PolyPublie
Polytechnique Montréal

POLYTECHNIQUE MONTRÉAL
UNIVERSITÉ D'INGÉNIERIE

Titre: Title:	Construction des rotations hebdomadaires d'avion
Auteur: Author:	Mohamed Walid Braham
Date:	2003
Type:	Mémoire ou thèse / Dissertation or Thesis
Référence: Citation:	Braham, M. W. (2003). Construction des rotations hebdomadaires d'avion [Mémoire de maîtrise, École Polytechnique de Montréal]. PolyPublie. https://publications.polymtl.ca/7231/

Document en libre accès dans PolyPublie
Open Access document in PolyPublie

URL de PolyPublie: PolyPublie URL:	https://publications.polymtl.ca/7231/
Directeurs de recherche: Advisors:	Guy Desaulniers, & Mohamed-Salah Ouali
Programme: Program:	Non spécifié

Ce fichier a été téléchargé à partir de PolyPublie, le dépôt institutionnel de Polytechnique Montréal
This file has been downloaded from PolyPublie, the institutional repository of Polytechnique Montréal

https://publications.polymtl.ca

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

CONSTRUCTION DES ROTATIONS HEBDOMADAIRES D'AVION

MOHAMED WALID BRAHAM
DÉPARTEMENT DE MATHÉMATIQUES ET DE GÉNIE INDUSTRIEL
ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

MÉMOIRE PRÉSENTÉ EN VUE DE L'OBTENTION
DU DIPLÔME DE MAÎTRISE ÈS SCIENCES APPLIQUÉES
(GÉNIE INDUSTRIEL)
SEPTEMBRE 2003

© Mohamed Walid Braham, 2003.

National Library of Canada
Bibliothèque nationale du Canada

Acquisitions and Bibliographic Services
Acquisisitons et services bibliographiques

395 Wellington Street
Ottawa ON K1A 0N4
Canada

395, rue Wellington
Ottawa ON K1A 0N4
Canada

Your file Votre référence
ISBN: 0-612-89183-6
Our file Notre référence
ISBN: 0-612-89183-6

The author has granted a non-exclusive licence allowing the National Library of Canada to reproduce, loan, distribute or sell copies of this thesis in microform, paper or electronic formats.

L'auteur a accordé une licence non exclusive permettant à la Bibliothèque nationale du Canada de reproduire, prêter, distribuer ou vendre des copies de cette thèse sous la forme de microfiche/film, de reproduction sur papier ou sur format électronique.

The author retains ownership of the copyright in this thesis. Neither the thesis nor substantial extracts from it may be printed or otherwise reproduced without the author's permission.

L'auteur conserve la propriété du droit d'auteur qui protège cette thèse. Ni la thèse ni des extraits substantiels de celle-ci ne doivent être imprimés ou aturement reproduits sans son autorisation.

In compliance with the Canadian Privacy Act some supporting forms may have been removed from this dissertation.

Conformément à la loi canadienne sur la protection de la vie privée, quelques formulaires secondaires ont été enlevés de ce manuscrit.

While these forms may be included in the document page count, their removal does not represent any loss of content from the dissertation.

Bien que ces formulaires aient inclus dans la pagination, il n'y aura aucun contenu manquant.

Canada

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

Ce mémoire est intitulé :

CONSTRUCTION DES ROTATIONS HEBDOMADAIRES D'AVION

présenté par : BRAHAM Mohamed Walid
en vue de l'obtention du diplôme de : Maîtrise ès sciences appliquées
a été dûment accepté par le jury d'examen constitué de :

M. GAMACHE Michel, Ph.D., président
M. DESAULNIERS Guy, Ph.D., membre et directeur de recherche
M. OUALI Mohamed Salah, Doctorat, membre et codirecteur de recherche
M. SOUMIS François, Ph.D., membre

À tous ceux qui croient en moi

REMERCIEMENTS

Je tiens tout d'abord à remercier mon directeur de recherche M. Guy Desaulniers qui, malgré sa grande charge de travail, a su me diriger sur le plan théorique et au niveau de la rédaction. Je le remercie également pour son appui financier tout au long de ce projet.

Je remercie aussi mon codirecteur M. Mohamed Salah Ouali pour l'aide qu'il m'a apportée au niveau de la rédaction de ce mémoire.

J'adresse un remerciement personnel à Nicolas Bélanger avec qui j'ai travaillé durant la réalisation de la partie informatique de mon projet. Sa disponibilité et son dévouement ont été très appréciés et exploités au maximum. J'aimerais aussi remercier Benoit Rochefort avec qui j'ai travaillé à la fin de mon projet.

Finalement, je tiens à dédier des remerciements aux membres de ma famille : Amira, Imen, Moez, Mère et Père. Malgré la distance, vous êtes demeurés présents tout au long de mon travail.

RÉSUMÉ

Ce mémoire traite d'abord le problème acyclique de construction des rotations hebdomadaires d'avion qui consiste à déterminer pour chaque avion d'une flotte donnée la succession des segments de vol et de maintenance à effectuer sur un horizon d'une semaine. Les rotations recherchées doivent respecter l'affectation déterminée lors de l'étape d'affectation des types d'avion aux segments de vol et assurer au cours de l'horizon une bonne répartition des maintenances exigées par la compagnie aérienne sur les avions de chacune des flottes. Ces rotations doivent en plus favoriser certains types de connexion dans le but de faciliter les opérations au sol. Rappelons ici que ce problème constitue une étape du processus de planification dans les compagnies aériennes et que les rotations construites en le résolvant servent pour valider l'affectation des types d'avion aux segments de vol. Il est à noter que les rotations produites lors de la résolution de ce problème n'assurent une bonne qualité de la répartition des maintenances exigées sur les avions que sur un horizon d'une semaine et qu'elles ne tiennent en aucun cas compte des semaines à venir.

Ce problème peut être formulé à l'aide d'un modèle linéaire en nombres entiers de type multiflots. L'approche de base proposée pour résoudre un tel problème consiste en une méthode de séparation et d'évaluation progressive, soit la version MIP (Mixed Integer Program) de CPLEX. Afin d'accélérer les temps de résolution, nous développons plusieurs stratégies d'accélération incluant l'agrégation de certaines commodités, l'implantation d'un branchement heuristique et la perturbation des coûts. Dans le but de réduire encore plus les temps de résolution, nous procédons à la fixation de variables suite à des prétraitements. Ces derniers sont inspirés de la méthode connue sous le nom de la méthode des îlots et consistent à prévoir les arcs au sol dont le flot sera nul dans la solution optimale et de les éliminer du modèle dès le départ.

L'approche proposée est appliquée à un jeu de données fourni par la compagnie aérienne Air Canada et les résultats obtenus montrent que les problèmes pour toutes les flottes se résolvent en une trentaine de minutes au total et que les rotations construites sont de très bonne qualité du point de vue de nos objectifs dans la mesure où elles présentent une très bonne répartition des maintenances sur les avions disponibles de chaque flotte et favorisent les types de connexion désignés.

Plusieurs extensions peuvent être apportées au problème acyclique de construction des rotations hebdomadaires d'avion. La plus importante concerne la construction cyclique des rotations hebdomadaires d'avion. Ce problème requiert la répartition équilibrée des maintenances au fil des semaines. Cette extension découle du fait que les rotations déterminées, même si elles sont proches de l'optimalité pour un horizon d'une semaine, peuvent mener à une mauvaise répartition des maintenances sur les avions de la flotte. Ce problème est décomposé en deux sous-problèmes. Le premier n'est nul autre que le problème acyclique de construction des rotations hebdomadaires d'avion et le deuxième est formulé comme un problème d'affectation pour chaque paire de flotte et station. Ce dernier utilise les rotations construites lors de la résolution du premier sous-problème pour former des cycles présentant une bonne répartition des maintenances sur les avions au fil des semaines. Les problèmes issus du deuxième sous-problème sont de très petite taille et se résolvent aisément par CPLEX. Les résultats obtenus montrent une bonne répartition des maintenances sur les avions au fil des semaines.

ABSTRACT

This master's thesis considers the weekly aircraft rotation problem which consists of determining the sequence of flight legs and maintenance checks to be done by each individual aircraft during a week. The computed rotations must respect the assignment determined by solving the fleet assignment problem and ensure over the week a good distribution of maintenance checks imposed by the airline company among the aircraft of each aircraft type. In addition, these rotations must favor certain types of connections in order to facilitate the ground operations. Note that this problem is a step of the planning process for an airline and its solution is used as a validation of the fleet assignment solution. Note also that the rotations constructed must ensure a good distribution of maintenance checks only over one week, i.e., the weeks to come are not taken in to count at this step.

This problem is formulated as an integer multi-commodity flow problem with additional constraints. The basic approach applied to solve this problem is a branch-and-bound method (MIP CPLEX). In order to reduce solution times we develop several accelerating strategies including the aggregation of certain commodities, the implementation of a heuristic branch-and-bound and a cost perturbation. In order to further reduce solution times we proceed to the fixation of certain variables after the application of a preprocessing method. This preprocessing method consists of predicting and eliminating from our model the ground arcs whose flow will be null in an optimal solution.

This approach is tested on a data set provided by Air Canada and the results obtained show that all the problems can be solved in less than thirty minutes overall. In addition, the constructed rotations present a very good distribution of maintenance checks among the aircraft of each type and the proper connections are favored.

Several extensions can be given to this one-week aircraft rotation problem. The most important one concerns the search for a balanced distribution of maintenance checks over the weeks to come. This extension comes from the fact that some of the constructed rotations, even if they are all close to the optimality, present a bad distribution of maintenance checks. This problem is divied in two subproblems. The first is the weekly aircraft rotation problem and the second is an assignment problem separable by aircraft type and station. This problem can easily be solved by CPLEX and the computed solutions show a good distribution of maintenance checks over the weeks to come.

TABLE DES MATIÈRES

DÉDICACE iv

REMERCIEMENTS v

RÉSUMÉ vi

ABSTRACT viii

TABLE DES MATIÈRES x

LISTE DES TABLEAUX xiii

LISTE DES FIGURES xiv

INTRODUCTION 1

CHAPITRE 1 : PROBLÈME ACYCLIQUE DE CONSTRUCTION DES ROTATIONS HEBDOMADAIRES D'AVION 7

1.1 : Description du problème 7

1.2 : Revue de littérature 13

CHAPITRE 2 : FORMULATION MATHÉMATIQUE ET APPROCHE DE RÉSOLUTION 19

2.1 : Structure des réseaux 19

2.2 : Modèle mathématique 25

2.3 : Structure des coûts 28

2.4 : Approches de résolution 30

2.4.1 : Approche directe 31

2.4.2 : Stratégie d'agrégation 32

2.4.3 : Stratégie d'accélération 33

2.5 : Résultats numériques 34

2.5.1 : Spécifications des problèmes 34

2.5.2 : Résultats numériques de l'approche directe 37

2.5.3 : Résultats numériques de la stratégie d'agrégation 40

2.5.4 : Résultats numériques de la stratégie d'accélération 41

2.5.5 : Expérimentations additionnelles menées sur les flottes de grande taille 43

2.5.6 : Conclusion 46

CHAPITRE 3 : LE PRÉTRAITEMENT DES ÎLOTS 47

3.1 : Description et analyse 47

3.2 : Temps de connexion minimum variables 53

3.3 : Nouvelle méthode de prétraitement 55

3.4 : Opportunités de maintenance 58

3.5 : Résultats numériques du prétraitement des îlots 60

3.6 : Prétraitement restreint 63

3.7 : Conclusion 65

CHAPITRE 4 : PROBLÈME CYCLIQUE DE CONSTRUCTION DES ROTATIONS HEBDOMADAIRES D'AVION 67

4.1 : Décomposition heuristique du problème cyclique 68

4.2 : Formulation mathématique 71

4.3 : Résultats numériques 72

4.4 : Conclusion 75

CONCLUSION 77

BIBLIOGRAPHIE 80

LISTE DES TABLEAUX

Tableau 2.1 : Spécifications des problèmes 36

Tableau 2.2 : Résultats numériques de l'approche directe 38

Tableau 2.3 : Résultats numériques de la stratégie d'agrégation 40

Tableau 2.4 : Résultats numériques avec la stratégie d'accélération . . . 42

Tableau 2.5 : Résultats numériques avec les stratégies d'accélération et d'agrégation 42

Tableau 2.6 : Résultats numériques des expériences 45

Tableau 3.1 : Prétraitement des îlots avec accélération 61

Tableau 3.2 : Prétraitement des îlots avec accélération et agrégation . . 61

Tableau 3.3 : Prétraitement des îlots avec accélération, agrégation et perturbation 62

Tableau 3.4 : Prétraitement restreint avec accélération, agrégation et perturbation 64

Tableau 4.1 : Répartition des maintenances au fil des semaines pour les 320 et 319 73

LISTE DES FIGURES

Figure 1 : Processus de planification pour une compagnie aérienne . . . 2

Figure 1.1 : Connexions entre segments de vol de même type 10

Figure 1.2 : Connexions LIFO 11

Figure 1.3 : Répartition des maintenances sur les avions au fil des semaines 13

Figure 2.1 : Réseau associé à un avion donné de la flotte 20

Figure 2.2 : Traitement réservé aux arcs dépassant la fin de l'horizon . . 25

Figure 2.3 : Favorisation des connexions LIFO 29

Figure 2.4 : Favorisation des connexions LIFO 30

Figure 2.5 : Agrégation des noeuds 32

Figure 2.6 : Approche directe avec stratégie d'accélération 35

Figure 2.7 : Utilisation des connexions LIFO pour la flotte 76P à la station YYZ 39

Figure 3.1 : Topologie d'un réseau en transport aérien 48

Figure 3.2 : Horizon d'événements pour une plaque-tournante 49

Figure 3.3 : Horizon d'événements pour une station périphérique 50

Figure 3.4 : Horizon d'événements pour une station après le prétraitement des îlots 50

Figure 3.5 : Nombre d'avions au sol au cours de l'horizon d'étude 51

Figure 3.6 : Méthode de comptage en ne considérant pas les types d'avion 52

Figure 3.7 : Méthode de comptage utilisée avec des temps de connexion minimum variables (a) 54

Figure 3.8 : Méthode de comptage utilisée avec des temps de connexion minimum variables (b) 55

Figure 3.9 : Problème de flots à coût minimum associé à la station s . . . 57

Figure 3.10 :Choix de la structure de coût pour le problème de flot à coût minimum 58

Figure 3.11 :Horizon d'événements avec une opportunité de maintenance 59

Figure 4.1 : Exemple de problème d'affectation dans une station 70

Figure 4.2 : Exemple de cycles 70

INTRODUCTION

Les compagnies aériennes évoluent dans un marché très compétitif avec des chiffres d'affaires considérables mais de faibles marges de profit. Il est essentiel pour chaque compagnie de procéder à l'optimisation de ses processus de décision pour réduire ses prix de revient afin de rester compétitive.

Dans la littérature, on appelle *planification* le travail à long terme consistant en l'élaboration de l'horaire des vols, l'affectation des types d'avion aux vols, la construction des rotations d'avion et d'équipage et la confection des horaires mensuels pour le personnel. La gestion des opérations est la modification à court terme du plan pour s'adapter aux facteurs imprévus comme les tempêtes de neige paralysant certaines stations, les bris d'équipements, les retards des membres d'équipage.

Actuellement, la planification en transport aérien est un travail trop complexe pour pouvoir être traité globalement. Généralement, on divise le processus de planification en plusieurs étapes traitées d'une façon séquentielle. La figure 1 illustre la séquence des problèmes à résoudre durant la phase de planification d'une compagnie aérienne.

La première étape de la planification et certainement la plus importante est *l'élaboration de l'horaire de vols* dans la mesure où ce dernier représente le produit vendu par la compagnie. Un horaire de vols contient la liste des vols devant être effectués durant l'horizon considéré, chaque vol étant possiblement constitué de plusieurs segments (vols avec escales). Chaque segment de vol assure le transport entre deux stations à un moment précis de l'horizon. L'horaire de vol est le fruit d'une étude de marché auprès des voyageurs et doit s'ajuster régulièrement à la demande de ces derniers. L'élaboration de l'horaire de vols doit tenir compte de certaines contraintes

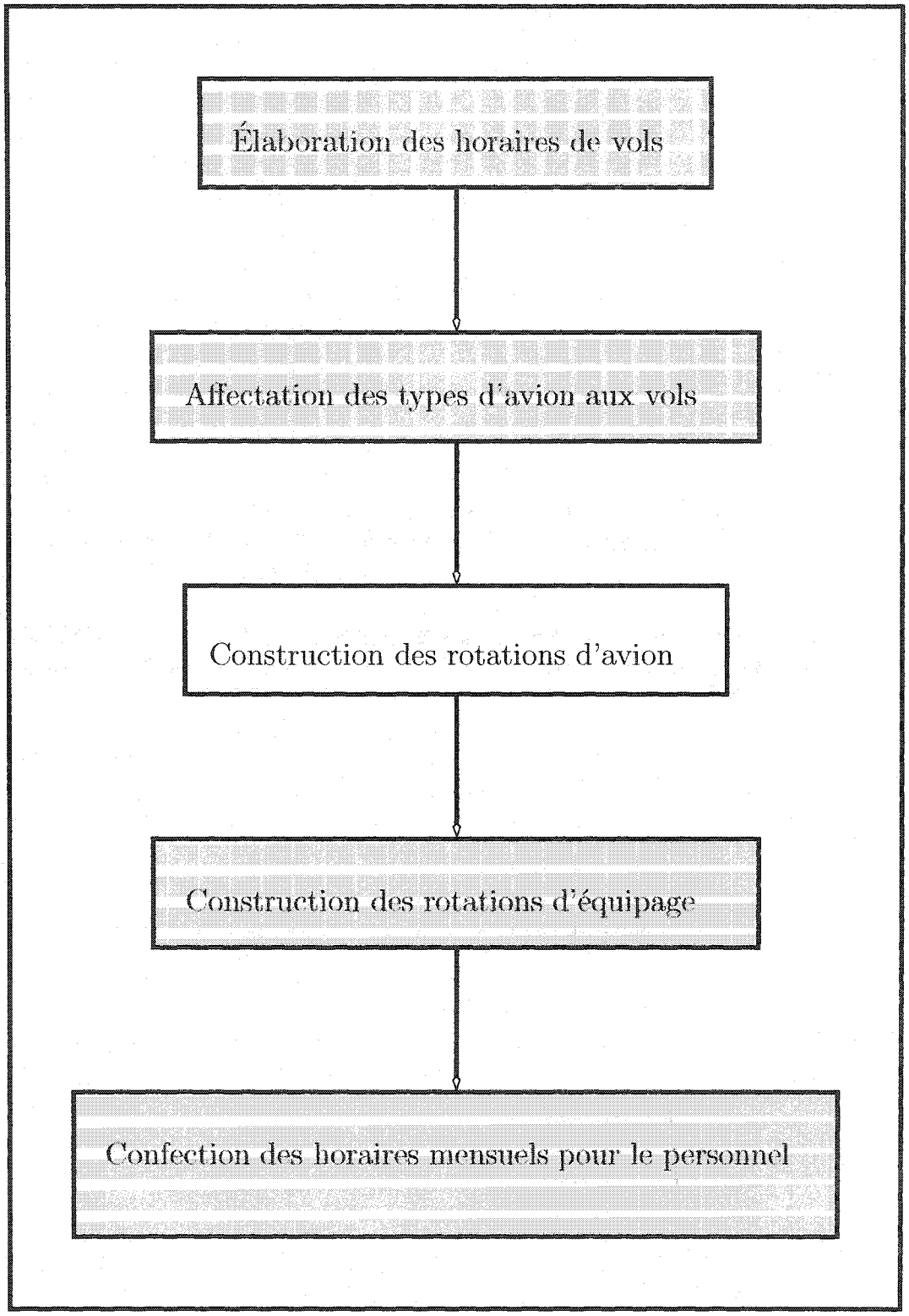

Figure 1 – Processus de planification pour une compagnie aérienne

reflétant la capacité de la flotte à effectuer tous les vols programmés. Par exemple, le nombre d'avions disponibles doit toujours être supérieur au nombre de vols simultanés.

La prochaine étape est *l'affectation des types d'avion aux vols* programmés qui consiste à déterminer par quel type d'avion sera effectué chacun des vols. Le profit associé à un vol étant déterminé par le type utilisé pour le couvrir, il importe donc de déterminer optimalement quel type d'avion est le plus approprié pour chacun des vols. Une contrainte importante de ce problème est qu'il doit exister des rotations pour les avions de la flotte qui permettent de respecter l'affectation choisie. Les autres contraintes du problème sont les contraintes concernant la disponibilité des avions et les contraintes opérationnelles. Ce problème a été étudié dans plusieurs articles parmi lesquels citons HANE *et al.* (1995), CLARKE *et al.* (1996), BARNHART *et al.* (1998) et BÉLANGER *et al.* (2002).

Par la suite, il s'agit de construire une *rotation pour chaque avion* spécifique. Une rotation est une succession de segments de vol accomplis par un avion donné le long de l'horizon. Ces rotations doivent en premier lieu respecter l'affectation choisie à l'étape précédente, c'est-à-dire qu'ils doivent permettre qu'un avion du bon type soit disponible pour effectuer chacun des vols et en second lieu satisfaire un certain nombre de contraintes relatives aux entretiens périodiques des avions. En plus, la construction des rotations d'avion doit tenir compte de certaines exigences imposées par la compagnie aérienne dont nous reparlerons plus en détail dans la définition du problème. Signalons ici que ce problème est résolu en le divisant en plusieurs sous-problèmes, soit un par type d'avion. Nous donnons quelques références sur les travaux menés pour résoudre ce problème, soit les travaux de CLARKE *et al.* (1997), GOPALAN ET TALLURI (1998) et TALLURI (1998). Le présent mémoire porte essentiellement sur cette étape de la planification.

Une fois que l'on connaît le type d'avion effectuant chaque vol et les rotations, il

faut construire *les rotations d'équipage* pour s'assurer qu'un équipage soit disponible pour chacun des vols. Dans le domaine du transport aérien, une rotation d'équipage est une suite d'activités (couverture des segments de vol, de mises en places, de pauses, de temps de repos nocturne, etc.) accomplies par un équipage qui débute et se termine à une même station. Signalons ici que l'expression "mise en place" est utilisée pour désigner un segment de vol où le personnel navigant voyage à titre de passager, ceci dans le but de transférer un équipage dans une station où le personnel est insuffisant ou simplement dans le but de retourner l'équipage à sa base une fois que la rotation est terminée. Ce problème de construction des rotations d'équipage, comme le problème de construction des rotations d'avion, est divisé en plusieurs sous-problèmes, soit un pour chaque type d'avion. Chacun de ces sous-problèmes implique la génération à coût minimum d'un ensemble de rotations d'équipage qui permet de couvrir tous les segments de vol effectués par les avions du type correspondant. La difficulté de ce problème réside dans la complexité des règles provenant des conventions collectives et d'organismes gouvernementaux. Nous trouvons dans DESAULNIERS *et al.* (1997) et BARNHART *et al.* (1998) des travaux portant sur ce problème.

Finalement, il s'agit de planifier, généralement pour un mois, les activités de chacun des membres du personnel navigant (pilotes, co-pilotes, chefs de cabine, agents de bord). Cette étape consiste à assigner à chacun de ces membres un bloc horaire constitué d'une séquence de rotations, de stages et de périodes d'entraînement, de vacances et d'examens médicaux : il s'agit du problème de *confection des horaires mensuels pour le personnel.* Ces horaires doivent être préférablement construits de façon à minimiser les coûts pour la compagnie tout en maximisant la satisfaction du personnel à leurs conditions de travail. Ces horaires peuvent être déterminés de façon anonyme (en anglais bidline) ou de façon personnalisée (en anglais rosetring). Dans le premier cas, les horaires sont fabriqués *a priori* et les employés doivent ensuite indiquer leurs préférences pour ces horaires. Ceux-ci leur sont ainsi attribués selon

un système de priorité quelconque (par exemple, ancienneté). Signalons ici que les horaires construits doivent être balancés, i.e., des horaires aussi attrayants les uns que les autres. Cette méthode présente l'inconvénient de ne pas tenir compte des activités préassignées particulières à chacun des employés, à savoir la fin des rotations commencées le mois précédent, les vacances et les entraînements et fait souvent l'objet de remaniements des horaires empha posteriori. Dans le cas des horaires personnalisés, les horaires sont confectionnés en tenant compte des activités préassignées et des intérêts particuliers de chaque employé (destinations préférées, congés, heures de travail, etc.). Très souvent, les intérêts des employés les plus anciens sont mieux pris en compte aux dépens des employés les plus jeunes. Ce problème a fait l'objet de plusieurs travaux de recherche parmi lesquels citons GAMACHE *et al.* (1998a, 1998b).

Ces problèmes étaient jadis résolus manuellement et depuis quelques décennies, plusieurs méthodes heuristiques, souvent basées sur une approche de programmation mathématique, ont été développées pour résoudre ces problèmes. Toutefois, les solutions obtenues ne sont pas optimales. Ayant dans l'esprit le fait qu'une compagnie de taille significative dépense plusieurs milliards de dollars par année pour l'achat et l'entretien de sa flotte, l'essence ainsi que le salaire et les dépenses des équipages, nous réalisons que chaque 1% d'amélioration apportée par l'optimisation de la planification signifie donc des économies de plusieurs dizaines de millions de dollars. C'est pour cette raison que de nos jours, les recherches se poursuivent dans le but de développer des méthodes d'optimisation basées sur des outils de programmation mathématique afin de résoudre à l'optimalité ces problèmes.

Ce mémoire traite d'abord le problème acyclique de construction des rotations hebdomadaires d'avion sur un horizon d'une semaine. Les rotations recherchées doivent assurer une répartition équilibrée des maintenances exigées sur les avions disponibles de chaque flotte et favoriser certains types de connexions. Pour ce problème, nous développons un modèle de programmation linéaire en nombres entiers de type multiflots. Ce dernier est résolu à l'aide du logiciel commercial CPLEX 7.5. Au sein de

notre approche de résolution, nous introduisons plusieurs stratégies visant à réduire les temps de calculs, incluant l'agrégation de certaines commodités, un branchement heuristique, une perturbation des coûts et la fixation de variables suite à des prétraitements. Finalement, nous présentons un modèle d'affectation permettant de joindre les rotations d'une semaine aux rotations de la semaine suivante afin de trouver une solution cyclique qui assure une répartition équilibrée des maintenances au fil des semaines. L'approche proposée permet de déterminer les rotations d'avion pour un jeu de données réelles fourni par Air Canada en une trentaine de minutes au total.

Le mémoire est organisé comme suit. Le premier chapitre décrit le problème acyclique de construction des rotations hebdomadaires d'avion et présente une revue de littérature concernant ce problème. Le chapitre suivant présente une formulation mathématique du problème et propose une approche ainsi que différentes stratégies de résolution pour le résoudre. Le troisième chapitre présente des prétraitements visant à réduire les temps de résolution du problème. Finalement, le dernier chapitre traite le problème cyclique de construction des rotations hebdomadaires d'avion qui requiert la répartition équilibrée des maintenances au fil des semaines. Ce mémoire se termine par une brève conclusion.

CHAPITRE 1 : PROBLÈME ACYCLIQUE DE CONSTRUCTION DES ROTATIONS HEBDOMADAIRES D'AVION

Le présent chapitre est consacré à la définition du problème acyclique de construction des rotations hebdomadaires d'avion. La section 1.1 définit le vocabulaire utilisé et pose le problème. Dans la section 1.2, nous présentons une revue de littérature portant sur les diverses méthodes de résolution proposées pour résoudre le problème posé.

1.1 Description du problème

Introduisons tout d'abord le vocabulaire nécessaire pour énoncer le problème et qui sera utilisé tout au long de ce mémoire.

- ***Flotte homogène*** : Ensemble d'avions possédant tous les mêmes caractéristiques, entre autres, la capacité en passagers, leur autonomie de vol, la qualification requise de l'équipage pour les piloter, leurs coûts d'achat, d'entretien et d'opération. Remarquons ici que le nombre d'avions disponibles pour chaque flotte est connu. Il a été déterminé lors de la résolution du problème d'affectation des types d'avion aux segments de vol.
- ***Station*** : Endroit où les avions peuvent décoller ou atterrir et où les passagers peuvent monter et descendre.
- ***Maintenance*** : Ensemble d'opérations de vérification et de réparation qu'il est nécessaire d'effectuer régulièrement sur les avions de façon à s'assurer du bon

fonctionnement de tout l'équipement. Ces opérations ne peuvent être effectuées qu'en un nombre limité de stations et se classent en différents types.

- ***Base d'entretien*** : Station où peuvent s'effectuer des maintenances de certains types pour certaines flottes d'avion. A chaque base, on spécifie pour chaque type de maintenance pouvant y être effectuée, les intervalles de temps valides pour accomplir une maintenance, de même que le nombre maximum de maintenances pouvant être réalisées dans chaque intervalle.
- ***Type de maintenance*** : Les types de maintenance varient en fonction des opérations et des vérification effectuées sur l'avion. Ils se caractérisent par des durées différentes et ne peuvent pas nécessairement être accomplis toutes dans les mêmes bases d'entretien. Mentionnons aussi que les différentes flottes d'avion ne requièrent pas toutes les mêmes types de maintenances.
- ***Segment de vol*** : Déplacement sans escale d'un avion entre deux stations commençant à une heure donnée. Pour la compagnie Air Canada, ces segments de vol sont de trois types : domestique (D) lorsque le segment de vol relie deux stations canadiennes, transfrontalier (T) lorsque le segment de vol relie une station canadienne à une station américaine ou l'inverse et international (I) dans les autres cas. Notons ici que pour chaque segment de vol, le type d'avion est connu. Il a été déterminé lors de la résolution du problème d'affectation des types d'avion aux segments de vol.
- ***Horizon*** : Le problème acyclique de construction des rotations d'avion se traite sur une période de temps bien déterminée appelée horizon. Dans notre cas, l'horizon correspond exactement à une semaine. Notons ici que l'horaire utilisé sur cet horizon est équilibré. C'est à dire que le nombre de vols partant d'une ville est égal au nombre de vols arrivant dans cette ville.
- ***Horizon des événements pour une station*** : Appelé en anglais "station's time line", il représente, tout en respectant l'ordre chronologique, les événements (arrivées et départs des segments de vol) qui ont lieu à la station considérée au cours de l'horizon.

- ***Durée d'un segment de vol*** : Période de temps s'écoulant entre le décollage de l'avion et son atterrissage ou, pour être plus précis, entre la fin de l'embarquement des passagers au départ et le début de leur débarquement à l'arrivée. La durée dépend des stations de départ et d'arrivée et de la flotte utilisée.
- ***Connexion*** : Une connexion a lieu entre deux segments de vol lorsqu'ils sont effectués consécutivement par un même avion.
- ***Durée de connexion minimum*** : Période de temps minimale devant s'écouler entre le moment où un avion atterrit et celui où il est prêt à décoller. Cette durée prend en compte le temps de débarquement et embarquement des passagers, le temps de changement des équipages aériens, le temps de manutention des bagages, le temps pour faire le plein de carburant et, s'il y a lieu, le temps de dégivrage des ailes. Notons que la durée de connexion minimum dépend du type d'avion, de la station et des types des segments de vol connectés. La figure 1.1 montre que les connexions entre deux segments de vol de même type (D-D, T-T, I-I) nécessitent moins de temps que les connexions entre deux segments de vol de types différents (D-I, D-T, T-I, etc.). Ceci est dû au déplacement de l'avion au sol qui doit être effectué dans le deuxième cas puisque l'embarquement et le débarquement des passagers ne peuvent se faire à la même porte dans la station.
- ***Connexion uniforme*** : Une connexion est dite uniforme si elle relie deux segments de vol de même type (D-D, T-T, I-I).
- ***Connexion réalisable*** : On dit qu'une connexion est réalisable pour un certain type d'avion si et seulement si la station de départ du second segment est la même que la station d'arrivée du premier, et que l'heure de départ du second permet à l'avion en question de respecter la durée de connexion minimum après avoir effectué le premier.
- ***Connexion forcée*** : Il arrive que les planificateurs imposent, souvent pour des raisons de marketing (les liaisons sans escale étant appréciées par les voyageurs),

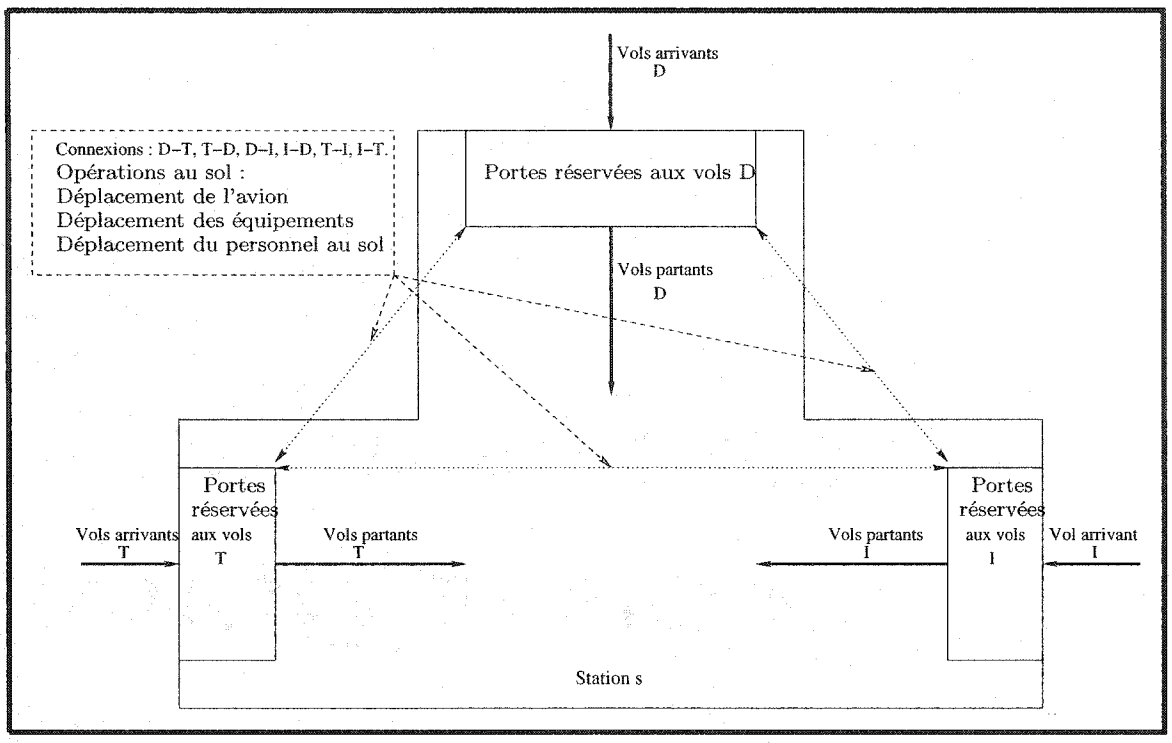

Figure 1.1 – Connexions entre segments de vol de même type

que deux segments de vol soient effectués consécutivement par un même avion. On parle alors de connexion forcée entre ces deux segments. Il est à noter que dans ce cas, la durée de connexion minimum peut ne pas être respectée.

– ***Connexion LIFO (Last-In, First-Out)*** : Il arrive aussi que les planificateurs préfèrent utiliser dans toutes les stations la règle du dernier arrivé premier servi (LIFO) afin de déterminer les connexions à une station entre les segments de vol arrivant et les segments de vol partant rapprochés dans le temps (voir Fig. 1.2). D'une part, ceci accélère, pour les connexions courtes, les opérations au sol dans la mesure où le personnel et les équipements au sol nécessaires lors de l'atterrissage de l'avion seront les mêmes à préparer l'avion pour son prochain décollage. D'autre part, cette façon de faire permet aux planificateurs de mieux identifier les avions inactifs pendant de longues périodes, soit pendant les plus longues connexions. Notons ici que la règle de connexion LIFO ne doit pas

être favorisée au détriment des connexions uniformes.

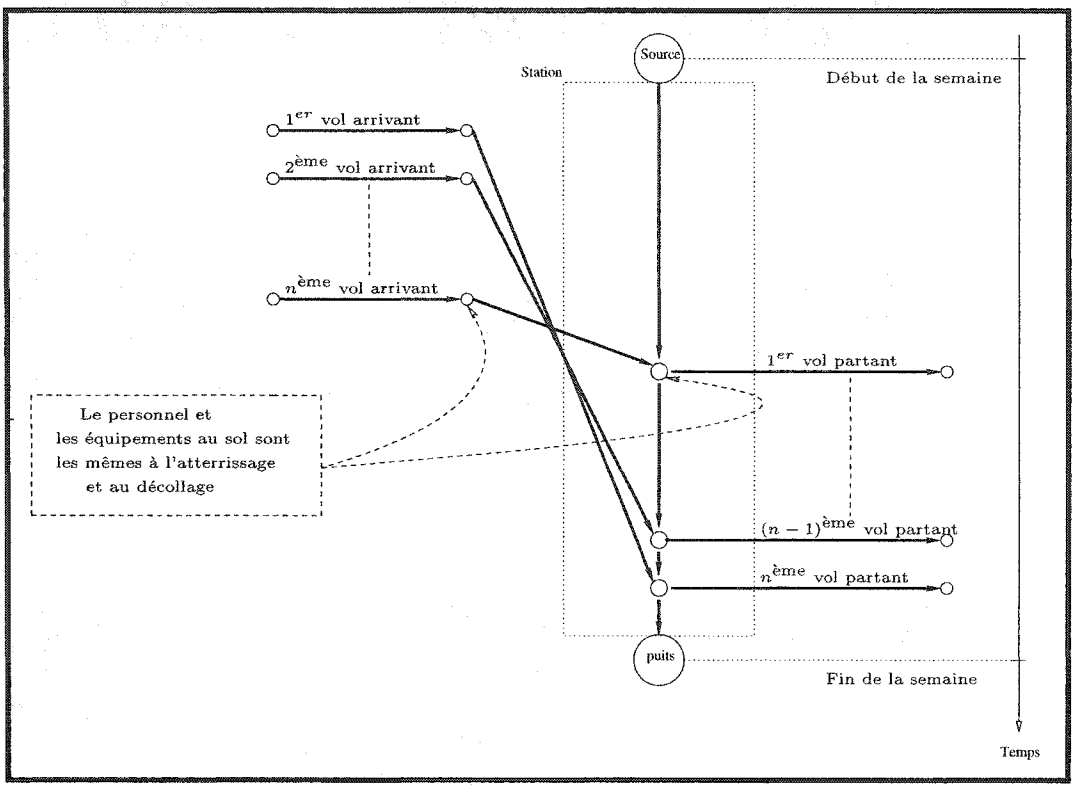

Figure 1.2 – Connexions LIFO

– ***Durée de connexion restreinte maximum*** : Période de temps qui, ajoutée au temps d'atterrissage de l'avion, détermine l'instant à partir duquel ce dernier peut effectuer n'importe quel type de connexion (D-T, D-T, D-D, etc.) sans être pénalisé. Dans notre cas, la valeur de ce paramètre dépend de l'heure d'atterrissage de l'avion, i.e, si un avion atterrit dans une station entre 23 heures et 5 heures du matin heure locale, cette valeur est fixée à 8 heures sinon elle prend une valeur de 2 heures. Lorsque la règle de connexion LIFO est utilisée, on suppose qu'elle ne doit être activée que pendant la durée de connexion restreinte maximum. Passée cette durée, il n'est plus avantageux de favoriser ce type de connexion.

- ***Rotation d'avion*** : Suite de segments de vol et, possiblement, d'opérations d'entretien effectués par un avion spécifique. Une rotation réalisable couvre tout l'horizon et utilise des connexions réalisables entre les segments de vol. Notons ici qu'une rotation n'est pas nécessairement un chemin cyclique, i.e., la station initiale de la rotation considérée peut être différente de sa station finale.

Le problème acyclique de construction des rotations hebdomadaires d'avion se pose formellement comme suit :

Étant donné une flotte homogène d'avions et un ensemble de segments de vol à effectuer sur un horizon déterminé, construire un ensemble de rotations réalisables, soit une par avion disponible, qui favorise les connexions uniformes et les connexions LIFO. Ces rotations doivent couvrir tous les segments de vol, respecter les connexions forcées imposées par la compagnie aérienne, et satisfaire les contraintes relatives à la maintenance des avions incluant, pour chaque type de maintenance pertinent pour une flotte, un nombre de maintenances à effectuer au cours de l'horizon qui doivent, autant que possible, être réparties entre les avions de la flotte.

Au problème défini ci-dessus, on peut apporter quelques extensions. La plus importante concerne la construction cyclique des rotations hebdomadaires d'avion. Ce problème requiert la répartition équilibrée des maintenances au fil des semaines. En fait, cette extension découle du fait que les rotations déterminées lors de la résolution du problème acyclique de construction des rotations hebdomadaires d'avion, même si elles sont optimales, peuvent englober une mauvaise répartition des maintenances sur les avions de la flotte. Ceci est essentiellement dû à la flexibilité des contraintes de répartition des maintenances sur les avions et au fait qu'en pratique le nombre de maintenances qui doivent être effectuées par semaine sur la flotte est souvent inférieure au nombre d'avions disponibles.

La modification de la répartition des maintenances sur les avions au sein de la même semaine pourrait rendre les rotations optimales obtenues non réalisables. Pour

cette raison on propose d'implanter un modèle indépendant qui sert à affecter les rotations déterminées aux avions pour les semaines à venir (voir Fig. 1.3). Ce modèle doit comporter à la fois, une fonction objectif qui tend à équilibrer le plus possible la répartition des maintenances au fil des semaines et des contraintes assurant que les solutions produites par l'affectation soient conformes aux exigences de la réalité. Parmi ces contraintes celles qui exigent que deux rotations affectées successivement au même avion doivent être compatibles, i.e, la station où l'avion finit la première rotation doit être la même que celle où commence la deuxième. Ce problème sera traité en détails dans le chapitre 4.

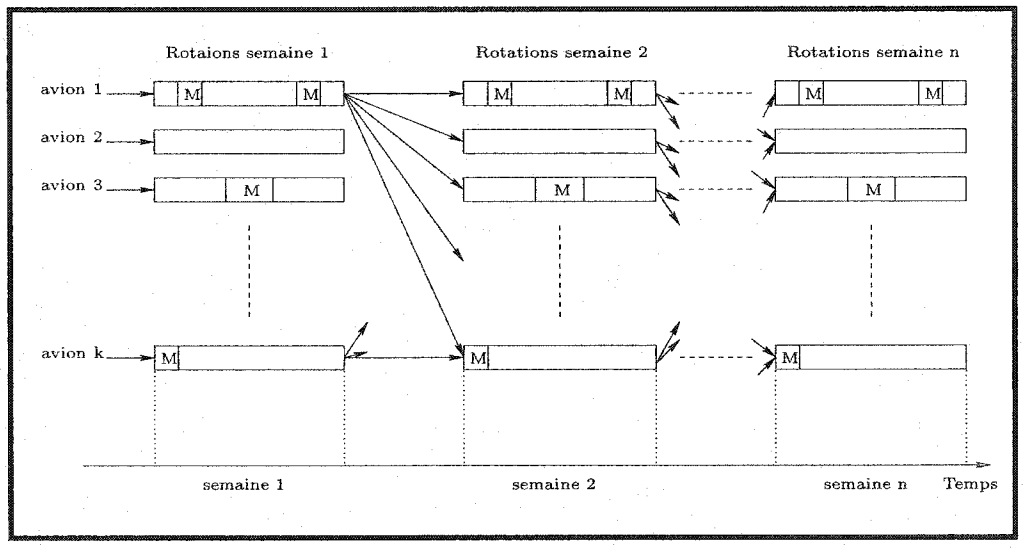

Figure 1.3 – Répartition des maintenances sur les avions au fil des semaines

1.2 Revue de littérature

Dans cette section, nous présentons un aperçu des diverses approches qui ont été proposées dans le but de résoudre le problème de construction des rotations d'avion.

CLARKE *et al.* (1997) ont traité le problème de construction des rotations d'avion où chaque avion d'une flotte donnée doit subir périodiquement (à tous les 3 jours) des opérations de maintenance dans des stations équipées à cet effet. Dans cet article, on suppose que les mêmes vols se répètent de jour en jour. En plus, à chaque connexion possible, on associe une valeur servant à sélectionner les connexions souhaitées par la compagnie aérienne. Ce problème est formulé comme un problème de voyageur de commerce incluant des contraintes liées aux opérations de maintenance exigées par la compagnie aérienne. A ce problème, les auteurs ont associé un graphe eulérien dont les arcs ne sont nuls autres que les vols et les attentes au sol qui sont prédéterminées de façon à réduire au plus le nombre d'avions utilisés. Dans ce graphe, ils essayent de déterminer une tournée eulérienne qui, à la fois, maximise la valeur totale encourue et respecte les contraintes de maintenance. Ces dernières sont intégrées au niveau du modèle proposé en éliminant du graphe construit tous les chemins réalisables dont la durée dépasse la longueur de la période des maintenances. Le modèle proposé est résolu à l'aide d'une relaxation lagrangienne et optimisé par une méthode de sous-gradient. Notons ici que chaque avion effectue la tournée eulérienne trouvée avec un certain décalage horaire.

GOPALAN ET TALLURI (1998) ont traité le problème de construction des rotations d'avion où chaque avion d'une flotte donnée doit à tous les trois jours passer une nuit entière dans une station de maintenance régulière (transit check station). En plus, il doit visiter une station de maintenance spéciale (balance check station) à tous les n jours, où n est le nombre d'avions disponibles de la flotte considérée. Dans cet article, deux modèles ont été proposés : un modèle statique dont l'horizon est infini et un modèle dynamique dont l'horizon s'étend sur n jours. L'approche proposée s'étale sur deux étapes. La première consiste à construire pour chaque avion de la flotte sa ligne de vol durant la journée qui spécifie la station où l'avion commence la journée, la station où il la termine et la suite de vols qu'il effectue. Ces lignes de vol sont

déterminées simplement par l'utilisation de certaines règles heuristiques (par exemple, premier arrivé premier servi, dernier arrivé dernier servi, etc.). Signalons aussi que ces lignes de vol sont les mêmes de jour en jour pour le modèle statique et changent dans le modèle dynamique. La deuxième étape consiste à construire à partir de ces lignes de vol un graphe orienté $G = (V, E)$, supposé eulérien, où V représente les stations où les avions terminent leurs journées et E représente l'ensemble des lignes de vol construites précédemment. Dans ce graphe, ils déterminent une tournée eulérienne dans laquelle au plus deux noeuds représentant des stations de non-maintenance peuvent se suivre. Notons qu'une tournée eulérienne composée de n lignes de vol nécessite n avions lors des opérations, chaque avion effectuant l'une des lignes de vol. D'un autre point de vue, on peut dire que chacun de ces avions parcourt la tournée eulérienne déterminée avec une journée de décalage. Cette tournée est déterminée dans un temps polynômial grâce à un algorithme polynômial développé au sein de cet article. Il est à noter que, dans cet article, on n'impose pas de contraintes portant sur la capacité des stations de maintenance régulière à effectuer simultanément des opérations de maintenance. Ce genre de contraintes n'est imposé que sur les stations de maintenance spéciales. Signalons finalement que le problème traité dans cet article suppose qu'il n'y a aucun vol qui se passe pendant la nuit.

Puisque de nouveaux types d'appareil ne nécessitent des maintenances régulières qu'à tous les quatre jours, TALLURI (1998) a considéré le même problème que celui traité par GOPALAN ET TALLURI (1998) mais où, chaque avion doit tous les quatre jours passer une nuit entière dans une station de maintenance régulière. Dans cet article, on considère que les lignes de vol sont déjà construites et qu'elles restent les mêmes de jour en jour sur un horizon infini (modèle statique avec un horizon infini). A partir de ces dernières, on construit un graphe orienté $G = (V, E)$ supposé eulérien similaire à celui construit par GOPALAN ET TALLURI (1998). Dans ce graphe G, on cherche à déterminer une tournée eulérienne (interprétée de la même façon que

dans GOPALAN ET TALLURI, 1998) où au plus trois stations de non-maintenance peuvent se succéder. Dans cet article, les auteurs montrent que dans le cas où on ne tient pas compte des contraintes liées aux maintenances spéciales (balance checks), la détermination de la tournée eulérienne peut se faire grâce à un algorithme semblable à celui développé dans GOPALAN ET TALLURI (1998) et ceci dans un temps polynômial. Les auteurs montrent aussi que dans le cas où les stations de maintenance , régulières et spéciales, se limitent à une seule station, le problème de la recherche de la tournée eulérienne peut être résolu en résolvant un problème bipartie d'affectation. Finalement, ils montrent que dans le cas où le nombre de jours séparant deux passages successifs par des stations de maintenance régulière est supérieur ou égal à 4, le problème de recherche de la tournée eulérienne est NP-complet.

SRIRAM ET HAGHANI (2003) ont traité à la fois le problème de construction des rotations d'avion et le problème de ré-affectation des types d'avion aux vols. Ces derniers sont composés d'une suite de segments de vol effectués par le même avion au cours d'une journée et sont identifiés par des paires Origine-Destination. Il est à noter que le problème considéré dans cet article traite une flotte hétérogène, i.e., plusieurs types d'avion à la fois. Signalons aussi que, dans ce problème, on impose que chaque avion d'une flotte donnée doit subir un premier type de maintenance (type A) tous les 4 jours et un deuxième type de maintenance (type B) toutes les 8 semaines. Puisque l'horizon sur lequel les auteurs ont étudié ce problème est de 7 jours, une maintenance de type B est divisée en 8 maintenances dont la durée de chacune d'entre elles représente le $1/8^{\text{ème}}$ de la durée totale de la maintenance. De cette façon, il a été possible d'imposer que chaque avion d'une flotte donnée doit subir le $1/8^{\text{ème}}$ d'une maintenance de type B tous les 7 jours. Ce problème a été formulé comme un modèle multiflots à coût minimum avec des variables entières dans lequel chaque avion de la flotte hétérogène représente une commodité. Signalons ici que contrairement aux autres travaux cités dans cette section, les auteurs de cet article

ont introduit dans leur formulation des contraintes liées à la capacité d'une station de maintenance donnée à effectuer des opérations d'entretien de type A et B sur plusieurs avions simultanément. Pour résoudre le modèle construit, les auteurs ont proposé un algorithme de séparation et évaluation progressive heuristique basé à la fois sur une stratégie d'exploration en profondeur d'abord et une stratégie d'exploration aléatoire. Les plus gros problèmes sur lesquels a été testée cette approche comporte 60, 65 et 75 villes (stations) avec un petit nombre d'avions. Les auteurs mentionnent que les solutions découlant de leur approche sont de bonne qualité par rapport aux solutions optimales.

Idéalement, la planification des rotations d'avion devrait se faire lors de l'affectation des types d'avion. Cependant, il est pour l'instant impensable de résoudre optimalement ce genre de problèmes. Dans HANE *et al.* (1995), on propose un modèle linéaire en nombres entiers pour le problème d'affectation des types d'avions aux segments de vol ne tenant pas compte des opérations de maintenance. Dans CLARKE *et al.* (1996), on enrichit le problème d'affectation en lui ajoutant des coupes de faisabilité, à savoir des contraintes supplémentaires relatives aux activités d'entretien, de façon à forcer l'optimiseur à produire des solutions réalisables pour le problème de construction des rotations d'avion. Dans BARNHART *et al.* (1998), on présente une modélisation permettant de résoudre simultanément le problème d'affectation des types d'avion et de construction des rotations d'avion. Ils utilisent une technique de génération de colonnes pour construire des rotations valides devant, entre autres, satisfaire les contraintes d'entretien et permettre de recouvrir l'ensemble des vols. Rappelons ici qu'une colonne est une suite de segments de vol entre deux maintenances successives. Il est à noter que, d'une part, leur approche ne considère pas la notion de favorisation de certains types de connexion et, d'autre part, n'est pas valide si les maintenances doivent être effectuées moins d'une fois par semaine.

Finalement, mentionnons que l'analyse des travaux de recherche traitant le problème de construction des rotations d'avion montre qu'aucun d'entre eux n'a abordé

la notion de favorisation de certains types de connexion qui seraient bénéfiques à la compagnie aérienne de point de vue opérationnel. En plus, presque tous les articles (sauf SRIRAM ET HAGHANI, 2003) ne prennent pas en considération la capacité d'une station de maintenance donnée à effectuer plusieurs opérations de maintenance simultanément, ce qui n'est pas réaliste de point de vue pratique. On remarque aussi que ces travaux de recherche supposent, presque tous, que les mêmes vols se répètent de jour en jour dans le cas des compagnies aériennes de petite taille. Il est évident que cette hypothèse devient fausse dans le cas des compagnies de grosse taille ou pendant les journées de fin de semaine. Contrairement aux travaux cités ci-haut, ce mémoire intègre tous ces éléments omis pour assurer une solution à la fois plus réaliste et plus adéquate du point de vue opérationnel.

CHAPITRE 2 : FORMULATION MATHÉMATIQUE ET APPROCHE DE RÉSOLUTION

Le présent chapitre propose une formulation mathématique ainsi qu'une méthode de résolution pour le problème acyclique de construction des rotations hebdomadaires d'avion d'une flotte homogène. La structure des réseaux sous-jacents au problème est d'abord introduite dans la section 2.1. La section 2.2 décrit, ensuite, le problème à l'aide d'un modèle de programmation en nombres entiers. La structure des coûts associés aux arcs du modèle est définie dans l'avant-dernière section. Finalement, nous proposons l'approche qu'on emploie afin de résoudre le problème.

2.1 Structure des réseaux

La formulation mathématique du problème acyclique de construction des rotations hebdomadaires d'avion d'une flotte homogène repose sur un ensemble de réseaux, soit un par avion. En effet, à chaque avion de la flotte, on associe un réseau espace-temps $G = (N, A)$, où N dénote l'ensemble des noeuds de G et A l'ensemble de ses arcs. Remarquons ici que ces réseaux sont tous identiques car les avions sont tous du même type et on n'impose pas de conditions initiales (par exemple, sur l'emplacement de chaque avion au début de la semaine). Ces réseaux sont utilisés pour générer toutes les rotations réalisables pour les avions de la flotte. Chaque réseau G contient 8 types de noeuds et 8 types d'arcs. La figure 2.1 montre une illustration graphique d'un réseau G où on considère 3 stations (s1, s2, s3), 4 vols et 2 opportunités de maintenance.

Les noeuds du réseau sont de 8 types : source ($\boldsymbol{o}$), puits ($\boldsymbol{d}$), opportunité de vol ($\boldsymbol{ov}$), intermédiaire ($\boldsymbol{i}$), début de maintenance ($\boldsymbol{dm}$), fin de maintenance ($\boldsymbol{fm}$), début

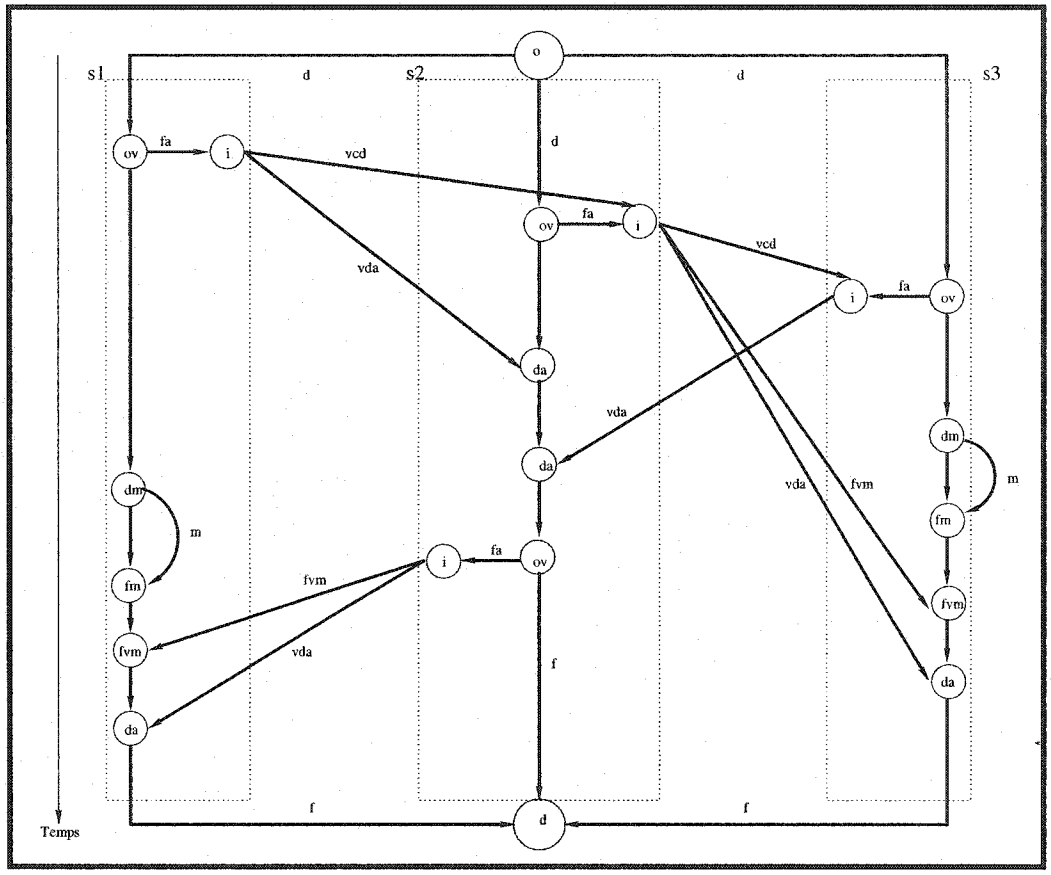

Figure 2.1 – Réseau associé à un avion donné de la flotte

d'attente (***da***), fin de vol et maintenance (***fvm***).

- Les noeuds ***source*** (***o***) et ***puits*** (***d***) : Dans le réseau, il y a un seul noeud source et un seul noeud puits. Ces noeuds indiquent le début et la fin de l'horizon, respectivement.
- Les noeuds ***opportunité de vol*** (***ov***) : Ils représentent pour l'avion des opportunités de débuter des nouveaux segments de vol. Le temps associé à ce type de noeud est le temps de départ du segment de vol en question.
- Les noeuds ***intermédiaire*** (***i***) : Ils sont des répliques identiques des noeuds ***opportunité de vol***. En effet, à chaque noeud ***opportunité de vol***, on associe un noeud ***intermédiaire*** qui représente le début d'un segment de vol. L'utilisation de ces noeuds facilite la modélisation des connexions forcées ou non entre les segments de vol.
- Les noeuds ***début de maintenance*** (***dm***) et les noeuds ***fin de maintenance*** (***fm***) : Ces noeuds vont de paire et ils représentent les débuts et les fins des opérations d'entretien, respectivement, menées sur les avions dans une station donnée. En pratique, les planificateurs associent à chaque opportunité de maintenance un intervalle de temps $[b_m, e_m]$ où doit avoir lieu la maintenance et d_m sa durée. Un couple de noeuds début et fin de maintenance est alors associé à chaque opportunité de maintenance et les temps associés aux membres du couple sont b_m et $b_m + d_m$, respectivement.
- Les noeuds ***début d'attente*** (***da***) : Ils représentent le fait qu'à partir de cet instant, l'avion est libre d'effectuer n'importe quel type de connexion (T-D, T-I, D-T, D-D, etc.) sans être pénalisée, car à partir de cet instant la compagnie aérienne ne s'intéresse plus à favoriser des types bien déterminés de connexions. Le temps associé à ce type de noeud est l'heure d'arrivée augmentée de la durée de connexion restreinte maximum.
- Les noeuds ***fin de vol et maintenance*** (***fvm***) : Ils représentent le fait qu'un avion vient d'effectuer successivement et sans attente au sol un segment de vol

et une maintenance à une station donnée, et qu'à partir du temps associé au noeud, il est prêt à partir pour un nouveau segment de vol. Le temps associé à ce genre de noeud est défini comme la somme de l'heure d'arrivée et la durée de la maintenance effectuée sur l'avion. Ici, il faut noter que le temps de connexion (temps de débarquement, temps de manipulation des bagages, etc.) est inclus dans la durée de la maintenance.

Tous ces noeuds, sauf les noeuds ***intermédiaire***, le noeud ***source***, et le noeud ***puits***, correspondent en fait à des événements qui surviennent à des instants bien définis et dans des stations données du réseau. En partant de cette remarque, on répartit les noeuds sur leurs stations respectives, où ils sont disposés d'une façon chronologique. Dans le cas d'égalité, les événements correspondants à des arrivées sont placés avant les événements de départ sur l'horizon d'événements de la station. Dénotons par E l'ensemble des noeuds-événements du réseau G aussi appelés simplement événements, par S l'ensemble de ses stations, et par E_s l'ensemble des événements qui surviennent à la station $s \in S$. Finalement dénotons par $s(e)$ et $t(e)$ la station et l'instant où l'événement $e \in E$ survient, respectivement. Remarquons ici qu'un modulo d'une semaine est appliqué aux valeurs de $t(e)$, $e \in E$, pour couvrir les cas où les événements arrivent après la fin de la semaine.

Les arcs du réseau se répartissent en 8 types : début (***d***), fin (***f***), attente au sol, vol et connexion directe (***vcd***), vol et début d'attente (***vda***), fin d'attente (***fa***), maintenance (***m***), fin de vol et maintenance (***fvm***).

- Les arcs ***début*** (***d***) : Les arcs de début sont définis comme suit $(o, arg(\min_{e \in E_s} t(e))$, $s \in S$. Ils partent du noeud ***source*** et se terminent aux premiers événements de chaque station du réseau. Ces arcs indiquent les débuts de rotation.
- Les arcs ***fin*** (***f***) : Ils sont définis comme suit $(arg(\max_{e \in E_s} t(e)), d)$, $s \in S$. Ces arcs partent des derniers événements qui surviennent à chaque station du réseau et se terminent au noeud ***puits***. Ces arcs représentent les fins de rotation.

- Les arcs ***attente au sol*** : Ces arcs relient les événements successifs qui surviennent à la même station. Comme leur nom l'indique, ce sont des arcs qui représentent des attentes au sol subies par les avions.
- Les arcs ***vol et connexion directe*** (***vcd***) : Ils relient des noeuds ***intermédiaire*** des segments de vol arrivant aux noeuds ***intermédiaire*** des segments de vol partant. Ce type d'arc n'existe que lorsque la connexion est réalisable, en plus les temps de départ des segments de vol partant doivent appartenir à l'intervalle de temps [heure d'arrivée + durée de connexion minimum, heure d'arrivée + durée de connexion restreinte maximum]. Cet intervalle représente, en fait, une limite de temps où les planificateurs veulent favoriser certains types de connexion (connexions entres des segments de vol de mêmes types, et connexions LIFO). Insistons ici sur le fait que la durée de connexion minimum dépend essentiellement du type d'avion, de la station et de la connexion même (D-D, D-T, etc.). Notons, finalement, que ce type d'arc représente le segment de vol arrivant et la connexion entre ce dernier et le segment de vol partant, et que ces arcs permettent d'associer aux connexions correspondantes des coûts (pénalités) afin de privilégier certaines connexions.
- Les arcs ***vol et début d'attente*** (***vda***) : Ils relient des noeuds ***intermédiaire*** à des noeuds de ***vol et début d'attente*** correspondants. Ces arcs représentent le fait qu'à partir d'un certain instant (heure d'arrivée plus la durée de connexion restreinte maximum) l'avion arrivant peut faire n'importe quel type de connexion (T-I, D-T, etc.) sans être pénalisé.
- Les arcs ***fin d'attente*** (***fa***) : Ils relient chaque noeud ***opportunité de vol*** au noeud ***intermédiaire*** correspondant. Ces arcs représentent pour un avion disponible au sol la possibilité de débuter un nouveau vol.
- Les arcs ***maintenance*** (***m***) : Ils partent des noeuds ***début de maintenance*** et se terminent aux noeuds ***fin de maintenance*** respectifs. Ce type d'arcs représentent pour un avion disponible au sol avant l'intervalle de temps délimitant l'heure de début et de fin de la maintenance, la possibilité de subir des

opérations d'entretien dans la station considérée afin de le maintenir dans un bon état de fonctionnement.

- Les arcs ***fin de vol et maintenance*** (***fvm***) : Ils relient des noeuds ***intermédiaire*** aux noeuds ***fin de vol et maintenance*** correspondants. Ce type d'arc inclut, à la fois, le segment de vol effectué par l'avion et la maintenance que ce dernier a subi dès son atterrissage à la station.

Il faut signaler ici que le flot sur tous les arcs cités ci-haut est positif et sa valeur appartient à l'intervalle $[0, 1]$. Quant aux coûts qui leurs sont associés, ils sont décrits dans la section 2.3.

Finalement, notons que pour les arcs du modèle représentant des vols ou des maintenances (***vol et connexion directe***, ***vol et début d'attente***, ***maintenance***, ***fin de vol et maintenance***) qui finissent au-delà de la fin de l'horizon, on réserve un traitement spécial. En effet, si $(i, j) \in A$ est un tel arc, j correspond nécessairement à l'événement qui dépasse la limite de l'horizon et qui survient à la station $s \in S$. Le noeud j est alors placé sur l'horizon des événements de la station s au temps $t(j)$ diminué d'une semaine (la longueur de l'horizon). L'arc (i, j) est alors remplacé par le couple d'arcs (i, d) et (o, j) dont les flots sont obligatoirement égaux (voir Fig. 2.2). En vu d'alléger le schéma, ce type d'arc n'a pas été représenté dans la figure 2.1. De même, nous omettons les contraintes reliées à ces arcs dans la formulation de la section suivante.

Pour un avion donné de la flotte, toute rotation réalisable correspond nécessairement à un chemin dans le réseau G entre les noeuds o et d. Cette rotation est constitué d'une succession d'arcs dont le premier et le dernier sont nécessairement des arcs ***début*** et ***fin***, respectivement. Le reste de la rotation est une combinaison d'arcs ***vol et connexion directe***, ***début d'attente***, ***fin d'attente***, ***fin vol et maintenance*** et ***attente au sol***.

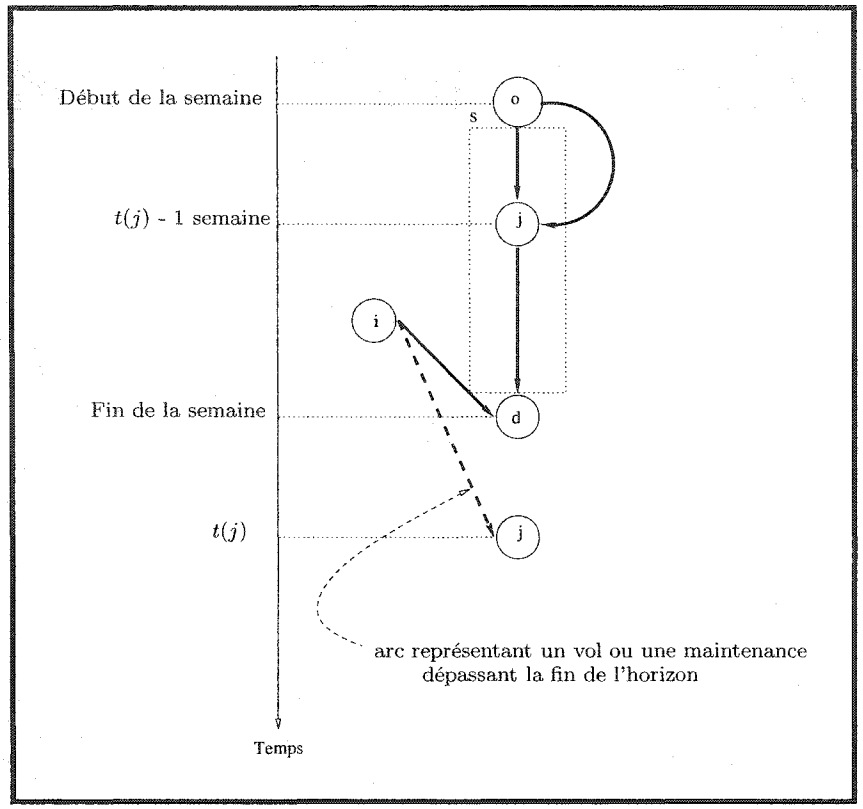

Figure 2.2 – Traitement réservé aux arcs dépassant la fin de l'horizon

2.2 Modèle mathématique

Cette section formule le problème acyclique de construction des rotations hebdomadaires d'avion comme un modèle de multiflots à coût minimum. On associe un flot à chaque avion disponible. Nous introduisons au préalable la notation supplémentaire nécessaire pour notre modèle.

Soit K l'ensemble des avions disponibles de la flotte homogène. L'indice $k \in K$ dénote l'avion numéro k de la flotte. On fera circuler ces avions, un par un, dans le réseau G ce qui donnera un réseau $G^k = (N^k, A^k)$ par avion. Soit L l'ensemble des segments de vol à couvrir par la flotte K. Les éléments de L sont dénotés par l'indice

l. Soit M l'ensemble des types de maintenance à effectuer sur l'ensemble des avions de la flotte pendant une semaine, les éléments de M sont désignés par m. Le nombre de maintenances de type m imposées par semaine sur la flotte est désigné par n_m. En pratique, n_m est souvent inférieur ou égale à $|K|$. On désigne par ρ_m le nombre maximum de maintenances de type m que peut subir un avion donné, et il est égal à $\lceil n_m/|K| \rceil$. La capacité d'une station donnée $s \in S$ à effectuer simultanément des maintenances de type m la même journée $t \in \{1, .., 7\}$ est notée C^{smt}.

On définit a_{ij}^l un paramètre qui prend la valeur 1 si le segment de vol $l \in L$ est représenté par l'arc (i, j), et 0 sinon. Par analogie, définissons d_{ij}^m un deuxième paramètre qui prend la valeur de 1 si l'arc (i, j) représente une maintenance de type m, et 0 sinon. Définissons aussi b_{ij}^{smt} un paramètre qui prend la valeur 1 si l'arc $(i, j) \in A^k$ représente une maintenance de type m s'effectuant à la station $s \in S$ au cours de la journée $t \in \{1, .., 7\}$, et 0 sinon.

Les variables du modèle mathématique sont de deux types : les variables de flot et les variables de surplus. En effet, une variable de flot X_{ij}^k est associée à chaque arc $(i, j) \in A^k$. Cette variable binaire indique si, au cours de sa rotation, l'avion numéro k de la flotte passe par l'arc (i, j) ou non. Une variable de surplus Y^k est associée à chaque avion k de la flotte. Elle compte le surplus de maintenances qu'a subi l'avion k. Cette variable non négative permet de violer les contraintes correspondantes moyennant une pénalité unitaire γ fixée empiriquement ($\gamma = 1000$ pour les tests).

Le modèle mathématique représentant le problème acyclique de construction des rotations hebdomadaires d'avion s'écrit alors de la façon suivante :

$$\text{Minimiser} \sum_{k \in K} (\gamma Y^k + \sum_{(i,j) \in A^k} c_{ij} X_{ij}^k) \tag{2.1}$$

sujet à :

$$\sum_{k\in K}\sum_{(i,j)\in A^k} a_{ij}^l X_{ij}^k = 1\,, \qquad \forall\, l \in L \tag{2.2}$$

$$\sum_{k\in K}\sum_{(i,j)\in A^k} d_{ij}^m X_{ij}^k = n_m\,, \qquad \forall\, m \in M \tag{2.3}$$

$$\sum_{(i,j)\in A^k}\sum_{m\in M} d_{ij}^m X_{ij}^k - Y^k \leq \rho_m\,, \qquad \forall\, k \in K \tag{2.4}$$

$$\sum_{(j,i)\in A^k} X_{ji}^k = \sum_{(i,j)\in A^k} X_{ij}^k\,, \qquad \forall\, k \in K,\, i \in N^k \backslash \{o,d\} \tag{2.5}$$

$$\sum_{(o,j)\in A^k} X_{oj}^k = \sum_{(i,d)\in A^k} X_{id}^k = 1\,, \qquad \forall\, k \in K \tag{2.6}$$

$$\sum_{k\in K}\sum_{(i,j)\in A^k} b_{ij}^{smt} X_{ij}^k \leq C^{smt}\,, \qquad \forall\, s \in S,\, m \in M,\, t \in \{1,..,7\} \tag{2.7}$$

$$X_{ij}^k \in \{0,1\}\,, \qquad \forall k \in K,\, (i,j) \in A^k \tag{2.8}$$

$$Y^k \geq 0\,, \qquad \forall\, k \in K. \tag{2.9}$$

La fonction objectif (2.1) cherche à minimiser les pénalités encourues par les connexions entre les segments de vol de types différents, la violation de la règle LIFO dans les connexions entre les segments de vol arrivant et partant, et la violation des contraintes imposant au plus ρ_m maintenances par avion. Les équations (2.2) assurent que chaque segment de vol soit effectué exactement une seule fois. Les équations (2.3) exigent que chaque type de maintenance soit effectué autant de fois par semaine que la compagnie l'impose. Les contraintes (2.4) imposent que chaque avion de la flotte subisse, au plus, ρ_m maintenances. Rappelons que ces contraintes peuvent être violées en imposant une pénalité (γ) via l'incrémentation des variables de surplus Y^k si le nombre de maintenances par avion dépasse ρ_m par semaine. Les contraintes de conservation de flot pour chaque avion k et à chaque noeud i du réseau

G^k sont représentées par les équations (2.5). Les équations (2.6) exigent, implicitement, l'affectation d'une rotation à chaque avion de la flotte. Les contraintes (2.7) expriment la capacité d'une station à effectuer au cours de la même journée des maintenances d'un type donné. Finalement, les contraintes d'intégrité des variables de flot et de non-négativité des variables de surplus sont données par (2.8) et (2.9), respectivement.

2.3 Structure des coûts

Les coûts associés aux arcs du modèle sont tous nuls sauf pour les arcs ***vol et connexion directe***. Soit $(i,j) \in A$ un arc de ce type, le coût c_{ij} qui lui est associé est la somme des deux coûts c^1_{ij} et c^2_{ij} qui sont définis de la façon suivante :

$$c^1_{ij} = \begin{cases} v > 0 & \text{si l'arc } (i,j) \text{ connecte deux segments de vol de types différents} \\ 0 & \text{sinon,} \end{cases}$$

où v est une valeur positive fixée empiriquement ($v = 100$ pour les tests), et

$$c^2_{ij} = \sqrt{t_d - t_a}$$

où t_d est l'heure de départ du segment de vol partant, t_a est l'heure d'arrivée du segment de vol arrivant.

c^1_{ij} représente la pénalité encourue lorsqu'on connecte deux segments de vol de types différents (D-T, D-I, T-I, etc.). Cette pénalité est utilisée en vu de favoriser les connexions uniformes (D-D, T-T, I-I). c^2_{ij} représente une pénalité qui associée aux arcs ***vol et connexion directe***, favorise les connexions LIFO. Ceci est dû aux propriétés mathématiques liées à la concavité de la fonction racine carrée. Pour illustrer ceci, prenons le cas d'une station $s \in S$ où trois segments de vols A_1, A_2 et A_3 arrivent et trois segments de vol P_1, P_2 et P_3 partent. Supposons que tous les segments de

vol arrivants peuvent se connecter à tous les segments de vol partants. La figure 2.3 montre que la concavité de la fonction racine carrée fait que le cas des connexions LIFO (A_1-P_3, A_2-P_2, A_3-P_1) est préféré au cas de trois connexions du type FIFO (A_1-P_1, A_2-P_2, A_3-P_3).

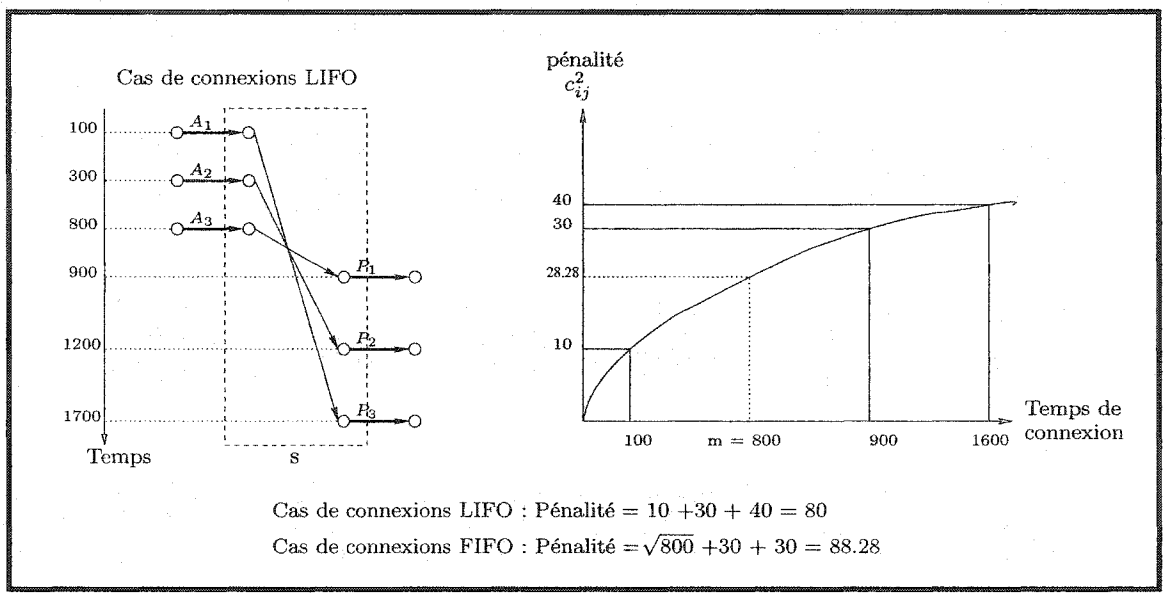

Figure 2.3 – Favorisation des connexions LIFO

La figure 2.4 représente les six différentes possibilités de connexion entre ces segments de vol et la pénalité encourue dans chaque cas.

Cet exemple montre que parmi toutes les possibilités de connexion c'est celle qui favorise les connexions LIFO qui est choisie à l'optimalité. Le cas traité ne considère que trois connexions mais cette propriété semble être valable, en générale, pour un nombre quelconque de connexions.

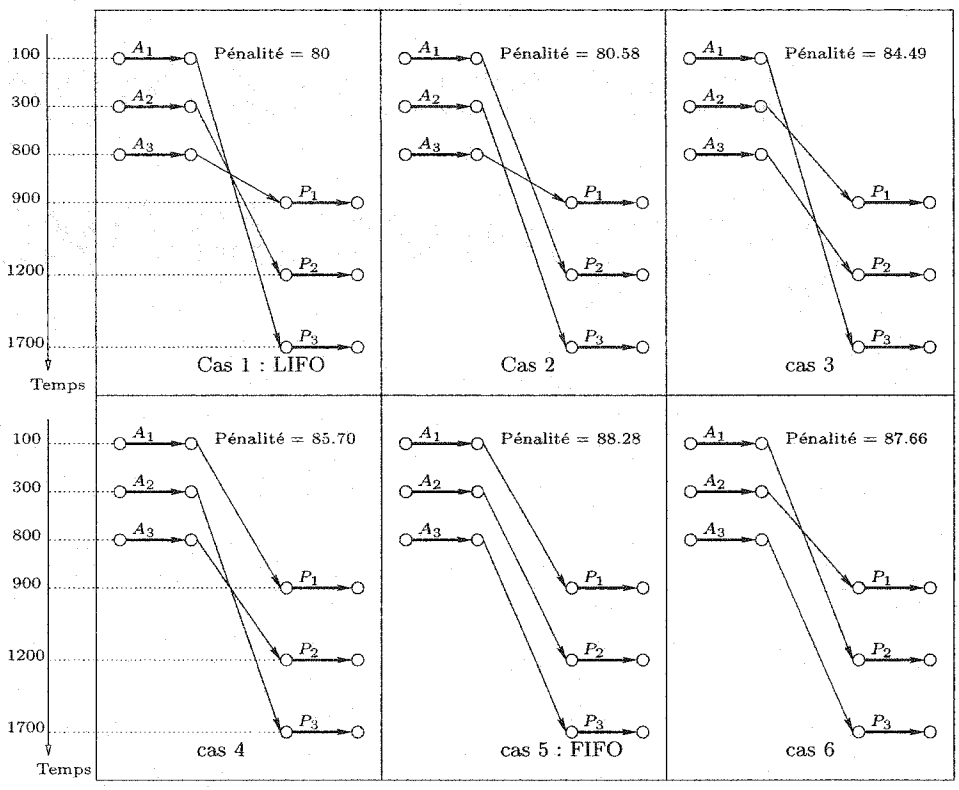

Figure 2.4 – Favorisation des connexions LIFO

2.4 Approches de résolution

Cette section présente les approches de résolution utilisées afin de résoudre le programme linéaire en nombres entiers (2.1) – (2.9) présenté ci-haut. La première sous-section décrit une approche de résolution directe. Comme nous le verrons, cette approche permet d'obtenir de très bonnes solutions entières pour les problèmes de petite taille. Cette approche s'est avérée infructueuse pour la résolution des problèmes de grande taille. Aussi, nous avons développé des variantes de cette approche de résolution dans le but d'arriver à faire un bon compromis entre la qualité des solutions et les temps de résolution des problèmes. La sous-section 2.4.2 présente une stratégie d'agrégation des réseaux. La dernière sous-section détaille une stratégie d'accélération

de la méthode de résolution.

2.4.1 Approche directe

Afin de résoudre le programme linéaire en nombres entiers (2.1) – (2.9), nous utilisons un algorithme de séparation et évaluation progressive, soit la version MIP de CPLEX 7.5. Les sous-problèmes de l'arbre d'énumération correspondent à résoudre une relaxation linéaire du problème qui permet de calculer la borne inférieure associée au noeud correspondant de l'arbre de branchement. Précisons ici que les relaxations linéaires aux différents noeuds de branchement sont résolues par un algorithme de points intérieurs de type barrière (CPLEX 7.5) et que l'ordre de branchement sur les variables du problème est établi par CPLEX lui-même sans notre intervention. Mentionnons aussi que des procédures d'agrégation semblables à celles utilisées par HANE *et al.* (1995) sont appliquées par CPLEX au début de la résolution. En effet, notre modèle n'accorde pas une importance au fait qu'un événement d'arrivée a lieu à 10 : 00am ou 10 : 05am tant qu'aucun événement de départ ne survient entre ces deux heures. Donc, il n'y a pas d'avantage à placer les événements d'arrivée plus tôt que le prochain événement de départ, ni à placer les événements de départ plus tard que le premier événement d'arrivée qui les précédent dans le temps. Dans l'exemple de la figure 2.5, seulement trois noeuds sont requis : un pour C et D, un pour E et F et le dernier pour G, H, A et B. On voit bien que cette remarque nous permet de réduire la taille du modèle (2.1) – (2.9) en agrégeant des noeuds en un seul et en éliminant les arcs d'attente au sol qui les relient.

Une stratégie d'exploration du type profondeur d'abord est utilisée pour obtenir une solution réalisable. Pour arriver à faire un bon compromis entre la qualité de la solution et le temps nécessaire pour l'obtenir, nous avons choisi de mettre fin à l'exploration de l'arbre de branchement dès que le saut d'intégrité descend sous la

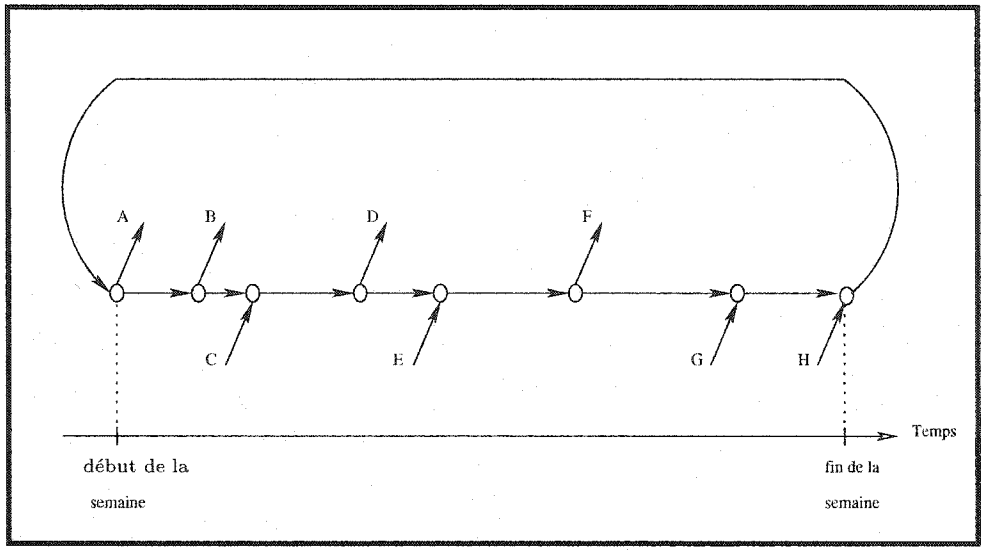

Figure 2.5 – Agrégation des noeuds

barre de 1000 (soit l'équivalent d'une maintenance mal répartie), ou dès que le temps de résolution dépasse 5 heures. Dans ce cas, on prendra la meilleure solution entière trouvée pendant ce temps de calcul.

2.4.2 Stratégie d'agrégation

En analysant les données des différents problèmes à résoudre, on a remarqué que le nombre total de maintenances exigé par la compagnie aérienne pour une flotte donnée est toujours inférieur ou égal au nombre d'avions disponibles de la flotte. Cette remarque nous amène à affirmer que le surplus des avions disponibles par rapport au nombre de maintenances total exigé ne subira pas d'opérations d'entretien pendant toute la semaine. Ceci nous permet de confiner ce surplus d'avions dans un seul réseau appelé réseau agrégé. Ce dernier sera dépourvu des arcs qui représentent des maintenances. Cette stratégie amène aussi une réduction sur la taille du modèle (2.1) – (2.9). En effet, le nombre de réseaux à traiter passe du nombre d'avions

disponibles de la flotte au nombre de maintenances total exigé pour cette flotte plus 1. Il est à noter que, pour le réseau agrégé, les contraintes (2.8) du modèle (2.1)−(2.9) doivent être remplacées par : $X_{ij}^k \geq 0$ et entiers, si (i,j) est un arc d'attente au sol et la contrainte (2.6) par $\sum_{(o,j)\in A^k} X_{oj}^k = \sum_{(i,d)\in A^k} X_{id}^k = n_r$, où n_r est le nombre d'avions confinés dans le réseau agrégé.

Une fois la solution du nouveau modèle obtenue, une rotation est reconstruite a posteriori pour chaque avion ayant été associé au réseau agrégé. Cette reconstruction est aisée et consiste à sélectionner successivement des chemins entre la source et le puits du réseau agrégé en utilisant seulement les arcs qui portent un flot positif.

2.4.3 Stratégie d'accélération

Une stratégie d'accélération heuristique a été implantée afin de réduire les temps de calculs tout en maintenant une bonne qualité des solutions. En fait, cette stratégie consiste à fixer définitivement à 1 toutes les variables du problème ne représentant pas le flot sur un arc d'attente au sol et prenant une valeur supérieure ou égale au paramètre de fixation de variables dont la valeur est 0.7 dans la solution d'une relaxation linéaire. L'exception est due au fait que la valeur du flot sur les arcs d'attente au sol dans le réseau agrégé traité dans la sous-section 2.4.2 est un entier positif et pas nécessairement binaire. La fixation des variables du problème débute dès le noeud racine de l'arbre d'énumération et se termine lorsque le nombre de variables à fixer est inférieur à dix, une valeur choisie empiriquement.

Une fois cette phase terminée, les décisions de branchement sont prises en priorité sur les variables comptant le nombre de maintenances par avion de la flotte, puis sur les variables de flot des arcs représentant des connexions, et enfin sur les variables de flot des arcs représentant des segments de vol. Au sein même de chacun de ces

groupes de variables, on a établi un ordre de priorité, ce dernier est établi à partir de la solution de la relaxation linéaire : le poids de priorité associé à chaque variable est d'autant plus grand que la valeur de cette variable dans la solution réelle est près d'un entier 0 ou 1. Une fois que l'ordre de branchement est établi, on passe à la phase de résolution en nombres entiers. La figure 2.6 montre les différentes phases de cette stratégie combinée avec l'approche directe.

2.5 Résultats numériques

Cette section présente dans sa première sous-section une description détaillée des problèmes fournis par la compagnie aérienne Air Canada. Dans les sous-sections suivantes, on présente les résultats découlant de l'approche directe, de la stratégie d'agrégation et de la stratégie d'accélération. Comme nous le verrons, même en utilisant ces différentes stratégies de résolution, nous ne sommes pas parvenus à résoudre exhaustivement les problèmes relatifs à toutes les flottes. Pour cette raison, on présente dans l'avant-dernière sous-section, une série d'expériences menées sur les problèmes de grande taille dans le but de réduire encore plus les temps de résolution et de trouver les solutions entières associées aux problèmes non résolus. Ces expériences introduisent une nouvelle stratégie de résolution qui est la perturbation.

2.5.1 Spécifications des problèmes

Nos expérimentations ont été faites à partir d'un jeu de données fourni par la compagnie aérienne Air Canada. Ces données portent sur 15 différentes flottes qui sont décrites dans le tableau 2.1 par ordre croissant de leur nombre d'avions disponibles. Pour chaque flotte, ce tableau indique le nombre d'avions disponibles, le nombre de

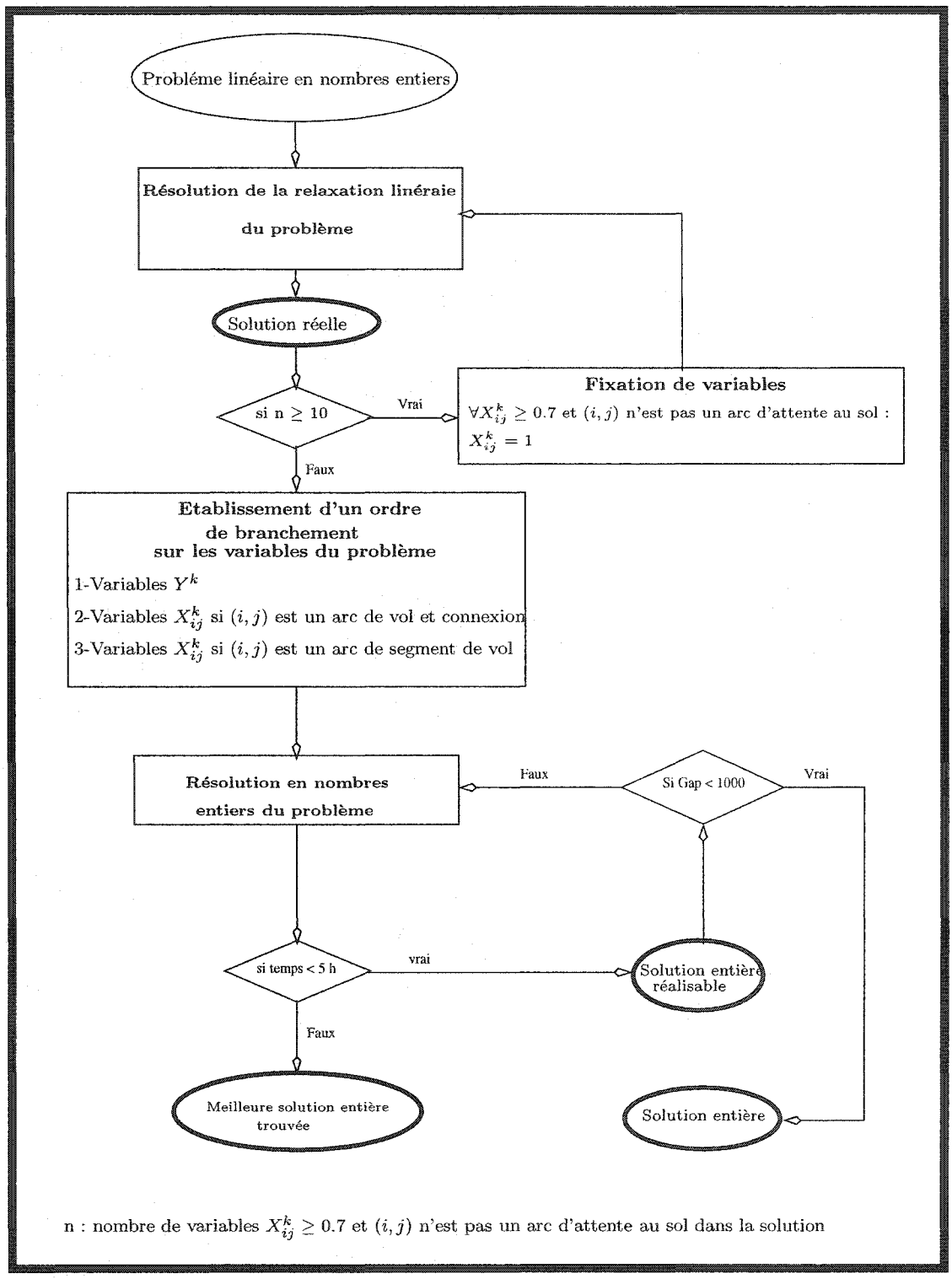

Figure 2.6 – Approche directe avec stratégie d'accélération

vols à effectuer au cours de la semaine, le nombre de stations desservies par cette flotte, le nombre total de maintenances exigé et enfin le nombre de stations où ce type d'avion peut subir des opérations de maintenance. Ces statistiques donnent une idée sur la taille des problèmes à traiter. En effet, l'ensemble de ces flottes doivent couvrir en totalité 5084 vols sur un horizon d'une semaine et servir 97 villes. Signalons, enfin, que les expérimentations numériques ont toutes été effectuées sur des machines Sunfire 4800/ 900 MH.

Tableau 2.1 – Spécifications des problèmes

Flotte	Nb Avions	Nb Vols	Nb Stat Desservies	Nb Maint	Nb Stat Maint
74E	3	33	5	3	1
744	4	48	4	4	1
76B	4	58	7	4	2
76P	5	118	5	4	2
763	6	86	9	6	2
32C	6	185	11	2	3
321	8	238	8	2	3
333	8	119	6	8	2
343	9	85	9	9	2
73Q	16	571	15	7	1
767	16	345	17	15	3
76C	18	248	18	14	2
CRJ	24	895	25	7	1
320	32	896	29	14	3
319	44	1159	46	14	3

2.5.2 Résultats numériques de l'approche directe

Cette sous-section présente dans le tableau 2.2 les résultats numériques découlant de l'utilisation de l'approche directe pour la résolution du modèle. Ce tableau affiche sur ses lignes les différentes flottes. Pour chaque flotte, il rapporte le nombre de variables, le nombre de contraintes, le temps requis en secondes pour résoudre la relaxation linéaire, le temps total pour trouver la solution entière, le nombre de noeuds de branchement explorés, le saut d'intégrité calculé comme la différence entre la valeur de la solution entière et la valeur de la solution de la relaxation linéaire, la répartition des maintenances sur les avions de la flotte et, finalement, le pourcentage des connexions uniformes utilisées dans la solution trouvée et calculé par rapport au nombre total de connexions utilisées dans la solution. Il faut signaler que la répartition des maintenances s'exprime par des n-uplets mentionnant le nombre de maintenances effectuées par chaque avion de la flotte qui a eu droit à plus qu'une maintenance au cours de la semaine. Par exemple (2) indique qu'un seul avion subit plus d'une maintenance soit 2, tandis que $(2, 3)$ indique que 2 avions subissent plus d'une maintenance, soit 2 et 3 maintenances. A partir de cette information et du nombre de maintenances exigé, on peut déduire le nombre d'avions ayant une seule maintenance. Il est aussi à noter que le temps LP n'inclut pas le temps requis par l'algorithme de purification (crossover) pour retrouver une solution de base réalisable.

D'après les résultats de ces premiers tests, nous pouvons observer que les problèmes se classent en deux groupes : le premier est celui des problèmes qui ont des tailles relativement petites à savoir 74E, 744, 76B, 76P, 763, 32C, 321, 333 et 343. Pour ces derniers, l'approche directe nous a permis d'obtenir de très bonnes solutions entières du point de vue répartition des maintenances, utilisation des connexions uniformes, utilisation des connexions LIFO et saut d'intégrité. En effet, les solutions obtenues

Tableau 2.2 – Résultats numériques de l'approche directe

Flotte	Nb Var	Nb Cont	Temps LP(s)	Temps Tot	Nb B&B	Gap	Repart Maint	Conn Unif(%)
74E	704	510	< 1	< 1 s	0	0	-	100
744	1058	798	< 1	< 1 s	1	0	-	100
76B	1867	1228	< 1	1 s	4	1000	(2)	41
76P	3726	2349	< 1	1 s	0	0	-	100
763	3660	2460	< 1	12 s	21	1100	(2)	91
32C	6957	4059	1	84 s	52	0	-	100
321	11669	6602	3	8 s	1	0	-	98
333	5149	3574	1	48 s	91	0	-	74
343	4280	2901	< 1	4 s	6	0	-	92
73Q	52375	28935	31	> 5 h	-	-	-	-
767	36243	20863	19	> 5 h	-	-	-	-
76C	25084	16122	8	> 5 h	-	-	-	-
CRJ	123367	66642	191	> 5 h	-	-	-	-
320	178101	91781	354	> 5 h	-	-	-	-
319	322013	163236	1065	> 5 h	-	-	-	-

montrent que pour les flottes mentionnées ci-haut, chaque avion a eu droit à au plus une maintenance sauf pour les flottes 76B et 763, que les arcs de connexion uniformes ont été largement utilisées en comparaison avec les arcs de connexion non uniformes, que les sauts d'intégrité entre les solutions entières et réelles sont négligeables sauf pour les flottes 76B et 763 et que les connexions LIFO sont préférées au reste des connexions. En effet, la figure 2.7 représente la solution trouvée pour la flotte 76P au niveau de la station YYZ et pendant l'intervalle de temps $[0, 896min]$. On voit bien que notre modèle favorise les connexions LIFO. Signalons ici que la favorisation de ce type de connexions a bel et bien été vérifiée dans les solutions trouvées pour d'autres flottes, au niveau d'autres stations et pour différents intervalles de temps. En plus, les temps de résolution pour ce premier groupe de problèmes sont de l'ordre de quelques secondes. Donc l'approche directe s'avère très efficace pour la résolution des

problèmes acycliques de construction des rotations hebdomadaires d'avion de petite taille.

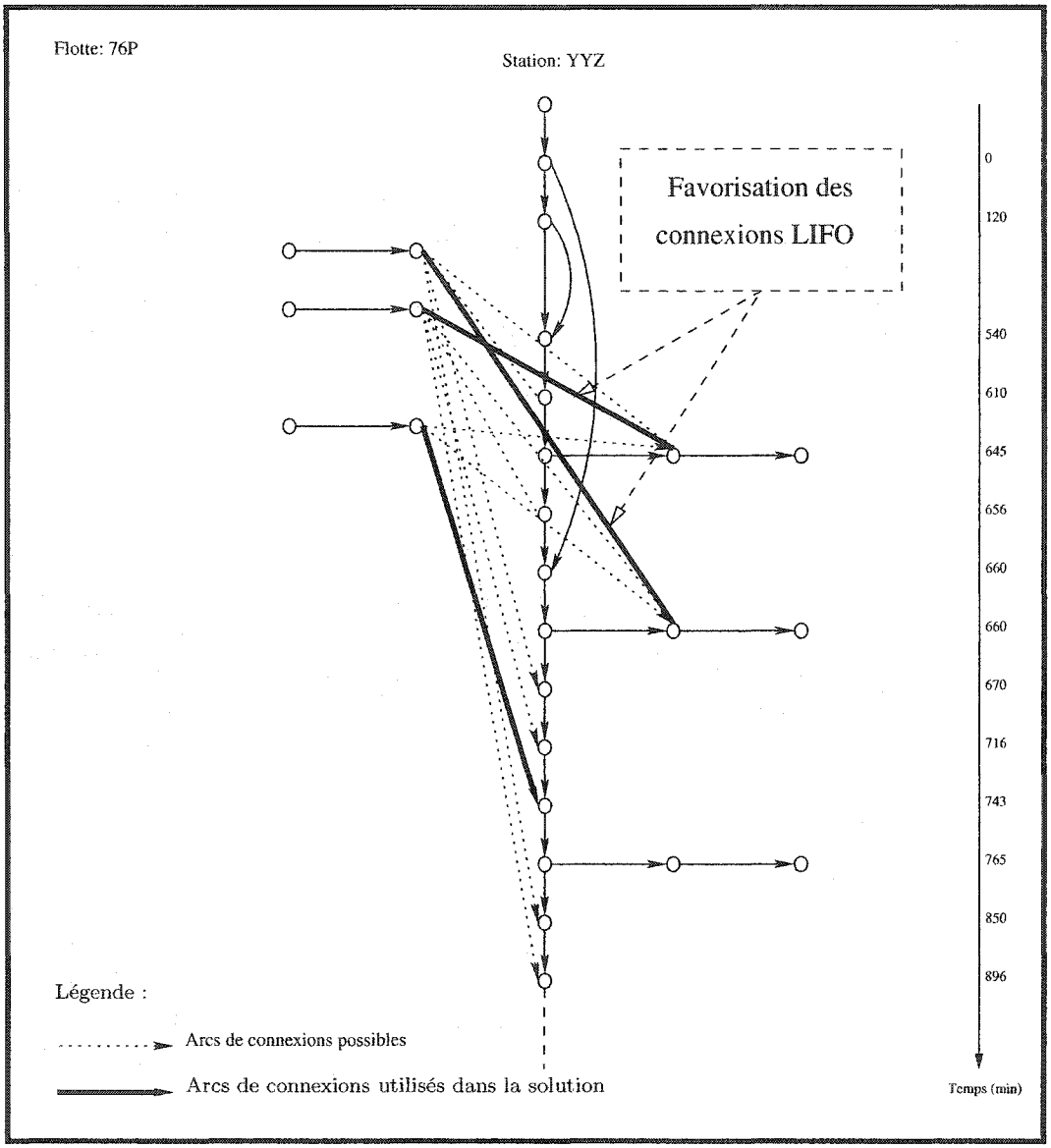

Figure 2.7 – Utilisation des connexions LIFO pour la flotte 76P à la station YYZ

Pour les problèmes faisant partie du second groupe à savoir 73Q, 767, 76C, CRJ,

320 et 319, l'approche directe n'a pu fournir que les solutions des relaxations linéaires des problèmes originaux. Toutefois, les solutions entières n'ont pas été obtenues en 5 heures de calculs. Ceci est dû aux énormes tailles des problèmes de ce groupe. La présente approche s'avère donc inutilisable dans ces cas.

2.5.3 Résultats numériques de la stratégie d'agrégation

Cette stratégie s'avère pertinente seulement pour les problèmes où le nombre total de maintenances est strictement inférieur au nombre d'avions disponibles de la flotte plus un, soit les 32C, 321, 73Q, 76C, CRJ, 320 et 319. Les résultats de cette stratégie sont consignés dans le tableau 2.3 dont les lignes se limitent aux problèmes cités ci-haut. Dans ce tableau et pour chacun de ces problèmes, on affiche les mêmes données que pour le tableau 2.2, en plus d'une dernière colonne qui affiche le nombre de variables enlevées grâce à cette nouvelle stratégie.

Tableau 2.3 – Résultats numériques de la stratégie d'agrégation

Flotte	Nb Var	Nb Cont	Temps LP(s)	Temps Tot	Nb B&B	Gap	Repart Maint	Conn Unif(%)	Nb Var Enlv
32C	3498	2142	1	21 s	27	0	-	100	3459
321	4389	2657	1	2 s	0	0	-	98	7280
73Q	26191	14791	12	> 5 h	-	-	-	-	26184
76C	20908	13488	9	> 5 h	-	-	-	-	4176
CRJ	41127	22866	54	> 5 h	-	-	-	-	82240
320	83496	43569	130	> 5 h	-	-	-	-	94605
319	109791	56516	443	> 5 h	-	-	-	-	212222

L'analyse des résultats de cette stratégie montre que, pour les problèmes de petite taille (32C et 321), on obtient les mêmes solutions que celles produites par l'approche

directe mais en des temps de résolution moindres. Pour les problèmes de grande taille (73Q, 767, 76C, CRJ, 320 et 319), cette nouvelle stratégie permet de retrouver les mêmes solutions pour les relaxations linéaires que celles obtenues par l'approche directe et ce en des temps significativement plus petits (réduction moyenne de 51%). Par contre, les solutions entières de ces problèmes restent indéterminées après 5 heures de calculs. Signalons finalement que la réduction des temps de résolution des relaxations linéaires de ces gros problèmes s'avère prometteuse dans le cas où on combine cette stratégie avec la stratégie d'accélération.

2.5.4 Résultats numériques de la stratégie d'accélération

Cette stratégie heuristique est testée seulement sur les problèmes pour lesquels on n'a pas pu jusqu'à maintenant trouver une solution entière à savoir les problèmes relatifs aux flottes 73Q, 767, 76C, CRJ, 320 et 319. Les résultats de cette stratégie sont affichés dans le tableau 2.4 et les résultats de cette stratégie combinée avec la stratégie d'agrégation sont consignés dans le tableau 2.5. Les lignes de ces deux tableaux se limitent aux problèmes cités ci-haut. Dans ces tableaux et pour chaque problème, on rapporte les mêmes statistiques que celles présentées pour l'approche directe. Mentionnons seulement que le nombre de variables, le nombre de contraintes et le temps de résolution des relaxations linéaires ne sont pas affichés dans ce tableau car ils ont été spécifiés dans les tableaux 2.2 et 2.3. Une colonne a été ajoutée aux deux tableaux afin de spécifier le nombre d'arcs dont le flot a été fixé à un par la stratégie d'accélération.

L'analyse des résultats découlant de la stratégie d'accélération seule montre qu'on a réussi à résoudre les problèmes relatifs aux flottes 73Q, CRJ et 320. Les temps de résolution totaux ont été ramenés en-dessous de la barre des 5 heures. La qualité des solutions obtenues est bonne du point de vue de nos objectifs.

Tableau 2.4 – Résultats numériques avec la stratégie d'accélération

Flotte	Temps Tot	Nb B&B	Gap	Repart Maint	Conn Unif(%)	Nb Var Fix à 1
73Q	363 s	1	1000	(2)	92	627
767	> 5 h	-	-	-	-	-
76C	> 5 h	-	-	-	-	-
CRJ	2003 s	0	0	-	93	1183
320	7625 s	0	0	-	90	1229
319	> 5 h	-	-	-	-	-

Tableau 2.5 – Résultats numériques avec les stratégies d'accélération et d'agrégation

Flotte	Temps Tot	Nb B&B	Gap	Repart Maint	Conn Unif(%)	Nb Var Fix à 1
73Q	147 s	9	4001	(5)	92	452
76C	> 5 h	0	-	-	-	-
CRJ	213 s	4	1023	(2)	93	1028
320	3382 s	21	2122	(3)	90	848
319	6426 s	40	1000	(2)	91	1157

L'analyse des résultats affichés dans le tableau 2.5 montrent que la stratégie d'accélération combinée avec la stratégie d'agrégation nous a permis de déterminer les solutions entières des gros problèmes en des temps inférieurs à 5 heures sauf pour la flotte 76C. Les solutions obtenues sont de bonne qualité dans la mesure où la répartition des maintenances sur les avions des flottes est relativement équilibrée, l'utilisation des arcs de connexion uniformes est de loin supérieure à celle des arcs de connexion non uniformes, et les sauts d'intégrité sont restés acceptables sauf pour la flotte 73Q où le saut d'intégrité est de 4001. De plus, pour ce cas, parmi les 16 avions disponibles de cette flotte, il y en a un qui fera 5 des 7 maintenances requises

pour toute la flotte. La solution trouvée pour cette flotte n'est donc pas acceptable mais, comme nous le verrons dans la sous-section suivante, elle sera considérablement améliorée.

Les tableaux 2.4 et 2.5 montrent que, même en utilisant la stratégie d'accélération, les solutions entières relatives aux flottes 767 et 76C sont restées indéterminées après 5 heures de calculs. Ceci est dû au fait que ces deux flottes possèdent les plus grands nombres totaux de maintenances exigés par la compagnie aérienne soit 15 pour les 16 avions 767 disponibles et 14 pour les 18 avions 76C disponibles. La recherche de solutions assurant une bonne répartition des maintenances sur les avions de ces deux flottes s'avère une tâche coûteuse en temps de calculs. Afin de réduire encore plus les temps de résolution des problèmes de grande taille soit 73Q, 767, 76C, CRJ, 320 et 319, nous avons décidé d'effectuer des expérimentations additionnelles sur ces flottes. Ces expérimentations et leurs résultats numériques sont décrites dans la sous-section suivante.

2.5.5 Expérimentations additionnelles menées sur les flottes de grande taille

Pour les problèmes relatifs aux flottes 73Q, 767, 76C, CRJ, 320 et 319, on a décidé de jouer sur deux paramètres. Le premier est le paramètre de fixation des variables au-dessus duquel on fixe la valeur de la variable à 1 (dans la stratégie d'accélération) et le deuxième est la limite du temps de résolution accordée à CPLEX pour trouver la solution entière.

On a choisi de faire quatre expériences. La première consiste à fixer le premier paramètre à 0.7 et à ne pas imposer une limite au temps de résolution. Les deuxième et troisième expériences consistent à fixer le premier paramètre à 0.65 et 0.6, respectivement, et à fixer la limite du temps de résolution à 5 heures. Enfin, la quatrième

expérience consiste à choisir la valeur 0.7 pour le paramètre de fixation des variables et la valeur de 5 heures comme limite au temps de résolution mais en introduisant une légère perturbation sur les coûts des arcs des réseaux. La valeur de cette perturbation est choisie aléatoirement et dépend uniquement du numéro de l'avion. De cette façon, on parvient à différentier légèrement les réseaux associés aux avions de la flotte ce qui rend la solution de la relaxation linéaire moins fractionnaire. Précisons, enfin, que dans le cas des flottes 73Q, 76C, CRJ, 320 et 319, on a combiné à cette perturbation les stratégies d'accélération et d'agrégation et que cette dernière n'est pas applicable dans le cas de la flotte 767.

Les résultats des quatre expériences menées sur les six flottes sont affichés dans le tableau 2.6. Les lignes de ce tableau correspondent aux quatre expériences menées sur chaque flotte. Pour chaque expérience, on affiche les mêmes statistiques que dans le tableau 2.2. On affiche, en plus, les valeurs choisies pour le paramètre de fixation des variables, la limite du temps de résolution et si on utilise ou non la stratégie de perturbation.

L'analyse des résultats du tableau 2.6 montrent que l'intégration de la stratégie de perturbation dans l'approche de résolution des problèmes de grande taille a réduit d'une façon spectaculaire les temps de résolution de ces problèmes. En effet, le problème relatif à la flotte 767 qui se résolvait en 176.6 heures se résout en 155 secondes avec la stratégie de perturbation et la totalité des ces problèmes se résolvent en une trentaine de minutes. Signalons ici que la première expérience relative à la flotte 76C a été arrêtée après 700 heures de calculs sans avoir obtenu la solution entière du problème. Il est aussi à noter qu'en utilisant la stratégie de perturbation, la qualité des solutions s'est améliorée remarquablement. Ceci se dégage clairement à partir des valeurs du saut d'intégrité sauf pour les 76C, la répartition des maintenances sur les avions disponibles de chaque flotte et les taux d'utilisation des connexions uniformes et du type LIFO trouvés.

Tableau 2.6 – Résultats numériques des expériences

Flotte	Param Fix Var	Limite Temps(h)	Pert ?	Temps LP(s)	Temps Tot	Nb B&B	Gap	Repart Maint	Conn Unif(%)
73Q	0.7	∞	non	12	147 s	9	4001	(5)	92
	0.65	5	non	11	33 s	0	4001	(4,2)	92
	0.6	5	non	12	36 s	0	4001	(3,3)	92
	0.7	5	oui	20	39 s	0	1008	(2)	92
767	0.7	∞	non	21	176.6 h	9538	1380	-	82
	0.65	5	non	22	> 5 h	-	-	-	-
	0.6	5	non	21	> 5 h	-	-	-	-
	0.7	5	oui	32	155 s	9	10	-	87
76C	0.7	∞	non	9	> 700 h	-	-	-	-
	0.65	5	non	9	3213 s	802	3000	(2,2,2)	80
	0.6	5	non	9	100 s	1	3000	(2,2,2)	80
	0.7	5	oui	11	43 s	21	3002	(2,2,2)	80
CRJ	0.7	∞	non	54	213 s	4	1023	(2)	93
	0.65	5	non	52	148 s	0	3008	(4)	93
	0.6	5	non	53	329 s	1	3130	(3,2)	93
	0.7	5	oui	66	72 s	0	9	-	93
320	0.7	∞	non	131	3382 s	21	2122	(3)	90
	0.65	5	non	128	N.R	-	-	-	-
	0.6	5	non	131	N.R	-	-	-	-
	0.7	5	oui	226	646 s	5	231	-	90
319	0.7	∞	non	445	6426 s	40	1000	(2)	91
	0.65	5	non	440	13586 s	0	3000	(3,2)	91
	0.6	5	non	439	N.R	-	-	-	-
	0.7	5	oui	685	978 s	4	1	-	91

Signalons aussi que la manipulation de la valeur du paramètre de fixation des variables (0.7, 0.65, 0.6) ne réduit pas nécessairement les temps de résolution (par exemple, pour les flottes CRJ et 319) et peut même, dans certains cas, rendre le problème non réalisable (N.R) (par exemple, pour les flottes 320 et 319).

2.5.6 Conclusion

En utilisant les différentes approches et stratégies de résolution mentionnées ci-haut, on est arrivé à résoudre rapidement les problèmes relatifs à toutes les flottes. La qualité des solutions trouvées est très bonne du point de vue de nos objectifs dans la mesure où les sauts d'intégrité sont restés négligeables sauf pour la flotte 76C, la répartition des maintenances sur les avions disponibles de chaque flotte est très bonne et l'utilisation des connexions uniformes et du type LIFO est largement favorisée par rapport aux autres types de connexions.

Signalons ici que l'étape de construction des rotations d'avion se situe au sein du processus de planification, ce n'est donc pas alarmant si la répartition des maintenances trouvée pour une flotte donnée n'est pas parfaite car au cours des opérations les rotations peuvent être réajustées. La prochaine étape de notre traitement vise à réduire encore plus les temps de résolution pour les problèmes de grande taille tout en maintenant une bonne qualité des solutions.

CHAPITRE 3 : LE PRÉTRAITEMENT DES ÎLOTS

Le présent chapitre propose une méthode d'accélération des temps de résolution du problème acyclique de construction des rotations hebdomadaires d'avion. Cette méthode est connue sous le nom de prétraitement des îlots, et elle a été introduite par HANE *et al.* (1995) afin de réduire la taille du modèle associé au problème d'affectation des types d'avion aux segments de vol. Cette méthode est basée sur la topologie des réseaux associés à ce type de problème pour en déduire des règles simples et pratiques afin d'éliminer certains arcs dont le flot est connu au préalable. La description et l'analyse de cette méthode est d'abord introduite dans la section 3.1. La section 3.2 décrit l'influence des temps de connexion minimum variables sur ce prétraitement. Dans la section 3.3, on propose une nouvelle méthode de prétraitement inspirée de notre analyse. Nous analysons dans la section 3.4 la possibilité d'étendre ce prétraitement aux opportunités de maintenance. Les résultats numériques du prétraitement des îlots sont affichés dans la section 3.5. Finalement dans la dernière section, nous décrivons une autre méthode de traitement déduite de notre analyse appelée prétraitement restreint et nous rapportons les résultats numériques qui en découlent.

3.1 Description et analyse

Généralement, les réseaux de transport aérien comportent deux types de station : les plaques-tournantes (en anglais, "Hubs") et les périphériques (en anglais, "Spokes"). Cette topologie concentre la majorité des vols au niveau des plaques-tournantes et

l'activité aérienne consiste en un grand nombre de vols reliant ces dernières aux stations périphériques, tandis qu'il n'existe presque jamais de vols reliant deux stations périphériques (voir Fig. 3.1). En général, les compagnies aériennes possèdent 2 à 3 plaques-tournantes, le reste des stations étant des périphériques.

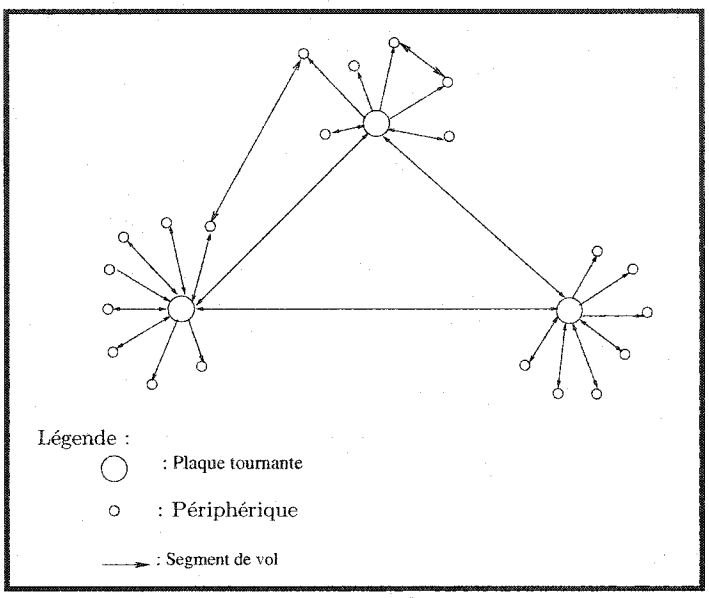

Figure 3.1 – Topologie d'un réseau en transport aérien

Cette topologie montre d'une façon claire que les plaques-tournantes abritent un grand volume d'activités (voir Fig. 3.2), tandis que les stations périphériques sont caractérisées par un volume très réduit d'activités (voir Fig. 3.3). Dans ces figures et les figures suivantes, les segments de droite orientés représentent les vols arrivant et partant de la station, l'axe du temps étant horizontal. Cette différence au niveau du volume d'activités entre les deux types de station peut être exploitée en émettant l'hypothèse qu'il n'est pas utile de garder un ou plusieurs avions au sol en réserve en tout temps dans les stations périphériques car il est plus profitable de les positionner au niveau des plaques-tournantes. Cette hypothèse est intégrée dans plusieurs modèles d'affectation de types d'avion aux segments de vol en forçant l'utilisation d'un

nombre minimum d'avions au niveau des stations périphériques (voir HANE *et al.*, 1995).

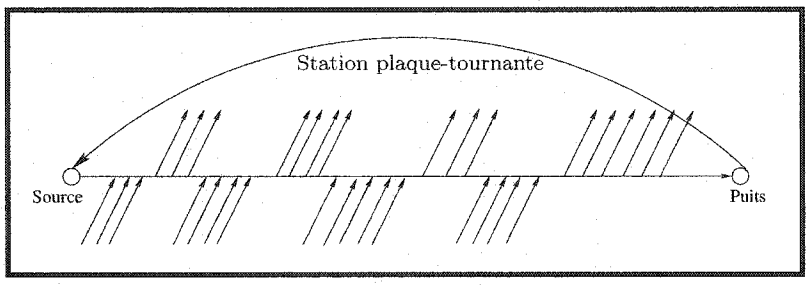

Figure 3.2 – Horizon d'événements pour une plaque-tournante

En effet, si dans une station $s \in S$ à un instant donné, il n'y a aucun avion au sol alors, après un nombre égal d'arrivées et de départs de la station, on aura forcément aucun avion au sol. Puisque l'on sait d'avance qu'il n'y aura pas d'avion au sol pendant ces temps, on peut éliminer les arcs au sol correspondant à ces intervalles de temps dans le modèle, afin d'en réduire leur nombre et, possiblement, le temps de résolution.

L'élimination de ces arcs au sol, telle qu'introduite par HANE *et al.* (1995), nous conduit à un horizon d'événements composé d'îlots (voir Fig. 3.4). En observant cette figure, on peut remarquer que, pour chaque îlot, le nombre d'arcs d'arrivée est égal au nombre d'arcs de départ. Ceci est une conséquence directe du fait qu'il n'y a pas d'avion au sol ni avant ni après un îlot.

Ces remarques nous ont permis d'élaborer une méthode de comptage qui nous permet d'identifier facilement les arcs au sol qu'on peut éliminer au niveau du modèle. Cette méthode consiste à tracer pour chaque station du réseau une courbe en escalier qui suit, à une constante près, l'évolution du nombre d'avions au sol en fonction du temps. L'arrivée à un temps t à une station $s \in S$ se traduit sur la courbe

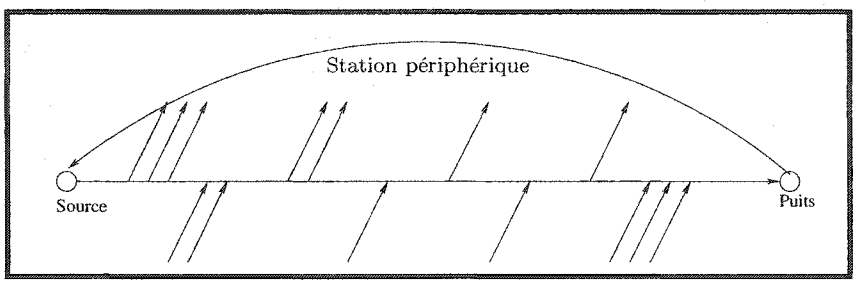

Figure 3.3 – Horizon d'événements pour une station périphérique

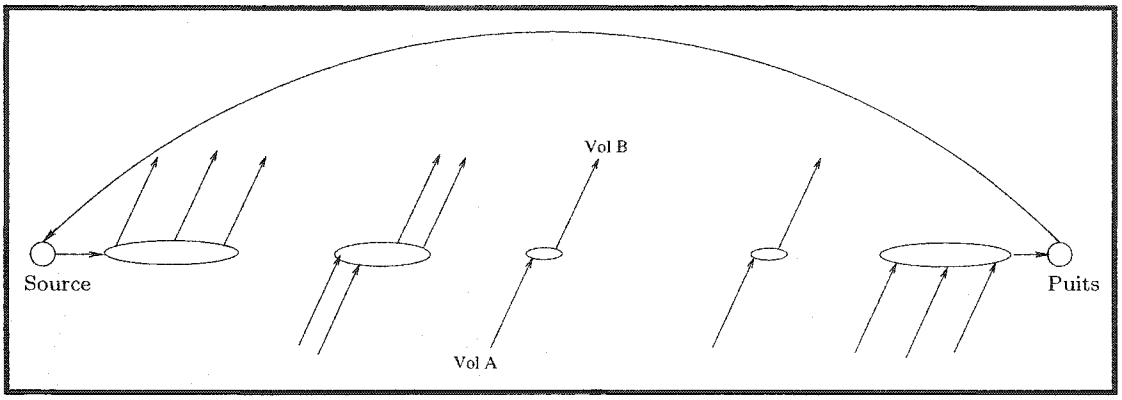

Figure 3.4 – Horizon d'événements pour une station après le prétraitement des îlots

correspondante par une remontée d'une unité au temps $t + \Delta t_s$ où Δt_s est la durée de connexion minimum à cette station. Par contre, si à un instant t', on a un départ de la station $s \in S$, cela se traduit sur la même courbe par une descente d'une unité au temps t'. En fait, cette courbe associe à chaque arc au sol de l'horizon des événements de la station considérée le nombre d'avions qui y circulent. La figure 3.5 montre la courbe de l'évolution du nombre d'avions au sol en fonction du temps qui correspond à la ligne de temps de la figure 3.3.

Une fois que la courbe est construite, on suppose que le minimum atteint par celle-ci correspond réellement à un nombre d'avions au sol égal à 0. Ceci nous permet d'éliminer l'arc au sol correspondant à chaque fois que la courbe atteint son minimum

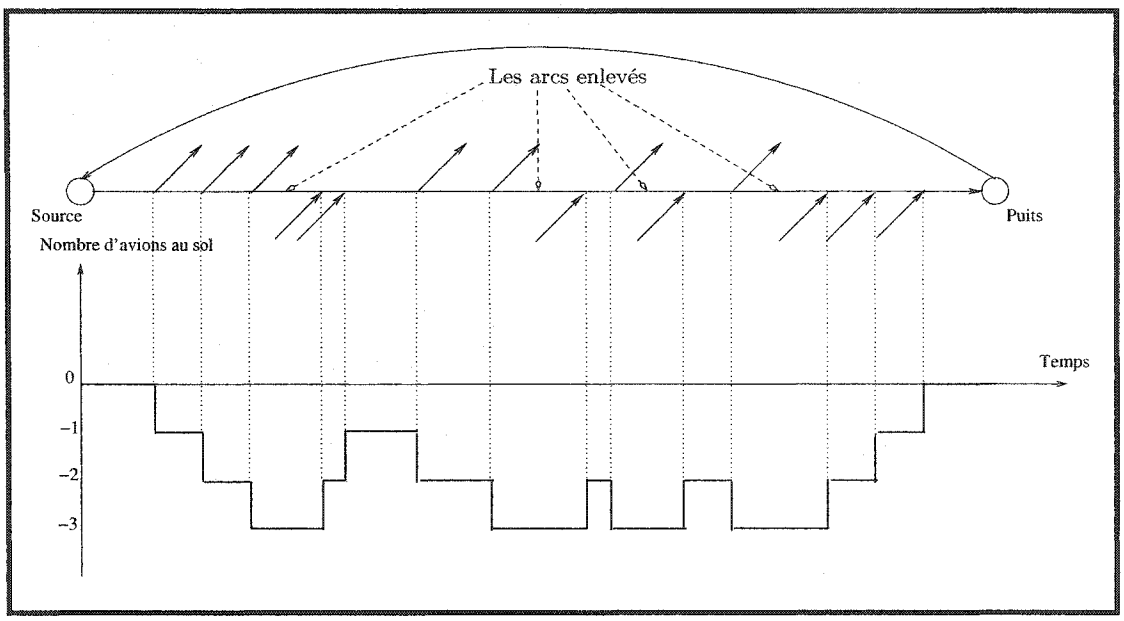

Figure 3.5 – Nombre d'avions au sol au cours de l'horizon d'étude

(voir Fig. 3.5).

Pour pouvoir réduire encore plus la taille du modèle, on considère les îlots qui se composent d'une seule arrivée et un seul départ (voir Fig. 3.4, vols A et B). Ce genre d'îlots indique implicitement que l'avion qui arrive doit obligatoirement prendre le vol partant suivant. Cette remarque nous amène à améliorer le modèle en fusionnant les deux vols A et B en un seul.

Signalons, enfin, qu'en appliquant la méthode d'identification des îlots dans les problèmes où on ignore le type d'avion affecté à chaque segment de vol (par exemple le problème d'affectation des types d'avion aux segments de vol), la méthode de comptage devient une stratégie heuristique car elle risque d'éliminer des possibilités de connexion réalisables pour certains types d'avion. En effet, et comme le montre la figure 3.6, lorsqu'on ne prend pas en compte les types d'avion circulant dans le réseau, la méthode de comptage enlève les arcs au sol a_1 et a_2, tandis qu'en considérant, au

préalable, l'affectation des types d'avion aux segments de vol, on voit que seulement l'arc a_1 est enlevé pour le type 320, et seulement l'arc a_2 est enlevé pour le type d'avion $74E$. Par conséquent, la stratégie des îlots n'est appliquée, généralement, que dans les stations périphériques pour les problèmes d'affectation des types d'avion car, dans ces stations où il y a peu d'activités, il semble peu probable que deux vols consécutifs (arrivant et partant) n'utilisent pas le même type d'avion.

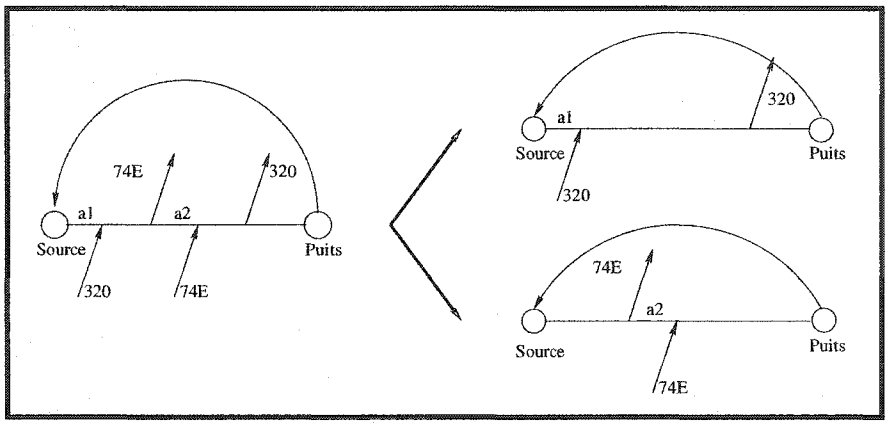

Figure 3.6 – Méthode de comptage en ne considérant pas les types d'avion

Pour le problème acyclique de construction des rotations hebdomadaires d'avion qui se traite flotte par flotte, le type d'avion est connu pour chaque segment de vol. Par conséquent, le traitement des îlots peut être fait pour toutes les stations du réseau, plaques-tournantes incluses. Il est à noter que la minimisation du nombre d'avions au sol dans les stations plaques-tournantes n'est pas une pratique courante. En effet, on retrouve souvent dans ce type de station des avions qui restent au sol à titre de réserve. Ces périodes de réserve obligatoires peuvent très bien être incorporées dans notre modèle en créant des vols fictifs qui les représentent ou ajouter a posteriori un ou plusieurs avions qui resteront au sol dans ces stations pendant toute la semaine.

3.2 Temps de connexion minimum variables

L'élimination des arcs au sol par la méthode de comptage proposée se base sur la connaissance, d'avance, des temps de connexion minimum à respecter après chaque vol, et ceci avant même de résoudre le problème. Dans le cas du problème acyclique de construction des rotations hebdomadaires d'avion, ces temps sont variables et dépendent, essentiellement, du type de connexion (D-D, I-I, T-T, D-T, etc.), du type d'avion utilisé, et de la station où la connexion est effectuée. Dans notre cas, on voit clairement que les temps de connexion minimum sont inconnus avant de résoudre le problème puisque ceux-ci dépendent du type du segment de vol suivant. Pour illustrer cela, prenons l'exemple où le temps de connexion entre deux segments de vol de type domestique est 30 minutes, tandis que celui entre un segment de vol de type domestique et un autre de type international est de 60 minutes. La figure 3.7 représente une station $s \in S$, où un vol domestique, désigné par D, arrive à 11 :00am et un autre de type international, désigné par I, part à 11 :45am. Dans le cas où on suppose que les temps de connexion minimum sont connus d'avance et qu'on choisit de les fixer égaux aux temps de connexion minimum les plus courts, i.e. 30 minutes, il est évident que l'avion qui arrive ne peut pas faire directement le vol qui part car le temps de connexion minimum réel est de 60 minutes. Il doit attendre une semaine moins 15 minutes avant de pouvoir le faire. Toutefois, en utilisant l'hypothèse ci-haut, l'avion aura la possibilité d'effectuer directement ce vol. Par conséquent, le choix des arcs au sol à enlever devient erronné.

La figure 3.8 représente une station $s \in S$, où un vol domestique, désigné par D, arrive et un autre du même type part. Dans le cas où on suppose que les temps de connexion minimum sont connus d'avance et qu'on choisit de les fixer égaux aux temps de connexion minimum les plus longs, i.e. 60 minutes, il est évident que l'avion qui arrive peut directement faire le vol domestique partant car le temps de connexion

minimum réel est 30 minutes. Mais en utilisant la dernière hypothèse, l'avion devra attendre une semaine moins 15 minutes pour pouvoir, enfin, faire ce vol. Par conséquent, le choix des arcs au vol à enlever devient faux.

En conclusion, après analyse de la méthode de comptage, nous pouvons affirmer qu'elle ne peut être appliquée dans la résolution du problème acyclique de construction des rotations hebdomadaires d'avion lorsque les temps de connexion minimum sont variables.

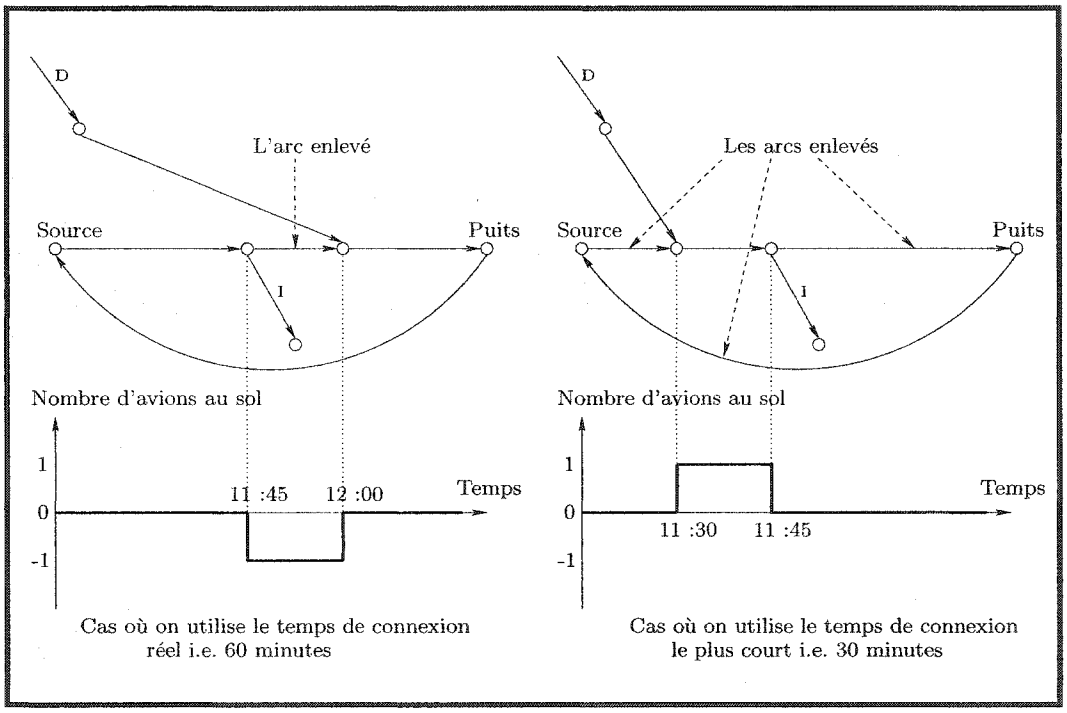

Figure 3.7 – Méthode de comptage utilisée avec des temps de connexion minimum variables (a)

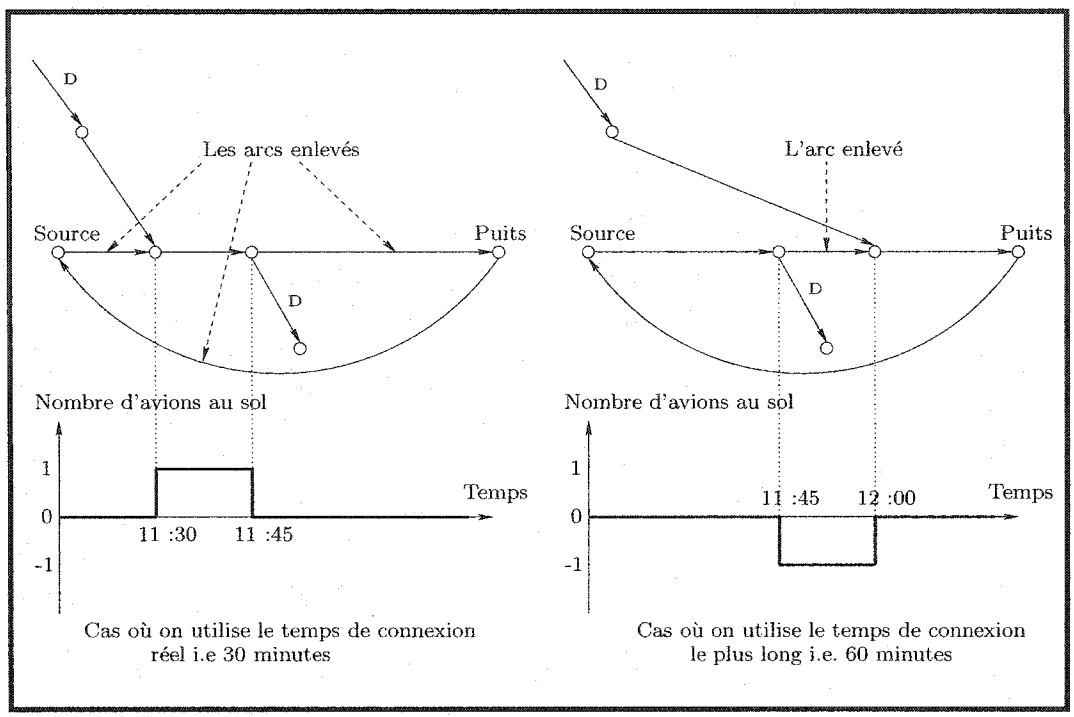

Figure 3.8 – Méthode de comptage utilisée avec des temps de connexion minimum variables (b)

3.3 Nouvelle méthode de prétraitement

Vu que la méthode de comptage s'est avérée non utilisable pour identifier les arcs au sol ayant un flot nul, nous proposons une alternative à celle-ci qui se base aussi sur le principe de minimisation du nombre d'avions au niveau de toutes les stations du réseau. Cette alternative consiste à modéliser et résoudre un problème de flot à coût minimum pour chaque station et chaque type d'avion. La solution obtenue désigne les arcs au sol de la station qui auront des flots nuls dans la solution optimale du problème acyclique de construction des rotations hebdomadaires d'avion.

En effet, à ce genre de problèmes, on peut associer un modèle de réseau qui définit d'une façon claire et précise à la fois l'objectif et les contraintes. Ce modèle est

tiré à partir du modèle global du problème acyclique de construction des rotations hebdomadaires d'avion défini dans le chapitre précédent, ceci en se limitant à une station $s \in S$ du réseau G. On désigne par $G^s = (N^s, A^s)$ le réseau associé à l'un de ces problèmes où N^s est l'ensemble des noeuds de G^s et A^s est l'ensemble de ses arcs (voir Fig. 3.9). L'ensemble N^s est composé de tous les noeuds ***opportunité de vol***, ***intermédiaire***, ***début de maintenance***, ***fin de maintenance***, ***début d'attente*** et ***fin de vol et maintenance*** associés à la station s, en plus des noeuds ***source***, ***puits***, et les noeuds ***intermédiaire*** associés à d'autres stations et faisant parties des arcs associés à s. L'ensemble A^s est composé de tous les arcs ***début***, ***fin***, ***attente au sol***, ***fin d'attente*** et ***maintenance*** associés à la station s. En plus, A^s contient les arcs ***vol et connexion directe***, ***vol et début d'attente*** et ***fin de vol et maintenance*** arrivant tous en s. Finalement, on ajoute à A^s les arcs représentant les segments de vol arrivant et partant de s et qui se raccordent aux noeuds ***intermédiaire*** correspondants et un arc reliant le noeud ***puits*** au noeud ***source*** et qui assure la périodicité du problème.

Pour arriver à minimiser le nombre d'avions restant au sol à la station s, on affecte à tous les arcs des coûts nuls sauf pour l'arc au sol reliant le noeud ***puits*** au noeud ***source***. A ce dernier, on affecte un coût égal à 1. Le flot sur les arcs est fixé à 1 pour les arcs représentant des segments de vol. Le flot sur les autres arcs est restreint à prendre des valeurs appartenant à l'intervalle $[0, 1]$ sauf pour les arcs d'attente au sol. Pour ces derniers, le flot est seulement restreint à prendre des valeurs non négatives.

Le nombre de problèmes de flot à coût minimum généré est $|S|$ x $|K|$. Ces derniers sont résolus par CPLEX. Leurs solutions assurent la minimisation du nombre d'avions restant au sol en tout temps pour le type d'avion en question dans la station s. Tous les arcs au sol ayant des flots nuls dans ces solutions seront enlevés du modèle global associé au problème acyclique de construction des rotations hebdomadaires d'avion. En plus, la structure des coûts et la fonction objectif utilisés nous assurent l'existence d'au moins un arc au sol dont le flot sera nul.

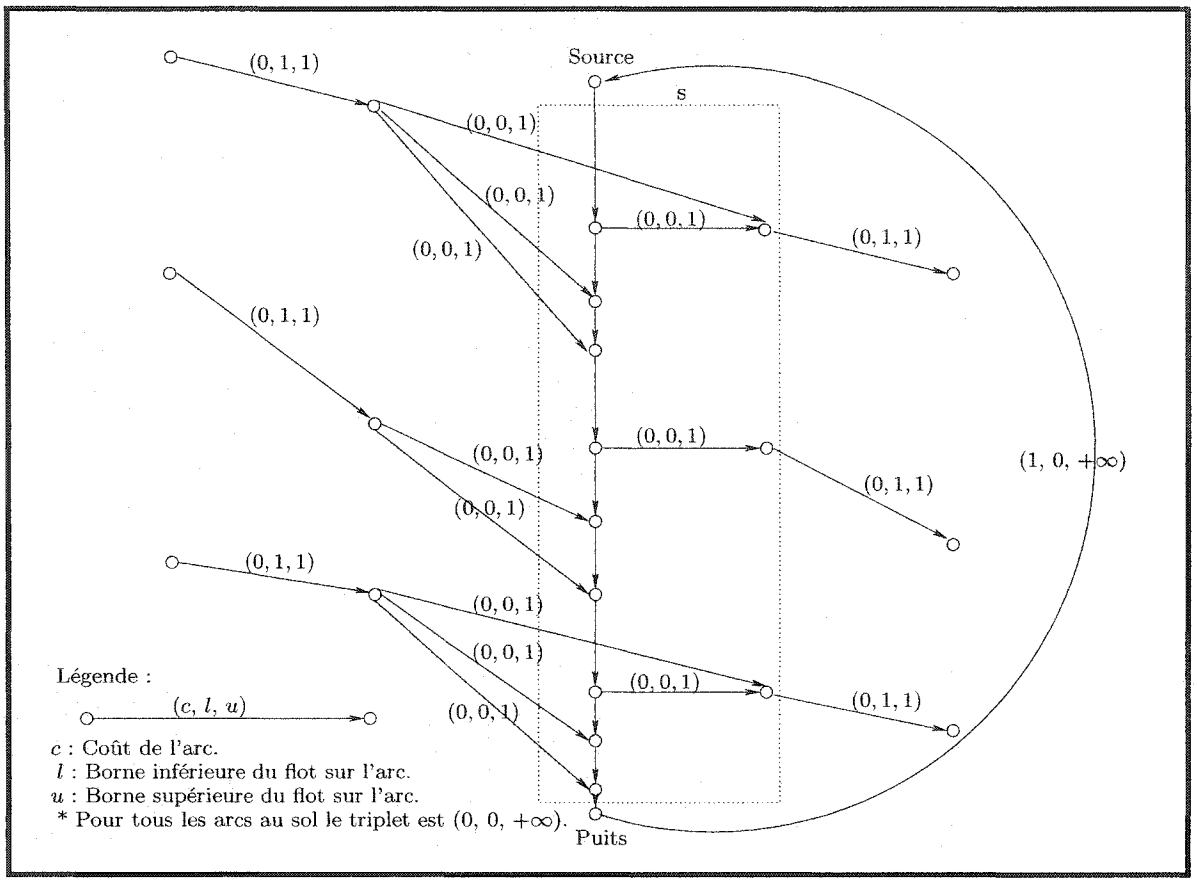

Figure 3.9 – Problème de flots à coût minimum associé à la station s

La figure 3.10 présente un exemple de problème de flot à coût minimum associé à une station s et un type d'avion k. L'utilisation de la structure des coûts définie précédemment montre que ce problème possède au moins deux solutions optimales et distinctes ($Z = 0$). Dans le but de déterminer laquelle des deux solutions qui, à la fois, enlève plus d'arcs au sol et favorise le passage par les arcs de vol et connexion directe, nous avons décidé de changer la structure des coûts utilisée. Désormais tous les arcs au sol auront des coûts égaux à 1, les arcs restants auront des coûts nuls. En appliquant ce changement à l'exemple de la figure 3.10, on voit bien qu'on a atteint notre but.

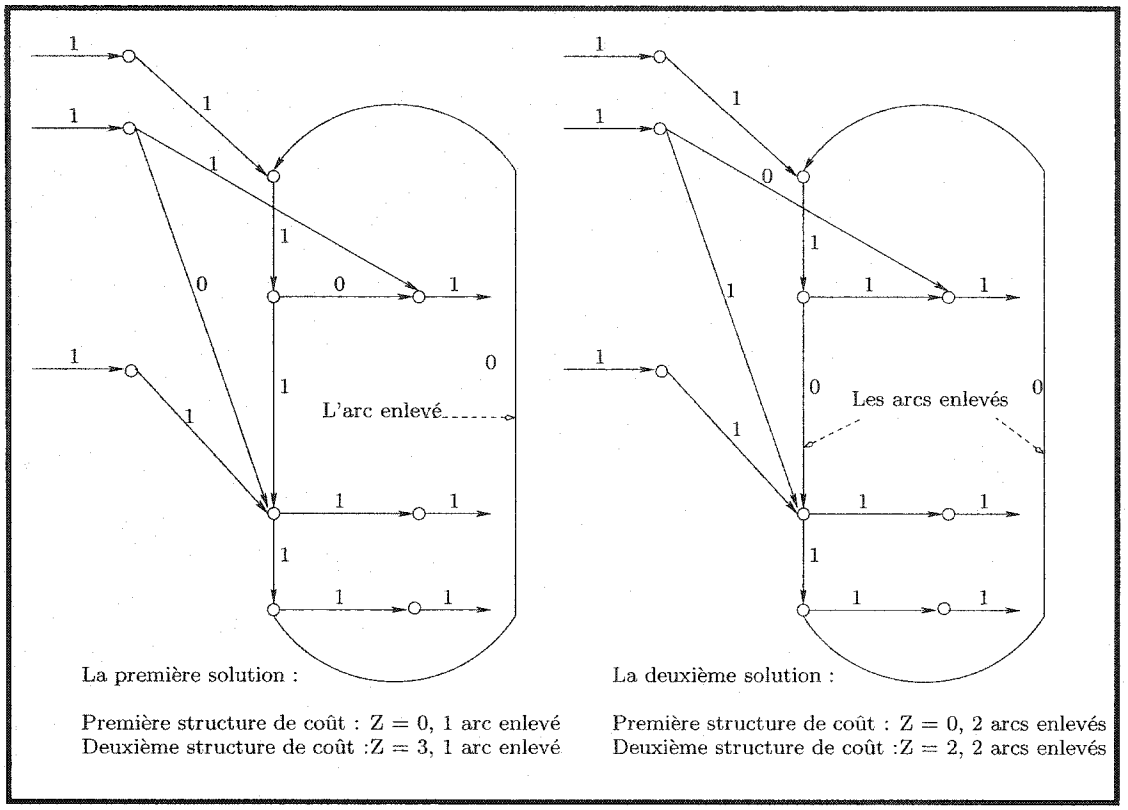

Figure 3.10 – Choix de la structure de coût pour le problème de flot à coût minimum

3.4 Opportunités de maintenance

Les solutions obtenues par la méthode de prétraitement peuvent aussi amener à une réduction additionnelle au niveau de la taille du modèle. En effet, des arcs de maintenance peuvent aussi être éliminés pour les raisons suivantes. Supposons qu'une opportunité d'effectuer une maintenance est retenue dans le même intervalle de temps qu'un arc au sol dont le flot est nul dans la solution du problème de flot à coût minimum associé à la station considérée (voir Fig. 3.11). Si on suppose que les temps de connexion minimum sont connus d'avance, il est évident que la maintenance ajoutée n'augmente jamais le nombre d'arcs au sol qui pourraient être enlevés mais,

tout au contraire, elle le fixe définitivement à 1. L'arc enlevé est celui dont l'intervalle de temps chevauche ou coïncide avec celui de l'arc de maintenance. Puisque l'arc de maintenance est encore présent dans le modèle, il peut imposer qu'un avion reste inutilement au sol pendant le reste de l'horizon d'étude juste pour effectuer la maintenance. Donc, il s'avère intéressant d'interdire les opportunités de maintenance qui chevauchent ou surviennent dans des intervalles de temps correspondant à des arcs au sol dont les flots sont nuls dans la solution optimale de la nouvelle stratégie.

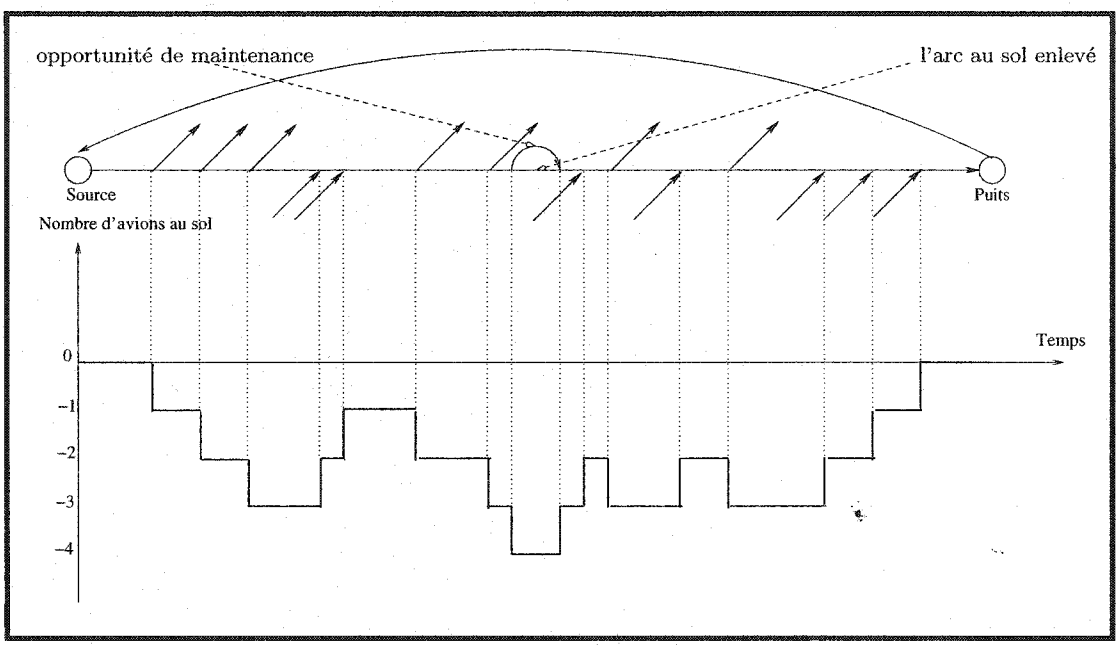

Figure 3.11 – Horizon d'événements avec une opportunité de maintenance

Finalement, il faut signaler que l'interdiction de ces opportunités de maintenance pourrait rendre le problème infaisable puisqu'un certain nombre de maintenances est imposé. Or, en pratique, il paraît évident que le nombre de maintenances demandé n'entraînera pas l'utilisation d'avions supplémentaires. Par conséquent, l'élimination de tels arcs ne doit pas causer de problèmes en pratique.

3.5 Résultats numériques du prétraitement des îlots

Cette section présente les résultats numériques découlant de l'utilisation du prétraitement des îlots pour la résolution du modèle (2.1)-(2.9). Les résultats provenant de l'application de ce prétraitement montrent que la résolution des problèmes relatifs aux flottes de petite taille soit 74E, 744, 76B, 76P, 763, 32C, 333 et 343 est devenue encore plus rapide et que la qualité des solutions entières trouvées est demeurée relativement constante. Signalons ici que les résultats concernant les flottes mentionnées précédemment ne sont pas affichés dans cette section et qu'on n'a appliqué le prétraitement des îlots aux problèmes relatifs à ces flottes que dans le but de valider ce dernier ce qui a été fait avec succès.

Le premier tableau de cette section affiche les résultats de ce prétraitement combiné avec la stratégie d'accélération (voir sous-section 2.4.3) pour les flottes de plus grande taille. Ce tableau affiche les mêmes statistiques que celles présentées par le tableau 2.2 sauf les deux colonnes rapportant pour chaque flotte, le nombre de variables et le nombre de contraintes. En plus, il indique pour chaque flotte, le gain en temps total de résolution calculé par rapport aux temps affichés dans le tableau 2.4, le nombre de variables dont la valeur a été fixée à 0 par le prétraitement des îlots et le nombre de variables dont la valeur a été fixée à 1 par la stratégie d'accélération.

En comparant les résultats du tableau 3.1 avec ceux du tableau 2.4, on remarque que l'intégration du prétraitement des îlots nous a permis de réduire les temps de résolution pour certaines flottes (par exemple, 73Q, CRJ et 320) et nous a même permis de trouver la solution entière du problème relatif à la flotte 767 qu'on n'a pas pu résoudre en utilisant seulement la stratégie d'accélération. La qualité des solutions entières trouvées est demeurée très bonne du point de vue saut d'intégrité, répartition des maintenances et favorisation des connexions uniformes et LIFO.

Tableau 3.1 – Prétraitement des îlots avec accélération

Flotte	Temps LP(s)	Temps Tot	Gain (%)	Nb B&B	Gap	Repart Maint	Conn Unif(%)	îlots	Acc
73Q	11	168 s	54	1	1000	(2)	91	11712	630
767	13	1488 s	> 92	73	103	-	86	2688	30
76C	7	> 5 h	-	-	-	-	-	2880	15
CRJ	74	908 s	55	0	0	-	91	31056	1165
320	201	4580 s	40	0	0	-	90	20000	1196
319	451	> 5 h	-	-	-	-	-	46244	951

Le tableau 3.2 indique les résultats découlant du prétraitement des îlots combiné avec les stratégies d'accélération et d'agrégation (voir sous-section 2.4.2). Ce tableau présente les mêmes données numériques que celles données par le tableau 3.1. En plus, il affiche pour chaque flotte, le nombre de variables enlevées grâce à la stratégie d'agrégation. Signalons ici que les gains affichés dans ce tableau sont calculés par rapport aux temps consignés dans le tableau 2.5.

Tableau 3.2 – Prétraitement des îlots avec accélération et agrégation

Flotte	Temps LP(s)	Temps Tot	Gain (%)	Nb B&B	Gap	Repart Maint	Conn Unif(%)	îlots	Ag	Acc
73Q	4	50 s	66	11	3000	(2,2,2)	91	5856	26184	442
76C	4	18041 s	> 0	3097	4000	(2,3,2)	81	2400	4176	135
CRJ	8	77 s	64	2	1000	(2)	91	10352	82240	1072
320	106	1721 s	49	40	1536	(2)	90	9375	94605	806
319	188	6168 s	4	10	4000	(2,2,2)	90	15765	212222	1354

L'analyse des résultats découlant de la combinaison du prétraitement des îlots avec les stratégies d'accélération et d'agrégation montre que tous les problèmes ont

été résolus en des temps inférieurs à 5 heures. En effet, en comparant les résultats du tableau 3.2 à ceux du tableau 2.5, on remarque que l'utilisation du prétraitement des îlots a eu un effet réducteur sur les temps de résolution (réduction moyenne de 46%). Toutefois en analysant les valeurs du saut d'intégrité trouvées, on voit bien que la qualité des solutions est restée relativement constante pour certaines flottes (par exemple, CRJ et 320) et s'est détériorée pour d'autres flottes (par exemple, 73Q et 319). Mais en étudiant les critères concernant la répartition des maintenances et la favorisation des connexions uniformes et LIFO, on voit bien que les solutions trouvées sont demeurées de bonne qualité.

Le tableau 3.3 présente les résultats de ce prétraitement combiné avec les stratégies d'accélération, d'agrégation et de perturbation. Signalons ici que ce tableau présente les mêmes données numériques que celles reportées dans le tableau 3.2 et que les gains qui y sont affichés sont calculés par rapport aux temps consignés dans le tableau 2.6.

Tableau 3.3 – Prétraitement des îlots avec accélération, agrégation et perturbation

Flotte	Temps LP(s)	Temps Tot	Gain (%)	Nb B&B	Gap	Repart Maint	Conn Unif(%)	îlots	Ag	Acc
73Q	5	47 s	- 21	18	1124	(2)	91	5856	26184	400
76C	6	29 s	33	11	3011	(2,2,2)	93	2400	4176	239
CRJ	11	> 5 h	-	-	-	-	-	1294	82240	950
320	179	1877 s	- 191	0	1001	(2)	90	9375	94605	1223
319	295	304 s	69	0	0	-	90	15765	212222	1581

L'étude des résultats affichés dans le tableau 3.3 et en comparaison avec ceux présentés dans le tableau 2.6, montre qu'en utilisant le prétraitement des îlots, on a réussit à réduire les temps de résolution pour les problèmes relatifs aux flottes 76C et

319. Par contre, on a vu ce temps augmenté d'une façon significative dans le cas des flottes 73Q, CRJ et 320. La qualité des solutions trouvées est restée presque la même en comparaison avec celle des solutions trouvées sans utilisation du prétraitement des îlots. En effet, la répartition des maintenances sur les avions disponibles de chaque flotte est demeurée inchangée sauf pour la flotte 320 où un avion de la flotte subit deux maintenances au cours de la semaine avec le prétraitement des îlots. En plus, les taux d'utilisation des connexions uniformes sont restés très hauts et la favorisation des connexions LIFO a été vérifiée au niveau de plusieurs stations et pour toutes les flottes.

Finalement, il est à noter que contrairement à ce qui avait été observé dans le chapitre 2, il est difficile ici de déclarer que la stratégie de perturbation est efficace tout le temps. En effet, en utilisant cette stratégie les temps de résolution des problèmes relatifs aux flottes CRJ et 320 ont augmenté. Dans ce qui suit, on poursuit la recherche de nouveaux prétraitements dans le but de réduire encore plus les temps de résolution des problèmes relatifs aux flottes de grande taille.

3.6 Prétraitement restreint

L'analyse du prétraitement des îlots faite ci-haut nous a conduit à concevoir une nouvelle méthode de prétraitement appelée prétraitement restreint. En effet, nous avons constaté que pour les stations où ne se présente aucune opportunité de maintenance, il n'existe aucune contrainte globale liant ces stations entre elles. Cette remarque nous permet donc de séparer le problème acyclique de construction des rotations hebdomadaires d'avion au niveau de ces stations. Ce prétraitement, comme le prétraitement des îlots, consiste à modéliser et résoudre un problème de flot à coût minimum pour chaque station ne présentant pas d'opportunités de maintenance et

pour chaque type d'avion. La solution obtenue désigne les arcs d'attente au sol de la station qui auront des flots nuls dans la solution optimale du problème acyclique de construction des rotations hebdomadaires d'avion. Le modèle réseau associé à ce genre de problèmes est identique à celui défini dans la section 3.3 sauf que les coûts associés aux arcs d'un réseau $G^s = (N^s, A^s)$, où s est une station où la possibilité d'y faire une maintenance ne se présente pas, sont identiques aux coûts associés aux arcs du réseau du problème global. Ce faisant, on s'assure de préserver dans le modèle, après l'élimination des arcs au sol désignés, la possibilité d'utiliser la solution de meilleur coût à chaque station.

Les résultats de ce prétraitement combiné avec les stratégies d'accélération, d'agrégation et de perturbation sont affichés dans le tableau 3.4. Ce dernier affiche les mêmes statistiques que celles présentées dans le tableau 3.2. Signalons que les valeurs du gain affichés dans ce tableau sont calculés par rapport aux temps consignés dans le tableau 2.6.

Tableau 3.4 – Prétraitement restreint avec accélération, agrégation et perturbation

Flotte	Temps LP(s)	Temps Tot	Gain (%)	Nb B&B	Gap	Repart Maint	Conn Unif(%)	Rest	Ag	Acc
73Q	16	31 s	21	0	1008	(2)	92	952	26184	713
76C	10	25 s	42	7	3001	(2,2,2)	80	1305	4176	315
CRJ	71	75 s	- 4	0	9	-	93	1936	82240	1182
320	212	655 s	- 1	12	231	-	90	2295	94605	857
319	600	887 s	9	2	2	-	91	5070	212222	1418

L'étude comparative des statistiques affichées dans les tableaux 3.4 et 2.6 montre que le prétraitement restreint a un effet réducteur sur les temps de résolution (réduction moyenne de 13%) sauf pour les flottes CRJ et 320 où ce temps a augmenté de

quelques secondes. En effet, la totalité des problèmes se résolvent en une trentaine de minutes. La qualité des solutions trouvées est très bonne. En effet, chaque avion a eu droit à au plus une maintenance sauf pour les flottes 73Q où un avion subit deux maintenances et 76C où trois avions subissent chacun deux maintenances, le saut d'intégrité prend des valeurs négligeables sauf pour les mêmes flottes citées précédemment, l'utilisation des connexions uniformes est de loin préférée à l'utilisation des connexions non-uniformes et, finalement, la favorisation des connexions du type LIFO a été vérifiée au niveau de plusieurs stations de toutes les flottes consignées dans le tableau 3.4.

3.7 Conclusion

En intégrant le prétraitement des îlots, on a vu qu'on a réduit les temps de résolution pour certains problèmes mais ce temps a augmenté pour des problèmes relatifs à d'autres flottes. Ceci est dû à la structure des coûts choisie au niveau des problèmes de flot à coût minimum associés aux différentes stations de chaque flotte. En effet, cette structure a rendu ces problèmes moins flexibles ce qui a entraîné l'augmentation des temps de résolution. En plus, en utilisant ce prétraitement, on voit clairement qu'on a gardé une bonne qualité des solutions entières trouvées du point de vue de nos objectifs.

L'application du prétraitement restreint nous a permis d'apporter une réduction significative aux temps de résolution de tous les problèmes relatifs aux flottes de grande taille sauf pour les flottes CRJ et 320, respectivement, où ce temps a augmenté légèrement soit de 4% et 1%, respectivement. Ceci nous amène à conclure que la structure des coûts utilisée au niveau de ce prétraitement est plus adéquate que celle utilisée au sein du prétraitement des îlots.

Les solutions obtenues dans ce chapitre montrent qu'il existe des flottes pour lesquelles on n'a pas pu obtenir une répartition parfaite des maintenances sur les avions disponibles soit une maintenance au plus pour chaque avion et par semaine (par exemple, 73Q et 76C). Ces mauvaises répartitions sont peut être inévitables puisque le problème d'affectation des types d'avion aux segments de vol n'en tient pas compte.

CHAPITRE 4 : PROBLÈME CYCLIQUE DE CONSTRUCTION DES ROTATIONS HEBDOMADAIRES D'AVION

Dans ce chapitre, on se propose d'étudier le problème cyclique de construction des rotations hebdomadaires d'avion qui, contrairement au problème traité dans le chapitre précédent, requiert une répartition équilibrée des maintenances au fil des semaines. Comme un horaire de vols hebdomadaire reste en vigueur tout au long d'une saison, les mêmes rotations hebdomadaires d'avion sont, en général, utilisées de semaine en semaine. L'horaire d'un avion est donc formé d'une succession de rotations. En général, on exige que cette suite de rotations forme un cycle, i.e., après un certain nombre de semaines, l'avion reprend la première rotation du cycle et recommence la même suite. Signalons ici qu'un cycle composé de n rotations nécessite n avions par semaine lors des opérations, chaque avion effectuant l'une des rotations. D'un autre point de vue, on peut dire que chacun de ces avions parcourt le cycle avec une semaine de décalage.

Le problème cyclique de construction des rotations hebdomadaires d'avion est très semblable au problème acyclique traité dans les chapitres précédents. La seule différence réside au niveau de la répartition des maintenances. En général, les types de maintenance sont inclusifs, i.e., s'il existe trois types de maintenance A, B et C, alors le type A est inclus dans une maintenance de type B et le type B (incluant le type A) est inclus dans le type C. La période des maintenances plus substantielles (par exemple, types B et C) est habituellement nettement supérieure à celle des maintenances légères (par exemple, type A). Ces maintenances sont effectuées de façon parcimonieuse et il est difficile de les planifier longtemps d'avance étant donné la difficulté de suivre à la lettre les rotations planifiées. Il est donc de coutume, dans

la version cyclique, d'espacer toutes ces maintenances comme si elles étaient toutes du même type et de considérer que chaque avion doit effectuer une maintenance (quelque soit son type) à tous les f jours. La valeur de f peut se calculer à partir des données du problème acyclique comme suit :

$$f = \lfloor (7 \times |K|) / \sum_{m \in M} n_m \rfloor$$

où, tels que définis dans le chapitre 2, K est l'ensemble des avions disponibles, M l'ensemble des types de maintenance et n_m le nombre de maintenances de type m exigées au cours d'une semaine pour la flotte considérée. Par exemple, pour la flotte 319 qui comporte 44 avions devant subir en totalité 14 maintenances, la constante f vaut 22, i.e., chaque avion de la flotte doit, idéalement, subir une opération de maintenance à tous les 22 jours. Le paramètre f est appelé la période moyenne des maintenances.

Comme le problème cyclique est de grande taille et complexe, nous proposons dans une première section de ce chapitre de le décomposer de façon heuristique en deux sous-problèmes qui sont résolus une seule fois, chacun de façon séquentielle. Le premier n'est nul autre que le problème acyclique de construction des rotations hebdomadaires d'avion et le deuxième est un problème d'affectation. La section suivante propose une formulation mathématique du problème d'affectation. La dernière section rapporte les résultats numériques découlant de la résolution du problème d'affectation. Ce chapitre se termine par une brève conclusion.

4.1 Décomposition heuristique du problème cyclique

La décomposition heuristique du problème cyclique de construction des rotations hebdomadaires d'avion consiste à le diviser en deux sous-problèmes : le problème

acyclique de construction des rotations hebdomadaires d'avion et un problème d'affectation. Le premier fournit un ensemble de rotations hebdomadaires. Chacune de ces dernières débute à une station (station initiale) et se termine à une station (station finale) qui peut être la même que la station initiale.

Pour construire les cycles désirés, il faut déterminer pour chaque rotation hebdomadaire construite la rotation qui sera effectuée la semaine suivante de façon à respecter au mieux la période moyenne des maintenances f. Comme une rotation ne peut être suivie que par une seule rotation ayant comme station initiale la station finale de la première rotation et ayant dans l'esprit que l'horaire utilisé est équilibré, le problème d'élaboration d'enchaînement de rotations est séparable par station et correspond à un problème d'affectation. Ce problème s'énonce comme suit :

Étant donné une station $s \in S$, un ensemble R_s^d de rotations hebdomadaires qui débutent la semaine à la station s et un ensemble R_s^f de rotations hebdomadaires qui finissent la semaine à la même station s, déterminer pour chaque rotation $r_f \in R_s^f$ la rotation $r_d \in R_s^d$ qui la suivra de façon à respecter au mieux la période moyenne des maintenances f.

La figure 4.1 illustre l'exemple d'une station où deux rotations r_1 et r_2 y débutent la semaine et deux rotations r_3 et r_4 y finissent la semaine. Les premières maintenances (M) qui surviennent au cours de r_1 et r_2 commencent au cinquième et au troisième jours de la semaine, respectivement, et les dernières maintenances (M) qui surviennent au cours de r_3 et r_4 finissent au sixième et au quatrième jour de la semaine, respectivement. Il est clair que la solution 1 (r_3 suivie de r_1 et r_4 suivie de r_2) offre une répartition des maintenances plus équilibrée que celle présentée par la solution 2 (r_3 suivie de r_2 et r_4 suivie de r_1).

La figure 4.2 illustre un exemple de cycles formés dans le cas d'une flotte ayant 4 rotations R_1, R_2, R_3 et R_4 et donc 4 avions disponibles. Ce genre de cycles est obtenu

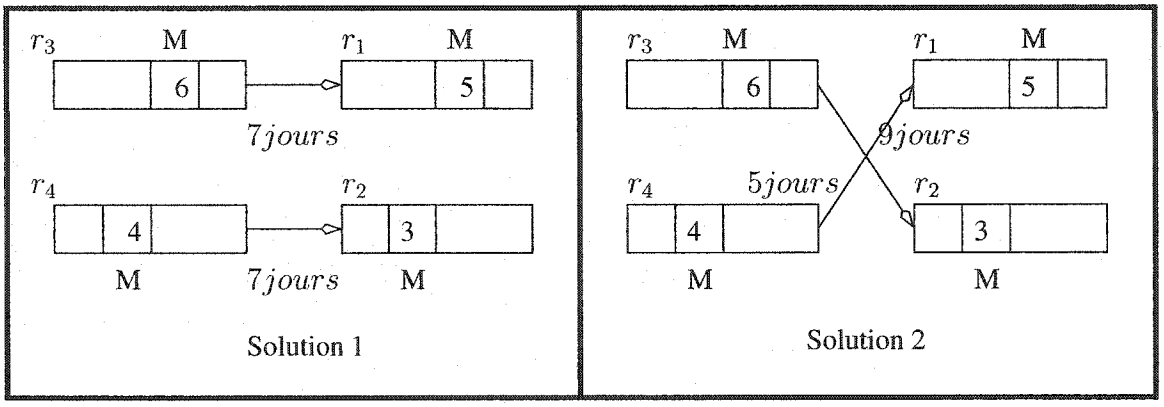

Figure 4.1 – Exemple de problème d'affectation dans une station

en résolvant les problèmes d'affectation décrits ci-haut et associés aux différentes stations visitées par la flotte considérée.

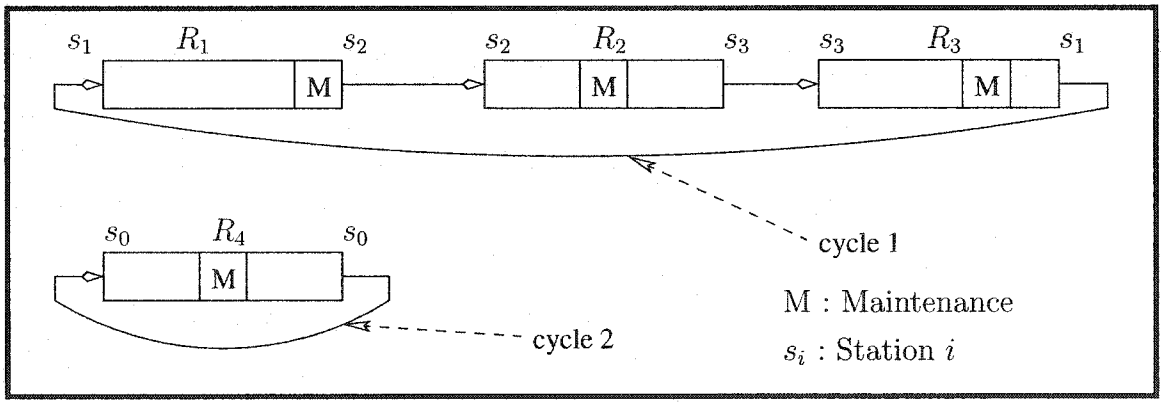

Figure 4.2 – Exemple de cycles

Pour que la solution recherchée par le problème d'affectation respecte au mieux la période moyenne des maintenances, nous devons bien choisir la structure des coûts qui sera associée à ce problème. Soit $s \in S$ une station et une rotation $r_i \in R_s^f$ une rotation qui finit la semaine à la station s. On dénote par d_i le nombre de jours

s'écoulant entre la dernière maintenance de r_i et la fin de la semaine. Dans le cas où la rotation r_i est dépourvue de maintenance, d_i est fixée à 8. Par analogie, soit $r_j \in R_s^d$ une rotation qui débute la semaine à s. On dénote par p_j le nombre de jours s'écoulant entre le début de la semaine et la première maintenance survenant dans la rotation r_j. Notons que p_j est fixé à 8 dans le cas où la rotation r_j est dépourvue de maintenance. La somme $(d_i + p_j)$ représente l'écart en jours entre la dernière maintenance de r_i et la première maintenance de r_j. Notre but est que les sommes $(d_i + p_j)$ soient toutes les plus proches possible de la période moyenne des maintenances f. Il va sans dire qu'on préfère pour ces écarts les valeurs les moins élevées. A chaque couple $(r_i, r_j) \in R_s^f \times R_s^d$, on associe le coût $(d_i + p_j)^2$. Les propriétés mathématiques de ce coût nous permettent de sélectionner la solution la plus équilibrée du point de vue espacement des maintenances. Pour illustrer ce fait, prenons l'exemple de la figure 4.1. Dans la première solution, la valeur cumulée des coûts est 98 tandis qu'elle prend la valeur 106 dans la deuxième solution. Puisque notre problème d'affectation est un problème de minimisation, la solution choisie est la solution 1 et c'est bel et bien la solution qui respecte au mieux la période moyenne des maintenances. La formulation mathématique du problème d'affectation fera l'objet de la section suivante.

4.2 Formulation mathématique

Cette section formule le problème d'affectation à résoudre pour chaque station et chaque flotte. Les variables du modèle d'affectation se résument aux variables d'affectation dénotées par X_{ij}, $(i, j) \in R_s^f \times R_s^d$. En effet, une variable d'affectation est associée à chaque couple de rotations i et j. Cette variable binaire indique si, à la fin de la semaine, la rotation j doit succéder ou non à la rotation i.

Le modèle mathématique représentant le problème d'affectation s'écrit de la façon suivante :

$$\text{Minimiser} \sum_{i \in R_s^f} \sum_{j \in R_s^d} (d_i + p_j)^2 X_{ij} \tag{4.1}$$

sujet à :

$$\sum_{j \in R_s^d} X_{ij} = 1\,, \qquad \forall\, i \in R_s^f \tag{4.2}$$

$$\sum_{i \in R_s^f} X_{ij} = 1\,, \qquad \forall\, j \in R_s^d \tag{4.3}$$

$$X_{ij} \in \{0,1\}\,, \qquad \forall (i,j) \in R_s^f \times R_s^d. \tag{4.4}$$

La fonction objectif (4.1) cherche à minimiser la somme des écarts au carré entre les maintenances de deux rotations i et j susceptibles de se succéder dans le temps. Les équations (4.2) assurent qu'une rotation $i \in R_s^f$ ne puisse être suivie que par une seule rotation $j \in R_s^d$. Les équations (4.3) imposent qu'une rotation $j \in R_s^d$ ne puisse être précédée que par une seule rotation $i \in R_s^f$. Les contraintes d'intégrité des variables d'affectation sont exprimées par les relations (4.4). Étant donné la nature de ce modèle, ces dernières peuvent être relaxées. Vu la taille réduite du modèle réseau (4.1)-(4.4), sa résolution se fait facilement en utilisant le logiciel CPLEX 7.5.

4.3 Résultats numériques

Cette section présente les résultats numériques découlant de la résolution du modèle (4.1)-(4.4). Notre approche a été appliquée aux rotations construites pour toutes les flottes du jeu de données mais les résultats numériques affichés dans cette section ne concernent que les flottes 320 et 319 prises comme exemples pour illustrer l'efficacité de notre approche. Le tableau 4.1 affiche pour chacune de ces deux flottes des statistiques sur les cycles formés au fil des semaines à partir des rotations trouvées lors

de la résolution du modèle (2.1)-(2.9). Pour chacun de ces cycles, on indique sa durée en semaines, le nombre de maintenances qui y sont incluses, la période moyenne des maintenances dans ces cycles calculée en faisant le rapport entre la durée en jours du cycle et le nombre de maintenances s'y trouvant et les durées minimale et maximale entre deux maintenances du cycle. Signalons enfin que, pour la flotte 320, les rotations utilisées pour former et résoudre le problème cyclique de construction des rotations hebdomadaires d'avion sont celles trouvées dans la section 3.5 (prétraitement des îlots avec accélération). Dans le cas de la flotte 319, les rotations utilisées sont celles construites en appliquant le prétraitement restreint avec les stratégies d'accélération et de perturbation.

Tableau 4.1 – Répartition des maintenances au fil des semaines pour les 320 et 319

Flotte	Num. Cycle	Durée (sem)	Nb. Maint.	Pér. Maint.(j)	Durée Min.(j)	Durée Max.(j)
320	1	1	0	∞	-	-
	2	2	1	14	14	14
	3	12	6	14	4.5	24.6
	4	10	3	23.3	2.5	14.5
	5	3	2	10.5	9.5	10.8
	6	1	1	7	7	7
	7	2	1	14	14	14
	8	1	0	∞	-	-
319	1	5	2	17.5	15.6	18.6
	2	38	12	22.2	1.6	32.6
	3	1	0	∞	-	-

L'analyse des résultats recueillis dans cette section nous permet de classer les cycles produits par la résolution du modèle (4.1)-(4.4) en trois groupes : les cycles dépourvus de maintenance, les cycles de courte durée et les cycles de longue durée.

L'analyse des résultats relatifs aux flottes du jeu de données complet montre que les cycles du premier groupe (par exemple, cycles 1 et 8 de la flotte 320 et cycle 3 de la flotte 319) sont toujours constitués d'une seule rotation qui débute et finit à la même station et que l'absence de maintenance au cours de ces cycles est dûe principalement à deux raisons. La première raison est que les segments de vol formant l'unique rotation de ces cycles ne visitent jamais de stations qui offrent des opportunités de maintenance (par exemple, cycle 4 de la flotte 76C et cycle 3 de la flotte CRJ). La deuxième raison est que même si la suite des segments de vol passe par une station de maintenance, elle arrive toujours en retard par rapport à l'intervalle de temps consacré aux opérations de maintenance.

L'analyse des statistiques relatives à toutes les flottes montre que la répartition des maintenances obtenue est très bonne dans les cycles faisant partie du deuxième groupe (par exemple, cycles 2, 5, 6 et 7 de la flotte 320 et cycle 1 de la flotte 319). En effet, pour ces cycles, les durées minimale et maximale entre deux maintenances sont très proches de la période des maintenances dans ces cycles et que cette dernière est toujours inférieure à la période moyenne (f) des maintenances de la flotte considérée. Ceci montre clairement que les maintenances sont réparties uniformément au cours de ce genre de cycle.

L'analyse des résultats relatifs à toutes les flottes montre que la qualité de la répartition des maintenances au fil des semaines obtenue dans le cas des cycles appartenant au troisième groupe (par exemple, cycles 3 et 4 de la flotte 320 et cycle 2 de la flotte 319) est moins bonne que celle obtenue pour les cycles du deuxième groupe. En effet, même si la période des maintenances dans ces cycles est restée très bonne en comparaison avec la période moyenne (f) de la flotte considérée (toujours inférieure ou légèrement supérieure), les durées minimale et maximale entre deux maintenances sont très écartées par rapport à la période des maintenances dans ces cycles. Ceci montre que les maintenances ne sont pas uniformément réparties au cours de ce genre de cycle.

4.4 Conclusion

Les résultats recueillis dans ce chapitre montrent que les cycles construits en résolvant le modèle (4.1)-(4.4) assurent une bonne répartition des maintenances exigées sur les avions au fil des semaines, ceci même si parmi ces cycles obtenus il existe quelques uns qui sont dépourvus de maintenance. L'analyse des remarques faites à leur propos au cours de la section précédente montre qu'on pourrait les éviter dès le départ au niveau du problème d'affectation des types d'avion aux segments de vol et ceci en y introduisant des contraintes additionnelles empêchant la formation de sous-cycles ne visitant pas des stations qui offrent des opportunités de maintenances.

L'approche proposée dépend toutefois de la valeur de ρ_m (voir le modèle (2.1)-(2.9)). En effet, si ρ_m est supérieure à 1, le modèle acyclique n'assure pas une bonne répartition des maintenances à l'intérieur d'une même rotation hebdomadaire. A l'opposé, si ρ_m est proche de 0, plusieurs rotations hebdomadaires sans maintenance doivent être connectées à des rotations sans maintenance sans savoir si ces dernières permettent de se rendre à la maintenance dans les semaines suivantes. Par conséquent, cette approche semble être bien adaptée au cas où ρ_m est proche de 1 comme c'est le cas pour la plupart des problèmes traités dans ce mémoire.

Une approche alternative visant à bien répartir les maintenances exigées sur les avions disponibles de chaque flotte au fil des semaines consiste à reconsidérer de nouveau, pour chaque semaine w, $w \geq 1$, la version acyclique du problème de construction des rotations hebdomadaires d'avion dans laquelle on introduit des contraintes additionnelles. En effet, à la fin de la semaine w, on connaît pour chaque avion de la flotte considérée sa station finale ainsi que le nombre de jours depuis le dernier entretien qu'il a subi. Ces deux informations sont utilisées comme des conditions initiales pour formuler le problème acyclique de construction des rotations hebdomadaires d'avion

pour la semaine suivante $w+1$: pour un avion donné, on impose d'une part que la station de départ au début de la semaine $w+1$ soit la même que celle où il finit la rotation relative à la semaine précédente w et, d'autre part, que le nombre de jours séparant la dernière maintenance subie au cours de la semaine w de la première qu'il subirait au cours de la semaine $w+1$ soit égal à la période moyenne des maintenances f. Signalons ici que la deuxième contrainte est flexible, i.e., elle peut être violée moyennant une pénalité qui sera définie au préalable. Il est à noter que cette alternative est plus coûteuse de point de vue temps de calcul dans la mesure où, contrairement à la méthode développée au sein de ce chapitre, elle nous oblige à résoudre à chaque début de semaine la version acyclique du problème de construction des rotations hebdomadaires d'avion avec des contraintes additionnelles.

CONCLUSION

Ce projet de recherche a porté, d'abord, sur le problème acyclique de construction des rotations hebdomadaires d'avion sur un horizon d'une semaine. Les rotations recherchées devaient respecter l'affectation déterminée lors de l'étape d'affectation des types d'avion aux segments de vol. En plus, ces rotations devaient, à la fois, offrir au cours de l'horizon une bonne répartition des maintenances exigées par la compagnie aérienne sur les avions de chacune des flottes et favoriser certains types de connexion (uniformes et LIFO).

Ce problème a été formulé à l'aide d'un modèle linéaire en nombres entiers de type multi-flots. Dans un premier temps, une méthode de séparation et d'évaluation progressive a été proposée afin de résoudre ce modèle. Dans le but de réduire les temps de résolution, nous avons développé plusieurs stratégies d'accélération incluant l'agrégation de certaines commodités, l'implantation d'un branchement heuristique et la perturbation des coûts. Afin de réduire encore plus les temps de résolution, nous avons procédé à la fixation des variables suite à des prétraitements inspirés de la méthode connue sous le nom de méthode des îlots et qui servent à prévoir et éliminer les arcs au sol dont le flot sera nul dans la solution optimale du problème.

L'approche proposée a été testée sur un jeu de données fourni par la compagnie aérienne Air Canada. En appliquant l'approche de résolution de base, nous avons vu que seulement les problèmes relatifs aux flottes de petite taille ont été résolus. En vue de réduire les temps de résolution des problèmes relatifs aux flottes de grande taille, nous avons intégré à notre approche de base plusieurs stratégies incluant l'agrégation de certaines commodités, l'implantation d'un branchement heuristique et une perturbation des coûts. L'intégration dans notre approche de résolution de base d'une seule

stratégie à la fois ne nous a pas permis de trouver les solutions entières de tous les problèmes. En effet, la stratégie d'agrégation nous a permis de réduire les temps de résolution des relaxations linéaires de tous les problèmes mais les solutions entières des problèmes relatifs aux flottes de grande taille sont restées indéterminées après 5 heures de calculs. La combinaison de cette stratégie avec les stratégies d'accélération et de perturbation des coûts nous a permis de résoudre tous les problèmes en une trentaine de minutes au total. Pour réduire encore plus les temps de résolution, nous avons eu recours à la fixation de variables suite à des prétraitements. Ces derniers ont été inspirés d'une méthode connue sous le nom de la méthode des îlots et consistent à prévoir et éliminer les arcs au sol dont le flot sera nul dans la solution optimale du problème. Le premier prétraitement est appelé prétraitement des îlots et le deuxième est appelé prétraitement restreint. Ces derniers diffèrent à la fois du point du vue de la structure des coûts associée aux réseaux utilisés et des stations considérées. La combinaison de ces prétraitements aux stratégies mentionnées ci-haut a réduit les temps de résolution pour certaines flottes et les a augmenté pour d'autres mais le temps total de résolution est resté inchangé. Les résultats obtenus par l'intégration de de ces stratégies et prétraitements ont, d'une part, validé la solution du problème d'affectation des types d'avion aux segments de vol et, d'autre part, montré que les rotations construites sont de très bonne qualité du point de vue des objectifs considérés.

Une extension relative au problème acyclique de construction des rotations hebdomadaires d'avion a été traitée au sein de ce projet. Celle-ci concerne la construction cyclique des rotations hebdomadaires d'avion qui requiert la répartition équilibrée des maintenances au fil des semaines. Ce problème a été décomposé en deux sous-problèmes. Le premier n'est autre que le problème acyclique de construction des rotations hebdomadaires d'avion et le deuxième est formulé comme un problème d'affectation pour chaque paire de flotte et station. Ce problème utilise les rotations

construites lors de la résolution du premier sous-problème pour former des cycles présentant une bonne répartition des maintenances sur les avions au fil des semaines. Ce problème d'affectation a été séparé par flotte et par station et a été résolu aisément par CPLEX vu sa taille réduite. La qualité des cycles construits a été jugé bonne en général.

Pour terminer, mentionnons deux extensions qui pourraient être testées ultérieurement. La première concerne les cycles dépourvus de maintenance. On a vu dans le chapitre 4 que ces dernières sont généralement constituées par une seule rotation qui débute et finit à la même station et qui ne passe jamais par des stations qui offrent des opportunités de maintenance. Il serait donc judicieux de prévoir des contraintes additionnelles au niveau de la formulation du problème d'affectation des types d'avion aux segments de vol empêchant la génération de sous-réseaux isolés n'incluant pas des stations de maintenance. La deuxième extension découle du fait qu'en pratique chaque avion d'une flotte donnée est affecté à une station, appelée base, qu'il doit visiter régulièrement. Cette contrainte de visite régulière pourrait être intégrée au niveau du problème de construction des rotations hebdomadaires d'avion.

BIBLIOGRAPHIE

BARNHART, C., JOHNSON, E.L., NEMHAUSER, G.L., SAVELSBERGH, M.W.F. et VANCE, P.H., (1998). Branch-and-Price : Column Generation for Solving Huge Integer Programs. *Operations Research 46(3),* 316–329.

BARNHART, C., BOLAND, N., CLARKE, L.W., JOHNSON, E.L., NEMHAUSER, G.L. et SHENOI, R.G., (1998). Flight String Models for Aircraft Fleeting and Routing. *Transportation Science 32(3),* 208–220.

BÉLANGER, N., DESAULNIERS, G., SOUMIS, F., DESROSIERS, J. et LAVIGNE, J., (2002). Airline Fleet Assignment with Homogeneity. *Les cahiers du GERAD, Ecole des Hautes Etudes Commerciales, Montreal* 6–2002–70.

CLARKE, L.W., HANE, C.A., JOHNSON, E.L. et NEMHAUSER, G.L., (1996). Maintenance and Crew Considerations in Fleet Assignment. *Transportation Science 30(3),* 249–260.

CLARKE, L.W., JOHNSON, E.L., NEMHAUSER, G.L. et ZHU, Z., (1997). The Aircraft Rotation Problem. *Annals of Operations Research : Mathematics of Industrial Systems II 69,* 33–46.

DESAULNIERS, G., DESROSIERS, J., DUMAS, Y., MARC, S., RIOUX, B., SOLOMON, M.M. et SOUMIS, F., (1997). Crew Pairing at Air France. *European Journal of Operational Research 97(2),* 245–259.

GAMACHE, M., SOUMIS, F., VILLENEUVE, D., DESROSIERS, J. et GÉLINAS, E., (1998a). The Preferential Bidding System at Air Canada. *Transportation Science 32(3),* 246–255.

GAMACHE, M., SOUMIS, F., MARQUIS, G. et DESROSIERS, J., (1998b). A Column Generation Approach for Large Scale Aircrew Rostering Problems. *Operations Research 46(2),* 247–263.

GOPALAN, R. et TALLURI, K., (1998). The Aircraft Maintenance Routing Problem. *Operations Research 46(2),* 260–271.

HANE, C., BARNHART, C., JOHNSON, E.L., MARSTEN, R., NEMHAUSER, G.L. et SIGISMONDI, G., (1995). The Fleet Assignment Problem : Solving a Large-Scale Integer Program. *Mathematical Programming 70,* 211–232.

SRIRAM, C. et HAGHANI, A., (2003). An Optimization Model For Aircraft Maintenance Scheduling And Re-assignment. *Transportation Research Part A 37,* 29–48.

TALLURI, K., (1998). The Four-Day Aircraft Maintenance Routing Problem. *Transportation Science 32(1),* 43–53.