PolyPublie
Polytechnique Montréal

POLYTECHNIQUE MONTRÉAL
UNIVERSITÉ D'INGÉNIERIE

Titre: Title:	Conception des filières d'extrusion pour les profilés multiformes
Auteur: Author:	David Beaumier
Date:	2001
Type:	Mémoire ou thèse / Dissertation or Thesis
Référence: Citation:	Beaumier, D. (2001). Conception des filières d'extrusion pour les profilés multiformes [Master's thesis, École Polytechnique de Montréal]. PolyPublie. https://publications.polymtl.ca/7217/

Document en libre accès dans PolyPublie
Open Access document in PolyPublie

URL de PolyPublie: PolyPublie URL:	https://publications.polymtl.ca/7217/
Directeurs de recherche: Advisors:	Pierre Lafleur
Programme: Program:	Unspecified

Ce fichier a été téléchargé à partir de PolyPublie, le dépôt institutionnel de Polytechnique Montréal
This file has been downloaded from PolyPublie, the institutional repository of Polytechnique Montréal

https://publications.polymtl.ca

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

CONCEPTION DES FILIÈRES D'EXTRUSION POUR LES PROFILÉS MULTIFORMES

DAVID BEAUMIER
DÉPARTEMENT DE GÉNIE CHIMIQUE
ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

MÉMOIRE PRÉSENTÉ EN VUE DE L'OBTENTION
DU DIPLÔME DE MAÎTRISE ÈS SCIENCES APPLIQUÉES
(GÉNIE CHIMIQUE)
DÉCEMBRE 2001

© David Beaumier, 2001

National Library of Canada

Acquisitions and Bibliographic Services

395 Wellington Street
Ottawa ON K1A 0N4
Canada

Bibliothèque nationale du Canada

Acquisisitons et services bibliographiques

395, rue Wellington
Ottawa ON K1A 0N4
Canada

Your file Votre référence
ISBN: 0-612-89176-3
Our file Notre référence
ISBN: 0-612-89176-3

The author has granted a non-exclusive licence allowing the National Library of Canada to reproduce, loan, distribute or sell copies of this thesis in microform, paper or electronic formats.

L'auteur a accordé une licence non exclusive permettant à la Bibliothèque nationale du Canada de reproduire, prêter, distribuer ou vendre des copies de cette thèse sous la forme de microfiche/film, de reproduction sur papier ou sur format électronique.

The author retains ownership of the copyright in this thesis. Neither the thesis nor substantial extracts from it may be printed or otherwise reproduced without the author's permission.

L'auteur conserve la propriété du droit d'auteur qui protège cette thèse. Ni la thèse ni des extraits substantiels de celle-ci ne doivent être imprimés ou aturement reproduits sans son autorisation.

In compliance with the Canadian Privacy Act some supporting forms may have been removed from this dissertation.

Conformément à la loi canadienne sur la protection de la vie privée, quelques formulaires secondaires ont été enlevés de ce manuscrit.

While these forms may be included in the document page count, their removal does not represent any loss of content from the dissertation.

Bien que ces formulaires aient inclus dans la pagination, il n'y aura aucun contenu manquant.

Canada

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

Ce mémoire intitulé :

CONCEPTION DES FILIÈRES D'EXTRUSION POUR LES PROFILÉS MULTIFORMES

présenté par: BEAUMIER David
en vue de l'obtention du diplôme de: Maîtrise ès sciences appliquées
a été dûment acceptée par le jury constitué de :

M. KLVANA Danilo, Ph.D., président
M. LAFLEUR Pierre G., Ph.D., membre et directeur de recherche
Mme HEUZEY Marie-Claude, Ph.D., membre

REMERCIEMENTS

Je tiens à remercier mon directeur de recherche, M. Pierre G. Lafleur, pour son support académique et son aide dans ma démarche scientifique. Je tiens aussi à remercier son associé de recherche, M. Claude Thibodeau, pour sa disponibilité, ses conseils et sa patience. Je vous remercie de m'avoir permis d'approfondir davantage mes connaissances techniques sur la mise en forme des polymères.

Également, je remercie toute l'équipe de Canplast, particulièrement M. Denis Grenier, M. Marc Dubois et M. Allan Doyle, de m'avoir offert la chance de réaliser cette maîtrise avec un cas pratique de l'industrie. En même temps, je remercie le CRSNG pour leur subvention au projet de partenariat entre l'École Polytechnique de Montréal et l'entreprise Canplast.

Je remercie aussi les professeurs, les étudiants et les associés de recherche du CRASP pour leur support technique et l'échange culturel entre québécois, français, mexicains et chinois.

Enfin, un gros merci à Marie-Christine qui m'a aidé à rédiger ce mémoire, tout en relaxant mon stress et mes tensions corporelles.

Merci à tous.

RÉSUMÉ

L'extrusion des profilés sert à la fabrication de plusieurs produits domestiques, tels : les portes et les fenêtres, les plinthes, la tuyauterie, etc. Pour produire ces profilés, le polymère fondu est mis en forme en s'écoulant au travers d'une filière. La détermination des dimensions requises de la filière est souvent complexe. Ce travail vise donc à élaborer un logiciel de calcul des filières pour l'extrusion des profilés en polyvinyle chloré (PVC). Basé sur les mesures rhéologiques du PVC, le comportement du fluide est modélisé par la loi de puissance et le gonflement est estimé à partir d'un modèle empirique. D'une part, un modèle de réseau hydrodynamique prédit la vitesse de l'écoulement et la température à l'intérieur de la filière. D'autre part, le calcul des dimensions post-extrusion est fait à partir de la température et de la vitesse de sortie. Ces calculs visent à être suffisamment précis pour estimer les dimensions d'un profilé multiforme, comportant un relief sur le côté extérieur.

Ce travail approfondit le calcul d'un réseau hydrodynamique utilisé pour la conception des filières d'extrusion. Le modèle utilise l'approximation de la lubrification hydrodynamique et l'écoulement est calculé par un ensemble de segments reliés entre eux. Un calcul de la dissipation visqueuse permet d'estimer la température de sortie du polymère fondu et le calcul des vitesses d'écoulement est utilisé pour estimer le temps de résidence et le taux de cisaillement. Connaissant ces différents paramètres de sortie (température, temps de résidence, taux de cisaillement, vitesse d'écoulement), le concepteur est ainsi capable d'estimer les dimensions du profilé produit à partir des dimensions de la filière d'extrusion. Il doit alors tenir compte de plusieurs phénomènes post-extrusion, soit : le gonflement, l'aplatissement, l'étirement et le retrait. Par ailleurs, le modèle de réseau a été développé de façon à mieux prédire la vitesse d'écoulement près des parois latérales de la filière. Un facteur de paroi (F_p^*) a été calculé par différences finies pour corriger le calcul du débit. Ce calcul permet de prédire

relativement bien la vitesse d'écoulement près des parois latérales de la filière et il permet d'estimer l'affaissement du profilé près des extrémités et des protubérances.

Le développement de ce calcul est utilisé pour l'estimation des dimensions du profilé à partir d'une filière rectangulaire. La conception vise à obtenir un écoulement balancé et des dimensions précises. Ainsi, une filière a été conçue pour un profilé multiforme, soit un profilé rectangulaire d'une épaisseur de 2.50 mm avec plusieurs rainures carrées d'une profondeur de 0.762 mm. L'ajustement des épaisseurs à la sortie de la filière a été fait par un calcul inverse. Il a permis de contrôler les dimensions du profilé. Le balancement s'est fait en ajustant les épaisseurs en amont de la section finale et l'empattement des rainures. Suite aux expériences réalisées chez Canplast, le modèle a montré un calcul intéressant pour estimer les dimensions moyennes d'un profilé composé de sections rectangulaires et d'épaisseur uniforme. De plus, les profilés expérimentaux produits se sont rapprochés assez près des dimensions requises, sans l'utilisation d'un calibrateur. Toutefois, le calcul des dimensions post-extrusion est peu précis à proximité des irrégularités. Ce modèle nécessite aussi un détail plus précis des transformations post-extrusion, notamment sur le calcul des déformations à l'intérieur du calibrateur.

ABSTRACT

Tool design remains a domain of great interest for the plastic industry, both for injection molding and extrusion. Flow calculation is then required to be as precise as possible, but must also be simple to get a quick idea of the flow analysis. This work aims to develop a simple analysis software to serve the polyvinyl chloride (PVC) extrusion industry for die design. A flow model based on the network theory seems interesting to be developped further by integrating an accurate sidewall effect on the flow velocity , thermal effects and shape calculations. Based on the results of these calculations, the profile shape will be estimated. The designer will then be able to adjust dimensions to get a balanced flow and the desired profile shape.

Using the lubrication theory, a network flow model is applied for the calculation of a profile die design. Morevover, the thermal behavior is approximated with a developped equation of energy between parallel plates. Then, the model is able to predict the exit temperature and flow velocity. From these data, the swelling is calculated with the residence time, the shear rate and the temperature. The post extrusion dimensionnal changes are divided into four phenomenas : swelling, velocity flattening, streching and shrinkage. Once the post extrusion changes are predicted over each segment on the exit die cross section, the profile is estimated. The designer will then adjust the die openings to get the right shape. Furthermore, the network flow model has been improved to predict more accurately the velocity profile near sidewalls, edges and angles. A velocity correction factor (F_p^*) was calculated by finite difference method. Regression were done to get a function relating F_p^* to relative distance, shape ratio and power index. This approach helps to predict roundings near sidewalls. The calculation was first developped for a rectangular profiles. Simulations on the shape prediction confirmed the experimental results. The main dimensions were well estimated but, indeed, the details near sidewalls do not fit the measured profile.

The design of a complex profile, consisting of a rectangular profile 2.5 mm thick with three square grooves 0.762 mm deep, was done to get a balanced flow and precise dimensions. This evaluation aims to demonstrate the validity of a network model for profiles having sharp edges and a variable thickness. First, the adjustement of the die lips opening at the exit permits the control of the final shape. Secondly, the adjustement of the opening upstream from the die exit and the adjustement of grooves width on the exit die was done to balance the flow. The flow was well balanced in terms of mass distribution but remains with an uneven velocity profile. The tests were done without calibrator to isolate the die geometry effect on the dimensionnal changes. The model can predict the average thickness and width based on an empirical swelling model for rectangular profile. Therefore, the accuracy near the profile edges is not good enough to predict more complex profiles. Moreover, this model should be improved to perform calculations on calibrators and get more details over the swelling.

TABLE DES MATIÈRES

REMERCIEMENTS iv
RÉSUMÉ v
ABSTRACT vii
TABLE DES MATIÈRES ix
LISTE DES TABLEAUX xii
LISTE DES FIGURES xiii
LISTE DES ANNEXES xvii
NOMENCLATURE xviii
1 INTRODUCTION 1
1.1 Objectifs 1
1.2 Revue de la littérature 3
1.2.1 Modélisation de l'écoulement 3
1.2.2 Calcul de la thermique 7
1.2.3 Modélisation théorique du gonflement 7
1.2.4 Modélisation empirique du gonflement 12
1.2.5 Méthodes de conception et balancement 14
2 CARACTÉRISATION DES POLYMÈRES 17
2.1 Rhéologie 17
2.1.1 Méthodologie 17
2.1.2 Résultats 19
2.2 Thermique 20
2.2.1 Conductibilité 20
2.2.2 Chaleur spécifique 21
2.3 Changements de dimension 21
2.3.1 Méthodologie 21
2.3.2 Modélisation 24

2.3.3 Résultat de gonflement 29
2.3.4 Expériences avec profilés rectangulaires 33
2.3.5 Comparaison du gonflement (fente vs capillaire) 35
2.3.6 Changement de forme 38
2.3.7 Mesure de la densité et du retrait 41
2.3.8 Incertitude du modèle 43
3 METHODES DE CALCUL 44
3.1 Calcul de l'écoulement 44
3.1.1 Introduction 44
3.1.2 Hypothèses 45
3.1.3 Modèle de réseau 48
3.1.4 Calcul des résistances 50
3.1.5 Calcul de F_p par la méthode des différences finies (M.D.F.) 51
3.1.6 Calcul du facteur F_p^* pour une section rectangulaire 55
3.1.7 Calcul du facteur F_p^* pour une filière multiforme 61
3.1.8 Calcul des résistances transversales 63
3.1.9 Algorithme de l'écoulement 64
3.2 Modèle thermique 73
3.2.1 Introduction 73
3.2.2 Hypothèses 73
3.2.3 Équations 74
3.2.4 Calcul de la viscosité caractéristique 77
3.2.5 Correction de la consistance 78
3.2.6 Algorithme de la thermique 79
3.3 Changements dimensionnels post-extrusion 81
3.3.1 Introduction 81
3.3.2 Origine des changements de dimension post-extrusion 83
3.3.3 Calcul du gonflement 85
3.3.4 Calcul des autres changements de forme 86

3.3.5 Calcul des dimensions finales....88
3.4 Méthode de conception....88
3.4.1 Logiciels de calcul....89
3.4.2 Limitations de la technique d'usinage....90
3.4.3 Balancement de la filière....91
3.4.4 Stratégies de dimensionnement....92
4 ANALYSE DES RÉSULTATS....95
4.1 Validation des calculs....95
4.1.1 Comparaison des simulations avec les données expérimentales....95
4.1.2 Analyse de sensibilité....99
4.2 Conception d'une filière multiforme....105
4.2.1 Simulation initiale....106
4.2.2 Résultats préliminaires....115
4.2.3 Correction des calculs du modèle....117
4.2.4 Correction sur la filière....122
4.2.5 Résultats sur la filière corrigée....124
5 CONCLUSION ET RECOMMANDATIONS....126
5.1 Conclusion....126
5.2 Recommandations....129
BIBLIOGRAPHIE....131
ANNEXES....136

LISTE DES TABLEAUX

Tableau 1.1 : Comparaison des changements de forme 10
Tableau 2.1 : Paramètres du modèle de la loi de puissance pour les PVC étudiés..... 20
Tableau 2.2 : Plan expérimental visé avec des filières capillaires et le PVC rigide..... 27
Tableau 2.3 : Plan expérimental obtenu avec des modalités moyennes (PVC rigide). 28
Tableau 2.4 : Coefficients de régression pour le gonflement capillaire. 33
Tableau 2.5 : Expériences visées avec la filière rectangulaire. 34
Tableau 2.6 : Conditions mesurées. 34
Tableau 2.7 : Mesures de densités sur le PVC..... 42
Tableau 4.1 : Vitesse et taux d'étirement des essais simulés. 100
Tableau 4.2 : Conditions des essais simulés. 102
Tableau 4.3 : Conditions de la 1ère simulation. 107
Tableau 4.4 : Paramètres des expériences avec la 1e filière multiforme. 116
Tableau 4.5 : Facteur de correction empiriques appliqués au profilé multiforme..... 119
Tableau 4.6 : Conditions de la 2e simulation. 123
Tableau 4.7 : Paramètres des expériences avec la 2e filière multiforme. 125
Tableau F.1 : Calcul de la fraction du débit dans les couches de l'écoulement. 170
Tableau F.2 : Calcul des facteurs F_p^* 172
Tableau G.1 : Changements de dimension pour les profilés rectangulaires..... 176

LISTE DES FIGURES

Figure 1.1 : Bandes de chant rectangulaire (brun) et multiformes (gris).....2
Figure 1.2 : Schéma d'une ligne d'extrusion.....2
Figure 1.3 : Modèle de réseau (Adapté de Tadmor et al., 1974).....4
Figure 1.4 : Schéma du calcul 2 ½ D (Adapté de Svabik et al.).....6
Figure 1.5 : Déformation élastique lors du gonflement.....9
Figure 1.7 : Exemple montrant l'effet de la tension de surface sur le gonflement.....12
Figure 2.1 : Montage expérimental de la mesure rhéologique.....18
Figure 2.2 : Courbes rhéologiques du PVC rigide (7167) et flexible (55 Duro).....20
Figure 2.3 : Schéma des plans d'échantillonnage sur la ligne d'extrusion.....22
Figure 2.4 : Gonflement du PVC rigide (T=189.5 °C).....29
Figure 2.5 : Gonflement du PVC rigide (T=192.6 °C).....29
Figure 2.6 : Gonflement du PVC rigide (T=198 °C).....30
Figure 2.7 : Gonflement du PVC flexible (T=185.9 °C).....30
Figure 2.8 : Gonflement du PVC flexible (T=191.2 °C).....31
Figure 2.9 : Gonflement du PVC flexible (T=195.9 °C).....31
Figure 2.10 : Schéma de la filière expérimentale pour les profilés rectangulaires.....34
Figure 2.11 : Comparaison du gonflement avec le PVC rigide (7167).....35
Figure 2.12 : Comparaison du gonflement avec le PVC flexible (55 Duro).....36
Figure 2.13 : Relation entre F_{corr} et la température de sortie.....36
Figure 2.14 : Relation entre Fcorr et F_p^*, calculé à partir des mesures de l'essai 35.....37
Figure 2.15 : Changement de forme β_g pour le PVC rigide (7167).....38
Figure 2.16 : Changement de forme β_e pour le PVC rigide (7167).....38
Figure 2.17 : Changement de forme β_g pour le PVC flexible (55 Duro).....39
Figure 2.18 : Changement de forme β_e avec le PVC flexible (55Duro).....39
Figure 2.19 : Montage pour la mesure de densité du polymère fondu (190 °C).....41
Figure 3.1 : Représentation d'un écoulement entre plaques parallèles.....45

Figure 3.2 : Schéma du modèle de réseau 49
Figure 3.3 : Maillage utilisé pour la résolution de l'équation de quantité de mouvement. 52
Figure 3.4 : Évaluation du facteur de paroi F_p en fonction du ratio H/W pour différents indices de puissance n..... 54
Figure 3.5 : Segmentation pour différentes formes de conduites. 55
Figure 3.6 : Courbe de F_p^* calculée avec W/H=20. 58
Figure 3.7 : Courbe de F_p^* pour n=1. 59
Figure 3.8 : Courbe de F_p^* pour n=0.2. 60
Figure 3.9 : Schéma de la segmentation sur l'épaisseur 61
Figure 3.10 : Simplification de la segmentation d'une résistance sur l'épaisseur. 62
Figure 3.11 : Macro-organigramme de l'algorithme de l'écoulement 65
Figure 3.12 : Code de résolution d'une matrice diagonale à bande (VB 6.0). 70
Figure 3.13 : Représentation de la substitution inférieure. 71
Figure 3.14 : Représentation de la substitution supérieure. 72
Figure 3.15 : Thermique pour différents nombres de Cameron. 76
Figure 3.16 : Thermique pour différentes températures de la paroi. 77
Figure 3.17 : Organigramme du calcul de la thermique. 80
Figure 3.18 : Dimensions du profilé calculé à partir du modèle de réseau. 83
Figure 3.20 : Technique de coupe au fil. 91
Figure 3.21 : Méthode de correction. 1ère technique avec correction sur l'épaisseur en amont. 2e technique avec correction sur la longueur de la section finale. 93
Figure 4.1 : Dimensions du profilé calculé avec celles des échantillons de l'essai #35 97
Figure 4.2 : Changements post-extrusion du profilé rectangulaire 98
Figure 4.3 : Profil de vitesse et profil de température pour l'essai #35. 99
Figure 4.4 : Effet de la vitesse d'étirement sur les dimensions du profilé 101
Figure 4.5 : Importance des changements de forme post-extrusion. 102
Figure 4.6 : Effet du débit d'extrusion sur le profilé obtenu. 103
Figure 4.7 : Changements de dimension post-extrusion avec différents débits. 104

Figure 4.8 : Profil de vitesse et de température selon différents débits d'extrusion.....104
Figure 4.9 : Spécifications du profilé multiforme (le dessin n'est pas à l'échelle). 106
Figure 4.10 : Dimensions de la filière calculée et simulée pour la fabrication initiale. .108
Figure 4.11 : Coupes transversales de la filière multiforme (échelles en mm). 108
Figure 4.12 : Profil de vitesse estimé sur la filière de la 1ère fabrication. 110
Figure 4.13 : Évolution du profil de vitesse et écoulements transversaux. 111
Figure 4.14 : Évaluation du balancement effectué. 111
Figure 4.15 : Balancement en terme de débit massique. 112
Figure 4.16 : Démarche de conception. 113
Figure 4.17 : Simulation du profilé final avec la filière conçue initialement. 114
Figure 4.18 : Changements dimensionnels post-extrusion sur le profilé multiforme.....115
Figure 4.19 : Résultats expérimentaux préliminaires avec le profilé multiforme. 117
Figure 4.20 : Correction de la résistance pour les parois partielles. 120
Figure 4.21 : Résultats de simulation sans aplatissement. 120
Figure 4.22 : Résultats de simulation avec le calcul de F_p^* par M.D.F. 121
Figure 4.23 : Simulation corrigée de façon empirique sur le gonflement. 121
Figure 4.24 : Correction et résultats de simulation sur la filière multiforme. 123
Figure 4.25 : Résultats sur filière multiforme corrigée. 125
Figure A.1 : Schéma d'un écoulement entre plaques parallèles. 137
Figure B.1 : Facteur F_p pour un canal rectangulaire avec $0.35 \leq n \leq 1$. (Adapté de Huneault, 1992) 147
Figure B.2 : Facteur F_p pour un canal rectangulaire avec $0.20 \leq n \leq 35$. 147
Figure B.3 : Schéma des résistances en parallèle. 148
Figure B.4 : Représentation schématique du calcul des F_p^*. 150
Figure B.5 : Calcul du facteur de paroi local, F_p^*, à l'aide de F_p. Y/H représente la distance relative de la paroi latérale. 151
Figure B.6 : Comparaison des valeurs de F_p^*,calculées à partir de F_p, avec les valeurs de V_j / V_{pp}, calculées par différences finies (Huneault, 1992). 152
Figure C.1 : Schéma d'un écoulement entre plaques parallèles. 153

Figure C.2 : Schéma du bilan d'énergie pour le régime adiabatique.....157
Figure D.1 : Plan des coupes sur la ligne d'extrusion. 159
Figure D.2 : Échantillonnage des profilés. 161
Figure F.1 : Exemple de calcul de F_p^* avec une filière multiforme.....171
Figure G.1 : Schéma des changements de forme sur la ligne d'extrusion.....174

LISTE DES ANNEXES

ANNEXE A : Calcul d'un écoulement entre plaques parallèles 137
ANNEXE B : Calcul du facteur F_p^* à partir de F_p 145
ANNEXE C : Calcul de la thermique 153
ANNEXE D : Mesure et calcul des changements dimensionnels 159
ANNEXE E : Calcul de l'incertitude 164
ANNEXE F : Exemple de calcul de F_p^* 170
ANNEXE G : Changements post-extrusion par bilan de masse 173

NOMENCLATURE

a	Diffusivité thermique (m^2/s)
A_f	Aire de la section transversale de la filière (m^2)
A_J	Aire d'une section regroupant plusieurs segments du profilé (m^2)
A_n	Aire de la section transversale du profilé au plan de coupe n (# 0 à 4) (m^2)
A_p	Aire de la section transversale du profilé (m^2)
A, B, C, D, E, F	Coefficients de régression (sans unité).
Br	Nombre de Brinkman (sans unité)
C_p	Chaleur spécifique (J / kg K)
Ca	Nombre de Cameron (sans unité)
e	Coefficient de correction du cisaillement apparent pour le calcul de la viscosité caractéristique (sans unité)
E_a	Énergie d'activation visqueuse (J / mol)
f_a	Changement de grandeur associé à l'aplatissement du profil de vitesse (sans unité)
$f_{a(j)}$	Changement de grandeur de l'aplatissement à la position latérale j (sans unité)

f_e	Changement de grandeur associé à l'étirement du profilé (sans unité)
$f_{e(j)}$	Changement de grandeur de l'étirement à la position latérale j (sans unité)
f_g	Changement de grandeur associé au gonflement (sans unité)
$f_{g(j)}$	Changement de grandeur du gonflement à la position latérale j (sans unité)
$f_{g,\,capillaire}$	Gonflement mesuré avec une filière capillaire (sans unité)
$f_{g,\,rect}$	Gonflement mesuré avec une filière rectangulaire (sans unité)
f_{np}	Changement de grandeur du profilé entre les plans de coupe n et p (sans unité)
f_r	Changement de grandeur associé au retrait (sans unité)
F_i	Facteur de changement de grandeur en pourcentage (%). L'indice (a, g, e, r) désigne le type de changement post-extrusion.
F_p	Facteur de paroi corrigeant le débit réel pour une conduite rectangulaire(sans unité)
F_p^*	Facteur de paroi corrigeant la vitesse d'écoulement réel à l'intérieur d'une conduite rectangulaire (sans unité)
$F_{p\,k}^*$	Facteur de paroi F_p^* calculé à la couche k, comprise entre z_{min} et z_{max} (sans unité)
$F_{p(i,j)}^*$	Facteur de paroi F_p^* sur le segment i, j (sans unité)
$F_{p(i,j,k)}^*$	Facteur de paroi F_p^* à la couche k du segment i, j (sans unité)

$F_{p\ max}^{*}$	Facteur de paroi F_p^* atteint au centre de la section rectangulaire (sans unité)
F_{corr}	Facteur de correction entre le gonflement avec des filières rectangulaire et le gonflement avec des filières capillaires (sans unité)
h_f	Épaisseur d'un segment de la filière au niveau de i = nl , soit la dernière tranche de calcul (m)
$\bar{h}_f$	Épaisseur moyenne de la section de la filière (m/s)
h_n	Épaisseur d'un segment du profilé au plan de la coupe n (# 0 à 4) (m)
h_p	Épaisseur d'un segment du profilé à la fin de la ligne de production (m)
$h_{p\,(j)}$	Épaisseur du profilé à la position latérale j du modèle de réseau (m)
h_s	Distance critique à laquelle l'écoulement d'un fluide newtonien a le même taux de cisaillement qu'un fluide non-newtonnien (m)
H	Épaisseur de la section transversale de la conduite (m)
H_f	Épaisseur de la section transversale de la filière rectangulaire (m)
$H_{i,j}$	Épaisseur du segment i, j (m)
i	Indice du rang sur la longueur de la filière segmentée (sans unité)
j	Indice du rang sur la largeur de la filière segmentée (sans unité)
k	Conductibilité thermique (W / m K)

k	Indice de la couche sur l'épaisseur de la filière segmentée (sans unité)
l	Longueur d'un segment du modèle de réseau (m)
L	Longueur de la filière (m)
L_2^*	Longueur de l'échantillon coupé à la sortie de l'extrudeuse (m)
L_4^*	Longueur de l'échantillon coupé à la fin de la ligne de production (m)
L_f	Longueur de la filière (m)
L^*	Longueur d'un échantillon (m)
m	Consistance d'un fluide de la loi de puissance ($Pa \cdot s^n$)
$\dot{m}$	Débit massique mesuré lors des expériences (g/s)
$\dot{m}_n$	Débit massique du profilé au plan de coupe n (numéroté de 0 à 4) (g/s)
$\dot{m}_{sp}$	Débit massique visé lors des expériences (g/s)
m_r	Consistance pour une température de référence ($Pa \cdot s^n$)
M^*	Masse d'un échantillon (kg)
M_2^*	Masse de l'échantillon coupé à la sortie de l'extrudeuse (kg)

M_4^*	Masse de l'échantillon coupé à la fin de la ligne de production (kg)
n	Indice du fluide de la loi de puissance (sans unité)
n_l	Nombre de tranches sur la longueur de la filière segmentée (sans unité)
n_w	Nombre de tranches sur la largeur de la filière segmentée (sans unité)
P	Pression (Pa)
$P_{(i,j)}$	Pression de l'écoulement au noeud (i,j) de la filière segmentée (Pa)
P_{in}	Pression d'entrée imposée à l'écoulement calculé (Pa)
P, Q, R, S, T	Coefficients de régression (sans unité).
Q	Débit volumique de l'écoulement (m^3/s)
$Q_{(i,j)}$	Débit au segment i, j (m^3/s)
$Q_{(i,j,k)}$	Débit à la couche k du segment i, j (m^3/s)
Q_J	Débit d'une section regroupant plusieurs segments j de la filière (m^3/s)
Q_k	Débit entre z_{min} et z_{max} (couche k) de l'écoulement entre plaques parallèles (m^3/s)
Q_{pp}	Débit entre plaques parallèles (m^3/s)

Q_r	Débit dans une conduite rectangulaire (m^3/s)
$Q^t_{(i,j)}$	Débit transversal au segment i, j (m^3/s)
Q_{tot}	Débit total imposé à l'écoulement simulé (m^3/s)
R	Constante des gaz parfaits (8.3145 J / gmol K)
R	Résistance de l'écoulement ($Pa \cdot s/m^3$)
$R_{(i,j)}$	Résistance de l'écoulement au segment i, j ($Pa \cdot s/m^3$)
$R_{(i,j,k)}$	Résistance de l'écoulement à la couche k du segment i, j ($Pa \cdot s/m^3$)
R_f	Rayon de la filière capillaire (m)
R_{pp}	Résistance de l'écoulement entre plaques parallèles ($Pa \cdot s/cm^3$)
$R_{pp(i,j)}$	Résistance de l'écoulement entre plaques parallèles du segment i, j ($Pa \cdot s/cm^3$)
$R_{pp(i,j,k)}$	Résistance de l'écoulement entre plaques parallèles à la couche k du segment i, j ($Pa \cdot s/cm^3$)
$R_{pp(k)}$	Résistance de l'écoulement entre plaques parallèles à la couche k comprise entre entre z_{min} et z_{max} ($Pa \cdot s/cm^3$)
R^t	Résistance de l'écoulement transversal ($Pa \cdot s/m^3$)
$R^t_{(i,j)}$	Résistance de l'écoulement transversal au segment i, j ($Pa \cdot s/m^3$)

t_r	Temps de résidence dans la filière (s)
$t_{r,sp}$	Temps de résidence visé lors des expériences (s)
T	Température du polymère (K)
$\overline{T}$	Température moyenne sur la section de la conduite (m/s)
T_0	Température du polymère à l'entrée de la conduite (K)
T_p	Température des parois de la conduite ou de la filière (K)
T_r	Température de référence (K)
T_{sp}	Température de masse visée lors des expériences (s)
$\overline{V}$	Vitesse moyenne de l'écoulement (m/s)
$\overline{V}_j$	Vitesse moyenne de l'écoulement à la position latérale j (m/s)
$\overline{V}_{pp}$	Vitesse moyenne de l'écoulement entre plaques parallèles (m/s).
V_f	Vitesse moyenne de l'écoulement dans la filière (m/s)
$V_{i,j}$	Vitesse de l'écoulement au segment i, j du modèle de réseau (m/s)
$V_{j,k}$	Vitesse de l'écoulement au segment j, k du du maillage utilisé avec la méthode des différences finies (m/s)

V_n	Vitesse d'un segment du profilé au plan de la coupe n (0 à 4) (m/s)
V_p	Vitesse finale du profilé (m/s)
V_x	Vitesse de l'écoulement dans la direction principale, x (m/s)
w	Largeur d'un segment du modèle de réseau (m)
w_f	Largeur d'un segment de la filière au niveau de i = nl , soit la dernière tranche de calcul (m)
w_n	Largeur d'un segment du profilé au plan de la coupe n (# 0 à 4) (m)
w_p	Largeur d'un segment du profilé à la fin de la ligne de production (m)
$w_{p(j)}$	Largeur d'un segment du profilé à la position latérale j (m)
W	Largeur totale de la section transversale de la filière (m)
W_2^*	Largeur de l'échantillon coupé à la sortie de l'extrudeuse (m)
W_4^*	Largeur de l'échantillon coupé à la fin de la ligne de production (m)
W_f	Largeur totale de la section transversale de la filière (m)
W_k	Largeur de la couche, k, évaluée entre z_{min} et z_{max} (m)
W_n	Largeur du profilé évaluée au plan de coupe n (numérotée de 0 à 4) (m)

W_p	Largeur totale du profilé à la fin de la ligne de production (m)
x	Position sur la longueur de la filière (m)
y	Position sur la largeur de la filière (m)
Y	Distance d'un point par rapport à la paroi latérale (m)
z	Position sur l'épaisseur de la filière (m)
ΔF	Incertitude absolue de la fonction F (mêmes unités que F)
$\Delta F/F$	Incertitude relative de la fonction F (sans unité)
ΔP	Perte de charge dans la conduite ou dans la filière (Pa)
Δx_i	Incertitude absolue du paramètre x_i (mêmes unités que x_i)
Δy	Largeur d'un segment pour le calcul par différences finies (m)
Δz	Épaisseur d'un segment pour le calcul par différences finies (m)
β	Changement de forme (sans unité)
β_{np}	Changement de forme du profilé entre les plans de coupe n et p (sans unité)
β_e	Changement de forme associé à l'étirement du profilé (sans unité)

$\beta_{e(j)}$	Changement de forme de l'étirement à la position latérale j (sans unité)
β_g	Changement de forme associé au gonflement (sans unité)
$\beta_{g(j)}$	Changement de forme du gonflement à la position latérale j (sans unité)
ϕ_k	Fraction du débit volumique s'écoulant dans la couche k, comprise entre z_{min} et z_{max} (sans unité)
$\phi_{(i,j,k)}$	Fraction du débit volumique s'écoulant dans la couche k du segment i, j (sans unité)
$\dot{\gamma}$	Taux de cisaillement réel (s^{-1})
$\dot{\gamma}_a$	Taux de cisaillement apparent (s^{-1})
$\dot{\gamma}_a\ (j)$	Taux de cisaillement apparent calculé sur le segment j (s^{-1})
$\dot{\gamma}_{a,sp}$	Taux de cisaillement visé lors des expériences (s^{-1})
$\dot{\gamma}_{zx}$	Taux de cisaillement sur le plan xy (z=fixe) exercé dans la direction x (s^{-1})
η	Viscosité d'un fluide non-newtonnien (Pa·s)
$\eta_{j,k}$	Viscosité du fluide au segment j, k (Pa·s)
μ	Viscosité d'un fluide newtonien (Pa·s)
π	Constante pi = 3.1416 (sans unité)

ρ_n	Densité du profilé au plan de la coupe n (numéroté de 0 à 4) (kg/m^3)
ρ_{eau}	Densité de l'eau (kg/m^3)
ρ_f	Densité du polymère fondu (kg/m^3)
ρ_s	Densité du polymère solide (kg/m^3)
τ	Contrainte appliquée sur le fluide (Pa)

CHAPITRE 1 :
INTRODUCTION

1.1 Objectifs

Le procédé d'extrusion est largement utilisé pour la mise en forme des matières plastiques. L'extrusion du PVC sert à former :

- des profilés pour les portes et fenêtres,
- des composantes de tuyauterie et plusieurs autres produits domestiques.

Dans ce travail, nous désirons développer des nouveaux profilés pour l'industrie du meuble. Le projet s'est réalisé en collaboration avec la compagnie Canplast, un important fabricant de bande de chant en PVC. Les bandes de chant sont les profilés servant à la finition extérieure des meubles fabriqués à partir de panneau de bois aggloméré. L'illustration de la figure 1.1 montre deux bandes de chant. Traditionnellement, ces bandes de chant étaient rectangulaires et imprimés d'un motif imitant le bois ou le marbre sur le côté extérieur. Cependant, le design des fabricants de meuble demande des profilés plus recherchés. Dans cette ligne d'idée, une bande de chant ayant un relief décoratif suscite l'intérêt de l'industrie. L'objectif principal de ce travail est de mettre au point des profilés multiformes, présentant un relief sur le côté extérieur de la bande de chant.

La réalisation d'un tel profilé nécessite l'ajustement adéquat de la filière, située à la sortie de l'extrudeuse (figure 1.2). La filière d'extrusion est l'orifice au travers duquel le polymère fondu s'écoule avant de sortir à l'air libre, d'où le profilé est tiré et refroidi dans un bassin d'eau. La filière ajuste la forme du profilé fondu sortant de l'extrudeuse, visant à atteindre un profilé solide final dimensionné aux spécifications requises. La conception des filières d'extrusion demande une étude de l'écoulement et des

changements de forme post-extrusion. Ainsi, il faut bien connaître le comportement rhéologique du polymère étudié, soit le polychlorure de vinyle (PVC) pour cette étude.

Ce projet vise à programmer un modèle de calcul des profilés, basé sur une étude scientifique. Le défi est de réaliser un modèle simple afin de :

- estimer l'écoulement du polymère fondu à l'intérieur de la filière;
- prédire correctement les dimensions finales d'un profilé multiforme;
- concevoir une filière pour l'extrusion d'un profilé multiforme.

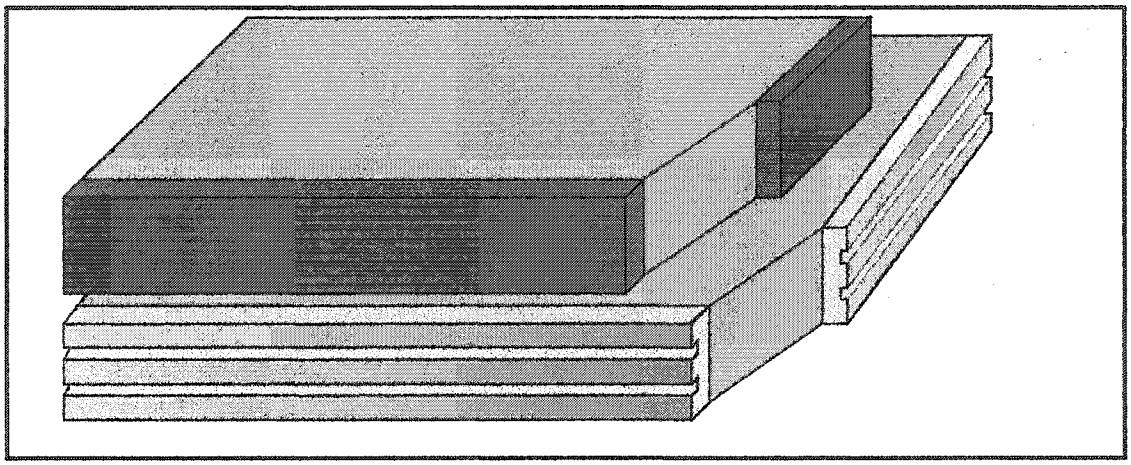


Figure 1.1 : Bandes de chant rectangulaire (brun) et multiformes (gris).

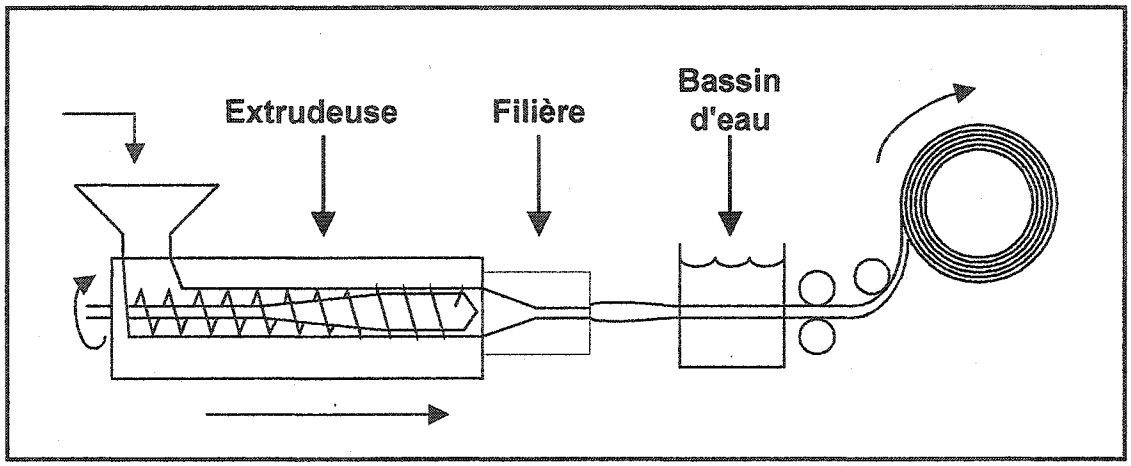


Figure 1.2 : Schéma d'une ligne d'extrusion.

1.2 Revue de la littérature

1.2.1 Modélisation de l'écoulement

Différentes techniques de calcul sont utilisées pour estimer l'écoulement des polymères. Le concepteur peut alors choisir un calcul estimé avec un écoulement unidirectionnel (1D) ou un écoulement multidirectionnel (2D ou 3D). Ces derniers donnent un calcul plus détaillé mais demande un temps de calcul plus important. Le modèle de réseau d'écoulement présenté dans ce projet donne un estimé des écoulements sur deux dimensions (longueur et largeur) à l'aide d'équations développées pour un écoulement 1D.

Tadmor et al. (1974) ont été les premiers à suggérer un modèle de réseau hydrodynamique (FAN) pour le calcul d'un écoulement. Ce modèle est constitué de plusieurs segments voisins d'épaisseur fixe pour lesquels on calcule une résistance hydrodynamique (figure 1.3 et figure 3.2). Il permet d'estimer le débit s'écoulant à l'intérieur d'une cavité ou d'une filière. L'inclinaison d'une restriction peut alors s'estimer par une série de segments simples. Le modèle est basé sur l'approximation de lubrification hydrodynamique qui soutient que la résistance de l'écoulement est donnée par la géométrie locale du segment en autant que l'inclinaison soit faible entre les segments. Ce modèle permet aussi de calculer les débits dans le sens longitudinal et transversal de l'écoulement. Pour les fluides non-newtoniens, Tadmor et al. (1974) ont utilisé une viscosité newtonienne équivalente, ou caractéristique. Celle-ci est définie comme la viscosité requise à un écoulement newtonien pour s'écouler à la même contrainte de cisaillement qu'un écoulement non-newtonien dans la même conduite et au même débit. Cette viscosité caractéristique peut être substituée à la viscosité newtonienne dans une équation développée pour un fluide newtonien. Ceci donne un calcul approximatif de l'écoulement non-newtonien.

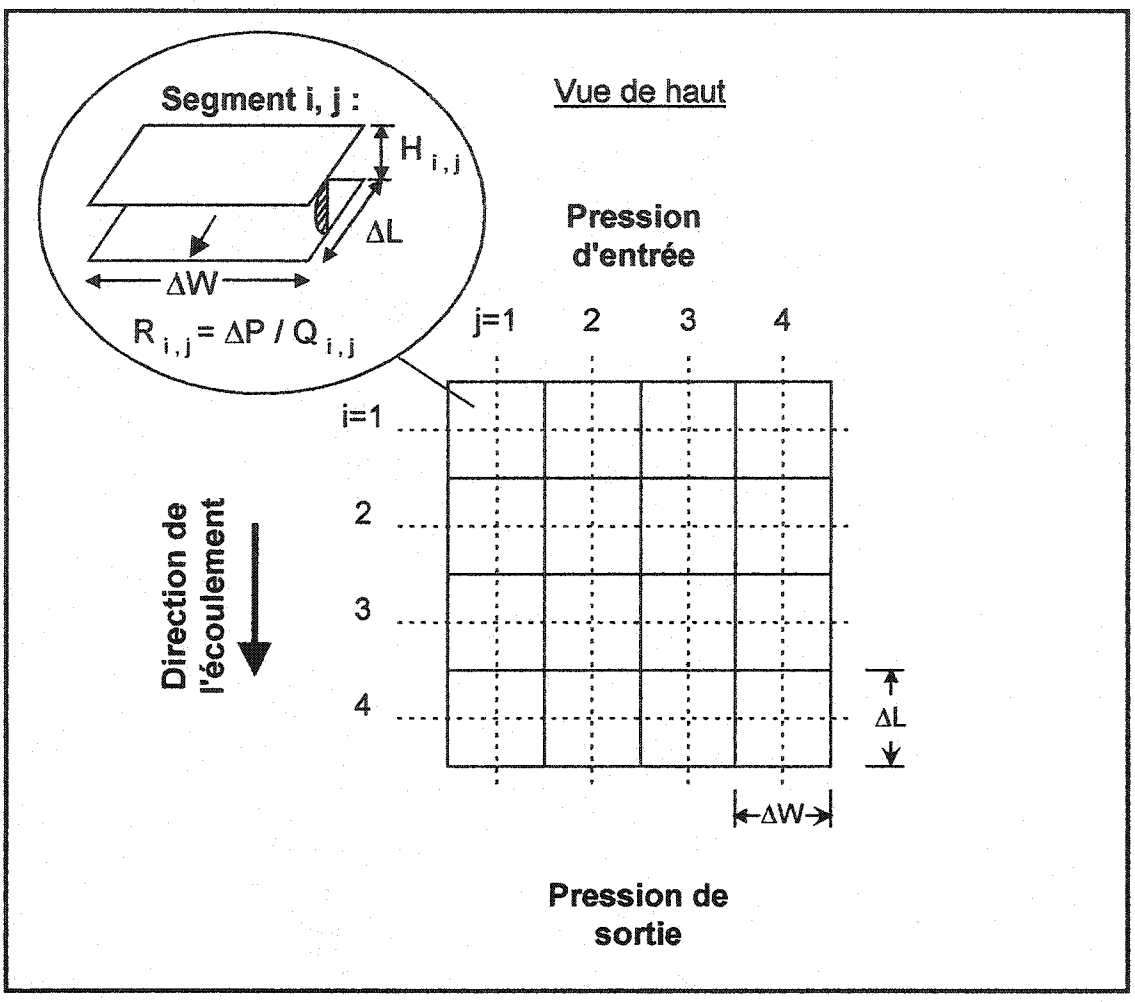


Figure 1.3 : Modèle de réseau (Adapté de Tadmor et al., 1974).

Par la suite, d'autres auteurs (Vergnes et al., 1984; Arpin et al., 1994) ont développé la méthode de calcul d'un réseau pour des filières d'extrusion de type portemanteau, servant à produire des feuilles ou des films de polymère. Huneault (1992) a développé un modèle de réseau 1D pour prédire l'écoulement à l'intérieur d'une filière de fenestration. Les segments du profilé et de la filière ont alors été divisés en canaux distincts pour calculer la résistance hydrodynamique de l'écoulement. Les résistances ont été estimées dans les sens longitudinal et transversal de l'écoulement, ce qui a permis d'estimer les débits transversaux et la redistribution de l'écoulement avec une filière à canaux ouverts.

Par ailleurs, ces modèles d'écoulement 1D demandent une correction de la résistance réelle de la géométrie. Le facteur de paroi (Fp) corrige la vitesse d'écoulement réelle d'une conduite rectangulaire par rapport à celle estimée entre plaques parallèles. Kozicki et al. (1966) proposent l'utilisation d'un facteur de paroi de l'écoulement pour une conduite rectangulaire, estimé en fonction de H/W et n, soit l'indice du fluide de la loi de puissance. La précision de l'estimation n'est adéquate que pour des ratio H/W inférieur à 0.5. Huneault (1992) a plutôt effectué une régression polynomiale sur les valeurs de Fp en fonction de H/W et n. Cette estimation polynomiale est plus précise que celle proposée par Kozicki et al. mais n'est valide que pour des indices de puissance compris entre 0.35 et 1.

Des modèles de calcul plus complexes peuvent aussi être utilisés. Svabik et al. (1999) ont comparé les techniques de calcul de l'écoulement dans les filières de fenestration (1D, 2½D, 3D). Le calcul 3D, évalué avec la méthode des éléments finis, demeure plus précis pour détailler les écoulements transversaux et les écoulements convergents. Cependant, il requiert des capacités de calcul imposantes et demande un temps de calcul assez long. Le calcul 2½D consiste en une série de sections transversales calculées avec la méthode des différences finies en 2D, comme le montre la figure 1.4. Cette technique donne une très bonne estimation des pertes de charge sur la filière et permet de bien estimer l'effet des parois latérales. Enfin, le calcul 1D, soit le calcul des pertes de charges par des géométries simples, n'estime pas les écoulements transversaux et ne répond pas à la technique de balancement suggérée, soit la minimisation des écoulements transversaux sur la section finale. En résumé, ils suggèrent d'utiliser un calcul 2½D, plus précis que le calcul 1D et plus rapide que le calcul 3D.

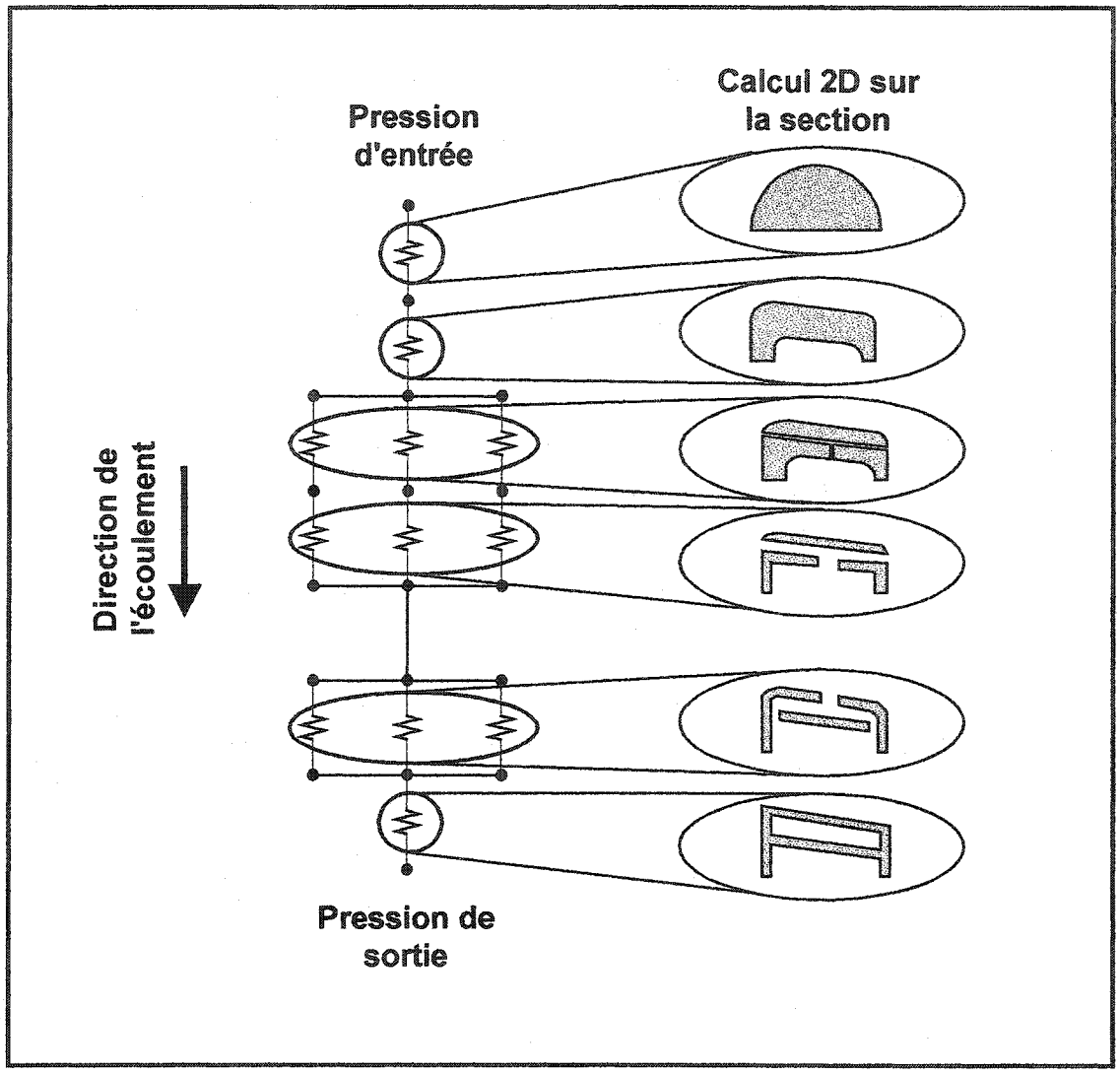


Figure 1.4 : Schéma du calcul 2 ½ D (Adapté de Svabik et al.).

Plusieurs autres auteurs (Crochet et al., 1987; Legat et al., 1992; Beverly et al., 1991; Reddy et al.,1999) ont proposé une évaluation de l'écoulement par un calcul 3D. Ces calculs parviennent assez bien à prédire l'écoulement. Cependant, un maillage doit être bâti avec chaque simulation et demande des modifications en cours de calcul, ce qui engendre des algorithmes assez complexes et un calcul du maillage très long.

1.2.2 Calcul de la thermique

L'écoulement du polymère fondu dans la filière crée un échauffement de celui-ci. Un calcul de l'évolution de la température, jumelé au modèle de réseau, donne une information supplémentaire intéressante au calcul de l'écoulement. En effet, la viscosité dépend de la température et le gonflement aussi (Tanner, 1980 ; Stevenson et al., 1985). Le calcul intégré au modèle vise à estimer justement la dissipation visqueuse et la conduction vers la paroi avec un modèle unidirectionnel 1D.

Agassant et al. (1996) ont développé l'échauffement visqueux pour des écoulements unidirectionnels, dont l'écoulement entre plaques parallèles. Ils proposent un calcul de thermique incluant la dissipation visqueuse et la conduction vers la paroi. La température est alors exprimée en fonction de la vitesse, des paramètres géométriques et de la position longitudinale. Cette équation intègre les nombres adimensionnels de Cameron et Brinkman. Le développement de cette équation est montré à l'annexe C.

D'autres auteurs ont également exploré l'étude thermique sur l'écoulement de réseau avec les filières portemanteau. Vergnes et al. (1984) et Arpin et al. (1994) ont développé le modèle de réseau en calculant la conduction vers la paroi avec l'équation de conservation d'énergie. La viscosité a été ajustée avec la loi d'Arrhenius selon une température donnée.

1.2.3 Modélisation théorique du gonflement

L'extrusion des polymères entraîne un changement des dimensions par rapport aux dimensions de la filière. Ainsi, le profilé final n'a jamais une forme identique à celle de la filière. Le gonflement, l'étirement et le retrait constituent les trois principaux changements de dimension post-extrusion. Parmi ces changements de dimension, le gonflement attira d'abord l'attention de plusieurs rhéologues (Bagley, 1961; Tanner,

1970). Le gonflement cause une augmentation de la section transversale du profilé produit à la sortie de l'extrudeuse. L'origine du gonflement est assez complexe et elle peut être expliquée par plusieurs concepts.

- Viscoélasticité du polymère : D'abord, la déformation subie par le polymère fondu est estimée à partir des contraintes visqueuses et élastiques subies par l'écoulement. L'écoulement garde ainsi une mémoire de sa forme avant son entrée dans la filière. La relaxation des contraintes élastiques à la sortie de la filière explique conceptuellement le gonflement.
- Thermique de l'écoulement : La déformation de l'extrudat est aussi causée par son adhésion à la filière lors de sa sortie à l'air libre. À ce niveau, la thermique développée près de la filière influence la viscosité, servant à caractériser les forces visqueuses qui causent la déformation.
- Tension de surface : Enfin, des études récentes ont également suggéré que la tension de surface joue un rôle primordial sur l'extrudat. Elle permet d'expliquer l'arrondissement près des coins d'un profilé rectangulaire.

La présente section consiste à faire une revue des théories et des modèles de prédiction du gonflement.

Les forces élastiques du polymère explique principalement l'origine du gonflement. Tanner (1970) élabora une théorie de prédiction du gonflement, basé sur le comportement non-newtonien et la viscoélasticité des polymères. Des déformations sont appliquées au polymère fondu à l'entrée de la filière, ayant une géométrie convergente. Ces déformations sont emmagasinées par le polymère à l'intérieur de la filière sous forme de contraintes élastiques. À la sortie du profilé à l'air libre, ces contraintes sont relâchées entraînant une augmentation des dimensions. La figure 1.5 montre l'évolution d'un bloc de polymère lors de son passage dans la filière. Une contraction est subie dans la section étroite de la filière et une relaxation suit lors de la sortie du profilé à l'air libre. Ces contraintes sont associées au taux de cisaillement et à la différence entre les forces normales sur la longueur par rapport aux forces normales sur l'épaisseur du profilé.

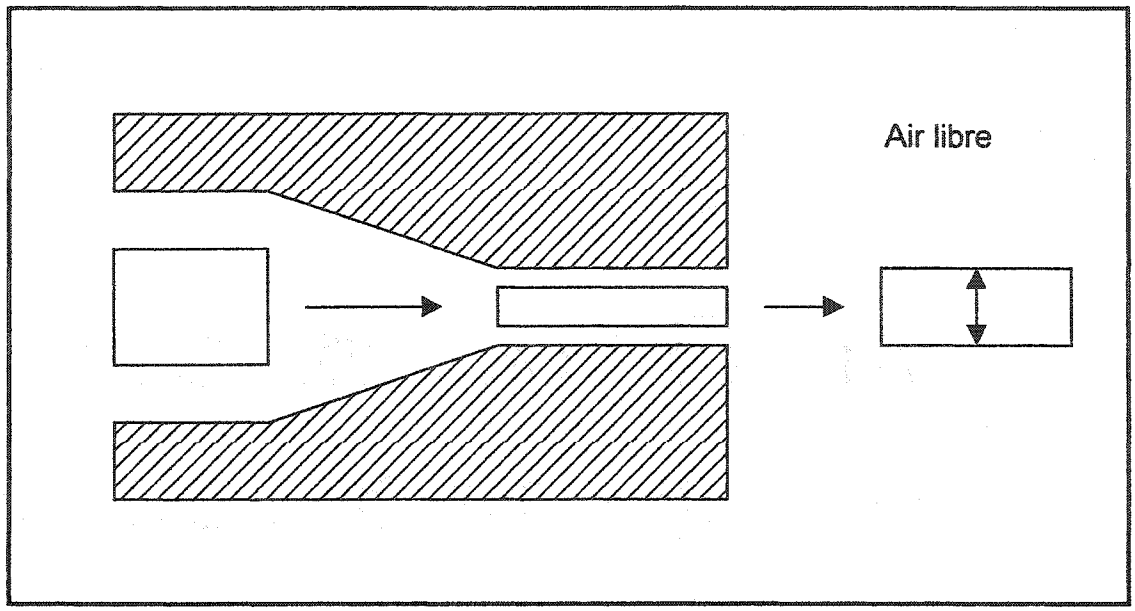


Figure 1.5 : Déformation élastique lors du gonflement.

À partir du concept de la viscoélasticité des polymères, plusieurs modèles ont servi à estimer le gonflement, notamment le modèle de BKZ (Bernstein et al., 1963), le modèle de Wagner (1977) et le modèle de PTT (Phan-Thien et Tanner, 1977). Dans l'industrie, le logiciel Polyflow™ est couramment utilisé pour prédire l'écoulement du polymère fondu et le gonflement. Pour estimer le gonflement, ce logiciel utilise le modèle de Phan-Tien et Tanner (1977). Wang et al. (1995) ont utilisé le logiciel Polyflow™ pour analyser le gonflement sur les profilés rectangulaires de PVC, soit le Cycolac™ de General Electric. Les résultats numériques obtenus présentent un effet important du taux de cisaillement. Pour des taux de cisaillement élevés, le changement de forme du profilé final semble être surestimé (tableau 1.1) par rapport aux résultats expérimentaux de Huneault (1992) avec le PVC.

Tableau 1.1 : Comparaison des changements de forme

Taux de cisaillement (s^{-1})	Huneault (1992)	Wang et al. (1995)
100	$\beta_e \beta_g = 1.04$	$\beta = 1.02$
500	$\beta_e \beta_g = 1.26$	$\beta = 1.58$

D'autres auteurs suggèrent que le gonflement soit associé à la thermique développée près de la paroi de la filière. Brown et al. (1979) suggèrent d'abord que la température influence l'élasticité du polymère fondu. Ensuite, Tanner (1980) a suggéré que le gonflement soit plutôt associé aux forces visqueuses appliquées sur le profilé à la sortie de l'extrudeuse. La différence de température causant un changement de viscosité, la déformation est différente selon la position, r, par rapport à la paroi extérieure (figure 1.6). Ainsi, une paroi de filière plus froide augmente la viscosité près de la paroi et rend la déformation plus difficile (image de gauche). La déformation étant plus faible près de la paroi, le polymère s'oriente davantage vers l'extérieur de l'écoulement et cause alors un gonflement sur la section transversale. Inversement, une température de filière plus chaude diminue la viscosité près de la paroi et diminue alors le gonflement.

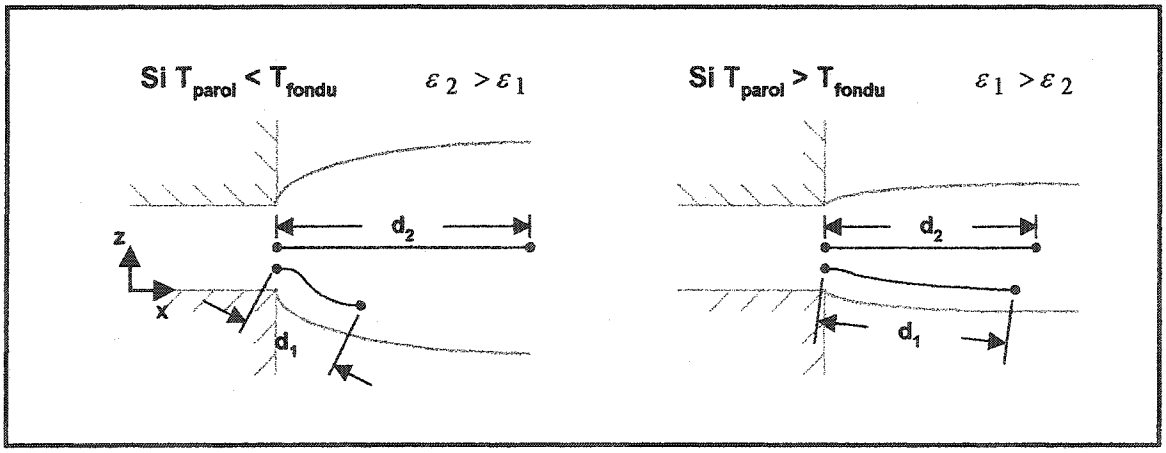


Figure 1.6 : Effet de la thermique lors du gonflement. Le déplacement de la particule montre la déformation selon les différentes conditions thermiques.

Stevenson et al. (1985) ont observé des changement de forme sur les profilés selon différentes conditions de température. Ainsi, en régime isotherme, une augmentation de la température de masse augmente davantage l'épaisseur du profilé par rapport à sa largeur. De plus, une augmentation de la température de la filière favorisera un gain d'épaisseur sur les sections minces par rapport aux sections épaisses. Yang et Lee (1987) ont analysé les pertes de charge et le gonflement avec une température de paroi différente de celle du polystyrène s'écoulant à l'intérieur d'un rhéomètre capillaire. Lorsque la paroi est plus froide, la perte de charge et le gonflement sont plus importants qu'en régime isotherme. Ils ont associé ces effets de la température à la contrainte appliquée à la paroi. Ainsi, le fluide devient plus visqueux près d'une paroi froide et la contrainte à la paroi est plus importante. Dans une étude suivante, Yang et Lee (1988) ont mesuré le changement des dimensions avec des profilés en forme de « L ». Afin de construire un modèle de prédiction, des mesures dynamiques ont été prises suite à un changement d'opération. Une fonction de transfert a permis d'établir le lien entre les changements de dimension et la température de la filière. À partir de ce modèle, ils ont implanté un contrôle sur le gonflement et la forme du profilé. Un contrôle anticipé a permis de maintenir les dimensions du profilé visé suite à un changement de la vitesse d'extrusion. Une estimation numérique du gonflement causé par la thermique est aussi évaluée par Vlcek et al. (1989). Ils ont montré l'effet d'un changement de température de la paroi pour un écoulement entre plaques parallèles, ayant un entrefer de 1mm. Le gonflement calculé passe de 1.15 à 1.65 pour un diminution de la température de paroi de 210 à 140 °C, la température de masse demeurant constante à 180°C.

Le gonflement post-extrusion est aussi affecté par la tension de surface du profilé extrudé. L'énergie de surface tend à réduire au minimum le rapport entre la surface et le volume d'un corps déformable. C'est le cas du profilé qui est extrudé à l'état fondu. L'effet de la tension de surface sur le gonflement des profilés rectangulaires a été évalué numériquement par Gifford et al. (1998). L'étude a montré que la tension de surface cause un arrondissement des coins du profilé, tel que présenté à la figure 1.7. L'effet est

particulièrement important avec les profilés ayant une épaisseur (H) importante par rapport à la largeur (W), soit W/H < 10. De plus, la tension de surface cause une contraction sur le profilé et tend à réduire la section transversale. La contraction est plus importante sur la largeur du profilé que sur l'épaisseur. Bref, la tension surface doit être considérée avec les profilés ayant une épaisseur importante, où les dimensions peuvent diminuer d'environ 10 % près des arêtes.

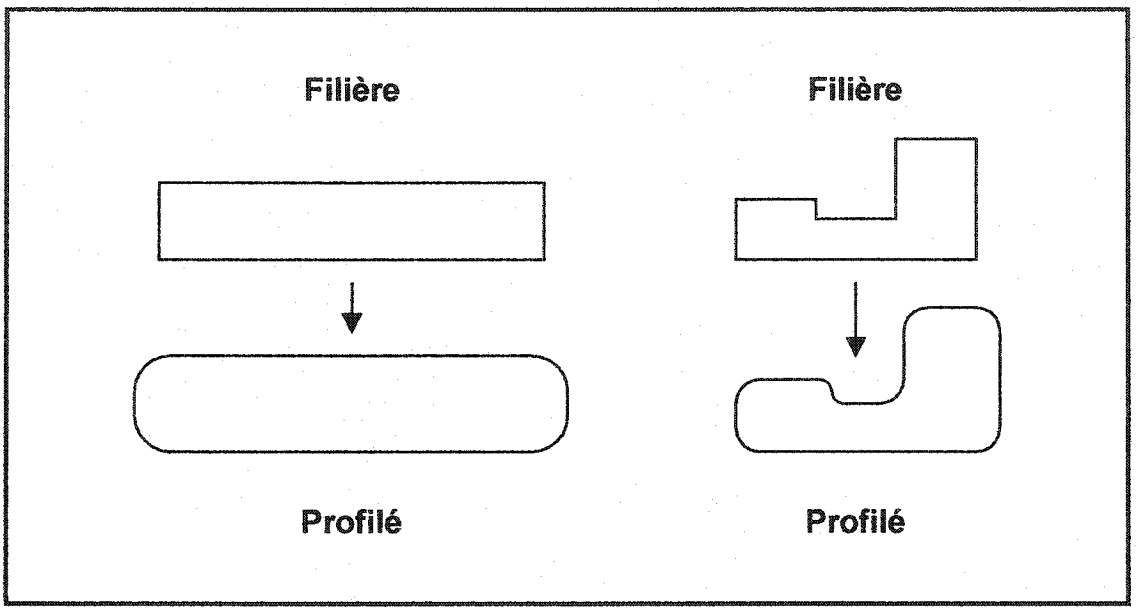


Figure 1.7 : Exemple montrant l'effet de la tension de surface sur le gonflement.

1.2.4 Modélisation empirique du gonflement

Des modèles empiriques ont souvent été utilisés pour prédire le gonflement. À partir des données expérimentales, le gonflement peut être analysé selon différentes conditions d'opération. Cette technique de modélisation est approximative mais demeure assez précise, compte tenu que la plupart des modèles viscoélastiques éprouvent encore des difficultés à bien estimer le gonflement. À partir d'un modèle empirique, il est possible de prédire les dimensions finales du profilé et, inversement, il est possible de prédire la filière requise à partir du profilé visé, soit le calcul de conception inverse.

Brown et al. (1979) ont utilisé des mesures de gonflement prises conjointement avec les tests de caractérisation rhéologique du PVC. Le gonflement est estimé à partir du taux de cisaillement observé avec des filières capillaires. Ces mesures sont ensuite utilisées pour estimer le gonflement avec une fente rectangulaire. Le gonflement sur les fentes est estimé plus important sur l'épaisseur que sur la largeur. Ils estiment que 90 % du gonflement se produit sur l'épaisseur du profilé. Cependant, les résultats de Griffith et Tsai (1980) montrent peu de différence entre le gonflement sur l'épaisseur et la largeur des profilés rectangulaires, bien qu'un changement de forme soit observé avec la plupart des profilés non-circulaires. Ils ont aussi noté que les changements de dimension à la sortie de la filière étaient intimement liés à la redistribution du profil de vitesse.

Stevenson (1985) a développé une méthode d'analyse empirique des changements post-extrusion avec des profilés rectangulaires. La technique consiste à quantifier indépendamment les changements d'aire et les changements de forme. Le changement d'aire peut alors exprimer le changement moyen des dimensions du profilé. Le changement de forme corrige le gain d'une dimension par rapport à l'autre, soit la largeur et l'épaisseur pour les profilés rectangulaires. Par ailleurs, les changements d'aire et les changements de forme peuvent se diviser en trois phénomènes post-extrusion : le gonflement, l'étirement et le retrait. Ainsi, les dimensions sont estimées aux étapes intermédiaires, ce qui permet de quantifier l'effet de chaque phénomène.

Huneault (1992) a utilisé la méthode d'analyse empirique de Stevenson avec le modèle de réseau. Le gonflement et l'étirement ont été évalués indépendamment pour mieux quantifier les changements de forme accompagnant l'extrusion de profilés de fenestration en PVC. À partir d'essais expérimentaux, des échantillons ont été coupés et mesurés au gonflement d'équilibre. Les expériences ont montré une relation importante entre le gonflement et le temps de résidence. Le changement de forme est estimé à partir du changement d'aire avec une régression linéaire entre ces deux paramètre .

Lee et al. (2000) ont réalisé la conception d'un profilé en polystyrène, ayant une forme en quart d'anneau. La caractérisation du gonflement est basée sur la température et la longueur de la filière. Ils ont observé une relaxation plus importante avec une filière plus longue. Cependant, ils ont obtenu un gonflement plus important pour des températures plus basses, dû à l'élasticité assez importante du polystyrène. À partir de ces données expérimentales, ils ont proposé un modèle empirique du gonflement et l'ont utilisé avec un calcul inverse pour la conception de la filière.

1.2.5 Méthodes de conception et balancement

La conception d'une filière se divise généralement en deux étapes : le balancement de la filière et le dimensionnement de la filière selon le profilé requis. La plupart des travaux se sont penché sur le balancement des filières, soit pour les profilés de fenestration ou la production de films avec des filières de type portemanteau. Le balancement vise une vitesse uniforme à la sortie de la filière et une répartition de la masse proportionnelle aux dimensions finales du profilé. Le balancement est nécessaire pour éviter la distorsion du profilé à la sortie de l'extrudeuse. Le balancement est fait avec différentes techniques :

- Les longueurs finales (die land) de la filière peuvent être ajustées pour obtenir une perte de charge identique sur chaque section.
- L'ajustement de l'épaisseur des canaux en amont de la section finale (die land) sert aussi à ajuster la perte de charge.

Par ailleurs, un ajustement de la filière est aussi recommandé pour obtenir les dimensions du profilé requis. L'ouverture de la section finale de la filière peut alors servir d'ajustement pour obtenir ces dimensions.

Les travaux faits sur les filières servant aux profilés de fenestration en PVC montrent assez bien les différentes approches de balancement. Certains auteurs (Wang et al., 1995; Hurez et al., 1996; Svabik et al., 1999) ont d'abord visé à obtenir une vitesse identique

dans les différentes sections du profilé final. La technique de balancement consiste à avoir la même perte de charge sur chaque section de la filière en imposant une vitesse d'écoulement identique. À partir des résistances calculées sur les canaux de la filière, la longueur de la plage finale de la filière est ajustée, par calcul inverse, pour obtenir des pertes de charge identiques dans chacun des canaux. Les canaux sont séparés pour éviter d'avoir des débits transversaux entre les sections. La filière est donc formée de plaques ayant plusieurs canaux séparés se rejoignant à la section finale. Ces canaux sont généralement profilés sur la longueur pour éviter les transitions par saut, causant des zones mortes et une dégradation possible du PVC. Huneault (1992) a évalué que des canaux fermés, séparés les uns des autres, amélioraient beaucoup le balancement de l'écoulement, sans quoi il y avait une différence de vitesse plus importante entre les différentes sections de la filière à canaux ouverts.

Certains auteurs ont aussi ajusté le dimensionnement de la filière à l'aide des changements de dimension post-extrusion. Huneault (1992) a modélisé des changements de forme accompagnant le gonflement et l'étirement des profilés rectangulaires. Le gonflement était alors estimé avec le temps de résidence dans la filière. La conception proposée incluait le dimensionnement des plaques en amont de la filière pour le balancement de l'écoulement et l'ajustement de l'ouverture de la plaque terminale selon les changements dimensions post-extrusion estimés. Lee et al. (2000) ont utilisé une approche plus directe sans balancement de la filière. Un calcul inverse à partir des données de gonflement est obtenu avec un profilé ayant la forme d'un quart d'anneau. Les expériences ont d'abord été réalisées avec une filière aux dimensions du profilé désiré. Ceci a permis de caractériser le gonflement pour différentes températures et différentes longueurs de filière. Ces essais ont aussi servi à identifier les changements de forme observés avec une telle géométrie. À partir de ces expériences préliminaires, une filière corrigée a été fabriquée pour atteindre les dimensions et la forme désirée.

Suite aux travaux faits avec les calculs de balancement, certains auteurs ont évalué la possibilité d'automatiser le calcul inverse des dimensions de la filière. Szarvasy et al. (2000) ont développé une fonction de désirabilité pour évaluer le balancement de l'écoulement dans une filière pour des profilés de fenestration. La fonction a été utilisée pour optimiser le balancement lors de la conception de la filière. L'objectif est de minimiser l'écart entre le débit massique sortant dans une section de la filière et le débit requis pour le profilé désiré. Le débit requis est alors estimé avec le dessin de la coupe transversale du profilé visé. On estime alors que le débit requis dans une section de la filière est proportionnel à l'aire transversale de la même section sur le profilé final requis. En guise de dimensionnement lors de la conception d'une filière, Szarvasy et al. (2000) ont préféré ajuster les épaisseurs des canaux plutôt que la longueur des canaux de la filière. Cependant, cette approche est plus sensible pour des faibles indices de la loi de puissance. Dans une optique de conception semblable, Nobrega et al. (2001) ont développé une fonction de désirabilité visant un balancement optimal en terme de répartition du débit massique et visant aussi à minimiser les pertes de charge de la filière. Cette fonction, légèrement plus développée que celle de Szarvasy, a été intégrée aux calculs automatisés du dimensionnement des filières pour les profilés de fenestration. La longueur de la plage finale de la filière a été corrigée pour ajuster la résistance d'une section, obtenir une bonne répartition des débits à la sortie de la filière et un écoulement balancé.

CHAPITRE 2 :
CARACTÉRISATION DES POLYMÈRES

Cette section vise à détailler les données recueillies sur les polymères étudiés. Certaines données proviennent d'études antérieures faites dans le cadre du projet de partenariat avec la compagnie Canplast. Deux types de PVC (polychlorure de vinyle) utilisés par la compagnie ont été caractérisés, soit : PVC rigide 7167 et PVC flexible 55Duro. Néanmoins, l'étude de conception présentée au chapitre 4 ne concernant que le PVC rigide, les résultats avec le PVC flexible ne sont présentés que pour comparer. Dans ce projet, des expériences sur le gonflement, l'étirement et des mesures de densité ont permis de compléter les données nécessaires au projet. Toutefois, aucune mesure des vitesses d'écoulement dans la filière n'a été faite. Ainsi, le calcul de l'aplatissement, dû à la réorganisation du profil de vitesse (section 3.3), est estimé à partir des calculs mathématiques du modèle de réseau présenté au chapitre 3.

2.1 Rhéologie

Afin de prédire l'écoulement d'un polymère, il est nécessaire d'effectuer des expériences de rhéologie avec le matériau concerné. Ainsi, il est possible de prédire le comportement du polymère sous différents taux de cisaillement. De plus, selon le type de fluide évalué, différentes équations de transport sont développées, tel que l'équation de la loi de puissance présentée à l'annexe A.

2.1.1 Méthodologie

Des expériences de rhéologie, réalisées par Thibodeau (1998), ont servi à caractériser le PVC rigide 7167 et quelques autres types de PVC. Les expériences ont été réalisées avec une extrudeuse 45 mm et une filière fente sur laquelle étaient installés plusieurs capteurs de pression. L'extrusion procure une bonne fusion du PVC en poudre, celle-ci subissant aussi un cisaillement important dans le baril de l'extrudeuse. Par ailleurs, il est

déconseillé d'utiliser un rhéomètre capillaire avec le PVC, puisqu'une fusion complète est alors impossible. Ces expériences ont aussi permis de s'affranchir du calcul de la correction de Bagley puisque les capteurs de pression ont été installés à l'intérieur de la filière. Le débit a aussi été ajusté avec un pointeau d'étranglement pouvant faire dévier une partie du polymère fondu (voir aussi section 2.3.1). Cet ajustement a servi à conserver la même température pour une vitesse de rotation de vis donnée. La figure 2.1 illustre le montage. L'extrudeuse expérimentale utilisée est une extrudeuse de marque Killion, avec une vis ayant un diamètre de 44 mm, une profondeur finale de 5.1 mm et une longueur de 24D, soit 1.06 m, correspondant à la conception proposée par Thibodeau (1998). Elle est munie d'un moteur DC de 15 HP et le pas de vis est de 13.5 degrés.

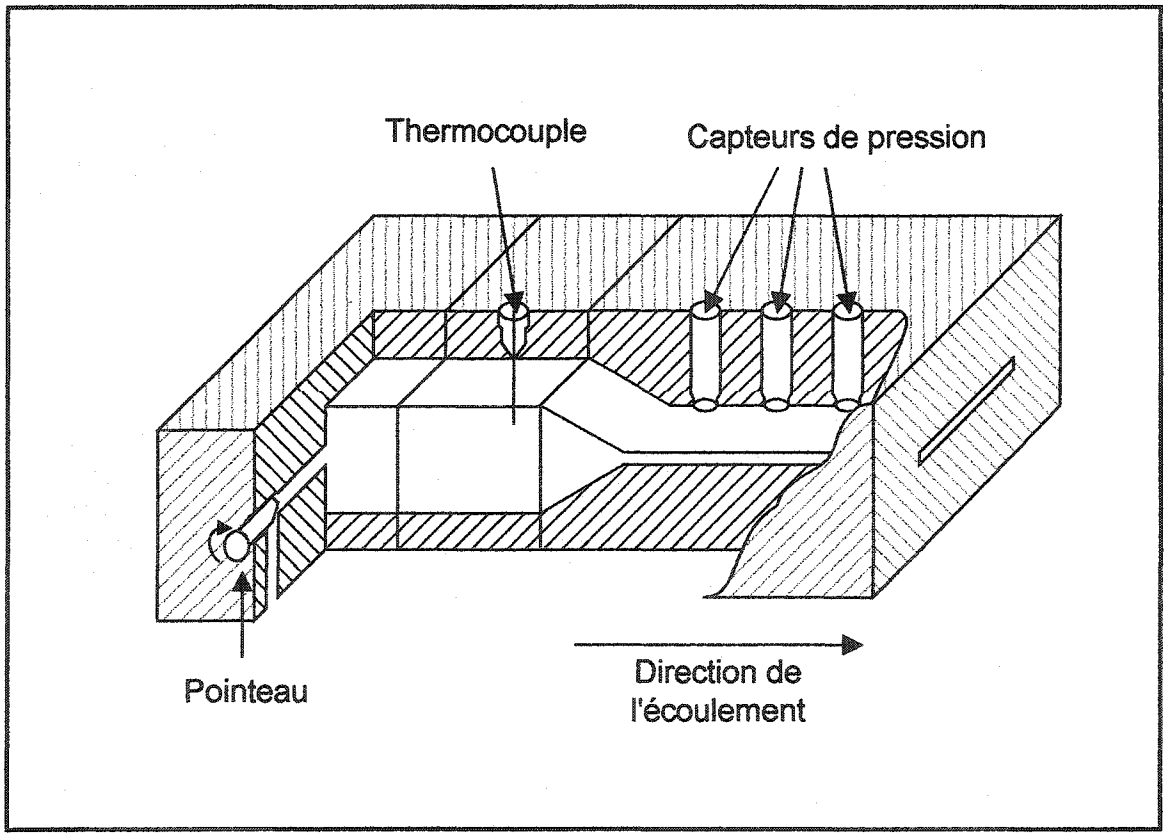


Figure 2.1 : Montage expérimental de la mesure rhéologique.

2.1.2 Résultats

La contrainte et le taux de cisaillement ont été respectivement mesurés avec la perte de charge (ΔP), le débit (Q) et les dimensions de la filière dans les deux cas. Le rapport de la contrainte sur le taux de cisaillement nous donne ensuite la viscosité. Les relations suivantes nous mènent au calcul de la viscosité :

$$\eta = \frac{\tau}{\dot{\gamma}} \tag{2.1}$$

$$\tau = \left(\frac{H}{2}\right)\cdot\left(\frac{\Delta P}{L}\right) \quad \text{et} \quad \dot{\gamma} = \dot{\gamma}_a\left(\frac{2n+1}{3n}\right) \tag{2.3) et (2.2}$$

où

$$\dot{\gamma}_a = \frac{6\cdot Q}{W\cdot H^2} \quad \text{et} \quad n = \frac{\partial\left(\log\left(\tau\right)\right)}{\partial\left(\log\left(\dot{\gamma}\right)\right)} \tag{2.4) et (2.5}$$

L'étude rhéologique du PVC rigide 7167 a été réalisé en 1998 dans l'étude de Thibodeau tandis que l'étude rhéologique du PVC flexible 55Duro a été réalisé en 2000 avec la compagnie Canplast en suivant la même méthode de caractérisation. Dans les deux cas, le PVC suivait très bien la loi de puissance. Il peut alors être modélisé avec l'équation suivante :

$$\eta = m_r \cdot \exp\left(\frac{E_a}{R}\cdot\left(\frac{1}{T}-\frac{1}{T_r}\right)\right)\cdot\dot{\gamma}^{n-1} \tag{2.6}$$

Avec les régressions faites sur les points expérimentaux, nous obtenons les paramètres présenté au tableau 2.1. Les courbes rhéologiques sont présentés à la figure 2.2.

Tableau 2.1 : Paramètres du modèle de la loi de puissance pour les PVC étudiés.

Paramètres	Rigide (7167)	Flexible (55Duro)
m_r (Pa s^n)	103 270	4 183
n	0.22	0.61
E_a / R (K)	2 462	5 144
T_r (K)	460	455

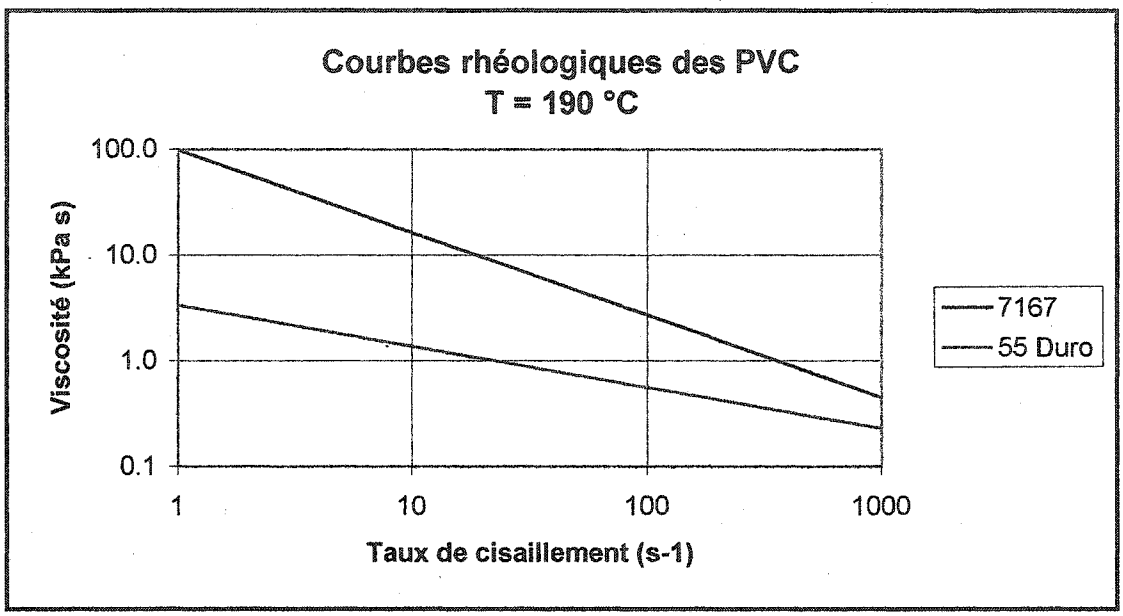


Figure 2.2 : Courbes rhéologiques du PVC rigide (7167) et flexible (55 Duro).

2.2 Thermique

Les coefficients de conductibilité thermique et de chaleur spécifique sont tirés des travaux de Thibodeau (1998) sur le PVC 7167. Ces expériences n'ont pas été réalisées avec le PVC flexible.

2.2.1 Conductibilité

Les expériences réalisées ont été faites avec un analyseur TCA (Thermal Conductivity Analyzer). L'analyse du PVC rigide (7167) fondu s'est déroulée à 180 °C. On présume alors que la conductivité thermique, k, est indépendante de la température.

$$k = 0.205 \text{ W / m °C}$$

2.2.2 Chaleur spécifique

La chaleur spécifique du PVC rigide (7167) a été calculée à partir des données analysées par DSC (Differential Scanning Calorimetry). À partir des données tracées par Thibodeau (1998), on peut estimer la chaleur spécifique, C_p, pour une température moyenne de 190 °C.

$$C_p = 1850 \text{ J / kg °C}$$

2.3 Changements de dimension

Les changements post-extrusion ont été mesurés de façon à établir un modèle de prédiction empirique, tel que présenté à la section 3.3. À partir d'un plan factoriel, le gonflement a été modélisé en fonction de la température, du taux de cisaillement et du temps de résidence. Les changements de forme, accompagnant le gonflement et l'étirement, ont été estimés à l'aide d'expériences faites avec une filière rectangulaire. Enfin, le retrait est estimé avec les mesures de densité sur le PVC solide et le PVC fondu.

2.3.1 Méthodologie

Lors de ce projet, les changements dimensionnels ont été caractérisés de façon empirique avec un plan factoriel. Le plan expérimental a consisté à évaluer les coefficients de changement de grandeur et de changement de forme selon différentes conditions d'opération. D'après les travaux des auteurs précédents, trois paramètres d'opération

montrent une influence plus importante, soit : le temps de résidence du polymère dans la filière, proposé par Huneault (1992), le taux de cisaillement (Brown et al., 1979) et la température de sortie du polymère. Ce dernier paramètre donne une estimation de la thermique développée dans la filière et qui influence fortement le gonflement selon la théorie de Tanner (1980).

Dans ce projet, un plan factoriel est utilisé pour évaluer l'influence de ces trois facteurs (temps de résidence, taux de cisaillement et température). Afin de contrôler ces facteurs, la longueur de la filière, le débit et la température de la filière sont ajustés sur le montage expérimental. Le débit est ajusté à l'aide d'un pointeau dosant la restriction de sortie en amont de la filière, tel que présenté à la figure 2.1,. Les expériences sont d'abord réalisées avec des capillaires. Une deuxième série d'expériences avec une filière rectangulaire est réalisée pour vérifier la corrélation entre les gonflements observés et pour estimer le changement de forme sur les profilés rectangulaires.

La mesure du gonflement et de l'étirement s'effectue bien à l'aide du ratio des aires transversales. Huneault (1992) suggère de mesurer le gonflement à partir d'échantillons coupés sur la ligne d'extrusion. D'une part, les échantillons gonflés, pris au plan 2 de la figure 2.3, doivent être déposés sur une plaque lubrifiée et inclinée à 45 ° par rapport à l'horizontale. Une fois posé sur la plaque, l'échantillon refroidit, relaxe et aucune contrainte ne lui est donc imposée. On peut alors obtenir un échantillon de gonflement à l'équilibre. D'autre part, l'échantillon étiré est pris à la fin du procédé, après le refroidissement dans le bassin d'eau, soit le plan 4 sur la figure 2.3.

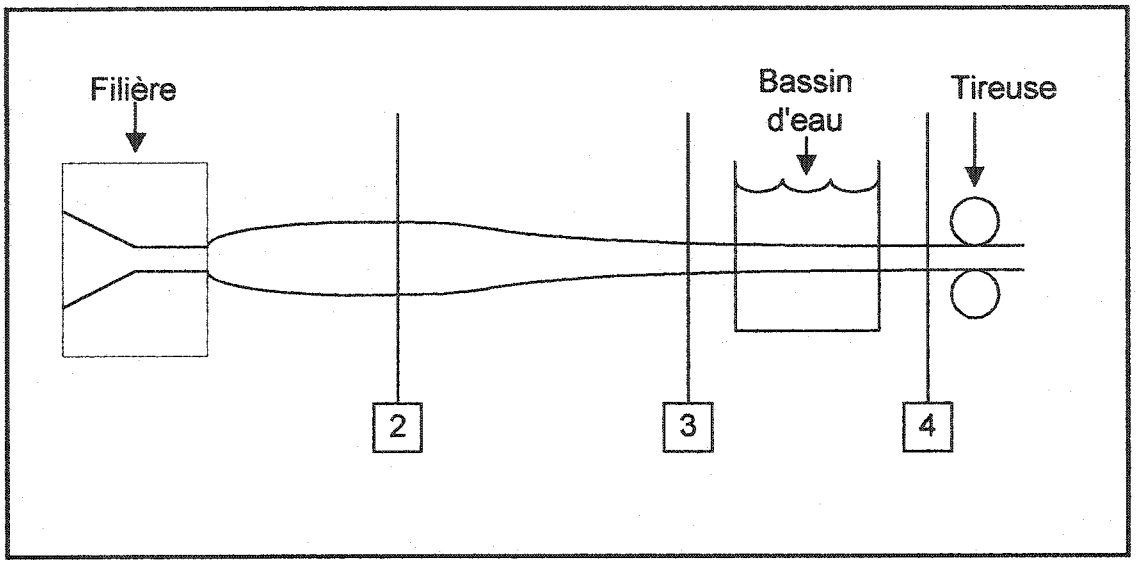


Figure 2.3 : Schéma des plans d'échantillonnage sur la ligne d'extrusion.

Cette technique permet de séparer indépendamment le gonflement et l'étirement. Les deux échantillons ayant été refroidis à la même température, on estime qu'ils ont approximativement la même masse volumique. À partir d'échantillons refroidis, il est possible d'estimer le facteur de changement de grandeur (f_e et f_g) pour l'étirement et le gonflement respectivement. On peut alors mesurer le poids d'un échantillon d'une longueur mesurée :

$$\frac{M^*}{L^*} = \rho_s \cdot A \tag{2.7}$$

où M^* et L^* indiquent la masse et la longueur de l'échantillon mesuré à l'état solide. ρ_s représente la densité du polymère solide. Ainsi, il est possible de trouver les facteurs f_g et f_e, en comparant un échantillon retiré au plan de gonflement #2 (figure 2.3) avec l'échantillon final retiré au plan final #4 et les dimensions de la filière. Les changements de grandeur expérimentaux peuvent se calculer comme suit :

$$f_g \cong \sqrt{\frac{A_2}{A_f}} = \left(\frac{\rho_f}{\rho_s}\right)^{1/6} \cdot \sqrt{\frac{M_2^* / L_2^*}{\rho_f \cdot A_f}} \tag{2.8}$$

et $$f_e = \sqrt{\frac{A_3}{A_2}} = \left(\frac{\rho_s}{\rho_f}\right)^{1/6} \cdot \sqrt{\frac{M_4^* / L_4^*}{M_2^* / L_2^*}} \qquad (2.9)$$

où A_f représente l'aire transversale de la filière, ρ_f, la densité du polymère fondu et les indices sont les plans représentés à la figure 2.3. L'astérisque (*) indique que l'échantillon a été mesuré à l'état solide après avoir subit un retrait. Bien qu'ils aient la même masse volumique, les échantillons pris au plan de gonflement ont subit un retrait différent de ceux coupés après l'étirement. Ainsi, une correction de la densité est ajoutée au calcul de f_e et f_g. L'explication est fournie à l'annexe D.

La première série d'expériences avec des filières capillaires sert à estimer le changement de grandeur expérimental calculé avec les équations 2.8 et 2.9. La deuxième série d'expériences vise plutôt à évaluer les changements de forme sur les profilés rectangulaires. Ceux-ci expriment le gain sur l'épaisseur de l'échantillon par rapport à la largeur de l'échantillon. Des mesures de la masse et de la longueur de l'échantillon sont d'abord prises pour estimer f_e et f_g. Ensuite, une mesure de l'épaisseur ou de la largeur de l'échantillon refroidi doit être prise pour estimer le changement de forme. La mesure de la largeur est généralement plus précise et cause moins d'incertitude. En utilisant cette dernière mesure, les changements de forme sont calculés par les équations suivantes :

$$\beta_e = f_e \cdot \left(\frac{W_2^*}{W_4^*}\right) \cdot \left(\frac{\rho_f}{\rho_s}\right)^{1/6} \qquad (2.10)$$

$$\beta_g = f_g \cdot \left(\frac{W_f}{W_2^*}\right) \cdot \left(\frac{\rho_f}{\rho_s}\right)^{1/3} \qquad (2.11)$$

où W_2^* et W_4^* représentent la largeur des échantillons mesurés aux plans 2 et 4 respectivement (figure 2.3), W_f est la largeur de la filière expérimentale, présentée à la figure 2.10. Par ailleurs, l'aplatissement a été considéré plutôt négligeable lors des

expériences avec la filière rectangulaire. Par contre, il risque d'être plus important avec les filières multiformes puisqu'elles ont des écarts de vitesse plus marqués ainsi qu'une distribution de vitesse non uniforme au centre de l'écoulement.

2.3.2 Modélisation

Les expériences effectuées lors de ces manipulations visaient à obtenir un modèle empirique décrivant le gonflement avec précision. L'extrusion du PVC s'est faite avec des filières capillaires ayant différentes longueurs mais le même diamètre (3.99 mm). En ajustant les débits et les températures d'extrusion, il est possible de réaliser un plan factoriel croisé à trois facteurs, avec les modalités suivantes :

- Les températures visées étant 190°C, 194°C, 198°C.
- Les taux de cisaillement : 127 s^{-1}, 191 s^{-1}, 286 s^{-1}.
- Les temps de résidence : 0.34s, 0.45s, 0.50s, 0.67s, 0.76s, 1.01s, 1.51s.

Les débits d'extrusion sont ajustés de façon à viser un temps de résidence et un cisaillement précis. Pour évaluer indépendamment le temps de résidence et le taux de cisaillement, il est nécessaire d'avoir plusieurs filières de longueurs différentes. En effet, un changement de débit massique (Q) entraîne simultanément un changement du temps de résidence (tr) et du taux de cisaillement ($\dot{\gamma}_a$) :

$$\dot{\gamma}_a = \frac{4 \cdot Q / \rho_f}{\pi \cdot R_f^3} \quad \text{et} \quad t_r = \frac{\pi \cdot R_f^2 \cdot L_f}{Q / \rho_f} \qquad (2.12) \text{ et } (2.13)$$

où ρ_f représente la densité du polymère fondu (1.28 pour le 7167); R_f, le rayon de la filière capillaire; L_f, la longueur de celle-ci. Ainsi, les longueurs de filières doivent être ajustées afin d'obtenir un bon croisement entre le temps de résidence et le taux de cisaillement. Pour un même temps de résidence, il est possible d'observer l'effet du taux de cisaillement, et inversement. Par exemple, l'influence du taux de cisaillement peut être évaluée en faisant un premier essai avec une filière de L = 3.2 cm et Q = 1 g/s et un deuxième essai avec une filière de L = 4.8 cm et Q = 1.5 g/s. Ces deux essais figurent un

temps de résidence de 0.5 s mais des taux de cisaillement de 127 s^{-1} et 191 s^{-1} respectivement. L'effet du taux de cisaillement peut alors s'évaluer indépendamment du temps de résidence.

Il est préférable d'utiliser des longueurs respectant le même ratio d'augmentation, ce qui permet de découpler le cisaillement du temps de résidence. Ainsi, on doit obtenir :

$$\frac{L_2}{L_1} = \frac{L_3}{L_2} = \frac{L_4}{L_3} = \text{etc.} \qquad (2.14)$$

Dans ce projet, les filières capillaires disponibles avaient les dimensions suivantes : L_1=3.2cm, L_2=4.8cm, L_3=6.4cm, L_4=9.6 cm. Les temps de résidence dans les filières de 4.8 cm et 6.4 cm ne se recoupent pas pour différents taux de cisaillement. La filière L_3 de 6.4 cm était 0.8 cm trop courte pour respecter le ratio de $L_3/L_2 = L_2/L_1 = 1.5$. Néanmoins, les expériences ont été réalisées en estimant juste d'effectuer une moyenne sur la modalité des temps de résidence de 0.45s et 0.50s et de ceux de 0.67s et 0.76s. D'ailleurs, des moyennes sur les conditions mesurées sont calculées pour estimer la valeur de la modalité du plan factoriel. Par exemple, une valeur moyenne de 193 s^{-1} estime les taux de cisaillement mesurés successivement à 195 s^{-1}, 190 s^{-1}, 194 s^{-1}. Les conditions visées pour les expériences sont présentées au tableau 2.2 et les modalités moyennes calculées sont présentées au tableau 2.3.

Tableau 2.2 : Plan expérimental visé avec des filières capillaires et le PVC rigide.

Essai	$\dot{m}_{sp}$ (g/s)	L (cm)	$\dot{\gamma}_{a,sp}$ (s^{-1})	$t_{r,sp}$ (s)	T_{sp} (°C)
1	1.50	3.2	191	0.34	190
2	1.00	3.2	127	0.50	190
3	1.50	3.2	191	0.34	194
4	1.00	3.2	127	0.50	194
5	1.50	3.2	191	0.34	198
6	1.00	3.2	127	0.50	198
7	2.25	4.8	286	0.34	190
8	1.50	4.8	191	0.50	190
9	1.00	4.8	127	0.76	190
10	2.25	4.8	286	0.34	194
11	1.50	4.8	191	0.50	194
12	1.00	4.8	127	0.76	194
13	2.25	4.8	286	0.34	198
14	1.50	4.8	191	0.50	198
15	1.00	4.8	127	0.76	198
16	2.25	6.4	286	0.45	190
17	1.50	6.4	191	0.67	190
18	1.00	6.4	127	1.01	190
19	2.25	6.4	286	0.45	194
20	1.50	6.4	191	0.67	194
21	1.00	6.4	127	1.01	194
22	2.25	6.4	286	0.45	198
23	1.50	6.4	191	0.67	198
24	1.00	6.4	127	1.01	198
25	1.00	9.6	127	1.51	190
26	1.50	9.6	191	1.01	190
27	1.50	9.6	191	1.01	194
28	1.00	9.6	127	1.51	194
29	1.00	9.6	127	1.51	198
30	1.50	9.6	191	1.01	198

Tableau 2.3 : Plan expérimental obtenu avec des modalités moyennes (PVC rigide).

Essai	$\dot{m}$ (g/s)	L (cm)	$\dot{\gamma}_a$ (s^{-1})	t_r (s)	T (°C)
1	1.52	3.2	193	0.33	189.5
2	0.99	3.2	127	0.49	189.5
3	1.52	3.2	193	0.33	192.6
4	0.99	3.2	127	0.49	192.6
5	1.52	3.2	193	0.33	198.0
6	0.99	3.2	127	0.49	198.0
7	2.22	4.8	283	0.33	189.5
8	1.52	4.8	193	0.49	189.5
9	0.99	4.8	127	0.71	189.5
10	2.22	4.8	283	0.33	192.6
11	1.52	4.8	193	0.49	192.6
12	0.99	4.8	127	0.71	192.6
13	2.22	4.8	283	0.33	198.0
14	1.52	4.8	193	0.49	198.0
15	0.99	4.8	127	0.71	198.0
16	2.22	6.4	283	0.49	189.5
17	1.52	6.4	193	0.71	189.5
18	0.99	6.4	127	0.99	189.5
19	2.22	6.4	283	0.49	192.6
20	1.52	6.4	193	0.71	192.6
21	0.99	6.4	127	0.99	192.6
22	2.22	6.4	283	0.49	198.0
23	1.52	6.4	193	0.71	198.0
24	0.99	6.4	127	0.99	198.0
25	0.99	9.6	127	1.55	189.5
26	1.52	9.6	193	0.99	189.5
27	1.52	9.6	193	0.99	192.6
28	0.99	9.6	127	1.55	192.6
29	0.99	9.6	127	1.55	198.0
30	1.52	9.6	193	0.99	198.0

2.3.3 Résultat de gonflement

Le gonflement a été modélisé avec les différentes conditions d'opération, telles que présentées à la section précédente. Les échantillons ont été mesurés à l'équilibre. On les a coupés à la sortie de l'extrudeuse pour les laisser relaxer sur une plaque horizontale. Une fois refroidis, les échantillons ont été mesurés.

Le gonflement avec des capillaires (diamètre=3.99 mm) a été modélisé selon l'équation suivante prenant en compte l'influence du taux de cisaillement, du temps de résidence et de la température.

$$f_{g,capillaire} = A + B \cdot T + C \cdot \dot{\gamma}_a + D \cdot \log\left(t_r\right) \qquad (2.15)$$

où T représente la température, $\dot{\gamma}_a$, le taux de cisaillement apparent et, t_r, le temps de résidence. Les figures 2.4 à 2.6 montrent le gonflement obtenu avec le PVC rigide. Les figures 2.7 à 2.9 montrent le gonflement du PVC flexible. Les valeurs des coefficients de régression (A, B, C, D) sont affichées au tableau 2.4. On remarque un gonflement légèrement plus faible avec le PVC flexible.

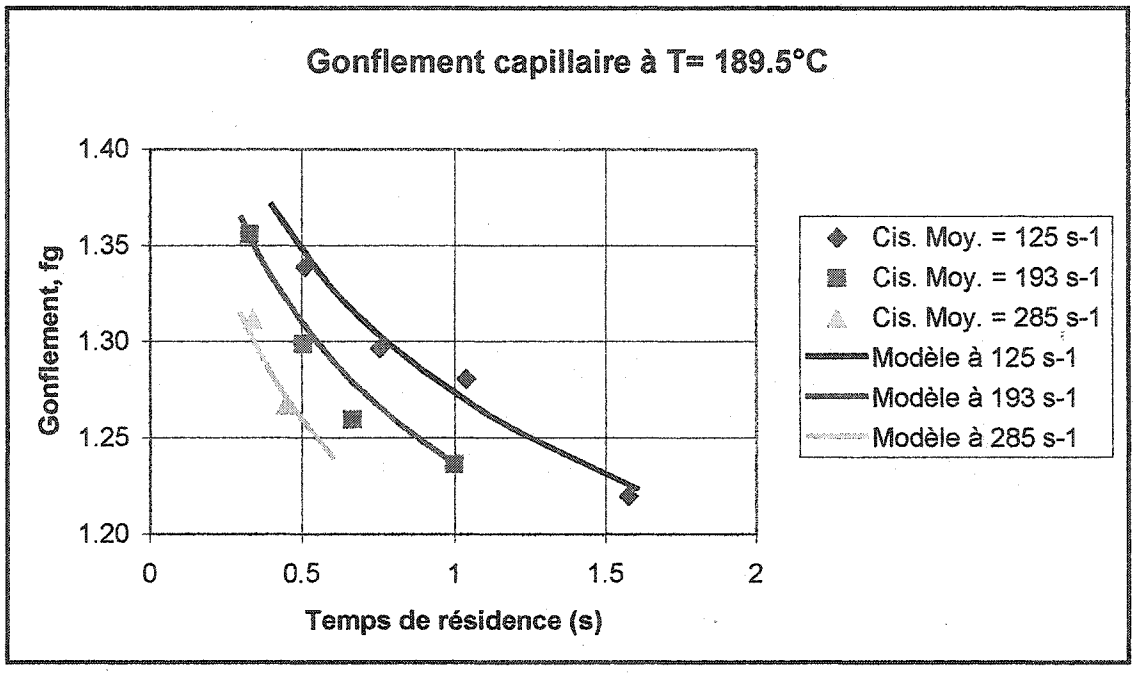


Figure 2.4 : Gonflement du PVC rigide (T=189.5 °C)

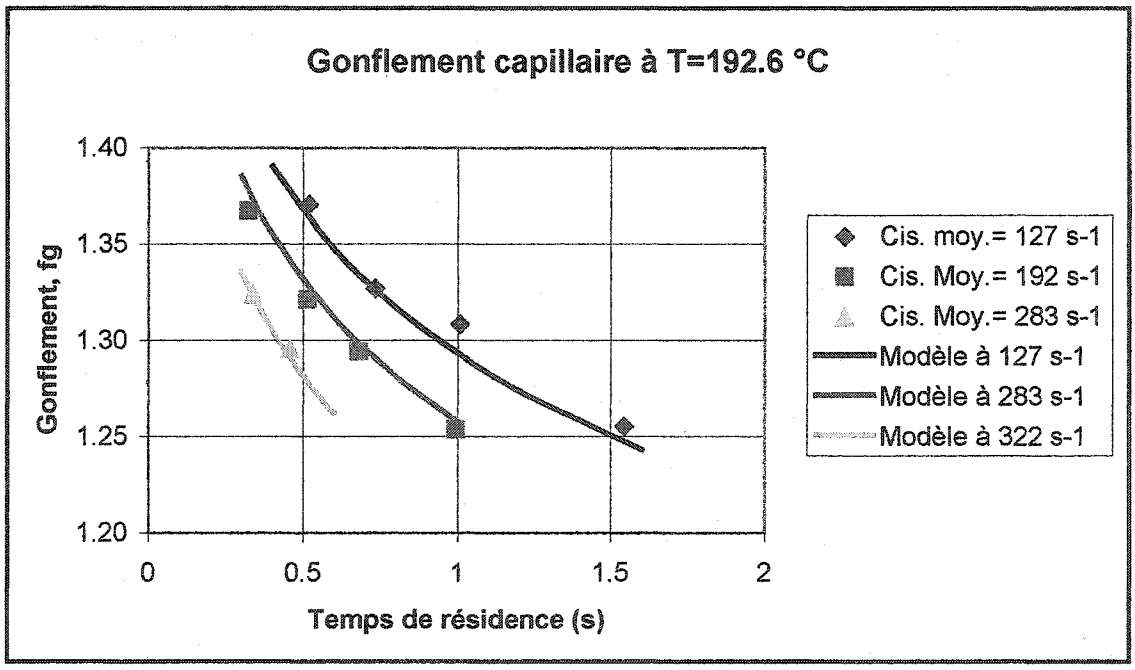


Figure 2.5 : Gonflement du PVC rigide (T=192.6 °C)

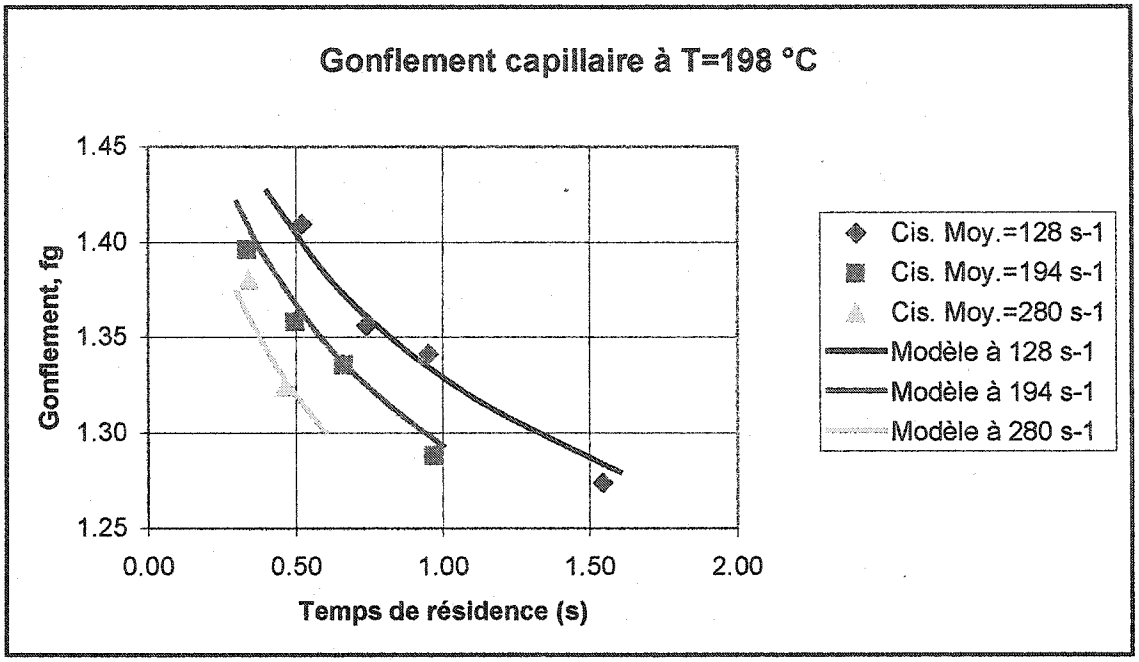


Figure 2.6 : Gonflement du PVC rigide (T=198 °C)

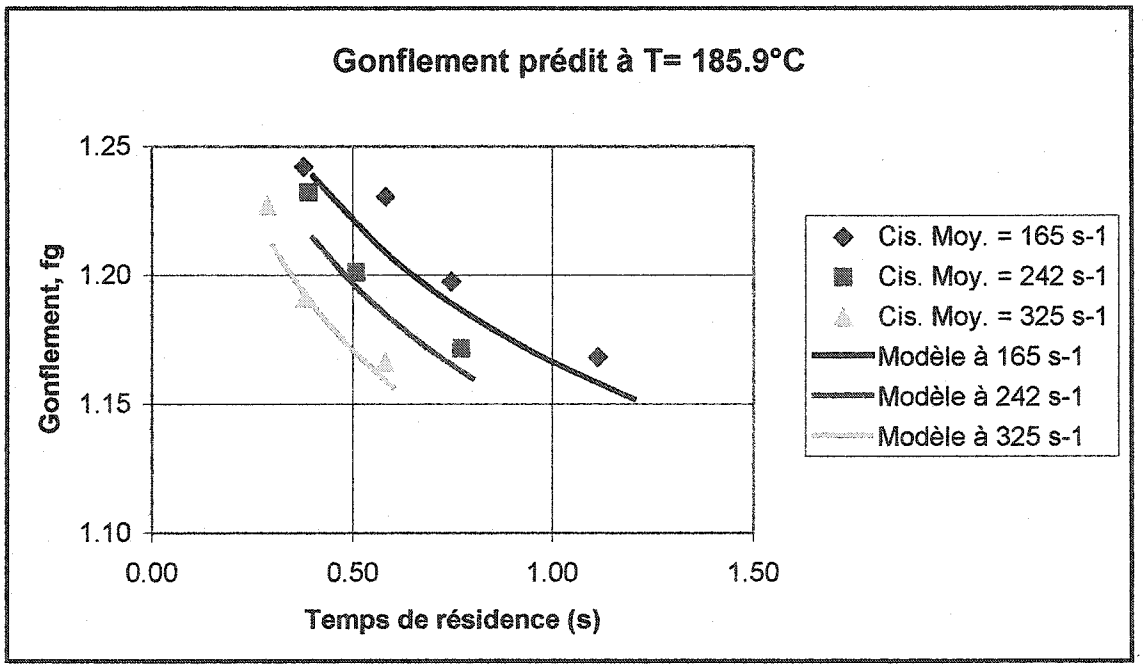


Figure 2.7 : Gonflement du PVC flexible (T=185.9 °C)

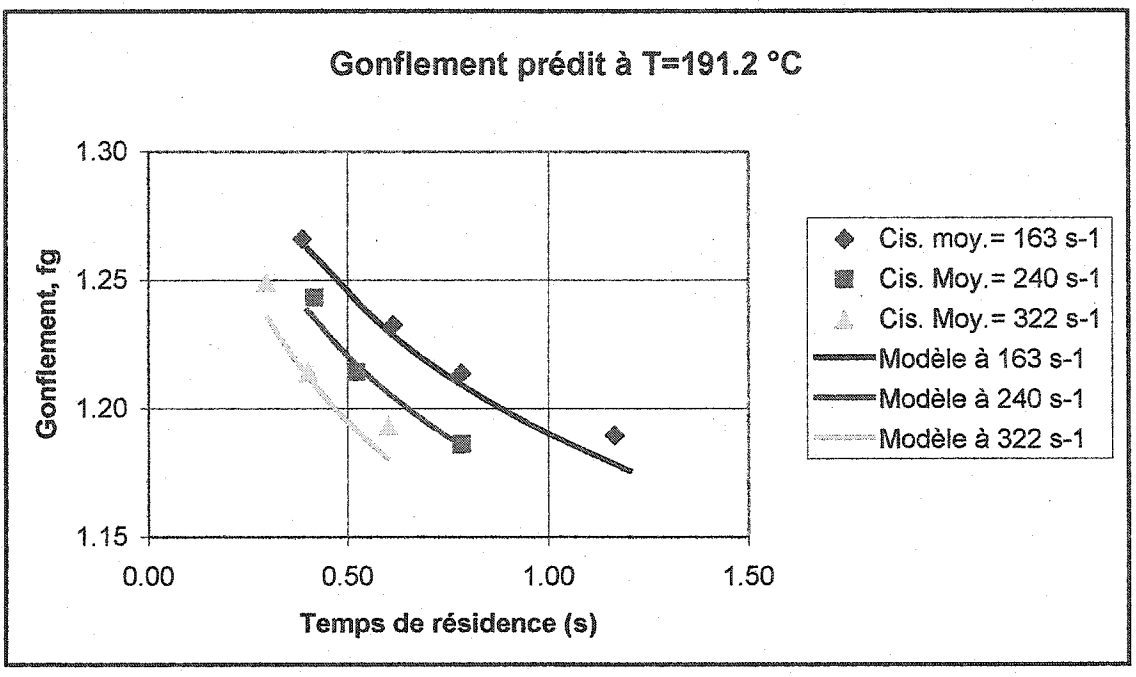


Figure 2.8 : Gonflement du PVC flexible (T=191.2 °C)

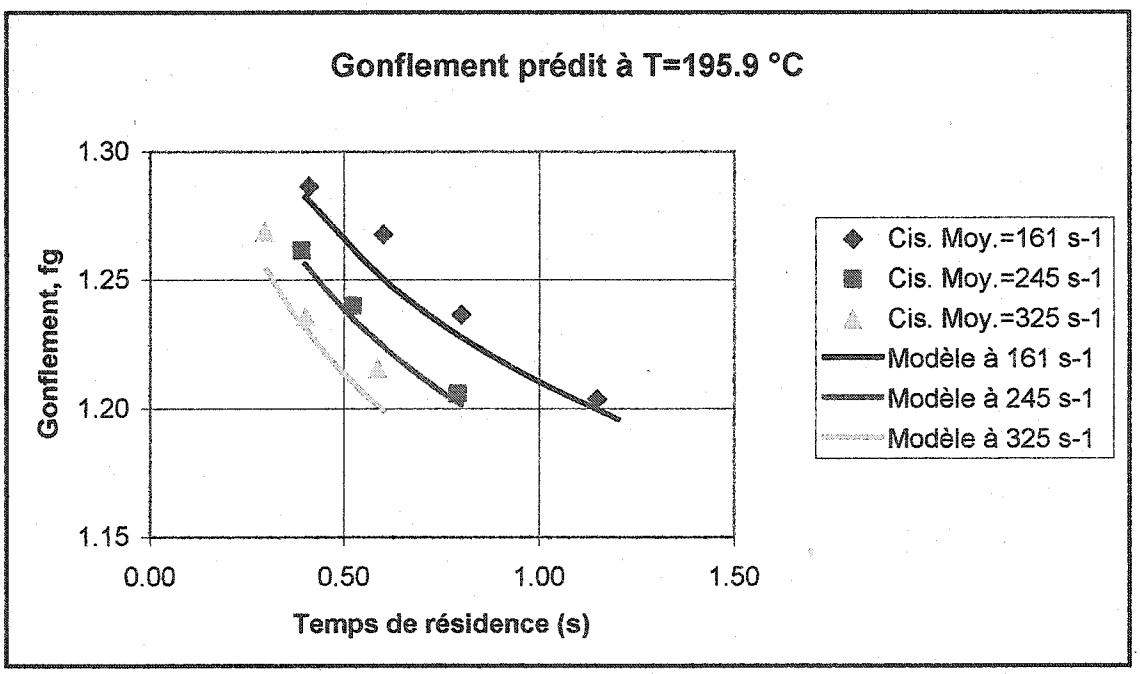


Figure 2.9 : Gonflement du PVC flexible (T=195.9 °C)

Tableau 2.4 : Coefficients de régression pour le gonflement capillaire.

Coefficient	PVC Rigide (7167)	PVC Flexible (55Duro)
A (sans unité)	+ 0.07	+ 0.40
B ($°C^{-1}$)	+ (6.7 ± 0.5) x 10^{-3}	+ (4.45 ± 0.24) x 10^{-3}
C (s)	- (0.546 ± 0.039) x 10^{-3}	- (0.312 ± 0.016) x 10^{-3}
D ($(\log(s))^{-1}$)	- 0.244 ± 0.010	- 0.181 ± 0.006

N.B. : Applicable sur la plage d'opération des expériences réalisées. Ce modèle est applicable pour des temps de résidence compris entre 0.33 et 1.55 s, des températures comprises entre 190 et 196 °C et des taux de cisaillement allant de 125 à 325 s^{-1}.

2.3.4 Expériences avec profilés rectangulaires

Par la suite, des expériences ont été réalisées avec des filières rectangulaires pour vérifier la correspondance du gonflement entre les deux géométries (capillaire et fente). Le plan expérimental était composé de quatre essais, comptant deux températures et deux débits tel que présenté au tableau 2.5. Le tableau 2.6 montre un résumé des mesures prises avec le PVC rigide (7167). Les changements de dimension f_g et f_e sont calculés avec les équations 2.8 et 2.9. Ces expériences montrent l'écart entre le gonflement mesuré sur les profilés rectangulaires et le gonflement prédit pour les filières capillaires. Ces expériences servent aussi à évaluer le changement de forme avec les profilés rectangulaires. La filière expérimentale utilisée pour produire ces échantillons rectangulaires est une filière balancée mais n'est pas rectangulaires en soi. Un schéma présente les détails de cette filière à la figure 2.10.

Tableau 2.5 : Expériences visées avec la filière rectangulaire.

Essai	Filière	$\dot{m}_{sp}$ (g/s)	RPM	$\dot{\gamma}_{a,sp}$ (s^{-1})	$t_{r,sp}$ (s)	T_{sp} (°C)
33	Fente	4	20	77	1.22	200
34	Fente	6	30	116	0.81	200
35	Fente	6	30	116	0.81	186
36	Fente	4	20	77	1.22	186

Tableau 2.6 : Conditions mesurées.

Essai	$\dot{m}$ (g/s)	$\dot{\gamma}_a$ (s^{-1})	t_r (s)	T (°C)	f_g	f_e
33	4.08	78	1.22	195.6	1.460	0.496
34	6.10	116	0.81	201.7	1.441	0.636
35	4.60	87	1.08	176.0	1.397	0.712
36	2.76	53	1.80	170.0	1.366	0.579

Étant donné qu'on ne peut pas installer de bande chauffante sur la section finale de la filière, la température diminue sur cette partie. On observe alors des températures de sortie assez froides, particulièrement lors des essais 35 et 36 au tableau 2.6. La température mesurée est alors plus faible que la température de la masse à l'entrée de la filière. Des plans d'expérience similaires ont aussi été réalisés avec le PVC flexible (55Duro) dont les résultats sont discutés à la section suivante. Les plans ci-hauts ne concernent donc que le PVC rigide (7167).

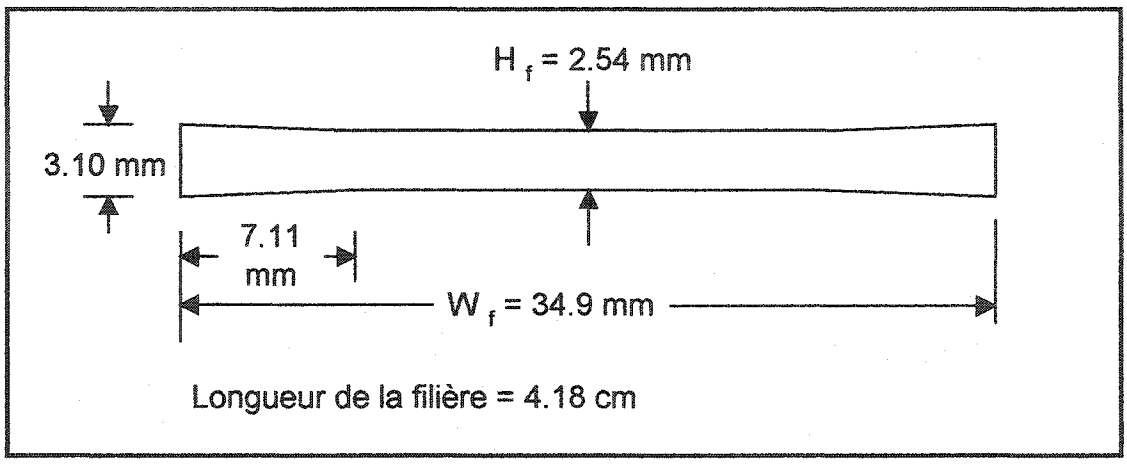


Figure 2.10 : Schéma de la filière expérimentale pour les profilés rectangulaires.

2.3.5 Comparaison du gonflement (fente vs capillaire)

Les figures 2.11 et 2.12 montrent la comparaison entre le gonflement prédit par le modèle de gonflement capillaire par rapport aux expériences faites avec la filière rectangulaire. Les expériences réalisées sur filières rectangulaires montrent un gonflement plus élevé qu'avec les filières capillaires. Ces deux géométries ne procurent pas la même relaxation au polymère fondu. En effet, le polymère se déforme de façon plus permanente dans une géométrie capillaire tandis que la fente rectangulaire emmagasine plus de contraintes élastiques, dû à la contraction de l'écoulement sur l'épaisseur. Ainsi, en sortant à l'air libre, le profilé rectangulaire a plus de contraintes résiduelles internes et le gonflement est plus important. Cette différence entre le gonflement avec les filières capillaires et avec les filières rectangulaires est corrigé avec un facteur F_{corr}.

$$F_{corr} = \frac{f_{g,rect}}{f_{g,capillaire}} \tag{2.16}$$

Avec le PVC rigide, il est à noter que la différence est plus importante pour l'extrusion faite à plus basse température, due à une élasticité plus importante du polymère plus froid. De plus, on remarque aussi que la vitesse relative de l'écoulement influence aussi le gonflement des profilé rectangulaires. Suite à ces observations, des régressions ont été faites entre le facteur de correction, la température d'extrusion et le facteur de paroi F_p^*

calculé pour la position latérale, y (figure 2.13 et figure 2.14). On peut alors obtenir la régression du facteur de correction , F_{corr}, tel que :

$$F_{corr} = A + B \cdot T + C \cdot F_p^* \qquad (2.17)$$

où A, B, C sont les paramètres de la régression, T, la température à la sortie de la filière et F_p^*, le facteur de correction représentant la vitesse relative de l'écoulement par rapport à la vitesse entre plaques parallèles. Les coefficients de régression du PVC rigide sont calculés à partir des régressions présentées aux figures 2.13 et 2.14:

$A = 1.56 \pm 0.09$

$B = -0.0049 \pm 0.0002\ °C^{-1}$

$C = 0.687 \pm 0.007$

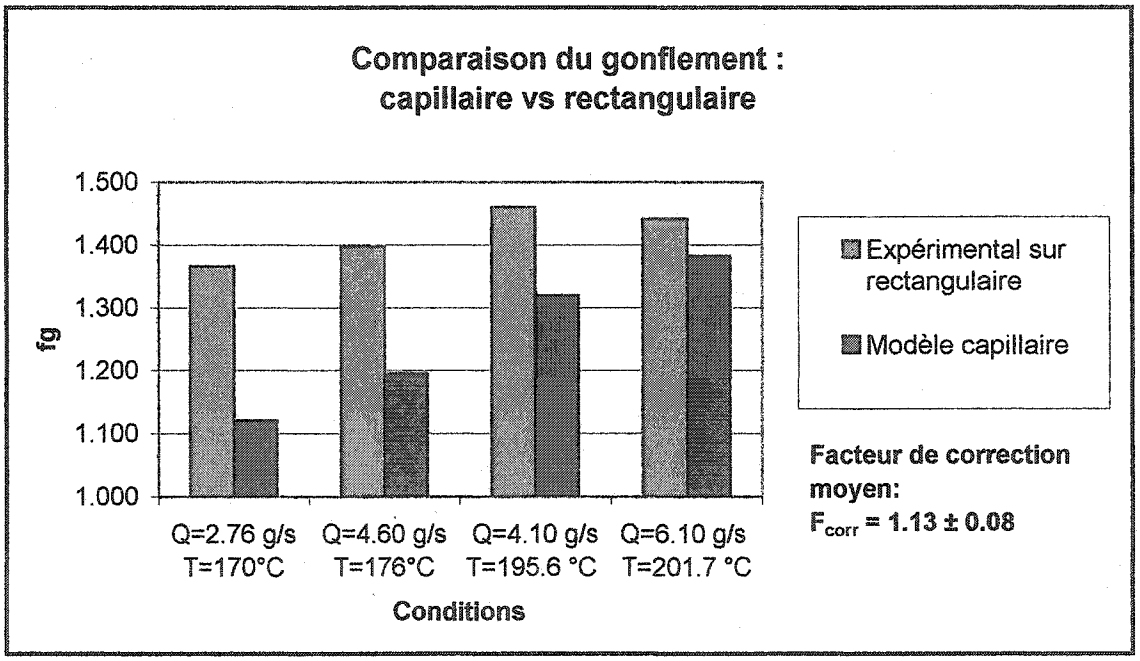


Figure 2.11 : Comparaison du gonflement avec le PVC rigide (7167).

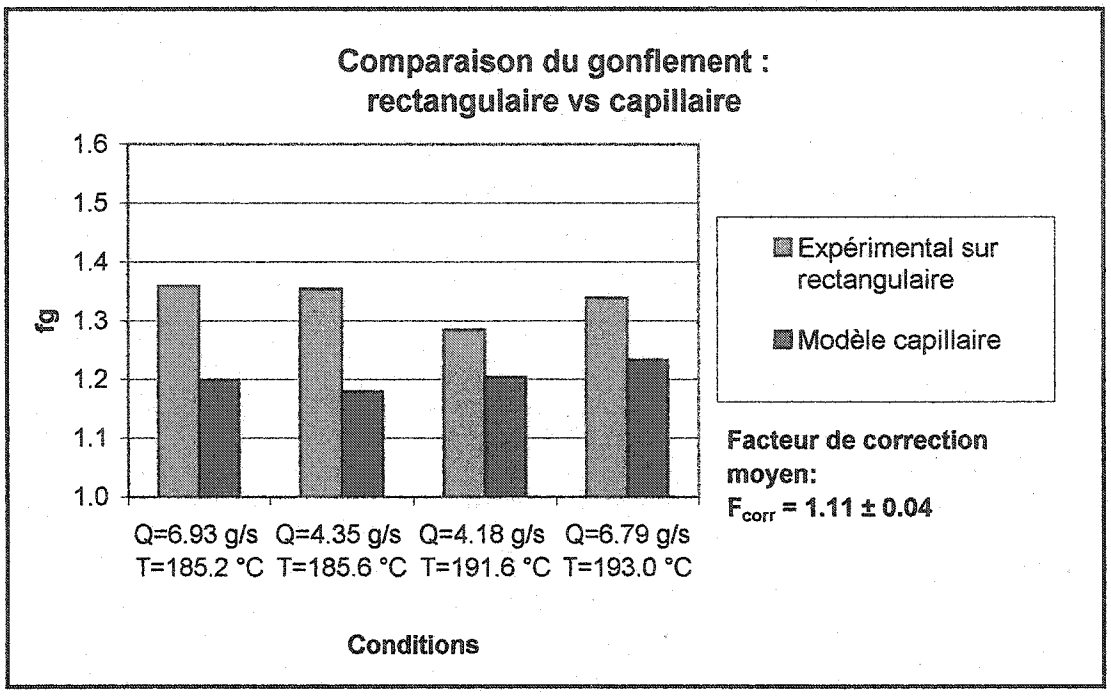


Figure 2.12 : Comparaison du gonflement avec le PVC flexible (55 Duro).

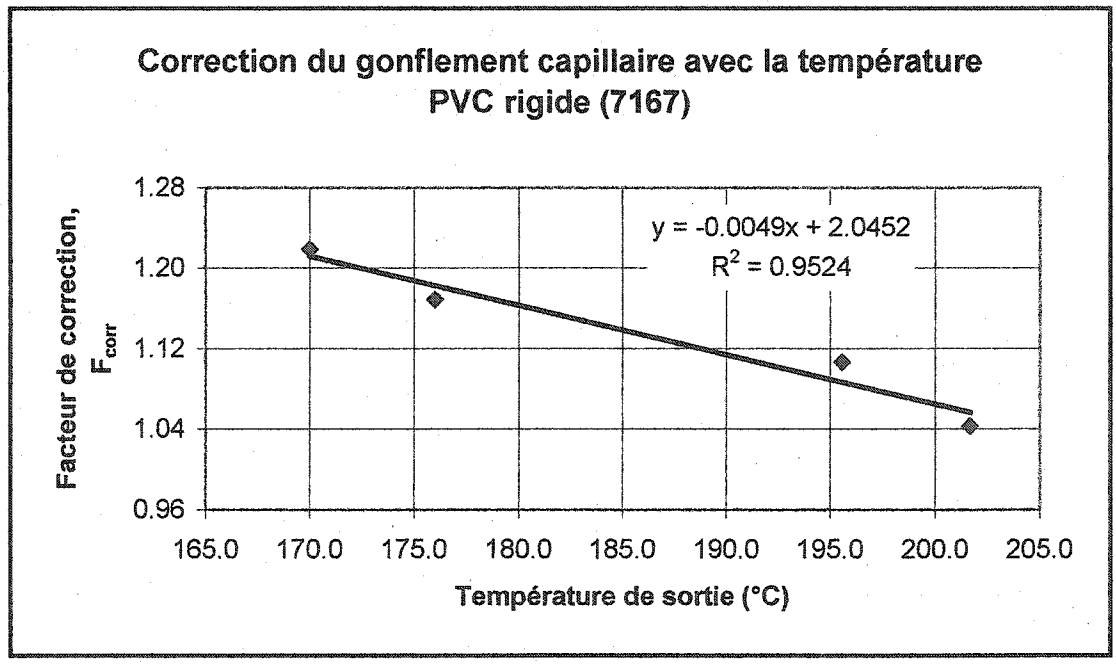


Figure 2.13 : Relation entre F_{corr} et la température de sortie.

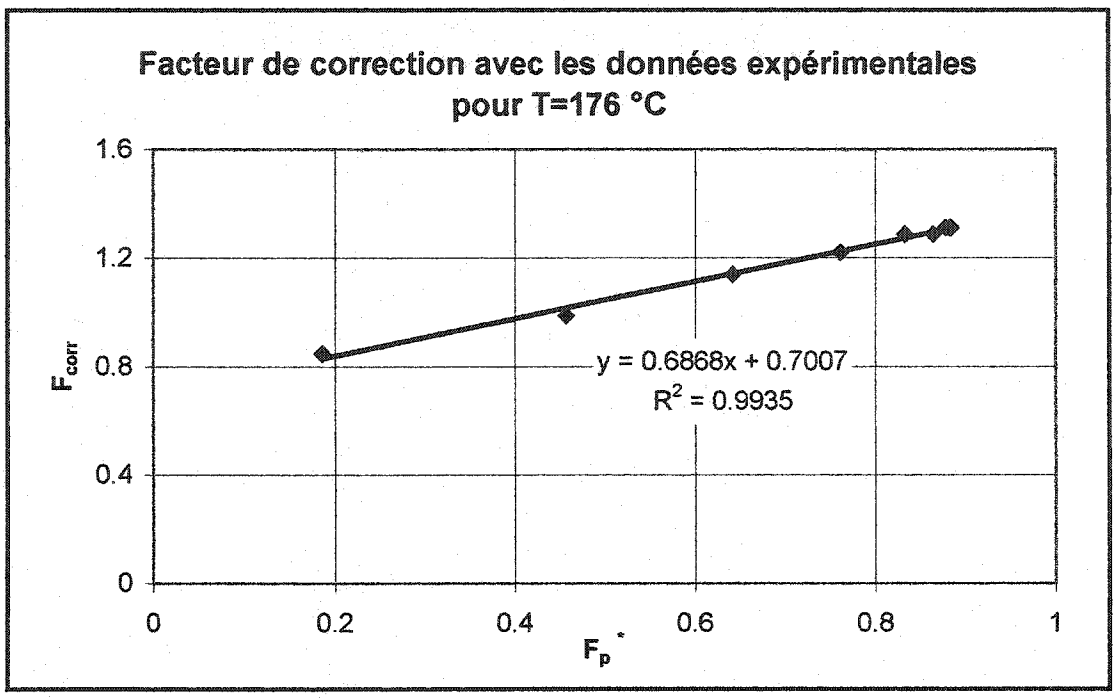


Figure 2.14 : Relation entre Fcorr et F_p^*, calculé à partir des mesures de l'essai 35.

2.3.6 Changement de forme

Les essais sur les profilés rectangulaires ont aussi servi à évaluer les changements de forme, calculées avec les équations 2.10 et 2.11. Basé sur la géométrie de cette filière fente (figure 2.10), le changement de forme est mesuré pour un seul ratio H/W (épaisseur sur largeur), soit 2.54mm/34.9mm = 0.073. Une moyenne des valeurs de changement de forme est utilisée, telle qu'illustrée aux figures 2.15 à 2.18.

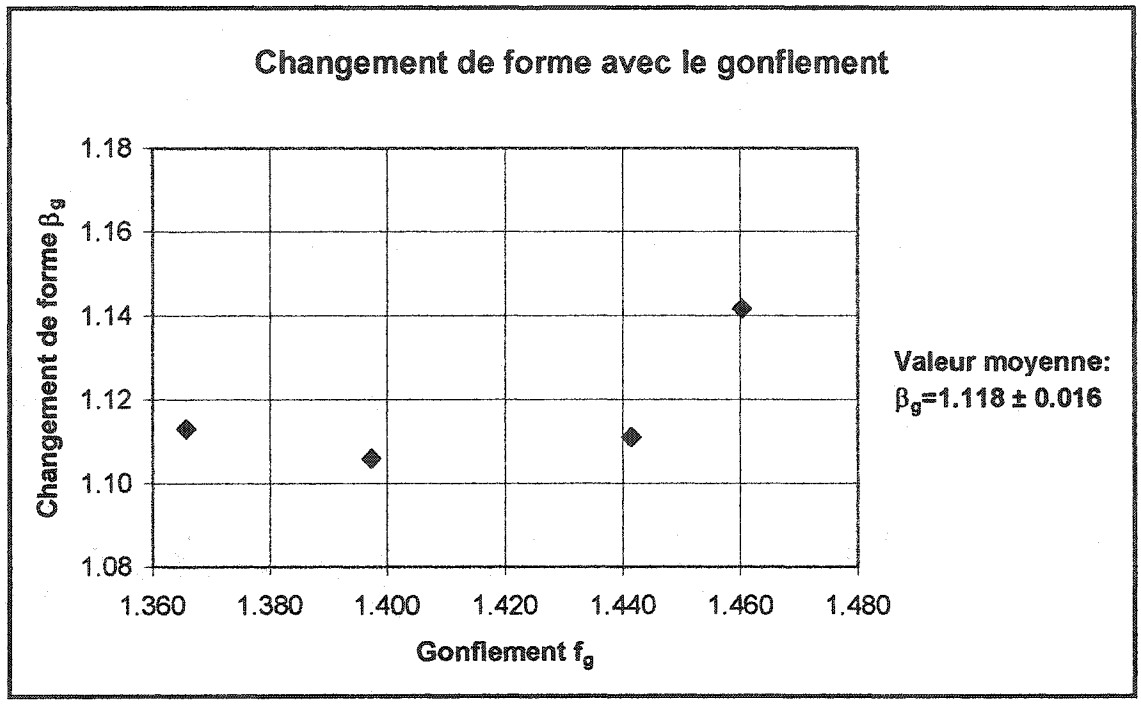


Figure 2.15 : Changement de forme β_g pour le PVC rigide (7167).

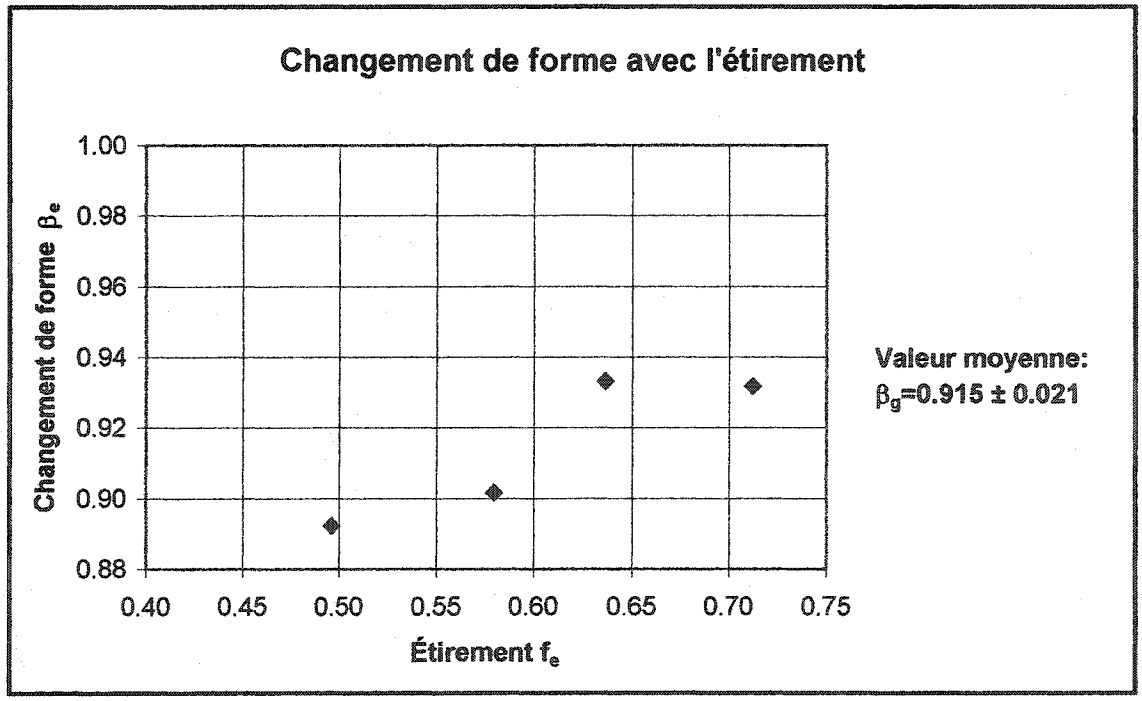


Figure 2.16 : Changement de forme β_e pour le PVC rigide (7167).

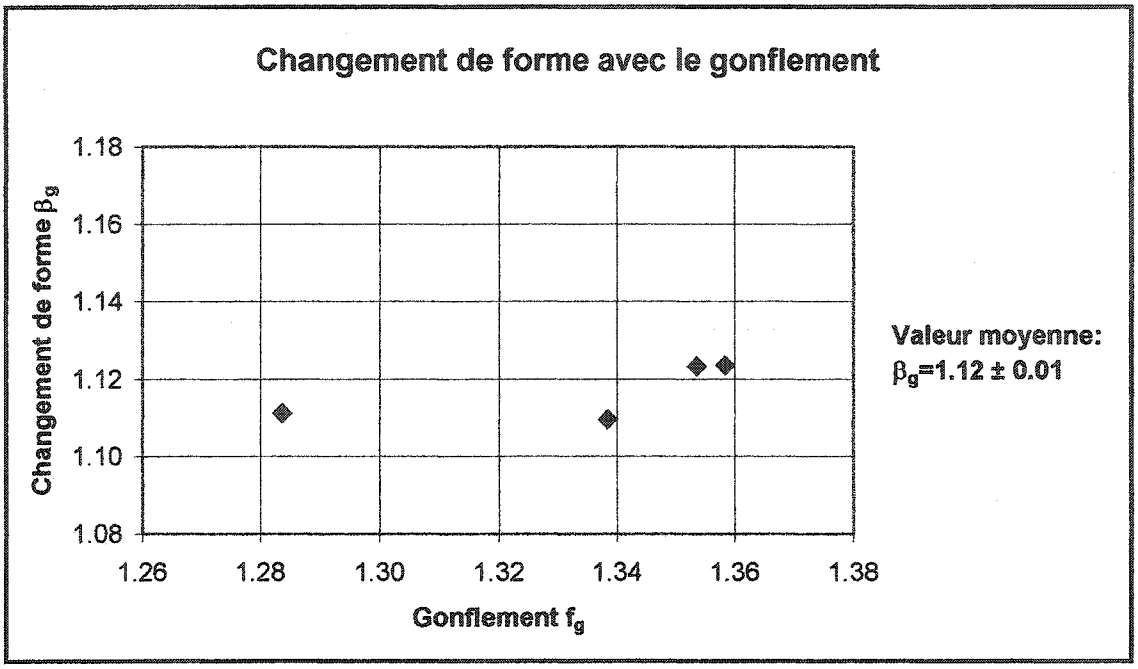


Figure 2.17 : Changement de forme β_g pour le PVC flexible (55 Duro).

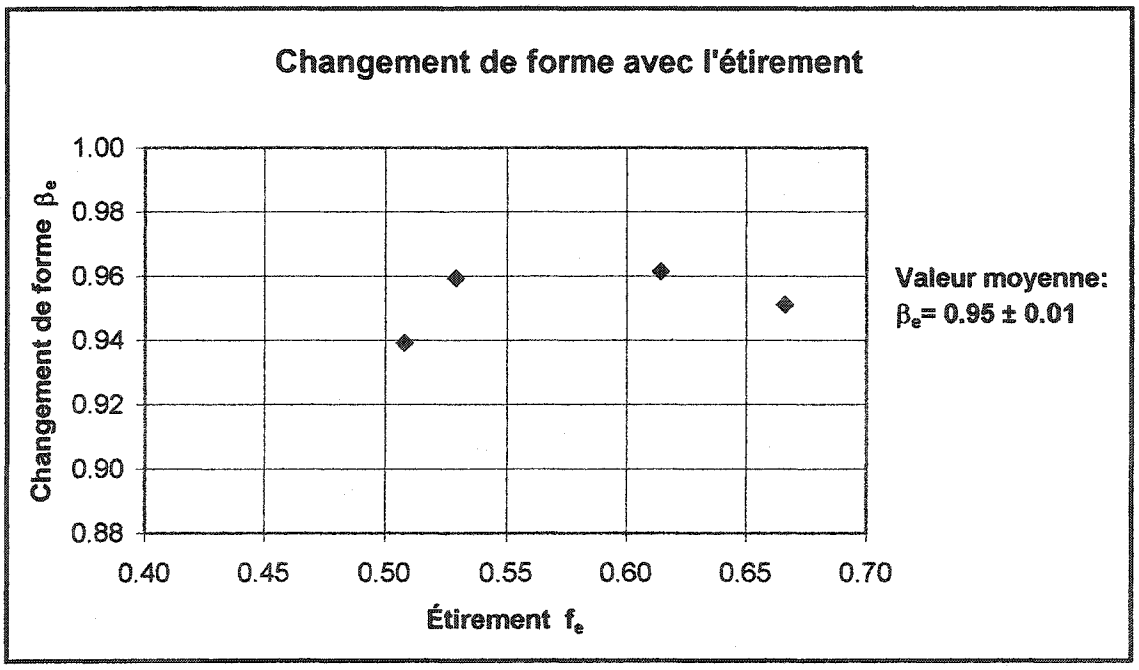


Figure 2.18 : Changement de forme β_e avec le PVC flexible (55Duro).

2.3.7 Mesure de la densité et du retrait

Le calcul du retrait nécessite la mesure ou l'estimation de la densité du polymère à l'état solide et fondu. La densité solide a été mesurée à partir d'échantillons solides avec la méthode de déplacement de fluide (Norme ASTM D792). Cette technique consiste à comparer le poids d'un échantillon immergé dans l'eau à celui pesé à l'air libre.

$$\rho_s = \left(\frac{a}{a + w - b} \right) \cdot \rho_{\text{eau}, 23^\circ C} \qquad (2.17)$$

où a est la masse de l'échantillon à l'air libre, w la masse du porte-échantillon vide et immergé, b la masse du porte-échantillon plein et immergé. La densité de l'eau, ρ_{eau}, est de 997.6 kg/m^3 à 23 °C.

La densité du polymère fondu a été mesurée en introduisant une quantité pesée de PVC dans un piston. Le piston et le polymère ont été chauffés dans un four à une température moyenne d'extrusion, soit 190°C. Le déplacement du cylindre a été mesuré pour estimer le volume occupé par le polymère fondu. Le système est montré à la figure 2.19.

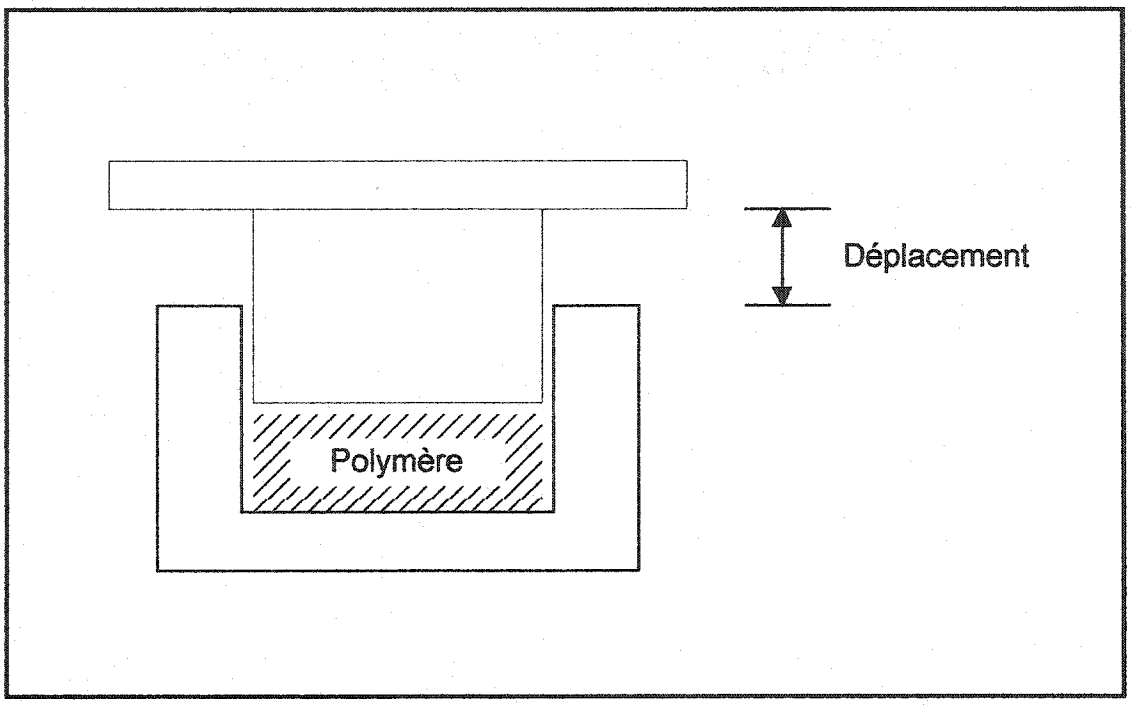


Figure 2.19 : Montage pour la mesure de densité du polymère fondu (190 °C)

Des mesures avec le PVC flexible (55 Duro) ont été réalisées dans ce projet de maîtrise. Par ailleurs, les résultats obtenus par Thibodeau (1998) ont été utilisés pour les données du PVC rigide (7167). Les densités sont présentées au tableau 2.7

Tableau 2.7 : Mesures de densités sur le PVC.

	55 Duro	***7167***
ρ_s (g/ml)	1.36 ± 0.01	1.42 ± 0.01
ρ_f (g/ml)	1.26 ± 0.02 *	1.28 ± 0.02 *

* L'incertitude de ces mesures est plus importante, due à la précision de la mesure du déplacement du cylindre.

2.3.8 Incertitude du modèle

Un calcul de l'incertitude du modèle est montré en annexe E. Le calcul des dimensions montre une incertitude relative d'environ 8 % sur la prédiction de l'épaisseur et de la largeur. L'erreur du modèle est principalement due à la prédiction du gonflement. Cette erreur comprend l'incertitude des coefficients de régression et l'incertitude du facteur de correction pour le gonflement sur fente rectangulaire. L'erreur relative associée au gonflement représente 76 % de l'erreur de précision sur le profilé final, autant en largeur qu'en épaisseur.

CHAPITRE 3 :
METHODES DE CALCUL

La présente section aborde les méthodes de calcul et algorithmes utilisés pour modéliser l'écoulement du polymère et calculer les dimensions de la filière à concevoir. Ces algorithmes ont été programmés sur le logiciel Visual Basic V 6.0. Les trois premières sections concernent le calcul de l'écoulement en soi. La dernière section aborde la méthode de conception utilisée. La conception a alors été réalisée avec l'assistance d'un logiciel de calcul de l'écoulement. L'ajustement des dimensions de la filière a permis d'obtenir un profilé aux dimensions requises. Cet ajustement a été calculé en plusieurs étapes, jusqu'à l'obtention du profilé requis.

3.1 Calcul de l'écoulement

3.1.1 Introduction

Le calcul de l'écoulement du polymère fondu doit être fait pour estimer les conditions d'écoulement à l'intérieur de la filière. Ainsi, on vise à estimer les dimensions du profilé final à partir du temps de résidence, de la température et du taux de cisaillement à la sortie de la filière. Aussi, on calcule les vitesses et débits de l'écoulement de façon à uniformiser l'écoulement à la sortie de la filière, soit le balancement.

Les modèles de calcul utilisent souvent un calcul fait sur 2 ou 3 dimensions (Reddy et al. (1999), Hurez et al. (1996), Legat et al. (1992)). Ces modèles donnent une estimation généralement précise de l'écoulement mais nécessitent le développement d'un maillage de calcul assez complexe. Le maillage d'une section irrégulière devient une science en soi et l'élaboration du maillage requiert autant de temps que la résolution du calcul. Dans le cadre de ce projet, l'objectif est de réduire le temps de conception de l'ingénieur.

L'outil doit donc être rapide d'utilisation et le calcul, précis. Le modèle de réseau, proposé par Huneault (1992), a été sélectionné afin de simplifier l'étape de maillage.

Le modèle de réseau évalué dans ce projet est construit de façon analogue à un système de résistances électriques inter-reliées. Il permet d'effectuer un calcul sur des sections d'écoulement simples reliées entre elles. Dans la transformation des polymères, on peut notamment estimer l'écoulement entre deux plaques parallèles ou l'écoulement à l'intérieur d'un cylindre à partir d'une équation intégrée, provenant des équations de continuité et de quantité de mouvement. Ces équations peuvent représenter simplement les pertes de charge (ΔP) en fonction du débit, de la géométrie de l'écoulement et des propriétés du fluide.

3.1.2 Hypothèses

Ce modèle de réseau utilise un écoulement 1D, écoulement entre plaques parallèles, pour estimer la résistance à l'écoulement sur chaque segment du réseau, soit dans le sens principal et transversal de l'écoulement. Pour un telle simplification, les hypothèses suivantes ont été utilisées :

- Lubrification hydrodynamique (Tadmor et al. (1974)): une paroi inclinée peut être estimée avec plusieurs segments, décrits par un écoulement simple, mis en série, n'admettant aucune résistance de friction au niveau de l'incrément entre deux segments, soit une lubrification parfaite. Ainsi, l'écoulement dans un tube concentrique peut être estimé par une série de cylindres de diamètre diminuant dans le sens de la contraction et de l'écoulement.
- Viscoélasticité négligeable : la plupart des polymères sont à la fois visqueux et élastiques. Ainsi, ils sont déformables comme un fluide parfait mais aussi élastiques comme un solide parfait. À l'intérieur de l'écoulement fondu, une contrainte résiduelle, souvent perpendiculaire au sens de l'écoulement, est présente, due à l'historique de déformation. Cependant, en guise de

simplification, l'écoulement fondu est considéré comme un fluide parfait. Un calcul empirique de la relaxation des contraintes sera fait pour estimer les changements de dimension post-extrusion, discutés à la section 3.3.

- Écoulement établi et permanent : l'écoulement est calculé en régime permanent, lorsqu'un équilibre est atteint entre la pression appliquée et le débit. Ainsi, le profil de vitesse est calculé à une position donnée et indépendant du temps écoulé.
- Fluide de la loi de puissance : la rhéologie du PVC utilisé se modélise par la loi de puissance (modèle d'Ostwald-De Waele (Bird, 1960)). Celle-ci doit être fiable sur la plage des taux de cisaillement utilisés.
- Vitesse nulle à la paroi : une adhésion parfaite est assumée entre le polymère fondu et la surface métallique de la filière. La vitesse à ce point est estimée nulle.
- Cisaillement 1D dans la direction principale de l'écoulement. En admettant x, la position dans la direction de l'écoulement, y, la position sur la largeur, et z, la position sur l'épaisseur (figure 3.1), le taux de cisaillement est calculé comme : $\dot{\gamma}_{zx} = d\left(V_x\right)/dz$. Le cisaillement est uniquement calculé sur le plan de l'épaisseur (z), en n'assumant aucun cisaillement latéral (y).

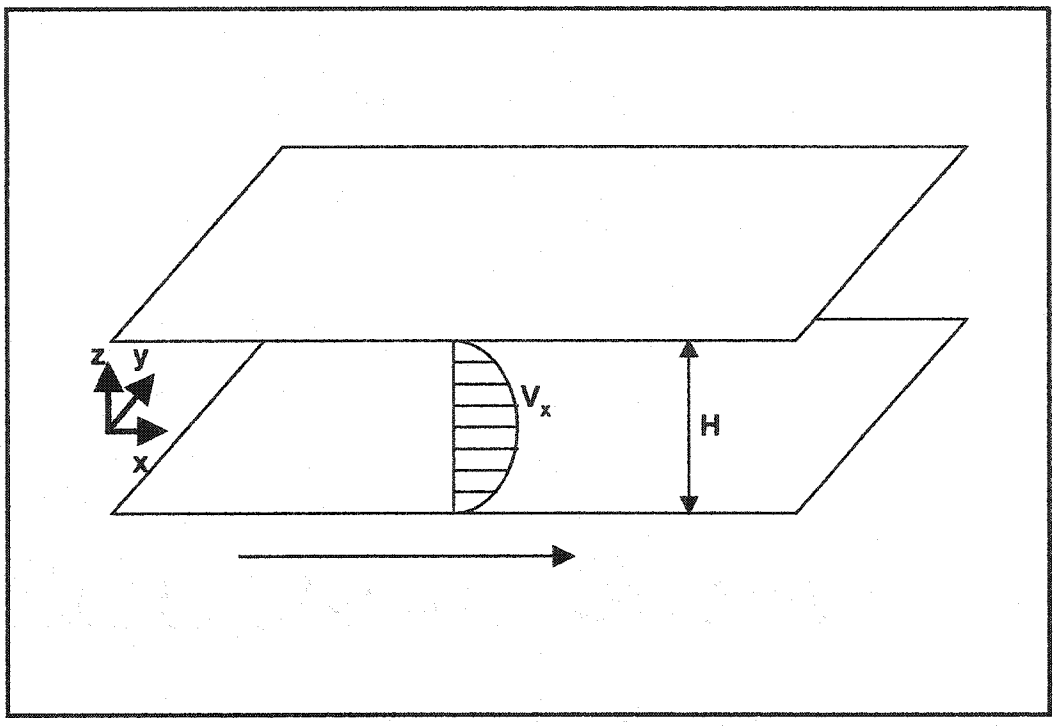


Figure 3.1 : Représentation d'un écoulement entre plaques parallèles.

- Pression d'entrée et de sortie uniformes : la pression à l'entrée est considérée uniforme sur la surface et la même pression est donc appliquée pour chacun des points sur l'épaisseur et la largeur. La pression de sortie est aussi considérée uniforme et nulle sur l'ensemble de la surface transversale du profilé.
- Écoulement incompressible. Aucune variation de masse volumique du polymère fondu n'est observée avec un changement de pression, ou même de température. Cependant, un retrait est calculé pour estimer les dimensions du profilé solide. Ce calcul est fait à partir de la densité du polymère fondu et de la densité solide.
- Effets de bouts négligeables. Ni les effets d'entrée, ni les effets de sortie ne sont pris en compte dans le calcul de l'écoulement. Cependant, il faut noter que le polymère fondu peut avoir subi une contraction avant l'entrée dans la section de la filière considérée dans les calculs.

3.1.3 Modèle de réseau

Le modèle de réseau utilisé est essentiellement basé sur les travaux de Huneault (1992). Il est construit avec plusieurs éléments simples, représentés par des résistances hydrodynamiques, reliés entre eux de façon similaire à un réseau électrique. De façon analogue au réseau électrique, la perte de charge, ΔP, remplace la tension, ΔV, et le débit, Q, remplace le courant, I. Les nœuds de pression sont donc reliés par des résistances, tel que présenté à la figure 3.2. On subdivise l'écoulement en segments, chacun représenté par une résistance. Chaque segment est ensuite noté par un indice indiquant la position sur la longueur (i) et la largeur (j), tel que présenté pour une subdivision 3 x 3. Dans ce projet, les résistances sont évaluées comme des plaques parallèles.

Dans cet exercice, on tente d'approfondir les applications d'un modèle de réseau pour calculer un écoulement à l'intérieur d'une fente de géométrie irrégulière semblable à la géométrie de la figure 3.2. Basé sur l'hypothèse de lubrification hydrodynamique de Tadmor et al. (1974), une fente à épaisseur variable devrait pouvoir être estimée justement avec une série de plaques parallèles arrangées sous forme d'un réseau.

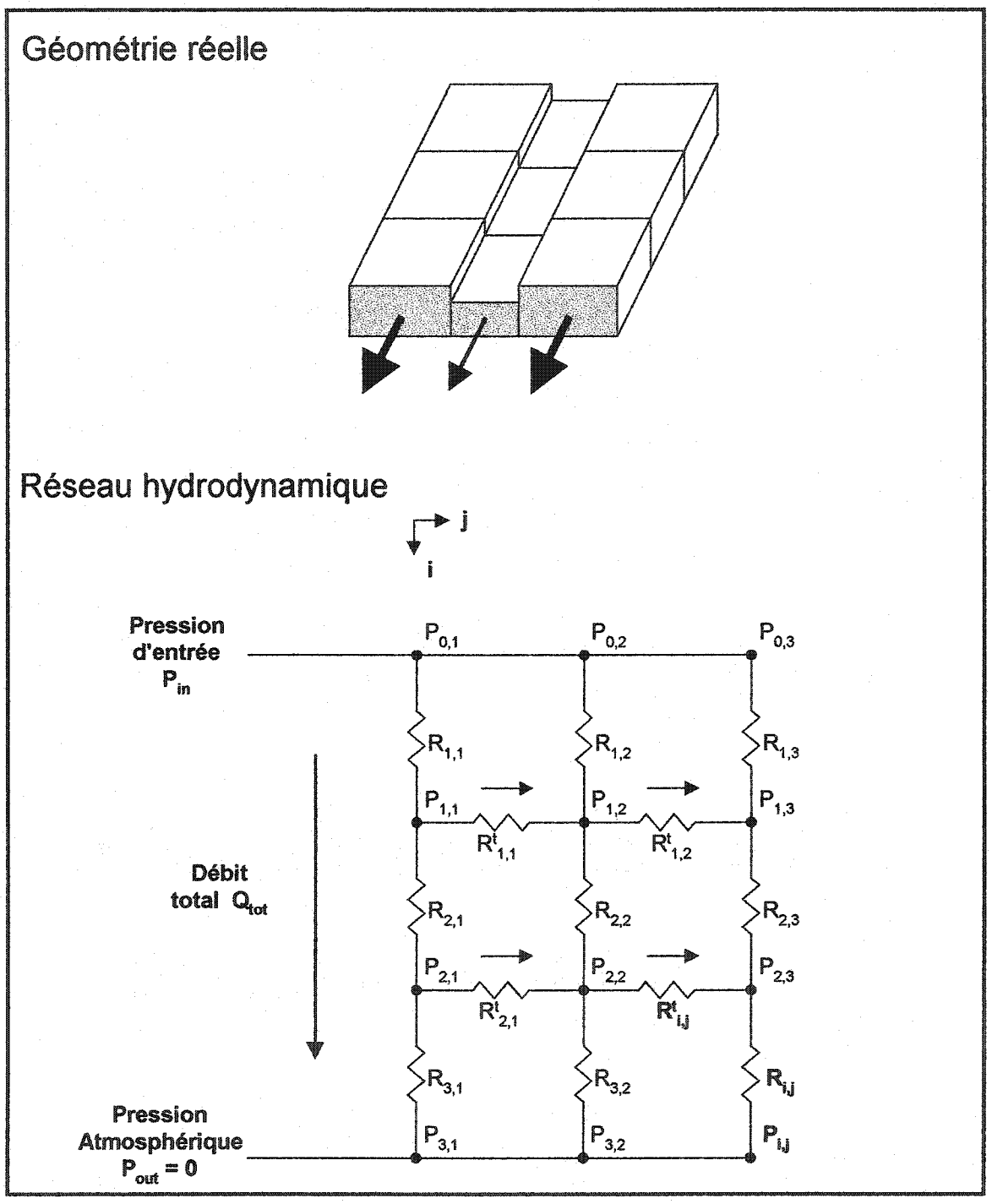


Figure 3.2 : Schéma du modèle de réseau

3.1.4 Calcul des résistances

La résistance à l'écoulement exprime la perte de charge (ΔP) nécessaire pour le débit généré (Q), soit :

$$R = \frac{\Delta P}{Q} \tag{3.1}$$

Cette résistance est d'abord calculée de façon théorique comme l'écoulement d'un fluide de la loi de puissance entre deux plaques parallèles. La viscosité (η) du fluide de la loi de puissance est définie :

$$\eta = m \left| \frac{\partial V_x}{\partial z} \right|^{n-1} \tag{3.2}$$

où x représente la position dans la direction de l'écoulement et z, la position sur l'épaisseur tandis que m et n sont respectivement la consistance du fluide et l'indice de la loi de puissance. Le débit théorique provient de l'intégration de la vitesse par l'aire transversale entre les deux plaques, tel que présenté à l'annexe A. Cette équation exprime le débit en fonction de la perte de charge. On peut aussi la convertir pour exprimer la perte de charge en fonction du débit. En divisant la perte de charge par le débit, on obtient la résistance suivante :

$$R_{pp} = \frac{2\,mL}{H}\left(\frac{2\cdot(2+1/n)}{WH^2} \right)^n \cdot Q_{pp}^{\,n-1} \tag{3.3}$$

où H, W, L sont respectivement l'épaisseur, la largeur et la longueur de la géométrie. Cette résistance est indicée « pp », indiquant qu'il s'agit d'une résistance entre plaques parallèles et la distinguant de la résistance réelle. Or, pour une géométrie rectangulaire montrant des parois latérales, on corrige cette résistance théorique par un facteur de paroi, F_p. Le facteur de paroi est exprimé comme suit :

$$F_p = \frac{Q_r}{Q_{pp}} \tag{3.4}$$

où Q_{pp} est le débit théorique entre plaques parallèles et Q_r est le débit réel corrigé pour un canal rectangulaire, ces débits étant observés pour une même perte de charge. Le calcul de la résistance est alors corrigé comme suit :

$$R = \frac{R_{pp}}{F_p} \tag{3.5}$$

3.1.5 Calcul de F_p par la méthode des différences finies (M.D.F.)

Plusieurs abaques permettent de calculer le facteur de paroi F_p. Notamment, Huneault (1992) a suggéré d'effectuer une régression à partir des calculs numériques 2D obtenus avec un fluide de la loi de puissance s'écoulant dans une fente rectangulaire. Bien qu'intéressantes, ces régressions ne s'appliquent qu'aux fluides ayant des indices de puissance, n, variant entre 0.35 et 1. En guise de première estimation, ces courbes ont été extrapolées jusqu'à n=0.20, telle que présentées à l'annexe B. À partir de ces courbes, le calcul de l'écoulement a été estimé pour la filière multiforme, dont la conception est discutée au chapitre 4.

Des calculs, similaires aux calculs réalisés par Huneault (1992), sont refaits pour détailler davantage le comportement d'un fluide de loi de puissance ayant un indice n inférieur à 0.35, ce qui correspond davantage à la rhéologie du PVC rigide. Le calcul utilise la méthode des différences finies en 2D appliquée sur la section transversale de la conduite rectangulaire. Un fluide de loi de puissance sert à estimer la viscosité selon le taux de cisaillement appliqué. L'équation de la quantité de mouvement est résolue afin de déterminer les vitesses d'écoulement au travers d'une géométrie rectangulaire.

Équation de la quantité de mouvement:

$$-\frac{dP}{dx} = -\frac{\partial}{\partial y}\left(\eta \frac{\partial V_x}{\partial y} \right) - \frac{\partial}{\partial z}\left(\eta \frac{\partial V_x}{\partial z} \right) \tag{3.6}$$

où P représente la pression, η, la viscosité, V_x, la vitesse du fluide dans la direction x. Les axes x, y, z se rapporte à la figure 3.1. Un maillage rectangulaire sur la surface transversale de la section du canal est montré à la figure 3.3. Les nœuds de vitesse sont identifiés des indices j et k, indiquant le rang de la position sur la largeur et l'épaisseur.

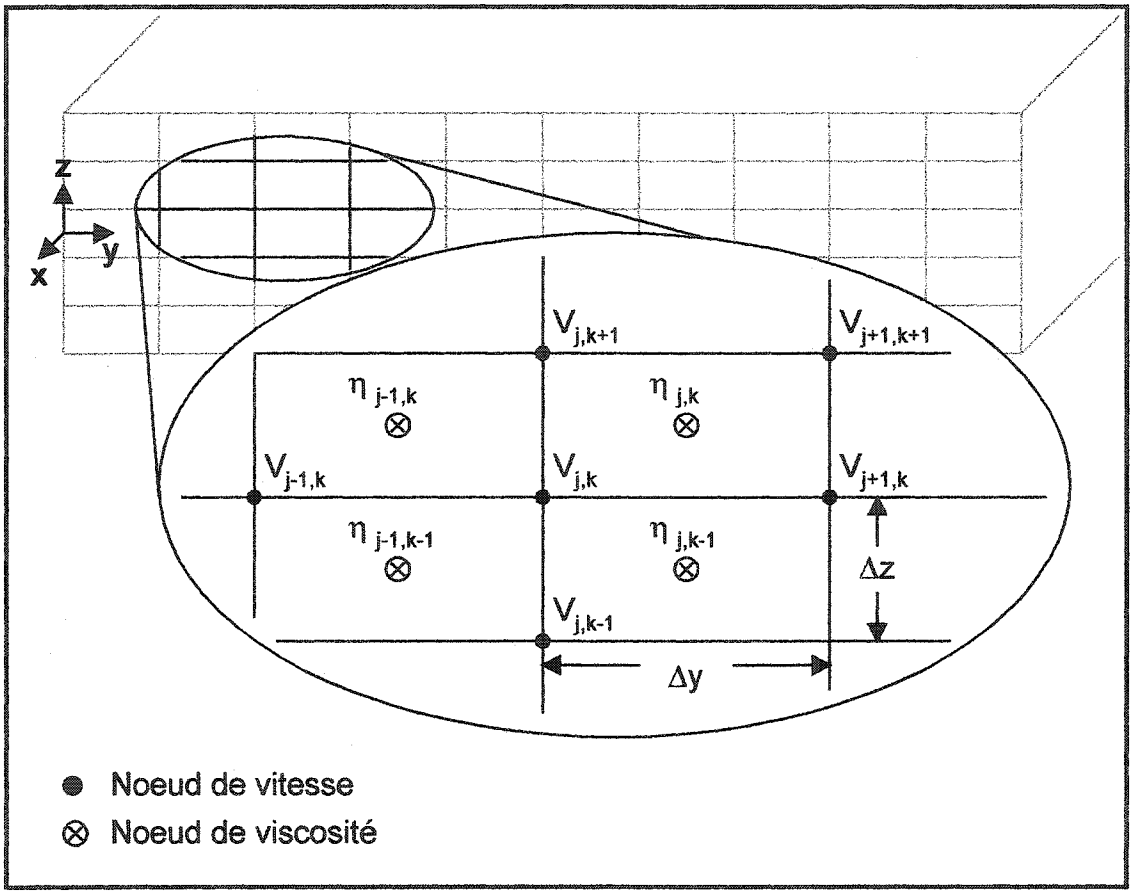


Figure 3.3 : Maillage utilisé pour la résolution de l'équation de quantité de mouvement.

Les termes de l'équation 3.6 sont estimés avec les différences de vitesse entre les nœuds de la section illustrée à la figure 3.3.

$$\frac{dP}{dz} = \text{cons tan te (imposée)} \qquad (3.7)$$

$$\frac{\partial}{\partial y}\left(\eta\frac{\partial V_x}{\partial y}\right)=\frac{\left(\eta_{j,k}+\eta_{j,k-1}\right)\cdot\left(V_{j+1,k}-V_{j,k}\right)-\left(\eta_{j-1,k}+\eta_{j-1,k-1}\right)\cdot\left(V_{j,k}-V_{j-1,k}\right)}{2\left(\Delta y\right)^2} \tag{3.8}$$

$$\frac{\partial}{\partial z}\left(\eta\frac{\partial V_x}{\partial z}\right)=\frac{\left(\eta_{j,k}+\eta_{j-1,k}\right)\cdot\left(V_{j,k+1}-V_{j,k}\right)-\left(\eta_{j,k-1}+\eta_{j-1,k-1}\right)\cdot\left(V_{j,k}-V_{j,k-1}\right)}{2\left(\Delta z\right)^2} \tag{3.9}$$

Dans ces équations, la viscosité (η) est estimée par l'équation de la loi de puissance (équation A.4). Le deuxième invariant du tenseur de déformation est calculé avec les gradients de vitesse entre les nœuds de pression.

$$\eta_{j,k}=m\left[\left(\frac{V_{j+1,k+1}+V_{j+1,k}-V_{j,k+1}-V_{j,k}}{2\,\Delta y}\right)^2+\left(\frac{V_{j,k+1}+V_{j+1,k+1}-V_{j,k}-V_{j+1,k}}{2\,\Delta z}\right)^2\right]^{\frac{n-1}{2}} \tag{3.10}$$

Ces équations ont été résolues pour différents écoulements à l'intérieur de conduites rectangulaires ayant des ratios W/H variant entre 1 et 20. Le maillage utilisé incluait 10 nœuds sur l'épaisseur de la section et 20 nœuds sur la largeur. Des indices de puissance (n) variant entre 0.15 et 1.00 ont permis d'évaluer plus précisément l'effet des parois pour des faibles nombres de puissance. Le débit sur l'ensemble de la section est estimé en intégrant les vitesses calculées numériquement sur la section. Avec ce débit, le facteur de paroi F_p peut être calculé en divisant le débit calculé par différences finies par le débit théorique d'un écoulement entre plaques parallèles (équation 3.4). Les résultats du facteur de paroi F_p sont présentés à la figure 3.4. À titre de comparaison, la valeur de F_p obtenue pour un fluide newtonien s'écoulant dans un canal carré, H/W=1, est de 0.4133. Cette valeur est assez proche des valeurs suggérées de 0.42 (Huneault, 1992) et 0.4217 (Michaeli, 1992).

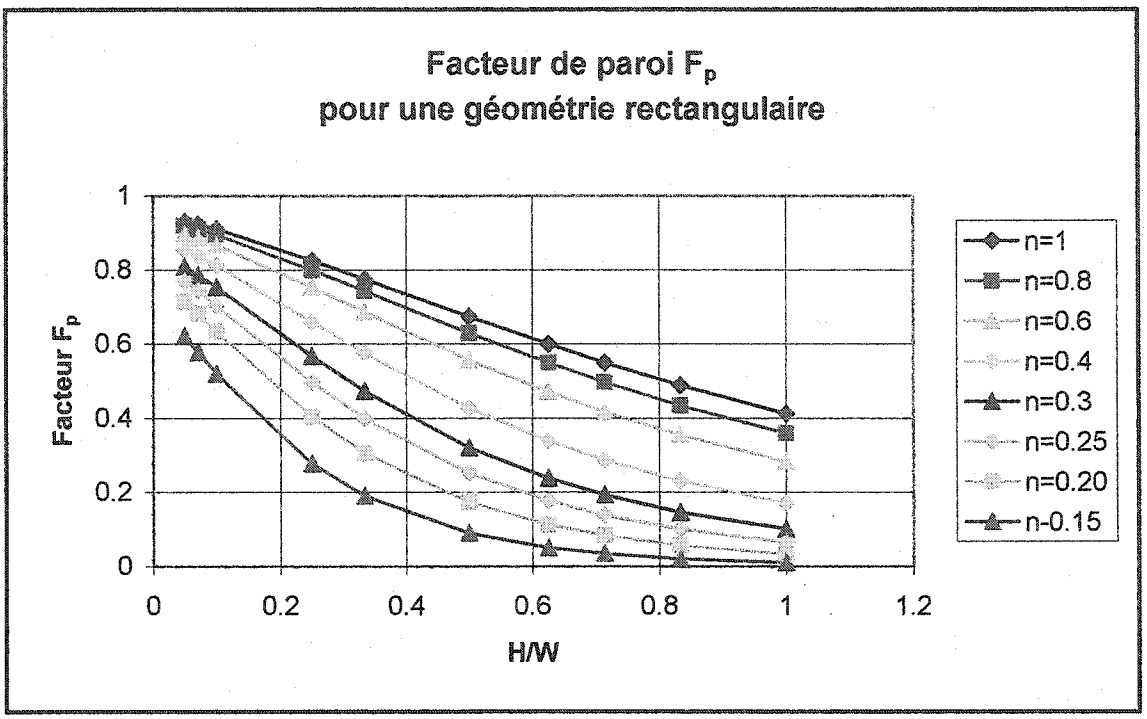


Figure 3.4 : Évaluation du facteur de paroi F_p en fonction du ratio H/W pour différents indices de puissance n.

L'estimation du débit corrigé par le facteur de paroi F_p, mentionné précédemment, s'applique sur le débit total dans une conduite rectangulaire. Cependant, le modèle de réseau utilise une segmentation de la section transversale de l'écoulement, tel que présenté à la figure 3.5. La surface d'une conduite rectangulaire est alors modélisée en plusieurs segments rectangulaire, dont la résistance est calculée à partir d'une résistance entre plaques parallèles. Selon sa position par rapport à la paroi latérale, la résistance évolue et atteint une résistance minimale au centre de la conduite rectangulaire. Ainsi, la résistance hydrodynamique peut être estimée localement sur chacun des segments:

$$R_{(i,j)} = \frac{R_{pp(i,j)}}{F^{*}_{p(i,j)}} \tag{3.11}$$

où F_p^* représente le facteur de paroi spécifique à un segment donné pour la position notée (i, j), tel que présenté à la figure 3.2. Ce facteur de paroi local permet de prévoir le ralentissement près des parois latérales.

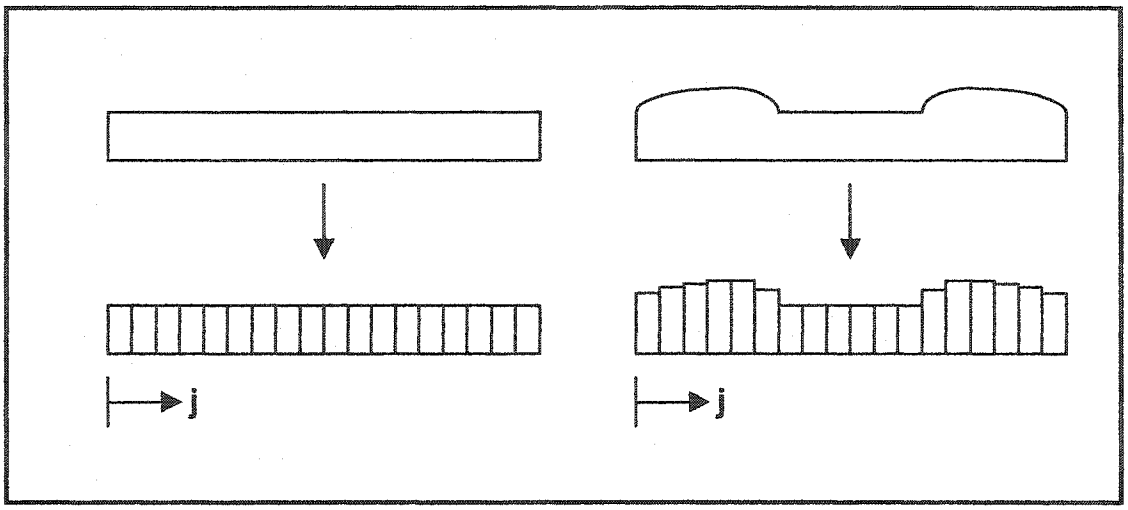


Figure 3.5 : Segmentation pour différentes formes de conduites.

3.1.6 Calcul du facteur F_p^* pour une section rectangulaire

Des calculs d'un facteur de paroi local, F_p^*, peuvent être développés à partir des régressions obtenues avec les courbes de F_p, tel qu'il est présenté à l'annexe B. Cette technique a été utilisée pour la conception initiale de la filière multiforme. Cependant, les essais expérimentaux ont montré une erreur importante due à ce type de calcul. Or, à partir des vitesses évaluées par différences finies, il est aussi possible de déterminer le facteur de paroi local F_p^*. Celui-ci est estimé avec le rapport de la vitesse moyenne d'une position donnée, $\overline{V}_j$, calculée numériquement pour une largeur donnée, sur la vitesse moyenne théorique d'un écoulement entre plaques parallèles, $\overline{V}_{pp}$, soit :

$$F_p^* = \frac{\overline{V}_j}{\overline{V}_{pp}} \tag{3.12}$$

où

$$\overline{V}_{pp} = \left(\frac{H \cdot \Delta P}{2 \cdot m \cdot L} \right)^{1/n} \cdot \left(\frac{H/2}{(1/n)+2} \right) \tag{3.13}$$

et

$$\overline{V}_j = \frac{1}{n_k} \cdot \sum_{k=1}^{k=n_k} \left(\frac{V_{j,k} + V_{j,k+1} + V_{j+1,k} + V_{j+1,k+1}}{4} \right) \qquad (3.14)$$

Les courbes présentant le facteur de paroi F_p^* montrent des profils différents selon le nombre de puissance et l'aspect de la forme rectangulaire, soit le ratio W/H. La figure 3.6 montre le facteur F_p^* selon différents nombre de puissance, n, pour une même géométrie, tandis que les figures 3.7 et 3.8 montrent F_p^* selon différents W/H. Des régressions, tracées en trait plein sur les figures 3.7 et 3.8, ont permis de modéliser le comportement de l'écoulement dans ces conduites rectangulaires. D'abord, on remarque que la courbe représentant F_p^* correspond au profil de vitesse relative sur la largeur de la section rectangulaire. Ce profil montre que la vitesse théorique, $< V_x >_{pp}$, n'est pas atteinte pour un fluide ayant un faible indice de puissance. De plus, l'écoulement est fortement influencé par le ratio W/H. Les valeurs de F_p^* ont été analysées de façon à déterminer l'influence de n et W/H. Le facteur de paroi peut être estimé par la relation suivante :

$$F_p^* = F_{p\,max}^* \cdot \left(1 - \left| 1 - \frac{2Y}{W} \right|^{\alpha} \right) \qquad (3.15)$$

où

$$F_{p\,max}^* = 1 - \exp\left(A \cdot n + B \cdot \left(\frac{W}{H} \cdot n \right) + C \cdot \left(\frac{W}{H} \cdot n \right)^2 + D \cdot \left(\frac{W}{H} \cdot n \right)^3 + E \left(\frac{W}{H} \right) + F \left(\frac{W}{H} \right)^2 \right) \qquad (3.16)$$

avec

$A = 0.423 \pm 0.006$

$B = -0.969 \pm 0.008$

$C = 0.130 \pm 0.003$

$D = -0.0067 \pm 0.0004$

$E = 0.0832 \pm 0.0010$

$F = -0.0013 \pm 0.0001$

et

$$\alpha = P + Q \cdot n + R \cdot \left(\frac{W}{H} \right) + S \cdot \left(\frac{W}{H} \right)^2 + T \cdot \left(\frac{W}{H} \cdot n \right) \tag{3.17}$$

avec

$P = 2.6726 \pm 0.0658$

$Q = -1.0534 \pm 0.0758$

$R = 0.1482 \pm 0.0142$

$S = -0.0109 \pm 0.0006$

$T = 0.7699 \pm 0.0135$

Ces paramètres de régression ont été déterminés pour des nombres de puissance, n, allant de 0.2 à 1 et des ratios W/H allant de 1 à 20.

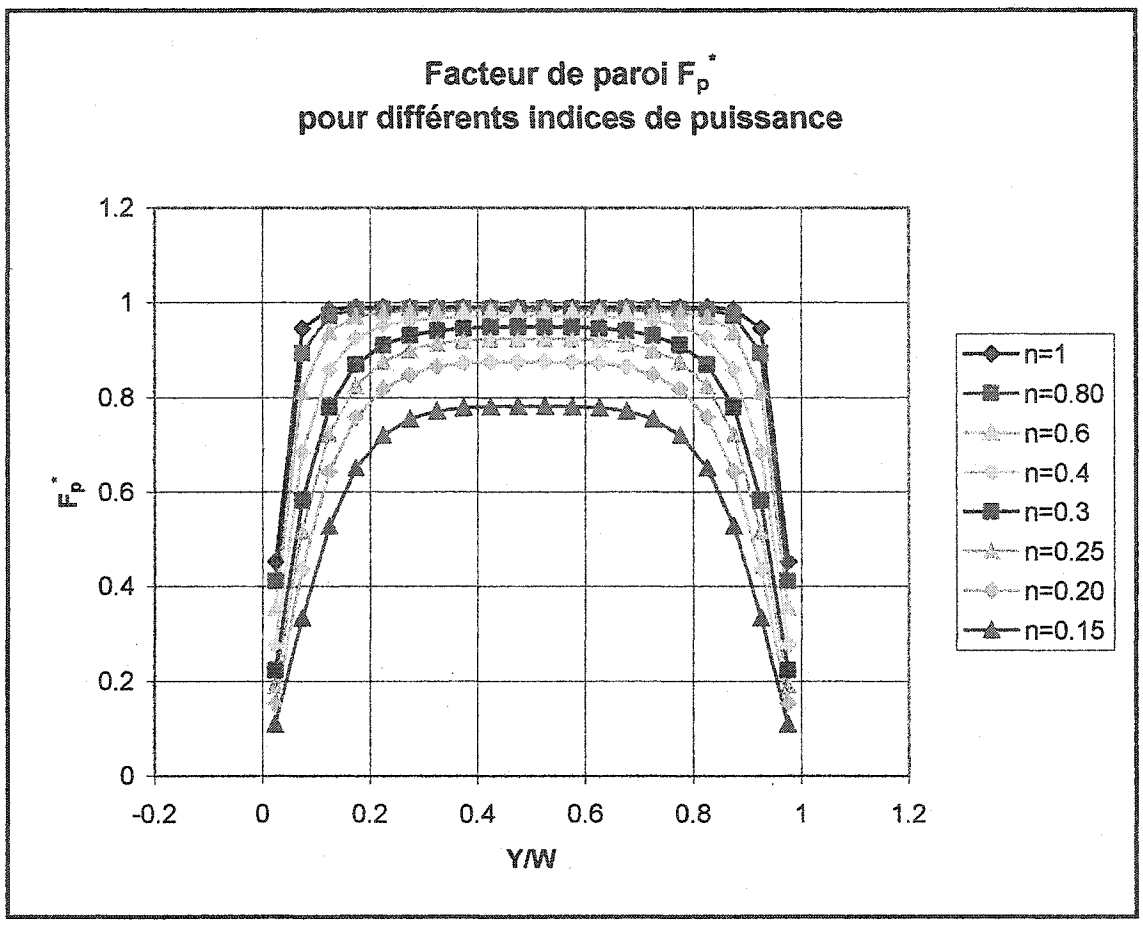


Figure 3.6 : Courbe de F_p^* calculée avec W/H=20.

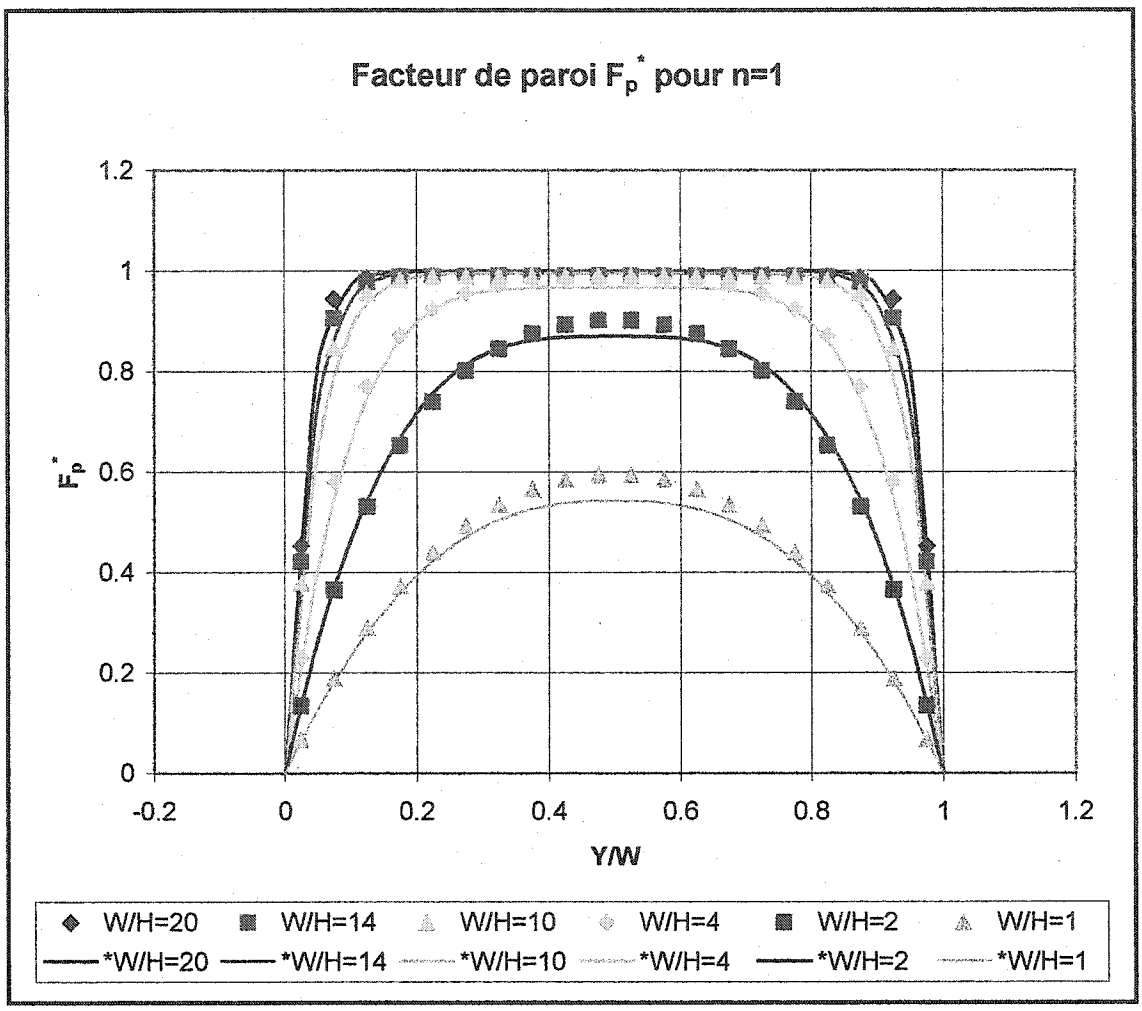


Figure 3.7 : Courbe de F_p^* pour n=1.

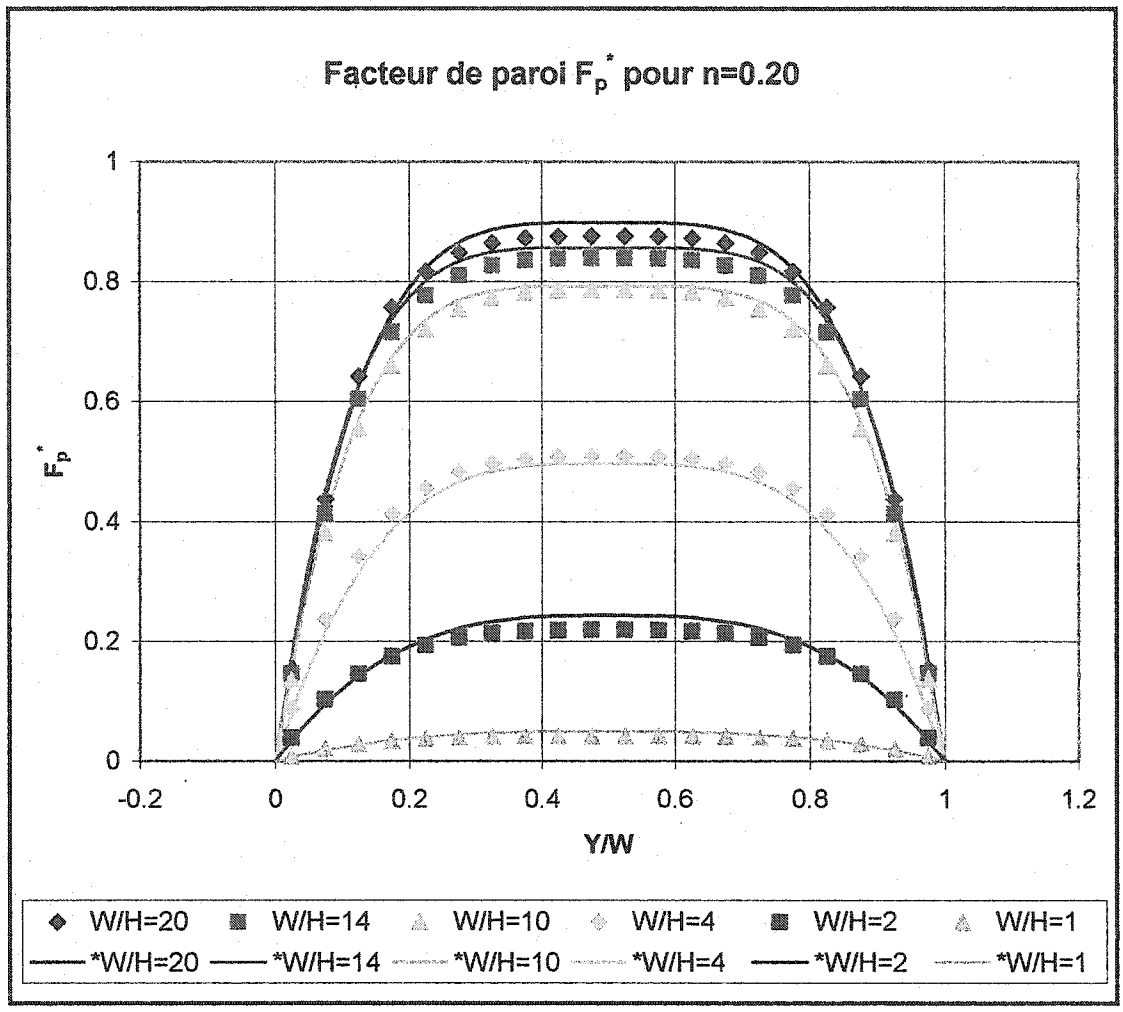


Figure 3.8 : Courbe de F_p^* pour n=0.2.

3.1.7 Calcul du facteur F_p^* pour une filière multiforme

La résistance réelle est aussi influencée par les parois servant à former le relief du profilé. Ces parois influencent la résistance réelle de l'écoulement. Par exemple, la figure 3.9 montre un segment divisé en deux autres sous-couches servant à évaluer F_p^*. La résistance de la couche « b » est affectée par la paroi latérale, tandis que la résistance de la couche « a » est davantage affectée par la paroi de la rainure, celle-ci étant située plus près. L'objectif est donc de quantifier F_p^* en présence d'une filière ayant un relief.

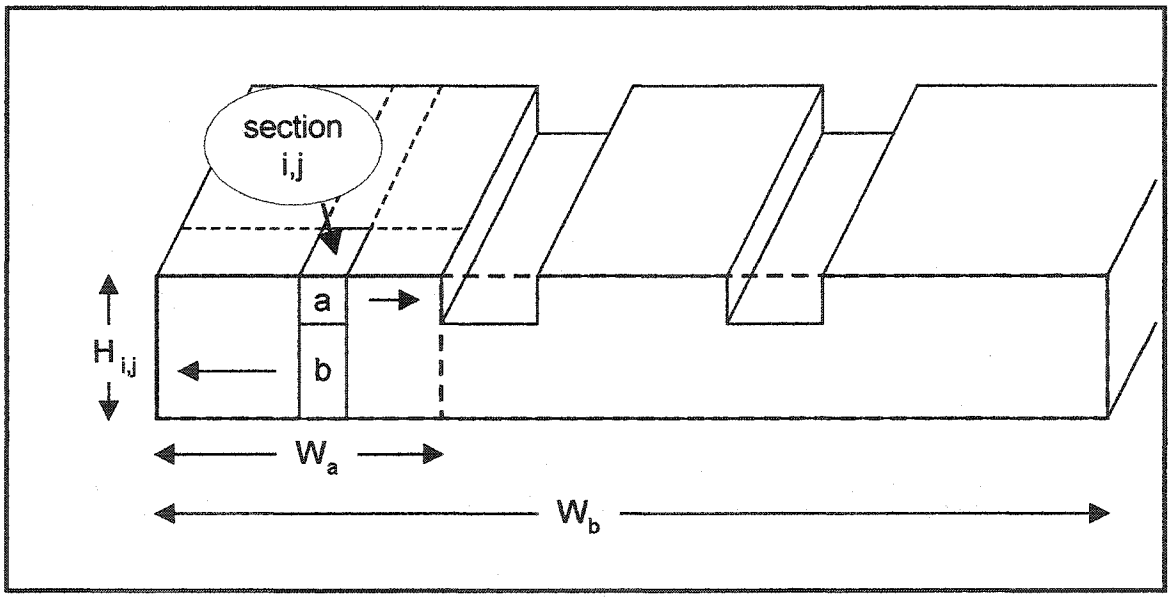


Figure 3.9 : Schéma de la segmentation sur l'épaisseur

La résistance totale du segment i, j peut alors être évaluée à partir des résistances calculées avec les couches « a » et « b ». La segmentation proposée peut alors être estimée par un système de résistances en parallèle, tel que présenté à la figure 3.10. La résistance totale se calcule à partir de l'équation B.9 :

$$\frac{1}{R_{(i,j)}} = \frac{1}{R_{(i,j,a)}} + \frac{1}{R_{(i,j,b)}} \tag{3.18}$$

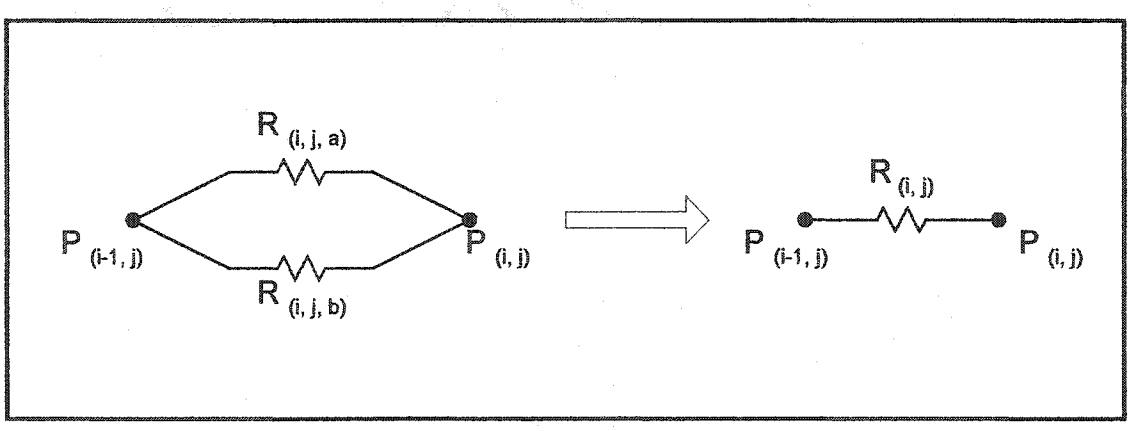


Figure 3.10 : Simplification de la segmentation d'une résistance sur l'épaisseur.

En introduisant l'équation 3.11 dans l'équation 3.18, on obtient :

$$\frac{F^{*}_{p(i,j,a)}}{R_{pp(i,j,a)}} + \frac{F^{*}_{p(i,j,b)}}{R_{pp(i,j,b)}} = \frac{F^{*}_{p(i,j)}}{R_{pp(i,j)}} \qquad (3.19)$$

où les indices a et b indiquent la couche sur laquelle s'effectue le calcul de la résistance. Les facteurs de paroi $F^{*}_{p(i,j,a)}$ et $F^{*}_{p(i,j,b)}$ sont respectivement calculés pour des segments de ratio H/W_a et H/W_b, tel qu'indiqué à la figure 3.9. À partir de l'équation A.29 (annexe A), on trouve le débit s'écoulant au travers de la surface transversale comprise entre les positions inférieure et supérieure de la couche évaluée (z_{min} et z_{max}). La résistance est ainsi calculée pour une couche, identifiée k, comprise entre z_{min} et z_{max}, tel que :

$$R_{pp(i,j,k)} = \frac{R_{pp(i,j)}}{\phi_{(i,j,k)}} \qquad (3.20)$$

où $\phi_{(i,j,k)}$ représente la fraction théorique du débit volumique s'écoulant dans la couche k du segment i, j. Le détail du calcul de $\phi_{(i,j,k)}$ est présenté en annexe A. Pour une couche donnée, les facteurs de paroi sont calculés à partir de la paroi la plus près du segment. L'équation 3.19 peut être simplifiée afin d'isoler $F^{*}_{p(i,j)}$.

$$\phi_{(i,j,a)} \cdot F^{*}_{p(i,j,a)} + \phi_{(i,j,b)} \cdot F^{*}_{p(i,j,b)} = F^{*}_{p(i,j)} \qquad (3.21)$$

On peut ensuite généraliser cette équation pour plusieurs couches sur l'épaisseur :

$$F^{*}_{p\,(i,j)} = \sum_{z} \phi_{(i,j,k)} \cdot F^{*}_{p\,(i,j,k)} \tag{3.22}$$

On doit alors calculer le facteur de paroi F_p^* pour chacune des couches du segment. Un exemple de calcul est fourni à l'annexe F.

3.1.8 Calcul des résistances transversales

Entre les nœuds de pression de même position longitudinale i, tel que présenté à la figure 3.2, se trouve une résistance exercée dans la direction transversale à l'écoulement. Cette résistance doit être calculée au taux de cisaillement de l'écoulement principal, tel que proposé par Huneault (1992). Pour le calcul de cette résistance, la longueur principale (l) du segment devient la largeur transversale et inversement, la largeur principale (w) devient la longueur transversale. Ainsi, on obtient la résistance transversale en multipliant la résistance principale par $(W/L)^2$.

$$R^{t} = R \cdot \left(\frac{w}{l} \right)^{2} \tag{3.23}$$

Dans le modèle présenté, il faut cependant effectuer une moyenne des 4 résistances entourant la résistance transversale pour obtenir une valeur approximative de R^t.

$$R^{t}_{(i,j)} = \left(\frac{R_{(i,j)} + R_{(i+1,j)} + R_{(i,j+1)} + R_{(i+1,j+1)}}{4} \right) \cdot \left(\frac{w}{l} \right)^{2} \tag{3.24}$$

3.1.9 Algorithme de l'écoulement

Le calcul du réseau d'écoulement se fait à l'aide d'une procédure itérative sur le calcul des nœuds de pression. Ainsi, le calcul des résistances est estimé initialement selon la pression ou le débit imposé. Avec ces résistances, il est ensuite possible de construire un système d'équation. En résolvant celui-ci, on trouve ensuite des pressions différentes de l'estimation initiale. Avec ces nouvelles valeurs de pression, on recalcule les résistances et les pressions jusqu'à l'obtention d'une convergence. Aucun promoteur de convergence n'est utilisé. La méthode du point directe a permis d'obtenir une réponse convenable. Il est aussi à noter que le système d'équation est toujours calculé avec une pression imposée. Lorsque l'utilisateur spécifie le débit visé, le logiciel effectue alors une itération supplémentaire pour trouver la pression lui permettant d'obtenir ce débit. Le macro-organigramme du calcul est expliqué à la figure 3.11.

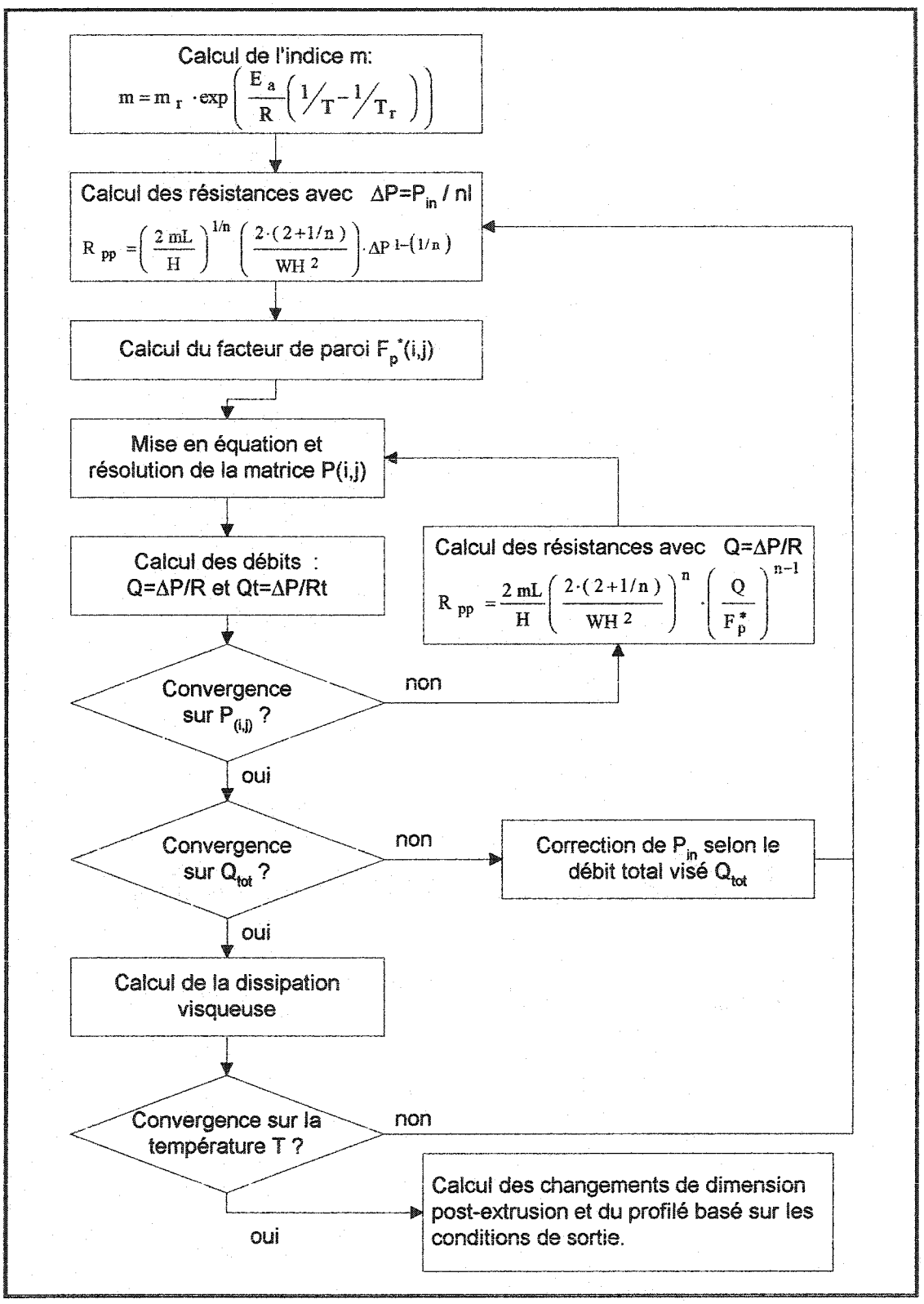


Figure 3.11 : Macro-organigramme de l'algorithme de l'écoulement

Pour résoudre le système d'équation, les nœuds et les segments doivent être identifiés avec une notation telle que montré à la figure 3.2. On utilise alors une relation entre la différence de pression des nœuds adjacents au segment, le débit et la résistance du segment. On peut exprimer la résistance dans la direction principale et transversale respectivement avec la notation suivante :

$$R_{(i,j)} = \frac{P_{(i-1,j)} - P_{(i,j)}}{Q_{(i,j)}} \qquad \text{et} \qquad R^t_{(i,j)} = \frac{P_{(i,j)} - P_{(i,j+1)}}{Q^t_{(i,j)}} \tag{3.25}$$

Autour de chaque nœud de pression $P_{i,j}$, un bilan de masse est effectué. En admettant que la densité est constante pour chacun des écoulements reliés à ce nœud, on effectue un bilan sur les débits volumiques comme suit :

$$Q_{(i,j)} + Q^t_{(i,j-1)} - Q_{(i+1,j)} - Q^t_{(i,j)} = 0 \tag{3.26}$$

et

$$\frac{P_{(i-1,j)} - P_{(i,j)}}{R_{(i,j)}} + \frac{P_{(i,j-1)} - P_{(i,j)}}{R^t_{(i,j-1)}} - \frac{P_{(i,j)} - P_{(i+1,j)}}{R_{(i+1,j)}} - \frac{P_{(i,j)} - P_{(i,j+1)}}{R^t_{(i,j)}} = 0 \tag{3.27}$$

Pour la matrice affichée à la figure 3.2, on peut exprimer le système d'équation sous forme d'une matrice carrée 12 x 12 comme suit :

$$A \times X = B \tag{3.28}$$

où

$$A = \begin{pmatrix}
1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
+\frac{1}{R_{11}} & -\sum_{L2}\frac{1}{R} & +\frac{1}{R_{21}} & 0 & 0 & +\frac{1}{R^{t}_{11}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & +\frac{1}{R_{21}} & -\sum_{L3}\frac{1}{R} & +\frac{1}{R_{31}} & 0 & 0 & +\frac{1}{R^{t}_{21}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & +\frac{1}{R^{t}_{11}} & 0 & 0 & +\frac{1}{R_{12}} & -\sum_{L6}\frac{1}{R} & +\frac{1}{R_{22}} & 0 & 0 & +\frac{1}{R^{t}_{12}} & 0 & 0 \\
0 & 0 & +\frac{1}{R^{t}_{21}} & 0 & 0 & +\frac{1}{R_{22}} & -\sum_{L7}\frac{1}{R} & +\frac{1}{R_{32}} & 0 & 0 & +\frac{1}{R^{t}_{22}} & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & +\frac{1}{R^{t}_{12}} & 0 & 0 & +\frac{1}{R_{13}} & -\sum_{L10}\frac{1}{R} & +\frac{1}{R_{23}} & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & +\frac{1}{R^{t}_{22}} & 0 & 0 & +\frac{1}{R_{23}} & -\sum_{L11}\frac{1}{R} & +\frac{1}{R_{33}} \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1
\end{pmatrix} \tag{3.29}$$

$$X = \begin{pmatrix} P_{0,1} \\ P_{1,1} \\ P_{2,1} \\ P_{3,1} \\ P_{0,2} \\ P_{1,2} \\ P_{2,2} \\ P_{3,2} \\ P_{0,3} \\ P_{1,3} \\ P_{2,3} \\ P_{3,3} \end{pmatrix} \qquad (3.30)$$

$$B = \begin{pmatrix} P_{in} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ P_{in} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ P_{in} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \qquad (3.31)$$

où

$$\sum_{L2}\frac{1}{R} = \left(\frac{1}{R^{t}_{1,1}} + \frac{1}{R_{1,1}} + \frac{1}{R_{2,1}} \right) \qquad (3.32)$$

$$\sum_{L3}\frac{1}{R} = \left(\frac{1}{R^{t}_{2,1}} + \frac{1}{R_{2,1}} + \frac{1}{R_{3,1}} \right) \qquad (3.33)$$

$$\sum_{L6}\frac{1}{R} = \left(\frac{1}{R^{t}_{1,1}} + \frac{1}{R^{t}_{1,2}} + \frac{1}{R_{1,2}} + \frac{1}{R_{2,2}} \right) \qquad (3.34)$$

$$\sum_{L7}\frac{1}{R} = \left(\frac{1}{R^{t}_{2,1}} + \frac{1}{R^{t}_{2,2}} + \frac{1}{R_{2,2}} + \frac{1}{R_{3,2}} \right) \qquad (3.35)$$

$$\sum_{L10}\frac{1}{R} = \left(\frac{1}{R^{t}_{1,2}} + \frac{1}{R_{1,3}} + \frac{1}{R_{2,3}} \right) \qquad (3.36)$$

$$\sum_{L11}\frac{1}{R} = \left(\frac{1}{R^{t}_{2,2}} + \frac{1}{R_{2,3}} + \frac{1}{R_{3,3}} \right) \qquad (3.37)$$

Une telle matrice peu assez facilement être résolue par une méthode conventionnelle, tel l'élimination de Gauss-Jordan. Cependant, pour obtenir plus de détail, il est nécessaire de segmenter davantage les sections de calcul. La taille de la matrice peut alors atteindre

250 000 éléments, ce qui demande des capacités informatiques très importantes. Pour améliorer le temps de calcul, la matrice d'équation doit être réduite à moins d'éléments. Pour ce faire, la matrice telle que décrite sera considérée comme une matrice à bande diagonale pour la résolution du système d'équation.

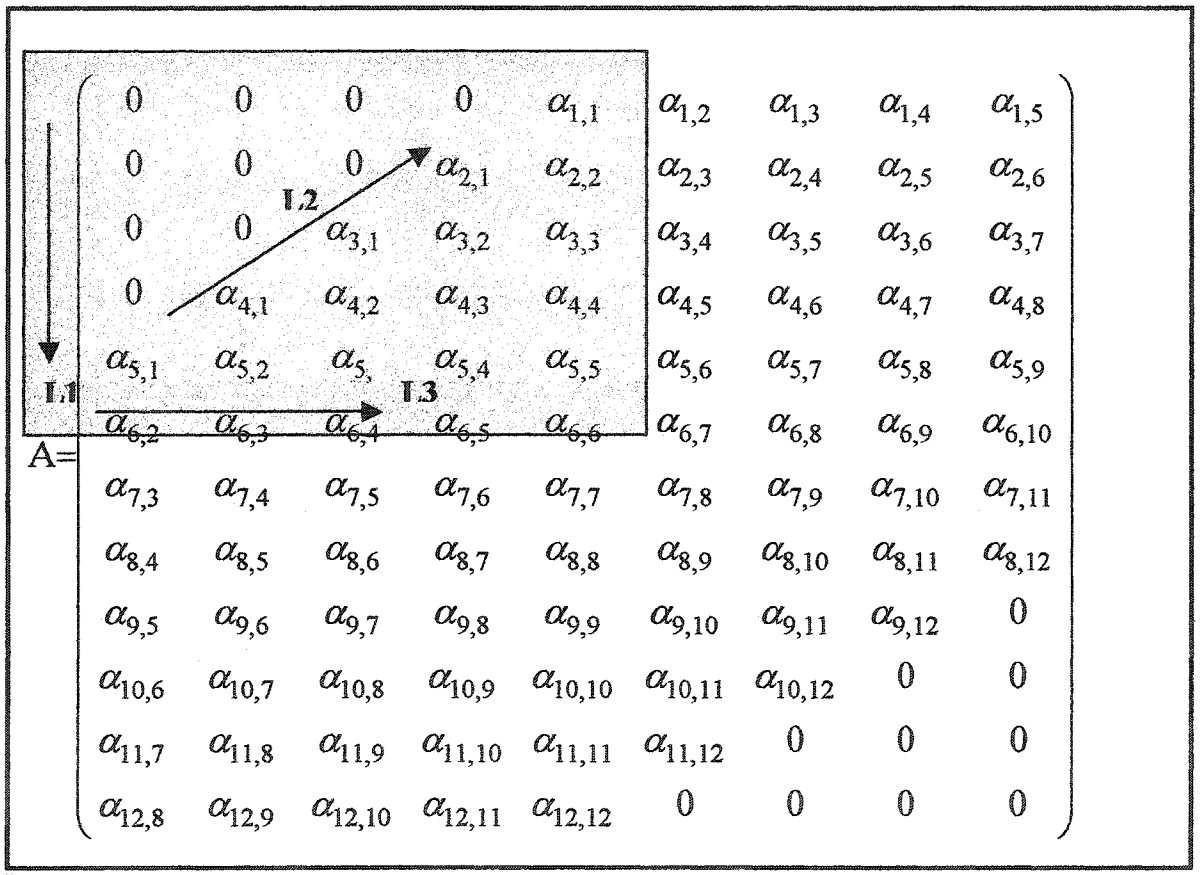
Ainsi, les éléments nuls hors de la diagonale seront partiellement éliminés et la matrice transformée suivante sera utilisée pour résoudre le système avec l'algorithme décrit à la figure 3.12.

$$A = \begin{pmatrix}
0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & +\frac{1}{R_{11}} & -\sum_{L2}\frac{1}{R} & +\frac{1}{R_{21}} & 0 & 0 & +\frac{1}{R^{t}_{11}} \\
0 & 0 & 0 & +\frac{1}{R_{21}} & -\sum_{L3}\frac{1}{R} & +\frac{1}{R_{31}} & 0 & 0 & +\frac{1}{R^{t}_{21}} \\
0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
+\frac{1}{R^{t}_{11}} & 0 & 0 & +\frac{1}{R_{12}} & -\sum_{L6}\frac{1}{R} & +\frac{1}{R_{22}} & 0 & 0 & +\frac{1}{R^{t}_{12}} \\
+\frac{1}{R^{t}_{21}} & 0 & 0 & +\frac{1}{R_{22}} & -\sum_{L7}\frac{1}{R} & +\frac{1}{R_{32}} & 0 & 0 & +\frac{1}{R^{t}_{12}} \\
0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
+\frac{1}{R^{t}_{12}} & 0 & 0 & +\frac{1}{R_{13}} & -\sum_{L10}\frac{1}{R} & +\frac{1}{R_{23}} & 0 & 0 & 0 \\
+\frac{1}{R^{t}_{12}} & 0 & 0 & +\frac{1}{R_{23}} & -\sum_{L11}\frac{1}{R} & +\frac{1}{R_{33}} & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0
\end{pmatrix} \qquad (3.38)$$

```
'Position de la diagonale dans la matrice A
diag = (UBound(A, 2) + LBound(A, 2)) / 2

'Élimination inférieure
For L1 = 1 To UBound(A, 1) - 1
   For L2 = 1 To diag - 1
      If (diag + L1 - L2) <= UBound(A, 1) Then
         Pivot = A(diag + L1 - L2, L2) / A(L1, diag)
         For L3 = 1 To UBound(A, 2)
            If (diag + L3 - L2) <= UBound(A, 2) Then
               A(diag + L1 - L2, L3) = A(diag + L1 - L2, L3) - A(L1, diag + L3 - L2) * Pivot
            End If
         Next
         B(diag + L1 - L2) = B(diag + L1 - L2) - B(L1) * Pivot
      End If
   Next
Next

'Élimination supérieure
For L1 = UBound(A, 1) To 2 Step -1
   For L2 = UBound(A, 2) To diag + 1 Step -1
      If (diag + L1 - L2) >= LBound(A, 1) Then
         Pivot = A(diag + L1 - L2, L2) / A(L1, diag)
         B(diag + L1 - L2) = B(diag + L1 - L2) - B(L1) * Pivot
      End If
   Next
Next

'Solution X
For L1 = 1 To UBound(A, 1)
   x(L1) = B(L1) / A(L1, diag)
Next
```

Figure 3.12 : Code de résolution d'une matrice diagonale à bande (VB 6.0).

L'algorithme de calcul consiste à effectuer une élimination des termes en dessous et au-dessus de la diagonale de la matrice A de l'équation 3.29, à partir de la matrice réduite A (équation 3.38). Une illustration des coordonnées dans la matrice réduite est montrée aux figures 3.13 et 3.14. La matrice B de l'équation 3.31 correspond à la matrice de la réponse du système d'équation. La matrice X est la solution des pressions cherchées. Une opération de découplage est ensuite effectuée pour transcrire les valeurs de X en termes spatiaux P (i, j).



$$\begin{pmatrix}
0 & 0 & 0 & 0 & \alpha_{1,1} & \alpha_{1,2} & \alpha_{1,3} & \alpha_{1,4} & \alpha_{1,5} \\
0 & 0 & 0 & \alpha_{2,1} & \alpha_{2,2} & \alpha_{2,3} & \alpha_{2,4} & \alpha_{2,5} & \alpha_{2,6} \\
0 & 0 & \alpha_{3,1} & \alpha_{3,2} & \alpha_{3,3} & \alpha_{3,4} & \alpha_{3,5} & \alpha_{3,6} & \alpha_{3,7} \\
0 & \alpha_{4,1} & \alpha_{4,2} & \alpha_{4,3} & \alpha_{4,4} & \alpha_{4,5} & \alpha_{4,6} & \alpha_{4,7} & \alpha_{4,8} \\
\alpha_{5,1} & \alpha_{5,2} & \alpha_{5,3} & \alpha_{5,4} & \alpha_{5,5} & \alpha_{5,6} & \alpha_{5,7} & \alpha_{5,8} & \alpha_{5,9} \\
\alpha_{6,2} & \alpha_{6,3} & \alpha_{6,4} & \alpha_{6,5} & \alpha_{6,6} & \alpha_{6,7} & \alpha_{6,8} & \alpha_{6,9} & \alpha_{6,10} \\
\alpha_{7,3} & \alpha_{7,4} & \alpha_{7,5} & \alpha_{7,6} & \alpha_{7,7} & \alpha_{7,8} & \alpha_{7,9} & \alpha_{7,10} & \alpha_{7,11} \\
\alpha_{8,4} & \alpha_{8,5} & \alpha_{8,6} & \alpha_{8,7} & \alpha_{8,8} & \alpha_{8,9} & \alpha_{8,10} & \alpha_{8,11} & \alpha_{8,12} \\
\alpha_{9,5} & \alpha_{9,6} & \alpha_{9,7} & \alpha_{9,8} & \alpha_{9,9} & \alpha_{9,10} & \alpha_{9,11} & \alpha_{9,12} & 0 \\
\alpha_{10,6} & \alpha_{10,7} & \alpha_{10,8} & \alpha_{10,9} & \alpha_{10,10} & \alpha_{10,11} & \alpha_{10,12} & 0 & 0 \\
\alpha_{11,7} & \alpha_{11,8} & \alpha_{11,9} & \alpha_{11,10} & \alpha_{11,11} & \alpha_{11,12} & 0 & 0 & 0 \\
\alpha_{12,8} & \alpha_{12,9} & \alpha_{12,10} & \alpha_{12,11} & \alpha_{12,12} & 0 & 0 & 0 & 0
\end{pmatrix}$$

Figure 3.13 : Représentation de la substitution inférieure.

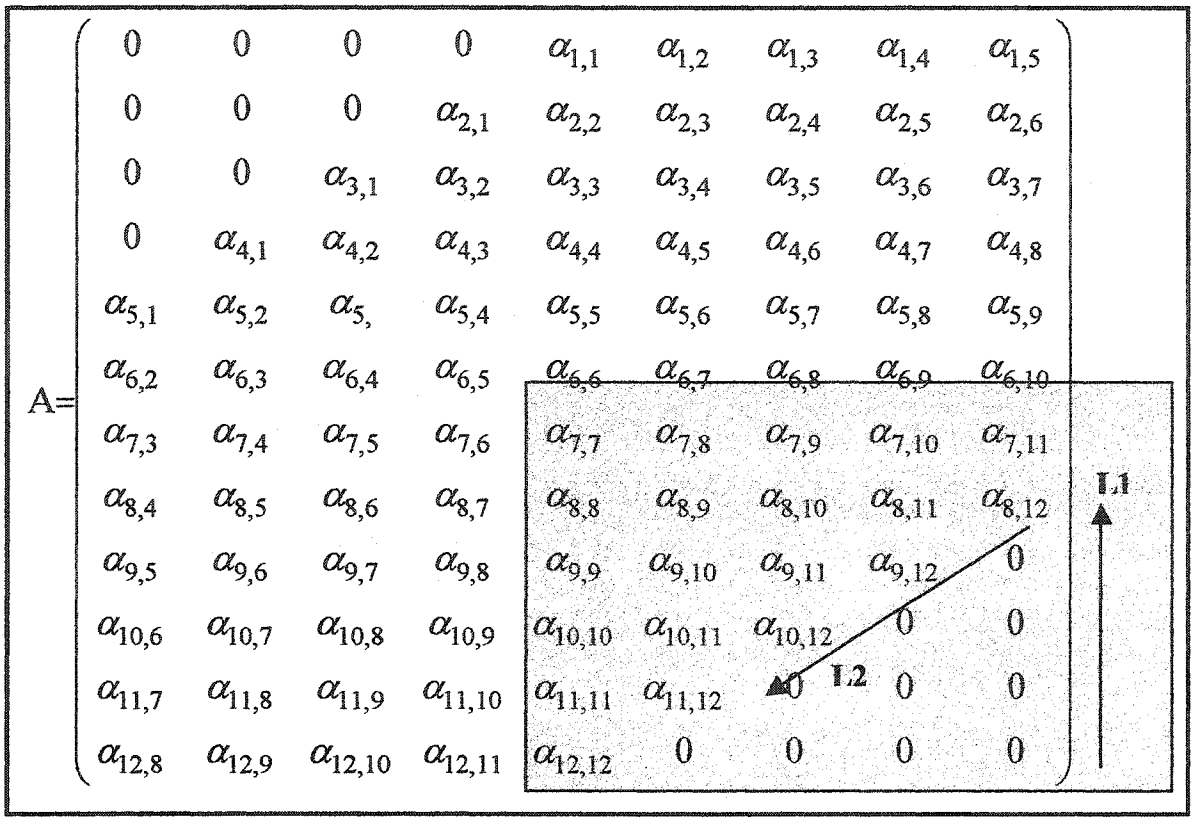


Figure 3.14 : Représentation de la substitution supérieure.

3.2 Modèle thermique

3.2.1 Introduction

Le calcul de la température à l'intérieur de la filière ajoute un élément important au calcul de l'écoulement. L'évolution de la température peut alors être calculée à la position décrite par les nœuds de pression (figure 3.2). Entre chaque nœud, se trouve un segment d'épaisseur assez faible pour qu'on y observe une dissipation visqueuse, soit un échauffement dû au cisaillement élevé appliqué sur le polymère. Avec l'ajout de ce calcul, on développe ici un modèle incluant un bilan énergétique en plus du bilan de quantité de mouvement décrit dans la section précédente.

3.2.2 Hypothèses

Une équation développée sur un élément 1D entre plaques parallèles et proposée par Agassant et al. (1996) nous permet d'estimer la température en amont de l'élément considéré. Ce modèle a été bâti en considérant la conduction vers la paroi de la filière et la dissipation visqueuse pour un régime d'écoulement transitoire. Les hypothèses utilisées pour l'intégrer au modèle de réseau sont :

- Écoulement permanent en terme de temps: l'évolution de la température de l'écoulement est indépendante du temps.
- Régime de thermique transitoire selon la position: l'évolution de la température montre alors une variation selon la position longitudinale et transversale de la filière. L'énergie de dissipation est partiellement emmagasinée par le polymère fondu créant un accroissement de la température et partiellement évacuée par conduction vers la paroi. L'équilibre thermique n'est donc pas atteint entre l'énergie générée et la conduction vers la paroi.
- Température d'entrée uniforme : la température est considérée uniforme à l'entrée de la filière, quel que soit la position sur la largeur ou l'épaisseur. Le

calcul du profil de température sera effectué sur la dernière tranche de la filière. L'explication de la méthode est faite à la section 3.2.3.

- Température uniforme des nœuds: entre chaque élément, une température est calculée en effectuant une moyenne des températures sur l'épaisseur et la largeur du segment. Cette approximation nous permet de voir l'évolution de la température près des parois latérales mais n'évalue pas le profil de température près des parois horizontales.
- Viscosité caractéristique : la viscosité caractéristique entre plaques parallèles a été utilisée avec l'équation de Agassant (section 3.2.3). Cette viscosité est calculée pour une position entre plaques parallèles où le taux de cisaillement d'un fluide de puissance est le même que le fluide newtonien ayant le même débit dans la même géométrie.
- Densité indépendante de la température : une seule densité de polymère fondu est alors utilisé pour les calculs thermiques. La température de mise en forme du PVC est d'environ 190°C. La densité du polymère fondu a donc été évaluée à cette température.
- Conduction dans le sens de l'écoulement négligeable : la seule conduction considérée pour les calculs thermiques est la conduction avec les parois horizontales.

3.2.3 Équations

Le calcul de la température dans le réseau d'écoulement est d'abord basé sur un bilan d'énergie fait sur chaque segment. En terme de flux, soit la quantité d'énergie par unité de surface, l'équation d'énergie, simplifiée avec les hypothèses énumérées précédemment, s'exprime par (Bird et al. (1960)) :

$$\rho \cdot C_p \cdot \left(V_x \frac{\partial T}{\partial x} \right) = k \left(\frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) + \eta \left(\frac{\partial V_x}{\partial z} \right)^2 \qquad (3.39)$$

où x est la position dans la direction de l'écoulement, z, la position sur l'épaisseur, V_x représente la vitesse sur l'axe x, T, la température, ρ, la densité, C_p, la chaleur spécifique, k, la conductivité thermique et η, la viscosité. Cette dernière est considérée newtonienne, c'est-à-dire qu'elle ne varie pas avec le taux de cisaillement. Puisque l'écoulement est calculé avec un fluide de puissance, nous utiliserons une viscosité caractéristique pour les équations de calcul thermique.

En développant cette équation pour l'échauffement d'un fluide s'écoulant entre deux plaques parallèles, Agassant et al. (1996) suggèrent l'équation suivante pour calculer l'écoulement à différentes positions dans la direction de l'écoulement.

$$\overline{T}(x) = T_0 + \frac{24}{35}\eta\frac{\overline{V}^2}{k}\left[1+\frac{35}{24\cdot Br}\right]\cdot\left[1-\exp\left[-\frac{35}{2}Ca\frac{x}{L}\right]\right] \qquad (3.40)$$

où $\overline{T}(x)$ représente la température moyenne à la position x, $\overline{V}$ la vitesse moyenne dans le sens de l'écoulement, T_0 représente la température moyenne à la position x=0, η, la viscosité, k, la conductivité thermique, Br, le nombre de Brinkman, Ca, le nombre de Cameron, x, la position longitudinale, L, la longueur du segment. Les températures et les vitesses moyennes sont calculées sur la surface transversale à l'écoulement. La démonstration de cette équation est présentée en annexe C.

Le nombre de Cameron (Ca) indique la rapidité à laquelle la température atteint le régime d'équilibre thermique, tel que l'indique la figure 3.15. Ce nombre est calculé comme suit :

$$Ca = \frac{a\cdot L}{\overline{V}\cdot H^2} \qquad (3.41)$$

où $\overline{V}$ est la vitesse moyenne, L, la longueur et H, l'épaisseur du segment et a, la diffusivité thermique est définie :

$$a = \frac{k}{\rho\cdot C_p} \qquad (3.42)$$

où k est la conductivité thermique, ρ, la densité, C_p, la chaleur spécifique.

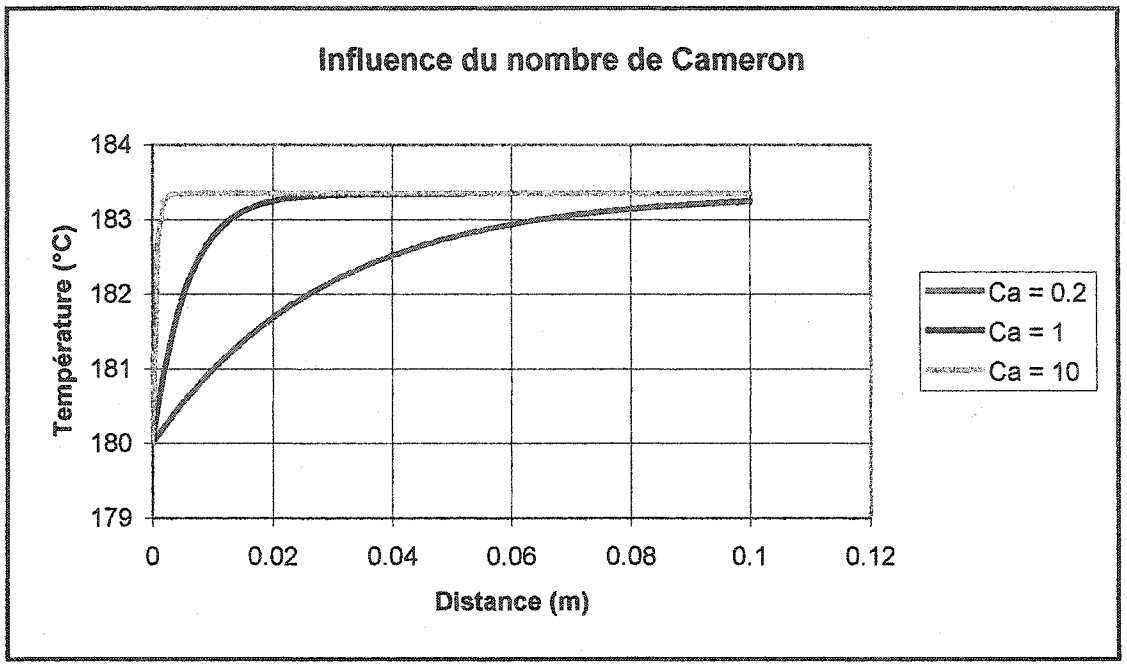


Figure 3.15 : Thermique pour différents nombres de Cameron.

Par ailleurs, le nombre de Brinkman (Br) corrige le calcul pour considérer la conduction thermique vers la paroi de la filière.

$$Br = \frac{\eta \overline{V}^2}{k \cdot (T_p - T_0)} \tag{3.43}$$

où $\overline{V}$ est la vitesse moyenne, η, la viscosité, k, la conductivité thermique. Ce nombre doit être inclus lorsque la température de la paroi de la filière (T_p) est différente de celle à l'entrée du segment (T_0). Plus ce nombre est petit, plus la conduction vers la paroi est importante. Plus ce nombre est grand, plus la dissipation visqueuse est importante. La figure 3.16 montre l'effet de la température de la paroi pour le fluide de Ca=1, représenté à la figure 3.15.

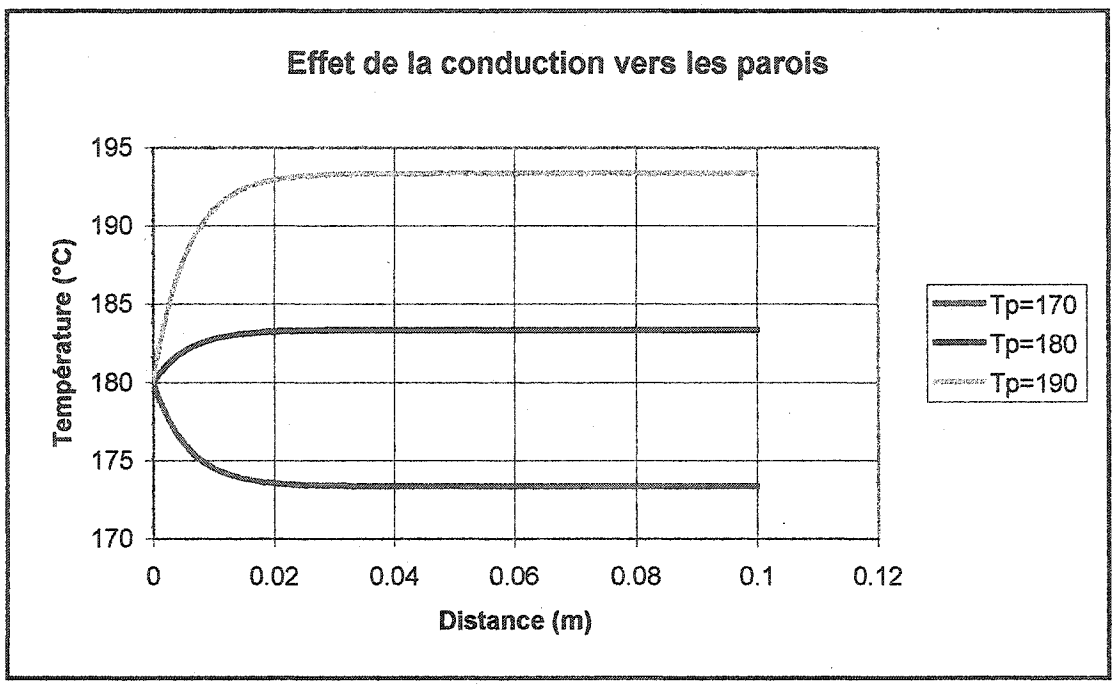


Figure 3.16 : Thermique pour différentes températures de la paroi.

3.2.4 Calcul de la viscosité caractéristique

Une viscosité newtonienne équivalente à celle d'un fluide de puissance s'écoulant avec le même débit dans le même canal est calculée. Cette viscosité, appelée viscosité caractéristique, est utilisée dans les calculs développés pour les fluides newtoniens. Elle permet d'obtenir une estimation de l'écoulement. La technique des valeurs caractéristiques se résume à calculer la distance critique (h_s) à laquelle les deux écoulements ont le même taux de cisaillement. Un coefficient de correction, e, exprime le rapport de la distance critique (h_s) sur la demi-épaisseur (H/2).

$$e = \frac{h_s}{H/2} \tag{3.44}$$

Au point $z=h_s$, les taux de cisaillement sont égaux.

$$\left[\dot{\gamma}\left(h_s\right)\right]_{\text{Newtonien}} = \left[\dot{\gamma}\left(h_s\right)\right]_{\text{Puissance}} \tag{3.45}$$

$$\left(\frac{6Q}{WH^2}\right)\left(\frac{h_s}{H/2}\right) = \left(\frac{2\left(2+1/n\right)Q}{WH^2}\right)\left(\frac{h_s}{H/2}\right)^{1/n} \tag{3.46}$$

$$\left(\frac{h_s}{H/2}\right)^{1-1/n} = \left(\frac{2\left(2+1/n\right)}{6}\right) \tag{3.47}$$

Ainsi,

$$e = \left(\frac{h_s}{H/2}\right) = \left(\frac{\left(2+1/n\right)}{3}\right)^{\frac{1}{1-\left(1/n\right)}} = \left(\frac{3}{\left(2+1/n\right)}\right)^{\frac{n}{1-n}} \tag{3.48}$$

À partir de ce coefficient, on calcule la viscosité caractéristique comme suit :

$$\eta = m\left(\dot{\gamma}_a e\right)^{n-1} = m\left[\left(\frac{6Q}{WH^2}\right)\cdot\left(\frac{3}{2+1/n}\right)^{\frac{n}{1-n}}\right]^{n-1} \tag{3.49}$$

où $\dot{\gamma}_a$ représente le taux de cisaillement apparent à la paroi horizontale, calculée comme $6Q / WH^2$. Cette équation est valide pour un fluide de puissance s'écoulant entre plaques parallèles. Les géométries calculées peuvent être approximativement représentées comme tel.

3.2.5 Correction de la consistance

Sachant la température de l'écoulement dans la section considérée, on se doit de corriger la consistance, m, en fonction de la loi d'Arrhenius :

$$m = m_r \cdot \exp\left(\frac{E_a}{R}\left(1/T - 1/T_r\right)\right) \tag{3.50}$$

où E_a/R est l'énergie d'activation visqueuse (K), T, la température du segment (K), T_r, la température de référence (K) et m_r, la consistance à cette température de référence.

3.2.6 Algorithme de la thermique

L'algorithme, tel que présenté à la figure 3.17, consiste à calculer la température de l'écoulement et l'indice de consistance m jusqu'à l'obtention d'une convergence sur m. Ce dernier terme est utilisé pour le calcul de la température et une boucle doit alors être faite jusqu'à ce qu'on obtienne une convergence.

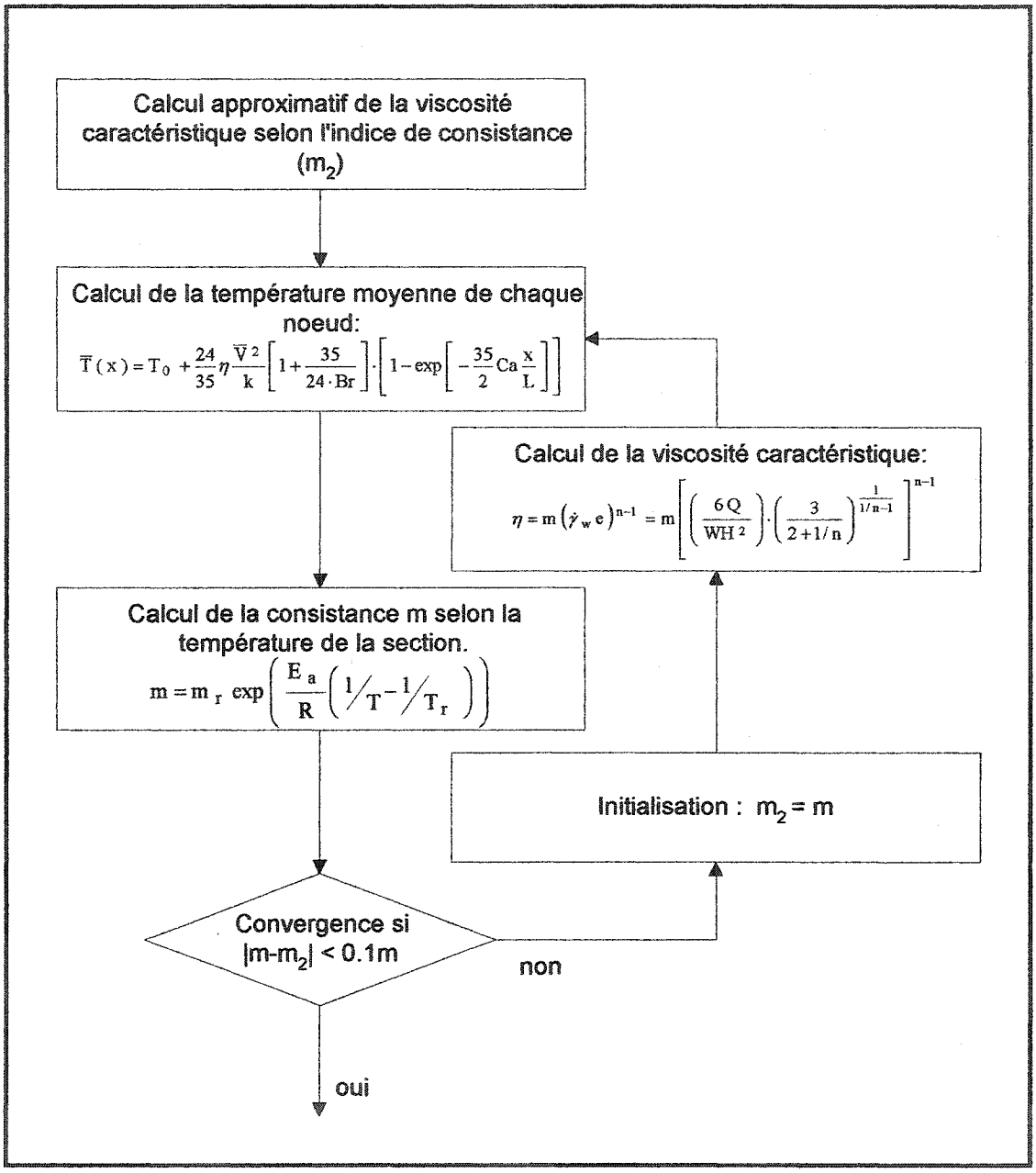


Figure 3.17 : Organigramme du calcul de la thermique.

3.3 Changements dimensionnels post-extrusion

3.3.1 Introduction

Le procédé d'extrusion vise à mettre en forme des profilés, requérant des dimensions très précises. Ceci est nécessaire pour utiliser la pièce extrudée avec un assemblage complexe, tel les portes et fenêtres coulissantes fermant de façon parfaitement hermétique. Un aspect de surface ou un relief peut aussi être demandé; c'est le cas étudié ici, pour la mise en forme de bandes de chant d'ameublement, tel qu'illustré à la figure 1.1.

Un modèle empirique de prédiction des changements de dimension est suggéré dans cette étude. À la sortie de la filière d'extrusion, le profilé se déforme. Ces déformations sont quantifiées sous forme de changements de dimension, souvent appelés changements post-extrusion. Ceux-ci sont calculés pour les différents phénomènes physiques de la déformation. Stevenson (1985) a proposé de subdiviser ces changements post-extrusion en trois phénomènes distincts : le gonflement, l'étirement et le retrait. Ces calculs empiriques s'appliquent assez bien à l'ensemble d'une section. Huneault (1992) a utilisé la même technique, jumelée avec le calcul de l'écoulement à partir d'un réseau hydrodynamique. Ce calcul permet de prédire l'épaisseur et la largeur moyenne d'un profilé rectangulaire ou d'une section rectangulaire au sein d'un profilé de fenestration. Cependant, ces calculs ne prédisent pas l'épaisseur du profilé à une position précise. Pour cela, il faut possiblement tenir compte des variations de la température du polymère et du profil de vitesse à la sortie de la filière.

Huneault (1992) a calculé le gonflement avec le temps de résidence moyen dans la filière. Or, le gonflement est influencé par d'autres paramètres, tel que le taux de cisaillement (Brown et al., 1979), la thermique près de la paroi (Vlcek, 1989) et la tension de surface (Gifford, 1998). Dans ce travail, le calcul du taux de cisaillement est fait indépendamment du temps de résidence. Bien que ces deux derniers paramètres soient

dépendants du débit, l'influence du taux de cisaillement est observable pour un même temps de résidence (voir section 2.3). De plus, la thermique est calculée pour un régime transitoire et la température est utilisée pour le calcul du gonflement, tel que décrit à la section 3.3.3. Néanmoins, le calcul de la tension de surface demande au minimum un calcul 2D et n'a pas été calculée, ce modèle de réseau étant bâti sur un calcul 1D.

Enfin, les modèles empiriques précédents (Huneault, 1992 et Stevenson, 1985) calculaient les changements de dimension à partir d'un profil de vitesse plat. Cependant, on observe expérimentalement une ré-organisation du profil de vitesse à la sortie de l'extrudeuse. Une quatrième variable sera ajoutée au modèle, soit l'aplatissement du profilé, servant à estimer la variation d'épaisseur résultant du profil de vitesse. Ainsi, le présent modèle compte quatre changements post-extrusion, soit: l'aplatissement, le gonflement, l'étirement et le retrait. Par ailleurs, ces quatre phénomènes quantifient la déformation d'un profilé rectangulaire selon deux types de changements de dimension :

- Le changement de grandeur : celui-ci entraîne des changements d'aire sur la section transversale à l'écoulement. Ainsi, le gonflement augmente l'aire transversale d'environ 30 %, l'étirement la réduit d'environ 15 % et le retrait d'environ 8 %.
- Le changement de forme cause un gain différent sur l'épaisseur par rapport à la largeur d'un profilé rectangulaire. On observe donc un changement de forme du profilé par rapport aux proportions de la filière. Par exemple, pour les profilés rectangulaires, on observe un gain d'épaisseur plus important d'environ 10 % que le gain de largeur.

Dans ce travail, la forme du profilé fini est estimée avec les conditions d'écoulement du réseau hydrodynamique. Ainsi, les changements de forme et les changements de grandeur sont calculés pour chaque segment de la tranche finale. Le profilé final est estimé avec la combinaison du calcul sur ces segments. La figure 3.18 montre l'estimation de la forme du profilé avec une segmentation de 20 éléments sur la largeur de la filière.

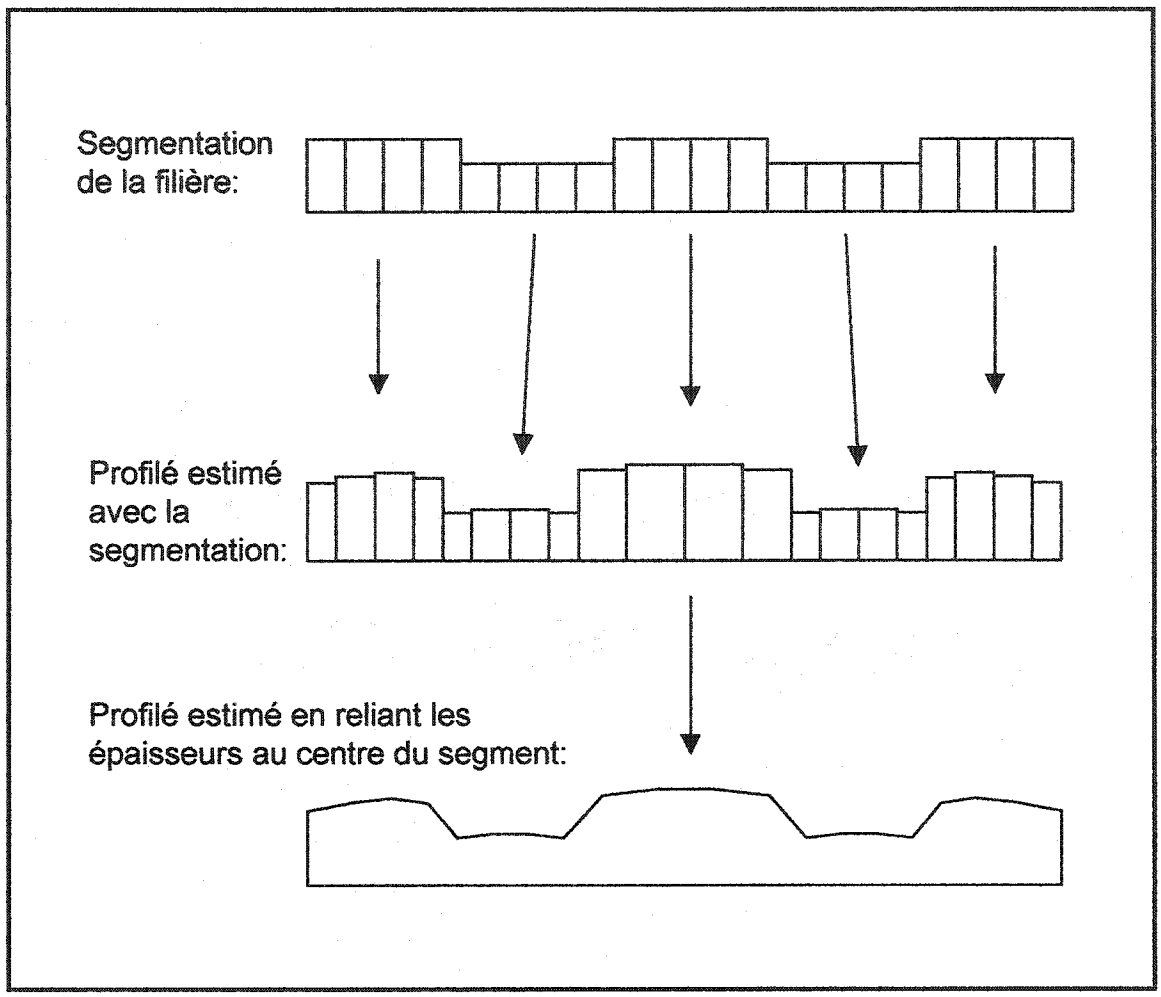


Figure 3.18 : Dimensions du profilé calculé à partir du modèle de réseau.

3.3.2 Origine des changements de dimension post-extrusion

Cette section aborde l'origine des différents changements de forme observés. Quatre changements de forme sont considérés dans le modèle présenté, soit : l'aplatissement, le gonflement, l'étirement et le retrait.

L'aplatissement :

Une distribution de masse se produit à la sortie de la filière, étant donné la répartition de vitesse non uniforme à l'intérieur de la filière. L'écoulement fondu passera d'un profil de

vitesse non uniforme à un profil plat suivant une même vitesse de sortie. Ce changement de vitesse cause un changement de l'aire transversale plus ou moins grand selon la position considérée. En théorie, aucun aplatissement n'a besoin d'être considéré avec une filière parfaitement balancée, où la vitesse de sortie est identique pour l'ensemble des segments du réseau. Cependant, un léger aplatissement est souvent observé dû à la résistance plus importante près des parois latérales.

Le gonflement :

La relaxation du polymère fondu crée un deuxième changement dimensionnel, nommé gonflement. Le polymère subit une contraction à l'entrée de la filière. Il sera partiellement déformé de façon permanente mais emmagasinera une déformation élastique pouvant être relaxée, une fois sortie de l'enceinte de la filière. Avec un tel gonflement, le profilé rectangulaire gagnera en largeur et en épaisseur, occasionnant aussi une réduction de la vitesse du profilé. Avec des profilés rectangulaires, le gonflement observé est plus important sur l'épaisseur, étant donné que la déformation y est plus grande. Ainsi, le gonflement est généralement accompagné d'un changement de forme.

L'étirement :

Pour maintenir le profilé fondu à l'horizontale, celui-ci est tiré mécaniquement, provoquant un étirement du profilé. Il en résulte une réduction de l'aire transversale. Ce phénomène survient simultanément avec le gonflement et inhibe celui-ci. Ainsi, l'étirement a un effet dimensionnel opposé au gonflement. Pour un profilé rectangulaire, une réduction de dimension est donc plus marquée sur l'épaisseur que la largeur.

Le retrait :

Enfin, le polymère se solidifie dans un bassin d'eau causant un retrait. Celui-ci provoque une réduction de l'aire transversale et provient de la différence de densité entre le polymère solide et fondu. Le retrait est calculé de façon identique sur la largeur et

l'épaisseur du profilé. On n'évalue donc aucun changement de forme avec ce phénomène.

Le changement de grandeur et le changement de forme associés aux changements post-extrusion sont quantifié à l'aide de bilans de masse sur la ligne d'extrusion. L'annexe G explique le développement du calcul basé sur ces bilans de masse.

3.3.3 Calcul du gonflement

À partir des expériences de gonflement avec des filières capillaires et fentes, un modèle empirique du gonflement peut être développé, comme suit :

$$f_g = F_{corr}\left(A + B\cdot T + C\cdot \dot{\gamma}_a + D\cdot \log\left(t_r\right)\right) \qquad (3.51)$$

où f_g représente le changement de grandeur et F_{corr}, le facteur de correction du gonflement entre les valeurs mesurées sur des fentes et la prédiction du gonflement capillaire, soit l'expression entre parenthèses dans l'équation 3.51. Le modèle de gonflement capillaire inclut trois paramètres, soit : la température, T, le taux de cisaillement apparent, $\dot{\gamma}_a$, et le temps de résidence, t_r. Une régression faite à partir d'expériences avec des filières capillaires sert à estimer les coefficients A, B, C, D.

Ces trois paramètres du gonflement doivent être estimés à partir du calcul de l'écoulement avec le réseau hydrodynamique.

- La température peut être estimée sur les segments de la dernière tranche (i = nl) du modèle de réseau avec les calculs de thermique (section 3.2).
- Le taux de cisaillement apparent, $\dot{\gamma}_a$, se calcule avec la moyenne des taux de cisaillement sur la dernière tranche de calcul, soit i = nl :

$$\dot{\gamma}_a = \frac{\sum_{j=1}^{j=nw} \dot{\gamma}_{a(j)}}{nw} \qquad \text{où} \qquad \dot{\gamma}_{a(j)} = \frac{6\cdot Q_{nl,j}}{W\cdot H_{nl,j}^2} \qquad (3.52)$$

- Enfin, le temps de résidence, t_r, est estimé pour une position j sur la largeur. Le temps de résidence calculé est la somme du temps de résidence sur chacun des segments situés à la position j, soit :

$$t_{r(j)} = \sum_{i=1}^{i=nl} \left(\frac{w \cdot l \cdot H_{i,j}}{Q_{i,j}} \right) \qquad (3.53)$$

où nl représente le nombre de segments sur la longueur, w et l, respectivement la largeur et la longueur de chacun des segments, $H_{i,j}$, l'épaisseur du segment et $Q_{i,j}$, le débit sur le segment i, j.

Huneault (1992) a proposé de représenter le changement de forme, β_g, variant linéairement avec le changement de grandeur du gonflement, f_g. Cependant, les données ne permettent pas d'utiliser la relation, la variation n'étant pas significative pour les essais réalisés avec une filière rectangulaire droite. Une moyenne des changements de forme observés sert d'estimation du changement de forme.

3.3.4 Calcul des autres changements de forme

L'aplatissement :

L'aplatissement est dû à la ré-organisation du profil de vitesse du polymère fondu. La vitesse développée selon un profil de vitesse devient plat à la sortie de la filière. Un tel changement de dimension est difficile à mesurer expérimentalement. L'aplatissement est donc calculé avec les vitesses de l'écoulement du polymère fondu, estimées sur la dernière tranche du réseau. On estime alors l'aplatissement avec le ratio de la vitesse locale sur la moyenne des vitesses de sortie de la filière, comme suit :

$$f_a = \sqrt{\frac{V_{nl,j}}{\overline{V}_{(i=nl)}}} \qquad \text{où} \qquad \overline{V}_{(i=nl)} = \frac{\sum_{j=1}^{j=nw} V_{nl,j}}{nw} \qquad (3.54)$$

Le facteur de changement de grandeur, f_a, est ainsi calculé pour le segment de position latérale, j. $V_{nl,j}$ représente la vitesse sur la dernière tranche du modèle de réseau (i=nl). La vitesse moyenne au dénominateur est calculée sur la totalité des segments sur la largeur. Le nombre de segments sur la largeur est nw. Ce facteur de dimensionnement post-extrusion est estimé sans changement de forme.

Le retrait :

Ensuite, le facteur de retrait, f_r , est calculé par le ratio des densités solide (ρ_s) et fondu (ρ_f), tel que présenté précédemment. Aucun changement de forme n'est calculé.

$$f_r = \sqrt{\frac{\rho_f}{\rho_s}} \tag{3.55}$$

L'étirement :

Le concepteur de la filière peut fixer le taux d'étirement désiré ou fixer la vitesse finale du profilé. La technique utilisant un taux d'étirement fixe est présentée.

Le taux d'étirement, T_e, est calculé comme l'augmentation de la vitesse du profilé entre le plan gonflé (coupe #2 sur la figure G.1) et la plan étiré (coupe #3 sur la figure G.1).

$$T_e = \left(\frac{V_3}{V_2} - 1 \right) \times 100\% \tag{3.56}$$

et

$$f_e = \sqrt{\frac{V_2}{V_3}} \tag{3.57}$$

Avec un taux d'étirement fixé, le concepteur peut contrôler les contraintes résiduelles entraînées avec l'étirement du profilé. En effet, l'étirement du profilé se fait généralement d'un état passant de fondu à complètement solidifié. Le profilé est alors figé dans un état tendu et étiré, et il garde mémoire de son historique de déformation, voulant reprendre une forme détendue. Ceci rend les profilés plus fragiles lorsqu'ils sont

très étirés. En calculant la vitesse requise du profilé final à partir du taux d'étirement donné, le concepteur vise à limiter la déformation pouvant affaiblir le profilé.

3.3.5 Calcul des dimensions finales

Le modèle de calcul vise à estimer les changements post-extrusion localement sur chacun des segments de l'ouverture finale de la filière calculée. Globalement, l'épaisseur (h_p) et la largeur (w_p) des segments du profilé final sont estimées avec les relations suivantes :

$$h_{p(j)} = f_{a(j)} \cdot f_{g(j)} \cdot \beta_{g(j)} \cdot f_{e(j)} \cdot \beta_{e(j)} \cdot f_r \cdot H_{nl,j} \qquad (3.58)$$

$$w_{p(j)} = f_{a(j)} \cdot f_{g(j)} \,/\, \beta_{g(j)} \cdot f_{e(j)} \,/\, \beta_{e(j)} \cdot f_r \cdot w_f \qquad (3.59)$$

où $H_{nl,j}$ est l'épaisseur du segment de la filière et w_f, la largeur de ce même segment. Le modèle présenté utilise une largeur et une longueur fixe pour la segmentation. Ces dimensions sont donc estimées localement sur chaque segment (j) à partir des segments de la dernière tranche de la filière, située à la position i=nl, j=j. De plus, on cherche généralement à connaître la largeur totale du profilé, W_p. Il faut alors faire la somme de la largeur des segments du profilé, $w_{p(j)}$, soit :

$$W_p = \sum_j w_{p(j)} \qquad (3.60)$$

3.4 Méthode de conception

La conception d'une filière doit principalement viser deux objectifs :

- Un dimensionnement de l'ouverture de la filière permettant la production d'un profilé aux dimensions requises.
- Un balancement de l'écoulement visant à obtenir un débit uniforme à la sortie de la filière.

Avec un meilleur balancement, il est possible de produire un profilé droit. Ainsi, sans balancement, des ondulations sont observées aux endroits où le matériel sort plus rapidement. On peut aussi observer des gauchissements de profilés lorsque ceux-ci sont

asymétriques : le matériel sortant plus rapidement d'un côté, le profilé gauchira vers l'autre côté.

3.4.1 Logiciels de calcul

Plusieurs logiciels ont été développés pour aider les concepteurs dans leur travail. La plupart des logiciels actuellement développés permettent de calculer l'écoulement du polymère fondu. L'outil de calcul est alors utilisé pour prédire les profils de vitesse et de débit dans la filière. En redimensionnant la filière, le concepteur utilise le logiciel jusqu'à ce qu'il obtienne le balancement voulu. Les logiciels de calcul 3D (Polyflow™ et Fluent™) donne un calcul assez précis de l'écoulement mais sont difficiles d'utilisation, dû à la complexité des maillages utilisés. Généralement, les logiciels 2D, tel Flow2000™ et ProfileCad™, sont assez précis, plus rapides et un peu moins cher. D'autres excellents logiciels ont été développés par des entreprises privées et ne sont pas vendus commercialement pour confidentialité, tel Pedap™ chez General Electric.

Malgré plusieurs études faites sur les changements de dimension post-extrusion, très peu de logiciels calculent les changements de forme post-extrusion. Polyflow™ le fait pour des géométries simples mais demeure imprécis à prédire ces changements de dimension sur des formes complexes. Les autres logiciels ne considèrent pas la déformation post-extrusion du profilé. Ces filières balancées nécessitent un calibrateur servant à corriger les dimensions du profilé. Celui-ci, situé à l'entrée du bassin d'eau, est un canal refroidi ayant l'ouverture du profilé désiré et le solidifiant aux dimensions voulues. Le logiciel développé dans ce projet de maîtrise inclura les effets post-extrusion, de façon à prédire les dimensions du profilé final sans l'utilisation du calibrateur.

Quels que soient les logiciels présentement utilisés, aucun de ceux-ci ne suggère de dimensions au concepteur pour effectuer un meilleur balancement de la filière ou un meilleur dimensionnement. Certains auteurs (Szarvasy et al. (2000), Nobrega et al. (2001)) tentent d'utiliser une fonction objective pour mieux évaluer la qualité du

balancement et corriger automatiquement la filière. Certains de ces concepts seront utilisés ici pour évaluer le balancement réalisé. Toutefois, aucune fonction de dimensionnement automatique ne sera toutefois implémentée.

3.4.2 Limitations de la technique d'usinage

Les filières conçues dans ce projet ont été fabriquées par la technique de coupe au fil. Cette technique consiste à découper une surface à l'aide d'un fil coupant. Le fil est tendu et ne peut couper que des lignes droite entre deux points de coupe, situés dans le sens longitudinal. En se déplaçant dans la direction transversale, il peut ainsi couper un plan droit. Cependant, aucun angle concave ne peut être fait dans le sens de l'écoulement, tel que montré sur la figure 3.20. La précision de la technique présente une erreur d'environ 0.001'' d'erreur, présentant toutefois une erreur allant jusqu'à 0.005 '' avec la filière multiforme fabriquée dans ce projet.

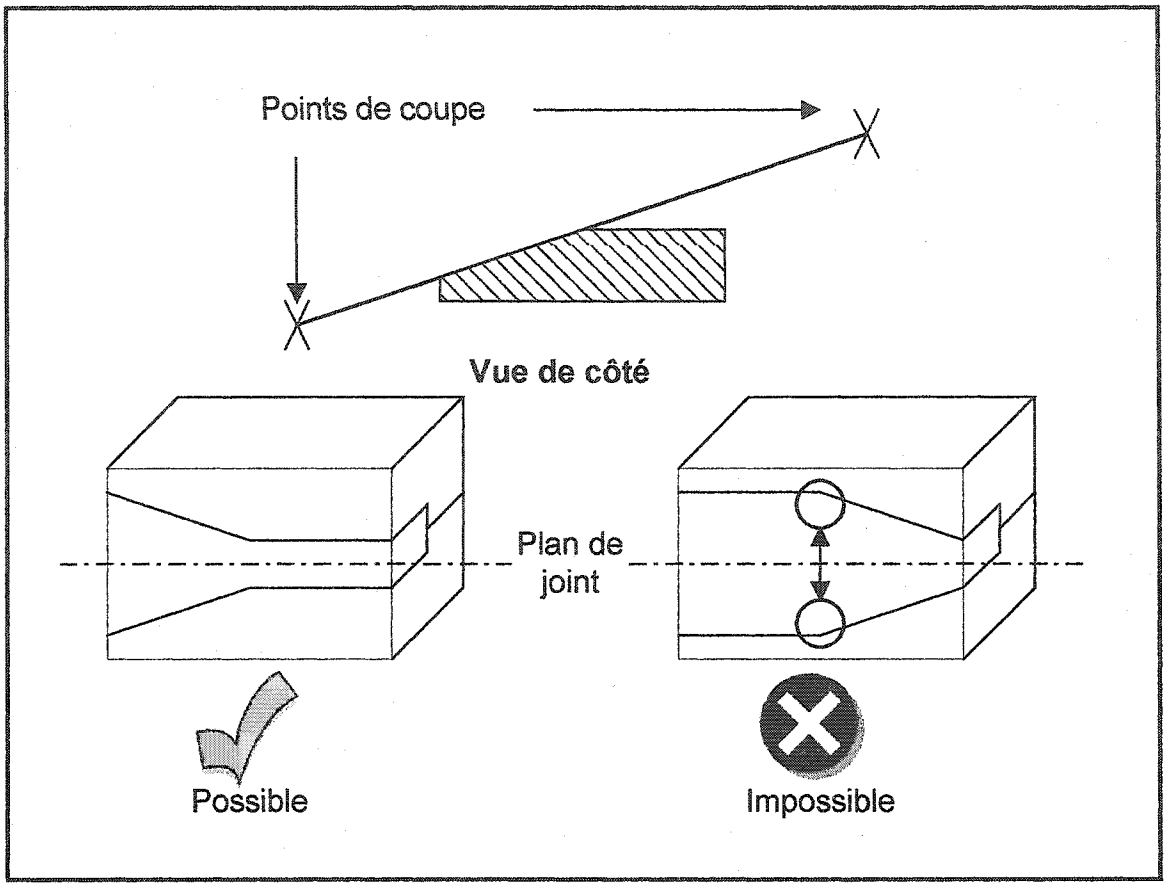


Figure 3.20 : Technique de coupe au fil.

3.4.3 Balancement de la filière

Le balancement de l'écoulement dans la filière d'extrusion vise différents objectifs selon les auteurs (Huneault, 1992 ; Hurez et al., 1996 ; Szarvasy et al., 2000). Deux approches de balancement sont utilisées et comparées dans ce projet de maîtrise :

- Profil de vitesse plat, c'est-à-dire avoir la même vitesse de sortie, quelque soit la position sur la largeur. Une correction (dimensionnelle) en amont de la filière doit être faite selon la restriction finale de la section (Huneault, 1992 ; Hurez et al., 1996). On peut exprimer l'objectif comme suit :

$$\frac{\overline{V}_j}{\overline{V}} = 1 \qquad (3.61)$$

où $\overline{V}_j$ est la vitesse de sortie moyenne sur le segment du réseau, identifié j arbitrairement, et $\overline{V}$ est la vitesse moyenne sur l'ensemble des segments.

- Répartition uniforme de la masse, c'est-à-dire ajustement du débit dans la filière selon le débit visé avec le profilé spécifié. Ainsi, on désire obtenir un débit d'écoulement sur un regroupement de segments, soit la section identifiée J, proportionnel à l'aire transversale du profilé désiré pour cette même section (proposé par Szarvasy et al., 2000). Cette section correspond à une portion de la coupe transversale du profilé ou de la filière. L'objectif de la technique est représenté comme suit :

$$\frac{Q_J / Q_{tot}}{A_J / A_p} = 1 \qquad (3.62)$$

où Q_J et Q_{total} sont respectivement le débit de la section et le débit total à la sortie de la filière. Ce ratio est comparé au dénominateur avec A_J, l'aire de la même section sur le profilé désiré, et A_p, l'aire totale de l'ensemble du profilé désiré.

La première approche donne un aperçu rapide du balancement localement calculé sur l'écoulement. Cependant, il est très rare d'obtenir ce profil de vitesse en réalité, étant donné la vitesse toujours réduite près de la paroi latérale (Szarvasy et al., 2000). La deuxième approche calcule la répartition de la masse à la sortie de la filière. Ceci donne un estimé plus concret, basé sur le profilé désiré. Elle permet de balancer l'écoulement, soit le débit, en ajustant que la section finale de la filière ou l'épaisseur des segments de la dernière tranche.

3.4.4 Stratégies de dimensionnement

Le dimensionnement de la filière doit être fait en fonction du balancement et des dimensions du profilé désiré. Ces deux contraintes ne vont généralement pas de pair. Par exemple, une section de profilé mince demande une restriction identique aux sections

épaisses, donc un entrefer semblable, mais elles doivent aussi être amincie pour parvenir à rencontrer les dimensions et épaisseurs du profilé. Brièvement, deux techniques de balancement sont possibles :

- corriger les épaisseurs de la filière en amont de la lèvre finale, tel que proposé par Huneault (1992);
- corriger les longueurs des sections finales de la filière (die land), tel que proposé par Hurez et al. (1996).

Une illustration de deux fabrications pour une bande à deux épaisseurs est montrée avec chaque technique (figure 3.21). Ces techniques de correction tiennent compte du balancement et du dimensionnement du profilé, de façon indépendante.

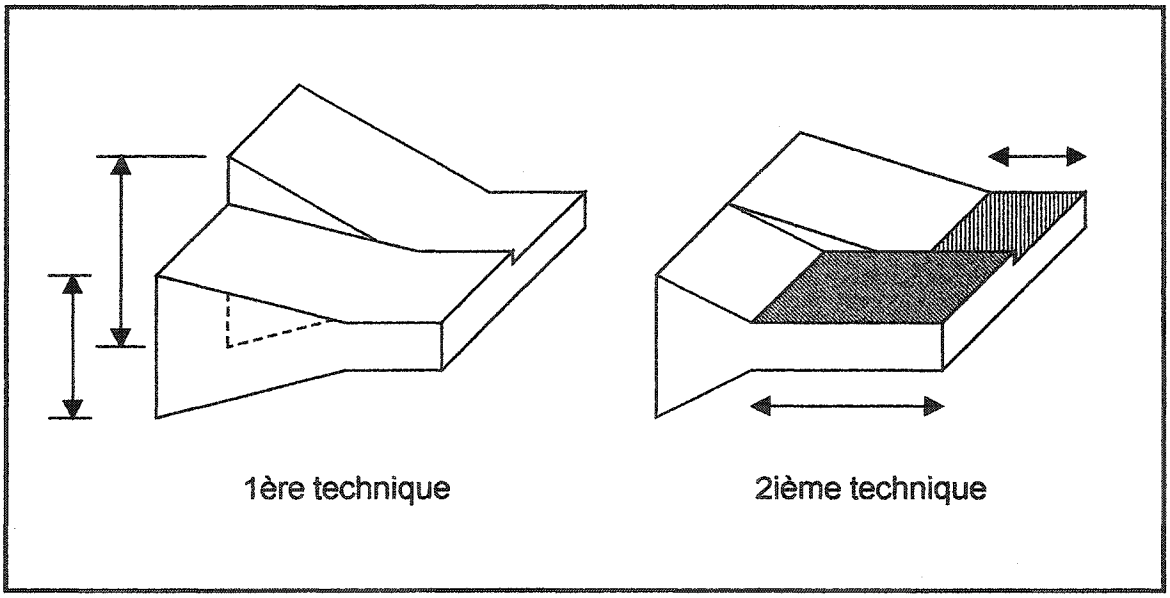


Figure 3.21 : Méthode de correction. 1ère technique avec correction sur l'épaisseur en amont. 2e technique avec correction sur la longueur de la section finale.

Néanmoins, le balancement s'est montré plus efficace en séparant les canaux d'écoulement, autant dans les travaux de Hurez que Huneault. Huneault (1992) a aussi fait un balancement avec des sections ouvertes de H/W assez faible. L'ouverture des sections minces en amont de la lèvre finale était plus importante qu'avec des sections

fermées, étant donné que les écoulements transversaux redistribuent le matériel vers les sections adjacentes. Le balancement est alors plus difficile à réaliser. Cependant, la fabrication d'une filière avec des sections ouvertes est aussi moins coûteuse de fabrication et plus rapide à installer. Le profil de la filière sert alors à effectuer le balancement. Les sections de la filière désirée étant assez étroites, une filière à canaux ouverts est préférable dans ce projet. La filière est alors usinée en deux pièces, soit la partie supérieure et la partie inférieure, le profil étant incliné sur la longueur.

CHAPITRE 4 :
ANALYSE DES RÉSULTATS

Les expériences réalisées, telles que décrites au chapitre 2, ont permis de caractériser le comportement du PVC lorsqu'il est extrudé. Ces données ont été utilisées dans les algorithmes de calcul, développés au chapitre 3. Ainsi, un logiciel de calcul a été mis au point pour prédire l'écoulement du polymère fondu et la forme du profilé final. Pour être valide, ce logiciel doit d'abord reproduire les résultats des expériences de caractérisation. Par la suite, ce logiciel vise à être utilisé pour la conception des profilés multiformes, soit des profilés d'épaisseurs variables. La complexité de ces profilés nécessite une analyse des différentes sections de l'écoulement de la filière et des différentes composantes du profilé. L'extrusion du profilé visé a été faite avec l'entreprise Canplast. La mesure des profilés multiformes expérimentaux obtenus a montré les forces et les faiblesses du modèle présenté dans ce projet. En bref, l'analyse suivante abordera la validation du logiciel avec des profilés rectangulaires de PVC rigide. Une analyse de sensibilité montrera les paramètres influençant les dimensions. La conception d'un profilé multiforme sera ensuite présentée avec le résultat des calculs obtenus. Suite aux expériences réalisées avec cette filière, des corrections ont été apportées au logiciel, accusant toutefois d'une erreur de précision importante pour certaines sections du profilé multiforme présenté.

4.1 Validation des calculs

4.1.1 Comparaison des simulations avec les données expérimentales

Étant bâti à partir d'une modélisation empirique des expériences sur le gonflement, le logiciel programmé doit montrer des résultats semblables aux expériences obtenues. Pour vérifier la validité du logiciel, des simulations ont été faites à partir des conditions d'expérience sur la filière-fente expérimentale, présentée à la figure 2.10. La validation

du logiciel est basée sur les mesures d'épaisseur et de largeur prises sur les échantillons du profilé final. La vérification du profil de vitesse à l'intérieur de la filière demeure difficile à réaliser expérimentalement. Pour des filières rectangulaires, le facteur de paroi F_p calculé par différences finies était acceptable pour n=1 et H/W=1 (section 3.1.5).

Les figures 4.1 à 4.3 montrent les résultats des simulations faites à partir des conditions d'extrusion mesurées avec l'essai #35 (tableau 2.6). La filière a été divisée en 20 segments sur la largeur et 4 sur la longueur. Le calcul a été fait pour un écoulement à débit imposé de 3.59 cm^3/s et un taux d'étirement de 97 %, correspondant à f_e=0.712. La température de masse et la température de la filière ont été ajustées à 176°C, ce qui correspond à la température prise à la sortie de la filière lors des essais.

La figure 4.1 montre la correspondance entre les simulations et les mesures d'épaisseur et de largeur prises sur l'échantillon. La largeur du profilé simulé montre 2.3 % d'erreur par rapport à la mesure expérimentale tandis que l'épaisseur montre un amincissement de 4.6 % sur l'épaisseur. Les mesures d'épaisseur, prises à l'aide d'un vernier près de la paroi latérale, montre un arrondissement plus prononcé que ce qu'on calcule avec le logiciel. L'épaisseur calculée avec le logiciel près des parois latérales est plus épaisse, due à l'ouverture des lèvres de la filière près de celles-ci. L'erreur observée avec ce profilé peut être expliquée par l'incertitude de 8 % du modèle de prédiction (annexe E). L'outil demeure intéressant pour effectuer un calcul préliminaire.

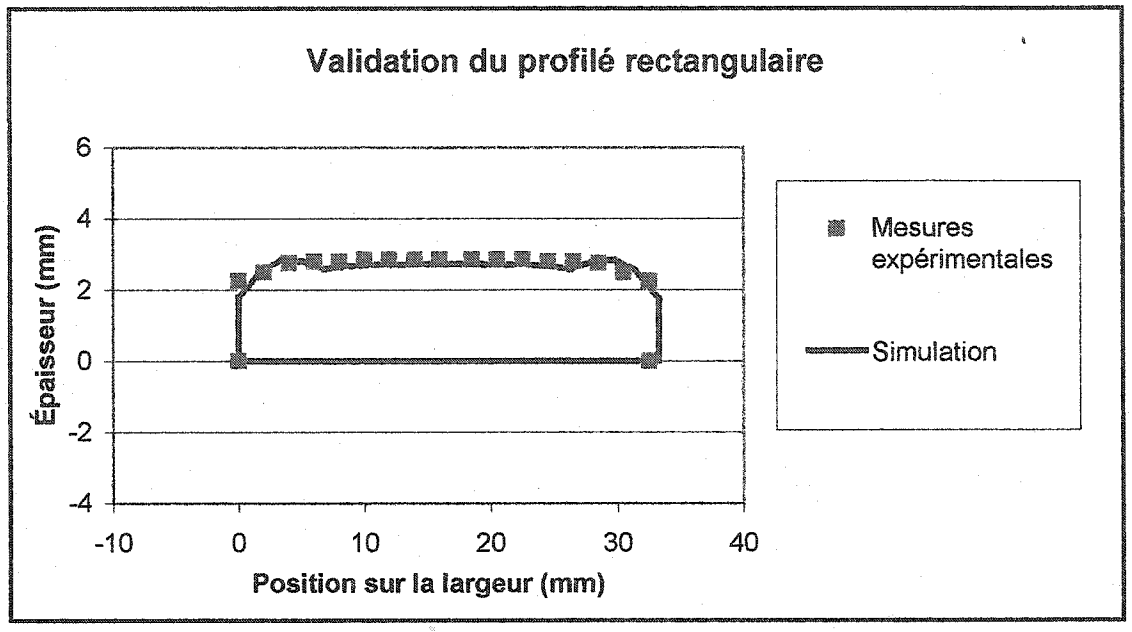


Figure 4.1 : Dimensions du profilé calculé avec celles des échantillons de l'essai #35.

La figure 4.2 présente les changements de grandeur calculés en terme de pourcentage(F_i), soit :

$$F_i = (f_i - 1) \times 100\% \qquad (4.1)$$

On aperçoit assez bien l'importance des changements post-extrusion sur la fente rectangulaire, le gonflement et l'étirement influençant majoritairement les changements de dimension. Le gonflement calculé crée une augmentation de 40 % des dimensions du profilé. Ce gonflement est basé sur l'estimation des dimensions au plan d'équilibre. Ainsi, les mesures sont prises sur des échantillons coupés à chaud et mesurés après détente et refroidissement. Cependant, lorsque les profilés sont tirés mécaniquement, l'étirement empêche la relaxation du profilé et réduit la taille du profilé. Une réduction des dimensions d'environ 29 % accompagne l'étirement pour l'essai évalué. L'aplatissement a un effet assez faible avec la filière présentée, estimant un faible amincissement près de la paroi latérale qui est dû à une vitesse d'écoulement plus lente. Cette filière étant ouverte près des parois latérales, l'aplatissement joue un rôle quasiment négligeable. Enfin, le retrait est calculé de façon identique pour chaque section et cause une diminution de largeur et d'épaisseur de 5.06 %.

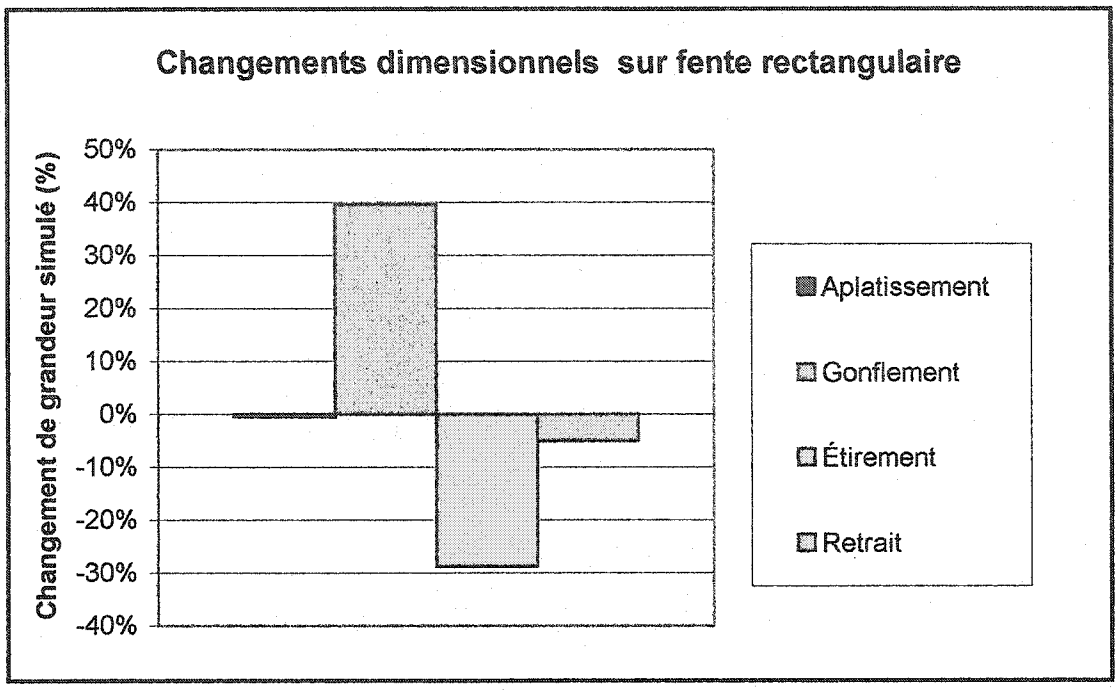


Figure 4.2 : Changements post-extrusion du profilé rectangulaire.

La figure 4.3 présente le profil de vitesse et le profil de température prédits par les calculs du modèle de réseau. On remarque que les ouvertures près des parois latérales causent une augmentation de la vitesse de l'écoulement à mi-chemin entre la paroi et le centre. Par contre, un ralentissement est bien prédit pour les sections près des parois latérales. Avec les calculs du modèle, la vitesse de sortie n'est donc pas constante et le débit semble mal réparti. Cependant, cette filière montre un écoulement très stable expérimentalement et sert à produire des profilés assez droits, tel qu'il est montré à la figure 4.1. Certains changements de forme post-extrusion près de la paroi semblent modifier l'allure prédite (figure 4.1) à partir de l'écoulement calculé (figure 4.3). Par ailleurs, le profil de température, présenté ci-bas, montre un échauffement d'environ 5°C entre la température de la paroi et le centre de l'écoulement.

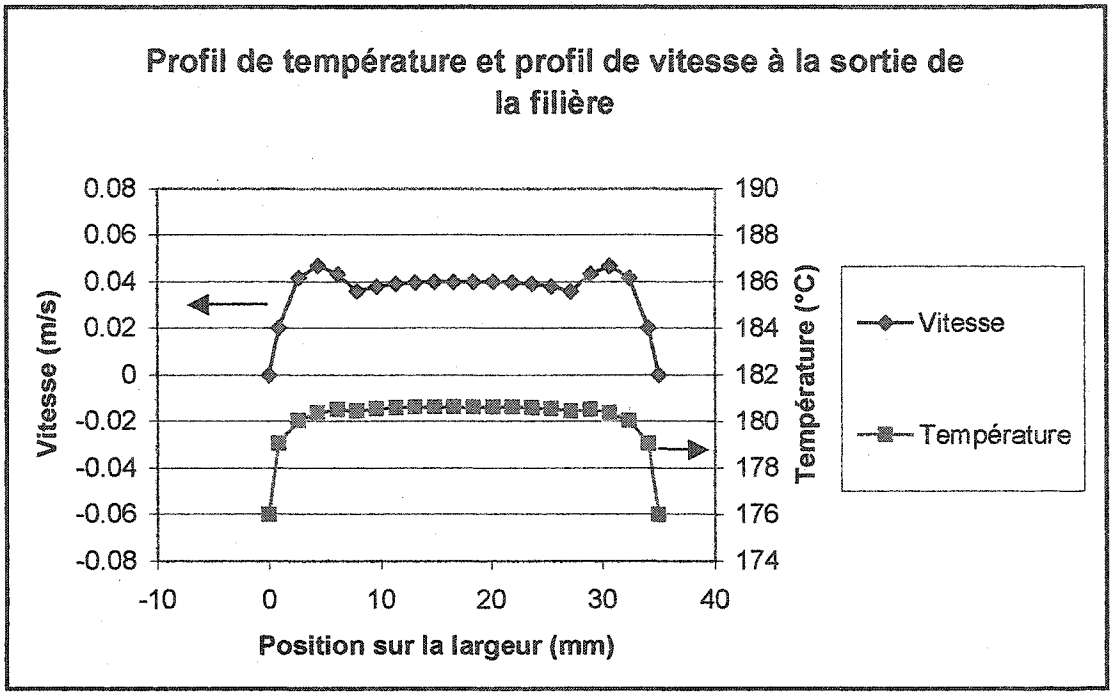


Figure 4.3 : Profil de vitesse et profil de température pour l'essai #35.

4.1.2 Analyse de sensibilité

L'analyse de sensibilité réalisée sert à vérifier l'influence des paramètres d'opération sur le profilé. Il est alors intéressant de vérifier quels paramètres ont potentiellement plus d'influence sur les dimensions du profilé et le profil d'écoulement. L'étude de sensibilité vise d'abord à déterminer la variation d'une réponse calculée avec le logiciel selon la variation d'un paramètre d'entrée. Ces données simulées sont ensuite comparées aux mesures prises avec les profilés rectangulaires, obtenus avec les expériences de caractérisation. L'influence des paramètres les plus importants sur les dimensions du profilé et sur l'écoulement du polymère fondu est présentée. Cette analyse nous permet de visualiser facilement l'effet de chaque paramètre autour des conditions de calcul données.

L'effet d'un changement de la vitesse d'étirement du profilé est présenté à la figure 4.4. Trois vitesses d'étirement sont évaluées à partir des mêmes conditions d'extrusion, soit le

débit et la température de l'essai #35. Le tableau 4.1 présente la vitesse d'étirement (V_p), le taux d'étirement (T_e) et le facteur d'étirement (f_e) de chacun de ces essais. Cette figure montre l'écart entre les calculs théoriques, obtenus avec le logiciel, et les données réelles, mesurées sur des échantillons rectangulaires. Les simulations montrent un écart similaire à celui de la figure 4.1. Tel que prédit, une augmentation de la vitesse d'extrusion réduit l'aire transversale du profilé (A_p) de façon inversement proportionnelle.

Tableau 4.1 : Vitesse et taux d'étirement des essais simulés.

Essai	Q (g/s)	T (°C)	V_p (cm/s)	T_e (%)	f_e	A_p (cm^2)
35-A	4.60	176.0	4.32	97	0.712	83.5
35-B	4.60	176.0	8.99	310	0.494	40.1
35-C	4.60	176.0	14.0	538	0.396	25.8

La figure 4.5 présente l'importance de chacun des changements de dimension alors que la vitesse d'étirement augmente. Le modèle ne corrige alors que le facteur de grandeur sur l'étirement.

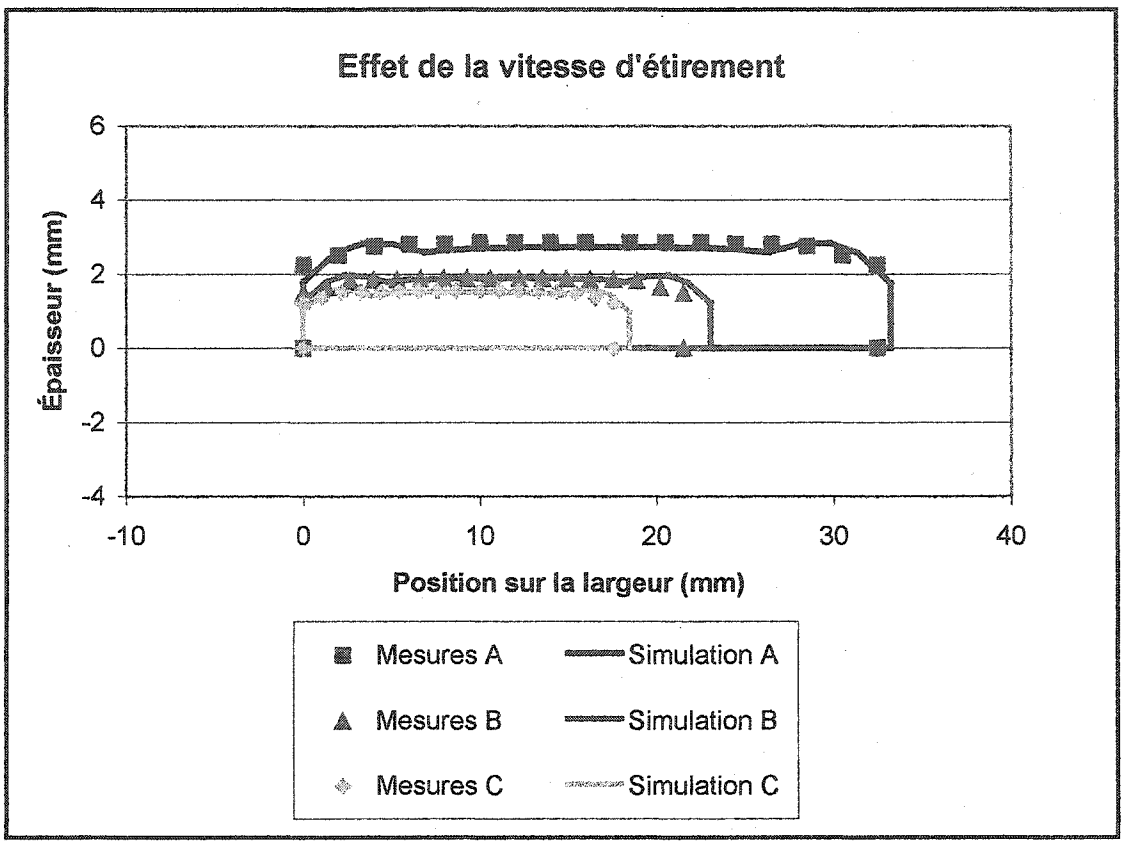


Figure 4.4 : Effet de la vitesse d'étirement sur les dimensions du profilé.

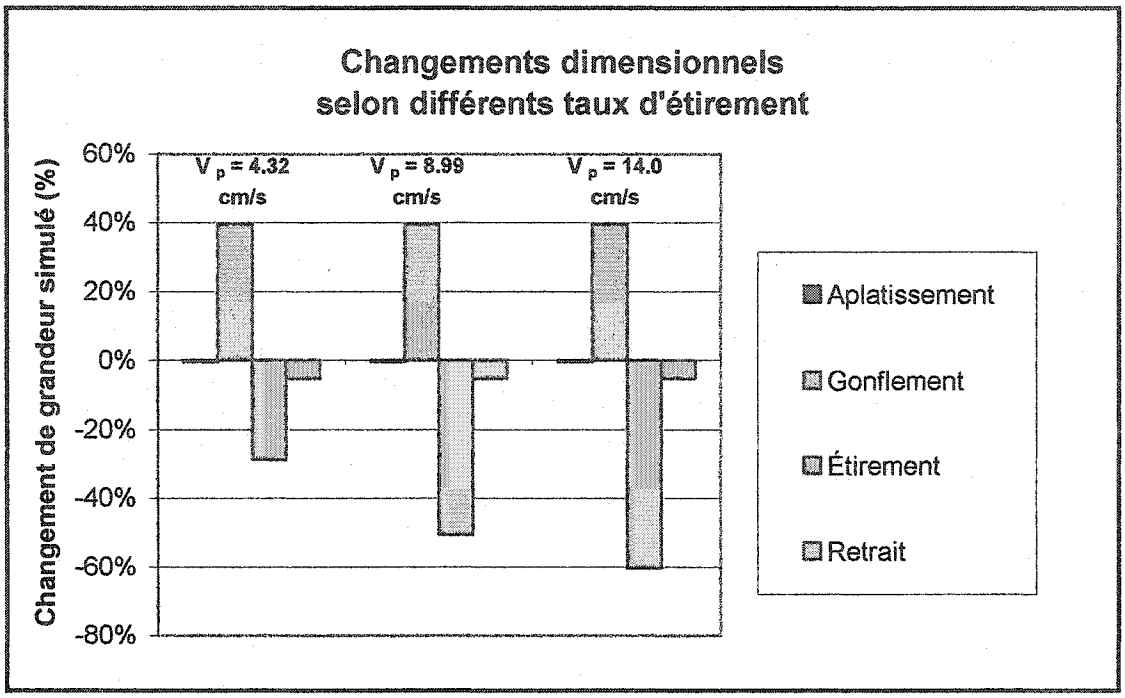


Figure 4.5 : Importance des changements de forme post-extrusion.

L'influence d'une variation de débit est présentée à la figure 4.6. Les deux simulations montrées ont été estimées au même taux d'étirement mais à des débits d'extrusion différents. Une augmentation du débit cause une augmentation de l'aire transversale du profilé. Comme le montre la figure 4.7, l'augmentation de l'aire transversale est expliquée par une augmentation du gonflement. Le temps de résidence dans la filière est plus court avec un débit plus élevé, ce qui tend à augmenter le gonflement. Le tableau 4.2 résume les conditions de simulation évaluées avec deux débits.

Tableau 4.2 : Conditions des essais simulés.

Essai	Q (g/s)	T (°C)	V_p (cm/s)	T_e (%)	f_e	A_p (cm^2)
35-A	4.60	176.0	4.32	97	0.712	83.5
35-D	2.76	176.0	3.17	97	0.712	68.6

Par ailleurs, l'augmentation du débit cause une augmentation de la température, tel que présenté à la figure 4.8. La dissipation visqueuse contribue à augmenter la température

calculée à la sortie de la filière tandis que la vitesse de sortie augmente avec le débit imposé sur la filière en conservant un profil de vitesse semblable. Néanmoins, les simulations réalisées avec différentes températures ont montré des effets négligeables sur la forme finale du profilé calculé, le modèle n'estimant pas de changements de dimension significatifs avec un changement de température.

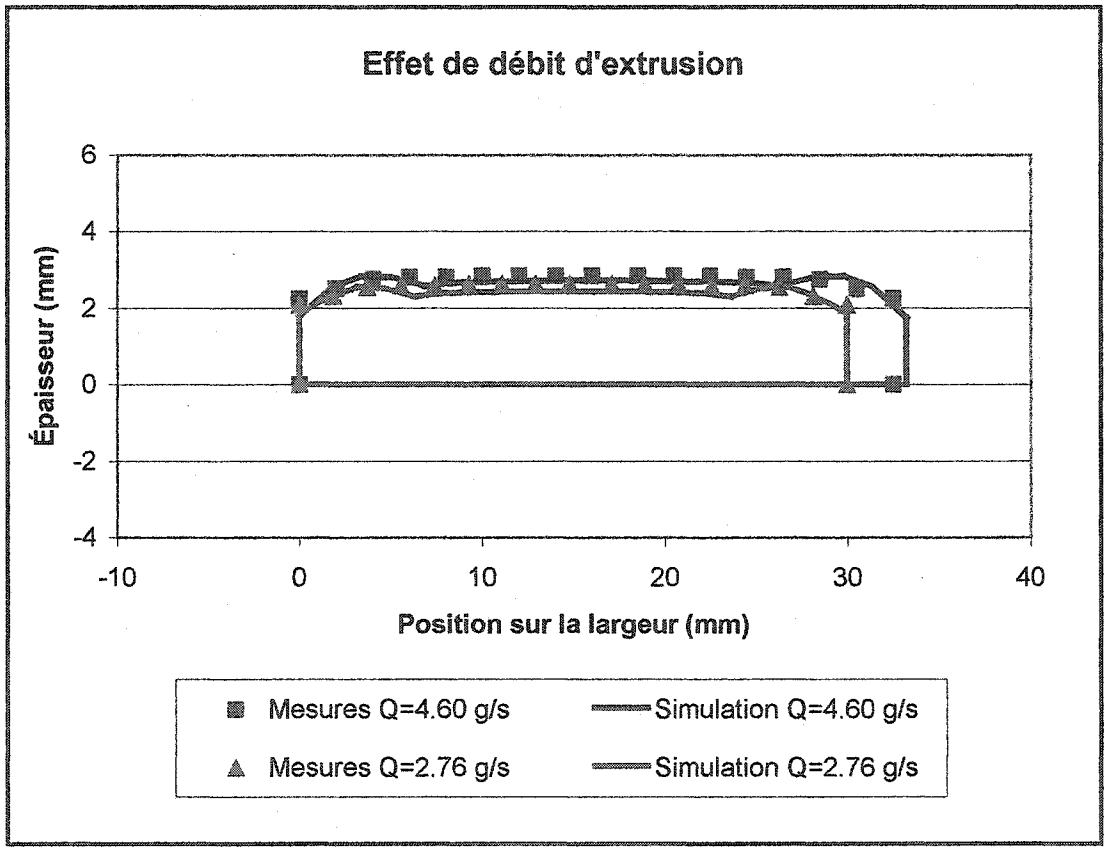


Figure 4.6 : Effet du débit d'extrusion sur le profilé obtenu.

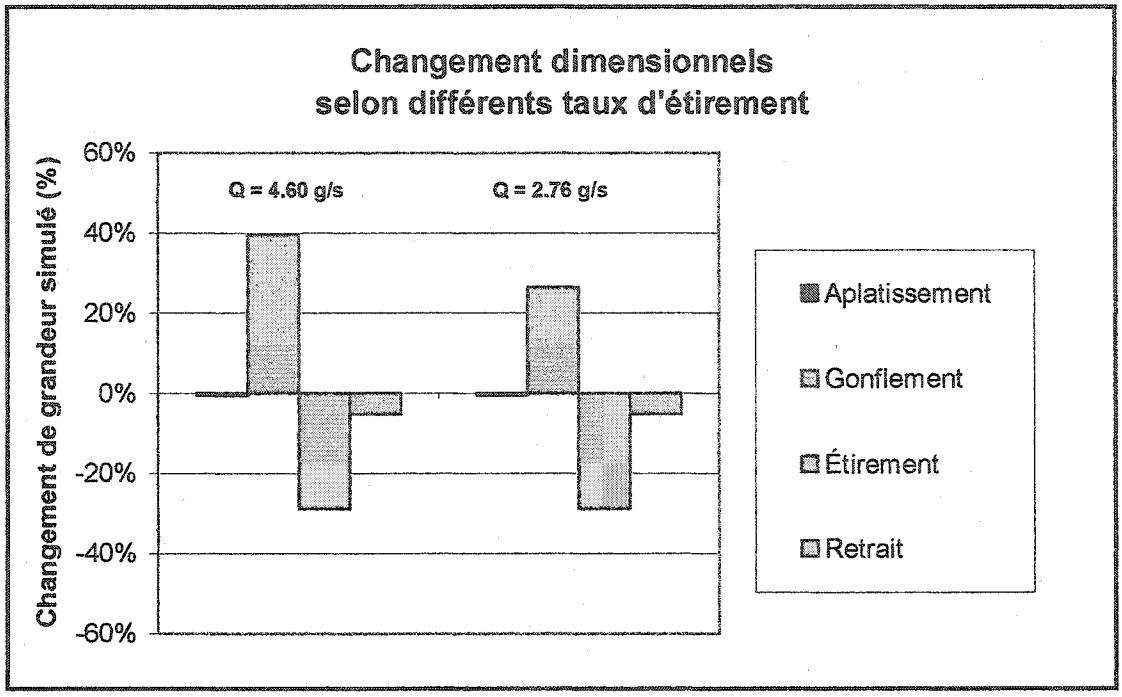


Figure 4.7 : Changements de dimension post-extrusion avec différents débits.

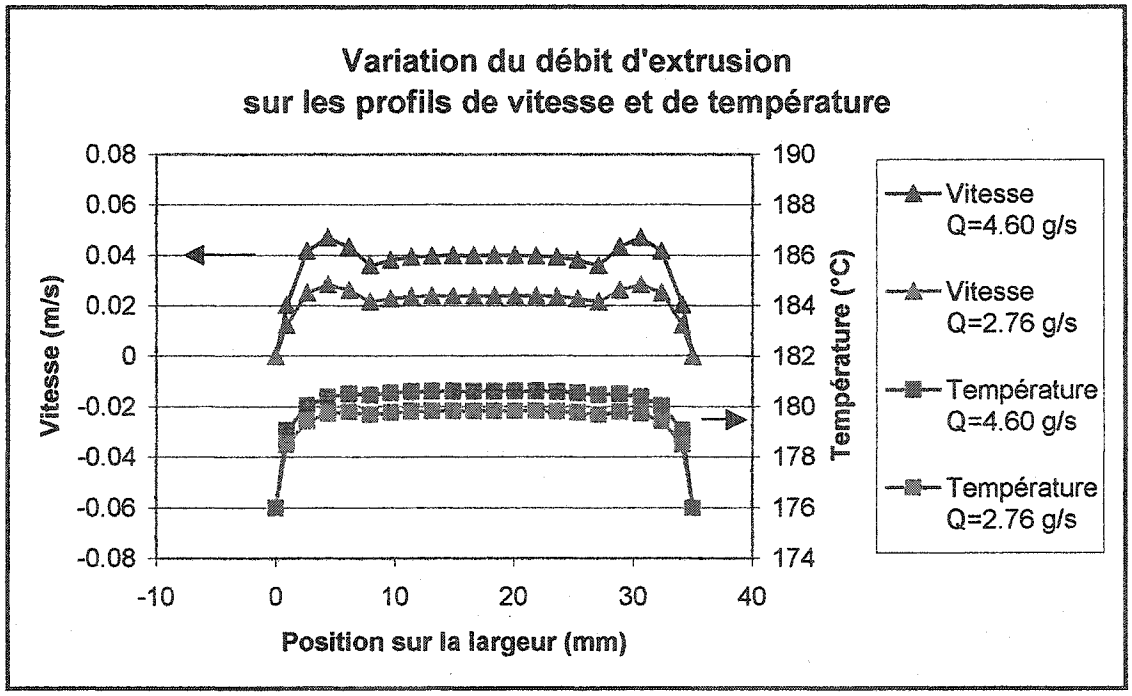


Figure 4.8 : Profil de vitesse et de température selon différents débits d'extrusion.

4.2 Conception d'une filière multiforme

L'exercice de ce projet est de développer un outil d'aide à la conception des filières, présentant un relief sur le côté extérieur. Le profilé désiré, fabriqué en PVC rigide (7167), est représenté à la figure 4.9. Il s'agit d'un profilé symétrique avec des rainures, faisant angle droit avec l'horizontale. La filière utilisée pour ce type de profilé doit également avoir des sections minces pour former ces rainures. L'objectif est de simuler correctement une filière de façon à obtenir un estimé des dimensions requises, soit les épaisseurs et largeurs montrées sur la figure. Il sera important de prédire correctement la localisation des fentes. De plus, on désire aussi réaliser un fini de surface parfaitement droit sur le plan horizontal de façon à pouvoir imprimer des motifs. L'ensemble du calcul demande un estimé très précis des changements de dimension post-extrusion.

Par ailleurs, la filière désirée est fabriquée en deux pièces, soit une partie supérieure et une partie inférieure superposées et jointes ensemble. Cette filière peut ensuite être posée sur l'adaptateur en une seule pièce. L'entrée de la filière se joint à la sortie de l'adaptateur et la sortie doit être ajustée pour obtenir la forme désirée. Certains auteurs (Huneault (1992), Hurez et al. (1996)) ont développé des filières avec des canaux fermés entre les sections. Ces filières ont été conçue pour des profilés de fenestration ayant des sections minces et larges, c'est-à-dire que $W/H > 10$. Cependant, une filière ayant des canaux ouverts est mieux adaptée pour une filière ayant des sections épaisses et étroites, où $W/H < 10$. La fabrication de canaux indépendants aurait alors été assez compliquée. De plus, l'épaisseur est suffisamment grande pour créer des soudures affaiblissant le plan de joint entre les sections.

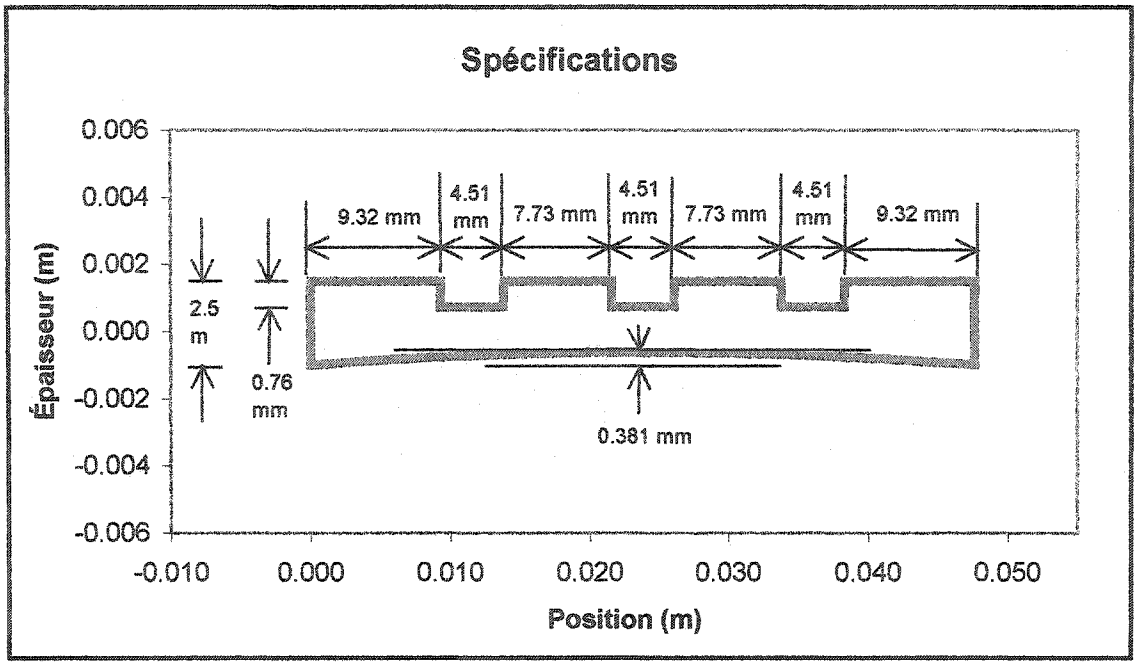


Figure 4.9 : Spécifications du profilé multiforme (le dessin n'est pas à l'échelle).

4.2.1 Simulation initiale

Plusieurs simulations ont servi à prédire l'écoulement du PVC ainsi que le profilé produit avec les conditions d'extrusion présentes chez Canplast. Un calcul simplifié a été utilisé pour effectuer une première simulation des dimensions du profilé. Ce calcul ne considérait pas les parois du relief du profilé multiforme. De plus, le calcul du facteur de paroi F_p^* s'est fait à partir des régressions de F_p présentée à l'annexe B, et non avec les régressions de F_p^* présentées au chapitre 2.

Les conditions d'opération simulées sont présentées au tableau 4.3. Un croquis de la filière simulée pour la fabrication du profilé est montré à la figure 4.10. Sur la vue de profil de la filière, on observe trois régions de transition entre les coupes transversales tracées sous le croquis. La coupe A représente la section finale de l'adaptateur (figure 4.11), la coupe B représente la section de transition visant à balancer les vitesses d'écoulement, la coupe C représente la section finale de la filière et la coupe D est

corrigée de façon à avoir un angle aigu à la sortie de la filière (figure 4.11). Les transitions entre les plans sont coupées au fil et peuvent être estimées comme un tracé droit entre les plans de coupe. La région de transition entre les plans A et B n'est pas calculée et on estime qu'une pression uniforme est appliquée au plan B. Les simulations ont donc été réalisées entre les plans B et D. Le croquis de la figure 4.10 montre la filière de la fabrication initiale ou la 1ère fabrication. Une correction inverse est faite sur la coupe transversale B. Pour l'analyse, la filière peut être divisée en sections regroupant plusieurs segments de calcul, comme le montre la figure 4.12. Ces sections, numérotées de 1 à 7, servent à faciliter l'analyse et identifier indépendamment les sections minces des sections épaisses du profilé multiforme. Ainsi, la résistance hydrodynamique des sections plus restrictives (#2, #4, #6) est réduite en amont de la filière.

Tableau 4.3 : Conditions de la 1ère simulation.

Conditions de calcul	Valeur
Écoulement fondu :	
Débit (cm^3/s)	13.1
Vitesse (cm/s)	18.19
Température initiale (°C)	187
Température de paroi (°C)	187
Longueur(mm)	76.4
Nombre de segments, nl	6
Largeur(mm)	45.5
Nombre de segments, nw	47
Données du profilé :	
Étirement	15 %
Vitesse - profilé (cm/s)	14.39
Largeur profilé(mm)	47.23

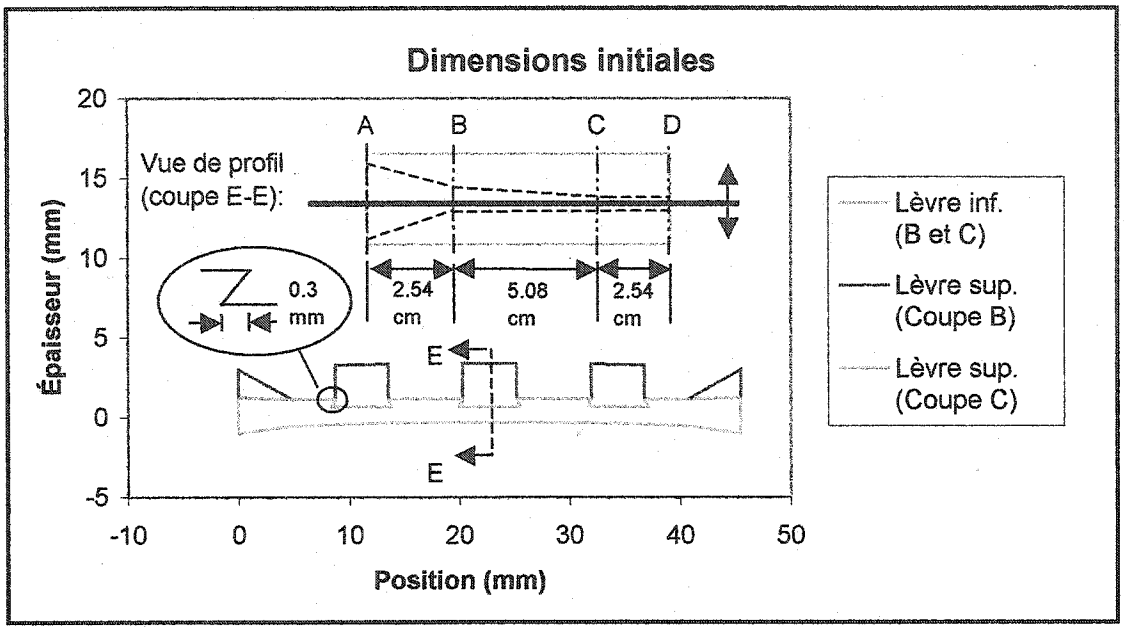


Figure 4.10 : Dimensions de la filière calculée et simulée pour la fabrication initiale.

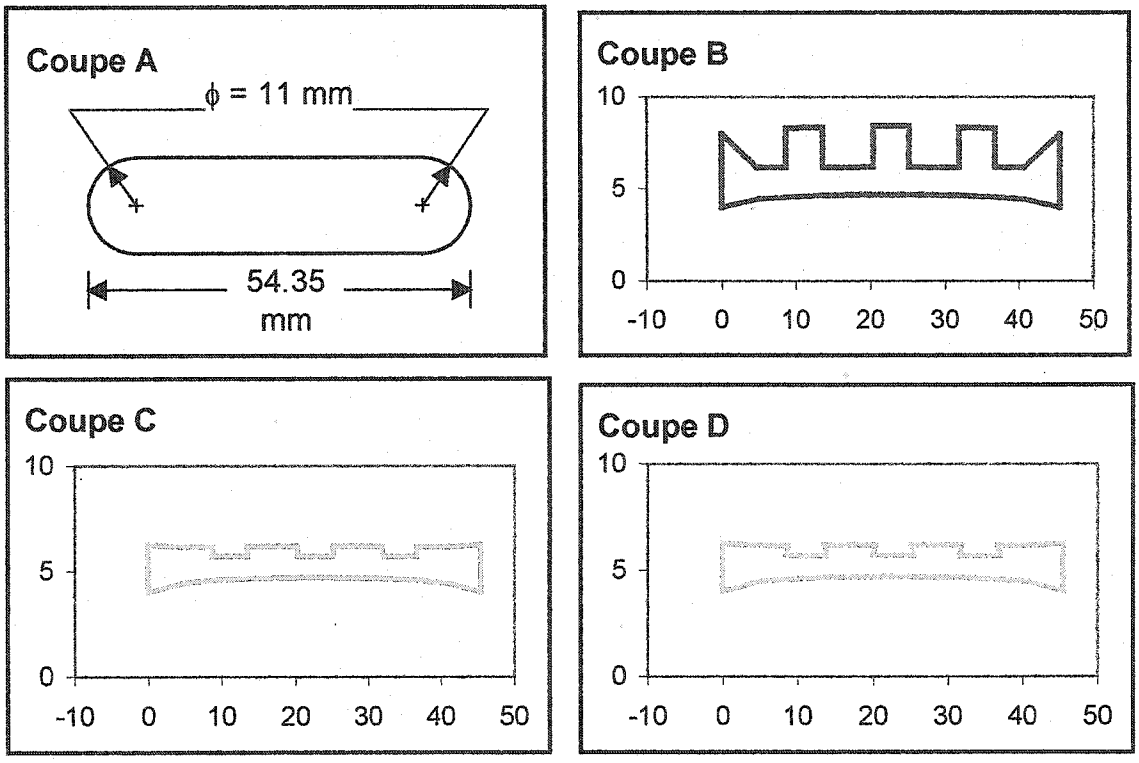


Figure 4.11 : Coupes transversales de la filière multiforme (échelles en mm).

La filière, montrée précédemment (figure 4.10), a été dimensionnée en visant à obtenir un écoulement balancé. L'ajustement des épaisseurs servant à corriger le balancement s'est fait avec une correction sur le plan de coupe B. Les sections sont ajustées de façon à compenser pour la résistance de la section finale à une position donnée. Ainsi, une ouverture au plan B servira à réduire la résistance d'une section finale de faible épaisseur. Par ailleurs, la coupe au fil, ajustée sur les dimensions de l'adaptateur (plan A), limite le découpage de la section au plan B. Le but de l'ouverture, faite au plan B sur les sections plus restrictives, est d'uniformiser la vitesse d'écoulement à la sortie de la filière.

La figure 4.12 montre le profil de vitesse, obtenu par simulation, pour la filière présentée à la figure 4.10. On observe un écoulement ayant une vitesse de sortie non uniforme sur la largeur et l'écoulement est mal balancé en terme de profil de vitesse. Les corrections faites pour améliorer le balancement ont montré peu d'amélioration puisque les sections sont ouvertes les unes aux autres. La figure 4.13 présente l'évolution du profil de vitesse en s'approchant de la section finale, située à L=0.25", où L représente la distance en amont de la sortie de la filière. Les sections étant ouvertes, le débit se distribue vers les sections moins restrictives. On remarque ainsi que le débit passe des sections #2, 4, 6 vers les sections finales #1, 3, 5, 7. Dans le calcul du modèle de réseau, les débits transversaux contribuent à distribuer l'écoulement. La figure 4.14 présente le calcul d'un écoulement comparé entre la filière suggérée et une filière ayant une géométrie droite, c'est-à-dire une coupe transversale constante et identique à la coupe D. La vitesse présente peu d'écart entre les deux simulations, ce qui montre un balancement peu efficace avec une filière ayant des sections adjacentes ouvertes.

Le balancement a aussi été vérifié en terme de débit requis par les dimensions requises du profilé sur chacune des sections (#1 à 7). Ces sections, utilisées pour une analyse empirique du balancement, sont le regroupement de plusieurs segments de calcul. Ainsi, 94 segments sur la largeur ont été calculés lors des simulations. En modifiant la segmentation, il a été possible d'ajuster la largeur des sections de façon à augmenter ou

diminuer le débit massique sur la section, tel que présenté à la figure 4.15. L'objectif est alors d'obtenir une répartition du débit proportionnelle à la répartition de l'aire du profilé spécifié sans tenir compte du changement de forme sur la section. Une répartition de masse identique dans les deux cas montre un balancement de masse adéquat. Selon ce critère et la figure 4.15, on observe une bonne correspondance pour les sections minces (#2, 4, 6) mais un écart sur les sections épaisses (#1, 3, 5, 7).

Somme toute, le balancement montre une distribution de masse acceptable. Ceci est dû à une largeur qui a été augmentée pour avoir un plus grand débit sur les sections minces (#2, 4, 6). Cependant, l'ajustement des ouvertures en amont de la section finale, soit à la coupe transversale B, s'est montré inefficace, le but étant d'obtenir une vitesse de sortie constante sur la largeur.

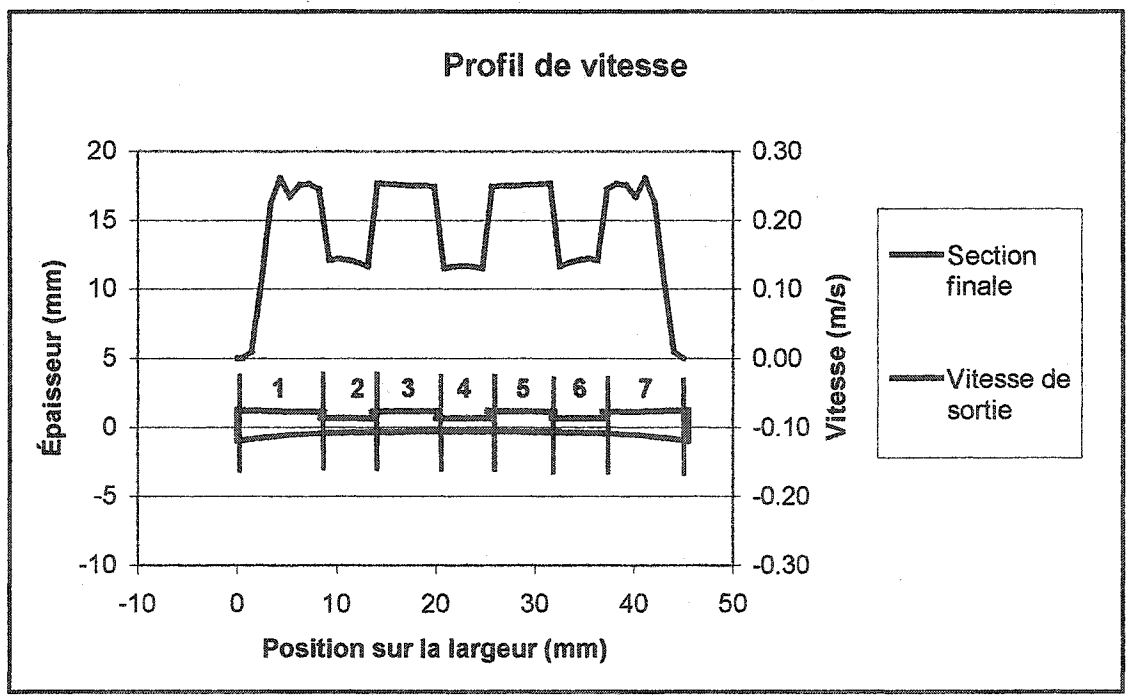


Figure 4.12 : Profil de vitesse estimé sur la filière de la 1ère fabrication.

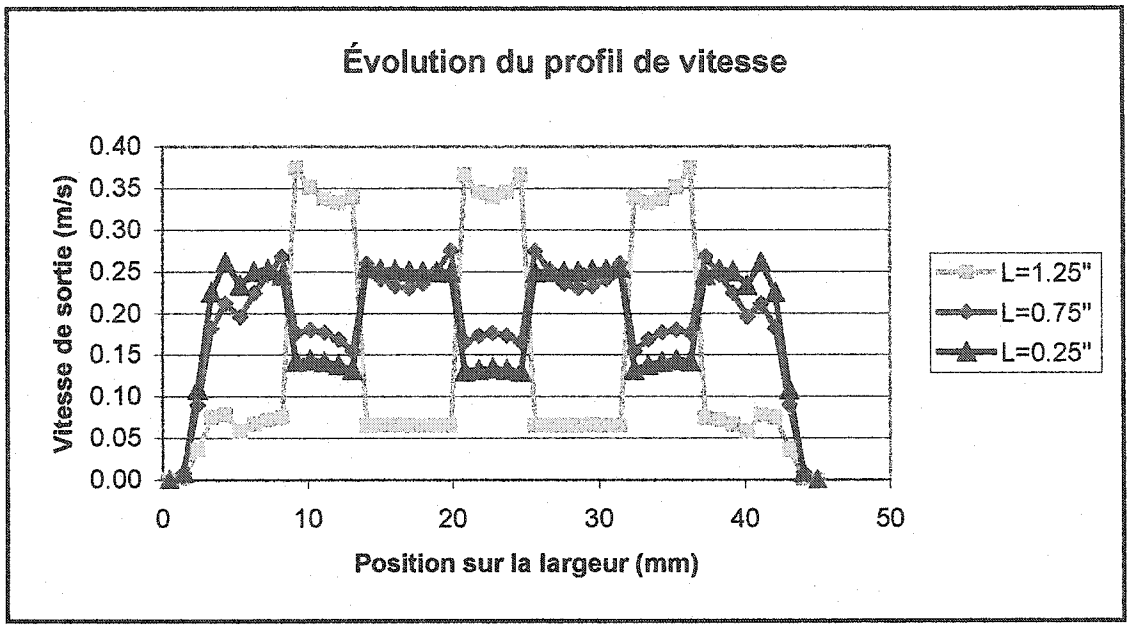


Figure 4.13 : Évolution du profil de vitesse et écoulements transversaux.

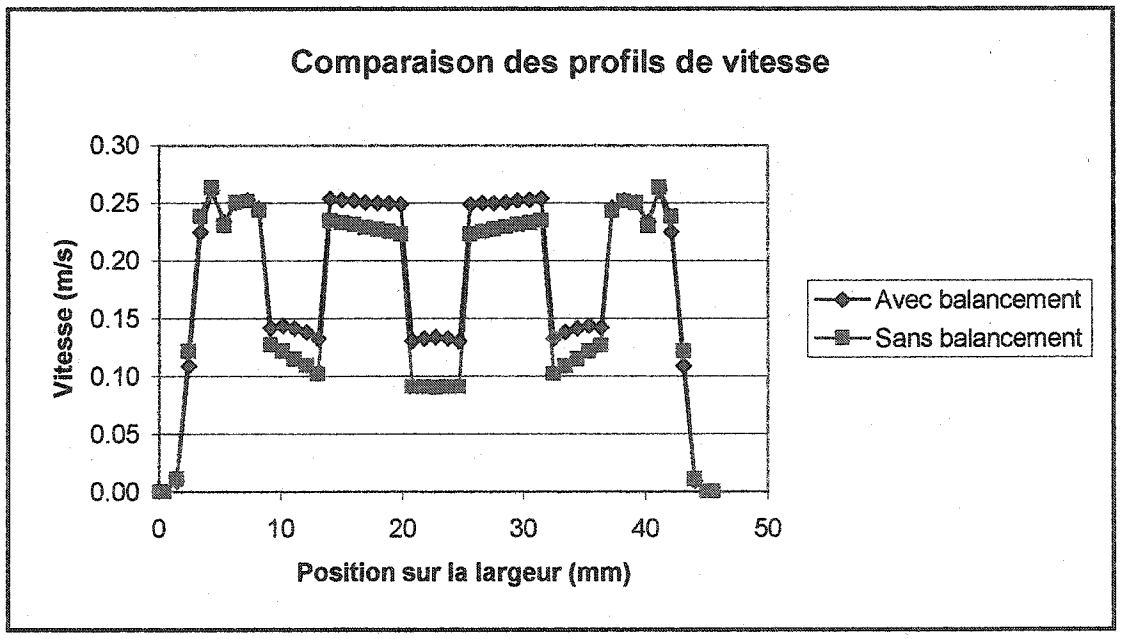


Figure 4.14 : Évaluation du balancement effectué.

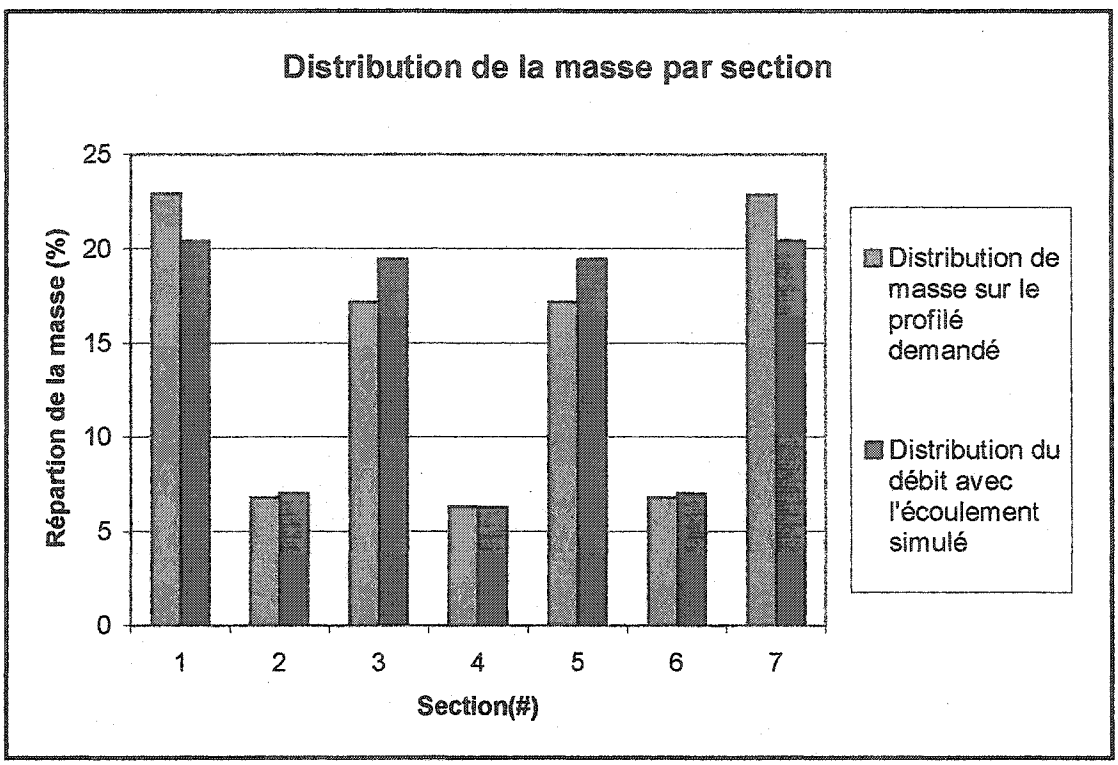


Figure 4.15 : Balancement en terme de débit massique.

Jumelé au calcul du balancement, un calcul des dimensions finales du profilé a été fait avec l'estimation des changements de forme post-extrusion. La démarche de dimensionnement par calcul inverse a été utilisée, tel que présenté à la figure 4.16. La méthode itérative propose de recalculer le débit et la température de l'écoulement entre chaque boucle d'itération puisque ces paramètres ont une influence importante sur le gonflement du profilé. La dimension finale simulée projette une correspondance parfaite sur les plans droits du profilé mais un arrondissement près des deux parois latérales, telle que présentée à la figure 4.17. Une ouverture de la section finale de la filière près des parois latérales sert à réduire la résistance causée par ces parois.

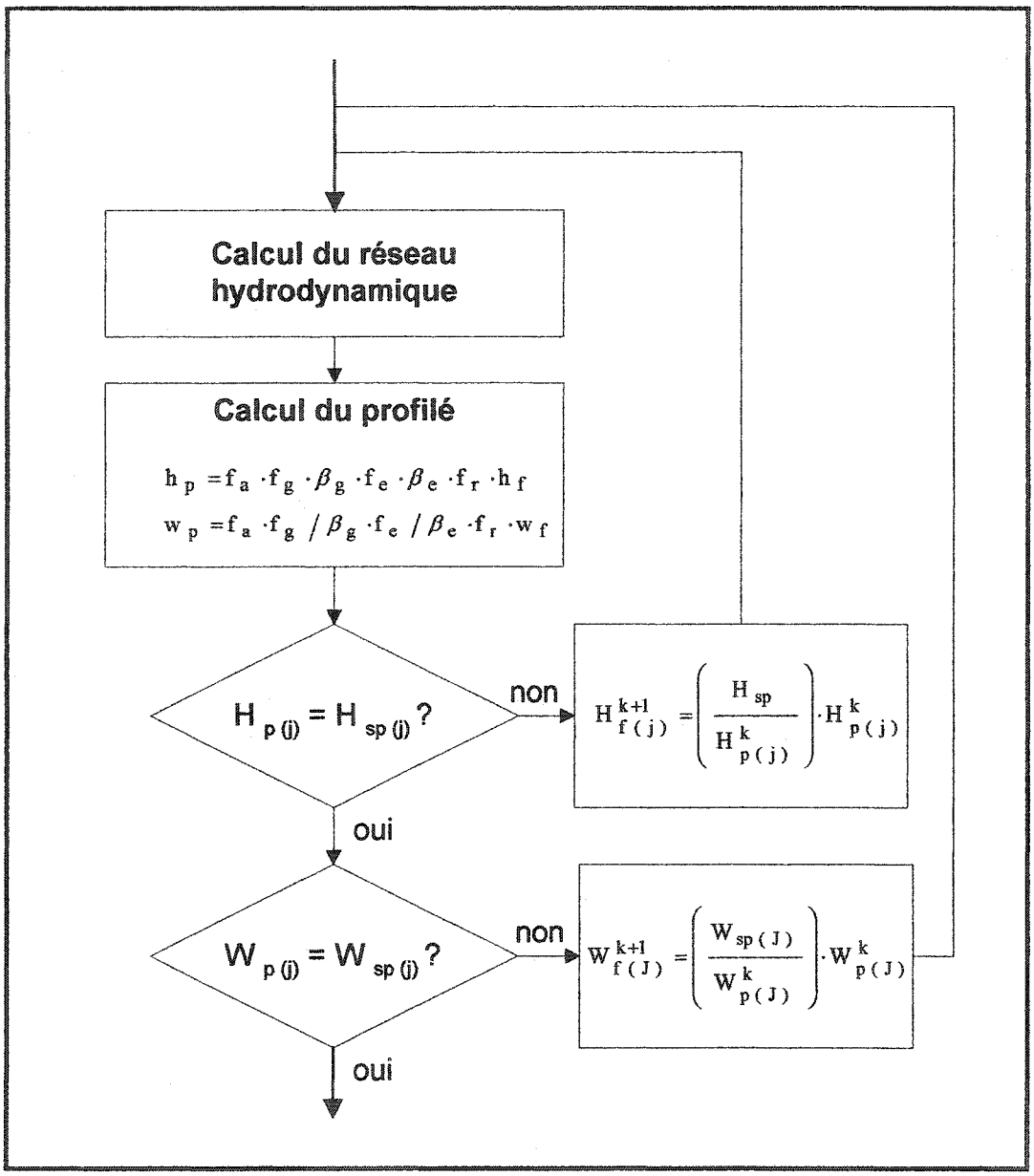


Figure 4.16 : Démarche de conception.

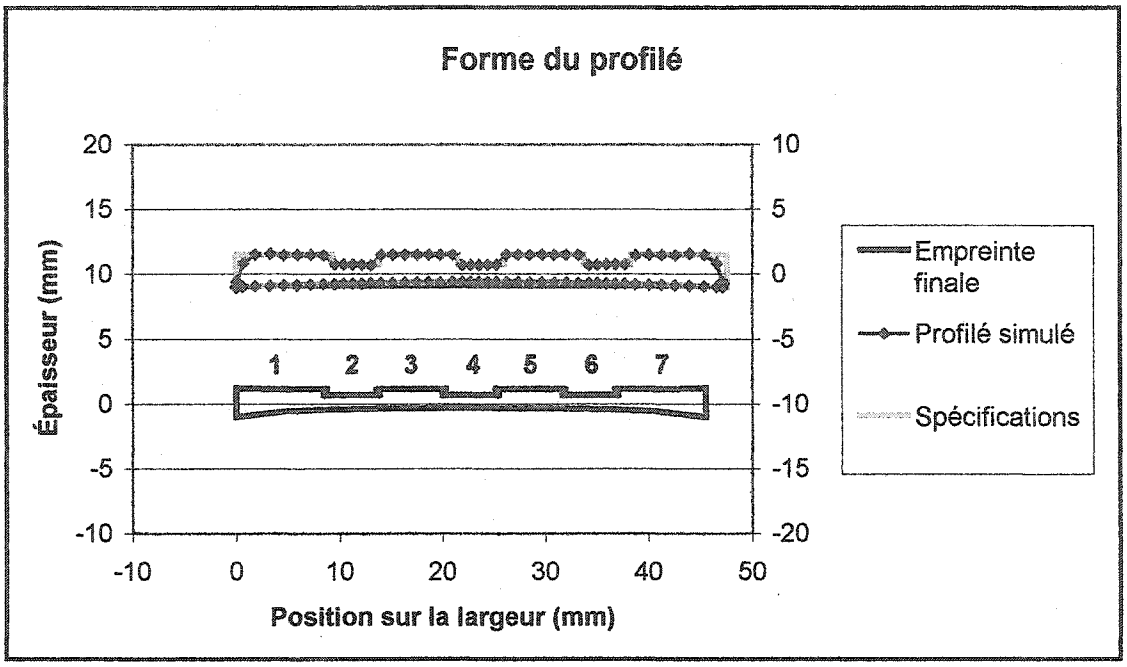


Figure 4.17 : Simulation du profilé final avec la filière conçue initialement.

Les changements de dimension post-extrusion sont détaillés pour chacune des sections du profilé multiforme à la figure 4.18. L'étirement et le retrait montrent des changements de grandeur fixe étant donné que le taux d'étirement est fixe et le retrait est toujours estimé identique. Cependant, on note des variations importantes de l'aplatissement et du gonflement selon la section du profilé. L'aplatissement estimé cause une augmentation de dimension du profilé plus importante sur les sections #3 et #5, la vitesse moyenne étant estimée plus grande. Le gonflement est estimé plus important sur les sections épaisses (#1, #3, #5 et #7), étant donné que le temps de résidence est plus court sur ces sections. Somme toute, ces simulations prédisent une augmentation des dimensions plus importante sur les sections épaisses et particulièrement sur les sections #3 et #5, due à la vitesse de sortie plus élevée.

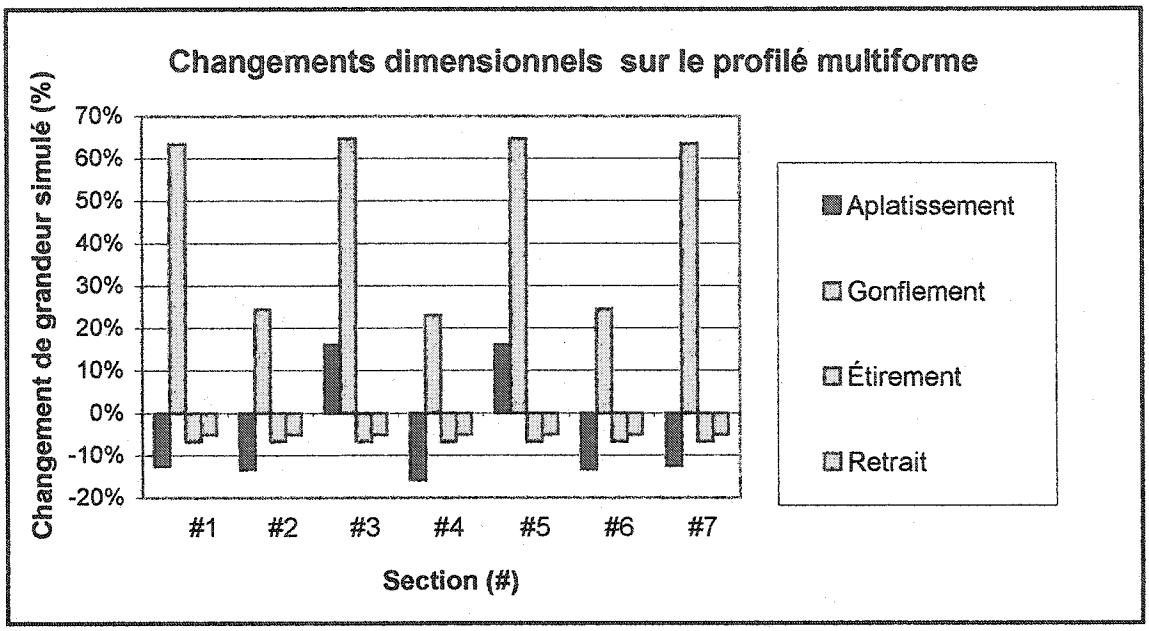


Figure 4.18 : Changements dimensionnels post-extrusion sur le profilé multiforme.

4.2.2 Résultats préliminaires

Les essais préliminaires, réalisés chez Canplast, ont servi à vérifier la validité du modèle de calcul avec un profilé multiforme. Ces expériences ont été réalisées sans calibrateur de façon à vérifier l'impact de la filière seule. Les conditions d'opération de ces expériences sont présentées au tableau 4.4. Les résultats, présentés à la figure 4.19, montrent un écart important avec le profilé spécifié. Les résultats obtenus montrent un affaissement des sections épaisses du profilé près des rainures. De plus, on a observé une épaisseur moyenne trop mince d'environ 0.40 mm pour les sections épaisses centrales du profilé (#3, 5). Le modèle simplifié, utilisé initialement, négligeait l'effet d'une paroi partielle près de la rainure. Ces résultats montre que le modèle est inadéquat à ce point et doit être amélioré pour tenir compte de la résistance près de la rainure.

Tableau 4.4 : Paramètres des expériences avec la 1^{e} filière multiforme.

Test sur profilé multiforme	
Date:	15-02-01
Conditions d'opération	**Valeur réelle**
Débit (g/s)	17.6
Vitesse-profilé (pi/min)	27.9
Température-fourreau (°C)	174
Température-vis (°C)	160
Température-raccord (°C)	171
Température-bride (°C)	171
Température-filière Z1 (°C)	167
Température-filière Z2 (°C)	181
Température-masse (°C)	193
Température-mesurée sortie (°C)	203
Pression-masse (bar)	295

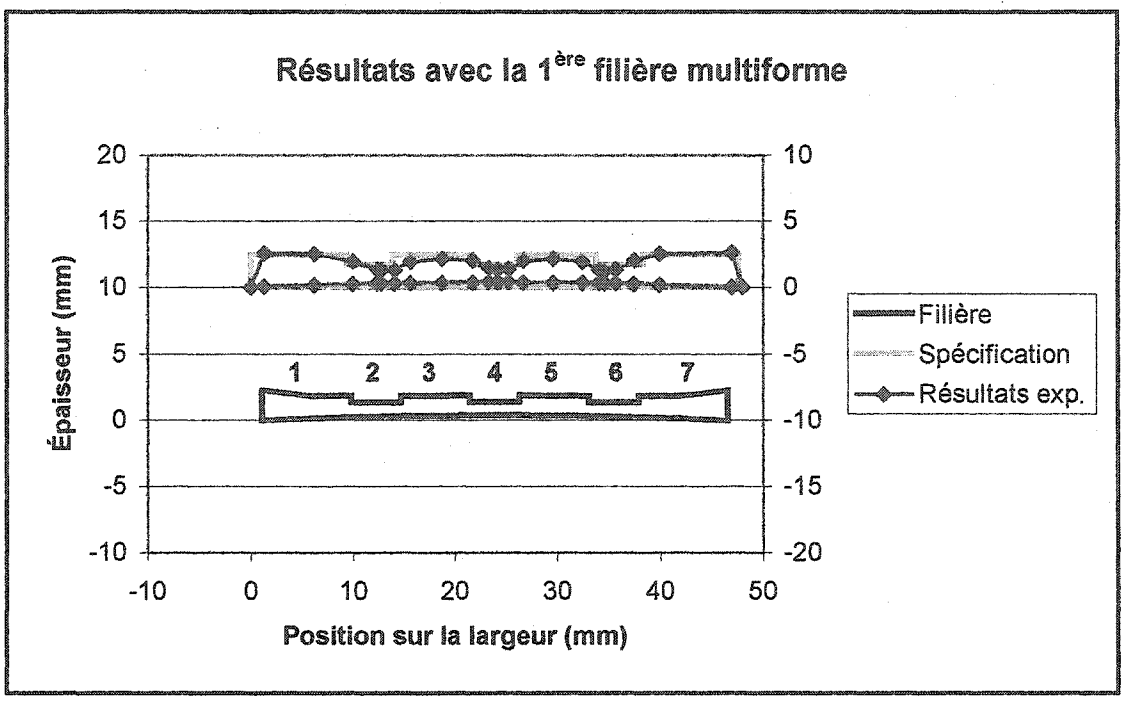


Figure 4.19 : Résultats expérimentaux préliminaires avec le profilé multiforme.

4.2.3 Correction des calculs du modèle

Le modèle préliminaire, bâti sans considérer la résistance des parois partielles de la filière multiforme, doit d'abord être corrigé pour en tenir compte. Le but est de simuler un profilé estimant correctement la forme du profilé obtenu à la figure 4.19. Une correction de F_p^*, telle qu'expliquée à la section 3.1.7, a été ajoutée aux calculs. L'écoulement, re-simulé avec cette considération est présenté à la figure 4.20. La correction, montrée sur cette figure, prédit l'affaissement près des parois de la rainure mais montre toujours une différence importante sur l'épaisseur des sections épaisses #3 et 5.

De plus, le facteur d'aplatissement calculé ne semble pas bien estimer le changement de grandeur subi sur les sections #3 et 5. En effet, on remarque que l'aplatissement prédit une augmentation des dimensions sur les sections #3 et #5 par rapport aux autres sections (figure 4.18), alors que les expériences ont montré le contraire (figure 4.19). La figure 4.21 présente la même simulation réalisée sans considérer le facteur d'aplatissement. Les

épaisseurs prédites se rapprochent davantage des épaisseurs moyennes du profilé, mais cette simulation ne prédit pas l'affaissement près des rainures.

Par ailleurs, le calcul du facteur F_p^* a été évalué par la méthode des différences finies (M.D.F.) tel que présenté à la section 3.1.7. La régression faite sur les valeurs de F_p^* permet d'estimer plus précisément la résistance de l'écoulement. Une simulation supplémentaire a calculé l'écoulement dans la filière multiforme avec cette régression. Les dimensions prédites sont montrées à la figure 4.22 sans tenir compte de l'aplatissement. Le calcul sous-estime l'épaisseur du profilé par rapport à la largeur. L'épaisseur des sections épaisses est plus faible qu'avec le modèle précédent de la figure 4.21.

Ces différences montrent assurément une erreur du modèle pour les profilés non-rectangulaires. Étant donné que la validité du profil de vitesse prédit n'a pu être vérifiée expérimentalement, on présume que l'erreur est due à la prédiction inadéquate des changements de forme. Ainsi, près de la rainure, le comportement du gonflement et des changements de forme est fortement influencé par les parois partielles et les angles de celle-ci. Pour corriger ces erreurs du modèle, le gonflement prédit est ajusté sur chacune des 7 sections principales, de façon indépendante entre les sections, notées J. Un changement de dimension empirique est utilisé pour corriger la largeur et l'épaisseur du profilé simulé à la vue des résultats expérimentaux. La correction est calculée comme :

$$f_{ch(J)} = \frac{\overline{H}_J^*}{\overline{H}_J} \qquad \text{et} \qquad f_{cw(J)} = \frac{W_J^*}{W_J} \qquad (4.2) \text{ et } (4.3)$$

où $f_{ch(J)}$ est le facteur de correction sur l'épaisseur calculée par simulation, $\overline{H}_J^*$ et $\overline{H}_J$ sont respectivement les épaisseurs moyennes sur la section mesurée et simulée. $f_{cw(J)}$ est le facteur de correction sur la largeur calculée par simulation, W_J^* et W_J sont respectivement les largeurs mesurée et simulée.

Avec les équations 3.58 et 3.59, ces facteurs de correction s'intègrent comme suit :

$$h_{p(j)} = f_a \cdot f_g \cdot \beta_g \cdot f_e \cdot \beta_e \cdot f_r \cdot f_{ch(J)} \cdot H_{nl,j} \quad (4.4)$$

$$w_{p(j)} = f_a \cdot f_g \,/\, \beta_g \cdot f_e \,/\, \beta_e \cdot f_r \cdot f_{cw(J)} \cdot w_f \quad (4.5)$$

Le résultat obtenu est présenté à la figure 4.23. Les facteurs de correction présenté au tableau 4.5 ont été utilisés avec le profilé multiforme. Le profilé s'est approché suffisamment près des résultats du premier essai pour re-calculer les dimensions requises pour corriger la filière existante.

Tableau 4.5 : Facteur de correction empiriques appliqués au profilé multiforme.

Section (J)	$f_{ch(J)}$	$f_{cw(J)}$
1	1	1.30
2	1	1
3	0.72	0.72
4	1	1
5	0.72	0.72
6	1	1
7	1	1.30

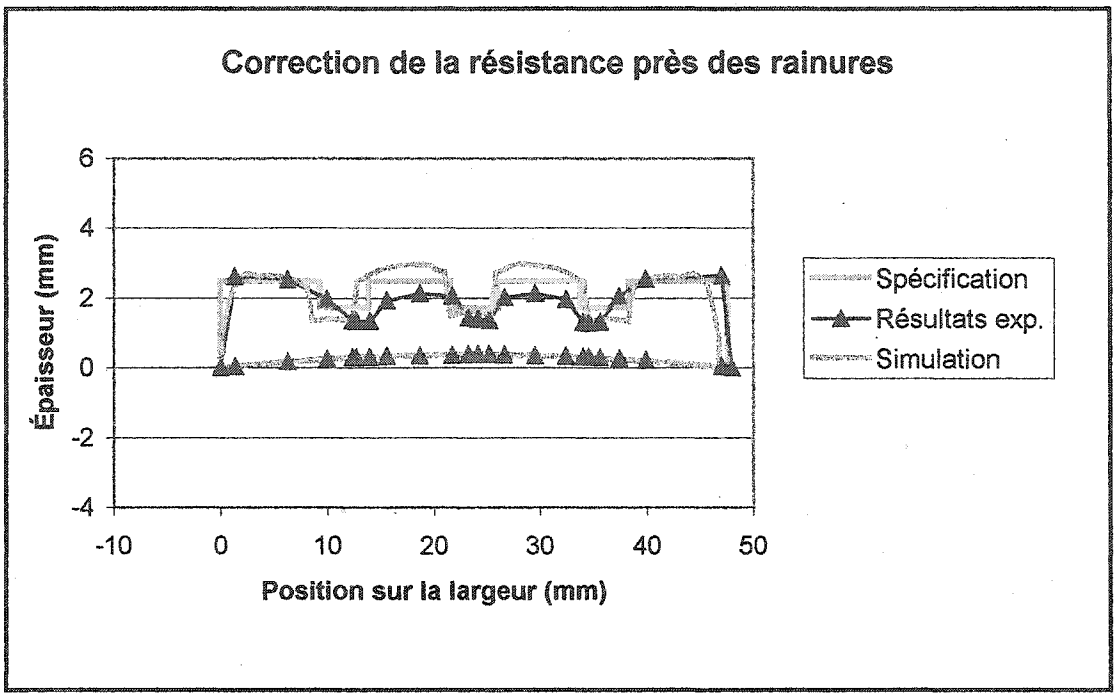


Figure 4.20 : Correction de la résistance pour les parois partielles.

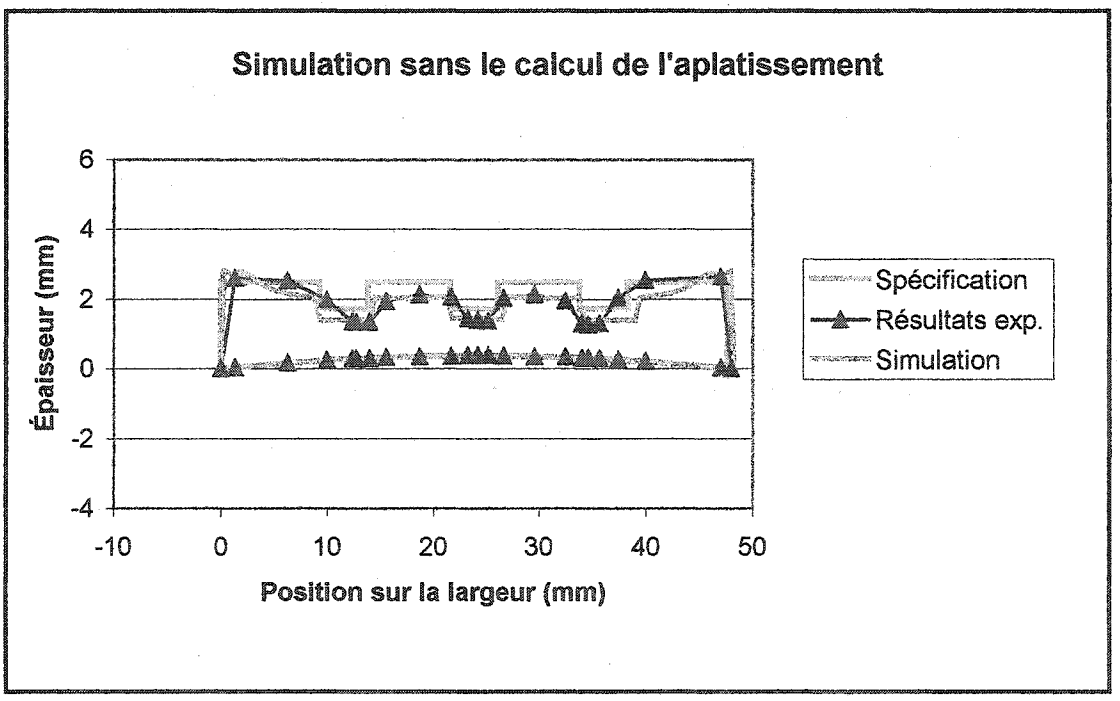


Figure 4.21 : Résultats de simulation sans aplatissement.

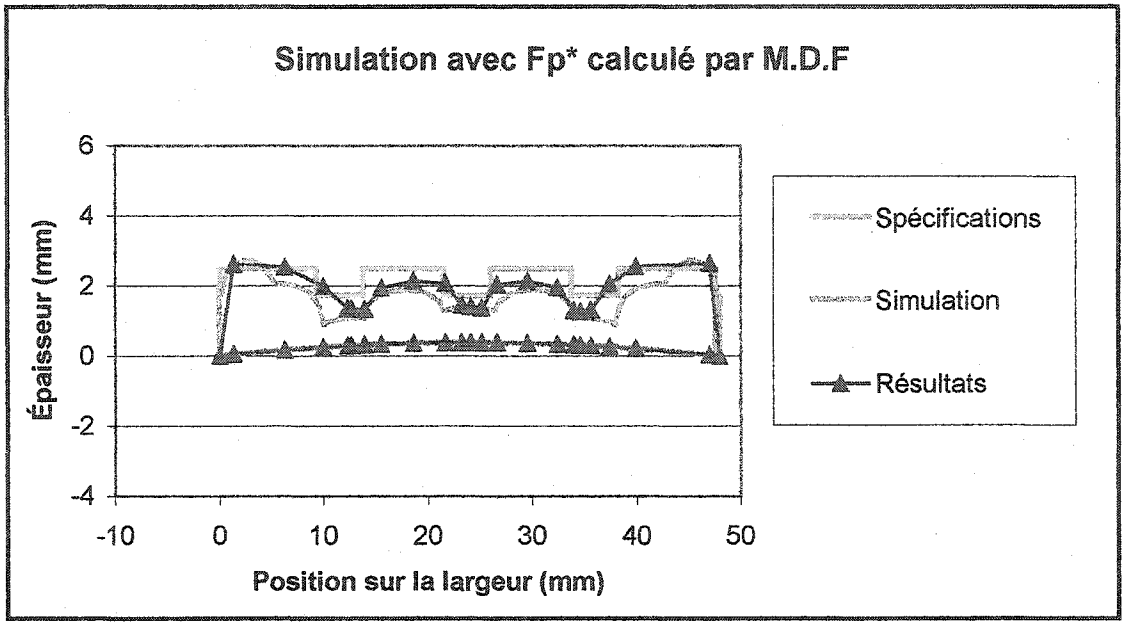


Figure 4.22 : Résultats de simulation avec le calcul de F_p^* par M.D.F.

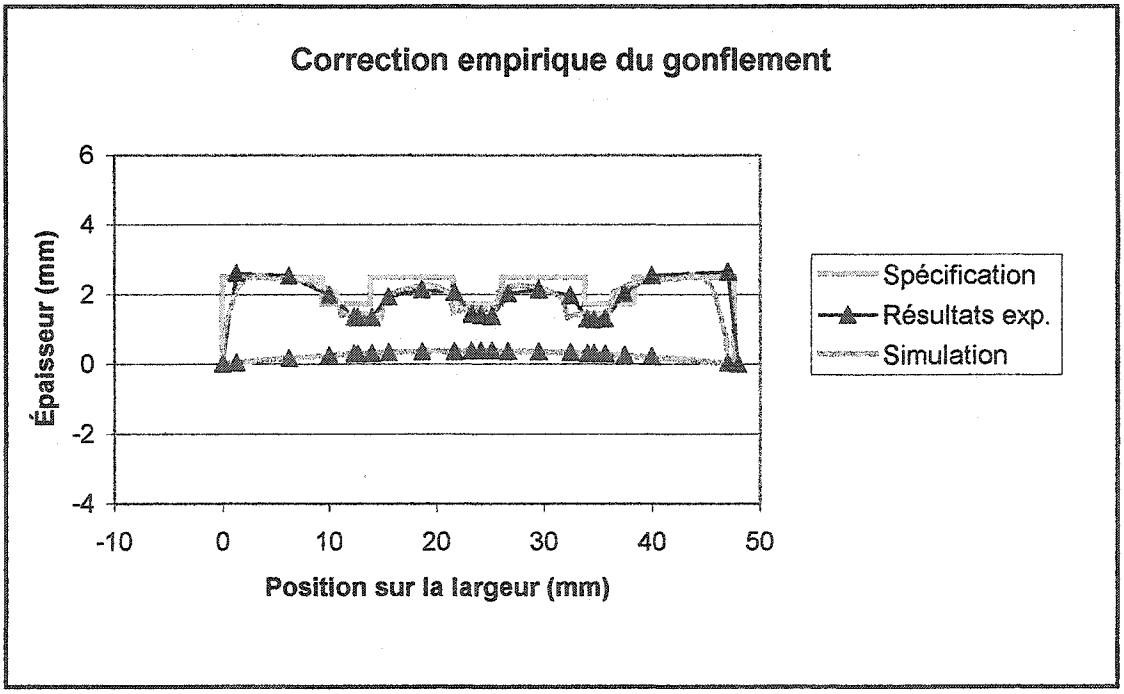


Figure 4.23 : Simulation corrigée de façon empirique sur le gonflement.

4.2.4 Correction sur la filière

Des simulations ont été faites pour corriger les erreurs sur le profilé de la figure 4.19. Les corrections ont été faites sur les lèvres finales de la filière puisqu'il est plus probable de prédire correctement les changements de dimension sur cette plage. Les sections en amont sont suspectées d'avoir engendrer une contraction du polymère fondu et des contraintes assez complexes et difficilement prévisibles avec le modèle proposé initialement. Ces corrections ont aussi été faites en gardant en tête qu'il n'est possible que d'enlever du matériel de la filière, soit d'agrandir l'ouverture des lèvres. Les résultats de simulation et les conditions de calcul sont respectivement présentés à la figure 4.24 et au tableau 4.6. La correction effectuée a d'abord visé à corriger les épaisseurs trop minces au centre du profilé. En agrandissant l'entrefer des sections centrales, on observe que les épaisseurs deviennent acceptables au centre mais les sections latérales un peu trop minces. Étant donné l'épaisseur des sections latérales largement plus importante lors de la première série d'expérience, la correction est restée plus conservatrice sur ces sections. Cela laisse aussi une possibilité d'agrandir éventuellement ces sections latérales, s'il y a lieu.

Tableau 4.6 : Conditions de la 2^{e} simulation.

Conditions de calcul	Valeur
Pression (MPa)	30.4
Débit (cm^3/s)	14
Vitesse (cm/s)	18.6
Étirement	15 %
Température initiale (°C)	193
Température de paroi (°C)	193
Longueur(mm)	50.8
Nombre de segments, nl	4
Largeur(mm)	45.5
Nombre de segments, nw	94
Vitesse - profilé (cm/s)	12.5
Largeur profilé(mm)	47.64

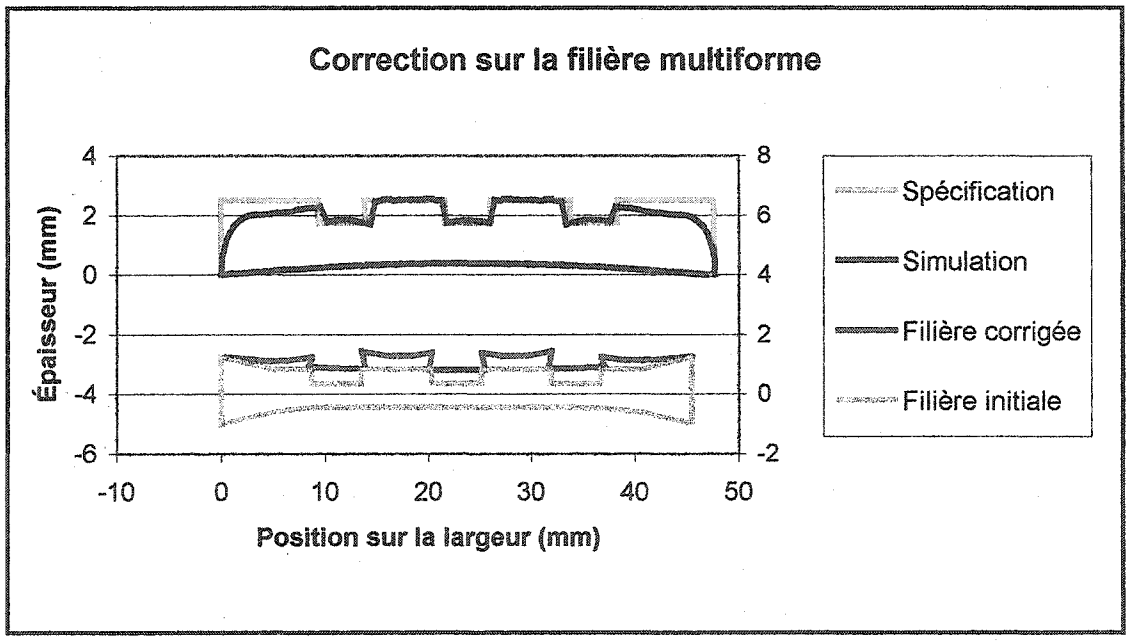


Figure 4.24 : Correction et résultats de simulation sur la filière multiforme.

* *Les dimensions indiquées sont les empreintes finales avant la sortie de la filière.*

4.2.5 Résultats sur la filière corrigée

Les essais réalisés avec la filière multiforme corrigée ont montré une nette amélioration sur les dimensions du profilé, tel que présenté à la figure 4.25. Ces essais ont été faits sans calibrateur aux conditions d'opération présentées au tableau 4.7. Le profilé respecte assez bien les épaisseurs requises. Cependant, la localisation des rainures ne respecte pas la position requise. On remarque qu'elles sont légèrement déplacées vers le centre du profilé. La simulation de la figure 4.24 prévoyait ce déplacement de façon moins prononcée. La localisation des rainures dépend de la fabrication initiale et une correction plus précise ne pourrait être faite qu'avec une nouvelle filière machinée. Ainsi, ce travail a tenté de réaliser une correction adéquate mais la filière avait des rainures trop centrées pour la position requise. De plus, on peut noter visuellement des défauts de surface sur les sections épaisses. Avec les mesures prises au micromètre, il est difficile d'observer ces défauts. On peut remarquer des légers sillons à proximité des rainures, aux flèches indiquées sur la figure 4.25. Ces défauts peuvent être dus aux contractions que l'écoulement subit dans les zones de transitions en amont de la section finale. Il est possible aussi qu'un étirement latéral à la sortie du profilé cause une déformation localisée, comme on peut observer dans les essais de traction sur les polymères ductiles.

Tableau 4.7 : Paramètres des expériences avec la 2e filière multiforme.

Test sur profilé multiforme	
Date:	03-05-01
Conditions d'opération	**Valeur réelle**
Débit (g/s)	14.9
Vitesse-profilé (pi/min)	25.0
Température-fourreau Z1 (°C)	173
Température-vis (°C)	171
Température-raccord (°C)	171
Température-bride (°C)	171
Température-filière Z1 (°C)	173
Température-filière Z2 (°C)	173
Température-masse (°C)	182
Température-mesurée sortie (°C)	190
Pression-masse (bar)	285

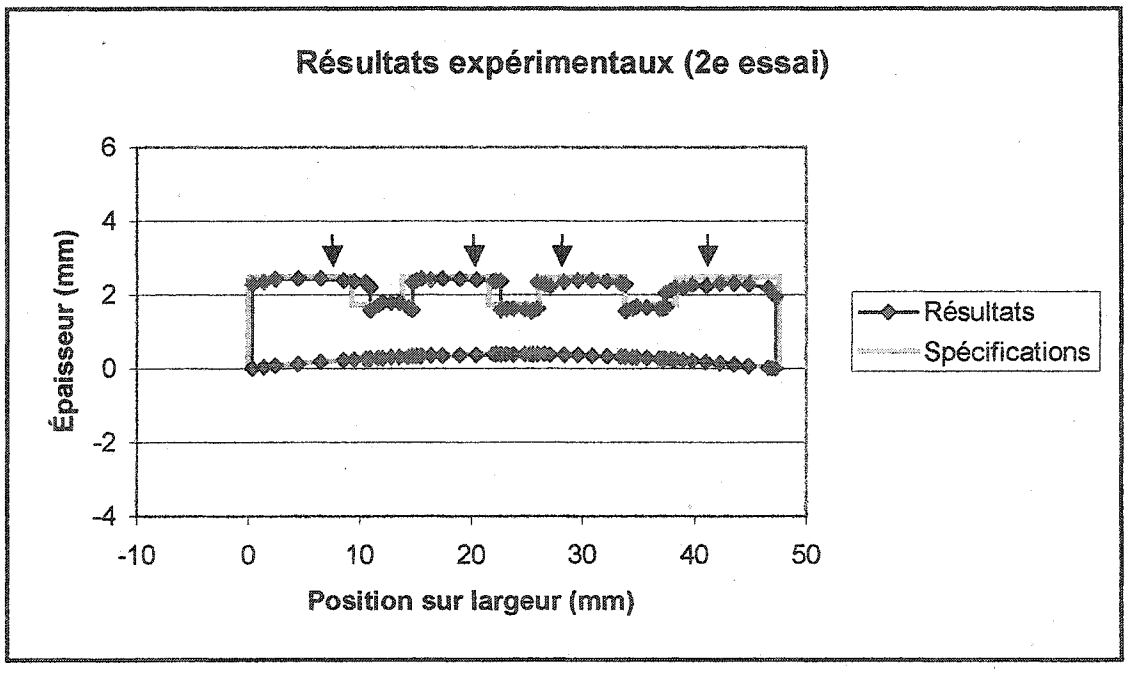


Figure 4.25 : Résultats sur filière multiforme corrigée.

CHAPITRE 5 :
CONCLUSION ET RECOMMANDATIONS

5.1 Conclusion

Ce travail visait à modéliser l'extrusion de profilés en PVC, servant à l'industrie du meuble. Le modèle suggéré doit d'abord estimer correctement l'écoulement du polymère fondu dans la filière et il doit ensuite prédire la forme finale du profilé pour les conditions d'extrusion données, soit le débit, la température et la vitesse d'étirement du profilé.

Le modèle de réseau, basé sur les travaux de Huneault (1992), sert à estimer l'écoulement du polymère fondu. Toutefois, une correction locale F_p^* sur la résistance de l'écoulement est ajoutée au modèle, près des parois latérales du profilé. Il est ainsi possible de représenter le profil de vitesse sur la largeur de la filière. De plus, un calcul de la thermique estime la température finale du profilé. Basé sur ces données, le logiciel programmé sert à prédire le gonflement et la forme du profilé final. La forme du profilé est estimée à l'aide d'une régression obtenue avec des essais expérimentaux, basés sur un plan factoriel. À partir des dimensions mesurées sur les échantillons expérimentaux, le facteur de gonflement peut être estimé en fonction du temps de résidence, du taux de cisaillement et de la température. Cette modélisation empirique du gonflement présente une erreur calculée de 8 % sur la largeur et l'épaisseur. La validation du modèle a ensuite suivi la démarche expérimentale du projet.

Une première série de simulations a servi à valider les calculs du modèle présenté. Pour ce faire, le logiciel a reproduit les essais réalisés sur des fentes rectangulaires. Les dimensions du profilé calculé correspondent aux dimensions principales de l'échantillon mesuré, la largeur et l'épaisseur moyenne présentant respectivement des erreurs de 2.3 % et 4.6 %. Cependant, le profil prédit ne correspond pas à celui mesuré près de la paroi

latérale. Un changement de la vitesse d'extrusion ou un changement de débit montre un effet général sur la forme du profilé correspondant à la théorie. Ainsi, une augmentation de la vitesse d'extrusion réduit l'aire transversale du profilé de façon inversement proportionnelle tandis qu'une augmentation du débit augmente l'aire transversale. Cependant, il n'existe pas de relation linéaire entre le débit d'extrusion et l'aire transversale du profilé puisque le gonflement est plus important avec des débits plus grands.

Ensuite, le modèle de calcul de l'écoulement a été utilisé au balancement de la filière multiforme, comportant un relief sur un de ses côtés horizontaux. Le balancement visait d'obtenir un profil de vitesse plat et une répartition de masse proportionnelle à l'aire transversale d'une section du profilé. Pour ce faire, la résistance d'une section doit être corrigée de façon à obtenir une perte de charge identique sur chacune des sections. Une filière à canaux ouverts a alors été fabriquée, en ajustant l'épaisseur des sections en amont de la section finale. Toutefois, les simulations ont montré des écoulements transversaux entre les sections redistribuant l'écoulement avant la sortie de la filière et une vitesse non uniforme. La largeur des sections a été ajustée pour obtenir un débit d'écoulement proportionnel à la masse requise pour chaque section du profilé. La forme du profilé simulé correspondait alors au profilé désiré.

Une première série d'expériences avec la filière fabriquée pour le profilé multiforme a été réalisée chez Canplast. Avec des conditions d'extrusion semblables aux conditions simulées, la forme du profilé était trop mince près des rainures. Le modèle de calcul a été modifié pour reproduire le calcul du profilé expérimental et estimer plus précisément la résistance d'une paroi partielle. La simulation avec cette correction du modèle montre un arrondissement similaire près des rainures sans estimer correctement l'épaisseur des sections centrales, dû à la correction de l'aplatissement. Ainsi, la simulation sans le calcul de l'aplatissement montre une meilleure estimation générale du profilé produit, sans présenter le détail près des parois. Pour corriger le modèle de prédiction sur le

profilé multiforme, une correction du gonflement, basée sur l'erreur observée, a servi à estimer les dimensions du profilé expérimental. L'ouverture de la filière a été augmentée sur les sections centrales. Lors de la deuxième série d'expériences, le profilé expérimental s'est rapproché des dimensions requises. Le résultat demeure intéressant malgré certains défauts car le profilé a été produit sans l'aide d'un calibrateur, servant à ajuster les dimensions finales des profilés. Cette démarche expérimentale faite sans l'utilisation d'un calibrateur est nécessaire pour évaluer précisément la forme produite avec la filière d'extrusion.

En résumé, il demeure intéressant d'utiliser ce modèle pour estimer les dimensions moyennes d'un profilé rectangulaire, les pertes de charge et l'évolution de la température. Cependant, ce modèle de calcul a été peu précis pour détailler le calcul de l'écoulement et le calcul de la forme du profilé multiforme près des parois latérales et des angles. De plus, le facteur d'aplatissement, utilisé pour corriger les variations de vitesse à la sortie de la filière, a plutôt nuit à l'estimation initiale des dimensions du profilé multiforme.

5.2 Recommandations

Le développement de la conception de filières pour formes irrégulières devrait être poursuivi en améliorant la technique de calcul et les méthodes de conception:

- Un modèle de calcul en 2D sur la section transversale permettrait un meilleur détail de la vitesse d'écoulement près des parois, coins, angles et autres irrégularités.
- À partir d'un tel modèle, il est même possible de calculer la résistance hydrodynamique d'une section et estimer les écoulements transversaux.
- En résolvant un système d'équation sur plusieurs réseaux d'écoulement superposés, il serait intéressant de prédire l'écoulement d'une filière de co-extrusion.
- Un calcul des contraintes appliquées par l'étirement du profilé multiforme permettrait aussi de mieux prédire l'étirement latéral produit sur les profilés non rectangulaires.
- Le balancement d'une filière avec un profilé irrégulier est presque impossible avec des sections ouvertes les unes aux autres. Il serait plus aisé de concevoir une filière droite sur la longueur plutôt que profilée.
- Une fonction de désirabilité serait assez utile pour guider la conception de la filière.

De plus, un travail devrait être fait sur la conception des calibrateurs, servant à refroidir le profilé fondu aux dimensions requises.

- Le travail devrait d'abord consister à prédire la forme du calibrateur requis pour une distance donnée de la sortie de l'extrudeuse.
- Ensuite, il serait intéressant de calculer la distance de refroidissement nécessaire.
- Enfin, les contraintes et les déformations subies à l'intérieur du calibrateur devraient être quantifiées.
- Par ailleurs, il serait très intéressant de savoir quels types de défauts peuvent être corrigés avec un calibrateur à partir d'une filière donnée, de façon à mieux guider l'ingénieur dans le calcul de conception.

BIBLIOGRAPHIE

AGASSANT J.-F., AVENAS, SERGENT, VERGNES, VINCENT (1996). La mise en forme des matières plastiques, Chapitre 3, Techniques & Documentation, Paris.

ARPIN B., LAFLEUR P. G., SANSCHAGRIN B. (1994). A Personnal Computer Software Program for Coathanger Die Simulation, Polym. Eng. and Sci., 34, 657.

ASTM D 792 – 91 (1991). Standard Test for Density and Specific Gravity (Relative Density) of Plastics by Displacement, Annual Book of ASTM Standards.

BAGLEY E. B. (1961), Trans. Soc. Rheol., 5, 355.

BAGLEY E. B., STOREY S. H., WEST D. C. (1963), Post Extrusion Swelling of Polyethylene, J. Appl. Polym. Sci., 7, 1661.

BERSTEIN B., KEARSLEY E., ZAPAS L. (1963), Trans. Soc. Rheol., 7, 391.

BEVERLY C. R., TANNER R. I. (1991), Numerical analysis of three-dimensionnal extrudate swell, Rheologica Acta, 30, 341.

BIRD R. B., STEWART W. S., LIGHTFOOT E. N. (1960), Transport Phenomena, John Wiley & Sons, New York

BROWN R. J., KIM H. T., SUMMERS J. W. (1979), Practical Principles of Die Design , SPE Antec Papers, 130.

BUSH M. B. (1993), A Method for Approximate Prediction of Extrudate Swell , Polym. Eng. and Sci., 33, 950.

GIFFORD W. A. (1998), The Effect of Surface Tension on Extrudate Swell From Square and Rectangular Channels, Polym. Eng. and Sci., 38, 1167.

GRIFFITH R. M., TSAI J. T. (1980), Shape Changes During Drawing of Non-Circular Extruded Profiles, Polym. Eng. and Sci., 20, 1181.

HOLMAN J. P. (1994), Experimental Methods for Engineers, Chap.3,. McGraw-Hill

HUNEAULT M. A. (1992), L'extrusion des profilés en PVC : Rhéologie et conception des filières, Thèse de doctorat, École Polytechnique de Montréal, Canada

HUREZ P., TANGUY P. A. (1996), A New Design Procedure for Profile Extrusion Dies, Polym. Eng. and Sci., 36, 626.

KOZICKI W., CHOU C. H., TIU C. (1966), Chemical Engineering Science., 21, 665.

LEE W.-S., HO H.-Y. (2000), Experimental Study on Extrudate Swell and Die Geometry of Profile Extrusion, Polym. Eng. and Sci., 40, 1085.

LEGAT V., MARCHAL J. M. (1992), Prediction of Three-Dimensionnal General Shape Extrudates by an Implicit Iterative Scheme, J. Num. Meth. Fluids, 14, 609.

MARCHAL J. M., CROCHET M. J. (1987), A new mixed finite element for calculating viscoelastic flow, J. Non-Newt. Fluid Mech., 26, 77.

MATSUNAGA K., SAKAKI, KAJIWARA, FUNATSU (1995), Approximate Simulation Method on the Three-dimentional Polymer Melts Flow in a Die, Intern. Polym. Proc., X, 46.

MATSUOKA T., TAKAHASHI H. (1991), Finite Element of Polymer Melt Flow in Profile Extrusion Coating Die, Intern. Polym. Proc., VI, 183.

MICHAELI W. (1992), Extrusion Dies for Plastics and Rubber, Hanser, Munich.

NOBREGA J. M., CARNEIRO O. S., OLIVIERA P. J., PINHO F. T. (2001), Flow balancing in extrusion dies for thermoplastic profiles : non-isothermal effects, PPS Annual Conference Paper, Montreal

PHAN-THIEN N., TANNER R.I. (1977), New constitutive equation derived from network theory, Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics, 2, 353.

REDDY M. P., SHAUB E. G. (1999), Design and Optimisation of Three Dimensionnal Dies using Adaptive Finite Element Method, SPE Antec Paper.

STEVENSON J. F. (1985), Analysis of extrudate dimensions : die design, swell and drawdown, Plastics and Rubber Processing and Applications, 5, 325.

STEVENSON J. F., LEE, GRIFFITH (1985), Multidimensionnal Control of Profile Extrusion by Thermal Methods, SPE Antec Paper, 118.

SVABIK J., PLACEK L., SAHA P. (1999), Profile Die Design Based on Flow Balancing, Intern. Polym. Proc., XIV, 247.

SZARVASY I., SIENZ J., PITTMAN J. F. T., HINTON E. (2000), Computer Aided Optimisation of Profile Extrusion Dies, Intern. Polym. Proc., XV, 28.

TADMOR Z., KLEIN I. (1970), Engineering Principles of Plasticating Extrusion, Robert E. Krieger, Malabar.

TADMOR Z., BROYER E., GUTFINGER C. (1974), Flow Analysis Network (FAN) – A Method for Solving Flow Problems in Polymer Processing, Polymer Engineering and Science, 14, 660.

TANNER R. I. (1980), A new inelastic theory of extrudate swell, Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics, 6, 289.

TANNER R. I. (1970), Theory of Die-Swell, J. Polym. Sci., 8, 2067.

THIBODEAU C. A. (1998), Optimisation de vis d'extrusion à l'aide de logiciels de simulation, Mémoire de maîtrise École Polytechnique de Montréal.

VERGNES B., SAILLARD P., AGASSANT J.F. (1984), Non-Isothermal Flow of a Molten Polymer in a Coat-Hanger Die, Polym. Eng. and Sci., 24, 980.

VLCEK J., VLACHOPOULOS J. (1989), Effect of Die Wall Cooling or Heating on Extrudate Swell, Polym. Eng. and Sci., 29, 685.

WAGNER M. H. (1977), Rheol. Acta, 16, 43.

WANG H. P., PERRY E., LEE M., TEUTSCH E., NANGUNERI S., KAKULAVAR V., ZHANG Y.-F. (1995), A Semi-Empirical Approach for a Profile Extrusion Die Design Methodology, FED V. 231, Devel. Appl. Non-Newt. Flows, ASME.

YANG B., LEE J. (1987), Effect of Die Temperature on the Flow of Polymer Melts, Polymer Engineering and Science, 27, 1079.

YANG B., LEE J. (1988), Process Control of Profile Extrusion Using Thermal Method, Polymer Engineering and Science, 28, 697.

ANNEXES

ANNEXE A : CALCUL D'UN ÉCOULEMENT ENTRE PLAQUES PARALLÈLES

Un écoulement entre plaques parallèles peut être représenté comme suit :

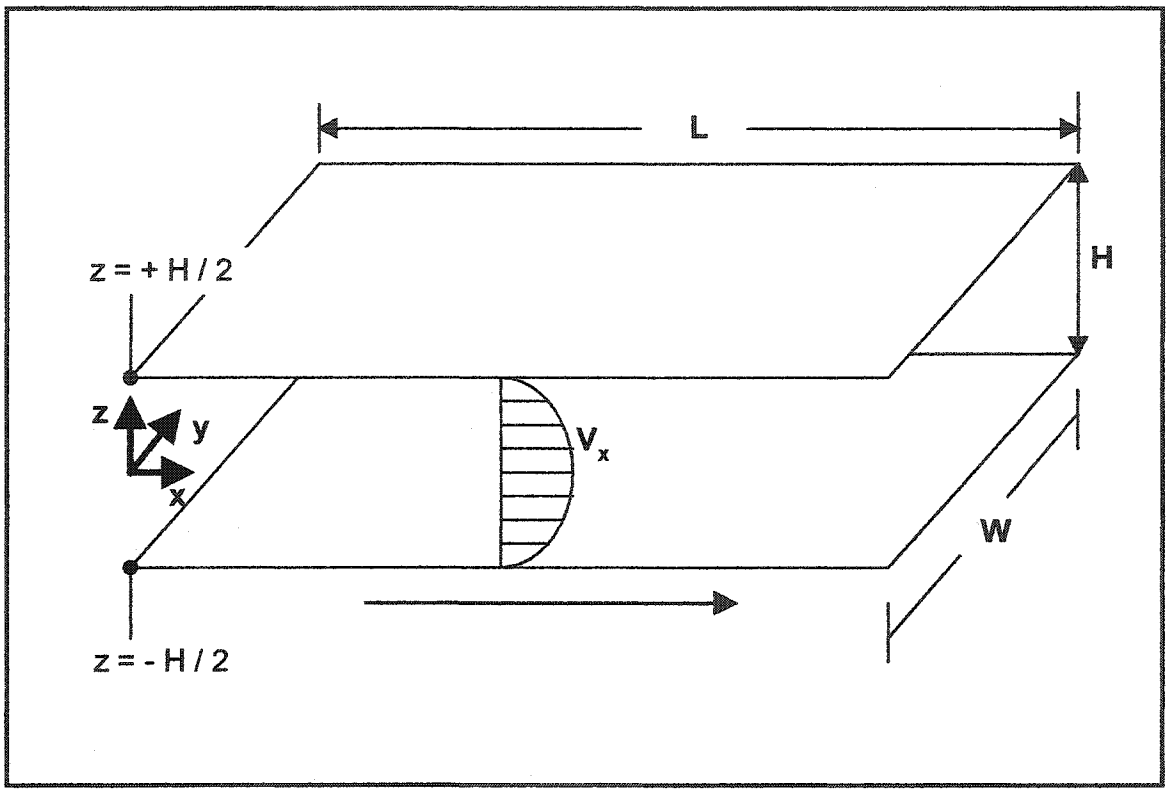


Figure A.1 : Schéma d'un écoulement entre plaques parallèles.

La contrainte de cisaillement est fonction du taux de déformation appliqué à un fluide purement visqueux. En terme de tenseurs, la loi de Newton généralisée exprime la contrainte, $\underline{\underline{\sigma}}$, en fonction du taux de déformation, $\underline{\underline{\dot{\gamma}}}$, et de la viscosité d'un fluide non newtonien, η.

$$\underline{\underline{\sigma}} = -\eta\, \underline{\underline{\dot{\gamma}}} \qquad \text{(A.1)}$$

Le tenseur du taux de déformation en cisaillement simple est estimé à partir du profil de vitesse, V_x, en fonction de la position sur l'épaisseur, z.

$$\underline{\underline{\dot{\gamma}}} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{\partial V_x}{\partial z} & 0 \\ \frac{\partial V_x}{\partial z} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{A.2}$$

À partir de ce tenseur, le deuxième invariant du taux de déformation, $II_{\dot{\gamma}}$, est calculé comme suit :

$$II_{\dot{\gamma}} = \mathrm{tr}\,\underline{\underline{\dot{\gamma}}}^2 = 2\left(\frac{\partial V_x}{\partial z}\right)^2 \tag{A.3}$$

Par ailleurs, on estime avoir un fluide correctement représenté par la loi de puissance. La viscosité d'un fluide de loi de puissance est exprimée en fonction du deuxième invariant du tenseur de déformation.

$$\eta = m\left(\sqrt{\frac{1}{2}II_{\dot{\gamma}}}\right)^{n-1} = m\left|\frac{\partial V_x}{\partial z}\right|^{n-1} \tag{A.4}$$

Avec les équations A.1 et A.4, la contrainte en cisaillement simple s'évalue :

$$\sigma_{zx} = -m\left|\frac{\partial V_x}{\partial z}\right|^{n-1}\frac{\partial V_x}{\partial z} \tag{A.5}$$

L'écoulement entre plaques parallèles atteint une vitesse maximale au centre de l'entrefer. Pour une position comprise entre z=0 et z=H/2,

$$\frac{\partial V_x}{\partial z} < 0 \quad \text{et} \quad \left|\frac{\partial V_x}{\partial z}\right| = -\frac{\partial V_x}{\partial z} \tag{A.6}$$

Ainsi,

$$\sigma_{zx} = m\left(-\frac{\partial V_x}{\partial z}\right)^n \qquad (A.7)$$

L'équation de quantité de mouvement décrit la relation entre la contrainte de cisaillement et la pression appliquée (Bird et al., 1960):

$$\frac{\partial P}{\partial x} = -\frac{\partial \sigma_{zx}}{\partial z} \qquad (A.8)$$

Connaissant la variation de pression, ΔP, sur un élément de longueur, L, on estime :

$$\frac{\partial P}{\partial x} = \frac{\Delta P}{L} \qquad (A.9)$$

Ainsi,

$$\frac{\Delta P}{L} = \frac{d\sigma_{zx}}{dz} \qquad (A.10)$$

Calcul du profil de vitesse, $V_x(z)$

Avec les conditions frontières suivantes, on peut résoudre l'équation A.10.

$$\text{À } z=0 \;\; ; \;\; \frac{dV_x}{dz}=0 \;\text{ et }\; \sigma_{zx}=0 \tag{A.11}$$

$$\text{À } z=+H/2 \;\; ; \;\; V_x=0 \tag{A.12}$$

$$\text{À } z=-H/2 \;\; ; \;\; V_x=0 \tag{A.13}$$

En intégrant l'équation A.10 :

$$\int_0^z \frac{\Delta P}{L}dz = \int_0^{\sigma_{zx}} d\sigma_{zx} \tag{A.14}$$

$$\frac{\Delta P \cdot z}{L}=\sigma_{zx} \tag{A.15}$$

Avec l'équation A.7, on obtient :

$$\frac{dV_x}{dz}=-\left(\frac{\Delta P \cdot z}{m \cdot L}\right)^{1/n} \tag{A.16}$$

$$\int_0^{V_x} dV_x = -\left(\frac{\Delta P}{m \cdot L}\right)^{1/n} \int_{+H/2}^{z} z^{1/n}\,dz \tag{A.17}$$

$$V_x=\left(\frac{\Delta P}{m \cdot L}\right)^{1/n} \cdot \left(\frac{1}{(1/n)+1}\right) \cdot \left[(H/2)^{(1/n)+1} - (z)^{(1/n)+1} \right] \tag{A.18}$$

$$V_x=\left(\frac{H \cdot \Delta P}{2 \cdot m \cdot L}\right)^{1/n} \cdot \left(\frac{H/2}{(1/n)+1}\right) \cdot \left[1-\left(\frac{2z}{H}\right)^{(1/n)+1} \right] \tag{A.19}$$

En évaluant l'équation A.16 avec la condition frontière A.13 et en la combinant avec l'équation A.19 :

$$V_x=\left(\frac{H \cdot \Delta P}{2 \cdot m \cdot L}\right)^{1/n} \cdot \left(\frac{H/2}{(1/n)+1}\right) \cdot \left[1-\left|\frac{2z}{H}\right|^{(1/n)+1} \right] \tag{A.20}$$

Calcul du débit volumétrique total (Q)

$$Q = \int_0^W \int_{-H/2}^{+H/2} V_x \cdot dz \cdot dy \tag{A.21}$$

$$Q = W \cdot \left(\frac{H \cdot \Delta P}{2 \cdot m \cdot L} \right)^{1/n} \cdot \left(\frac{H/2}{(1/n)+1} \right) \cdot \int_{-H/2}^{+H/2} \left[1 - \left| \frac{2z}{H} \right|^{(1/n)+1} \right] dz \tag{A.22}$$

où

$$\begin{aligned} &\int_{-H/2}^{+H/2} \left[1 - \left| \frac{2z}{H} \right|^{(1/n)+1} \right] dz \\ &= \left[z - \left| \frac{2z}{H} \right|^{(1/n)+1} \cdot \frac{z}{(1/n)+2} \right|_{-H/2}^{+H/2} = H \cdot \left(\frac{(1/n)+1}{(1/n)+2} \right) \end{aligned} \tag{A.23}$$

Ainsi,

$$Q = \left(\frac{H \cdot \Delta P}{2 \cdot m \cdot L} \right)^{1/n} \cdot \left(\frac{W \cdot H^2}{2 \cdot (2 + 1/n)} \right) \tag{A.24}$$

et

$$\Delta P = \left(\frac{2 \cdot m \cdot L}{H} \right) \cdot \left(\frac{2 \cdot (2 + 1/n)}{W \cdot H^2} \right)^n \cdot Q^n \tag{A.25}$$

Calcul du débit volumétrique d'une section comprise entre z_{min} et z_{max} (Q_k)

$$Q_k = \int_0^W \int_{z_{min}}^{z_{max}} V_x \cdot dz \cdot dy \tag{A.26}$$

$$Q_k = W \cdot \left(\frac{H \cdot \Delta P}{2 \cdot m \cdot L} \right)^{1/n} \cdot \left(\frac{H/2}{(1/n)+1} \right) \cdot \int_{z_{min}}^{z_{max}} \left[1 - \left| \frac{2z}{H} \right|^{(1/n)+1} \right] dz \tag{A.27}$$

où

$$\int_{z_{min}}^{z_{max}} \left[1 - \left| \frac{2z}{H} \right|^{(1/n)+1} \right] dz = \left[z - \left| \frac{2z}{H} \right|^{(1/n)+1} \cdot \frac{z}{(1/n)+2} \right|_{z_{min}}^{z_{max}}$$

$$= H \cdot \left(\frac{(1/n)+1}{(1/n)+2} \right) \cdot \left(\frac{2 \cdot ((1/n)+2) \cdot \left(\frac{z_{max} - z_{min}}{H} \right)}{2((1/n)+1)} - \frac{\left(\frac{2z_{max}}{H} \left| \frac{2z_{max}}{H} \right|^{1+(1/n)} - \frac{2z_{min}}{H} \left| \frac{2z_{min}}{H} \right|^{1+(1/n)} \right)}{2((1/n)+1)} \right) \tag{A.28}$$

Ainsi,

$$Q_k = \phi_k \cdot Q$$

où

$$\phi_k = \left(\frac{2 \cdot \left(\left(1/n \right) + 2 \right) \cdot \left(\frac{z_{max} - z_{min}}{H} \right)}{2\left(\left(1/n \right) + 1 \right)} - \frac{\left(\frac{2 z_{max}}{H} \left| \frac{2 z_{max}}{H} \right|^{(1/n)+1} - \frac{2 z_{min}}{H} \left| \frac{2 z_{min}}{H} \right|^{(1/n)+1} \right)}{2\left(\left(1/n \right) + 1 \right)} \right) \qquad \text{(A.29)}$$

Calcul de la résistance totale, R_{pp}

$$R_{pp} = \frac{\Delta P}{Q} \tag{A.30}$$

Utilisant Q à partir de l'équation A.24,

$$R_{pp} = \left(\frac{2\,mL}{H} \right)^{1/n} \left(\frac{2 \cdot (2 + 1/n)}{WH^2} \right) \cdot \Delta P^{1-(1/n)} \tag{A.31}$$

À partir de A.25,

$$R_{pp} = \frac{2\,mL}{H} \left(\frac{2 \cdot (2 + 1/n)}{WH^2} \right)^n \cdot Q^{n-1} \tag{A.32}$$

Calcul de la résistance d'une section comprise entre z_{min} et z_{max}, $R_{pp(k)}$

$$R_{pp(k)} = \frac{\Delta P}{Q_k} \tag{A.33}$$

En utilisant l'équation A.29 :

$$R_{pp(k)} = \frac{\Delta P}{\phi_k \cdot Q} = \frac{R_{pp(t)}}{\phi_k} \tag{A.34}$$

ANNEXE B : CALCUL DU FACTEUR F_P^* À PARTIR DE F_P

Le facteur de paroi F_p est utilisé pour corriger le débit réel par rapport au débit calculé pour un écoulement théorique entre plaques parallèles. Dans le cadre de ce projet, ce facteur a été calculé pour corriger le débit s'écoulant dans une conduite rectangulaire. L'utilisation de ce facteur de paroi demeure toutefois limité à l'écoulement confiné dans une conduite rectangulaire. De plus, ce facteur de paroi ne permet pas de prédire la vitesse d'écoulement d'un segment précis. Le facteur de paroi local F_p^* est utilisé dans ce travail pour corriger le débit s'écoulant dans un segment du réseau hydrodynamique. L'objectif est de présenter la technique utilisée pour calculer F_p^* en fonction de F_p, soit :

$$F_p = \frac{Q_r}{Q_{pp}} \rightarrow F^*_{p(i,j)} = \frac{Q_{(i,j)}}{Q_{pp}} \qquad (B.1)$$

Cette technique a été utilisée pour la conception du profilé multiforme présenté au chapitre 4. Elle est intéressante mais demeure moins précise que la méthode présentée au chapitre 3. Cette méthode de calcul demande aussi une estimation très précise de F_p, servant de base au calcul de F_p^*.

Huneault (1992) a suggéré une équation de prédiction du facteur de paroi F_p calculée avec différentes géométries rectangulaires. Les valeurs de F_p, calculées par différences finies, peuvent être estimées par une fonction de l'indice de puissance, n, et le ratio H/W de la section rectangulaire. Une régression polynomiale permet alors d'estimer cette fonction.

$$F_p\left(H/W\right)=1+A\left(\frac{H}{W}\right)+B\left(\frac{H}{W}\right)^2+C\left(\frac{H}{W}\right)^3 \qquad (B.2)$$

où

$$A=-0.2863-0.2575\left(\frac{1}{n}\right)-0.05676\left(\frac{1}{n}\right)^2 \qquad (B.3)$$

$$B=+0.09521-0.4643\left(\frac{1}{n}\right)+0.2111\left(\frac{1}{n}\right)^2 \qquad (B.4)$$

$$C=-0.1430-0.4258\left(\frac{1}{n}\right)-0.1144\left(\frac{1}{n}\right)^2 \qquad (B.5)$$

La régression de Huneault (1992) est montrée à la figure B.1. Cette régression a été réalisée pour des indices de puissance allant de 0.35 à 1. Une extrapolation de ces valeurs a été faite pour des indices de puissance allant de 0.20 à 0.35, correspondant davantage aux indices de puissance du PVC rigide. L'extrapolation utilisée est tracée et montrée à la figure B.2. Les valeurs de A, B et C trouvées sont données par :

$$A=+0.7768-1.1157\left(\frac{1}{n}\right)+0.1146\left(\frac{1}{n}\right)^2 \qquad (B.6)$$

$$B=-2.2638+1.3801\left(\frac{1}{n}\right)-0.1469\left(\frac{1}{n}\right)^2 \qquad (B.7)$$

$$C=+0.9398-0.4086\left(\frac{1}{n}\right)+0.0454\left(\frac{1}{n}\right)^2 \qquad (B.8)$$

* Ces valeurs ne sont valides que pour $0.2 \leq n \leq 0.35$.

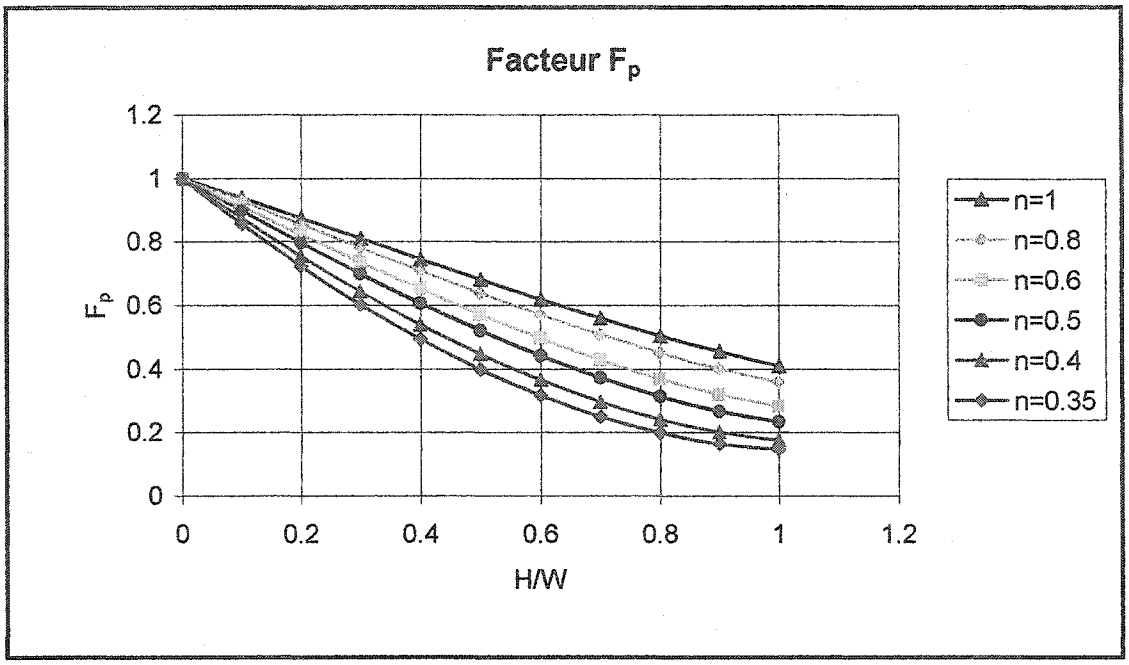


Figure B.1 : Facteur F_p pour un canal rectangulaire avec $0.35 \leq n \leq 1$. (Adapté de Huneault, 1992)

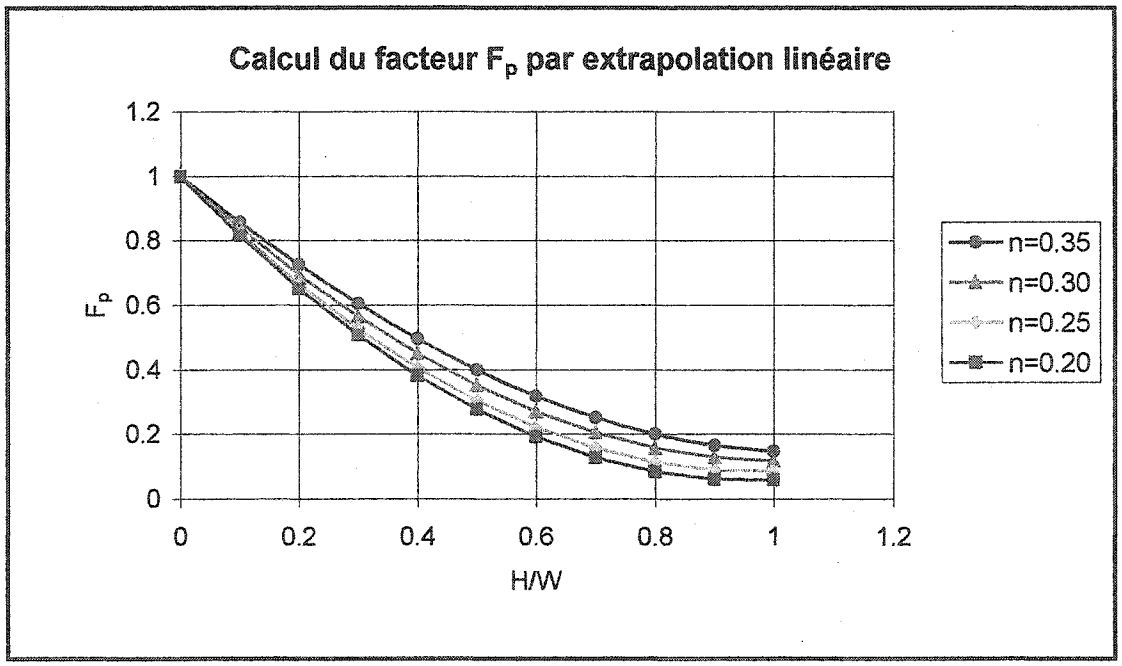


Figure B.2 : Facteur F_p pour un canal rectangulaire avec $0.20 \leq n \leq 35$.

Le développement part du modèle de réseau, présenté au chapitre 3, constitué de plusieurs résistances mises en parallèle. La figure B.3 montre une tranche du modèle de réseau, représentant des résistances en parallèle. Le développement de F_p^* vise à évaluer localement la résistance d'un segment à partir de l'expression de la résistance totale du système, schématisée sur la figure suivante.

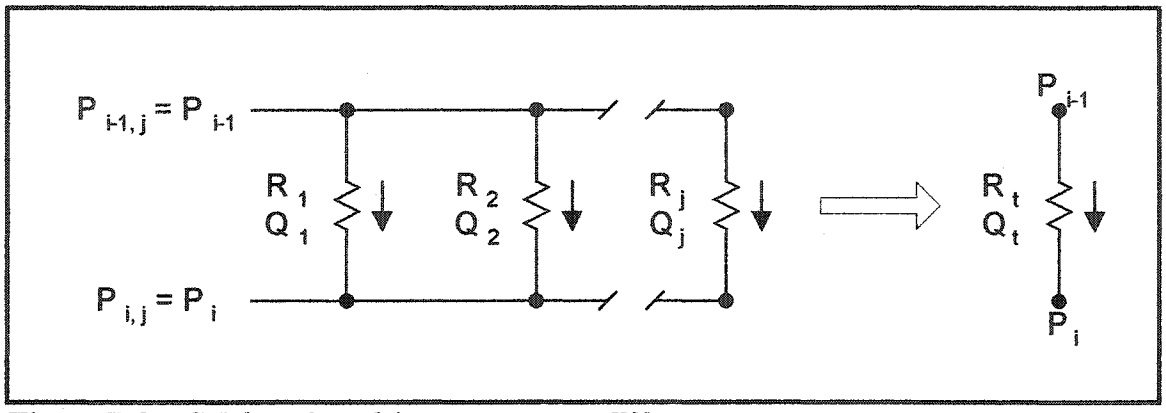


Figure B.3 : Schéma des résistances en parallèle.

Or, pour un système de résistances en parallèle, on exprime la résistance totale de la tranche comme suit :

$$\frac{1}{R_t} = \sum_j \frac{1}{R_{(i,j)}} \tag{B.9}$$

À partir des équations précédentes, on établit ensuite une relation entre le facteur de paroi global, F_p, et le facteur de paroi local, F_p^* :

$$F_p \sum_j \frac{1}{R_{pp(i,j)}} = \sum_j \frac{F^*_{p(i,j)}}{R_{pp(i,j)}} \tag{B.10}$$

Si on suppose que la résistance locale des deux segments latéraux est identique à la résistance globale de ces deux mêmes segments regroupés, tel que présenté à la figure B.4, on obtient le facteur de paroi local du segment, F_p^*. On débute alors le calcul de F_p^* à partir du calcul de F_p près de la paroi vers le centre de la section. Par exemple,

$$F^*_{p(i,j=1)} = F_{p(i,j=1)} \tag{B.11}$$

$$F^*_{p(i,j=2)} = R_{pp(i,2)} \cdot \left(\begin{array}{l} F_{p(i,2)} \cdot \left(\dfrac{1}{R_{pp(i,1)}} + \dfrac{1}{R_{pp(i,2)}} \right) \\ -F_{p(i,1)} \cdot \left(\dfrac{1}{R_{pp(i,1)}} \right) \end{array} \right) \tag{B.12}$$

En développant pour les autres segments, on peut calculer de la façon suivante :

$$F^*_{p(i,j)} = R_{pp(i,j)} \cdot \left(\begin{array}{l} F_{p(i,j)} \cdot \sum_{k=1}^{j} 1/R_{pp(i,k)} \\ -F_{p(i,j-1)} \cdot \sum_{k=1}^{j-1} 1/R_{pp(i,k)} \end{array} \right) \tag{B.13}$$

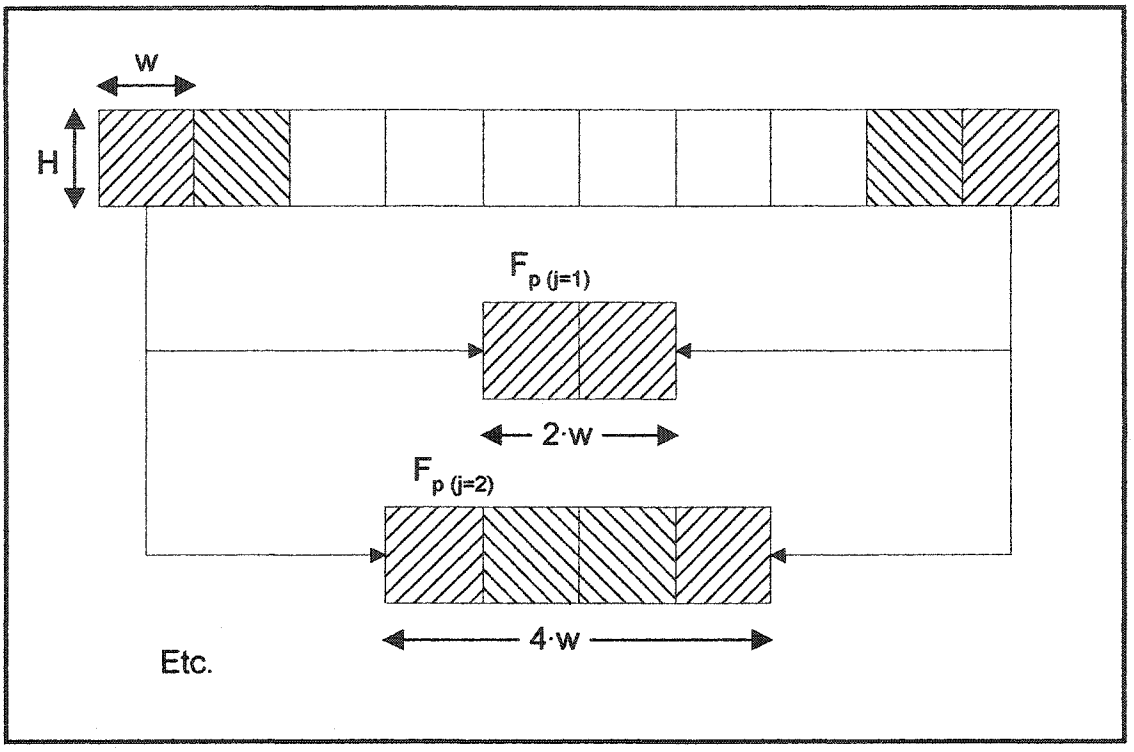


Figure B.4 : Représentation schématique du calcul des F_p^*.

Le facteur de paroi $F_{p\,(i,j)}$ est calculé avec H/W, tel que proposé par Huneault (1992).

$$F_{p\,(i,j)} = f(H/W) = 1 + A\left(\frac{H}{W}\right) + B\left(\frac{H}{W}\right)^2 + \left(\frac{H}{W}\right)^3 \qquad \text{(B.14)}$$

Avec la segmentation utilisée, on calcule F_p en fonction des ratios H/W, exprimés comme suit par rapport à la paroi latérale:

$$F_{p\,(i,j)} = f\left(\frac{H_{i,j}}{2 \cdot j \cdot w}\right) \quad \text{et} \quad F_{p\,(i,j-1)} = f\left(\frac{H_{i,j}}{2 \cdot (j-1) \cdot w}\right) \qquad \text{(B.15)}$$

où i représente le rang du segment sur la longueur, j, le rang du segment sur la largeur et w, la largeur du segment. Les résultats graphiques de ce calcul sont montrés à la figure B.5 pour une section rectangulaire de W/H=100. Une comparaison de ces valeurs analytiques est faite avec les valeurs de vitesses relatives calculées numériquement par Huneault (1992) et présenté à la figure B.6. Ainsi, pour une position donnée:

$$F_p{}^* = \frac{Q_j}{Q_{pp}} = \frac{\overline{V}_j}{\overline{V}_{pp}} \qquad (B.16)$$

où Q_j et $\overline{V}_j$ représentent respectivement le débit et la vitesse moyenne de l'écoulement réel pour la position j alors que Q_{pp} et $\overline{V}_{pp}$ sont le débit théorique et la vitesse moyenne théorique, calculés pour un écoulement entre plaques parallèles.

On remarque que la valeur calculée de Fp* se rapproche bien de la valeur trouvée par différence finie. Cette technique de calcul nous donne la possibilité d'estimer approximativement la correction de la résistance à l'intérieur d'une conduite rectangulaire. Cependant, la régression de F_p^* en fonction de Y/W, W/H et n est plus précise. Cette technique est présentée au chapitre 3. Elle utilise des vitesses d'écoulement calculées par différences finies, à partir desquelles la régression est faite.

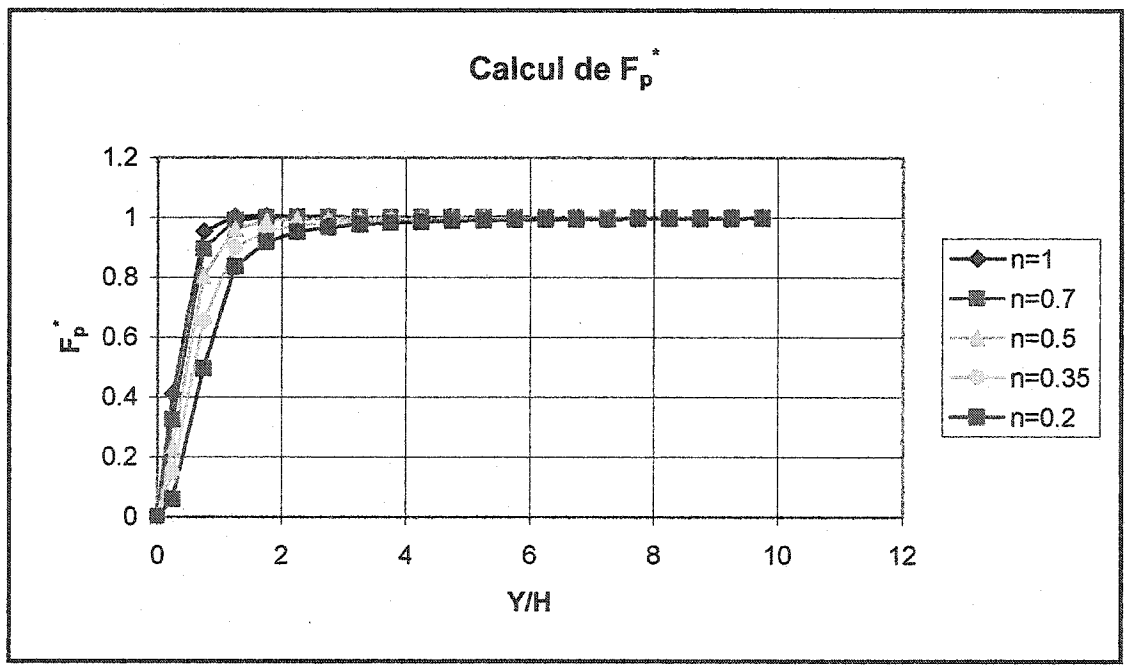


Figure B.5 : Calcul du facteur de paroi local, F_p^*, à l'aide de F_p. Y/H représente la distance relative de la paroi latérale.

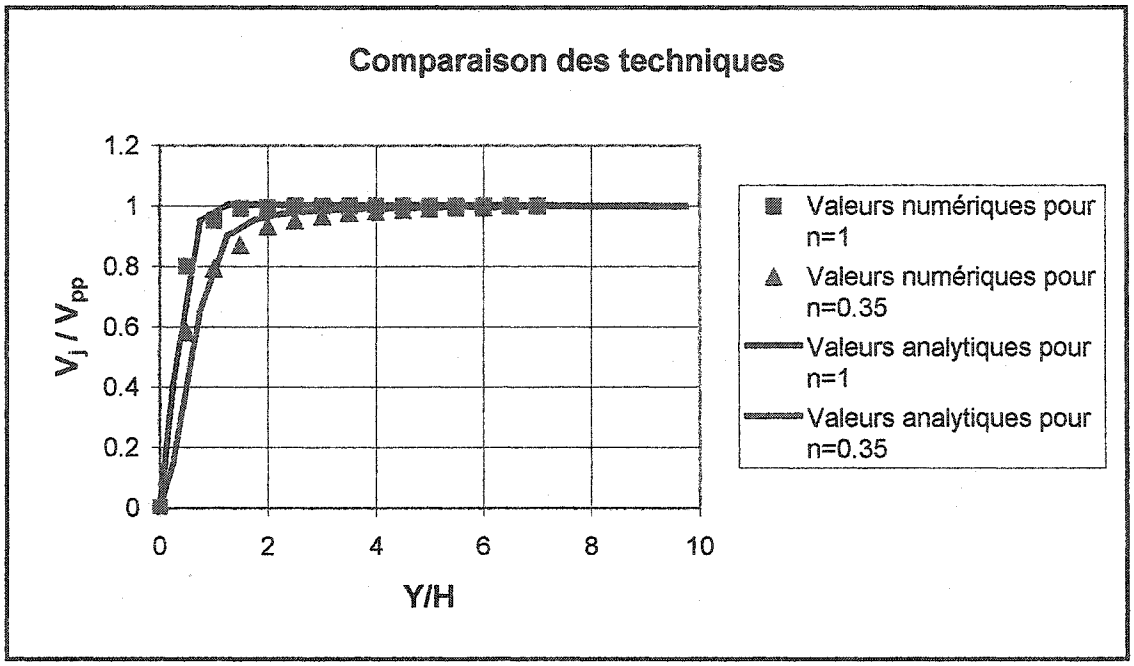


Figure B.6 : Comparaison des valeurs de F_p^*,calculées à partir de F_p, avec les valeurs de V_j / V_{pp}, calculées par différences finies (Huneault, 1992).

ANNEXE C : CALCUL DE LA THERMIQUE

Un écoulement entre plaques parallèles avec un fluide newtonien peut être représenté comme suit :

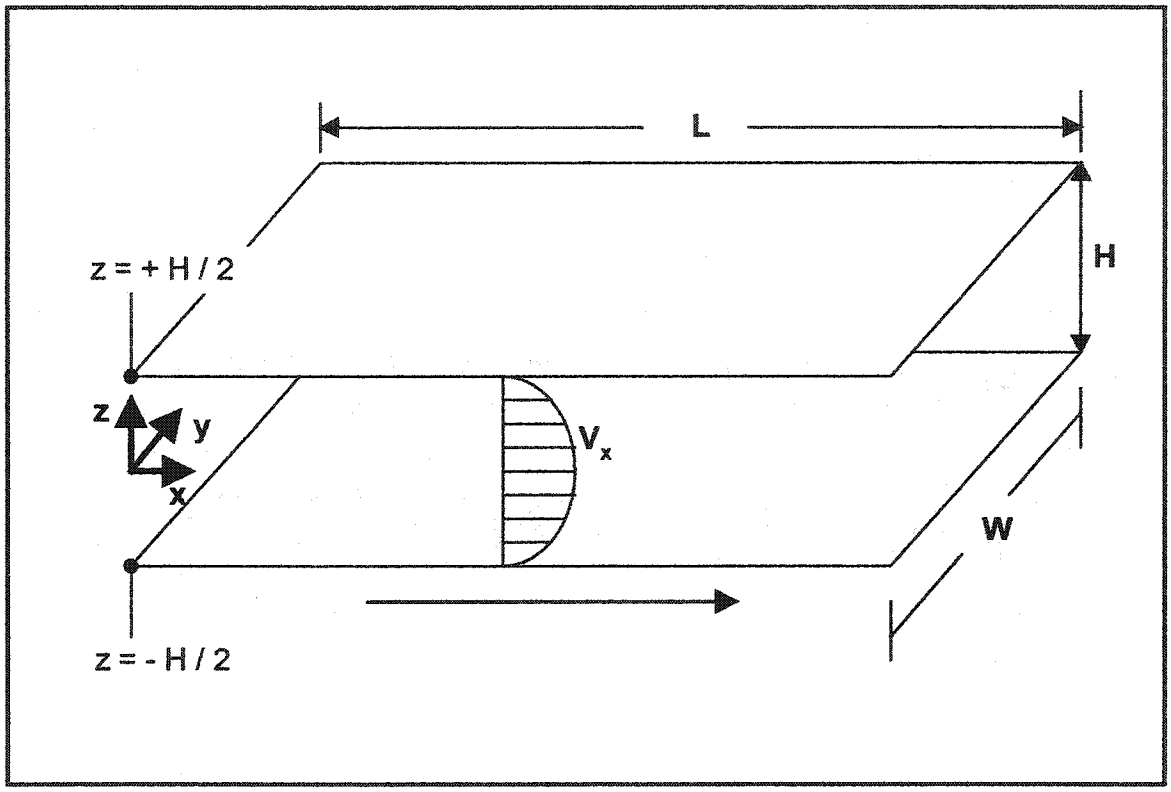


Figure C.1 : Schéma d'un écoulement entre plaques parallèles.

L'équation d'énergie s'exprime comme suit en terme de flux d'énergie (Bird (1960)):

$$\underbrace{\rho \cdot C_p \cdot \left(V_x \frac{\partial T}{\partial x} \right)}_{\text{Énergie emmaga sin ée}} = \underbrace{k \left(\frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right)}_{\text{Conduction}} + \underbrace{\mu \left(\frac{\partial V_x}{\partial z} \right)^2}_{\text{Dissipation visqueuse}} \qquad \text{(C.1)}$$

Soit l'équation de vitesse développée entre plaques parallèles:

$$V_x = \left(\frac{\Delta P}{8 \mu L} \right) H^2 \left(1 - \left(\frac{2z}{H} \right)^2 \right) \qquad (C.2)$$

À partir de l'équation de vitesse, on trouve :

$$\frac{\partial V_x}{\partial z} = -\left(\frac{12 \overline{V}}{H^2} \right) z \quad \text{où} \quad \overline{V} = \frac{2}{3} \left(\frac{\Delta P}{8 \eta L} \right) H^2 = \frac{2}{3} V_{max} \qquad (C.3)$$

Substituée dans l'équation d'énergie, on retrouve :

$$\rho \cdot C_p \cdot \left(V_x \frac{\partial T}{\partial x} \right) = k \left(\frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) + 144 \eta \left(\frac{\overline{V}^2}{H^4} \right) z^2 \qquad (C.4)$$

Le calcul développé par Agassant et al. (1996) consiste à calculer l'évolution de température sur l'épaisseur (z) en régime d'équilibre. Ensuite, calculer l'évolution de la température sur la longueur (x) en régime adiabatique. Finalement, le calcul du régime transitoire est calculé en combinant les termes de conduction du régime d'équilibre et de dissipation visqueuse du régime adiabatique (sans conduction aux parois).

Régime d'équilibre

$$T \neq f(x)$$

Alors,
$$k\left(\frac{\partial^2 T}{\partial z^2}\right) = -144\,\eta\left(\frac{\overline{V}^2}{H^4}\right) z^2 \qquad \text{(C.5)}$$

Utilisant les conditions limites suivantes :

$$\text{À} \quad y = 0 \qquad \frac{\partial T}{\partial z} = 0$$

$$\text{À} \quad y = H/2 \qquad T = T_p$$

On obtient :

$$T(z) = \frac{3\,\eta \overline{V}^2}{4\,k}\left(1 - \left(\frac{2z}{H}\right)^4\right) + T_p \qquad \text{(C.6)}$$

La température moyenne sur l'épaisseur est calculée :

$$\overline{T} = \frac{2\int_0^{+H/2} V_x(z)\cdot T(z)\,dz}{\int_{-H/2}^{+H/2} V_x(z)\,dz} \qquad \text{(C.7)}$$

où

$$V_x = \frac{3}{2}\overline{V}\left(1 - \left(\frac{2z}{H}\right)^2\right) \qquad \text{(C.8)}$$

Ainsi, on trouve :

$$\overline{T} = T_p + \frac{24}{35}\eta\overline{V}^2 \qquad \text{(C.9)}$$

Par ailleurs, le flux d'énergie évacué par la paroi est défini par :

$$q_w = -k\frac{\partial T}{\partial z}\bigg|_{+H/2} \qquad (C.10)$$

Avec l'équation C.6, on dérive T(z) par rapport à z pour exprimer le flux d'énergie en fonction d'un terme de dissipation visqueuse en régime d'équilibre :

$$q_w = \frac{6\eta\overline{V}^2}{H} \qquad (C.11)$$

En substituant l'équation C.9, on peut exprimer le flux d'énergie, q, en fonction du gradient de température entre le polymère et la paroi :

$$q_w = \frac{35}{4}k\frac{\left(\overline{T} - T_p\right)}{H} \qquad (C.12)$$

Régime adiabatique

$$q_w = k\frac{\partial T}{\partial z}\bigg|_{+H/2} = 0$$

Alors,
$$\rho \cdot C_p \cdot \left(V_x \frac{\partial T}{\partial x}\right) = 144\,\eta\left(\frac{\overline{V}^2}{H^4}\right)z^2 \qquad (C.13)$$

Afin de calculer le bilan d'énergie sur un segment tel que présenté à la figure C.2, on utilise un calcul de la température moyenne sur l'aire transversale de la section. En terme d'énergie, on effectue le bilan suivant :

$$\left(WH\right)\cdot\rho\cdot C_p \cdot \overline{V}\cdot\frac{d\overline{T}}{dx} = 2\int_0^{+H/2} 144\,\eta\left(\frac{\overline{V}^2}{H^4}\right)z^2\,W dz \qquad (C.14)$$

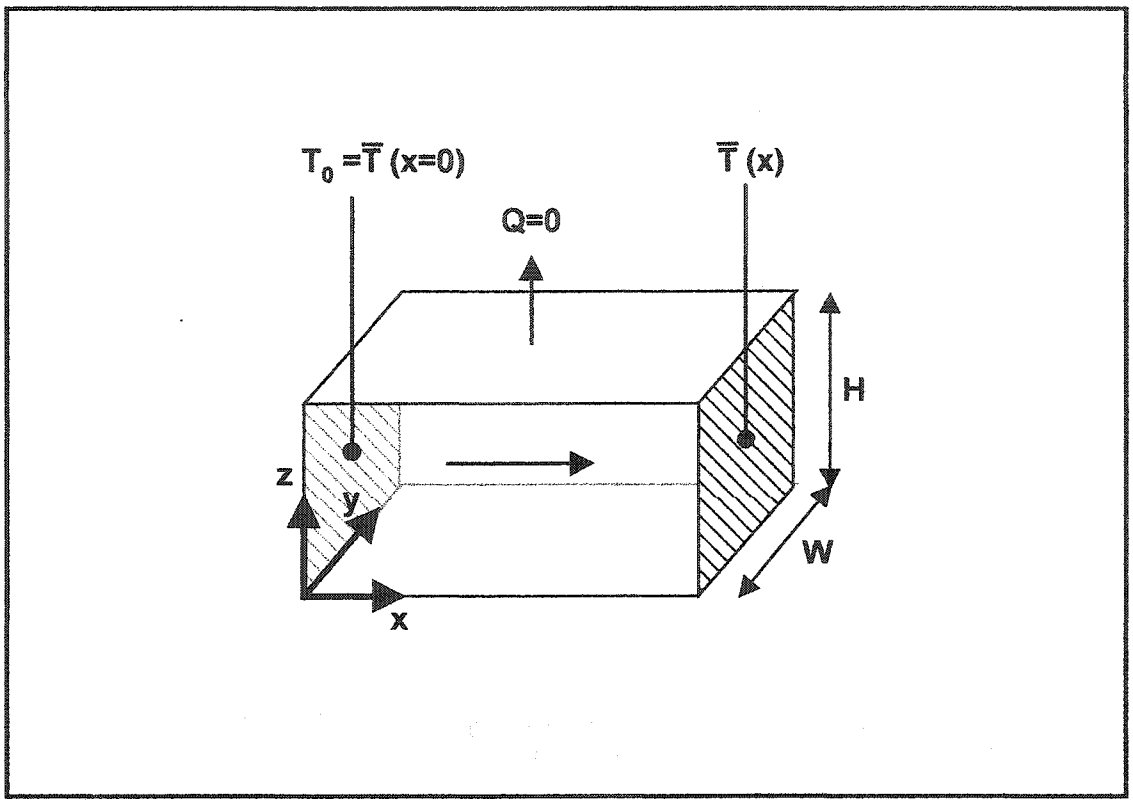


Figure C.2 : Schéma du bilan d'énergie pour le régime adiabatique.

On peut intégrer le côté gauche de l'équation C.14 et trouver l'équation différentielle suivante :

$$(WH)\cdot\rho\cdot C_p\cdot\overline{V}\cdot d\overline{T} = 12\cdot(WH)\cdot\eta\cdot\left(\frac{\overline{V}^2}{H^2}\right)dx \qquad (C.15)$$

Régime transitoire

En ajoutant un terme de conduction vers la paroi à l'équation C.15, on obtient :

$$\underbrace{(WH)\cdot\rho\cdot C_p\cdot\overline{V}\cdot d\overline{T}}_{\text{Énergie emmagasinée}} = \underbrace{12\cdot(WH)\cdot\eta\cdot\left(\frac{\overline{V}^2}{H^2}\right)\cdot dx}_{\text{Énergie générée par dissipation visqueuse}} - \underbrace{2\cdot q_w\cdot W\cdot dx}_{\text{Énergie évacuée par la paroi}} \qquad (C.16)$$

En substituant l'équation C.12, on trouve l'équation différentielle suivante du 1er degré :

$$\rho \cdot C_p \cdot \overline{V} \cdot d\overline{T} = 12 \cdot \eta \cdot \left(\frac{\overline{V}^2}{H^2} \right) dx - \frac{35}{2} \cdot \frac{k}{H^2} \left(\overline{T} - T_p \right) dx \qquad (C.17)$$

$$\frac{d\overline{T}}{dx} + \left(\frac{35 \cdot k}{2 \cdot \rho \cdot C_p \cdot \overline{V} \cdot H^2} \right) \cdot \overline{T} = \left(\frac{12 \cdot \eta}{\rho \cdot C_p \cdot \overline{V}} \cdot \frac{\overline{V}^2}{H^2} \right) + \left(\frac{35}{2} \cdot \frac{k}{\rho \cdot C_p \cdot \overline{V} \cdot H^2} \right) \cdot T_p \qquad (C.18)$$

On peut résoudre en multipliant par le facteur intégrant : $\exp\left(\frac{35 \cdot k}{2 \cdot \rho \cdot C_p \cdot \overline{V} \cdot H^2} \cdot x \right)$

On obtient alors :

$$\overline{T} - T_0 = \frac{24 \cdot \eta \cdot \overline{V}^2}{35 \cdot k} \left(1 + \frac{35 \cdot k \cdot \left(T_p - T_0 \right)}{24 \cdot \eta \cdot \overline{V}^2} \right) \left(1 - \exp\left(\frac{-35 \cdot k}{2 \cdot \rho \cdot C_p \cdot \overline{V} \cdot H^2} \cdot x \right) \right) \qquad (C.19)$$

Cette équation peut être simplifiée avec les nombres de Cameron et Brinkman, soit :

$$\overline{T}(x) = T_0 + \frac{24}{35} \eta \frac{\overline{V}^2}{k} \left[1 + \frac{35}{24 \cdot Br} \right] \cdot \left[1 - \exp\left[-\frac{35}{2} Ca \frac{x}{L} \right] \right] \qquad (C.20)$$

où

$$Ca = \frac{k \cdot L}{\rho \cdot C_p \cdot \overline{V} \cdot H^2} \qquad \text{et} \qquad Br = \frac{\eta \overline{V}^2}{k \cdot (T_p - T_0)}$$

ANNEXE D : MESURE ET CALCUL DES CHANGEMENTS DIMENSIONNELS

Le gonflement et l'étirement se mesurent avec le poids et les dimensions d'un échantillon. Premièrement, des échantillons sont coupés à la sortie de la filière (coupe #1 sur la figure D.1) pour être déposés au repos sur une plaque métallique lubrifiée. Alors qu'il se détend, l'échantillon se déforme jusqu'à ce que toutes les contraintes internes soit relâchées. On dit alors qu'on obtient un échantillon au gonflement d'équilibre (coupe #2 sur la figure D.1). Deuxièmement, des échantillons sont coupés à la fin de la ligne de production (coupe #4 sur la figure D.1). Ceux-ci servent à évaluer les changement dimensionnels dus à l'étirement.

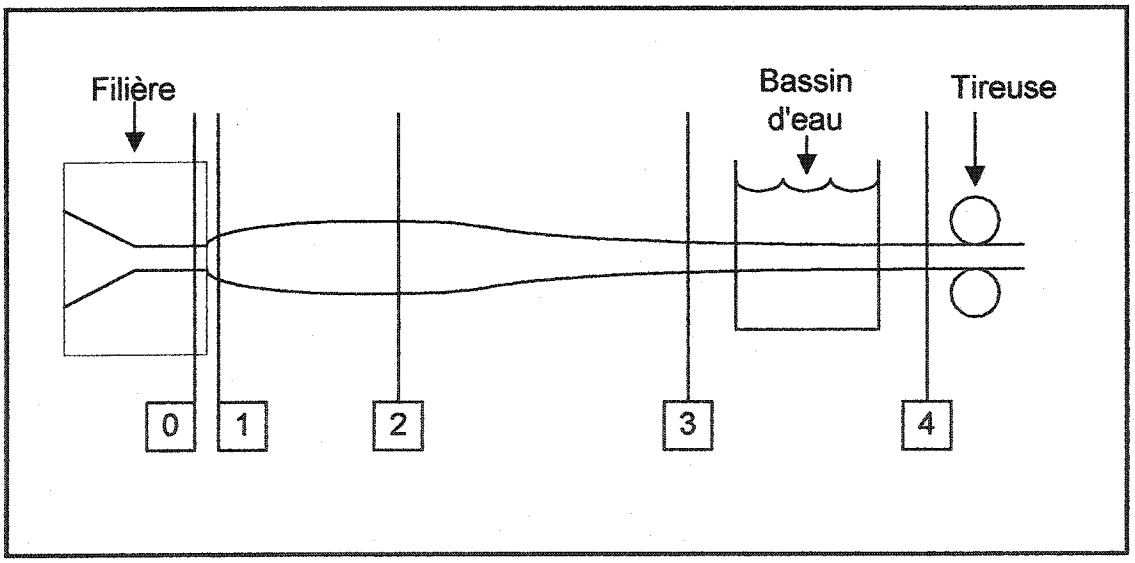


Figure D.1 : Plan des coupes sur la ligne d'extrusion.

Le tableau G.1 présente le calcul du changement de grandeur et du changement de forme associé au gonflement et à l'étirement des profilés rectangulaires. Les changements de grandeur sont définis :

$$f_g = \sqrt{\frac{W_2 H_2}{W_1 H_1}} = \sqrt{\frac{A_2}{A_1}} \qquad (D.1)$$

et

$$f_e = \sqrt{\frac{W_3 H_3}{W_2 H_2}} = \sqrt{\frac{A_3}{A_2}} \qquad (D.2)$$

Le gonflement de l'équation D.1 est composé de l'aire A_1, mesurée après l'aplatissement du profil de vitesse. Cependant, l'aire transversale (A_1), calculée à partir du plan de l'aplatissement (plan 1), est identique à l'aire de la filière (A_0). En effet, l'aplatissement consiste à calculer une vitesse de sortie moyenne à partir du plan 0.

$$V_1 = \overline{V}_0 \qquad (D.3)$$

L'équation de continuité établit que :

$$Q_0 = Q_1 \qquad (D.4)$$

D'autre part, l'aire de la filière est estimée comme :

$$A_0 = \frac{Q_0}{\overline{V}_0} = \frac{Q_1}{V_1} \qquad (D.5)$$

Alors,

$$f_g = \sqrt{\frac{A_2}{A_1}} = \sqrt{\frac{A_2}{A_0}} \qquad (D.6)$$

Pour calculer f_g et f_e définis dans les équations D.2 et D.6, on doit peser le poids de l'échantillon et mesurer sa longueur. les aires A_0, A_2, A_3 se calculent :

$$A_0 = W_f \cdot \overline{H}_f \qquad (D.7)$$

$$A_2 = \frac{M_2}{\rho_2 \cdot L_2} \qquad (D.8)$$

$$A_3 = \frac{M_3}{\rho_3 \cdot L_3} \qquad (D.9)$$

où W_f représente la largeur de la filière, $\overline{H}_f$, l'épaisseur moyenne de la filière, M_2 et M_3, la masse des échantillons théoriques de longueur L_2 et L_3, mesurés pour la densité du polymère aux points de coupe (ρ_2 et ρ_3). La densité théorique aux points de coupe 2 et 3 (figure D.1) est considéré comme la densité du polymère fondu. Un calcul de retrait est fait indépendamment des calculs de gonflement et d'étirement. Il faut alors corriger les dimensions de l'échantillon, mesurées une fois l'échantillon solide.

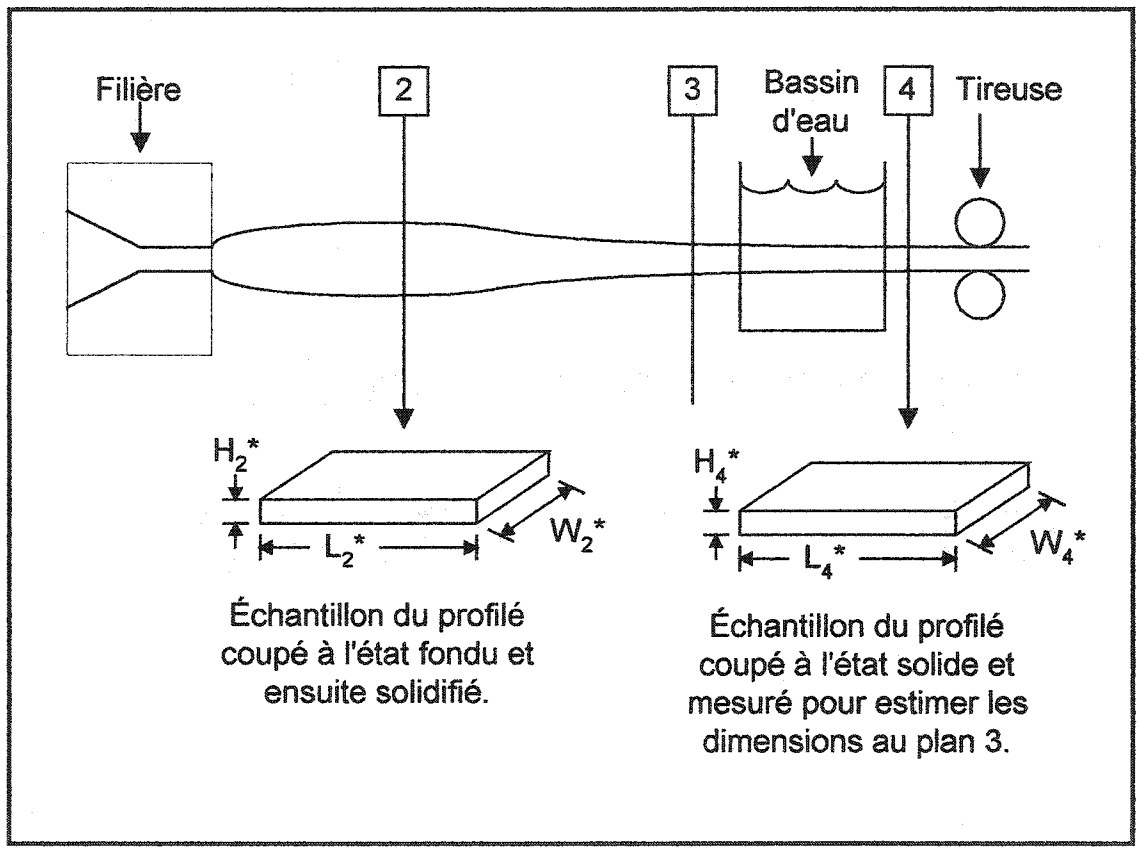


Figure D.2 : Échantillonnage des profilés.

Au plan 2 de la figure D.2, les échantillons coupés subissent un retrait sur les trois dimensions. En admettant un retrait isotropique, on peut dire que :

$$\frac{L_2^*}{L_2}\cdot\frac{W_2^*}{W_2}\cdot\frac{H_2^*}{H_2}=\left(\frac{V_s}{V_f}\right) \qquad (D.10)$$

et

$$\frac{L_2^*}{L_2} = \frac{W_2^*}{W_2} = \frac{H_2^*}{H_2} = \left(\frac{V_s}{V_f}\right)^{1/3} = \left(\frac{\rho_f}{\rho_s}\right)^{1/3} \qquad \text{(D.11)}$$

où V_f est le volume du profilé à l'état fondu avant la coupe ; V_s , le volume du profilé solide après la coupe ; ρ_f, la densité du polymère fondu ; ρ_s, la densité du polymère solide. L, W et H sont respectivement la longueur, la largeur et l'épaisseur du profilé. L'astérisque (*) indique les mesures faites sur le profilé solide tandis que l'indice 2 signifie un échantillon coupé au plan 2. Avec les équations D.8 et D.11, on peut estimer l'aire A_2 comme :

$$A_2 = \frac{M_2^*}{\rho_f \cdot L_2^*} \cdot \left(\frac{\rho_f}{\rho_s}\right)^{1/3} \qquad \text{(D.12)}$$

où M_2^* est la masse mesurée sur l'échantillon solide. À partir des équations D.6, D.7 et D.12, on détermine le gonflement :

$$f_g = \sqrt{\frac{A_2}{A_0}} = \sqrt{\frac{M_2^* / L_2^*}{\rho_f \cdot A_f}} \cdot \left(\frac{\rho_f}{\rho_s}\right)^{1/6} \qquad \text{(D.13)}$$

où

$$A_0 = A_f = W_f \cdot \overline{H}_f \qquad \text{(D.14)}$$

Au plan 4 de la figure D.2, les échantillons sont coupés à l'état solide et ont subi un retrait sur les deux dimensions transversales puisque le profilé est maintenu à la même longueur lorsqu'il est refroidi dans le bassin d'eau. Ainsi,

$$\frac{L_4^*}{L_3} \cdot \frac{W_4^*}{W_3} \cdot \frac{H_4^*}{H_3} = \left(\frac{V_s}{V_f}\right) = \left(\frac{\rho_f}{\rho_s}\right) \qquad \text{(D.15)}$$

$$\frac{L_4^*}{L_3} = 1 \qquad \frac{W_4^*}{W_3} = \frac{H_4^*}{H_3} = \left(\frac{\rho_f}{\rho_s}\right)^{1/2} \qquad \text{(D.16) et (D.17)}$$

L'astérisque (*) indique les mesures faites sur le profilé solide tandis que l'indice 4 signifie un échantillon coupé au plan 4. Avec les équations D.9 et D.16, on peut estimer l'aire A_3 comme :

$$A_3 = \frac{M_4^*}{\rho_f \cdot L_4^*} \tag{D.18}$$

où M_4^* est la masse mesurée sur l'échantillon. Il faut noter que la densité fondu (ρ_f) est utilisée pour évaluer le calcul de l'aire (A_3) avant le retrait. À partir des équations D.2, D.12 et D.18, on détermine l'étirement :

$$f_e = \sqrt{\frac{A_3}{A_2}} = \sqrt{\frac{M_4^* / L_4^*}{M_2^* / L_2^*}} \cdot \left(\frac{\rho_s}{\rho_f} \right)^{1/6} \tag{D.19}$$

Dans un deuxième temps, le changement de forme des profilés rectangulaires est calculé à partir des coefficients présentés au tableau G.1.

$$\beta_g = \sqrt{\frac{H_2 W_1}{W_2 H_1}} = \sqrt{\frac{H_2 W_0}{W_2 H_0}} = \sqrt{\frac{A_2}{A_f}} \cdot \left(\frac{W_f}{W_2} \right) \tag{D.20}$$

$$\beta_e = \sqrt{\frac{H_3 W_2}{W_3 H_2}} = \sqrt{\frac{A_3}{A_2}} \cdot \left(\frac{W_2}{W_3} \right) \tag{D.21}$$

Avec les équations D.11 et D.17, on trouve :

$$\beta_g = f_g \cdot \left(\frac{W_f}{W_2^*} \right) \cdot \left(\frac{\rho_f}{\rho_s} \right)^{1/3} \tag{D.22}$$

$$\beta_e = f_e \cdot \left(\frac{W_2^*}{W_4^*} \right) \cdot \left(\frac{\rho_f}{\rho_s} \right)^{1/6} \tag{D.23}$$

où W_2^* et W_4^* représentent la largeur des échantillons mesurés aux plans 2 et 4 respectivement (figure D.2), W_f est la largeur de la filière expérimentale, présentée à la figure 2.10.

ANNEXE E : CALCUL DE L'INCERTITUDE

Les mesures et les régressions, effectuées en guise d'approximation, ont engendré des incertitudes expérimentales. L'analyse suivante montre l'importance de l'incertitude expérimentale avec le modèle présenté pour le PVC rigide (7167). Les conditions d'opération suivantes seront utilisées pour l'estimation de cette erreur expérimentale. Elles représentent des conditions d'opération similaires aux expériences de caractérisation réalisées.

H_f $= 2.50 \pm 0.05$ mm

W_f $= 3.000 \pm 0.005$ cm

L_f $= 6.00 \pm 0.01$ cm

T $= 190 \pm 2$ °C

Q $= 145.00 \pm 0.01$ g / 30.0 ± 0.5 s

$= (4.83 \pm 0.08$ g/s) / $(1.28 \pm 0.02$ g/cm^3)

$= 3.77 \pm 0.09$ cm^3/s

V_f $= (3.77 \pm 0.09$ cm^3/s) / $(0.250 \pm 0.005$ cm * 3.00 ± 0.005 cm)

$= 5.0 \pm 0.2$ cm/s

V_p $= 6.0 \pm 0.1$ cm/s

t_r $= (5.0 \pm 0.2$ cm/s) / $(6.00 \pm 0.01$ cm)

$= 1.20 \pm 0.05$ s

$\log t_r$ $\approx 0.79 \pm 0.18$

$\dot{\gamma}_a$ $= 4 * (5.0 \pm 0.2$ cm/s) / $(0.250 \pm 0.005$ cm$)^2$

$= 320 \pm 14$ s^{-1}

F_{corr} $\approx 1.13 \pm 0.06$

(cette erreur se calcule à partir de la régression des figures 2.13 et 2.14)

Le calcul de l'incertitude effectuée dans cette analyse est basé sur Holman (1994). L'analyse consiste à calculer l'incertitude globale d'une fonction à partir de la dérivée partielle de chacun des paramètres comportant une incertitude. Par exemple, pour la fonction suivante :

$$F = F(x_1, x_2, \ldots, x_n) \tag{E.1}$$

L'incertitude, ΔF, se calcule comme suit :

$$\Delta F = \sqrt{\left(\frac{\partial F}{\partial x_1}\Delta x_1\right)^2 + \left(\frac{\partial F}{\partial x_2}\Delta x_2\right)^2 + \ldots + \left(\frac{\partial F}{\partial x_n}\Delta x_n\right)^2} \tag{E.2}$$

où Δx_i représente l'incertitude du paramètre x_i. L'indice i sert à identifier le paramètre, variant de 1 à n dans l'équation ci-haut.

Calcul de l'incertitude sur l'aplatissement, f_a

$$\Delta f_a = \sqrt{\left(\frac{\partial f_a}{\partial V}\Delta V\right)^2 + \left(\frac{\partial f_a}{\partial \overline{V}}\Delta \overline{V}\right)^2} \tag{E.3}$$

À partir de l'équation 3.54,

$$\Delta f_a = \frac{1}{2}\cdot\left(\frac{\overline{V}}{V}\right)^{1/2}\cdot\sqrt{\left(\frac{\overline{V}\cdot\Delta V}{\overline{V}^2}\right)^2 + \left(\frac{-V\cdot\Delta\overline{V}}{\overline{V}^2}\right)^2} \tag{E.4}$$

$$\Delta f_a \cong 0.5\cdot\left(\frac{5}{5}\right)^{0.5}\cdot\sqrt{\left(\frac{5\cdot(0.2))}{5^2}\right)^2 + \left(\frac{-5\cdot(0.2)}{5^2}\right)^2} = \pm 0.03 \tag{E.5}$$

Pour un profilé parfaitement balancé,

$f_a = 1.00 \pm 0.03$

Calcul de l'incertitude sur le gonflement, f_g et β_g

À partir de l'équation 3.51,

$$f_g = F_{corr} \cdot f_{g,capillaire} \quad \text{où} \quad f_{g,capillaire} = A + B \cdot T + C \cdot \dot{\gamma}_a + D \cdot \log t_r \tag{E.6}$$

L'incertitude s'estime à partir de l'équation E.2. On peut convertir cette équation en terme d'erreur relative.

$$\frac{\Delta f_g}{f_g} = \sqrt{\left(\frac{\Delta F_{corr}}{F_{corr}}\right)^2 + \left(\frac{\Delta f_{g,capillaire}}{f_{g,capillaire}}\right)^2} \tag{E.7}$$

Et l'erreur absolue sur le gonflement capillaire est calculée à partir des paramètres de régression trouvés au tableau 2.4 pour le PVC rigide (7067).

$$\Delta f_{g,capillaire} = \sqrt{\begin{array}{l}(B\Delta T)^2 + ((T_{max} - T_{min})\Delta B)^2 \\ + (C\Delta\dot{\gamma}_a)^2 + ((\dot{\gamma}_{a,max} - \dot{\gamma}_{a,min})\Delta C)^2 \\ + (D(\Delta \log t_r))^2 + ((\log t_r)\Delta D)^2\end{array}} \tag{E.8}$$

où $(T_{max} - T_{min})$ et $(\dot{\gamma}_{a,max} - \dot{\gamma}_{a,min})$ représente les plages d'application de température et du taux de cisaillement respectivement.

$= [\,((6.7*10^{-3})(2))^2 + ((210\text{-}170)(0.5*10^{-3}))^2$
$+ ((0.546*10^{-3})(14))^2 + ((400\text{-}100)(0.039*10^{-3}))^2$
$+ ((0.244)(0.18))^2 + ((0.010)(0.79))^2\,]^{1/2} = \pm 0.05$

Ainsi, l'erreur relative sur le gonflement se calcule comme suit :

$$\frac{\Delta f_g}{f_g} = \sqrt{\left(\frac{0.06}{1.13}\right)^2 + \left(\frac{0.05}{1.15}\right)^2} = \pm 0.07 = 7\% \tag{E.9}$$

En terme d'erreur absolue, on obtient les erreurs suivantes. L'erreur sur le changement de forme est l'écart type sur la moyenne des valeurs calculées à la figure 2.15.

$f_g = 1.32 \pm 0.09$ et $\beta_g = 1.118 \pm 0.016$

Incertitude sur le retrait, f_r

$$\Delta f_r = \sqrt{\left(\frac{\partial f_r}{\partial \rho_f}\Delta\rho_f\right)^2 + \left(\frac{\partial f_r}{\partial \rho_s}\Delta\rho_s\right)^2} \qquad \text{(E.10)}$$

À partir de l'équation 3.55,

$$\Delta f_r = \frac{1}{2}\cdot\left(\frac{\rho_s}{\rho_f}\right)^{1/2}\cdot\sqrt{\left(\frac{\rho_s\cdot\Delta\rho_f}{\rho_s^2}\right)^2\left(\frac{-\rho_f\cdot\Delta\rho_s}{\rho_s^2}\right)^2} \qquad \text{(E.11)}$$

$$\Delta f_r \cong 0.5\cdot\left(\frac{1.42}{1.28}\right)^{0.5}\cdot\sqrt{\left(\frac{-1.42\cdot(0.02)}{1.42^2}\right)^2 + \left(\frac{-1.28\cdot(0.01)}{1.42^2}\right)^2} = \pm 0.008 \qquad \text{(E.12)}$$

En bref, $f_r = 0.949 \pm 0.008$

Incertitude sur l'étirement, f_e et β_e

$$\Delta f_e = \sqrt{\left(\frac{\partial f_e}{\partial V_2}\Delta V_2\right)^2 + \left(\frac{\partial f_e}{\partial V_3}\Delta V_3\right)^2} \qquad \text{(E.13)}$$

À partir de l'équation 3.56, un calcul de l'incertitude est estimé avec les incertitudes sur les vitesses d'écoulement. L'erreur sur les vitesses V_2 et V_3 est estimée approximativement avec les erreurs sur les vitesse V_f (filière) et V_p (profilé) respectivement.

$$\Delta f_e = \frac{1}{2}\cdot\left(\frac{V_p}{V_f}\right)^{1/2}\cdot\sqrt{\left(\frac{V_p\cdot\Delta V_f}{V_p^2}\right)^2 + \left(\frac{-V_f\cdot\Delta V_p}{V_p^2}\right)^2} \qquad \text{(E.14)}$$

$$\Delta f_r \cong 0.5\cdot\left(\frac{6}{5}\right)^{0.5}\cdot\sqrt{\left(\frac{6\cdot(0.02)}{6^2}\right)^2 + \left(\frac{-5\cdot(0.01)}{6^2}\right)^2} = \pm 0.002 \qquad \text{(E.15)}$$

Avec l'incertitude du changement de forme (figure 2.16) :

$f_e = 0.729 \pm 0.002$ et $\beta_e = 0.915 \pm 0.021$

Calcul de l'incertitude totale sur l'épaisseur

L'incertitude expérimentale sur l'épaisseur peut être estimée à partir de l'équation E.2. En développant cette équation, on trouve l'erreur relative sur l'épaisseur. À partir de cette équation, on vise à quantifier les incertitudes de chacun des termes de l'équation 3.58.

$$\frac{\Delta h_p}{h_p} = \sqrt{\left(\frac{\Delta f_a}{f_a}\right)^2 + \left(\frac{\Delta f_g}{f_g}\right)^2 + \left(\frac{\Delta \beta_g}{\beta_g}\right)^2 + \left(\frac{\Delta f_e}{f_e}\right)^2 + \left(\frac{\Delta \beta_e}{\beta_e}\right)^2 + \left(\frac{\Delta f_r}{f_r}\right)^2 + \left(\frac{\Delta h_f}{h_f}\right)^2} \qquad \text{(E.16)}$$

$$\frac{\Delta h_p}{h_p} = \sqrt{\left(\frac{0.03}{1}\right)^2 + \left(\frac{0.09}{1.32}\right)^2 + \left(\frac{0.016}{1.118}\right)^2 + \left(\frac{0.002}{0.729}\right)^2 + \left(\frac{0.021}{0.915}\right)^2 + \left(\frac{0.008}{0.949}\right)^2 + \left(\frac{0.05}{2.50}\right)^2} = \pm 0.081 = \pm 8.1\% \qquad \text{(E.17)}$$

Calcul de l'incertitude totale sur la largeur

Similairement, on peut développer l'équation 3.59 et obtenir l'incertitude suivante.

$$\frac{\Delta w_p}{w_p} = \sqrt{\left(\frac{\Delta f_a}{f_a}\right)^2 + \left(\frac{\Delta f_g}{f_g}\right)^2 + \left(\frac{\Delta \beta_g}{\beta_g}\right)^2 + \left(\frac{\Delta f_e}{f_e}\right)^2 + \left(\frac{\Delta \beta_e}{\beta_e}\right)^2 + \left(\frac{\Delta f_r}{f_r}\right)^2 + \left(\frac{\Delta w_f}{w_f}\right)^2} \qquad \text{(E.18)}$$

et

$$\frac{\Delta h_p}{h_p} = \sqrt{\left(\frac{0.03}{1}\right)^2 + \left(\frac{0.09}{1.32}\right)^2 + \left(\frac{0.016}{1.118}\right)^2 + \left(\frac{0.002}{0.729}\right)^2 + \left(\frac{0.021}{0.915}\right)^2 + \left(\frac{0.008}{0.949}\right)^2 + \left(\frac{0.05}{30.00}\right)^2} = \pm 0.079 = \pm 7.9\% \qquad \text{(E.19)}$$

ANNEXE F : EXEMPLE DE CALCUL DE F_P^*

Le facteur de paroi F_p^* avec les filières multiformes se calcule en combinant les F_p^* calculés sur chacune des couches de l'écoulement, tel que présenté par l'équation 3.22. Les facteurs F_p^* de chaque couche se calculent à partir des équations 3.15 à 3.17. Il faut alors déterminer les ratios Y_{min}/W_k et $W_k/H_{i,j}$. La distance Y_{min} est la distance entre le centre du segment (i, j) et la paroi la plus proche ; W_k est la largeur de la couche évaluée entre z_{min} et z_{max} ; $H_{i,j}$ est l'épaisseur du segment. La démarche utilisée est expliquée avec l'exemple présenté à la figure F.1. Le segment, situé à la position j=3 et i=1, peut alors être subdivisé en 6 couches (a, b, c, d, e, f). La fraction volumique du débit théorique, $\phi_{(1,3,k)}$, circulant dans chaque couche peut être estimé avec les limites z_{min} et z_{max}, présenté au tableau F.1. Elle est calculée avec l'équation A.29, provenant du développement d'un écoulement entre plaques parallèles (annexe A).

Tableau F.1 : Calcul de la fraction du débit dans les couches de l'écoulement.

Couche (k)	z_{min} (mm)	z_{max} (mm)	$\phi_{(1,3,k)}$
a	1.15	1.35	0.030
b	0.75	1.15	0.147
c	-0.75	0.75	0.645
d	-0.95	-0.75	0.081
e	-1.15	-0.95	0.066
f	-1.35	-1.15	0.030

N.B. : Le fluide de l'exemple possède un indice, n, de 0.20. Le segment i=1, j=3 a une épaisseur totale de 2.7 mm. La segmentation est composée de 1 segment sur la longueur (L) par 22 segments sur la largeur (W), chaque segment ayant une largeur de 2 mm.

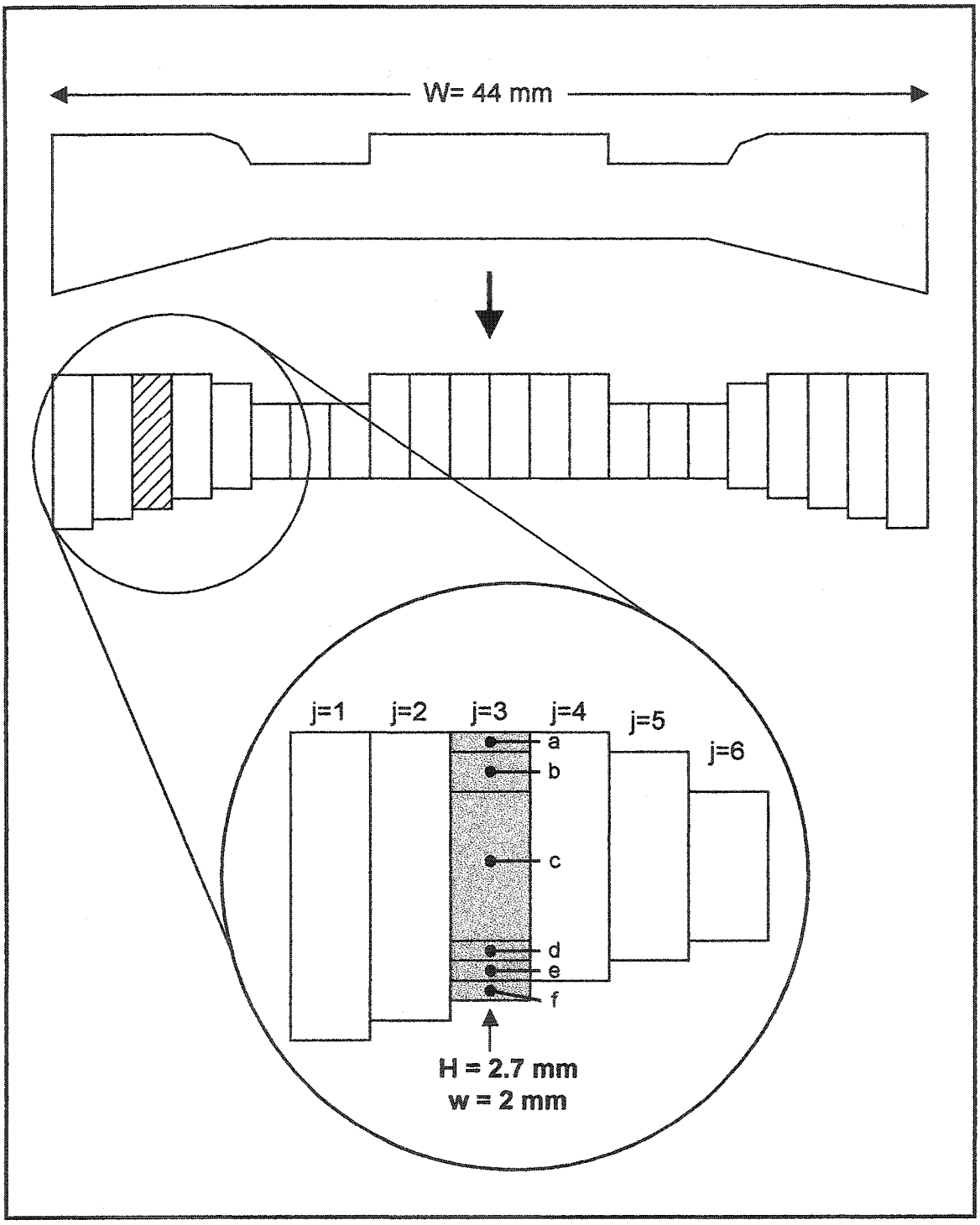


Figure F.1 : Exemple de calcul de F_p^* avec une filière multiforme.

Tableau F.2 : Calcul des facteurs F_p^*.

Couche	W_k (mm)	W_k/H	Y_{gauche} (mm)	Y_{droite} (mm)	Y_{min} (mm)	Y_{min}/W_k	$F_{p\,k}^*$
a	8	2.96	5	3	3	0.375	0.379
b	10	3.70	5	5	5	0.500	0.467
c	44	16.30	5	39	5	0.114	0.601
d	10	3.70	5	5	5	0.500	0.467
e	8	2.96	5	3	3	0.375	0.379
f	6	2.22	5	1	1	0.167	0.199

À partir des données de $\phi_{(1,3,k)}$, présentées au tableau F.1, et $F_{p\,k}^*$, présentées au tableau F.2, on calcule le facteur de paroi F_p^* du segment (i=1, j=3) comme suit :

$$F^*_{p(1,3)} = \left(\begin{array}{l} \phi_{(1,3,a)} \cdot F^*_{p\,a} + \phi_{(1,3,b)} \cdot F^*_{p\,b} + \phi_{(1,3,c)} \cdot F^*_{p\,c} \\ + \phi_{(1,3,d)} \cdot F^*_{p\,d} + \phi_{(1,3,e)} \cdot F^*_{p\,e} + \phi_{(1,3,f)} \cdot F^*_{p\,f} \end{array} \right) \qquad \text{(F.1)}$$

$$F^*_{p(1,3)} = \left(\begin{array}{l} 0.030 \cdot 0.379 + 0.147 \cdot 0.467 + 0.645 \cdot 0.601 \\ + 0.081 \cdot 0.467 + 0.066 \cdot 0.379 + 0.030 \cdot 0.199 \end{array} \right) = 0.537 \qquad \text{(F.2)}$$

ANNEXE G : CHANGEMENTS POST-EXTRUSION PAR BILAN DE MASSE

Un bilan de masse entre les étapes transitoires de la déformation post-extrusion du profilé permet de quantifier théoriquement le changement de grandeur et le changement de forme. En considérant qu'il y a une conservation de la masse au cours de la transformation, il est possible d'estimer l'augmentation de l'aire transversale dû à une réduction de vitesse mesurée ou estimée, ou inversement une réduction de vitesse pour un changement d'aire mesuré. Pour ce faire, des plans sont identifiés aux étapes transitoires de la transformation post-extrusion, tel que présenté à la figure G.1.

Les déformations post-extrusion sont calculées sur la largeur et l'épaisseur d'un profilé rectangulaire. Les coefficients utilisés dans ce travail sont développés de façon similaire aux travaux de Stevenson (1985) et Huneault (1992). On utilise un coefficient de changement de grandeur (f_i), représentant la racine carrée du changement d'aire (α_i) utilisé par Huneault (1992), et un coefficient de changement de forme (β_i). Ces coefficients sont calculés en respectant un bilan de masse entre chaque plan de coupe, tel que montré à la figure G.1. Le plan 0 identifie la coupe de l'écoulement du polymère fondu dans la filière, juste avant d'en sortir. Le plan 1 identifie la coupe transversale du profilé s'écoulant à une même vitesse moyenne sur l'ensemble de la surface transversale. Le plan 2 identifie la coupe du profilé atteignant une relaxation totale des contraintes d'extrusion, représentant le gonflement à l'équilibre. Le plan 3 représente la coupe du profilé après l'étirement et le plan 4, après le refroidissement et la solidification.

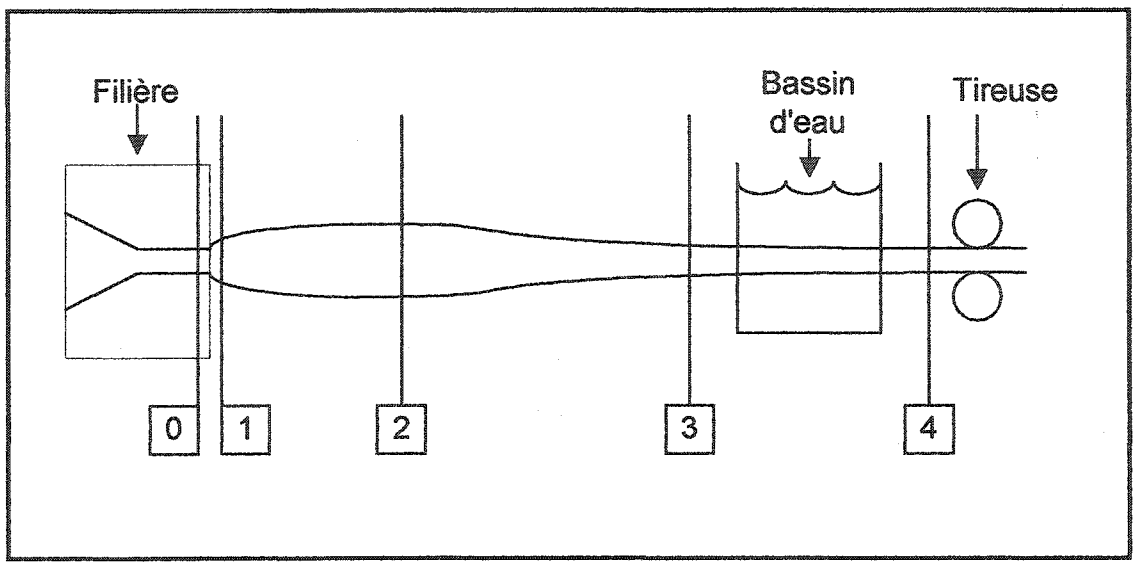


Figure G.1 : Schéma des changements de forme sur la ligne d'extrusion.

Par exemple, avec un bilan de masse fait entre les coupes transversales 0 et 1, on peut estimer l'évolution des dimensions du profilé.

$$\dot{m}_0 = \dot{m}_1 \tag{G.1}$$

$$w_0 h_0 V_0 \rho_0 = w_1 h_1 V_1 \rho_1 \tag{G.2}$$

où $\dot{m}$ représente le débit massique, w, la largeur du profilé rectangulaire, h, l'épaisseur, V, la vitesse et ρ, la masse volumique. L'indice indique le plan observé. À partir de l'équation G.2, l'épaisseur s'exprime comme suit :

$$h_1 = \frac{w_0}{w_1} \cdot \frac{V_0}{V_1} \cdot h_0 \tag{G.3}$$

Sachant que la densité (ρ) est la même aux plans 0 et 1, tous deux étant fondus :

$$\frac{V_0}{V_1} = \frac{\dot{m}_0 / w_0 h_0 \rho_0}{\dot{m}_1 / w_1 h_1 \rho_1} = \frac{w_1 h_1}{w_0 h_0} \tag{G.4}$$

En utilisant l'équation G.4 avec G.3, on exprime l'épaisseur avec des ratios représentant respectivement le changement de forme et le changement de grandeur.

$$h_1 = \sqrt{\frac{h_1 w_0}{w_1 h_0}} \cdot \sqrt{\frac{w_1 h_1}{w_0 h_0}} \cdot h_0 \tag{G.5}$$

$$h_1 = \beta_{01} \cdot f_{01} \cdot h_0 \qquad (G.6)$$

où β_{01} représente le changement de forme, et f_{01}, le changement de grandeur entre les plans 0 et 1. Similairement, on calcule la largeur par un bilan de masse.

$$w_1 = \left(\beta_{01} / f_{01} \right) \cdot w_0 \qquad (G.7)$$

Des bilans de masse peuvent ensuite être faits de façon identique entre les plans 1 et 2 et les plans 2 et 3. Cependant, le bilan de masse entre les plans 3 et 4 fait intervenir un changement de densité. Ainsi, pour le calcul du retrait, il y a un changement de phase du polymère entre les plans 3 et 4. Le bilan de masse entre les plans 3 et 4 nous donne cette relation :

$$w_3 h_3 V_3 \rho_3 = w_4 h_4 V_4 \rho_4 \qquad (G.8)$$

Sachant que le profilé est tiré à la même vitesse au cours du refroidissement, on estime que $V_3 = V_4$. Ainsi, l'épaisseur est exprimée en fonction du ratio de la densité entre les plans 3 et 4.

$$h_4 = \frac{w_3}{w_4} \cdot \frac{\rho_3}{\rho_4} \cdot h_3 \qquad (G.9)$$

Le ratio de densité entre les plans 3 et 4 peut se simplifier en considérant une conservation de la masse entre les plans évalués ($\dot{m}_3 = \dot{m}_4$) et toujours une même vitesse, soit $V_3 = V_4$.

$$\frac{\rho_3}{\rho_4} = \sqrt{\frac{\dot{m}_3 / h_3 w_3 V_3}{\dot{m}_4 / h_4 w_4 V_4}} \cdot \sqrt{\frac{\rho_3}{\rho_4}} = \sqrt{\frac{h_4 w_4}{h_3 w_3}} \cdot \sqrt{\frac{\rho_3}{\rho_4}} \qquad (G.10)$$

En utilisant l'équation G.9 avec l'équation G.10, on évalue le changement d'épaisseur dû au retrait à partir d'un terme représentant le changement de forme et l'autre, le changement de grandeur.

$$h_4 = \sqrt{\frac{w_3 h_4}{w_4 h_3}} \cdot \sqrt{\frac{\rho_3}{\rho_4}} \cdot h_3 \qquad (G.11)$$

$$h_4 = \beta_{34} \cdot f_{34} \cdot h_3 \qquad (G.12)$$

Le tableau G.1 résume les changements de dimension pour les quatre phénomènes post-extrusion mentionnés précédemment. La notation utilisée se réfère à la figure G.1.

Tableau G.1 : Changements de dimension pour les profilés rectangulaires.

Phénomène	**Changement de forme, β**	**Changement de grandeur, f**	**Calcul de l'épaisseur, h**	**Calcul de la largeur, w**
Aplatissement (Plans 0-1)	Aucun	$f_{01} = \sqrt{\frac{V_0}{V_1}}$	$h_1 = f_{01} \cdot h_0$	$w_1 = f_{01} \cdot w_0$
Gonflement (Plans 1-2)	$\beta_{12} = \sqrt{\frac{h_2 w_1}{w_2 h_1}}$	$f_{12} = \sqrt{\frac{w_2 h_2}{w_1 h_1}}$	$h_2 = f_{12} \cdot \beta_{12} \cdot h_1$	$w_2 = (f_{12} / \beta_{12}) \cdot w_1$
Étirement (Plans 2-3)	$\beta_{23} = \sqrt{\frac{h_3 w_2}{w_3 h_2}}$	$f_{23} = \sqrt{\frac{w_3 h_3}{w_2 h_2}}$	$h_3 = f_{23} \cdot \beta_{23} \cdot h_2$	$w_3 = (f_{23} / \beta_{23}) \cdot w_2$
Retrait (Plans 3-4)	Aucun	$f_{34} = \sqrt{\frac{\rho_3}{\rho_4}}$	$h_4 = f_{34} \cdot h_3$	$w_4 = f_{34} \cdot w_3$

Sur l'ensemble des changements de dimension post- extrusion, on obtient les équations suivantes entre la sortie de la filière et le profilé final solidifié.

$$h_4 = f_{01} \cdot f_{12} \cdot \beta_{12} \cdot f_{23} \cdot \beta_{23} \cdot f_{34} \cdot h_0 \qquad (G.13)$$

$$w_4 = f_{01} \cdot f_{12} / \beta_{12} \cdot f_{23} / \beta_{23} \cdot f_{34} \cdot w_0 \qquad (G.14)$$

Ces facteurs seront notés en terme d'aplatissement (a), gonflement (g), étirement (e) et retrait (r) pour le reste de l'analyse, soit :

$$h_p = f_a \cdot f_g \cdot \beta_g \cdot f_e \cdot \beta_e \cdot f_r \cdot h_f \qquad (G.15)$$

$$w_p = f_a \cdot f_g / \beta_g \cdot f_e / \beta_e \cdot f_r \cdot w_f \qquad (G.16)$$

où h_p et h_f sont respectivement les épaisseurs du profilé et de la filière et où w_p et w_f sont les largeurs du profilé et de la filière. Les équations présentées au tableau G.1 montre la relation entre les dimensions et la vitesse du profilé. Cependant, elles ne permettent pas de prédire les changements de dimension à partir des données de calcul ou des mesures prises. En effet, le gonflement est prédit à partir d'un modèle empirique,

basé sur les mesures expérimentales du gonflement. Les autres changements de dimension sont prédits avec les vitesses d'écoulement simulées, la mesure de la densité du polymère ou encore des conditions d'opération moyennes (par exemple, taux d'étirement de 15 %).