POLYPUBLIE
Polytechnique Montréal

POLYTECHNIQUE MONTRÉAL
UNIVERSITÉ D'INGÉNIERIE

Titre: Title:	Généralisation d'une loi de comportement pour les roches élastiques transversales isotropes non linéaires
Auteur: Author:	Gustavo Gomes Gonzaga
Date:	2004
Type:	Mémoire ou thèse / Dissertation or Thesis
Référence: Citation:	Gomes Gonzaga, G. (2004). Généralisation d'une loi de comportement pour les roches élastiques transversales isotropes non linéaires [Thèse de doctorat, École Polytechnique de Montréal]. PolyPublie. https://publications.polymtl.ca/7278/

Document en libre accès dans PolyPublie
Open Access document in PolyPublie

URL de PolyPublie: PolyPublie URL:	https://publications.polymtl.ca/7278/
Directeurs de recherche: Advisors:	Robert Corthésy, & Maria-Helena Leite
Programme: Program:	Non spécifié

Ce fichier a été téléchargé à partir de PolyPublie, le dépôt institutionnel de Polytechnique Montréal
This file has been downloaded from PolyPublie, the institutional repository of Polytechnique Montréal

https://publications.polymtl.ca

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

GÉNÉRALISATION D'UNE LOI DE COMPORTEMENT POUR LES ROCHES ÉLASTIQUES TRANSVERSALES ISOTROPES NON LINÉAIRES

GUSTAVO GOMES GONZAGA
DÉPARTEMENT DE GÉNIES CIVIL, GÉOLOGIQUE ET DES MINES
ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

THÈSE PRÉSENTÉE EN VUE DE L'OBTENTION DU DIPLÔME DE
PHILOSOPHIAE DOCTOR (Ph.D.)
(GÉNIE MINÉRAL)
AVRIL 2004

© Gustavo Gomes Gonzaga, 2004

National Library of Canada
Bibliothèque nationale du Canada

Acquisitions and Bibliographic Services
Acquisisitons et services bibliographiques

395 Wellington Street
Ottawa ON K1A 0N4
Canada

395, rue Wellington
Ottawa ON K1A 0N4
Canada

Your file Votre référence
ISBN: 0-612-92156-5
Our file Notre référence
ISBN: 0-612-92156-5

The author has granted a non-exclusive licence allowing the National Library of Canada to reproduce, loan, distribute or sell copies of this thesis in microform, paper or electronic formats.

L'auteur a accordé une licence non exclusive permettant à la Bibliothèque nationale du Canada de reproduire, prêter, distribuer ou vendre des copies de cette thèse sous la forme de microfiche/film, de reproduction sur papier ou sur format électronique.

The author retains ownership of the copyright in this thesis. Neither the thesis nor substantial extracts from it may be printed or otherwise reproduced without the author's permission.

L'auteur conserve la propriété du droit d'auteur qui protège cette thèse. Ni la thèse ni des extraits substantiels de celle-ci ne doivent être imprimés ou aturement reproduits sans son autorisation.

In compliance with the Canadian Privacy Act some supporting forms may have been removed from this dissertation.

Conformément à la loi canadienne sur la protection de la vie privée, quelques formulaires secondaires ont été enlevés de ce manuscrit.

While these forms may be included in the document page count, their removal does not represent any loss of content from the dissertation.

Bien que ces formulaires aient inclus dans la pagination, il n'y aura aucun contenu manquant.

Canada

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

Cette thèse intitulée :

GÉNÉRALISATION D'UNE LOI DE COMPORTEMENT POUR LES ROCHES ÉLASTIQUES TRANSVERSALES ISOTROPES NON LINÉAIRES

présentée par : GOMES GONZAGA Gustavo
en vue de l'obtention du diplôme de : Philosophiae Doctor
a été dûment acceptée par le jury d'examen constitué de :

M. SOULIÉ Michel, Ph.D., président
M. CORTHÉSY Robert, Ph.D., membre et directeur de recherche
Mme LEITE Maria Helena , P.h.D., membre et codirectrice de recherche
M. GILL Denis E., Ph.D, membre
M. HADJIGEORGIOU John, Ph.D, membre

"As montanhas saem da frente,
por puro respeito, mas elas saem da frente."
Guilherme Gonzaga (em um bar de Goiás), 1992

REMERCIEMENTS

L'auteur remercie sincèrement tous ceux qui ont contribué de forme directe et indirecte à la réalisation de ce travail, tout particulièrement mes directeurs de recherche Mme Leite et M. Corthésy pour l'orientation technique éclaircie, le support financier accordé et surtout leur amitié.

Je remercie beaucoup Mme De Gagné et M. D'aoust pour m'avoir fait découvrir la beauté du Québec et de la langue française, et M. Ducharme pour le support technique impeccable sans lequel je serais aujourd'hui encore en train de bricoler avec la cellule triaxiale.

Je dois aussi un gros merci à ma mère pour ses mots d'encouragement et pour son exemple de courage et détermination dans la vie, et enfin, je remercie de tout mon cœur Claudia et Julia pour avoir embarqué à mon côté dans cette grande et magnifique aventure que c'est la vie. Merci.

RÉSUMÉ

Afin de généraliser un modèle de comportement élastique non linéaire transversal isotrope pour les roches, des essais de compression hydrostatique et non hydrostatique avec mesure de déformation sur des éprouvettes de granite de la formation Lac du Bonnet près de Pinawa, Manitoba et le granite Barre provenant de l'état du Vermont aux É-U, ont été réalisés. Le modèle généralisé est une extension du modèle de Corthésy et al. (1993) basé sur les composantes fondamentales de déformation de premier et de deuxième ordre des matériaux à savoir les changements de forme et de volume.

La généralisation théorique du modèle a permis d'établir une procédure simple pour déterminer l'orientation des axes d'anisotropie et les constantes élastiques d'un corps à symétrie transversale isotrope ainsi que les paramètres des fonctions qui caractérisent le comportement non linéaire transversal isotrope des roches à partir d'un seul échantillon de roche, même si l'orientation des axes d'anisotropie n'est pas connue à priori. Cette procédure fait appel à un essai de compression hydrostatique et un essai de compression non hydrostatique tel qu'un essai de compression uniaxial où les déformations sont mesurées à l'aide de trois rosettes à trois jauges disposés autour d'une éprouvette de roche cylindrique.

Les trois granites testés ont présenté un comportement anisotrope élastique non linéaire typique des roches dures qui possèdent un réseau préalable de micro-fissures ouvertes, où le degré de non-linéarité et d'anisotropie sont directement proportionnels à la quantité de micro-fissures ouvertes. De plus, les essais en laboratoire ont démontré que la variation de volume de deuxième ordre et la variation de forme de premier ordre dépendent de la contrainte de confinement appliquée. Cette dernière observation indique l'existence d'un terme reliant la variation de forme de 1er ordre à la contrainte moyenne et la variation de volume de 2ème ordre à la contrainte déviatorique. Cependant la nature et la forme de cette interdépendance restent encore à déterminer.

Afin de vérifier l'adéquation du modèle non linéaire transversal isotrope, celui-ci a été comparé aux résultats expérimentaux des essais au laboratoire sur les trois granites testés selon deux cheminements de contraintes différents. Malgré la dépendance des composantes fondamentales de déformation de premier et de deuxième ordre, il a été observé que le modèle proposé s'ajuste mieux aux données expérimentales que les modèles linéaire transversal isotrope et linéaire isotrope traditionnellement, utilisés pour modéliser le comportement des roches cristallines dures.

ABSTRACT

In order to generalize an elastic non linear transversal isotropic constitutive model, hydrostatic and non hydrostatic compression tests with strain measurements were done on samples of Lac du Bonnet granites from Pinawa, Manitoba and Barre granite from Vermont, USA. The model is an extension of Corthésy's model (Corthésy et al. 1993) based on the first and second order fundamental components of deformability of materials, those being shape and volume changes.

The model theoretical generalization lead to a simple procedure to determine the orientation of the anisotropy axes and the elastic constants of transversely isotropic rocks, as well as the parameters that characterize the non-linear transversal isotropic behavior of rocks from one single rock sample. This procedure includes a hydrostatic test and a non-hydrostatic compression test, as the uniaxal compression test for example. The strains are measured by three rosettes with three strain gages bonded on the side of a cylindrical rock specimen.

The granites tested showed anisotropic non-linear elastic behavior typically found in hard rocks with network of pre-existing open micro-cracks. The laboratory tests also showed that the degree of non-linearity and anisotropy are proportional to the percentage of open micro-cracks and that the second order volume variation and the first order shape variation are functions of confining stress. This last observation points to the existence of a term relating the mean stress to the first order shape variation and the deviatoric stress to the second order volume variation, however the nature and form of this interdependences has yet to be establish.

In order to verify its conformity, the non-linear transversal isotropic model was compared to laboratory tests results for two different stress paths. Despite the interdependence of the first and second order fundamental components of deformability, it is shown by the tests results that the proposed model predicts the experimental results

better than the traditional linear isotropic and linear transversal isotropic models used with hard crystalline rocks.

TABLE DES MATIÈRES

REMERCIEMENTS V

RÉSUMÉ VI

ABSTRACT VIII

TABLE DES MATIÈRES X

LISTE DES ANNEXES XV

LISTE DES TABLEAUX XVI

LISTE DES FIGURES XIX

LISTE DES SYMBOLES ET ABRÉVIATIONS XXXIV

CHAPITRE I : INTRODUCTION 1

CHAPITRE II : LE COMPORTEMENT MÉCANIQUE DES ROCHES EN LABORATOIRE 4

2.1 Généralités 4

2.2 La théorie de l'élasticité 7

2.2.1 La symétrie élastique 10

2.2.1.1 Trois plans de symétrie élastique, orthotropie 12

2.2.1.2 Isotropie transversale 14

2.2.1.3 Symétrie sphérique, isotropie 16
2.2.2 Les limites des constantes élastiques 16
2.3 La relation contrainte-déformation typique des roches fragiles 19
2.4 La non-linéarité 29
2.4.1 Les micro-fissures 30
2.4.2 L'influence de la granulométrie et de la composition des roches sur le comportement non linéaire 31
2.4.3 Les paramètres élastiques de Hooke et le comportement non linéaire 36
2.5 L'anisotropie de déformation 42
2.6 Considérations finales 50

CHAPITRE III : REVUE DES MODÈLES DE COMPORTEMENT NON LINÉAIRE ÉLASTIQUE 53
3.1 Généralités 53
3.2 L'approche empirique 55
3.2.1 Le modèle empirique de Duncan et Chang (1970) 55
3.2.2 Le modèle non-linéaire anisotrope de Cazacu et al. (1996) 61
3.3 L'approche phénoménologique et semi-empirique 64
3.3.1 Les modèles micro-structuraux 64
3.3.1.1 Les modèles « Dilute Cracks » 65
3.3.1.1.1 Le modèle non-linéaire isotrope de Walsh (1965a-c) 65
3.3.1.1.2 Le modèle non-linéaire isotrope de Brady (1969a-b, 1970 et 1973) 70
3.3.1.2 Les modèles « Self Consistent » 77
3.3.1.3 Les modèles « Sliding Cracks » 83
3.3.1.3.1 Le modèle non-linéaire isotrope de Li et Nordlund (1993) 84
3.3.2 Les modèles Quasi-linéaires 92
3.3.2.1 Le modèle de Gonano et Sharp (1983) 93
3.3.3 Les modèles hyperélastiques 97

3.3.3.1 Le modèle de Cauchy 98
3.3.3.2 Le modèle de Green 102
3.3.4 Les modèles basés sur les composantes fondamentales du comportement des corps déformables 105
3.3.4.1 Le modèle de Leeman et Denkhaus (1969) 109
3.3.4.2 Le modèle non linéaire transversal isotrope de Corthésy et collaborateurs (1993) 110
3.4 Considérations finales 117

CHAPITRE IV : GÉNÉRALISATION DU MODÈLE ÉLASTIQUE ANISOTROPE NON LINÉAIRE 120
4.1. Généralités 120
4.2. Cas transversal isotrope 121
4.2.1 Variation de volume de 1er ordre 122
4.2.2 Variation de forme de 2ème ordre 123
4.2.3 Variation de volume de 2ème ordre 125
4.2.4 4Variation de forme de 1er ordre 126
4.2.5 Déformations de cisaillement 128
4.3. Cas orthotrope 129
4.3.1 Variation de volume de 1er ordre 129
4.3.2 Variation de forme de 2ème ordre 131
4.3.3 Variation de volume de 2ème ordre 132
4.3.4 Variation de forme de 1er ordre 133
4.3.5 Déformations de cisaillement 134
4.4. Cas isotrope 135
4.5 Détermination des paramètres de déformabilité de roches au laboratoire 140
4.5.1 Nouvelle méthodologie pour la détermination de paramètres élastique de roches à symétrie transversale isotrope 146
4.5.2 Cas linéaire élastique transversal isotrope 147

4.5.2.1 Conditions limites pour la détermination des constantes élastiques 149
4.5.3 Cas non linéaire élastique transversal isotrope 153
4.5.4 Détermination du tenseur de déformation dans le système d'orientation des axes d'anisotropie 155

CHAPITRE V : ESSAIS AU LABORATOIRE ET TRAITEMENT DES DONNÉES 160
5.1 Généralités 160
5.2 Les roches analysées 161
5.2.1 Les granites de la formation Lac du Bonnet 161
5.2.2 Le granite Barre 166
5.3 Conduite des essais et préparation des éprouvettes 169
5.4 Procédure d'estimation des paramètres 175
5.4.1 Procédure de régression 178
5.4.2 Identification des paramètres 180
5.4.2.1 Cas linéaire transversal isotrope 181
5.4.2.2 Cas non linéaire transversal isotrope 182
5.4.3 Analyse des résidus 185
5.4.4 Interprétation des estimés 186

CHAPITRE VI : ANALYSE ET DISCUSSION DES RÉSULTATS 188
6.1 Généralités 188
6.2 Les caractéristiques anisotropes et non linéaires des granites testés 189
6.2.1 La non-linéarité 192
6.2.2 L'anisotropie 194
6.2.2.1 Granite Barre 195
6.2.2.2 Granite Gris 202
6.2.2.3 Granite Rose 207

6.3 Les fonctions de variation de forme et de volume de 1er et de 2ème ordre..... 214
6.3.1 Variation de volume de 1er ordre..... 214
6.3.2 Variation de forme de 2ème ordre..... 221
6.3.3 Variation de volume de 2ème ordre 226
6.3.4 Variation de forme de 1er ordre 238
6.3.5 Les déformations de cisaillement..... 247
6.3.6 La qualité des paramètres estimés..... 254
6.4 La comparaison du modèle non linéaire transversal isotrope avec les résultats expérimentaux 256

CHAPITRE VII : CONCLUSIONS ET RECOMMANDATIONS..... 278

LISTE DE RÉFÉRENCES..... 283

LISTE DES ANNEXES

Annexe I : Traitement des données 299

Annexe II : Énoncés des programmes Matlab 306

Annexe III : Orientation des axes d'anisotropie 319

Annexe IV : Déduction de la matrice de sensibilité χ 323

Annexe V : Comparaison des résultats expérimentaux avec les modèles non linéaire transversal isotrope, linéaire transversal isotrope et transversal isotrope 327

LISTE DES TABLEAUX

Tableau 2.2 - Description physique et modale des roches testées par Brace (1965a). Abréviations : *qu* - quartz ; *or* - orthoclase ; *mi* - microcline ; *an* - plagioclase avec contenu d'anorthite ; *au* - série augite-hypersthène ; η - porosité ; D - diamètre moyen des grains. Tableau 2.1 - Le phénomène d'échelle en mécanique des roches (Gill, 1996). 32

Tableau 3.1 - Quelques relations empiriques basées sur la variation du module de Young en fonction de la contrainte principale mineure. 60

Tableau 4.1 - Évolution de la somme des déviateurs de déformation par rapport au degré de non-linéarité. b - constante adimensionnelle de non-linéarité de l'équation $\varepsilon = m\sigma + b\left(1 - e^{-a\sigma}\right)$, où $b = 413$ dans l'équation 4.67a et $b = 507$ dans les équations 4.67b-d. 140

Tableau 4.2 - Cosinus directeurs entre le système de référence d'anisotropie *XYZ* et le système de référence du laboratoire *x'y'z'*. 150

Tableau 4.3 - Les cosinus directeurs ; $l_{11} = \cos(x^*, x')$, $l_{12} = \cos(x^*, y')$,..... ....., $l_{32} = \cos(z^*, y')$, $l_{33} = \cos(z^*, z')$..... 157

Tableau 5.1 - Propriétés mécaniques des granites Rose et Gris de la formation Lac du Bonnet, Manitoba. Les valeurs entre parenthèses représentent la valeur moyenne (adapté de Martin et Christiansson, 1991a). 163

Tableau 5.2 - Propriétés mécaniques du granite Barre (adapté de Douglass et Voight, 1969)..... 168

Tableau 5.3 - Identification et caractéristiques physiques des échantillons cylindriques. 170

Tableau 5.4 - Nomenclature de classification des essais, où x = B pour granite Barre; x = G pour Granite Gris et x = R pour Granite Rose..... 174

Tableau 6.1 - Porosité due aux micro-fissures. Les valeurs de η_c des granites Westerly et Stone Mountain proviennent de Brace (1965a)..... 193

Tableau 6.2 - Orientation des axes d'anisotropie des granites Barre, Gris et Rose, obtenues à partir des essais HGB_INI, HGG_INI et HGR_INI..... 196

Tableau 6.3 - Granite Barre, valeurs de compressibilité linéaire et volumique tangente ainsi que les rapports d'anisotropie mesurés lors de l'essai HGB_INI; $R_a = \left(K^I - K^{III}\right) / \sqrt[3]{K^I K^{II} K^{III}}$ 199

Tableau 6.4 - Granite Gris, valeurs de compressibilité linéaire et volumique tangente ainsi que les rapports d'anisotropie mesurés lors de l'essai HGG_INI; $R_a = \left(K^I - K^{III}\right) / \sqrt[3]{K^I K^{II} K^{III}}$ 205

Tableau 6.5 - Granite Rose, valeurs de compressibilité linéaire et volumique tangente ainsi que les rapports d'anisotropie mesurées lors de l'essai HGR_INI; $R_a = \left(K^I - K^{III}\right) / \sqrt[3]{K^I K^{II} K^{III}}$ 213

Tableau 6.6 - Granite Barre. Paramètres des fonctions de complaisance linéaire perpendiculaire et parallèle au plan d'isotropie..... 215

Tableau 6.7 - Granite Gris. Paramètres des fonctions de complaisance linéaire perpendiculaire et parallèle au plan d'isotropie..... 215

Tableau 6.8 - Granite Rose. Paramètres des fonctions de complaisance linéaire perpendiculaire et parallèle au plan d'isotropie..... 216

Tableau 6.9 - Granite Barre. Paramètres des fonctions de variation de forme de 2ème ordre sur le plan d'isotropie et perpendiculaire au plan d'isotropie.. 225

Tableau 6.10 - Granite Gris. Paramètres des fonctions de variation de forme de 2ème ordre sur le plan d'isotropie et perpendiculaire au plan d'isotropie.. 225

Tableau 6.11 - Granite Rose. Paramètres des fonctions de variation de forme de 2ème ordre sur le plan d'isotropie et perpendiculaire au plan d'isotropie.. 226

Tableau 6.12 - Granite Barre. Paramètres de la fonction de variation de volume de 2ème ordre. 237

Tableau 6.13 - Granite Gris. Paramètres de la fonction de variation de volume de 2ème ordre. 237

Tableau 6.14 - Granite Rose. Paramètres de la fonction de variation de volume de 2ème ordre. 238

Tableau 6.15 - Granite Rose. Module de variation de forme de 1er ordre en fonction du niveau de contrainte de confinement appliqué. 242

Tableau 6.16 - Granite Barre. Paramètres des fonctions des variations de forme de 1er ordre selon les directions parallèle et perpendiculaire au plan d'isotropie. 245

Tableau 6.17 - Granite Gris. Paramètres des fonctions des variations de forme de 1er ordre selon les directions parallèle et perpendiculaire au plan d'isotropie. 246

Tableau 6.18 - Granite Rose. Paramètres des fonctions des variations de forme de 1er ordre selon les directions parallèle et perpendiculaire au plan d'isotropie. 246

Tableau 6.19 - Granite Barre. Paramètres des fonctions de déformation en cisaillement. 250

Tableau 6.20 - Granite Gris. Paramètres des fonctions de déformation en cisaillement. 250

Tableau 6.21 - Granite Rose. Paramètres des fonctions de déformation en cisaillement. 250

Tableau 6.22 - Coefficients de corrélation des paramètres de l'équation 5.8. 255

Tableau 6.23 - Constantes élastiques des granites Barre, Gris et Rose en considérant les roches comme étant linéaire isotrope et linéaire transversal isotrope. L'indice // correspond aux propriétés sur le plan d'isotropie et l'indice ⊥ à celles sur les plans perpendiculaires au plan d'isotropie. 258

Tableau A.I.1 - Cosinus directeurs entre le système de référence du laboratoire et le système de référence de la rosette cIII. 303

LISTE DES FIGURES

Figure 2.1 - Plan de symétrie montrant des points homologues situés de chaque coté du plan (Gay, 1958). 11

Figure 2.2 - Constantes élastiques du matériau orthotrope où $E_1 = E_X$, $E_2 = E_Z$, $E_3 = E_Y$, $\nu_1 = \nu_{XY}$, $\nu_2 = \nu_{ZX}$, $\nu_3 = \nu_{YZ}$, $G_1 = G_{XY}$, $G_2 = G_{ZY}$ et $G_3 = G_{ZX}$ (Wittke,1990; adapté par Basque, 2000)..... 13

Figure 2.3 - Constantes élastiques du matériau transversal isotrope. L'indice 1 correspond aux propriétés sur le plan d'isotropie et l'indice 2 à celles sur les plans perpendiculaires au plan d'isotropie (Wittke,1990; adapté par Basque, 2000). 15

Figure 2.4 - Limites des constantes élastiques d'un corps transversal isotrope (Pickering, 1970; adapté par Amadei,1983). 18

Figure 2.5 - Les courbes contrainte-déformation axiale, transversale et volumique typiques des roches dures jusqu'à la rupture, ainsi que les mécanismes de rupture fragile en compression uniaxiale; C est la demi-longueur d'une micro-fissure et Co est la demi-longueur originale (adapté de Bieniawski, 1967). 22

Figure 2.6 - Déformations axiale et transversale mesurées lors de l'essai de compression uniaxiale réalisé sur le granite Gris. 23

Figure 2.7 - Déformations axiale et transversale mesurées lors de l'essai de compression triaxiale à 41,37 MPa (6000 psi) de pression de confinement réalisé sur le granite Gris. 23

Figure 2.8 - Contrainte axiale versus déformation volumique mesurée lors de l'essai de compression uniaxiale réalisé sur le granite Gris. 24

Figure 2.9 - Contrainte hydrostatique versus le module complaisance volumique. D'après les données de Brace (1965a). 33

Figure 2.10 - Différence relative entre la vitesse d'ondes de compression (R) à zéro (V_o) et à 1 GPa (10 kilobars; V_{10}) de pression de confinement, versus la densité des roches ignées classées selon leur contenu en quartz (Nur et Simmons, 1970). 35

Figure 2.11 - Variation du module de Young tangent pendant un cycle de chargement, déchargement, et rechargement (Li et al., 1998 et Li et Nordlund, 1995)..... 36

Figure 2.12 - Variation du coefficient de Poisson tangent pendant un cycle de chargement, déchargement, et rechargement (Li et al., 1998). 40

Figure 2.13 - La variation du module de cisaillement (G) en fonction de la déformation circonférentielle pour une pression de confinement de 30 MPa (Ofoegbu et Curran, 1991). 41

Figure 2.14 - Des valeurs maximales du module de cisaillement (G_{max}) en fonction de la contrainte de confinement (Ofoegbu et Curran, 1991). 42

Figure 2.15 - Modèles structuraux des roches. (a) Symétrie axiale. (b) Symétrie orthotrope. (c) Symétrie monoclinique (adapté de Masure, 1970)..... 44

Figure 2.16 - Variation du module de Young en fonction de la variation de l'angle entre le plan d'isotropie et l'axe d'application de la contrainte axiale (β) (diatomite Montagne d'Andance; adapté de Allirot et Boehler, 1979)..... 46

Figure 2.17 - Variation du module de Young selon l'orientation du plan d'anisotropie, d'après les données de Loureiro Pinto (1970)..... 46

Figure 2.18 - Représentation schématique des déformations résultantes des essais de compression hydrostatique sur une diatomite stratifiée de comportement transversalement isotrope. (a) Section avant le chargement. (b) Section après le chargement (Kwasniewski, 1993, d'après les données d'Allirot et al. 1977)..... 50

Figure 3.1 - Représentation hyperbolique de la courbe contrainte-déformation (adapté de Duncan et al., 1980). 57

Figure 3.2 - Comparaison entre les résultats expérimentaux (points) et le modèle de Cazacu et al. (1996) (ligne continue). a) Essai de compression hydrostatique. b) Essais de compression triaxiale (5 MPa de pression de confinement). ε_1 représente la déformation axiale, ε_2 et ε_3 les déformations transversales et ε_v la déformation volumique (adapté de Cazacu et al. 1996). 63

Figure 3.3 - Distribution équiprobable des pores et des micro-fussures dans une roche. a) À zéro de pression de confinement, les pores et les micro-fissures sont ouverts. b) Avec l'augmentation de pression de confinement les micro-fissures se ferment mais les pores restent ouverts (Walsh et Brace, 1966). 65

Figure 3.4 - États de contraintes pour déterminer le module de déformation volumique d'un corps possédant une cavité de forme arbitraire d'après le théorème de réciprocité de Betti (Walsh et Brace 1966). a) La variation de pression dp est appliquée aux surfaces externes. b) La variation de pression dp_u est appliquée aux surfaces externes et internes..... 66

Figure 3.5 - Mesure de la porosité due aux micro-fissures à l'aide d'un essai de compression hydrostatique. k_S et k sont respectivement les modules de complaisance intrinsèque et effective, soit l'inverse de K et $\overline{K}$ (adapté de Walsh, 1993). 68

Figure 3.6 - Régions angulaires de fermeture et de glissement entre les faces des micro-fissures par rapport à l'orientation de la contrainte principale majeure (adapté de Brady, 1973)..... 71

Figure 3.7 - Relations angulaires et géométriques qui décrivent une micro-fissure (adapté de Brady, 1970)..... 72

Figure 3.8 - Comparaison entre les modules de complaisance volumique calculés à partir d'un essai de compression hydrostatique ($k_h = \varepsilon_v / \sigma_h$) et uniaxial ($k_u = 3 * \varepsilon_1 / \sigma_1$) pour une roche au comportement non linéaire anisotrope. Granite Barre..... 76

Figure 3.9 0 - Anisotropie induite selon le modèle de Horii et Nemat-Nasser (1983). a) Trois trajectoires de contraintes différentes et b) leurs relations contrainte-déformation. G représente le module de déformation de cisaillement (adapté de Horii et Nemat-Nasser, 1983)..... 82

Figure 3.10 - a) Mécanisme d'initiation d'une micro-fissure du type « wing-crack ». b) Mécanisme de propagation d'une micro-fissure du type « wing-crack » (Li et Nordlund, 1993). 83

Figure 3.11 - Caractéristiques géométriques et composantes cinétiques d'une micro-fissure ellipsoïdale sous un état de compression uniaxial (Li et Nordlund, 1993)..... 87

Figure 3.12 - Diagramme illustrant les intervalles dans lesquels les micro-fissures se rencontrent ouvertes ou fermées lors d'un chargement axial. La direction d'application de σ_1 coïncide avec l'axe $\theta = \pi/2$ (adapté de Li et Nordlund, 1993). 87

Figure 3.13 - Comparaison entre le comportement simulé par le modèle de Li et Nordlund (1993) et les résultats expérimentaux d'un essai de compression uniaxial réalisé sur le granite Kurru et le gneiss Malmberget. (adapté de Li et Nordlund, 1993). 92

Figure 3.14 - Méthodologie d'approche des modèles quasi-linéaires. La courbe non linéaire est divisée en une série de petits segments de comportement linéaire élastique qui obéissent habituellement à la loi généralisée de Hooke (adapté de Desai et Siriwardane, 1984) 93

Figure 3.15 - Détermination des paramètres de déformation élastique à partir de l'essai de compression biaxial (adapté de Gonano et Sharp, 1983). ... 95

Figure 3.16 - Exemple de la détermination de l'orientation du plan de symétrie. Modèle quasi-linéaire de Gonano et Sharp, 1983 (adapté de Nunes, 2002). 96

Figure 3.17 - Fonction d'énergie de déformation U_0 et fonction d'énergie complémentaire U_{co} (Desai et Siriwardane, 1984). 103

Figure 3.18 - Effet d'une compression hydrostatique sur des matériaux isotropes et anisotropes (Basque, 2000). 107

Figure 3.19 - Effet d'un cisaillement pur sur des matériaux isotropes et anisotropes (Basque, 2000). 108

Figure 3.20 - Corps transversal isotrope et axes de référence (adapté de Corthésy et al. 1993). 114

Figure 3.21 - Les déformations mesurées et calculées à l'aide du modèle non linéaire anisotrope de Corthésy et al. (1993) pour des essais de compression uniaxial réalisés sur le granite Barre (adapté de Corthésy et al., 1993) 116

Figure 4.1 - a) Ellipsoïde d'anisotropie généré à partir du module de Young tangent des 9 échantillons orientées. b) Système de référence des coordonnées et l'orientation des échantillons (adapté de Douglass et Voight, 1969). 143

Figure 4.2 - Exemple de distribution des jauges de déformation pour la détermination des propriétés élastiques d'une roche transversale isotrope classe B (adapté de Amadei, 1983)..... 145

Figure 4.3 - a) Orientation du système d'axes d'anisotropie *XYZ* par rapport au système de référence du laboratoire *x'y'z'*. b) Disposition des rosettes sur l'échantillon cylindrique et des jauges sur les rosettes. L'indice * fait référence à un système d'axes auxiliaire..... 146

Figure 4.4 - Orientation des axes d'anisotropie par rapport au système de référence du laboratoire pour $l_{z'X} = l_{z'Y} = 0$, $l_{z'Z} = 1$; cas I..... 151

Figure 4.5 - Orientation des axes d'anisotropie par rapport au système de référence du laboratoire pour $l_{z'X} = l_{z'Y} = \pm\frac{\sqrt{2}}{2}$, $l_{z'Z} = 0$; cas II.... 152

Figure 5.1 - Vue en plan et en section de la géologie générale du site du Laboratoire de Recherche Souterrain (URL) (adapté de Martin et Christiansson, 1991b)..... 162

Figure 5.2 - Comportement contrainte uniaxiale déformation volumique typique des granites Lac du Bonnet (adapté de Martin et Christiansson, 1991a-b)..... 164

Figure 5.3 - Variation du module de Young tangent avec la pression de confinement des granites du Lac du Bonnet (adapté de Martin et Christiansson, 1991a-b)..... 164

Figure 5.4 - Modules de Young sécant du granite Gris du niveau 240 m en compression uniaxiale et biaxiale (adapté de Martin et Christiansson, 1991a)..... 165

Figure 5.5 - Courbe contrainte déformation axiale typique du granite Barre; « rift » - le plan de clivage dont la résistance est la plus faible; « grain » - le deuxième plan le plus faible; « hardway » - plan perpendiculaire aux deux plans précédents; 100 bars = 10 MPa (adapté de Douglass et Voight 1969)..... 167

Figure 5.6 - Cheminement de contraintes de l'essai de type T_1 (cheminement 1). 172

Figure 5.7 - Cheminement de contraintes de l'essai de type T_2 (cheminement 2). 172

Figure 5.8 - Le problème d'estimation des paramètres (adapté de Beck et Arnold, 1977). 176

Figure 5.9 - La fonction objective dans espace deux dimensions (adapté de Finsterle, 1999). 180

Figure 5.10 - Effet des différents paramètres sur l'allure des courbes de la fonction $y = mx + b\left(1 - e^{-ax}\right)^c$ dans l'espace xy (adapté de Basque, 2000). ... 184

Figure 5.11 - Résidu, erreur de mesure et erreur de modèle (adapté de Finsterle, 1999). 185

Figure 6.1 - Données brutes de l'essai hydrostatique réalisé sur le granite Barre. Essai HGB_INI. 189

Figure 6.2 - Données brutes de l'essai hydrostatique réalisé sur le granite Gris. Essai HGG_INI. 190

Figure 6.3 - Données brutes de l'essai hydrostatique réalisé sur le granite Rose. Essai HGR_INI. 190

Figure 6.4 - Courbe contrainte hydrostatique versus déformation volumique. 191

Figure 6.5 - Détermination de la porosité due exclusivement aux micro-fissures, d'après Walsh (1965a). Essai hydrostatique granite Rose. 194

Figure 6.6 - Variation de l'orientation des axes d'anisotropie du Granite Barre. 196

Figure 6.7 - Granite Barre. Variation des rapports d'anisotropie R_a et K^I / K^{III} avec la contrainte hydrostatique. 200

Figure 6.8 - Granite Barre. Évolution des modules de compressibilité linéaire tangent K_X, K_Y *et* K_Z en fonction de la contrainte hydrostatique.. 200

Figure 6.9 - Déformations principales majeure, mineure et intermédiaire mesurées lors de l'essai de compression hydrostatique HGB_INI réalisé sur le granite Barre. La ligne noire représente la déformation moyenne sur le plan *XY*. 202

Figure 6.10 - Variation de l'orientation des axes d'anisotropie du Granite Gris. 203

Figure 6.11 - Déformations principales majeure, mineure et intermédiaire mesurées lors de l'essai de compression hydrostatique HGG_INI réalisé sur le granite Gris. La ligne noire représente la déformation moyenne sur le plan XY 204

Figure 6.12 - Granite Gris. Évolution des modules de compressibilité linéaire tangent K_X, K_Y *et* K_Z en fonction de la contrainte hydrostatique.. 206

Figure 6.13 - Granite Gris. Variation des rapports d'anisotropie R_a et K^I/K^{III} avec la contrainte hydrostatique. 207

Figure 6.14 - Variation de l'orientation des axes d'anisotropie du Granite Rose. 208

Figure 6.15 - Granite Rose. Évolution des modules de compressibilité linéaire tangent K_X, K_Y *et* K_Z en fonction de la contrainte hydrostatique, essai HGR_INI..... 209

Figure 6.16 - Granite Rose. Évolution des modules de compressibilité linéaire tangent K_X, K_Y *et* K_Z en fonction de la contrainte hydrostatique, essai HGR_46. 210

Figure 6.17 - Déformations principales majeure, mineure et intermédiaire mesurées lors de l'essai de compression hydrostatique HGR_INI réalisé sur le granite Rose. La ligne noire représente la déformation moyenne sur le plan XZ 212

Figure 6.18 - Variation des rapports d'anisotropie R_a et K^I/K_{III} avec la contrainte hydrostatique, granite Rose. 212

Figure 6.19 - Fonction de complaisance linéaire de 1er ordre perpendiculaire au plan d'isotropie. Granite Barre. 216

Figure 6.20 - Fonction de complaisance linéaire de 1er ordre parallèle au plan d'isotropie. Granite Barre. 217

Figure 6.21 - Variation de volume de 1er ordre. Granite Barre. 217

Figure 6.22 - Fonction de complaisance linéaire de 1er ordre perpendiculaire au plan d'isotropie. Granite Gris. 218

Figure 6.23 - Fonction de complaisance linéaire de 1er ordre parallèle au plan d'isotropie. Granite Gris. 218

Figure 6.24 - Variation de volume de 1er ordre. Granite Gris. 219

Figure 6.25 - Fonction de complaisance linéaire de 1er ordre parallèle au plan d'isotropie. Granite Rose. 219

Figure 6.26 - Fonction de complaisance linéaire de 1er ordre perpendiculaire au plan d'isotropie. Granite Rose. 220

Figure 6.27 - Variation de volume de 1er ordre. Granite Rose. 220

Figure 6.28 - Variation de forme de 2ème ordre perpendiculaire au plan d'isotropie. Granite Barre. 222

Figure 6.29 - Variation de forme de 2ème ordre sur le plan d'isotropie. Granite Barre. 222

Figure 6.30 - Variation de forme de 2ème ordre perpendiculaire au plan d'isotropie. Granite Gris. 223

Figure 6.31 - Variation de forme de 2ème ordre sur le plan d'isotropie. Granite Gris. 223

Figure 6.32 - Variation de forme de 2ème ordre perpendiculaire au plan d'isotropie. Granite Rose. 224

Figure 6.33 - Variation de forme de 2ème ordre sur le plan d'isotropie. Granite Rose. 224

Figure 6.34 - Granite Barre. Comportement de la variation de volume de 2ème ordre (ε_{m_2}) en fonction de la contrainte de confinement en supposant $\varepsilon_{m_2} = \frac{f_{k_Z}(S_Z) - f_{k_{//}}(S_Z)}{3}$. 228

Figure 6.35 - Granite Gris. Comportement de la variation de volume de 2ème ordre (ε_{m_2}) en fonction de la contrainte de confinement en supposant $\varepsilon_{m_2} = \frac{f_{k_Z}(S_Z) - f_{k_{//}}(S_Z)}{3}$. 229

Figure 6.36 - Granite Rose. Comportement de la variation de volume de 2ème ordre (ε_{m_2}) en fonction de la contrainte de confinement en supposant $\varepsilon_{m_2} = \frac{f_{k_Y}(S_Y) - f_{k_{//}}(S_Y)}{3}$ 230

Figure 6.37 - Granite Barre, essai de type T_1. Variation de volume total calculée à partir de la somme de la variation de volume de 1er et 2ème ordre en supposant cette dernière toujours négative. 232

Figure 6.38 - Granite Gris, essai de type T_1. Variation de volume total calculée à partir de la somme de la variation de volume de 1er et 2ème ordre en supposant cette dernière toujours négative. 233

Figure 6.39 - Granite Rose, essai de type T_1. Variation de volume total calculée à partir de la somme de la variation de volume de 1er et 2ème ordre en supposant cette dernière toujours négative. 234

Figure 6.40 - Granite Barre, variation de volume de 2ème ordre calculée à partir de la différence entre la variation de volume total mesurée et la variation de volume de 1er ordre estimée. 235

Figure 6.41 - Granite Gris, variation de volume de 2ème ordre calculée à partir de la différence entre la variation de volume total mesurée et la variation de volume de 1er ordre estimée. 235

Figure 6.42 - Granite Rose, variation de volume de 2ème ordre calculée à partir de la différence entre la variation de volume total mesurée et la variation de volume de 1er ordre estimée. 236

Figure 6.43 - Granite Barre, évolution de la variation de forme de 1er ordre perpendiculaire au plan d'isotropie en fonction de la contrainte déviatorique S_Z et de la contrainte de confinement. 239

Figure 6.44 - Granite Gris, évolution de la variation de forme de 1er ordre perpendiculaire au plan d'isotropie en fonction de la contrainte déviatorique S_Z et de la contrainte de confinement. 239

Figure 6.45 - Granite Rose, évolution de la variation de forme de 1er ordre perpendiculaire au plan d'isotropie en fonction de la contrainte déviatorique S_Y et de la contrainte de confinement 240

Figure 6.46 - Granite Barre, évolution de la fonction qui caractérise la différence entre les variations de forme de 1er ordre parallèle au plan d'isotropie et la différence entre les déviateurs de contraintes agissant sur le même plan en fonction de la contrainte de confinement. 243

Figure 6.47 - Granite Gris, évolution de la fonction qui caractérise la différence entre les variations de forme de 1er ordre parallèle au plan d'isotropie et la différence entre les déviateurs de contraintes agissant sur le même plan en fonction de la contrainte de confinement. 243

Figure 6.48 - Granite Rose, évolution de la fonction qui caractérise la différence entre les variations de forme de 1er ordre parallèle au plan d'isotropie et la différence entre les déviateurs de contraintes agissant sur le même plan en fonction de la contrainte de confinement. 244

Figure 6.49 - Granite Barre. Comportement contrainte-déformation de cisaillement en fonction de la contrainte de confinement appliquée. 251

Figure 6.50 - Granite Gris. Comportement contrainte-déformation de cisaillement en fonction de la contrainte de confinement appliquée. 252

Figure 6.51 - Granite rose. Comportement contrainte-déformation de cisaillement en fonction de la contrainte de confinement appliquée. 253

Figure 6.52 - Granite Barre, rosette I, cheminement 1 (essai T_1GB2000). 260

Figure 6.53 - Granite Barre, rosette II, cheminement 1 (essai T_1GB2000). 261

Figure 6.54 - Granite Barre, rosette III, cheminement 1 (essai T_1GB2000). 262

Figure 6.55 - Granite Gris, rosette I, cheminement 1 (essai T_1GG2000). 263

Figure 6.56 - Granite Gris, rosette II, cheminement 1 (essai T_1GG2000). 264

Figure 6.57 - Granite Gris, rosette III, cheminement 1 (essai T_1GG2000). 265

Figure 6.58 - Granite Rose, rosette I, cheminement 1 (essai T_1GR2000). 266

Figure 6.59 - Granite Rose, rosette II, cheminement 1 (essai T_1GR2000). 267

Figure 6.60 - Granite Rose, rosette III, cheminement 1 (essai T_1GR2000). 268

Figure 6.61 - Granite Barre, rosette I, cheminement 2 (essai T_2GB2000). 269

Figure 6.62 - Granite Barre, rosette II, cheminement 2 (essai T_2GB2000). 270

Figure 6.63 - Granite Barre, rosette III, cheminement 2 (essai T_2GB2000). 271

Figure 6.64 - Granite Gris, rosette I, cheminement 2 (essai T_2GG2000). 272

Figure 6.65 - Granite Gris, rosette II, cheminement 2 (essai T_2GG2000). 273

Figure 6.66 - Granite Gris, rosette III, cheminement 2 (essai T_2GG2000). 274

Figure 6.67 - Granite Rose, rosette I, cheminement 2 (essai T_2GG2000). 275

Figure 6.68 - Granite Rose, rosette II, cheminement 2 (essai T_2GG2000). 276

Figure 6.69 - Granite Rose, rosette III, cheminement 2 (essai T_2GG2000). 277

Figure A-I.1 - a) Orientation du système d'axes d'anisotropie XYZ par rapport au système de référence du laboratoire $x'y'z'$. b) Disposition des rosettes sur l'échantillon cylindrique et des jauges sur les rosettes; angle $x' \wedge Rosette_I = 0$, angle $x' \wedge Rosette_II = 90^o$, angle $x' \wedge Rosette_III = 225^o$. L'indice * fait référence à un système d'axes auxiliaire. 300

Figure A-V.1 - Granite Barre, rosette I, cheminement 1 (essai T_1GB500). 329

Figure A-V.2 - Granite Barre, rosette II, cheminement 1 (essai T_1GB500). 330

Figure A-V.3 - Granite Barre, rosette III, cheminement 1 (essai T_1GB500). 331

Figure A-V.4 - Granite Barre, rosette I, cheminement 1 (essai T_1GB1000). 332

Figure A-V.5 - Granite Barre, rosette II, cheminement 1 (essai T_1GB1000). 333

Figure A-V.6 - Granite Barre, rosette III, cheminement 1 (essai T_1GB1000). 334

Figure A-V.7 - Granite Barre, rosette I, cheminement 1 (essai T_1GB4000). 335

Figure A-V.8 - Granite Barre, rosette II, cheminement 1 (essai T_1GB4000). 336

Figure A-V.9 - Granite Barre, rosette III, cheminement 1 (essai T_1GB4000). 337

Figure A-V.10 - Granite Barre, rosette I, cheminement 2 (essai T_2GB500). 338

Figure A-V.11 - Granite Barre, rosette II, cheminement 2 (essai T_2GB500). 339

Figure A-V.12 - Granite Barre, rosette III, cheminement 2 (essai T_2GB500). 340

Figure A-V.13 - Granite Barre, rosette I, cheminement 2 (essai T_2GB1000). 341

Figure A-V.14 - Granite Barre, rosette II, cheminement 2 (essai T_2GB1000). 342

Figure A-V.15 - Granite Barre, rosette III, cheminement 2 (essai T_2GB1000). 343

Figure A-V.16 - Granite Barre, rosette I, cheminement 2 (essai T_2GB4000). 344

Figure A-V.17 - Granite Barre, rosette II, cheminement 2 (essai T_2GB4000). 345

Figure A-V.18 - Granite Barre, rosette III, cheminement 2 (essai T_2GB4000). 346

Figure A-V.19 - Granite Gris, rosette I, cheminement 1 (essai T_1GG500). 348

Figure A-V.20 - Granite Gris, rosette II, cheminement 1 (essai T_1GG500). 349

Figure A-V.21 - Granite Gris, rosette III, cheminement 1 (essai T_1GG500). 350

Figure A-V.22 - Granite Gris, rosette I, cheminement 1 (essai T_1GG1000). 351

Figure A-V.23 - Granite Gris, rosette II, cheminement 1 (essai T_1GG1000). 352

Figure A-V.24 - Granite Gris, rosette III, cheminement 1 (essai T_1GG1000). 353

Figure A-V.25 - Granite Gris, rosette I, cheminement 1 (essai T_1GG4000). 354

Figure A-V.26 - Granite Gris, rosette II, cheminement 1 (essai T_1GG4000). 355

Figure A-V.27 - Granite Gris, rosette III, cheminement 1 (essai T_1GG4000). 356

Figure A-V.28 - Granite Gris, rosette I, cheminement 2 (essai T_2GG500). 357

Figure A-V.29 - Granite Gris, rosette II, cheminement 2 (essai T_2GG500). 358

Figure A-V.30 - Granite Gris, rosette III, cheminement 2 (essai T_2GG500). 359

Figure A-V.31 - Granite Gris, rosette I, cheminement 2 (essai T_2GG1000). 360

Figure A-V.32 - Granite Gris, rosette II, cheminement 2 (essai $T_2GG1000$). 361

Figure A-V.33 - Granite Gris, rosette III, cheminement 2 (essai $T_2GG1000$). 362

Figure A-V.34 - Granite Gris, rosette I, cheminement 2 (essai $T_2GG4000$). 363

Figure A-V.35 - Granite Gris, rosette II, cheminement 2 (essai $T_2GG4000$). 364

Figure A-V.36 - Granite Gris, rosette III, cheminement 2 (essai $T_2GG4000$). 365

Figure A-V.37 - Granite Rose, rosette I, cheminement 1 (essai T_1GR500). 367

Figure A-V.38 - Granite Rose, rosette II, cheminement 1 (essai T_1GR500). 368

Figure A-V.39 - Granite Rose, rosette III, cheminement 1 (essai T_1GR500). 369

Figure A-V.40 - Granite Rose, rosette I, cheminement 1 (essai $T_1GR1000$). 370

Figure A-V.41 - Granite Rose, rosette II, cheminement 1 (essai $T_1GR1000$). 371

Figure A-V.42 - Granite Rose, rosette III, cheminement 1 (essai $T_1GR1000$). 372

Figure A-V.43 - Granite Rose, rosette I, cheminement 1 (essai $T_1GR4000$). 373

Figure A-V.44 - Granite Rose, rosette II, cheminement 1 (essai $T_1GR4000$). 374

Figure A-V.45 - Granite Rose, rosette III, cheminement 1 (essai $T_1GR4000$). 375

Figure A-V.46 - Granite Rose, rosette I, cheminement 2 (essai T_2GR500). 376

Figure A-V.47 - Granite Rose, rosette II, cheminement 2 (essai T_2GR500). 377

Figure A-V.48 - Granite Rose, rosette III, cheminement 2 (essai T_2GR500). 378

Figure A-V.49 - Granite Rose, rosette I, cheminement 2 (essai T_2GR1000). 379

Figure A-V.50 - Granite Rose, rosette II, cheminement 2 (essai T_2GR1000). 380

Figure A-V.51 - Granite Rose, rosette III, cheminement 2 (essai T_2GR1000). 381

Figure A-V.52 - Granite Rose, rosette I, cheminement 2 (essai T_2GR4000). 382

Figure A-V.53 - Granite Rose, rosette II, cheminement 2 (essai T_2GR4000). 383

Figure A-V.54 - Granite Rose, rosette III, cheminement 2 (essai T_2GR4000). 384

LISTE DES SYMBOLES ET ABRÉVIATIONS

A, a	- Paramètres empiriques.
a_{ij}	- Constantes élastiques.
a_0	- Axe majeur de l'ellipsoïde qui définit le micro-fissure.
$a_0 \ldots a_n$	- Paramètres ou des coefficients élastiques.
an	- Plagioclase avec contenu d'anorthite.
au	- Série augite-hypersthène.
ASTM	- American Society for Testing Materials
B, b	- Paramètres empiriques.
b_d	- Erreur de mesure des données expérimentales de caractère systématique.
b_m	- Erreur de mesure de modèle de caractère systématique.
b_0	- Axe mineur de l'ellipsoïde qui définit le micro-fissure.
$b_0 \ldots b_n$	- Paramètres ou des coefficients élastiques.
B_b	- Paramètre empirique.
b_{LS}	- Meilleur estimateur linéaire du vecteur de paramètres.
C	- Tenseur de complaisance élastique; Paramètre empirique; Résistance en compression uniaxiale.
C^I, C^{II}, C^{III}	- Résistance en compression uniaxiale majeure, intermédiaire et mineure.
C_p	- Matrice de covariance des paramètres estimés.
$\overline{C_{ij}}$	- Tenseur de complaisance élastique effective.
c	- Demi-longueur d'une micro-fissure; Cohésion; Paramètre empirique.
c_o	- Demi-longueur originale d'une micro-fissure.
CSIR	- « Council for Scientific Industrial Research ».
D	- Diamètre moyen des grains; Direction de l'axe d'anisotropie.
D^A	- Déplacement axial occasionné par la fermeture des micro-fissures.

D^L	- Déplacement transversal occasionné par la fermeture des micro-fissures.
d_0	- Dilatation maximale d'une micro-fissure en propagation.
$déf$	- Déformation.
E	- Module de Young.
E_n	- Module de Young nominal.
E_S	- Module de Young sécant.
E_T	- Module de Young tangent
E_1, $E_{//}$, E_h	- Module de Young sur le plan d'isotropie.
E_2, $E_\perp$, E_v	- Module de Young perpendiculaire au plan d'isotropie.
E_t	- Module de Young tangent.
E^I, E^{II}, E^{III}	- Module de Young majeur, intermédiaire et mineur.
e_{ij}	- Déviateurs de déformations.
e_{i_1}	- Déviateur de déformation de premier ordre selon la direction *i*.
e_{i_2}	- Déviateur de déformation de deuxième ordre selon la direction *i*.
$e_{//_2}$	- Déviateur de déformation de deuxième ordre sur le plan d'isotropie.
err	- Erreur de mesures.
err_m	- Erreurs de modèle.
err_d	- Erreur de mesure des données expérimentales.
F	- Force; Fonction.
F_{ij}	- Fonction de réponse élastique.
$F(p)$	- Fonction objectif.
f_G	- Fonction de déformation de cisaillement perpendiculaire au plan d'isotropie.
$f_{G_{ij}}$	- Fonction de déformation de cisaillement sur le plan d'isotropie.
f_{k_i}	- Fonction de complaisance élastique selon la direction *i*.
$f_{k_{//}}$	- Fonction de complaisance élastique sur le plan d'isotropie.

f_1	- Fonction de variation de volume de premier ordre.
f_2	- Fonction de variation de volume de deuxième ordre.
G	- Module de cisaillement; Giga (10^9).
$G_0 \ldots G_n$	- Constantes empiriques.
GB	- Granite Barre.
GG	- Granite Gris.
GR	- Granite Rose.
H	- Essai de compression hydrostatique.
INI	- Initial.
g_{i_1}	- Fonction de variation de forme de premier ordre selon la direction i.
g_{i_2}	- Fonction de variation de forme de deuxième ordre selon la direction i.
$g_{//_2}$	- Fonction de variation de forme de deuxième ordre sur le plan d'isotropie.
HARCS	- « High Aspect Ratio Cavities ».
$I_{1\varepsilon}$	- Premier invariant de déformation.
$I_{2\varepsilon}$	- Deuxième invariant de déformation.
$I_{3\varepsilon}$	- Troisième invariant de déformation.
^{iso}	- Exposant des fonctions d'un corps au comportement non linéaire isotrope.
K	- Module de compressibilité volumique.
K_i	- Module de compressibilité linéaire selon la direction i.
$K_0 \ldots K_n$	- Constantes empiriques.
K^I, K^{II}, K^{III}	- Module de compressibilité linéaire majeur, intermédiaire et mineur.
$\overline{K}$	- Module de compressibilité effective.
K_{IC}	- Constante de rigidité de fissuration en mode tension.
k	- Kilo (10^3); Module de complaisance élastique.

k_h	- Complaisance volumique effective.
k_i	- Constantes élastiques de complaisance linéaire selon la direction i.
k_o	- Complaisance volumique effective.
k_S	- Module de complaisance élastique intrinsèque.
k_u	- Complaisance volumique déterminée à partir d'un essai de compression uniaxial.
$k_{//}$	- Constante de complaisance élastique linéaire sur le plan d'isotropie.
Kip	- Kilo « pound »
L	- Longueur d'une micro-fissure.
l_{ij}	- Cosinus directeurs entre les systèmes de références ij.
L_0	- Longueur initiale d'une micro-fissure.
LARCS	- « Low Aspect Ratio Cavities ».
M	- Mega (10^6); Tenseur de rigidité élastique.
m	- Paramètre empirique.
mi	- Microcline.
N	- Densité de concentration de micro-fissures; Module de cisaillement; Condition de chargement où la contrainte est appliquée perpendiculairement au plan d'isotropie.
NX_c	- Nombre de micro-fissures ouvertes dans la direction X.
NY_c	- Nombre de micro-fissures ouvertes dans la direction Y.
n	- Ordre de l'axe de symétrie élastique; Paramètre empirique.
n_{ob}	- Nombre d'observations expérimentales.
n_p	- Nombre de paramètres du problème.
or	- Orthoclase.
^{or}	- Exposant des fonctions d'un corps au comportement non linéaire orthotrope.
P	- Condition de chargement où la contrainte est appliquée parallèlement au plan d'isotropie; Plongée de l'axe d'anisotropie.
P	- Vecteur de paramètres.

p^*	- Vecteur des paramètres estimés.
Pa	- Pascal.
pa	- Pression atmosphérique
P_0	- Contrainte hydrostatique.
p_0	- Estimé initial du vecteur de paramètres.
$P(c,\beta,\varphi)$	- Fonction de distribution de micro-fissures.
psi	- « Per square inch »
Q	- Différence entre les contraintes principales majeure et mineure.
qu	- Quartz.
R	- Différence relative entre la vitesse des ondes de compression à zéro et à 1 GPa de pression de confinement.
R	- Résidu.
R_a	- Rapport d'anisotropie.
R_f	- Paramètre empirique correspondant à un rapport de rupture définit comme la différence entre les contraintes principales majeure et mineure à la rupture et la différence entre les contraintes principales majeure et mineure à une valeur ultime en fonction de la pression de confinement.
S_i	- Contrainte déviatorique selon la direction i.
S_{ij}	- Déviateurs de contraintes.
s_o^2	- Variance des résidus.
SBEL	- « Structural Behavior Engineering Laboratories »
SEM	- « Scanning Electron Microscope ».
^{tr}	- Exposant des fonctions d'un corps au comportement non linéaire transversal isotrope.
T_1	- Essai de compression triaxial qui suit le cheminement 1.
T_2	- Essai de compression triaxial qui suit le cheminement 2.
U_0	- Fonction d'énergie de déformation.

U_{co}	- Fonction d'énergie complémentaire.
URL	- « Underground Research Laboratory »
u, v	- Composantes de déplacement des faces d'une micro-fissure.
u^A	- Déplacement axial au milieu d'une fissure en propagation.
u^L	- Déplacement transversal au milieu d'une fissure en propagation.
u_S	- Déplacement entre les faces d'une micro-fissure en propagation.
V	- Vitesse des ondes de compression; Volume.
V_m	- Volume de la phase solide.
V_f	- Volume de la phase fluide.
X	- Axe de référence; Axe de référence parallèle au plan d'isotropie dans le cas d'une symétrie de type transversale isotrope; Matrice des variables indépendantes.
Y	- Axe de référence; Axe de référence parallèle au plan d'isotropie dans le cas d'une symétrie de type transversale isotrope; Matrice des variables dépendantes.
Z	- Axe de référence; Axe de référence perpendiculaire au plan d'isotropie dans le cas d'une symétrie de type transversale isotrope.
y^*	- Valeurs observées d'une variable dépendante.
$y(p)$	- Valeurs estimées d'une variable dépendante.
α	- Paramètre empirique; Rapport entre l'axe mineur et axe majeur d'une micro-fissure; Angle entre l'axe ouest et l'axe de référence; Angle entre un axe arbitraire et la direction du plan d'isotropie.
β	- Angle compris entre l'axe de l'éprouvette et le plan d'isotropie ou entre l'axe d'application de la contrainte principale majeure et l'axe majeure de l'ellipsoïde qui définit la micro-fissure; Angle entre l'axe nord et l'axe de référence.

$\beta_{\max}$ - Angle maximal par rapport à la contrainte principale majeure qui définit la fin de la région angulaire où le glissement entre les faces des micro-fissures fermées est possible.

$\beta_{\min}$ - Angle minimal par rapport à la contrainte principale majeure qui définit le début de la région angulaire où le glissement entre les faces des micro-fissures fermées est possible.

β_o - Angle, par rapport à la contrainte principale majeure, qui définit la région angulaire d'une éprouvette caractérisée par des micro-fissures ouvertes.

γ - Déformation de cisaillement; Angle entre l'axe vertical et l'axe de référence.

δ_{ij} - Delta de Kronecker.

ε_A - Déformation axiale.

ε_{ij} - Tenseur de déformations.

$\overline{\varepsilon_i}$ - Tenseur de déformation moyen.

ε_i - Déformation normale.

ε_L - Déformation transversale.

ε_m - Déformation moyenne.

ε_{m_1} - Déformation moyenne de premier ordre.

ε_{m_2} - Déformation moyenne de deuxième ordre.

ε_i^{nh} - Déformation selon la direction i mesurée lors d'un essai de compression non hydrostatique.

ε_v - Déformation volumique.

$\varepsilon_\perp$ - Déformation transversale.

ε_e, ε^e - Déformation élastique.

ε_c	- Déformation due à la fermeture des micro-fissures.
ε^{cls}	- Déformation due au glissement entre les faces des micro-fissures.
ε_f	- Déformation induite par la propagation des micro-fissures.
ε_f^A	- Déformation axiale induite par la propagation des micro-fissures.
ε_f^L	- Déformation transversale induite par la propagation des micro-fissures.
ε^{op}	- Déformation due à la fermeture des micro-fissures.
ε_S	- Déformation induite par la rupture en cisaillement des micro-fissures.
η	- Porosité.
η_c	- Porosité due aux micro-fissures.
θ	- Angle compris entre l'axe de l'éprouvette et le plan d'isotropie; Angle formé par l'axe mineur de la micro-fissure et la contrainte principale majeure.
θ^C	- Angle critique de fermeture des micro-fissures.
λ	- Constante de Lamé.
μ	- Micro (10^{-6}).
ν	- Coefficient de Poisson
ν_1, ν_h	- Coefficient de Poisson sur le plan d'isotropie.
ν_2, ν_{vh}	- Coefficient de Poisson perpendiculaire au plan d'isotropie.
$\bar{\nu}$	- Coefficient de Poisson effectif.
ρ_{ij}	- Coefficient de corrélation entre les paramètres i et j.
ρ_{op}	- Densité de concentration de micro-fissures ouvertes.
σ_{ij}	- Tenseur de contraintes.
σ_1^c	- Contrainte critique de fermeture de micro-fissures.
$\overline{\sigma_j}$	- Tenseur de contraintes moyen.

σ_i	- Contrainte normale.
σ_m	- Contrainte moyenne.
σ_{hydro}	- Contrainte hydrostatique.
$\hat{\sigma}^2$	- Variance.
τ	- Contrainte de cisaillement.
τ_{oct}	- Contrainte octaédrique.
ϕ	- Angle de frottement interne; Énergie potentielle; Angle entre l'axe d'application de la contrainte principale majeure et l'axe mineur de l'ellipsoïde qui définit la micro-fissure.
$\phi_0 \ldots \phi_n$	- Fonctions de réponse élastique dépendantes des invariants de déformation.
φ	- Angle entre la projection de la normale au plan qui contient la micro-fissure et la contrainte principale intermédiaire.
$\varphi(z)$	- Fonction de la variable complexe z.
χ	- Facteur qui définit l'état de contraintes ou de déformation; Matrice de sensibilité.
χ_{trans}	- Matrice de sensibilité dans le cas d'une symétrie de type transversale isotrope.
χ_{nl_trans}	- Matrice de sensibilité dans le cas non linéaire transversal isotrope.
$\psi(z)$	- Fonction de la variable complexe z.
Ω	- Énergie de déformation élastique.
$2a_o$	- Longueur moyenne initiale d'une micro-fissure.
∂A_X	- Aire de la micro-fissure normale à l'axe X.
ξ	- Coefficient de vitesse de dilatation.
ξ_d	- Erreurs de mesure des données expérimentales de caractère aléatoire.
ξ_m	- Erreurs de mesure de modèle de caractère aléatoire.

CHAPITRE I

INTRODUCTION

La majorité des roches cristallines dures comme les roches ignées, possèdent des micro-fissures naturelles qui se situent sur la frontière des grains. Ces roches peuvent présenter aussi des micro-fissures d'orientation préférentielle qui transpercent les grains. Dû à la présence de ces micro-fissures les roches cristallines présentent souvent une relation contrainte-déformation non linéaire et anisotrope contrairement au comportement linéaire isotrope ou anisotrope normalement adopté dans la pratique de l'ingénierie.

En ce qui concerne le comportement linéaire anisotrope, malgré qu'il soit bien représenté par la théorie de l'élasticité classique (Lekhnitskii, 1963 entre autres) la détermination des paramètres reste encore longue, coûteuse et susceptible aux erreurs induites par la non-homogénéité caractéristique des géomatériaux. Le comportement non linéaire de son côté apporte beaucoup plus d'incertitudes puisque nonobstant l'existence de plusieurs modèles capables de tenir compte du caractère non linéaire des roches, un consensus général n'est pas encore établi dans ce domaine surtout si l'on considère à la fois le comportement non linéaire et anisotrope des roches.

La plupart des modèles non linéaire des roches visent à simuler le comportement non linéaire qui caractérise la région avant rupture de la roche, soit la région de propagation stable et instable des micro-fissures. Par contre, le comportement non linéaire causé par la fermeture des micro-fissures et caractérisé par une augmentation de la rigidité de la roche n'a pas reçu beaucoup d'attention de la part des chercheurs. On peut toutefois mentionner les travaux pionniers de Walsh (1965a-c), Leeman et Denkhaus (1969) et Brady (1970 et 1973) ainsi que les travaux subséquents de Gonano et Sharp (1983) et Li et Nordlund (1993) en plus de quelques modèles empiriques.

Un nombre plus faible encore d'auteurs ont publié des travaux concernant le comportement élastique non linéaire et anisotrope de roches, malgré l'impact de ce comportement dans les domaines miniers et civils plus particulièrement dans l'interprétation des mesures de contrainte. On peut toutefois mentionner le modèle empirique de Cazacu et al. (1996) et le modèle basé sur les composantes fondamentales du comportement des matériaux, à savoir les variations de forme et de volume de Corthésy et al. (1993).

Parmi les modèles non linéaires anisotropes, le modèle de Corthésy et al. (1993) est celui qui aborde de la façon la plus rigoureuse l'anisotropie et la non-linéarité présentées par les roches à des faibles niveaux de contrainte. De plus, il réunit des qualités recherchées en ce qui concerne l'utilisation d'un modèle dans la pratique de l'ingénierie, c'est-à-dire il n'est pas trop restrictif et il est simple à mettre en œuvre puisque comme il sera démontré, les paramètres qu'il requiert peuvent être obtenus de façon relativement simple.

L'objectif de la présente recherche est de généraliser aux trois dimensions le modèle de Corthésy et al. (1993) développé pour des analyses bidimensionnels en vérifiant et éliminant certaines hypothèses simplificatrices auxquelles il fait appel. Pour atteindre ces objectifs, des essais de compression hydrostatique et non hydrostatique avec mesure de déformation sur des éprouvettes de granite de la formation Lac du Bonnet près de Pinawa, Manitoba et de granite Barre provenant de l'état du Vermont aux É-U ont été réalisés. Ces roches montrent de façon prononcée un comportement élastique anisotrope et non linéaire. De plus, une nouvelle méthodologie pour la détermination des paramètres requis par le modèle non linéaire transversal isotrope ainsi que pour le modèle linéaire transversal isotrope a été développée. Cette nouvelle méthodologie a comme grand avantage le fait qu'elle ne requiert qu'un seul échantillon de roche cylindrique afin de déterminer tous les paramètres requis par les modèles non linéaire et linéaire transversal isotrope.

Le présent document est divisé en sept chapitres. Le chapitre II porte sur une revue bibliographique du comportement mécanique des roches fragiles en laboratoire, mettant en évidence les régions caractéristiques de la courbe contrainte-déformation typique des ces roches jusqu'à la rupture, la théorie de l'élasticité linéaire pour les corps anisotropes et l'influence des micro-fissures sur le comportement non linéaire et anisotrope des roches.

Le chapitre III présente une revue bibliographique générale des modèles qui tiennent compte du comportement non linéaire et non linéaire anisotrope des roches.

Le chapitre IV traite de la généralisation du modèle élastique transversal isotrope non linéaire en plus de présenter une méthodologie pour la détermination des 5 constantes élastiques d'un corps linéaire transversal isotrope et les paramètres des 7 fonctions requises par le modèle non linéaire transversal isotrope, le tout à partir d'un seul échantillon de roche soumis à deux essais normalisés.

Le chapitre V présente de façon abrégée le caractère non linéaire et anisotrope des roches testées, les procédures de laboratoire pour la conduite des essais, le traitement des données et la méthodologie utilisée pour l'estimation des paramètres.

Dans le chapitre VI les résultats sont analysés, le modèle est comparé aux résultats expérimentaux et sa performance est confrontée à celle des modèles linéaire isotrope et linéaire transversal isotrope traditionnellement utilisés en ingénierie. De plus, certaines caractéristiques propres aux matériaux anisotropes sont analysées à la lumière des éléments discutés dans les chapitres précédents.

Finalement le chapitre VII résume et souligne les principales conclusions tirées de la présente recherche en plus de faire quelques recommandations pour des travaux futurs.

CHAPITRE II

LE COMPORTEMENT MÉCANIQUE DES ROCHES EN LABORATOIRE

2.1 GÉNÉRALITÉS

Le comportement mécanique des roches a fait l'objet de plusieurs recherches dès les débuts de la mécanique des roches comme science. D'une façon générale, les recherches ont été orientées, et le sont encore, vers la compréhension des mécanismes complexes de déformation et de rupture des roches face aux sollicitations imposées par les ouvrages miniers et civils.

Cette complexité vient du fait que les roches sont des matériaux formés par des agrégats de grains de minéraux de différentes rigidités, systèmes et orientations cristallographiques, qui possèdent naturellement des pores et des micro-fissures. Toutes ces particularités font que les roches sont des corps hétérogènes, anisotropes, discontinus et non linéaire élastiques, ces caractéristiques étant aussi fonction de l'échelle à laquelle elles sont observées.

Un corps est élastique si les déformations associées à une sollicitation sont entièrement récupérées lorsque les contraintes appliquées sur le corps sont relâchées; de plus, si le rapport entre les contraintes appliquées et les déformations subies sont linéaires, le corps est dit linéaire élastique.

Une roche, comme un matériau quelconque, est considérée anisotrope par rapport à une propriété donnée quand celle-ci varie en fonction de la direction selon laquelle elle est mesurée, hétérogène si ses propriétés varient d'un point à l'autre, et discontinue s'il existe des discontinuités dans le champ de contraintes (Amadei, 1983). Ces trois définitions sont généralement dépendantes de l'échelle à laquelle les phénomènes sont

observés. Elles dépendent de la taille relative de la caractéristique structurale la plus petite du problème en question par rapport à la plus grande caractéristique structurale de la roche (Amadei, 1983) (tableau 2.1). Par exemple, les propriétés élastiques d'un cristal ont la même symétrie que son réseau cristallin (Neuman, 1885; dans Lekhnitskii 1963). Par contre, à l'échelle d'une éprouvette de roche, la symétrie élastique est fonction de la structure de la roche, c'est-à-dire, de la disposition spatiale de ses grains et/ou des micro-fissures d'orientation préférentielle (Peres Rodrigues, 1966 et Douglass et Voight, 1969). À une plus grande échelle, comme dans le cas des massifs rocheux, la symétrie élastique sera aussi influencée par les structures systématiques comme un système de diaclases ou même des structures occasionnelles comme des failles.

Bref, tout dépendant de l'échelle à laquelle la roche est analysée, elle peut être considérée comme isotrope ou anisotrope, homogène ou hétérogène, continue ou discontinue, puisque les phénomènes responsables de ces différents comportements peuvent être rencontrés à plusieurs échelles. Donc, il est toujours nécessaire de définir l'échelle représentative du problème en question.

En ce qui concerne les problèmes reliés à la mécanique des roches, on peut définir trois échelles majeures (Somerton et al., 1970 ; et Kwasniewski, 1993) à savoir : une échelle microscopique, celle du minéral ; une échelle intermédiaire, celle des roches ; et une échelle macroscopique, celle des massifs rocheux, comme montre le tableau 2.1. Cependant, il faut noter que dans certains problèmes, des échelles spécifiques peuvent être définies. Dans le présent document on s'intéresse à la caractérisation du comportement mécanique des roches à l'échelle des éprouvettes, soit à l'échelle des essais au laboratoire ou de certains essais ou mesures en place. Cette échelle comprend des éléments de structure géologique au niveau des grains minéraux de la roche (des schistosités, des clivages, des linéations, des foliations et des straticules) et au niveau des cristaux (des micro-fissures, des dislocations et des clivages).

Tableau 2.1 - Le phénomène d'échelle en mécanique des roches (Gill, 1996).

Classification dans l'optique de la mécanique des roches	Microscopique			Macroscopique		
		Échelle intermédiaire		Grande échelle		
				Systématiques	Occasionnels	
Exemples d'élément de structure géologique	Dislocations Clivages minéraux Microcraquelures	Schistosités Clivages ardoisiers Linéation	Foliation Straticules Diaclases		Failles	
Nom du matériau	Minéraux	Roches			Massifs rocheux	
Cellule unitaire	Cristaux	Grains		Blocs unitaires		
Domaines d'application de la mécanique des roches		Broyage	Concassage	Excavations et fondations		
		Forage		Sautage		
Essais de propriétés mécaniques		Essais en laboratoire		Essais en chantier		
Échelle	10^{-7} cm^3	10^{-2} cm^3	10^{3} cm^3 1 m^3	10^{8} cm^3	10^{13} cm^3 100 km^3	10^{18} cm^3

En ce qui concerne l'hétérogénéité des roches, d'une façon générale son effet le plus prononcé est la dispersion des paramètres de déformabilité et de résistance. À cause de cette dispersion, l'analyse du phénomène de l'hétérogénéité passe donc par le traitement statistique ou géostatistique des données. Plusieurs auteurs se sont penchés sur ce problème, dont Leijon (1989), Cuisat et Haimson (1992), Cornet (1993) et Leite et al. (1993).

Le présent chapitre a comme objectif de faire ressortir les caractéristiques les plus importantes du comportement mécanique des roches à l'échelle des essais en laboratoire. La discussion va se restreindre à l'aspect de déformation des roches, puisque l'objectif de la présente recherche est celui de développer un modèle de comportement pour les roches anisotropes non linéaires dans le domaine élastique, c'est-à-dire bien avant la rupture. Cependant, la région pré-pic de la courbe contrainte-déformation sera succinctement abordée de façon à donner une vision globale du comportement mécanique des roches en laboratoire. De plus, étant donné que la présente recherche se concentre sur le comportement élastique des roches, et que dans le présent chapitre et dans le restant de ce document, le sujet du comportement anisotrope de déformation des roches sera abordé plusieurs fois, ce chapitre débute avec une brève introduction de la théorie classique de l'élasticité pour les corps anisotropes.

2.2 LA THÉORIE DE L'ÉLASTICITÉ

L'étude de la relation entre les contraintes appliquées et les déformations subies par un corps solide dans le domaine élastique passe par la réalisation d'essais simples comme des essais de compression, de traction ou de torsion, où des contraintes connues sont appliquées et les déformations qui en résultent sont mesurées. La procédure a pour but d'établir la relation entre les contraintes et les déformations qui caractérise les matériaux. Cette relation peut être linéaire ou non. Si la relation est linéaire et élastique elle va s'exprimer par une formule mathématique simple qui relie la contrainte à la

déformation au moyen d'une constante, cette relation est connue comme la loi de Hooke (1678; dans Love, 1944).

La loi de Hooke implique une linéarité et une réversibilité de la relation contrainte-déformation. Cette linéarité est très importante pour la formulation de la théorie de l'élasticité puisque, conjuguée avec l'hypothèse des déformations infinitésimales, elle va permettre la superposition des effets et la formulation généralisée de la loi de Hooke. Le principe de la superposition postule que les effets des champs de déformations différents peuvent être additionnés pour l'obtention de l'état de déformation finale, indépendamment de l'ordre d'application (Chou et Pagano, 1992).

La loi généralisée de Hooke peut être exprimée, pour un matériau anisotrope élastique quelconque, par l'équation suivante (Hearmon, 1961 et Chou et Pagano,1992) :

$$\sigma_{ij} = M_{ijkl}\varepsilon_{ij} \tag{2.1}$$

ou

$$\varepsilon_{ij} = C_{ijkl}\sigma_{kl} \tag{2.2}$$

$i, j, k, l = 1,2,3$

Dans les équations 2.1 et 2.2 σ_{ij} et ε_{ij} sont les tenseurs de contrainte et de déformation de deuxième ordre respectivement et M_{ijkl} et C_{ijkl} sont les tenseurs de rigidité élastique et de complaisance élastique (l'inverse de la rigidité) de quatrième ordre respectivement.

Les équations 2.1 et 2.2 telles que montrées ci-haut possèdent chacune 81 constantes élastiques. Cependant, dû à la condition d'équilibre statique imposée par la théorie de l'élasticité, il peut être démontré, comme l'ont fait Hearmon (1961) et Chou et Pagano (1992) entre autres, que :

$$\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ji} \tag{2.3}$$

et

$$\sigma_{ij} = \sigma_{ji} \tag{2.4}$$

De cette façon, le nombre de constantes indépendantes de la loi généralisée de Hooke est réduit à 36, et les équations 2.1 et 2.2 peuvent être réécrites comme suit (Chou et Pagano, 1992) :

$$\sigma_i = M_{ij}\varepsilon_j \tag{2.5}$$

ou

$$\varepsilon_i = C_{ij}\sigma_j \tag{2.6}$$

$i, j = 1,2,3,4,5,6$

D'après Lekhnitskii (1963), si un potentiel élastique existe, les 36 constantes de la loi généralisée de Hooke peuvent être réduites à 21 à cause de l'égalité des termes croisés,

$M_{ij} = M_{ji}$ et $C_{ij} = C_{ji}$.

Love (1944) a montré que ce potentiel élastique existe si les déformations imposées au corps se produisent de forme adiabatique (sans échange de chaleur avec l'extérieur) et isotherme (à température constante).

Un corps élastique quelconque peut alors présenter un maximum de vingt et une constantes élastiques, qui représentent le cas le plus général d'anisotropie. Les constantes élastiques peuvent être réduites encore de façon systématique à mesure que l'on tient compte des axes de symétrie que certains matériaux peuvent présenter. De cette façon on arrive jusqu'à la symétrie complète du matériau, c'est-à-dire l'isotropie.

2.2.1 LA SYMÉTRIE ÉLASTIQUE

D'après le principe postulé par Neuman (1885; dans Lekhnitskii 1963), la symétrie des propriétés élastiques d'un matériau cristallin dépend de la symétrie de ses cristaux, c'est-à-dire, de la structure interne des cristaux qui le forment. Cette structure interne est donnée par la régularité de la disposition des faces cristallographiques des cristaux.

La régularité de la disposition des faces cristallographiques est décrite par les éléments de symétrie, soit des axes de différents ordres et des plans. Ces éléments de symétrie sont définis dans la littérature (Gay, 1958 ; et Phillips, 1971 entre autres) comme suit:

Plan de symétrie

Une substance matérielle a un plan de symétrie si chaque point du corps d'un côté du plan correspond à un point homologue situé de l'autre côté du même plan. Ces points doivent se situer sur la même normale et à égale distance du plan (Gay, 1958). Il faut remarquer qu'un plan de symétrie doit, en plus de diviser le corps solide en deux portions égales, refléter l'image d'un côté sur l'autre comme un miroir (figure 2.1).

Axe de symétrie

L'axe de symétrie est défini comme une ligne telle qu'après une rotation de $360^o / n$, chaque point du corps retrouve un point homologue. La valeur de n détermine l'ordre de l'axe de symétrie (Phillips, 1971). La littérature reconnaît que les axes de symétrie ne peuvent être que de premier ordre ($n = 1$), de deuxième ordre ($n = 2$), de troisième ordre ($n = 3$), de quatrième ordre ($n = 4$) et de sixième ordre ($n = 6$). Il faut remarquer cependant, que toutes les formes cristallines possèdent un nombre infini d'axes de symétrie de premier ordre ($n = 1$) et que cette symétrie n'apporte aucune simplification à la loi généralisée de Hooke.

Lekhnitskii (1963) discute en détail les cas possibles de symétrie élastique d'un corps quelconque en se basant sur les éléments de symétrie cristallographique. Cet auteur

présente les simplifications apportées à chacun de ces cas. Comme la littérature en mécanique des roches n'associe généralement que trois types de symétrie au comportement élastique des roches, l'étude des symétries élastiques sera restreinte à ces trois cas, soit la symétrie orthotrope, la symétrie axiale (isotropie transversale), et la symétrie sphérique (isotropie). En réalité, comme il sera vu plus loin dans ce document, deux autres types de symétrie sont aussi associés aux roches, la symétrie monoclinique et la symétrie triclinique. Cependant, comme le nombre de constantes élastiques à déterminer dans ces deux cas est très élevé, soit 13 pour la symétrie monoclinique et 21 pour la symétrie triclinique, leur usage pour la modélisation du comportement contrainte-déformation des roches se fait très rare.

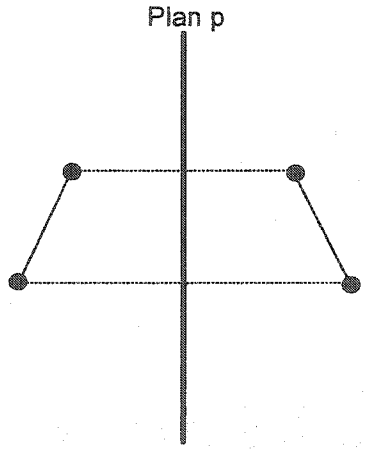


Figure 2.1 - Plan de symétrie montrant des points homologues situés de chaque coté du plan (Gay, 1958).

2.2.1.1 TROIS PLANS DE SYMÉTRIE ÉLASTIQUE, ORTHOTROPIE

Un matériau est dit orthotrope si 3 plans de symétrie élastique perpendiculaires entre eux traversent chaque point du corps. Dans ce cas, le nombre de constantes élastiques de la loi généralisée de Hooke est réduit à 9. Si l'on considère un système d'axes comme montré à la figure 2.2, on peut réécrire la loi généralisée de Hooke (eq. 2.6) comme suit (Lekhnitskii, 1963) :

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_X \\ \varepsilon_Y \\ \varepsilon_Z \\ \gamma_{XY} \\ \gamma_{YZ} \\ \gamma_{XZ} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & 0 & 0 & 0 \\ a_{12} & a_{22} & a_{23} & 0 & 0 & 0 \\ a_{13} & a_{23} & a_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & a_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_{66} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} \sigma_X \\ \sigma_Y \\ \sigma_Z \\ \tau_{XY} \\ \tau_{YZ} \\ \tau_{XZ} \end{bmatrix} \tag{2.7}$$

où $a_{11} = \dfrac{1}{E_X}$ $\quad a_{22} = \dfrac{1}{E_Y}$ $\quad a_{33} = \dfrac{1}{E_Z}$

$a_{12} = \dfrac{-\nu_{YX}}{E_Y} = \dfrac{-\nu_{XY}}{E_X}$ $\quad a_{13} = \dfrac{-\nu_{XZ}}{E_X} = -\dfrac{-\nu_{ZX}}{E_Z}$ $\quad a_{23} = \dfrac{-\nu_{ZY}}{E_Z} = \dfrac{-\nu_{YZ}}{E_Y}$

$a_{44} = \dfrac{1}{G_{YZ}}$ $\quad a_{55} = \dfrac{1}{G_{XZ}}$ $\quad a_{66} = \dfrac{1}{G_{XY}}$

Dans le système d'équations 2.7, E_X, E_Y et E_Z sont les modules de Young dans les directions de X, Y et Z respectivement, tandis que le coefficient de poisson (ν_{ij}) représente le rapport entre les déformations selon les directions j et i occasionnées par une contrainte appliquée selon la direction i (Amadei, 1983). De plus les coefficients de Poisson sont tels que :

$$\frac{\nu_{ij}}{E_i} = \frac{\nu_{ji}}{E_j} \tag{2.8}$$

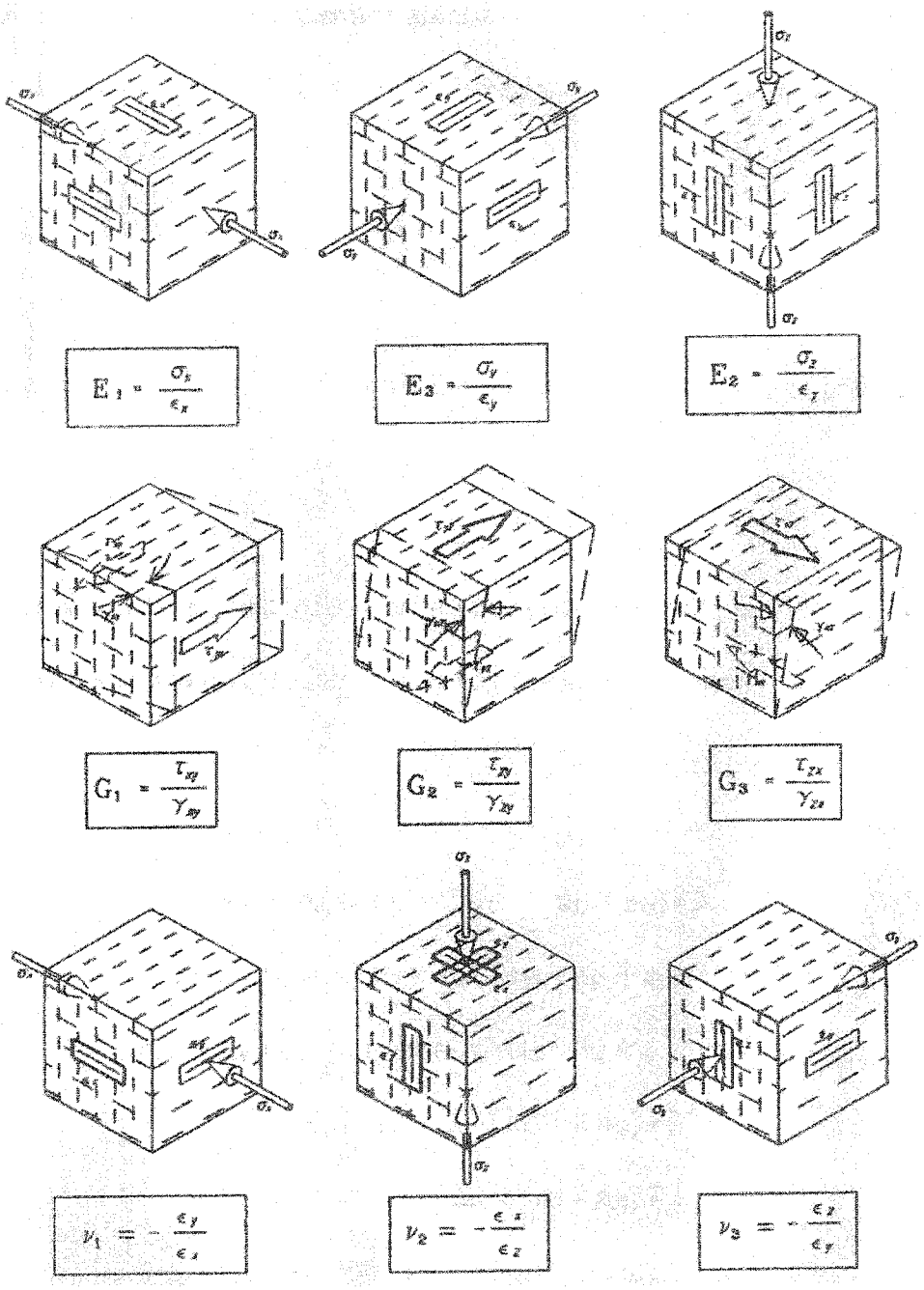


Figure 2.2 - Constantes élastiques du matériau orthotrope où $E_1 = E_X$, $E_2 = E_Z$, $E_3 = E_Y$, $\nu_1 = \nu_{XY}$, $\nu_2 = \nu_{ZX}$, $\nu_3 = \nu_{YZ}$, $G_1 = G_{XY}$, $G_2 = G_{ZY}$ et $G_3 = G_{ZX}$ (Wittke,1990; adapté par Basque, 2000).

2.2.1.2 ISOTROPIE TRANSVERSALE

Un matériau est dit transversalement isotrope si chaque point du corps est traversé par un plan où les propriétés élastiques sont les mêmes indépendamment de la direction considérée, c'est-à-dire qu'il possède un axe de symétrie d'ordre infini ($n = \infty$). Dans ce cas, les simplifications apportées à la loi généralisée de Hooke sont les mêmes que celles d'un matériau qui possède un axe de symétrie d'ordre 6 ($n = 6$) et le nombre de constantes élastiques est réduit à cinq (5). Si l'on considère que le plan d'isotropie est perpendiculaire à l'axe Z, comme montré à la figure 2.3, on peut réécrire la loi généralisée de Hooke (équation. 2.6) comme suit :

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_X \\ \varepsilon_Y \\ \varepsilon_Z \\ \gamma_{XY} \\ \gamma_{YZ} \\ \gamma_{XZ} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & 0 & 0 & 0 \\ a_{12} & a_{11} & a_{13} & 0 & 0 & 0 \\ a_{13} & a_{13} & a_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2(a_{11} - a_{12}) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & a_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_{44} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} \sigma_X \\ \sigma_Y \\ \sigma_Z \\ \tau_{XY} \\ \tau_{YZ} \\ \tau_{XZ} \end{bmatrix} \tag{2.9}$$

où

$$a_{11} = \frac{1}{E} \qquad a_{33} = \frac{1}{E_Z} \qquad E_X = E_Y = E$$

$$a_{12} = \frac{-\nu}{E} \qquad a_{13} = \frac{-\nu_{ZX}}{E_Z} \qquad \nu_{XY} = \nu_{YX} = \nu$$

$$a_{44} = \frac{1}{G_{YZ}} \qquad 2(a_{11} - a_{12}) = \frac{1}{G} = \frac{2(1+\nu)}{E} \qquad G_{XY} = G$$

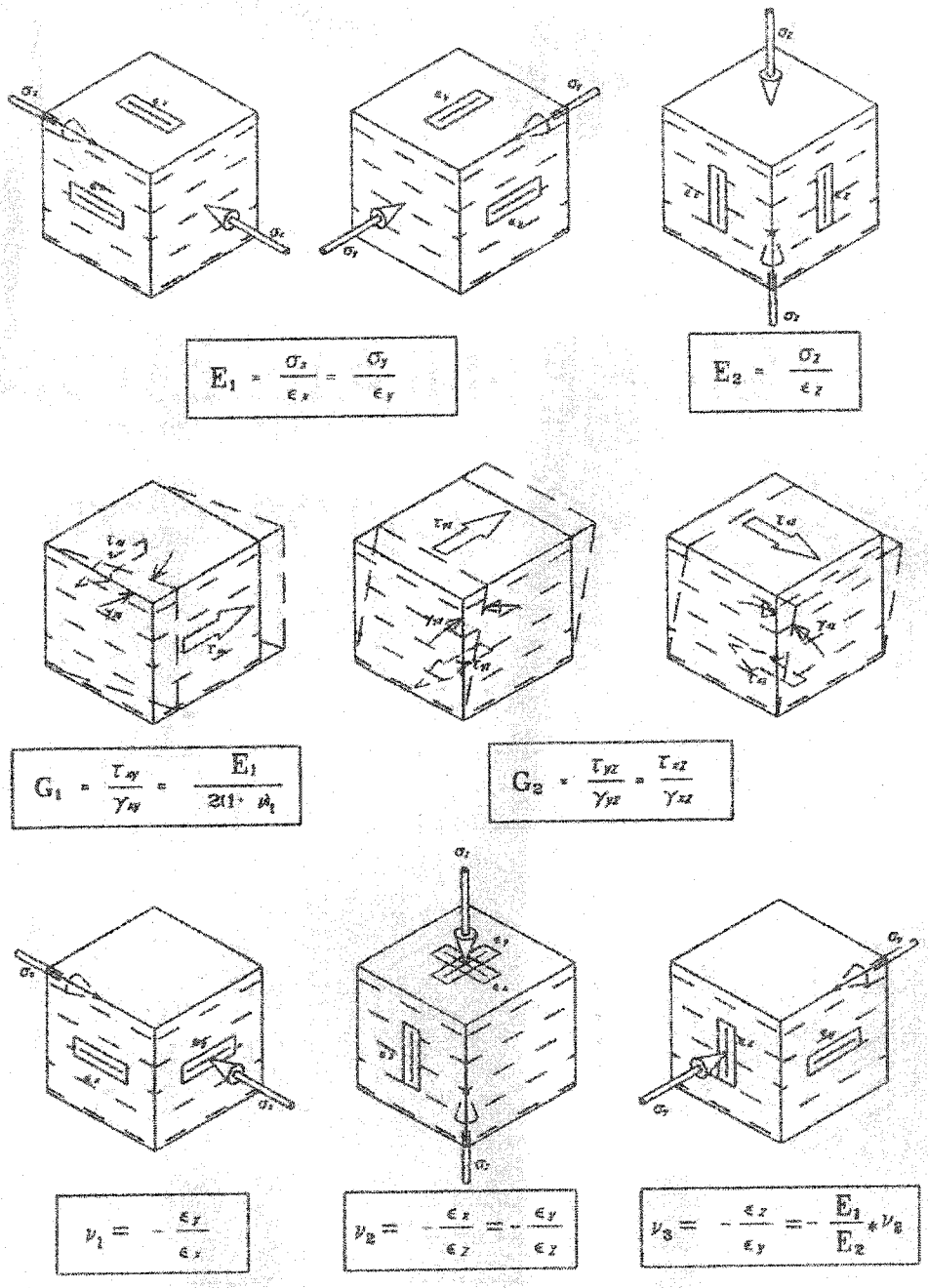


Figure 2.3 – Constantes élastiques du matériau transversal isotrope. L'indice 1 correspond aux propriétés sur le plan d'isotropie et l'indice 2 à celles sur les plans perpendiculaires au plan d'isotropie (Wittke,1990; adapté par Basque, 2000).

2.2.1.3 SYMÉTRIE SPHÉRIQUE, ISOTROPIE

Un matériau est dit isotrope si chaque plan qui traverse le corps est un plan de symétrie, c'est-à-dire, le corps a des propriétés équivalentes dans toutes les directions. C'est le cas le plus simple de symétrie élastique et les simplifications apportées à la loi généralisée de Hooke réduisent le nombre de constantes élastiques à 2. Alors, la loi généralisée de Hooke (équation 2.6) peut être réécrite comme suit :

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_X \\ \varepsilon_Y \\ \varepsilon_Z \\ \gamma_{XY} \\ \gamma_{YZ} \\ \gamma_{XZ} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{12} & 0 & 0 & 0 \\ a_{12} & a_{11} & a_{12} & 0 & 0 & 0 \\ a_{12} & a_{12} & a_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2(a_{11}-a_{12}) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2(a_{11}-a_{12}) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2(a_{11}-a_{12}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_X \\ \sigma_Y \\ \sigma_Z \\ \tau_{XY} \\ \tau_{YZ} \\ \tau_{XZ} \end{bmatrix} \tag{2.10}$$

où

$$a_{11} = \frac{1}{E} \qquad\qquad a_{12} = -\frac{\nu}{E}$$

$$a_{44} = a_{55} = a_{66} = 2(a_{11} - a_{12}) = 2\left(\frac{1+\nu}{E}\right) = \frac{1}{G}$$

2.2.2 LES LIMITES DES CONSTANTES ÉLASTIQUES

Les constantes élastiques ou constantes de complaisance introduites ci-haut possèdent des plages de variations limitées puisque des considérations thermodynamiques obligent que l'énergie de déformation des matériaux élastiques (Ω) soit toujours positive :

$$\Omega = \frac{1}{2}\sigma^t C\ \sigma > 0 \tag{2.11}$$

où C est la matrice de complaisance élastique et σ est le tenseur de contraintes. L'exposant t fait référence à la transposée de σ.

Si cette forme quadratique est positive déterminée, l'énergie de déformation sera positive comme requis (Amadei, 1983).

D'après Pickering (1970) il suffit que les déterminants principaux mineurs de la matrice C soient positifs pour que $\Omega > 0$. De cette façon on peut déterminer les limites des propriétés élastiques qui obéissent à la condition d'énergie positive requise. On peut alors démontrer que plus on s'éloigne du cas isotrope moins les limitations sont restrictives.

Pour un corps isotrope, tel que défini dans la section ci-haut, la restriction est satisfaite si :

$$E > 0 \qquad\qquad -1 \leq \nu \leq 0{,}5$$

Cependant en ce qui concerne le comportement mécanique des roches, le coefficient de Poisson varie de $0 \leq \nu \leq 0{,}5$.

Pour un corps transversal isotrope la restriction $\Omega > 0$ est satisfaite si :

$$E > 0 \qquad E_Z > 0 \qquad G_{XZ} > 0 \qquad -1 \leq \nu \leq 1 \qquad \frac{E}{E_Z}(1-\nu) - 2\nu_{YZ}{}^2 \geq 0$$

où, $\nu_{YZ} = \dfrac{E_X}{E_Z}\nu_{ZX}$

De plus, puisque le plan XY est un plan d'isotropie et $G = \dfrac{E}{2(1+\nu)}$ on a que $G > 0$.

Les conditions limites d'un corps transversal isotrope, à l'exception de celles de G, peuvent être représentées dans l'espace par un paraboloïde tel que montré à la figure 2.4,

où les corps transversaux isotropes sont représentés par un point. Le cas particulier d'un corps isotrope tombe sur la ligne CD, où $E_X/E_Z = 1$ et $\nu_{YZ} = \nu_{XY}$, à condition que G soit positif (Amadei, 1983).

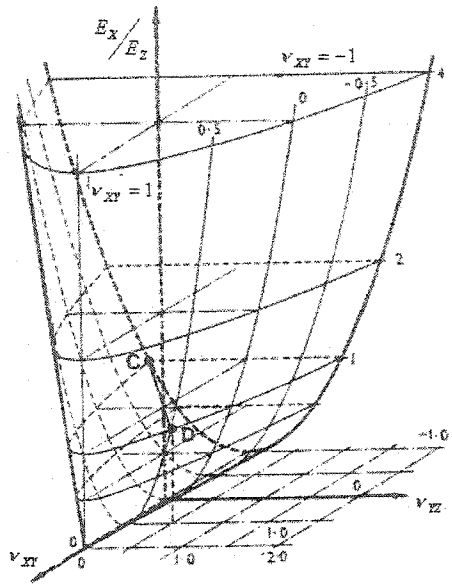


Figure 2.4 – Limites des constantes élastiques d'un corps transversal isotrope (Pickering, 1970; adapté par Amadei,1983).

En ce qui concerne le corps orthotrope, les conditions nécessaires pour avoir une énergie de déformation positive sont très peu restrictives. En effet, la restriction est satisfaite si :

$$E_X > 0, \qquad E_Y > 0, \qquad E_Z > 0, \qquad G_{YZ} > 0, \qquad G_{XZ} > 0, \qquad G_{XY} > 0,$$

$$\frac{E_X}{E_Y} > \nu_{XY}^2$$

$$\frac{1}{E_Y}\left[\frac{E_X}{E_Z} - \nu_{XZ}^2\right] - \frac{1}{E_Z}\left[2\nu_{XY}\nu_{ZY}\nu_{XZ} - \frac{\nu_{ZY}^2 E_X}{E_Z} - \nu_{XY}^2\right] > 0$$

2.3. LA RELATION CONTRAINTE-DÉFORMATION TYPIQUE DES ROCHES FRAGILES

Plusieurs chercheurs ont mis des efforts dans le but de bien comprendre la relation contrainte-déformation des roches. Au début, les études expérimentales sur le comportement mécanique des roches se restreignaient à des observations macroscopiques de son comportement fragile. Les chercheurs se concentraient alors sur la description et la définition des types de fractures observées en fonction du type de chargement (Paterson, 1958 ; Heard, 1960 et Griggs et Handin, 1960).

Selon cette approche simpliste, la rupture fragile était perçue comme un événement singulier qui se produisait après une déformation essentiellement élastique non corrélée au phénomène de rupture de la roche, ce dernier phénomène étant caractérisé par un pic de contrainte (Paterson, 1978).

Les efforts consacrés à la mise au point d'un critère de rupture pour les solides, basé sur les modèles physiques du processus de fracturation ont vite démontré que le comportement fragile des matériaux est l'apogée d'un processus cumulatif de progression de micro-fissures déjà existantes, surtout sous un état de compression (Hoek et Bieniawski, 1965). Ces études ont donné naissance à plusieurs critères de rupture, dont les plus connus sont les critères de Griffith (1921 et 1925 ; dans Bieniawsky, 1967) et de Mohr (dans Bieniawsky, 1967). Il faut souligner cependant, que ce dernier n'est pas un critère théorique basé sur un mécanisme de rupture mais un critère empirique.

En se basant sur ces deux modèles, plusieurs auteurs dont Brace (1964a), Bieniawski (1967), Brady (1969a-b), Wawersik et Fairhurst (1970) et Wawersik et Brace (1971) ont décrit la progression de la courbe contrainte-déformation des roches dures soumises à une compression uniaxiale ou triaxiale, avec une faible pression de confinement.

D'après Paulding (1965a-b), Brace et al. (1966), Cook (1970) et les normes de l'ISRM (International Society of Rock Mechanics, 1981) l'analyse du comportement mécanique

des roches doit se faire à partir de trois courbes, à savoir, la courbe contrainte-déformation axiale, la courbe contrainte-déformation transversale et la courbe contrainte axiale déformation volumique.

Malgré la popularité de la courbe contrainte déformation axiale et transversale dans la majorité des études sur le comportement mécanique des roches, c'est la courbe contrainte déformation volumique qui offre une vision plus globale de l'état de micro-fissuration et d'anisotropie de la roche. Cette courbe fournit des informations précieuses concernant la fermeture et propagation des micro-fissures ainsi que l'orientation du système d'anisotropie de la roche. Ce sujet sera traité plus en détail dans les chapitres IV et VI.

La figure 2.5 présente les courbes contrainte-déformation axiale, transversale (latérale) et volumique typiques des roches dures jusqu'à la rupture, ainsi que les mécanismes de rupture fragile en compression uniaxiale. Les termes rupture et rupture fragile sont utilisés ici selon les définitions données par Bieniawski (1967), c'est-à-dire que la rupture est le processus selon lequel la structure de l'éprouvette se désagrège en deux morceaux ou plus, et la rupture fragile est définie comme une rupture qui se produit sans qu'aucune déformation permanente (inélastique) n'ait été observée. Il faut souligner que la définition de rupture fragile, selon Bieniawski (1967), implique que le matériau ait un comportement élastique mais pas nécessairement linéaire.

Sur les courbes de la figure 2.5, il est possible d'identifier cinq régions caractéristiques du comportement typique des roches dures. La région 1, comprise entre l'origine et le point I, est caractérisée par une relation contrainte-déformation non linéaire. Ce comportement est attribué à la fermeture des micro-fissures, qui sous l'influence d'un état nul de contrainte sont ouvertes et au fur et à mesure que l'état de contrainte augmente se ferment, autant pour un état de contrainte hydrostatique que pour un état de contrainte non hydrostatique (Adams et Williamson, 1923). Dans le présent document,

on considère les contraintes de compression comme étant des contraintes positives et les contraintes de tension comme étant des contraintes négatives.

On peut remarquer clairement sur la figure 2.6 que la pente de la courbe contrainte-déformation axiale, augmente avec l'augmentation de la contrainte appliquée jusqu'à ce qu'elle atteigne une valeur pratiquement constante. La courbe contrainte-déformation transversale par contre présente une concavité vers le bas, cette forme étant imposée par les micro-fissures ouvertes que « inhibent » les déformations latérales (Walsh, 1965c). Il faut noter cependant que ce comportement est observable davantage pour des sollicitations uniaxiales, vu que lors des sollicitations multiaxiales, les contraintes principales intermédiaire et mineure pourront-elles aussi, fermer les micro-fissures en position favorable. À la limite, la courbe contrainte-déformation transversale présentera un comportement linéaire, tel qu'illustré à la figure 2.7.

En ce qui concerne la courbe contrainte axiale-déformation volumique, on peut observer aussi des relations non linéaires (figure 2.8) dues à la fermeture des micro-fissures. La pente de la courbe contrainte axiale-déformation volumique, augmente avec l'augmentation de la contrainte appliquée jusqu'à ce qu'elle atteigne une valeur pratiquement constante.

La région 2, comprise entre le point I et II de la courbe contrainte-déformation (figure 2.5), est caractérisée par une relation contrainte-déformation axiale linéaire et une relation contrainte axiale-déformation transversale et contrainte axiale-déformation volumique linéaires pour un état de contrainte triaxial et approximativement linéaire pour un état de contrainte uniaxial.

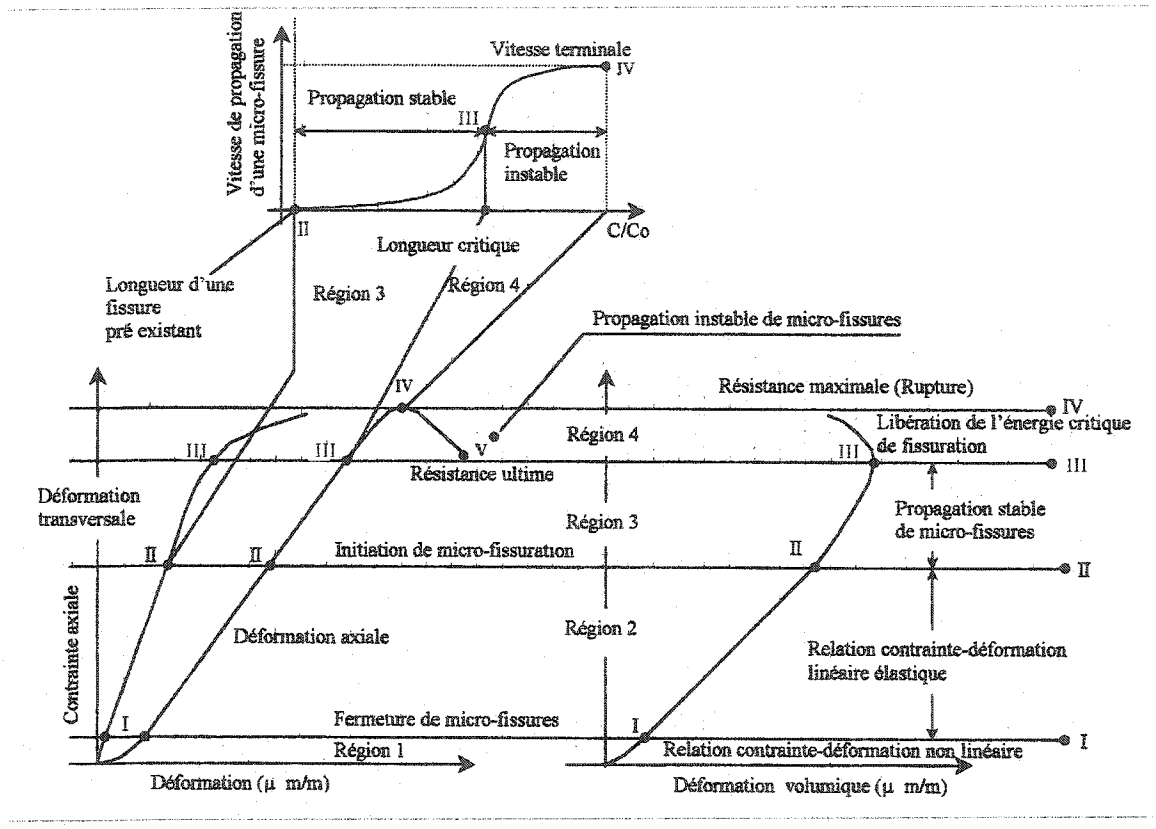


Figure 2.5 - Les courbes contrainte-déformation axiale, transversale et volumique typiques des roches dures jusqu'à la rupture, ainsi que les mécanismes de rupture fragile en compression uniaxiale; C est la demi-longueur d'une micro-fissure et Co est la demi-longueur originale (adapté de Bieniawski, 1967).

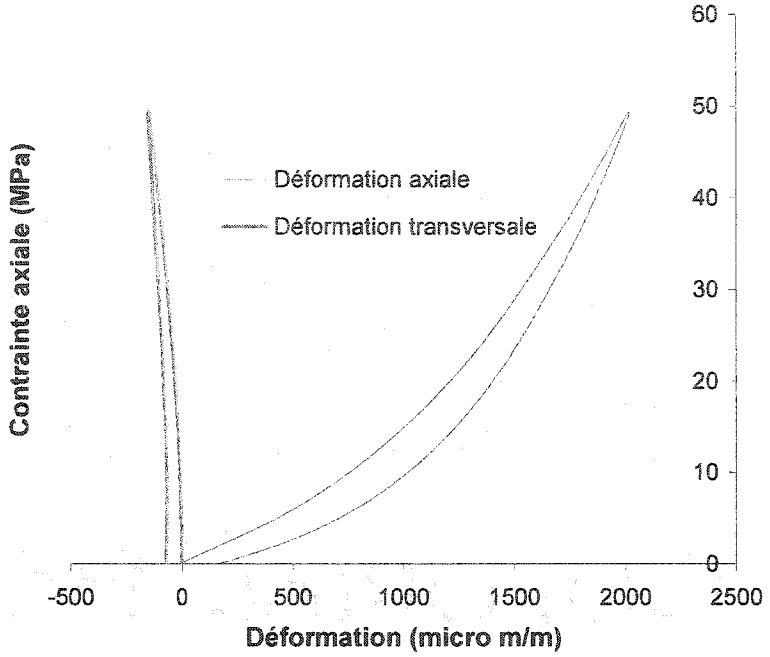


Figure 2.6 - Déformations axiale et transversale mesurées lors de l'essai de compression uniaxiale réalisé sur le granite Gris.

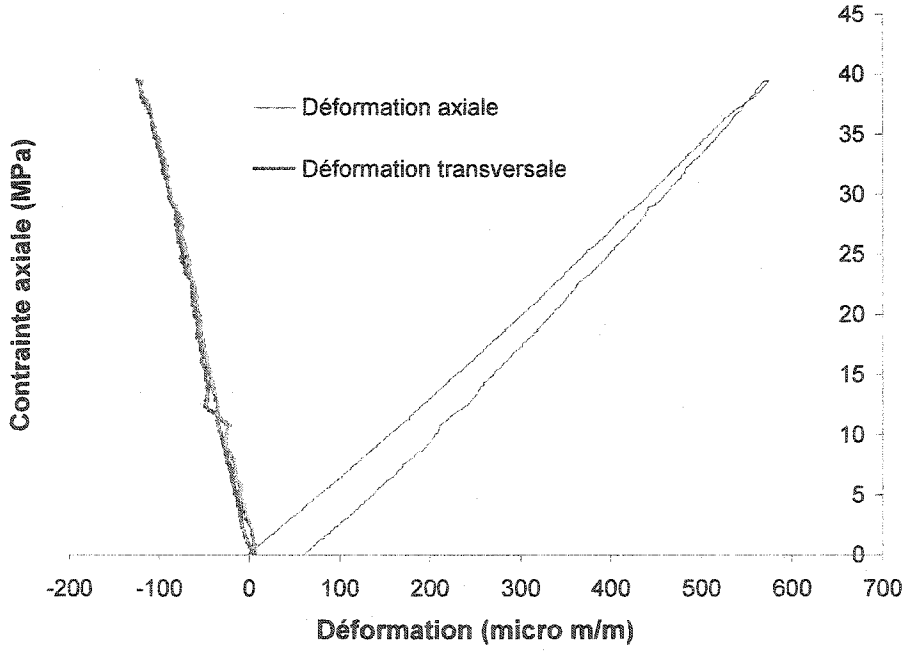


Figure 2.7 - Déformations axiale et transversale mesurées lors de l'essai de compression triaxiale à 41,37 MPa (6000 psi) de pression de confinement réalisé sur le granite Gris.

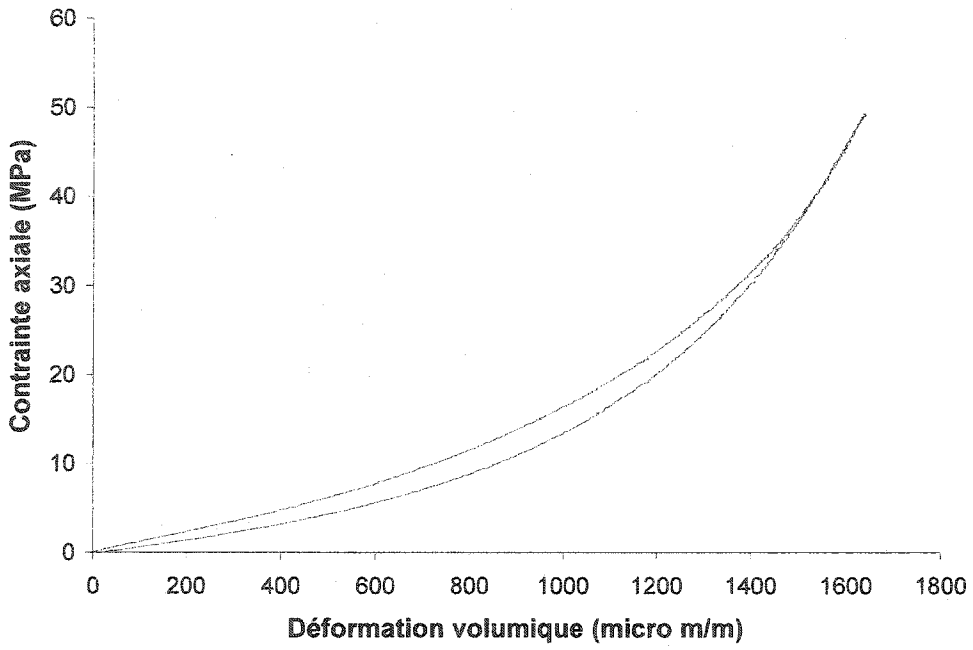


Figure 2.8 – Contrainte axiale versus déformation volumique mesurée lors de l'essai de compression uniaxiale réalisé sur le granite Gris.

Selon Li et Nordlund (1993), ce léger écart d'un comportement linéaire de la courbe contrainte axiale-déformation transversale et contrainte axiale-déformation volumique dans la région 2 est causé par les micro-fissures sub-verticales qui restent ouvertes lors d'un essai de compression uniaxiale. Ces micro-fissures ouvertes ont la propriété « d'inhiber » la déformation latérale causant ainsi le comportement non linéaire observé (Walsh, 1965c). Néanmoins, sous un état de contraintes triaxial suffisamment élevé, où les micro-fissures sub-verticales pourront se fermer aussi, la proportionnalité entre la contrainte axiale et les déformations transversales et volumique sera respectée (figure 2.7).

Si un déchargement se produit dans cette portion linéaire de la courbe contrainte-déformation (région 2) ou même dans la région 1 de la courbe contrainte-déformation, une boucle d'hystérésis peut se produire, tout dépendant de l'état de contrainte appliqué (figures 2.6, 2.7 et 2.8).

Habituellement le phénomène d'hystérésis est causé par une perte d'énergie du système due au frottement entre les faces des micro-fissures. Néanmoins, à toutes fins pratiques, les déformations permanentes causées par la perte d'énergie due au phénomène d'hystérésis dans les régions 1 et 2 de la courbe contrainte-déformation des roches fragiles sont négligeables (figures 2.6, 2.7 et 2.8).

Au fur et à mesure que la contrainte axiale augmente, les relations contrainte-déformation transversale et volumique commencent à s'éloigner du comportement linéaire, tandis que la relation contrainte-déformation axiale reste linéaire (figure 2.5). Ce point de détour, point II sur la figure 2.5, marque le début du processus d'initiation et de propagation des micro-fissures stables, qui résulte en un phénomène de dilatance (Bieniawski, 1967). C'est le début de la région 3. Le terme stable est ici utilisé dans le sens qu'il y a un rapport entre la longueur de la micro-fissure et l'incrément de contrainte, de façon à ce que si le chargement est arrêté les micro-fissures arrêtent de se propager. Encore ici, on voit que les courbes contrainte-déformation transversale et volumique sont plus sensibles aux changements de la condition de micro-fissuration de la roche que la courbe contrainte-déformation axiale. Néanmoins, contrairement à « l'inhibition » des déformations causées par les micro-fissures ouvertes dans la région 2, dans la région 3 la non-linéarité est causée par une augmentation des déformations transversales non proportionnelle à la contrainte appliquée.

Tapponnier et Brace (1976) ont observé la propagation de micro-fissures induites par un chargement dans le granite Westerly à l'aide du microscope à balayage électronique (SEM – « scanning electron microscope »). Ces auteurs ont conclu que le développement de nouvelles micro-fissures est en accord avec le début du processus de dilatance, celle-ci étant définie comme une augmentation de volume non élastique de la roche en réponse à un incrément de contrainte. Selon Tapponnier et Brace (1976), à de très faibles niveaux de contraintes déviatoriques les micro-fissures préalables, qu'ils appellent LARCS (« low aspect ratio cavities ») et qui sont en réalité des cavités longues et étroites qui s'alignent le long des frontières des grains (Sprunt et Brace, 1974),

commencent à se connecter soit par la rupture des ponts qui les séparent, soit par la croissance des nouvelles LARCS, en déclenchant ainsi le processus de dilatance. Le niveau de contrainte correspondant au début de la dilatance se situe d'habitude entre 15% et 56% de la résistance en compression uniaxiale de la roche (Bieniawski, 1967 ; Ashby et Hallam, 1986 ; Shi et al., 1995).

En ce qui concerne la rupture des ponts qui séparent les LARCS, il est intéressant remarquer que d'après Lajtai (1998) ce phénomène est responsable d'un quatrième mécanisme de déformation, le « compactage », qui vient s'ajouter à la fermeture des micro-fissures, à la déformation élastique des grains minéraux et à la déformation inélastique due à la propagation des micro-fissures. D'après Lajtai (1998) le « compactage » n'est pas un mécanisme de déformation élastique puisqu'il entraîne l'endommagement de la roche et par conséquent des déformations non récupérables. Toutefois, il est un mécanisme distinct de la propagation des micro-fissures puisqu'il est associé à une diminution du volume de la roche, tandis que la propagation des micro-fissures implique une augmentation de volume. Une autre particularité qui fait du « compactage » un mécanisme distinct de la propagation des micro-fissures vient du fait que ce mécanisme implique un endommagement très localisé, qui fait que le matériau adjacent aux LARCS n'est pas endommagé. Par conséquent, lors d'un déchargement, la roche présente encore des déformations élastiques considérables. Pour plus de détails en ce qui concerne ce mécanisme de déformation, le lecteur doit se rapporter à Lajtai (1998).

D'après Hoek et Bieniawski (1965) et Bieniawski (1967), pour que le processus de propagation des micro-fissures soit déclenché, il faut qu'un glissement entre les faces des micro-fissures fermées se produise. D'après ces auteurs, à cause des irrégularités existantes, la résistance au mouvement relatif entre les faces des micro-fissures varie le long de la surface de contact. Ainsi, quelques points en contact intime empêchent les déplacements relatifs jusqu'à ce que la contrainte de cisaillement mobilisée soit suffisamment élevée pour les rompre. Finalement, quand la résistance au mouvement

relatif due aux irrégularités est dépassée, le glissement relatif entre les faces des micro-fissures peut se produire. Le glissement ainsi produit induit la formation d'un état de contrainte de tension aux extrémités de la micro-fissure originale. Comme résultat final, on a la progression de la micro-fissure.

Si un déchargement se produit dans la région 3 de la courbe contrainte-déformation, une boucle d'hystérèse peut alors se produire. Toutefois, le glissement entre les faces des micro-fissures dans le sens contraire à celui produit lors du chargement non hydrostatique ne se produira pas avant que la contrainte mobilisée ne dépasse le coefficient de frottement entre les faces des micro-fissures. Ceci veut dire que les micro-fissures fermées n'influenceront pas le comportement mécanique de la roche au début du processus de déchargement. Par conséquent, les propriétés mécaniques mesurées au début du déchargement vont bien refléter les valeurs intrinsèques de la roche, comme démontré par Walsh (1965a-c).

Le processus de propagation stable des micro-fissures est un événement qui se produit à des faibles vitesses de propagation et au fur et à mesure que le processus évolue, la vitesse de propagation augmente. Par contre, la force nécessaire pour maintenir la propagation des micro-fissures décroît (Craggs, 1960). La figure 2.5 illustre la façon dont la vitesse de propagation augmente. Le point d'inflexion de la courbe marque la transition entre la fissuration stable et instable et il correspond au point III des courbes contrainte-déformation qui caractérise le début de la région 4. Le terme propagation instable de fissure désigne une micro-fissure qui se propage de façon non contrôlée (Bieniawski, 1967).

Bieniawski (1967) a démontré expérimentalement que le début du processus de fissuration instable, le point III sur la courbe contrainte-déformation de la figure 2.5, correspond à la résistance à long terme des roches. D'après cet auteur ce point se situe à peu prés à 75% de la résistance en compression uniaxiale maximale de la roche mesurée lors d'un essai de compression uniaxiale conventionnel.

Le processus de propagation instable des micro-fissures a une influence sur le comportement des courbes contrainte-déformation axiale, transversale et volumique. La courbe contrainte-déformation axiale s'éloigne du comportement linéaire et par conséquent sa pente diminue jusqu'à s'annuler. En ce qui concerne les courbe contrainte-déformation transversale et contrainte-déformation volumique la concavité augmente (figure 2.5). D'une façon générale, la courbe contrainte axiale déformation volumique présente une augmentation de concavité accompagnée d'un changement du signe de la déformation qui passe de positif (diminution de volume) à négatif (augmentation de volume). Cette augmentation de volume est le reflet d'une fissuration généralisée. Le point de dérivée nulle sur la courbe contrainte-déformation axiale représente la résistance maximale en compression de la roche et marque le début de la région 5. À ce stade, la coalescence des micro-fissures peut se produire et une surface macroscopique de rupture peut être générée.

Après le pic de résistance, la courbe contrainte-déformation axiale (la région 5, figure 2.5) est fortement influencée par la rigidité de la presse. Il faut souligner ici que les termes contrainte et déformation n'ont plus de sens dans cette région, puisque les contraintes et les déformations ne sont plus distribuées uniformément dans l'éprouvette qui est en train de se désagréger ; de plus, la section circulaire de l'échantillon n'est plus connue. Il devient donc plus logique de travailler avec les termes charge et déplacement. Une discussion plus détaillée au sujet des relations presse-roche est fournie entre autres par Wawersik et Fairhurst (1970), Hudson et al. (1972), Jaeger et Cook (1976).

2.4 LA NON-LINÉARITÉ

Comme il a été vu dans la section précédente, il est bien connu d'après des essais en laboratoire, que le comportement mécanique des roches n'est pas parfaitement linéaire. En effet, les roches dures présentent souvent deux types de non-linéarité, la première associée à la fermeture des micro-fissures (faible niveau de contrainte) et la deuxième associée à la propagation des micro-fissures (région pré-pic). Comme l'objectif principal de cette recherche est la modélisation du comportement des roches dans la région 1 de la courbe contrainte-déformation (figure 2.5), la présente section va s'attarder surtout sur l'influence des micro-fissures dans la partie non linéaire qui caractérise cette région.

Adams et Williamson (1923) ont été les premiers auteurs à associer le comportement non linéaire des roches à des faibles niveaux de contraintes à la fermeture des micro-fissures. Afin d'étudier ce comportement, ces auteurs ont soumis deux éprouvettes de roche, préparées différemment, à des essais de compression triaxiale. Pour le premier essai l'éprouvette a été revêtue d'un matériau imperméable, tandis que pour le deuxième essai l'éprouvette ne portait aucune couche imperméable protectrice.

Adams et Williamson (1923) ont observé que l'essai avec l'éprouvette qui n'a pas été imperméabilisée a présenté un comportement contrainte-déformation linéaire, tandis que l'essai avec l'éprouvette imperméabilisé a présenté un comportement contrainte-déformation non linéaire. Ces auteurs ont conclu que la non proportionnalité entre la contrainte appliquée et les déformations présenté par l'éprouvette imperméabilisée est une conséquence directe de la fermeture des micro-fissures, puisque dans ce cas la pression de confinement a été exercée uniquement à l'extérieur de l'éprouvette, soit sur l'ensemble grains plus les vides. Le comportement linéaire présenté par l'éprouvette non imperméabilisé est du au fait que l'huile qui transmet la pression de confinement a pu pénétrer dans le réseau des micro-fissures et agir uniquement sur les constituants solides de la roche.

De cette façon Adams et Williamson (1923) ont défini deux sortes de compressibilités différentes, nommées « inner compressibility » et « outer compressibility ». La compressibilité du type « inner compressibility » fait appel à la déformation des constituants solides de la roche, tandis que la compressibilité du type « outer compressibility » fait appel à la déformation de l'ensemble roche-vides.

À ce stade il faudrait faire une différence entre micro-fissures et pores, car selon plusieurs auteurs tels que Walsh (1965a-c), Walsh et Brace (1966) entre autres, chacun de ces vides affecte de façon très distincte le comportement mécanique des roches. D'après ces auteurs, les micro-fissures se ferment sous l'effet des contraintes compressives tandis que les pores, dû à leur caractère équidimensionnel, ne se ferment pas. L'influence des pores se résumerait à une diminution de la rigidité de la roche par rapport à la rigidité moyenne de ces constituants solides.

Dans la présente recherche, une telle distinction ne sera pas faite pour deux raisons majeures. D'abord, la supposition que les pores sont des vides de section circulaire ou presque est trop simpliste et ne reflète pas la réalité. Deuxièmement, on s'intéresse au comportement non linéaire des roches causé par la fermeture de micro-discontinuités existantes, peu importe si ces discontinuités sont des pores, des micro-fissures ou quelque cavité entre les deux. Ainsi, dans le présent document, le terme micro-fissure fait référence de façon indistincte aux pores et aux micro-fissures, sauf si pour la bonne compréhension du texte une telle distinction est nécessaire.

2.4.1. LES MICRO-FISSURES

Des observations directes faites par Brace (1972) et Sprunt et Brace (1974) sur plusieurs granites ont donné un portrait plus réaliste des cavités intrinsèques des roches. Ces auteurs se sont servis d'une méthode d'investigation optique à balayage électronique (SEM « scanning electron microscope ») avec laquelle la préparation des surfaces des

roches n'induit pas la formation de nouvelles micro-fissures. Brace (1972) et Sprunt et Brace (1974) ont observé que les micro-cavités existantes peuvent être classées en deux catégories nommées LARCS et HARCS, en fonction du rapport entre leurs axes mineur et majeur.

Selon Sprunt et Brace (1974) les LARCS (« low aspect ratio cavities ») possèdent un rapport axe mineur sur axe majeur (α) plus petit que 10^{-1}. Elles se situent fréquemment sur les frontières des grains et sont caractérisées par des terminaisons arrondies et par des petits ponts étroits de matériau intact qui s'écrasent à des très faibles niveaux de contraintes. Les LARCS s'étendent très rarement à l'intérieur des grains, sauf si la roche a été déjà soumise à un état de contrainte élevé. Les HARCS (« high aspect ratio cavities ».) par contre, sont des cavités avec un rapport axe mineur sur axe majeur (α) plus grand que 10^{-1}. Les HARCS sont distribuées de façon irrégulière le long des frontières des grains et sont bien répandues à l'intérieur des grains de certains minéraux, comme dans le plagioclase sodique par exemple.

2.4.2. L'INFLUENCE DE LA GRANULOMÉTRIE ET DE LA COMPOSITION DES ROCHES SUR LE COMPORTEMENT NON LINÉAIRE

Brace (1965a) a mesuré la compressibilité de quelques roches cristallines; ses résultats sont montrés sur la figure 2.9. On peut observer sur cette figure que le module de complaisance volumique, soit l'inverse du module de compressibilité volumique K, varie en fonction du niveau de pression hydrostatique pour toutes les roches testées sauf pour la diabase Frederick.

Si une comparaison est faite entre le comportement de la diabase Frederick (figure 2.9) et sa porosité, on peut constater que le comportement linéaire du diabase Frederick se justifie bien par l'absence de micro-fissures (tableau 2.2).

Tableau 2.2 - Description physique et modale des roches testées par Brace (1965a). Abréviations : *qu* - quartz ; *or* - orthoclase ; *mi* - microcline ; *an* - plagioclase avec contenu d'anorthite ; *au* - série augite-hypersthène ; η - porosité ; D - diamètre moyen des grains.

	η	D (10^{-3} mm)	Analyse modale (%)
Granite Westerly	0,002	750	27,5 *qu*; 35,4 *mi*; 31,4 an_{17}; 4,9 mica
Granite Stone Mt.	0,0035	2500	30 *qu*; 24 *mi*; 42 an_{10}; 4 mica
Quartzite Rutland	0,001	300	91 *qu*; 7 *or*; 2 mica
Diabase Frederick	0,000	175	48 an_{67}, 49 *au*, 1 mica

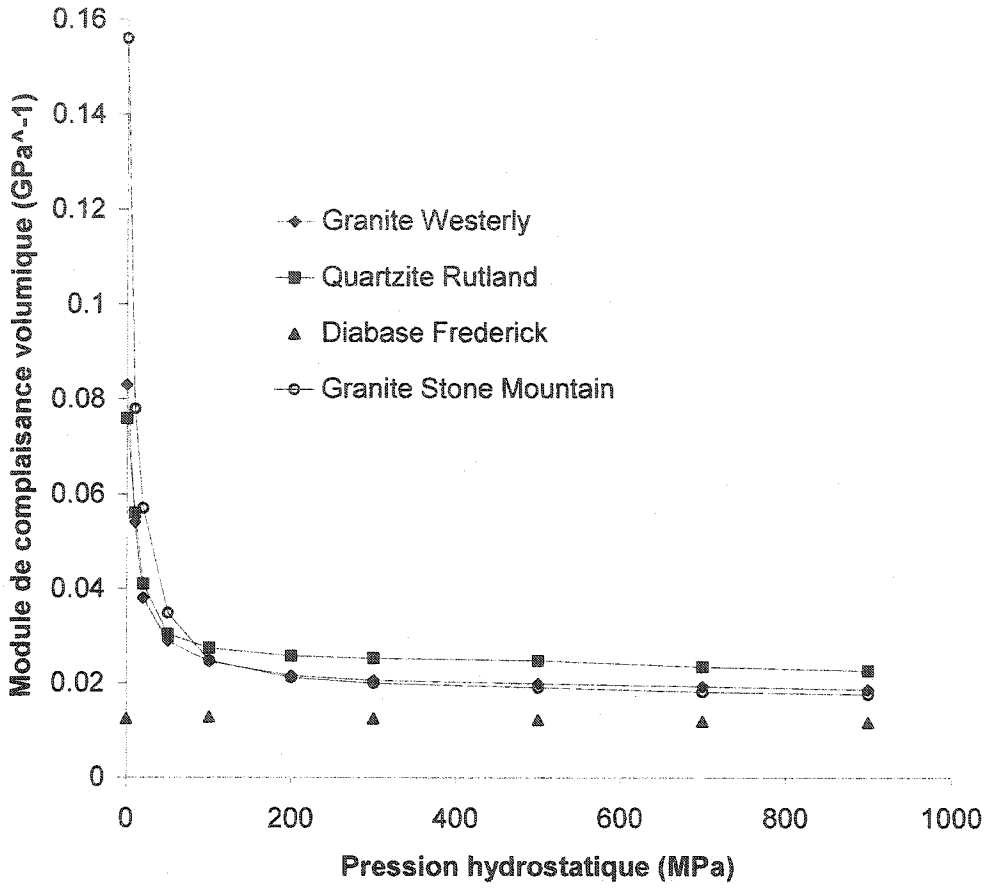


Figure 2.9 – Contrainte hydrostatique versus le module complaisance volumique. D'après les données de Brace (1965a).

Brace (1965a) a suggéré aussi que la taille des grains puisse jouer une rôle non négligeable sur le comportement non linéaire des roches, étant donné que les micro-fissures ont tendance à se localiser sur les frontières des grains (Brace, 1972 et Sprunt et Brace, 1974). On peut remarquer sur le tableau 2.2, que le diamètre moyen des grains du diabase Frederick est beaucoup plus petit que le diamètre moyen des grains des autres roches listées.

Nur et Simmons (1970) ont mené une étude sur l'origine des micro-fissures dans les roches ignées et ils ont conclu que les micro-fissures préalables existant dans ce type de

roche sont dues principalement aux différences entre les valeurs d'expansion et de compressibilité thermique des minéraux qui les composent, surtout le quartz. Nur et Simmons (1970) ont présenté sous forme graphique les valeurs de R ($R = (V_{10} - V_0)/V_{10}$), la différence relative entre la vitesse d'ondes de compression à zéro et 1GPa de pression de confinement (10 kilobars) en fonction la densité des roches ignées, classées selon leur contenu en quartz (figure 2.10). Les valeurs élevées de R indiquent une porosité élevée. On peut remarquer sur la figure 2.10 que les valeurs relativement élevées de R sont associables à des roches porteuses de quartz. Nur et Simmons (1970) attribuent cette relation aux propriétés d'expansion thermique de ce minéral.

On remarque à l'examen du tableau 2.2, que la diabase Frederick, qui présente un comportement linéaire, n'a pas de quartz dans sa composition modale. On peut aussi constater que le quartzite Rutland, qui présente 91% de quartz dans sa composition modale, est une des roches qui présente la non-linéarité la plus prononcée juste après les granites Stone Mt. et Westerly (figure 2.9), qui en plus d'être des roches porteuses de quartz, possèdent les diamètres moyens de grains les plus élevés

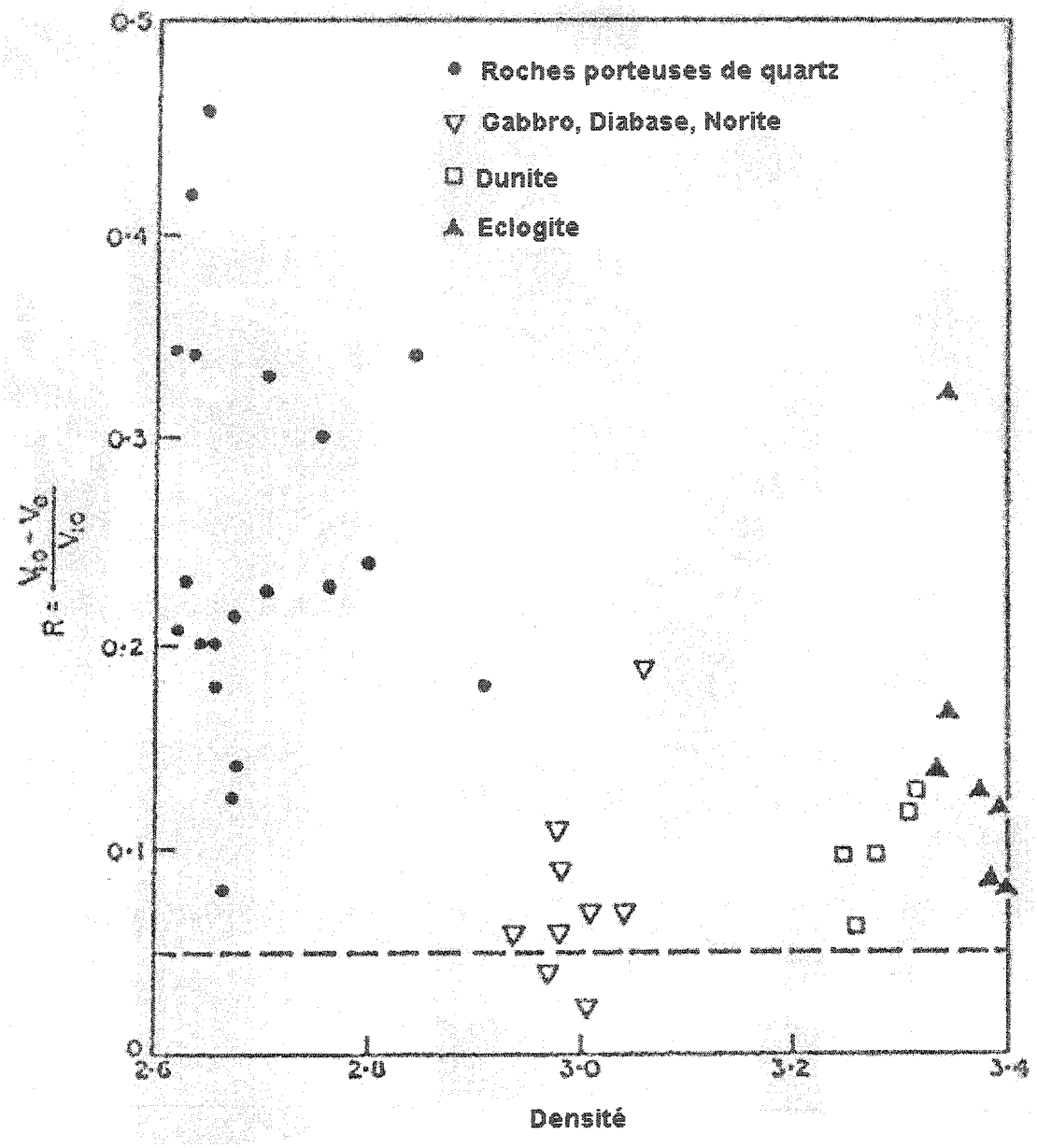


Figure 2.10 – Différence relative entre la vitesse d'ondes de compression (R) à zéro (V_0) et à 1 GPa (10 kilobars; V_{10}) de pression de confinement, versus la densité des roches ignées classées selon leur contenu en quartz (Nur et Simmons, 1970).

2.4.3. LES PARAMÈTRES ÉLASTIQUES DE HOOKE ET LE COMPORTEMENT NON LINÉAIRE

On a vu dans la section précédente que la courbe contrainte-déformation axiale présente un comportement non linéaire à des faibles niveaux de contraintes à cause de la fermeture des micro-fissures (figure 2.5). Par conséquent, le module de Young, qui représente le rapport entre la contrainte et la déformation axiale, n'est pas une constante dans cette région. En effet, il possède un comportement assez variable en fonction de la contrainte appliquée (figure 2.11).

D'après les figures 2.5, 2.6 et 2.11, on peut remarquer que la pente qui caractérise le module de Young augmente au fur et à mesure que la contrainte axiale augmente (région 1 de la courbe contrainte-déformation axiale, figure 2.5) jusqu'à ce qu'il atteigne une valeur constante (région 2 de la courbe contrainte-déformation axiale, figure 2.5), quand toutes les micro-fissures passibles d'être fermées l'ont été. Après, on observe une tendance à la réduction de sa valeur avec le début de la propagation stable des micro-fissures jusqu'à la rupture, quand la courbe contrainte-déformation axiale atteint une dérivée nulle (figure 2.5).

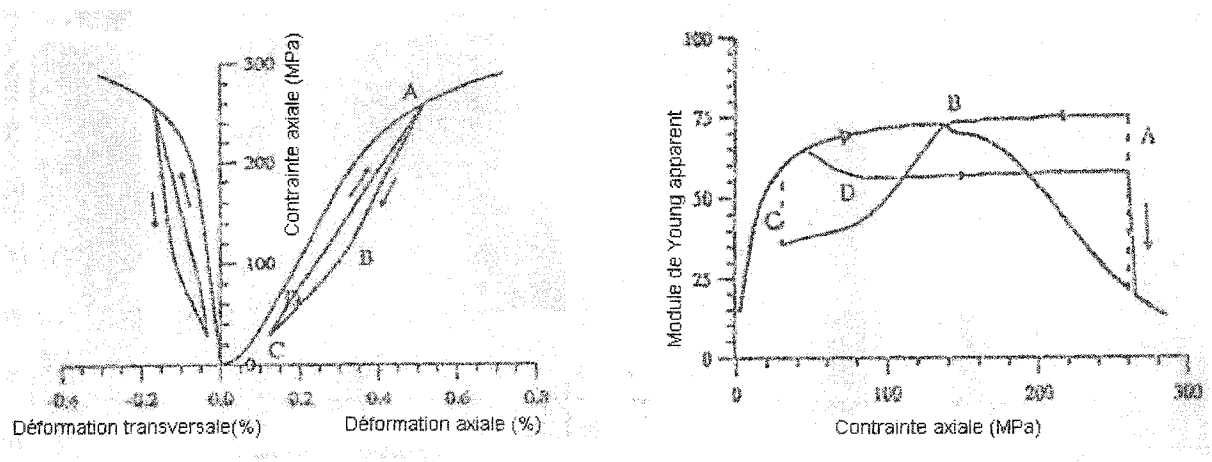


Figure 2.11 - Variation du module de Young tangent pendant un cycle de chargement, déchargement, et rechargement (Li et al., 1998 et Li et Nordlund, 1995).

La valeur constante atteinte par le module de Young, dans la région 3 de la courbe contrainte-déformation axiale est inférieure à la valeur intrinsèque de la roche. D'après Walsh (1965b), cette différence est due à un mouvement relatif qui se produit entre les faces des micro-fissures. Néanmoins, comme il a été déjà mentionné dans la section précédente, lors d'un déchargement, les micro-fissures ne glissent pas immédiatement dans le sens opposé, d'où le phénomène de l'hystérésis. Le module de Young de la roche non fissurée peut alors être trouvé dans cette portion de la courbe de déchargement.

Le comportement du module de Young en fonction de la contrainte axiale pour un chargement, un déchargement et un rechargement a été décrit par Li et al. (1998) à partir de leur modèle phénoménologique. Ces auteurs ont calculé la valeur du module de Young tangent tout au long de la courbe contrainte-déformation axiale pour la charge, la décharge, et la recharge d'une roche dure avant sa rupture (figure 2.11). D'après la courbe de la figure 2.11, on peut constater que le module de Young augmente avec l'augmentation de la charge axiale et s'approche de sa valeur intrinsèque, le point B. Après ce point, le module de Young commence à décroître en réponse à l'initiation et à la propagation stable des micro-fissures. Lors du déchargement, la valeur du module augmente soudainement jusqu'au point A. La raison de cette augmentation soudaine est l'absence de mouvement relatif entre les faces des micro-fissures pendant la transition du chargement au déchargement. La valeur du module de Young reste constante jusqu'à ce que la contrainte axiale mobilisée atteigne le niveau marqué par le point B. Donc, l'intervalle compris entre le point A et B caractérise la réponse de la matrice de la roche, c'est-à-dire le module intrinsèque de la roche. À partir du point B le glissement entre les faces des micro-fissures se produit et en conséquence, le module de Young décroît. Au début du rechargement le glissement entre les faces des micro-fissures ne se produit pas, ce qui caractérise le saut marqué par le point C, mais tout de suite il commence à se produire de façon graduelle jusqu'au moment où le module de Young atteint une valeur constante, marquée par l'intervalle entre les points D et A.

Dans cet intervalle, le module de Young correspond au niveau de fissuration du point A. À partir de ce point, les micro-fissures continueront à se propager et la courbe du rechargement rejoindra celle du chargement.

Le comportement non linéaire de la courbe contrainte-déformation transversale est différent de celui de la courbe contrainte-déformation axiale. Au lieu d'avoir une non-linéarité avec une concavité vers le haut, comme les courbes contrainte-déformation axiale, la courbe contrainte-déformation transversale possède une non-linéarité avec une concavité vers le bas (figure 2.5 et 2.6). Cette différence est due au fait que les micro-fissures ouvertes inhibent la déformation latérale, tandis que les micro-fissures fermées ne les inhibent pas (Walsh, 1965c et 1993). Par conséquent, au début du chargement, quand les micro-fissures sont encore ouvertes, la pente de la courbe contrainte-déformation transversale a une valeur qui s'approche de la valeur intrinsèque de la roche et au fur et à mesure que les micro-fissures se referment, cette pente s'atténue. Ceci explique la concavité vers le bas de la courbe contrainte déformation transversale. Il en résulte alors que la courbe contrainte axiale déformation volumique présente généralement une non-linéarité (concavité vers le haut) moins prononcée que celle de la courbe contrainte-déformation axiale vu qu'elle représente la sommation des déformations axiale et transversale.

À cause du comportement non linéaire des courbes contrainte-déformation axiale et transversale, le coefficient de Poisson possède un comportement assez irrégulier. À de faibles niveaux de contraintes il a une valeur plus petite que la valeur intrinsèque de la roche et au fur et à mesure que la contrainte axiale augmente, sa valeur augmente jusqu'à ce qu'il atteigne une valeur plus élevée que la valeur intrinsèque.

Comme ils l'ont fait pour le module de Young, Li et al. (1998) ont décrit le comportement du coefficient de Poisson tangent en fonction de la contrainte axiale pour un chargement, un déchargement et un rechargement axial. D'après la courbe de la figure 2.12 on peut constater que le coefficient de Poisson augmente rapidement avec

l'augmentation de la charge axiale, s'approchant de façon asymptotique de sa valeur intrinsèque, le point B. Avec l'initiation et la propagation des micro-fissures la valeur du coefficient de Poisson recommence à augmenter de façon encore non linéaire. Lors d'un déchargement la valeur du coefficient de Poisson change soudainement (point A) car à la transition chargement-déchargement, le mouvement relatif entre les faces des micro-fissures ne se produit pas instantanément. Ce comportement continue jusqu'à ce que la contrainte axiale atteigne un certain niveau, marqué par le point B. Donc, l'intervalle compris entre le point A et B caractérise la réponse de la matrice de la roche, c'est-à-dire, que dans cette plage on a le coefficient de Poisson intrinsèque de la roche. À partir du point B, le glissement entre les faces des micro-fissures se produit et en conséquence, la valeur du coefficient de Poisson augmente jusqu'à ce qu'il atteigne un sommet à partir duquel il a tendance à diminuer de valeur. Le saut au point C caractérise la transition entre le déchargement et le rechargement. Au début du rechargement, le glissement entre les faces des micro-fissures ne se produit pas. Cependant, au fur et à mesure que la charge augmente, le glissement entre les faces des micro-fissures commence graduellement à se produire, jusqu'à ce que le coefficient de Poisson atteigne une valeur presque constante qui correspond à un état de fissuration proche de celui que la roche avait au point A. À partir de ce point, les micro-fissures continueront à se propager et la courbe du rechargement rejoindra celle du chargement.

En ce qui concerne l'évolution du module de cisaillement (G) avec les contraintes déviatoriques on peut se rapporter au travail de Ofoegbu et Curran (1991). Ces auteurs ont calculé la valeur du module de cisaillement (G) pour des incréments de contrainte, tout au long d'une courbe contrainte-déformation axiale pour une pression de confinement constante, en considérant que le module de cisaillement (G) reste constant pendant chaque incrément de contrainte.

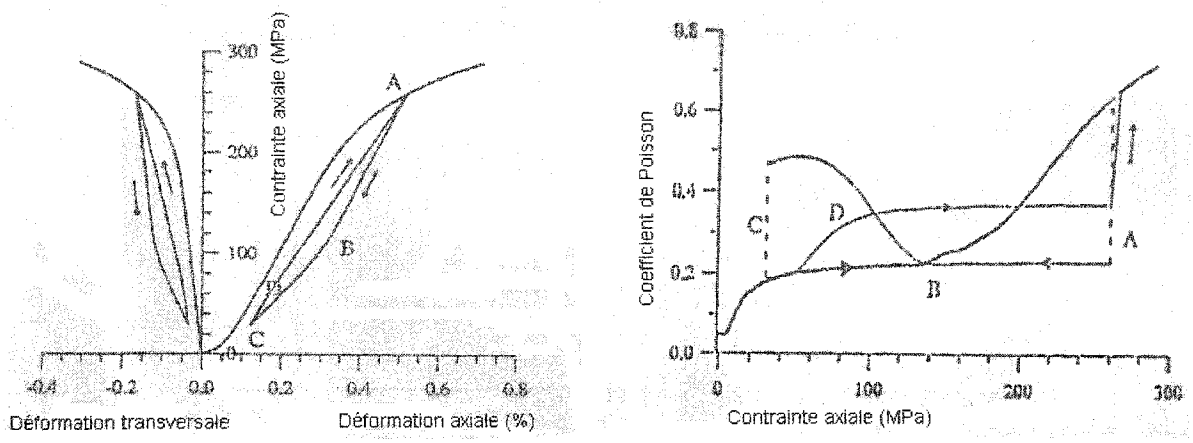


Figure 2.12 - Variation du coefficient de Poisson tangent pendant un cycle de chargement, déchargement, et rechargement (Li et al., 1998).

Avec l'aide de la figure 2.13 on peut observer la variation du module de cisaillement (G) en fonction de la déformation circonférencielle pour la norite Creighton, à une pression de confinement de 30 MPa. L'augmentation initiale de la valeur du module de cisaillement (G) est associée à la fermeture des micro-fissures selon ces auteurs.

D'après Ofoegbu et Curran (1991), quand une éprouvette de roche est soumise à une contrainte déviatorique, les micro-fissures préalables peuvent se fermer ou s'ouvrir selon leur orientation par rapport à la contrainte maximale de compression. D'une façon générale, le module de cisaillement (G) augmente jusqu'à ce qu'il atteigne une valeur maximale, qui correspond à un taux maximal de fermeture de micro-fissures. Ensuite, au fur et à mesure que la contrainte déviatorique augmente, le taux de propagation et d'ouverture des micro-fissures dépasse celui de fermeture des micro-fissures, par conséquent, la valeur du module de cisaillement (G) tend à diminuer jusqu'à une valeur résiduelle.

Selon Ofoegbu et Curran (1991), la valeur maximale atteinte par le module de cisaillement (G_{max}) pour une éprouvette de roche donnée dépend de la pression de confinement à laquelle l'éprouvette a été soumise. Plus les pressions de confinement

appliquées sont élevées, plus les pressions développées sur les interfaces des micro-fissures sont élevées et plus le module de cisaillement (G) calculé s'approche de sa valeur « intrinsèque ».

Les valeurs du module de cisaillement maximal (G_{max}) obtenues par Ofoegbu et Curran (1991) pour la norite Creighton en fonction de la pression de confinement sont montrées à la figure 2.14. D'après ces auteurs les valeurs maximales du module de cisaillement (G_{max}) sont égales ou inférieures à la valeur intrinsèque de la roche, mais jamais supérieures. De cette façon, en supposant que les valeurs de G_{max} approchent la valeur intrinsèque de façon asymptotique, Ofoegbu et Curran (1991) affirment que la meilleure estimation du module de cisaillement intrinsèque (G') se fait à l'aide de la courbe enveloppe de la variation du module G_{max} en fonction de la pression de confinement, la ligne en pointillé sur la figure 2.14.

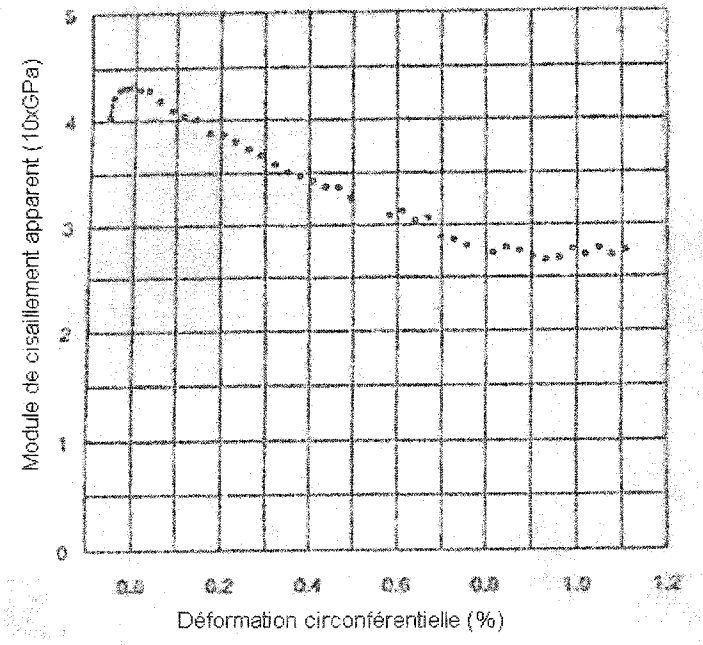


Figure 2.13 - La variation du module de cisaillement (G) en fonction de la déformation circonférentielle pour une pression de confinement de 30 MPa (Ofoegbu et Curran, 1991).

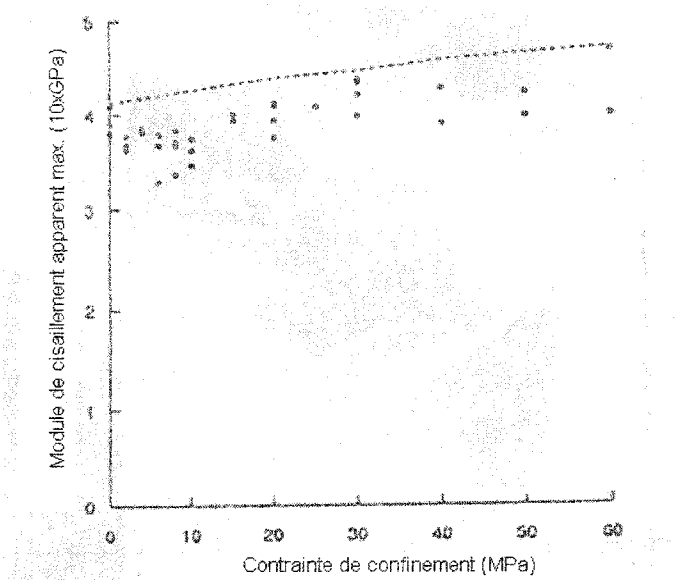


Figure 2.14 - Des valeurs maximales du module de cisaillement (G_{max}) en fonction de la contrainte de confinement (Ofoegbu et Curran, 1991).

2.5 L'ANISOTROPIE DE DÉFORMATION

La déformation anisotrope des roches à l'échelle du laboratoire est le résultat de l'interaction entre les caractéristiques de la roche à l'échelle micro-structurale et macro-structurale (tableau 2.1). Il s'avère alors qu'un nombre élevé de facteurs jouent un rôle important lors de la caractérisation de l'anisotropie à cette échelle. Dans le domaine micro-structural on retrouve les facteurs minéralogiques ou cristallographiques, telles que les propriétés directionnelles d'un minéral particulier ou d'un groupe de minéraux, et les facteurs pétrographiques, comme l'arrangement et l'orientation des grains minéraux, les plans de clivage et les micro-fissures. Dans le domaine macro-structural, l'anisotropie est influencée par des structures tels que les linéaments, le litage et la foliation.

La combinaison des tous ces éléments de base micro-structuraux et macro-structuraux peut, d'après Masure (1970), être représentée par trois (3) modèles structuraux de symétrie élastique (figure 2.15) :

- la symétrie axiale (isotropie transversale, 5 constantes);
- la symétrie orthotrope (9 constantes);
- la symétrie monoclinique (13 constantes);

La symétrie axiale (isotropie transversale) s'applique à la plupart des roches sédimentaires non plissées et à certaines roches ignées possédants des micro-fissures. La symétrie orthotrope s'applique aux roches métamorphiques possédant deux ou trois plans d'isotropie orthogonale (foliation) ou plus simplement aux roches possédant un linéament sur un plan d'isotropie. La symétrie monoclinique s'applique aux roches métamorphiques qui possèdent deux plans d'isotropie orientés à un angle différent de 90º degrés (Kwasniewiski, 1993).

Cependant, il faut remarquer que d'après une revue bibliographique concernant les données publiées sur les paramètres élastiques des roches fait par Rahn (1984), la symétrie transversale isotrope représente le comportement mécanique de la majorité des roches d'importance significative pour la mécanique des roches. De plus, Berry et al. (1974) affirment que les roches aux symétries monocliniques ou triclinique (21 constantes) peuvent être représentées par la symétrie axiale ou orthotrope avec une erreur négligeable lorsque comparées aux erreurs causées par l'approximation du comportement non linéaire par un comportement linéaire.

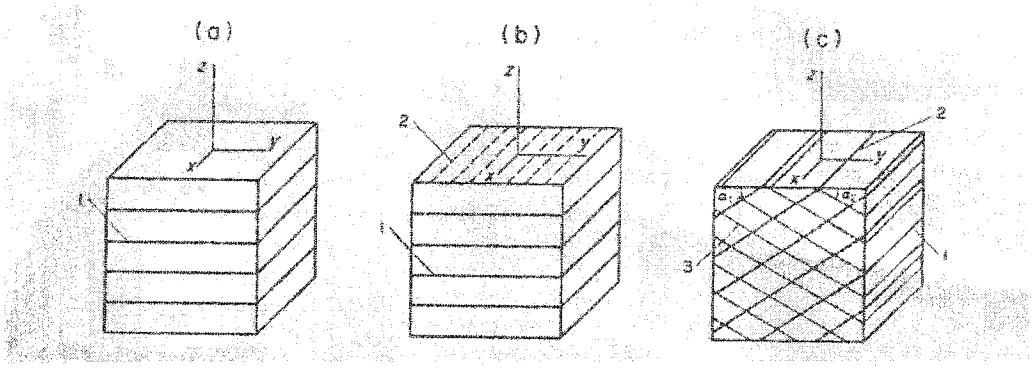


Figure 2.15 - Modèles structuraux des roches. (a) Symétrie axiale. (b) Symétrie orthotrope. (c) Symétrie monoclinique (adapté de Masure, 1970).

Les premières études sur le comportement anisotrope de déformation des roches au laboratoire ont été menées par Müller (1930, dans Kwasniewski, 1993) et Lepper (1949, dans Kwasniewski, 1993). Ces auteurs ont étudié les caractéristiques de déformation élastique et de rupture des roches soumises à un chargement uniaxial. Müller (1930, dans Kwasniewski, 1993) a déterminé le module de Young dans les directions parallèle et perpendiculaire au plan de litage d'un grès. Cet auteur a trouvé que le module de Young parallèle au plan de litage était 1.23 fois plus élevé que celui déterminé perpendiculairement au plan de litage ($E_{//} = 1.23E_{\perp}$). Lepper (1949, dans Kwasniewski, 1993) est arrivé à des conclusions semblables à celles de Müller à partir d'une étude menée sur le calcaire Yule ($E_{//} = 1.5E_{\perp}$).

La raison pour laquelle le module de Young est plus élevé dans la direction parallèle au plan d'isotropie et plus faible dans la direction perpendiculaire est intuitive. Comme il a été vu au début de cette section, le modèle structural de symétrie axiale des roches est formé généralement par des plans de litage, de foliation ou par la présence de micro-fissures orientées de façon préférentielle. Or, lors d'un chargement parallèle au plan d'isotropie, les contraintes appliquées seront supportées par les couches les plus raides, tandis que lors d'un chargement perpendiculaire les couches plus déformables

absorberont la majorité des déformations induites. Par conséquent le module de Young $E_{//}$ sera toujours plus grand ou égal au module $E_{\perp}$.

La première étude systématique sur le comportement anisotrope de déformation des roches sous l'influence d'une pression de confinement a été menée par Price (1958, dans Kwasniewski, 1993). En étudiant le siltstone Snowdown cet auteur a observé, à part le rapport $E_{//}/E_{\perp} > 1$, que le module de Young $E_{//}$ est beaucoup plus sensible à une variation de la contrainte perpendiculaire au plan de litage (contrainte de confinement) que le module de Young $E_{\perp}$. Ce comportement est probablement dû à la présence de micro-fissures ouvertes sur le plan de litage, puisque les micro-fissures sont plus susceptibles d'être fermées quand la contrainte agit parallèlement à son axe mineur. Par conséquent, le module $E_{//}$ augmente au fur et à mesure que la contrainte agissant perpendiculaire au plan de litage (contrainte de confinement) augmente. Néanmoins, aucune référence est faite sur le comportement non linéaire des roches testées. Price (1958, dans Kwasniewski, 1993) ne fait non plus aucune référence à la diminution du rapport $E_{//}/E_{\perp}$ au fur et à mesure que la contrainte de confinement augmente.

En ce qui concerne la variation du module de Young en fonction de l'orientation du plan d'isotropie par rapport à la contrainte principale majeure, Allirot et Boehler (1979) présentent une analyse assez détaillée à ce sujet. D'après les résultats publiés par ces auteurs, on peut constater une diminution continue de la valeur du module de Young de $\beta = 0^o$ ($E_{//}$) à $\beta = 90^o$ ($E_{\perp}$) (figure 2.16). Par contre, Loureiro Pinto (1970) en analysant la déformation des roches schisteuses, a observé une valeur minimale du module de Young pour un angle $\beta \approx 60^o$ pour le schiste I (figure 2.17). Néanmoins, sauf pour ce schiste, on peut observer que le module de Young a une tendance générale à diminuer avec une variation de $\beta = 0^o$ à $\beta = 90^o$ (figure 2.17). Loureiro Pinto (1970) ne fournit aucune explication pour le comportement présenté par le schiste I. Ribacchi

(1988) a trouvé des résultats semblables à ceux de Loureiro Pinto (1970) pour le schiste I lors des essais réalisés sur des gneiss des Alpes centrales et occidentales.

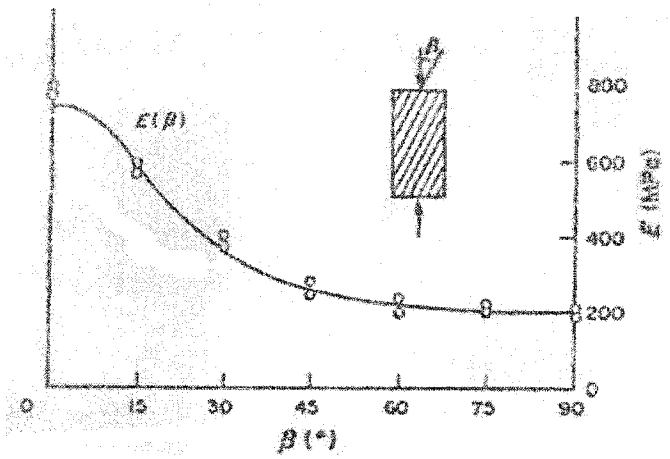


Figure 2.16 – Variation du module de Young en fonction de la variation de l'angle entre le plan d'isotropie et l'axe d'application de la contrainte axiale (β) (diatomite Montagne d'Andance; adapté de Allirot et Boehler, 1979).

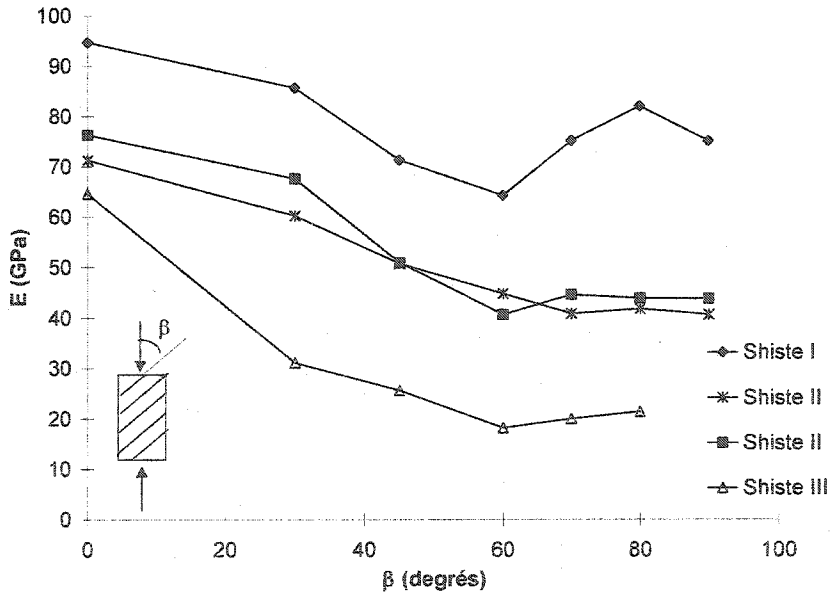


Figure 2.17 - Variation du module de Young selon l'orientation du plan d'anisotropie, d'après les données de Loureiro Pinto (1970).

Un des premiers auteurs à associer le comportement anisotrope des certaines roches à la présence de micro-fissures a été Hobbs (1960, dans Kwasniewski, 1993). Cet auteur a observé que l'anisotropie et la limite de linéarité du charbon Oakdale, qui se manifestent clairement pour des pressions de confinement inférieures à 7 MPa, disparaissent ou deviennent négligeables à des pressions de confinement plus élevées.

En ce qui concerne l'association entre le comportement anisotrope et non linéaire des roches, Brace (1965a) a remarqué, lors d'une étude sur la complaisance linéaire (la déformation dans une direction divisée par la pression hydrostatique) des roches de texture isotrope, que la non-linéarité et l'anisotropie disparaissent au fur et à mesure que la contrainte hydrostatique augmente. Brace (1965a) a attribué ce comportement à la fermeture des micro-fissures. Lors d'une autre étude, cette fois-ci sur la complaisance linéaire des roches avec une structure plane comme une schistosité par exemple, Brace (1965b) a observé que la complaisance linéaire dans deux directions orthogonales diminue au fur et à mesure que la pression hydrostatique augmente. Basé sur ses propres observations antérieures (Brace, 1965a) et celles de Walsh (1965a), soit qu'au-delà de 199,89 MPa (2 kbars) ou 299,83 MPa (3 kbars) la majorité des micro-fissures sont fermées et leurs effets en ce qui concerne la compressibilité des roches sont négligeables, Brace (1965b) a conclu que l'anisotropie qui persiste à des hauts niveaux de contraintes est due exclusivement aux caractéristiques intrinsèques de la matrice de la roche. Il a nommé cette anisotropie l'anisotropie intrinsèque. Par conséquent, Brace (1965b) affirme que l'anisotropie rencontrée à des faibles niveaux de contraintes est le résultat de la combinaison des effets dus à la texture de la roche et à la présence des micro-fissures.

D'autres travaux réaffirment l'importance de l'effet des micro-fissures sur le comportement non linéaire et anisotrope des roches (Douglas et Voight, 1969; Berry et al., 1974 entre autres). Douglas et Voight (1969), ont testé 9 groupes d'échantillons du granite Barre selon 9 directions différentes. Ces auteurs montrent que le comportement mécanique de ce granite est marqué par une non-linéarité et une anisotropie

significatives, toutes les deux causées essentiellement par la présence des micro-fissures. De plus, leur recherche aborde l'effet de la réduction de l'anisotropie de déformation et l'augmentation du module de déformation avec une augmentation de la contrainte de confinement.

D'autre part, Berry et al. (1974) ont conclu à partir d'essais réalisés sur 5 types différents de roches anisotropes, que l'anisotropie des roches est surtout due à la présence et à la distribution des micro-fissures. D'après ces auteurs l'orientation des plans minéraux joue un rôle secondaire dans le caractère anisotrope des roches, sauf pour les roches porteuses d'une grande quantité de philosilicates. Selon Berry et al. (1974) la géométrie et la dimension des grains n'ont pratiquement aucune influence sur l'anisotropie des roches métamorphiques comparativement aux effets des micro-fissures. Cependant, il faut souligner que Brace (1965a) a suggéré que la taille des grains puisse jouer une rôle non négligeable sur le comportement non linéaire des roches, étant donné que les micro-fissures ont tendance à se localiser sur les frontières des grains (Brace, 1972 et Sprunt et Brace, 1974).

En ce qui concerne l'anisotropie induite par un état de contrainte non hydrostatique, Wu et Hudson (1991) ont mené une étude très intéressante sur une roche au comportement non linéaire isotrope, le grès Springwell. Ces auteurs ont évalué l'anisotropie induite par des contraintes non hydrostatiques à l'aide d'essais de compression triaxiale. Leur procédure consistait à superposer un état de contrainte déviatorique à un état de contrainte hydrostatique et ensuite augmenter ou diminuer la composante hydrostatique tout en gardant la composante déviatorique dans la direction axiale constante, c'est qu'ils appellent le test Q constant ($\sigma_1 - \sigma_3 = Q = cte$). Ces auteurs ont vérifié que sous un état de contrainte hydrostatique, la roche en question présentait un comportement non linéaire isotrope et que des incréments de déformation anisotropes ont été produits par des incréments de contrainte hydrostatique lors de la réalisation du test Q constant. Wu et Hudson (1991) ont observé aussi que la déformation dans la direction transversale

était systématiquement plus élevée que celle dans la direction axiale. En plus, ces auteurs ont vérifié qui les déformations transversales mesurées selon deux directions orthogonales était pratiquement égales. Wu et Hudson (1991) ont conclu alors qu'il est raisonnable de considérer le comportement mécanique d'une roche porteuse de micro-fissures de distribution équiprobable soumise à un état de contrainte triaxial axisymètrique comme étant transversalement isotrope. Le plan d'isotropie étant défini par l'axe d'application de la contrainte déviatorique.

Cependant, il faut souligner que d'après Wong et Brace (1979) et Wong (1982) les micro-fissures sont rarement distribuées de façon équiprobable dans les roches. L'origine de cette distribution des micro-fissures avec une orientation préférentielle est due aux conditions de contrainte non isotropes et/ou de température non uniforme qui prévalent lors du processus de formation des roches.

D'après la théorie classique de l'élasticité linéaire on peut démontrer, comme l'ont fait Corthésy et al. (1993), que les corps anisotropes présentent en plus des phénomènes de premier ordre, des phénomènes de deuxième ordre, soit une variation de volume associée aux composantes déviatoriques et une variation de forme associée à la composante hydrostatique du tenseur de contraintes. Corthésy et al. (1993) ont illustré ce phénomène de façon très claire avec l'exemple d'une sphère transversalement isotrope qui quand soumise à un chargement hydrostatique, se transforme en un ellipsoïde, même dans le cas où les contraintes déviatoriques sont nulles. C'est la manifestation d'un des phénomènes de deuxième ordre d'un corps transversalement isotrope.

Allirot et al. (1977) ont bien vérifié ce comportement expérimentalement. Ces auteurs ont réalisé des essais hydrostatiques cycliques sur une diatomite stratifiée au comportement transversalement isotrope et ont observé que les éprouvettes de roche initialement de forme cylindrique ont tendance à présenter une section elliptique en

fonction de l'angle (θ) entre les plans de stratification et l'axe de l'éprouvette (figure 2.18). Ce comportement sera discuté de façon plus détaillée plus loin dans ce document.

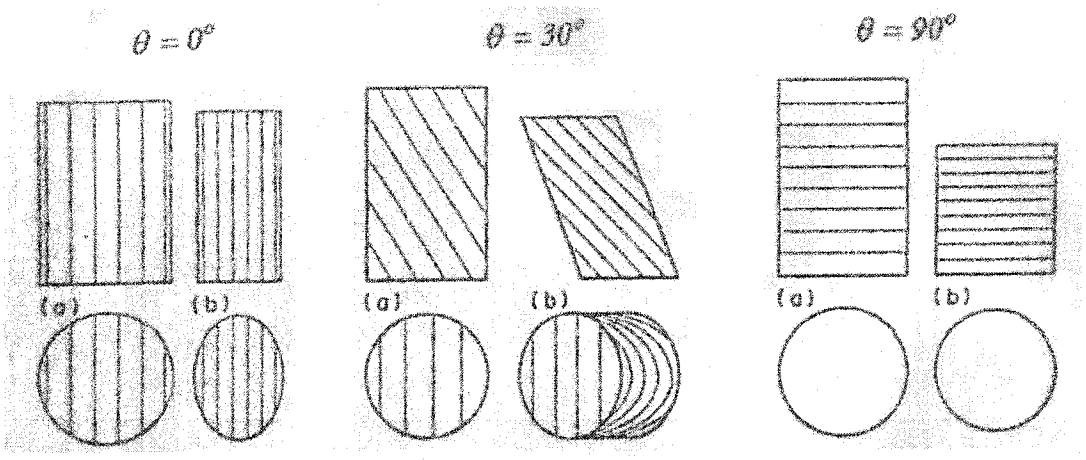


Figure 2.18 - Représentation schématique des déformations résultantes des essais de compression hydrostatique sur une diatomite stratifiée de comportement transversalement isotrope. (a) Section avant le chargement. (b) Section après le chargement (Kwasniewski, 1993, d'après les données d'Allirot et al. 1977).

2.6 CONSIDÉRATIONS FINALES

En ce qui concerne la courbe contrainte-déformation typique des roches dures jusqu'à la rupture, on peut la diviser, grosso modo, en trois régions. Une première région de comportement non linéaire élastique, causé par la présence de micro-fissures préalables, où les propriétés mécaniques de la roche varient au fur et à mesure que la contrainte appliquée augmente ; une deuxième région de comportement linéaire élastique, contrôlée par la matrice de la roche, où les propriétés mécaniques restent constantes dans une certaine plage de contraintes et une troisième région de comportement non linéaire inélastique, causé par la propagation des micro-fissures dans la roche, où la courbe contrainte-déformation axiale atteint de façon asymptotique une valeur maximale de résistance.

En ce qui concerne le comportement mécanique des roches en présence des micro-fissures, on peut conclure que les micro-fissures sont responsables du comportement non linéaire des roches, une fois qu'elles se ferment sous l'action d'un faible champ de contraintes de compression et se propagent quand ce champ de contraintes atteint des valeurs élevées. La conséquence directe de cette fermeture de micro-fissures est la perte de proportionnalité entre les contraintes et les déformations.

En ce qui concerne les paramètres élastiques, le module de Young et le module de compressibilité augmentent avec une augmentation de l'état de contrainte appliqué. Le coefficient de Poisson par contre, a un comportement assez irrégulier pouvant varier sur toute la plage de valeurs physiquement possibles pour les roches intactes. En plus, le coefficient de Poisson est très sensible aux conditions de chargement et de déformation imposées, les valeurs moins élevées sont associées à des conditions de déformation latérale plus restreintes puisque ces conditions empêchent les déplacements relatifs entre les faces des micro-fissures. Le module de Young est aussi affecté, mais contrairement au coefficient de Poisson, les valeurs les plus élevées sont associées à des contraintes de confinement plus élevées. En ce qui concerne le module de cisaillement (G), il augmente avec une augmentation de l'état de contraintes jusqu'à atteindre sa valeur maximale (G_{max}), qui varie en fonction de la contrainte de confinement, l'augmentation étant causée par la fermeture des micro-fissures. Avec l'augmentation des contraintes appliquées, le module de cisaillement diminue au fur-et-à mesure que les micro-fissures se propagent. Aussitôt que le taux de propagation et d'ouverture des micro-fissures dépasse le taux de fermeture le module de cisaillement décroît jusqu'à atteindre une valeur résiduelle.

En résumé, puisque le comportement non linéaire des roches fragiles à de faibles niveaux de contraintes est dû exclusivement à la présence des micro-fissures et que ces dernières se retrouvent naturellement dans les roches fragiles à différents degrés selon la granulométrie, la composition, l'historique des contraintes et l'état d'altération de la

roche, on peut conclure que le comportement non linéaire des roches fragiles à de faibles niveaux de contraintes constitue plutôt la règle que l'exception.

En ce qui à trait au comportement anisotrope des roches en laboratoire, les résultats des recherches dans ce domaine mènent aux conclusions générales suivantes:

- La majorité des roches ignées, métamorphiques et sédimentaires stratifiées exhibent les caractéristiques d'un corps transversal isotrope ou orthotrope;

- Les roches transversales isotropes sont caractérisées par les déformations les plus élevées dans la direction perpendiculaire au plan qui contient la stratification et/ou les micro-fissures, et les moins élevées dans les directions parallèles à ce plan;

- Les comportements non linéaire et anisotrope sont intimement associés à la présence des micro-fissures;

- Sous l'action d'un champ de contraintes triaxial axi-symétrique, le dégrée d'anisotropie diminue généralement avec une augmentation de la contrainte de confinement;

- La présence de fluides dans les micro-fissures réduit considérablement le comportement anisotrope et non linéaire des roches;

- Les roches anisotropes soumises à un champ de contrainte hydrostatique présentent des déformations de cisaillement, ce qui sera caractérisé dans ce document de phénomènes de deuxième ordre.

CHAPITRE III

REVUE DES MODÈLES DE COMPORTEMENT NON LINÉAIRE ÉLASTIQUE

3.1 GÉNÉRALITÉS

Une loi de comportement représente un modèle mathématique formé par un ensemble d'équations qui relient les contraintes aux déformations et au temps. Ce modèle mathématique tente de reproduire le comportement mécanique d'un matériau de façon à pouvoir simuler son comportement sous différents états de contraintes. En conséquence, la validité d'un modèle constitutif est directement reliée au degré de compréhension du phénomène en question (Desai et Siriwardane, 1984).

En ce qui concerne le comportement non linéaire des roches fragiles à des faibles niveaux de contraintes, on a vu dans le chapitre précédent que ce phénomène est dû exclusivement au processus de fermeture des micro-fissures et que l'anisotropie est souvent associée à ce comportement non linéaire.

D'après Desai et Siriwardane (1984), la non-linéarité peut se manifester par de grands changements de géométrie (non-linéarité géométrique), par des changements des propriétés du matériau (non-linéarité matérielle) ou encore par une conjugaison de ces deux formes de non-linéarité. Dans la présente recherche on va se limiter à la non-linéarité matérielle pour deux raisons majeures. D'abord parce que la non-linéarité dans la région I de la courbe contrainte déformation des roches fragiles est caractérisée par un changement de propriétés et deuxièmement parce que les déformations dans cette région sont d'ordre infinitésimal.

Une brève revue de la littérature a permis de remarquer la faible quantité de travaux consacrés à la modélisation de la non-linéarité qui caractérise la région I de la courbe

contrainte-déformation. La grande majorité des chercheurs qui oeuvrent en mécanique de roches fondamentale orientent leurs travaux vers la modélisation de la non-linéarité due à la propagation stable et instable des micro-fissures. Cette tendance s'explique par l'importance que joue ce type de non-linéarité dans la stabilité des ouvrages civils et miniers en roche.

Cette même revue de la littérature a permis de remarquer que de façon générale, deux approches majeures sont adoptées pour développer les relations constitutives non linéaires des roches fragiles, autant pour la non-linéarité qui caractérise la région I que pour celle qui caractérise les régions III et IV de la courbe contrainte-déformation. Ce sont les approches empiriques et les approches phénoménologiques et semi-empiriques.

Les approches empiriques font référence à une procédure qui consiste à trouver une fonction (polynomiale, exponentielle, hyperbolique, etc.) qui s'ajuste aux données expérimentales obtenues à partir d'essais en laboratoire. La fonction choisie dans le modèle est d'habitude incorporée dans les lois constitutives de la théorie de l'élasticité linéaire, cette dernière étant adaptée au problème en question. Cette approche conduit à des bons résultats seulement dans le cas où les conditions aux frontières et le cheminement de contraintes sont très proches de ceux qui ont caractérisé les essais en laboratoire. Ce fait limite l'utilisation du modèle à des problèmes très spécifiques.

Les approches phénoménologiques et semi-empiriques par contre, sont basées sur la description mathématique de la courbe contrainte-déformation enregistrée expérimentalement. La procédure consiste à déterminer de façon théorique un modèle constitutif représenté par une série de relations contrainte-déformation dont les paramètres sont déterminés à partir d'essais au laboratoire.

Le présent chapitre présente, de façon résumée, les relations constitutives non linéaires les plus courantes dans la littérature scientifique. Dans l'ensemble de ce document, les relations constitutives qui portent sur les déformations non réversibles, c'est-à-dire, sur

les déformations permanentes et sur la rupture des roches (la propagation stable et instable de micro-fissures) ainsi que sur la déformation des roches en fonction du temps ne seront pas considérées. Toutefois, les modèles qui ont comme but la caractérisation du comportement non linéaire des roches à la rupture mais qui considèrent aussi la fermeture des micro-fissures seront également présentés; cependant, leur présentation sera limitée à la non-linéarité causée par la fermeture des micro-fissures.

3.2 L'APPROCHE EMPIRIQUE

En se basant sur les travaux pionniers d'Adams et Williamson (1923), Walsh (1965a-c) et Brace (1965a), plusieurs auteurs ont essayé de simuler le comportement non linéaire des roches en ajustant une fonction (polynomiale, exponentielle, hyperbolique, etc.) aux données expérimentales obtenues à partir d'essais en laboratoire. Cette approche a été utilisée par plusieurs chercheurs comme Kulhawy (1975), Santarelli et al. (1986), Brown et al. (1989), Wang et Dusseault (1991), et Cazacu et al. (1996) entre autres, surtout dans l'analyse de la stabilité et de la distribution des contraintes autour des trous de forage. À titre d'exemple deux modèles sont discutés dans cette section, soit le modèle hyperbolique de Duncan et Chang (1970) et le modèle non linéaire anisotrope de Cazacu et al. (1996).

3.2.1 LE MODÈLE HYPERBOLIQUE DE DUNCAN ET CHANG (1970)

Duncan et Chang (1970) ont établi un modèle non linéaire incrémental où les relations contrainte-déformation sont ajustées à une fonction du type hyperbolique. A chaque incrément le comportement contrainte-déformation est traité comme étant linéaire et le rapport entre les contraintes et les déformations obéit la loi généralisé de Hooke :

$$\begin{bmatrix} \Delta\sigma_X \\ \Delta\sigma_Y \\ \Delta\tau_{XY} \end{bmatrix} = \frac{3K}{9K-E} \begin{bmatrix} (3K+E) & (3K-E) & 0 \\ (3K-E) & (3K+E) & 0 \\ 0 & 0 & E \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\varepsilon_X \\ \Delta\varepsilon_Y \\ \Delta\gamma_{XY} \end{bmatrix} \tag{3.1}$$

où E est le module de Young et K le module de compressibilité volumique. L'équation 3.1 fait référence à un état de déformations planes.

Ce modèle est basé sur les observations de Kondner et ses collaborateurs (Kondner, 1963 et Kondner et Zelasko, 1963) voulant que la relation contrainte-déformation d'un nombre raisonnable de sols peut être bien représentée par une fonction hyperbolique du type :

$$(\sigma_1 - \sigma_3) = \frac{\varepsilon}{\dfrac{1}{E_i} + \dfrac{\varepsilon}{(\sigma_1 - \sigma_3)_{ult}}} \tag{3.2}$$

où, E_i est le module de Young tangent initial, ε la déformation axiale et $(\sigma_1 - \sigma_3)_{ult}$ un terme que représente la valeur de la résistance en compression ultime. En effet, ce dernier terme tient compte de la dépendance entre la résistance en compression et la contrainte de confinement et il peut être déterminé à partir de l'équation 3.2 transformée tel qu'illustré dans la figure 3.1.

Afin de représenter l'augmentation de la rigidité avec l'augmentation de la contrainte de confinement, qui caractérise le comportement de la grande majorité des sols et roches, Duncan et Chang. (1970) ont introduit dans leur modèle l'équation empirique qui suit :

$$E_i = Bp_a \left(\frac{\sigma_3}{p_a} \right)^n \tag{3.3}$$

où B est un paramètre de rigidité adimensionnel, n un exposant, et p_a la pression atmosphérique. Cette équation a été initialement suggérée par Janbu (1963; dans Duncan et Chang, 1970).

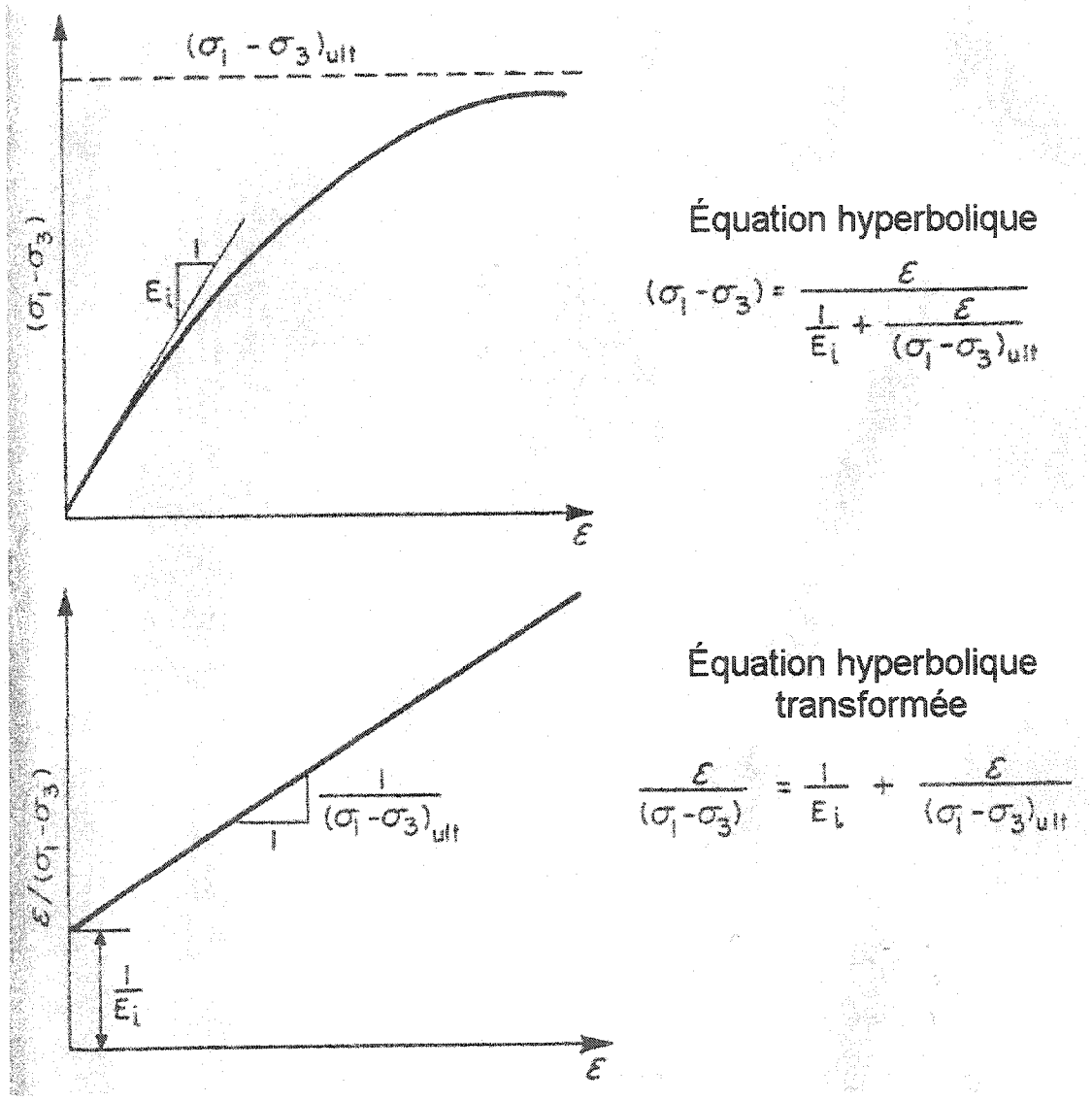


Figure 3.1 – Représentation hyperbolique de la courbe contrainte-déformation (adapté de Duncan et al., 1980).

Pour tenir compte de l'augmentation de la résistance de sols et roches avec l'augmentation de la contrainte de confinement Duncan et Chang (1970) ont, dans un premier temps, établit un lien entre la différence de contrainte maximale à la rupture $(\sigma_1 - \sigma_3)_f$ et la différence de contrainte maximale à la rupture ultime $(\sigma_1 - \sigma_3)_{ult}$ à partir du rapport de rupture R_f comme suit :

$$(\sigma_1 - \sigma_3)_f = R_f (\sigma_1 - \sigma_3)_{ult} \tag{3.4}$$

Ensuite ils ont relié $(\sigma_1 - \sigma_3)_f$ à σ_3 à partir du critère de rupture de Mohr-Coulomb, de la façon suivante :

$$(\sigma_1 - \sigma_3)_f = \frac{2c\cos\phi + 2\sigma_3 \sin\phi}{1 - \sin\phi} \tag{3.5}$$

où ϕ représente l'angle de frottement interne et c la cohésion.

Duncan et Chang (1970) déterminent le module de Young tangent à chaque incrément de contrainte en procédant à la dérivation de l'équation 3.2 par rapport à ε et en substituant les équations 3.3 à 3.5 dans l'équation résultante. Alors,

$$E_t = \left[1 - \frac{R_f(1 - \sin\phi)(\sigma_1 - \sigma_3)}{2c\cos\phi + 2\sigma_3 \sin\phi}\right]^2 Bp_a \left(\frac{\sigma_3}{p_a}\right)^n \tag{3.6}$$

En ce qui concerne la variation de volume, son comportement non linéaire et dépendant du niveau de contrainte est incorporé dans le modèle de Duncan et Chang (1970) de la même façon que le module de Young, soit par l'équation 3.7

$$K = B_b p_a \left(\frac{\sigma_3}{p_a}\right)^m \tag{3.7}$$

où B_b est un paramètre de rigidité adimensionnel et m un exposant. Duncan et Chang (1970) ont introduit la pression atmosphérique p_a dans leur modèle afin de rendre les paramètres B et B_b indépendants du système d'unités choisi.

D'après ces auteurs, en faisant varier le module de Young E et le module de compressibilité volumique K de façon appropriée, il est possible, avec l'aide de l'équation 3.1, de modéliser la non-linéarité et la dépendance du niveau de contraintes qui caractérise le comportement mécanique des roches et sols.

Les paramètres requis par le modèle de Duncan et Chang (1970) sont déterminés à partir d'essais de compression triaxiale menés jusqu'à la rupture; avec au moins trois essais à des pressions de confinement différentes. Les procédures pour la détermination des paramètres sont présentées dans Duncan et al. (1980).

Il est important de noter que le modèle non linéaire hyperbolique de Duncan et Chang (1970) a été conçu pour modéliser la non-linéarité causée par la propagation de micro-fissures, puisque dans son modèle le module de Young tangent diminue avec l'augmentation de la contrainte déviatorique. Cependant, étant donné que ce même module augmente avec une augmentation de la contrainte principale mineure (équation 3.3), comme le fait le module de compressibilité volumique (équation 3.7), le modèle de Duncan et Chang (1970) considère de façon indirecte et partielle la non-linéarité due à la fermeture de micro-fissures dans le cas d'un essai de compression triaxial. En ce qui concerne la dépendance du niveau de contraintes, il est important de souligner que les équations 3.3 et 3.7 ne sont pas valables dans le cas d'une compression uniaxiale. De plus, ces équations doivent être utilisées avec beaucoup de discernement dans certains cas où la pression de confinement est très faible, comme dans les premières étapes de construction d'un remblai par exemple, puisqu'elles engendreront des modules de rigidité trop faibles. Bref, il ne faut pas oublier, comme souligné par Duncan et al. (1980), que les paramètres requis par le modèle ne sont pas des propriétés fondamentales

des roches et des sols, mais des coefficients empiriques qui représentent le comportement des sols et des roches sous des conditions limitées.

L'équation 3.3 initialement proposé par Janbu (1963; dans Duncan et Chang, 1970) a été reprise et modifiée par plusieurs auteurs dont Santarelli et al. (1986), Santarelli et Brown (1987), Brown et al. (1989), Wang et Dusseault (1991), Wang et al. (1993), Shao et al. (1994) entre autres. Le tableau 3.1 résume les relations empiriques proposées par ces auteurs. On ne s'attardera plus sur la description de ces modèles empiriques non linéaires puisqu'ils sont basés sur les mêmes principes déjà décrits lors de la présentation du modèle hyperbolique de Duncan et Chang (1970).

Tableau 3.1 – Quelques relations empiriques basées sur la variation du module de Young en fonction de la contrainte principale mineure.

Santarelli et al. (1986) et Santarelli et Brown (1987)	$E = E_0(1 + A\sigma_3)^a$
Brown et al. (1989)	$E = B - C\,exp(-A\sigma_3)$ $B = E_\infty \ (\sigma_3 \to \infty)$; $C = E_\infty - E_0$
Wang et Dusseault (1991)	$E = E_0 + A\sigma_\theta^n$
Wang et al. (1993)	$E = E_0(1 + A\sigma_i)^n$
Shao et al. (1994)	$E = E_0\left[1 + A(\sigma_3/p_a)^m\right]$
a, A, B, C, n, m = constantes empiriques E_0 = module de Young en compression uniaxiale p_a = pression atmosphérique dans la même unité que le module de Young	

3.2.2. LE MODÈLE NON LINÉAIRE ANISOTROPE DE CAZACU ET AL. (1996)

Cazacu et al. (1996) ont proposé un modèle constitutif élastique-viscoplastique pour les roches stratifiées qui possèdent une anisotropie de type transversale isotrope. Le modèle de Cazacu et al. (1996) considère la courbe contrainte-déformation des roches au complet, c'est-à-dire jusqu'à la rupture. On va cependant s'attarder seulement sur la non-linéarité dans la région 1 de la courbe contrainte-déformation (figure 2.5). Pour plus de détails sur ce modèle le lecteur peut se rapporter à Cazacu et al. (1996).

Dans le modèle de Cazacu et al. (1996) la réponse élastique instantanée de la roche est décrite par la loi généralisée de Hooke adaptée aux matériaux transversalement isotropes (équation 2.9). La non-linéarité est incorporée au modèle par des équations empiriques dans lesquelles le module de Young dans la direction perpendiculaire au plan d'isotropie (E_2) varie en fonction de la contrainte moyenne (σ_m) et de la contrainte octaédrique (τ_{oct}), tandis que le module de Young sur le plan d'isotropie (E_1), et les coefficients de Poisson ν_1 et ν_2 (selon la définition donnée à la figure 2.3) varient en fonction de la contrainte moyenne seulement (équations 3.10). La contrainte octaédrique est définie comme suit :

$$\tau_{oct} = \frac{1}{3}\sqrt{2\left(\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - \sigma_1\sigma_2 - \sigma_1\sigma_3 - \sigma_2\sigma_3\right)} \tag{3.8}$$

D'après Cazacu et al. (1996), les glissements qui peuvent se produire entre les plans d'isotropie d'une roche stratifiée affectent de façon non négligeable les déformations de cisaillement et par conséquent les valeurs calculées de G_2 (selon la définition donnée à la figure 2.3). Ces auteurs optent alors pour la détermination du module de cisaillement sur le plan perpendiculaire au plan d'isotropie à partir d'équation de Saint-Venant, soit :

$$G_2 = \frac{E_1 E_2}{\left[E_1 + E_2\left(1 + 2\nu_2\right)\right]} \tag{3.9}$$

Après une série d'essais triaxiaux sur le schiste Tournemire, Cazacu et al. (1996) proposent les équations exponentielles empiriques qui suivent pour modéliser le comportement non linéaire qui caractérise la courbe contrainte-déformation de cette roche :

$$E_1 = 45000 - 2.35 * 10^4 * \exp(-0.0147\sigma_m) \quad (3.10a)$$
$$E_2 = 15900 - \alpha * \exp(-b\sigma_m) \quad (3.10b)$$
$$\nu_1 = 0.19 - 0.084 * \exp(-0.0216\sigma_m) \quad (3.10c)$$
$$\nu_2 = 0.75 - 0.501 * \exp(-0.0058\sigma_m) \quad (3.10d)$$

où α et b sont des paramètres qui varient en fonction de la contrainte octaédrique. La figure 3.2 présente une comparaison entre le modèle de Cazacu et al. (1996) et les valeurs expérimentales pour un essai de compression hydrostatique et deux essais de compression triaxiale autres que ceux utilisés pour déterminer les paramètres des fonctions présentées dans le système d'équations 3.10.

Malgré la bonne corrélation présentée par la figure 3.2 entre le modèle et les valeurs expérimentales lors d'essais de compression triaxiale et hydrostatique la validité du modèle pour des cheminements de contraintes plus complexes reste à être démontrée. Cette méfiance s'explique par le caractère uniquement empirique du modèle. Par exemple, aucune explication n'est fournie pour le fait que le module de Young sur le plan d'isotropie varie en fonction de la contrainte moyenne tandis que le module de Young dans la direction perpendiculaire au plan d'isotropie varie en fonction de la contrainte moyenne et de la contrainte octaédrique. La dépendance d'un paramètre de variation de forme liée uniquement à contrainte sphérique, semble illogique à première vue.

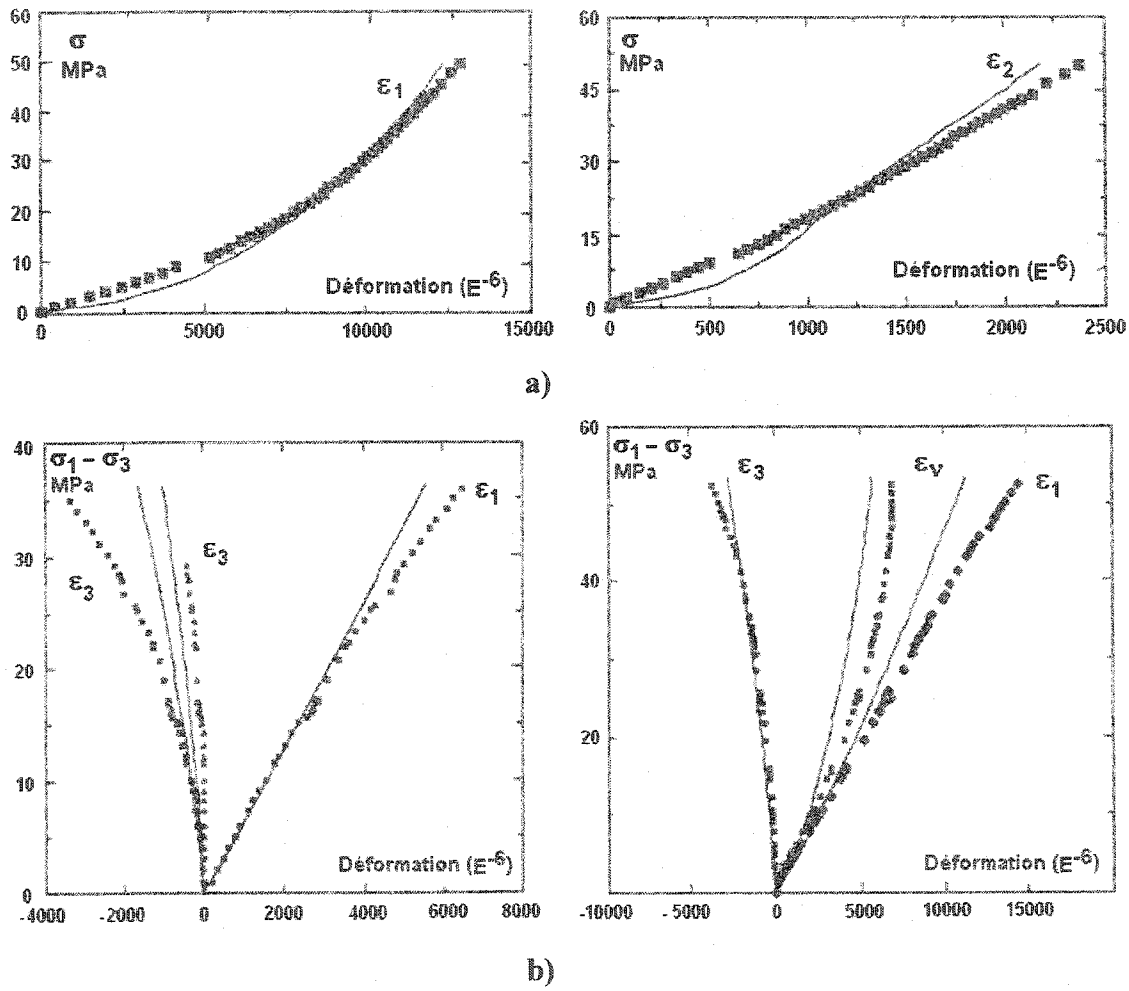


Figure 3.2 – Comparaison entre les résultats expérimentaux (points) et le modèle de Cazacu et al. (1996) (ligne continue). a) Essai de compression hydrostatique. b) Essais de compression triaxiale (5 MPa de pression de confinement). ε_1 représente la déformation axiale, ε_2 et ε_3 les déformations transversales et ε_v la déformation volumique (adapté de Cazacu et al. 1996).

3.3 L'APPROCHE PHÉNOMÉNOLOGIQUE ET SEMI-EMPIRIQUE

Pour fins de simplification, les approches phénoménologiques et semi-empiriques seront subdivisées dans le présent document en quatre grands groupes : les modèles micro-structuraux (Walsh, 1965a-c ; Brady, 1970 et 1973; Li et Nordlund, 1993 entre autres), les modèles quasi-linéaires (Gonano et Sharp, 1983), les modèles hyperélastiques (modèle de Cauchy et modèle de Green; dans Desai et Siriwardane, 1984) et les modèles basés sur les composantes fondamentales du comportement (Leeman et Denkhaus, 1969 ; Corthésy et al. 1993).

3.3.1 LES MODÈLES MICRO-STRUCTURAUX

Les modèles micro-structuraux visant à définir les relations contrainte-déformations sont des modèles qui tiennent compte de l'effet d'un système de vides sur la déformabilité des matériaux. Ces modèles sont basés sur des considérations énergétiques et sur la mécanique de la fracture. Ils peuvent être divisés en trois sous-groupes : les modèles « Dilute Cracks », les modèles « Self Consistent » et les modèles « Sliding Cracks ».

Les modèles « Dilute Cracks » et « Self Consistent » visent à déterminer les paramètres élastiques d'un milieu micro-fissuré en fonction de la densité de micro-fissures. La différence entre eux réside dans la considération ou non de l'interaction entre les micro-fissures. Les modèles « Dilute Cracks » sont des modèles plus simples où l'interaction entre les micro-fissures n'est pas considérée. Ainsi, ce type de modèle n'est valable que pour des concentrations de micro-fissures diluées, c'est-à-dire que les micro-fissures sont à une distance telle les unes des autres, que l'évaluation de l'effet de chaque micro-fissure sur le corps non fissuré peut être faite indépendamment. Par contre, les modèles « Self Consistent » considèrent l'interaction entre chaque micro-fissure à partir de l'adoption d'une hypothèse selon laquelle chaque micro-fissure se comporte comme si elle se trouvait dans une matrice solide homogène ayant des paramètres élastiques

équivalents à ceux du corps micro-fissuré. Quant aux modèles « Sliding Cracks » ils sont basés sur la croissance d'une micro-fissure initiale sous un état général de compression.

3.3.1.1 LES MODÈLES « DILUTE CRACKS »

3.3.1.1.1 LE MODÈLE NON LINÉAIRE ISOTROPE DE WALSH (1965a-c)

Les modèles « Dilute Cracks » considèrent la roche comme étant un matériau linéaire élastique qui possède un système de pores et de micro-fissures distribués de façon équiprobable où l'interaction entre les vides n'est pas considérée. D'après les modèles « Dilute Cracks » la distinction entre pores et micro-fissures est nécessaire, car selon cet approche micro-structurale, même si les pores et les micro-fissures ont une influence sur les propriétés élastiques des roches, la variation des propriétés élastiques en fonction de la contrainte appliquée n'est due qu'à la présence des micro-fissures qui se ferment au fur et à mesure qu'un état contrainte est appliqué (figure 3.3).

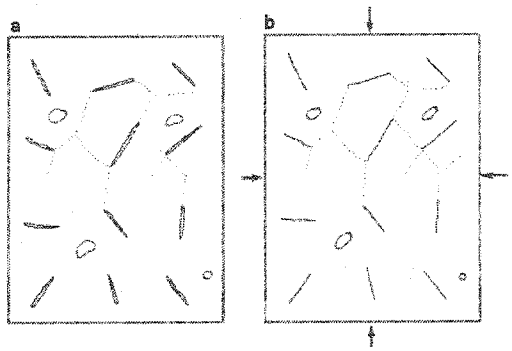


Figure 3.3 – Distribution équiprobable des pores et des micro-fussures dans une roche. a) À zéro de pression de confinement, les pores et les micro-fissures sont ouverts. b) Avec l'augmentation de pression de confinement les micro-fissures se ferment mais les pores restent ouverts (Walsh et Brace, 1966).

Pour dériver les expressions des constantes élastiques effectives relatives à un corps micro-fissuré, les modèles « Dilute Cracks » cherchent à déterminer la relation entre les variations des dimensions externes et internes d'un corps micro-fissuré à partir du théorème de la réciprocité de Betti (Walsh, 1965a; Walsh et Brace, 1966 et Walsh 1993). Si on considère un corps possédant une cavité de forme arbitraire soumis à deux états de contraintes différents tel qu'illustré à la figure 3.4, d'après le théorème de la réciprocité de Betti (dans Walsh, 1965a et Walsh et Brace, 1966) le produit entre le premier état de contrainte et les déplacements produits par le deuxième état de contrainte est égal au produit entre le deuxième état de contrainte et les déplacements produits par le premier état de contraintes, de manière à ce que :

$$dp * dV_u = dp_u * dV - dp_u * dV_c \tag{3.11}$$

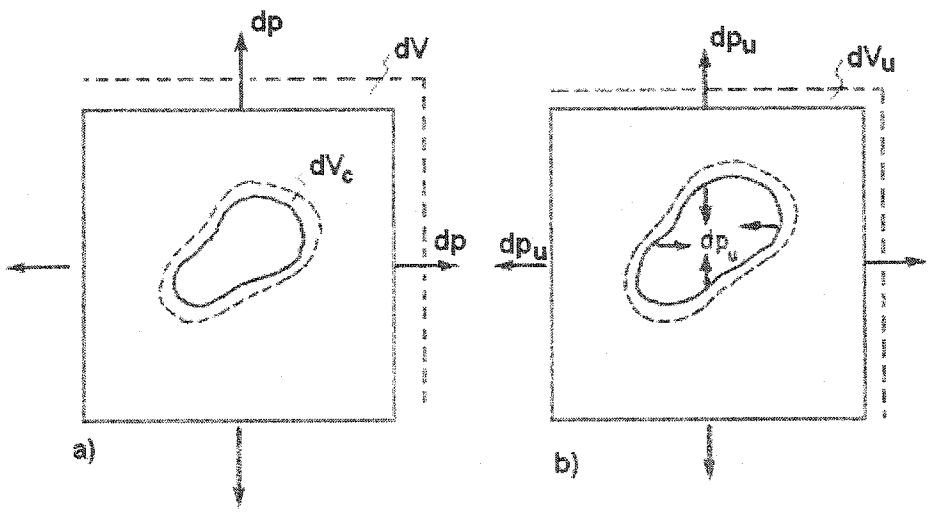


Figure 3.4 – États de contraintes pour déterminer le module de déformation volumique d'un corps possédant une cavité de forme arbitraire d'après le théorème de réciprocité de Betti (Walsh et Brace 1966). a) La variation de pression dp est appliquée aux surfaces externes. b) La variation de pression dp_u est appliquée aux surfaces externes et internes.

Comme par définition le module de compressibilité est égal au rapport entre la contrainte moyenne et la déformation volumique (Chou et Pagano, 1992), les modules de compressibilité effectif ($\overline{K}$) et intrinsèque (K) sont respectivement :

$$\overline{K} = \frac{dpV}{dV} \tag{3.12}$$

$$K = \frac{dp_u V}{dV_u} \tag{3.13}$$

Alors, en substituant les équations 3.12 et 3.13 dans l'équation 3.11 on arrive à :

$$\frac{1}{\overline{K}} = \frac{1}{K} + \frac{dV_c}{Vdp} \tag{3.14}$$

Comme $\frac{dV_c}{V}$ est égal à la variation de la porosité due aux micro-fissures $d\eta_c$ (Walsh, 1993), tel qu'illustré par la figure 3.5, on a,

$$\frac{1}{\overline{K}} = \frac{1}{K} + \frac{d\eta_c}{dp} \tag{3.15}$$

De façon analogue, Walsh (1965 b et c) déduit les équations suivantes pour le module de Young ($\overline{E}$) et le coefficient de Poisson $\overline{\nu}$ effectif :

$$\frac{1}{\overline{E}} = \frac{1}{E} + \frac{1}{V}\oint \frac{u}{S}\partial A_x \tag{3.16}$$

$$\overline{\nu} = -\overline{E}\left(\frac{d\varepsilon_\perp}{dS}\right) \tag{3.17}$$

Dans les équations 3.16 et 3.17 u représente la composante de déplacement des faces de la micro-fissure parallèle à la contrainte axiale; V représente le volume total du corps ;

∂A_x représente l'aire de la micro-fissure normale à l'axe de référence x, S la contrainte déviatorique et $\varepsilon_\perp$ la déformation transversale (par rapport à l'axe de la contrainte principale majeure). La seule hypothèse restrictive imposée à ce modèle est que la matrice de la roche doit avoir un comportement isotrope linéaire élastique.

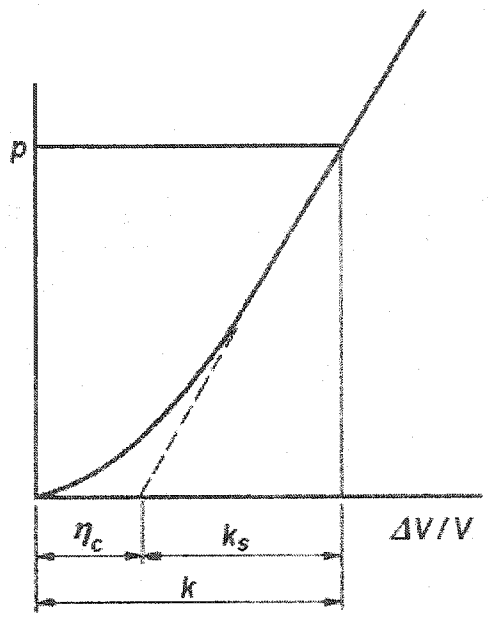


Figure 3.5 – Mesure de la porosité due aux micro-fissures à l'aide d'un essai de compression hydrostatique. k_S et k sont respectivement les modules de complaisance intrinsèque et effective, soit l'inverse de K et $\overline{K}$ (adapté de Walsh, 1993).

Les équations 3.15, 3.16 et 3.17, quoique valables du point de vue théorique, contiennent des termes comme $d\eta/dp$ et ∂A_x qui sont très difficiles à évaluer. Afin de produire des équations plus pratiques, Walsh (1965a-c) a relié les taux de variation de déformation des équations 3.15, 3.16 et 3.17 à des paramètres comme la porosité et les caractéristiques de dimension des pores et des micro-fissures. Pour accomplir ceci, Walsh (1965a-c) a dû poser quelques hypothèses simplificatrices comme la supposition que les pores et les micro-fissures possèdent des formes simples (des pores sphériques et

des micro-fissures elliptiques) et que les micro-fissures sont soit complètement ouvertes, soit complètement fermées. Cette dernière hypothèse est très restrictive puisqu'elle empêche l'utilisation des relations de Walsh (1965a-c) dans le cas intermédiaire plus courant où l'on a à la fois des micro-fissures ouvertes et des micro-fissures fermées.

L'importance majeure des relations déduites par Walsh (1965a-c) réside dans le fait qu'elles peuvent bien expliquer presque tous les mécanismes observés lors du processus de déformation élastique des roches. D'après ses études, Walsh (1965a-c) a démontré que :

- La compressibilité des roches est indépendante de la porosité dans son sens strict (volume de vides sur volume total). Un groupe de micro-fissures ellipsoïdales peut augmenter la compressibilité des roches de presque la même quantité qu'un groupe de vides circulaires ayant le même diamètre que la longueur maximale de chaque micro-fissure, même si la porosité dans les deux cas est considérablement différente;

- La compressibilité des roches est aussi indépendante de l'ouverture des micro-fissures, ce qui veut dire qu'une micro-fissure presque fermée est aussi effective pour l'affaiblissement de la compressibilité des roches qu'une micro-fissure complètement ouverte;

- Le comportement non linéaire des roches fragiles à de faibles niveaux de contraintes est dû à la fermeture des micro-fissures, puisque le module de compressibilité et le module de Young d'un corps qui possède des micro-fissures ouvertes sont inférieurs à ceux d'un corps qui possède des micro-fissures fermées ;

- Le module de Young calculé dans la portion linéaire de la courbe contrainte-déformation est encore inférieur à celui d'un milieu non fissuré car un

mouvement relatif entre les faces des micro-fissures peut se produire si l'état de contrainte est anisotrope;

- Finalement, le modèle de Walsh prévoit l'effet d'hystérésis puisque lors d'un déchargement le frottement entre les faces des micro-fissures engendre une perte d'énergie du système.

3.3.1.1.2 LE MODÈLE NON LINÉAIRE ISOTROPE DE BRADY (1969a-b, 1970, et 1973)

Brady (1969a-b, 1970 et 1973) a étendu de façon théorique le modèle présenté par Walsh (1965a-c) afin de développer une procédure analytique pour décrire le comportement mécanique des roches fragiles dans les régions I à IV de la courbe contrainte-déformation (figure 2.5). En effet, à la connaissance de l'auteur, ceci est le premier modèle conçu à cette fin. Dans la présente section on ne traitera que des régions I et II.

Afin de proposer un modèle analytique capable de décrire le comportement mécanique des roches, Brady (1969a, 1970) a posé les hypothèses qui suivent :

- Les roches peuvent être représentées par un milieu continu élastique isotrope qui contient un grand nombre de micro-fissures ellipsoïdales dont quelques-unes peuvent se fermer sous un état de compression;

- Les faces des micro-fissures fermées, dont l'orientation par rapport à la contrainte principale majeure est favorable, peuvent glisser l'une par rapport à l'autre (figure 3.6);

- Les micro-fissures peuvent être collectivement caractérisées par une fonction de distribution $P(c, \beta, \varphi)$, où c représente la demi-longueur de la micro-

fissure, β l'angle formé entre l'axe de la micro-fissure et la contrainte axiale σ_1, et φ l'angle entre la projection de la normale au plan qui contient la micro-fissure et σ_2 mesuré sur le plan $\sigma_2\sigma_3$. La figure 3.7 illustre cette nomenclature;

- L'effet d'interaction entre les micro-fissures est négligé (modèle « Dilute Cracks »).

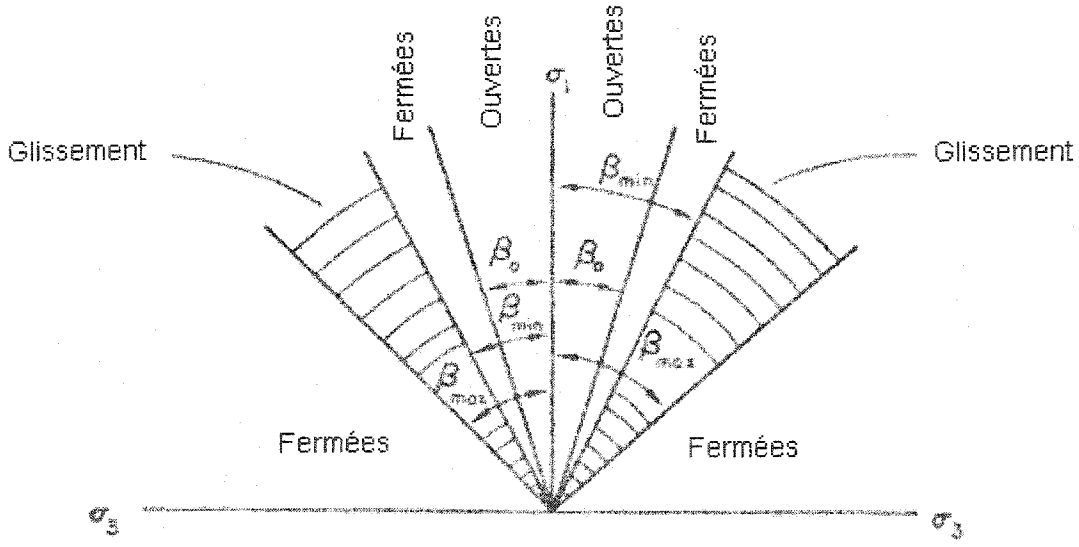


Figure 3.6 – Régions angulaires de fermeture et de glissement entre les faces des micro-fissures par rapport à l'orientation de la contrainte principale majeure (adapté de Brady, 1973).

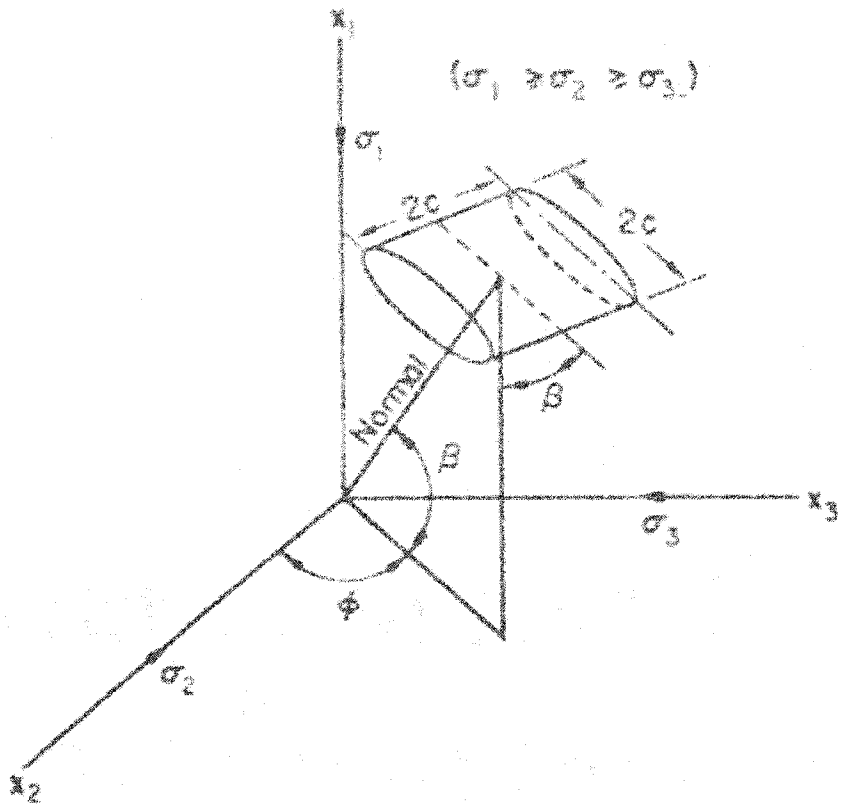


Figure 3.7 – Relations angulaires et géométriques qui décrivent une micro-fissure (adapté de Brady, 1970).

Selon Brady (1970 et 1973), dans les régions I et II de la courbe contrainte-déformation, les déformations principales totales d'une roche sont le résultat de la sommation des déformations élastiques de la matrice de la roche (ε^e) et des déformations dues à la fermeture (ε^{op}) et au glissement entre les faces de micro-fissures (ε^{cls}).

Ainsi, d'après Brady (1970 et 1973) les incréments de déformations principales totales dans les régions I et II de la courbe contrainte-déformation d'une roche fragile peuvent être représentés pour le système d'équations suivant :

$$\partial\varepsilon_1 = \partial\varepsilon_1^e + \partial\varepsilon_1^{op} + \partial\varepsilon_1^{cls} \tag{3.18a}$$

$$\partial\varepsilon_2 = \partial\varepsilon_2^e + \partial\varepsilon_2^{op} + \partial\varepsilon_2^{cls} \tag{3.18b}$$

$$\partial\varepsilon_3 = \partial\varepsilon_3^e + \partial\varepsilon_3^{op} + \partial\varepsilon_3^{cls} \tag{3.18c}$$

où les incréments de déformation élastiques principaux ($\partial\varepsilon^e$) sont donnés par l'équation de Hooke, soit :

$$\partial\varepsilon_1^e = \frac{1}{E}\left[\partial\sigma_1 - \nu\left(\partial\sigma_2 + \partial\sigma_3\right)\right] \tag{3.19a}$$

$$\partial\varepsilon_2^e = \frac{1}{E}\left[\partial\sigma_2 - \nu\left(\partial\sigma_1 + \partial\sigma_3\right)\right] \tag{3.19b}$$

$$\partial\varepsilon_3^e = \frac{1}{E}\left[\partial\sigma_3 - \nu\left(\partial\sigma_1 + \partial\sigma_2\right)\right] \tag{3.19c}$$

Dans le système d'équations 3.19a-c, E et ν représentent respectivement le module de Young et le coefficient de Poisson de la matrice de la roche quand toutes les micro-fissures sont fermées (les paramètres intrinsèques).

D'après Brady (1970), lorsque les micro-fissures sont distribuées de façon équiprobable dans la matrice de la roche, les composantes de déformation dues à la fermeture des micro-fissures peuvent être estimées si la densité de micro-fissures ouvertes ρ_{op} (nombre de micro-fissures ouvertes par volume unitaire de roche) est connue. Alors, les incréments des composantes de déformation du type micro-fissures ouvertes (ε^{op}) sont :

$$\partial\varepsilon_1^{op} \approx \frac{A_{11}\rho_{op}}{E}\partial\sigma_1 \tag{3.20a}$$

$$\partial\varepsilon_2^{op} \approx \frac{A_{11}\rho_{op}}{E}\partial\sigma_2 \tag{3.20b}$$

$$\partial\varepsilon_3^{op} \approx \frac{A_{11}\rho_{op}}{E}\partial\sigma_3 \tag{3.20c}$$

où A_{11} est une constante et ρ_{op} est la densité de concentration de micro-fissures ouvertes qui varie en fonction de l'état de contraintes.

Le système d'équations 3.20a-c postule que les déformations engendrées par les micro-fissures ouvertes sont proportionnelles au nombre de micro-fissures ouvertes par unité

de volume de roche et la grandeur des contraintes principales agissant sur ses micro-fissures. Ainsi, dans le modèle de Brady (1969a-b, 1970 et 1973) la non-linéarité qui caractérise la région II de la relation contrainte-déformation est contrôlée par la variation de la densité des micro-fissures ouvertes.

Il est intéressant de remarquer que d'après Nur (1971, dans Brady, 1973) une analyse plus exacte des déformations ε^{op} requiert la considération des deux autres contraintes principales sur chaque équation du système d'équations 3.20a-c. Cependant, Brady (1973) considère que ces facteurs de correction sont d'ordre secondaire et par conséquent ils ne sont pas considérés dans son analyse.

La fonction $A_{11}\rho_{op}$ peut être évaluée, d'après Brady (1973), à partir d'un essai de compression hydrostatique, puisque lors d'une telle sollicitation, les déformations dues au glissement entre les faces des micro-fissures sont nulles. Cette hypothèse est valable uniquement pour une distribution équiprobable d'orientations de micro-fissures, puisque lorsque les micro-fissures ont une distribution préférentielle de leur orientation, la roche présentera une variation de forme de deuxième ordre quand soumise à un état de contraintes hydrostatiques (Allirot et al., 1977 et Corthésy et al., 1993) et en conséquence les déformations dues au glissement entre les faces des micro-fissures ne seront pas nulles.

En substituant les équations 3.19a-c et 3.20a-c dans le système d'équations 3.18a-c, il peut être démontré que pour un état de contrainte hydrostatique :

$$A_{11}\rho_{op} \approx \frac{1}{3}E(k_h - k_0) \tag{3.21}$$

où k_h et k_0 font référence respectivement à la complaisance effective hydrostatique et hydrostatique intrinsèque de la roche. De cette façon, l'évolution de la fonction $A_{11}\rho_{op}$

est évaluée pour chaque niveau de contrainte moyenne à partir d'un essai de compression hydrostatique.

La fonction $A_{11}\rho_{op}$ peut être aussi déterminée à partir d'un essai de compression uniaxial puisque d'après Brady (1973) cet essai fourni un bon estimé de la complaisance volumique de la roche. Alors selon Brady (1973) :

$$A_{11}\rho_{op} \approx \frac{1}{3}E(k_u - k_0) \tag{3.22}$$

où k_u fait référence à la complaisance volumique déterminée à partir de l'essai de compression uniaxiale ($k_h \approx k_u$; $k_u = 3 * \varepsilon_1/\sigma_1$). Cependant, il faut remarquer que lorsque la roche présente un comportement non linéaire anisotrope, comme celui présenté par les granites Barre, Gris et Rose par exemple (figures 6.1, 6.2 et 6.3), k_u peut différer considérablement de k_h (figure 3.8).

En ce qui concerne les incréments de déformations dus au glissement entre les faces de micro-fissures (ε^{cls}) Brady (1973) ne présente pas de relations constitutives directes, mais plutôt une série de trois équations simplifiées empruntées de la théorie de la plasticité, soit :

$$\partial\varepsilon_1^{cls} + \partial\varepsilon_2^{cls} + \partial\varepsilon_3^{cls} = 0 \tag{3.23}$$

$$\frac{\partial\varepsilon_1^{cls} - \partial\varepsilon_2^{cls}}{\partial\varepsilon_1^{cls} - \partial\varepsilon_3^{cls}} = \frac{\partial\sigma_1 - \partial\sigma_2}{\partial\sigma_1 - \partial\sigma_3} \tag{3.24}$$

$$\sigma_1 - \alpha\sigma_3 = A\left(\varepsilon_1^{cls}\right)^n \tag{3.25}$$

Les constantes, α, A, et n sont déterminées à partir d'un essai de compression uniaxiale, suivant une procédure présentée dans Brady (1970 et 1973). Il faut remarquer

que la détermination de ces paramètres constitue une des difficultés majeures d'utilisation du modèle.

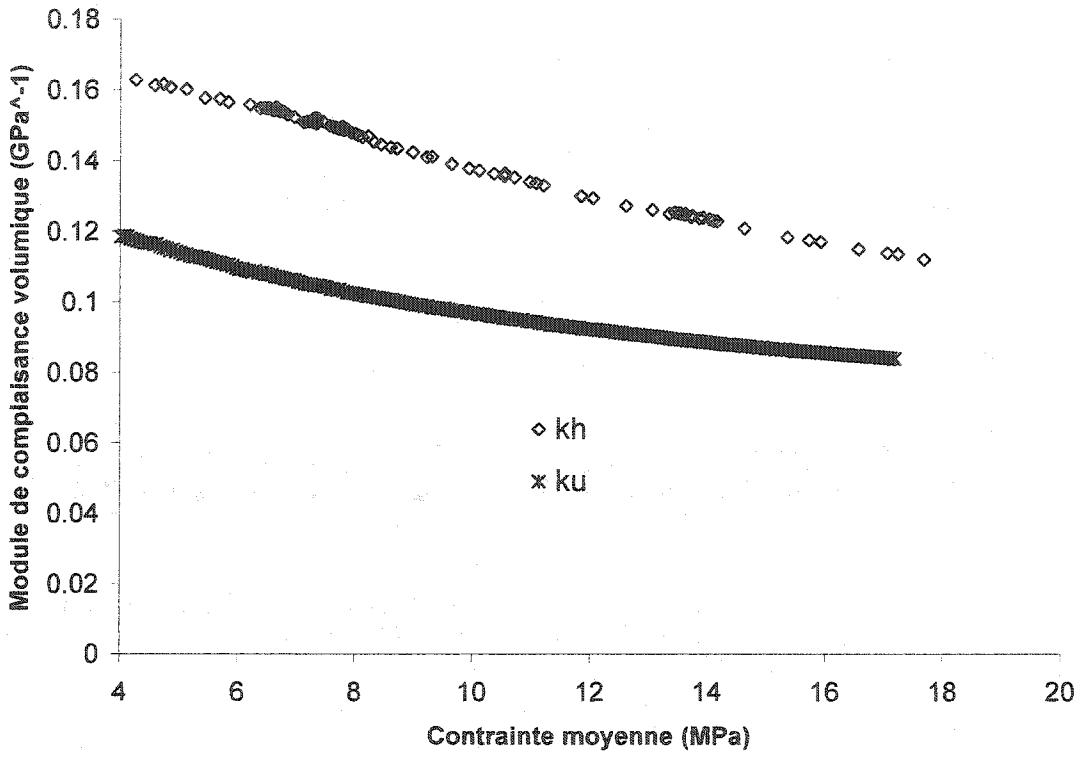


Figure 3.8 – Comparaison entre les modules de complaisance volumique calculés à partir d'un essai de compression hydrostatique ($k_h = \varepsilon_v / \sigma_h$) et uniaxial ($k_u = 3 * \varepsilon_1 / \sigma_1$) pour une roche au comportement non linéaire anisotrope. Granite Barre.

En terminant, il faut souligner que le modèle de Brady tel que présenté ci-dessus n'est valable que pour une distribution équiprobable d'orientations de micro-fissures. Si l'on désire généraliser le modèle aux roches avec une distribution de micro-fissures non équiprobable, le système d'équations 3.20a-c n'est plus valable. Dans ce cas, la détermination de la densité de concentration des micro-fissures ouvertes devient beaucoup plus laborieuse, puisque ρ_{op} passe a être fonction entre autres, de la limite

angulaire β_o (figure 3.6), qui varie en fonction de la contrainte axiale, et de la demi-longueur des micro-fissures (c). En plus, l'équation qui détermine la limite angulaire β_o, présentée par Brady (1970), n'est valable que pour un chargement de type axisymétrique.

3.3.1.2 LES MODÈLES « SELF CONSISTENT »

Les modèles « Self Consistent » font partie d'un groupe de modèles micro-structuraux où l'interaction entre les micro-fissures est considérée. La considération de l'interaction entre les micro-fissures est faite à partir de l'hypothèse selon laquelle chaque fissure se comporte comme si elle se trouvait dans une matrice solide homogène et isotrope, ayant des paramètres élastiques équivalents à ceux du corps micro-fissuré.

À l'instar des modèles « Dilute Cracks », les modèles « Self Consistent » ont été élaborés pour évaluer les constantes élastiques effectives des matériaux micro-fissurés. Deux approches équivalentes sont normalement utilisées, une basée sur des considérations énergétiques et l'autre basée sur les relations contrainte-déformation des phases solide et fluide.

La procédure de l'approche énergétique consiste à supposer d'abord un corps libre de micro-fissures soumis à un état de contrainte hydrostatique. L'énergie potentielle du corps étant :

$$\phi = -\frac{p^2 V}{2K} \tag{3.26}$$

où K est le module de compressibilité volumique, V son volume et p la pression hydrostatique appliquée. En supposant maintenant l'introduction d'une série de micro-fissures, tout en gardant la pression hydrostatique constante, l'énergie potentielle du

corps varie de $\Delta\phi$. Alors le module de compressibilité effectif $\overline{K}$ peut être défini par la relation qui suit :

$$-\frac{p^2V}{2\overline{K}} = -\frac{p^2V}{2K} + \Delta\phi \tag{3.27}$$

Bref, l'approche énergétique est basée sur l'estimation de la variation d'énergie $\Delta\phi$ engendrée par une seule micro-fissure dans un milieu infini ayant les propriétés effectives du corps micro-fissuré (Budiansky et O'Connell, 1976). Le modèle de O'Connell et Budiansky (1974) et Budiansky et O'Connell (1976) représente bien cette approche. Ces auteurs ont démontré que les constantes effectives sont fonction de la variation de la densité de micro-fissures, plutôt que de la variation de la porosité. En terme pratique ceci veut dire que la concentration volumique des vides n'est pas une bonne mesure pour la détermination des paramètres effectifs du matériau.

La deuxième approche consiste à calculer les contraintes et les déformations moyennes soubies par un corps micro-fissuré en fonction des contraintes et des déformations de la phase solide (la matrice solide de la roche) et de la phase fluide (de l'air ou de l'eau). Le modèle de Hoenig (1979) constitue un très bon exemple de cette approche.

D'après Hoenig (1979), si l'on suppose un corps homogène isotrope de volume V, module de Young E et coefficient de Poisson ν possédant un système de micro-fissures distribuées de façon non équiprobable soumis à un état de contraintes quelconque, les relations contraintes-déformations moyennes sont, d'après la théorie de l'élasticité, égales à :

$$\overline{\varepsilon}_i = \overline{C}_{ij}\,\overline{\sigma}_j \tag{2.6}$$

où $\overline{\varepsilon}_i$ est le tenseur de déformations moyen, $\overline{\sigma}_j$ le tenseur de contraintes moyen et $\overline{C}_{ij}$ le tenseur de complaisance élastique effective.

D'après Hoenig (1979) la moyenne des déformations dans ce corps sont :

$$\overline{\varepsilon_{ij}} = \frac{1}{V}\int_V \varepsilon_{ij} dV = \frac{1}{V}\int_m \varepsilon_{ij} dV + \frac{1}{V}\int_{Vf} \varepsilon_{ij} dV \tag{3.28}$$

Les indices m et f font référence respectivement aux phases solide et fluide du corps en question. Donc le volume total est égal à la somme du volume de la phase solide plus le volume de la phase fluide.

$$V = V_m + V_f \tag{3.29}$$

Alors d'après Hoenig (1979) si

$$\overline{\varepsilon}_{ij}^{m} = \frac{1}{V_m}\int_{Vm} \varepsilon_{ij} dV \tag{3.30}$$

on a que

$$\overline{\varepsilon}_{ij} = (1-\eta)\overline{\varepsilon}_{ij}^{m} + \eta\overline{\varepsilon}_{ij}^{F} \tag{3.31}$$

De façon similaire

$$\overline{\sigma}_{ij} = (1-\eta)\overline{\sigma}_{ij}^{m} + \eta\overline{\sigma}_{ij}^{f} \tag{3.32}$$

où $\eta = \dfrac{V_f}{V}$.

Alors, en combinant les équations 3.31 et 3.32 avec les relations constitutives qui relient les contraintes aux déformations dans les phases solides et fluide du corps micro-fissuré, Hoenig (1979) arrive à déterminer les constantes effectives élastiques d'un corps micro-fissuré au comportement anisotrope (transversal isotrope). Tel que dans le modèle de

O'Connell et Budiansky (1974) et Budiansky et O'Connell (1976), les constantes effectives sont déterminées à l'aide d'une fonction de densité de micro-fissures.

Le modèle de Horii et Nemat-Nasser (1983) est le premier modèle « Self Consistent » à la connaissance de l'auteur, qui tienne compte de la fermeture et le glissement des micro-fissures. En se basant sur l'approche des contraintes et déformations moyennes Horii et Nemat-Nasser (1983) présentent deux analyses. La première considère toutes les micro-fissures ouvertes, tandis que la deuxième considère la fermeture et le glissement subséquent de quelques micro-fissures. Dans le premier cas la réponse du matériau est isotrope vu que ces auteurs considèrent une distribution équiprobable d'orientations de micro-fissures; les constantes effectives pouvant être déduites à l'aide d'une fonction de densité de distribution de micro-fissures, comme dans les modèles de Budiansky et O'Connell (1976) et de Hoenig (1979). Dans le deuxième cas, le matériau présente une réponse anisotrope inélastique, où l'anisotropie dépend du rapport entre la contrainte de cisaillement et la contrainte normale agissant sur la micro-fissure et de sa séquence d'application.

Les figures 3.9 a et b illustrent bien ce comportement. Dans cet exemple, Horii et Nemat-Nasser (1983) postulent que le coefficient de frottement entre les faces des micro-fissures tend vers l'infini, donc il n'y a pas de glissement. Dans segment OPQ (courbe 1), la contrainte hydrostatique p est nulle dans la portion OP tandis que la contrainte de cisaillement augmente de zéro à τ_o. Par la suite, dans la portion PQ la contrainte de cisaillement τ_o est maintenue constante tandis que la contrainte hydrostatique p varie de 0 à $-\tau_o/2$. Comme dans la portion OP les micro-fissures restent ouvertes puisque le rapport $\tau/p = 0$, la réponse est linéaire élastique jusqu'au point P, tel qu'illustré par la courbe 1 de la figure 3.9b. Dans le segment PQ le rapport τ/p varie et la réponse est alors non linéaire puisque quelques micro-fissures se ferment sur le chemin.

Le segment OP'Q (courbe 2) correspond à un chargement proportionnel avec le rapport $\tau/p = -2$. Dans ce cas aussi la réponse est linéaire, mais si l'on compare la courbe 2 avec la courbe 1 (segment OPQ), on voit que le matériau est devenu plus rigide puisque la plupart des micro-fissures se ferment.

La courbe 3, segment OP''Q, correspond à l'augmentation de p de zéro jusqu'à $-\tau_o/2$ sous contrainte τ nulle suivi d' une augmentation de τ de zéro à τ_0, sous une contrainte hydrostatique p constante. Dans ce cas, le comportement général est aussi non linéaire (courbe 3 figure 3.9b). Dans la portion OP'', où la contrainte τ est égale à zéro, la déformation de cisaillement ne se produit pas. Par la suite, dans la portion P''Q, toutes les micro-fissures restent fermés jusqu'au point où la contrainte τ est égale à $\tau_o/2$. À partir de cet état de contraintes quelques micro-fissures commencent à se réouvrir résultant en un comportement non linéaire, tel qu'illustré par la courbe 3 dans la figure 3.9b.

En résumé, le modèle Horii et Nemat-Nasser (1983) met en évidence un aspect très important du comportement mécanique des roches micro-fissurées, soit que le principe de superposition des effets n'est pas applicable aux corps micro-fissurés. Cet aspect rend les analyses basées uniquement sur la théorie classique de l'élasticité incomplète. En ce qui concerne l'anisotropie induite, ce phénomène doit être perçu comme une conséquence directe de la non applicabilité du principe de superposition des effets et non comme un phénomène à part. En d'autres mots, l'anisotropie intrinsèque n'est pas considérée par le modèle puisque lors d'un chargement hydrostatique le corps présente un comportement isotrope.

En terminant, la difficulté majeure de l'utilisation des modèles micro-structuraux dans la pratique de l'ingénierie repose sur l'établissement de l'état de fissuration et sa variation en fonction de l'état de contraintes.

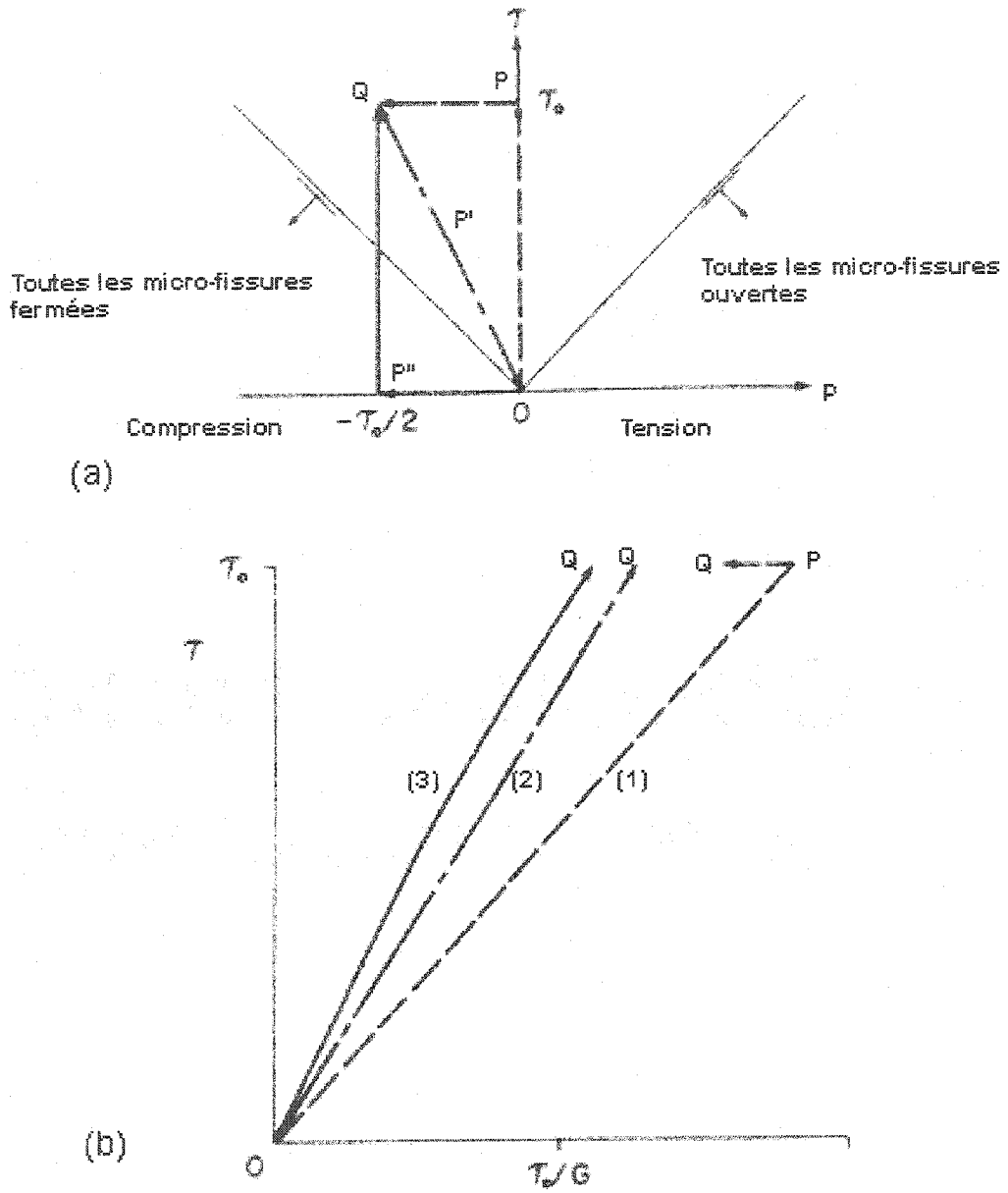


Figure 3.9 – Anisotropie induite selon le modèle de Horii et Nemat-Nasser (1983). a) Trois trajectoires de contraintes différentes et b) leurs relations contrainte-déformation. G représente le module de déformation de cisaillement (adapté de Horii et Nemat-Nasser, 1983).

3.3.1.3 LES MODÈLES « SLIDING CRACKS »

Les modèles « Sliding Cracks » ont été initialement proposés par Brace et al. (1966) et Fairhurst et Cook (1966). Ces modèles sont basés sur la croissance d'une micro-fissure initiale sous un état général de compression. La micro-fissure initiale consiste en une discontinuité plane, inclinée par rapport à la contrainte principale majeure, sur laquelle agissent des contraintes normales et de cisaillement. Une fois que les forces de frottement qui agissent sur la micro-fissure initiale sont dépassées, le glissement entre les faces de la micro-fissure se produira engendrant ainsi une contrainte de tension sur ses deux extrémités. Si les conditions de chargement persistent, une fissure de tension sera induite à chaque extrémité de la micro-fissure initiale (fig. 3.10). Les micro-fissures ainsi produites sont connues dans la littérature sous le nom de « wing cracks ». Les « wing cracks » ont tendance à s'orienter parallèlement à la contrainte principale majeure au fur et à mesure qu'elles se propagent (Tapponnier et Brace, 1976 ; Kranz, 1979 ; Wong, 1982 ; Horii et Nemat-Nasser, 1983 et 1985; Lajtai et al., 1990).

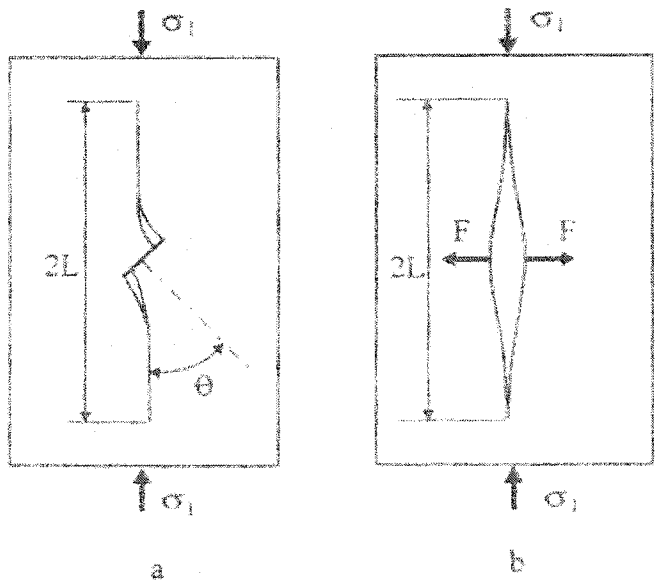


Figure 3.10 – a) Mécanisme d'initiation d'une micro-fissure du type « wing-crack ». b) Mécanisme de propagation d'une micro-fissure du type « wing-crack » (Li et Nordlund, 1993).

3.3.1.3.1 LE MODÈLE NON LINÉAIRE ISOTROPE DE LI ET NORDLUND (1993)

Li et Nordlund (1993) présentent un modèle micro-structural basé sur la description du processus de fermeture et de propagation axiale de micro-fissures. Ce modèle est capable de décrire le comportement non linéaire isotrope des roches fragiles en deux dimensions. Dans le modèle, la déformation totale de la roche (ε) est décomposée en 3 termes : la réponse élastique de la matrice de la roche (ε_e), la déformation due à la fermeture des micro-fissures (ε_c) et la déformation induite par la propagation des micro-fissures (ε_f). La déformation totale d'une roche soumise à un état uniaxial de contrainte est obtenue à partir de la sommation des ces trois termes, comme montre l'équation suivante :

$$\varepsilon = \varepsilon_e + \varepsilon_c + \varepsilon_f \tag{3.33}$$

Le modèle de Li et Nordlund (1993) simule les régions I à IV de la courbe contrainte-déformation des roches fragiles (fig.2.5) jusqu'à la région de pré-rupture. Les hypothèses de base du modèle sont les suivantes :

a) Toutes les micro-fissures ouvertes sont originalement ellipsoïdales ;

b) Toutes les micro-fissures ont la même longueur moyenne initiale ($2a_0$);

c) L'axe majeur qui définit un volume ellipsoïdal est perpendiculaire au plan YX dans lequel agissent σ_1 et σ_2;

d) Les micro-fissures sont distribuées de façon équiprobable dans le plan YX ;

e) Le nombre de micro-fissures par unité de surface reste constant pendant tout le chargement.

Il faut noter que l'hypothèse c) implique en une distribution préférentielle des micro-fissures, puisque toutes les micro-fissures ont leur axe majeur orientés selon la direction perpendiculaire au plan dans lequel agissent σ_1 et σ_2. Cette hypothèse limite l'utilisation du modèle à un état de déformation plane. Li et Nordlund (1993) ne discutent pas l'influence de cette hypothèse dans leurs résultats.

Afin de tenir compte de la région post-rupture de la roche, Li (1995) ajoute un quatrième terme à l'équation 3.33, la déformation due à la rupture en cisaillement (ε_s). La modélisation du comportement post-rupture ne sera pas traitée dans ce document.

Dans le modèle de Li et Nordlund (1993) la déformation élastique (ε_e) obéit la loi de Hooke pour un corps isotrope linéaire élastique (équation 2.10). Les déformations dues à la fermeture des micro-fissures (ε_c) sont obtenues à partir de la sommation des déplacements axiaux et transversaux des contours des micro-fissures par rapport à la direction de chargement. Les déformations axiale et transversale d'une micro-fissure ellipsoïdale soumise à un état uniaxial de contrainte sont déterminées à partir du système d'équations qui suit :

$$\varepsilon_c^A = \frac{1}{\Delta Y}\left(\sum_{i=1}^{NY_{c1}} D^A\left(\sigma_1^c, \theta_i\right) + \sum_{j=1}^{NY_{c2}} D^A\left(\sigma_1, \theta_j\right)\right) \tag{3.34a}$$

$$\varepsilon_c^L = \frac{1}{\Delta X}\left(\sum_{i=1}^{NX_{c1}} D^L\left(\sigma_1^c, \theta_i\right) + \sum_{j=1}^{NX_{c2}} D^L\left(\sigma_1, \theta_j\right)\right) \tag{3.34b}$$

$$D^A = \left(u \sin\theta + v \cos\theta\right) \tag{3.34c}$$

$$D^L = \left(u \cos\theta - v \sin\theta\right) \tag{3.34d}$$

$$2G\left(u + iv\right) = \chi\varphi(z) - \overline{z\varphi'(z)} - \overline{\psi(z)} \tag{3.34e}$$

où D^A et D^L sont les déplacements axial et transversal résultants de la fermeture des micro-fissures, v et u sont les déplacements sur le contour d'une micro-fissure ellipsoïdale (fig. 3.11), θ est l'angle entre l'axe mineur de la micro-fissure et la contrainte principale majeure (σ_1) (fig. 3.11), θ_i représente les micro-fissures comprises dans l'intervalle $0 \leq \theta_i < \theta^c$, soit l'angle qui caractérise les micro-fissures fermées (fig. 3.12), θ_j représente les micro-fissures comprises dans l'intervalle $\theta^c \leq \theta_j < \pi/2$, soit l'angle qui caractérise les micro-fissures ouvertes (fig. 3.12) et θ^c représente l'angle critique de fermeture de micro-fissures (fig. 3.12), soit l'angle à partir duquel les micro-fissures se ferment quand $\sigma_1^c = \sigma_1$. NY_{c1} et NY_{c2} représentent le nombre de micro-fissures dans la direction Y comprises respectivement dans les plages $(0, \theta^C)$, et $(\theta^C, \pi/2)$. NX_{c1} et NX_{c2} représentent le nombre de micro-fissures dans la direction X comprises respectivement dans les plages $(0, \theta^C)$, et $(\theta^C, \pi/2)$. G est le module de cisaillement de la matrice de la roche et $\varphi(z)$ et $\psi(z)$ sont fonctions de la variable complexe z. Pour obtenir plus de détails concernant à l'équation 3.34e le lecteur peut se rapporter à Li et Nordlund (1993) et Jaeger et Cook (1976). Cependant, il faut remarquer que Li et Nordlund (1993) et Li (1995) ne font aucune référence à la procédure de détermination des fonctions complexes $\varphi(z)$ et $\psi(z)$, même si ces fonctions sont déterminantes pour la caractérisation du comportement non linéaire au début du chargement.

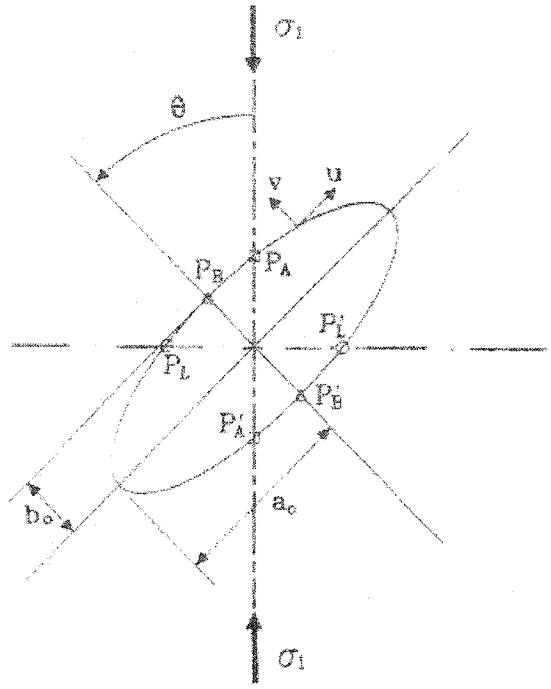


Figure 3.11 – Caractéristiques géométriques et composantes cinétiques d'une micro-fissure ellipsoïdale sous un état de compression uniaxial (Li et Nordlund, 1993).

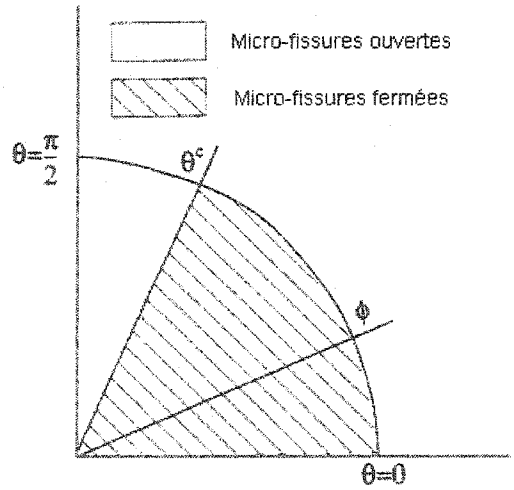


Figure 3.12 – Diagramme illustrant les intervalles dans lesquels les micro-fissures se rencontrent ouvertes ou fermées lors d'un chargement axial. La direction d'application de σ_1 coïncide avec l'axe $\theta = \pi/2$ (adapté de Li et Nordlund, 1993).

La contrainte critique de fermeture de micro-fissures (σ_1^c) dépend de l'orientation de chaque micro-fissure par rapport à σ_1 ainsi que du rapport entre son axe mineur et majeur ($\alpha = b_0/a_0$). Alors, d'après Li et al. (1998) la contrainte critique de fermeture de micro-fissures pour un état uniaxial de contrainte est égale à :

$$\sigma_1^c = \frac{2\alpha E}{(1+\nu)(1+\chi)\cos^2\theta} \tag{3.35}$$

où E et ν sont respectivement le module de Young et le coefficient de Poisson de la matrice linéaire élastique. χ est un facteur qui définit l'état de contraintes ou de déformations; $\chi = (3-\nu)/(1+\nu)$ pour un état plan de contraintes et $\chi = (3-4\nu)$ pour un état plan de déformations.

Si l'état de contraintes est hydrostatique toutes les micro-fissures se fermeront au même niveau de contrainte hydrostatique et d'après Li et al. (1988) :

$$\sigma_1^c = \frac{2\alpha E}{(1+\nu)(1+\chi)} \tag{3.36}$$

Après la fermeture des micro-fissures de nouvelles fissures se formeront à chaque extrémité de la micro-fissure initiale. Ces micro-fissures se propageront dans la direction de la contrainte principale majeure (fig. 3.10a). À ce stage on arrive au début du comportement non linéaire dû à la propagation stable des micro-fissures. Le modèle de Li et Nordlund (1993) tient compte de ce comportement à partir de la sommation des déplacements axial et latéral provoqués par la croissance des fissures du type « wing cracks », soit la déformation ε_f.

Selon Li et Nordlund, (1993) la croissance de la micro-fissure du type « wing-crack » et contrôlée par une force centrale F tel qu'illustré à la figure 3.10b.

$$F = a_0\left(\sigma_1 - \sigma_1^c\right)g_1(\theta,\phi) \tag{3.37}$$

où $g_1(\theta,\phi) = (1+\cos 2\theta)(\sin\theta - \cos\theta\tan\phi)$.

La relation entre la longueur de la micro-fissure (L) en croissance et la contrainte principale majeure se fait à partir de l'équation suivante

$$L(\sigma_1,\theta) = \frac{1}{\pi}\left[a_0\left(\sigma_1 - \sigma_1^c\right)g_1(\theta,\phi)/K_{IC}\right]^2 \tag{3.38}$$

où K_{IC} est la constante de rigidité de fissuration en mode tension.

Le déplacement transversal au milieu de la fissure en propagation (fig. 3.10b) est :

$$u^L = \frac{4}{\pi E}L^3N^3\left[\ln\left(\frac{L}{L_0}\right)+1\right]F \tag{3.39}$$

où N est la densité de concentration de micro-fissures et L_0 la valeur initiale de L.

La croissance des micro-fissures du type « wing-cracks » induit un glissement entre les faces des micro-fissures initiales. Ce glissement sera suivi d'une dilatation causée par les rugosités présentes sur la micro-fissure initiale. Alors, d'après le modèle de Li et Nordlund (1993) les déplacements axial et transversal ainsi produits peuvent être estimés à partir du système d'équations qui suit :

$$u^L = u_S\cos\theta + d\sin\theta \tag{3.40a}$$

$$u^A = u_S\sin\theta - d\cos\theta \tag{3.40b}$$

$$d = d_0\left(1 - e^{-\xi u_S}\right) \tag{3.40c}$$

où u_S est le déplacement entre les faces des micro-fissures, d_0 la dilatation maximale et ξ un coefficient de vitesse de dilatation.

Donc, la déformation totale due à l'initiation et à la croissance des micro-fissures du type « wing-cracks » (ε_f) est obtenue à partir de la sommation des composantes de déplacement axial et transversal de toutes les micro-fissures, soit

$$\varepsilon_f^A = \frac{1}{\Delta Y}\left(\sum_{i=1}^{NY_f} u^A(\sigma_1, \theta_i)\right) \tag{3.41a}$$

$$\varepsilon_f^L = \frac{1}{\Delta X}\left(\sum_{i=1}^{NX_f} u^L(\sigma_1, \theta_i)\right) \tag{3.41b}$$

où $\phi < \theta_i < \theta^c$ (fig. 3.12). NY et NX correspondent respectivement au nombre de micro-fissures initiales dans le directions Y et X.

Alors, les déformations totales subies par une roche sous un état de contrainte uniaxial sont :

$$\varepsilon_1 = \varepsilon_e^A(\sigma_1) + \varepsilon_c^A(\sigma_1) + \varepsilon_f^A(\sigma_1) \tag{3.42a}$$

$$\varepsilon_2 = \varepsilon_e^L(\sigma_1) + \varepsilon_c^L(\sigma_1) + \varepsilon_f^L(\sigma_1) \tag{3.42b}$$

La figure 3.13 présente l'ajustement du modèle de Li et Nordlund (1993) aux données expérimentales obtenues pour le granite Kurru et le gneiss Malmberget. L'on peut observer sur la figure 3.13 que les courbes simulées concordent extrêmement bien avec les données expérimentales. La question consiste à savoir si les paramètres ont étés calculés par une analyse à rebours ou déterminés par des procédures au laboratoire, car Li et Nordlund (1993) ne fournissent aucune méthodologie pour la détermination des paramètres requis par leur modèle et le simple ajustement d'une courbe à des données expérimentales n'assure pas la validité du modèle pour des sollicitations différentes de

celle avec laquelle les paramètres ont été déterminés. Il est à noter, cependant, que le nombre total de micro-fissures (N) et le rapport axe mineur sur axe majeur (α) peuvent être estimés à partir de techniques modernes de microscopie, comme le microscope à balayage électronique (Sprunt et Brace, 1974 entre autres) par exemple. Toutefois, la détermination de ces paramètres reste très laborieuse.

La dernière remarque à faire au sujet du modèle de Li et Nordlund (1993) concerne la limitation imposée par une analyse à deux dimensions. Le modèle de Li et Nordlund (1993) simule très bien le comportement des roches fragiles soumises à un état uniaxial ou même triaxial de contrainte avec un axe de symétrie, c'est-à-dire $\sigma_2 = \sigma_3$; cependant, l'analyse d'un vrai problème à trois dimensions, c'est-à-dire $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$, devient problématique. De plus, Li et Nordlund (1993) affirment que la supposition que les axes majeurs des micro-fissures (a_o) sont perpendiculaires au plan considéré peut introduire des erreurs considérables dans un vrai état triaxial de contrainte.

D'autres modèles théoriques de type « Sliding Cracks » ont été développés, comme ceux de Stevens et Holcomb (1980), Kachanov (1982a-b), Kemeny et Cook (1987), Nemat-Nasser et Obata (1988), et Kemeny (1991) entre autres. Tous ces modèles ont été élaborés dans le but de modéliser le comportement non linéaire de roches soumises à un état de contrainte de compression où la propagation des micro-fissures se fait dans la direction parallèle à la contrainte principale majeure. Cependant, aucun de ces modèles ne tient compte de la non-linéarité causée par la fermeture des micro-fissures.

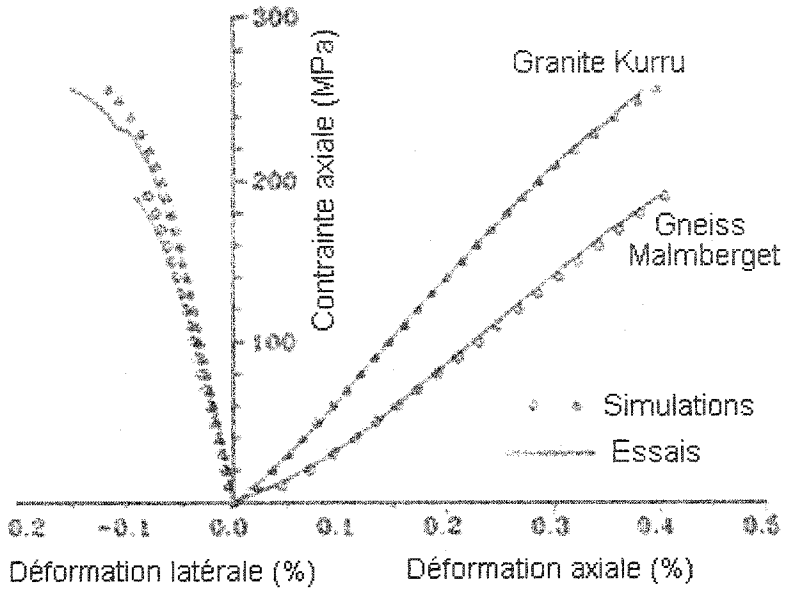


Figure 3.13 - Comparaison entre le comportement simulé par le modèle de Li et Nordlund (1993) et les résultats expérimentaux d'un essai de compression uniaxial réalisé sur le granite Kurru et le gneiss Malmberget. (adapté de Li et Nordlund, 1993).

3.3.2 LES MODÈLES QUASI-LINÉAIRES

Les modèles quasi-linéaires tentent de représenter la non-linéarité de la courbe contrainte-déformation, en la divisant en une série de petits segments de comportement linéaire (fig. 3.14) qui obéissent d'habitude à la loi généralisée de Hooke (équation 2.10). Les valeurs de E et ν ou de G et K, qui caractérisent chaque segment linéaire, changent d'un segment à l'autre, c'est-à-dire d'un incrément de contrainte à l'autre, tout en restant constants dans chaque segment. De cette façon, les modèles quasi-linéaires tiennent compte de la non-linéarité par des approximations apportées essentiellement aux paramètres mécaniques du matériau.

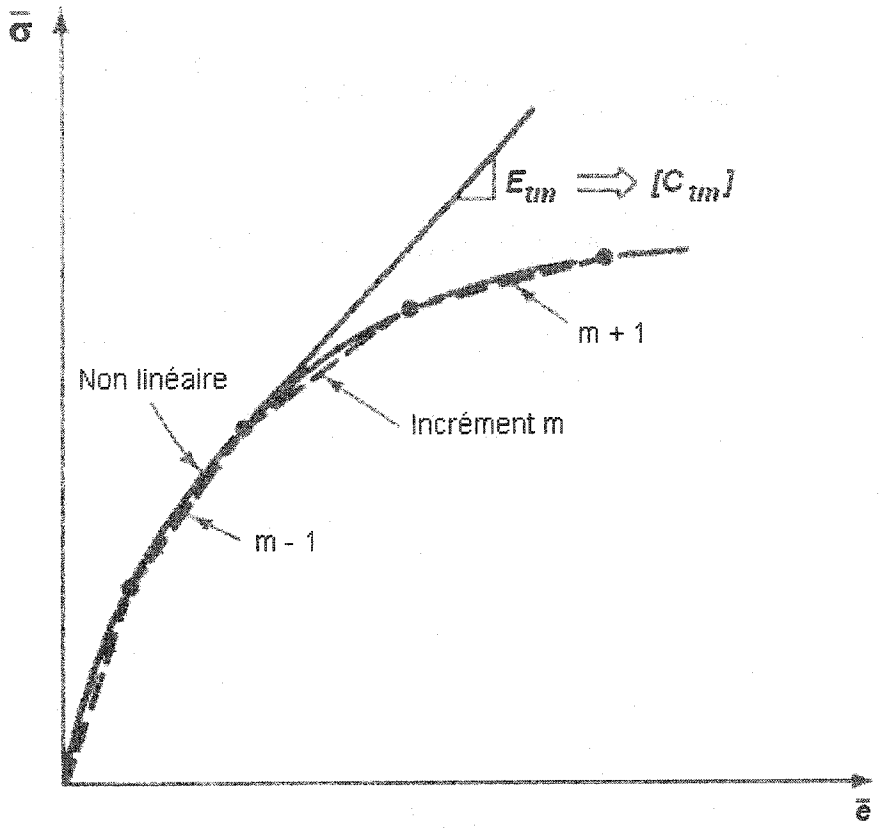


Figure 3.14 - Méthodologie d'approche des modèles quasi-linéaires. La courbe non linéaire est divisée en une série de petits segments de comportement linéaire élastique qui obéissent habituellement à la loi généralisée de Hooke (adapté de Desai et Siriwardane, 1984).

3.3.2.1 LE MODÈLE DE GONANO ET SHARP (1983)

Afin d'évaluer l'état de contrainte in situ avec la technique de la cellule triaxiale CSIR (Leeman 1964, 1967, 1969, et Hayes, 1965) Gonano et Sharp (1983) ont développé un modèle d'interprétation capable de considérer le comportement non linéaire et anisotrope des roches, où l'effet de la non-linéarité est intégré à la solution par l'utilisation de techniques itératives dans lesquelles la courbe contrainte-déformation

non linéaire est subdivisée en incréments linéaires qui obéissent à la loi de généralisée de Hooke.

- Le modèle de Gonano et Sharp (1983) est basé sur la théorie élastique des corps anisotropes à symétrie transversale isotrope. En conséquence, cinq paramètres de déformation sont nécessaires pour décrire le comportement anisotrope de la roche, soit le module de Young sur le plan d'isotropie (E_h), le module de Young perpendiculaire à ce plan (E_v), les coefficients de Poisson sur le plan d'isotropie (ν_h) et sur le plan perpendiculaire au plan d'isotropie (ν_{vh}), et le module de cisaillement G (ou N comme définit par ces auteurs) (figure 3.15).

Afin de calculer les paramètres mécaniques en question et l'orientation du plan d'isotropie par rapport à un axe arbitraire du manchon (angle α, figure 3.16), Gonano et Sharp (1983) utilisent le fait que lors de l'application d'une contrainte radiale uniforme sur la paroi externe du manchon de roche anisotrope, comme celle appliquée par l'essai de compression biaxiale, les déformations tangentielles sur la surface interne du manchon de roche anisotrope varient selon une fonction sinusoïdale symétrique avec une phase de 180° (figure 3.16), de plus le modèle suppose que l'axe du manchon est parallèle au plan d'isotropie. L'orientation du plan d'isotropie (α) est alors déterminée à partir de la position du point de déformation tangentielle maximale tel qu'illustré sur la figure 3.16.

La détermination des paramètres élastiques passe par la supposition que la distribution des contraintes à l'intérieur du manchon de roche anisotrope peut être déterminée à partir de la théorie de l'élasticité isotrope linéaire. Ainsi, deux conditions de chargement différentes solliciteront le manchon de roche pendant l'essai de chargement biaxiale, soit les conditions N et P. La condition de chargement N, représentée par la pression appliquée perpendiculairement au plan d'isotropie, permet la détermination du module de Young E_v et du coefficient de Poisson ν_{vh} (fig. 3.15), d'autre part la

condition de chargement P, représentée par la pression appliquée parallèlement au plan d'isotropie, permet la détermination du module de Young E_h et du coefficient de Poisson ν_h (fig. 3.15). Il faut remarquer que le modèle ne permet pas la détermination du module de cisaillement, celui doit être déterminée à partir de l'équation de Saint-Venant (équation 3.9).

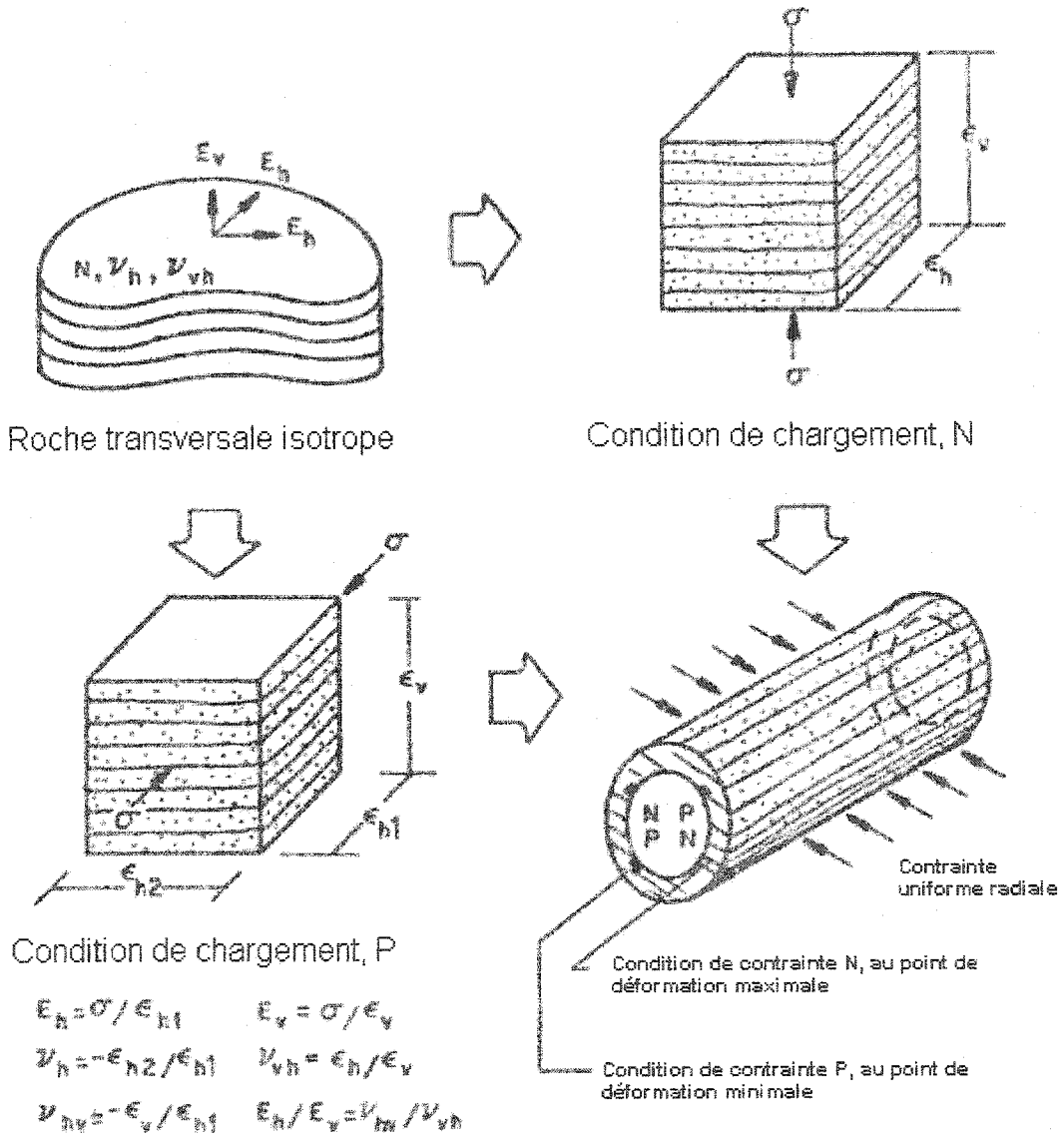


Figure 3.15 – Détermination des paramètres de déformation élastique à partir de l'essai de compression biaxial (adapté de Gonano et Sharp, 1983).

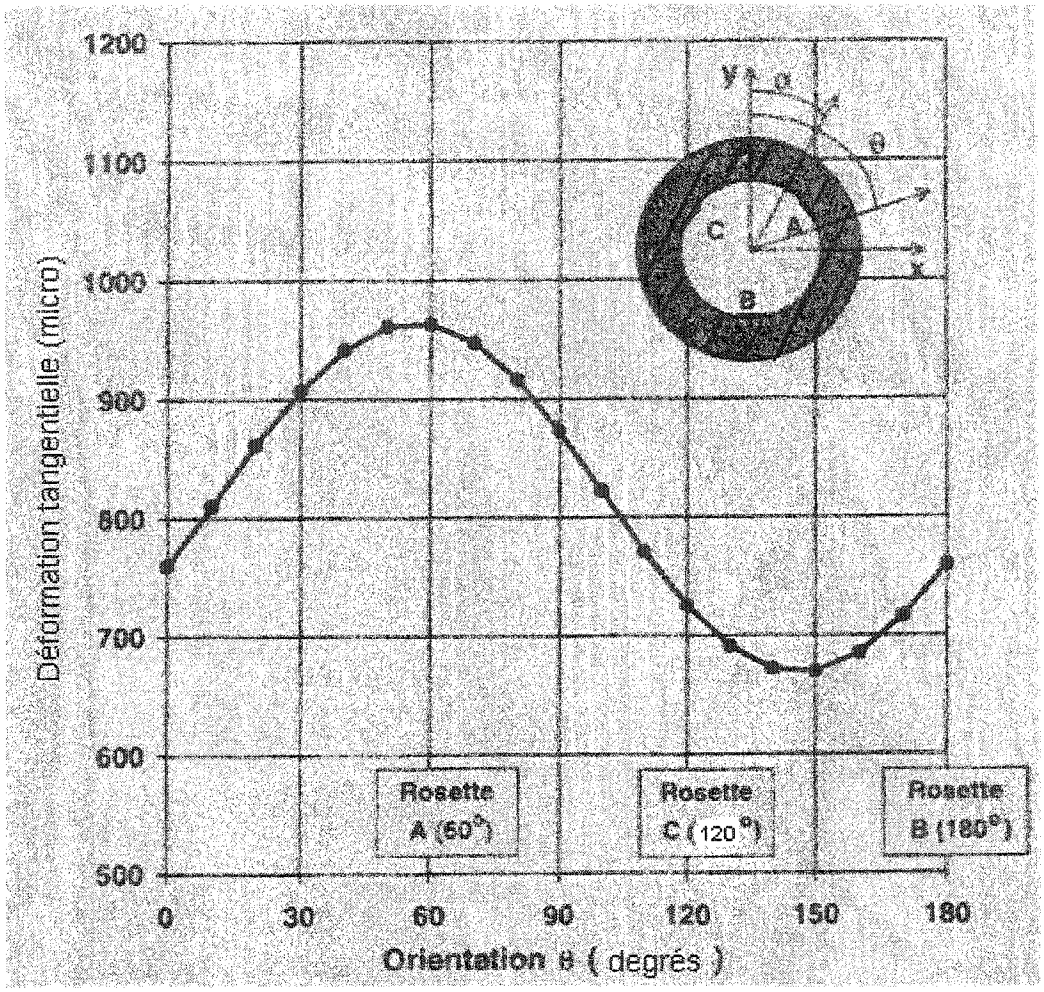


Figure 3.16 – Exemple de la détermination de l'orientation du plan de symétrie. Modèle quasi-linéaire de Gonano et Sharp, 1983 (adapté de Nunes, 2002).

Malheureusement, Gonano et Sharp (1983) ne présentent aucune étude qui démontre la validité ni les erreurs associées à la supposition que la distribution des contraintes à l'intérieur du manchon de roche anisotrope puisse être déterminée à partir de la théorie de l'élasticité isotrope linéaire. De cette façon, ces auteurs ne traitent le problème que de façon approximative. En réalité, le modèle essaie de trouver de façon itérative les paramètres élastiques linéaires anisotropes qui correspondent aux niveaux de déformations mesurés in situ.

En ce qui concerne l'hypothèse de distribution des contraintes à l'intérieur du manchon de roche, Nunes (1999 et 2002) suggère, à partir des observations expérimentales et des analyses numériques, que pour des roches linéaires transversales isotropes présentant un degré d'anisotropie modéré (soit inférieur à 2) cette hypothèse peut être considérée comme valable et sans erreurs significatives si le comportement anisotrope de la roche obéit à l'équation de Saint-Venant (équation 3.9).

3.3.3 LES MODÈLES HYPERÉLASTIQUES

Littéralement le terme «hyper» signifie au-dessus, au-delà, le plus haut degré, de cette façon on utilise le terme «hyper» dans ce document pour designer les modèles élastiques d'ordre plus élevé, c'est-à-dire les modèles d'ordre supérieur à 1, soit les modèles qui incluent des termes non linéaires (Desai et Siriwardane, 1984). Néanmoins, il faut souligner que ce terme désigne de façon plus rigoureuse les matériaux élastiques qui supposent l'existence d'une fonction d'énergie de déformation (U_0), comme le modèle de Green par exemple.

Les modèles hyperélastiques, dans le sens utilisé dans ce document, sont basés sur des concepts de la théorie de la mécanique du continu et de la non-linéarité élastique. Ils regroupent le modèle élastique de Cauchy et le modèle élastique de Green. Dans la présente section on va s'attarder sur les modèles de deuxième ordre car le nombre de paramètres requis pour les modèles d'ordre plus élevés est trop grand pour des applications pratiques, soit douze pour le modèle isotrope de troisième ordre de Cauchy et neuf pour le modèle isotrope de troisième ordre de Green.

3.3.3.1 LE MODÈLE DE CAUCHY

Le modèle élastique de Cauchy est basé sur l'hypothèse que pour un matériau élastique, l'état de contrainte est fonction uniquement de l'état de déformation, ou vice-versa (Desai et Siriwardane, 1984 et Chen et Mizuno, 1990). La relation contrainte-déformation qui décrit ce type de matériau a la forme générale suivante :

$$\sigma_{ij} = F_{ij}(\varepsilon_{kl}) \tag{3.43}$$

où F_{ij} est la fonction de réponse élastique du matériau.

D'après Chen et Mizuno (1990) entre autres, la fonction de réponse élastique d'un matériau isotrope peut être exprimée par une fonction polynomiale du tenseur de déformation, soit :

$$F_{ij}(\varepsilon_{kl}) = a_0\delta_{ij} + a_1\varepsilon_{ij} + a_2\varepsilon_{ik}\varepsilon_{kj} + a_3\varepsilon_{ik}\varepsilon_{kl}\varepsilon_{lj} + ... \tag{3.44}$$

où a_0, a_1, a_2, a_3, $....a_n$ sont des coefficients ou des paramètres et δ_{ij} est le delta de Kronecker (équation 3.45).

$$\delta_{ij}\begin{cases} 0 \;\; si \;\; i \neq j \\ 1 \;\; si \;\; i = j \end{cases} \tag{3.45}$$

Afin d'exprimer l'équation 3.44 en termes des invariants de déformation ($I_{1\varepsilon}$ et $I_{2\varepsilon}$) le modèle de Cauchy se sert du théorème de Cayley-Hamilton (Desai et Siriwardane, 1984 et Chen et Mizuno, 1990), à savoir, qu'un tenseur de deuxième ordre satisfait sa propre équation caractéristique. Alors :

$$\sigma_{ij} = \phi_0\delta_{ij} + \phi_1\varepsilon_{ij} + \phi_2\varepsilon_{im}\varepsilon_{mj} \tag{3.46}$$

où ϕ_0, ϕ_1 et ϕ_2 sont des fonctions de réponse élastique dépendantes des invariants de déformation.

En supposant qu'un état initial nul de déformation correspond à un état initial nul de contrainte, les fonctions ϕ_0, ϕ_1 et ϕ_2 prennent la forme suivante (Desai et Siriwardane, 1984) :

$$\phi_0 = a_1 I_{1\varepsilon} + a_2 I_{1\varepsilon}^2 + a_3 I_{2\varepsilon} \tag{3.47a}$$

$$\phi_1 = a_4 + a_5 I_{1\varepsilon} \tag{3.47b}$$

$$\phi_2 = a_6 \tag{3.47c}$$

où $a_i \quad (i = 1,2,...,6)$ sont des constantes à être déterminées expérimentalement.

En substituant le système d'équations 3.47a-c dans l'équation 3.46, la relation contrainte-déformation de deuxième ordre peut être déduite (Desai et Siriwardane, 1984) :

$$\sigma_{ij} = \left(a_1 I_{1\varepsilon} + a_2 I_{1\varepsilon}^2 + a_3 I_{2\varepsilon}\right)\delta_{ij} + \left(a_4 + a_5 I_{1\varepsilon}\right)\varepsilon_{ij} + a_6 \varepsilon_{im}\varepsilon_{mj} \tag{3.48}$$

Afin de donner une signification physique aux constantes a_1 et a_4, Desai et Siriwardane (1984) ont réduit l'équation 3.48 à une forme linéaire de premier ordre. Dans ce cas, seulement les termes de premier ordre sont retenus :

$$\sigma_{ij} = a_1 I_{1\varepsilon}\delta_{ij} + a_4 \varepsilon_{ij} \tag{3.49}$$

En comparant l'équation 3.49 à l'équation linéaire de Hooke écrite en fonction des constantes de Lamé (équation 3.50),

$$\sigma_{ij} = \lambda I_{1\varepsilon}\delta_{ij} + 2G\varepsilon_{ij} \tag{3.50}$$

Desai et Siriwardane (1984) ont démontré que :

$$a_1 = \lambda = K - \frac{2G}{3} \tag{3.51a}$$

$$a_4 = 2G \tag{3.51b}$$

où K et G sont respectivement le module de compressibilité et le module de cisaillement élastique. Donc la loi généralisée de Hooke représente un cas spécial du modèle de Cauchy.

En substituant le système d'équations 3.51 dans l'équation 3.48 on arrive à :

$$\sigma_{ij} = \left[\left(K - \frac{2G}{3}\right) I_{1\varepsilon} + a_2 I_{1\varepsilon}^2 + a_3 I_{2\varepsilon}\right]\delta_{ij} + \left(2G + a_5 I_{1\varepsilon}\right)\varepsilon_{ij} + a_6 \varepsilon_{im}\varepsilon_{mj} \tag{3.52}$$

En réorganisant les termes de l'équation 3.52 on arrive à :

$$\sigma_{ij} = \left[K I_{1\varepsilon}\delta_{ij} + 2G e_{ij}\right] + \left\{\left(a_2 I_{1\varepsilon}^2 + a_3 I_{2\varepsilon}\right)\delta_{ij} + a_5 I_{1\varepsilon}\varepsilon_{ij} + a_6 \varepsilon_{im}\varepsilon_{mj}\right\} \tag{3.53}$$

où e_{ij} est le déviateur de déformation ($e_{ij} = \varepsilon_{ij} - \delta_{ij}\frac{I_{1\varepsilon}}{3}$).

L'équation 3.53 permet de voir de façon plus claire que la relation contrainte-déformation non linéaire de deuxième ordre du modèle élastique de Cauchy est composée de deux termes linéaires, les termes entre les crochets, qui représentent la loi généralisée de Hooke, et quatre termes non linéaires, les termes entre accolades. De plus, dans le cas d'un matériau au comportement isotrope, le premier terme linéaire représente une variation de volume associée à la contrainte moyenne (variation de volume de premier ordre) tandis que le deuxième représente une variation de forme associée aux contraintes déviatoriques (variation de forme de premier ordre).

Le modèle non linéaire de Cauchy permet d'observer un autre aspect intéressant du comportement non linéaire des matériaux isotropes. Si l'on considère un état de

déformation de cisaillement pur à deux dimensions, où toutes les composantes du tenseur de déformation sont nulles sauf pour ε_{12} on a que :

$$\varepsilon_{ij} = \begin{pmatrix} 0 & \varepsilon_{12} & 0 \\ \varepsilon_{12} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \tag{3.54}$$

En substituant l'équation 3.54 dans l'équation 3.46 on peut vérifier que :

$$\sigma_{ij} = \phi_0 \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} + \phi_1 \begin{pmatrix} 0 & \varepsilon_{12} & 0 \\ \varepsilon_{12} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} + \phi_2 \begin{pmatrix} \varepsilon_{12}^2 & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_{12}^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \tag{3.55}$$

et

$$\sigma_{11} = \sigma_{22} = \phi_0 + \phi_2 \varepsilon_{12}^2 \tag{3.56a}$$

$$\sigma_{33} = \phi_0 \tag{3.56b}$$

$$\sigma_{12} = \phi_1 \varepsilon_{12} \tag{3.56c}$$

$$\sigma_{23} = \sigma_{13} = 0 \tag{3.56d}$$

Ainsi, on peut remarquer l'existence d'une relation entre la variation de forme et la contrainte moyenne. Donc, selon le modèle de Cauchy les matériaux isotropes non linéaires présentent un phénomène de deuxième ordre.

Finalement, il faut remarquer que le modèle de Cauchy nécessite la détermination de 6 paramètres soit le module de compressibilité K, le module de cisaillement G, et les constantes a_2, a_3, a_5 et a_6.

Les paramètres élastiques du modèle non linéaire isotrope de Cauchy peuvent être déterminés à partir d'un essai de compression hydrostatique ou triaxiale. Pour plus de

détail en ce qui concerne la détermination de ces paramètres le lecteur peut se rapporter à Desai et Siriwardane (1984).

3.3.3.2 LE MODÈLE DE GREEN

Le modèle élastique de Green est basé sur deux lois fondamentales de la mécanique, soit la première loi de la thermodynamique (la variation du travail des forces externes exercé sur un corps plus le flux de chaleur externe ajouté au système est égale à la variation de l'énergie cinétique plus la variation de l'énergie interne de déformation) et la loi de conservation d'énergie cinétique (le travail exercé par des forces internes et externes est égal à la variation de l'énergie cinétique). Ainsi, le modèle de Green suppose l'existence d'une fonction d'énergie de déformation (U_0) qui relie les contraintes aux déformations (fig. 3.17) de façon à ce que :

$$\sigma_{ij} = \frac{\partial U_0}{\partial \varepsilon_{ij}} \tag{3.57}$$

L'équation (3.57) est connue comme la loi élastique de Green (Desai et Siriwardane, 1984). Cette équation peut aussi être exprimée de façon inverse, soit :

$$\varepsilon_{ij} = \frac{\partial U_{co}}{\partial \sigma_{ij}} \tag{3.58}$$

où U_{co} est une fonction d'énergie complémentaire (fig. 3.17).

En exprimant la fonction d'énergie de déformation (U_0) en termes des invariants de déformation, la loi de Green peut être définie pour plusieurs ordres. L'on retient dans ce document seulement les termes de deuxième ordre. L'équation 3.57 prend alors la forme suivante (Desai et Siriwardane, 1984) :

$$\sigma_{ij} = \frac{\partial U_0}{\partial I_{1\varepsilon}} \delta_{ij} + \frac{\partial U_0}{\partial I_{2\varepsilon}} \varepsilon_{ij} + \frac{\partial U_0}{\partial I_{3\varepsilon}} \varepsilon_{im} \varepsilon_{mj} \tag{3.59}$$

Il faut remarquer que l'équation 3.59 a la même forme que l'équation 3.46 du modèle de Cauchy. En effet, selon Desai et Siriwardane (1984) et Chen et Mizuno (1990), le modèle de Green peut être considéré comme un cas spécial du modèle de Cauchy, la différence entre les deux modèles résident sur les fonctions de réponse élastique.

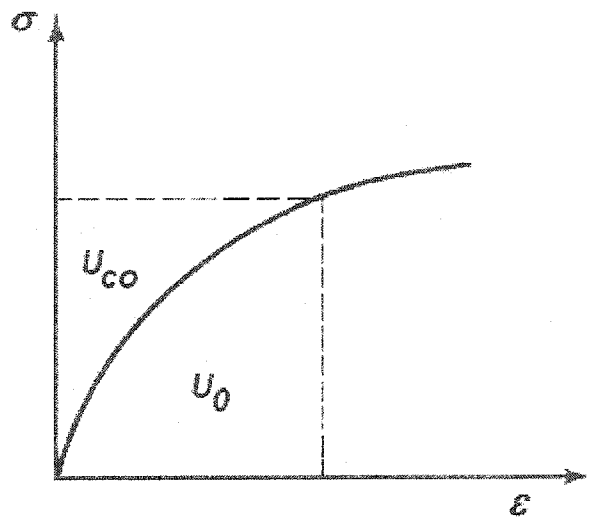


Figure 3.17 - Fonction d'énergie de déformation U_0 et fonction d'énergie complémentaire U_{co} (Desai et Siriwardane, 1984).

Desai et Siriwardane (1984) et Chen et Mizuno (1990) ont démontré que si l'on suppose qu'un état initial nul de déformation correspond à un état initial nul de contrainte, la fonction d'énergie de déformation U_0 prend la forme suivante :

$$U_0 = \left(b_2 I_{1\varepsilon}^2 + b_5 I_{2\varepsilon}\right) + b_3 I_{1\varepsilon}^3 + b_4 I_{1\varepsilon} I_{2\varepsilon} + b_6 I_{3\varepsilon} \tag{3.60}$$

Comme dans le modèle de Cauchy, la loi généralisée de Hooke représente un cas particulier du modèle de Green, soit le terme entre parenthèses dans l'équation 3.60.

Les autres termes de l'équation (équation 3.60) sont associés au comportement non linéaire. De plus, il peut être démontré que (Desai et Siriwardane, 1984) :

$$b_2 = \frac{\lambda}{2} = \frac{3K - 2G}{6} = \frac{E\nu}{2(1+\nu)(1-2\nu)} \tag{3.61a}$$

$$b_5 = 2G = \frac{E}{1+\nu} \tag{3.61b}$$

où K est le module de compressibilité, G le module de cisaillement, E le module de Young, ν le coefficient de Poisson et λ une constante de Lamé définie par l'équation 3.51.

En substituant le système d'équations 3.61, dans l'équation 3.60 cette dernière prend la forme suivante :

$$U_0 = \left(\frac{3K - 2G}{6}\right) I_{1\varepsilon}^2 + 2GI_{2\varepsilon} + b_3 I_{1\varepsilon}^3 + b_4 I_{1\varepsilon} I_{2\varepsilon} + b_6 I_{3\varepsilon} \tag{3.62}$$

En substituant l'équation 3.62 dans l'équation 3.59 et en procédant aux dérivations requises, Desai et Siriwardane (1984) démontrent que :

$$\sigma_{ij} = \left[\left(K - \frac{2G}{3}\right) I_{1\varepsilon} + 3b_3 I_{1\varepsilon}^2 + b_4 I_{2\varepsilon}\right]\delta_{ij} + (2G + b_4 I_{1\varepsilon})\varepsilon_{ij} + b_6 \varepsilon_{im}\varepsilon_{mj} \tag{3.63}$$

Finalement, en réorganisant les termes de l'équation 3.63 on arrive à :

$$\sigma_{ij} = \left[K I_{1\varepsilon}\delta_{ij} + 2Ge_{ij}\right] + \left\{(3b_3 I_{1\varepsilon}^2 + b_4 I_{2\varepsilon})\delta_{ij} + b_4 I_{1\varepsilon}\varepsilon_{ij} + b_6 \varepsilon_{im}\varepsilon_{mj}\right\} \tag{3.64}$$

À l'instar de l'équation 3.53, l'équation 3.64 permet de remarquer que la relation contrainte-déformation non linéaire du modèle élastique de deuxième ordre de Green comporte aussi deux termes linéaires (les termes entre crochets) et quatre termes non linéaires (les termes entre accolades). En effet, les deux équations sont très similaires,

puisque si $a_3 = a_5$, l'équation 3.53 revient à l'équation 3.64. Donc, le modèle élastique de Green peut être considéré comme un cas particulier du modèle de Cauchy (Desai et Siriwardane, 1984 et Chen et Mizuno, 1990).

3.3.4 LES MODÈLES BASÉS SUR LES COMPOSANTES FONDAMENTALES DU COMPORTEMENT DES CORPS DÉFORMABLES

Les modèles basés sur les composantes fondamentales du comportement des corps déformables utilisent les modes de déformations des matériaux, c'est-à-dire la façon dont les matériaux se déforment lorsque soumis à des sollicitations externes.

La théorie classique de l'élasticité linéaire isotrope considère que la déformation des matériaux résulte d'un changement de volume produit par la contrainte moyenne (σ_m), celle-ci ne changeant pas la forme du matériau, et d'un changement de forme produit par les déviateurs de contraintes (s_{ij}), ceux-ci n'ayant aucune influence sur la variation volume du matériau. La contrainte moyenne et le déviateur de contraintes étant définis comme suit :

$$\sigma_m = \frac{1}{3}\sum_{i=1}^{3}\sigma_{ii} \tag{3.65}$$

$$s_{ij} = \sigma_{ij} - \delta_{ij}\sigma_m \tag{3.66}$$

Par analogie on peut définir aussi la déformation moyenne comme :

$$\varepsilon_m = \frac{1}{3}\sum_{i=1}^{3}\varepsilon_{ii} \tag{3.67}$$

et le déviateur de déformations comme :

$$e_{ij} = \varepsilon_{ij} - \varepsilon_m \delta_{ij} \tag{3.68}$$

Il faut remarquer que les équations 3.65 à 3.68 sont indépendantes de la loi de comportement choisie.

Les modes de déformation décrits ci-haut caractérisent les phénomènes connus comme des phénomènes de premier ordre. Néanmoins, il est aussi reconnu dans la littérature, cette fois-ci pour les corps anisotropes linéaires élastiques, l'existence de phénomènes de deuxième ordre. Ces derniers sont caractérisés par des variations de volume engendrées par les déviateurs de contraintes et des variations de forme causées par la contrainte moyenne (Allirot et al., 1977 et Corthésy et al., 1993).

Afin d'illustrer ce comportement reprenons l'exemple de Basque (2000). Supposons trois matériaux linéaires élastiques respectivement de symétrie isotrope, transversal isotrope et orthotrope tel qu'illustré aux figures 3.18 et 3.19. Le coefficient de Poisson unique est utilisé pour simplifier de cette mise en situation. La figure 3.18 illustre les déformations subies par ces corps lors d'un chargement hydrostatique. On peut constater que le matériau au comportement isotrope ne montre qu'une variation de volume associée à la contrainte moyenne (phénomène de premier ordre), tandis que les matériaux aux comportements transversal isotrope et orthotrope montrent une variation de volume associée à la contrainte moyenne (phénomène de premier ordre) et une variation de forme associée aussi à la contrainte moyenne (phénomène de deuxième ordre). Il faut noter que sous un état de contraintes hydrostatique les déviateurs de contraintes sont nuls.

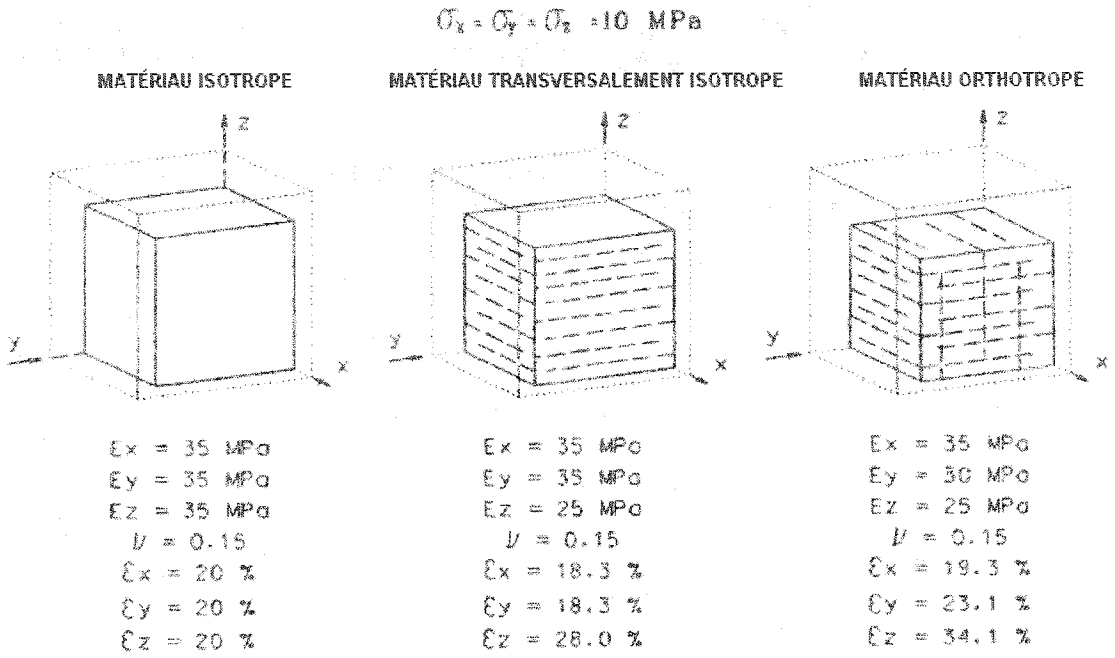


Figure 3.18 - Effet d'une compression hydrostatique sur des matériaux isotropes et anisotropes (Basque, 2000).

La figure 3.19 montre les déformations calculées par Basque (2000) pour les mêmes matériaux soumis maintenant à un état de contrainte où $\sigma_m = 0$ et $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3 \neq 0$. L'on peut remarquer sur cette figure que le corps isotrope ne montre que des variations de forme associées aux déviateurs de contrainte (phénomène de premier ordre), tandis que les corps anisotropes présentent des variations de forme et de volume (phénomène de deuxième ordre) associées à ces mêmes contraintes déviatoriques.

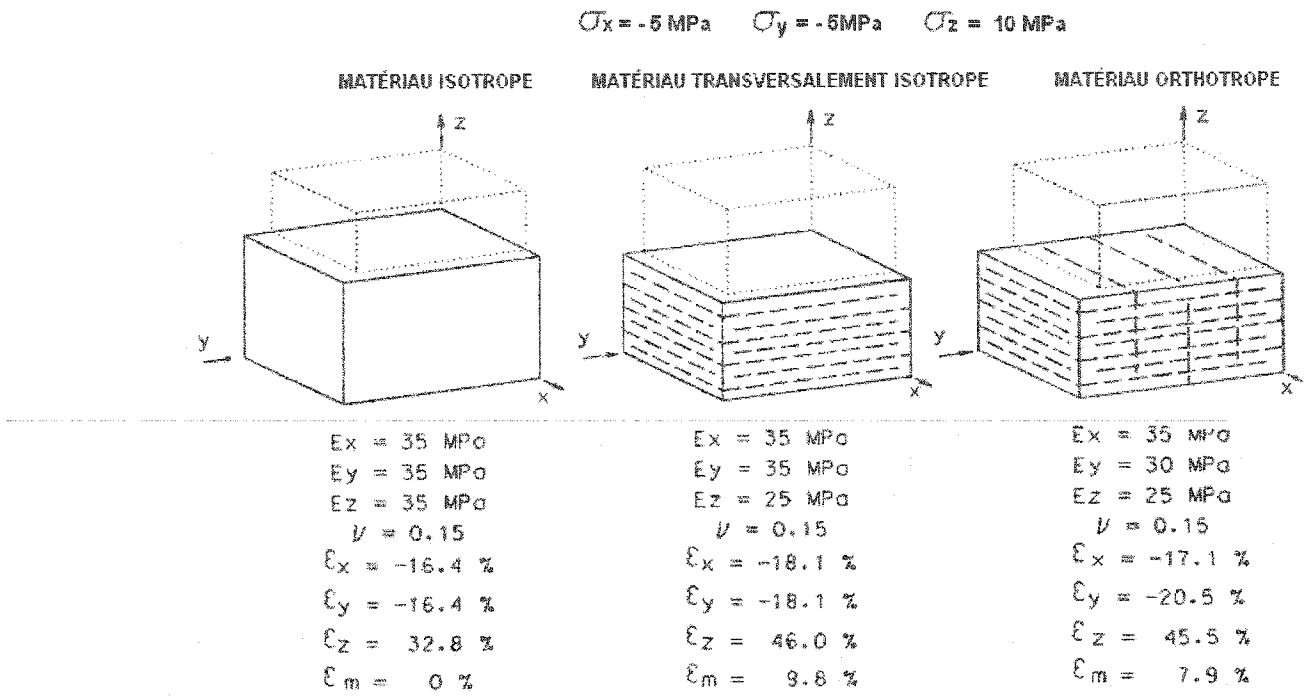


Figure 3.19 - Effet d'un cisaillement pur sur des matériaux isotropes et anisotropes (Basque, 2000).

Dû au principe de superposition des effets, valide pour les corps élastiques linéaires, les variations de forme et de volume de premier et deuxième ordre peuvent être additionnées afin d'obtenir la configuration finale du corps peu importe l'ordre de leurs applications. Les modèles basés sur les composantes fondamentales du comportement supposent que ce principe est valide aussi dans le cas non linéaire, comme le démontrent les modèles hyperélastiques de Cauchy et Green où les termes non linéaires s'additionnent lorsque l'on sépares les variations de forme et de volume (équations 3.53 et 3.64).

3.3.4.1 LE MODÈLE DE LEEMAN ET DENKHAUS (1969)

Afin d'interpréter les mesures de contraintes avec la cellule triaxiale CSIR Leeman et Denkhaus (1969) proposent un modèle non linéaire isotrope basé sur la loi élastique de Hooke exprimée en termes de déformation (équation 3.69).

$$\sigma_i = K\varepsilon_v + 2G(\varepsilon_i - \varepsilon_v / 3), \quad (i = 1,2,3) \tag{3.69}$$

où K est le module de compressibilité volumique, G le module de cisaillement, σ_i les contraintes principales majeures et ε_v la déformation volumique ($\varepsilon_v = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3$).

Le premier terme de l'équation 3.69 fait référence à la variation de volume associée à la contrainte moyenne (variation de volume de 1er ordre) tandis que le deuxième terme fait référence à la variation de forme associée à la contrainte déviatorique de cisaillement (variation de forme de 1er ordre).

En procédant respectivement à la sommation et à la soustraction de l'équation 3.69 sur i, on arrive aux équations 3.70 et 3.71 :

$$\sigma_m = K\varepsilon_v \tag{3.70}$$

$$\tau_i = G\gamma_i, \quad (i = 1,2,3) \tag{3.71}$$

où $\tau_1 = \dfrac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}$, $\tau_2 = \dfrac{\sigma_1 - \sigma_2}{2}$, $\tau_3 = \dfrac{\sigma_2 - \sigma_3}{2}$, $\gamma_1 = \varepsilon_1 - \varepsilon_3$, $\gamma_2 = \varepsilon_1 - \varepsilon_2$ et $\varepsilon_3 = \gamma_2 - \gamma_3$.

Dans l'équation 3.71 $\tau_i(i = 1,2,3)$ sont les contraintes de cisaillement qui agissent sur les plans inclinés à 45º (les plans de contrainte de cisaillement maximale) par rapport aux plans des contraintes principales 1, 2 et 3, et γ_i les déformations angulaires associées.

Le comportement non linéaire est introduit dans le modèle en substituant les constantes K et G par les fonctions $K(\varepsilon)$ et $G(\gamma_i)$. Ces fonctions s'expriment comme suit :

$$K(\varepsilon) = K_0 + K_1\varepsilon + K_2\varepsilon^2 + K_3\varepsilon^3 + \ldots \tag{3.72}$$

$$G(\gamma_i) = G_0 + G_1\gamma_i + G_2\gamma_i^2 + G_3\gamma_i^3 + \ldots \tag{3.73}$$

Les constantes K_0, K_1, K_2, etc. et G_0, G_1, G_2, etc. peuvent être déterminées à partir d'un essai de compression uniaxiale ou triaxiale. Dans le cas d'un essai de compression uniaxiale les constantes K_j, $(j = 0,1,2,etc.)$ sont obtenues à partir de la courbe σ_1 versus $3(\varepsilon_1 + 2\varepsilon_2)$ et les constantes G_j, $(j = 0,1,2,etc.)$ à partir de la courve σ_1 versus $2(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)$.

3.3.4.2 LE MODÈLE NON LINÉAIRE ANISOTROPE DE CORTHÉSY ET COLLABORATEURS (1993)

Afin d'incorporer simultanément le comportement élastique non linéaire transversal isotrope des roches dans l'interprétation de mesures de contraintes à l'aide de la cellule «doorstopper», Corthésy (1989) Corthésy et Gill (1990a-b) et Corthésy et al. (1993) ont présenté un modèle basé sur les composantes fondamentales du comportement où les phénomènes de deuxième ordre sont introduits.

En considérant un corps linéaire élastique transversal isotrope Corthésy et al. (1993) présentent les équations liant les variations de forme et de volume. Ces équations sont déduites comme suit.

Les relations contrainte-déformation d'un corps transversal isotrope, telles que présentées à la section 2.2.1.2 du chapitre II (équation 2.9), peuvent être réécrites comme :

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_X \\ \varepsilon_Y \\ \varepsilon_Z \\ \gamma_{XY} \\ \gamma_{YZ} \\ \gamma_{ZX} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & 0 & 0 & 0 \\ a_{12} & a_{11} & a_{13} & 0 & 0 & 0 \\ a_{13} & a_{13} & a_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1/G_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1/G_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1/G_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_X \\ \sigma_Y \\ \sigma_Z \\ \tau_{XY} \\ \tau_{YZ} \\ \tau_{ZX} \end{bmatrix} \tag{3.74}$$

$$a_{11} = \frac{1}{E_1}, \quad a_{12} = -\frac{\nu_1}{E_1}, \quad a_{13} = -\frac{\nu_2}{E_2}, \quad a_{33} = \frac{1}{E_2}, \quad G_1 = \frac{E_1}{2(1+\nu_1)}$$

où l'indice 1 correspond aux propriétés de déformation sur le plan d'isotropie et l'indice 2 à celles sur les plans perpendiculaires au plan d'isotropie (figure 2.3).

En supposant un état de contrainte hydrostatique P_o on a :

$$\sigma_X = \sigma_Y = \sigma_Z = P_o = \sigma_m \tag{3.75}$$

$$\tau_{XY} = \tau_{YZ} = \tau_{ZX} = 0 \tag{3.76}$$

En remplaçant les équations 3.75 et 3.76 dans l'équation 3.74, Corthésy et al. (1993) déterminent la déformation moyenne de premier ordre (ε_{m_1}), la déformation moyenne de deuxième ordre étant nulle puisque les déviateurs de contrainte et les contraintes de cisaillement sont nuls. Donc,

$$\varepsilon_{m_1} = \frac{\sigma_m (2a_{11} + 2a_{12} + 4a_{13} + a_{33})}{3} \tag{3.77}$$

Cet état de contrainte hydrostatique produit aussi des variations de forme associées à la contrainte moyenne. Pour les calculer il faut reprendre l'équation 3.74, en considérant encore un état de contrainte hydrostatique et l'expliciter en termes des déformations dans les directions X, Y, et Z comme suit :

$$\varepsilon_X = \varepsilon_Y = \sigma_m (a_{11} + a_{12} + a_{13}) \tag{3.78}$$

$$\varepsilon_Z = \sigma_m (2a_{13} + a_{33}) \tag{3.79}$$

Finalement, en substituant les équations 3.77, 3.78 et 3.79 dans l'équation 3.68, Corthésy et al. (1993) obtiennent les déviateurs de déformation de deuxième ordre ($e_{i_2}; i = X, Y, Z$) soit :

$$e_{X_2} = e_{Y_2} = \frac{\sigma_m (a_{11} + a_{12} - a_{13} - a_{33})}{3} \tag{3.80}$$

$$e_{Z_2} = \frac{2\sigma_m (a_{13} + a_{33} - a_{11} - a_{12})}{3} \tag{3.81}$$

Afin d'établir la déformation moyenne de deuxième ordre et la déformation déviatorique de premier ordre Corthésy et al. (1993) considèrent maintenant que le corps est soumis à un état de contrainte où la contrainte moyenne est nulle et les contraintes principales sont différentes de zéro ($\sigma_X, \sigma_Y, \sigma_Z \neq 0$), ainsi :

$$\sigma_Z = -(\sigma_X + \sigma_Y) \tag{3.82}$$

Alors, les déviateurs de contraintes peuvent être écrits comme :

$$S_X = \sigma_X \tag{3.83a}$$

$$S_Y = \sigma_Y \tag{3.83b}$$

$$S_Z = \sigma_Z \tag{3.83c}$$

En substituant les équations 3.83(a-c) dans les équations 3.74, ces auteurs déterminent la déformation moyenne de deuxième ordre et les déformations selon les directions X, Y, et Z, soit :

$$\varepsilon_{m_2} = \frac{S_Z\left(a_{13} - a_{11} - a_{12} + a_{33}\right)}{3} \tag{3.84}$$

$$\varepsilon_X = a_{11}S_X + a_{12}S_Y + a_{13}S_Z \tag{3.85a}$$

$$\varepsilon_Y = a_{12}S_X + a_{11}S_Y + a_{13}S_Z \tag{3.85b}$$

$$\varepsilon_Z = a_{13}S_X + a_{13}S_Y + a_{33}S_Z \tag{3.85c}$$

En substituant les équations 3.84 et 3.85a-c dans l'équation 3.68, Corthésy et ses collaborateurs obtiennent finalement les déformations déviatoriques de premier ordre, soit :

$$e_{X_1} = S_X a_{11} + S_Y a_{12} + S_Z \frac{2a_{13} + a_{11} + a_{12} - a_{33}}{3} \tag{3.86a}$$

$$e_{Y_1} = S_X a_{12} + S_Y a_{11} + S_Z \frac{2a_{13} + a_{11} + a_{12} - a_{33}}{3} \tag{3.86b}$$

$$e_{Z_1} = S_Z \frac{-4a_{13} + a_{11} + a_{12} + 2a_{33}}{3} \tag{3.86c}$$

De cette façon, Corthésy et al. (1993) déduisent les relations qui décrivent les phénomènes de premier et deuxième ordre que se produisent dans une roche au comportement transversal isotrope.

Après avoir établi les relations entre les variations de forme et de volume de 1er et 2ème ordre pour un corps linéaire élastique transversal isotrope, Corthésy et al. (1993) supposent que les mêmes liens existent pour un matériau transversal isotrope non linéaire, soit que le principe de superposition des effets est aussi valable dans le cas non linéaire. Ainsi, les constantes dans les équations 3.77, 3.81, 3.84 et 3.86a-c deviennent des fonctions. Cependant, puisque ces auteurs avaient comme but l'incorporation du comportement élastique non linéaire et anisotrope des roches dans l'interprétation de mesures de contraintes à l'aide de la cellule «doorstopper», le modèle de Corthésy et al (1993) implique l'estimation de la déformation normale au plan de mesure qui permet le

calcul de la variation de volume. Ainsi, d'après Corthésy et al. (1993), les relations contrainte-déformation d'un corps transversal isotrope au comportement non linéaire élastique qui se développent au fond d'un trou de forage dont l'axe est parallèle à l'axe Y (figure 3.20) peuvent être représentées par les équations de variation de forme et de volume qui suivent :

$$\varepsilon_{m_1} = f_1(\sigma_m) \tag{3.87}$$

$$e_{Z_1} = g_{Z_1}(S_Z) \tag{3.88}$$

$$\varepsilon_{m_2} = f_2(S_Z) \tag{3.89}$$

$$e_{Z_2} = g_{Z_2}(\sigma_m) \tag{3.90}$$

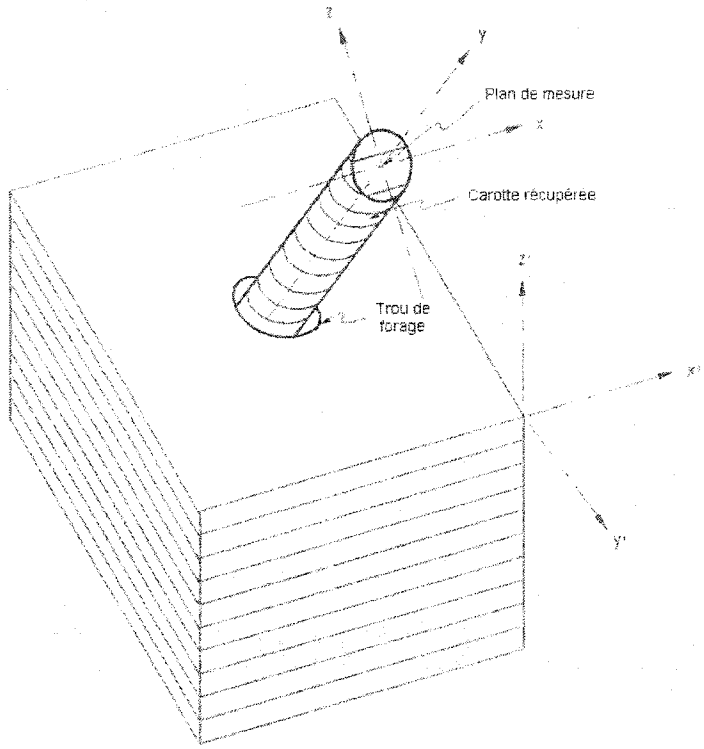


Figure 3.20 – Corps transversal isotrope et axes de référence (adapté de Corthésy et al. 1993).

Dans le modèle proposé par Corthésy et al. (1993), les fonctions f_1, f_2, g_{Z_1} et g_{Z_2} sont déterminées à partir d'une procédure itérative en réalisant des essais de compression biaxiale sur l'échantillon récupéré suite à une mesure de contrainte. L'inversion de ces fonctions permet la détermination des contraintes σ_m et S_Z qui agissent au fond du trou de forage. Les contraintes S_X et τ_{ZX} sont calculées respectivement à partir des équations 3.66 et 3.74, où dans cette dernière G_2 est calculée à partir de l'équation de Saint-Venant (équation 3.9).

Afin de vérifier le caractère général du modèle, Corthésy et al. (1993) démontrent à partir des essais de compression uniaxial réalisés sur le granite Barre que le modèle permet de simuler le comportement d'une roche transversale isotrope non linéaire à partir des cheminements de contraintes bien différents de ceux qui ont été utilisés pour déduire les fonctions de déformation du matériau (fig. 3.21).

En terminant, Corthésy et al. (1993) démontrent de quelle façon, à partir d'essais simples et des hypothèses simplificatrices, cette approche peut être utilisée pour l'interprétation des mesures de contrainte avec la technique du « doorstopper ».

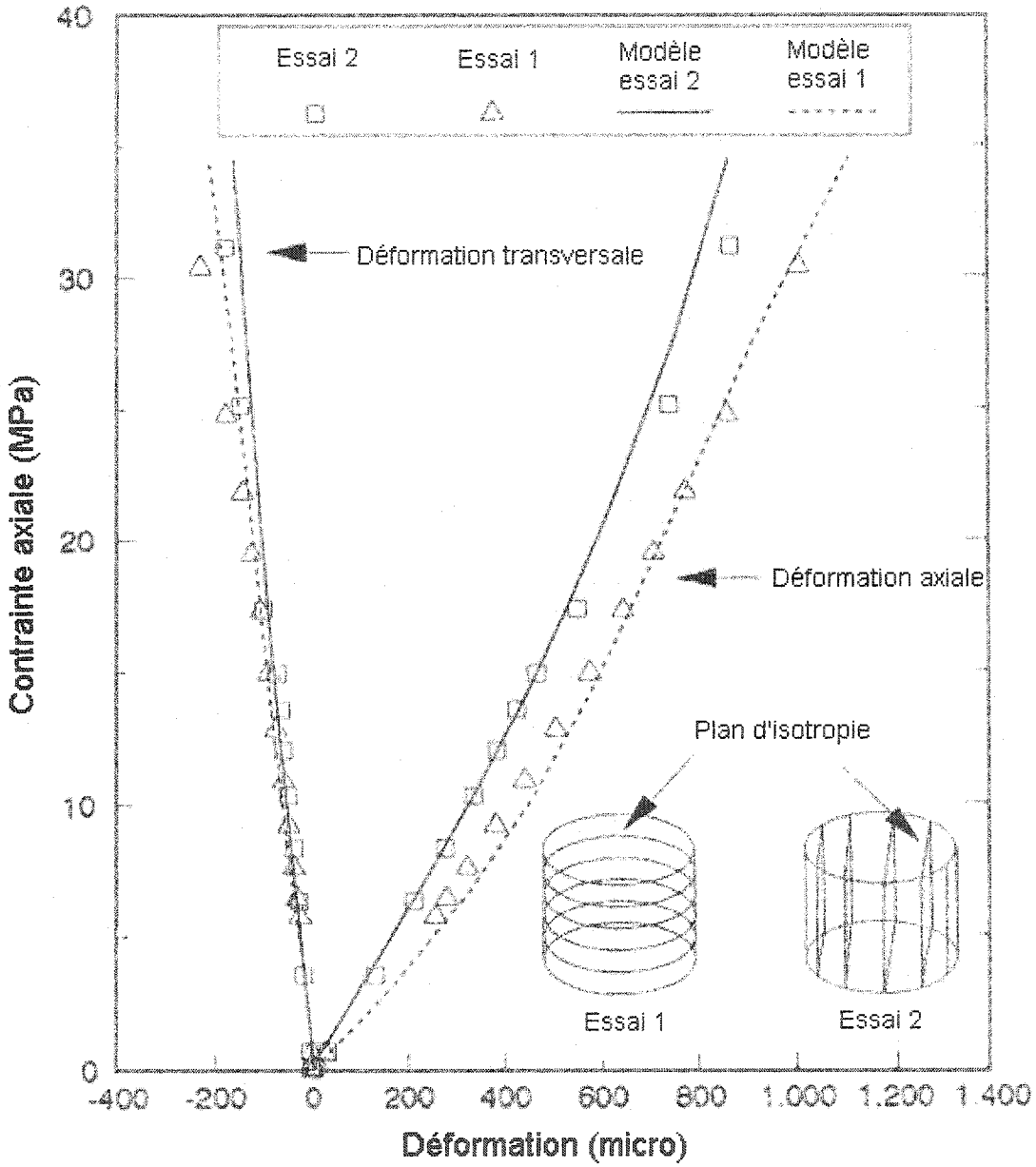


Figure 3.21 - Les déformations mesurées et calculées à l'aide du modèle non linéaire anisotrope de Corthésy et al. (1993) pour des essais de compression uniaxial réalisés sur le granite Barre (adapté de Corthésy et al., 1993).

3.4 CONSIDÉRATIONS FINALES

Le but principal de ce chapitre a été de faire une brève révision bibliographique sur les modèles constitutifs qui décrivent le comportement non linéaire présenté par les roches dures, c'est-à-dire les roches au comportement fragile où le facteur temps n'est pas une variable à être considérée. De plus, il y a eu une tentative de diriger la recherche bibliographique vers les modèles qui essaient de tenir compte de la non-linéarité causée par le processus de fermeture des micro-fissures, c'est-à-dire la non-linéarité à de faibles niveaux de contraintes (région I de la courbe contrainte-déformation typique des roches dures, figure 2.5). On a pu constater que ce type de non-linéarité n'est pas très souvent abordé, malgré son importance dans l'étude de divers problèmes de mécanique des roches comme la mesure de contraintes par exemple.

Ce chapitre a présenté plusieurs modèles non linéaires basés, grosso modo, sur deux approches majeures, soit les approches empiriques, soit les approches liées aux mécanismes de déformations des roches ou approches phénoménologiques et semi-empiriques. Les approches empiriques sont très restrictives puisque les équations proposées ne sont valables que pour les cas où les conditions de chargement sont identiques à celles pour lesquelles les équations non linéaires ont été établies. Par contre, les approches phénoménologiques et semi-empiriques s'appuient sur une base mathématique qui les rendent beaucoup plus générales.

Les approches phénoménologiques et semi-empiriques ont été divisées en quatre groupes généraux en fonction de leurs concepts de base, soit les modèles micro-structuraux, les modèles quasi-linéaires, les modèles hyperélastiques et les modèles basés sur les composantes fondamentales du comportement des corps déformables.

Les modèles quasi-linéaires traitent la non-linéarité de façon approximative, la courbe contrainte-déformation non linéaire étant subdivisée en petites portions linéaires qui sont analysées selon la loi linéaire élastique de Hooke. Ces modèles sont très limités

puisqu'ils sont capables de tenir compte d'un seul cheminement de contraintes alors que la majorité des problèmes en mécanique des roches sont associés à plusieurs cycles de charge et décharge qui peuvent générer une multitude des cheminements de contraintes (Desai et Siriwardane, 1984).

Les modèles hyperélastiques sont par contre des modèles très rigoureux du point de vue mathématique. Les modèles de Cauchy et de Green montrent que l'équation constitutive d'un corps non linéaire est formée d'une façon générale par deux parties : une partie linéaire, la loi générale de Hooke, et une partie non linéaire. En effet, le comportement de la roche correspond à la superposition de ces deux parties. De plus, ces modèles montrent qu'un corps isotrope au comportement non linéaire présente des phénomènes de deuxième ordre, soit une variation de volume associée à une contrainte déviatorique. Le problème associé à ces modèles est le nombre des constantes à déterminer, cinq pour le modèle de Green et six pour le modèle de Cauchy. L'introduction de l'isotropie transversale augmenterait beaucoup le nombre de constantes à être déterminées et rendrait l'application de tels modèles à des problèmes réels trop complexe.

Finalement, les modèles basés sur les composantes fondamentales du comportement des corps déformables ne sont pas aussi rigoureux que les modèles hyperélastiques, mais sont par contre plus faciles à utiliser et très simples en ce qui concerne le traitement du comportement non linéaire et anisotrope des roches. Ils ont l'avantage de permettre la superposition de plusieurs champs des contraintes si l'on accepte que les équations dérivées à partir des composantes fondamentales du comportement (variation de forme et de volume) sont indépendantes, tel que démontré par les modèles de Cauchy et Green dans le cas isotrope. Parmi ces modèles, le modèle de Corthésy et al.(1993) est le seul à considérer à la fois la non-linéarité et le comportement transversalement isotrope des roches. Cependant le modèle de Corthésy et al. (1993) est associé à certaines hypothèses de base, parmi lesquelles l'indépendance des variations de forme et de volume pour des corps micro-fissurés, dont la validité ou influence doivent encore être vérifiées.

En concluant, parmi les modèles présentés, le modèle de Corthésy et al. (1993) semble être celui qui offre la possibilité d'arriver à une solution simple, donc applicable à des problèmes concrets d'ingénierie. Il reste toutefois à minimiser le nombre d'hypothèses à la base du modèle et à vérifier l'influence qu'elles ont sur la capacité de ce modèle à représenter adéquatement le comportement des roches micro-fissurées dans le domaine élastique. Ceci constitue le cœur de la présente recherche.

CHAPITRE IV

GÉNÉRALISATION DU MODÈLE ÉLASTIQUE ANISOTROPE NON LINÉAIRE

4.1 GÉNÉRALITÉS

Parmi les modèles non linéaires révisés au chapitre précédent, celui proposé par Corthésy et al. (1993) semble être le modèle qui aborde à la fois l'anisotropie et la non-linéarité à des faibles niveaux de contrainte de la façon la plus simple et complète. De plus, il réunit des qualités recherchées en ce qui concerne l'utilisation d'un modèle dans la pratique de l'ingénierie, c'est-à-dire, il n'est pas trop restrictif et il est simple à mettre en œuvre.

Le modèle de Corthésy et al. (1993) fait appel au concept de variation de forme et de volume des matériaux. Le grand avantage de cette approche est qu'elle permet une généralisation, ou la superposition de plusieurs états de contraintes, si l'on accepte que les équations dérivées à partir des composantes fondamentales du comportement (variation de forme et de volume) sont indépendantes dans le cas d'un matériau non linéaire. Il faut remarquer que cette hypothèse sera vérifiée dans le cadre de la présente recherche.

Cependant, tel que souligné au chapitre précédent, la méthode de mesure de contraintes avec la cellule «doorstopper» est basée sur des mesures de déformation sur un plan (Leeman, 1964, 1967 et 1969; Corthésy et Gill, 1990a-b; Corthésy et al. 1993). Alors, afin de minimiser les problèmes reliés à l'hétérogénéité des roches et à la procédure de collage de la cellule, Corthésy et ses collaborateurs (1989, 1990a-b, 1991 et 1993) proposent des essais de rechargement biaxial sur la carotte récupérée où les déformations sont mesurées avec la cellule utilisée lors des essais in-situ. Cette procédure implique que la déformation dans la direction de l'axe de la carotte doit être calculée en postulant un

procédure implique que la déformation dans la direction de l'axe de la carotte doit être calculée en postulant un état de contraintes planes. Or dans ce cas, seulement les fonctions de variation de forme qui agissent sur le plan de mesure sont nécessaires (équations 3.88 à 3.90). Donc, la généralisation du modèle au cas tridimensionnel nécessite la définition de fonctions additionnelles de variation de forme autant pour le cas transversal isotrope que pour le cas orthotrope.

Ce chapitre a comme but la dérivation des équations nécessaires à la généralisation du modèle non linéaire transversal isotrope de Corthésy et al. (1993) au cas tridimensionnel, le développement du cas orthotrope et la mise au point d'une méthodologie simple et pratique pour la détermination des paramètres associés aux fonctions requises par le modèle.

4.2 CAS TRANSVERSAL ISOTROPE

En considérant une anisotropie de type transversale isotrope, Corthésy et al. (1993) ont développé les équations qui décrivent les variations de forme et volume de premier et de deuxième ordre pour les roches au comportement linéaire. Ces équations ont déjà été définies au chapitre précédent, néanmoins on reprend ici leur développement à fin de mettre en évidence certaines caractéristiques des ces relations. Le système de référence utilisé dans le développement qui suit est celui dont l'axe Z est perpendiculaire au plan d'isotropie (figure 2.3).

En considérant un corps transversalement isotrope dont l'axe Z est perpendiculaire au plan d'isotropie (figure 2.3), on a d'après Lekhnitskii (1963) que :

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_X \\ \varepsilon_Y \\ \varepsilon_Z \\ \gamma_{XY} \\ \gamma_{YZ} \\ \gamma_{ZX} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & 0 & 0 & 0 \\ a_{12} & a_{11} & a_{13} & 0 & 0 & 0 \\ a_{13} & a_{13} & a_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2(a_{11}-a_{12}) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & a_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_X \\ \sigma_Y \\ \sigma_Z \\ \tau_{XY} \\ \tau_{YZ} \\ \tau_{ZX} \end{bmatrix} \tag{2.9}$$

4.2.1 VARIATION DE VOLUME DE 1ER ORDRE

En imposant une sollicitation hydrostatique au corps transversalement isotrope, soit $\sigma_m \neq 0, \quad S_X = S_Y = S_Z = 0$, on peut écrire les relations de l'équation 2.9 comme suit :

$$\varepsilon_X = \sigma_m (a_{11} + a_{12} + a_{13}) \tag{4.1}$$

$$\varepsilon_Y = \sigma_m (a_{12} + a_{11} + a_{13}) \tag{4.2}$$

$$\varepsilon_Z = \sigma_m (2a_{13} + a_{33}) \tag{4.3}$$

À partir des équations 4.1 à 4.3 on peut définir les constantes élastiques de complaisance linéaire (Brace, 1965a) comme étant :

$$k_X = \frac{\varepsilon_X}{\sigma_m} = a_{11} + a_{12} + a_{13} \tag{4.4}$$

$$k_Y = \frac{\varepsilon_Y}{\sigma_m} = a_{12} + a_{11} + a_{13} \tag{4.5}$$

$$k_Z = \frac{\varepsilon_Z}{\sigma_m} = 2a_{13} + a_{33} \tag{4.6}$$

On peut observer à partir des équations 4.4 et 4.5 que $k_X = k_Y = k_{//}$, oú $k_{//}$ correspond au module de complaisance linéaire sur le plan d'isotropie par conséquent l'équation 3.77 qui décrit la variation de volume de 1er ordre peut être réécrite comme suit :

$$\varepsilon_{m_1} = \sigma_m \left(\frac{2k_{//} + k_Z}{3} \right) \tag{4.7}$$

Dans le cas d'un matériau au comportement non linéaire les paramètres $k_{//}$ et k_Z varient avec le niveau de la contrainte moyenne, l'équation 4.7 peut alors être réécrite comme suit :

$$\varepsilon_{m_1} = \frac{2f_{k_{//}}(\sigma_m) + f_{k_Z}(\sigma_m)}{3} \tag{4.8}$$

L'équation 4.7 peut aussi été exprimée en en termes d'une seule fonction, tel que présenté par Corthésy et al. (1993) et ici réécrite comme :

$$\varepsilon_{m_1} = f_1^{tr}(\sigma_m) \tag{3.87}$$

L'exposant tr est ici utilisé pour différentier les fonctions d'un corps transversal isotrope de celles d'un corps orthotrope.

4.2.2 VARIATION DE FORME DE 2ÈME ORDRE

En considérant encore la sollicitation hydrostatique on peut vérifier que les déviateurs de déformation dans les directions X, Y et Z sont différents de zéro, il y a donc une variation de forme associée à la contrainte moyenne, que l'on appelle ici variation de forme de 2^{ème}ordre (Corthésy et al. 1993).

Comme lors d'un essai de compression hydrostatique les déviateurs de contraintes sont nuls, la variation de volume de 2ème ordre et la variation de forme de 1er ordre, qui sont par définition fonction des contraintes déviatoriques, sont aussi nulles. Donc $e_{i_2} = \varepsilon_i - \varepsilon_{m_1}$, $i = X, Y, Z$ puisqu'il est supposé que $e = e_{i_1} + e_{i_2}$ et que $\varepsilon_m = \varepsilon_{m_1} + \varepsilon_{m_2}$. Ainsi, on trouve que les déviateurs de déformation dans les directions de X, Y, Z sont égaux à :

$$e_{X_2} = \frac{\sigma_m (k_{//} - k_Z)}{3} \tag{4.9}$$

$$e_{Y_2} = \frac{\sigma_m (k_{//} - k_Z)}{3} \tag{4.10}$$

$$e_{Z_2} = \frac{2\sigma_m (k_Z - k_{//})}{3} \tag{4.11}$$

Les équations 4.9 à 4.11 permettent de vérifier que $e_{X_2} = e_{Y_2} = e_{//_2}$, soit que les variations de forme de 2ème ordre dans le plan d'isotropie sont égales; et que $e_{Z_2} = -2e_{//_2}$, soit que la variation de forme de deuxième ordre dans la direction Z (perpendiculaire au plan d'isotropie) est proportionnelle à la variation de forme de 2ème ordre sur le plan d'isotropie.

Dans le cas d'un matériau au comportement non linéaire les paramètres $k_{//}$ et k_Z varient avec le niveau de la contrainte moyenne, tel que postulé dans la section précédente et les équations 4.9 à 4.11 peuvent être réécrites sous leurs formes non linéaires, soit :

$$e_{X_2} = e_{Y_2} = e_{//_2} = \frac{f_{k_{//}}(\sigma_m) - f_{k_Z}(\sigma_m)}{3} \tag{4.12}$$

$$e_{Z_2} = \frac{2f_{k_Z}(\sigma_m) - 2f_{k_{//}}(\sigma_m)}{3} \tag{4.13}$$

L'équation 4.14 peut être aussi exprimée par une fonction unique, tel que présenté par Corthésy et al. (1993), soit :

$$e_{Z_2} = g^{tr}_{Z_2}(\sigma_m) \tag{3.90}$$

par analogie l'équation 4.13 le peut être aussi

$$e_{//_2} = g^{tr}_{//_2}(\sigma_m) \tag{4.14}$$

4.2.3 VARIATION DE VOLUME DE 2ÈME ORDRE

Maintenant, en supposant un état triaxial de contrainte où la contrainte moyenne est égale a zéro ($\sigma_m = 0$) et les contraintes principales sont différentes de zéro ($\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3 \neq 0$), on peut réécrire les trois premières équations du système d'équations 3.74 comme suit :

$$\varepsilon_X = a_{11}S_X + a_{12}S_Y + a_{13}S_Z \tag{3.85a}$$

$$\varepsilon_Y = a_{12}S_X + a_{11}S_Y + a_{13}S_Z \tag{3.85b}$$

$$\varepsilon_Z = a_{13}S_X + a_{13}S_Y + a_{33}S_Z \tag{3.85c}$$

Alors, la variation de volume de 2ème ordre est égale à :

$$\varepsilon_{m_2} = \frac{\varepsilon_X + \varepsilon_Y + \varepsilon_Z}{3} = \frac{S_X(a_{11} + a_{12} + a_{13}) + S_Y(a_{12} + a_{11} + a_{13}) + S_Z(2a_{13} + a_{33})}{3} \tag{4.15}$$

En substituant les équations 4.4, 4.5 et 4.6 dans l'équation 4.15 on arrive à écrire la variation de volume de 2ème ordre en fonction des complaisances linéaires, soit :

$$\varepsilon_{m_2} = \frac{S_X k_{//} + S_Y k_{//} + S_Z k_Z}{3} \tag{4.16}$$

étant donné que $S_X + S_Y + S_Z = 0$, on peut écrire finalement que:

$$\varepsilon_{m_2} = \frac{S_Z (k_Z - k_{//})}{3} \tag{4.17}$$

En remplaçant les constantes k_Z et $k_{//}$ respectivement par les fonctions $f_{k_Z}(S_Z)$ et $f_{k_{//}}(S_Z)$ on établit l'équation qui décrit la variation de volume de 2ème ordre d'un corps transversal isotrope non linéaire, soit :

$$\varepsilon_{m_2} = \frac{f_{k_Z}(S_Z) - f_{k_{//}}(S_Z)}{3} \tag{4.18}$$

L'équation 4.18 peut aussi été exprimée en termes d'une seule fonction, tel que présenté par Corthésy et al. (1993) :

$$\varepsilon_{m_2} = f_2^{tr}(S_Z) \tag{3.89}$$

4.2.4 VARIATION DE FORME DE 1ER ORDRE

L'état de contrainte triaxial considéré dans la section précédente ($\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3 \neq 0$; $\sigma_m = 0$) génère une variation de volume de 1er ordre et une variation de forme de 2ème ordre nulles. Il en suit alors que $e_{i_1} = \varepsilon_i - \varepsilon_{m_2}$, $i = X, Y, Z$, donc on trouve que les déviateurs de déformation dans les directions de X, Y, Z sont égaux à :

$$e_{X_1} = S_X a_{11} + S_Y a_{12} + S_Z \frac{2a_{13} + a_{11} + a_{12} - a_{33}}{3} \tag{3.86a}$$

$$e_{Y_1} = S_X a_{12} + S_Y a_{11} + S_Z \frac{2a_{13} + a_{11} + a_{12} - a_{33}}{3} \tag{3.86b}$$

$$e_{Z_1} = S_Z \frac{-4a_{13} + a_{11} + a_{12} + 2a_{33}}{3} \tag{3.86c}$$

En soustrayant l'équations 3.86b de l'équation 3.86a on arrive à établir une relation entre les déviateurs de forme de premier ordre et les déviateurs de contraintes qui agissent dans les directions parallèles au plan d'isotropie XY.

$$\left(e_{X_1} - e_{Y_1}\right) = \left(S_X - S_Y\right)\left(a_{11} - a_{12}\right) \tag{4.19}$$

Comme on verra plus loin dans ce document cette relation rendra possible la détermination des variations de forme de premier ordre à partir de sollicitations axisymétriques.

En supposant que les relations 3.86c et 4.19 sont valides aussi dans le cas non linéaire où les groupes de constantes $\left(\frac{-4a_{13} + a_{11} + a_{12} + 2a_{23}}{3}\right)$ et $\left(a_{11} - a_{12}\right)$ varient avec le niveau de contraintes déviatoriques on a que :

$$e_{Z_1} = g^{tr}_{Z_1}\left(S_Z\right) \tag{3.88}$$

$$\left(e_{X_1} - e_{Y_1}\right) = g^{tr}_{//_1}\left(S_X - S_Y\right) \tag{4.20}$$

où l'indice // correspond à une fonction associée au plan d'isotropie (plan XY dans le présent cas).

En procédant à la soustraction des équations 4.21a et 4.21b

$$e_{X_1} = \varepsilon_X - \varepsilon_{m_2} \tag{4.21a}$$

$$e_{Y_1} = \varepsilon_Y - \varepsilon_{m_2} \tag{4.21b}$$

on montre que $e_{X_1} - e_{Y_1} = \varepsilon_X - \varepsilon_Y$, donc on peut écrire que

$$\left(\varepsilon_X - \varepsilon_Y\right) = g_{//_1}^{tr}\left(S_X - S_Y\right) = \left(e_{X_1} - e_{Y_1}\right) \tag{4.22}$$

4.2.5 DÉFORMATIONS DE CISAILLEMENT

Si l'on suppose maintenant que le corps transversal isotrope est soumis à un état de contraintes quelconque où les contraintes de cisaillement sont différentes de zéro, on a d'après le système d'équations 2.9 que :

$$\gamma_{XY} = 2\left(a_{11} - a_{12}\right)\tau_{XY} \tag{4.23}$$

$$\gamma_{YZ} = a_{44}\tau_{YZ} \tag{4.24}$$

$$\gamma_{XZ} = a_{44}\tau_{XZ} \tag{4.25}$$

En supposant que les relations 4.23 à 4.25 sont valides aussi dans le cas non linéaire où les constantes $\left(a_{11} - a_{12}\right)$ et a_{44} varient avec le niveau de contrainte de cisaillement on peut écrire que :

$$\gamma_{XY} = f_{G_{//}}\left(\tau_{XY}\right) \tag{4.26}$$

$$\gamma_{YZ} = f_G\left(\tau_{YZ}\right) \tag{4.27}$$

$$\gamma_{ZX} = f_G\left(\tau_{ZX}\right) \tag{4.28}$$

4.3 CAS ORTHOTROPE

Le système de référence utilisé dans le développement qui suit est celui dont les axes X, Y et Z sont perpendiculaires respectivement aux trois plans d'isotropie du corps orthotrope (figure 2.2).

En considérant un corps élastique linéaire orthotrope, tel qu'illustré à la figure 2.2, on a d'après Lekhnitskii (1963) que :

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_X \\ \varepsilon_Y \\ \varepsilon_Z \\ \gamma_{XY} \\ \gamma_{YZ} \\ \gamma_{XZ} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & 0 & 0 & 0 \\ a_{12} & a_{22} & a_{23} & 0 & 0 & 0 \\ a_{13} & a_{23} & a_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & a_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_{66} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} \sigma_X \\ \sigma_Y \\ \sigma_Z \\ \tau_{XY} \\ \tau_{YZ} \\ \tau_{XZ} \end{bmatrix} \tag{2.7}$$

Le développement du cas orthotrope suivra la même approche utilisée pour le cas transversal isotrope. En effet, on pourra remarquer que toutes les équations déduites pour le cas transversal isotrope sont une simplification du cas orthotrope.

4.3.1 VARIATION DE VOLUME DE 1ER ORDRE

En imposant une sollicitation hydrostatique ($\sigma_m \neq 0$, $S_X = S_Y = S_Z = 0$) au corps orthotrope on peut déterminer la variation de volume due à la contrainte moyenne, soit la variation de volume de 1er ordre.

$$\varepsilon_X = \sigma_m (a_{11} + a_{12} + a_{13}) \tag{4.29}$$

$$\varepsilon_Y = \sigma_m (a_{12} + a_{22} + a_{23}) \tag{4.30}$$

$$\varepsilon_Z = \sigma_m (a_{13} + a_{23} + a_{33}) \tag{4.31}$$

À partir des équations 4.29 à 4.31 on peut définir les constantes de complaisance linéaire (Brace, 1965a) comme étant :

$$k_X = \frac{\varepsilon_X}{\sigma_m} = a_{11} + a_{12} + a_{13} \tag{4.4}$$

$$k_Y = \frac{\varepsilon_Y}{\sigma_m} = a_{12} + a_{22} + a_{23} \tag{4.32}$$

$$k_Z = \frac{\varepsilon_Z}{\sigma_m} = a_{13} + a_{23} + a_{33} \tag{4.33}$$

Par conséquent, la variation de volume de 1er ordre peut être écrite comme suit :

$$\varepsilon_{m_1} = \sigma_m \frac{k_X + k_Y + k_Z}{3} \tag{4.34}$$

Il faut remarquer que si $k_X = k_Y$ l'équation 4.34 se réduit à l'équation 4.7, soit celle d'un corps transversale isotrope.

Dans le cas d'un matériau au comportement non linéaire les paramètres k_X, k_Y et k_Z varient avec le niveau de la contrainte moyenne, cette variation étant décrite par les fonctions f_{k_X}, f_{k_Y}, et f_{k_Z}, donc

$$\varepsilon_{m_1} = \frac{f_{k_X}(\sigma_m) + f_{k_Y}(\sigma_m) + f_{k_Z}(\sigma_m)}{3} \tag{4.35}$$

L'équation 4.35 peut aussi été exprimée en fonction du module élastique de complaisance volumique k, soit :

$$\varepsilon_{m_1} = f_1^{or}(\sigma_m) \tag{4.36}$$

L'exposant *or* est utilisé pour différentier les fonctions d'un corps orthotrope de celles d'un corps transversal isotrope.

4.3.2 VARIATION DE FORME DE 2ÈME ORDRE

En considérant encore la sollicitation hydrostatique et en gardant dans l'esprit les hypothèses formulées dans la section 4.2.2, soit que $e = e_{i_1} + e_{i_2}$ et $\varepsilon_m = \varepsilon_{m_1} + \varepsilon_{m_2}$, on peut calculer à partir du système d'équations 2.7 les déviateurs de déformation dans les directions de X, Y, Z :

$$e_{X_2} = \frac{\sigma_m (2k_X - k_Y - k_Z)}{3} \tag{4.37}$$

$$e_{Y_2} = \frac{\sigma_m (2k_Y - k_X - k_Z)}{3} \tag{4.38}$$

$$e_{Z_2} = \frac{\sigma_m (2k_Z - k_X - k_Y)}{3} \tag{4.39}$$

Il faut remarquer dans le cas d'un corps orthotrope il n'existe plus de proportionnalité entre les variations de forme de deuxième ordre comme c'était le cas pour un corps transversal isotrope. Cependant, si $k_X = k_Y$ les équations 4.37 et 4.38 se réduisent à la forme transversale isotrope, équations 4.9 et 4.10, et la proportionnalité entre la variation de forme de deuxième ordre dans la direction Z ($e_{Z_2} = -2e_{//_2}$) et la variation de forme de 2ème ordre sur le plan d'isotropie est rétablie.

Étant donné que dans le cas d'un matériau au comportement non linéaire les paramètres k_X, k_Y et k_Z varient avec la variation de la contrainte moyenne, les équations 4.37, 4.38 et 4.39 assument donc leurs formes non linéaires, soit :

$$e_{X_2} = \frac{2f_{k_X}(\sigma_m) - f_{k_Y}(\sigma_m) - f_{k_Z}(\sigma_m)}{3} \tag{4.40}$$

$$e_{Y_2} = \frac{2f_{k_Y}(\sigma_m) - f_{k_X}(\sigma_m) - f_{k_Z}(\sigma_m)}{3} \tag{4.41}$$

$$e_{Z_2} = \frac{2f_{k_Z}(\sigma_m) - f_{k_X}(\sigma_m) - f_{k_Y}(\sigma_m)}{3} \tag{4.42}$$

À l'instar du cas transversal isotrope, les variations de forme de deuxième ordre d'un corps orthotrope peuvent aussi être représentées par une fonction unique de la contrainte moyenne :

$$e_{Z_2} = g_{Z_2}^{or}(\sigma_m) \tag{4.43a}$$

$$e_{X_2} = g_{X_2}^{or}(\sigma_m) \tag{4.43b}$$

$$e_{Y_2} = g_{Y_2}^{or}(\sigma_m) \tag{4.43c}$$

4.3.3 VARIATION DE VOLUME DE 2ÈME ORDRE

En superposant un état de contraintes $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3 \neq 0$ où $\sigma_m = 0$, au corps orthotrope les déformations dans les directions X, Y et Z peuvent être réécrites comme suit :

$$\varepsilon_X = S_X a_{11} + S_Y a_{12} + S_Z a_{13} \tag{4.44}$$

$$\varepsilon_Y = S_X a_{12} + S_Y a_{22} + S_Z a_{23} \tag{4.45}$$

$$\varepsilon_Z = S_X a_{13} + S_Y a_{23} + S_Z a_{33} \tag{4.46}$$

Alors, la variation de volume de 2ème ordre est égale à :

$$\varepsilon_{m_2} = \frac{\varepsilon_X + \varepsilon_Y + \varepsilon_Z}{3} = \frac{S_X(a_{11} + a_{12} + a_{13}) + S_Y(a_{12} + a_{22} + a_{23}) + S_Z(a_{13} + a_{23} + a_{33})}{3} \tag{4.47}$$

En substituant les équations 4.4, 4.32 et 4.33 dans l'équation 4.47 on arrive à écrire la variation de volume de 2ème ordre en fonction des complaisances linéaires, soit :

$$\varepsilon_{m_2} = \frac{S_X k_X + S_Y k_Y + S_Z k_Z}{3} \tag{4.48}$$

étant donné que $S_X + S_Y + S_Z = 0$, on trouve aussi que:

$$\varepsilon_{m_2} = \frac{S_Y(k_Y - k_X) + S_Z(k_Z - k_X)}{3} \tag{4.49}$$

On peut observer à partir de l'équation 4.49 que la variation de volume de deuxième ordre n'est plus fonction d'un seul déviateur de contrainte, comme c'était le cas pour un corps transversal isotrope. Cependant lors que $k_X = k_Y$ on revient au cas transversal isotrope et l'équation 4.49 devient l'équation 4.17.

Dans le cas d'un corps orthotrope au comportement non linéaire élastique, les constantes $k_Y - k_X$ et $k_Z - k_X$ varient en fonction des déviateurs de contrainte, alors :

$$\varepsilon_{m_2} = \frac{f_2^{or}(S_Y) + f_2^{or}(S_Z)}{3} \tag{4.50}$$

4.3.4 VARIATION DE FORME DE 1ER ORDRE

L'état de contrainte triaxial considéré dans la section précédente ($\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3 \neq 0$; $\sigma_m = 0$) génère une variation de volume de 1er ordre et une variation de forme de 2ème

ordre nulles. Il en suit alors que $e_{i_1} = \varepsilon_i - \varepsilon_{m_2}$, $i = X, Y, Z$, donc on trouve que les déviateurs de déformation de 1er ordre dans les directions de X, Y, Z sont égaux à :

$$e_{X_1} = \frac{S_X(2a_{11} + a_{23}) + S_Y(3a_{12} + a_{13} - a_{22}) + S_Z(3a_{13} + a_{12} - a_{33})}{3} \tag{4.51}$$

$$e_{Y_1} = \frac{S_X(3a_{12} + a_{23} - a_{11}) + S_Y(2a_{22} + a_{13}) + S_Z(3a_{23} + a_{12} - a_{33})}{3} \tag{4.52}$$

$$e_{Z_1} = \frac{S_X(3a_{13} + a_{23} - a_{11}) + S_Y(3a_{23} + a_{13} - a_{22}) + S_Z(2a_{33} + a_{12})}{3} \tag{4.53}$$

En opposition au cas transversal isotrope, dans le cas d'une symétrie orthotrope il n'y a pas de simplification possible lors de la détermination des variations de forme de premier ordre. Les équations 4.51 à 4.53 permettent de remarquer que chaque composante de déformation de premier ordre dépend des trois déviateurs de contrainte. Cette particularité imposera une limitation au type d'essai pouvant être utilisé lors de la détermination des paramètres. Ce point sera discuté plus loin dans ce document.

4.3.5 DÉFORMATIONS DE CISAILLEMENT

Si l'on suppose maintenant que le corps à symétrie orthotrope est soumis à un état de contraintes quelconque où les contraintes de cisaillement sont différentes de zéro, on a d'après le système d'équations 2.7 que :

$$\gamma_{XY} = a_{44}\tau_{XY} \tag{4.54}$$

$$\gamma_{YZ} = a_{55}\tau_{YZ} \tag{4.55}$$

$$\gamma_{XZ} = a_{66}\tau_{XZ} \tag{4.56}$$

En supposant que les relations 4.54 à 4.56 sont valides aussi dans le cas non linéaire où les constantes a_{44}, a_{55} et a_{66} varient avec le niveau de contrainte de cisaillement on peut écrire que :

$$\gamma_{XY} = f_{G_{XY}}(\tau_{XY}) \tag{4.57}$$

$$\gamma_{YZ} = f_{G_{YZ}}(\tau_{YZ}) \tag{4.58}$$

$$\gamma_{XZ} = f_{G_{XZ}}(\tau_{XZ}) \tag{4.59}$$

4.4 CAS ISOTROPE

Lors d'une symétrie du type sphérique (équation 2.10) on peut facilement démontrer, de façon analogue à celle utilisée dans les cas transversal isotrope et orthotrope, que les phénomènes de 2ème ordre sont nuls pour le cas linéaire.

Dans un premier temps on vérifie, à l'aide de l'équation 2.10 et de l'équation de décomposition du tenseur de déformation ($e_{i_2} = \varepsilon_i - \varepsilon_{m_1}$, $i = X, Y, Z$), que pour un état de contrainte hydrostatique imposé au corps isotrope on a que $e_{X_2} = e_{Y_2} = e_{Z_2} = 0$ puisque $\varepsilon_i = \varepsilon_m = (2a_{12} + a_{11})\sigma_m$, où $i = X, Y, Z$.

Dans un deuxième temps on peut démontrer que pour un état triaxial de contrainte où la contrainte moyenne est égale a zéro ($\sigma_m = 0$) et les contraintes principales sont différentes de zéro ($\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3 \neq 0$) la variation de volume de 2ème ordre est égale à zéro puisque dans l'équation 4.63 le terme $(S_X + S_Y + S_Z)$ est un invariant égal à zéro. Ainsi :

$$\varepsilon_{m_2} = (2a_{12} + a_{11})(S_X + S_Y + S_Z) = 0 \tag{4.60}$$

En ce qui concerne les variations de volume et de forme de 1er ordre on a d'une part que :

$$\varepsilon_{m_1} = (2a_{12} + a_{11})\sigma_m \tag{4.61}$$

et d'autre part que :

$$e_{X_1} = S_X (a_{11} - a_{12}) \tag{4.62a}$$

$$e_{Y_1} = S_Y (a_{11} - a_{12}) \tag{4.62b}$$

$$e_{Z_1} = S_Z (a_{11} - a_{12}) \tag{4.62c}$$

En ce qui concerne les déformations de cisaillement on a que :

$$\gamma_{ij} = 2(a_{11} - a_{12})\tau_{ij} \tag{4.63}$$

où $i, j = X, Y, Z$

Finalement en supposant que les relations 4.61, 4.62a-c et 4.63 sont valides aussi pour le cas non linéaire on trouve que :

$$\varepsilon_{m_1} = f_1^{iso}(\sigma_m) \tag{4.64}$$

$$e_{X_1} = g_1^{iso}(S_X) \tag{4.65a}$$

$$e_{Y_1} = g_1^{iso}(S_Y) \tag{4.65b}$$

$$e_{Z_1} = g_1^{iso}(S_Z) \tag{4.65c}$$

$$\gamma_{ij} = 2g_1^{iso}(\tau_{ij}) \tag{4.66}$$

L'exposant iso est utilisé pour identifier les fonctions d'un corps de symétrie isotrope.

L'étude du cas isotrope non linéaire permet d'observer une lacune dans le modèle de Corthésy et al. (1993). Basque (2000) a souligné le fait qu'un matériau isotrope non linéaire se comporte de façon anisotrope. On reprend ici son développement.

Supposons un matériau quelconque pour lequel on définit les fonctions de variation de forme et de volume qui suivent :

$$\varepsilon_{m_1} = 11\sigma_m + 413\left(1 - e^{-0.26\sigma_m}\right) \tag{4.67a}$$

$$e_{X_1} = 39S_X + 507\left(1 - e^{-0.23S_X}\right) \tag{4.67b}$$

$$e_{Y_1} = 39S_Y + 507\left(1 - e^{-0.23S_Y}\right) \tag{4.67c}$$

$$e_{Z_1} = 39S_Z + 507\left(1 - e^{-0.23S_Z}\right) \tag{4.67d}$$

les phénomènes de deuxième ordre étant nuls.

La fonction choisie pour modéliser le comportement non linéaire des roches est celle proposée par Basque (2000), $y = mx + b\left(1 - e^{ax}\right)^c$, où $c = 1$. Comme il sera démontré au chapitre 6, cette fonction représente bien le comportement non linéaire des roches micro-fissurées.

Dans un premier cas, considérons une compression uniaxiale de 15 MPa appliquée selon l'axe Z, on a alors :

$$\sigma_m = 5\ MPa$$

$$S_X = -5\ MPa$$

$$S_Y = -5\ MPa$$

$$S_Z = 10\ MPa$$

À partir des équations 4.67a-d on obtient pour la variation de forme et de volume :

$\varepsilon_{m_1} = 355{,}44\ \mu\ déf$

$e_{X_1} = -1289{,}20\ \mu\ déf$

$e_{Y_1} = -1289{,}20\ \mu\ déf$

$e_{Z_1} = 846{,}17\ \mu\ déf$

Alors :

$\varepsilon_X = -933{,}76\ \mu\ déf$

$\varepsilon_Y = -933{,}76\ \mu\ déf$

$\varepsilon_Z = 1201{,}61\ \mu\ déf$

$e_{X_1} + e_{Y_1} + e_{Z_1} = -1732{,}24\ \mu\ déf$

Dans un deuxième cas si l'on considère une compression uniaxiale de 15 MPa selon l'axe X on a que :

$e_{X_1} = 846{,}17\ \mu\ déf$

$e_{Y_1} = e_{Z_1} = -1289{,}20\ \mu\ déf$

$\varepsilon_X = 1201{,}61\ \mu\ déf$

$\varepsilon_Y = \varepsilon_{Z_1} - 933{,}76\ \mu\ déf$

$e_{X_1} + e_{Y_1} + e_{Z_1} = -1732{,}24\ \mu\ déf$

Dans les cas présentés ici, on remarque que malgré le fait que la somme des déviateurs de déformation reste constante elle n'est pas nulle, cette caractéristique étant plus prononcée lorsque le matériau montre une non-linéarité plus marquée (tableau 4.1). Cependant, si l'on admettait l'existence d'une variation de volume de deuxième ordre $\varepsilon_{m_2} = -1732{,}24/3\ \mu\ déf$ la somme des déviateurs de déformation dévient zéro puisque $e_{i_1} = \varepsilon_i - \left(\varepsilon_{m_1} + \varepsilon_{m_2}\right),\ i = X, Y, Z$.

Il est intéressant de remarquer que les modèles hyperélastiques de Cauchy et de Green (Desai et Siriwardane, 1984) reconnaissent l'existence d'un phénomène de deuxième ordre associé à un matériau non linéaire isotrope élastique. Cependant le phénomène est d'une autre nature, puisque dans les modèles hyperélastiques une variation de volume est associée à un état de contraintes de cisaillement simple. Ce type de comportement caractérise le comportement de certains sols granulaires bien compactés qui montrent ce que l'on appelle de la dilatance.

Pour le moment aucune solution ne sera proposée pour remédier à ce problème. D'abord parce que l'existence d'une roche dure non linéaire isotrope ayant une concavité vers le haut est très peu probable vu que pour le type de roche étudié, le comportement non linéaire implique un comportement anisotrope et vice-versa et parce que dans le cas anisotrope, les phénomènes de deuxième ordre sont déjà considérés dans le modèle et la somme nulle des invariants est automatiquement imposée au modèle.

Tableau 4.1 – Évolution de la somme des déviateurs de déformation par rapport au degré de non-linéarité. b - constante adimensionnelle de non-linéarité de l'équation $\varepsilon = m\sigma + b\left(1 - e^{-a\sigma}\right)$, où $b = 413$ dans l'équation 4.67a et $b = 507$ dans les équations 4.67b-d.

Degré de non-linéarité relatif	$e_{x_1} + e_{y_1} + e_{z_1}$ (μ *déf*)
$0b$ (linéaire)	0
$0{,}2b$	-346,45
$0{,}4b$	-692,90
$0{,}6b$	-1039,34
$0{,}8b$	-1385,79
b	-1732,24

4.5 DÉTERMINATION DES PARAMÈTRES DE DÉFORMABILITÉ DE ROCHES AU LABORATIORE

Deux procédures différentes sont généralement utilisées lors de la détermination des paramètres de déformabilité des roches anisotropes de classe A ou classe B, en utilisant des échantillons cylindriques.

La première procédure concerne les roches classe A. Étant donné que les roches qui font partie de cette classe sont par définition des roches qui présentent un comportement anisotrope malgré une isotropie apparente (Barla, 1974), l'approche généralement utilisée consiste à déterminer l'orientation des axes d'anisotropie et les paramètres de déformabilité de la roche en question à partir des essais en laboratoire.

Peres Rodrigues (1966) et Douglass et Voight (1969) proposent une méthodologie qui consiste en forer des échantillons de roche selon 9 directions différentes tel qu'illustré à la figure 4.1. Le module de déformabilité est ensuite déterminé pour chaque échantillon de roche à partir d'essais de compression uniaxiale. Une surface représentative est alors définie afin de décrire la variation spatiale du module en question. Peres Rodrigues (1966) et Douglass et Voight (1969) suggèrent que cette surface puisse être représentée par une loi quadratique du type ellipsoïdale

$$a_1x^2 + a_2y^2 + a_3z^2 + 2a_4xy + 2a_5xz + 2a_6yz - 1 = 0 \tag{4.68}$$

où x, y et z sont des composantes du vecteur dans le système de référence des coordonnées et a_i, $(i = 1 \text{ à } 6)$ sont des coefficients de l'équation quadratique.

Nunes (1999 et 2002) propose une autre méthodologie analytique de détermination de paramètres basée sur le travail de Gonano et Sharp (1983) présenté dans la section 3.3.2.1 de ce document. La méthodologie a été créé pour la détermination des paramètres nécessaires à la mesure de contraintes in situ avec la cellule triaxiale CSIR et elle permet à partir d'un seul essai biaxial avec une cellule de type Hoek et un seul manchon de roche (cylindre creux) la détermination des paramètres d'orientation et de déformabilité des roches linéaires transversalement isotropes.

Le modèle mathématique présenté par Nunes (1999 et 2002) est développé sur les mêmes hypothèses énoncées par Gonano et Sharp (1983), soit :

- Le manchon de roche est équivalent à un matériau continu statistiquement homogène transversalement isotrope avec un comportement global de déformation linéaire et élastique;

- La distribution des contraintes à l'intérieur du cylindre creux anisotrope peut être déterminée à partir de la théorie de l'élasticité linéaire isotrope;

- La roche se comporte comme un matériau de Saint-Venant, c'est-à-dire que le module de cisaillement est déterminé à partir de l'équation 3.9.

Par rapport au travail de Gonano et Sharp (1983), la méthodologie présentée par Nunes (1999 et 2002) présente comme avance la détermination de l'angle de pendage β du plan d'isotropie par rapport à l'horizontale. L'orientation de la direction du plan d'isotropie par rapport à un axe arbitraire est déterminée tel que proposé par Gonano et Sharp (1983) (section 3.3.2.1). De plus, lors de la détermination des paramètres élastiques, Nunes (1999 et 2002) fait abstraction des conditions de chargement considérées par Gonano et Sharp (1983).

En ce qui concerne l'hypothèse de la distribution des contraintes à l'intérieur du cylindre creux, Nunes (1999 et 2002) suggère, à partir des observations expérimentales et des analyses numériques, que pour des roches linéaires transversales isotropes qu'obéissent l'équation de Saint-Venant et que présentent un degré d'anisotropie modéré (soit inférieur à 2) cette hypothèse peut être considérée comme valable et sans erreurs significatives.

Un autre aspect à considérer lors de l'utilisation de cette méthodologie est le fait qu'elle ne permette pas la distinction entre une roche isotrope et une roche transversalement isotrope dans le cas où le plan d'isotropie serait perpendiculaire à l'axe du manchon. Rappelons que l'orientation de la direction du plan d'isotropie par rapport à un axe arbitraire profite du fait qu'à l'intérieur du manchon de roche anisotrope chargé biaxialement les déformations varient selon une fonction sinusoïdale symétrique (section 3.3.2.1). Or, si le plan d'isotropie est perpendiculaire à l'axe du manchon, cette caractéristique disparaîtra et la roche présentera un comportement similaire à celui d'une roche isotrope.

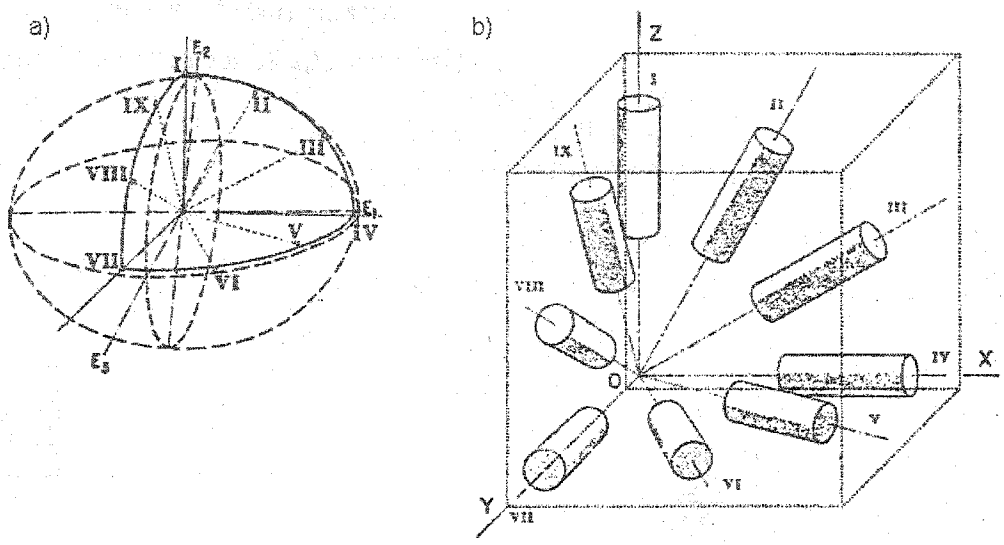


Figure 4.1 – a) Ellipsoïde d'anisotropie généré à partir du module de Young tangent des 9 échantillons orientées. b) Système de référence des coordonnées et l'orientation des échantillons (adapté de Douglass et Voight, 1969).

La deuxième procédure concerne les roches de classe B, qui par définition sont des roches où le caractère anisotrope et les directions de symétrie sont visibles à l'œil nu (Barla, 1974). Dans ce cas, deux approches sont généralement utilisées.

D'abord, si l'on suppose que l'anisotropie de déformation ne peut être représentée par aucune des symétries de la loi généralisée de Hooke, on adopte une procédure similaire à celle décrite pour les roches classe A (Amadei, 1983). Peres-Rodrigues (1970, 1979 dans Amadei, 1983) a démontré que pour des roches schisteuses ou mica-schisteuses, la variation spatiale du module de déformation peut être décrite par une loi du type quadratique, où l'axe de la surface quadratique est supposé normal à la surface schisteuse.

Alternativement, on peut supposer que l'anisotropie de déformation peut être décrite par une des relations constitutives de la loi généralisée de Hooke présentées au chapitre II. D'une façon générale, on suppose l'anisotropie comme étant de type transversale

isotrope, ou moins souvent de type orthotrope, où les axes ou plans de symétrie élastique coïncident avec les directions ou plans apparents de symétrie structurale de la roche.

Dans le cas d'une symétrie de type transversale isotrope (équation 2.9) les 5 constantes élastiques sont généralement déterminées à partir de 3 essais de compression simple tel qu'illustré à la figure 4.2 (Amadei, 1983). Afin de mesurer les déformations nécessaires pour la détermination des 5 constantes élastiques, idéalement 4 rosettes à 90° d'intervalle doivent être utilisées pour corriger l'effet de non parallélisme entre les faces de l'échantillon, mais à la limite 2 rosettes à 90° d'intervalle par échantillon suffiraient.

Dans le cas d'une symétrie de type orthotrope (équation 2.7) les 9 constantes élastiques sont généralement déterminées à partir de 5 essais de compression simple. Une procédure similaire à celle d'une roche transversale isotrope peut être utilisée, sauf que 2 essais supplémentaires doivent être exécutés sur 2 échantillons dont l'axe de symétrie doit être non parallèle au système de référence de la figure 4.2 (Amadei, 1983).

Dans le cadre de la détermination des paramètres du modèle présenté dans cette recherche, nous proposons une méthodologie applicable aux roches au comportement linéaire et non linéaire élastique transversal isotrope qui fait appel à un essai de compression hydrostatique et un essai de compression non hydrostatique réalisés sur le même échantillon de roche. Le grand avantage de la méthodologie proposée, en plus de sa simplicité, est qu'elle permet la détermination des paramètres élastiques de roches transversales isotropes tout en minimisant l'effet de l'hétérogénéité inhérent aux géomatériaux, sans par autant être limitée par des restrictions concernant à l'orientation du plan d'isotropie par rapport à la direction d'application de la contrainte principale majeure.

En ce qui concerne les matériaux orthotropes, au moins deux échantillons, dont l'orientation des axes de symétrie ne coïncident pas, sont nécessaires. En plus, il faut qu'aucun axe de symétrie ne soit orienté selon l'axe de chargement. Les deux

échantillons sont nécessaires parce que lors d'une sollicitation du type axisymétrique les déviateurs de contraintes sont proportionnels deux à deux, rendant alors la détermination des 9 constantes impossible. En ce qui concerne la détermination des constantes a_{44}, a_{55} et a_{66} un état de contraintes selon lequel aucune des contraintes de cisaillement soit nulle est nécessaire. Or, lors d'un essai de compression axisymétrique, un tel état existe dans une direction autre que celle des contraintes principales.

En raison des difficultés inhérentes au cas orthotrope, du fait que la symétrie transversale isotrope représente le comportement mécanique de la majorité des roches d'importance significative pour la mécanique des roches (Rahn 1984) et du fait que la présente recherche vise le développement d'un modèle simple à mettre en œuvre où l'effet de l'hétérogénéité soit minimisé, la suite du texte s'attardera exclusivement au cas transversal isotrope.

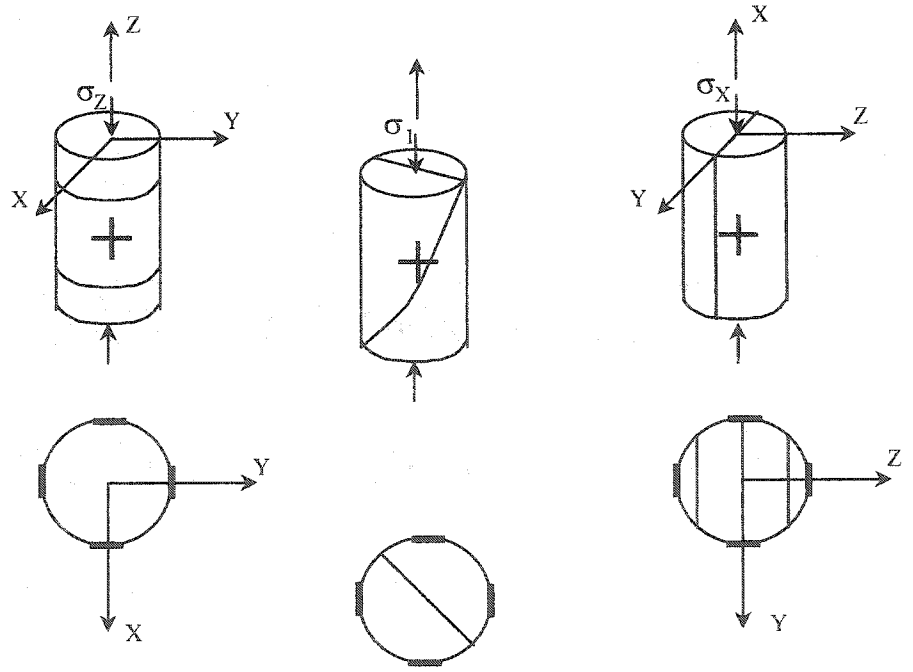


Figure 4.2 – Exemple de distribution des jauges de déformation pour la détermination des propriétés élastiques d'une roche transversale isotrope classe B (adapté de Amadei, 1983).

4.5.1 NOUVELLE MÉTHODOLOGIE POUR LA DÉTERMINATION DE PARAMÈTRES ÉLASTIQUES DE ROCHES À SYMÉTRIE TRANSVERSALE ISOTROPE

Afin de déterminer les 5 constantes élastiques ou les 6 fonctions du cas non linéaire, d'un corps élastique transversalement isotrope avec une seule carotte cylindrique, il faut procéder au moins à deux essais en laboratoire, à savoir : un essai de compression hydrostatique et un essai de compression non hydrostatique. Il suffit de mesurer les déformations sur trois plans non parallèles à l'aide des rosettes à trois jauges (figure 4.3), et à partir des données fournies par les mesures des deux essais, calculer le tenseur de déformation dans le système de référence des axes d'anisotropie.

Une fois ce tenseur établi, il ne reste qu'à déterminer les constantes élastiques qui relient les contraintes aux déformations dans le cas linéaire ou les fonctions avec leurs paramètres dans le cas non linéaire. L'orientation du tenseur des axes d'anisotropie est calculée à l'aide du programme « hydro.m » tel que décrit dans l'annexe II.

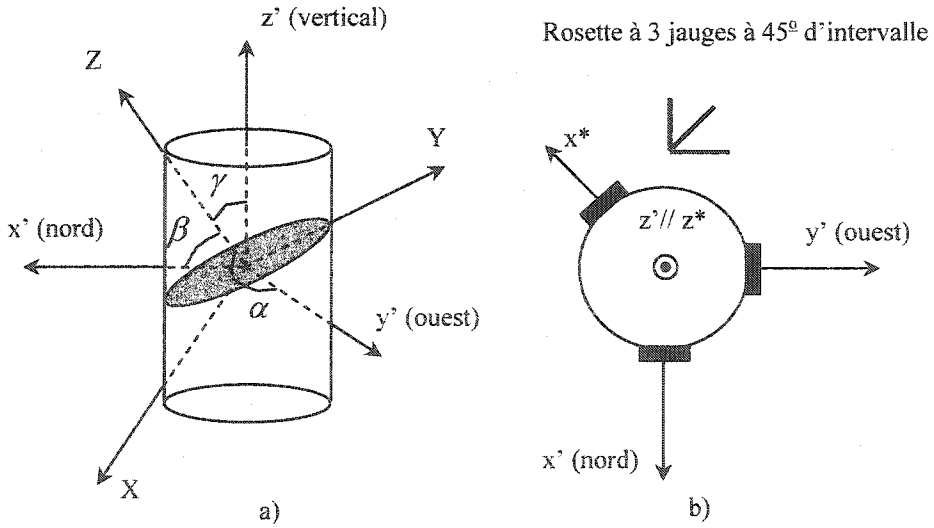


Figure 4.3 – a) Orientation du système d'axes d'anisotropie *XYZ* par rapport au système de référence du laboratoire *x'y'z'*. b) Disposition des rosettes sur l'échantillon cylindrique et des jauges sur les rosettes. L'indice * fait référence à un système d'axes auxiliaire.

4.5.2 CAS LINÉAIRE ÉLASTIQUE TRANSVERSAL ISOTROPE

En considérant le système de référence de la figure 4.3 ainsi que l'équation 2.9, on a pour un essai hydrostatique :

$$k_{//} = \frac{\varepsilon_X}{\sigma_m} = a_{11} + a_{12} + a_{13} \tag{4.4}$$

$$k_{//} = \frac{\varepsilon_Y}{\sigma_m} = a_{12} + a_{11} + a_{13} \tag{4.5}$$

$$k_Z = \frac{\varepsilon_Z}{\sigma_m} = 2a_{13} + a_{33} \tag{4.6}$$

et par conséquent que :

$$a_{33} = k_Z - 2a_{13} \tag{4.69}$$

$$a_{11} = k_{//} - (a_{12} + a_{13}) \tag{4.70}$$

L'essai hydrostatique permet aussi de calculer l'orientation du plan d'isotropie par rapport au référentiel du laboratoire vu que, dans une telle sollicitation, les directions des déformations principales coïncident avec la direction des axes d'anisotropie.

En considérant un essai non hydrostatique on a d'après l'équation 2.9 que :

$$\varepsilon_X^{nh} = \sigma_X a_{11} + \sigma_Y a_{12} + \sigma_Z a_{13} \tag{4.71a}$$

$$\varepsilon_Y^{nh} = \sigma_X a_{12} + \sigma_Y a_{11} + \sigma_Z a_{13} \tag{4.71b}$$

$$\varepsilon_Z^{nh} = \sigma_X a_{13} + \sigma_Y a_{13} + \sigma_Z a_{33} \tag{4.71c}$$

où l'exposant nh fait référence à une déformation mesurée lors de l'essai non hydrostatique.

En substituant l'équation 4.69 dans l'équation 4.71c et l'équation 4.70 dans l'équation 4.71a on trouve respectivement que :

$$a_{13} = \frac{1}{\sigma_X + \sigma_Y - 2\sigma_Z}\left(\varepsilon_Z^{nh} - \sigma_Z k_Z\right) \tag{4.72}$$

$$a_{12} = \frac{1}{\sigma_Y - \sigma_X}\left[\varepsilon_X^{nh} - \sigma_X k_{//} - a_{13}\left(\sigma_Z - \sigma_X\right)\right] \tag{4.73}$$

La constante a_{12} peut être calculée aussi en fonction de l'équation 4.71b, ce qui donne :

$$a_{12} = \frac{1}{\sigma_X - \sigma_Y}\left[\varepsilon_Y^{nh} - \sigma_Y k_{//} - a_{13}\left(\sigma_Z - \sigma_Y\right)\right] \tag{4.74}$$

Il faut remarquer que si $\sigma_X = \sigma_Y$, la constante a_{12} ne peut pas être déterminée par ni par l'équation 4.73 ni par l'équation 4.74. Ce cas se présente si l'axe Z coïncide avec l'axe vertical ou horizontal pour des compressions uniaxiales ou triaxiales conventionnelles. Ce cas sera discuté dans la section 4.5.2.1

En ce qui concerne la constante a_{44}, il suffit un état de contrainte sur le système de référence des axes d'anisotropie pour lequel les contraintes de cisaillement soient différentes de zéro, pour que cette constante puisse être déterminée (équation 2.9). Cet état de contraintes existe, dans le cas d'une sollicitation axisymétrique, pour toutes les orientations du système de référence des axes d'anisotropie qui ne coïncident pas avec la direction d'application de la contrainte principale majeure.

Alternativement, les constantes élastiques de Hooke peuvent être déterminées à partir des constantes de variation de forme et de volume de 1er et 2ème ordre telles que définies dans la section 4.2. Dans ce cas, il suffit de déterminer par la méthode des moindres carrés les valeurs des constantes élastiques de Hooke à l'aide des équations de variation de forme et de volume 3.86c, 4.4 ou 4.5, 4.6, 4.9 ou 4.10, 4.11, 4.17 et 4.19. Le module

de rigidité en cisaillement perpendiculaire au plan d'isotropie doit être déterminé tel que décrit dans le paragraphe précédent.

4.5.2.1 CONDITIONS LIMITES POUR LA DÉTERMINATION DES CONSTANTES ÉLASTIQUES

D'après la définition d'un tenseur de deuxième ordre (Chou et Pagano, 1992), n'importe quel groupe de neuf quantités scalaires τ_{jn} rattaché à un système de coordonnés $x'y'z'$ et qui se transforme en un groupe de neuf quantités scalaires rattaché à un autre système de coordonné XYZ par la loi

$$\tau_{jn} = l_{ij} l_{kn} \tau_{ik} \tag{4.75}$$

est appelé un tenseur de deuxième ordre. Puisque les contraintes et les déformations en sont un exemple, si l'on considère le système de référence de la figure 4.3 $j,n = XYZ$ et $i,k = x'y'z'$, on a que :

$$\begin{aligned}\sigma_{jn} = {} & l_{x'j} l_{xn'} \sigma_{x'} + l_{x'j} l_{y'n} \tau'_{x'y'} + l_{x'j} l_{z'n} \tau_{x'z'} \\ & + l_{y'j} l_{x'n} \tau_{y'x'} + l_{y'j} l_{y'n} \sigma_{y'} + l_{y'j} l_{z'n} \tau_{y'z'} \\ & + l_{z'j} l_{x'n} \tau_{z'x'} + l_{z'j} l_{y'n} \tau_{z'y'} + l_{z'j} l_{z'n} \sigma_{z'}\end{aligned} \tag{4.76}$$

où $j,n = XYZ$, $i,k = x'y'z'$ et $l_{ij},_{kn}$ sont les cosinus directeurs entre les deux système de référence (tableau 4.2).

Tableau 4.2 – Cosinus directeurs entre le système de référence d'anisotropie *XYZ* et le système de référence du laboratoire *x'y'z'*.

	X	Y	Z
x'	$l_{x'X}$	$l_{x'Y}$	$l_{x'Z}$
y'	$l_{y'X}$	$l_{y'Y}$	$l_{y'Z}$
z'	$l_{z'X}$	$l_{z'Y}$	$l_{z'Z}$

Considérons maintenant, pour faciliter les calculs, un essai de compression uniaxiale où $\sigma_{z'} > \sigma_{y'} = \sigma_{x'} = 0$ et $\tau_{ik} = 0$. Ainsi, l'équation 4.76 est réduite à la forme :

$$\sigma_{jn} = l_{z'j} l_{z'n} \sigma_{z'} \tag{4.77}$$

Par conséquent :

$$\sigma_Z = l_{z'Z}^2 \sigma_{z'} \tag{4.78}$$

$$\sigma_X = l_{z'X}^2 \sigma_{z'} \tag{4.79}$$

$$\sigma_Y = l_{z'Y}^2 \sigma_{z'} \tag{4.80}$$

Donc, pour que σ_X soit égale à σ_Y il faut $l_{z'X} = l_{z'Y}$. Cette égalité peut être rencontrée dans trois cas particuliers :

I $\quad l_{z'X} = l_{z'Y} = 0$, $l_{z'Z} = 1$

II $\quad l_{z'X} = l_{z'Y} = \pm\dfrac{\sqrt{2}}{2}$, $l_{z'Z} = 0$

III $\quad 0 < l_{z'X} = l_{z'Y} < 1$ et $l_{z'Z} = \pm\sqrt{1 - 2l_{z'X}^2}$

étant donné que :

$$l_{ij} l_{ik} = 1, \text{ si } j = k \tag{4.81a}$$

et

$$l_{ij} l_{ik} = 0, \text{ si } j \neq k \tag{4.81b}$$

Le cas I représente une sollicitation perpendiculaire au plan d'isotropie (figure 4.4). Dans ce cas les constantes a_{11} et a_{12} peuvent encore être déterminées parce que $a_{33} = 1/E_Z$, $a_{13} = -\nu_{ZX}/E_Z$, $E_Z = \sigma_Z/\varepsilon_Z$ et $\nu_{ZX} = \varepsilon_X/\varepsilon_Z$.

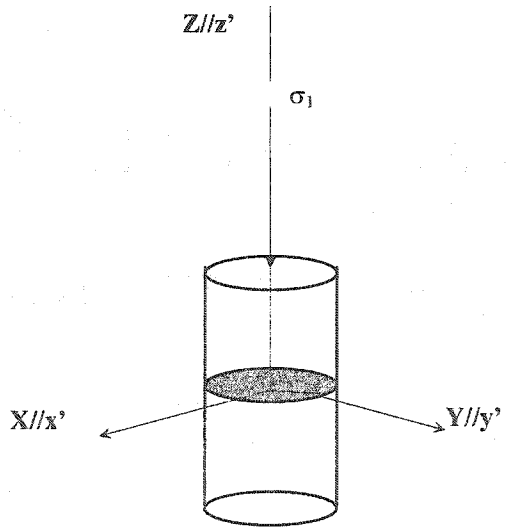


Figure 4.4 – Orientation des axes d'anisotropie par rapport au système de référence du laboratoire pour $l_{z'X} = l_{z'Y} = 0$, $l_{z'Z} = 1$; cas I.

Étant donné que dans le cas d'une sollicitation uniaxiale perpendiculaire au plan d'isotropie on n'a pas de contraintes de cisaillement dans le plan d'isotropie, il faut supposer que la roche se comporte comme un matériau de Saint-Venant (équation 4.82) afin de déterminer la constante a_{44} (Batugin et Nirenburg, 1972).

$$G_{XZ} = \frac{E_X E_Z}{E_X + E_Z + 2\nu_{XZ} E_Z} = \frac{1}{a_{44}} \tag{4.82}$$

Le cas II représente une sollicitation parallèle au plan d'isotropie tel qu'illustré par la figure 4.5. Comme dans ce cas le plan XY correspond au plan d'isotropie, cette orientation des axes d'anisotropie est analogue à l'orientation $l_{Zz'} = 0$, $l_{z'X} = 1$ et $l_{z'Y} = 0$. Alors, dans ce cas les constantes a_{11} et a_{12} peuvent encore être déterminées parce que $a_{11} = 1/E_X$, $a_{12} = -\nu_{XY}/E_X$, $E_X = \sigma_X/\varepsilon_X$ et $\nu_{XY} = \varepsilon_Y/\varepsilon_X$. De plus, tel que dans le cas I la constante a_{44} peut être déterminée à l'aide de l'équation 4.82.

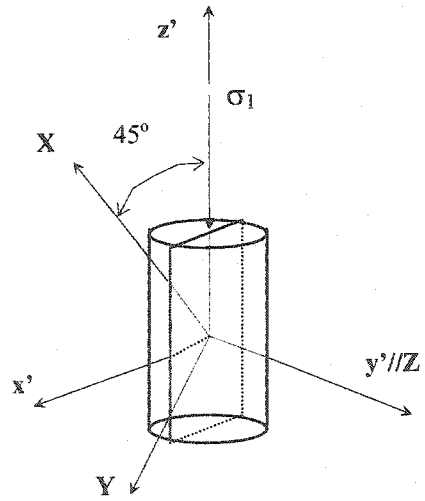


Figure 4.5 – Orientation des axes d'anisotropie par rapport au système de référence du laboratoire pour $l_{z'X} = l_{z'Y} = \pm\frac{\sqrt{2}}{2}$, $l_{z'Z} = 0$; cas II.

Le cas III représente un plan incliné par rapport à l'axe d'application de la contrainte principale majeure dans lequel les axes X et Y occupent une position très précise dans l'espace. Or comme le plan XY correspond au plan d'isotropie, les axes X et Y peuvent tourner librement sur ce plan sans que le système de symétrie soit perturbé. Alors les cinq constantes élastiques peuvent être déterminées à partir de la méthodologie présentée dans la section 4.5.2.

4.5.3 CAS NON LINÉAIRE ÉLASTIQUE TRANSVERSAL ISOTROPE

Sept (7) fonctions sont nécessaires afin de caractériser le comportement non linéaire d'un corps transversal isotrope. La variation de volume de 1er ordre à partir des fonctions de complaisance linéaire parallèle et perpendiculaire au plan d'isotropie (équation 4.8). Les fonctions de variation de forme de premier ordre dans la direction parallèle et perpendiculaire au plan d'isotropie (équations 3.88 et 4.20). Les fonctions qui régissent les déformations de cisaillement parallèle et perpendiculaire au plan d'isotropie (équations 4.26 et 4.27 ou 4.28) et la variation de volume de 2ème ordre (équation 3.89).

L'essai de compression hydrostatique permet déterminer les fonctions de complaisance linéaire parallèle et perpendiculaire au plan d'isotropie vu que l'on connaît σ_m et que l'on détermine à partir des mesures des trois rosettes les déformations ε_X, ε_Y et ε_Z. Cet essai permet aussi d'établir l'orientation des axes d'anisotropie.

La connaissance des fonctions de complaisance linéaire parallèle et perpendiculaire au plan d'isotropie permet aussi la détermination des variations de forme de 2ème ordre dans les directions perpendiculaire et parallèle au plan d'isotropie à partir des équations 4.12 et 4.13. Autrement, les variations de forme de 2ème ordre peuvent être calculées à l'aide de l'équation 3.68, ici réécrite en fonction d'un chargement hydrostatique (équation 4.83). Il faut noter que dans une sollicitation hydrostatique, il n'y a pas de déviateurs de

contraintes, donc la variation de forme, si jamais elle existe, doit être nécessairement de 2ème ordre et la variation de volume de 1er ordre. Ainsi :

$$e_{i2} = \varepsilon_i - \varepsilon_{m1} \tag{4.83}$$

$$i = X, Y, Z$$

Les fonctions $g_{Z_2}^{tr}(\sigma_m)$ et $g_{//_2}(\sigma_m)$ peuvent alors être déterminées à l'aide des équations 4.14 et 3.90.

En acceptant le principe de superposition des effets dans le cas non linéaire, la variation de volume de 2ème ordre pourrait être déterminée à partir des fonctions $f_{k_{//}}(S_Z)$ et $f_{k_Z}(S_Z)$ (équation 4.18). Cette hypothèse peut être vérifiée expérimentalement à partir d'un essai uniaxial ou triaxial, puisque lors d'une telle sollicitation, la variation de volume totale ε_m peut être mesurée et la déformation moyenne de 1er ordre est connue (équation 3.87 et/ou 4.8). Alors la variation de volume de 2ème ordre peut être calculée par différence entre la variation de volume totale et la variation de volume de 1er ordre. De cette façon, puisque l'on connaît ε_{m_2} et S_Z, la fonction $f_{k_2}^{tr}(S_Z)$ peut être calculée à l'aide de l'équation 3.89.

Encore à partir d'un essai de compression uniaxial, les variations de forme de 1er ordre dans les directions X, Y et Z (e_{X_1}, e_{Y_1} et e_{Z_1}) peuvent être calculées à l'aide de l'équation $e_{i_1} = \varepsilon_i - \varepsilon_m - e_{i_2}$ où $i = X, Y, Z$, vu que l'on connaît e_i (la variation de forme totale, dans chaque direction, mesurée pendant l'essai de compression uniaxiale) et e_{i_2} pour chaque niveau de contrainte moyenne (la variation de forme de 2ème ordre calculée à partir de l'essai de compression hydrostatique – équations 4.12 et 4.13 ou $e_{i_2} = \varepsilon_i - \varepsilon_{m_1}$, $i = X, Y, Z$). Alors, les fonctions g_{Z_1} et $g_{//_1}$ peuvent être déterminées à partir des équations 3.88 et 4.20 respectivement.

En ce qui concerne les fonctions qui relient les déformations de cisaillement aux contraintes de cisaillement, celles-ci peuvent être déterminées à partir d'une régression sur les données expérimentales

Les conditions limites pour la détermination des fonctions du cas non linéaire sont les mêmes que celles énoncées à la section 4.5.2.1, cependant ici on ne peut pas faire appel à l'équation de Saint-Venant ni au fait que certaines conditions simplificatrices s'appliquent lorsque le plan d'isotropie s'oriente selon une direction parallèle ou perpendiculaire au plan d'application de la contrainte principale majeure. Ce sujet est traité un peu plus en détail dans la section 5.4.2.

4.5.4 DÉTERMINATION DU TENSEUR DE DÉFORMATION DANS LE SYSTÈME D'ORIENTATION DES AXES D'ANISOTROPIE

Les données brutes provenant des essais de laboratoire doivent être traitées afin de rendre possible la détermination des constantes élastiques ou de paramètres des fonctions non linéaires dans le système d'orientation des axes d'anisotropie. Par conséquent, le traitement des données passe nécessairement par la détermination de l'orientation des axes d'anisotropie et du tenseur de contraintes qui agissant selon cette orientation.

L'orientation des axes d'anisotropie peut être déterminée à partir de l'essai de compression hydrostatique. En effet, lors de la réalisation d'un tel essai, les orientations des déformations principales coïncident avec celles du système de référence d'anisotropie. Il suffit alors de mesurer les déformations sur trois plans non parallèles (figure 4.3), à l'aide des rosettes à trois jauges, et à partir des données fournies par ces mesures calculer l'état de déformation tridimensionnel et l'orientation des déformations principales.

La procédure de calcul est la suivante. Si l'on suppose que les trois rosettes à 3 jauges sont collées en un point et selon les orientations données par la figure 4.3, avec la deuxième et la troisième rosette respectivement à 90º et 225º degrés d'intervalle de la première rosette avec une des jauges de chaque rosette parallèle à l'axe de l'éprouvette, les rosettes perpendiculaires aux axes x' et y' fourniront les déformations $\varepsilon_{z'} = \varepsilon_{z*}$, $\varepsilon_{y'}$, $\varepsilon_{x'}$, $\gamma_{z'y'}$, et $\gamma_{z'x'}$, tandis que la rosette $x*$ fournira les déformations $\varepsilon_{z'} = \varepsilon_{z*}$, ε_{y*}, et γ_{z*y*} (annexe I). Cependant, pour être capable d'établir l'état de déformation en trois dimensions, il manque encore la déformation de cisaillement sur le plan $y'x'$, soit $\gamma_{x'y'}$. Cette déformation peut être calculée à l'aide de l'équation générale qui suit (Chou et Pagano, 1992) :

$$\tau_{jn} = l_{ij} l_{kn} \tau_{ik} \tag{4.75}$$

Néanmoins, il faut remarquer que lors de la déduction d'une expression pour les déformations à partir de l'expression des contraintes (équation 4.75) la correspondance suivante doit être respectée (Chou et Pagano, 1992) : $\sigma \Rightarrow \varepsilon$ et $\tau \Rightarrow \frac{\gamma}{2}$.

L'équation 4.84 développée par rapport à $\gamma_{x'y'}$, ε_{x*}, γ_{x*y*} et γ_{z*y*} prend alors les formes suivantes :

$$\begin{aligned}\gamma_{x'y'} = {} & \varepsilon_{x*} l_{11} l_{12} + \varepsilon_{y*} l_{21} l_{22} + \varepsilon_{z*} l_{31} l_{32} + \frac{\gamma_{x*y*}}{2}\left(l_{11} l_{22} + l_{21} l_{12}\right) + \\ & + \frac{\gamma_{x*y*}}{2}\left(l_{11} l_{32} + l_{31} l_{12}\right) + \frac{\gamma_{z*y*}}{2}\left(l_{21} l_{32} + l_{31} l_{22}\right)\end{aligned} \tag{4.84a}$$

$$\varepsilon_{x*} = \varepsilon_{x'} l_{11}{}^2 + \varepsilon_{y'} l_{21}{}^2 + \varepsilon_{z'} l_{31}{}^2 + \gamma_{x'y'} l_{21} l_{11} + \gamma_{x'z'} l_{11} l_{31} + \gamma_{y'z'} l_{21} l_{31} \tag{4.84b}$$

$$\gamma_{x^*y^*} = \varepsilon_{x'} l_{11} l_{12} + \varepsilon_{y'} l_{21} l_{22} + \varepsilon_{z'} l_{31} l_{32} + \frac{\gamma_{x'y'}}{2}\left(l_{11} l_{22} + l_{21} l_{12}\right) + \\ + \frac{\gamma_{x'z'}}{2}\left(l_{11} l_{32} + l_{31} l_{12}\right) + \frac{\gamma_{z'y'}}{2}\left(l_{21} l_{32} + l_{31} l_{22}\right) \tag{4.84c}$$

$$\gamma_{z^*y^*} = \varepsilon_{x'} l_{12} l_{13} + \varepsilon_{y'} l_{22} l_{23} + \varepsilon_{z'} l_{32} l_{33} + \frac{\gamma_{x'y'}}{2}\left(l_{12} l_{23} + l_{22} l_{13}\right) + \\ + \frac{\gamma_{x'z'}}{2}\left(l_{13} l_{33} + l_{32} l_{13}\right) + \frac{\gamma_{z'y'}}{2}\left(l_{22} l_{33} + l_{32} l_{23}\right) \tag{4.84d}$$

où l_{ij} ; $\mathrm{i,j} = 1,2,3$ sont les cosinus directeurs. Les cosinus directeurs qui établissent les rapports entre les systèmes de référence $x'\,y'\,z'$ et le système de référence $z^*\,y^*\,x^*$ sont présentés au tableau 4.3.

Tableau 4.3 - Les cosinus directeurs ; $l_{11} = \cos(x^*, x')$, $l_{12} = \cos(x^*, y')$,..... .....,$l_{32} = \cos(z^*, y')$, $l_{33} = \cos(z^*, z')$.

	x'	y'	z'
x^*	l_{11}	l_{12}	0
y^*	l_{21}	l_{22}	0
z^*	0	0	1

La solution du système de 4 équations à 4 inconnues (équations 4.84a-d) fournit la déformation manquante pour la détermination du tenseur de déformations selon l'orientation des axes de référence du laboratoire ($x'\,y'\,z'$). La procédure détaillée pour

l'obtention du tenseur de déformations dans le système de référence $x'y'z'$ à partir des mesures de déformation sur les 3 rosettes à 3 jauges est présentée à l'annexe I.

En ce qui concerne le calcul des déformations principales et de leurs orientations, la procédure de calcul peut être trouvée dans Desai et Siriwardane (1984). Cette procédure passe par la détermination des invariants de déformation $I_{1\varepsilon}$, $I_{2\varepsilon}$, et $I_{3\varepsilon}$ où

$$I_{1\varepsilon} = \varepsilon_{x'} + \varepsilon_{y'} + \varepsilon_{z'} \tag{4.85}$$

$$I_{2\varepsilon} = \begin{vmatrix} \varepsilon_{x'} & \gamma_{x'y'} \\ \gamma_{x'y'} & \varepsilon_{y'} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \varepsilon_{y'} & \gamma_{y'z'} \\ \gamma_{y'z'} & \varepsilon_{z'} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \varepsilon_{x'} & \gamma_{x'z'} \\ \gamma_{x'z'} & \varepsilon_{z'} \end{vmatrix} \tag{4.86}$$

$$I_{3\varepsilon} = \begin{vmatrix} \varepsilon_{x'} & \gamma_{x'y'} & \gamma_{x'z'} \\ \gamma_{x'y'} & \varepsilon_{y'} & \gamma_{y'z'} \\ \gamma_{x'z'} & \gamma_{y'z'} & \varepsilon_{z'} \end{vmatrix} \tag{4.87}$$

Dans les équations ci-haut les barres parallèles ($|\ \ |$) dénotent le déterminant, ε_i $(\mathrm{i} = \mathrm{x,y,z})$ les déformations normales et γ_{ij} $(\mathrm{i,j} = \mathrm{x,y,z})$ les déformations de cisaillement.

Une fois ces invariants déterminés, les valeurs des déformations principales peuvent être calculées à l'aide de l'équation 4.88. Cette équation fournit une solution non triviale au problème de la détermination des déformations principales.

$$\lambda^3 - I_{1\varepsilon}\lambda^2 + I_{2\varepsilon}\lambda - I_{3\varepsilon} = 0 \tag{4.88}$$

L'équation 4.88 possède trois racines réelles (λ_1, λ_2, et λ_3) qui correspondent aux déformations principales. Leurs directions correspondantes, qui sont mutuellement orthogonales, peuvent être trouvées en substituant les valeurs de λ_i $(i = 1,2,3)$ et ε_i $(i = x', y', z')$ dans les équations 4.89a-c. Ce système d'équations représente les

directions des cosinus directeurs (l_1, l_2, et l_3) selon lesquelles les déformations agissant sont les déformations principales.

$$(\varepsilon_{x'} - \lambda)l_1 + \gamma_{x'y'}l_2 + \gamma_{x'z'}l_3 = 0 \tag{4.89a}$$

$$\gamma_{x'y'}l_1 + (\varepsilon_{y'} - \lambda)l_2 + \gamma_{y'z'}l_3 = 0 \tag{4.89b}$$

$$\gamma_{x'z'}l_1 + \gamma_{y'z'}l_2 + (\varepsilon_{z'} - \lambda)l_3 = 0 \tag{4.89c}$$

où l_i $(\mathrm{i} = 1,2,3)$ satisfait la relation suivante :

$$l_1^2 + l_2^2 + l_3^2 = 1 \tag{4.90}$$

Trois programmes, dont les énoncés en « langage Matlab » sont présentés à l'annexe II, ont été développés afin de faciliter le traitement des données. Le premier, « hydro.m », traite de la détermination du tenseur de déformations dans le système de référence du laboratoire ainsi que l'orientation du système de référence d'anisotropie et le tenseur de déformations dans ce système de référence, à partir d'un essai de compression hydrostatique. Le deuxième, « triaxial.m », a été conçu pour le calcul du tenseur de déformations dans les systèmes de référence du laboratoire et d'anisotropie à partir d'un essai de compression triaxiale. Enfin, le troisième, « tenseur_sig.m », procède à la rotation du tenseur de contraintes du référentiel du laboratoire vers le référentiel d'anisotropie.

CHAPITRE V

MÉTHODOLOGIE DES ESSAIS AU LABORATOIRE ET TRAITEMENT DES DONNÉES

5.1 GÉNÉRALITÉS

Une série d'essais uniaxiaux, triaxiaux et hydrostatiques ont été exécutés sur trois granites différents afin de vérifier la validité du modèle proposé. La méthodologie choisie fut la suivante. Initialement chaque échantillon de roche a été soumis à une sollicitation hydrostatique dont le but était de déterminer l'orientation des axes d'anisotropie, le type de symétrie et les fonctions de variation de volume de 1er ordre et de variation de forme de 2ème ordre. À l'étape suivante, les échantillons de roche ont été soumis à des sollicitations uniaxiales et triaxiales axisymétriques à plusieurs niveaux de contrainte de confinement. En combinant les résultats de ces derniers essais avec ceux de l'essai hydrostatique, les fonctions de variation de forme de 1er ordre et de volume de 2ème ordre ont été déterminées. Finalement, à partir de ces fonctions, les déformations correspondantes à une sollicitation triaxiale, dont le cheminement de contrainte différait des ceux appliqués lors de la deuxième étape, ont été calculées et mesurées. La comparaison des résultats a permis de porter un jugement sur la validité et l'applicabilité du modèle.

Ce chapitre a pour objectif de présenter les roches étudiées ainsi que la description des procédures de laboratoire et de traitement des données. L'analyse des résultats et les discussions qui en découlent seront traitées au chapitre VI.

5.2 LES ROCHES ANALYSÉES

Les granites analysés dans ce travail correspondent aux granites Gris et Rose provenant de la formation Lac du Bonnet près de Pinawa au Manitoba et le granite Barre provenant du Vermont aux États Unis. Ces granites ont été choisis pour leur comportement non linéaire anisotrope tel que décrit dans la littérature par Douglass et Voight (1969) et Martin et Christiansson (1991a-b).

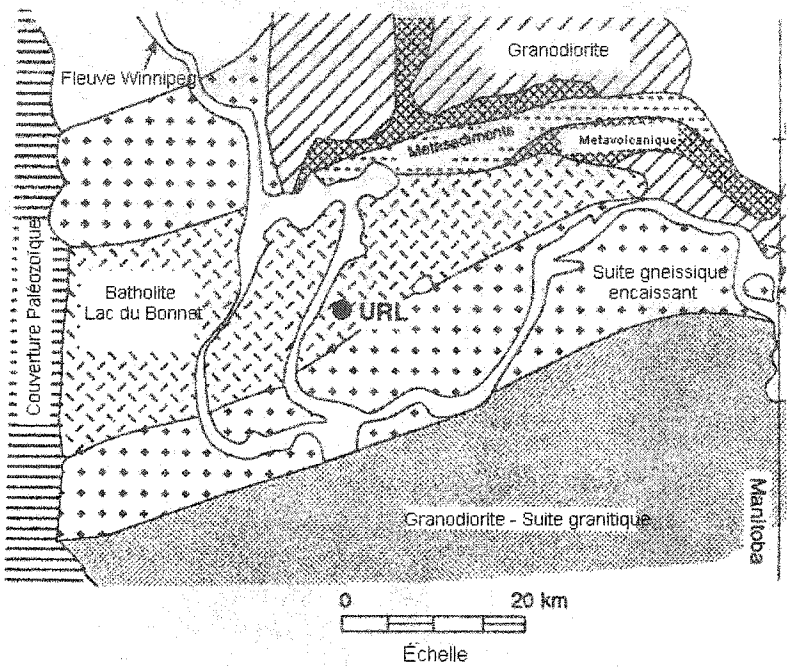
5.2.1 LES GRANITES DE LA FORMATION LAC DU BONNET

Les échantillons disponibles sont originaires du Laboratoire de Recherche Souterrain (URL) d'Énergie Atomique du Canada Limitée. Ce centre de recherche se situe dans le batholite granitique Lac du Bonnet, qui est considéré comme une formation représentative des intrusions précambriennes du bouclier canadien.

La figure 5.1 présente schématiquement la formation rocheuse du URL. De la surface jusqu'à une profondeur de 185 m, on trouve un granite rose fracturé. À partir de cette profondeur, on a un massif de granite gris essentiellement dépourvu de joints, tel qu'identifié par Annor et Jackson (1986 et 1987; dans Nunes, 1994), Everitt et Brown (1986; dans Nunes, 1994) et Brown et al. (1989; dans Nunes, 1994).

D'après Chernis (1984; dans Martin et Christiansson, 1991b), la structure minéralogique moyenne du granite Gris est composée par 30,4 % de quartz, 34,5 % de feldspath, 30,2 % de microcline et 4,4 % de mica.

Le tableau 5.1 résume les résultats de la caractérisation en laboratoire des propriétés mécaniques des granites Gris et Rose réalisée par Katsube et Hume (1987; dans Martin et Christiansson1991a-b).



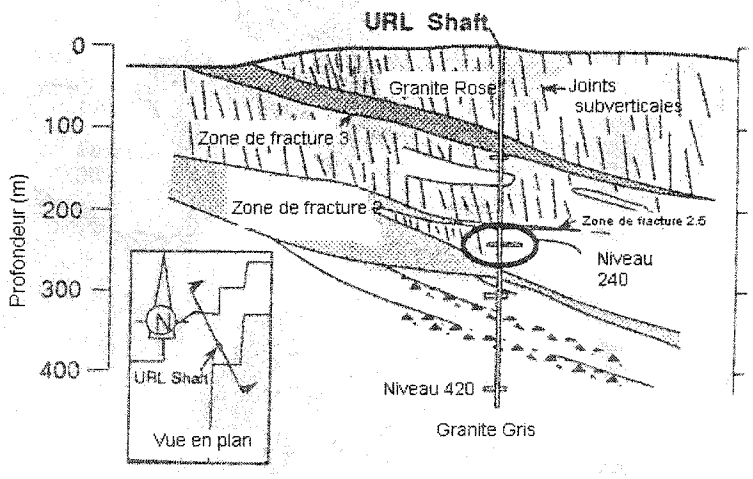


Figure 5.1 – Vue en plan et en section de la géologie générale du site du Laboratoire de Recherche Souterrain (URL) (adapté de Martin et Christiansson, 1991b).

Tableau 5.1 – Propriétés mécaniques des granites Rose et Gris de la formation Lac du Bonnet, Manitoba. Les valeurs entre parenthèses représentent la valeur moyenne (adapté de Martin et Christiansson, 1991a).

	Granite Rose	Granite Gris
Module de Young tangent (GPa)	53-86 (69)	46-64 (55)
Coefficient de Poisson	0,18-0,44 (0,26)	0,13-0,43 (0,3)
Résistance en compression uniaxiale (MPa)	134-248 (200)	147-198 (167)
Résistance en traction (essai brésilien) (MPa)	6,17-12,07 (9,32)	6,22-11,52 (8,72)

Selon Martin et Christiansson (1991a-b), la différence entre les propriétés mécaniques des granites Gris et Rose est due à la présence, dans le granite Gris, des micro-fissures induites par la relaxation des contraintes. Au niveau 400 m, les échantillons de granite Gris peuvent présenter un volume de micro-fissures induites qui correspond à 40% de la porosité totale, estimé à 0,50 %. Le granite Rose cependant, présente une porosité totale de 0,24 % et un pourcentage de micro-fissures d'environ 16 % de celles présentes dans le granite Gris (Chernis, 1984; dans Martin et Christiansson 1991b). De plus, Chernis (1984) constate une augmentation de la porosité due aux micro-fissures avec l'augmentation de la profondeur de carottage des échantillons de granite Gris, la porosité du granite Rose demeurant inaltérée avec la profondeur.

Eberhardt et al. (1999) suggèrent que cette caractéristique résulte du processus de forage dans les niveaux de contraintes élevées du massif rocheux. Quoi qu'il en soit, l'effet de la présence de micro-fissures se traduit toujours par un comportement non linéaire et anisotrope, comme discuté au chapitre II et illustré par les figures 5.2 à 5.4.

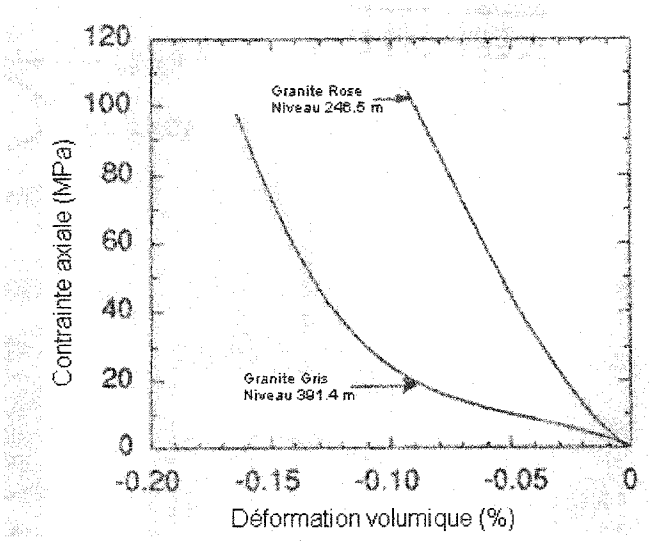


Figure 5.2 – Comportement contrainte uniaxiale déformation volumique typique des granites Lac du Bonnet (adapté de Martin et Christiansson, 1991a-b).

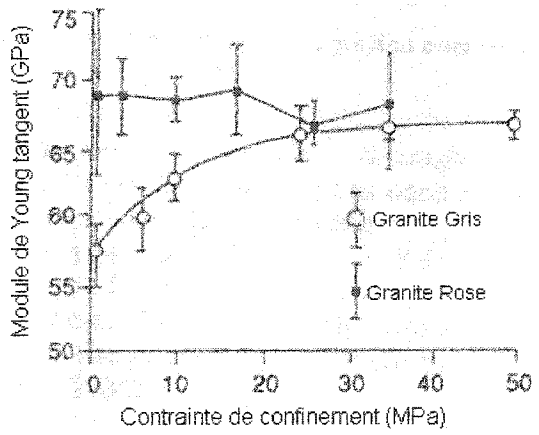


Figure 5.3 – Variation du module de Young tangent avec la pression de confinement des granites du Lac du Bonnet (adapté de Martin et Christiansson, 1991a-b).

En ce qui concerne le comportement anisotrope, Martin et Christiansson (1991a) observent, d'après une série d'essais de compression uniaxiale et biaxiale, que l'orientation d'anisotropie a une relation avec l'orientation préférentielle des micro-fissures et/ou la direction des joints naturels du massif (figure 5.4). Les modules présentés à la figure 5.4 sont issus d'une régression avec la méthode des moindres carrées et représentent l'ellipsoïde de déformation qui caractérise le module de Young sécant d'une masse granitique. En effet, Martin et Christiansson (1991a) corroborent les études sur l'anisotropie des granites réalisées par Peres Rodrigues (1966) et Douglas et Voight (1969).

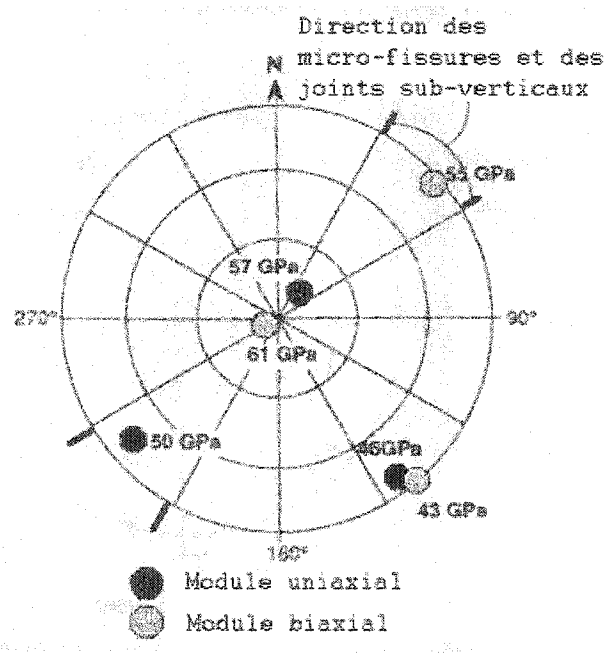


Figure 5.4 – Modules de Young sécant du granite Gris du niveau 240 m en compression uniaxiale et biaxiale (adapté de Martin et Christiansson, 1991a).

D'après Martin et Christiansson (1991a) les résultats présentés à la figure 5.4 suggèrent que l'anisotrope du granite Gris puisse être assimilé à celle d'un matériau au comportement transversal isotrope, avec un module sécant minimal perpendiculaire à la direction moyenne des micro-fissures. Afin de déterminer le module de Young sécant et

le coefficient de Poisson parallèle et perpendiculaire à la direction moyenne des micro-fissures, Martin et Christiansson (1991a) ont réalisé quatre essais de compression triaxiale sur des éprouvettes du niveau 240. Les modules de Young sécants et les coefficients de Poisson mesurés parallèlement et perpendiculairement au plan d'isotropie, en supposant la roche comme étant transversalement isotrope, sont 60 GPa et 30 GPa et 0,15 et 0,25, respectivement.

5.2.2 LE GRANITE BARRE

Selon Dresser et Dennis (1944; dans Douglass et Voight, 1969) le granite Barre est composé approximativement de 25 % de quartz, 20 % de feldspath potassique, 35 % de plagioclase, 9 % de biotite, 9 % de muscovite et 1 % de minéraux accessoires.

Le tableau 5.2 résume les résultats de la caractérisation en laboratoire des propriétés mécaniques du granite Barre, tandis que la figure 5.5 présente la courbe contrainte déformation axiale typique de cette roche (Douglass et Voight, 1969). Les axes d'anisotropie concordent bien avec les plans de clivage de la carrière soit : « rift », le plan de clivage dont la résistance est la plus faible; « grain » le deuxième plan le plus faible; « hardway » perpendiculaire aux deux autres. La direction perpendiculaire aux plans de micro-fissures (« rift ») étant la direction la moins rigide. Douglass et Voight (1969) concluent qu'une anisotropie du type orthotrope représente bien la symétrie élastique du granite Barre pourvu que la non-linéarité soit considérée. Ces auteurs ajoutent que même à des niveaux élevés de contraintes la symétrie anisotrope reste contrôlée par l'orientation des micro-fissures.

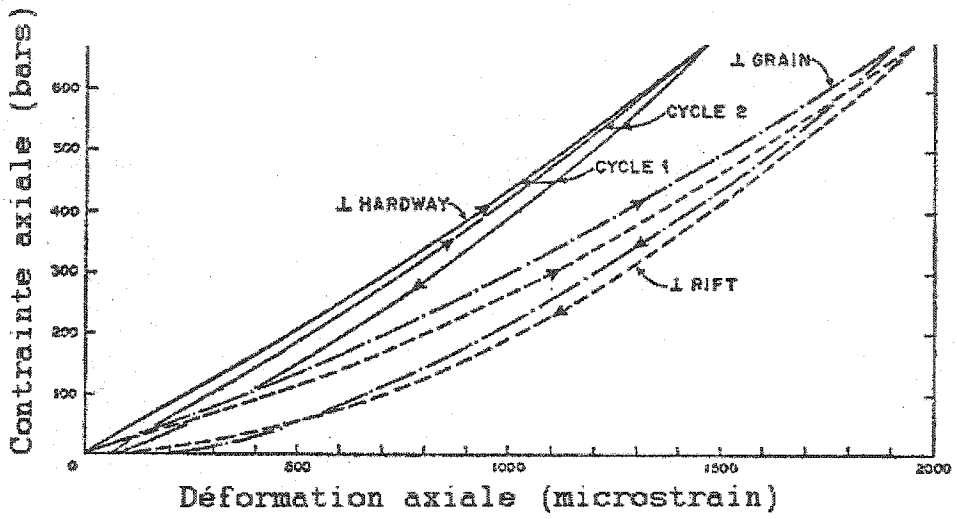


Figure 5.5 – Courbe contrainte déformation axiale typique du granite Barre; « rift » - le plan de clivage dont la résistance est la plus faible; « grain » - le deuxième plan le plus faible; « hardway » - plan perpendiculaire aux deux plans précédents; 100 bars = 10 MPa (adapté de Douglass et Voight 1969).

Tableau 5.2 - Propriétés mécaniques du granite Barre (adapté de Douglass et Voight, 1969).

Contrainte axiale (MPa)	Module de Young tangent (GPa)			Rapport d'anisotropie
	E_T^I	E_T^{II}	E_T^{III}	E_T^I / E_T^{III}
6,7	45,5	28,8	20,3	2,24
10,0	41,8	29,8	23,9	1,75
16,7	42,0	31,9	29,2	1,44
25,0	45,7	35,6	32,5	1,41
33,3	49,5	40,5	37,6	1,32
41,7	48,9	42,4	41,2	1,19
50,0	51,4	43,8	42,6	1,21
58,4	53,7	46,1	45,5	1,18

Contrainte axiale (MPa)	Module de Young sécant (GPa)			Rapport d'anisotropie
	E_S^I	E_S^{II}	E_S^{III}	E_S^I / E_S^{III}
0-67	46,8	36,6	33,7	1,39
0-67	49,0	40,5	36,2	1,35

Résistance en compression uniaxiale (MPa)			Rapport d'anisotropie
C^I	C^{II}	C^{III}	C^I / C^{III}
228,9	200,1	191,3	1,2

5.3 CONDUITE DES ESSAIS ET PRÉPARATION DES ÉPROUVETTES

Les essais de compression uniaxiale, triaxiale et hydrostatique ont été réalisés au laboratoire de mécanique de roches de l'École Polytechnique de Montréal à l'aide d'une presse Tinius Olsen d'une capacité de 1779,3 kN (400 000 livres) et d'une cellule triaxiale de la compagnie SBEL (Structural Behavior Engineering Laboratories inc.) d'une capacité de 68,95 MPa (10 000 psi). La pression hydrostatique a été mesurée à l'aide d'un capteur de pression du type SENSOTEC modèle TJE 1743-11 de SENSOTEC inc., d'une capacité de 68,95 MPa (10 000 psi).

Les déformations ont été mesurées à l'aide de trois rosettes disposées à 0°, 90° et 135° d'intervalle (figures 4.3 et A-I.1). Les rosettes utilisées sont du type WA-06-500WR-350 de Measurements Group inc. Chaque rosette possède 3 jauges à fils résistant de 350 ohms disposés à 45° d'intervalle (figure A-I.1) dont la longueur active est de 12.7 mm. Chacune des neuf jauges des trois rosettes a été branchée en quart de pont à un indicateur de déformation P-3500 de Measurements Group inc. Au total dix boîtes P-3500 ont été utilisées, la dixième servant à lire la température à l'intérieur de la cellule triaxiale. Cette dernière a été mesurée à l'aide d'une résistance de température de type ETG-50B/E de 50 ohms (Measurements Group inc.), collée sur la base de la cellule triaxiale et branchée à un circuit LST-10F-350C de Measurements Group inc. La longueur active de la jauge de température est de 3,18 mm et elle résiste à une température maximale de 230^oC. Le système jauge-LST à été branché à la boîte de lecture P-3500 en demi-pont.

L'enregistrement de la charge axiale, de la pression de confinement, des déformations et de la température ont été faites à chaque 0,5 secondes à l'aide d'un système d'acquisition des données TeststarII de la compagnie MTS. Les essais uniaxiaux et triaxiaux ont été réalisés avec un taux de mise en charge et mise en décharge de la contrainte axiale de 44,48 kN/min (10 kip/min) pour le granite Barre et 22,24 kN/min (5 kip/min) pour les granites Rose et Gris. La pression de confinement a été appliquée à

l'aide d'une pompe à huile électrique de la compagnie SBEL de 68,95 MPa (10 000 psi) de capacité.

Les morceaux des carottes faisant office d'échantillon ont été obtenus par forage des blocs de roche dans le cas du granite Barre. Dans le cas des granites du Lac du Bonnet les échantillons ont été forés in situ. Ces morceaux de « carottes » ont été coupés aux longueurs désirées et les cylindres ainsi produits ont été rectifiés par meulage au tour selon la norme ASTM 4543-85. Par la suite les échantillons cylindriques ont été séchés au four pendant 24 heures, le tableau 5.3 présente les dimensions et les poids naturel et sec des échantillons cylindriques.

Tableau 5.3 – Identification et caractéristiques physiques des échantillons cylindriques.

	Masse naturel (g)	Masse sec (g)	Longueur (mm)	Diamètre (mm)	Élancement
Granite Barre	652,44	652,13	110,8	53,07	2,09
Granite Gris	678,90	678,60	107,29	48,97	2,19
Granite Rose	672,36	671,98	106,38	48,90	2,18

Après le séchage les trois rosettes à fils résistant ont été collées sur la circonférence qui délimite la demi-hauteur de l'échantillon. Par la suite les échantillons cylindriques ont été imperméabilisés avec trois couches de résine de silicone Konform SR 2000 et ont été séchés à l'air pendant au moins 24 heures. L'imperméabilisation des éprouvettes est nécessaire afin d'empêcher que l'huile de pressurisation pénètre dans les micro-fissures.

De cette façon le comportement non linéaire de l'échantillon, caractérisé par la fermeture des micro-fissures, est préservé puisque l'huile de pressurisation agit uniquement à l'extérieure de l'éprouvette.

Les essais en laboratoire comportaient de deux séries, chacune d'elles comprenant un essai de compression hydrostatique, un essai de compression uniaxiale et de plusieurs essais de compression triaxiale. La différence entre les séries réside dans l'ordre de l'application des contraintes de confinement et axiale (cheminement de contraintes), lors de la réalisation des essais de compression triaxiale. Dans la première série, appelée cheminement 1 ou essai de type T_1, la pression hydrostatique a été élevée jusqu'au niveau désiré et par la suite la contrainte axiale a été appliquée. Les essais qui ont constitué la deuxième série, cheminement 2 ou essais de type T_2, ont suivi l'ordre inverse, la contrainte déviatorique maximale atteinte étant la même pour les deux cheminements de contraintes. Le déchargement pour les deux séries a suivi le même cheminement. La contrainte axiale a été réduite jusqu'au niveau de la contrainte de confinement, générant ainsi un état de contrainte hydrostatique, par la suite la contrainte hydrostatique restante a été réduite jusqu'à zéro. Les diagrammes p-q présentés aux figures 5.6 et 5.7 illustrent cheminements de contraintes qui caractérisent les séries T_1 et T_2 respectivement.

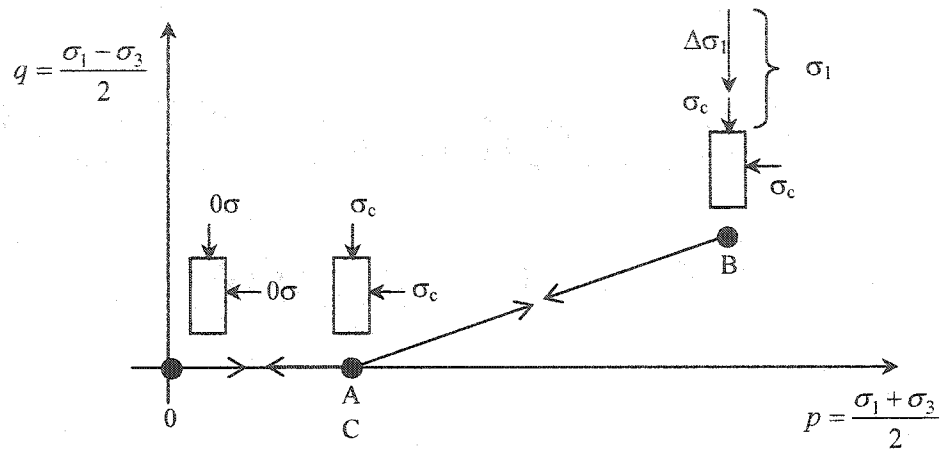


Figure 5.6 – Cheminement de contraintes de l'essai de type T_1 (cheminement 1).

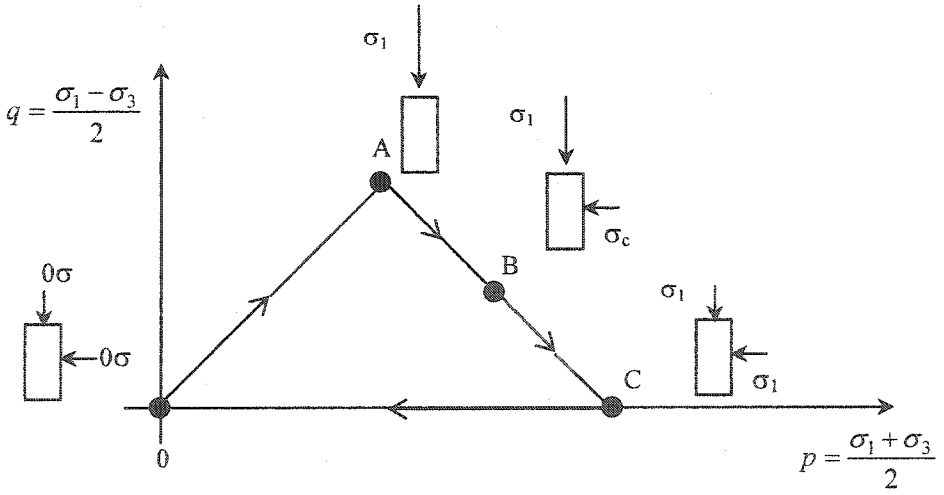


Figure 5.7 – Cheminement de contraintes de l'essai de type T_2 (cheminement 2).

La nomenclature utilisée pour designer les essais est composée d'une première série de caractères (H, T_1 ou T_2) servant à identifier le type d'essai réalisé : H pour les essais de

compression hydrostatique et T_1 ou T_2 pour les essais de compression triaxiaux. Après cette première série de caractères, suivent 2 caractères identifiant le matériau testé : GB = Granite Barre, GG = Granite Gris et GR = Granite Rose. Finalement, une dernière séquence de caractères est utilisée. Dans le cas des essais triaxiaux (T_1 ou T_2) ces caractères indiquent la pression de confinement appliquée lors de l'essai en psi. Les chiffres 000 indiquent qu'il s'agit d'un essai de compression uniaxiale (contrainte de confinement nulle). Pour les essais de compression hydrostatique, ces caractères indiquent le moment où l'essai a été réalisé. En effet, étant donné que les essais de compression hydrostatiques ont été réalisés avant et après chaque essai triaxial, la séquence de caractères apparaissant après la désignation du type de matériau dans le nom de l'essai, identifie les essais triaxiaux qui ont précédé et suivi l'essai de compression hydrostatique en question. Le tableau 5.4 indique la signification de ces caractères dans le cas des essais de compression hydrostatique. Les essais triaxiaux de type T_2 ont été réalisés après la série d'essais H et T_1.

Tableau 5.4 – Nomenclature de classification des essais, où x = B pour granite Barre; x = G pour Granite Gris et x = R pour Granite Rose.

Caractère suivant HGx	Essai triaxial réalisé avant l'essai hydrostatique en question	Essai triaxial réalisé après l'essai hydrostatique en question
INI	---	T_1Gx000
05	T_1Gx000	T_1Gx500
51	T_1Gx500	T_1Gx1000
12	T_1Gx1000	T_1Gx2000
24	T_1Gx2000	T_1Gx4000
46	T_1Gx4000	T_1Gx6000
FIN	T_1Gx6000	---

Les essais de compression hydrostatique qui ont été réalisés avant chaque essai uniaxial, et avant et après chaque essai triaxial, furent essentiellement les mêmes pour les deux étapes, c'est-à-dire la pression hydrostatique a toujours été montée jusqu'aux environs de 68,95 MPa (10 000 psi) et relaxée par la suite avec un temps de charge et de décharge à peu près égaux. L'idée de procéder à un essai de compression hydrostatique entre chaque essai triaxial a été de vérifier, à partir de l'orientation des axes d'anisotropie et des fonctions de variation de volume de 1er ordre, si l'échantillon de roche a subit de l'endommagement lors des essais avec déviateur de contraintes. Si aucune rotation majeure des axes d'anisotropie ni variation sur les fonctions n'était détectée,

l'échantillon était classé comme pas endommagé et l'essai triaxial ou uniaxial antérieur validé, puisque les résultats sont représentatifs de l'état initial de l'échantillon.

Les essais de compression triaxiale ont été réalisés, pour les deux cheminements de contraintes, avec des pressions de confinement de 3,45 MPa (500 psi), 6,89 MPa (1 000 psi), 13,79 MPa (2 000 psi) et 27,58 MPa (4 000 psi). La pression de confinement de 41,37 MPa (6 000 psi) a été atteinte uniquement pour les essais de compression triaxiale faisant partie du cheminement 1. La contrainte déviatorique appliquée à chaque essai a atteint une valeur maximale de 33.33 MPa, qui équivaut à une contrainte axiale de 50 MPa lors de la réalisation d'un essai de compression uniaxial. Cette valeur correspond à peu près à la moitié de la résistance maximale en compression simple des roches testées, et elle a été choisie afin de limiter la probabilité qu'on atteigne la région de propagation stables des micro-fissures (la région III sur la courbe contrainte déformation, figure 2.5). Une correction a été portée aux valeurs des contraintes axiales mesurées lors des essais triaxiaux étant donné que l'aire des carottes est légèrement inférieure à l'aire du piston qui applique la charge axiale (53.74 mm). Aucune correction n'a été jugée nécessaire pour compenser l'effet de la variation de la température puisque cette dernière a présenté une variation maximale de 0.7 degrés Celsius au plus haut niveau de pression de confinement appliqué.

5.4 PROCÉDURE D'ESTIMATION DE PARAMÈTRES

L'estimation de paramètres est une discipline qui fournit des outils pour l'utilisation efficiente des données lors de l'estimation de constantes qu'apparaissent dans des modèles mathématiques. Ces modèles mathématiques sont représentés souvent par des équations différentielles ou algébriques composées par des variables d'état (« state variables ») dépendantes et indépendantes ainsi que des constantes (Beck et Arnold, 1977). L'avantage d'une approche formelle sur l'estimation des paramètres est qu'elle

fournit les outils pour porter un jugement sur la qualité du modèle et des paramètres estimés (Finsterle, 1999 dans Velloso, 2000).

Les variables d'état sont classées dépendantes ou indépendantes en fonction des signaux d'entrée et de sortie. Par exemple, lors des essais de compression réalisés dans le cadre de la présente recherche, les contraintes appliquées (signal d'entrée) sont les variables d'état indépendantes tandis que les déformations mesurées par les jauges de déformation (signal de sortie) sont les variables d'état dépendantes.

En ce qui concerne les constantes, celles-ci sont appelées généralement paramètres. Cependant, lorsqu'une constante possède une signification physique elle peut être aussi nommée propriété. Dans le cadre de la présente recherche, le terme paramètre sera utilisé de façon générique pour désigner autant les constantes des modèles linéaires que celles des modèles non linéaires, indépendamment du fait qu'elles possèdent ou non une signification physique.

La problématique de l'estimation de paramètres consiste à obtenir l'estimé optimal des paramètres du modèle avec les données d'entrée et de sortie des essais en laboratoire ou in situ, c'est-à-dire, à partir des variables d'état. Des complications additionnelles sont cependant introduites au problème puisque les variables dépendantes contiennent des erreurs de mesures. La figure 5.8 illustre le problème. Il faut remarquer que les variables d'état indépendantes sont supposées libres d'erreurs.

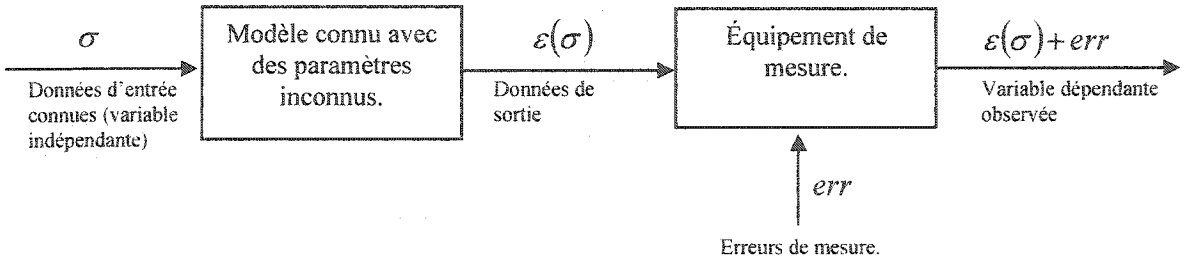


Figure 5.8 – Le problème d'estimation des paramètres (adapté de Beck et Arnold, 1977).

Le problème d'estimation de paramètres peut être formulé comme un problème d'optimisation où le but consiste à obtenir le vecteur de paramètres p qui minimise la différence entre les valeurs mesurées lors de l'essai et les valeurs calculées par le modèle mathématique. La solution est obtenue à partir d'algorithmes d'optimisation en partant d'un estimé initial du vecteur de paramètres p_o qui permet l'obtention, à l'aide des calculs itératifs, du vecteur de paramètres estimés p qui minimise la fonction F représentative de l'ajustement entre les valeurs observées y^* et les valeurs calculées par le modèle mathématique $y(p)$:

$$F(p) = f\left(y(p), y^*\right) \tag{5.1}$$

où $F(p)$ est nommée la fonction objectif.

Une fois l'estimation des paramètres finalisée, on doit se questionner sur la capacité d'ajustement du modèle au phénomène étudié et sur la qualité des paramètres estimés (Bard, 1974 dans Velloso, 2000). L'analyse finale des résidus fournit une mesure de l'adéquation du modèle aux données expérimentales. Cependant, un bon ajustement entre les données expérimentales et le résultat fournit par le modèle, quoique nécessaire, n'est pas une condition suffisante pour assurer la qualité de l'estimation car on peut avoir une grande incertitude sur les paramètres estimés, due par exemple à la corrélation élevée entre les paramètres. Alors l'évaluation de la qualité des résultats du problème d'estimation peut être effectuée, d'après Beck et Arnold (1977) et Bard (1974, dans Velloso 2000), à partir de l'interprétation de la matrice de covariance des paramètres C_p.

Il faut mentionner que la détermination des paramètres sera traitée sommairement dans la présente recherche vu que ce sujet peut constituer un thème de recherche en soit. Le but visé est de porter un jugement, avec une certaine base mathématique, sur la qualité

du modèle et des paramètres estimés en plus d'encourager des recherches futures dans le domaine de la détermination de paramètres appliquée à la mécanique de roches.

5.4.1 PROCÉDURE DE RÉGRESSION

La fonction objectif la plus courante et simple lorsque aucune information additionnelle, mise à par les observations y^* (les variables d'état dépendantes), n'est disponible, est la méthode des moindres carrés (Beck et Arnold, 1977)

$$F(p) = \left[y^* - y(p)\right]^T \left[y^* - y(p)\right] \tag{5.2}$$

où $y(p)$ sont les valeurs calculées par le modèle.

Les hypothèses de base associées à cette procédure de régression sont (Fisnterle, 1999) :

- Les erreurs aléatoires sont indépendantes et additives;
- Les erreurs aléatoires suivent une distribution normale avec une moyenne égale à zéro et une variance $\hat{\sigma}^2$;
- Les erreurs systématiques sont nulles.

Lors de la détermination des paramètres des fonctions linéaires par rapport à ses paramètres, soit des fonctions dont tous les coefficients de sensibilité sont indépendants des autres paramètres et le coefficient de sensibilité est défini par la première dérivée de la fonction y par rapport au paramètre p_i (équation 5.3; Beck et Arnold, 1977), une solution analytique basée sur la méthode des moindres carrés est souvent possible (équation 5.4).

$$\chi_i = \frac{\partial y(p)}{\partial p_i} \tag{5.3}$$

$$b_{LS} = \left(X^T X\right)^{-1} X^T Y \tag{5.4}$$

Dans l'équation 5.4 b_{LS} est le meilleur estimateur linéaire du vecteur des paramètres p, X est la matrice de variables indépendantes et Y est la matrice de variables dépendantes (Beck et Arnold, 1977).

Cependant, lors de la détermination de paramètres de fonctions non linéaires par rapport aux paramètres, soit des fonctions dont au moins un coefficient de sensibilité est dépendant des autres paramètres, le vecteur de paramètres estimés p^* qui minimise la fonction $F(p)$ ne peut être trouvé que par des techniques itératives de minimisation.

Plusieurs de ces techniques sont disponibles dans la littérature (Beck et Arnold, 1977 et Tarantola, 1987 entre autres) certaines très complexes, d'autres moins complexes et d'autres encore relativement simples. Or, compte tenu que l'on est dans une phase de vérification du modèle, l'utilisation des techniques puissantes et complexes de détermination des paramètres s'avère injustifiable. Par conséquent, le code d'optimisation SOLVER inclus dans le chiffrier Microsoft Excel® a été choisi comme technique de minimisation à cause de sa simplicité d'utilisation.

Une attention spéciale doit être portée au fait que dans le cas de fonctions non linéaires par rapport à ses paramètres des minimums locaux peuvent masquer la solution optimale (figure 5.9). Dans la présente recherche, ce problème a été traité de façon simple en procédant à plusieurs régressions à partir d'ensembles de paramètres initiaux différents.

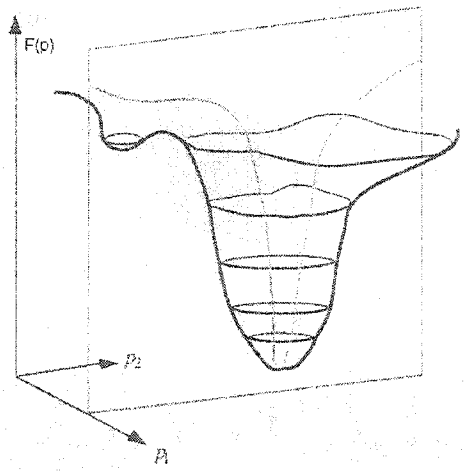


Figure 5.9 – La fonction objective dans espace deux dimensions (adapté de Finsterle, 1999).

5.4.2 IDENTIFICATION DES PARAMÈTRES

Avant d'aller plus loin dans l'estimation des paramètres, il faut s'assurer que tous les éléments du vecteur de paramètres p peuvent être identifiés, puisque certains modèles et/ou conditions d'essais existent pour lesquels la totalité ou une partie des éléments du vecteur p ne peuvent pas être identifiés de façon unique à partir des variables d'état.

Dans certains cas, l'impossibilité de déterminer de façon unique tous les paramètres est très claire, comme par exemple dans le modèle

$$y = (p_1 + p_2) f(x) \tag{5.5}$$

où p_1 et p_2 sont des paramètres et $f(x)$ est une fonction quelconque. Dans ce cas on ne peut déterminer que le paramètre $p = p_1 + p_2$, étant donné des mesures de y versus x, puisque dans l'espace $F(p)$, p_1, p_2, le minimum de la fonction $F(p)$ est

représenté par une droite et non par un point (Beck et Arnold, 1977), ce qui donne une infinité de solutions.

Dans d'autres cas cependant, le caractère non identifiable des paramètres n'est pas si évidente, en particulier quand la fonction $f(x)$ n'est pas linéaire par rapport aux paramètres. Dans ce cas, selon Beck et Arnold (1977), pour que tous les paramètres du vecteur p puissent être déterminés de façon unique, il suffit que le déterminant $\left|\chi\chi^T\right|$ soit différent de zéro dans la région du minimum, où χ est la matrice de sensibilité

$$\chi = \begin{bmatrix} \dfrac{\partial f(x_i)}{\partial p_1} & \cdots & \dfrac{\partial f(x_i)}{\partial p_m} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \dfrac{\partial f(x_n)}{\partial p_1} & \cdots & \dfrac{\partial f(x_n)}{\partial p_m} \end{bmatrix} \tag{5.6}$$

Cela signifie qu'aucune colonne de χ peut être proportionnelle à une autre colonne ou combinaison linéaire des colonnes de χ, car dans ce cas une dépendance linéaire existe et $\left|\chi\chi^T\right| = 0$ (la déduction de ce critère peut être trouvée dans Beck et Arnold, 1977). La condition $\left|\chi\chi^T\right| \neq 0$ requiert aussi que la quantité n de mesures de $f(x)$ soit égale ou supérieure au nombre de paramètres à déterminer.

5.4.2.1. CAS LINÉAIRE TRANSVERSAL ISOTROPE

Dans le cas d'un corps au comportement linéaire transversal isotrope (équation 2.9) si l'on considère l'approche basée sur les composantes fondamentales du comportement (variation de forme et de volume), tel que décrit au chapitre IV, la matrice de sensibilité χ_{trans} prend la forme

$$\chi_{trans} = \begin{bmatrix} \sigma_m & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_m & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \left(\frac{3S_Y + S_Z}{3}\right) & \left(\frac{S_Z - 3S_Y}{6}\right) & (S_X - S_Y) & \left(\frac{S_Y - S_Z}{2}\right) & 0 & 0 \\ \left(\frac{3S_X + S_Z}{3}\right) & \left(\frac{S_Z - 3S_X}{6}\right) & (S_Y - S_X) & \left(\frac{S_X - S_Z}{2}\right) & 0 & 0 \\ \frac{S_Z}{3} & \left(\frac{-5S_Z}{6}\right) & 0 & \frac{3S_Z}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \tau_{XY} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \tau_{YZ} \end{bmatrix} \tag{5.7}$$

La déduction de la matrice de sensibilité χ_{trans} (équation 5.7) est présentée dans l'annexe IV.

Lors de la réalisation d'un essai de compression uniaxiale ou triaxiale axisymétrique, il peut être démontré que le déterminant $\left|\chi_{trans}^T \chi_{trans}\right| \neq 0$ dans le plans où $S_X = CS_Y$ et $C \neq 1$. Par conséquent les 5 paramètres du corps transversal isotrope sont identifiables à partir de la combinaison d'un essai hydrostatique avec un essai de compression uniaxial ou triaxial réalisés sur le même échantillon tel que décrit au chapitre IV. De plus, étant donné que les coefficients de sensibilité de la matrice χ_{trans} (équation 5.7) sont linéaires par rapport aux paramètres, alternativement à la méthode présentée au chapitre IV, les constantes élastiques d'un corps transversal isotrope peuvent être déterminées analytiquement, en se basant sur la méthode des moindres carrées, à partir de l'équation 5.4.

5.4.2.2. CAS NON LINÉAIRE TRANSVERSAL ISOTROPE

Dans le cas d'un corps au comportement non linéaire transversal isotrope les fonctions de variation de forme et de volume de 1er et 2ème ordre, tel que définies au chapitre IV, seront ajustées à une fonction du type

$$\varepsilon = m\sigma + b\left(1 - e^{a\sigma}\right)^{c} \tag{5.8}$$

où la contrainte σ est la variable indépendante, la déformation ε est la variable dépendante et m, b, a et c sont les constantes à déterminer.

L'équation 5.8 a été proposée par Basque (2000) afin de représenter le comportement non linéaire d'une roche qui possède des micro-fissures que se ferment lors de l'application d'une contrainte de compression. L'influence de chacun des paramètres sur la forme de la courbe est illustrée à la figure 5.10.

En appliquant l'opérateur $\partial/\partial p$ à l'équation 5.8 on trouve la matrice de sensibilité χ_{nl_trans}

$$\chi_{nl_trans} = \begin{bmatrix} \frac{\partial\varepsilon(\sigma_i)}{\partial m} & \frac{\partial\varepsilon(\sigma_i)}{\partial b} & \frac{\partial\varepsilon(\sigma_i)}{\partial a} & \frac{\partial\varepsilon(\sigma_i)}{\partial c} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial\varepsilon(\sigma_n)}{\partial m} & \frac{\partial\varepsilon(\sigma_n)}{\partial b} & \frac{\partial\varepsilon(\sigma_n)}{\partial a} & \frac{\partial\varepsilon(\sigma_n)}{\partial c} \end{bmatrix} \tag{5.9}$$

où $\frac{\partial\varepsilon}{\partial m} = \sigma$, $\frac{\partial\varepsilon}{\partial b} = \left(1 - e^{a\sigma}\right)^{c}$, $\frac{\partial\varepsilon}{\partial a} = -b\left(1 - e^{a\sigma}\right)^{c} c.\sigma.\frac{e^{a\sigma}}{\left(1 - e^{a\sigma}\right)}$ et $\frac{\partial\varepsilon}{\partial c} = b\left(1 - e^{a\sigma}\right)^{c} \ln\left(1 - e^{a\sigma}\right)$.

On voit clairement d'après la matrice de sensibilité que la fonction $\varepsilon(\sigma, p)$ (équation 5.8) est non linéaire par rapport aux paramètres et que la détermination des paramètres doit passer nécessairement par des techniques de minimisation itératives. Le code d'optimisation SOLVER inclus dans le chiffrier Microsoft Excel® a été choisi comme technique de minimisation dû à sa simplicité d'utilisation, tel que mentionné dans la section 5.4.1.

En ce qui concerne le critère d'identification de paramètres, une solution analytique, telle que celle présentée pour les cas linéaires, n'apporte pas une réponse claire au

problème, dû à la non-linéarité de $\varepsilon(\sigma, p)$ par rapport au vecteur p. Afin de porter un jugement sur le caractère identifiable des paramètres, le déterminant $\left|\chi_{nl_trans}^{T}\chi_{nl_trans}\right|$ doit être calculé dans la région du minimum de la fonction objectif.

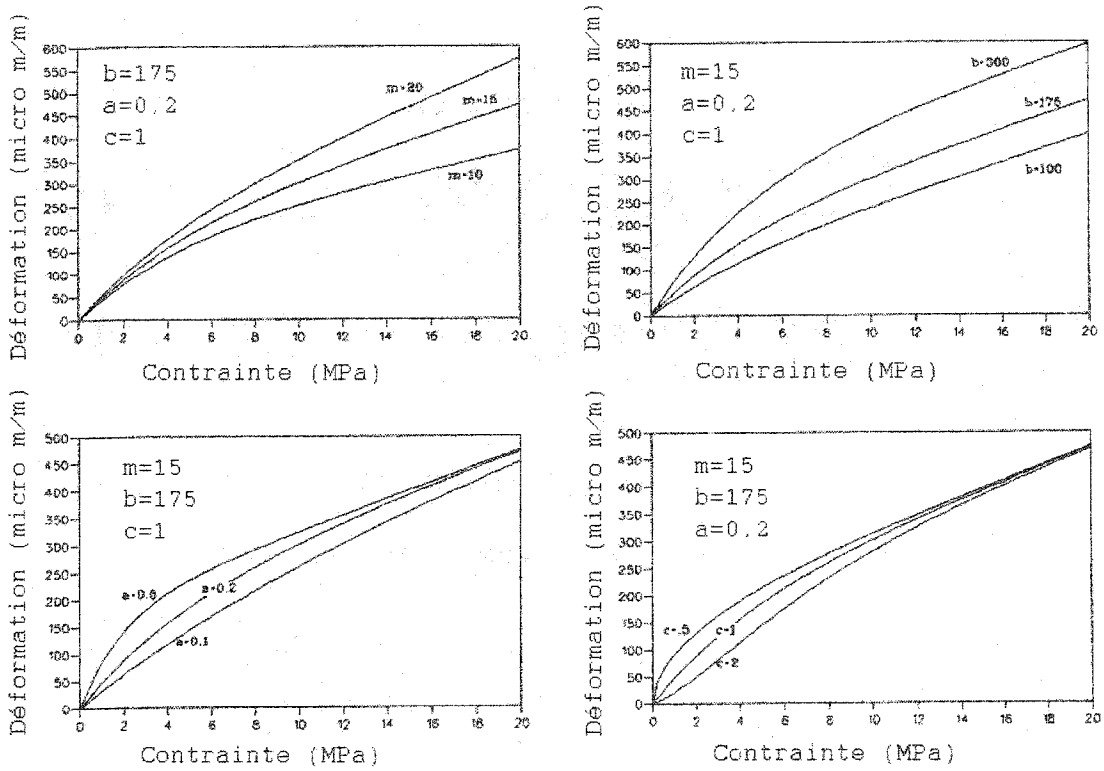


Figure 5.10 – Effet des différents paramètres sur l'allure des courbes de la fonction $y = mx + b\left(1 - e^{-ax}\right)^{c}$ dans l'espace xy (adapté de Basque, 2000).

5.4.3 ANALYSE DES RÉSIDUS

Le résidu r, c'est-à-dire la différence entre les valeurs mesurées et calculées (figure 5.11), représente la somme des erreurs du modèle $err_m = y - y(p)$ et des erreurs des données expérimentales $err_d = y - y^*$, où y est la vraie valeur (Finsterle, 1999).

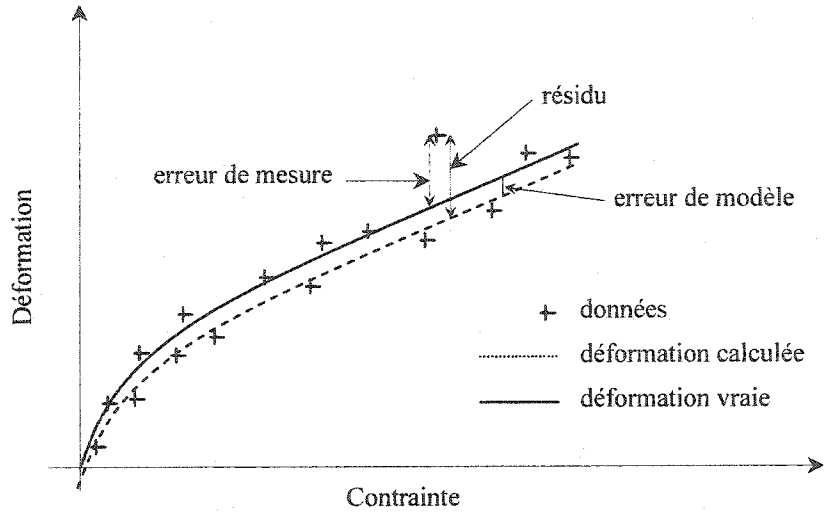


Figure 5.11 – Résidu, erreur de mesure et erreur de modèle (adapté de Finsterle, 1999).

Cependant, autant les erreurs de données que les erreurs de modèle possèdent une composante aléatoire (ξ) et une autre systématique (b). Ainsi, le résidu peut être représenté par l'équation qui suit

$$r = err_d + err_m = (\xi_d + b_d) + (\xi_m + b_m) \tag{5.10}$$

Néanmoins, dans la majorité des cas, pour des équipements de mesure correctement calibrés, les erreurs systématiques de mesures sont à tout fins pratiques négligeables et $b_d \approx 0$, comme doivent l'être aussi les erreurs aléatoires de modèle dû à des arrondis ($\xi_m \approx 0$). Alors, puisque l'estimation des paramètres est basée sur l'hypothèse que le

modèle décrit le plus correctement possible le comportement réel, on peut considérer, au moins initialement et dans certains cas, que les erreurs systématiques de modèle sont nulles et $b_m \approx 0$. Par conséquent, les caractéristiques statistiques des résidus peuvent être considérées comme étant similaires aux caractéristiques statistiques des erreurs aléatoires des données ξ_d (Velloso, 2000).

Pour que les résidus puissent être comparés aux erreurs aléatoires de mesures, une hypothèse doit être postulée sur la distribution des erreurs de mesures, soit que les erreurs de mesure sont des variables aléatoires avec une corrélation nulle et une distribution normale avec une moyenne nulle.

La variance des résidus peut être estimée par l'équation 5.11, où n_{ob} est le nombre d'observations et n_p le nombre de paramètres du problème.

$$s_o^2 = \frac{r^2}{n_{ob} - n_p} \tag{5.11}$$

5.4.4 INTERPRÉTATION DES ESTIMÉS

Dû au caractère aléatoire des erreurs de mesure, l'ensemble de valeurs du vecteur de paramètres p qui représentent le mieux ajustement entre une série de mesures et le modèle peut différer de l'ensemble de valeurs du vecteur de paramètres qui représentent le mieux ajustement entre une autre série de mesures et le même modèle. La condition idéale est l'obtention d'un ensemble de paramètres p qui en plus de bien ajuster le modèle aux mesures ne varient pas beaucoup d'une série de mesures à une autre. Pour que cette condition se réalise, il est nécessaire que les paramètres, en plus de ne pas être corrélés, présentent un faible écart-type (Bard, 1974; dans Velloso, 2000).

L'interprétation de la matrice de covariance des paramètres estimés C_P fournit un critère pour l'évaluation de la qualité des résultats. Pour la méthode des moindres carrées la matrice de covariance approximative d'une estimation non linéaire est donnée par (Beck et Arnold, 1977) :

$$C_P = s_o^2 \left[\chi^T \chi \right]^{-1} \tag{5.12}$$

où χ est la matrice de sensibilité (équation 5.4) et s_o^2 est la variance des résidus (équation 5.11).

La matrice de covariance des paramètres estimés C_P est une matrice carrée dont la diagonale contient la variance des paramètres estimés :

$$\hat{\sigma}_{pi}^2 = C_{ii} \tag{5.13}$$

Les éléments à l'extérieur de la diagonale de C_P sont les covariances des paramètres. La mesure de la covariance entre les paramètres peut être représentée par un coefficient adimensionnel :

$$\rho_{ij} = \frac{C_{P_{ij}}}{\sqrt{C_{P_{ii}} C_{P_{jj}}}} \qquad -1 \leq \rho_{ij} \leq 1 \tag{5.14}$$

Un coefficient de corrélation zéro indique qu'il n'y a pas de corrélation entre les paramètres i et j. Par contre un coefficient de corrélation plus grand que 0.9 indique une corrélation élevée entre les paramètres i et j (Beck et Arnold, 1977). Un coefficient élevé de corrélation peut être la conséquence de l'inadéquation du projet d'expérimentation (données insuffisantes) ou être inhérent au modèle (Beck et Arnold, 1977).

CHAPITRE VI

ANALYSE ET DISCUSSION DES RÉSULTATS

6.1 GÉNÉRALITÉS

Dans les chapitres II et III, le comportement mécanique des roches dures en laboratoire et les différents modèles existant pour reproduire ce comportement ont été présentés. Au chapitre IV on s'est attardé au modèle basé sur les composantes fondamentales du comportement proposé par Corthésy et al. (1993) auquel des modifications ont été incorporées afin de pouvoir déterminer le tenseur de déformation, ou de contraintes, en trois dimensions. À la fin du chapitre IV la procédure expérimentale qui permet la détermination des paramètres requis par le modèle est montrée. Par la suite, au chapitre V, les roches testées sont présentées, la procédure expérimentale de conduite des essais est décrite et une procédure permettant d'évaluer la qualité des paramètres estimés est présentée.

Dans le présent chapitre l'analyse et la vérification expérimentale du modèle seront faites à la lumière des éléments discutés aux chapitres précédents. Les essais hydrostatiques et non-hydrostatiques réalisés sur les échantillons des 3 roches testées seront utilisés pour déterminer les paramètres qui constituent les fonctions de variation de forme et de volume requis par le modèle, ensuite ces fonctions seront utilisées pour simuler le comportement de chaque éprouvette de roche soumise à un essai non-hydrostatique, dont le cheminement de contraintes diffère de celui utilisé pour déterminer les paramètres. Dans ce processus, certaines caractéristiques propres aux matériaux anisotropes seront aussi discutées.

Finalement, il faut remarquer que contrairement aux granites Barre et Gris le plan d'isotropie du granite Rose est défini comme étant le plan normal à l'axe Y. Cela

implique que les équations présentées dans le chapitre IV ont été réécrites en fonction d'un plan d'isotropie défini par les axes *XZ*.

6.2 LES CARACTÉRISTIQUES ANISOTROPES ET NON LINÉAIRES DES GRANITES TESTÉS

Les figures 6.1 à 6.3 présentent les résultats bruts des essais de compression hydrostatiques réalisés respectivement sur les granites Barre, Gris et Rose. Ces essais correspondent aux premiers essais réalisés sur chaque éprouvette de roche, c'est-à-dire les essais nommés INI.

On peut observer à partir des figures 6.1 à 6.3 que les trois granites présentent un comportement anisotrope élastique non linéaire typique des roches dures qui possèdent un réseau de micro-fissures ouvertes, tel que décrit par Douglass et Voight (1969) pour le granite Barre et Martin et Christiansson (1991a-b) pour les granites Rose et Gris.

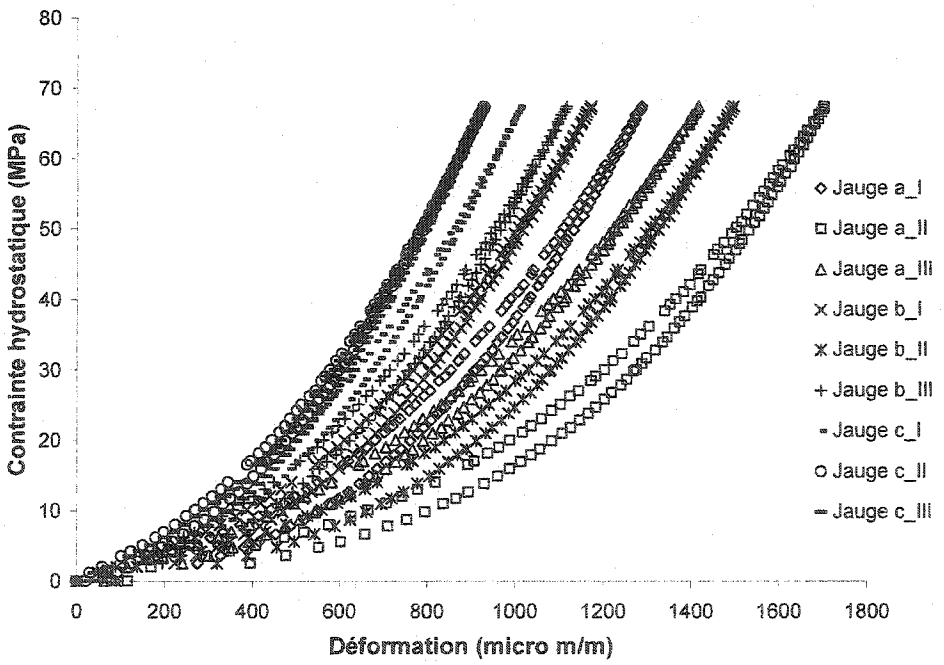


Figure 6.1 – Données brutes de l'essai hydrostatique réalisé sur le granite Barre. Essai HGB_INI.

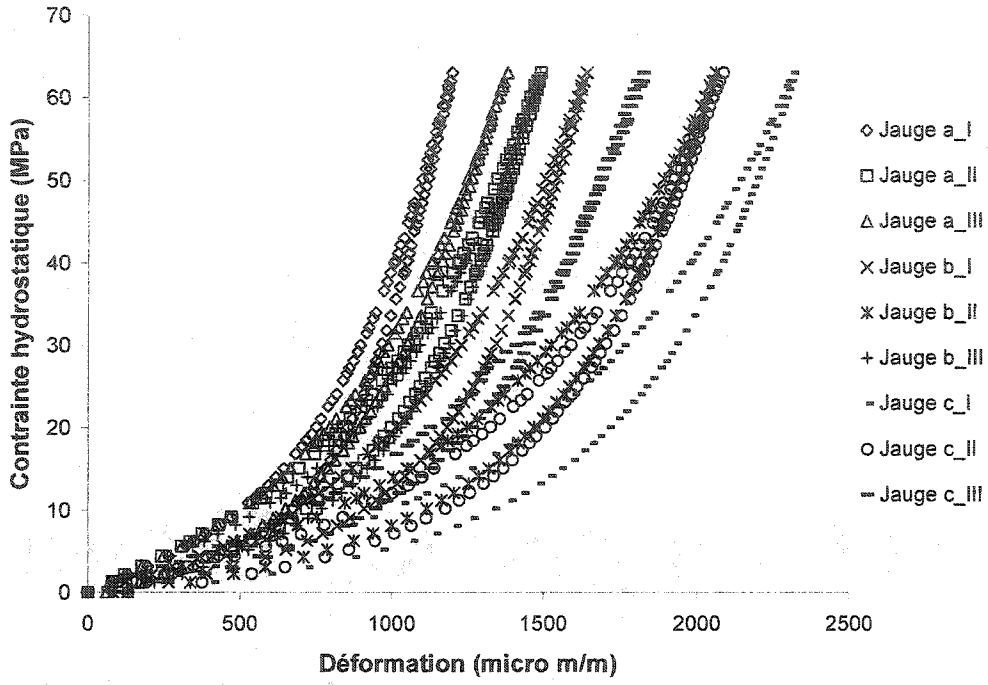


Figure 6.2 – Données brutes de l'essai hydrostatique réalisé sur le granite Gris. Essai HGG_INI.

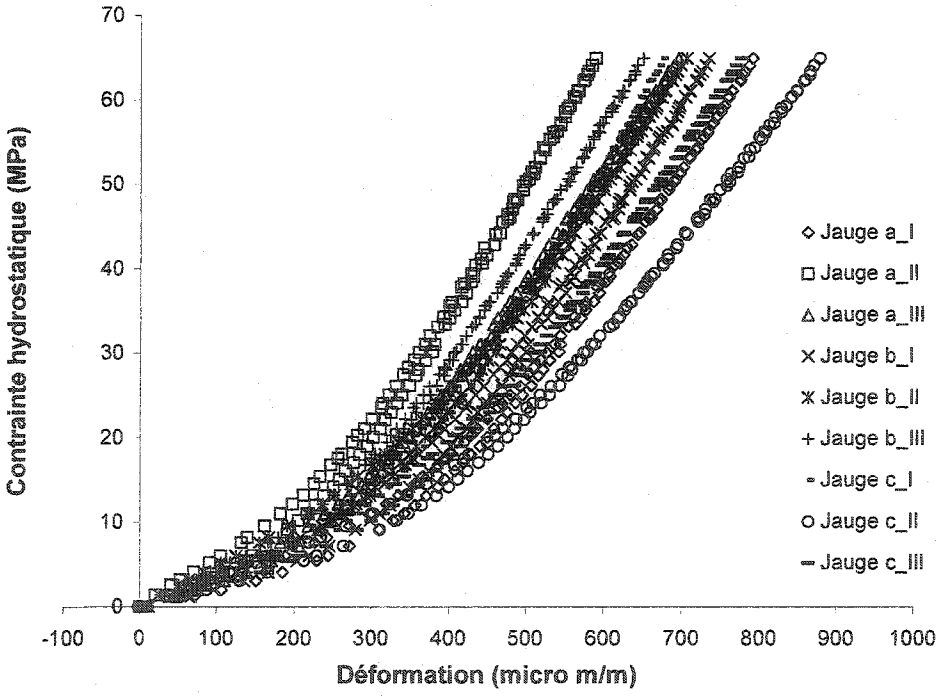


Figure 6.3 – Données brutes de l'essai hydrostatique réalisé sur le granite Rose. Essai HGR_INI.

La figure 6.4 présente la courbe contrainte hydrostatique versus déformation volumique pour les trois granites étudiés. On peut observer à partir de cette figure que le granite Gris présent un comportement non linéaire beaucoup plus prononcé que le granite Rose et le granite Barre. Ce caractère non linéaire concorde avec les observations faites par Martin et Christiansson (1991a-b) en ce qui concerne les granites Gris et Rose.

De plus, il est intéressant de remarquer que plus le comportement est non linéaire, plus l'hystérésis et les déformations non récupérées associées sont importantes. Cette caractéristique s'explique par le fait que plus le comportement est non linéaire, plus grande est la quantité de micro-fissures par volume unitaire de roche et par conséquent, plus grande sera la perte d'énergie du système dû au frottement entre les faces des micro-fissures lors d'une décharge.

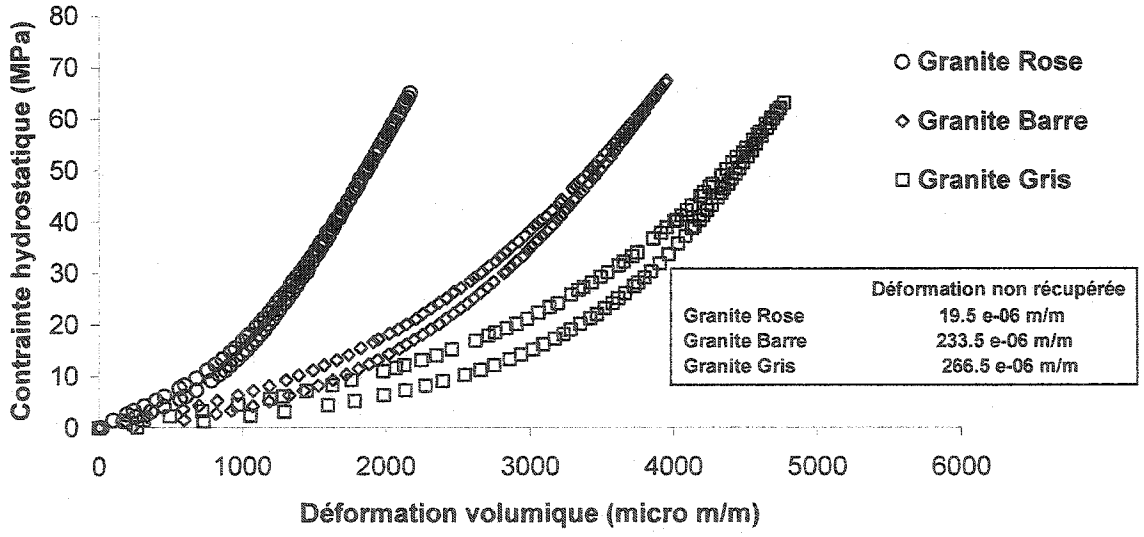


Figure 6.4 – Courbe contrainte hydrostatique versus déformation volumique.

6.2.1 LA NON-LINÉARITÉ

Afin de caractériser le degré de non-linéarité des différents granites testés, on propose ici l'utilisation de la porosité due aux micro-fissures η_c, telle que définie par Walsh (1965a), puisque dans le cas des roches dures le comportement non linéaire, et anisotrope, est dû exclusivement à la fermeture des micro-fissures. Cette propriété indice sans dimension peut être calculée graphiquement à partir de la courbe contrainte hydrostatique versus déformation volumique (Walsh 1965a) où l'intercepte sur l'axe de la déformation volumique de la prolongation de la portion linéaire de la courbe contrainte versus déformation est égale à η_c (figures 3.5 et 6.5).

Néanmoins, pour avoir une mesure précise de la porosité η_c il faut que la pente de la portion linéaire de la courbe contrainte hydrostatique–déformation volumique soit la même que celle d'une éprouvette non micro-fissurée, car autrement la valeur mesurée de η_c ne représentera qu'une partie de la porosité due aux micro-fissures. Selon Walsh (1965a) ceci peut être vérifié en se réalisant un essai hydrostatique sur l'éprouvette non imperméabilisée.

Cependant, le fait que la portion linéaire de la courbe contrainte hydrostatique versus déformation volumique ne soit pas tout à fait égale au module de compressibilité volumique intrinsèque de la roche ne pose pas un problème dans la présente étude, puisque cette propriété indice sera utilisée uniquement à titre comparatif entre les différents granites testés aux mêmes niveaux de contraintes.

Le tableau 6.1 présente les valeurs calculées de η_c pour les trois granites étudiés. À titre comparatif, y sont aussi présentées les valeurs de η_c mesurées par Brace (1965a) pour les granites Stone Mountain et Westerly. Il faut remarquer que $\eta_c = 0$ caractérise une roche linéaire (porosité due aux micro-fissures zéro) tandis que $\eta_c > 0$ caractérise un comportement d'autant plus non linéaire que η_c s'éloigne de zéro.

Les valeurs de la porosité dues aux micro-fissures présentées au tableau 6.1 concordent bien avec les observations expérimentales (figure 6.4) dans le sens que les granites Barre et Gris montrent une non-linéarité plus marquée que le granite Rose. En effe,t leurs porosité dues aux micro-fissures sont respectivement 2,4 et 3,6 fois plus élevées que celle du granite Rose, comme l'illustre bien la figure 6.4.

Tableau 6.1 – Porosité due aux micro-fissures. Les valeurs de η_c des granites Westerly et Stone Mountain proviennent de Brace (1965a).

	η_c
Granite Rose	$8{,}0 \times 10^{-4}$
Granite Barre	$1{,}9 \times 10^{-3}$
Granite Gris	$2{,}9 \times 10^{-3}$
Granite Westerly	$2{,}0 \times 10^{-3}$
Granite Stone Mountain	$3{,}5 \times 10^{-3}$

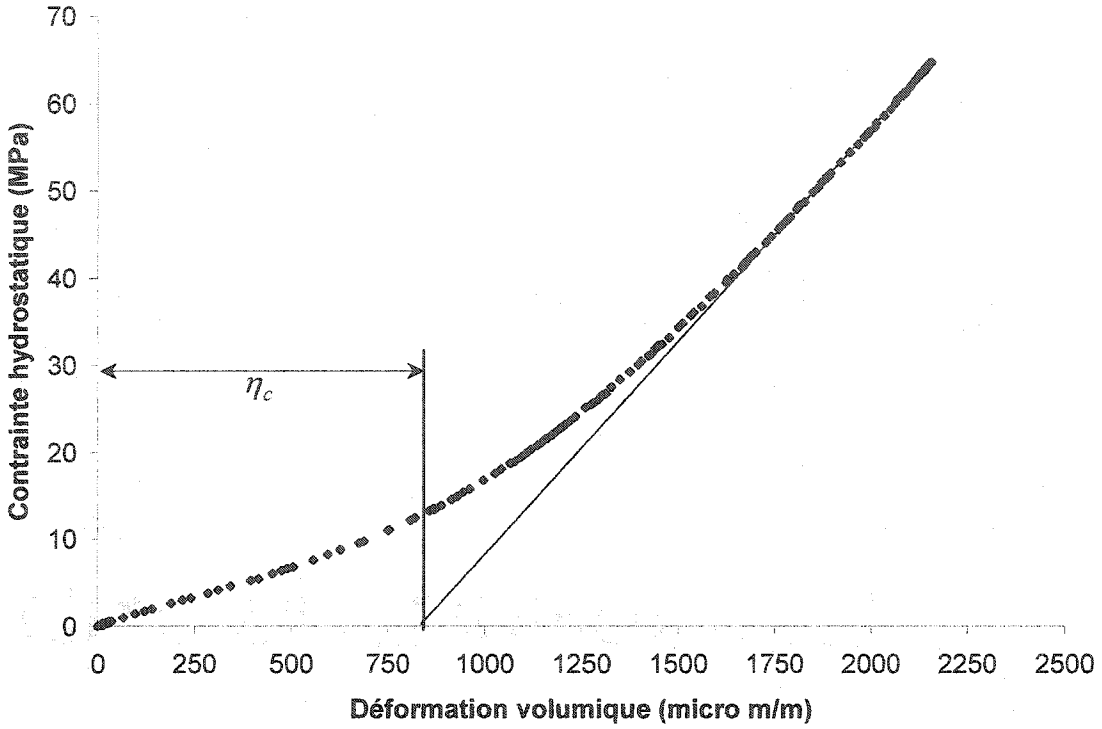


Figure 6.5 – Détermination de la porosité due exclusivement aux micro-fissures, d'après Walsh (1965a). Essai hydrostatique granite Rose.

6.2.2 L'ANISOTROPIE

En ce qui concerne l'orientation des axes d'anisotropie, celle-ci a été déterminée à partir de l'essai de compression hydrostatique, les données étant traitées à l'aide du programme « hydro.m » tel que décrit précédemment dans le chapitre V et présenté à l'annexe II.

Le programme « hydro.m » fournit l'orientation des axes d'anisotropie en termes de cosinus directeurs. Afin de rendre la visualisation dans l'espace tridimensionnel plus facile, la direction (D) et la plongée (P) de chaque axe d'anisotropie ont été calculées à l'aide du système d'équations 6.1 (Gill, 1996). Les résultats sont présentés sous la forme de projection stéréographique aux figures 6.6, 6.10 et 6.14, pour granites Barre,

Gris et Rose respectivement. Les directions Z, X et Y représentent respectivement les directions de déformations principales majeure, intermédiaire et mineure.

$$\cos\alpha = \sin D \cos P \tag{6.1a}$$

$$\cos\beta = \cos D \cos P \tag{6.1b}$$

$$\cos\gamma = \sin P \tag{6.1c}$$

où γ est l'angle associé à l'axe vertical z', β est l'angle associé à l'axe nord x' et α est l'angle associé à l'axe ouest y' (figure 4.3).

Un total de 7 essais hydrostatiques a été réalisé sur chaque éprouvette de roche afin de vérifier si ces dernières ont subit un endommagement lors des essais non hydrostatiques capables de réorienter de façon significative les axes d'anisotropie. De plus, ces essais ont servi pour la détermination des paramètres des roches testées.

6.2.2.1 GRANITE BARRE

On peut observer à partir de la figure 6.6 que l'orientation des axes d'anisotropie du granite Barre reste constante à toute fin pratique, c'est-à-dire que les successions d'essais non hydrostatiques ne semblent pas endommager l'éprouvette de façon significative. Le tableau 6.2 présente l'orientation retenue pour fin d'analyse, soit l'orientation obtenue à partir de l'essai HGB_INI. Les orientations des axes d'anisotropie sur la forme de cosinus directeurs mesurées pour tous les essais de compression hydrostatiques sont présentés à l'annexe III.

Tableau 6.2 – Orientation des axes d'anisotropie des granites Barre, Gris et Rose, obtenues à partir des essais HGB_INI, HGG_INI et HGR_INI.

Granite	Direction (degrés)			Plongée (degrés)		
	X	Y	Z	X	Y	Z
Barre	155,0	256,1	66,3	3,8	71,6	17,9
Gris	220,0	315,9	103,1	13,7	22,6	63,1
Rose	201,9	96,4	47,9	31,7	24,0	336,3

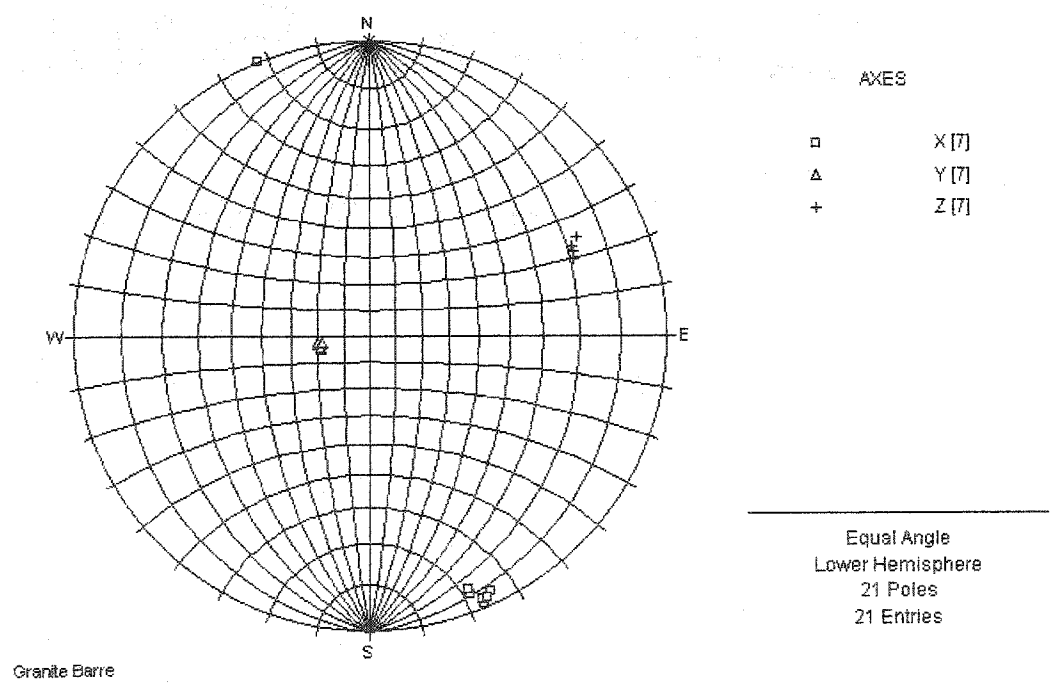


Figure 6.6 – Variation de l'orientation des axes d'anisotropie du Granite Barre.

En ce qui concerne l'anisotropie des roches, cette propriété est généralement quantifiée par le rapport entre le module de Young selon la direction la plus rigide (E^{I}) et la direction la moins rigide (E^{III}) ou, moins souvent, par le rapport R_a entre la différence $E^{I} - E^{III}$ et le module nominal E_n, où $E_n = \sqrt[3]{E^{I} E^{II} E^{III}}$, ceci étant le rayon d'une sphère égale en volume à l'ellipsoïde de déformation d'un corps orthotrope, tel que définit par Douglass et Voight (1969). Néanmoins, il est proposé dans le présent document de quantifier l'anisotropie à partir de l'inverse du module de complaisance linéaire (k), tel que définit par Brace (1965a) et présenté au chapitre II, soit le module de compressibilité linéaire.

L'avantage de l'utilisation du module de compressibilité linéaire par rapport au module de Young réside dans le fait que les modules de compressibilité linéaire selon les trois directions principales de déformation peuvent être déterminés à partir d'un seul échantillon de roche soumis à un champ de contraintes hydrostatique sans aucune hypothèse de base. Cette procédure élimine ainsi les erreurs introduites par l'hétérogénéité inhérente aux géomatériaux. De plus, le module tangent sera utilisé dans la présente section vu que le module sécant, dû à sa définition même, n'est pas capable de bien faire ressortir les caractéristiques du comportement non linéaire.

Le tableau 6.3 résume les valeurs du module de compressibilité linéaire tangent, et les erreurs associées, obtenues selon les trois directions de déformations principales (K_X, K_Y *et* K_Z) pour différents niveaux de contraintes hydrostatiques (σ_{hydro}), ainsi que les valeurs du module de compressibilité volumique tangent (K) et les rapports d'anisotropie respectifs. Les valeurs tangentes des modules de compressibilité volumique et linéaire ont été calculées en s'ajustant l'équation 5.8 (Basque, 2000) aux données expérimentales, et par la suite en calculant la tangente à chaque point de la courbe contrainte-déformation.

Les erreurs présentées au tableau 6.3 correspondent à l'ajustement des données expérimentales à l'équation 5.8, c'est-à-dire à la capacité du modèle de prédire le comportement expérimental. Ces erreurs ont été calculées d'après l'analyse des résidus finaux (éq. 5.11) à l'aide d'une fonction objectif du type moindres carrés tel que décrit au chapitre 5.

On peut observer à partir du tableau 6.3 et de la figure 6.7 que les rapports déterminés à partir des deux méthodes décroissent de façon continue avec l'augmentation du niveau de contraintes hydrostatiques jusqu'aux environs de 30 MPa, fait qui caractérise bien la fermeture des micro-fissures et une conséquente et à première vue logique diminution du rapport d'anisotropie. Ensuite, on peut remarquer que les rapports d'anisotropie subissent une légère augmentation. Cette augmentation ne caractérise pas une réouverture des micro-fissures; au contraire, les micro-fissures continuent à se fermer sauf que sur les plans perpendiculaires aux directions X et Z la fermeture maximale des micro-fissures est atteinte bien avant celles se produisant sur le plan perpendiculaire à la direction Y, tel qu'illustré à la figure 6.8. Ce type de comportement sera encore plus évident lors de l'analyse des données du granite Gris.

Il peut être observé à partir du graphique de la variation du module de compressibilité linéaire en fonction de la contrainte hydrostatique (figure 6.8) que les modules de compressibilité linéaires selon les directions X et Z, soit K^{II} et K^{III}, ont atteint leur valeur intrinsèque de 80 GPa à une contrainte hydrostatique d'environ 40 MPa tandis que $K_Y = K^I$ continue à évoluer vers sa valeur intrinsèque.

Tableau 6.3 – Granite Barre, valeurs de compressibilité linéaire et volumique tangente ainsi que les rapports d'anisotropie mesurés lors de l'essai HGB_INI; $R_a = \left(K^I - K^{III}\right) / \sqrt[3]{K^I K^{II} K^{III}}$.

σ_{hydro} (MPa)	$K^I = K_Y$ (GPa)	$K^{II} = K_X$ (GPa)	$K^{III} = K_Z$ (GPa)	K (GPa)	R_a	K^I / K^{III}
5	47 ± 2	29 ± 1	11,0 ± 0,2	29 ± 1	1,42	4,15
10	54 ± 1	36 ± 1	18,0 ± 0,4	36 ± 1	1,08	2,95
15	62 ± 2	43 ± 3	29 ± 1	45 ± 2	0,80	2,18
20	70 ± 5	49 ± 5	39 ± 5	53 ± 5	0,60	1,79
25	79 ± 3	56 ± 3	51 ± 3	62 ± 3	0,46	1,55
30	88 ± 4	62 ± 1	61 ± 2	70 ± 1	0,39	1,44
35	97 ± 4	67 ± 3	68 ± 1	77 ± 1	0,37	1,42
40	106 ± 7	72 ± 8	73 ± 4	84 ± 6	0,39	1,44
45	114 ± 5	75 ± 8	76 ± 4	89 ± 7	0,43	1,49
50	122 ± 8	79 ± 17	78 ± 7	93 ± 15	0,48	1,56
55	129 ± 6	81 ± 5	79 ± 4	97 ± 5	0,53	1,63
60	137 ± 6	83 ± 3	80 ± 4	100 ± 4	0,59	1,71
65	143 ± 10	84 ± 18	80 ±6	102 ± 16	0,63	1,78

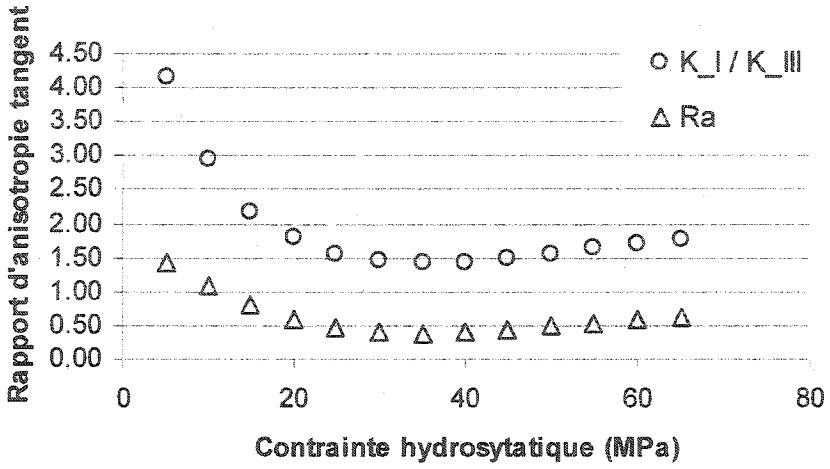


Figure 6.7 – Granite Barre. Variation des rapports d'anisotropie R_a et K^I/K^{III} avec la contrainte hydrostatique.

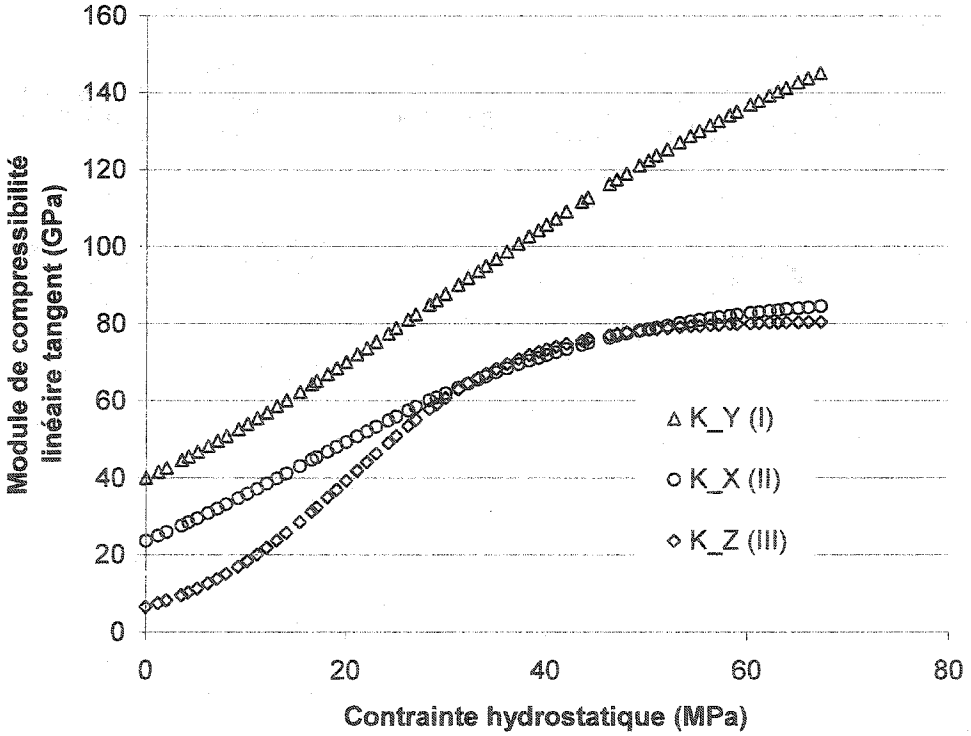


Figure 6.8 – Granite Barre. Évolution des modules de compressibilité linéaire tangent K_X, K_Y *et* K_Z en fonction de la contrainte hydrostatique.

Quant à la symétrie élastique qui caractérise le granite Barre, il peut être observé à partir de la figure 6.9 que cette roche peut être assimilée à un matériau non linéaire orthotrope tel que suggéré par Douglass et Voight (1969). Cependant, pour fins de modélisation le granite Barre sera assimilé à un matériau transversal isotrope non linéaire dont le plan d'isotropie correspond au plan XY. Il faut noter que d'autres types de symétrie élastiques, tel que la symétrie monoclinique (13 constantes) et triclinique (21 constantes) (voir chapitre II) sont théoriquement possibles quoique moins probables.

Il est intéressant de remarquer que pour des niveaux de contraintes hydrostatiques plus élevés que 40 MPa, le module de compressibilité tangent K_X dévient égal à K_Z (figure 6.8). Cela indique que l'anisotropie intrinsèque du granite Barre, c'est-à-dire celle qui correspond à l'anisotropie du corps linéaire ou toutes les micro-fissures ou presque se ferment, correspondrait à la symétrie du type transversale isotrope où le plan de symétrie coïncide avec le plan XZ. Alors, pour des problèmes dont les conditions initiales correspondraient à celles où toutes, ou presque toutes, micro-fissures se ferment, la roche pourrait très bien être assimilée à un matériau au comportement linéaire transversal isotrope dont le plan d'isotropie correspond au plan XZ.

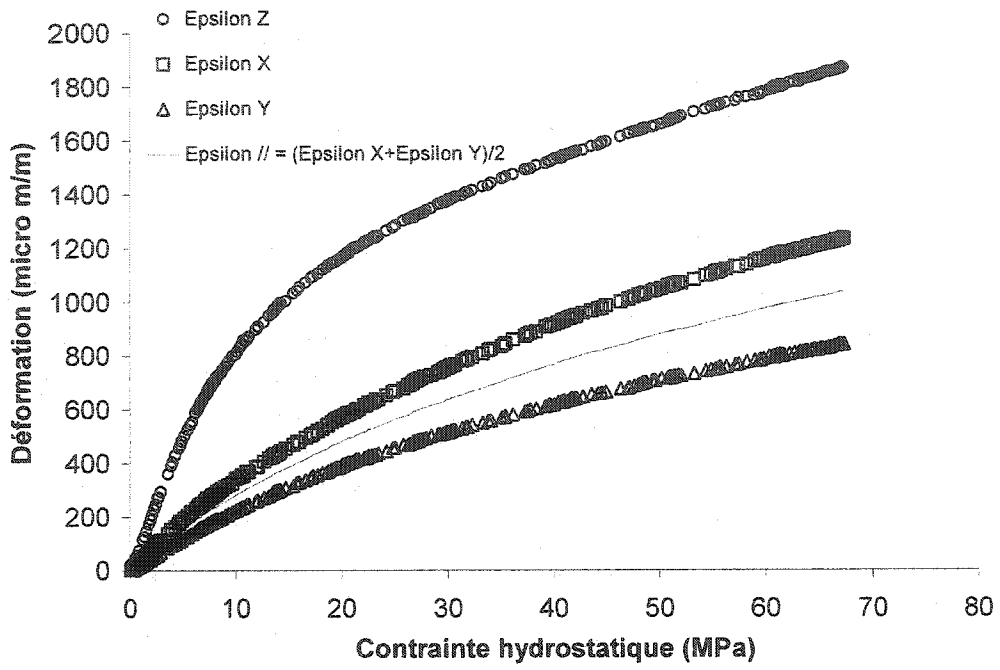


Figure 6.9 – Déformations principales majeure, mineure et intermédiaire mesurées lors de l'essai de compression hydrostatique HGB_INI réalisé sur le granite Barre. La ligne noire représente la déformation moyenne sur le plan *XY*.

6.2.2.2 GRANITE GRIS

Le granite Gris présente une dispersion un peu plus prononcée que celle présentée par le granite Barre (figure 6.6) en ce qui concerne l'orientation des axes d'anisotropie (figure 6.10). En observant la figure 6.10 plus en détail cependant, on remarque que l'axe Z reste fixe tandis que les axes X et Y varient d'un essai hydrostatique à l'autre. Ce comportement est typique d'une anisotropie du type transversale isotrope où le plan d'isotropie correspond au plan XY.

Le graphique contrainte hydrostatique versus les déformations principales, figure 6.11, renforce l'hypothèse concernant le type d'anisotropie. Il est clair alors que le comportement du granite Gris pourrait être assimilé à celui d'un matériau non linéaire

transversal isotrope tel que suggéré par Martin et Christiansson (1991a). Cependant, il est intéressant de noter que la symétrie à des niveaux de contraintes élevés tend vers une anisotropie du type orthotrope comme l'illustre bien la figure 6.12.

Le tableau 6.2 présente l'orientation des axes d'anisotropie retenue pour fin d'analyses, soit l'orientation obtenue à partir de l'essai HGG_INI. Les orientations des axes d'anisotropie sous la forme de cosinus directeurs mesurées pour tous les essais de compression hydrostatique sont présentés à l'annexe III.

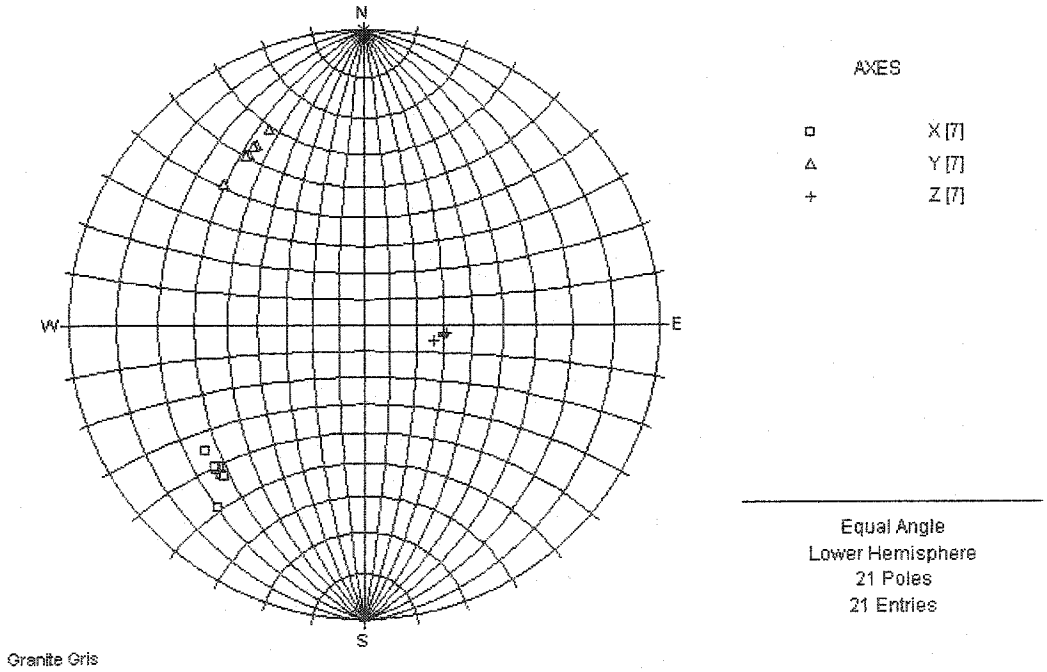


Figure 6.10 – Variation de l'orientation des axes d'anisotropie du Granite Gris.

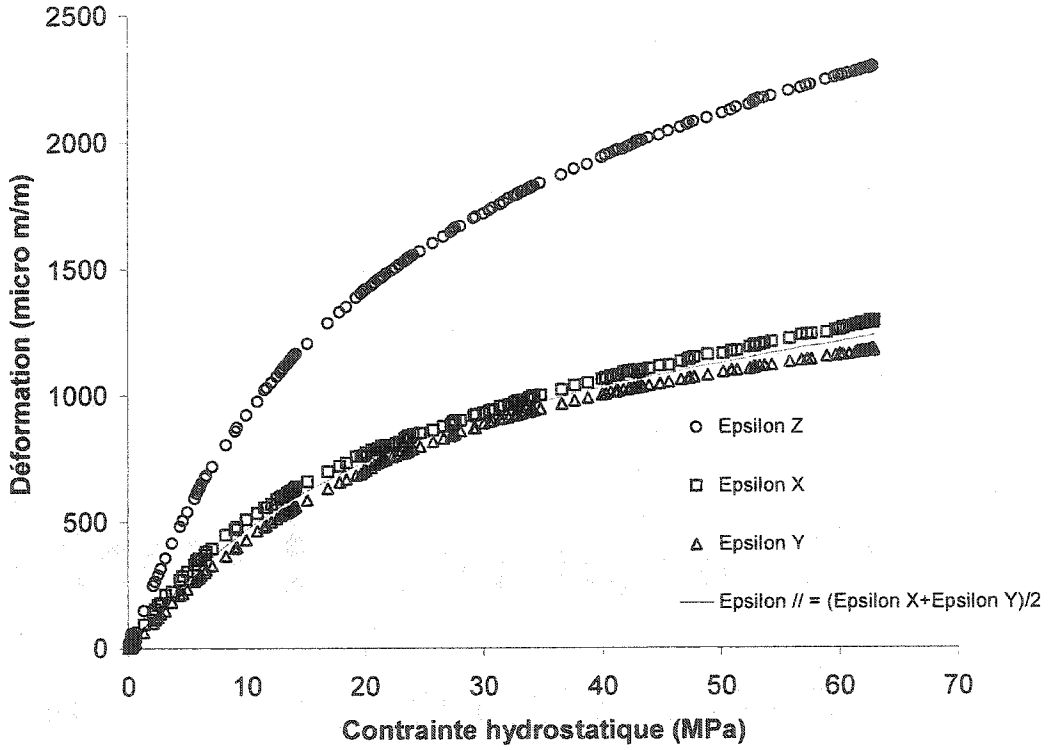


Figure 6.11 – Déformations principales majeure, mineure et intermédiaire mesurées lors de l'essai de compression hydrostatique HGG_INI réalisé sur le granite Gris. La ligne noire représente la déformation moyenne sur le plan XY.

Tableau 6.4 – Granite Gris, valeurs de compressibilité linéaire et volumique tangente ainsi que les rapports d'anisotropie mesurés lors de l'essai HGG_INI; $R_a = \left(K^I - K^{III}\right) / \sqrt[3]{K^I K^{II} K^{III}}$.

σ_{hydro} (MPa)	$K^I = K_Y$ (GPa)	$K^{II} = K_X$ (GPa)	$K^{III} = K_Z$ (GPa)	K (GPa)	R_a	K^I / K^{III}
5	16,9 ± 0.2	20,5 ± 0,3	10,7 ± 0,1	16,0 ± 0,2	0,40	1,58
10	23,8 ± 0,3	29,0 ± 0,5	14,9 ± 0,2	22,6 ± 0,3	0,41	1,59
15	33 ± 1	40 ± 1	20,5 ± 0,3	31,1 ± 0,4	0,42	1,62
20	44 ± 2	51 ± 1	26,6 ± 0,6	40,5 ± 0,7	0,44	1,65
25	59 ± 1	64 ± 3	35 ± 1	53 ± 2	0,48	1,70
30	71 ± 4	73 ± 3	41 ± 1	62 ± 2	0,51	1,74
35	85 ± 5	81 ± 5	47 ± 2	71 ± 1	0,55	1,80
40	99 ± 7	88 ± 8	53 ± 3	80 ± 2	0,59	1,86
45	111 ± 6	92 ± 5	58 ± 4	87 ± 2	0,63	1,92
50	122 ± 5	96 ± 4	62 ± 3	93 ± 2	0,67	1,97
55	131 ± 8	98 ± 5	65 ± 3	98 ± 2	0,70	2,02
60	136 ± 9	99 ± 6	66 ± 3	101 ± 2	0,72	2,05

Le tableau 6.4 résume les valeurs du module de compressibilité linéaire tangent (K_i, $i = X, Y, Z$) obtenues selon les trois directions de déformations principales pour différents niveaux de contraintes hydrostatiques, ainsi que les valeurs du module de compressibilité volumique K et les rapports d'anisotropie respectifs. Les modules de

compressibilité linéaires tangents ont été calculés selon la méthode décrite dans la section 6.2.2.1

On peut observer à partir du tableau 6.4 et de la figure 6.13 que les rapports déterminés à partir des deux méthodes augmentent avec l'augmentation du niveau de contraintes hydrostatiques. Comme il a déjà été discuté dans la section précédente, cette augmentation du rapport d'anisotropie avec l'augmentation de la contrainte hydrostatique ne caractérise pas la réouverture de certaines micro-fissures, en réalité ce comportement caractérise uniquement différents taux de fermeture des micro-fissures. De plus, la figure 6.12 et le tableau 6.4 indiquent que la fermeture maximale des micro-fissures est atteinte à environ 60 MPa de contrainte hydrostatique en ce qui concerne K_X et K_Z.

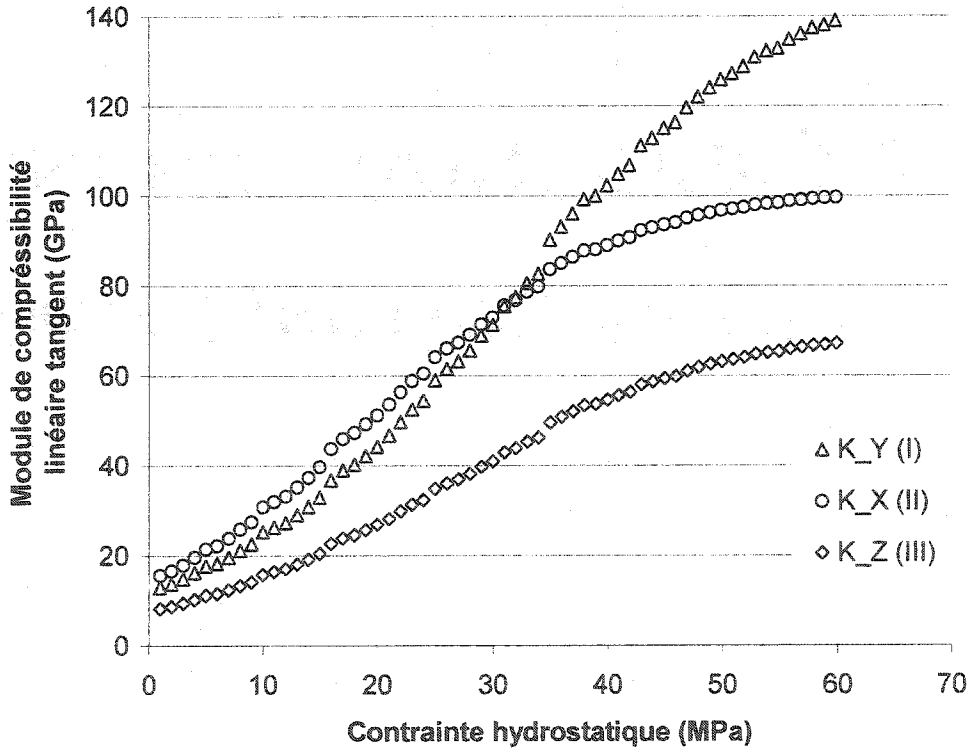


Figure 6.12 – Granite Gris. Évolution des modules de compressibilité linéaire tangent K_X, K_Y *et* K_Z en fonction de la contrainte hydrostatique.

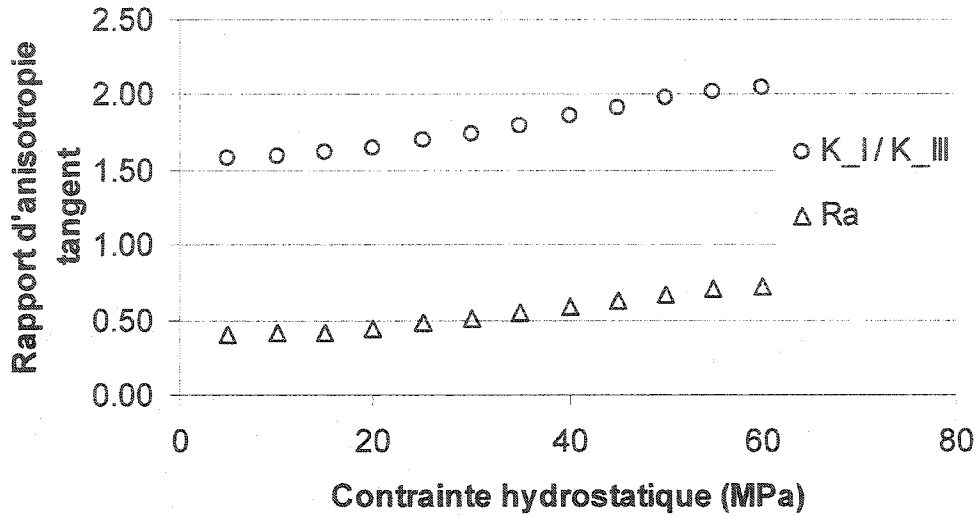


Figure 6.13 – Granite Gris. Variation des rapports d'anisotropie R_a et K^I/K^{III} avec la contrainte hydrostatique.

6.2.2.3 GRANITE ROSE

Le granite Rose semble présenter une dispersion significative et généralisée de l'orientation des axes d'anisotropie, tel qu'illustré par la figure 6.14. Cependant, une observation plus détaillée de cette figure révèle deux concentrations de points distinctes pour chaque axe d'anisotropie. La première renferme 4 points rapprochés qui représentent les essais hydrostatiques HGR_INI, HGR_050, HGR_51 et HGR_12, tandis que la deuxième contient 3 points un peu plus dispersés qui représentent les essais hydrostatiques HGR_24, HGR_46 et HGR_FIN (tableau 5.4). Ceci montre que l'orientation des axes d'anisotropie est restée, à toutes fins pratique, fixe jusqu'à l'essai CHGR_1000 et qu'à partir de l'essai CHGR_2000 l'éprouvette a subit un endommagement progressif, c'est-à-dire qu'à une contrainte uniaxiale de 13,79 MPa les micro-fissures ont commencé à se propager de façon stable et un endommagement de la roche a été ainsi produit.

En effet, une comparaison des graphiques des figures 6.15 et 6.16 permet d'observer que cet endommagement se fait sentir surtout par un changement du comportement du module de compressibilité linéaire K_Y.

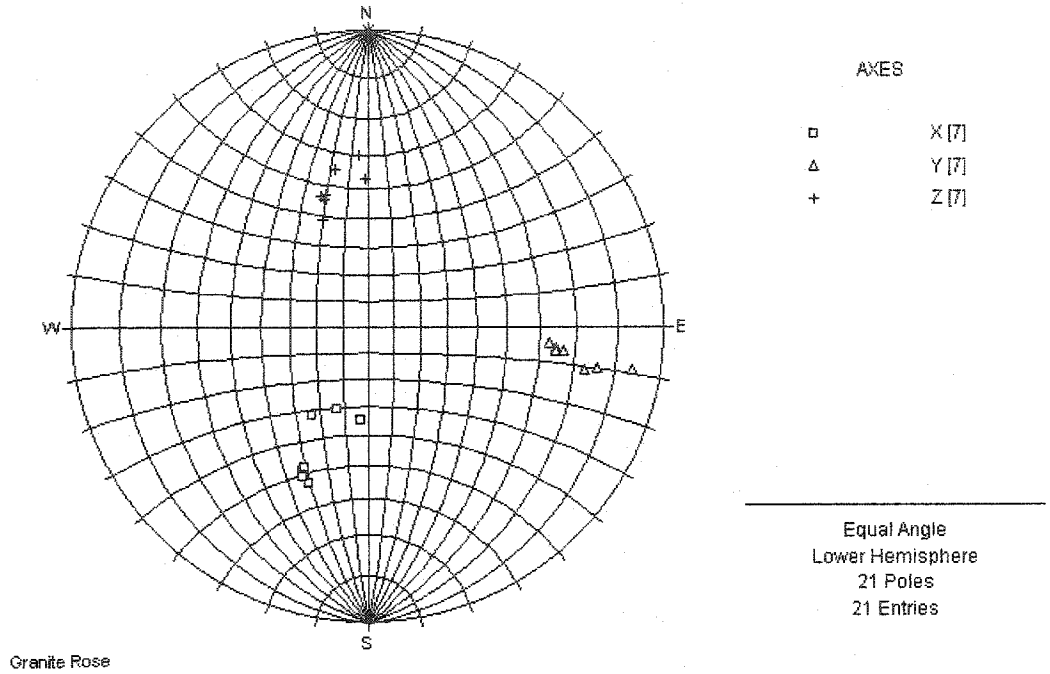


Figure 6.14 – Variation de l'orientation des axes d'anisotropie du Granite Rose.

D'abord, il peut être observé que contrairement à l'essai HGR_INI, où le module de compressibilité linéaire K_Y atteint une valeur stable à la fin de l'essai (figure 6.15 et tableau 6.5), lors de l'essai HGR_46, K_Y il ne se stabilise pas (figure 6.16). Deuxièmement, les valeurs mesurées de K_Y lors de l'essai HGR_46 sont nettement inférieures à celles de l'essai HGR_INI. On peut conclure à partir des deux observations précédentes, que la densité de micro-fissures par unité de volume a augmenté entre les deux essais et que l'endommagement qui a caractérisé cette augmentation s'est produit sur le plan XZ.

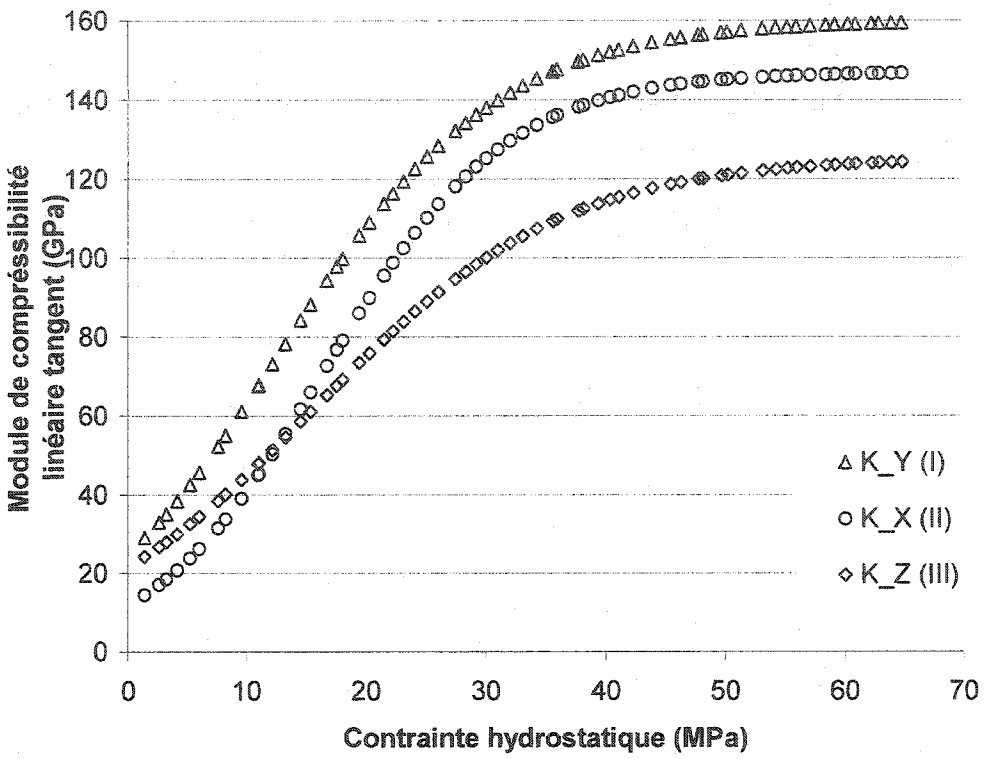


Figure 6.15 – Granite Rose. Évolution des modules de compressibilité linéaire tangent K_X, K_Y *et* K_Z en fonction de la contrainte hydrostatique, essai HGR_INI.

Le tableau 6.2 résume les orientations d'anisotropie retenues pour fin d'analyse en considérant le cas non linéaire transversal isotrope; celles-ci correspondent aux orientations obtenues à partir des essais HGR_INI. Les orientations des axes d'anisotropie sous la forme de cosinus directeurs mesurées pour tous les essais de compression hydrostatiques sont présentés à l'annexe III.

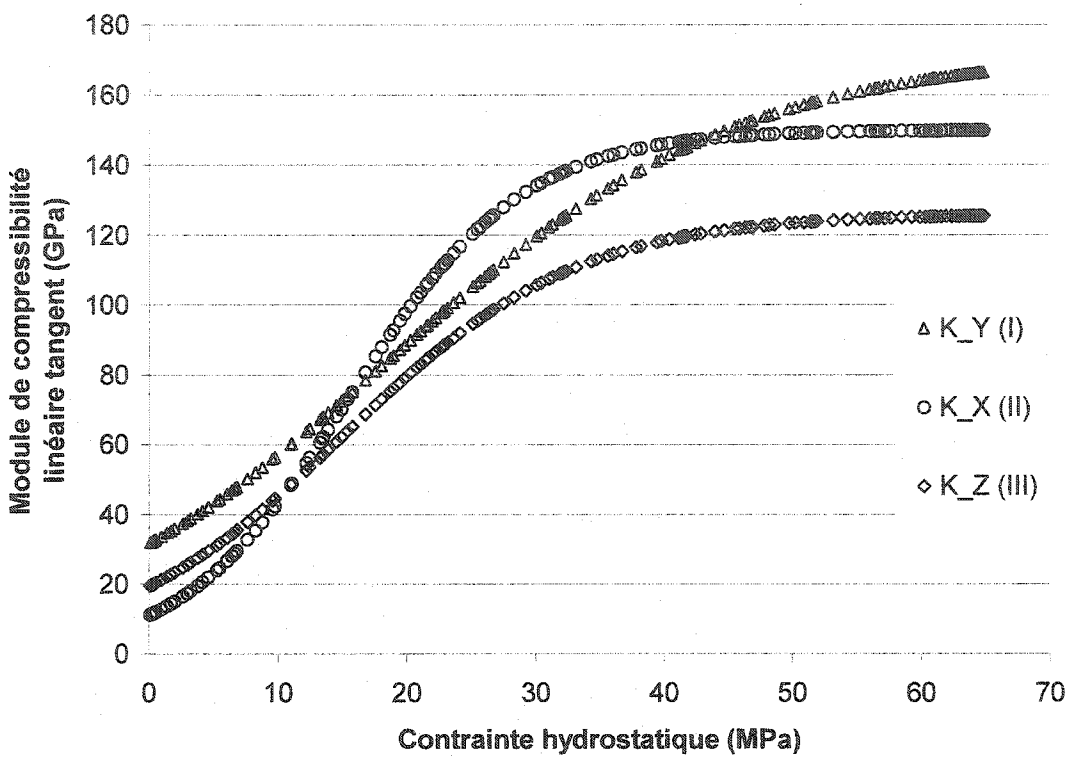


Figure 6.16 – Granite Rose. Évolution des modules de compressibilité linéaire tangent K_X, K_Y *et* K_Z en fonction de la contrainte hydrostatique, essai HGR_46.

En ce qui concerne la symétrie élastique du granite Rose, ont peut observer à partir de la figure 6.17 que cette roche pourrait aussi, de façon moins évidente que le granite Gris (figure 6.11), être assimilée à un matériau au comportement non linéaire transversal isotrope, où le plan d'isotropie correspondrait au plan XZ, soit le plan défini par les déformations principales majeure et intermédiaire. Cependant, il est intéressant de remarquer qu'à l'état de fermeture complet des micro-fissures, c'est-à-dire dans la portion linéaire de la courbe contrainte déformation, les paramètres tangents de la roche caractérisent un corps linéaire transversal isotrope dont le plan d'isotropie correspond au plan XY (figure 6.15).

Un aspect très intéressant à remarquer concerne les orientations qui définissent le plan d'isotropie. On peut observer à partir de la figure 6.17 que le plan d'isotropie est défini

par les directions de déformation principales majeure et intermédiaire, une caractéristique qui, à la connaissance de l'auteur, n'a jamais été reportée dans la littérature. Une explication probable pourrait se trouver dans la forme et la distribution des micro-fissures.

Une distribution préférentielle des micro-fissures sur la forme d'une ellipse aplatie, dont l'un des axes est très court pas rapport aux autres deux, est fort probablement à l'origine de l'anisotropie de type transversale isotrope ordinaire; où l'axe perpendiculaire au plan d'isotropie, soit l'axe court, coïncide avec la direction de déformation principale majeure. Néanmoins, dans le cas d'une anisotropie transversale isotrope comme celle présentée par le granite Rose, les micro-fissures auraient probablement la forme d'une ellipse allongée où deux de ses axes sont très courts par rapport au troisième axe. Le plan d'isotropie serait alors défini par les deux axes courts tandis que la direction de déformation principale mineure (ε_3) coïnciderait avec l'axe allongé de l'ellipse. Une étude approfondie des micro-fissures à l'aide, par exemple, d'un microscope à balayage électronique (SEM – « scanning electron microscope ») serait nécessaire à fin de vérifier cette hypothèse.

Les valeurs du module de compressibilité linéaire tangent $K_i \;\; i = X, Y, Z$, obtenues selon les trois directions de déformations principales pour différents niveaux de contraintes hydrostatiques, ainsi que les valeurs du module de compressibilité volumique tangent K et les rapports respectifs d'anisotropie sont présentées dans le tableau 6.5. On peut observer à partir ce tableau et de la figure 6.18, qu'après une légère hausse, les rapports d'anisotropie présentent un comportement décroissant et la stabilisation se fait à une contrainte hydrostatique d'environ 55 MPa. Les valeurs à ce niveau de contrainte représentent les modules de compressibilité linéaires et volumique tangents de la roche avant l'occurrence de l'endommagement décrit plus tôt dans cette section.

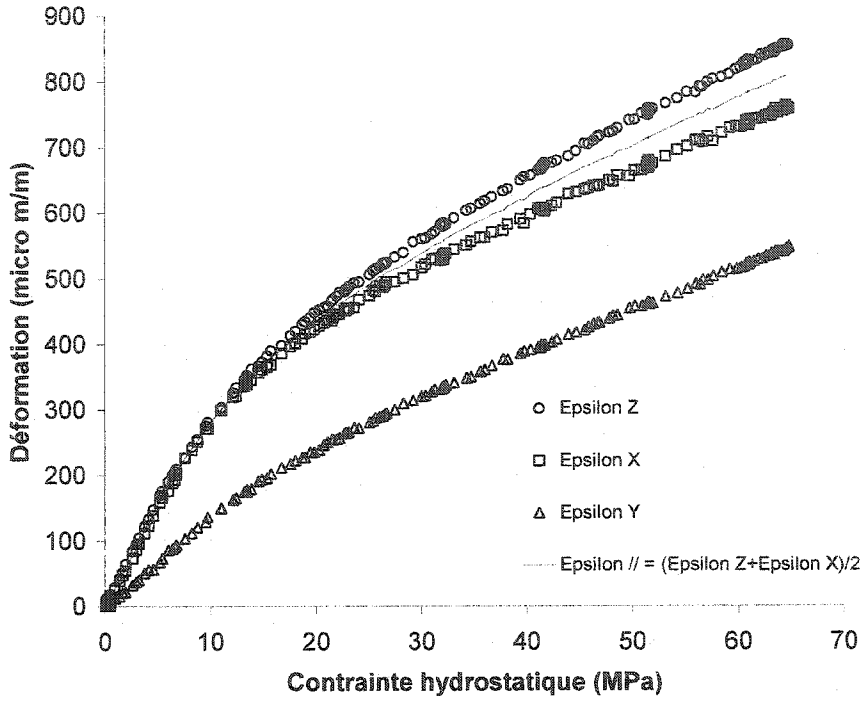


Figure 6.17 – Déformations principales majeure, mineure et intermédiaire mesurées lors de l'essai de compression hydrostatique HGR_INI réalisé sur le granite Rose. La ligne noire représente la déformation moyenne sur le plan XZ.

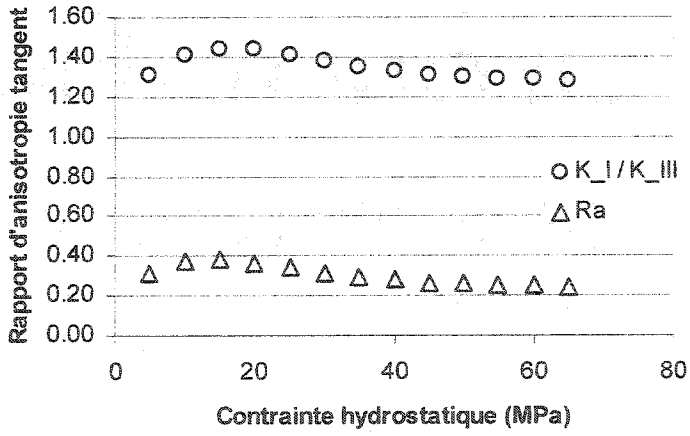


Figure 6.18 – Variation des rapports d'anisotropie R_a et K^I/K_{III} avec la contrainte hydrostatique, granite Rose.

Tableau 6.5 – Granite Rose, valeurs de compressibilité linéaire et volumique tangente ainsi que les rapports d'anisotropie mesurées lors de l'essai HGR_INI; $R_a = \left(K^I - K^{III}\right) / \sqrt[3]{K^I K^{II} K^{III}}$.

σ_{hydro} (MPa)	$K^I = K_Y$ (GPa)	$K^{II} = K_X$ (GPa)	$K^{III} = K_Z$ (GPa)	K (GPa)	R_a	K^I / K^{III}
5	42,5 ± 0.4	23,8 ± 0.2	32,5 ± 0,3	32,9 ± 0,2	0,31	1,31
10	68 ± 1	45,0 ± 0,6	47,8 ± 0,6	53,4 ± 0,6	0,38	1,41
15	88 ± 2	66 ± 1	61 ± 1	72 ± 1	0,38	1,44
20	109 ± 3	90 ± 3	76 ± 1	92 ± 1	0,37	1,44
25	126 ± 3	110 ± 4	89 ± 2	108 ± 2	0,34	1,41
30	138 ± 4	125 ± 7	100 ± 4	121 ± 3	0,32	1,38
35	147 ± 4	136 ± 7	109 ± 2	131 ± 2	0,29	1,35
40	152 ± 4	141 ± 7	115 ± 4	136 ± 2	0,28	1,33
45	155 ± 4	144 ± 8	119 ± 5	139 ± 2	0,27	1,31
50	157 ± 6	145 ± 12	121 ± 7	141 ± 4	0,26	1,30
55	158 ± 5	146 ± 9	123 ± 5	142 ± 2	0,25	1,29
60	159 ± 7	146 ± 12	124 ± 6	143 ± 3	0,25	1,29
65	159 ± 9	147 ± 18	124 ± 13	143 ± 6	0,25	1,28

6.3 LES FONCTIONS DE VARIATION DE FORME ET DE VOLUME DE 1ER ET DE 2ÈME ORDRE

La fonction choisie afin de représenter le comportement non linéaire des variations de forme et de volume de premier et de deuxième ordre est celle suggérée par Basque (2000), tel que décrit au chapitre V.

$$\varepsilon = m\sigma + b\left(1 - e^{a\sigma}\right)^{c} \tag{5.8}$$

où la contrainte σ est la variable indépendante, la déformation ε est la variable dépendante et m, b, a et c sont les paramètres à déterminer.

Puisque cette fonction est non linéaire par rapport aux paramètres (équation 5.9), la détermination des paramètres doit passer nécessairement par des techniques de minimisation itératives. Le code d'optimisation SOLVER inclus dans le chiffrier Microsoft Excel® a été choisi comme technique de minimisation dû aux caractéristiques présentées au chapitre V.

Les orientations des axes d'anisotropie retenue pour l'analyse du cas non linéaire sont celles présentées au tableau 6.2 et l'anisotropie retenue pour l'analyse des toutes les roches testées est celle de type transversal isotrope.

6.3.1 VARIATION DE VOLUME DE 1ER ORDRE

Les variations de volume de premier ordre ont été mesurées à partir des essais hydrostatiques tel que décrit précédemment dans ce document. Les tableaux 6.6 à 6.8 présentent les paramètres des fonctions de complaisance linéaire perpendiculaire et parallèle au plan d'isotropie pour les granites Barre, Gris et Rose, ainsi que les respectives erreurs de détermination. Les figures 6.19 à 6.27 présentent les graphiques des fonctions de complaisance linéaire de 1er ordre perpendiculaire et parallèle au plan

d'isotropie ainsi que la variation de volume de 1er ordre pour les granites Barre, Gris et Rose respectivement.

Tableau 6.6 – Granite Barre. Paramètres des fonctions de complaisance linéaire perpendiculaire et parallèle au plan d'isotropie.

Paramètres	Complaisance linéaire normale au plan d'isotropie	Complaisance linéaire parallèle au plan d'isotropie
m (10^{-6} Pa^{-1})	12,4 ± 0,1	9,1 ± 0,1
b	1 042 ± 4	445 ± 9
a (10^{-6} Pa^{-1})	-0,116 ± 0,001	-0,058 ± 0,002
c	1,08 ± 0,01	1,03 ± 0,01

Tableau 6.7 – Granite Gris. Paramètres des fonctions de complaisance linéaire perpendiculaire et parallèle au plan d'isotropie.

Paramètres	Complaisance linéaire normale au plan d'isotropie	Complaisance linéaire parallèle au plan d'isotropie
m (10^{-6} Pa^{-1})	14,2 ± 0,1	7,1 ± 0,1
b	1 421 ± 8	802 ± 5
a (10^{-6} Pa^{-1})	-0,081 ± 0,001	-0,068 ± 0,001
c	1,016 ± 0,007	0,985 ± 0,005

Tableau 6.8 – Granite Rose. Paramètres des fonctions de complaisance linéaire perpendiculaire et parallèle au plan d'isotropie.

Paramètres	Complaisance linéaire normale au plan d'isotropie	Complaisance linéaire parallèle au plan d'isotropie
m (10^{-6} Pa^{-1})	7,30 ± 0,03	6,25 ± 0,03
b	337 ± 1	141 ± 2
a (10^{-6} Pa^{-1})	-0,106 ±0,001	-0,104 ± 0,003
c	1,17 ± 0,01	1,52 ± 0,04

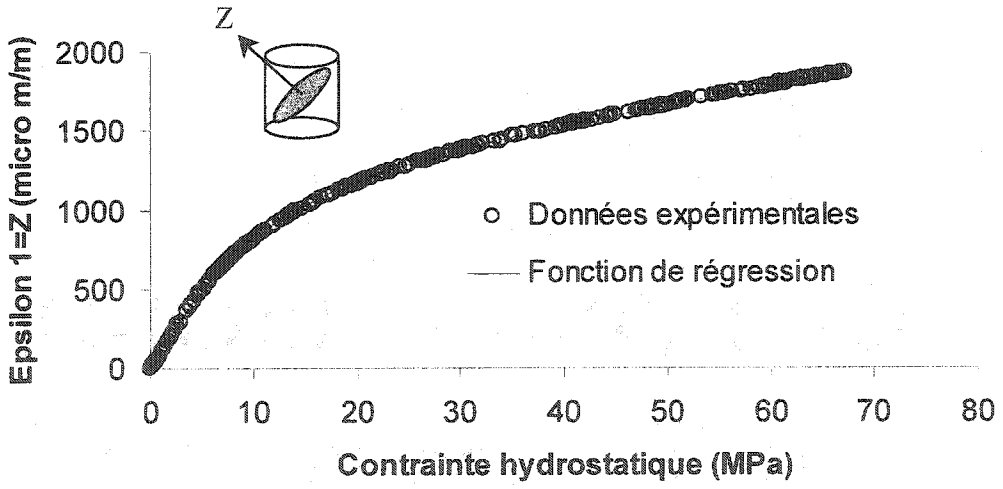


Figure 6.19 – Fonction de complaisance linéaire de 1er ordre perpendiculaire au plan d'isotropie. Granite Barre.

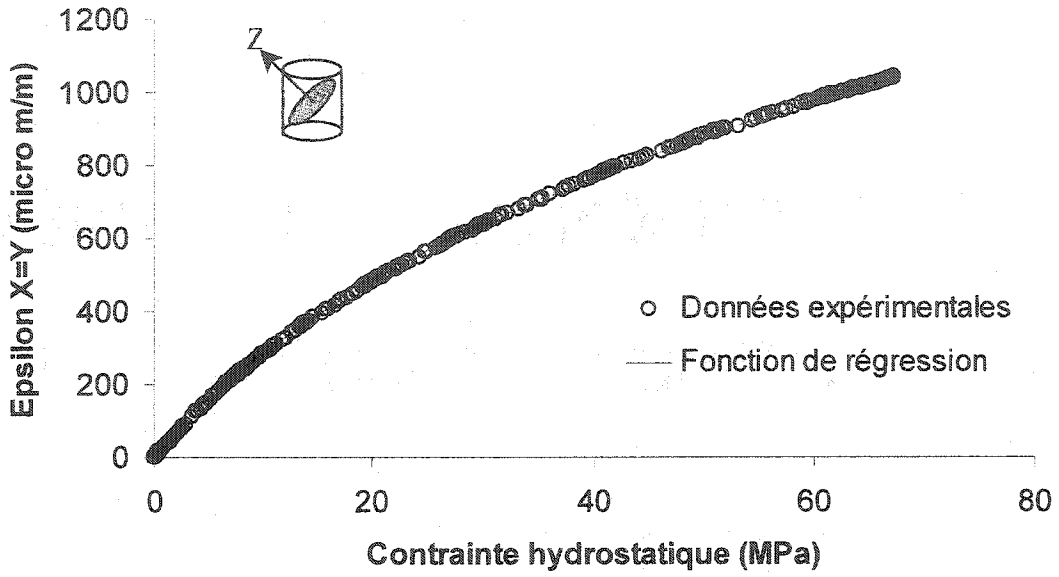


Figure 6.20 – Fonction de complaisance linéaire de 1er ordre parallèle au plan d'isotropie. Granite Barre.

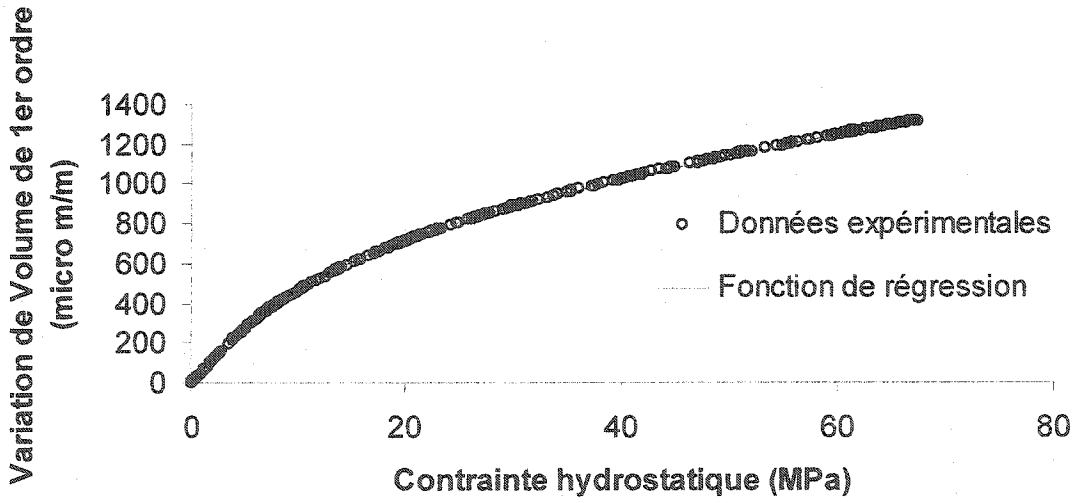


Figure 6.21 – Variation de volume de 1er ordre. Granite Barre.

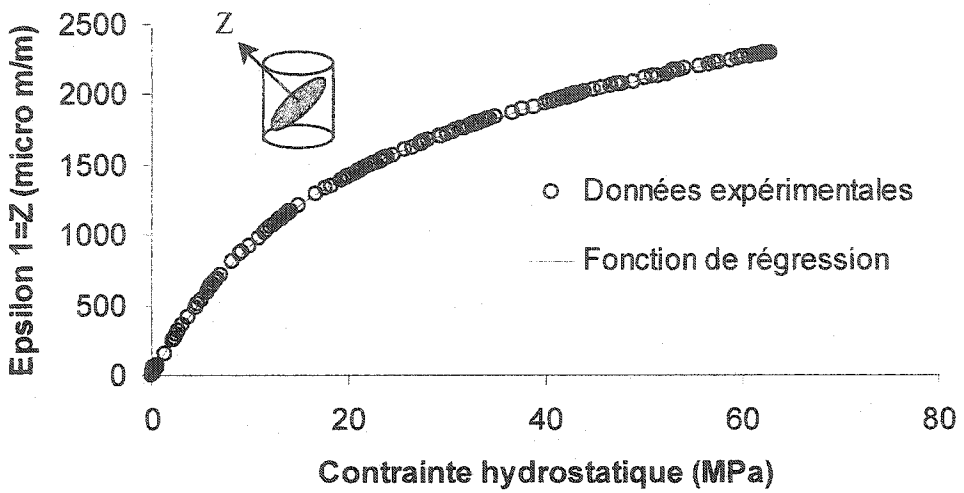


Figure 6.22 – Fonction de complaisance linéaire de 1er ordre perpendiculaire au plan d'isotropie. Granite Gris.

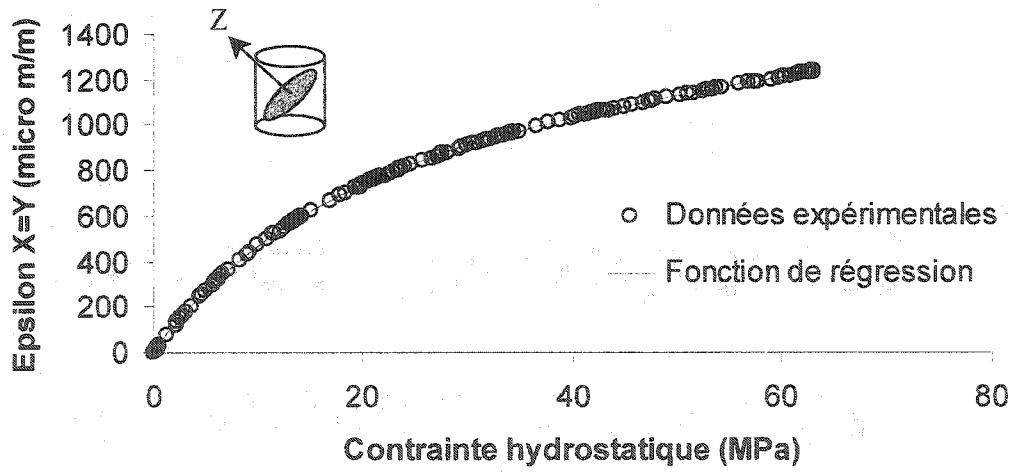


Figure 6.23 – Fonction de complaisance linéaire de 1er ordre parallèle au plan d'isotropie. Granite Gris.

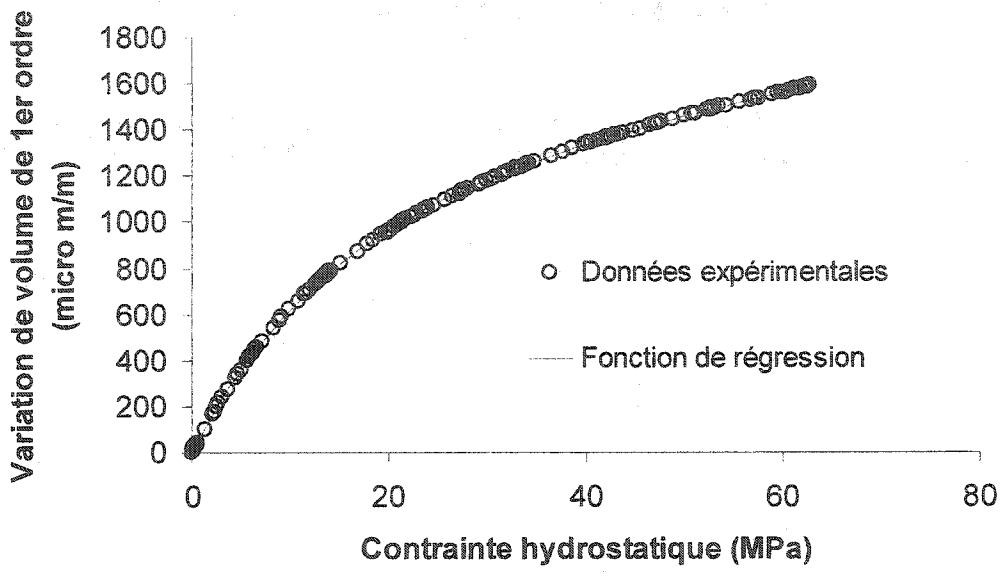


Figure 6.24 – Variation de volume de 1[er] ordre. Granite Gris.

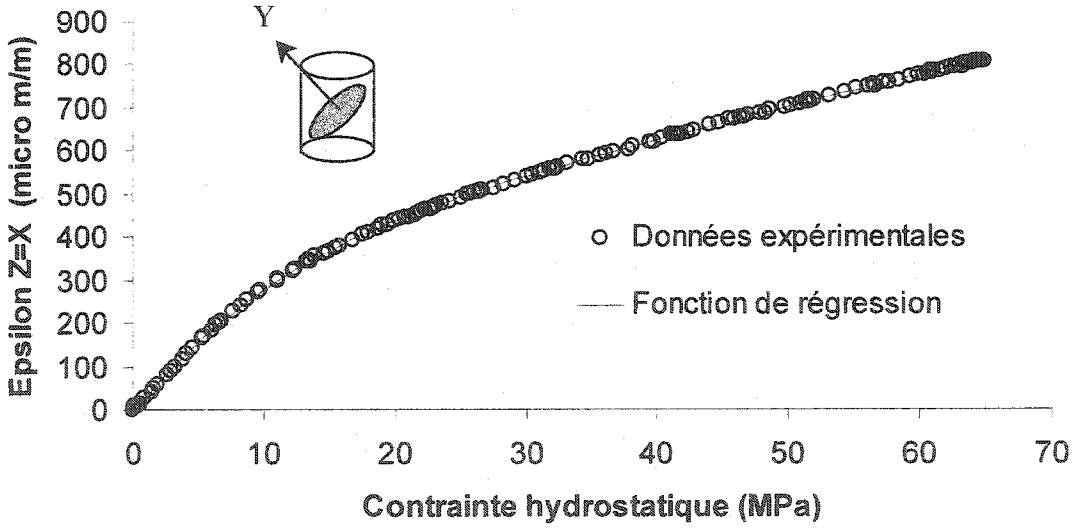


Figure 6.25 – Fonction de complaisance linéaire de 1er ordre parallèle au plan d'isotropie. Granite Rose.

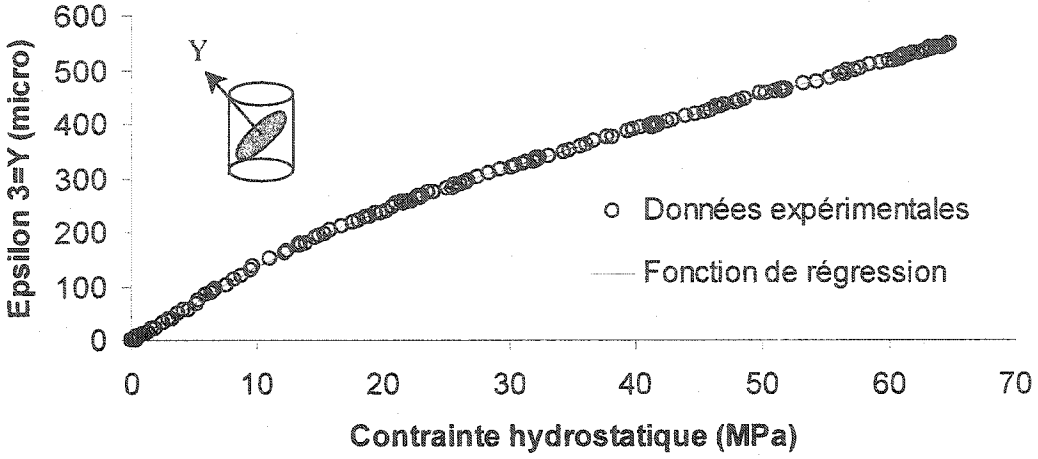


Figure 6.26 – Fonction de complaisance linéaire de 1er ordre perpendiculaire au plan d'isotropie. Granite Rose.

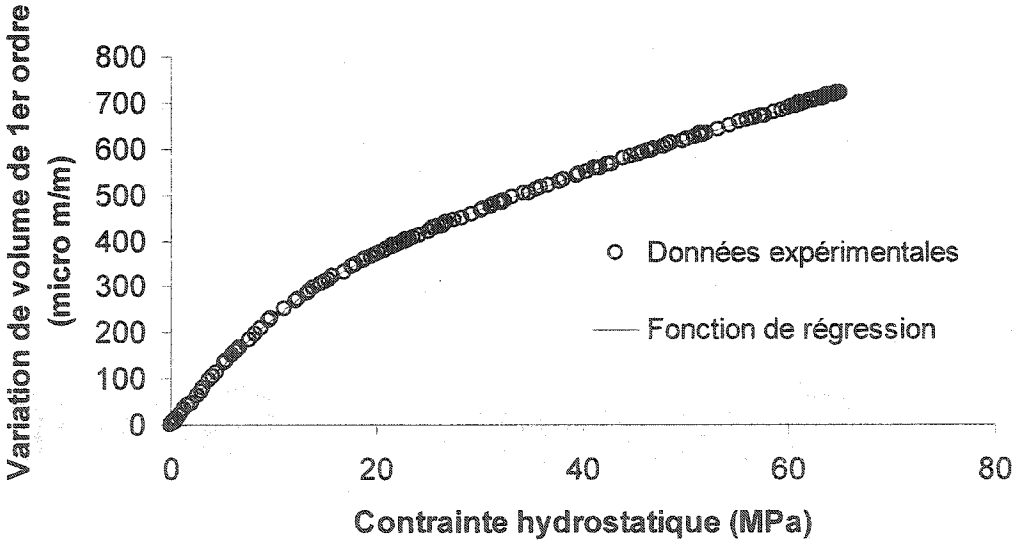


Figure 6.27 – Variation de volume de 1er ordre. Granite Rose.

Les données expérimentales présentées sur figures 6.19 à 6.27 illustrent bien le comportement non linéaire caractérisé par à la fermeture des micro-fissures. En ce qui concerne l'ajustement de la fonction de régression (équation 5.8) aux données expérimentales, il peut être observé qu'il est excellent. Cette fonction décrit très bien le comportement d'une non-linéarité caractérisée par la fermeture des micro-fissures, soit une non-linéarité décroissante qui tend vers un comportement linéaire avec l'augmentation du niveau de contraintes.

6.3.2 VARIATION DE FORME DE 2ÈME ORDRE

Les variations de forme de deuxième ordre mesurées lors des essais de compression hydrostatique, telles que décrites précédemment dans ce document, sont présentées dans les figures 6.28 à 6.33.

Il faut remarquer que les variations de forme de 2ème ordre peuvent être déterminées de forme indirecte à partir des fonctions de complaisance linéaire, alors la détermination des paramètres des fonctions de variation de forme de 2ème ordre en tant que tel n'est pas indispensable à l'utilisation du modèle. Cependant, comme lors de la comparaison du modèle avec les résultats expérimentaux les variations de forme de 2ème ordre ont été déterminées à partir des équations 3.90 et 4.14 les paramètres utilisés ainsi que les erreurs de détermination associées sont présentés dans les tableaux 6.9 à 6.11.

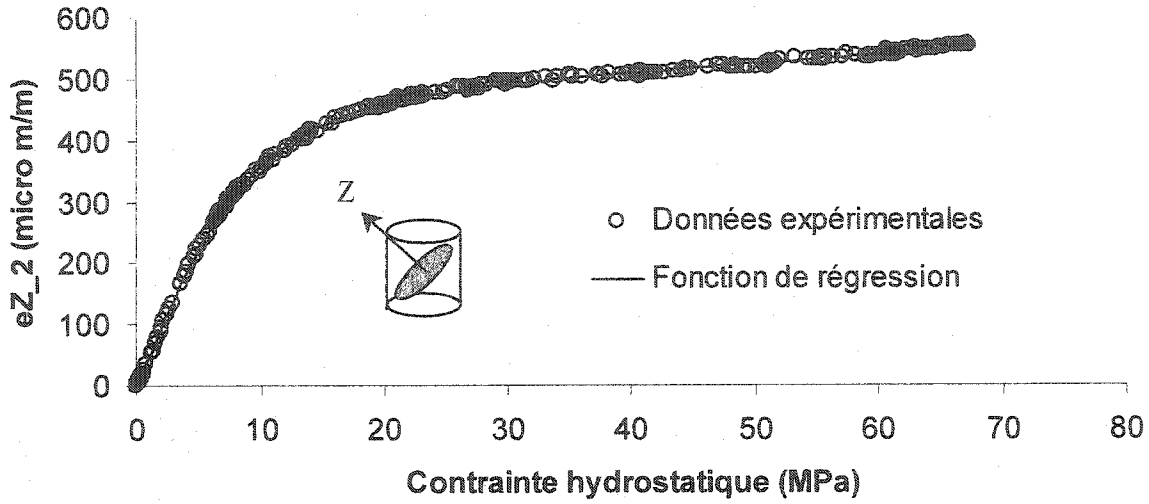


Figure 6.28 – Variation de forme de 2ème ordre perpendiculaire au plan d'isotropie. Granite Barre.

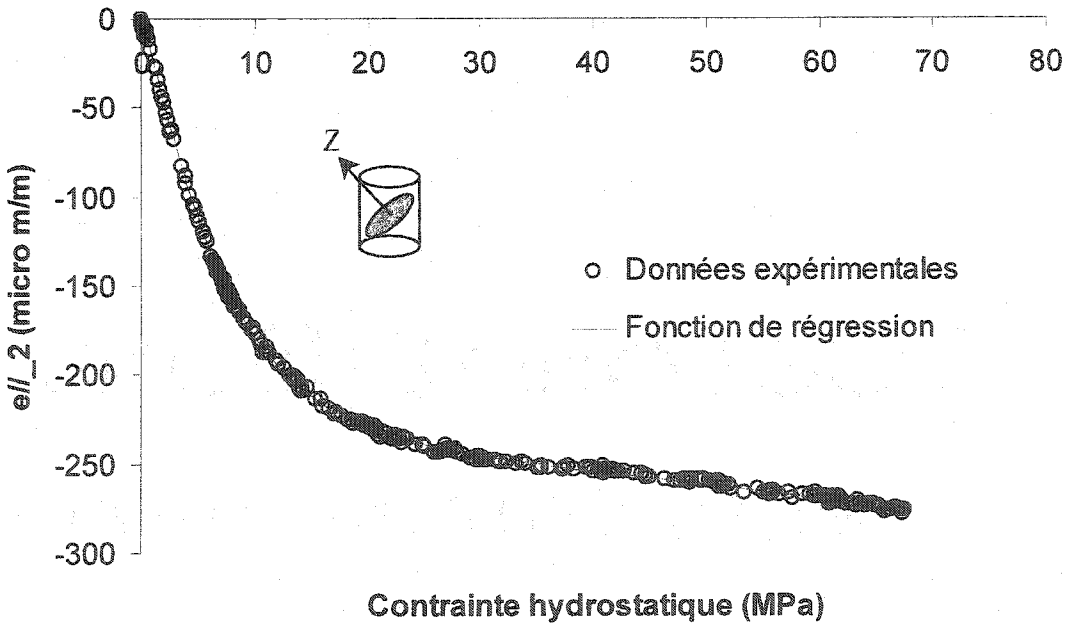


Figure 6.29 – Variation de forme de 2ème ordre sur le plan d'isotropie. Granite Barre.

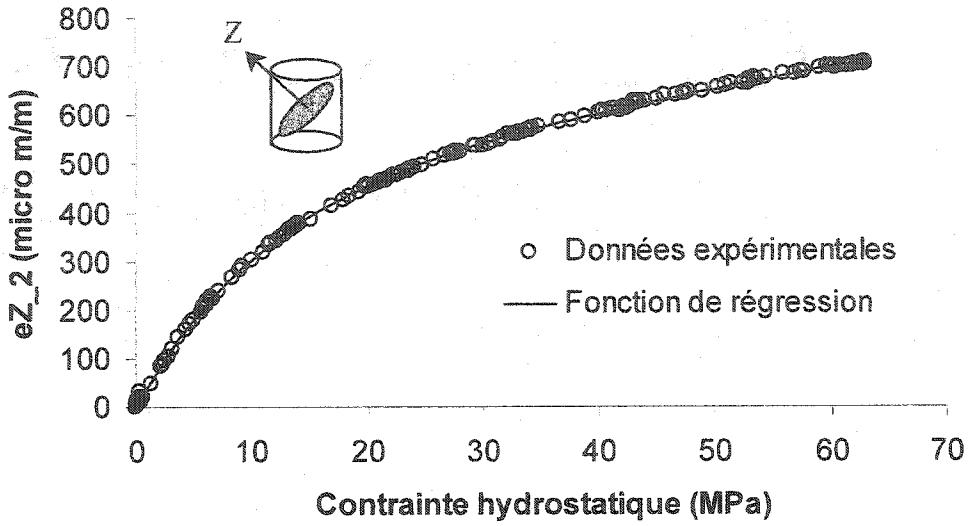


Figure 6.30 – Variation de forme de 2ème ordre perpendiculaire au plan d'isotropie. Granite Gris.

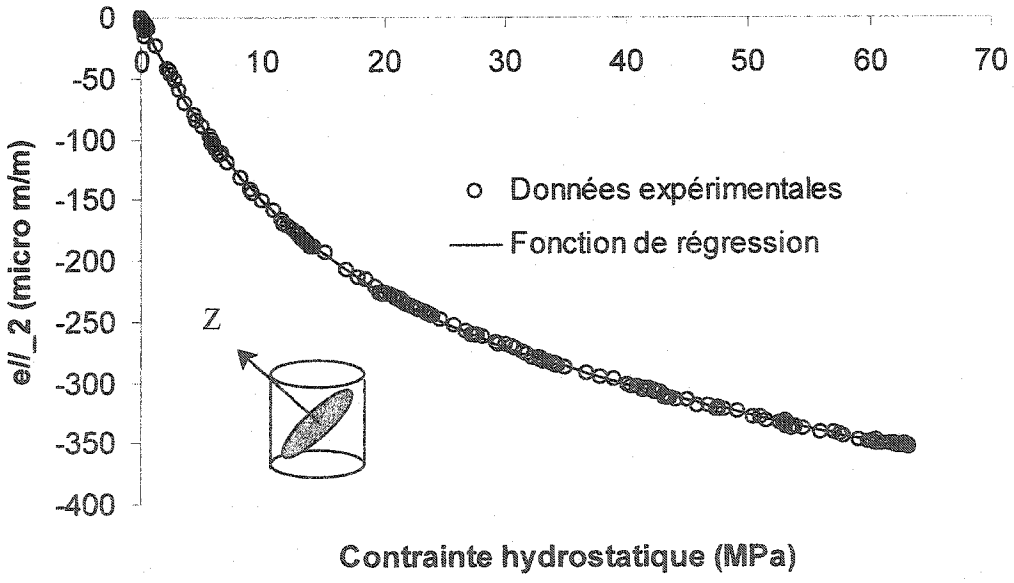


Figure 6.31 – Variation de forme de 2ème ordre sur le plan d'isotropie. Granite Gris.

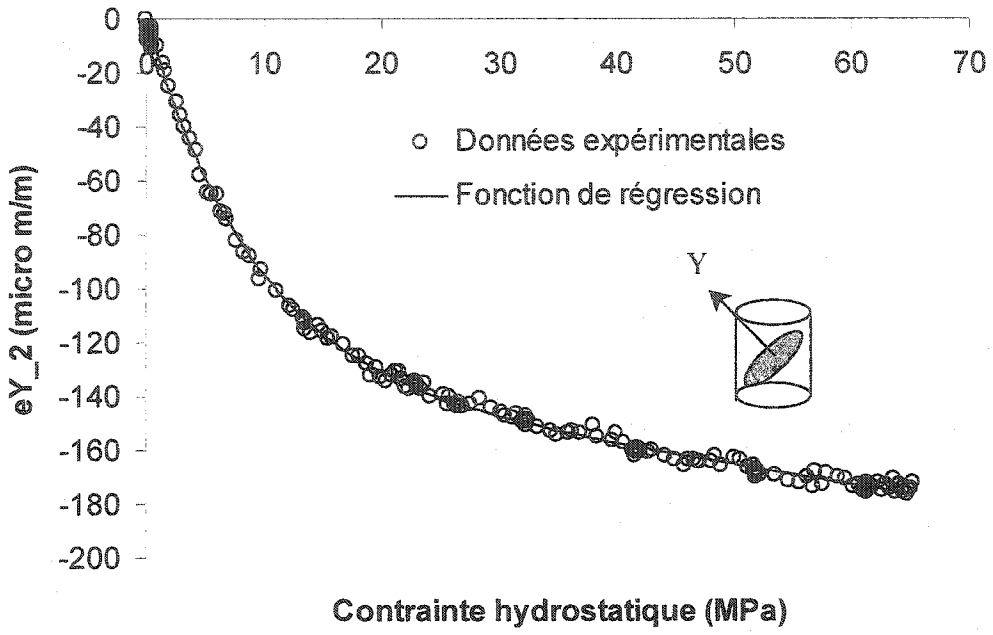


Figure 6.32 – Variation de forme de 2ème ordre perpendiculaire au plan d'isotropie. Granite Rose.

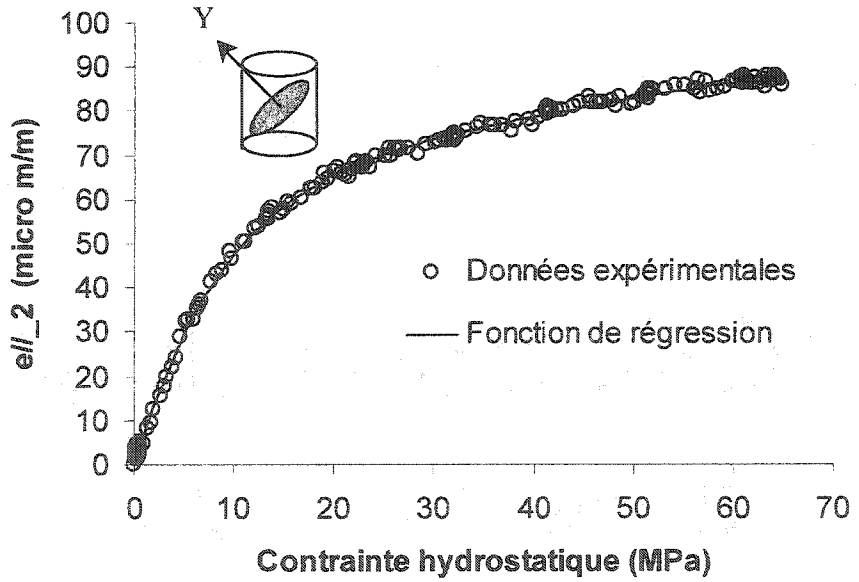


Figure 6.33 – Variation de forme de 2ème ordre sur le plan d'isotropie. Granite Rose.

Tableau 6.9 – Granite Barre. Paramètres des fonctions de variation de forme de 2ème ordre sur le plan d'isotropie et perpendiculaire au plan d'isotropie.

Paramètres	Variation de forme de 2ème ordre perpendiculaire au plan d'isotropie	Variation de forme de 2ème ordre sur le plan d'isotropie
m (10^{-6} Pa^{-1})	1,46 ± 0,02	-0,74 ± 0,01
b	451 ± 1	-225,0 ± 0,5
a (10^{-6} Pa^{-1})	-0,162 ± 0,001	-0,163 ± 0,001
c	1,25 ± 0,01	1,25 ± 0,01

Tableau 6.10 – Granite Gris. Paramètres des fonctions de variation de forme de 2ème ordre sur le plan d'isotropie et perpendiculaire au plan d'isotropie.

Paramètres	Variation de forme de 2ème ordre perpendiculaire au plan d'isotropie	Variation de forme de 2ème ordre sur le plan d'isotropie
m (10^{-6} Pa^{-1})	4,3 ± 0,1	-2,06 ± 0,03
b	443 ± 4	-227 ± 2
a (10^{-6} Pa^{-1})	-0,090 ± 0,002	-0,086 ± 0,002
c	1,02 ± 0,01	0,998 ± 0,012

Tableau 6.11 – Granite Rose. Paramètres des fonctions de variation de forme de 2ème ordre sur le plan d'isotropie et perpendiculaire au plan d'isotropie.

Paramètres	Variation de forme de 2ème ordre perpendiculaire au plan d'isotropie	Variation de forme de 2ème ordre sur le plan d'isotropie
m (10^{-6} Pa^{-1})	-0,70 ± 0,02	0,36 ± 0,01
b	-131 ± 1	65,0 ± 0,6
a (10^{-6} Pa^{-1})	-0,114 ± 0,003	-0,116 ± 0,003
c	1,03 ± 0,02	1,04 ± 0,02

Tel que pour la variation de volume de 1er ordre, les données expérimentales présentées sur figures 6.28 à 6.33 illustrent bien le comportement non linéaire caractérisé par à la fermeture des micro-fissures. En ce qui concerne l'ajustement de la fonction de régression aux données expérimentales, il peut être observé qu'il est excellent même pour des variations de forme négatives.

6.3.3 VARIATION DE VOLUME DE 2ÉME ORDRE

Il a été démontré au chapitre IV, en supposant un état de contrainte triaxial où la contrainte moyenne est égale a zéro ($\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3 \neq 0$), que la variation de volume de deuxième ordre peut être calculée, pour les cas linéaire transversal isotrope, à partir de l'équation 4.17. Alors, en supposant que dans le cas non linéaire transversal isotrope la variation de volume de deuxième ordre reste indépendante de la contrainte moyenne, la

variation de volume deuxième ordre peut être exprimée en termes des fonctions de complaisance linéaires perpendiculaire et parallèle au plan d'isotropie (équation 4.18).

Il faut remarquer cependant qu'un tel état triaxial ne peut être obtenu que lorsque les trois contraintes principales sont contrôlées de façon indépendante. Néanmoins, la comparaison entre la variation de volume totale mesurée et la variation de volume totale calculée à partir de la somme de la variation de volume de 1er ordre (équation 4.8) et la variation de volume de 2ème ordre (équation 4.18) permet de vérifier de façon indirecte la validité de l'hypothèse de base présentée dans le paragraphe précédent.

Il faut noter que l'analyse de la qualité des paramètres déterminés à partir de l'analyse de résidus, tel que décrite au chapitre V, n'est plus pertinente puisque dans le cas de la variation de volume de 2ème ordre les erreurs systématiques de modélisation (b_m ; équation 5.10) sont inconnues.

Les figures 6.34 à 6.36 mettent en évidence certaines caractéristiques de la variation de volume de 2ème ordre telle que calculée à partir de l'équation 4.18. La caractéristique la plus remarquable est la tendance vers une valeur nulle de la variation de volume de 2ème ordre avec une augmentation de la contrainte de confinement. Ce comportement caractérise la fermeture des micro-fissures avec une augmentation de la contrainte moyenne et une conséquente diminution du caractère anisotrope de la roche, tel que décrit pour la variation de volume de 1er ordre. Il ne faut pas oublier que l'essai de type T_1 (tableau 5.6) implique l'application d'une contrainte hydrostatique suivie d'une contrainte axiale. Ainsi la contrainte déviatorique vient se superposer à un état de contrainte hydrostatique qui change profondément l'état initial de l'échantillon.

La deuxième caractéristique, est la tendance vers un comportement linéaire avec l'augmentation de la contrainte de confinement (figures 6.34 à 6.36). Ce comportement résulte aussi de la fermeture des micro-fissures avec l'augmentation de la contrainte hydrostatique initialement appliquée. Par ailleurs, on remarque que l'augmentation de la

contrainte déviatorique a aussi un effet sur la fermeture des micro-fissures, rendant ainsi la roche plus linéaire.

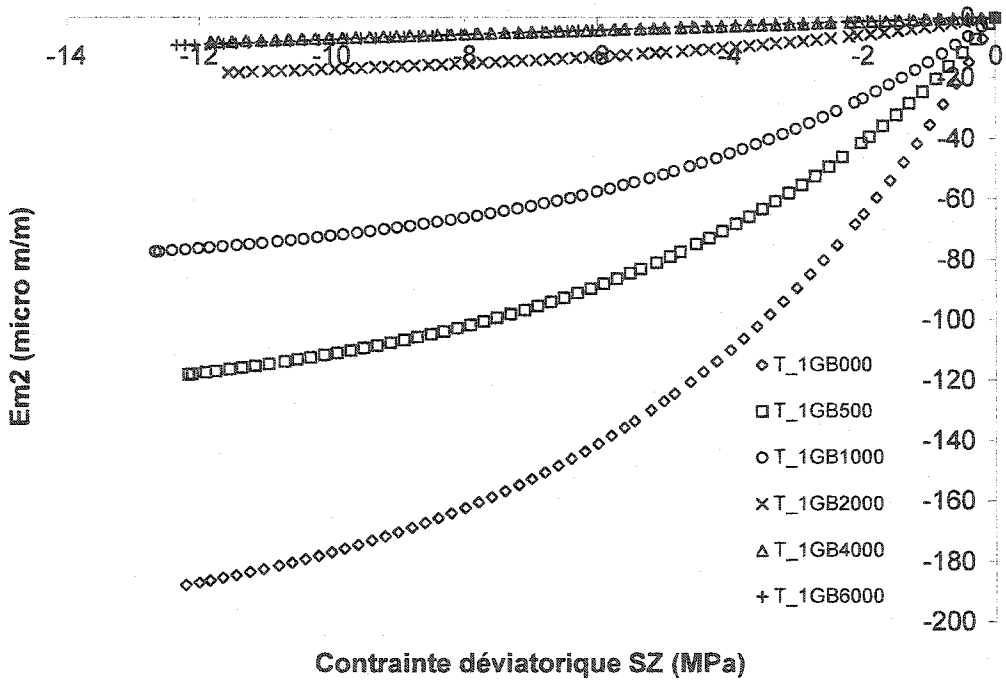


Figure 6.34 – Granite Barre. Comportement de la variation de volume de 2ème ordre (ε_{m_2}) en fonction de la contrainte de confinement en supposant $\varepsilon_{m_2} = \dfrac{f_{k_Z}(S_Z) - f_{k_{//}}(S_Z)}{3}$.

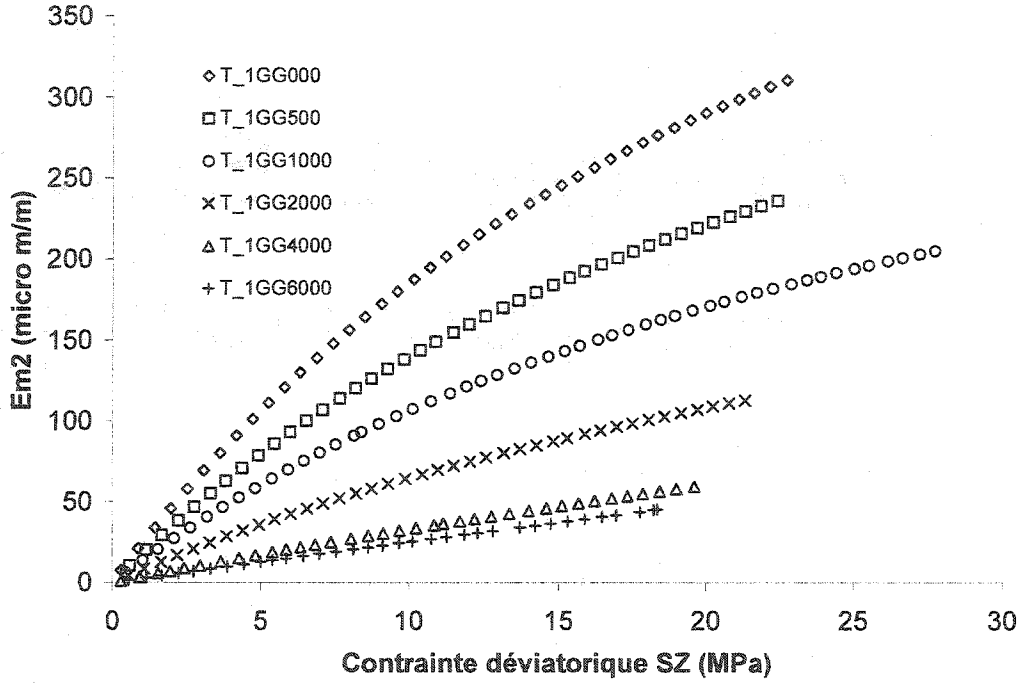


Figure 6.35 – Granite Gris. Comportement de la variation de volume de 2ème ordre (ε_{m_2}) en fonction de la contrainte de confinement en supposant $\varepsilon_{m_2} = \dfrac{f_{k_Z}(S_Z) - f_{k_{//}}(S_Z)}{3}$.

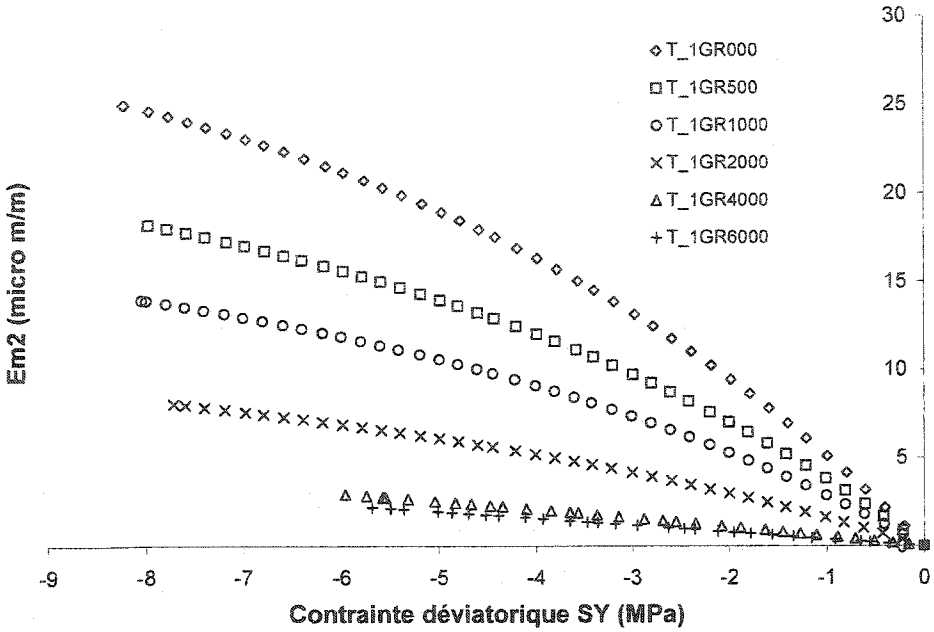


Figure 6.36 – Granite Rose. Comportement de la variation de volume de 2ème ordre (ε_{m_2}) en fonction de la contrainte de confinement en supposant $\varepsilon_{m_2} = \dfrac{f_{k_Y}(S_Y) - f_{k_{//}}(S_Y)}{3}$.

En ce qui concerne le signe de la variation de volume de 2ème ordre, il est défini, d'après l'équation 4.18, par la contrainte déviatorique perpendiculaire au plan d'isotropie et la différence entre les fonctions qui définissent les complaisances linéaires perpendiculaire et parallèle à ce même plan. Ainsi, on peut avoir une variation de volume de 2ème ordre positive (figures 6.35 et 6.36) ou négative (figure 6.34).

Il est intéressant de remarquer cependant, que pour les trois roches testées, la variation de volume de 1er ordre calculée à partir de l'équation 4.8 est systématiquement plus élevée que la variation de volume totale mesurée. Cela implique alors que la variation de volume de 2ème ordre doit être négative (augmentation de volume) pour que la variation de volume totale estimée concorde avec les observations expérimentales.

Les graphiques présentés aux figures 6.37 à 6.39 montrent le résultat d'une telle supposition. On peut observer qu'avec l'augmentation de la contrainte de confinement,

la concordance des résultats s'améliore sensiblement. Un tel résultat était attendu puisque lorsque la pression de confinement est appliquée les micro-fissures se ferment rendant ainsi la roche moins anisotrope. Donc, plus le niveau de contrainte de confinement est élevé moins les phénomènes de deuxième ordre observés sont importants.

On peut supposer alors l'existence d'un terme reliant la variation de volume de 1er ordre à la contrainte déviatorique et la variation de volume de 2ème ordre à la contrainte moyenne, de sorte que l'indépendance des phénomènes de 1er et 2ème ordre n'est pas vérifiée pour le cas non linéaire anisotrope. La véracité de cette hypothèse et la forme que prendrait alors les équations qui décrivent les variations de volume de 1er et 2ème ordre pourrait être vérifiée à partir d'essais triaxiaux non axisymétrique (vrais triaxiaux).

Afin de tenir compte de l'interdépendance entre la variation de volume de 1er et 2ème ordre, cette dernière peut être calculée à partir de la différence entre la variation de volume totale ε_m mesurée lors d'un essai triaxial et la variation de volume de 1er ordre calculée à partir de l'équation 4.8 suite à un essai de compression hydrostatique. Les figures 6.40 à 6.42 présentent les fonctions de variation de deuxième ordre ainsi calculées. Il est intéressant de remarquer que la variation de volume de 2ème ordre est passablement linéaire pour les trois roches testées. Ceci implique que la composante non linéaire du comportement observé serait due uniquement à la composante hydrostatique du tenseur de contraintes. Afin de vérifier si cette observation est une simple coïncidence ou une caractéristique des roches dures non linéaires, des essais triaxiaux non axisymétriques doivent être réalisés.

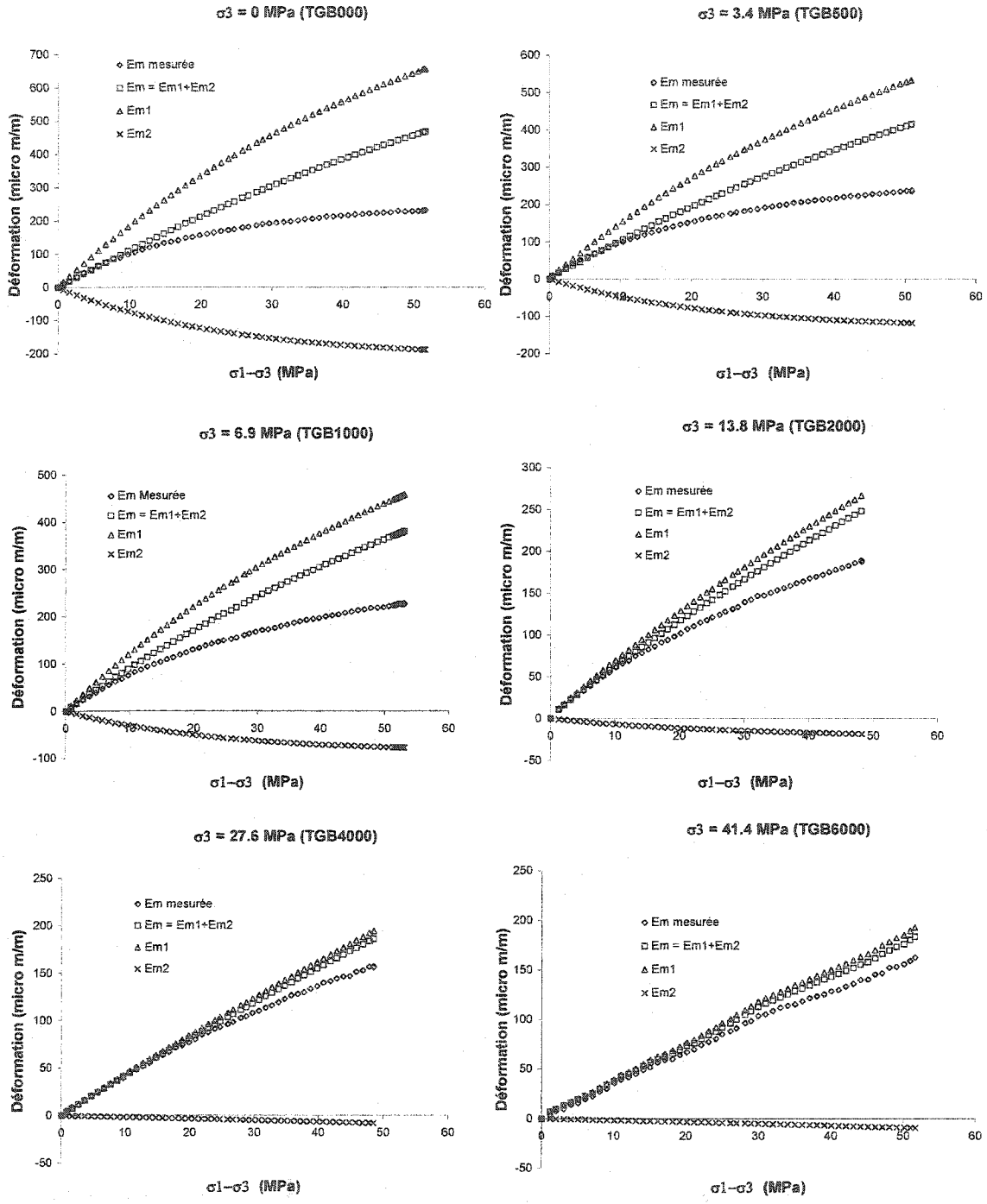


Figure 6.37 – Granite Barre, essai de type T_1. Variation de volume total calculée à partir de la somme de la variation de volume de 1er et 2ème ordre en supposant cette dernière toujours négative.

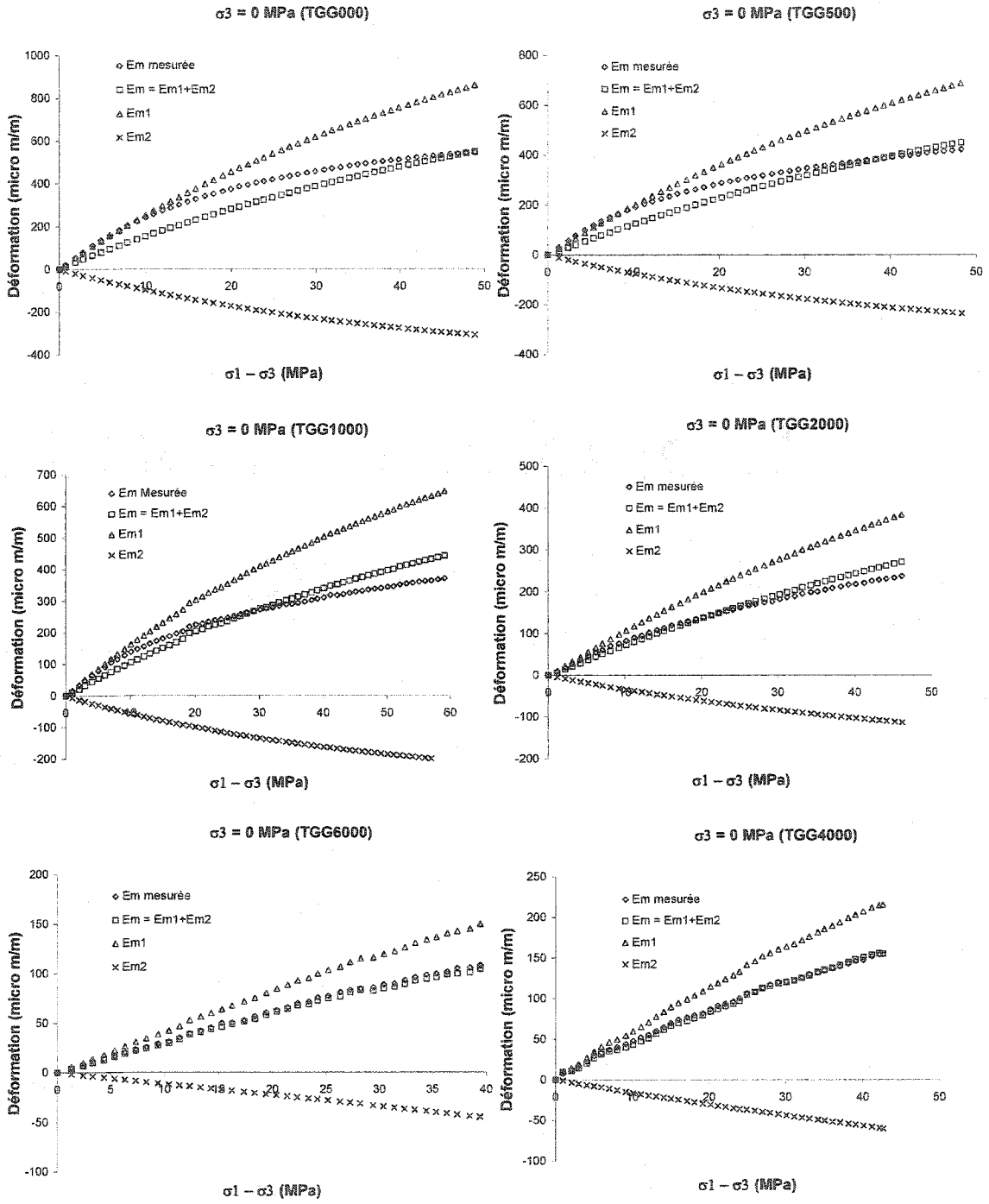


Figure 6.38 – Granite Gris, essai de type T_1. Variation de volume total calculée à partir de la somme de la variation de volume de 1er et 2ème ordre en supposant cette dernière toujours négative.

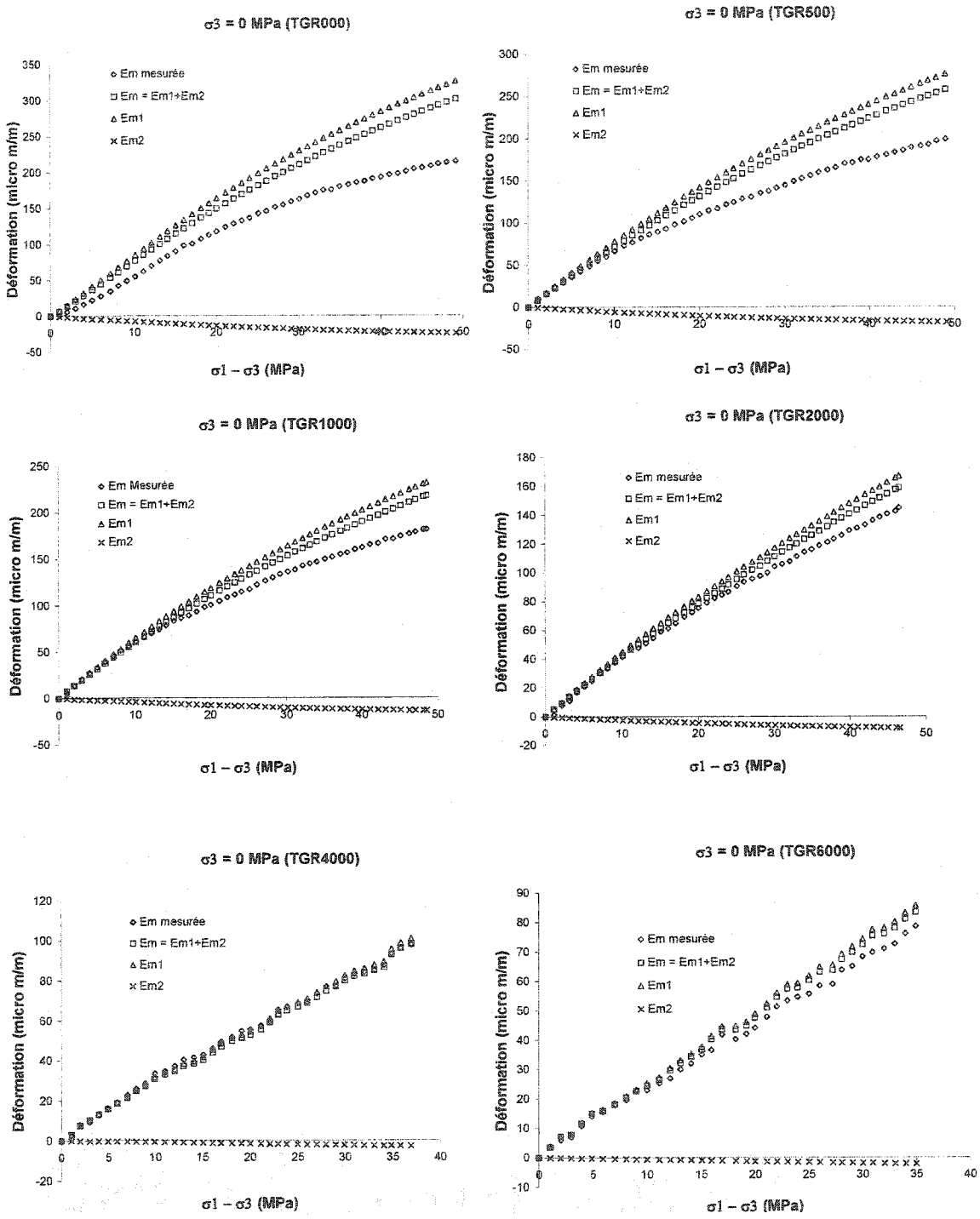


Figure 6.39 – Granite Rose, essai de type T_1. Variation de volume total calculée à partir de la somme de la variation de volume de 1er et 2ème ordre en supposant cette dernière toujours négative.

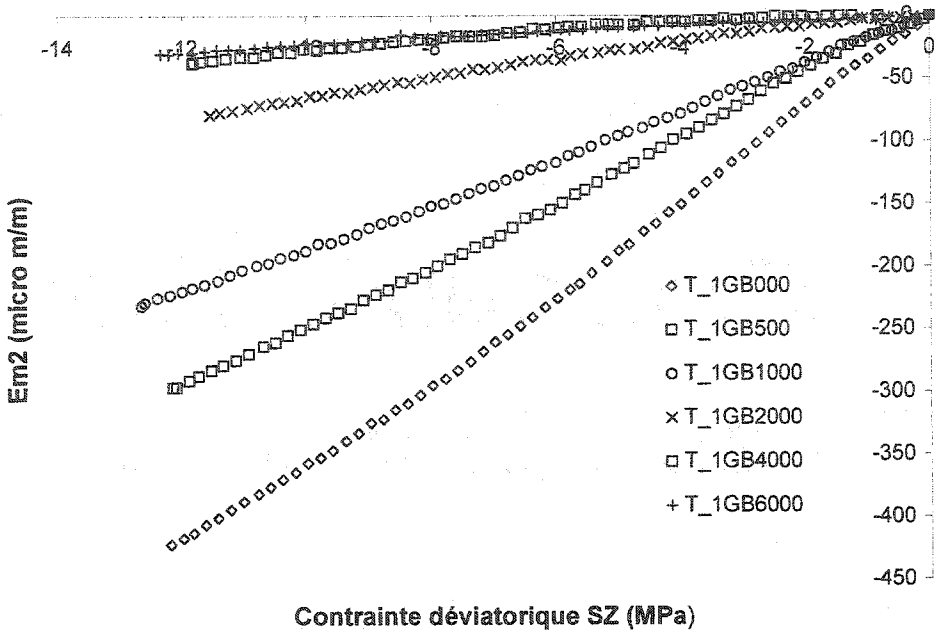


Figure 6.40 – Granite Barre, variation de volume de 2ème ordre calculée à partir de la différence entre la variation de volume total mesurée et la variation de volume de 1er ordre estimée.

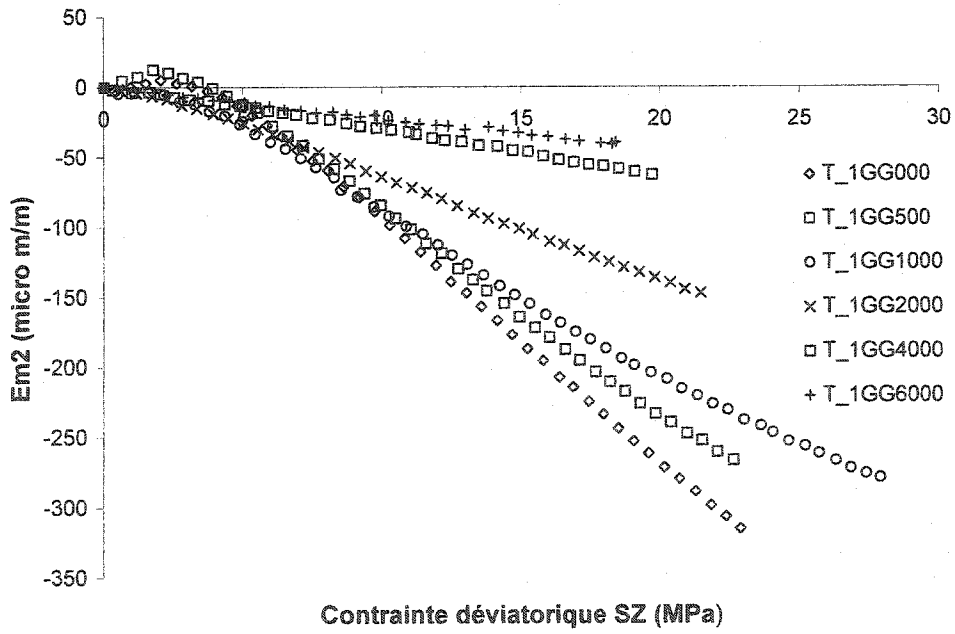


Figure 6.41 – Granite Gris, variation de volume de 2ème ordre calculée à partir de la différence entre la variation de volume total mesurée et la variation de volume de 1er ordre estimée.

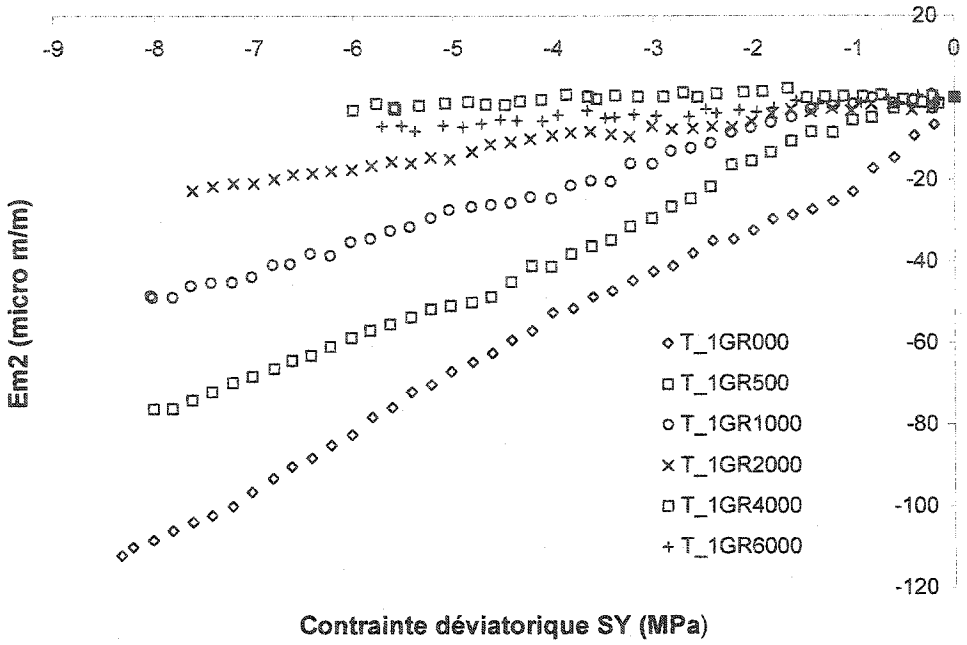


Figure 6.42 – Granite Rose, variation de volume de 2ème ordre calculée à partir de la différence entre la variation de volume total mesurée et la variation de volume de 1er ordre estimée.

Les tableaux 6.12, 6.13 et 6.14 présentent les paramètres retenus, pour fin d'analyse du modèle, qui caractérisent les variations de forme de 1er ordre déterminés à partir de l'essai de compression uniaxial respectivement pour les granites Barre, Gris et Rose ainsi que l'imprécision due à la qualité de la régression. Il faut noter que l'analyse de la qualité des paramètres déterminés à partir de l'analyse de résidus, tel que décrite au chapitre V, n'est plus pertinente puisque dans le cas de la variation de volume de 2ème ordre les erreurs systématiques de modélisation (b_m ; équation 5.10) ne sont pas connus.

L'essai de compression uniaxial a été choisi pour la détermination des paramètres à être utilisés dans le modèle simplement parce que c'est l'essai le plus simple à mettre en œuvre parmi les essais réalisés.

Tableau 6.12 – Granite Barre. Paramètres de la fonction de variation de volume de 2ème ordre.

Paramètres	$\varepsilon_{m_2} = \varepsilon_m - \varepsilon_{m_1}$
m (10^{-6} MPa)	24 ± 1
b	-146 ± 26
a (10^{-6} MPa)	0,21 ± 0,03
c	1,8 ± 0,1

Tableau 6.13 – Granite Gris. Paramètres de la fonction de variation de volume de 2ème ordre.

Paramètres	$\varepsilon_{m_2} = \varepsilon_m - \varepsilon_{m_1}$
m (10^{-6} MPa)	-17,52 ± 0,02
b	81,5 ± 0,4
a (10^{-6} MPa)	-0,53 ± 0,01
c	1,76 ± 0,04

Tableau 6.14 – Granite Rose. Paramètres de la fonction de variation de volume de 2ème ordre.

Paramètres	$\varepsilon_{m_2} = \varepsilon_m - \varepsilon_{m_1}$
m (10^{-6} MPa)	21 ± 2
b	76 ± 23
a (10^{-6} MPa)	0,29 ± 0,06
c	2,5 ± 0,5

6.3.4 VARIATION DE FORME DE 1ER ORDRE

Les variations de forme de premier ordre ont été déterminées de façon indirecte à partir de la combinaison d'essais hydrostatiques et déviatoriques, tel que décrit au chapitre IV, et à l'aide des équations 3.88 et 4.20. Lors des calculs il est supposé que la variation de forme totale mesurée est égale à la somme des variations de forme de 1er et de 2ème ordres.

Les figures 6.43 à 6.45 montrent les résultats obtenus pour les granites Barre, Gris et Rose, en ce qui concerne la variation de forme de 1er ordre selon la direction perpendiculaire au plan d'isotropie, tandis que les figures 6.46 à 6.48 montrent les résultats obtenus en ce qui concerne la différence entre les variations de forme de 1er ordre qui agissent sur le plan d'isotropie.

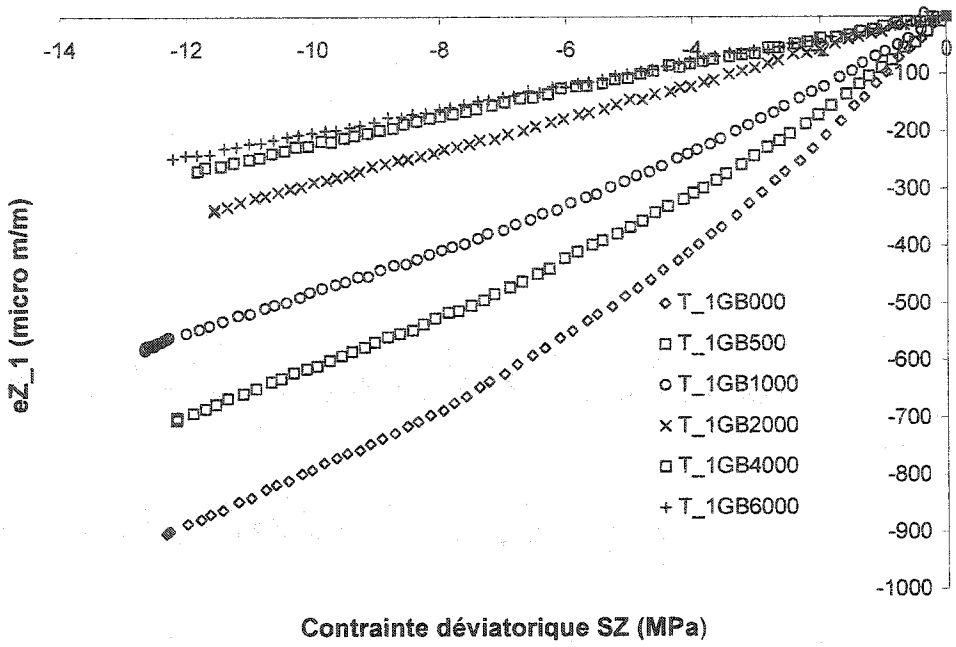


Figure 6.43 – Granite Barre, évolution de la variation de forme de 1er ordre perpendiculaire au plan d'isotropie en fonction de la contrainte déviatorique S_Z et de la contrainte de confinement.

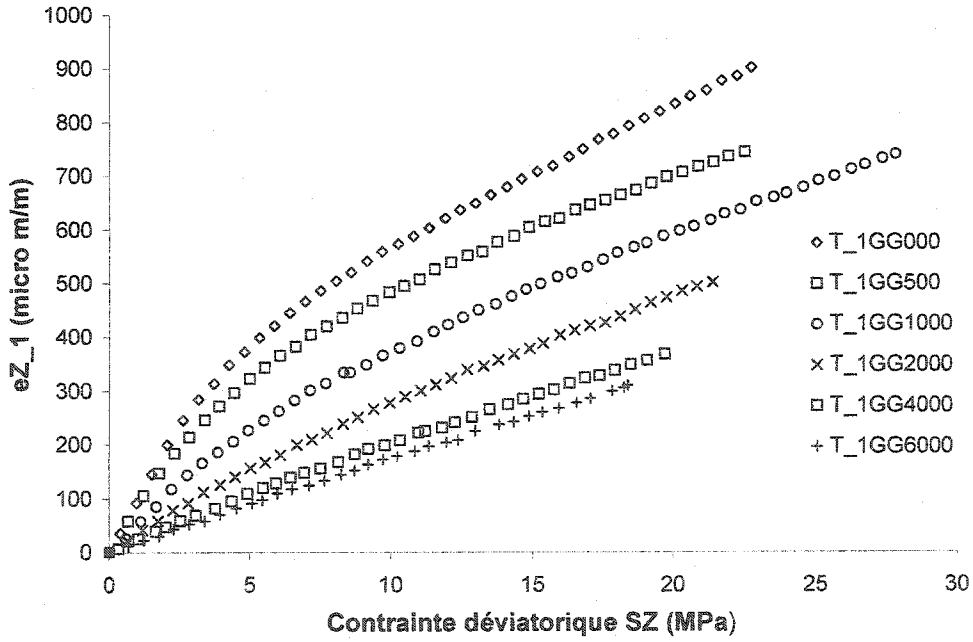


Figure 6.44 – Granite Gris, évolution de la variation de forme de 1er ordre perpendiculaire au plan d'isotropie en fonction de la contrainte déviatorique S_Z et de la contrainte de confinement.

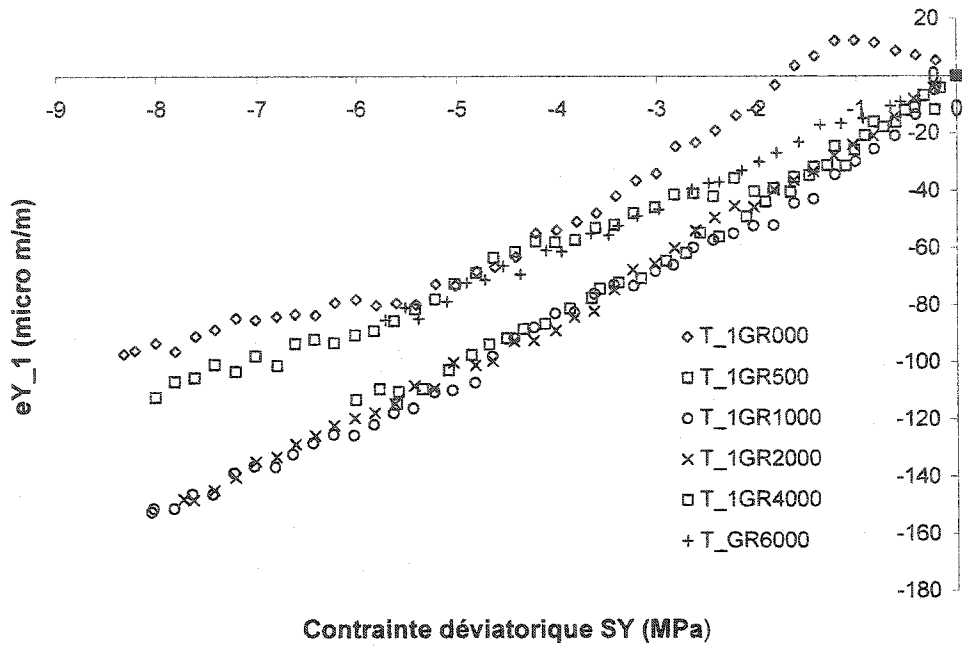


Figure 6.45 – Granite Rose, évolution de la variation de forme de 1er ordre perpendiculaire au plan d'isotropie en fonction de la contrainte déviatorique S_Y et de la contrainte de confinement.

Il peut être observé à partir des figures 6.43 et 6.44 que la variation de forme de 1er ordre perpendiculaire au plan d'isotropie a un comportement non linéaire pour des faibles contraintes de confinement et linéaire pour des contraintes de confinement élevées. Ce phénomène reflète la fermeture des micro-fissures autant en fonction de l'augmentation de la contrainte de confinement qu'en fonction de l'augmentation de la contrainte déviatorique perpendiculaire au plan d'isotropie, tel qu'observé pour la variation de volume de deuxième ordre.

En ce qui concerne le granite Rose, il peut être observé à partir de la figure 6.45 que le comportement général des courbes de variation de forme de 1er ordre se distingue du comportement typique présentés par les granites Barre et Gris. Tout d'abord il peut être observé que les données se présentent selon deux groupes distincts, un comprenant les essais T_1GR000, T_1GR500 et T_1GR6000 et l'autre les essais T_1GR1000, T_1GR2000 et T_1GR4000. Pour le deuxième groupe (les essais T_1GR1000, T_1GR2000 et T_1GR4000)

le comportement est linéaire avec un module de variation de forme de 1er ordre tangent S_Y/e_{Y_1} égal à 49 GPa, tandis que pour le premier groupe (les essais T_1GR000, T_1GR500 et T_1GR6000) le comportement est encore linéaire, quoique moins évident, avec un module de variation de forme de 1er ordre de l'ordre de 72 GPa.

La linéarité des courbes résulte fort probablement du faible caractère non linéaire présenté par le granite Rose (η_c=8 x 10^{-4}; tableau 6.1). Le rassemblement des données en deux groupes distincts par contre pourrait être expliqué, encore que de façon moins évidente, par l'endommagement subit par l'éprouvette lors de l'essai T_2GR2000 (section 6.2.2.3). La question qui contredît en partie cette explication est la suivante : si l'endommagement s'est produit entre les essais HGR12 et HGR24, soit lors de l'essai T_2GR2000, pourquoi le module de variation de forme de 1er ordre de l'essai T_2GR6000 appartient au regroupement théoriquement non endommagé et l'essai à T_2GR1000 regroupement endommagé ? Peut être parce que l'endommagement a commencé avant l'essai T_2GR2000, c'est-à-dire lors de l'essai uniaxial. Le tableau 6.15 présente le module de variation de forme de 1er ordre calculé pour chaque niveau de contrainte de confinement. On peut observer une chute considérable de la valeur du module de variation de forme de 1er ordre après l'essai de compression uniaxial. Un deuxième aspect à considérer c'est que la contrainte de confinement de 41,27 MPa (6 000 psi) peut être suffisamment élevée pour fermer une quantité de micro-fissures telle que la roche se retrouve sous une condition de rigidité semblable à celle de son état non initial. Ce qui expliquerait l'augmentation du module à 41,27 MPa (6 000 psi).

Tableau 6.15 - Granite Rose. Module de variation de forme de 1er ordre en fonction du niveau de contrainte de confinement appliqué.

Contrainte de confinement (MPa)	Module de variation de forme de 1er ordre tangent (GPa)
0	81
3,45	69
6,89	49
13,79	49,5
27,58	48,5
41,37	66

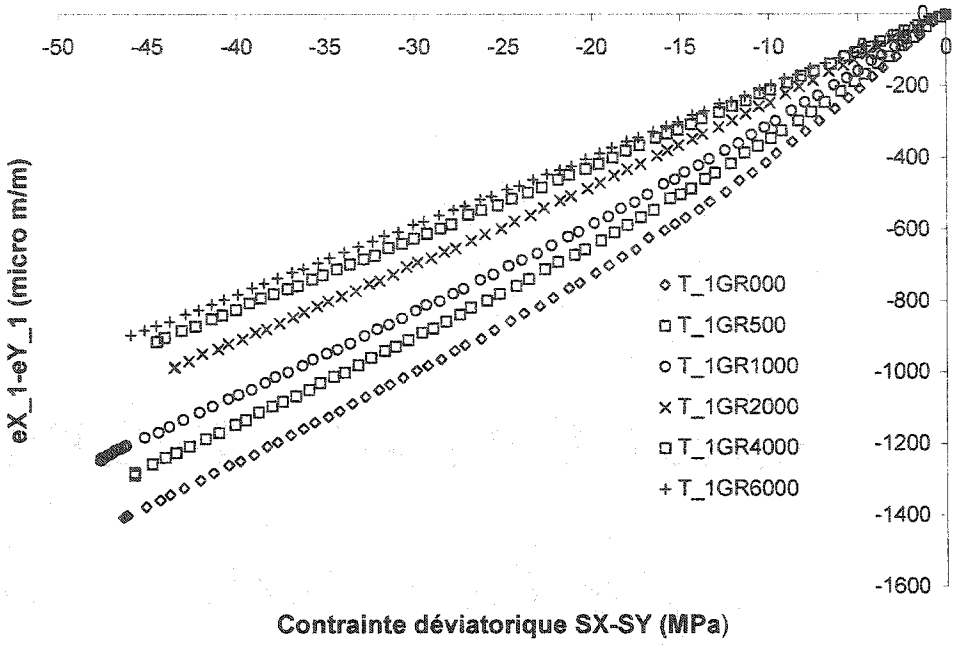


Figure 6.46 – Granite Barre, évolution de la fonction qui caractérise la différence entre les variations de forme de 1er ordre parallèle au plan d'isotropie et la différence entre les déviateurs de contraintes agissant sur le même plan en fonction de la contrainte de confinement.

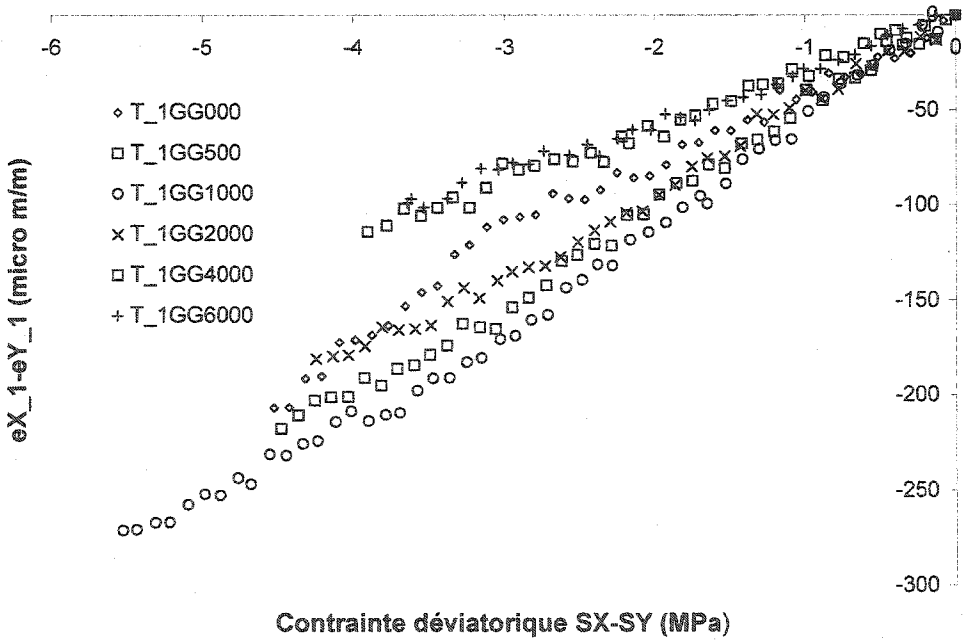


Figure 6.47 – Granite Gris, évolution de la fonction qui caractérise la différence entre les variations de forme de 1er ordre parallèle au plan d'isotropie et la différence entre les déviateurs de contraintes agissant sur le même plan en fonction de la contrainte de confinement.

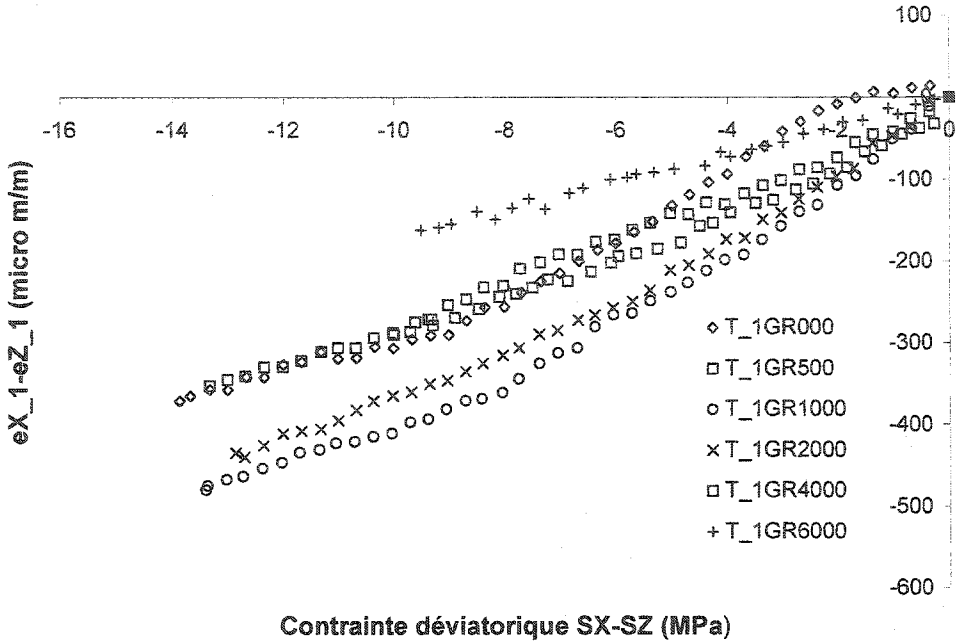


Figure 6.48 – Granite Rose, évolution de la fonction qui caractérise la différence entre les variations de forme de 1er ordre parallèle au plan d'isotropie et la différence entre les déviateurs de contraintes agissant sur le même plan en fonction de la contrainte de confinement.

La fonction qui décrit la différence entre les variations de forme de 1er ordre agissant sur le plan d'isotropie ne constitue pas un bon paramètre pour analyser le comportement des roches testées, il s'agit uniquement d'un recours pour déterminer les variations de forme de 1er ordre agissant sur le plan d'isotropie à partir de sollicitations axisymétriques. Les figures 6.46 à 6.48 présentent les résultats obtenus à titre illustratif seulement.

Cependant, on peut observer à partir de la figure 6.46 que le granite Barre présente le comportement attendu en ce qui concerne une roche non linéaire anisotrope; c'est-à-dire un comportement non linéaire pour des faibles contraintes de confinement et linéaire pour des contraintes de confinement élevées, avec aussi une tendance vers la linéarité l'augmentation du niveau des contraintes déviatoriques appliqué.

Les granites Gris et Rose (figures 6.47 et 6.48) présentent un comportement passablement linéaire en ce qui à trait à cette relation, dont la dépendance du niveau de contrainte de confinement n'est pas clairement définie du au faible niveau de contraintes déviatorique atteint lors de la réalisation de l'essai.

Les tableaux 6.16, 6.17 et 6.18 présentent les paramètres retenus, pour fin d'analyse du modèle, qui caractérisent les variations de forme de 1er ordre déterminés à partir de l'essai de compression uniaxial respectivement pour les granites Barre, Gris et Rose ainsi que l'imprécision due à la qualité de la régression. Il faut noter que l'analyse de la qualité des paramètres déterminés à partir de l'analyse de résidus, tel que décrite au chapitre V, n'est plus pertinente puisque dans le cas de la variation de volume de 2ème ordre les erreurs systématiques de modélisation (b_m ; équation 5.10) ne sont pas connus.

L'essai de compression uniaxial a été choisi pour la détermination des paramètres à être utilisés dans le modèle simplement parce que c'est l'essai le plus simple à mettre en œuvre parmi les essais réalisés.

Tableau 6.16 – Granite Barre. Paramètres des fonctions des variations de forme de 1er ordre selon les directions parallèle et perpendiculaire au plan d'isotropie.

Paramètres	e_{Z_1}	$e_{X_1} - e_{Y_1}$
m (10^{-6} Pa)	42,6 ± 0,9	23,9 ± 0,1
b	-393 ± 13	-305 ± 5
a (10^{-6} Pa)	0,29 ± 0,01	0,098 ± 0,003
c	1,35 ± 0,03	1,27 ± 0,02

Tableau 6.17 – Granite Gris. Paramètres des fonctions des variations de forme de 1er ordre selon les directions parallèle et perpendiculaire au plan d'isotropie.

Paramètres	e_{Z_1}	$e_{X_1} - e_{Y_1}$
m (10^{-6} Pa)	25,25 ± 0,07	41,41 ± 0,24
b	325 ± 1	0
a (10^{-6} Pa)	-0,343 ± 0,004	----
c	1,19 ± 0,01	----

Tableau 6.18 – Granite Rose. Paramètres des fonctions des variations de forme de 1er ordre selon les directions parallèle et perpendiculaire au plan d'isotropie.

Paramètres	e_{Y_1}	$e_{X_1} - e_{Z_1}$
m (10^{-6} Pa)	12,25 ± 0,15	28,37 ± 0,19
b	0	0
a (10^{-6} Pa)	----	----
c	----	----

6.3.5 LES DÉFORMATIONS DE CISAILLEMENT

Tout comme pour le cas linéaire, dans le cas non linéaire, les fonctions qui caractérisent les déformations de cisaillement sur les plans XY, ZY et ZX peuvent être déterminés directement des courbes contrainte-déformation de cisaillement obtenues à partir des essais de compression triaxiaux. Ces courbes sont présentés aux figures 6.49 à 6.51 en fonction de la pression de confinement appliquée.

On peut observer à l'aide des figures 6.49 à 6.51 et du tableau 6.1 que le comportement contrainte-déformation est autant plus non linéaire et dépendant du niveau de contrainte de confinement appliqué, que la porosité due aux micro-fissures est élevée, de sorte que pour une roche dont le comportement contrainte-déformation est non linéaire, plus la contrainte de confinement appliquée augmente, plus la relation contrainte-déformation de cisaillement tend vers la linéarité et plus la rigidité de cisaillement augmente.

Un autre aspect intéressant à remarquer est le rapport qui semble exister entre le caractère non linéaire (ou linéaire) de la relation contrainte-déformation en cisaillement agissant sur un plan et le caractère non linéaire (ou linéaire) de la courbe de complaisance élastique selon la direction perpendiculaire à ce plan. Afin de visualiser cette relation, on peut donner un caractère directionnel au concept de porosité due aux micro-fissures, tel que défini dans la section 6.2.1. Ainsi, si l'on prolonge la partie linéaire de la courbe contrainte hydrostatique versus epsilon 1=Z du granite Barre par exemple (figure 6.19) jusqu'à l'axe vertical des ordonnées, on trouve que la « porosité directionnelle » due aux micro-fissures selon la direction Z (η_{c_Z}), c'est-à-dire la direction perpendiculaire au plan d'isotropie, est de l'ordre 1×10^{-3}. En répétant la même procédure sur le graphique de la figure 6.20 on trouve que la « porosité directionnelle » due aux micro-fissures selon les directions X et Y ($\eta_{c_{//}}$), directions qui contiennent le plan d'isotropie, est de l'ordre de 4×10^{-4}. En regardant alors les graphiques de la figure 6.49 on remarque que la relation contrainte-déformation de cisaillement agissant sur le

plan d'isotropie, c'est-à-dire τ_{ZY} versus γ_{ZY} a un caractère non linéaire et une dépendance du niveau de la contrainte de confinement beaucoup plus marqué que la relation contrainte-déformation de cisaillement agissant sur le plan perpendiculaire au plan d'isotropie (XY). En effet, cette dernière relation est plutôt linéaire et indépendante du niveau de la contrainte de confinement appliquée. En ce qui concerne la relation contrainte-déformation de cisaillement (ZX) les données expérimentales de ne sont pas concluantes. La mauvaise qualité des ces résultats est fort probablement due au faible niveau de contrainte de cisaillement atteint. Cependant, on peut observer que pour des niveaux de contrainte de confinement allant de zéro jusqu'à 6,89 MPa (1 000 psi), la relation contrainte déformation est linéaire et indépendante du niveau de contrainte de confinement appliquée, et qu'à partir de 13,79 MPa (2 000 psi) le comportement contrainte déformation semble erratique.

Si l'on refait cet exercice pour les granites Gris et Rose on observe encore la même tendance. Pour le granite Gris on trouve que $\eta_{c_Z} = 1{,}4\text{x}10^{-3}$ et $\eta_{c_{//}} = 6\text{x}10^{-4}$ et on observe à partir des graphiques de la figure 6.50 que les relations contrainte-déformation de cisaillement sur le plan d'isotropie, soit τ_{ZY} versus γ_{ZY} et τ_{ZX} versus γ_{ZX}, ont un caractère non linéaire et dépendant du niveau de la contrainte de confinement beaucoup plus marqué que la relation contrainte-déformation de cisaillement agissant sur le plan perpendiculaire au plan d'isotropie (XY). En ce qui concerne le granite Rose on trouve que $\eta_{c_{//}} = 3\text{x}10^{-4}$ et $\eta_{c_Y} = 1\text{x}10^{-4}$ et on observe à partir des graphiques de la figure 6.51 que les relations contrainte-déformation en cisaillement sont sensiblement moins non linéaires que celles des granites Barre et Gris. De plus on peut aussi observer que sur le plan d'isotropie, soit τ_{ZY} versus γ_{ZY} et τ_{ZX} versus γ_{ZX}, les relations contrainte-déformation ont un caractère non linéaire et une dépendance du niveau de la contrainte de confinement plus marqué que la relation contrainte-déformation de cisaillement agissant sur le plan perpendiculaire au plan d'isotropie (XY). En effet, cette dernière

relation a un comportement presque linéaire et indépendant du niveau de la contrainte de confinement appliquée.

Le phénomène mécanique responsable pour un tel comportement n'est pas tout à fait clair, cependant il est de l'opinion de l'auteur que le degré de non-linéarité et la conséquente dépendance du niveau de contrainte de confinement observé expérimentalement sont contrôlés, dans une certaine mesure, par la fermeture des micro-fissures parallèles au plan sur lequel agit la contrainte de cisaillement. Par conséquent, le frottement mobilisé par le déplacement entre les faces de micro-fissures fermées résultera en un manque de proportionnalité entre la contrainte de cisaillement appliquée et la déformation de cisaillement résultante. Il en résulte de ce raisonnement que le cheminement de contrainte aura une influence directe sur les relations contrainte-déformation de cisaillement, tel que suggéré par Kachanov (1982a).

En ce qui concerne l'assimilation du comportement contrainte-déformation de cisaillement observé à celui d'un matériau transversal isotrope, on peut observer à partir des figures 6.49 à 6.51 que pour les trois roches testées les relations contraintes déformations en cisaillement sur le plan d'isotropie ne sont pas équivalentes. Cependant afin de simuler un comportement transversal isotrope, une valeur moyenne sera utilisée à cette fin. De plus, il faut souligner que la relation qui lie la rigidité en cisaillement perpendiculaire au plan d'isotropie au module de Young perpendiculaire et au coefficient de Poisson parallèle au plan d'isotropie (figure 2.3) ne peut pas être vérifiée, vu que le modèle est basé sur les variations de forme et de volume et non sur les paramètres élastiques conventionnels. Les tableaux 6.19 à 6.20 présentent les paramètres calculés à partir de l'essai de compression uniaxial pour les granites Barre, Gris et Rose ainsi que l'imprécision due à la qualité du modèle.

Tableau 6.19 – Granite Barre. Paramètres des fonctions de déformation en cisaillement.

Paramètres	*ZX* = *ZY*	*XY*
m (10^{-6} Pa)	39,51± 0,15	35,53 ± 0,13
b	-95 ± 2	0
a (10^{-6} Pa)	0,50 ± 0,02	----
c	1,72 ±0,08	----

Tableau 6.20 – Granite Gris. Paramètres des fonctions de déformation en cisaillement.

Paramètres	*ZX* = *ZY*	*XY*
m (10^{-6} Pa)	17,82 ± 0,32	10,47 ± 0,05
b	-242 ± 6	0
a (10^{-6} Pa)	0,20 ± 0,01	----
c	1,09 ± 0,02	----

Tableau 6.21 – Granite Rose. Paramètres des fonctions de déformation en cisaillement.

Paramètres	*ZX* = *ZY*	*XY*
m (10^{-6} Pa)	14,38 ± 0,12	8,73 ± 0,04
b	-74 ± 2	11,5 ± 0,3
a (10^{-6} Pa)	0,26 ± 0,01	-2,3 ± 0,4
c	2,51 ± 0,08	3,4 ± 1,1

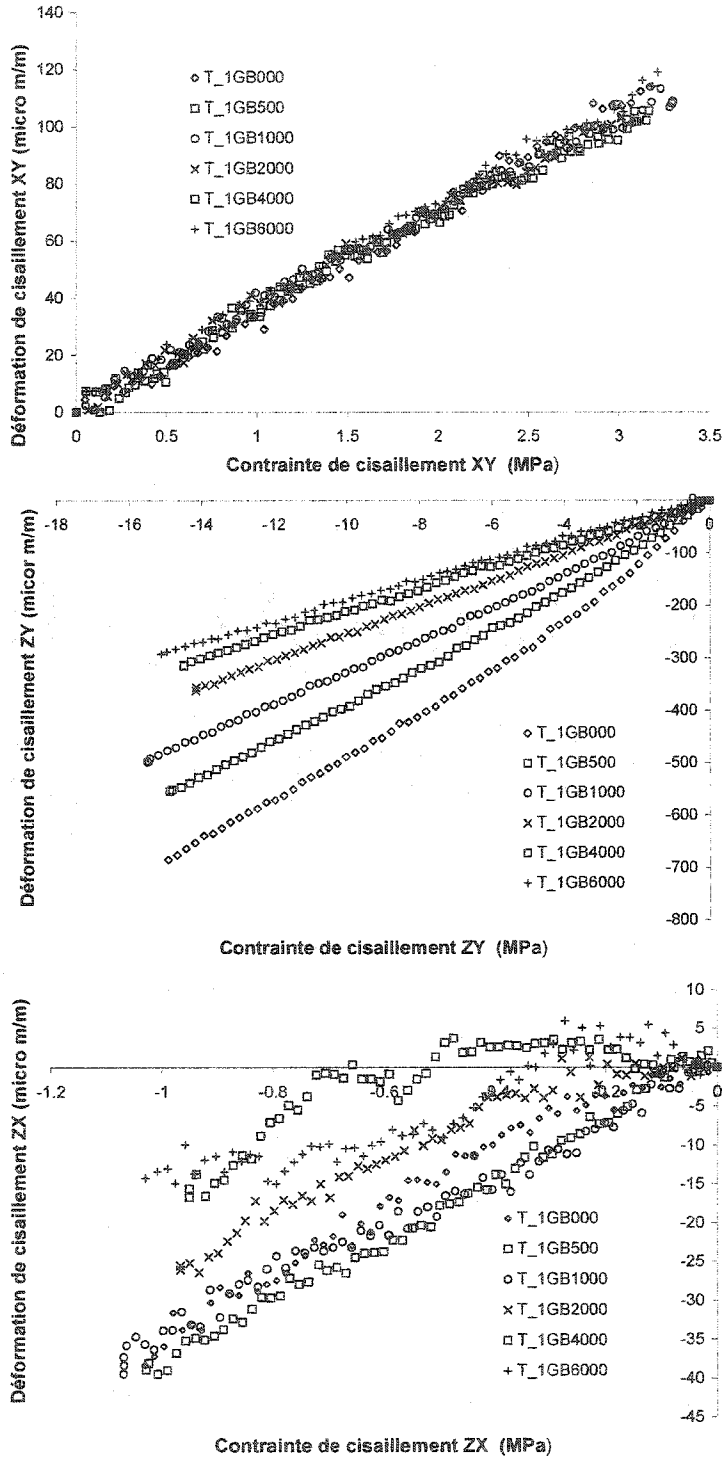


Figure 6.49 – Granite Barre. Comportement contrainte-déformation de cisaillement en fonction de la contrainte de confinement appliquée.

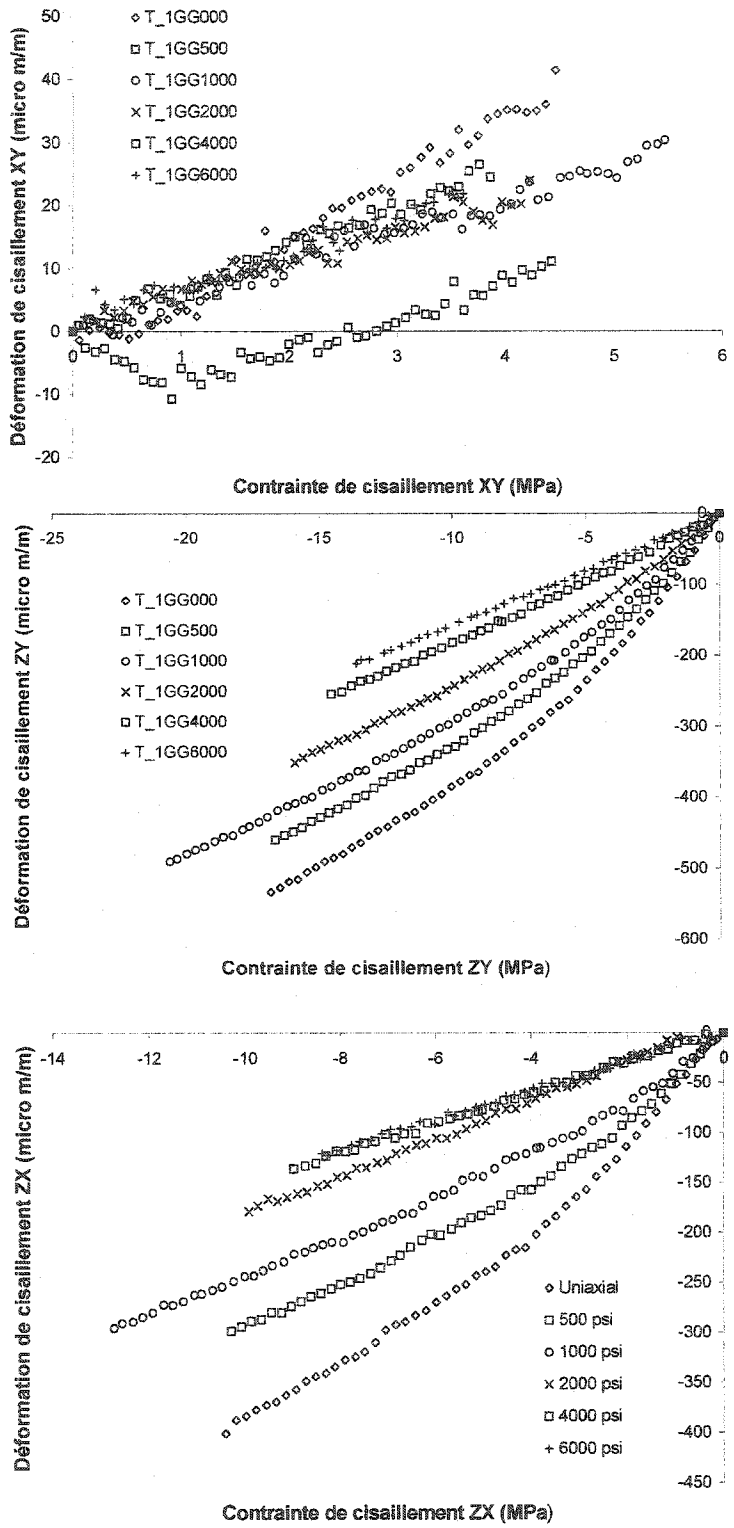


Figure 6.50 – Granite Gris. Comportement contrainte-déformation de cisaillement en fonction de la contrainte de confinement appliquée.

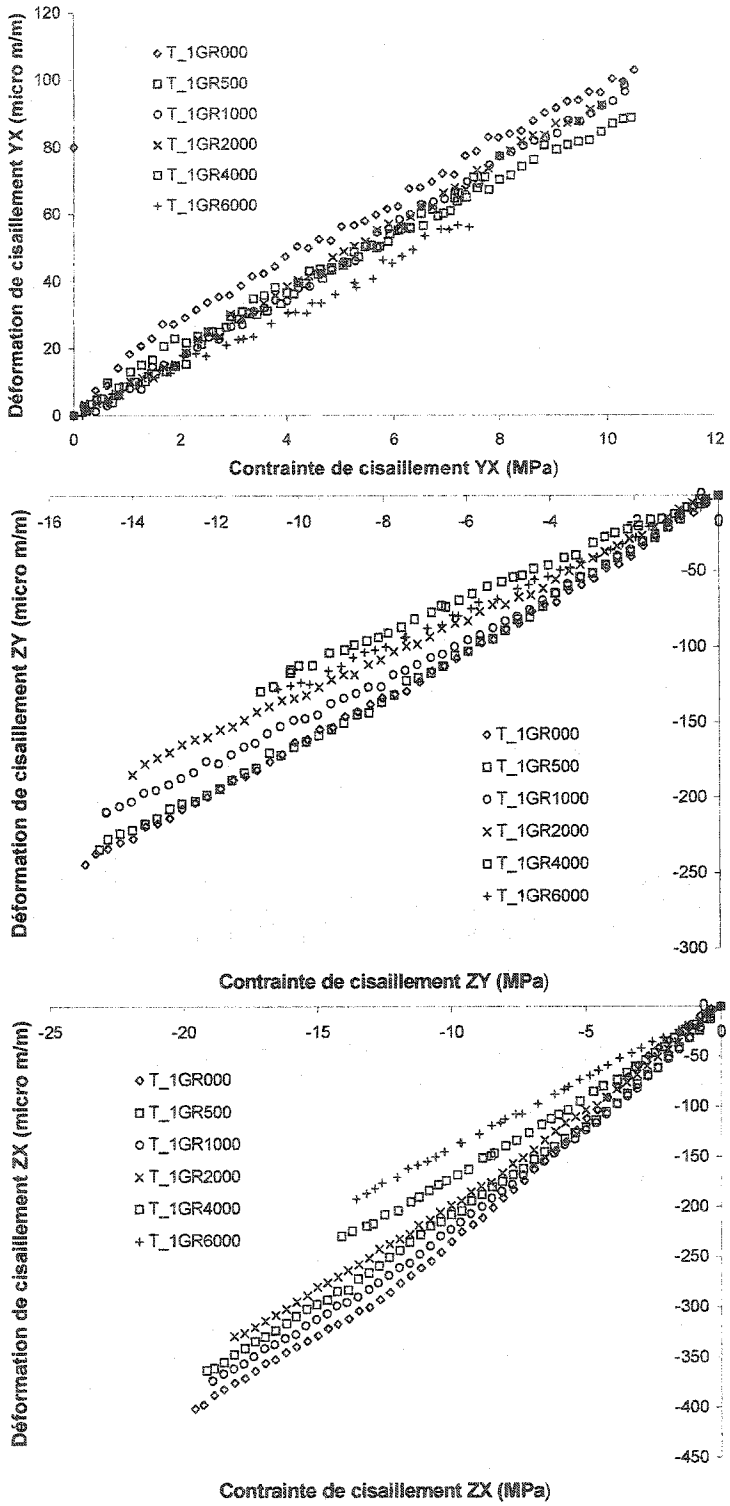


Figure 6.51 – Granite rose. Comportement contrainte-déformation de cisaillement en fonction de la contrainte de confinement appliquée.

6.3.6 LA QUALITÉ DES PARAMÈTRES ESTIMÉS

En ce qui concerne la qualité des paramètres estimés, le faible écart type obtenu caractérise un très bon ajustement du modèle aux données expérimentales (tableaux 6.6 à 6.11, 6.12 à 6.14 et 6.16 à 6.21). Cependant, l'analyse de la matrice de covariance C_P (équation 5.12) a révélé, à partir du coefficient de corrélation ρ_{ij} (équation 5.14), que les paramètres sont fortement corrélés.

Le tableau 6.22 présente les résultats pour les trois granites testés en ce qui concerne les paramètres des fonctions de variation de volume de premier ordre et variation de forme de deuxième ordre selon les directions perpendiculaire et parallèle au plan d'isotropie. Il faut remarquer que le coefficient de corrélation n'a pas été calculé pour les paramètres des fonctions de variation de forme de premier ordre et de variation de volume de deuxième ordre, vu que le calcul des ces fonctions ne peut pas être fait de façon directe.

L'auteur du présent document croît que le coefficient de corrélation élevé soit inhérent au modèle, c'est-à-dire à l'équation 5.8, puisque les essais sont basés sur une sollicitation hydrostatique où les erreurs de mesure sont minimes étant donné que les effets de non parallélisme des faces de l'échantillon n'ont pas d'influence sur la contrainte transmise à l'éprouvette. De plus les mesures de déformation sont de très bonne qualité comme on peut le constater dans la section 6.3.

Une étude d'optimisation des essais en laboratoire basé sur la théorie de la détermination des paramètres pourrait aider à déterminer le positionnement idéal des jauges afin de minimiser l'effet de corrélation entre paramètres. De plus, dans le même but, d'autres fonctions, que celle présenté dans le présent document (équation 5.8), pourraient être étudiées dans des futures recherches.

Tableau 6.22 – Coefficients de corrélation des paramètres de l'équation 5.8.

Granite		*mb*	*ma*	*mc*	*ba*	*bc*	*ac*
Barre	$k_{\perp}$	-0,98	-0,81	0,59	0,86	-0,64	-0,91
	$k_{//}$	-1,0	-0,95	0,78	0,97	-0,81	-0,92
	$e_{\perp_2}$	-0,97	-0,70	0,46	0,76	-0,51	-0,91
	$e_{//_2}$	-0,96	0,70	-0,46	-0,76	0,51	-0,91
Gris	$k_{\perp}$	-0,99	-0,90	0,65	0,93	-0,70	-0,88
	$k_{//}$	-0,99	-0,93	0,70	0,95	-0,73	-0,89
	$e_{\perp_2}$	-0,90	-0,88	0,62	0,92	-0,67	-0,88
	$e_{//_2}$	-0,99	0,89	-0,63	-0,92	0,68	-0,88
Rose	$k_{\perp}$	-0,99	-0,86	0,67	0,89	-0,70	-0,92
	$k_{//}$	-0,99	-0,85	0,60	0,88	-0,64	-0,89
	$e_{\perp_2}$	-0,98	0,83	-0,55	-0,87	0,59	-0,86
	$e_{//_2}$	-0,98	-0,82	0,54	0,86	-0,58	-0,86

6.4 LA COMPARAISON DU MODÈLE NON LINÉAIRE TRANSVERSAL ISOTROPE AVEC LES RÉSULTATS EXPÉRIMENTAUX

Afin de vérifier l'efficacité du modèle non linéaire transversal isotrope, celui-ci a été comparé aux résultats expérimentaux des essais au laboratoire. Deux cheminements de contraintes différents ont été appliqués aux échantillons des granites Barre, Gris et Rose, à savoir le cheminement 1 et le cheminement 2 (figures 5.6 et 5.7). Afin de faire ressortir la supériorité du modèle proposé par rapport aux modèles linéaire isotrope et linéaire transversalement isotrope, les relations contrainte-déformation de ces derniers, déduites des essais uniaxial et hydrostatiques, sont comparées à celle du modèle transversalement isotrope non linéaire.

Le cheminement 1 (figure 5.6) caractérise les essais pour lesquels une contrainte axiale est appliquée à la suite de l'application d'une contrainte hydrostatique. Le cheminement 2 pour sa part (figure 5.7), caractérise les essais avec un cheminement de contraintes inverse, soit la contrainte axiale $\sigma_1 = \sigma_z$, est appliquée avant l'application de la contrainte de confinement $\sigma_2 = \sigma_3$.

Les figures 6.52 à 6.69 présentent les résultats des déformations mesurées par chacune des jauges des trois rosettes lors de la réalisation des essais à 13,80 MPa (2000 psi) de pression de confinement ainsi que les résultats des modélisations pour chacune des éprouvettes testées. Le reste des résultats expérimentaux, c'est-à-dire ceux qui correspondent aux pressions de confinement de 3,45 MPa (500 psi), 6,89 MPa (1000 psi) et 27,58 MPa (4000 psi) sont présentés à l'annexe V.

Les essais qui correspondent à la pression de confinement de 13,80 MPa ont été choisis, pour être présentés dans ce chapitre, puisque cette pression de confinement représente un cas intermédiaire entre les gammes de pression de confinement utilisées.

En ce qui concerne les constantes élastiques du modèle linéaire transversal isotrope ainsi que les paramètres des fonctions non linéaires du modèle non linéaire transversal

isotrope, ils ont été calculés à partir d'un seul échantillon de roche en combinant les données d'un essai hydrostatique et d'un essai de compression uniaxiale tel que proposé dans les sections 4.5.2 et 4.5.3 respectivement.

Les constantes élastiques du modèle linéaire transversal isotrope sont des paramètres sécants calculés à partir d'une régression linéaire passant par l'origine à l'aide du logiciel Microsoft Excel. Ces paramètres sont présentés dans le tableau 6.23. Les paramètres des fonctions non linéaires du modèle non linéaire transversal isotrope ont été présentés aux sections 6.3.1 à 6.3.5.

Pour ce qui est du modèle linéaire isotrope les constantes élastiques ont été calculées à partir des résultats expérimentaux de l'essai de compression uniaxial. Le module de Young et le coefficient de Poisson présentés dans le tableau 6.23 correspondent à des paramètres sécants calculés à partir d'une régression linéaire passant par l'origine à l'aide du logiciel Microsoft Excel. Les déformations axiales et transversales utilisées dans les calculs correspondent respectivement à la moyenne des déformations axiales et transversales mesurées par les jauges axiales et transversales des trois rosettes (figure 4.3).

Tableau 6.23 – Constantes élastiques des granites Barre, Gris et Rose en considérant les roches comme étant linéaire isotrope et linéaire transversal isotrope. L'indice // correspond aux propriétés sur le plan d'isotropie et l'indice ⊥ à celles sur les plans perpendiculaires au plan d'isotropie.

Granite	Modèle linéaire						
	Isotrope		Transversal isotrope				
	E (GPa)	ν	$E_{//}$ (GPa)	$E_{\perp}$ (GPa)	$\nu_{//}$	$\nu_{\perp}$	$G_{\perp}$ (GPa)
Barre	32,5	0,20	29,4	14,3	0,04	0,25	24,9
Gris	20,5	0,05	29,5	20,01	0,22	0,06	27,9
Rose	55,0	0,10	46,4	99,3	0,32	0,05	51,4

Afin de quantifier la l'ajustement des modèles aux données expérimentales l'écart type des résidus de chaque modèle est présenté sur les figures 6.52 à 6.69. De façon générale il peut être observé d'après les résultats de simulation que le modèle qui s'ajuste le mieux aux données expérimentales, pour n'importe quel cheminement de contraintes appliqué, est le modèle non linéaire transversal isotrope. Cependant, il reste des lacunes dues principalement au fait que les phénomènes de premier et de deuxième ordre ne sont pas indépendants, tel que démontré dans la section 6.3.3. L'influence de la dépendance des phénomènes de premier et de deuxième ordre peut être remarquée lors de l'application de la contrainte de confinement dans les essais du cheminement 1 et 2.

Dans les essais caractérisés par le cheminement 2 ont remarque que le modèle suit assez bien les données expérimentales lors du chargement uniaxial et qu'il s'éloigne des points de mesures dès que la contrainte de confinement est appliquée. L'éloignement étant plus prononcé plus la contrainte de confinement appliquée est élevée. Le

cheminement de contraintes 1 fait ressortir de façon plus évidente encore cette caractéristique du modèle non linéaire transversal isotrope.

Une meilleure corrélation du modèle aux données expérimentales pourrait être obtenue si l'interdépendance des phénomènes de premier et de deuxième ordre avait été prise en compte. Pour le moment on sait seulement que ces deux phénomènes ne sont pas indépendants, vu que les phénomènes de premier ordre dépendent de la contrainte de confinement et que les micro-fissures constituent l'élément de liaison.

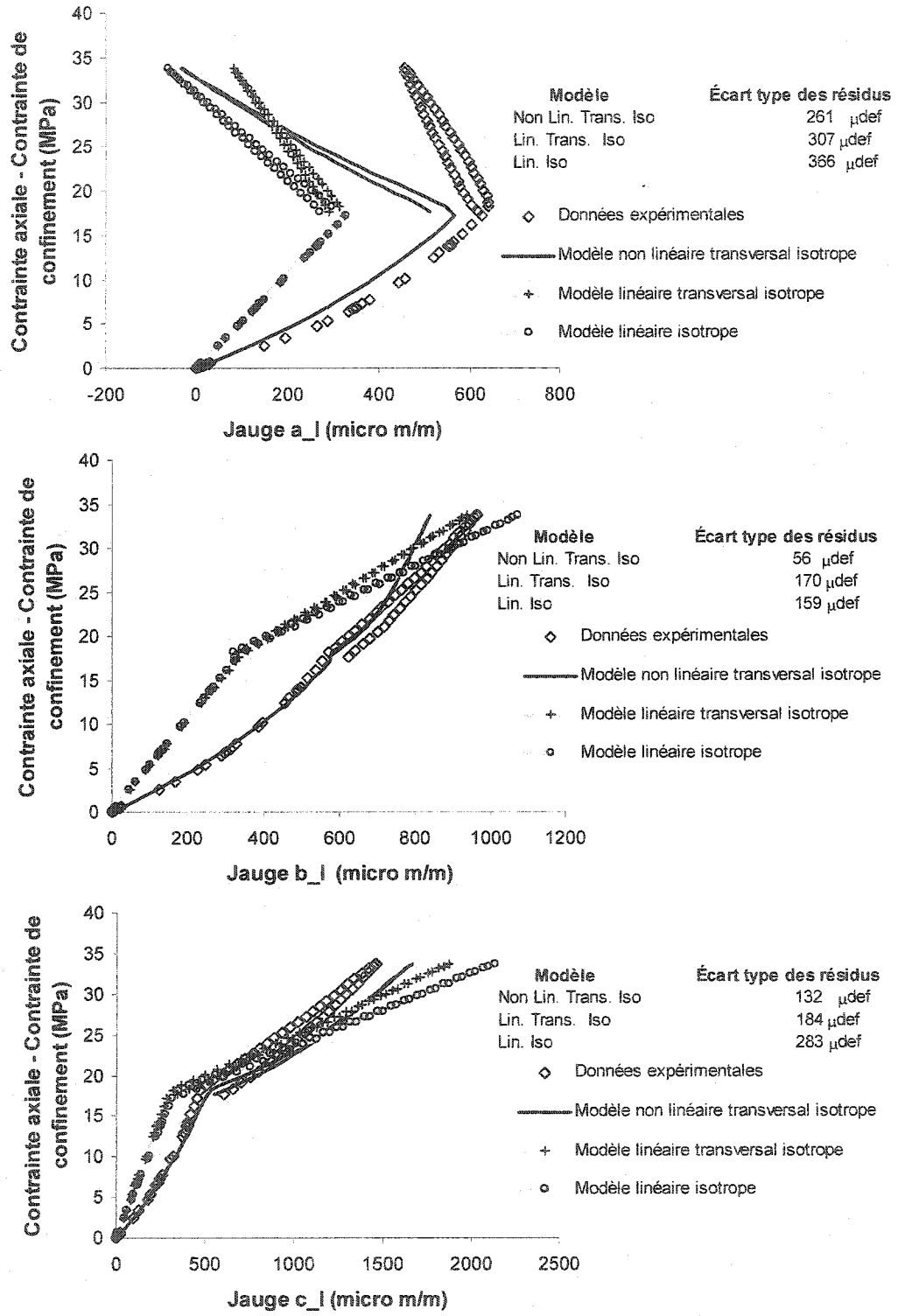


Figure 6.52 – Granite Barre, rosette I, cheminement 1 (essai T_1GB2000).

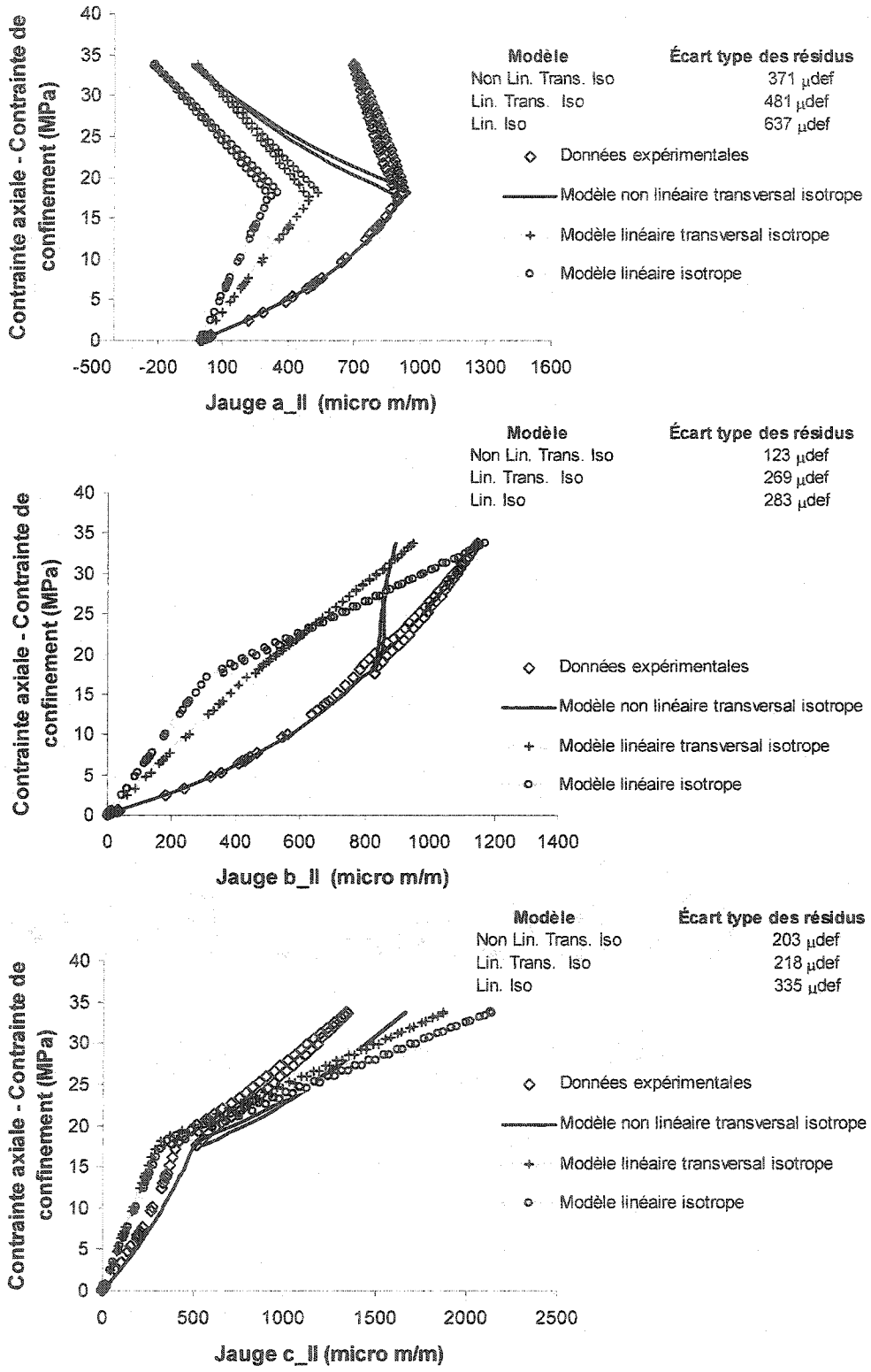


Figure 6.53 – Granite Barre, rosette II, cheminement 1 (essai T_1GB2000).

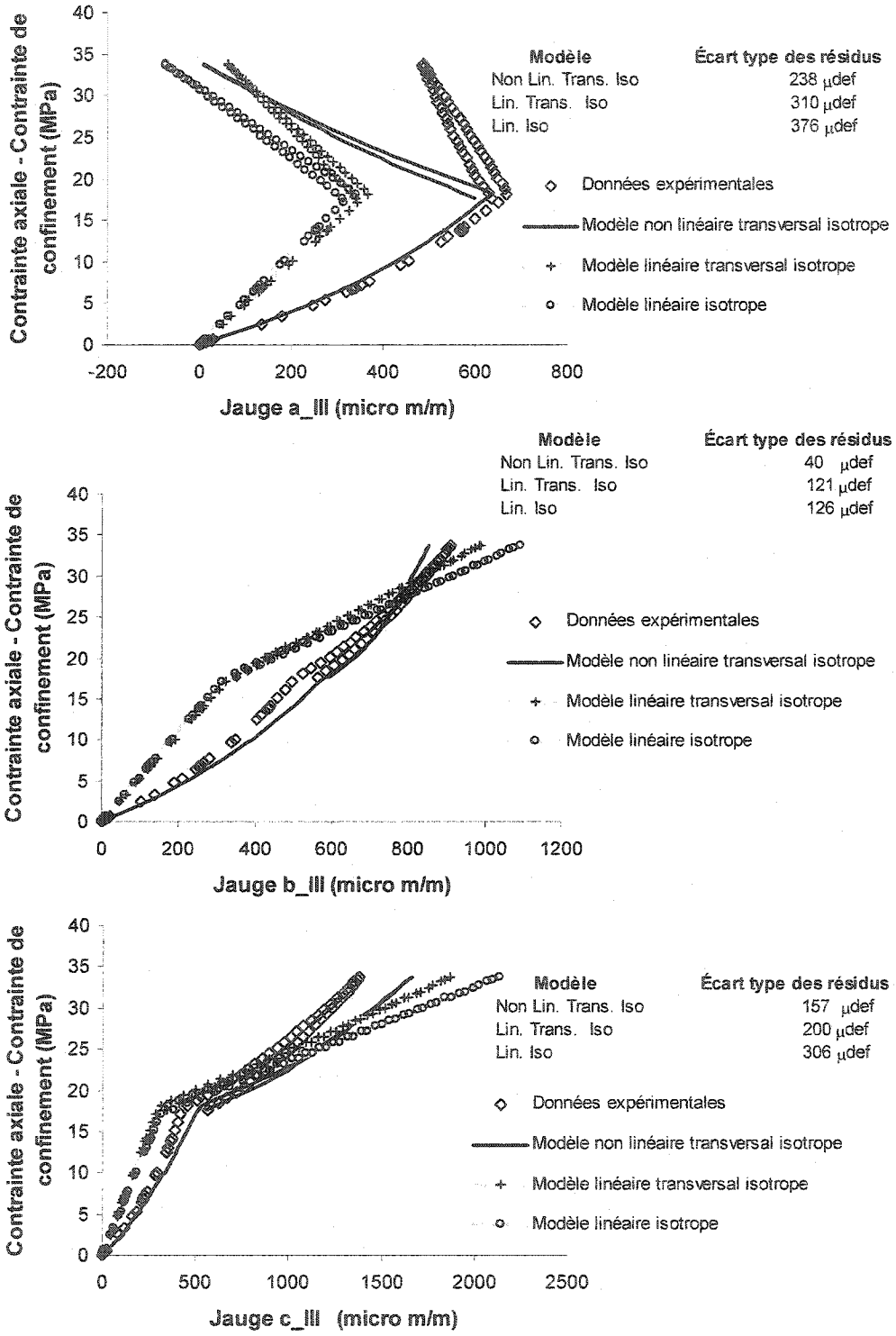


Figure 6.54 – Granite Barre, rosette III, cheminement 1 (essai T_1GB2000).

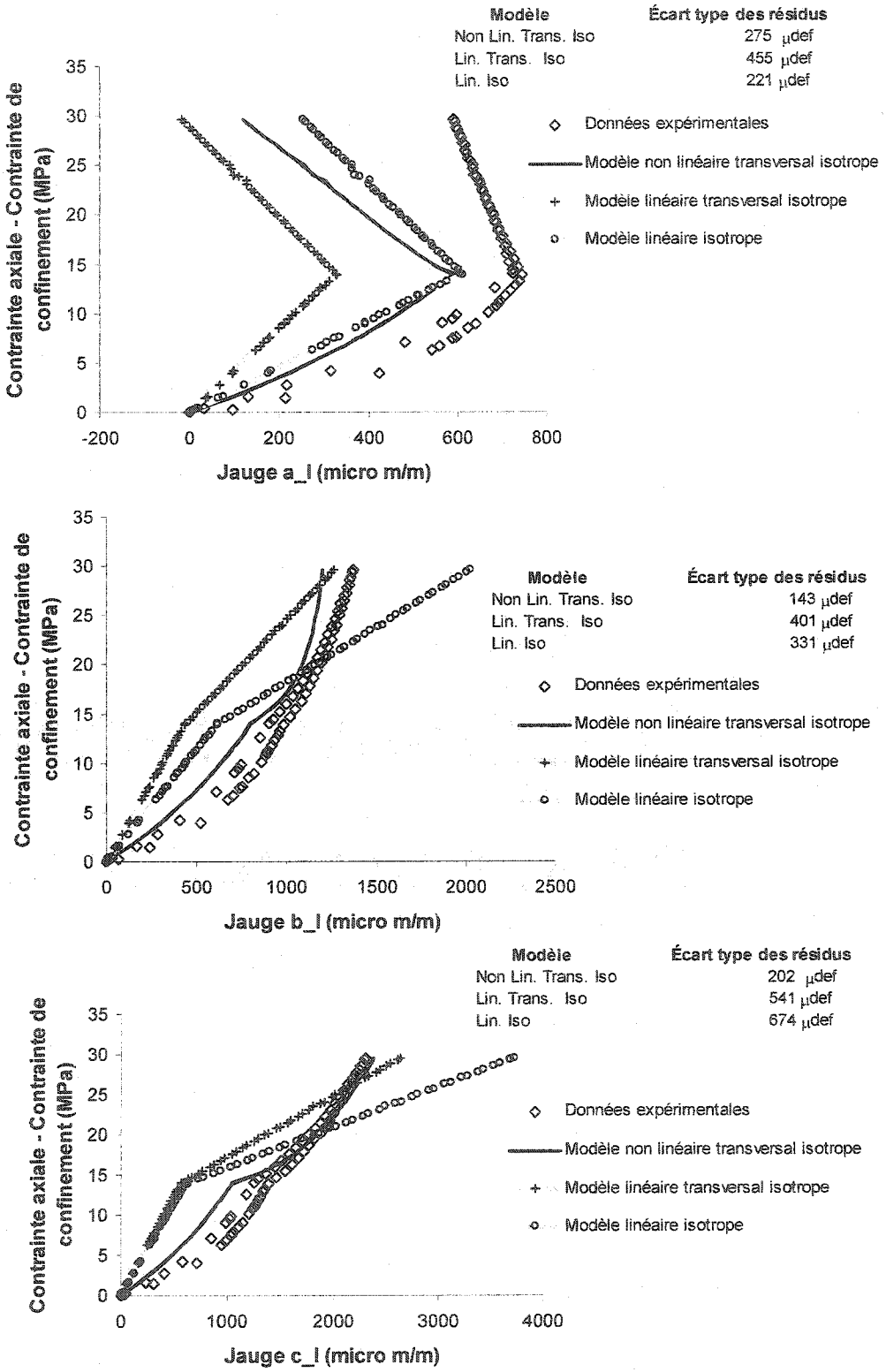


Figure 6.55 – Granite Gris, rosette I, cheminement 1 (essai T_1GG2000).

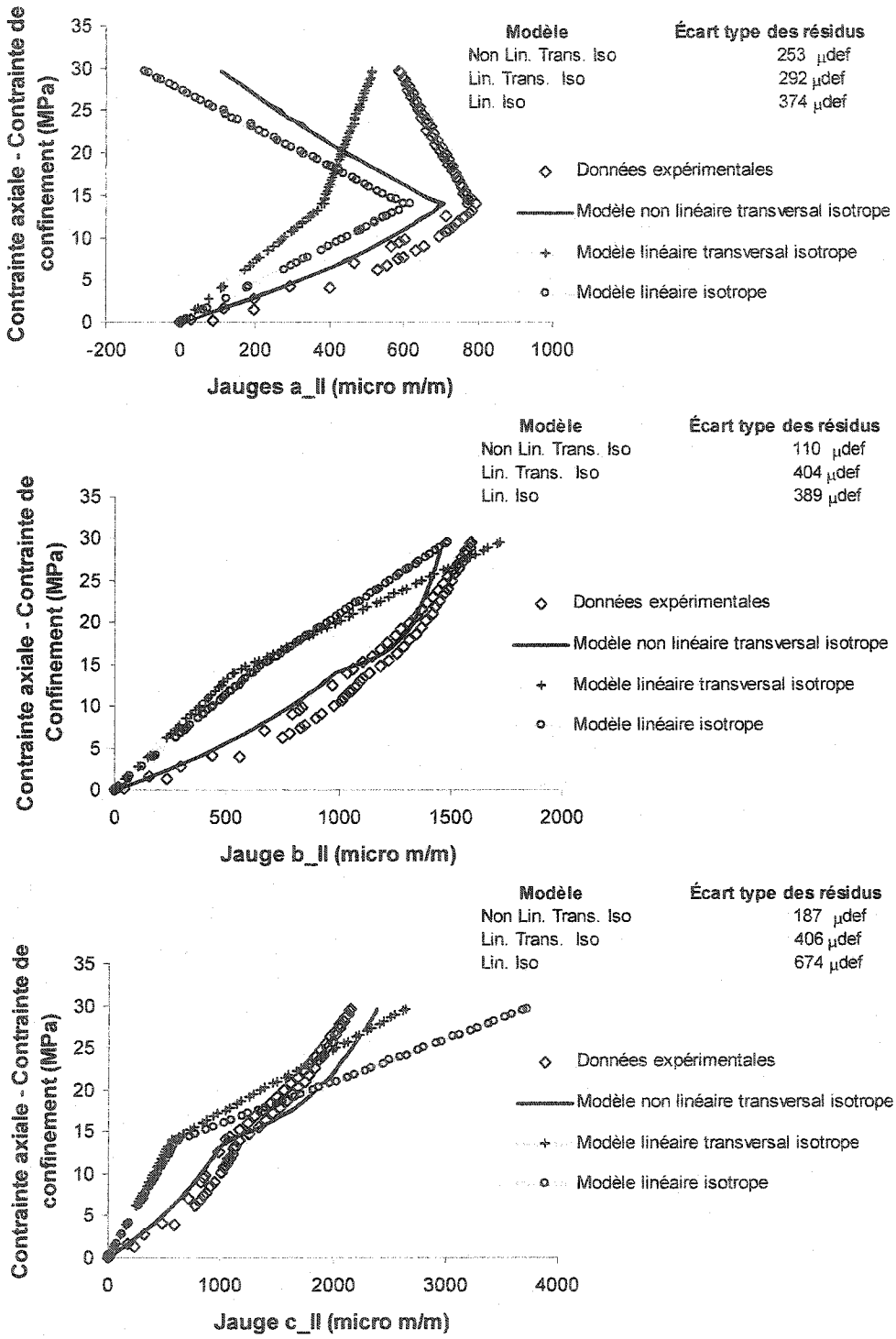


Figure 6.56 – Granite Gris, rosette II, cheminement 1 (essai T_1GG2000).

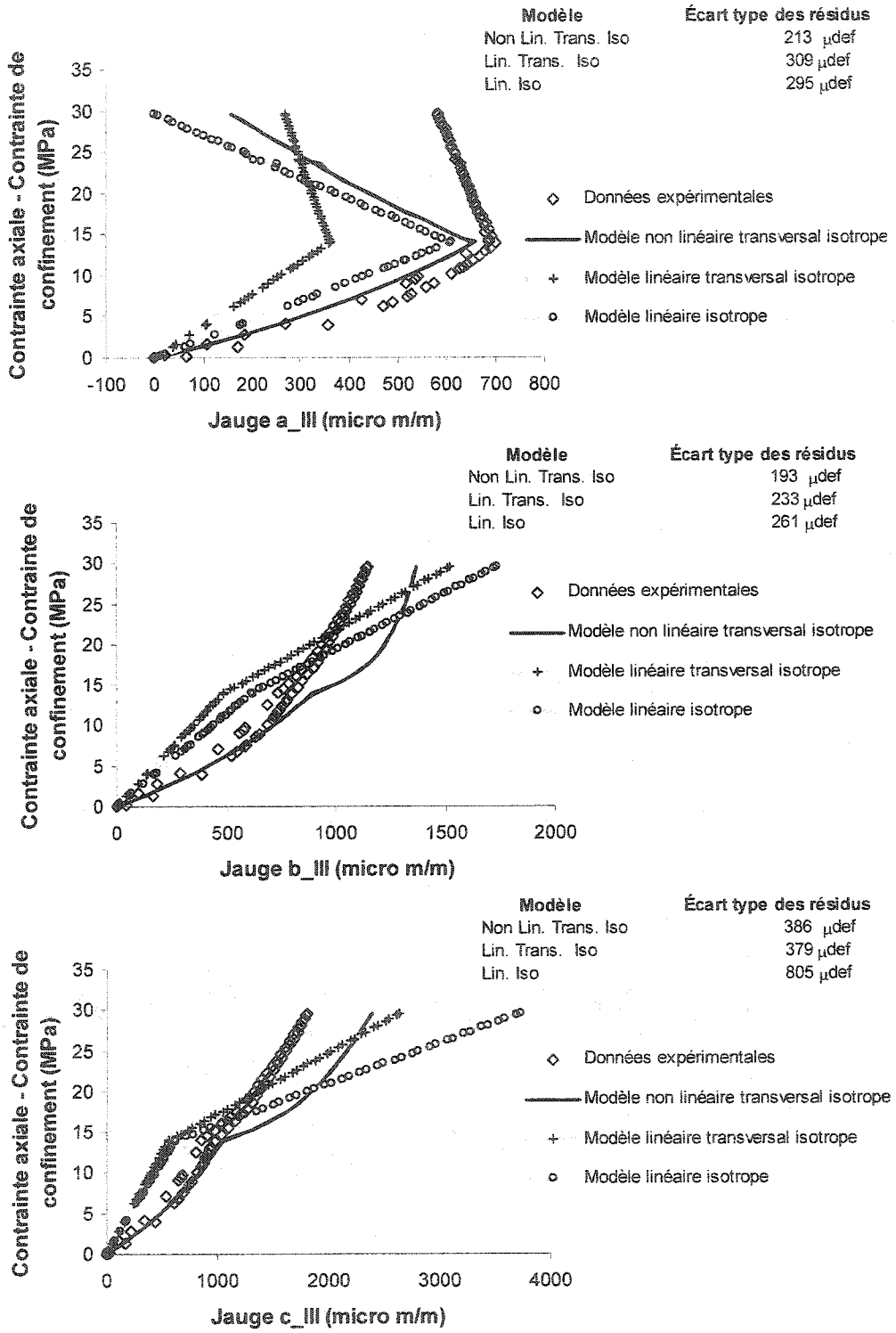


Figure 6.57 – Granite Gris, rosette III, cheminement 1 (essai T_1GG2000).

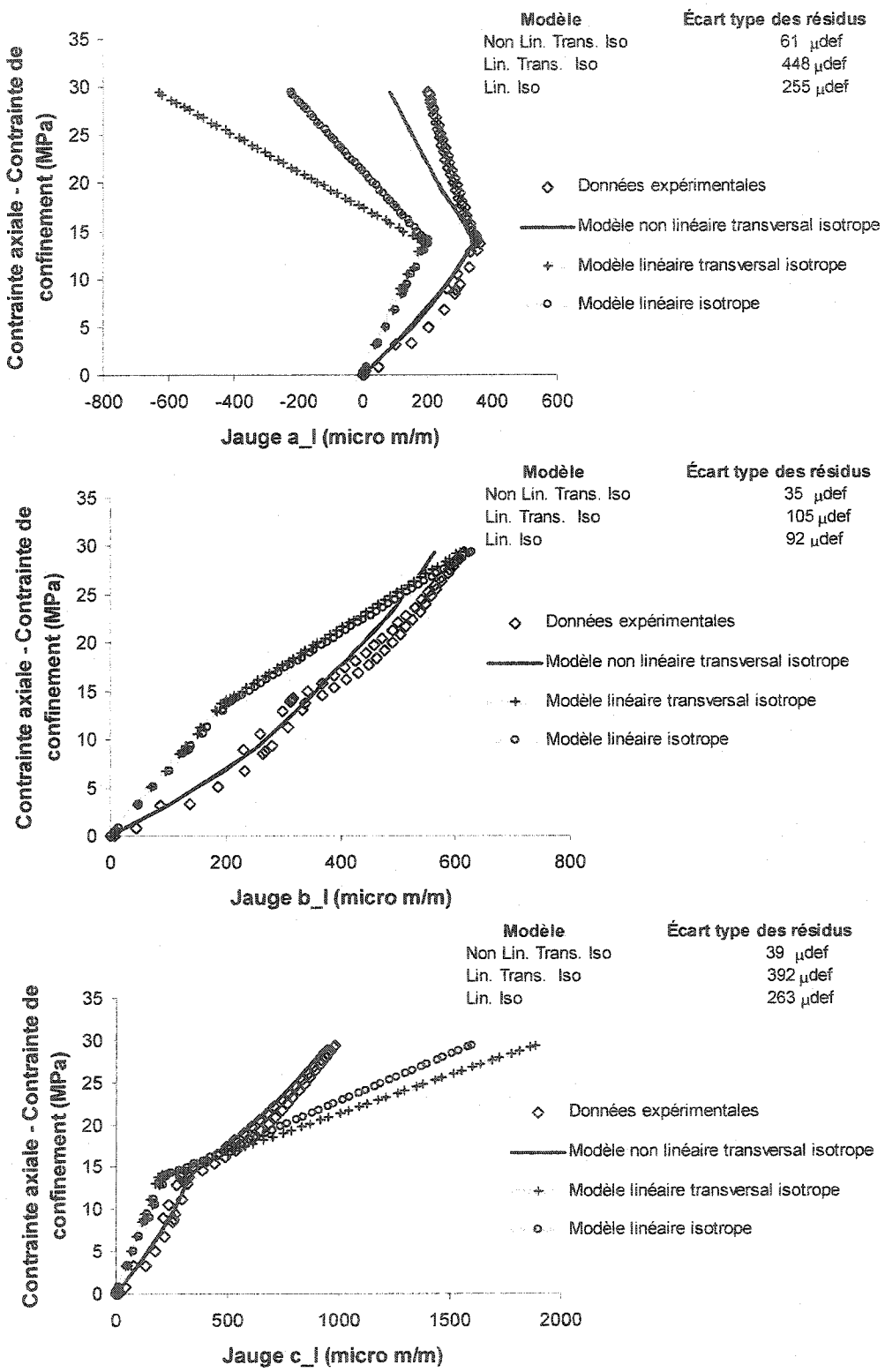


Figure 6.58 – Granite Rose, rosette I, cheminement 1 (essai T_1GR2000).

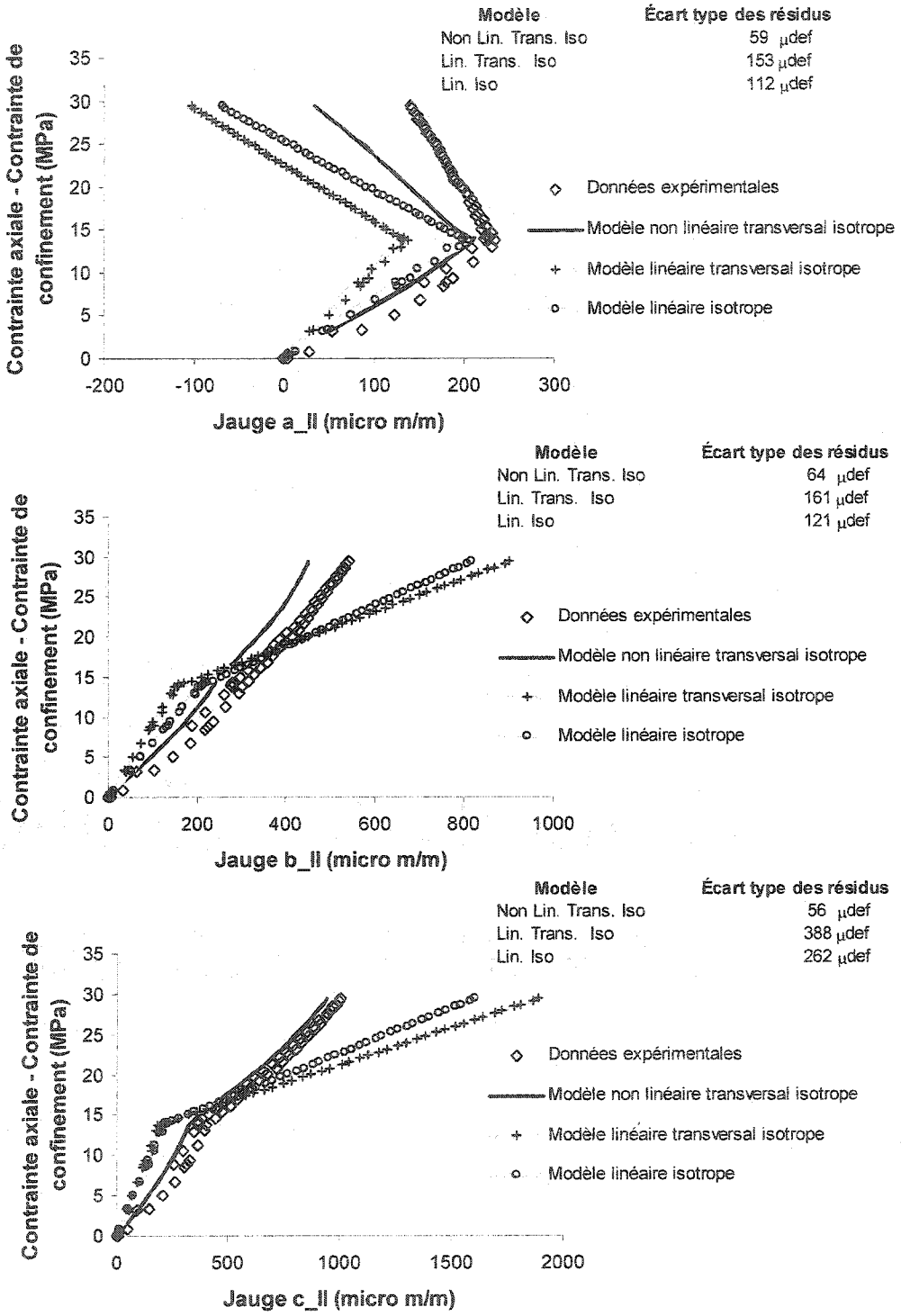


Figure 6.59 – Granite Rose, rosette II, cheminement 1 (essai T_1GR2000).

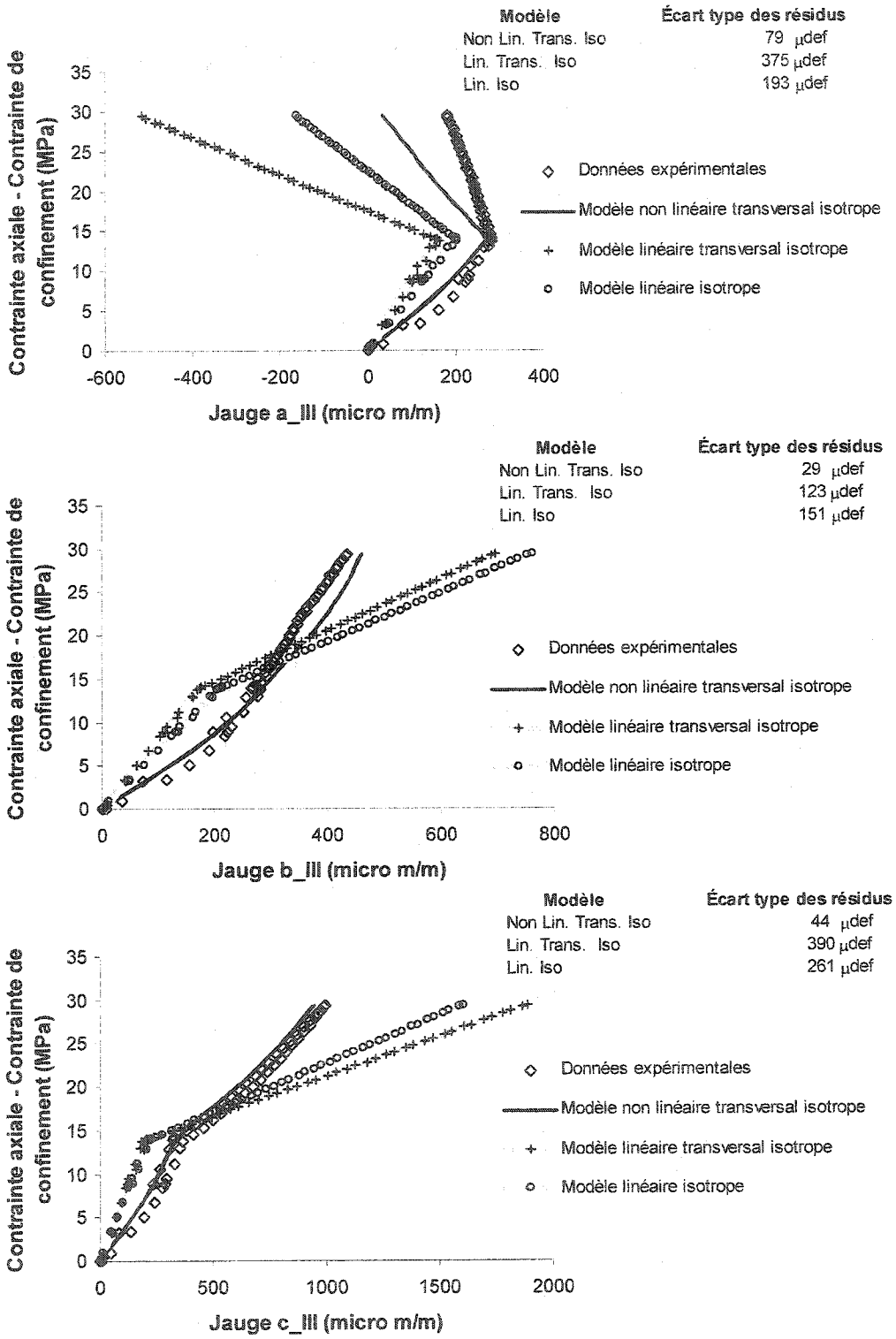


Figure 6.60 – Granite Rose, rosette III, cheminement 1 (essai T_1GR2000).

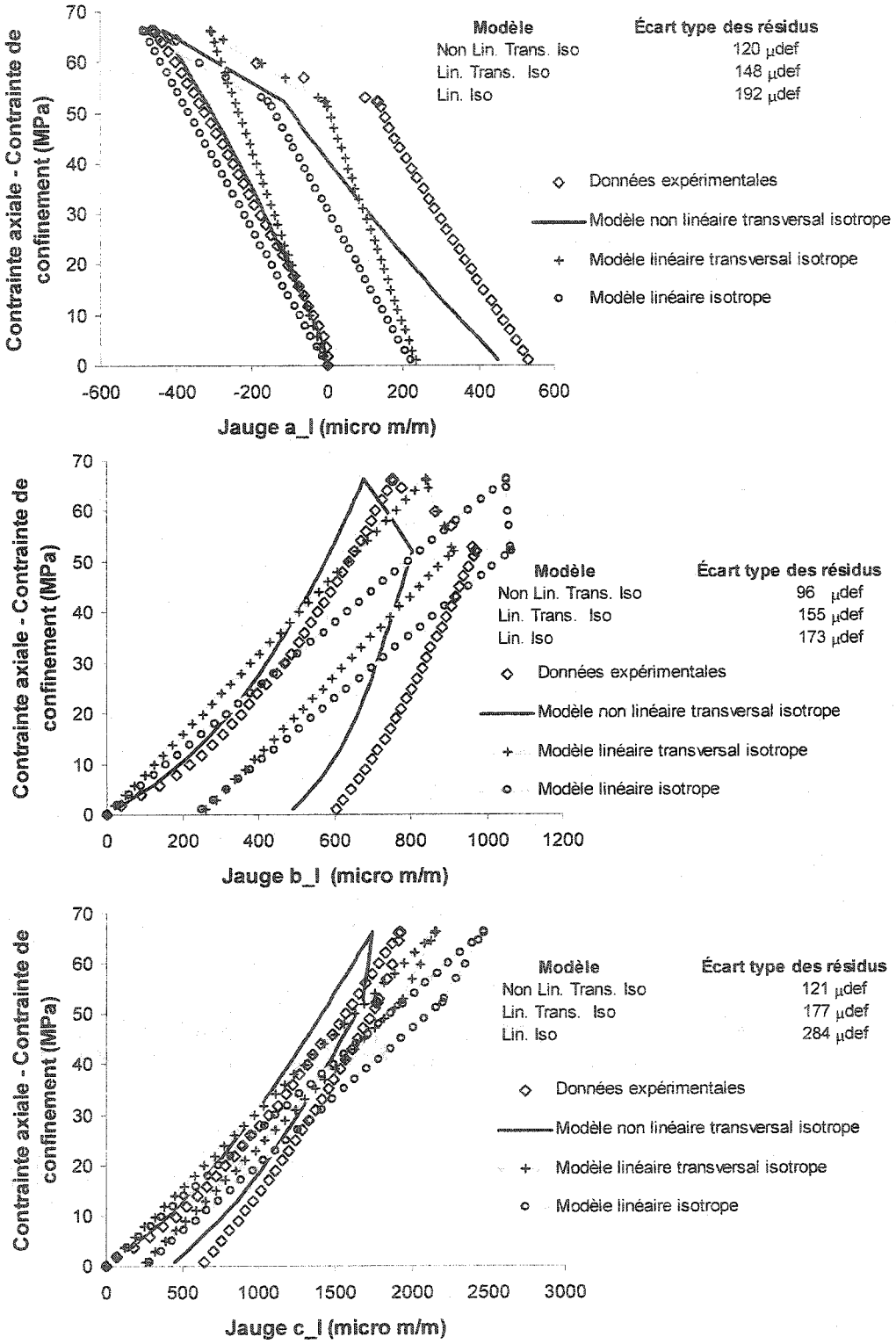


Figure 6.61 – Granite Barre, rosette I, cheminement 2 (essai T_2GB2000).

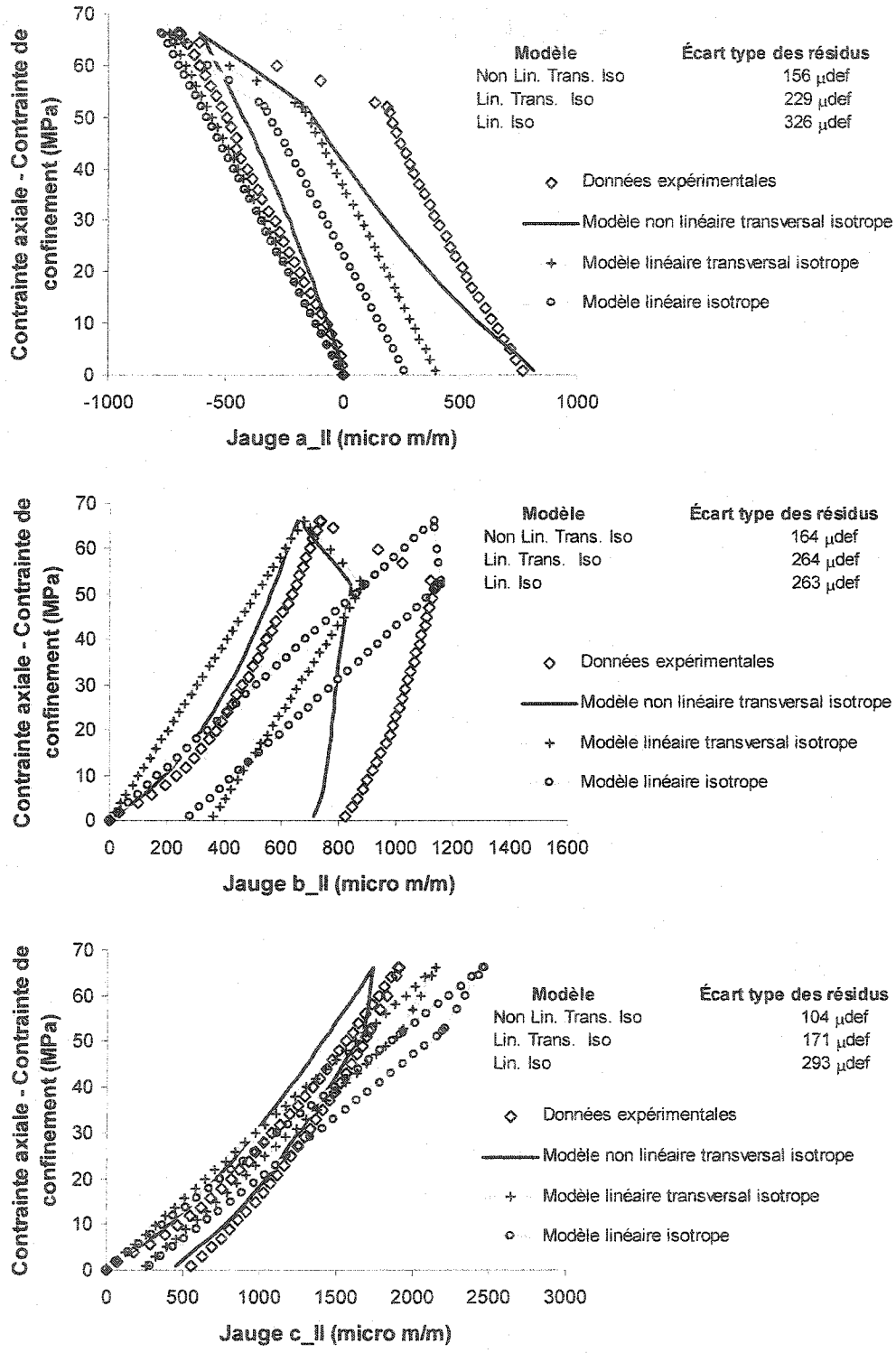


Figure 6.62 – Granite Barre, rosette II, cheminement 2 (essai T_2GB2000).

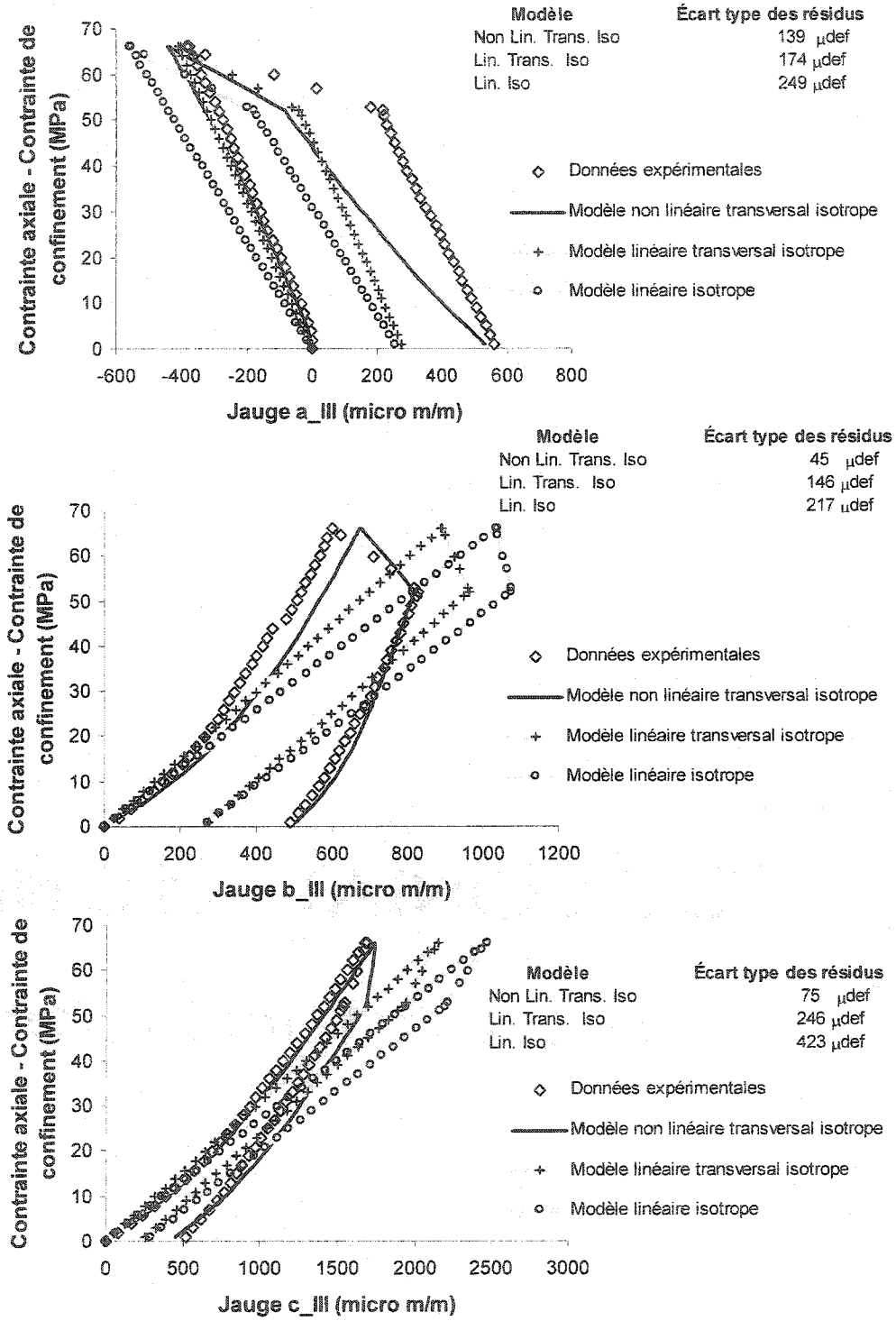


Figure 6.63 – Granite Barre, rosette III, cheminement 2 (essai T_2GB2000).

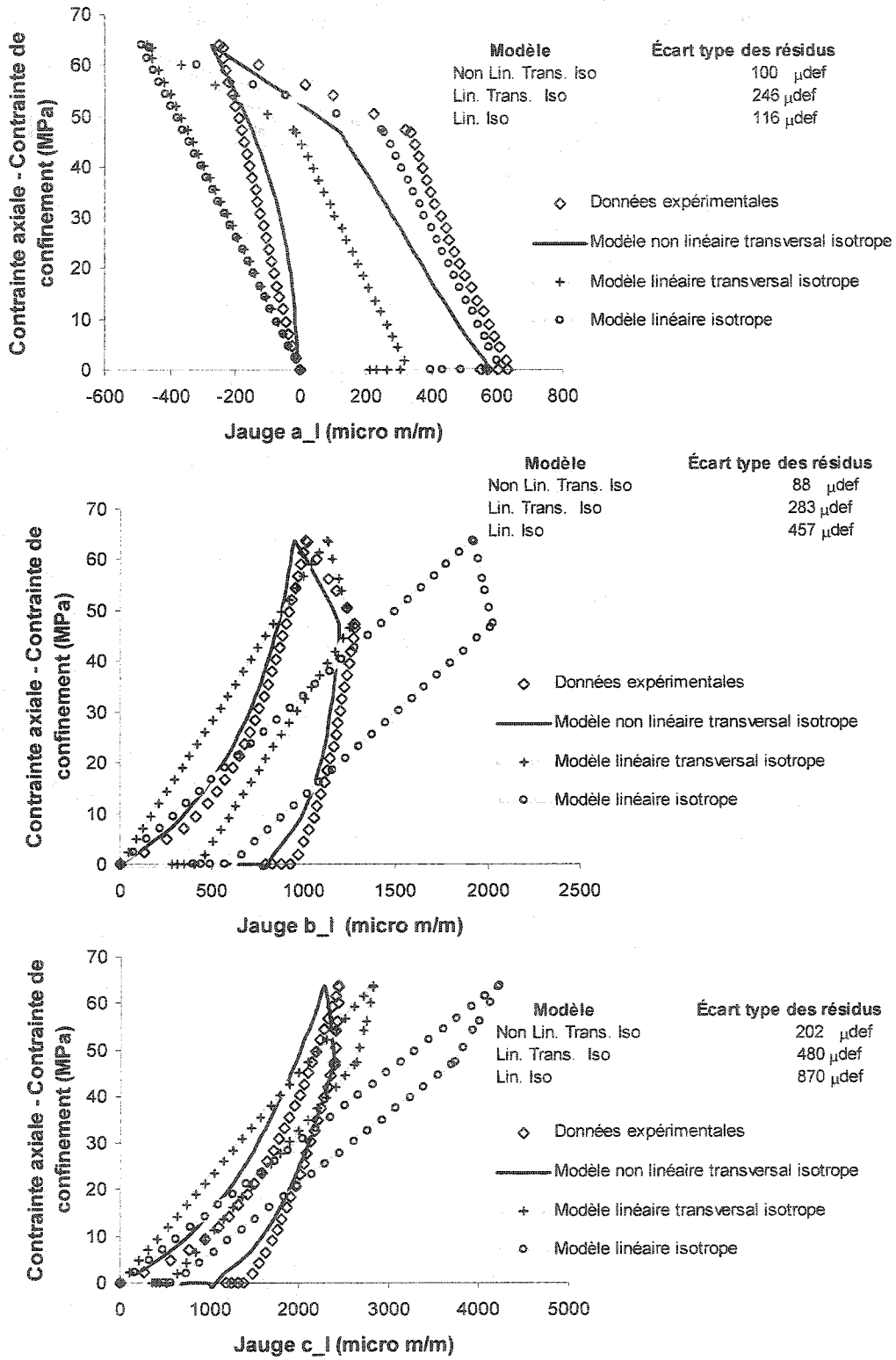
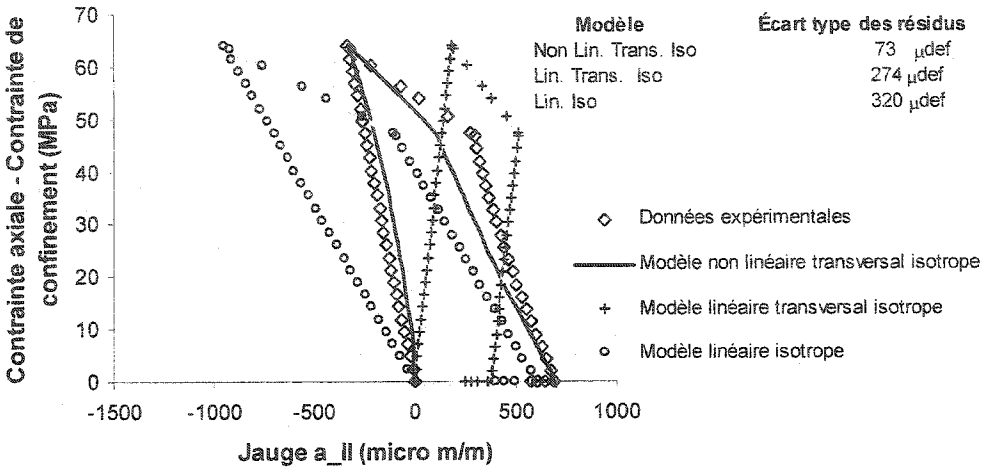
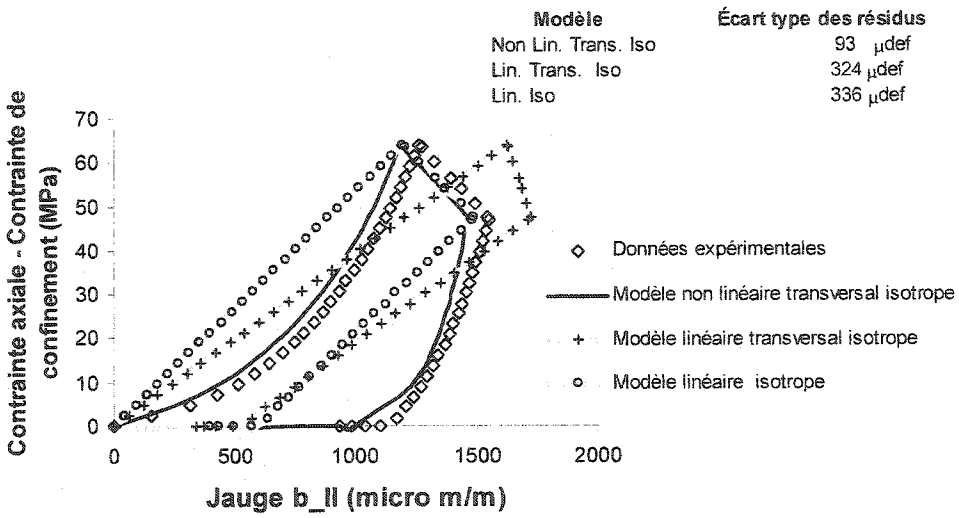


Figure 6.64 – Granite Gris, rosette I, cheminement 2 (essai T_2GG2000).





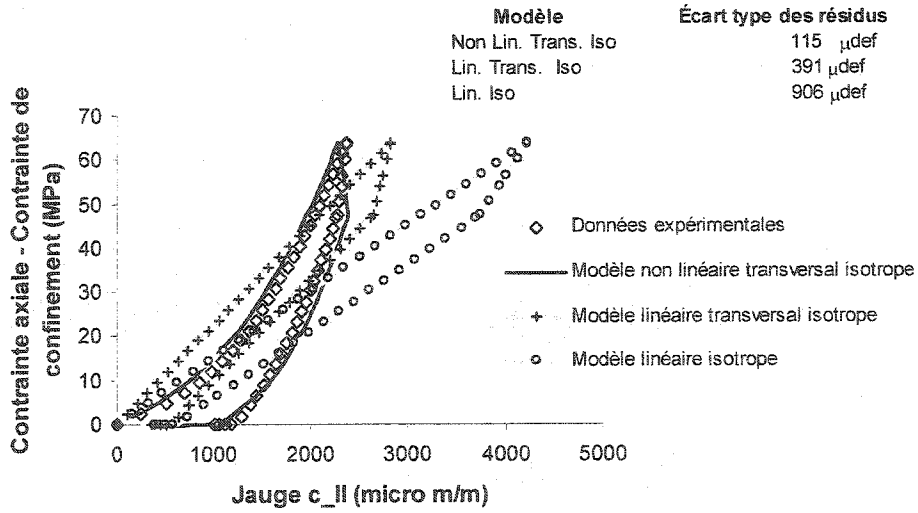


Figure 6.65 – Granite Gris, rosette II, cheminement 2 (essai T_2GG2000).

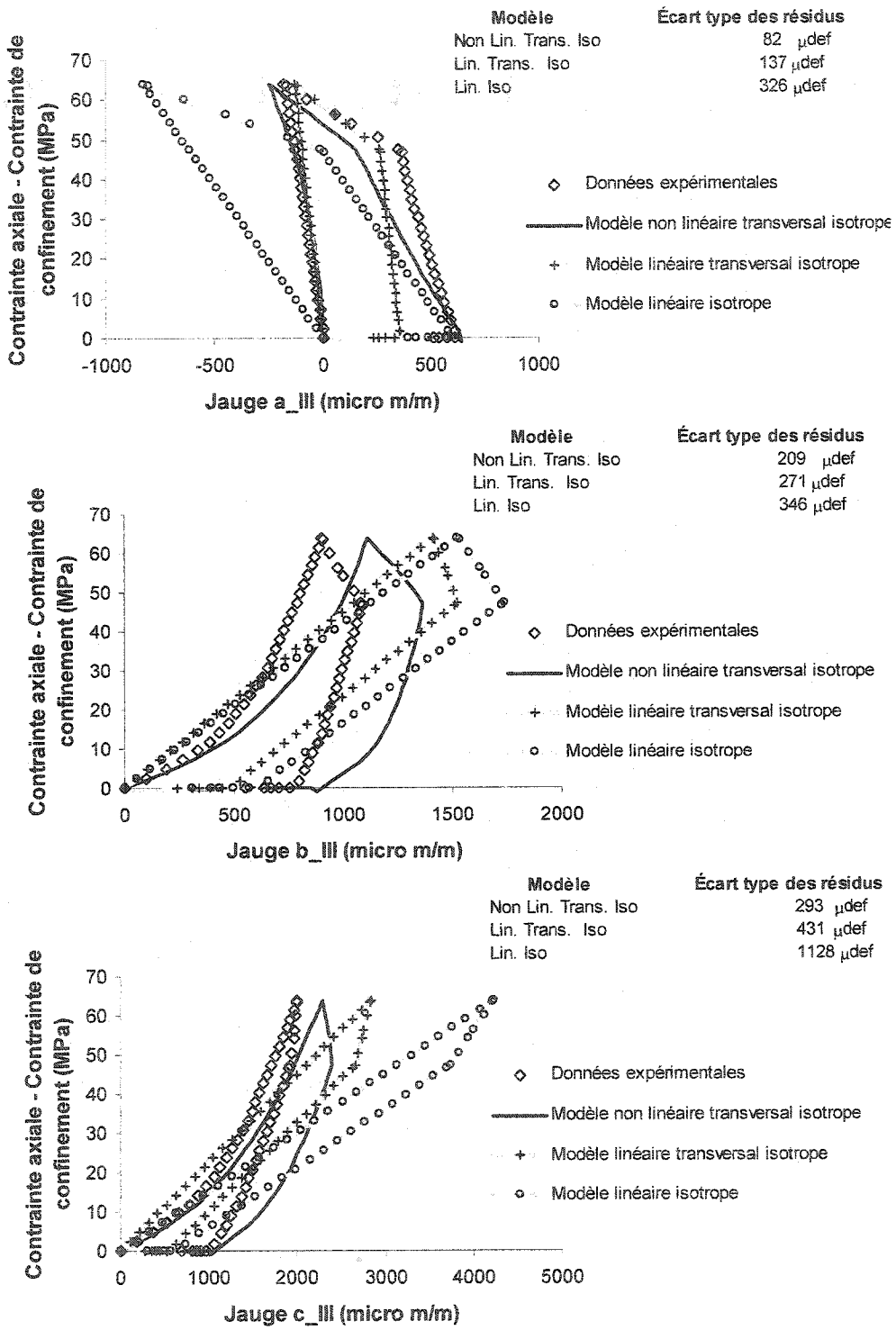


Figure 6.66 – Granite Gris, rosette III, cheminement 2 (essai T_2GG2000).

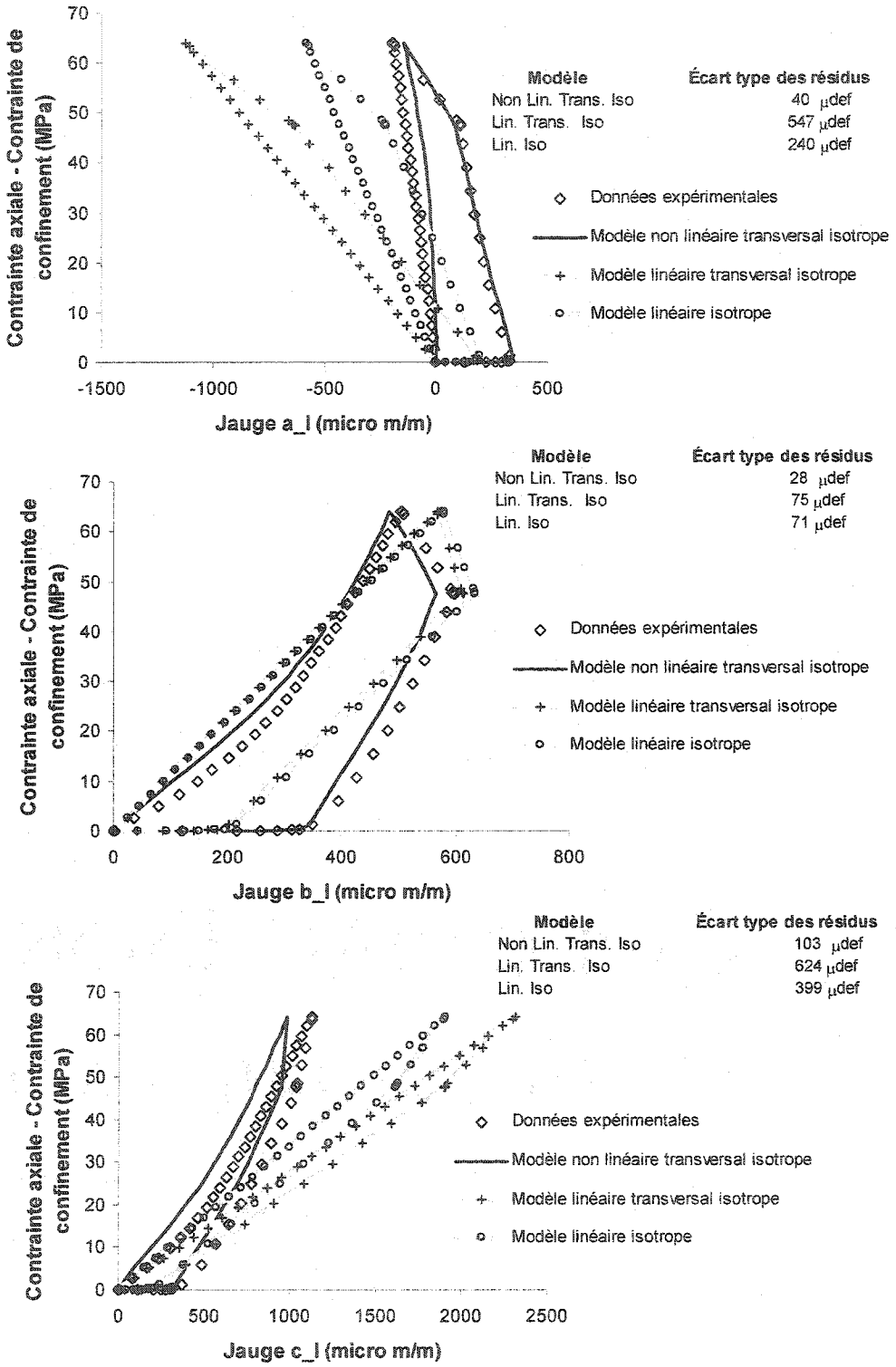


Figure 6.67 – Granite Rose, rosette I, cheminement 2 (essai T_2GG2000).

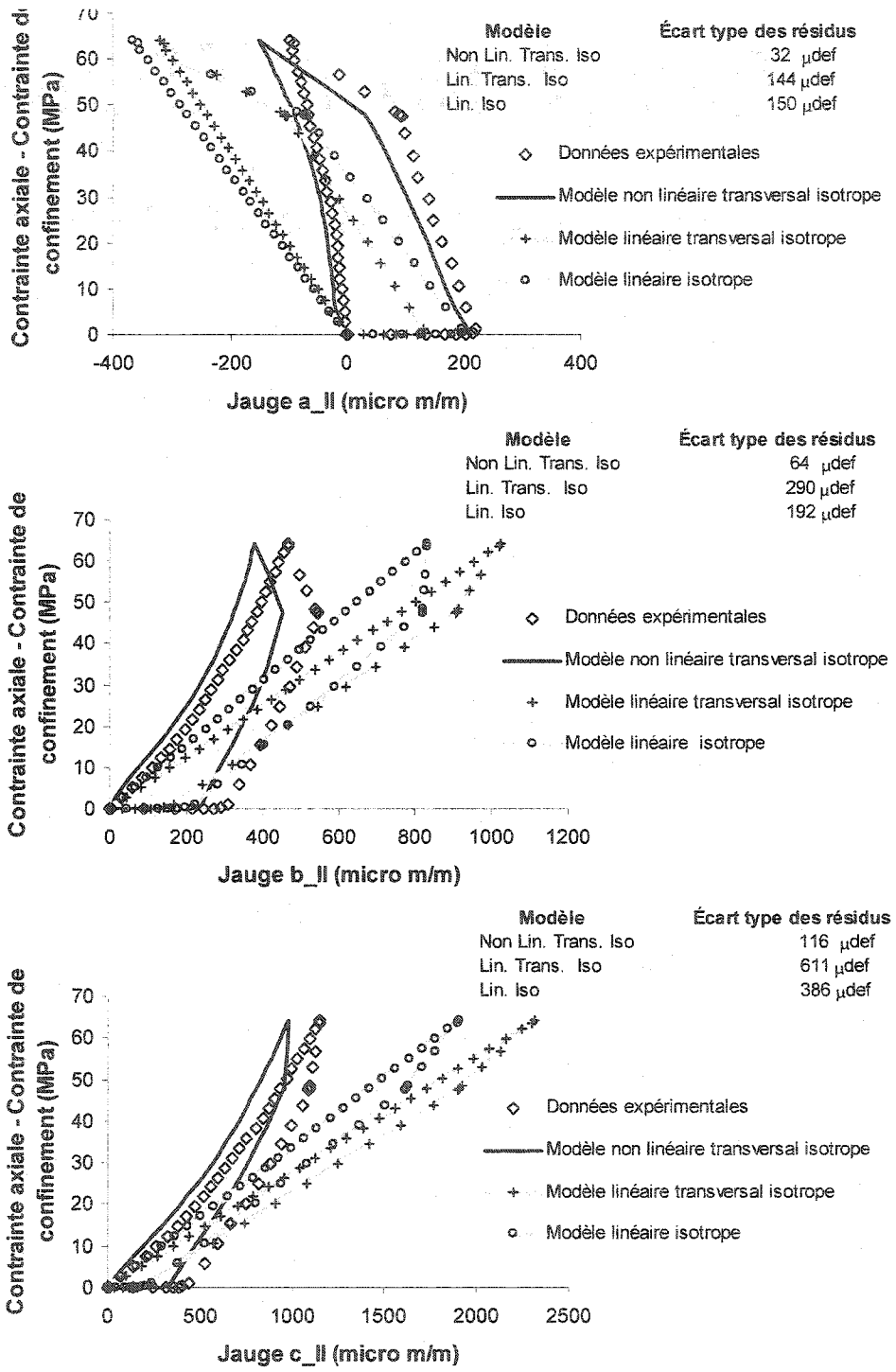


Figure 6.68 – Granite Rose, rosette II, cheminement 2 (essai T_2GG2000).

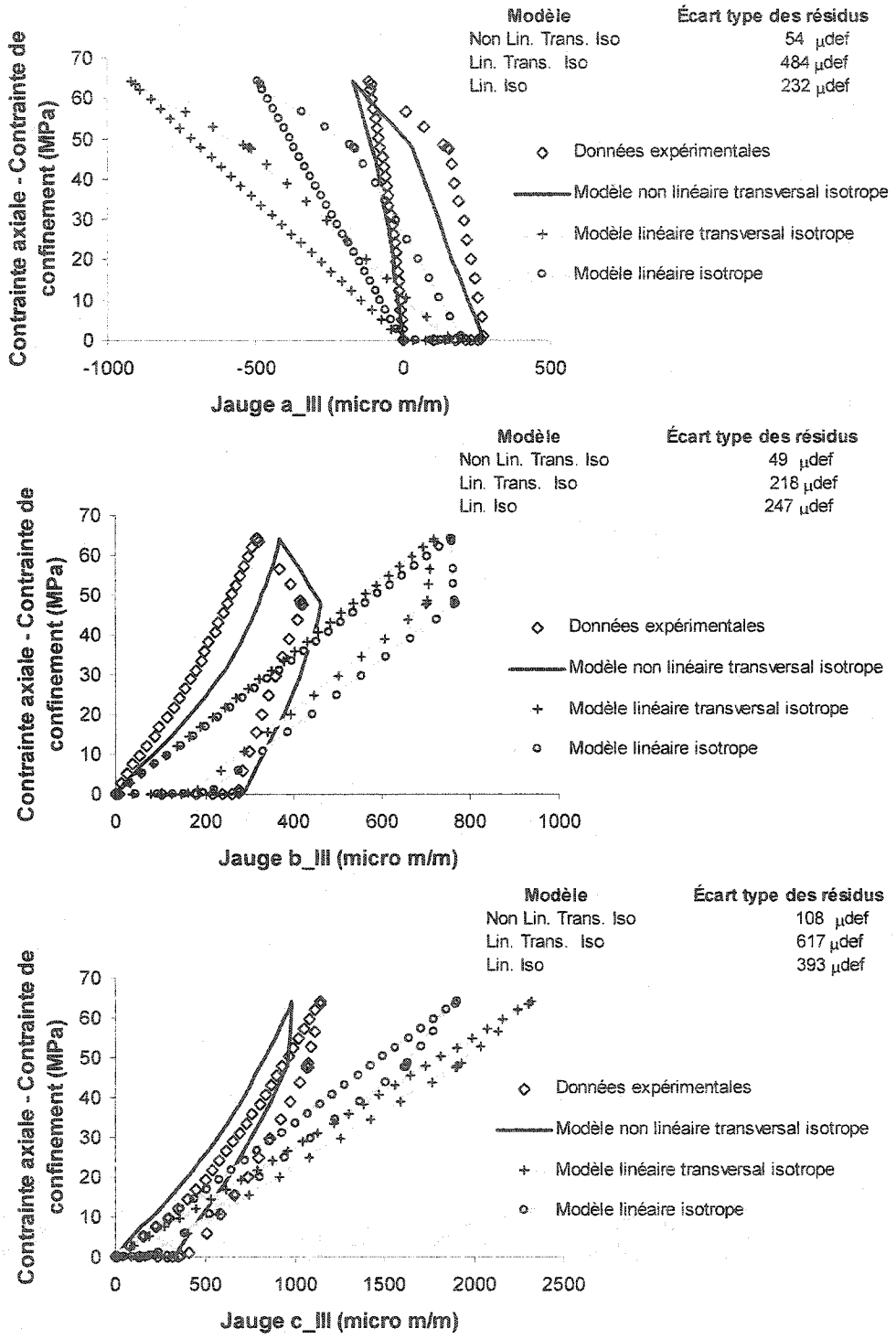


Figure 6.69 – Granite Rose, rosette III, cheminement 2 (essai T_2GG2000).

CHAPITRE VII

CONCLUSIONS ET RECOMMANDATIONS

Afin de formuler un modèle élastique anisotrope capable de tenir compte de la non-linéarité qui caractérise la région II de la courbe contrainte déformation des roches fragiles (figure 2.5), la compréhension des phénomènes qui caractérisent ce comportement est primordiale. Ainsi, il a été démontré, tel que rapporté par la littérature, que le comportement non linéaire des roches fragiles à des faibles niveaux de contraintes est une réponse au processus de fermeture des micro-fissures. De plus, vu que ces micro-fissures sont souvent orientées de façon non équiprobable, le comportement anisotrope est souvent associé au comportement non linéaire. Par ailleurs, les micro-fissures se retrouvent naturellement dans les roches fragiles à différents degrés selon la granulométrie, la composition, l'historique des contraintes et l'état d'altération de la roche. Alors, on peut conclure que le comportement non linéaire des roches fragiles à de faibles niveaux de contraintes constitue plutôt la règle que l'exception.

En ce qui à trait au comportement anisotrope non linéaire des roches testées, les observations expérimentales de la présente recherche mènent aux conclusions générales suivantes:

1. Dû à la présence des micro-fissures les roches ignées exhibent un comportement non linéaire anisotrope;

2. Le comportement non linéaire de roches fragiles est dû au processus de fermeture de micro-fissures;

3. Le comportement non linéaire et anisotrope sont intimement associés;

4. Les roches à symétrie transversale isotrope sont généralement caractérisées par des déformations plus élevées dans la direction perpendiculaire au plan qui contient les micro-fissures et les moins élevées dans les directions parallèles à ce plan, cependant cette caractéristique ne constitue pas une règle;

5. Sous l'action d'un champ de contraintes hydrostatique le degré d'anisotropie diminue généralement avec une augmentation de la contrainte hydrostatique;

6. La présence de fluides dans les micro-fissures réduit considérablement le comportement anisotrope et non linéaire des roches;

7. Les roches anisotropes soumises à un champ de contrainte hydrostatique présentent des variations de forme, ce qui caractérise un phénomène de deuxième ordre.

En ce qui concerne le point numéro 4 il a été observé lors de la réalisation d'essais de compression hydrostatique que selon la disposition des axes de l'ellipsoïde qui caractérise la micro-fissure, la symétrie transversale isotrope peut être caractérisée par des déformations plus élevées dans les directions parallèles au plan d'isotropie.

Le modèle proposé dans ce document est basé sur les composantes fondamentales du comportement, c'est-à-dire selon la façon dont les matériaux se déforment lorsque soumis à des sollicitations externes. Alors, les relations qui décrivent ce comportement, soit les phénomènes de premier ordre (changement de volume produit par la contrainte moyenne, celle-ci ne changeant pas la forme du matériau et changement de forme produit par les déviateurs de contraintes, ceux-ci n'ayant aucune influence sur la variation volume du matériau) et de deuxième ordre (variations de volume engendrées par les déviateurs de contraintes et des variations de forme causées par la contrainte moyenne) ont été déduites pour un corps linéaire de symétrie transversale isotrope et orthotrope à partir de la théorie classique de l'élasticité.

Suite à ce développement théorique, il a été supposé que ces mêmes relations soient aussi valables dans le cas non linéaire. Cette supposition implique que les phénomènes de premier ordre soient indépendants des phénomènes de deuxième ordre. Les essais au laboratoire ont confirmé l'existence des phénomènes de deuxième ordre autant pour le cas linéaire comme pour le cas non linéaire. Cependant, la supposition de l'indépendance de ces phénomènes s'est avérée fausse.

Les essais en laboratoire ont démontré que la variation de volume de deuxième ordre et la variation de forme de premier ordre dépendent de la contrainte de confinement appliquée. On a pu constater que plus la contrainte de confinement appliquée est élevée moins les phénomènes de deuxième ordre observés sont important et plus la courbe contrainte déformation de la variation de volume de deuxième ordre et de forme de premier ordre devient linéaire. Ces observations mènent à croire à l'existence d'un terme reliant la variation de forme de 1er ordre à la contrainte moyenne et la variation de volume de 2ème ordre à la contrainte déviatorique. La nature de cette interdépendance, comment elle agit et sa dépendance du cheminement de contraintes, sont des questions auxquelles nous n'avons pas des réponses dans la présente recherche.

La réponse à ces questions passe, entre autres, par la réalisation d'essais triaxiaux vrais dont la valeur des trois contraintes principales est contrôlée de façon indépendante. De cette façon, les fonctions qui décrivent les variations de forme de premier ordre pourront être déterminées à partir d'un état des contraintes où la contrainte moyenne est nulle et les trois contraintes principales ne le sont pas.

La dépendance des phénomènes de premier et de deuxième ordre limite l'utilisation du modèle à des cas où les cheminements de contraintes en question ne s'éloignent pas trop des cheminements de contraintes utilisés pour la détermination de fonctions de variation de forme et de volume. Cependant le modèle permet la détermination de ces fonctions pour des cheminements divers, c'est-à-dire que les fonctions qui décrivent les

phénomènes de deuxième ordre peuvent être déterminées pour une infinité de pressions de confinement différentes. Alors, le modèle peut être adapté au problème en question.

Lors du développement du modèle, une procédure a été proposée pour déterminer les constantes élastiques d'un corps à symétrie transversale isotrope à partir d'un seul échantillon de roche même si l'orientation des axes d'anisotropie n'est pas connue. Cette procédure fait appel à un essai de compression hydrostatique et à un essai de compression non hydrostatique tel qu'un essai de compression uniaxiale. Cette procédure représente un grand avancement par rapport aux procédures standards puisqu'elle minimise l'effet de l'hétérogénéité inhérent aux géomatériaux, de plus les essais de compression hydrostatique et non hydrostatique ne requièrent pas une préparation spéciale des cylindres des roches.

Il est intéressant de rappeler que les procédures normalisées de déterminations des constantes élastiques des corps à une symétrie transversale isotrope font appel à 9 échantillons de roches si les axes d'anisotropie ne sont pas connus à priori et à 3 si ces axes sont connus. De plus, il a été suggéré dans la présente recherche qu'avec deux échantillons de roche, les 9 constantes d'un corps au comportement linéaire orthotrope puissent aussi être déterminées.

Un autre aspect intéressant de la procédure proposée pour la détermination des paramètres élastiques des roches linéaires transversales isotropes est son caractère peu restrictif. En effet, si l'équation de Saint-Venant est acceptée, aucune inclinaison des axes d'anisotropie par rapport aux axes d'application des contraintes empêche la détermination des constantes élastiques.

Cette procédure de détermination des paramètres a été transposée au cas non linéaire transversal isotrope rendant ainsi la détermination des fonctions de variation de forme et de volume un exercice simple et pratique. En effet, un des avantages du modèle proposé est la simplicité avec laquelle les paramètres nécessaires sont déterminés.

L'efficacité du modèle a été vérifiée en comparant le modèle non linéaire transversal isotrope proposé et les modèles linéaire et linéaire transversal isotrope aux données expérimentales de deux cheminement de contraintes différents. Cette comparaison a permis de constater que le modèle qui s'ajuste le mieux aux données expérimentales, pour n'importe quel cheminement de contraintes appliqué, est le modèle non linéaire transversal isotrope proposé. De plus, même si l'ajustement du modèle aux données expérimentales n'est pas parfait, il est clair que ce modèle représente une nette amélioration par rapport aux modèles linéaire isotrope et linéaire transversal isotrope traditionnellement utilisés afin modéliser le comportement de roches.

Des améliorations au modèle pourraient être apportées à partir des études consacrées à la dépendance des phénomènes de premier et deuxième ordre. Malheureusement ces études sont limitées par les difficultés inhérentes à la réalisation des essais où toutes les trois contraintes principales sont contrôlées de façon indépendante. Il est clair alors qu'avant de se lancer dans cette étude, les recherches doivent se concentrer tout d'abord sur la réalisation de ces essais. Toutefois, d'autres lignes de recherche peuvent être développées en parallèle. Une extension immédiate du modèle serait l'introduction de celui-ci dans des logiciels de modélisation numérique. Ainsi des erreurs introduites par la non considération du comportement non linéaire anisotrope des roches pourrait être étudié. De plus, des études afin de minimiser le haut degré de corrélation entre paramètres pourraient être menées à partir de la théorie de détermination de paramètres.

Des recherches pourraient se poursuivre aussi dans le domaine des mesures des contraintes, puisque ce modèle peut être facilement adapté aux techniques de mesure de déformation à la paroi des forages tel que la cellule de Leeman.

LISTE DE RÉFÉRENCES

ADAMS, L.H. et WILLIAMSON, E.D. (1923). On the compressibility of minerals and rocks at high pressures. J. Franklin Inst., 195, 475-529.

ALLIROT, D. et BOEHLER, J.P. (1979). Évolution des propriétés mécaniques d'une roche stratifiée sous pression de confinement. Proc. 4th Int. Cong. ISRM, Montreux, 1, 15-22.

ALLIROT, D. ; BOEHLER, J.P. et SAWCZUCK, A. (1977). Irreversible deformations of an anisotropic rock under hydrostatic pressure. Int. J. Rock Mech. Min. Sci. et Geomech. Abstr., 14, 77-83.

AMADEI, B. (1983). Rock anisotropy and the theory of stress measurements. Lectures Notes in Engineering, eds. C.A. Brebbia et S.A. Orszag, Springer-Verlag, New York.

ANNOR, A. et JACKSON, R. (1986). Mechanical and thermomechanical behaviour of Lac du Bonnet granite: some laboratory observations. Proc. of the 2nd Int. Conference on Radioactive Waste Management, Winnipeg, 311-318.

ANNOR, A. et JACKSON, R. (1987). Mechanical, thermomechanical and joint properties of rock samples from Lac du Bonnet batholith, Manitoba. Canada Center for Mineral and Energy Technology Mining Research Laboratories, Divisional Report, MRL 87-52.

ASHBY, M.F. et HALLAM, S.D. (1986). The failure of brittle solids containing small cracks under compressive stress states. Acta metall., 34, 3, 497-510.

ASTM Designation D4543-85 (1989). Standard practice for preparing rock core specimens and determining dimensional and shape tolerances. Annual Book of ASTM Standards, 04.08.

BARD, Y. (1974). Non linear parameter estimation. Academic Press Inc., San Diego California.

BARLA, G. (1974). Rock anisotropy, theory and laboratory testing. Rock Mechanics, ed. L. Müller, 131-169.

BASQUE, J.P. (2000). Méthode numérique d'analyse des contraintes pour les matériaux anisotropes non-linéaires. Mémoire de maîtrise, École Polytechnique de Montréal, Canada.

BATUGIN, S.A. et NIRENBURG, R.K. (1972). Approximate relation between the elastic constants of anisotropic rocks and the anisotropy parameters. Sov. Min. Sci., 8, 5-8.

BECK, J.V. et ARNOLD, K.J. (1977). Parameter estimation in engineering and science. eds. John Willey et Sons, 495 p.

BERRY, P., CREA, G., MARTINO, D., RIBACCHI, R. (1974). The influence of fabric on the deformability of anisotropic rocks. Proc. 3rd Int. Cong. ISRM, Denver, 2, Part A,105-110.

BIENIAWSKI, Z.T. (1967). Mechanism of brittle fracture of rock, Part I, II et III,. Int. J. Rock Mech. Min. Sci., 4, 395-430 .

BRACE, W.F. (1964). Brittle fracture of rocks. State of stress in the earth's crust, ed. W.R. Judd, Elsevier, New York, 111-178.

BRACE, W. F. (1965a). Some new measurements of linear compressibility of rocks. J. Geophys. Res., 70, 2, 391-398.

BRACE, W. F. (1965b). Relation of elastic properties of rocks to fabric. J. Geophys. Res., 70, 22, 5657-5667.

BRACE, W.F. (1972). Cracks and pores: a closer look. Science, 178, 162-164.

BRACE, W.F. ; PAULDING, B.W. et SCHOLZ, C. (1966). Dilatancy in the fracture of crystalline rocks. J. Geophys. Res., 71, 3939-3953.

BRADY, B.T. (1969a). The nonlinear mechanical behaviour of brittle rock ; part I - stress-strain behavior during regions I and II. Int. J. Rock Mech. Min. Sci., 6, 211-225.

BRADY, B.T. (1969b). The nonlinear mechanical behaviour of brittle rock ; part II - stress-strain behavior during regions III and IV. Int. J. Rock Mech. Min. Sci., 6, 301-310.

BRADY, B.T. (1970). A mechanical equation of state for brittle rock ; part I - the pre-failure behavior of brittle rock. Int. J. Rock Mech. Min. Sci., 7, 385-421.

BRADY, B.T. (1973). A mechanical equation of state for brittle rock ; part II - the prefailure initiation behavior of brittle rock. Int. J. Rock Mech. Min. Sci., 10, 291-309.

BROWN, E.T. ; BRAY, J.W. et SANTARELLI, F.J. (1989). Influence of stress-dependent elastic moduli on stress and strains around axisymmetric boreholes. Rock Mech. and Rock Engng., 22, 184-203.

BUDIANSKY, B. et O'CONNELL, R.J. (1976). Elastic moduli of cracked solid. Int. J. Solids Structures, 12, pp. 81-97.

CAZACU, O. ; SHAO, J.F. ; HENRY, J.P. et CRISTESCU, N.D. (1996). Elastic/viscoplastic constitutive equation for anisotropic shale. Rock Mechanics, eds. Aubertin, Hassani et Mitri, Balkema, Rotterdam, 1683-1690.

CHEN, W.F. et MIZUNO, E. (1990). Non linear analysis in soil mechanics; theory and implementation. Elsevier, New York,

CHERNIS, P.J. (1984). Comparison of the pore-microcrack structure of shallow and deep samples of Lac du Bonnet Granite. AECL Technical Record TR-223, Chalk River, Ontario, 1-20.

CHOU, P.C. et PAGANO, N.J. (1992). Elasticity : tensor, dyadic and engineering approaches. Dover Publications Inc., New York.

COOK, N.G.W. (1970). An experiment proving that dilatancy is a pervasive volumetric property of brittle rock loaded to failure. Rock Mech., 2, 181-188.

CORNET, F.H. (1993). Stresses in rock and rock masses. Comprehensive Rock Engineering, Principles, Practice and Projects, 3, ed. Jonh A. Hudson, 297-327.

CORTHÉSY, R. (1989). La mesure des contraintes dans le sel gemme. Thèse de Doctorat, École Polytechnique de Montréal, Canada.

CORTHÉSY, R. et GILL, D.E. (1990a). A novel approach to stress measurements in rock salt. Int. J. Rock Mech. Min. Sci. et Geomech. Abstr., 27, 95-107.

CORTHÉSY, R. et GILL, D.E. (1990b). An integrated approach to rock stress measurement using the doorstopper cell. Proc. 43rd Canadian Geothecnical Conference, 2, 463-496.

CORTHÉSY, R. et GILL, D.E. (1991). The influence of non linearity and anisotropy on stress measurements results. Proc. 7th Int. Cong. ISRM, Aachen, 451-454.

CORTHÉSY, R. ; GILL, D.E. et LEITE, M.H. (1993). An integrated approach to rock stress measurements in anisotropic non linear elastic rock. Int. J. Rock Mech. Min. Sci. et Geomech. Abstr., 30, 4, 395-411.

CRAGGS, J.W. (1960). On the propagation of crack in a elastic-brittle material. J. Mech. Phys. Solids., 8, 66-75.

CUISAT, F.D. et HAIMSON, B.C. (1992). Scale effects in rock mass stress measurements. Int. J. Rock Mech. Min. Sci. et Geomech. Abstr., 28, 2, 99-117.

DESAI, C.S. et SIRIWARDANE, H.J. (1984). Constitutive laws for engineering materials with emphasis on geologic materials. Prentice-Hall, New Jersey.

DOUGLASS, P.M. et VOIGHT, B. (1969). Anisotropy of granites : a reflection of microscopic fabric. Géotechnique, 19, 3, 376-398.

DRESSER, J.A. et DENNIS, T.C. (1944). Geology of Quebec. Geol. Rept. 20, Québec Dept. of Mines 2.

DUNCAN, J.M. et CHANG, C.Y. (1970). Non linear analysis of stress and strain in soils. J. Soil Mech. Found. Div., ASCE, SM5, 1629-1653.

DUNCAN, J.M., BYRNE, P., WONG, K.S. et MABRY, P. (1980). Strength, stress-strain and bulk modulus parameters for finite element analyses of stresses and movements in soil masses. College of Engineering, Office of Research Services, Report No. UCB/GT/80-01, University of California, Berkeley, CA, USA.70p.

EBERHARDT, E., STEAD, D. et STIMPSON, B. (1999). Effects of sample disturbance on the stress-induced microfracturing characteristics of brittle rock. Can. Geotech. J., 36, 239-250.

EVERITT, R.A. et BROWN, A. (1986). Surface geology of the underground research laboratory; an overview of recent developments. Proc. 20th Information Meeting of The Canadian Nuclear Fuel Waste Management Program, Winnipeg, 1, 146-181 et AECL TR-375.

FAIRHURST, C. et COOK, N.G.W. (1966). The phenomenon of rock splitting parallel to a free surface under compressive stress. 1st Int. Cong. ISRM, Lisbonne, 1, 687-692.

FINSTERLE, S. (1999). iTOUGH2 User's Guide. Report LBNL-40041. Lawrence Berkeley National Laboratory, Berkeley, California.

GAY, R. (1958). Cours de cristallographie, Livre 1, Cristallographie Géométrique, Gauthier-Villards, Paris.

GILL, D. E. (1996). Notes du cours de mécanique des roches et contrôle de terrains. École Polytechnique de Montréal, Canada.

GONANO, L.P et SHARP, J.C. (1983). Critical evaluation of rock behavior for in situ stress determination using overcoring methods. Proc. 5th Int. Congr. ISRM, Melbourne, 1, A241-A250.

GRIFFITH, A.A. (1921). The phenomena de rupture and flow of solids. Phil. Trans. A221, 163-198.

GRIFFITH, A.A. (1925). Theory of rupture. Proceedings of the First International Congress for Applied Mechanics, eds. Bienzeno et Burgess, 53-64.

GRIGGS, D.T. et HANDIN, J. (1960). Observations on fracture and a hypothesis of earthquakes. Rock deformation, eds. Griggs, D et Handin, J. Geol. Soc. Am., Memoir, 79, 347-364.

HAYES, D.J. (1965). The in situ determination of the complete state of stress in rock : the principles of a proposed technique. Rep. Couns. Scient. Ind. Res. S. Afr., Meg 404.

HEARD, H.C. (1960) Transition from brittle farcture to ductile flow in Solenhofen limestone as function of temperature, confining pressure and interstitial fluid pressure. Dans Rock deformation, eds., Griggs, D et Handin, J. Geol. Soc. Am., Memoir, 79, 193-226.

HEARMON, R.F.S. (1961). An introduction to applied anisotropic elasticity. Oxford university press, London.

HOBBS, D.W. (1960). The strength and stress-strain characteristics of Oakdale coal under triaxial compression. Geol. Mag., 97, 422-435

HOEING, A. (1979). Elastic moduli of non-randomly cracked body. Int. J. Solids Structures, 15, 137-154.

HOEK, M. et BIENIAWSKI, Z.T. (1965). Brittle fracture propagation in rock compression. Int. J. Fracture Mech., 1, 3, 137-155.

HOOKE, R. (1678). De potentia restuitiva.

HORII, H. et NEMAT-NASSER, S. (1983). Overall moduli of solids with micro-cracks : load-induced anisotropy. J. Mech. Phys. Solids, 31, 2, 155-171.

HORII, H. et NEMAT-NASSER, S. (1985). Compression-induced micro-crack growth in brittle solids : axial splitting and shear failure. J. Geophys. Res., 90 (B4), 3105-3125.

HUDSON, J.A., CROUCH, S.L. et FAIRHURST, C. (1972). Soft, stiff and servo-controlled testing machines : a review with reference to rock failure. Eng. Geol. 6, 155-189.

ISRM (1981). Rock characterization testing and monitoring. ISRM Suggested Methods, ed. E. Brown, Pergamon Press, Oxford.

JAEGER, J.C. et COOK, N.G.W. (1976). Fundamentals of rock mechanics. Chapman et Hall.

JANBU, N. (1963). Soil compressibility as determined by oedometer and triaxial tests. European Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering, vol. 1 19-25.

KACHANOV, M.L. (1982a). A microcrack model of rock inelasticity ; part I : frictional sliding on microcracks. Mechanics of Materials, 1, 19-27.

KACHANOV, M.L. (1982b). A microcrack model of rock inelasticity ; part II : propagation of microcracks. Mechanics of Materials, 1. 29-41.

KATSUBE, T.J. et HUME, J.P. (1987). Geotechnical studies at Witheshell Research Area (RA-3). Canada Centre for Mining Research Laboratories Divisional Report MRL 87-52, 49-110.

KEMENY, J.M. (1991). A model for non-linear rock deformation under compression due to sub-critical crack growth. Int. J. Rock Mech. Min. Sci et Geomech. Abstr., 28, 6, 459-467.

KEMENY, J.M. et COOK, N.G.W. (1987). Crack models for the failure of rocks in compression. Proc. 2nd Int. Conf. On Constitutive Laws for Engineering Materials : Theory and Applications, Tucson, II, 679-887.

KONDNER, R.L. (1963). Hyperbolic stress-strain response: cohesive soils. Journal of the Soil Mechanics and Foundation Division, ASCE, 89, SM1, February, 115-143.

KONDNER, R.L. et ZELASKO, J.S. (1963). Hyperbolic stress-strain formulation of sands. Proceedings of the 2nd Pan American Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering, 1, Brésil, 289-324.

KRANZ, R.L. (1979). Crack-crack and crack-pore interactions in stressed granite. Int. J. Rock Mech. Min. Sci. et Geomech. Abstr., 16, 37-47.

KULHAWY, F.H. (1975). Stress deformation properties of rock and rock discontinuities. Engng. Geol., 9, 327-350.

KWASNIEWSKI, M.A. (1993). Mechanical behaviour of anisotropic rocks. Comprehensive Rock Engineering, Principles, Practice and Projects, ed. John A. Hudson, 1, 285-312.

LAJTAI, E.Z. (1998). Microscopic fracture processes in a granite. Rock Mech. And Rock Engng., 4, 237-250.

LAJTAI, E.Z., CARTER, B.J. et AYARI, M.L. (1990). Criteria for brittle fracture in compression. Eng. Fract. Mech., vol. 37, 1, 59-74.

LEEMAN, E.R. (1964). The measurement of stress in rock - Part I, II, III. J. South. Afr. Inst. Min. Metall., 65, 45-114, 254-284.

LEEMAN, E.R. (1967). The borehole deformation type of rock stress measuring instrument. Int. J. Rock Mech. Min. Sci., 4, 23-44.

LEEMAN, E.R. (1969). The CSIR doorstopper and the triaxial rock stress measuring instruments. Proc. Int. Symp. On the Determination of stress in Rock Masses, Lisbonne, 578-616.

LEEMAN, E.R. et DENKHAUS, H.G. (1969). Determination of stress in rock with linear or non-linear elastic characteristics. Rock Mechanics, 1, 198-206.

LEIJON, B.A. (1989). Relevance of pointwise rock stress measurements - an analysis of overcoring data. Int. J. Rock Mech. Min. Sci. et Geomech. Abstr., 26, 1, 61-68.

LEITE, M.H., CORTHÉSY, R., et GILL, D. (1993). Stress and strain measurement scales - influence of micro-heterogeneity. Proc. Int. Symp. On The Application of Computer and Operations Research in The Mineral Industries, Montréal, Québec, 3, 277-284.

LEKHNITSKII, S.G. (1963). Theory of elasticity of an anisotropic elastic body. Holden Day Inc. Series in Mathematical Physics, San Francisco.

LEPPER, H.A., Jr. (1949). Compression tests on oriented specimens of Yule marble. Am. J. Sci. 247, pp. 570-575.

LI, C. (1995). Micromechanics modelling for stress-strain behaviour of brittle rocks. Int. J. for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 19, 331-344.

LI, C. et NORDLUND, E. (1993). Deformation of brittle rocks under compression - with particular reference to microcracks. Mechanics of Materials, 15, 223-239.

LI, C. et NORDLUND, E. (1995). Micromechanical study of rock deformation behaviour. Proc. 8th. Int. Cong. Rock Mech., Tokyo, Ed. T.Fujii, 1, 237-240.

LI, C., PRIKRYL, R., et NORDLUND, E. (1998). The stress-strain behaviour of rock material related to fracture under compression. Eng. Geology, 49, 293-302.

LOUREIRO PINTO, J. (1970). Deformability of schistous rocks. Proc. 2nd Int. Cong. ISRM, Beograde, 491-496.

LOVE, A.E.H. (1944). A treatise on the mathematical theory of elasticity. Dover Publications Inc., New York.

MARTIN, C.D. et CHRISTIANSSON, R. (1991a). Overcoring in highly stressed granite - the influence of microcracking. Int. J. Rock Mech. Min. Sci et Geomech. Abstr., 28, 1, 53-70.

MARTIN, C.D. et CHRISTIANSSON, R. (1991b). Overcoring in highly stressed granite: Comparison of USBM and modified CSIR devices. Rock Mechanics and Rock Engineering, 24, 207-235.

MASURE, P. (1970). Comportement mécanique des roches à anisotropie planaire discontinue. Proc. 2nd Int. Cong. ISRM, Beograde, 197-207.

MÜLLER, O. (1930). Untersuchungen an karbongesteinen zur klärung von gebirgsdruckfragen. Glükauf, 66, 1601-1612, 1646-1652.

NEMAT-NASSER, S. et OBATA, M. (1988) A microcrack model of dilatancy in brittle materials. J. Appl. Mech. Trasn. ASME, 55, 24-35.

NEUMAN, F. (1885). Vorlesungen über die thëorie der elastizität. Ziepzig.

NUNES, A.L.L.S. (1994). Interprétation de mesures de contraintes in situ avec la cellule triaxiale CSIR dans les massifs rocheux anisotropes et non linéaires élastiques. Examen Générale de Synthèse, École Polytechnique de Montréal, Canada.

NUNES, A.L.L.S. (1999). Détermination de l'anisotropie des roches au moyen de la cellule triaxialle CSIR. Proceedings of the 9th International Congress ISRM, 2, 825-833.

NUNES, A.L.L.S. (2002). A new method for the determination of transverse isotropic orientation and associated elastic parameters for intact rock. Int. J. Rock Mech. Min. Sci. 39, 257-273.

NUR, A. (1971). Effects of stress on velocity anisotropy on rocks with cracks. J. Geophys. Res., 76, 8, 2022-2034.

NUR, A. et SIMMONS G. (1970). The origin of small cracks in igneous rocks. Int. J. Rock Mech. Min. Sci., 7, 307-314.

O'CONNELL, R.J. et BUDIANSKY, B. (1974). Seismic velocities in dry and saturated cracked solids. J. Geophys. Res., 79, 35, 5412-5426.

OFOEGBU, G.I. et CURRAN, J.H. (1991). Yielding and damage of intact rock. Can. Geotech. J., 28, pp. 503-516.

PATERSON, M.S. (1958). Experimental deformation and faulting in the Wombeyan marble. Bull. Geol. Soc. Am., 69, 465-476.

PATERSON, M.S. (1978). Experimental rock deformation - The brittle field. Springler - Verlag, New York.

PAULDING, B.W. (1965a). Crack and crack growth during brittle fracture in compression. Thèse de Doctorat, Massachusetts Institute of Technology.

PAULDING, B.W. (1965b). Techniques used in studying the fracture mechanics of rock. Proc. 5th Pacific Area National Meeting, ASTM, Seattle, paper No. 6.

PERES RODRIGUES, F. (1966). Anisotropy of granites, modulus of elasticity and ultimate strength ellipsoids, joint systems, slope attitudes, and their correlations. Proc. 1st Int. Cong. ISRM, Lisbonne, 721-731.

PERES RODRIGUES, F. (1970). Anisotropy of rocks. Most probable surfaces of the ultimate stresses and of moduli of elasticity. Proc. 2nd Cong. ISRM, Beograd, 1, 1-20.

PERES RODRIGUES, F. (1979). The anisotropy of the moduli of elasticity and the ultimate stresses in rocks and rock masses. Proc. 4th Cong. ISRM, Montreaux, 2, 517-523.

PHILLIPS, F.C. (1971). An introduction to crystallography. Oliver et Boyd, Edinburgh.

PICKERING, D.J. (1970). Anisotropic elastic parameters for soils. Geotechnique, 20, 3, 271-276.

PRICE, N.J. (1958). A study of rock properties in conditions of triaxial stress. Mechanical Properties of Non-Metallic Brittle Materials. Ed. W.H. Walton, Londres, 106-122.

RAHN, W. (1984). Stress concentration factors for the interpretation of doorstopper stress measurements in anisotropic rocks. Int. J. Rock Mech. Min. Sci. et Geomech. Abstr., 21, 6, 313-326.

RIBACCHI, R. (1988). Non linear behaviour of anisotropic rocks. Proc. Euromechanics Colloquium: Rock and Soil Rheology, ed. N. Cristescu et H.I. Ene, 199-243.

SANTARELLI, F.J. et BROWN, E.T. (1987). Performance of deep wellbores in rock with confining pressure-dependent elastic modulus. Proc. 6th. Int. Cong. ISRM., Montréal, 2. 1217-1222.

SANTARELLI, F.J. ; BROWN, E.T. et MAURY, V. (1986). Analysis of borehole stress using pressure-dependent, linear elasticity. Int. J. Rock Mech. Min. Sci. et Geomech. Abstr., 23, 6, 445-449.

SHAO, J.F. ; KONDO, D. et IKOGOU, S. (1994). Stress-induced microcracking in rock and its influence in wellbore stability analysis. Int. J. Rock Mech. Min. Sci. et Geomech. Abstr., 31, 2, 149-155.

SHI, L.P., HUANG, T.H. et HUNG, J.J. (1995). A study on the uniaxial compression behaviors and acoustic emission characteristics of rocks in Taiwan. Proc. 8th. Int. Cong. ISRM, Tokyo, ed. T.Fujii, 1. 211-214.

SOMERTON, W. H., MASONHEIMER, R., SINGHAL, A. (1970). Study of pore matrix anisotropies of porous rocks. Proc. 2nd Int. Cong. ISRM, Beograde, 1, 143-151.

SPRUNT, E.S. et BRACE, W.F. (1974). Direct observation of microcavities in crystalline rocks. Int. J. Rock Mech. Min. Sci. et Geomech. Abstr. 11, 139-150.

STEVENS, J.L. et HOLCOMB, D.J. (1980). A theoretical investigation of the sliding crack model of dilatancy. J. Geophys. Res., 85, 7091-7100.

TAPPONIER, P. et BRACE, W.F. (1976). Development of stress-induced microcracks in Westerly granite. Int. J. Rock Mech. Min. Sci. et Geomech. Abstr., 3, 103-112.

TARANTOLA, A. (1987) Inverse problem theory, methods for data fitting and model parameter estimation. Elsevier, Amsterdam.

VELLOSO, R.Q. (2000). Estudo numérico da estimativa de parâmetros hidráulicos de solos parcialmente saturados. Mémoire de maîtrise, Pontificia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Brésil.

WALSH, J.B. (1965a). The effect of cracks on the compressibility of rocks. J. Geophys. Res., 70, 2, 381-389.

WALSH, J.B. (1965b). The effect of cracks on the uniaxial elastic compression of rocks. J. Geophys. Res., 70, 2, 399-411.

WALSH, J.B. (1965c). The effect of cracks on Poisson's ratio. J. Geophys. Res., 70, 20, 5249-5258.

WALSH, J.B. (1993). The influence of microstructure on rock deformation. Comprehensive Rock Engineering, Principles, Practice and Projects. Ed. John A. Hudson, 1, 243-254.

WALSH, J.B. et BRACE, W.F. (1966). Elasticity of rock : A review of some recent theoretical studies. Rock Mech. Eng. Geol., 4, 283-297.

WANG, Y. et DUSSEAULT, M.B. (1991). Hydraulic fracture stress measurement in rocks with stress-dependent Young's moduli. Proc. 32th U.S. Symp. Rock Mech., Norman, 3-14.

WANG, Y. ; KESSLER, N. et SANTARELLI, F.J. (1993). Stress-induced anisotropy and loading path effects on borehole responses. Int. J. Rock Mech. Min. Sci. et Geomech. Abstr., 30,, 1367-1370.

WAWERSIK, W.R. et BRACE, W.F. (1971). Post-Failure behavior of a granite and diabase. Rock Mechanics, 3, 61-85.

WAWERSIK, W.R. et FAIRHURST, C. (1970). A study of brittle rock fracture in laboratory compression experiments. Int. J. Rock Mech. Min. Sci., 7, 561-575.

WITTKE, W. (1990). Rock mechanics : theory and applications with casé histoires. Springer-Verlag, New York.

WONG, T.F. (1982) Micromechanics of faulting in Westerly granite. Int. J. Rock Mech. Min. Sci. et Geomech. Abstr., 19, 49-64.

WONG, T.F. et BRACE, W.F. (1979). Thermal expansion of rocks : some measurements at high pressure. Tectonophysics, 57, 95-117.

WU, B et HUDSON, J.A. (1991). Stress-induced anisotropy in rock and its influence on wellbore stability. Proc. 32th U.S. Symp. Rock Mech., Norman, 941-950.

ANNEXES

ANNEXE I

TRAITEMENT DES DONNÉES

Les systèmes de références en question sont présentés à la figure A-I.1.

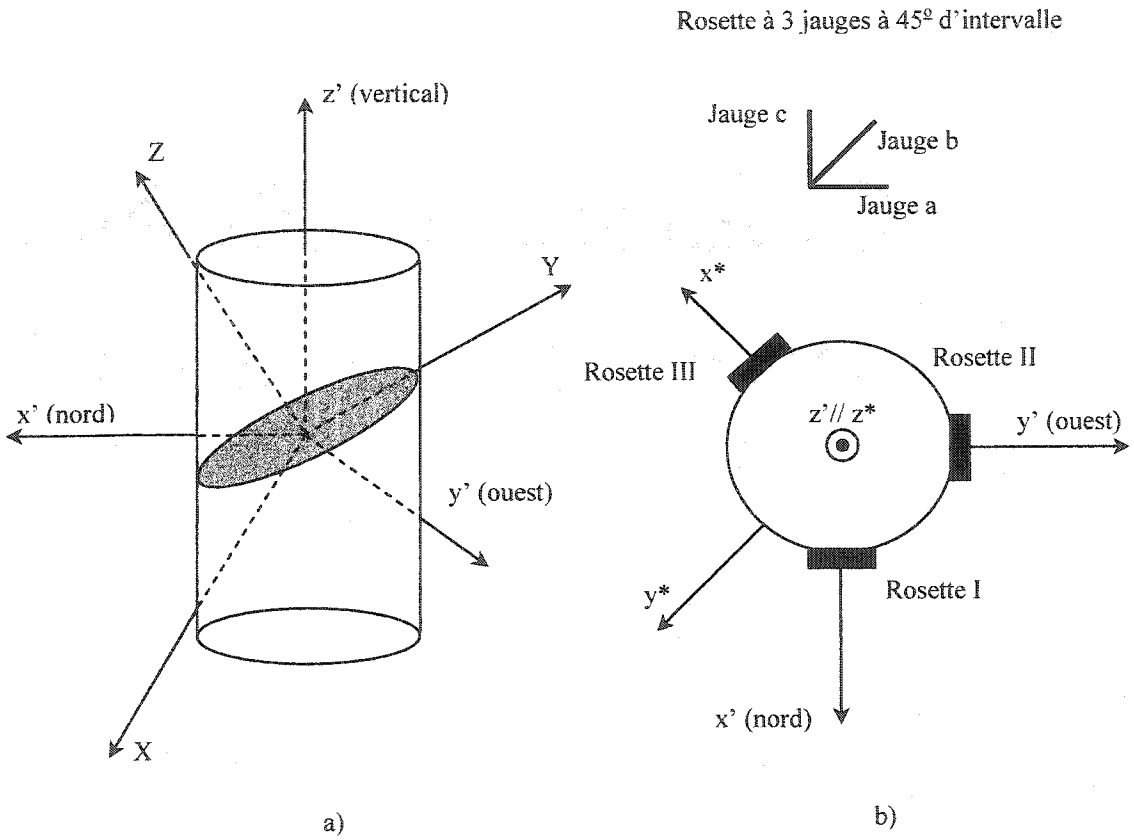
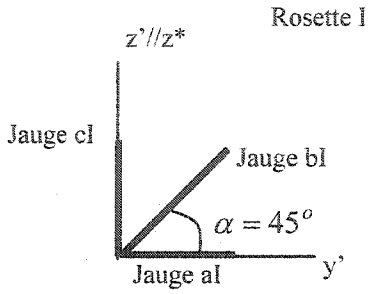


Figure A-I.1 – a) Orientation du système d'axes d'anisotropie XYZ par rapport au système de référence du laboratoire $x'y'z'$. b) Disposition des rosettes sur l'échantillon cylindrique et des jauges sur les rosettes; angle $x' \wedge Rosette_I = 0$, angle $x' \wedge Rosette_II = 90^o$, angle $x' \wedge Rosette_III = 225^o$. L'indice * fait référence à un système d'axes auxiliaire.

Analyse de la rosette I



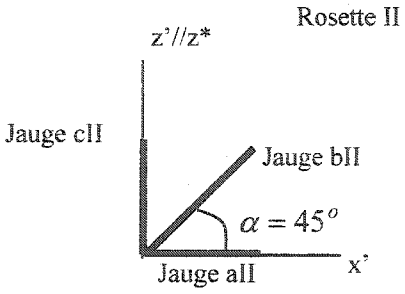
$$\varepsilon_{aI} = \varepsilon_{y'} \tag{A.I.1}$$

$$\varepsilon_{cI} = \varepsilon_{z'} \tag{A.I.2}$$

$$\varepsilon_{bI} = \frac{\varepsilon_{aI} + \varepsilon_{cI}}{2} + \frac{\varepsilon_{aI} - \varepsilon_{cI}}{2}\cos 2\alpha + \frac{\gamma_{acI}}{2}\sin 2\alpha \Rightarrow \tag{A.I.3a}$$

$$\gamma_{acI} = 2\varepsilon_{bI} - \left(\varepsilon_{aI} + \varepsilon_{cI}\right) = \gamma_{y'z'} \tag{A.I.3b}$$

Analyse de la rosette II



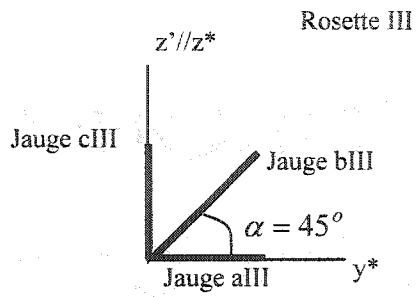
$$\varepsilon_{aII} = \varepsilon_{x'} \tag{A.I.4}$$

$$\varepsilon_{cII} = \varepsilon_{z'} \tag{A.I.5}$$

$$\varepsilon_{bII} = \frac{\varepsilon_{aII} + \varepsilon_{cII}}{2} + \frac{\varepsilon_{aII} - \varepsilon_{cII}}{2}\cos 2\alpha + \frac{\gamma_{acII}}{2}\sin 2\alpha \Rightarrow \tag{A.I.6a}$$

$$\gamma_{acII} = 2\varepsilon_{bII} - \left(\varepsilon_{aII} + \varepsilon_{cII}\right) = \gamma_{x'z'} \tag{A.I.6b}$$

Analyse de la rosette III



$$\varepsilon_{aIII} = \varepsilon_{y*} \tag{A.I.7}$$

$$\varepsilon_{cIII} = \varepsilon_{z'} \tag{A.I.8}$$

$$\gamma_{acIII} = 2\varepsilon_{bIII} - \left(\varepsilon_{aIII} + \varepsilon_{cIII}\right) \tag{A.I.9}$$

D'après la théorie de l'élasticité, on sait que :

$$\tau_{jn} = l_{ij} l_{kn} \tau_{ik} \tag{A.I.10}$$

Cependant, lors de la déduction d'une expression pour les déformations à partir de l'expression des contraintes (A.I.10) la correspondance suivante doit être respectée (Chou et Pagano, 1992) :

$$\sigma \Rightarrow \varepsilon$$

$$\tau \Rightarrow \frac{\gamma}{2}$$

alors pour $j = n = a$ et $i, k = x', y', z'$ l'équation A.I.7 devient :

$$\varepsilon_{y*} = \varepsilon_{aIII} = l_{x'a} l_{x'a} \varepsilon_{x'} + l_{x'a} l_{y'a} \frac{\gamma_{x'y'}}{2} + l_{x'a} l_{z'a} \frac{\gamma_{x'z'}}{2} + l_{y'a} l_{x'a} \frac{\gamma_{y'x'}}{2} + l_{y'a} l_{y'a} \varepsilon_{y'} + l_{y'a} l_{z'a} \frac{\gamma_{y'z'}}{2} + l_{z'a} l_{x'a} \frac{\gamma_{z'x'}}{2} + l_{z'a} l_{y'a} \frac{\gamma_{z'y'}}{2} + l_{z'a} l_{z'a} \varepsilon_{z'} \quad \text{(A.I.11)}$$

alors

$$\varepsilon_{y*} = \varepsilon_{aIII} = l_{x'a}^2 \varepsilon_{x'} + \gamma_{x'y'} l_{x'a} l_{y'a} + l_{y'a}^2 \varepsilon_{y'} \quad \Rightarrow \quad \text{(A.I.12a)}$$

$$\varepsilon_{y*} = \varepsilon_{aIII} = 0.5\varepsilon_{x'} - 0.5\gamma_{x'y'} + 0.5\varepsilon_{y'} \quad \text{(A.I.12b)}$$

De façon analogue pour $j = n = a$ et $i, k = x', y', z'$ l'équation A.I.9 devienne :

$$\gamma_{acIII} = 2\varepsilon_{bIII} - (\varepsilon_{aIII} + \varepsilon_{cIII}) = \frac{\gamma_{x'z'}}{2} l_{x'a} l_{z'c} - \frac{\gamma_{y'z'}}{2} l_{y'a} l_{z'c} \quad \Rightarrow \quad \text{(A.I.13a)}$$

$$\gamma_{acIII} = 2\varepsilon_{bIII} - (\varepsilon_{aIII} + \varepsilon_{cIII}) = 0.3535533\gamma_{x'z'} - 0.35355533\gamma_{y'z'} \quad \text{(A.I.13b)}$$

Tableau A.I.1 – Cosinus directeurs entre le système de référence du laboratoire et le système de référence de la rosette cIII.

	x'	y'	z'
x*	Cos(225°)	Cos(135°)	Cos(90°)
y*// a (jauge aIII)	Cos(45°)	Cos(135°)	Cos(90°)
z*// c (jauge cIII)	Cos(90°)	Cos(90°)	Cos(0°)

Bref :

Rosette I

$$\varepsilon_{aI} = \varepsilon_{y'} \tag{A.I.1}$$

$$\varepsilon_{cI} = \varepsilon_{z'} \tag{A.I.2}$$

$$\gamma_{acI} = 2\varepsilon_{bI} - \left(\varepsilon_{aI} + \varepsilon_{cI}\right) = \gamma_{y'z'} \tag{A.I.3b}$$

Rosette II

$$\varepsilon_{aII} = \varepsilon_{x'} \tag{A.I.4}$$

$$\varepsilon_{cII} = \varepsilon_{z'} \tag{A.I.5}$$

$$\gamma_{acII} = 2\varepsilon_{bII} - \left(\varepsilon_{aII} + \varepsilon_{cII}\right) = \gamma_{x'z'} \tag{A.I.6b}$$

Rosette III

$$\varepsilon_{cIII} = \varepsilon_{z'} \tag{A.I.8}$$

$$\varepsilon_{y*} = \varepsilon_{aIII} = 0.5\varepsilon_{x'} - 0.5\gamma_{x'y'} + 0.5\varepsilon_{y'} \tag{A.I.12b}$$

$$\gamma_{acIII} = 2\varepsilon_{bIII} - \left(\varepsilon_{aIII} + \varepsilon_{cIII}\right) = 0.3535533\gamma_{x'z'} - 0.35355533\gamma_{y'z'} \tag{A.I.13b}$$

En terme de notation matriciel on a finalement que :

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_{aI} \\ \varepsilon_{cI} \\ \gamma_{acI} \\ \varepsilon_{aII} \\ \varepsilon_{cII} \\ \gamma_{acII} \\ \varepsilon_{aIII} \\ \varepsilon_{cIII} \\ \gamma_{acIII} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0.5 & 0.5 & 0 & -0.5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -0.3535533 & 0.3535533 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{x'} \\ \varepsilon_{y'} \\ \varepsilon_{z'} \\ \gamma_{x'y'} \\ \gamma_{y'z'} \\ \gamma_{x'z'} \end{bmatrix} \qquad \text{(A.I.14)}$$

ANNEXE II

ÉNONCÉS DES PROGRAMMES MATLAB

Programme en « langage » Matlab pour la détermination du tenseur de déformations dans le système de référence du laboratoire ainsi que l'orientation du système de référence d'anisotropie et le respectif tenseur de déformations à partir d'un essai de compression hydrostatique.

```
% Hydro.m script file

disp('ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL - CGM')

disp('PROGRAMME POUR LE CALCUL DES DÉFORMATIONS 3D - ESSAI
HYDROSTATIQUE')

disp('Par Gustavo Gonzaga 17/11/99')

disp('Dernière modification 31/01/02')

%==================================================================

format long

T=[0 1 0 0 0 0; 0 0 1 0 0 0; 0 0 0 0 1 0; 1 0 0 0 0 0; 0 0 1 0 0 0

  0 0 0 0 0 1; 0.5 0.5 0 -0.5 0 0; 0 0 1 0 0 0; 0 0 0 0 -0.3535533 0.3535533];

% Matrice de transformation angulaire des déformations sur la rosette vers le système

% de référence du laboratoire

p1=[0 1 0; 1 0 0; 0 0 1]; % matrice de passage pour organiser le tenseur de déformations

p2=[0 1 0; 0 0 1; 1 0 0]; % principales en ordre décroissante et réorganiser par
conséquent

p3=[0 0 1; 1 0 0; 0 1 0]; % la matrice de cosinus directeurs
```

```
p4=[0 0 1; 0 1 0; 1 0 0];

p5=[1 0 0; 0 0 1; 0 1 0];

Def_Princ=[11 1 1 1 22 2 2 2 33 3 3 3];

% 11=epsil.A 22=epsil.B 33=epsil.C 1=LA,MA,NA  2=LB,MB,NB  3=LC,MC,NC

Tenseur_Def=[11 22 33 12 23 13]; % 11=ex 22=ey 33=ez 12=gammaxy 23=gammayz
13=gammaxz

for Data=input('Entrez les Données de Déformation >')' % I)a_I c_I gammaac_I et ainsi
de suite

%II)le caractère '  calcule la transpose de Data

t=T\Data;  % L'utilisation de l'opérateur \ trouve automatiquement la solution que
minimise

% les moindres carrées dans (T*tenseur-D) (système de référence du laboratoire)

% t=vecteur colonne[xx;yy;zz;xy;yz;xz]

f=t([1 4 6])'; %Construction de la matrice symétrique tenseur_xyz

g=t([4 2 5])'; %(Système de référence du laboratoire)

h=t([6 5 3])';

tenseur_xyz=([f;g;h]);

[CD,DP]=eig(tenseur_xyz); % La fonction eig calcule les vecteurs

% et valeurs propres de la matrice tenseur_xyz (système labo)

% CD - cosinus directeur; DP - direction principale
```

```
% Attention!!! les cosinus directeurs sont en colonne

if (DP(5)>DP(1))et(DP(1)>DP(9)) % séquence (if elseif end) pour tester le tenseur

% de déf. princ. et le mettre en ordre décroissante.

DPo=p1'*DP*p1;            % Réorganise par conséquent la matrice des cosinus
directeurs

CDo=CD*p1;                %(obs: chaque colonne correspond à une déf. principale
majeure)

elseif (DP(9)>DP(1))et(DP(1)>DP(5))

  DPo=p2'*DP*p2;

  CDo=CD*p2;

elseif (DP(5)>DP(9))et(DP(9)>DP(1))

  DPo=p3'*DP*p3;

  CDo=CD*p3;

elseif (DP(9)>DP(5))et(DP(5)>DP(1))

  DPo=p4'*DP*p4;

  CDo=CD*p4;

elseif (DP(1)>DP(9))et(DP(9)>DP(5))

  DPo=p5'*DP*p5;

  CDo=CD*p5;
```

```
elseif (DP(1)>DP(5))et(DP(5)>DP(9))
  DPo=DP;
  CDo=CD;
elseif (DP(1)==DP(5))et(DP(5)==DP(9))
  DPo=DP;
  CDo=CD;
      end
xyz=tenseur_xyz([1 5 9 2 6 3]); % réarrangement du tenseur_xyz (xx yy zz xy yz xz)
%Constructions de vecteurs (Déf.Principale,cos1,cos2,cos3)
%(système de référence d'anisotropie)
cd_A=CDo(1:3,1)';
EpsilonA_CosA=[DPo(1),cd_A];
cd_B=CDo(1:3,2)';
EpsilonB_CosB=[DPo(5),cd_B];
cd_C=CDo(1:3,3)';
EpsilonC_CosC=[DPo(9),cd_C];
Def_Princ=[Def_Princ;EpsilonA_CosA EpsilonB_CosB EpsilonC_CosC];
% Construction de la matrice de sortie Def_Princ (système de référence d'anisotropie)
```

```
Tenseur_Def=[Tenseur_Def;xyz];

% Construction de la matrice de sortie Tenseur_Def (système de référence du
laboratoire)

end

Def_Princ=[Def_Princ];

Tenseur_Def=[Tenseur_Def];

save DPrinc.txt Def_Princ -ascii % enregistre les données dans le répertoire mathlab/bin

save Dlab.txt Tenseur_Def -ascii

disp('I) Notez que dans DPrinc.txt :11>> Epsilon 1; 22>> Epsilon 2; 33>> Epsilon 3;')

disp('1>> L1,M1,N1 2>> L2,M2,N2; 3>> L3,M3,N3 ; Système de référence
d`anisotropie')

disp('II) Notez que dans Dlab.txt :11>> Epsilon x`; 22>> Epsilon y`; 33>> Epsilon z`;')

disp('12>> gamma x`y`; 23>> gamma y`z`; 13>> gamma x`z`; système de référence du
laboratoire')

disp('III)Les résultats son enregistrés dans le répertoire mathlab/bin/DPrinc.txt et
/Dlab.txt')

disp('sur format texte séparateur tabulation')
```

Programme en « langage » Matlab pour le calcul du tenseur de déformation dans les systèmes de référence du laboratoire et d'anisotropie à partir d'un essai ce compression triaxial.

```
% Triaxial.m script file

disp('ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL - CGM')

disp('PROGRAMME POUR LE CALCUL DES DÉFORMATIONS 3D - ESSAI
TRIAXIAL -')

disp('CALCULE LES DÉFORMATIONS DANS LE SYSTÈME DE RÉFÉRANCE DU
LABORATOIRE ET D`ANISOTROPIE')

disp('À PARTIR DES DÉFORMATIONS DES TROIS ROSETTES')

disp('par Gustavo Gonzaga 20/01/00')

disp('Dernière modification 31/01/02')

%==================================================================

format long

T=[0 1 0 0 0 0; 0 0 1 0 0 0; 0 0 0 0 1 0; 1 0 0 0 0 0; 0 0 1 0 0 0

  0 0 0 0 0 1; 0.5 0.5 0 -1 0 0; 0 0 1 0 0 0; 0 0 0 0 -0.3535533 0.3535533];

% Matrice de transformation angulaire des déformations sur la rosette vers le système de
référence du laboratoire

lab_xyz=[11 22 33 12 23 13];

% 11=def_x 22=def_y 33=def_z 12=gamma_xy 23=gamma_yz 13=gamma_xz
```

```
DEF_XYZ=[11 22 33 12 23 13];

% 11=def_11 22=def_22 33=def_33 12=gamma_12 23=gamma_23 13=gamma_13

l=input('Entrez les cosinus directeurs du système d`anisotropie >')

% dans cette forme:

        %EP 1=Z  Ep 2=X  Ep 3=Y

% x prime     l1    l2    l3

% y prime     m1    m2    m3

% z prime     n1    n2    n3

for Data=input('Entrez les données de déformation des trois rosettes >')'

%I) a_I c_I gamma_ac_I a_II c_II gamma_acII a_III c_III gamma_acIII

% II) le caractère '  calcule la transpose de Data

t=T\Data;  % L'utilisation de l'opérateur \ trouve automatiquement la solution qui
minimise

% les moindres carrées dans (T*tenseur-D) (système de référence du laboratoire)

% t=vecteur colonne[xx;yy;zz;xy;yz;xz]

f=t([1 4 6])'; %Construction de la matrice symétrique tenseur_lab (système de référence
du lab.)

g=t([4 2 5])';

h=t([6 5 3])';
```

```
tenseur_lab=([f;g;h]);

lab=tenseur_lab([1 5 9 2 6 3]); % réarrangement du tenseur_lab (xx yy zz xy yz xz)

lab_xyz=[lab_xyz;lab]; % Construction de la matrice de sortie lab_xyz (lab référence
système)

TENSEUR_XYZ=l'*tenseur_lab*l; % Rotation dans le système de déformation des
plans d'anisotropie

% les cosinus directeurs sont en colonne sinon l*tenseur*l'

XYZ=TENSEUR_XYZ([1 5 9 2 6 3]); % réarrangement du TENSEUR_XYZ (11 22 33
12 23 13)

DEF_XYZ=[DEF_XYZ;XYZ]; % Construction de la matrice de sortie DEF_XYZ

%(système de référence d'anisotropie)

end

lab_xyz=[lab_xyz];

DEF_XYZ=[DEF_XYZ];

save XYZ_aniso.txt DEF_XYZ -ascii

save xyz_labo.txt lab_xyz -ascii

disp('I) Notez que dans xyz_labo.txt :')

disp('11>> Epsilon x`; 22>> Epsilon y`; 33>> Epsilon z`; 12>> gamma x`y`; 23>>
gamma y`z`;')

disp('13>> gamma x`z`;')
```

```
disp('système de référence labo')

disp('II) Notez que dans XYZ_aniso.txt :11>> Epsilon dir 11 (Z); 22>> Epsilon dir 22
(X);')

disp('33>> Epsilon dir 33 (Y); 12>> gamma ZX; 23>> gamma XY; 13>> gamma ZY;')

disp('système de référence d`anisotropie')

disp('III) Les résultats sont enregistrés dans matlab\bin\XYZ_aniso.txt et \xyz_labo.txt')
```

Programme en « Matlab » pour la rotation du tenseur de contraintes du référentiel du laboratoire vers le référentiel d'anisotropie.

```
% tenseur_Sig.m (script file) pour le calcul du tenseur de contraintes

% dans le système de Coordonnées  d'anisotropie

% par Gustavo Gonzaga 14/11/99

disp('ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL - CGM')

disp('PROGRAMME POUR LA ROTATION DU TENSEUR DES CONTRAINTES
DU RÉFÉRENTIEL DU LABORATOIRE')

disp('VERS LE RÉFÉRENTIEL D`ANISOTROPIE')

disp('par Gustavo Gonzaga 14/11/99')

disp('Dernière modification 28/01/01')

%==================================================================

format long

Sortie_XYZ=[11 22 33 0 01 02 03 12 13 23]; %11>> Sigma 11, 22>> Sigma 22, 33>>
Sigma 33,

% 0>> Sigma Moyen,  1>> S1, 2>> S2, 3>> S3, 12>> Sigma 12, 13>> Sigma 13, 23>>
Sigma 23

% voir note à la fin

l=input('Entrez les cosinus directeurs du système d`anisotropie >')

% dans cette forme:
```

```
% EP 1=Z  Ep 2=X  Ep 3=Y

% x prime     l1    l2    l3

% y prime     m1    m2    m3

% z prime     n1    n2    n3

for Sig_Princ=input('Entrez les Contraintes Labo >')'

% dans l'ordre suivante:

% Sig x', Sig y', Sig z'

S=diag(Sig_Princ);  % transforme le vecteur colonne en une matrice 3x3 diagonalisée

Sig_XYZ=l'*S*l;  % Calcule Sig dans le système d'anisotropie

Cisa=[Sig_XYZ(4) Sig_XYZ(7) Sig_XYZ(8)]; % Contraintes de Cisaillement

XYZ=diag(Sig_XYZ)';

Sig_M=mean(XYZ);  % Calcule Sigma Moyen

SX_SY_SZ=XYZ-Sig_M;

Sortie_XYZ=[Sortie_XYZ; XYZ Sig_M SX_SY_SZ Cisa]; % Construction de la
matrice de sortie XYZ

end

Sortie_XYZ=[Sortie_XYZ];

save sig_aniso.txt Sortie_XYZ -ascii % enregistre les données dans le répertoire
mathlab/bin
```

```
disp('I) Notez que dans la matrice sig_aniso')

disp('11>> Sigma dir 11 (Z), 22>> Sigma dir 22 (X), 33>> Sigma dir 33 (Y)')

disp('0>> Sigma Moyen, 1>> S1 (dir Z), 2>> S2 (dir X), 3>> S3 (dir Y)')

disp('12>> Tau 12 (ZX), 13>> Tau 13 (ZY), 23>> Tau 23 (XY)')

disp('II)Notez que les directions 1, 2 et 3 sont font référence aux directions de déf.
princ.')

disp('calculées à partir de l`essai hydrostatique; et non nécessairement 11>22>33')

disp('III) Les données sont enregistrées dans matlab\bin\sig_aniso.txt')
```

ANNEXE III

ORIENTATION DES AXES D'ANISOTROPIE

Granite Barre		Z	X	Y
INI	x'	0,87043134	-0,42004	0,305325
	y'	0,37953341	0,90359	0,069418
	z'	0,30759327	-0,0655	-0,94866
050	x'	0,88023455	-0,35846	0,312921
	y'	0,36055474	0,927262	0,073944
	z'	0,29701028	-0,08517	-0,94697
51	x'	0,88876913	-0,37404	0,323072
	y'	0,31871523	0,919365	0,02358
	z'	0,31591459	-0,0018	-0,94324
12	x'	0,87271141	-0,39697	0,323667
	y'	0,3720006	0,908924	0,025773
	z'	0,30760228	-0,03459	-0,94487
24	x'	0,87139656	-0,3879	0,316836
	y'	0,37974869	0,914642	0,034724
	z'	0,30271396	-0,04137	-0,94673
46	x'	0,8711172	-0,40803	0,317439
	y'	0,38209013	0,903423	0,078823
	z'	0,3016433	-0,03542	-0,94656
FIN	x'	0,87167355	-0,36179	0,292578
	y'	0,40771369	0,925284	0,031931
	z'	0,26180328	-0,09327	-0,95503

Granite Gris		Z	X	Y
INI	x'	0,43908563	0,621883	0,641523
	y'	-0,0986422	0,745369	-0,66291
	z'	0,89211593	-0,23722	-0,38445
050	x'	0,4851826	0,725873	0,402171
	y'	-0,068973	0,549505	-0,85143
	z'	0,8704457	-0,37085	-0,29859
51	x'	0,5013549	0,652363	0,509598
	y'	-0,0462257	0,663319	-0,77961
	z'	0,86277103	-0,34944	-0,35412
12	x'	0,49682503	0,674977	0,48664
	y'	-0,0475619	0,63055	-0,79816
	z'	0,86481216	-0,36299	-0,34175
24	x'	0,48988518	0,67415	0,475184
	y'	-0,0591753	0,636658	-0,80521
	z'	0,86847714	-0,34837	-0,33947
46	x'	0,50712554	0,642102	0,522536
	y'	-0,0363548	0,66965	-0,76734
	z'	0,86010115	-0,35555	-0,35299
FIN	x'	0,49180871	0,680172	0,489051
	y'	-0,0477738	0,625723	-0,80081
	z'	0,8683711	-0,35807	-0,32963

Granite Rose		Z	X	Y
INI	x'	-0,2628294	0,313656	-0,90786
	y'	0,61006635	0,788379	0,099578
	z'	0,74245619	-0,52481	-0,40598
050	x'	-0,2586899	0,348188	-0,88542
	y'	0,70722399	0,741981	0,060874
	z'	0,6489143	-0,57189	-0,46035
51	x'	-0,232765	0,348836	-0,89487
	y'	0,71466764	0,729348	0,081602
	z'	0,65335357	-0,5877	-0,43823
12	x'	-0,245489	0,34145	-0,89626
	y'	0,70255645	0,764089	0,098432
	z'	0,66757268	-0,54315	-0,43201
24	x'	-0,0546029	0,188307	-0,98728
	y'	0,85657375	0,490836	0,165035
	z'	0,51456982	-0,84698	-0,25279
46	x'	-0,0293692	0,343189	-0,93845
	y'	0,79018071	0,520093	0,170305
	z'	0,61236462	-0,7807	-0,29919
FIN	x'	-0,170804	0,015995	-0,98121
	y'	0,8112571	0,561676	0,129537
	z'	0,55564085	-0,82132	-0,10552

ANNEXE IV

DÉDUCTION DE LA MATRICE DE SENSIBILITÉ $\mathcal{X}$

Symétrie transversale isotrope

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_X \\ \varepsilon_Y \\ \varepsilon_z \\ \gamma_{XY} \\ \gamma_{YZ} \\ \gamma_{XZ} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & 0 & 0 & 0 \\ a_{12} & a_{11} & a_{13} & 0 & 0 & 0 \\ a_{13} & a_{13} & a_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2(a_{11}-a_{12}) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & a_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_{44} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} \sigma_X \\ \sigma_Y \\ \sigma_Z \\ \tau_{XY} \\ \tau_{YZ} \\ \tau_{XZ} \end{bmatrix} \tag{2.9}$$

Supposons $\sigma_X = \sigma_Y = \sigma_Z = \sigma_m$ alors $\tau_{XY} = \tau_{YZ} = \tau_{XZ} = 0$, on a que

$$\varepsilon_X = \sigma_m (a_{11} + a_{12} + a_{13}) \tag{4.1}$$

$$\varepsilon_Y = \sigma_m (a_{12} + a_{11} + a_{13}) \tag{4.2}$$

$$\varepsilon_Z = \sigma_m (2a_{13} + a_{33}) \tag{4.3}$$

et

$$k_X = \frac{\varepsilon_X}{\sigma_m} = a_{11} + a_{12} + a_{13} \tag{4.4}$$

$$k_Y = \frac{\varepsilon_Y}{\sigma_m} = a_{12} + a_{11} + a_{13} \tag{4.5}$$

$$k_Z = \frac{\varepsilon_Z}{\sigma_m} = 2a_{13} + a_{33} \tag{4.6}$$

$$\varepsilon_{m_1} = \sigma_m \left(\frac{2k_{//} + k_Z}{3} \right) \tag{4.7}$$

oú $k_{//}$ correspond au module de complaisance linéaire selon le plan d'isotropie.

Supposons maintenant $\sigma_m = 0$ et $\sigma_X \neq 0$, $\sigma_Y \neq 0$ et $\sigma_Z \neq 0$, comme $\sigma_{ij} = S_{ij} + \sigma_m$ on a que :

$$\varepsilon_X = a_{11}S_X + a_{12}S_Y + a_{13}S_Z \tag{3.85a}$$

$$\varepsilon_Y = a_{12}S_X + a_{11}S_Y + a_{13}S_Z \tag{3.85b}$$

$$\varepsilon_Z = a_{13}S_X + a_{13}S_Y + a_{33}S_Z \tag{3.85c}$$

$$\gamma_{XY} = 2(a_{11} - a_{12})\tau_{XY} \tag{4.23}$$

$$\gamma_{YZ} = a_{44}\tau_{YZ} \tag{4.24}$$

$$\gamma_{XZ} = a_{44}\tau_{XZ} \tag{4.25}$$

Alors, la variation de volume de deuxième ordre est égale à :

$$\varepsilon_{m_2} = \frac{S_Z(k_Z - k_{//})}{3} \tag{4.17}$$

oú $k_{//}$ correspond au module de complaisance linéaire selon le plan d'isotropie.

À partir des équations 4.4 ou 4.5 et 4.6 on voit que :

$$a_{12} = k_X - \frac{k_Z}{2} - a_{11} + \frac{a_{33}}{2} \tag{A.IV.1}$$

$$a_{13} = \frac{k_Z - a_{33}}{2} \tag{A.IV.2}$$

Alors puisque pour l'état de contraintes considère la variation de volume de 1er ordre et la variation de forme de 2ème ordre nulles, il en suit que $e_{i_1} = \varepsilon_i - \varepsilon_{m_2}$, $i = X, Y, Z$. Donc on trouve que les déviateurs de déformation de 1er dans les directions de X, Y, Z sont égaux à :

$$e_{X1} = k_X\left(\frac{3S_y + S_Z}{3}\right) + k_Z\left(\frac{S_Z - 3S_Y}{6}\right) + a_{11}(S_X - S_Y) + a_{33}\left(\frac{S_Y - S_Z}{2}\right) \tag{A.IV.3}$$

$$e_{Y1} = k_X\left(\frac{3S_X + S_Z}{3}\right) + k_Z\left(\frac{S_Z - 3S_X}{6}\right) + a_{11}(S_Y - S_X) + a_{33}\left(\frac{S_X - S_Z}{2}\right) \tag{A.IV.4}$$

$$e_{Z1} = k_X\left(\frac{S_Z}{3}\right) + k_Z\left(\frac{-5S_Z}{6}\right) + a_{33}\left(\frac{3S_Z}{2}\right) \tag{A.IV.5}$$

Alors, à partir des équations 4.4 ou 4.5, 4.6, 4.24, 4.25, A.IV.3, A.IV.4 et A.IV.5 on trouve que la matrice de sensibilité (où de variables indépendantes) χ_{trans} est égale à :

$$\chi_{trans} = \begin{bmatrix} \sigma_m & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_m & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \left(\frac{3S_y + S_Z}{3}\right) & \left(\frac{S_Z - 3S_Y}{6}\right) & (S_X - S_Y) & \left(\frac{S_Y - S_Z}{2}\right) & 0 & 0 \\ \left(\frac{3S_X + S_Z}{3}\right) & \left(\frac{S_Z - 3S_X}{6}\right) & (S_Y - S_X) & \left(\frac{S_X - S_Z}{2}\right) & 0 & 0 \\ \frac{S_Z}{3} & \left(\frac{-5S_Z}{6}\right) & 0 & \frac{3S_Z}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \tau_{XY} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \tau_{YZ} \end{bmatrix} \tag{5.7}$$

ANNEXE V

COMPARAISON DES RÉSULTATS EXPÉRIMENTAUX AVEC LES MODÈLES NON LINÉAIRE TRANSVERSAL ISOTROPE, LINÉAIRE TRANSVERSAL ISOTROPE ET LINÉAIRE ISOTROPE

GRANITE BARRE

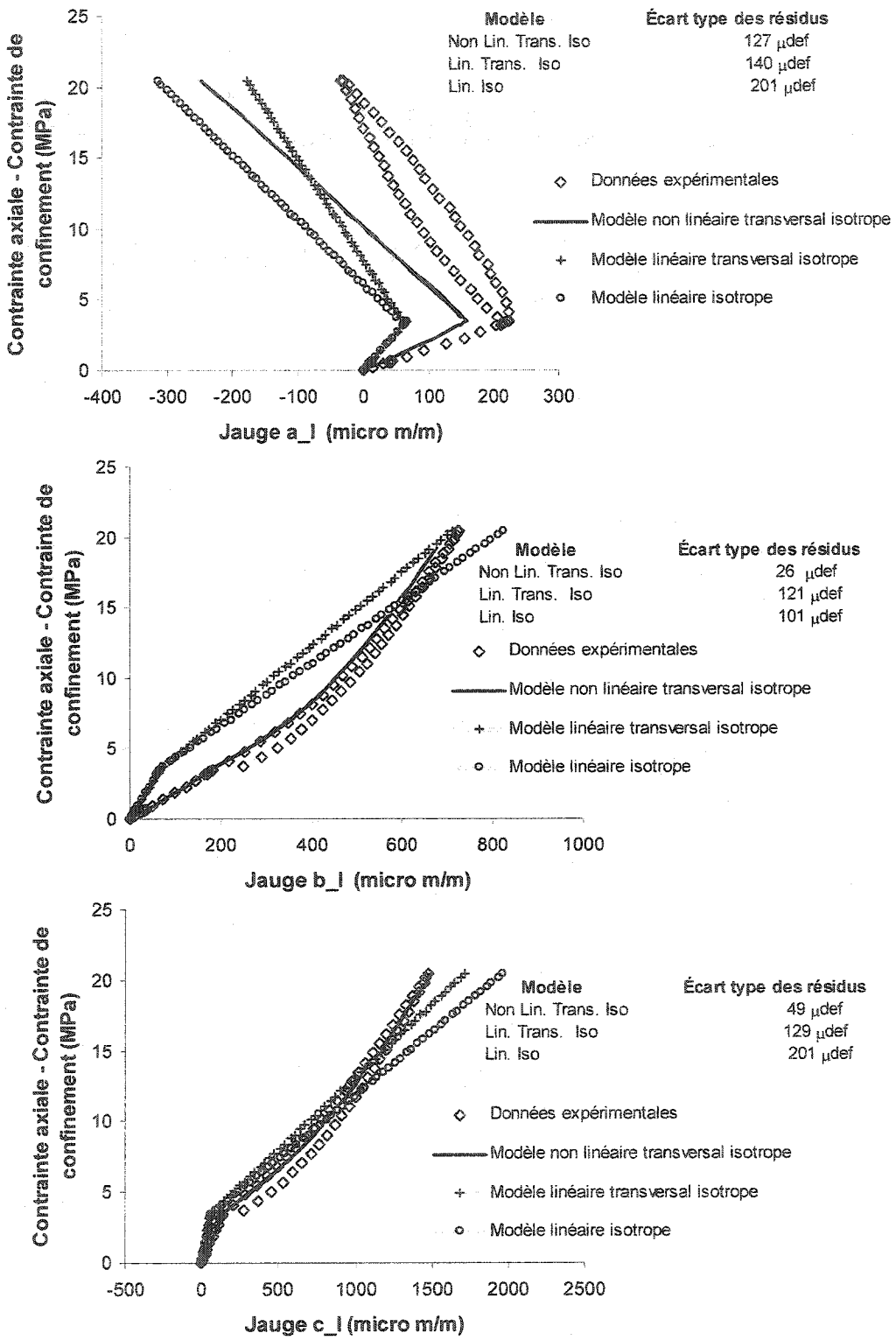


Figure A-V.1 – Granite Barre, rosette I, cheminement 1 (essai T_1GB500).

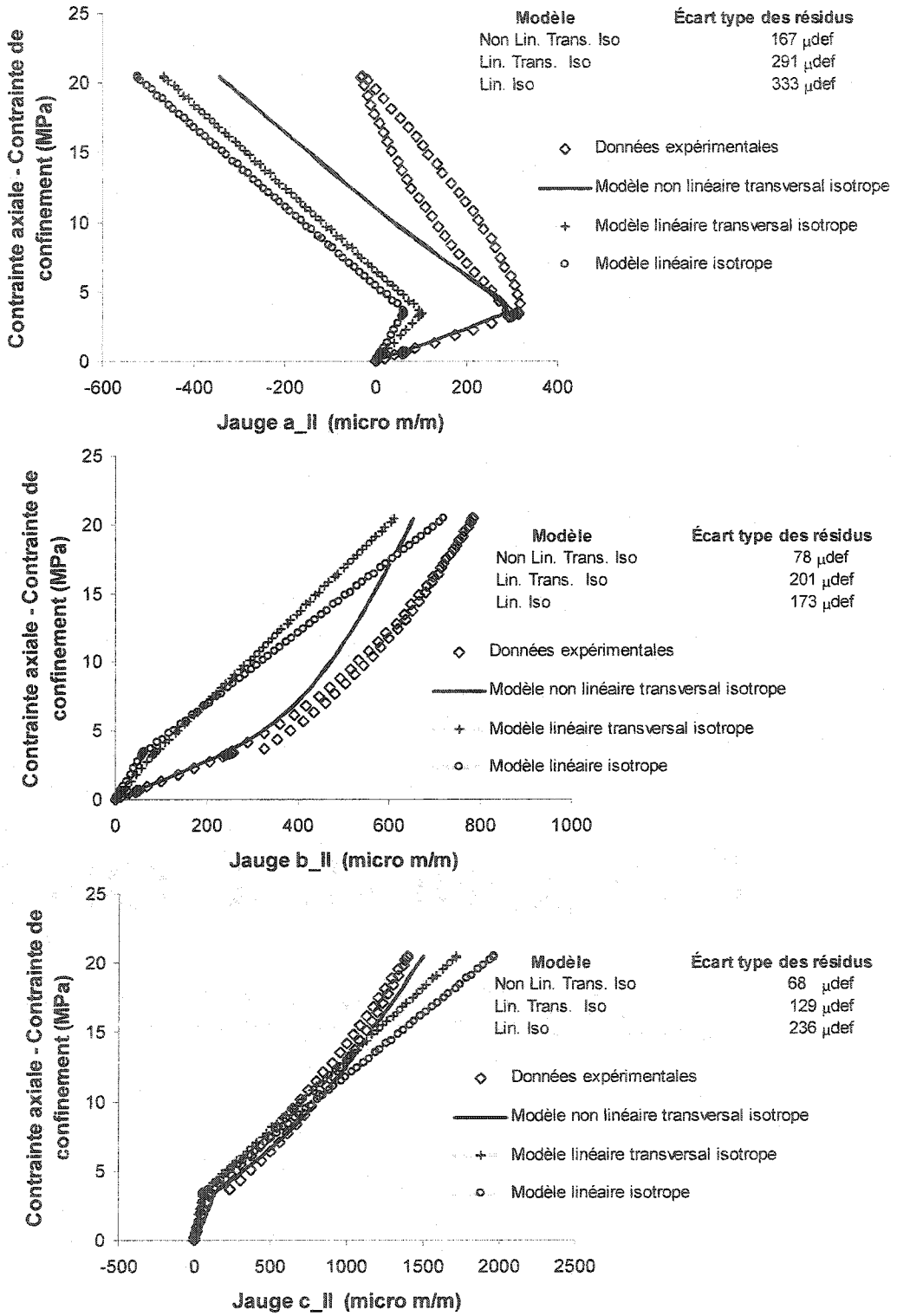


Figure A-V.2 – Granite Barre, rosette II, cheminement 1 (essai T_1GB500).

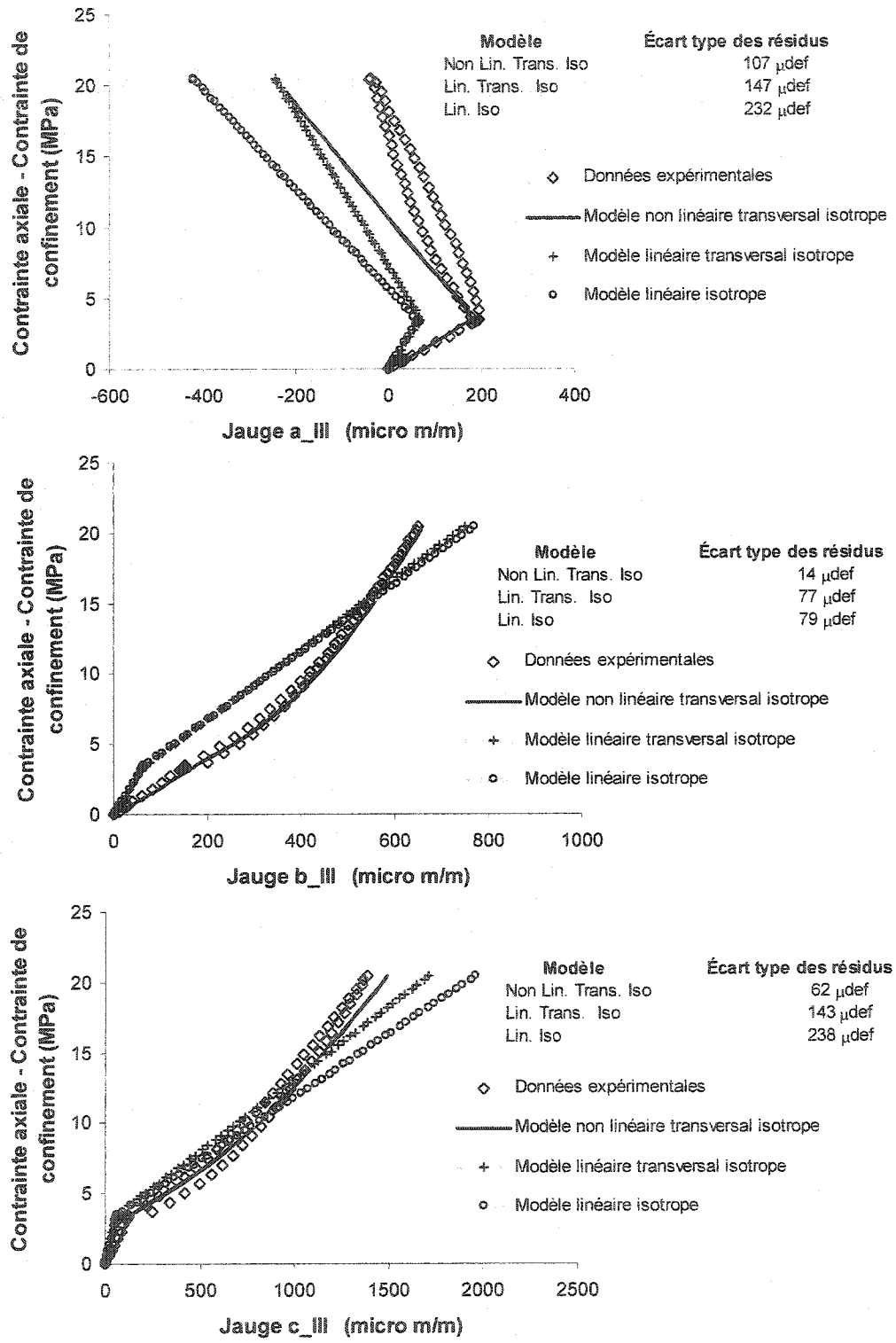


Figure A-V.3 – Granite Barre, rosette III, cheminement 1 (essai T_1GB500).

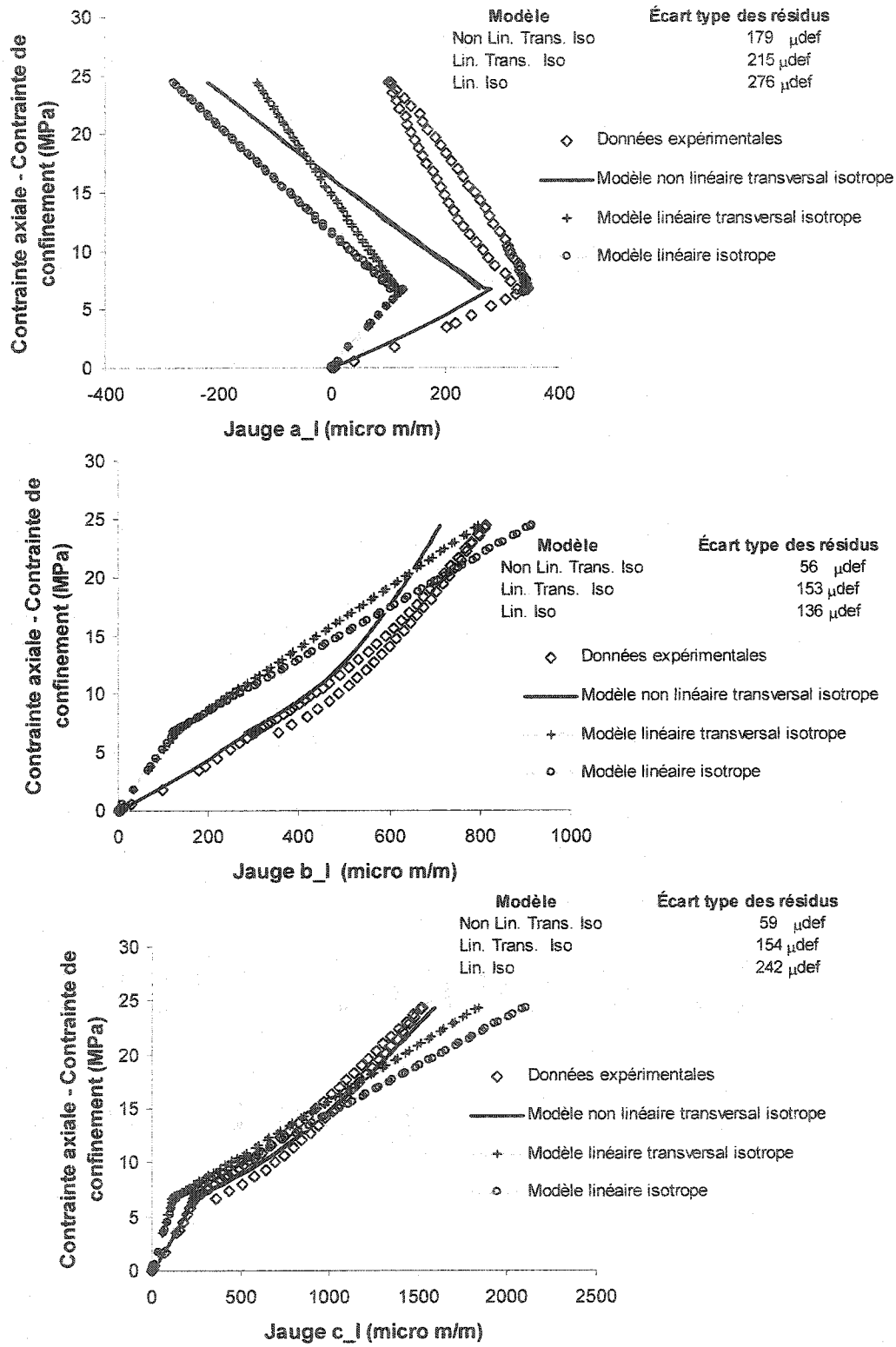


Figure A-V.4 – Granite Barre, rosette I, cheminement 1 (essai T_1GB1000).

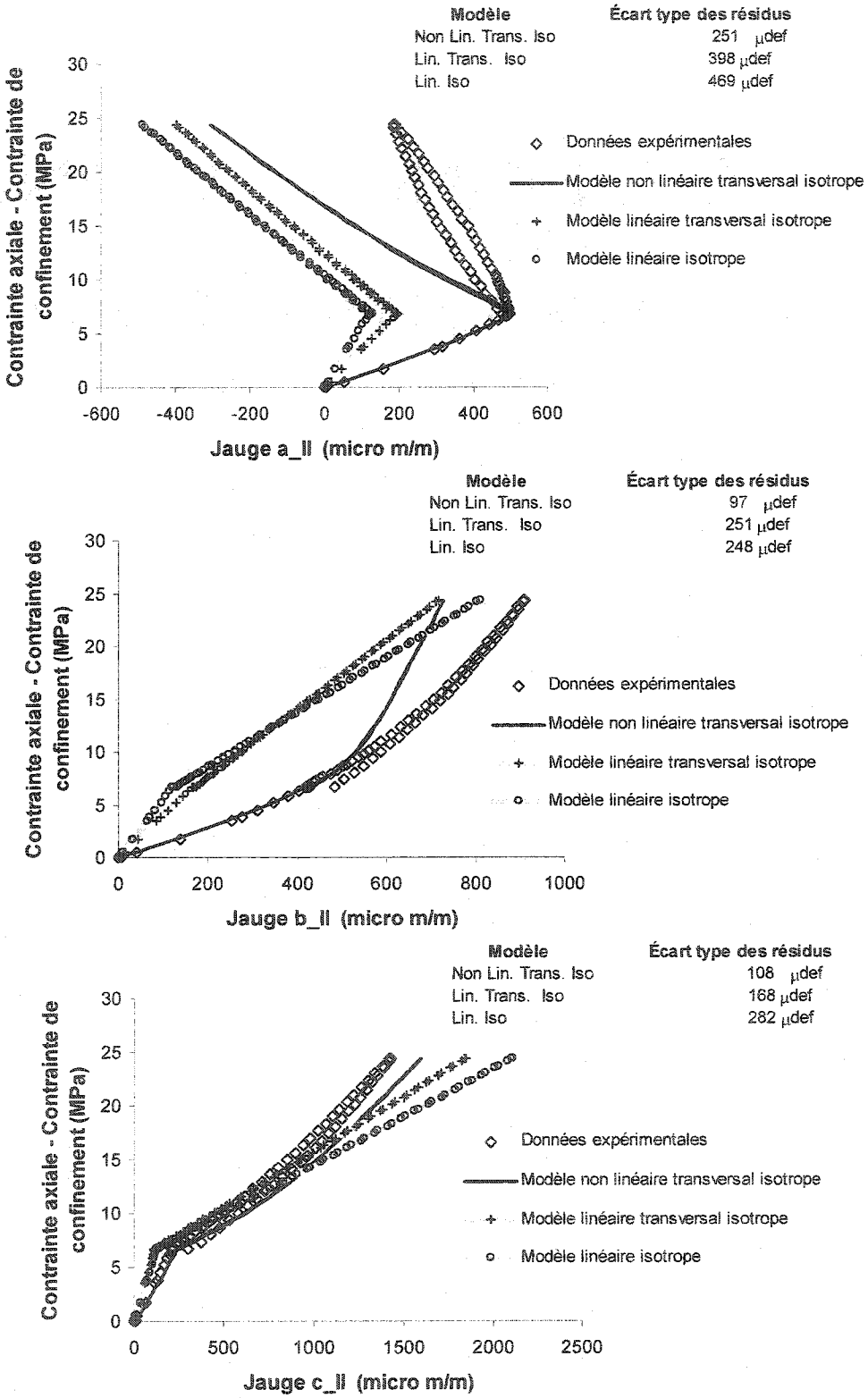


Figure A-V.5 – Granite Barre, rosette II, cheminement 1 (essai T_1GB1000).

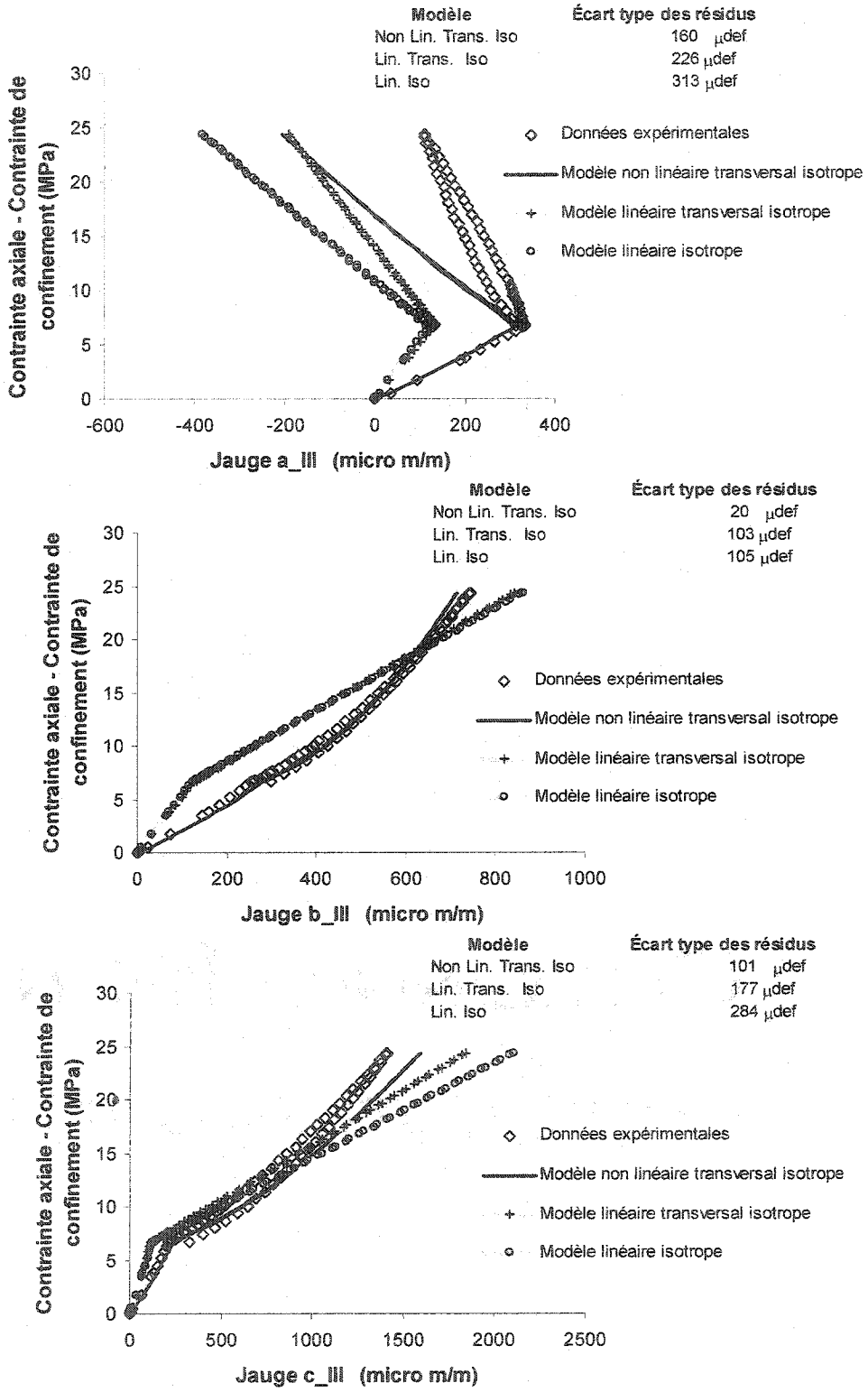


Figure A-V.6 – Granite Barre, rosette III, cheminement 1 (essai T_1GB1000).

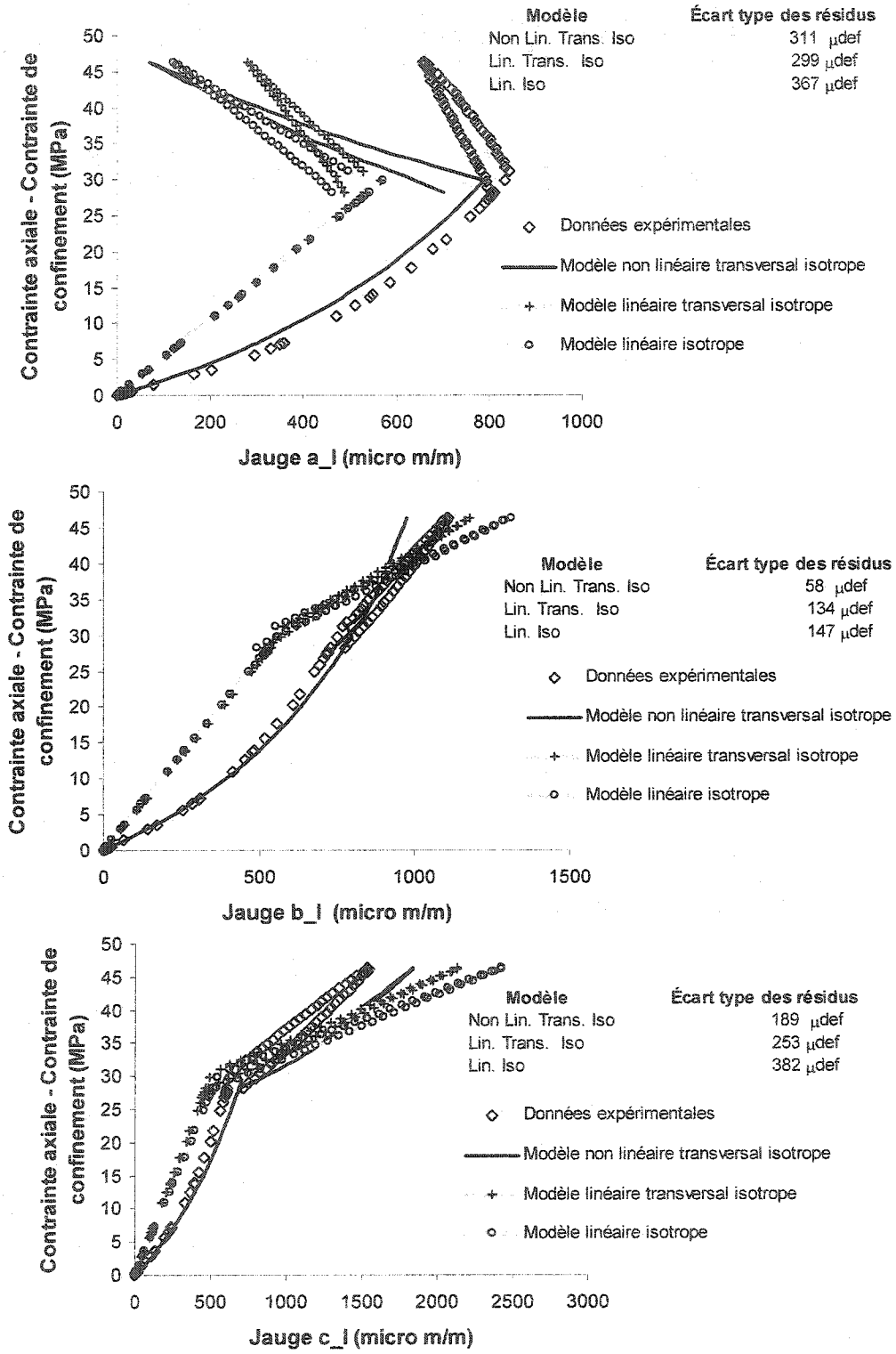


Figure A-V.7 – Granite Barre, rosette I, cheminement 1 (essai T_1GB4000).

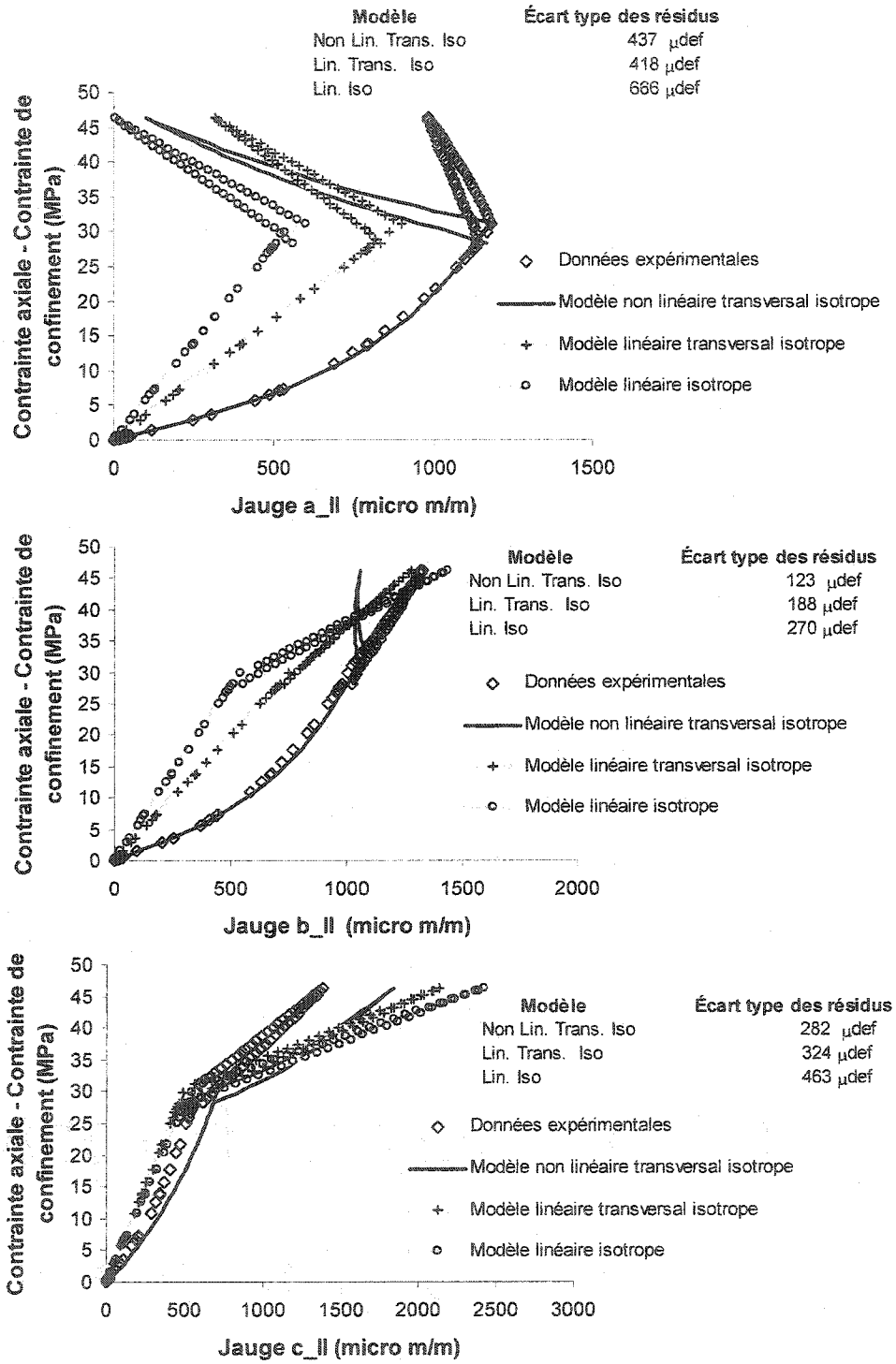


Figure A-V.8 – Granite Barre, rosette II, cheminement 1 (essai T_1GB4000).

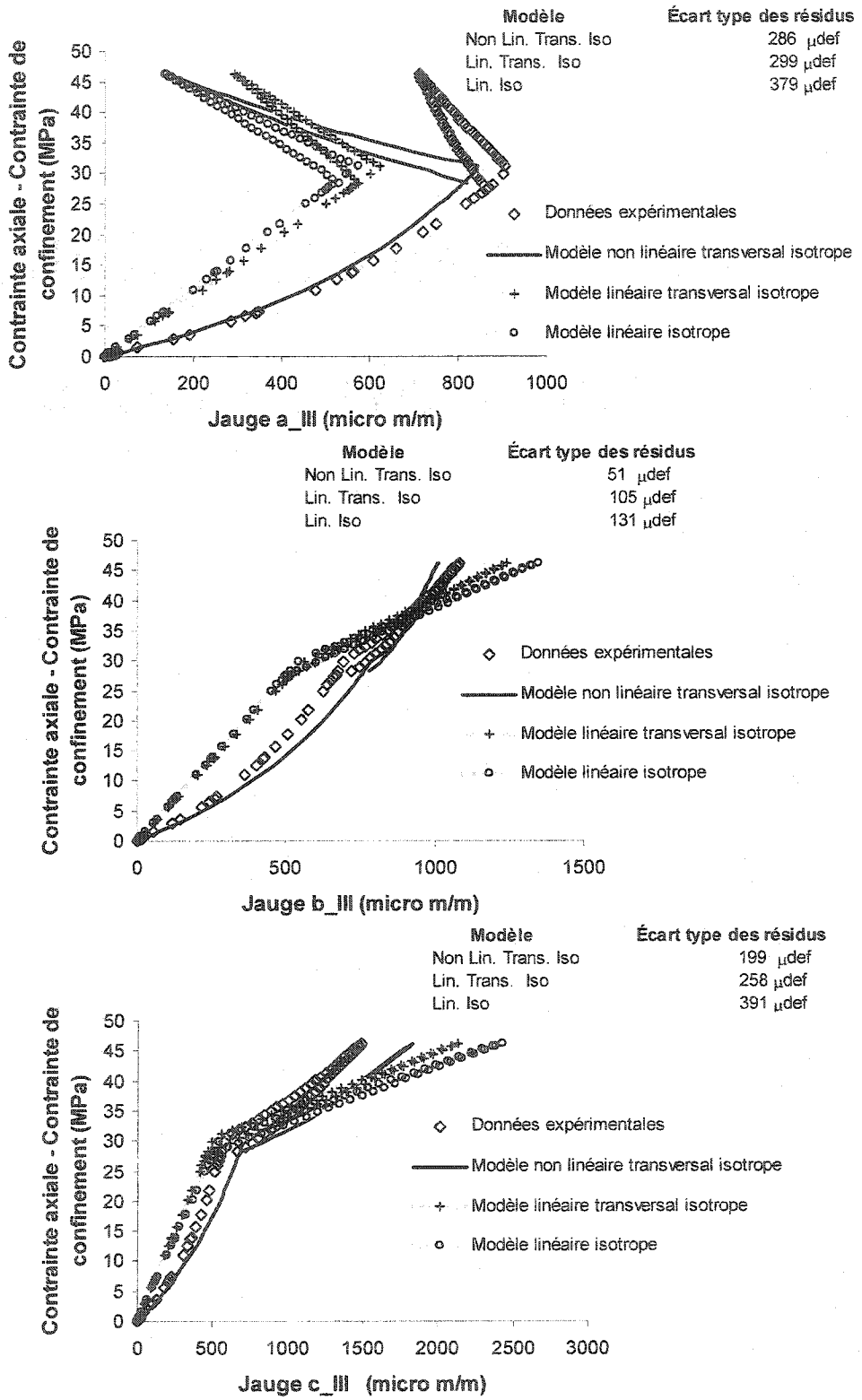


Figure A-V.9 – Granite Barre, rosette III, cheminement 1 (essai T_1GB4000).

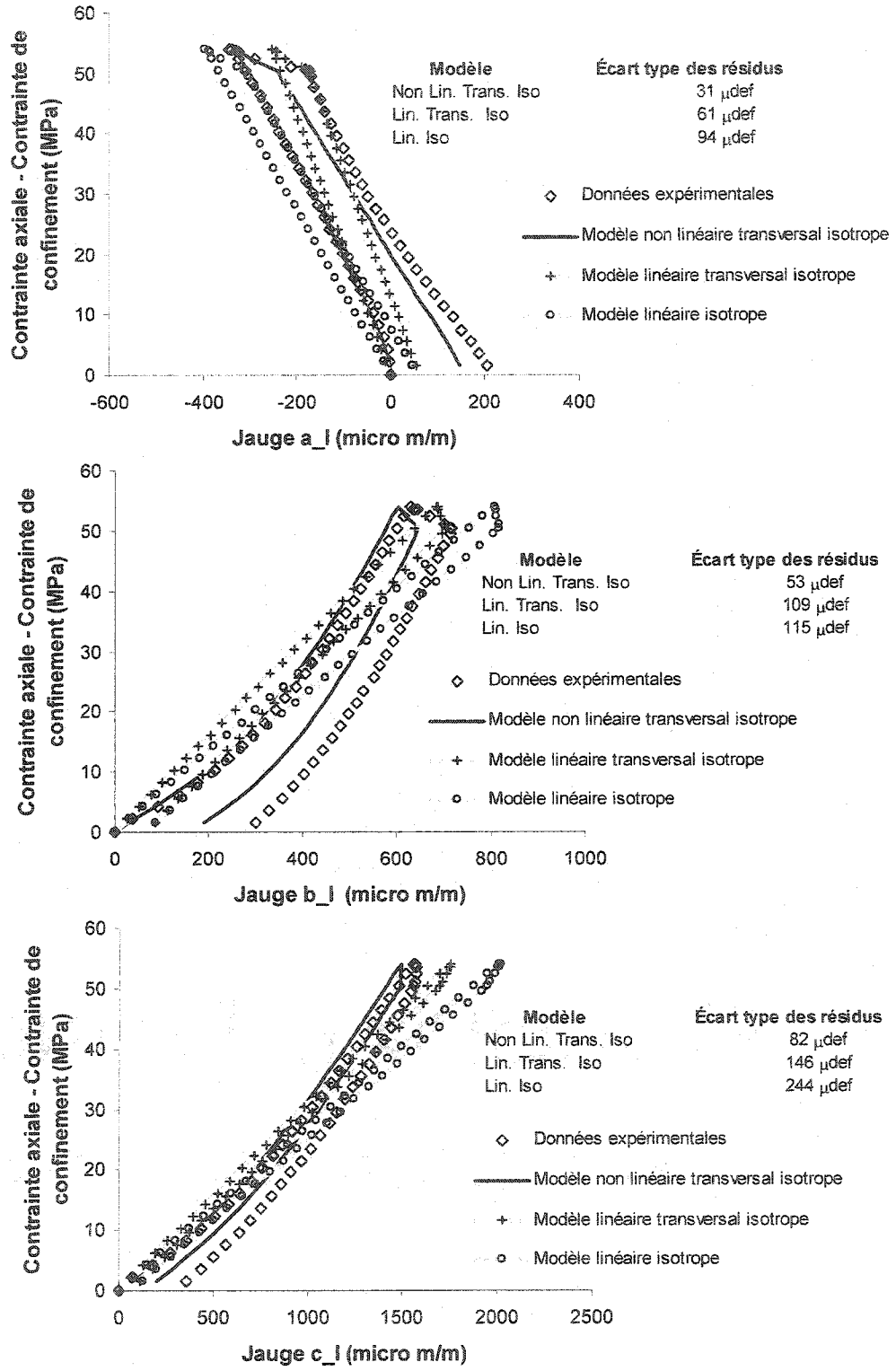


Figure A-V.10 – Granite Barre, rosette I, cheminement 2 (essai T_2GB500).

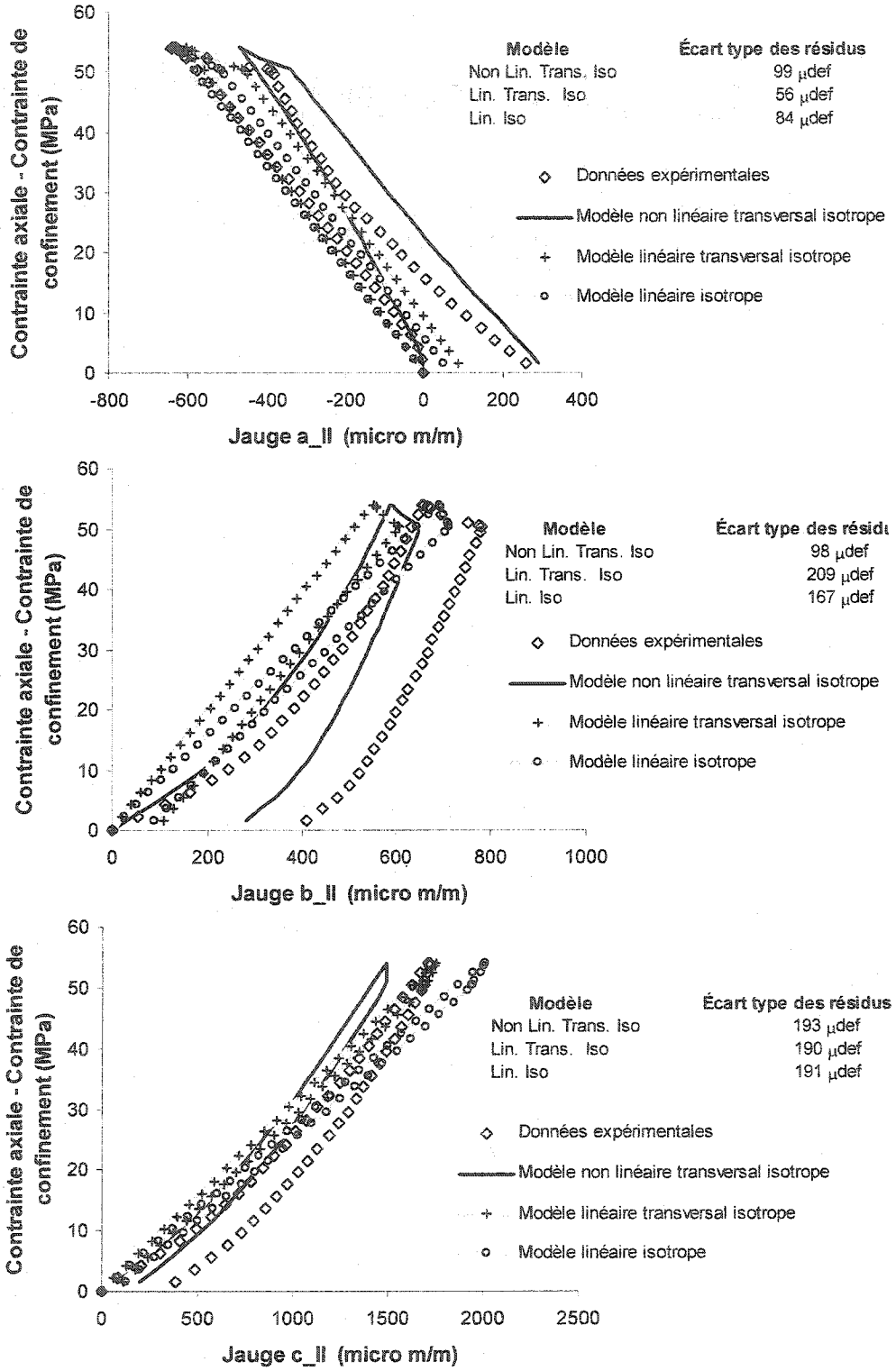


Figure A-V.11 – Granite Barre, rosette II, cheminement 2 (essai T_2GB500).

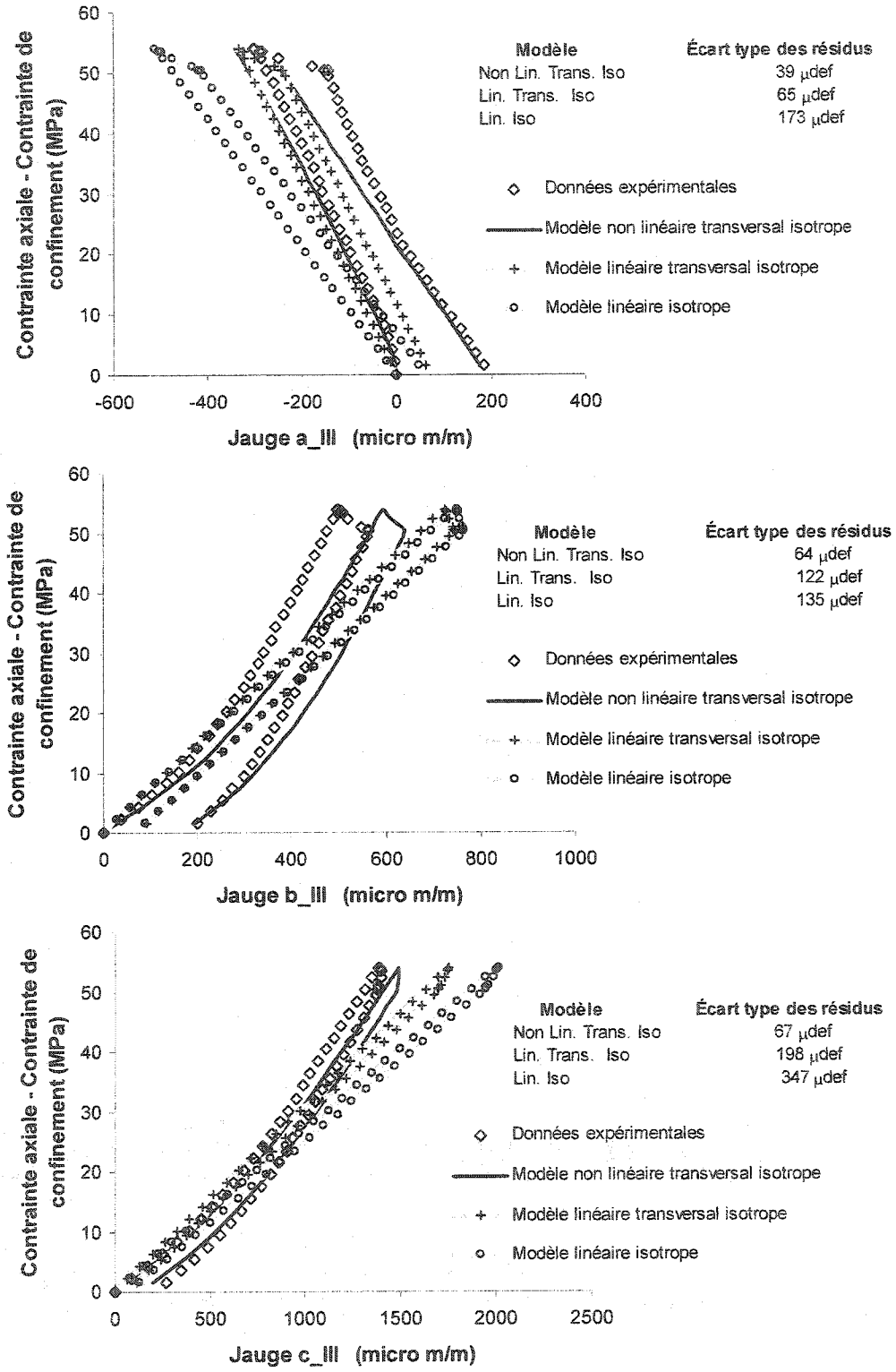


Figure A-V.12 – Granite Barre, rosette III, cheminement 2 (essai T_2GB500).

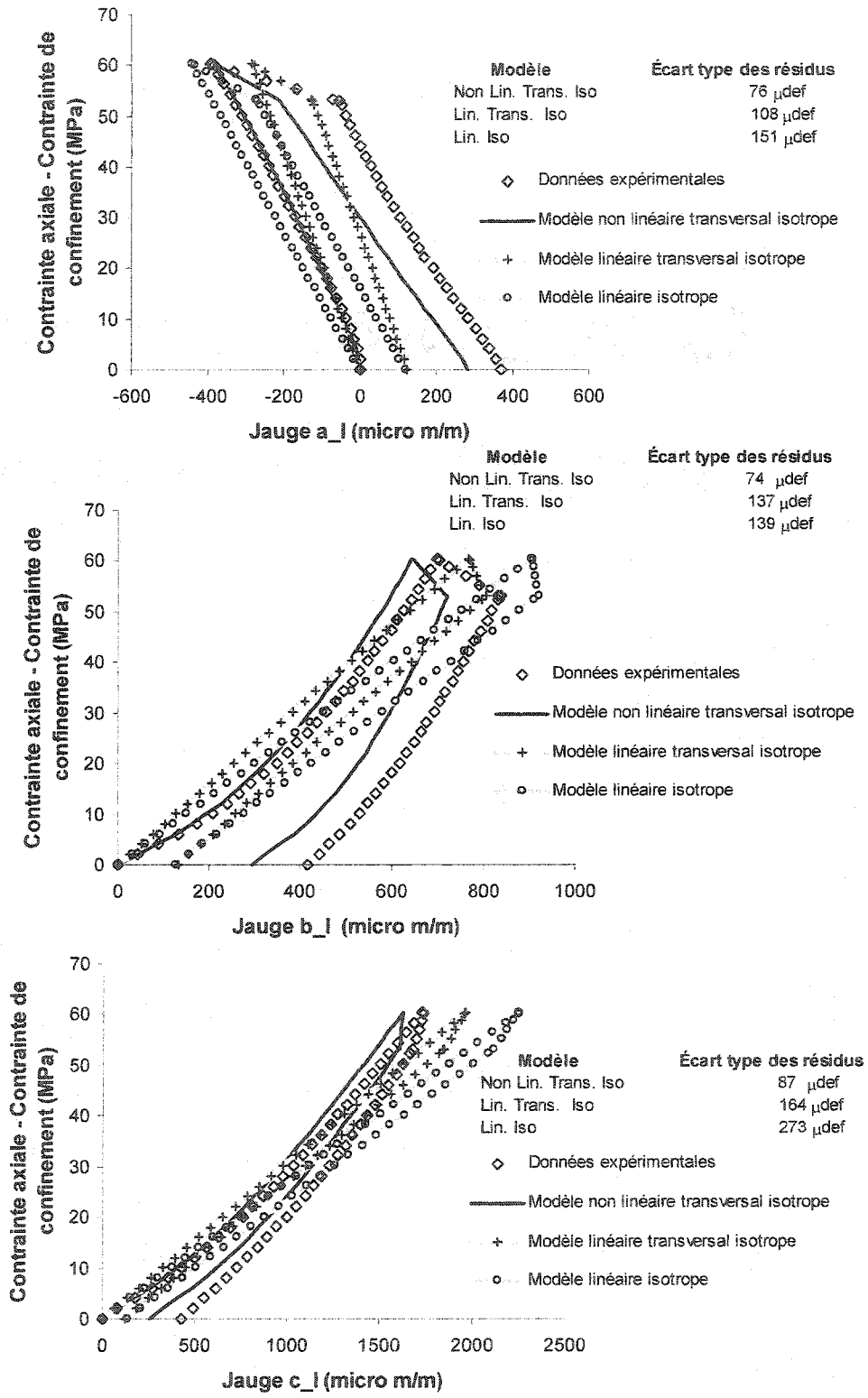


Figure A-V.13 – Granite Barre, rosette I, cheminement 2 (essai T_2GB1000).

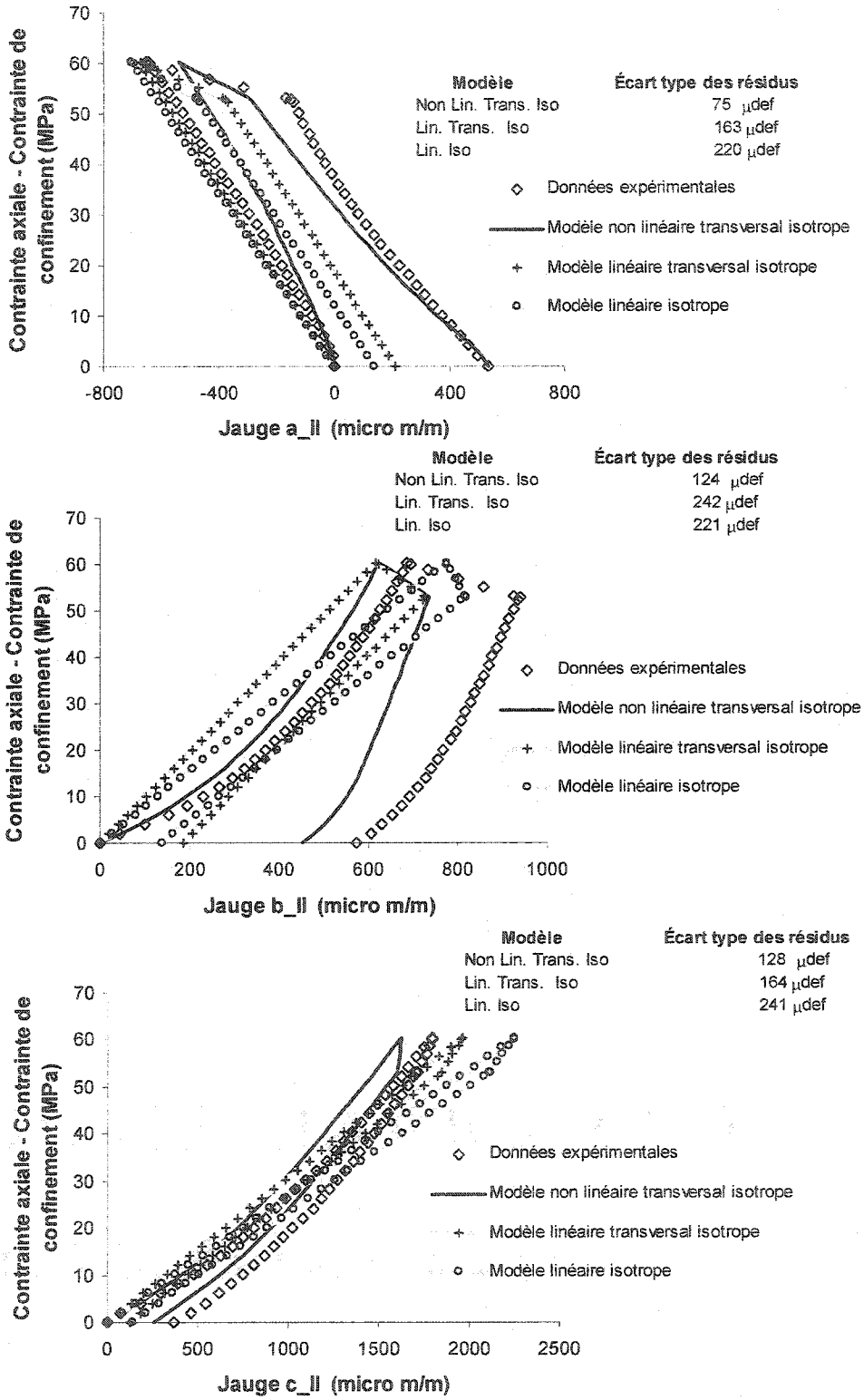


Figure A-V.14 – Granite Barre, rosette II, cheminement 2 (essai T_2GB1000).

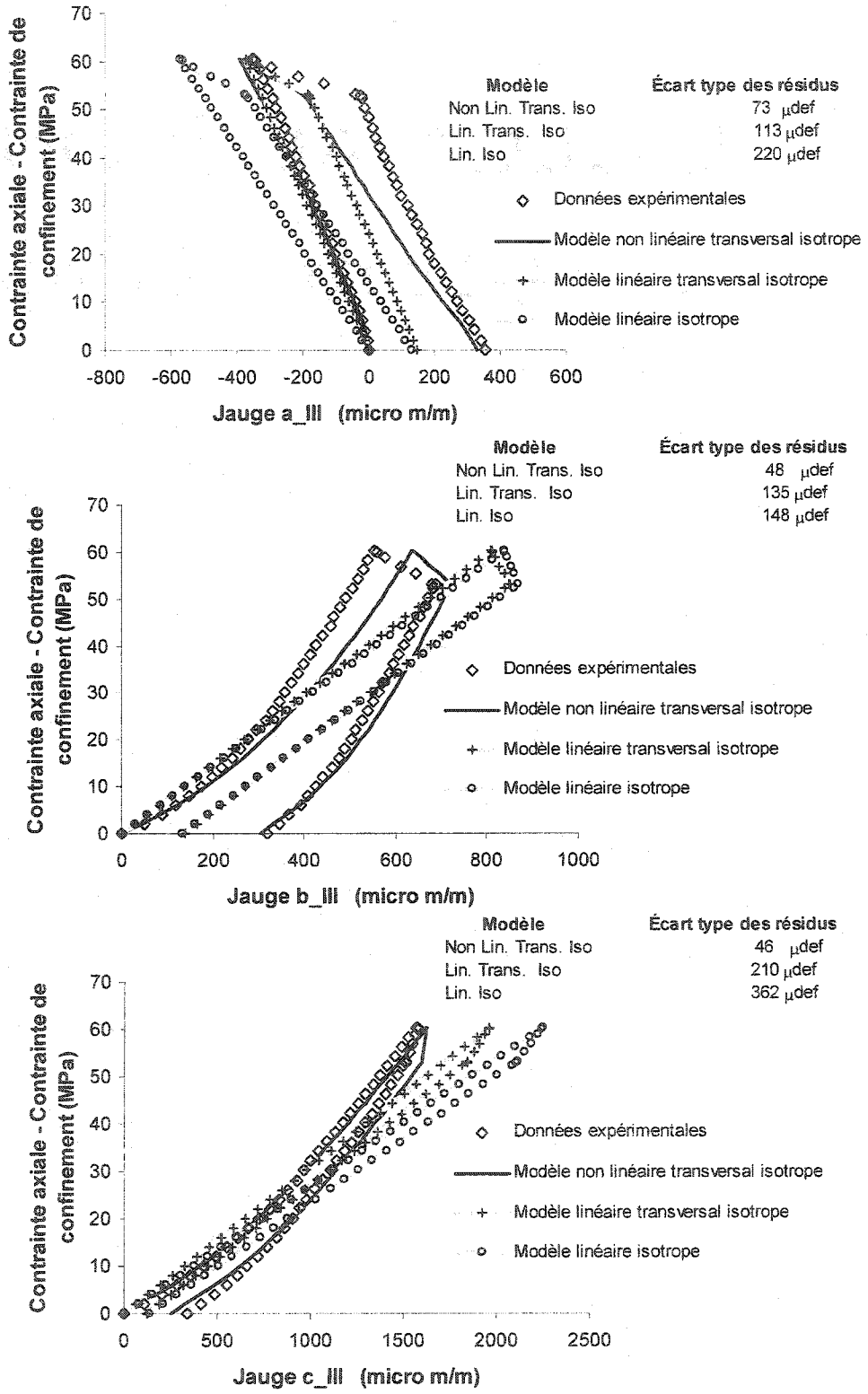


Figure A-V.15 – Granite Barre, rosette III, cheminement 2 (essai T_2GB1000).

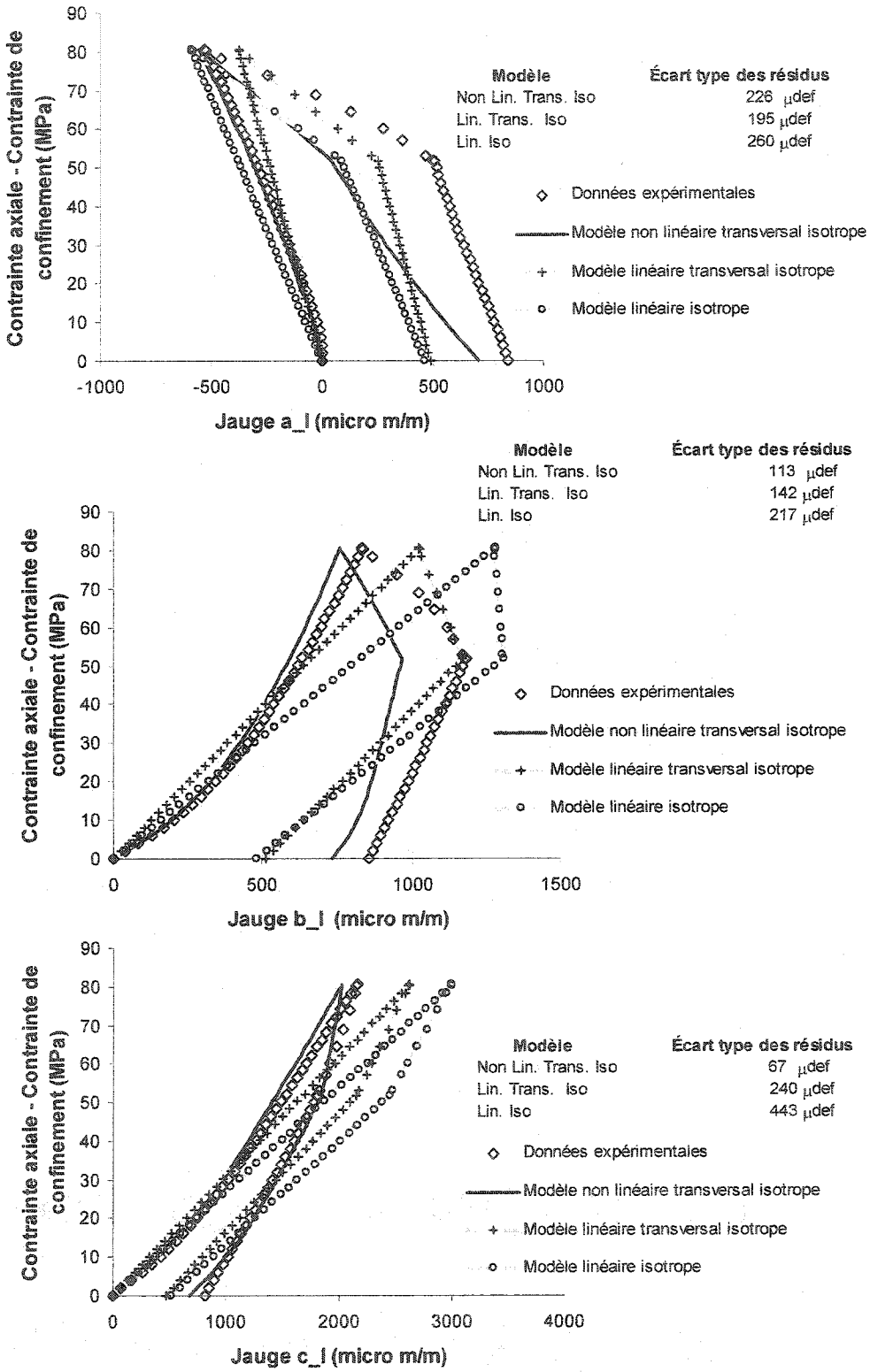


Figure A-V.16 – Granite Barre, rosette I, cheminement 2 (essai T_2GB4000).

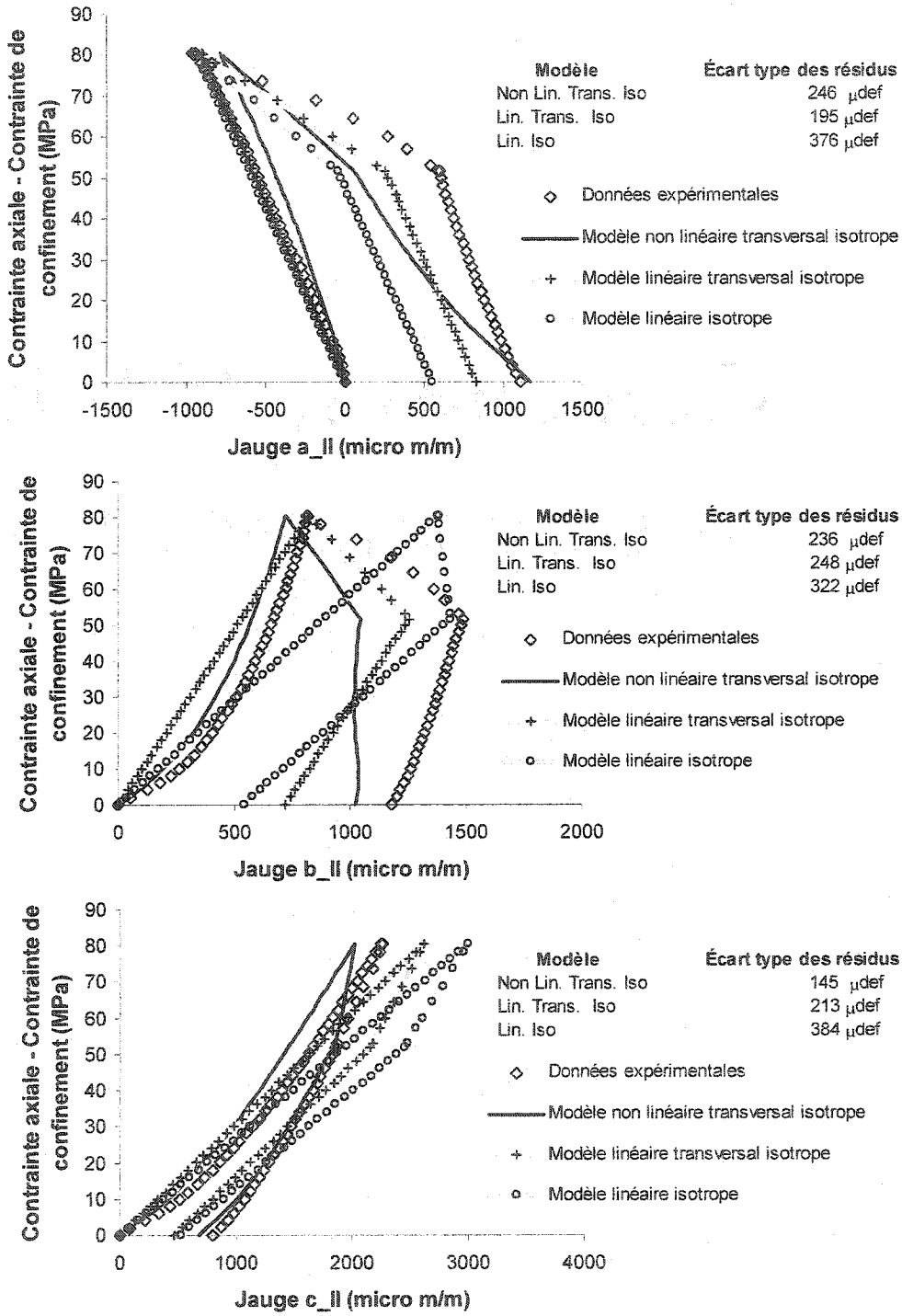


Figure A-V.17 – Granite Barre, rosette II, cheminement 2 (essai T_2GB4000).

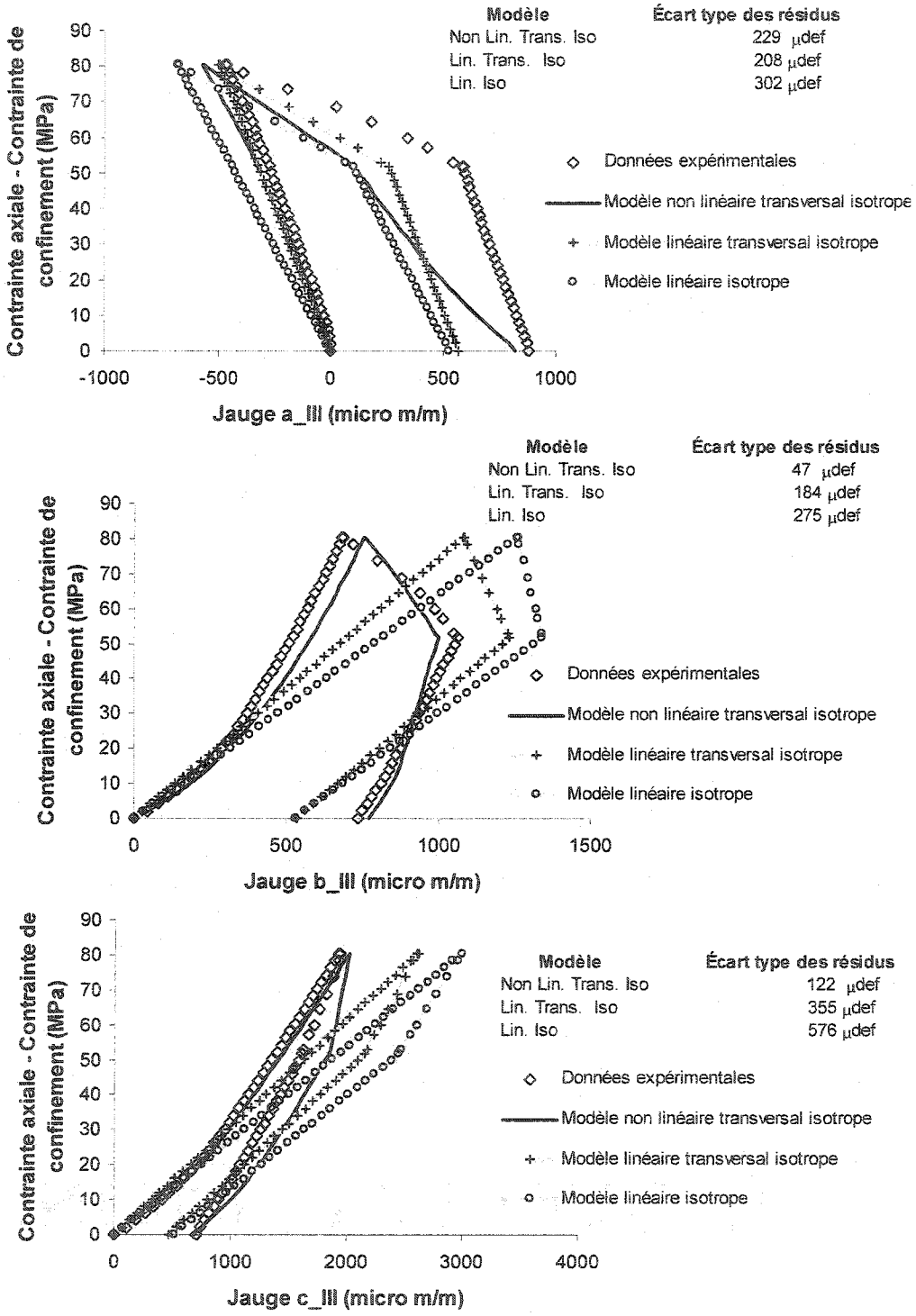


Figure A-V.18 – Granite Barre, rosette III, cheminement 2 (essai T_2GB4000).

GRANITE GRIS

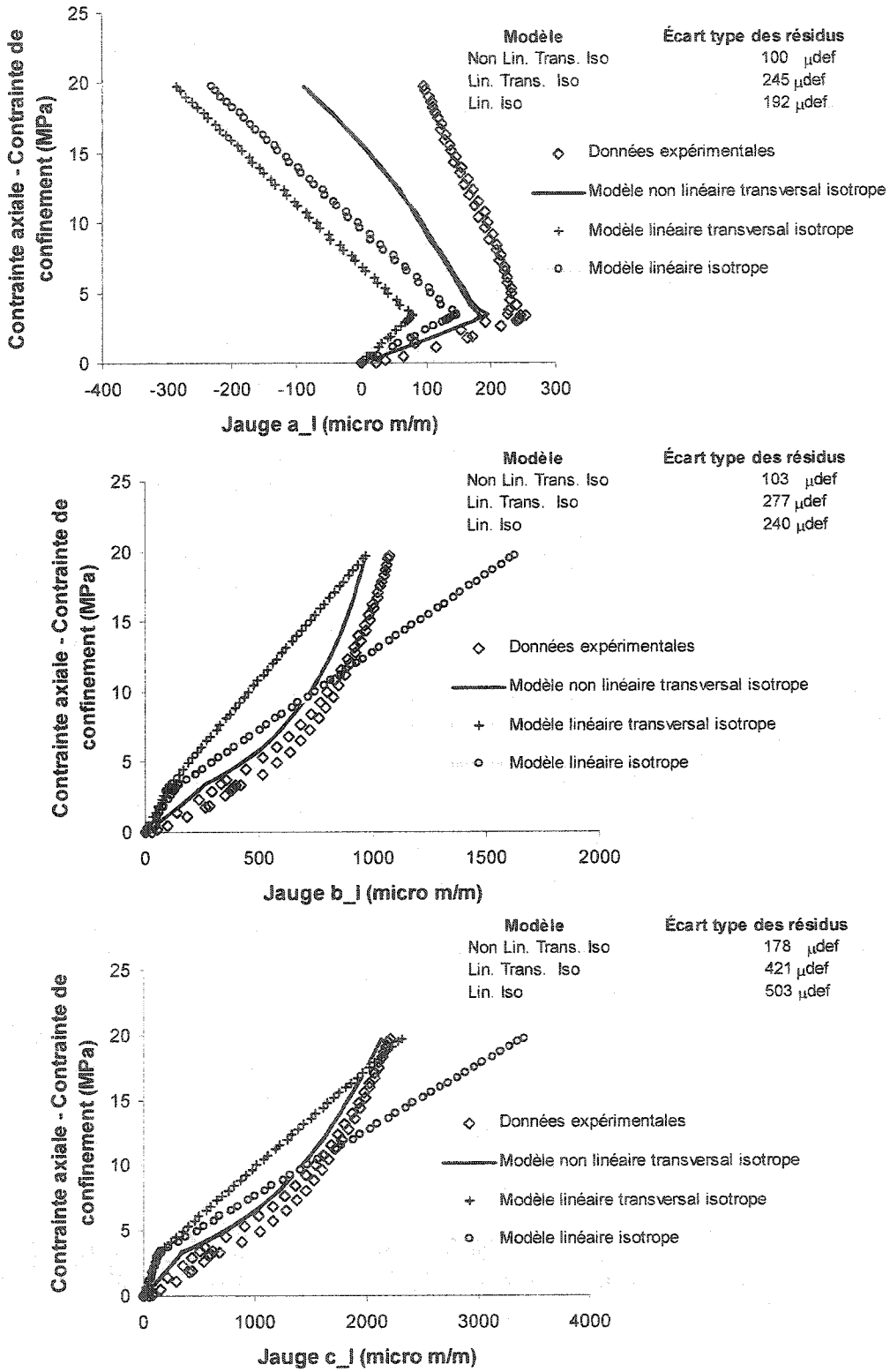


Figure A-V.19 – Granite Gris, rosette I, cheminement 1 (essai T_1GG500).

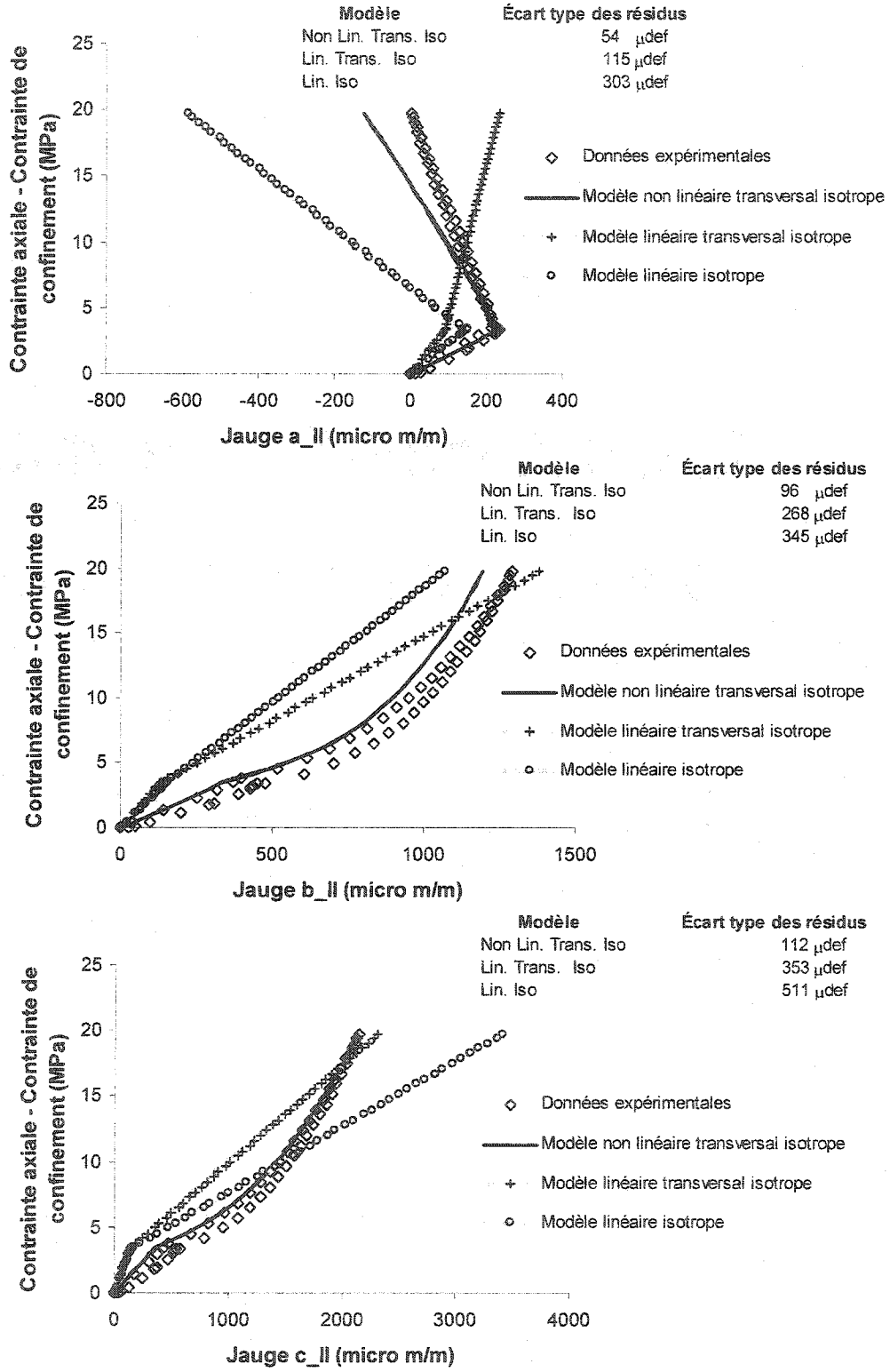


Figure A-V.20 – Granite Gris, rosette II, cheminement 1 (essai T_1GG500).

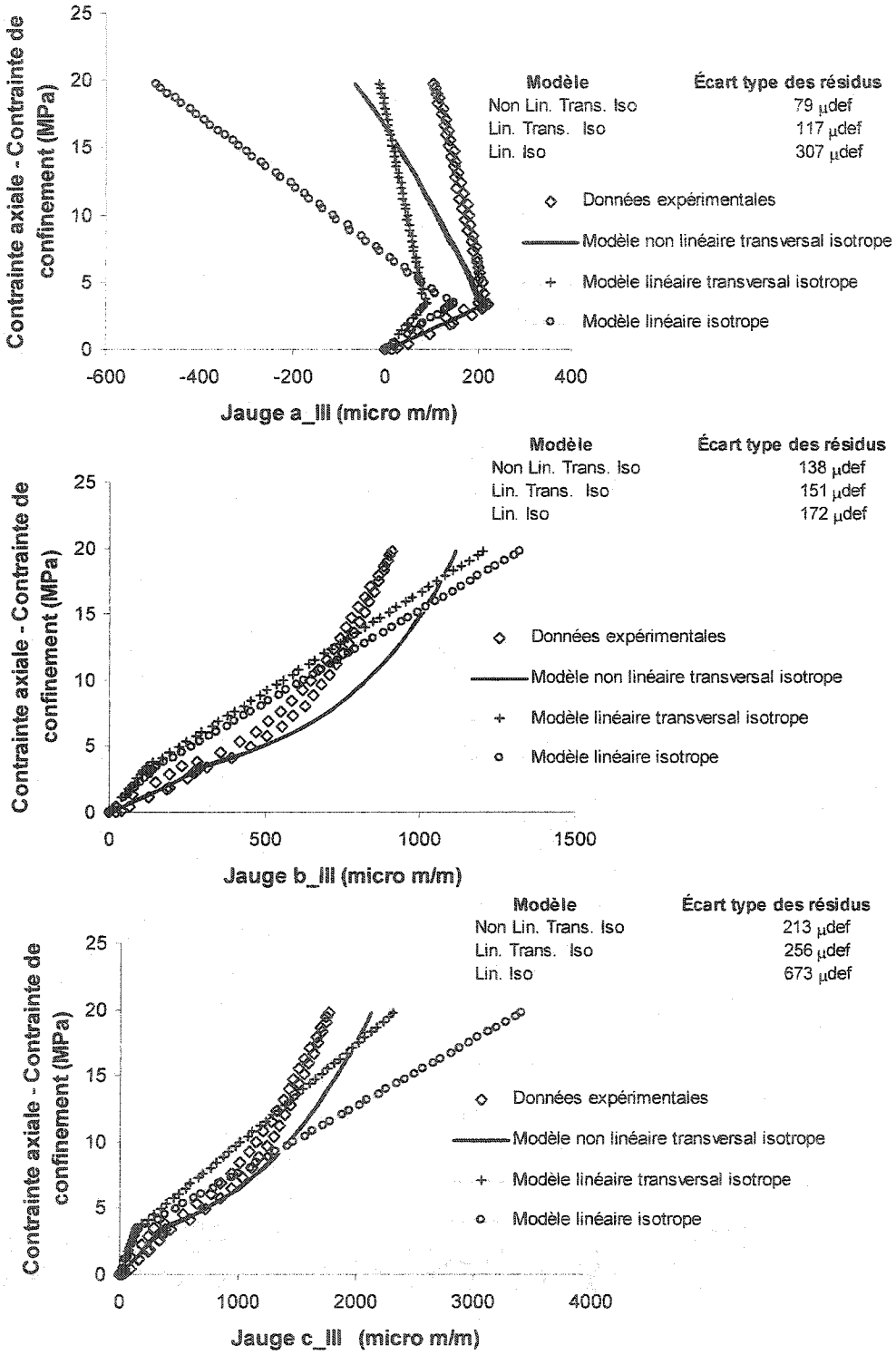


Figure A-V.21 – Granite Gris, rosette III, cheminement 1 (essai T_1GG500).

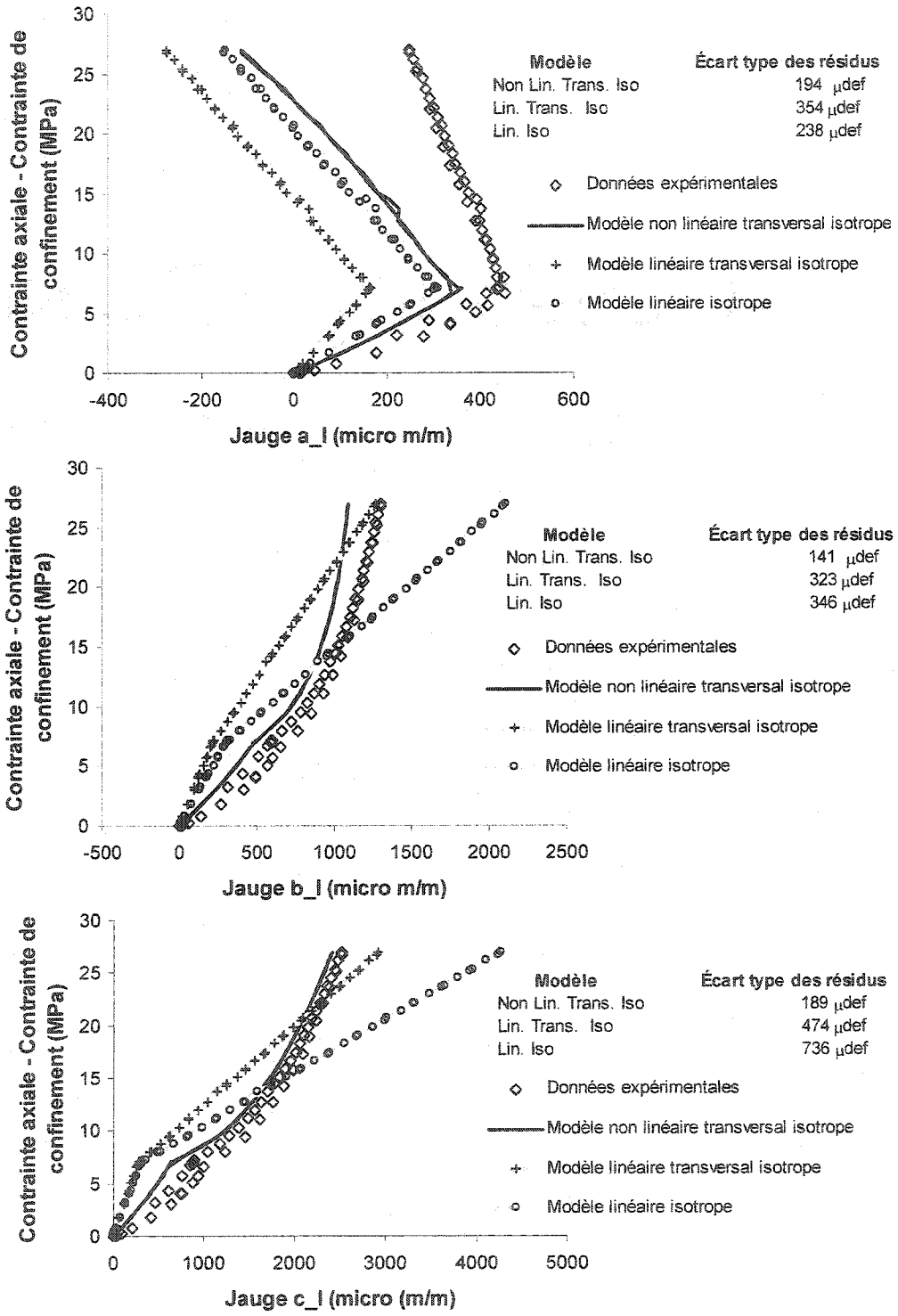


Figure A-V.22 – Granite Gris, rosette I, cheminement 1 (essai T_1GG1000).

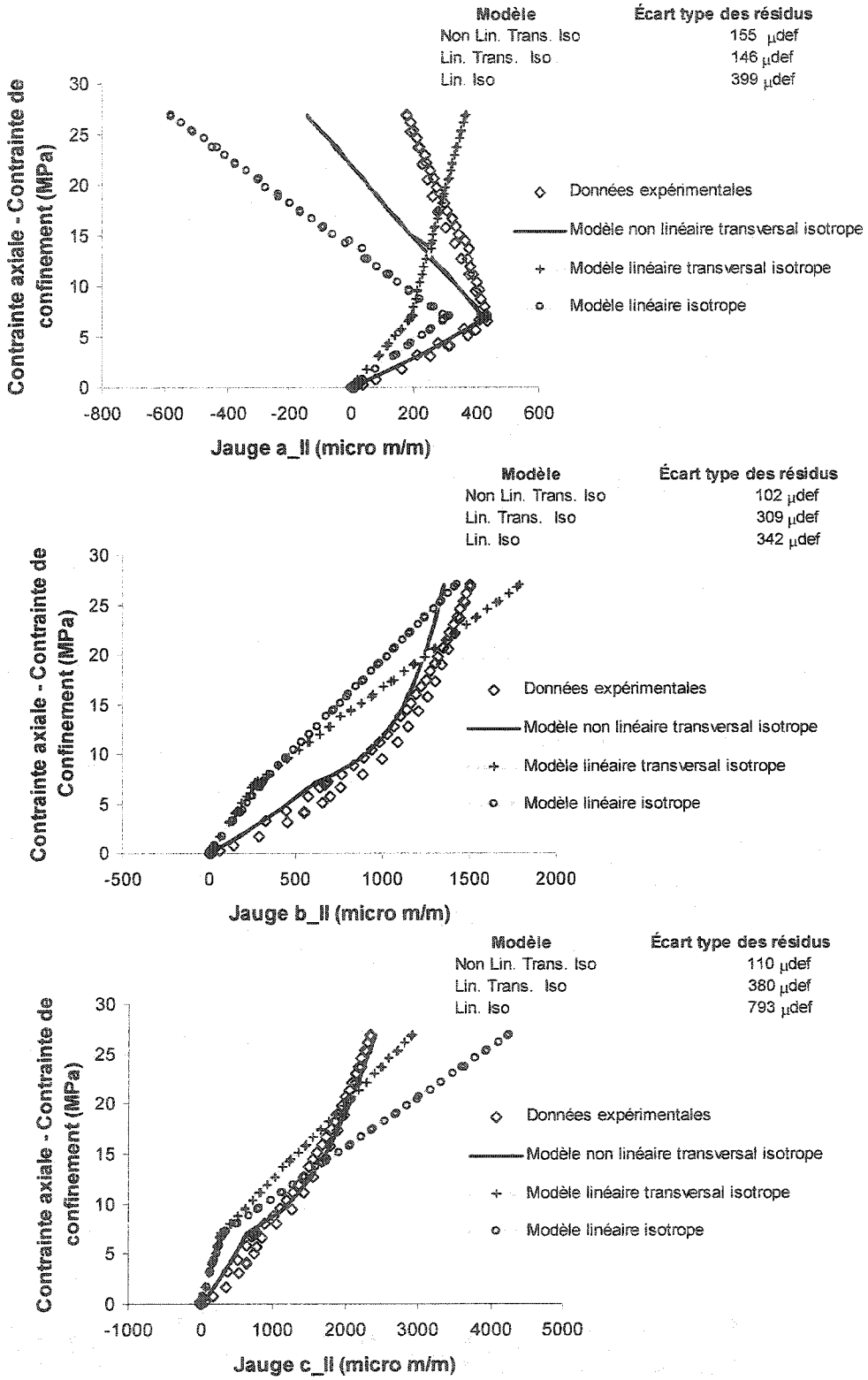


Figure A-V.23 – Granite Gris, rosette II, cheminement 1 (essai T_1GG1000).

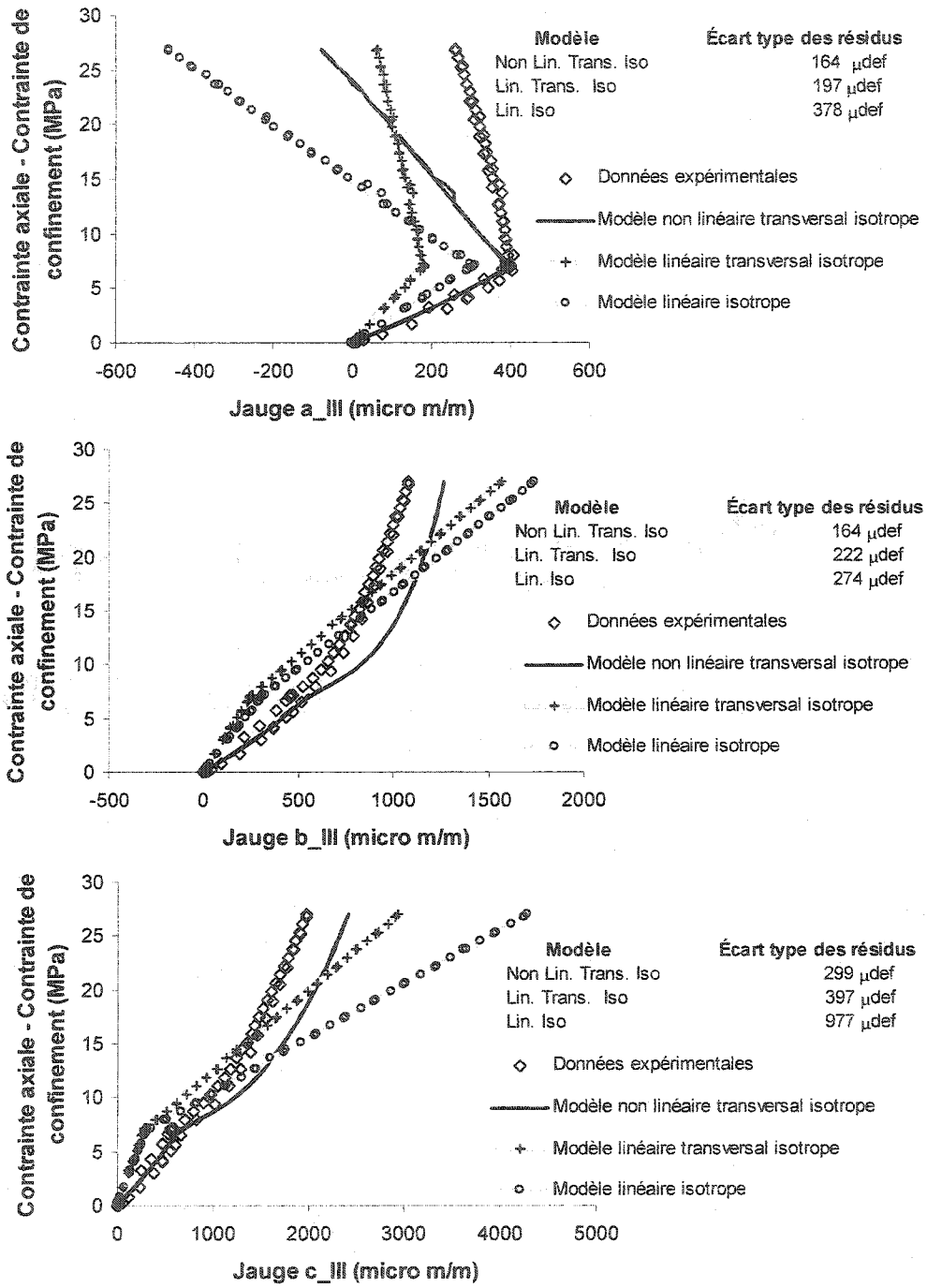


Figure A-V.24 – Granite Gris, rosette III, cheminement 1 (essai T_1GG1000).

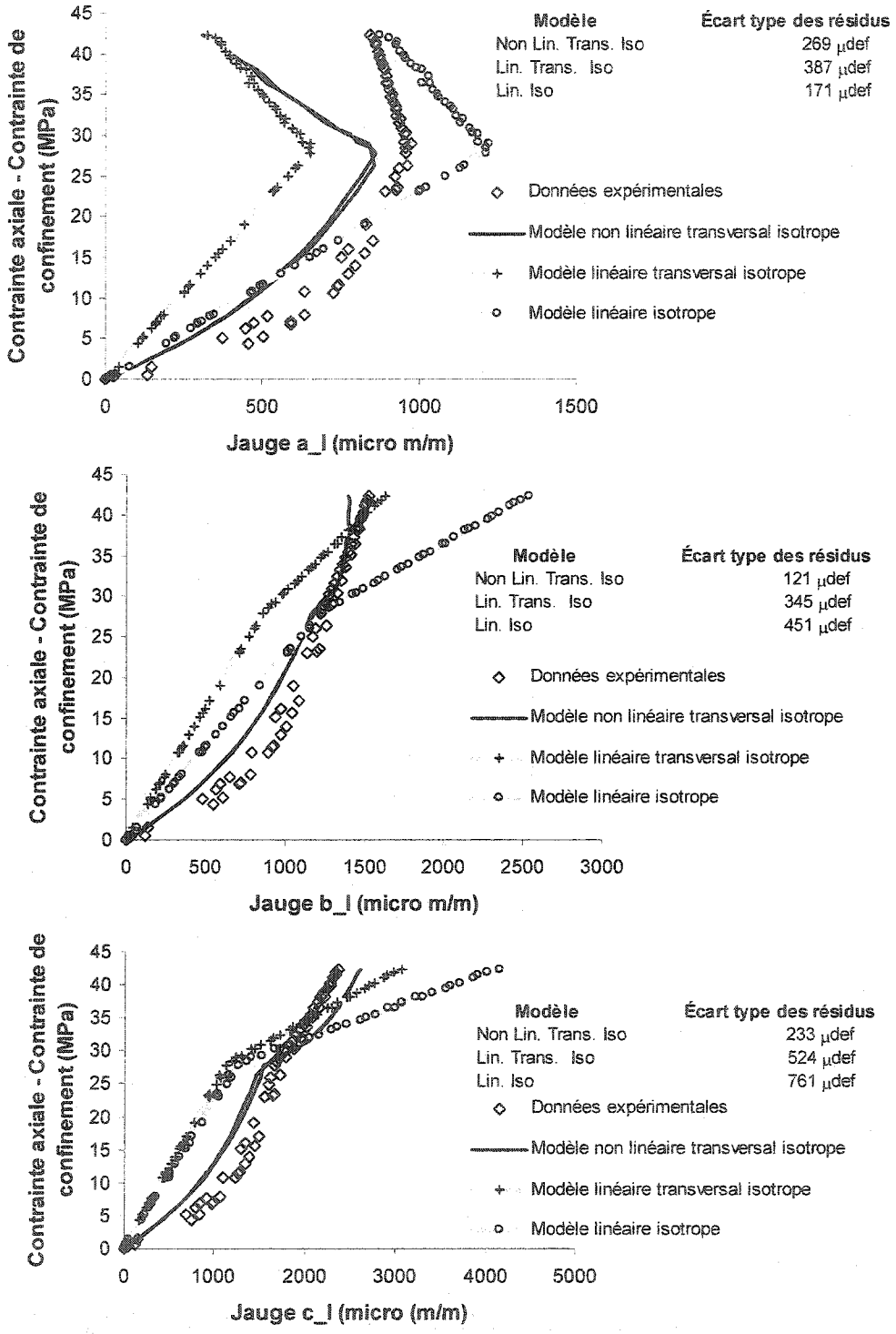
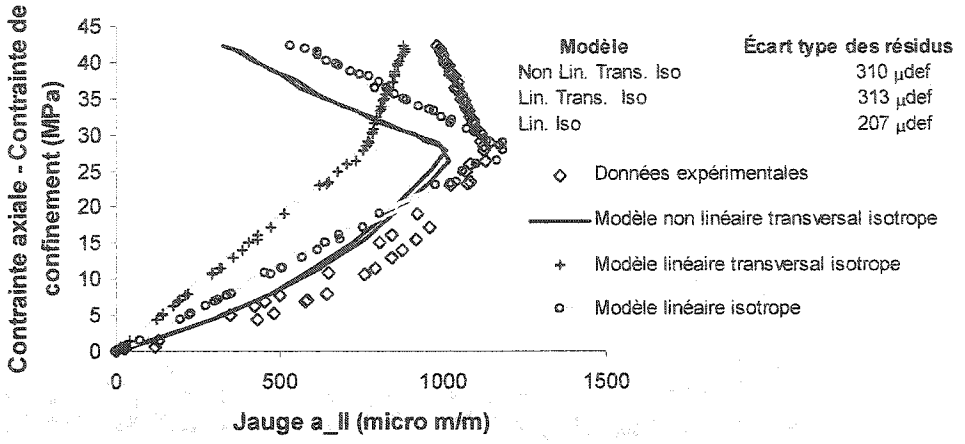
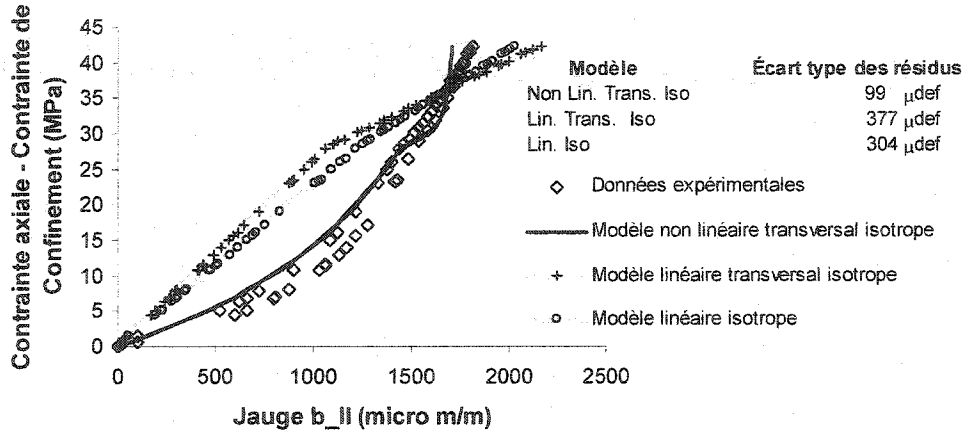


Figure A-V.25 – Granite Gris, rosette I, cheminement 1 (essai T_1GG4000).





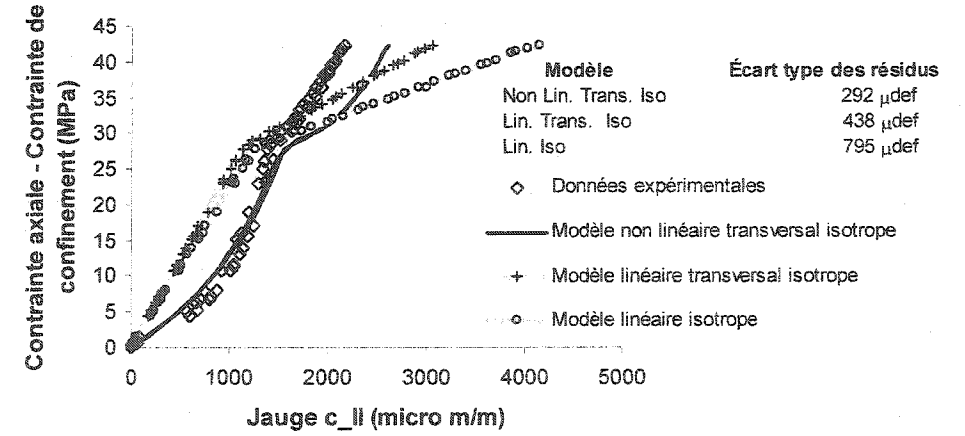


Figure A-V.26 – Granite Gris, rosette II, cheminement 1 (essai T_1GG4000).

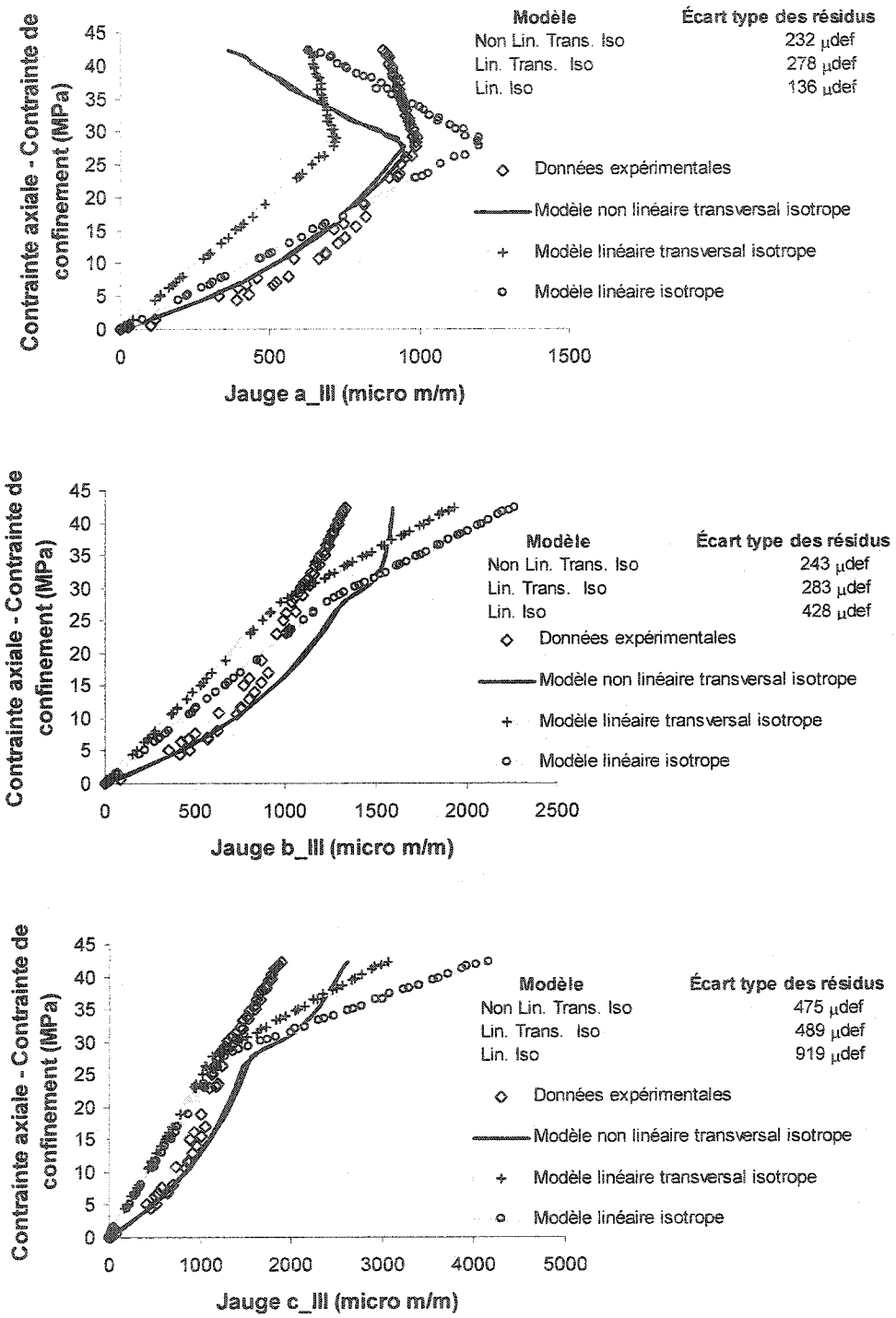


Figure A-V.27 – Granite Gris, rosette III, cheminement 1 (essai T_1GG4000).

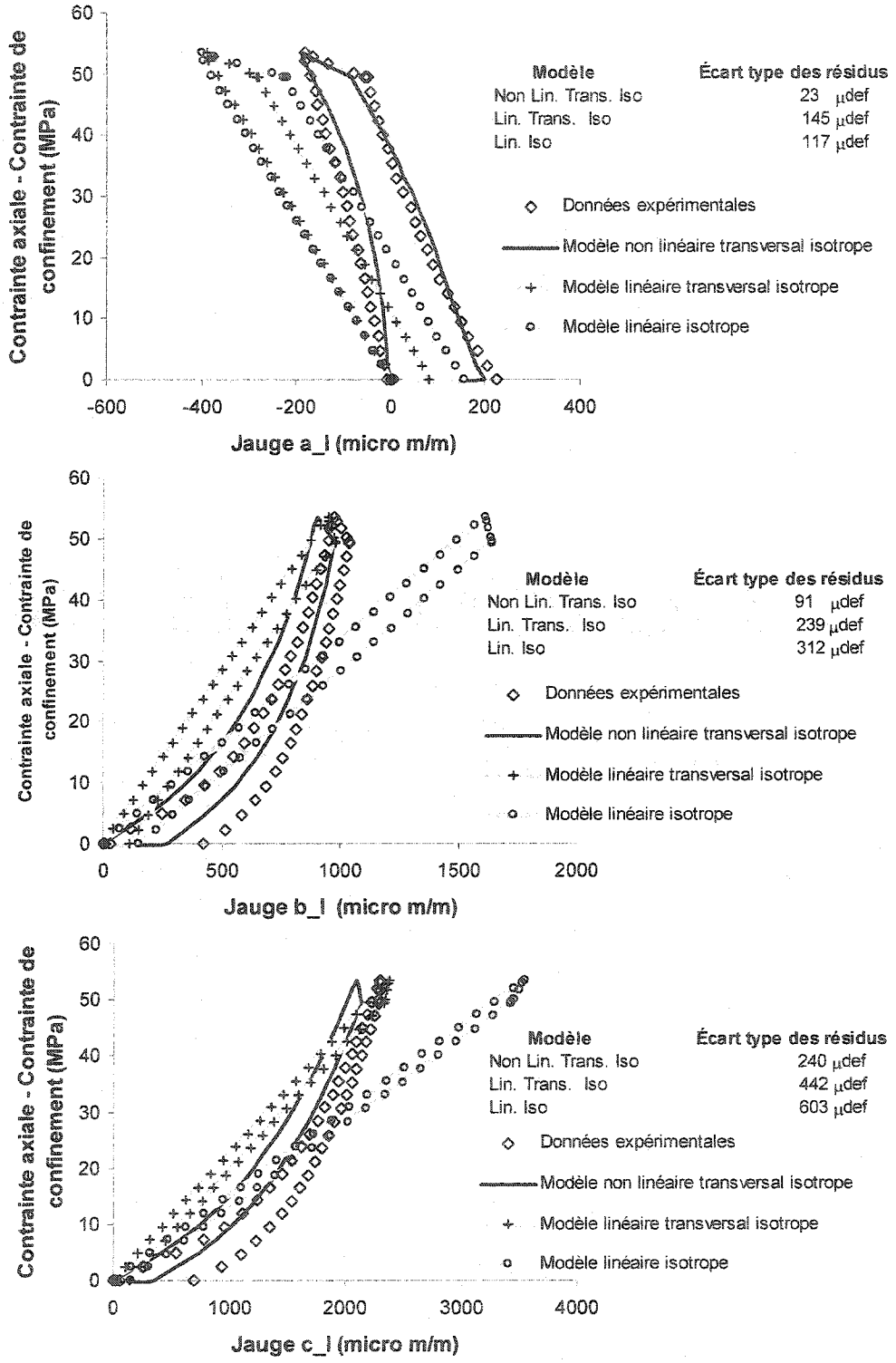


Figure A-V.28 – Granite Gris, rosette I, cheminement 2 (essai T_2GG500).

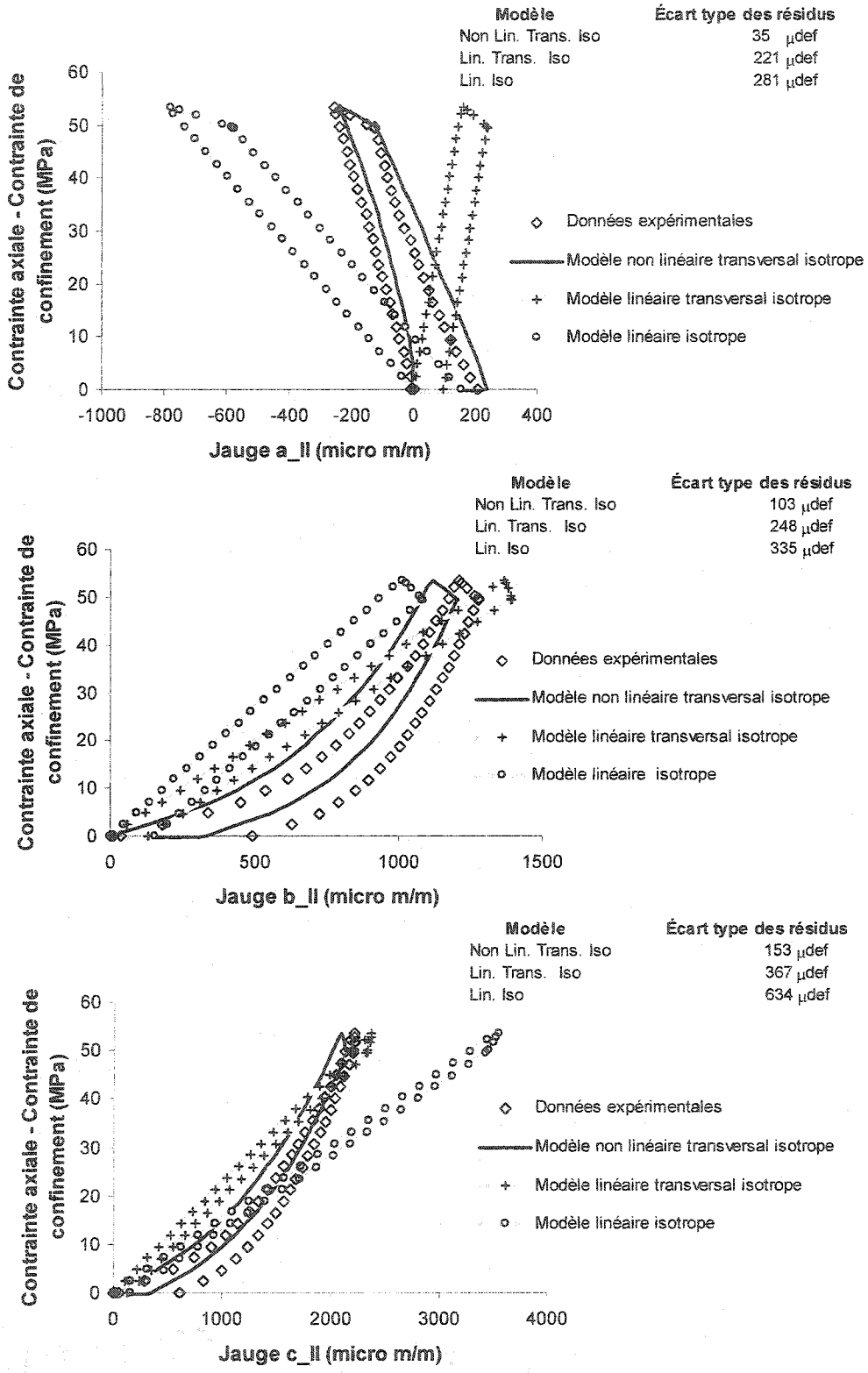


Figure A-V.29 – Granite Gris, rosette II, cheminement 2 (essai T_2GG500).

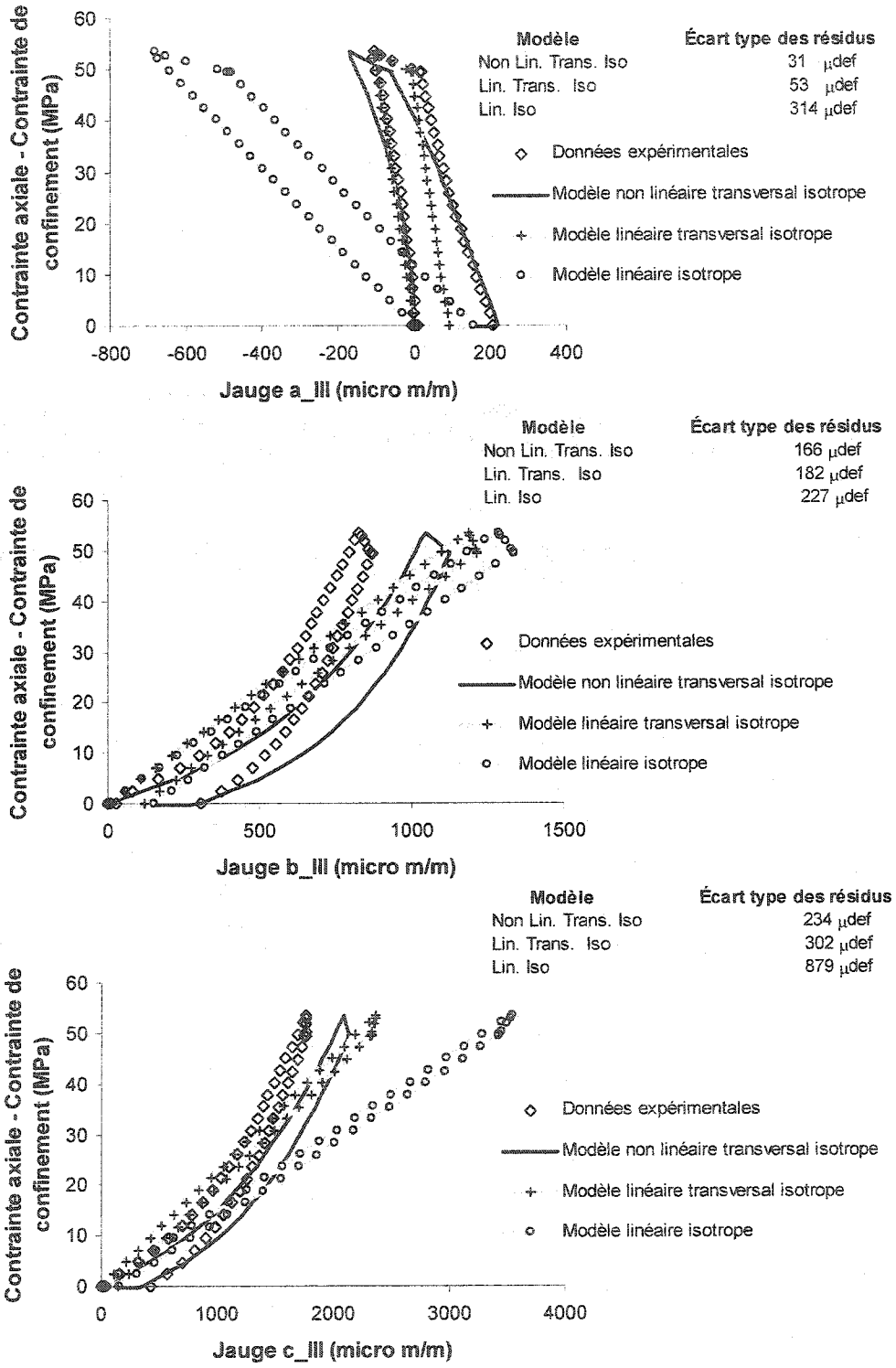


Figure A-V.30 – Granite Gris, rosette III, cheminement 2 (essai T_2GG500).

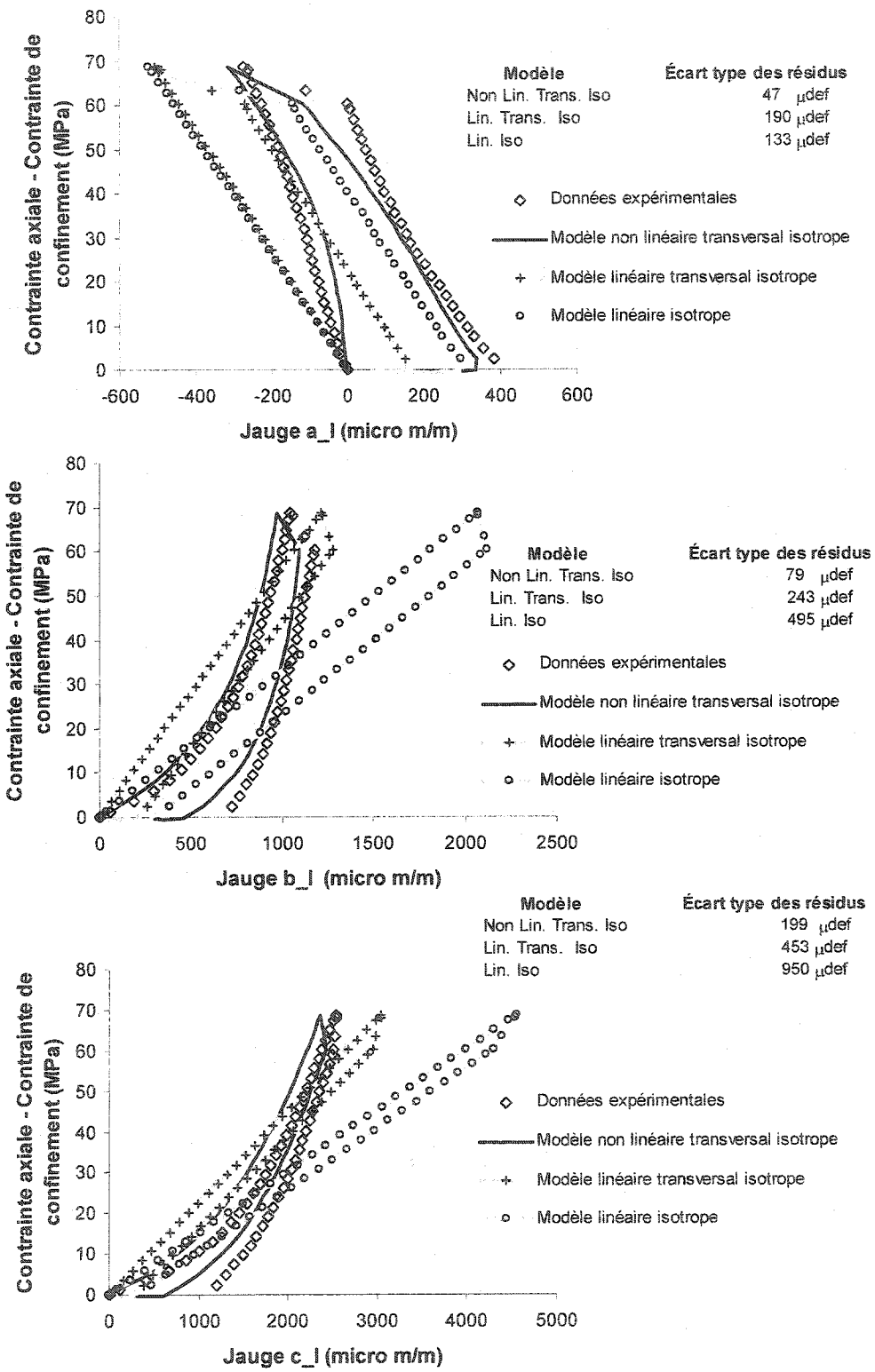


Figure A-V.31 – Granite Gris, rosette I, cheminement 2 (essai T_2GG1000).

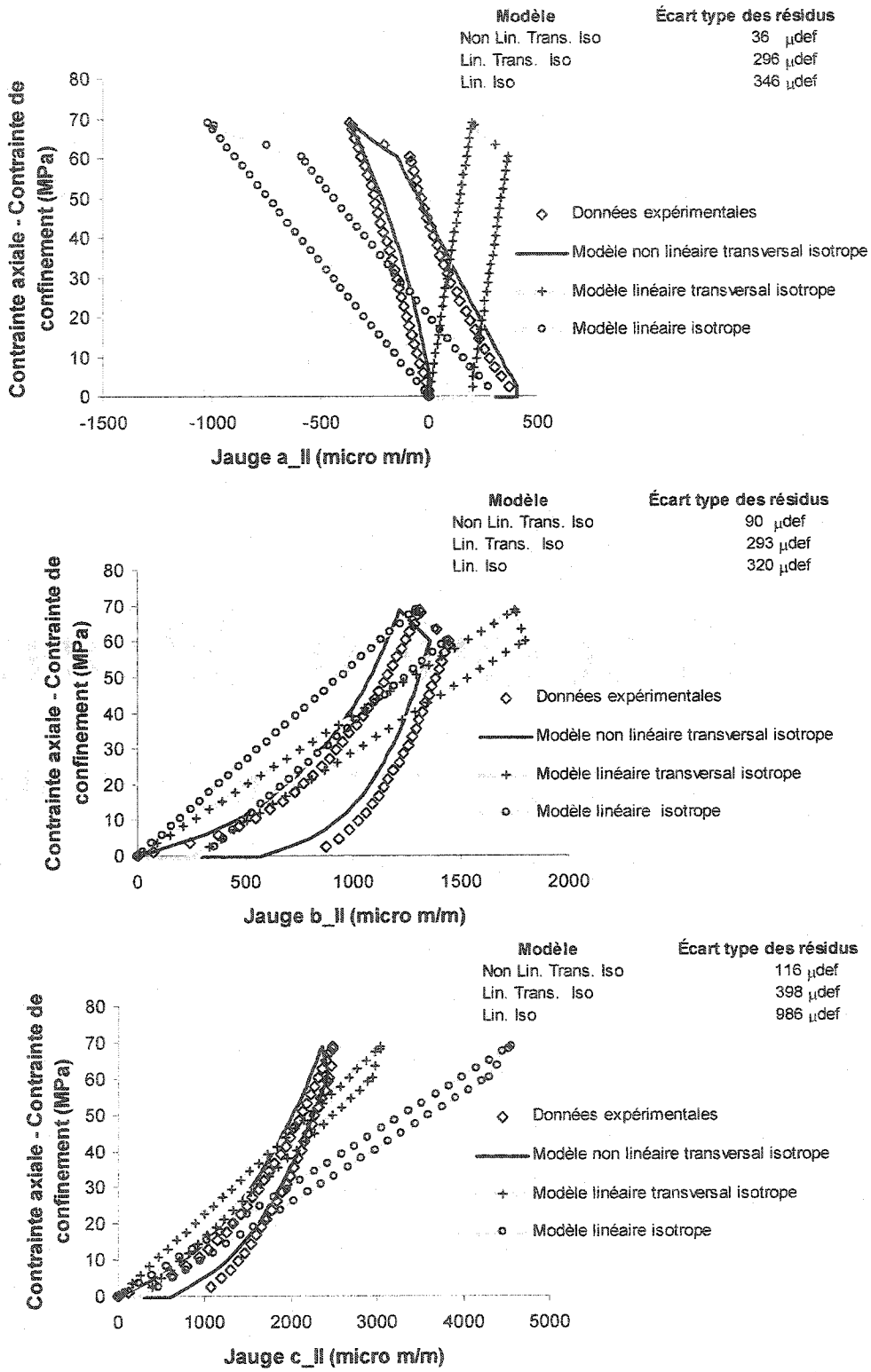


Figure A-V.32 – Granite Gris, rosette II, cheminement 2 (essai T_2GG1000).

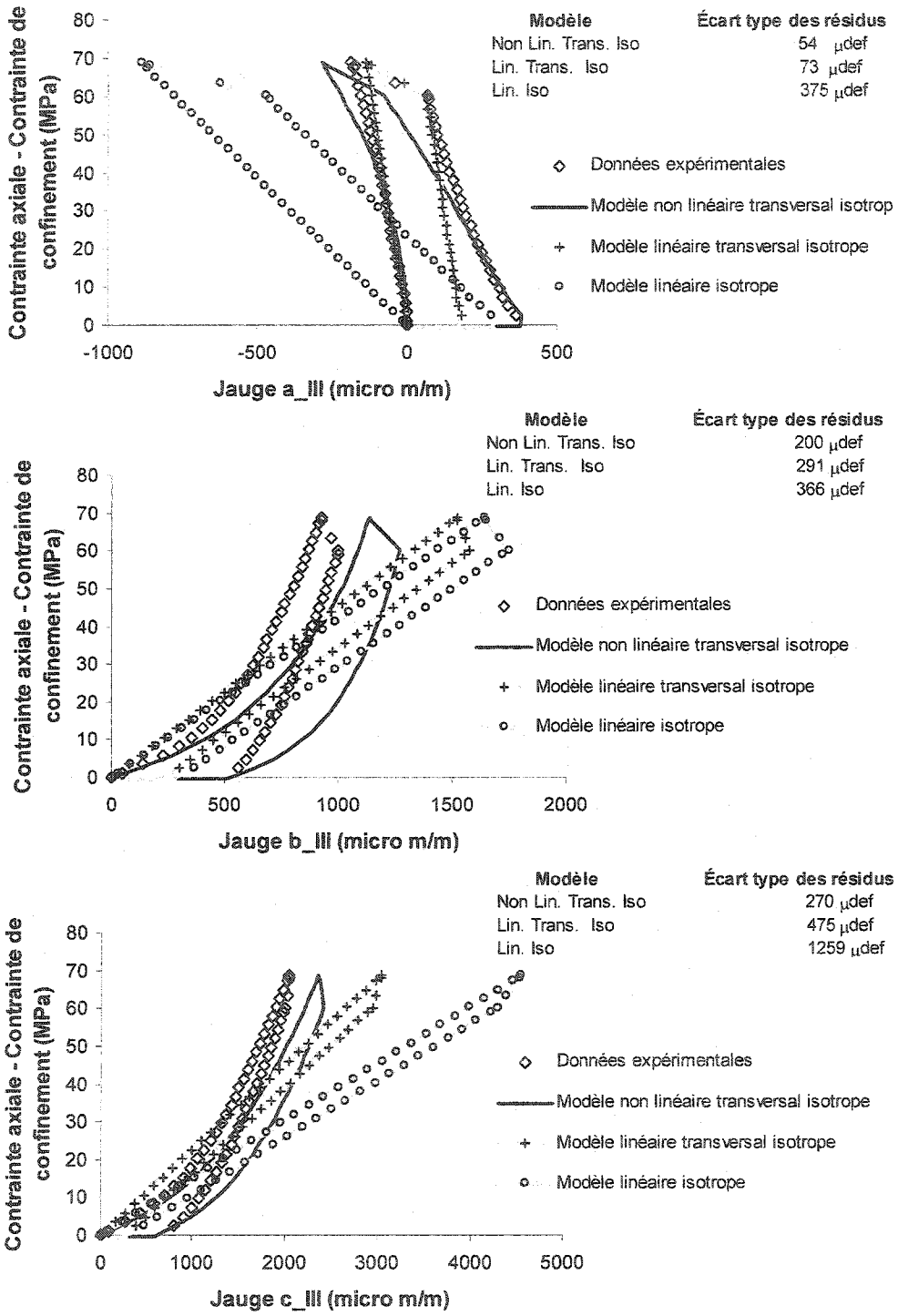


Figure A-V.33 – Granite Gris, rosette III, cheminement 2 (essai T_2GG1000).

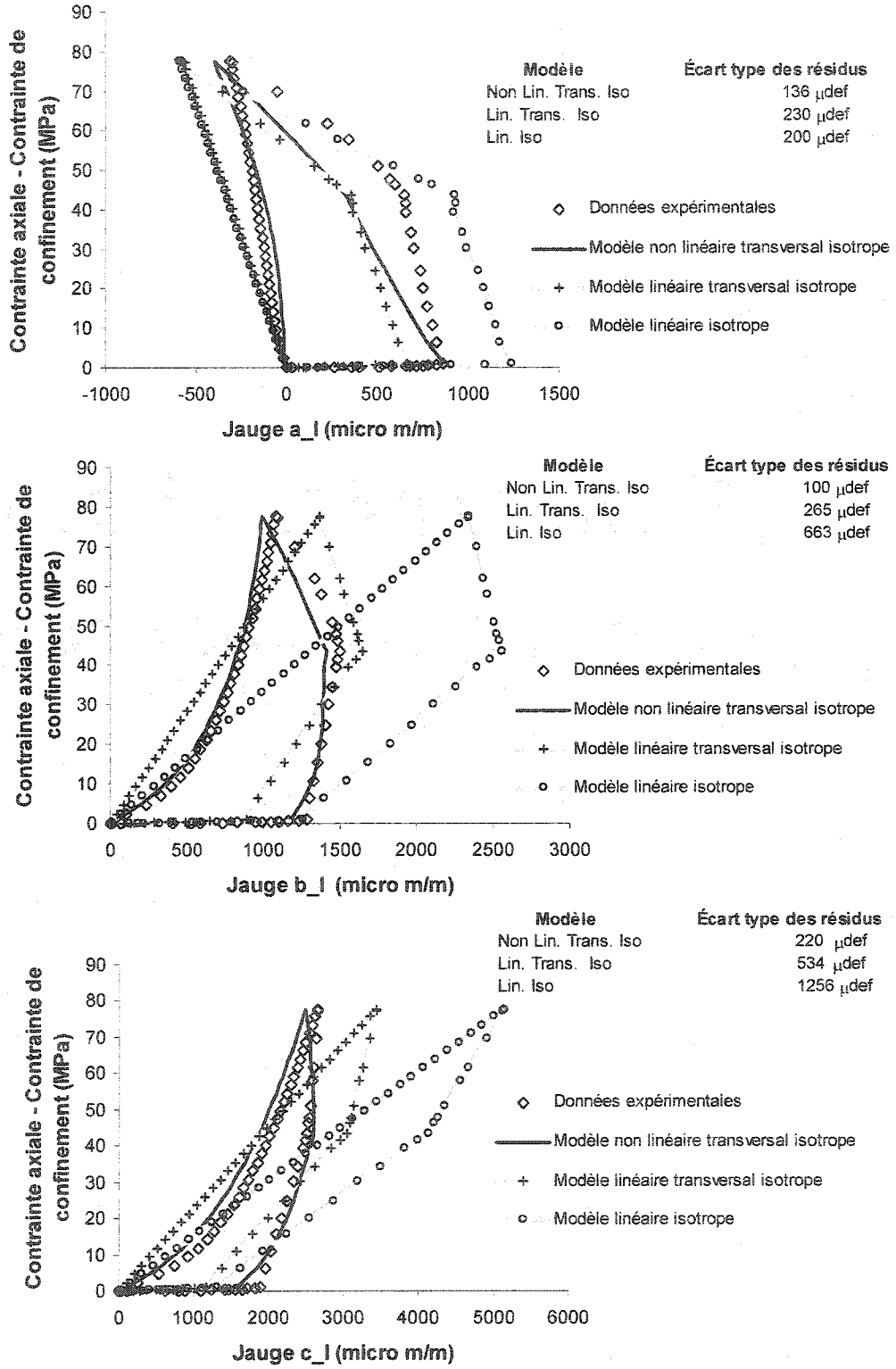


Figure A-V.34 – Granite Gris, rosette I, cheminement 2 (essai T_2GG4000).

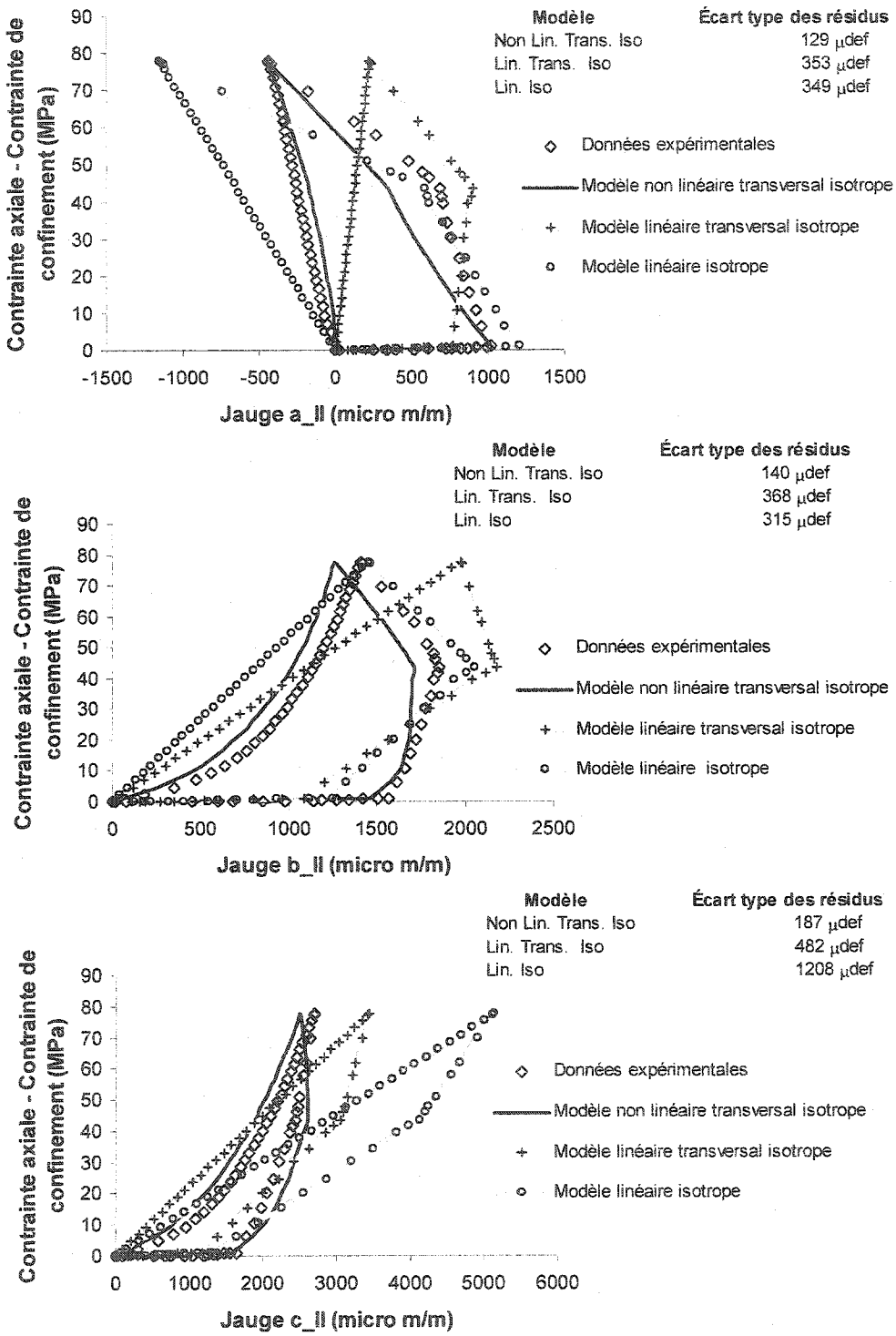


Figure A-V.35 – Granite Gris, rosette II, cheminement 2 (essai T_2GG4000).

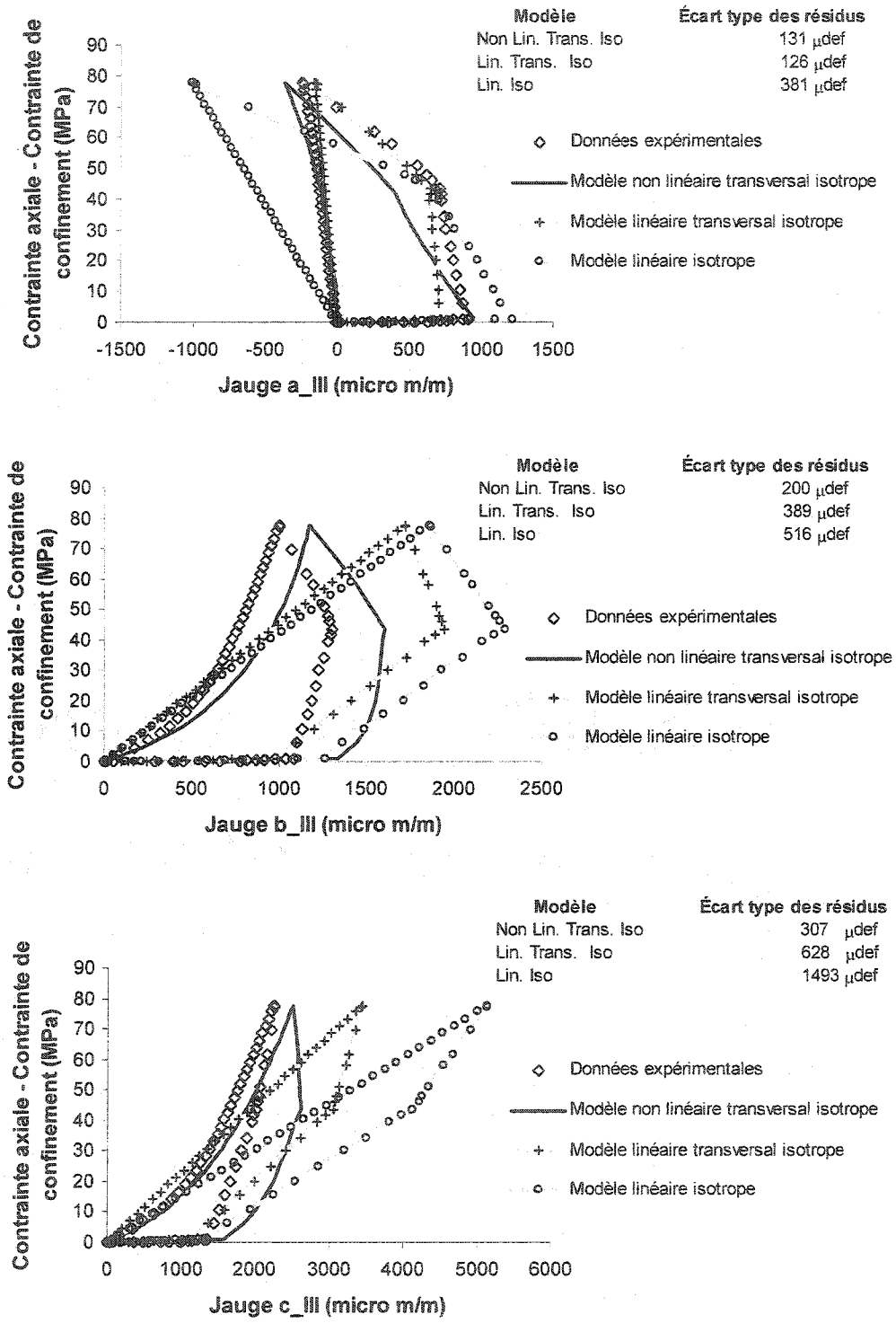


Figure A-V.36 – Granite Gris, rosette III, cheminement 2 (essai T_2GG4000).

GRANITE ROSE

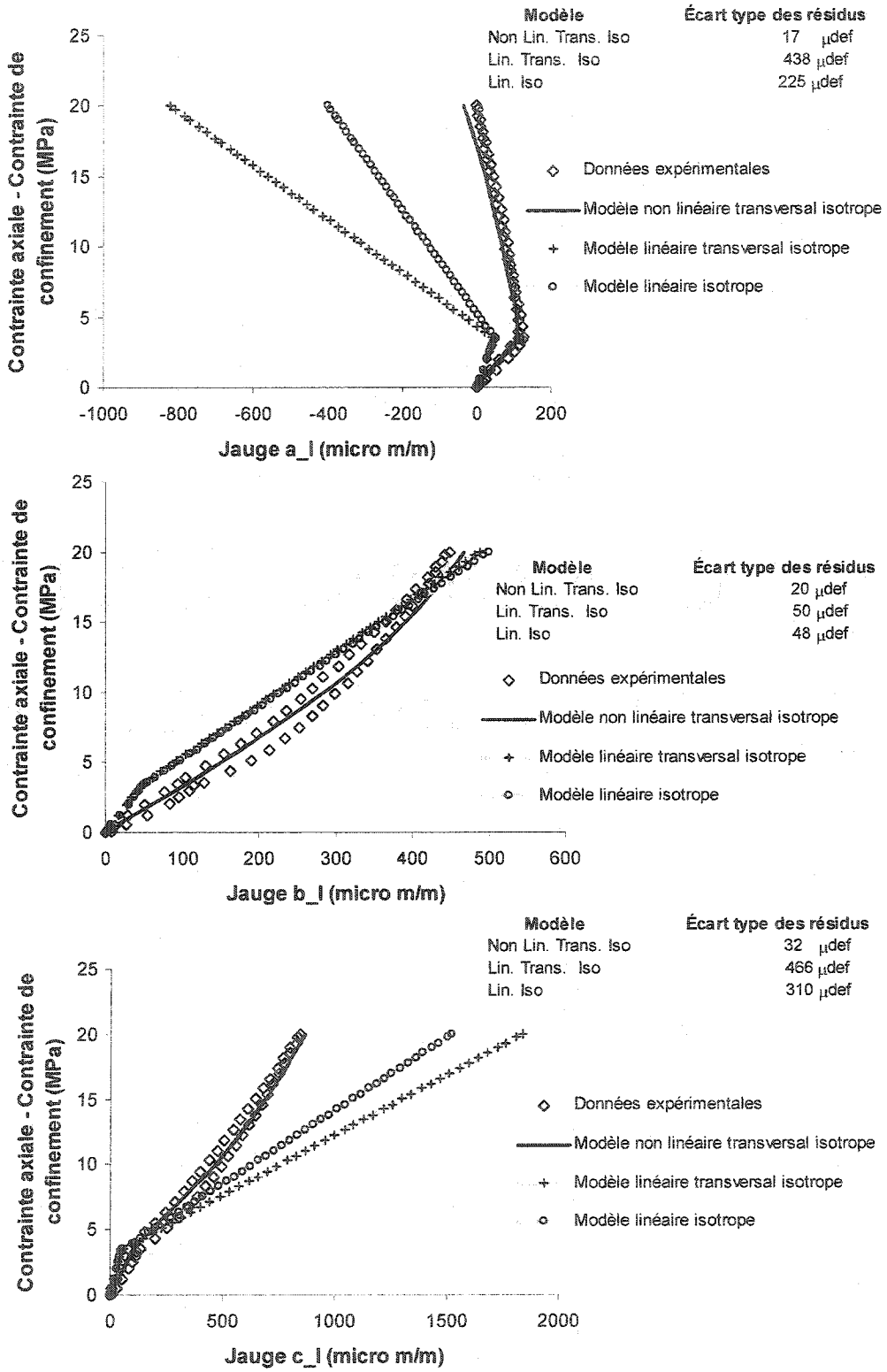


Figure A-V.37 – Granite Rose, rosette I, cheminement 1 (essai T_1GR500).

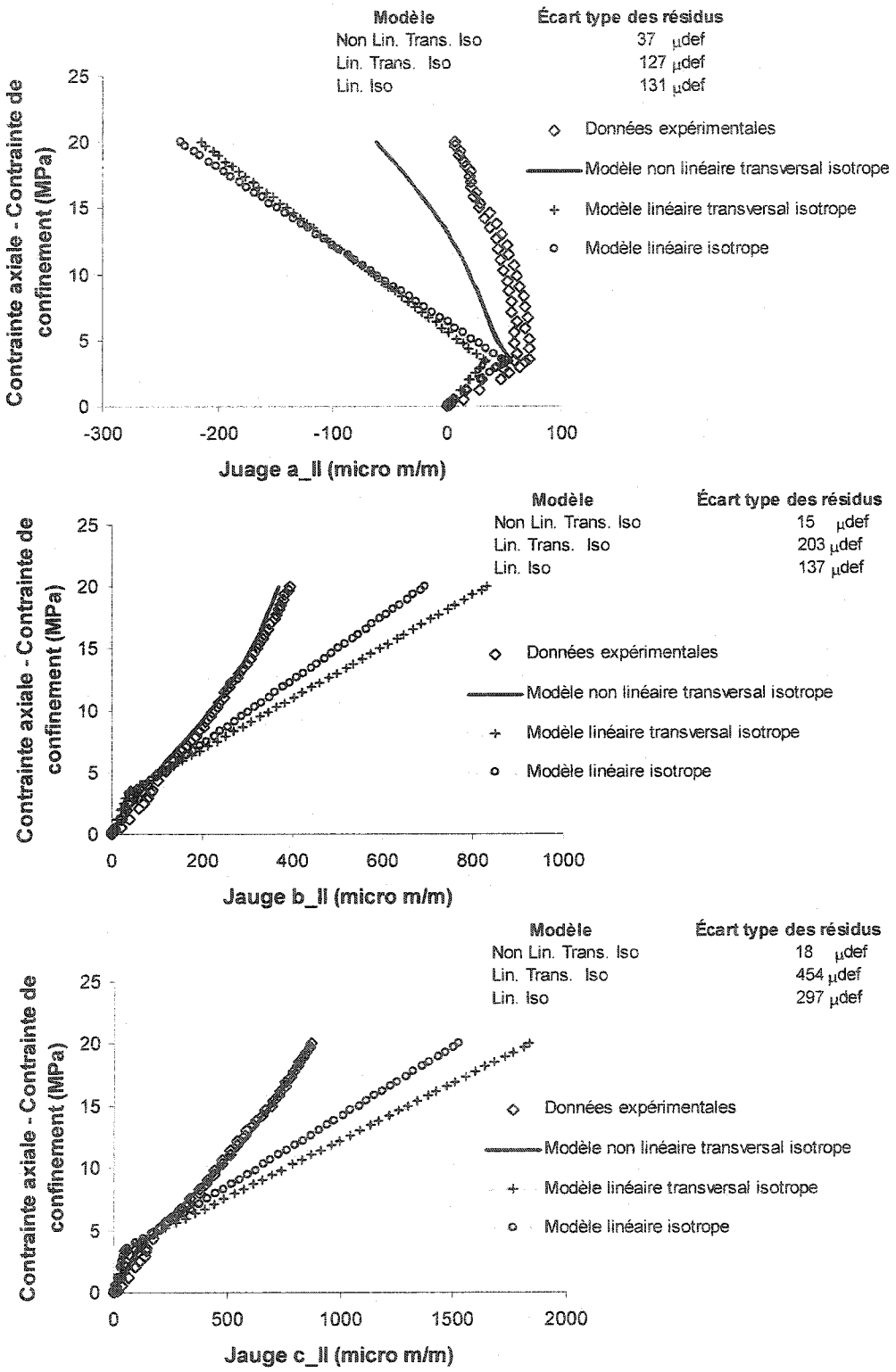


Figure A-V.38 – Granite Rose, rosette II, cheminement 1 (essai T_1GR500).

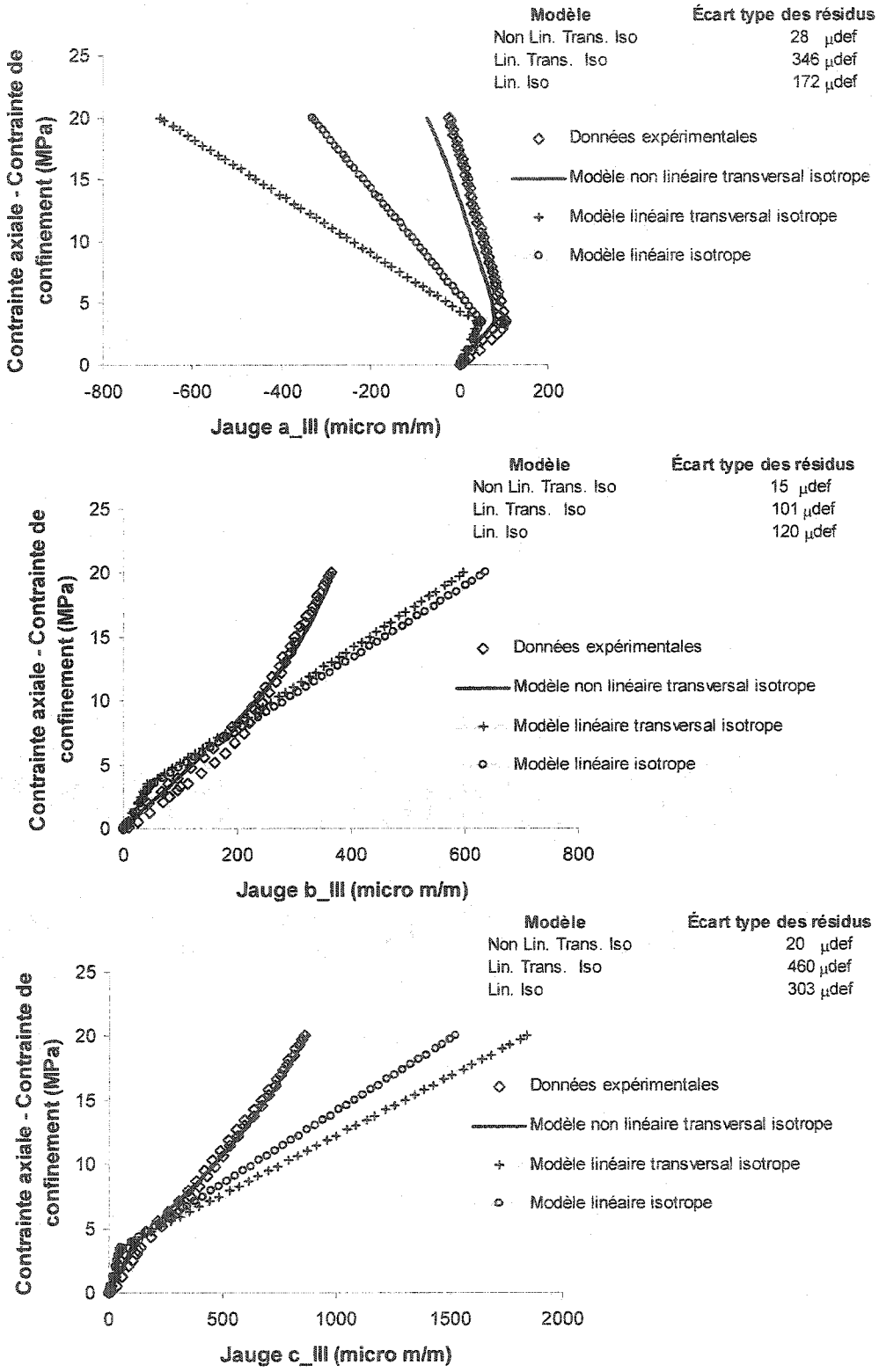


Figure A-V.39 – Granite Rose, rosette III, cheminement 1 (essai T_1GR500).

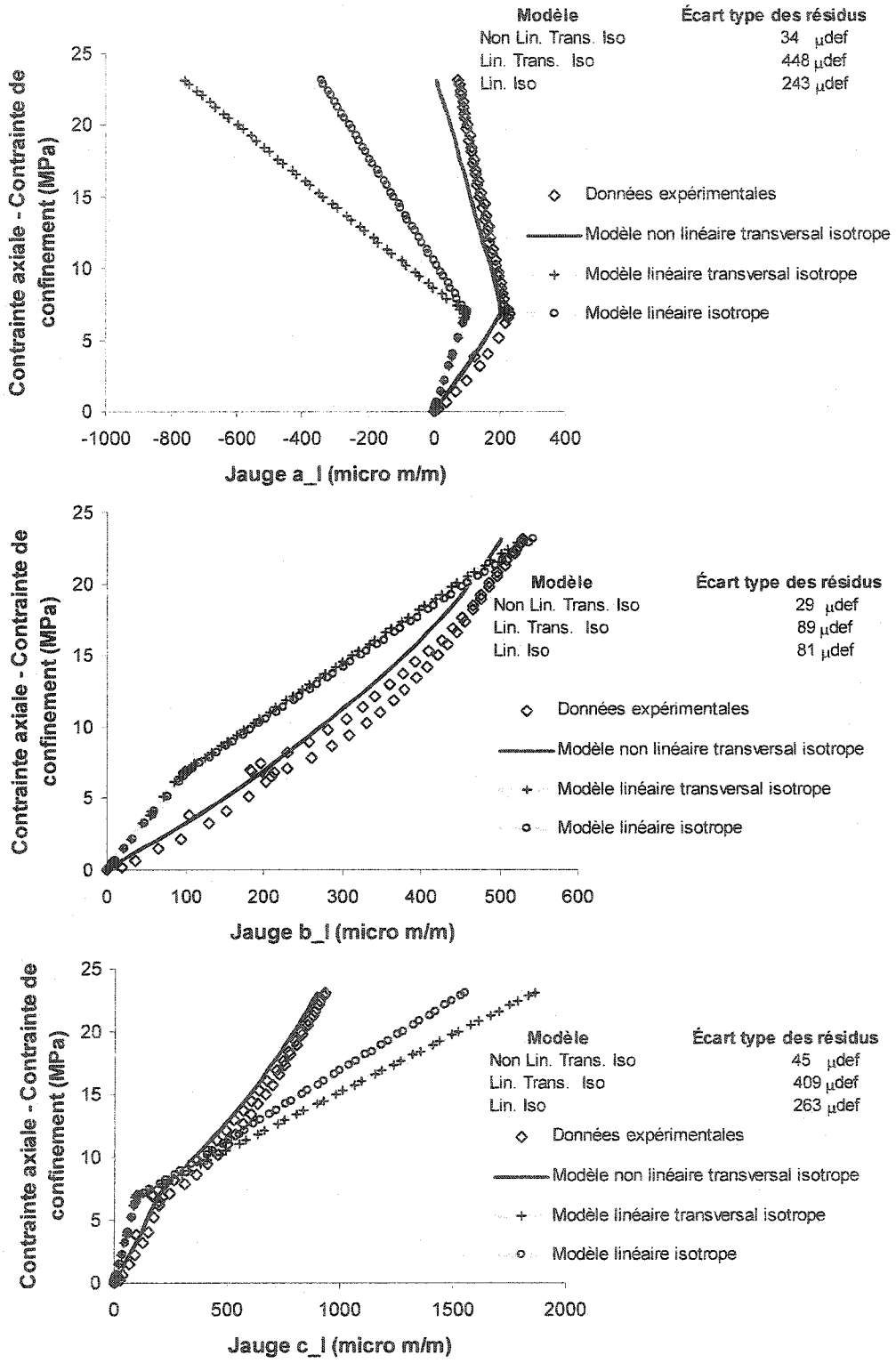
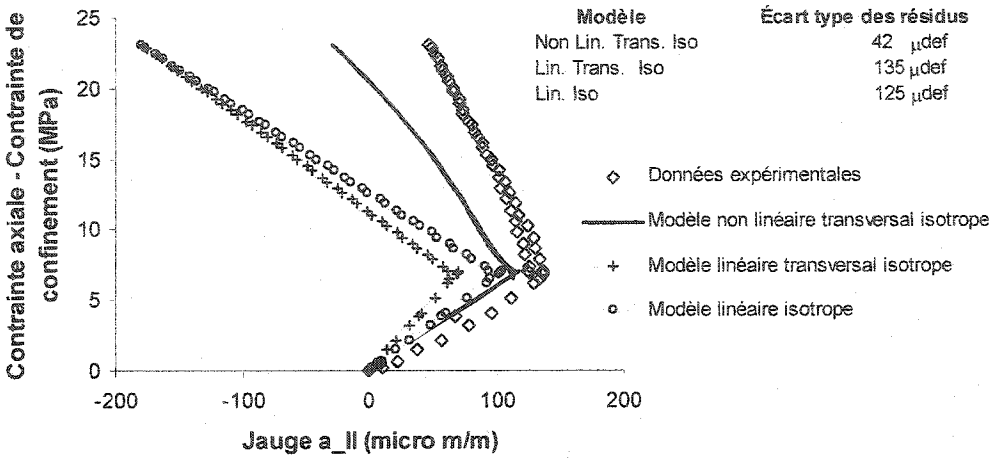
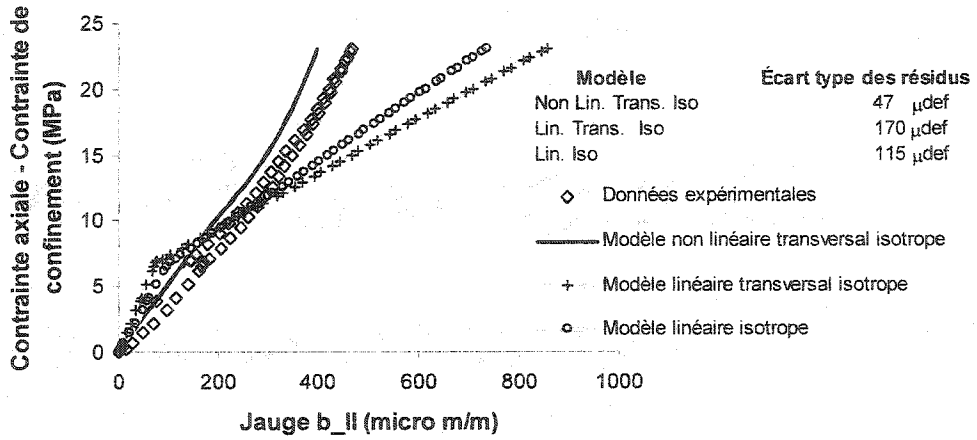


Figure A-V.40 – Granite Rose, rosette I, cheminement 1 (essai T_1GR1000).





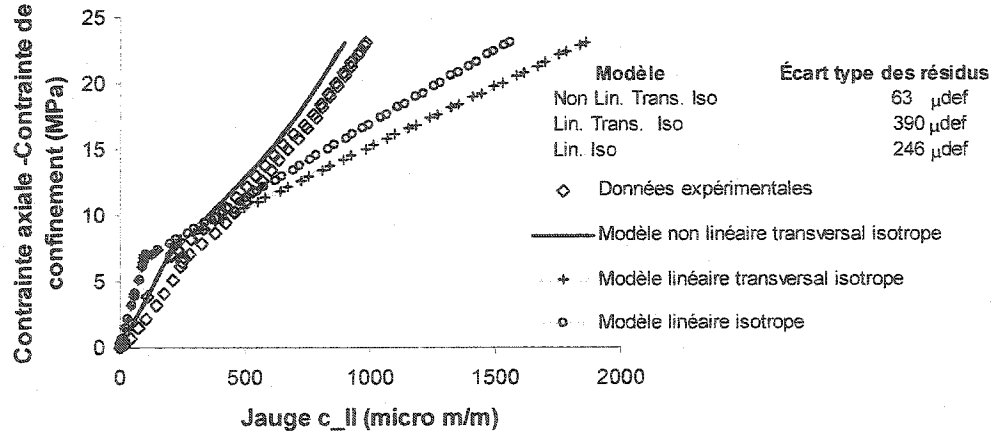
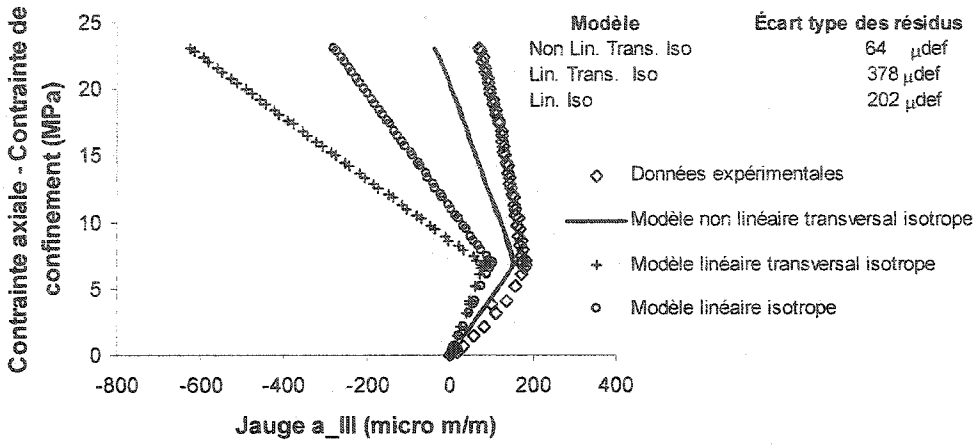
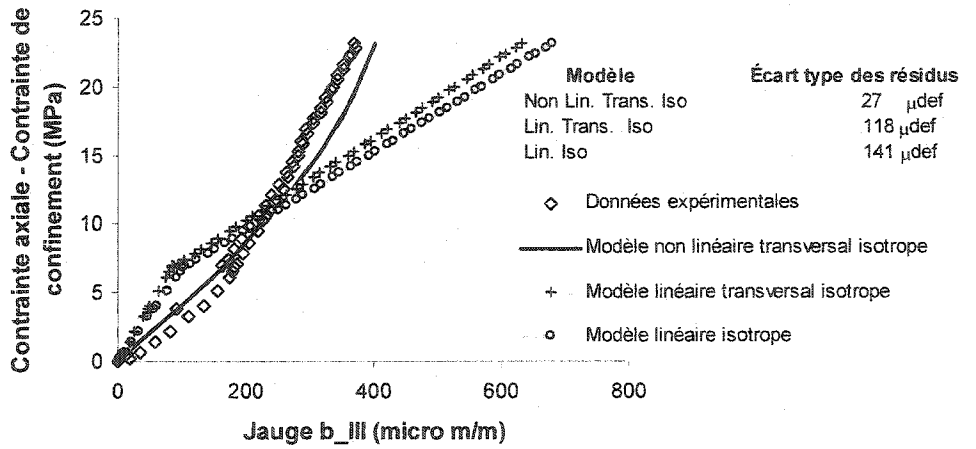


Figure A-V.41 – Granite Rose, rosette II, cheminement 1 (essai T_1GR1000).





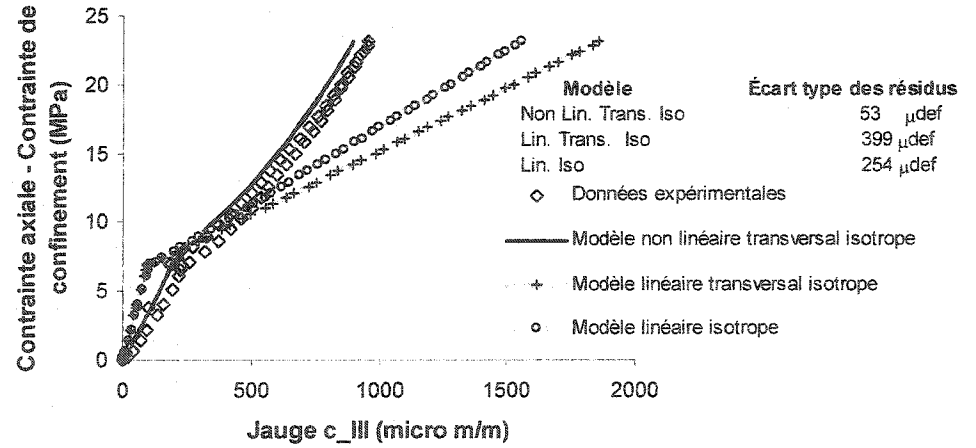


Figure A-V.42 – Granite Rose, rosette III, cheminement 1 (essai T_1GR1000).

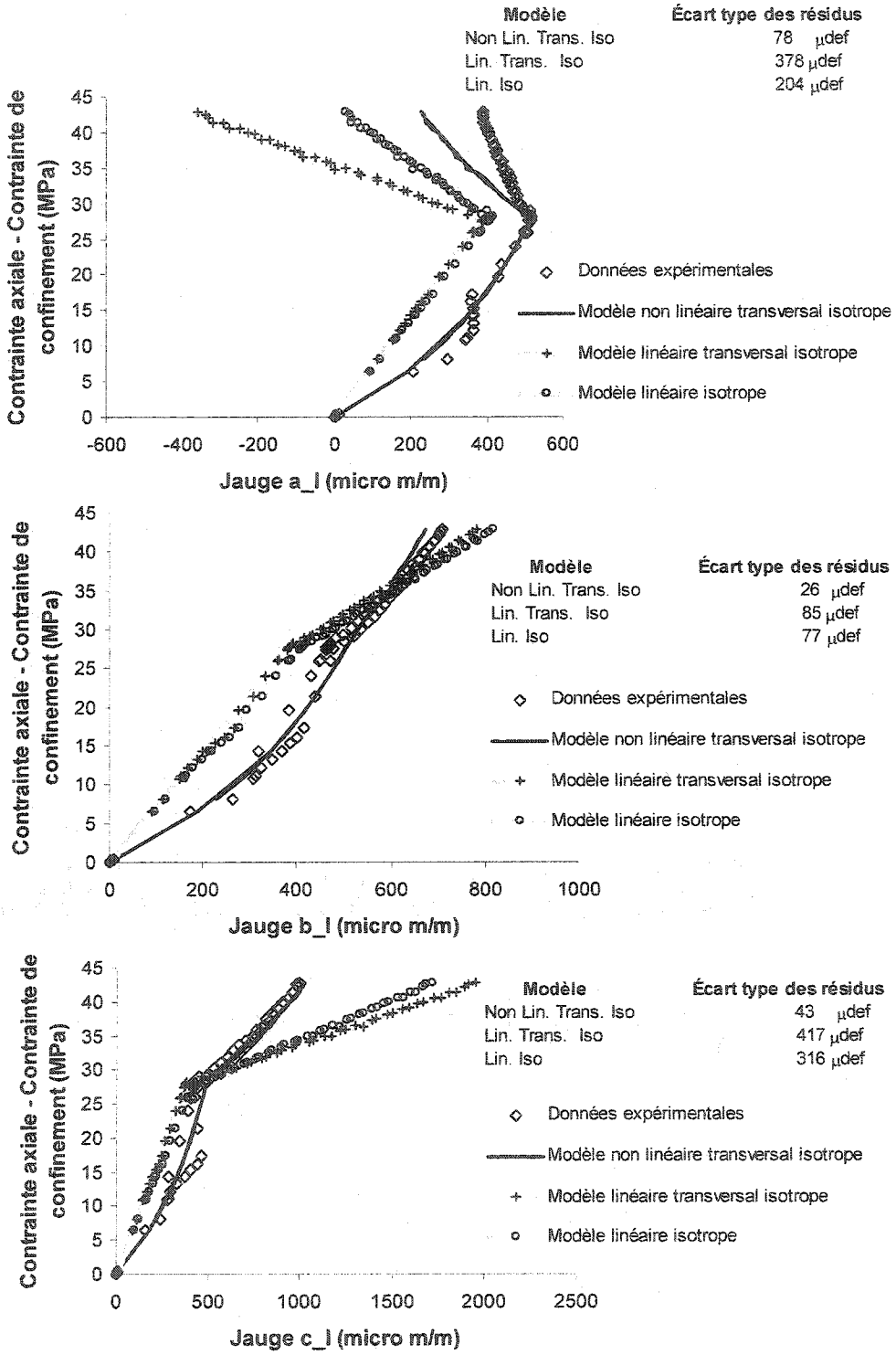


Figure A-V.43 – Granite Rose, rosette I, cheminement 1 (essai T_1GR4000).

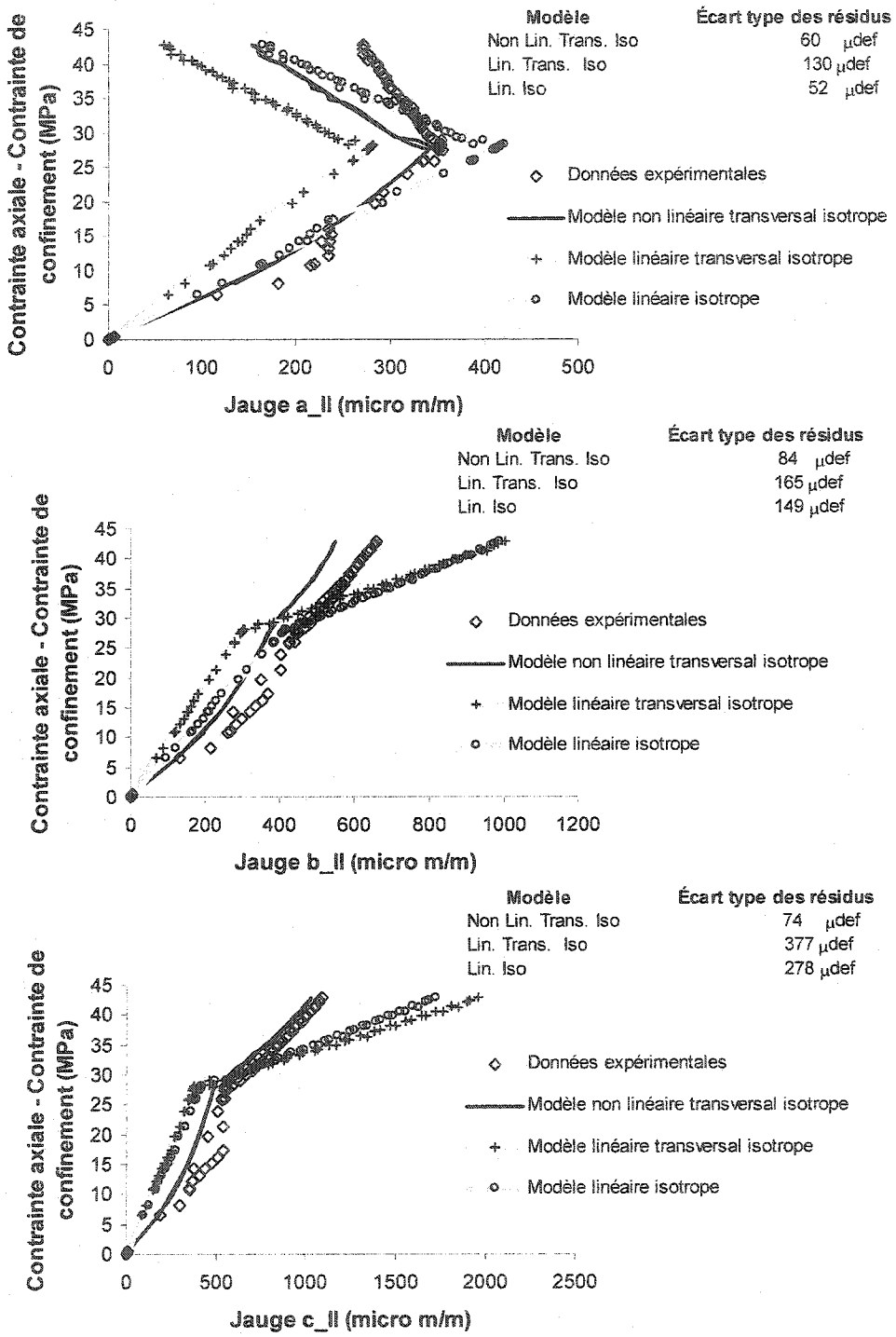


Figure A-V.44 – Granite Rose, rosette II, cheminement 1 (essai T_1GR4000).

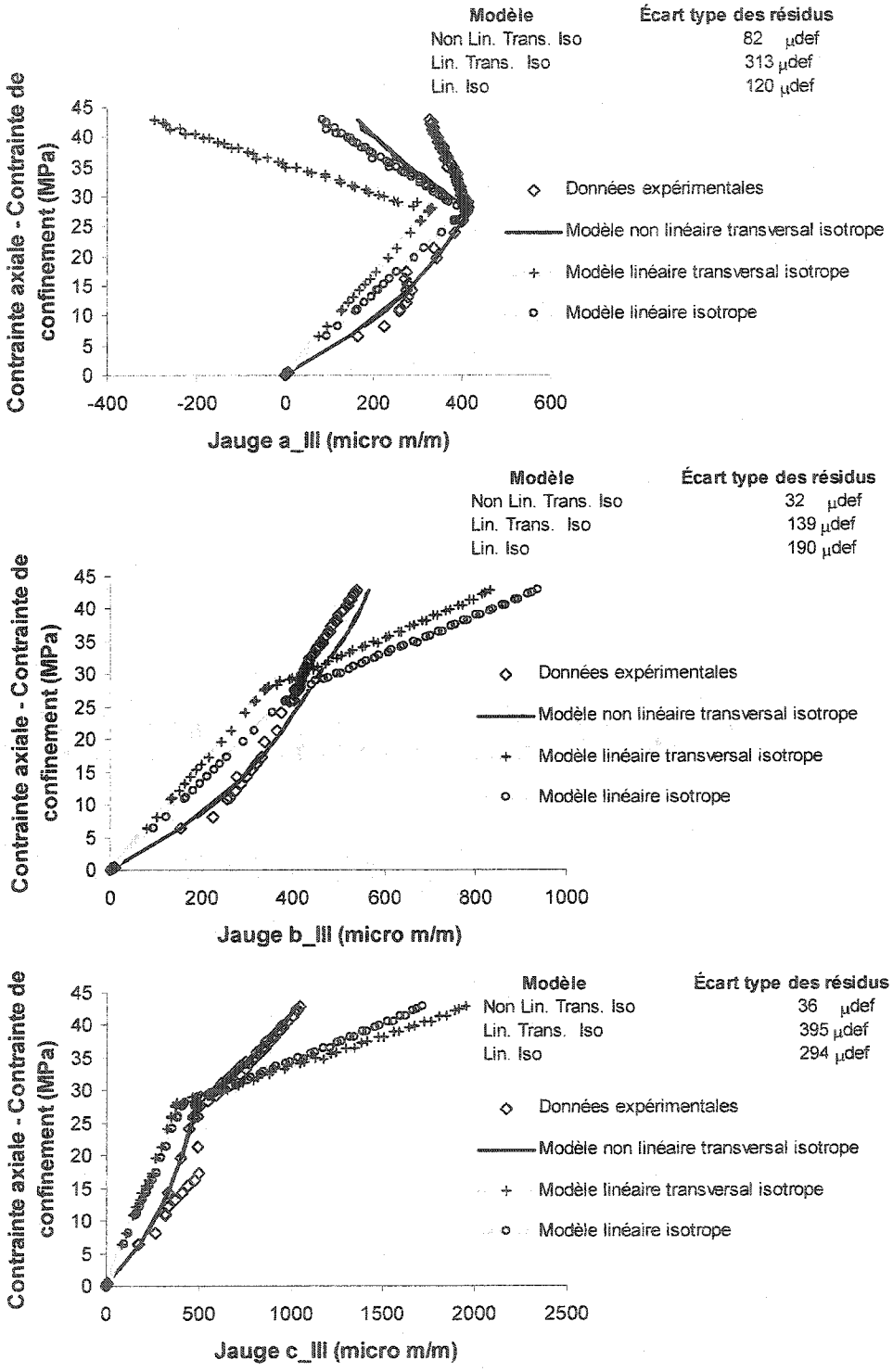


Figure A-V.45 – Granite Rose, rosette III, cheminement 1 (essai T_1GR4000).

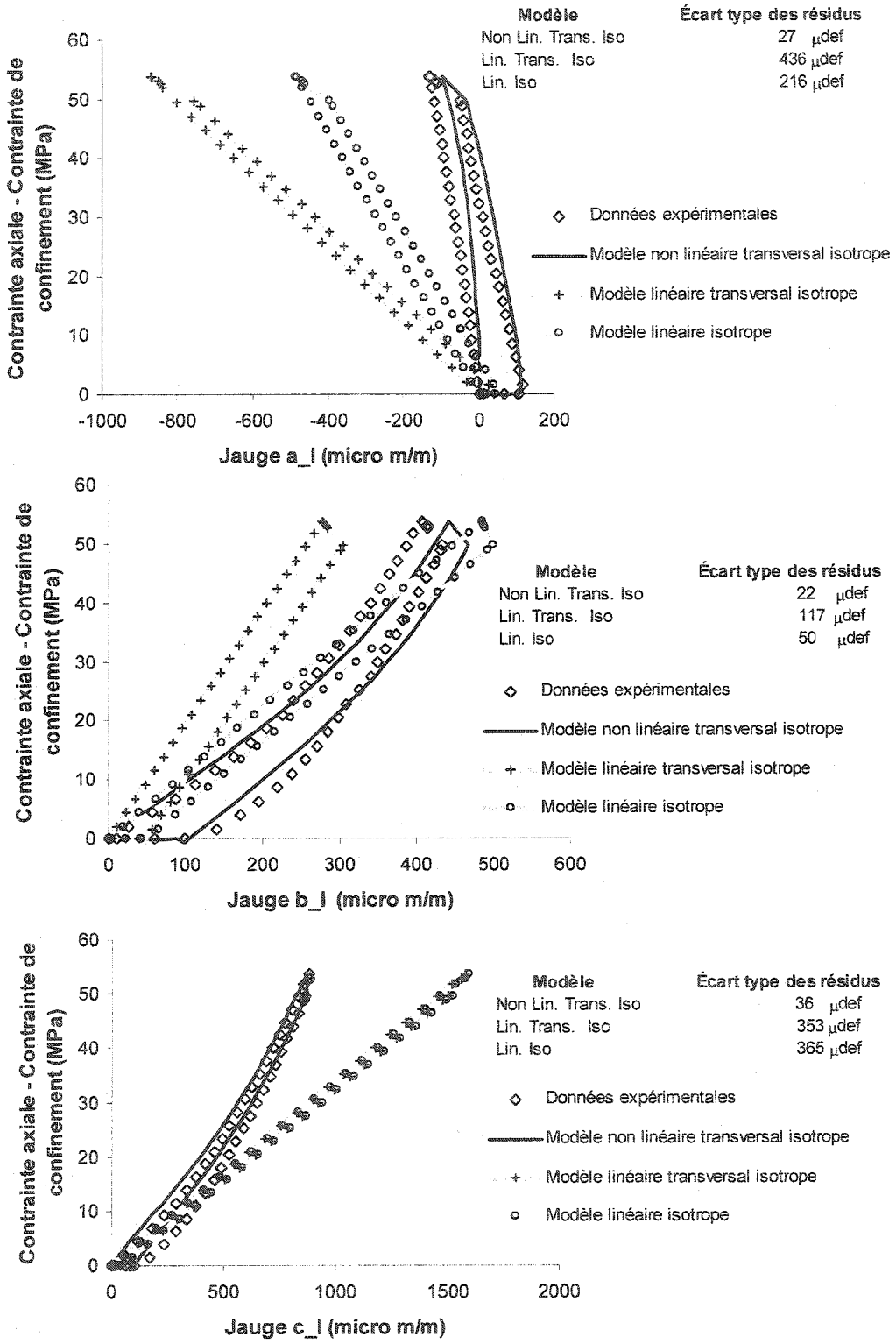


Figure A-V.46 – Granite Rose, rosette I, cheminement 2 (essai T_2GR500).

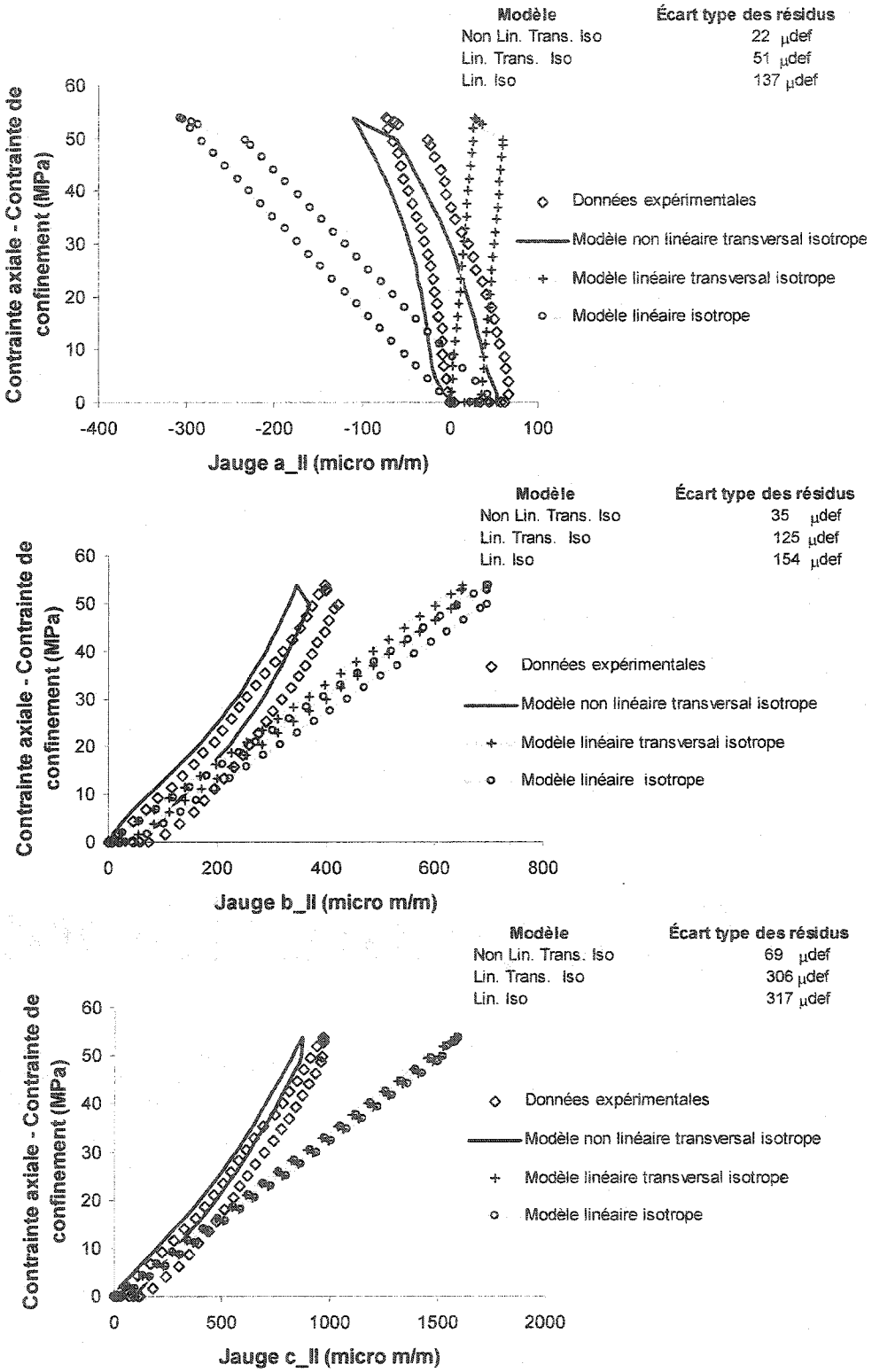


Figure A-V.47 – Granite Rose, rosette II, cheminement 2 (essai T_2GR500).

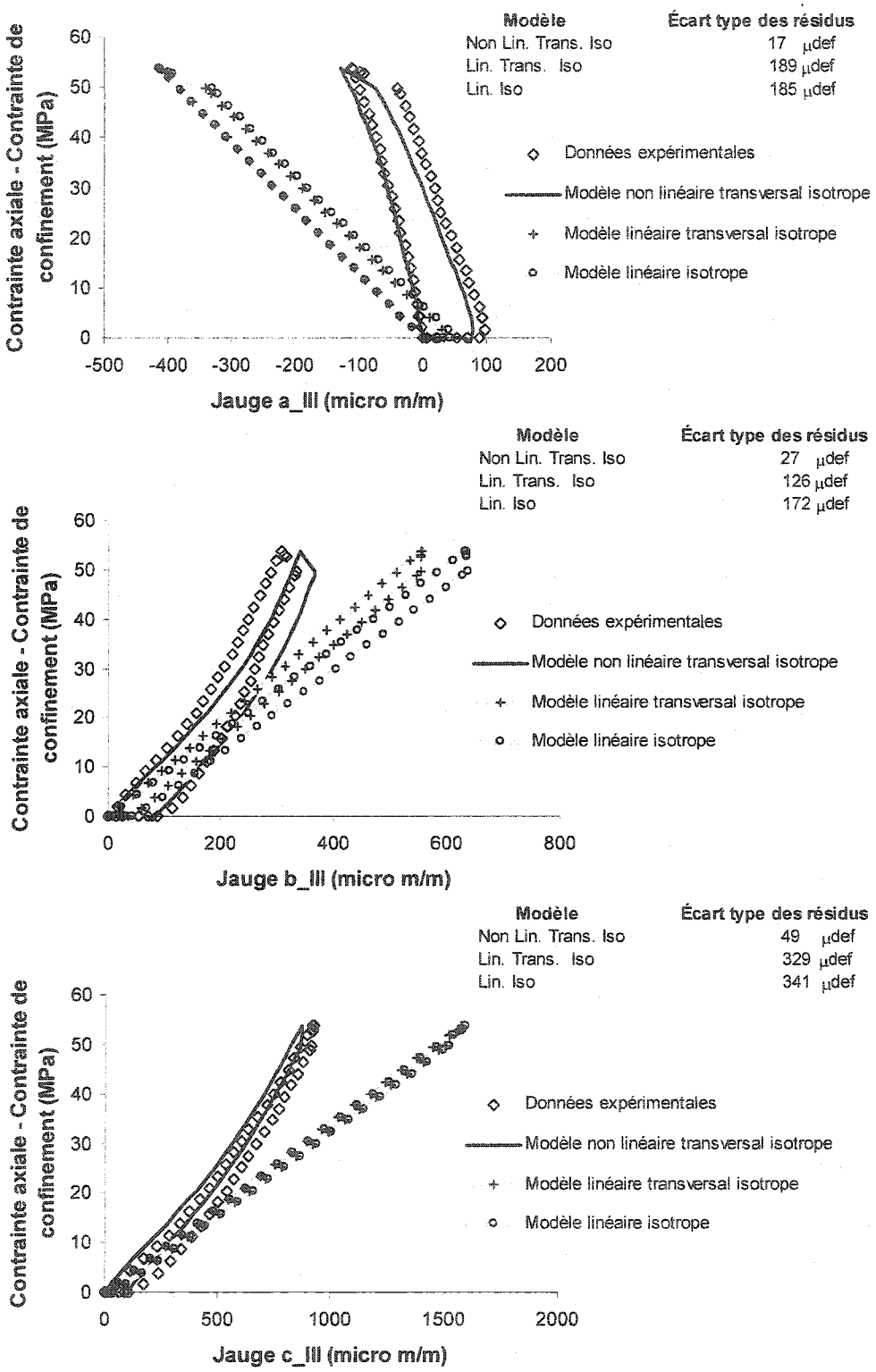


Figure A-V.48 – Granite Rose, rosette III, cheminement 2 (essai T_2GR500).

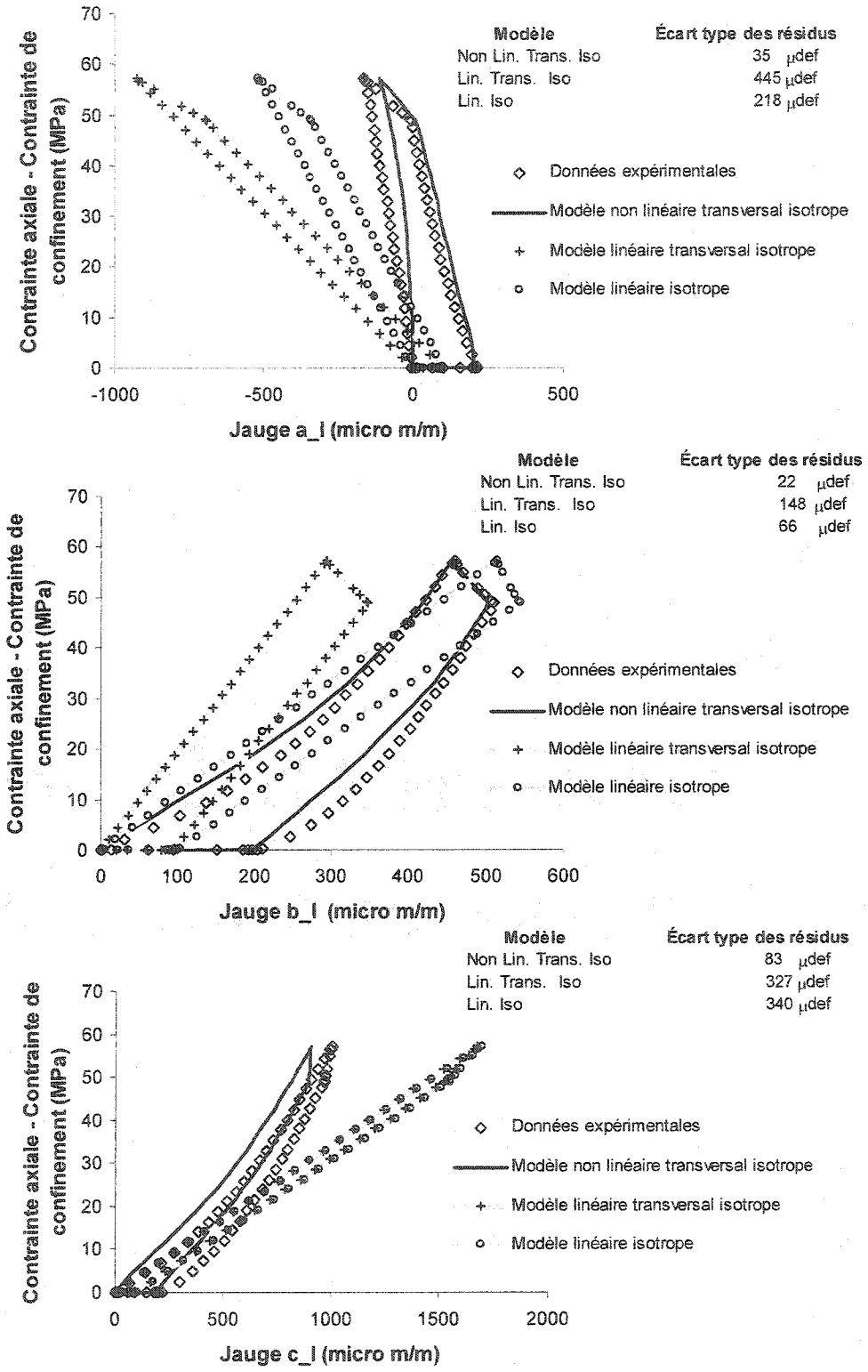


Figure A-V.49 – Granite Rose, rosette I, cheminement 2 (essai T_2GR1000).

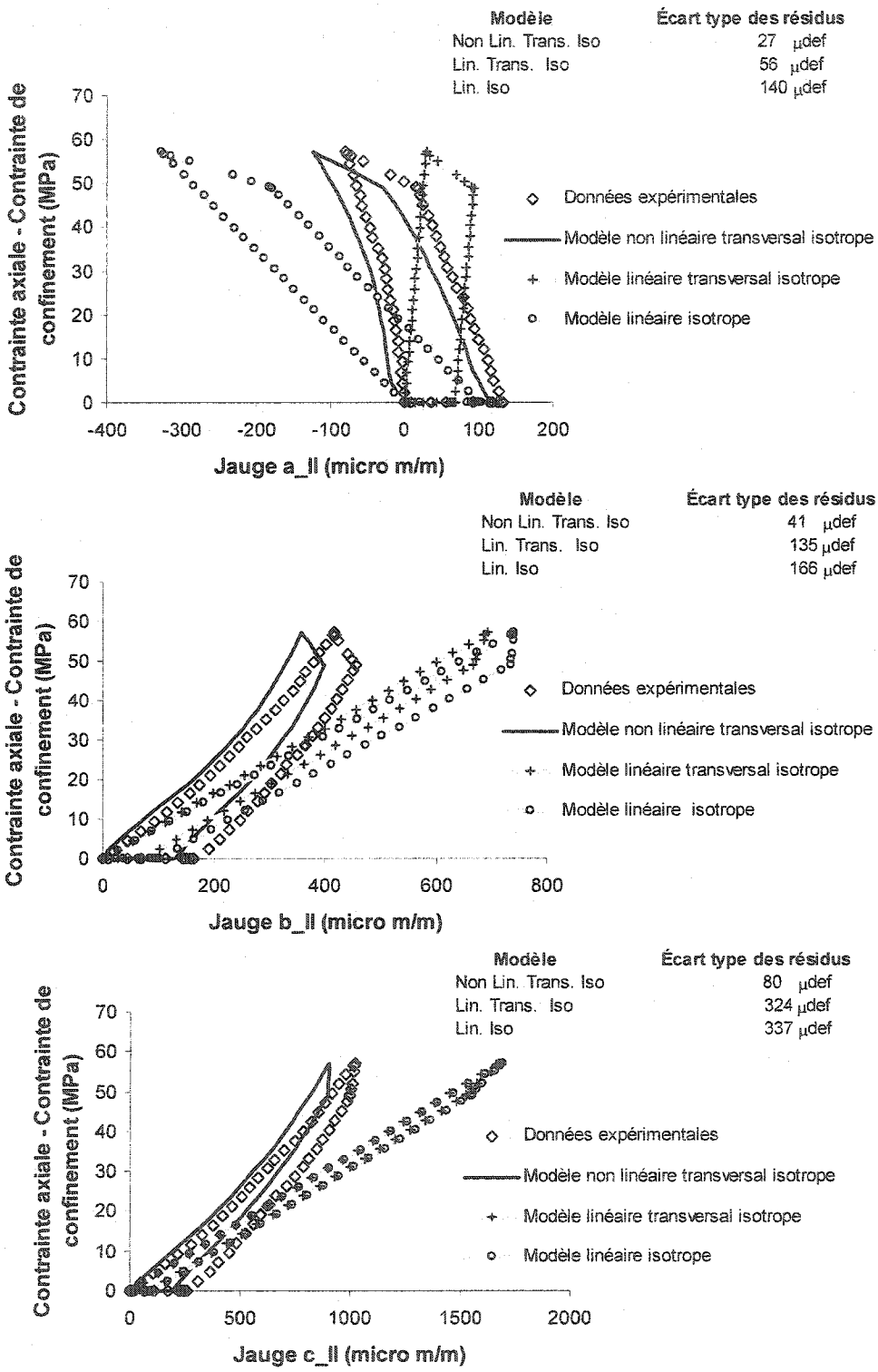


Figure A-V.50 – Granite Rose, rosette II, cheminement 2 (essai T_2GR1000).

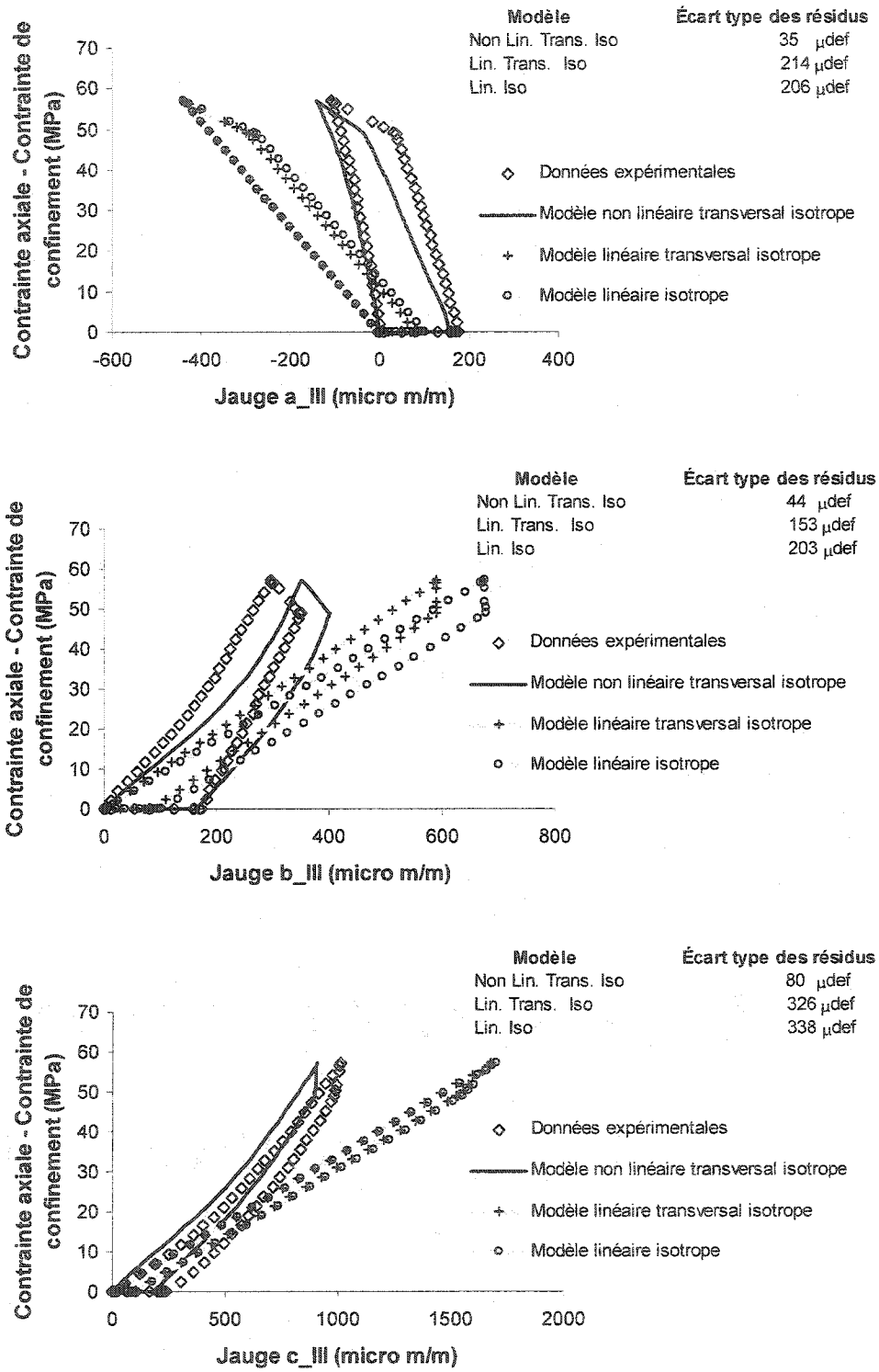


Figure A-V.51 – Granite Rose, rosette III, cheminement 2 (essai T_2GR1000).

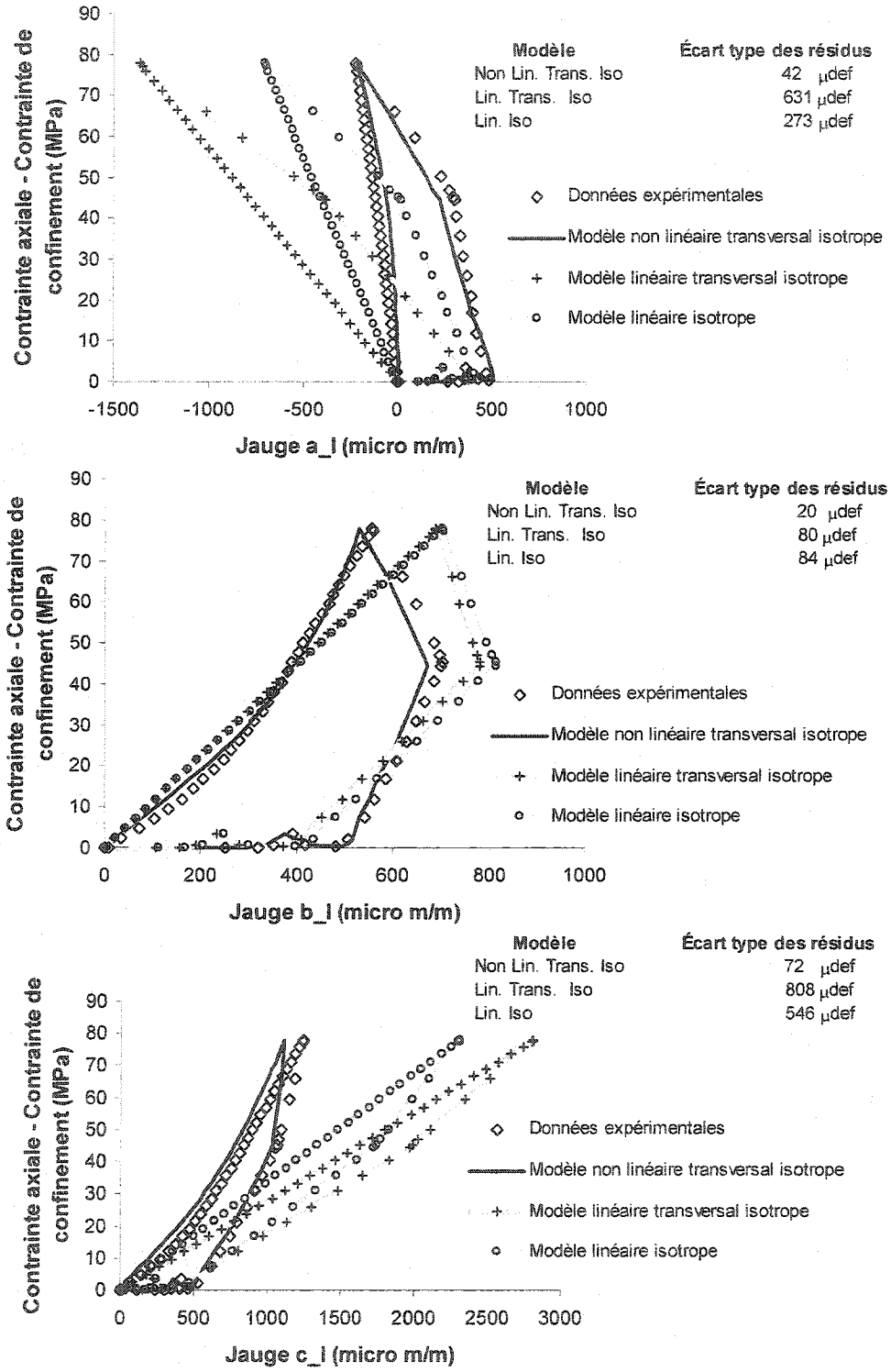


Figure A-V.52 – Granite Rose, rosette I, cheminement 2 (essai T_2GR4000).

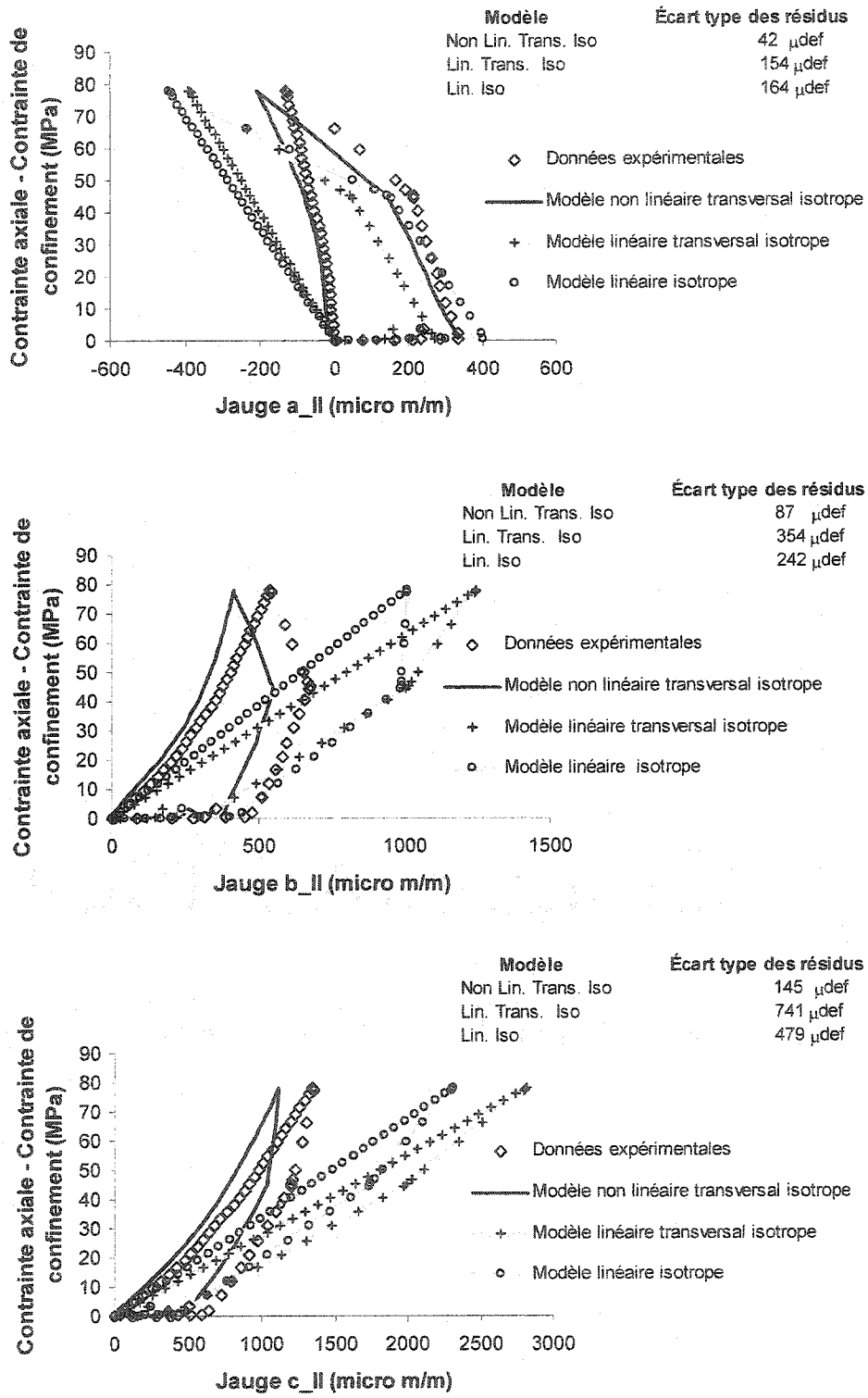


Figure A-V.53 – Granite Rose, rosette II, cheminement 2 (essai T_2GR4000).

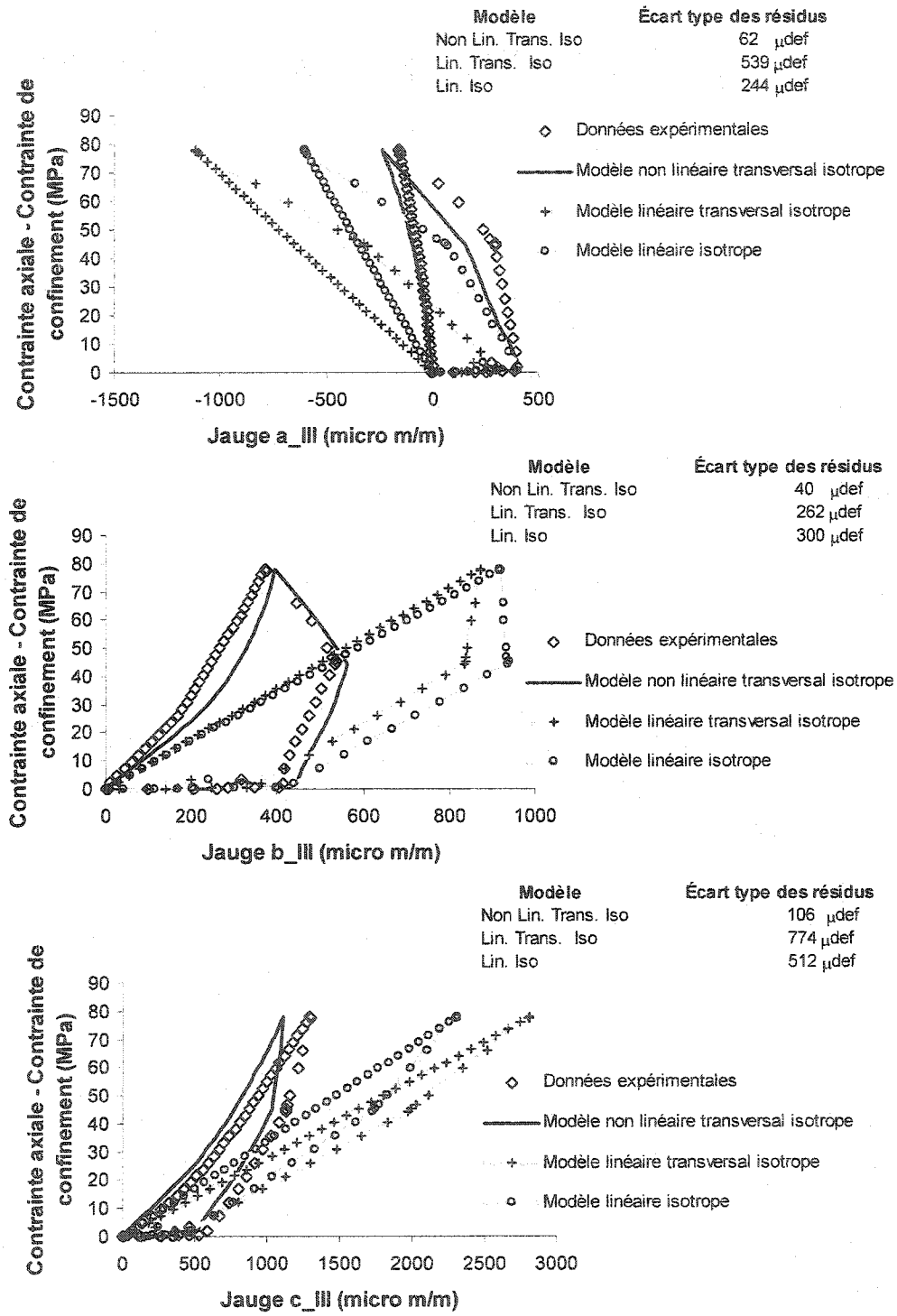


Figure A-V.54 – Granite Rose, rosette III, cheminement 2 (essai T_2GR4000).