UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

MODÉLISATION DU COMPORTEMENT DES POUDRES MÉTALLIQUES LORS DU PRESSAGE

DAN NICOLA

PROGRAMME DE GÉNIE MÉTALLURGIQUE
ÉCOLE POLYTECHNIQUE MONTRÉAL

THÈSE PRÉSENTÉE EN VUE DE L'OBTENTION
DU DIPLÔME DE PHILOSOPHIAE DOCTOR
(GÉNIE MÉTALLURGIQUE)

DÉCEMBRE 2003

© DAN NICOLA, 2003

National Library of Canada
Bibliothèque nationale du Canada

Acquisitions and Bibliographic Services
Acquisisitons et services bibliographiques

395 Wellington Street
Ottawa ON K1A 0N4
Canada

395, rue Wellington
Ottawa ON K1A 0N4
Canada

Your file Votre référence
ISBN: 0-612-89232-8
Our file Notre référence
ISBN: 0-612-89232-8

The author has granted a non-exclusive licence allowing the National Library of Canada to reproduce, loan, distribute or sell copies of this thesis in microform, paper or electronic formats.

L'auteur a accordé une licence non exclusive permettant à la Bibliothèque nationale du Canada de reproduire, prêter, distribuer ou vendre des copies de cette thèse sous la forme de microfiche/film, de reproduction sur papier ou sur format électronique.

The author retains ownership of the copyright in this thesis. Neither the thesis nor substantial extracts from it may be printed or otherwise reproduced without the author's permission.

L'auteur conserve la propriété du droit d'auteur qui protège cette thèse. Ni la thèse ni des extraits substantiels de celle-ci ne doivent être imprimés ou aturement reproduits sans son autorisation.

In compliance with the Canadian Privacy Act some supporting forms may have been removed from this dissertation.

Conformément à la loi canadienne sur la protection de la vie privée, quelques formulaires secondaires ont été enlevés de ce manuscrit.

While these forms may be included in the document page count, their removal does not represent any loss of content from the dissertation.

Bien que ces formulaires aient inclus dans la pagination, il n'y aura aucun contenu manquant.

Canada

UNIVERSITÉ DE MONTREAL

ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

Cette thèse intitulée :

MODÉLISATION DU COMPORTEMENT DES POUDRES MÉTALLIQUES LORS DU PRESSAGE

présentée par : NICOLA Dan

en vue de l'obtention du diplôme de : Philosophiae Doctor

a été dûment acceptée par le jury d'examen constitué de :

M. AJERSCH Frank, Ph.D., président

M. TURENNE Sylvain, Ph.D., membre et directeur de recherche

M. VERREMAN Yves, Ph.D., membre

M. AZZI Lhoucine , Ph.D., membre

REMERCIEMENTS

Je tiens à remercier le CRSNG et Monsieur Sylvain Turenne pour leur support financier sans quoi ce travail n'aurait pu se faire. De plus, M. Sylvain Turenne a contribué à ce travail avec ses conseils et son expertise.

RÉSUMÉ

Des simulations numériques pour le pressage des poudres en matrice fermée ont été effectuées dans le cadre de ce projet de doctorat, ainsi que la modélisation de l'évolution du coefficient de friction lors du pressage. Des essais expérimentaux de pressage ont été effectués sur quatre poudres de morphologie et dureté différentes afin d'obtenir des pièces à deux niveaux d'épaisseur pour la validation de la simulation numérique, qui a utilisé une approche de déplacement contrôlé. Les modèles de Gurson et ceux de l'état critique, Cam Clay et Drucker-Präger, ont été utilisés pour décrire le comportement du matériau.

Les variations de densité locale ont été évaluées à partir de mesures de dureté Rockwell superficielle 15-T effectuées sur des échantillons de faible épaisseur afin de minimiser la variation de densité locale. Pour chaque type de poudre de fer (Kobelco et MP 32) et de laiton (90-10 et 70 -30), les courbes de pressage ont été tracées et des relations empiriques entre la dureté et la densité locale ont été établies pour chaque poudre. Par interpolation bidimensionnelle, on a tracé des cartes d'isodensité pour les pièces à deux niveaux d'épaisseur pour la validation expérimentale.

Les simulations numériques de pressage ont été effectuées avec les valeurs de paramètres trouvées dans la littérature. La variation de chaque paramètre a été étudiée et l'effet sur la densité maximale et la distribution locale de densité a été investigué. La forme plus irrégulière de la particule de poudre nécessite une contrainte de cisaillement plus grande que la particule arrondie, pour le même niveau de densification. Toutefois, l'effet de la dimension de la pièce joue un effet important dans la distribution de la densité locale et aussi dans la distribution de la densité initiale. Les résultats des simulations montrent une variation importante de la densité autour de la marche de la pièce, ce qui a été observé

dans les pressages expérimentaux. Dans certains cas, on observe dans cette zone la fissuration de la pièce lors de l'éjection. Une approche utilisant un remaillage automatique pourrait fournir des résultats plus exacts autour de la marche.

Des simulations 2D et 3D ont fourni des résultats semblables, la simulation 3D étant plus exacte en ce qui concerne la variation de la densité locale en dessous du poinçon supérieur, les valeurs globales de densité étant très proches dans les deux cas.

Le frottement présente une plus grande influence pour les pièces avec de grandes dimensions. Le frottement sur les surfaces parallèles à la direction de pressage est plus important que celui sur les surfaces perpendiculaires à la direction du pressage. De plus une loi décroissante décrivant l'évolution du coefficient de frottement est plus exacte dans ce dernier cas. Cela a été vérifié par l'entremise de l'interface graphique développée dans Matlab et qui se base sur des équations empiriques.

La comparaison entre les résultats obtenus expérimentalement et ceux de la simulation indique qu'une combinaison de deux modèles (ou une modification du modèle Cam Clay) décrira plus exactement l'évolution de la densité dans des régimes de densité différente.

ABSTRACT

Numerical simulations of die powder compaction were done and also the evolution of friction's coefficient was investigated during this doctoral project. Four types of powder were analyzed, each of them having different particle's shape and hardness and two-step pieces were fabricated to validate the simulation work. The opportunity of using the Gurson model and the critical state model Cam-Clay in powder compaction was evaluated for different levels of density. The local density variation was evaluated through superficial hardness measure method Rockwell 15-T, calibrated initially on thin samples to minimize the friction effect. A correlation between hardness and local density was established for each type of powder and isodensity maps were traced using bidimensional interpolation.

The influence of each parameter of the models on the local density was investigated. The values of the parameter were taken from the literature. It was found that an irregular particle's shape needs more shear stress to achieve the same densification level obtained for a round particle of the same material. The most important density variation was found around the inner corner of the part; the experimental work has confirmed the same position that in some cases is the cracking zone appearing during the ejection phase. An automatic remeshing procedure would be recommendable to avoid the high deformation of the mesh around the inner corner. No significant difference was found between the distributions and values of local density in the case of the 2D and the 3D simulations.

The friction coefficient variation plays a more accentuated influence on the surfaces parallel to the direction of pressing than on the surfaces normal to the same direction. The part dimension is an important factor in local density

distribution. The use of a decreasing friction coefficient is more realistic. The graphical user interface build in Matlab using previous experimental data confirm this type of evolution.

Finally, using a combination of the two models (or a modified Cam Clay model) would describe more accurately the local density evolution in different stages of the pressing process.

TABLE DES MATIÈRES

REMERCIEMENTS IV
RÉSUMÉ V
ABSTRACT VII
TABLE DES MATIÈRES IX
LISTE DES TABLEAUX XIII
LISTE DE SIGLES ET ABRÉVIATIONS XIV
LISTE DES FIGURES XVII
INTRODUCTION 1
CHAPITRE 1 : Revue de la littérature 4

1.1 Modélisation du pressage par MEF dans la métallurgie des poudres 4

1.2 Approches théoriques utilisées 5
1.2.1 Approche particulaire : méthode des éléments discrets. 5
1.2.2 Approche continue : méthode des éléments finis 8
1.2.3 Méthode des différences finies 12

1.3 Modèles constitutifs avec applicabilité dans la MEF 14
1.3.1 Modèles empiriques 15
1.3.2 Modèle élastique 16
1.3.3 Modèle plastique 16
1.3.4 Autres modèles 21
1.3.5. Modèles pour interface pièce – matrice 29

1.4. Logiciels d'éléments finis appropriés pour la modélisation du pressage des poudres 53
1.4.1 Base théorique 57
1.4.2 Présentations des résultats 62
1.4.3 Avantages, limitations et résultats obtenus 63

CHAPITRE 2 : Procédure expérimentale 67

2.1 Description des poudres 67

2.2 Pressage des échantillons 77

2.3 Technique de préparation des échantillons 80

2.4 Analyse de densité par mesure de la dureté 80

2.5 Méthodologie de calcul 84
2.5.1 Méthode de calcul pour la moyenne de la densité. 84
2.5.2 Développement des équations et modélisation de l'évolution du coefficient du frottement dans le pressage en matrice fermée 85

CHAPITRE 3 : Présentation des résultats 88

3.1 Évaluation expérimentale de la densité par mesures de dureté 88
3.1.1 Courbes de pressage 88
3.1.2 Essais préliminaires 90
3.1.3 Calibrage des échantillons 91
3.1.4 Corrélation entre la dureté et la densité à vert 109
3.1.5 Mesures des duretés locales dans les pièces à deux niveaux d'épaisseur 113
3.1.6 Traitement des résultats 115

3.2 Présentation des résultats de la simulation numérique du pressage .. 123
3.2.1 Analyse 2D préliminaire d'une pièce avec un seul niveau d'épaisseur 123
3.2.2. Résultats de la simulation du pressage 2D pour les poudres de laiton 70-30 et 90-10 132
3.2.3 Résultats de la simulation du pressage pour les poudres de fer MP32 et Kobelco 138

3.2.4 Modèle 3D 146
CHAPITRE 4 : Discussion 153

4.1 Évaluation des différents modèles 153
4.1.1 Paramètres du modèle Cam Clay modifié 153
4.1.2 Paramètres du modèle de Gurson 160
4.1.3 Sélection des modèles 162
4.1.4 Simulation 2D et 3D 167

4.2 Influence des propriétés des poudres 170
4.2.1 Module de Young 170
4.2.2 Limite d'élasticité 172
4.2.3 Écrouissage 173

4.3 Influence des conditions de pressage 178
4.3.1 Distribution de la densité initiale 178
4.3.2 Méthode de pressage 180
4.3.3 Pièces à deux niveaux d'épaisseur 184

4.4 Influence du frottement 191
4.4.1 Coefficient de frottement 191
4.4.2 Dimension de la pièce 195
4.4.3 État de la poudre 200
CONCLUSIONS ET RECOMMANDATIONS 203
BIBLIOGRAPHIE 207
ANNEXES 214

Annexe A : Résultats des mesures de dureté des échantillons. 214

Annexe B: Résultas des mesures de densité des pièces. 218

Annexe C: 222

Fichier input pour l'analyse numérique des équations du paramètre de densification K et fichier input du modèle de l'évolution du coefficient de frottement et de l'interface graphique 222

Fichier input pour l'interface graphique donnant l'évolution du coefficient de frottement 225

LISTE DES TABLEAUX

Tableau 1.1 Comparaison entre différents types d'analyseurs industriels.....65

Tableau 2.1 Caractéristiques des mélanges de poudres.....75

Tableau 2.2 Conditions de pressage.....79

Tableau 3.1 Valeurs comparatives des densités mesurées et calculées.....112

Tableau 4.1 Comparaison des modèles.....165

Tableau 4.2 Valeurs min et max de contrainte verticale (S22) et de pression en réponse à l'effet d'écrouissage.....175

Tableau 4.3 Influence du gradient de densité initiale sur la distribution de la pression et de la densité.....180

LISTE DE SIGLES ET ABRÉVIATIONS

α constante de continuité du rayon de la fonction de densification

β angle de friction interne du matériau [°]

$\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3$ déformations principales

ε^{pl} déformation plastique totale

η_1 viscosité globale de l'élément [$kg.m^{-1}.s^{-1}$]

η_2 viscosité de rotation de l'élément [$kg.m^{-1}.s^{-1}$]

κ module logarithmique volumique de élasticité

λ module volumique de plasticité

μ coefficient de frottement

μ_o coefficient de frottement minimal

μ_B coefficient de frottement de base

μ_d coefficient de frottement dynamique

μ_k coefficient de frottement statique

ν coefficient de Poisson

ξ fonction de la morphologie de la particule

ρ.. densité du matériau [$g.cm^{-3}$]

ρ_o densité initiale relative du matériau [$g.cm^{-3}$]

$\rho_{(h)}$ densité relative du matériau en fonction de hauteur de la pièce [$g.cm^{-3}$]

$\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ contraintes principales [MPa]

σ_a contrainte appliquée [MPa]

σ_n contrainte normale à l'interface [MPa]

σ_t contrainte de cisaillement à l'interface [MPa]

σ_y contrainte d'écoulement de la particule [MPa]

τ_c seuil relative de contrainte tangentielle [MPa]

ψ angle de dilatation [°]

a coefficient relié à la dureté de la particule

d cohésion interne du matériau [MPa]

e porosité initiale du matériau

f fraction volumique des pores

f_ρ, f_v coefficients de l'influence de la densité et de la vitesse de glissement

g fonction potentiel plastique

h hauteur de la pièce [m]

k coefficient de résistance à la déformation

k_1, k_2, k_3 constantes du matériau

m masse de l'élément [g]

n coefficient relié à la morphologie de la particule

n_c nombre de particules dans le group

p_a, p_b paramètres qui décrirent l'évolution de la déformation plastique volumique [MPa]

p_c pression de contact [MPa]

A paramètre empirique

B paramètre empirique

D dureté de la particule

E module de Young [MPa]

F_g force externe globale [N]

F_n force normale de contact [N]

F_t force tangentielle de contact [N]

H dureté Rockwell 15-T

HV dureté Vickers

I_1,I_2,I_3 invariants principales de deformation

I moment d'inertie [mm^4]

J_2' deuxième invariant du tenseur déviateur de contraintes [MPa]

K facteur de densification

M pente de la ligne d'état critique

M_g moment globale [N.m]

M_o rapport de Hausner

P pression hydrostatique [MPa]

P(o) fonction de la variable d'écrouissage

R rayon de courbure du cap [m]

U déplacement relatif [m]

$\dot{U}$ vitesse externe [$m.s^{-1}$]

W_{lub} fraction massique du lubrifiant

LISTE DES FIGURES

Figure 1.1 Modélisation du contact inter particules dans la méthode des éléments discrets [TAM 98]. 6
Figure 1.2 Représentation du concept de groupe [JEN 99]..... 8
Figure 1.3 Discrétisation du domaine par un maillage bidimensionnel [RAP 98]. 9
Figure 1.4 Les systèmes de coordonnées utilisés dans la méthode des éléments perméables [OLE 94]..... 13
Figure 1.5 Surévaluation de la surface dans la MDF [CHA 98]..... 14
Figure 1.6 Surfaces de densifications dans les modèles Von Mises et Drucker - Präger..... 18
Figure 1.7 Surface Drucker - Präger Cap [ABA 01]..... 20
Figure1.8 Ligne d'état critique dans le modèle Cam Clay [ABA 01]. 22
Figure 1.9 Modèle Kuhn –Shima [SHI 76]. 24
Figure 1.10 Évolution de la surface de densification pour différentes densités dans le modèle de Tszeng [TSZ 96]..... 25
Figure 1.11 Évolution de la surface avec la densité dans le modèle de Park [PAR 99]. 27
Figure 1.12 Évolution de la surface de densification avec la densité dans le modèle de Gurson [GUR 77]..... 28
Figure 1.13 Les surfaces de densification dans le modèle de Lade [LAD 77] 29
Figure 1.14 Modélisation du contact dans la loi de frottement [RAP 98]..... 30
Figure 1.15 Seuil contrainte tangentiel dans la loi de Coulomb (a) et le vecteur τ (b) [RAP 98]. 33
Figure 1.16 Lois de frottement de Tresca (a) et Norton (b) [RAP 98]..... 34
Figure 1.17 Montage avec matrice instrumentée [GUY 01]. 35
Figure 1.18 Montage avec matrice rotative; d'après [SOL 01]..... 36

Figure 1.19 Dispositif avec pièce glissante [DOR 01] 37
Figure 1.20 Paramètres pour la caractérisation de la friction interne [BRO 70]. . 38
Figure 1.21 Essai avec le montage de cisaillement [AST 97]. 39
Figure 1.22 Modèle analytique pour l'évaluation du frottement [TUR 00]. 40
Figure 1.23 Variation du coefficient de frottement dans le régime de faible densité; d'après [SOL 01]. 42
Figure 1.24 Variation du coefficient de frottement [OLD 96]. 43
Figure 1.25 Variation du coefficient de frottement en fonction de la contrainte radiale; d'après [SIN 01]. 44
Figure 1.26 Déformation des grandes particules accentuée par la grande rugosité [CAM 01]. 45
Figure 1.27 Plan de cisaillement dans le cas de fines particules [CAM 01]. 46
Figure 1.28 Influence de l'écrouissage sur le coefficient de frottement [CAM 01]. 47
Figure 1.29 Différentes mécanismes de friction [TUR 99]. 48
Figure 1.30 Influence du contenu de lubrifiant sur les mécanismes de friction [TUR 99]. 49
Figure 1.31 Diminution de la rugosité du compact pendant le pressage [DOR 01]. 49
Figure 1.32 Influence du type de lubrifiant sur le coefficient de friction; d'après [BOL 00]. 50
Figure 1.33 Stratégie de visualisation dans la partie postprocesseur [ADA 98]. . 55
Figure 1.34 Structure de l'analyse par l'élément finis 56
Figure 1.35 Surface de déformation dans le modèle Cam–Clay modifié [ABA 01]. 58
Figure 1.36 Surface de déformation dans le modèle Drucker-Präger / Cap [ABA 01]. 59
Figure 1.37 Surface de déformation dans le modèle Green [KAR 97]. 60
Figure 1.38 Géométrie de la pièce avec deux niveaux d'épaisseur [PMM 99]. .. 64

Figure 2.1 Morphologie de la poudre de fer Kobelco 300MA.....69
Figure 2.2 Morphologie de la poudre de fer MP32.....70
Figure 2.3 Morphologie de la poudre de laiton LOX 90-10 71
Figure 2.4 Morphologie de la poudre de laiton LOX-70-30 72
Figure 2.5.a Distribution des tailles de particule pour la poudre de fer Kobelco 73
Figure 2.5 b Distribution des tailles de particule pour la poudre de fer MP32.....73
Figure 2.5 c Distribution des tailles de particule pour la poudre de laiton 90-10.74
Figure 2.5 d Distribution des tailles de particule pour la poudre de laiton 70-30.74
Figure 2.6 Presse hydraulique Enerpaq 100 tf 77
Figure 2.7 Matrice de pressage flottante. 78
Figure 2.8 Taille relative de l'empreinte par rapport aux particules de poudres..82
Figure 2.9 Positionnement des mesures de dureté pour la pièce avec deux niveaux d'épaisseur. 83
Figure 2.10 Positionnement des mesures de dureté pour déterminer la corrélation entre la dureté et la densité. 83
Figure 2.11 Schéma de décomposition et les dimensions (mm) de la surface de la pièce utilisée dans le calcul de la valeur de dureté moyenne, poudre de fer MP32, 20 g, densité moyenne 90%.....85
Figure 2.12 Schéma fonctionnel de l'algorithme utilisé dans le calcul du coefficient de frottement. 87
Figure 3.1 Courbe de pressage pour la poudre de fer MP32.....88
Figure 3.2 Courbe de pressage pour la poudre de fer Kobelco 89
Figure 3.3 Courbe de pressage pour la poudre de laiton 90-10. 89
Figure 3.4 Courbe de pressage pour la poudre de laiton 70 – 30.....90
Figure 3.5 Échantillons de 6, 16 et 20 g. 91
Figure 3.6 Variation de la dureté le long de l'échantillon, poudre de fer MP 32, 16 g, densité 6.154 $g.cm^{-3}$. 93

Figure 3.7 Variation de la dureté le long de l'échantillon, poudre de fer MP 32, 16 g, densité 6.295 g.cm^{-3}. 93
Figure 3.8 Variation de la dureté le long de l'échantillon, poudre de fer MP 32, 16 g, densité 6.78 g.cm^{-3}. 94
Figure 3.9 Variation de la dureté le long de l'échantillon, poudre de fer MP 32, 16 g, densité 6.96 g.cm^{-3}. 94
Figure 3.10 Variation de la dureté le long de l'échantillon, poudre de fer MP 32, 20 g, densité 6.54 g.cm^{-3}. 95
Figure 3.11 Variation de la dureté le long de l'échantillon, poudre de fer MP 32, 20 g, densité 6.78 g.cm^{-3}. 95
Figure 3.12 Variation de la dureté le long de l'échantillon, poudre de fer MP 32, 20 g, densité 6.83 g.cm^{-3}. 96
Figure 3.13 Variation de la dureté le long de l'échantillon, poudre de fer MP 32, 20 g, densité 7.01 g.cm^{-3}. 96
Figure 3.14 Variation de la dureté le long de l'échantillon, poudre de fer Kobelco, 16 g, densité 6.54 g.cm^{-3}. 97
Figure 3.15 Variation de la dureté le long de l'échantillon, poudre de fer Kobelco, 16 g, densité 6.85 g.cm^{-3}. 97
Figure 3.16 Variation de la dureté le long de l'échantillon, poudre de fer Kobelco, 16 g, densité 7.07 g.cm^{-3}. 98
Figure 3.17 Variation de la dureté le long de l'échantillon, poudre de fer Kobelco, 16 g, densité 7.15 g.cm^{-3}. 98
Figure 3.18 Variation de la dureté le long de l'échantillon, poudre de fer Kobelco, 20 g, densité 6.83 g.cm^{-3}. 99
Figure 3.19 Variation de la dureté le long de l'échantillon, poudre de fer Kobelco, 20 g, densité 7.17 g.cm^{-3}. 99
Figure 3.20 Variation de la dureté le long de l'échantillon, poudre de laiton 90-10, 16 g, densité 6.54 g.cm^{-3}. 100

Figure 3.21 Variation de la dureté le long de l'échantillon, poudre de laiton 90-10, 16 g, densité 7.73 g. cm^{-3}. 100
Figure 3.22 Variation de la dureté le long de l'échantillon, poudre de laiton 90-10, 16 g, densité 7.89 g.cm^{-3} 101
Figure 3.23 Variation de la dureté le long de l'échantillon, poudre de laiton 90-10, 20 g, densité 7.78 g. cm^{-3}. 101
Figure 3.24 Variation de la dureté le long de l'échantillon, poudre de laiton 70-30, 16 g, densité 6.94 g. cm^{-3} 102
Figure 3.25 Variation de la dureté le long de l'échantillon, poudre de laiton 70-30, 16 g, densité 7.22 g. cm^{-3} 102
Figure 3.26 Variation de la dureté le long de l'échantillon, poudre de laiton 70-30, 16 g, densité 7.34 g. cm^{-3}. 103
Figure 3.27 Variation de la dureté le long de l'échantillon, poudre de laiton 70-30, 20 g, densité 6.94 g. cm^{-3} 103
Figure 3.28 Variation de la dureté le long de l'échantillon, poudre de laiton 70-30, 20 g, densité 7.25 g. cm^{-3}. 104
Figure 3.29 Variation de la dureté le long de l'échantillon, poudre de laiton 70 - 30, 20 g, densité 7.36 g. $cm.^{-3}$. 104
Figure 3.30 Variation de la dureté le long de l'échantillon, poudre de laiton 70 - 30, 20 g, densité 7.41 g. cm^{-3} 105
Figure 3.31 Variation de la dureté le long de l'échantillon, poudre de laiton 70 - 30, 20 g, densité 7.88 g. $cm.^{-3}$ 105
Figure 3.32 Variation de la dureté sur la surface de mesure, poudre de fer MP 32, 20 g, densité 6.83 g. cm^{-3}. 106
Figure 3.33 Variation de la dureté sur la surface de mesure, poudre de fer Kobelco, 20 g, densité 6.83 g. cm^{-3}. 107
Figure 3.34 Variation de la dureté sur la surface de mesure, poudre de laiton 90-10, 20 g, densité 7.36 g. cm^{-3}. 107

Figure 3.35 Variation de la dureté sur la surface de mesure, poudre de laiton 70-30, 20 g, densité 7.26 g. cm^{-3} 108
Figure 3.36 Corrélation des résultats dureté – densité, poudre de fer MP 32... 110
Figure 3.37 Corrélation des résultats dureté – densité, poudre de fer Kobelco. 110
Figure 3.38 Corrélation des résultats dureté – densité, poudre de laiton 90-10. 111
Figure 3.39 Corrélation des résultats dureté – densité, poudre de laiton 70-30. 111
Figure 3.40 Pièces de 20 g et 30 g. 114
Figure 3.41 Variation de la densité relative, pièce 20 g, poudre de fer MP32, densité relative 85 %..... 116
Figure 3.42 Variation de la densité relative pièce 20 g, poudre de fer MP32, densité relative 90 %. 117
Figure 3.43 Variation de la densité relative, pièce 30 g, poudre de fer MP32, densité relative 84 %. 117
Figure 3.44 Variation de la densité relative, pièce 30 g, poudre de fer MP 32, densité relative 90 %..... 118
Figure 3.45 Variation de la densité relative, pièce 20 g, poudre de fer Kobelco, densité relative 91%..... 118
Figure 3.46 Variation de la densité relative, pièce 20 g, poudre de fer Kobelco, densité relative 97%..... 119
Figure 3.47 Variation de la densité relative, pièce 30 g, poudre de fer Kobelco, densité relative 96 %. 119
Figure 3.48 Variation de la densité relative, pièce 20 g, poudre de laiton 90-10, densité relative 87%. 120
Figure 3.49 Variation de la densité relative, pièce 20 g, poudre de laiton 90-10, densité relative 93 %. 120
Figure 3.50 Variation de la densité relative, pièce 20 g, poudre de laiton 70-30, densité relative 87 %..... 121

Figure 3.51 Variation de la densité relative, pièce 20 g, poudre de laiton 70-30, densité relative 92 %..... 121
Figure 3.52 Le maillage et les conditions de frottement pour la pièce 2D..... 124
Figure 3.53 Distribution de la pression (Pa) pour la pièce 2D, poudre de fer Kobelco, modèle de Gurson. 125
Figure 3.54 Déplacement vertical (m) de la poudre dans la matrice, poudre fer, modèle de Gurson. 126
Figure 3.55 Distribution de la contrainte de cisaillement (Pa), poudre fer, modèle de Gurson..... 127
Figure 3.56 Distribution de la densité relative, poudre de fer, modèle de Gurson. 128
Figure 3.57 Distribution de la pression (Pa), poudre de fer, modèle Cam - Clay. 130
Figure 3.58 Distribution du déplacement vertical (m), poudre de fer, modèle Cam - Clay. 130
Figure 3.59 Distribution de la contrainte de cisaillement (Pa), poudre de fer, modèle Cam Clay. 131
Figure 3.60 Distribution de la porosité (*voidr*), poudre de fer, modèle Cam - Clay. 131
Figure 3.61 Distribution de la densité relative pour la poudre de laiton 90-10, modèle de Gurson, densité relative 86%. 134
Figure 3.62 Distribution de la densité relative pour la poudre de laiton 70-30, modèle de Gurson, densité relative 85%. 134
Figure 3.63 Module de plasticité et d'élasticité dans le modèle Cam Clay. 135
Figure 3.64 Distribution de la porosité (voidr) pour la poudre de laiton 90-10, modèle Cam -Clay, densité relative 94 %..... 136
Figure 3.65 Distribution de la porosité (voidr) pour la poudre de laiton 70-30, modèle Cam - Clay, densité relative 87%..... 137

Figure 3.66 Distribution de la densité relative pour la poudre de fer Kobelco, modèle de Gurson, densité relative de 87%. 139
Figure 3.67 La distribution de la densité relative pour la poudre de fer MP32, modèle de Gurson, densité relative de 88%. 139
Figure 3.68 Distribution de la porosité locale (*voidr*) pour la poudre de fer Kobelco, modèle Cam Clay, densité relative de 96%. 140
Figure 3.69 Distribution de la porosité locale (*voidr*) pour la poudre de fer MP32, modèle Cam Clay, densité relative de 85%, hauteur de remplissage de 18 mm. 141
Figure 3.70 Distribution de la porosité locale (*voidr*) pour la poudre de fer MP32, modèle Cam Clay, densité relative de 85%, hauteur de remplissage de 20.4 mm. 142
Figure 3.71 Les paramètres β et ψ dans le critère de cisaillement linéaire du modèle de Drucker-Präger. 143
Figure 3.72 Distribution de la pression pour la poudre de fer Kobelco, modèle de Drucker - Präger. 144
Figure 3.73 La distribution de porosité, poudre de fer Kobelco, modèle de Drucker - Präger, densité relative de 86%. 145
Figure 3.74 Discrétisation de la matrice et de la poudre dans le modèle 3D. ... 146
Figure 3.75 Le maillage initial de la pièce par l'entremise des éléments 3D hexaédriques. 147
Figure 3.76 Ensemble des éléments contenu dans la moitié de la pièce. 147
Figure 3.77 Distribution de la pression, poudre de fer Kobelco, modèle de Gurson, pièce entière, densité relative de 92% 148
Figure 3.78 Distribution de la pression, poudre de fer Kobelco, modèle de Gurson, coupe centrale. 149
Figure 3.79 Distribution de contrainte dans la direction de l'axe 1, poudre de fer Kobelco, modèle de Gurson, coupe centrale. 149

Figure 3.80 Déplacement de la poudre de fer Kobelco (m) selon l'axe 2, modèle de Gurson, coupe centrale. 150
Figure 3.81 Cisaillement plus intense sur les parois latérales, poudre de fer Kobelco, modèle de Gurson, coupe centrale. 151
Figure 3.82 Distribution de la densité, vues isométrique, dessous et droite, poudre de fer Kobelco, modèle de Gurson. 152
Figure 4.1 Influence de *M* sur la porosité, *M*=1, poudre de fer Kobelco, densité relative 96%. 154
Figure 4.2 Influence de *M* sur la porosité, *M*=1.2, poudre de fer Kobelco, densité relative 96% 154
Figure 4.3 Déplacement horizontal de la poudre et perte de contact avec les parois de la matrice pour M=6.5, poudre de fer Kobelco 155
Figure 4.4 Déplacement horizontal de la poudre tout au long de la pièce, *M* = 6.5, poudre de fer Kobelco 156
Figure 4.5 Influence du rayon de courbure de l'ellipse sur les valeurs de pression maximale et minimale dans la poudre pour une densité relative de 96%, poudre de fer Kobelco. 157
Figure 4.6 Influence du rayon de courbure d'ellipse sur les valeurs de densités relatives maximale et minimale, poudre de fer Kobelco. 158
Figure 4.7 Surfaces de densification pour les deux poudres de fer de formes différentes. 160
Figure 4.8 Influence des paramètres de Tvergaard (q_1=1.5, q_2=1, q_3=2.25) sur la distribution de densité, poudre de fer Kobelco. 161
Figure 4.9 Distribution de la densité relative dans le modèle 3D, poudre de fer Kobelco, modèle de Gurson. 168
Figure 4.10 Distribution de la densité relative dans le modèle 2D, poudre de fer Kobelco, modèle de Gurson 169
Figure 4.11 Distribution de la contrainte verticale dans le modèle 3D, poudre de fer Kobelco, modèle de Gurson. 169

Figure 4.12 Distribution de la contrainte verticale dans le modèle 2D, poudre de fer Kobelco, modèle de Gurson. 170
Figure 4.13 Distribution de la densité relative, poudre fer Kobelco, modèle Gurson, module de Young variable, densité relative de 87%. 172
Figure 4.14 L'effet de la valeur de la limite d'écoulement sur la contrainte principale maximale, la contrainte verticale et la pression, poudre de fer Kobelco. 173
Figure 4.15 Distribution de la densité locale sans l'effet d'écrouissage, poudre de fer Kobelco. 176
Figure 4.16 Distribution de la densité locale, avec l'effet d'écrouissage, poudre de fer Kobelco. 176
Figure 4.17 Distribution de la densité locale, sans l'effet d'écrouissage, poudre de laiton 70-30. 177
Figure 4.18 Distribution de la densité locale, avec l'effet d'écrouissage, poudre de laiton 70-30 177
Figure 4.19 La distribution de la porosité initiale, modèle Cam Clay, poudre de fer MP32, 30 g, densité relative initiale globale de 0.37. 179
Figure 4.20 a Déplacement vertical de la poudre (m) dans le cas de pressage avec le poinçon inférieur, modèle Cam Clay, poudre de fer Kobelco, densité relative 96%. 181
Figure 4.20 b Déplacement vertical de la poudre (m) dans le cas de pressage avec le poinçon supérieur, modèle Cam Clay, poudre de fer Kobelco, densité relative 96%. 181
Figure 4.21 Distribution de la pression (Pa) dans le cas du pressage avec le poinçon inférieur, modèle Cam Clay, poudre de fer Kobelco, densité relative 96%. 182
Figure 4.22 La distribution de la porosité, fer Kobelco, pressage avec le poinçon inférieur, modèle Cam Clay, poudre de fer Kobelco, densité relative 96%. 182

Figure 4.23 Position du plan pour évaluer la densité locale autour de la zone de changement d'épaisseur 184
Figure 4.24 Évolution de la densité relative le long du plan calculée par le modèle de Gurson, poudre de fer Kobelco. 185
Figure 4.25 Évolution de la densité relative le long du plan calculée par le modèle Cam Clay, poudre de fer Kobelco. 186
Figure 4.26 Prédiction des densités maximale et minimale dans les modèles Cam Clay et Gurson comparativement á la densité moyenne calculée. 187
Figure 4.27 Influence du rayon de courbure du poinçon inférieur sur la variation locale de densité. 188
Figure 4.28 Déformation du maillage dans le modèle de Gurson, fer Kobelco, déplacement vertical du poinçon de 9 mm. 189
Figure 4.29 Fissure dans la zone de transition, laiton 70-30, 20 g, densité relative 92.5%. 190
Figure 4.30 Distribution de la densité relative, variation exponentielle décroissante du coefficient de frottement, poudre de fer Kobelco, modèle de Gurson. 192
Figure 4.31 Distribution de la densité relative, avec coefficient de frottement fixe (0.05) au delà de la pression de contact de 0. 5 MPa, poudre de fer Kobelco, modèle de Gurson. 193
Figure 4.32 Déplacement horizontal de la poudre vers la gauche en dessous du poinçon supérieur. 194
Figure 4.33 Variation de la contrainte verticale en dessous du poinçon supérieur. 194
Figure 4.34 La variation de la contrainte verticale au long de la paroi gauche de la matrice. 195
Figure 4.35 Les géométries initiales des pièces de 20 g et 30 g. Dimensions en mètres. 196

Figure 4.36 Distribution de densité relative, coefficient de frottement fixe, μ = 0.15; densité relative totale de 94%, poudre de fer Kobelco, pièce de 30 g..... 197
Figure 4.37 Distribution de densité relative, coefficient de frottement dépendant de la pression appliquée, μ = 0.05; densité relative totale de 94%, poudre de fer Kobelco, pièce de 30 g..... 197
Figure 4.38 Distribution de densité relative, coefficient de frottement variable, loi exponentielle, densité relative totale de 94%, poudre de fer Kobelco, pièce de 30 g. 198
Figure 4.39 Distribution de la porosité, coefficient de frottement fixe, μ=0.15, densité relative totale 94%, poudre de fer Kobelco, pièce de 30 g, modèle Cam Clay..... 199
Figure 4.40 L'interface graphique du modèle réalisée dans l'approche pure GSDT..... 201

INTRODUCTION

Le procédé de pressage uniaxial sert à produire la majorité des pièces fabriquées par métallurgie des poudres. Les besoins fonctionnels associés aux nouvelles technologies (applications magnétiques, miniaturisation) nécessitent des pièces avec des formes de plus en plus complexes. Les zones où se situent les variations d'épaisseur sont souvent associées à des gradients de densité qui conduisent à la fissuration lors de l'éjection ou suite au frittage.

Il apparaît donc très intéressant de pouvoir modéliser le comportement des poudres métalliques lors du pressage, d'autant plus que la détermination expérimentale des paramètres des conditions opératoires de pressage de poudres est laborieuse et coûteuse. Un modèle efficace permettrait de prédire assez précisément et rapidement le comportement de plusieurs matériaux pour différentes géométries de matrice et ainsi de réduire le coûteux temps de mise au point. De plus, comme il permettrait de bien caractériser les interactions de la poudre avec les interfaces, cet outil serait aussi utile pour prévoir les zones de la matrice les plus sollicitées en terme de frottement et d'usure.

Pour ce qui est du modèle qui pourrait être utilisé dans la simulation du pressage des poudres métalliques, il doit considérer l'influence de la composante hydrostatique sur la déformation du matériau et en plus permettre l'augmentation de la densité relative lors du pressage, tenant compte de la densité initiale de la poudre et de l'écrouissage de la particule. Ainsi, certains modèles traitent le matériau comme un milieu poreux ayant une certaine cohésion entre les particules. Cette approche, en plus de prédire faussement une résistance à la tension, ne peut permettre de décrire l'étape importante de réarrangement des particules au début du pressage. À l'heure actuelle, aucun logiciel dédié à la simulation du pressage des poudres n'est disponible sur le marché.

Plusieurs essais de pressage ont été effectués sur quatre types de poudre (deux de fer et deux de laiton) de morphologies et de duretés différentes pour évaluer le rôle joué par ces deux paramètres dans le modèle qui décrit le critère d'écoulement et de densification du matériau. Les objectifs de ce projet sont principalement d'évaluer les modèles appropriés pour le pressage des poudres, d'implémenter les conditions de frottement les plus proches de celles qui se développent en pratique dans le logiciel de simulation par élément fini et de valider une méthode expérimentale pour la mesure des variations locales de densité qui servira à la validation des simulations numériques.

Le chapitre 1 présente une revue de la littérature concernant les modèles applicables au pressage des poudres. La première partie donne une description générale des méthodes numériques applicables au pressage des poudres et présente par la suite une évaluation des modèles constitutifs avec applicabilité dans la méthode des éléments finis et de la modélisation du contact. La dernière partie du chapitre fait une évaluation des logiciels d'éléments finis disponibles sur le marché.

Le chapitre 2 donne dans la première partie la procédure expérimentale employée pour le pressage des échantillons et des pièces à deux niveaux d'épaisseur et présente une caractérisation complète des poudres utilisées. La deuxième partie propose une méthode de calcul de la densité moyenne à partir des mesures locales de dureté. Le développement des équations qui décriront l'évolution du coefficient de frottement en fonction de plusieurs facteurs est présenté dans la dernière partie

Le chapitre 3 porte sur le traitement des résultats de mesures de duretés locales menant à la détermination du profil de densité. Par la suite, les résultats de la

simulation numérique 2D et 3D obtenus pour le pressage des différentes poudres utilisant les modèles Cam Clay et Gurson (disponibles dans la librairie des matériaux du logiciel Abaqus) sont présentés.

Le chapitre 4, consacré à la discussion, décrit l'influence des paramètres de chaque modèle utilisé et l'influence des paramètres reliés aux conditions de pressage, tel que la méthode de pressage et la forme de la pièce. Une importance particulière a été accordée à l'évaluation de l'influence du frottement et aux facteurs qui l'influencent pendant le pressage. La dernière partie du chapitre présente le développement d'une interface graphique produite à l'aide du logiciel Matlab, à partir des équations développées dans le chapitre 2. L'utilité d'une telle approche dans l'intégration des conditions du frottement plus complexes dans le logiciel Abaqus sera discutée.

Les résultats du travail sont synthétisés dans la conclusion et quelques recommandations finales sont suggérées pour le développement futur de la simulation du pressage des poudres métalliques tant pour le modèle constitutif que pour l'optimisation des ressources disponibles dans le logiciel Abaqus.

CHAPITRE 1 : Revue de la littérature

1.1 Modélisation du pressage par MEF dans la métallurgie des poudres

Le processus de pressage à froid en matrice consiste en la transmission d'une contrainte dans la masse de poudre par l'entremise d'une matrice. La contrainte se distribue dans les particules par glissement, rotation, déformation et même rupture des particules, qui elles-mêmes ne présentent pas de propriétés constantes à cause de leur agglomération et de l'écrouissage. Ceci fait que pour pouvoir modéliser le pressage, il faut déterminer l'état de contrainte, la déformation et les déplacements dans la poudre soumise aux forces d'interfaces.

La modélisation du pressage va permettre de régler les paramètres d'opération des presses afin d'approcher une densité homogène dans la pièce puisqu'il est presque impossible d'éliminer l'hétérogénéité ultérieurement. La réussite de la modélisation dans d'autres méthodes de fabrication (forgeage, emboutissage, extrusion) conduit à la conclusion que la métallurgie de poudre doit aussi faire appel à la modélisation pour être de plus en plus compétitive, surtout quand la forme de la pièce est complexe et/ou les poudres pressées ont des caractéristiques très différentes. Ceci permettra une réduction des coûts de fabrication des outils et une forte diminution de rebuts. Les résultats déjà obtenus sont encourageants, une précision autour de 0.1 $g.cm^{-3}$ pour la prédiction de la densité de pièces en acier a été réalisée [**GEH 95**].

1.2 Approches théoriques utilisées

Les premiers essais de modélisation du pressage des poudres ont traité de la densification, en réponse à la variation des contraintes axiale et radiale avec la hauteur et la surface transversale de la pièce ainsi qu'au coefficient de frottement. Dans la situation où la pièce a plusieurs niveaux d'épaisseur, l'approche ne peut pas offrir de résultats valables [**GEH 95**].

Une autre approche, plus développée, est celle des éléments discrets (DEM) qui étudie le phénomène au niveau des particules qui sont supposée sphériques et avec une distribution de taille soit monodimensionnelle, soit bidimensionnelle.

Une troisième approche représente le système comme un milieu continu dont les équations sont résolues par méthodes numériques, le plus souvent par la méthode des éléments finis.

1.2.1 Approche particulaire : méthode des éléments discrets.

La méthode des éléments discrets modélise le mouvement et l'interaction mécanique de chaque particule et fournit une description détaillée des positions, vitesses et forces qui s'exercent sur chaque particule pour des valeurs discrètes de temps.

Les particules sont représentées comme un ensemble rigide d'éléments circulaires (2D) ou sphériques (3D). La contrainte est transmise par l'entremise d'une rigidité virtuelle [**TAM 98**] (voir figure 1.1). La rigidité inter particules est modélisée par des ressorts et des amortisseurs linéaires $\{K, \nu\}$, les forces

locales de contact $\{F_n, F_t\}$ se calculent en fonction du déplacement relatif U et de la vitesse $\dot{U}$:

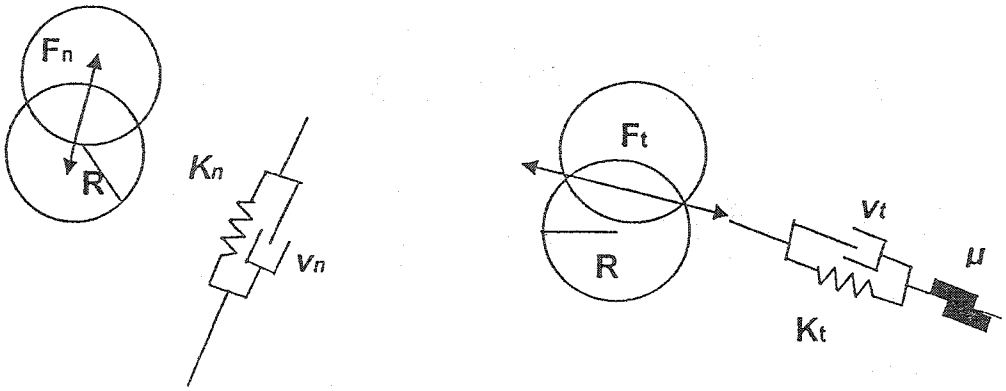


Figure 1.1 Modélisation du contact inter particules dans la méthode des éléments discrets [TAM 98].

$$F_n = K_n U_n - \nu_n \dot{U}_n \quad \text{(en direction normale)} \qquad (1)$$

$$F_t = K_t U_t - \nu_t \dot{U}_t \quad \text{(en direction transversale)} \qquad (2)$$

Le frottement entre les éléments est décrit par une loi de type Coulomb :

$$F_t < \mu . F_n \qquad (3)$$

Par une transformation de coordonnées, les forces de contact sont additionnées dans une force globale F_g et un moment global M_g comme forces externes appliquées sur chaque élément par les voisins :

$$\vec{F}_g = \sum \left(F_t . \vec{t} + F_n . \vec{n} \right)$$
$$M_g = R.F_t \qquad (4)$$

Les équations de mouvement pour un élément sont :

$$m.\ddot{x} + \eta_1 . \dot{x} + F_b + F_g = 0$$
$$I.\ddot{\Theta} + \eta_2 . I.\dot{\Theta} + M_b + M_g = 0 \qquad (5)$$

Avec : m - masse d'élément ; I - moment d'inertie ; η_1 –viscosité globale ; η_2 - viscosité de rotation ; F_b et M_b sont la force et le moment appliqués sur le corps. L'intégration de l'équation (5) par rapport au temps donne la réponse dynamique de la particule.

Un des avantages de la méthode est l'extension de la situation 2D à 3D en utilisant 6 degrés de liberté pour un élément (au lieu de 3 pour 2D). Le principal désavantage est l'approximation sphérique pour la forme de la particule qui donne une tendance élevée de rotation qui à son tour conduit à une sous-estimation de la résistance en cisaillement de la poudre. Comme les formes polygonales sont difficiles à évaluer du point de vue des contacts, [**JEN 99**] a proposé le concept de groupe (cluster) (voir la figure 1.2) qui peut rassembler un nombre indéfini de particules sphériques et se comporte comme un corps rigide. Même si l'approximation de la forme de la particule est différente de celle sphérique, le principal désavantage de cette approche est le grand nombre de degrés de liberté par groupe qui devient $3.n_c$ (n_c nombre de particules dans le groupe). Ainsi, le temps de simulation peut croître avec un facteur proportionnel à n_c ce qui donne un temps de calcul très élevé à cause de la nature explicite de

l'algorithme qui impose une durée très courte pour la simulation. Le nombre d'étapes peut se rendre jusqu'à quelques milliers pour que s'établisse l'équilibre statique.

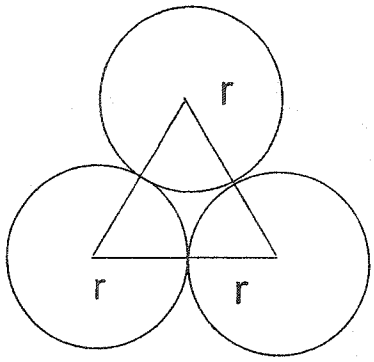


Figure 1. 2 Représentation du concept de groupe [JEN 99].

Une autre limitation est reliée à la dimension des particules. Lorsqu'elles sont de l'ordre du micron, le nombre d'éléments est suffisamment grand pour que la simulation perde de l'exactitude.

1.2.2 Approche continue : méthode des éléments finis

Dans l'approche continue, la méthode des éléments finis est la plus utilisée. Elle considère la poudre (le domaine) comme une réunion d'éléments de forme et de taille arbitraires (constituant le maillage). La figure 1.3 [**RAP 98**] présente un

exemple d'un tel domaine (maillage bidimensionnel) dans lequel les éléments ne doivent pas se chevaucher ni laisser des zones non recouvertes.

Les éléments (17) qui sont interconnectés par les noeuds (14) vont servir à construire les approximations des fonctions appliquées sur tout le domaine, suivant une technique d'interpolation.

Dans la modélisation par éléments finis, on a trois types d'équations : les équations d'équilibre, de compatibilité et les équations constitutives. Pour l'équation d'équilibre, on utilise une formulation des grandes déformations qui est indépendante de la vitesse [**TRA 93**]. En appliquant le principe de puissance virtuelle et la méthode Galerkin, on obtient le système d'équations:

$$[K]\{\delta\}=\{f\} \qquad (6)$$

Avec $[K]$ - matrice de rigidité; $\{\delta\}$ - le vecteur de déplacement nodal; $\{f\}$ - le vecteur force.

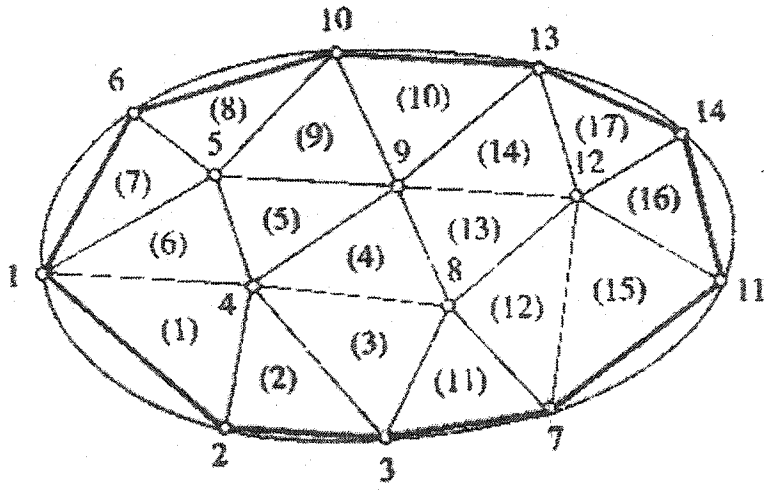


Figure 1.3 Discrétisation du domaine par un maillage bidimensionnel [RAP 98].

En imposant les conditions limites connues, qui peuvent être soit les forces extérieures (pression contrôlée) soit un déplacement imposé (déplacement contrôlé), on peut résoudre l'équation d'équilibre (6). Les équations d'équilibre et de compatibilité géométrique sont valables indépendamment du matériau (métaux, céramiques) tandis que les équations constitutives sont spécifiques pour chaque matériau. Une revue des modèles constitutifs utilisés en MEF pour les matériaux granulaires est présentée dans la section 3 de ce chapitre. Les conditions de frottement pièce - matrice sont à inclure par l'entremise des éléments d'interface qui d'un côté représente la matrice (discrétisée de la même façon que la poudre) et de l'autre côté représentent la poudre. Le vecteur contrainte à l'interface a deux composantes σ_n (normale) et τ (cisaillement). Même si l'épaisseur de l'interface est considérée nulle, on donne à l'interface une matrice matériau [Df] où une loi de frottement peut être insérée.

Comme le pressage de la poudre implique de grandes déformations (un grand déplacement des poinçons), la force appliquée (ou le déplacement) doit être partagée en petits incréments pour que l'équation de l'équilibre soit satisfaite, ce qui va conduire à des temps élevés d'analyse.

Une solution alternative est d'actualiser les coordonnées des éléments finis à chaque incrément de la force; la forme des éléments étant aussi fortement modifiée, donnant une distorsion du maillage, il est alors nécessaire d'imposer un remaillage du domaine. Les variables comme le déplacement, la contrainte, la déformation et la densité sont transférées au nouveau maillage jusqu'à l'incrément final [**ZIE 89**] .

La méthode permet de simuler plusieurs types de forces extérieures (chargement) et de très bien modéliser les conditions à l'interface.

Les efforts actuels se dirigent sur le développement de modèles constitutifs universellement valables qui permettront de modéliser le pressage des poudres (ou de mélanges de poudres) avec des comportements très différents.

La méthode des éléments perméables est une variante de Lagrange - Euler de la méthode des éléments finis. Elle utilise des éléments avec une forme prédéfinie, contrairement à la MEF où le volume de matériau est constant. Avec cette approche les masses des éléments changent [**OLE 94**], rendant possible l'échange de matière avec les éléments voisins (voir la figure 1.4). Ainsi, le problème de distorsion de la maille est évité et le remaillage est inutile (le temps de calcul diminue).

La méthode peut être divisée en trois étapes :

1. la définition de la structure discrétisée et des fonctions correspondantes pour le champ de vitesses.
2. résolution du champ de vitesses pour le matériau.
3. résolution des champs de vitesses, densités, déformations et contraintes.

Pendant la première étape, la différence avec la MEF est que le mouvement du maillage n'est pas connecté au mouvement de particules, ce qui est le résultat d'une approche Euler. Le maillage des éléments perméables et l'évolution de leur forme pendant le processus sont établis à priori à l'aide des caractéristiques du mouvement des outils et des vérifications expérimentales ultérieures.

Une particularité de la méthode est qu'elle utilise des coordonnées "spatiales" - les coordonnées des nœuds du maillage qui changent à cause de la loi de déformation et les coordonnées "matériau" – qui sont les coordonnées réelles du matériau. La position courante des coordonnées "spatiales" est donnée comme

un système de fonctions du temps (correspondant à la position du poinçon supérieur pour le pressage en matrice). La figure 1.4 présente la différence entre les positions courantes des systèmes "spatial" et "matériau", qui est due au frottement entre la poudre et la paroi de la matrice et entre la poudre et les poinçons. En fait, si le système "spatial" coïncide avec le système "matériau", la méthode devient équivalente à celle de la MEF.

1.2.3 Méthode des différences finies

Une autre méthode numérique de résolution des équations aux dérivées partielles est celle des différences finies. Elle approche les dérivées par des différences entre les valeurs de la fonction prises en des points fixés, en fait aux nœuds du maillage. Même si du point de vue mathématique la méthode de différences finies (MDF) est relativement plus simple que la MEF, elle présente un manque de flexibilité pour aborder les géométries complexes. Pour appliquer la MDF, le domaine est quadrillé (pas nécessairement de façon régulière) selon les axes du système de coordonnées (système cartésien) [**CRO 77**].

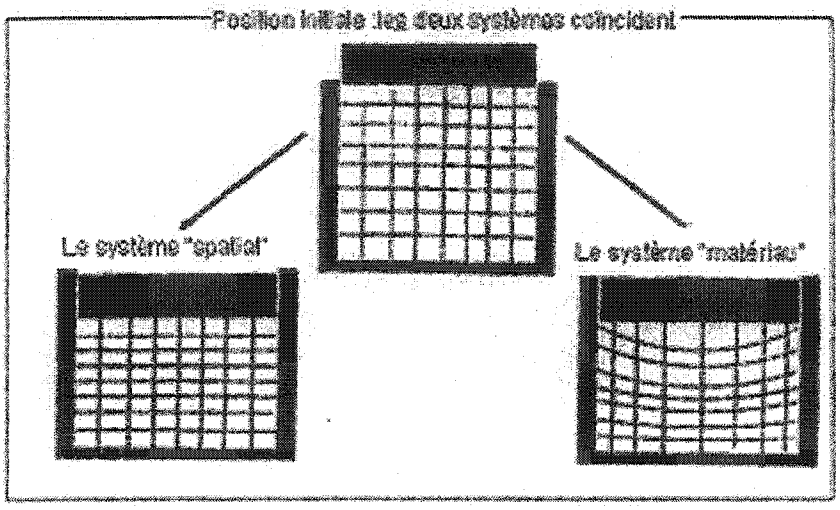


Figure 1.4 Les systèmes de coordonnées utilisés dans la méthode des éléments perméables [OLE 94].

On a donc un maillage structuré (c'est ne pas le cas en MEF où le maillage est plus libre) qui dans le cas de formes complexes nécessite beaucoup de nœuds. À la figure 1.5, on peut mettre en évidence la faiblesse de la méthode par la surévaluation de la surface dans le cas de formes irrégulières. Par ailleurs, cette approche n'est pas acceptable dans le cas d'une composition non homogène de la pièce [**CHA 98**].

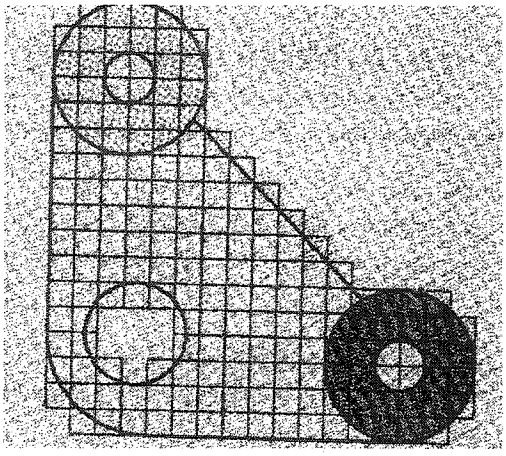


Figure 1.5 Surévaluation de la surface dans la MDF [CHA 98].

On constate que la plupart des logiciels commerciaux utilisés pour résoudre les problèmes de grande déformation se basent sur la méthode des éléments finis plutôt que sur la méthode de différences finies.

1.3 Modèles constitutifs avec applicabilité dans la MEF

Pour que la modélisation soit plus exacte, il est nécessaire d'avoir un modèle pour le matériau (poudre) qui représentera le plus fidèlement possible le comportement de la poudre lors du pressage. Plusieurs modèles ont été développés [**ASM 98**], on mentionnera les plus utilisés dans l'approche de pressage de poudres non frittées.

1.3.1 Modèles empiriques

Le modèle de Janssen - Walker considère le pressage d'une pièce cylindrique et propose une expression :

$$\sigma(h) = \sigma_a exp\left(-C.h/D\right) \qquad (7)$$

avec : $\sigma(h)$- contrainte axiale; σ_a- contrainte appliquée; h et D - hauteur et diamètre de la pièce. C- coefficient qui tient compte du frottement et de la distribution des contraintes (horizontales et verticales) sur la paroi de la matrice. La relation (7) peut être modifiée pour avoir une relation de la densité ρ, dans un plan horizontal à une distance h dans la pièce à partir du poinçon :

$$\rho(h) = A + B.ln\sigma_a - B.C.\frac{h}{D} \qquad (8)$$

avec : A, B paramètres empiriques, A relié à la dureté du comprimé et B à la vitesse de compaction.

Plusieurs modèles ont été développés (par exemple Balsin, Shapiro-Konopicki, Fischmeister [**SCH 88**] ou Kawakita, Smith, Zdanovich [**SHA 95**]) mais aucun ne semble pouvoir représenter toutes les situations, surtout dû au fait qu'ils supposent qu'un seul mécanisme n'agit dans les étapes distinctes du pressage, ce qui n'est pas totalement vrai.

1.3.2 Modèle élastique

Un modèle élastique non linéaire peut être utilisé pour décrire la déformation de la poudre en compression [**MRO 84**]. Le comportement du matériau est décrit par :

$$d\sigma = D^{el}.d\varepsilon^{el} \qquad (9)$$

$d\sigma$ - incrément de la contrainte ; D^{el}- la matrice d'élasticité; $d\varepsilon^{el}$- incrément de la déformation élastique. Les propriétés du matériau telles le module de Young E et le coefficient de Poisson ν définissent la matrice D^{el}. Les invariants de déformation sont donnés par:

$$\begin{aligned} I_1 &= \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3 \\ I_2 &= \varepsilon_1\varepsilon_2 + \varepsilon_2\varepsilon_3 + \varepsilon_1\varepsilon_3 \\ I_3 &= \varepsilon_1\varepsilon_2\varepsilon_3 \end{aligned} \qquad \begin{aligned} \varepsilon_1 &= \frac{\sigma_1}{E} - \frac{\nu}{E}(\sigma_2 + \sigma_3) \\ \varepsilon_2 &= \frac{\sigma_2}{E} - \frac{\nu}{E}(\sigma_1 + \sigma_3) \\ \varepsilon_3 &= \frac{\sigma_3}{E} - \frac{\nu}{E}(\sigma_2 + \sigma_1) \end{aligned} \qquad (10)$$

avec $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3$ les déformations principales.

Le modèle est acceptable pour évaluer l'état final du compact sous la pression de compactage, mais doit être utilisé avec un modèle plastique pour représenter la déformation permanente des particules de poudres.

1.3.3 Modèle plastique

Les modèles plastiques permettent la modélisation des matériaux qui subissent

une déformation permanente. Après avoir obtenu une relation contrainte - déformation, il faut définir une fonction de densification qui est la composante principale de la théorie de la plasticité. Le début de la déformation plastique est défini par la surface d'écoulement qui est la limite de la déformation élastique subie par le matériau.

Une approche pour la loi d'écoulement est de décomposer l'incrément net de déformation en deux composantes élastique et plastique. L'incrément de la déformation plastique (indépendant de vitesse) est représenté dans la théorie de la plasticité par une loi de normalité :

$$d\varepsilon^{pl} = d\lambda\left({}^{\partial g}\!/_{\partial \sigma} \right) \qquad (11)$$

ε^{pl} - déformation plastique ; g - fonction de potentiel plastique; $d\lambda$ - scalaire positif et σ - contrainte. Le vecteur $\partial g/\partial \sigma$ est toujours orienté vers l'extérieur de la surface d'ecoulement.

Les matériaux pour lesquels la fonction de potentiel plastique est identique à la fonction de densification suivent une "loi d'écoulement associée". Dans les autres cas on a des modèles avec "loi d'écoulement non - associée". Ces derniers modèles nécessitent l'introduction d'un autre paramètre (l'angle de friction) dans la fonction de densification et sont considérés plus difficiles du point de vue du calcul numérique [**HAS 91**].

1.3.3.1 Modèles avec critère de densification unique

Les surfaces d'écoulement sont représentées dans un espace réduit, le plan $\sqrt{J_2} - P$ (fig. 1.6):

$$P = \frac{1}{3}(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) \tag{12}$$

$$J_2 = \frac{1}{6}\left[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2\right] \tag{13}$$

Où les variables dépendantes sont la pression hydrostatique P et la contrainte équivalente de von Mises. J_2-le deuxième invariant du tenseur déviateur de contraintes ; σ_1, σ_2, σ_3- contraintes principales. Les modèles les plus représentatifs sont ceux proposés par Von Mises et Drucker - Präger ayant une surface de densification fixe (voir Figure 1.6).

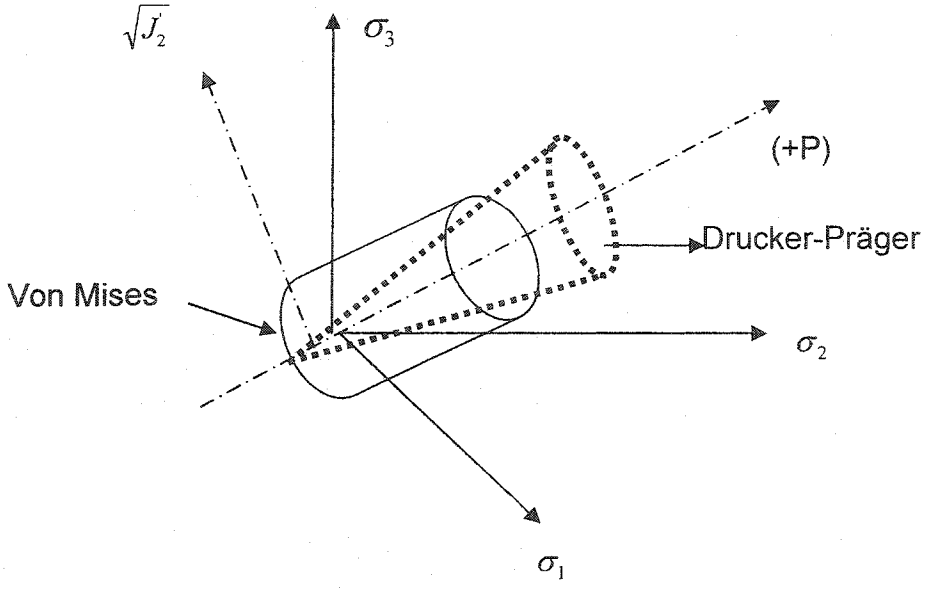


Figure 1.6 Surfaces de densifications dans les modèles Von Mises et Drucker - Präger

La surface de Drucker - Präger est décrite par l'équation :

$$F = \sqrt{J_2} - P\tan\beta - d = 0 \qquad (14)$$

où: β - l'angle de friction interne du matériau, d - tient compte de la cohésion du matériau (voir aussi la figure 1.7). Le critère Drucker – Präger [**DRU 52**] suppose que le matériau a une faible résistance au cisaillement pour P égale à 0, qui est due à la faible cohésion entre les particules lorsque la pression hydrostatique est faible.

1.3.3.2 Modèles avec critères de densification multiples : Modèle Cap

On peut classifier les modèles dans deux groupes. Le premier qui a une fonction de densification fixe et une autre dynamique et le deuxième dans lequel on a plus d'une fonction dynamique. Le modèle le plus représentatif appartenant au premier groupe est le modèle Cap.

Le modèle a été développé initialement pour représenter le comportement mécanique des sols en géologie. Le concept du modèle est celui de la déformation continue du matériau; ainsi la surface de déformation est partagée en deux régions [**AYD 96**], une surface de cisaillement et un cap (bouchon) qui intersecte l'axe de la pression hydrostatique. Il existe plusieurs modèles Cap où la fonction d'écoulement est exprimée sous des formes différentes. Par exemple le modèle Drucker – Präger Cap est présenté à la figure 1.7. L'équation (15) décrit la forme de la surface Cap elliptique :

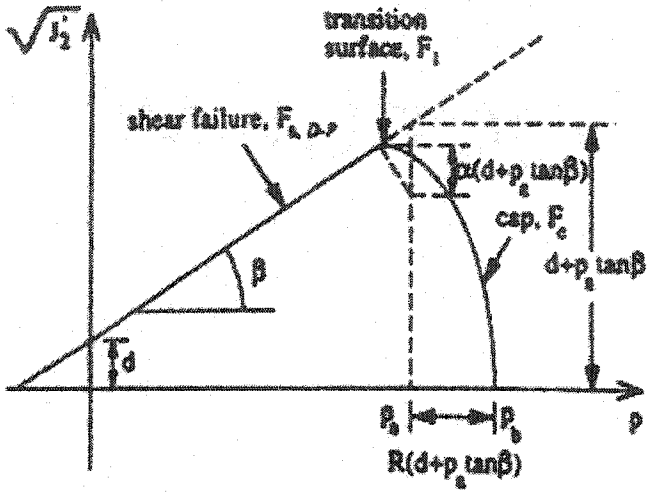


Figure 1.7 Surface Drucker - Präger Cap [ABA 01]

$$F = \left\{ (P - p_a) + \left[\frac{R\sqrt{J_2}}{1 + \alpha - \frac{\alpha}{\cos\beta}} \right]^2 \right\}^{\frac{1}{2}} = 0 \qquad (15)$$

Où : *R*- paramètre qui contrôle la courbure du Cap; α = (0.01-0.05); p_a - paramètre qui décrit l'évolution de la déformation plastique volumique. Il faut avoir aussi une loi qui relie la pression hydrostatique de déformation p_b à la déformation plastique volumique correspondante :

$$p_a = \frac{(p_b - dR)}{(1 + R\tan\beta)} \qquad (16)$$

Un autre modèle (Di Maggio- Sandler Cap) propose une fonction :

$$F = \sqrt{J_2'} - [k_1 - k_2 exp(k_3 - P)] = 0 \qquad (17)$$

où :k_1, k_2, k_3 sont des constantes du matériau [**GOO 93**]. Le modèle contient la caractéristique la plus importante pour le pressage des poudres qui attribue la consolidation à l'effet combiné de la pression et du cisaillement. L'écoulement plastique est défini avec une fonction potentielle plastique dans le plan $\sqrt{J_2'}$ - P, associée sur le Cap et non associée sur la surface d'écoulement en cisaillement et sur la surface de transition.

Parmi les modèles avec des fonctions de densification dynamiques, Vermeer [**VER 78**] a proposé un modèle avec deux surfaces de déformation qui s'intersectent, l'une décrivant la surface de déformation en cisaillement et l'autre le changement de volume de compaction.

1.3.4 Autres modèles

Les modèles utilisés dans la mécanique des sols peuvent trouver leur application dans le pressage des poudres, le modèle Cam – Clay étant le plus représentatif.

1.3.4.1 Modèle Cam- Clay

Ce modèle est utilisé dans la mécanique des sols [**ROS 58**]. La particularité du modèle est la ligne de l'état critique qu'il propose; la surface de déformation a une forme elliptique et passe par l'origine (voir la figure 1.8). L'axe mineur augmente le long de la ligne d'état critique qui est décrite par l'équation :

$$F(J_2', P) = 2J_2' + M.P(P - P_0) = 0 \qquad (18)$$

J_2' - le deuxième invariant du tenseur déviateur de contraintes; M - constante du matériau correspondant à la pente de la ligne d'état critique ; la partie au dessus de la ligne correspond à dilatation tandis que la partie en dessous correspond à une densification; $P_0(\rho)$ est une fonction de la variable d'écrouissage :

$$dP_0/P_0 = kd\rho/\rho \qquad (19)$$

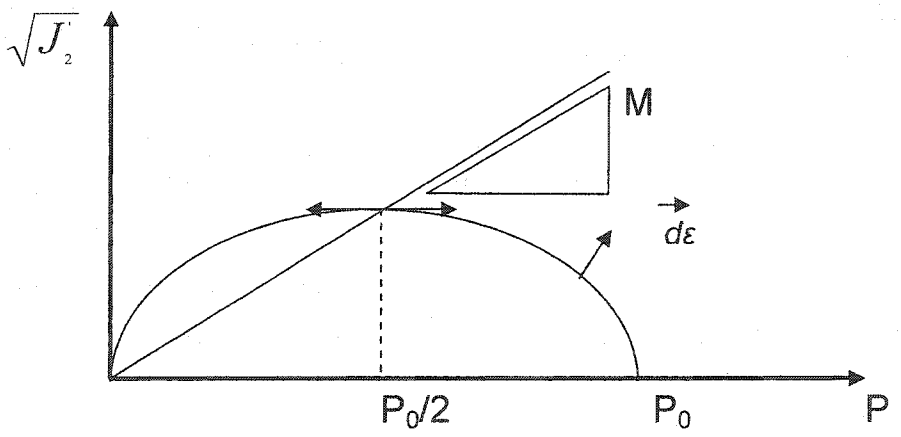


Figure1.8 Ligne d'état critique dans le modèle Cam Clay [ABA 01].

Une limitation du modèle est que dans le domaine des contraintes moyennes négatives, on n'a pas de cohésion entre les particules. On sait en fait qu'il existe une certaine résistance à la traction [**PAV 96**].

1.3.4.2 Modèle Kuhn- Shima

Dans cette approche (corps poreux), la fonction de densification est représentée par :

$$F = 2\left(\sqrt{J_2^{'}}\right)^2 + B.P^2 - C.\frac{2}{3}\sigma_y{}^2 = 0 \qquad (20)$$

P - pression hydrostatique; σ_y- contrainte équivalente d'écoulement de la particule en tension axiale; B, C – paramètres fonction de la densité relative "relaxée", après le retour élastique.

Les matériaux poreux sont considérés comme des cubes élémentaires possédant chacun un pore. La figure 1.9 présente la forme de la fonction dont les paramètres B, C dépendent du ratio de la résistance du matériau (avec la densité théorique) sur la résistance apparente du matériau (incluant les pores) [**SHI 76**].

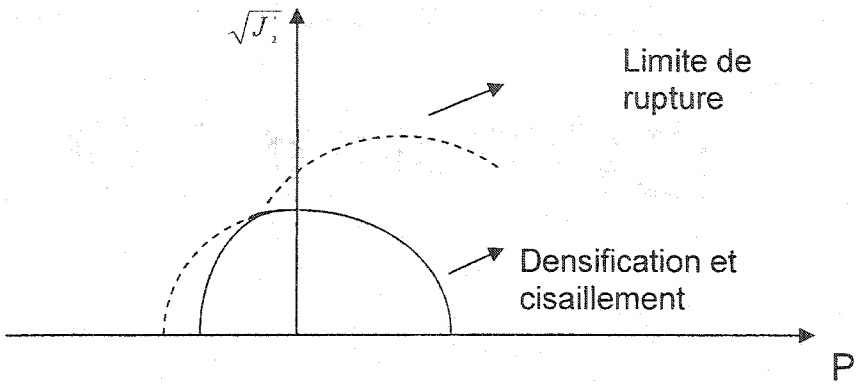


Figure 1.9 Modèle Kuhn –Shima [SHI 76].

Le modèle décrit bien le régime "doux" du pressage (qui correspond à la déformation de particules) mais ne peut pas déterminer le durcissement dans la matrice [**BRO 92**] parce que il ne tient pas compte de l'écrouissage. Ce modèle est toutefois inapplicable pour le régime "dur" correspondant au réarrangement des particules pour des densités faibles.

1.3.4.3 Modèle Tszeng

L'auteur propose une fonction d'écoulement en combinant le critère de Mohr - Coulomb et la partie "Cap" du modèle :

$$\Phi = \xi\Phi_I + (1-\xi)\Phi_S \qquad (21)$$

avec : Φ_I et Φ_S fonctions associées à la déformation plastique des systèmes de poudres avec respectivement une forme très irrégulière et sphérique [**TSZ 99**];
ξ est une variable qui est fonction de la morphologie de la particule et qui peut être évaluée par l'expression :

$$\xi = M.q^2 + 1 - q \qquad (22)$$

qui assure la continuité de la fonction à l'origine contrairement à la première version [**TSZ 96**]. La forme de la surface de densification pour une poudre de cuivre est montrée à la figure 1.10 (pour différentes densités relatives).

Le paramètre morphologique *M* varie entre 0 (pour particules sphériques) et 1 (pour particules très irrégulières). Quant à q, il correspond à une contrainte de cisaillement quantifiée qui dépend de la cohésion de l'agrégat, qui elle est fonction de l'angle de friction interne.

Le modèle permettra (voir la figure 1.10) pour une poudre avec une certaine distribution de forme des particules [**ITO 91**], d'établir le paramètre M a partir de tests de compression simple (pour déterminer la limite d'élasticité) et par la suite de relier M aux paramètres fondamentaux qui décrivent la morphologie de la poudre comme : diamètre équivalent, paramètres de Hausner, rugosité de la surface.

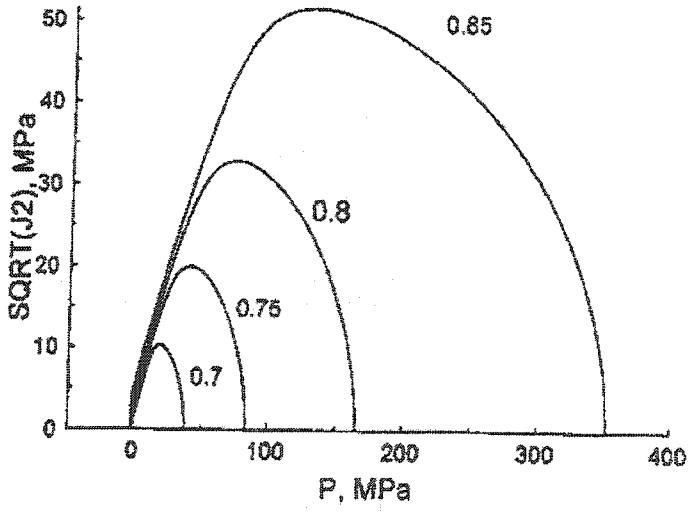


Figure 1.10 Évolution de la surface de densification pour différentes densités dans le modèle de Tszeng [TSZ 96].

1.3.4.4 Modèle de Park

Le modèle [**PAR 99**] est une amélioration de celui de Doraivelu [**DOR 84**] validé pour une poudre de cuivre et qui tient compte de la forme des particules, de la distribution granulométrique par l'entremise d'un coefficient de durcissement m.

$$\left(2 + D^2\right) J_2' + \frac{1 - D^2}{3} P^2 = \left(\frac{D - D_t}{1 - D_t}\right)^m \left(K \cdot \overline{\varepsilon_o}\right)^2 = \eta . \sigma_y^2 \qquad (23)$$

$$\sigma_y = K \cdot \overline{\varepsilon_o}$$

où : D -densité relative, D_t- densité tassée (critique) , m - exposant de durcissement géométrique (fonction de la forme de la particule et de la distribution granulométrique) ;n - exposant de durcissement par écrouissage; K - coefficient de résistance, ε_0-déformation plastique accumulée dans le métal de base, σ_Y -limite d'élasticité du matériau de la particule. L'évolution de la surface avec la densité relative est présentée à la figure 1.11

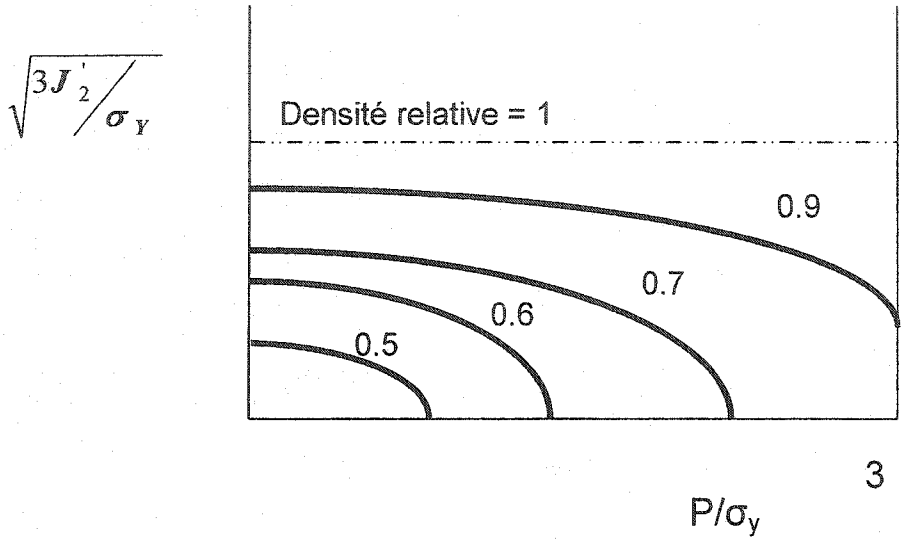


Figure 1.11 Évolution de la surface avec la densité dans le modèle de Park [PAR 99].

1.3.4.5 Modèle de Gurson

L'auteur propose un modèle [**GUR 77**] qui contient une matrice en matériau dense et une faible porosité uniformément distribuée dans la matrice (la forme des pores étant sphérique), l'équation suivante décrit la modèle :

$$\Phi = \left(\frac{q}{\sigma_y}\right)^2 + 2q_1 f\cosh\left(-\frac{3q_2}{2}\frac{P}{\sigma_y}\right) - (1 + q_3 f^2) = 0 \qquad (24)$$

avec q : la contrainte de Von Mises, f - la fraction volumique des pores dans la matrice, σ_y - limite d'écoulement pour le matériau dense de la matrice. q_1, q_2, et q_3 sont des coefficients fonction de la fraction volumique des pores et de la pression P. La surface de densification est représentée à la figure 1.12.

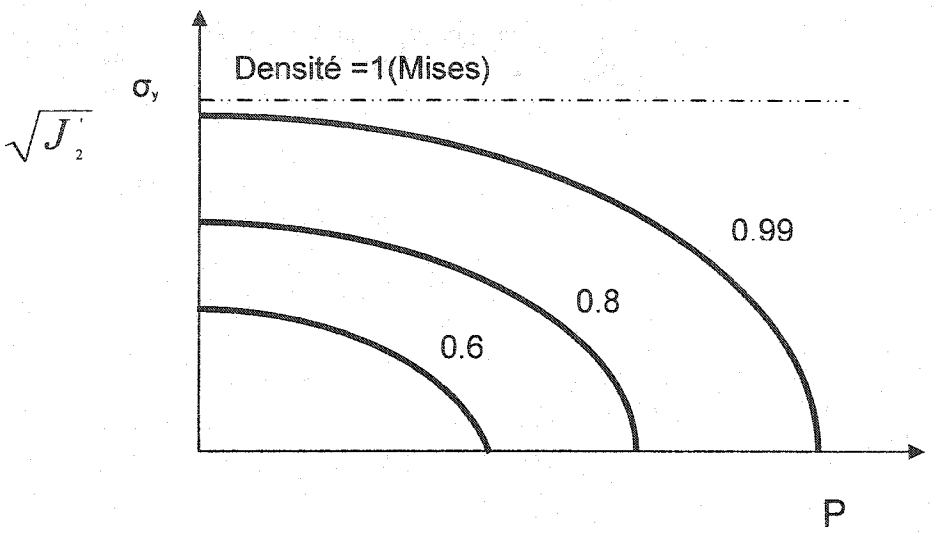


Figure 1.12 Évolution de la surface de densification avec la densité dans le modèle de Gurson [GUR 77]

L'approche la plus appropriée serait de combiner des modèles pour décrire le comportement de la poudre dans le régime de haute densité supérieure à 95% [**RED 98**].

1.3.4.6 Modèle de Lade

Le modèle présenté à la figure 1.13 caractéristique à la mécanique des sols [**LAD 77**] fait partie de la catégorie avec de multiples surfaces de densification. Les deux surfaces, conique et Cap, sont isotropes (durcissement/ adoucissement) et peuvent être actives simultanément dans la zone 3, seulement le Cap dans la zone 2 et seulement la surface conique dans la zone 4. Pour la caractérisation du modèle, il est nécessaire d'avoir quatorze paramètres expérimentaux.

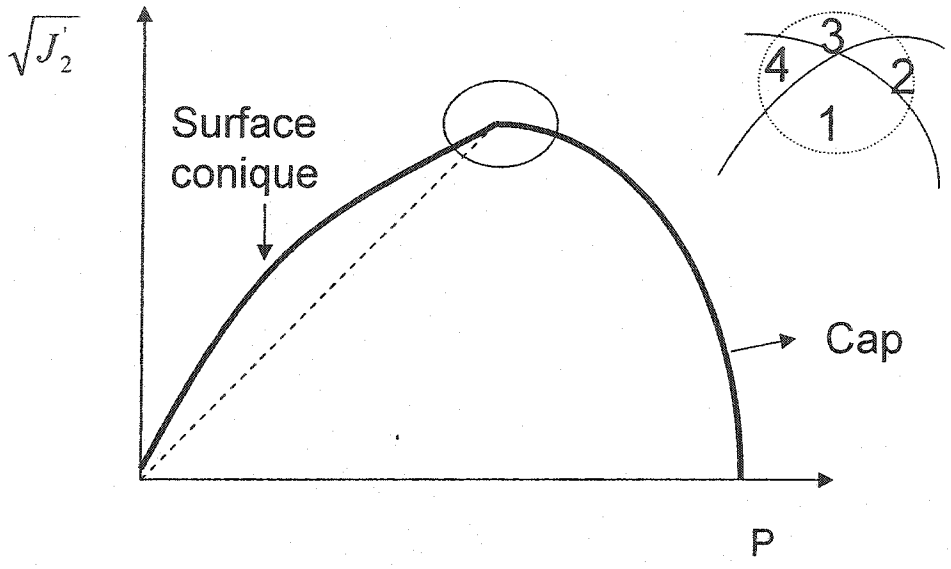


Figure 1.13 Les surfaces de densification dans le modèle de Lade [LAD 77]

1.3.5. Modèles pour interface pièce – matrice

En plus du critère de densification, il est nécessaire de connaître les conditions aux interfaces afin de simuler la compaction de poudres. Les sections suivantes présentent quelques considérations importantes reliées au frottement.

1.3.5.1 Modélisation du contact

Dans l'approche en milieu continu, si on considère que la matrice est rigide et que le contact se fait sans interpénétration, les équations mécaniques et cinématiques suivantes décrivent le contact unilatéral [**RAP 98**] :

$$\begin{aligned} &\sigma_n \le 0 \\ &\Delta V.n \le 0 \\ &(\Delta V.n)\sigma_n = 0 \end{aligned} \qquad (25)$$

où : σ_n - contrainte normale; ΔV - vitesse relative; n - vecteur normal au point M (voir figure 1.14). La pression de contact est définie comme $p_c = -\sigma_n$ ($p_c>0$ en cas de contact). La deuxième équation impose que les corps ne s'interpénètrent pas (le contact devient unilatéral pour $\Delta V.n < 0$). La troisième équation provient soit de $\sigma_n = 0$ (perte de contact) soit de $\Delta V.n = 0$ (poursuite du contact sans interpénétration).

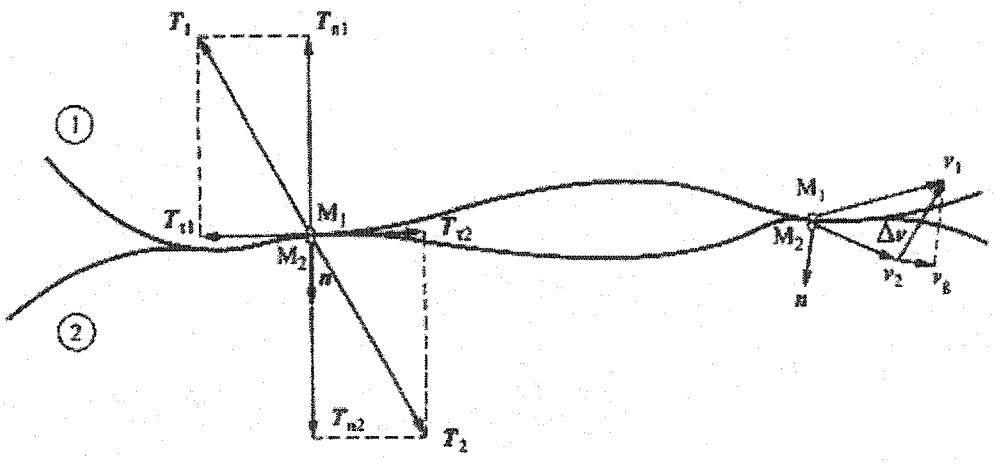


Figure 1.14 Modélisation du contact dans la loi de frottement [RAP 98].

$T_n = (T.n)$ - le vecteur contrainte normal (sa norme représente σ_n) ; $T_\tau = T - (T.n)n$ le vecteur contrainte tangentielle (sa norme représente la contrainte de frottement); $\Delta V = V_1 - V_2$ -vitesse relative du corps 1 par rapport au corps 2; $V_g = \Delta V - (\Delta V.n)n$ - vecteur vitesse relative de glissement (la composante tangentielle de ΔV).

1.3.5.2 Modélisation du frottement dans la métallurgie ses poudres

Il existe une tendance accrue pour la simulation du pressage des poudres en matrice fermée, pour lesquelles des données "entrée" exactes sont nécessaires. Le pressage des poudres est un processus complexe et difficile à comprendre car il découle d'une combinaison entre l'écoulement de la poudre et la déformation élastique et plastique des particules en plus d'être influencé fortement par le frottement. De plus, le coefficient de frottement qui entre dans la composition de la loi de frottement est un paramètre qui varie en fonction de l'état de la poudre (densité, déformation) entre autres.

Il est donc important d'avoir une évaluation exacte de l'évolution du coefficient de frottement dans tous les régimes de densité qui se développent pendant le pressage de poudres. Idéalement, il serait utile de faire une distinction entre le frottement inter - particules et le frottement sur les parois et les surfaces des outils.

Si on veut entièrement considérer le processus de pressage, il faut envisager l'effet joué par le coefficient de frottement aussi dans la phase d'éjection car sa variation peut conduire au phénomène de post pressage.

1.3.5.2.1 Lois de frottement

La loi de frottement permet de calculer la contrainte tangentielle en fonction de plusieurs paramètres : σ_n -contrainte normale, V_g (la vitesse de glissement), la rugosité de la surface des deux corps et éventuellement le comportement du lubrifiant.

Parmi plusieurs modèles disponibles (Coulomb, Tresca, viscoplastique), le modèle de Coulomb est le plus utilisé.

Loi de Coulomb

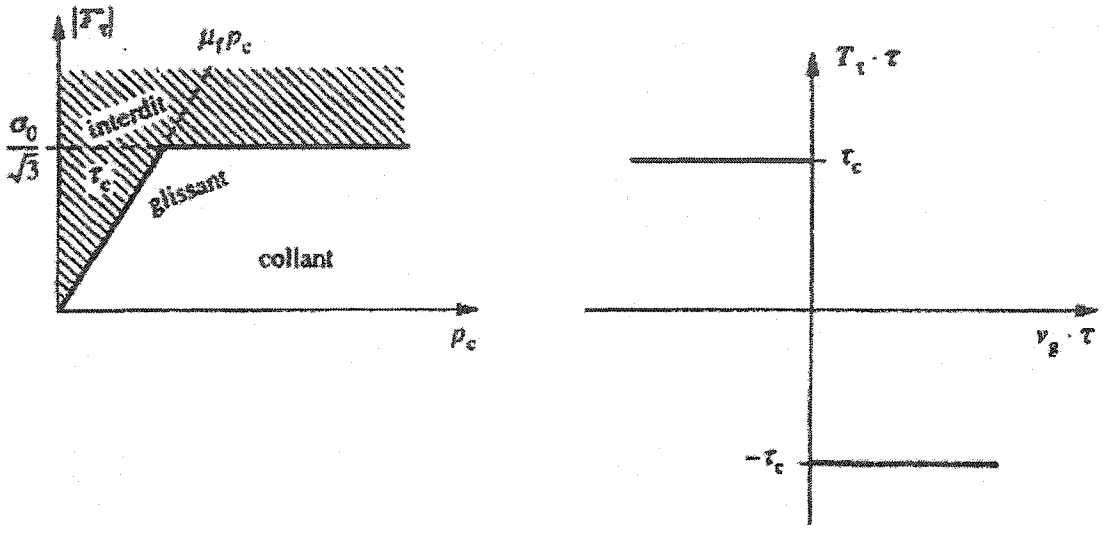
Le modèle de Coulomb considère que la pression de contact p_c et le coefficient de frottement μ_f déterminent la valeur d'un seuil de contrainte tangentielle τ_c en dessous duquel aucun glissement relatif n'apparaît (voir la figure 1.15). Le seuil de glissement est donné par **[RAP 98]** :

$$\tau_c = \mu_f p_c \tag{26}$$

Si on considère le frottement isotrope (le seuil τ_c ne dépend pas de la direction de la vitesse relative V_g) et que V_g est non nulle, l'expression de la contrainte tangentielle de frottement est :

$$\tau_c = -\frac{\mu_f p_c V_g}{|V_g|} \tag{27}$$

L'explication physique de la croissance du seuil de cission avec p_c est due à l'augmentation de l'aire de contact au niveau des particules et à leur rugosité.



(a) (b)

Figure 1.15 Seuil contrainte tangentiel dans la loi de Coulomb (a) et le vecteur τ (b) [RAP 98].

Loi de Tresca

Le modèle impose une limite supérieure au seuil de glissement τ_c, figure 1.16a :

$$\tau_c = \overline{m}.\frac{\sigma_0}{\sqrt{3}} \qquad (28)$$

avec σ_0 - la contrainte d'écoulement du matériau, $\overline{m} \in [0,1]$.

Loi de type viscoplastique

Dans le modèle viscoplastique, on élimine la notion du domaine interdit. La contrainte croît avec la vitesse relative. Dans la loi de Norton, il n'existe aucun

seuil. Ce type de loi est utilisé pour les corps ayant un comportement viscoplastique pur (voir la figure 1.16b).

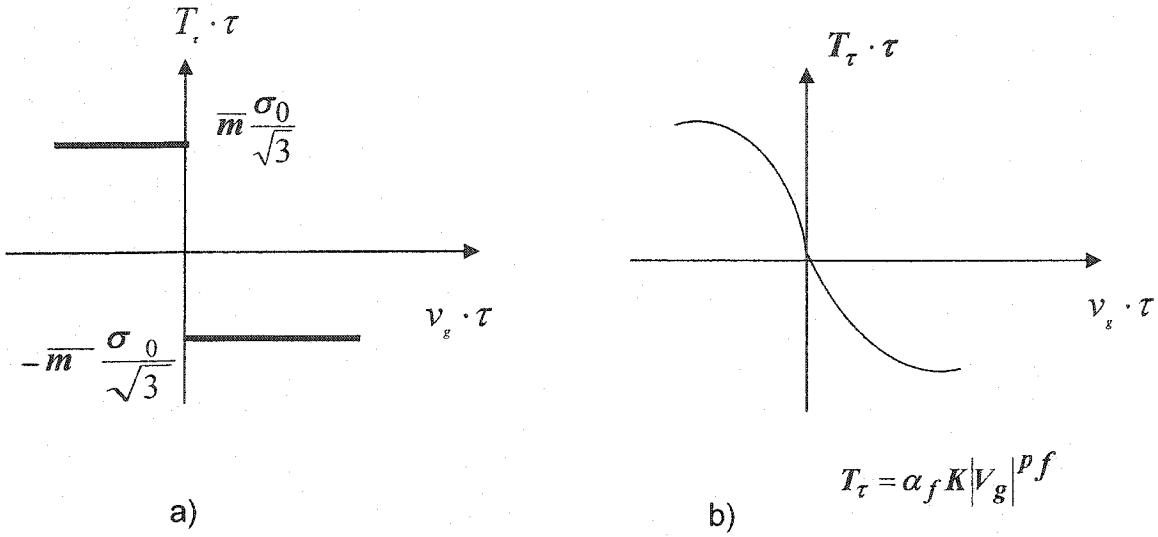


Figure 1.16 Lois de frottement de Tresca (a) et Norton (b) [RAP 98].

1.3.5.2.2 Méthodes de mesure du coefficient de frottement

Le frottement est inévitable dans la métallurgie des poudres; il est dans la plupart des cas non désirable. On a deux situations distinctes dans lesquelles le frottement se manifeste dans la métallurgie des poudres: le frottement entre la pièce, les parois de la matrice et les poinçons et le frottement entre les particules. Pour l'évaluation du frottement entre la pièce et les parois de la matrice, deux types de montage sont utilisés: celui de la matrice instrumentée et celui d'un mince disque de poudres comprimées qui glisse sur un bloc simulant la surface des parois.

Dans le premier cas **[GUY 01]** présenté à la figure 1.17, est difficile de mesurer directement en continu le coefficient de frottement. La distribution de la contrainte radiale est mesurée en plusieurs points dans la région centrale. Les valeurs de la contrainte axiale sont évaluées à partir d'une interpolation linéaire entre les valeurs mesurées aux niveaux des senseurs positionnés sur les deux poinçons. Ainsi, il est difficile de déterminer le coefficient de frottement dans le régime de faible pression parce que la poudre ne se comporte ni comme un liquide, ni comme un solide.

Quant au deuxième montage, représenté à la figure 1.18 **[SOL 01]**, il a l'avantage de pouvoir réaliser la mesure du coefficient de frottement dans des régimes de faible densité (5-400 MPa) en utilisant une matrice rotative et un déplacement contrôlé du poinçon.

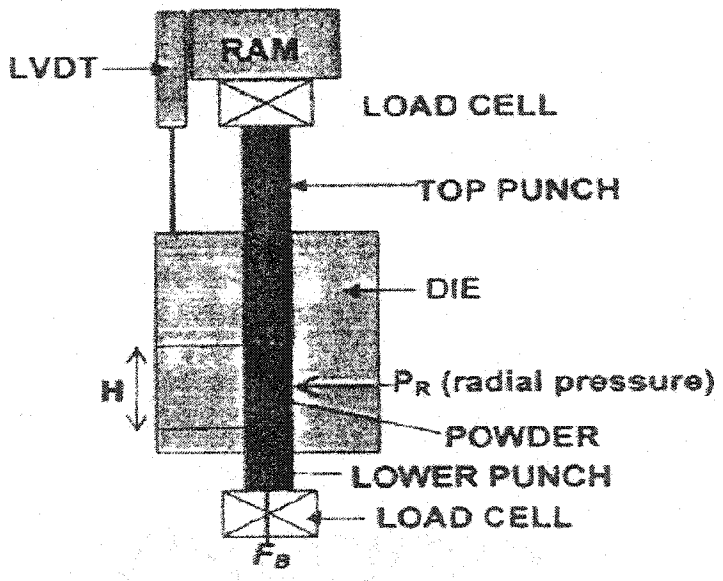


Figure 1.17 Montage avec matrice instrumentée [GUY 01].

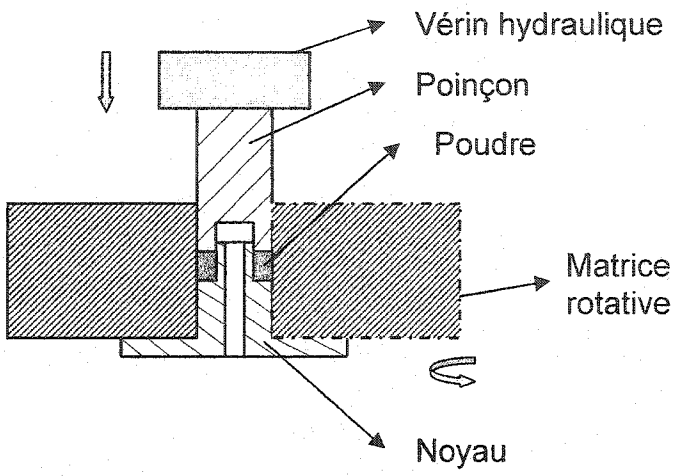


Figure 1.18 Montage avec matrice rotative; d'après [SOL 01].

La faiblesse commune de ces deux montages est que l'influence de la contrainte normale ne peut être séparée de l'influence de la densité, ce qui est réalisé dans le montage proposé par [**DOR 01**] à la figure 1.19. En plus le montage permet la mesure du coefficient de frottement dans des régimes de vitesse et de déplacement qui se situent dans le domaine des applications industrielles.

Dans le cas du frottement inter particules, on peut obtenir des valeurs utiles pour le calcul du temps de remplissage de la matrice par le transfert complet de la poudre.

En principe, la résistance pendant l'écoulement des poudres est due principalement aux contacts inter particules; elle inclut aussi la chimie de la surface, la taille et la forme des particules.

Parmi les paramètres permettant d'évaluer le frottement inter particules, le plus utilisé est l'angle de repos [**BRO 70**]. On utilise aussi d'autres paramètres

comme l'angle de friction interne et le coefficient cinématique qui sont présentés à la figure 1.20.

Comme l'angle de repos est fortement influencé par plusieurs facteurs (humidité, temps de contact, cohésion entre particules), il ne fournit pas une mesure directe de la friction interne dans la poudre. En plus, la reproductibilité des essais est très faible.

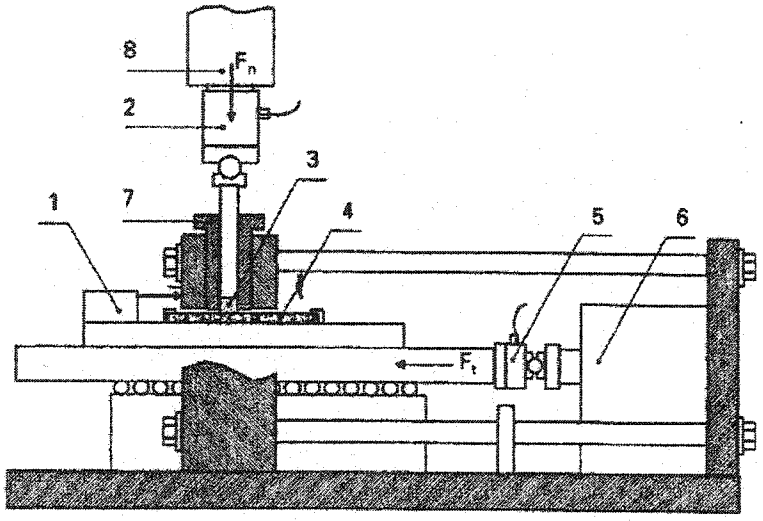


Figure 1.19 Dispositif avec pièce glissante [DOR 01] : 1-transducteur optique, 2-transducteur, 3-disque, 4-bloc, 5-cellule de charge, 6-presse hydraulique, 7-matrice cylindrique, 8-presse.

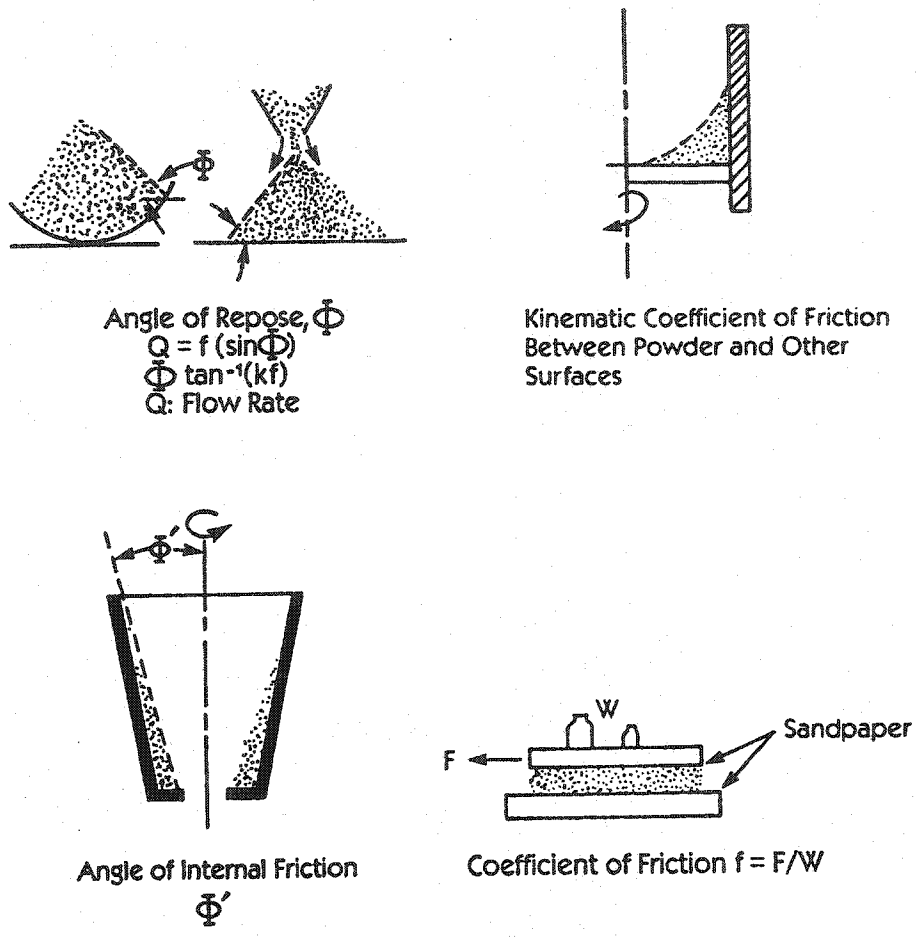


Figure 1.20 Paramètres pour la caractérisation de la friction interne [BRO 70].

Un autre essai proposé par Jenike [**AST 97**] tient compte du frottement sur la paroi avec le frottement interne des particules (voir la figure 1.21).

En résumé, il existe encore un manque de résultats exacts pour discerner les deux types de frottement, surtout pour des domaines de densité, déplacement et vitesse caractéristiques des processus industriels.

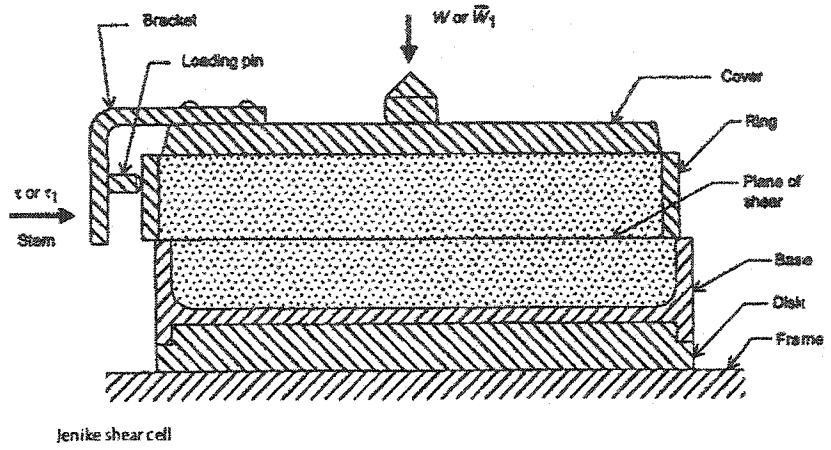


Figure 1.21 Essai avec le montage de cisaillement [AST 97].

1.3.5.3 Simulation du frottement dans la métallurgie des poudres

Pour combler le manque de résultats expérimentaux valides donnant l'évolution du coefficient de frottement, plusieurs moyens on été utilisés :

- modèle analytique;
- l'analyse par éléments finis;
- modèles bâtis à l'aide de Graphical Software Design Tools (comme MatrixX, Matlab, Modelica).

On peut affirmer que du point de vue de la modélisation, le pressage (dans la métallurgie des poudres) est un processus non linéaire en ce qui concerne le comportement du matériau, les déformations et le contact.

1.3.5.3.1 Modèle analytique

Un modèle qui permet de décrire la chute de la pression en fonction du coefficient de frottement et de la géométrie de la pièce (voir la figure 1.22) est celui proposé par [**TUR 00**]. Les auteurs proposent une évaluation du coefficient de frottement μ par l'entremise du coefficient de glissement η, qui augmente quand μ diminue, dans les limites de 0 à 1, selon les équations 28 :

$$p(x) = p_0 exp\left(\frac{-4.\mu hz}{d}\right) \qquad \eta = exp(-4z\mu) \tag{28}$$

où : $p(x)$-pression a une distance x du poinçon appliquant la charge

μ – coefficient de frottement

z - rapport $\sigma_r / \sigma_x = tg\ \Phi$

Φ – angle de transmission de la pression dans la poudre

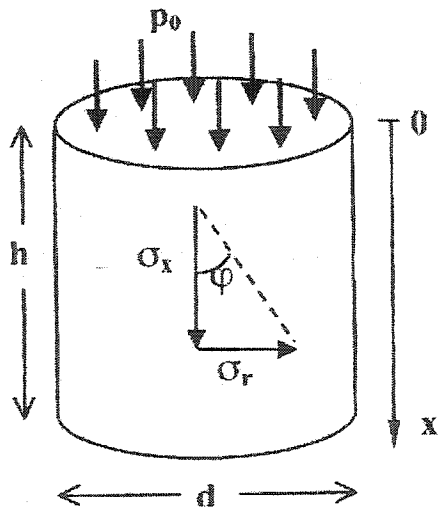


Figure1.22 Modèle analytique pour l'évaluation du frottement [TUR 00].

Un autre modèle empirique est proposé par [**DOR 01**] suite aux essais expérimentaux effectués pour un déplacement comparable à celui de la phase d'éjection :

$$\mu_0 = exp\left(\frac{-\sigma_n}{1169}\right)\times\left(-0.14\frac{\rho}{7.33}+0.224\right)\times\left(1.437tanh\left(\frac{v}{12.6}+0.886\right)\right) \qquad (29)$$

avec : μ_0 - le coefficient de frottement minimal, σ_n - la contrainte normale, v - vitesse de pressage, ρ -densité.

1.3.5.3.2 Facteurs d'influence sur le coefficient de frottement

Plusieurs essais expérimentaux et analyses numériques ont démontré que certains facteurs jouent un rôle très important dans l'évolution du coefficient de frottement. On retrouve: la densité du matériau, la qualité de la surface de la matrice et des outils, le type et la quantité de lubrifiant, le mode de lubrification, la vitesse de pressage et, dans une faible mesure, la température.

La densité du matériau

C'est le facteur qui influence de façon très sensible le frottement provoquant une très grande instabilité pour le coefficient de frottement dans le régime de faible densité [**SOL 01**].

Comme la figure 1.23 le démontre, le coefficient de frottement présente une grande variation avec le temps pour le matériau à plus faible densité. Les valeurs sont obtenues pour une poudre de fer avec 5% (poids) lubrifiant.

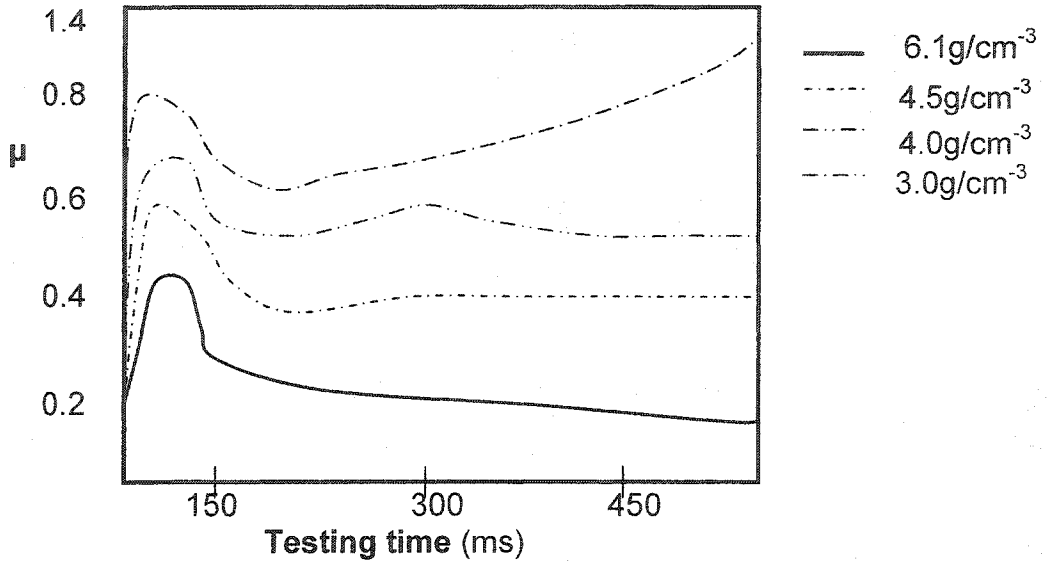


Figure 1.23 Variation du coefficient de frottement dans le régime de faible densité; d'après [SOL 01].

La vitesse de pressage

Malgré le fait que le nombre d'auteurs qui ont porté une attention particulière à l'influence de la vitesse de pressage sur le coefficient de frottement n'est pas très grand, Oldenburg et al. [**OLD 96**] ont établi une relation (équation 30) qui inclut l'effet de la vitesse de pressage, en utilisant un montage spécifique aux essais des huiles et des graisses (type CAMERON – PLINT) :

$$\mu = \mu_B\left(1 + f_v.f_\rho\right) \qquad (30)$$

avec : μ_B - coefficient de frottement constant, f_v, f_ρ – coefficients d'influence de la densité et de la vitesse de glissement.

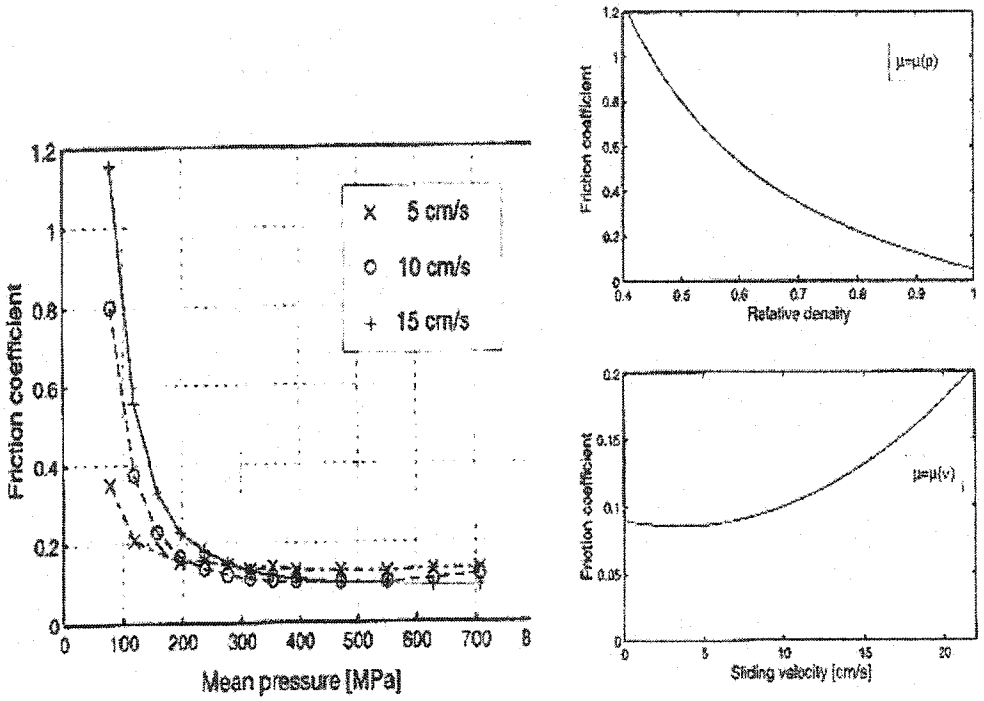


Figure 1.24 Variation du coefficient de frottement [OLD 96].

La figure 1.24 suggère une augmentation du coefficient de frottement avec la vitesse. L'effet est plus visible dans le domaine des faibles pressions et les auteurs suggèrent qu'on devrait utiliser un coefficient de frottement variable.

Quant à l'influence de la vitesse de pressage sur la contrainte radiale [**SIN 01**], on retrouve le même effet que celui manifesté en fonction de la pression (voir la

figure 1.25) puisque la contrainte radiale est directement reliée à la pression appliquée.

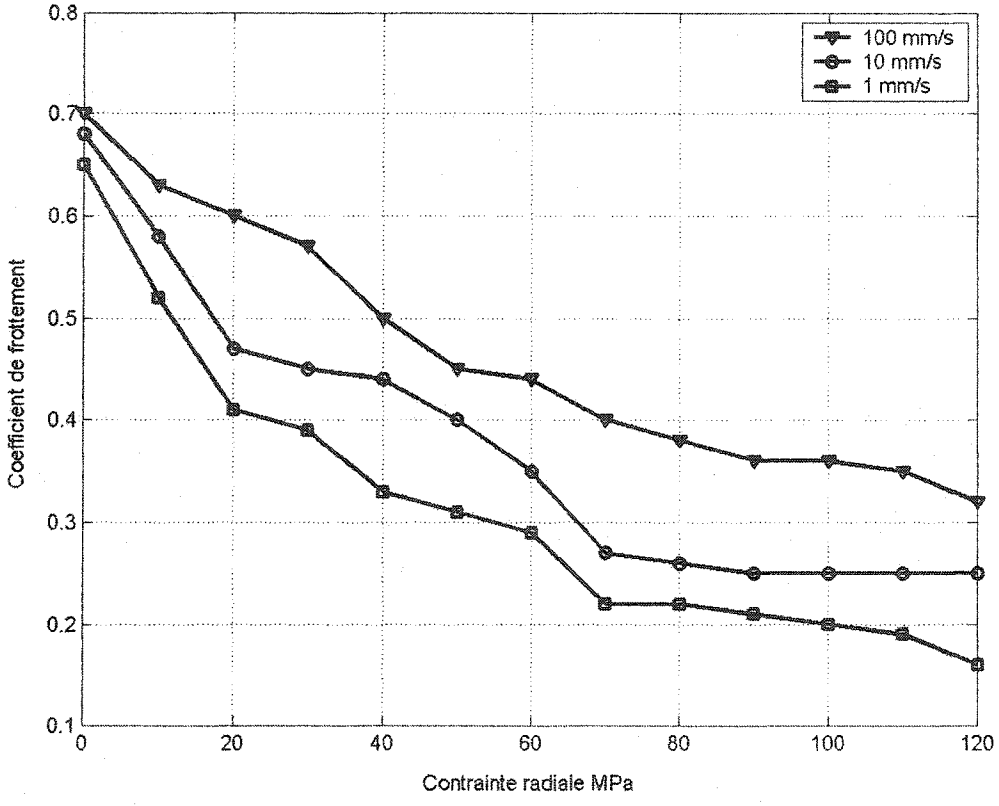


Figure 1.25 Variation du coefficient de frottement en fonction de la contrainte radiale; d'après [SIN 01].

La taille des particules et la qualité de la surface des outils

Selon l'analyse faite par Cameron et Gehtin [**CAM 01**] à l'aide d'une combinaison entre la méthode d'éléments finis et celle des différences finies, l'influence de la taille de la particule doit être évaluée en relation avec la rugosité de surface de la matrice. Dans le cas de particules avec une grande taille, le frottement sur les

parois est accru quand la rugosité est plus élevée (voir la figure 1.26) par la déformation des particules, tandis que dans le cas des particules fines, le frottement plus élevé n'est pas nécessairement obtenu dans le cas de la plus grande rugosité. Cela est dû à la formation d'un plan naturel de cisaillement à l'intérieur de la poudre tel qu'illustré à la figure 1.27.

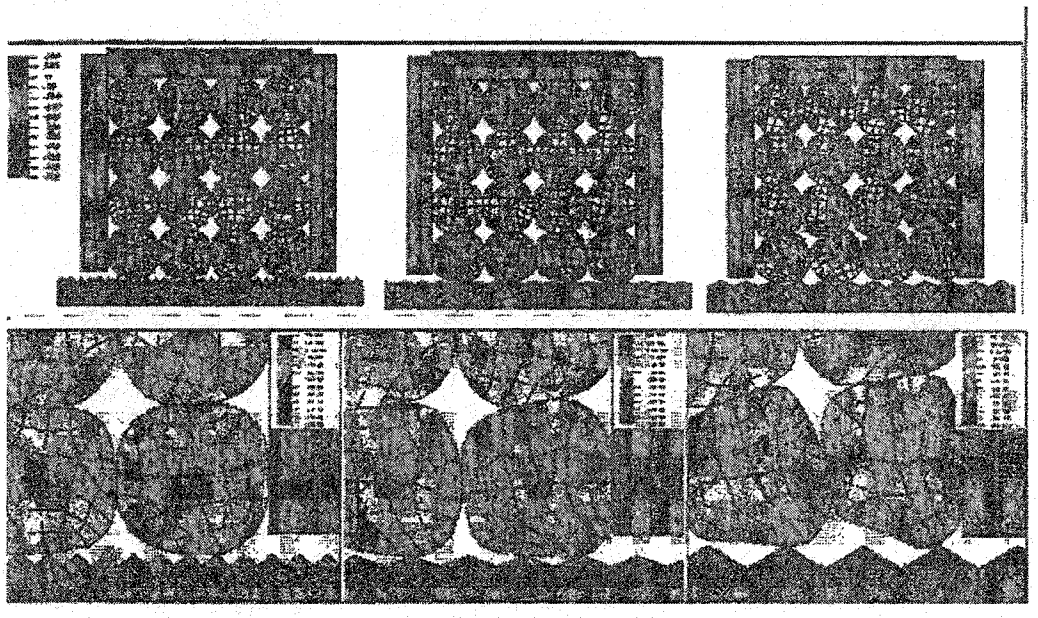


Figure 1.26 Déformation des grandes particules accentuée par la grande rugosité [CAM 01].

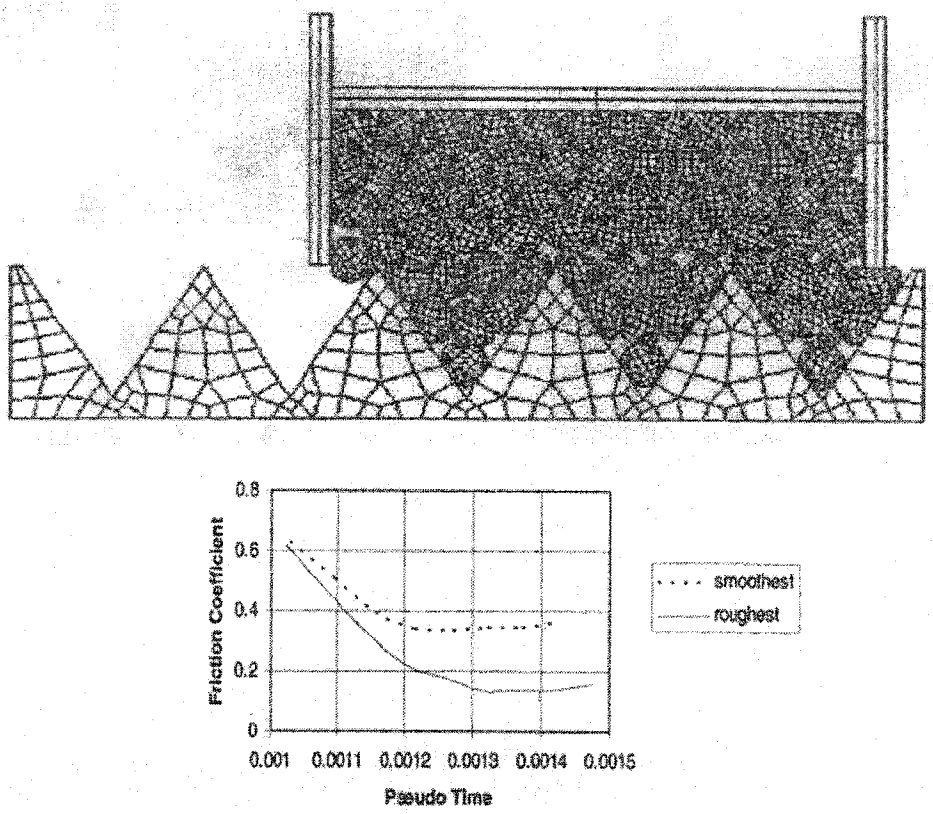


Figure 1.27 Plan de cisaillement dans le cas de fines particules [CAM 01].

L'état d'écrouissage de la particule

L'influence de l'écrouissage se manifeste surtout sur le coefficient de frottement dynamique [**CAM 01**]. En général, les particules plus dures ont un coefficient de frottement dynamique moins élevé (figure 1.28).

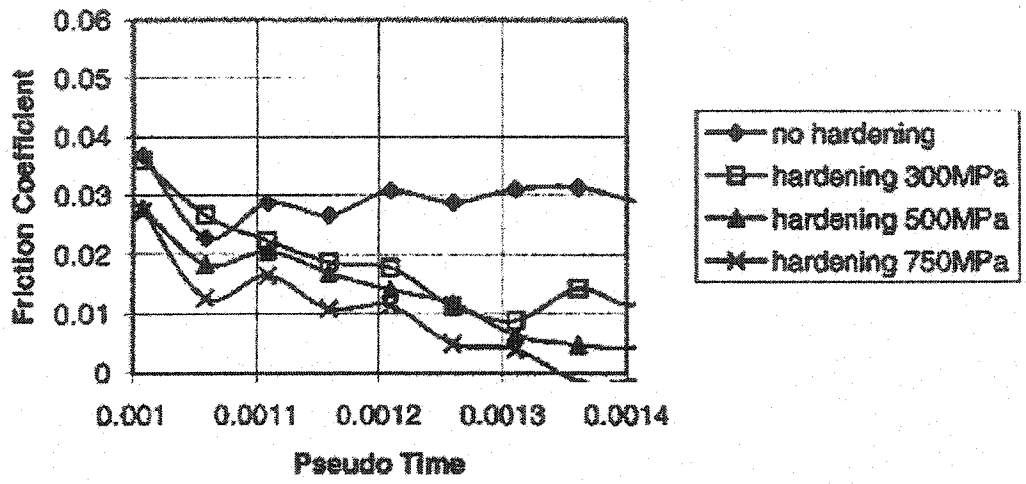


Figure 1.28 Influence de l'écrouissage sur le coefficient de frottement [CAM 01].

Le lubrifiant et le mode de lubrification

Si le comportement du lubrifiant est évalué par l'entremise du coefficient de glissement défini plus tôt, on aperçoit [**TUR 99**] la présence d'une transition sur la courbe (figure 1.29) indiquant l'existence de deux types de densification, chacun avec son propre mécanisme de friction. Les deux types de densification sont présents tant dans le cas de lubrification sur les parois et volumique que dans le cas de la lubrification volumique seulement. Le contenu en lubrifiant n'affecte pas de façon décisive l'aspect de la courbe, ce qui est montré à la figure 1.30.

Si la décroissance du coefficient de glissement (en fait la croissance du coefficient de frottement) est due à l'augmentation du rapport contrainte radiale - contrainte axiale, la décroissance du coefficient de frottement n'est pas reliée seulement à l'expulsion du lubrifiant vers les parois mais aussi à la diminution de

la rugosité du comprimé et la croissance de la surface de contact qui entraîne une diminution de la pression effective. Cela est synthétisé à la figure 1.31 [**DOR 01**].

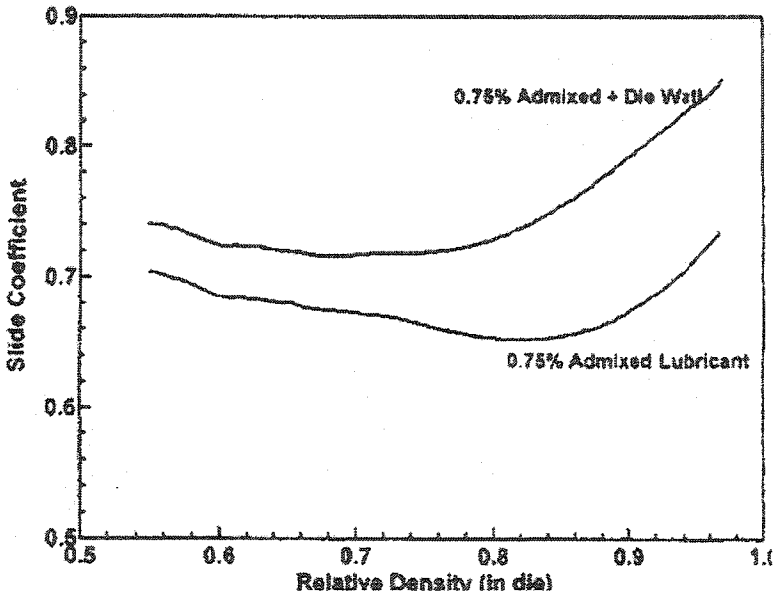


Figure 1.29 Différentes mécanismes de friction [TUR 99].

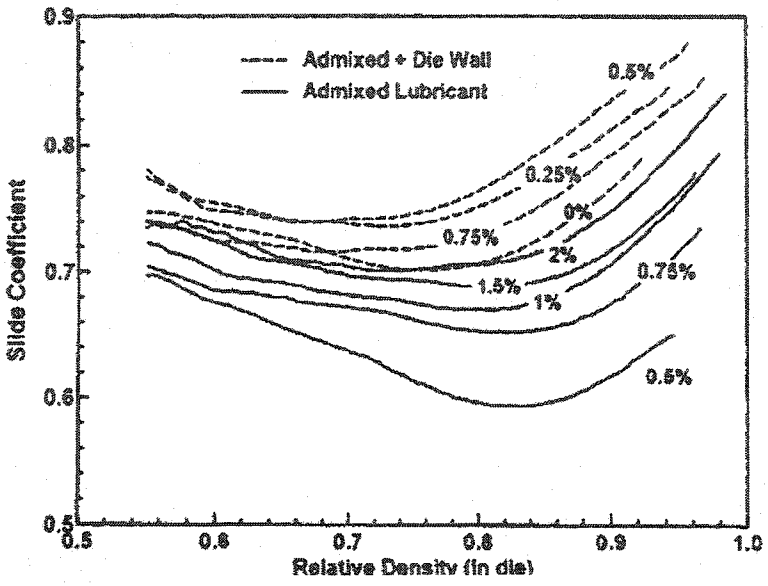


Figure 1. 30 Influence du contenu de lubrifiant sur les mécanismes de friction [TUR 99].

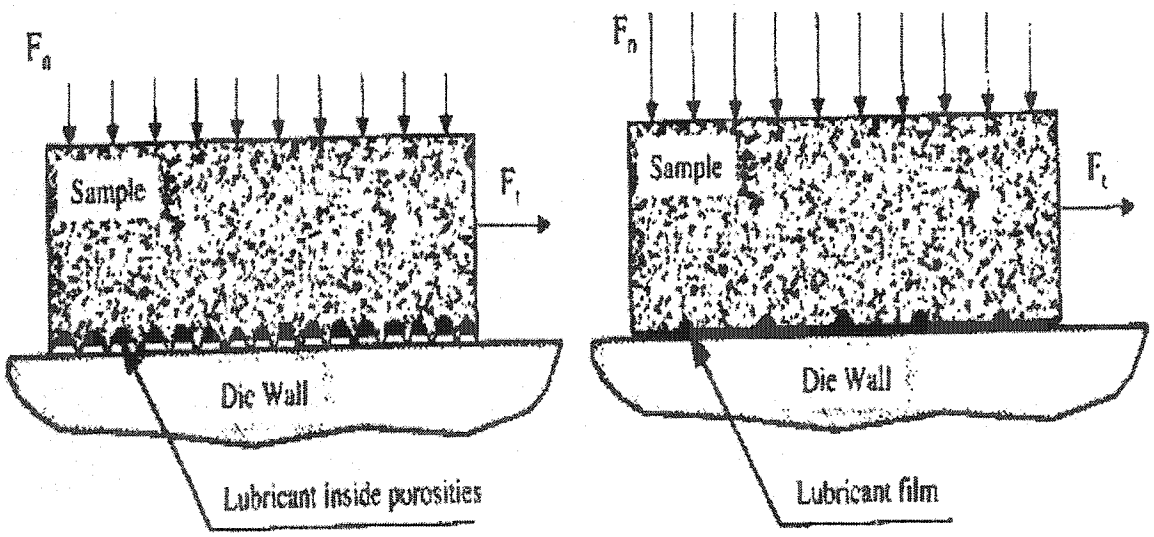


Figure 1.31 Diminution de la rugosité du compact pendant le pressage [DOR 01].

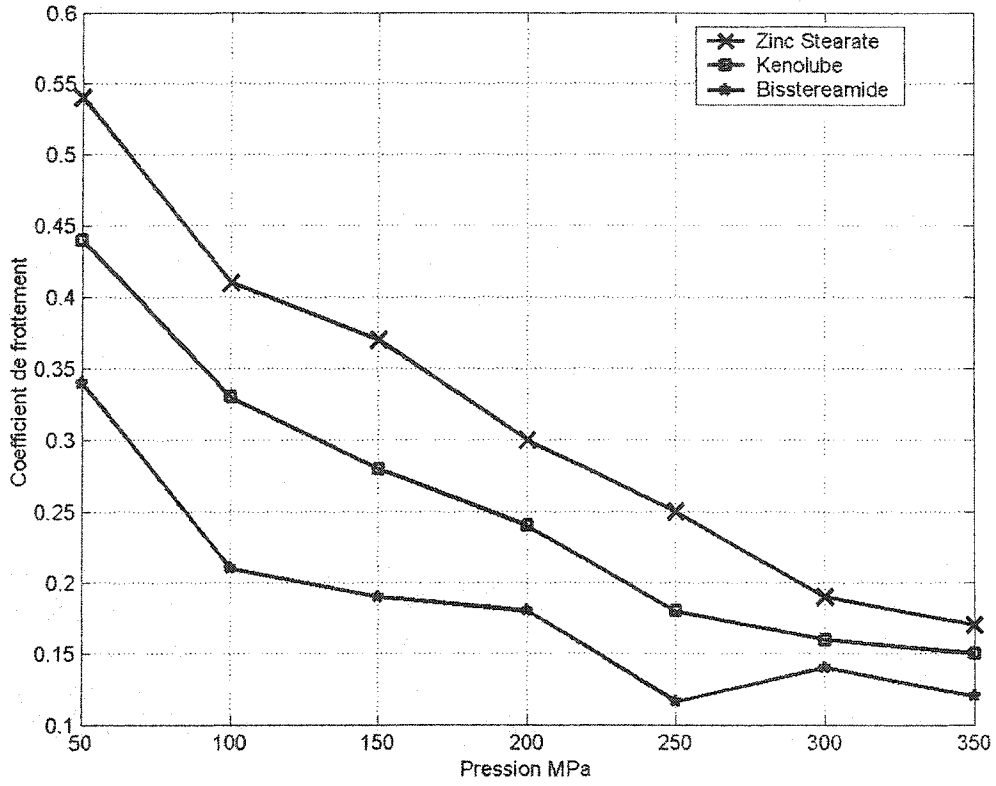


Figure 1.32 Influence du type de lubrifiant sur le coefficient de friction; d'après [BOL 00].

D'autre part, pour les différents types de lubrifiants commerciaux, les performances obtenues pour différentes pressions appliquées confirment le même comportement (voir figure 1.32) [**BOL 00**].

1.3.5.3.3 Logiciels appropriés pour simuler l'évolution du coefficient de frottement

Tous les logiciels de type GSDT (Graphical Software Design Tool) ont une structure commune. Le module d'analyse mathématique contrôle les autres modules, chaque changement dans le module principal influence le module de développement du modèle et le module utilisé pour la génération de code.

Le module développement et simulation permet la conversion du modèle mathématique (algorithme, équations) dans un modèle fonctionnel (avec données d'entrée, «états» et de sortie) utilisant une approche par blocs.

Les principaux avantages des logiciels de type GSDT [**MAT 00**], [**MAT 01**] :

- nature visuelle;

-utilisés au niveau de la conception du « système », la programmation n'est pas nécessaire;

-pas d'erreur de code;

-permettent la réutilisation du modèle (successions des blocs, fonctions, «commandes») pour des applications semblables;

- la simulation du modèle est contrôlée par l'entremise de l'interface graphique;

Les étapes qui seront parcourues dans le développement du modèle pour la simulation de l'évolution du frottement dans la métallurgie des poudres sont :

1. developement des équations
2. construction du modèle (fonctions, paramètres)
3. programmation de l'interface graphique
4. simulation (collecte de données, tests, analyses). La validation du modèle sera faite dans une approche pure GSDT(étapes 1-4).

Et dans une deuxième étape :

5. Génération du code (C).

6. Génération automatique du rapport sous forme texte (Word) qui contient:

-tous les paramètres du système

-résultats

-graphiques

7 .Intégration du code dans un environement de simulation (Visual C++ : car il représente un environnement complet de simulation):

-développement de l'interface graphique (classes et fonctions)

-processus de simulation: compilation et enchaînement

-exécution (simulation)

1.4. Logiciels d'éléments finis appropriés pour la modélisation du pressage des poudres

Le but général de la modélisation est de décrire le comportement du matériau et de prédire la réponse d'un élément structural soumis à des charges et à des conditions très variées. Toutes les informations acquises par la caractérisation du matériau et les essais expérimentaux sont utilisés pour formuler les équations mathématiques qui vont décrire les lois physiques impliquées. Le comportement du matériau est quantifié par l'entremise des expertises mécaniques et métallurgiques. Par la suite, le modèle constitutif du matériau est établi. La réponse du matériau soumis aux différentes charges est calculée analytiquement et/ou numériquement avec les outils des éléments finis (comme logiciel d'usage général ou spécialisé).

Le processus d'analyse par éléments finis demande trois composantes essentielles : préprocesseur, analyseur et postprocesseur. Généralement, l'analyseur contient les options pre et post mais celles-ci peuvent ne pas être appropriées pour une application spécifique. Il est recommandé de faire une analyse détaillée avant de faire l'acquisition du logiciel.

Préprocesseur : Il permet de définir la géométrie et fournit les outils pour effectuer le maillage, définir le matériau ou les propriétés des éléments et imposer les conditions limites. Un avantage important est constitué par l'opportunité de pouvoir importer des géométries créées dans d'autres systèmes CAD avec une option de maillage automatique en 3D.

Analyseur : Toutes les données fournies par le préprocesseur sont traitées et par la suite la réponse de l'élément structural est calculée. La différence entre plusieurs analyseurs disponibles consiste en la précision et la vitesse de calcul.

Postprocesseur : Il reçoit les données de l'analyseur et les présente sous une forme accessible pour l'utilisateur. Le contrôle total des représentations graphiques, l'option d'animation et la possibilité d'échanges avec les utilisateurs sont considérés comme indispensables. Comme méthodologie pour visualisation des données, on peut considérer celle présentée à la figure 1.33 [**ADA 98**].

Le schéma présenté à la figure 1.34 contient les trois étapes (préparations des données, analyse et visualisation) à la base de la plupart des logiciels de simulation numérique.

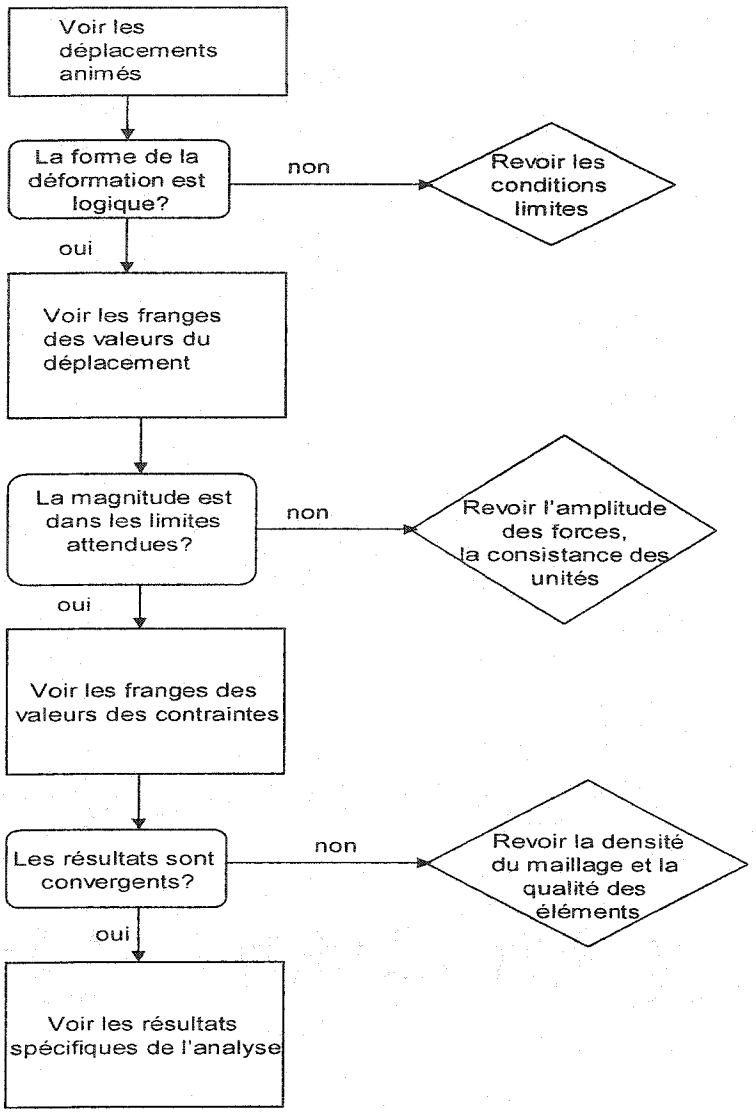


Figure 1.33 Stratégie de visualisation dans la partie postprocesseur [ADA 98].

SIMULATION DU PRESSAGE PAR ÉLEMENTS FINIS

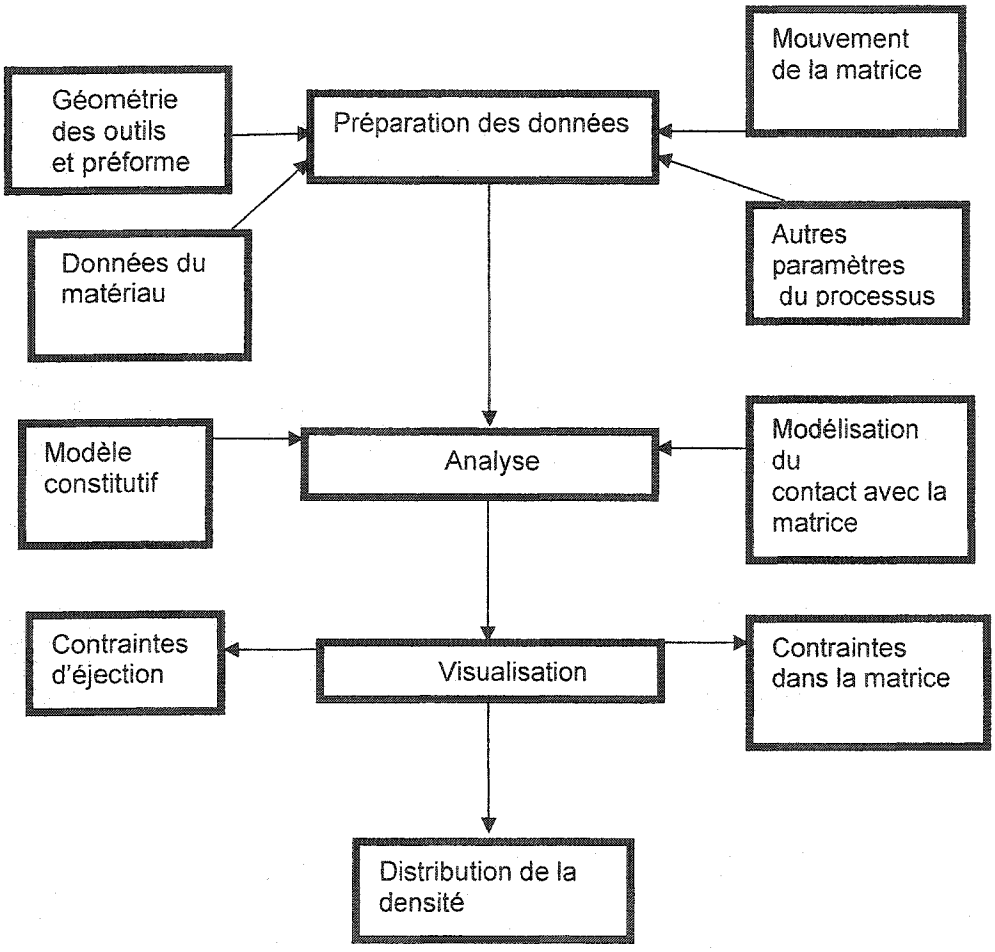


Figure 1.34 Structure de l'analyse par l'élément finis

L'étape d'analyse est la plus importante car elle contient la résolution du problème par le logiciel. Pour être capable de résoudre le plus correctement possible le problème, le logiciel doit pouvoir incorporer un modèle qui représente fidèlement le comportement de la poudre et l'interaction complexe entre celle-ci et les poinçons lors du pressage. C'est le point le plus difficile à définir dans l'étape d'analyse et même dans l'entière modélisation par la MEF.

1.4.1 Base théorique

1.4.1.1 Abaqus

La version 6.2 de Abaqus [**ABA 01**] contient deux modèles qui peuvent être utilisés dans le pressage des poudres en matrice.

Modèle Cam –Clay modifié : le modèle contient une section de la surface de déformation (dans le plan π) qui est modifiée (la surface initiale étant circulaire, voir figure 1.35) par l'entremise d'un paramètre β défini par l'utilisateur et des rayons de courbure différents d'un côté à l'autre de la ligne d'état critique de pente M . Le modèle utilise une loi d'écoulement associée.

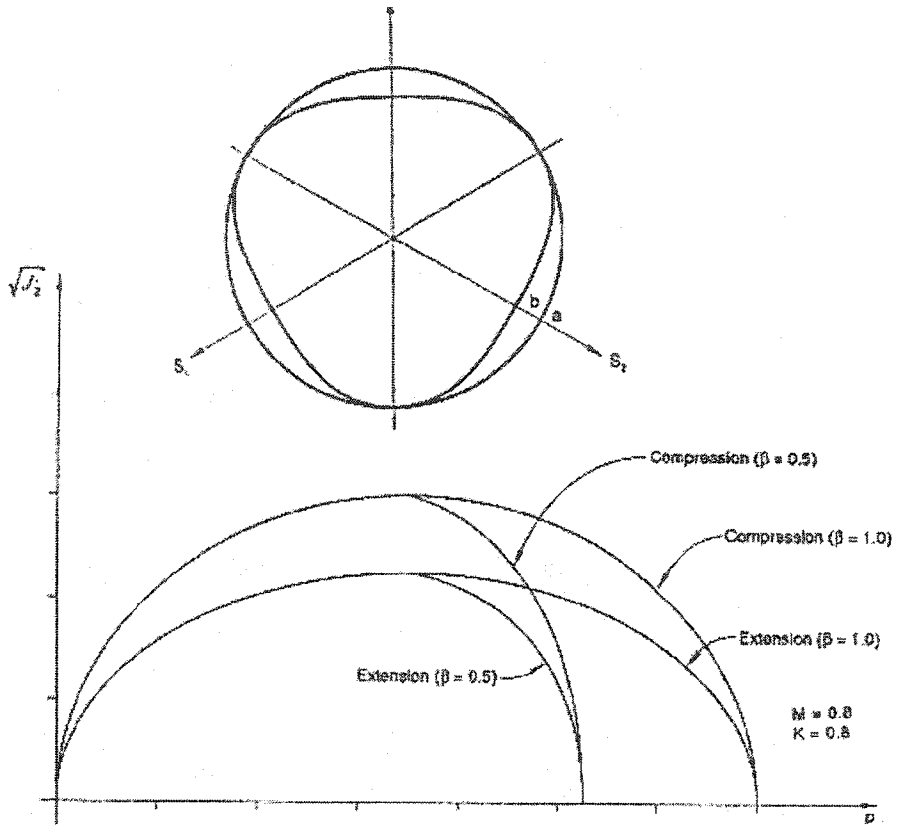


Figure 1.35 Surface de déformation dans le modèle Cam–Clay modifié [ABA 01].

Modèle Drucker - Präger / Cap :

Le modèle utilise deux portions elliptiques, la première Gc (pour le cap) et la deuxième Gs pour le cisaillement (au lieu d'un droite dans le modèle initial); elles forment une surface potentielle continue (avec continuité de la dérivée au point de jonction), ce qui est représenté à la figure 1.36.

1.4.1.2 Deform 2D

Même si le logiciel dispose de plusieurs modèles de comportement (plastique, élastique, poreux- plastique et rigide), seulement le modèle 'poreux – plastique' peut être appliqué dans le cas du pressage [**DEF 94**]. Ce type de modèle a été formulé par Green [**KAR 97**] et présente une surface de plasticité montrée à la figure 1.37. La fonction f_σ dépend de la densité relative ρ_r tandis que c_σ représente l'effet de la porosité sur la cission maximale admissible sur le matériau.

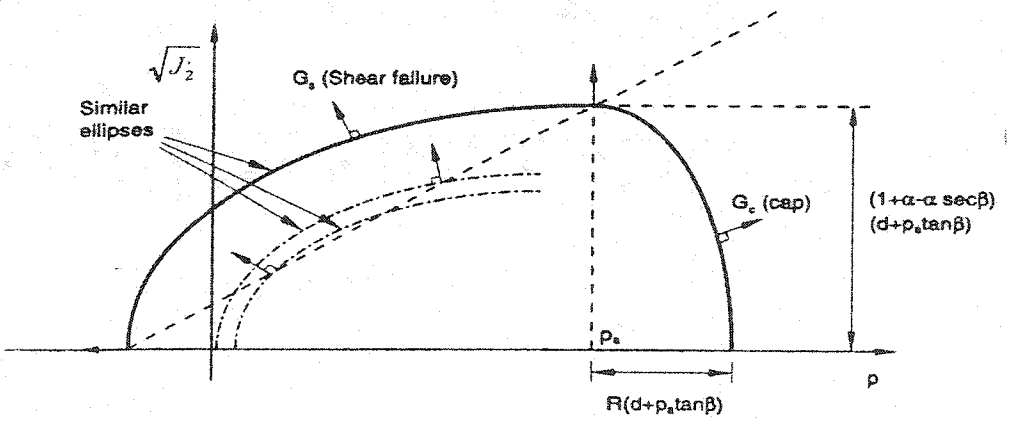


Figure 1.36 Surface de déformation dans le modèle Drucker-Präger / Cap [ABA 01].

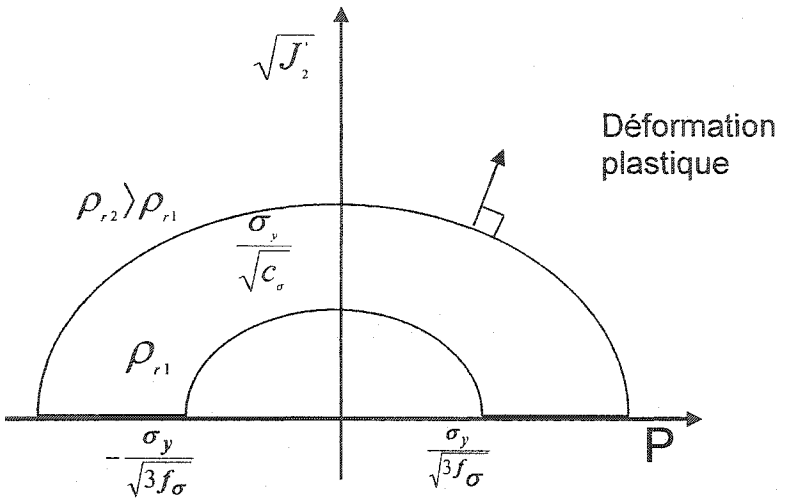


Figure 1.37 Surface de déformation dans le modèle Green [KAR 97].

L'augmentation de la densité permet de passer d'une surface à l'autre par dilatation homogène, la loi d'écoulement étant associée. La symétrie de la courbe de part et d'autre de l'axe de cission indique que le matériau a un même comportement en traction et en compression, ce qui est réaliste dans les derniers stades du pressage ou dans le forgeage des matériaux poreux.

1.4.1.3 Powder Compacting Simulation

Ce logiciel qui est destiné spécialement pour le pressage des poudres dans une matrice traite la poudre comme un matériau élastoplastique isotrope (indépendant de la vitesse de déformation). La fonction de densification est de type quadratique avec une forme :

$$\left(\sqrt{J_2}\right)^2 + b(\rho)P^2 - c(\rho)\frac{2}{3}\sigma_y{}^2 = 0 \qquad (31)$$

$\sqrt{J_2}$ -contrainte équivalente de von Mises ; P – pression hydrostatique ; σ_Y – contrainte équivalente d'écoulement de la particule. L'allure de la fonction dans le plan $\sqrt{J_2}$ -P est présentée à la figure 1.9 comme étant une réunion de segments de coniques (une parabole et une ellipse); au point de réunion, la fonction est discontinue. Les fonctions $b(\rho)$ et $c(\rho)$ doivent être établies par calibration expérimentale. Plusieurs formes pour $b(\rho)$ et $c(\rho)$ peuvent être utilisées pour le calibrage de la fonction quadratique dans PCS Elite. Deux types de calibrage sont disponibles avec l'option Fonctions Constitutives Préliminaires :

$$b(\rho) = \frac{b_1 \rho^{b_2}}{(b_3 + \rho)^{b_4}} \qquad (32)$$
$$c(\rho) = c_1 \rho^{c_2}$$

et Fonctions Constitutives Linéaires :

$$b(\rho) = b_1(1-\rho) \qquad (33)$$
$$c(\rho) = c_1 \rho^{c_1}$$

L'utilisateur a la possibilité de faire une calibration supplémentaire (pour un certain type de matériau qui est compatible avec le modèle) en fournissant des constantes $b_1 \ldots b_n$ et $c_1 \ldots c_n$ dans les équations (32) et (33). Actuellement, le logiciel est calibré (avec l'option Fonctions Constitutives Linéaires) pour des poudres atomisées à l'eau de type Ancorsteel 1000 et SS 316L qui contiennent 0.75% de lubrifiant de type Acrawax et est disponible seulement pour certaines institutions aux Ètats-Unis. Il est possible de modéliser des matériaux qui sont

dérivés de ces deux types de poudres. À cause de la nature du modèle, le régime de densité supérieure à pratiquement 90% n'est pas possible.

1.4.2 Présentations des résultats

Abaqus 6.2 CAE : Le logiciel permet d'obtenir plusieurs résultats de simulation parmi lesquels :

- Maillage initial et déformé (fonction de temps) de la pièce et de la poudre
- Densité relative (pour les modèles Gurson et Drucker Präger)
- Densité finale
- Déformations axiales et radiales
- Variation de la force sur les poinçons lors du pressage et de l'éjection
- Déplacement

Deform 2D : Les résultats disponibles dans le cas du modèle poreux sont :

- Maillage déformé
- Composantes de contrainte
- Composantes de déformation
- Contrainte effective
- Déformation effective
- Vitesse de déformation
- Densité
- Distribution de température (transfert de chaleur)

Le logiciel possède aussi une interface pour traiter les résultats avec Patran.

Powder Computer Simulation : Les principaux résultats d'analyse sont :

- Maillage et évolution lors du pressage
- Densité et densité relative
- Fraction volumique de métal
- Contrainte de cisaillement
- Contrainte effective (Von Mises)
- Pression
- Déplacements axial et radial
- Forces d'interface axiale et radiale

De plus l'évolution du pressage est visualisée en présentant les densités relatives.

1.4.3 Avantages, limitations et résultats obtenus

On évalue ici les caractéristiques de quelques logiciels commerciaux et l'opportunité de les utiliser dans la modélisation du pressage de poudres. Les critères de comparaison et les évaluations sont présentés au tableau 1.1.

Tenant compte que Deform 2D utilise le model de corps poreux, il est approprié plutôt pour le forgeage de la poudre (déjà frittée). La littérature ne contient pas de résultats sur l'application de logiciel PCS Elite 2.0. Seule une version Nike 2D (qui a été à la base du développement de la version PCS 1.0) est mentionnée [**TRA 94**]. La plupart des résultats se retrouvent sur le logiciel Abaqus et les essais sont concentrés dans une étude comparative [**PMM 99**]. Pour simuler la fabrication d'une pièce ayant deux niveaux d'épaisseur (voir la figure 1.38, dimensions en millimètres) fabriquée de poudre de fer (Distalloy A + 1% lubrifiant), plusieurs groupes ont utilisé Abaqus dans la modélisation du pressage. Pour que la comparaison soit parfaite, le maillage devait être identique

(aussi les types d'éléments) mais ceci n'a pas été satisfait. Le groupe de H. Riedel et O. Combe [**PMM 99**] qui a utilisé le modèle Drucker- Präger Cap et un coefficient de frottement fixe, égal à 0.2, a obtenu les meilleures valeurs pour la prédiction de la densité, avec un erreur de 0.05g.cm^{-3}. Toutefois, les valeurs pour la prédiction de la force n'ont pas été exactes (autour de 30-40%). Les mécanismes et les critères utilisés pour prédire la rupture de la pièce n'ont pas donné des résultats valables. Le groupe de D. Gehtin et P. Mosbah [**PMM 99**] qui a utilisé un coefficient de frottement qui varie avec la contrainte normale et un modèle Cam - Clay, à obtenu des résultats supérieurs en ce qui concerne le gradient de la densité (pour le modèle avec un coefficient de frottement constant, le gradient de densité supérieur dans la direction de pressage). Ce groupe a obtenu des résultats semblables aussi pour une autre forme de la pièce **[ARI 98]** ce qui confirme la justesse du choix d'un coefficient du frottement variable. Le temps de calcul pour une pièce avec deux niveaux d'épaisseur est d'environ 1 heure (quel que soit le modèle utilisé) ce qui fait que la modélisation avec le logiciel Abaqus puisse être applicable dans le milieu industriel pour le pressage des poudres en matrice fermée.

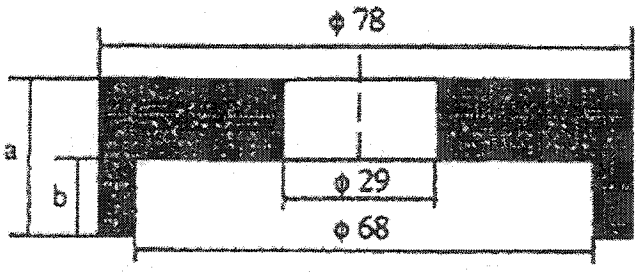


Figure 1.38 Géométrie de la pièce avec deux niveaux d'épaisseur [PMM 99].

Tableau 1.1 Comparaison entre différents types d'analyseurs industriels.

	Abaqus	**Nastran**	**Ansys**	**SDRC**	**Pro / Mecha nica**
Technologie supportée					
Elément type H	Oui	Oui	Oui	Oui	Non
Elément type P	Oui	Faible	Faible	Faible	Oui
Transformation du maillage existant type H en type P	Oui	Non	Oui	Oui	Non
Types de solutions					
Statique linéaire	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui
Modal	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui
Buckling	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui
Nonlinéaire					
Matériau	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui
Grandes déformations	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui
Contact	Oui	Faible	Oui	Oui	Faible
Maillage automatique adaptif	Faible	Faible	Faible	Faible	Oui
Possibilités de sous modelage	Non	Non	Oui		Non

Tableau 1.1 (suite)

Comparaison entre différents types de post processeurs industriels.

	Abaqus	**Hypermesh**	**Msc/Nastran**	**Ansys**	**Pro/ Mecha nica**
Options pour la visualisation					
Graphique coloré de franges	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui
Graphique coloré des iso - surfaces	Oui	Faible	Oui	Oui	Oui
Graphique coloré des isolignes	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui
Affichage des contraintes moyennes	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui
Déformation et animation					
Animation de la déformation	Oui	Non	Oui	Oui	Oui
Mise des déformations à l'échelle	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui
Animation selon les contours des déformations	Non	Non	Oui	Oui	Oui
Coupe transversale					
Création des résultats dans la coupe	Oui	Faible	Oui	Oui	Oui
Options diverses					
Estimation des erreurs	Oui	Non	Oui	Oui	Oui

CHAPITRE 2 : Procédure expérimentale

Le but de la partie expérimentale du projet est d'obtenir la distribution des densités relatives qui se développe pendant le pressage dans une pièce avec deux niveaux d'épaisseur (voir la figure 2.8). Cette géométrie sera par la suite utilisée dans la simulation du pressage par la méthode d'éléments finis. Les résultats expérimentaux permettront de vérifier la validité de la simulation numérique et d'observer l'influence de la forme et de la dureté des particules sur la compressibilité des différentes poudres.

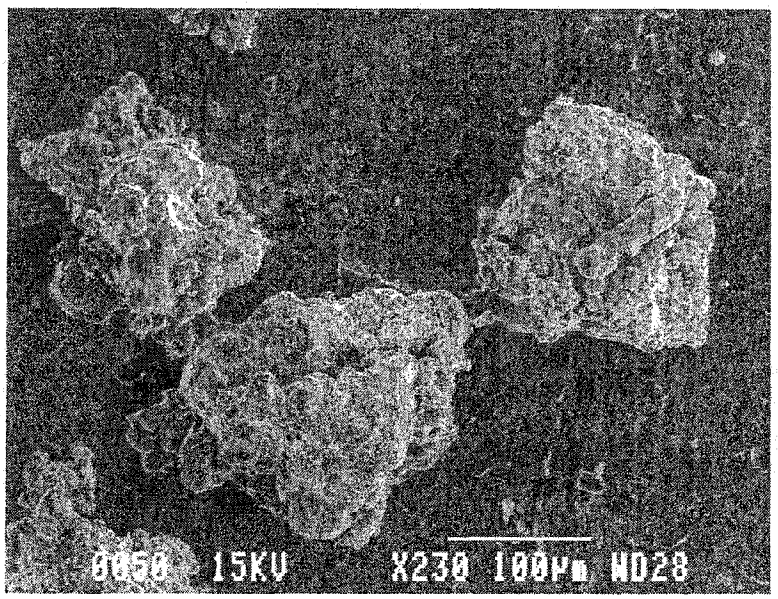
2.1 Description des poudres

Les essais ont été faits sur quatre types de poudres de morphologies et duretés différentes : deux poudres de fer, type MP32 (2% cuivre et 1% graphite) produite par réduction (Poudres Métalliques Domfer) et type 300MA produite par atomisation à l'eau (Kobelco Metal Powder Inc.) et deux poudres de laiton préallié (type LOX-90-10 et LOX-70-30) atomisées à l'eau (OMG Americas).

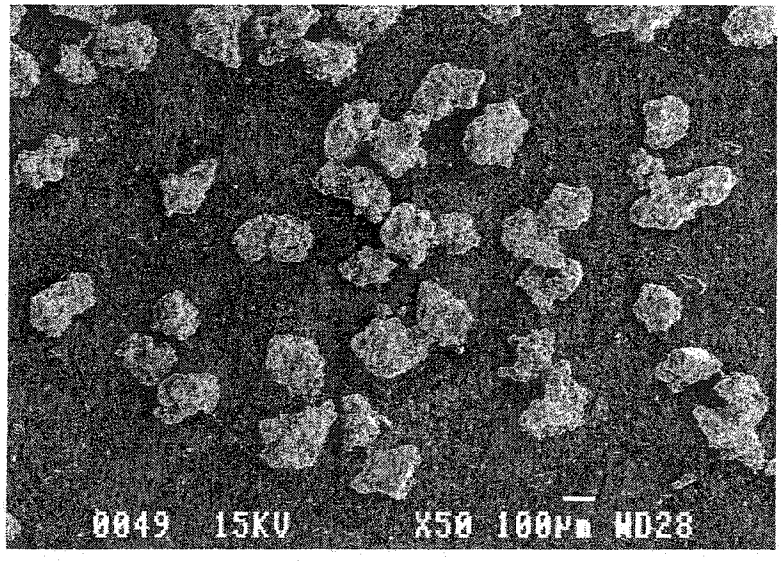
La poudre 300MA de haute compressibilité est utilisée pour la production de composantes pour l'industrie d'automobile, de même que la poudre MP32. La poudre de laiton type LOX-90-10 (connue comme bronze commercial) est destinée pour la construction des composantes mécaniques selon les spécifications MPIFCZ-1000 et présente la conductivité électrique la plus élevée parmi tous les types de laiton standard tandis que le type LOX-70-30 est utilisé pour la production de munitions et composantes pour plomberie selon les spécifications MPIFCZ-3000.

Les micrographies de chacune des poudres sont présentées aux figures 2.1 à 2.4. On peut remarquer la porosité des particules et leur forme irrégulière dans le cas de poudre élaborée par réduction (figure 2.2) comparativement à la forme plus arrondie et à la porosité réduite dans le cas des particules de poudres élaborées par atomisation (figures 2.1, 2.3 et 2.4). La distribution des tailles de particules et les caractéristiques des particules sont présentées à la figure 2.5 et au tableau 2.1 respectivement.

Le rapport de Hausner est une mesure de caractérisation de la morphologie de la particule et est défini comme le rapport de la densité tassé à la densité apparente.

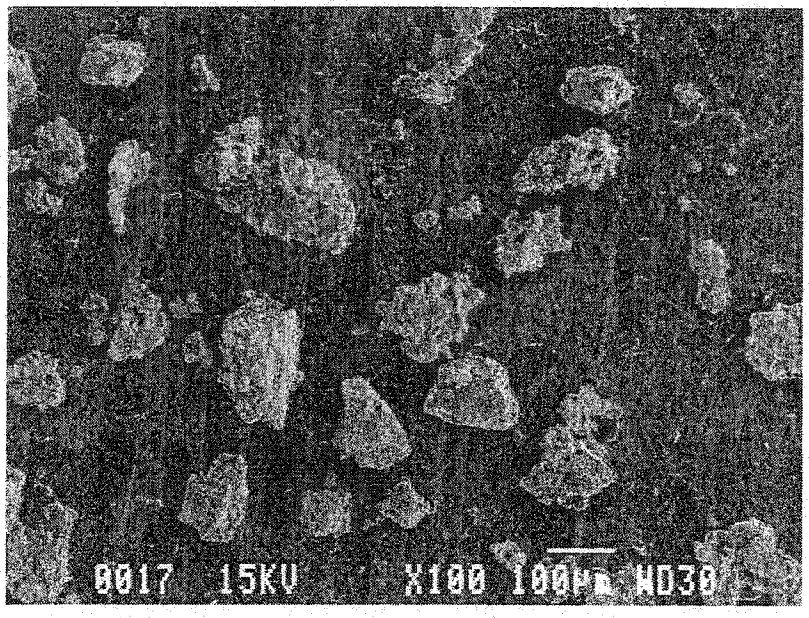


a.

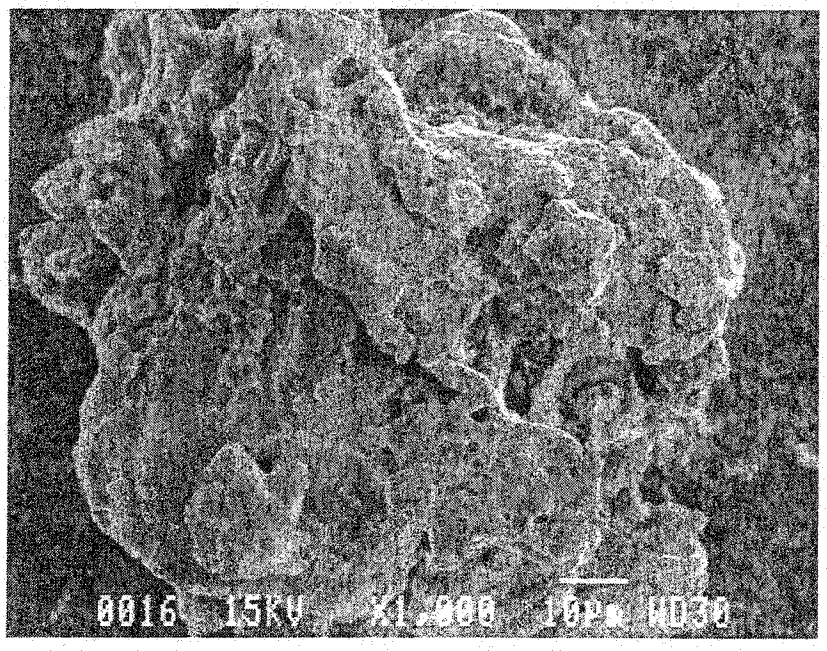


b.

Figure 2.1 Morphologie de la poudre de fer Kobelco 300MA

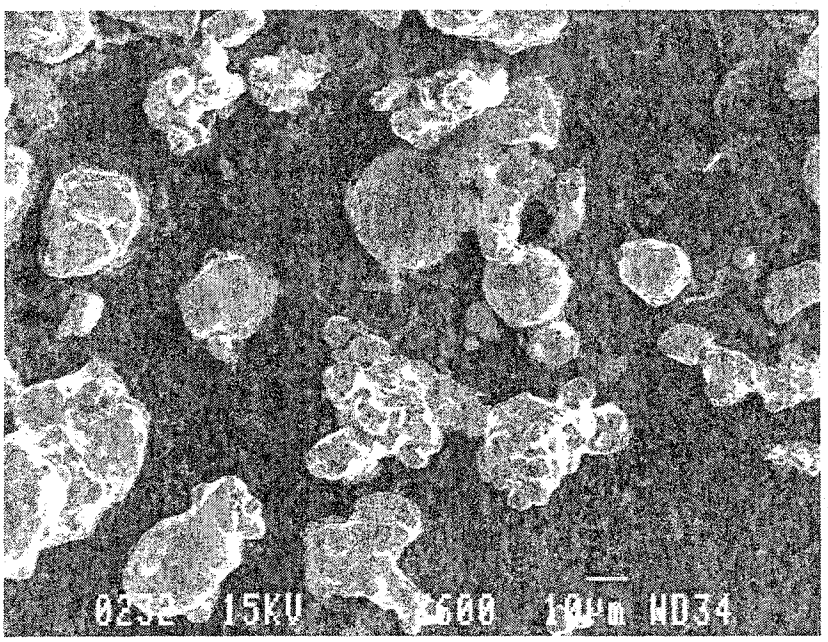


a.

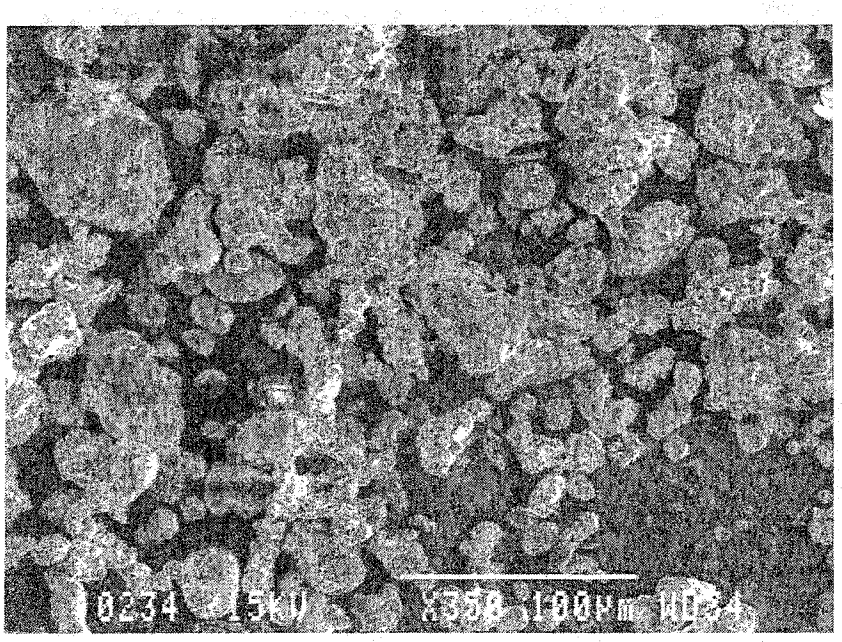


b.

Figure 2.2 Morphologie de la poudre de fer MP32

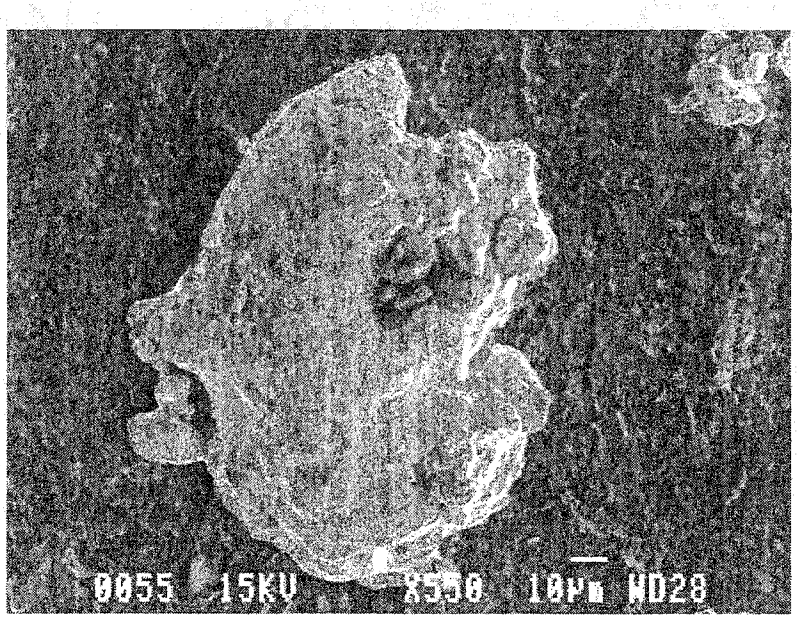


a.

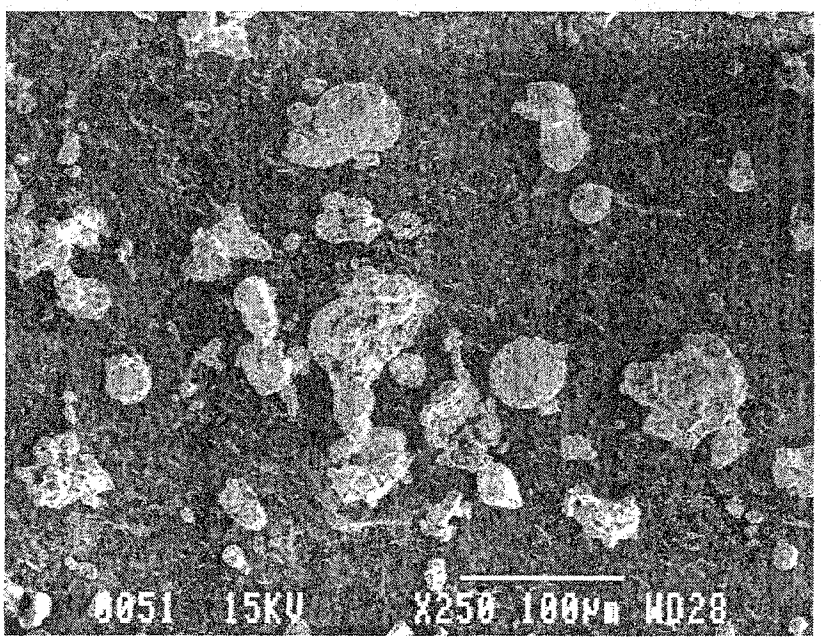


b.

Figure 2.3 Morphologie de la poudre de laiton LOX 90-10



a.



b.

Figure 2.4 Morphologie de la poudre de laiton LOX-70-30

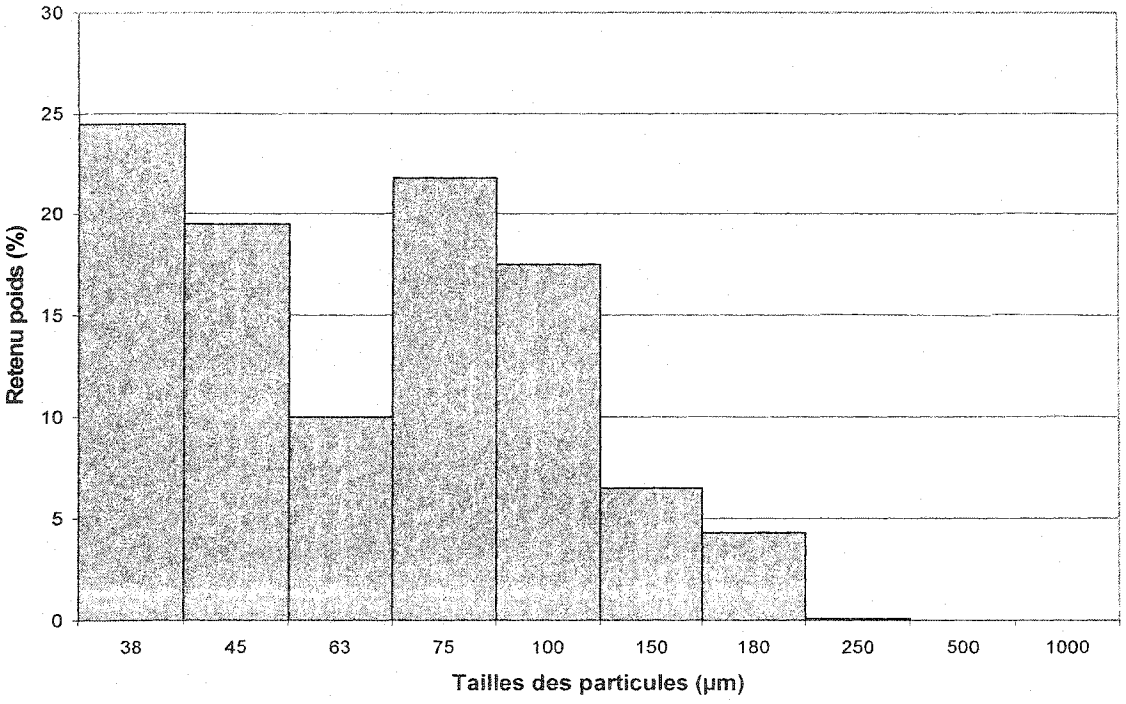


Figure 2.5.a Distribution des tailles de particule pour la poudre de fer Kobelco

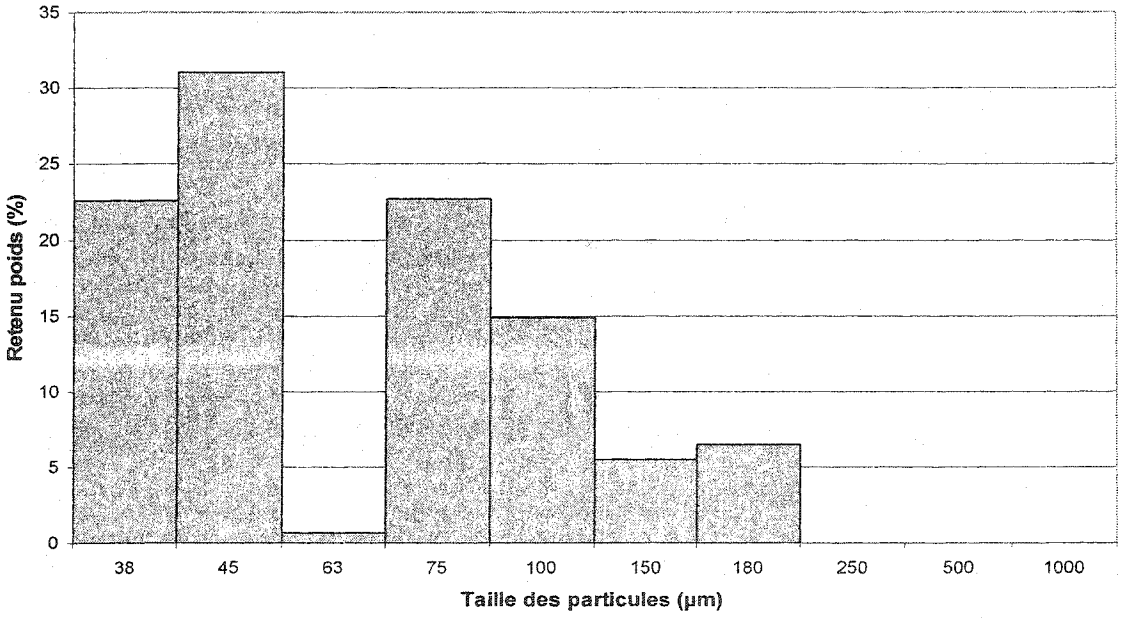


Figure 2.5 b Distribution des tailles de particule pour la poudre de fer MP32

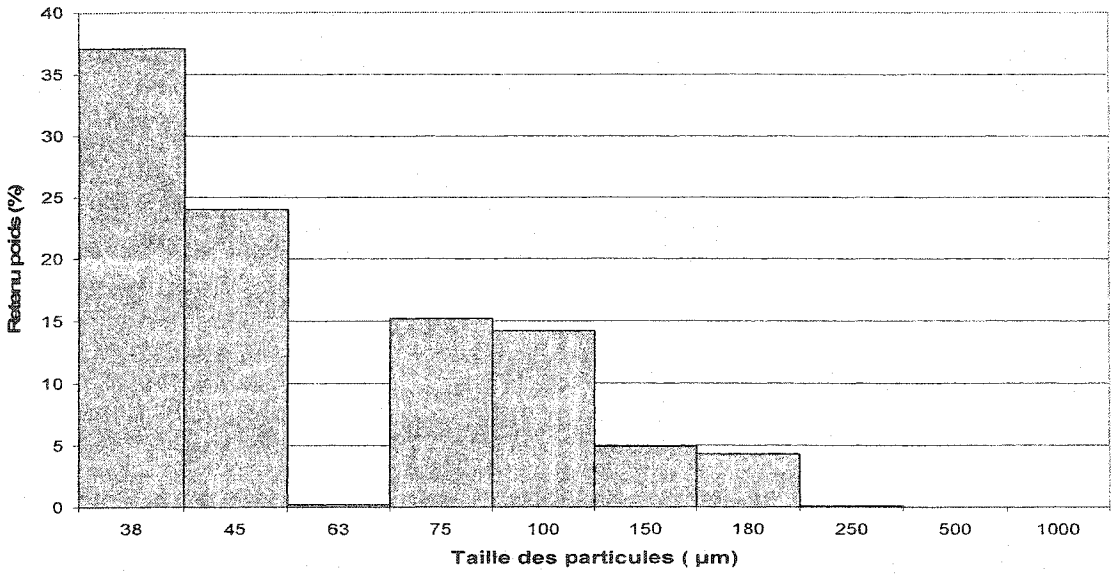


Figure 2.5 c Distribution des tailles de particule pour la poudre de laiton 90-10

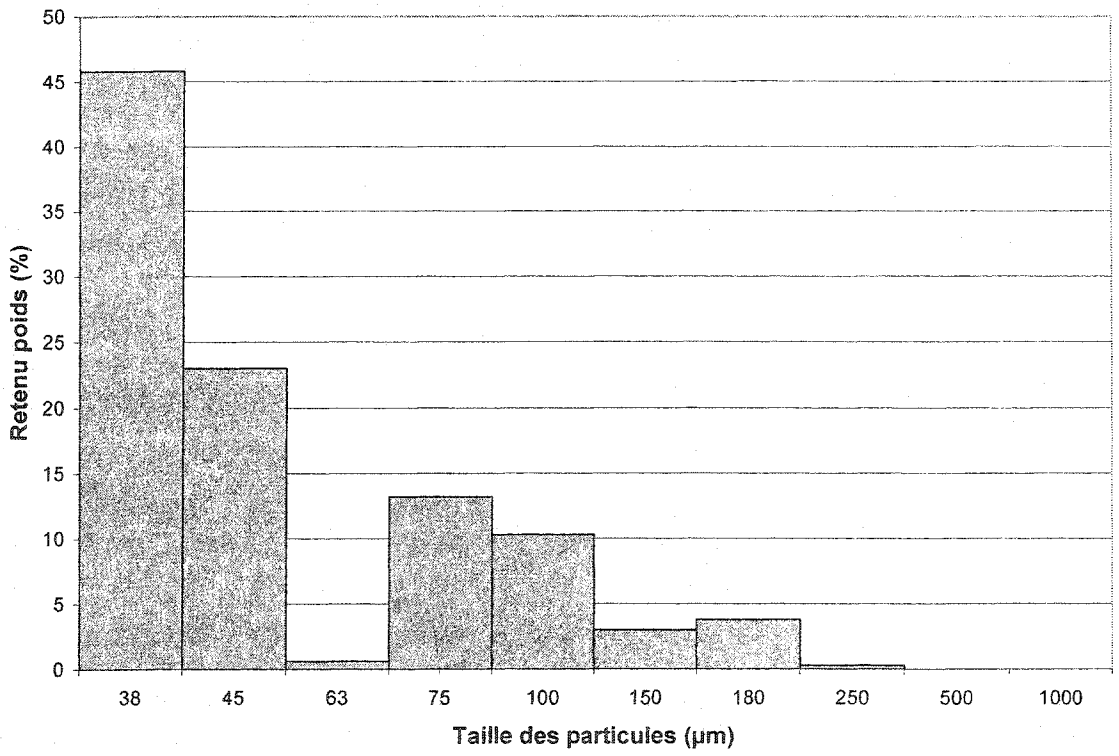


Figure 2.5 d Distribution des tailles de particule pour la poudre de laiton 70-30

Tableau 2.1 Caractéristiques des mélanges de poudres

Poudre	Densité apparente ($g.cm^{-3}$)	Densité tassé ($g.cm^{-3}$)	Écoulement ($s.50g^{-1}$) Hall	Forme	Densité maximale indiquée par producteur ($g.cm^{-3}$)	Dureté des particules HV 50g	Rapport de Hausner
Fer MP32	2.57	3.41	29	Irrégulière	7.1	90	1.32
Fer Kobelco	2.91	3.7	23.9	Arrondie	6.82	73	1.27
Laiton 90-10	3.40	3.97	24.4	Irrégulière et sphérique	7.0	50	1.16
Laiton 70-30	3.5	4.14	24	Irrégulière et sphérique	7.3	70	1.18

chaque type de poudre a été mélangée avec 0.75 % (poids) de stéarate de zinc avant d'effectuer le pressage des pièces.

Les mesures de micro dureté ont été prises à l'aide d'un appareil type Fuji Koden 852 et une charge de 50 g. Les échantillons enrobés en bakélite ont été polis avec des papiers 60,120, 240 et 600 mesh et de la poudre d'oxyde d'aluminium de 5 et 0.15 µm respectivement. Chaque valeur de dureté a été obtenue comme moyenne de 20 mesures sur le même type de poudre. Les résultats sont fortement influencés par le rapport taille de l'empreinte - dimension de la particule, seulement un rapport supérieur à 1 :5 a été considéré.

2.2 Pressage des échantillons

Les pièces ont été pressées à l'aide d'une presse hydraulique ayant une capacité de 100 tonnes force à une vitesse de pressage de 1.25 mm/s (figure 2.6).
Les forces appliquées ont été enregistrées par l'entremise d'une cellule de charge de type Artech (3.0010 mV/V@200.000 lbs).

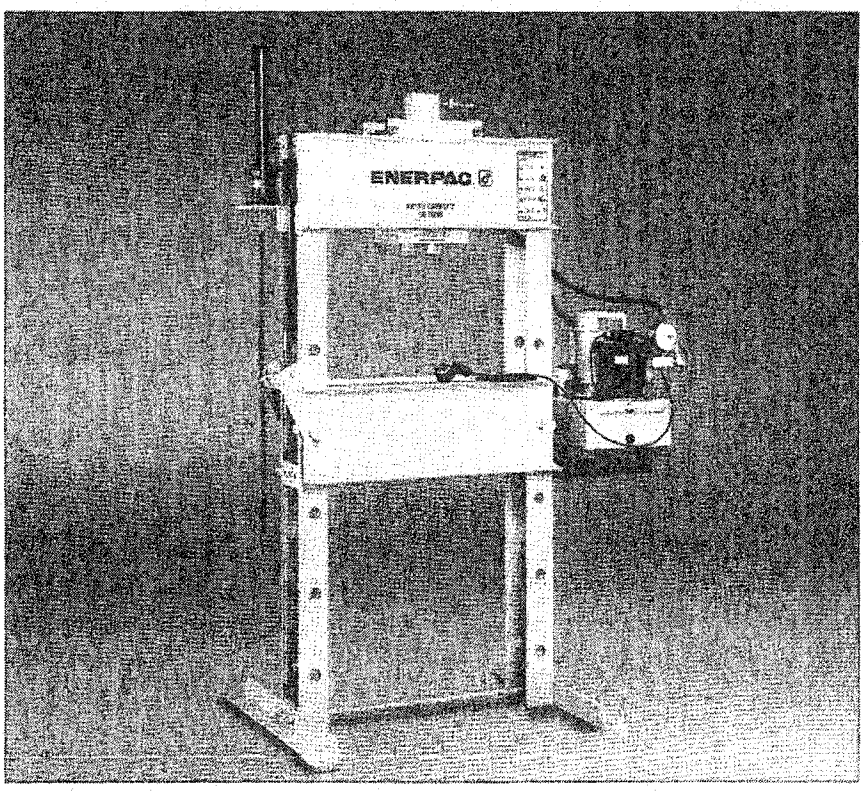


Figure 2.6 Presse hydraulique Enerpaq 100 tf

Deux formes des pièces ont été réalisées : une forme avec deux niveaux d'épaisseur (voir plus loin la figure 2.9) qui servira à la validation de la simulation

et une autre, de forme parallélépipédique (voir la figure 2.10), qui sera utilisée pour l'étalonnage des mesures de densité.

La matrice utilisée pour déterminer la compressibilité de la poudre est de forme standard. Le poinçon inférieur a été modifié en ajoutant une pièce à deux niveaux d'épaisseur pour obtenir une variation de la densité à vert. Les échantillons utilisés pour l'étalonnage ont été obtenus en enlevant la pièce 6 (voir la figure 2.7). L'étalonnage consiste à associer à chaque niveau de densité à vert une dureté mesurée expérimentalement. Plusieurs échantillons ayant différentes densités à vert ont été produits par l'entremise de différentes pressions lors du pressage.

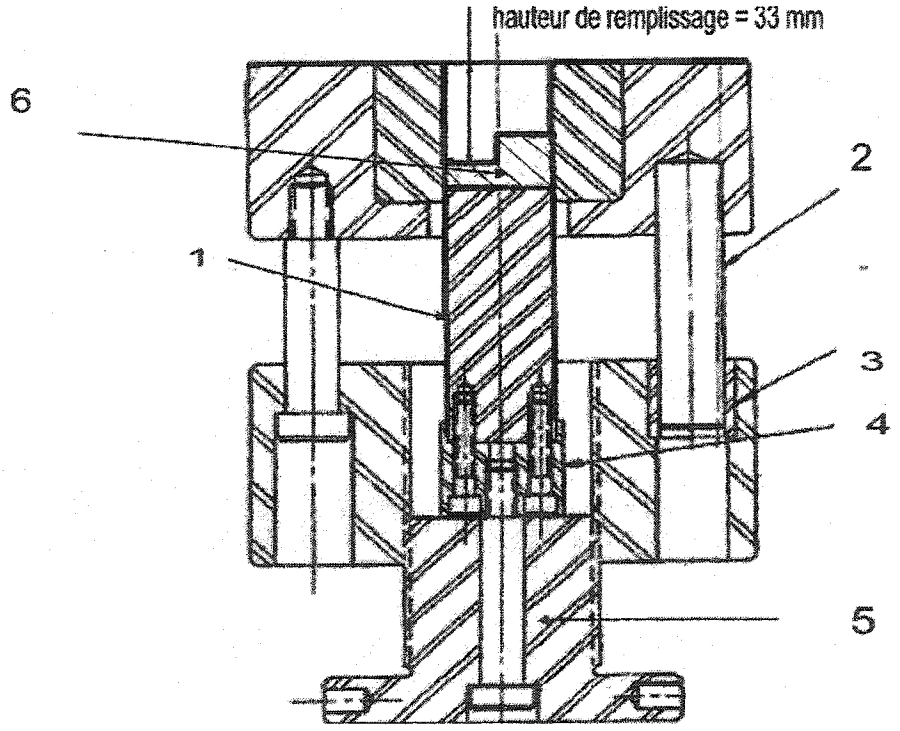


Figure 2.7 Matrice de pressage flottante 1- poinçon inférieur; 2- tige; 3- guidage; 4-contrepoinçon; 5 – plateau pour le réglage du volume de remplissage; 6-pièce ajoutée à deux niveaux d'épaisseur.

Les pièces avec deux niveaux d'épaisseur ont une masse de 20 g et 30 g (limitée par le volume de remplissage de la matrice). Comme la matrice est flottante et portée par des ressorts autour des tiges (2), il a fallu bloquer les tiges de façon à obtenir un pressage à simple action qui a pour effet de maximiser les gradients de densités. Dans les cas des échantillons utilisés pour le calibrage des mesures de densités, la masse de poudre a été de 16 g (selon le standard ASTM) et la matrice était flottante dans le but d'obtenir une densité plus homogène. Après chaque pressage d'échantillon d'étalonnage, la matrice a été sablée et lubrifiée avec du graphite en aérosol afin de diminuer le plus possible le frottement et d'obtenir une densité homogène dans l'échantillon.

Des essais préliminaires ont révélé que le blocage de la matrice avait un faible effet par rapport à la condition de matrice flottante. Ainsi, pour la fabrication des pièces à deux niveaux d'épaisseur, la matrice flottante a été utilisée.
Les niveaux de pression utilisés pour les pièces à deux niveaux d'épaisseur et les échantillons d'étalonnage sont donnés au tableau 2.2. Trois pièces à deux niveaux et trois échantillons d'étalonnage ont été produites pour chaque niveau de pression.

Tableau 2.2 Conditions de pressage

Poudre	**Fer Kobelco**	**Fer MP32**	**Laiton 90-10**	**Laiton 70-30**
Pression appliquée [MPa]	300	275	275	275
	400	320	375	375
	600	415	425	425
		600		500

2.3 Technique de préparation des échantillons

Les pièces à vert ont été enrobées en résine à faible viscosité afin d'infiltrer la porosité ouverte. L'observation métallographique a été effectuée après polissage sur des papiers 60, 240 et 600 mesh. Le temps de polissage avec l'abrasif le plus fin (600) a été de 4 minutes pour chaque échantillon. La durée du polissage et le type d'abrasif n'influencent pas de façon importante les valeurs de dureté [**GUI 95**].

2.4 Analyse de densité par mesure de la dureté

Un des buts du projet est d'évaluer par éléments finis les variations locales de densité dans une pièce avec plusieurs niveaux d'épaisseur. Pour la validation expérimentale de la simulation, plusieurs méthodes sont disponibles: mesure de la densité par la méthode d'Archimède (norme MPIF42), mesure de la macro dureté, analyse d'image (microscope optique ou microscope électronique à balayage), analyse par l'entremise de courants de Foucault, par la résistivité électrique, etc. Malheureusement, aucune de ces méthodes n'est standardisée pour caractériser les gradients de densité. Malgré cela, la mesure de la dureté, par une préparation appropriée des échantillons et un nombre de mesures suffisamment grand, permet d'obtenir des limites d'erreurs acceptables (<±3%) pour des échantillons à vert. La corrélation suivante entre la densité à vert et la dureté Vickers a été trouvée [**GUI 95**]:

$$Densité(\%) = 32.72 \times \log(HV) + 23.26 \qquad (34)$$

Une autre corrélation entre la densité et la dureté Brinell a été obtenue par Kim et al. **[KIM 98]** pour une poudre de fer pressée isostatiquement à froid :

$$Densité(\%) = 1.635.10^{-5} \times HRB^2 + 2.696.10^{-3} \times HRB + 0.718 \qquad (35)$$

Etant donné les dimensions de l'échantillon et des pièces, on a utilisé une méthode de mesure de dureté avec une charge très faible et un diamètre de bille le plus grand possible. On a choisi la méthode Rockwell superficielle 15-T.
Les mesures de dureté ont été effectuées sur une machine Mitutoyo ATK-60 en utilisant une bille de diamètre 1/16¨ et une charge de 15 kg. Les conditions donnent une empreinte d'un diamètre de l'ordre de 0.45-0.75 mm (voir la figure 2.8).

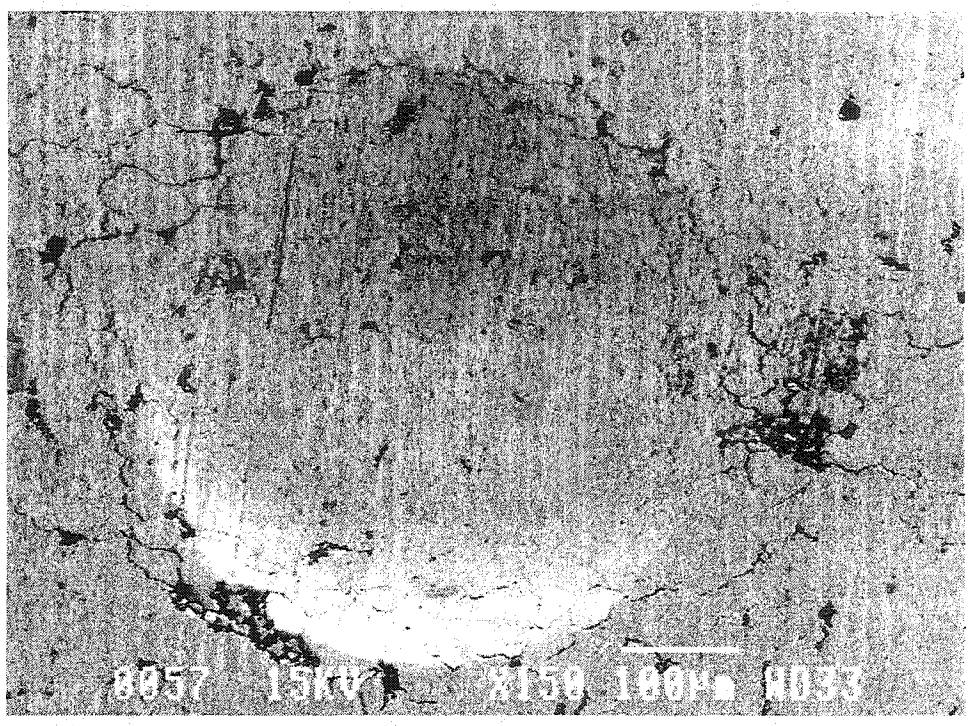


Figure 2.8 Taille relative de l'empreinte par rapport aux particules de poudres.

Pour établir la corrélation entre la dureté et la densité à vert, une trentaine de mesures de dureté ont été prises sur le plan médian des spécimens parallélépipédiques. Chaque mesure devait être espacée des autres d'une distance supérieure à deux fois la taille de l'empreinte (illustrée à la figure 2.10). Avec les mesures de densité globale des échantillons d'étalonnage (calculées à partir du volume et de la masse), on peut associer à chaque densité une valeur de dureté moyenne. Une loi polynomiale de la densité en fonction de la dureté peut être obtenue à partir de l'ensemble des mesures. Il sera ensuite possible de tracer des cartes de densités pour les pièces avec deux niveaux d'épaisseur à partir des mesures locales de dureté. Ces cartes serviront à la validation de la simulation faite par la MEF.

Une technique similaire a été utilisée pour les mesures de dureté sur les pièces à deux niveaux d'épaisseur.

Pour éviter d'inclure l'effet important du frottement sur les parois, on a mesuré la densité dans un plan médian de la pièce. La coupe a été effectuée dans un plan représenté à la figure 2.9 à l'aide d'une scie à ruban diamanté. Cette approche nous permettra d'interpoler les résultats et d'avoir une image de la variation de la dureté (densité) dans la pièce.

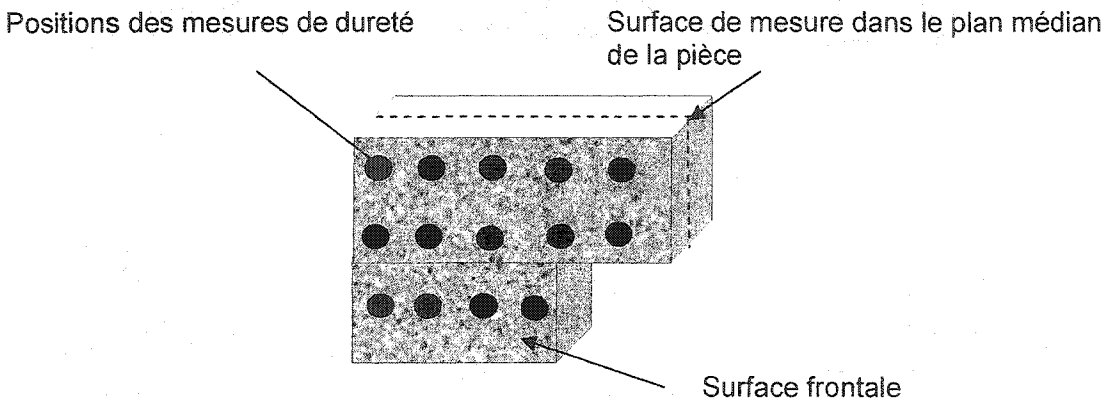


Figure 2.9 Positionnement des mesures de dureté pour la pièce avec deux niveaux d'épaisseur.

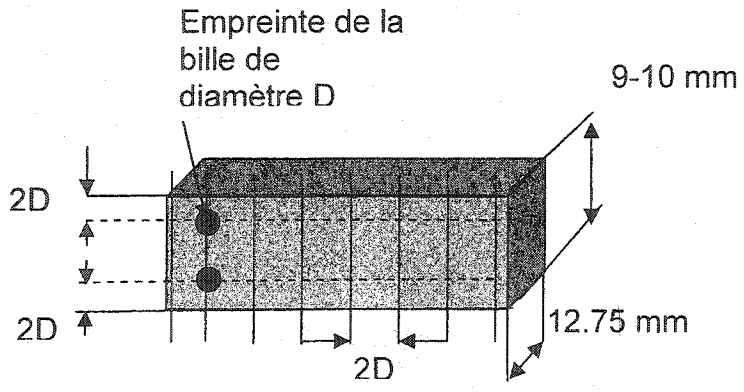


Figure 2.10 Positionnement des mesures de dureté pour déterminer la corrélation entre la dureté et la densité.

2.5 Méthodologie de calcul

2.5.1 Méthode de calcul pour la moyenne de la densité.

Pour vérifier la validité des mesures de duretés locales sur la pièce avec deux niveaux d'épaisseur, il faut calculer la densité globale relative moyenne de la pièce et comparer avec la valeur de densité obtenue expérimentalement (par mesure du volume de la pièce). Comme les volumes élémentaires autour des mesures ne sont pas égaux, il faut utiliser les dimensions de la pièce et les distances exactes entre les empreintes de dureté (voir la figure 2.11). Ensuite, il faut adapter la méthode numérique disponible en Matlab pour le calcul de l'intégrale double.

La méthode a été testée sur une pièce de fer MP32 de 20g, densité relative de 90% dont les valeurs se trouvent à l'annexe B.

La surface de la pièce a été décomposée en deux surfaces rectangulaires de dimensions 1.6x10.74 et 1.6 x6.1 mm^2 respectivement (voir la figure 2.11).

On a utilisé Quad (quadrature) qui est une méthode numérique de calcul d'aire en dessous du graphique de la fonction f (x).

Avec la valeur de la dureté introduite dans la relation (39) paragraphe 3.1.4 trouvée pour la poudre de fer MP 32 :

$$\rho = 0.055HRC + 3.4$$

on obtient la densité relative = 6.668 $g.cm^{-3}$ ce qui représente 89.7% de la densité théorique maximale $\rho_{lub+MP32}$ =7.43$g.cm^{-3}$ calculée, donc un très bonne évaluation de la densité expérimentale de 90%.

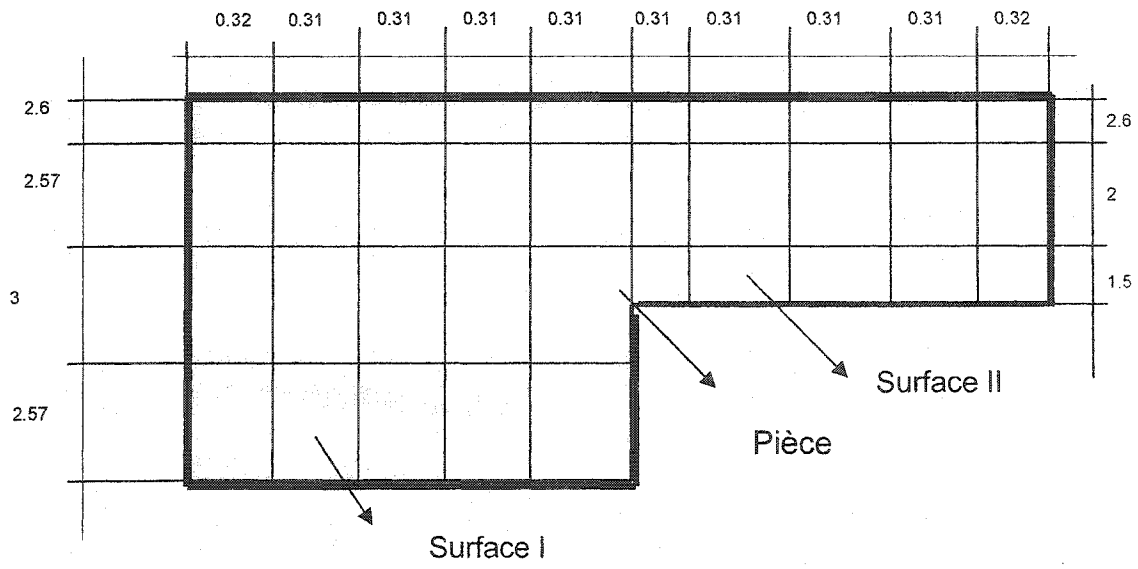


Figure 2.11 Schéma de décomposition et les dimensions (mm) de la surface de la pièce utilisée dans le calcul de la valeur de dureté moyenne, poudre de fer MP32, 20 g, densité moyenne 90%.

2.5.2 Développement des équations et modélisation de l'évolution du coefficient du frottement dans le pressage en matrice fermée

Tenant compte des facteurs d'influence sur le coefficient de frottement présentés au paragraphe 1.3.5.3.2, on a essayé de modéliser l'évolution de celui-ci. Les équations utilisées ont été développées expérimentalement par [**OLD 96**] pour l'influence de la vitesse et par [**BRO 00**] pour l'influence des caractéristiques

morphologiques de la poudre. Les données utilisées pour décrire l'influence de la densité sur le coefficient et l'influence de la méthode de lubrification due frottement ont été celles de [**TUR 99**](voir le fichier input Friction Coefficient .m dans l'annexe C). L'équation proposée par [**BRO 00**] relie un facteur de densification *K* à la composante hydrostatique de la pression *P* par l'équation suivante :

$$K = aP^n \tag{36}$$

Les coefficients *a* et *n* sont reliés par les équations 37 à la dureté *D* de la particule et à la morphologie de la poudre *Mo (*décrite par le rapport de Hausner*)*.

$$\begin{aligned} a &= -4.47.10^{-3}(D) + 1.80(Mo) - 1.67 \\ n &= 3.21.10^{-3}(D) - 0.51(Mo) + 0.71 \end{aligned} \tag{37}$$

En même temps, K décrit la réduction de volume pendant du pressage :

$$K = \ln \frac{\rho_0}{\rho_r} \tag{38}$$

Cette approche nous a permis de calculer la densité relative en fonction de paramètres comme la pression, la dureté et la morphologie de la particule et d'associer les valeurs de densité relative aux valeurs du coefficient de frottement obtenues expérimentalement par [**TUR 99**], selon le deux situations : lubrifiant mélangé avec la poudre seulement et lubrifiant ajouté sur les parois de la matrice. Pour considérer l'effet de la vitesse du pressage sur le coefficient de frottement, un calcul est fait à partir des valeurs expérimentales trouvées par [**OLD 96**] pour un type de poudre semblable. Le coefficient de frottement global

est calculé selon l'équation 30(le paragraphe 1.3.5.3.2). Un schéma fonctionnel de l'algorithme développé est présenté à la figure 2.12.

Afin de s'assurer que les fonctions déterminées expérimentalement sont continues et que les variables sont compatibles physiquement à l'intérieur du domaine de définition, on a effectué une analyse numérique qui a évalué les variables a, n et K respectivement pour chaque essai utilisé par les auteurs. La représentation graphique confirme la continuité et la compatibilité des variables analysées (voir le fichier input Numerical Analysis.m dans l'annexe C et les figures 1,2 et 3).

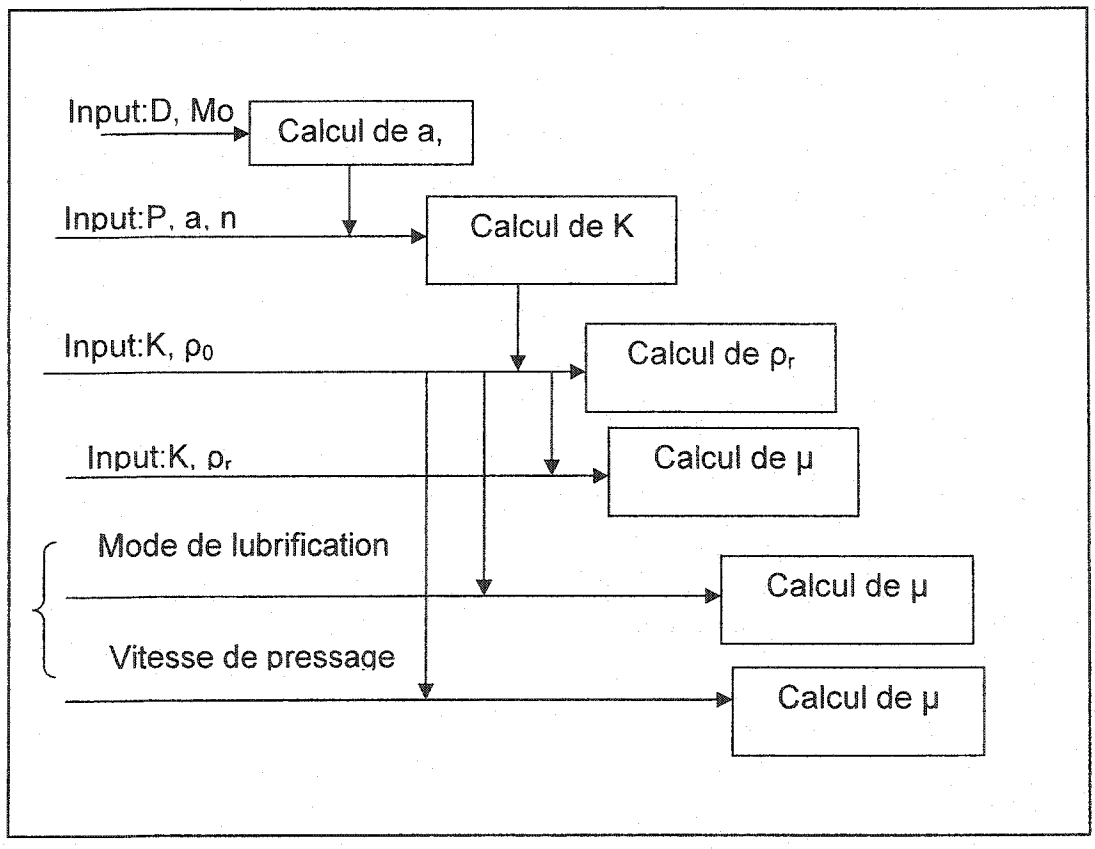


Figure 2.12 Schéma fonctionnel de l'algorithme utilisé dans le calcul du coefficient de frottement.

CHAPITRE 3 : Présentation des résultats

3.1 Évaluation expérimentale de la densité par mesures de dureté

Une première série d'essais a été effectuée pour vérifier la justesse de l'utilisation de la mesure de dureté comme méthode d'évaluation de la densité locale des pièces produites par pressage de poudres.

3.1.1 Courbes de pressage

Pour chaque type de poudre, on a effectué plusieurs pressages à différentes pressions afin d'établir les courbes de compressibilité illustrées aux figures 3.1 à 3.4. Dans chaque cas, les résultats expérimentaux ont été lissés par une relation empirique logarithmique. Bien que ce type de relation soit toujours croissante avec la pression, elle décrit bien les résultats expérimentaux dans le domaine des valeurs de densité rencontrées en pratique.

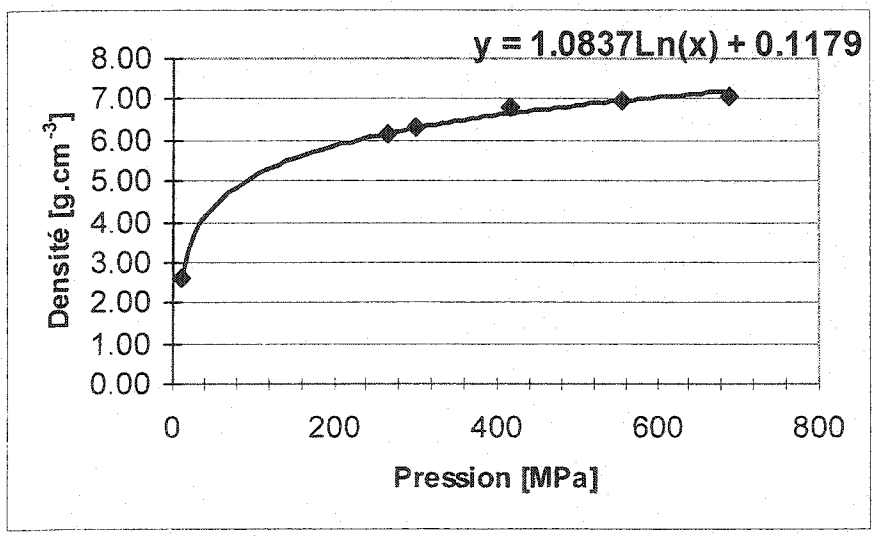


Figure 3.1 Courbe de pressage pour la poudre de fer MP32

Pour chacune de ces courbes, le point initial (à une pression de 10MPa) indique la densité apparente.

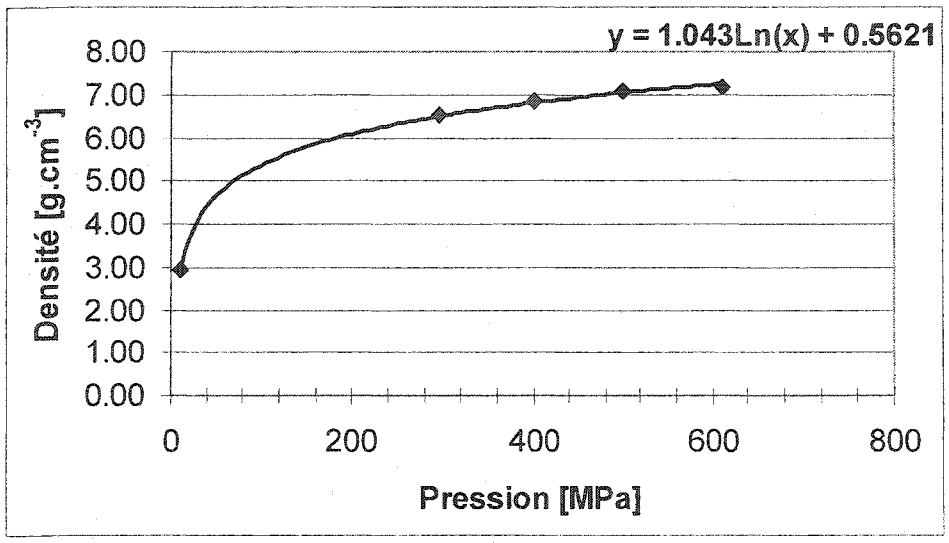


Figure 3.2 Courbe de pressage pour la poudre de fer Kobelco

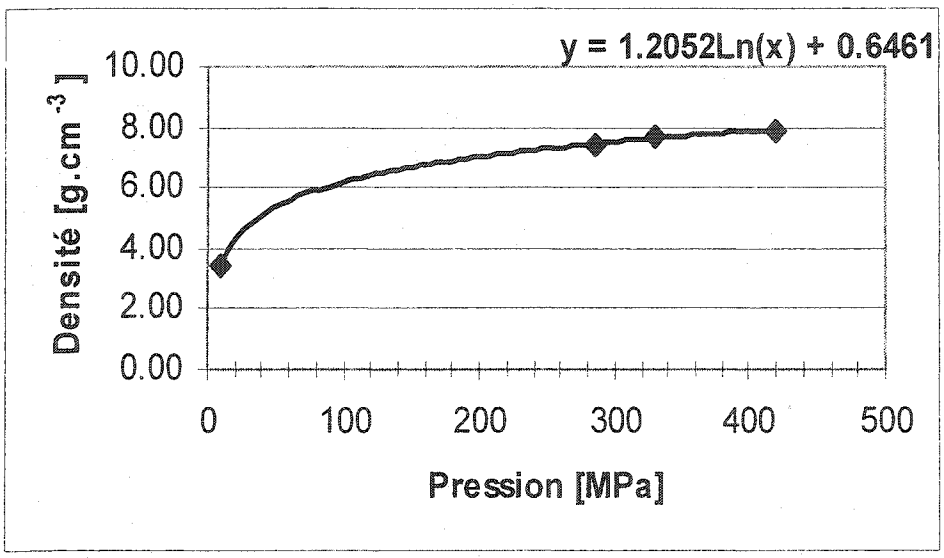


Figure 3.3 Courbe de pressage pour la poudre de laiton 90-10.

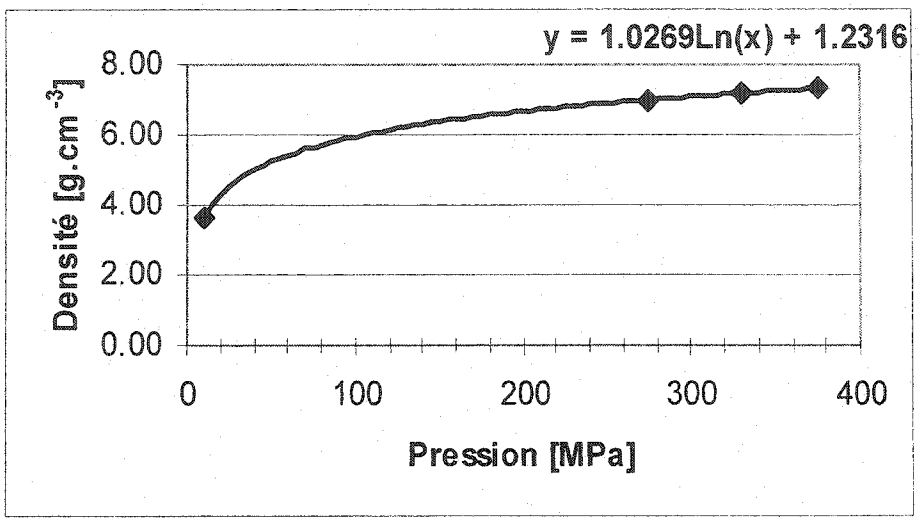


Figure 3.4 Courbe de pressage pour la poudre de laiton 70 – 30.

Les mesures de densité jusqu'à des pressions de l'ordre de 250 à 300 MPa ne sont pas possibles à cause du manque de cohésion des échantillons.

3.1.2 Essais préliminaires

Dans le but d'étudier l'effet de la masse de poudre sur la variation des valeurs de dureté (et donc de densité) dans les échantillons, on a effectué des mesures sur trois types d'échantillons avec des masses de poudres de 20 g (numéro 10), 16 g (numéro 06) et 7 g (numéro 04) tels que montrés à la figure 3.5. L'épaisseur des échantillons de 7 g n'a pas permis d'obtenir des résultats consistants à cause de sa faible résistance; seulement les échantillons de 20 g et 16 g ont été évalués.

3.1.3 Calibrage des échantillons

Pour chaque échantillon de poudre de 20 g et 16 g, on a effectué des pressages à différentes densités relatives jusqu'à la densité maximale présentée dans les courbes de pressage. Les mesures de densités ont été prises selon le modèle présenté à la figure 2.9. Pour chaque échantillon, on a mesuré la densité moyenne en divisant la masse de l'échantillon par le volume apparent. La mesure du volume a été faite avec un vernier Mitutuyo avec une précision de 0.01 mm tandis que les pièces ont été pesées avec une balance Mettler de précision 0.002g.

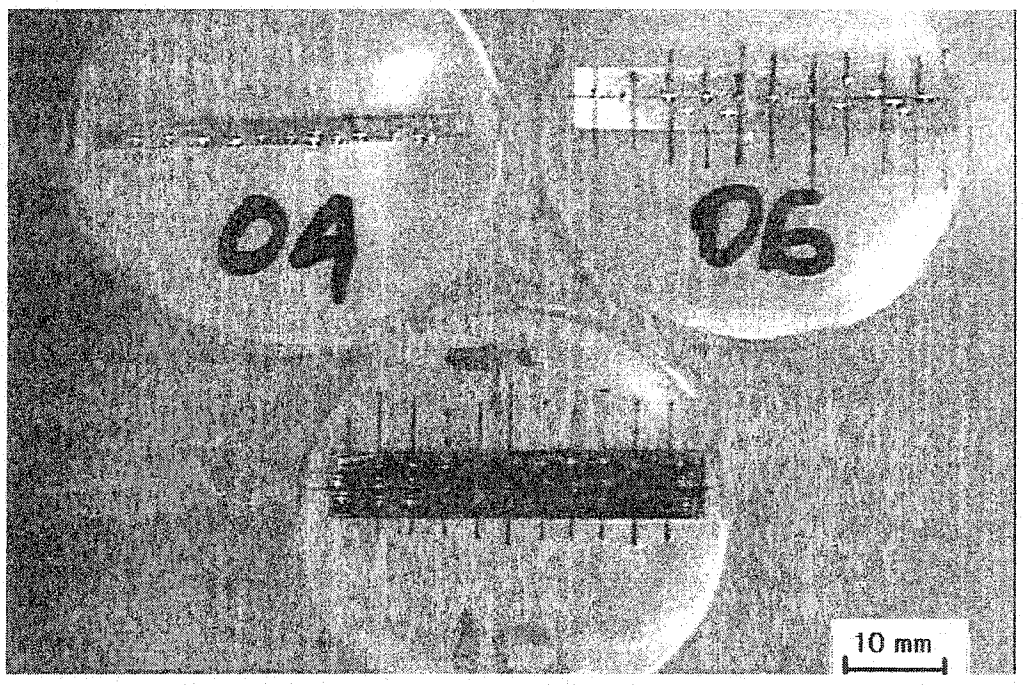


Figure 3.5 Échantillons de 6, 16 et 20 g.

La hauteur des échantillons de 20 g a permis de mesurer la dureté selon trois niveaux : en haut (en dessous du poinçon de pressage), au milieu et au bas tandis que pour l'échantillon de 16 g, la dureté a été mesurée seulement au niveau médian de la pièce tout en gardant une distance de 2D (D - diamètre de la bille) entre les empreintes de dureté et entre les empreintes et les arêtes de la pièce. Une dureté moyenne pour chacun des niveaux de mesure a été obtenue. Dans les figures suivantes (3.6 à 3.31), on présentera les valeurs de duretés obtenues pour des échantillons de différentes densités pour chaque type de poudre. Certains spécimens ayant des densités égales sont comparés pour vérifier la répétabilité. Ainsi, pour les échantillons de 20 g de poudre MP 32 avec une densité autour de 6.8 $g.cm^{-3}$ (figures 3.11 et 3.12), on note que la dureté varie entre les valeurs limites 60 et 66 Rockwell 15-T. Dans chaque cas, la dureté moyenne est de 63.6 ± 0.38. Il en est de même pour l'échantillon de 20 g de laiton 70-30 avec une densité de l'ordre de 7.38 $g.cm^{-3}$ (figures 3.29 et 3.30). La plupart des valeurs de duretés sont situées entre 52 et 62 Rockwell alors que la dureté moyenne est de l'ordre de 56. On note finalement que les variations les plus importantes autour de la moyenne sont rencontrées pour les pièces de 20 g par rapport aux pièces de 16 g. On utilisera donc les valeurs obtenues sur les pièces de 16 g pour établir la corrélation entre la dureté et la densité relative locale.

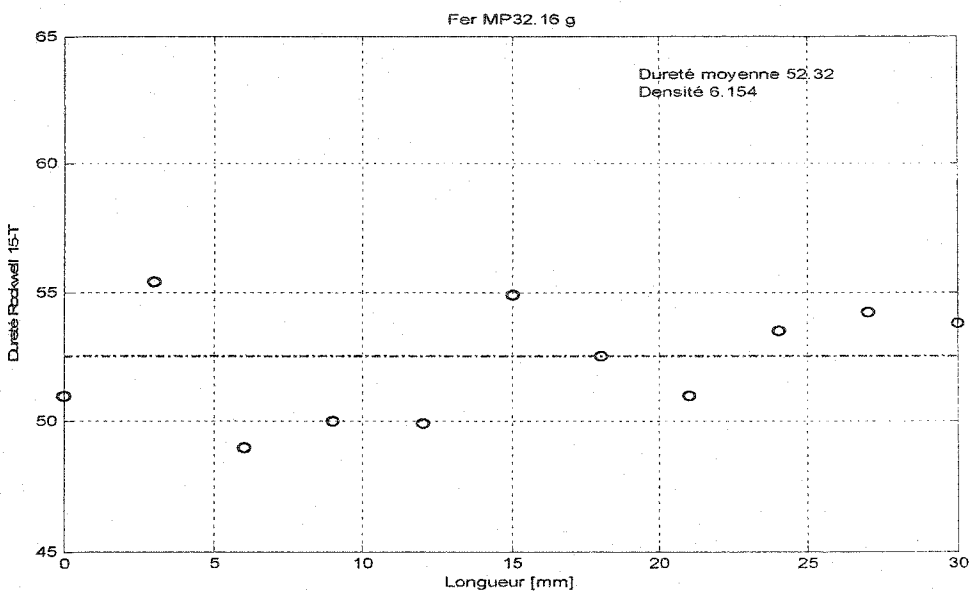


Figure 3.6 Variation de la dureté le long de l'échantillon, poudre de fer MP 32, 16 g, densité 6.154 g.cm^{-3}.

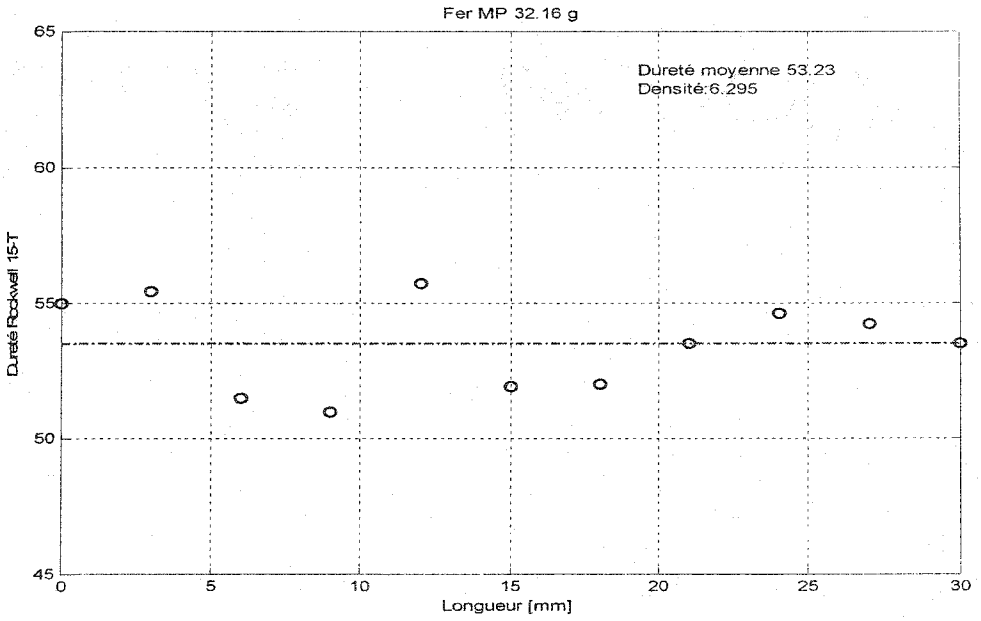


Figure 3.7 Variation de la dureté le long de l'échantillon, poudre de fer MP 32, 16 g, densité 6.295 g.cm^{-3}.

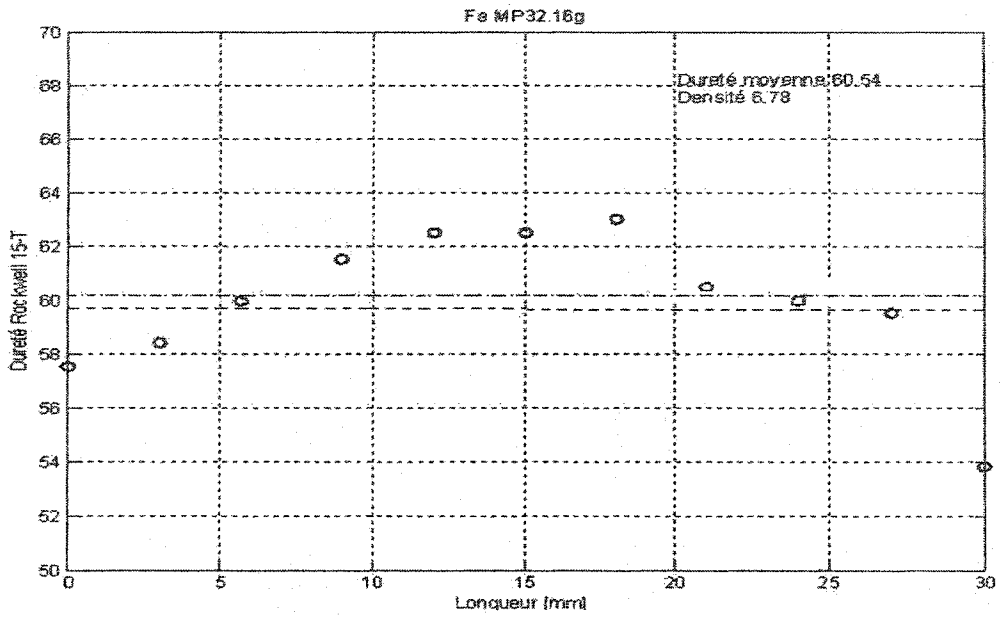


Figure 3.8 Variation de la dureté le long de l'échantillon, poudre de fer MP 32, 16 g, densité 6.78 g.cm^{-3}.

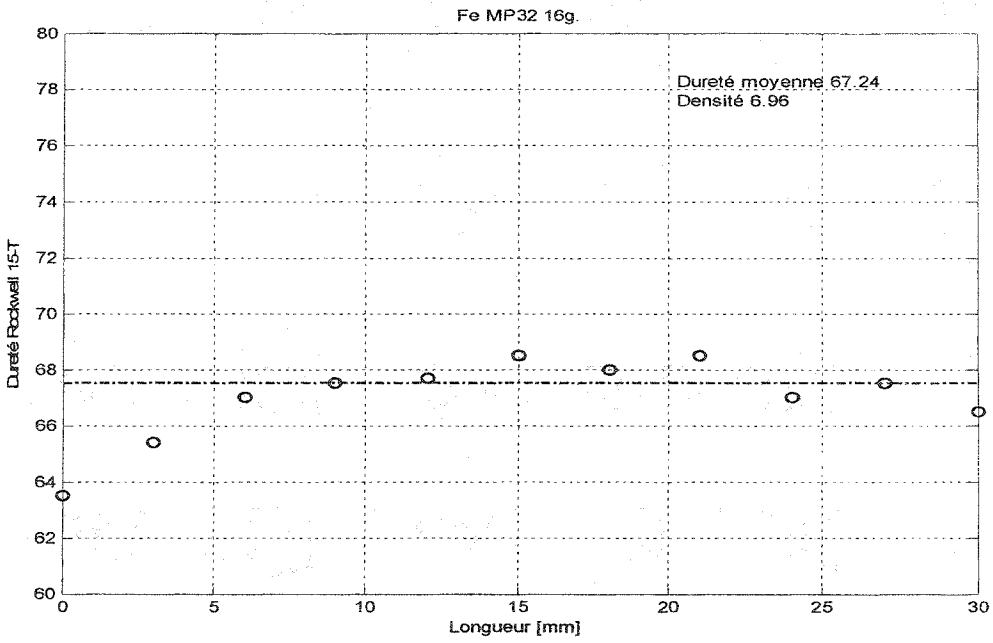


Figure 3.9 Variation de la dureté le long de l'échantillon, poudre de fer MP 32, 16 g, densité 6.96 g.cm^{-3}.

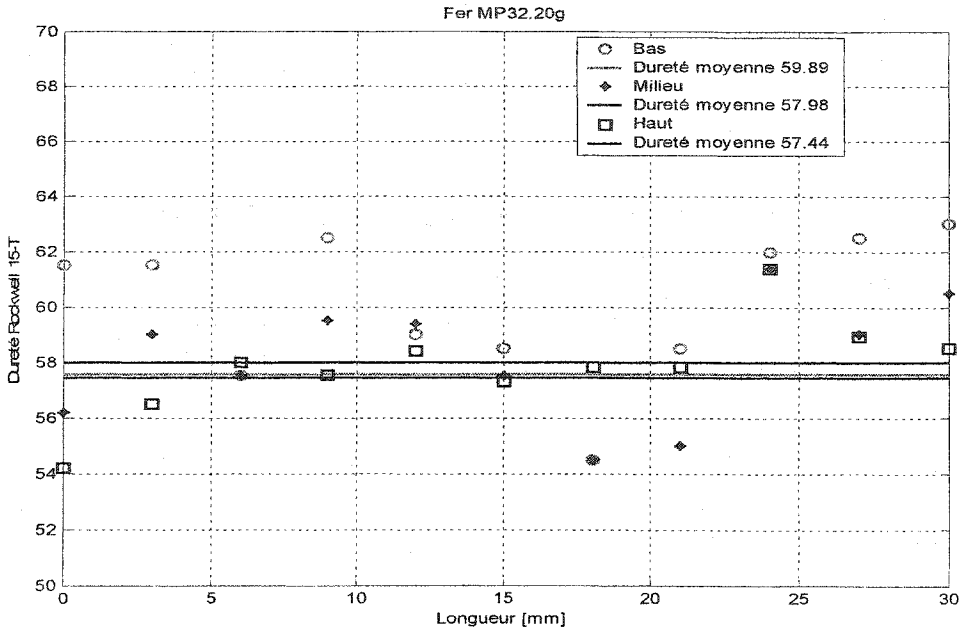


Figure 3.10 Variation de la dureté le long de l'échantillon, poudre de fer MP 32, 20 g, densité 6.54 g.cm^{-3}.

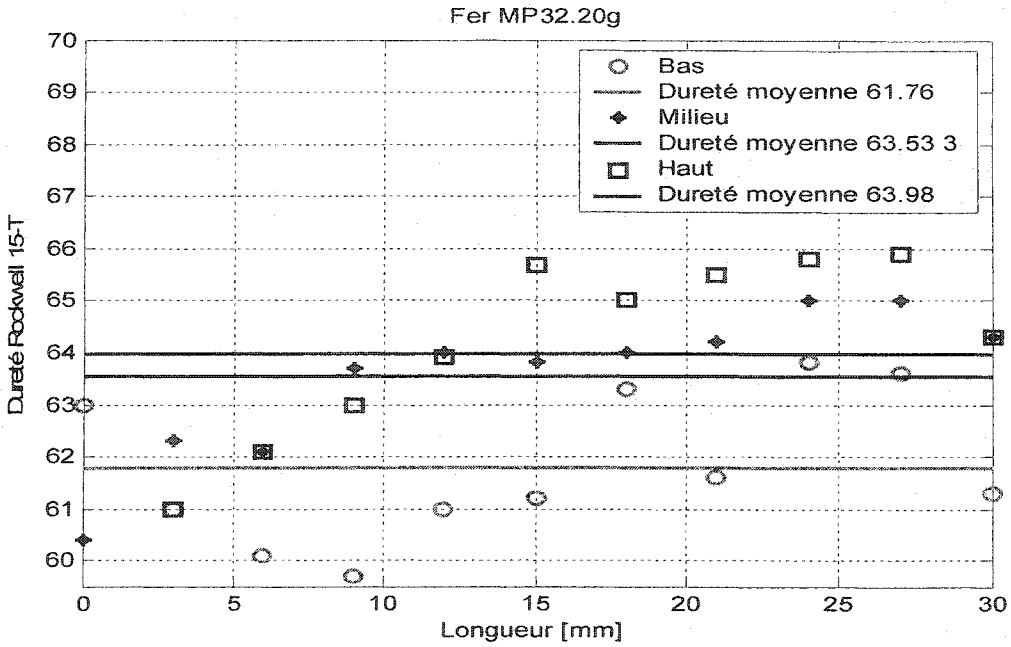


Figure 3.11 Variation de la dureté le long de l'échantillon, poudre de fer MP 32, 20 g, densité 6.78 g.cm^{-3}.

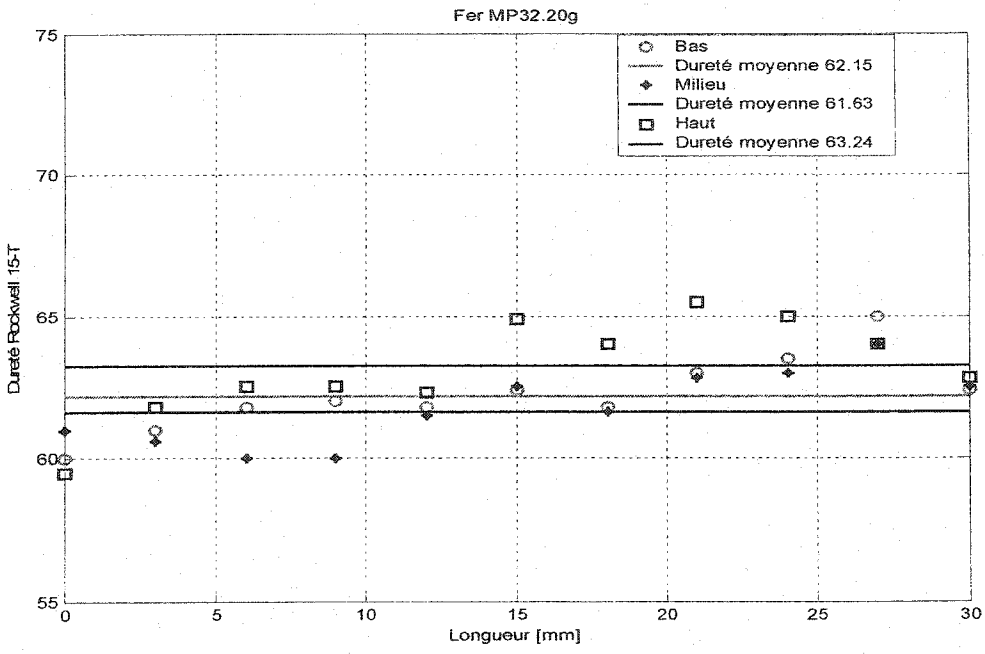


Figure 3.12 Variation de la dureté le long de l'échantillon, poudre de fer MP 32, 20 g, densité 6.83 g.cm^{-3}.

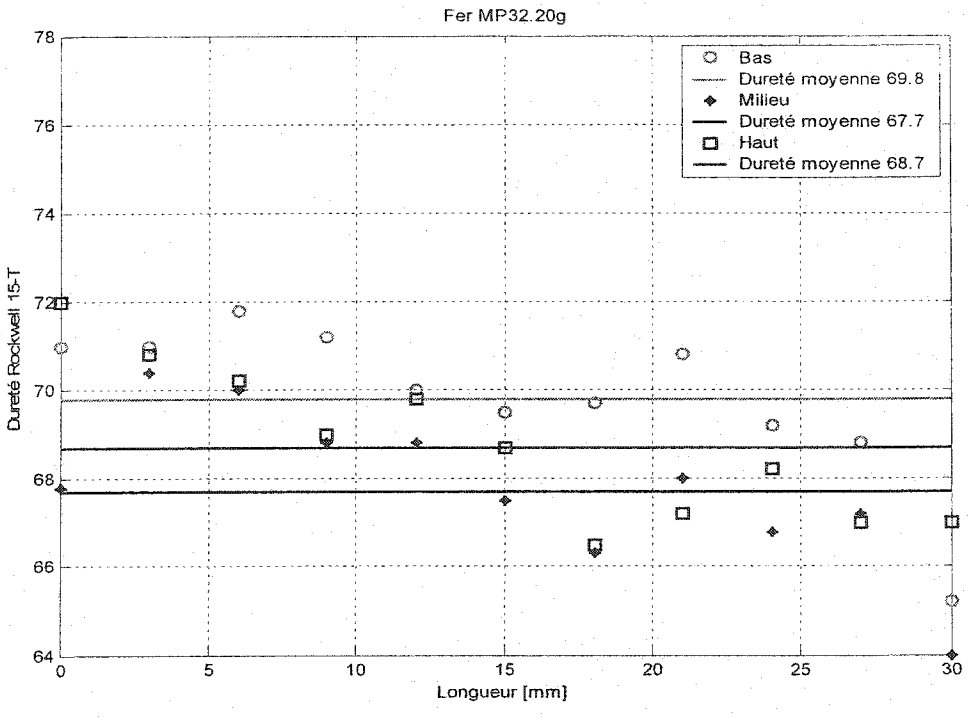


Figure 3.13 Variation de la dureté le long de l'échantillon, poudre de fer MP 32, 20 g, densité 7.01 g.cm^{-3}.

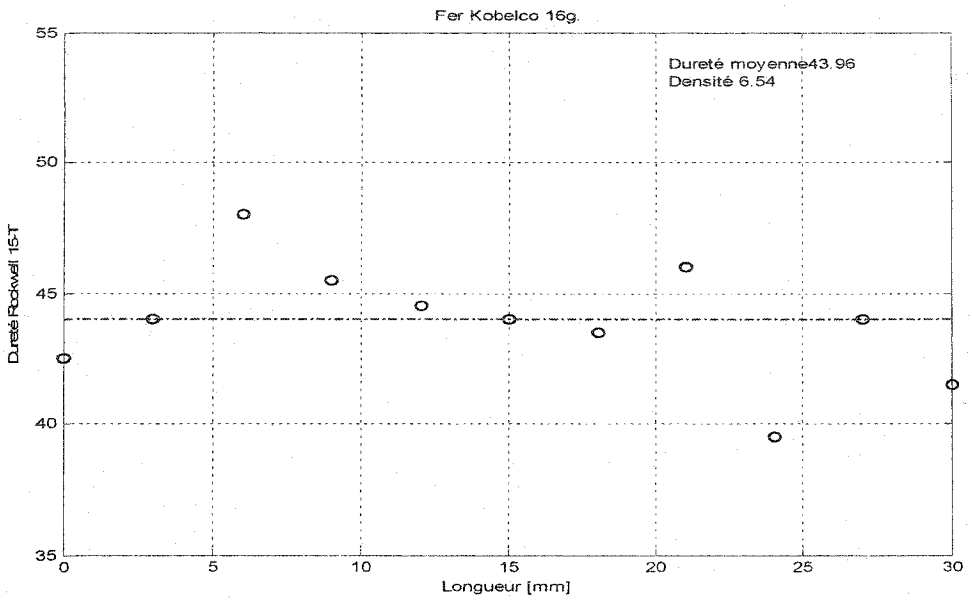


Figure 3.14 Variation de la dureté le long de l'échantillon, poudre de fer Kobelco, 16 g, densité 6.54 g.cm^{-3}.

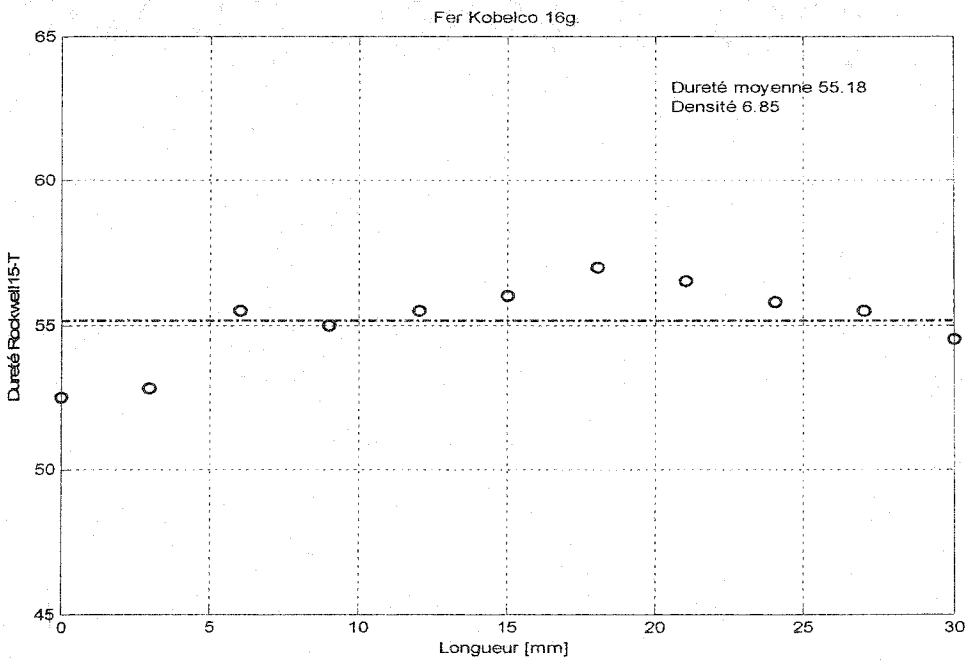


Figure 3.15 Variation de la dureté le long de l'échantillon, poudre de fer Kobelco, 16 g, densité 6.85 g.cm^{-3}.

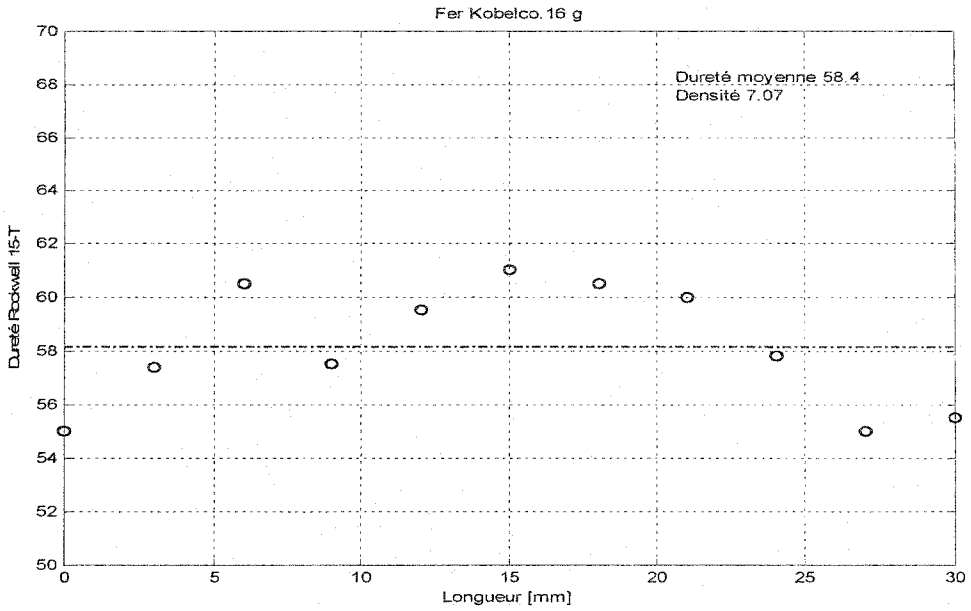


Figure 3.16 Variation de la dureté le long de l'échantillon, poudre de fer Kobelco, 16 g, densité 7.07 g.cm^{-3}.

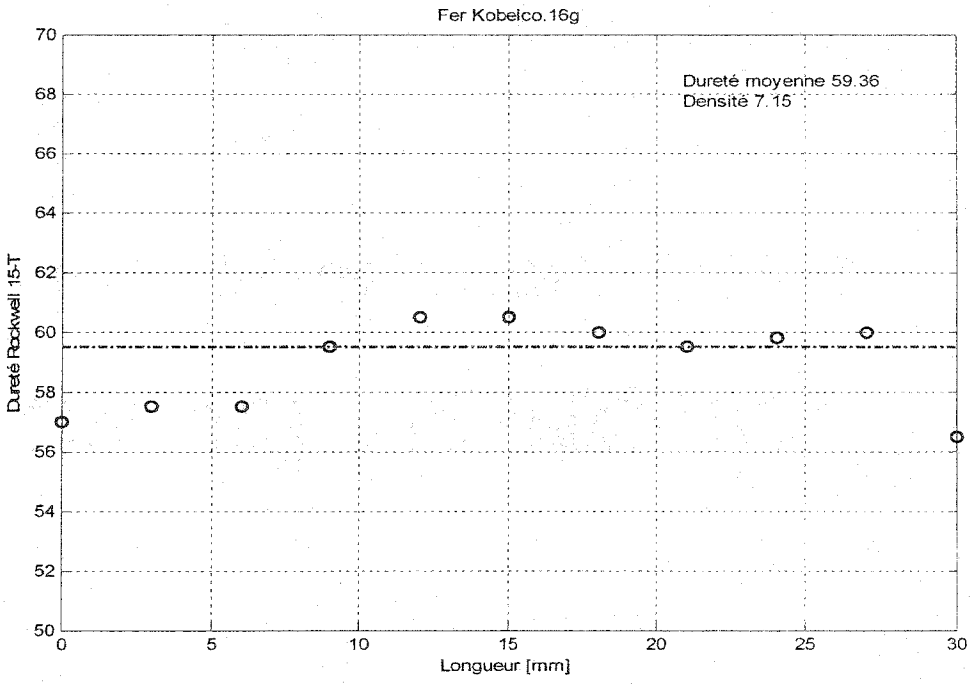


Figure 3.17 Variation de la dureté le long de l'échantillon, poudre de fer Kobelco, 16 g, densité 7.15 g.cm^{-3}.

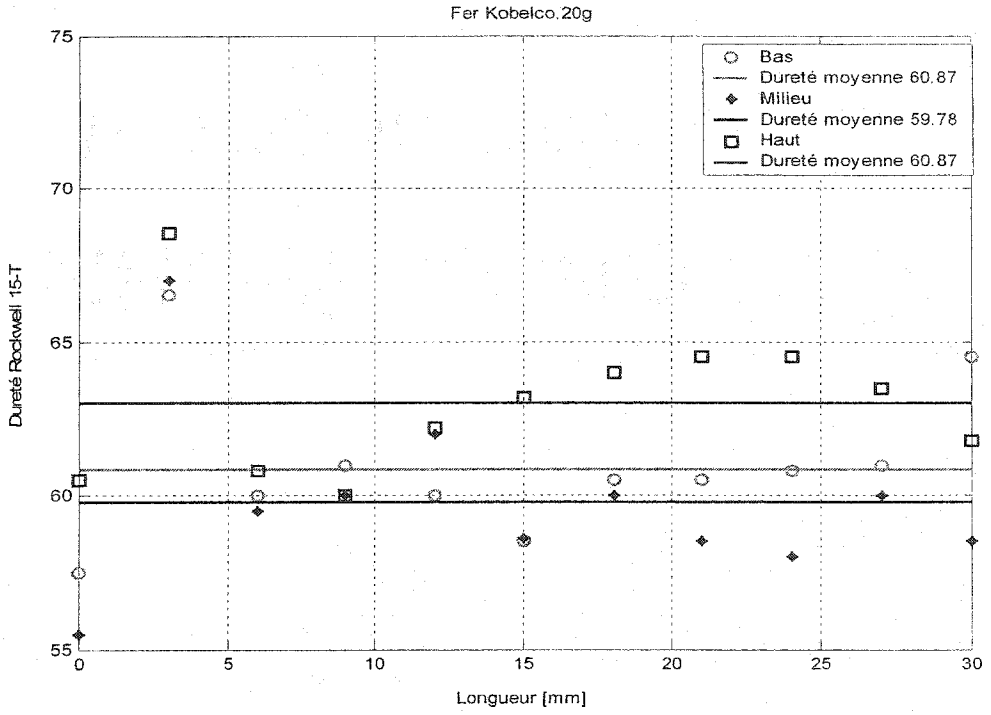


Figure 3.18 Variation de la dureté le long de l'échantillon, poudre de fer Kobelco, 20 g, densité 6.83 g.cm^{-3}.

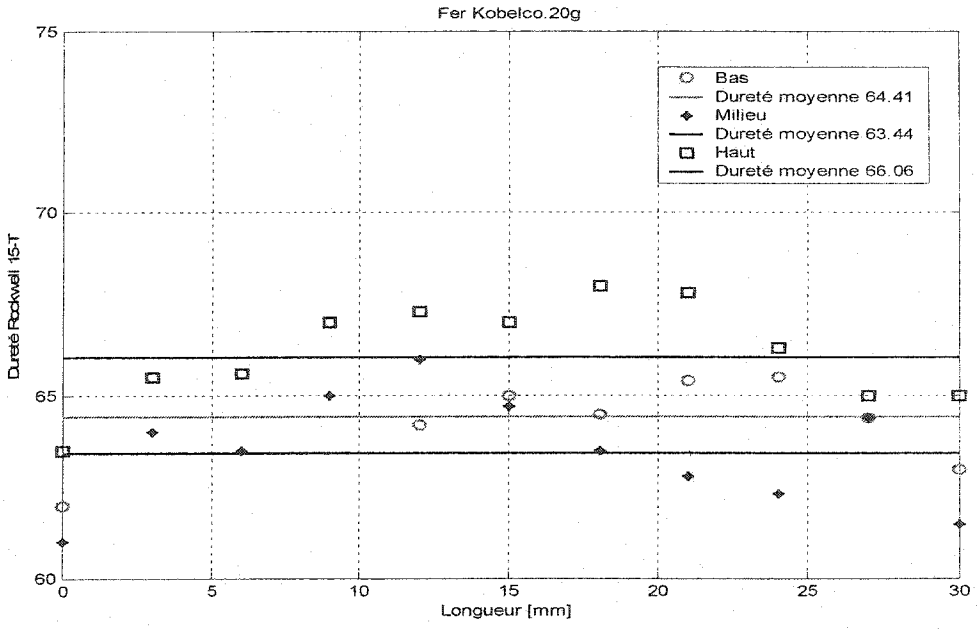


Figure 3.19 Variation de la dureté le long de l'échantillon, poudre de fer Kobelco, 20 g, densité 7.17 g.cm^{-3}.

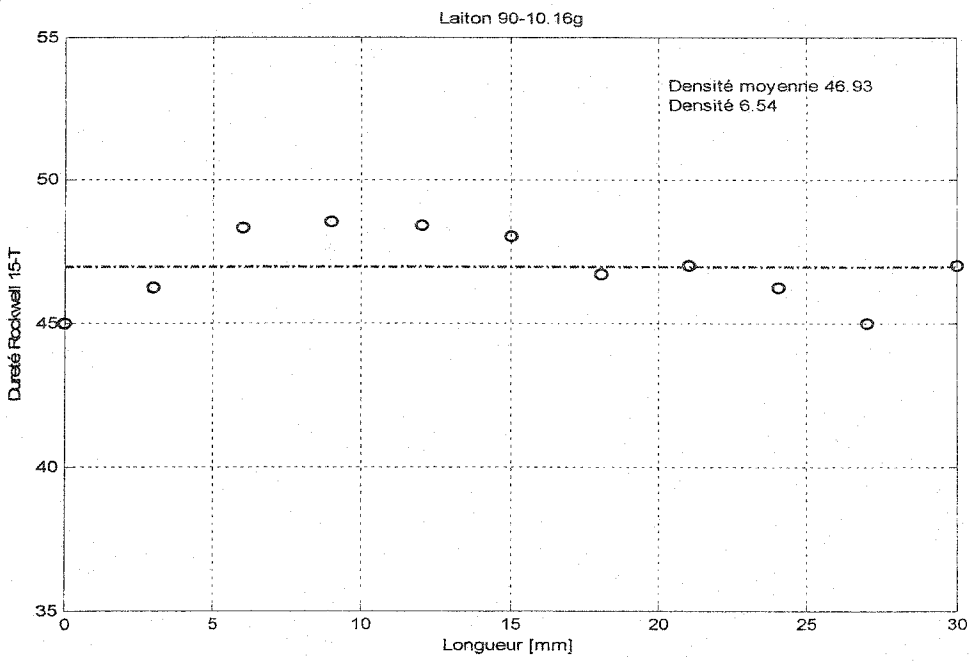


Figure 3.20 Variation de la dureté le long de l'échantillon, poudre de laiton 90-10, 16 g, densité 6.54 g.cm^{-3}.

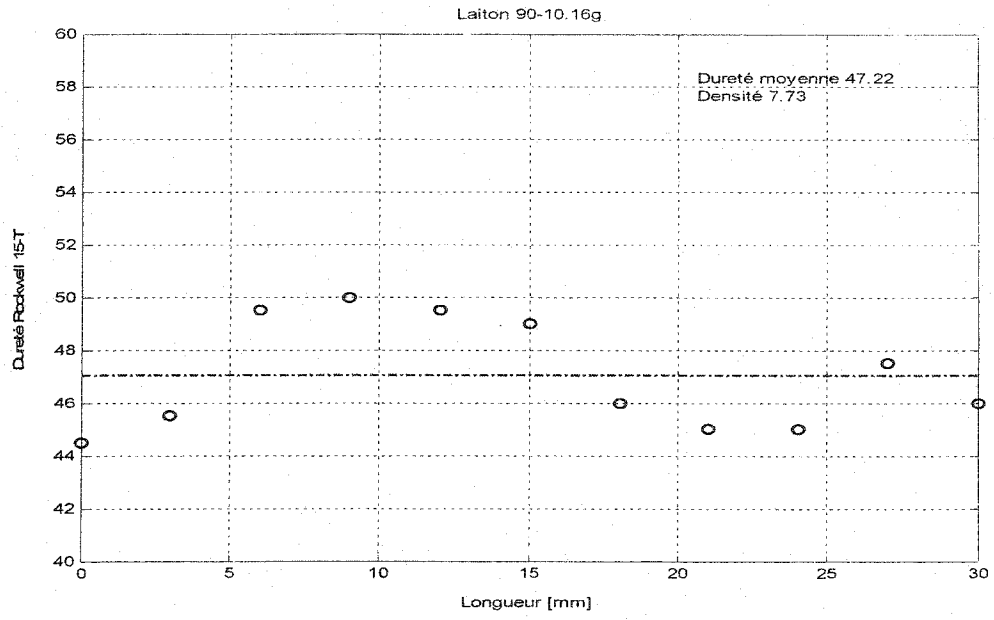


Figure 3.21 Variation de la dureté le long de l'échantillon, poudre de laiton 90-10, 16 g, densité 7.73 g. cm^{-3}.

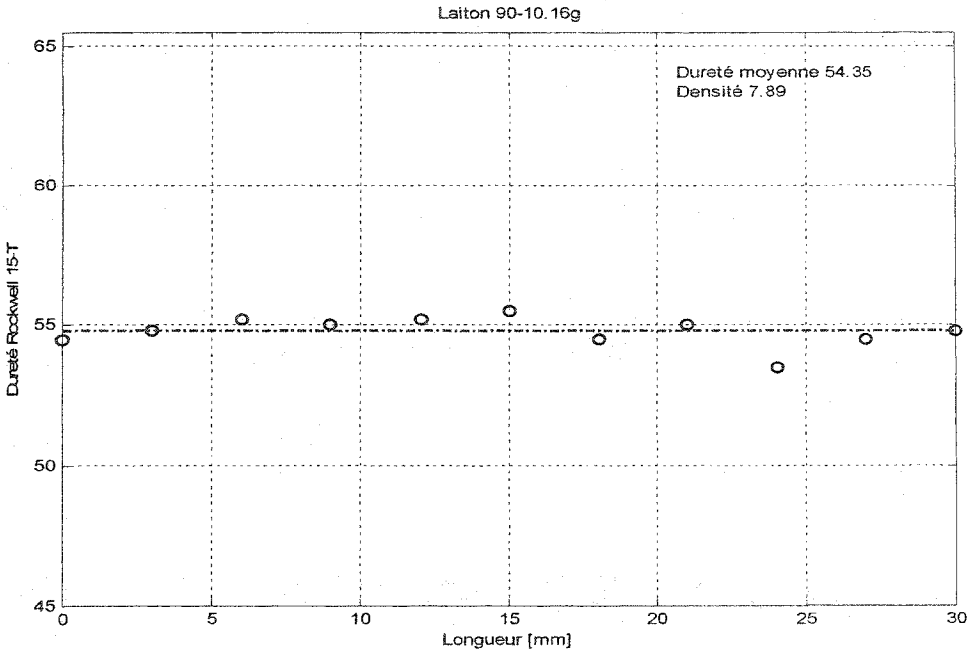


Figure 3.22 Variation de la dureté le long de l'échantillon, poudre de laiton 90-10, 16 g, densité 7.89 g.cm^{-3}.

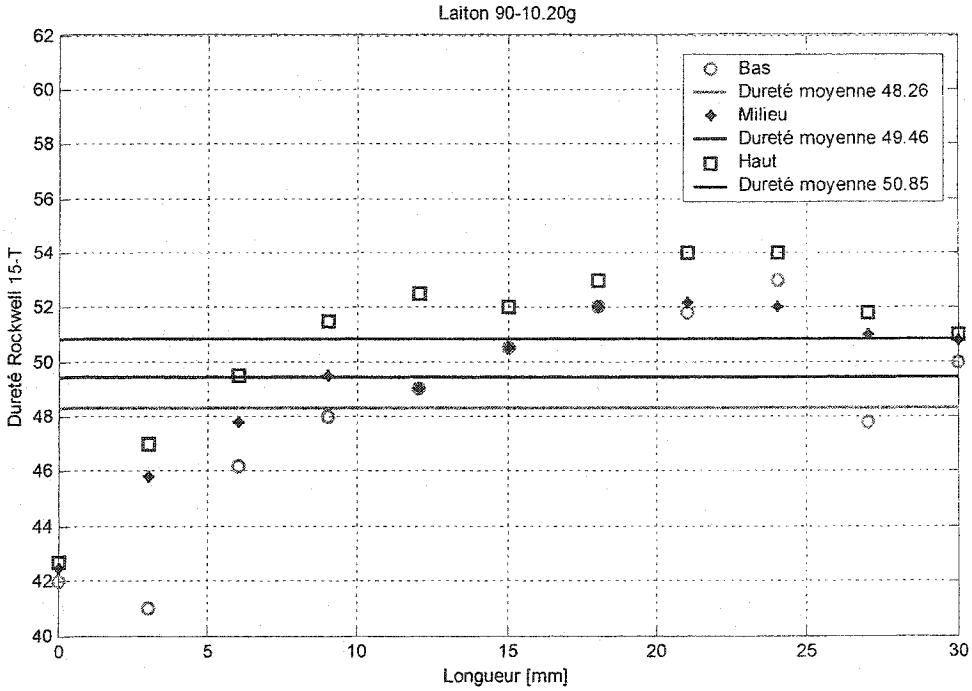


Figure 3.23 Variation de la dureté le long de l'échantillon, poudre de laiton 90-10, 20 g, densité 7.78 g. cm^{-3}.

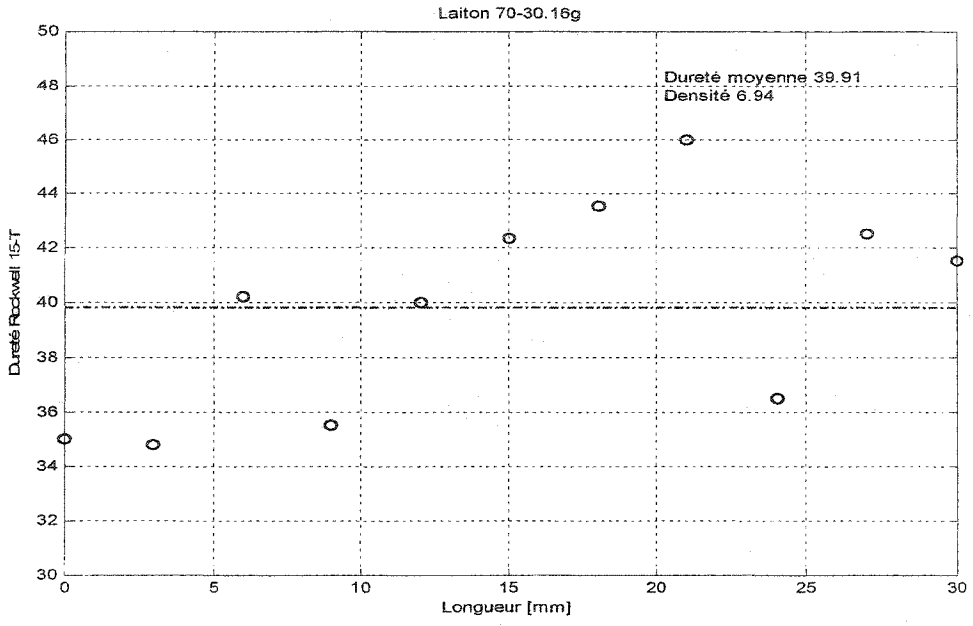


Figure 3.24 Variation de la dureté le long de l'échantillon, poudre de laiton 70-30, 16 g, densité 6.94 g. cm^{-3}.

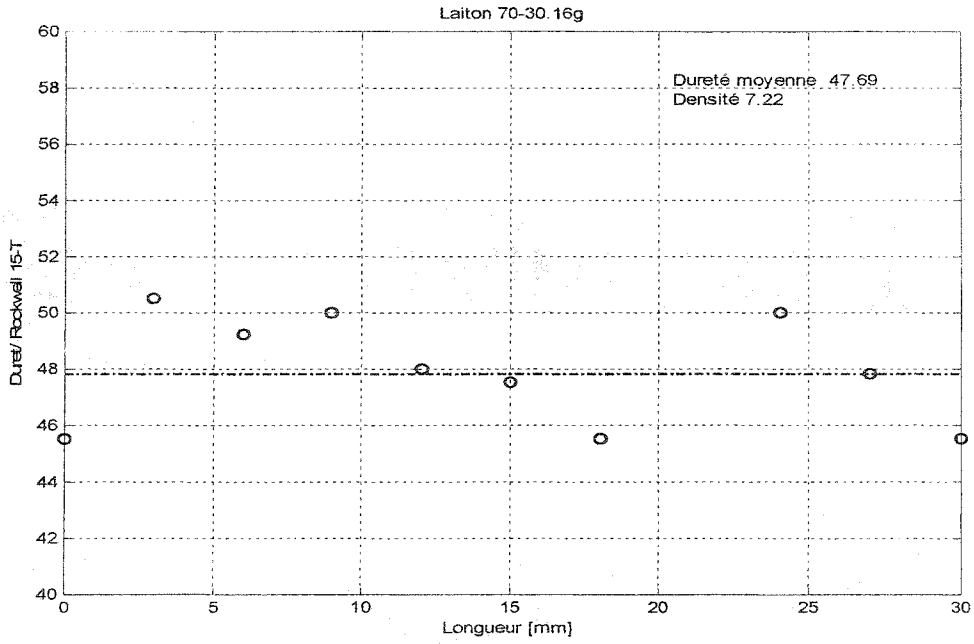


Figure 3.25 Variation de la dureté le long de l'échantillon, poudre de laiton 70-30, 16 g, densité 7.22 g. cm^{-3}.

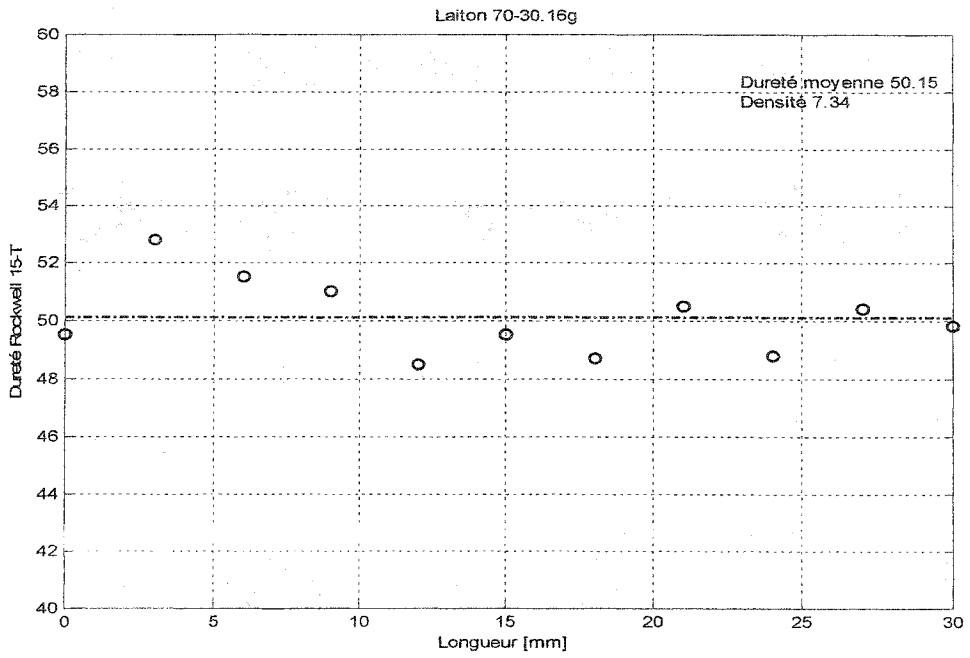


Figure 3.26 Variation de la dureté le long de l'échantillon, poudre de laiton 70-30, 16 g, densité 7.34 g. cm^{-3}.

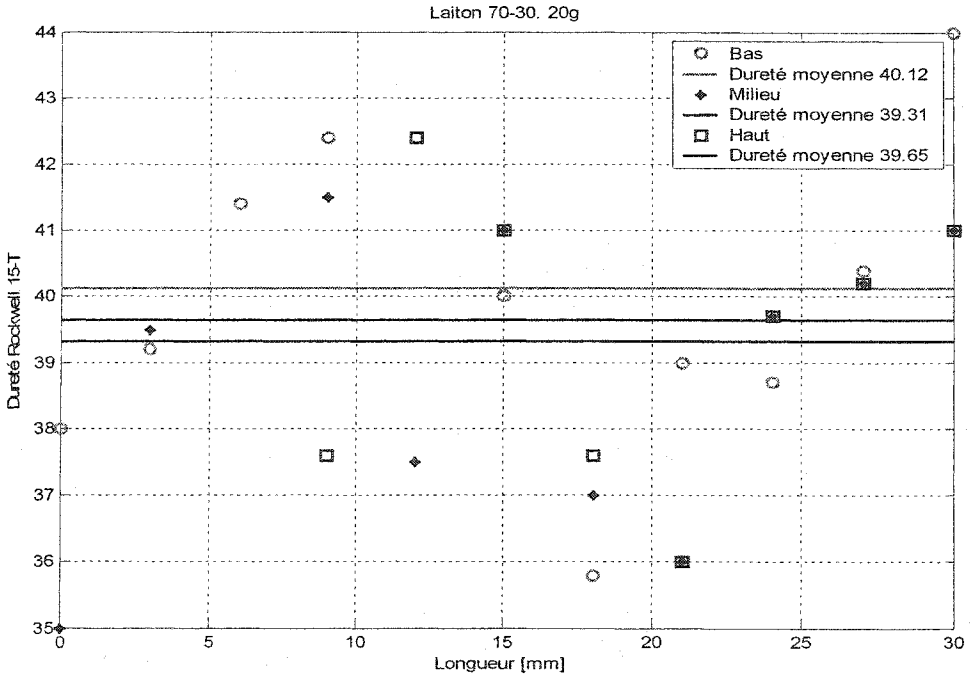


Figure 3.27 Variation de la dureté le long de l'échantillon, poudre de laiton 70-30, 20 g, densité 6.94 g. cm^{-3}.

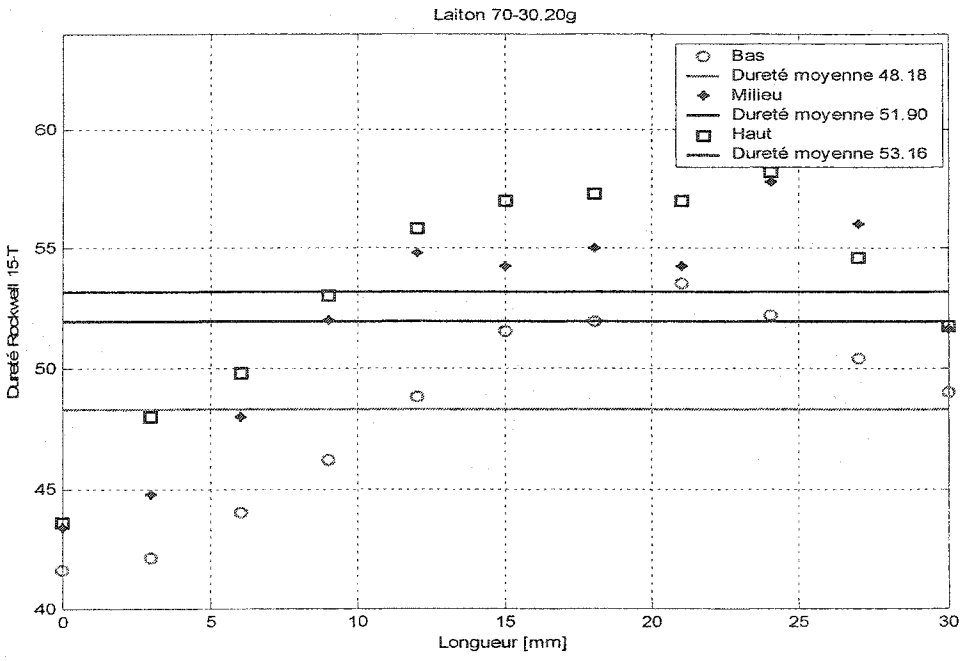


Figure 3.28 Variation de la dureté le long de l'échantillon, poudre de laiton 70-30, 20 g, densité 7.25 g. cm^{-3}.

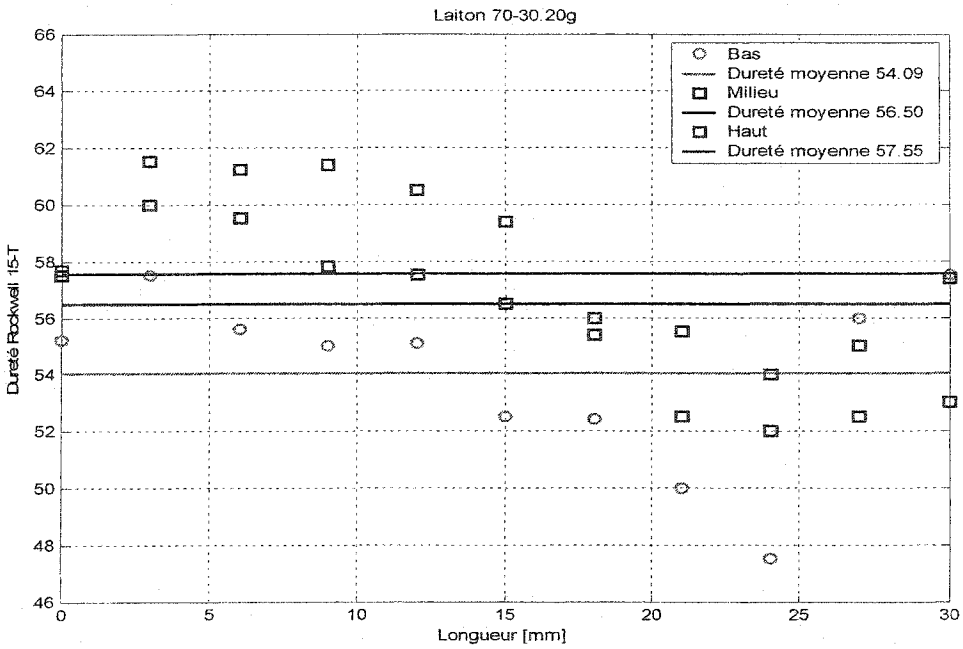


Figure 3.29 Variation de la dureté le long de l'échantillon, poudre de laiton 70 - 30, 20 g, densité 7.36 g. cm.$^{-3.}$

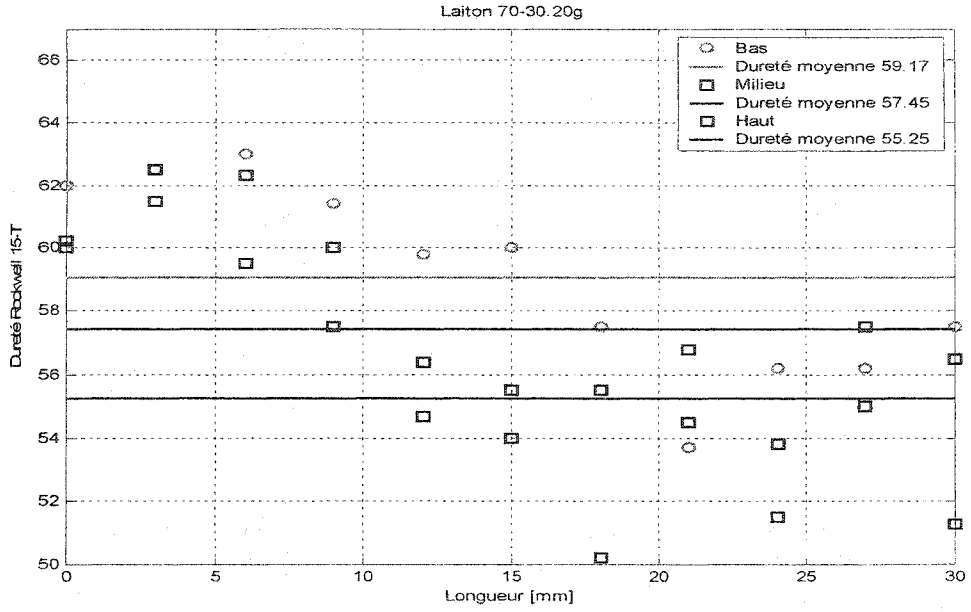


Figure 3.30 Variation de la dureté le long de l'échantillon, poudre de laiton 70 - 30, 20 g, densité 7.41 g. cm^{-3}.

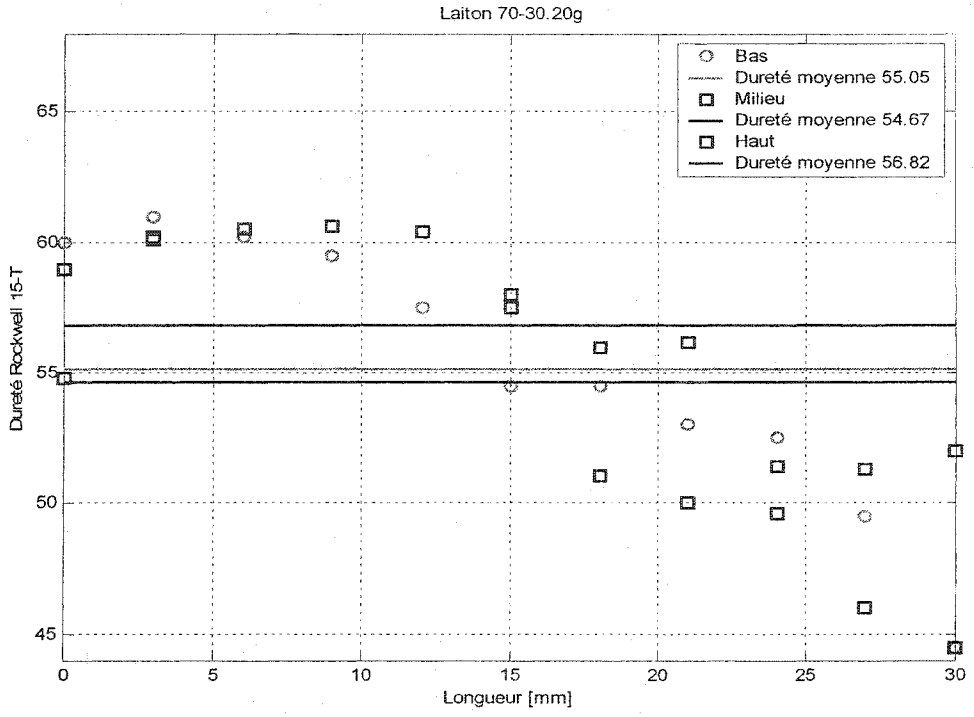


Figure 3.31 Variation de la dureté le long de l'échantillon, poudre de laiton 70 - 30, 20 g, densité 7.88 g. cm.$^{-3}$

Dans le cas des échantillons de 20 g, pour avoir une idée plus exacte de l'évolution de la densité entre les trois niveaux sur lesquels on a effectué les mesures (respectivement en dessous du poinçon supérieur, au milieu et en bas), on a effectué une interpolation bidimensionnelle sur la surface de mesure de l'échantillon (voir les figures 3.32 à 3.35 pour chaque type de poudre, le reste des figures étant présentées à l'annexe A).

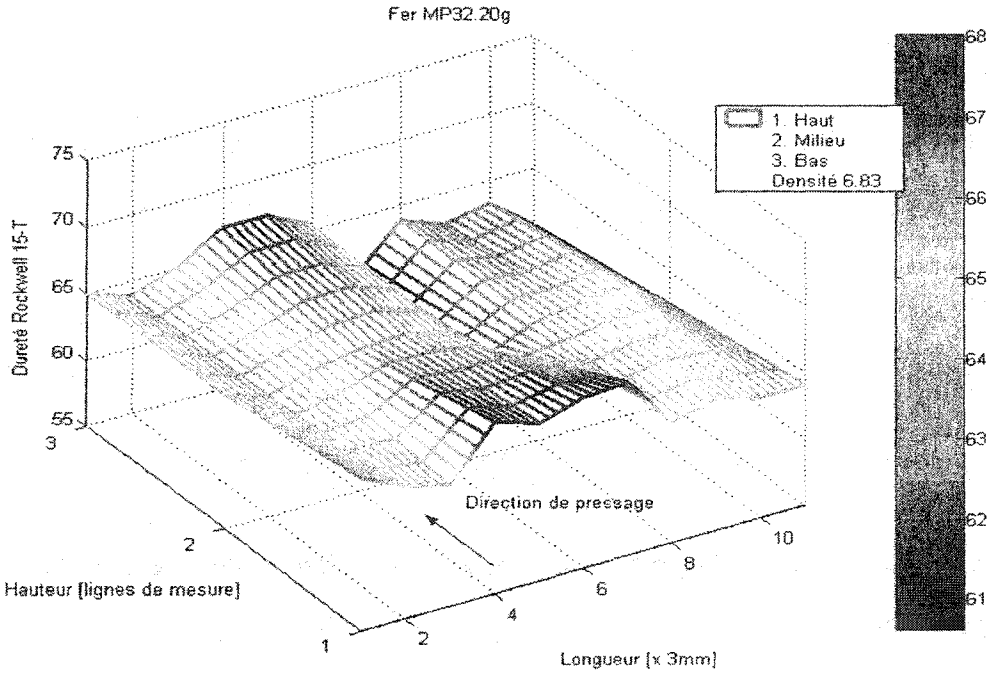


Figure 3.32 Variation de la dureté sur la surface de mesure, poudre de fer MP 32, 20 g, densité 6.83 g. cm^{-3}.

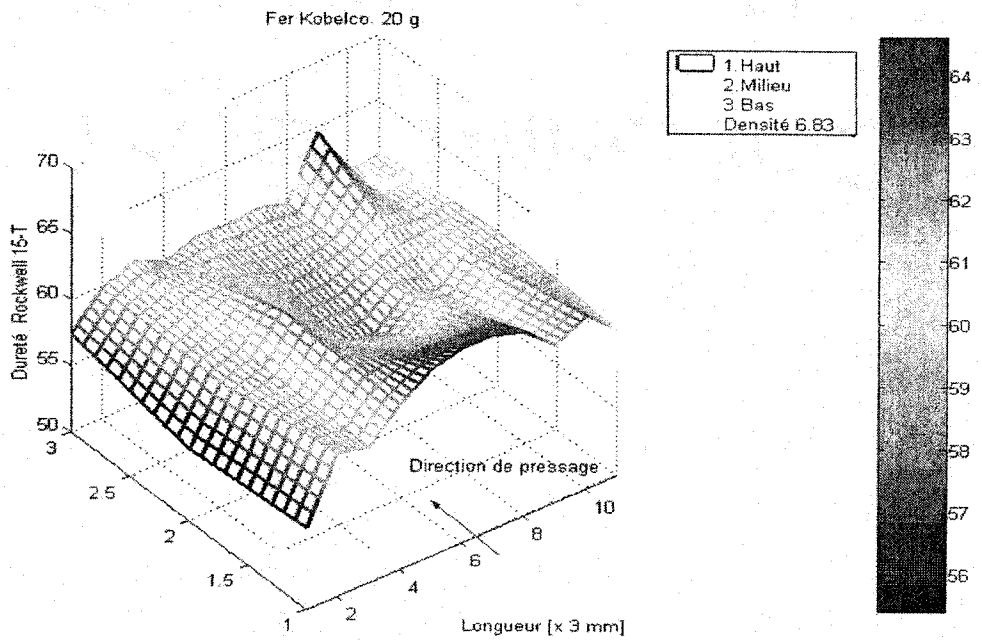


Figure 3.33 Variation de la dureté sur la surface de mesure, poudre de fer Kobelco, 20 g, densité 6.83 g. cm^{-3}.

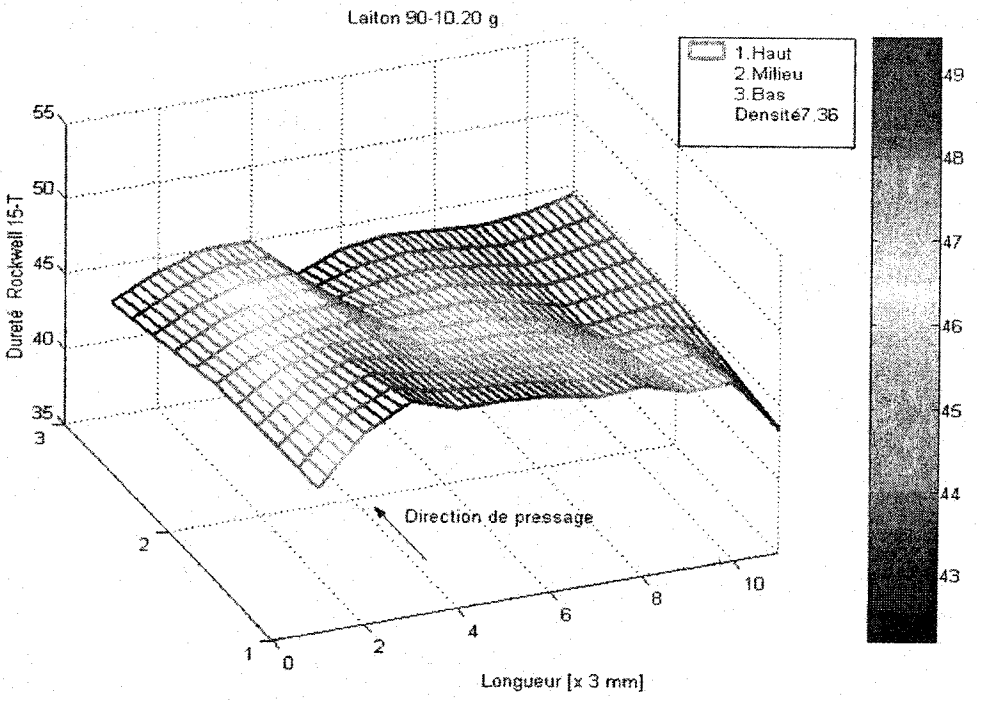


Figure 3.34 Variation de la dureté sur la surface de mesure, poudre de laiton 90-10, 20 g, densité 7.36 g. cm^{-3}.

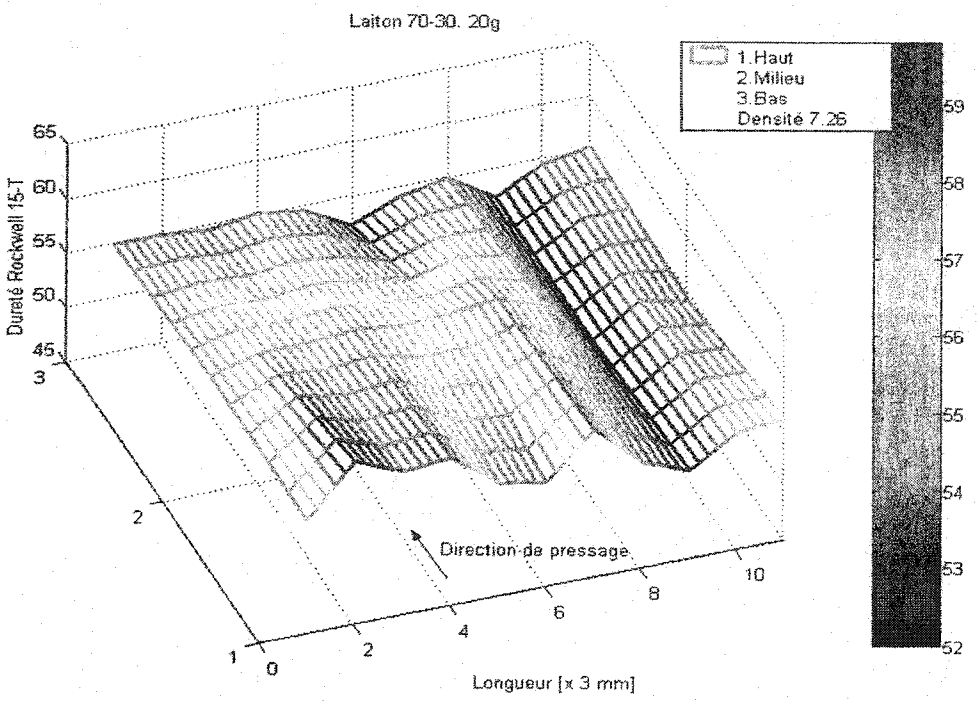


Figure 3.35 Variation de la dureté sur la surface de mesure, poudre de laiton 70-30, 20 g, densité 7.26 g. cm^{-3}.

Comme observations générales, on aperçoit une augmentation de la densité et une diminution de l'écart des duretés sur les trois niveaux de mesure avec l'augmentation de la pression pour les pièces de 20g. En général, le niveau maximal de dureté est obtenu en dessous du poinçon supérieur.

Les variations de dureté présentées à la figure 3.33 pourraient être expliquées par l'alignement du poinçon avec la matrice et par la planéité de la surface de l'échantillon. Par ailleurs, aucune mesure n'a été prise afin de s'assurer de l'uniformité de la distribution de poudres dans la cavité de la matrice lors du remplissage. La non - uniformité entraîne certainement des écarts au niveau de la densité locale dans la pièce.

3.1.4 Corrélation entre la dureté et la densité à vert

À partir des valeurs moyennes de dureté obtenues pour les échantillons de 16 g, on peut exprimer l'évolution de la densité à vert (ρ en g/cm^3) en fonction de la dureté H (Rockwell 15-T) pour chaque type de poudre par les relations suivantes :

Laiton 90-10

$$\rho = 0.055H + 5 \qquad (36)$$

Laiton 70-30

$$\rho = 0.03H + 5.8 \qquad (37)$$

Fer Kobelco

$$\rho = 0.029H + 5.3 \qquad (38)$$

Fer MP32

$$\rho = 0.055H + 3.4 \qquad (39)$$

Les figures 3.36 à 3.39 présentent les corrélations dureté- densité pour chaque type de poudre utilisée. Dans les valeurs de dureté utilisées pour la loi d'interpolation, on a exclu les valeurs qui correspondent à la densité apparente avant le pressage; cela est dû au fait qu il n' y a pas aucune cohésion entre les particules de poudre et donc la mesure de dureté est invalide. De plus, l'échelle de dureté est non linéaire.

En comparant les pentes de dureté pour chaque type de poudre dans l'intervalle 52-54 (unités Rockwell 15 T), on observe que la plus grande valeur de la pente (0.055) est enregistrée par la poudre de laiton 90-10 et de fer Kobelco, mais

toutefois les valeurs ne sont pas trop écartées. Il est ainsi difficile de relier ces pentes à l'écrouissage des différents alliages.

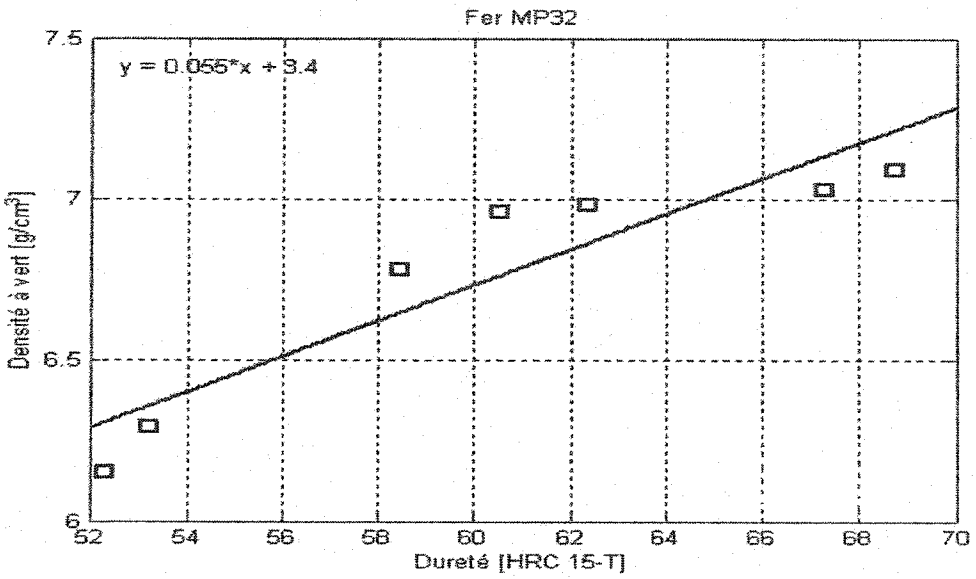


Figure 3.36 Corrélation des résultats dureté – densité, poudre de fer MP 32.

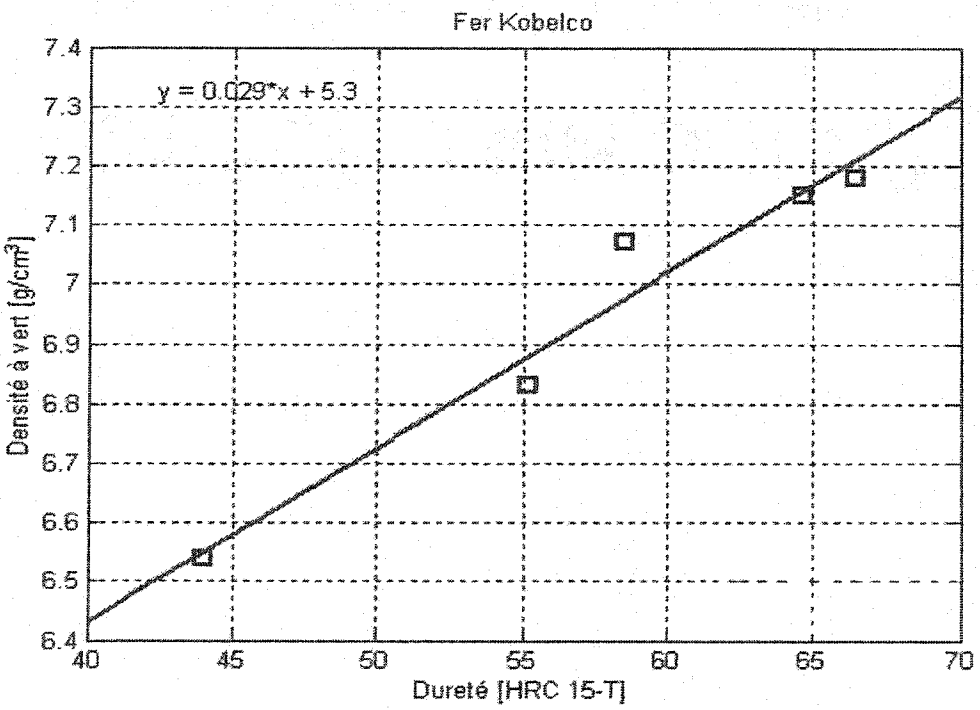


Figure 3.37 Corrélation des résultats dureté – densité, poudre de fer Kobelco.

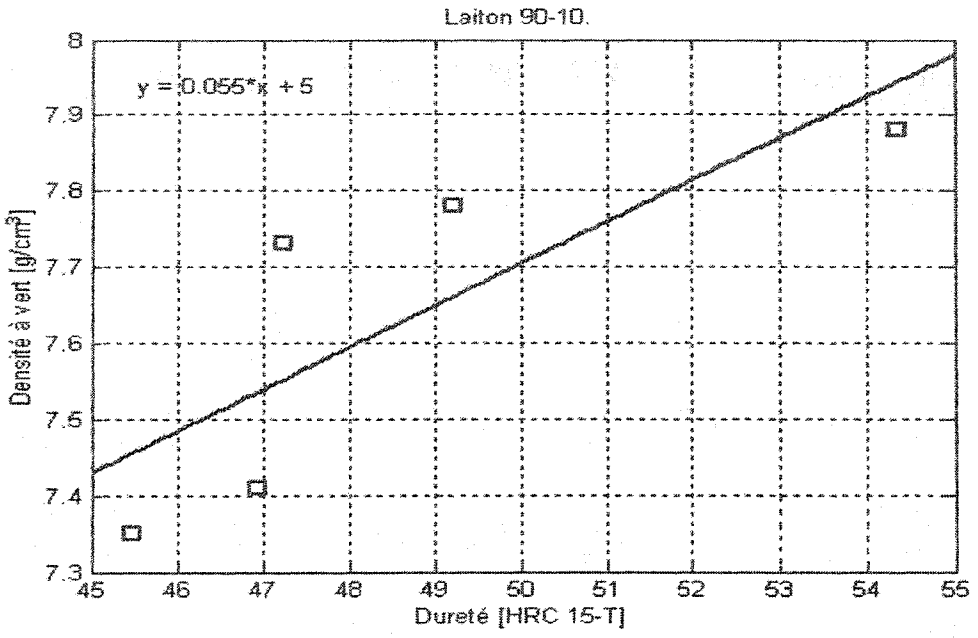


Figure 3.38 Corrélation des résultats dureté – densité, poudre de laiton 90-10.

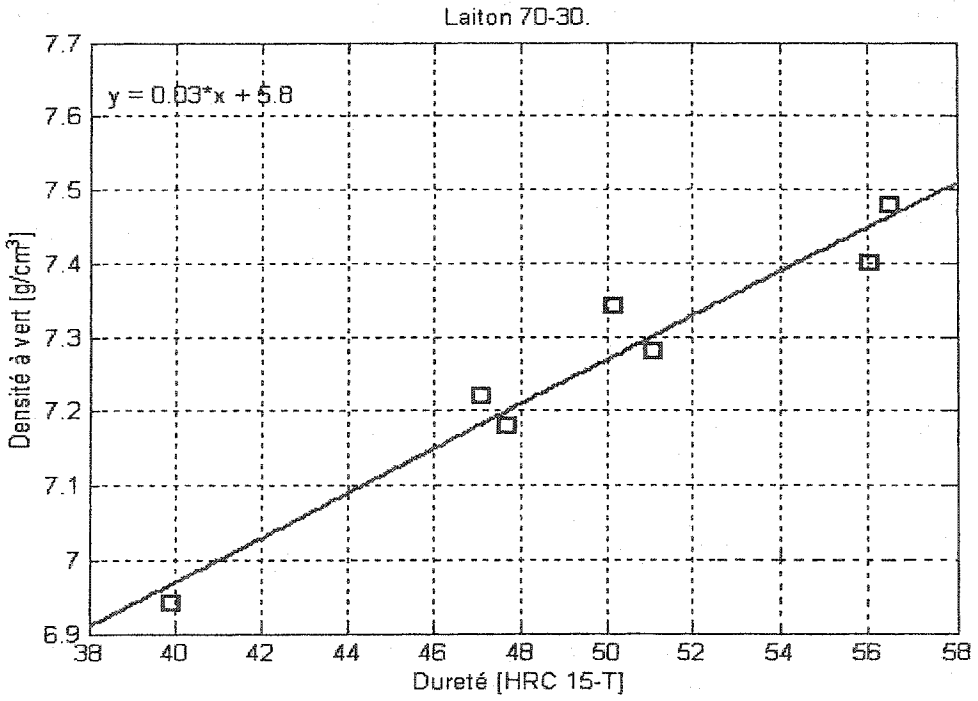


Figure 3.39 Corrélation des résultats dureté – densité, poudre de laiton 70-30.

Tableau 3.1 Valeurs comparatives des densités mesurées et calculée

Poudres	Masse	Densité à vert mesurée (g/cm^3)	Dureté moyenne HR 15-T*	Densité calculée par régression (g/cm^3)
Fer MP 32	**16 g**	6.154	52.32	6.27
		6.295	53.23	6.32
		6.78	60.54	6.72
		6.96	67.24	7.09
	20 g	6.54	58.43	6.61
		6.78	63.09	6.86
		6.83	62.34	6.82
		7.01	68.73	7.18
Fer Kobelco	**16 g**	6.54	43.96	6.57
		6.85	55.18	6.90
		7.07	58.40	6.99
		7.15	59.36	7.02
	20 g	6.83	61.23	7.07
		7.17	64.6	7.17
Laiton 90-10	**16 g**	6.54	46.93	7.58
		7.73	47.22	7.59
		7.89	54.3	7.98
	20 g	7.35	42.35	7.32
		7.36	45.48	7.5
		7.78	49.52	7.72
Laiton 70-30	**16 g**	6.94	39.91	6.99
		7.22	47.69	7.23
		7.34	50.15	7.30
	20 g	6.94	39.6	6.99
		7.25	51.08	7.33
		7.36	56.04	7.48
		7.41	57.29	7.51
		7.88	55.51	7.47

3.1.5 Mesures des duretés locales dans les pièces à deux niveaux d'épaisseur

Etant donné que chaque type de poudre contient du lubrifiant mélangé (0.75% massique), il est important de calculer la densité maximale qui peut être atteinte lors du pressage correspondant à une densité relative de 100%. Cette valeur sera par la suite utilisée pour le calcul de la densité relative (moyenne et locale). Le calcul de la densité théorique peut être fait à l'aide de l'équation suivante:

$$\rho_{théo} = \frac{1}{\frac{W_{lub}}{\rho_{lub}} + \frac{(1 - W_{lub})}{\rho_{metal}}} \qquad (40)$$

Avec les valeurs suivantes:

W_{lub} = 0.0075 fraction massique du lubrifiant;

ρ_{lub} = 1.095 g/cm^{-3} pour le stéarate de zinc;

$\rho_{met\ fer\ MP32}$ = 7.77 g/cm^{-3};

$\rho_{met\ fer\ Kobelco}$ = 7.81 g/cm^{-3}

$\rho_{met\ 90\text{-}10}$ = 8.8 g/cm^{-3};

$\rho_{met\ 70\text{-}30}$ = 8.47 g/cm^{-3};

À partir de ces valeurs, on obtient les densités théoriques suivantes pour les mélanges :

$\rho_{lub+MP32}$ = 7.43 g/cm^{-3}

$\rho_{lub+Kobelco}$ = 7.47 g/cm^{-3}

$\rho_{lub+\ 90\text{-}10} = 8.36\ g/cm^3$

$\rho_{lub+70\text{-}30} = 8.06\ g/cm^{-3}$

En ce qui concerne les pièces à deux niveaux d'épaisseur, on a produit des pièces de 20 g et de 30 g (limite supérieure imposée par la hauteur de remplissage de la matrice) afin d'évaluer l'effet de la taille des surfaces latérales sur le frottement. De telles pièces sont montrées à la figure 3.40.

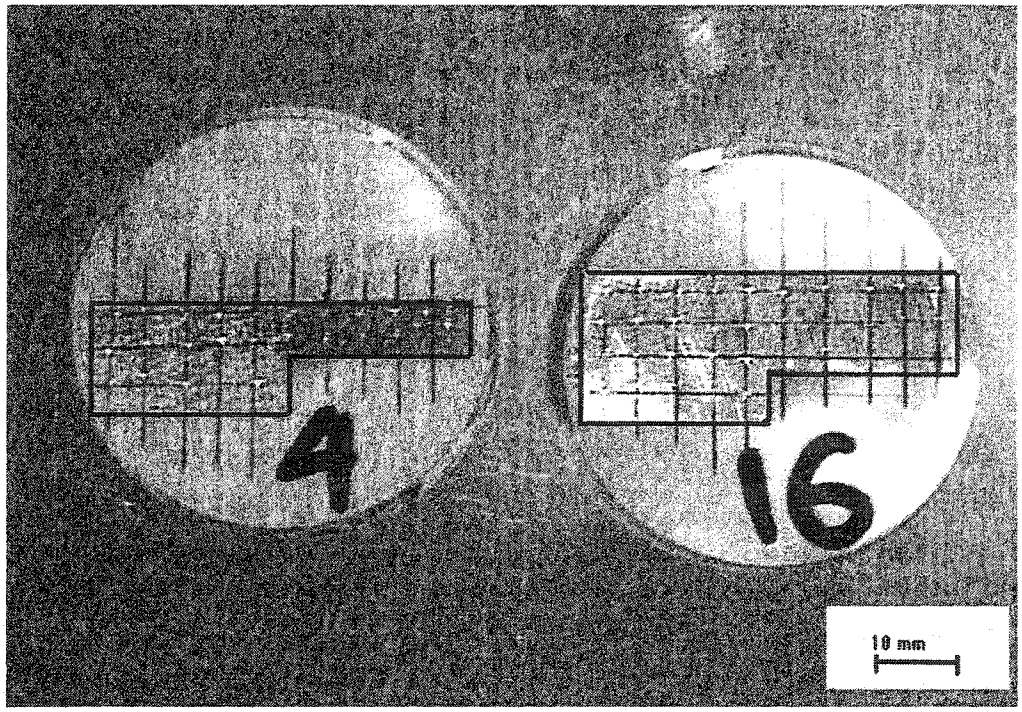


Figure 3.40 Pièces de 20 g et 30 g.

Les valeurs de densités locales obtenues pour les deux types de pièces sont présentées dans l'annexe B.

3.1.6 Traitement des résultats

Afin d'illustrer les variations de densités locales, il faut passer des valeurs ponctuelles du quadrillage tracé sur la pièce aux lignes d'isodensités. Cette forme de représentation nous permettra par la suite de comparer les résultats expérimentaux aux résultats de la simulation numérique exprimés aussi sous la forme de cartes d'isodensités.

La fabrication de cartes d'isodensités cependant pose des problèmes concernant l'interpolation des valeurs. Les valeurs sur les frontières ne sont pas connues parce qu'il est impossible de mesurer les duretés sur les côtés de la pièce ou très proche de ceux - ci. Chaque méthode d'interpolation demande que les données organisées comme matrices aient le même format [**MAT 01**], ce qui n'est pas valable dans notre cas, puisque les cellules où sont mesurées les duretés n'ont pas toutes la même taille. De plus, la méthode d'interpolation choisie joue un rôle très important dans l'évaluation des valeurs.

Dans la résolution des conditions sur les frontières, on a extrapolé linéairement les valeurs des deux derniers éléments sur chaque colonne (ou ligne). Cette valeur a ensuite été attribuée au point correspondant du quadrillage sur la frontière.
En plus des cartes d'isodensités, les mesures de duretés locales nous permettent de vérifier l'écart entre la densité relative moyenne mesurée à partir de la masse et du volume des pièces et la densité relative globale évaluée par intégration des valeurs locales sur le volume. Ces valeurs calculées pour une seule pièce (poudre de fer MP32 20g, densité relative 90%) ont été présentées dans le paragraphe 2.5.1.

La méthode d'interpolation choisie dans Matlab est *interp2 (Z, ntimes)* **[MAT 01]** qui fait l'interpolation par l'intercalage entre les éléments de la matrice de façon récursive, ntimes (dans notre cas la fonction est : *contour (interp2(grid_d,5,'spline'))*. Comme type d'interpolation, on a choisi le type *spline* et la variable *ntimes* = *5* donnant les meilleurs passages d'un point à l'autre avec un temps de calcul acceptable.

Les valeurs d'isodensités sont présentées dans les figures 3.41 à 3.51.

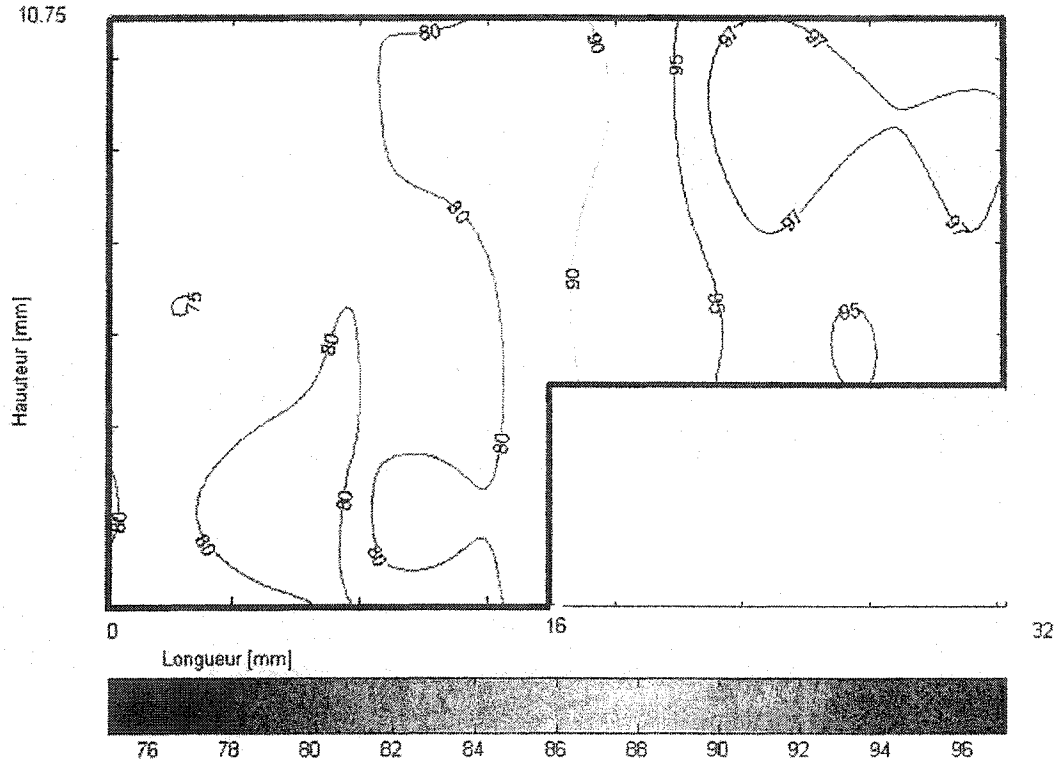


Figure 3.41 Variation de la densité relative, pièce 20 g, poudre de fer MP32, densité relative 85 %.

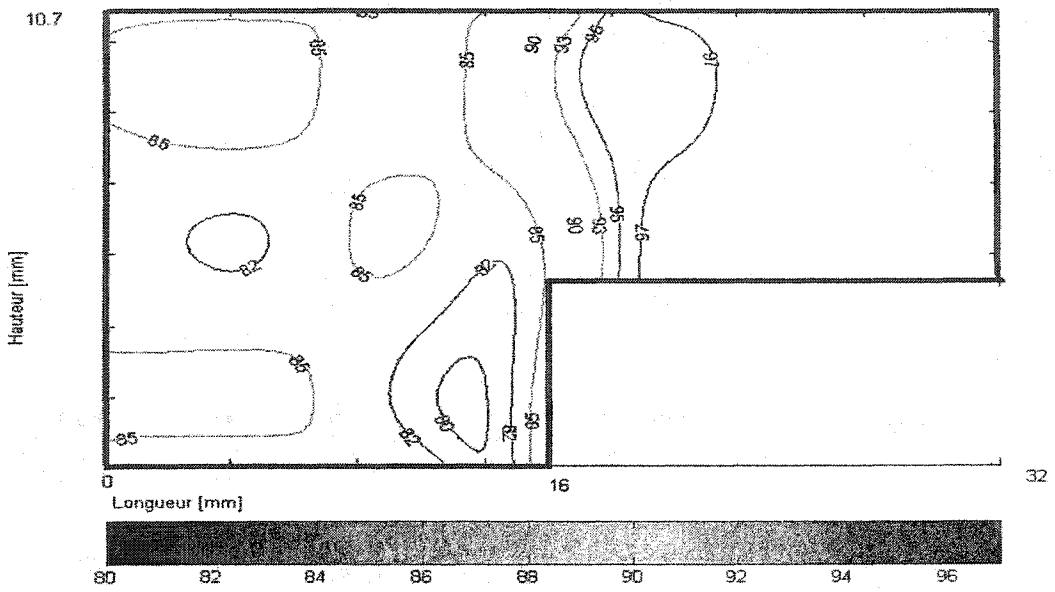


Figure 3.42 Variation de la densité relative pièce 20 g, poudre de fer MP32, densité relative 90 %.

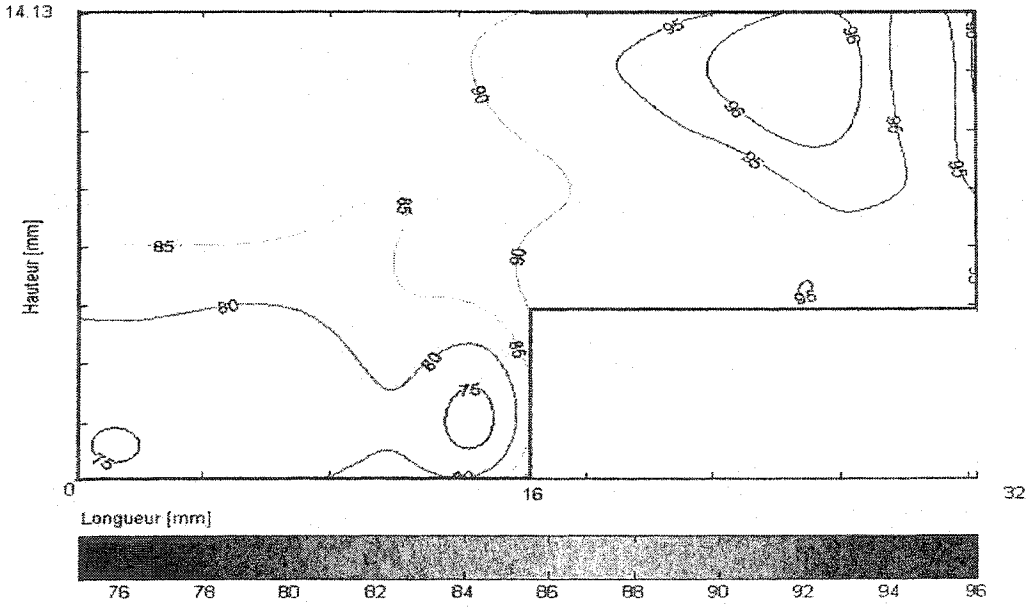


Figure 3.43 Variation de la densité relative, pièce 30 g, poudre de fer MP32, densité relative 84 %.

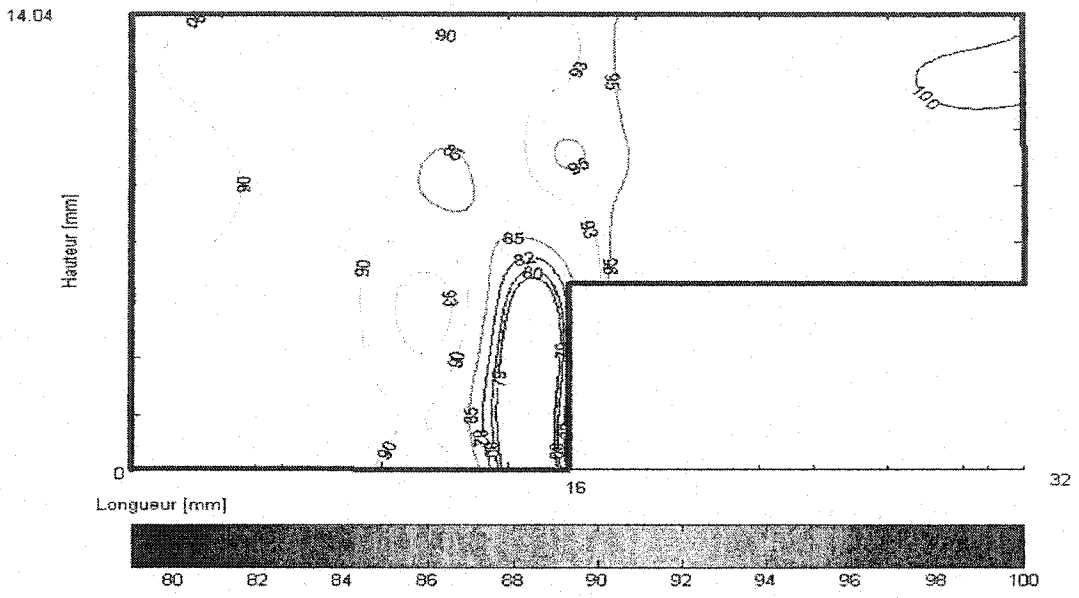


Figure 3.44 Variation de la densité relative, pièce 30 g, poudre de fer MP 32, densité relative 90 %.

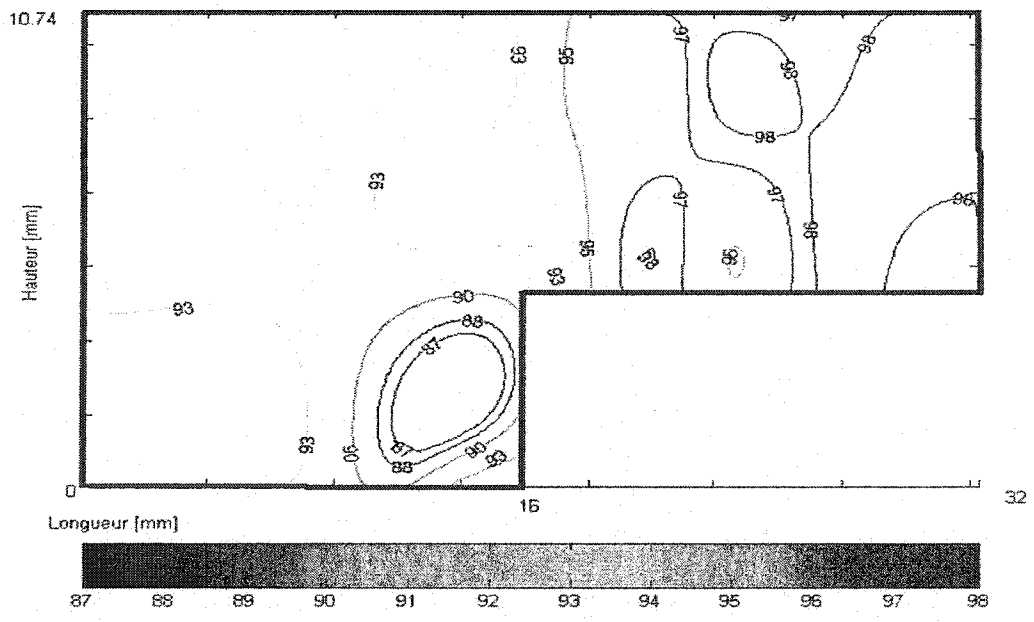


Figure 3.45 Variation de la densité relative, pièce 20 g, poudre de fer Kobelco, densité relative 91%

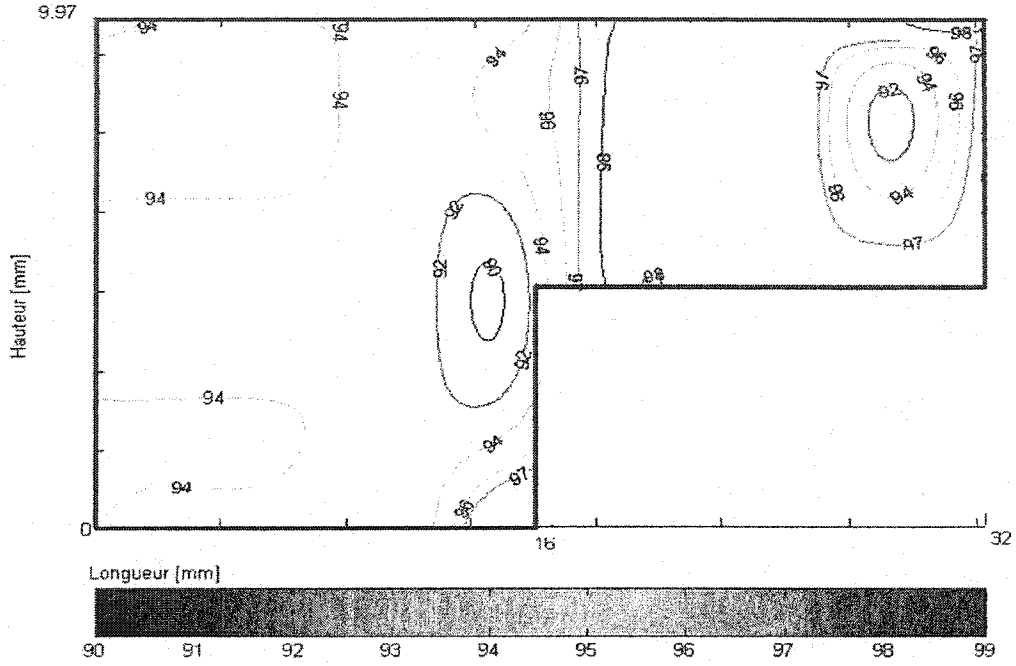


Figure 3.46 Variation de la densité relative, pièce 20 g, poudre de fer Kobelco, densité relative 97%.

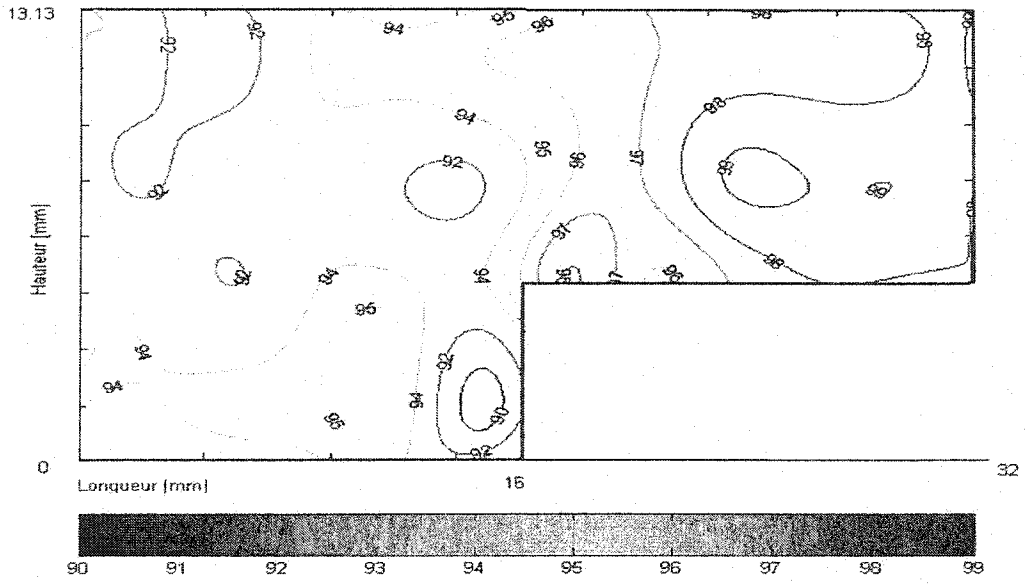


Figure 3.47 Variation de la densité relative, pièce 30 g, poudre de fer Kobelco, densité relative 96 %.

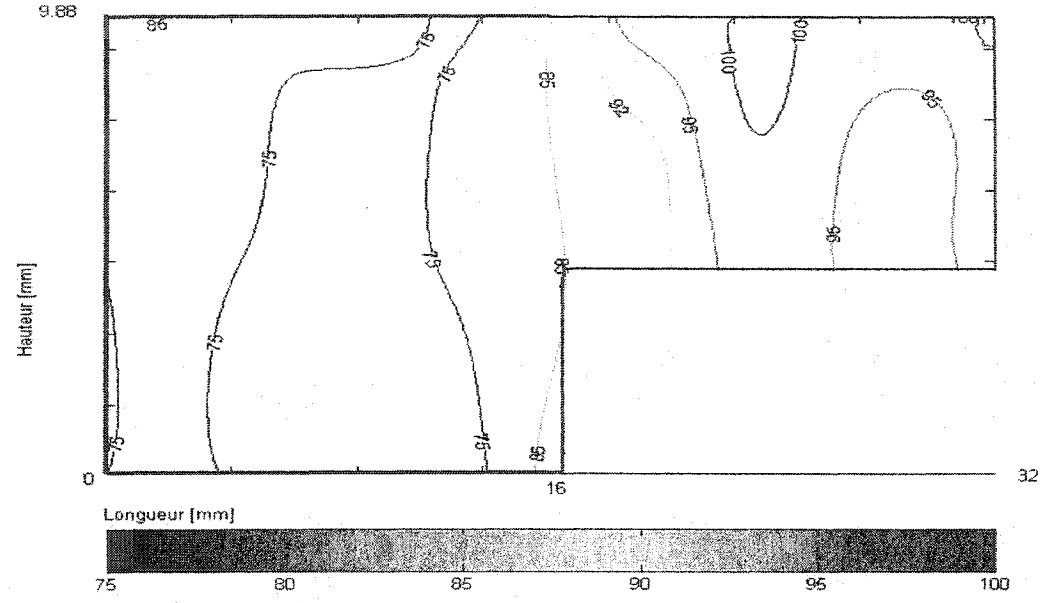


Figure 3.48 Variation de la densité relative, pièce 20 g, poudre de laiton 90-10, densité relative 87%.

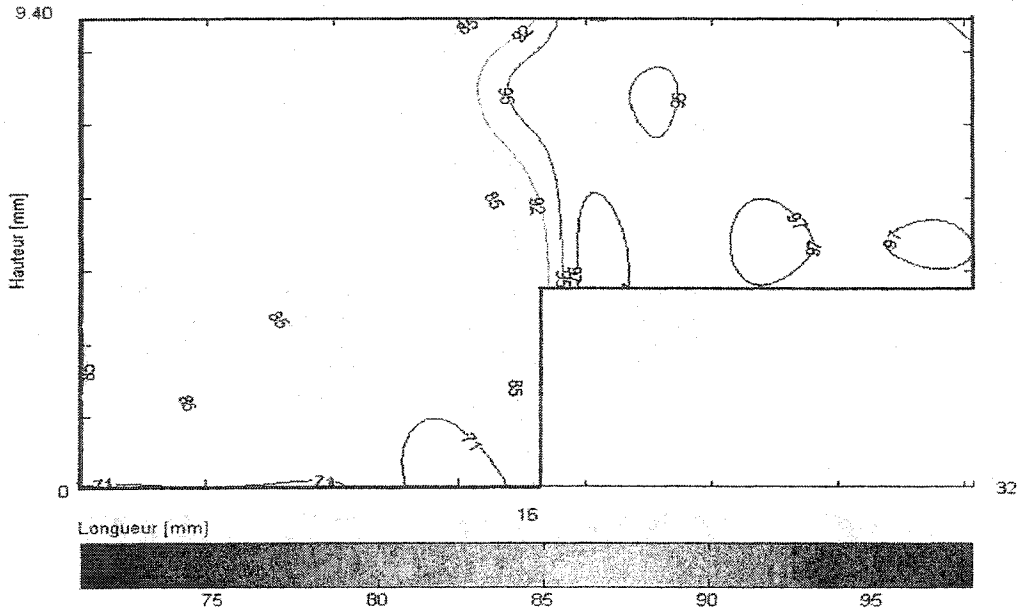


Figure 3.49 Variation de la densité relative, pièce 20 g, poudre de laiton 90-10, densité relative 93 %.

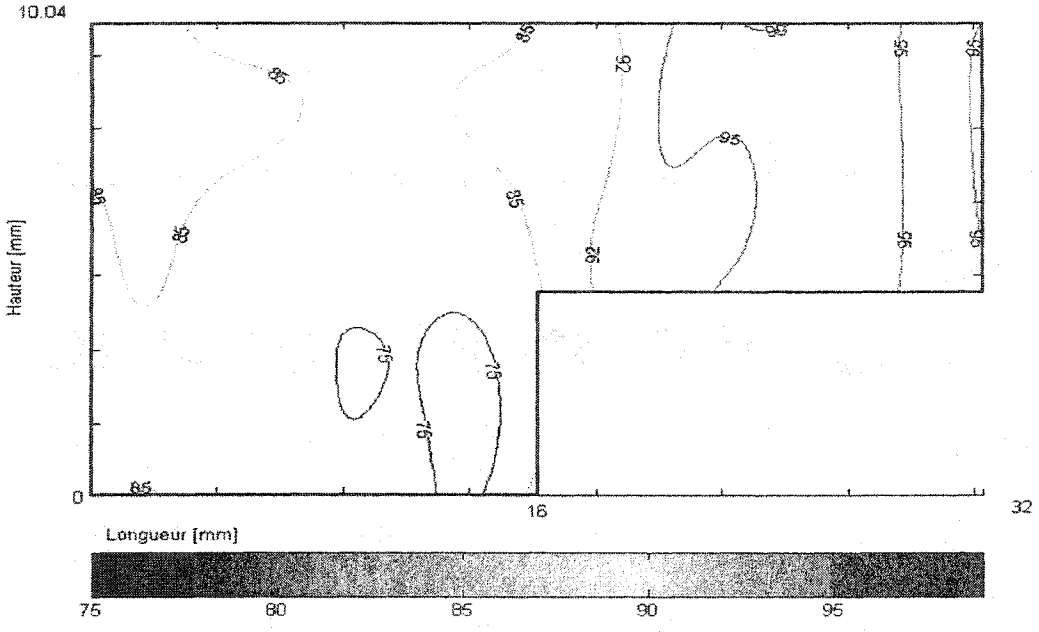


Figure 3.50 Variation de la densité relative, pièce 20 g, poudre de laiton 70-30, densité relative 87 %.

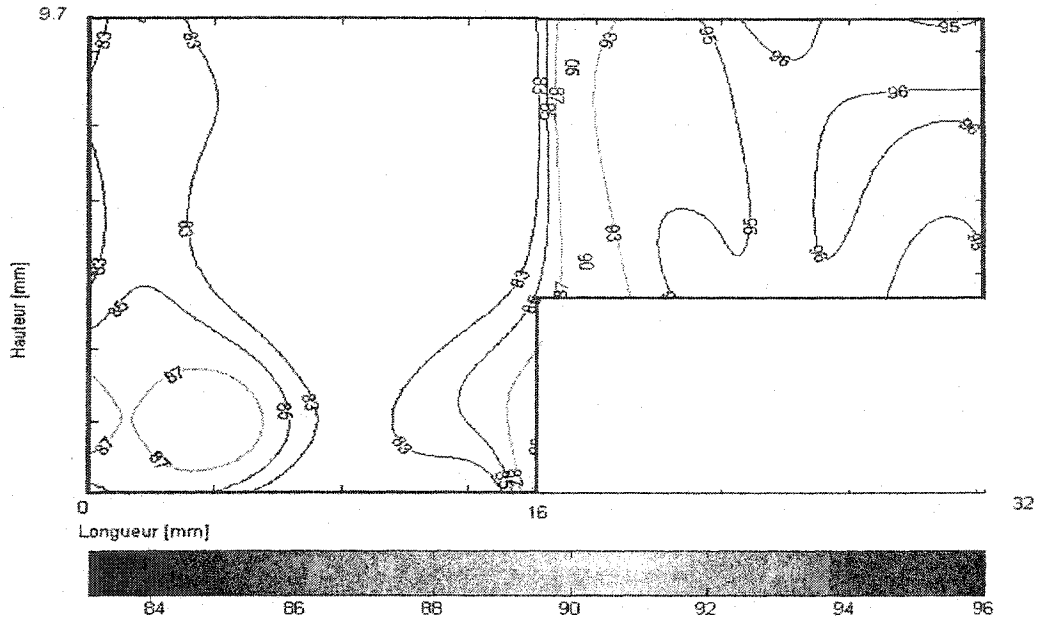


Figure 3.51 Variation de la densité relative, pièce 20 g, poudre de laiton 70-30, densité relative 92 %.

Comme observations générales, on constate :

-les zones de faible densité se situent dans les coins de la partie inférieure de la pièce, et surtout dans le coin inférieur de la marche; cela est dû à la chute de la pression à cause du frottement sur les parois de la matrice et au transfert difficile de la poudre lors du remplissage et du pressage dans la cavité créée par la marche.

-les zones de plus forte densité se trouvent dans la partie la plus mince de la pièce, généralement dans le coin supérieur, où le frottement favorise la densification.

-la variation la plus importante de densité locale se trouve sans exception dans la zone autour de marche.

-dans le cas des pièces de 30 g, l'effet du frottement est plus accentué, ce qui se manifeste par une variation de la densité locale plus importante (voir la figure 3.44).

3.2 Présentation des résultats de la simulation numérique du pressage

Comme on l'a déjà mentionné au chapitre 1, on décrira le comportement du matériau lors du pressage en utilisant quelques modèles applicables à la mécanique des sols (Drucker-Präger, Cam Clay) et aux corps poreux (Gurson). Avant de modéliser la pièce avec les deux niveaux d'épaisseur, on a effectué des simulations sur un pièce 2D avec un seul niveau d'épaisseur afin de pouvoir préciser les conditions limites, établir les conditions de contact, tester la non linéarité du matériau et déterminer la configuration du maillage et le type d'élément.

3.2.1 Analyse 2D préliminaire d'une pièce avec un seul niveau d'épaisseur

Les dimensions de la pièce simulée (25 x32mm) sont identiques à celles avec deux niveaux d'épaisseur (30 g), sauf que la marche n'est pas présente. Le maillage initial et les conditions de frottement sont présentés à la figure 3.52.

Dans toutes les situations décrites dans cette section, on a modélisé le contact par l'entremise de la méthode de pénalité disponible dans la librairie du logiciel et un modèle de frottement de type Coulomb avec un coefficient de frottement fixe (μ=0.15) entre la pièce, les poinçons et les parois de la matrice [**GEH 95**]. D'autres approches concernant le modèle de frottement seront présentées dans le chapitre 4. L'amplitude de la déformation pour chaque figure est 1 si il n'y a pas d'autre indication. On constate que même si les valeurs de pression (*Pa*), de déplacement (*m*) et de densité relative ne sont pas identiques pour les deux modèles, on obtient des distributions semblables.

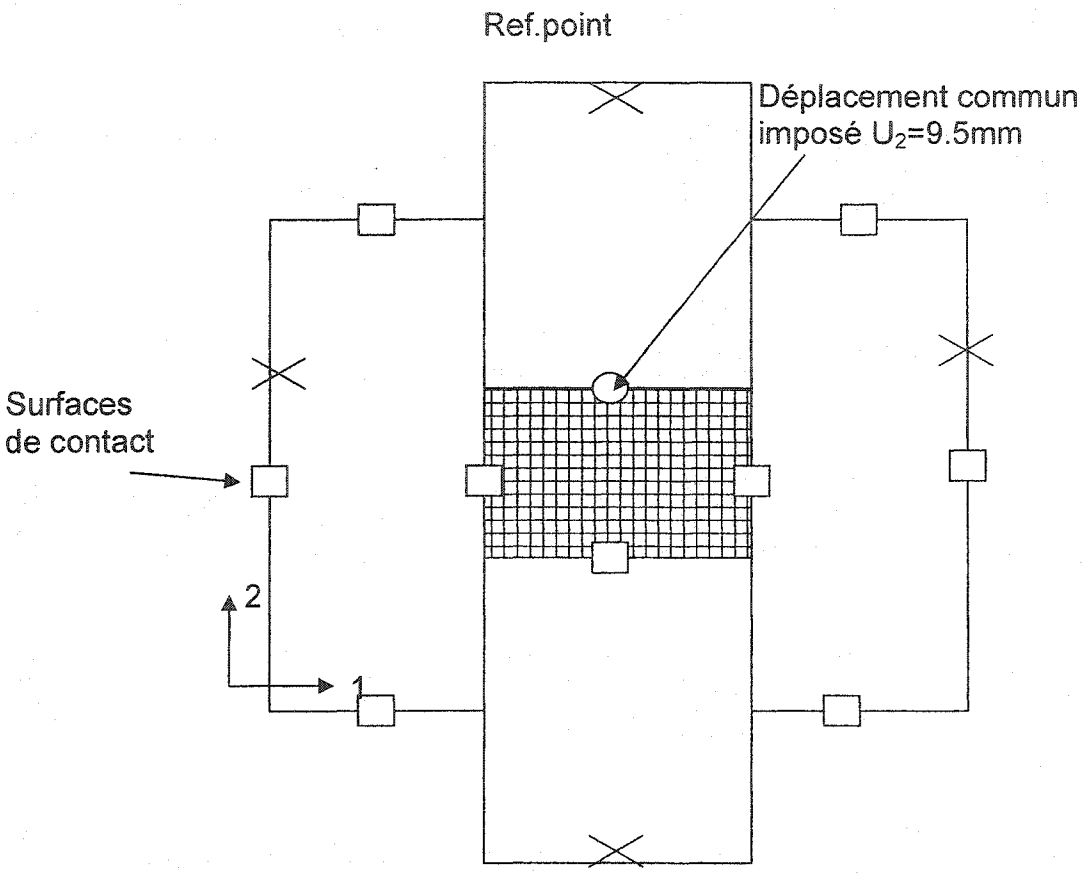


Figure 3.52 Le maillage et les conditions de frottement pour la pièce 2D.

Le pressage a été simulé par le déplacement du poinçon supérieur uniquement. Celui-ci a été calculé comme la différence entre la hauteur de la pièce après le remplissage de la matrice et la dimension finale de la pièce après le pressage et l'éjection de la matrice. On a effectué les simulations préliminaires seulement pour la poudre de fer, afin de voir si les résultats correspondent de façon générale à ceux déjà obtenus par les autres auteurs. Les résultats correspondent à la fin du pressage.

Pour tester le modèle de Gurson (voir le paragraphe 1.3.4.5), on a choisi une densité relative initiale de 0.42 et un module de Young de 9 GPa [**FAV 99**] pour la poudre de fer. Pour la limite d'élasticité, on a choisi la valeur de 44 MPa (6400 psi) proposée par [**BRO 85**].

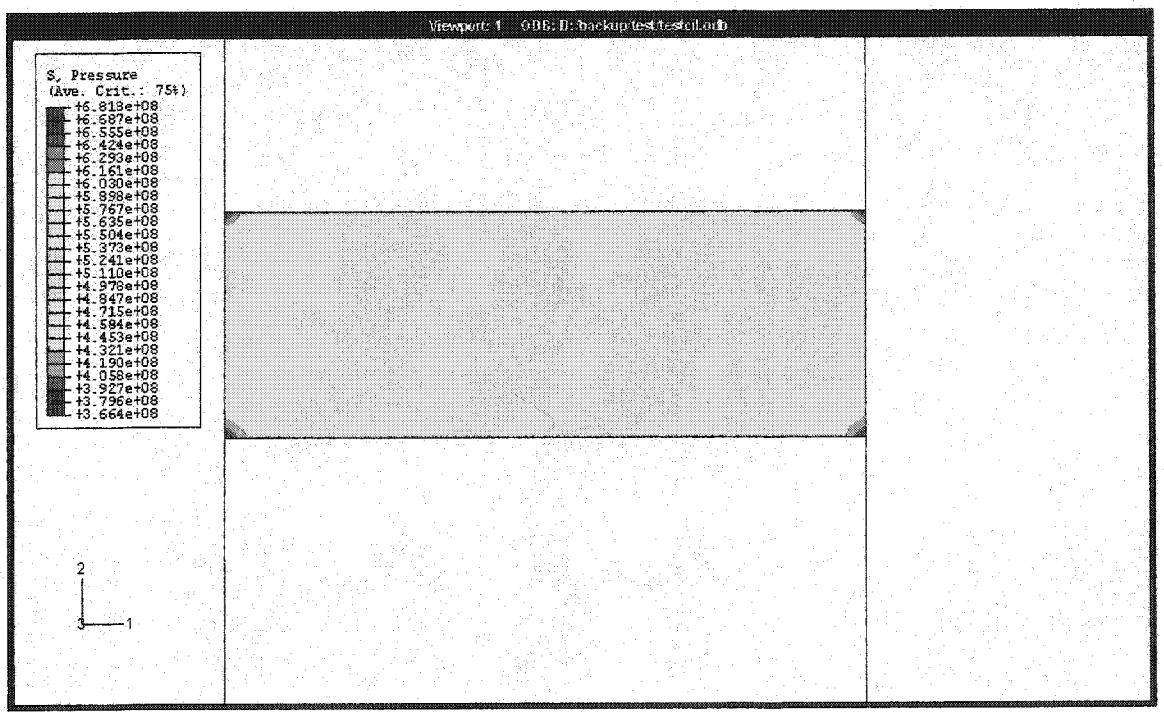


Figure 3.53 Distribution de la pression (Pa) pour la pièce 2D, poudre de fer Kobelco, modèle de Gurson.

La distribution de la pression est présentée à la figure 3.53. On observe les valeurs maximales de la pression à l'intersection du poinçon supérieur et des parois de la matrice, tandis que les valeurs minimales sont situées sur le poinçon inférieur, dans les coins. La pression obtenue correspond à un déplacement du poinçon supérieur de 9.5 mm. Le déplacement de la poudre en direction verticale

(U2) est présenté à la figure 3.54. On peut remarquer que le déplacement vertical de la poudre se fait en différentes couches et est plus uniforme dans la région centrale de la pièce et non homogène sur les parois de la matrice, dû au frottement entre la pièce et les parois de la matrice.

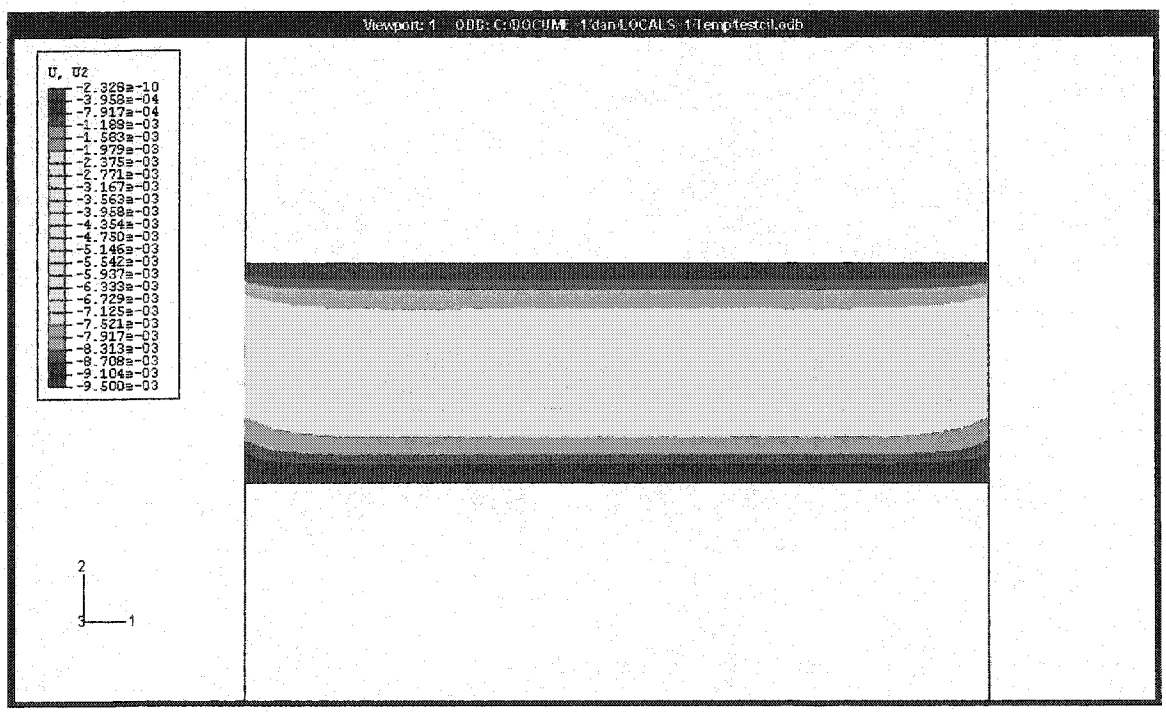


Figure 3.54 Déplacement vertical (m) de la poudre dans la matrice, poudre fer, modèle de Gurson.

Le frottement de la pièce sur les parois de la matrice et la contrainte radiale qui se développe génèrent une contrainte de cisaillement S12 qui est présentée à la figure 3.55. On observe la symétrie de la contrainte sur les deux parois, seulement l'orientation est différente (la contrainte positive étant dans le sens horaire). La contrainte de cisaillement est ainsi nettement plus grande au contact de la matrice sur les parois latérales.

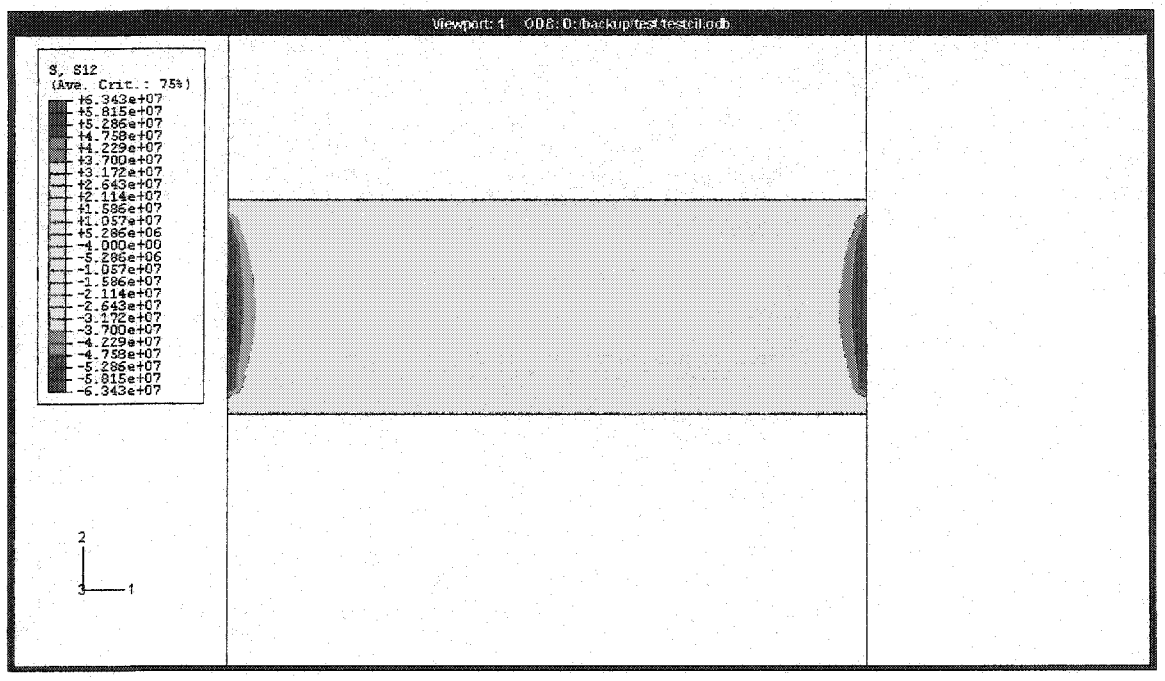


Figure 3.55 Distribution de la contrainte de cisaillement (Pa), poudre fer, modèle de Gurson.

La distribution locale de densité, pour un déplacement du poinçon de 9.5 mm correspondant à une réduction du volume d'environ 50%, est présentée à la figure 3.56 correspondant à une densité globale d'environ 80%. On observe une distribution similaire à celle de la pression, la densité maximale de 88% étant obtenue en dessous du poinçon supérieur tandis que la densité minimale 65 % se situe dans la partie inférieure de la matrice, à l'intersection avec le poinçon inférieur.

On a aussi effectué des simulations a l'aide du modèle de l'état critique Cam Clay (voir le paragraphe 1.3.4.1) en utilisant aussi des valeurs typiques pour la poudre de fer trouvées dans la littérature, même si celles-ci sont rares et ne sont pas toujours appuyées par des essais expérimentaux.

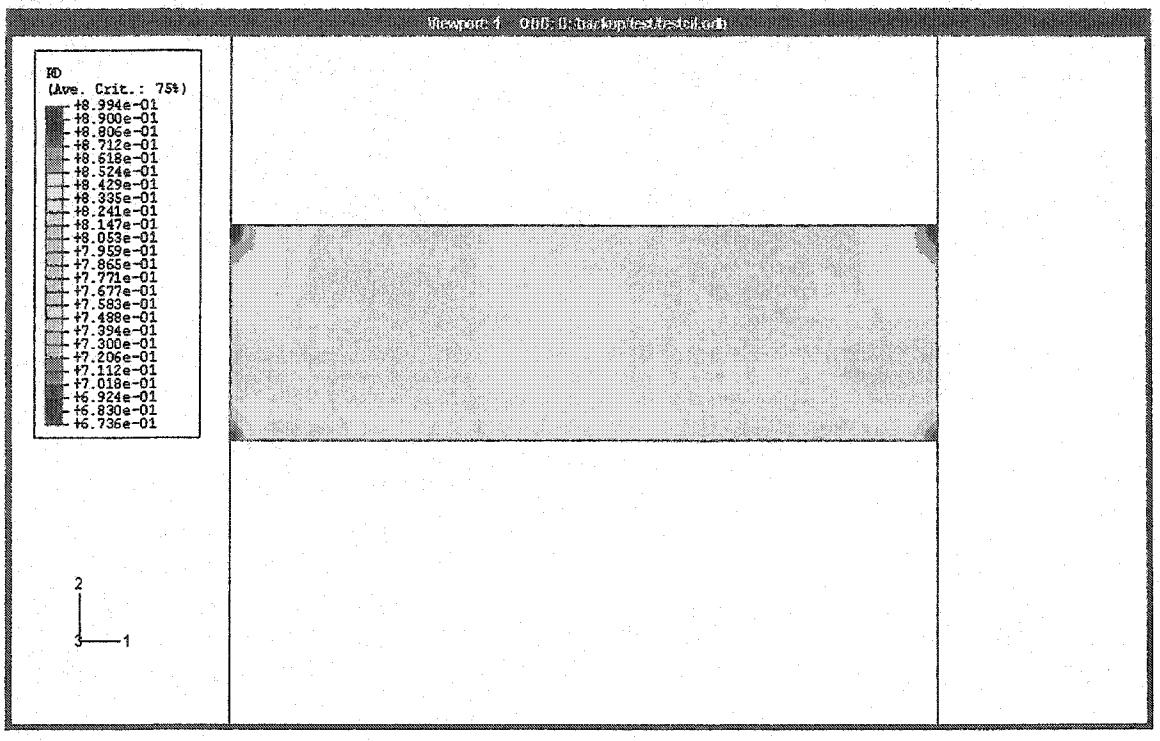


Figure 3.56 Distribution de la densité relative, poudre de fer, modèle de Gurson.

Ainsi, on a utilisé M=2, λ=0.095, k=0.01 [**WAG 00**] et une densité relative initiale de 40% qui correspond à une porosité initiale défini par la variable void ratio (*voidr*) de 1.5 appliqué comme condition initiale (voir l'équation 43). Un milieu poreux est traité par Abaqus avec une approche traditionnelle qui considère le milieu comme un matériau multi - phases. Deux fluides sont présents dans le milieu : un est le liquide de "mouillage" qui est incompressible et l'autre est le gaz qui est relativement compressible. Dans le cas des sols qui contiennent de l'eau (les argiles saturées étant le type de matériau pour lequel a été développé le modèle Cam - Clay), la saturation totale n'existe que dans le cas où il n'y a que de l'eau tandis que pour la saturation partielle, les deux liquides coexistent. Le volume élémentaire dV inclut le volume des grains solides dV_g, le volume des

pores dV_v et le volume du liquide de "mouillage" dV_w qui pour certains systèmes peut contenir aussi du liquide de "mouillage" attrapé par capillarité dV_t , qui par la suite peut être expulsé pendant le processus [**ABA 01**]. C'est la raison pour laquelle Abaqus utilise le rapport de pores (*voidr* = *e*) décrit par l'équation (41) :

$$e = \frac{dV_v}{\left(dV_g + dV_t\right)} \tag{41}$$

au lieu de la porosité (défini comme le rapport entre le volume des pores et le volume total. Pour calculer la porosité (%) on utilise l'équation (42) :

$$n = \frac{e}{1+e} 100 \tag{42}$$

Pour le calcul de la densité relative on utilise l'équation (43) :

$$densité_{rel} = \frac{1}{1+e} \tag{43}$$

L'implémentation du modèle Cam Clay dans le logiciel Abaqus 6.2 CAE nécessite plus de détails qui sont reliés tant aux conditions spécifiques de la mécanique des sols qu'aux limites du logiciel qui seront présentés dans la section 3.2.2.2 et le chapitre 4.

La distribution de la pression, du déplacement vertical de la poudre, de la contrainte de cisaillement *S12* et de la porosité (*voidr*) sont présentés dans les figures 3.57 à 3.60.

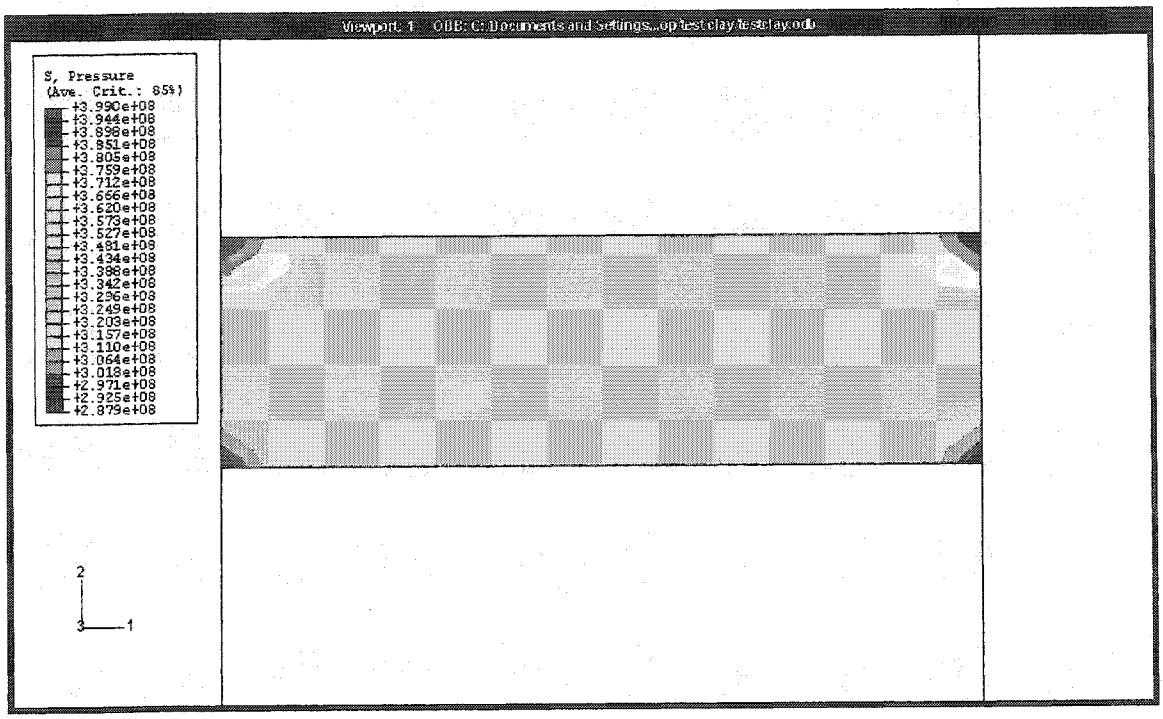


Figure 3.57 Distribution de la pression (Pa), poudre de fer, modèle Cam - Clay.

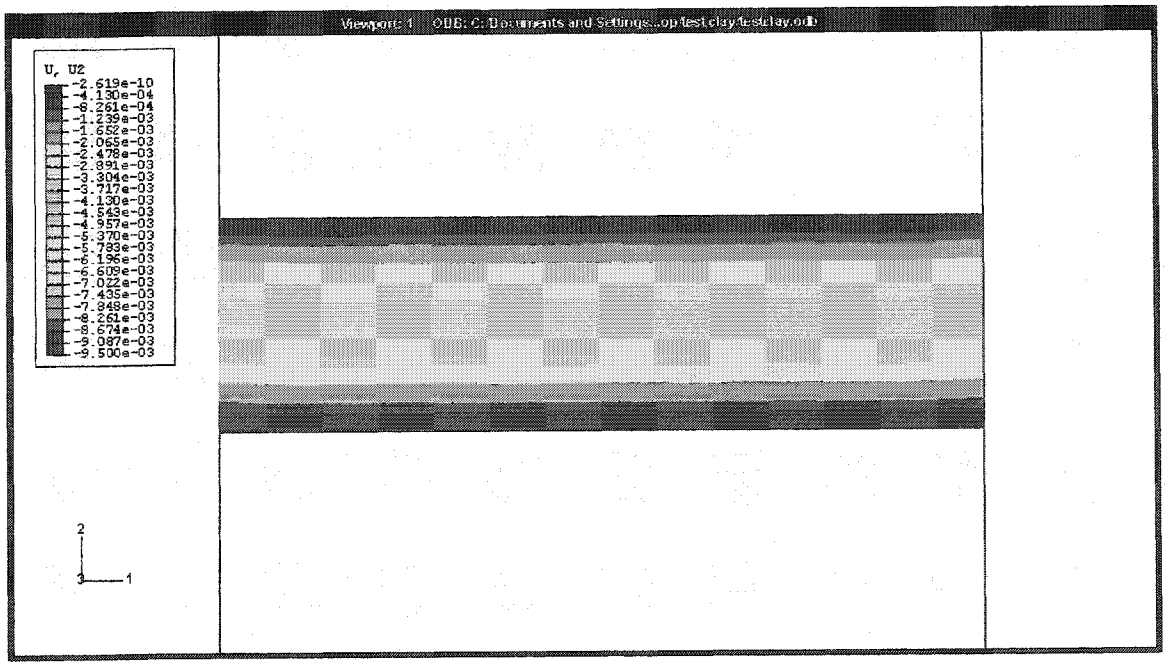


Figure 3.58 Distribution du déplacement vertical (m), poudre de fer, modèle Cam - Clay.



Figure 3.59 Distribution de la contrainte de cisaillement (Pa), poudre de fer, modèle Cam Clay.

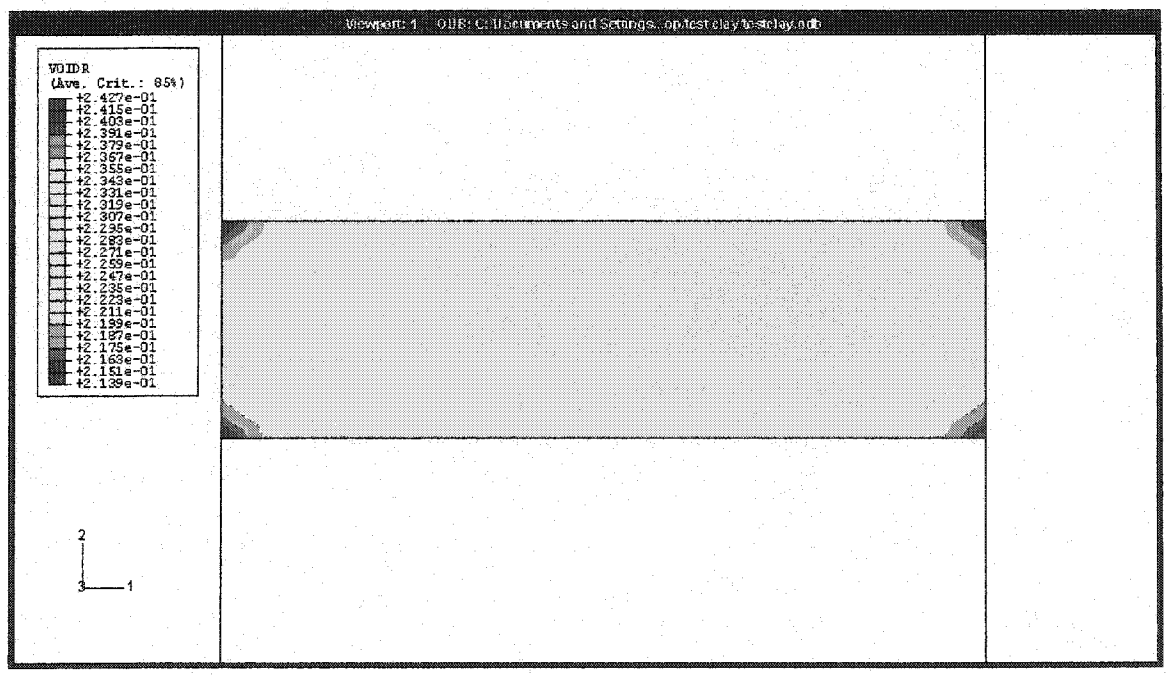


Figure 3.60 Distribution de la porosité (*voidr*), poudre de fer, modèle Cam - Clay.

On remarque que le modèle de Gurson prédit une pression et une contrainte de cisaillement supérieures à celles du modèle Cam Clay (P=618 MPa face à 399 MPa, voir les figures 3.53 et 3.57) et S12= 63.4 MPa face à 14 MPa (voir les figures 3.55 et 3.59). Le déplacement des couches de poudre est aussi différent; on note un gradient plus accentué sur les parois dans le modèle de Gurson.

Cela est dû au fait que les paramètres qui caractérisent les deux modèles ne sont parfaitement identiques et au fait que l'approche de Gurson est celle du corps poreux, qui possède implicitement une certaine résistance mécanique même avant le début du pressage. Bien que la densité relative présentée par le modèle de Gurson ne soit pas identique au "void ratio" (qui est plutôt relié à la porosité) du modèle Cam-Clay, on note que les résultats des deux modèles (figures 3.56 et 3.60) sont qualitativement semblables. En effet, les points de plus haute densité se trouvent aux coins de la pièce près du poinçon mobile (haut) alors que les points de plus faible densité (porosité plus grande) se trouvent aux coins inférieurs.

3.2.2. Résultats de la simulation du pressage 2D pour les poudres de laiton 70-30 et 90-10

Les deux types de laiton diffèrent principalement au niveau de leurs propriétés mécaniques (résistance à l'écoulement et module de Young) à cause du contenu en zinc qui joue un rôle de durcissement par solution solide dans le cuivre.

3.2.2.1 Modèle de Gurson

On a utilisé les paramètres suivants (voir relation 24, chapitre 1) :

f a été remplacé dans Abaqus par la densité relative initiale de 0.47 pour le laiton 90-10 et de 0.42 pour le laiton 70-30.
Les facteurs de correction q_1, q_2, q_3 ont été ajoutés par Tvergaard **[TVE 82]** afin d'obtenir des résultats par la méthode d'éléments finis (dans des conditions de déformation plane) plus compatibles avec le critère de Gurson. Le paramètre q_3 est supposé égal à q_1^2 et la perte totale de résistance a lieu pour $q_1=1/f$. La tendance pour les matériaux ductiles est que si q_1 varie entre 1.25 et 2 et $q_2=1$, on a une bonne approximation tant pour le comportement en compression que pour celui en tension. On a utilisé les valeurs : $q_1= q_2 =q_3 =1$ correspondant seulement à la compression et au modèle original de Gurson.

Des résistances à l'écoulement de 70 MPa pour le laiton 90-10 et 76 MPa pour le laiton 70-30 ont été utilisées. Des modules de Young de 115 GPa pour laiton 90-10 et 110 GPa pour le laiton 70-30 [**MAT 03**] ont aussi été utilisés.
Comme les densités apparentes avant pressage pour les deux types de poudre sont différentes, le déplacement vertical du poinçon a été 7.5 mm correspondant à une densité relative de 86 % pour le laiton 90-10 et 8 mm pour le laiton 70-30 pour une densité relative moyenne de 85 %. La distribution des densités locales est présentée dans les figures 3.61 et 3.62 pour les laitons 90-10 et 70-30. Ces courses de poinçon correspondent au cas des pièces de 20 g.

On observe que pour le laiton 90-10, la valeur de la densité relative maximale est plus élevée que pour le laiton 70-30 qui présente une distribution semblable. On note que dans les deux cas, la zone de plus faible densité relative se trouve au coin inférieur de la marche et que le gradient de densité le plus important se trouve dans la zone au dessus de la marche correspondant à la transition d'épaisseur.



Figure 3.61 Distribution de la densité relative pour la poudre de laiton 90-10, modèle de Gurson, densité relative 86%.



Figure 3.62 Distribution de la densité relative pour la poudre de laiton 70-30, modèle de Gurson, densité relative 85%.

3.2.2.2 Modèle Cam Clay modifié

Dans le modèle Cam Clay, l'écrouissage est formulé par une loi exponentielle **[ABA 01]** :

$$a_0 = \frac{P_0}{2} = \frac{1}{2}\exp\left(\frac{e_1 - e_0 - k \ln P_0}{\lambda - k}\right) \qquad (42)$$

à partir de la valeur initiale de la pression hydrostatique P_0 et de la porosité initiale e_0.

Le paramètre a_0 décrit la dimension initiale de la surface de densification et dépend seulement des conditions initiales, λ et k sont le module volumique de plasticité et le module logarithmique volumique d'élasticité obtenus pour une consolidation normale isotrope (ligne ABC dans la figure 3.63).

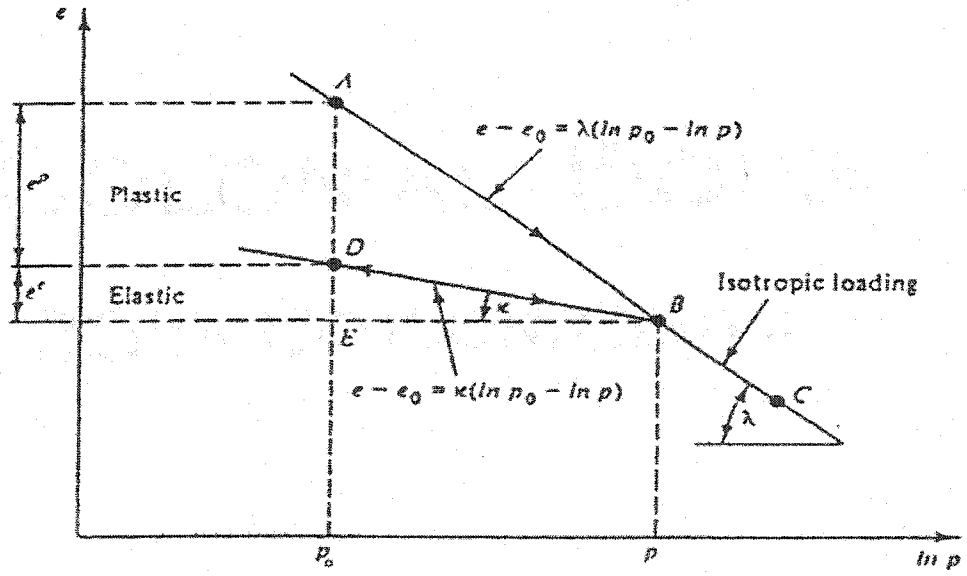


Figure 3.63 Module de plasticité et d'élasticité dans le modèle Cam Clay.

Les valeurs de λ et k sont positives en compression et la valeur du rapport k/λ se situe entre 1/5 et 1/10 pour la plupart des sols.

Il faut spécifier aussi la valeur de M (voir figure 1.8, chapitre 1) qui représente la pente de la ligne d'état critique. Les paramètres utilisés pour la poudre de laiton 90-10 sont (voir la figure 1.35 chapitre 1) : M=6, λ=0.115, β=1 [**SUN 97**], a_0 = 2500 Pa [**PUR 95**] tandis que pour le laiton 70-30, on a obtenu les meilleurs résultats pour λ=0.09. Il n'y a pas de données dans la littérature pour le laiton 70-30. Le comportement élastique est modélisé par l'entremise du modèle poreux élastique : k=0.01, υ=0.28 avec une résistance en traction nulle. Le déplacement vertical du poinçon a été 7.75 mm correspondant à une densité relative moyenne de 94 % pour le laiton 90-10 et 8.05 mm pour le laiton 70-30 avec une densité relative de 87%. La distribution de la porosité locale est présentée dans les figures 3.64 et 3.65 pour les laitons 90-10 et 70-30.

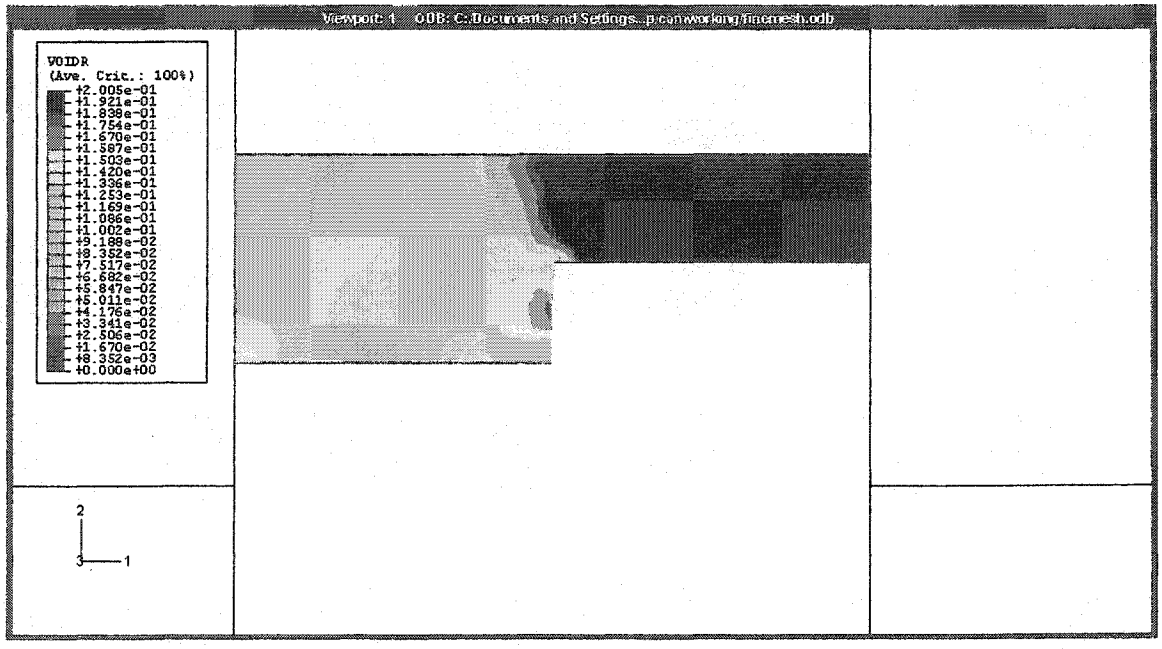


Figure 3.64 Distribution de la porosité (voidr) pour la poudre de laiton 90-10, modèle Cam -Clay, densité relative 94 %.

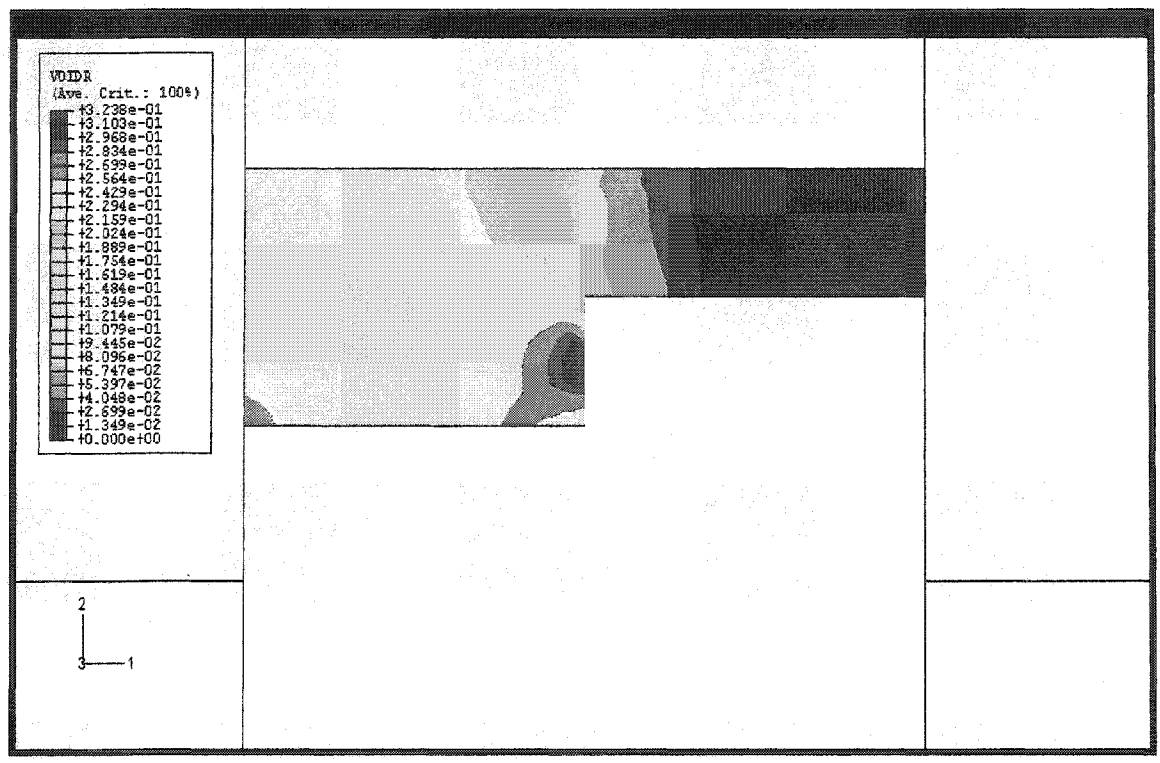


Figure 3.65 Distribution de la porosité (voidr) pour la poudre de laiton 70-30, modèle Cam - Clay, densité relative 87%.

Les valeurs de *voidr* max enregistrées pour les deux poudres correspondent à des densités relatives de 83% pour le laiton 90-10 (voidr max 0.2005) et 75% pour le laiton 70-30 (voidr max 0.328).

3.2.3 Résultats de la simulation du pressage pour les poudres de fer MP32 et Kobelco

Pour les deux types de poudres de fer, seule la densité relative initiale diffère, principalement à cause de la morphologie qui dépend de la méthode d'élaboration. Les propriétés mécaniques ont été supposées les mêmes.

3.2.3.1 Modèle de Gurson

Pour la poudre de fer MP32, on a utilisé une densité relative initiale de 0.37 tandis que pour la poudre de fer Kobelco on a utilisé une densité de 0.42.

Pour les deux poudres, on a utilisé une limite d'élasticité de 44 MPa [**BRO 85**] similaire a celle proposée par [**OLI 96**]; $q_1 = q_2 = q_3 = 1$ et un module de Young de 9 GPa [**FAV 99**].

Le déplacement vertical du poinçon correspondant à la densité relative de 87% a été de 8 mm pour la poudre de fer Kobelco, et de 9 mm pour la poudre de fer MP32 pour une densité relative de 88%. La distribution des densités locales est présentée dans les figures 3.66 et 3.67 pour les poudres de fer Kobelco et MP32 respectivement. On observe une plus grande valeur de la densité maximale relative atteinte dans le cas de la poudre Kobelco ainsi qu'un gradient de densité plus accentué dans la zone de transition (la marche) de la pièce. Aussi une valeur plus élevée de la densité relative minimale est observée (plus grande que la différence de densités relatives initiales qui est de 5%).

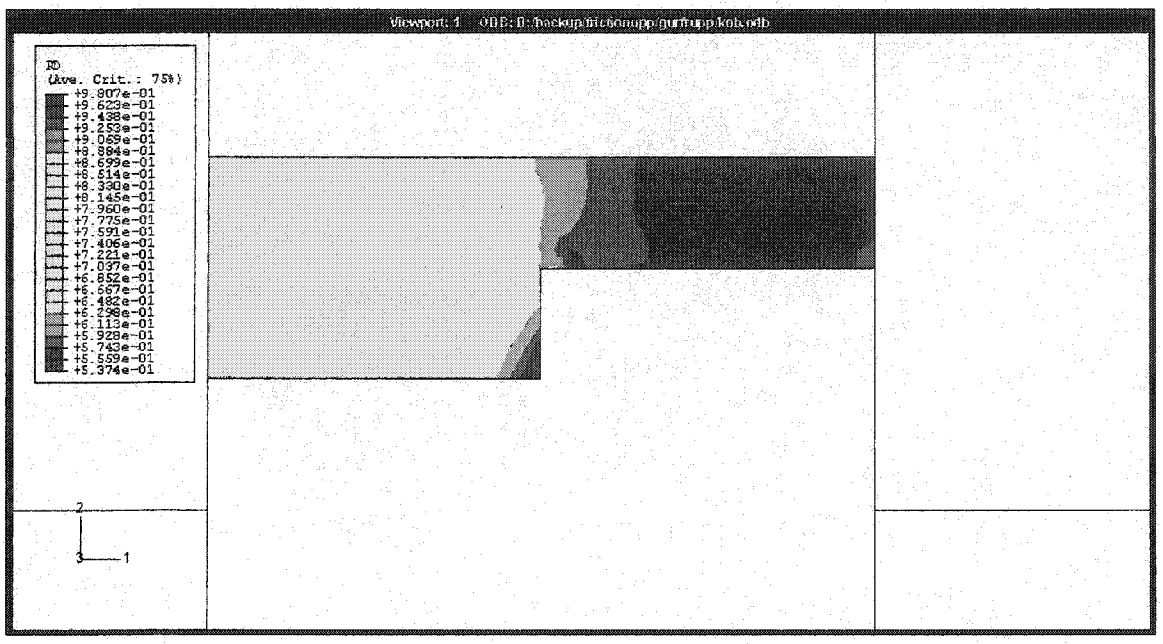


Figure 3.66 Distribution de la densité relative pour la poudre de fer Kobelco, modèle de Gurson, densité relative de 87%.

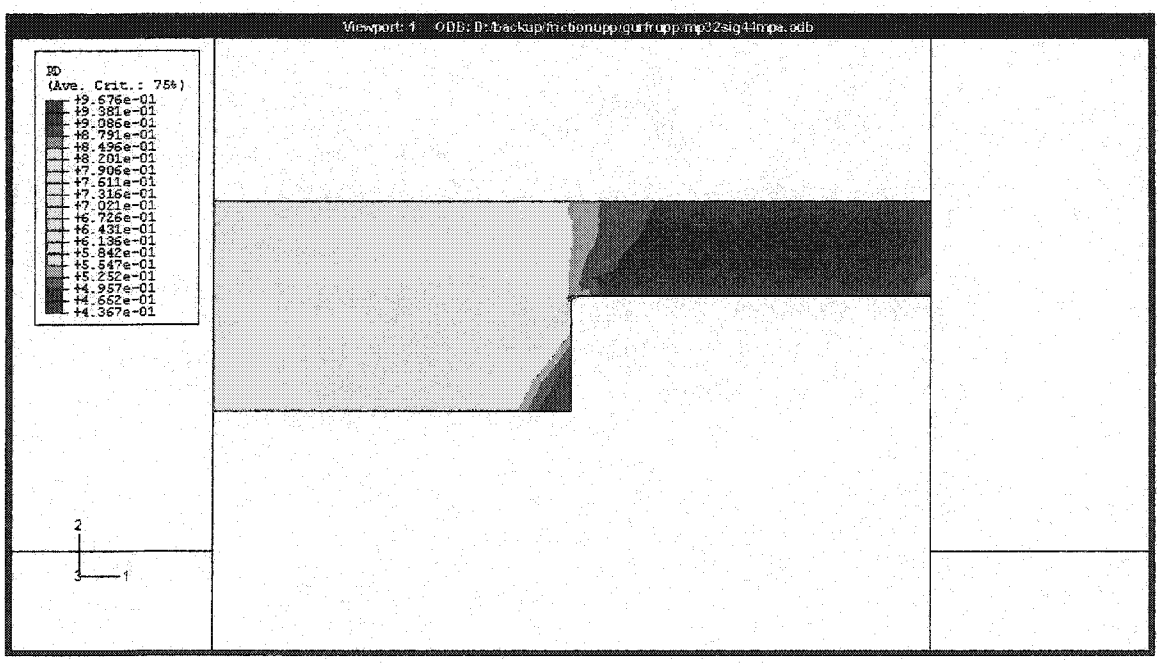


Figure 3.67 La distribution de la densité relative pour la poudre de fer MP32, modèle de Gurson, densité relative de 88%.

3.2.3.2 Modèle Cam Clay

Les paramètres pour les poudres de fer utilisées sont :
M=2 [**RIE 96**], λ=0.11 [**PAV 96**], β = 1 (voir la figure 1.35, chapitre 1), a_0 = 2500 Pa [**PUR 9**], *voidr* initiale e_0 = 1.7 qui correspond à une densité relative initiale de 37% pour le fer MP32 et e_0 = 1.5 pour fer Kobelco pour une densité relative initiale de 42%. Le comportement élastique est modélisé par l'entremise du modèle poreux élastique : k = 0.01, υ = 0.28 avec une résistance en traction nulle. La distribution de la porosité locale (*voidr*) est présentée dans les figures 3.68 et 3.69 pour la poudre de fer Kobelco et la poudre MP32 respectivement.

Pour la poudre Kobelco, le déplacement du poinçon a été de 8.75 mm pour une

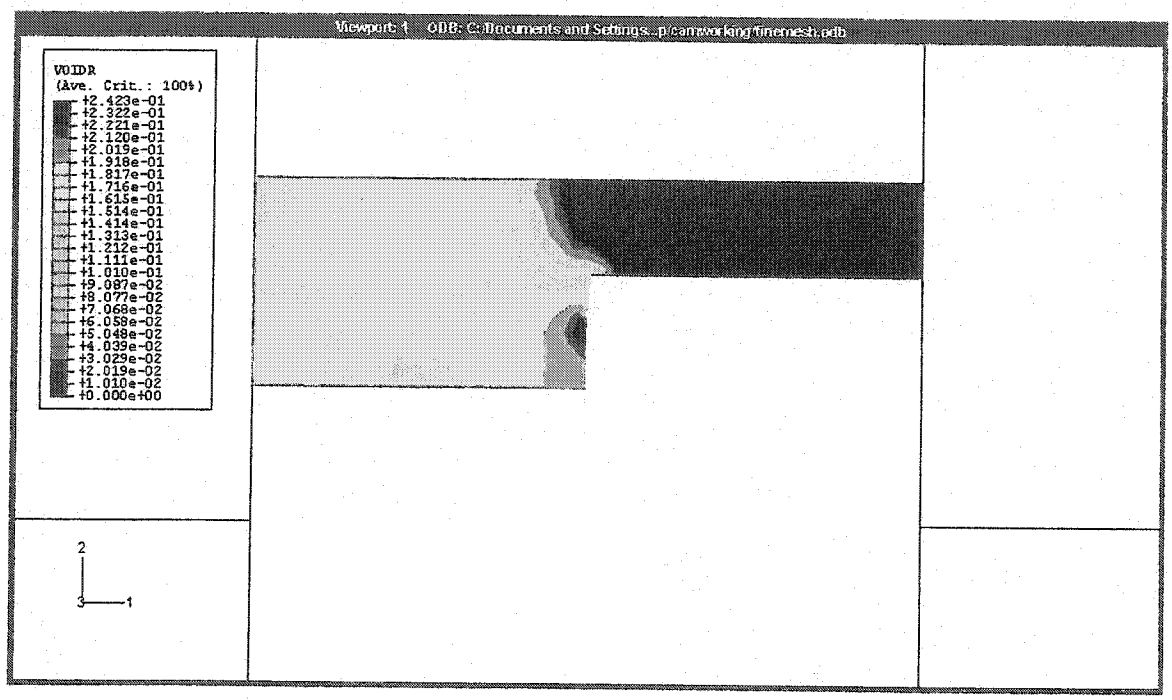


Figure 3.68 Distribution de la porosité locale (*voidr*) pour la poudre de fer Kobelco, modèle Cam Clay, densité relative de 96%.

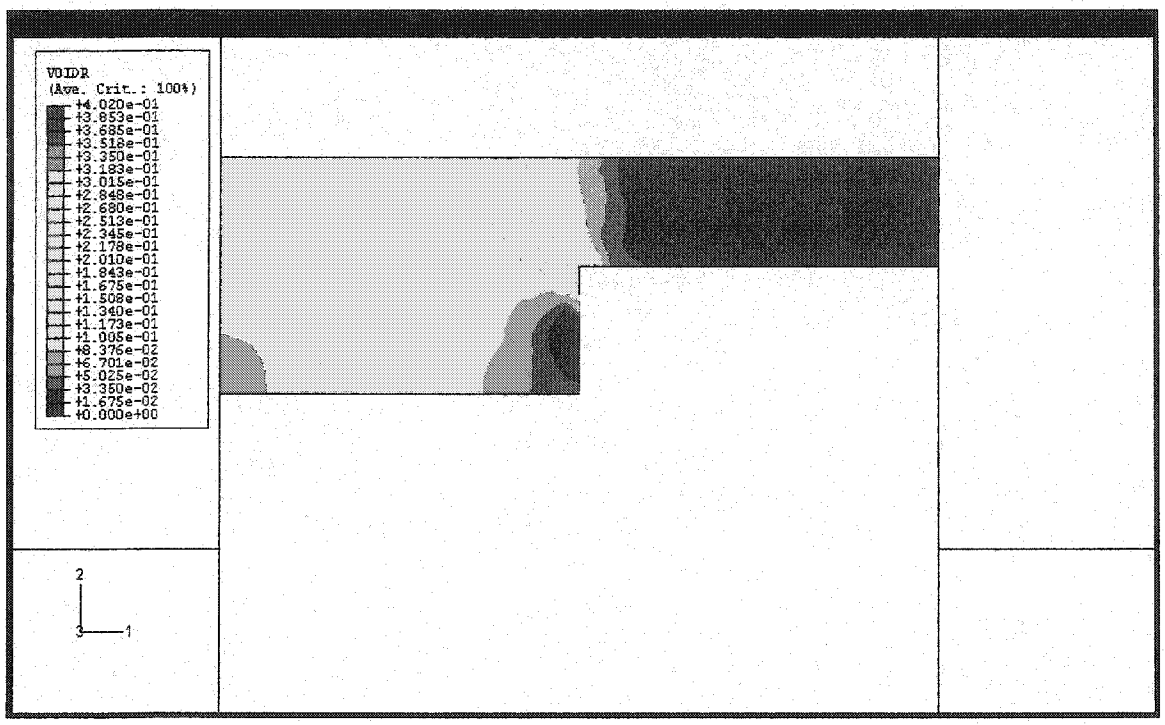


Figure 3.69 Distribution de la porosité locale (*voidr*) pour la poudre de fer MP32, modèle Cam Clay, densité relative de 85%, hauteur de remplissage de 18 mm.

densité relative de 96 % et de 8.73 mm pour une densité relative de 85% pour la poudre MP32. Dans les deux cas, la valeur de la densité maximale est de 100% et on observe que la zone avec la densité minimale est placée différemment de celle obtenue du modèle de Gurson (déplacée vers le haut). En plus la valeur minimale de densité est plus élevée (80%-correspondant à *voidr* =0.242 pour fer Kobelco et 71% pour *voidr* =0.402).

Dans toutes les simulations, seulement la densité initiale a été différente comme condition initiale, le volume de remplissage de la matrice a été maintenu constant (hauteur de remplissage de 18 mm pour la pièce de 20 g). Pour la poudre MP32, on a calculé un volume de remplissage de la matrice qui correspond à une hauteur de 20.4 m pour la pièce de 20 g. À la figure 3.70 est présentée la

distribution de la porosité locale, les paramètres utilisés sont identiques à ceux utilisés le cas précèdent. Le déplacement du poinçon supérieur a été de 10.15 mm.



Figure 3.70 Distribution de la porosité locale (*voidr*) pour la poudre de fer MP32, modèle Cam Clay, densité relative de 85%, hauteur de remplissage de 20.4 mm.

Comparativement à la figure 3.43, on observe une valeur plus exacte pour la densité minimale de 73% vs.75% mesurée et une meilleure densité dans la partie supérieure gauche de la pièce (84.3 vs. 85%) mesurée. Il est donc évident que l'évaluation du volume de remplissage doit être très précise.

3.2.3.3 Modèle de Drucker - Präger

Seulement des données pour les caractéristiques morphologiques et la composition qui ressemble à la poudre Kobelco ont été trouvées pour ce modèle. Les paramètres utilisés dans le modèle ([**ARI 98**], [**COU 00**]), sont décrits dans la relation (14) et à la figure 1.7 du chapitre 1. Le comportement élastique a été modélisé avec les paramètres : E=1 GPa; υ = 0.28 [**ARI 98**].
Le critère de cisaillement linéaire (voir figure 3.71) a été choisi pour modéliser

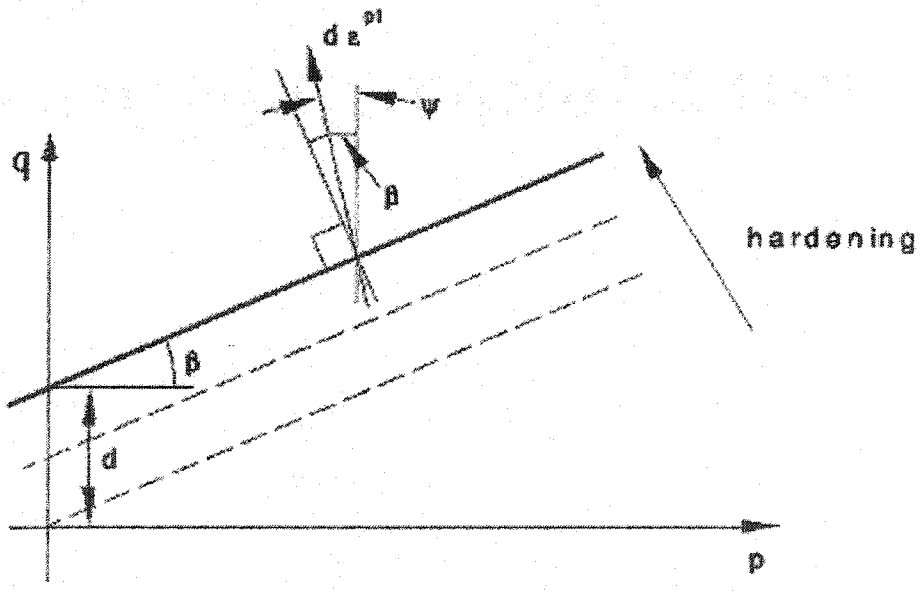


Figure 3.71 Les paramètres β et ψ dans le critère de cisaillement linéaire du modèle de Drucker-Präger.

le comportement plastique. L'angle de frottement est β = 16.5^0, l'angle de dilatation ψ= 16.5^0 = β ce qui assure une loi d'écoulement associée; le ratio entre

la limite d'élasticité en tension triaxiale et la limite d'élasticité en compression est K=1. Avec $\psi=\beta$, on retrouve le modèle original de Drucker - Präger.
Pour l'écrouissage, on a utilisé l'option compression, comme type de comportement avec une limite élasticité = 10 MPa et une courbure du cap R=0.558.

La variation locale de la pression est présentée à la figure 3.72 correspondant à une densité relative de 86% et un déplacement vertical de 8 mm.

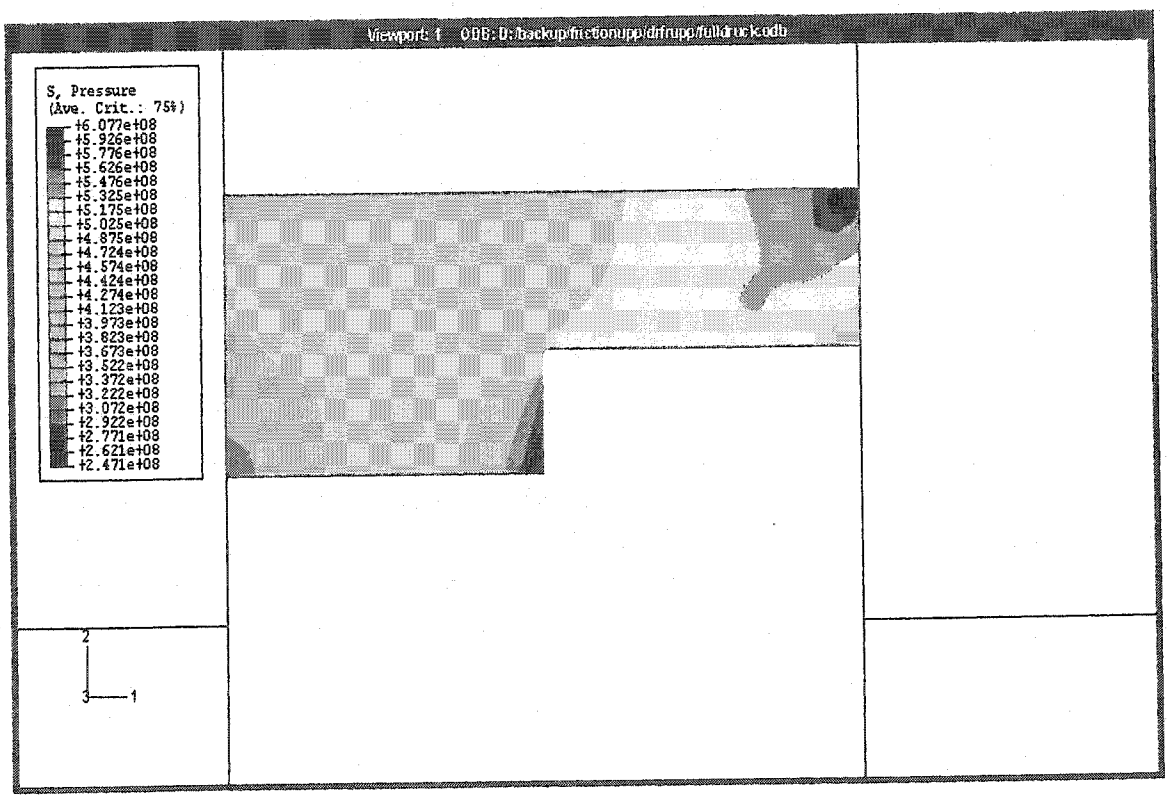


Figure 3.72 Distribution de la pression pour la poudre de fer Kobelco, modèle de Drucker - Präger.

Dans la version Abaqus 6.3 CAE, on ne peut pas définir de façon explicite la densité relative (ou *voidr*) [**ABA 01**]. Par contre, par l'entremise de l'option

"*create output field variable*" (la variable est temporaire et présentée pour l'état non déformé de la pièce), on a défini la porosité finale comme :

$$porosité = porosité_{initiale} \exp(-PEQC_4) \qquad (43)$$

Dans le modèle de type Cap, la variable $PEQC_n$ fournit la déformation plastique équivalente selon les trois surfaces du modèle: $PEQC_1$ sur la surface linéaire Drucker –Präger, $PEQC_2$ sur cap, $PEQC_3$ sur la surface de transition et $PEQC_4$ la déformation volumétrique inélastique totale [**ABA 01**].

La distribution de porosité sans tenir compte de la déformation élastique est présentée à la figure 3.73. On note ainsi une porosité maximale de 48.4% (densité relative de 51.6%) au niveau du coin inférieur au bas de la marche. La densité relative maximale est de 95.3 % (porosité de 4.72%).

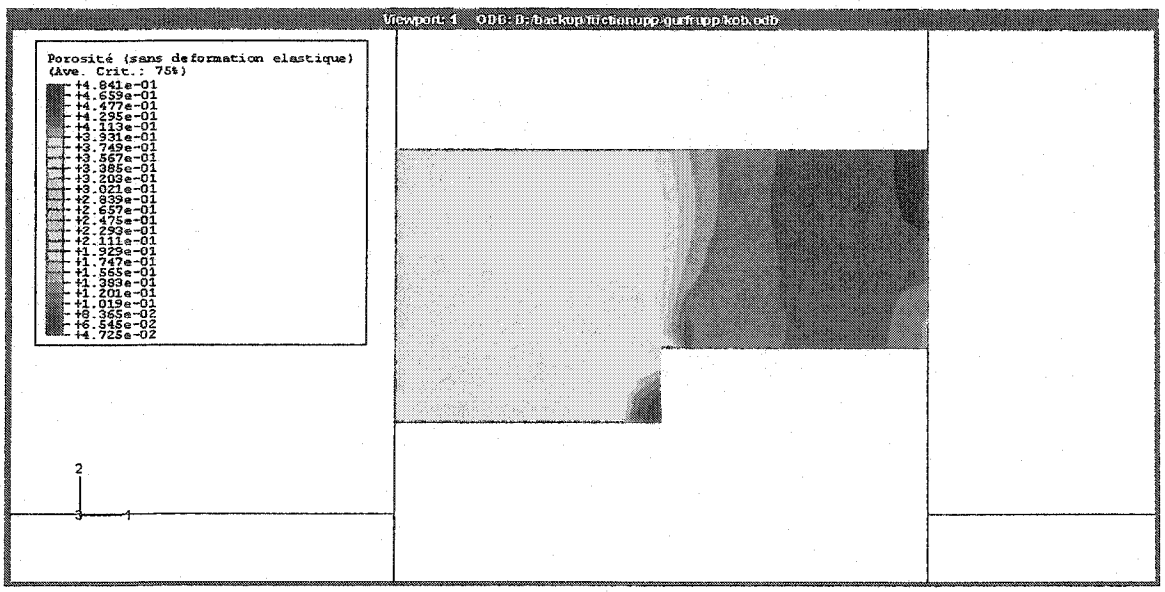


Figure 3.73 La distribution de porosité, poudre de fer Kobelco, modèle de Drucker - Präger, densité relative de 86%.

3.2.4 Modèle 3D

Le but de la simulation dans un modèle 3D est d'évaluer le gradient de densité et de contraintes selon l'axe 2 (voir la figure 3.74) orienté perpendiculairement à la face latérale sur laquelle il y a la marche.

On a modélisé la matrice et les poinçons à partir d'éléments discrets rigides et la poudre avec des éléments hexaédriques 3D. On a utilisé, comme dans le modèle 2D, une approche de déplacement imposé au lieu de celle d'une pression imposée à cause d'une plus grande précision d'application de la charge [**HUA 00**]. Comme fonction de densification, on a utilisé le modèle de Gurson et les simulations ont été faites pour la poudre de fer de type Kobelco. Le temps d'analyse a été d'environ 4.5 h pour un nombre de 5952 éléments de type C3D8R (brique linéaire, avec 8 nœuds, intégration réduite, voir la figure 3.75).

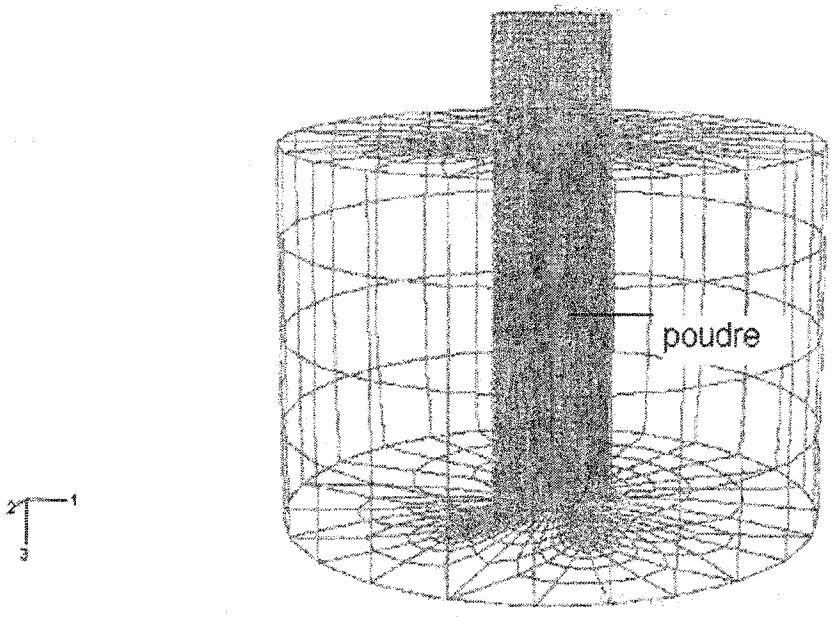


Figure 3.74 Discrétisation de la matrice et de la poudre dans le modèle 3D.

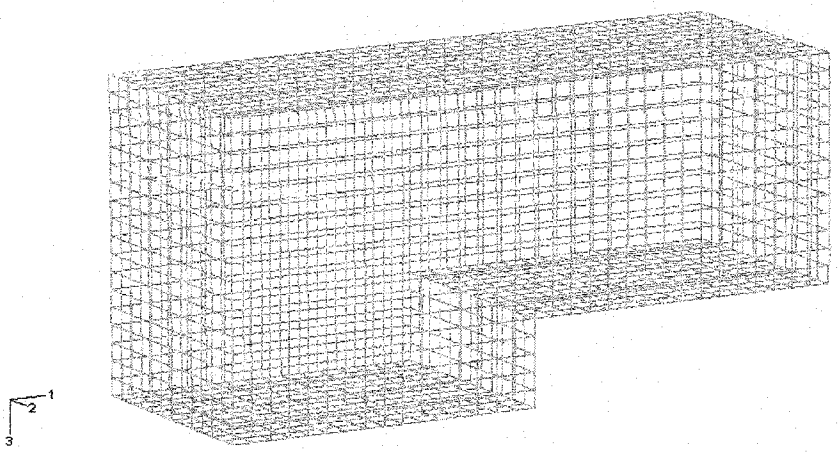


Figure 3.75 Le maillage initial de la pièce par l'entremise des éléments 3D hexaédriques.

Pour comparer les résultats des simulations 3D avec la simulation 2D et les résultats expérimentaux, on a coupé la pièce en deux parties; les éléments dont les faces sont situées au centre du volume de la pièce peuvent être visualisés, voir la figure 3.76.

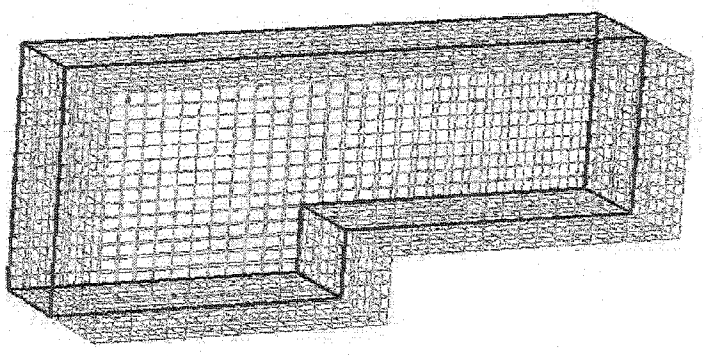


Figure 3.76 Ensemble des éléments contenu dans la moitié de la pièce.

Pour ce qui est de la variation de la pression, elle est représentée à la figure 3.77 pour la pièce entière et à la figure 3.78 pour montrer les éléments qui sont contenus dans le plan médian (coupe centrale). Les résultats présentés sont obtenus pour une densité relative de 92% ce qui correspond à un déplacement du poinçon supérieur de 8.8 mm.

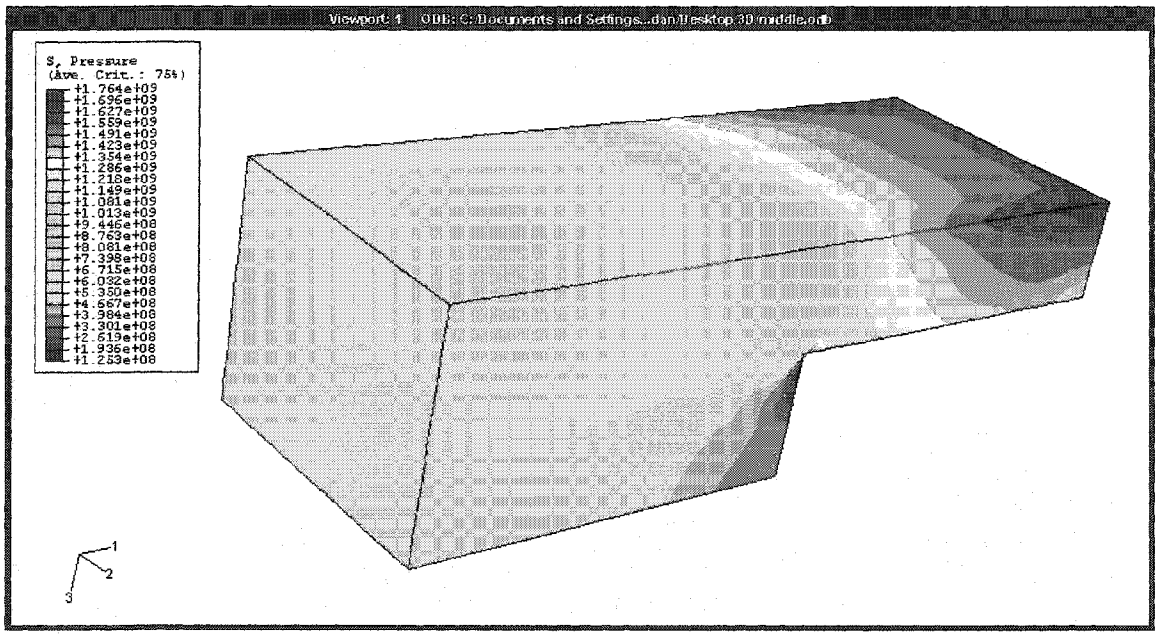


Figure 3.77 Distribution de la pression, poudre de fer Kobelco, modèle de Gurson, pièce entière, densité relative de 92%.

La distribution des contraintes fait que la poudre soit transférée de la partie la plus mince (et la plus dense) vers la partie la plus épaisse. Les contraintes selon l'axe 1 sont négatives du fait que partout, il y a compression (voir la figure 3.79).

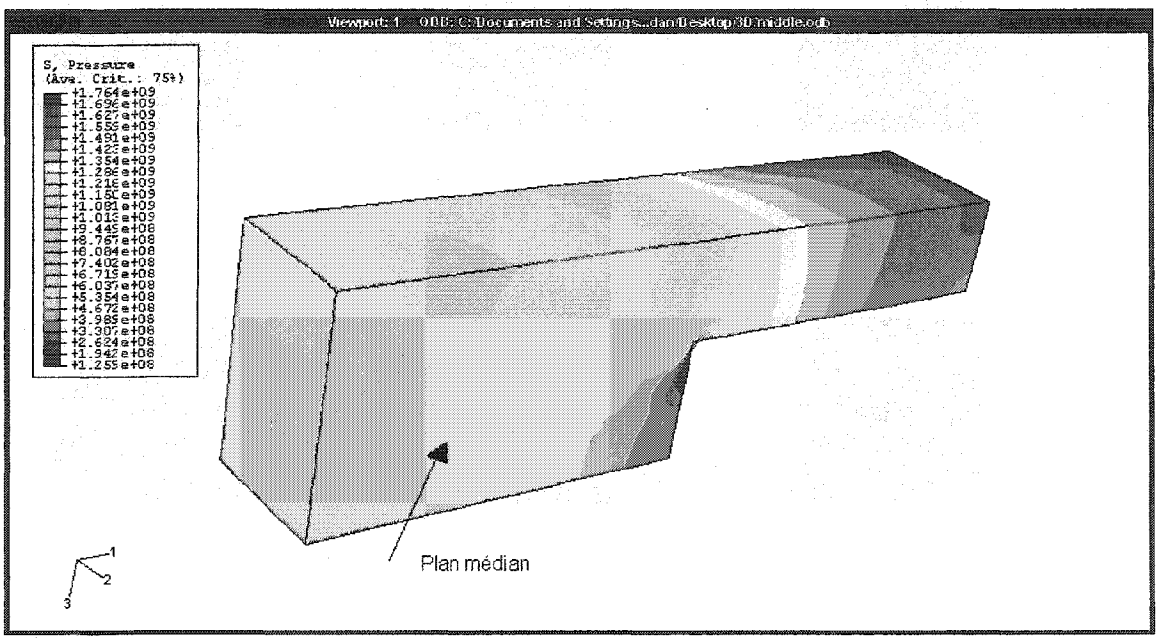


Figure 3.78 Distribution de la pression, poudre de fer Kobelco, modèle de Gurson, coupe centrale.

.

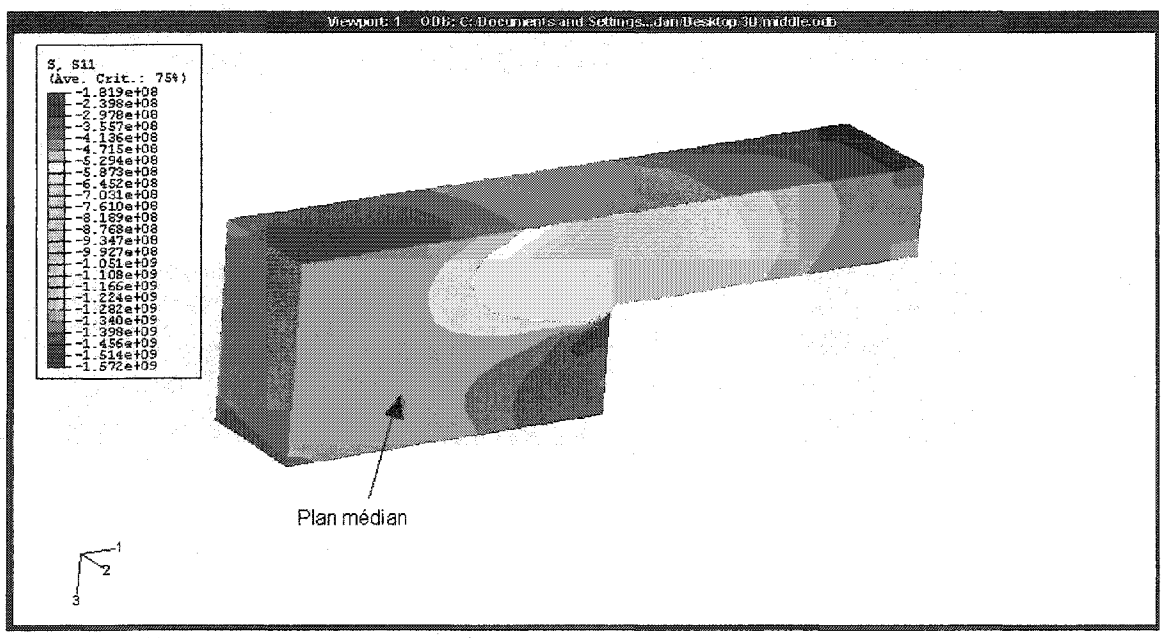


Figure 3.79 Distribution de contrainte dans la direction de l'axe 1, poudre de fer Kobelco, modèle de Gurson, coupe centrale.

On remarque que pour le déplacement selon l'axe 2, il n'y a pas de gradient important de déplacement des couches de la poudre (figure 3.80).

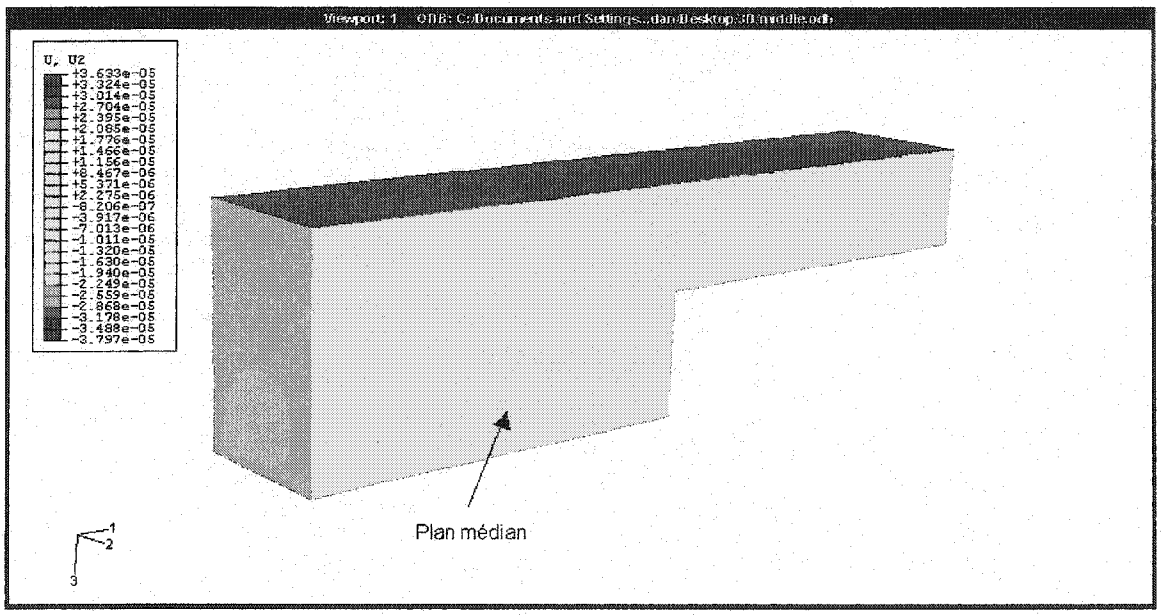


Figure 3.80 Déplacement de la poudre de fer Kobelco (m) selon l'axe 2, modèle de Gurson, coupe centrale.

La contrainte de cisaillement (S23) sur les parois latérales de la matrice (voir la figure 3.81) est principalement due au frottement, comme pour les autres surfaces de contact entre la poudre et la matrice qui sont parallèles au mouvement du poinçon.

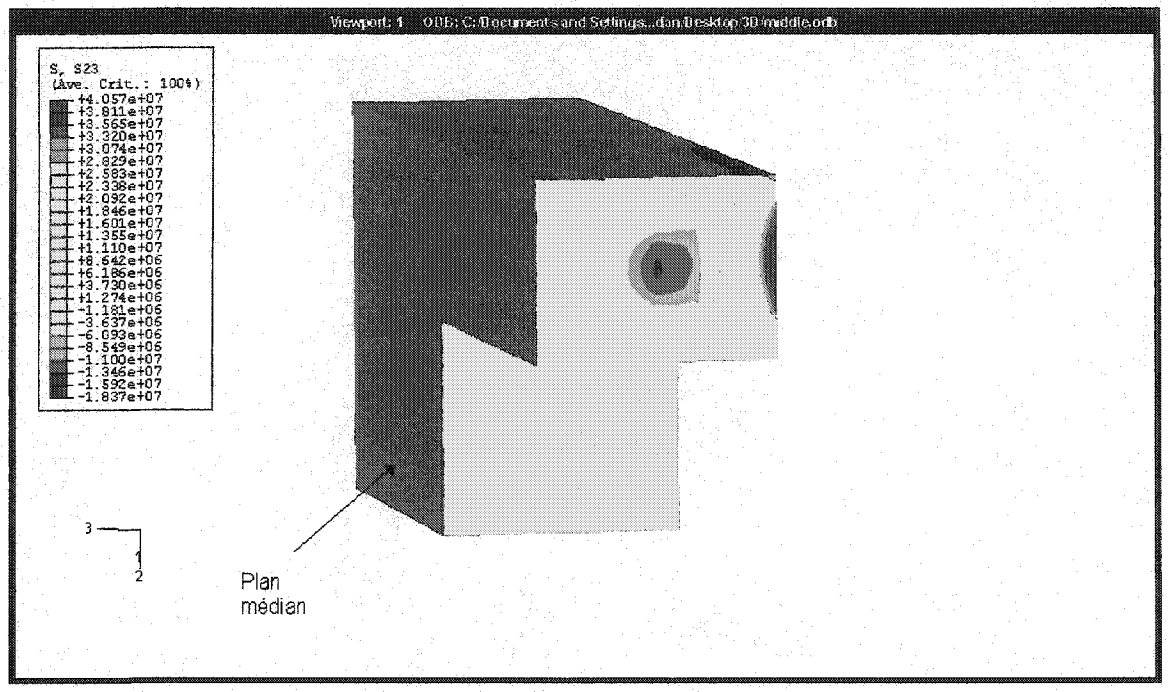


Figure 3.81 Cisaillement plus intense sur les parois latérales, poudre de fer Kobelco, modèle de Gurson, coupe centrale.

À la figure 3.82, on représente la variation locale de densité relative dans un vue isométrique, une vue de dessous ainsi que dans une vue de bout (direction -1).

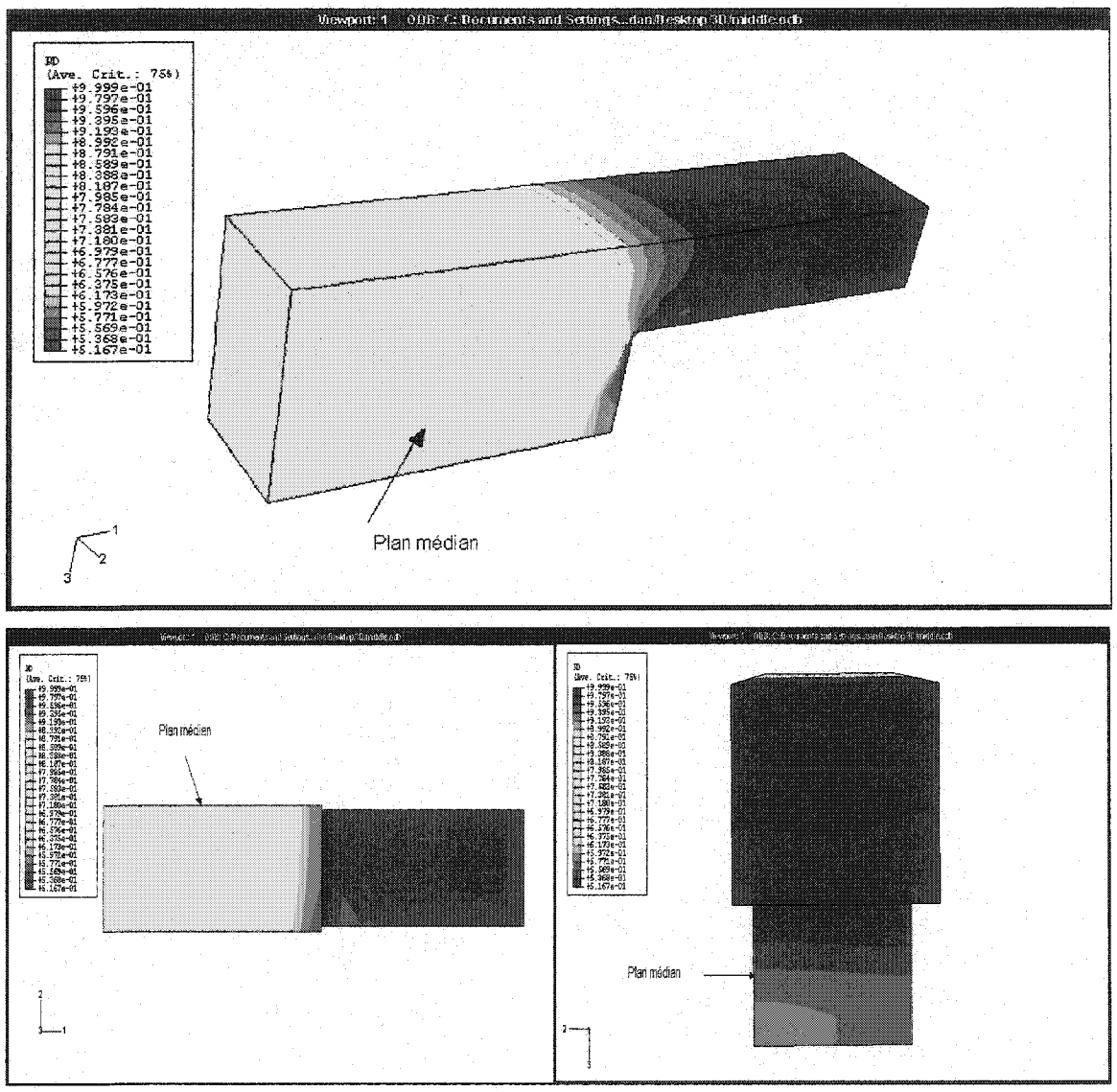


Figure 3.82 Distribution de la densité, vues isométrique, dessous et droite, poudre de fer Kobelco, modèle de Gurson.

CHAPITRE 4 : Discussion

4.1 Évaluation des différents modèles

4.1.1 Paramètres du modèle Cam Clay modifié

Par l'entremise de la simulation numérique, on a fait une analyse de tendance dans le cas de variation des paramètres du modèle Cam Clay modifié. Comme la détermination expérimentale des paramètres M, λ et β (décrits dans les paragraphes 1.3.4.1, 1.4.1.1 et 3.2.2.2) est laborieuse et coûteuse, on a essayé de voir le rôle joué par les paramètres M et β sur les valeurs de densité et sur la distribution locale de densité lors du pressage (la valeur du paramètre λ utilisé par la plupart des auteurs étant entre 0.1-0.15).

Influence de *M* (pente de la ligne d'état critique) :

Avec les mêmes paramètres utilisés qu'au paragraphe 3.2.3.2 (voir la figure 3.68 pour M=2), on a utilisé des valeurs pour M de 1 (figure 4.1) et de 1.2 (figure 4.2). De telles valeurs ont aussi été utilisées par d'autres auteurs pour une poudre de fer [**WAG 00**]. L'effet de M est évident surtout sur la densité minimale. La distribution de densité locale est aussi influencée par le changement des valeurs de M.

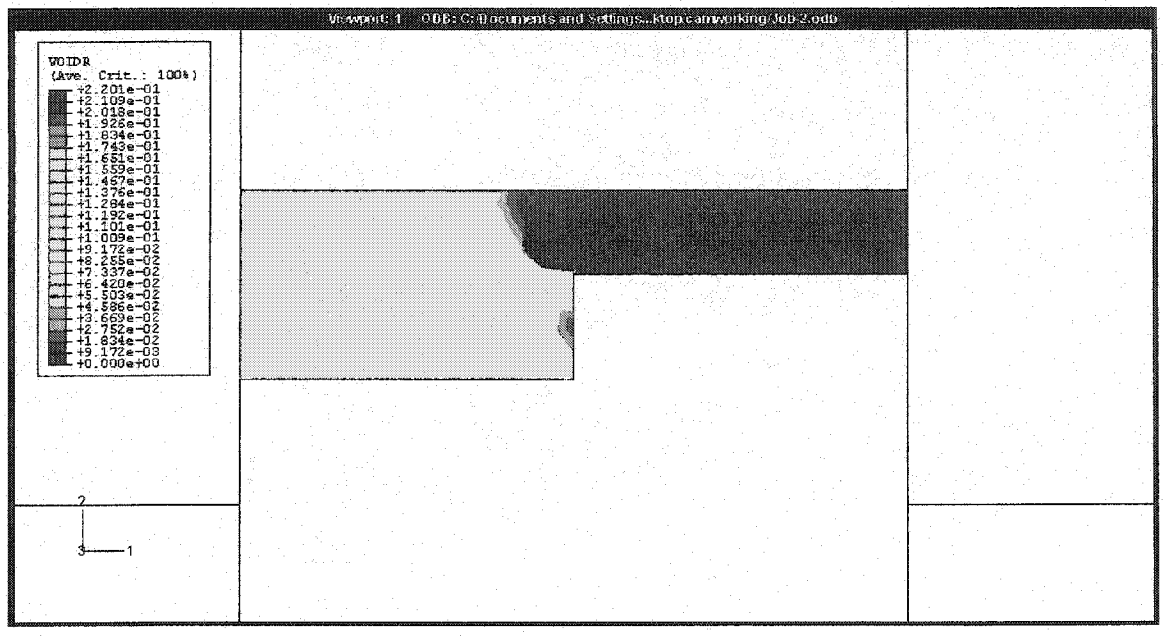


Figure 4.1 Influence de *M* sur la porosité, *M*=1, poudre de fer Kobelco, densité relative 96%.

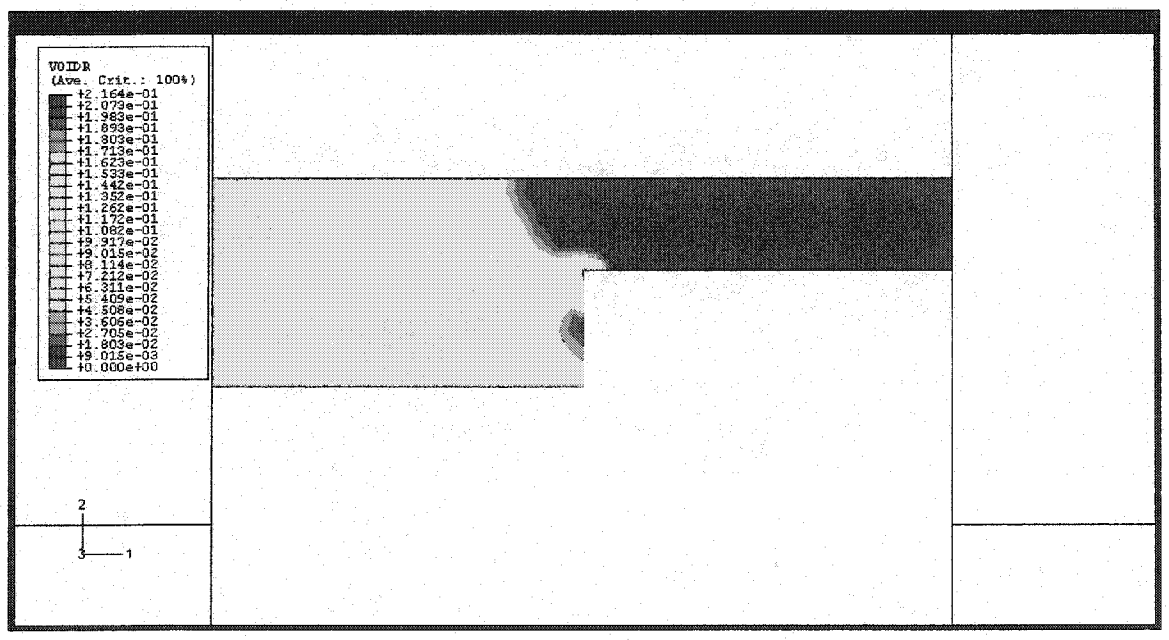


Figure 4.2 Influence de *M* sur la porosité, *M*=1.2, poudre de fer Kobelco, densité relative 96%.

La densité locale autour de la marche est mieux représentée par *M*=1.2. Comme conclusion générale, la densité maximale augmente avec la diminution de *M*. Dans la situation où on a des valeurs élevées de *M* (*M>6),* le modèle prédit des valeurs de densités relatives supérieures à 1, et en plus la poudre perd le contact avec les parois de la matrice. La figure 4.3 représente le déplacement horizontal de la poudre de fer de type Kobelco à la fin du pressage dans de telles conditions.

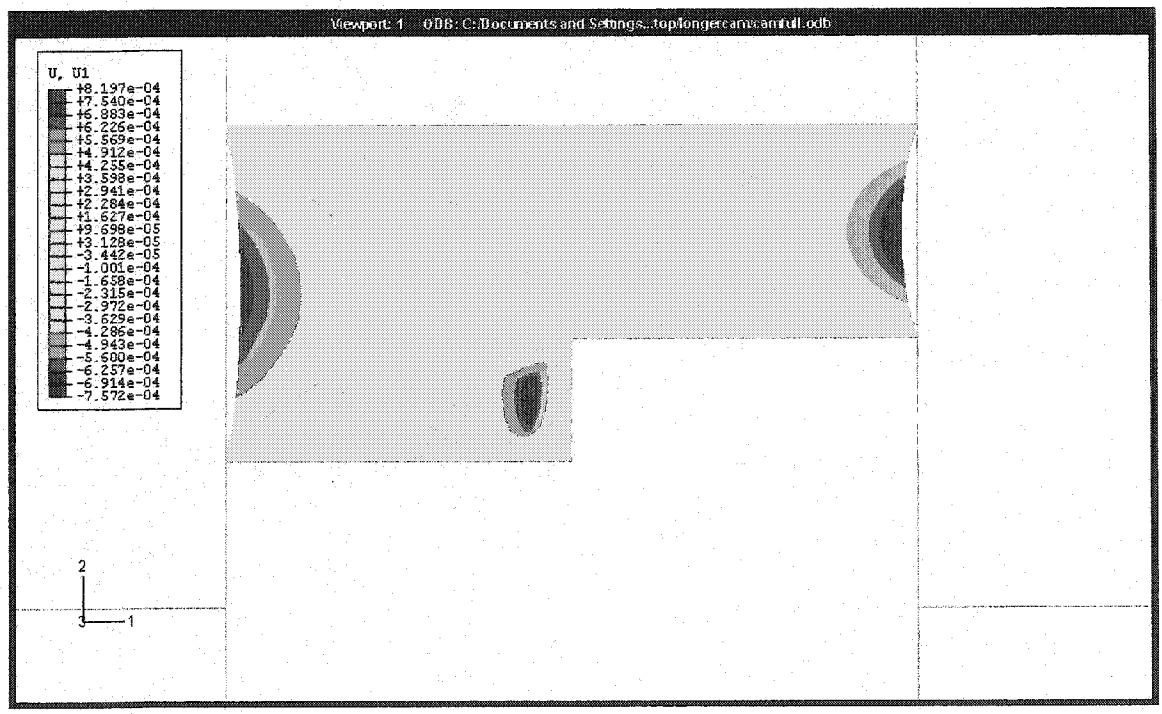


Figure 4.3 Déplacement horizontal de la poudre et perte de contact avec les parois de la matrice pour M=6.5, poudre de fer Kobelco

Ainsi, les valeurs de déplacement de la poudre dans un plan médian situé à la moitié de la hauteur de la pièce sont représentées à la figure 4.4. On constate que jusqu'à une distance de 20 mm à partir de l'extrémité de plus grande épaisseur (au delà de la variation d'épaisseur qui est située au milieu de la

longueur de la pièce, à 16 mm), la poudre se déplace dans la direction positive de l'axe 1, donc vers la partie où la pression est la plus grande, ce qui n'est pas réel. Il semble que pour une poudre de fer, des valeurs de *M* situées entre 1 et 2.5 devraient être utilisées.

Pour des valeurs de *M* élevées et sous l'influence d'une pression plus élevée que celle qui se développe habituellement dans la mécanique des sols, le modèle Cam Clay permet d'obtenir des densités relatives supérieures à 100%. Cela se produit par un rétrécissement "artificiel" du volume qui explique la perte de contact avec les parois de la matrice.

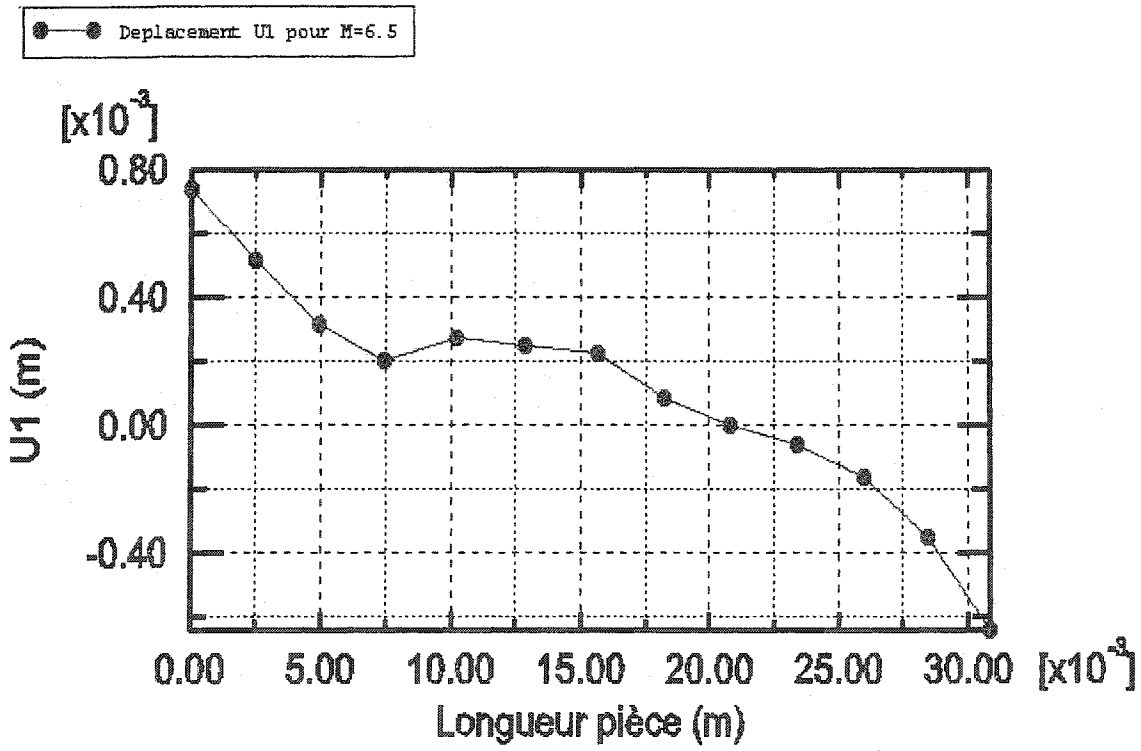


Figure 4.4 Déplacement horizontal de la poudre tout au long de la pièce, *M* = 6.5, poudre de fer Kobelco.

Influence du paramètre β (le rayon de courbure du "cap")

Le paramètre β permet de modifier le modèle original Cam - Clay (qui correspond à $\beta=1$) dans la partie correspondant à la compression (voir la figure 1.35). Dans le cas de la poudre de fer Kobelco, comparativement au modèle original (voir la figure 3.68), on a fait varier β entre 0.5 et 1. L'effet sur la pression et la densité relative est montré aux figures 4.5 et 4.6 respectivement pour la même densité relative de 96%.

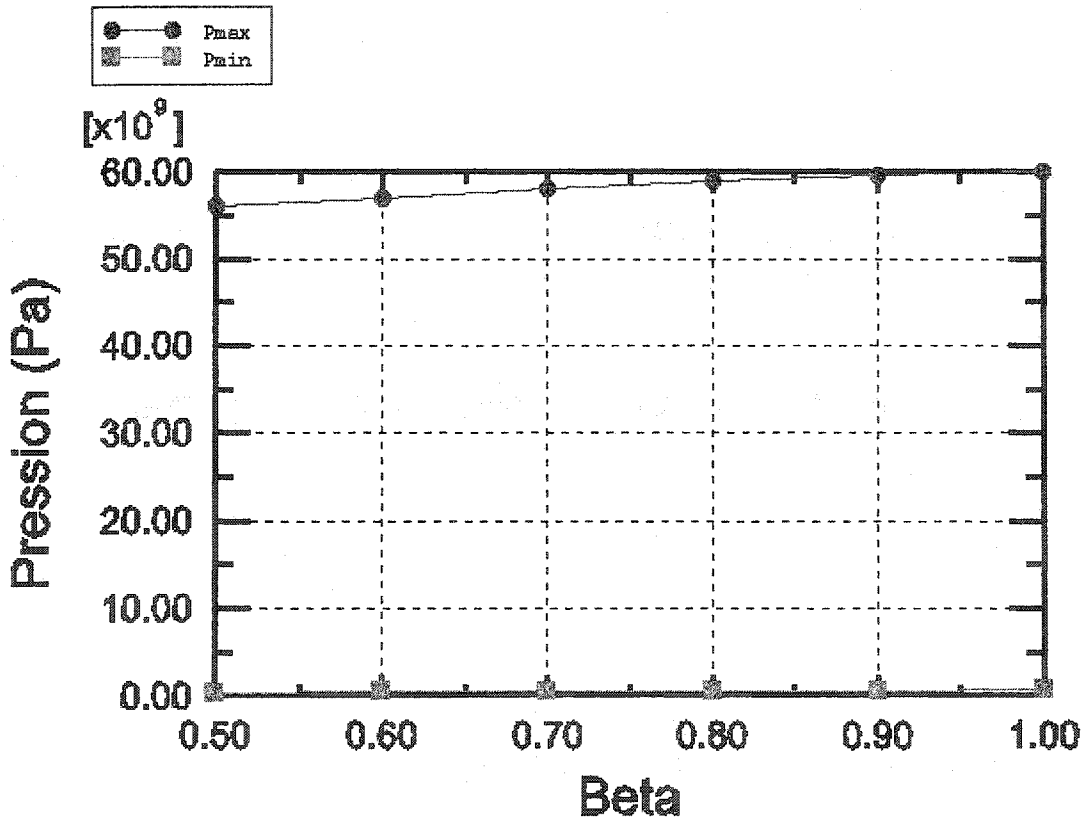


Figure 4.5 Influence du rayon de courbure de l'ellipse sur les valeurs de pression maximale et minimale dans la poudre pour une densité relative de 96%, poudre de fer Kobelco.

L'effet du paramètre β sur la pression minimale (qui se développe autour de la marche), et sur la pression maximale est très faible. La distribution de densité reste très peu modifiée. L'effet sur la densité maximale est en concordance avec celui sur la pression maximale, les grandes valeurs de β mènent aux valeurs plus élevées de pression mais pas de changement de la densité maximale (qui peut dépasser 100%). Cela peut être expliqué par le fait que l'état critique est atteint plus vite pour des valeurs de $\beta<1$ pour des pressions très élevées, et que le matériau n'oppose plus de résistance à la déformation.

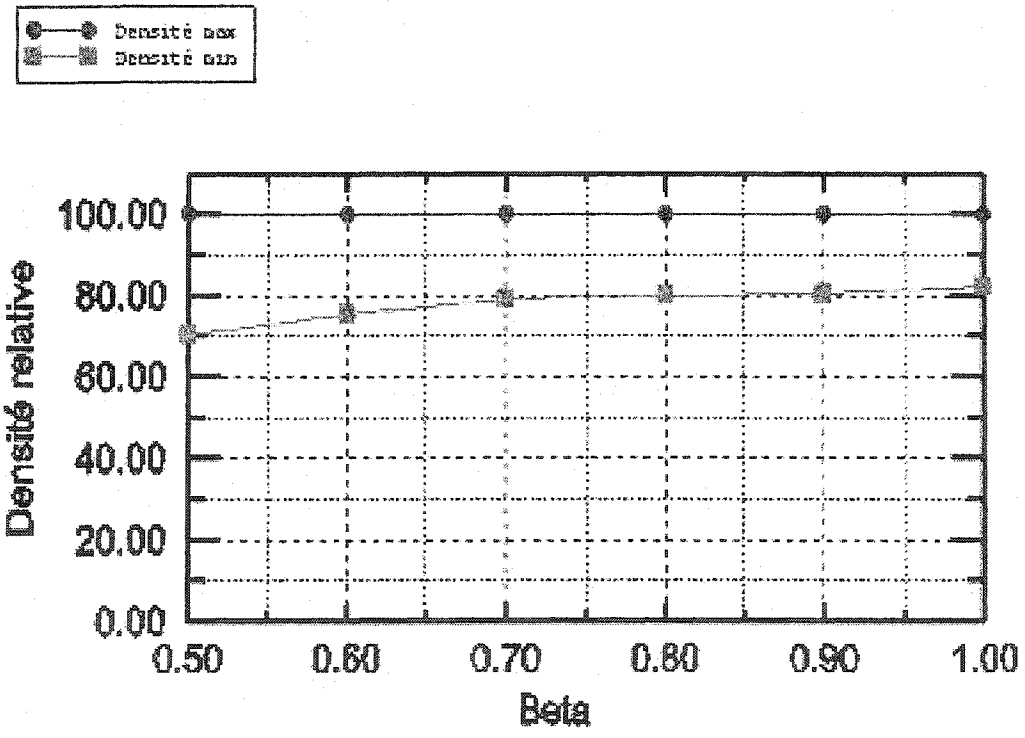


Figure 4.6 Influence du rayon de courbure d'ellipse sur les valeurs de densités relatives maximale et minimale, poudre de fer Kobelco.

Même si le modèle Cam Clay ne tient pas compte des caractéristiques morphologiques de la particule, quelques observations peuvent être tirées. Le choix des types de poudre a été fait en vue d'observer l'effet joué par la dureté et la forme des particules de poudres sur la fonction de densification. L'influence de la distribution de taille des particules n'a pas été étudiée. Les deux poudres de fer ont des formes différentes, tandis que les deux poudres de laiton ont des formes semblables mais des duretés différentes (voir les figures 2.2 à 2.5).

Dans les paramètres du modèle Cam - Clay, on ne peut pas introduire de façon analytique l'influence de la dureté de la particule. La seule influence qui se manifeste est celle générale sur les modules de plasticité λ et d'élasticité k (qui diminue et augmente respectivement avec l'augmentation de la dureté). Ces modules ne sont pas des paramètres explicites du modèle ou des paramètres de l'ellipse qui représente la fonction de densification.

Dans le cas des poudres de fer, on constate que pour le même λ utilisé, et pour une densité relative de 96%, le pressage de la poudre Kobelco est mieux représenté par une valeur de M=1.2 (voir les figure 3.46 et 4.2), tandis que pour la poudre MP32, une valeur de M égale à 1 donne des résultats plus proches des valeurs expérimentales (voir la figure 3.42 pour une densité de 90%).

On peut expliquer l'influence de M par le fait que la poudre Kobelco nécessite une contrainte de cission plus grande pour la densification que pour la poudre MP 32 de forme irrégulière. Ceci est dû au fait que pour la poudre irrégulière, la densification se fait aussi par enchevêtrement entre les particules. Pour de densités plus élevées (près de 90%), les prévisions seraient plus exactes en augmentant la valeur de M en cours de pressage. Cette option n'est pas possible dans l'application Abaqus. Cependant, l'implantation d'une routine d'utilisateur ayant pour but de changer la valeur de M en réponse à la densité et à d'autres

paramètres permettrait de contourner le problème. Pour la densité de 96%, on a tracé à la figure 4.7 les deux courbes de densification, calculée avec les valeurs de pression obtenues dans la simulation par éléments finis (voir la fonction dens.m qui décrit l'évolution de l'ellipse dans l'annexe C).

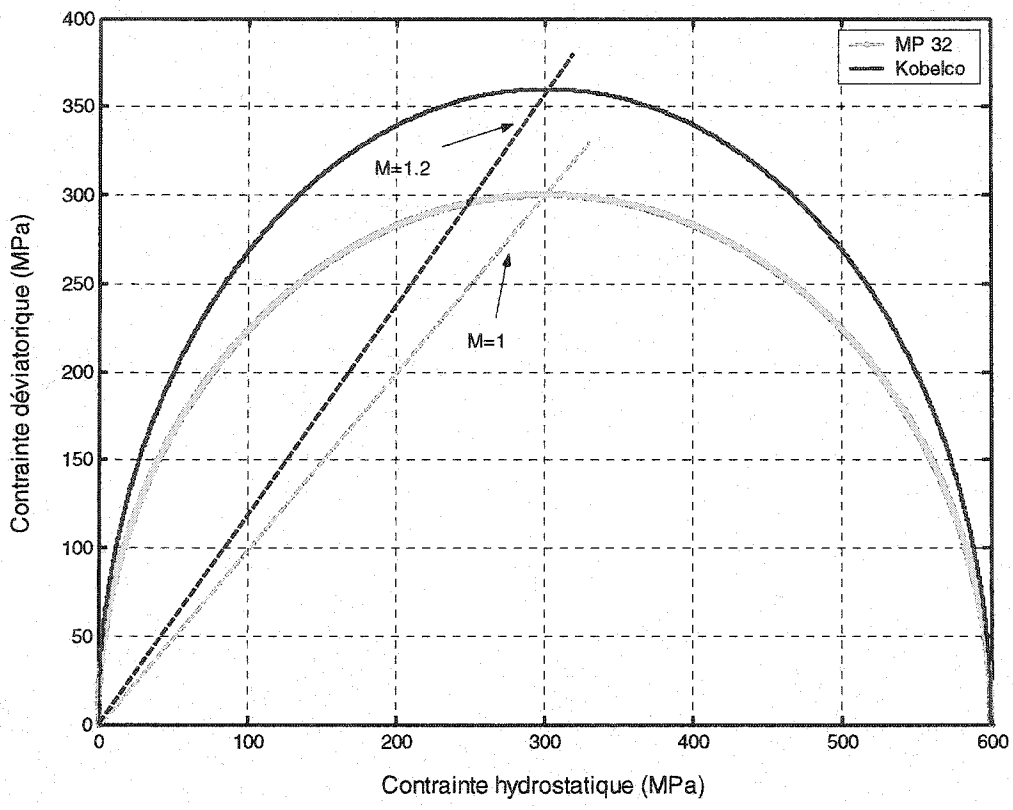


Figure 4.7 Surfaces de densification pour les deux poudres de fer de formes différentes.

4.1.2 Paramètres du modèle de Gurson

Les seuls paramètres qui ne sont pas reliés directement aux propriétés intrinsèques de la poudre sont q_1, q_2, et q_3, tel que mentionné au paragraphe

3.2.2.1. Les coefficients fixes de Tvergaard [**TVE 82**] tiennent compte de l'interaction entre les pores (q_1 et q_3) et de la forme de pores (q_2). D'autres paramètres dépendant du critère de rupture choisi peuvent être ajoutés si la rupture du matériau est étudiée. Aucune justification pour l'utilisation des ces coefficients différents de l'unité n'a été trouvée dans la littérature pour le pressage des poudres. Avec les valeurs q_1 = 1.5, q_2 = 1 et q_3 = 2.25, la distribution de la densité relative pour la poudre de fer Kobelco avec une densité relative globale de 87% est présentée à la figure 4.8. Comparativement à la figure 3.66 ($q_1 = q_2 = q_3 = 1$), on constate un léger changement de la distribution locale de densité et de la valeur maximale de densité.

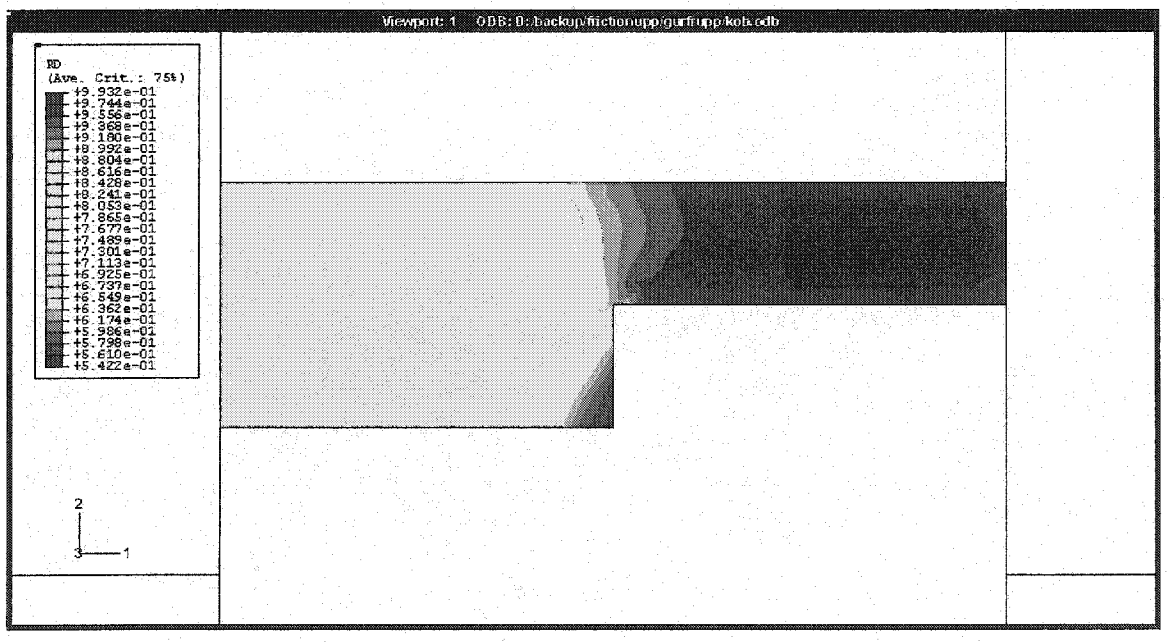


Figure 4.8 Influence des paramètres de Tvergaard (q_1=1.5, q_2=1, q_3=2.25) sur la distribution de densité, poudre de fer Kobelco.

4.1.3 Sélection des modèles.

La plupart des essais expérimentaux effectués dans le présent travail de recherche ont conduit à l'obtention de pièces de densités relatives supérieures à 85%. C'est pour cela qu'on compare les résultats de la simulation numérique dans ce domaine de valeurs de densités.

Pour la poudre de fer MP32, évaluée avec le modèle de Gurson pour une densité relative de 88% (voir la figure 3.67), on observe que le modèle prédit exactement une densité de 96.7% dans la partie de plus grande densité, alors que les valeurs expérimentales sont situées entre 95 et 97% (figure 3.41). Dans la zone de faible densité, le modèle calcule une densité de 74% comparativement à une valeur expérimentale de 80%. Pour ce qui est du modèle Cam Clay pour une densité relative de 85% et une hauteur de remplissage de 18 mm (la figure 3.69), on obtient une densité relative de 100 % comparativement à des valeurs expérimentales situées entre 95 et 97%. Dans la partie de plus faible densité, on obtient une densité de 77%, ainsi qu'un minimum de 74%, dans la partie gauche, en bas de la pièce. Cette zone peut être observée lors des mesures expérimentales, avec une densité relative entre 75-80%.

Si on compare le modèle Cam Clay, pour la densité relative de 85%, avec une hauteur de remplissage de 20.4 mm, on enregistre dans la zone de faible densité (la partie gauche de la pièce) une valeur de densité de 79% et dans la partie gauche en bas une densité de 77%. De plus, une petite zone de plus grande densité de 82.2% est présente dans la partie supérieure gauche de la pièce.

Pour la poudre de fer Kobelco, le modèle de Gurson, pour une densité relative de 87% donne des résultats présentés dans la figure 3.66. Les mesures expérimentales sont représentées par la figure 3.45 correspondant à une densité

relative de 91%. Pour la partie de haute densité de la pièce, les deux figures concordent très bien avec une valeur de 98%. Aussi, on remarque le gradient de densité autour de la marche. Dans la partie de faible densité, on a une valeur moyenne de densité relative de 77% comparativement aux valeurs expérimentales situés entre 90% et 93%. Cette grande différence est causée en partie par la différence de densité relative de 4% entre l'essai expérimental et la simulation. Le modèle Cam Clay pour une densité relative de 96% (voir figure 3.68) donne une densité relative de 100% dans la partie de plus haute densité et ne prévoit aucun gradient de densité contrairement aux essais expérimentaux (voit la figure 3.46, densité relative 97%). Dans la partie de faible densité, la valeur est de 88% comparativement aux valeurs expérimentales situées entre 92% et 94 %. Le modèle Drucker - Präger pour une densité relative de 86% (voir la figure 3.73) sous-estime le régime de faible densité, avec une densité relative de seulement 76% versus 92% obtenue expérimentalement. Cette différence est due à l'élimination des déformations élastiques dans la formule de calcul pour la densité relative. La distribution de la densité relative est toutefois semblable à celle mesurée expérimentalement.

Le pressage de la poudre de laiton 90-10, pour une densité relative de 86%, est bien simulé par le modèle de Gurson (voir la figure 3.61) dans la partie droite de haute densité avec une densité relative de 97% comparativement aux valeurs expérimentales situées entre 95% et 100% (voir la figure 3.48). La partie gauche de faible densité a une densité moyenne de 77% versus 75% - 85% expérimentalement et prévoit une zone de très faible densité de 52 % qui n'est pas présente dans les mesures expérimentales de densité. Le modèle de Cam Clay avec une densité relative de 94% (voir la figure 3.64) ne décrit pas les variations de densité relative dans la partie de plus haute densité (droite) de la pièce. Une densité relative de 100% est obtenue comparativement aux valeurs expérimentales entre 95% et 97% (voir la figure 3.49 pour une densité relative de

94%). Une densité relative moyenne de 89% est obtenue dans la partie gauche comparativement aux valeurs expérimentales entre 85% et 92%. La zone de plus faible densité (en bas à gauche) obtenue expérimentalement est présente dans la simulation avec une valeur de densité de 85%.
Finalement, pour la poudre de laiton 70-30, le modèle Gurson pour une densité relative de 85% (voir la figure 3.62) donne des valeurs de densité relative entre 88% et 94% dans la partie droite de la pièce. Les valeurs expérimentales se situent entre 92% et 95 % (voir la figure 3.50). La partie gauche de la pièce a une densité moyenne de 74% tandis que des valeurs situées entre 75% et 85% sont obtenues expérimentalement. Le modèle Cam Clay pour une densité de 87% (voir la figure 3.65) prévoit une densité minimale de 76 % en bas de la marche, comparativement à la valeur expérimentale de 75% et surestime la densité obtenue dans la partie droite de la pièce, indiquant une valeur de 100%. Cela est résumé au tableau 4.1

On peut constater que le modèle de Gurson s'avère plus exact dans le domaine des grandes densités (plus grandes que 90%) tandis que le modèle Cam Clay est plus approprié pour les densités inférieures à 90%.

Tableau 4.1 Comparaison des modèles

Pièce	Valeurs expérimentales		Valeurs calculées			
			Gurson		Cam - Clay	
	Région faible densité	Région haute densité	Faible densité	Haute densité	Faible densité	Haute densité
MP32 88%	74%	95-97%	80%	96.7%		
MP32 85%	75-80%	95-97%			77%	100%
Kobelco 87%	90-93%	98%	77%	98%		
Kobelco 96%	100%	92-94%			88%	99%
Laiton 90-10 86%	95-100%	75-85%	77%	97%		
Laiton 90-10 94%	85-92%	95-97%			89%	100%
Laiton 70-30 85%	75-85%	92-95%	74%	88-94%		
Laiton 70-30 87%	76%	96%			75%	100%

Dans le choix du modèle, on peut envisager deux approches. La première, consiste a utiliser le modèle de Cam Clay jusqu'à des densités globales de 85-90%. Au delà de ces valeurs, il serait plus approprié d'utiliser le modèle de Gurson, qui répond mieux à la déformation des pores fermés et isolés dans la matrice de métal de base. Cela pourrait se faire par l'entremise d'une combinaison des deux modèles dans une zone de transition de densité.

Une autre approche consiste à modifier le modèle de Cam Clay par l'entremise d'un langage de programmation supporté par l'option "user subroutine" disponible dans Abaqus. La modification doit tenir compte du changement de la valeur de *M* avec l'augmentation de la densité correspondant au changement de la forme de la surface de densification dans la partie de compression (ce qui a été suggéré par les résultats de la simulation numérique). Aussi, il serait nécessaire de limiter la valeur minimale de *voidr* à 0, dans le domaine des pressions plus élevées que celles qui se développent habituellement dans la mécanique des sols, puisque les valeurs négatives résultantes se traduisent par une densité relative supérieure à 100%.

4.1.4 Simulation 2D et 3D.

On a utilisé pour le modèle 2D des éléments de type "déformation plane" du fait que les éléments de type "contrainte plane" demandent que l'épaisseur du plan soit très petite par rapport aux autres dimensions de la pièce. Dans notre cas, la profondeur de 1.27 cm est comparable à la longueur de la pièce de 3.2 cm. Dans le modèle 2D qui utilise des éléments de type "déformation plane", on assume que la déformation perpendiculaire sur la section est nulle. De plus, on assume que les déplacements entre les extrémités de la pièce dans la direction perpendiculaire au plan d'analyse sont négligeables. Le modèle Cam Clay utilise pour modéliser le comportement élastique l'option "porous elasticity" qui n'accepte ni des éléments hybrides, ni des éléments de type "contrainte plane", seulement des éléments de type "déformation plane". Ceci est typique dans le génie civil pour la modélisation de parois de soutien ou de barrages. La théorie de la plasticité du corps poreux de Gurson ne permet pas d'utiliser des éléments qui sont soumis à un état de contraintes planes ou des éléments du premier degré.

Dans le modèle 3D, comme la pièce n'à qu'un seul plan de symétrie (parallèle au plan qui contient les axes 1 et 3) et qui contient notre plan d'intérêt, on représente seulement une moitié de la pièce qui contient le plan médian avec éléments hexaédriques de type "stress" h. Les résultats obtenus dans les cas 2D et 3D pour la distribution de la densité et la contrainte verticale pour le fer Kobelco, (densité relative de 91.6%, déplacement de 8.5 mm du poinçon) sont présentés aux figures 4.9 à 4.12. On constate une similitude entre les deux approches en ce qui concerne les zones où se développent la contrainte et la densité maximales. Le résultat le plus proche de la distribution des valeurs expérimentales est le modèle 3D (voir figure 3.45). Il faut mentionner que la zone de plus grande densité dans le modèle 3D se trouve dans les coins supérieurs de la pièce, dans la partie de plus faible épaisseur. Il y a donc en réalité un

certain déplacement de la poudre dans la direction 2 (voir la figure 4.9) près des parois latérales. Pour ce qui est du niveau des contraintes verticales développées dans la pièce, les deux approches surestiment la valeur de la contrainte verticale qui se développe habituellement lors du pressage de 10% à 15% (figures 4.11 et 4.12), une valeur plus grande se trouvant dans le modèle 3D. Il n'est pas utile de montrer le contour de déplacement vertical de la poudre puisqu'il est identique dans les deux approches.

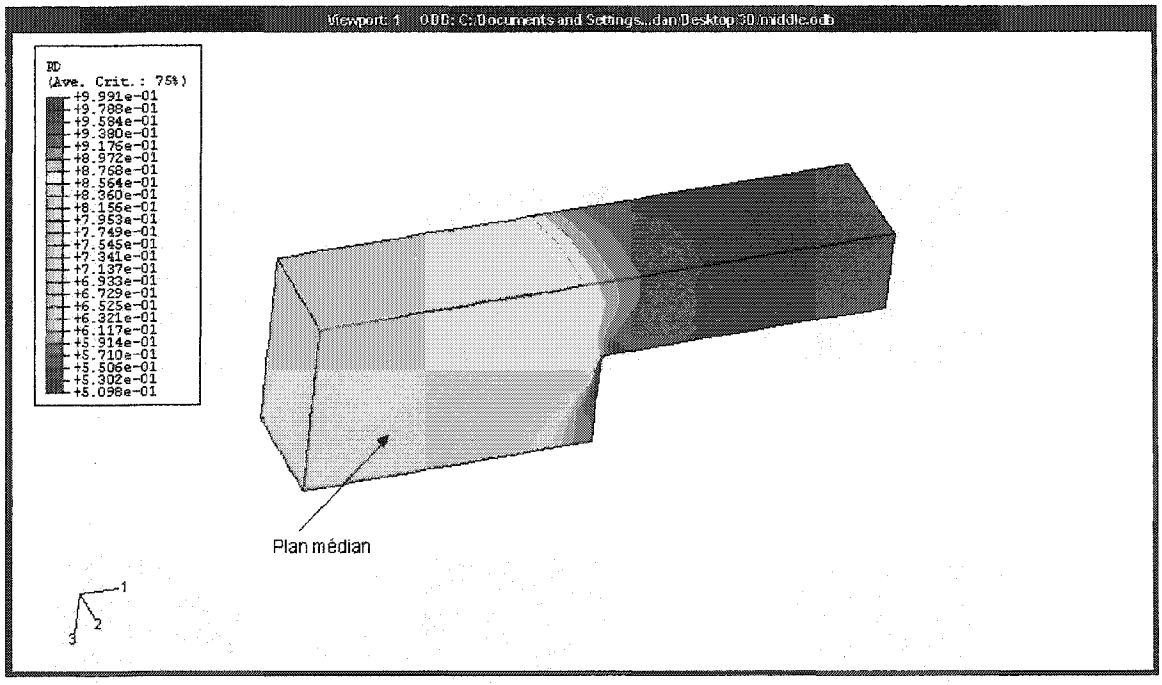


Figure 4.9 Distribution de la densité relative dans le modèle 3D, poudre de fer Kobelco, modèle de Gurson.

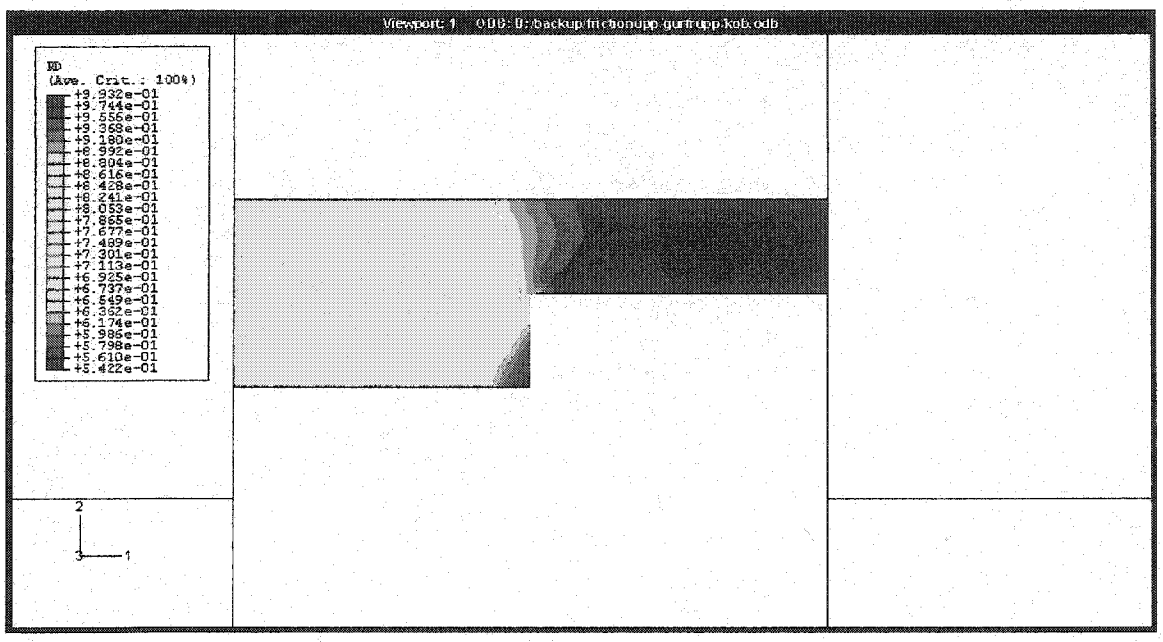


Figure 4.10 Distribution de la densité relative dans le modèle 2D, poudre de fer Kobelco, modèle de Gurson

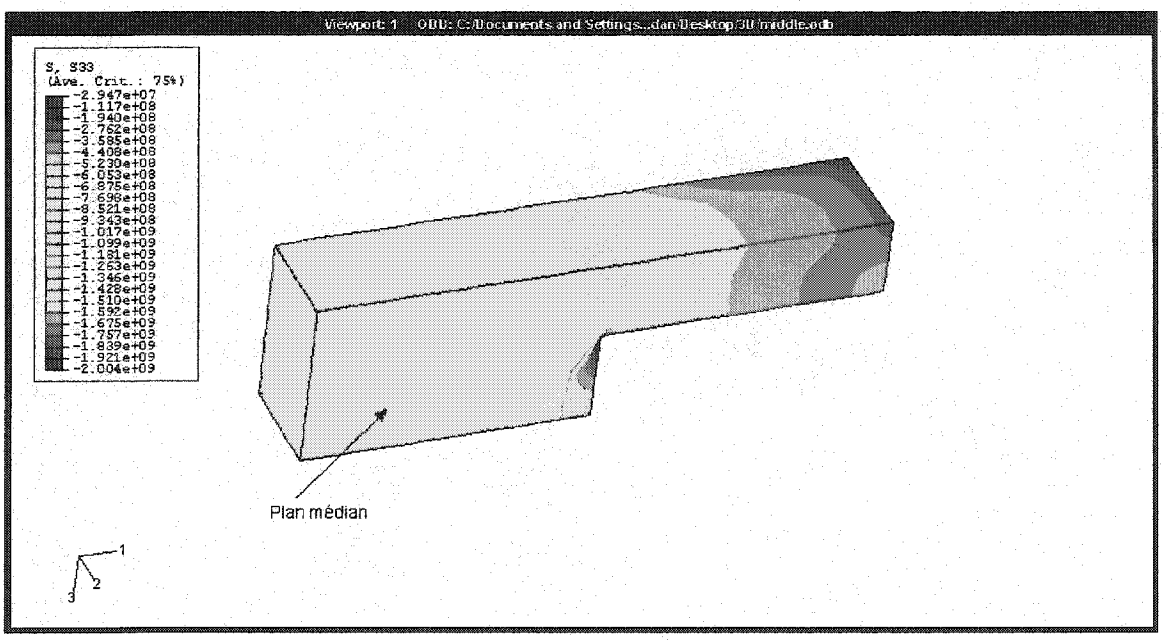


Figure 4.11 Distribution de la contrainte verticale dans le modèle 3D, poudre de fer Kobelco, modèle de Gurson.



Figure 4.12 Distribution de la contrainte verticale dans le modèle 2D, poudre de fer Kobelco, modèle de Gurson.

4.2 Influence des propriétés des poudres

4.2.1 Module de Young

Le module de Young d'un matériau est une propriété intrinsèque que l'on peut généralement considérer constante durant les processus de mise en forme basés sur la déformation plastique. Pour le pressage de poudres métalliques cependant, on doit considérer sur tout le volume un module de Young apparent qui tient compte de la porosité. L'augmentation de la densité relative durant le pressage entraîne une augmentation du module de Young apparent. La relation suivante [**KHO 02**] a été obtenue pour une poudre de fer :

$$E = 3640D^{3.9} \qquad (49)$$

où E est le module de Young apparent en MPa et D, la densité relative. Cette relation a été insérée dans le logiciel d'éléments finis par l'entremise de l'option "*dependencies, field variable*" au lieu d'utiliser une routine d'utilisateur. L'effet du module de Young évoluant selon l'équation 49 jusqu'à une densité relative de 87% pour la poudre de fer Kobelco (modèle Gurson) est présenté à la figure 4.13. Comparativement à la situation du module de Young constant (voir la figure 3.66), on obtient une légère augmentation de la densification. De plus, les contraintes développées dans la pièce sont environ 15% plus petites que dans la situation du module de Young constant. Ceci peut être expliqué par la valeur de 9 GPa donné au module de Young dans le cas où elle a été considérée constante par rapport à la valeur du module de Young variable, plus faible en moyenne au cours de pressage (2.1 GPa pour une densité relative de 87%). La distribution de contrainte dans le comprimé est reliée en partie à la distribution de déformation élastique imposée par la matrice. Cette distribution de contrainte est donc proportionnelle au module de Young.

On croit que la loi de variation du module de Young sera plus utile dans la simulation numérique ayant pour but d'évaluer les contraintes résiduelles et les conditions de la rupture pendant l'éjection de la pièce à l'extérieur de la matrice causée par le retour élastique.

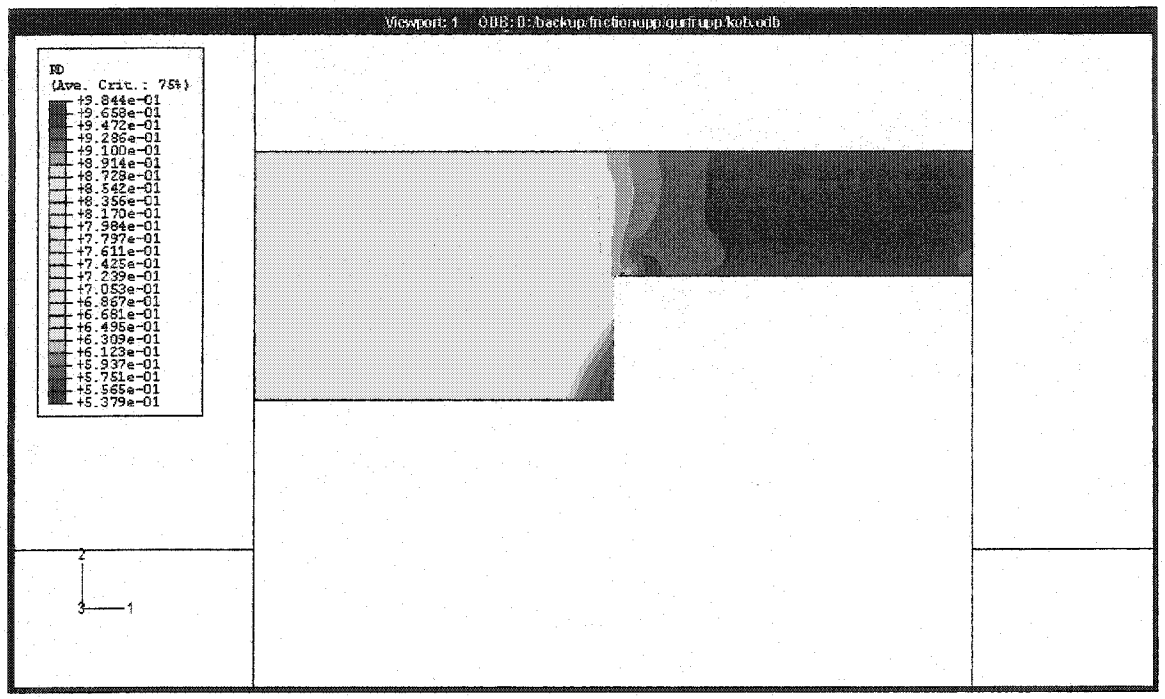


Figure 4.13 Distribution de la densité relative, poudre fer Kobelco, modèle Gurson, module de Young variable, densité relative de 87%.

4.2.2 Limite d'élasticité

En ce qui concerne l'effet de la limite d'écoulement du matériau sur la densité, cela n'influence pas la distribution de la densité locale, mais influence légèrement le niveau de densification globale et de manière plus importante la valeur de la pression qu'il est nécessaire d'appliquer. Dans la figure 4.14 on représente l'influence de la limite d'écoulement sur la contrainte principale maximale, la pression et la contrainte verticale (S22) pour la poudre de fer Kobelco, densité relative 87%. On observe que l'augmentation de la limite d'écoulement produit l'augmentation de la pression, de la contrainte verticale et

de la contrainte maximale (les deux dernières sont toujours négatives, ce qui correspond à la compression). La valeur de la limite d'écoulement jouera un rôle important dans la situation de la matrice et des poinçons modélisés comme pièces déformables et dans la simulation de l'éjection de la pièce en dehors la matrice.

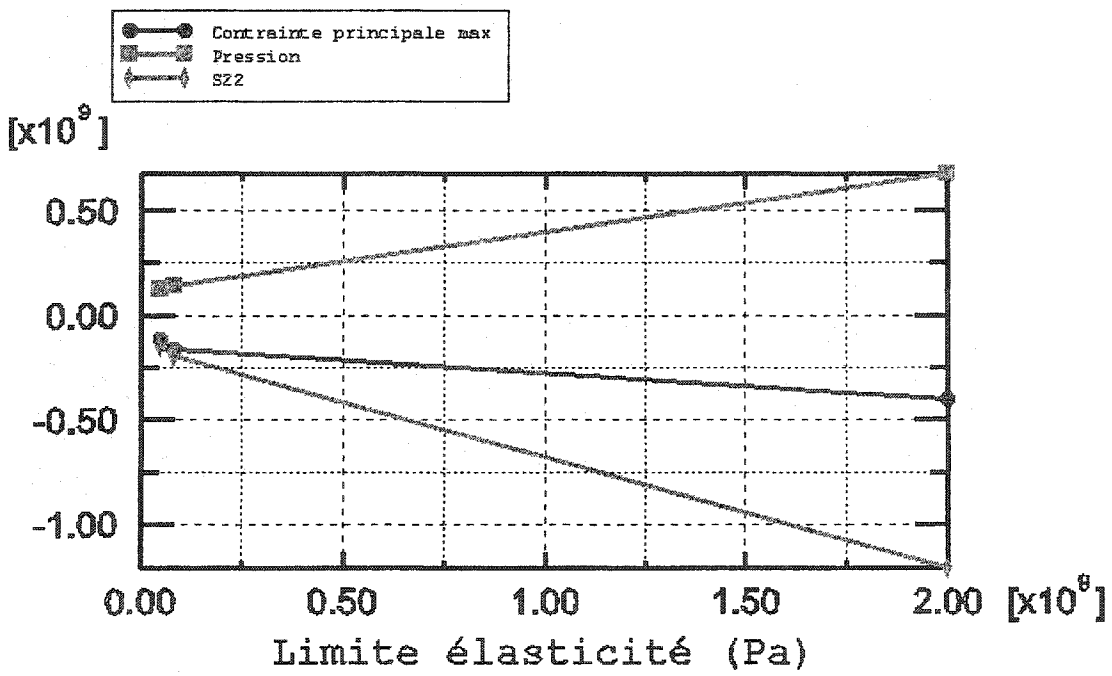


Figure 4.14 L'effet de la valeur de la limite d'écoulement sur la contrainte principale maximale, la contrainte verticale et la pression, poudre de fer Kobelco.

4.2.3 Écrouissage

On a utilisé l'analyse par éléments finis pour évaluer l'influence de l'écrouissage sur la densification. Dans le cas de la poudre de fer Kobelco, on a utilisé des

valeurs de durcissement typiques pour une poudre de fer calculées selon l'équation 45 [**SUN 97**] (voir aussi le paragraphe 1.3.4.2

$$\sigma_y = 150 + 400\left(\varepsilon_v^p\right)^{0.4885} \qquad (50)$$

σ_y : contrainte d'écoulement du matériau en tension [MPa].
ε_V^p :déformation plastique volumique totale.

Le modèle Cam Clay ne tient pas compte de l'écrouissage de la particule de poudre. Il considère seulement un durcissement "géométrique" global pour l'évolution de la surface de densification.

Dans le modèle de corps poreux de Gurson, on peut tenir compte de l'écrouissage du matériau de la particule par l'entremise de l'option "plastic hardening = isotropic" sous forme de tableau. À partir du modèle de Gurson, on a comparé le comportement de la poudre de fer dans le cas sans et avec durcissement pour une densité relative moyenne de 96% (voir les figures 4.15 et 4.16 respectivement). Les résultats numériques sont donnés au tableau 4.2

Pour la poudre de laiton 70-30 on a utilisé l'équation suivante [**MAT 03**] :

$$\sigma_y = 900\left(\varepsilon_v^p\right)^{0.49} \qquad (51)$$

La distribution de densité locale pour la poudre de laiton 70-30 avec une densité globale de 93% (déplacement du poinçon de 8.5mm), est présentée à la figure 4.17 sans l'effet d'écrouissage et à la figure 4.18 avec l'effet d'écrouissage.

Tableau 4.2 Valeurs min et max de contrainte verticale (S22) et de pression en réponse à l'effet d'écrouissage sur une poudre de fer

Sans durcissement				**Avec durcissement**			
S22 (MPa)		**Pression** (MPa)		**S22** (MPa)		**Pression** (MPa)	
Min	Max	Min	Max	Min	Max	Min	Max
-70.85	-496.3	68.51	401.5	-60	-801.6	92.9	553.9

On constate ainsi que l'effet de durcissement est important dans le modèle de Gurson surtout pour les contraintes développées dans la pièce. On enregistre des valeurs de pression maximale jusqu'à 37% plus élevées en présence du durcissement par écrouissage. Dans le même cas, on voit que la contrainte verticale maximale passe de 496 à 802 MPa. Le gradient de densité sans l'effet de durcissement est plus grand que dans la situation avec durcissement.

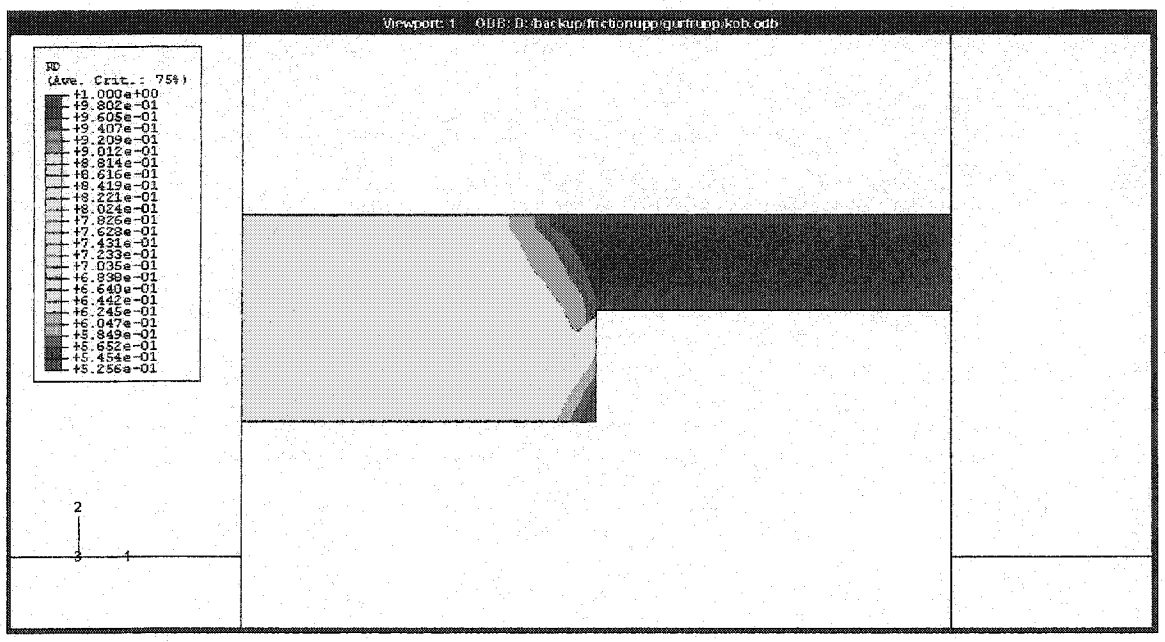


Figure 4.15 Distribution de la densité locale sans l'effet d'écrouissage, poudre de fer Kobelco.

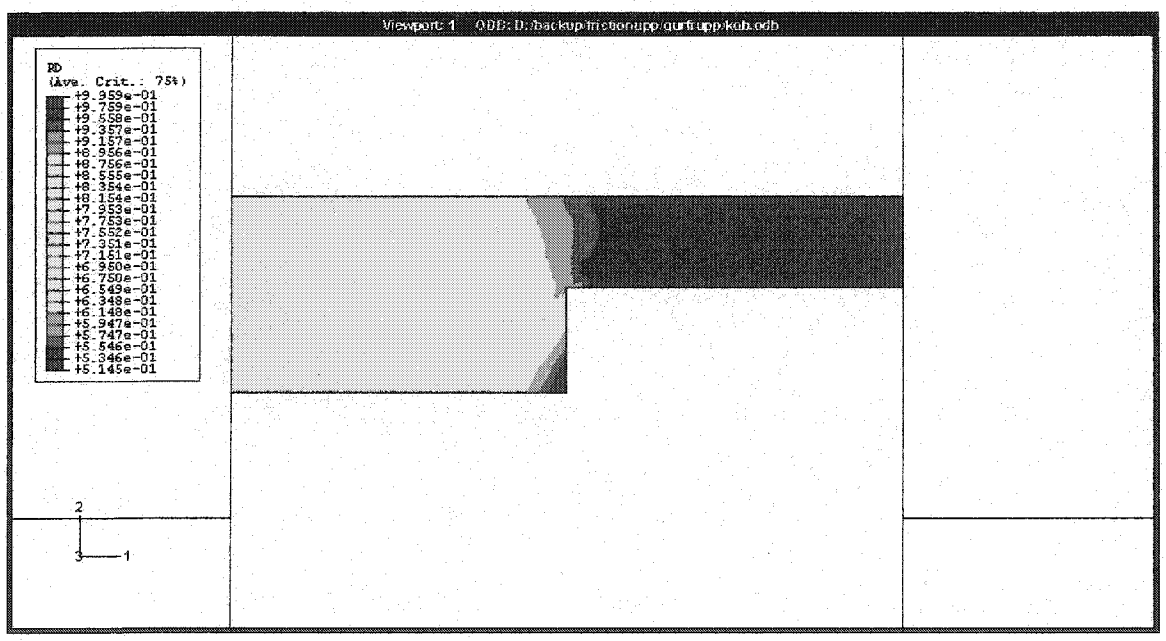


Figure 4.16 Distribution de la densité locale, avec l'effet d'écrouissage, poudre de fer Kobelco.

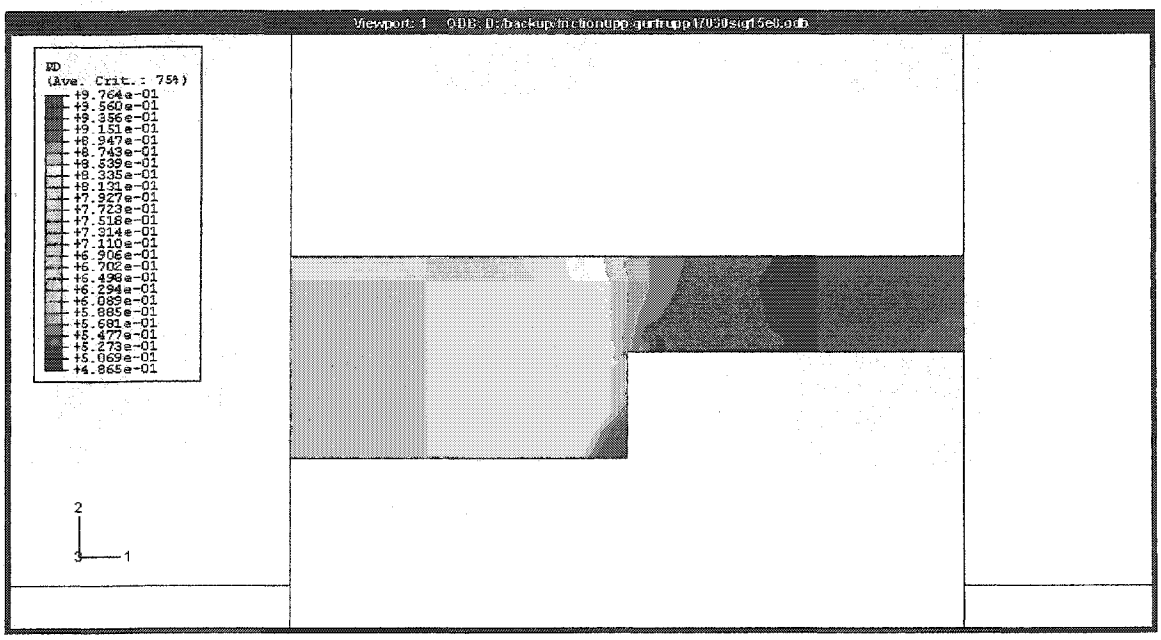


Figure 4.17 Distribution de la densité locale, sans l'effet d'écrouissage, poudre de laiton 70-30.



Figure 4.18 Distribution de la densité locale, avec l'effet d'écrouissage, poudre de laiton 70-30

Comme c'est le cas dans les procédés de mise en forme par déformation plastique, un écrouissage important nécessite une plus grande contrainte pour déformer le matériau mais favorise une meilleure uniformité de la déformation plastique à travers le volume. On constate une influence plus importante de l'écrouissage sur la densité maximale dans les cas de la poudre de fer Kobelco ainsi qu'un léger changement de distribution de densité locale dans la partie de la pièce de plus grande densité.

4.3 Influence des conditions de pressage

Plusieurs paramètres reliés aux conditions de pressage peuvent aussi influencer la distribution de densité dans les pièces. On a brièvement évalué l'influence de trois d'entre eux.

4.3.1 Distribution de la densité initiale

Même si la densité initiale n'est pas un paramètre explicite du modèle Cam Clay, on a la possibilité dans Abaqus de définir des conditions initiales qui sont variables avec l'élévation, ce qui est spécifique à la mécanique des sols. Dans la littérature, il n'y a pas d'auteur qui utilise la distribution de la densité initiale comme variable. L'étude comparative menée dans plusieurs centres de recherche [**PMM 02**] montre plutôt l'utilisation de la densité initiale comme variable à cause de la variation de la masse de poudre lors du remplissage de la matrice. On suppose qu'il est plus probable que la variation de densité apparaisse dans une masse plus grande de poudre.

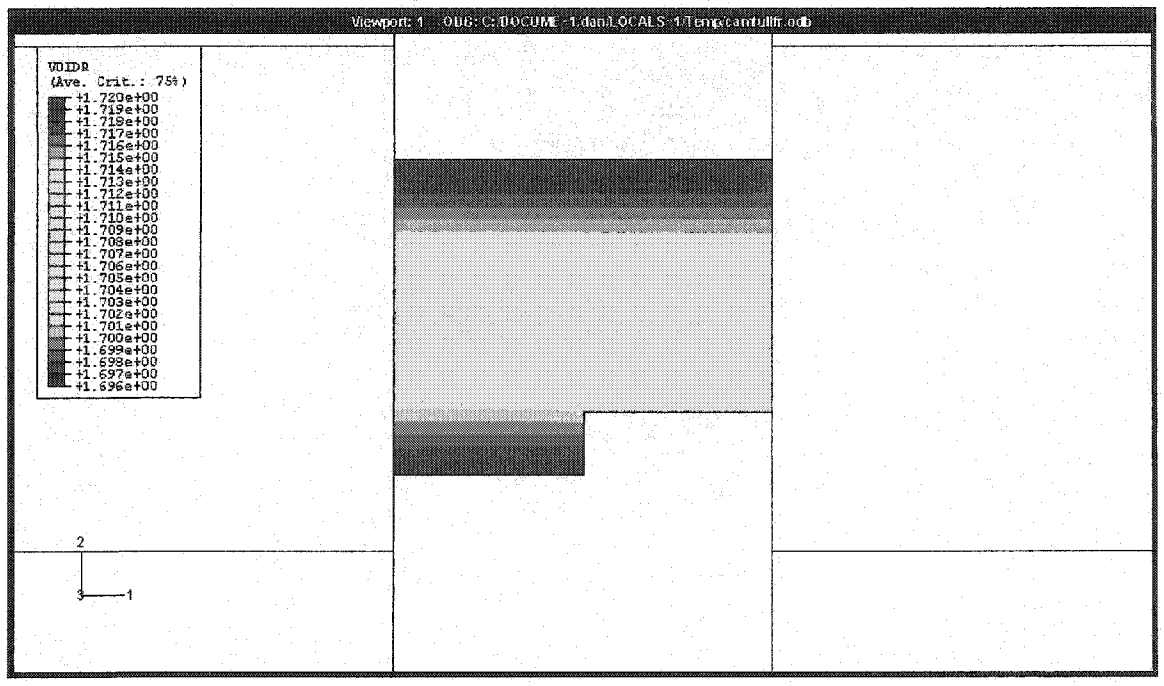


Figure 4.19 La distribution de la porosité initiale, modèle Cam Clay, poudre de fer MP32, 30 g, densité relative initiale globale de 0.37.

Dans le cas de la pièce de 30 g en poudre de fer MP 32, on a évalué l'effet joué par la distribution de densité initiale (voir la figure 4.19) sur les valeurs de pression et de densité. La variation de la densité initiale imposée est linéaire, les valeurs plus élevées sont enregistrées à la base de la poudre. La densité totale moyenne correspond à la densité apparente pour fin de comparaison. Les valeurs données au tableau 4.3 sont obtenues pour une densité relative de 80% avec un déplacement du poinçon de 12 mm.

Tableau 4.3 Influence du gradient de densité initiale sur la distribution de la pression et de la densité

Densité initiale variable De 0.373 à 0.367 (globale 0.37)				Densité initiale fixe 0.37			
Pmax [MPa]	**Pmin [MPa]**	**Densité min**	**Densité max**	**Pmax [MPa]**	**Pmin [MPa]**	**Densité min**	**Densité max**
720	3.91	0.627	0.86	677	3.79	0.624	0.892

On voit une différence entre les valeurs enregistrées pour une densité initiale variable et une densité initiale fixe. En plus, on a observé que la densité initiale variable influence la distribution de densité locale, surtout dans les zones de densité élevée, ce qui nous porte a croire que la distribution de densité initiale est un paramètre qui devrait être évalué plus en détail.

4.3.2 Méthode de pressage

Une autre simulation a servi à analyser l'effet de la méthode de pressage sur l'état des contraintes développées dans le comprimé. Il a déjà été démontré expérimentalement que pour la même densité globale, on peut avoir des états de contraintes différents, selon le chemin de chargement qui a été parcouru. Dans le cas présent, on a simulé le pressage en supposant que c'est le poinçon inférieur qui se déplace vers le haut pour transmettre la pression à la poudre. On compare ici les résultats à ceux du pressage par le poinçon supérieur présentés jusqu'à maintenant. Le déplacement vertical de la poudre, la distribution de la pression et de la porosité sont présentés pour la poudre de fer Kobelco, modèle Cam Clay, dans les figures 4.20 à 4.22, pour une densité relative de 96%, correspondant à un déplacement vertical de 8.75 mm.

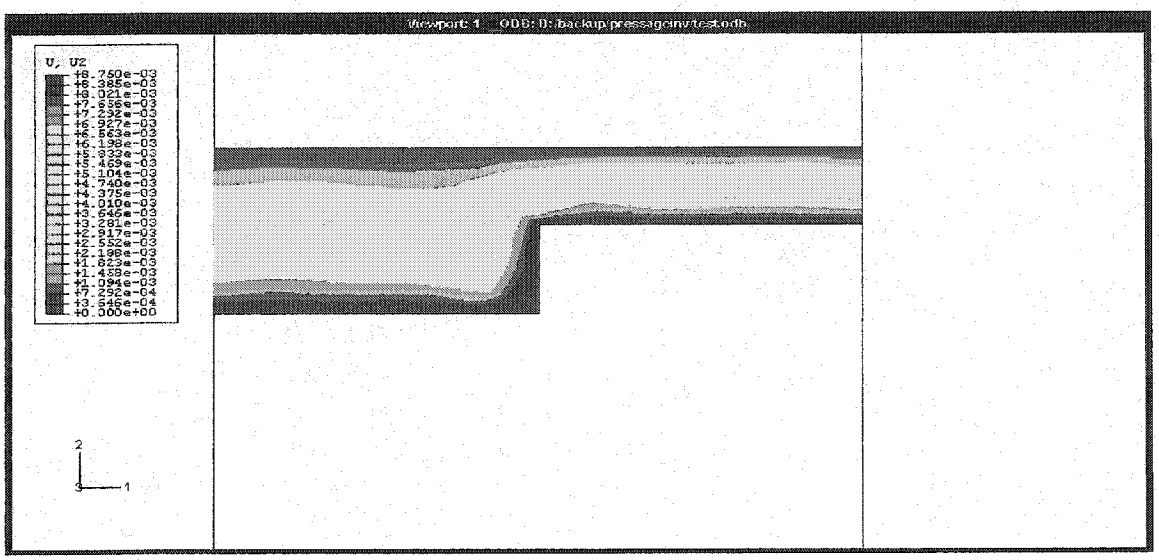


Figure 4.20 a Déplacement vertical de la poudre (m) dans le cas de pressage avec le poinçon inférieur, modèle Cam Clay, poudre de fer Kobelco, densité relative 96%.

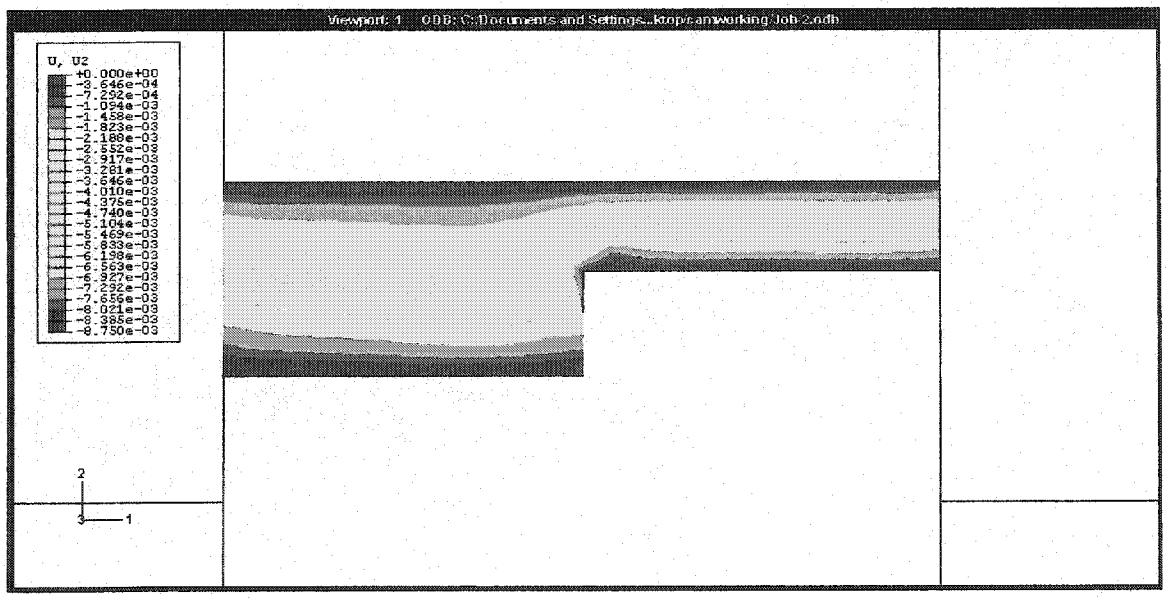


Figure 4.20 b Déplacement vertical de la poudre (m) dans le cas de pressage avec le poinçon supérieur, modèle Cam Clay, poudre de fer Kobelco, densité relative 96%.

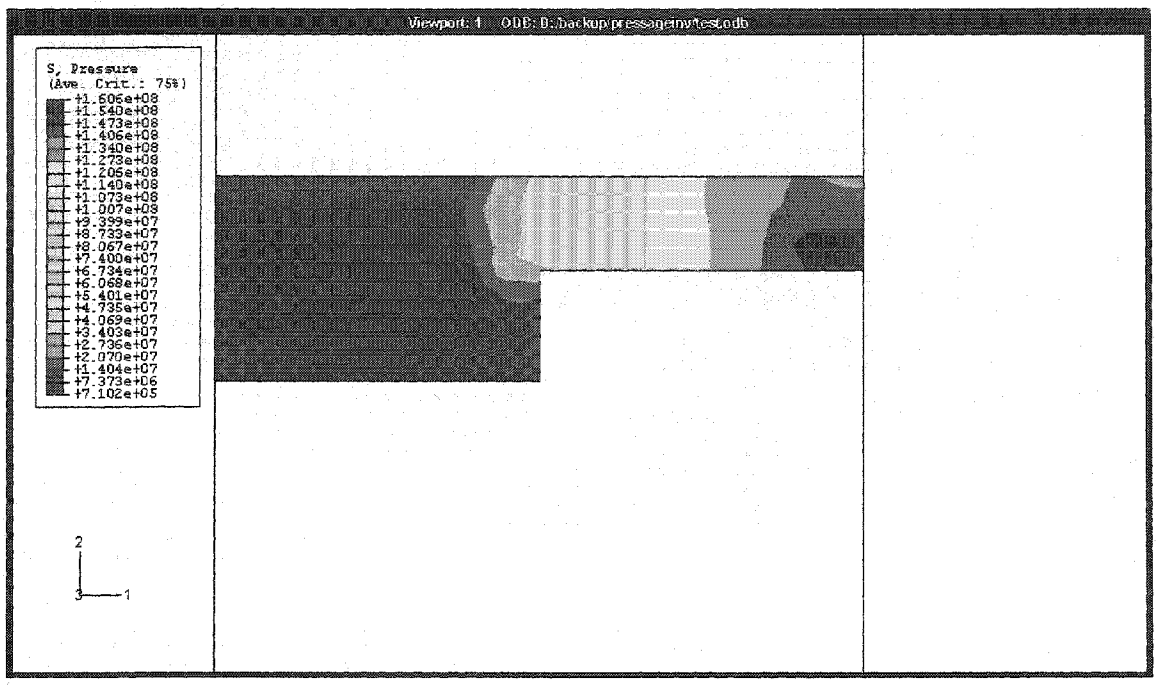


Figure 4.21 Distribution de la pression (Pa) dans le cas du pressage avec le poinçon inférieur, modèle Cam Clay, poudre de fer Kobelco, densité relative 96%.

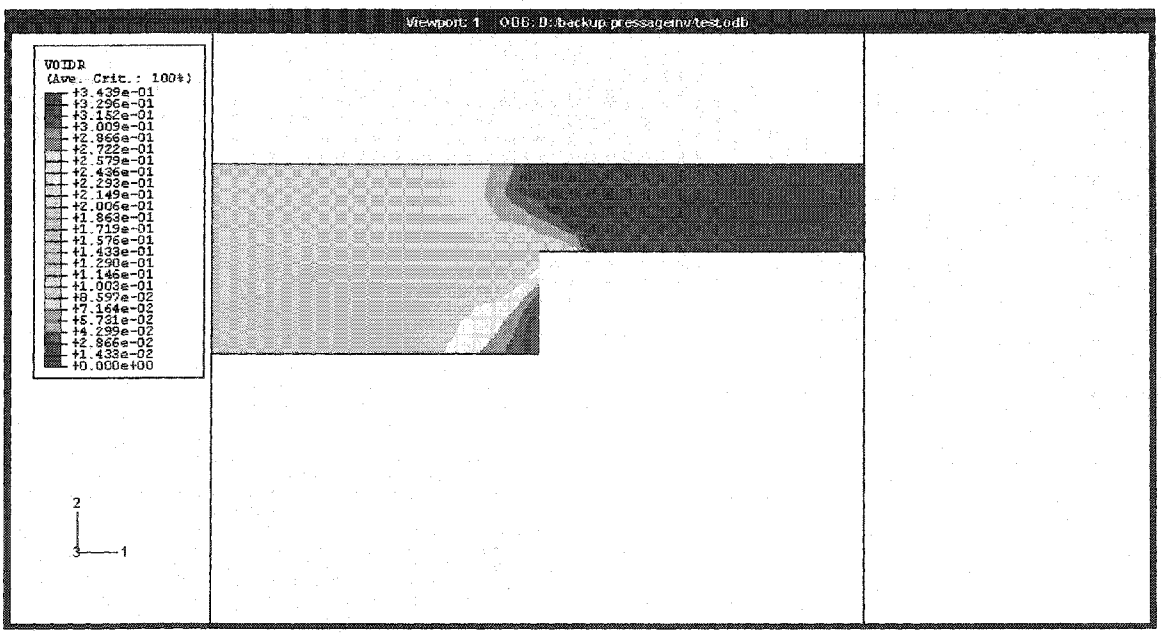


Figure 4.22 La distribution de la porosité, fer Kobelco, pressage avec le poinçon inférieur, modèle Cam Clay, poudre de fer Kobelco, densité relative 96%.

Si on compare le déplacement vertical des couches de poudre avec celui obtenu pour le pressage avec le poinçon supérieur (voir la figure 4.20 b) on constate une courbure inverse des couches sur les parois de la matrice, due à la direction opposée du mouvement. Pour ce qui est la distribution de la pression, la pression maximale se développe au dessus du poinçon inférieur, dans la partie droite de la pièce contrairement au pressage avec poinçon supérieur où elle se trouve en dessous du poinçon supérieur. Quant à la distribution de la porosité, on constate que pour la même densité relative (96%), on a des distributions différentes de densité relative illustrée par le void ratio (voir la figure 3.68 pour le pressage avec le poinçon supérieur). La densité est plus grande dans la partie droite de la pièce, au dessus du poinçon inférieur. Le déplacement U1 (horizontal) de la poudre autour du coin de la marche est de -1.572 mm comparativement à -2.270 mm dans la situation du pressage avec le poinçon supérieur.

4.3.3 Pièces à deux niveaux d'épaisseur

Un aspect important dans le pressage des pièces possédant plusieurs niveaux d'épaisseur est la variation de densité autour de la zone qui marque le changement d'épaisseur de la pièce. Si des variations importantes de la densité locale ont lieu, il est possible que des fissures se forment lors du frittage ou même pendant la phase d'éjection de la pièce hors de la matrice. Pour chacun des deux modèles, on a défini un plan (représenté dans la figure 4.23) sur lequel on a enregistré les valeurs de densité relative correspondant aux différentes étapes du pressage (4, 6, 8, et 8.75 mm de déplacement vertical du poinçon respectivement) pour la poudre de fer Kobelco. Comme les deux modèles n'ont pas des maillages parfaitement identiques, on a défini le chemin en indiquant les coordonnées des points ; la définition du plan est donc indépendante du maillage.

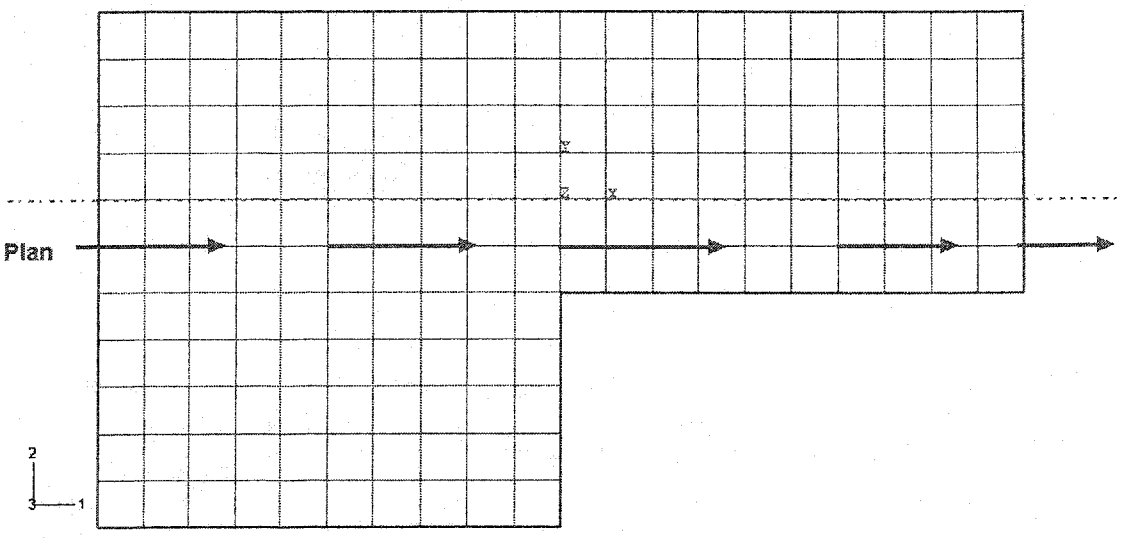


Figure 4.23 Position du plan pour évaluer la densité locale autour de la zone de changement d'épaisseur

La variation de la densité relative le long du plan selon le modèle de Gurson est représentée à la figure 4.24. Le même type de résultat calculé selon le modèle Cam Clay est présenté à la figure 4.25. Dans les résultats non montrés sur les deux figures, on constate que le gradient de densité est plus élevé pour le modèle de Gurson dans le régime de densité plus faible (déplacement du poinçon supérieur de 4 mm et 6 mm) et que le modèle prévoit un gradient de densité dans la zone de plus petite épaisseur (correspondant à la zone entre environ 16 et 32 mm). La figure 4.24 montre qu'il existe aussi un faible gradient dans cette zone pour les plus hautes densités. Ceci est aussi apparent dans les résultats expérimentaux de pressage de pièces à deux niveaux d'épaisseur (voir la figure 3.46, poudre de fer Kobelco, densité relative globale de 97%).

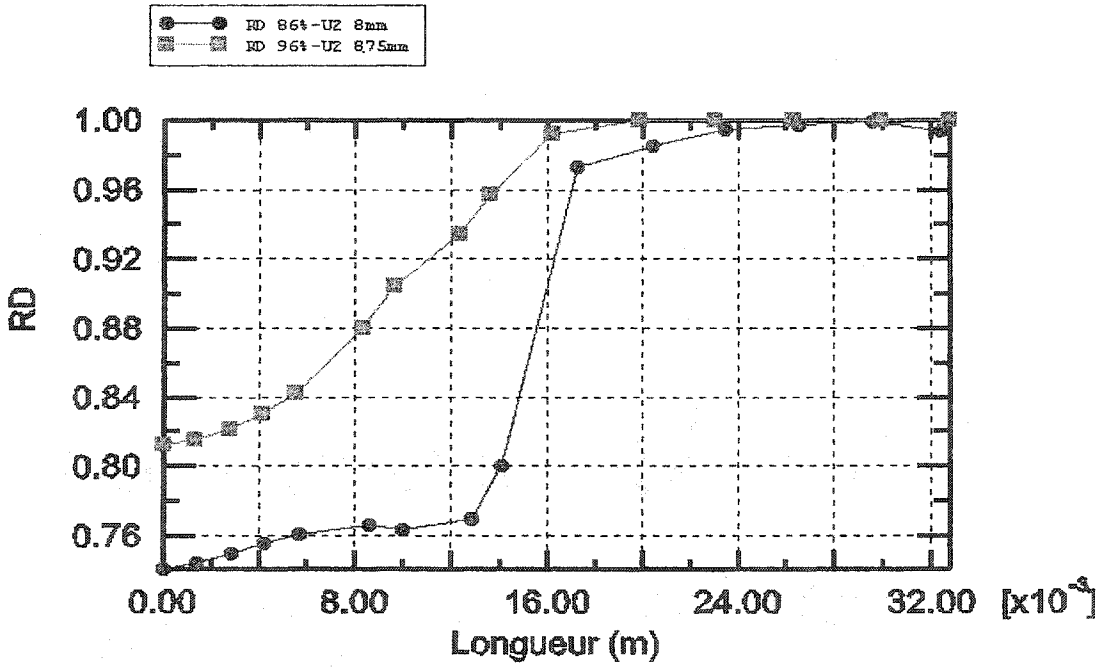


Figure 4.24 Évolution de la densité relative le long du plan calculée par le modèle de Gurson, poudre de fer Kobelco.

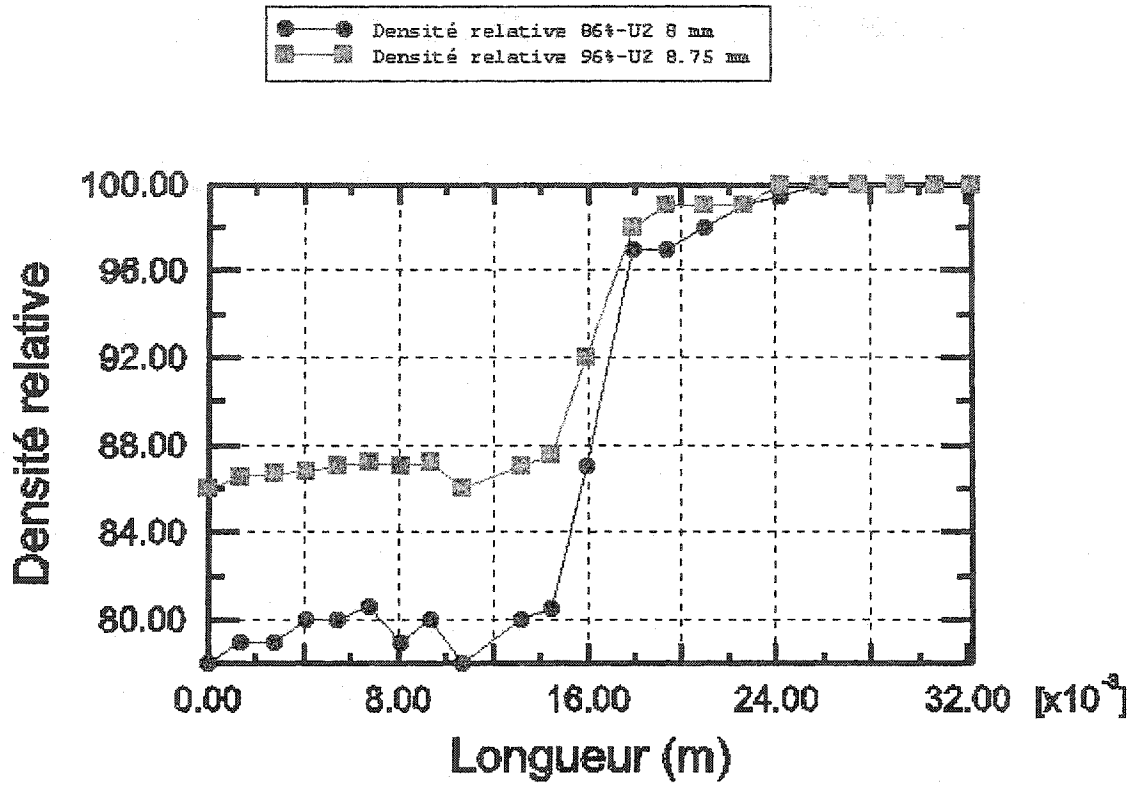


Figure 4.25 Évolution de la densité relative le long du plan calculée par le modèle Cam Clay, poudre de fer Kobelco.

Pour ce qui est du modèle Cam Clay on a une valeur de densité relative entre 84% et 87% dans la zone de plus faible densité (entre 0 et 16 mm), pour le déplacement maximum de 8.75 mm (correspondant à la densité relative globale de 96%). Ce résultat sous-estime la valeur expérimentale qui se situe entre 91% et 93% (figure 3.46) tandis que le modèle Gurson prédit une densité entre 82% et 97%.

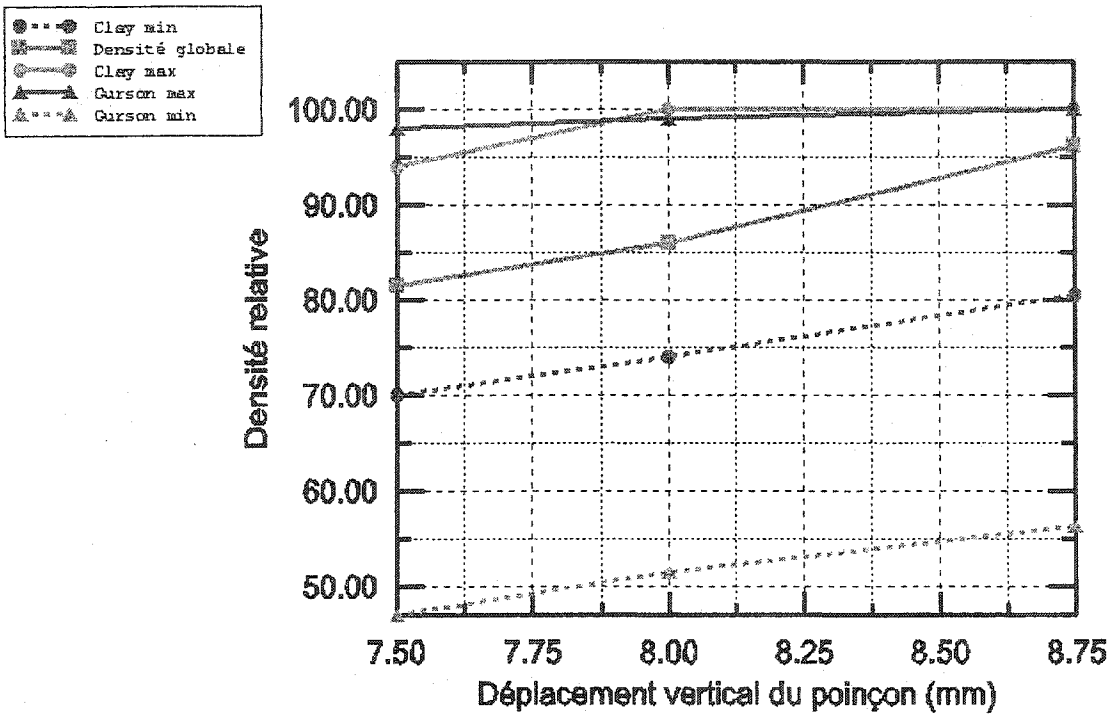


Figure 4.26 Prédiction des densités maximale et minimale dans les modèles Cam Clay et Gurson comparativement á la densité moyenne calculée.

Les valeurs maximales et minimales de densité calculées par les deux modèles et la densité globale expérimentale sont présentées à la figure 4.26. Dans chacun des deux modèles, on enregistre vers la fin du pressage une densité minimale qui s'éloigne de la valeur moyenne de la densité comparativement aux résultats expérimentaux de densité qui sont de 10 à 15% plus élevés. Cette densité minimale est localisée au dessus du poinçon inférieur, à la base de la zone de changement d'épaisseur de la pièce.

Le processeur de Abaqus Standard utilise une approche de type Lagrangienne qui est très appropriée pour les problèmes qui n'impliquent pas le transfert d'une grande quantité de matière entre les différentes zones de la pièce (le cas du pressage homogène d'une pièce symétrique). Pour une pièce non symétrique

avec plusieurs niveaux d'épaisseurs (et un pressage avec un seul poinçon), cette approche mène à une distorsion très importante du maillage dans la zone de changement d'épaisseur. De plus, si la transition se fait selon un angle aigu (droit dans notre cas), les éléments qui représentent la masse de poudre ne glissent pas facilement sur les éléments du poinçon, même en l'absence de frottement entre les deux surfaces. L'introduction d'un rayon de courbure n'est pas une solution car on change de façon significative les résultats du pressage. À la figure 4.27, on montre le détail de la pièce modélisée avec un rayon de courbure, les paramètres du modèle étant identiques avec les conditions de calcul de la figure 3.66. Dans la zone de courbure on a utilisé un maillage raffiné avec une longueur de l'élément d'environ 0.2 mm.

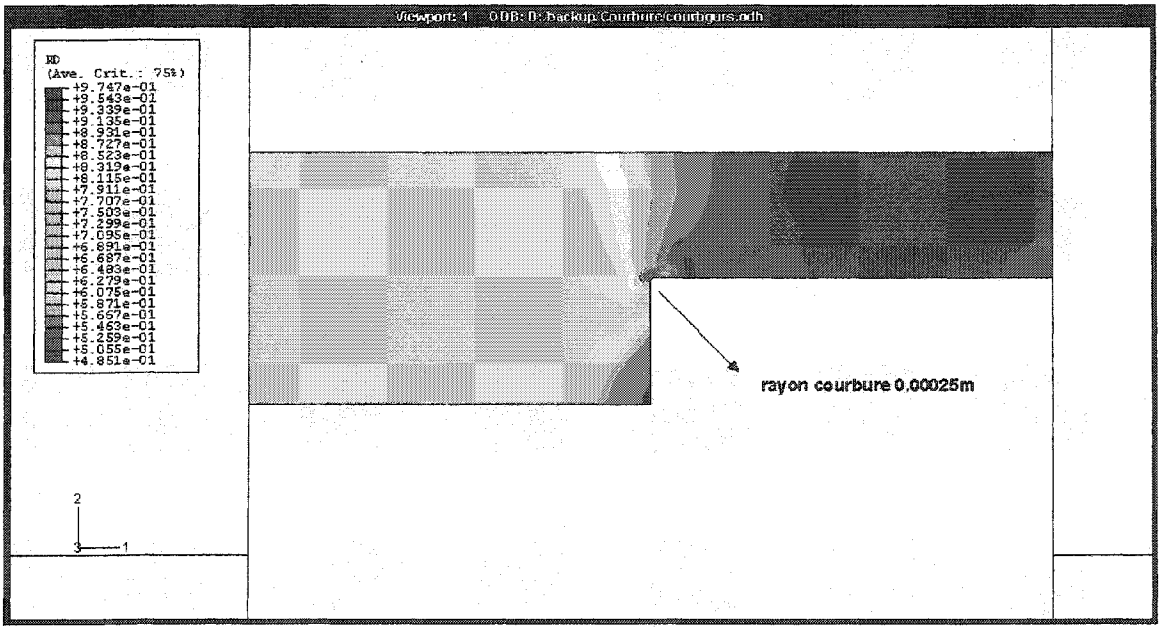


Figure 4.27 Influence du rayon de courbure du poinçon inférieur sur la variation locale de densité.

On remarque la disparition de la zone large de faible densité avec une valeur de densité relative de 53% et un écoulement plus uniforme de la poudre dans la partie gauche de la pièce. Une zone de très faible densité de 48% est enregistrée toutefois, mais elle est due plutôt à la déformation excessive du maillage. On observe aussi une légère diminution de la densité maximale à 97.47 % comparée à 98.07%.

Une solution possible pour éviter une trop forte distorsion du maillage est d'utiliser un remaillage automatique (disponible en Abaqus Explicit) qui interpole les résultats du maillage déformé sur un nouveau maillage de façon à poursuivre l'analyse avec les valeurs transférées sur le nouveau maillage non déformé. La distorsion du maillage à la fin du pressage pour la poudre de fer Kobelco est représentée à la figure 4.28 (sans rayon de courbure).

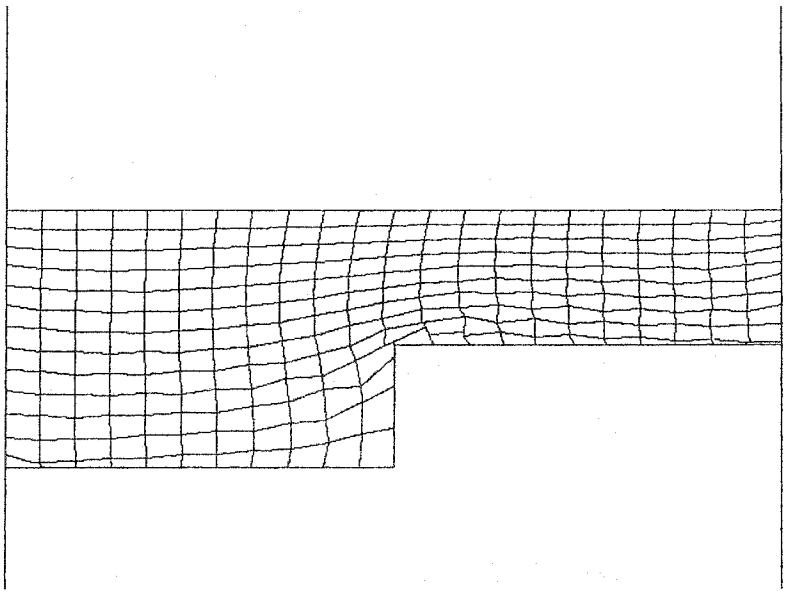


Figure 4.28 Déformation du maillage dans le modèle de Gurson, fer Kobelco, déplacement vertical du poinçon de 9 mm.

On constate que pour chacun des types de poudre (fer et laiton), il se développe un important gradient de densité et de contraintes autour du coin qui marque la transition entre les deux niveaux d'épaisseur. Cela pourrait conduire à la rupture de la pièce lors de l'éjection ou du frittage. Cela a été confirmé expérimentalement par l'apparition de fissures dans des pièces de 20 g (laiton LOX70-30, densité relative 92.5%) dans la zone de transition (voir la figure 4.29). Une contribution à la rupture pourrait aussi être attribuée aux contraintes de nature élastique accumulées dans la pièce qui sont plus importante dans la direction de la réduction de la hauteur de la pièce. L'orientation de la fissure est perpendiculaire à la direction de la contrainte maximale de tension qui se développe lors de l'éjection.

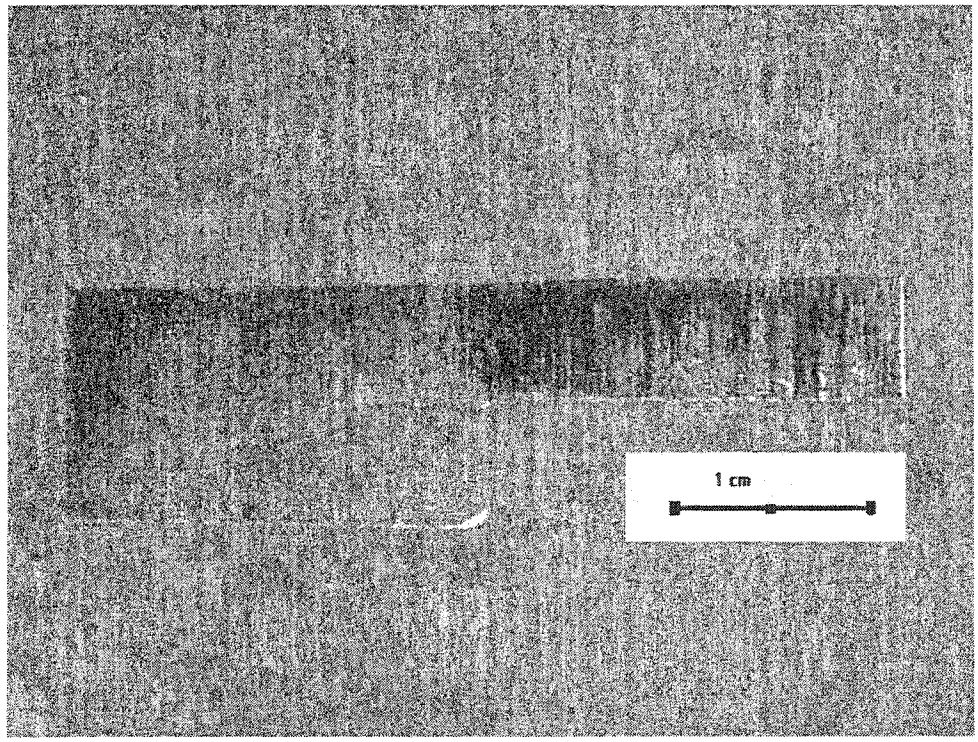


Figure 4.29 Fissure dans la zone de transition, laiton 70-30, 20 g, densité relative 92.5%.

4.4 Influence du frottement

Dans l'approche utilisée pour modéliser le frottement entre la pièce, la matrice et le poinçon (qui utilise un algorithme pur "maître - esclave"), on a défini les surfaces de contact comme des surfaces paires (voir aussi la figure 3.52) et non par l'entremise d'éléments d'interface pièce - matrice avec une épaisseur nulle, ce qui empêche la perte de contact pendant la simulation. Cette approche pose cependant des problèmes de convergence et les paramètres standards pour le contrôle de la convergence de la solution doivent être modifiés comme le contrôle des conditions de contact. On a utilisé aussi une variante de glissement limité des surfaces en contact, la variante de court glissement étant valable seulement pour des déplacements sur une longueur correspondant à plusieurs éléments.

4.4.1 Coefficient de frottement

Plusieurs auteurs ont suggéré l'utilisation de coefficients de frottement fixe ou variable pendant le pressage [**PMM 00**], [**GEH 95**]. Lors de la simulation on a utilisé trois types de conditions de frottement : coefficient de frottement fixe (égale a 0.15), coefficient de frottement variant selon une loi exponentielle décroissante et variant selon des valeurs reliées à la pression de contact. La loi de variation exponentielle est décrite par la équation 52 :

$$\mu = \mu_k + (\mu_s - \mu_k) e^{-d_c V_g} \qquad (52)$$

μ_k et μ_s sont les coefficients de frottement statique et dynamique, d_c le coefficient de déclin et V_g la vitesse relative de glissement [**ODE 85**] qui est nulle au début du pressage. Les paramètres utilisés sont : la vitesse de glissement relative V_g =

0.001 m/s (correspondant à la vitesse du vérin de la presse atteinte lors du pressage), μ_s = 0.3, μ_k = 0.08 (pour V_g= 0) et d_c = 0.01. Dans la troisième situation, dès que la pression de contact atteint la valeur de 0.5 MPa, le coefficient de frottement prend la valeur 0.05, alors qu'il est considéré nul jusqu'à 0.5 MPa. L'influence de la variation du coefficient de frottement sur la densité relative de poudre de fer Kobelco, dans le modèle de Gurson est présentée aux figures 4.30 et 4.31 tandis que la situation du coefficient de frottement fixe (égal à 0.15) se trouve à la figure 3.66. On remarque une densité plus homogène pour le coefficient de frottement de 0.05 (fig.4.31), tandis que l'évolution exponentielle présente une légère hausse de densité maximale et minimale, mais reste semblable au cas du coefficient de frottement fixe. L'homogénéité de la densité pour une faible valeur du coefficient de frottement (figure 4.31) justifie en

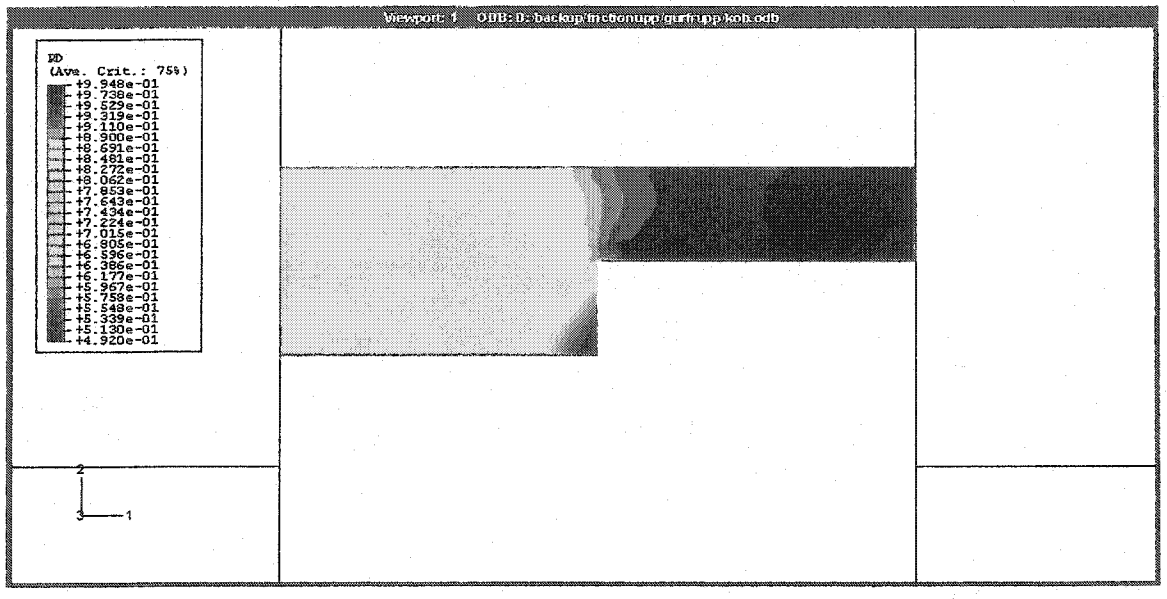


Figure 4.30 Distribution de la densité relative, variation exponentielle décroissante du coefficient de frottement, poudre de fer Kobelco, modèle de Gurson.

pratique l'utilisation de lubrifiants à la paroi de la matrice. On observe en effet que l'influence d'un coefficient de frottement plus élevé (figures 3.66 et 4.30) se fait surtout sentir sur les parois aux extrémités de la pièce.

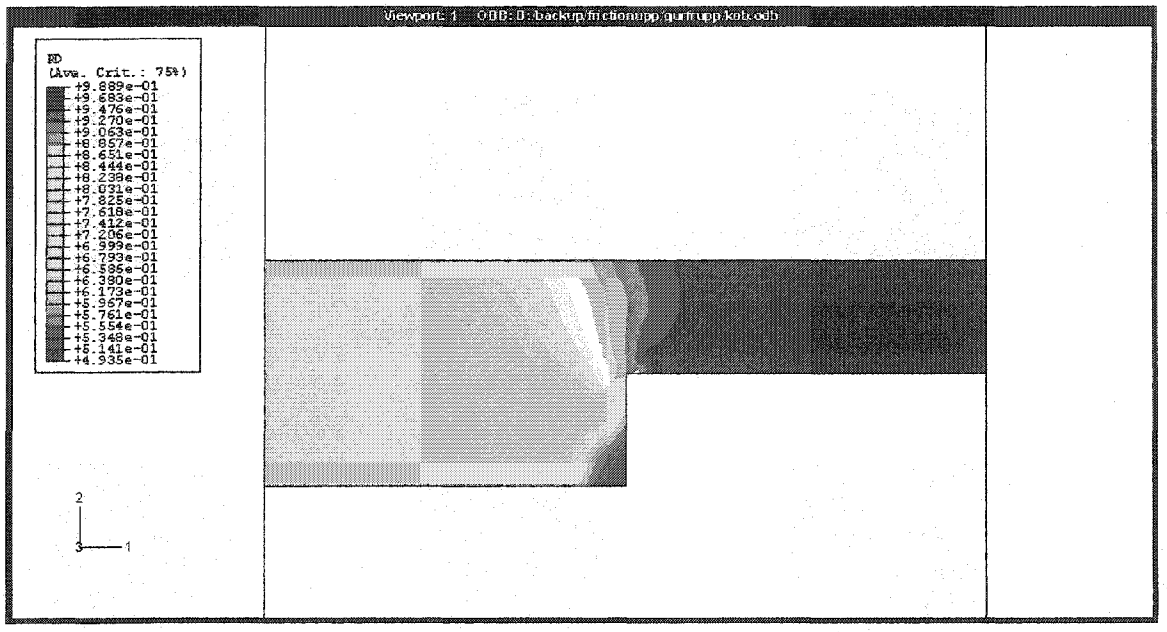


Figure 4.31 Distribution de la densité relative, avec coefficient de frottement fixe (0.05) au delà de la pression de contact de 0. 5 MPa, poudre de fer Kobelco, modèle de Gurson.

Cela peut nous conduire à croire que dans le cas des pièces avec une petite hauteur par rapport à la longueur, la variation du coefficient de frottement ne joue pas un rôle très important, et que la force de pressage est équilibrée de façon plus importante par la force de réaction du poinçon inférieur plutôt que par celle les parois de la matrice par l'entremise du frottement. On a utilisé des coefficients de frottement différents pour les poinçons (0.3) et pour la matrice (0.15) afin de vérifier que les résultats sont semblables. La raison étant que la contrainte normale (S22), très grande par rapport à celle sur les parois (presque le triple dans ce cas), se développe sur les poinçons et empêche le déplacement

de la poudre dans la direction horizontale, voir les figures 4.32 à 4.34 respectivement.

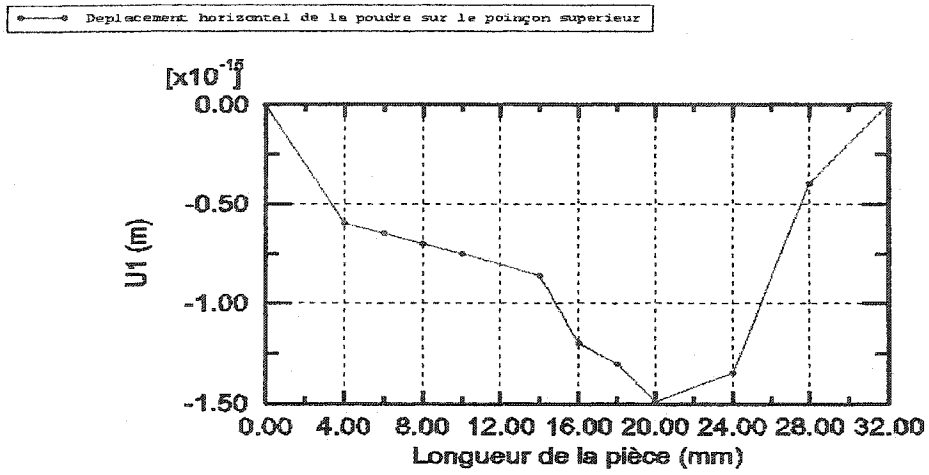


Figure 4.32 Déplacement horizontal de la poudre vers la gauche en dessous du poinçon supérieur.

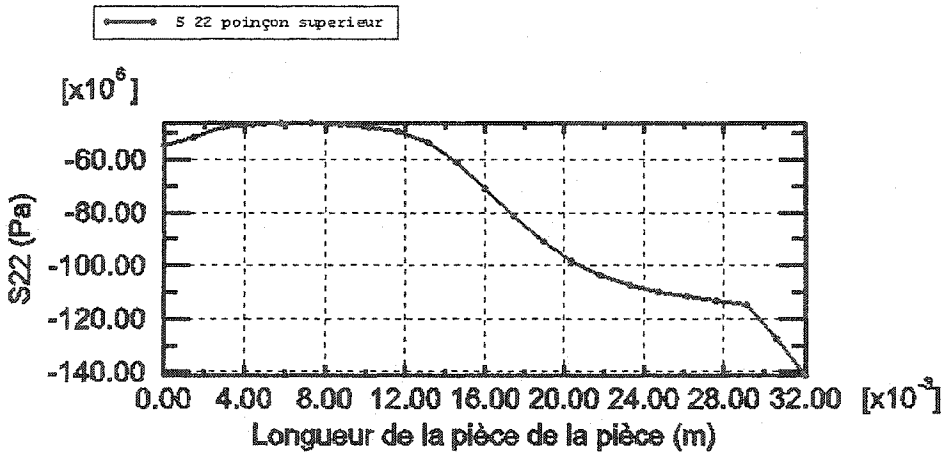


Figure 4.33 Variation de la contrainte verticale en dessous du poinçon supérieur.

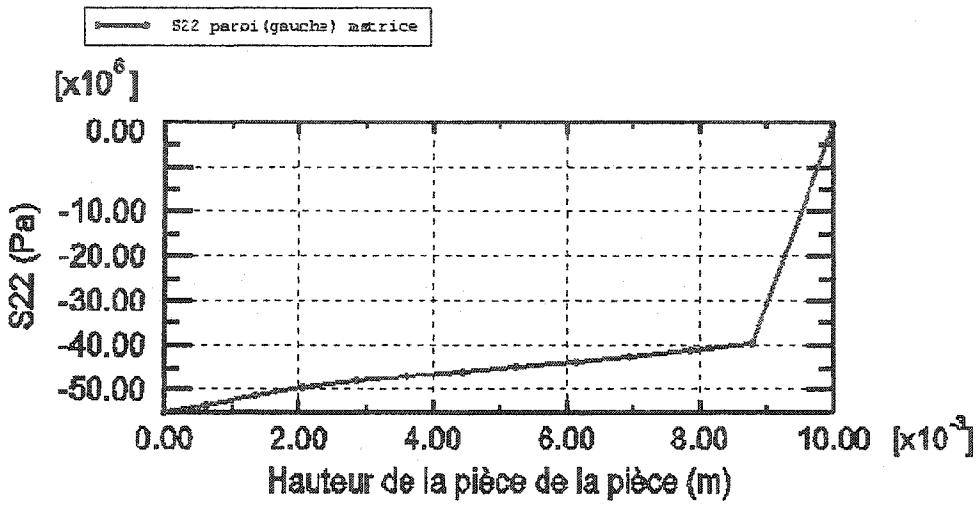


Figure 4.34 La variation de la contrainte verticale au long de la paroi gauche de la matrice.

4.4.2 Dimension de la pièce

Afin d'évaluer l'influence des dimensions de la pièce sur les conditions de frottement, on a effectué des simulations sur des pièces de 20 g et 30 g. Les géométries des deux pièces (20 g et 30 g respectivement) sont présentées à la figure 4.35. La hauteur de remplissage pour la pièce de 30 g a été de 25 mm (pour la poudre Kobelco) et a été imposée par le volume de remplissage disponible de la matrice. Cela se traduit par un déplacement relatif de la masse de poudre à travers la matrice d'environ 11.5 mm (pour une densité relative de 87%) donc supérieur de 43.5% par rapport à la pièce de 20 g.

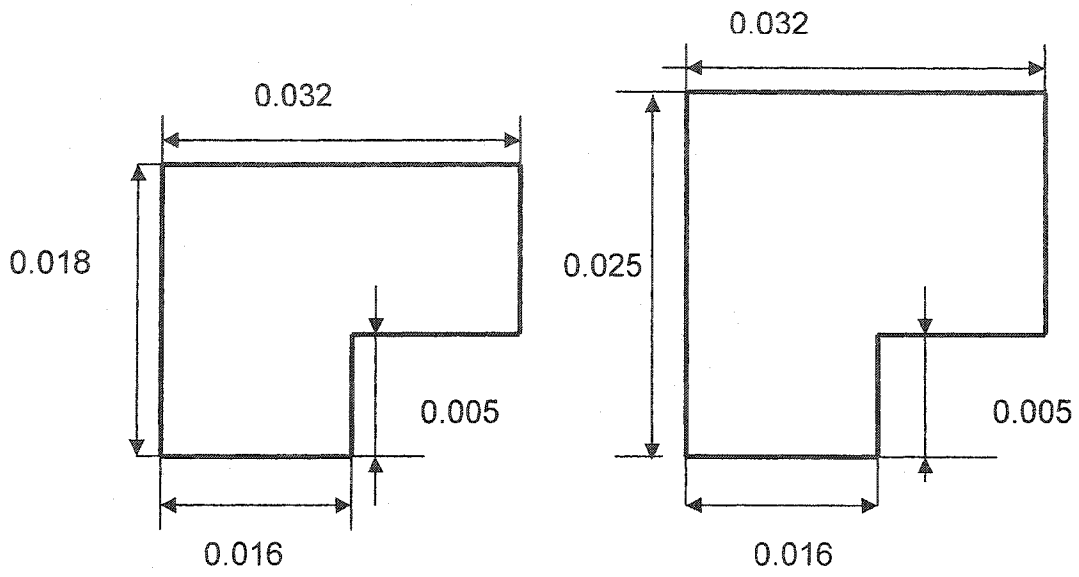


Figure 4.35 Les géométries initiales des pièces de 20 g et 30 g. Dimensions en mètres.

Pour la poudre de fer Kobelco, on a appliqué les conditions de frottement décrites antérieurement. La distribution de densité relative locale (pour une densité globale de 94% et un déplacement du poinçon de 12.5 mm) est présentée aux figures 4.36 à 4.38. On observe que l'effet de variation du coefficient de frottement (en comparant la figure 4.30 avec 4.38 et 3.66 avec 4.36) est beaucoup plus importante dans le cas de la pièce de 30 g que pour la pièce de 20 g.

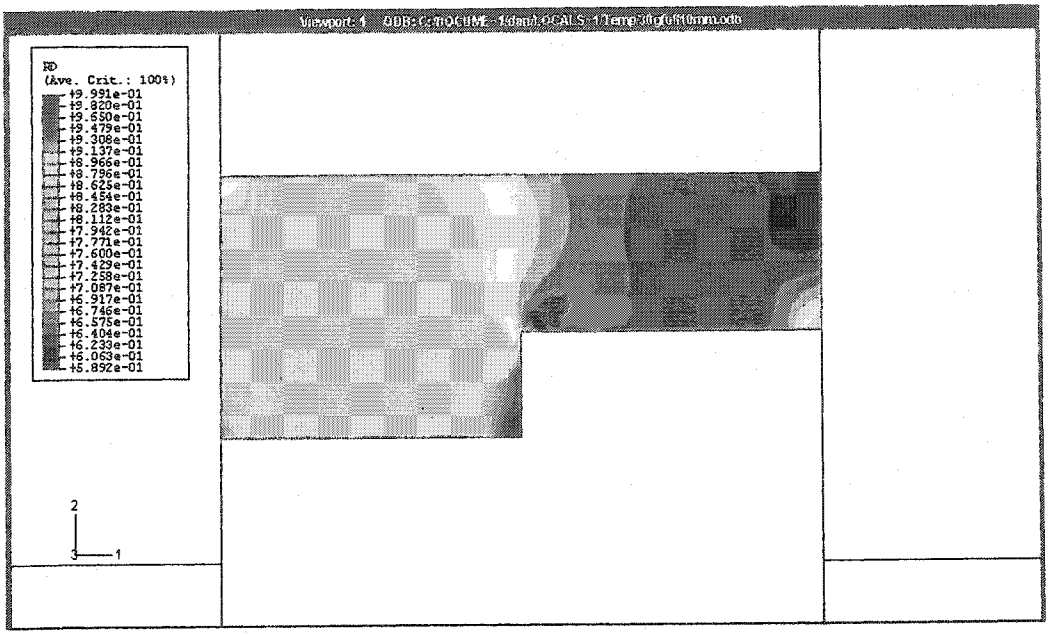


Figure 4.36 Distribution de densité relative, coefficient de frottement fixe, μ = 0.15; densité relative totale de 94%, poudre de fer Kobelco, pièce de 30 g.

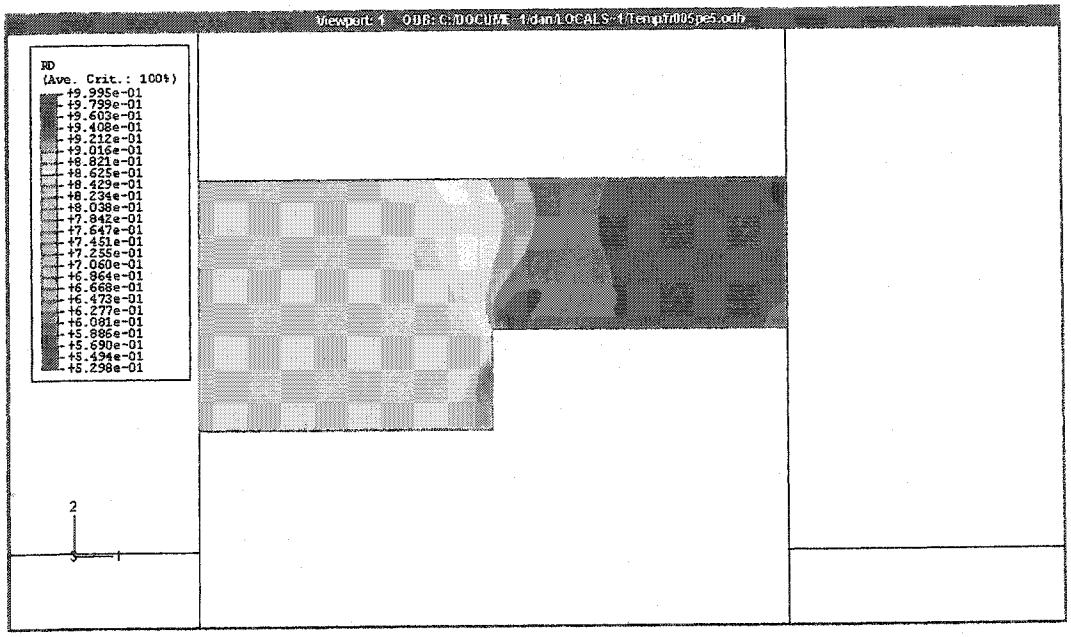


Figure 4.37 Distribution de densité relative, coefficient de frottement dépendant de la pression appliquée, μ = 0.05; densité relative totale de 94%, poudre de fer Kobelco, pièce de 30 g.

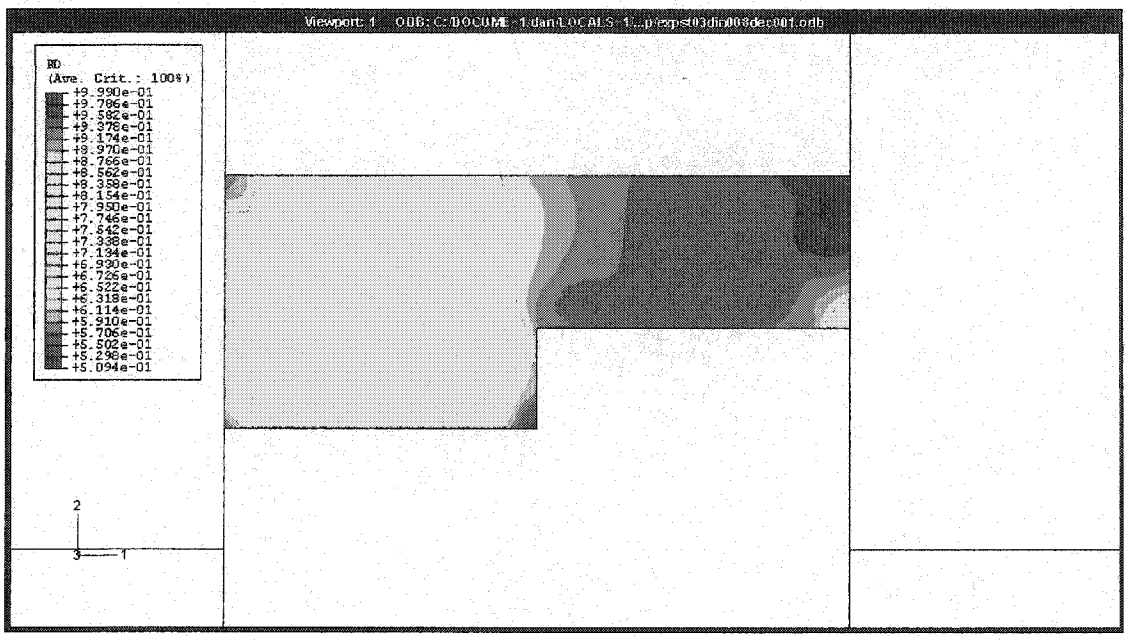


Figure 4.38 Distribution de densité relative, coefficient de frottement variable, loi exponentielle, densité relative totale de 94%, poudre de fer Kobelco, pièce de 30 g.

Seule la variation exponentielle décroissante du coefficient de frottement permet de prédire la zone de plus haute densité développée dans la partie supérieure gauche de la pièce (la partie de plus grande épaisseur) et la distribution de la densité dans la partie de transition autour de la marche qui est présente dans les mesures expérimentales (voir la figure 3.47). Cette approche de simulation du pressage utilisant un coefficient de frottement décroissant en fonction des conditions locales est originale et en accord avec les évaluations expérimentales du coefficient du frottement [**TUR 99**] et les mesures de gradients de densité dans les pièces.

Le modèle Cam Clay a été testé pour la pièce de 30 g, avec le coefficient de frottement fixe. La distribution de la porosité est représentée à la figure 4.39.

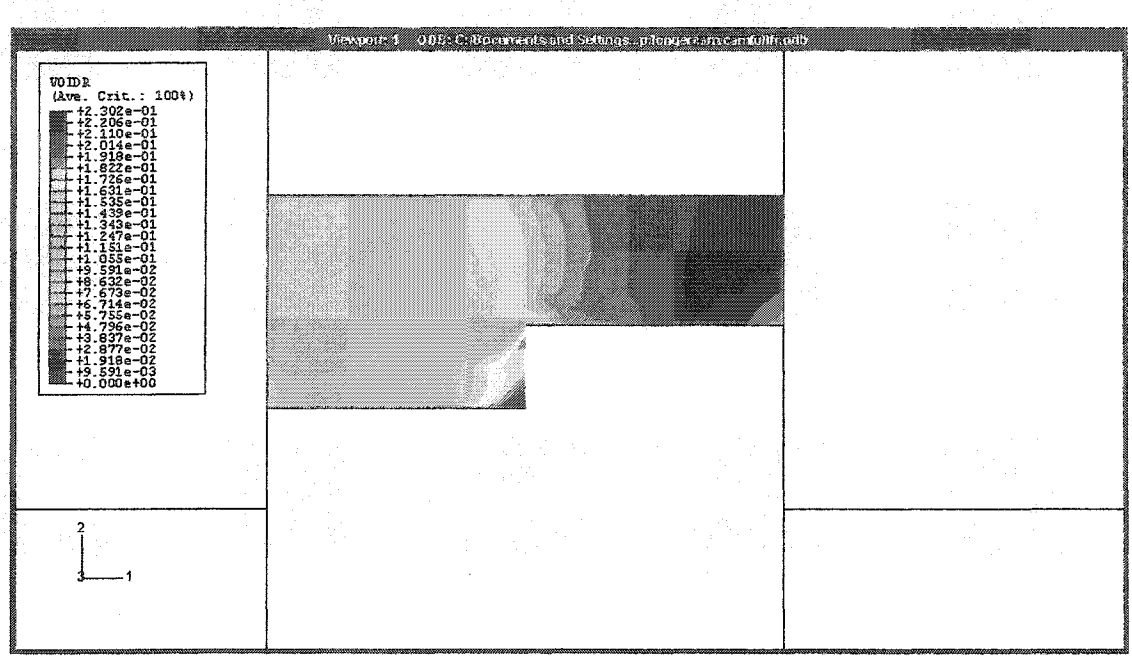


Figure 4.39 Distribution de la porosité, coefficient de frottement fixe, μ=0.15, densité relative totale 94%, poudre de fer Kobelco, pièce de 30 g, modèle Cam Clay.

4.4.3 État de la poudre

On a présenté dans le paragraphe 1.3.5.3.3 l'approche utilisée pour introduire les caractéristiques des poudres dans le calcul de μ. Le modèle utilisé a été développé et implémenté à l'aide du logiciel type GSDT (Graphical Software Design Tool) tel que Matlab. Une fois l'intégration faite, on est capable de simuler de façon interactive l'évolution du coefficient de frottement pour chaque condition physique et contrainte imposée par la processus de pressage. L'approche permet une meilleure efficacité numérique que dans les cas de codes traditionnels par une interface graphique accessible pour les données et plusieurs options graphiques. Les singularités du système peuvent être détectées et résolues en utilisant des conditions appliquées à l'interface graphique, le contrôle s'exerçant seulement à l'aide de l'interface graphique.

Comme on envisage la révision du système pour la mise à jour d'équations, le modèle entier doit être entièrement paramétrisé afin de permettre des tests rapides. Par ce type d'implémentation, on peut détecter les erreurs dans les premiers stades de la simulation et on peut ajouter des caractéristiques spéciales qui permettent de sauvegarder, documenter et tester de nouveau le modèle.

L'interface du modèle est présentée à la figure 4.40. L'interface a été programmée de telle façon, que le graphique présente le coefficient de frottement en fonction de la variable choisie dans le menu, selon le domaine de définition des variables. Les variables de l'affichage sont :

d : la dureté en unités Vickers

M : la morphologie décrite par le rapport de Hausner

P : la pression appliquée en MPa

rho_0 : la densité relative initiale

wall : c'est la option qui tient compte du mode de lubrification- *regular* , on ajoute du lubrifiant sur les parois de la matrice et *admixed* qui correspond à la situation où on ajoute en plus de lubrifiant dans la poudre.

speed : l'influence de la vitesse de pressage sur l'évolution du coefficient de frottement. Le menu déroulant offre *no influence* (pas d'influence de la vitesse), et vitesses de 10 cm/s et 20 cm/s.

Les valeurs du coefficient de frottement qui sont considérées pour chacune option se retrouvent dans le fichier Friction Coefficient .m dans l'annexe C. L'option *plot mu* permet de tracer l'évolution du coefficient de frottement calculé si on varie les paramètres suivants : *d, M, P et* rho_0.

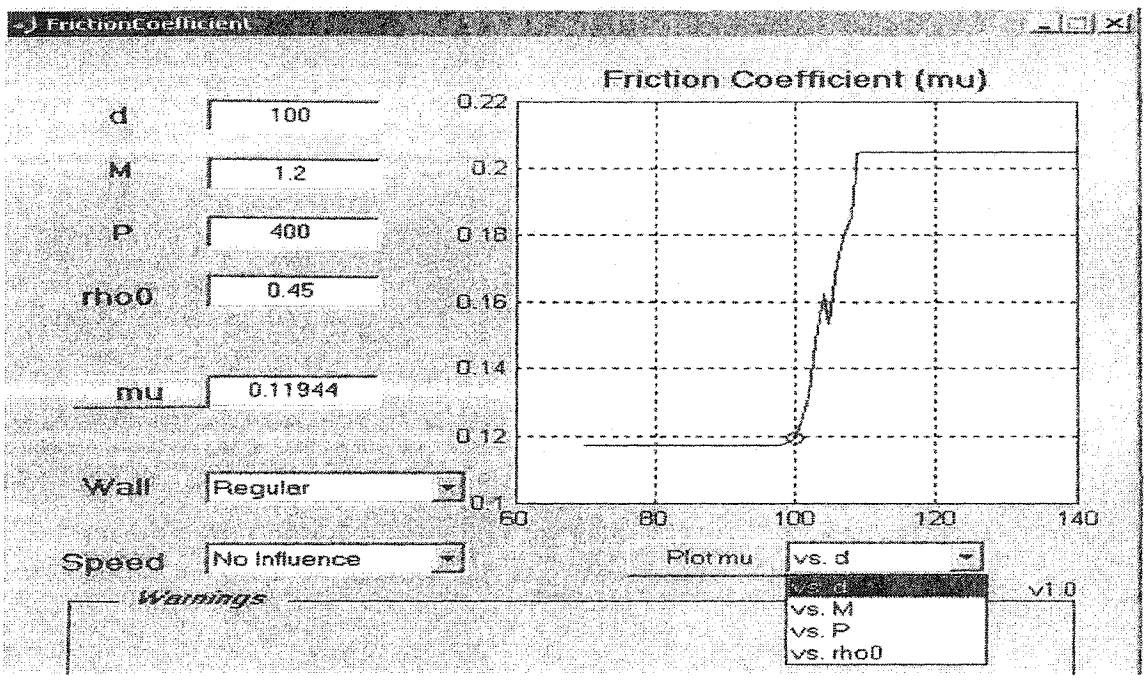


Figure 4.40 L'interface graphique du modèle réalisée dans l'approche pure GSDT.

Si les valeurs des données " entrées " ne sont pas dans les limites du système ou si la densité relative calculée n'a pas de sens physique, un message d'avertissement apparaît dans la section " warnings " de l'interface graphique.

Cela nous permettra dans une deuxième étape de passer à l'élaboration du modèle selon les points 5-7 (voir le paragraphe 1.3.5.3.3) dans une approche GCSE (Graphical Coding and Simulation Environment) se basant sur Simulink (module de Matlab). On peut ainsi générer automatiquement des lignes de codes en format C ou Ada qui peuvent être par la suite le logiciel Abaqus à l'aide de l'option de "user subroutine". Cette approche permettra dans des travaux futurs d'exploiter des résultats expérimentaux de coefficients de frottement de nature plus complexe (tel que la température, la forme de la pièce, etc.) et dépendant des caractéristiques particulières des poudres métalliques.

CONCLUSIONS ET RECOMMANDATIONS

Des essais expérimentaux sur le pressage de poudres métalliques en matrice fermée ont été effectués dans le cadre de ce projet de doctorat. Par la suite, la modélisation du pressage a été faite avec le logiciel d'élément finis Abaqus. L'évolution du coefficient de frottement pendant le pressage en matrice fermée a été modélisée en utilisant des données expérimentales obtenues antérieurement. Les résultats sont résumés comme suit :

- L'évaluation de la densité locale par la mesure de dureté superficielle fournit de résultats acceptables, surtout dans les domaines de densité au delà de 80%, mais n'est pas applicable sur les frontières de la pièce. Cela implique la validation de la méthode d'interpolation appliquée par d'autres procédés. Aussi, une méthode analytique de validation des mesures de la densité locale a été testée.

- Les deux modèles utilisés, Gurson et Cam Clay peuvent donner des résultats exacts des valeurs de la densité locale (±10%) dans les cas des pièces cylindriques courtes, le premier modèle étant le plus favorable aux régimes de densités finales élevées. Une combinaison des deux modèles est plus appropriée pour la gamme entière de densités.

- L'influence exercée par les paramètres de base de chacun des modèles sur la distribution de densité est très importante dans la modélisation par éléments finis. Ces paramètres sont difficiles à obtenir expérimentalement et nécessitent des essais coûteux.

- Le modèle de Cam Clay nécessite que chaque type de poudre ait la pente d'état critique M exactement déterminée expérimentalement, ce paramètre étant celui qui influence le plus la distribution locale de la densité.
- Il est possible d'exprimer les paramètres de l'ellipse (comme l'abscisse et la hauteur) en fonction des caractéristiques morphologiques des poudres, mais ils doivent être exprimés plutôt en termes des autres paramètres trouvés expérimentalement à l'aide d'une matrice instrumentée (pas en termes de M et β).

- Idéalement, le modèle Cam Clay devrait permettre d'avoir la pente M variable, correspondant à une modification de la forme de la surface de densification avec l'augmentation de la densité, devenant donc un modèle avec durcissement anisotrope. Le modèle se rapprocherait ainsi de ceux avec plusieurs surfaces de densification.

- Pour les deux types de poudre de fer, des résultats plus exacts ont été obtenus par le modèle Cam - Clay avec des valeurs légèrement plus grandes de M correspondant à la poudre arrondie que dans la situation de poudre irrégulière (M plus petit). Ceci nous permet de conclure que la forme arrondie de la particule nécessite une contrainte de cission importante pour obtenir la densification.

- La limite d'élasticité et le durcissement de la particule n'influencent pas significativement la distribution locale de la densité, mais jouent un rôle important dans les forces développées pendant le pressage et l'éjection.

- La surface totale latérale de la pièce influence la distribution de la densité par l'entremise du coefficient de frottement (cas des pièces de 30 g).

- Le frottement est responsable de la variation de densité principalement par la friction sur les parois de la matrice (et le noyau dans la situation de pressage des pièces avec trous). Le frottement entre la pièce et les poinçons n'influence pas de façon importante la distribution de la densité.

- L'utilisation d'un coefficient de frottement variable est plus appropriée dans la situation des longueurs de glissement importantes (hauteur de remplissage élevée).

- Avec le pressage avec un seul poinçon, le transfert de la matière autour de la zone de changement d'épaisseur n'est pas correctement représenté par l'approche Lagrangienne. Le glissement des éléments les uns par rapport aux autres ne se fait pas facilement. La distorsion du maillage impose l'utilisation d'un maillage adaptatif automatique. Finalement, une simulation du pressage en utilisant plusieurs poinçons serait plus efficace.

- Pour l'étude complète du processus de pressage, incluant l'éjection de la pièce, le modèle Cam Clay doit être modifié pour présenter une certaine résistance en tension.

- L'évolution du coefficient de frottement a été modélisée à partir d'une loi qui tient compte d'un facteur de densification K, qui considère l'influence de la morphologie de la particule et de la dureté du matériau.

- L'algorithme développé utilise des valeurs expérimentales obtenues pour un certain type de poudre. En faisant une calibration des caractéristiques de la poudre à partir des essais expérimentaux, on peut transférer l'évolution exacte du coefficient de frottement dans un code généré

automatiquement par le modèle et l'insérer dans le logiciel d'éléments finis.

- L'influence de chacun des paramètres peut être testée de façon interactive à l'aide de l'interface graphique développée. Ainsi, dans une approche plus complexe, un grand nombre de facteurs d'influence peuvent être considérés tel que: la température, la rugosité de la matrice, le type de lubrifiant etc.

BIBLIOGRAPHIE

[ABA 01] - Hibbit, Karlsson et Sorensen Inc. (2001). "Abaqus Theory Manual, Version 6.2"

[ABAQ 01] - Hibbit, Karlsson et Sorensen Inc. (2001). "Abaqus/Standard User Manual, vol.2, Version 6.2"

[ADA 98] - Adams, V., Askenazi, Abraham. (1998). "Building Better Products with Finite Element Analysis" Thomson Learning.

[AST 97] - ASTM. (1997) "Standard Shear Testing Method for bulk Solids Using the Jenike Shear Cell D6128".

[ARI 98] - Ariffin, A. K., Gehtin D. T. et Lewis R. W. (1998). "Finite Element Simulation and Experimental Validation for Multilevel Powder Compact", Powder Metallurgy, vol.41, p.189-197.

[AYD 96] - Aydin I., Briscoe B. J. and Sanlitürk K. (1996). "The internal form of ceramic components: a comparison of a finite element modelling with experiment", Powder Technology, no.89, p.243.

[BOL 00] - Bolarin, A., Sanchez F., Bas, G., A., Corčno, J., Martinez, A. et Salinas E. (2000). "Evaluation of the coefficient of friction between the compact and the die wall. Experimental results", PM2TEC, p3/9-15, New York.

[BRO 70] - Brown, R .L and Richards, J.C (1970). "Principles of Powder Mechanics", Pergamon Press.

[BRO 85] - Brown, S. B. and Weber, G.B. (1985). "A constitutive model for the powder compaction" Modern Development in Powder Metallurgy no.18, p.465-475.

[BRO 92] - Brown, S. B. et Abouchedid, G. (1992). "On the Mechanical Behavior of Metal Powder Compaction", Advanced Powder Metallurgy & Particulate Materials, MPIF, Princeton, N.J., vol.2, p.43-58.

[BRO 00] - Brochu, M. and Turenne, S. (2000). "Determination of densification parameter as a fonction of powder characteristics", PM2TEC, p1/39-48, New York.

[CAM 01] - Cameron, I. M. and Gehtin, D. (2001)."Exploration of die wall friction for powder compaction using a discrete finite element modeling technique", Modeling and Simulation in Materials Science and Engineering, no.9, p.289-307.

[CHA 98] - Chapra, Steven C., Canale, Raymond P. (1998)."Numerical Methods for Engineerrs", McGraw Hill, p.849-850.

[COU 00] - Coube, O., Riedel, H. (2000). "Numerical simulation of metal powder die compaction with special consideration of cracking", Powder Metallurgy, no.43, p.123-131.

[CRO 77] - Croft, D. R., Killey, D.G. (1977). "Heat Transfer Calculations Using Finite Difference Equations", Applied Science Publication, London.

[DEF 94] - Scientific Forming Technologies. (1994). "Deform 2D-Trainig Manual", Columbus, Ohio.

[DOR 84] – Doraivelu, S.M. et al. (1984). "A new yield function for compressible P/M materials", Intern. Journal of Mechanical Science, 26 (9\10), p.527-535.

[DOR 01] – Doremus, P., Toussaint, F. et Pavier, E. (2001). "Investigation of iron powder friction on tungsten carbide tool wall", Powder Metallurgy vol.44, no.3, p243-247.

[DRU 52] - Drucker, D. et Präger, W. (1952)."Soil Mechanics and Plastics Analysis on Limit Design", Quarterly of Applied Mathematics, no.10, p.57-175.

[ERN 94] - Ernst, E. and Barnekow, D. (1994). "Pressure, friction and density during axial powder compaction" Proc. of Powder Metallurgy World Congress PM`94; Paris; vol.2, p. 673-p.676.

[FAV 99] - Favrot, N., Besson, Jaques, Collin, Christoph et Delauney, Jaques. (1999). "Cold Compaction and Solid State Sintering of WC-Co based Structures :Experiments and Modelling"Journal American Ceramic Society, vol.82,no.5, p.1153-1161.

[GEH 95] - Gehtin, D. (1995). "Modelling offers PM route to cheaper tools", Metal Powder Report, March, p.18- 22, Elsevier Science Ltd.

[GOO 95] - Goopman, M., Rachakonda, V., Gurson, A.L. et McCabe, T. J. (1993). "Materials models for finite element simulation of the compaction of metal powder", Computational & Numerical Technologies in Powder Technology", The Mineral, Metals & Materials Society.

[GUI 95] - Guillot, M., Chtourou, H. et Parent, S. (1995.) "Modeling the rigid Die Compaction of 316L Stainless Steel Powder" Advances in Powder Metallurgy and Particular Materials, vol.3, part 9, pp.31-49, Seattle.

[GUR 77] - Gurson, A. L. (1977). "Continuum Theory of Ductile Rupture by Void Nucleation and Growth: Part I -Yield Criteria and Flow Rules for Porous Ductile Media", Journal Engineering Materials and Technology, p.2-15, January.

[GUY 01] - Guyoncourt, D. M., Tweed, J.H., Gough, A., Dawson, J. and Pater, L. (2001). "Constitutive data and friction measurements of powders using instrumented die", Powder Metallurgy, vol.44, no.1, p.25-33.

[HAS 91] - Hashigushi, K. (1991). "Inexpedience on the Non- Associated Flow Rule", International JournaL Of Analytical Methods in Geomechanics, no.5, p.753-756.

[HUA 00] - Huang, Linchang and Puri, V. M. (2000). "A three dimensional finite element model for powder compaction - time dependent formulation and validation", Particulate Science and Technology, 18, p.257-274.

[JEN 99] - Jensen, R., Plesha, M. and Edil, T. (1999). "DEM simulation of granular media –structure interface: effects of surface roughness and

particle shape", International JournaL Of Analytical Methods in Geomechanics, no.23, p.531-547.

[KAR 97] - Karlsson, L., (1997). "Modelling in Welding, Hot Powder Forming and Casting", ASM International.

[KHO 02] - Khoei, Amir. (2002). "Numerical simulation of powder compaction processes using an inelastic finite element analysis" Materials and Design, no.23, p.523-529.

[KIM 98] - Kim, K. T. and Lee, H. T. (1998). "Effect of friction between powder and mandrel on densification of iron powder during cold isostatic pressing" International Journal Mechanical Science, vol.40, no.6, pp.507-519.

[LAD 77] - Lade, P.V. (1977). "Elasto-plastique stress-strain theory for cohesionless soil with curved yield surfaces", Int. Journ. Solids Structures, vol.13, p.1019-1035.

[MAT 00] - Wind River Systems Inc. (2000.) "MatrixX 7.0 Release Notes".

[MAT 01] - The Math Works Inc., (2001). "Matlab 6.0 (R12), Release Notes".

[MAT 03] - http.wwww.matweb.com

[MRO 84] - Mroz, Z.et Zienkiewicz, O. C. (1984). "Mechanics of Engineering Materials", John Wiley &Sons.

[ODE 85] - Oden, J. T. and Martins, J. A. C. (1985). "Models and Computational Methods for Dynamic Friction Phenomena", Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, vol.52, no.1-3, p.527-634.

[OLD 96] - Oldenburg, M., Haggblad, Hans_Ake and Wikman, B. (1996). "A Friction model for iron powder pressing based on a tribological approach" in Advances in Powder Metallurgy & Particulate Materials, 7-329.

[OLE 94] - Olewski, E. (1994). "To Continuum Simulation of Consolidation in Porous Media", Proceedings of Powder Metallurgy World Congress, Paris, p.697- 701.

[OLI 96] - Oliver J., Oller, S. and Cante, J.C. (1996). "A plasticity model for simulation of industrial powder compaction processes" International Journal of Solid Structures, vol.33, no.20, p.3161-3178.

[PAR 99] - Park, S. J., Han, H. N. Oh, K. H. and Lee D. N. (1999). "Model for uniaxial compaction of powder" International Journal of Mechanical Science, no.41, p. 121-141.

[PAV 96] - Pavier, E., Doremus, P. (1996). "Mechanical behaviour of a lubricated iron powder", PM 96, vol.2, 16-21 June, p.27-40.

[PCS 97] - Concurrent Technologies Corporation (1997). "User's Manual for PCS Elite ™", Johnston

[PUR 95] - Puri, V.M., Tripodi, M.A., Messing, G. L. and Mandbeck, H.B. (1995)." Elastoplastic constitutive model parameter determination for dry cohesive powders with finite element application to low pressure powder compression", 27th International SAMPE Technical Conference,October 9-12, p.597-609.

[PMM 99] - PM Modnet Computer Modelling Group. (1999). "Comparison of computer models representing powder compaction process", Powder Metallurgy, vol. 42, no.3, p.301 – 311.

[PMM 00] - PM Modnet Computer Modelling Group. (2000). "Measurements of friction for powder compaction modelling- comparison between laboratory ", Powder Metallurgy, vol. 43, no.4, p.364 – 374.

[PMM 02] - PM Modnet Computer Modelling Group. (2002). "Numerical simulation of powder compaction for two multilevel ferrous parts, including powder characterisation and experimental validation", Powder Metallurgy, vol. 45, no.4, p.335 – 344.

[RAP 98] - Rappaz, M., Bellet, M. et Deville, M. (1998). "Modélisation numérique en science et génie des matériaux", Presses polytechniques et universitaires romandes, Lausanne.

[RED 98] - Redanz, P. (1998). "Numerical modelling of cold compaction of metal powder", Int. J. Mech. Science, vol.40, no.11, pp1175-1189.

[RIE 96] - Riera, M. D., Prado, J. M. (1996). "Modeling of Cold Compaction Process of Metal Powders,"PM 94, p.685-688.

[ROS 58] - Roscoe, K. H., Schofield, A. et Warth, C. (1958). "Geotechnique", no. 8, p.22-53.

[SHI 76] - Shima, S. et Oyane, M.(1976)."Theory for Porous Metals", International Journal of Mechanical Science, vol.18, p.285-291.

[SIN 01] - Sinka, I. C., Cunnigham, J. C and Zavaliangos, A. (2001) "Experimental Characterization and Numerical Simulation of Die wall friction in pharmaceutical Powder compaction" part 1, pag.46-60, In Advances in Powder Metallurgy & Particulate Materials, New Orleans.

[SOL 01] - Solimajad, N., Wikstrom, H. and Larsson, R. (2001). "A New Device for Measurements of Friction in Metal Powder Compaction", Advances in Powder Metallurgy & Particulate Materials p.3-57, New Orleans.

[SUN 97] - Sun, X. K. and Kim, K. T. (1997). "Simulation of cold die compaction densification behaviour of iron and copper powders by Cam Clay model" Powder Metallurgy, vol.40, no.3, p.195.

[TAM 98] - Tamura, S., Aizawa, T., Mitsuno, T. et Kihara, J. (1998). "Steel Powder Compaction and Forming Analysis", The International Journal of Powder Metallurgy, vol.34, no.1, p.51-52.

[TUR 00] - Turenne, S., Godère, C. and Thomas, Y. (2000). "Effect of temperature on the behaviour of the lubricants during powder compaction" in Powder Metallurgy, vol.43, no.2, p.139 -142.

[TUR 99] - Turenne, S., Godère, C., Thomas, Y. and P. – Mongeon, È. (1999). "Evaluation of friction conditions in powder compaction for admixed and die wall lubrication", in Powder Metallurgy vol. 42, no. 3, p.263-268.

[TRA 93] - Tran, D. V., Lewis, R. and Gehtin, D (1993). "Numerical Modelling of Powder Compaction Process: displacement based finite element method" Powder Metallurgy, vol.36, no.4, p.257-266.

[TRA 93] - Trasorras, J. R. L, Amstrong, S. et McCabe, T. J. (1994). "Modelling the Compaction of Steel Powders Parts", Advanced Powder Metallurgy & Particulate Materials, MPIF, Princeton, N.J., vol.7, p.33-50.

[TSZ 96] - Tzeng, T.C. et. Wu, W. T. (1996). "A Study of the Coefficients in Yield Functions Modeling Metal Powder Deformation", Acta Materialia, vol.44, no.9, p.3543 – 3552.

[TSZ 99] - Tzeng, T.C. (1999). "Considering Particle Morphology in a Constitutive Model for Metal Powder Compaction", Metallurgical and Materials Transactions A, vol. 30 A, p.1159-1162.

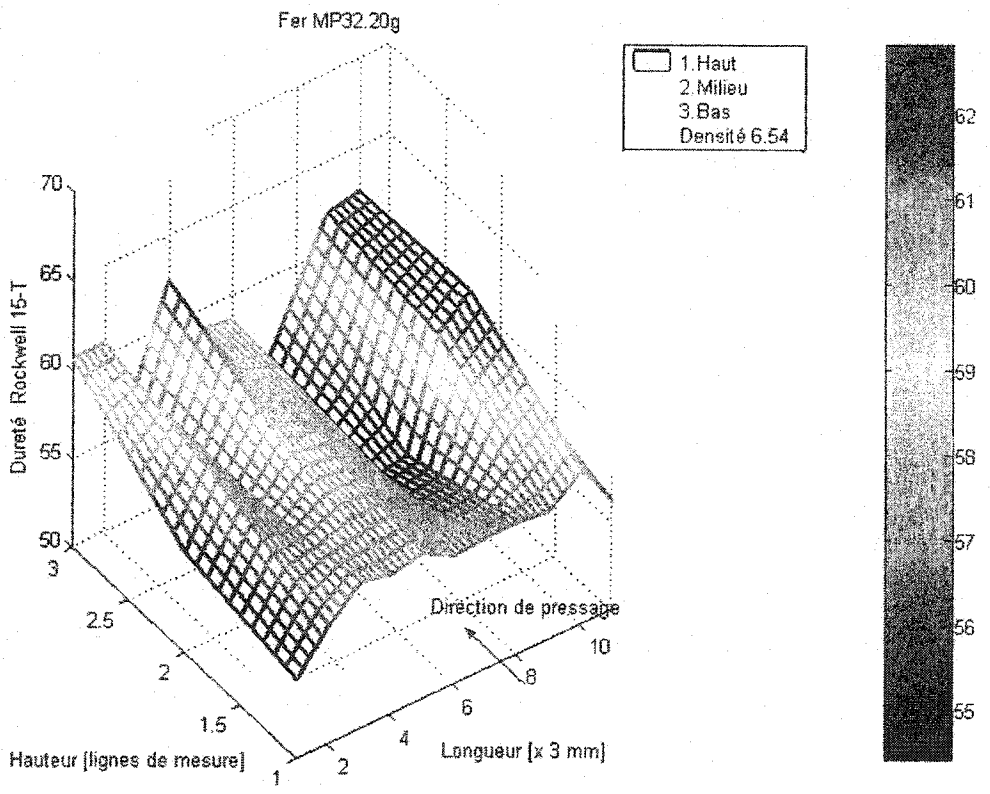
[TVE 82] - Tvergaard, V. (1982). "On localization in ductile materials containing spherical voids", International Journal of Fracture, no.18, p.237-252.

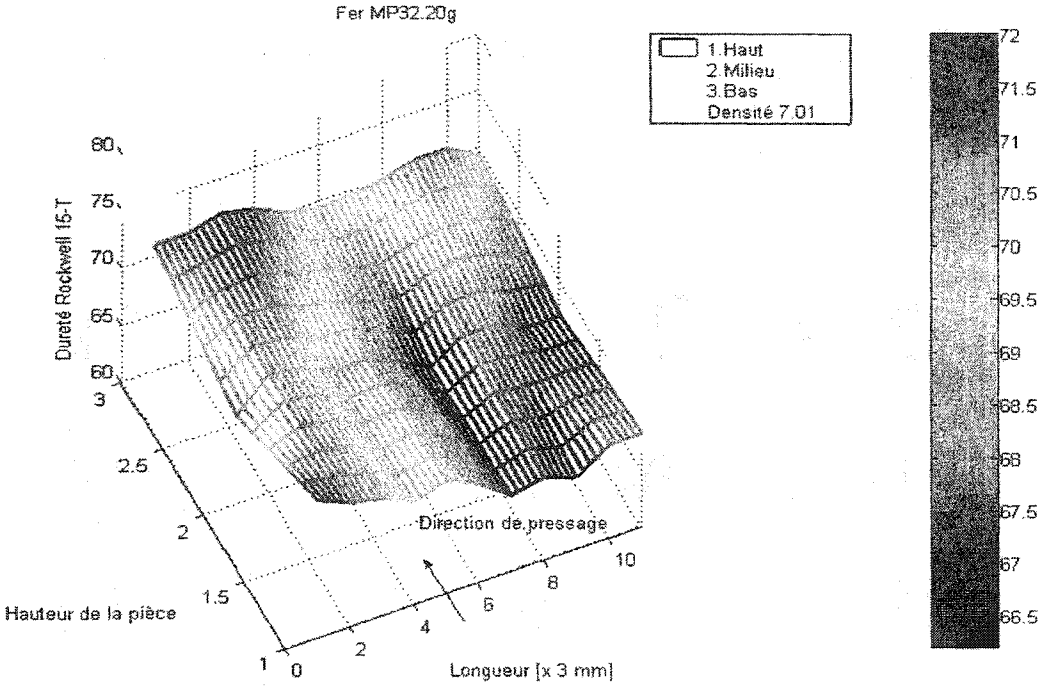
[WAG 00] - Wagle, G., Engel, R., Liu, Yang and German, Randall (2000). "Numerical investigation of constitutive models for the powder compaction", Advances in Powder metallurgy and Particulate Materials p.1.13-1.24, New York.

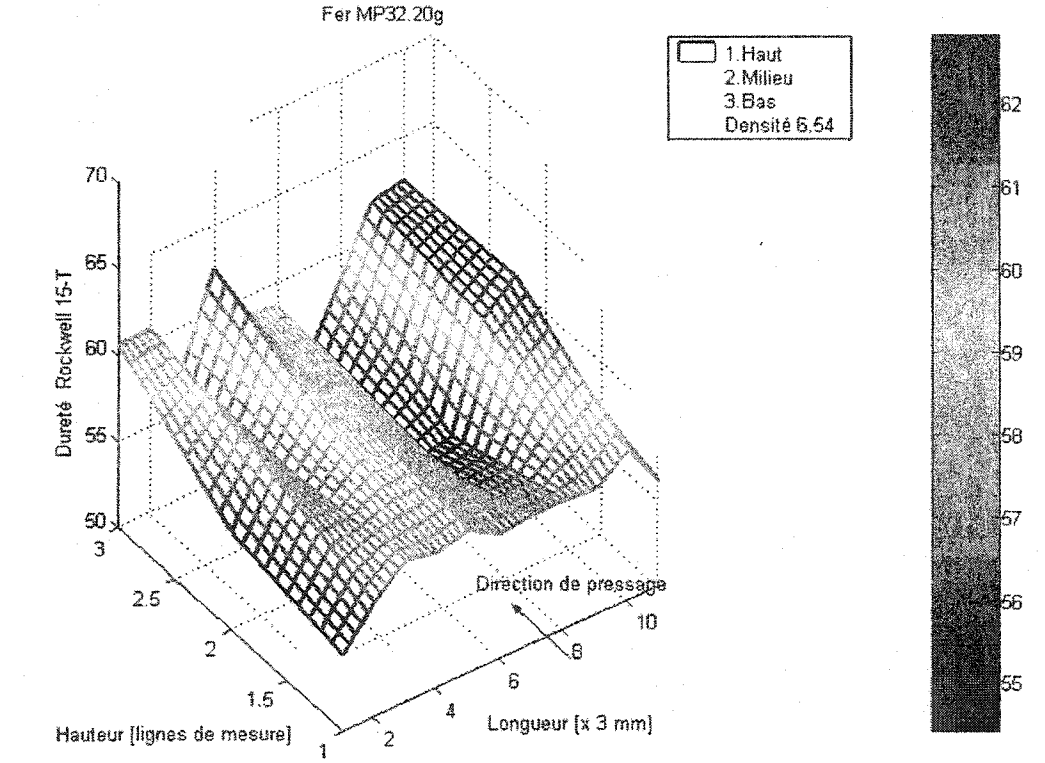
[ZIE 89] - Zienkiewicz, G. (1989). "The finite Element Methode", McGraw-Hill, London.

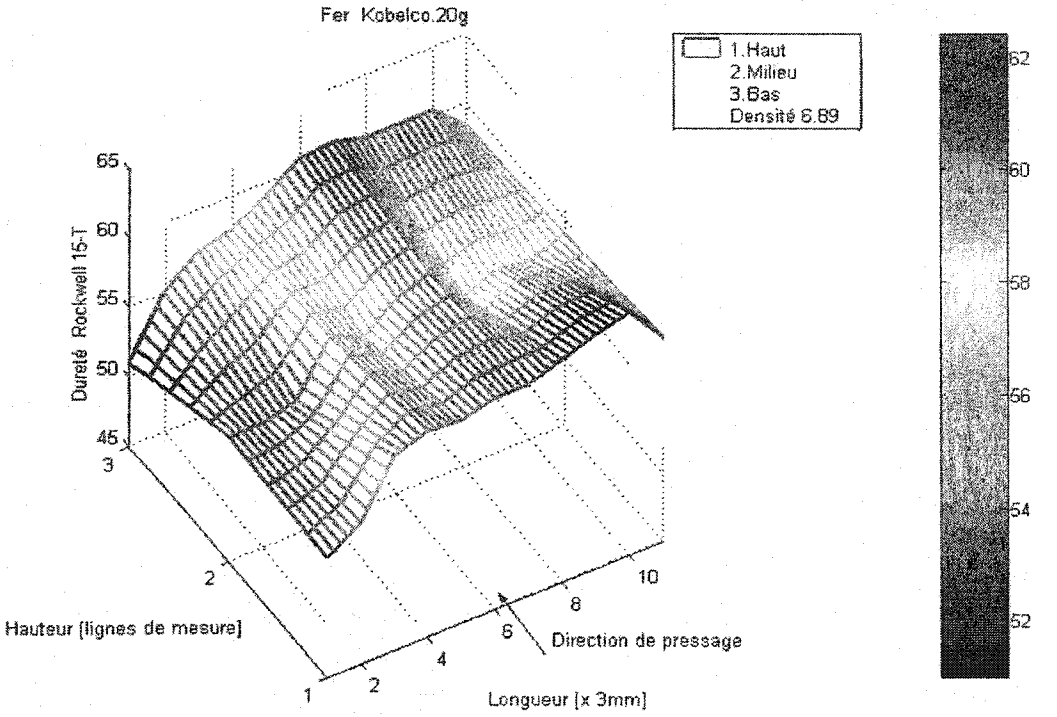
ANNEXES

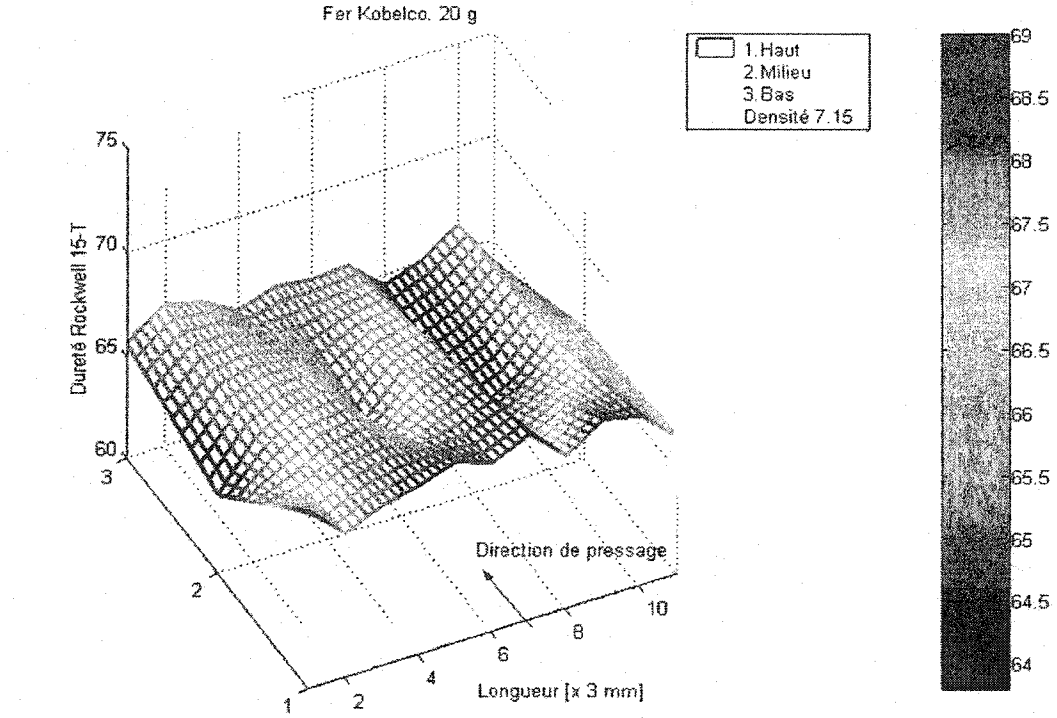
Annexe A : Résultats des mesures de dureté des échantillons.

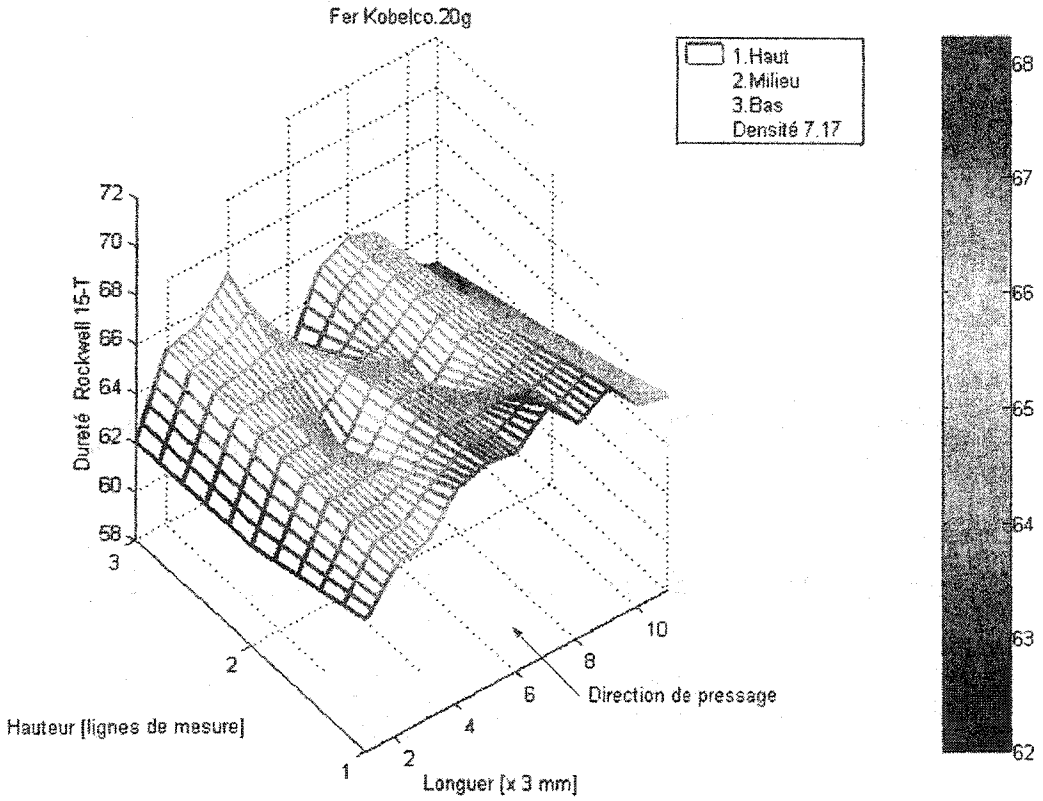


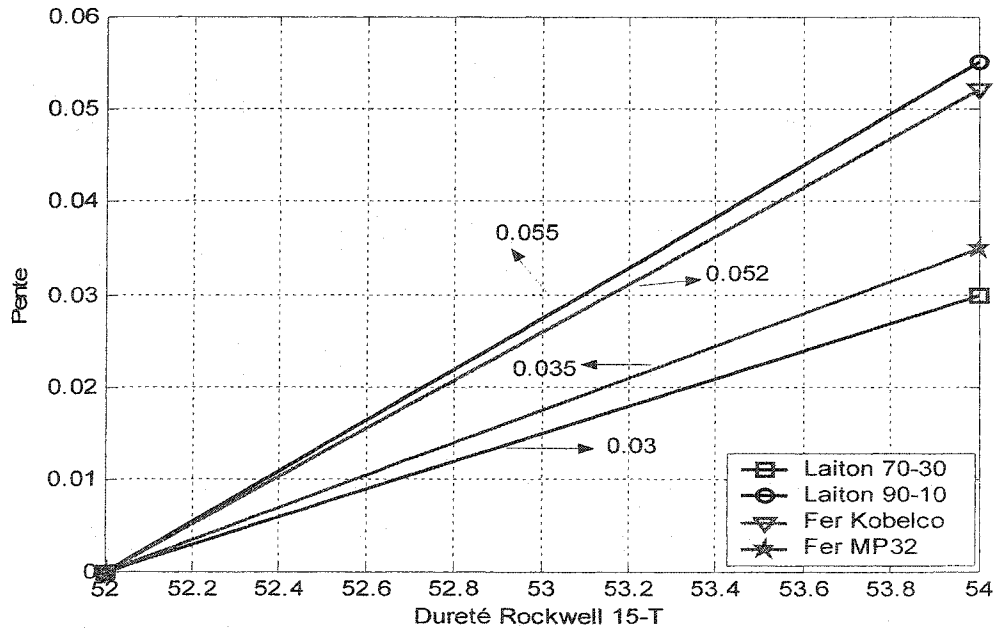

Fer MP32.20g
1.Haut
2.Milieu
3.Bas
Densité 7.01
Dureté Rockwell 15-T
80
75
70
65
60
3
2.5
2
1.5
1
Hauteur de la pièce
0
2
4
6
8
10
Direction de pressage
Longueur [x 3 mm]
72
71.5
71
70.5
70
69.5
69
68.5
68
67.5
67
66.5


Fer MP32.20g
1.Haut
2.Milieu
3.Bas
Densité 6.54
Dureté Rockwell 15-T
70
65
60
55
50
3
2.5
2
1.5
1
Hauteur [lignes de mesure]
2
4
6
8
10
Direction de pressage
Longueur [x 3 mm]
62
61
60
59
58
57
56
55


Fer Kobelco.20g
1.Haut
2.Milieu
3.Bas
Densité 6.89
Dureté Rockwell 15-T
65
60
55
50
45
3
2
1
Hauteur [lignes de mesure]
2
4
6
8
10
Direction de pressage
Longueur [x 3mm]
62
60
58
56
54
52


Fer Kobelco. 20 g
1.Haut
2.Milieu
3.Bas
Densité 7.15
Dureté Rockwell 15-T
75
70
65
60
3
2
1
2
4
6
8
10
Direction de pressage
Longueur [x 3 mm]
69
68.5
68
67.5
67
66.5
66
65.5
65
64.5
64





Pentes de durcissement

Annexe B: Résultas des mesures de densité des pièces.

Poudre de fer Kobelco, densité relative 87%

0	0	0	0	0	0	59	63	62	69	69	68	72
0	0	0	0	0	0	58	60	65	66	68	68	72
93	93	92	93	90	85	60	67	70	72	70	68	72
92	91	92	92	89	78	64	66	72	70	73	69	74
95	95	92	94	91	92	66	75	74	72	75	72	69
93	93	92	93	90	85	65	67	73	71	74	70	72

Poudre de fer Kobelco, densité relative 95%

0	0	0	0	0	0	91	92	90	89	89	87	87
0	0	0	0	0	0	91	92	90	88	89	90	88
95	95	96	96	95	96	91	92	89	90	90	85	87
95	94	94	95	95	96	92	91	92	91	93	90	92
95	95	98	97	96	97	92	93	90	92	94	93	95
95	95	96	96	95	96	92	92	91	91	93	93	93

Poudre de fer MP 32, densité relative 87%

0	0	0	0	0	0	71	70	69	73	74	76	74
0	0	0	0	0	0	63	66	69	72	73	71	72
94	95	92	90	89	90	79	74	70	74	75	80	75
94	93	90	90	90	88	80	79	75	73	73	81	84
95	95	94	91	89	94	82	79	78	77	78	80	82
94	94	92	90	9	90	81	79	76	75	75	80	83

Poudre de fer MP 32, densité relative 93%

0	0	0	0	0	0	55	60	61	63	73	82	84
0	0	0	0	0	0	30	52	61	63	72	80	88
97	96	96	94	93	90	79	68	62	64	75	84	93
96	96	96	94	93	90	81	75	62	64	68	84	100
98	97	96	94	94	90	88	70	60	62	65	68	71
97	96	96	94	93	90	95	72	61	63	66	76	86

Poudre laiton 90 10. densité relative 86%

0	0	0	0	0	0	54	55	58	60	66	71	65
0	0	0	0	0	0	48	48	55	58	57	59	64
97	96	93	89	87	81	60	62	61	62	75	84	66
96	96	92	90	90	82	64	66	62	64	68	84	67
98	97	95	88	85	80	64	64	60	62	65	68	67
97	96	93	89	87	81	64	65	61	63	67	76	67

Poudre laiton 90 10. densité relative 94%

0	0	0	0	0	0	55	62	63	65	69	66	69
0	0	0	0	0	0	55	62	63	66	68	64	64
97	96	93	89	88	82	56	62	63	64	69	71	75
96	96	92	90	90	82	66	66	67	68	68	74	75
98	97	95	88	85	83	78	77	73	74	74	72	75
97	96	93	89	88	82	74	71	70	71	70	73	75

Poudre laiton 70 30, densité relative 87%

0	0	0	0	0	0	61	62	62	67	66	72	73
0	0	0	0	0	0	59	60	62	69	68	70	72
96	96	93	89	87	81	64	64	63	66	65	74	75
95	96	92	89	90	82	66	66	65	66	70	74	75
98	97	93	88	85	80	68	71	70	74	74	80	82
96	96	93	89	87	81	67	68	67	70	72	77	83

Poudre laiton 70 30, densité relative 92%

0	0	0	0	0	0	69	68	69	69	69	68	70
0	0	0	0	0	0	65	66	68	69	68	66	70
94	95	93	93	89	88	72	70	70	69	72	72	70
95	94	92	92	88	87	73	72	71	70	73	74	70
95	95	95	94	89	88	73	71	72	72	72	72	80
95	95	93	93	89	88	73	72	71	71	72	73	75

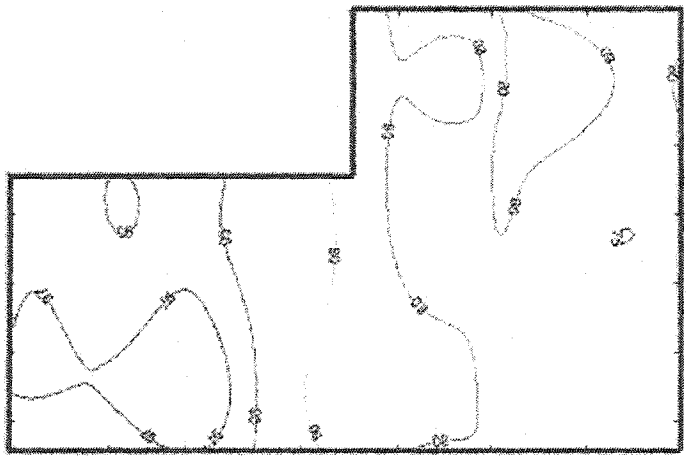
Poudre fer Kobelco 30g, densité relative 95%

0	0	0	0	0	0	73	77	77	82	87	88	82
0	0	0	0	0	0	69	78	77	80	87	88	79
97	96	98	95	95	94	77	77	78	84	88	87	82
96	96	98	95	95	94	80	79	79	85	89	87	88
97	97	99	96	95	95	89	88	86	86	88	86	88
100	98	99	96	96	95	88	90	90	90	91	90	92
99	98	99	96	95	95	89	89	88	88	90	88	90

Poudre fer MP 32 30g, densité relative 87%

0	0	0	0	0	0	62	65	65	68	69	73	75
0	0	0	0	0	0	60	65	66	68	68	72	75
97	96	96	91	75	71	65	64	64	69	70	75	75
96	96	96	88	75	70	66	69	69	71	72	76	76
98	97	95	94	75	72	70	69	69	70	72	75	75
100	98	95	66	75	72	71	70	69	72	74	77	79
99	98	95	80	75	72	71	70	69	71	73	76	77

Les tableaux de dureté correspondent à une pièce positionnée comme dans la figure (due à l'ordre des éléments dans la matrice d'interpolation utilisée par la fonction interp dans lelogiciel Matlab



Position de la pièce pour les valeurs de densité données sous forme de tableau.

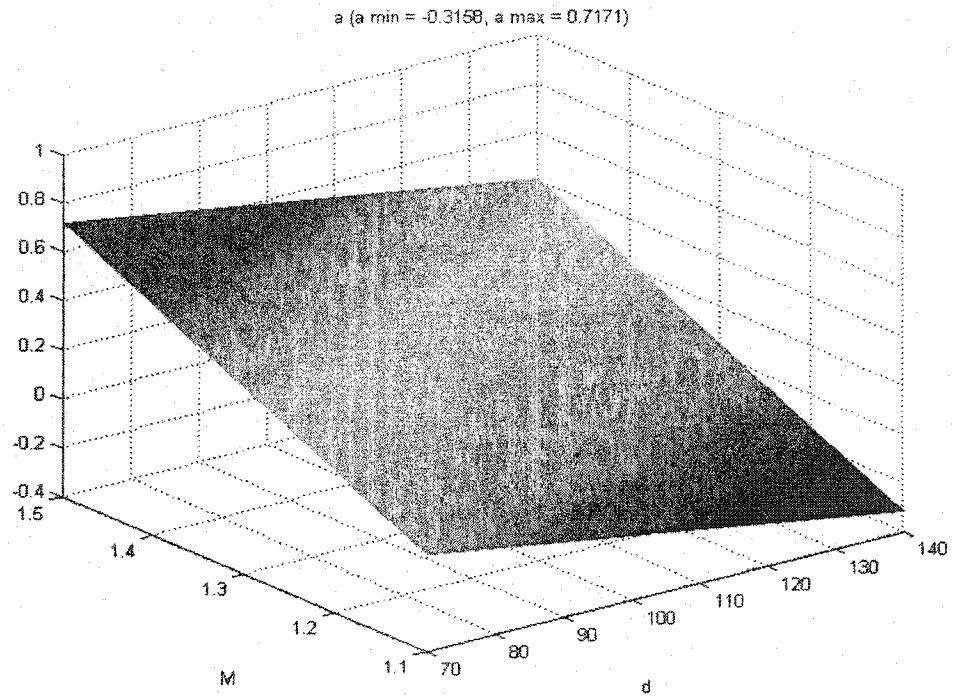
Annexe C:

Fichier input pour l'analyse numérique des équations du paramètre de densification K et fichier input du modèle de l'évolution du coefficient de frottement et de l'interface graphique

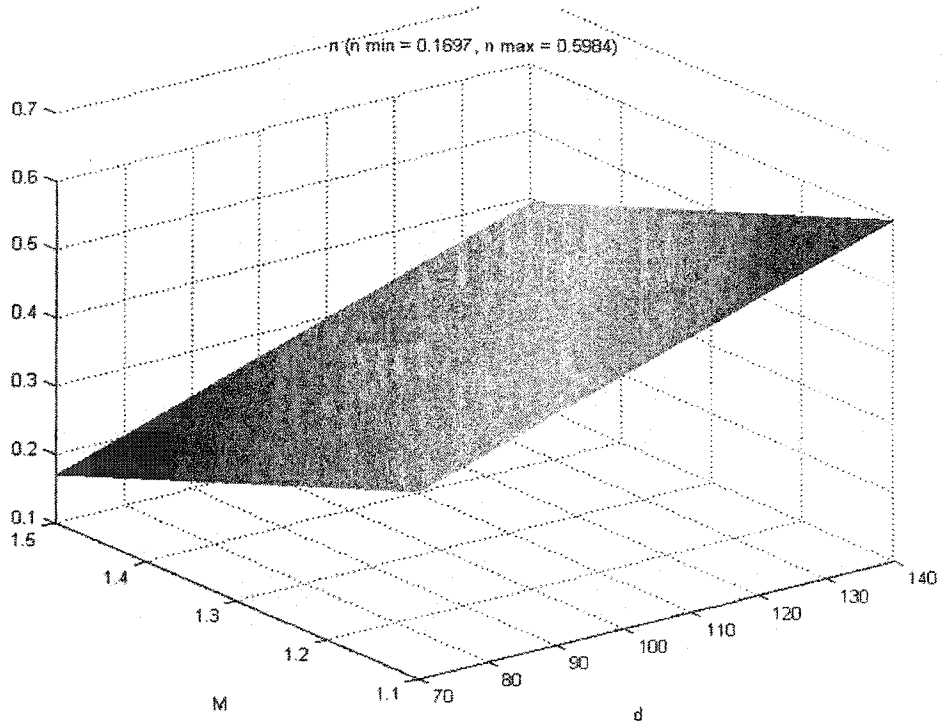
%**Numerical Analysis.m**

```
% Equations:
% Inputs:
d = 70:0.1:140; % imax = 701
M = [1.1:0.01:1.5]; %jmax = 41
% Outputs:
for i = 1:701
  for j = 1:41
    a(j, i) = -4.47 * d(i) * 1e-3 + 1.8 * M(j) - 1.67;
    n(j, i) = 3.21 * 1e-3 * d(i) - 0.51 * M(j) + 0.71;
    for P = 100:100:700
      K(j, i) = a(j, i) * P ^ n(j, i);
      eval(['K', num2str(P), '(j, i)', ' = K(j, i);']);
    end;
  end;
end;
% Plots:
% a Plot
aMax = max(max(a));
aMin = min(min(a));
figure(1);
surf(d, M, a);
xlabel('d');
ylabel('M');
title(['a ', '(a min = ', num2str(aMin), ', a max = ', num2str(aMax), ')']);
shading interp;
% n Plot
nMax = max(max(n));
```

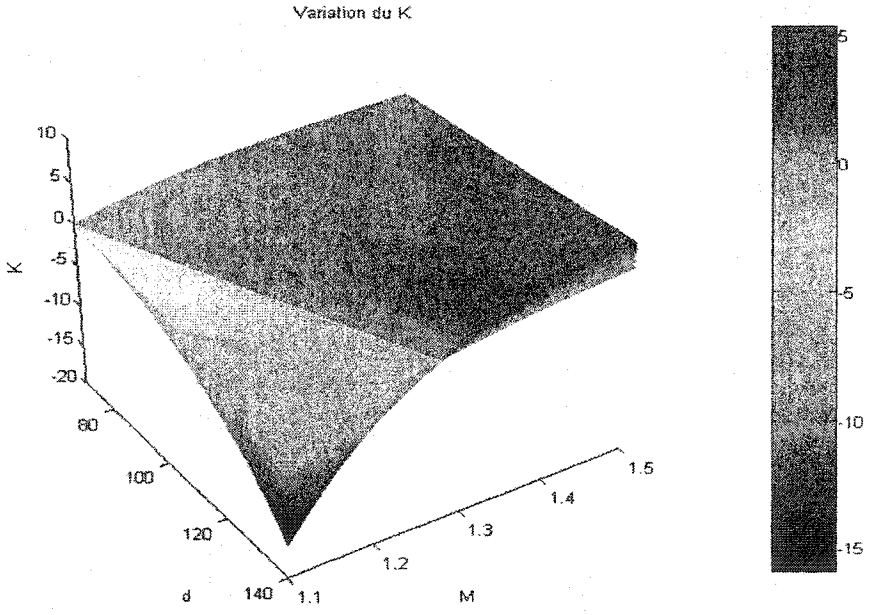
```
nMin = min(min(n));
figure(2);
surf(d, M, n);
xlabel('d');
ylabel('M');
title(['n ', '(n min = ', num2str(nMin), ', n max = ', num2str(nMax), ')']);
shading interp;
% K Plot
figure(3);
hold on;
for P = 100:100:700
  eval(['KMax = max(max(K', num2str(P), '));']);
  eval(['KMin = min(min(K', num2str(P), '));']);
  eval(['surf(d, M, K', num2str(P), ');']);
  shading interp;
end;
xlabel('d');
ylabel('M');
```



Variation et continuité de la fonction a



Variation et continuité de la fonction n.



Variation et continuité du paramètre de densification K.

Fichier input pour l'interface graphique donnant l'évolution du coefficient de frottement

%Friction coefficient.m

```
function varargout = FrictionCoefficient(varargin)
% FRICTIONCOEFFICIENT M-file for FrictionCoefficient.fig
%      FRICTIONCOEFFICIENT, by itself, creates a new
FRICTIONCOEFFICIENT or raises the existing
%      singleton*.
%
%      H = FRICTIONCOEFFICIENT returns the handle to a new
FRICTIONCOEFFICIENT or the handle to
%      the existing singleton*.
%
%      FRICTIONCOEFFICIENT('Property','Value',...) creates a new
FRICTIONCOEFFICIENT using the
%      given property value pairs. Unrecognized properties are passed via
%      varargin to FrictionCoefficient_OpeningFcn.  This calling syntax produces a
%      warning when there is an existing singleton*.
%
%      FRICTIONCOEFFICIENT('CALLBACK') and
FRICTIONCOEFFICIENT('CALLBACK',hObject,...) call the
%      local function named CALLBACK in FRICTIONCOEFFICIENT.M with the
given input
%      arguments.
%
%      *See GUI Options on GUIDE's Tools menu.  Choose "GUI allows only one
%      instance to run (singleton)".
%
% See also: GUIDE, GUIDATA, GUIHANDLES

% Edit the above text to modify the response to help FrictionCoefficient

% Last Modified by GUIDE v2.5 05-Oct-2001 18:22:56

% Begin initialization code - DO NOT EDIT
gui_Singleton = 1;
gui_State = struct('gui_Name',       mfilename, ...
                   'gui_Singleton',  gui_Singleton, ...
                   'gui_OpeningFcn', @FrictionCoefficient_OpeningFcn, ...
                   'gui_OutputFcn',  @FrictionCoefficient_OutputFcn, ...
```

```
                'gui_LayoutFcn',  [] , ...
                'gui_Callback',   []);
if nargin & isstr(varargin{1})
   gui_State.gui_Callback = str2func(varargin{1});
end

if nargout
   varargout{1:nargout} = gui_mainfcn(gui_State, varargin{:});
else
   gui_mainfcn(gui_State, varargin{:});
end
% End initialization code - DO NOT EDIT


% --- Executes just before FrictionCoefficient is made visible.
function FrictionCoefficient_OpeningFcn(hObject, eventdata, handles, varargin)
% This function has no output args, see OutputFcn.
% hObject    handle to figure
% eventdata  reserved - to be defined in a future version of MATLAB
% handles    structure with handles and user data (see GUIDATA)
% varargin   unrecognized PropertyName/PropertyValue pairs from the
%            command line (see VARARGIN)

% Choose default command line output for FrictionCoefficient
handles.output = hObject;

% Update handles structure
guidata(hObject, handles);

% UIWAIT makes FrictionCoefficient wait for user response (see UIRESUME)
% uiwait(handles.figure1);


% --- Outputs from this function are returned to the command line.
function varargout = FrictionCoefficient_OutputFcn(hObject, eventdata, handles)
% varargout  cell array for returning output args (see VARARGOUT);
% hObject    handle to figure
% eventdata  reserved - to be defined in a future version of MATLAB
% handles    structure with handles and user data (see GUIDATA)

% Get default command line output from handles structure
varargout{1} = handles.output;
```

```
% --- Executes during object creation, after setting all properties.
function d_CreateFcn(hObject, eventdata, handles)
% hObject    handle to d (see GCBO)
% eventdata  reserved - to be defined in a future version of MATLAB
% handles    empty - handles not created until after all CreateFcns called

% Hint: edit controls usually have a white background on Windows.
%       See ISPC and COMPUTER.
if ispc
   set(hObject,'BackgroundColor','white');
else
   set(hObject,'BackgroundColor',get(0,'defaultUicontrolBackgroundColor'));
end



function d_Callback(hObject, eventdata, handles)
% hObject    handle to d (see GCBO)
% eventdata  reserved - to be defined in a future version of MATLAB
% handles    structure with handles and user data (see GUIDATA)

% Hints: get(hObject,'String') returns contents of d as text
%        str2double(get(hObject,'String')) returns contents of d as a double



% --- Executes during object creation, after setting all properties.
function M_CreateFcn(hObject, eventdata, handles)
% hObject    handle to M (see GCBO)
% eventdata  reserved - to be defined in a future version of MATLAB
% handles    empty - handles not created until after all CreateFcns called

% Hint: edit controls usually have a white background on Windows.
%       See ISPC and COMPUTER.
if ispc
   set(hObject,'BackgroundColor','white');
else
   set(hObject,'BackgroundColor',get(0,'defaultUicontrolBackgroundColor'));
end



function M_Callback(hObject, eventdata, handles)
% hObject    handle to M (see GCBO)
```

```
% eventdata  reserved - to be defined in a future version of MATLAB
% handles    structure with handles and user data (see GUIDATA)

% Hints: get(hObject,'String') returns contents of M as text
%        str2double(get(hObject,'String')) returns contents of M as a double


% --- Executes during object creation, after setting all properties.
function P_CreateFcn(hObject, eventdata, handles)
% hObject    handle to P (see GCBO)
% eventdata  reserved - to be defined in a future version of MATLAB
% handles    empty - handles not created until after all CreateFcns called

% Hint: edit controls usually have a white background on Windows.
%       See ISPC and COMPUTER.
if ispc
    set(hObject,'BackgroundColor','white');
else
    set(hObject,'BackgroundColor',get(0,'defaultUicontrolBackgroundColor'));
end



function P_Callback(hObject, eventdata, handles)
% hObject    handle to P (see GCBO)
% eventdata  reserved - to be defined in a future version of MATLAB
% handles    structure with handles and user data (see GUIDATA)

% Hints: get(hObject,'String') returns contents of P as text
%        str2double(get(hObject,'String')) returns contents of P as a double


% --- Executes during object creation, after setting all properties.
function rho0_CreateFcn(hObject, eventdata, handles)
% hObject    handle to rho0 (see GCBO)
% eventdata  reserved - to be defined in a future version of MATLAB
% handles    empty - handles not created until after all CreateFcns called

% Hint: edit controls usually have a white background on Windows.
%       See ISPC and COMPUTER.
if ispc
    set(hObject,'BackgroundColor','white');
else
    set(hObject,'BackgroundColor',get(0,'defaultUicontrolBackgroundColor'));
```

```
end


function rho0_Callback(hObject, eventdata, handles)
% hObject    handle to rho0 (see GCBO)
% eventdata  reserved - to be defined in a future version of MATLAB
% handles    structure with handles and user data (see GUIDATA)

% Hints: get(hObject,'String') returns contents of rho0 as text
%        str2double(get(hObject,'String')) returns contents of rho0 as a double


% --- Executes during object creation, after setting all properties.
function mu_CreateFcn(hObject, eventdata, handles)
% hObject    handle to mu (see GCBO)
% eventdata  reserved - to be defined in a future version of MATLAB
% handles    empty - handles not created until after all CreateFcns called

% Hint: edit controls usually have a white background on Windows.
%       See ISPC and COMPUTER.
if ispc
    set(hObject,'BackgroundColor','white');
else
    set(hObject,'BackgroundColor',get(0,'defaultUicontrolBackgroundColor'));
end



function mu_Callback(hObject, eventdata, handles)
% hObject    handle to mu (see GCBO)
% eventdata  reserved - to be defined in a future version of MATLAB
% handles    structure with handles and user data (see GUIDATA)

% Hints: get(hObject,'String') returns contents of mu as text
%        str2double(get(hObject,'String')) returns contents of mu as a double


% --- Executes during object creation, after setting all properties.
function wall_CreateFcn(hObject, eventdata, handles)
% hObject    handle to wall (see GCBO)
% eventdata  reserved - to be defined in a future version of MATLAB
% handles    empty - handles not created until after all CreateFcns called
```

```
% Hint: popupmenu controls usually have a white background on Windows.
%       See ISPC and COMPUTER.
if ispc
   set(hObject,'BackgroundColor','white');
else
   set(hObject,'BackgroundColor',get(0,'defaultUicontrolBackgroundColor'));
end


% --- Executes on selection change in wall.
function wall_Callback(hObject, eventdata, handles)
% hObject    handle to wall (see GCBO)
% eventdata  reserved - to be defined in a future version of MATLAB
% handles    structure with handles and user data (see GUIDATA)

% Hints: contents = get(hObject,'String') returns wall contents as cell array
%        contents{get(hObject,'Value')} returns selected item from wall


% --- Executes during object creation, after setting all properties.
function speed_CreateFcn(hObject, eventdata, handles)
% hObject    handle to speed (see GCBO)
% eventdata  reserved - to be defined in a future version of MATLAB
% handles    empty - handles not created until after all CreateFcns called

% Hint: popupmenu controls usually have a white background on Windows.
%       See ISPC and COMPUTER.
if ispc
   set(hObject,'BackgroundColor','white');
else
   set(hObject,'BackgroundColor',get(0,'defaultUicontrolBackgroundColor'));
end


% --- Executes on selection change in speed.
function speed_Callback(hObject, eventdata, handles)
% hObject    handle to speed (see GCBO)
% eventdata  reserved - to be defined in a future version of MATLAB
% handles    structure with handles and user data (see GUIDATA)

% Hints: contents = get(hObject,'String') returns speed contents as cell array
%        contents{get(hObject,'Value')} returns selected item from speed
```

```
% --- Executes during object creation, after setting all properties.
function plot_CreateFcn(hObject, eventdata, handles)
% hObject    handle to plot (see GCBO)
% eventdata  reserved - to be defined in a future version of MATLAB
% handles    empty - handles not created until after all CreateFcns called

% Hint: popupmenu controls usually have a white background on Windows.
%       See ISPC and COMPUTER.
if ispc
   set(hObject,'BackgroundColor','white');
else
   set(hObject,'BackgroundColor',get(0,'defaultUicontrolBackgroundColor'));
end


% --- Executes on selection change in plot.
function plot_Callback(hObject, eventdata, handles)
% hObject    handle to plot (see GCBO)
% eventdata  reserved - to be defined in a future version of MATLAB
% handles    structure with handles and user data (see GUIDATA)

% Hints: contents = get(hObject,'String') returns plot contents as cell array
%        contents{get(hObject,'Value')} returns selected item from plot
handles = guihandles;


% --- Executes on button press in refresh.
function refresh_Callback(hObject, eventdata, handles)
% hObject    handle to refresh (see GCBO)
% eventdata  reserved - to be defined in a future version of MATLAB
% handles    structure with handles and user data (see GUIDATA)
handles = guihandles;
opt = get(handles.plot, 'Value');
if opt == 1
  d = [70:140];
  ix = 71;
  M = str2num(get(handles.M, 'String')) * ones(1, ix);
  P = str2num(get(handles.P, 'String')) * ones(1, ix);
  rho0 = str2num(get(handles.rho0, 'String')) * ones(1, ix);
elseif opt == 2
  M = [1.1:0.01:1.5];
  ix = 41;
  d = str2num(get(handles.d, 'String')) * ones(1, ix);
  P = str2num(get(handles.P, 'String')) * ones(1, ix);
```

```
  rho0 = str2num(get(handles.rho0, 'String')) * ones(1, ix);
elseif opt == 3
  P = [100:10:700];
  ix = 61;
  d = str2num(get(handles.d, 'String')) * ones(1, ix);
  M = str2num(get(handles.M, 'String')) * ones(1, ix);
  rho0 = str2num(get(handles.rho0, 'String')) * ones(1, ix);
elseif opt == 4
  rho0 = [0.25:0.01:0.55];
  ix = 31;
  d = str2num(get(handles.d, 'String')) * ones(1, ix);
  M = str2num(get(handles.M, 'String')) * ones(1, ix);
  P = str2num(get(handles.P, 'String')) * ones(1, ix);
end;

a = -4.47e-3 .* d + 1.8 .* M - 1.67;
n = 3.21e-3 .* d - 0.51 .* M + 0.71;
K = min(max(0, a .* P.^n), 0.59);
%rhor = rho0 / exp(K);
rhor = rho0 .* exp(K);

%frho = 2 * exp(-500 * ((rhor - 0.68)^2));

RHOR = [0.25 0.42 0.43 0.44 0.45 0.46 0.49 0.50 0.57 0.60 0.63 0.70 0.75 0.80
0.85 0.87 0.90 0.92];
FRHO = [0.40 0.58 0.80 0.90 1.05 1.10 0.90 0.85 0.70 0.50 0.63 0.30 0.20 0.18
0.15 0.10 0.08 0.07];
frho = interp1(RHOR, FRHO, rhor, 'linear', 'extrap');

mub = 0.1;
mu = mub .* (1 + frho);
val1 = get(handles.wall, 'Value');
for i = 1:ix
  if val1 == 2
    if rhor(i) >= 0.76 & rhor(i) < 0.84
      mu(i) = mu(i) - 0.03;
    elseif rhor(i) >= 0.84 & rhor(i) < 0.92
      mu(i) = mu(i) - 0.035;
    elseif rhor(i) >= 0.92 & rhor(i) <= 0.95
      mu(i) = mu(i) - 0.07;
    end;
  end;
end;
val2 = get(handles.speed, 'Value');
```

```
for i = 1:ix
  if val2 == 2
    if P(i) >= 150 & P(i) < 200
      mu(i) = 0.8;
    elseif P(i) >= 200 & P(i) < 250
      mu(i) = 0.25;
    elseif P(i) >= 250 & P(i) <= 300
      mu(i) = 0.2;
    end;
  elseif val2 == 3
    if P(i) >= 150 & P(i) < 200
      mu(i) = 1.1;
    elseif P(i) >= 200 & P(i) < 250
      mu(i) = 0.45;
    elseif P(i) >= 250 & P(i) <= 300
      mu(i) = 0.27;
    end;
  end;
end;

if opt == 1
  idx = find(d == str2num(get(handles.d, 'String')));
  plot(d, mu);
  grid on;
  hold on;
  plot(d(idx), mu(idx), 'or');
  hold off;
elseif opt == 2
  idx = find(M == str2num(get(handles.M, 'String')));
  plot(M, mu);
  grid on;
  hold on;
  plot(M(idx), mu(idx), 'or');
  hold off;
elseif opt == 3
  idx = find(P == str2num(get(handles.P, 'String')));
  plot(P, mu);
  grid on;
  hold on;
  plot(P(idx), mu(idx), 'or');
  hold off;
elseif opt == 4
  idx = find(rho0 == str2num(get(handles.rho0, 'String')));
  plot(rho0, mu);
```

```
  grid on;
  hold on;
  plot(rho0(idx), mu(idx), 'or');
  hold off;
end;

% --- Executes on button press in pbmu.
function pbmu_Callback(hObject, eventdata, handles)
% hObject    handle to pbmu (see GCBO)
% eventdata  reserved - to be defined in a future version of MATLAB
% handles    structure with handles and user data (see GUIDATA)
handles = guihandles;
d = str2num(get(handles.d, 'String'));
M = str2num(get(handles.M, 'String'));
P = str2num(get(handles.P, 'String'));
rho0 = str2num(get(handles.rho0, 'String'));
warn_c = cell(4, 1);
warn_ix = 0;

wrong_value_flag = 0;
if isempty(d)
  warn_ix = warn_ix + 1;
  warn_c{warn_ix} = '  *** d should be a real...';
  set(handles.text15, 'String', warn_c);
  wrong_value_flag = 1;
elseif  d < 70.0 | d > 140.0
  warn_ix = warn_ix + 1;
  warn_c{warn_ix} = '  *** Value of d should be within [70, 140]...';
  set(handles.text15, 'String', warn_c);
  wrong_value_flag = 1;
end;

if isempty(M)
  warn_ix = warn_ix + 1;
  warn_c{warn_ix} = '  *** M should be a real...';
  set(handles.text15, 'String', warn_c);
  wrong_value_flag = 1;
elseif  M < 1.1 | M > 1.5
  warn_ix = warn_ix + 1;
  warn_c{warn_ix} = '  *** Value of M should be within [1.1, 1.5]...';
  set(handles.text15, 'String', warn_c);
  wrong_value_flag = 1;
end;
```

```
if isempty(P)
  warn_ix = warn_ix + 1;
  warn_c{warn_ix} = '  *** P should be a real...';
  set(handles.text15, 'String', warn_c);
  wrong_value_flag = 1;
elseif  P < 100.0 | P > 700.0
  warn_ix = warn_ix + 1;
  warn_c{warn_ix} = '  *** Value of P should be within [100, 700]...';
  set(handles.text15, 'String', warn_c);
  wrong_value_flag = 1;
end;

if isempty(rho0)
  warn_ix = warn_ix + 1;
  warn_c{warn_ix} = '  *** rho0 should be a real...';
  set(handles.text15, 'String', warn_c);
  wrong_value_flag = 1;
elseif rho0 < 0.25 | rho0 > 0.55
  warn_ix = warn_ix + 1;
  warn_c{warn_ix} = '  *** Value of rho should be within [0.25, 0.55]...';
  set(handles.text15, 'String', warn_c);
  wrong_value_flag = 1;
end;

if wrong_value_flag
  set(handles.mu, 'String', '---');
  return;
end;

set(handles.text15, 'String', []);

a = -4.47e-3 * d + 1.8 * M - 1.67;
n = 3.21e-3 * d - 0.51 * M + 0.71;
K = min(max(0, a * P^n), 0.59);
%rhor = rho0 / exp(K);
rhor = rho0 * exp(K);

if rhor > 1.0 | rhor <= rho0
  warn_ix = warn_ix + 1;
  warn_c{warn_ix} = '  *** Relative density value is phisically inconsistent...';
  set(handles.text15, 'String', warn_c);
  set(handles.mu, 'String', '---');
  return;
end;
```

```
% This is for test purposes only
assignin('base', 'rhor', rhor);

%frho = 2 * exp(-500 * ((rhor - 0.68)^2));

RHOR = [0.25 0.42 0.43 0.44 0.45 0.46 0.49 0.50 0.57 0.60 0.63 0.70 0.75 0.80
0.85 0.87 0.90 0.92];
FRHO = [0.40 0.58 0.80 0.90 1.05 1.10 0.90 0.85 0.70 0.50 0.63 0.30 0.20 0.18
0.15 0.10 0.08 0.07];
frho = interp1(RHOR, FRHO, rhor, 'linear', 'extrap');

mub = 0.1;
mu = mub * (1 + frho);
val1 = get(handles.wall, 'Value');
if val1 == 2
  if rhor >= 0.46 & rhor < 0.64
    mu = mu - 0.03;
  elseif rhor >= 0.64 & rhor < 0.88
    mu = mu - 0.045;
  elseif rhor >= 0.88 & rhor <= 0.999
    mu = mu - 0.07;
  end;
end;
val2 = get(handles.speed, 'Value');
if val2 == 2
  if P >= 150 & P < 200
    mu = 0.8;
  elseif P >= 200 & P < 250
    mu = 0.25;
  elseif P >= 250 & P <= 300
    mu = 0.2;
  end;
elseif val2 == 3
  if P >= 150 & P < 200
    mu = 1.1;
  elseif P >= 200 & P < 250
    mu = 0.45;
  elseif P >= 250 & P <= 300
    mu = 0.27;
  end;
end;

set(handles.mu, 'String', num2str(mu));
```

dens.m

```
function [] = dens(k, a, n)
pc = (k /a)^(1/n);
a1 = pc/2;
p= [0:0.01:2*a1];
qpos = 1.2*a1*(1 - (p./a1 - 1).^2).^0.5;
qneg = - qpos;
plot(p, qpos);
```