

**Titre:** Analyse et évaluation des performances d'erreur du codage spatio-temporel en blocs pour des systèmes de télécommunications sans-fil dans des canaux à évanouissements  
**Title:**

**Auteur:** Pierre Rung  
**Author:**

**Date:** 2003

**Type:** Mémoire ou thèse / Dissertation or Thesis

**Référence:** Rung, P. (2003). Analyse et évaluation des performances d'erreur du codage spatio-temporel en blocs pour des systèmes de télécommunications sans-fil dans des canaux à évanouissements [Mémoire de maîtrise, École Polytechnique de Montréal]. PolyPublie. <https://publications.polymtl.ca/7225/>  
**Citation:**

 **Document en libre accès dans PolyPublie**  
Open Access document in PolyPublie

**URL de PolyPublie:** <https://publications.polymtl.ca/7225/>  
**PolyPublie URL:**

**Directeurs de  
recherche:** David Haccoun  
**Advisors:**

**Programme:** Non spécifié  
**Program:**

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

ANALYSE ET ÉVALUATION DES PERFORMANCES D'ERREUR DU  
CODAGE SPATIO-TEMPOREL EN BLOCS POUR DES SYSTÈMES DE  
TÉLÉCOMMUNICATIONS SANS-FIL DANS DES CANAUX À  
ÉVANOUISSEMENTS

PIERRE RUNG  
DÉPARTEMENT DE GÉNIE ÉLECTRIQUE  
ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

MÉMOIRE PRÉSENTÉ EN VUE DE L'OBTENTION  
DU DIPLOME DE MAÎTRE ÈS SCIENCES APPLIQUÉES (M.Sc.A.)  
(GÉNIE ÉLECTRIQUE)  
SEPTEMBRE 2003



National Library  
of Canada

Bibliothèque nationale  
du Canada

Acquisitions and  
Bibliographic Services

Acquisitions et  
services bibliographiques

395 Wellington Street  
Ottawa ON K1A 0N4  
Canada

395, rue Wellington  
Ottawa ON K1A 0N4  
Canada

*Your file* *Votre référence*

*ISBN: 0-612-89219-0*

*Our file* *Notre référence*

*ISBN: 0-612-89219-0*

The author has granted a non-exclusive licence allowing the National Library of Canada to reproduce, loan, distribute or sell copies of this thesis in microform, paper or electronic formats.

L'auteur a accordé une licence non exclusive permettant à la Bibliothèque nationale du Canada de reproduire, prêter, distribuer ou vendre des copies de cette thèse sous la forme de microfiche/film, de reproduction sur papier ou sur format électronique.

The author retains ownership of the copyright in this thesis. Neither the thesis nor substantial extracts from it may be printed or otherwise reproduced without the author's permission.

L'auteur conserve la propriété du droit d'auteur qui protège cette thèse. Ni la thèse ni des extraits substantiels de celle-ci ne doivent être imprimés ou autrement reproduits sans son autorisation.

---

In compliance with the Canadian Privacy Act some supporting forms may have been removed from this dissertation.

Conformément à la loi canadienne sur la protection de la vie privée, quelques formulaires secondaires ont été enlevés de ce manuscrit.

While these forms may be included in the document page count, their removal does not represent any loss of content from the dissertation.

Bien que ces formulaires aient inclus dans la pagination, il n'y aura aucun contenu manquant.

**Canada**

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

Ce mémoire intitulé:

ANALYSE ET ÉVALUATION DES PERFORMANCES D'ERREUR DU  
CODAGE SPATIO-TEMPOREL EN BLOCS POUR DES SYSTÈMES DE  
TÉLÉCOMMUNICATIONS SANS-FIL DANS DES CANAUX À  
ÉVANOUISSEMENTS

présenté par: RUNG Pierre

en vue de l'obtention du diplôme de: Maître ès sciences appliquées

a été dûment accepté par le jury d'examen constitué de:

M. PIERRE Samuel, Ph.D., président

M. HACCOUN David, Ph.D., membre et directeur de recherche

M. GAGNON François, Ph.D., professeur à l'Ecole de Technologie Supérieure et  
membre

## REMERCIEMENTS

A l'instant où s'achève la rédaction du présent mémoire, je souhaiterais remercier toutes les personnes qui, de près ou de loin, ont contribué à la réalisation de mon travail de recherche.

Je tiens tout d'abord à exprimer toute ma gratitude à mon directeur de recherche, Dr David Haccoun, tant pour ses judicieux conseils que pour la latitude qu'il m'a octroyés dans l'orientation de mon travail. Je lui suis également très reconnaissant de l'aide financière qu'il m'a accordée.

Je remercie Christian Cardinal pour ses conseils et sa disponibilité. Je remercie également Guillaume Favre pour avoir pris le temps de répondre aux quelques questions que je lui ai soumises à 6000 km de distance. Je n'oublierai bien évidemment pas de remercier les différentes personnes qui ont côtoyé le laboratoire de télécommunications - Dan, David, Florence, Ilham, Jérôme, Madhi et Ramin. Tout comme je remercie Maxime Thibault pour son aide appréciable et appréciée aussi bien pendant que en dehors des séances de laboratoires.

Mes pensées vont également à ma famille qui m'a permis de réaliser mes divers objectifs que ce soit en France ou au Québec.

Je salue enfin toutes les personnes que j'ai pu côtoyer ici où là, Claire-Anne, Frédéric, Julien, Ludo, Pierre-Étienne (là), Benjamin, Dany, Didier, Emilie, Judith, Jean-Sébastien, Loic, Muriel, Rachid, Thomas (ici) et bien sûr Marie Eve. La liste étant encore longue, j'effectuerais un salut collégial à toutes les autres personnes que je ne citerais pas explicitement, de peur d'omettre quelqu'un.

Je finirais en saluant le lecteur qui lit ces quelques lignes...

## RÉSUMÉ

La prochaine génération de systèmes sans-fil est censée permettre de transmettre de l'information à haut débit et d'assurer une très bonne qualité de communication, quelque soit l'environnement - intérieur, urbain, rural... - dans lequel évolue l'utilisateur. Mais les contraintes physiques subies par les canaux de transmission sont autant de problèmes à surmonter. Ainsi, le partage du spectre de fréquences disponibles attire de nombreuses convoitises. Par ailleurs, le bruit et les évanouissements dus à la propagation multi-chemins peuvent atténuer fortement le signal pendant la transmission. Une solution pour lutter contre l'atténuation du signal est l'apport de différentes répliques du signal au récepteur par l'introduction d'une ou plusieurs diversités. Parmi les trois types de diversités connues - temporelle, fréquentielle et spatiale -, seule la diversité spatiale ne nécessite pas une augmentation de la largeur de bande du système original.

L'objectif de notre travail est l'étude des codes spatio-temporels en blocs (STBC). Pour la mener à bien, le principe des codes spatio-temporels est exposé, précédé d'un rappel des notions de base des systèmes de communications numériques. La présentation de ces concepts permet d'enchaîner ensuite sur l'examen du principe et des performances des codes STBC. Plus précisément, cette analyse porte sur les facteurs influants sur le comportement des codes STBC: nombre d'antennes, taux de codage, ordre de la modulation. Elle montre entre autres que l'ajout d'une seconde antenne de réception peut amener des gains de plusieurs décibels pour des taux d'erreur par trame faibles, par exemple de l'ordre de  $10^{-1}$  ou  $10^{-2}$ , par rapport à un système mono-antenne. En outre, ce travail montre également que l'apport significatif d'un gain n'est réalisé qu'avec l'ajout d'un nombre limité d'antennes (2 ou 3 en émission et en réception). Un phénomène de saturation apparaît alors par la suite.

Diverses modélisations du canal de transmission sont également envisagées: canaux à évanouissements quasi-statiques et rapides, canaux gaussiens. En outre, pour les canaux à évanouissements, la dépendance des performances des codes STBC à la connaissance parfaite des coefficients d'atténuation du canal est évaluée. Une certaine robustesse des codes STBC à une erreur d'estimation des coefficients

d'atténuation est montrée. Suivant le modèle utilisé pour représenter les perturbations, les performances d'erreur des STBC peuvent rester acceptables pour des erreurs d'estimation de près de 50%. Enfin, la concaténation d'un codeur TCM aux codes STBC complète cette revue.

Ce travail atteste que l'emploi de plusieurs antennes, en émission ou en réception, offre un gain indéniable par rapport à un système mono-antenne. Les STBC constituent un outil adéquat pour obtenir ce gain pour une complexité de décodage relativement faible. L'ajout d'un codeur TCM permet d'améliorer ce gain, tout en ajoutant une complexité au décodage. Les STBC concaténés apparaissent même être plus performants que les codes spatio-temporels en treillis.

## ABSTRACT

Nowadays, the great popularity of cordless phones, cellular phones, portable computing demonstrates the importance of wireless communications systems in our society. The next generation of wireless systems is supposed to allow high speed data services and to insure a very good quality of communication anywhere, with the user evolving as well in indoors as in outdoors environment. However the physical limitation of the wireless channel presents a challenge for reliable communications. Indeed, the limited spectrum is desired by many companies and should be shared among the various operators. Besides, time-varying impairments such as noise and multipaths can attenuate strongly the signal during the transmission. Most personal communications and wireless services are meant to be carried in a pocket or a briefcase and must be small and lightweight, which means small batteries. Diversity techniques, such as time, frequency or space diversity, may be used to improve the transmission quality instead of technics demanding significant processing power.

Our work focuses on space and time diversities and especially using space-time block codes (STBC). After introducing digital communications systems and especially channel coding, space-time codes are completely described. Then we deal with the principle and the performances of STBC, the main subject of our work. The influence of several parameters on these performances is analyzed. Quasi-static and fast fading channels are treated as well as gaussian channels. The influence of the imprecise knowledge of the path gains between transmitters and receivers is also analyzed. Finally we conclude our work by analyzing concatenated TCM encoder with STBC.

This work shows the huge gain offered by the use of several antennas. STBC are a mean to achieve this gain with very little decoding complexity. It is also possible to concatenate an outer trellis code with space-time block coding to achieve better error performance, but at the expense of a higher complexity. However these concatenated codes outperform most of space-time trellis codes.



## TABLE DES MATIÈRES

REMERCIEMENTS . . . . .	iv
RÉSUMÉ . . . . .	v
ABSTRACT . . . . .	vii
TABLE DES MATIÈRES . . . . .	viii
LISTE DES TABLEAUX . . . . .	xi
LISTE DES FIGURES . . . . .	xii
LISTE DES SIGLES ET ABRÉVIATIONS . . . . .	xvii
LISTE DES NOTATIONS ET DES SYMBOLES . . . . .	xviii
LISTE DES ANNEXES . . . . .	xix
<b>CHAPITRE 1: INTRODUCTION . . . . .</b>	<b>1</b>
1.1 Motivations . . . . .	1
1.2 Organisation du mémoire . . . . .	2
1.3 Contributions amenées . . . . .	4
1.4 Ressources utilisées . . . . .	4
<b>CHAPITRE 2: NOTIONS DE COMMUNICATIONS</b>	
<b>NUMÉRIQUES SANS-FIL . . . . .</b>	<b>5</b>
2.1 Description d'une chaîne de transmission . . . . .	5
2.2 Le canal de transmission . . . . .	6
2.2.1 Généralités . . . . .	6
2.2.2 Le canal gaussien . . . . .	7
2.2.3 Le canal à évanouissements de Rayleigh . . . . .	7
2.3 Conclusion . . . . .	13

<b>CHAPITRE 3: ELEMENTS DE CODAGE DE CANAL . . . . .</b>	<b>14</b>
3.1 Généralités . . . . .	14
3.1.1 Codage en blocs . . . . .	17
3.1.2 Codage convolutionnel . . . . .	18
3.2 Modulation numérique . . . . .	29
3.3 Modulation codée en treillis . . . . .	33
3.3.1 La modulation codée: une nécessité . . . . .	33
3.3.2 Le principe des TCM . . . . .	34
3.3.3 Procédure de codage . . . . .	37
3.3.4 Décodage . . . . .	38
3.3.5 Approche retenue dans notre étude . . . . .	40
3.4 Conclusion . . . . .	40
<b>CHAPITRE 4: CODAGE SPATIO-TEMPOREL . . . . .</b>	<b>41</b>
4.1 Les trois techniques de diversité . . . . .	41
4.1.1 Diversité temporelle . . . . .	41
4.1.2 Diversité fréquentielle . . . . .	41
4.1.3 Diversité spatiale . . . . .	42
4.2 Les systèmes multi-antennes . . . . .	42
4.2.1 Hypothèses de travail . . . . .	42
4.2.2 Capacité d'un système multi-antennes . . . . .	44
4.3 Le codage spatio-temporel . . . . .	45
4.3.1 Le codeur spatio-temporel . . . . .	45
4.3.2 Le décodeur spatio-temporel . . . . .	46
4.3.3 Critères de performance . . . . .	47
4.3.4 CST en treillis . . . . .	51
4.3.5 Les codes spatio-temporels en blocs . . . . .	55
4.4 Conclusion . . . . .	62
<b>CHAPITRE 5: ETUDES DES PERFORMANCES D'ERREUR: RÉSULTATS ET SIMULATIONS . . . . .</b>	<b>63</b>
5.1 Description du simulateur . . . . .	63
5.1.1 Introduction . . . . .	63

5.1.2	Le rapport signal à bruit . . . . .	64
5.1.3	Principe du simulateur . . . . .	66
5.2	Résultats des simulations pour des évanouissements quasi-statiques . . . . .	68
5.2.1	Influence du nombre d'émetteurs . . . . .	68
5.2.2	Influence du nombre de récepteurs . . . . .	70
5.2.3	Influence de la modulation . . . . .	73
5.2.4	Etude d'un cas particulier . . . . .	74
5.3	Résultats des simulations pour des évanouissements rapides . . . . .	76
5.3.1	Influence du nombre d'émetteurs . . . . .	77
5.3.2	Influence du nombre de récepteurs . . . . .	78
5.4	Effets de la connaissance imparfaite des coefficients d'atténuations du canal sur les performances des STBC . . . . .	79
5.4.1	Premier modèle employé: modélisation multiplicative . . . . .	79
5.4.2	Seconde approche envisagée: modélisation additive . . . . .	86
5.5	Résultats des simulations pour des canaux gaussiens . . . . .	90
5.5.1	Une nouvelle approche du décodage . . . . .	90
5.5.2	Influence du nombre de récepteurs . . . . .	91
5.5.3	Influence de la quantification . . . . .	93
5.6	Étude de l'ajout d'un encodeur TCM pour des canaux à évanouissements . . . . .	94
5.6.1	Comparaison avec les STTC . . . . .	99
5.7	Conclusion . . . . .	100
<b>CHAPITRE 6: CONCLUSION . . . . .</b>		<b>102</b>
6.1	Bilan des travaux entrepris . . . . .	102
6.2	Perspectives de recherches futures . . . . .	104
<b>BIBLIOGRAPHIE . . . . .</b>		<b>106</b>

**LISTE DES TABLEAUX**

5.1	Table de métriques pour un canal binaire symétrique en quantification dure (1 bit) . . . . .	92
IV.1	Table de métriques pour un canal binaire symétrique en quantification dure (1 bit) . . . . .	145
IV.2	Table de métriques pour un canal binaire symétrique en quantification sur quatre niveaux (2 bits) . . . . .	145
IV.3	Table de métriques pour un canal binaire symétrique en quantification sur huit niveaux (3 bits) . . . . .	146
IV.4	Table de métriques pour un canal binaire symétrique en quantification sur seize niveaux (4 bits) . . . . .	146

## LISTE DES FIGURES

2.1	<i>Schéma-type d'un système de communications numériques</i> . . . . .	6
2.2	<i>Canal gaussien</i> . . . . .	7
2.3	<i>Propagation multi-chemins</i> . . . . .	9
2.4	<i>Effet Doppler</i> . . . . .	10
2.5	<i>Classification des différent types de canaux à évanouissements</i> . . . . .	11
2.6	<i>Distribution de Rayleigh</i> . . . . .	12
2.7	<i>Enveloppe d'un signal soumis à des évanouissements de Rayleigh</i> . . . . .	13
3.1	<i>Facteurs intervenant dans le design du codage de canal et les schémas de modulation</i> . . . . .	14
3.2	<i>Bref historique du codage de canal</i> . . . . .	16
3.3	<i>Schéma général d'un codeur convolutionnel binaire de taux <math>1/n</math></i> . . . . .	19
3.4	<i>Codeur convolutionnel : <math>K = 3, n = 2</math></i> . . . . .	20
3.5	<i>Codeur convolutionnel de taux <math>2/3</math> : <math>K = 8, n = 3, b = 2</math></i> . . . . .	21
3.6	<i>Diagramme d'état associé au codeur: <math>G = [5, 7]</math></i> . . . . .	22
3.7	<i>Arbre associé au code : <math>G = [5, 7]</math></i> . . . . .	23
3.8	<i>Exemple de treillis: treillis associé au code <math>G = [5, 7]</math></i> . . . . .	23
3.9	<i>Représentation "papillon" d'un sous-treillis élémentaire</i> . . . . .	28
3.10	<i>Schéma de l'algorithme CSA</i> . . . . .	30
3.11	<i>Constellation 8PSK</i> . . . . .	31
3.12	<i>Constellation 16-QAM</i> . . . . .	31
3.13	<i>Modèle pour TCM</i> . . . . .	35
3.14	<i>Partition d'ensemble pour la constellation 8PSK</i> . . . . .	36
3.15	<i>transition parallèle</i> . . . . .	36
3.16	<i>transition adjacente</i> . . . . .	37
3.17	<i>Principe de la modulation codée en treillis</i> . . . . .	37
3.18	<i>Exemple de codeur TCM de taux <math>2/3</math></i> . . . . .	38
3.19	<i>Décodage avec l'algorithme de Viterbi</i> . . . . .	39
4.1	<i>Système multi-antennes</i> . . . . .	43

4.2	<i>Codeur spatio-temporel</i> . . . . .	46
4.3	<i>Décodeur spatio-temporel</i> . . . . .	46
4.4	<i>Gains en diversité et en codage</i> . . . . .	49
4.5	<i>Codage spatio-temporel en treillis</i> . . . . .	52
4.6	<i>Treillis associé à la matrice <math>\mathbf{G}</math></i> . . . . .	54
4.7	<i>Codage spatio-temporel par blocs pour la matrice <math>\mathbf{C}</math></i> . . . . .	57
4.8	<i>Codage spatio-temporel par blocs</i> . . . . .	57
5.1	<i>Influence du nombre d'émetteurs pour une efficacité spectrale de 1 bit/s/Hz; codes <math>\mathbf{G}_2</math>, <math>\mathbf{G}_3</math> et <math>\mathbf{G}_4</math>; 1 récepteur; évanouissements quasi-statiques</i> . . . . .	69
5.2	<i>Gain en émission pour une efficacité spectrale de 1 bit/s/Hz; codes <math>\mathbf{G}_2</math>, <math>\mathbf{G}_3</math> et <math>\mathbf{G}_4</math>; 1 récepteur; évanouissements quasi-statiques</i> . . . . .	70
5.3	<i>Influence du nombre de récepteurs pour une efficacité spectrale de 1 bit/s/Hz; code <math>\mathbf{G}_2</math>; évanouissements quasi-statiques</i> . . . . .	71
5.4	<i>Gain en réception pour une efficacité spectrale de 1 bit/s/Hz; code <math>\mathbf{G}_2</math>; évanouissements quasi-statiques</i> . . . . .	72
5.5	<i>Influence de la modulation pour le code <math>\mathbf{G}_2</math>; 2 émetteurs; 1 récepteur; évanouissements quasi-statiques</i> . . . . .	73
5.6	<i>Probabilité d'erreur par trame vs. SNR pour STBC à une efficacité spectrale de 2bits/s/Hz; 1 antenne réceptrice; évanouissements quasi-statiques</i> . . . . .	75
5.7	<i>Influence du nombre d'antennes émettrices pour un canal à évanouissements rapides; efficacité spectrale 1 bit/s/Hz; codes <math>\mathbf{G}_2</math>, <math>\mathbf{G}_3</math> et <math>\mathbf{G}_4</math>; 1 récepteur</i> . . . . .	77
5.8	<i>Influence du nombre d'antennes réceptrices pour un canal à évanouissements rapides; efficacité spectrale 1 bit/s/Hz; code <math>\mathbf{G}_2</math></i> . . . . .	78
5.9	<i>Influence de la connaissance imparfaite des coefficients d'atténuation; 2 émetteurs, 1 récepteur, code <math>\mathbf{G}_2</math>; efficacité spectrale 1 bit/s/Hz; évanouissements quasi-statiques</i> . . . . .	81

5.10	<i>Influence de la connaissance imparfaite des coefficients d'atténuation; 2 émetteurs, 2 récepteurs, code <math>G_2</math>; efficacité spectrale 1 bit/s/Hz; évanouissements quasi-statiques . . . . .</i>	82
5.11	<i>Influence de la connaissance imparfaite des coefficients d'atténuation; 3 émetteurs; 1 récepteur; code <math>G_3</math>; efficacité spectrale 1 bit/s/Hz; évanouissements quasi-statiques . . . . .</i>	84
5.12	<i>Influence de la connaissance imparfaite des coefficients d'atténuation; 2 émetteurs, 1 récepteur, code <math>G_2</math>; efficacité spectrale 1 bit/s/Hz; évanouissements rapides . . . . .</i>	85
5.13	<i>Erreur d'estimation additive; 2 émetteurs, 1 récepteur, code <math>G_2</math>; efficacité spectrale 1 bit/s/Hz; évanouissements quasi-statiques . . . . .</i>	87
5.14	<i>Erreur d'estimation additive; 2 émetteurs, 1 récepteur, code <math>G_2</math>; efficacité spectrale 1 bit/s/Hz; évanouissements quasi-statiques . . . . .</i>	89
5.15	<i>Influence du nombre de récepteurs pour un canal gaussien; efficacité spectrale 1 bit/s/Hz; code <math>G_2</math> . . . . .</i>	92
5.16	<i>Influence de la quantification du canal Gaussien; efficacité spectrale 1 bit/s/Hz; code <math>G_2</math>; 1 récepteur . . . . .</i>	94
5.17	<i>Comparaison du système STBC et du système STBC concaténé pour une efficacité spectrale de 1 bit/s/Hz; code <math>G_2</math>; encodeur TCM de taux 1/2 et de longueur de contrainte 3; 1 récepteur; évanouissements quasi-statiques . . . . .</i>	96
5.18	<i>Codeur pragmatique de taux 2/3 . . . . .</i>	97
5.19	<i>Comparaison du système STBC et du système STBC concaténé pour une efficacité spectrale de 1 bit/s/Hz; code <math>G_2</math>; encodeur TCM de taux 1/2 et de longueur de contrainte 3; évanouissements rapides . . . . .</i>	98
5.20	<i>Influence du nombre d'états du codeur pour une efficacité spectrale de 1 bit/s/Hz; code <math>G_2</math>; 2 émetteurs; 1 récepteur; encodeur TCM de taux 1/2; évanouissements quasi-statiques . . . . .</i>	99
5.21	<i>Comparaison du système STTC et du système STBC concaténé pour une efficacité spectrale de 1 bit/s/Hz; code <math>G_2</math> et encodeur TCM de taux 1/2; évanouissements quasi-statiques . . . . .</i>	100

II.1	<i>Influence du nombre d'émetteurs pour une efficacité spectrale de 1 bit/s/Hz; codes <math>G_2</math>, <math>G_3</math> et <math>G_4</math>; 2 récepteurs; évanouissements quasi-statiques . . . . .</i>	122
II.2	<i>Influence du nombre d'émetteurs pour une efficacité spectrale de 2 bit/s/Hz; codes <math>G_2</math>, <math>G_3</math> et <math>G_4</math>; 1 récepteur; évanouissements quasi-statiques . . . . .</i>	123
II.3	<i>Influence du nombre d'émetteurs pour une efficacité spectrale de 3 bit/s/Hz; codes <math>G_2</math>, <math>H_3</math> et <math>S_4</math>; 1 récepteur; évanouissements quasi-statiques . . . . .</i>	123
II.4	<i>Influence du nombre de récepteurs pour une efficacité spectrale de 2 bit/s/Hz; code <math>G_2</math>; évanouissements quasi-statiques . . . . .</i>	124
II.5	<i>Influence du nombre de récepteurs pour une efficacité spectrale de 3 bit/s/Hz; code <math>G_2</math>; évanouissements quasi-statiques . . . . .</i>	124
II.6	<i>Influence du nombre de récepteurs pour une efficacité spectrale de 1 bit/s/Hz; code <math>G_3</math>; évanouissements quasi-statiques . . . . .</i>	125
II.7	<i>Influence du nombre de récepteurs pour une efficacité spectrale de 2 bit/s/Hz; code <math>G_3</math>; évanouissements quasi-statiques . . . . .</i>	125
II.8	<i>Influence du nombre de récepteurs pour une efficacité spectrale de 3 bit/s/Hz; code <math>H_3</math>; évanouissements quasi-statiques . . . . .</i>	126
II.9	<i>Influence du nombre de récepteurs pour une efficacité spectrale de 1 bit/s/Hz; code <math>G_4</math>; évanouissements quasi-statiques . . . . .</i>	126
II.10	<i>Influence du nombre de récepteurs pour une efficacité spectrale de 2 bit/s/Hz; code <math>G_4</math>; évanouissements quasi-statiques . . . . .</i>	127
II.11	<i>Influence du nombre de récepteurs pour une efficacité spectrale de 3 bit/s/Hz; code <math>S_4</math>; évanouissements quasi-statiques . . . . .</i>	127
II.12	<i>Probabilité d'erreur par trame vs. SNR pour STBC à une efficacité spectrale de 3 bits/s/Hz; 1 antenne réceptrice; évanouissements quasi-statiques . . . . .</i>	128
II.13	<i>Erreur d'estimation additive; 3 émetteurs, 1 récepteur, code <math>G_3</math>; efficacité spectrale 1 bit/s/Hz; évanouissements quasi-statiques . . .</i>	129
II.14	<i>Erreur d'estimation additive; 2 émetteurs, 1 récepteur, code <math>G_2</math>; efficacité spectrale 1 bit/s/Hz; évanouissements rapides . . . . .</i>	129



II.15	<i>Erreur d'estimation additive; 2 émetteurs, 2 récepteurs, code <math>\mathbf{G}_2</math>; efficacité spectrale 1 bit/s/Hz; évanouissements quasi-statiques . . .</i>	130
II.16	<i>Erreur d'estimation additive; 2 émetteurs, 1 récepteur, code <math>\mathbf{G}_2</math>; efficacité spectrale 1 bit/s/Hz; évanouissements rapides . . . . .</i>	130
II.17	<i>Erreur d'estimation additive; 3 émetteurs, 1 récepteur, code <math>\mathbf{G}_3</math>; efficacité spectrale 1 bit/s/Hz; évanouissements quasi-statiques . . .</i>	131
II.18	<i>Effet de la quantification d'un canal gaussien, 2 émetteurs, 1 récepteur, code 5,7 . . . . .</i>	132
II.19	<i>Comparaison du système STBC et du système STBC concaténé; efficacité spectrale de 1 bit/s/Hz; 2 récepteurs; évanouissements quasi-statiques . . . . .</i>	133
II.20	<i>Comparaison du système STBC et du système STBC concaténé; efficacité spectrale de 1 bit/s/Hz; 3 récepteurs; évanouissements quasi-statiques . . . . .</i>	133
II.21	<i>Comparaison du système STBC et du système STBC concaténé pour une efficacité spectrale de 1 bit/s/Hz; 2 récepteurs; évanouissements rapides . . . . .</i>	134
II.22	<i>Comparaison du système STBC et du système STBC concaténé pour une efficacité spectrale de 1 bit/s/Hz; 3 récepteurs; évanouissements rapides . . . . .</i>	134
II.23	<i>Comparaison du système STTC et du système STBC concaténé pour une efficacité spectrale de 1 bit/s/Hz; 2 récepteurs; évanouissements quasi-statiques . . . . .</i>	135

## LISTE DES SIGLES ET ABRÉVIATIONS

ACS	Add Compare Select
ASK	Amplitude Shift Keying
AWGN	Additive White Gaussian Noise
BPSK	Binary Phase Shift Keying
CSA	Compare Add Select
CST	Code Spatio-temporel
CST-MCT	Code Spatio-Temporel par Modulation Codée en Treillis
FWA	Fixed Wireless Access
FSK	Frequency Shift Keying
MIMO	Multiple Input Multiple Output
MRRC	Maximal-Ratio Receiver Combining
PSK	Phase Shift Keying
QAM	Quadrature Amplitude Modulation
SNR	Signal to Noise Ratio
STBC	Space-Time Block Codes
STTC	Space-Time Treillis Codes
TCM	Trellis Coded Modulation
UHF-VHF	Ultra High Frequency - Very High Frequency
UMTS	Universal Mobile Telecommunications System

## LISTE DES NOTATIONS ET DES SYMBOLES

$\oplus$	Addition modulo 2
$E[\cdot]$	Espérance mathématique
$\lfloor \cdot \rfloor$	Fonction partie entière
$\lceil \cdot \rceil$	Fonction plafond
$I_k$	Matrice identité de taille $k \times k$
$\Re(\cdot)$	Partie réelle
$P(A B)$	Probabilité de l'événement A sachant l'événement B
$\dagger$	Trans-conjugaison matricielle
$T$	Transposée
$n$	Nombre d'antennes émettrices
$m$	Nombre d'antennes réceptrices
$R$	Nombre de bits rentrés à chaque instant dans le codeur
$S$	Nombre d'états du codeur
$Q$	Nombre d'instant pris en compte pour le codage
$M$	Nombre de symboles de la constellation

## LISTE DES ANNEXES

<b>Annexe I:</b>	<b>Liste des matrices des codes STBC employés et formules utiles pour le décodage . . . . .</b>	<b>112</b>
I.1	Matrice $G_2$ du code utilisé pour deux antennes de transmission, [1] . . . . .	112
I.2	Matrice $G_3$ du code utilisé pour trois antennes de transmission, [40] . . . . .	113
I.3	Matrice $H_3$ du code utilisé pour trois antennes de transmission, [40] . . . . .	115
I.4	Matrice $S_3$ du code utilisé pour trois antennes de transmission, [38] . . . . .	116
I.5	Matrice $G_4$ du code utilisé pour quatre antennes de transmission, [40] . . . . .	117
I.6	Matrice $H_4$ du code utilisé pour quatre antennes de transmission, [40] . . . . .	119
I.7	Matrice $S_4$ du code utilisé pour quatre antennes de transmission, [38] . . . . .	120
I.8	Matrice du code quasi-orthogonal à quatre antennes, [23] . . . . .	121
<b>Annexe II:</b>	<b>Etudes de paramètres divers sur les performances des codes STBC . . . . .</b>	<b>122</b>
II.1	Influence du nombre d'émetteurs pour diverses efficacités spectrales et divers codes . . . . .	122
II.2	Influence du nombre de récepteurs pour diverses efficacités spectrales et divers codes . . . . .	124
II.3	Comparaison des performances des codes STBC et STBC quasi-orthogonaux pour une efficacité spectrale de 3 bits/s/Hz . . . . .	128
II.4	Performances des codes STBC pour une estimation de canal imparfaite . . . . .	129

II.5 Performances des codes STTC pour un canal Gaussien . . .	132
II.6 Comparaison des performances des codes STBC et STBC concaténés avec un codeur TCM pour diverses valeurs du nombre de récepteurs, cas des évanouissements quasi- statiques . . . . .	133
II.7 Comparaison des performances des codes STBC et STBC concaténés avec un codeur TCM pour diverses valeurs du nombre de récepteurs, cas des évanouissements rapides . . .	134
II.8 Comparaison des performances des codes STTC et STBC concaténés avec un codeur TCM pour deux récepteurs . . .	135
 Annexe III: Etude théorique d'une erreur d'estimation additive des coefficients d'atténuation du canal . . . . .	 136
III.1 Hypothèses: . . . . .	136
III.2 Démonstration: . . . . .	137
III.3 Généralisation: . . . . .	140
III.3.1 Généralisation à une modulation quelconque: . . . . .	140
III.3.2 Généralisation à $m$ récepteurs: . . . . .	142
III.3.3 Généralisation à $n$ émetteurs: . . . . .	143
 Annexe IV: Tables de métriques pour les canaux gaussiens . . .	 145

## CHAPITRE 1

### INTRODUCTION

#### 1.1 Motivations

Même si depuis l'année 2001 le domaine des télécommunications semble s'essouffler, les recherches se poursuivent pour tenter de lui apporter un nouveau souffle. Deux objectifs guident ces recherches. Le premier est la capacité de transmettre de l'information sous forme numérique à haut débit entre deux terminaux mobiles par le biais des communications sans-fil. Le second consiste à pouvoir utiliser un téléphone unique. Celui-ci combinerait aussi bien les avantages des téléphones cellulaires (mobilité et performances dans les environnements extérieurs) que ceux des téléphones fixes (très bonne qualité de communication en environnements intérieurs). La popularité des téléphones sans-fil, des cellulaires, des ordinateurs portables semblent montrer les attentes des consommateurs pour de tels services. Les défis à relever pour les satisfaire sont multiples: développement de codages et de modulations performants, développement de techniques permettant d'améliorer la qualité et l'occupation spectrale des communications sans-fil pour des utilisateurs de plus en plus nombreux.

Les contraintes physiques subies par les canaux de transmission des communications sans-fil sont multiples et représentent un des centres d'intérêt des recherches actuelles. Les perturbations occasionnées par ces canaux (bruit, évanouissements, propagations multi-chemins,...) sont responsables des atténuations et des interférences subies par le signal pendant la transmission. Or, à l'heure d'une diminution de la taille des appareils portatifs (téléphones, ordinateurs,...), et donc indirectement d'une diminution des puissances de transmission, ces atténuations pourraient être fatales à certaines applications, tel que l'accès à Internet.

Outre les perturbations directes dues à ces contraintes physiques, les télécommunications sans-fil doivent affronter leurs effets indirects. Ainsi, le partage de la largeur de bande, la fréquence étant une ressource limitée, a conduit à

des ventes aux enchères parfois aberrantes pour les licences UMTS (Universal Mobile Telecommunications System) en Europe et en Amérique du Nord. Les différents opérateurs ont dû dépenser des sommes astronomiques pour acquérir ces licences, condamnant pratiquement la génération 3G de la téléphonie mobile au placard avant d'avoir pu démontrer quoi que ce soit et plongeant le monde des télécommunications dans l'incertitude. De plus, la saturation des réseaux actuels résulte en une baisse de la qualité de service proposée aux abonnés.

Les recherches se tournent donc vers des solutions proposant une alternative la moins onéreuse possible aux perturbations des canaux de transmission. Les systèmes multi-antennes, qui offrent une diversité spatiale aux communications, peuvent de ce fait être une option intéressante. Le codage spatio-temporel permet d'associer à cette diversité spatiale une diversité temporelle. Il est donc naturellement un sujet de recherche attrayant pour les principaux laboratoires. Dans ce domaine, le codage spatio-temporel par blocs (STBC) présente des avantages indéniables: diversité spatiale assurée au niveau des stations de base, où les ressources en place et en puissance sont plus propices qu'au niveau des téléphones cellulaires, faible complexité des codeurs et décodeurs favorisant une implantation peu coûteuse et dans des appareils de taille réduite...

L'objectif de ce mémoire est de présenter le codage spatio-temporel par blocs. Ce travail s'inscrit dans la continuité du travail initié par Lionel Scremin [34], et poursuivi par Guillaume Favre [15] dans le cadre de leur maîtrise à l'École Polytechnique de Montréal. Ainsi les performances du codage spatio-temporel par blocs pourront être confrontées à celles obtenues par ces deux étudiants à l'aide de codage spatio-temporels convolutionnel en treillis. Par ailleurs, le comportement des performances des STBC pour une connaissance plus ou moins parfaite du canal de transmission sera analysée. Enfin, le codeur spatio-temporel sera concaténé avec un codeur en treillis pour une étude exhaustive du codage par blocs.

## 1.2 Organisation du mémoire

Ce mémoire s'articule de la manière suivante :

- Le chapitre 2 propose un bref rappel de différentes caractéristiques des

systèmes de communications sans-fil.

- Le chapitre 3 présente les principales techniques de codage employées par la suite: codage en bloc, codage convolutionnel et décodage de Viterbi, et enfin modulation codée en treillis.
- Le chapitre 4 introduit le codage spatio-temporel. Les systèmes multi-antennes sont brièvement abordés afin de définir les notations et le modèle employés par la suite. Quelques résultats principaux (capacité du canal,...) seront également rappelés. Le codage spatio-temporel est alors présenté à travers ses deux principales techniques: le codage en blocs et le codage en treillis. Les critères de performances associés au codage spatio-temporel sont aussi abordés.
- Le chapitre 5 présente le simulateur développé pour les codes STBC. Les résultats sont obtenus pour des canaux à évanouissements quasi-statiques et rapides ainsi que pour des canaux gaussiens. Ce chapitre comporte également l'étude des codes STBC concaténés avec un codeur de modulation codée en treillis (TCM).
- La conclusion dresse un bilan du travail entrepris et propose des perspectives de recherches futures.
- L'annexe I répertorie les codes STBC étudiés et les métriques utilisées pour leur décodage.
- L'annexe II répertorie divers résultats obtenus au cours de notre étude.
- L'annexe III est la démonstration que, dans le cas d'une modélisation additive des perturbations liées aux coefficients d'atténuation du canal, et pour une variance de ces perturbations constante, il est impossible d'obtenir une probabilité d'erreur aussi petite que souhaitée en augmentant seulement le SNR.
- L'annexe IV répertorie les tables de décodage utilisées pour la quantification du canal gaussien.



### 1.3 Contributions amenées

Ce travail de recherche a apporté les contributions suivantes :

- Développement d'un simulateur de STBC pour modulation M-PSK et 16-QAM pour des canaux à évanouissements de Rayleigh quasi-statiques et rapides.
- Comparaison des résultats obtenus et de ceux figurant dans les publications traitant du même sujet afin de vérifier la validité du simulateur.
- Étude de l'influence de divers paramètres sur les performances : nombre d'antennes, ordre de la modulation.
- Analyse de l'influence d'une connaissance plus ou moins précise des coefficients d'atténuation du canal à évanouissements sur les performances des codes STBC.
- Développement d'un simulateur de CST en blocs concaténé avec un codeur TCM pour des canaux à évanouissements de Rayleigh quasi-statiques et rapides.

### 1.4 Ressources utilisées

En pratique le développement du simulateur et du programme de recherche de CST-MCT a été réalisé sous environnement Windows<sup>®</sup> à l'aide du logiciel Visual C++<sup>®</sup>. Les courbes de performances ont été tracées grâce au logiciel Matlab<sup>®</sup>. L'ordinateur utilisé était équipé d'un processeur cadencé à 850 MHz avec une mémoire vive de 256 Mo.

## CHAPITRE 2

### NOTIONS DE COMMUNICATIONS NUMÉRIQUES SANS-FIL

Ce chapitre propose un rappel des bases de la théorie des communications numériques sans-fil. Nous nous intéresserons plus précisément au canal de transmission et à ses caractéristiques.

#### 2.1 Description d'une chaîne de transmission

Globalement, l'objectif premier d'un système de communications est la transmission d'une information (signal électrique, son, lumière,...) entre un expéditeur et un destinataire. Cette information est véhiculée dans un canal de transmission entre son émission et sa réception. Idéalement, celle-ci devrait permettre de restituer intégralement au destinataire l'information de l'expéditeur. Mais, comme nous le verrons plus loin dans cette section, le canal n'étant pas parfait, des perturbations viennent altérer le signal et provoquer des erreurs de réception. Si historiquement les signaux employés étaient des signaux analogiques, rendant le système très vulnérable aux perturbations, la transmission est de nos jours effectuée numériquement. Ainsi, l'information originale est échantillonnée puis quantifiée pour obtenir des symboles binaires (bits). Les avantages d'un tel système sont nombreux: meilleure immunité au bruit, possibilité de correction des erreurs... Le schéma d'un système de communications numériques [28] est donné à la figure 2.1. Comme cette figure le montre, le canal de transmission est l'élément central du système de communications: chaque opération effectuée en amont du canal trouve son équivalent en aval (codage de canal discret/décodage de canal discret). La première étape, le codage de source, consiste à éliminer la redondance présente dans l'information originale: les données provenant de la source sont compressées. Cet aspect ne sera pas traité dans le mémoire. Le codage de canal, qui sera le centre d'intérêt du troisième chapitre, a deux objectifs. Le premier, réalisé par le modulateur numérique, est de convertir le signal numérique en signaux analogiques adaptés à la transmission dans le canal, qui est un milieu analogique. Le second,

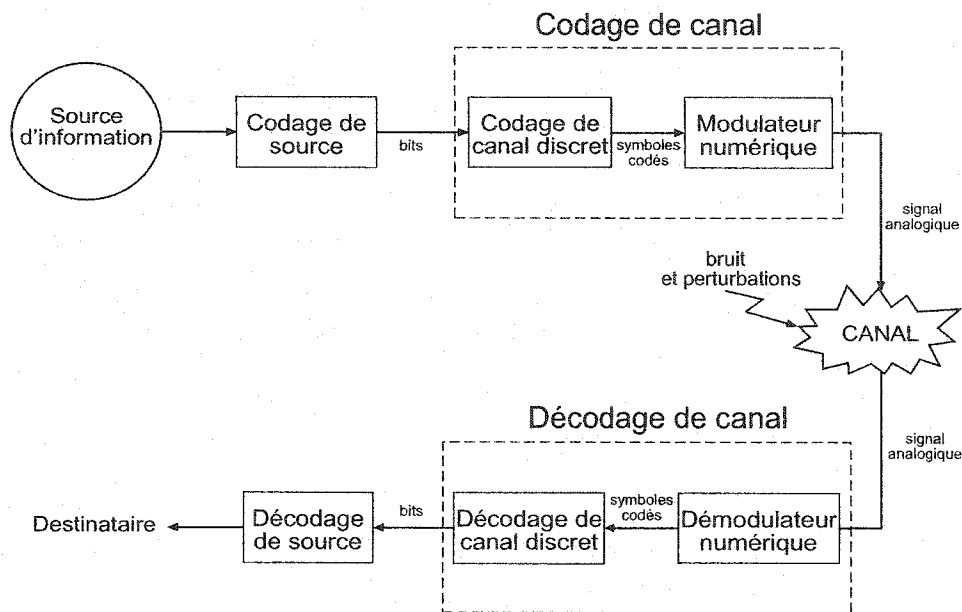


Figure 2.1: Schéma-type d'un système de communications numériques

assuré par le codeur de canal discret, est de protéger l'information transmise des perturbations amenées par le canal, telles que le bruit par exemple, en introduisant une redondance. A la réception, le processus inverse se produit: les signaux reçus sont démodulés en symboles codés qui sont alors décodés en bits. Le décodage de source permet alors de reconstruire la séquence d'information pour la transmettre à son destinataire. Après cette brève description du système de communication numérique, nous allons nous intéresser plus longuement à l'un de ses éléments principaux: le canal de transmission.

## 2.2 Le canal de transmission

### 2.2.1 Généralités

Le canal de transmission permet le transport de l'information entre l'émetteur et le récepteur. Ce canal peut être de différentes natures: fil de cuivre, air, fibre optique... Les communications sans-fil, comme leur nom l'indique, utilise comme canal de transmission l'air. Divers paramètres interviennent alors dans la propagation de l'information dans l'atmosphère: propagation multi-chemins, mobilité de

l'émetteur et/ou du récepteur. Dans le cadre de ce mémoire, deux types de canaux seront observés: le canal à évanouissements de Rayleigh et le canal gaussien.

### 2.2.2 Le canal gaussien

Le canal gaussien est caractérisé par une transmission directe entre l'émetteur et le récepteur. Dans ce type de canal le seul élément perturbateur est le bruit, bruit qui est considéré comme étant blanc gaussien et additif. Aucun phénomène d'atténuations ou de réflexions dues à des obstacles n'est pris en compte. Cet environnement s'applique parfaitement aux liaisons satellites (figure 2.2). Par contre, il est inadapté à l'étude des transmissions terrestres entre une station de base et des mobiles. C'est pourquoi il ne sera que peu fait référence à ce type de canal par la suite.

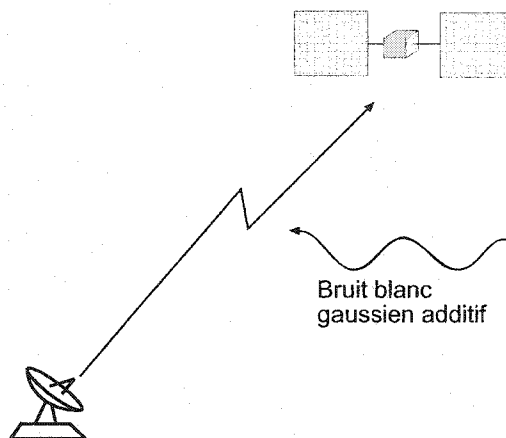


Figure 2.2: *Canal gaussien*

### 2.2.3 Le canal à évanouissements de Rayleigh

#### 2.2.3.1 Description générale

Le canal à évanouissements de Rayleigh est le modèle employé pour caractériser le canal de transmission radio-mobile entre une station de base et un téléphone cellulaire. Ainsi, la communication s'effectue par ondes radio (30MHz à 3GHz) entre une station de base supposée fixe et un mobile se déplaçant à l'intérieur de la cellule couverte par la station de base. Par ailleurs, de nombreux paramètres

influent sur le canal, rendant son analyse complexe. Sans entrer dans les détails, qui sont décrits dans [34], nous pouvons citer:

- Les effets d'ombrages dus à la présence d'obstacles sur le trajet base-mobile. Des variations du signal reçu en découlent.
- L'atténuation du signal due à la distance.
- La propagation multi-chemins [24]: les réflexions et diffusions multiples par les obstacles proches du mobile (figure 2.3) conduisent à une variation aléatoire de la puissance instantanée du signal reçu.
- La fréquence Doppler: la vitesse relative entre la station de base et le mobile engendre une variation de la fréquence instantanée du signal reçu. Cette variation est appelée fréquence Doppler.
- Le bruit: qu'il soit d'origine naturelle (précipitations) ou d'origine humaine (pollution électromagnétique), il affecte la transmission de l'information. La représentation du bruit dans les télécommunications est le bruit blanc gaussien qui s'ajoute au signal reçu. Cette approche est celle retenue dans ce mémoire.

### 2.2.3.2 Classification des différents types de canaux à évanouissements

D'après la description présentée dans [5], les canaux à évanouissements peuvent être caractérisés en quatre types différents. Pour classer les canaux dans un type, deux phénomènes interviennent: l'étalement du délai et la dispersion fréquentielle.

- L'étalement du délai:

Le signal reçu résulte de la superposition des ondes reçues suite à la propagation multi-chemins. Les différentes composantes de ce signal ne parviennent pas au récepteur au même instant, mais avec un certain délai par rapport au signal direct. *L'étalement du délai*, noté  $\tau$ , est la différence entre le plus grand et le plus petit des délais observés. Notons que ce phénomène est à l'origine de la dispersion

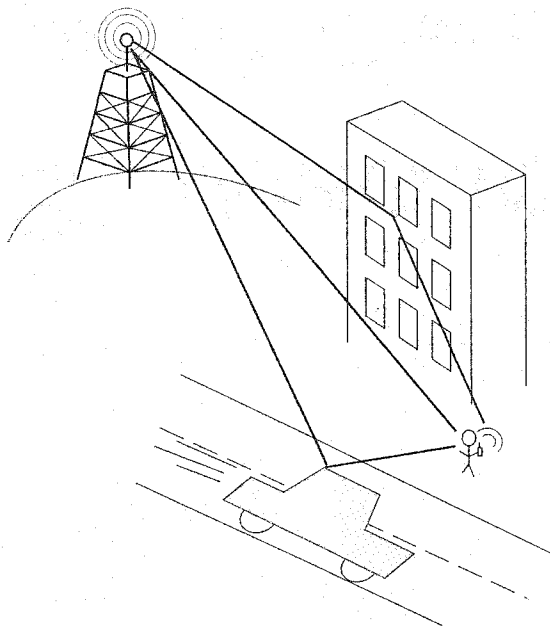
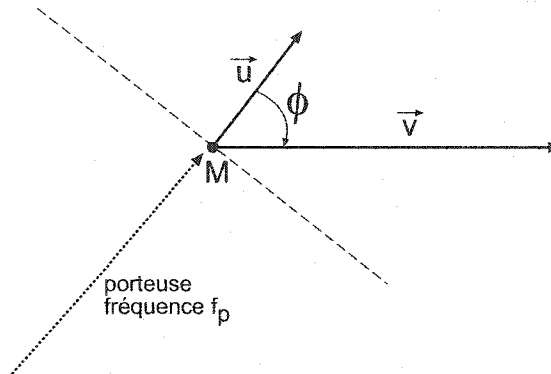


Figure 2.3: *Propagation multi-chemins*

temporelle et de la sélectivité fréquentielle. La connaissance de l'étalement du délai permet de déterminer *la bande de cohérence*  $B_c$  du canal. Par définition, celle-ci est l'inverse de l'étalement du délai et représente la séparation minimale pour laquelle deux fréquences du signal subissent des atténuations indépendantes. Notons  $B_x$  la largeur de bande du signal. Si  $B_x \gg B_c$ , on dit que le canal est sélectif en fréquence. Sinon les évanouissements sont dits plats.

- La dispersion fréquentielle:

Le mouvement relatif entre un émetteur et un récepteur engendre un décalage fréquentiel qui affecte le signal reçu. Considérons une porteuse non modulée de fréquence  $f_p$  qui parvient à un mobile  $M$  se déplaçant relativement à l'émetteur avec la vitesse  $\vec{v}$ . Soit  $\phi$  l'angle d'incidence de l'onde (figure 2.4). La fréquence instantanée observée au mobile est alors :  $f_p + f_d$  avec  $f_d = \frac{v}{c} \cos(\phi) f_p$  où  $c$  est la célérité de la lumière et  $f_d$  représente le décalage Doppler.

Figure 2.4: *Effet Doppler*

L'effet Doppler conjugué à la propagation multi-chemins occasionne une dispersion fréquentielle et des évanouissements sélectifs en temps. L'étalement Doppler  $F_d$  est défini comme la moitié de la différence entre le plus grand et le plus petit des décalages fréquentiels affectant chaque signal reçu. Le temps de cohérence du canal  $T_c$  est l'inverse de l'étalement Doppler. Il représente la durée minimale du signal au delà de laquelle la distorsion est significative. Notons  $T_x$  la durée d'une impulsion transmise. Si  $T_x \gg T_c$ , on dit que le canal est à évanouissements sélectifs en temps. Sinon les évanouissements sont dits plats.

La figure 2.5 illustre les phénomènes observés en fonction de la largeur de bande et de la durée du signal. En pratique, le canal plat en fréquence et sélectif en temps représente un bon modèle du canal radio-mobile terrestre.

### 2.2.3.3 Caractéristiques probabilistes du signal reçu

Le modèle de Rayleigh permet de représenter efficacement les évanouissements subis par le signal dès que la transmission n'emprunte pas un trajet direct. Cette modélisation est particulièrement bien adaptée pour des communications sans-fil terrestres, contrairement à la modélisation de Rice employée principalement pour des transmissions satellitaires, [34].

Le modèle de Rayleigh représente la variation statistique de l'enveloppe du signal reçu par sa densité de probabilité [24]. Le champ électrique  $E(t)$  du signal

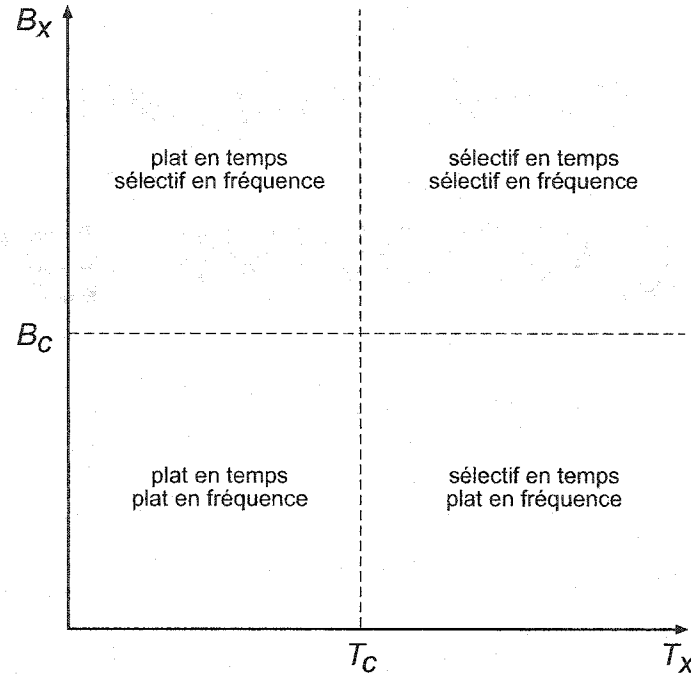


Figure 2.5: *Classification des différents types de canaux à évanouissements*

au récepteur est la superposition des champs résultant de la propagation multi-chemins.

$$E(t) = \sum_{k=1}^N E_k(t) \quad (2.1)$$

En utilisant la représentation en quadrature du signal à bande étroite autour de  $f_p$ , [12], il vient:

$$E(t) = I(t) \cos(2\pi f_p t) - Q(t) \sin(2\pi f_p t) \quad (2.2)$$

où  $I(t)$  et  $Q(t)$  sont les composantes passe-bas en phase et en quadrature du signal. Ce sont également des sommes de  $N$  termes. Lorsque  $N$  tend vers l'infini, le théorème de la limite centrale permet de considérer ces composantes comme des variables gaussiennes. Par ailleurs, une autre écriture de  $E(t)$ , basée sur l'enveloppe complexe, permet d'écrire:

$$E(t) = \Re(\tilde{E}(t) \exp(j2\pi f_p t)) \quad (2.3)$$



où  $\tilde{E}(t)$  désigne l'enveloppe complexe de  $E(t)$ . On a alors

$$\tilde{E}(t) = I(t) + jQ(t) \quad (2.4)$$

$$= \alpha(t) \exp(j\Phi(t)) \quad (2.5)$$

avec

$$\alpha(t) = \sqrt{I^2(t) + Q^2(t)} \quad (2.6)$$

$$\Phi(t) = \arctan\left(\frac{Q(t)}{I(t)}\right) + \frac{\pi}{2}(1 - \text{signe}(I(t))) \quad (2.7)$$

Rice a montré [30] que l'enveloppe d'un signal soumis à des évanouissements a une densité de probabilité régie par une loi de Rayleigh représentée à la figure 2.6. Son expression est donnée par l'équation suivante :

$$p_\alpha(\alpha) = \begin{cases} \frac{\alpha}{\sigma^2} \exp\left(-\frac{\alpha^2}{2\sigma^2}\right) & \alpha \geq 0 \\ 0 & \alpha < 0 \end{cases} \quad (2.8)$$

où  $\sigma^2$  est la puissance moyenne reçue.

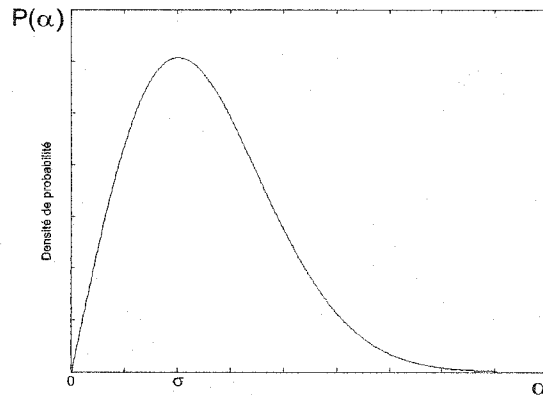


Figure 2.6: *Distribution de Rayleigh*

Les évanouissements correspondants sont illustrés par la figure 2.7, [12].

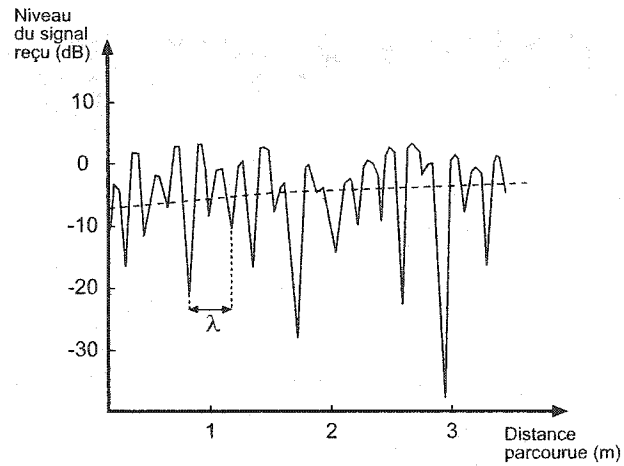


Figure 2.7: *Enveloppe d'un signal soumis à des évanouissements de Rayleigh*

### 2.3 Conclusion

Après une brève introduction sur les systèmes de communications numériques sans-fil, ce chapitre a présenté l'élément central de ces systèmes: le canal de transmission. Maintenant que celui-ci nous est plus familier, nous allons pouvoir nous intéresser au moyen de protéger l'information contre les perturbations inhérentes au canal: le codage de canal.

## CHAPITRE 3

### ELEMENTS DE CODAGE DE CANAL

L'objectif du codage de canal, ou codage de contrôle d'erreurs, est d'accroître la résistance d'un système de communication au bruit et aux perturbations affectant le canal de transmission. L'approche générale du codage de canal consiste à introduire de la redondance dans la séquence transmise, afin de reconstruire la séquence originale le plus précisément possible. Nous présentons dans ce chapitre des techniques de codage linéaires, telles que le codage en blocs et le codage convolutionnel. La modulation numérique sera également abordée. Par souci de lisibilité, et comme seul le codage de canal est abordé dans ce mémoire, le terme *codage* sera dorénavant employé en lieu et place de *codage de canal*.

#### 3.1 Généralités

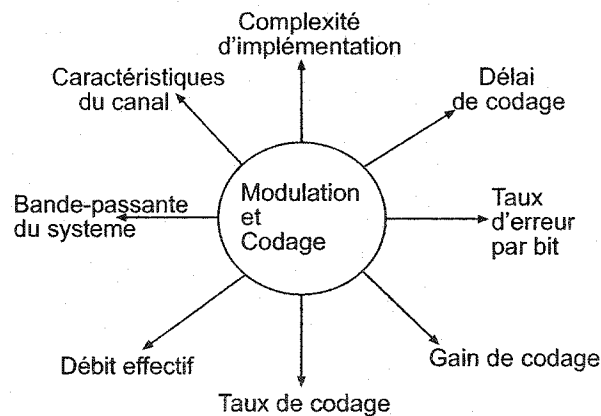


Figure 3.1: *Facteurs intervenant dans le design du codage de canal et les schémas de modulation*

Outre les contraintes physiques propres au canal rappelées au chapitre 2, de nombreux facteurs influent sur sa conception, comme le montre la figure 3.1. Le codage et la modulation du canal peuvent privilégier un de ces facteurs mais ils s'avèrent être plutôt le meilleur compromis possible entre ces contraintes: il ne

sert à rien de concevoir un schéma de codage/modulation performant pour le taux d'erreur par bit requis mais d'une complexité d'implémentation insurmontable.

Parmi les divers facteurs de la figure 3.1, le rôle premier du codage est d'assurer une protection du signal transmis contre les perturbations inhérentes à la transmission (caractéristiques du canal sur la figure). Afin d'effectuer cette protection, le codage doit ajouter de la redondance à l'information originale, le récepteur pouvant ainsi détecter et éventuellement corriger des erreurs. Pour ce faire, le codeur va associer à  $k$  bits d'information  $n$  symboles codés,  $n > k$ , introduisant ainsi un *taux de codage*. Par définition, le taux de codage est le rapport  $R_n = \frac{k}{n}$ . Ce rapport est nécessairement inférieur à 1.

Claude Shannon a démontré en 1948, [35] et [36], qu'il était possible de trouver un codage tel que la probabilité d'erreur soit aussi petite que désirée, à condition que le taux de codage ne dépasse pas la *capacité* du canal. La capacité pour un canal à bruit additif gaussien, exprimée en bits/s, est donnée par la formule:

$$C = W \log_2 \left( 1 + \frac{P}{WN_0} \right) \quad (3.1)$$

où  $W$  est la largeur de bande disponible pour la transmission,  $P$  est la puissance moyenne d'émission et  $N_0$  est la densité spectrale de puissance du bruit blanc gaussien additif affectant le signal. La théorie de Shannon fut le point de départ de très nombreuses recherches dans le domaine du codage pour déterminer la meilleure façon de coder. Historiquement, les codes ont été répartis en deux catégories: les codes en blocs et les codes convolutionnels. Un bref historique du codage de canal, tiré de [25], est proposé sur la figure 3.2.

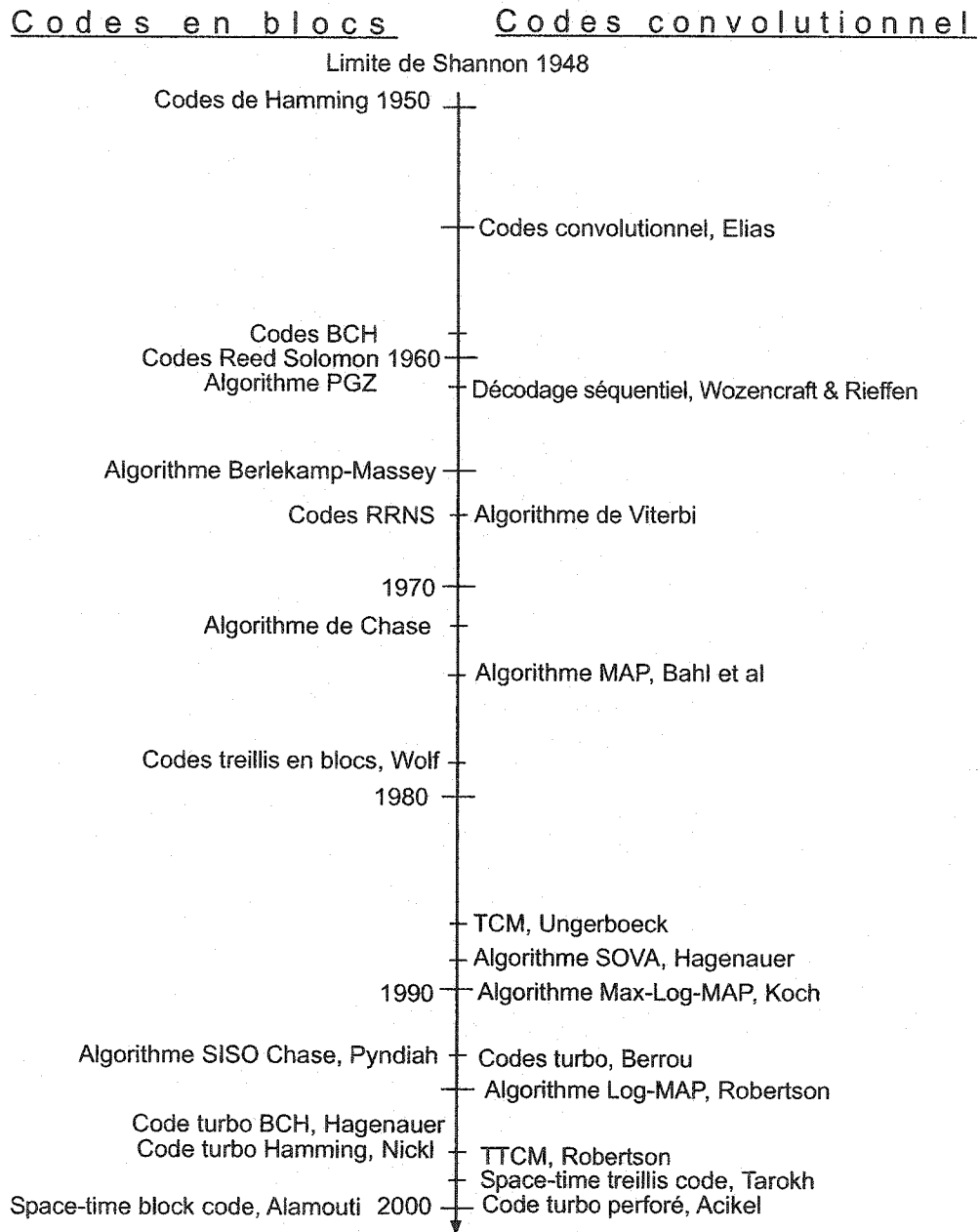


Figure 3.2: *Bref historique du codage de canal*

### 3.1.1 Codage en blocs

Les codes en blocs furent les premiers codes étudiés: les premiers travaux consacrés aux codes en blocs datent du début des années 50 avec Hamming [22]. Parmi les codes en blocs, les codes linéaires en blocs sont les plus utilisés, leur implantation étant faciles à mettre en oeuvre.

#### 3.1.1.1 Définition

Un code en blocs est un espace vectoriel constitué de mots de code. Chaque séquence d'information est constituée de  $k$  symboles issus d'un alphabet  $A$  de cardinal  $a$ . Chaque mot de code est formé de  $n$  symboles issus d'un alphabet  $B$  de cardinal  $b$ . Pour former un code, on peut sélectionner  $a^k$  mots de code tels que  $a^k < b^n$ . Généralement les alphabets utilisés sont identiques, et le plus souvent correspondent à l'alphabet binaire. On parle alors de code en blocs  $(n, k)$  dont le taux de codage est:  $R_n = k/n$ , avec  $k < n$ .

Pour un alphabet binaire, le poids d'un mot de code correspond au nombre d'éléments non nuls de ce code. La distance de Hamming entre deux mots de code est le nombre d'éléments différents entre ces deux mots de code. La plus petite distance entre toutes les paires de mots de code distincts du code est appelée distance minimale du code. Soit un code de distance minimale  $d_{min}$ , alors il pourra détecter la présence de  $d_{min} - 1$  erreurs. De plus, pour un décodage à maximum de vraisemblance, ce code peut corriger  $t$  erreurs, avec  $t \leq \lfloor d_{min} - 1 \rfloor / 2$ .

#### 3.1.1.2 Codage linéaire en blocs

Le code obtenu est linéaire si toute combinaison linéaire de 2 mots de code donne un mot de code. Par ailleurs, à tout code  $(n, k)$  linéaire peut être associé une matrice génératrice  $\mathbf{G}$  de taille  $(n \times k)$  et de rang  $k$ . Si  $\mathbf{u} = (u_1, u_2, \dots, u_k)$  est le vecteur de bits d'information à encoder et  $\mathbf{c}^u = (c_1^u, c_2^u, \dots, c_n^u)$  le mot de code associé, celui-ci peut être obtenu par:

$$\mathbf{c}^u = \mathbf{u}\mathbf{G} \tag{3.2}$$

En outre, à toute matrice génératrice  $\mathbf{G}$  peut être associée une matrice de

contrôle  $H$  de taille  $((n - k) \times n)$  et de rang  $(n - k)$  telle que :

$$GH^T = 0 \quad (3.3)$$

Cette propriété est importante pour le décodage du mot de code. En effet, si  $c^u$  est un mot de code valide, alors il existe un vecteur  $u$  tel que  $c^u = uG$ . Dans ce cas:  $c^u H^T = uGH^T = 0$ . Ainsi, un vecteur reçu  $r$  peut facilement être identifié à un mot de code en considérant le *syndrome*  $s$  défini par  $s = rH^T$ . Le codage permet de déterminer la présence d'éventuelles erreurs résultantes de la transmission [26]. Le syndrome  $s$  renseigne le récepteur sur la présence d'erreurs de transmission. Si  $s$  est nul, il n'y a pas d'erreur. Sinon il y a une ou plusieurs erreurs de transmission dont la position peut être éventuellement repérée à la lecture du syndrome. Cependant une incertitude peut subsister: plusieurs erreurs différentes peuvent conduire au même syndrome.

### 3.1.2 Codage convolutionnel

Si le codage en bloc est facile à implémenter, il présente un défaut essentiel: le système d'émission doit attendre que  $k$  bits soient parvenus au codeur avant de pouvoir délivrer le mot de code correspondant. Donc plus  $k$  est élevé, plus le délai devient grand. Or pour des applications très sensibles aux délais, cet aspect est problématique. Pour y remédier, la solution est d'envisager un système de codage pour lequel le flot d'information est quasiment ininterrompu. C'est ce qu'Elias [14] a réalisé en développant en premier le codage convolutionnel.

#### 3.1.2.1 Principe

Un codeur convolutionnel binaire de taux  $1/n$  bits/symbole peut être généré par une machine linéaire à nombre d'états finis consistant en un registre à décalage de  $K$  cellules et  $n$  modulo-2 additionneurs connectés à certaines cellules du registre. Le schéma de ce type de codeur convolutionnel est proposé à la figure 3.3. Le codage consiste donc à passer la séquence d'information  $u$  à travers un registre à décalage. La sortie de chaque additionneur représente alors un symbole codé. Notons que  $K$  est appelée la *longueur de contrainte* du code.

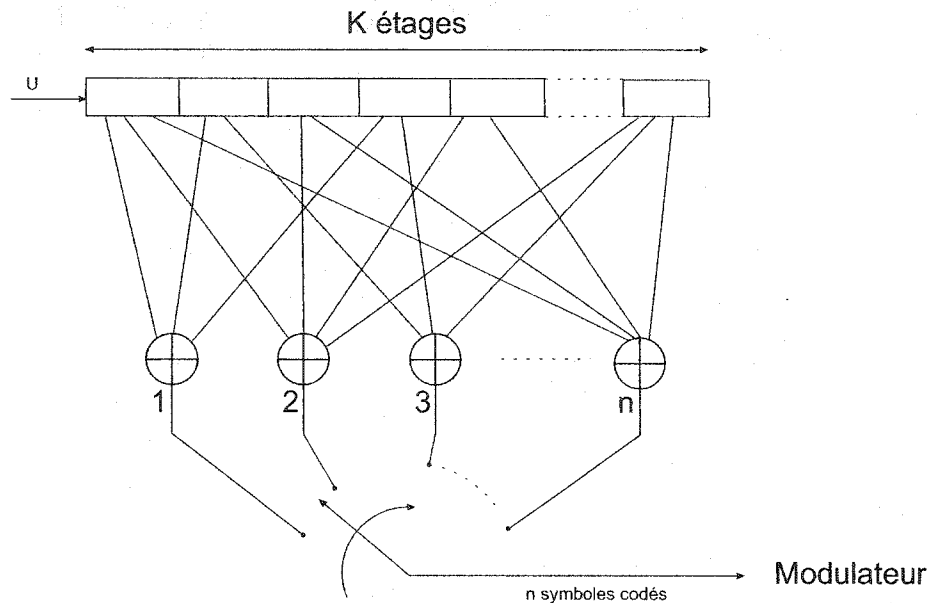


Figure 3.3: Schéma général d'un codeur convolutionnel binaire de taux  $1/n$

Pour décrire le code, le vecteur  $\mathbf{G}_j = (g_{j1}, g_{j2}, \dots, g_{jK})$ ,  $j = 1, 2, \dots, n$  appelé vecteur de connection, peut être employé. Il spécifie l'existence ou l'absence de connections entre l'additionneur  $j$  et les  $K$  cellules du registre. Une cellule est connectée à un additionneur dans le cas d'une valeur 1, et ne l'est pas si la valeur est 0. Par exemple, le codeur convolutionnel de taux  $1/2$  présenté à la figure 3.4 peut être représenté par les vecteurs de connections:

$$\begin{aligned} \mathbf{G}_1 &= [101] \\ \mathbf{G}_2 &= [111] \end{aligned} \quad (3.4)$$

La matrice  $\mathbf{G} = [\mathbf{G}_1 \mathbf{G}_2 \dots \mathbf{G}_n]$  est appelée générateur du codeur. Dans l'exemple précédent,  $\mathbf{G} = [101, 111]$ , ou encore, en notation octale,  $\mathbf{G} = [5, 7]$ . Par ailleurs si, à l'instant de codage  $t$ ,  $\mathbf{u} = (u_1, u_2, \dots, u_K)$  désigne le vecteur des entrées du registre à décalage,  $u_1$  représente le bit d'information rentré et  $u_2, u_3, \dots, u_K$  représentent l'état du codeur constitué par les  $K - 1$  derniers bits rentrés. Ces  $K - 1$  bits sont la mémoire du codeur.

Le vecteur  $\mathbf{c}^u = (c_1^u, c_2^u, \dots, c_n^u)$  des sorties codées correspondantes est obtenu par



le produit matriciel modulo-2 de  $u$  par  $G$  :

$$c^u = uG \quad (3.5)$$

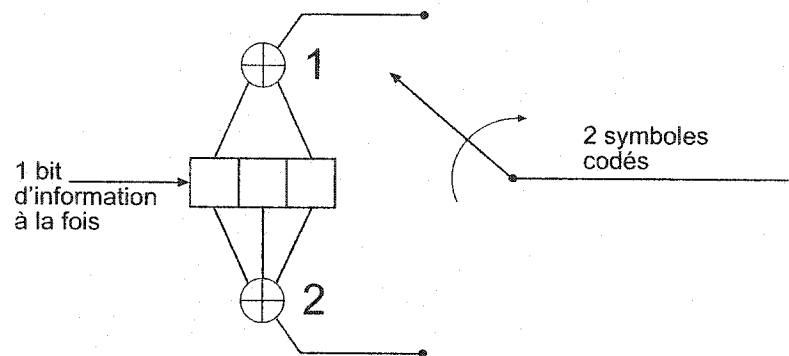


Figure 3.4: *Codeur convolutionnel* :  $K = 3$ ,  $n = 2$

Bien évidemment, d'autres opérations mathématiques peuvent représenter le codage. Ainsi, la séquence de sortie du codeur peut être obtenue par combinaisons linéaires des entrées présentes et passées (état du registre). Cette séquence s'écrit alors comme le produit de convolution de la séquence d'entrée et de la réponse impulsionnelle du code. Cette vision de la séquence de sortie a donné le nom de codes convolutionnels à ces codes.

Le codeur convolutionnel binaire de taux  $1/n$  peut être généralisé en un codeur convolutionnel de taux  $b/n$  en permettant à  $b$ , ( $b \geq 1$ ), symboles d'information d'entrer simultanément dans le registre. Le registre à  $K$  cellules est alors remplacé par un ensemble de  $b$  registres à  $K$  cellules, chacun de ces registres pouvant être perçus comme un codeur convolutionnel binaire et étant défini par ses propres vecteurs de connection. La matrice génératrice de l'ensemble est alors une matrice par blocs de taille  $b \times nK$ :

$$G = \begin{pmatrix} G_1 \\ G_2 \\ \vdots \\ G_b \end{pmatrix}$$

où  $G_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, b$ , est le générateur correspondant au  $i$ ème registre. Un exemple de codeur convolusionnel de taux  $2/3$  est présenté avec la figure 3.5, [26]. La matrice génératrice correspondante est:

$$G = \begin{pmatrix} 1001 & 1100 & 1110 \\ 1010 & 0011 & 1111 \end{pmatrix}$$

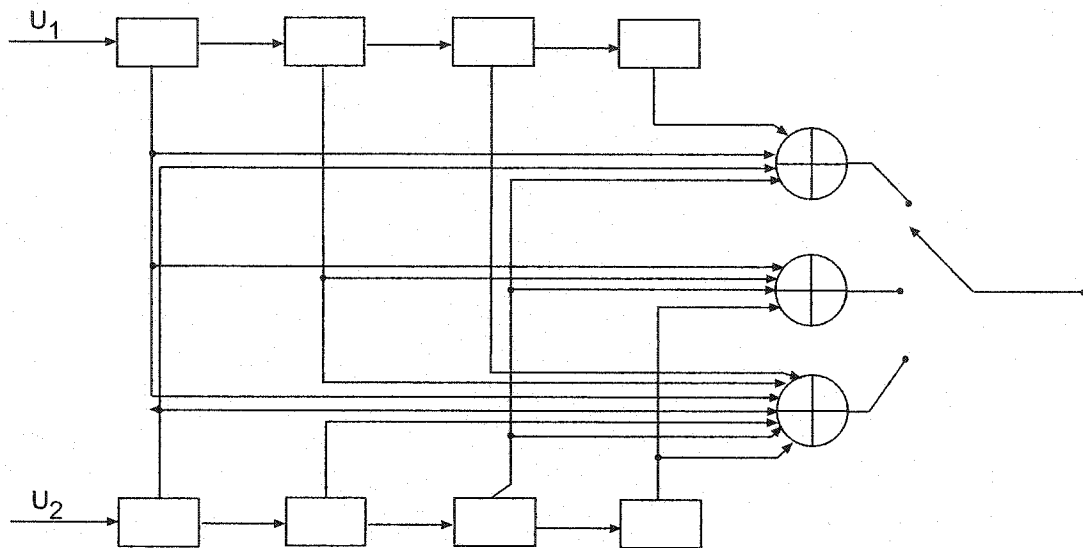


Figure 3.5: Codeur convolusionnel de taux  $2/3$  :  $K = 8$ ,  $n = 3$ ,  $b = 2$

Enfin, outre la définition par les générateurs ou la matrice génératrice, trois méthodes de représentation existent facilitant l'étude d'un code convolusionnel ainsi que son décodage: l'arbre, le diagramme d'état et le treillis.

### 3.1.2.2 Diagramme d'état

Un codeur convolusionnel peut être considéré comme une machine linéaire à nombre d'états finis. Il est donc possible de le représenter à l'aide d'un diagramme d'état. Comme nous l'avons déjà mentionné, la sortie du codeur à un instant est fonction du bit d'information rentré et de l'état du codeur, soit les  $K - 1$  dernières cellules du registre. La figure 3.6 décrit le diagramme d'état associé au codeur de la figure 3.4.

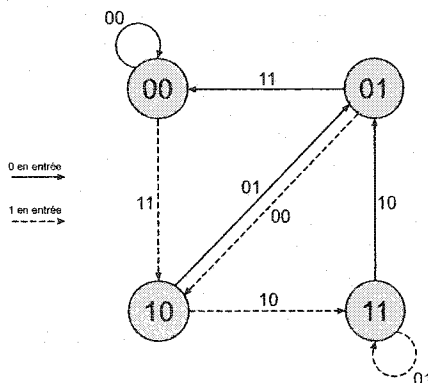


Figure 3.6: *Diagramme d'état associé au codeur:  $G = [5, 7]$*

### 3.1.2.3 Représentation en arbre

Cette représentation est mieux adaptée au décodage que le diagramme d'état. Un arbre se compose de noeuds et de branches. Dans le cas le plus courant, le cas binaire, deux branches émergent de chaque noeud et portent les  $n$  symboles codés correspondants. Par convention, une branche vers le haut correspond à un bit d'entrée 0 alors qu'une branche vers le bas correspond à un bit d'entrée 1. La suite de symboles codés correspondant à une séquence d'information est obtenue en parcourant l'arbre selon cette règle. Chaque noeud représente un état du codeur. L'arbre associé au codeur de la figure 3.4 est représenté sur la figure 3.7. En gras est tracé le chemin correspondant à la séquence binaire 0110. On obtient ainsi la suite de symboles codés : 00 11 10 10. L'inconvénient d'une telle structure est sa croissance exponentielle avec la taille de la séquence, ce qui la rend difficilement exploitable.

### 3.1.2.4 Treillis d'encodage

La représentation en treillis combine les avantages des deux représentations précédentes. En effet, si le diagramme d'état s'avère être une représentation très (trop?) compacte d'un code convolusionnel, et si la représentation en arbre devient rapidement illisible, le treillis offre l'avantage de fusionner les chemins passant par le même état, tout en traduisant la progression temporelle du codage. A l'instar d'un arbre, le treillis se compose de noeud et de branches, tout en éliminant la

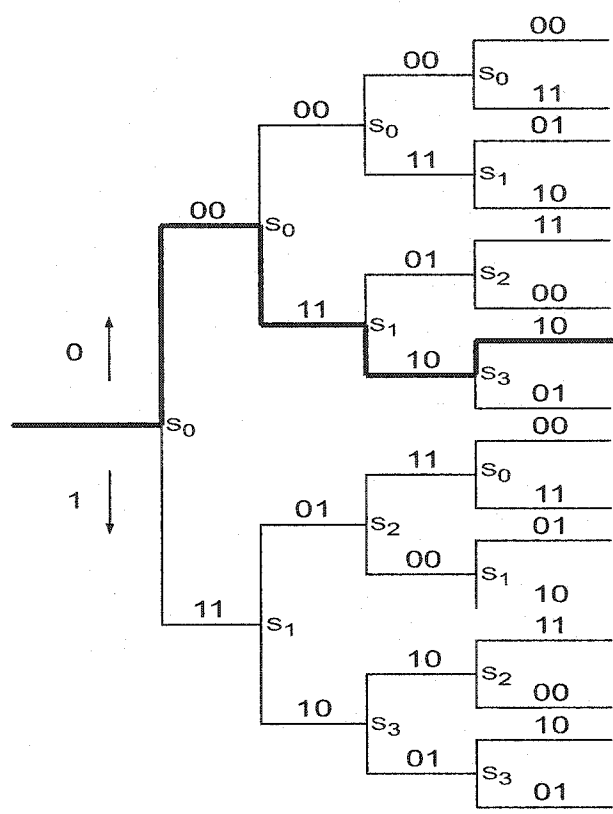


Figure 3.7: *Arbre associé au code :  $G = [5, 7]$*

redondance de l'arbre puisque les chemins passant par le même état fusionnent. La figure 3.8 représente le treillis associé au code de la figure 3.4 .

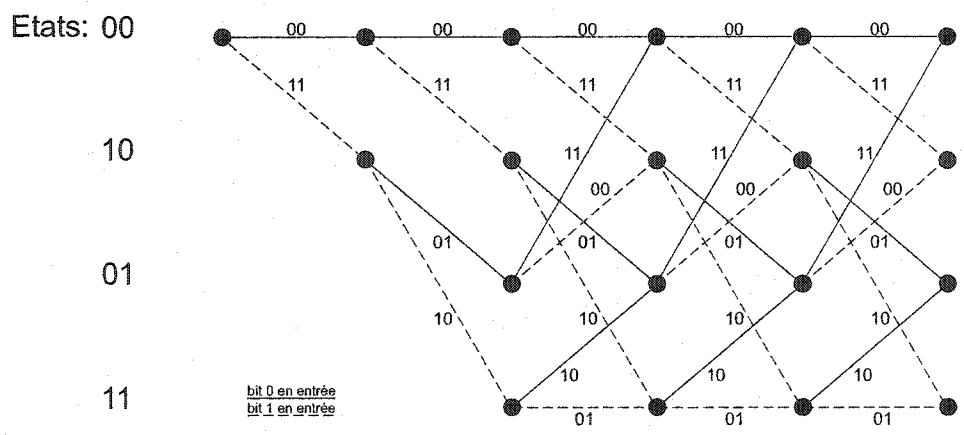


Figure 3.8: *Exemple de treillis: treillis associé au code  $G = [5, 7]$*

Afin de faciliter le décodage, on s'assure que le codeur se trouve dans un état connu, par exemple l'état 0, au début et à la fin du codage. Cette contrainte impose que les  $K - 1$  derniers bits de la trame d'information à coder soient à 0: ils constituent la "queue" du message.

Des notions de distance peuvent alors être définies:

- La *distance de Hamming* entre deux mots de code est, comme nous l'avons déjà vu, le nombre de symboles binaires qui diffèrent entre eux.
- La *distance de colonne* d'ordre  $q$   $d_c(q)$  est la distance de Hamming minimale entre deux mots de codes de longueur de branche  $q$  qui ont leur première branche différente.
- La *distance minimale*  $d_{min}$  correspond à la distance de colonne d'ordre  $q = L$ :

$$d_{min} = d_c(L)$$

- La *distance libre*  $d_{free}$  est la limite de la distance de colonne lorsque  $q$  tend vers l'infini :

$$d_{free} = \lim_{q \rightarrow \infty} d_c(q)$$

### 3.1.2.5 Décodage par maximum de vraisemblance et algorithme de Viterbi

Trois représentations des codes convolutionnels viennent d'être présentées. Le décodage de ces codes peut s'opérer en parcourant ces trois représentations. Il reste maintenant à déterminer la technique de décodage à employer. L'algorithme de Viterbi est le décodage optimal pour les codes convolutionnels. Il s'effectue par maximum de vraisemblance, [46].

Pour parvenir au récepteur, l'information a parcouru le canal de transmission. Ainsi, le récepteur capte une suite de symboles codés provenant de l'émetteur perturbés par du bruit. Pour décoder ce signal bruité, l'algorithme de Viterbi associe à la séquence reçue le chemin le plus vraisemblable dans le treillis. Afin de mesurer cette "vraisemblance", l'algorithme calcule une métrique. Nous allons

détailler ce calcul.

Soit  $\mathbf{u}$  le message d'information transmis,  $\mathbf{c}^u$  le mot de code correspondant et  $\mathbf{r}$  la séquence bruitée correspondante reçue par le décodeur. Le décodage par maximum de vraisemblance consiste à déterminer le message  $u'$  ayant le plus de chance d'avoir été transmis à l'instant  $i$ . Le décodeur choisira le message  $u'$ , pour une séquence reçue donnée tel que l'équation (3.6) minimise la probabilité d'erreur de la séquence.:

$$P(\mathbf{c}^u | \mathbf{r}) \geq P(\mathbf{c}^{u'} | \mathbf{r}) \quad \forall u \neq u' \quad (3.6)$$

Si les mots de code sont équiprobables, la règle de Bayes permet d'obtenir l'expression suivante:

$$P(\mathbf{r} | \mathbf{c}^u) \geq P(\mathbf{r} | \mathbf{c}^{u'}) \quad \forall u \neq u' \quad (3.7)$$

Pour un codeur convolutionnel de taux  $1/n$ , un mot de code de longueur  $L$  correspondant au message  $\mathbf{u}$  transmis est représenté par le vecteur:  $\mathbf{c}^u = (c_{1,1}^u, c_{1,2}^u, \dots, c_{1,n}^u, c_{2,1}^u, \dots, c_{L,n}^u)$ . La séquence bruitée correspond alors au vecteur:  $\mathbf{r} = (r_{1,1}, r_{1,2}, \dots, r_{1,n}, r_{2,1}, \dots, r_{L,n})$ . Pour un canal discret sans mémoire, le calcul de ces probabilités conditionnelles est facilité et ne requiert que la connaissance des probabilités de transition du canal:

$$P(\mathbf{r} | \mathbf{c}^u) = \prod_{i=1}^L \prod_{j=1}^n p(r_{i,j} | c_{i,j}^u) \quad (3.8)$$

On est alors en présence d'une métrique "produit". En prenant le logarithme de chaque partie de l'égalité précédente, on obtient une métrique additive:

$$\log(P(\mathbf{r} | \mathbf{c}^u)) = \sum_{i=1}^L \sum_{j=1}^n \log p(r_{i,j} | c_{i,j}^u) \quad (3.9)$$

Pour un treillis de codage de même longueur que la séquence d'information transmise, le décodage consiste à déterminer un chemin, qui correspond à une séquence d'information, dans le treillis dont la métrique associée est maximale vis à vis de la séquence reçue. Ainsi, on compare, pour chaque noeud, les symboles associés à la branche aux symboles reçus. De cette façon, seul le chemin de meilleure

métrique, appelé alors *survivant*, est conservé parmi tous les chemins convergeant en un même état. L'algorithme est dit ACS (Add Compare Select). En effet, si à une profondeur donnée dans le treillis, la métrique au noeud  $j$  a une valeur  $\Gamma_j$ , l'algorithme calcule pour chaque branche partant de ce noeud, la somme  $\Gamma_j + \gamma_i$ , où  $\gamma_i$  est la métrique de branche (Add). Les différentes valeurs obtenues en un même noeud sont alors comparées (Compare) et seule la branche de métrique maximale dans le cas du décodage de Viterbi est alors conservée (Select).

En outre, il est conseillé de démarrer le décodage et de l'achever dans un état identique du codeur. Ainsi, un unique survivant peut être déterminé. L'utilisation de la queue de  $K - 1$  branches au cours de l'encodage garantit l'obtention de cet unique chemin survivant à l'issue du processus. La récupération des bits d'information est immédiate puisqu'à chaque branche du treillis est associé le bit correspondant. On trouve dans [4] une description précise de l'algorithme de Viterbi.

### 3.1.2.6 Performances d'erreur des codes convolutionnels

La fonction génératrice d'un code convolutionnel permet d'obtenir les performances d'erreur de ce code, [26]. Elles découlent du spectre de distances du code: ce spectre comporte les distances de Hamming et les séquences binaires associées de tous les chemins divergeant du chemin zéro à un instant mais y reconvergeant à un autre instant. La fonction génératrice d'un code est la fonction polynomiale:

$$T(D) = \sum_{l=d_{free}}^{\infty} a_l D^l \quad (3.10)$$

avec  $a_l$  représentant le nombre total de chemins incorrects se trouvant à la distance  $l$  du chemin correct et  $D$  représentant un délai de temps unitaire. Une borne de la probabilité d'événement erreur peut alors être obtenue, [21]:

$$P(E) < \sum_{l=d_{free}}^{\infty} a_l P_l \quad (3.11)$$

où  $P_l$  est la probabilité d'un premier événement erreur à une distance  $l$ . Un *premier événement erreur* est fait à une distance  $l$  si le chemin ne comportant que des zéros (chemin correct) est éliminé *pour la première fois* en faveur d'un autre chemin (chemin incorrect). Ce chemin incorrect a auparavant divergé du chemin ne comportant que des zéros et converge avec celui-ci à une distance  $l$  [26].

De plus, si  $p$  est la probabilité de transition d'un canal binaire symétrique, alors la probabilité  $P_l$  est bornée par:

$$P_l < 2^l [p(1-p)]^{l/2} \quad (3.12)$$

La démonstration peut être trouvée dans [26]. Alors, l'équation (3.11) peut s'écrire:

$$P(E) < \sum_{l=d_{free}}^{\infty} a_l 2^l [p(1-p)]^{l/2} \quad (3.13)$$

Soit encore:

$$P(E) < T(D) \Big|_{D=2\sqrt{p(1-p)}} \quad (3.14)$$

Il est également possible de borner la probabilité d'erreur par bit  $P(b)$  à l'aide de la fonction génératrice, que nous devons redéfinir. En effet, comme nous nous intéressons à la probabilité d'erreur par bit, nous devons trouver le nombre de bits d'information en erreur résultant d'un chemin de décision incorrect. Ainsi, chaque branche du diagramme d'état qui correspond à un bit d'information 1 est annotée d'un B. La fonction génératrice, au lieu de dépendre uniquement de  $D$ , va dépendre dorénavant de  $D$  et de  $B$ . Et alors, il est montré dans [26] que:

$$P(b) < \frac{dT(D, B)}{dB} \Big|_{B=1, D=2\sqrt{p(1-p)}} \quad (3.15)$$

Des équations (3.14) et (3.15), nous pouvons observer que la *distance libre* est le paramètre de mesure le plus important des performances d'erreur d'un codeur convolutionnel. En effet, le terme prépondérant de la borne précédente est celui indexé par la *distance libre*. Les codes les plus performants avec le décodage de Viterbi sont donc les codes de distance maximale.



### 3.1.2.7 Réduction de la complexité du décodage de Viterbi par la procédure CSA

Si l'algorithme de Viterbi est optimal pour le décodage des codes convolutifs, il peut demander beaucoup de temps de calcul. Ainsi, à chaque instant du décodage, et ce pour chaque état du treillis, l'algorithme calcule les deux métriques associées aux branches convergentes. Ceci implique qu'à chaque instant du décodage  $2^{K-1}$  comparaisons et  $2^K$  additions sont effectuées. Lorsque la longueur de contrainte  $K$  devient élevée, que dire alors des opérations effectuées! En pratique, le décodage de Viterbi ne s'avère être efficace que pour des valeurs de  $K \leq 10$ .

Pour certains codes, appelés codes doublement complémentaires, la complexité peut être réduite d'un tiers sans perte de performance [19]. Pour ces codes, chacun des  $n$  additionneurs est relié à la première et à la dernière cellule du registre à décalage. Le code [5,7] choisi pour notre exemple 3.4 possède cette propriété. Dans le cas de ces codes, les séquences de  $n$  symboles de deux branches, convergeant ou émergeant d'un même état du treillis sont complémentaires l'une de l'autre. Cette propriété va faciliter le calcul de la métrique. Il est ainsi possible, pour un code de mémoire  $K - 1$ , de diviser le treillis principal à  $2^{K-1}$  états en  $2^{K-2}$  sous-treillis élémentaires à 2 états. Ces sous-treillis sont appelés "papillons", dont la figure 3.9 donne le schéma général, [19].

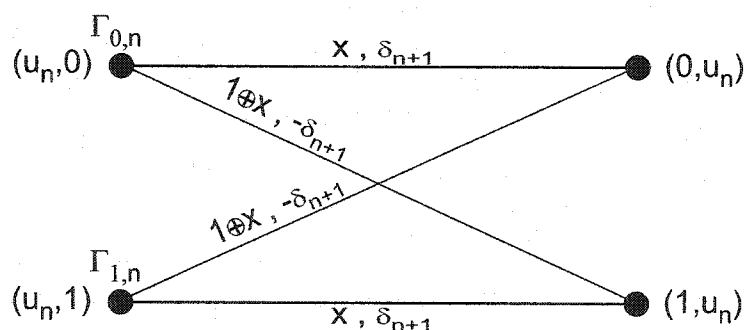


Figure 3.9: Représentation "papillon" d'un sous-treillis élémentaire

Soit un codeur convolutif de taux  $1/n$  et de mémoire  $M$ . Le treillis est supposé partitionné en  $2^{M-1}$  sous-treillis "papillon". La figure 3.9 présente

un sous-treillis “papillon” entre les instants  $k$  et  $k + 1$ . Ce sous-treillis peut être caractérisé par le  $(M-1)$ -uplet défini par la séquence d’information  $\mathbf{u}_n = (u_{k-1}, u_{k-2}, \dots, u_{k-M+1})$ ,  $n = 1, 2, \dots, 2^{M-1}$ . Pour chaque sous-treillis, les états à l’instant  $k$  sont décrits par le couple  $\mathbf{u}_n, u_{k-M}$  et à l’instant  $k + 1$  par le couple  $u_k, \mathbf{u}_n$ . Deux états d’un même papillon différent au niveau du dernier bit à l’instant  $k$  et du premier bit à l’instant  $k + 1$ , [19]. Par ailleurs, sur la figure 3.9, les  $\Gamma_{i,n}$  représente les métriques globales, les  $\delta_i$  les métriques de branches et  $\oplus$  l’addition modulo 2. Comme le montre cette figure, les branches parallèles portent des symboles identiques, ce qui est également le cas des branches croisées. De plus les symboles portés par les branches parallèles sont les complémentaires de ceux portés par les branches croisées. Ainsi, le calcul des métriques se trouve simplifié: la détermination d’une métrique pour une branche d’un papillon suffit pour connaître les trois autres métriques (soit la même valeur, soit la valeur opposée). Enfin, l’algorithme d’avancée dans le treillis diffère de la méthode classique (ACS : Add-Compare-Select). A l’instant  $n$ , on va d’abord comparer les métriques globales initiales  $\Gamma_{0,n}$  et  $\Gamma_{1,n}$ . Si leur différence  $\Delta_n = \Gamma_{0,n} - \Gamma_{1,n}$  est trop grande par rapport à la métrique de branche  $\delta_{n+1}$  associée au papillon, nous pouvons considérer que cette métrique ne va pas modifier la métrique globale de manière notable. Les chemins issus de l’état dont la métrique est la plus grande seront alors prolongés. Si au contraire la métrique de branche est susceptible de modifier l’ordre de comparaison des métriques globales, on prolonge un chemin par état. Il s’agit donc d’une procédure Compare-Add-Select (CSA). Le schéma de l’algorithme est détaillé sur la figure 3.10, [19].

### 3.2 Modulation numérique

Faisant suite au codage de canal discret que nous venons de voir, nous allons nous intéresser maintenant à la modulation numérique. Elle associe à chaque symbole codé un signal analogique d’énergie finie, permettant ainsi leur transmission dans le canal. Par ailleurs, elle offre, entre autres, une meilleure immunité au bruit et une robustesse vis-à-vis des perturbations subies par le canal.

Les techniques de modulation numériques sont nombreuses [28]: modulations

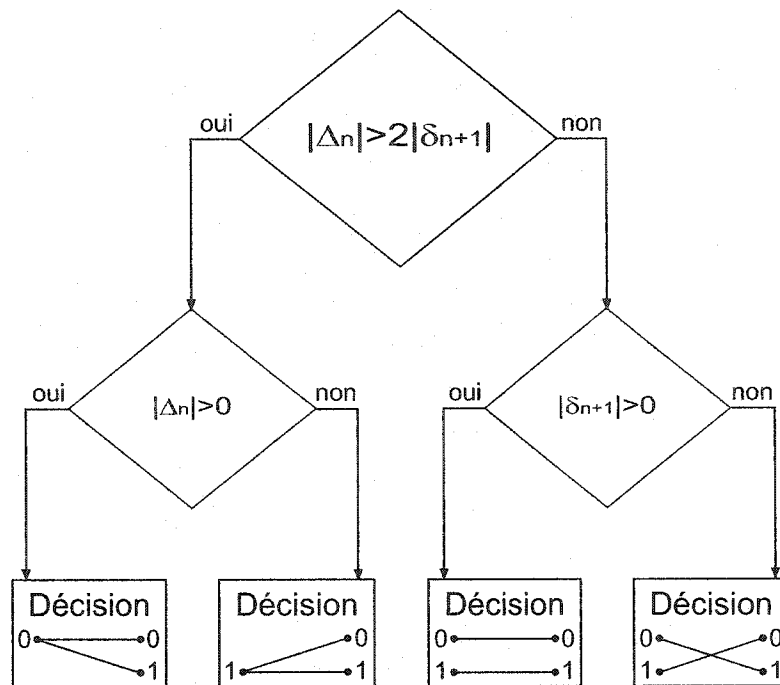


Figure 3.10: Schéma de l'algorithme CSA

ASK (Amplitude Shift Keying), PSK (Phase Shift Keying), FSK (Frequency shift Keying) et QAM (Quadrature Amplitude Modulation). Néanmoins, aucune de ces méthodes ne peut être considérée comme étant universelle: le choix d'une modulation résulte des contraintes du canal (efficacité spectrale, puissance requise,...) et des performances attendues.

Le modulateur numérique est une interface numérique/analogique: pour transmettre  $b$  bits durant un intervalle de transmission  $T$ , le modulateur va sélectionner un signal analogique parmi une constellation de  $M = 2^b$  signaux de durée  $T$ . Les modulations retenues dans notre étude sont les modulations M-PSK, avec les valeurs courantes de  $M$  (2, 4 et 8), et M-QAM avec  $M=16$ . La constellation 8-PSK est représentée sur la figure 3.11.  $E_s$  désigne l'énergie de la constellation. Pour une modulation M-PSK, le signal identifié par le nombre  $k \in \{0, 1, \dots, M - 1\}$  a pour expression :

$$s_k(t) = \frac{2E_s}{T_s} \exp(j \frac{2k\pi}{M} t) \quad (3.16)$$

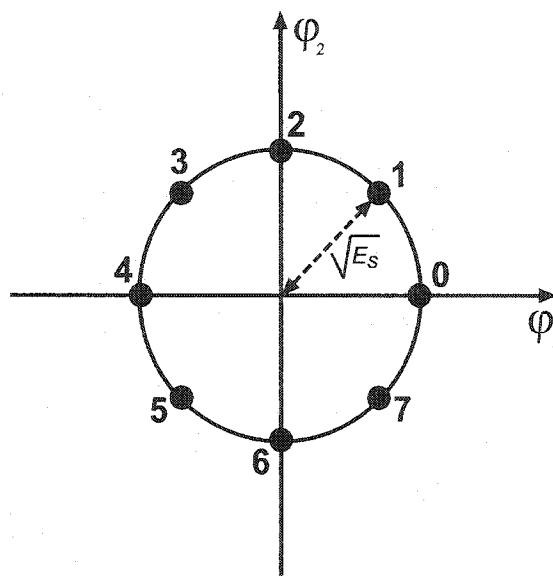


Figure 3.11: *Constellation 8PSK*

La modulation 16-QAM est représentée sur la figure 3.12.

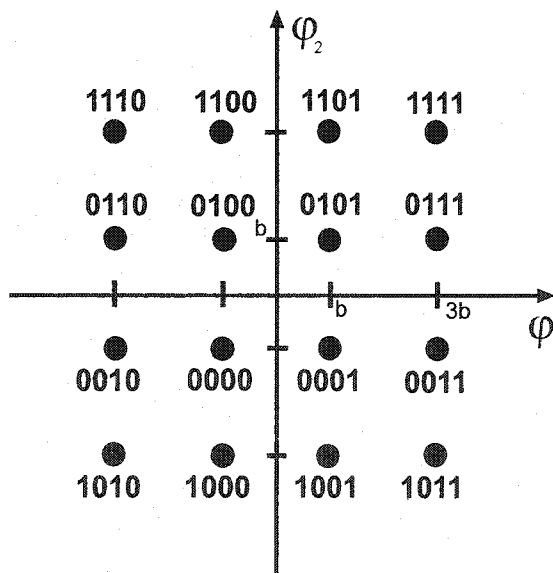


Figure 3.12: *Constellation 16-QAM*

Cette représentation géométrique des signaux d'une modulation permet

d'exprimer une limite supérieure de la probabilité d'erreur en fonction du bruit gaussien. Soit  $P_e(i)$  la probabilité qu'un récepteur fasse une erreur de symbole quand le signal  $s_i(t)$  est envoyé. Cette probabilité est bornée par, [21]:

$$P_e(i) < \sum_{j=1, j \neq i}^M Q\left(\frac{d_{ij}}{\sqrt{2N_o}}\right) \quad (3.17)$$

où  $d_{ij}$  est la distance euclidienne entre le signal  $s_i(t)$  et le signal  $s_j(t)$ , et la fonction  $Q(x)$  est définie comme suit:

$$Q(x) = \int_x^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{t^2}{2}\right) dt \quad (3.18)$$

Si les M signaux de la constellation sont équiprobables, alors la probabilité d'erreur moyenne par symbole se calcule par:

$$P_e = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M P_e(i) \quad (3.19)$$

Les performances des modulations dépendent donc de la distance entre les signaux puisque  $d_{ij}$  apparaît dans l'équation (3.17). Or cette distance dépend de l'énergie moyenne de la constellation. Ainsi, pour pouvoir comparer les performances de modulations M-PSK et M-QAM, il convient de s'assurer que leur énergie moyenne est équivalente.

L'énergie des signaux d'une constellation M-PSK est  $E_s$ , quelque soit la valeur de M. L'énergie moyenne  $E_{moyenne}$  de la constellation 16-QAM est, en fonction de la distance b représentée sur la figure 3.12,

$$E_{moyenne} = \frac{4(b^2 + b^2) + 8(9b^2 + b^2) + 4(9b^2 + 9b^2)}{16} \quad (3.20)$$

$$= \frac{2b^2 + 20b^2 + 18b^2}{4} \quad (3.21)$$

$$= 10b^2 \quad (3.22)$$

$$b = \sqrt{E_{moyenne}/10} \quad (3.23)$$

Comme nous souhaitons obtenir  $E_{moyenne} = E_s$ , nous devons prendre  $b = \sqrt{E_s/10}$ .

### 3.3 Modulation codée en treillis

En 1982, Ungerboeck a été le premier à suggérer dans [44] la possibilité de combiner le codage et la modulation au sein d'une unique opération: la modulation codée. Pour introduire le concept de modulation codée, prenons un exemple:

- soit un signal non codé et une modulation 4-PSK émettant un signal toutes les  $T$  secondes. Chaque signal transporte deux bits d'information.
- ce signal est maintenant codé à l'aide d'un code convolutionnel de taux  $\frac{2}{3}$ . Chaque signal va transporter  $\frac{4}{3}$  de bits d'information. La largeur de bande doit être multipliée par  $\frac{3}{2}$  pour permettre d'avoir le même taux de transmission que dans le cas non codé précédent.
- le signal du point précédent est dorénavant modulé en 8-PSK. Chaque signal transporte deux bits d'information sans augmentation de la largeur de bande par rapport au cas non codé, puisque les modulations 4-PSK et 8-PSK occupent la même largeur de bande.

La modulation codée (TCM) est une combinaison du codage et de la modulation pour améliorer la fiabilité des transmissions sans-fil sans diminution ni de la puissance (par le codage) ni de la largeur de bande (par la modulation), et donc du taux de transmission, par rapport au système non codé, [6].

#### 3.3.1 La modulation codée: une nécessité

Selon [6], le choix du codage et de la modulation d'un signal répond à trois critères:

- le taux d'information  $R$ , c'est-à-dire le nombre de bits que nous voulons transmettre par seconde dans le canal.
- La largeur de bande  $B$  disponible.
- La probabilité d'erreur à fournir à un certain niveau de rapport signal sur bruit.

Prenons l'exemple d'un système de radio-communications où nous souhaitons avoir:  $B = 4800$  Hz et  $R = 9600$  bits/s. Alors le taux de transfert est:  $r = \frac{9.6}{4.8} = 2$  bits/s/Hz. Si nous employons, par exemple, une modulation M-PSK et un nombre de bits par signal de 4, la modulation 16-PSK peut convenir. Si nous souhaitons maintenant avoir  $P_e \leq 10^{-5}$ , cette modulation convient seulement si le rapport signal sur bruit est supérieur à 18 dB. La modulation codée permet d'apporter un gain de codage au système précédent et de parvenir à des rapports signaux sur bruit plus faible.

### 3.3.2 Le principe des TCM

D'après [6], la modulation codée repose sur la maximisation de la distance euclidienne minimale entre les signaux. Deux principes permettent de maximiser cette distance: l'introduction d'une interdépendance entre les signaux et l'assignation des signaux par partition d'ensemble.

#### 3.3.2.1 Interdépendance des signaux

Le signal codé transmis  $s_k$  à l'instant discret  $k$  ne dépend pas uniquement du signal  $a_k$  d'information émis par la source d'information, (figure 2.1), à ce même instant, mais également d'un nombre fini  $L$  de signaux d'information émis par cette même source à des instants précédents.

$$s_k = f(a_k, a_{k-1}, \dots, a_{k-L}) \quad (3.24)$$

Nous pouvons définir

$$\sigma_k = (a_{k-1}, \dots, a_{k-L}) \quad (3.25)$$

comme étant l'état du codeur à l'instant  $k$ . Nous pouvons alors écrire:

$$s_k = f(a_k, \sigma_k) \quad (3.26)$$

$$\sigma_{k+1} = g(a_k, \sigma_k) \quad (3.27)$$

La fonction  $f$  décrit la dépendance de chaque symbole de canal avec le symbole de source mais aussi avec l'état du codeur. La fonction  $g$  décrit, elle, la mémoire du codeur et montre l'évolution des états.

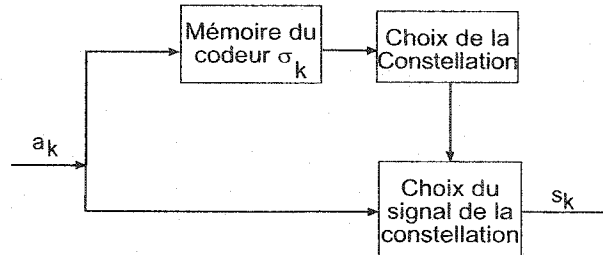


Figure 3.13: *Modèle pour TCM*

En d'autres termes, à chaque instant  $k$  de la transmission, le signal transmis est choisi dans une constellation qui est sélectionnée par la valeur de  $\sigma_k$ , (figure 3.13). La transmission d'un signal par le codage convolutionnel correspond à cette propriété: à chaque instant de la transmission, le signal transmis dépend du symbole émis et de la mémoire du codeur.

### 3.3.2.2 Assignation par partition d'ensemble

L'assignation par partition d'ensemble consiste à subdiviser la constellation de signaux originale en sous-ensembles de manière à augmenter la distance euclidienne entre les signaux. Un exemple d'assignation par partition est donné pour la modulation 8-PSK avec la figure 3.14.

Dans la constellation originale notée  $A$ , la distance euclidienne minimale est  $d_0 = \sqrt{(2 - \sqrt{2})E_s}$ . Après partition en deux ensembles  $B_0$  et  $B_1$ , cette distance devient  $d_1 = \sqrt{2E_s}$ . La partition suivante en quatre ensembles  $C_0, C_2, C_1$  et  $C_3$  permet d'obtenir  $d_2 = 2\sqrt{E_s}$ . Chaque partition augmente donc la distance euclidienne minimale.

Trois règles régissent cette assignation afin d'obtenir les meilleures partitions possibles. Elles sont connues sous le nom de règles de Ungerboeck [6] et [44]:

- aux transitions parallèles sont assignées des signaux de la même partition.



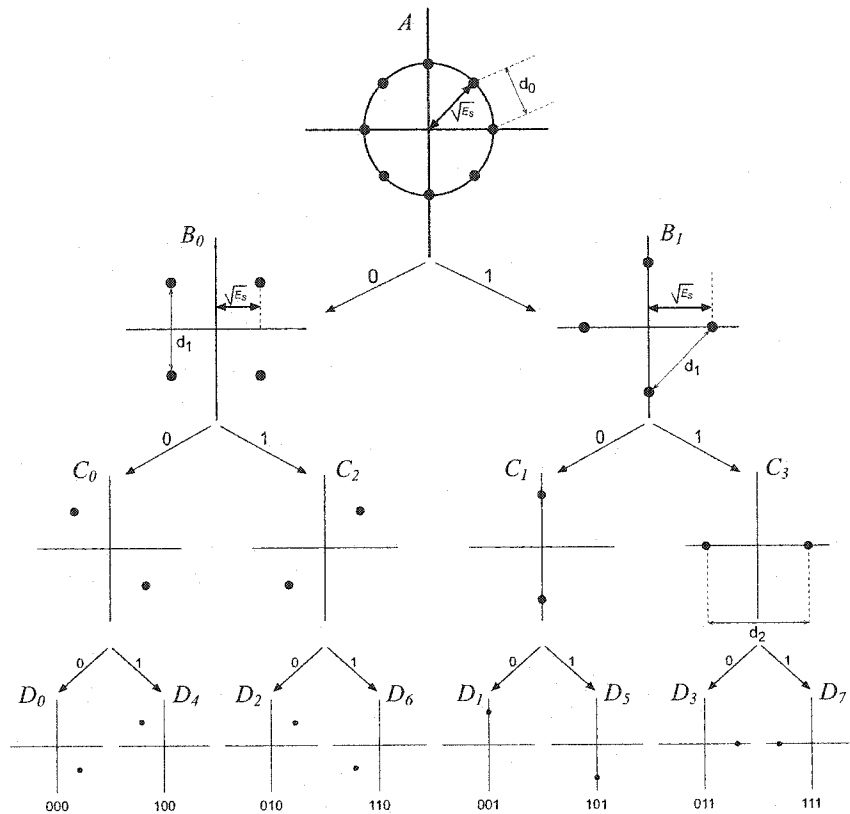


Figure 3.14: *Partition d'ensemble pour la constellation 8PSK*

Dans le cadre de l'exemple précédent, les signaux sont choisis parmi les sous-ensembles  $C_0$  ou  $C_1$  ou  $C_2$  ou  $C_3$ .

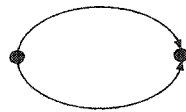


Figure 3.15: *transition parallèle*

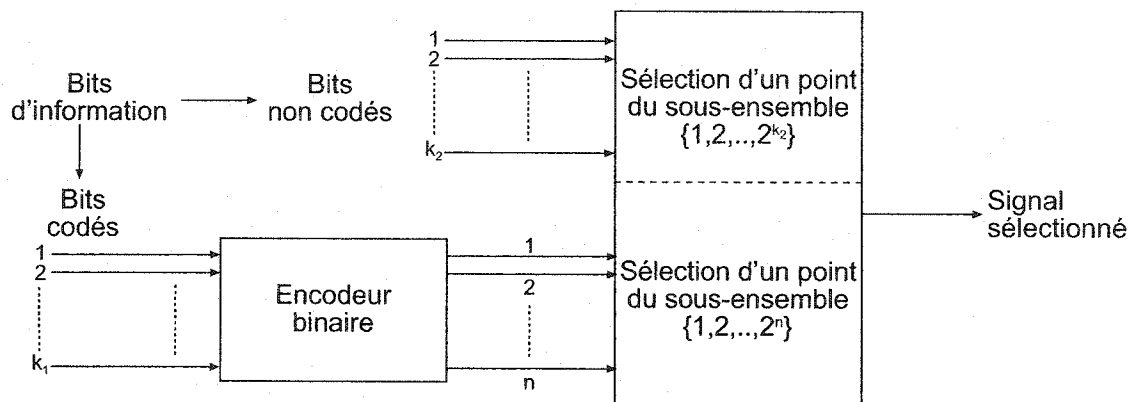
- aux transitions adjacentes sont assignées des signaux de la plus grande partition suivante. Dans le cadre de l'exemple précédent, les signaux sont choisis parmi les sous-ensembles  $B_0$  ou  $B_1$ .

Figure 3.16: *transition adjacente*

- l'utilisation des signaux est considérée comme équiprobable.

### 3.3.3 Procédure de codage

A chaque instant, les bits d'information à coder sont répartis en deux groupes:  $k_1$  bits codés et  $k_2$  bits non codés. Les bits codés passent dans un encodeur binaire qui fournit  $n$  symboles codés. Ces symboles sélectionnent un sous-ensemble parmi les  $2^n$  définis par la partition d'ensemble. Les bits non codés viennent alors sélectionner un signal du sous-ensemble parmi les  $2^{k_2}$  disponibles. Le schéma associé à la modulation codée en général est représenté sur la figure 3.17.

Figure 3.17: *Principe de la modulation codée en treillis*

Un exemple de codeur TCM de taux  $2/3$ , tiré de [28] est montré sur la figure 3.18. Sur cette figure est représenté le codeur TCM, 3.18(a), la modulation 8-PSK associée, 3.18(b), et le treillis correspondant, 3.18(c).

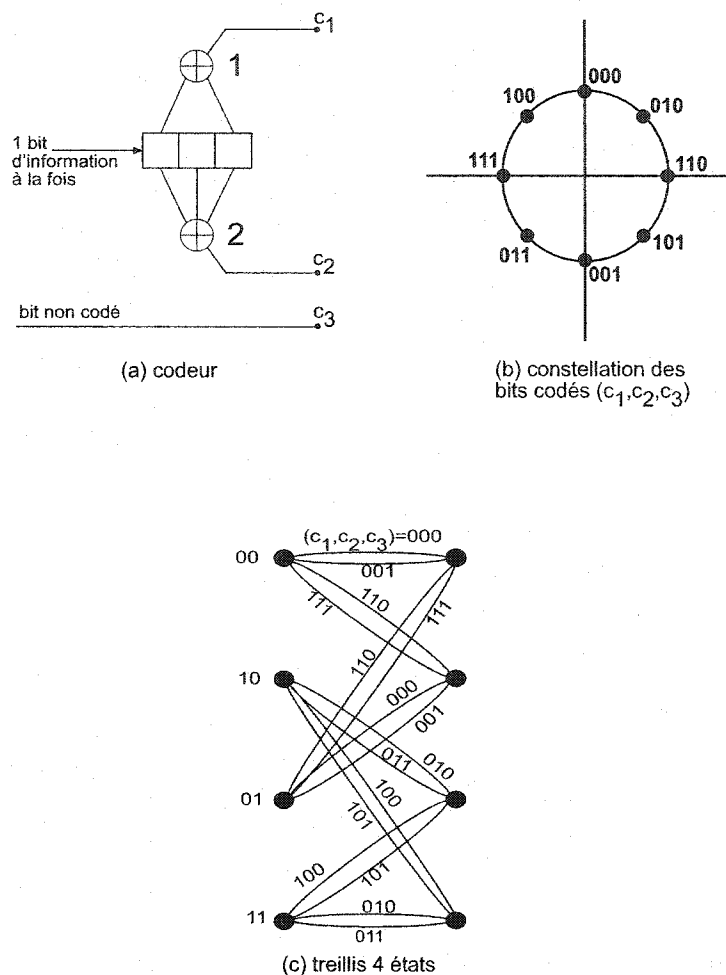


Figure 3.18: Exemple de codeur TCM de taux  $2/3$ .

### 3.3.4 Décodage

Un signal TCM peut être décrit par un treillis, dont les branches sont associées aux transitions entre les états du codeur et avec les signaux transmis à travers le canal. Le décodeur estime donc le chemin parcouru par le signal dans le treillis. L'algorithme de Viterbi (vu au paragraphe 3.1.2.5) est adapté à ce type de décodage, à la différence près que la métrique de branche sera minimisée dans ce cas de figure. Illustrons-le sur un exemple simple. Soit le treillis montré sur la figure 3.19.

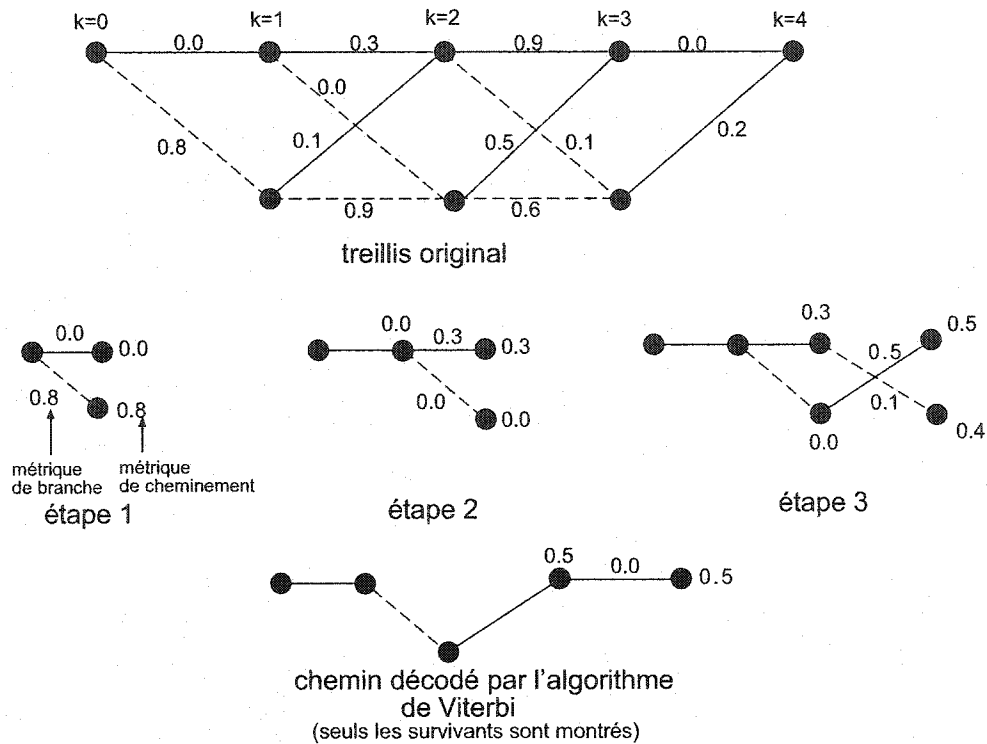


Figure 3.19: Décodage avec l'algorithme de Viterbi

Ce schéma présente également les métriques de branche, les survivants à chaque noeud et les métriques de chaque survivant. Le décodage consiste à déterminer à chaque profondeur  $k$  du treillis et pour chaque noeud le chemin survivant parmi tous les chemins arrivant à un même noeud. Le survivant sera le chemin dont la métrique sera la plus faible. Ainsi, sur la figure 3.19, intéressons nous à la profondeur  $k = 2$  du treillis. Deux chemins se rejoignent à chacun des deux noeuds. Pour le premier, la métrique de chacun des deux chemins sera 0.3 et 0.9 ( $0.8 + 0.1$ ). L'algorithme conservera le chemin de métrique 0.3 comme survivant. De même, pour le second noeud, des deux chemins de métriques respectives 1.7 ( $0.9 + 0.8$ ) et 0, le décodeur conservera comme survivant le second, de métrique plus faible. Le treillis de l'étape 2 représente ces deux chemins survivants.

### 3.3.5 Approche retenue dans notre étude

A l'instar de Guillaume Favre [15] dont le simulateur a servi de base à la conception de notre propre simulateur, le codage des codes STBC concaténés à un codeur TCM est analogue au codage convolutionnel. Ce codage consiste à effectuer à chaque instant le produit matriciel du registre d'entrée par la matrice génératrice modulo l'ordre de la modulation. Le processus de partition d'ensembles présenté précédemment n'est donc pas utilisé tel quel pour générer le treillis. Le codage et le décodage sont abordés plus en détails dans le chapitre suivant.

### 3.4 Conclusion

Les principes de codage de canal, tels que les techniques de codage convolutionnel, codage en blocs et modulation codée ont été introduits dans ce chapitre. Dans le chapitre suivant, ils vont être appliqués dans le cadre des systèmes multi-antennes pour permettre le codage spatio-temporel.

## CHAPITRE 4

### CODAGE SPATIO-TEMPOREL

Avec le présent chapitre, nous entrons dans le sujet même de notre mémoire. Les notions développées dans les chapitres précédents ne sont que les bases pour les principes développés maintenant: les systèmes multi-antennes et le codage spatio-temporel (CST), qu'il soit par blocs ou en treillis.

#### 4.1 Les trois techniques de diversité

Plusieurs techniques de diversité ont été employées dans les communications sans-fil pour combattre le phénomène de propagation multi-chemins évoqué dans le chapitre 2. Les techniques de diversité principales sont les diversités temporelle, fréquentielle et spatiale. Toutes ces techniques ont en commun de fournir au récepteur plusieurs répliques du signal transmis pour "atténuer" les perturbations inhérentes au canal de transmission (chapitre 2). Ces techniques ne sont pas nouvelles puisque les premières expériences sur ce sujet ont eu lieu dès 1927 [28].

##### 4.1.1 Diversité temporelle

La diversité temporelle repose sur la transmission de plusieurs répliques du signal avec un seul canal fréquentiel. Le codage de canal combiné à un entrelacement permet ce type de diversité. Cependant, si le codage de canal est extrêmement performant dans le cadre d'un environnement où les évanouissements sont rapides, il n'offre que peu de protection contre les évanouissements plus lents (environnements à faible mobilité ou FWA, Fixed Wireless Access).

##### 4.1.2 Diversité fréquentielle

La diversité fréquentielle repose sur la transmission du message à plusieurs fréquences subissant des fluctuations différentes. Les moyens pour obtenir cette diversité sont variés. Ainsi, dans les systèmes Time Division Multiple Access

(TDMA), la diversité de fréquence est obtenue par l'utilisation d'égaliseurs [29]. Les systèmes GSM utilisent, eux, le saut de fréquences (frequency hopping). Mais, lorsque l'étalement du retard multi-chemins est trop petit (évanouissements plats, voir chapitre 2), comparé à l'intervalle de transmission, la diversité fréquentielle ne peut pas exister.

### 4.1.3 Diversité spatiale

Le récepteur et/ou l'émetteur utilisent plusieurs antennes distinctes, pouvant être polarisées différemment, pour créer cette diversité. Actuellement, les stations de base ont plusieurs antennes pour assurer une diversité à la réception du signal émis par les téléphones cellulaires. Néanmoins, il est assez délicat d'avoir plus d'une, ou deux, antenne(s) sur le téléphone cellulaire en raison de la taille et du coût de l'appareil et de ses composants.

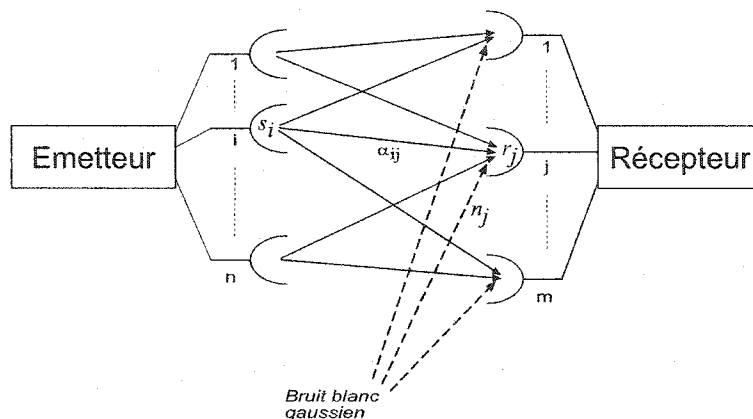
De nos jours, la diversité en réception est déjà utilisée pour améliorer la réception de la base vis à vis des mobiles. La diversité de polarisation est également employée pour permettre l'indépendance des canaux sans devoir trop écarter les antennes.

## 4.2 Les systèmes multi-antennes

Les systèmes multi-antennes ou MIMO (Multiple Input Multiple Output) sont l'application pratique de la diversité spatiale.

### 4.2.1 Hypothèses de travail

Considérons le dispositif de la figure 4.1. Il comprend un émetteur muni de  $n$  antennes et un récepteur muni de  $m$  antennes. A l'instant de transmission  $t$ , chaque canal élémentaire entre l'antenne  $i$ ,  $i \in \{1, 2, \dots, n\}$  et l'antenne  $j$ ,  $j \in \{1, 2, \dots, m\}$  est caractérisé par un coefficient d'atténuation  $\alpha_{ij}(t)$  qui modélise l'atténuation due aux évanouissements. Dans le cadre de notre étude, les  $\alpha_{ij}(t)$  seront supposés être des échantillons indépendants d'une variable aléatoire gaussienne complexe de moyenne nulle et de variance 0.5 par dimension. L'hypothèse d'indépendance est valide dès lors que la séparation entre chaque antenne est supérieure à  $\lambda/2$ ,  $\lambda$  étant

Figure 4.1: *Système multi-antennes*

la longueur d'onde de la porteuse utilisée pour la transmission.

Alors, le signal  $r_j(t)$  reçu à l'antenne  $j$  est la combinaison linéaire des signaux  $s_i(t)$  provenant des  $n$  antennes émettrices pondérés par les coefficients d'atténuation à laquelle se rajoute un bruit blanc gaussien additif  $n_j(t)$ . Les  $n_j$  sont des échantillons indépendants d'une variable aléatoire gaussienne complexe de moyenne nulle et de variance  $N_0/2$  par dimension.

Ainsi, nous avons:

$$r_j(t) = \sum_{i=1}^n \alpha_{ij}(t) \cdot s_i(t) + n_j(t), \forall j = 1, 2, \dots, m. \quad (4.1)$$

Suite aux descriptions du chapitre 2, le canal radio-mobile étudié sera caractérisé par des évanouissements plats en fréquences et sélectifs en temps. Deux types d'évanouissements doivent être distingués:

- Les évanouissements quasi-statiques: chaque  $\alpha_{ij}(t)$  est supposé constant pendant la transmission d'une trame d'information.
- Les évanouissements rapides: les  $\alpha_{ij}(t)$  changent à chaque instant.

A ce stade, nous devons concéder que la réalité diffère de ce cas simpliste: elle est plus proche d'une situation intermédiaire, plus complexe à étudier, que de l'un ou l'autre des deux cas évoqués ci-dessus. Ces deux cas peuvent ainsi être perçus comme des visions optimiste et pessimiste de la réalité.



De plus, nous allons supposer que le récepteur est en mesure de déterminer les coefficients d'atténuation  $\alpha_{ij}(t)$  (par des séquences d'entraînements par exemple). Cette hypothèse n'est réellement valable que dans le cas d'évanouissements quasi-statiques.

Enfin, on considère que la puissance totale d'émission  $P_t$  est constante et indépendante du nombre d'antennes émettrices. Chaque signal  $s_i(t)$  a donc pour puissance :  $P_t/n$ . La puissance totale du signal parvenant à chaque antenne réceptrice est alors égale à  $P_t$ .

#### 4.2.2 Capacité d'un système multi-antennes

La capacité des systèmes multi-antennes est un sujet trop vaste pour être détaillé dans ce mémoire. Nous nous contenterons donc de donner son expression et nous vous invitons à prendre connaissance de la démonstration détaillée dans [17], [43]. En outre, le mémoire de Lionel Scremin [34] traite également en détails de la capacité en montrant les variations de l'efficacité spectrale en fonction du SNR et du nombre d'antennes émettrices et réceptrices.

En effet, la capacité peut s'exprimer sous forme d'efficacité spectrale:

$$C = \log_2 \left( \det \left[ \mathbf{I}_m + \left( \frac{SNR_{rec}}{n} \right) \mathbf{H}^T \mathbf{H} \right] \right) \text{ bits/s/Hz} \quad (4.2)$$

avec  $SNR_{rec}$  le rapport signal à bruit par antenne réceptrice, et  $\mathbf{H}$  la matrice de canal:

$$\mathbf{H} = \begin{pmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} & \dots & \alpha_{1j} & \dots & \alpha_{1m} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} & \dots & \alpha_{2j} & \dots & \alpha_{2m} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ \alpha_{i1} & \alpha_{i2} & \dots & \alpha_{ij} & \dots & \alpha_{im} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ \alpha_{n1} & \alpha_{n2} & \dots & \alpha_{nj} & \dots & \alpha_{nm} \end{pmatrix} \quad (4.3)$$

A noter que pour  $\mathbf{H} = \mathbf{I}_n$ , soit  $n = m$  et pour des différents canaux de trans-

mission orthogonaux, la capacité devient:

$$C = n \cdot \log_2 \left( 1 + \left( \frac{SNR}{n} \right) \right) \text{ bits/s/Hz} \quad (4.4)$$

et :

$$\lim_{n \rightarrow \infty} C = \frac{SNR}{\ln 2} \text{ bits/s/Hz} \quad (4.5)$$

### 4.3 Le codage spatio-temporel

Les systèmes multi-antennes, dont nous venons d'avoir un petit aperçu, introduisent une diversité spatiale à la loi à l'émission et à la réception de la communication sans-fil. L'introduction d'un codage avant l'émission permettrait d'associer une diversité temporelle à cette diversité spatiale, combinant ainsi les avantages de ces deux diversités. Pour vérifier cela, de nombreuses solutions ont été étudiées ([1], [18], [48], [49]).

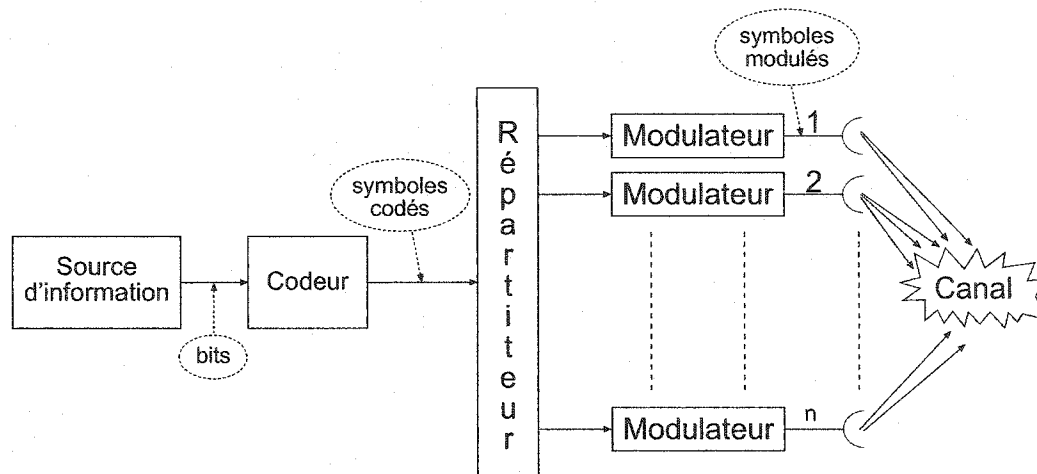
Ce codage va donc se traduire par la présence d'un codeur à l'émission et, bien évidemment, d'un décodeur à la réception.

#### 4.3.1 Le codeur spatio-temporel

La figure 4.2, tirée de [15], présente les différentes parties du codeur spatio-temporel. Celles-ci sont au nombre de trois.

Tout d'abord, les bits fournis par la source d'information sont codés par un codeur de canal en symboles. Ce codeur, comme nous l'avons vu au chapitre 3, ajoute de la redondance à l'information originale. Ce codeur peut aussi bien être un codeur convolutionnel qu'un codeur linéaire en blocs comme nous le verrons par la suite. Ces symboles codés sont alors affectés aux différentes antennes d'émission par un répartiteur. Enfin, ils sont traduits en signaux analogiques par des modulateurs (un par antenne) pour être adaptés au canal de transmission.

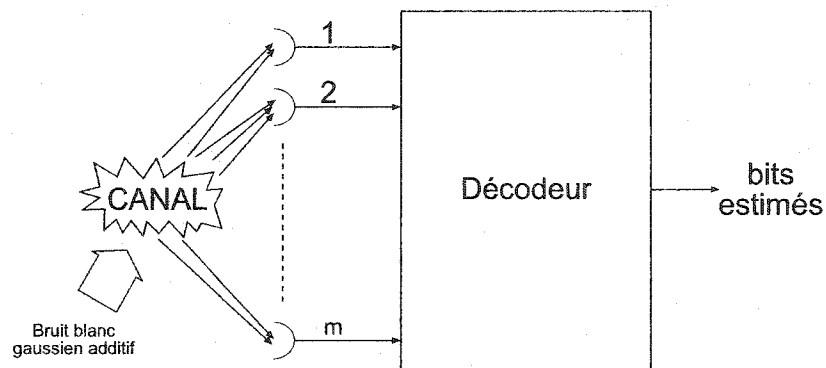
Ces trois parties ne sont pas forcément présentes telles quelles dans le codeur spatio-temporel. La répartition et la modulation peuvent ainsi être interverties. De plus, le codage et la modulation peuvent être associés dans une seule et même opération, la modulation codée (chapitre 3).

Figure 4.2: *Codeur spatio-temporel*

#### 4.3.2 Le décodeur spatio-temporel

A la réception, chaque antenne reçoit la somme des signaux issus des  $n$  antennes émettrices pondérés par les coefficients  $\alpha_{ij}$  à laquelle s'ajoute du bruit blanc gaussien. La figure 4.3, tiré de [15], décrit très sommairement le décodage.

Différentes techniques de décodage existent: le décodage différentiel, le décodage par maximum de vraisemblance, etc... Dans ce mémoire, nous n'avons abordé pour l'instant que le décodage par maximum de vraisemblance dans le chapitre 3 (équations 3.6 à 3.9). Cette approche est celle retenue pour notre simulateur de codes STBC. Pour ce type de décodage, le décodeur considère l'ensemble des  $m$

Figure 4.3: *Décodeur spatio-temporel*

signaux complexes résultants pour déterminer la séquence d'information la plus vraisemblablement transmise. De manière générale, le décodage consiste à minimiser la métrique :

$$\Delta(t) = \sum_{j=1}^m \left| r_j(t) - \sum_{i=1}^n \alpha_{ij} \hat{s}_i(t) \right|^2 \quad (4.6)$$

avec  $\hat{s}_i(t)$  le signal "supposé" transmis par l'antenne émettrice  $i$  à l'instant  $t$ .

Dans le cas des codes STBC concaténés à un codeur TCM, le décodage est effectué selon l'algorithme de Viterbi décrit au paragraphe 3.3.4.

Nous allons maintenant nous intéresser aux critères théoriques de performance des CST.

### 4.3.3 Critères de performance

Les premières propositions de critères de performance ont été l'oeuvre de Bahid Tarokh. Ce sont ces propositions, tirées de [41], qui seront présentées dans ce paragraphe.

#### 4.3.3.1 Généralités

Dorénavant, le système de communications numériques considéré sera doté d'une station de base comprenant  $n$  antennes émettrices et d'un récepteur équipé de  $m$  antennes.

Nous considérons la transmission d'une trame de  $n \times l$  symboles codés. Chacune des  $n$  antennes émettrices transmet ainsi  $l$  symboles de la trame. A chaque instant  $t$ , le signal modulé arrivant à l'antenne émettrice  $i$  pour être transmis est le symbole codé  $c_t^i$ . A ce même instant  $t$ , les  $n$  antennes vont transmettre chacune un signal, de période de transmission  $T$ . Nous rappelons que le signal récupéré à chaque récepteur est la superposition linéaire des  $n$  signaux émis à l'instant  $t$ , pondérés par les coefficients d'atténuation du canal, et d'un bruit blanc gaussien. D'après ce qui précède, le mot de code  $\mathbf{c}$  transmis par le système est:

$$\mathbf{c} = (c_1^1, c_1^2, \dots, c_1^n, c_2^1, c_2^2, \dots, c_2^n, \dots, c_l^1, c_l^2, \dots, c_l^n)$$

En considérant la possibilité que le décodeur fasse une erreur due aux pertur-

bations amenées par le canal de transmission, il va décider que le signal  $\mathbf{e}$ :

$$\mathbf{e} = (e_1^1, e_1^2, \dots, e_1^n, e_2^1, e_2^2, \dots, e_2^n, \dots, e_l^1, e_l^2, \dots, e_l^n)$$

a été transmis en lieu et place du mot de code  $\mathbf{c}$

Dans [41], différents critères de performance sont établis selon le type d'évanouissements. Mais certains paramètres restent valables quelque soient les évanouissements considérés.

C'est le cas par exemple de la matrice  $\mathbf{B}(\mathbf{c}, \mathbf{e})$  qui représente le mot de code "différence" entre  $\mathbf{c}$  et  $\mathbf{e}$ .

$$\mathbf{B}(\mathbf{c}, \mathbf{e}) = \begin{pmatrix} e_1^1 - c_1^1 & e_2^1 - c_2^1 & \dots & e_l^1 - c_l^1 \\ e_1^2 - c_1^2 & e_2^2 - c_2^2 & \dots & e_l^2 - c_l^2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ e_1^n - c_1^n & e_2^n - c_2^n & \dots & e_l^n - c_l^n \end{pmatrix} \quad (4.7)$$

Posons alors  $\mathbf{A}(\mathbf{c}, \mathbf{e}) = \mathbf{B}(\mathbf{c}, \mathbf{e})\mathbf{B}(\mathbf{c}, \mathbf{e})^T$ .  $\mathbf{A}(\mathbf{c}, \mathbf{e})$  est une matrice hermitienne définie positive qui possède donc des valeurs propres réelles positives. Notons  $r$  le rang de  $\mathbf{A}(\mathbf{c}, \mathbf{e})$  et  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_r$  ses valeurs propres non nulles.

Ces quelques paramètres introduits, ils seront utilisés pour distinguer les critères de performance en fonction du type d'évanouissements.

#### 4.3.3.2 Évanouissements quasi-statiques

Dans cette partie, les coefficients d'atténuation  $\alpha_{ij}$  du canal de Rayleigh seront pris constants durant une trame. D'après [41], la borne supérieure sur la probabilité d'erreur de séquence s'écrit alors:

$$P(\mathbf{c} \rightarrow \mathbf{e}) \leq \left( \left( \prod_{i=1}^r \lambda_i \right)^{1/r} \left( \frac{E_s}{4nN_0} \right) \right)^{-rm} \quad (4.8)$$

$E_s/n$  représente l'énergie moyenne par antenne de la constellation utilisée et  $N_0$  la variance totale du bruit. On peut alors définir :

- Le gain en diversité  $rm$  qui détermine la pente de la courbe de performance.

- Le gain en codage

$$\left(\prod_{i=1}^r \lambda_i\right)^{1/r} \quad (4.9)$$

qui détermine le décalage de la courbe de performance par rapport à un système non codé offrant le même gain en diversité.

La figure 4.4, tirée de [34], représente ces deux gains.

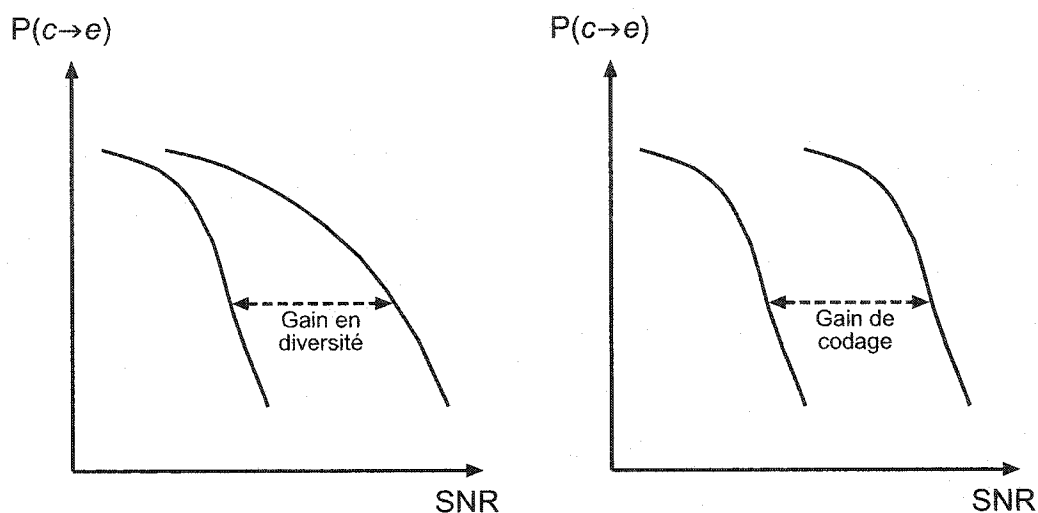


Figure 4.4: Gains en diversité et en codage

Toujours d'après [41], deux critères pour minimiser la probabilité d'erreur par trame peuvent alors être énoncés:

- Le *critère du rang*: dans le but d'assurer une diversité maximale  $nm$ , la matrice  $B(c, e)$  doit être de rang maximal quelque soit le mot de code  $c$  et le signal  $e$ . Si  $B(c, e)$  a un rang de  $r$  sur l'ensemble des paires de mots de codes distincts, une diversité de  $r = m$  est assurée.
- Le *critère du déterminant*: la maximisation du gain de codage

$$\left(\prod_{i=1}^r \lambda_i\right)^{1/r} \quad (4.10)$$

sur l'ensemble des paires de mots de code distincts est recherchée. Lorsque la diversité maximale est déjà atteinte, le critère se ramène à une maximisation du déterminant de la matrice  $\mathbf{A}(\mathbf{c}, \mathbf{e})$ .

Le critère du rang traduit directement l'apport de la diversité spatiale. Le gain de codage est une notion beaucoup plus générale qui caractérise tout système de codage. Ainsi, dans le cadre des codes convolutionnels, ce gain dépend de la longueur de contrainte. Le critère du rang est donc souvent privilégié avant la maximisation du gain de codage.

#### 4.3.3.3 Évanouissements rapides

Dans cette section, nous considérons que les coefficients d'atténuation  $\alpha_{ij}$  varient à chaque instant. Soit  $\mathbf{c}_t = (c_t^1, c_t^2, \dots, c_t^n)$  et  $\mathbf{e}_t = (e_t^1, e_t^2, \dots, e_t^n)$  les vecteurs correspondant aux symboles transmis à l'instant  $t$ ,  $t \in \{1, 2, \dots, l\}$ , et soit  $\nu(\mathbf{c}, \mathbf{e})$  l'ensemble des instants  $t$  tels que  $|\mathbf{c}_t - \mathbf{e}_t| \neq 0$  et soit  $d$  le cardinal de  $\nu(\mathbf{c}, \mathbf{e})$ .

D'après [41], on a alors:

$$P(\mathbf{c} \rightarrow \mathbf{e}) \leq \left( \left( \prod_{t \in \nu(\mathbf{c}, \mathbf{e})} |\mathbf{c}_t - \mathbf{e}_t|^2 \right)^{1/d} \left( \frac{E_s}{4nN_0} \right) \right)^{-md} \quad (4.11)$$

Deux types de gains peuvent alors être identifiés:

- Le *gain en diversité*  $md$  détermine la pente de la courbe de performances
- Le *gain de codage*

$$\left( \prod_{t \in \nu(\mathbf{c}, \mathbf{e})} |\mathbf{c}_t - \mathbf{e}_t|^2 \right)^{1/d}, \quad \forall t \in \nu(\mathbf{c}, \mathbf{e}) \quad (4.12)$$

Les critères de performances suivants en découlent:

- Le *critère de la distance*: dans le but de parvenir à une diversité  $vm$ , pour toute paire de mots de code  $\mathbf{c}$  et  $\mathbf{e}$ , les termes  $c_t^1, c_t^2, \dots, c_t^n$  et  $e_t^1, e_t^2, \dots, e_t^n$  doivent différer d'au moins  $v$  valeurs.

- Le *critère du produit* consiste à maximiser le gain de codage sur l'ensemble des paires distinctes de mots de code.

Comme dans le cas quasi-statique, le critère de la distance est plutôt privilégié par rapport au critère du produit, [41].

Les critères de performance des CST ayant été présentés, les techniques de codage, et de décodage, sont à présent étudiées. A l'instar du codage de canal "classique", deux classes de CST se distinguent: les CST en blocs et les CST en treillis.

#### 4.3.4 CST en treillis

Les CST basés sur la modulation codée en treillis (CST-MCT) sont une proposition relativement récente pour combiner des techniques de codages et de modulation appropriées à la transmission multi-antennes d'un signal. Tarokh a été l'instigateur des CST-MCT [41].

##### 4.3.4.1 Principe

Le principe de base est d'associer un symbole codé issu du codeur à une antenne émettrice. On considère donc un système de modulation codée en treillis branché à un ensemble d'antennes émettrices. Schématiquement, le codeur va associer à chaque bit d'information entrant un vecteur de symboles codés modulés dont la longueur correspond au nombre d'antennes émettrices du système. La figure 4.5 illustre un tel codeur.

A chaque instant,  $R$  bits d'information parviennent au codeur. La valeur de  $R$  dépend de la modulation choisie. Ainsi, pour une modulation 8-PSK,  $R$  va valoir 3. Les  $R$  bits vont donc sélectionner un symbole dans la constellation. Une matrice génératrice  $\mathbf{G}$  prend en compte ces bits ainsi que l'état du codeur pour livrer en sortie  $n$  symboles issus de la constellation utilisée. Chaque symbole est alors modulé afin d'obtenir un signal analogique transmis par l'antenne associée.

Comme nous le verrons plus loin, bien que cette étude ne semble s'intéresser à prime abord qu'aux codes spatio-temporels par blocs, nous allons concaténer des codes en blocs avec un TCM. C'est pourquoi, en nous aidant du travail de



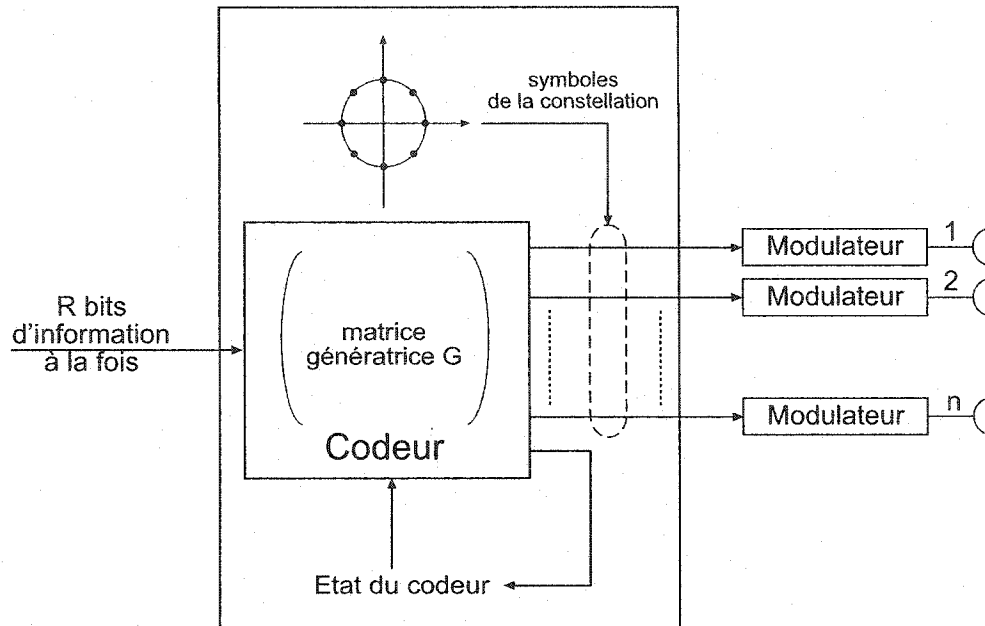


Figure 4.5: *Codage spatio-temporel en treillis*

Guillaume Favre [15], nous jugeons profitable d'expliquer plus en détails le fonctionnement des CST-MCT.

Soit  $k$  l'instant discret de l'arrivée des  $R$  bits d'information représentés par le vecteur  $\mathbf{u} = (u_k^1, u_k^2, \dots, u_k^R)$ , et  $Q$  le nombre d'instants pris en compte par le codeur, à savoir l'instant présent ainsi que les  $Q - 1$  instants précédents qui constituent la mémoire du codeur.

A l'instant  $k$ , les bits d'information sont rentrés dans un registre à décalage dont le contenu est le vecteur  $\mathbf{r}$  de longueur  $QR$  et complètent ainsi les  $(Q - 1)R$  bits identifiant l'état du codeur. La matrice génératrice  $\mathbf{G}$  est de dimensions  $(QR \times n)$ . Le mot de code correspondant  $\mathbf{s}$  s'obtient en effectuant le produit du contenu du registre  $\mathbf{r}$  par la matrice  $\mathbf{G}$  tel que l'illustre la formule (4.13).

$$\mathbf{s} = \mathbf{r}\mathbf{G} \text{ modulo } M \quad (4.13)$$

avec  $M$  représentant l'ordre de la modulation,

et

$$\mathbf{G} = \begin{pmatrix} g_1^1 & g_1^2 & \cdots & g_1^n \\ g_2^1 & g_2^2 & \cdots & g_2^n \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ g_{QR}^1 & g_{QR}^2 & \cdots & g_{QR}^n \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{r} = (u_{k-Q+1}^1, u_{k-Q+1}^2, \dots, u_{k-Q+1}^R, \dots, u_{k-1}^1, u_{k-1}^2, \dots, u_{k-1}^R, u_k^1, u_k^2, \dots, u_k^R)$$

$$\mathbf{s} = (s_k^1, s_k^2, \dots, s_k^n)$$

Dans le cadre d'une modulation M-PSK,  $M = 2^R$ , le produit s'opère modulo  $M$  afin que chaque symbole obtenu appartienne bien à la constellation. Pour tout  $i$ ,  $i \in \{1, 2, \dots, n\}$ , le symbole  $s_k^i$  est modulé puis transmis par l'antenne  $i$ . Dans la convention choisie par Guillaume Favre, [15], à l'instant  $k + 1$ ,  $R$  bits sont rentrés à la droite du registre, faisant sortir du même coup les  $R$  bits les plus à gauche. Avec cette approche, le nombre d'états du codeur est  $S = 2^{(Q-1)R}$ . À noter qu'il est possible d'obtenir un nombre plus petit d'états en mettant certaines lignes de  $\mathbf{G}$  à 0.

Les CST en treillis sont associés à un treillis qui est un outil extrêmement utile, à l'image du treillis associé aux codes convolutionnels strictement temporels. Ce treillis traduit la succession des états du codeur en fonction des bits d'entrée et intervient dans les processus de codage et de décodage, caractérisant ainsi à lui seul le code.

À titre d'exemple, nous allons étudier plus en détail l'un de ces codes. Ses paramètres sont :  $R = 2$ ,  $Q = 3$ ,  $n = 2$ ,  $M = 4$ ,  $S = 8$ . Suite à la remarque précédente, la matrice  $\mathbf{G}$  est de dimensions  $(6 \times 2)$  mais la dernière ligne est mise à 0 afin d'avoir effectivement 8 états au lieu de 16. On ne va donc conserver que les 5 premières lignes pour la représentation.

$$\mathbf{G} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 2 \\ 1 & 0 \\ 2 & 0 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$$

Le treillis décrit les transitions possibles entre un état et son successeur en fonction des bits d'entrée. La figure 4.6 montre les différentes transitions issues de l'état 100. Ces transitions s'obtiennent à partir de la formule 4.13. Considérons, par exemple, le vecteur des bits rentrés est  $\mathbf{u} = (0, 1)$  et l'état 100. Le registre associé est alors  $\mathbf{r} = (1, 0, 0, 0, 1)$  et le vecteur des symboles de sortie, obtenu à l'aide de la formule 4.13 modulo 4 est:  $\mathbf{s} = (2, 3)$ . L'état successeur correspond aux 3 premiers bits du registre préalablement décalé de  $R = 2$  bits vers la gauche, soit l'état 001. Le treillis associé à la matrice  $\mathbf{G}$  est ainsi représenté à la figure 4.6.

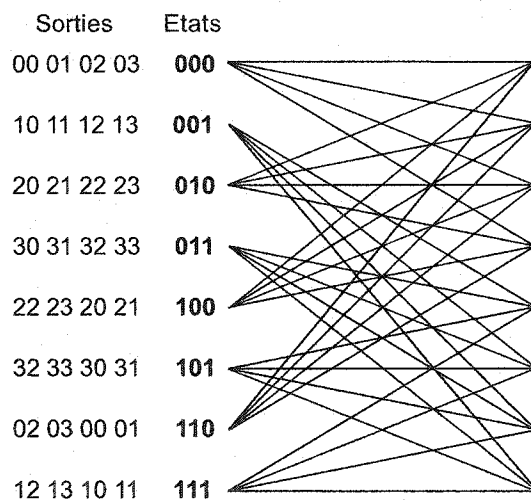


Figure 4.6: Treillis associé à la matrice  $\mathbf{G}$

L'avantage des CST-MCT est de compenser l'expansion de largeur de bande inhérente au codage, de telle sorte que les CST-MCT constituent une solution peu gourmande en ressources spectrales tout en offrant un gain de codage substantiel.

#### 4.3.4.2 Décodage des CST-MCT

Le principe du décodage repose sur le décodage par maximum de vraisemblance décrit dans le chapitre précédent. Néanmoins, dans le cas présent, la métrique sera minimisée, à l'instar du décodage des TCM (chapitre 3), et non maximisée comme il est coutume de le faire dans le décodage de Viterbi. La métrique de branche, qui sera minimisée, à l'instant  $t$  est:

$$\Delta(t) = \sum_{j=1}^m \left| r_j(t) - \sum_{i=1}^n \alpha_{ij}(t) \hat{s}_i(t) \right|^2 \quad (4.14)$$

$r_j(t)$  est le signal reçu à l'antenne réceptrice  $j$ ,  $j = 1, 2 \dots m$ , et  $\hat{s}_i(t)$  est le signal que le décodeur suppose transmis par l'antenne émettrice  $i$ ,  $i = 1, 2 \dots n$ . La valeur des coefficients d'atténuations  $\alpha_{ij}$  est, en pratique, déterminée par le récepteur, à l'aide par exemple de l'émission d'une séquence d'entraînement précédant chaque séquence d'information. L'estimation de cette valeur peut donc ne pas être parfaite, comme nous le verrons dans le chapitre 5.

#### 4.3.5 Les codes spatio-temporels en blocs

Si certains CST-MCT sont extrêmement performants, particulièrement pour des transmissions à l'intérieur des édifices, la complexité du décodeur (mesurée par le nombre d'états du treillis) augmente exponentiellement avec l'efficacité spectrale employée (qui dépend de l'ordre de modulation choisie). Pour diminuer cette complexité du décodeur, Alamouti [1] a proposé un schéma de transmission pour deux antennes émettrices. Ce procédé est bien moins complexe qu'un codeur CST-MCT à deux antennes émettrices, mais les performances ne sont que légèrement moins bonnes. Tarokh, dans [39], propose une théorie pour les codes spatio-temporels par blocs (STBC) de plus de deux antennes: les STBC sont l'application de designs orthogonaux. Ces designs peuvent être soit réels, soit complexes. Nous allons tout d'abord nous intéresser au cas des designs orthogonaux réels.

### 4.3.5.1 Les codes spatio-temporels par blocs réels

Selon, [39], un design orthogonal de taille  $n$  est une matrice orthogonale  $n \times n$  dont les entrées sont  $\pm x_1, \pm x_2 \dots \pm x_n$ . L'existence de tels designs est connu sous le nom de problème de Hurwitz-Radon et a été résolu par Radon au début du siècle précédent. De tels designs n'existent que pour  $n = 2, 4$  ou  $8$ . Par ailleurs, en considérant un certain design, nous pouvons par des manipulations sur les colonnes (permutations et changements de signes uniquement) nous assurer que la première ligne de ce design soit  $x_1, x_2 \dots x_n$ . Par la suite, nous considérerons sans perte de généralité que tout design orthogonal possède cette propriété. Voici trois exemples de designs pour  $n = 2, 4$  et  $8$ , [39]:

$$\begin{pmatrix} x_1 & x_2 \\ -x_2 & x_1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 \\ -x_2 & x_1 & -x_4 & x_3 \\ -x_3 & x_4 & x_1 & -x_2 \\ -x_4 & -x_3 & x_2 & x_1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_5 & x_6 & x_7 & x_8 \\ -x_2 & x_1 & x_4 & -x_3 & x_6 & -x_5 & -x_8 & x_7 \\ -x_3 & -x_4 & x_1 & x_2 & -x_7 & -x_8 & x_5 & x_6 \\ -x_4 & x_3 & -x_2 & x_1 & -x_8 & x_7 & -x_6 & x_5 \\ -x_5 & -x_6 & -x_7 & -x_8 & x_1 & x_2 & x_3 & x_4 \\ -x_6 & x_5 & -x_8 & x_4 & -x_2 & x_1 & -x_4 & x_3 \\ -x_7 & x_8 & x_5 & -x_6 & -x_3 & x_4 & x_1 & -x_2 \\ -x_8 & -x_7 & x_3 & x_5 & -x_4 & -x_3 & x_2 & x_1 \end{pmatrix}$$

Les STBC se construisent d'après ces designs orthogonaux. La modulation sera supposée dans cette section comme étant réelle et ayant  $2^b$  éléments. La modulation BPSK correspond à ce cas de figure puisqu'elle possède deux éléments ( $b = 1$ ). A un instant  $t$ ,  $kb$  bits d'information entrent simultanément dans le codeur et viennent sélectionner  $k$  signaux  $s_1, s_2, \dots, s_k$  issus de la constellation. En remplaçant chaque  $x_i$  par  $s_i$ , nous obtenons une matrice  $\mathbf{C}$ . Le nombre de colonnes de cette matrice

correspondent aux signaux alimentant les antennes d'émission, et le nombre de lignes aux instants d'émission. Ainsi, si la matrice  $C$  est la suivante:

$$C = \begin{pmatrix} s_1 & s_2 \\ -s_2 & s_1 \end{pmatrix}$$

le système de communication est constitué de deux antennes émettrices et l'émission se déroule sur deux instants. Les symboles  $s_1$  et  $s_2$  seront donc transmis respectivement par les antennes 1 et 2 à l'instant  $t$  et les symboles  $-s_2$  et  $s_1$  le seront par les antennes 1 et 2 à l'instant  $t + dt$ . La figure 4.7 présente le principe du codage spatio-temporel en blocs illustré par l'exemple précédent.

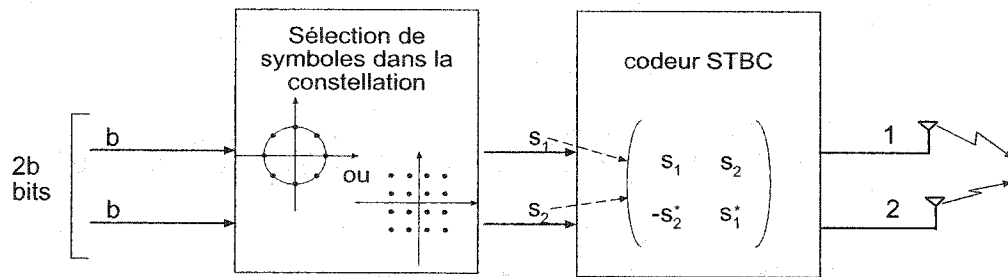


Figure 4.7: Codage spatio-temporel par blocs pour la matrice  $C$

La figure 4.8 récapitule le principe du codage pour un système de communication constitué de  $n$  antennes émettrices.

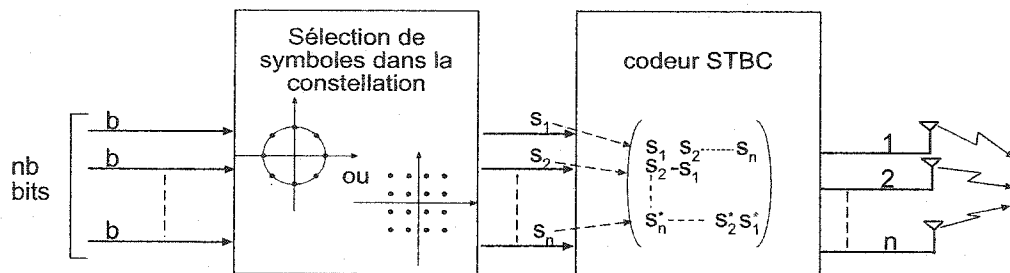


Figure 4.8: Codage spatio-temporel par blocs

L'efficacité spectrale est égale à  $b$  bits/s/Hz et la diversité apportée par les STBC est maximale, soit  $nm$  selon les notations du paragraphe 4.3.3. Tarokh, dans [39], apporte la démonstration de cette dernière propriété. Nous suggérons aux lecteurs intéressés de s'y référer.

De ce qui précède, les STBC basés sur les designs orthogonaux ne semblent pouvoir s'appliquer uniquement qu'à des systèmes ayant 2, 4 ou 8 antennes d'émission, ce qui pourrait être assez limitatifs. Mais nous allons voir dans le paragraphe suivant que les STBC peuvent s'appliquer dans d'autres cas.

En outre, les deux avantages suivants amenés par les designs orthogonaux sont conservés même si un processus linéaire se déroule à l'émission:

- les designs orthogonaux permettent d'avoir la meilleure efficacité spectrale (en bits/s/Hz) avec la diversité maximale. L'utilisation de la bande-passante est donc maximale.
- le décodage par maximum de vraisemblance est extrêmement simple, en raison de l'orthogonalité des colonnes de la matrice du design.

Ainsi, les éléments de la matrice du design, et donc de codage, peuvent être des combinaisons linéaires des  $x_1, x_2 \dots x_n$  précédents. Une nouvelle fois nous laissons aux lecteurs intéressés le soin de se référer à [39] pour les théorèmes concernant l'introduction d'un processus linéaire dans les designs orthogonaux. Pour résumer ces théorèmes, cette introduction du processus linéaire dans les designs orthogonaux ne permet pas de trouver d'autres schémas de transmission que les trois systèmes (2, 4 ou 8 antennes) déjà trouvés.

#### 4.3.5.2 Généralisation des codes spatio-temporels par blocs réels

Le paragraphe précédent montre tout aussi bien quelques avantages des STBC mais également leurs limites. La principale est le nombre de cas qui peuvent être traités. C'est pourquoi, la définition des designs orthogonaux va être généralisée à des matrices non carrées.

Un design orthogonal "généralisé"  $\mathbf{G}$  de taille  $n$  est une matrice  $p \times n$  dont les entrées sont  $0, \pm x_1, \pm x_2 \dots \pm x_k$  tel que  $\mathbf{G}^T \mathbf{G} = \mathbf{D}$ , où  $\mathbf{D}$  est une matrice carrée  $n \times n$  diagonale. Les diagonales  $D_{ii}, i = 1, 2, \dots, n$  sont de la forme  $(l_1^i x_1^2 + l_2^i x_2^2 + \dots +$

$l_k^i x_k^2$ ) et les coefficients  $l_1^i, l_2^i, \dots, l_k^i$  sont des entiers strictement positifs. Le taux, ou plus précisément le rendement de la transmission, de  $\mathbf{G}$  est  $R = \frac{k}{p}$ . Tarokh, dans [39], démontre alors l'existence de designs orthogonaux généralisés de rendement de transmission de 1 pour  $n \leq 8$  antennes de transmission. Un exemple de tel design est:

$$\begin{pmatrix} x_1 & x_2 & x_3 \\ -x_2 & x_1 & -x_4 \\ -x_3 & x_4 & x_1 \\ -x_4 & -x_3 & x_2 \end{pmatrix}$$

Le codage s'effectue alors de la même manière que pour les designs non généralisés.

A présent nous sommes en mesure de produire une diversité à l'aide des CST pour des systèmes ayant au plus 8 antennes d'émission. Néanmoins, nous ne le pouvons que pour une constellation "réelle", par exemple BPSK. Qu'en est-il pour des modulations QAM ou QPSK? L'utilisation de designs orthogonaux complexes, comme nous allons le voir dans le prochain paragraphe, va nous permettre d'utiliser les modulations complexes.

#### 4.3.5.3 Codes spatio-temporels par blocs complexes généralisés

Un design orthogonal complexe de taille  $n$  est une matrice orthogonale  $n \times n$  dont les entrées sont les éléments indéterminés  $\pm x_1, \pm x_2, \dots, \pm x_n$ , leur conjugués  $\pm x_1^*, \pm x_2^*, \dots, \pm x_n^*$  ou un multiple de ces indéterminés par  $\pm i$ , où  $i = \sqrt{-1}$ . Tout comme le cas des designs réels, nous supposons que la première ligne de la matrice est toujours  $x_1, x_2, \dots, x_n$ . Un exemple d'un design orthogonal complexe  $2 \times 2$  est celui proposé par Alamouti [1]:

$$\begin{pmatrix} x_1 & x_2 \\ -x_2^* & x_1^* \end{pmatrix}$$

Ce design apporte une diversité maximale de  $2m$  en utilisant  $m$  antennes de réception. Alamouti a également établi, dans [1], que les performances de ce système sont identiques à celles d'un système MRRC (Maximal-Ratio Receiver Combining) de diversité  $2m$ .

Un tel design n'existe que pour  $n = 2$  ou  $4$  [39], et un design orthogonal com-



plexe avec processus linéaire n'existe que pour  $n = 2$ . Cependant, à l'instar des designs réels, il est possible de généraliser les designs complexes et ceux avec processus linéaire également.

Un design complexe orthogonal "généralisé"  $\mathbf{G}_c$  de taille  $n$  est une matrice  $p \times n$  dont les entrées sont  $0, \pm x_1, \pm x_1^*, \pm x_2, \pm x_2^* \dots \pm x_k, \pm x_k^*$  tel que  $\mathbf{G}_c \mathbf{G}_c^H = \mathbf{D}_c$ , où  $\mathbf{D}_c$  est une matrice carrée  $n \times n$  diagonale. L'élément ( $D_{(ii)}$ ) de la diagonale est de la forme  $(l_1^i |x_1|^2 + l_2^i |x_2|^2 + \dots + l_k^i |x_k|^2)$  et les coefficients  $l_1^i, l_2^i, \dots, l_k^i$  sont des entiers strictement positifs. Le rendement de transmission de ce design est, comme pour les designs orthogonaux réels généralisés, égal à  $R = \frac{k}{p}$ .

Ce type de design permet d'obtenir des codes STBC de rendement de transmission  $\frac{1}{2}$  pour trois et quatre antennes d'émission. Tarokh donne également deux autres codes pour des rendements de transmission de  $\frac{3}{4}$  pour trois et quatre antennes d'émissions. A l'heure actuelle aucun code de rendement de transmission supérieur à 0.5 n'est connu pour un nombre d'antennes émettrices supérieur à quatre. Nous donnons ici le code pour trois antennes d'émissions et un rendement de  $\frac{3}{4}$ .

$$\mathbf{G} = \begin{pmatrix} x_1 & x_2 & \frac{x_3}{\sqrt{2}} \\ -x_2^* & x_1^* & \frac{x_3}{\sqrt{2}} \\ \frac{x_3^*}{\sqrt{2}} & \frac{x_3^*}{\sqrt{2}} & \frac{-x_1 - x_1^* + x_2 - x_2^*}{2} \\ \frac{x_3^*}{\sqrt{2}} & -\frac{x_3^*}{\sqrt{2}} & \frac{x_2 + x_2^* + x_1 - x_1^*}{2} \end{pmatrix} \quad (4.15)$$

Différents codes, que nous emploierons par la suite sont regroupés dans l'Annexe 1. Cette annexe regroupe également les métriques nécessaires au décodage par maximum de vraisemblance de ces codes.

#### 4.3.5.4 Une autre approche des codes spatio-temporels en blocs

Dans [38], Stoica et Ganesan proposent une approche des codes STBC basée sur les performances en fonction du SNR. Cette approche est basée sur la théorie des "amicable orthogonal designs". Seuls les résultats essentiels vont être repris ici. Les démonstrations peuvent être trouvées dans [38].

Selon cette approche, un code orthogonal complexe s'écrit:

$$Z = \sum_{k=1}^n \mathbf{X}_k(T) s_k(R) + \imath \sum_{k=1}^n \mathbf{Y}_k(T) s_k(I) \quad (4.16)$$

où  $s_k$  est le signal émis par l'antenne  $k$ ,  $s_k = s_k(R) + \imath s_k(I)$ ,  $N$  est le nombre d'instant d'émission.  $\mathbf{X}_k$  et  $\mathbf{Y}_k$  sont des matrices carrées de taille  $N \times N$  pour obtenir un délai minimal et ne comportant que des éléments de l'ensemble  $1, 0, -1$ . L'existence du code orthogonal complexe implique l'existence des matrices  $\mathbf{X}_k$  et  $\mathbf{Y}_k$  (la démonstration est donnée dans [38]). Pour que le SNR atteignable soit maximal, ces matrices doivent vérifier les propriétés suivantes:

$$\begin{aligned} \mathbf{X}_k \mathbf{X}_k &= \mathbf{I}, \forall k \\ \mathbf{Y}_k \mathbf{Y}_k &= \mathbf{I}, \forall k \end{aligned} \quad (4.17)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{X}_k \mathbf{X}_j &= -\mathbf{X}_j \mathbf{X}_k, k \neq j \\ \mathbf{Y}_k \mathbf{Y}_j &= -\mathbf{Y}_j \mathbf{Y}_k, k \neq j \end{aligned} \quad (4.18)$$

$$\mathbf{X}_k \mathbf{X}_j = \mathbf{Y}_k \mathbf{X}_j, \forall k, j \quad (4.19)$$

Ainsi, pour deux émetteurs nous aurons:

$$\mathbf{X}_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{X}_2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{Y}_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{Y}_2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Ce design conduit au code fournit par Alamouti. Il permet d'obtenir également des codes pour trois et quatre antennes émettrices. Ces codes sont fournis dans l'Annexe 1. A noter que la théorie des "amicable orthogonal designs" ne permet de trouver que les codes pour 2 et 4 antennes émettrices. Le code pour trois antennes se déduit du code obtenu pour 4 antennes en supprimant la dernière colonne.

#### 4.4 Conclusion

Le codage spatio-temporel a été brièvement décrit dans ce chapitre. Ce type de codage exploite la diversité spatiale des systèmes multi-antennes et la diversité temporelle amenée par le codage. Les deux types de codes CST, à savoir les codes CST en treillis et les codes STBC, ont été présentés. La suite de notre étude va nous conduire à nous intéresser plus précisément aux performances des codes spatio-temporels en blocs.

## CHAPITRE 5

### ETUDES DES PERFORMANCES D'ERREUR: RÉSULTATS ET SIMULATIONS

Dans ce chapitre sont présentés des résultats concernant les performances d'erreur des codes STBC. L'apport des diversités spatiale et temporelle est tout d'abord montré dans le cas de canaux à évanouissements quasi-statiques et rapides. Puis, les effets d'une connaissance imparfaite des coefficients d'atténuation du canal sont analysés. Le cas des canaux gaussiens est également traité. Enfin, les performances d'erreur des codes STBC concaténés à un codeur TCM sont présentées. Mais, pour mener à bien ces études, il a fallu en premier lieu concevoir un simulateur. C'est la description de ce simulateur qui ouvre ce chapitre.

#### 5.1 Description du simulateur

##### 5.1.1 Introduction

Le simulateur réalisé s'inscrit dans la continuité des travaux effectués au laboratoire de télécommunications. Ainsi Lionel Scremin, [34], a réalisé un premier simulateur de CST-MCT. Le bruit et les coefficients d'atténuation du canal étaient alors des variables aléatoires réelles et les modulations employées se limitaient à la seule modulation BPSK. Guillaume Favre, [15], a généralisé ce premier simulateur. L'emploi de modulations M-PSK pouvait ainsi être envisagé. De plus le bruit et les coefficients d'atténuation devenaient des variables aléatoires complexes, telles que décrites dans [8] et [41].

Mais les simulateurs mis au point par Guillaume Favre ne traitaient toujours que des CST-MCT. Notre idée étant d'étudier la deuxième grande famille de code spatio-temporel, soit les codes spatio-temporels en blocs (STBC) par des simulations informatiques, la réalisation d'un nouveau simulateur s'est imposée. Ainsi, le premier simulateur conçu permet de s'intéresser à ces codes avec un bruit et des coefficients d'atténuation complexes et pour des modulations M-PSK,  $M = 2, 4, 8, 16$ . Ce simulateur a ensuite été amélioré pour permettre d'étudier

également la modulation 16-QAM, préférable à la modulation 16-PSK. Enfin une deuxième catégorie de simulateur a été réalisée pour permettre d'améliorer les performances du simulateur précédent: un simulateur pour des STBC concaténés avec un codeur TCM.

Avant de nous intéresser au principe de ces simulateurs, il convient d'explicitier quelques notions employées par la suite.

### 5.1.2 Le rapport signal à bruit

La plupart des courbes de performance représentent la probabilité d'erreur par trame ou par bit en fonction du SNR par antenne réceptrice. Ce sont ces trois notions que nous allons aborder dans cette section, et plus particulièrement la dernière.

L'information est transmise sous forme de bits, ou de symboles, regroupés en trames. La probabilité d'erreur par trame ou par bit représente donc le nombre de trames, respectivement le nombre de bits, reçues par le(s) récepteur(s) mais qui ne sont pas conformes à l'information envoyée et qui sont donc considérées comme étant en erreur.

Si les notions de probabilité d'erreur par trame et par bit sont relativement évidentes, la notion de SNR par antenne réceptrice est un petit peu plus subtile. Cette valeur de référence a été préférée à l'habituel rapport  $E_b/N_0$  employé en télécommunications. En effet, une référence par rapport à un SNR global au récepteur serait difficile à exploiter car le nombre d'antennes réceptrices interviendrait directement. Or les simulations visent justement à observer entre autres l'influence du nombre d'antennes sur les performances, ce qui nécessite d'employer un rapport signal à bruit indépendant de ce paramètre. Cependant le SNR par antenne réceptrice peut être relié au rapport  $E_b/N_0$  en tenant compte de l'ordre de la modulation utilisée. Rappelons qu'à l'instant  $t$ , le signal reçu est:

$$r_j(t) = \sum_{i=1}^n \alpha_{ij}(t)s_i(t) + n_j(t), j = 1, 2, \dots, m \quad (5.1)$$

où les  $\alpha_{ij}$  et les  $n_j$  sont des variables aléatoires qui résultent de l'observation à l'instant  $t$  des processus aléatoires  $\alpha_{ij}(t)$  et  $n_j(t)$ . Les  $\alpha_{ij}$  sont des variables

aléatoires gaussiennes complexes de moyenne nulle et de variance 0.5 par dimension et les  $n_j$  sont des variables aléatoires gaussiennes complexes de moyenne nulle et de variance  $N_0/2E_s$  par dimension.  $s_i(t)$  est le signal transmis par l'antenne émettrice  $i$  issu d'une constellation M-PSK ou M-QAM d'énergie  $E_{moyenne}/n$ , afin de garantir une puissance totale d'émission  $P_t$  indépendante du nombre  $n$  d'antennes émettrices.

Le SNR par récepteur, noté  $\text{SNR}_{rec}$  est défini comme le rapport entre la puissance utile  $P_{utile}$  et la puissance du bruit  $P_{bruit}$  parvenant au récepteur. Soit  $T_s$  la durée de chaque symbole transmis,  $E_s$  l'énergie par symbole transmis et  $W$  la largeur de bande associée. Alors,

$$P_{utile} = \sum_{i=1}^n \frac{E_s}{N_t T_s} E[\alpha_{ij}^2] \quad (5.2)$$

$$= \sum_{i=1}^{N_t} \frac{E_s}{N_t T_s} \quad (5.3)$$

$$= N_t \cdot \frac{E_s}{N_t T_s} \quad (5.4)$$

$$P_{utile} = \frac{E_s}{T_s} \quad (5.5)$$

et

$$P_{bruit} = N_0 W \quad (5.6)$$

Nous en déduisons ainsi:

$$\text{SNR}_{rec} = \frac{E_s}{N_0 W T_s} \quad (5.7)$$

Il sera supposé ici que  $W T_s = 1$ .

Nous obtenons donc:

$$\text{SNR}_{rec} = \frac{E_s}{N_0} \quad (5.8)$$

Pour chaque groupe de  $R$  bits d'information rentrant dans le codeur à l'instant  $t$ , un symbole modulé est transmis par chaque antenne. Nous pouvons donc facile-

ment relier l'énergie par bit  $E_b$  à l'énergie par symbole transmis:

$$R.E_b = E_s \quad (5.9)$$

En remplaçant dans (5.8), nous obtenons le résultat suivant:

$$\text{SNR}_{rec} = \frac{RE_b}{N_0} \quad (5.10)$$

La courbe de performance en fonction du rapport  $E_b/N_0$  s'obtient donc par translation de celle basée sur le SNR par récepteur vers la gauche d'un décalage de  $10 \log_{10} R$ . Par exemple pour une modulation QPSK ( $R = 2$ ), on effectue un décalage d'environ 3 dB. Une telle manipulation s'avère utile lorsqu'on désire étudier l'influence du type de modulation sur les performances.

Nous allons à présent nous intéresser au principe des simulateurs.

### 5.1.3 Principe du simulateur

Les simulateurs réalisés se répartissent en deux grandes catégories: le simulateur de codes STBC et le simulateur de codes STBC concaténés avec des codeurs TCM. Dans leur partie codage et décodage, les simulateurs reprennent les descriptions figurant dans le chapitre précédent. Les métriques utilisées pour le décodage par maximum de vraisemblance des STBC sont fournies en annexe avec les matrices des codes utilisés. L'ajout d'un codeur TCM ne modifie pas l'expression de ces métriques. Comme décrit dans les chapitres 3 et 4, le décodeur de ce second type de codes effectuera alors l'estimation du meilleur chemin parcouru par le signal dans le treillis à l'aide de l'algorithme de Viterbi.

Le simulateur STBC génère aléatoirement un certain nombre de trames d'information pour différentes valeurs de SNR par antenne réceptrice. Chaque trame est codée selon la matrice du code STBC correspondant puis transmise par les antennes d'émission. A ce signal est alors ajouté le bruit et la pondération par les coefficients  $\alpha_{ij}$ . Le décodeur prend ensuite en compte les signaux reçus à chaque antenne réceptrice pour livrer une séquence supposée qui est comparée à la séquence originale. Le nombre de bits en erreur est comptabilisé. Une trame est considérée en erreur dès que l'un des bits qui la constitue est en erreur. Pour le simulateur

STBC concaténé avec le codeur TCM, chaque trame est codée selon la matrice génératrice du codeur TCM puis par la matrice du code STBC. Les étapes suivantes ne sont pas modifiées.

L'utilisateur a la possibilité de modifier les paramètres suivants:

- le nombre de symboles codés par trame et le nombre de trames simulées pour un SNR particulier
- la plage de SNR parcourue par le simulateur selon un incrément à définir (0.5 dB par exemple)
- le nombre d'antennes émettrices  $n$
- Le nombre d'antennes réceptrices  $m$
- la modulation utilisée spécifiée par le type de modulation (PSK ou QAM), par le nombre de symboles  $M$  et le nombre de bits  $R$  rentrés à chaque instant (par exemple 2 bits pour une modulation QPSK)
- le seuil de fiabilité qui détermine le nombre minimal de trames en erreur considéré comme significatif (nous prenons typiquement une valeur de 30)
- le type d'évanouissements (quasi-statiques ou rapides)
- l'existence ou non de perturbations affectant la connaissance des coefficients d'atténuations du canal
- le fichier de résultats

Le fichier de résultats répertorie l'ensemble des paramètres rentrés au départ. De plus, pour chaque SNR considéré, il contient :

- le rapport  $E_b/N_0$  correspondant
- le nombre total de bits en erreur
- la probabilité d'erreur par bit



- le nombre total de trames en erreur
- la probabilité d'erreur par trame

De plus, pour le simulateur STBC concaténé avec un codeur TCM, l'utilisateur peut modifier:

- le nombre d'états  $S$  du codeur TCM et la matrice génératrice  $G$  associée

Chaque fichier de résultats traduit les performances d'un code pour un jeu de paramètres donnés. La comparaison des codes à l'aide d'un graphique est alors facile à mettre en oeuvre et permet d'observer l'influence de chaque paramètre. En pratique, nous avons entrepris systématiquement les simulations avec 130 symboles codés par trame, choix qui est retenu dans la plupart des publications. Le nombre de trames simulées par SNR dépend essentiellement de la probabilité d'erreur minimale désirée et du seuil de tolérance choisi. Ce nombre est donc relativement faible pour des rapports de SNR faibles. Une première version des simulateurs permet de doubler la valeur initiale pour respecter le seuil de tolérance choisi. Une seconde version en cours de développement devrait permettre de déterminer automatiquement le nombre de trames minimal pour respecter le seuil de tolérance à chaque valeur de SNR.

## 5.2 Résultats des simulations pour des évanouissements quasi-statiques

Afin de vérifier la validité du simulateur, des simulations se basant sur les codes présentés dans la littérature ([40] essentiellement) ont été effectuées. Ces codes sont décrits dans l'Annexe I. Les simulations ont été réalisées pour diverses modulations et pour des efficacités spectrales de 1, 2 et 3 bits/s/Hz.

### 5.2.1 Influence du nombre d'émetteurs

Les figures suivantes permettent d'étudier l'influence du nombre d'antennes émettrices pour diverses efficacités spectrales. Ainsi la figure 5.1 présente les résultats de simulations effectuées pour deux, trois et quatre antennes d'émission, une antenne de réception et une efficacité spectrale de 1 bit/s/Hz.

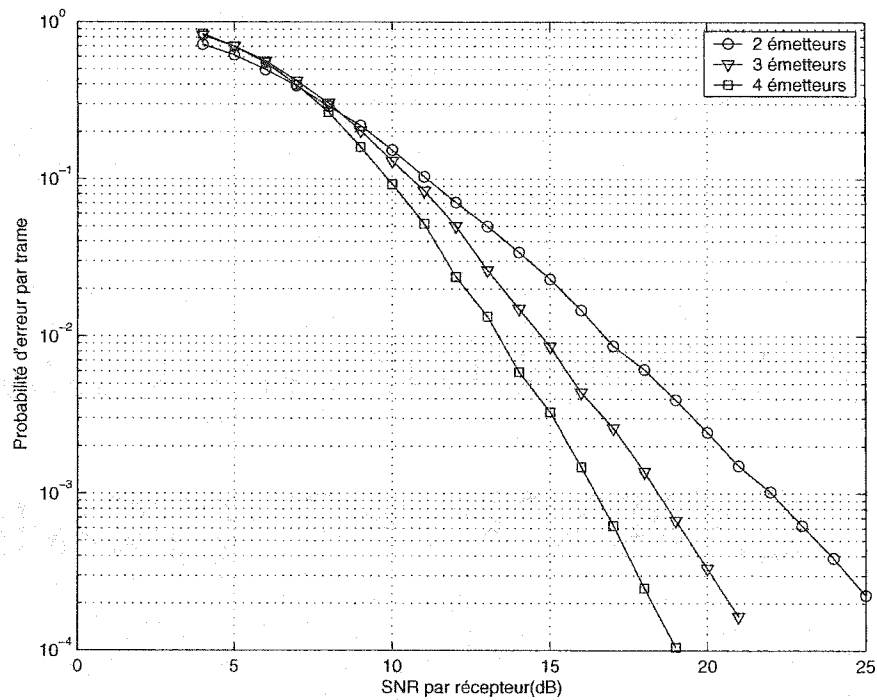


Figure 5.1: Influence du nombre d'émetteurs pour une efficacité spectrale de 1 bit/s/Hz; codes  $G_2$ ,  $G_3$  et  $G_4$ ; 1 récepteur; évanouissements quasi-statiques

La transmission par deux antennes d'émission s'effectue à l'aide du code  $G_2$  et d'une modulation 2-PSK. Celles effectuées par trois et quatre antennes utilisent respectivement les codes  $G_3$  et  $G_4$  et la modulation 4-PSK. Comme ces codes sont des codes de rendement  $1/2$ , l'efficacité spectrale est bien de 1 bits/s/Hz.

La figure 5.2 présente la variation du gain en émission déduit de la figure 5.1 en fonction de la probabilité d'erreur par trame. Comme le montre ces courbes, le gain augmente exponentiellement, (l'échelle étant logarithmique), lorsque la probabilité d'erreur tend vers 0 et dépend du nombre d'émetteurs: le gain amené par le passage de trois à quatre antennes d'émission est moindre que celui résultant du passage de deux à trois antennes.

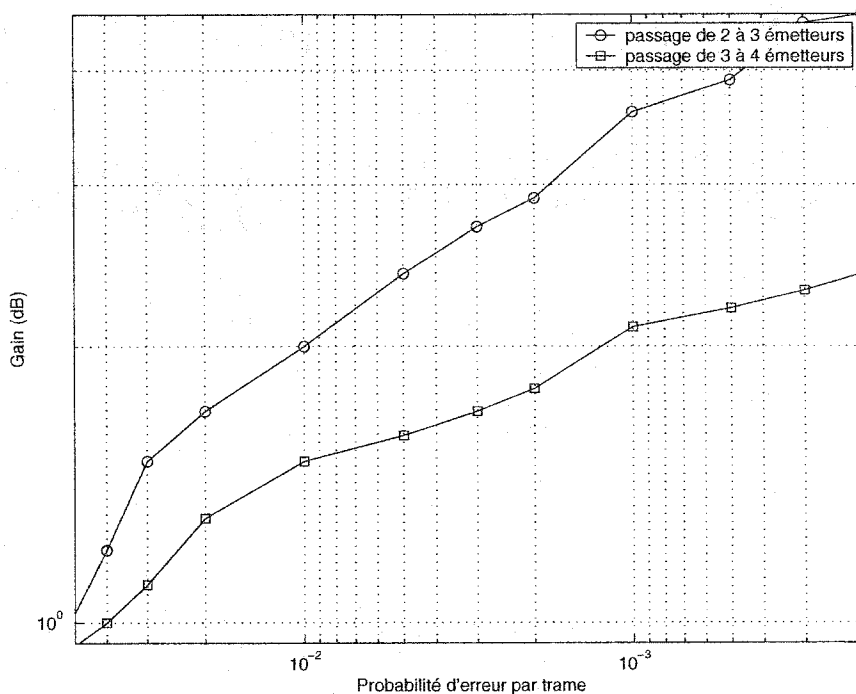


Figure 5.2: Gain en émission pour une efficacité spectrale de 1 bit/s/Hz; codes  $G_2$ ,  $G_3$  et  $G_4$ ; 1 récepteur; évanouissements quasi-statiques

Nous pouvons constater que pour un taux d'erreur par trame de  $10^{-3}$ , le gain est de 5.7 dB entre le code  $G_4$  et le code  $G_2$ .

Notons que si le nombre de récepteurs est augmenté (figure II.1 en annexe), ce gain, pour un même taux d'erreur, est réduit à 2 dB.

Ces simulations montrent qu'un gain significatif peut être obtenu en augmentant le nombre d'antennes émettrices. L'apport de la diversité en émission pour des efficacités spectrales de 2 et 3 bits/s/Hz peut-être observés sur les figures II.2 et II.3 présentées en annexe. Le gain est similaire à celui constaté par Guillaume Favre [15] pour les codes STTC mais il est cette fois obtenu pour une complexité de décodage bien moins importante.

### 5.2.2 Influence du nombre de récepteurs

Dans ce paragraphe, l'influence du nombre d'antennes réceptrices est étudiée. Les courbes obtenues sur la figure 5.3 illustrent cette influence.

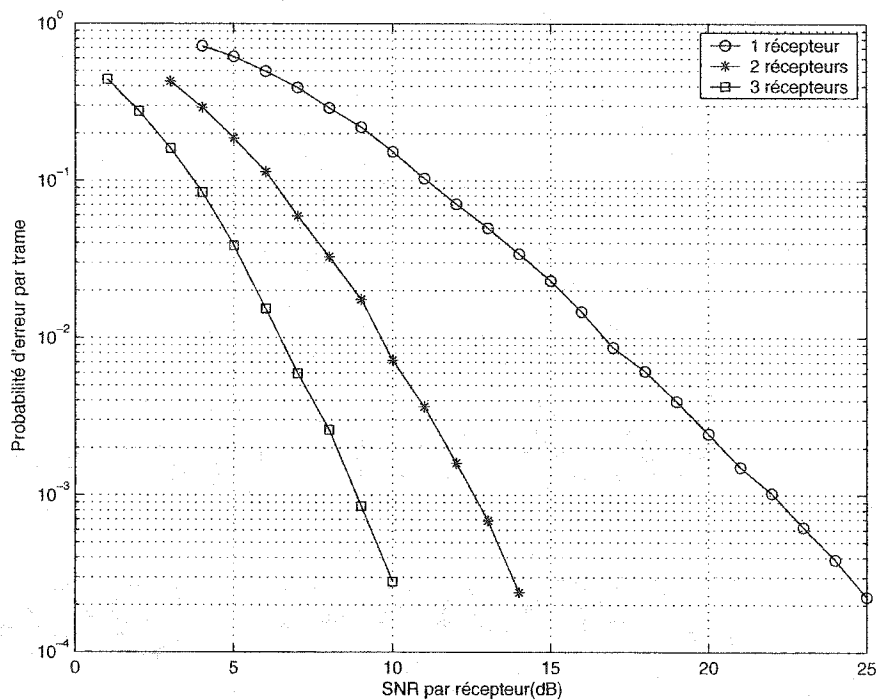


Figure 5.3: Influence du nombre de récepteurs pour une efficacité spectrale de 1 bit/s/Hz; code  $G_2$ ; évanouissements quasi-statiques

Pour un taux d'erreur par trame de  $10^{-2}$ , le gain est ainsi de 7 dB entre un système composé de deux antennes émettrices, une antenne réceptrice et un système composé de deux antennes émettrices, deux antennes réceptrices. Ces deux systèmes sont associés au code  $G_2$ . Il est réduit à 3 dB pour un passage de deux antennes de réception à trois antennes. La figure 5.4 présente la variation du gain en réception en fonction de la probabilité d'erreur par trame. Comme le montre ces courbes, le gain augmente exponentiellement lorsque la probabilité d'erreur tend vers 0 et dépend du nombre de récepteurs: le gain amené par le passage de deux à trois antennes est moindre que celui résultant du passage de une à deux antennes.

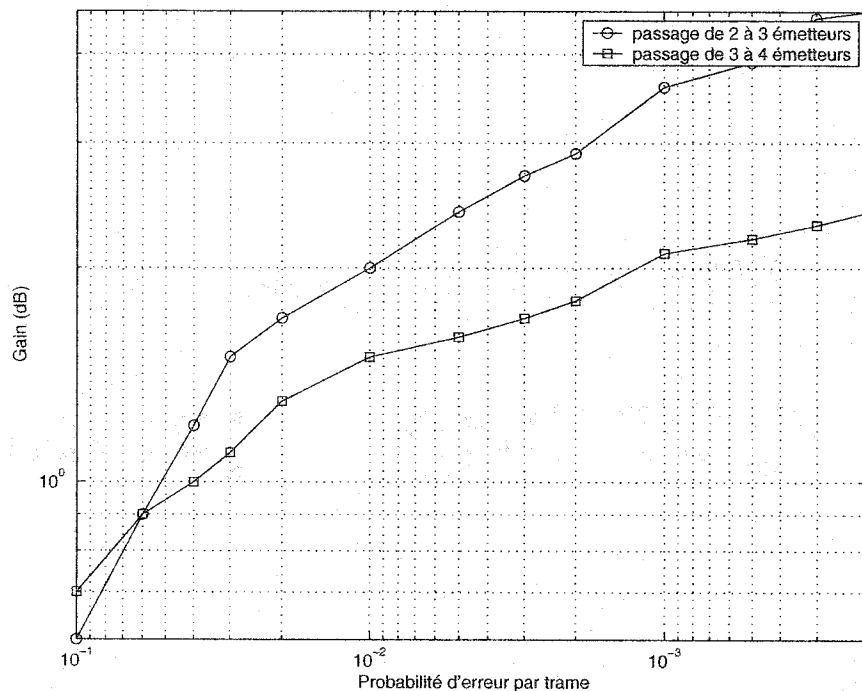


Figure 5.4: Gain en réception pour une efficacité spectrale de 1 bit/s/Hz; code  $G_2$ ; évanouissements quasi-statiques

Par ailleurs, le gain en réception est peu dépendant de l'efficacité spectrale (voir courbe II.5 obtenue pour 2 bits/s/Hz). Par contre, pour des systèmes comptant trois et quatre antennes d'émission, les gains constatés précédemment diminuent (courbes II.6 et II.9): respectivement 6 dB pour le passage de une à deux antennes de réception pour trois antennes d'émission et 5 dB pour quatre antennes d'émission, et 3 dB pour le passage de deux à trois antennes de réception pour trois antennes d'émission et 2.5 dB pour quatre antennes d'émission.

Ce phénomène traduit une saturation de la diversité spatiale. Cette saturation a été constatée par Guillaume Favre [15], Tarokh [40] et Sandhu [31] et [32]. Les raisons de cette saturation proposées par Tarokh et Sandhu se rejoignent: le gain en diversité est pratiquement atteint en utilisant deux antennes d'émission et deux antennes de réception. De plus, le canal utilisant des variables aléatoires complexes gaussiennes, l'utilisation des STBC pour deux, ou plus, antennes de réception entraîne une perte de capacité.

### 5.2.3 Influence de la modulation

Le troisième facteur à prendre en compte dans notre étude est la modulation. Pour tout autre facteur constant, nous allons donc nous intéresser à son rôle. Pour les modulation M-PSK, l'augmentation de l'ordre de la modulation devrait s'accompagner d'une perte de performances: les différents symboles de la modulation 8-PSK sont plus rapprochés que les deux signaux de la modulation BPSK. La figure 5.5 présente les résultats obtenus pour un système comportant deux antennes de transmission et une antenne de réception et associé au code  $G_2$ . Les courbes sont tracées en fonction du rapport  $E_b/N_o$  et non du SNR par antenne réceptrice pour affranchir le rapport signal sur bruit de l'ordre de la modulation, comme cela l'a été indiqué au section 5.1.2.

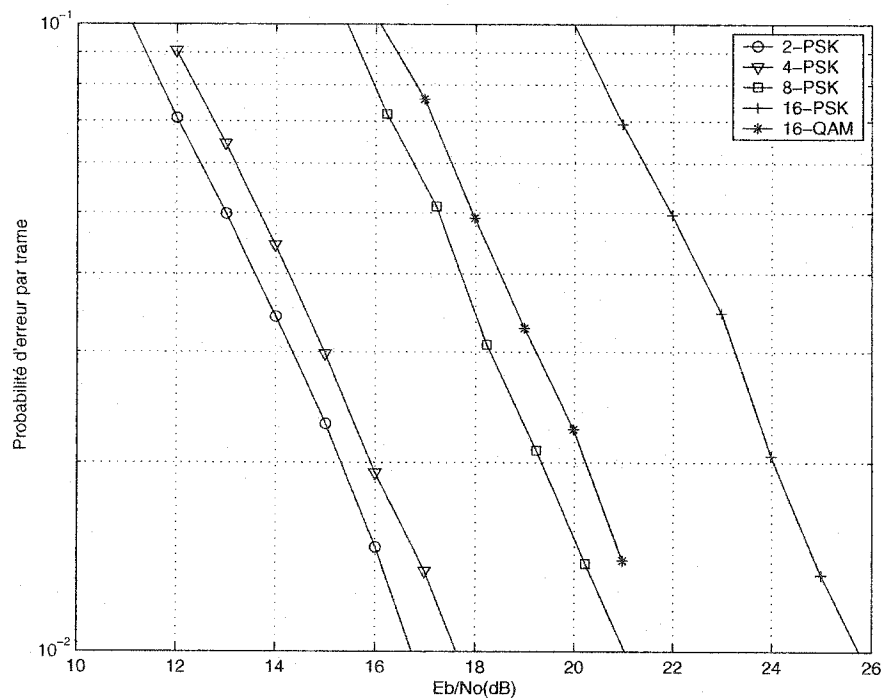


Figure 5.5: Influence de la modulation pour le code  $G_2$ ; 2 émetteurs; 1 récepteur; évanouissements quasi-statiques

Pour un taux d'erreur de  $2 \times 10^{-2}$ , les pertes causées par le passage d'une modulation BPSK à des modulations respectives QPSK, 8-PSK et 16-PSK sont de

0.5 dB, 4 dB et 9 dB. Bien évidemment, les pertes de performances sont à relativiser. Le passage d'une modulation BPSK à une modulation plus élevée s'accompagne également d'une amélioration de l'efficacité spectrale.

Sur cette même figure, nous pouvons également comparer les modulations 16-PSK et 16-QAM. Le gain en performance d'une modulation 16-QAM par rapport à une modulation 16-PSK est de l'ordre de 4 dB, pour une même énergie moyenne. Ce résultat s'explique essentiellement en raison du trop grand rapprochement entre les 16 signaux de la modulations 16-PSK. Il explique également en partie pourquoi la modulation 16-QAM est préférée à la modulation 16-PSK.

#### 5.2.4 Etude d'un cas particulier

Jafarkhani présente dans [23] une approche différente des codes STBC. La théorie des designs orthogonaux présentée au chapitre 4 et proposée par Tarokh [40] ne permet pas d'obtenir une diversité et un taux de transmission maximum pour des systèmes comprenant plus de deux antennes d'émission. L'objectif suivi par Jafarkhani dans cette nouvelle approche est de privilégier la recherche de codes de taux maximal et non plus forcément une diversité maximale, comme dans la théorie des designs orthogonaux. Pour ces nouveaux codes, la matrice de codage est divisée en sous-groupes. Par exemple, pour quatre antennes d'émission la matrice proposée est la suivante:

$$\begin{pmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 \\ -x_2^* & x_1^* & -x_4^* & x_3^* \\ -x_3^* & -x_4^* & x_1^* & x_2^* \\ x_4 & -x_3^* & -x_2 & x_1 \end{pmatrix} \quad (5.11)$$

Cette matrice peut également s'écrire sous la forme suivante:

$$\begin{pmatrix} A_{12} & A_{34} \\ -A_{34} & A_{12} \end{pmatrix} \quad (5.12)$$

où  $A_{ij}$  est la matrice:

$$\begin{pmatrix} x_i & x_j \\ -x_j^* & x_i^* \end{pmatrix}$$

Ce sont les sous-groupes de cette matrice qui sont orthogonaux les uns par rapport aux autres. Les codes dont la matrice respecte cette structure sont dénommés codes quasi-orthogonaux. Le décodage est également modifié tel que décrit en annexe. Au lieu de décoder symbole par symbole, le récepteur va décoder les signaux par paires, comme cela est présenté dans l'Annexe 1. Les performances de ce code sont illustrés sur différentes figures 5.6 et II.12.

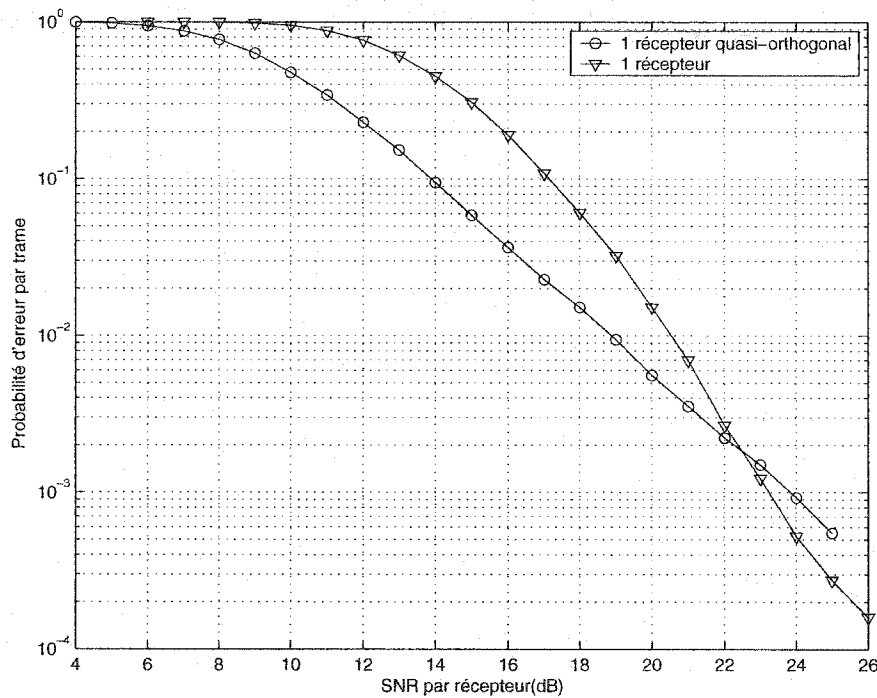


Figure 5.6: *Probabilité d'erreur par trame vs. SNR pour STBC à une efficacité spectrale de 2bits/s/Hz; 1 antenne réceptrice; évanouissements quasi-statiques*

La figure 5.6 illustre la comparaison entre le code quasi-orthogonal, avec une modulation 4-PSK, et le code  $G_4$ , avec une modulation 16-QAM. La figure II.12 illustre la comparaison entre le code quasi-orthogonal, avec une modulation 8-PSK, et le code  $S_4$ , avec une modulation 16-QAM.



Le degré de diversité dicte la pente de la courbe Probabilité d'erreur par Trame vs SNR, [23], les deux courbes présentées sur la figure 5.6 n'ont donc pas la même pente. Ainsi, bien que la courbe illustrant le code quasi-orthogonal soit supérieure à la courbe représentant le code  $G_4$  pour un SNR faible, les performances de ce dernier code, présentant une diversité maximale, bénéficieront plus de l'augmentation du rapport SNR. Ainsi les deux courbes se rencontreront à un certain SNR. Ces résultats montrent qu'un taux de transmission maximal est plus important pour de faibles niveaux de SNR et des taux d'erreurs élevés alors qu'une diversité maximale (codes  $G_4$  et  $H_4$  décrits en annexe I) est le choix judicieux pour des niveaux de SNR élevés et de faibles ratio d'erreurs.

### 5.3 Résultats des simulations pour des évanouissements rapides

Après avoir étudié les performances obtenues par notre simulateur pour des évanouissements quasi-statiques, soit pour des coefficients d'atténuation constants pendant une trame mais différents pour chaque trame, nous allons nous intéresser au cas des évanouissements rapides. Dans ce contexte, les coefficients d'atténuation varient pour chaque symbole transmis. Pour le système à deux antennes d'émission  $G_2$  présenté par Alamouti [1], cela revient à considérer que les coefficients sont constants pour les deux instants de transmission. Comme nous l'avons déjà vu, avec ce code, à l'instant  $t_1$  sont transmis les signaux  $s_1$  par l'antenne émettrice 1 et  $s_2$  par l'antenne émettrice 2. A l'instant  $t_2$  sont transmis les signaux  $-s_2^*$  par l'antenne émettrice 1 et  $s_1^*$  par l'antenne émettrice 2. Les coefficients d'atténuation doivent donc être constants pendant ces deux instants. De même, pour les codes  $G_3$  et  $G_4$ , les coefficients seront constants pour les 8 instants considérés.

Dans le cadre de l'étude effectuée dans cette section, les coefficients d'atténuations seront supposés parfaitement connus des récepteurs. Les évanouissements étant rapides, la rapide variation des coefficients rend délicate l'estimation de leur valeur. Le récepteur doit, en effet, recalculer cette valeur tous les deux instants pour le code  $G_2$ , comme décrit ci-dessus. Cette approche des canaux à évanouissements est donc théorique et difficilement réalisable en pratique actuellement.

### 5.3.1 Influence du nombre d'émetteurs

La simulation effectuée précédemment pour des évanouissements quasi-statiques a été réalisée dans le cas d'évanouissements rapides. La figure 5.7 présente les résultats de cette simulation. L'efficacité spectrale est de 1 bit/s/Hz. La transmission par deux antennes d'émission s'effectue à l'aide du code  $G_2$  et d'une modulation 2-PSK. Celles effectuées par trois et quatre antennes utilisent respectivement les codes  $G_3$  et  $G_4$  et la modulation 4-PSK. Comme ces codes sont des codes de rendement 1/2, l'efficacité spectrale est bien de 1 bits/s/Hz. Pour un taux d'erreur par trame de  $10^{-2}$  le gain est de 4.5 dB entre le code  $G_4$  et le code  $G_2$ .

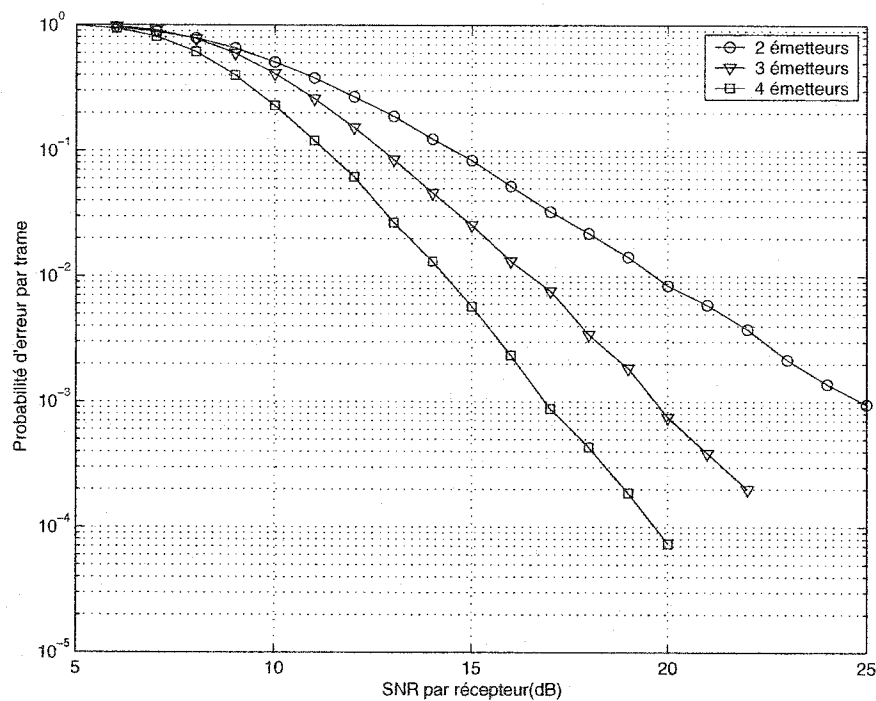


Figure 5.7: Influence du nombre d'antennes émettrices pour un canal à évanouissements rapides; efficacité spectrale 1 bit/s/Hz; codes  $G_2$ ,  $G_3$  et  $G_4$ ; 1 récepteur

Ce gain est sensiblement le même que dans le cas des évanouissements quasi-statiques (courbe 5.1). Notons cependant qu'une étude des deux figures montrent que la probabilité d'erreur par trame de  $10^{-2}$  est atteinte, pour deux émetteurs et

un récepteur, pour un SNR de 16.8 dB pour des évanouissements quasi-statiques et pour un SNR de 19.8 dB pour des évanouissements rapides. L'hypothèse des évanouissements rapides est donc bien plus pessimiste que celle des évanouissements quasi-statiques.

### 5.3.2 Influence du nombre de récepteurs

L'influence du nombre de récepteur est étudiée dans le cas d'un système à deux émetteurs. La modulation retenue est la modulation BPSK. Sur la figure 5.8 sont illustrées les performances du code  $G_2$  dans le cadre d'un canal à évanouissements rapides. Le gain apporté par la diversité spatiale est de 9.5 dB entre un système comportant une antenne de réception et un système en comportant deux et pour une probabilité d'erreur par trame de  $10^{-2}$ . Le passage de deux antennes de réception à trois antennes amène un gain de 3.7 dB pour une même probabilité d'erreur.

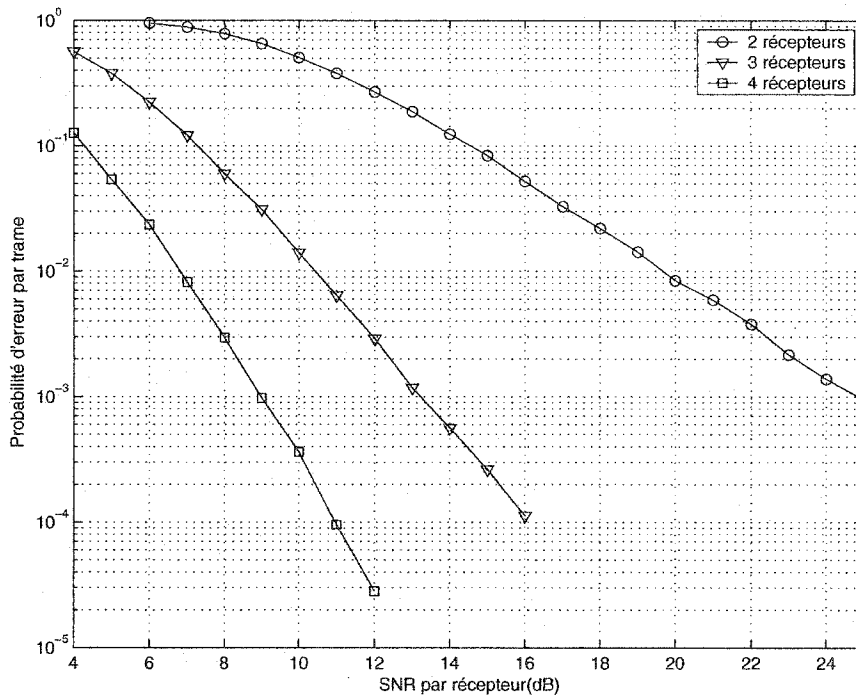


Figure 5.8: Influence du nombre d'antennes réceptrices pour un canal à évanouissements rapides; efficacité spectrale 1 bit/s/Hz; code  $G_2$

Une nouvelle fois le gain amené par la diversité est sensiblement identique que celui constaté pour des évanouissements quasi-statiques (section 5.2.2).

## 5.4 Effets de la connaissance imparfaite des coefficients d'atténuations du canal sur les performances des STBC

### 5.4.1 Premier modèle employé: modélisation multiplicative

Afin de réaliser le décodage par maximum de vraisemblance conformément à l'expression de la métrique 4.14, le récepteur doit avoir connaissance des coefficients d'atténuations du canal  $\alpha_{ij}$ . Jusqu'à présent, il a été supposé que cette connaissance était parfaite. Mais quelles seraient les conséquences d'une connaissance imparfaite de ces coefficients sur les performances du simulateur ?

Dans ce paragraphe, le récepteur recevra donc une valeur erronée des coefficients d'atténuation. Cette valeur erronée des coefficients d'atténuation peut, par exemple, résulter d'une mauvaise estimation du canal par le récepteur. Ainsi, en lieu et place des  $\alpha_{ij}$ , il sera fourni au récepteur des coefficients perturbés  $\beta_{ij}$ . Dans un premier temps, ces coefficients sont considérés tels que  $\beta_{ij} = \epsilon_{ij} \times \alpha_{ij}$ . Les variables de perturbation  $\epsilon_{ij}$  sont des variables aléatoires réelles choisies uniformément distribuées dans un intervalle [a;b] contenant la valeur 1, valeur qui correspond au cas de connaissance parfaite des coefficients d'atténuations. La moyenne de ces variables est donc:

$$\begin{aligned} \bar{X} &= \int_a^b \frac{X}{b-a} dX \\ \bar{X} &= \frac{b+a}{2} \end{aligned} \quad (5.13)$$

Leur variance est:

$$\sigma^2 = \bar{X}^2 - \bar{X}^2 \quad (5.14)$$

avec

$$\begin{aligned}\bar{X}^2 &= \int_a^b \frac{X^2}{b-a} dX \\ \bar{X}^2 &= \frac{b^2 + ab + a^2}{3}\end{aligned}$$

d'où

$$\begin{aligned}\sigma^2 &= \frac{b^2 + ab + a^2}{3} - \left(\frac{b+a}{2}\right)^2 \\ &= \frac{(b-a)^2}{12}\end{aligned}\tag{5.15}$$

Dans le cas d'un système composé de deux antennes émettrices et  $m$  antennes réceptrices, la métrique de décodage (4.14) devient donc:

$$\Delta(t) = \sum_{j=1}^m \left| r_j(t) - \sum_{i=1}^n \beta_{ij}(t) \hat{s}_i(t) \right|^2\tag{5.16}$$

avec

$$r_j(t) = \sum_{i=1}^n (\alpha_{ij}(t) s_i(t)) + n_j(t)\tag{5.17}$$

Par ailleurs, les variables  $\epsilon_{ij}$  représentant l'erreur d'estimation du canal, définissons le rapport signal/erreur d'estimation par le rapport:  $ESR = \sigma_c^2 / \sigma_a^2$ .

#### 5.4.1.1 Premiers résultats

L'approche précédente est appliquée à un système de deux antennes émettrices et une antenne réceptrice (code  $\mathbf{G}_2$ ), pour une efficacité spectrale de 1 bit/s/Hz. Le canal choisi est un canal à évanouissements quasi-statiques. Les courbes 5.9 illustrent les performances de ce système soit pour une connaissance parfaite des coefficients d'atténuations (courbe intitulée *estimation parfaite du canal*), soit pour une connaissance imparfaite de ces coefficients (courbes intitulées  $ESR =$ ). L'imprécision sur cette connaissance est symbolisée par la variance des coefficients  $\epsilon_{ij}$  indiquée pour chaque courbe. Plus cette variance sera élevée et plus l'imprécision résultante pourra être grande.

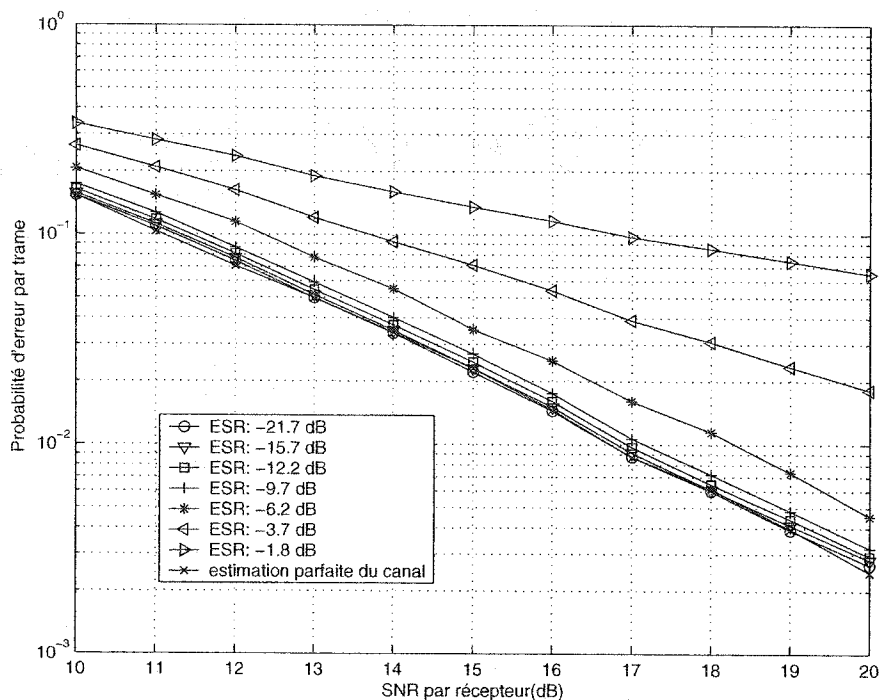


Figure 5.9: *Influence de la connaissance imparfaite des coefficients d'atténuation; 2 émetteurs, 1 récepteur, code  $G_2$ ; efficacité spectrale 1 bit/s/Hz; évanouissements quasi-statiques*

Comme le montre la figure 5.9, pour une probabilité d'erreur par trames de  $10^{-2}$ , les performances du système restent acceptables pour un ESR de -9.7 dB, soit des valeurs de  $\epsilon_{ij}$  comprises entre  $[0.6;1.4]$ . La dégradation est, en effet, seulement de 0.3 dB. Puis, pour un ESR de -6.2 dB,  $\epsilon_{ij}$  appartenant alors à  $[0.4;1.6]$ , la dégradation est de l'ordre de 1.7 dB. Pour des perturbations de variance plus élevée, les performances du système deviennent inacceptables. Notons que, comme l'illustre la figure 5.9, les effets de la perturbation ne sont pas linéaires avec l'augmentation de la variance.

#### 5.4.1.2 Influence du nombre de récepteurs

L'ajout d'un récepteur au système précédent amène deux facteurs antagonistes susceptibles d'affecter les performances du système. L'ajout d'un récepteur doit permettre d'améliorer les performances du système puisque de la diversité est

ajoutée, ce qui a déjà été constaté avec les courbes de la figure 5.3. Mais, l'ajout d'un récepteur augmente également le nombre de coefficients d'atténuation, de deux dans le cas présent. L'influence de la connaissance imparfaite de ces coefficients peut ainsi dégrader plus rapidement les performances de ce système par rapport au système du paragraphe précédent.

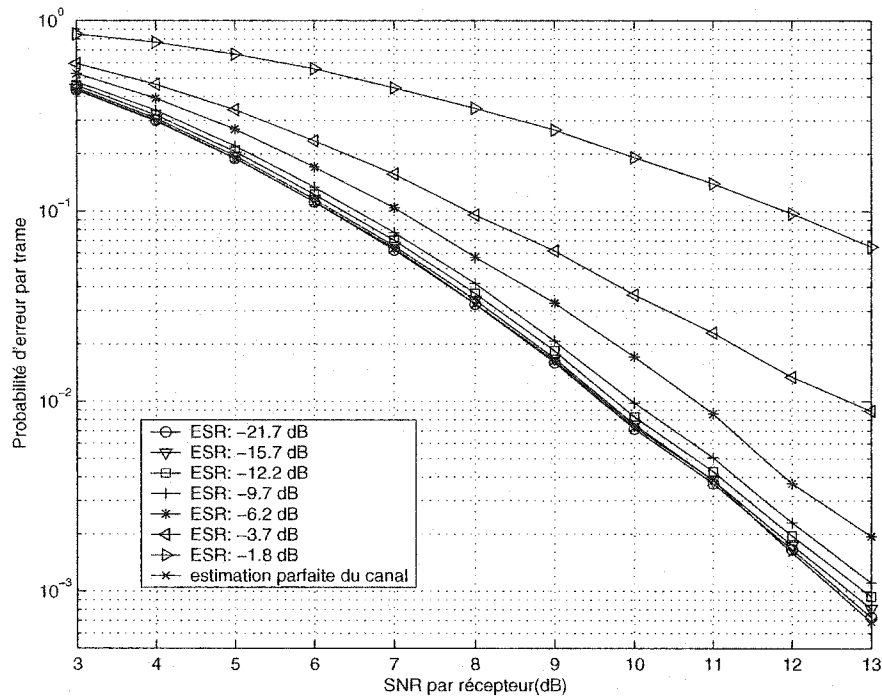


Figure 5.10: Influence de la connaissance imparfaite des coefficients d'atténuation; 2 émetteurs, 2 récepteurs, code  $G_2$ ; efficacité spectrale 1 bit/s/Hz; évanouissements quasi-statiques

La figure 5.10 présente les performances du système composé de deux émetteurs et deux récepteurs (code  $G_2$ ), pour une efficacité spectrale de 1 bit/s/Hz. En observant cette figure, nous constatons que la dégradation des performances causée par la connaissance imparfaite des coefficients d'atténuation est semblable à celle observée dans le paragraphe précédent: les performances sont acceptables pour une valeur de ESR de -9.7 dB, puis se dégradent de plus en plus pour des perturbations supérieures. Néanmoins, nous pouvons noter que pour un ESR de -

6.2 dB, pour une probabilité d'erreur par trames de  $10^{-2}$ , la dégradation des performances est d'environ 1.2 dB, ce qui correspond à 0.5 dB de moins que dans le cas d'un système comportant un seul récepteur. L'amélioration des performances due à la redondance amenée par l'ajout d'un second récepteur semble donc prévaloir sur l'imprécision amenée par l'ajout de deux coefficients d'atténuations supplémentaires.

#### 5.4.1.3 Influence du nombre d'émetteurs

Le système de transmission considéré comporte dorénavant trois émetteurs et un récepteur. Le code employé est donc dorénavant le code  $\mathbf{G}_3$ . Une nouvelle fois, l'ajout d'une antenne amène une amélioration des performances mais également une augmentation du nombre de coefficients d'atténuation. Cependant, contrairement au cas précédent, le code employé est également changé. Et en observant la matrice de ce code (annexe I), nous constatons qu'il faut maintenant huit périodes pour transmettre les quatre signaux, contre deux périodes pour transmettre les deux signaux des cas précédent. Les effets de l'imprécision sur les coefficients d'atténuation risquent certainement de prendre le pas sur l'amélioration amenée par la diversité.



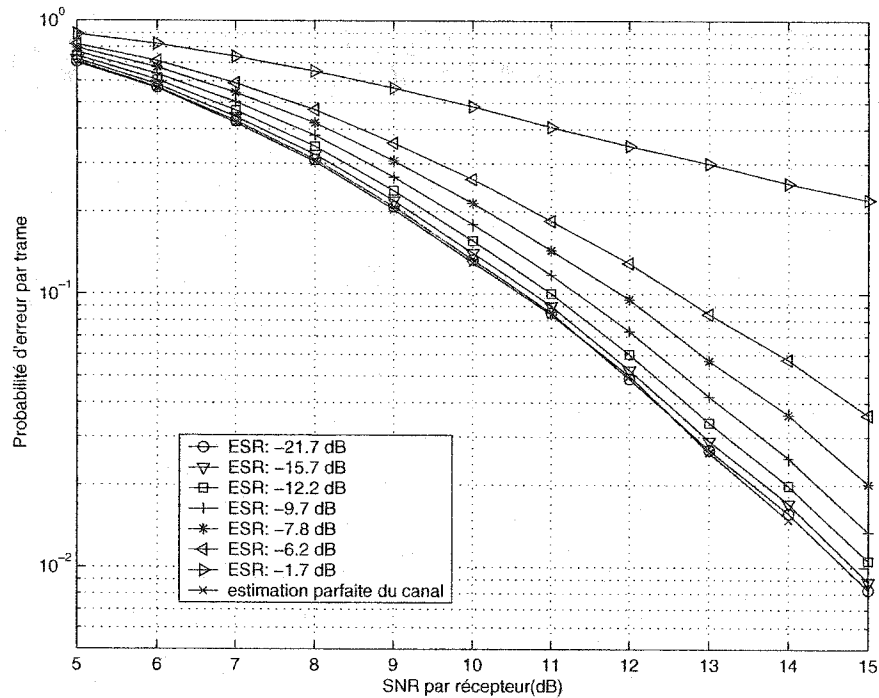


Figure 5.11: Influence de la connaissance imparfaite des coefficients d'atténuation; 3 émetteurs; 1 récepteur; code  $G_3$ ; efficacité spectrale 1 bit/s/Hz; évanouissements quasi-statiques

La figure 5.11 montre l'influence de la perturbation des coefficients d'atténuation sur les performances du système décrit auparavant. La dégradation causée par la connaissance imparfaite de ces coefficients est plus importante dans ce cas que dans les deux cas précédents. Pour un ESR de -6.2 dB, la dégradation est d'environ 2.5 dB pour un taux d'erreur par trame de  $3 \cdot 10^{-2}$ , ce qui confirme l'hypothèse avancée plus haut.

#### 5.4.1.4 Cas des évanouissements rapides

L'effet d'une perturbation sur les coefficients d'atténuation du canal a été étudié pour trois systèmes de transmissions différents mais pour des canaux à évanouissements quasi-statiques. Dans ce paragraphe, le canal étudié est un canal à évanouissements rapides. Le système de transmission comporte deux antennes émettrices et une réceptrice (code  $G_2$ ).

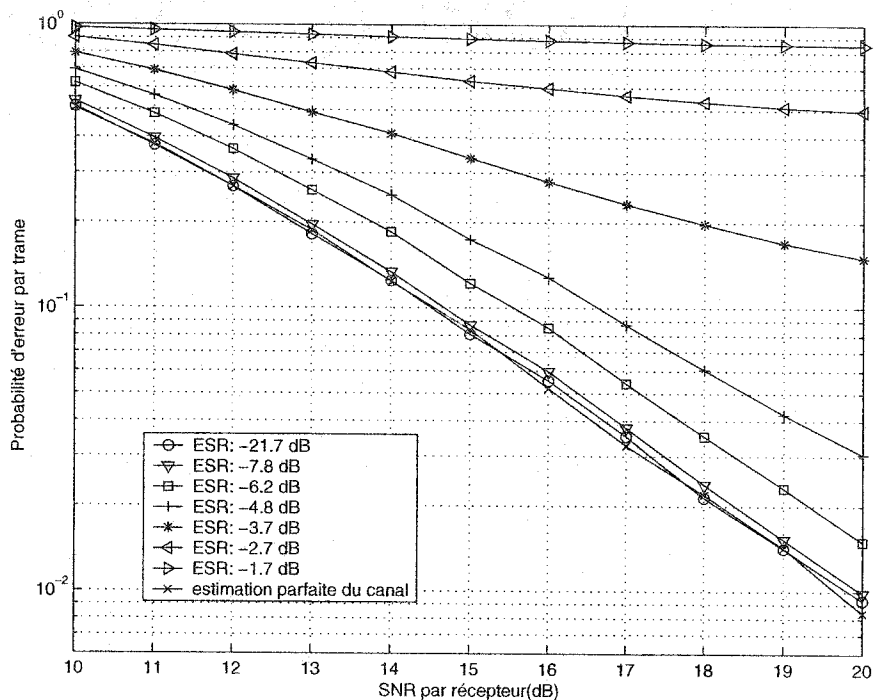


Figure 5.12: Influence de la connaissance imparfaite des coefficients d'atténuation; 2 émetteurs, 1 récepteur, code  $G_2$ ; efficacité spectrale 1 bit/s/Hz; évanouissements rapides

La figure 5.12 illustre les performances de ce système. Les résultats sont comparables à ceux obtenus pour un canal à évanouissements quasi-statiques. Ainsi, pour un ESR de -7.8 dB (intervalle [0.5;1.5]) et moins, les performances sont acceptables puisque nous avons une dégradation inférieure à 0.3 dB. Pour un ESR de -6.2 dB, la dégradation est d'environ 1.1 dB, ce qui est inférieur au cas du canal à évanouissements quasi-statiques. Par contre, pour des variances élevées, par exemple pour un ESR valant -1.7 dB, le système de transmission est inopérant, les trames émises étant à 90% restituées en erreur, ce qui est pire que le cas du canal à évanouissements quasi-statiques. Ceci rejoint la constatation effectuée au début de la section 5.3: l'estimation des coefficients d'atténuation à chaque instant de transmission par les récepteurs est ardue.

Les divers résultats obtenus tendent à montrer que les performances

des codes STBC résistent jusqu'à un certain point à une connaissance imparfaite des coefficients d'atténuation. La dégradation amenée par l'imprécision sur les valeurs de ces coefficients reste, en effet, acceptable pour des coefficients  $\epsilon_{ij}$  appartenant à l'intervalle  $[0.5;1.5]$  (ESR de -7.8 dB). La valeur des coefficients d'atténuation obtenue par le récepteur peut donc osciller entre la moitié et une fois et demi la valeur réelle sans que les performances du système ne soient trop altérées.

#### 5.4.2 Seconde approche envisagée: modélisation additive

Dans l'approche précédente, la perturbation amenée par l'erreur d'estimation des coefficients du canal était "multiplicative". Ainsi, les coefficients  $\beta_{ij}$  étaient de la forme  $\beta_{ij} = \epsilon_{ij} \times \alpha_{ij}$ . Mais alors, avec la nature des variables aléatoires  $\epsilon_{ij}$  et  $\alpha_{ij}$ , le comportement des coefficients perturbés  $\beta_{ij}$  n'était plus celui de variables aléatoires gaussiennes. Pour conserver ce comportement, l'approche de l'erreur d'estimation du canal telle qu'elle a été décrite au début du paragraphe 5.4.1 doit être revue.

Dorénavant, la perturbation sur les coefficients d'atténuation amenée par l'erreur d'estimation du canal sera considérée comme étant "additive". Ainsi, les coefficients  $\beta_{ij}$  seront tels que  $\beta_{ij} = \alpha_{ij} + \epsilon_{ij}$ . Si les coefficients de canal  $\alpha_{ij}$  sont toujours des variables aléatoires gaussiennes complexes de moyenne nulle et de variance 0.5, les coefficients d'erreur  $\epsilon_{ij}$  sont maintenant des variables aléatoires gaussiennes complexes de moyennes nulle et de variance  $\sigma_\epsilon^2$ . Alors, les coefficients  $\beta_{ij}$  sont bel et bien des variables aléatoires gaussiennes complexes de moyenne nulle et de variance  $0.5 + \sigma_\epsilon^2$ . Le rapport ESR peut, une nouvelle fois, être défini comme le rapport:  $ESR = \sigma_\epsilon^2/0.5$ .

Deux cas de figure, lié à la valeur de la variance des coefficients  $\epsilon_{ij}$ , vont être examinés. Une première étude de l'effet de la perturbation additive sur les performances du système sera effectuée pour des valeurs de  $\sigma_\epsilon^2$  indépendante du SNR. Il s'ensuivra une étude au cours de laquelle la valeur de la variance des coefficients d'erreur d'estimation dépendra du SNR.

### 5.4.2.1 Etude d'une erreur d'estimation constante

Dans cette section, la variance de l'erreur d'estimation faite sur les coefficients d'atténuation du canal est supposée constante quelque soit le rapport signal sur bruit. La figure 5.13 présente les performances d'un système de communication comportant deux antennes émettrices et une antenne réceptrice, pour une efficacité spectrale de 1 bit/s/Hz, pour différents niveaux de ESR.

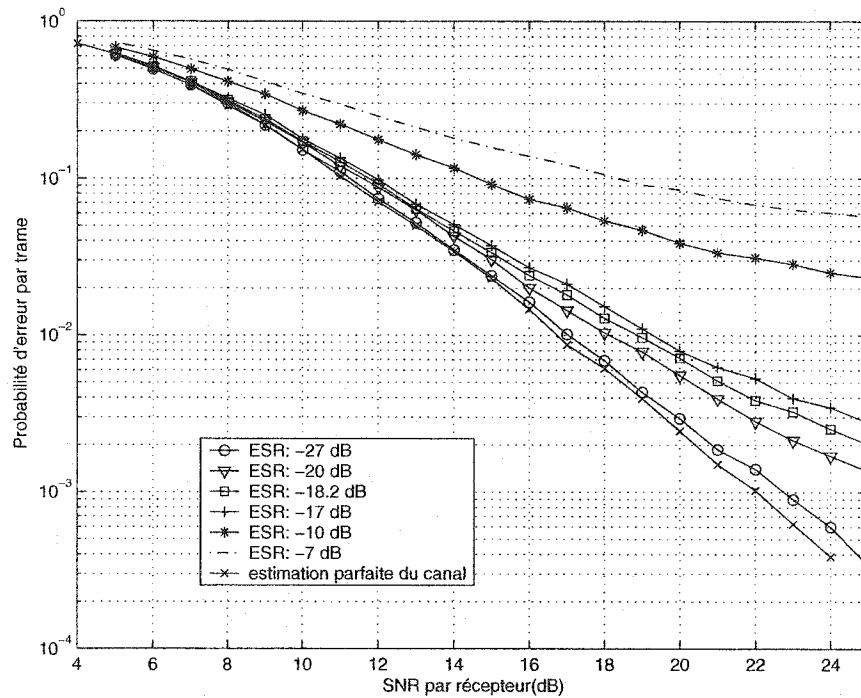


Figure 5.13: Erreur d'estimation additive; 2 émetteurs, 1 récepteur, code  $G_2$ ; efficacité spectrale 1 bit/s/Hz; évanouissements quasi-statiques

Contrairement au cas précédent, où l'erreur d'estimation était multiplicative, la dégradation entre la courbe représentant les performances du système pour une estimation parfaite du canal et une autre courbe de la figure n'est pas constante. En effet, la dégradation entre la courbe *estimation parfaite du canal* et la courbe  $ESR = -20$  dB passe de 0.7 dB pour une probabilité d'erreur par trame de  $2.10^{-2}$  à 2.5 dB une probabilité d'erreur par trame de  $2.10^{-3}$ .

En outre, en observant la figure II.14 dans l'Annexe II, nous pouvons constater que

les courbes traduisant une erreur d'estimation du canal saturent et semblent tendre vers une valeur constante non nulle pour un SNR infini. Dans le cas d'une perturbation constante des coefficients d'atténuation, le décodeur effectue des erreurs de décodage causées à la fois par le bruit environnant, comme cela est le cas classiquement, et à la fois par la perturbation des coefficients d'atténuation. Ainsi, pour un SNR très grand, et pour lequel le bruit ne devrait que peu affecter les performances d'erreur du système de communication, les erreurs de décodage résultantes des erreurs d'estimation des coefficients du canal subsistent et expliquent alors l'allure des courbes observées. Une démonstration complète relative à l'allure de ces courbes, basée sur la métrique de décodage, est présentée, pour la clarté de la lecture, en Annexe III. Enfin, la figure II.13 traduit que, à l'instar de la perturbation multiplicative, les effets de l'imprécision sur les coefficients d'atténuation prennent le pas sur l'amélioration amenée par la diversité.

#### 5.4.2.2 Dépendance de l'erreur d'estimation au bruit

Dans le cadre d'un système de communications composé de deux antennes émettrices, le récepteur 1 reçoit à l'instant  $t$  le signal  $r_1(t) = \alpha_{11}(t)s_1(t) + \alpha_{21}(t)s_2(t) + n_1(t)$ . Ce signal reçu permet au récepteur d'estimer la valeur des coefficients d'atténuation du canal si les signaux  $s_1(t)$  et  $s_2(t)$  sont connus.

Pour permettre cette estimation, avant chaque trame contenant de l'information, les  $n$  antennes émettrices pourraient envoyer des séquences pilotes connues des récepteurs  $H_1, \dots, H_n$  orthogonales les unes aux autres. Alors, nous aurions:

$$\begin{aligned} r_j H_i &= \alpha_{ij}(H_i H_i) + n_j H_i \\ \text{soit, } \alpha_{ij} &= r_j H_i / (H_i H_i) - n_j H_i / (H_i H_i) \end{aligned}$$

qui peut s'écrire sous la forme  $\alpha_{ij} = \beta_{ij} - \epsilon_{ij}$  (5.18)

Nous constatons alors que:

$$\begin{aligned} \epsilon_{ij} &= n_j H_i / (H_i H_i) \\ \text{soit } \epsilon_{ij} &= \text{constante} \times n_j \end{aligned}$$
 (5.19)

L'erreur d'estimation du canal  $\epsilon_{ij}$  dépend ainsi du bruit blanc gaussien qui affecte la transmission. Et de ce fait, la variance de cette erreur dépend de celle du bruit. La variance du bruit valant  $\frac{N_0}{2E_s}$ , la variance des coefficients d'erreur va donc être proportionnelle à  $\frac{1}{2SNR}$ , et le rapport ESR à  $\frac{1}{SNR}$ .

Ainsi, lorsque le rapport signal à bruit augmente, la précision de l'estimation des coefficients est améliorée. Effectivement, le niveau de bruit, comparativement à la puissance du signal, va diminuer et donc le terme  $n_j H_i / (H_i H_i)$  de l'équation 5.19, qui correspond à l'erreur d'estimation du canal, va diminuer. Et donc contrairement au cas précédent, la saturation n'apparaîtra plus, puisque pour un SNR tendant vers l'infini, l'erreur d'estimation devrait être nulle et donc la probabilité d'erreur par trame tendra vers 0.

La courbe 5.14 présente les performances d'un système de communication comportant deux antennes émettrices et une antenne réceptrice, pour une efficacité spectrale de 1 bit/s/Hz, pour différents niveaux de ESR.

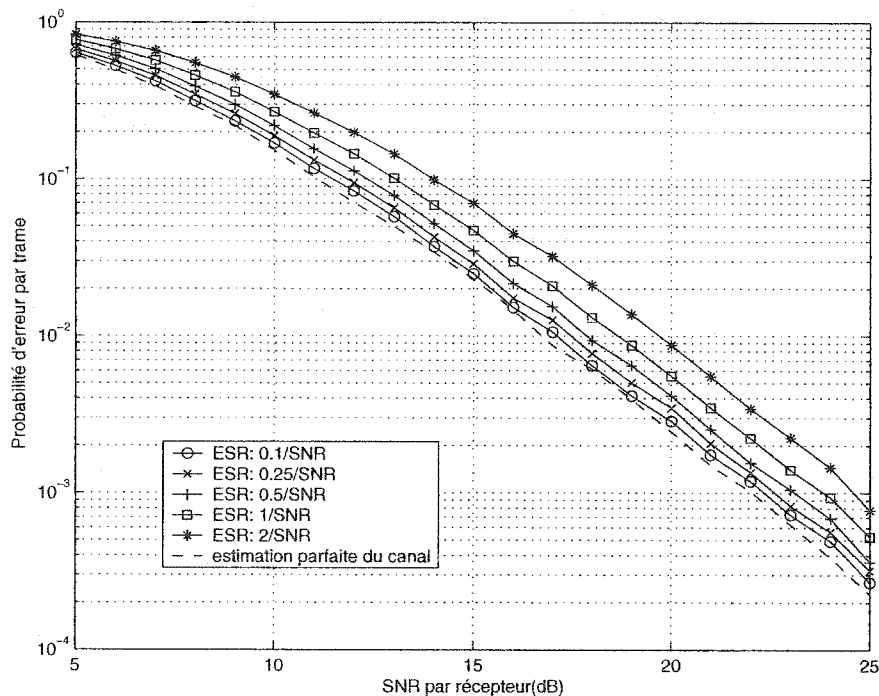


Figure 5.14: Erreur d'estimation additive; 2 émetteurs, 1 récepteur, code  $G_2$ ; efficacité spectrale 1 bit/s/Hz; évanouissements quasi-statiques

Comme l'illustre la figure 5.14, pour un taux d'erreur par trame de  $10^{-2}$ , la dégradation amenée par la connaissance imparfaite des coefficients d'atténuation est de 1.5 dB pour une variance des coefficients d'erreur de  $\frac{1}{SNR}$  par rapport au système supposé parfait. Contrairement au cas précédent, la valeur de la dégradation reste bien constante quelque soit le rapport signal sur bruit. Les figures II.15 et II.17 montrent que, dans ce cas également, les effets de l'imprécision sur les coefficients d'atténuation prennent le pas sur l'amélioration amenée par la diversité.

## 5.5 Résultats des simulations pour des canaux gaussiens

Une fois la cohérence des résultats obtenus par le simulateur vérifiée et l'étude des canaux à évanouissements effectuée, nous allons maintenant nous intéresser au cas des canaux gaussiens. Les coefficients d'atténuation n'ont donc plus lieu d'être. Mais cet affranchissement des coefficients d'atténuation amène une ambiguïté dans le décodage.

### 5.5.1 Une nouvelle approche du décodage

Si le décodage est effectué dans le cas gaussien tel qu'il est effectué dans le cas des canaux à évanouissements, la mise à 1 des coefficients d'atténuation va conduire au calcul de la métrique suivante:

$$\Delta(t) = \sum_{j=1}^m \left| \sum_{i=1}^n s_i(t) + n_j(t) - \sum_{i=1}^n \hat{s}_i(t) \right|^2 \quad (5.20)$$

Comme Guillaume Favre l'a constaté dans [15], pour le cas des codes STTC, ce calcul peut amener une ambiguïté qui va perturber les performances du système. Dans l'expression précédente, il est en effet envisageable que la somme des signaux reçus et celle des signaux supposés soient égales sans que le chemin parcouru dans le treillis ne soit le bon. Il est extrêmement probable que le même phénomène d'interférences destructrices des symboles reçus affecte également notre codeur. Ainsi, à l'image des codes STTC, une nouvelle métrique a été définie. Pour le calcul de cette métrique, une hypothèse, discutable, a été prise. Le récepteur

est supposé être capable de distinguer l'origine des signaux lui parvenant. Cette hypothèse nous éloigne donc de la réalité.

Signalons qu'un étudiant du laboratoire, Dan Nita, recherche en ce moment un moyen d'effectuer la distinction des antennes émettrices. La nouvelle métrique pour le calcul du maximum de vraisemblance devient ainsi:

$$\Delta(t) = \sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^n \mu(r_i^j(t), \hat{s}_i(t)) \quad (5.21)$$

où  $\mu(r_i^j(t), \hat{s}_i(t))$  représente la métrique de symbole entre le symbole reçu  $r_i^j(t)$  à l'instant  $t$  par l'antenne  $j$  et provenant de l'antenne  $i$ , et le symbole supposé  $\hat{s}_i(t)$ . Dans le cas du système à deux antennes défini par Alamouti dans [1], nous nous intéresserons donc à la métrique entre les symboles reçus  $(r_1^j(t_1), r_2^j(t_1), r_1^j(t_2), r_2^j(t_2))$  qui correspondent aux versions bruitées des signaux transmis  $(s_1, s_2, -s_2^*, s_1^*)$  et les symboles supposés  $(\hat{s}_1, \hat{s}_2, -\hat{s}_2^*, \hat{s}_1^*)$ . Plusieurs cas ont été envisagés pour le calcul de la métrique:

- Le canal non quantifié: on s'intéresse à la valeur exacte du signal reçu et on évalue son écart par rapport au signal supposé. La métrique de symbole associée est:  $\mu(r_i^j(t), \hat{s}_i(t)) = |r_i^j(t) - \hat{s}_i(t)|^2$
- Le canal quantifié: le signal reçu ne peut prendre qu'un nombre fini de valeurs (2 pour une quantification sur 1 bit, 8 pour une quantification sur 3 bits). Une table de métrique fournit la valeur associée à un couple  $(r_i^j(t), \hat{s}_i(t))$ . Les quantifications envisagés sont les quantifications dures (1 bit) et sur 2, 3 et 4 bits. La table de métriques utilisée pour la quantification dure est la suivante:

Les autres tables sont répertoriées dans l'annexe IV.

### 5.5.2 Influence du nombre de récepteurs

L'influence du nombre de récepteurs sur les performances du système a été également étudiée. La figure 5.15 montre la probabilité d'erreur par trame en fonction du rapport signal sur bruit pour un système constitué de deux antennes



Tableau 5.1: Table de métriques pour un canal binaire symétrique en quantification dure (1 bit)

	$\hat{s}_i(t)$	
$r_i^j(t)$	0	1
0	1	-1
1	-1	1

émettrices et de une, deux et trois antennes réceptrices. L'efficacité spectrale est de 1 bit/s/Hz.

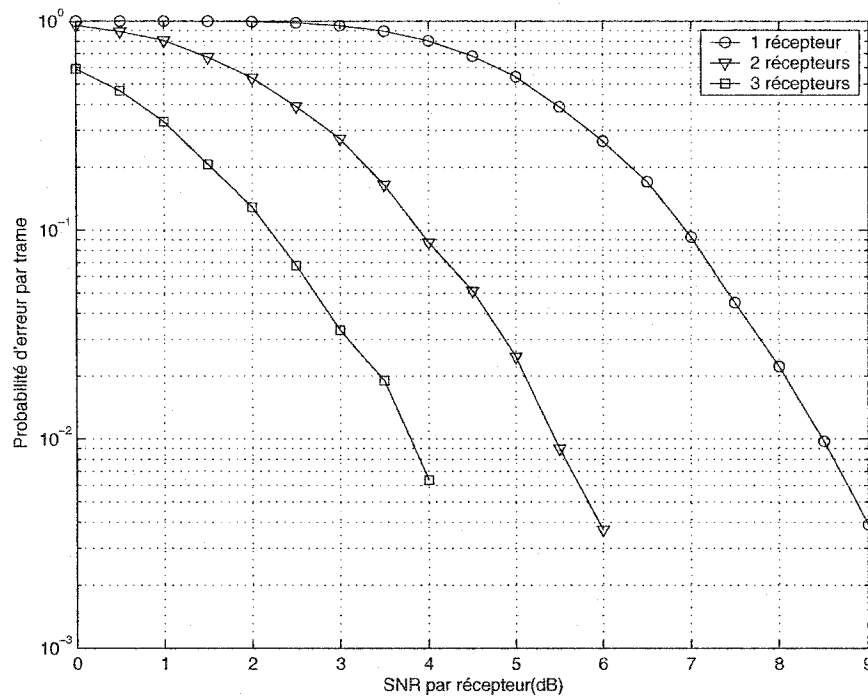


Figure 5.15: Influence du nombre de récepteurs pour un canal gaussien; efficacité spectrale 1 bit/s/Hz; code  $G_2$

Pour un taux d'erreur par trame de  $10^{-2}$ , le gain apporté par le passage à deux antennes de réception est de 3 dB. Il est augmenté de 1.7 dB lorsqu'une autre antenne de réception est ajoutée. En fait, pour un canal gaussien, le gain en

diversité  $G_d$  amené par le passage de  $m_1$  récepteurs à  $m_2$  peut s'écrire:

$$G_d = 10 \log\left(\frac{m_2}{m_1}\right) \quad (5.22)$$

Nous avons bien, en passant de un à deux récepteurs un gain de  $10 \log(2)$ , soit 3 dB, et en passant de deux à trois récepteurs un gain de  $10 \log(\frac{3}{2})$ , soit 1.7 dB. Ces résultats peuvent s'expliquer simplement. Supposons que nous augmentons le nombre de récepteur de notre système de communication comportant au départ un récepteur d'un autre récepteur. Ceux-ci étant indépendants, et comme il n'y pas de coefficients d'atténuations du canal, cela revient à doubler l'amplitude des signaux, et donc à quadrupler leur puissance. Le bruit étant une variable aléatoire gaussienne de moyenne nulle et de variance  $\sigma_n$ , le passage de un récepteur à deux récepteurs donne un bruit équivalent de moyenne nulle et de variance  $2\sigma_n$ . Ainsi, le SNR global a donc doublé. Ce qui amène un gain en diversité de 2, soit 3 dB.

Ces valeurs correspondent à celles relevées par Guillaume Favre, [15]. Une nouvelle fois, la simplicité de notre décodeur constitue l'atout de notre système par rapport aux codes spatio-temporels en treillis.

### 5.5.3 Influence de la quantification

La quantification du canal doit permettre de diminuer les coûts d'opérations, tel le décodage. Mais cette diminution de complexité va s'effectuer au détriment des performances du système. La figure 5.16 illustre cette détérioration. Pour un système composé de deux antennes émettrices et une antenne réceptrice, les performances de ce système pour des canaux non quantifiés et quantifiés sur deux, huit et seize niveaux sont étudiés. La modulation utilisé est la modulation BPSK.

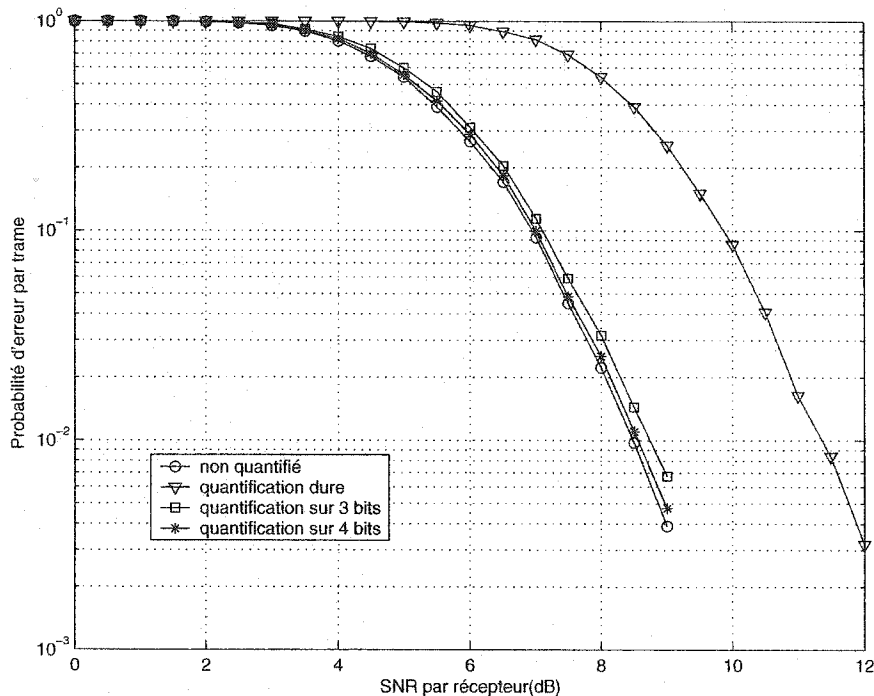


Figure 5.16: Influence de la quantification du canal Gaussien; efficacité spectrale 1 bit/s/Hz; code  $G_2$ ; 1 récepteur

La quantification dure induit une perte de performances de 2.8 dB. Les deux autres types de quantifications ont des performances similaires au canal non quantifié. Ces résultats sont analogues à ceux obtenus par Jean Tartas [42], pour des codes STTC comme nous pouvons le constater sur la courbe II.18.

## 5.6 Étude de l'ajout d'un encodeur TCM pour des canaux à évanouissements

Les codes spatio-temporels en blocs permettent d'allier des gains significatifs en diversité par l'augmentation des antennes émettrices et/ou réceptrices à une faible complexité de décodage. Ces gains peuvent encore être améliorés en concaténant le codeur en blocs avec un codeur TCM "externe", [2], [20], [31] et [33]. Ce gain de codage apporté par le codeur TCM aura cependant un coût: la complexité de décodage s'en trouve augmentée.

Dans ce paragraphe, les résultats sont obtenus pour un système comportant deux antennes émettrices et  $m$  antennes réceptrices,  $m = 1, 2, 3$ . Le code employé est donc le code  $G_2$ . Les codes TCM employés sont des codes convolutionnels de taux  $1/2$  définis par une matrice génératrice, telle que présentée dans le chapitre 4 pour le codage STTC. Notons que, à l'instar de Yan et Blum dans [51], les éléments  $g_{ij}$  de la matrice génératrice du codeur sont choisis dans un alphabet de taille égale à celle de la constellation. Ainsi, pour une modulation QPSK, les valeurs des  $g_{ij}$  peuvent être 0, 1, 2, ou 3.

Les performances du système composé d'un codeur STBC concaténé avec un codeur TCM sont étudiées dans un canal à évanouissements. Ces performances seront comparées à celles d'un système composé d'un codeur STBC seul.

#### 5.6.0.1 Cas des évanouissements quasi-statiques

La figure 5.17 illustre les performances du système décrit précédemment pour une antenne de réception. L'efficacité spectrale est de 1 bit/s/Hz. La longueur de contrainte du codeur TCM est fixée à 3, ce qui correspond à un codeur à quatre états. Les modulations retenues sont donc la modulation BPSK pour le système STBC seul et QPSK pour le système avec codeur TCM. Le taux du codeur TCM est donc en réalité  $4/8$ . Les résultats obtenus attestent d'un gain entre les deux systèmes. Ce gain de codage se chiffre à 3 dB.

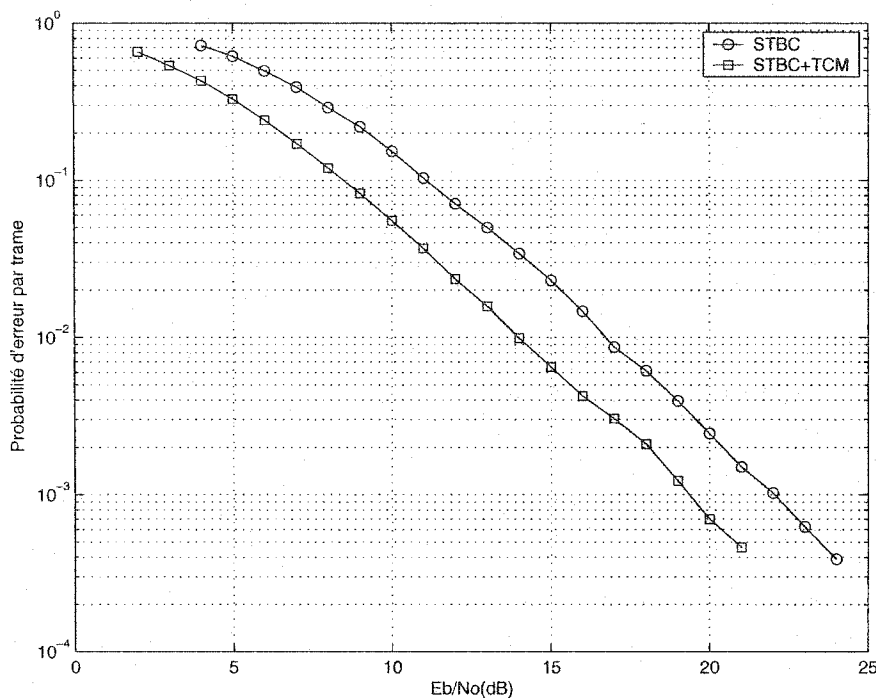


Figure 5.17: Comparaison du système STBC et du système STBC concaténé pour une efficacité spectrale de 1 bit/s/Hz; code  $G_2$ ; encodeur TCM de taux 1/2 et de longueur de contrainte 3; 1 récepteur; évanouissements quasi-statiques

Les courbes II.19 et II.20, Annexe II, répertorient les résultats obtenus pour le système précédent mais avec respectivement deux et trois antennes. Nous pouvons constater que la valeur du gain de codage est toujours proche de 3 dB. D'autres résultats ont été obtenus pour une efficacité spectrale de 2 bits/s/Hz. La modulation du système STBC seul est donc la modulation QPSK. Celle du codeur TCM peut être la modulation 8-PSK, si le taux de codage du codeur TCM est 2/3, ou 16-QAM si le taux de codage du codeur TCM est 1/2. Pour conserver l'hypothèse effectuée en préambule (les éléments  $g_{ij}$  pris un alphabet de taille égale à celle de la constellation), le taux de codage du codeur TCM devrait ainsi être soit de 6/9, soit de 8/16. N'ayant pu réaliser de tel code, il a été décidé de réaliser un codeur TCM pragmatique. Un tel codeur va recevoir, à l'image d'un codeur 2/3 habituel, deux bits en entrée et en fournir trois symboles en sortie. Mais dans le cas du codeur pragmatique, un seul des deux bits d'entrée sera codé par un codeur

de taux  $1/2$ , l'autre étant uniquement modulé, tel que le montre la figure 5.18.

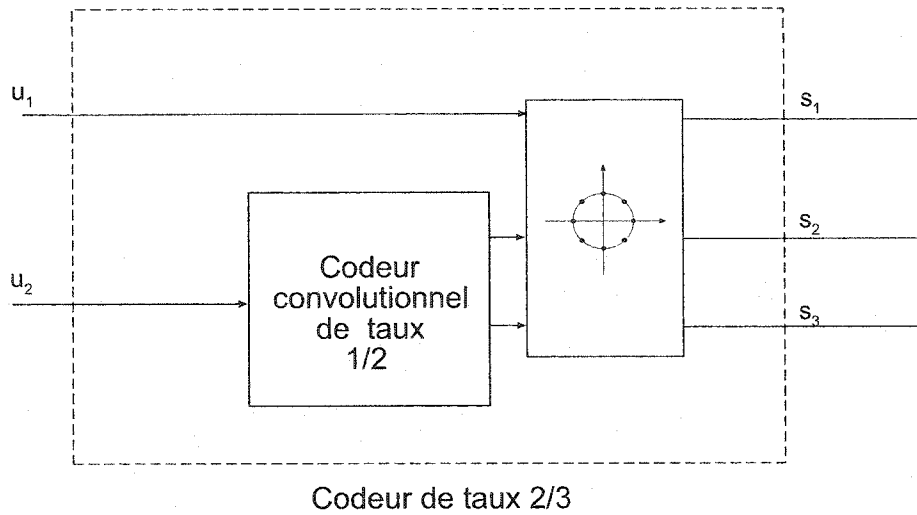


Figure 5.18: *Codeur pragmatique de taux 2/3*

La conception et les tests sur les performances de ce système restent à être effectués.

### 5.6.0.2 Cas des évanouissements rapides

Comme pour le canal à évanouissements rapides, la figure 5.19 illustre les performances du système décrit lors du préambule de ce paragraphe consacré au codage STBC concaténé à un codage TCM pour une antenne de réception. Les figures II.21 et II.22 montrent le comportement du système pour deux et trois antennes de réception. Seuls les résultats pour une efficacité spectrale de  $1 \text{ bit/s/Hz}$  sont fournis.

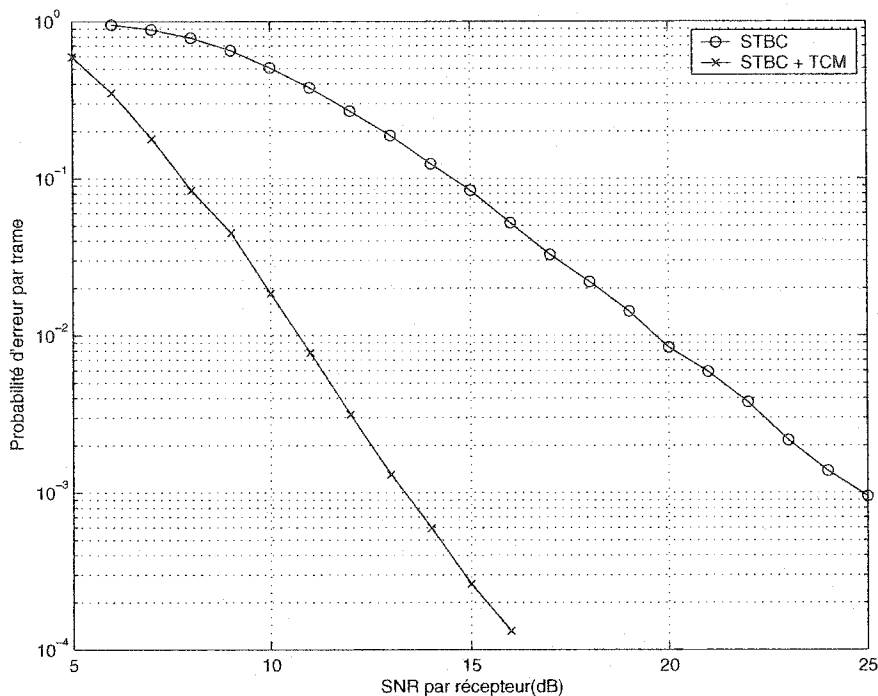


Figure 5.19: Comparaison du système STBC et du système STBC concaténé pour une efficacité spectrale de 1 bit/s/Hz; code  $G_2$ ; encodeur TCM de taux 1/2 et de longueur de contrainte 3; évanouissements rapides

Deux constats peuvent être effectués au vu de la présente figure. L'encodeur TCM amène bien un gain supplémentaire. Mais ce gain augmente pour des taux d'erreurs de plus en plus faibles. Ces résultats sont surprenants par rapport aux résultats obtenus pour les canaux à évanouissements quasi-statiques: le gain apporté par le codeur TCM était alors constant pour tout SNR alors que dans le cas présent le gain augmente avec le SNR.

### 5.6.0.3 Influence du nombre d'états

L'influence du nombre d'états du codeur TCM est présentée sur la figure 5.20. Le système considéré comprend toujours deux antennes d'émission (code  $G_2$ ). Le codeur TCM est de taux 1/2. Son nombre d'états varie de 4 à 32. Le gain amené par le nombre d'états du codeur TCM est d'environ 1 dB entre un codeur à 4 états et un codeur à 32 états, pour tout SNR.

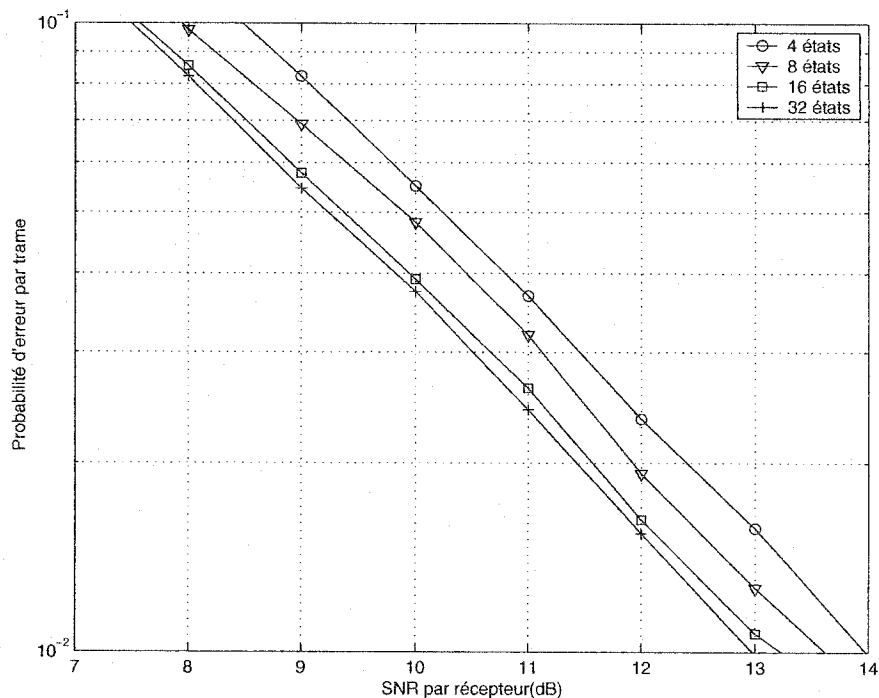


Figure 5.20: Influence du nombre d'états du codeur pour une efficacité spectrale de 1 bit/s/Hz; code  $G_2$ ; 2 émetteurs; 1 récepteur; encodeur TCM de taux 1/2; évanouissements quasi-statiques

### 5.6.1 Comparaison avec les STTC

Le système STBC/codeur TCM apporte un gain de codage au système STBC seul. Il amène également une complexité de décodage en introduisant la notion de treillis. Cette complexité de décodage est analogue à celle des codes STTC. L'algorithme utilisé dans les deux cas est celui de Viterbi. C'est pourquoi il serait intéressant de comparer les performances de ces deux types de codes spatio-temporels. Les résultats des codes STTC ont été obtenus d'après le travail de Guillaume Favre, [15]. Les codes utilisés pour les STTC sont les codes trouvés par Chen [11]. Et comme l'illustre les figures 5.21 et II.23, les grands gagnants sont... les codes STBC.



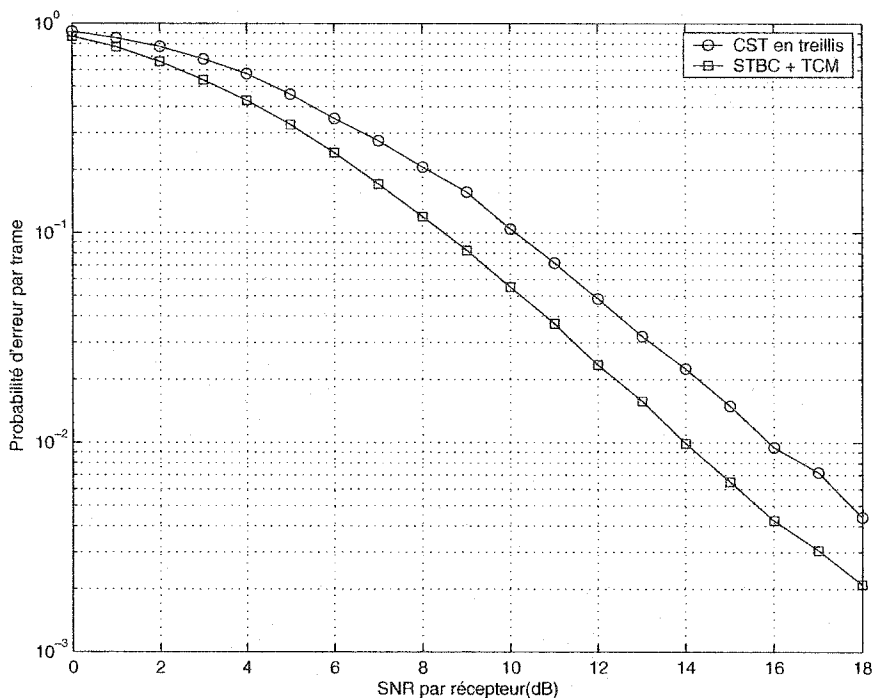


Figure 5.21: Comparaison du système STTC et du système STBC concaténé pour une efficacité spectrale de 1 bit/s/Hz; code  $G_2$  et encodeur TCM de taux 1/2; évanouissements quasi-statiques

## 5.7 Conclusion

Dans ce chapitre ont été présentés plusieurs résultats obtenus par la simulation de système de communication. Les performances des codes spatio-temporels en blocs ont ainsi pu être étudiées. A l'instar des codes spatio-temporel par modulation codée en treillis, la diversité spatiale couplée au codage apporté par les codes en blocs engendre des avantages multiples: gain de codage, économie de largeur de bande,... La dépendance du système de communication à la connaissance précise des coefficients d'atténuation a également pu être mesurée en introduisant des perturbations à ces coefficients. Le cas du canal gaussien, ignoré dans la littérature pour les canaux urbains ou ruraux, a été également abordé. Les résultats obtenus restent cependant dépendant de la procédure de transmission: l'hypothèse faite rend le cas étudié très idéal. Enfin, l'ajout d'un codeur TCM a permis d'améliorer le

gain obtenu auparavant par le codage en blocs seul, tout en amenant une complexité dans le décodage. Mais ce type de codes, codes STBC concaténé à un codeur TCM, surpasse les codes STTC.

## CHAPITRE 6

### CONCLUSION

#### 6.1 Bilan des travaux entrepris

Nous avons porté notre attention sur les codes spatio-temporels en blocs. Plus particulièrement, nous nous sommes intéressés à l'analyse des performances d'erreur de ces codes par simulations informatiques. La première étape de notre travail a donc été la réalisation d'un simulateur informatique permettant l'étude des STBC, à partir de [1]. Le travail relaté dans ce mémoire s'inscrit ainsi dans le prolongement des recherches de Lionel Scremin et Guillaume Favre relatives au codage spatio-temporel.

Ce simulateur opérationnel, une étude des paramètres influant sur les performances des codes spatio-temporel en blocs a été menée: l'influence du nombre d'émetteurs, de récepteurs et du type de modulation (M-PSK,16-QAM) a été analysée. Les avantages de la diversité en émission et en réception présentés par Tarokh ont ainsi été retrouvés dans cette étude.

Les performances d'erreur ainsi obtenues dépendent du modèle de canal de transmission utilisé. Elles ne sont bien évidemment pas les mêmes que le canal soit gaussien ou à évanouissements. L'influence du modèle du canal de transmission sur les performances d'erreur du système de communication a donc été étudiée. Tout d'abord, les cas des canaux à évanouissements quasi-statiques et rapides, caractérisés par des coefficients d'atténuation, ont été envisagés. Dans un premier temps, les performances d'erreur des codes STBC ont été traitées et analysées dans le cas idéal d'une connaissance parfaite des coefficients d'atténuations du canal par le récepteur. Les gains en diversité mesurés alliés à la faible complexité de décodage de ces codes prouvent leur attrait dans ce cas idéal.

Mais dans la réalité, le récepteur effectue l'estimation des coefficients du canal. Or cette estimation ne peut pas toujours être parfaite. C'est pourquoi, la dépendance des performances des systèmes de communication simulés à la connaissance des coefficients d'atténuation a été analysée dans un second temps. Pour cela, nous

avons dû modéliser les erreurs d'estimation, ce qui nous a amené à distinguer trois types de modélisation, à savoir une modélisation multiplicative des perturbations et deux modélisations additives, avec soit une variance des perturbations constante, soit une variance dépendant du SNR. Les résultats obtenus dépendent donc de ces modélisations. Ils traduisent une détérioration des performances d'erreur des codes STBC avec une connaissance moins idéale des coefficients d'atténuations, ce à quoi nous pouvions, bien entendu, nous attendre. Mais une certaine robustesse des codes STBC à une erreur d'estimation des coefficients d'atténuation a pu être montrée. Suivant le modèle utilisé pour représenter les perturbations, les performances d'erreur des STBC peuvent rester acceptables pour des erreurs d'estimation de près de 50%, ce qui n'est pas négligeable et qui n'était pas prévisible avant la réalisation des tests. Nous avons également pu déduire des résultats obtenus que la modélisation du canal à évanouissements rapides ne peut être pour l'instant qu'envisagée théoriquement. Elle suppose, en effet, que le récepteur puisse connaître parfaitement les coefficients d'atténuation du canal à chaque instant de transmission, ce qui est difficilement réalisable. De plus, les performances du système de communication sont plus sensibles à cette connaissance parfaite pour des canaux à évanouissements rapides que pour des canaux à évanouissements quasi-statiques. Enfin, quelques résultats, issus de la modélisation additive, ont demandé une attention plus particulière et nous ont conduit à l'élaboration de la démonstration donnée dans l'Annexe III. Nous en avons déduit que, pour la modélisation additive et une variance constante des perturbations, il était impossible d'obtenir une probabilité d'erreur aussi petite que nous le souhaitions en augmentant indéfiniment le SNR.

La transmission via un canal gaussien sans évanouissement a été ensuite considérée. Une approche utopiste, basée sur la distinction de l'origine des signaux reçus, a été traitée, nous permettant ainsi d'entrevoir les avantages du codage spatio-temporel pour ce type de canal, qui modélise les communications par satellite.

Enfin, l'ajout d'un codeur TCM à notre système premier a permis l'amélioration des performances des codes STBC. Mais l'ajout de ce codeur amène une complexité de décodage. Or les codes STBC étaient attrayants jusqu'à présent par la faible complexité de leur décodage. L'amélioration des performances par cet ajout d'un

codeur TCM doit donc être relativisée: est-il intéressant de gagner 3 dB si pour cela la complexité du codeur, et du décodeur, doit être augmentée? La réponse à cette question n'est pas évidente et dépend de l'application envisagée. Le décodage doit-il être rapide? Les performances des STBC sans TCM sont-elles satisfaisantes pour garantir une bonne qualité de transmission dans l'application envisagée? Les réponses à de telles questions permettent de savoir si l'ajout d'un codeur TCM est nécessaire ou non. Mais elles dépendent de l'application envisagée et des contraintes imposées à sa conception.

## 6.2 Perspectives de recherches futures

Si quelques aspects des codes STBC ont été traités dans notre étude, d'autres aspects restent à explorer:

- **Autres techniques de construction de codes en blocs**

D'autres méthodes de construction des codes spatio-temporel, telle celle proposée par Siwamogsatham dans [37], semble attrayante. Basée bien évidemment sur l'orthogonalité des signaux mais aussi sur le partitionnement d'ensemble de ces signaux, cette méthode semble procurer de bons résultats. Il pourrait donc être intéressant d'étudier les avantages procurés par cette méthode comparativement aux diverses autres méthodes présentées dans ce mémoire.

- **Le canal gaussien**

A l'instar du travail effectué par Guillaume Favre, [15], sur ce type de canal, notre travail n'a pu que proposer une esquisse du potentiel de l'application des codes spatio-temporel en blocs pour un canal gaussien, la modélisation retenue étant trop idéalisée. La recherche d'un moyen permettant la distinction des antennes émettrices est une condition sine qua none à la validation de nos résultats.

- **Association avec des techniques de décodage itératif**

Si les possibilités de la concaténation des codes STBC avec des codeurs TCM ont été entrevues dans notre travail, elle ne constitue pas le seul type de concaténation envisageable. Ainsi la concaténation des codes STBC avec des techniques de décodage itératifs peut présenter d'autres avantages attrayants. Ces

méthodes sont, en effet, parmi les meilleures actuellement en terme de probabilité d'erreur versus rapport signal/bruit. Des publications ont d'ores et déjà été exposé sur la concaténation des codes STBC avec des codes Turbo-TCM, [3], [25] et [52]. Leur concaténation avec des codes perforés ou des codes doublement orthogonaux, travaux développés à l'École Polytechnique de Montréal [9], [10] peut s'avérer également intéressante.

Le potentiel des codes STBC les place parmi les sujets les plus prolifiques actuellement. Les recherches les concernant devraient donc continuer à proliférer. D'autant plus que la diversité des applications des STBC ne cesse de croître, aussi bien dans les différentes normes de téléphonie sans-fil [13] et [27] mais également dans les normes de télécommunications sans-fil telles que Bluetooth [7] qui commencent à conquérir les foyers.

**BIBLIOGRAPHIE**

- [1] Alamouti, S.M. (1998). "A Simple Transmit Diversity Technique for Wireless Communications", *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, vol. 16, pp. 1451-1458.
- [2] Alamouti, S.M., Tarokh, V. et Poon, P. (1998). "Treillis coded modulation and transmit diversity: Design criteria and performance evaluation", *Proc. IEEE ICUPC 98*, pp. 703-707.
- [3] Bauch, G. (1999). "Concatenation of space-time block codes and turbo-TCM", *Communications, 1999. ICC '99. 1999 IEEE International Conference on*, vol. 2, pp. 1202 -1206.
- [4] Bhargava, V. K., Haccoun D., Matyas, R. et Nuspl, R. (1981). *Digital Communications by Satellite : Modulation, Multiple Access and Coding*, John Wiley and Sons, New York.
- [5] Biglieri, E., Caire, G. et Taricco, G. (2000). "Coding for the Fading Channel: a Survey", *Signal Processing*, vol. 80, pp. 1135-1148.
- [6] Biglieri, E., Divsalar, D., McLane, P.J. et Simon, M.K. (1991). "Introduction to Treillis-Coded Modulation with Applications", Macmillan Publishing Company, pp. 62-97.
- [7] Arumugam, A.K. et Nix, A.R. (2002). "Interference mitigation proposals exploiting antenna diversity using space time block codes for bluetooth enabled devices", *Vehicular Technology Conference, 2002. Proceedings. VTC 2002-Fall. 2002 IEEE 56th*, vol. 1 , pp. 256 -260.
- [8] Blum, R.S (1999). "New Analytical Tools for the Design of Space-Time Convolutional Codes", *Conference on Information Science and Systems*.
- [9] Cardinal, C., Haccoun, D., Gagnon, F. et Batani, N. (1999). "Turbo Decoding Using Convolutional Self Doubly Orthogonal Codes", *Proceedings of ICC'99*, pp. 113-117.

- [10] Cardinal, C., Haccoun, D., Gagnon, F. "Iterative Threshold Decoding without Interleaving for Convolutional Self-doubly Orthogonal Codes", *IEEE Transactions on Communication*, august 2003.
- [11] Chen, Z., Yuan, J., Vucetuc, B. (2001). "An Improved Space-Time Trellis Coded Modulation Scheme on Slow Rayleigh Fading Channels", *ICC 2001*, vol. 4, pp. 1110-1116.
- [12] Conan, J. (2002). "Radiocommunications mobiles, systèmes et conception, partie 1", *Notes du cours ELE 6708 de l'Ecole Polytechnique de Montréal*
- [13] Coupechoux, M., Braun, V. (2000). "Space-Time Coding for the Edge Mobile Radio System", *ICPWC'2000*, pp. 28-32.
- [14] Elias, P. (1955). "Error-free Coding", *IRE Transactions on Information Theory*, vol. PGIT-4, pp. 29-37.
- [15] Favre, G. (2002). "Codage spatio-temporel en treillis pour les canaux à évanouissements: simulations, recherche de codes et évaluation des performances", Mémoire de Maîtrise, École Polytechnique de Montréal, Canada.
- [16] Firmanto, W., Vucetic, B. et Yuan, J. (2001). "Space-Time TCM with Improved Performance on Fast fading Channels", *IEEE Communications Letters*, vol. 5, pp. 154-156.
- [17] Foschini, G.J. et Gans, M.J. (1998). "On Limits Of Wireless Communications in a Fading Environment when Using Multiple Antennas", *Wireless Personal Communications*, vol. 6, pp. 311-335.
- [18] Foschini, G. J. (1996). "Layered Space-Time Codes for Wireless Communication in a Fading Environment when Using Multiple Antennas", *Bell Labs Technical Journal*, pp. 41-58.
- [19] Haccoun, D., Caron, M. et Nabli, M. (1999). "Complexity Reduction of The Viterbi Algorithm Using Doubly Complementary Convolutional Codes", in *IEEE Pacific Rim Conference on Communications, Computers and Signal Processing*, pp. 408-411.



- [20] Gong, Y., Ben Letaief, K. (2002). "Concatenated Space-Time Block Coding With Treillis Coded Modulation in Fading Channels", *IEEE Transactions on wireless Communications*, vol. 1, no. 4, pp. 580-590.
- [21] Haccoun, D. (2002). "Théorie des communications", *Notes du cours ELE 6703 de l'Ecole Polytechnique de Montréal*
- [22] Hamming, R. W.(1950). "Error Detecting and Error Correcting Codes", *Bell Syst. Tech. J.*, vol. 29, pp. 147-160.
- [23] Jafarkhani, H. (2001). "A Quasi-Orthogonal Space-Time Block Code", *IEEE Transactions on Communications*, vol. 49, pp. 1-4.
- [24] Jakes, W.C. (1974). *Microwave Mobile Communications*, Wiley-Interscience, New-York.
- [25] Liew, T.H. et Lajos Hanzo (2002). "Space-Time Codes and Concatened Channel Codes for Wireless Communications", *Proceedings of the IEEE*, vol. 90, no. 2, pp. 187-219 .
- [26] Lin, S. et Costello, D. J. Jr (1983). *Error Control Coding : Fundamentals and Applications*, Prentice-Hall.
- [27] Majonen, K. et Heikkilä, M.J. (2001). "Higher Data Rates with Space-time Block Codes and Puncturing in WCDMA Systems", *Personal, Indoor and Mobile Radio Communications, 2001 12th IEEE International Symposium on*, vol. 1 , pp. A36-A40.
- [28] Proakis, J. (1995). *Digital Communications*, Third Edition, McGraw-Hill, New York.
- [29] Proakis, J. (1991). "Adaptive Equalization for TDMA Digital Mobile Radio", *IEEE Transaction Vehicular Technology*, vol. 40(2), pp. 333-341.
- [30] Rice, S. O. (1948). "Statistical Properties of a Sine Wave Plus Random Noise", *Bell Syst. Tech. J.*, vol. 27, pp. 109-157.

- [31] Sandhu, S., Heath, R. et Paulraj, A. (2001). "Space-Time Block Codes versus Space-Time Trellis Codes", *ICC 2001*, vol. 4, pp. 1132-1136.
- [32] Sandhu, S. et Paulraj, A. (2000). "Space-Time Block Codes: a capacity perspective", *IEEE Comm. Lett.*, vol. 4, no. 12, pp. 384-86.
- [33] Schelgel, C. et Grant, A. (2001). "Concatenated Space-Time Coding", *Personal, Indoor and Mobile Radio Communications, 2001 12th IEEE International Symposium on*, vol. 1 , pp. C139-C143.
- [34] Scremin, L. (2000). "Codage spatio-temporel pour les systèmes multi-antennes de communications sans-fil", Mémoire de Maîtrise, École Polytechnique de Montréal, Canada.
- [35] Shannon, C. E. (1948). "A Mathematical Theory of Communication", *Bell Syst. Tech. J.*, vol. 27, pp. 379-423.
- [36] Shannon, C. E. (1948). "A Mathematical Theory of Communication", *Bell Syst. Tech. J.*, vol. 27, pp. 623-656.
- [37] Siwamogsatham, s. et Fitz, M.P. (2002). "Improved high-rate space-time codes via orthogonality and set partitioning ", *Wireless Communications and Networking Conference, 2002. WCNC2002. 2002 IEEE* , vol. 1, pp. 264 -270.
- [38] Stoica, P. et Ganesan, G. (2001). "Space-Time Blocks Codes: A Maximum SNR Approach", *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 47, no. 4, pp. 1650-1656.
- [39] Tarokh, V., Jafarkhani H. et Calderbank, A.R. (1999). "Space-Time Block Codes from Orthogonal Designs", *IEEE Trans. Information Theory*, vol. 45, pp. 1456-1467.
- [40] Tarokh, V., Jafarkhani H. et Calderbank, A.R. (1999). "Space-Time Block Coding for Wireless Communications : Performance Results", *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, vol. 17, pp. 451-460.

- [41] Tarokh, V., Seshadri N. et Calderbank, A.R. (1998). "Space-Time Codes for High Data Rate Wireless Communication : Performance Criterion and Code Construction", *IEEE Trans. Information Theory*, vol. 44, pp. 744-765.
- [42] Tartas, J. (2002). "Impact de la quantification du canal gaussien sur la performance des codes spatio-temporels", Rapport de projet de fin d'études, École Polytechnique de Montréal, Canada.
- [43] Telatar, I.E. (1995). "Capacity of multi-antenna Gaussian channels", Technical Report, AT&T Bell Labs.
- [44] Ungerboeck, G. (1982). "Channel Coding with Multilevel/Phase Signals", *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. IT-28, pp. 55-67.
- [45] Ventura-Traveset, J., Caire, G., Biglieri, E. et Taricco, G. (1997). "Impact of Diversity Reception on Fading Channels with Coded Modulation - Part I: Coherent Detection", *IEEE Transactions on Communications*, vol. 45, pp. 563-572.
- [46] Viterbi, A.J. (1967). "Error Bounds for Convolutional Codes and an Asymptotically Optimum Decoding Algorithm", *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. IT-13, pp. 260-269.
- [47] Viterbi, A.J. (1971). "Convolutional Codes and their Performance in Communication Systems", *IEEE Trans. Commun. Tech.*, vol. COM-19, pp. 751-772.
- [48] Wittneben A. (1993). "A New Bandwidth Efficient Transmit Antenna Modulation Diversity Scheme for Linear Digital Modulation", *Proc. IEEE'ICC*, pp. 1630-1634.
- [49] Wolniansky, P.W., Foschini, G.J. , Golden, G.D. et Valenzuela, R.A (1999). "V-BLAST : An Architecture for Realizing Very High Data Rates Over the Rich Scattering Wireless Channel", Technical Report, Bell Laboratories.
- [50] Wozencraft, J.M. et Jacobs, I.M. (1965). *Principles of Communication Engineering*, Wiley, New York.

- [51] Yan Q. et Blum R. S. (2000). "Optimum Space-Time Convolutional Codes", *Wireless Communications and Networking Conference*.
- [52] Xu, H. et Kwak, K.S. (2001). "Concatenated TCM with Space-Time Block Codes and Differential M-PSK Modulation", *Vehicular Technology Conference, 2001. VTC 2001 Spring. IEEE VTS 53rd*, vol. 2 , pp. 1229 -1233.

## Annexe I

## Liste des matrices des codes STBC employés et formules utiles pour le décodage

I.1 Matrice  $G_2$  du code utilisé pour deux antennes de transmission, [1]

$$\begin{pmatrix} x_1 & x_2 \\ -x_2^* & x_1^* \end{pmatrix}$$

Le rendement de cette matrice est 1.

Minimiser la métrique du chapitre 4 revient à minimiser séparément les deux métriques suivantes pour la détermination des signaux  $s_1$  et  $s_2$ :

$$\left| \sum_{j=1}^m (r_1^j \alpha_{1,j}^* + (r_2^j)^* \alpha_{2,j}) - s_1 \right|^2 + (-1 + \sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^2 |\alpha_{ij}|^2) |s_1|^2 \quad (\text{I.1})$$

pour détecter  $s_1$ , et

$$\left| \sum_{j=1}^m (r_1^j \alpha_{2,j}^* - (r_2^j)^* \alpha_{1,j}) - s_2 \right|^2 + (-1 + \sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^2 |\alpha_{ij}|^2) |s_2|^2 \quad (\text{I.2})$$

pour détecter  $s_2$ .

I.2 Matrice  $G_3$  du code utilisé pour trois antennes de transmission, [40]

$$\begin{pmatrix} x_1 & x_2 & x_3 \\ -x_2 & x_1 & x_4 \\ -x_3 & x_4 & x_1 \\ -x_4 & -x_3 & x_2 \\ x_1^* & x_2^* & x_3^* \\ -x_2^* & x_1^* & x_4^* \\ -x_3^* & x_4^* & x_1^* \\ -x_4^* & -x_3^* & x_2^* \end{pmatrix} \quad (\text{I.3})$$

Le rendement de cette matrice est 1/2.

Minimiser la métrique du chapitre 4 revient à minimiser séparément les quatre métriques suivantes pour la détermination des signaux  $s_1$ ,  $s_2$ ,  $s_3$  et  $s_4$ :

$$\begin{aligned} & \left| \sum_{j=1}^m (r_1^j \alpha_{1,j}^* + r_2^j \alpha_{2,j}^* + r_3^j \alpha_{3,j}^* + (r_5^j)^* \alpha_{1,j} + (r_6^j)^* \alpha_{2,j} + (r_7^j)^* \alpha_{3,j}) - s_1 \right|^2 \\ & + (-1 + 2 * \sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^3 |\alpha_{ij}|^2) |s_1|^2 \end{aligned} \quad (\text{I.4})$$

pour détecter  $s_1$ ,

$$\begin{aligned} & \left| \sum_{j=1}^m (r_1^j \alpha_{2,j}^* - r_2^j \alpha_{1,j}^* + r_4^j \alpha_{3,j}^* + (r_5^j)^* \alpha_{2,j} - (r_6^j)^* \alpha_{1,j} + (r_8^j)^* \alpha_{3,j}) - s_2 \right|^2 \\ & + (-1 + 2 * \sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^3 |\alpha_{ij}|^2) |s_2|^2 \end{aligned} \quad (\text{I.5})$$

pour détecter  $s_2$ ,

$$\begin{aligned}
 & \left| \sum_{j=1}^m (r_1^j \alpha_{3,j}^* - r_3^j \alpha_{1,j}^* - r_4^j \alpha_{2,j}^* + (r_5^j)^* \alpha_{3,j} - (r_7^j)^* \alpha_{1,j} - (r_8^j)^* \alpha_{2,j}) - s_3 \right|^2 \\
 & + (-1 + 2 * \sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^3 |\alpha_{ij}|^2) |s_3|^2
 \end{aligned} \tag{I.6}$$

pour détecter  $s_3$ ,

$$\begin{aligned}
 & \left| \sum_{j=1}^m (-r_2^j \alpha_{3,j}^* + r_3^j \alpha_{2,j}^* - r_4^j \alpha_{1,j}^* - (r_6^j)^* \alpha_{3,j} - (r_7^j)^* \alpha_{2,j} - (r_8^j)^* \alpha_{1,j}) - s_4 \right|^2 \\
 & + (-1 + 2 * \sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^3 |\alpha_{ij}|^2) |s_4|^2
 \end{aligned} \tag{I.7}$$

pour détecter  $s_4$ .

### I.3 Matrice $H_3$ du code utilisé pour trois antennes de transmission, [40]

$$\begin{pmatrix} x_1 & x_2 & \frac{x_3}{\sqrt{2}} \\ -x_2^* & x_1^* & \frac{x_3}{\sqrt{2}} \\ \frac{x_3^*}{\sqrt{2}} & \frac{x_3^*}{\sqrt{2}} & \frac{-x_1 - x_1^* + x_2 - x_2^*}{2} \\ \frac{x_3^*}{\sqrt{2}} & -\frac{x_3^*}{\sqrt{2}} & \frac{x_2 + x_2^* + x_1 - x_1^*}{2} \end{pmatrix} \quad (\text{I.8})$$

Le rendement de cette matrice est  $3/4$

Minimiser la métrique du chapitre 4 revient à minimiser séparément les trois métriques suivantes pour la détermination des signaux  $s_1$ ,  $s_2$  et  $s_3$ :

$$\left| \sum_{j=1}^m (r_1^j \alpha_{1,j}^* + (r_2^j)^* \alpha_{2,j} + \frac{(r_4^j - r_3^j) \alpha_{3,j}^*}{2} - \frac{(r_3^j + r_4^j)^* \alpha_{3,j}}{2}) - s_1 \right|^2 + (-1 + \sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^3 |\alpha_{ij}|^2) |s_1|^2 \quad (\text{I.9})$$

pour détecter  $s_1$ ,

$$\left| \sum_{j=1}^m (r_1^j \alpha_{2,j}^* - (r_2^j)^* \alpha_{2,j} + \frac{(r_3^j + r_4^j) \alpha_{3,j}^*}{2} + \frac{(-r_3^j + r_4^j)^* \alpha_{3,j}}{2}) - s_2 \right|^2 + (-1 + \sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^3 |\alpha_{ij}|^2) |s_2|^2 \quad (\text{I.10})$$

pour détecter  $s_2$ ,

$$\left| \sum_{j=1}^m \frac{(r_1^j + r_2^j) \alpha_{3,j}^*}{\sqrt{2}} + \frac{(r_3^j)^* (\alpha_{1,j} + \alpha_{2,j})}{\sqrt{2}} + \frac{(r_4^j)^* (\alpha_{1,j} - \alpha_{2,j})}{\sqrt{2}} \right| - s_3 \right|^2 + (-1 + \sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^3 |\alpha_{ij}|^2) |s_3|^2 \quad (\text{I.11})$$

pour détecter  $s_3$ .



I.4 Matrice  $S_3$  du code utilisé pour trois antennes de transmission, [38]

$$\begin{pmatrix} x_1 & 0 & x_2 \\ 0 & x_1 & x_3^* \\ -x_2^* & x_3 & x_1^* \\ -x_3^* & -x_2 & 0 \end{pmatrix} \quad (\text{I.12})$$

Le rendement de cette matrice est  $3/4$ .

Minimiser la métrique du chapitre 4 revient à minimiser séparément les quatre métriques suivantes pour la détermination des signaux  $s_1$ ,  $s_2$  et  $s_3$ :

$$\left| \sum_{j=1}^m (r_1^j \alpha_{1,j}^* + r_2^j \alpha_{2,j}^* + (r_3^j)^* \alpha_{3,j}) - s_1 \right|^2 + \left( -1 + \sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^4 |\alpha_{ij}|^2 \right) |s_1|^2 \quad (\text{I.13})$$

pour détecter  $s_1$ ,

$$\left| \sum_{j=1}^m (r_1^j \alpha_{3,j}^* - (r_3^j)^* \alpha_{1,j} - (r_4^j)^* \alpha_{2,j}) - s_2 \right|^2 + \left( -1 + \sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^4 |\alpha_{ij}|^2 \right) |s_2|^2 \quad (\text{I.14})$$

pour détecter  $s_2$ ,

$$\left| \sum_{j=1}^m (r_2^j \alpha_{3,j}^* - (r_3^j)^* \alpha_{2,j} + (r_4^j)^* \alpha_{1,j}) - s_3 \right|^2 + \left( -1 + \sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^3 |\alpha_{ij}|^2 \right) |s_3|^2 \quad (\text{I.15})$$

pour détecter  $s_3$ .

I.5 Matrice  $G_4$  du code utilisé pour quatre antennes de transmission, [40]

$$\begin{pmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 \\ -x_2 & x_1 & x_4 & x_3 \\ -x_3 & x_4 & x_1 & -x_2 \\ -x_4 & -x_3 & x_2 & x_1 \\ x_1^* & x_2^* & x_3^* & x_4^* \\ -x_2^* & x_1^* & x_4^* & x_3^* \\ -x_3^* & x_4^* & x_1^* & -x_2^* \\ -x_4^* & -x_3^* & x_2^* & x_1^* \end{pmatrix} \quad (\text{I.16})$$

Le rendement de cette matrice est 1/2.

Minimiser la métrique du chapitre 4 revient à minimiser séparément les quatre métriques suivantes pour la détermination des signaux  $s_1$ ,  $s_2$ ,  $s_3$  et  $s_4$ :

$$\begin{aligned} & \left| \sum_{j=1}^m (r_1^j \alpha_{1,j}^* + r_2^j \alpha_{2,j}^* + r_3^j \alpha_{3,j}^* + r_4^j \alpha_{4,j}^* + (r_5^j)^* \alpha_{1,j} + (r_6^j)^* \alpha_{2,j} + (r_7^j)^* \alpha_{3,j} \right. \\ & \left. + (r_8^j)^* \alpha_{4,j}) - s_1 \right|^2 + (-1 + 2 * \sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^4 |\alpha_{ij}|^2) |s_1|^2 \end{aligned} \quad (\text{I.17})$$

pour détecter  $s_1$ ,

$$\begin{aligned} & \left| \sum_{j=1}^m (r_1^j \alpha_{2,j}^* - r_2^j \alpha_{1,j}^* - r_3^j \alpha_{4,j}^* + r_4^j \alpha_{3,j}^* + (r_5^j)^* \alpha_{1,j} - (r_6^j)^* \alpha_{1,j} - (r_7^j)^* \alpha_{4,j} \right. \\ & \left. + (r_8^j)^* \alpha_{3,j}) - s_2 \right|^2 + (-1 + 2 * \sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^4 |\alpha_{ij}|^2) |s_2|^2 \end{aligned} \quad (\text{I.18})$$

pour détecter  $s_2$ ,

$$\begin{aligned}
 & \left| \sum_{j=1}^m (r_1^j \alpha_{3,j}^* + r_2^j \alpha_{4,j}^* - r_3^j \alpha_{1,j}^* - r_4^j \alpha_{2,j}^* + (r_5^j)^* \alpha_{3,j} + r_6^j \alpha_{4,j}^* - (r_7^j)^* \alpha_{1,j} \right. \\
 & \left. - (r_8^j)^* \alpha_{2,j}) - s_3 \right|^2 + (-1 + 2 * \sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^4 |\alpha_{ij}|^2) |s_3|^2
 \end{aligned} \tag{I.19}$$

pour détecter  $s_3$ ,

$$\begin{aligned}
 & \left| \sum_{j=1}^m (r_1^j \alpha_{4,j}^* - r_2^j \alpha_{3,j}^* + r_3^j \alpha_{2,j}^* - r_4^j \alpha_{1,j}^* + (r_5^j)^* \alpha_{4,j} - (r_6^j)^* \alpha_{3,j} - (r_7^j)^* \alpha_{2,j} \right. \\
 & \left. - (r_8^j)^* \alpha_{1,j}) - s_4 \right|^2 + (-1 + 2 * \sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^4 |\alpha_{ij}|^2) |s_4|^2
 \end{aligned} \tag{I.20}$$

pour détecter  $s_4$ .

I.6 Matrice  $H_4$  du code utilisé pour quatre antennes de transmission,  
[40]

$$\begin{pmatrix} x_1 & x_2 & \frac{x_3}{\sqrt{2}} & \frac{x_3}{\sqrt{2}} \\ -x_2^* & x_1^* & \frac{x_3}{\sqrt{2}} & -\frac{x_3}{\sqrt{2}} \\ \frac{x_3^*}{\sqrt{2}} & \frac{x_3^*}{\sqrt{2}} & \frac{-x_1-x_1^*+x_2-x_2^*}{2} & \frac{-x_2-x_2^*+x_1-x_1^*}{2} \\ \frac{x_3^*}{\sqrt{2}} & -\frac{x_3^*}{\sqrt{2}} & \frac{x_2+x_2^*+x_1-x_1^*}{2} & \frac{-x_1+x_1^*+x_2-x_2^*}{2} \end{pmatrix} \quad (\text{I.21})$$

Le rendement de cette matrice est 3/4

Minimiser la métrique du chapitre 4 revient à minimiser séparément les trois métriques suivantes pour la détermination des signaux  $s_1$ ,  $s_2$  et  $s_3$ :

$$\begin{aligned} & \left| \sum_{j=1}^m (r_1^j \alpha_{1,j}^* + (r_2^j)^* \alpha_{2,j} + \frac{(r_4^j - r_3^j)(\alpha_{3,j}^* - \alpha_{4,j}^*)}{2} - \frac{(r_3^j + r_4^j)^*(\alpha_{3,j} + \alpha_{4,j})}{2}) - s_1 \right|^2 \\ & + (-1 + \sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^3 |\alpha_{ij}|^2) |s_1|^2 \end{aligned} \quad (\text{I.22})$$

pour détecter  $s_1$ ,

$$\begin{aligned} & \left| \sum_{j=1}^m (r_1^j \alpha_{2,j}^* - (r_2^j)^* \alpha_{2,j} + \frac{(r_3^j + r_4^j)(\alpha_{3,j}^* - \alpha_{4,j}^*)}{2} + \frac{(-r_3^j + r_4^j)^*(\alpha_{3,j} + \alpha_{4,j})}{2}) - s_2 \right|^2 \\ & + (-1 + \sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^3 |\alpha_{ij}|^2) |s_2|^2 \end{aligned} \quad (\text{I.23})$$

pour détecter  $s_2$ ,

$$\begin{aligned} & \left| \sum_{j=1}^m \left( \frac{(r_1^j + r_2^j) \alpha_{3,j}^*}{\sqrt{2}} + \frac{(r_1^j - r_2^j) \alpha_{4,j}^*}{\sqrt{2}} + \frac{(r_3^j)^*(\alpha_{1,j} + \alpha_{2,j})}{\sqrt{2}} + \frac{(r_4^j)^*(\alpha_{1,j} - \alpha_{2,j})}{\sqrt{2}} \right) - s_3 \right|^2 \\ & + (-1 + \sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^3 |\alpha_{ij}|^2) |s_3|^2 \end{aligned} \quad (\text{I.24})$$

pour détecter  $s_3$ .

I.7 Matrice  $S_4$  du code utilisé pour quatre antennes de transmission, [38]

$$\begin{pmatrix} x_1 & 0 & x_2 & -x_3 \\ 0 & x_1 & x_3^* & x_2^* \\ -x_2 & -x_3 & x_1^* & 0 \\ x_3^* & -x_2 & 0 & x_1^* \end{pmatrix} \quad (\text{I.25})$$

Le rendement de cette matrice est  $3/4$ .

Minimiser la métrique du chapitre 4 revient à minimiser séparément les quatre métriques suivantes pour la détermination des signaux  $s_1$ ,  $s_2$  et  $s_3$ :

$$\begin{aligned} & \left| \sum_{j=1}^m (r_1^j \alpha_{1,j}^* + r_2^j \alpha_{2,j}^* + (r_3^j)^* \alpha_{3,j} + (r_4^j)^* \alpha_{4,j}) - s_1 \right|^2 \\ & + \left( -1 + \sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^4 |\alpha_{ij}|^2 \right) |s_1|^2 \end{aligned} \quad (\text{I.26})$$

pour détecter  $s_1$ ,

$$\begin{aligned} & \left| \sum_{j=1}^m (r_1^j \alpha_{3,j}^* + r_2^j \alpha_{4,j}^* - (r_3^j)^* \alpha_{1,j} - (r_4^j)^* \alpha_{2,j}) - s_2 \right|^2 \\ & + \left( -1 + \sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^4 |\alpha_{ij}|^2 \right) |s_2|^2 \end{aligned} \quad (\text{I.27})$$

pour détecter  $s_2$ ,

$$\begin{aligned} & \left| \sum_{j=1}^m (-r_1^j \alpha_{4,j}^* + r_2^j \alpha_{3,j}^* - (r_3^j)^* \alpha_{2,j} + (r_4^j)^* \alpha_{1,j}) - s_3 \right|^2 \\ & + \left( -1 + \sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^3 |\alpha_{ij}|^2 \right) |s_3|^2 \end{aligned} \quad (\text{I.28})$$

pour détecter  $s_3$ .

## I.8 Matrice du code quasi-orthogonal à quatre antennes, [23]

$$\begin{pmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 \\ -x_2^* & x_1^* & -x_4^* & x_3^* \\ -x_3^* & -x_4^* & x_1^* & x_2^* \\ x_4 & -x_3^* & -x_2 & x_1 \end{pmatrix} \quad (\text{I.29})$$

Minimiser la métrique du chapitre 4 revient à minimiser séparément les deux métriques suivantes pour la détermination des signaux  $s_1$ ,  $s_2$ ,  $s_3$ , et  $s_4$ :

$$\begin{aligned} & | \left( \sum_{j=1}^m \left( \sum_{i=1}^4 |\alpha_{i,j}|^2 \right) (|s_1|^2 + |s_4|^2) \right) \\ & + 2 * \Re \left( (-r_1^j)^* \alpha_{1,j} - r_2^j \alpha_{2,j}^* - (r_3^j)^* \alpha_{3,j} - r_4^j \alpha_{4,j}^* \right) s_1 \\ & + \left( -(r_1^j)^* \alpha_{4,j} + r_2^j \alpha_{3,j}^* + r_3^j \alpha_{2,j}^* - (r_4^j)^* \alpha_{1,j} \right) s_4 \\ & + \left( \alpha_{4,j}^* \alpha_{1,j} - \alpha_{3,j} \alpha_{2,j}^* - \alpha_{2,j} \alpha_{3,j}^* + \alpha_{4,j} \alpha_{1,j}^* \right) s_1 s_4^* \end{aligned} \quad (\text{I.30})$$

pour détecter le couple  $(s_1, s_4)$  et

$$\begin{aligned} & | \left( \sum_{j=1}^m \left( \sum_{i=1}^4 |\alpha_{i,j}|^2 \right) (|s_2|^2 + |s_3|^2) \right) \\ & + 2 * \Re \left( -(r_1^j)^* \alpha_{2,j} + r_2^j \alpha_{1,j}^* - r_3^j \alpha_{4,j}^* + (r_4^j)^* \alpha_{3,j} \right) s_2 \\ & + \left( -(r_1^j)^* \alpha_{3,j} - r_2^j \alpha_{4,j}^* + r_3^j \alpha_{1,j}^* + (r_4^j)^* \alpha_{2,j} \right) s_3 \\ & + \left( \alpha_{3,j}^* \alpha_{2,j} - \alpha_{4,j} \alpha_{1,j}^* - \alpha_{1,j} \alpha_{4,j}^* + \alpha_{3,j} \alpha_{2,j}^* \right) s_2 s_3^* \end{aligned} \quad (\text{I.31})$$

pour détecter le couple  $(s_2, s_3)$ .

## Annexe II

## Etudes de paramètres divers sur les performances des codes STBC

Pour une efficacité spectrale de 2 bits/s/Hz, la transmission par deux antennes d'émission s'effectue à l'aide du code  $G_2$  et d'une modulation 4-PSK. Celles effectuées par trois et quatre antennes utilisent respectivement les codes  $G_3$  et  $G_4$  et la modulation 16-QAM. Comme ces codes sont des codes de rendement  $1/2$ , l'efficacité spectrale est bien de 2 bits/s/Hz.

Pour une efficacité spectrale de 3 bits/s/Hz, la transmission par deux antennes d'émission utilise le code  $G_2$  et une modulation 8-PSK. Celles effectuées par trois et quatre antennes utilisent respectivement les codes  $H_3$  et  $H_4$  et la modulation 16-QAM. Comme ces codes sont des codes de rendement  $3/4$ , l'efficacité spectrale est bien de 3 bits/s/Hz.

### II.1 Influence du nombre d'émetteurs pour diverses efficacités spectrales et divers codes

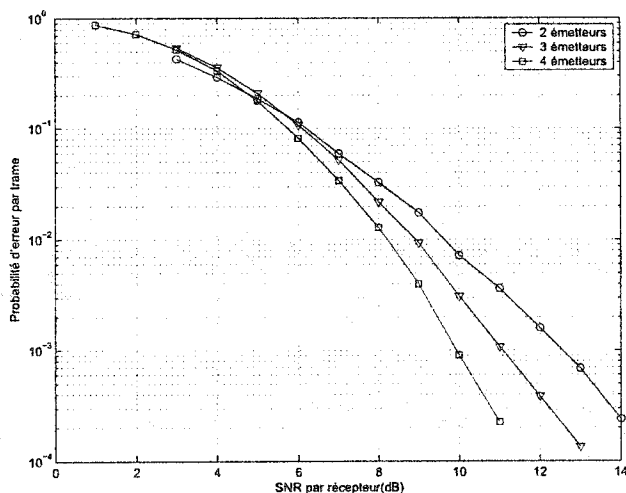


Figure II.1: Influence du nombre d'émetteurs pour une efficacité spectrale de 1 bit/s/Hz; codes  $G_2$ ,  $G_3$  et  $G_4$ ; 2 récepteurs; évanouissements quasi-statiques

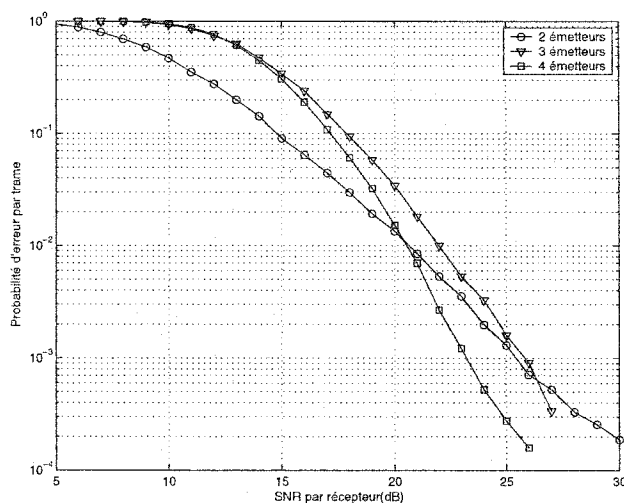


Figure II.2: Influence du nombre d'émetteurs pour une efficacité spectrale de 2 bit/s/Hz; codes  $G_2$ ,  $G_3$  et  $G_4$ ; 1 récepteur; évanouissements quasi-statiques

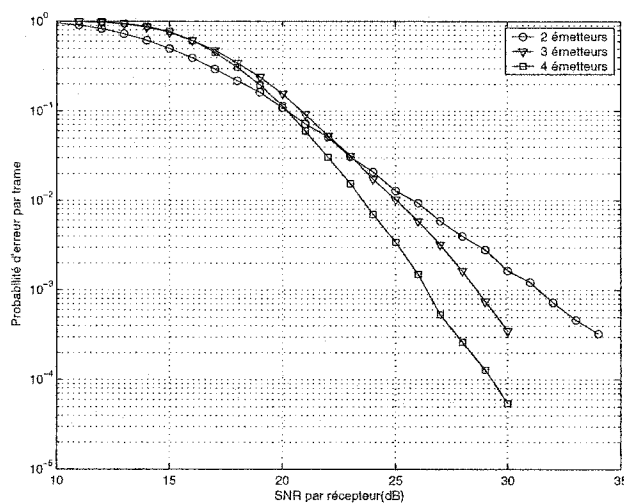


Figure II.3: Influence du nombre d'émetteurs pour une efficacité spectrale de 3 bit/s/Hz; codes  $G_2$ ,  $H_3$  et  $S_4$ ; 1 récepteur; évanouissements quasi-statiques



## II.2 Influence du nombre de récepteurs pour diverses efficacités spectrales et divers codes

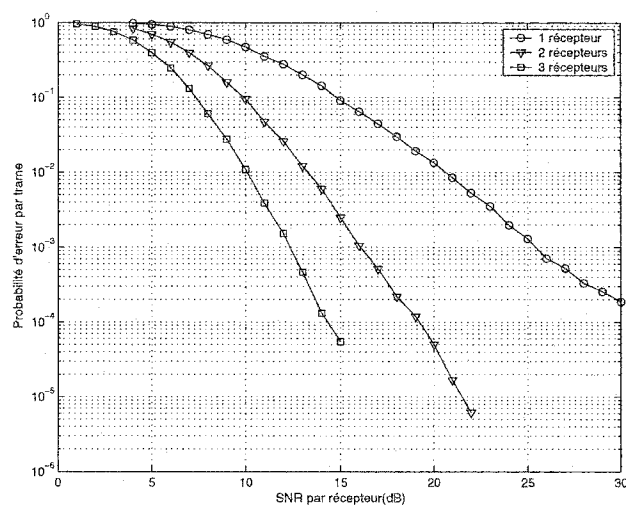


Figure II.4: Influence du nombre de récepteurs pour une efficacité spectrale de 2 bit/s/Hz; code  $G_2$ ; évanouissements quasi-statiques

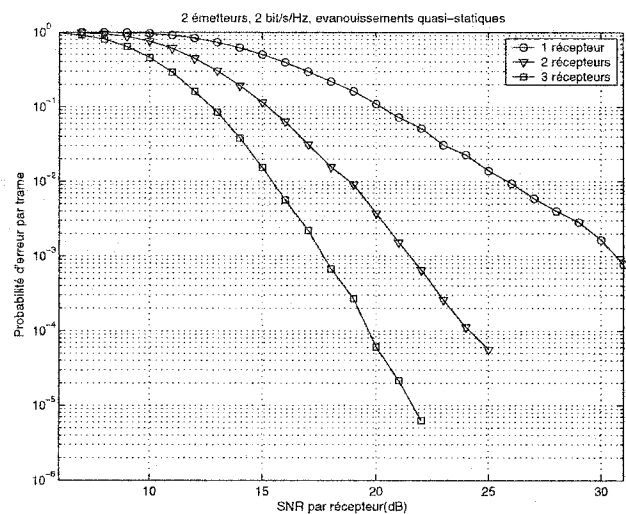


Figure II.5: Influence du nombre de récepteurs pour une efficacité spectrale de 3 bit/s/Hz; code  $G_2$ ; évanouissements quasi-statiques

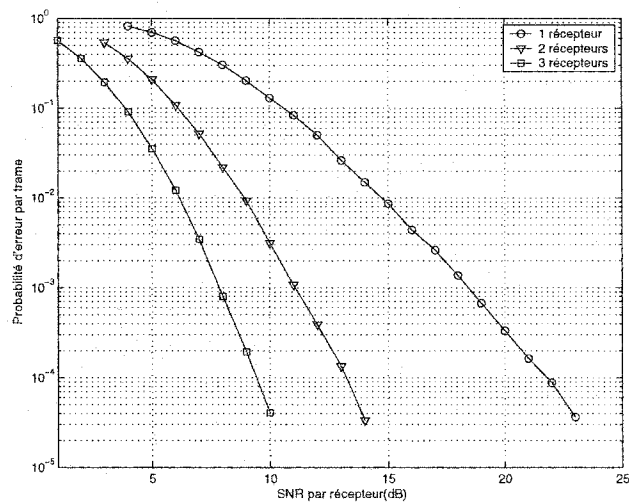


Figure II.6: Influence du nombre de récepteurs pour une efficacité spectrale de 1 bit/s/Hz; code  $G_3$ ; évanouissements quasi-statiques

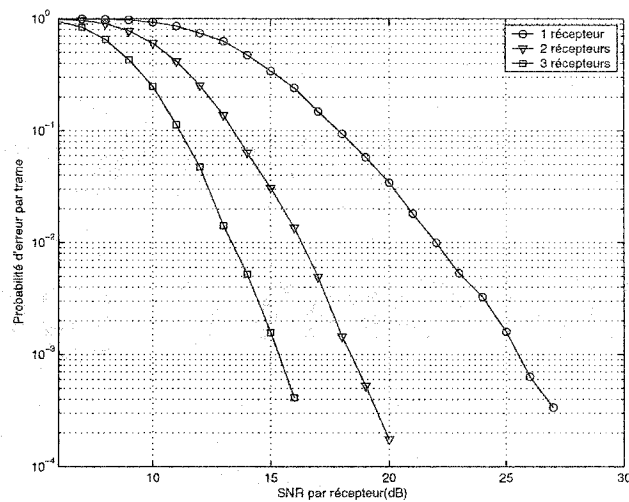


Figure II.7: Influence du nombre de récepteurs pour une efficacité spectrale de 2 bit/s/Hz; code  $G_3$ ; évanouissements quasi-statiques

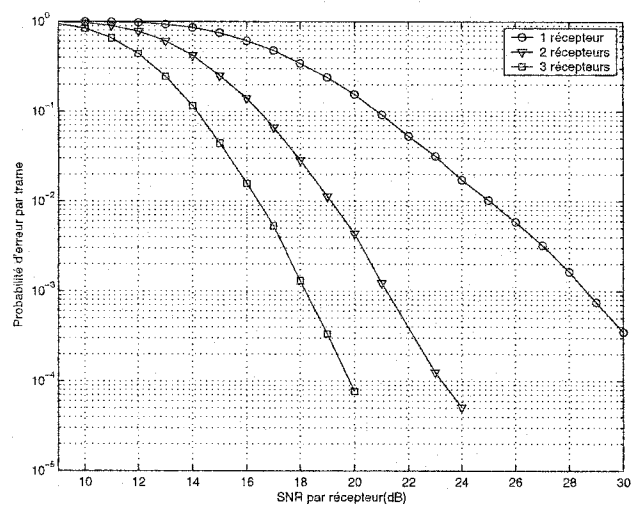


Figure II.8: Influence du nombre de récepteurs pour une efficacité spectrale de 3 bit/s/Hz; code  $H_3$ ; évanouissements quasi-statiques

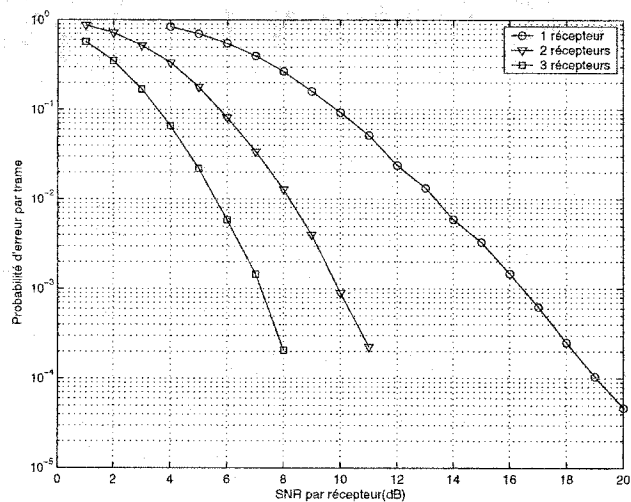


Figure II.9: Influence du nombre de récepteurs pour une efficacité spectrale de 1 bit/s/Hz; code  $G_4$ ; évanouissements quasi-statiques

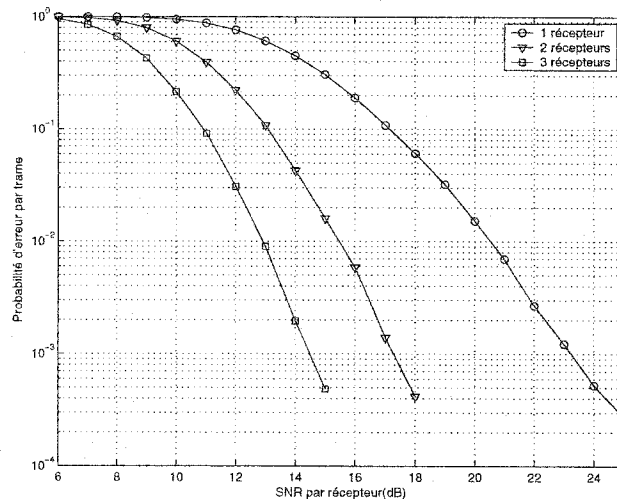


Figure II.10: Influence du nombre de récepteurs pour une efficacité spectrale de 2 bit/s/Hz; code  $G_4$ ; évanouissements quasi-statiques

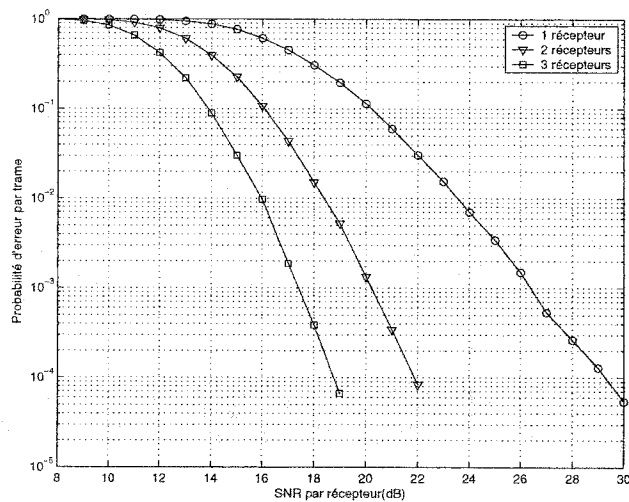


Figure II.11: Influence du nombre de récepteurs pour une efficacité spectrale de 3 bit/s/Hz; code  $S_4$ ; évanouissements quasi-statiques

### II.3 Comparaison des performances des codes STBC et STBC quasi-orthogonaux pour une efficacité spectrale de 3 bits/s/Hz

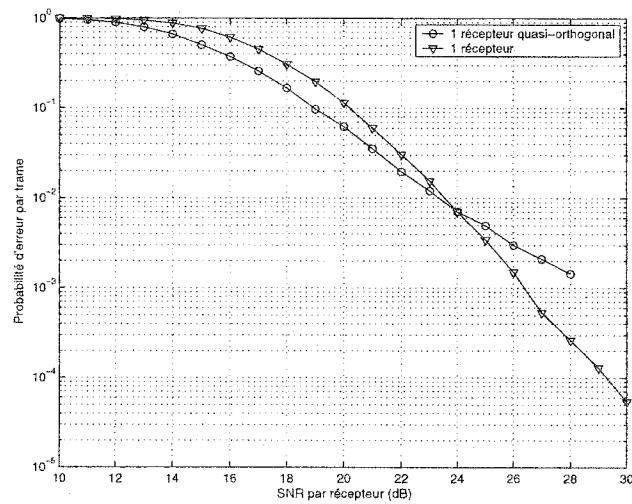


Figure II.12: Probabilité d'erreur par trame vs. SNR pour STBC à une efficacité spectrale de 3 bits/s/Hz; 1 antenne réceptrice; évanouissements quasi-statiques

## II.4 Performances des codes STBC pour une estimation de canal imparfaite

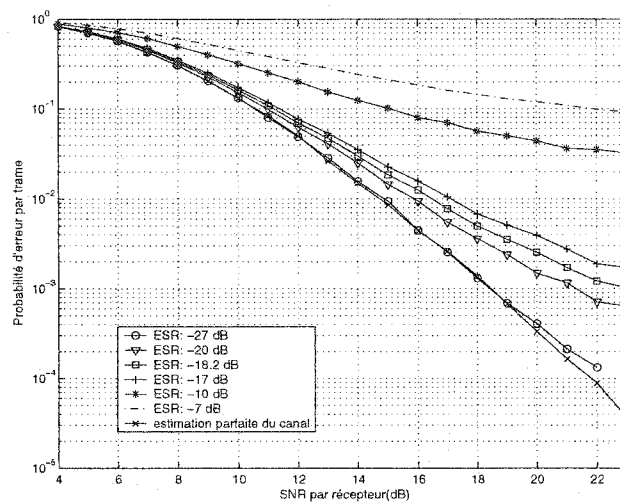


Figure II.13: *Erreur d'estimation additive; 3 émetteurs, 1 récepteur, code  $G_3$ ; efficacité spectrale 1 bit/s/Hz; évanouissements quasi-statiques*

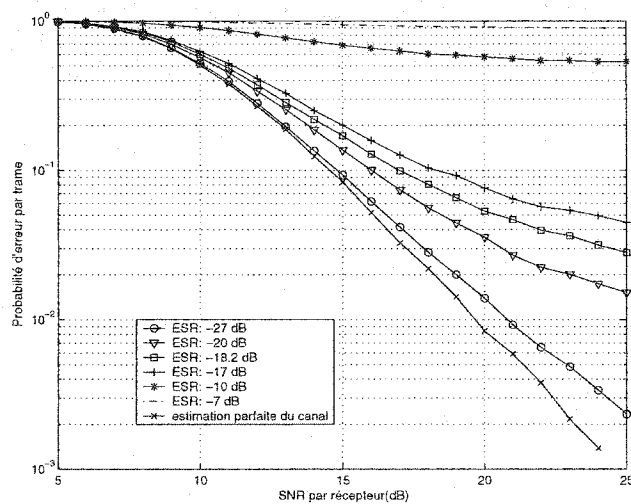


Figure II.14: *Erreur d'estimation additive; 2 émetteurs, 1 récepteur, code  $G_2$ ; efficacité spectrale 1 bit/s/Hz; évanouissements rapides*

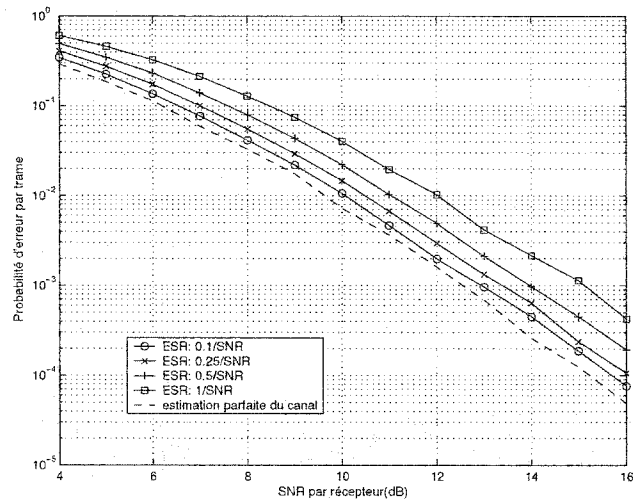


Figure II.15: *Erreur d'estimation additive; 2 émetteurs, 2 récepteurs, code  $G_2$ ; efficacité spectrale 1 bit/s/Hz; évanouissements quasi-statiques*

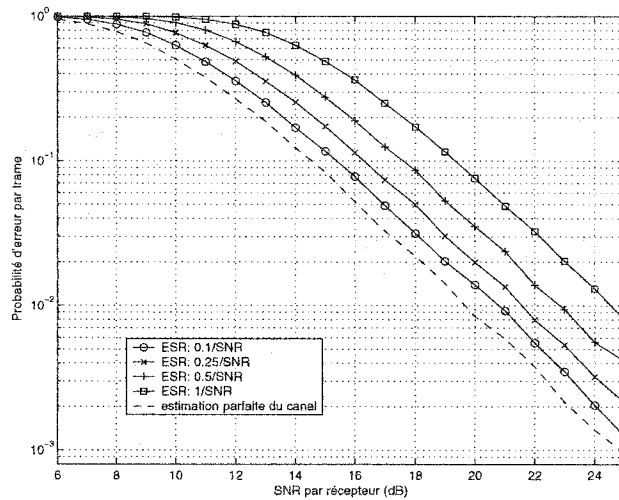


Figure II.16: *Erreur d'estimation additive; 2 émetteurs, 1 récepteur, code  $G_2$ ; efficacité spectrale 1 bit/s/Hz; évanouissements rapides*

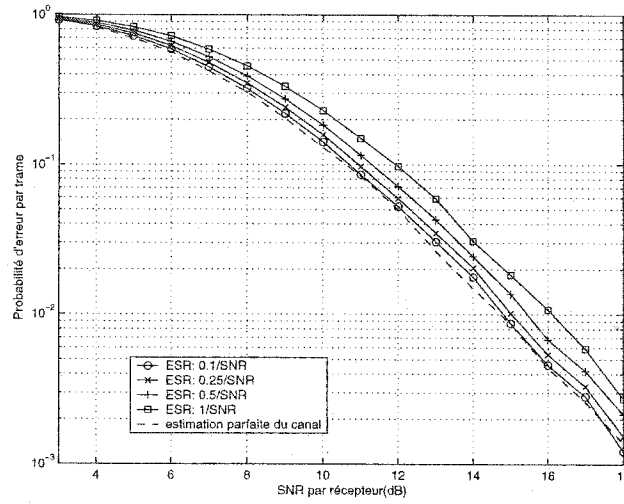


Figure II.17: *Erreur d'estimation additive; 3 émetteurs, 1 récepteur, code  $G_3$ ; efficacité spectrale 1 bit/s/Hz; évanouissements quasi-statiques*



## II.5 Performances des codes STTC pour un canal Gaussien

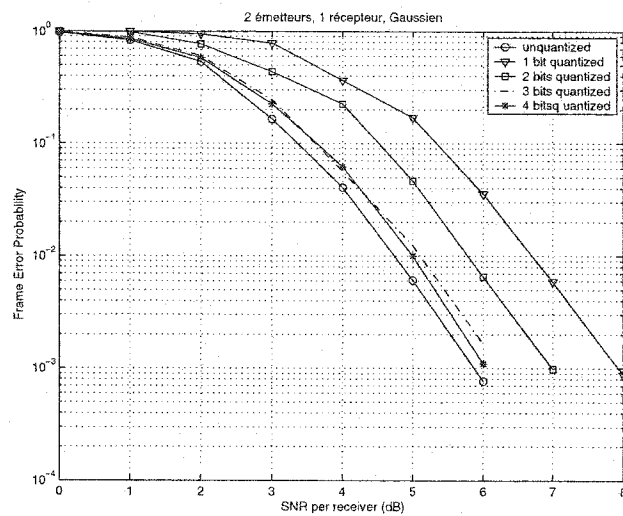


Figure II.18: *Effet de la quantification d'un canal gaussien, 2 émetteurs, 1 récepteur, code 5,7*

## II.6 Comparaison des performances des codes STBC et STBC concaténés avec un codeur TCM pour diverses valeurs du nombre de récepteurs, cas des évanouissements quasi-statiques

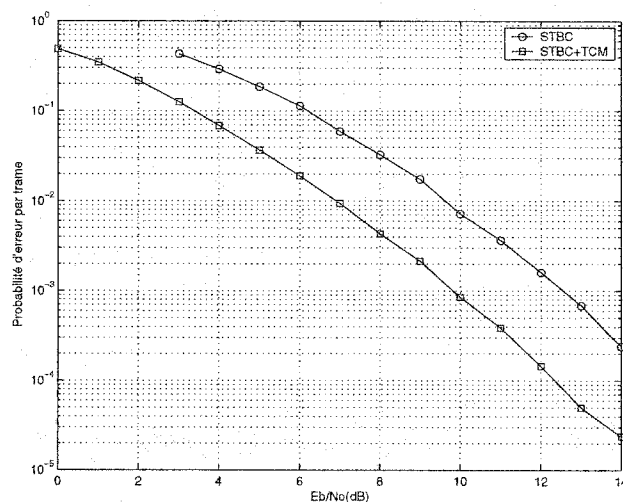


Figure II.19: Comparaison du système STBC et du système STBC concaténé; efficacité spectrale de 1 bit/s/Hz; 2 récepteurs; évanouissements quasi-statiques

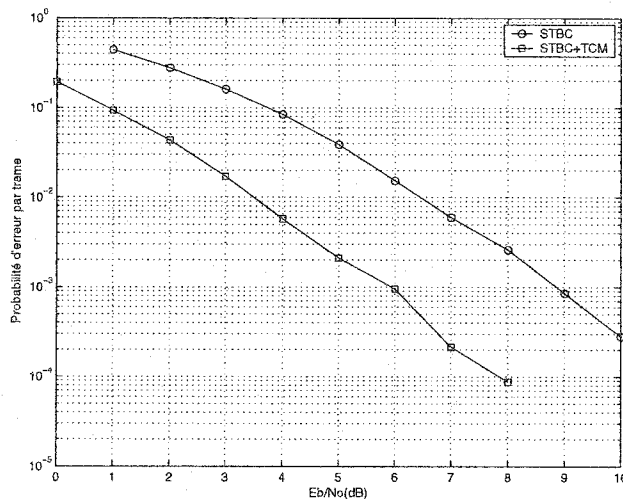


Figure II.20: Comparaison du système STBC et du système STBC concaténé; efficacité spectrale de 1 bit/s/Hz; 3 récepteurs; évanouissements quasi-statiques

II.7 Comparaison des performances des codes STBC et STBC concaténés avec un codeur TCM pour diverses valeurs du nombre de récepteurs, cas des évanouissements rapides

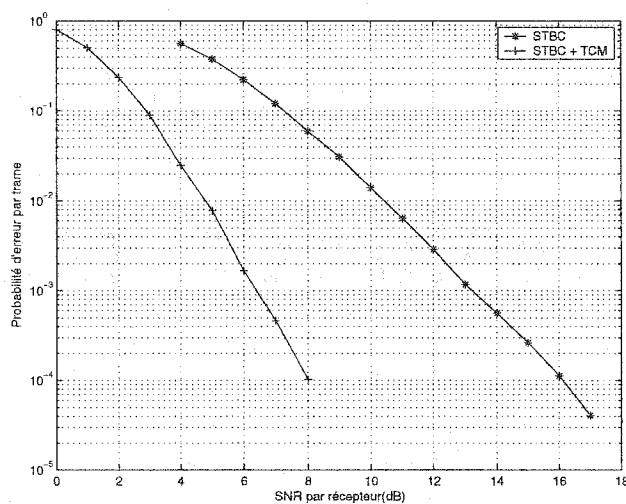


Figure II.21: Comparaison du système STBC et du système STBC concaténé pour une efficacité spectrale de 1 bit/s/Hz; 2 récepteurs; évanouissements rapides

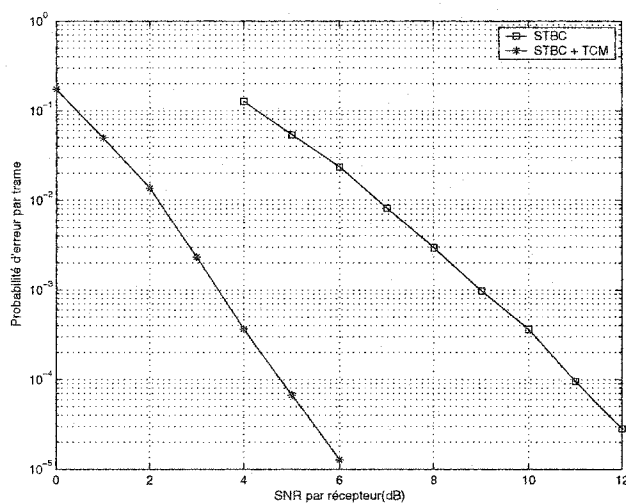


Figure II.22: Comparaison du système STBC et du système STBC concaténé pour une efficacité spectrale de 1 bit/s/Hz; 3 récepteurs; évanouissements rapides

## II.8 Comparaison des performances des codes STTC et STBC concaténés avec un codeur TCM pour deux récepteurs

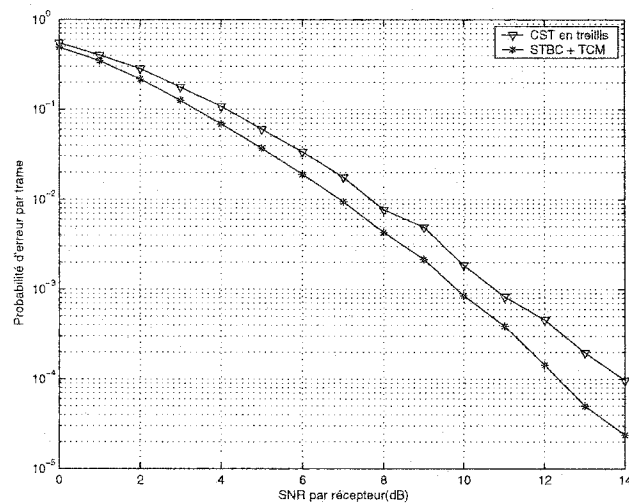


Figure II.23: Comparaison du système STTC et du système STBC concaténé pour une efficacité spectrale de 1 bit/s/Hz; 2 récepteurs; évanouissements quasi-statiques

## Annexe III

### Etude théorique d'une erreur d'estimation additive des coefficients d'atténuation du canal

Dans la section 5.4, la connaissance des coefficients d'atténuation  $\alpha_{ij}$  du canal de transmission n'est pas parfaite. Pour une erreur d'estimation du canal dite "additive", le récepteur perçoit en lieu et place des coefficients  $\alpha_{ij}$  des coefficients  $\beta_{ij} = \alpha_{ij} + \epsilon_{ij}$ . Les paramètres  $\alpha_{ij}$  et  $\epsilon_{ij}$  sont des variables aléatoires gaussiennes complexes de moyenne nulle et de variance respective  $0$  et  $\sigma_\epsilon$ .

Nous allons démontrer par l'absurde que, dans le cas où  $\sigma_\epsilon$  est indépendante du SNR, il est impossible que la probabilité d'erreur par trame tende vers zéro lorsque le rapport signal sur bruit tend vers l'infini. Ainsi, les courbes  $P_E = f(SNR)$  sont tangentes à des droites d'équation  $y = \text{constante}$  pour des SNR élevés.

La démonstration sera basée sur l'étude des métriques de décodage. En effet, si la métrique peut être minimale pour un signal supposé différent du signal émis, alors il y a une erreur de décodage. Si cela se produit en absence de bruit, alors la probabilité d'erreur ne peut pas tendre vers zéro.

#### III.1 Hypothèses:

L'hypothèse de départ, que nous allons essayer de mettre à mal, est la suivante: en absence de bruit, le décodeur n'effectue jamais d'erreur de décodage.

Par ailleurs, pour simplifier la démonstration, plusieurs hypothèses sont effectuées:

- le système de transmission considéré comporte deux antennes émettrices et une antenne réceptrice,
- le rapport SNR est choisi très grand pour s'affranchir du bruit,
- la modulation choisie est la modulation BPSK.

### III.2 Démonstration:

Dans le cas d'une estimation parfaite du canal, la métrique à minimiser pour un système comportant deux antennes d'émission et  $m$  antennes de réception est la suivante:

$$\Delta(t) = \sum_{j=1}^m \left| r_j(t) - \sum_{i=1}^2 \alpha_{ij} \hat{s}_i(t) \right|^2 \quad (\text{III.1})$$

où  $\hat{s}_i(t)$  représentent les signaux supposés.

Minimiser cette métrique revient à minimiser séparément les deux sous-métriques suivantes:

$$\left| \sum_{j=1}^m (r_1^j \alpha_{1,j}^* + (r_2^j)^* \alpha_{2,j}) - \hat{s}_1 \right|^2 + (-1 + \sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^2 |\alpha_{i,j}|^2) |\hat{s}_1|^2 \quad (\text{III.2})$$

pour détecter  $s_1$ , et

$$\left| \sum_{j=1}^m (r_1^j \alpha_{2,j}^* - (r_2^j)^* \alpha_{1,j}) - \hat{s}_2 \right|^2 + (-1 + \sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^2 |\alpha_{i,j}|^2) |\hat{s}_2|^2 \quad (\text{III.3})$$

pour détecter  $s_2$ .

Intéressons nous à la première de ces deux métriques (la démonstration est équivalente pour la seconde). Dans le cas d'une erreur d'estimation du canal, elle devient:

$$\left| \sum_{j=1}^m (r_1^j \beta_{1,j}^* + (r_2^j)^* \beta_{2,j}) - \hat{s}_1 \right|^2 + (-1 + \sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^2 |\beta_{i,j}|^2) |\hat{s}_1|^2 \quad (\text{III.4})$$

avec  $\beta_{i,j} = \alpha_{i,j} + \epsilon_{i,j}$

Pour un système ne comportant qu'un seul récepteur, nous obtenons:

$$\left| r_1 \beta_{1,1}^* + (r_2)^* \beta_{2,1} - \hat{s}_1 \right|^2 + (-1 + |\beta_{11}|^2 + |\beta_{2,1}|^2) |\hat{s}_1|^2 \quad (\text{III.5})$$

avec  $r_1 = \alpha_{1,1} s_1 + \alpha_{2,1} s_2 + n_1$  et  $r_2 = -\alpha_{1,1} s_2^* + \alpha_{2,1} s_1^* + n_2$

Donc (III.4) devient,

$$\begin{aligned} & |(\alpha_{1,1}s_1 + \alpha_{2,1}s_2 + n_1)\beta_{1,1}^* + (-\alpha_{1,1}s_2^* + \alpha_{2,1}s_1^* + n_2)^*\beta_{2,1} - \hat{s}_1|^2 \\ & + (-1 + |\beta_{1,1}|^2 + |\beta_{2,1}|^2)|\hat{s}_1|^2 \end{aligned} \quad (\text{III.6})$$

Comme le bruit est considéré faible, nous pouvons poser  $n_1 = n_2 = 0$ . De plus, comme la modulation sélectionnée est la modulation BPSK, les différents coefficients intervenant dans la métrique sont réels. D'où (III.4) s'écrit:

$$((\alpha_{1,1}s_1 + \alpha_{2,1}s_2)\beta_{1,1} + (-\alpha_{1,1}s_2 + \alpha_{2,1}s_1)\beta_{2,1} - \hat{s}_1)^2 + (-1 + \beta_{1,1}^2 + \beta_{2,1}^2)\hat{s}_1^2 \quad (\text{III.7})$$

Intéressons nous maintenant aux deux cas de figure qui peuvent se produire:

- cas 1:  $s_1 = \hat{s}_1 = s_0$  et  $s_2 = s_0$
- cas 2:  $s_1 = -\hat{s}_1 = s_0$  et  $s_2 = s_0$

Dans le premier cas, la métrique III.7 devient:

$$s_0^2 [((\alpha_{1,1} + \alpha_{2,1})\beta_{1,1} + (-\alpha_{1,1} + \alpha_{2,1})\beta_{2,1} - 1)^2 + (-1 + \beta_{1,1}^2 + \beta_{2,1}^2)] \quad (\text{III.8})$$

Et dans le second cas:

$$s_0^2 [((\alpha_{1,1} + \alpha_{2,1})\beta_{1,1} + (-\alpha_{1,1} + \alpha_{2,1})\beta_{2,1} + 1)^2 + (-1 + \beta_{1,1}^2 + \beta_{2,1}^2)] \quad (\text{III.9})$$

Si la métrique III.8 du premier cas est inférieure à la métrique III.9 du second cas, alors le décodeur ne commettra aucune erreur d'estimation.

Cela revient à montrer que:

$$((\alpha_{1,1} + \alpha_{2,1})\beta_{1,1} + (-\alpha_{1,1} + \alpha_{2,1})\beta_{2,1} - 1)^2 < ((\alpha_{1,1} + \alpha_{2,1})\beta_{1,1} + (-\alpha_{1,1} + \alpha_{2,1})\beta_{2,1} + 1)^2 \quad (\text{III.10})$$

que nous pouvons identifier à

$$A^2 > B^2 \quad (\text{III.11})$$

Or,

$$\begin{aligned} A^2 > B^2 &\iff A^2 - B^2 > 0 \\ &\iff (A - B)(A + B) > 0 \end{aligned} \quad (\text{III.12})$$

Avec:

$$\begin{aligned} A - B &= (\alpha_{1,1} + \alpha_{2,1})\beta_{1,1} + (-\alpha_{1,1} + \alpha_{2,1})\beta_{2,1} + 1 \\ &\quad - ((\alpha_{1,1} + \alpha_{2,1})\beta_{1,1} + (-\alpha_{1,1} + \alpha_{2,1})\beta_{2,1} - 1) \\ &= 2 \end{aligned} \quad (\text{III.13})$$

Et

$$\begin{aligned} A + B &= (\alpha_{1,1} + \alpha_{2,1})\beta_{1,1} + (-\alpha_{1,1} + \alpha_{2,1})\beta_{2,1} - 1 \\ &\quad + (\alpha_{1,1} + \alpha_{2,1})\beta_{1,1} + (-\alpha_{1,1} + \alpha_{2,1})\beta_{2,1} + 1 \\ &= 2((\alpha_{1,1} + \alpha_{2,1})\beta_{1,1} + (-\alpha_{1,1} + \alpha_{2,1})\beta_{2,1}) \end{aligned} \quad (\text{III.14})$$

(III.10) est alors équivalent à

$$\begin{aligned} 4((\alpha_{1,1} + \alpha_{2,1})\beta_{1,1} + (-\alpha_{1,1} + \alpha_{2,1})\beta_{2,1}) &> 0 \\ \iff (\alpha_{1,1} + \alpha_{2,1})\beta_{1,1} + (-\alpha_{1,1} + \alpha_{2,1})\beta_{2,1} &> 0 \end{aligned} \quad (\text{III.15})$$

Soit, finalement,

$$\alpha_{1,1}^2 + \alpha_{2,1}^2 + \epsilon_{1,1}(\alpha_{1,1} + \alpha_{2,1}) + \epsilon_{2,1}(\alpha_{2,1} - \alpha_{1,1}) > 0 \quad (\text{III.16})$$

En absence de perturbation, cette inégalité devient:

$$\alpha_{1,1}^2 + \alpha_{2,1}^2 > 0 \quad (\text{III.17})$$

qui est toujours vérifiée. Sans perturbation et pour un SNR infini, le décodeur ne commet pas d'erreur de décodage.

Par contre, si pour le jeu de coefficients  $\alpha_{1,1} = 0.8$ ,  $\alpha_{2,1} = 0.7$ ,  $\epsilon_{1,1} = 0.2$  et



$\epsilon_{2,1} = -0.1$  l'inégalité III.16 est vérifiée, ce n'est pas toujours le cas. Ainsi, si nous prenons, par exemple,  $\alpha_{1,1} = 0.5$ ,  $\alpha_{2,1} = 0.3$ ,  $\epsilon_{1,1} = -0.4$  et  $\epsilon_{2,1} = 0.2$ , elle n'est plus vérifiée puisque le premier terme vaut alors  $-0.02$ . Ainsi, l'hypothèse de départ voulant qu'en l'absence de bruit le décodeur n'effectue jamais aucune erreur de décodage n'est pas valide.

Lorsque  $\sigma_\epsilon$  est indépendant du SNR, le décodeur peut commettre des erreurs en l'absence de bruit. Il s'ensuit que la probabilité d'erreur par trame ne peut pas tendre vers zéro pour un SNR infini. Les courbes représentant  $P_E = f(SNR)$  sont donc tangentes asymptotiquement à des droites d'équation  $y = \text{constante}$  pour des SNR élevés.

### III.3 Généralisation:

La démonstration précédente est valable pour un système de communication numérique comportant 2 émetteurs, 1 récepteur et utilisant une modulation BPSK (voir Hypothèses). Nous allons donc la généraliser, plus ou moins rapidement, pour  $m$  récepteurs,  $n$  émetteurs et pour une modulation quelconque.

#### III.3.1 Généralisation à une modulation quelconque:

Considérons un système constitué de 2 émetteurs et 1 récepteur, pouvant utiliser n'importe quel type de modulation. L'équation (III.7) devient donc:

$$|(\alpha_{1,1}s_1 + \alpha_{2,1}s_2)\beta_{1,1}^* + (-\alpha_{1,1}s_2 + \alpha_{2,1}s_1)\beta_{2,1}^* - \hat{s}_1|^2 + (-1 + |\beta_{1,1}|^2 + |\beta_{2,1}|^2)\hat{s}_1^2 \quad (\text{III.18})$$

Et l'inégalité III.10 à vérifier devient:

$$|(\alpha_{1,1} + \alpha_{2,1})\beta_{1,1}^* + (-\alpha_{1,1} + \alpha_{2,1})\beta_{2,1}^* - 1|^2 < |(\alpha_{1,1} + \alpha_{2,1})\beta_{1,1}^* + (-\alpha_{1,1} + \alpha_{2,1})\beta_{2,1}^* + 1|^2 \quad (\text{III.19})$$

que nous pouvons identifier à

$$|A|^2 > |B|^2 \quad (\text{III.20})$$

avec

$$\begin{aligned}
|A|^2 &= |(\alpha_{1,1} + \alpha_{2,1})\beta_{1,1}^* + (-\alpha_{1,1} + \alpha_{2,1})\beta_{2,1}^* + 1|^2 \\
&= |(\alpha_{1,1} + \alpha_{2,1})\beta_{1,1}|^2 + |(-\alpha_{1,1} + \alpha_{2,1})\beta_{2,1}|^2 + 1 \\
&\quad + 2\Re[(\alpha_{1,1} + \alpha_{2,1})(-\alpha_{1,1} + \alpha_{2,1})^*\beta_{1,1}^*\beta_{2,1}] \\
&\quad + 2\Re[(\alpha_{1,1} + \alpha_{2,1})\beta_{1,1}^* + 2\Re(-\alpha_{1,1} + \alpha_{2,1})\beta_{2,1}^*]
\end{aligned} \tag{III.21}$$

et

$$\begin{aligned}
|B|^2 &= |(\alpha_{1,1} + \alpha_{2,1})\beta_{1,1}^* + (-\alpha_{1,1} + \alpha_{2,1})\beta_{2,1}^* - 1|^2 \\
&= |(\alpha_{1,1} + \alpha_{2,1})\beta_{1,1}|^2 + |(-\alpha_{1,1} + \alpha_{2,1})\beta_{2,1}|^2 + 1 \\
&\quad + 2\Re[(\alpha_{1,1} + \alpha_{2,1})(-\alpha_{1,1} + \alpha_{2,1})^*\beta_{1,1}^*\beta_{2,1}] \\
&\quad - 2\Re[(\alpha_{1,1} + \alpha_{2,1})\beta_{1,1}^*] - 2\Re[(-\alpha_{1,1} + \alpha_{2,1})\beta_{2,1}^*]
\end{aligned} \tag{III.22}$$

D'où (III.19) équivaut à:

$$\Re[(\alpha_{1,1} + \alpha_{2,1})\beta_{1,1}^*] + \Re[(-\alpha_{1,1} + \alpha_{2,1})\beta_{2,1}^*] > 0 \tag{III.23}$$

Posons:

$$\begin{aligned}
\alpha_{1,1} &= x_{1,1} + i y_{1,1} \\
\alpha_{2,1} &= x_{2,1} + i y_{2,1} \\
\epsilon_{1,1} &= e_{1,1} + i f_{1,1} \\
\epsilon_{2,1} &= e_{2,1} + i f_{2,1}
\end{aligned} \tag{III.24}$$

L'inégalité (III.23) devient après calculs:

$$\begin{aligned} |\alpha_{1,1}|^2 + |\alpha_{2,1}|^2 &+ e_{1,1}(x_{1,1} + x_{2,1}) + f_{1,1}(y_{1,1} + y_{2,1}) \\ &+ e_{2,1}(-x_{1,1} + x_{2,1}) + f_{1,1}(-y_{1,1} + y_{2,1}) > 0 \end{aligned} \quad (\text{III.25})$$

Si nous prenons le jeu de coefficient  $\alpha_{1,1} = 0.5 + \iota 0.5$ ,  $\alpha_{2,1} = 0.3 + \iota 0.3$ ,  $\epsilon_{1,1} = -0.4 - \iota 0.4$  et  $\epsilon_{2,1} = 0.2 + \iota 0.2$ , le premier terme de l'inégalité vaut  $-0.04$ . Une fois encore, l'hypothèse "*en absence de bruit, le décodeur n'effectue jamais d'erreur de décodage*" n'est donc pas vraie. Quelque soit la modulation, lorsque  $\sigma_e$  est indépendant du SNR, le décodeur peut commettre des erreurs en l'absence de bruit.

### III.3.2 Généralisation à $m$ récepteurs:

L'hypothèse à démontrer est, une nouvelle fois, qu'en l'absence de bruit le décodeur soit capable de décoder sans erreur. Comme la démonstration est maintenant valable quelque soit l'ordre de la modulation, la modulation utilisée sera, pour simplifier les calculs, la modulation BPSK. La démonstration reste inchangée jusqu'à l'équation (III.4). Dans le cas de  $m$  récepteurs, les signaux reçus, au  $j$ ème récepteur, s'écrivent:

$$r_1^j = \alpha_{1,j}s_1 + \alpha_{2,j}s_2 + n_1^j \text{ et } r_2^j = -\alpha_{1,j}s_2^* + \alpha_{2,j}s_1^* + n_2^j$$

D'où:

$$\begin{aligned} & \left( \sum_{j=1}^m ((\alpha_{1,j}s_1 + \alpha_{2,j}s_2 + n_1^j)\beta_{1,j} + (-\alpha_{1,j}s_2 + \alpha_{2,j}s_1 + n_2^j)\beta_{2,j}) - \hat{s}_1 \right)^2 \\ & + \left( -1 + \sum_{j=1}^m (\beta_{1,j}^2 + \beta_{2,j}^2) \right) \hat{s}_1^2 \end{aligned} \quad (\text{III.26})$$

Pour un SNR élevé et en conservant les deux cas étudiés dans la démonstration

précédente, l'hypothèse à prouver se résume à montrer l'inégalité suivante:

$$\begin{aligned} & \left[ \sum_{j=1}^m ((\alpha_{1,j} + \alpha_{2,j})\beta_{1,j} + (-\alpha_{1,j} + \alpha_{2,j})\beta_{2,j} - 1)^2 \right. \\ & < \left. \left[ \sum_{j=1}^m ((\alpha_{1,1} + \alpha_{2,j})\beta_{1,j} + (-\alpha_{1,j} + \alpha_{2,j})\beta_{2,j}) + 1 \right]^2 \right] \end{aligned} \quad (\text{III.27})$$

En suivant une procédure identique à celle effectuée dans la démonstration précédente, nous pouvons écrire cette inégalité sous la forme suivante:

$$\sum_{j=1}^m [(\alpha_{1,j} + \alpha_{2,j})\beta_{1,j} + (-\alpha_{1,j} + \alpha_{2,j})\beta_{2,j}] > 0 \quad (\text{III.28})$$

Soit

$$\sum_{j=1}^m [\alpha_{1,j}^2 + \alpha_{2,j}^2] + \sum_{j=1}^m [\epsilon_{1,j}(\alpha_{1,j} + \alpha_{2,j}) + \epsilon_{2,j}(\alpha_{2,j} - \alpha_{1,j})] > 0 \quad (\text{III.29})$$

Si nous prenons le jeu de coefficient  $\alpha_{1,j} = 0.5$ ,  $\alpha_{2,j} = 0.3$ ,  $\epsilon_{1,j} = -0.4$  et  $\epsilon_{2,j} = 0.2$ , quelque soit la valeur de  $j$ , l'inégalité précédente n'est plus vérifiée puisque le premier terme vaut alors  $-0.02m$ ,  $m$  étant un nombre entier positif, puisqu'il représente le nombre d'antennes de réception. Ce qui nous amène à la même conclusion que celle obtenue pour le système comprenant deux antennes d'émission et un seul récepteur.

### III.3.3 Généralisation à $n$ émetteurs:

Dans le cas de  $n$  émetteurs, la démonstration effectuée précédemment reste telle quelle à une exception près. En lieu et place d'étudier la métrique:

$$\left| \sum_{j=1}^m (r_1^j \alpha_{1,j}^* + (r_2^j)^* \alpha_{2,j}) - \hat{s}_1 \right|^2 + (-1 + \sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^2 |\alpha_{i,j}|^2) |\hat{s}_1|^2 \quad (\text{III.30})$$

qui permet de détecter  $s_1$ , il faut étudier la métrique qui correspond au code utilisé. Par exemple, si pour un système comprenant trois émetteurs et  $m$  récepteurs, et

utilisant le code  $\mathbf{G}_3$ , l'étude doit porter sur la métrique:

$$\begin{aligned}
 & \left| \sum_{j=1}^m (r_1^j \beta_{1,j}^* + r_2^j \beta_{2,j}^* + r_3^j \beta_{3,j}^* + (r_5^j)^* \beta_{1,j} + (r_6^j)^* \beta_{2,j} + (r_7^j)^* \beta_{3,j}) - s_1 \right|^2 \\
 & + (-1 + 2 * \sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^3 |\beta_{ij}|^2) |s_1|^2
 \end{aligned} \tag{III.31}$$

qui permet de détecter  $s_1$  pour ce système.

La procédure restant inchangée, seuls les calculs étant rendus un peu plus pénible par la présence de 7 signaux reçus et 3 coefficients d'atténuations  $\beta$ , nous ne le referons pas ici. La conclusion reste, bien évidemment, inchangée.

## Annexe IV

## Tables de métriques pour les canaux gaussiens

Ces tables fournissent les valeurs associées à un couple  $(r_i^j(t), \hat{s}_i(t))$  pour le calcul de la métrique de symbole (équation 5.21) dans le cas d'un canal quantifié. Quatre cas de quantification ont été envisagés: la quantification dure et les quantifications sur quatre, huit et seize niveaux.

Tableau IV.1: Table de métriques pour un canal binaire symétrique en quantification dure (1 bit)

$r_i^j(t) \backslash \hat{s}_i(t)$	0	1
0	1	-1
1	-1	1

Tableau IV.2: Table de métriques pour un canal binaire symétrique en quantification sur quatre niveaux (2 bits)

$r_i^j(t) \backslash \hat{s}_i(t)$	0	1	2	3
0	2	1	-1	-2
1	-2	-1	1	2

Tableau IV.3: Table de métriques pour un canal binaire symétrique en quantification sur huit niveaux (3 bits)

$r_i^j(t)$ \ $\hat{s}_i(t)$	0	1	2	3	4	5	6	7
0	4	3	2	1	-1	-2	-3	-4
1	-4	-3	-2	-1	1	2	3	4

Tableau IV.4: Table de métriques pour un canal binaire symétrique en quantification sur seize niveaux (4 bits)

$r_i^j(t)$ \ $\hat{s}_i(t)$	0	1	2	3	4	5	6	7
0	8	7	6	5	4	3	2	1
1	-8	-7	-6	-5	-4	-3	-2	-1

$r_i^j(t)$ \ $\hat{s}_i(t)$	8	9	10	11	12	13	14	15
0	-1	-2	-3	-4	-5	-6	-7	-8
1	1	2	3	4	5	6	7	8