

**Titre:** Développement de systèmes de déglçage mécanique  
Title:

**Auteur:** Sorin-Vasile Cora  
Author:

**Date:** 1998

**Type:** Mémoire ou thèse / Dissertation or Thesis

**Référence:** Cora, S.-V. (1998). Développement de systèmes de déglçage mécanique  
Citation: [Master's thesis, École Polytechnique de Montréal]. PolyPublie.  
<https://publications.polymtl.ca/7238/>

 **Document en libre accès dans PolyPublie**  
Open Access document in PolyPublie

**URL de PolyPublie:** <https://publications.polymtl.ca/7238/>  
PolyPublie URL:

**Directeurs de  
recherche:** François Trochu  
Advisors:

**Programme:** Unspecified  
Program:

**UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL**

**DÉVELOPPEMENT DE SYSTÈMES DE DÉGLACAGE  
MÉCANIQUE**

**SORIN-VASILE CORA**

**DÉPARTEMENT DE GÉNIE MÉCANIQUE  
ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL**

**MÉMOIRE PRÉSENTÉ EN VUE DE L'OBTENTION  
DU DIPLOME DE MAITRISE ÈS SCIENCES APPLIQUÉES  
(GÉNIE MÉCANIQUE)**

**JUILLET 1998**

**© Sorin-Vasile Cora, 1998**



National Library  
of Canada

Bibliothèque nationale  
du Canada

Acquisitions and  
Bibliographic Services

Acquisitions et  
services bibliographiques

395 Wellington Street  
Ottawa ON K1A 0N4  
Canada

395, rue Wellington  
Ottawa ON K1A 0N4  
Canada

*Your file* *Votre référence*

*ISBN: 0-612-89191-7*

*Our file* *Notre référence*

*ISBN: 0-612-89191-7*

The author has granted a non-exclusive licence allowing the National Library of Canada to reproduce, loan, distribute or sell copies of this thesis in microform, paper or electronic formats.

L'auteur a accordé une licence non exclusive permettant à la Bibliothèque nationale du Canada de reproduire, prêter, distribuer ou vendre des copies de cette thèse sous la forme de microfiche/film, de reproduction sur papier ou sur format électronique.

The author retains ownership of the copyright in this thesis. Neither the thesis nor substantial extracts from it may be printed or otherwise reproduced without the author's permission.

L'auteur conserve la propriété du droit d'auteur qui protège cette thèse. Ni la thèse ni des extraits substantiels de celle-ci ne doivent être imprimés ou autrement reproduits sans son autorisation.

---

In compliance with the Canadian Privacy Act some supporting forms may have been removed from this dissertation.

Conformément à la loi canadienne sur la protection de la vie privée, quelques formulaires secondaires ont été enlevés de ce manuscrit.

While these forms may be included in the document page count, their removal does not represent any loss of content from the dissertation.

Bien que ces formulaires aient inclus dans la pagination, il n'y aura aucun contenu manquant.

**Canada**

**UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL**

**ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL**

**Ce mémoire intitulé :**

**DÉVELOPPEMENT DE SYSTÈMES DE DÉGLACAGE**

**MÉCANIQUE**

**présenté par: CORA Sorin-Vasile**

**en vue de l'obtention du diplôme de: Maîtrise ès sciences appliquées**

**a été dûment accepté par le jury d'examen constitué de :**

**M. SANSCHAGRIN Bernard, D. Ing., président**

**M. TROCHU François, Ph. D., membre et directeur de recherche**

**M. BRAILOVSKI Vladimir, Ph. D., membre**

## DÉDICACE

Je dédie ce mémoire de maîtrise à M. Pierre Paul Triacca, le directeur du Département Mécanique de la compagnie X-Per-X Inc. en signe de gratitude pour sa confiance et son constant soutien.

## REMERCIEMENTS

J'aimerais remercier Dr François Trochu pour la confiance et la patience dont il a fait preuve tout au long de ce programme de recherche qui a abouti à ce mémoire.

J'aimerais également remercier M. Michel Thibert pour sa motivation et ses efforts de promotion du concept sur lequel repose ce projet.

## RÉSUMÉ

L'objet de ce mémoire est de faire l'analyse d'un nouveau système de déglacage mécanique basé sur le concept de membrane active 3D.

Conformément à ce concept, la structure de la membrane comporte deux couches d'élastomère renfermant un treillis de renforcement et plusieurs raidisseurs disposés de manière à générer la déformation et / ou la force voulue suite à l'activation. Le système d'activation mécanique auquel la membrane est attachée peut être de nature quelconque (électromécanique, pneumatique, hydraulique, AMF, etc.).

Le mémoire comporte deux volets majeurs. Dans le premier volet (chapitres 1 à 3), on fait l'analyse qualitative du déglacage et on présente le mécanisme de déglacage mécanique. Dans le deuxième volet (chapitres 4 et 5), on présente un modèle de calcul fonctionnel du comportement de la membrane. Ce modèle permet de calculer la déformation engendrée par la membrane et la force utile développée suite à l'activation. Puisque ces paramètres de performance de la membrane sont calculés en fonction uniquement des données géométriques et des matériaux constitutifs, le modèle de calcul n'est pas lié à une application spécifique, donc il peut être utilisé lors de la conception et du dimensionnement des différentes applications basées sur le concept de membrane active 3D.

## ABSTRACT

The object of this document is to analyze a new mechanical deicing device, that makes use of the three - dimensional active membrane concept.

According to this concept, the membrane consist of two polymer layers embedding a reinforcement net and several stiffeners in an appropriate arrangement to generate deformation and / or force when actuated. The membrane can be attached to any mechanical actuating system (hydraulic, pneumatic, electromagnetic etc.).

The project has two main sections. In the first one (chapters 1 to 3), we analyze the deicing phenomena and conclude on the mechanism of the mechanical deicing. In the second section (chapters 4 and 5), we present the mathematical model of the membrane. This model allows for the prediction of deformation and force production of the membrane upon activation. As this membrane's performance parameters are computed exclusively as function of the geometrical and materials' data of the components, the model can be used in the design and pre-dimensioning stage of any application based on the concept of three-dimensional active membrane and is not restricted to a specific application.



**TABLE DES MATIÈRES**

DÉDICACE.....	IV
REMERCIEMENTS.....	V
RÉSUMÉ.....	VI
ABSTRACT.....	VII
LISTE DES FIGURES.....	XI
LISTE DES SIGLES ET ABRÉVIATIONS.....	XIV
LISTE DES ANNEXES.....	XVI
INTRODUCTION.....	1
CHAPITRE 1	
INTRODUCTION SUR LA PROBLÉMATIQUE DU GIVRAGE.....	3
1.1 Définition et mécanisme du givrage.....	3
1.2 Évaluation de la susceptibilité au givrage.....	5
CHAPITRE 2	
MÉTHODES DE LUTTE CONTRE LE GIVRAGE.....	9
2.1 Systèmes chimiques.....	9
2.2 Systèmes thermiques.....	11
2.3 Systèmes mécaniques.....	11
2.4 Solutions alternatives.....	15

## CHAPITRE 3

## DÉGLACAGE MÉCANIQUE À L'AIDE D'UNE MEMBRANE

ACTIVÉE PAR DES ALLIAGES À MEMOIRE DE FORME.....	20
3.1 Description du concept.....	20
3.2 Domaines d'application du concept.....	23
3.3 Évaluation de la performance.....	25

## CHAPITRE 4

## MODÈLE DE CALCUL DE LA MEMBRANE..... 27

4.1 Évaluation de l'énergie nécessaire pour vaincre la force élastique de la membrane.....	27
4.2 Évaluation de l'énergie nécessaire pour la déformation élastique en flambage des raidisseurs.....	33
4.3 Évaluation de l'énergie nécessaire pour la déformation en flexion de la couche de glace.....	34
4.4 Évaluation de l'énergie nécessaire pour vaincre la pression dynamique de l'air.....	36
4.5 Évaluation de la force axiale de flambement.....	38
4.6 Calcul de la fonction de déformation du raidisseur.....	40
4.7 Procédure de calcul de la membrane.....	45

CHAPITRE 5	
MODÈLE ALTERNATIF DE CALCUL DE LA MEMBRANE.....	47
5.1 Calcul de la fonction de déformation en flambage	
libre symétrique (première étape).....	48
5.2 Calcul de la fonction de déformation en flambage	
sous contrainte (deuxième étape).....	51
5.3 Évaluation de la précision de la méthode.....	56
 CHAPITRE 6	
MODÈLE EXPÉRIMENTAL DE VALIDATION	
ET ANALYSE DES RÉSULTATS.....	58
 CHAPITRE 7	
FABRICATION DU MODÈLE EXPERIMENTAL.....	62
7.1 Fabrication du raidisseur.....	62
7.2 Fabrication des couches de la membrane.....	63
7.3 Assemblage de la membrane.....	63
 CHAPITRE 8	
ANALYSE EXPERIMENTALE DE LA GLACE.....	66
CONCLUSION.....	68
RÉFÉRENCES.....	70
ANNEXES .....	71

## LISTE DES FIGURES

<b>Figure 2.4.1a</b>	Système Goodrich ; état non-déformé (section transversale).....	17
<b>Figure 2.4.1b</b>	Système Goodrich ; état déformé (section transversale).....	17
<b>Figure 2.4.2a</b>	Solution d'INNOVATION DYNAMICS ; état non-activé.....	18
<b>Figure 2.4.2b</b>	Solution d'INNOVATION DYNAMICS ; état activé.....	18
<b>Figure 3.1.1</b>	Structure de la membrane (section longitudinale ; détail).....	20
<b>Figure 3.1.2</b>	Activation unidirectionnelle (déformation résultante).....	21
<b>Figure 3.1.3</b>	Activation bidirectionnelle (déformation résultante).....	22
<b>Figure 3.2.1</b>	Vue simplifiée du système de déglçage à membrane 3D.....	23
<b>Figure 3.2.2</b>	Déformation de la membrane 3D (activation simultanée des acteurs).....	24
<b>Figure 4</b>	Bilan énergétique du système.....	27

<b>Figure 4.1</b>	Schéma du modèle de calcul de l'énergie de déformation.....	28
<b>Figure 4.4</b>	Configuration de calcul de la pression dynamique de l'air.....	36
<b>Figure 4.5</b>	Configuration de calcul de la force axiale de flambement.....	38
<b>Figure 4.6</b>	Schéma de calcul de la fonction de déformation du raidisseur.....	41
<b>Figure 5.1.0</b>	Déformation en flambage libre symétrique du raidisseur.....	53
<b>Figure 5.1.1</b>	Déformation en flambage libre symétrique du raidisseur.....	53
<b>Figure 5.2.0</b>	Déformation du raidisseur en flambage symétrique sous une charge concentrée.....	54
<b>Figure 5.2.1</b>	Raidisseur non - chargé (à gauche) raidisseur chargé (à droite).....	55
<b>Figure 5.2.2</b>	Déformation du raidisseur en flambage symétrique sous une charge concentrée.....	55
<b>Figure 5.3</b>	Variation de la charge axiale en fonction du déplacement relatif.....	57
<b>Figure 6.1</b>	Montage d'essai.....	58

<b>Figure 6.2</b>	Flèche maximale versus contraction relative du raidisseur.....	60
<b>Figure 6.3</b>	Force axiale versus contraction relative du raidisseur.....	60
<b>Figure 7.1</b>	Sous-ensemble raidisseur.....	64
<b>Figure 7.2</b>	Treillis de renforcement.....	64
<b>Figure 7.3</b>	Couche supérieure de la membrane.....	65
<b>Figure 8.1</b>	Dispositif d'essai pour déterminer la contrainte d'adhésion de la glace.....	67

## LISTE DES SIGLES ET ABRÉVIATIONS

Symbole	Description	Unités
$a$	Largeur de la zone non renforcée, parallèlement à la direction Y	m
$c$	Largeur de la zone non renforcée, parallèlement à la direction X	m
$d$	Distance du raidisseur au bord de la zone renforcée	m
$\Delta$	Géométrie du bord du treillis de renforcement	m
$h$	Épaisseur de la membrane	m
$l_0$	Longueur non – déformée du raidisseur	m
$l$	Longueur de la projection horizontale du raidisseur déformé	m
$\delta$	Déformation de la membrane en direction Y	m
$\varepsilon$	Déformation relative de la membrane	-
$\varepsilon_r$	Déformation relative de l'actuateur	-
$F_0$	Force de prétensionnement de la membrane	N
$v$	Flèche de la membrane (du raidisseur) à la position courante	m
$L$	Longueur dans la direction Y de la zone renforcée de la membrane	m
$EI_z$	Rigidité du raidisseur en flexion	Nm <sup>2</sup>
$v_0$	Flèche au milieu du raidisseur	m
$n$	Nombre des raidisseurs dans la membrane	-
$E$	Module d'élasticité (glace ou membrane)	N/m <sup>2</sup>
$t$	Épaisseur des couches (glace ou membrane)	m
$g$	Indice de la glace	-

$m$	Indice de la membrane	-
$C_x$	Coefficient de traînée	-
$\rho$	Densité de l'air	Kg/m <sup>3</sup>
$w$	Vitesse de vol de l'avion	m/sec
$w$	Fonction de déformation en flambage libre du raidisseur	m
$w_0$	Valeur maximale de la déformation en flambage libre	m
$T$	Réaction verticale aux extrémités du raidisseur	N
$R$	Force axiale de flambage	N
$R_{cr}$	Force critique de flambage	N
$p$	Réaction de la membrane (distribuée le long du raidisseur)	N/m
$q$	Force transversale équivalente (force active)	N/m
$r = \frac{x}{l}$	Coordonnée normalisée du point courant	-
AMF	Alliage à mémoire de forme	-



**LISTE DES ANNEXES**

ANNEXE A :	Développement mathématique (détails).....	71
ANNEXE B :	Exemple d'utilisation du modèle alternatif.....	74
ANNEXE C :	Spécifications techniques des matériaux utilisés lors de la fabrication du modèle expérimental.....	81

## INTRODUCTION

Ce rapport présente les résultats d'un travail de recherche appliquée mené sur la problématique du givrage. Chaque chapitre de ce document porte sur un sujet spécifique, directement reliée à une étape de ce travail et prépare le lecteur pour le chapitre suivant.

Le premier chapitre contient la définition du givrage, une description de principe du mécanisme de givrage ainsi qu'une brève analyse de l'influence des différents paramètres sur le développement de ce phénomène.

L'état de l'art dans le domaine de dégivrage est présenté dans le deuxième chapitre. Les solutions non mécaniques de lutte contre le givrage ne sont analysées que brièvement, tandis qu'une analyse détaillée et le mécanisme de déglacage sont présentés pour ces derniers. Deux nouvelles solutions utilisant des éléments à base d'alliage à mémoire de forme sont présentées et analysées à la fin de ce chapitre.

Le chapitre trois porte sur un système de déglacage mécanique à l'aide d'une membrane composite qui fait l'objet d'une demande de brevet. Le concept de cette membrane et l'application de celle-ci pour déglacer une aile d'avion sont décrits en détail.

Le modèle mathématique de la solution de dégivrage qui a fait l'objet du chapitre trois est présenté dans le chapitre quatre.

Puisque l'approche classique utilisée dans le chapitre quatre mène à une équation différentielle de quatrième degré difficile à résoudre même par les méthodes des éléments finis, un modèle mathématique alternatif est présenté dans le cinquième chapitre.

Le chapitre six porte sur la validation par des résultats expérimentaux du modèle mathématique alternatif et sur la description du montage expérimental utilisé à cette fin.

La technologie de fabrication de la membrane active 3D, sur laquelle reposent les travaux présentés dans les chapitres trois à six, fait l'objet du septième chapitre.

Finalement un montage mécanique pour l'étude expérimentale de la glace (recueil des données sur les paramètres mécaniques de la glace) est décrit dans le dernier chapitre (numéro huit) de ce mémoire.

## **CHAPITRE 1.**

### **INTRODUCTION SUR LA PROBLÉMATIQUE DU GIVRAGE**

On ne peut pas parler de givrage sans définir ce phénomène et sans présenter certaines de ses conséquences, qui causent des problèmes dans plusieurs domaines. La première section de ce chapitre contient donc la définition et la description des mécanismes de givrage ainsi qu'une courte présentation de ses conséquences dans deux domaines importants de l'activité humaine, soit l'aviation et le transport de l'énergie électrique par câbles.

#### **1.1 Définition et mécanisme du givrage**

Le givrage est le phénomène de formation et de croissance de la glace sur la surface d'un objet (métallique ou non - métallique) en mouvement ou au repos, lorsque celui-ci est soumis à certaines conditions atmosphériques.

Le phénomène de givrage est dû au fait que, dans certaines conditions, les particules d'eau peuvent rester à l'état liquide au-dessous de la température de cristallisation. Il s'agit cependant d'un état métastable, qui peut à tout moment basculer vers l'état stable (phase cristalline) à la moindre excitation venue de l'extérieur. Les impacts des particules d'eau avec les objets en mouvement constituent de telles excitations et vont amorcer le passage à l'état cristallin. Dans le cas d'un objet stationnaire, les impacts sont dus au vent ou résultent simplement de la chute des gouttelettes d'eau sur l'objet. Cependant il est à

noter que l'état de surface de l'objet est un facteur important, puisque les aspérités et les particules de saleté qui existent sur ce dernier agissent comme germes de cristallisation et favorisent la formation de la glace. Ce phénomène n'est pas une caractéristique de l'eau. Il peut être mis en évidence pour toutes les substances au voisinage de température de passage de l'état liquide à l'état cristallin. En fonction des conditions atmosphériques, la couche de glace déposée sur les objets peut se présenter en trois variantes principales, soit le verglas, la glace poreuse à haute densité et la glace poreuse à basse densité, dont les caractéristiques principales sont décrites ci – dessous [5].

- Le verglas apparaît lorsque les gouttelettes forment un film continu d'eau sur la surface de l'objet avant de cristalliser. La densité de ce type de glace est de 0.7 à 0.9 g/cm<sup>3</sup> ; elle est homogène, transparente et très adhérente.
- La glace poreuse à haute densité apparaît lorsque les gouttelettes d'eau cristallisent sur l'impact avec la surface de l'objet. Elle a une apparence granuleuse blanche ou translucide et une densité qui varie de 0.1 à 0.6 g/cm<sup>3</sup>.
- La glace poreuse à basse densité a, elle aussi, une apparence granuleuse, mais elle est opaque et sa densité varie de 0.01 à 0.08 g/cm<sup>3</sup>.

Les domaines les plus affectés par le givrage sont les transports aériens (aviation générale), les communications (antennes radars) et le transport électrique (câbles électriques à haute tension). Dans le domaine de l'aviation, le givrage est particulièrement dangereux puisqu'il augmente le coefficient de

traînée, abaisse le coefficient de portance et augmente la vitesse de décrochage du profil aérodynamique, causant ainsi de nombreux accidents, souvent fatals. Au Canada, les plus connus des accidents provoqués par le givrage sont survenus à l'aéroport international de Gander à Terre-Neuve en 1985 impliquant un DC 8 (258 victimes), et en 1989, à Dryden, Ontario (28 victimes). Conformément aux rapports de F.A.A (Federal Aviation Authority) aux États-Unis, 40 accidents sont causés annuellement par le givrage. Cependant, souvent l'aéronef accidenté ne présente pas de traces de givrage, puisque la glace est fondue par le feu à la suite de l'impact. Donc le nombre réel des accidents provoqués par le givrage est plus grand que ce qui est mentionné dans les rapports officiels. Il s'agit d'un fait reconnu par les autorités aéronautiques elles-mêmes. L'aviation générale (particulièrement les avions à moteurs alternatifs) est le domaine le plus affecté par le givrage, puisque les avions de cette catégorie ont des ressources énergétiques limitées, qui empêchent de chauffer le bord d'attaque de l'aile comme pour les avions de ligne à réaction.

## **1.2 Évaluation de la susceptibilité au givrage**

Le taux de givrage d'une aile est en relation directe avec la masse d'eau accumulée sur celle-ci. Il est possible de calculer cette accumulation à l'aide de la formule simplifiée suivante :

$$MT = 0.329 \cdot EM \cdot V \cdot LWC \cdot t \cdot C$$

où :

<i>MT</i>	est la masse d'eau captée	[lb/heure/pied ]
<i>EM</i>	est le facteur d'efficacité de collecte du profil	
<i>V</i>	est la vitesse	[mph]
<i>LWC</i>	est le contenu d'eau liquide	[gm / m <sup>3</sup> ]
<i>t</i>	est l'épaisseur de l'aile	[pourcentage de C ]
<i>C</i>	est la corde du profil d'aile	[pieds]

Ces paramètres sont décrits plus en détail ci – dessous :

- Le facteur d'efficacité de collecte du profil d'aile (EM) est le rapport entre la quantité de gouttelettes d'eau qui frappent effectivement le profil et celle qui théoriquement aurait du frapper le profil, dans un écoulement non - perturbé par la présence de ce dernier. La valeur de ce rapport varie de 0 à 1, et il dépend de l'écoulement autour de l'aile, de la grosseur des gouttelettes, de la température et de la pression ambiante. Il peut être évalué par des essais en soufflerie ou analytiquement, mais ceci dépasse le cadre de ce document.
- Le contenu d'eau liquide (LWC) est un paramètre qui dépend essentiellement des conditions atmosphériques de vol. Les valeurs recommandées de ce paramètre sont montrées dans les tableaux ci - dessous :

## CONDITIONS CONTINUES

Diamètre de la gouttelette			Diamètre de la gouttelette			Diamètre de la gouttelette		
Température	LWC		Température	LWC		Température	LWC	
°F	gm/m <sup>3</sup>	μ	°F	gm/m <sup>3</sup>	μ	°F	gm/m <sup>3</sup>	μ
32	0.8	15	32	0.5	25	32	0.15	40
14	0.6		14	0.3		14	0.10	
-4	0.3		-4	0.2		-4	0.06	
-22	0.2		-22	0.1		-22	0.04	

## CONDITIONS INTERMITTENTES

Diamètre de la gouttelette			Diamètre de la gouttelette			Diamètre de la gouttelette		
Température	LWC		Température	LWC		Température	LWC	
°F	gm/m <sup>3</sup>	μ	°F	gm/m <sup>3</sup>	μ	°F	gm/m <sup>3</sup>	μ
32	2.925	15	32	1.75	25	32	0.40	40
14	2.5		14	1.45		14	0.30	
-4	1.925		-4	1.125		-4	0.20	
-22	1.1		-22	0.7		-22	0.10	
-40	0.25		-40	0.15		-40	0.05	

(Source : FAR 25 Appendix C, AC 20-73, FAR 23.1419)



- L'épaisseur ( $t$ ) et la corde du profil d'aile ( $C$ ) sont des caractéristiques qui définissent le profil aérodynamique de l'aile.
- La vitesse de vol ( $V$ ) est un facteur à double influence puisque la vitesse est en relation directe avec la masse d'eau captée (la quantité d'eau diminue quand la vitesse diminue). Par contre, le temps nécessaire pour traverser une zone de givrage augmente quand la vitesse diminue. Donc on peut parler d'une vitesse de vol optimale qui dépend de la largeur de la zone givrante. Ainsi, pour chaque situation de vol dans une zone de givrage il existe une vitesse de vol optimal, qui dépend de la largeur de cette zone aussi. Cette vitesse optimale, pour laquelle la quantité de glace déposée sur l'aile est minimale, est pratiquement impossible à déterminer puisqu'elle dépend de paramètres flous (distribution et dimensions de la goutte d'eau) et même inconnus au moment du vol (comme l'étendue de la zone givrante par exemple).

## CHAPITRE 2.

### MÉTHODES DE LUTTE CONTRE LE GIVRAGE

Vu les conséquences souvent catastrophiques du givrage, au fil des années plusieurs systèmes (plus ou moins performants) de lutte contre ce phénomène ont été mis au point. Ces solutions peuvent être classifiées en deux catégories, soit les *systèmes antigivrants* (qui empêchent ou retardent le développement de la glace sur la surface protégée) et les *systèmes dégivrants* (qui enlèvent la glace après le développement de celle-ci sur la surface protégée). Quant au principe de fonctionnement, les solutions classiques (actuelles) peuvent être classifiées comme suit [6] :

- Systèmes chimiques
- Systèmes thermiques
- Systèmes mécaniques
- Solutions alternatives proposées récemment

Toutes ces catégories des solutions de lutte contre le givrage seront présentées et analysées dans ce chapitre.

#### 2.1 Systèmes chimiques

Les systèmes chimiques sont des systèmes hybrides, c'est-à-dire qu'ils peuvent être utilisés tant pour enlever la glace (régime dégivrant) que pour empêcher ou retarder la formation du givre (régime antigivrant). Tous ces systèmes utilisent un agent chimique (solution aqueuse d'éthylène-glycol à différentes concentrations)

pour abaisser la température de cristallisation. Il est à noter que les systèmes chimiques sont utilisés surtout pour dégivrer les aéronefs avant leur décollage et pour assurer une protection antigivrante à durée limitée tout-de-suite après le décollage. Ces systèmes possèdent trois inconvénients majeurs :

- Les installations nécessaires pour assurer le dégivrage chimique sont encombrantes.
- L'agent chimique utilisé est toxique, donc il doit être récupéré après l'utilisation.
- La protection contre le givre ne dure qu'aussi longtemps que l'agent chimique reste sur la surface à protéger.

Cependant certains types d'aéronefs de l'aviation générale sont équipés d'un système chimique qui comporte trois sous - ensembles majeurs. Il s'agit d'une pompe à très haute pression, d'un réservoir contenant l'agent chimique et d'un système pour asperger. La pompe et le réservoir sont logés à l'intérieur de l'aile. Le système pour asperger muni de milliers de trous (de quelques fractions de millimètres de diamètre) est appliqué sur le bord d'attaque de l'aile. Lors de l'activation de ce système, la pompe entretient (à travers les trous de l'aspersoir) un film d'agent chimique sur le bord d'attaque de l'aile. Cette solution (très performante) a, par contre, une durée de fonctionnement limitée en régime continu. Enfin, à cause de la pesanteur du système, la charge utile de l'aéronef est diminuée.

## 2.2 Systèmes thermiques

Les systèmes thermiques, les plus performants, sont aussi des systèmes hybrides. Ils peuvent être électriques ou bien ils utilisent l'air chaud comme agent thermique.

- *Les systèmes électriques* utilisent, sans exception, des résistances électriques logées en dessous de la surface à protéger. Ils assurent la protection des zones, surtout restreintes, comme les zones de prise d'air (instruments de navigation et moteurs), les carburateurs, les galeries d'admission, etc.
- *Les systèmes qui utilisent l'air chaud* chauffent le bord d'attaque tout le long de l'aile. L'air chaud nécessaire est prélevé au niveau des moteurs, et par la suite, envoyé (à relativement basse pression) à travers une canalisation spécifique à l'intérieur du bord d'attaque.

L'inconvénient majeur de ces systèmes est leur grand appétit énergétique. À cause de leur grande consommation d'énergie, ces systèmes ne peuvent pas être utilisés par les aéronefs de l'aviation générale (avions à moteurs alternatifs ou petits turbomoteurs), dont les ressources énergétiques sont limitées.

## 2.3 Systèmes mécaniques

### 2.3.1 Analyse qualitative du dégivrage mécanique

Le dégivrage mécanique est fondé sur la différence qui existe entre les caractéristiques de déformation de la glace et de la surface sur laquelle celle-ci

s'accumule. La couche de glace se brise quand la déformation de la surface - support dépasse une certaine valeur limite, différente pour chacun des trois types de glace (voir paragraphe 1.1 chapitre 1) les plus probables lors d'un vol en condition de givrage.

Le déglacage mécanique comporte deux étapes. Lors de la première étape, les liens de la glace avec la surface à dégivrer sont détruits comme suite à la déformation de cisaillement (longitudinales) de la surface - support. Dans la deuxième étape, la couche de glace est fragmentée en morceaux (la couche de glace est trop rigide pour suivre les déformations transversales de la surface - support) qui se détachent (puisque les liens de la glace avec la surface - support sont déjà détruits lors de la première étape).

L'enchaînement de ces deux étapes a une influence directe sur l'efficacité de n'importe quel dispositif de dégivrage mécanique. Si la glace brise avant que ses liens avec la surface ne soient complètement détruits (ce qui arrive souvent avec les dispositifs actuels), la couche de glace devient flexible ; elle ne constitue plus une seule entité rigide. Les fissures dans la couche de glace provoquées par la déformation initiale de la surface - support deviennent des articulations pour toutes les déformations subséquentes de la surface. L'épaisseur de la couche de glace au moment de l'activation d'un déglacage mécanique est le paramètre déterminant dans le scénario décrit ci-dessus.

Pour faciliter l'analyse du déglacage mécanique nous allons introduire un paramètre appelé *épaisseur critique* d'une couche de glace. Qualitativement, l'*épaisseur critique* est la valeur de l'épaisseur d'une couche de glace pour laquelle les deux étapes de l'enchaînement décrit changent de position l'une par rapport à l'autre (c'est-à-dire que le mécanisme de déglacage passe à la séquence inverse).

#### Notion d'épaisseur critique d'une couche de glace

L'adhérence de la glace sur la surface est un paramètre intensif, qui pour une surface donnée, ne dépend que du type de glace, c'est-à-dire que l'adhérence a la même valeur quelle que soit l'épaisseur de la glace. Par contre, la résistance et la rigidité de la couche de glace sont des paramètres extensifs qui dépendent de l'épaisseur de cette dernière. L'épaisseur d'une couche de glace est dite *critique* quand la force nécessaire pour la briser est égale à la force d'adhésion de la glace sur la surface – support. Si le système de dégivrage mécanique est activé quand l'épaisseur de la couche de glace est en dessous de la valeur critique, la glace brisera, mais les morceaux resteront sur la surface. Si, par contre, le système est activé quand l'épaisseur de la couche de glace dépasse sa valeur critique, les morceaux de glace vont se détacher de la surface-support.

Les solutions actuelles de déglacage mécanique peuvent être classifiées en deux catégories principales :

- Systèmes vibratoires
- Systèmes déformants

### 2.3.2 Systèmes vibratoires

Les composantes principales des systèmes de dégivrage vibratoires sont des bobines d'induction logées à l'intérieur de l'aile dans la zone du bord d'attaque. Quand celles-ci sont activées, ces bobines induisent des vibrations mécaniques à relativement haute fréquence dans la tôle de l'aile. Ces vibrations brisent la couche de glace et ensuite détruisent les liens de chaque morceau de glace avec son support. L'efficacité de ce type de système de déglacage diminue quand l'épaisseur de la couche de glace augmente. De même pour les zones à courbure prononcée, comme par exemple la zone voisine de la ligne de stagnation du bord d'attaque (dû aux rigidités élevées de ces zones). Si l'épaisseur de la couche de glace dépasse une certaine valeur limite, un système vibratoire peut devenir complètement inefficace, puisque la surface recouverte par la glace devient trop rigide et cesse de vibrer. Noter que les systèmes vibratoires ne peuvent pas déglacer les zones rivetées des surfaces à déglacer. De plus, la présence prolongée des vibrations dans la structure de l'aile peut induire de la fatigue, surtout dans les coutures rivetées.

### **2.3.3 Systèmes déformants**

Les systèmes déformants utilisent une membrane élastique qui couvre la surface à dégivrer. Cette membrane possède une structure alvéolaire, composée de plusieurs tubes. En état non déformé, les tubes sont aplatis et la surface extérieure de la membrane suit le contour de l'aile. Quand les tubes sont gonflés, la surface extérieure de la membrane change de forme et brise la couche de glace. La forme prise par la membrane déglaçante lorsque celle-ci est activée dépend de sa structure. La plupart des systèmes de ce type sont pneumatiques et ils sont efficaces seulement si l'épaisseur de la couche de glace à enlever dépasse la valeur critique. De plus, ils exigent un certain délai entre deux activations consécutives. Ce délai peut avoir des conséquences négatives sur le fonctionnement subséquent du système, si la couche de glace n'a pas été complètement enlevée lors de la première activation.

## **2.4 Solutions alternatives**

Plus récemment, des solutions alternatives sont apparues, fondées sur un déglçage mécanique dont les déformations sont générées par des éléments actifs à base d'alliages à mémoire de forme (AMF) [1].

### **2.4.1 Solution de B.F. Goodrich**

Récemment, la compagnie B.F. Goodrich, qui détient la plupart des brevets sur les systèmes de déglçage pneumatique, a obtenu le brevet no.5558304 ayant comme titre ; "DEICER ASSEMBLY UTILIZING SHAPED MEMORY METALS"



[3]. Le dispositif de déglçage proposé conserve le concept de membrane flexible à structure alvéolaire décrit ci-dessus. La seule nouveauté est l'utilisation des éléments en Alliage à Mémoire de Forme (AMF), logés à l'intérieur des tubes, comme moyens de déformation de la surface extérieure de la membrane. Les éléments AMF ont des formes diverses et ils sont activés par effet Joule au moyen d'un courant électrique.

L'utilisation des AMF de la manière décrite dans le brevet manque d'imagination (l'air a été simplement remplacé par des éléments AMF), et n'apporte aucune amélioration réelle des performances de déglçage. Par contre, le système ne peut pas être réamorçé rapidement, puisque le refroidissement des éléments AMF n'est pas assuré. Dans un régime d'utilisation continu, la chaleur nécessaire pour l'activation des éléments AMF s'accumule à l'intérieur des tubes et augmente la température. Donc le temps de réactivation augmente après chaque utilisation. Les figures 2.4.1a et 2.4.1b ci-dessous présentent le système Goodrich à l'état non activé et activé respectivement. Les éléments AMF sont les composantes 418, 420, 422, 424 et 427. La surface extérieure de la membrane est identifiée 410, tandis que la surface de l'aile est identifiée 432. Les éléments 419, 421, 423, et 425 sont les pièces de fixation des composantes AMF.

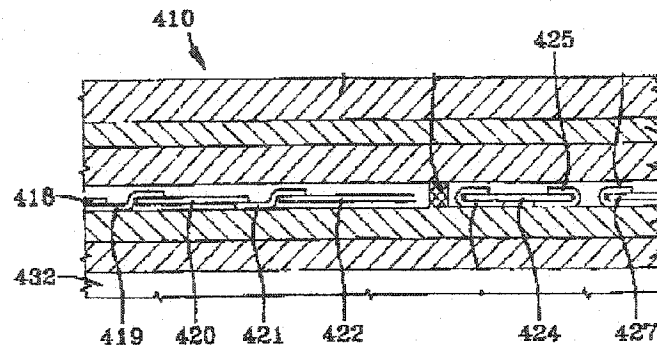


Figure 2.4.1a Système Goodrich en état non-déformé (section transversale)

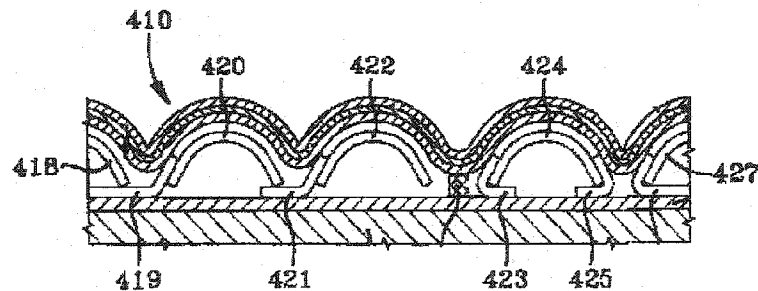


Figure 2.4.1b Système Goodrich en état déformé (section transversale)

#### 2.4.2 Solution d'INNOVATIVE DYNAMICS, Inc.

Une autre solution de déglacement qui utilise des composants AMF est celle proposée par INNOVATIVE DYNAMICS Inc., d'Ithaca aux États-Unis [2]. Cette solution en est encore à la phase de demande de brevet. Cette fois-ci, la membrane flexible est une feuille AMF à l'état superélastique entourant le bord d'attaque sur toute la longueur de l'aile (voir figure 2.4.2a). La zone 310 de la membrane AMF est à l'état superélastique, tandis que la zone 300 constitue l'actuateur AMF, qui induira la déformation de la membrane lors de son

activation. La zone actuateur 300 est activée par l'élément chauffant 330. Lors de l'activation, la zone 300 tire la zone 310 contre les profils rigides 350. La membrane prend alors la forme illustrée dans la figure 2.4.2b, grâce aux feuilles en polymère élastique logées au-dessous de celle-ci entre les nervures 350.

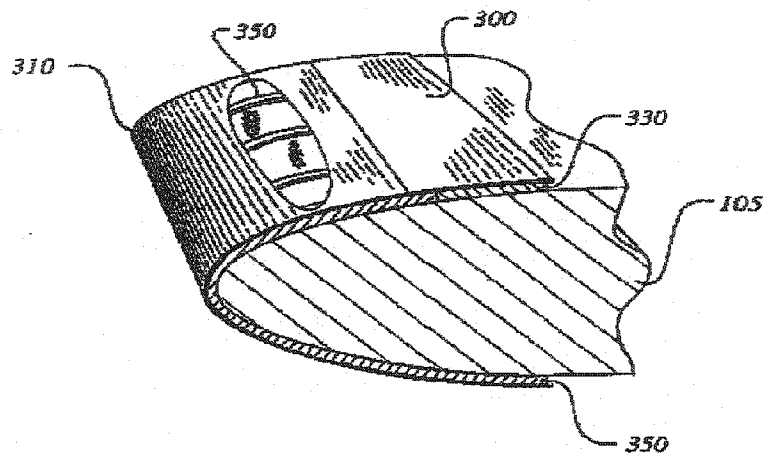


Figure 2.4.2a Solution d'INNOVATIVE DYNAMICS, état non-activé

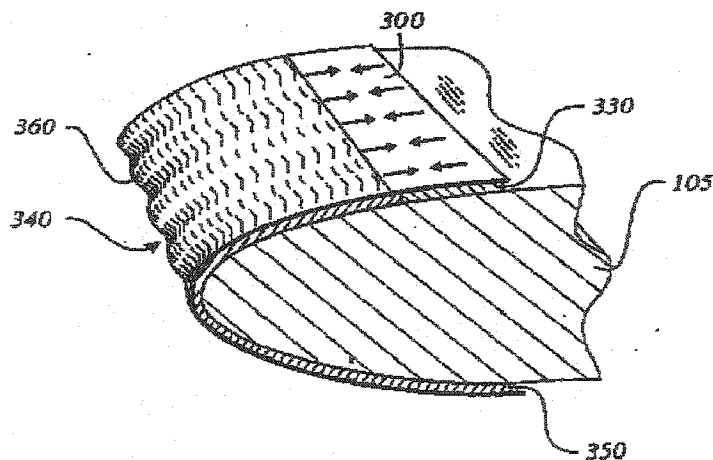


Figure 2.4.2b Solution d'INNOVATIVE DYNAMICS, état activé

À première vue, le système proposé par INNOVATIVE DYNAMICS Inc. semble performant, mais certains aspects rendent la solution très difficile à réaliser. Le problème majeur est la fabrication de la tôle en AMF avec des zones à comportements différents, c'est-à-dire superélastique dans la zone 310 et avec effet mémoire de forme dans la zone 300. Un autre défi technologique consiste à obtenir les propriétés des AMF exigées par cette solution de manière uniforme sur toute la grandeur de la tôle. (La tôle doit couvrir le bord d'attaque sur toute la longueur de l'aile.) Les déformations générées par le système sont maximales au bout du profil et diminuent vers le bord de fuite, sur l'intrados et l'extrados de l'aile (voir figure 2.4.2b). De plus lors de son activation, ce système peut générer des contraintes variables assez importantes dans la structure du bord d'attaque. Les deux solutions, tant celles de GOODRICH que d'INNOVATIVE DYNAMICS, ne peuvent pas créer des déformations locales. Une déformation globale du bord d'attaque est générée sur l'entière longueur de l'aile. De plus, il s'agit de solutions qui ne peuvent pas être appliquées facilement sur les avions déjà en opération.

### CHAPITRE 3.

## DÉGLACAGE MÉCANIQUE À L'AIDE D'UNE MEMBRANE ACTIVÉE PAR DES ALLIAGES À MEMOIRE DE FORME

Ce chapitre présente la méthode de déglacage mécanique utilisant le concept de membrane active 3D, qui est décrit dans une demande de brevet [4]. L'application de cette membrane pour le déglacage d'une aile d'avion est examinée, puis les performances de cette approche seront évaluées.

### 3.1 Description du concept

Cette section reprend la description de la demande de brevet no 2,192,243.

Conformément à ce concept, la structure composite de la membrane présentée dans la figure 3.1.1 comporte deux couches d'élastomère (100) renfermant un treillis de renforcement (110) et selon le cas, plusieurs raidisseurs. Les rubans d'attache (115) (flexible et inextensible) qui sortent à travers la couche inférieure relient les extrémités du treillis de renforcement aux extrémités de l'actuateur correspondant (120) par l'intermédiaire des pièces d'attache (116).

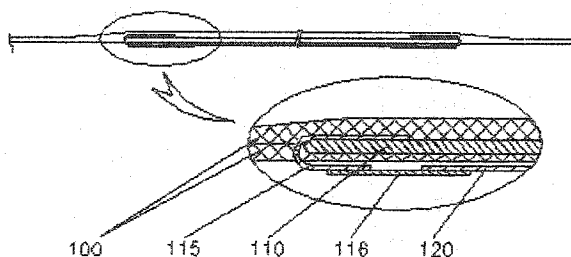
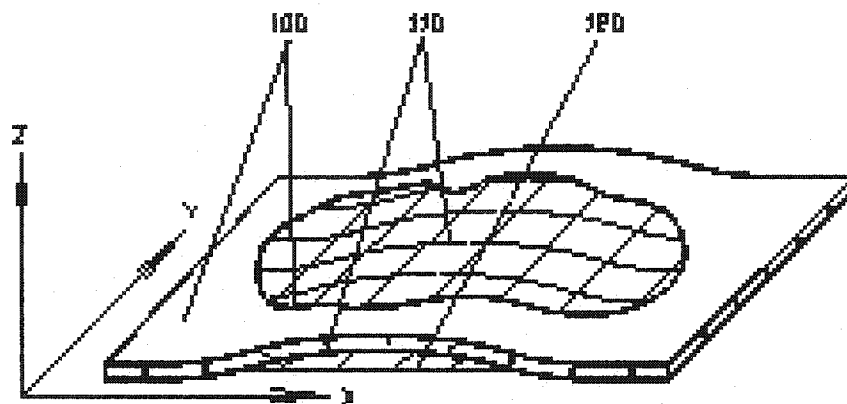


Figure 3.1.1 Structure de la membrane (section longitudinale ; détail)

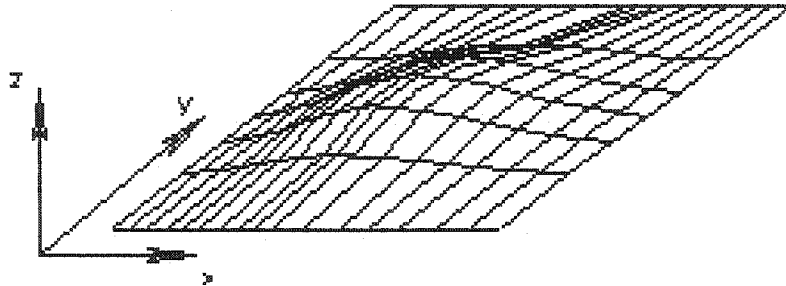
L'actuateur (120) peut être soit mécanique, pneumatique, hydraulique, électromécanique ou encore un actuateur en Alliage à Mémoire de Forme (AMF). Dans le cadre de ce projet, l'actuateur est un fil en AMF.

Lors de l'activation (contraction en direction X) de l'actuateur (120), le treillis de renforcement et/ou les raidisseurs (110) vont fléchir dans la direction de l'axe Z tel qu'illustré à la figure 3.1.2, puisqu'ils sont soumis à travers les attaches (116 dans la figure 3.1.1) à une charge axiale plus grande que leur charge critique de flambage.



**Figure 3.1.2** Activation unidirectionnelle (déformation résultante)

La figure 3.1.3 présente la déformation de la même membrane lorsqu'elle est attachée à un système d'actuateurs comme un treillis en AMF à fils entrecroisés, pouvant assurer par exemple une contraction simultanée suivant deux directions perpendiculaires (directions X et Y respectivement).



**Figure 3.1.3** Activation bidirectionnelle (déformation résultante)

Le treillis de renforcement est une composante très importante du point de vue performances de la membrane. Il remplit les fonctions suivantes :

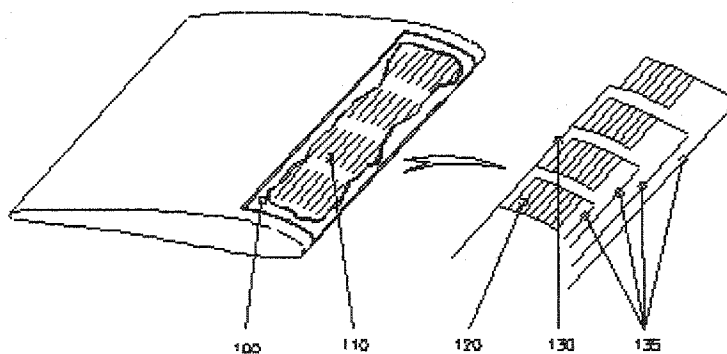
- Uniformise l'état des efforts dans la membrane.  
Grâce à sa forme, les efforts de cisaillement dans la membrane sont nuls ce qui assure une force de rappel uniforme et améliore le comportement en fatigue. Ce fait simplifie aussi le modèle mathématique de la membrane.
- Transfère plus uniformément la charge (dans le cas d'une épaisseur de glace non uniforme).
- Diminue et élimine quasiment l'élasticité du matériau élastomère de la membrane, en préservant seulement la flexibilité de celle-ci, dans la zone renforcée.

Les éléments constitutifs de la membrane décrite en haut (treillis de renforcement, raidisseurs et actuateurs) peuvent être combinés dans une

gamme très large de formes et de configurations. De plus, l'utilisation de la membrane conjointement avec les actuateurs AMF rend ce concept très flexible du point de vue des applications pratiques.

### 3.2 Domaines d'application du concept

L'aéronautique en premier lieu, et plus particulièrement, le dégivrage en vol des ailes des aéronefs de l'aviation générale constituent un des domaines d'application possible du concept de membrane active 3D présentée plus haut. Le système de dégivrage mécanique utilisant la membrane active 3D activée par des actuateurs AMF est présenté à la figure 3.2.1

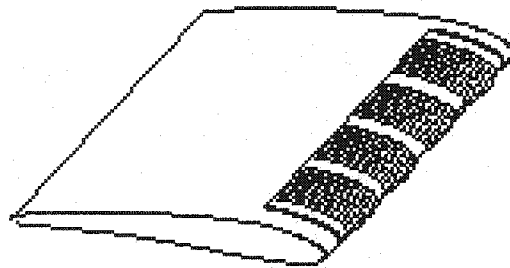


**Figure 3.2.1** Vue simplifiée du système de déglacage à membrane 3D

Les éléments actifs du système de dégivrage à membrane 3D sont les raidisseurs (110) attachés chacun à son propre fil AMF (120). Ils sont disposés le long du bord d'attaque de l'aile et regroupés en groupes indépendants. Chaque groupe est relié à la même source électrique à travers les connexions



individuelles (135) et la connexion commune (130). Les raidisseurs d'un groupe sont simultanément soumis au flambage suite à l'activation de leur groupe d'actuateurs lors de l'échauffement des fils AMF par effet Joule. Cette activation entraîne une déformation locale de la membrane (100). Le treillis de renforcement (non représenté sur les figures), flexible et non - extensible, aide à obtenir une répartition uniforme des contraintes dans la membrane. La **figure 3.2.2** présente la déformation engendrée par la membrane lors d'une activation simultanée de tous les actuateurs.



**Figure 3.2.2** Déformation de la membrane 3D (activation simultanée des actuateurs)

L'avantage essentiel du système de dégivrage analysé ici réside dans le fait qu'il permet l'activation des actuateurs selon une séquence arbitraire. Donc le système est capable de générer une déformation locale dynamique, qui ressemble à une ou plusieurs vagues se propageant le long de l'aile.

### 3.3 Évaluation de la performance

Conformément au paragraphe 2.2.1 du chapitre 2, les contraintes en cisaillement à l'interface de la glace avec la surface - support ont une influence majeure sur les performances d'un système de déglacage mécanique. Ces contraintes de cisaillement sont en relation directe avec la déformation relative entre deux points voisins. Donc, plus grande est la déformation de la surface - support, plus grandes seront les contraintes en cisaillement à l'interface entre la glace et la membrane. De plus, si la déformation est localisée dans une zone restreinte, l'effet est amplifié.

Les solutions actuelles de dégivrage mécanique, qui utilisent sans exception des membranes déformantes, n'assurent qu'une déformation globale d'environ 2 à 3 millimètres sur la longueur de l'aile, dans une direction perpendiculaire à la surface de la membrane. Par contre, le système de dégivrage décrit au paragraphe 3.2 de ce chapitre peut assurer une déformation maximale de 10 à 20 millimètres dans une direction perpendiculaire à la surface de la membrane sur une zone de 150 à 200 millimètres de longueur.

Une autre caractéristique majeure qui distingue la solution présentée par rapport aux solutions existantes est la possibilité de générer les déformations de manière dynamique selon une séquence d'activation régulière, ou même aléatoire si nécessaire, le long de l'aile. Du point de vue de la conception et de la fabrication, on peut constater que le concept de membrane active 3D est très général et peut

couvrir une gamme très large de performances possibles. En considérant que chacun des éléments constitutifs (treillis de renforcement, raidisseur, couche élastomère et actuateur) est disponible seulement avec quatre variantes dimensionnelles (ce qui est une estimation modeste), on obtient  $4^4 = 256$  possibilités de choix. Si l'on envisage seulement deux variantes de matériaux (pour les raidisseurs les couches en polymères et les actionneurs), les possibilités de choix augmentent alors à  $256 \times 2^3 = 2048$ . Donc le concept de membrane active 3D possède une grande flexibilité d'ajustement par rapport aux besoins de diverses applications.

## CHAPITRE 4.

### MODÈLE DE CALCUL DE LA MEMBRANE

Ce calcul sert à évaluer (en terme de force) la capacité d'un fil AMF à assurer la déformation nécessaire pour assurer le dégivrage. Le point de départ de ce calcul est le bilan énergétique du système représenté dans la figure 4.

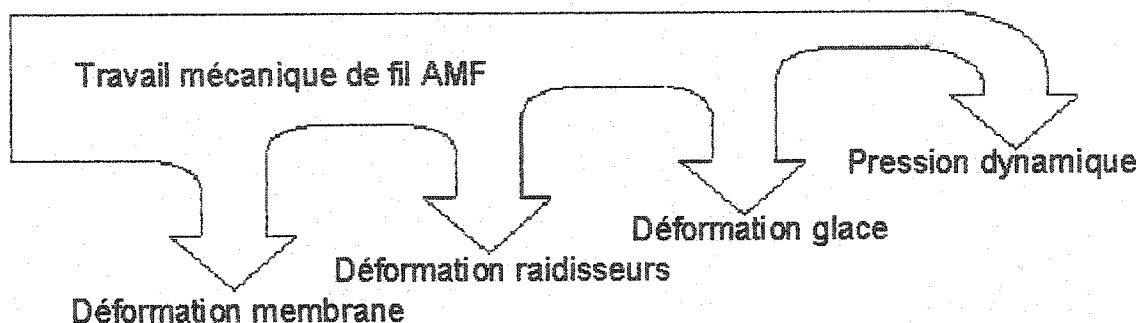


Figure 4 Bilan énergétique du système

Chacune des tâches qui doivent être assurées par le fil AMF (tel qu'illustré par la figure 4) est modélisée et quantifiée dans une section spécifique de ce chapitre.

#### 4.1 Évaluation de l'énergie nécessaire pour vaincre la force élastique de la membrane

Afin d'évaluer l'énergie nécessaire pour vaincre l'élasticité de la membrane, on doit déterminer l'expression des composantes X et Y de la force élastique développée dans la membrane à la suite de la déformation des raidisseurs.

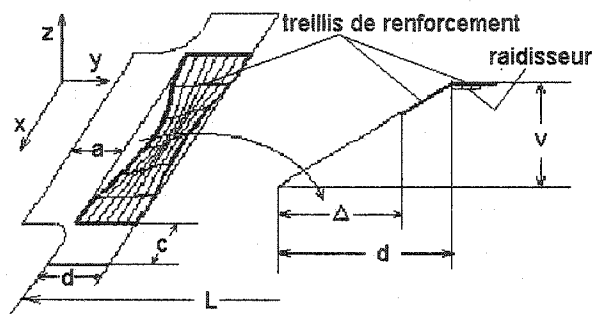
Les hypothèses simplificatrices à la base de ce modèle d'évaluation sont les suivantes :

- La rigidité du treillis de renforcement est négligeable par rapport à celle des raidisseurs.
- La zone renforcée de la membrane est flexible sans être extensible.
- La membrane a une épaisseur constante.
- La force élastique de la membrane ne varie pas le long du raidisseur. À l'état déformé, la valeur de la force élastique dans la direction Y est  $F_0$ , soit la valeur du pré-tensionnement de la membrane.

La dernière hypothèse ci-dessus est nécessaire pour simplifier le modèle mathématique. Elle introduit une contrainte qui peut être satisfaite en utilisant une géométrie spécifique du treillis de renforcement.

#### Géométrie du treillis de renforcement

La géométrie du treillis de renforcement est définie par la fonction  $\Delta(x)$  dont la signification est montrée à la figure 4.1



**Figure 4.1** Schéma du modèle de calcul de l'énergie de déformation

Définition des paramètres :

$a$  est la largeur de la zone non renforcée, parallèlement à la direction Y

$c$  est la largeur de la zone non renforcée, parallèlement à la direction X

$d$  est la distance du raidisseur jusqu'au bord de la zone renforcée

$\Delta$  est la géométrie du bord du treillis de renforcement

$E$  est le module d'élasticité de la membrane

$h$  est l'épaisseur de la membrane

$l_0$  est la longueur non – déformée du raidisseur

$l$  est la longueur de la projection horizontale du raidisseur déformé

$\delta$  est la déformation de la membrane en direction Y

$\varepsilon$  est la déformation relative de la membrane

$\varepsilon_r$  est la déformation relative de l'actuateur

$F_0$  est la force de prétensionnement de la membrane

$v$  est la flèche de la membrane (du raidisseur) à la position courante

$L$  est la longueur dans la direction Y de la zone renforcée de la membrane

L'expression de la déformation relative de la membrane suivant la direction Y est

$$\varepsilon_y = \frac{\delta(x)}{\Delta + a} \quad \text{où} \quad \delta(x) = (a + d) \left( \sqrt{1 + [v(x)/(a + d)]^2} - 1 \right)$$

La contrainte élastique (dans la membrane) qui correspond à cette déformation relative est  $\sigma_y = E\varepsilon_y$ , donc la force élastique en direction Y par l'unité de

longueur suivant la direction X sera  $\bar{F}_y = Eh\varepsilon_y$  et par suite :

$$\bar{F}_y = (a+d)Eh \frac{\sqrt{1+[v(x)/(a+d)]^2} - 1}{a+\Delta} \quad (4.1.1)$$

La géométrie du treillis de renforcement sera déterminée en imposant la condition d'invariance de la force élastique (dernière hypothèse simplificatrice) le long du raidisseur, c'est-à-dire que la différentielle de la force élastique en direction Y est nulle.

Donc l'équation différentielle à résoudre en fonction de  $\Delta(x)$  est  $d\bar{F}_y = 0$ . Après certaines manipulations, on obtient l'expression de la géométrie du treillis de renforcement sous la forme :

$$\Delta(x) = C_1 \left[ \sqrt{1+[v(x)/(a+d)]^2} - 1 \right] - a \quad (4.1.2)$$

Dans cette expression,  $C_1$  est une constante dont la valeur se détermine en imposant, conformément à la dernière hypothèse simplificatrice, la condition;

$\int_0^l \bar{F}_y dx = F_0$ , ce qui mène à la formule

$$C_1 = (a+d) \frac{Ehl}{F_0}$$

et par suite, la géométrie du treillis de renforcement est donnée par la formule

$$\Delta(x) = (a+d) \frac{Ehdl}{F_0} \left[ \sqrt{1+[v(x)/(a+d)]^2} - 1 \right]. \quad (4.1.3)$$

En examinant l'expression de  $\Delta(x)$ , on peut constater que la géométrie du treillis de renforcement dépend de la déformation du raidisseur,  $v(x)$ , et que celle-ci change durant le passage du raidisseur de la déformation zéro à la déformation

finale. Étant donné que la géométrie du treillis ne change pas durant la déformation du raidisseur, la condition introduite par la dernière hypothèse simplificatrice (contrainte constante dans la membrane) est rencontrée seulement dans l'état de déformation finale du raidisseur. D'un point de vue pratique, cette approximation ne représente pas un problème majeur, puisque la formule (4.1.3) est utilisée pour faire l'évaluation globale de l'énergie potentielle de l'actuateur, donc celle-ci peut être corrigée (par excès) à l'aide d'un facteur de correction. Toutefois l'ordre de grandeur de ce facteur de correction reste à être évalué expérimentalement.

#### Énergie potentielle de déformation en direction Y

L'énergie potentielle de déformation de l'unité de longueur (en direction X) de la membrane est,  $\bar{E}_p^y = \frac{1}{2} k_y \delta^2(x)$ , où  $k_y = \frac{Eh}{a + \Delta}$  (voir annexe : calcul du coefficient d'élasticité à partir du module d'élasticité et paramètres géométriques) est la constante élastique de la membrane rapportée à la longueur  $l$  de la projection horizontale du raidisseur déformé, donc :

$$E_p^y = \int_0^l \bar{E}_p^y dx = \frac{1}{2} \int_0^l \frac{Eh}{a + \Delta} (a + d)^2 [\sqrt{1 + [v(x)/(a + d)]^2} - 1]^2 dx \quad (4.1.4)$$

Le remplacement de la formule (4.1.3) dans (4.1.4) mène, après certaines manipulations, à l'expression de l'énergie potentielle de déformation dans la direction Y de la membrane :



$$E_p^y = F_0(d+a) \left( \frac{1}{2l} \int_0^l \sqrt{1 + [v(x)/(a+d)]^2} dx - 1 \right) \quad (4.1.5)$$

### Énergie potentielle de déformation en direction X

L'énergie potentielle de déformation suivant la direction X de la membrane est

$$E_p^x = \frac{1}{2} k_x u^2 \quad (4.1.6)$$

où  $u$  est la déformation de la membrane (à ses extrémités non renforcées) en direction X. Cette déformation est  $u = l_0 - l = l_0 \varepsilon_r$ , et  $k_x$  est le coefficient d'élasticité de la membrane suivant la même direction X dont la valeur est

$k_x = \frac{ELh}{2c}$ . En remplaçant les expressions de la déformation et du coefficient

d'élasticité dans la formule (4.1.6), on obtient

$$E_p^x = \frac{1}{2} \frac{ELh}{2c} (l_0 \varepsilon_r)^2 \quad (4.1.7)$$

### Énergie potentielle de déformation totale de la membrane

Puisqu'on a deux extrémités pour chaque direction, l'énergie potentielle totale de déformation élastique de la membrane sera  $E_p^m = 2(\bar{E}_p^y + \bar{E}_p^x)$ , dont la forme

finale est :

$$E_p^m = F_0(a+d) \left[ \frac{1}{l} \int_0^l \sqrt{1 + [v(x)/(a+d)]^2} dx - 1 \right] + \frac{1}{2} \frac{ELh}{c} (l_0 \varepsilon_r)^2 \quad (4.1.8)$$

Dans cette formule, la fonction de déformation  $v(x)$  de la membrane doit être connue.

#### 4.2 Évaluation de l'énergie nécessaire pour la déformation élastique en flambage des raidisseurs

Les hypothèses simplificatrices adoptées dans cette démarche sont les suivantes :

- Les raidisseurs sont soumis simultanément à la même charge axiale.
- La section transversale ne varie pas le long du raidisseur.
- La rigidité de la membrane et du treillis de renforcement est négligeable par rapport à la rigidité du raidisseur.
- Le raidisseur est articulé aux extrémités.

##### Énergie potentielle de déformation élastique des raidisseurs

Cette démarche est fondée sur la théorie de déformation en flexion des poutres.

##### Définition des paramètres :

- $EI_z$  est la rigidité du raidisseur en flexion
- $v$  est la flèche du raidisseur (de la membrane) à la position courante
- $v_0$  est la flèche au milieu du raidisseur
- $n$  est le nombre des raidisseurs dans la membrane
- $l$  est la longueur de la projection horizontale du raidisseur déformé

L'énergie potentielle de déformation (en flexion) d'une poutre est :

$$E_p = \frac{1}{2} \int_0^l EI_z \left( \frac{d^2 v(x)}{dx^2} \right)^2 dx \quad (4.2.1)$$

En considérant, dans une première approximation, que la déformation du raidisseur est définie par une fonction polynomiale de la forme :

$$v(x) = \frac{16}{5} v_0 \left[ \left( \frac{x}{l} \right)^4 - 2 \left( \frac{x}{l} \right)^3 + \left( \frac{x}{l} \right) \right] \quad (4.2.2)$$

(voir annexe conditions frontières) on obtient, après quelques manipulations, l'expression de l'énergie potentielle de déformation de n raidisseurs :

$$E_p^r = 24.576 \frac{nv_0^2}{l^3} EI_z \quad (4.2.3)$$

La fonction polynomiale (4.2.2), ci-après appelée fonction de déformation, est une approximation de la déformation en flambage libre des poutres, qui introduit une erreur de moins de 1.5% par rapport à la solution exacte (voir dernier paragraphe du chapitre 5) qui est une fonction sinusoïdale.

#### 4.3 Évaluation de l'énergie nécessaire pour la déformation en flexion de la couche de glace

Les hypothèses simplificatrices qui définissent le cadre de cette évaluation sont les suivantes :

- La couche de glace a la même épaisseur sur toute la surface de la membrane.

- L'adhérence de la couche de glace est uniforme sur toute la surface de la membrane.
- La couche de glace et la membrane se comportent en flexion comme une plaque mince de rigidité équivalente.

### Énergie potentielle de déformation en flexion de la couche de glace

Puisque l'épaisseur de la couche de glace à enlever se situe dans la plage de 1 à 3 mm et la déformation de la membrane est symétrique, l'approche de la déformation cylindrique d'une plaque mince sera suivie dans cette section.

### Définition des paramètres

$L$  est la longueur de la zone recouverte par la glace

$E$  est le module d'élasticité (glace ou membrane)

$t$  est l'épaisseur des couches (glace ou membrane)

$g$  est l'indice de la glace

$m$  est l'indice de la membrane

L'énergie potentielle de déformation cylindrique des plaques minces est :

$$E_p^p = \Phi \frac{1}{2} \int_0^l \left[ (EI_z)_{eq} \left( \frac{d^2 v(x)}{dx^2} \right)^2 \right] dx \quad (4.3.1) \quad \text{où}$$

$\Phi = \frac{1}{1-\nu^2}$  est le facteur de correction pour la déformation des plaques [7],

$\nu$  est le coefficient de Poisson pour la glace et  $v(x)$  est la fonction de déformation définie à la section 4.2

$$(EI_z)_{eq} = \frac{Lt_m^3 t_g E_m E_g}{12(t_g E_g + t_m E_m)} k \quad (4.3.2)$$

$$k = 4 + 6 \frac{t_g}{t_m} + 4 \left( \frac{t_g}{t_m} \right)^2 + \frac{E_g}{E_m} \left( \frac{t_g}{t_m} \right)^3 + \frac{E_m t_m}{E_g t_g} \quad (4.3.3)$$

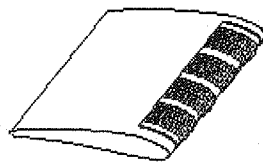
En combinant les formules (4.3.1) et (4.2.2), on obtient :

$$E_p^g = 24.5764 \Phi \frac{V_0^2}{l^3} (EI_z)_{eq} \quad (4.3.4)$$

Les formules (4.3.2) et (4.3.3) ont été obtenues par une approche similaire à celle suivie dans le cas d'une plaque bimétallique [1].

#### 4.4 Évaluation de l'énergie nécessaire pour vaincre la pression dynamique de l'air

La configuration de calcul est présentée à la figure 4.4 ci-dessous.



**Figure 4.4** Configuration de calcul de la pression dynamique de l'air

Les hypothèses simplificatrices posées pour cette évaluation sont les suivantes :

- Le coefficient de traînée est considéré par rapport à la surface frontale maximale de l'aile.

- La pression dynamique n'a pas une direction privilégiée, c'est-à-dire qu'on considère que la membrane est soumise à une pression statique ayant la valeur de la pression dynamique.
- La force due à la pression dynamique est uniformément distribuée le long des raidisseurs.

### Énergie potentielle de déformation

L'approche est fondée sur l'évaluation du travail mécanique nécessaire pour déplacer les points d'application des forces aérodynamiques.

### Définition des paramètres :

$C_x$  est le coefficient de traînée

$\rho$  est la densité de l'air

$w$  est la vitesse de vol de l'avion

L'expression de la pression dynamique qui agit sur un objet placé dans un écoulement d'air est

$$P_d = \frac{1}{2} C_x \rho w^2 \quad (4.4.1)$$

Dû à cette pression, chaque raidisseur est soumis à une charge transversale uniformément distribuée, le long de ce dernier, dont la valeur est  $f = \frac{P_d S}{nl_0}$  par unité de longueur du raidisseur. Le travail mécanique élémentaire du raidisseur

contre cette force, lors de son passage de l'état non déformé à l'état déformé, est

$dE_p = v(x) f dx$  qui, par intégration le long du raidisseur mène à l'expression

$$E_p^d = \frac{1}{2} C_x \rho w^2 \frac{Ll_0}{n} \int_0^l v(x) dx \quad (4.4.2)$$

En utilisant l'expression de la fonction de déformation du raidisseur de la formule (4.2.2), on obtient finalement, pour  $n$  raidisseurs, la valeur de l'énergie nécessaire pour vaincre la pression dynamique de l'air :

$$E_p^d = 1.12(1 - \varepsilon_r) v_0 C_x \rho w^2 Ll_0 \quad (4.4.3)$$

#### 4.5 Évaluation de la force axiale de flambement

Ce calcul constitue le point de départ de la procédure de dimensionnement du système de déglçage à membrane active 3D. Il est fondé sur le bilan énergétique présenté dans la figure 4 de ce chapitre, dont les composantes sont définie par les formules (4.1.7), (4.2.3), (4.3.4) et (4.4.3) respectivement.

Le schéma de calcul de l'énergie potentielle pour un raidisseur est explicité à la figure 4.5.

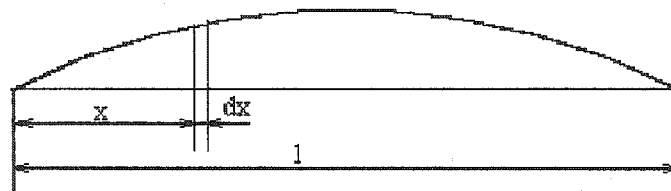


Figure 4.5 Configuration du calcul de la force axiale de flambement

Les hypothèses simplificatrices qui définissent le cadre de cette évaluation sont les suivantes :

- La force axiale est appliquée de manière statique, donc les forces d'inertie sont négligeables.
- La force axiale est appliquée aux extrémités des raidisseurs dans le plan horizontal.
- La force axiale développée par l'actuateur est constante durant la contraction de ce dernier.
- Le travail mécanique de l'actuateur est égal à l'énergie de déformation de la membrane.

Définition des paramètres :

$E_p$  est l'énergie potentielle de déformation de la membrane

$\varepsilon_r$  est la contraction relative de l'actuateur

$F_a$  est la force axiale développée par l'actuateur

Soit  $u = l_0 \varepsilon_r$  le déplacement de la force axiale développée par l'actuateur lors de son activation et  $E_p = E_p^m + E_p^r + E_p^g + E_p^d$  l'énergie totale de déformation de la membrane qui inclut les énergies de déformation de la membrane, des raidisseurs, de la glace et l'énergie nécessaire pour vaincre la pression dynamique de l'air. Conformément à la dernière hypothèse, on a  $F_a u = E_p$  et par suite :



$$F_a = \frac{E_p}{l_0 \varepsilon_r} \quad (4.5.1)$$

Les paramètres  $l_0$  et  $l$  (longueurs non - déformée et déformée de l'actuateur) ne sont pas indépendants. Ils sont reliés l'un à l'autre par la relation de compatibilité géométrique, qui exprime que la longueur du raidisseur reste constante pendant la déformation de la membrane :

$$l_0 = \int_0^l \sqrt{1 + \left( \frac{dv(x)}{dx} \right)^2} dx \quad (4.5.2)$$

Dans la section 4.2 de ce chapitre, la fonction de déformation du raidisseur a été définie comme une fonction polynomiale (formule 4.2.2). Cette fonction polynomiale est une approximation acceptable par rapport à la solution exacte sinusoïdale de la déformation en flambage libre des poutres, mais elle ne représente pas complètement le phénomène réel, puisque les forces de rappel élastiques de la membrane empêchent le flambage libre des raidisseurs. Donc on doit trouver une fonction de déformation plus proche de la situation réelle.

#### 4.6 Calcul de la fonction de déformation du raidisseur

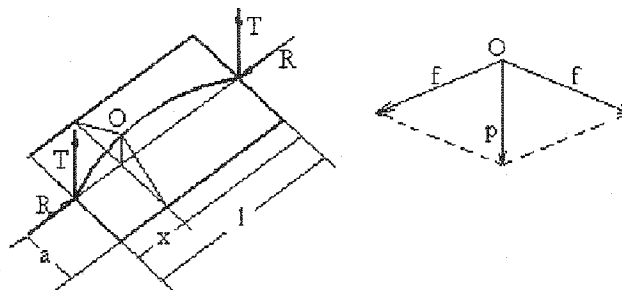
Lors de la déformation du raidisseur, la réaction de la membrane génère une force distribuée le long de ce dernier. Cette force est due à l'élasticité de la membrane et sa valeur locale est en relation directe avec la valeur locale de la flèche du raidisseur. Puisque l'élasticité de la membrane (la force réactive qui s'oppose à la déformation) et la force axiale de l'actuateur (la force active qui

gène la déformation) ont des actions contraires, la fonction de déformation du raidisseur sera déterminée à partir d'une condition d'équilibre statique des forces transversales (actives et réactives) distribuées le long de celui-ci.

Les hypothèses simplificatrices qui définissent le cadre de cette évaluation sont les suivantes :

- Les efforts en cisaillement dans la membrane sont nuls.
- L'épaisseur de la membrane est constante.
- La zone renforcée de la membrane est non – extensible et parfaitement flexible.
- La membrane comporte un seul raidisseur et elle est activée par un seul actuateur.
- La force active est la force équivalente, constante et uniformément distribuée le long du raidisseur, qui génère une déformation identique à la déformation en flambage libre du raidisseur sous la charge axiale appliquée.
- Les rives de la membrane sont fixées à la surface - support.

Les paramètres définissant le schéma de calcul sont présentés à la figure 4.6.



**Figure 4.6** Schéma de calcul de la fonction de déformation du raidisseur

Calcul de la fonction de déformation

Le point de départ de cette approche est l'équation d'équilibre statique des forces transversales (actives et réactives), distribuées le long du raidisseur.

Définition des paramètres :

- $v$  est la fonction de déformation du raidisseur
- $w$  est la fonction de déformation en flambage libre du raidisseur
- $w_0$  est la valeur maximale de la déformation en flambage libre
- $EI_z$  est la rigidité du raidisseur
- $T$  est la réaction verticale aux extrémités du raidisseur
- $R$  est la force axiale de flambage
- $R_{cr}$  est la force critique de flambage
- $p$  est la réaction de la membrane (force réactive distribuée le long du raidisseur)
- $q$  est la force transversale équivalente (force active)
- $l$  est la longueur de la projection horizontale du raidisseur après déformation

Conformément à l'avant dernière hypothèse, la force active est la force équivalente transversale qui génère une déformation identique à la déformation en flambage libre du raidisseur, donc elle est définie par la formule :

$$q = EI_z \frac{d^4 w(x)}{dx^4} \quad (4.6.1)$$

où  $w(x)$  est la fonction de déformation en flambage libre du raidisseur de la formule (4.2.2). Si on introduit cette dernière formule dans l'équation (4.6.1), on obtient l'expression de la force active équivalente sous la forme :

$$q = 76.8EI_z \frac{w_0}{l^4} \quad (4.6.2)$$

Si on introduit cette expression dans l'équation d'équilibre statique du raidisseur, qui est  $EI_z \frac{d^4v(x)}{dx^4} = q - p$ , on obtient

$$EI_z \frac{d^4v(x)}{dx^4} = 76.8EI_z \frac{w_0}{l^4} - p.$$

Après certaines manipulations, on obtient l'équation différentielle de la déformation du raidisseur en flambage sous contraintes transversales sous la forme :

$$\frac{d^4\bar{v}(r)}{dr^4} + 4\beta^4 l^3 = 76.8\bar{w}_0 \quad (4.6.3)$$

où

$$\beta = \sqrt[4]{\frac{p}{4EI_z}} ; r = \frac{x}{l} ; \quad \bar{v} = \frac{v}{l} ; \quad \text{et } \bar{w}_0 = \frac{w_0}{l}$$

Les conditions frontières de l'équation (4.6.3) exprimant que le raidisseur est articulé à ses extrémités (aux extrémités les forces résultantes qui agissent sur le raidisseur sont tangentes à ce dernier), ce qui se traduit par :

$$(1) \quad \text{pour } x=0 \qquad (2) \quad \text{pour } x=l \qquad (4.6.4)$$

$$v(0) = 0 :$$

$$v(l) = 0 :$$

$$\left. \frac{d^3 \bar{v}}{dr^3} \right|_{r=0} = -\pi^2 \Psi \left. \frac{d\bar{v}}{dr} \right|_{r=0}$$

$$\left. \frac{d^3 \bar{v}}{dr^3} \right|_{r=l} = \pi^2 \Psi \left. \frac{d\bar{v}}{dr} \right|_{r=l}$$

où  $\Psi = R/R_{cr}$  est le rapport entre la force axiale générée par l'actuateur et la force critique de flambement du raidisseur (voir ANNEXE A).

### Calcul de la force réactive $p$

L'expression de la force réactive en fonction de la force élastique élémentaire

(force  $f$  de la figure 4.6) est  $p = 2f \cos \alpha$ . Puisque  $\cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{1 + \tan^2 \alpha}}$  et  $\tan \alpha = \frac{a}{v}$ ,

on obtient :

$$p = 2f \frac{\bar{v}(r)}{\bar{a}} \sqrt{\frac{1}{1 + [\bar{v}(r)/\bar{a}]^2}} \quad (4.6.5)$$

$$\text{où } \bar{v} = \frac{v}{l} \quad \bar{a} = \frac{a}{l} \quad \text{et } f = \frac{F_0}{l}$$

On peut constater que la formule (4.6.5) confirme la conclusion de la section (4.1) de ce chapitre, c'est-à-dire qu'il n'existe aucune géométrie du treillis de renforcement capable d'assurer une réaction parfaitement constante de la membrane. Il faut donc se contenter d'une géométrie qui assure au moins des efforts de cisaillement nuls dans la membrane dans son état final de déformation. L'équation (4.6.3) avec les formules (4.6.5) et (4.5.2) ainsi que les conditions frontières (4.6.3) définissent complètement la fonction de déformation du raidisseur sous l'effet de contraintes transversales de nature élastique.

Afin de créer un outil de calcul pratique de la membrane, les équations du modèle mathématique décrit plus haut seront résolues selon une procédure de calcul itérative. Cette procédure est décrite dans la section suivante.

#### 4.7 Procédure de calcul de la membrane

La procédure de calcul de la membrane repose sur le modèle mathématique présenté dans ce chapitre. Il s'agit d'une procédure itérative conçue afin de calculer la force axiale minimale que doit développer l'actuateur AMF aux extrémités de raidisseur, pour que la membrane soit capable d'accomplir toutes ses tâches. Pour simplifier les calculs, on n'impose pas de valeur spécifique pour la longueur non déformée du raidisseur. Cette valeur résultera automatiquement de la procédure itérative. Les étapes détaillées de la procédure sont présentées ici-bas :

- On impose toutes les dimensions géométriques des composantes de la membrane, sauf la longueur non déformée du raidisseur.
- On considère une valeur au – dessus de l'unité pour le paramètre  $\Psi$  et on calcule la valeur de la force axiale  $R = R_{cr} \Psi$ .
- À l'aide de la condition de compatibilité géométrique de la formule (4.5.2) et de la formule (4.5.1), on calcule la flèche maximale  $w_0$  de la déformation en flambage libre du raidisseur et par suite, la charge transversale

$$\text{équivalente } q = 76.8EI_z \frac{w_0}{l^4}.$$

- On considère une valeur pour la force unitaire de prétensionnement de la membrane  $f$ , qui sera utilisée dans l'expression de la réaction de la membrane selon la formule (4.6.5).
- À partir de l'équation (4.6.3) et ses conditions limites (4.6.4) on détermine l'expression de la fonction de déformation du raidisseur.
- La longueur  $l_0$  du raidisseur résultera de la condition de compatibilité géométrique, formule (4.5.2), ce qui permet de calculer la valeur de la force de prétensionnement  $F_0 = l_0 f$ .
- On calcule la géométrie du treillis de renforcement avec la formule (4.1.3), et par suite les composantes du bilan énergétique suivant les formules (4.17), (4.2.1), (4.3.1) et (4.4.2) respectivement.
- On calcule la force axiale nécessaire pour faire flamber la membrane à l'aide de la formule (4.5.1) et on la compare avec la valeur de départ. Si la nouvelle valeur calculée ne rencontre pas le critère de précision de calcul  $\varepsilon_c$  imposé au départ, on reprend la procédure présentée ci - dessus avec la dernière valeur calculée de la force axiale, en gardant les mêmes valeurs de  $l$  et de  $f$ .

## CHAPITRE 5.

### MODÈLE ALTERNATIF DE CALCUL DE LA MEMBRANE

Puisque l'équation différentielle (4.6.3) avec ses conditions frontières est une équation non – linéaire qui contient des termes aux puissances fractionnaires, elle n'est pas un instrument facile à utiliser pour des évaluations pratiques de la membrane. En considérant de plus la formule exacte de la déformation en fonction du moment résultant, soit  $\frac{v''}{[1+(v')^2]^{3/2}} = \frac{M}{EI}$ , on constate que ce modèle mathématique est encore plus complexe et plus lourd.

Un modèle mathématique alternatif, fondé sur l'utilisation des fonctions de déformation de type polynomiales et sur le bilan énergétique, permet de contourner les difficultés et la complexité du modèle décrit en haut. La méthode de calcul repose sur le théorème de Castigliano généralisé (principe de l'énergie potentielle complémentaire) et sur les hypothèses simplificatrices présentées dans le paragraphe 4.6.

La méthode comporte deux étapes. Dans la première, on utilise la formule exacte de la déformation en fonction du moment résultant  $(\frac{v''}{[1+(v')^2]^{3/2}} = \frac{M}{EI})$ , pour déterminer la fonction de déformation de type polynomiale (du quatrième degré) qui satisfait à la fois aux conditions frontières spécifiques du flambage symétrique libre du raidisseur et à la condition de compatibilité géométrique de la formule (4.5.2). Dans la deuxième étape, on détermine la fonction de



déformation toujours polynomiale (de quatrième ou cinquième degré) rencontrant à la fois :

- Les conditions frontières spécifiques au flambage symétrique sous contraintes tranchantes,
- Le critère de compatibilité géométrique,
- Le bilan énergétique du système.

### 5.1 Calcul de la fonction de déformation en flambage libre symétrique (première étape)

Le point de départ de cette première étape est la fonction polynomiale du quatrième degré ayant la forme :

$$v(r) = l(k_1 r^4 + k_2 r^3 + k_3 r^2 + k_4 r + k_5) \quad (5.1.1)$$

où  $v$  est la déformation courante du raidisseur

$l$  est la projection horizontale du raidisseur déformé

$r = \frac{x}{l}$  est la coordonnée normalisée du point courant

Les constantes  $k_i$ ,  $i=1$  à  $5$  se déterminent à partir des conditions frontières suivantes :

- $v(0) = v(1) = 0$  déformation nulle aux extrémités du raidisseur,
- $v'(0) = -v'(1) = -T$  pentes symétriques aux extrémités du raidisseur,
- $v'(1/2) = 0$  flèche maximale au milieu du raidisseur,

➤  $\frac{1}{1-\varepsilon} = \int_0^l \sqrt{1+(v')^2} dr$  condition de compatibilité géométrique qui exprime

que la longueur du raidisseur reste constante pendant la déformation.

Dans cette expression,  $\varepsilon = \frac{l_0 - l}{l_0}$  est le déplacement relatif de l'extrémité du

raidisseur du à la force axiale générée par l'actuateur.

En faisant les calculs, on obtient l'expression de la fonction de déformation en flambage libre symétrique du raidisseur en fonction seulement des pentes aux extrémités de ce dernier sous la forme suivante :

$$v(r) = l_0(1-\varepsilon)T(r^4 - 2r^3 + r) \quad (5.1.2)$$

La condition de compatibilité géométrique permet de déterminer de manière univoque la pente  $T$  et donc la fonction déformation qui rencontre tous les critères géométriques imposés (respectivement  $\varepsilon$  et  $l_0$ ).

*Calcul de l'énergie potentielle de déformation :*

La formule de l'énergie potentielle de déformation est :  $E_p = \frac{1}{2EI} \int_0^l M^2 dx$  où  $EI$

est la rigidité du raidisseur et  $M$  le moment résultant agissant sur ceci. La formule exacte du moment en fonction de la géométrie de la déformation

est  $\frac{M}{EI} = \frac{v''}{(1+v'^2)^{3/2}}$ . En remplaçant cette expression dans la formule de l'énergie

potentielle de déformation on obtient :

$$E_p = \frac{EI}{2} \int_0^l \left[ \frac{v''(x)}{(1+v'(x)^2)^{3/2}} \right]^2 dx$$

Si on applique le changement de variable définie par  $r = \frac{x}{l}$ , on aboutit après certaines manipulations à l'expression de l'énergie potentielle de déformation en coordonnées normalisées

$$E_p = \frac{EI}{2l} \int_0^1 \frac{(v''(r))^2}{(1+v'(r)^2)^3} dr \quad (5.1.3)$$

À cette étape, on peut calculer la valeur de l'énergie potentielle de déformation à l'aide de la formule (5.1.3) en utilisant la méthode d'intégration numérique de Simpson, par exemple, puisque tous les termes qui interviennent dans l'expression (5.1.3) sont connus, soit respectivement :

$$\begin{aligned} v(r) &= l_0(1-\varepsilon)k_1(T)(k_2r^4 + k_3r^3 + k_4Tr) \\ v'(r) &= k_1(T)(4k_2r^3 + 6k_3r^2 + k_4T) \\ v''(r) &= 12 \frac{k_1(T)}{l_0(1-\varepsilon)}(k_2r^2 + k_3r) \end{aligned} \quad (5.1.4)$$

En divisant la valeur de l'énergie potentielle par la valeur du déplacement de l'extrémité du raidisseur  $l_0\varepsilon$ , on obtient la fraction  $P_{a1}$  de la force axiale appliquée, qui génère la déformation en flambage libre. La force  $P_{a2} = P_a - P_{a1}$  est la fraction de la force totale appliquée  $P_a$ , qui est nécessaire pour assurer la déformation en flambage contre les forces tranchantes contraires, appelés forces réactives dans la section 4.6 du chapitre 4. Puisque les forces réactives dépendent de la géométrie du raidisseur déformé, cette géométrie est

déterminante pour le calcul des paramètres géométriques de la membrane. La procédure de calcul de cette géométrie est présentée ci-après, dans la deuxième étape de ce modèle alternatif.

## 5.2 Calcul de la fonction de déformation en flambage sous contrainte (deuxième étape)

La procédure de calcul repose sur le principe de la superposition.

En vertu de ce principe, la fonction de déformation du raidisseur est la somme de la fonction de déformation du raidisseur en flambage libre symétrique de la formule (5.1.2) et la fonction de déformation  $\bar{v}(r)$  du même raidisseur sous les charges tranchantes qui agissent seules sur le raidisseur. La forme de la fonction de déformation  $\bar{v}(r)$  dépend de la nature de la charge tranchante. Pour une charge concentrée, il s'agit d'une fonction polynomiale du troisième degré, du quatrième degré pour une charge uniformément distribuée et du cinquième degré pour une distribution linéaire de la charge tranchante.

Si la charge tranchante concentrée est appliquée au centre du raidisseur, alors la fonction de déformation correspondante est une fonction polynomiale de troisième degré sous la forme :

$$\bar{v}(r) = l_0(1-\varepsilon)C_1(T)(C_2 r^3 + C_3 T r) \quad (5.1.5)$$

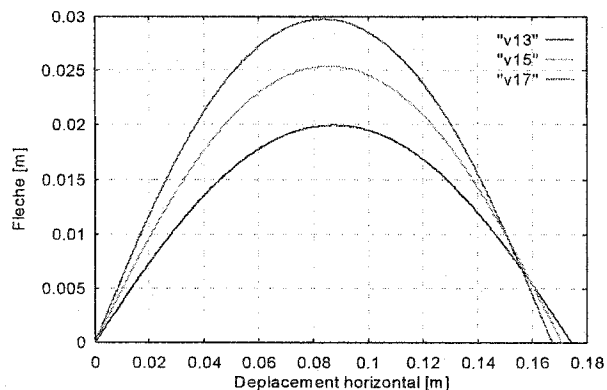
La fonction de déformation résultante est la somme des fonctions (5.1.5) et (5.1.4) soit  $V_{\Sigma}(r) = v(r) + \bar{v}(r)$ . Après quelques manipulations sur les coefficients

$k_i$  et  $C_i$ , on obtient les nouveaux coefficients  $\bar{k}_i$  pour lesquels la fonction de déformation  $V_\Sigma$  rencontre toutes les conditions frontières imposées. Donc  $V_\Sigma$  aura la forme :

$$V_\Sigma(r) = l_0(1-\varepsilon)\bar{k}_1(T)(\bar{k}_2 r^4 + \bar{k}_3 r^3 + \bar{k}_4 r) \quad (5.1.6)$$

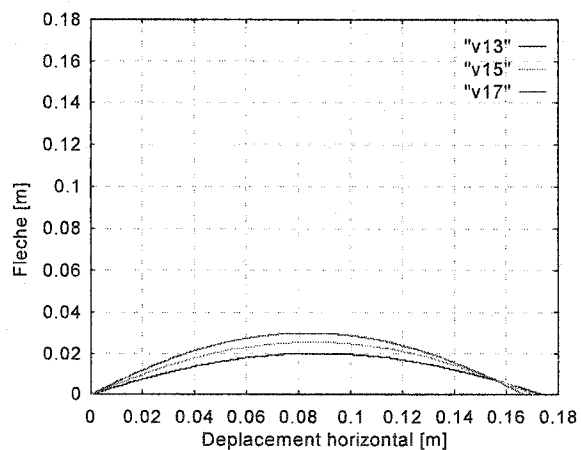
Puisque le coefficient  $\bar{k}_3$  dépend de la valeur de la charge concentrée, la formule (5.1.7) définit une famille de fonctions de déformations compatibles avec les conditions frontières et avec la condition de compatibilité géométrique définie par les valeurs de  $l_0$  et  $\varepsilon$ . Pour choisir la fonction de déformation qui définit la situation réelle, on utilise (pour déterminer la valeur du coefficient  $\bar{k}_3$ ) un critère de sélection fondé sur le bilan énergétique, c'est-à-dire que l'énergie potentielle de déformation du raidisseur, dont la déformation est définie par la fonction de déformation recherchée, doit entrer dans le bilan énergétique du système, ce qui se traduit mathématiquement par l'expression  $E_p = (P_a - P_{a1})l_0\varepsilon$ . On a obtenu donc une condition supplémentaire qui permet de déterminer de manière univoque la valeur du coefficient  $\bar{k}_3$ . À cette fin, on peut utiliser par exemple la méthode numérique de la dichotomie.

Les diagrammes ci-dessous présentent les déformations d'un même raidisseur soumis à différentes charges concentrées, quand l'actuateur génère un déplacement relatif de 3, de 5 et respectivement de 7%.



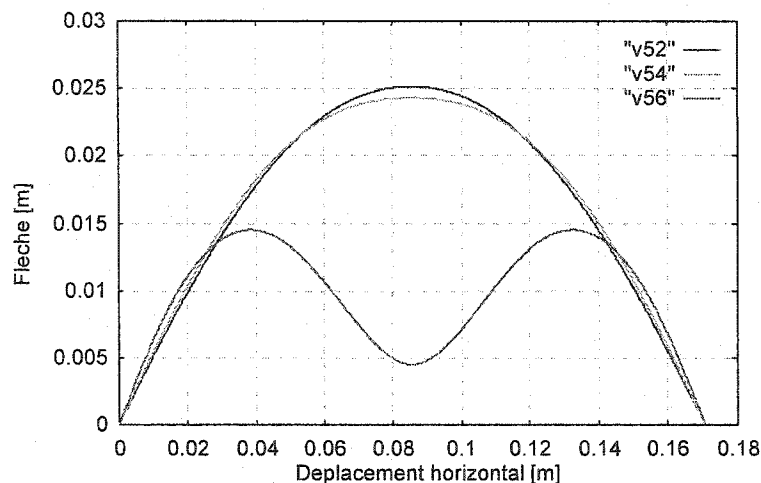
**Figure 5.1.0** Déformation en flambage libre symétrique du raidisseur.

Le diagramme dans la figure 5.1.0 présente les résultats de la première étape de calcul. On peut constater que la flèche maximale de la déformation du raidisseur augmente quand le déplacement relatif généré par l'actuateur augmente.



**Figure 5.1.1** Déformation en flambage libre symétrique du raidisseur.

La figure 5.1.1 présente la même situation que la figure 5.1.0 à la seule différence que cette fois-ci, afin d'avoir une représentation plus réaliste de la déformation du raidisseur, on a utilisé la même échelle pour les deux axes.



**Figure 5.2.0** Déformation du raidisseur en flambage symétrique sous une charge concentrée.

Les situations dans la figure 5.2.0 correspondent aux rapports charge concentrée sur force active équivalente (voir dernière hypothèse du paragraphe 4.6 du chapitre 4) de 0.2, 0.4 et respectivement 0.6, quand l'actuateur génère un déplacement relatif de 5%.

On peut constater sur la figure 5.2.1 ci – dessous que par rapport à la figure 5.1.0 la flèche maximale du raidisseur diminue quand la charge concentrée augmente de 0 à 0.4 fois la force active équivalente. Pour une valeur de la charge concentrée de 0.6 fois la force active équivalente, la courbure du raidisseur change de signe au point d'application de la charge, fait constaté d'ailleurs expérimentalement.

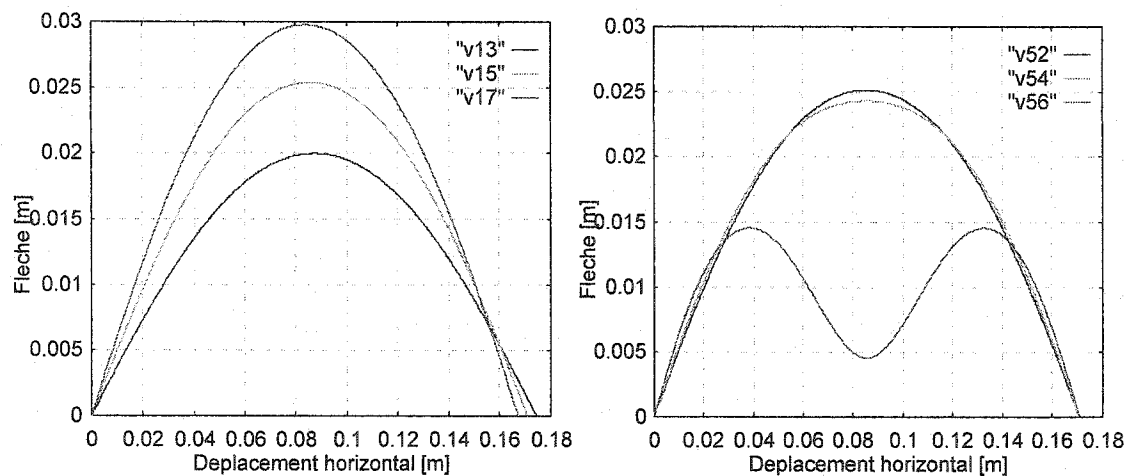


Figure 5.2.1 Raidisseur non - chargé (à gauche) Raidisseur chargé (à droite)

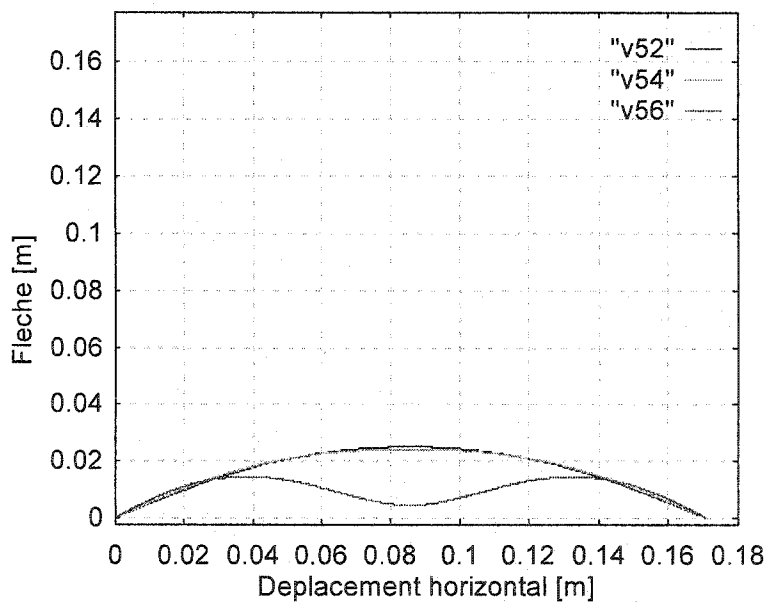


Figure 5.2.2 Déformation du raidisseur en flambage symétrique sous une charge concentré (échelles égales sur les deux axes)



### 5.3 Évaluation de la précision de la méthode

L'hypothèse simplificatrice majeure la plus éloignée de la situation réelle, sur laquelle repose cette méthode de calcul, est le fait d'avoir considéré une fonction de déformation de type polynomiale comme fonction de déformation en flambage libre symétrique du raidisseur. Donc, avant de conclure sur l'applicabilité de la méthode, on doit évaluer de manière précise la valeur absolue de l'erreur introduite par cette hypothèse. À cette fin, nous avons calculé la variation de la force axiale en fonction du déplacement relatif de l'extrémité du raidisseur, à l'aide de la formule exacte de la flèche d'une poutre articulée aux extrémités et soumise à une charge axiale  $P = \varphi P_{cr}$  ( $P_{cr}$  étant la charge critique de flambage) [7] :

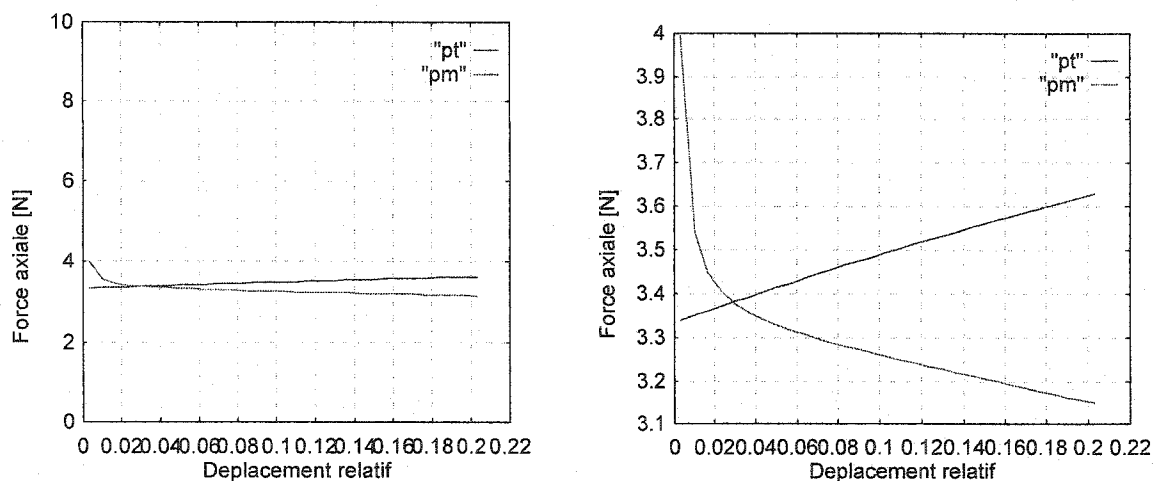
$$\delta = l_0 \frac{\sqrt{8}}{\pi} \sqrt{\varphi - 1} \left( 1 - \frac{1}{8}(1 - \varphi) \right) \quad (5.1.7)$$

et à partir de la formule  $P = \frac{E_p}{l_0 \varepsilon}$  dans laquelle l'énergie potentielle  $E_p$  est :

$$E_p = \frac{EI}{2l} \int_0^l \frac{(v''(r))^2}{(1 + v'(r)^2)^3} dr$$

Le critère de similitude choisi lors de ce calcul comparatif est  $\frac{\delta}{l_0} = \text{idem}$ .

Les résultats de ce calcul sont présentés sous forme de diagramme dans la figure 5.3 qui suit.



**Figure 5.3** Variation de la charge axiale en fonction du déplacement relatif

On peut constater, sur le diagramme de gauche, que les valeurs calculées rentrent dans une enveloppe de tolérance de - 2% à 5% pour la plage de déplacements relatifs de 2% à 8%. Quant au diagramme de droite, on peut constater que pour un déplacement relatif de 3% la méthode proposée est exacte. Puisque la plage utile de travail (du point de vue de la fatigue) d'un actuateur AMF est de 2% à 6%, on peut conclure que la méthode proposée rencontre le critère de précision généralement utilisé en génie mécanique, qui est de  $\pm 3\%$ .

## CHAPITRE 6.

### MODÈLE EXPÉRIMENTAL ET ANALYSE DES RÉSULTATS

Avant de pouvoir être appliqué au calcul de la membrane, le modèle mathématique décrit au chapitre précédent doit être validé par des résultats expérimentaux. Donc, ce chapitre est dédié à la validation du modèle de calcul de la fonction de déformation du raidisseur. Puisque la complexité de la situation réelle de fonctionnement de la membrane ne permet pas de déterminer la solution exacte par une approche analytique, on vise aussi par cette analyse une évaluation de la précision de la méthode alternative de résolution décrit dans le chapitre 5. Afin d'obtenir les données expérimentales nécessaires à une telle analyse, on utilise le montage simplifié présenté dans les figures 6. Les résultats théoriques pour la configuration d'essais ont été calculés à partir du modèle mathématique décrit au chapitre précédent.

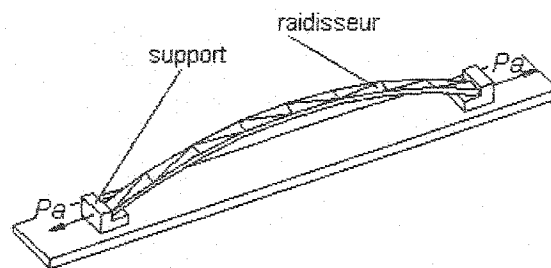


Figure 6.1 Montage d'essai

Les essais ont été conduits sur un raidisseur fabriqué en acier ressort dont les caractéristiques sont :

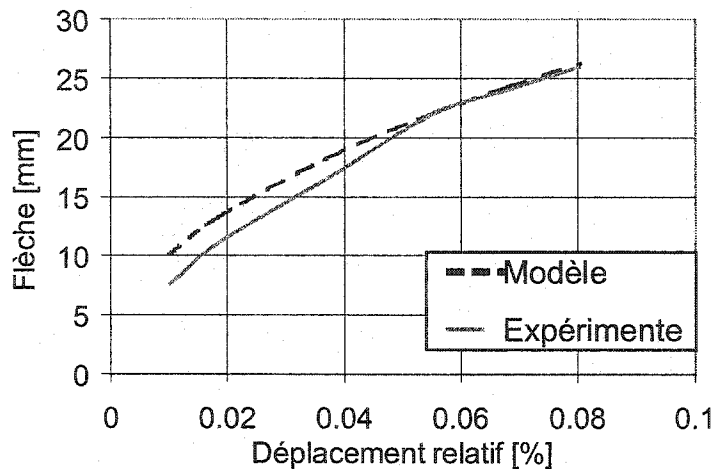
- Module d'élasticité :  $E = 210 \times 10^3$  [Mpa]
- Longueur :  $L_0 = 148.84$  [mm]
- Largeur :  $l = 5.64$  [mm]
- Épaisseur :  $h = 0.54$  [mm]

Le tableau suivant centralise les résultats de calcul et de l'essai :

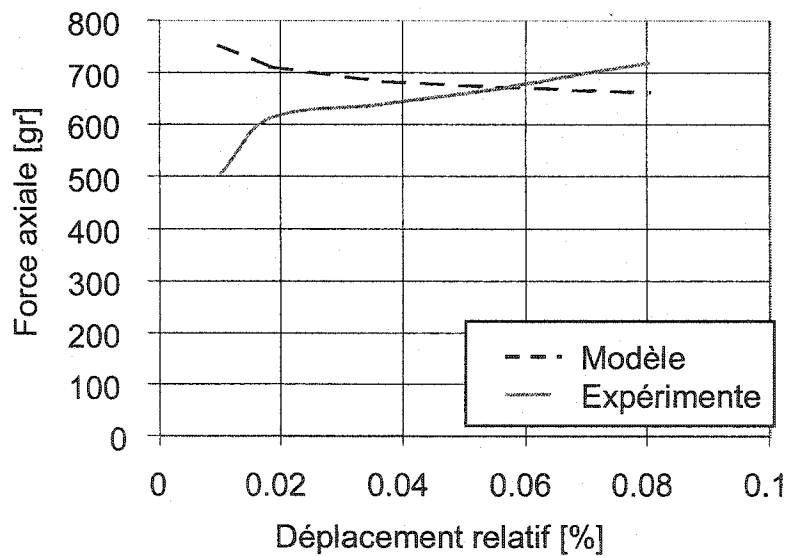
Déplacement relatif [%]		Flèche au milieu du porté		Charge axiale	
		Valeur [mm]	Erreur [%]	Valeur [gr]	Erreur [%]
0.010078	Calcul	10.0375	0.00	753.4590	0.00
	Expérimente	7.5	25.27	502.2400	33.3421
0.018476 2	Calcul	13.18686	0.00	711.7014	0.00
	Expérimente	11.00	16.584	610.6900	14.1929
0.055428	Calcul	22.0463	0.00	672.7660	0.00
	Expérimente	22.00	0.211	669.3400	0.5092
0.080623 5	Calcul	26.2620	0.00	663.0386	0.00
	Expérimente	26.00	0.997	719.3400	-8.4914

**Tableau 6.1** Résultats de calcul et de l'essai

Les diagrammes suivants, construits à partir des mêmes résultats, pressentent la variation de la flèche maximale du raidisseur et de la force axiale requise versus la contraction relative de l'actuateur.



**Figure 6.2** Flèche maximale versus la contraction relative du raidisseur



**Figure 6.3** Force axiale versus la contraction relative du raidisseur

Dans les diagrammes les valeurs calculées sont représentées par les lignes pointillées.

Puisque le nombre de valeurs d'essai disponible est trop petit pour faire une analyse de la dispersion de résultats et puisqu'elles ont été obtenues sur une machine d'essai non certifiée, elles ont été représentées tel qu'obtenu.

Malgré ce fait on peut constater que les résultats expérimentaux confirment les conclusions du chapitre précédent quant à la précision du modèle mathématique alternatif.

## CHAPITRE 7.

### FABRICATION DU MODÈLE EXPERIMENTAL

Pour démontrer la validité du concept de membrane active 3D, un modèle expérimental a été construit. Malgré le fait qu'aucun calcul n'ait été réalisé au préalable, la membrane est capable de se débarrasser de couches de glace ayant des épaisseurs de 0.5 à 6 millimètres. Ce fait vient de valider le potentiel du concept d'une part, et de confirmer la conclusion du dernier paragraphe de la section 3.3 du chapitre 3 concernant la gamme très large de ses performances potentielles d'autre part.

#### 7.1 Fabrication du raidisseur

Tel que décrit dans la section 3.1 du chapitre 3, la membrane comporte un sous-ensemble raidisseur (position 110 dans la figure 3.1.1) ci-après appelé simplement raidisseur. Pour le fabriquer, des rubans en acier ressort de 0.5 millimètres d'épaisseur, ont été soudés par points conformément à la figure 7.1. Les languettes flexibles (non-extensibles) qui correspondent à la position 115 dans la figure 3.1.1, sont collées sur la surface supérieure du raidisseur avec une résine de type époxyde. Ces languettes vont assurer la liaison mécanique du raidisseur avec l'actuateur.

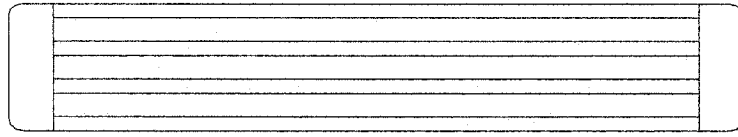
## **7.2 Fabrication des couches de la membrane**

Conformément au concept de la membrane active 3D décrit au paragraphe 3.1, le raidisseur doit être positionné à l'intérieur d'une membrane élastique. À cette fin, deux couches élastiques (position 100 dans la figure 3.1.1) ont été fabriquées par vulcanisation (à 150°C pendant une heure) à partir de deux feuilles en caoutchouc siliconique non cuites de 0.7 millimètres d'épaisseur. Pour chaque languette, un trou de sortie a été pratiqué dans la couche inférieure. La couche supérieure (figure 7.3) a été taillée selon la forme du treillis de renforcement (figure 7.2), mais avec des dimensions légèrement plus grandes.

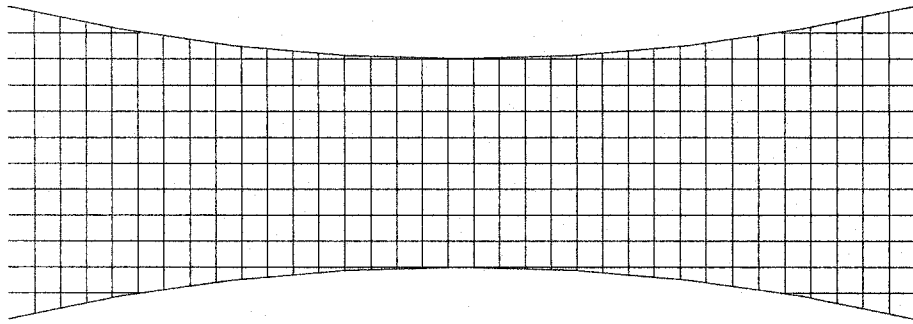
## **7.3 Assemblage de la membrane**

Après avoir positionné le raidisseur et le treillis de renforcement sur la couche inférieure, la couche supérieure a été collée sur cette dernière de manière à envelopper le raidisseur et le treillis. Tous les paramètres technologiques de fabrication, tels que durée et température de vulcanisation, recette de la colle, durée de séchage, etc. se retrouvent dans les fiches de spécification du produit fournies par D'AIRCRAFT PRODUCT INC. (voir ANNEXE C).

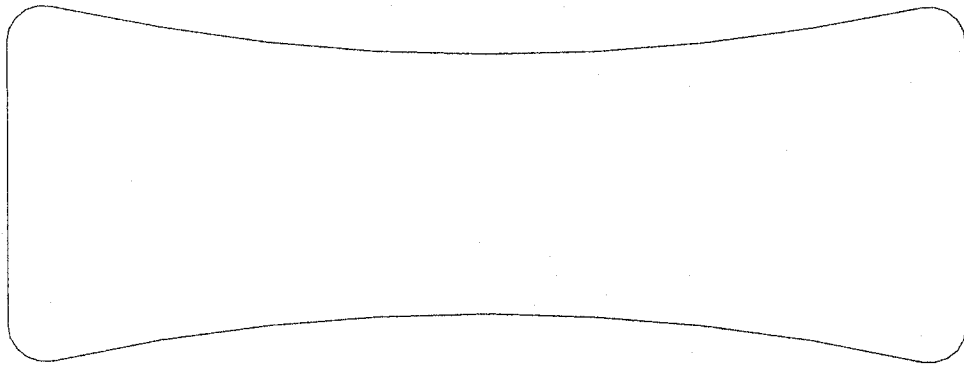




**Figure 7.1** Sous - ensemble raidisseur



**Figure 7.2** Treillis de renforcement



**Figure 7.3** Couche supérieure de la membrane

## CHAPITRE 8.

### ANALYSE EXPÉRIMENTALE DE LA GLACE

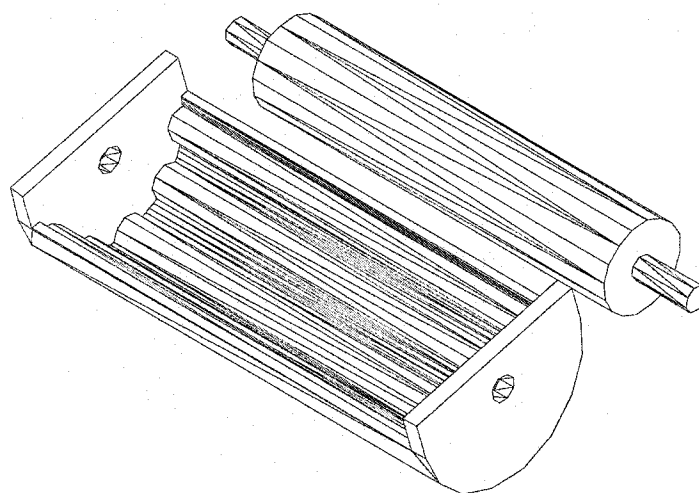
Le paramètre le plus important pour évaluer la performance d'un système de déglçage est la valeur minimale de l'épaisseur de la couche de glace qui peut être enlevée par ce dernier. Dans le paragraphe 2.2.1 (section 2.2, chapitre 2), ce paramètre a été défini comme *l'épaisseur critique* de la couche de glace, qui est un paramètre spécifique à chaque type de dispositif de dégivrage, puisqu'il ne dépend pas seulement des caractéristiques mécaniques de la glace, mais aussi des caractéristiques du système.

Le modèle mathématique décrit dans le chapitre 4, et plus particulièrement la procédure de calcul présentée dans le chapitre 5 permet d'évaluer *l'épaisseur critique*, et donc la performance du système de dégivrage à membrane active 3D, à la condition de connaître les caractéristiques mécaniques de la glace, soit le module d'élasticité, la contrainte d'adhésion à la surface de la membrane, la contrainte de rupture (en flexion) et le coefficient du Poisson.

Dans les publications sur les caractéristiques de la glace, il existe une grande dispersion sur ces valeurs en fonction du type de glace et des conditions d'essais. Pour obtenir des résultats satisfaisants lors de l'utilisation de la procédure de calcul proposée, il est absolument nécessaire de disposer des caractéristiques mécaniques expérimentales de la glace, déterminées dans des conditions aussi proches que possible de la situation réelle de fonctionnement de

la membrane. Puisque la caractéristique mécanique la plus importante est la contrainte d'adhésion de la glace sur la surface de la membrane, ce paramètre doit être déterminé de manière représentative et aussi précise que possible.

À cette fin, on doit utiliser un dispositif d'essai dont le principe est montré dans la figure 8.1.



**Figure 8.1** Dispositif d'essai pour déterminer la contrainte d'adhésion de la glace

Le dispositif permet un contrôle précis du niveau d'eau dans la rigole, donc permet de déterminer la grandeur de la zone d'adhérence de la glace, suite à la cristallisation de l'eau à la surface du tambour. La valeur du couple qui fait tourner le tambour sur ses supports dans la rigole donne une indication quantitative directement reliée à la valeur de la contrainte d'adhésion de la glace sur la surface du tambour.

## CONCLUSION

Le concept de la membrane active 3D présentée et analysée dans ce document s'avère être un concept très prometteur. La grande flexibilité de ce concept (voir le dernier paragraphe du chapitre 3) ainsi que la simplicité du modèle de calcul présenté dans le chapitre 5 le rend très utile dans la conception et dans la fabrication de nombreuses applications dans les différents domaines de la technique. Le système de déglçage mécanique analysé en détail dans ce projet de maîtrise est un exemple. Cette solution de déglçage qui utilise la membrane active 3D conjointement avec des actuateurs AMF est, à date, la seule qui peut générer (suite à une séquence d'activation appropriée) une déformation dynamique sous la forme d'une vague se propageant le long du bord d'attaque de l'aile.

Le même principe de déglçage mécanique peut être adapté pour les pales des générateurs éoliens. Dans ce cas l'activation de la membrane peut être assurée par un système mécanique utilisant l'énergie du vent. Puisque actuellement la seule protection de générateurs éoliens contre le givre est le chauffage électrique des pales, l'utilisation de la membrane active 3D comme protection contre le givre conduira à une augmentation notable de la production d'énergie électrique, de générateurs fonctionnant dans des conditions de givre.

Si la section transversale de raidisseurs à l'intérieur de la membrane n'est pas constante la déformation engendrée par la membrane suite à l'activation n'est plus symétrique. Donc on a un degré de liberté de plus pour concevoir des

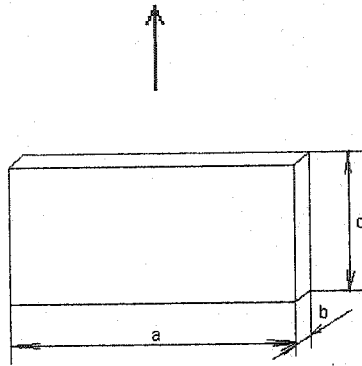
applications rencontrant des exigences spécifiques. Une telle application peut être un système de contrôle de la portance des profils aérodynamiques. Dans ce cas la membrane est appliquée sur l'entière surface supérieure de l'aile. Suite à l'activation, la déformation de la membrane change la courbure supérieure de l'aile et donc tout l'écoulement aérodynamique autour du profil de l'aile. De plus une membrane active 3D conçue et dimensionnée de manière appropriée peut générer, à partir de l'aile support, une famille des ailes suite à une activation graduelle. Donc l'aile qui s'adapte aux conditions du vol n'est plus une utopie ni un défi technique, si elle repose sur le concept de membrane active 3D.

## RÉFÉRENCES

- [1] GERARDI, J.J., R.B., CATARELLA, R.A. Wind tunnel test results for a shape memory alloy based de-icing system for aircraft, American Helicopter Society International Icing Symposium 1995, Montreal, Canada.
- [2] INGRAM, R.B., GERARDI, J.J., Shape Memory Alloy De-Icing Technology, International Patent pending, PCT/US95/07165.
- [3] LOWELL J. ADAMS, Deicer Assembly utilizing Shaped Memory Metals, US Patent No. 5,558,304/Sep.24, 1996.
- [4] S. CORA, Shape Memory Alloy Actuated, Three Dimensional Active Composite Material Technology, Canadian Patent Application No. 2.192.243 / December 6, 1996.
- [5] KAREN HENRY, Atmospheric Icing of Transmission Lines, Cold Regions Technical Digest No. 87-2, March 1987.
- [6] S. THOMAS, R. CASSONI, C. MacARTHUR, Aircraft Anti-Icing and Deicing Techniques and Modeling, AIAA 96-0390, 34<sup>th</sup> Aerospace Sciences Meeting & Exhibit, January 15-18, 1996 / Reno, NV, US.
- [7] S. TIMOSHENKO, Strength of Materials (second edition), New York 1942.
- [8] ROARK and JANKINS, Roark's Formulas for Stress and Strain, 6<sup>th</sup> edition New York, 1989.

## ANNEXE A

➤ Expression du coefficient d'élasticité à partir du module d'élasticité :



Soit le corps élastique de la figure ci joint, ayant le module d'élasticité  $E$  et soumis à une force de traction en direction de la flèche.

Le contrainte unitaire due à la force de traction est :  $\sigma = E \frac{\Delta c}{c}$

Puisque la force est  $F = s\sigma$  (où  $s = ab$ ) on obtient :

$$F = E \frac{ab}{c} \Delta c$$

L'expression de la force élastique est  $F = k_{el} \Delta c$ .

Si on compare les deux expressions de la même force on arrive à l'expression du coefficient d'élasticité en fonction du module d'élasticité et de paramètres géométriques, soit :

$$k_{el} = E \frac{ab}{c}$$



➤ Formule 4.2.2

Une fonction polynomiale peut être considérée comme une fonction de déformation d'une poutre seulement si elle satisfait aux conditions frontières spécifiques, qui dépendent de l'état de chargement de la poutre et du type de liaisons de celle-ci.

Dans le cas d'une poutre articulée aux extrémités et soumise à une charge uniformément distribuée, la fonction polynomiale qui peut représenter plus ou moins précisément les déformations, est la fonction polynomiale de quatrième degré, respectivement :

$$v(x) = k_1 x^4 + k_2 x^3 + k_3 x^2 + k_4 x + k_5.$$

Si on applique le changement de variable  $r = \frac{x}{l}$ , la même fonction peut être réécrite en coordonnées normalisées sous la forme :

$$v(r) = v_0 (\bar{k}_1 r^4 + \bar{k}_2 r^3 + \bar{k}_3 r^2 + \bar{k}_4 r + \bar{k}_5)$$

où la variable  $r$  varie de 0 à 1.

Les conditions frontières qui s'appliquent dans ce cas et qui mènent à la formule 4.2.2 sont les suivantes :

- |                                      |                                  |
|--------------------------------------|----------------------------------|
| 1) $v(0) = v(1) = 0$                 | déformation nulle aux extrémités |
| 2) $v\left(\frac{1}{2}\right) = v_0$ | flèche au milieu de la portée    |
| 3) $v'(0) = -v'(1) = T$              | la déformation est symétrique    |

➤ Conditions frontières (formules 4.6.4)

Dans cette situation la pente aux extrémités de la poutre déformée satisfait à la relation :

$$\left. \frac{dv(x)}{dx} \right|_{x=0} = \frac{V}{H}$$

où V est la composante verticale de la réaction qui agit dans l'articulation et H est la composante horizontale de la même réaction.

L'expression de la force tranchante à l'extrémité de la poutre est :

$$V = EI \left. \frac{d^3v(x)}{dx^3} \right|_{x=0}$$

En remplaçant la formule de la force tranchante dans la formule de la pente on obtient :

$$\left. \frac{d^3v(x)}{dx^3} \right|_{x=0} = \frac{V}{EI} \left. \frac{dv(x)}{dx} \right|_{x=0} = \frac{H\pi^2}{\pi^2 \frac{EI}{l_0^2}} \left. \frac{dv(x)}{dx} \right|_{x=0}$$

Puisque  $P_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{l_0^2}$  on obtient :

$$l_0^2 \left. \frac{d^3v(x)}{dx^3} \right|_{x=0} = \frac{H\pi^2}{P_{cr}} \left. \frac{dv(x)}{dx} \right|_{x=0}$$

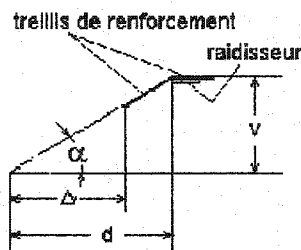
Après le passage au coordonné normalisé  $r = \frac{x}{l_0}$  on obtient :

$$\left. \frac{d^3\bar{v}(r)}{dr^3} \right|_{x=0} = \pi^2 \Psi \left. \frac{d\bar{v}(r)}{dr} \right|_{x=0} \quad \text{où } \Psi = \frac{H}{P_{cr}}$$

## ANNEXE B

## Exemple d'utilisation du modèle de calcul alternatif

Le point de départ de ce calcul est l'évaluation approximative (par excès) de la charge réactive développée par la membrane élastique lors de la déformation du raidisseur. Les paramètres de calcul de cette charge sont définis dans la figure ci-dessous.



L'expression du coefficient d'élasticité de la membrane est :  $k_{el} = E_m \frac{\delta}{\Delta} l_0$  où

$E_m$  est le module d'élasticité de la membrane,  $\delta$  est l'épaisseur de celle-ci et  $l_0$  est la longueur du raidisseur. Après quelque manipulation on obtient l'expression de la force élastique unitaire dans la membrane de chaque côté du raidisseur,

soit :

$$F_{el} = E_{el} \delta \frac{1 - \cos \alpha}{\cos \alpha}$$

La résultante verticale de ces forces élastiques est  $F_{el}^v = 2F_{el} \sin \alpha$ , ce qui mène finalement à l'expression de la charge réactive générée par la membrane lors de la déformation du raidisseur soit :

$$F_{el}^v = 2E_m \delta (1 - \cos \alpha) \operatorname{tg} \alpha$$

Pour ce qui suite on va considérer que la charge réactive de la membrane est constante le long du raidisseur et sa valeur est  $\bar{F} = \max(F_{el}^v)$ . Cette approximation simplifie le model de calcule et mène à une charge tranchante uniformément distribuée dont la valeur est :

$$\bar{F} = 2E_m \delta \frac{v_{\max}}{d}$$

où  $v_{\max}$  est la flèche aux milieu du raidisseur.

On utilisant la procédure de calcule décrite dans le chapitre 5 on obtient l'expression de la fonction de déformation du raidisseur soit :

$$v(r) = k_1 k_2^3 l_0 (1 - k_3) \left( r^3 - \frac{1}{2} \frac{r^4}{k_2} \right) + Tr$$

dans laquelle les coefficients sont :

$$k_1 = -\frac{4T}{k_2(1 - k_3)(3k_2 - 1)}$$

$$k_2 = 1 - \varepsilon$$

$$k_3 = \frac{\bar{F}}{q_0}$$

où  $\varepsilon$  est la contraction relative de l'actuateur,  $q_0$  est la charge équivalente uniformément distribuée qui génère le flambage libre symétrique du raidisseur,  $\bar{F}$  est la force tranchante réactive (uniformément distribuée) de la membrane et  $T$  est la pente à l'extrémité du raidisseur.

Le calcul a été fait pour une couche de glace de 100 mm de largeur, 200 mm de longueur (la longueur non - déformé du raidisseur) et 6 mm d'épaisseur en considérant trois sortes de matériaux pour la membrane, soit SMC 650, SMC 730 et SMC 950 (voir l'ANNEXE C).

### Donnés de départ

➤ Membrane :	Module d'élasticité	
	• SMC 650	$E_m = 1.45 [MPa]$
	• SMC 730	$E_m = 0.9665 [MPa]$
	• SMC 950	$E_m = 2.2781 [MPa]$
	Longueur	$0.2 [m] + 2a$
	Largeur	$0.1 [m] + 2b$
	Épaisseur	$0.002 [m]$
➤ Raidisseur	Module d'élasticité	$E_r = 210 \cdot 10^3 [MPa]$
	Longueur	$0.2 [m]$
	Largeur	$0.005 [m]$
	Épaisseur	$0.0005 [m]$
	Nombre des raidisseurs	5
➤ Glace	Module d'élasticité	$E_g = 10 [MPa]$

	Longueur	0.2 [m]
	Largeur	0.1 [m]
	Épaisseur	0.006 [m]
➤ Actuateur AMF	Contrainte active	$\sigma_a = 150 [MPa]$
	Contrainte de rappel	$\sigma_r = 100 [MPa]$
	Longueur	0.2 [m]
	Épaisseur	0.0005 [m]

La rigidité de la membrane est négligeable par rapport à la rigidité de la couche de glace ou des raidisseurs, donc la rigidité équivalente du système sera calculée à partir de rigidités de la glace et de raidisseurs à l'aide de formules :

$$(EI_z)_{eq} = \frac{L t_m^3 t_g E_m E_g}{12(t_g E_g + t_m E_m)} k \quad (4.3.2)$$

$$k = 4 + 6 \frac{t_g}{t_m} + 4 \left( \frac{t_g}{t_m} \right)^2 + \frac{E_g}{E_m} \left( \frac{t_g}{t_m} \right)^3 + \frac{E_m t_m}{E_g t_g} \quad (4.3.3)$$

Pour satisfaire aux conditions de ces formules on doit remplacer les cinq raidisseurs par un seul élément ayant la rigidité égale à la rigidité de raidisseurs (considères ensemble) et la surface égale à la surface de la couche de glace, ce qui mène à la formule :

$$t_m = t_r \sqrt[3]{n \frac{l_r}{l_m}}$$

où  $l_r = 5 [mm]$ ,  $l_m = 100 [mm]$  et  $n = 5$ . On obtient finalement  $t_m = 0.315 [mm]$ .

Dans les formules 4.3.2 et 4.3.3 actualisées,  $g$  est l'indice de la glace et  $m$  est l'indice du raidisseur équivalent. On faisant les calculs on obtient la valeur de la rigidité équivalente du système :  $(EI_z)_{eq} = 0.13246 [Nm^2]$ .

Les résultats du calcul fait à l'aide d'un logiciel conçue à cette fin sont présentées dans les tableaux ici bas.

$k_3$	$k_1$	$E_p [Nm]$	$q_0 [N/m]$	$\bar{F} [N/m]$
0.1	0.8455	0.2253	168.001	16.800
0.2	0.9512	0.2535	189.002	37.800
0.3	1.0871	0.2897	216.002	64.801
0.4	1.2683	0.3380	252.002	100.801
0.5	1.5220	0.4056	302.402	151.201
0.6	1.9025	0.5070	377.993	226.796
0.7	2.5366	0.6760	504.004	352.803
0.8	3.8049	1.0140	756.006	604.805
0.9	7.6099	2.0280	1512.012	1360.811

$k_3$	$P_a [N]$	$b [mm]$		
		SMC 730	SMC 650	SMC 950
0.1	37.5550	237.8659	291.4314	365.4238
0.2	42.2494	158.3628	194.1122	243.4758
0.3	48.2850	120.7420	148.0839	185.8204
0.4	56.3325	96.5862	118.5483	148.8412
0.5	67.5990	78.6098	96.5866	121.3617
0.6	84.4988	63.8800	78.6111	98.8895
0.7	118.6650	50.8165	62.6951	79.0176
0.8	168.9976	38.2206	47.3872	59.9455
0.9	337.9951	24.3981	30.6561	39.1848

$k_3$	$l_{AMF} [mm]$	$P_r [N]$	$a [mm]$		
			SMC 730	SMC 650	SMC 950
0.1	1.5022	18.7775	15.4410	23.1600	36.3960
0.2	1.6900	21.1247	13.7250	20.5877	32.3520
0.3	1.9314	24.1425	12.0090	18.0143	28.3081
0.4	2.2533	28.1663	10.2940	15.4410	24.2640
0.5	2.7040	33.7995	8.5780	12.8673	20.2200
0.6	3.3800	42.2494	6.8600	10.2939	16.1760
0.7	4.7500	65.3325	4.4379	6.6569	10.4607
0.8	6.7600	84.4988	3.4300	5.1469	8.0880
0.9	13.5200	168.9977	1.7150	2.5735	4.0440



Les zones ombragées dans les deux derniers tableaux définissent une configuration techniquement fiable pour un système de déglçage qui utilise le concept de la membrane 3D conjointement avec les actuateurs en AMF. Les paramètres géométriques  $b$  et  $a$  (largeurs de bords non – renforcés de la membrane), qui déterminent la force réactive de la membrane et la force de rappel pour l'actuateur, ont des valeurs techniquement compatibles avec la largeur  $l_{AMF}$  de l'actuateur. Donc il est possible, suite à un calcul d'optimisation, de trouver une solution faisable pour une situation réelle.

## ANNEXE C

### SMC 730 SILICONE RUBBER

#### GENERAL DESCRIPTION

SMC 730 is a silicone rubber compound available as calendered sheet stock (cured and uncured), extruded shapes, and pre-catalyzed slabs. SMC 730 features:

- Low durometer
- Low modulus
- High elongation
- High tear strength
- High tensile strength
- Abrasion resistance
- Suitable for continuous cycling to 400F\*
- Easy to repair

#### APPLICATIONS

SMC 730 is suitable for use as vacuum bags, caul plates, bladders, and mandrels, etc., typically used in the production of advanced composites.

## TYPICAL CURED PROPERTIES

Color	Translucent	
Specific Gravity	ASTM D792	1.10
Hardness (Shore A)	ASTM D224	30
Tensile Strength (psi)	ASTM D412	1000
Elongation (%)	ASTM D412	750
Tear Strength (pli) Die B	ASTM D624	150
Linear C.T.E. (in/in/OF)	ASTM D2214	1.75x10 <sup>-4</sup>
Modulus (@ 100% elongation)	140 psi	
Compression Set (22 hours @ 350F) (%)	ASTM D395	35
Service Temperature (F)	-65 to 400*	

## PROCESSING

SMC 730 is supplied as either cured\* or uncured calendered sheet stock ranging in thickness from 0.030" to 0.250".

SMC 730 is also available in extruded shapes and precatalyzed slabs for compression molding.

Curing: In order to crosslink the polymer and optimize the physical properties of uncured SMC 730, the recommended cure cycle is; 1 hour minimum dwell @

290F 10, 14-60 psi, for thickness up to 0.250". (Add 45 minutes for each additional 0.250").

Post cure @ 25F above cycle temperature for 2 hours minimum.

Regardless of curing process, it is advisable that a path be created for the volatile components to escape by using a release cloth such as Armalon or nylon fabric. If not removed, these by-products will lead to reversion.

Uncured SMC 730 can be formed to a variety of shapes prior to curing resulting in a form-fitting membrane often referred to as a conformal vacuum bag or caul sheet, greatly increasing the transfer of pressure to sharp radii and other difficult areas when producing composite parts. For detailed manufacturing process request D Aircraft Products "Conformal Vacuum Bag Construction Manual."

SMC 730 is formulated to accommodate subsequent bonding operations and to facilitate ease of repair when necessary. The following process is recommended:

The surface must be free from contaminants, i.e., dirt, oil, grease, etc. Clean the surface by wiping with a suitable solvent.

Apply uncured SMC 730 or DAPCO 3640 to bond or repair area. Using a roller, apply moderate pressure to ensure intimate contact.

Cure per recommended schedule.

\*D Aircraft Products' standard manufacturing processing includes a post cure of 425F which conditions SMC 730 to be suitable for continuous thermal cycling up to 400F.

#### STORAGE AND HANDLING

Cured SMC 730 - store in a cool, dry place, free from contamination.

Uncured SMC 730 - Store @ 0F. Keep polyethylene film attached to minimize exposure.

#### SAFETY

Exercise good housekeeping practices. When curing uncured SMC 730, the work area should be well ventilated. Prolonged direct exposure to fumes should be avoided. Material Safety Data Sheets available upon request.

SMC 650 is a silicone rubber compound available as calendered sheet stock (cured and uncured), extruded shapes, and pre-catalyzed slabs.

## SMC 650 SILICONE RUBBER

### GENERAL DESCRIPTION

SMC 650 features:

High tensile strength

High elongation

High tear strength

Abrasion resistance

Suitable for continuous cycling to 400F\*

Easy to repair

Can be supplied reinforced (cured or uncured)

Meets ZZ-R-765C, Class 2A Grade 50

### APPLICATIONS

SMC 650 is suitable for use as vacuum bags, caul plates, bladders, and mandrels, etc., typically used in the production of advanced composites.

### TYPICAL CURED PROPERTIES

Color		Yellow
Specific Gravity	ASTM D792	1.18
Hardness (Shore A)	ASTM D224	50

Tensile Strength (psi)	ASTM D412	1200
Elongation (%)	ASTM D412	500
Tear Strength (pli)	ASTM D624	200 Die B
Linear C.T.E. (in/in/0F)	ASTM D2214	1.49x10 <sup>-4</sup>
Modulus (@ 100% elongation)		210 (psi)
Compression Set (22 hours @ 350F)	ASTM D395	35%
Service Temperature (F)		-65 to 400*

## PROCESSING

SMC 650 is supplied as either cured\* or uncured calendered sheet stock ranging in thickness from 0.030" to 0.250".

SMC 650 is also available in extruded shapes and precatyzed slabs for compression molding.

Curing: In order to crosslink the polymer and optimize the physical properties of uncured SMC 650, the recommended cure cycle is: 1 hour minimum dwell @ 290F 10, 14-60 psi, for thickness up to 0.250". (Add 45 minutes for each additional 0.250")

Post cure @ 25F above cycle temperature for 2 hours minimum

Regardless of curing process, it is advisable that a path be created for the volatile components to escape by using a release cloth such as Armalon or nylon fabric. If not removed, these by-products will lead to reversion.

Uncured SMC 650 can be formed to a variety of shapes prior to curing resulting in a form-fitting membrane often referred to as a conformal vacuum bag or caul sheet, greatly increasing the transfer of pressure to sharp radii and other difficult areas when producing composite parts. For detailed manufacturing process request D Aircraft Products "Conformal Vacuum Bag Construction Manual."

SMC 650 is formulated to accommodate subsequent bonding operations and to facilitate ease of repair when necessary. The following process is recommended:

The surface must be free from contaminants, i.e., dirt, oil, grease, etc. Clean the surface by wiping with a suitable solvent.

Apply uncured SMC 650 or DAPCO 3640 to bond or repair area. Using a roller, apply moderate pressure to ensure intimate contact.

Cure per recommended schedule.



\*D Aircraft Products' standard manufacturing processing includes a post cure of 425F which conditions SMC 650 to be suitable for continuous thermal cycling up to 400F.

#### STORAGE AND HANDLING

Cured SMC 650 - store in a cool, dry place, free from contamination.

Uncured SMC 650 - Store @ 0F. Keep polyethylene film attached to minimize exposure.

#### SAFETY

Exercise good housekeeping practices. When curing uncured SMC 650, the work area should be well ventilated. Prolonged direct exposure to fumes should be avoided. Material Safety Data Sheets available upon request.

## SMC 950 SILICONE RUBBER

### GENERAL DESCRIPTION

SMC 950 is a silicone rubber compound available as calendered sheet stock (cured and uncured), extruded shapes and pre-catalyzed slabs.

SMC 950 features:

Clear visibility for "under bag inspection"

High nick-tear resistance

High elongation

Suitable for continuous cycling to 400F

Easy to repair

Can be supplied reinforced (cured or uncured)

Meets ZZ-R-765C, Class 2A Grade 50

### APPLICATIONS

SMC 950 is suitable for use as vacuum bags, caul plates, bladders and mandrels, etc., typically used in the production of advanced composites.

### TYPICAL CURED PROPERTIES

Color	Cured-Clear	Uncured-Transparent
Specific Gravity	ASTM D792	1.15

Hardness (Shore A)	ASTM D224	50
Tensile Strength (psi)	ASTM D412	1200
Elongation (%)	ASTM D412	800
Tear Strength (pli) Die B	ASTM D624	270
Linear C.T.E. (in/in/F)	ASTM D2214	1.53x10-4
Modulus (@ 100% elongation)		330 psi
Compression Set		
(22 hours @ 350F) (%)	ASTM D395	25
Service Temperature (F)		-65 to 400*

## PROCESSING

SMC 950 is supplied as either cured\* or uncured calendered sheet stock ranging in thickness from 0.030" to 0.250".

SMC 950 is also available in extruded shapes and precatalyzed slabs for compression molding.

Curing: In order to crosslink the polymer and optimize the physical properties of uncured SMC 950, the recommended cure cycle is: 1 hour minimum dwell @ 340F 10, 14-60 psi, for thickness up to 0.250". (Add 45 minutes for each additional 0.250")

Post cure @ 25F above cycle temperature for 2 hours minimum

Regardless of curing process, it is advisable that a path be created for the volatile components to escape by using a release cloth such as Armalon or nylon fabric. If not removed, these by-products will lead to reversion.

Uncured SMC 950 can be formed to a variety of shapes prior to curing resulting in a form-fitting membrane often referred to as a conformal vacuum bag or caul sheet, greatly increasing the transfer of pressure to sharp radii and other difficult areas when producing composite parts. For detailed manufacturing process request D Aircraft Products "Conformal Vacuum Bag Construction Manual."

SMC 950 is formulated to accommodate subsequent bonding operations and to facilitate ease of repair when necessary. The following process is recommended:

The surface must be free from contaminants, i.e., dirt, oil, grease, etc. Clean the surface by wiping with a suitable solvent.

Apply uncured SMC 950 or DAPCO 3640 to bond or repair area. Using a roller, apply moderate pressure to ensure intimate contact.

Cure per recommended schedule.

\*D Aircraft Products' standard manufacturing processing includes a post cure of 425F which conditions SMC 950 to be suitable for continuous thermal cycling up to 400F.

## STORAGE AND HANDLING

Cured SMC 950 - store in a cool, dry place, free from contamination.

Uncured SMC 950 - Store @ 0F. Keep polyethylene film attached to minimize exposure.

## SAFETY

Exercise good housekeeping practices. When curing uncured SMC 950, the work area should be well ventilated. Prolonged direct exposure to fumes should be avoided. Material Safety Data Sheets available upon request.

## DAPCO 3302 SILICONE ADHESIVE

### GENERAL DESCRIPTION

Dapco 3302 is a high solids version of our DAPCO 3300 silicone rubber contact adhesive. The product cures at room temperature (70F) and features:

Service temperature range from 65F to 200F

Bonds silicone rubber to a variety of substrates

Weatherability

Qualified to aircraft manufacturer specifications

No outgassing during cure

### APPLICATIONS

Dapco 3302 demonstrates good adhesion when bonding silicone rubber sheet stock, extrusions, and RTV compounds to themselves as well as metal, glass and plastic substrates. Dapco 3302 can be applied using a variety of methods develops a flexible bond when properly cured and has a convenient working life.

### TYPICAL PROPERTIES

	PART A	PART B	MIXED
Color	Clear	Clear	Clear
Solids, [% ]	48	3	45

Appearance	Liquid	Liquid	Liquid
Viscosity [cps @72F]	1500	7	<1350
Density [lbs/gal]	8.2	6.5	80

## PROCESSING

The Recommended mix ratio for Dapco 3302 is:

Mix Ratio	Weight	Volume
Part A	100	100
Part B	10	12.6

When mixing, it is recommended that a clean glass or metal container be used. Weight or measure Part A and then carefully add Part B (excessive amounts of curing agent will reduce working life).

The presence of contaminants such as grease, oil, urethanes, epoxies, etc., will inhibit cure and may contribute to a tacky surface. Mix the two components until they are thoroughly blended.

### Working Life:

After mixing, the adhesive is useable for periods up to three hours at room temperature (70F). Solvent evaporation will reduce working life and increase viscosities significantly. Maximum working life is insured by

covering the container when not being used. Material which has partially gelled should be discarded and a fresh mixture prepared.

#### Curing:

Apply a thin, continuous film of Dapco 3302 to both substrates. Allow solvent to evaporate for 30 minutes at 70F. Assemble substrates and apply moderate pressure to achieve intimate contact.

To develop optimum adhesion, a seven day cure at room temperature (70F) is recommended. Cure can be accelerated by an overnight gel period followed by exposure for 4 to 6 hours at 160F.

#### SURFACE PREPARATION

The substrates must be free from contaminants, i.e., dirt, oil, grease, etc. Clean the surface by wiping with a suitable solvent/cleaning agent and dry thoroughly. DAPCO 1-100 Primer should be used to improve adhesion in most cases.

DAPCO 1-100 should not be applied to the silicone rubber surface.

Allow 45 minutes for the primer to cure. The adhesive must be applied within 90 minutes after primer has cured. When circumstances prevent immediate application of Dapco 3302, the surface must be thoroughly cleaned to remove the primer before repeating the entire process.



## ADHESIVE STRENGTH

When cured in accordance with the recommended schedule, the following adhesive properties are developed:

Adhesion strength, pli, bonding silicone rubber to:

Silicone Rubber	12
Aluminum	14*
Phenolic Substrates	10*

\* When used with DAPCO 1-100 Primer

## STORAGE AND HANDLING

Store in a cool, dry place at temperature below 80F. Keep containers tightly sealed and take precautions to avoid solvent evaporation. When properly stored, the material is stable for a period of 6 months from the date of shipment.

## SAFETY

Dapco 3302 contains flammable solvents. Keep away from excessive heat or any other source of ignition. Exercise good housekeeping practices. Material Safety Data Sheets available upon request.