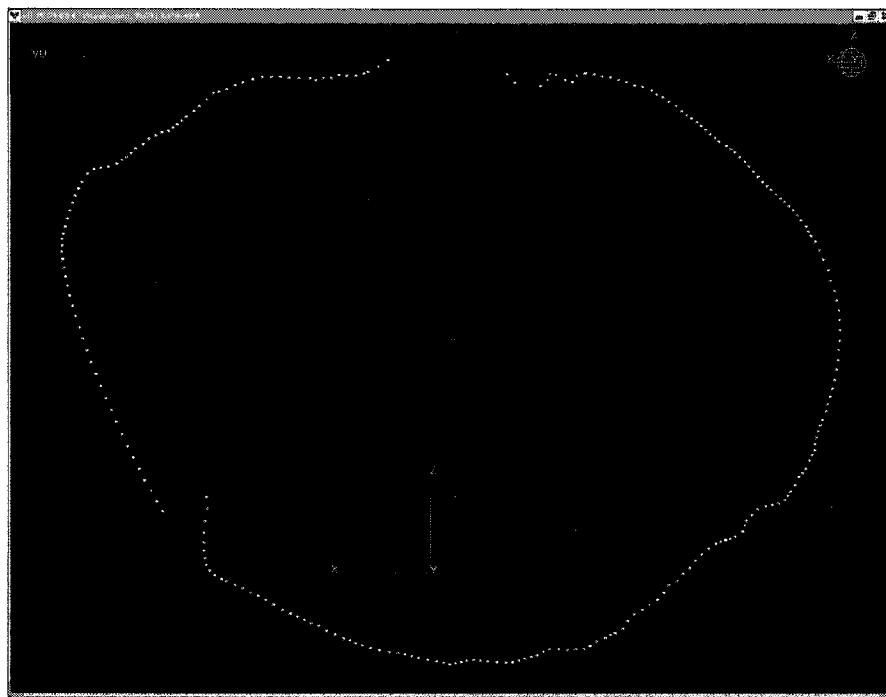


Figure 3.3 Section de points bruitée

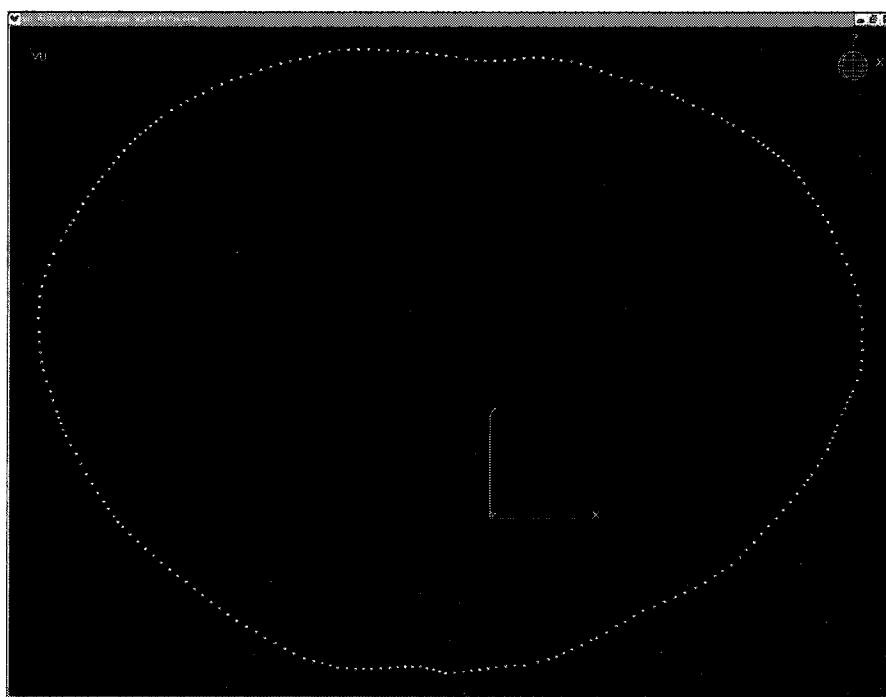


Figure 3.4 Section de points lisse

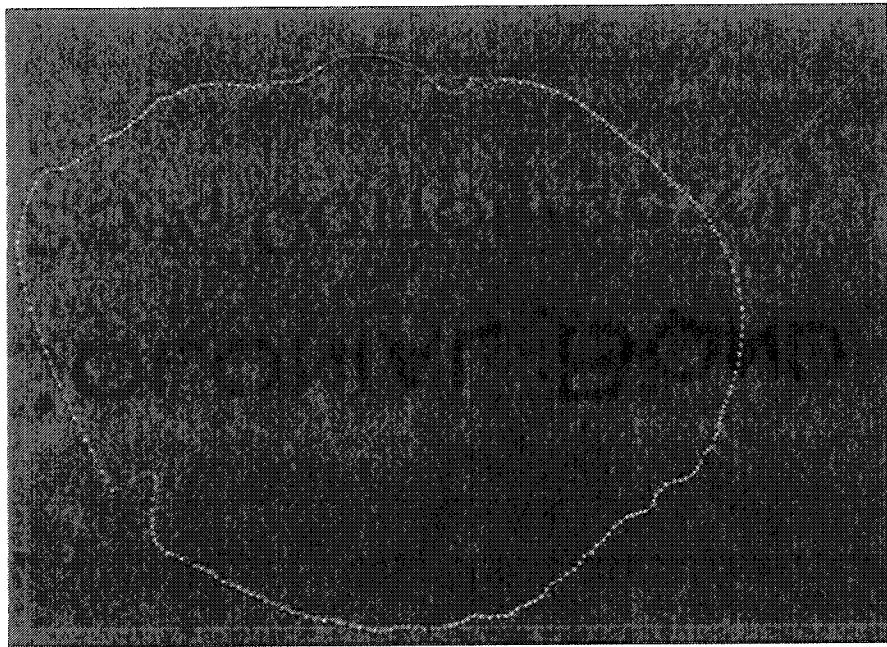


Figure 3.5 Courbe B-spline qui dégénère

de tolérance allant de 0,05 mm à 1 mm. Pour chacune de ces courbes, il est noté si l'algorithme a dû faire une interpolation. Cela se produit lorsqu'une approximation ne peut être réalisée tout en respectant la tolérance. Si l'approximation est réussie, une analyse visuelle de la courbe est faite afin de noter si celle-ci diverge. La figure 3.5 illustre une courbe B-spline qui dégénère. Dans le cas contraire, on note s'il y a présence de formes bizarres. Celles-ci sont définies comme des boucles ou des replis en "S". Ces replis étant non décrits par la tendance générale formée par les points de données (par exemple dans le haut de la figure 3.6). Dans les autres cas, la courbe est acceptable selon ces trois critères.

Le tableau 3.2 présente les résultats pour la section bruitée (figure 3.3). De ce tableau, il en ressort qu'avec la méthode de construction du vecteur nodal du NURBS Book (n), il est souvent impossible d'approximer la courbe tout en respectant la tolérance. C'est pourquoi l'algorithme doit faire une interpolation. Lorsqu'une approximation est possible, bien souvent la courbe dégénère. Le même phénomène se produit pour la section lisse, tel qu'indiqué au tableau 3.3. Toutefois, la section lisse donne des résultats acceptables à une tolérance inférieure à celle nécessaire pour la section bruitée. Cela provient de la nature même des données. Par ailleurs, il est à noter que dans le cas de la paramé-

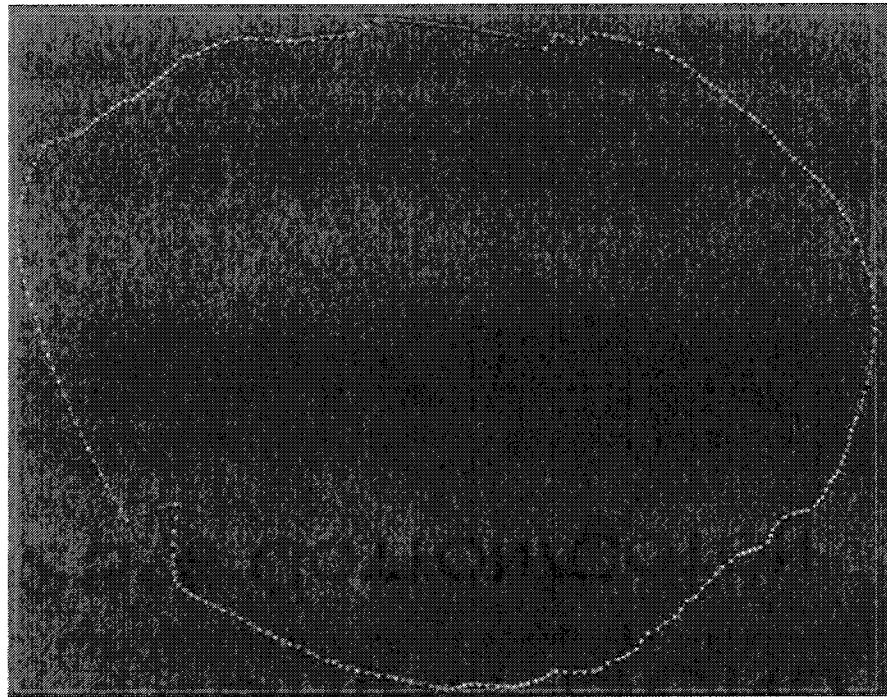


Figure 3.6 Courbe B-spline comportant des formes bizarres

trisation uniforme (u) avec une tolérance de 0,05 mm pour la section lisse, le programme n'a pas réussi à compléter sa tâche, d'où le tiret dans le tableau.

Une comparaison avec la méthode par moyennage (m) permet de s'apercevoir que la courbe est bien plus souvent créée par interpolation avec la méthode du NURBS Book (n) et que c'est seulement avec cette dernière que la courbe dégénère. Cette observation concorde avec la théorie exposée à l'annexe I.4.2. Celle-ci stipule que lorsque la tolérance est sévère, le nombre de points de contrôle tend vers le nombre de points de données. Il en résulte que la méthode du NURBS Book (n) a tendance à créer une courbe qui dégénère en fin de section. Cependant, dans de telles circonstances, la méthode de moyennage (m) crée un vecteur nodal qui tend vers celui utilisé pour l'interpolation. Ainsi, la courbe ne dégénère pas. Par conséquent, la méthode par moyennage (m) est celle qui sera utilisée par la suite, car elle permet d'approximer correctement à des tolérances relativement petites.

Il est désormais nécessaire d'examiner les différences entre les types de paramétrisation du côté de la méthode de moyennage (m). Dans le tableau 3.3, qui présente les résultats

Tableau 3.2 Évaluation visuelle et d'exécution pour la section bruitée

Tol. (mm)	n				m			
	u	l	c	L	u	l	c	L
0,05	int.							
0,10	int.	int.	int.	int.	int.	ok	ok	ok
0,20	int.	int.	int.	int.	biz.	ok	ok	ok
0,30	int.	dég.	int.	int.	biz.	ok	ok	ok
0,40	dég.	dég.	int.	int.	biz.	ok	ok	ok
0,50	dég.	ok	int.	int.	biz.	ok	ok	ok
0,60	dég.	ok	int.	int.	biz.	ok	ok	ok
0,70	dég.	ok	dég.	int.	biz.	ok	ok	ok
0,80	dég.	ok	dég.	int.	biz.	ok	ok	ok
0,90	dég.	ok	dég.	int.	biz.	ok	ok	ok
1,00	dég.	ok	ok	dég.	biz.	ok	ok	ok

int. : une interpolation a été faite

dég. : la courbe dégénère

biz. : la courbe a des formes bizarres

ok : la courbe est correcte

Tol. : tolérance

Paramétrisation : *Construction du vecteur nodal :*

u : uniforme n : méthode du NURBS Book

l : longueur d'arc m : méthode de moyennage

c : centripète

L : logarithmique

Tableau 3.3 Évaluation visuelle et d'exécution pour la section lisse

pour la section lisse, tous les types de paramétrisation semblent acceptables. Ce n'est pas le cas pour la section bruitée, tel que présenté au tableau 3.2. En effet, il ressort de ce tableau que la méthode de paramétrisation uniforme (u) n'est pas acceptable, car des formes bizarres sont présentes dans la courbe générée. Le haut de la figure 3.6 montre deux formes bizarres dans la courbe. Celle-ci a été générée avec une paramétrisation uniforme (u) et une tolérance de 0,4 mm.

Cette différence entre la section bruitée et lisse, avec une paramétrisation uniforme (u), s'explique par le fait que dans le cas de la section lisse (figure 3.4) les points sont distancés plus uniformément. Ce n'est pas le cas pour la section bruitée (figure 3.3). Ce comportement concorde avec la théorie exposée à l'annexe I.3.1. Par conséquent, la méthode de paramétrisation uniforme est à rejeter pour notre application. Par contre, il n'est pas possible de conclure la même chose pour les autres types de paramétrisation.

3.2.2 Deuxième expérimentation

La deuxième expérimentation consiste à regarder si la forme de la courbe B-spline conserve la forme générale décrite par les points de la section. Cette évaluation est effectuée pour la section bruitée et pour la section lisse. Ainsi, pour chaque type de paramétrisation (longueur d'arc, centripète et logarithmique), une courbe B-spline est générée par approximation pour une tolérance variant de 0,05 mm à 4 mm avec la méthode d'incrémentation linéaire.

Le tableau 3.4 présente les résultats pour les deux sections. Dans le cas de la section bruitée, la courbe conserve la forme générale pour toutes les tolérances, sauf à une tolérance de 4 mm avec une paramétrisation centripète. Pour ce qui est de la section lisse, la courbe commence à diverger à une tolérance entre 1,2 et 1,3 mm. Il est à noter que, puisqu'il s'agit d'une évaluation visuelle, donc subjective, il est difficile d'identifier avec précision la transition entre une courbe conservant la forme générale et une divergent de la forme générale.

La différence entre les résultats pour la courbe bruitée et pour la courbe lisse s'explique comme suit. La courbe de la section bruitée garde sa forme pour des tolérances plus grandes, car pour une grande tolérance, il faut un nombre de points de contrôle plus

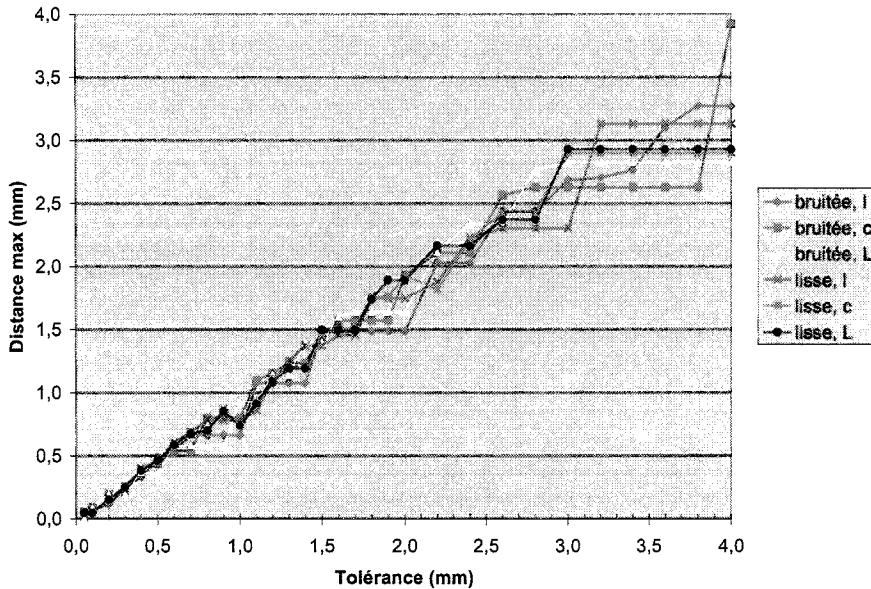


Figure 3.7 Distance maximale en fonction de la tolérance pour la section bruitée et la section lisse

grand que pour la section lisse afin de générer cette courbe plus complexe.

Afin de justifier l'affirmation précédente, le calcul de métriques, présenté à la section 2.5 de la méthodologie, a été fait sur chacune des courbes B-spline du tableau 3.4. Ainsi, une série de graphiques a été générée.

Le premier graphique (figure 3.7) est celui de la distance maximale en fonction de la tolérance. Celui-ci ne présente pas de différences importantes dans la tendance générale des courbes pour chaque section et pour les trois types de paramétrisation. Toutefois, il met en évidence le fait que l'algorithme respecte toujours la tolérance. En effet, toutes les courbes sont toujours inférieures à la ligne idéale, représentant la valeur maximale de distance qu'un point peut prendre en fonction de la tolérance.

Le second graphique (figure 3.8) est celui de la distance minimale en fonction de la tolérance. Celui-ci permet de constater qu'à partir d'une tolérance de 1,2 mm, la valeur de distance minimale pour toutes les paramétrisations de la section lisse augmente rapidement, tandis que pour la section bruitée, la distance minimale reste basse. Cela laisse entrevoir que la distance moyenne est supérieure également.

Les troisième et quatrième graphiques (figures 3.9 et 3.10) sont ceux présentant la va-

Tableau 3.4 Évaluation visuelle de la forme générale des courbes de la section bruitée et la section lisse

Tol. (mm)	bruitée			lisse		
	l	c	L	l	c	L
0,05	cons.	cons.	cons.	cons.	cons.	cons.
0,10	cons.	cons.	cons.	cons.	cons.	cons.
0,20	cons.	cons.	cons.	cons.	cons.	cons.
0,30	cons.	cons.	cons.	cons.	cons.	cons.
0,40	cons.	cons.	cons.	cons.	cons.	cons.
0,50	cons.	cons.	cons.	cons.	cons.	cons.
0,60	cons.	cons.	cons.	cons.	cons.	cons.
0,70	cons.	cons.	cons.	cons.	cons.	cons.
0,80	cons.	cons.	cons.	cons.	cons.	cons.
0,90	cons.	cons.	cons.	cons.	cons.	cons.
1,00	cons.	cons.	cons.	cons.	cons.	cons.
1,10	cons.	cons.	cons.	cons.	cons.	cons.
1,20	cons.	cons.	cons.	div.	cons.	cons.
1,30	cons.	cons.	cons.	div.	div.	div.
1,40	cons.	cons.	cons.	div.	div.	div.
1,50	cons.	cons.	cons.	div.	div.	div.
1,60	cons.	cons.	cons.	div.	div.	div.
1,70	cons.	cons.	cons.	div.	div.	div.
1,80	cons.	cons.	cons.	div.	div.	div.
1,90	cons.	cons.	cons.	div.	div.	div.
2,00	cons.	cons.	cons.	div.	div.	div.
2,20	cons.	cons.	cons.	div.	div.	div.
2,40	cons.	cons.	cons.	div.	div.	div.
2,60	cons.	cons.	cons.	div.	div.	div.
2,80	cons.	cons.	cons.	div.	div.	div.
3,00	cons.	cons.	cons.	div.	div.	div.
3,20	cons.	cons.	cons.	div.	div.	div.
3,40	cons.	cons.	cons.	div.	div.	div.
3,60	cons.	cons.	cons.	div.	div.	div.
3,80	cons.	cons.	cons.	div.	div.	div.
4,00	cons.	div.	cons.	div.	div.	div.

cons. : conserve la forme générale

div. : diverge de la forme générale

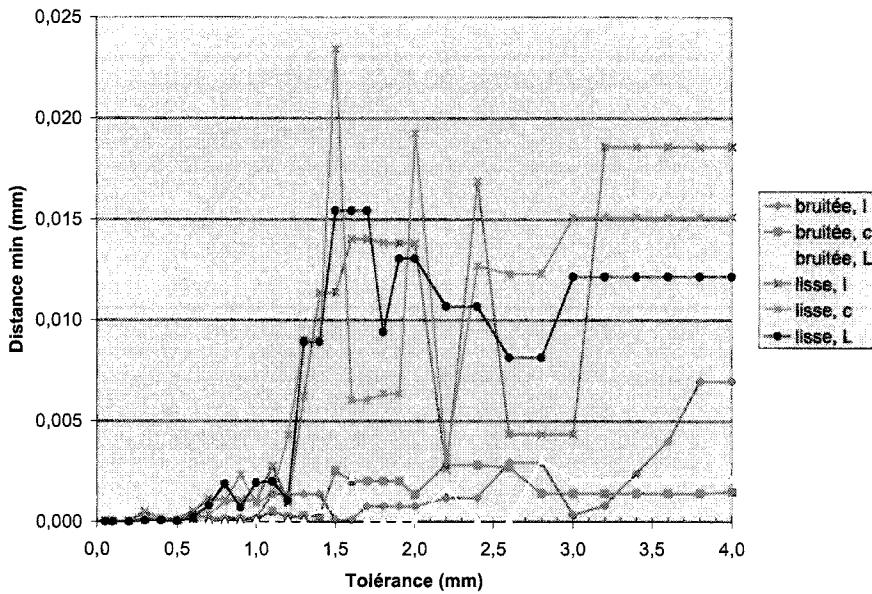


Figure 3.8 Distance minimale en fonction de la tolérance pour la section bruitée et la section lisse

leur de la distance moyenne et de la distance RMS en fonction de la tolérance. De ces graphiques, il en ressort que, pour une tolérance entre 0 et 1,2 mm, la valeur de la distance moyenne et RMS est semblable pour les deux sections. Toutefois, à partir de 1,2 mm ces valeurs augmentent beaucoup plus rapidement dans le cas de la section lisse. Donc, si la distance moyenne est supérieure pour la section lisse, cela explique pourquoi visuellement la forme de la courbe diverge de la forme générale (tableau 3.4).

Le graphique de la figure 3.11 montre le taux de compression en fonction de la tolérance. Il en ressort qu'à partir d'une tolérance de 1,2 mm les courbes pour la section lisse montent très rapidement en comparaison avec celles de la section bruitée. Cela signifie que, pour une même tolérance, la courbe B-spline de la section lisse utilise moins de points de contrôle pour respecter la même tolérance. Aussi, lorsque l'on compare les graphiques de la distance moyenne (figure 3.9) et de la distance RMS (figure 3.10), il en ressort que les courbes pour la section bruitée augmentent plus rapidement dans le graphique de la distance RMS que dans celui de la distance moyenne, comparativement à celles pour la section lisse. Cela signifie qu'il y a, pour la section bruitée, quelques points de données qui sont vraiment loin de la moyenne de la distance, tandis que pour la section lisse la distance des points à la courbe est plus uniforme. Cela concorde avec la conclusion de l'analyse du tableau 3.4.

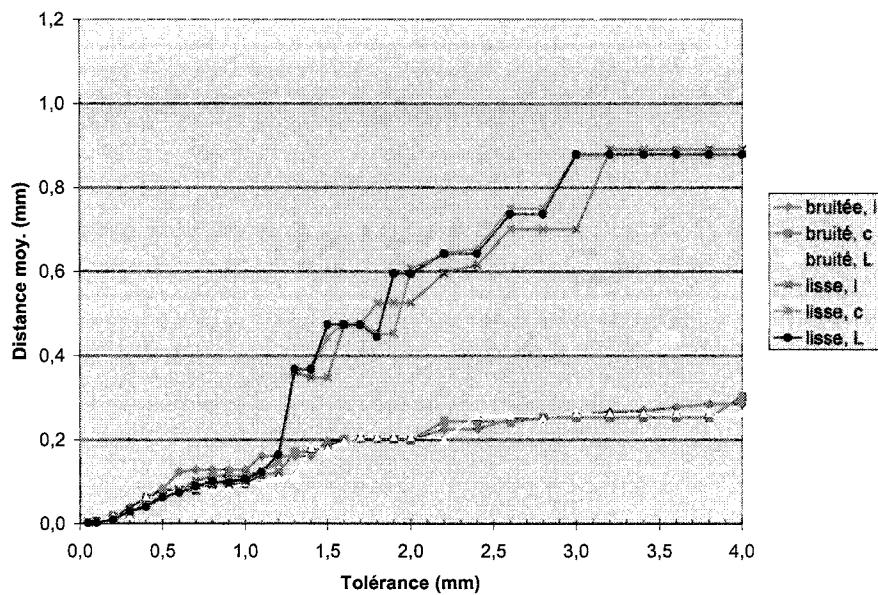


Figure 3.9 Distance moyenne en fonction de la tolérance pour la section bruitée et la section lisse

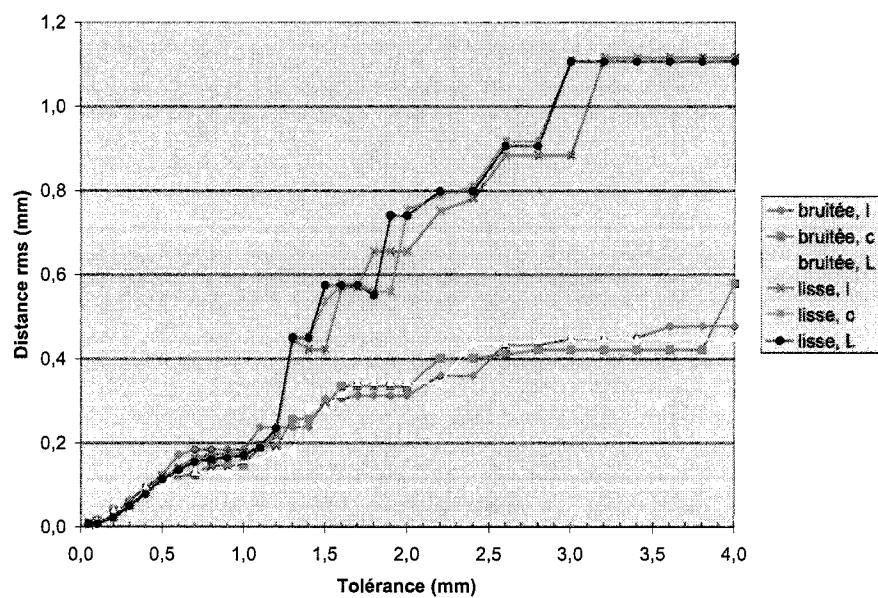


Figure 3.10 Distance RMS en fonction de la tolérance pour la section bruitée et la section lisse

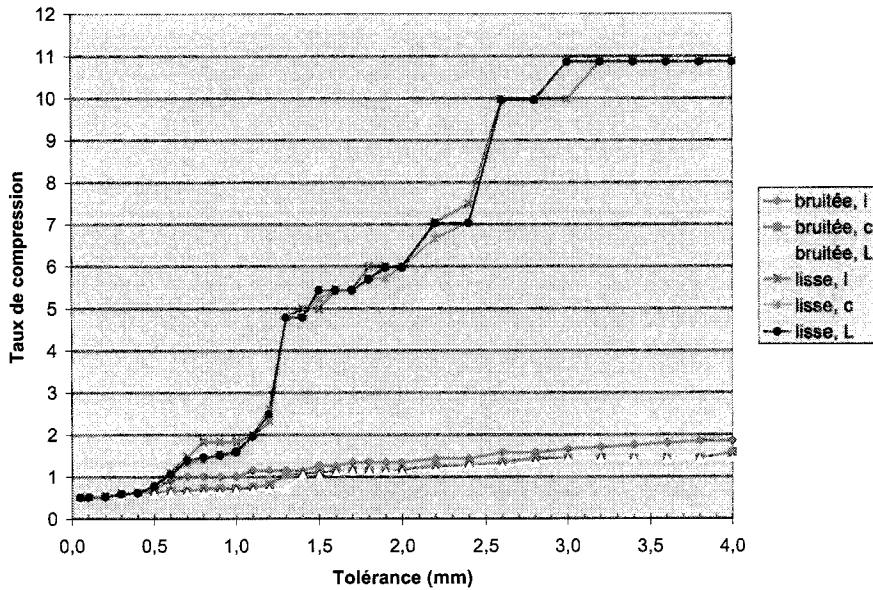


Figure 3.11 Taux de compression en fonction de la tolérance pour la section bruitée et la section lisse

Le dernier graphique (figure 3.12), présente le temps d'exécution pour approximer la section de points par une courbe B-spline en fonction de la tolérance. De ce graphique, il ne ressort aucune information pertinente.

De cette expérimentation, il est permis de conclure que la valeur de tolérance acceptable se situe en dessous de 1,2 mm afin de reproduire le plus fidèlement possible ces deux sections. Qu'en est-il des autres sections ? Il est à noter que cette valeur de tolérance est égale à la résolution latérale du système d'acquisition (section 1.3). Toutefois, la résolution en profondeur est de 1 mm. Aussi, d'après une étude d'évaluation de précision présentée dans le mémoire de Valérie Pazos (Pazos, 2002), l'erreur moyenne est du même ordre, soit environ 1 mm. Il est donc logique d'utiliser une tolérance inférieure à l'erreur moyenne, afin d'être en mesure de réduire le bruit, sans toutefois l'augmenter à d'autres endroits. Par conséquent, la tolérance doit être inférieure à 1 mm afin de reproduire correctement tous les types de section. Bien que ce résultat soit intuitif, il a été confirmé ici numériquement.

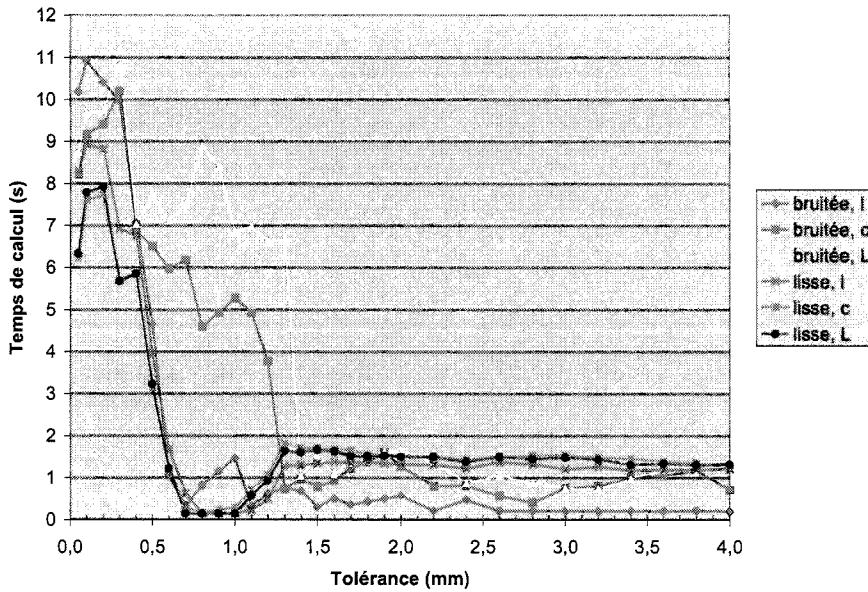


Figure 3.12 Temps d'exécution en fonction de la tolérance pour la section bruitée et la section lisse

3.2.3 Troisième expérimentation

La troisième et dernière expérimentation consiste à évaluer les métriques présentées à la section 2.5 afin d'identifier quelle paramétrisation et quelle méthode d'incrémentation doivent être utilisées. Pour y arriver, chaque métrique a été mesurée sur plusieurs sections pour une tolérance variant entre 0 et 1,5 mm. Ces sections sont celles de l'acquisition F00210002. Ayant ainsi une mesure d'une métrique pour chaque section, la moyenne, pour chaque valeur de tolérance, est calculée. Ainsi, un portrait plus juste des différences entre les résultats des algorithmes est présenté, comparativement à l'utilisation d'une ou de deux sections. Tel qu'il a été identifié précédemment, l'intervalle de tolérance à analyser tout particulièrement est de 0 à 1 mm.

Le premier graphique (figure 3.13) montre le temps d'exécution moyen pour approximer une section de points à une certaine tolérance. De ce graphique, il est évident que la méthode d'incrémentation non linéaire est beaucoup plus rapide. Par exemple, pour une tolérance de 0,2 mm, le temps d'exécution est d'environ 5 secondes pour la méthode non linéaire et d'environ 13 secondes pour la méthode linéaire. De plus, il est à remarquer que, pour la méthode linéaire, il n'y a pas de mesure à une tolérance de 0,1 mm, car le programme n'avait plus assez de mémoire pour fonctionner. Donc, la méthode non

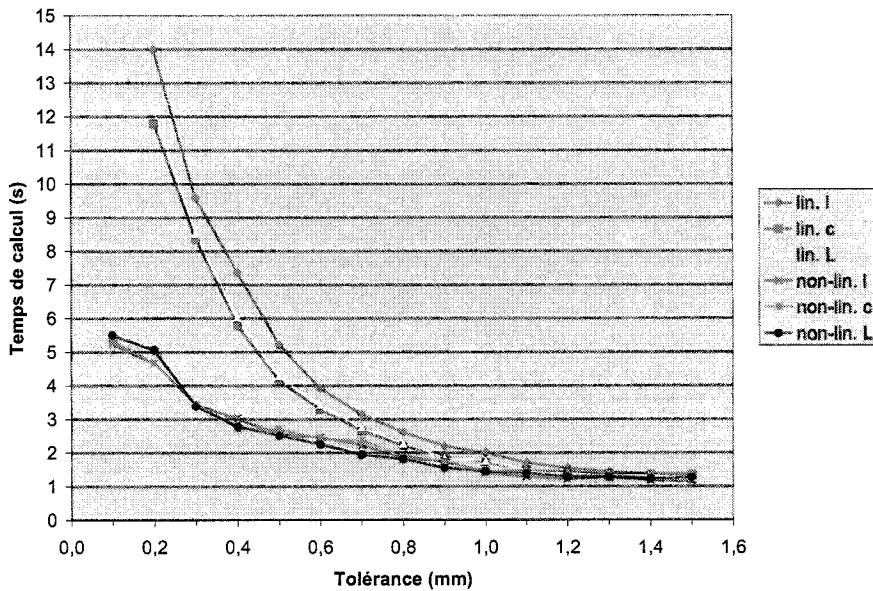


Figure 3.13 Moyenne du temps d'exécution des sections en fonction de la tolérance pour l'acquisition F00210002

linéaire est celle qui doit être utilisée par la suite. Cela est d'autant plus vrai que dans le cas de l'approximation de surface, l'algorithme utilise l'approximation de courbes et par conséquent, il est évident que le temps d'exécution peut rapidement devenir très long pour de petites tolérances. Par exemple, approximer les sections transversales d'une acquisition typique contenant 174 sections prend, à une tolérance de 0,4 mm, environ 20 minutes (175×7 s) et à une tolérance de 0,2 mm, environ 38 minutes (175×13 s) comparativement à 9 (175×3 s) et 15 minutes (175×5 s) respectivement¹. Donc, il s'agit en général d'une diminution de plus de la moitié du temps.

Le deuxième graphique (figure 3.14) montre le taux de compression en fonction de la tolérance. Il en ressort que le taux de compression est plus élevé dans le cas de la méthode d'incrémentation linéaire. Cela signifie que, pour une même tolérance, cette méthode utilise moins de points de contrôle pour respecter la tolérance. En effet, celle-ci recherche plus finement le nombre de points de contrôle le plus petit. Pour sa part, la méthode non linéaire fait parfois de grands incréments lors de la recherche du nombre de points de contrôle. Lorsque la valeur de ce nombre respecte la tolérance, l'algorithme fait une recherche fine vers le bas. Toutefois, ce nombre n'est pas nécessairement le plus petit. Il peut s'agir d'un minimum local. En effet, le nombre de points de contrôle le plus petit

¹Voir la section 2.5.2 pour la description de l'ordinateur utilisé pour les tests

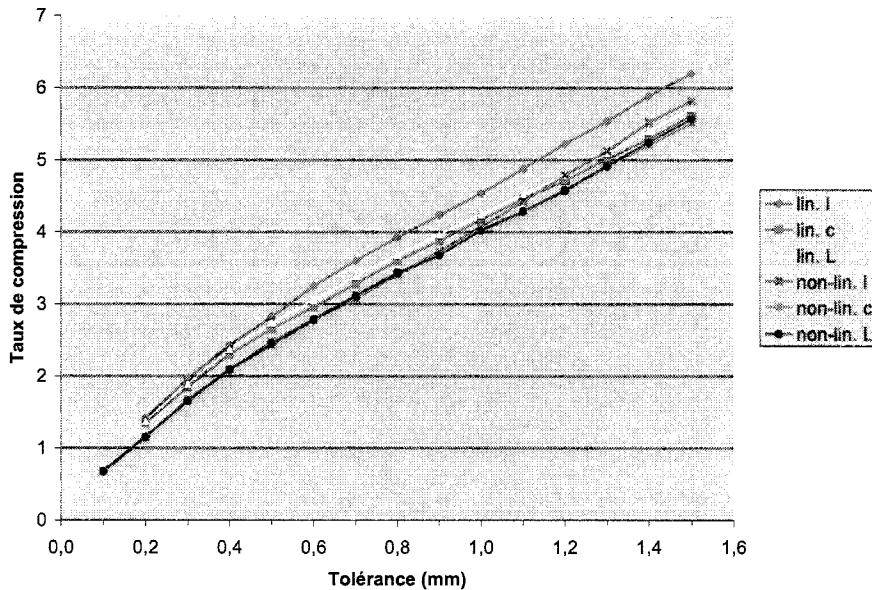


Figure 3.14 Moyenne du taux de compression des sections en fonction de la tolérance pour l'acquisition F00210002

respectant la tolérance peut être suivi d'un nombre de points de contrôle plus grand qui ne respecte pas la tolérance. Par exemple, pour une courbe quelconque, tous les nombres supérieurs à 50 respectent la tolérance à l'exception du nombre 55. La méthode linéaire trouve le nombre 50. Pour sa part, la méthode non linéaire passe par-dessus 55 et vérifie que le nombre 60 respecte la tolérance. Ainsi, l'algorithme trouve, par une recherche fine vers le bas, un nombre de points de contrôle égal à 56.

Comme il est illustré aux figures suivantes (figures 3.15, 3.16 et 3.17), puisque le nombre de points de contrôle est plus grand dans le cas de la méthode non linéaire, les courbes possèdent, pour une même tolérance, une distance moyenne, RMS et maximale inférieure. Pour ce qui est du graphique de la distance minimale en fonction de la tolérance (figure 3.18), il n'y a aucune différence notable entre la méthode linéaire et non linéaire.

Par ailleurs, puisqu'il a été retenu d'utiliser la méthode non linéaire pour l'approximation de sections de points par une courbe B-spline, il reste maintenant à identifier quelle paramétrisation doit être utilisée. Une comparaison entre les paramétrisations pour ce qui est de la distance moyenne, de la distance RMS, de la distance maximale et du taux de compression ne démontre pas de grandes différences (pour la méthode non linéaire). Elles donnent toutes sensiblement les mêmes résultats. Toutefois, lorsqu'une comparai-

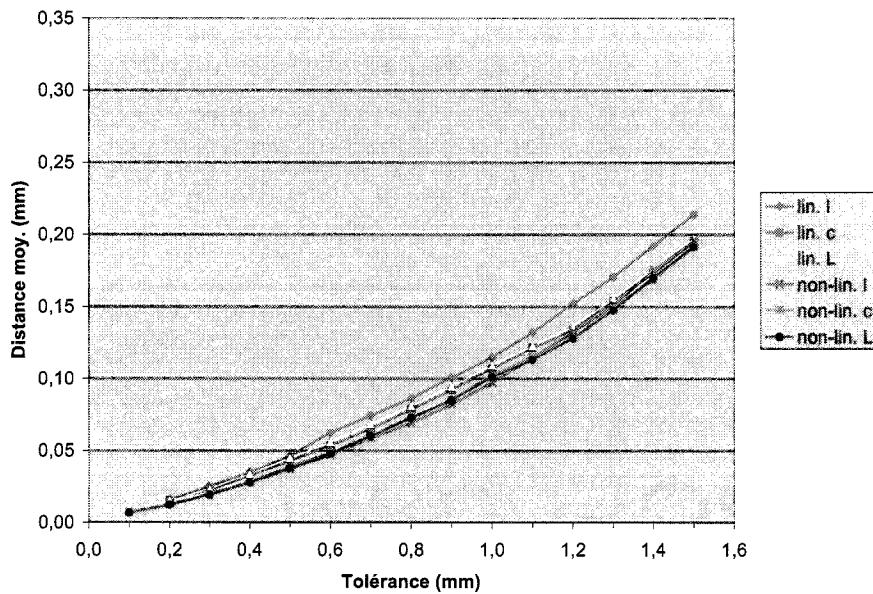


Figure 3.15 Moyenne des distances moyennes des sections en fonction de la tolérance pour l'acquisition F00210002

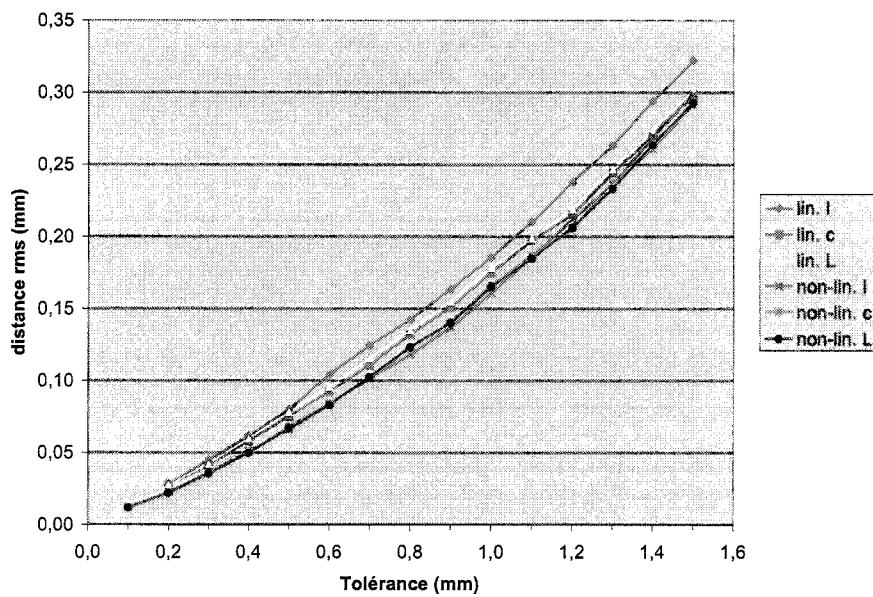


Figure 3.16 Moyenne des distances RMS des sections en fonction de la tolérance pour l'acquisition F00210002

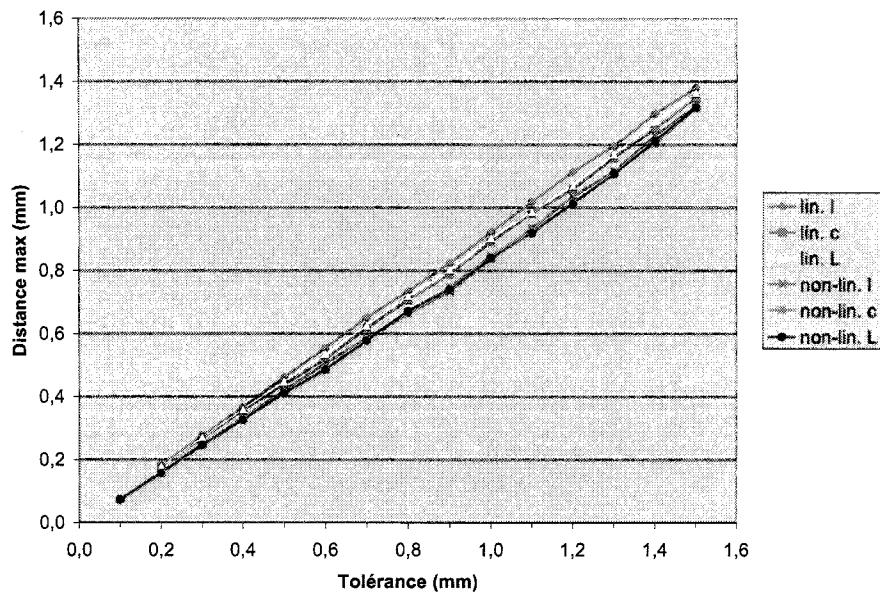


Figure 3.17 Moyenne des distances maximales des sections en fonction de la tolérance pour l'acquisition F00210002

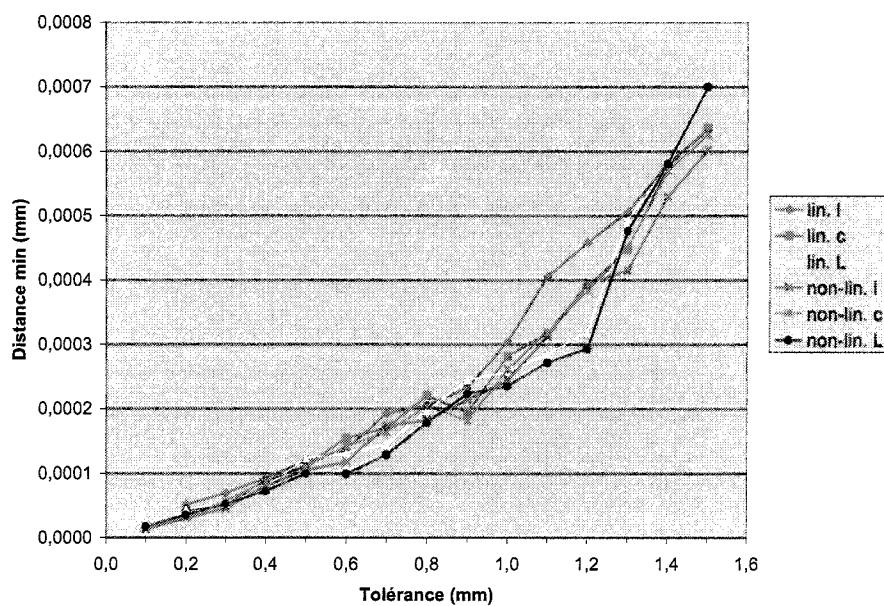


Figure 3.18 Moyenne des distances minimales des sections en fonction de la tolérance pour l'acquisition F00210002

son est faite pour le temps d'exécution et pour la distance minimale, il en ressort, en général pour une tolérance inférieure à 1 mm, un léger avantage pour la paramétrisation logarithmique (L). Donc, pour une même distance moyenne et un nombre de points de contrôle très semblable, l'approximation avec la paramétrisation logarithmique s'exécute plus rapidement et donne une distance minimale plus petite. Par conséquent, la paramétrisation logarithmique sera utilisée pour le reste du projet.

En conclusion, cette section présentait les résultats de l'approximation de sections de points par une courbe B-spline respectant une certaine tolérance. Plusieurs paramètres de l'algorithme devaient être fixés afin d'en avoir moins à évaluer dans la section suivante traitant de la modélisation de surface. Ainsi, la méthode de construction du vecteur nodal a été fixée à celle de moyennage (m). La paramétrisation logarithmique (L) a été retenue, ainsi que la méthode d'incrémentation non linéaire. De plus, la tolérance maximale, permettant d'avoir des courbes acceptables, a été fixée à 1 mm.

3.3 Approximation de la surface du tronc

Dans le chapitre de la méthodologie, à la section 2.3, trois algorithmes d'approximation d'un ensemble de sections de points ayant un nombre de points variable ont été présentés. Dans cette section, ces algorithmes sont analysés afin d'identifier le meilleur et pour savoir quelle tolérance donne la surface de meilleure qualité. Il est à noter que les paramètres de l'algorithme d'approximation de points par une courbe B-spline ont été fixés aux valeurs identifiées à la section précédente.

3.3.1 Première expérimentation

La première expérimentation vise à valider l'observation selon laquelle l'interpolation est souvent utilisée lors de l'approximation des points de contrôle des courbes-sections (direction v) dans l'algorithme *approx-approx*. Une interpolation se produit lorsqu'une approximation ne permet pas de respecter la tolérance. Le tableau 3.5 indique s'il y a eu une interpolation à une tolérance pour l'acquisition du tronc humain F00210002. Il est à noter que la valeur de la tolérance est la même pour la direction u et v . Comme il est indiqué dans le tableau, l'interpolation est utilisée pour une tolérance inférieure à 0,7

Tableau 3.5 Utilisation ou non de l'interpolation dans la direction v

Tol. (mm)	Interpolation en v ?
0,10	oui
0,20	oui
0,30	oui
0,40	oui
0,50	oui
0,60	oui
0,70	non
0,80	non
0,90	non
1,00	non

Tol. : tolérance

mm. Bien que l'identification de la limite pour la tolérance ne soit pas faite précisément et que celle-ci peut varier légèrement d'une acquisition à l'autre, cette expérimentation démontre que l'interpolation est souvent utilisée.

Aussi, la figure 3.19 démontre que l'algorithme *approx-approx* (a) prend plus de temps à s'exécuter que l'algorithme *approx-interp* (i), pour lequel une interpolation est faite dans la direction v plutôt qu'une approximation. De plus, la figure 3.20 illustre que le résultat est sensiblement le même pour ce qui est du taux de compression. Donc, à une tolérance donnée, la surface est très semblable ou souvent identique pour un temps de calcul plus rapide dans le cas de l'algorithme *approx-interp*.

Cela se justifie par le fait qu'il peut être long pour l'algorithme *approx-approx* d'exécuter l'algorithme d'approximation par une courbe dans la direction v . Notamment, l'étape qui trouve le nombre de points de contrôle (figure 2.8). Cette étape étant inutile, puisqu'une interpolation est faite, sa suppression, par l'utilisation directe d'une interpolation, permet d'accélérer le temps de calcul tout en ayant un résultat similaire. Par conséquent, il est justifié de faire par défaut une interpolation dans la direction v , afin de réduire le temps de calcul.

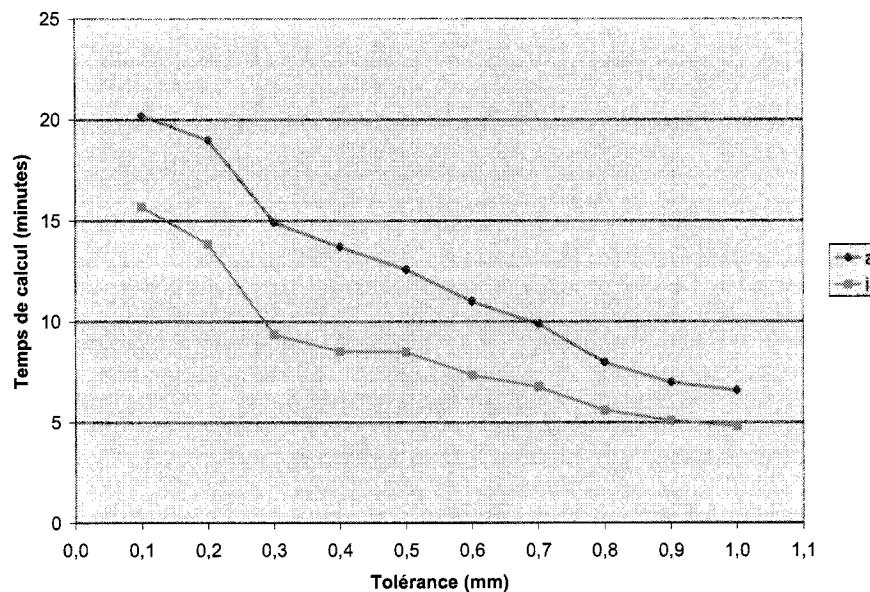


Figure 3.19 Temps d'exécution en fonction de la tolérance pour deux méthodes de modélisation de surface (a et i)

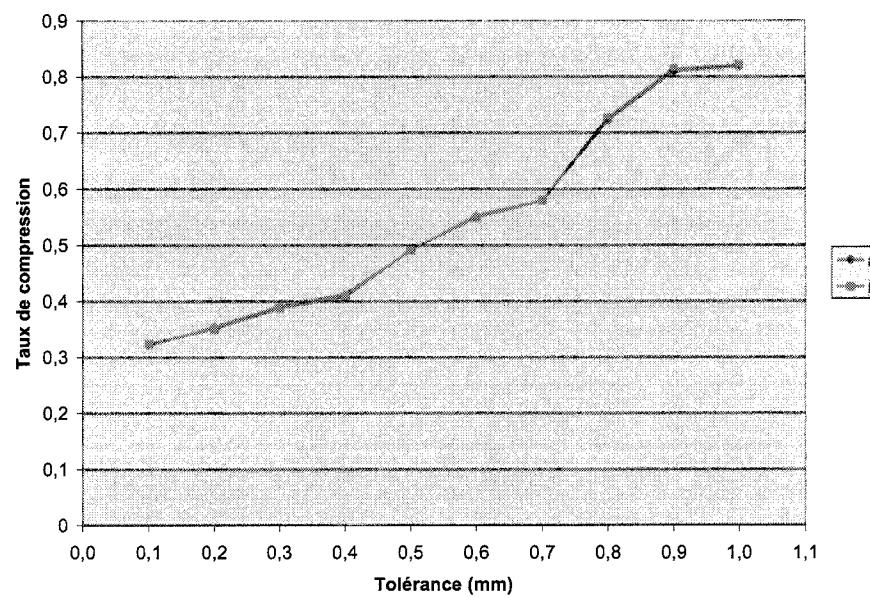


Figure 3.20 Taux de compression en fonction de la tolérance pour deux méthodes de modélisation de surface (a et i)

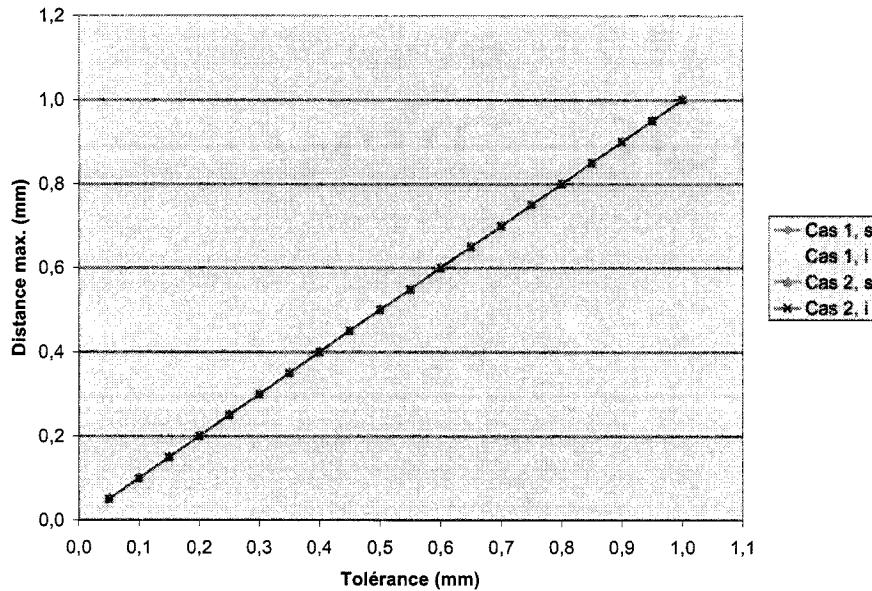


Figure 3.21 Distances maximales en fonction de la tolérance pour deux méthodes de modélisation de surface (s et i)

3.3.2 Deuxième expérimentation

Suite à la première expérimentation, le choix de l'algorithme se joue entre les deux qui font une interpolation des courbes-sections afin de générer la surface. Il s'agit de l'algorithme *approx-interp* (i) et de l'algorithme *approx-skin* (s). Afin d'identifier le meilleur des deux, les métriques décrites à la section 2.5 ont été mesurées sur deux acquisitions, soit le cas 1 (F00210002) et le cas 2 (F40360003).

Les mesures de la distance maximale (figure 3.21) et de la distance minimale (figure 3.22) ne sont pas différentes pour les deux algorithmes. Dans le cas de la distance maximale, les deux donnent une valeur qui tend vers la valeur de la tolérance. Dans le cas de la distance minimale, les deux sont inférieures à 3×10^{-6} mm, ce qui est près de l'erreur de la machine, donc négligeable.

Les mesures de la distance moyenne (figure 3.23) et de la distance RMS (figure 3.24) sont également identiques pour les deux algorithmes. Il est à noter que les valeurs sont toutefois différentes pour chacune des acquisitions. Donc, pour une même tolérance, l'erreur moyenne n'est pas nécessairement la même d'une acquisition à l'autre.

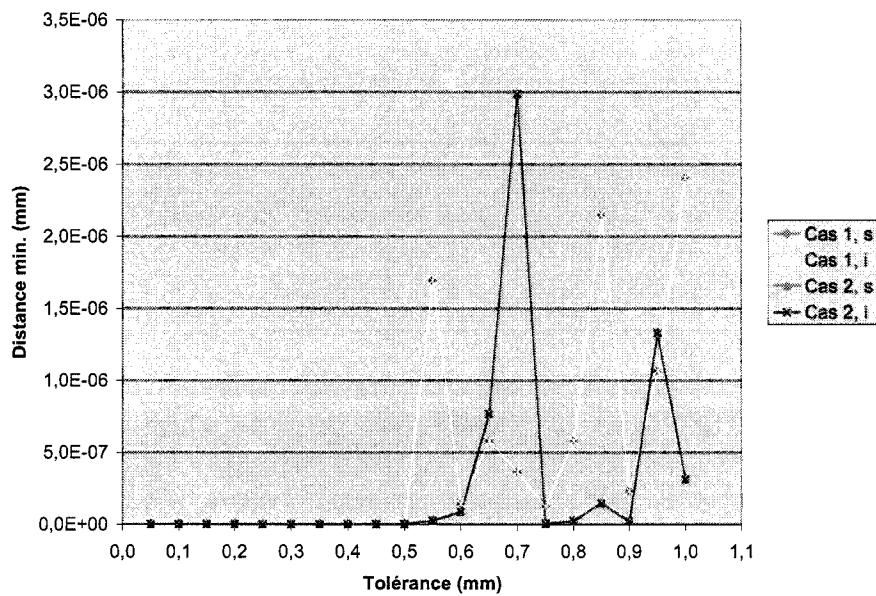


Figure 3.22 Distances minimales en fonction de la tolérance pour deux méthodes de modélisation de surface (s et i)

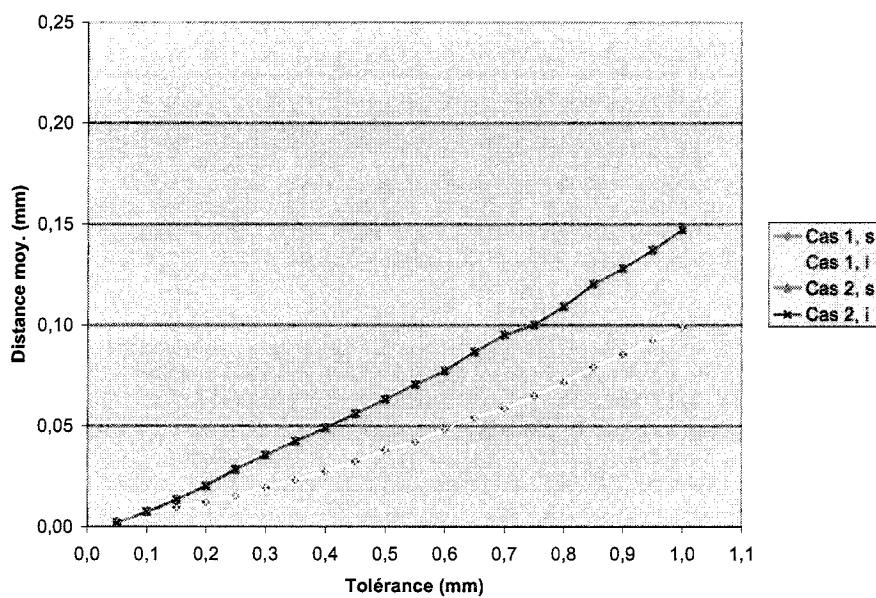


Figure 3.23 Distances moyennes en fonction de la tolérance pour deux méthodes de modélisation de surface (s et i)

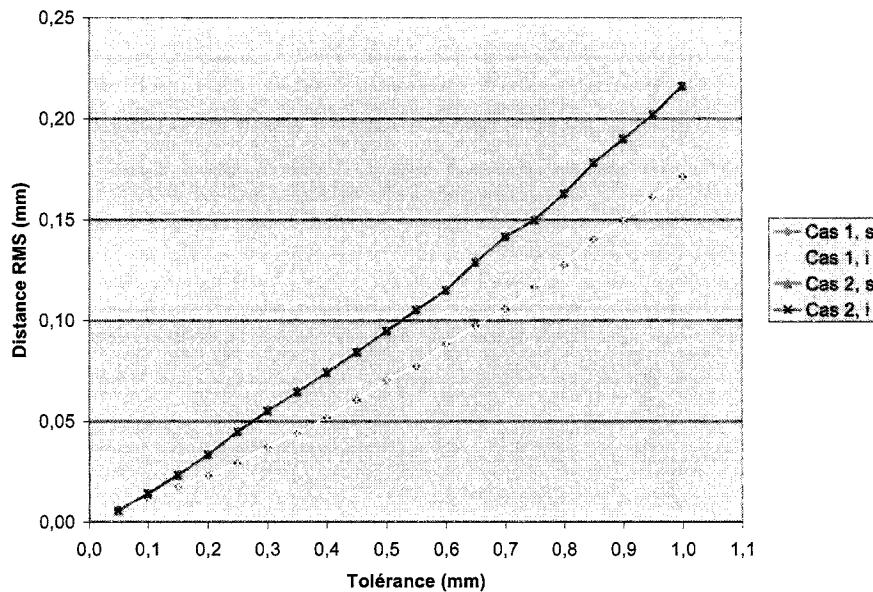


Figure 3.24 Distances RMS en fonction de la tolérance pour deux méthodes de modélisation de surface (s et i)

La mesure du temps d'exécution (figure 3.25) ne permet également pas d'identifier le meilleur algorithme. Toutefois, la figure 3.26, qui présente le taux de compression en fonction de la tolérance pour les deux algorithmes, démontre une différence entre les deux. En effet, pour les deux cas, l'algorithme *approx-skin* (s) donne un taux de compression supérieur à l'algorithme *approx-interp* (i). Par conséquent, puisque les autres métriques sont identiques pour les deux algorithmes, mais que la surface générée par l'algorithme *approx-skin* peut être représentée avec une plus petite quantité d'information, c'est ce dernier qu'il est recommandé d'utiliser pour notre application.

3.3.3 Troisième expérimentation

Bien que la quantité réduite d'information pour représenter une surface soit une qualité recherchée lors de la modélisation d'une surface, la qualité de la surface du point de vue de la présence réduite de bruit dans sa forme est une qualité encore plus importante pour notre application. Ainsi, dans cette sous-section, les courbures moyenne et gaussienne (section 1.6) des surfaces générées par l'algorithme *approx-skin* (s) et *approx-interp* (i) ont été mesurées sur un échantillon de 150 000 points (500 en u x 300 en v). Cette expérience a été faite sur les deux acquisitions précédentes, soit le cas 1 (F00210002) et

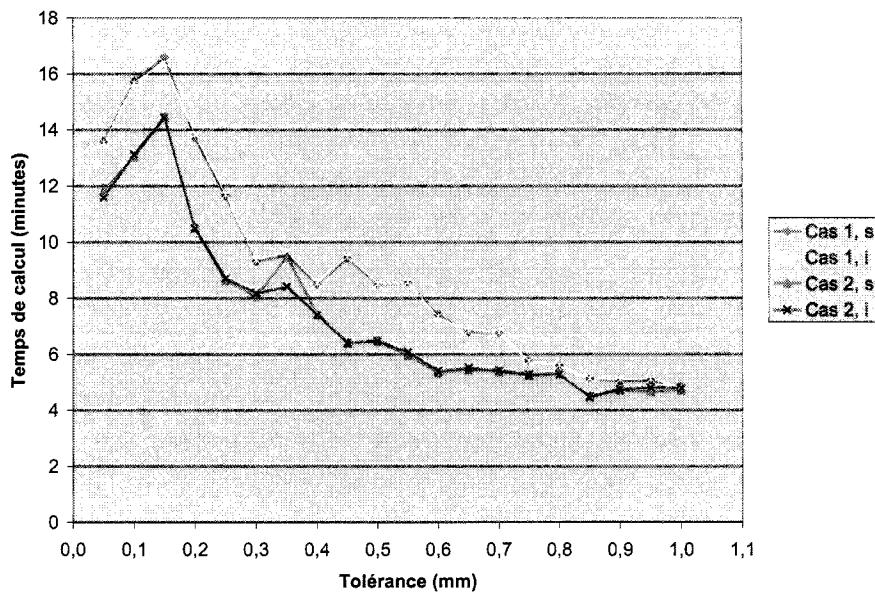


Figure 3.25 Temps d'exécution en fonction de la tolérance pour deux méthodes de modélisation de surface (s et i)

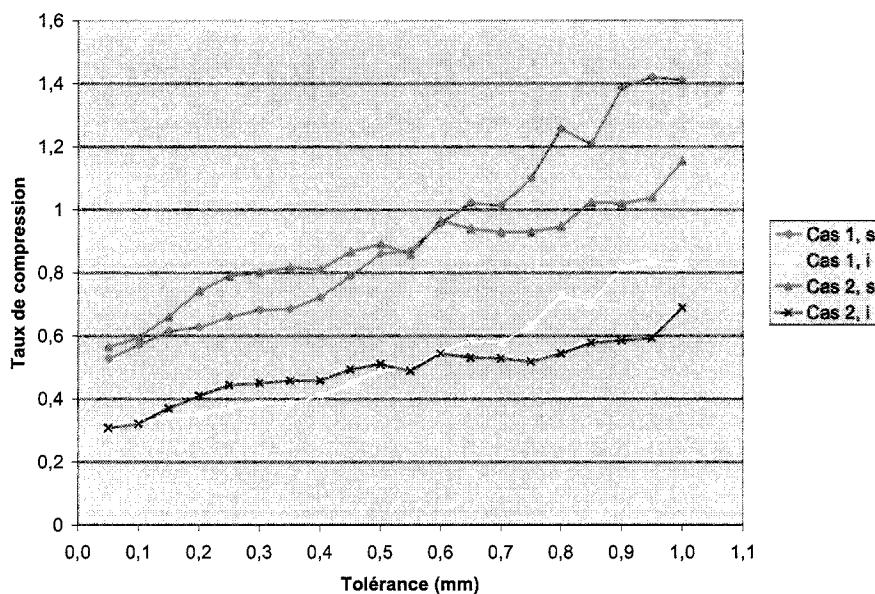


Figure 3.26 Taux de compression en fonction de la tolérance pour deux méthodes de modélisation de surface (s et i)

le cas 2 (F40360003), pour une valeur de tolérance inférieure à 1 mm. Avec ces valeurs de courbures, l'écart-type des courbures de chaque surface a été calculé.

Les figures 3.27 et 3.28 montrent, pour le cas 1 et le cas 2, la variation de l'écart-type de la courbure moyenne en fonction de la tolérance pour les deux algorithmes. Les figures 3.29 et 3.30 montrent la même variation de l'écart-type, mais pour la courbure gaussienne. Il ressort de ces quatre graphiques que l'algorithme *approx-interp* (i) a un écart-type qui varie fortement d'une tolérance à l'autre. Pour sa part, l'algorithme *approx-skin* (s) garde un écart-type relativement constant et bas en fonction de la tolérance.

Un grand écart-type démontre que les valeurs de courbures varient beaucoup d'un endroit à l'autre sur la surface, notamment avec de grandes valeurs de courbures. Ces grandes valeurs ne sont pas normales et existent lorsque la surface est bruitée. En effet, les courbures, étant calculées à partir des dérivées à la surface, sont très sensibles au bruit, principalement parce que les dérivées secondes le sont.

Par conséquent, l'algorithme *approx-interp* (i) génère une surface plus bruitée que l'algorithme *approx-skin* (s) et est moins stable, comme peut en témoigner la variation de l'écart-type de la courbure. Donc, cela confirme davantage la conclusion de l'expérimentation précédente selon laquelle l'algorithme *approx-skin* (s) est celui qui doit être utilisé pour notre application².

3.3.4 Quatrième expérimentation

La dernière expérimentation consiste à identifier la tolérance, utilisée par l'algorithme retenu (*approx-skin*), qui génère la surface de meilleure qualité. Pour y arriver, des surfaces ont été générées pour une tolérance variant de 0,1 à 1 mm par incrément de 0,1 mm, soit un total de 10 surfaces. Cette opération a été faite pour les deux acquisitions précédentes, soit le cas 1 (F00210002) et le cas 2 (F40360003). Ensuite, des images de dos et de face de chaque surface (en projection orthogonale et pour une discréétisation de 150 000 points (500 en u x 300 en v)) ont été prises. Trois types d'images ont été prises. Le premier montre les surfaces colorierées avec une couleur s'apparentant au bronze. Le deuxième type d'images illustre les surfaces colorierées en fonction de la valeur de la cour-

²Une étude sur davantage de cas permettrait d'être certain de ce résultat.

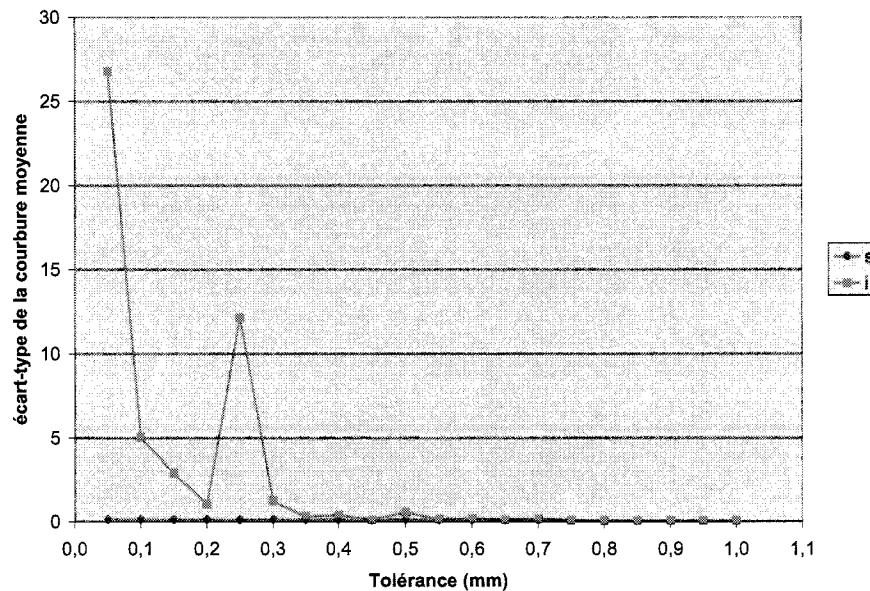


Figure 3.27 Écart-type de la courbure moyenne en fonction de la tolérance pour le cas 1

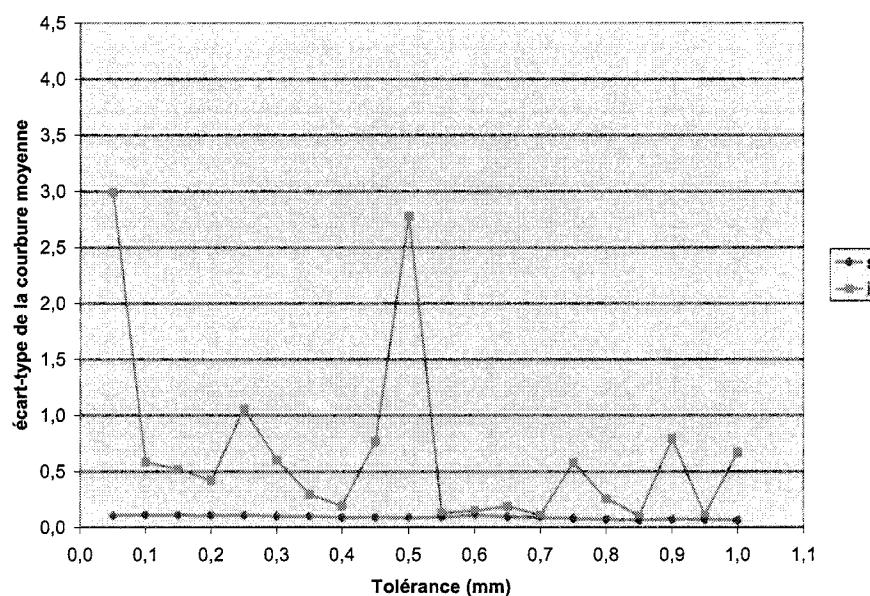


Figure 3.28 Écart-type de la courbure moyenne en fonction de la tolérance pour le cas 2

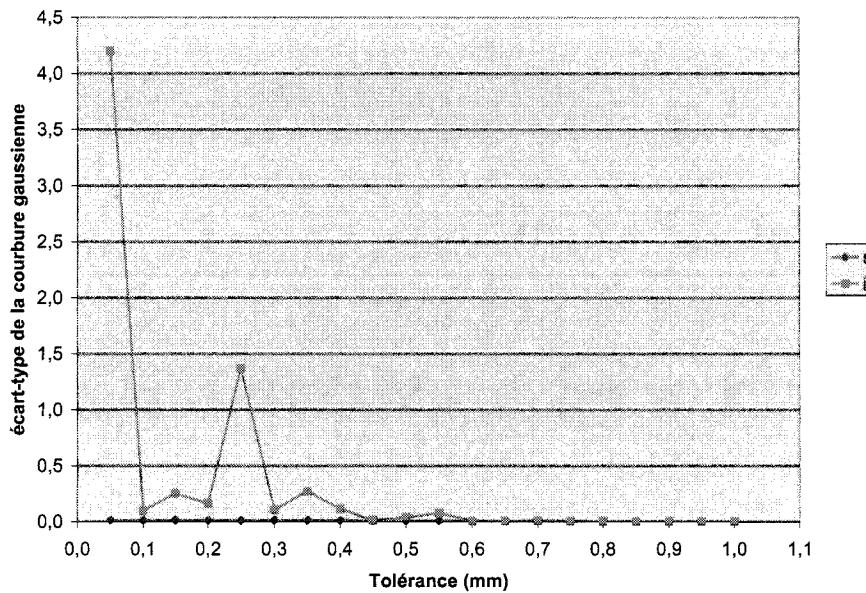


Figure 3.29 Écart-type de la courbure gaussienne en fonction de la tolérance pour le cas 1

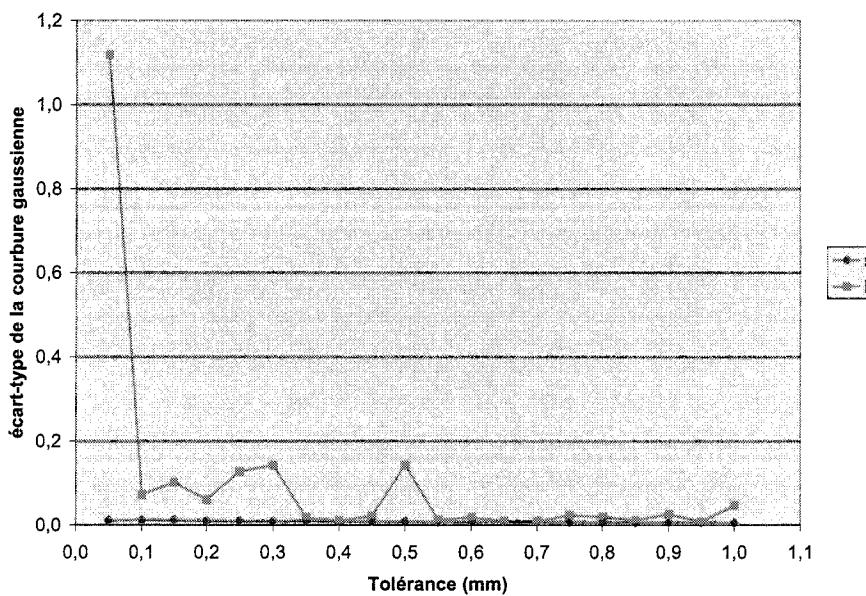


Figure 3.30 Écart-type de la courbure gaussienne en fonction de la tolérance pour le cas 2

bure moyenne. Les valeurs entre 0 et 0,08 ont une couleur variant graduellement de noir à rouge respectivement et les valeurs supérieures ont cette dernière couleur. Les valeurs entre 0 et -0,008 ont une couleur variant de noir à bleu respectivement et les valeurs inférieures ont cette dernière couleur. L'écart-type moyen de la valeur de courbure moyenne est environ 0,008, ce qui justifie le choix de cette limite. Le troisième type d'images présente les surfaces colorées en fonction de la valeur de la courbure gaussienne. Soit une couleur variant graduellement de noir à rouge pour les valeurs de courbure de 0 à 0,001 et rouge pour les valeurs supérieures. Soit une couleur variant de noir à bleu pour les valeurs de courbure de 0 à -0,001 et bleu pour les valeurs inférieures. L'écart-type moyen de la valeur de courbure gaussienne est de 0,006, mais avec une telle valeur limite peu d'information ressortait de la couleur. Ainsi, afin d'avoir un meilleur dégradé de couleur la limite de 0,001 a été choisie empiriquement.

Les images des surfaces avec la couleur bronze ne sont pas présentées dans cette section, car elles ne permettent pas d'identifier clairement la meilleure tolérance. Toutefois, elles sont présentes à l'annexe II. Il est à noter que pour simplifier la présentation des résultats, il n'y a que 9 images de présentées (3×3), soit pour une tolérance de 0,1 à 0,9 mm, par incrément de 0,1 mm.

Dans cette section, les résultats de la courbure moyenne et de la courbure gaussienne sont présentés dans un premier temps pour le cas 1 et dans un deuxième temps pour le cas 2. Bien que la courbure gaussienne permette également de comparer la qualité des surfaces, la courbure moyenne est la mesure qui donne les informations les plus pertinentes sur les variations de la forme locale de la surface. En effet, comme le montre le tableau 1.2, la courbure moyenne sert à identifier si la surface a une forme locale concave ou convexe et cela peu importe la valeur de la courbure gaussienne.

La figure 3.31 montre les résultats de face du cas 1 pour la courbure moyenne. Comme on peut le voir, il y a deux lignes verticales sur le ventre à une tolérance de 0,1 mm. Cela est représentatif de l'erreur lors de la fusion des modèles polygonaux de chaque vue faite par le système d'acquisition *InSpeck*. À l'opposé, à une tolérance de 0,9 mm, ces deux lignes sont pratiquement disparues. Toutefois, cette surface présente beaucoup d'ondulations, *i.e.* de passages de rouge à bleu (forme concave, forme convexe). Aussi, à cette tolérance le nombril est moins bien défini. Ainsi, pour cet ensemble d'images, une tolérance entre 0,3 et 0,4 semble idéale, car elle permet de réduire la présence des lignes

verticales sans engendrer d'ondulations indésirables.

La figure 3.32 montre les résultats pour le dos. À une tolérance de 0,9 mm, il y a beaucoup de variations entre le bleu et le rouge. Par le fait même, la courbe concave (rouge) de la vallée est moins bien définie. Pour cet ensemble d'images, une tolérance entre 0,2 et 0,3 mm semble idéale. Bien qu'à une tolérance de 0,4 mm la vallée semble bien identifiée, contrairement aux valeurs supérieures à 0,5 mm, la surface est plus nette pour une tolérance inférieure à 0,3 mm, notamment à gauche en bas de l'omoplate.

La figure 3.33 présente les résultats de face du cas 1 pour la courbure gaussienne. Encore une fois, à une tolérance de 0,1 mm, il y a deux lignes verticales sur le ventre. Celle de droite est presque disparue à une tolérance de 0,3 mm. Celle de gauche reste malheureusement toujours présente. Pour une tolérance supérieure à 0,6 mm, le nombril est mal défini. Globalement, la surface semble meilleure à une tolérance de 0,3 mm.

La figure 3.34 montre les résultats pour le dos. Pour une tolérance supérieure à 0,5 mm, il y a énormément de bruit (variation bleu-rouge), notamment à gauche de la vallée. Une tolérance entre 0,2 et 0,3 mm semble idéale. En effet, à 0,3 mm, il y a du bruit en bas de l'omoplate gauche, qui n'est pas présent à une tolérance de 0,2 mm, mais qui n'est pas trop gênant, comparativement à 0,4 mm.

Donc, de ces quatre figures, il ressort qu'une tolérance de 0,3 mm donne le meilleur résultat. En effet, pour une tolérance plus petite, les lignes verticales dans le ventre sont trop prononcées et il y a trop d'ondulations pour les tolérances supérieures. Il en ressort que pour de petites tolérances, du bruit provenant de l'acquisition est présent, tandis que pour une tolérance supérieure à 0,5 mm, il y a du bruit sous forme d'ondulations. Ce bruit semble provenir de l'algorithme de modélisation. Un bon compromis entre ces deux types de bruit se trouve à 0,3 mm. Afin de vérifier cette observation, les prochaines lignes serviront à analyser les résultats pour la deuxième acquisition.

La figure 3.35 montre les résultats de face de la courbure moyenne pour le cas 2. Cette acquisition est nettement moins précise que la première. Néanmoins, il en ressort qu'il y a beaucoup de variations bleu-rouge pour une tolérance supérieure à 0,5 mm. À une tolérance de 0,4 mm, il y a un peu de bruits sous le sein gauche. Une tolérance de 0,3 mm semble la plus appropriée, car il y a légèrement moins de bruits que pour une tolérance inférieure.

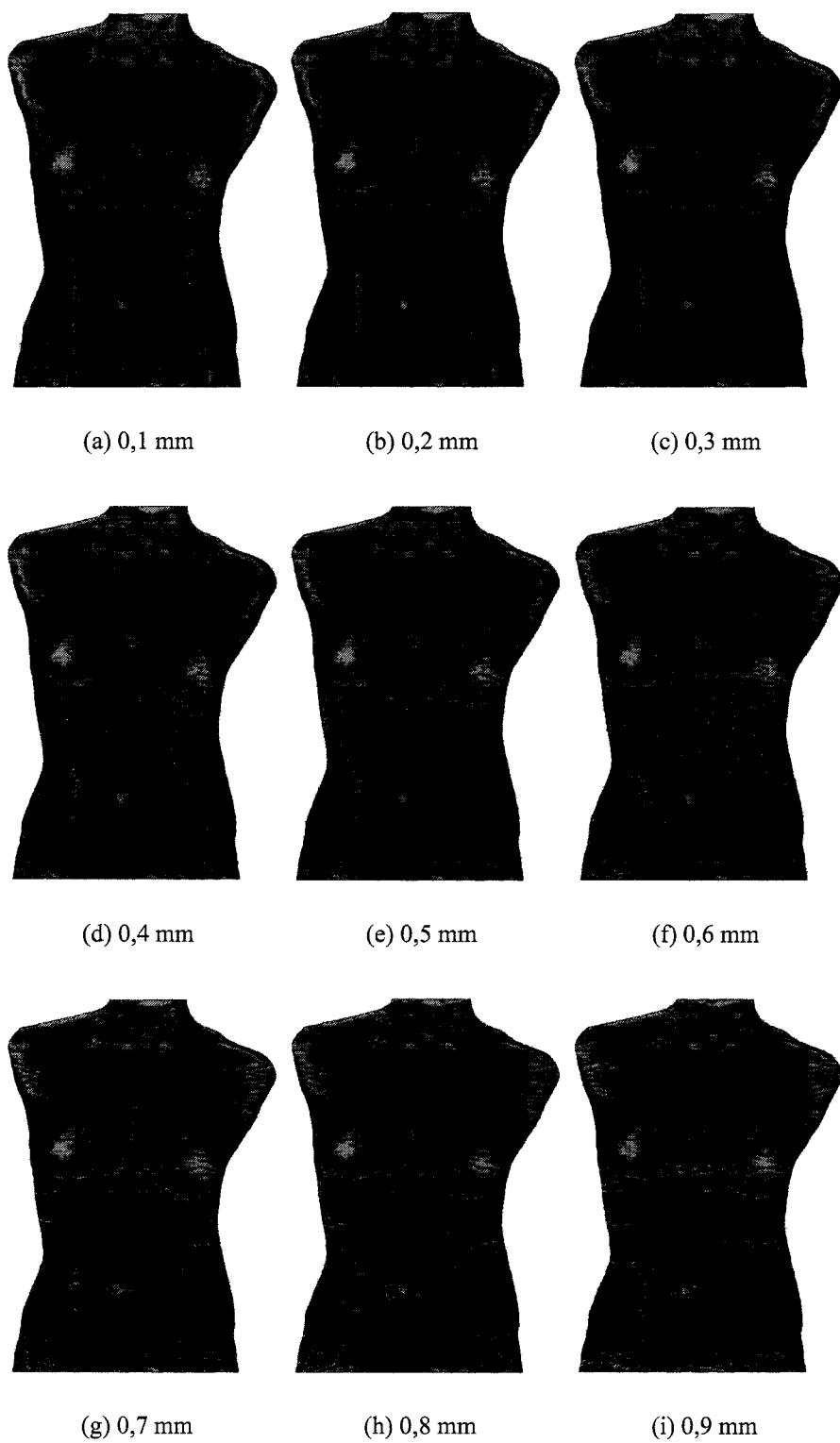


Figure 3.31 Vue de face de la courbure moyenne pour le cas de l'acquisition F00210002

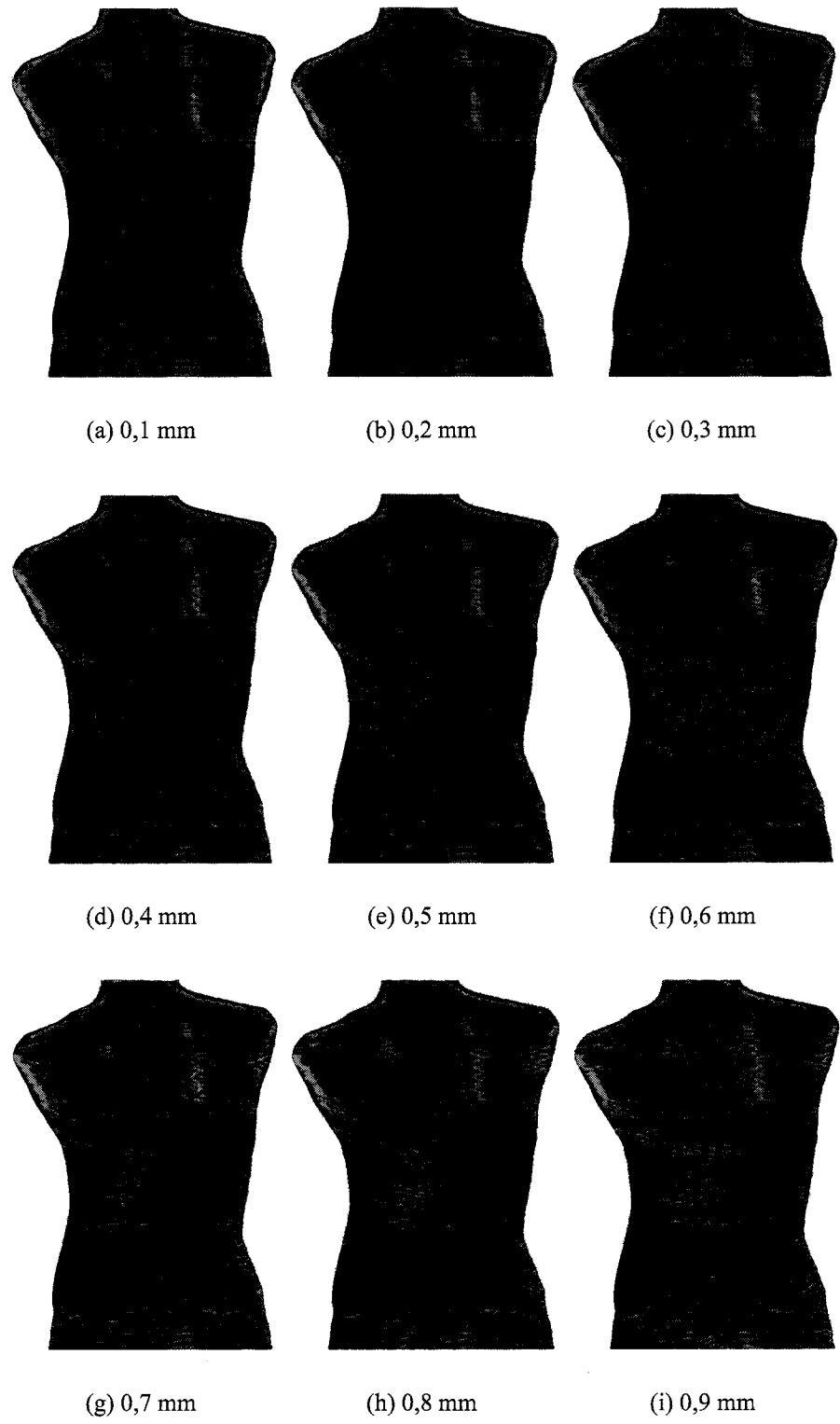


Figure 3.32 Vue de dos de la courbure moyenne pour le cas de l'acquisition F00210002

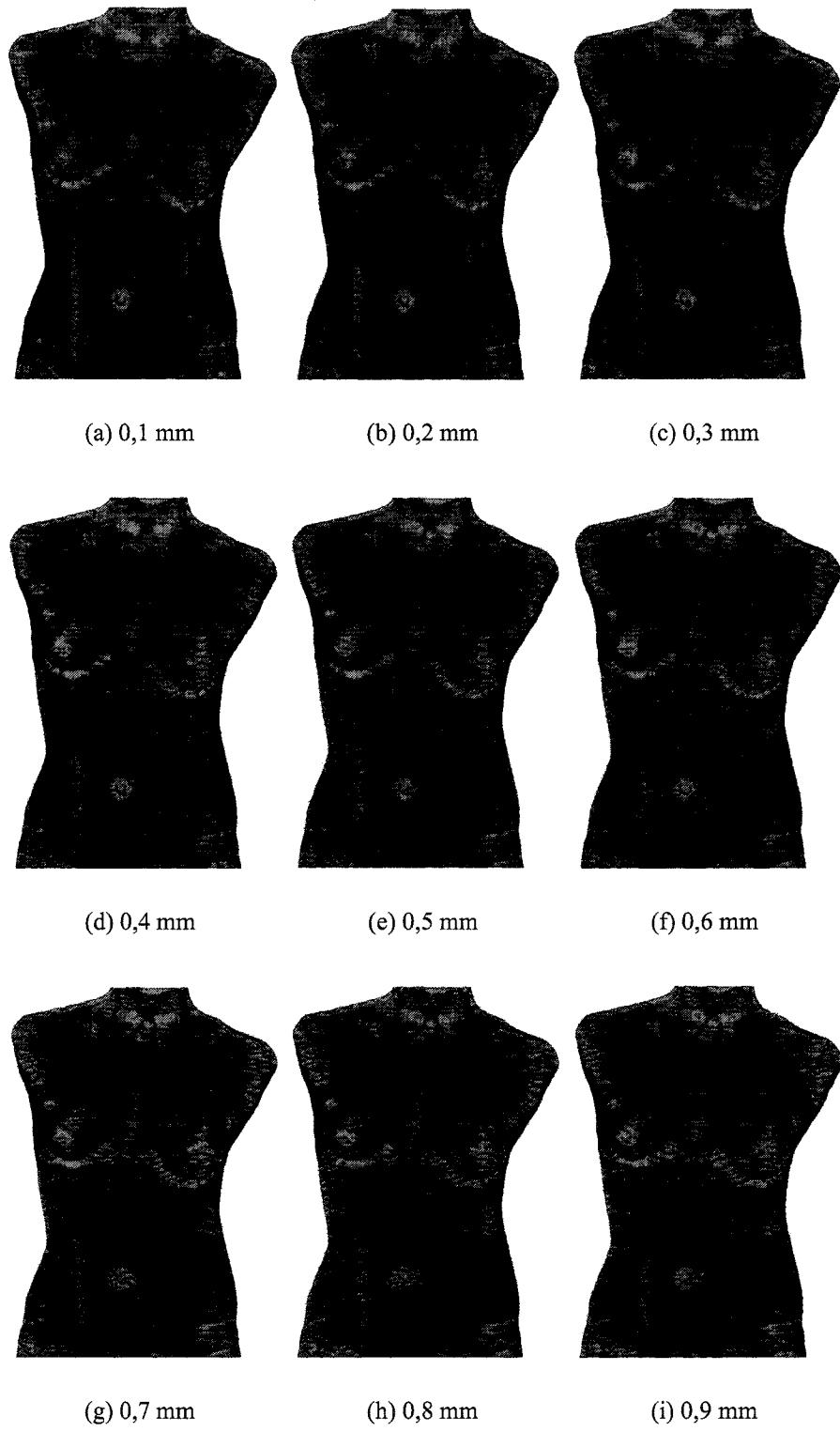


Figure 3.33 Vue de face de la courbure gaussienne pour le cas de l'acquisition F00210002

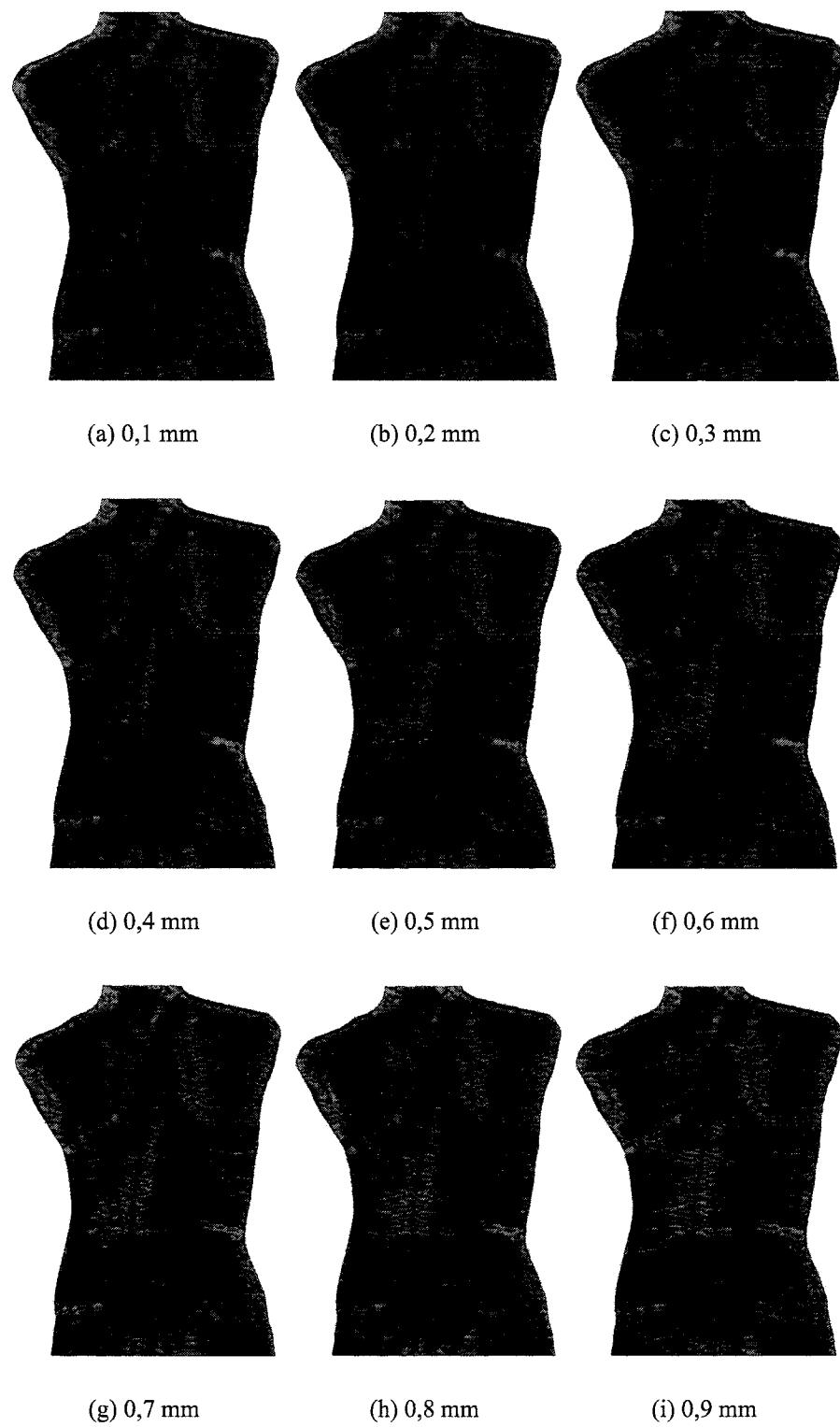


Figure 3.34 Vue de dos de la courbure gaussienne pour le cas de l'acquisition F00210002

La figure 3.36 montre les résultats pour le dos. Encore une fois, pour une tolérance supérieure à 0,5 mm, la vallée est moins bien définie. Toutefois, elle est, ainsi que le bord de l'omoplate droite, mieux définie à une tolérance de 0,3 mm. À cette tolérance, il y a également moins de bruit en haut et en bas du replis rouge à droite que pour une tolérance inférieure. Donc, la tolérance de 0,3 mm est celle qui donne le meilleur résultat.

La figure 3.37 présente les résultats de face du cas 2 pour la courbure gaussienne. La tolérance de 0,3 mm semble donner le meilleur résultat. Il y a moins de variation bleu-rouge entre les seins et le nombril que pour une tolérance supérieure et il y a globalement moins de bruits que pour les tolérances inférieures.

Finalement, la figure 3.38 montre les résultats pour le dos. À une tolérance supérieure à 0,5 mm, il y a trop de variations bleu-rouge proche de la vallée et celles-ci semblent disparaître en partie à une tolérance de 0,3 mm. Pour une tolérance inférieure, il y a beaucoup de bruits.

Suite aux résultats pour les deux acquisitions, il ressort qu'une tolérance de 0,3 mm est la plus appropriée pour notre application. En effet, il apparaît que, pour une tolérance inférieure, il y a plus de bruits (bruits horizontales principalement) et qu'il y a plus de variations de courbure pour une tolérance supérieure. De plus, le graphique de la figure 3.25 montrait que la diminution du temps d'exécution est moins prononcée pour une tolérance supérieure à 0,3 mm. Donc, le gain en performance est moins grand pour une tolérance supérieure. Par conséquent, une tolérance de 0,3 mm est celle qui donne les meilleurs résultats.

3.4 Identification qualitative de repères anatomiques

Cette section présente les résultats de l'identification qualitative de repères anatomiques. Cette identification a été effectuée à l'aide des courbures gaussienne et moyenne. Toutefois, puisque les surfaces sont bruitées, un filtre de moyennage de dimension 7×7 a été appliqué aux valeurs de courbures. La figure 3.39 montre l'effet du filtre sur les valeurs de courbures moyennes. Sur les données de courbures originales, la présence d'ondulation sur la surface est très visible par les variations des valeurs de courbures moyenne qui passent d'une valeur positive (rouge, forme concave) à une valeur négative (bleu,

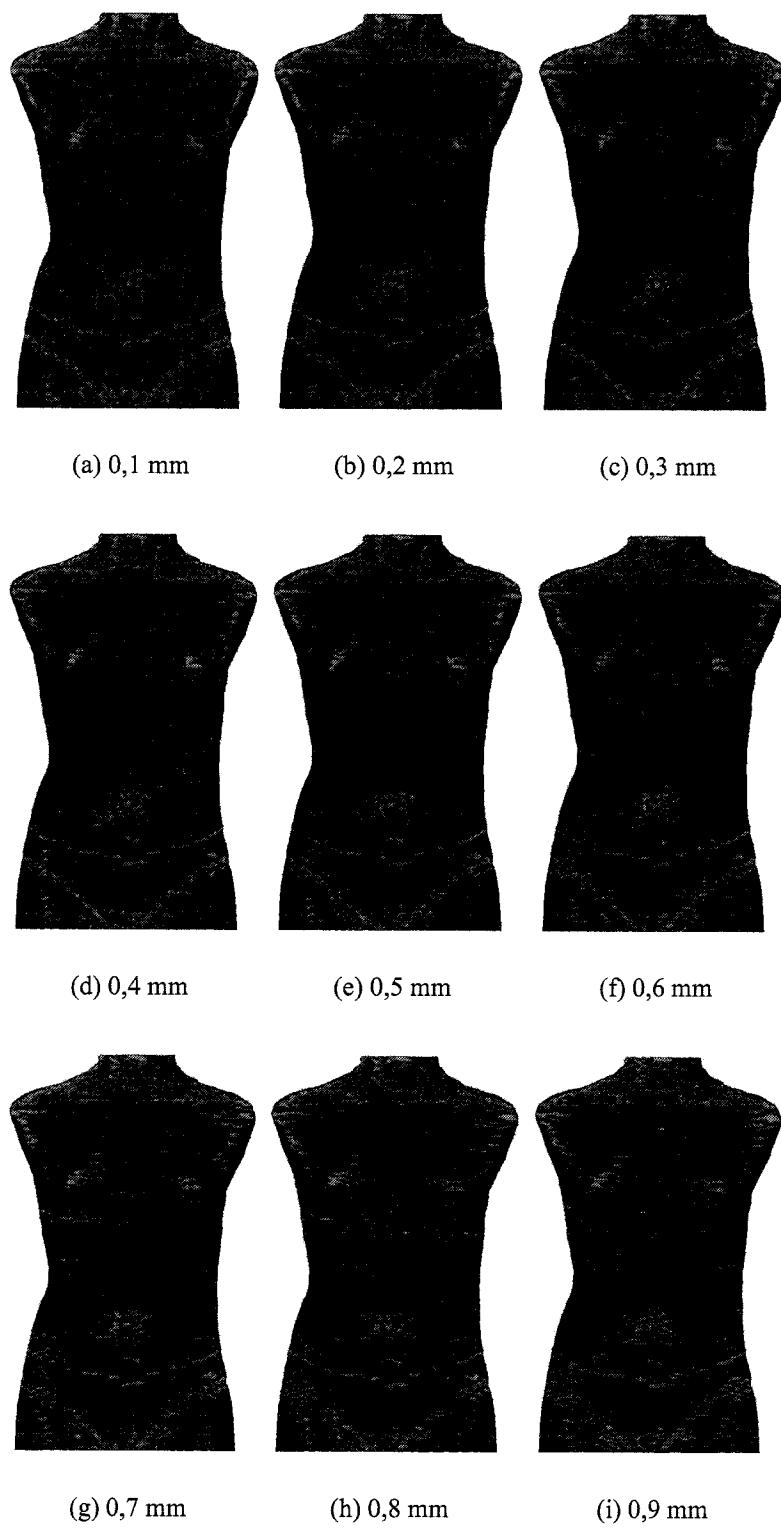


Figure 3.35 Vue de face de la courbure moyenne pour le cas de l'acquisition F40360003

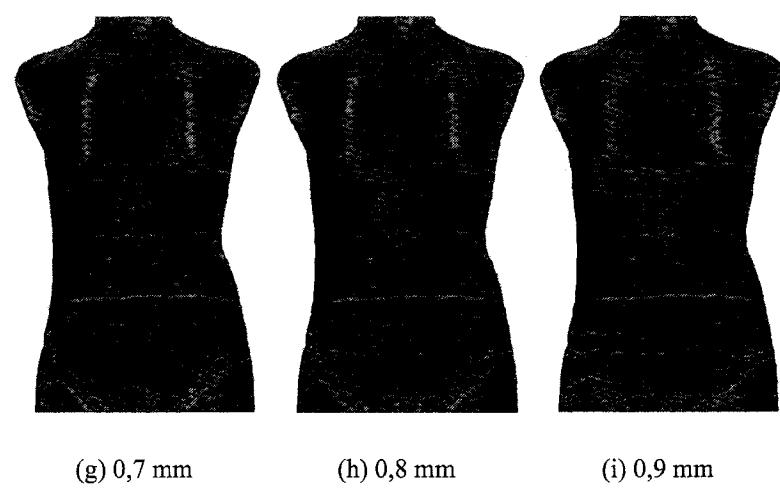
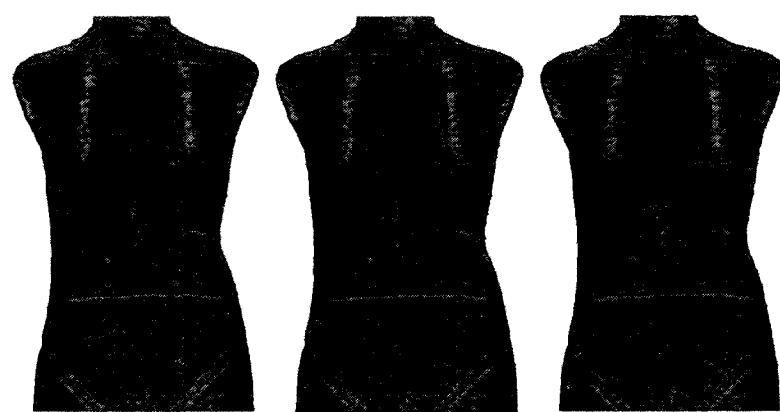
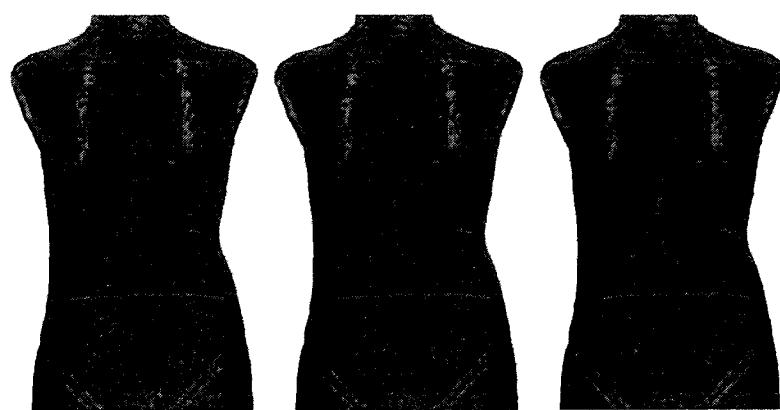


Figure 3.36 Vue de dos de la courbure moyenne pour le cas de l'acquisition F40360003

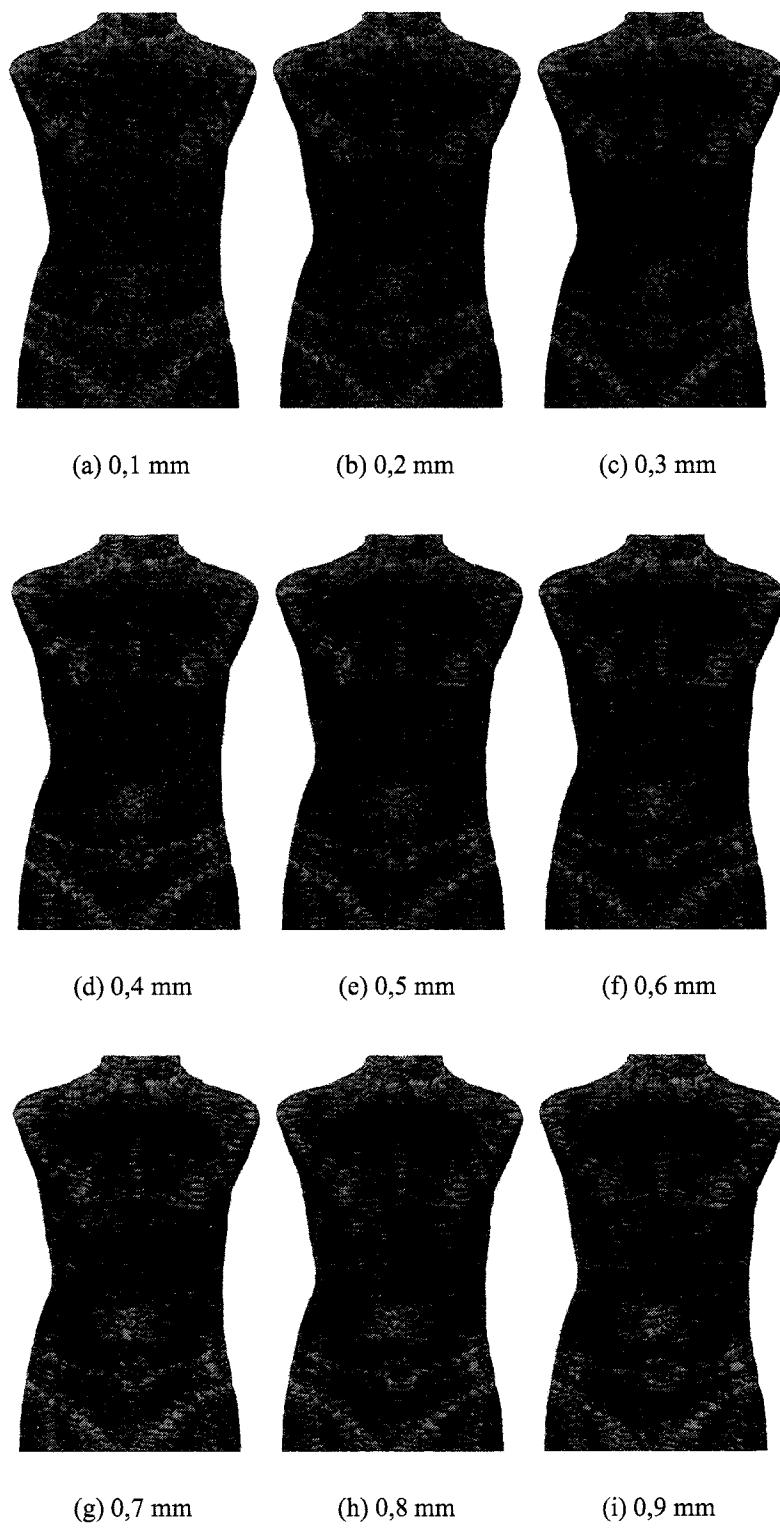


Figure 3.37 Vue de face de la courbure gaussienne pour le cas de l'acquisition F40360003

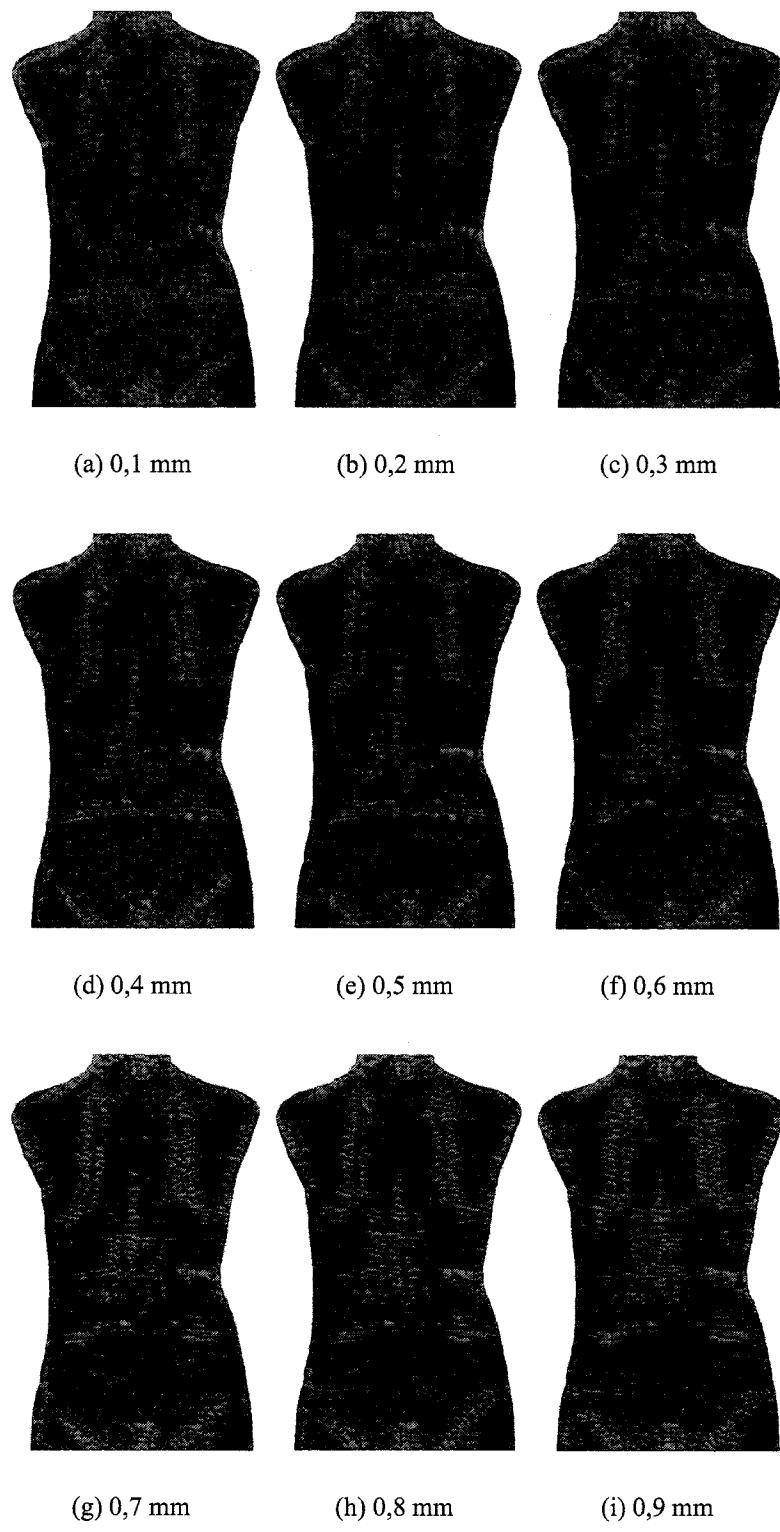


Figure 3.38 Vue de dos de la courbure gaussienne pour le cas de l'acquisition F40360003

forme convexe). Ces ondulations s'apparentent étrangement aux franges utilisées par le système d'acquisition. Il est à noter que ce ne sont pas toutes les acquisitions qui présentent des ondulations, bien qu'elles soient toutes affectées par du bruit. Donc, il s'agit probablement d'une mauvaise acquisition due à une configuration incorrecte du système d'acquisition ou a des conditions d'illuminations non optimales.

Les images de courbures moyennes originales ne permettent pas d'identifier des repères anatomiques. L'application du filtre de moyennage permet de remédier à cette situation. En effet, il est désormais possible d'identifier visuellement plusieurs repères anatomiques. Par exemple, sur la figure 3.39(a) il n'était pas possible de voir le nombril, ce qui est possible avec les valeurs de courbures filtrées présentées à la figure 3.39(c). Également, la vallée dorsale n'était pas identifiable avant l'application du filtre (figure 3.39(b) et 3.39(d)). Le filtre est tout aussi utile pour les valeurs de courbures gaussiennes, comme peut en témoigner les images de la figure 3.40. Donc, pour être en mesure d'identifier les repères anatomiques un filtrage préalable des données de courbure est essentiel.

Afin de quantifier l'identification visuelle de repères anatomiques, 44 acquisitions ont été utilisées. Les repères anatomiques analysés sont les suivants :

- La vallée dorsale
- La proéminence vertébrale
- Les épines iliaques postero-supérieures (EIPS) approximées par les fossettes de vénus
- Le bord médial des omoplates
- Le sacrum approximé par le pli inter-fessier
- La fourchette sternale
- Les clavicules
- Le nombril

Pour chaque repère, une valeur a été donnée en fonction de la qualité de l'identification visuelle de celui-ci. Une valeur de 1 a été donnée lorsqu'il était impossible d'identifier le repère et une valeur de 3 lorsque celui-ci était facilement identifiable. La valeur intermédiaire de 2 a été attribuée dans divers cas. Le premier cas est celui où un repère anatomique était légèrement visible. Le deuxième cas est celui où un des deux repères est visible pour le cas d'un repère anatomique double, tel que les épines iliaques postero-supérieures. Le troisième cas est celui où, dans le cas de la vallée, la moitié environ de celle-ci est visible. Cette évaluation visuelle a été faite séparément pour la courbure gaus-

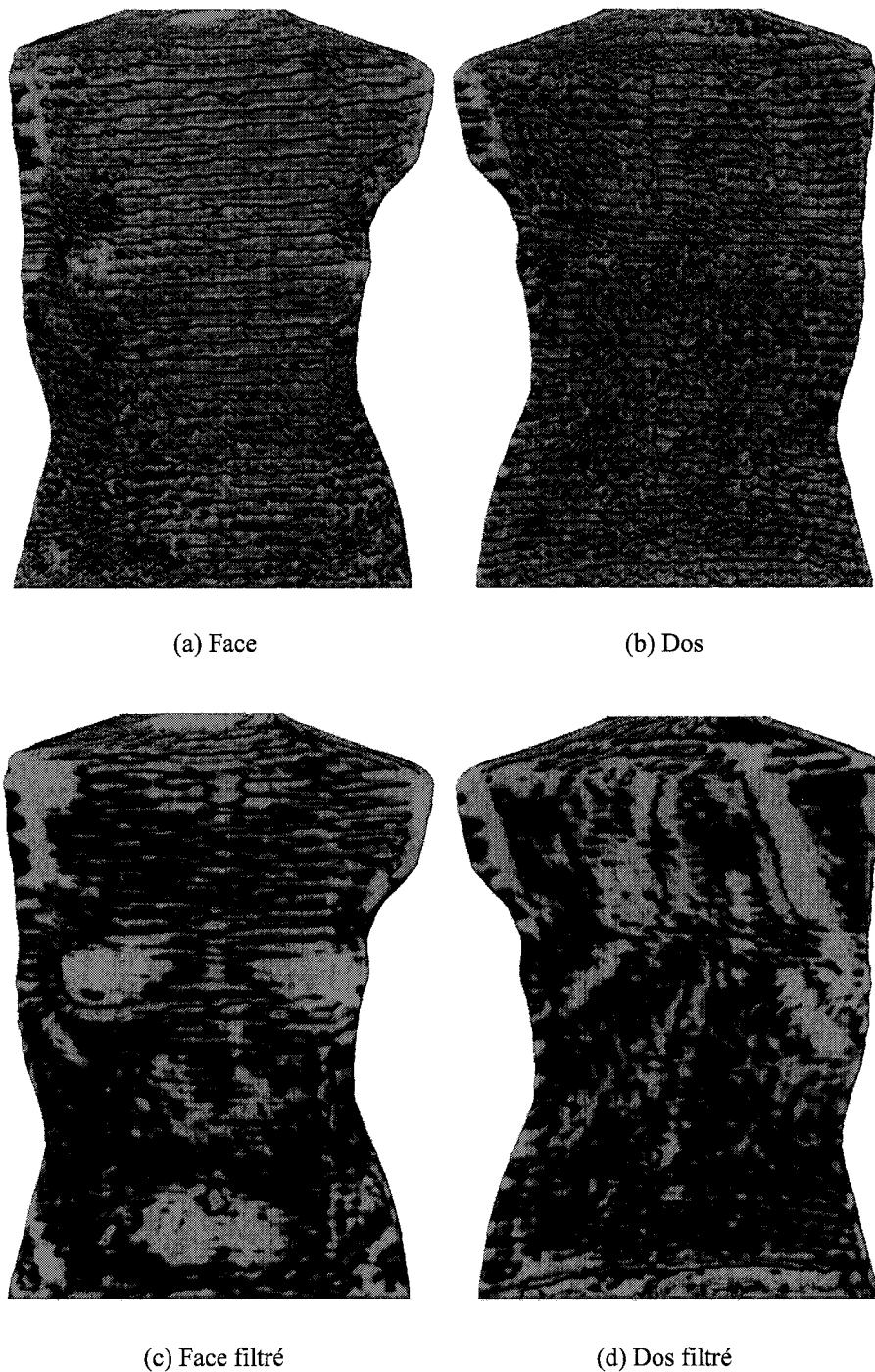
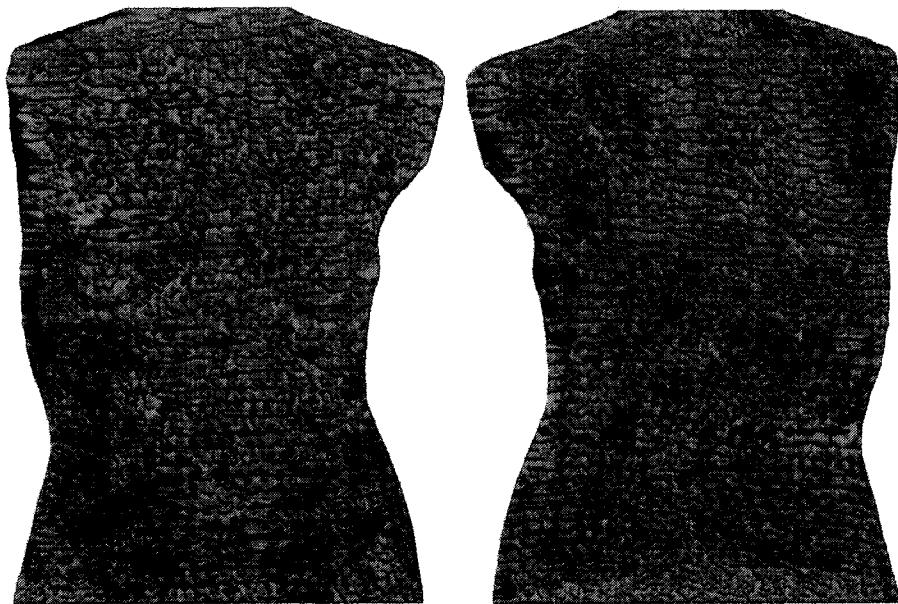
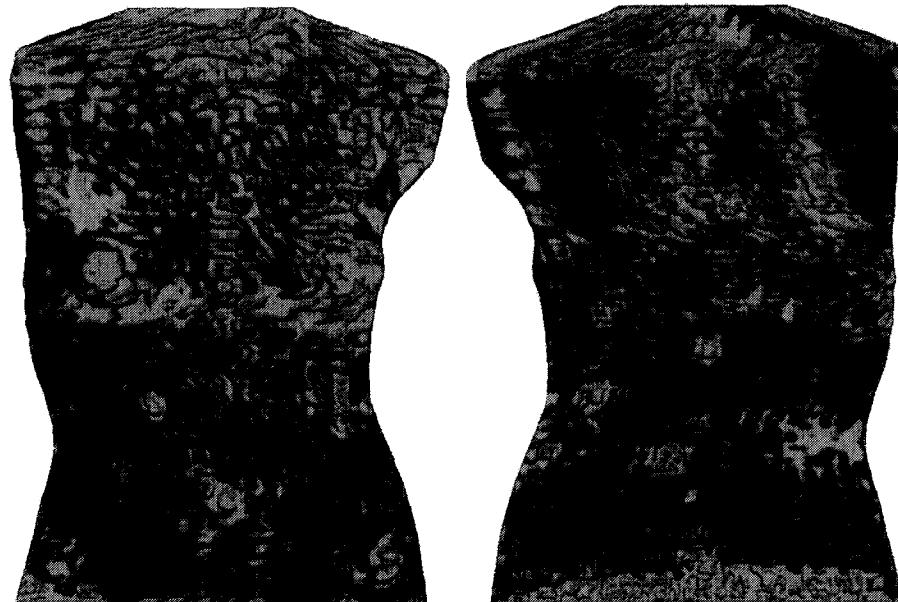


Figure 3.39 Vue originale (a,b) et filtrée (c,d) de la courbure moyenne pour l'acquisition F00250003



(a) Face

(b) Dos



(c) Face filtré

(d) Dos filtré

Figure 3.40 Vue originale (a,b) et filtrée (c,d) de la courbure gaussienne pour l'acquisition F00250003

Tableau 3.6 Pourcentage d'identification de repères anatomiques pour la courbure moyenne (H) et la courbure gaussienne (K)

Repères anatomiques	H			K		
	1	2	3	1	2	3
Vallée	9 %	41 %	50 %	64 %	36 %	0 %
Proéminence vertébrale	82 %	11 %	7 %	88 %	7 %	5 %
EIPS	61 %	21 %	18 %	84 %	5 %	11 %
Bord médial des omoplates	28 %	36 %	36 %	91 %	9 %	0 %
Sacrum	86 %	7 %	7 %	100 %	0 %	0 %
Fourchette sternale	25 %	34 %	41 %	50 %	25 %	25 %
Clavicule	43 %	21 %	36 %	63 %	23 %	14 %
Nombril	7 %	27 %	66 %	14 %	36 %	50 %

sienne et pour la courbure moyenne à partir des images de courbures filtrées de dos et de face de chaque surface B-spline (des 44 patients faisant partie de la présente étude) présentée à l'annexe III (figures III.11 à III.30). Il est à noter que dans ces images le bleu représente une valeur de courbure négative et le rouge une valeur de courbure positive. Pour la courbure moyenne, les valeurs supérieures à 0,02 ont été ramenées à cette valeur et les valeurs inférieures à -0,02 ont également été ramenées à ce dernier seuil. Ainsi, un dégradé de couleur entre le noir et le rouge, et entre le noir et le bleu a été utilisé pour représenter la variation de la valeur de courbure moyenne dans ces intervalles. Pour la courbure gaussienne, le même principe a été utilisé pour un seuil de 0,0005 et de -0,0005.

Les tableaux IV.1 et IV.2 de l'annexe IV donnent les résultats de l'identification à partir des courbures moyenne et gaussienne respectivement. Le tableau 3.6 donne un résumé de l'identification de chaque repère anatomique faite à partir de la courbure moyenne et de la courbure gaussienne. De ce tableau, il ressort que la courbure moyenne permet d'identifier plus facilement les repères anatomiques. Cela concorde avec la théorie. En effet, premièrement la courbure gaussienne est plus sensible au bruit du fait qu'elle est par définition le produit des courbures normales, contrairement à la courbure moyenne qui est la moyenne des courbures normales. Deuxièmement, la courbure moyenne fournit une information plus pertinente sur la forme locale de la surface que la courbure gaussienne. Elle permet de distinguer une forme concave d'une forme convexe. Ainsi, c'est sur la courbure moyenne que se base la discussion suivante.

De tous les repères anatomiques du tableau 3.6, le nombril est celui qui est le plus faci-

lement identifiable avec seulement 7 % des cas où il n'était pas visible. Bien que celui-ci soit peu utile pour le calcul des indices cliniques existant qui quantifient la déformation due à la scoliose, il n'est pas pour autant sans intérêt. En effet, associé à un autre repère, il pourrait être servir à la définir d'autres indices. De plus, puisqu'il est presque toujours visible, son identification pourrait servir de guide lors de l'identification automatique de repères anatomiques moins visibles.

La vallée est le deuxième repère anatomique le plus facile à identifier. Elle est caractérisée, en général, par un creux (en rouge). Toutefois, elle apparaît parfois comme une bosse dans la région thoracique de certains patients. Par ailleurs, son identification se complique énormément dans quelques cas. En effet, certains patients n'ont ni creux, ni bosse pour identifier en partie ou en totalité la vallée. La surface est tout simplement plane.

La proéminence vertébrale n'est pas souvent visible (7 %). Cela est dû à plusieurs raisons. Premièrement, contrairement à l'étude faite par Drerup et Hierholzer (Drerup et Hierholzer, 1985), les patients n'avaient pas le cou penché vers l'avant afin de la faire ressortir. Deuxièmement, la reconstruction de la surface dans cette zone est très bruitée, notamment parce que les courbes-sections changent rapidement d'aspect d'une à l'autre. Troisièmement, plusieurs surfaces de troncs acquises se terminaient avant l'emplacement de la proéminence vertébrale. En d'autres mots, le cou était souvent coupé trop bas lors de l'acquisition.

La fourchette sternale et les clavicules sont assez souvent identifiables avec un pourcentage de non-visibilité de 25 % et 43 % respectivement. À l'instar de la proéminence vertébrale, ces repères anatomiques pourraient être identifiés plus souvent s'il y avait moins de bruit dans la région débutant un peu en bas des épaules et se terminant à l'extrémité supérieure de la surface.

Le sacrum, approximé par le pli inter-fessier est le repère anatomique le moins visible de cette étude. Cependant, il devrait être l'un des plus facile à identifier en théorie. Sa piètre performance se justifie par le fait qu'une grande majorité des surfaces ne modélisaient pas cette région. Aussi, lorsque l'on regarde les figures III.1 à III.10, on remarque que plusieurs patients avaient conservé leur pantalon ou leur culotte³. Cela rend complète-

³Les culottes de type g-string n'empêchent pas d'identifier le pli inter-fessier.

ment impossible l'identification de ce repère.

Les épines iliaques postero-supérieures (EIPS), approximées par les fossettes de vénus, sont identifiables et partiellement identifiables dans une proportion de 18 % et 21 % respectivement. L'identification de ce repère pourrait être supérieur si les patients n'avaient pas gardé leur pantalon et leur culotte, comme c'est le cas pour l'identification du pli inter-fessier.

Pour finir, le bord médial des omoplates est en général identifiable, avec 28 % de cas non visibles. Toutefois, dans 36 % des cas le bord médial d'une omoplate sur deux est visible ou les deux sont légèrement visibles.

Comme peut en témoigner l'expérience précédente, la possibilité d'identification des repères anatomiques est directement reliée à la qualité de la surface. Une surface trop bruitée a des valeurs de courbures tout autant bruitées. Le filtrage des données par un filtre de moyennage permet d'identifier davantage de repères anatomiques. Toutefois, une meilleure qualité de la surface initiale générée par le système d'acquisition permettra d'identifier encore mieux les repères anatomiques.

3.5 Discussion générale

Cette section présente une discussion générale sur les deux parties principales de ce projet, soit la modélisation de la surface du tronc par une surface B-spline et l'identification qualitative de repères anatomiques.

3.5.1 Modélisation de la surface du tronc

La technique de modélisation de surfaces utilisée dans ce projet réduit le bruit présent dans les courbes-sections en faisant une approximation par moindres carrés qui respecte une certaine tolérance. Ceci permet notamment de réduire le bruit présent à l'endroit où a eu lieu la fusion des différentes vues acquises par le système d'acquisition *InSpeck*. Toutefois, cette méthode ne réduit pas le bruit présent à la verticale. Par exemple, plusieurs acquisitions de troncs humains utilisées dans ce projet présentent des ondulations

à la verticale. L'algorithme utilisé garde ces ondulations, car il fait une interpolation des courbes-sections (sections transversales).

Le fait que l'algorithme soit basé sur une interpolation de courbes-sections pour construire la surface a quelques inconvénients. Par exemple, la modélisation de la région débutant aux épaules et se terminant au cou est difficile à modéliser. Premièrement, il y a un changement important de la forme d'une section transversale à l'autre. Cela rend la précision de la reconstruction au dessus des épaules très mauvaise. Deuxièmement, il peut y avoir un problème si une extrémité d'une des épaules est plus élevée que le bas du cou. Dans ces conditions une coupe transversale génère plus d'une section fermée de points. Cela est incompatible avec l'algorithme d'approximation de surface. Par ailleurs, la modélisation des seins peut également être difficile à faire chez des patientes ayant de gros seins. Les patients plus corpulents, ayant des bourrelets (replis dans la peau), donnent également de moins bons résultats de reconstruction. Heureusement, la majorité des patients, traités à l'Hôpital Sainte-Justine, ne sont pas trop gras et non pas de gros seins.

Dans un autre ordre d'idée, le temps d'exécution de l'algorithme est un autre désavantage de cette méthode. Pour la tolérance recommandée dans ce projet (0,3 mm), le temps pour générer la surface B-spline se situe entre 8 et 10 minutes. La plus grande partie du temps de calcul provient du temps passé à approximer chaque section transversale par une courbe B-spline respectant la tolérance. En effet, pour approximer une section de points, à une tolérance de 0,3 mm, le temps d'exécution est d'environ 3 secondes. Donc, pour une acquisition moyenne possédant 170 sections, le temps pour les approximer est supérieure à 8 minutes.

Par ailleurs, l'algorithme a également le désavantage d'avoir un taux de compression inférieur à 1 pour la tolérance recommandée. Donc, la surface B-spline nécessite davantage de données pour représenter le tronc que la quantité de points de données originales. Toutefois, cela est à prendre avec un grain de sel, car la surface polygonale originale, fournie par le système d'acquisition, possède aussi un tableau de connectivités des sommets, qui n'a pas été pris en compte dans le calcul du taux de compression.

Nonobstant ces inconvénients, cet algorithme de modélisation par B-spline a plusieurs avantages non négligeables. Premièrement, tel que discuté précédemment, celui-ci réduit le bruit sur les courbes-sections. Deuxièmement, il génère une surface B-spline, donc

une surface paramétrique. Par conséquent, il est possible de la discréteriser à différents niveaux de détails lors d'une analyse de surface et il est facile de calculer les dérivées à la surface. Cela provient du fait que sa représentation est intuitive. Troisièmement, l'utilisateur a la certitude que la surface ne s'écarte pas des données d'une distance supérieure à la tolérance fixée. Pour finir, il est possible de modifier la tolérance en fonction de l'application.

Il est à noter que le fait qu'il est possible de spécifier une tolérance à respecter est une caractéristique qui ne se retrouvait pas dans la modélisation par krigeage utilisée dans le travail de maîtrise de Valérie Pazos (Pazos, 2002), dont le présent travail fait suite. De plus, la représentation par B-spline est plus intuitive qu'une modélisation par krigeage.

3.5.2 Identification qualitative de repères anatomiques

L'identification visuelle de repères anatomiques a donné des résultats intéressants. La courbure moyenne permet d'identifier davantage de repères que la courbure gaussienne. Toutefois, un algorithme qui se servirait de ces deux informations complémentaires pourrait sans doute en tirer profit.

Certains repères anatomiques n'ont pas été identifiés avec un taux satisfaisant. Cela est dû à plusieurs facteurs. Premièrement, la plupart des patients avaient conservé leur pantalon et leur culotte, ce qui rendait difficile ou impossible l'identification du sacrum (pli inter-fessier) et des épines iliaques postero-supérieures (EIPS). Deuxièmement, certains patients avaient des cheveux qui apparaissaient dans le haut du dos ou dans le cou. Ainsi, la proéminence vertébrale, une partie de la vallée et le bord médial des omoplates ne pouvaient être identifiés. Troisièmement, une patiente avait un tatou dans le bas du dos. Le contraste de couleur avec la peau a eu pour effet que le système d'acquisition n'a pas pu reproduire fidèlement cette région. Ainsi, une partie de la vallée et les épines iliaques postero-supérieures ne pouvaient pas être identifiées. Quatrièmement, une patiente avait gardé son collier. Celui-ci a fait en sorte que la surface était bruitée et par conséquent, la fourchette sternale et les clavicules n'étaient plus visibles. Cinquièmement, les problèmes de modélisation dans la région des épaules et du cou, discutés à la sous-section précédente, ont eu pour conséquence que la proéminence vertébrale, la fourchette sternale et les clavicules n'ont pas été identifiées fréquemment. Finalement, pour les patients

plus gros l'identification de repères anatomiques était plus difficile. Pour ceux-ci, il y a une tendance indiquant que l'identification de repères anatomiques est très difficile dû au surplus de gras qui cache les repères anatomiques. En effet, la majorité des repères anatomiques forment des creux ou des bosses par l'effet de la peau qui recouvre les os. Pour ces patients, le gras s'insère entre les os et la peau et réduit ainsi l'amplitude des bosses et des creux. D'où une identification plus difficile, voire impossible, des repères anatomiques.

Dans un autre ordre d'idée, pour identifier les repères anatomiques à partir des valeurs de courbures, celles-ci ont dû être filtrées. En effet, la qualité des données originales fournies par le système d'acquisition n'est pas idéale. Toutefois, certaines acquisitions sont de meilleure qualité que d'autres. Aussi, il est à noter que pour un même patient, deux acquisitions prises lors de la même séance peuvent être de qualité différente. Ces deux observations s'expliquent comme suit. Dans un premier temps, ce n'est pas toujours le même opérateur qui fait l'acquisition. Ainsi, d'un opérateur à l'autre, l'expérience et la minutie du détail peuvent varier. Aussi, les patients peuvent bouger légèrement lors d'une acquisition, ce qui génère du bruit à la surface. D'où une qualité différente pour deux acquisitions d'un même patient.

Pour finir, le filtre de moyennage de dimension 7×7 a permis de visualiser des repères anatomiques qui n'étaient pas visibles avant son application. Il est à noter que la dimension du filtre est en relation avec la discrétisation de la surface. Une discrétisation avec un nombre plus petit de points (elle était de 500×300), doit avoir un filtre de dimension inférieure, afin de ne pas trop lisser les valeurs de courbure. Un filtre médian a également été testé, mais il donnait des résultats moins intéressants que le filtre de moyennage. Toutefois, le filtre de moyennage est un filtre très simple et, par conséquent, d'autres filtres seraient peut-être plus appropriés à notre application.

Lorsque l'on compare les résultats obtenus avec ceux de Drerup et Hierholzer, il en ressort que ces derniers montraient qu'il était facile d'identifier la proéminence vertébrale. Cela n'a pas été le cas ici. Cela s'explique par le fait que contrairement à leurs études, les patients n'avaient pas le cou légèrement penché vers l'avant. Il est évident que dans de tels circonstances, la proéminence vertébrale peut être facilement identifiée. Aussi, ils identifiaient le pli inter-fessier, car les patients ne portaient pas de pantalon ou de culotte ; ce qui n'est pas le cas dans la présente étude, d'où des résultats moins bons. Par ailleurs,

la surface complète du tronc a été numérisée. Drerup et Hierholzer ne généraient que la surface du dos. Donc, il a été possible d'identifier davantage de repères anatomiques que dans les études précédentes. Par conséquent, de simples précautions permettraient d'avoir des résultats semblables et même supérieurs à ceux de Drerup et Hierholzer.

CONCLUSION ET RECOMMANDATIONS

Le premier objectif de ce projet consistait à modéliser le tronc humain par une surface paramétrique respectant une certaine tolérance par rapport aux points de données tri-dimensionnelles provenant du système d'acquisition *InSpeck*. Cet objectif a été atteint avec succès.

Dans un premier temps, une méthode pour extraire des sections transversales de points du fichier de données brutes a été développée. Ensuite, trois techniques de modélisation de surface B-spline à partir de sections de points ne possédant pas nécessairement le même nombre de points ont été implémentées. Celles-ci sont basées sur un algorithme d'approximation d'une section de points par une courbe B-spline qui respecte une certaine tolérance. Plusieurs paramètres de cet algorithme devaient être fixés. Ainsi, les expériences effectuées ont permis de conclure que : 1) la méthode de moyennage pour la construction du vecteur nodal est la plus efficace ; 2) l'approche de paramétrisation logarithmique donne des résultats légèrement plus pertinents que les autres ; 3) la méthode d'incrémentation non linéaire, utilisée lors de la recherche du nombre de points de contrôle, permet d'accélérer le temps de calcul et 4) la tolérance maximale pour notre application est de 1 mm, soit environ la résolution du système d'acquisition.

Des expériences ont également été faites afin d'identifier le meilleur des trois algorithmes de modélisation de surface. Ces expériences ont démontré que l'algorithme *approx-approx* n'est pas pertinent pour notre application, car souvent une approximation dans la direction v n'est pas possible pour la tolérance demandée. Ces expériences ont également démontré que l'algorithme *approx-skin* est meilleur que l'algorithme *approx-interp*. Premièrement, la surface générée est représentée avec un nombre réduit d'information dans le cas de l'algorithme *approx-skin*. Deuxièmement, la qualité de la surface générée est supérieure du point de vue des valeurs de courbures gaussiennes et moyennes pour ce dernier. Une dernière expérience a permis de conclure que la tolérance idéale pour notre application, avec l'algorithme *approx-skin*, est de 0,3 mm. En effet, une tolérance supérieure déforme la surface, ce qui se traduit par du bruit dans les valeurs de courbures. Par ailleurs, pour une tolérance inférieure, l'algorithme ne réduit pas le bruit comme il est possible de le constater à une tolérance de 0,3 mm.

Le second objectif de ce projet consistait à faire une identification qualitative (visuellement) de quelques repères anatomiques à partir des surfaces B-spline de troncs créées par l'algorithme choisi (*i.e. approx-skin*). Cet objectif a été atteint avec succès.

Pour accomplir cet objectif, le calcul des courbures moyennes et gaussiennes a été fait sur les surfaces B-spline du tronc de 44 patients modélisées avec l'algorithme *approx-skin* à une tolérance de 0,3 mm. Un filtrage des données de courbures a été fait à l'aide d'un filtre de moyennage parce que les données de courbures sont trop bruitées sur la plupart des acquisitions. Les valeurs de courbures ont été représentées sur la surface en utilisant un dégradé de couleur rouge (pour les valeurs positives) et bleu (pour les valeurs négatives). Ainsi, il a été possible d'identifier visuellement plusieurs repères anatomiques. Une compilation des résultats d'identifications d'un nombre restreint de repères a permis de démontrer les repères anatomiques les plus propices à être détectés automatiquement par un algorithme basé sur des techniques de traitements et de segmentation d'images. Le nombril et la vallée dorsale sont les repères anatomiques les plus faciles à identifier. Viennent ensuite le bord médial des omoplates, la fourchette sternale et les clavicules. La proéminence vertébrale, les épines iliaques postero-supérieures et le sacrum n'ont pas pu être identifiés fréquemment. Cependant, ils pourraient l'être plus souvent si les recommandations discutées un peu plus loin étaient mises en oeuvre.

Le présent travail a donc atteint son but qui était d'implémenter une modélisation paramétrique en vue de faciliter l'extraction automatique d'indices quantifiant la déformation externe attribuable à la scoliose. Par conséquent, ce projet a contribué au développement des connaissances et des techniques du laboratoire de recherche LIV4D. Les principales retombées de ce projet sont les suivantes. La première est l'introduction d'une nouvelle technique de modélisation surfacique, basée sur les B-splines, qui respecte une certaine tolérance. Cela permet d'obtenir une surface dans une représentation intuitive et facile à manipuler, et de connaître avec quelle précision la surface approxime les points de données. Ces caractéristiques n'étaient pas présentes avec la surface obtenue par krigage (Pazos, 2002) ou avec la surface polygonale initiale fournie par le système d'acquisition. La deuxième retombée importante de ce projet est que la possibilité d'extraire automatiquement des repères anatomiques a été démontrée. En effet, l'analyse des courbures, notamment celle de la courbure moyenne, sur les surfaces B-spline générées par l'algorithme *approx-skin*, permet, après filtrage, d'identifier visuellement de nombreux

repères anatomiques.

Toutefois, les méthodes développées ont des limites. Pour la technique de modélisation de surface, une contrainte importante consiste au fait que les données provenant du système d'acquisition doivent être disposées en section. Par le fait même, pour une même tranche transversale du tronc, il ne peut y avoir plus d'une section. Cette situation rend parfois difficile la modélisation de la surface au niveau des épaules et à la base des seins. Une autre limite de l'algorithme est que celui-ci ne réduit pas le bruit vertical (ondulation). Une dernière contrainte est son temps d'exécution qui est très long (environ 9 minutes). Pour l'identification qualitative de repères anatomiques, les principales contraintes sont externes à la méthode utilisée. Il s'agit de la qualité de l'acquisition et de la plus forte corpulence des patients.

Ainsi, pour améliorer l'ensemble des résultats, il est nécessaire de formuler quelques recommandations et, par la même occasion, certaines avenues de recherche.

Premièrement, pour ce qui est de l'algorithme de modélisation de surface, il pourrait être intéressant d'évaluer les surfaces générées avec les paramétrisations longueur d'arc et centripète. En effet, celles-ci donnaient des résultats très semblables, pour les courbes, à ceux obtenus avec la paramétrisation retenue (logarithmique). Peut-être que les résultats sur les surfaces permettraient de mieux discerner la meilleure paramétrisation. Par ailleurs, une expérience plus quantitative de la qualité des surfaces, basée sur une analyse fréquentielle des valeurs de courbures moyennes et gaussiennes, donnerait peut-être une vision plus juste de la qualité des surfaces. Dans un autre ordre d'idée, il existe d'autres méthodes de modélisation de surface basées sur les B-splines. Il pourrait être pertinent d'en essayer d'autres.

Deuxièmement, pour ce qui est de la méthode d'identification des repères anatomiques, les éléments suivants pourraient faire l'objet de recherches futures :

1. Des repères anatomiques pourraient être identifiés automatiquement à l'aide d'un algorithme qui se base sur des notions de traitement d'images (filtrage, segmentation, etc.). Ainsi, des indices cliniques pourraient être calculés automatiquement. Les résultats seraient reproductibles.
2. D'autres repères anatomiques pourraient être identifiés à partir des valeurs de courbures. Il s'agit de l'articulation sternale inférieure, des épines iliaques antéro-

- supérieures, du pli sous les seins (pour les filles) et des seins.
3. Une analyse de la corrélation entre la ligne de la vallée (externe) et la ligne des apophyses épineuses (interne) pourrait être faite.
 4. Des indices cliniques quantifiant l'asymétrie antérieure (par exemple en utilisant les plis sous les seins) pourraient être développés.
 5. Une analyse fréquentielle (transformé de Fourier) des valeurs de courbures pourrait mener à l'implémentation d'un filtre approprié à la réduction des ondulations.
 6. Le bruit dans les valeurs de courbures pourrait être réduit par l'utilisation des ondelettes (« wavelets »).
 7. Un calcul des courbures directement sur la surface polygonale générée par le système d'acquisition (sans sous-échantillonnage) pourrait donner des résultats intéressants. Notamment, l'identification de repères anatomiques dans le haut du tronc, comme la proéminence vertébrale, pourrait peut-être se faire plus facilement.
 8. Une étude de l'effet d'un lissage préalable de la surface polygonale provenant du système d'acquisition pourrait être faite.

Pour finir, afin d'augmenter la qualité des surfaces générées et l'identification de repères anatomiques les mesures suivantes devraient être prises en compte dans le protocole clinique :

1. Les patients ne devraient pas porter de pantalon.
2. Les patients ne devraient pas porter de culotte, à l'exception des « g-string », ou du moins que celle-ci soit abaissée à l'arrière afin d'être en mesure de voir le pli inter-fessier et à l'avant pour voir les épines iliaques antero-supérieures.
3. Les patients ne devraient pas porter de collier.
4. Les patients ne devraient pas avoir de cheveux dans le cou et dans le dos.
5. Les patients ne devraient pas avoir de tatouage dans la zone numérisée.
6. Les patients devraient avoir le cou légèrement incliné vers l'avant afin de faire ressortir la proéminence vertébrale.
7. Il devrait avoir un seul opérateur du système d'acquisition, afin que celui-ci développe une expérience lui permettant de faire de meilleures acquisitions.
8. Il faudrait améliorer le processus de recalage des vues, particulièrement la méthode de fusion afin de réduire le bruit généré aux points de fusion.

RÉFÉRENCES

- A.D.A.M. 2003. « Scoliosis ». http://www.healthandage.com/html/well_connected/pdf/doc68.pdf (Page consultée le 28 mai 2004)
- BRYANT, J. Tim, REID, J Gavin, SMITH, Brenda L., STEVENSON, Joan M.. 1989. « Method for Determining Vertebral Body Positions in the Sagittal Plane Using Skin Markers ». *Spine*. 14 :3. 258-265.
- DANGERFIELD, P.H., SCUTT, D., DORGAN, J.C., LI, Y., PEARSON, J.D., BRODIE, D.A. 1992. « The effect of body position on the three-dimensional surface deformity of scoliosis ». *Dansereau J. ed. International Symposium on 3-D Scoliotic Deformities*. New York, P.139-147.
- DAWSON, E.G., KROPF, M.A., PURCELL, G., KABO, J.M., KANIM, L., BURT, C. 1993. « Optoelectronic Evaluation of Trunk Deformity in Scoliosis ». *Spine*. 18 :3. 326-331.
- DEKKER, L., DOUROS, I., BUXTON, B.F., TRELEAVEN, PY. 1999. « Building Symbolic Information for 3D Human Body Modeling from Range Data ». *Proceedings of the Second International Conference on 3-D Digital Imaging and Modeling*. IEEE Computer Society, P.388-397.
- DRERUP, B., HIERHOLZER, E. 1985. « Objective Determination of Anatomical Landmarks on the Body Surface : Measurement of the Vertebra Prominens from Surface Curvature ». *Journal of Biomechanics*. 18 :6. 467-474.
- DRERUP, B., HIERHOLZER, E. 1987. « Automatic Localization of Anatomical Landmarks on the Back Surface and Construction of a Body-fixed Coordinate System ». *Journal of Biomechanics*. 20 :10. 961-970.
- DRERUP, B., HIERHOLZER, E. 1994. « Back shape measurement using video rasterstereography and three-dimensional reconstruction of spinal shape ». *Clinical Biomechanics*. 9 :1. 28-39.
- DRERUP, B., HIERHOLZER, E. 1996. « Assessment of scoliotic deformity from back shape asymmetry using an improved mathematical model ». *Clinical Biomechanics*. 11 :7. 376-383.
- ESPINE. 2004. « Scoliosis and Spinal Deformity ». <http://www.espine.com/scoliosis2.html> (Page consultée le 7 juillet 2004)

- FINKELSTEIN, Adam. 2001. « Notes de cours : Surfaces ». <http://www.cs.princeton.edu/courses/archive/fall01/cs426/lectures/16.pdf> (Page consultée le 9 décembre 2004)
- FROBIN, W., HIERHOLZER, E. 1982. « Analysis of Human Back Shape Using Surface Curvatures ». *Journal of Biomechanics*. 15 :5. 379-390.
- GOLDBERG, Caroline J., KALISZER, Michael, MOORE, David P., FOGARTY, Esmond E., DOWLING, Frank E. 2001. « Surface Topography, Cobb Angles, and Cosmetic Change in Scoliosis ». *Spine*. 26 :4. E55-E63.
- GRANT, Allison, WAUGH Anne. 2003. *Ross et Wilson : Anatomie et physiologie normales et pathologiques*. Traduit de la 9e édition anglaise. Paris : Maloine. 484 p.
- GUIBAULT, François. 2004. Site web du cours INF6800 : « Conception géométrique assistée par ordinateur et visualisation ». <http://www.cours.polymtl.ca/inf6800> (Page consultée le 13 mai 2004)
- HALL, Susan J. J. 2002. *Basic Biomechanics*. Fourth Edition. The McGraw-Hill Companies. 539 p.
- HAYES, Sarah. 2004. « Demonstration of the use of the scoliometer ». <http://www.kingsportstudios.com/sarahhayes/press.html> (Page consultée le 14 juillet 2004)
- HÉTU, Alexis. 2004. *Reconstruction 3D de la surface externe du tronc humain pour le suivi non effractif des déformations scoliotiques*. 182 p. Mémoire M.Sc.A. en génie biomédical, École Polytechnique de Montréal
- HIERHOLZER, E. 1985. « Analysis of left-right asymmetry of the back shape of scoliotic patients ». Coblenz AM, Herron RE, ed. *Biostereometrics'85. Proc SPIE*. 602. 266-271.
- HIERHOLZER, E., DRERUP, B. 1992. « Which Requirements Must be met in Order to Replace Radiography by Surface Topography ? ». Dansereau J. ed. *International Symposium on 3-D Scoliotic Defromities*. New York, P.131-138.
- HUYSMANS, T., HAEX, B., VANAUDEKERCKE, R., VANDER SLOTEN, J., VAN DER PERRE, G. 2004. « Three-dimensional mathematical reconstruction of the spinal shape, based on active contours ». *Journal of Biomechanics*. 37 :11. 1793-1798.

- JAREMKO, J., PONCET, P., RONSKY, J., HARDER, J., DANSEREAU, J., LABELLE, H., ZERNICKE, R. 2002. « Indices of torso asymmetry related to spinal deformity in scoliosis ». *Clinical Biomechanics*. 17 :8. 559-568.
- KIM, Hyoung Seop, ISHIKAWA Seiji, OHTSUKA Yoshinori, SHIMIZU Hisashi, SHINOMIYA Takashi, VIERGEVER Max A. 2001. « Automatic Scoliosis Detection Based on Local Centroids Evaluation on Moiré Topographic Images of Human Backs ». *IEEE Transactions on medical imaging*. 20 :12. 1314-1320.
- KING, Erik C. SARWARK, John F. 2004. « A Look at Scoliosis ». <http://www.childsdoc.org/spring2002/lookscoliosis.asp> (Page consultée le 14 juillet 2004)
- LEPAGE, Richard. 2004. « Notes de cours : 5-6 - Éléments symboliques ». <http://www.gpa.etsmtl.ca/cours/sys844/Documents/Cours10-12.ppt> (Page consultée le 8 décembre 2004)
- LEVY, Adrian R., GOLDBERG, Mark S., MAYO, Nancy E., HANLEY, James A, POUTRAS, Benoit. 1996. « Reducing the Lifetime Risk of Cancer From Spinal Radiographs Among People With Adolescent Idiopathic Scoliosis ». *Spine*. 21 :13. 1540-1547.
- MARIEB, E.N. 1993. *Anatomie et physiologie humaines*. ERPI 1993. 1013 p.
- MORTENSON, Michael E. 1985. *Geometric modeling*. New York : Wiley. 763 p.
- NIAMS. 2001. « Questions and Answers about Scoliosis in Children and Adolescents ». <http://www.niams.nih.gov/hi/topics/scoliosis/scochild.htm> (Page consultée le 14 juillet 2004)
- NATIONAL SCOLIOSIS FOUNDATION. 2004. « Information and Support ». <http://www.scoliosis.org/info.php> (Page consultée le 12 juillet 2004)
- PAZOS, Valérie. 2002. *Développement d'un système de reconstruction 3D et d'analyse de la surface externe du tronc humain pour un suivi non-invasif des déformations scoliotiques*. 139 p. Mémoire M.Sc.A. en génie mécanique, École Polytechnique de Montréal
- PEARSALL, David J., REID, J Gavin, HEDDEN, Douglas M. 1992. « Comparison of Three Noninvasive Methods for Measuring Scoliosis ». *Physical Therapy*. 72 :9. 648-657.
- PIEGL, L.A., TILLER W. 1997. *The Nurbs Book*, 2nd ed. Germany : Springer. 646 p.

- PIEGL, L.A., TILLER W. 2000. « Least-Squares B-Spline Curve Approximation with Arbitrary End Derivatives ». *Engineering with Computers*. vol. 16 numéro 2, p. 109-116.
- PIEGL, L.A., TILLER W. 2000. « Reducing Control Points in Surface Interpolation ». *IEEE Computer Graphics and Applications*. 20 :5. 70-74.
- PIEGL, L.A., TILLER W. 2000. « Surface approximation to scanned data ». *The Visual Computer*. 16. 386-395.
- PIEGL, L.A., TILLER W. 2002. « Surface skinning revisited ». *The Visual Computer*. 18. 273-283.
- SCOLIOSIS RESEARCH SOCIETY. 2004. « Definition of Scoliosis Terms ». <http://www.srs.org/patients/glossary.asp> (Page consultée le 21 juin 2004)
- SHEFFER, Alla. 2004. « Differential Geometry & Discrete Operators ». http://www.cs.ubc.ca/sheffa/dgp/ppts/DifGeom_clr.pdf (Page consultée le 27 novembre 2004)
- STOKES, Ian A.F., MORELAND, Morey S. 1989. « Concordance of Back Surface Asymmetry and Spine Shape in Idiopathic Scoliosis ». *Spine*. 14 :1. 73-78.
- SUZUKI, N., ONO, T., TEZUKA, M., KAMIISHI, S. 1992. « Moiré topography and back shape analysis -clinical application- ». *Dansereau J. ed. International Symposium on 3-D Scoliotic Defromities*. New York, P.124-128.
- SUZUKI, N., INAMI, K., ONO, T., KOHNO, K., ASHER, M.A. 1999. « Analysis of Posterior Trunk Symmetry Index (POTSI) in Scoliosi. Part 1 ». *Stokes I.A.F. ed. Research into Spinal Defromities 2*. IOS Press, P.81-84.
- TILLER, W. 1992. « Knot-removal algorithms for NURBS curves and surfaces ». *Computer-aided design*. 24 :8. 445-453.
- ZORIN, Denis. 2002. « Curvature and Geodesics, Discrete Laplacian and related smoothing methods ». <http://mrl.nyu.edu/dzorin/geom04/> (Page consultée le 5 novembre 2004)

ANNEXE I

RAPPEL SUR LES B-SPLINES

I.1 Courbes B-spline

Une courbe B-spline de degré p est une courbe paramétrique définie par l'équation suivante :

$$C(u) = \sum_{i=0}^n N_{i,p}(u) P_i \quad 0 \leq u \leq 1 \quad (\text{I.1})$$

Dans cette équation, u est le paramètre permettant de parcourir la courbe. Celui-ci est défini comme allant de 0 à 1 inclusivement¹. Les P_i sont l'ensemble des points de contrôle de la courbe. Les $N_{i,p}(u)$ sont les fonctions de base B-spline de degré p . Celles-ci sont définies à partir du vecteur nodal de la courbe :

$$U = \{\underbrace{0, \dots, 0}_{p+1}, u_{p+1}, \dots, u_{r-p-1}, \underbrace{1, \dots, 1}_{p+1}\} \quad (\text{I.2})$$

comportant $r + 1$ noeuds et par l'équation récurrente suivante :

$$N_{i,0}(u) = \begin{cases} 1 & \text{si } u_i \leq u < u_{i+1} \\ 0 & \text{autrement} \end{cases} \quad (\text{I.3})$$

$$N_{i,p}(u) = \frac{u - u_i}{u_{i+p} - u_i} N_{i,p-1}(u) + \frac{u_{i+p+1} - u}{u_{i+p+1} - u_{i+1}} N_{i+1,p-1}(u) \quad (\text{I.4})$$

Donc, une courbe B-spline est définie à l'aide de son degré, de ses points de contrôle et de son vecteur nodal. La figure I.1 donne un exemple d'une courbe B-spline.

¹Généralement si $u \in [a, b]$, une normalisation est faite.

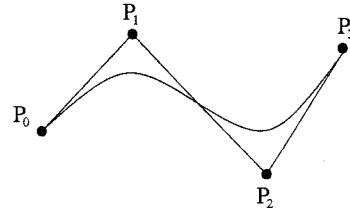


Figure I.1 Une courbe B-spline (Guibault, 2004)

I.2 Surfaces B-spline

Une surface B-spline de degré (p,q) est définie par :

$$S(u, v) = \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^m N_{i,p}(u) N_{j,q}(v) P_{ij} \quad (\text{I.5})$$

Elle est obtenue par produit tensoriel des fonctions de base $N_{i,p}$ et $N_{j,q}$ dans les directions u et v définies sur des vecteurs nodaux U et V qui pondèrent une grille de points de contrôle $\{P_{ij}\}$.

Donc, une surface B-spline est définie à l'aide de ses degrés p et q , de ses points de contrôle et de ses vecteurs nodaux U et V prenant la forme suivante.

$$U = \underbrace{\{0, \dots, 0\}}_{p+1}, u_{p+1}, \dots, u_{r-p-1}, \underbrace{1, \dots, 1}_{p+1} \quad (\text{I.6})$$

$$V = \underbrace{\{0, \dots, 0\}}_{q+1}, v_{q+1}, \dots, v_{s-q-1}, \underbrace{1, \dots, 1}_{q+1} \quad (\text{I.7})$$

La figure I.2 montre une surface B-spline et sa grille de points de contrôle.

I.3 Interpolation de courbes B-splines

Lorsque l'on veut interpoler des points de données par une courbe B-spline, on veut obtenir une courbe passant par les $m + 1$ points de données Q_k ($k = 0, \dots, m$ où $m = n$ pour l'interpolation). La figure I.3 montre un exemple d'une courbe B-spline interpolant des points.

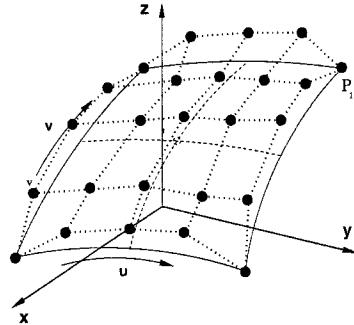


Figure I.2 Une surface B-spline (Guibault, 2004)

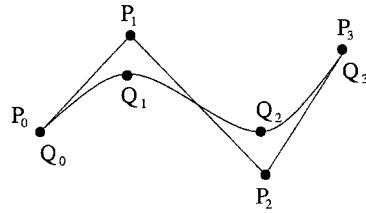


Figure I.3 Une courbe interpolant un ensemble de points (Guibault, 2004)

Ainsi en interpolant, on cherche en fait les $n + 1$ points de contrôle P_i ($i = 0, \dots, n$) et le vecteur nodal associés à cette courbe. Habituellement, le degré de la courbe est un critère préétabli.

Pour faire l'interpolation, on doit tout d'abord choisir le vecteur nodal le plus approprié pour l'ensemble des points à interpoler. Pour y arriver, on fait premièrement une paramétrisation, i.e. que l'on assigne à chaque point Q_k une valeur de paramètre $\bar{u}_k \in [0, 1]$. Il existe plusieurs méthodes pour faire la paramétrisation (v. section I.3.1). Avec cette paramétrisation, on construit le vecteur nodal approprié $U = \{u_0, \dots, u_r\}$ (v. section I.3.2). Il ne reste plus qu'à trouver les points de contrôle.

Pour les trouver, on construit le système matriciel $(n + 1) \times (n + 1)$ suivant :

$$Q_k = C(\bar{u}_k) = \sum_{i=0}^n N_{i,p}(\bar{u}_k) P_i \quad (\text{I.8})$$

Dans ce système, les points de contrôle P_i sont les $n + 1$ inconnues. Il est à noter que l'on doit résoudre ce système pour toutes les coordonnées des points. Par exemple, en trois dimensions on doit résoudre ce système à trois reprises.

On a vu qu'il faut construire le vecteur nodal en ayant fait une paramétrisation. Voyons maintenant les diverses techniques permettant de faire cette paramétrisation et la technique pour construire le vecteur nodal.

I.3.1 Paramétrisation

Il existe quatre types de paramétrisation dans la littérature :

1. Uniforme
2. Longueur d'arc
3. Méthode centripète
4. Méthode logarithmique

Les paramètres servent à construire le vecteur nodal de la courbe, qui sert lui-même, avec les valeurs des paramètres, à choisir les fonctions de base B-splinaire (les $N_{i,p}$) intervenant dans la représentation de la courbe. Le choix du type de paramétrisation est donc très important, car il influence la qualité du système linéaire à résoudre pour trouver les points de contrôle P_i . Voici en détails les quatre types de paramétrisation.

I.3.1.1 Uniforme

La paramétrisation uniforme est la méthode la plus simple, mais c'est ici que s'arrêtent ses avantages. En effet, elle génère souvent une courbe avec des formes indésirables, comme des boucles. Ceci se produit lorsque les données ne sont pas espacées de manière uniforme.

La méthode revient à appliquer les équations suivantes :

$$\begin{aligned}\bar{u}_0 &= 0 \\ \bar{u}_m &= 1 \\ \bar{u}_k &= k/m \quad \text{pour } k = 1, \dots, m - 1\end{aligned}$$

I.3.1.2 Longueur d'arc

La paramétrisation longueur d'arc se base sur la longueur des segments de droite reliant les points de données. La valeur du paramètre associé au i^e point est égale à la somme des longueurs des segments de droite du premier point jusqu'à ce point, divisée par la longueur de la corde totale (d), i.e. la somme des longueurs de tous les segments de droite. Sous forme mathématique cela se définit comme suit :

$$\begin{aligned}\bar{u}_0 &= 0 \\ \bar{u}_m &= 1 \\ \bar{u}_k &= \bar{u}_{k-1} + \frac{|Q_k - Q_{k-1}|}{d} \quad \text{pour } k = 1, \dots, m-1\end{aligned}$$

avec

$$d = \sum_{k=1}^m |Q_k - Q_{k-1}|$$

Ce type de paramétrisation est très utilisé, et pour cause, il est généralement adéquat tout en exigeant peu de temps de calcul. Cette méthode est recommandée dans les articles (Piegl et Tiller, 2000a; Piegl et Tiller, 2000b; Piegl et Tiller, 2000c).

I.3.1.3 Centripète

La paramétrisation centripète utilise la racine carrée de la longueur des segments de droite reliant les points de données pour déterminer la valeur des paramètres. Soit d la longueur de corde totale :

$$d = \sum_{k=1}^m \sqrt{|Q_k - Q_{k-1}|}$$

alors :

$$\begin{aligned}\bar{u}_0 &= 0 \\ \bar{u}_m &= 1 \\ \bar{u}_k &= \bar{u}_{k-1} + \frac{\sqrt{|Q_k - Q_{k-1}|}}{d} \quad \text{pour } k = 1, \dots, m-1\end{aligned}$$

Ce type de paramétrisation donne de meilleurs résultats que la paramétrisation longueur d'arc dans le cas de données changeant de direction abruptement (Piegl et Tiller, 1997).

I.3.1.4 Logarithmique

La paramétrisation logarithmique² utilise le logarithme népérien de la longueur des segments de droite reliant les points de données pour construire les paramètres. Elle se définit comme suit :

$$\begin{aligned}\bar{u}_0 &= 0 \\ \bar{u}_m &= 1 \\ \bar{u}_k &= \bar{u}_{k-1} + \frac{\log(1 + |Q_k - Q_{k-1}|)}{d} \quad \text{pour } k = 1, \dots, m-1\end{aligned}$$

avec

$$d = \sum_{k=1}^m \log(1 + |Q_k - Q_{k-1}|)$$

Cette méthode est sensée donner de meilleurs résultats que la paramétrisation longueur d'arc dans le cas où certains points sont très près les uns des autres et d'autres sont relativement éloignés.

I.3.2 Construction du vecteur nodal

Pour construire le vecteur nodal, les paramètres, choisis à l'aide d'une des quatre techniques précédentes, sont utilisés dans un processus de moyennage.

Pour une courbe de degré p , on construit le vecteur nodal en faisant la moyenne de p valeurs de paramètres. Cela est représenté mathématiquement par les équations suivantes.

$$\begin{aligned}u_0 &= \dots = u_p = 0 \\ u_{r-p} &= \dots = u_r = 1\end{aligned}$$

²Elle a été développée par Mohammed Khachan du GRMIAO (anciennement le CERCA)

$$u_{j+p} = \frac{1}{p} \sum_{i=j}^{j+p-1} \bar{u}_i \quad \text{pour } j = 1, \dots, n-p$$

Il est à noter que les $p+1$ premiers et derniers noeuds ont une valeur de 0 et 1 respectivement.

I.4 Approximation par moindres carrés de courbes B-splines

Pour approximer une série de points par une courbe B-spline, il faut minimiser la distance entre les points et la courbe pour un nombre de points de contrôle et un degré fixe. Une technique pour arriver à cette fin est l'approximation par moindres carrés, tel que décrite dans le livre *The NURBS Book* (Piegl et Tiller, 1997) aux pages 410 à 412. Voici en détails cette technique.

I.4.1 Éléments de théorie

L'approximation, contrairement à l'interpolation, n'utilise pas comme nombre de points de contrôle le nombre de points de données. En effet, le nombre de points de contrôle doit être plus petit que le nombre de points de données. Par conséquent, celui-ci ainsi que le degré de la courbe doivent être déterminés par l'utilisateur. La technique décrite ici prend en considération que $p \geq 1$, $n \geq p$ et que $m > n$ où $m+1$ est le nombre de points de données (Q_0, Q_1, \dots, Q_m). On cherche donc une courbe non-rationnelle de degré p décrite par l'équation :

$$C(u) = \sum_{i=0}^n N_{i,p}(u) P_i \quad u \in [0, 1] \quad (\text{I.9})$$

pour laquelle

- $C(0) = P_0 = Q_0$ et $C(1) = P_n = Q_m$;
- et les autres points sont approximés par moindres carrés, i.e.

$$\sum_{k=1}^{m-1} |Q_k - C(\bar{u}_k)|^2 \quad (\text{I.10})$$

est un minimum pour les $n + 1$ variables P_i et les $\{\bar{u}_k\}$ sont les valeurs des paramètres de la courbe associées avec chaque point de données.

Naturellement, avec cette approximation la courbe résultante ne passe généralement pas par les points de données Q_k . Aussi, $C(\bar{u}_k)$ n'est pas le point le plus proche de Q_k sur la courbe $C(u)$.

Maintenant que les critères devant être respectés par la courbe ont été exposés sous forme théorique, il est nécessaire d'avoir une méthode mathématique simple pour trouver les points de contrôle (P_1 à P_{n-1} , car $P_0 = Q_0$ et $P_n = Q_m$) de la courbe. En appliquant la technique standard de moindres carrés, nous arrivons au système d'équations suivant, représenté sous forme matricielle (Piegl et Tiller, 1997).

$$(N^T N) \mathbf{P} = \mathbf{R} \quad (\text{I.11})$$

où N est une matrice, de coefficients scalaires, de dimensions $(m - 1) \times (n - 1)$

$$N = \begin{bmatrix} N_{1,p}(\bar{u}_1) & \cdots & N_{n-1,p}(\bar{u}_1) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ N_{1,p}(\bar{u}_{m-1}) & \cdots & N_{n-1,p}(\bar{u}_{m-1}) \end{bmatrix} \quad (\text{I.12})$$

\mathbf{R} est le vecteur (de $n - 1$ éléments) suivant

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} N_{1,p}(\bar{u}_1)R_1 + \cdots + N_{1,p}(\bar{u}_{m-1})R_{m-1} \\ \vdots \\ N_{n-1,p}(\bar{u}_1)R_1 + \cdots + N_{n-1,p}(\bar{u}_{m-1})R_{m-1} \end{bmatrix} \quad (\text{I.13})$$

avec

$$R_k = Q_k - N_{0,p}(\bar{u}_k)Q_0 - N_{n,p}(\bar{u}_k)Q_m \quad k = 1, \dots, m - 1 \quad (\text{I.14})$$

et

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} P_1 \\ \vdots \\ P_{n-1} \end{bmatrix} \quad (\text{I.15})$$

Il est important de noter que le système matriciel I.11 doit être résolu pour chaque coordonnée de l'espace, soit en x , y et z .

Maintenant que le système d'équations a été exposé, il est nécessaire d'avoir, pour le construire, un vecteur nodal $U = \{u_0, \dots, u_r\}$ et des paramètres $\{\bar{u}_k\}$. Pour construire les paramètres $\{\bar{u}_k\}$, plusieurs approches sont possibles comme il a été exposé à la page 133. Toutefois, pour construire le vecteur nodal, il faut utiliser une autre technique que celle pour l'interpolation.

I.4.2 Construction du vecteur nodal

Deux méthodes intéressantes permettant de construire le vecteur nodal pour l'approximation à partir des paramètres $\{\bar{u}_k\}$ sont présentes dans la littérature. Les voici en détails.

I.4.2.1 Méthode du NURBS Book

La première méthode est celle du livre « The NURBS Book » (Piegl et Tiller, 1997). Pour générer le vecteur nodal, on définit chaque noeud avec l'algorithme de la figure I.4.

Entrées :	$\{\bar{u}_k\}, p, n, m$
Sorties :	$\{u_i\}$
1	pour $i = 0$ à p faire
2	$u_i = \bar{u}_0$
3	$u_{n+i+1} = \bar{u}_m$
4	$d = (m + 1)/(n - p + 1)$
5	pour $j = 1$ à $n - p$ faire
6	$i = \lfloor j * d \rfloor$
7	$alpha = j * d - i$
8	$u_{p+j} = (1 - alpha) * \bar{u}_{i-1} + alpha * \bar{u}_i$

Figure I.4 : Algorithme de construction du vecteur nodal du NURBS Book (Piegl et Tiller, 1997)

Cette méthode a comme avantage que la matrice $(N^T N)$ de l'équation I.11 est définie positivement et est bien conditionnée. De plus, $(N^T N)$ a une semi-bande plus petite que $p + 1$. Ainsi, le système peut être résolu par la méthode d'élimination de Gauss sans pivot.

I.4.2.2 Méthode de moyennage

La deuxième méthode est tirée de l'article « Surface approximation to scanned data » (Piegl et Tiller, 2000c). La figure I.5 donne le pseudo-code de l'algorithme permettant de générer le vecteur nodal.

```

Entrées :  $\{\bar{u}_k\}$ ,  $p$ ,  $n$ ,  $m$ 
Sorties :  $\{u_i\}$ 

1 pour  $i = 0$  à  $p$  faire
2    $u_i = \bar{u}_0$ 
3    $u_{n+i+1} = \bar{u}_m$ 
4    $inc = (m + 1)/(n + 1)$ 
5    $low = high = 0$ 
6    $d = -1$ 
7   pour  $i = 0$  à  $n$  faire
8      $d = d + inc$ 
9      $high = \lfloor d + 0.5 \rfloor$ 
10     $sum = 0.0$ 
11    pour  $j = low$  à  $high$  faire
12       $sum = sum + \bar{u}_j$ 
13     $w_i = sum/(high - low + 1)$ 
14     $low = high + 1$ 
15   pour  $i = 1$  à  $n - p$  faire
16      $sum = 0.0$ 
17     pour  $j = i$  à  $i + p - 1$  faire
18        $sum = sum + w_j$ 
19      $u_{i+p} = sum/p$ 

```

Figure I.5 : Algorithme de construction du vecteur nodal par moyennage (Piegl et Tiller, 2000c)

À l'instar de la méthode précédente, celle-ci a l'avantage de rendre stable le système d'équations I.11. De plus, la matrice des coefficients a également une semi-bande plus petite que $p + 1$. Elle possède toutefois un avantage de plus par rapport à la méthode précédente. En effet, lorsque n tend vers m (i.e. le nombre de points de contrôle tend vers le nombre de points de données), le vecteur nodal résultant tend vers celui qui aurait été généré pour faire une interpolation. Dans une telle situation, la première méthode aurait

généré une courbe avec des ondulations, surtout en fin de courbe. Ce qui n'est pas le cas pour la présente méthode.

I.5 Algorithme d'insertion de noeuds

Un algorithme important lors de l'utilisation de courbes B-splines est l'insertion de noeuds. Celui-ci consiste, comme son nom l'indique, à ajouter des noeuds dans le vecteur nodal d'une courbe B-spline sans que celle-ci ne change géométriquement et paramétriquement. Seule sa définition change. Cet algorithme fondamental pour la manipulation de courbes B-splines sert notamment à :

- Évaluer des points sur des courbes et surfaces
- Subdiviser des courbes et surfaces
- Ajouter des points de contrôle pour augmenter la flexibilité du contrôle de la forme de la courbe.

De façon plus formelle, on peut définir l'insertion de noeuds comme suit. Soit $C(u) = \sum_{i=0}^n N_{i,p}(u)P_i$ une courbe B-spline définie sur le vecteur nodal $U = \{u_0, \dots, u_r\}$. On désire insérer le noeud $\bar{u} \in [u_k, u_{k+1}]$ dans U . Le nouveau vecteur nodal devient alors :

$$\bar{U} = \{\bar{u}_0 = u_0, \dots, \bar{u}_k = u_k, \bar{u}_{k+1} = \bar{u}, \bar{u}_{k+2} = u_{k+1}, \dots, \bar{u}_{r+1} = u_r\} \quad (\text{I.16})$$

On a alors la courbe avec \bar{U} défini comme suit :

$$C(u) = \sum_{i=0}^{n+1} \bar{N}_{i,p}(u)\bar{P}_i \quad (\text{I.17})$$

où les $\bar{N}_{i,p}(u)$ sont les fonctions de base de degré p définies sur \bar{U} . On appelle habituellement insertion de noeud le processus consistant à calculer les \bar{Q}_i . La figure I.6 illustre la courbe avant l'insertion avec ses points de contrôle et la même courbe après avec ses nouveaux points de contrôle.

Voyons maintenant comment nous obtenons ces nouveaux points de contrôle. Pour y arriver on peut fusionner les deux équations précédentes.

$$\sum_{i=0}^n N_{i,p}(u)P_i = \sum_{i=0}^{n+1} \bar{N}_{i,p}(u)\bar{P}_i, \quad (\text{I.18})$$

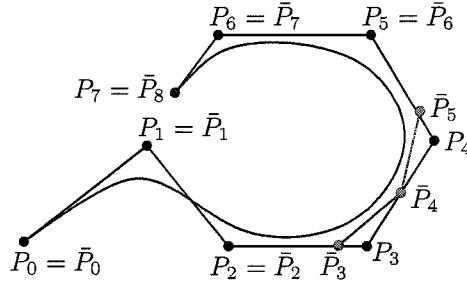


Figure I.6 Exemple d'insertion d'un noeud

En choisissant $n+2$ valeurs de u , il est possible de construire un système linéaire d'équations dont la résolution nous donne les $n+2$ inconnues, soit les \bar{P}_i . Ce système est non-singulier avec une structure en bande. Il existe toutefois une solution plus efficace. Sachant que pour l'intervalle $[u_k, u_{k+1}]$ au plus $p+1$ fonctions sont non-nulles, on peut écrire :

$$\sum_{i=k-p}^k N_{i,p}(u) P_i = \sum_{i=k-p}^{k+1} \bar{N}_{i,p}(u) \bar{P}_i \quad \forall u \in [u_k, u_{k+1}] \quad (\text{I.19})$$

et

$$\begin{aligned} N_{i,p}(u) &= \bar{N}_{i,p}(u) & i = 0, \dots, k-p-1 \\ N_{i,p}(u) &= \bar{N}_{i+1,p}(u) & i = k+1, \dots, n \end{aligned}$$

Donc, il y a des fonctions de base qui sont encore utilisées pour la nouvelle définition de la courbe. Ainsi, ces équations et l'indépendance linéaire des fonctions de base impliquent que :

$$\begin{aligned} P_i &= \bar{P}_i & i = 0, \dots, k-p-1 \\ P_i &= \bar{P}_{i+1} & i = k+1, \dots, n \end{aligned}$$

Par conséquent, il y a plusieurs points de contrôle qui ne changent pas dans la nouvelle représentation.

Considérons maintenant les autres fonctions de base, soit les $N_{i,p}(u)$ pour $i = k-p, \dots, k$. Il est possible de démontrer par induction sur p que les $N_{i,p}$ peuvent être exprimés

mées en fonction des $\bar{N}_{i,p}(u)$ par la relation :

$$N_{i,p}(u) = \frac{\bar{u} - \bar{u}_i}{\bar{u}_{i+p+1} - \bar{u}_i} \bar{N}_{i,p}(u) + \frac{\bar{u}_{i+p+2} - \bar{u}}{\bar{u}_{i+p+2} - \bar{u}_{i+1}} \bar{N}_{i+1,p}(u) \quad (\text{I.20})$$

En écrivant les sommes de l'équation I.19 au long et en tenant compte de l'équation précédente, on obtient :

$$\begin{aligned} 0 &= \bar{N}_{k-p} (\bar{P}_{k-p} - P_{k-p}) \\ &+ \bar{N}_{k-p+1} \left(\bar{P}_{k-p+1} - \frac{\bar{u} - u_{k-p+1}}{u_{k+1} - u_{k-p+1}} P_{k-p+1} - \frac{u_{k+1} - \bar{u}}{u_{k+1} - u_{k-p+1}} P_{k-p} \right) \\ &\vdots \\ &+ \bar{N}_k \left(\bar{P}_k - \frac{\bar{u} - u_k}{u_{k+p} - u_k} P_k - \frac{u_{k+p} - \bar{u}}{u_{k+p} - u_k} P_{k-1} \right) \\ &+ \bar{N}_{k+1} (\bar{P}_{k+1} - P_k) \end{aligned}$$

Comme les termes sont tous indépendants, tous les termes entre parenthèses doivent être nuls. Ainsi, en définissant pour $i = k - p + 1, \dots, k$:

$$\begin{aligned} \alpha_i &= \frac{\bar{u} - u_i}{u_{i+p} - u_i} \\ 1 - \alpha_i &= \frac{u_{i+p} - \bar{u}}{u_{i+p} - u_i} \end{aligned}$$

il est possible de définir les points de contrôle recherchés par :

$$\begin{aligned} \bar{P}_{k-p} &= P_{k-p} \\ \bar{P}_i &= \alpha_i P_i + (1 - \alpha_i) P_{i-1} \quad k - p + 1 \leq i \leq k \\ \bar{P}_{k+1} &= P_k \end{aligned}$$

Il existe également des méthodes pour insérer plusieurs noeuds en même temps (raffinement nodal) et un noeud plusieurs fois. Toutefois, cela dépasse le cadre du présent travail. Pour plus d'information le *NURBS Book* est l'ouvrage par excellence (Piegl et Tiller, 1997).

I.6 Algorithme d'élimination de noeuds

Un autre algorithme très important est le processus inverse de l'insertion de noeuds, soit l'élimination de noeuds. Celui-ci, contrairement à son pendant, ne donne pas nécessairement la même courbe après l'élimination de noeuds. En effet, puisque nous enlevons de l'information, il est possible que celle-ci soit nécessaire, et par conséquent, modifie géométriquement la courbe.

L'élimination de noeuds a plusieurs applications importantes :

- Conversion de courbes ou de surfaces splines représentées sur une base de puissance en courbes ou surfaces B-splines.
- Obtenir la forme la plus compacte possible après une série de manipulations interactives.
- Élimination des noeuds superflus lors des opérations de fusion de courbes.

Un algorithme d'élimination de noeuds doit faire deux choses :

1. Déterminer si un noeud est éliminable et combien de fois.
2. Calculer les nouveaux points de contrôle \bar{P}_i .

Pour déterminer si un noeud est éliminable t fois, il faut inverser les équations d'insertion et ainsi calculer la position des points de contrôle pour la nouvelle courbe (déraffinée) en fonction de la position des points de contrôle de la courbe originale (raffinée).

La position d'un point de contrôle de la courbe « déraffinée » pourra ainsi être obtenue indépendamment à partir de deux équations différentes en fonction des points de contrôle de la courbe raffinée. Si les deux positions calculées pour le point de contrôle sont à une distance l'une de l'autre plus petite qu'une tolérance donnée, le noeud peut être éliminé. Si pour un des points de contrôle la tolérance n'est pas respectée, alors il est impossible d'éliminer ce noeud. Du moins, pour cette valeur de tolérance. Voilà le problème principale de cet algorithme, soit de fixer la « bonne » tolérance en fonction de l'application. Pour plus de détails sur les algorithmes d'élimination de noeuds, le livre « The NURBS Book » (Piegl et Tiller, 1997) est une excellente référence, ainsi que l'article de Wayne Tiller (Tiller, 1992).

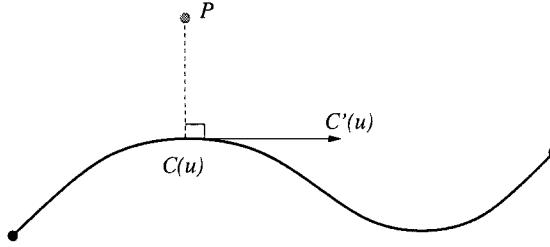


Figure I.7 Exemple de projection d'un point (Guibault, 2004)

I.7 Projection de points sur une courbe

La dernière opération importante lors de l'utilisation de B-splines est la projection d'un point sur une courbe B-spline. Celle-ci sert notamment à calculer la distance entre un point et une courbe. La figure I.7 illustre la projection du point P sur la courbe B-spline $C(u)$.

L'opération de projection consiste donc à trouver la valeur du paramètre pour laquelle la distance est la plus petite entre le point et la courbe. Ceci se produit lorsque l'angle entre la tangente à la courbe en u et la droite formée par le point P et la courbe en u est de 90° .

Pour résoudre ce problème, il est d'usage d'utiliser une approche numérique. Celle-ci consiste à faire des itérations de Newton pour déterminer le zéro du système suivant :

$$C'(u) \cdot (P - C(u)) = 0 = f(u)$$

où $f(u)$ est un système non linéaire pour lequel on cherche un zéro. Les itérations de Newton reposent sur l'équation suivante :

$$u_{i+1} = u_i - \frac{f(u_i)}{f'(u_i)}$$

qui développée correspond à :

$$u_{i+1} = u_i - \frac{C'(u_i) \cdot (C(u_i) - P)}{C''(u_i) \cdot (C(u_i) - P) + |C'(u_i)|^2} \quad (\text{I.21})$$

Les deux difficultés de cette approche sont :

1. Trouver un bon point de départ.
2. Arrêter à temps.

Une approche pour trouver un bon point de départ consiste à utiliser la propriété de l'enveloppe convexe des B-splines (Piegl et Tiller, 1997) pour identifier les intervalles possibles pour la valeur de u . Ensuite, on discrétise chaque intervalle à une résolution appropriée pour trouver le point de discrétilisation le plus proche du point P que l'on désire projeter. Ce point constitue le point de départ de l'itération de Newton.

Pour palier à la deuxième difficulté, il est nécessaire de définir les deux critères d'arrêt suivants basés sur deux tolérances arbitraires.

1. La correction est suffisamment petite

$$|(u_{i+1} - u_i)C'(u_i)| \leq \epsilon_1. \quad (\text{I.22})$$

2. Orthogonalité de la projection

$$\frac{|C''(u_i) \cdot (C(u_i) - P)|}{|C'(u_i)||C(u_i) - P|} \leq \epsilon_2. \quad (\text{I.23})$$

Si un des deux critères n'est pas respecté une nouvelle valeur de u_i (i.e. $u_i = u_{i+1}$) est calculée avec l'équation I.21, i.e. que l'on fait une autre itération de Newton. Ce processus se répète jusqu'à ce que les deux critères soient respectés. Le problème de projection d'un point sur une surface est un problème plus ardu qui dépasse le cadre de ce rappel sur les B-splines.

ANNEXE II

RÉSULTATS DE LA MODÉLISATION SURFACIQUE

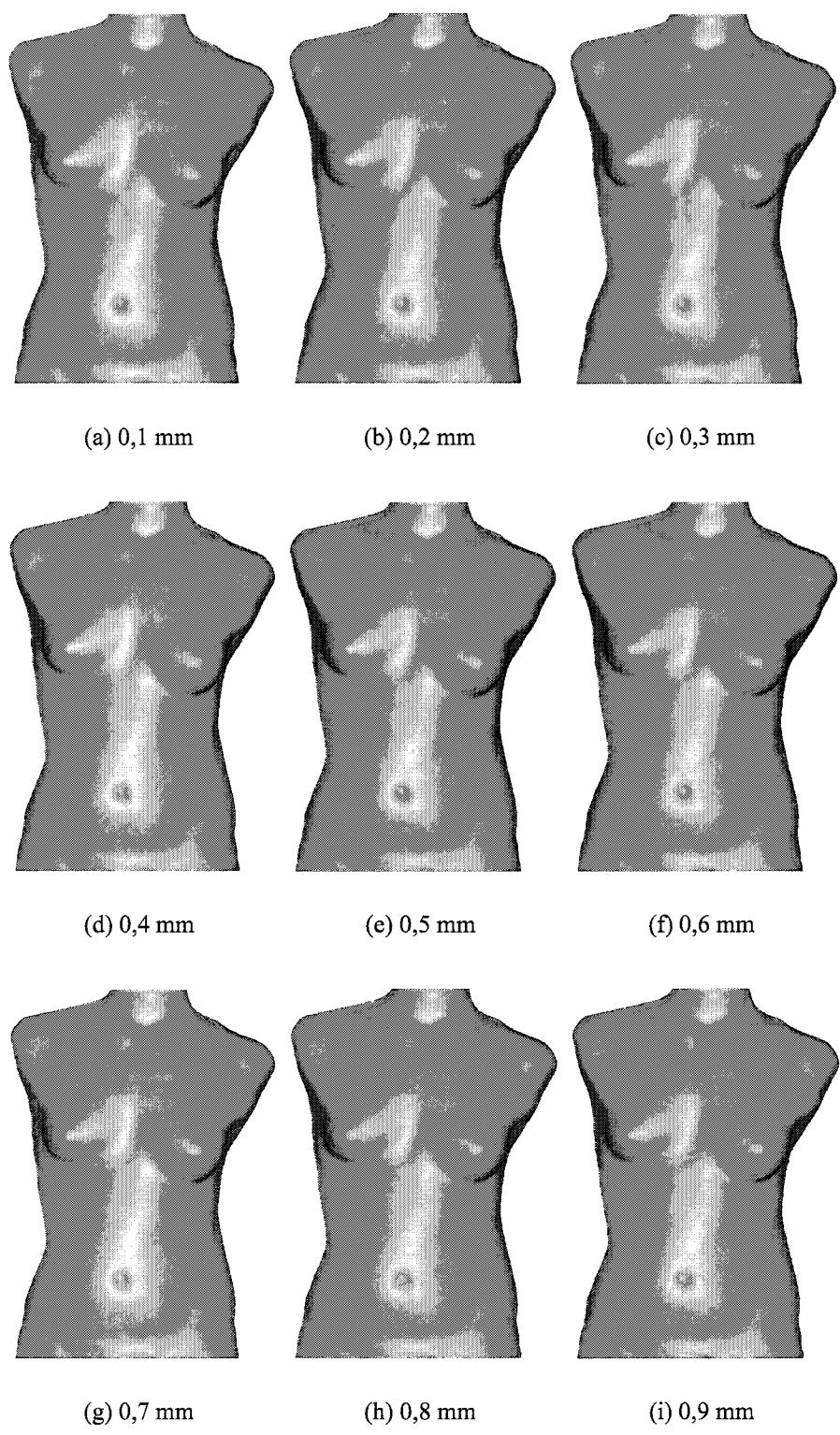


Figure II.1 Vue de face pour l'acquisition F00210002

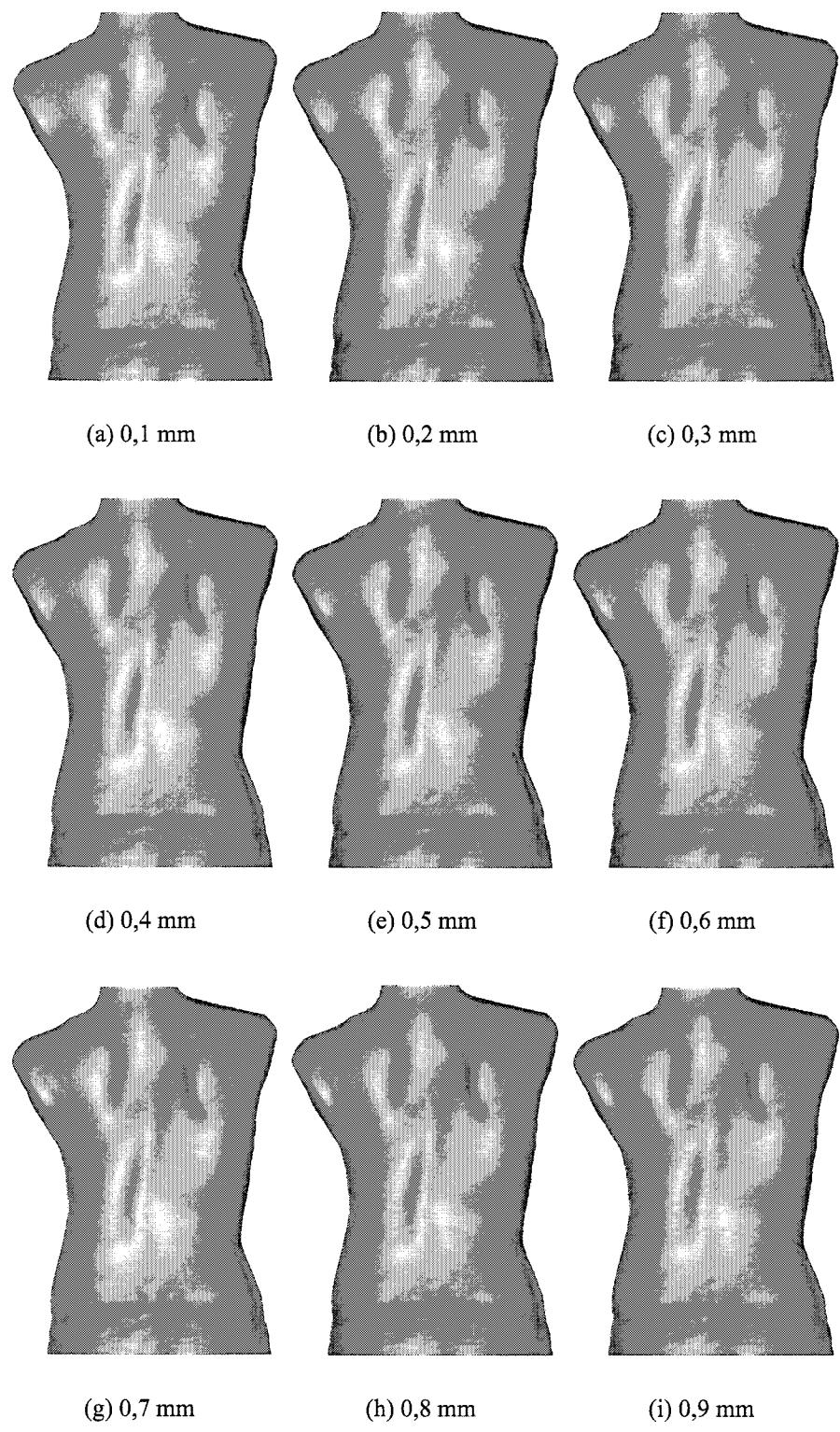


Figure II.2 Vue de dos pour l'acquisition F00210002

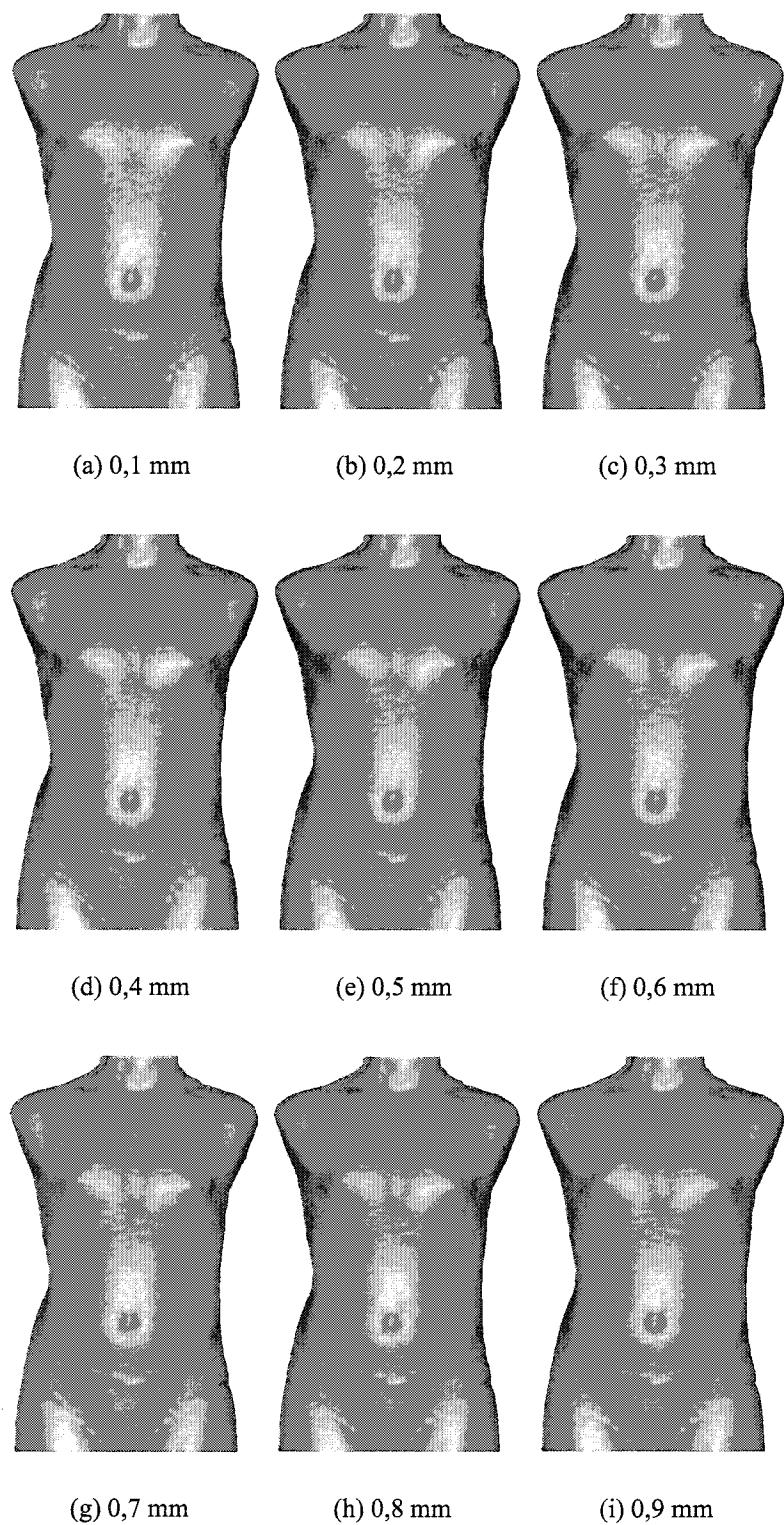


Figure II.3 Vue de face pour l'acquisition F40360003

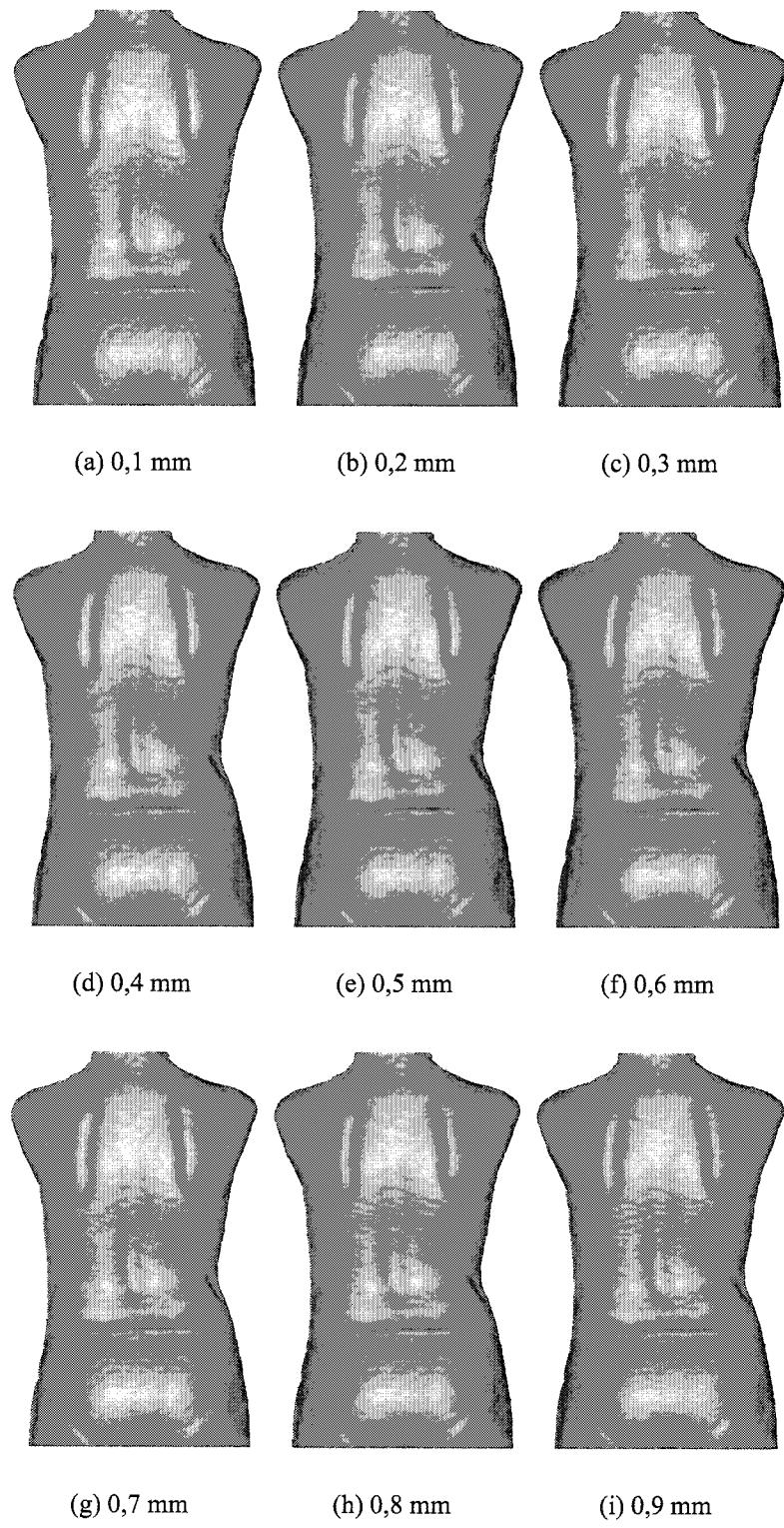


Figure II.4 Vue de dos pour l'acquisition F40360003

ANNEXE III**RÉSULTATS DE L'ANALYSE SURFACIQUE**

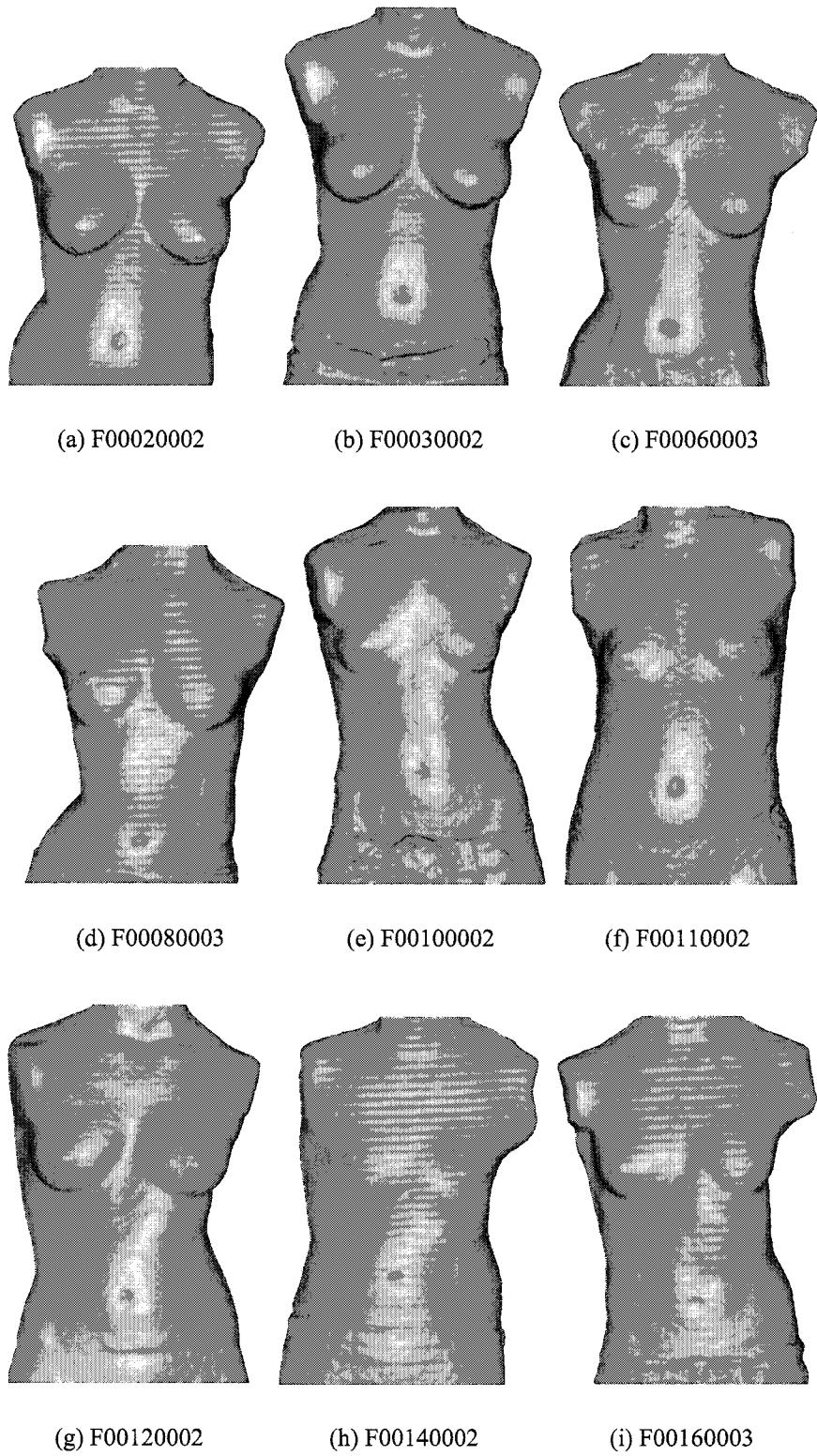


Figure III.1 Vue de face

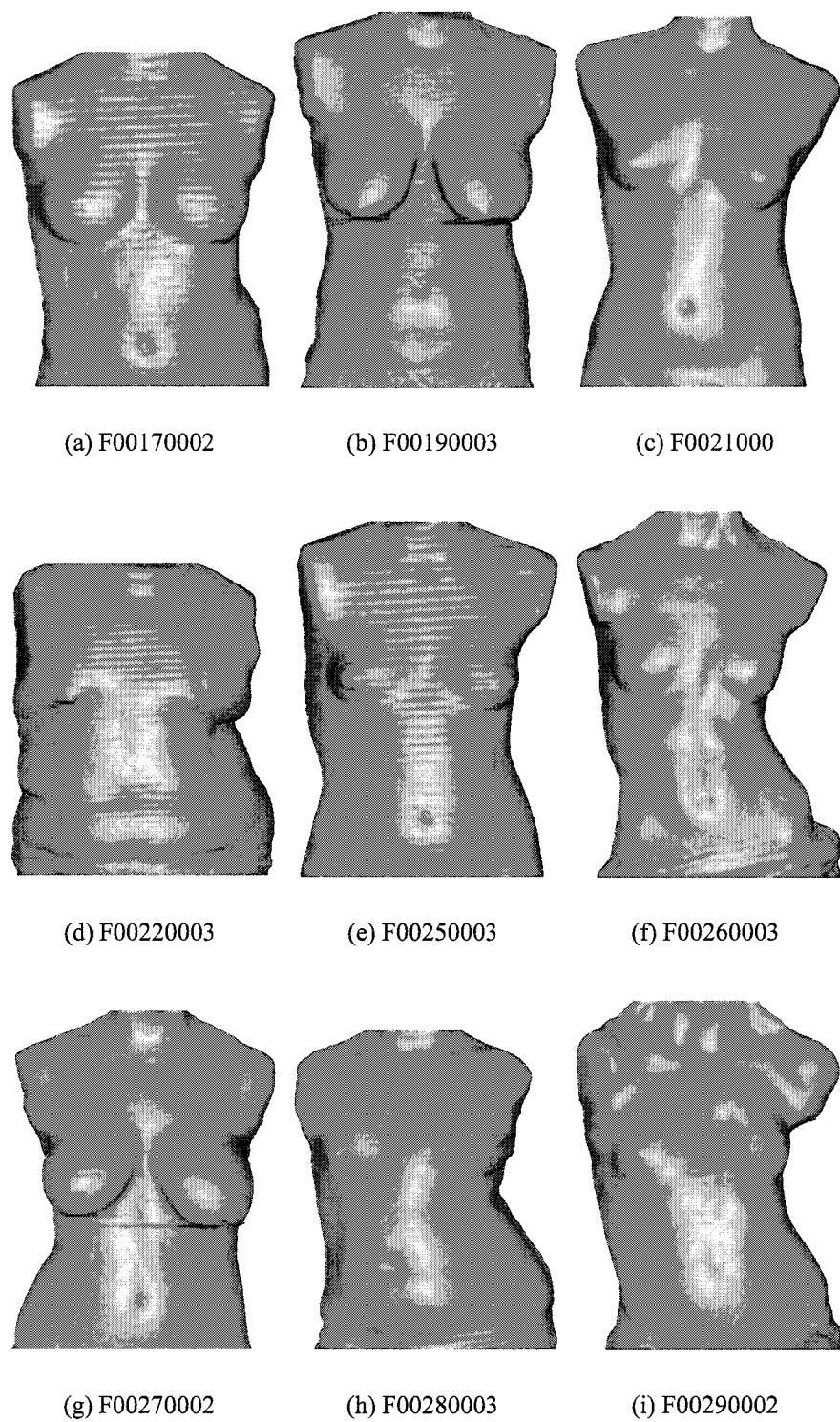


Figure III.2 Vue de face (suite)



Figure III.3 Vue de face (suite)

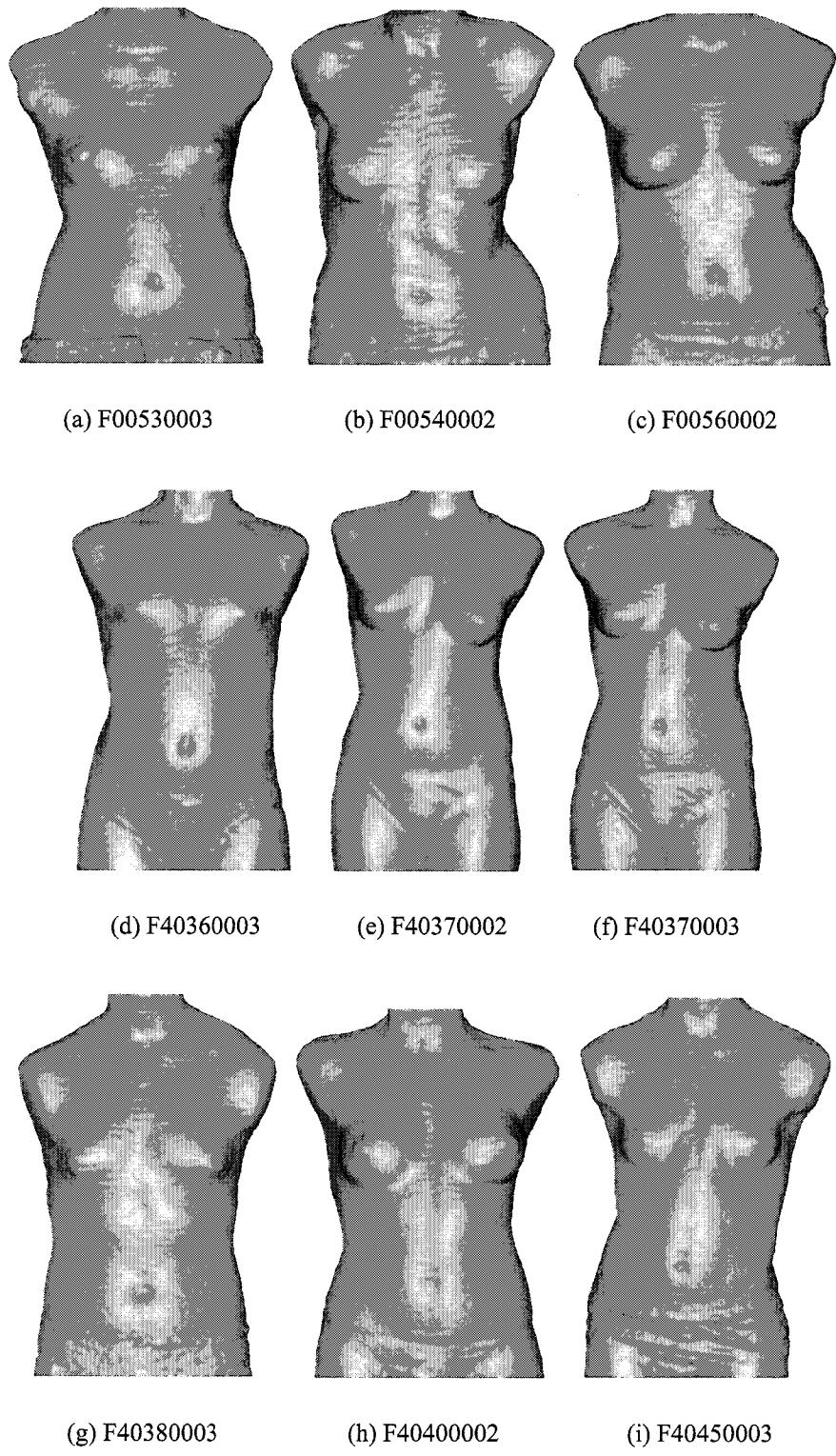


Figure III.4 Vue de face (suite)

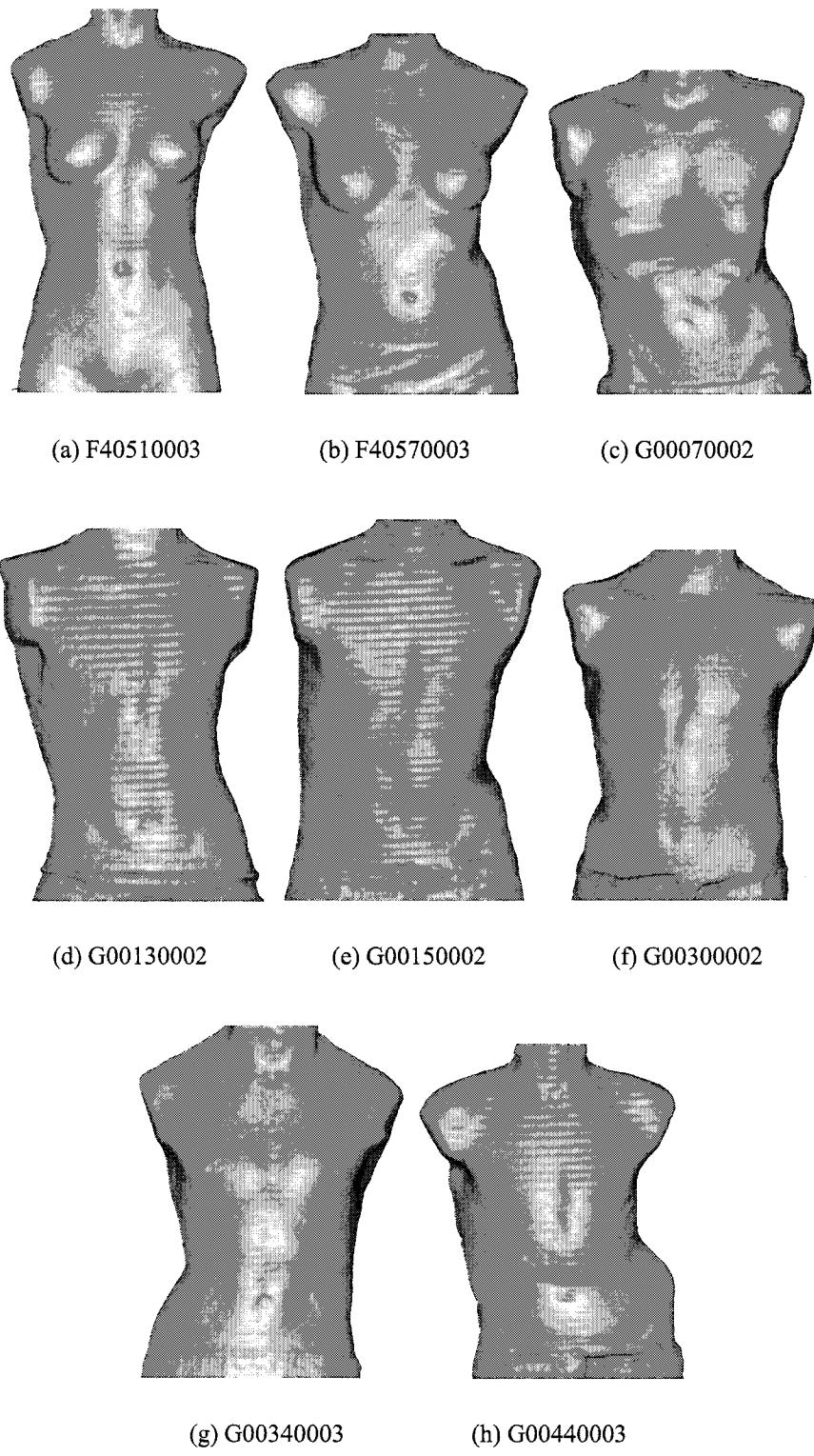


Figure III.5 Vue de face (suite)

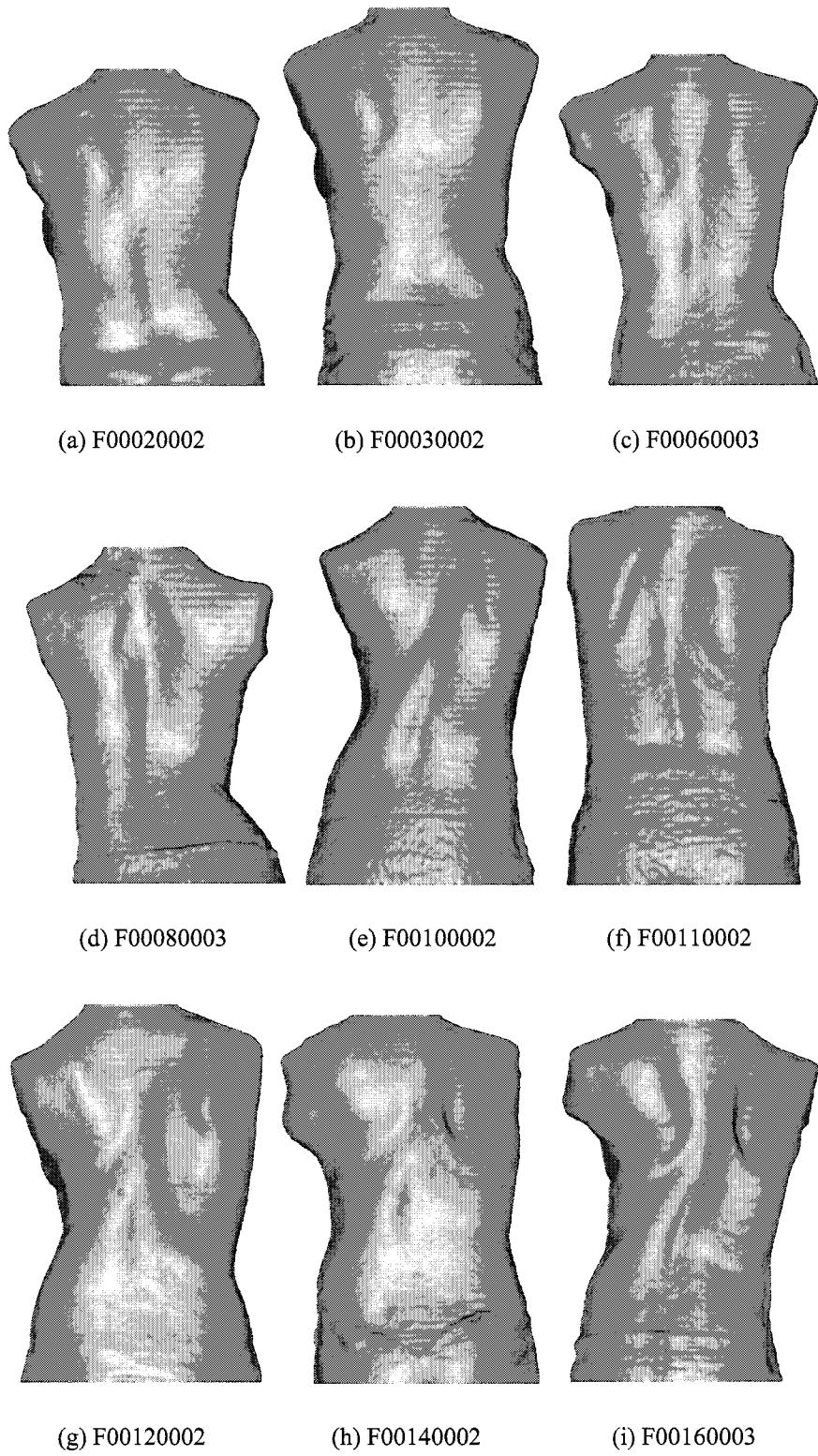


Figure III.6 Vue de dos

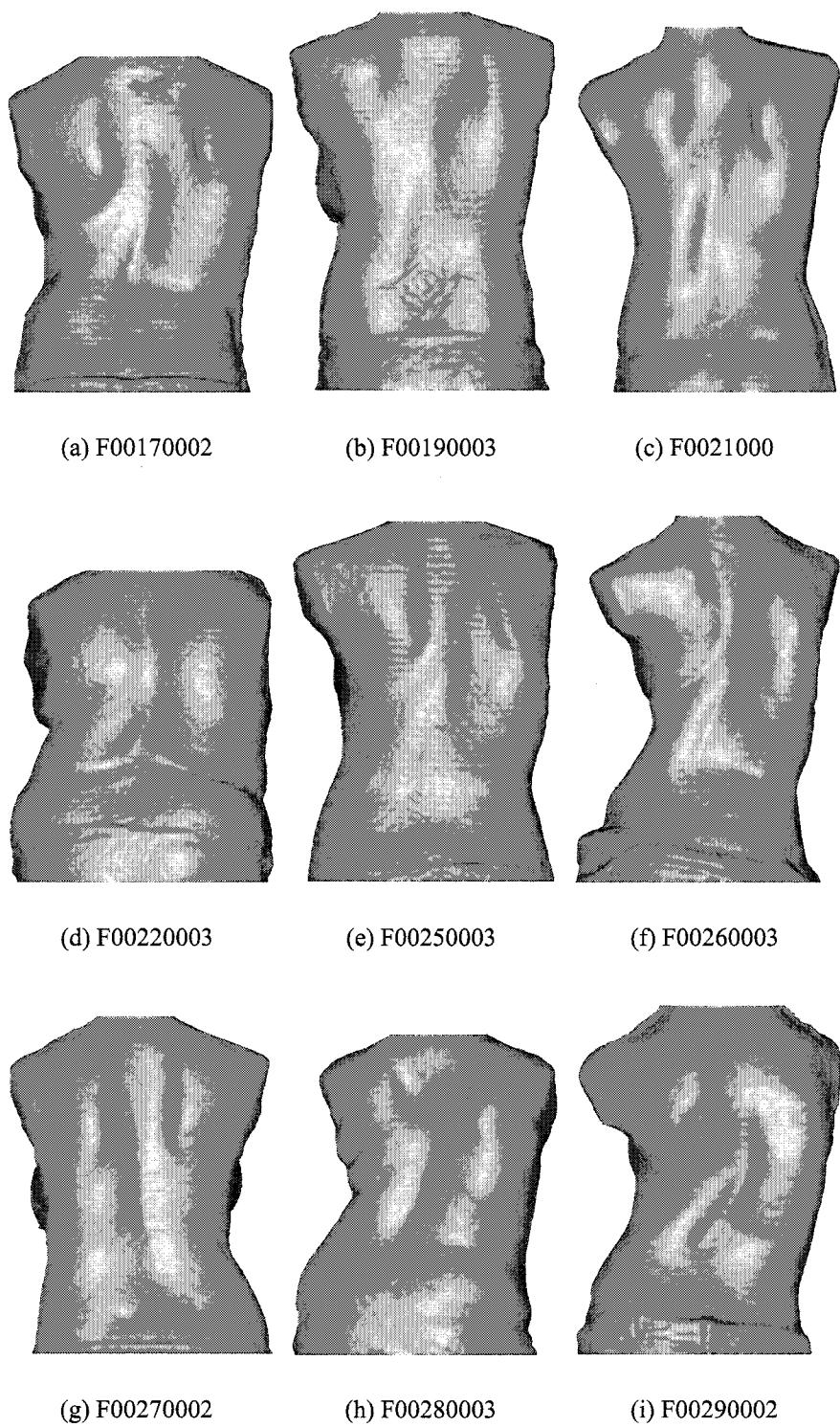


Figure III.7 Vue de dos (suite)

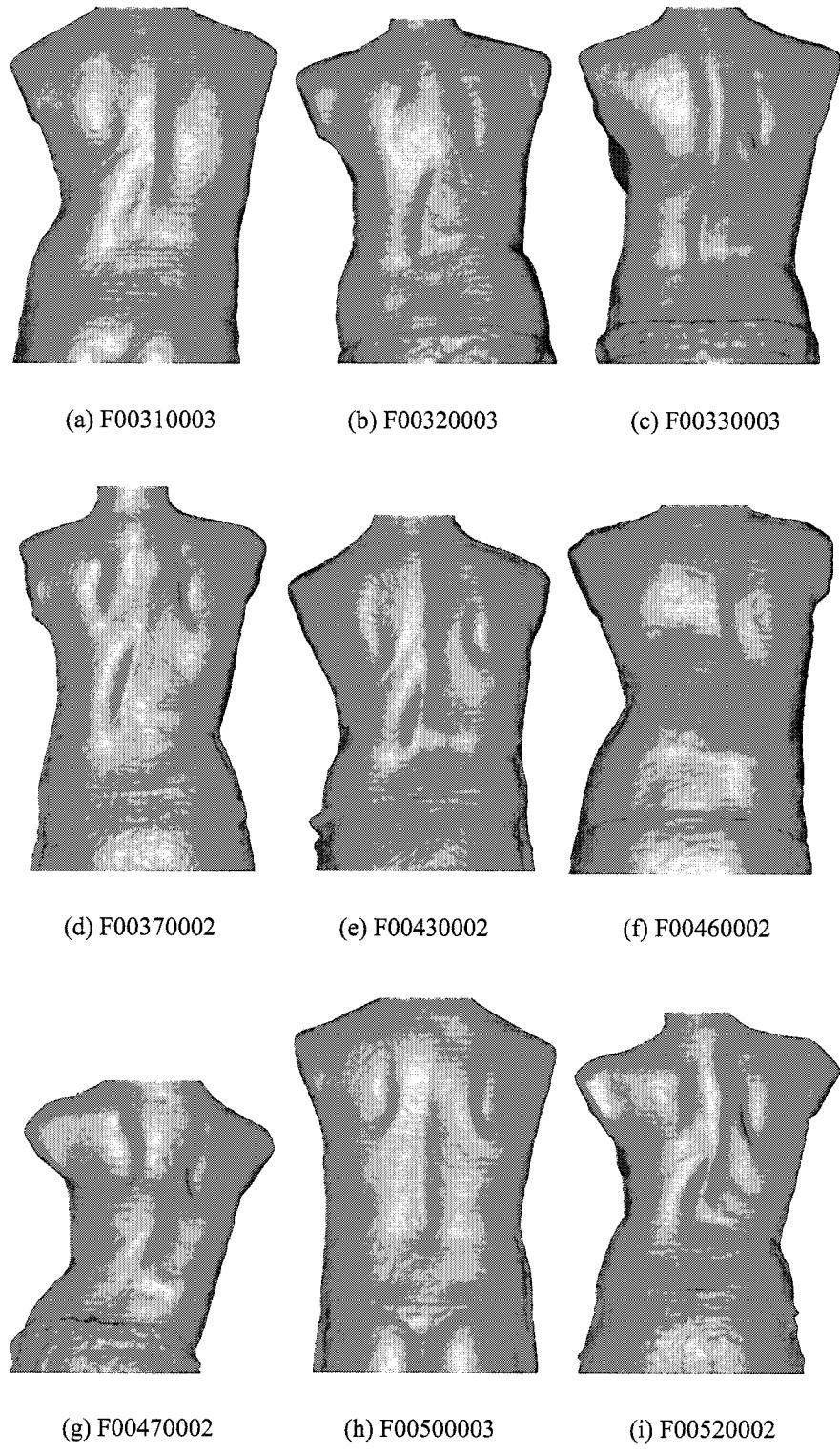


Figure III.8 Vue de dos (suite)

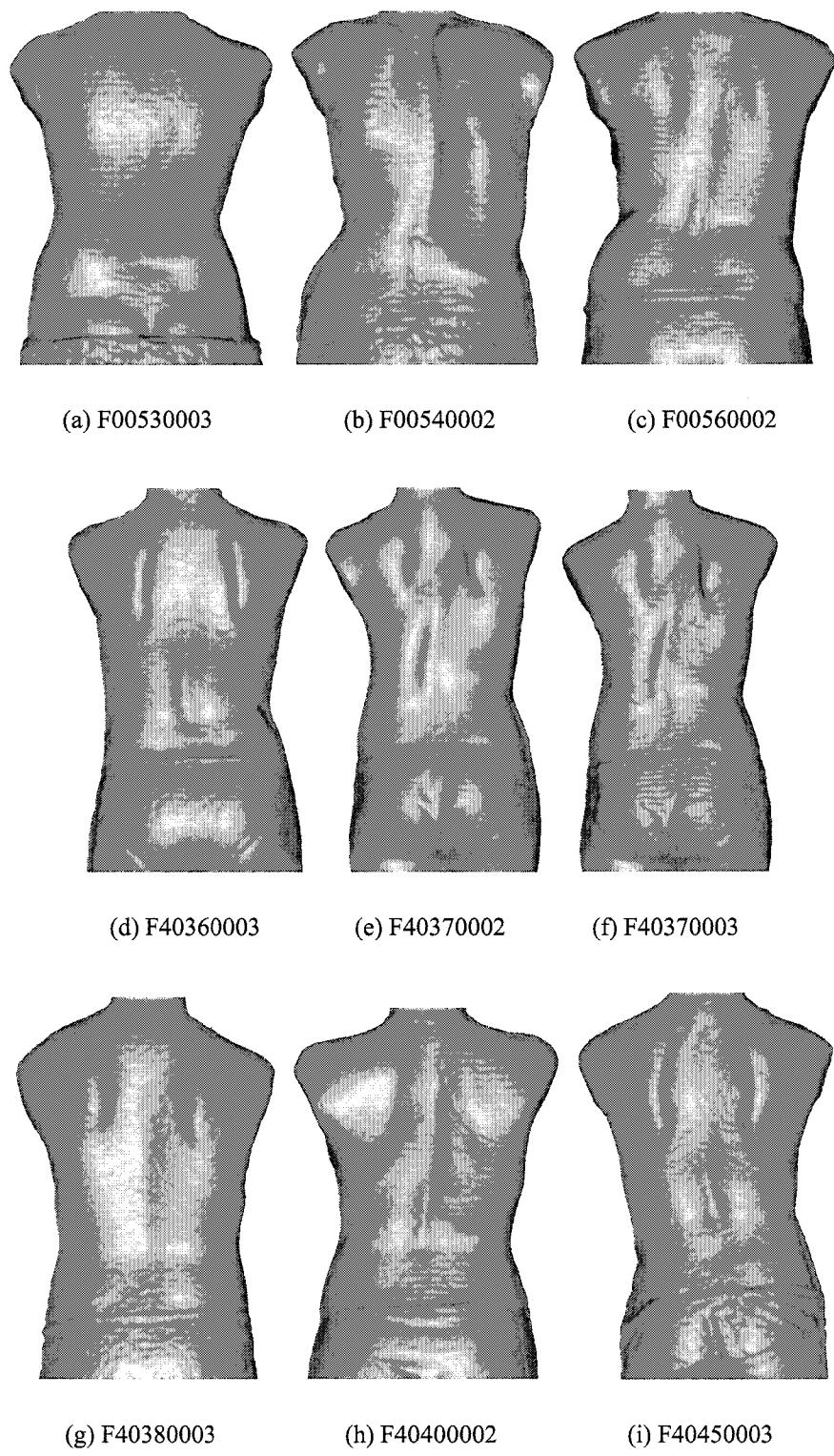


Figure III.9 Vue de dos (suite)

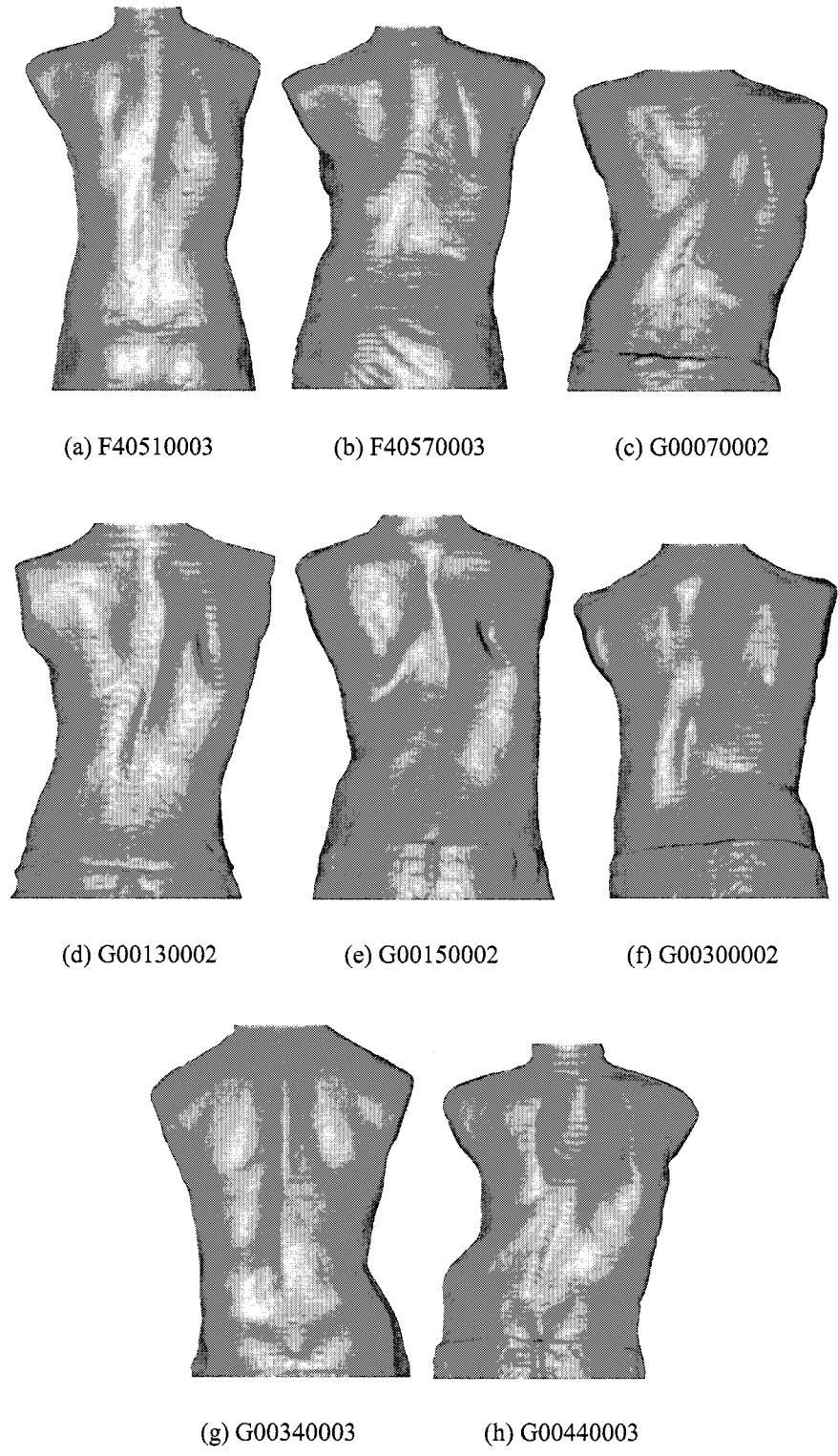


Figure III.10 Vue de dos (suite)

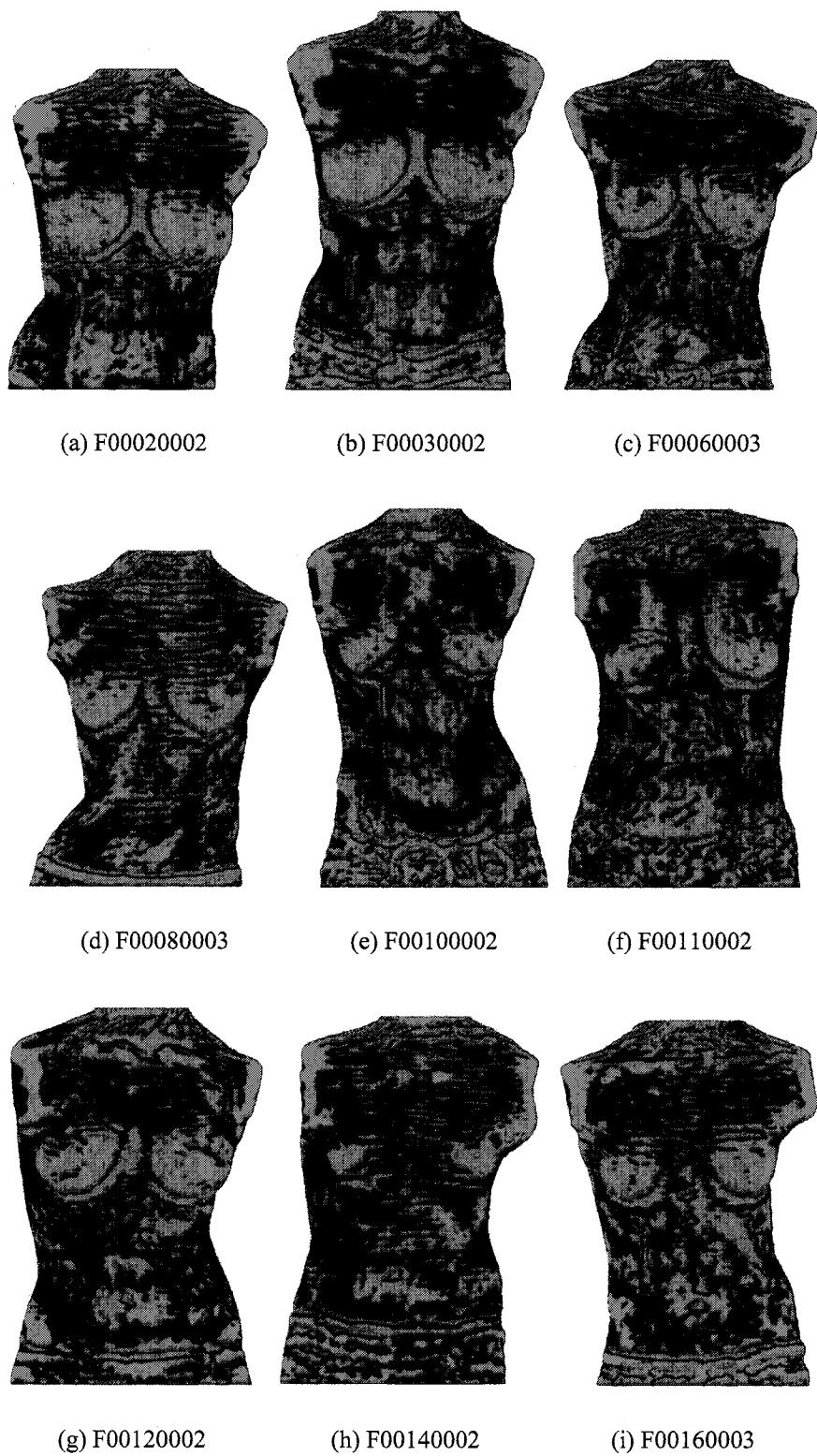


Figure III.11 Vue de face de la courbure moyenne



Figure III.12 Vue de face de la courbure moyenne (suite)



Figure III.13 Vue de face de la courbure moyenne (suite)



Figure III.14 Vue de face de la courbure moyenne (suite)



Figure III.15 Vue de face de la courbure moyenne (suite)

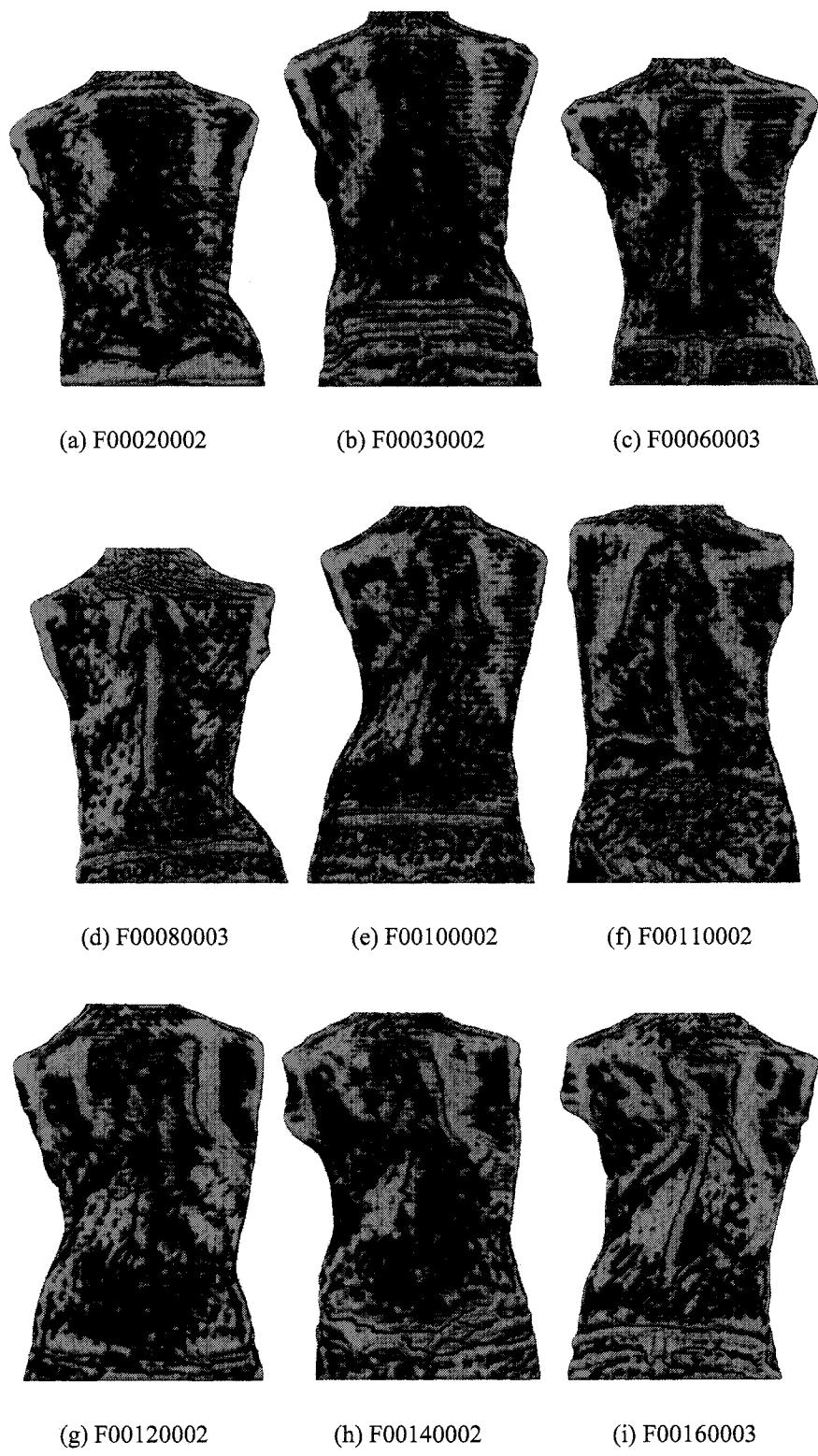


Figure III.16 Vue de dos de la courbure moyenne



Figure III.17 Vue de dos de la courbure moyenne (suite)



Figure III.18 Vue de dos de la courbure moyenne (suite)

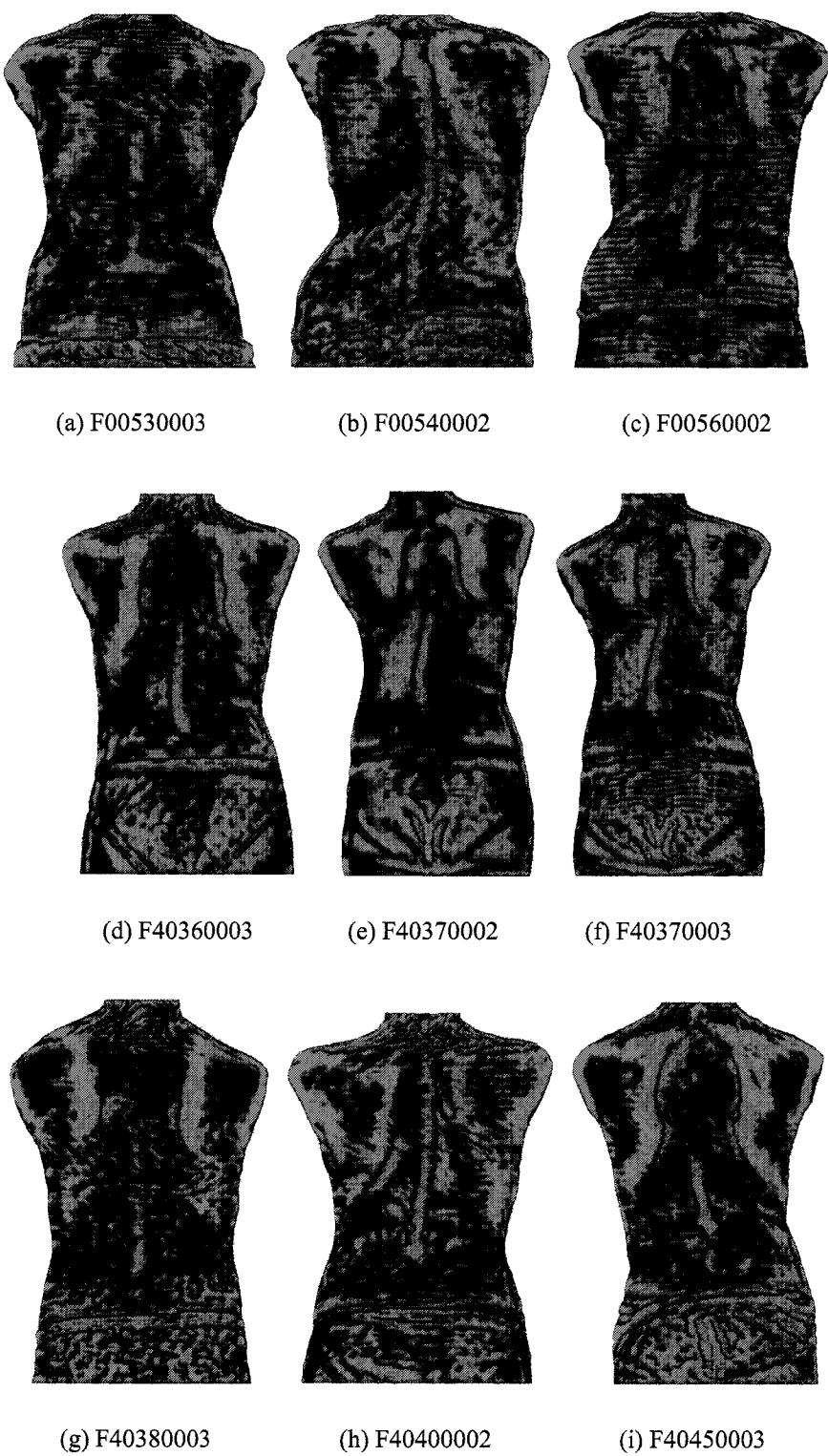


Figure III.19 Vue de dos de la courbure moyenne (suite)



Figure III.20 Vue de dos de la courbure moyenne (suite)

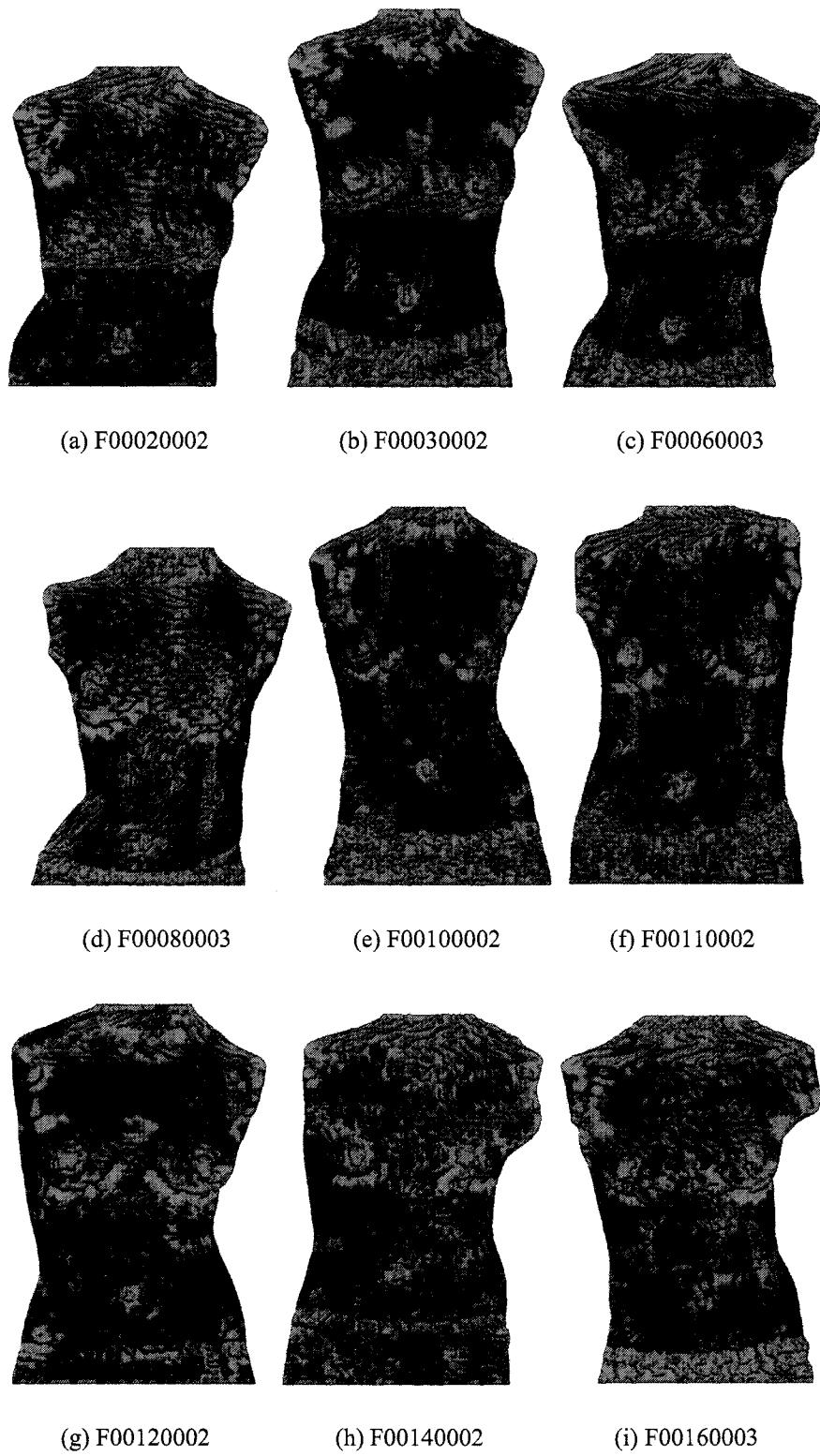


Figure III.21 Vue de face de la courbure gaussienne

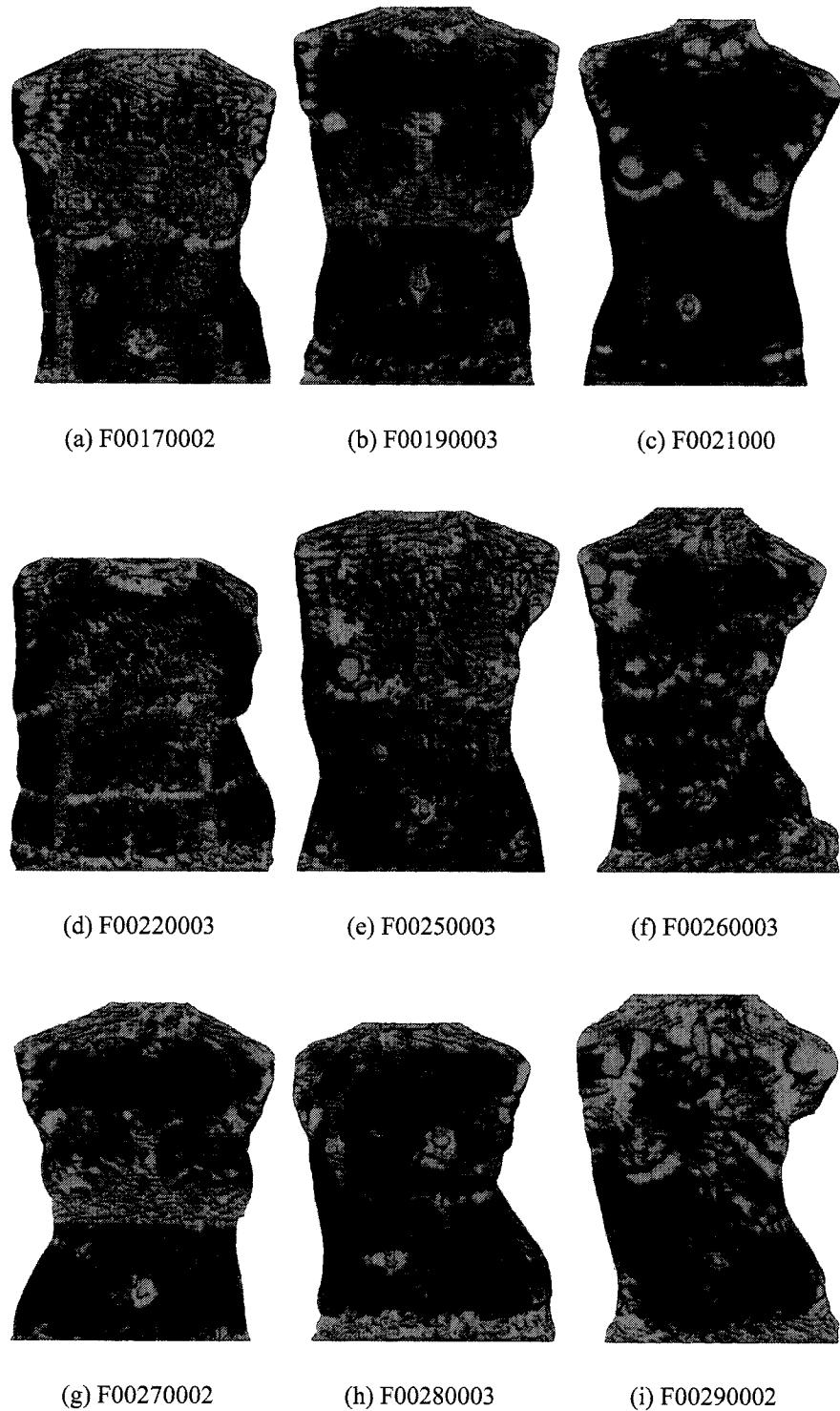


Figure III.22 Vue de face de la courbure gaussienne (suite)

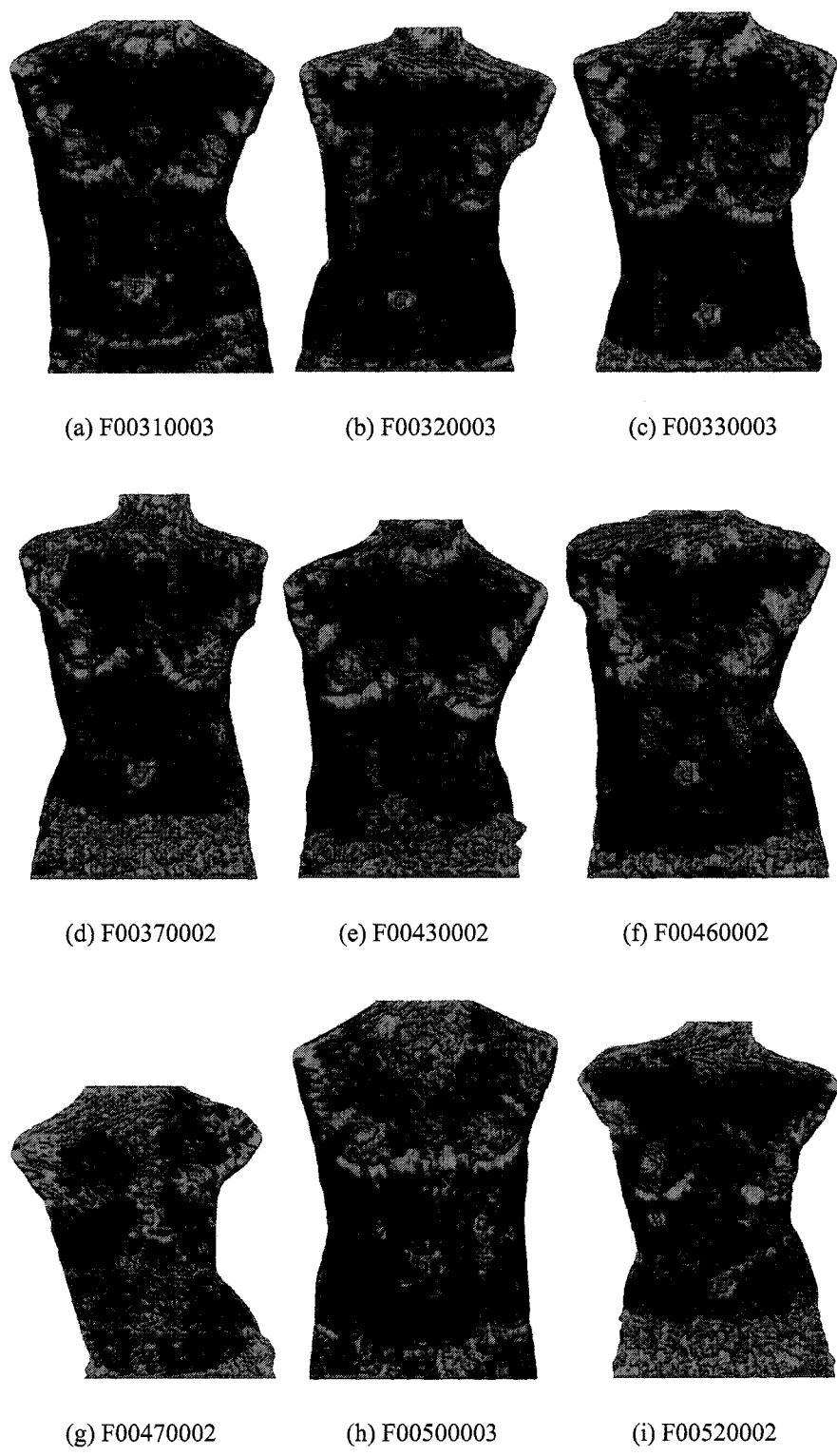


Figure III.23 Vue de face de la courbure gaussienne (suite)



Figure III.24 Vue de face de la courbure gaussienne (suite)

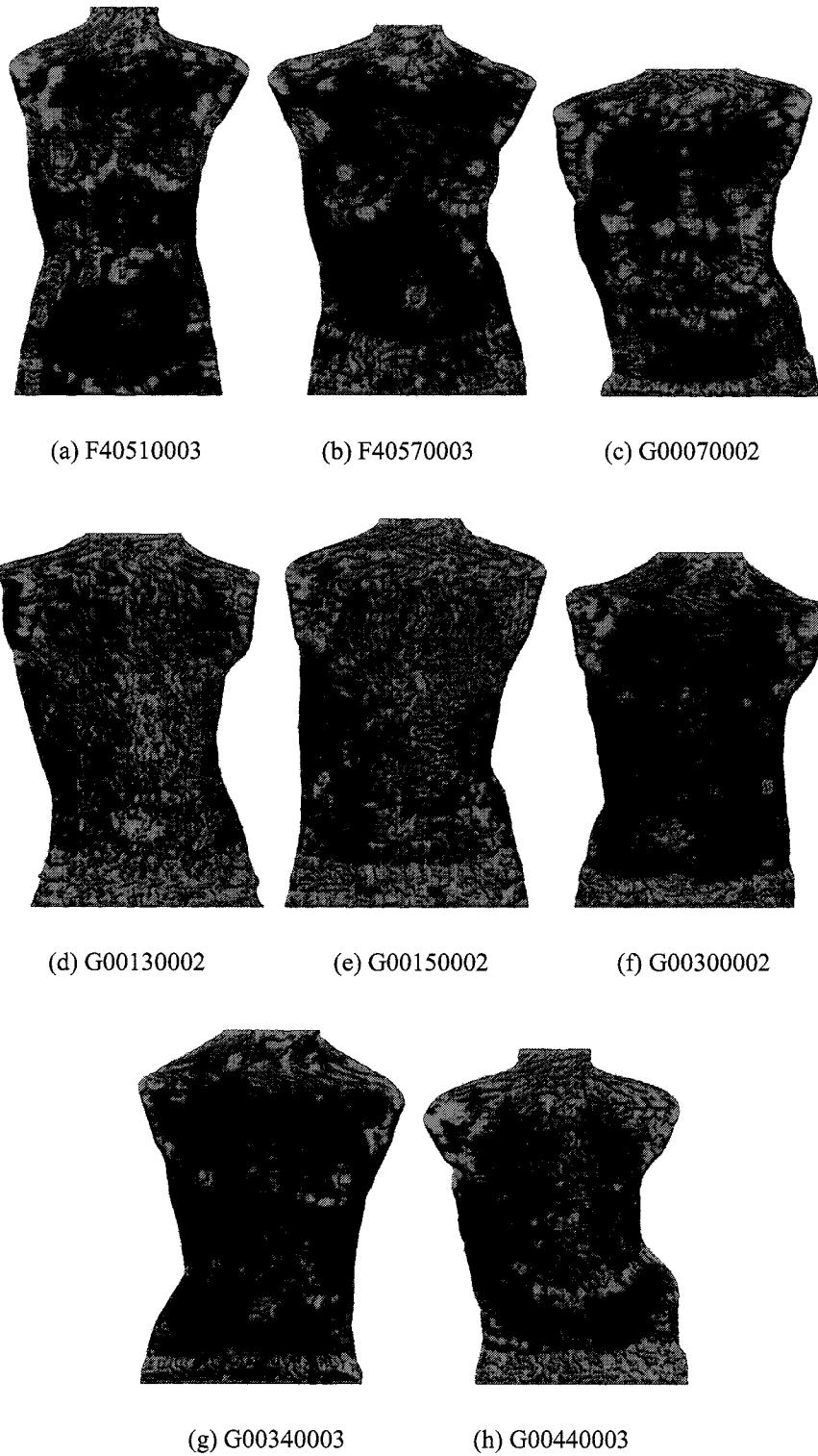


Figure III.25 Vue de face de la courbure gaussienne (suite)

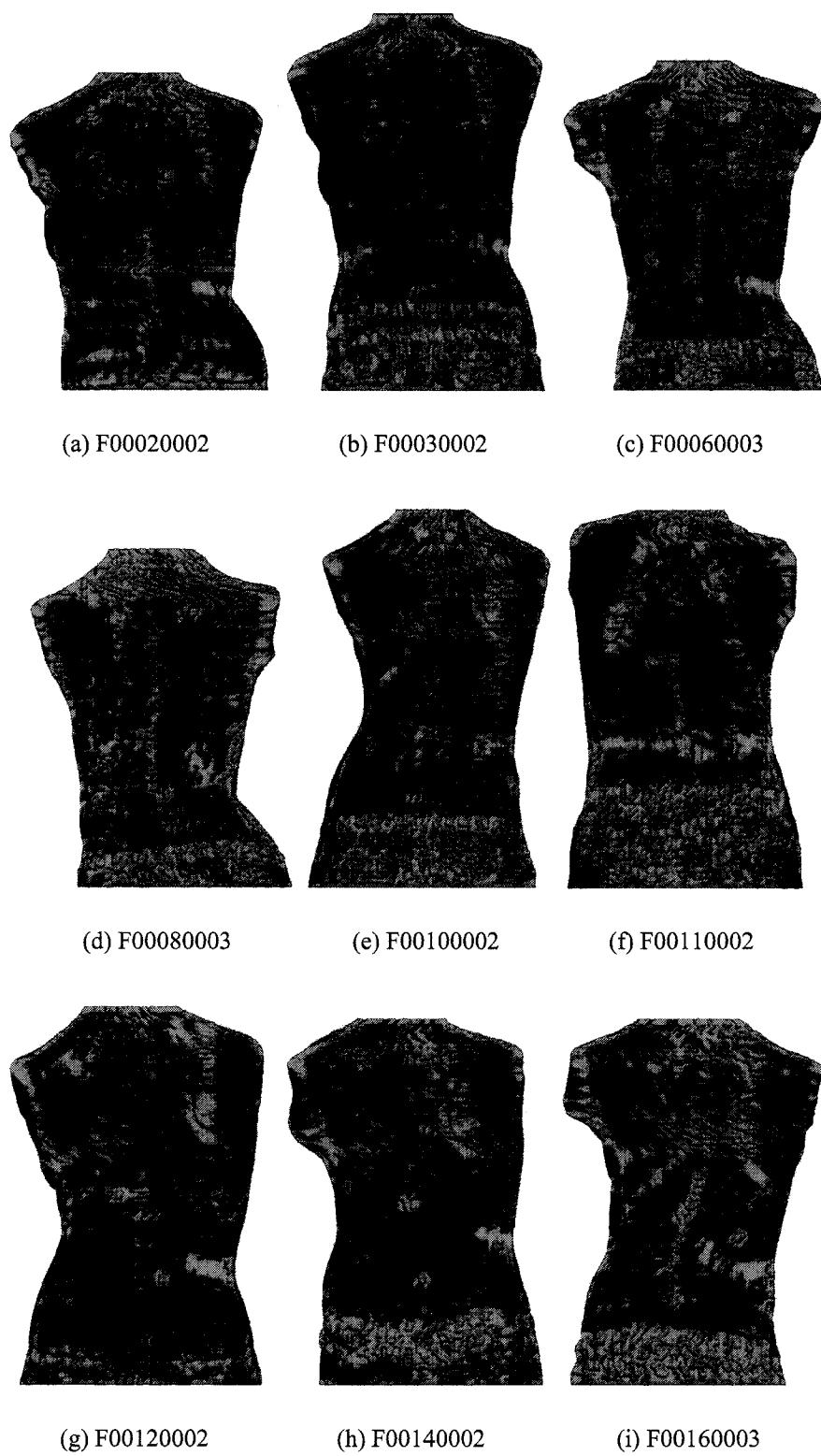


Figure III.26 Vue de dos de la courbure gaussienne

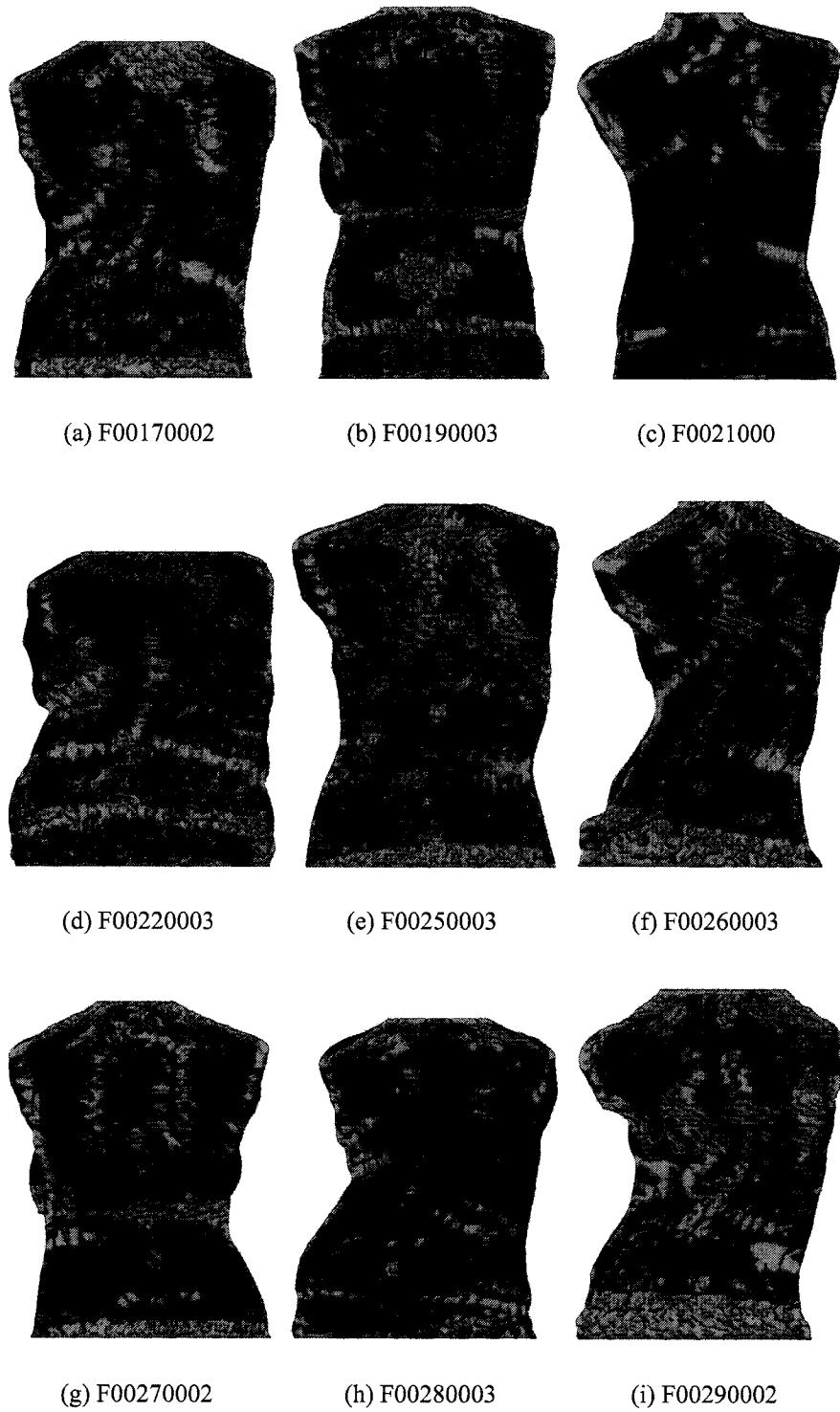


Figure III.27 Vue de dos de la courbure gaussienne (suite)

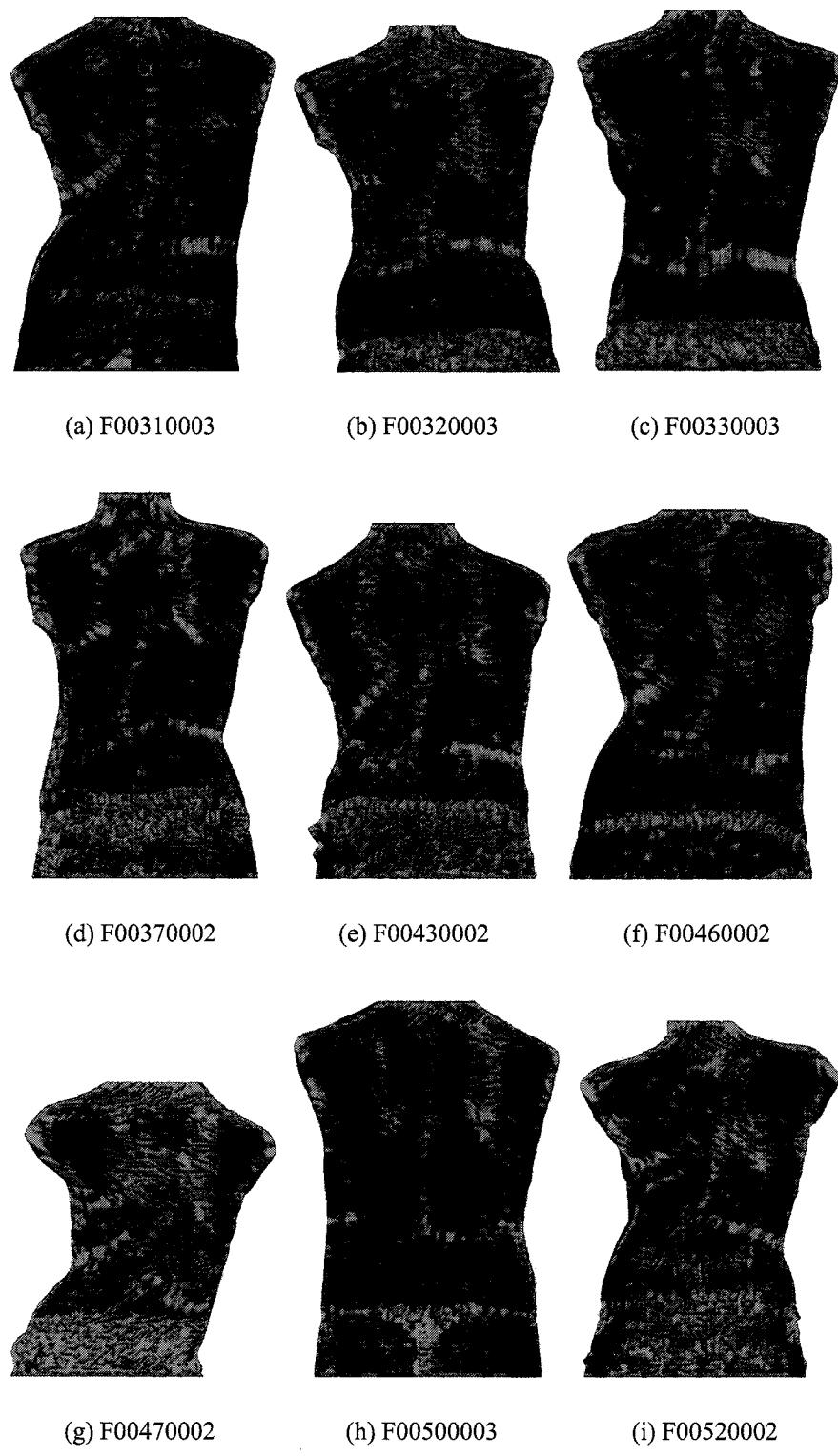


Figure III.28 Vue de dos de la courbure gaussienne (suite)



Figure III.29 Vue de dos de la courbure gaussienne (suite)



Figure III.30 Vue de dos de la courbure gaussienne (suite)

ANNEXE IV

RÉSULTATS DE L'IDENTIFICATION QUALITATIVE DE REPÈRES ANATOMIQUES

Tableau IV.1 Évaluation de l'identification de repères anatomiques avec la courbure moyenne

Acquisition	Vallée	Proéminence vertébrale	EIPS	Bord médial des omoplates	Sacrum	Fourchette sternale	Clavicule	Nombril
F00020002	2	1	2	1	2	3	1	3
F00030002	1	1	1	1	1	3	3	3
F00060003	3	1	1	2	1	2	1	3
F00080003	3	1	1	1	1	1	1	3
F00100002	2	1	1	3	1	2	1	3
F00110002	3	1	1	2	1	2	1	3
F00120002	1	1	1	2	1	3	3	3
F00140002	1	1	2	2	1	2	3	3
F00160003	3	1	1	3	1	2	2	3
F00170002	2	1	3	3	1	1	1	3
F00190003	2	1	1	2	1	2	2	3
F00210002	3	3	1	3	1	3	3	3
F00220003	2	1	1	1	1	1	1	1
F00250003	2	1	1	2	1	3	1	3
F00260003	3	1	1	2	1	2	1	2
F00270002	2	1	3	3	1	1	1	3
F00280003	2	1	1	2	1	1	1	3
F00290002	2	1	3	1	1	3	2	2
F00310003	3	1	1	1	2	2	3	3
F00320003	2	1	2	2	1	1	2	3
F00330003	3	1	2	2	1	3	3	3
F00370002	3	1	1	3	1	3	3	3
F00430002	3	2	1	1	1	3	1	3
F00460002	3	1	3	1	1	1	1	3
F00470002	1	1	1	3	1	1	1	2
F00500003	3	1	3	3	3	2	2	2
F00520002	2	1	1	3	1	3	3	2
F00530003	2	1	3	1	3	3	3	3
F00540002	3	1	1	2	1	3	3	2
F00560002	2	1	3	3	1	3	3	3
F40360003	2	1	2	3	3	2	1	2
F40370002	3	3	1	3	1	3	3	3
F40370003	3	1	1	3	1	3	3	3
F40380003	2	1	2	3	1	2	2	2
F40400002	3	1	2	2	1	2	1	3
F40450003	2	2	1	3	1	2	2	2
F40510003	3	2	2	2	2	3	3	2
F40570003	2	2	1	2	1	3	3	3
G00070002	2	1	1	1	1	3	3	2
G00130002	3	1	1	2	1	1	2	2
G00150002	3	3	1	2	1	2	1	3
G00300002	3	2	1	1	1	1	1	3
G00340003	3	1	3	1	1	2	2	1
G00440003	3	1	2	3	1	1	1	1

Tableau IV.2 Évaluation de l'identification de repères anatomiques avec la courbure gaussienne