

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

**TECHNIQUES EXPLICITES POUR LA RECONSTRUCTION 3D DE LA
COLONNE VERTÉBRALE À PARTIR D'IMAGES RADIOGRAPHIQUES**

JUSTIN NOVOSAD
INSTITUT DE GÉNIE BIOMÉDICAL
ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

MÉMOIRE PRÉSENTÉ EN VUE DE L'OBTENTION
DU DIPLÔME DE MAÎTRISE ÈS SCIENCES APPLIQUÉES
(GÉNIE BIOMÉDICAL)
DÉCEMBRE 2002



National Library
of Canada

Bibliothèque nationale
du Canada

Acquisitions and
Bibliographic Services

Acquisitions et
services bibliographiques

395 Wellington Street
Ottawa ON K1A 0N4
Canada

395, rue Wellington
Ottawa ON K1A 0N4
Canada

Your file Votre référence

ISBN: 0-612-91959-5

Our file Notre référence

ISBN: 0-612-91959-5

The author has granted a non-exclusive licence allowing the National Library of Canada to reproduce, loan, distribute or sell copies of this thesis in microform, paper or electronic formats.

L'auteur a accordé une licence non exclusive permettant à la Bibliothèque nationale du Canada de reproduire, prêter, distribuer ou vendre des copies de cette thèse sous la forme de microfiche/film, de reproduction sur papier ou sur format électronique.

The author retains ownership of the copyright in this thesis. Neither the thesis nor substantial extracts from it may be printed or otherwise reproduced without the author's permission.

L'auteur conserve la propriété du droit d'auteur qui protège cette thèse. Ni la thèse ni des extraits substantiels de celle-ci ne doivent être imprimés ou autrement reproduits sans son autorisation.

In compliance with the Canadian Privacy Act some supporting forms may have been removed from this dissertation.

Conformément à la loi canadienne sur la protection de la vie privée, quelques formulaires secondaires ont été enlevés de ce manuscrit.

While these forms may be included in the document page count, their removal does not represent any loss of content from the dissertation.

Bien que ces formulaires aient inclus dans la pagination, il n'y aura aucun contenu manquant.

Canada

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

Ce mémoire intitulé :

TECHNIQUES EXPLICITES POUR LA RECONSTRUCTION 3D DE LA COLONNE
VERTÉBRALE À PARTIR D'IMAGES RADIOGRAPHIQUES

présenté par: NOVOSAD Justin

en vue de l'obtention du diplôme de: Maîtrise ès sciences appliquées

a été dûment acceptée par le jury d'examen constitué de :

M. SAVARD Pierre, Ph.D., président

Mme CHERIET Farida, Ph.D., membre et directrice de recherche

M. LABELLE Hubert, M.D., membre et codirecteur de recherche

M. JODOIN Alain, M.D., membre

Remerciements

Je tiens tout d'abord à remercier mes directeurs de recherche, Farida Cheriet et Hubert Labelle, pour leurs supports intellectuel et moral. Je les remercie pour la générosité et le positivisme avec lesquels ils m'ont encadré. Je les remercie pour la confiance et la foi qu'ils ont eues en moi.

Un gros merci à tous les étudiants, associés de recherche et chercheurs des laboratoires LIS3D, LMBCAO et LIV4D pour leurs multiples collaborations et conseils. Je désire particulièrement remercier Yvan Petit pour avoir posé le problème du test d'inflexion latérale tridimensionnel et pour sa collaboration scientifique dans la résolution de ce problème.

Finalement, merci aux organismes qui ont financé ce projet de recherche :

- La Fondation de l'Hôpital Sainte-Justine
- Le Conseil de recherche en sciences naturelles et en génie du Canada (CRSNG).

Résumé

La scoliose idiopathique adolescente est une déformation tridimensionnelle du tronc. L'asymétrie externe du dos et la déviation de la colonne vertébrale sont traditionnellement les facteurs les plus utilisés dans la détection, le diagnostic et la caractérisation de la scoliose. Cependant, il est reconnu que la scoliose idiopathique adolescente est une déformation de nature très complexe du système musculo-squelettique. C'est pourquoi, depuis environ trois décennies, il y a de plus en plus d'intérêt pour la mesure tridimensionnelle de la conformation de la colonne vertébrale et de la cage thoracique. Il est aussi reconnu que l'étude de la structure du système musculo-squelettique du tronc ne dévoile pas tous les aspects de la déformation : il faut aussi étudier la dynamique (mobilité, rigidité, résilience, etc.) des structures du tronc. L'acquisition de ces données n'est pas globalement accessible à cause de la faible disponibilité de l'équipement spécialisé qui est nécessaire.

Le premier objectif de ce mémoire est d'introduire une nouvelle classe de techniques de reconstruction 3D qui permettent de produire des modèles 3D des structures osseuses en utilisant de l'équipement et des protocoles radiologiques standard. Le seul équipement spécialisé nécessaire est un programme d'ordinateur qui traite les données radiologiques. Ainsi, il sera dorénavant possible d'effectuer des études rétrospectives en trois dimensions à partir de radiographies conventionnelles et il sera plus facile d'effectuer certains types d'études multicentriques.

La nouvelle approche de reconstruction 3D est basée sur une procédure d'auto-calibrage qui permet d'estimer la configuration de l'équipement radiologique, sans que les appareils aient été calibrés. Des tests de validation avec des images réelles en position debout montrent que l'erreur RMS entre les reconstructions par auto-calibrage et par DLT (méthode classique) est de 1.67mm pour le cas moyen. Avec des images intra-opératoires, la distance RMS obtenue fut de 1.12mm, par rapport à la technique de reconstruction intra-opératoire proposée par Cheriet *et al.* (1999).

Une autre problématique adressée dans ce mémoire est la reconstruction 3D à partir d'une seule radiographie. Dans plusieurs situations, notamment lorsqu'on veut évaluer la mobilité latérale de la colonne vertébrale, on ne prend qu'une seule radiographie du patient. Cependant, il serait désirable de pouvoir étudier le mouvement d'inflexion latérale en 3D. Pour répondre à ce besoin, une nouvelle technique de reconstruction 3D fut développée. La technique est basée sur le recalage 3D/2D de modèles de vertèbres connues *a priori*. Des expériences de simulation ont montré que dans des conditions pessimistes (données fortement bruitées), l'erreur RMS de la reconstruction 3D est de 2.89mm pour le cas moyen.

Les nouveaux algorithmes présentés dans ce mémoire sont en somme suffisamment précis pour extraire des données cliniques 3D utiles dans des contextes où les techniques de reconstruction 3D existantes ne sont pas utilisables.

Abstract

Adolescent idiopathic scoliosis is a three-dimensional deformation of the spine and rib cage. Back surface asymmetry and spinal deviation are the most commonly observed characteristics for scoliosis screening, diagnosis and characterization. However, it is known that adolescent idiopathic scoliosis is a really a very complex deformation of the musculo-skeletal system. That is why, in the last three decades, there has been growing interest for three-dimensional analysis of the conformation of the spine and rib cage. It is also known that the study of musculo-skeletal structure only reveals a small subset of the deformation's characteristics: one must also study the dynamic aspects (mobility, rigidity, resilience, etc.) of the various structures that make up the human trunk. The technology required to acquire all this information is not globally accessible because of the poor availability of the necessary specialized equipment.

The first objective of this thesis is to introduce a new class of 3D reconstruction techniques that enable the acquisition of 3D structural information using standard radiological equipment and procedures. The only specialized equipment that is required is computer software to process the X-ray images. Hence it is now possible to perform 3D retrospective studies using old conventional radiographs, and it will be much easier to perform 3D multi-centre studies.

The new approach to 3D reconstruction is based on a self-calibration procedure that estimates the geometric parameters that describe the radiological set-up, without

having to calibrate the equipment. Validation experiments, using real images of patient in standing position, produced a mean RMS error of 1.67mm between 3D reconstruction models produced by means of self-calibration and by DLT (classic calibrated technique). With intra-operative images, the resulting RMS error was 1.12mm, using as a gold standard the intra-operative calibration algorithm proposed by Cheriet *et al.* (1999).

Another problem addressed in this thesis is 3D reconstruction from a single X-ray image. In several contexts, only one X-ray image of the patient is taken, for instance for the evaluation of lateral bending mobility. It would be useful to be able to study lateral bending motion in 3D. To fulfill this need, a new 3D reconstruction technique was developed. The technique is based on 3D/2D registration of prior vertebra models. A simulation experiment showed that under pessimistically noisy conditions, the expected RMS reconstruction error is 2.89mm.

The two new algorithms presented in this thesis are precise enough to extract useful and significant 3D data in various contexts where previous technologies are unusable.

Table des matières

1	Introduction.....	1
2	Revue des connaissances et état de l'art.....	5
2.1	Les Déformations scoliotiques	5
2.1.1	Anatomie de la colonne vertébrale	5
2.1.2	Évaluation 2D de la scoliose	7
2.1.3	Évaluation 3D de la scoliose	8
2.1.4	La mobilité de la colonne vertébrale	10
2.2	Technologies de reconstruction 3D à partir de radiographies	11
2.3	L'Auto-calibrage.....	13
2.4	Le Recalage 3D/2D	15
3	Objectifs.....	20
3.1	Études rétrospectives.....	20
3.2	Études multicentriques	21
3.3	Études intra-opératoires.....	22
3.4	Évaluation 3D de la mobilité du rachis	23
4	Méthodologie	26
4.1	Acquisition d'images radiographiques bi-planes	26
4.1.1	Acquisition des radiographies pour la reconstruction 3D en position debout.....	26
4.1.2	Acquisition des radiographies pour la reconstruction 3D intra-opératoire en position couchée.....	28
4.2	Modèle mathématique d'une projection radiographique.....	30
4.3	Calibrage standard.....	33
4.4	Reconstruction 3D.....	36
4.5	Procédure d'auto-calibrage	39
4.5.1	Le calibrage explicite.....	39
4.5.2	Algorithme d'auto-calibrage par point fixe.....	42
4.5.3	Approximation initiale.....	43
4.5.4	Optimisation de la performance.....	45
4.5.5	Réjection automatique des fausses correspondances.....	46
4.6	Validation de l'auto-calibrage	49
4.6.1	Auto-calibrage <i>in vitro</i>	49
4.6.2	Auto-calibrage <i>in vivo</i> post-opératoire en position debout	49
4.6.3	Auto-calibrage intra-opératoire	49
4.7	Acquisition des données pour la reconstruction 3D à partir d'une seule image.....	50
4.7.1	Les Radiographies préopératoires calibrées	51
4.7.2	Les Radiographies d'inflexion latérale.....	51
4.8	Reconstruction 3D à partir d'une seule image d'inflexion latérale.....	52
4.8.1	Le Calibrage	54
4.8.2	Le Recalage 3D/2D	54
4.8.3	Application de la contrainte d'alignement	57
4.8.4	Correction radiale globale	62
4.9	Validation de la reconstruction 3D à partir d'une seule image.....	63
4.9.1	Contraintes d'alignement	63
4.9.2	Reconstruction 3D à partir d'une seule image	64
5	Résultats.....	65
5.1	Auto-calibrage pour les études rétrospectives	65

5.2	Réjection de repères pour l'auto-calibrage intra-opératoire	66
5.3	Reconstruction intra-opératoire	66
5.4	Contrainte d'alignement	67
5.5	Reconstruction 3D à partir d'une seule image	68
6	Discussion.....	71
6.1	Auto-calibrage rétrospectif.....	71
6.2	Auto-calibrage intra-opératoire	73
6.3	Contrainte d'alignement.....	74
6.4	Reconstruction 3D à partir d'une seule image	75
7	Conclusion	77
7.1	L'Auto-calibrage	77
7.1.1	Améliorations possibles à l'algorithme	77
7.1.2	Applications futures de l'auto-calibrage	78
7.2	Reconstruction 3D en inflexion latérale	79
8	Bibliographie	81

Annexe A : Code source Matlab™

Annexe B : Publications (références)

Liste des tableaux

Tableau 4.1 : Paramètres géométriques pour la radiographie bi-plane en position debout (pré-opératoire et post-opératoire)	44
Tableau 4.2 : Paramètres géométriques pour la radiographie bi-plane intra-opératoire	44
Tableau 5.1 : Compilation des résultats de l'auto-calibrage avec 15 cas post-opératoires	65

Liste des figures

Figure 1.1 : Plan du mémoire	3
Figure 2.1 : La colonne vertébrale	6
Figure 2.2 : Repères anatomiques utilisés pour la reconstruction 3D (tirée de Delorme et al. (2003))	7
Figure 2.3 : Mesure des angles de Cobb.....	8
Figure 2.4 : Vertèbre cunéiforme.....	9
Figure 3.1 : Reconstruction 3D par radiographie bi-plane (PA0-PA20) d'une colonne vertébrale en inflexion latérale	25
Figure 4.1 : Représentation schématique de la configuration radiologique pour la radiographie multi-plane en position debout.....	27
Figure 4.2 : La radiographie multi-plane en position debout.....	27
Figure 4.3 : L'objet de calibrage intra-opératoire.....	29
Figure 4.4 : La radiographie intra-opératoire.....	29
Figure 4.5 : Représentation géométrique de projection la radiographique	30
Figure 4.6 : Représentation géométrique de la reconstruction 3D.....	38
Figure 4.7 : Schéma bloc de l'algorithme d'auto-calibrage.....	43
Figure 4.8 : La radiographie calibrée en position d'inflexion latérale.....	52
Figure 4.9 : Schéma du système de reconstruction à partir d'une seule vue.....	53
Figure 4.10 : La direction radiale.....	57
Figure 4.11 : Résultat d'un recalage 3D/2D de modèles de vertèbres sur une radiographie d'inflexion latérale.....	58
Figure 4.12 : Le vecteur d'alignement.....	61
Figure 5.1 : Erreur de reprojection global vs. nombre de repères sélectionnés pour l'auto-calibrage (minimum, maximum, moyenne).....	66
Figure 5.2 : Reconstruction 3D intra opératoire, calibrage explicite vs. auto-calibrage	67
Figure 5.3 : Erreur de reconstruction vs. écart type de l'erreur d'identification des repères	68
Figure 5.4 : Erreur de reconstruction vs. écart type de l'erreur des modèles 3D <i>a priori</i>	69
Figure 5.5 : Reconstruction 3D d'une colonne vertébrale en inflexion latérale à partir d'une seule radiographie bi-plane	70

Liste des sigles et abréviations

AP :	Antéro-postérieur (pose radiographique)
DLT :	Direct linear transform
DRR :	Radiographie reconstruite numériquement
GRDMS :	Groupe de recherche sur les déformations musculo-squelettiques, unité du Centre de recherche de l'Hôpital Sainte-Justine
IRM :	Imagerie par résonance magnétique
LAT :	Latéral (pose radiographique)
LIS3D :	Laboratoire informatique de scoliose 3D, affilié au GRDMS.
LIV4D :	Laboratoire d'imagerie et de vision 4D
LMBCAO :	Laboratoire de modélisation biomécanique et de chirurgie assistée par ordinateur, affilié au GRDMS.
MMT :	Machine à mesurer tridimensionnelle
NAO :	Numérisation assistée par ordinateur
PA :	Postéro-antérieur (pose radiographique)
RMS :	Racine carré de la moyenne des carrés (anglais : <i>root-mean-squared</i>)
SRS :	Scoliosis Research Society
TD :	Tomodensitométrie

1 Introduction

L'utilité d'étudier les déformations de la colonne vertébrale en 3D est reconnue au moins depuis 1971 (*c.f.* Panjabi et White (1971)). Depuis cette époque, les techniques pour l'étude tridimensionnelle des déformations du tronc ont proliféré (André et al. (1994), Huynh et al. (1997), DeSmet et al. (1981), Dansereau et al. (1990)). Les principaux champs d'application de la modélisation 3D de la colonne vertébrale sont le diagnostic clinique, la planification chirurgicale, la recherche clinique et la recherche en biomécanique.

L'avènement des modalités d'imagerie 3D dans l'étude de la scoliose fut motivée par les limitations des radiographies 2D et des métriques externes (*e.g.* le scoliomètre). L'ensemble de l'information 3D peut être déduite par le clinicien à partir de l'observation de plusieurs radiographies prises d'angles différents, mais il s'agit d'un exercice peu intuitif. Pour cette raison, il est de loin préférable de présenter un modèle 3D de la colonne vertébrale qui décèle la totalité de l'information géométrique en une seule représentation. À partir d'un modèle 3D, il est beaucoup plus facile et naturel d'effectuer des analyses visuelles et informatisées de certains aspects 3D de la scoliose comme la torsion géométrique (*c.f.* Dansereau et al. (1990b) et Poncet (2001)), la courbure 3D et le plan de déformation maximale (*c.f.* Aubin et al. (1999)).

Dans la communauté de la recherche sur les déformations de la colonne vertébrale, la modalité de reconstruction 3D la plus populaire est la radiographie bi-plane parce qu'elle est relativement précise, peu coûteuse et sécuritaire (basse dose de radiation). L'imagerie par

résonance magnétique (IRM) n'est pas envisageable lorsque certains types d'implants ou des corsets métalliques sont employés pour corriger les déformations. D'autre part, la tomодensitométrie (TD) à rayons X permettrait d'obtenir des reconstructions 3D précises de la colonne vertébrale entière, mais cela soumettrait le patient à une dose inacceptable de radiations ionisantes. De plus, ni la TD à rayons X ni l'IRM sont appropriés pour étudier la posture ou la mobilité de la colonne vertébrale puisque les appareils d'imagerie sont contraignants et exigent que le patient soit couché. La position couchée empêche d'étudier l'effet de la gravité et de la masse corporelle sur la posture du patient. Pour une comparaison plus approfondie des différentes modalités utilisées pour l'étude des déformations du rachis, le lecteur devrait consulter Drerup (1992).

Les algorithmes les plus couramment utilisés pour la radiographie bi-plane sont basés sur des calculs analytiques directs et linéaires. Il fut démontré dans Borghese et al. (1997), qu'il est possible d'atteindre un plus haut niveau de justesse en utilisant plutôt une approche d'optimisation non linéaire.

L'objet de ce mémoire est l'exploration d'une classe de techniques de reconstruction 3D, dite *explicite*, qui requière l'utilisation d'algorithmes d'optimisation non linéaire (Borghese et al. (1997) Weng et al. (1990), Cheriet et al. (1999)). L'avènement récent de ces techniques explicites, gourmandes en calcul numérique, est une réaction à la disponibilité accrue des machines de calcul à rendement élevé. Il sera démontré que ces techniques à l'état de l'art permettent de résoudre des problèmes qui étaient inabordables avec les approches traditionnelles.

La formation d'images radiographiques à partir d'un objet 3D est un processus déterministe, simple à modéliser. En contrepartie, le problème inverse, c'est-à-dire la reconstruction 3D, est bien plus complexe et sensible aux incertitudes. La sensibilité au bruit est le motif central derrière l'utilisation des techniques explicites qui sont en général plus robustes (*c.f.* Borghese et al. (1997)).

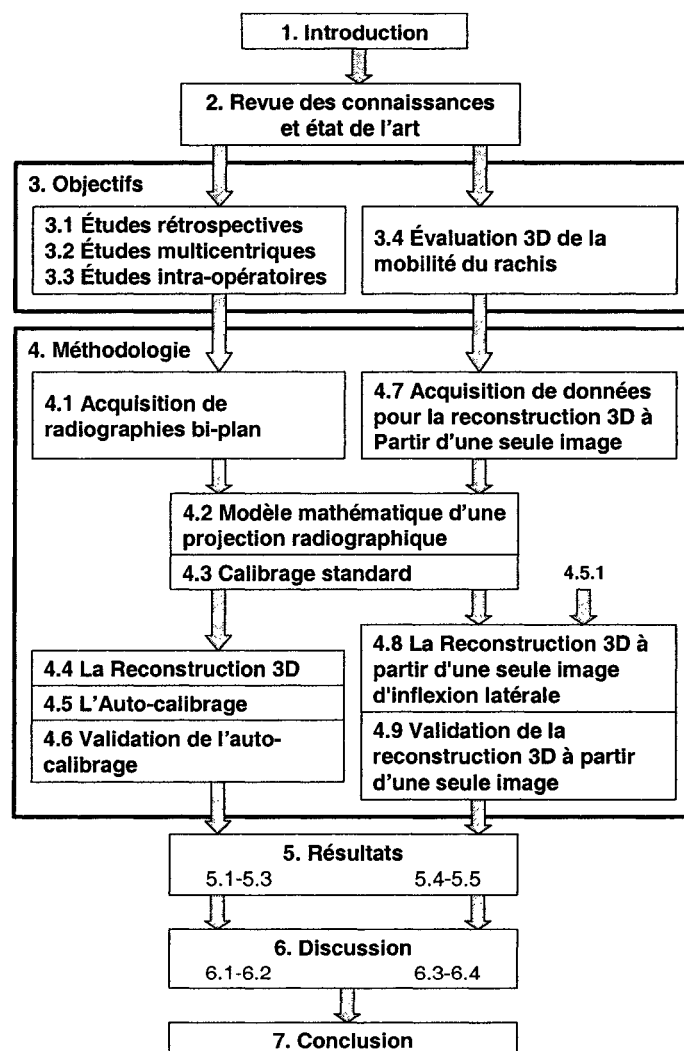


Figure 1.1 : Plan du mémoire

Dans le plan du mémoire, les flèches indiquent le flot conceptuel. Le lecteur remarquera qu'il y a deux flots en parallèle qui reflètent les deux principaux problèmes qui sont adressés dans ce mémoire, soient la reconstruction à partir de radiographies non calibrées et la reconstruction à partir d'une seule radiographie.

2 Revue des connaissances et état de l'art

2.1 Les Déformations scoliotiques

La scoliose est une déformation tridimensionnelle du tronc, caractérisée par une déviation de la colonne vertébrale accompagnée d'une asymétrie de la cage thoracique. Il existe une panoplie de caractéristiques et de mesures cliniques qui caractérisent les différents aspects de la déformation. Les traits saillants les plus communément observés par les cliniciens sont les amplitudes et les niveaux (vertèbres impliquées) des déviations du rachis et l'amplitude de l'asymétrie de la partie postérieure de la cage thoracique. Cette section du mémoire ne constitue pas un inventaire complet des caractéristiques anatomiques et métriques utilisés dans l'étude de la scoliose, mais plutôt un survol des concepts les plus importants et les plus pertinents au sujet de ce mémoire.

2.1.1 Anatomie de la colonne vertébrale

La colonne vertébrale, ou rachis, est une structure anatomique flexible de forme allongée qui soutient l'ensemble du tronc ainsi que les membres supérieurs. Elle renferme le canal médullaire, protégeant ainsi la moelle épinière. En plus du sacrum et du coccyx, la colonne vertébrale est composée de 24 vertèbres : sept vertèbres cervicales, douze vertèbres thoraciques et cinq vertèbres lombaires.

Les espaces entre les vertèbres sont occupées par des disques intervertébraux. Les disques sont des corps résilients qui amortissent le mouvement intervertébral. Les interfaces

entre les disques et les vertèbres sont les plateaux vertébraux. Tant qu'il n'y a pas rupture ou dislocation de la colonne vertébrale, deux plateaux de part et d'autre d'une articulation vertébrale sont parfaitement alignés l'un vis-à-vis l'autre, même lorsque la colonne est sévèrement déformée.

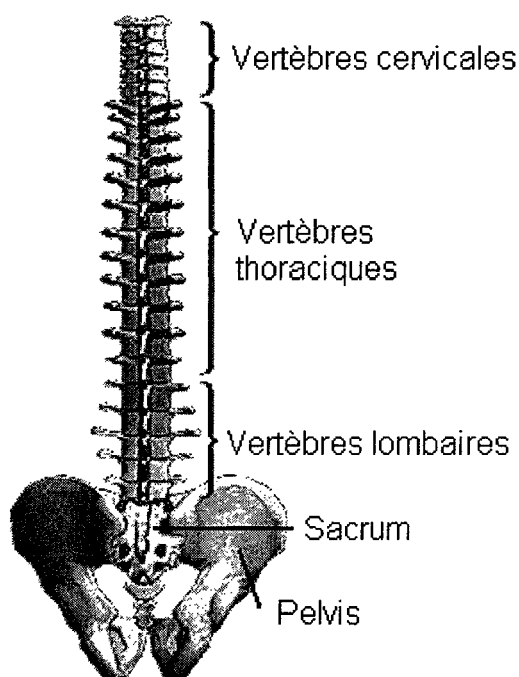


Figure 2.1 : La colonne vertébrale

Les vertèbres ont une géométrie très complexe. Il existe une liste très exhaustive de termes anatomiques pour désigner les différentes parties d'une vertèbre. Certaines de ces parties sont des éléments ponctuels, ce sont des repères anatomiques. Quatorze repères anatomiques sont utilisés dans le contexte des systèmes de reconstruction 3D employés à l'Hôpital Sainte-Justine (*c.f.* Delorme et al. (2003)) :

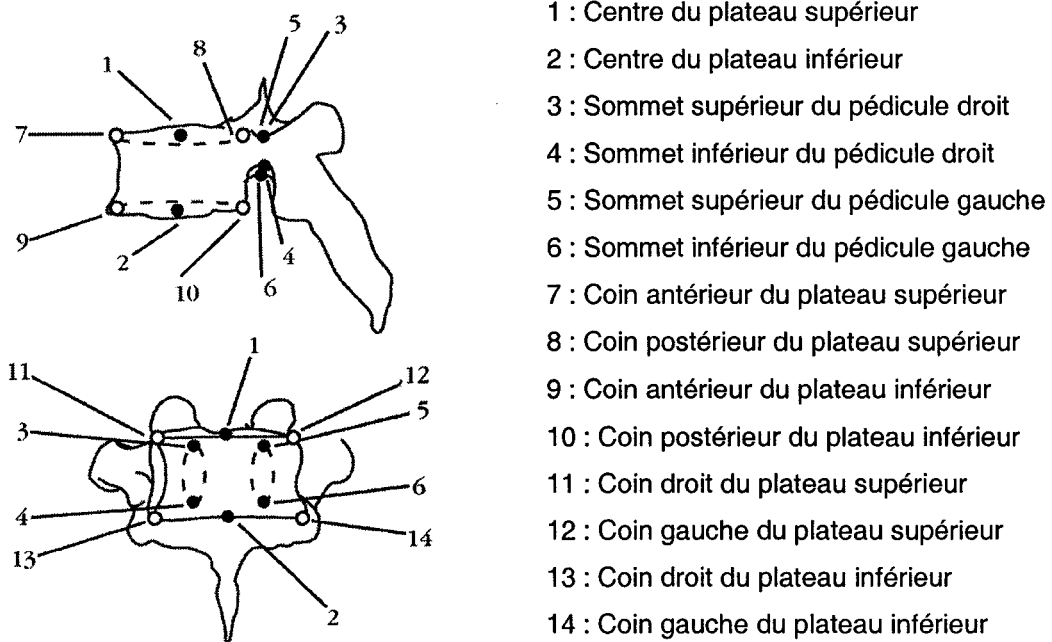


Figure 2.2 : Repères anatomiques utilisés pour la reconstruction 3D (tirée de Delorme et al. (2003))

2.1.2 Évaluation 2D de la scoliose

Un des traits physiques considérés les plus importants pour évaluer la sévérité d'une déviation rachidienne est l'amplitude de la courbure dans le plan frontal. La technique la plus répandue pour évaluer la courbure consiste à mesurer l'angle formé par les droites perpendiculaires à la colonne, passant par les points d'inflexion de celle-ci. L'angle mesuré par cette approche est appelé *angle de Cobb*. L'angle de Cobb est toujours mesuré sur une image—habituellement une radiographie—frontale du patient. Une colonne atteinte de la scoliose comporte normalement plusieurs courbures dans le plan frontal. En général il y a

une, deux ou trois courbes prédominantes. La sévérité d'une scoliose est traditionnellement jugée selon l'amplitude de la courbe la plus forte.

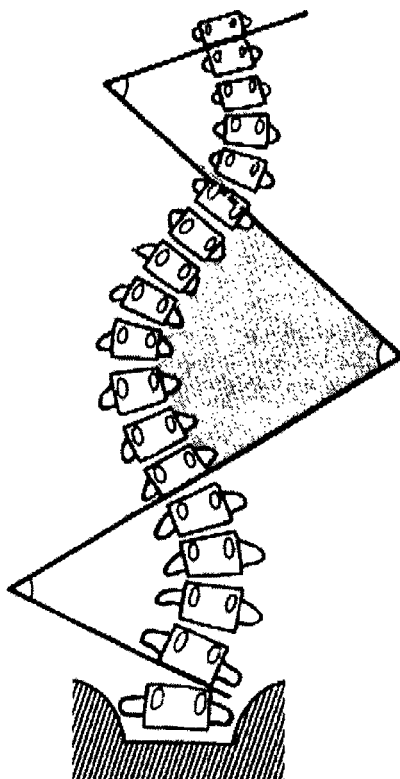


Figure 2.3 : Mesure des angles de Cobb

2.1.3 Évaluation 3D de la scoliose

Les courbures de la colonne vertébrale peuvent être évaluées en 3D. Une approche populaire consiste à évaluer l'angle de Cobb sur des projections orthographiques 2D de la colonne vertébrale sur plusieurs plans d'orientation différente. Le plan selon lequel les courbures sont les plus fortes est appelé le *plan de déformation maximale*. Différentes

méthodes pour calculer le plan de déformation maximale sont résumées et comparées dans Aubin et al. (1999).

Un autre aspect de la déformation est la torsion de la colonne vertébrale. Quoique il soit possible d'évaluer la rotation axiale en 2D Stokes et al. (1986), la reconstruction 3D permet de la quantifier de manière beaucoup plus précise (*c.f.* Dansereau et al. (1990b), Dansereau et al. (1993) et Poncet (2001)).

Les déformations de la colonne vertébrale ne se manifestent pas uniquement au niveau de la conformation de la colonne. Il y a aussi des déformations aux niveaux des formes des vertèbres individuelles. Il existe plusieurs types de déformations qui affectent les vertèbres scoliotiques. La déformation vertébrale jugée la plus importante dans l'analyse biomécanique de la colonne vertébrale scoliotique est la cunéiformisation, c'est-à-dire l'angulation qui apparaît entre les plateaux inférieur et supérieur (*c.f.* Perdriole et al. (1993)).

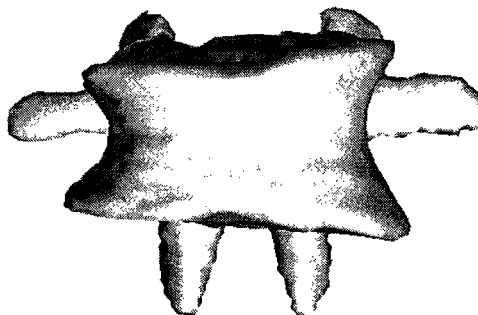


Figure 2.4 : Vertèbre cunéiforme

La quantification de la cunéiformisation d'une vertèbre peut être faite par une technique de reconstruction 3D spécialement conçue (*c.f.* Dansereau et al. (1995), Aubin et

al. (1997)). Cependant la reconstruction 3D n'est pas une nécessité absolue, il est également possible d'évaluer la cunéiformisation en 2D à partir de radiographies conventionnelles.

2.1.4 La mobilité de la colonne vertébrale

Un aspect important à considérer soit en 2D ou en 3D est la mobilité de la colonne vertébrale. La mobilité peut être évaluée en prenant plusieurs radiographies du patient dans différentes positions. Il existe aussi des systèmes spécialisés pour mesurer le mouvement de la colonne vertébrale tel que le *CA6000 Spine Motion Analyser* de Orthopedic Systems inc., le *Isostation B200* de Isotechnologies inc., ou encore des systèmes "maison" bricolés à partir de systèmes de positionnement génériques comme le *Polhemus Fastrak* ou le *Flock of Birds* (c.f. Dillard et al. (1991), Steffen et al. (1997)). En général ces systèmes spécialisés sont utilisés pour des études cliniques dans le domaine de la biomécanique et parfois pour des examens cliniques routiniers. Il existe aussi des techniques pour mesurer les aspects internes de la mobilité de la colonne vertébrale en utilisant des radiographies conventionnelles (c.f. Stokes (1987)) et en utilisant la stéréoradiographie (c.f. Percy et Whittle (1982)). Il existe quatre principales classes de mouvement qui sont d'un grand intérêt dans l'étude des déformations de la colonne vertébrale :

- La flexion/extension : pivotement vers l'avant et vers l'arrière
- La traction : étirement de la colonne vertébrale dans le sens de sa longueur.
- L'inflexion latérale : pivotement vers la gauche et vers la droite dans le plan frontal.

- La rotation axiale : mouvement de torsion de la colonne vertébrale qui se produit lors d'un ou de plusieurs des trois premiers types de mouvement

En connaissant la portée de ces différents mouvements, le médecin est en mesure d'estimer la correction qu'il est possible d'apporter à la déformation par l'intermédiaire des différents traitements (*c.f.* Cheung et Luk (1997), Aronsson et al. (1996)). Cette connaissance permet aussi de prédire l'évolution de la déformation (*c.f.* Perdricle et Vidal (1981)).

2.2 Technologies de reconstruction 3D à partir de radiographies

La reconstruction 3D à partir d'images radiographiques cliniques est un concept presque aussi vieux que la radiographie elle-même. Dès 1897 la stéréophotogrammétrie fut utilisée pour déterminer la position tridimensionnelle d'une balle de fusil logée dans le crâne d'un patient. En 1898 le premier appareil de reconstruction 3D stéréoradiographique fut proposé par Davidson. Le système permettait de calculer la position 3D d'un repère anatomique en mesurant le point d'intersection entre deux fils de soie reliant deux repères correspondants sur les deux images à leurs sources respectives. Pour plus détails sur les premiers balbutiements de la stéréoradiographie, le lecteur est référé à Selvik (1990).

La stéréoradiographie moderne, totalement informatisée, connut ses débuts en 1972 avec l'introduction du système RSA (roentgen stereophotogrammetric analysis) à l'hôpital universitaire de Lund (*c.f.* Valstar (1990)). Ce fut la première intégration systématique d'un système de stéréoradiographie dans un hôpital. Ce système utilisait des algorithmes photogrammétriques relativement simples, mais efficaces, pour l'étalonnage et la

reconstruction 3D. Ce système révolutionnaire est passé presque inaperçu jusqu'à la fin des années 80, lorsqu'un intérêt généralisé a commencé à se manifester pour les modalités d'imagerie médicale 3D. Aujourd'hui, il existe plusieurs autres systèmes de reconstruction 3D informatisées (*c.f.* Godillon et al. (1993), André et al. (1994), DeSmet et al. (1981))

Les systèmes actuels utilisent des algorithmes de reconstruction implicites, par exemple le Direct Linear Transform (DLT) qui est un algorithme originalement conçu pour la photogrammétrie (*c.f.* Abdel-Aziz et Karara (1971) et Marzan (1976)). Présentement, le DLT est un des algorithmes de calibrage et de reconstruction les plus répandus pour l'imagerie radiographique multi-plane. Des études antérieures défendent la fidélité et la maturité de cette approche (*c.f.* Chen et al. (1994) et Labelle et al. (1995)).

Récemment, une nouvelle technique de reconstruction fut proposée qui utilise des points non stéréocorrespondants (*c.f.* Mitton (2000)). Cette technique est très intéressante parce que le nombre de repères anatomiques vertébraux qui sont visibles à la fois sur la vue latérale et sur la vue PA est très restreinte. Grâce à cette nouvelle approche qui exploite des repères qui n'apparaissent pas nécessairement sur les deux vues, il est possible d'utiliser une quantité énorme de repères par vertèbre, ce qui augmente énormément la fidélité morphologique de la reconstruction 3D.

Autre développement récent, un algorithme de calibrage et de reconstruction explicite et non linéaire a été introduit pour effectuer la reconstruction 3D dans le contexte intra-opératoire, utilisant un petit objet de calibrage (*c.f.* Cheriet et al. (1999)). Le nouvel algorithme explicite est plus complexe et demande plus de temps de calcul, mais donne des

résultats plus fiables que le DLT dans le contexte intra-opératoire, où on ne peut utiliser qu'un petit objet de calibrage. Cela est important puisque le DLT est très susceptible au bruit lorsque l'objet de calibrage n'englobe pas la scène (c.f. Challis et Kerwin (1992)).

Les techniques de reconstruction actuelles exigent que les repères anatomiques qu'on veut reconstruire en 3D soient identifiés manuellement par un expert humain. La détection, la segmentation et l'appariement automatiques des repères anatomiques sont présentement des problèmes irrésolus. Une fois reconstruits, les repères anatomiques ponctuels peuvent servir de points de contrôle pour déformer des modèles polygonaux de vertèbres provenant d'une bibliothèque. Le résultat, présenté dans Delorme et al. (1999), est un rendu visuel très réaliste de la colonne vertébrale.

2.3 L'Auto-calibrage

Le terme auto-calibrage désigne le fait d'estimer les paramètres d'une caméra (ou d'un système radiographique) sans utiliser d'objet de calibrage. La plupart des techniques d'auto-calibrage utilisent des points correspondants identifiés sur au moins deux images d'une même scène.

Il existe un certain nombre de méthodes analytiques pour résoudre le problème d'auto-calibrage. En général, le processus est divisé en quatre étapes (c.f. Trucco et Verri (1998), Forsyth et Ponce (2003)) :

- L'estimation de la matrice fondamentale. (c.f. Hartley (1997), Chesi et al. (2002)).

- L'estimation des paramètres internes de la caméra à partir de la matrice fondamentale.
- L'estimation de la matrice essentielle à partir de la matrice fondamentale et des paramètres de la caméra.
- La décomposition de la matrice essentielle en paramètres extrinsèques.

L'étape critique de ce processus est la deuxième. Il existe un grand nombre de méthodes plus ou moins semblables dans la littérature de vision artificielle qui permettent d'accomplir cette tâche. En général, toutes ces techniques consistent à (ou sont équivalentes à) résoudre les équations de Kruppa (*c.f.* Luong et Faugeras (1997), Hartley (1997b)). D'un point de vue théorique, lorsque tous les paramètres intrinsèques sont inconnus et supposés indépendants et qu'on a seulement deux images pour effectuer l'auto-calibrage, les équations de Kruppa sont sous-déterminées (plus d'inconnus que d'équations). Même si on pose que les paramètres intrinsèques sont les mêmes d'une image à l'autre (ce qui est le cas dans les contextes post-opératoire et préopératoire, *c.f.* section 4.1), on a un système sous-déterminé. Le problème d'auto-calibrage général requiert au moins trois images (*c.f.* Luong et Faugeras (1997)). Il n'y a donc pas de solution unique dans le contexte stéréoradiographique. La seule façon de résoudre l'ambiguïté serait de poser plus *d'a priori*. Par exemple, on pourrait fixer certains paramètres, mais il n'y a aucune garantie que cela donnerait une solution acceptable. De plus, il ne faut pas oublier que les équations à résoudre dégénèrent lorsque les axes optiques des deux vues se croisent en un point qui est à la même distance des deux points

principaux (*c.f.* Sturm (2000)), ce qui sera inévitablement le cas dans bien des configurations radiologiques (*c.f.* Section 4.1).

Dans le contexte de l'auto-calibrage de caméras conventionnelles, il est facile d'aller chercher les *a priori* nécessaires pour auto-calibrer un système à deux images. Grâce à la grande précision des processus contemporains de fabrication de caméras, on peut assumer que le point principal¹ est au centre de l'image. Cela ne laisse que deux inconnus : la distance focale et le ratio d'aspect. Dans certains cas le ratio d'aspect est connu, ce qui ne laisse qu'un seul inconnu. Dans ce contexte, on peut auto-calibrer avec seulement deux images. Malheureusement, en radiologie, le point principal n'est pas fixe. Donc, il est impossible d'auto-calibrer un système stéréoradiographique par des approches analytiques classiques. Pour cette raison, une technique itérative sera employée.

2.4 Le Recalage 3D/2D

Le terme *recalage 3D/2D* désigne le processus de déterminer la relation projective qui relie un modèle 3D à son image. Dans le cas d'une projection perspective, le recalage 3D/2D permet de récupérer sans ambiguïté la position et l'orientation d'un objet 3D dans l'espace. Dans la communauté de vision artificielle, ce processus de recalage 3D/2D est souvent appelé *estimation de la pose*.

¹ Les notions de point principal, distance focale et ratio d'aspect sont explicités à la section 4.3.

Afin de déduire la relation projective entre une structure 3D et son image 2D, il est nécessaire d'identifier des éléments correspondants entre les deux. Dans la communauté de vision artificielle, le recalage rigide 3D/2D à partir de points correspondants est considéré comme un problème résolu (*c.f.* Haralick et al. (1989) et Besl et McKay (1992)). Malheureusement, les techniques traditionnelles de recalage 3D/2D sont relativement sensibles aux perturbations. L'estimation de la position résultant d'un tel recalage est typiquement fortement erronée selon la direction de la droite reliant le centre optique à l'objet. Le recalage à partir de points a donné des résultats suffisamment précis dans Plamondon et Gagnon (1990), dans une expérience de recalage radiographique de vertèbres cadavériques avec des billes métalliques incrustées dans les vertèbres.

Les plus récents développements dans le domaine du recalage 3D/2D concernent surtout des tâches de recalage de nature complexe telle que les déformations spatiales, les primitives de haut niveau (droites, courbes, silhouettes, surface, etc.) et ainsi de suite. Dans le contexte de la reconstruction de la colonne vertébrale, il n'est pas nécessaire d'employer des modèles de déformation spatiale puisque les vertèbres sont des corps rigides (malgré que la colonne soit déformable). Par contre, le recalage à partir de primitives de haut niveau est un concept intéressant parce qu'il permet d'augmenter la robustesse et n'exige pas nécessairement que des repères soient identifiés manuellement (*c.f.* Besl et McKay (1992)). Par exemple, la couche dense d'os cortical située à la surface des os correspond à des crêtes à haute intensité sur les radiographies. Il est donc possible de recaler un modèle de vertèbre sur une radiographie en exploitant des correspondances cortex à crête d'intensité. Cette approche est présentée dans Hamadeh et Cinquin (1997) et Feldmar et al. (1994). Hamadeh

et Cinquin (1997) ont réussi à effectuer un recalage surface à courbe pour estimer la pose de vertèbres lombaires artificielles sur des images à rayons X. Il fut seulement démontré que cette approche fonctionne relativement bien avec des images claires d'une colonne lombaire artificielle. Dans son état actuel, la technique ne serait pas applicable pour estimer les poses de vertèbre thoraciques réelles. Les principaux obstacles sont la superposition de structures anatomiques (ce qui inonde l'image d'arêtes et de crêtes parasites) et le fait que le rapport signal/bruit soit trop faible sur des images réelles. Dans de telles conditions, les techniques de détection de contours non supervisées sont futiles. Des algorithmes de segmentation et de détection plus intelligents, dans la lignée de ceux présentés dans Behiels et al. (2000) et Brejl et Sonka (2000), arriveront peut-être éventuellement à détecter les contours de vertèbres thoraciques. En attendant, le recalage surface à courbe n'est pas recommandable pour le recalage de vertèbres thoraciques avec des images réelles.

Dans des publications récentes (Zollei (2001), Penney et al. (2001), Weese et al. (1997), LaRose (2001) et Gottesfeld Brown et Boulton (1996)), on a choisi de se passer des primitives explicites en utilisant la *radiographie numériquement projetée* (DRR²). Une DRR est une image radiographique simulée obtenue en effectuant une projection par *ray-casting*³ d'un modèle tomodensitométrique *a priori*. Le recalage à base de DRR consiste à optimiser la pose des structures anatomiques de façon à maximiser la similitude entre la DRR et

² L'acronyme DRR vient du terme anglais *digitally reconstructed radiograph*

l'image réelle. La précision de l'estimation de la pose est normalement inférieure à la résolution des données TD (précision sous-voxel). Zollei *et al.* et Weese *et al.* ont réussi à reconstruire des colonnes lombaires artificielles avec cette méthode. Dans Penney et al. (2001), la technique fut validée sur des images fluoroscopiques réelles pour étudier le mouvement de la colonne lombaire en 3D pendant une opération. Malheureusement, cette technique prometteuse ne peut pas être utilisée pour la reconstruction 3D en test d'inflexion latérale pour au moins ces deux raisons :

- Une TD à haute résolution de la colonne vertébrale **entière** serait nécessaire. Cela exposerait le patient à une dose élevée de radiation ionisante.
- Aucune étude n'a encore démontré la faisabilité de cette approche pour reconstruire des segments thoraciques de la colonne vertébrale.

De plus, afin de converger vers la solution optimale, le recalage par DRR nécessite une approximation initiale raisonnablement bonne des positions et orientations des vertèbres. Donc, une supervision humaine est requise. La plupart des auteurs suggèrent l'identification manuelle de repères anatomiques ou une interface d'identification de région d'intérêt pour générer l'approximation initiale.

Une autre approche intéressante est la corrélation de silhouettes, proposée dans Cyr et al. (2000). Cette technique consiste à trouver des correspondances entre les formes de

³ Le *ray-casting* est une technique de génération d'images de synthèse basée sur la modélisation et la simulation de phénomènes photoniques.

régions segmentées de l'image à rayons-X et une banque de silhouettes synthétiques générée à partir de modèles de vertèbres connus *a priori*, visualisés selon plusieurs angles différents. Des graphes de choc sont utilisés pour quantifier les degrés de similitude entre silhouettes. Cette approche est attrayante parce que l'intervention humaine n'est pas requise et il n'est pas nécessaire de fournir d'approximation initiale des paramètres de pose. On peut utiliser cette technique avec n'importe quelle modalité d'imagerie 3D pour générer les modèles *a priori*. Cyr et al. (2000) suggèrent la TD et l'IRM, mais la radiographie bi-plane pourrait probablement aussi être utilisée. Les principaux problèmes pratiques sont la segmentation et la détection des vertèbres sur des images réelles. La réalisation manuelle de cette tâche serait très longue et fastidieuse, alors que son automatisation constituerait un défi monumental.

3 Objectifs

Les techniques actuelles de reconstruction 3D ont pu répondre aux besoins d'une panoplie d'études cliniques sur les aspects d'évaluation 3D des déformations de la colonne vertébrale. Par contre, dans plusieurs contextes, la méthode actuelle ne peut être appliquée à cause de limitations physiques du système. Dans ce chapitre, plusieurs de ces limitations seront identifiées et justifiées. Il sera proposé comment chacun de ces problèmes peut être résolu à l'aide de techniques de reconstruction explicites.

3.1 Études rétrospectives

La reconstruction 3D à partir de radiographies bi-planes par DLT ou par calibrage explicite exige qu'un objet de calibrage soit placé dans le champ de vision du système radiographique. Donc il est impossible d'effectuer des reconstructions 3D rétrospectives avec les techniques présentement disponibles.

L'idée d'effectuer des études rétrospectives 3D pour vérifier l'efficacité des procédures de correction de la scoliose suscite beaucoup d'intérêt. Il y a notamment les techniques de Harrington et Harrington-Luque qui n'ont pas fait l'objet d'études tridimensionnelles car on a cessé de les utiliser à l'Hôpital Sainte-Justine avant que la technologie de radiographie bi-plane ne soit introduite. De plus, aucune étude clinique n'a comparé, au moyen de métriques tridimensionnelles, les techniques d'instrumentation traditionnelles aux nouvelles (e.g. Colorado, Cotrel-Dubousset, etc.). Il serait très intéressant de pouvoir faire des études rétrospectives comparatives en 3D pour pouvoir justifier

d'avantage l'utilisation de ces nouvelles techniques qui sont beaucoup plus dispendieuses (environ $\times 10$), et qui allongent la durée de l'opération chirurgicale.

Afin de palier au problème de la reconstruction 3D rétrospective, un algorithme d'auto-calibrage fut développé. Cette approche n'exige aucun objet de calibrage, mais la reconstruction est à une transformation projective près. En ajoutant de l'information a priori, les résultats de l'Auto-calibrage tendent vers une reconstruction Euclidienne⁴. L'auto-calibrage hérite des concepts fondamentaux de l'algorithme de calibrage explicite présenté dans Cheriet et al. (1999).

L'objectif spécifique de l'auto-calibrage consiste donc est de permettre d'effectuer des reconstruction 3D à partir de deux radiographie distinctes (e.g. PA0 et LAT). La précision de la reconstruction 3D doit être suffisante pour extraire des données clinique utiles que l'on n'aurait pas pu obtenir autrement.

3.2 Études multicentriques

Les études cliniques multicentriques exigent que l'équipement nécessaire à la collecte de l'information clinique soit disponible dans tous les centres participant à l'étude. Avec la radiographie bi-plane, cela est problématique parce que l'infrastructure nécessaire n'est pas

⁴ Reconstruction Euclidienne : reconstruction à une translation et rotation près. Autrement dit, les formes et dimensions des objets reconstruits sont exactes.

commerciallement disponible. De plus cette technique exige que les opérateurs soient spécialement formés.

Les obstacles aux études multicentriques ne sont pas insurmontables. Cependant, une solution peu coûteuse et envisageable à court terme serait une procédure d'acquisition et de reconstruction 3D sans appareil de positionnement et sans objet de calibrage. Donc, l'auto-calibrage, en plus de permettre de faire des études rétrospectives, pourrait aussi faciliter la réalisation d'études multicentriques. Dans le reste de ce mémoire, ces deux applications (études rétrospectives et études multicentriques) seront confondues puisque ces problèmes présentent des conditions d'exploitation très semblables.

3.3 Études intra-opératoires

Le DLT exige qu'un objet de calibrage encombrant soit placé autour du patient lors de l'acquisition des radiographies. Cela est problématique dans le contexte intra-opératoire. Pour cette raison, les mesures 3D effectuées pendant la chirurgie sont normalement prises avec des systèmes de mesure peu encombrants (e.g. capteurs de positionnement optiques ou électromagnétiques), plutôt qu'avec des radiographies (c.f. Bellefleur et al. (1994), Dufour et al. (1999)). Afin de pouvoir utiliser la stéréoradiographie en salle d'opération, Cheriet *et al.* ont introduit le calibrage radiographique explicite avec un petit objet de calibrage. Avec un algorithme d'auto-calibrage, on pourra aller encore plus loin et éliminer l'objet de calibrage.

L'algorithme d'auto-calibrage proposé pour le contexte intra-opératoire est semblable à celui pour les études rétrospectives et multicentriques (pré- et postopératoires), sauf que les paramètres du système sont très différents –ce qui sera expliqué dans la méthodologie. À

cause de la différence significative de contexte, l'algorithme d'auto-calibrage fut légèrement amélioré spécifiquement pour les scénarios intra-opératoires.

3.4 Évaluation 3D de la mobilité du rachis

L'étude des déformations du rachis n'est pas limitée à des métriques morphologiques; l'analyse de la dynamique musculo-squelettique est également très importante. Le test d'inflexion latérale est communément utilisé pour évaluer la mobilité rachidienne, qui est un paramètre essentiel utilisé par les orthopédistes pour la planification chirurgicale (*c.f.* King et al. (1983), King (1988), Ghista et al. (1988), Vaughan et al. (1996), Takahashi et al. (1997)).

Le test d'inflexion latérale consiste à prendre des radiographies antéro-postérieures du patient en position couchée avec le tronc fléchi latéralement aussi loin que possible. Deux images sont prises, une avec le patient fléchi vers la droite, l'autre vers la gauche. Les images résultantes permettent aux médecins d'évaluer qualitativement la rigidité des différentes régions de la colonne vertébrale.

Afin de mieux comprendre les déformations de la colonne vertébrale, les chercheurs utilisent de plus en plus des outils de modélisation et de simulation biomécanique (*c.f.* Delorme et Labelle (1998)). Des études récentes ont démontré qu'il est nécessaire de mesurer les propriétés mécaniques du rachis afin de pouvoir simuler correctement son comportement (*c.f.* Aubin et al. (2002), Poulin et al. (1998) et Stokes et al. (1999)). De plus, les résultats publiés dans Petit et al. (2000) et Aronsson et al. (1996) démontrent que la flexibilité de la colonne vertébrale a une influence statistiquement significative sur l'efficacité de la correction chirurgicale de la scoliose idiopathique adolescente. Des méthodes pour

personnaliser les propriétés mécaniques de modèles biomécaniques ont été proposées dans Le Borgne et al. (1999), Ghista et al. (1988) et Vanderby et al. (1986).

L'acquisition d'images d'inflexion latérale en 3D est très difficile à réaliser avec les techniques actuelles de radiographie bi-plane qui utilisent normalement une image latérale et une image frontale. Il est tout de même possible d'évaluer certains aspects de la mobilité 3D avec une approche bi-plane standard. Par exemple, un test de traction 3D en position debout fut proposé dans Matsumoto et al. (1997). Par contre, l'évaluation du mouvement d'inflexion latérale doit être faite en position couchée, donc les appareils présentement disponibles ne conviennent pas. Afin de répondre à ce besoin, un nouvel algorithme de reconstruction 3D explicite basé sur le recalage 3D/2D fut développé.

Dans le contexte du test d'inflexion latérale (décrit à la section 4.7.2), il est impossible de prendre deux radiographies à 90 degrés de disparité (frontal et latéral par exemple). Cependant, il est possible de prendre deux radiographies antéro-postérieures avec une disparité de 20 degrés. Malheureusement, avec une si faible disparité, la reconstruction 3D par DLT est très sensible au bruit. L'incertitude serait d'environ 5mm selon André et al. (1992). La qualité des résultats obtenus par cette approche est inacceptable.

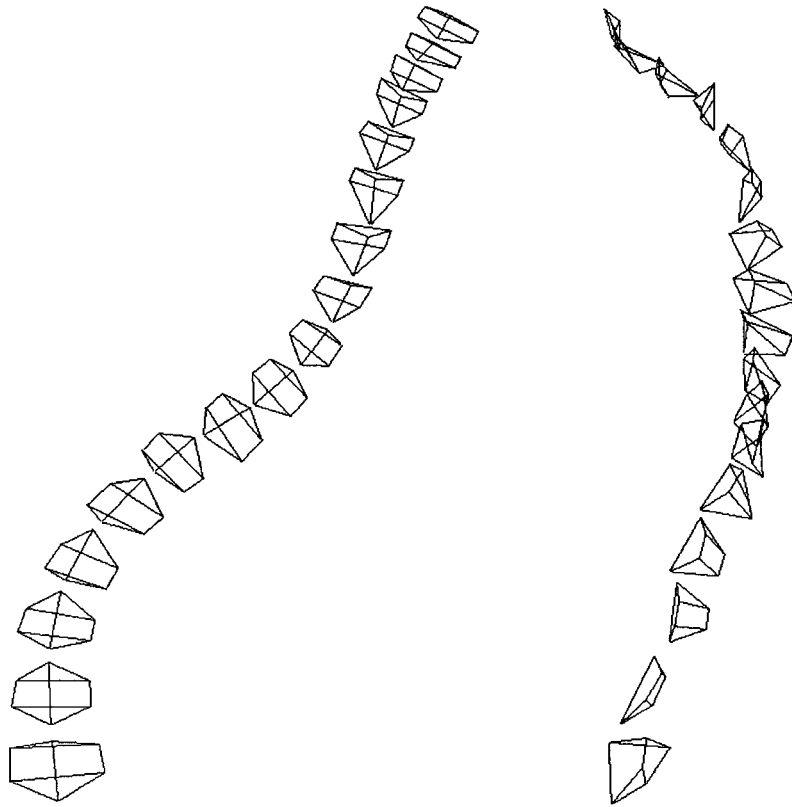


Figure 3.1 : Reconstruction 3D par radiographie bi-plane (PA0-PA20) d'une colonne vertébrale en inflexion latérale

Puisque la radiographie bi-plane ne fonctionne pas correctement dans le contexte du test d'inflexion latérale, une méthode alternative devait être développée. La solution proposée consiste à n'utiliser qu'une seule radiographie d'inflexion latérale et de compléter l'information manquante (la 3^e dimension) avec des modèles 3D de vertèbres individuelles connues *a priori*.

4 Méthodologie

4.1 Acquisition d'images radiographiques bi-planes

Il existe des appareils, techniques et procédures qui ont été mis en place à l'Hôpital Sainte-Justine pour l'acquisition de radiographies cliniques pour le traitement et l'étude de la scoliose idiopathique adolescente. Les nouvelles méthodes de reconstruction 3D présentées dans ce mémoire font usage des techniques et des matériels qui sont déjà en place. Les sous-sections qui suivent décrivent brièvement les différentes configurations radiologiques qui sont utilisés dans différents contextes.

4.1.1 Acquisition des radiographies pour la reconstruction 3D en position debout

La procédure de radiographie multi-plane, présentée dans Delorme et al. (2003) est celle qui est actuellement utilisée à l'Hôpital Sainte-Justine. Le patient est placé dans un appareil de positionnement muni d'un objet de calibrage. L'objet de calibrage est constitué de deux plaques de plexiglas avec des billes de plomb incrustées (voir figure 4.1). Les coordonnées 3D des billes furent mesurées de manière très précise.

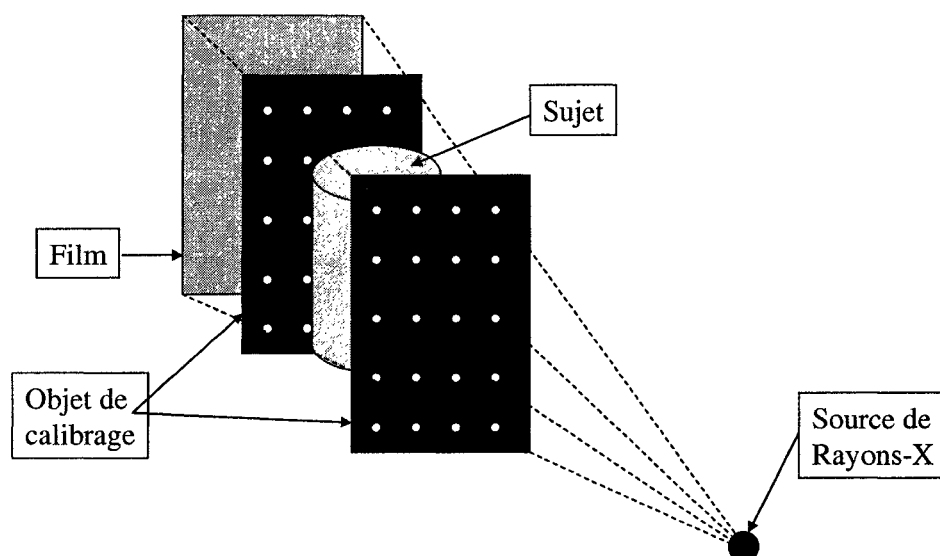


Figure 4.1 : Représentation schématique de la configuration radiologique pour la radiographie multi-plane en position debout



Figure 4.2 : La radiographie multi-plane en position debout

Deux radiographies sont prises : une avec le dos du patient tourné vers la source de rayons X (vue postéro antérieure), l'autre avec le patient tourné de 90 degrés vers la gauche (vue latérale). À partir de ces deux images, il est possible de reconstruire un modèle 3D de la colonne vertébrale avec la technique du DLT. Il est également possible d'employer l'auto-calibrage, qui ignore l'objet de calibrage.

Six repères anatomiques par vertèbre furent utilisés, soient les repères 1 à 6 de la figure 2.2. L'identification et l'appariement des repères anatomiques et des repères de l'objet de calibrage sont faites manuellement par un expert humain, à l'aide d'un logiciel de numérisation assistée par ordinateur (NAO) développé précédemment à l'Hôpital Sainte-Justine.

4.1.2 Acquisition des radiographies pour la reconstruction 3D intra-opératoire en position couchée

Dans le contexte intra-opératoire, on ne peut pas utiliser l'objet de calibrage encombrant qui sert pour les radiographies préopératoires. À la place, on prend un petit objet de calibrage qu'on peut stériliser avant chaque opération qui est constitué d'une plaque d'aluminium pliée avec 15 billes d'incrustées dedans qu'on place sur le patient lors de la prise des radiographies (voir figure 4.3). Les positions 3D des billes ont été mesurées de manière très précise avec une MMT.

Deux radiographies sont prises avec le patient couché sur le ventre sur la table d'opération : une postéro-antérieure et une latérale.

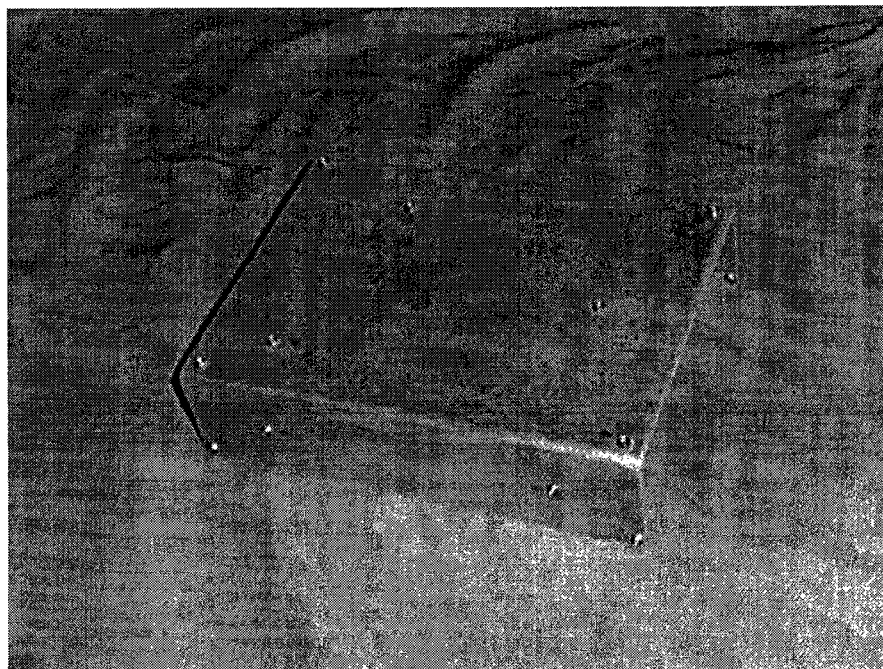


Figure 4.3 : L'objet de calibrage intra-opératoire

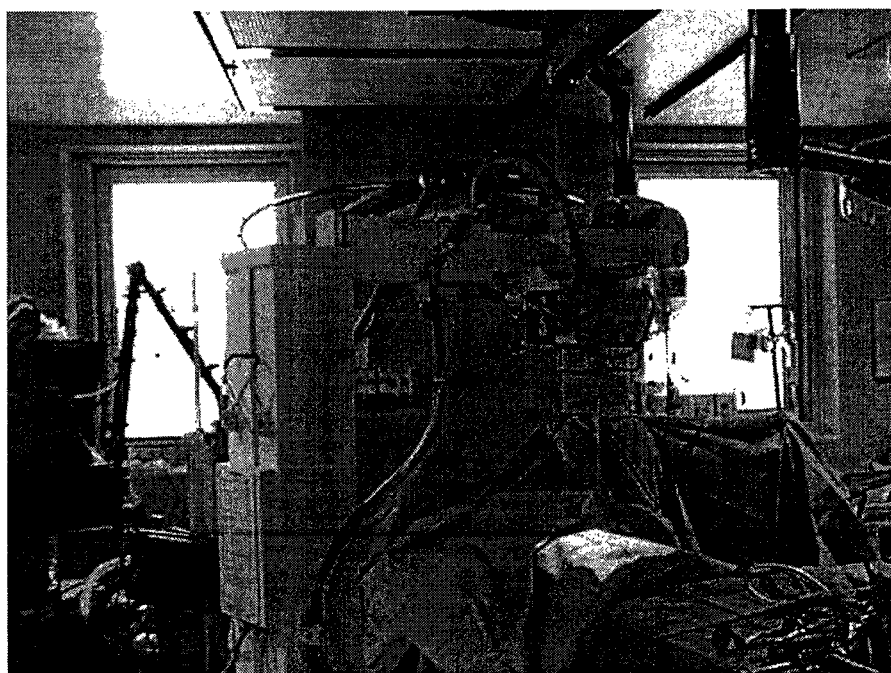
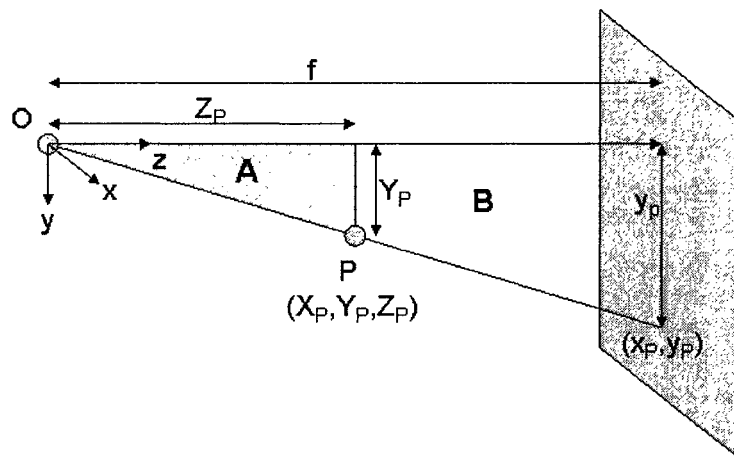


Figure 4.4 : La radiographie intra-opératoire

Étant donné que l'objet de calibrage est très petit (21cm par 27cm), il faut employer le calibrage explicite, plutôt que le DLT pour la reconstruction 3D calibrée. Cette approche de reconstruction 3D fut validée dans le contexte intra-opératoire dans Cheriet et al. (1999). La reconstruction par calibrage explicite servira de base de comparaison pour l'auto-calibrage.

4.2 Modèle mathématique d'une projection radiographique

Le modèle de caméra trou d'épingle est régulièrement utilisé pour modéliser les radiographies conventionnelles (*c.f.* Rougée et al. (1993)). La figure 4.5 illustre la géométrie du modèle trou d'épingle dans le contexte radiographique :



- O : Le centre optique (source de rayons-X).
- f : La distance focale (distance orthogonale entre la source et le plan image).
- (x, y, z) : Le repère caméra (système d'axes 3D, origine au centre optique, z normal au plan image.)
- P : Point 3D dans l'espace.
- (x_p, y_p) : Projection radiographique de P sur le plan $Z=f$.

Figure 4.5 : Représentation géométrique de projection la radiographique

On note que A et B sont des triangles semblables. Donc, il y a égalité entre les rapports $y_p:f$ et $Y_P:Z_P$. Cette relation nous donne l'équation standard de projection perspective.

$$y_p = f \frac{Y_p}{Z_p}$$

Cette même relation s'exprime également selon x :

$$x_p = f \frac{X_p}{Z_p}$$

En pratique, les coordonnées dans une image sont exprimées en pixels (u_p, v_p). La conversion se fait en multipliant les coordonnées x_p et y_p par un facteur d'échelle s_x selon l'axe x et un facteur s_y selon l'axe y et en y additionnant les coordonnées du point principal (u_0, v_0). Le point principal est le point d'intersection entre l'axe z et le plan image. Si on intègre cette conversion au modèle de projection, on obtient :

$$u_p = s_x f \frac{X_p}{Z_p} + u_0, \quad v_p = s_y f \frac{Y_p}{Z_p} + v_0$$

On peut réécrire cette relation sous une forme matricielle équivalente :

$$\begin{bmatrix} u_p \\ v_p \\ 1 \end{bmatrix} \cong \begin{bmatrix} s_x f & 0 & u_0 \\ 0 & s_y f & v_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} P$$

Où le symbole $\cong$ signifie égal à un facteur d'échelle près. Le vecteur P représente les coordonnées (X, Y, Z) d'un point 3D exprimé dans le repère du système d'imagerie. Par comparaison on peut déduire que ce facteur d'échelle est égal à Z_p^{-1} . En pratique le produit est mis à l'échelle en imposant que la troisième composante soit égale à 1. Le modèle peut être simplifié en posant $f_x = s_x f$ et $f_y = s_y f$. Ainsi, la projection perspective peut être exprimée par quatre paramètres indépendants, dits paramètres intrinsèques : f_x, f_y, u_0, v_0 .

Maintenant, supposons que les points 3D ne soient pas exprimés dans le repère du système d'imagerie, mais plutôt dans le repère global. Le changement de repère qui s'impose est une transformation rigide qui correspond à une rotation et une translation. Ce changement de repère est une application linéaire qui peut être exprimé à l'aide d'une matrice 3 par 4 :

$$P = \left[\begin{array}{c|c} R_{3 \times 3} & R_{3 \times 3} \vec{T} \end{array} \right] \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \\ 1 \end{bmatrix}$$

Où $R_{3 \times 3}$ est une matrice de rotation (base orthonormale) et $\vec{T}$ est un vecteur de translation. La matrice de rotation et le vecteur de translation ont tous les deux trois degrés de liberté. Les paramètres décrivant le changement de repère sont appelés paramètres extrinsèques. En combinant le changement de repère à la projection perspective, on obtient un modèle de projection global :

$$\begin{bmatrix} u_p \\ v_p \\ 1 \end{bmatrix} \equiv \begin{bmatrix} s_x f & 0 & u_0 \\ 0 & s_y f & v_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \left[\begin{array}{c|c} R_{3 \times 3} & R_{3 \times 3} \vec{T} \end{array} \right] \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \\ 1 \end{bmatrix}$$

Le produit de la matrice de projection perspective par la matrice de changement de repère donne la matrice de projection M :

$$M = \begin{bmatrix} s_x f & 0 & u_0 \\ 0 & s_y f & v_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \left[\begin{array}{c|c} R_{3 \times 3} & R_{3 \times 3} \vec{T} \end{array} \right]$$

4.3 Calibrage standard

Afin de produire des résultats précis, les algorithmes de reconstruction 3D et de recalage 3D/2D nécessitent que les radiographies soient correctement calibrées. Le calibrage consiste à inférer la relation selon laquelle les points du monde réel sont projetés sur l'image radiographique. Il s'agit donc en réalité d'un étalonnage. Le terme calibrage est un abus de langage qui fut adopté par la communauté de vision artificielle.

Plusieurs chercheurs dans le domaine de la vision par ordinateur ont suggéré des algorithmes de calibrage linéaires qui exploitent la connaissance de points correspondants entre le monde 3D et l'image (*c.f.* Faugeras et Toscani (1986), Abdel-Aziz et Karara (1971), Martins et al. (1981)). Bien que ces algorithmes fussent originalement conçus pour les caméras, on peut quand même les utiliser pour la radiographie puisque le modèle de caméra trou d'épingle est reconnu comme un modèle valable pour représenter des montages radiographiques standard Rougée et al. (1993).

Le calibrage linéaire consiste à estimer la matrice de projection M à partir d'un ensemble de N correspondances ponctuelles 2D/3D. Il s'agit de résoudre un système d'équations de la forme :

$$\begin{bmatrix} u_i \\ v_i \\ 1 \end{bmatrix} \equiv M \begin{bmatrix} X_i \\ Y_i \\ Z_i \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \forall i \in \{1, \dots, N\}$$

Étant donné que la matrice de projection M est déterminée à un facteur d'échelle près, il faut imposer une contrainte d'échelle arbitraire. On peut tout simplement imposer la contrainte que la norme de Frobenius⁵ de M est unitaire (ce qui permettra de simplifier le problème plus tard). Étant donné que la mise à l'échelle du produit de projection se fait en imposant que la troisième composante du produit soit unitaire, on peut réécrire le système d'équations sous la forme :

$$u_i = \frac{m_1 \bullet P_i}{m_3 \bullet P_i}, \quad v_i = \frac{m_2 \bullet P_i}{m_3 \bullet P_i}, \quad \forall i \in \{1, \dots, N\}$$

Où m_j est un vecteur contenant les éléments de la $j^{\text{ème}}$ rangée de M . Ce système est composé de $2N$ équations, 12 inconnus (les composantes de M) et une contrainte. En assumant que l'incertitude sur les données 3D est négligeable et que la distribution de l'erreur sur les coordonnées 2D est gaussienne et indépendante, la vraisemblance maximale de M équivaut à la solution moindres carrés des erreurs de reprojection. Les erreurs de reprojection sont les distances entre les coordonnées 2D mesurées et les coordonnées des points de l'objet de calibrage lorsque projetés selon M :

$$\hat{M}_{MV} = \arg \min_M \sum_{i=1}^N \left(\left\| u_i - \frac{m_1 \bullet P_i}{m_3 \bullet P_i} \right\|^2 + \left\| v_i - \frac{m_2 \bullet P_i}{m_3 \bullet P_i} \right\|^2 \right)$$

⁵ Définition : la norme de Frobenius d'une matrice A est égale à la trace de $A^T A$. La trace d'une matrice est la somme des éléments sur sa diagonale. La norme de Frobenius de A peut aussi être définie comme étant la somme de carrés des éléments de A .

En théorie, cet estimateur peut être résolu en trouvant les *extrema* locaux en posant que le gradient de la fonction objective est nul. Cette démarche implique la résolution d'un système non linéaire à douze variables, sous une contrainte non linéaire. Une approche approximative beaucoup plus simple, mais légèrement biaisée, est reconnue dans la littérature comme étant l'algorithme de calibrage linéaire standard (*c.f.* Faugeras et Toscani (1986), Trucco et Verri (1998), Forsyth et Ponce (2003)). Il s'agit de multiplier les résidus par $m_3 \bullet P$ pour transformer le problème non linéaire en un problème linéaire presque équivalent :

$$\hat{M}_{lin} = \arg \min_M \sum_{i=1}^N \left(\|u_i m_3 \bullet P_i - m_1 \bullet P_i\|^2 + \|v_i m_3 \bullet P_i - m_2 \bullet P_i\|^2 \right)$$

En pratique on résout ce problème en exprimant les résidus sous forme matricielle et en employant l'approche de résolution moindres carrés standard :

$$A = \begin{bmatrix} -X_1 & -Y_1 & -Z_1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & u_1 X_1 & u_1 Y_1 & u_1 Z_1 & u_1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -X_1 & -Y_1 & -Z_1 & -1 & v_1 X_1 & v_1 Y_1 & v_1 Z_1 & v_1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ -X_N & -Y_N & -Z_N & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & u_N X_N & u_N Y_N & u_N Z_N & u_N \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -X_N & -Y_N & -Z_N & -1 & v_N X_N & v_N Y_N & v_N Z_N & v_N \end{bmatrix}$$

$$\hat{M}_{lin} = \arg \min_M \left\| A \begin{bmatrix} m_1 \\ m_2 \\ m_3 \end{bmatrix} \right\|^2 = \arg \min_M \begin{bmatrix} m_1 \\ m_2 \\ m_3 \end{bmatrix}^T A^T A \begin{bmatrix} m_1 \\ m_2 \\ m_3 \end{bmatrix}$$

La fonction à minimiser est une forme quadratique. La matrice $A^T A$ contient les coefficients des termes de degré 2 (terme mixtes et termes carrés). Par définition, $A^T A$ est

nécessairement définie positive, donc le minimum global est donné par le sommet de l'hyperparaboloïde, qui peut être trouvé en posant que le gradient soit nul.

$$\nabla \left\{ \begin{bmatrix} m_1 \\ m_2 \\ m_3 \end{bmatrix}^T A^T A \begin{bmatrix} m_1 \\ m_2 \\ m_3 \end{bmatrix} \right\} = 0$$

$$\therefore 2A^T A \begin{bmatrix} m_1 \\ m_2 \\ m_3 \end{bmatrix} = 0$$

La résolution directe de cet estimateur linéaire donne la solution triviale $M=\emptyset$. C'est maintenant que la contrainte sur la norme de M devient utile. La résolution moindres carrés de l'estimateur linéaire de M sous la contrainte de norme unitaire est obtenue en prenant le vecteur propre associé à la plus petite valeur propre de $A^T A$. Les valeurs de ce vecteur propre doivent être réarrangées sous la forme d'une matrice 3 par 4 pour obtenir la forme définitive de $\hat{M}_{lin}$.

4.4 Reconstruction 3D

À partir d'un ensemble de points identifiés et appariés sur deux radiographies, il est possible de reconstruire un modèle 3D de la scène. Un algorithme simple et populaire pour la reconstruction à partir de deux vues est la triangulation stéréo (*c.f.* Trucco et Verri (1998) et Forsyth et Ponce (2003)). Cet algorithme consiste à calculer le point d'intersection des deux rayons de rétroprojection de deux points homologues. Le rayon de rétroprojection d'un point image est la droite correspondant à l'espace de solution du système d'équations linéaires suivant :

$$p \equiv MP_r$$

Où p est un point 2D et P_r est un point sur la droite de rétroprojection. Soient R_1 et R_2 les droites de rétroprojection de deux points correspondants sur l'image 1 et sur l'image 2 respectivement. Une droite peut être représenté par un point et un vecteur de direction. Soient r_1 et r_2 les directions des deux droites de rétroprojection et O_1 et O_2 les centres optiques des deux caméras, qui sont nécessairement situés sur les droites R_1 et R_2 respectivement. Le point d'intersection de R_1 et R_2 correspond à la reconstruction 3D des deux point mis en correspondance sur les deux images. La reconstruction 3D est calculée par la résolution de l'équation :

$$O_1 + \alpha r_1 = O_2 + \beta r_2$$

En pratique ce système sera, irrésoluble parce que les droites de rétroprojection n'auront pas d'intersection exacte à cause de l'erreur de mesure. À la place, on va chercher à trouver le point à mi chemin entre les deux droites, situé sur le segment de droite le plus court reliant les deux droites de rétroprojection. Cela revient à résoudre l'équation suivante :

$$O_1 + \alpha r_1 + \gamma(r_1 \times r_2) = O_2 + \beta r_2$$

Il s'agit en réalité d'un système linéaire à trois équations (composantes X Y et Z) et trois inconnus (α , β et γ), qu'on peut résoudre par des techniques standard. Ce système sera singulier si et seulement si les droites de rétroprojection sont parallèles, ce qui ne se produira pas tant que les points 2D homologues sont identifiés sur des vues distinctes. La reconstruction 3D finale est donnée par :

$$P = O_1 + \alpha r_1 + \frac{1}{2} \gamma (r_1 \times r_2) = O_2 + \beta r_2 - \frac{1}{2} \gamma (r_1 \times r_2)$$

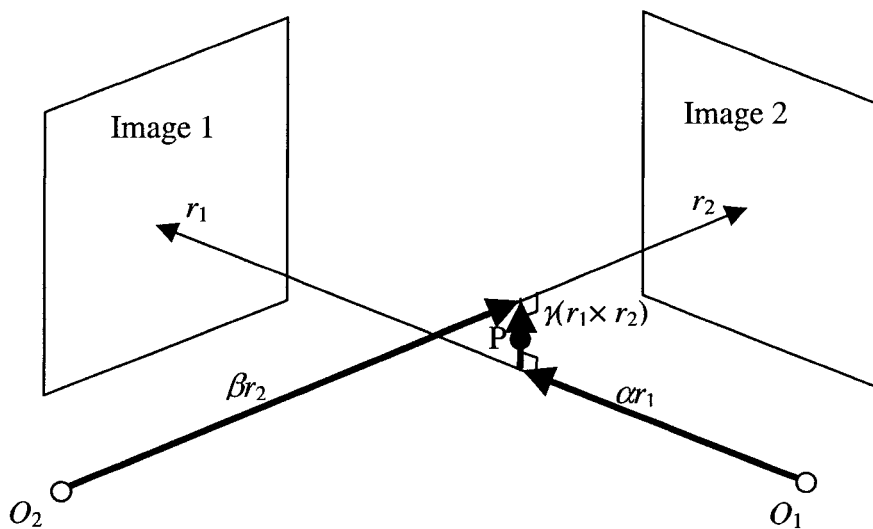


Figure 4.6 : Représentation géométrique de la reconstruction 3D

4.5 Procédure d'auto-calibrage

Il fut mentionné plus tôt qu'un seul nouvel algorithme, l'auto-calibrage, pouvait répondre aux besoins des études cliniques des déformations 3D de la colonne vertébrale dans des contextes rétrospectifs et multicentriques. Cet algorithme permettrait également d'éliminer l'objet de calibrage qui est utilisé lorsqu'on veut produire des reconstructions 3D à partir de radiographies intra-opératoires.

Le terme *auto-calibrage* désigne le processus d'estimer la configuration géométrique du système d'imagerie par rapport au repère patient à partir du contenu naturel des images (repères anatomiques, implants, etc.). L'algorithme d'auto-calibrage présenté dans cette section est basé sur les mêmes principes mathématiques et méthodes numériques que la technique de calibrage explicite (*c.f.* Cheriet et al. (1999)). L'idée fondamentale de l'auto-calibrage est d'ajuster les paramètres géométriques qui décrivent la configuration radiographique, de telle façon à minimiser l'erreur de reprojection des repères reconstruits. Ce type de technique de calibrage, lorsqu'on tente d'optimiser simultanément la reconstruction 3D et les paramètres de la configuration radiographique, est connu sous le nom de *bundle adjustment* (en français : ajustement en lot).

4.5.1 Le calibrage explicite

Les techniques de calibrage linéaires sont généralement reconnues comme étant assez robustes pour les tâches de reconstruction interpolatives (*i.e.* lorsque les objets à reconstruire sont à l'intérieur des limites de l'objet de calibrage, *c.f.* Wei et Ma (1994) et Challis et Kerwin (1992)). Dans plusieurs situations, seulement un petit objet de calibrage ou un objet de

calibrage peu fiable est utilisé. Sous de telles conditions, l'estimation linéaire de la matrice de projection ne convient plus. Ce dont on a besoin est un estimateur à vraisemblance maximale qui exploite des connaissances *a priori* sur le modèle de la caméra. Pour ce faire, on optimisera $\hat{M}_{MV}$ avec une forme paramétrique de M qui tient compte de connaissances *a priori*.

Le modèle de caméra linéaire a 11 degrés de liberté (12 éléments de matrice + une contrainte d'indépendance d'échelle), alors que le modèle géométrique de la caméra décrit à la section 6.1 a seulement 10 degrés de liberté (6 degrés de liberté pour la pose et 4 paramètres intrinsèques). De plus, le rapport d'aspect des images radiographiques est normalement connu ce qui nous permet de lier f_x et f_y par un facteur d'échelle connu, ce qui réduit le nombre de degrés de liberté à 9. La projection radiographique peut donc être modélisée au moyen des paramètres suivants :

- Q_C : un quaternion représentant l'orientation du système d'imagerie (trois degrés de liberté)
- T_C : un vecteur de translation représentant la position de la source de rayons X (trois degrés de liberté)
- f_{xy} : la distance focale exprimée en taille de pixels. On n'utilise qu'un seul paramètre pour exprimer la distance focale puisque le rapport d'aspect est connu, ce qui permet de rectifier l'image pour normaliser le ratio d'aspect ($s_x = s_y \Rightarrow f_x = f_y$).

- o_x et o_y : le point principal, c'est-à-dire les coordonnées image de la projection orthogonale de la source à rayons X sur le plan image.

Le symbole ξ représente une instance de l'ensemble des paramètres géométriques mentionnés ci-dessus. La constitution d'une matrice de projection à partir du vecteur de paramètres ξ sera dénotée $M(\xi)$. Dans le cadre explicite l'inconnu est ξ et non plus M . Donc, la vraisemblance maximale de ξ est donnée par :

$$\hat{\xi}_{MV} = \arg \min_{\xi} \sum_{i=1}^N \left(\left\| u_i - \frac{M_1(\xi) \bullet P_i}{M_3(\xi) \bullet P_i} \right\|^2 + \left\| v_i - \frac{M_2(\xi) \bullet P_i}{M_3(\xi) \bullet P_i} \right\|^2 \right)$$

Contrairement au calibrage linéaire, on ne se contentera pas d'une approximation grossière de la solution. La solution optimale peut être dénichée par l'algorithme de Levenberg-Marquardt, un algorithme d'optimisation non linéaire. Le minimum global pourra être atteint par biais de l'optimisation non linéaire à condition que l'approximation initiale ne soit pas trop loin (surtout en ce qui concerne les angles de rotation).

La question qui se pose maintenant est : comment obtenir une bonne approximation initiale ? Il y a deux solutions à ce problème :

- Dans le contexte des radiographies cliniques routinières, les techniciens en radiologie suivent des protocoles standard qui contiennent des spécifications géométriques. On peut facilement convertir ces spécifications en paramètres géométriques, ce qui donne une approximation initiale de ξ .

- Une autre approche qui donne une approximation initiale encore meilleure consiste à effectuer un calibrage linéaire et de décomposer la matrice de projection ainsi obtenue en paramètres géométriques. Les formules de décomposition sont données dans Faugeras (1993), Trucco et Verri (1998) et Forsyth et Ponce (2003), les démonstrations de ces formules ne sont pas reproduites dans ce mémoire, mais une implémentation en Matlab^{MD} est présentée en annexe.

Le calibrage explicite d'un système radiographique est très semblable à l'algorithme standard de calibrage photogrammétrique présenté dans Weng et al. (1990). La différence principale est l'élimination des considérations pour la distorsion optique. En réalité, il y a de la distorsion optique en radiologie parce que le faisceau de rayons X n'a pas une source parfaitement ponctuelle. Cependant il est reconnu que cette distorsion est négligeable lorsque la source est suffisamment loin de la pellicule radiographique (*c.f.* Rougée et al. (1993)), ce qui est normalement le cas pour les radiographies du tronc.

4.5.2 Algorithme d'auto-calibrage par point fixe

La différence principale entre l'auto-calibrage et le calibrage explicite est qu'il n'y a plus d'objet de calibrage proprement dit. À la place, l'algorithme génère son propre objet de calibrage virtuel en effectuant la reconstruction 3D des repères anatomiques en utilisant des valeurs approximatives des paramètres géométriques. Les points 3D de l'objet de calibrage virtuel sont périodiquement mis à jour au fur et à mesure que l'algorithme converge. Le

processus continue jusqu'à ce que le système atteigne un état stable, ce qui représente un minimum local du problème, donc une solution candidate.

Voici un schéma bloc de l'algorithme :

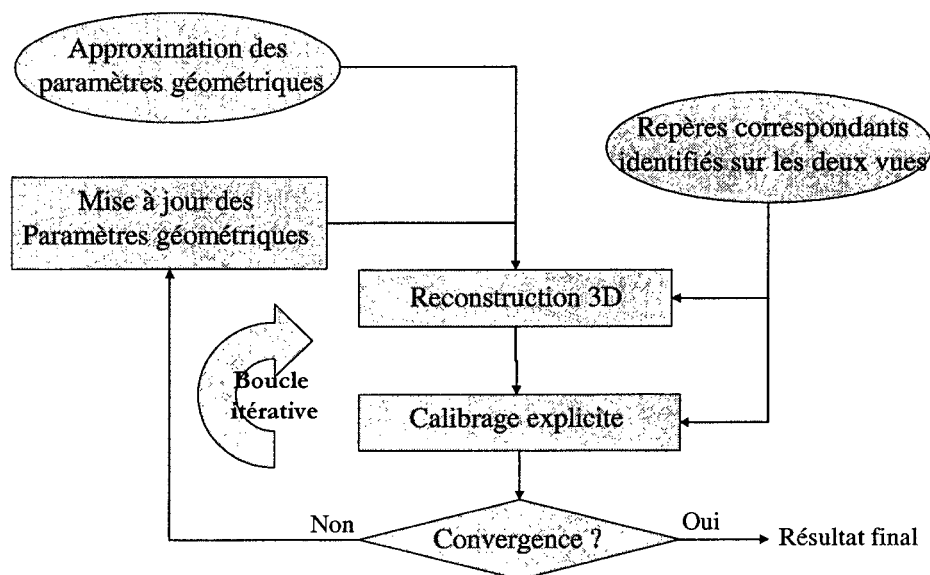


Figure 4.7 : Schéma bloc de l'algorithme d'auto-calibrage

Le critère de convergence est le taux de réduction de la somme des carrés des erreurs de reprojection. Lorsque ce critère tombe sous un certain seuil, on considère que l'algorithme a convergé. Le seuil qui fut choisi pour les expériences présentées dans ce mémoire est 10^{-8} . En bas de ce seuil, il n'y a pas d'amélioration significative du résultat mais l'algorithme prend beaucoup plus de temps à converger.

4.5.3 Approximation initiale

L'auto-calibrage requiert une approximation initiale des paramètres géométriques qui décrivent la configuration radiographique. Cette approximation doit être suffisamment

proche de la solution réelle, sinon l'algorithme ne convergera pas vers la bonne solution. Afin d'obtenir une approximation raisonnable, on utilisera les spécifications techniques des poses radiographiques standard. Les tables qui suivent montrent les approximations utilisées pour les contextes préopératoire et post-opératoire (qui sont identiques), et pour le contexte intra-opératoire.

Tableau 4.1 : Paramètres géométriques pour la radiographie bi-plane en position debout (pré-opératoire et post-opératoire)

Paramètre géométrique	PA	LAT
Distance principale	1825 mm	1825 mm
Point principal	Centre de l'image	Centre de l'image
Position de la source à rayons X (x,y,z)	-1775, 0, 0 mm	-300, 1475, 0 mm
Orientation du plan image (angle d'Euler autour des axes x, y, et z)	$-\pi/2, 0, \pi/2$ rad	$\pi/2, \pi, 0$ rad

Tableau 4.2 : Paramètres géométriques pour la radiographie bi-plane intra-opératoire

Paramètre géométrique	PA	LAT
Distance principale	1500 mm	2000 mm
Point principal	Centre de l'image	Centre de l'image
Position de la source à rayons X (x,y,z)	-1200, 0, 0 mm	0, 1700, 0 mm
Orientation du plan image (angle d'Euler autour des axes x, y, et z)	$-\pi/2, 0, \pi/2$ rad	$\pi/2, -\pi, 0$ rad

Tous les paramètres de position et d'orientation sont relatifs au même système de coordonnées qui est imposé par les objets de calibrage habituellement utilisés.

4.5.4 Optimisation de la performance

Étant donné le grand nombre de paramètres géométriques (10 par image, 20 en tout), l'algorithme d'auto-calibrage prend plusieurs minutes à converger, parfois près d'une heure. Deux modifications furent effectuées afin d'améliorer la performance.

Premièrement, deux des paramètres géométriques sont redondants : la distance principale en x et la distance principale en y . Puisque les valeurs de s_x et s_y sont connues (fournies par le fabricant de l'équipement), on peut faire abstraction de f_x et f_y et ne calibrer que pour f , la distance principale en millimètres. Dans le cas de radiographies numériques, les valeurs de s_x et s_y correspondent à la résolution selon x et selon y du système de radiographie lui-même. Tandis que dans le cas de radiographies conventionnelles numérisées, c'est de la résolution du numériseur (*scanner*) dont il faut tenir compte. Ce qui a été fait en pratique est que toutes les coordonnées 2D de repères anatomiques furent converties en mm en les multipliant par s_x et s_y , ainsi on obtient l'égalité entre f , f_x et f_y . Grâce à ce changement de variables, l'espace des paramètres fut réduit à 18 dimensions.

La deuxième optimisation consista à partitionner l'espace des paramètres. Au lieu d'ajuster tous les paramètres géométriques simultanément, il est beaucoup plus efficace d'optimiser seulement un sous-ensemble des paramètres à la fois. Les paramètres furent partitionnés en trois groupes : rotation, translation et intrinsèques. En itérant sur ces trois ensembles, on obtient d'aussi bons résultats, en environ un centième du temps.

Les deux optimisations dont il est question, s'appliquent à l'étape de calibrage explicite uniquement. C'est cette étape de l'algorithme qui est la plus vorace en temps de

calcul. Grâce à ces optimisations, les temps d'exécution sont passés de plusieurs minutes à 2 ou 3 secondes sur un ordinateur muni d'un processeur Athlon XP1800+, avec 512 Mo de mémoire vive.

4.5.5 Réjection automatique des fausses correspondances.

L'auto-calibrage est un problème qui, en pratique, est souvent mal conditionné, surtout avec des images intra-opératoires à cause du bruit d'acquisition accru et de la variabilité de la pose. L'identification et l'appariement des repères anatomiques par un humain expert est un processus qui est sujet à l'erreur, donc, il y a un certain niveau d'incertitude sur les coordonnées 2D de repères anatomiques. Si l'erreur est trop grande, l'auto-calibrage ne convergera pas vers la bonne solution. Ce problème a entraîné le développement d'une amélioration importante à l'algorithme d'auto-calibrage : la réjection automatique des mauvaises correspondances. L'idée est de sélectionner un sous-ensemble de tous les repères disponibles selon un critère de qualité de la stéréo-correspondance et selon la dispersion spatiale des repères dans les deux vues. Seulement les repères sélectionnés seront employés pour l'auto-calibrage.

Le critère de stéréo-correspondance est basé sur la distance entre un point et sa droite épipolaire correspondante. Les paramètres de l'équation de la droite épipolaire d'un repère sur la vue postéro-antérieure ($ax+by+c=0$) sont donnés par le produit de la matrice fondamentale par la coordonnée du point correspondant dans la vue latérale. Pour obtenir l'équation d'une droite épipolaire dans la vue latérale, on multiplie par la gauche la matrice fondamentale par la transposée du point correspondant dans la vue postéro-antérieure. Pour

plus de renseignements sur la géométrie épipolaire et la matrice fondamentale, le lecteur est référé à Trucco et Verri (1998). Pour une estimation robuste et rapide de la matrice fondamentale, l'algorithme à 8 points amélioré, proposé dans Hartley (1997), fut implémenté.

Puisque la contrainte épipolaire offre un degré de liberté (point à ligne), il y a toujours un degré de liberté. Autrement dit, des points qui respectent la contrainte épipolaire ne sont pas nécessairement des points correspondants. Par contre, tous les points qui sont de bons correspondants vont respecter la contrainte épipolaire. Heureusement, ceci n'est pas problématique parce que des points qui respectent la contrainte épipolaire, même s'ils ne sont pas de bons correspondants, ne nuiront pas au processus de calibrage, c'est seulement leurs reconstructions 3D qui en souffriront.

Le deuxième critère, celui de la dispersion spatiale, sert à s'assurer que les points sélectionnés ne soient pas tous concentrés dans les mêmes régions des deux images. Les résultats du calibrage sont moins sensibles à l'erreur d'acquisition lorsqu'un groupe de points bien dispersé est utilisé. Cette règle est homologue au principe d'utiliser des objets de calibrage englobants avec le calibrage linéaire. Afin d'obtenir un tel groupe, on va chercher à maximiser une fonction de dispersion, qui correspond à la moyenne géométrique des distances entre les repères sélectionnés :

$$\Phi(P) = \left[\prod_{i=1}^n \prod_{j=i+1}^n \|p_{i,1} - p_{j,1}\| \cdot \|p_{i,2} - p_{j,2}\| \right]^{\frac{1}{2(n^2-n)}}$$

Où P désigne l'ensemble des repères sélectionnés, n est le cardinal de P , $p_{i,k}$ est la coordonnée 2D du $i^{\text{ième}}$ repère dans l'image k ($1 = \text{PA}$, $2 = \text{LAT}$).

Maintenant, le problème est de concevoir un algorithme de sélection qui tient compte des deux critères. Voici une méthode heuristique simple qui a produit de très bons résultats :

1. Placer dans Q l'ensemble de tous les points appariés sur les deux vues.
2. À partir de Q , estimer la matrice fondamentale avec l'algorithme huit-points amélioré Hartley (1997).
3. Retirer de Q toutes les paires de repères qui sont trop loin de leurs lignes épipolaires respectives. En général, un seuil de réjection raisonnable est le 80^e centile.
4. Soit P l'ensemble des points sélectionnés. P est initialement vide.
5. Trouver le repère Q_i , contenu dans Q qui maximise $\gamma(Q_i)\Phi(P \cup Q_i)$. Où $\gamma(Q_i)$ est une fonction qui exprime le degré de concordance entre Q_i et la contrainte épipolaire.
6. Retirer de Q le repère choisi à l'étape 5 et l'ajouter à P .
7. Répéter les étapes 5 et 6 jusqu'à ce qu'un nombre suffisant de repères ait été choisis.

Le choix d'une fonction γ optimale n'est pas évident. Il est important de choisir une fonction qui tend asymptotiquement vers zéro, mais qui n'est pas trop discriminatoire pour les repères qui ont des erreurs épipolaires faibles. La fonction retenue fut

$$\gamma(Q_i) = \frac{1}{1 + d_i}$$

Où d_i représente la somme des carrés des distances entre les points du repère Q_i (sur les deux vues) à leurs lignes épipolaires respectives.

4.6 Validation de l'auto-calibrage

4.6.1 Auto-calibrage *in vitro*

Afin de tester la précision de la technique, une colonne vertébrale sèche fut reconstruite par auto-calibrage, à partir d'une image postéro-antérieure et d'une image latérale sous des conditions contrôlées. Les résultats furent comparés à un modèle 3D du spécimen acquis au moyen d'une MMT.

4.6.2 Auto-calibrage *in vivo* post-opératoire en position debout

L'auto-calibrage et le DLT furent utilisés pour reconstruire des modèles de colonnes vertébrales à partir d'un ensemble de 20 paires de radiographies postopératoires postéro-antérieures et latérales. Les vingt cas sont des patients distincts ayant été opérés pour la scoliose à l'Hôpital Sainte-Justine entre 1993 et 1998. Toutes les radiographies furent prises avec le même équipement de radiographie numérique et le même objet de calibrage. L'objet de calibrage a seulement servi au DLT, quant à l'auto-calibrage, des appariements ponctuels de repères anatomiques furent utilisés.

4.6.3 Auto-calibrage intra-opératoire

Pour reconstruire la colonne vertébrale dans le contexte per-opératoire, six repères par vertèbre furent utilisés. Il s'agit des repères 1 à 6 de la figure 2.2. Un sous-ensemble de ces

repères furent choisis par l'algorithme de sélection/réjection présenté plus tôt. Les repères choisis ont servi pour l'auto-calibrage. Les résultats de l'auto-calibrage furent ensuite utilisés pour reconstruire tous les repères anatomiques. Cinq paires d'images radiographiques intra-opératoires réelles ont fait l'objet de cette étude.

En un premier temps, l'erreur RMS de reprojection de tous les repères fut analysée par rapport au nombre de repères retenus par l'algorithme de sélection/réjection automatique. Le but de cette expérience était de déterminer la quantité optimale de repères à sélectionner pour que l'auto-calibrage produise de bons résultats en peu de temps (plus il y a de repères, plus l'auto-calibrage prend du temps).

Deuxièmement une des paires de radiographies fut reconstruite par auto-calibrage et par calibrage explicite, en utilisant le petit objet de calibrage (figure 4.3). Les résultats de ces deux méthodes furent comparés en mesurant la distance RMS entre les repères correspondants après avoir effectué un recalage rigide entre les deux modèles.

4.7 Acquisition des données pour la reconstruction 3D à partir d'une seule image

La technique de reconstruction 3D à partir d'une vue (expliquée dans la section 4.7) nécessite deux types de données : des modèles 3D *a priori* des vertèbres individuelles et une radiographie antéro-postérieure. Les modèles *a priori* pourraient provenir d'une TD ou d'une IRM, mais la modalité choisie pour ce projet fut la radiographie bi-plane (reconstruction par DLT) parce que cette technologie est déjà employée de façon routinière à l'Hôpital Sainte-Justine. Un autre gros avantage d'utiliser la radiographie bi-plane est que la nature même des

données de la reconstruction 3D est une liste de coordonnées de repères anatomiques. On peut donc utiliser ces données directement dans le processus de recalage. Dans le cas d'images TD ou IRM, il faudrait manuellement identifier les coordonnées 3D des repères anatomiques dans les volumes de données, ce qui risquerait d'être long et coûteux. En ce qui concerne les radiographies acquises, il s'agit de radiographies d'inflexion latérale, puisque c'est le test d'inflexion latérale qui est le principal motif pour développer cette technologie.

4.7.1 Les Radiographies préopératoires calibrées

Il s'agit ici d'utiliser la même procédure que celle décrite à la section 4.1.1 sauf qu'ici tous les 14 repères anatomiques illustrés dans la figure 2.2 sont utilisés. Les repères additionnels sont nécessaires pour évaluer la cunéiformisation des vertèbres par l'algorithme décrit dans Dansereau et al. (1995). La cunéiformisation est un paramètre très utile à considérer pour la reconstruction 3D à partir d'une seule image.

4.7.2 Les Radiographies d'inflexion latérale

Le test d'inflexion latérale consiste à prendre des radiographies du patient couché sur le dos alors qu'il fléchit son tronc latéralement le plus loin possible. Deux images sont prises : une avec le patient fléchi vers la droite, l'autre avec le patient fléchi vers la gauche. Pour les besoins de la reconstruction 3D, le petit objet de calibrage utilisé pour la reconstruction 3D intra-opératoire est réutilisé dans ce nouveau contexte.

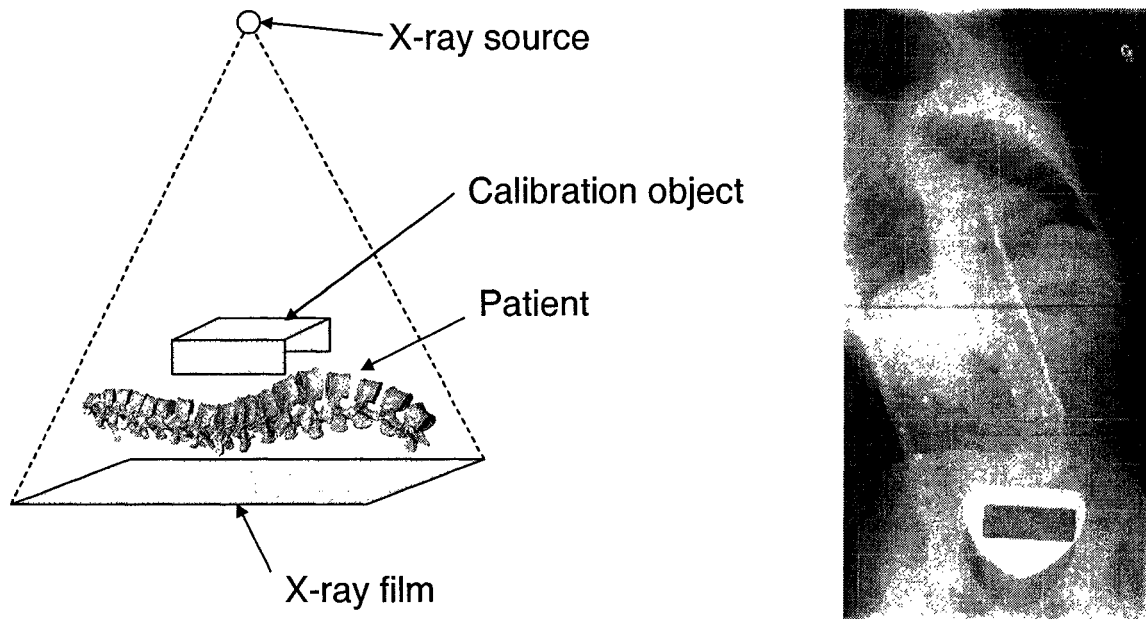


Figure 4.8 : La radiographie calibrée en position d'inflexion latérale

Dix repères par vertèbre furent numérisés. Ce sont les repères 1 à 6 et 11 à 14 de la figure 2.2. On ne peut pas utiliser les repères 7 à 10, même s'ils font partie des modèles 3D *a priori*, parce que ces repères ne peuvent être correctement identifiés que sur une vue latérale et on ne prend pas de radiographie latérale lors du test d'inflexion latérale.

4.8 Reconstruction 3D à partir d'une seule image d'inflexion latérale

La reconstruction 3D à partir de deux images radiographiques est une technique bien implantée à l'Hôpital Sainte-Justine et du personnel expert a déjà été formé pour les tâches de numérisation et de traitement des images. Pour cette raison, la technique de reconstruction 3D à partir d'une image a été spécialement conçue pour être semblable et compatible aux procédures qui sont déjà en place. Donc, les mêmes repères anatomiques utilisés pour la

radiographie bi-plane seront utilisés et les connaissances *a priori* exigées par cette nouvelle technique proviendront de la reconstruction 3D préopératoire. Le système proposé repose sur le principe du recalage 3D-2D. Les éléments géométriques utilisés pour le recalage sont les 10 repères anatomiques couramment numérisés sur les vues PA.

La figure qui suit illustre l'ensemble des différentes tâches impliquées dans le système de reconstruction.

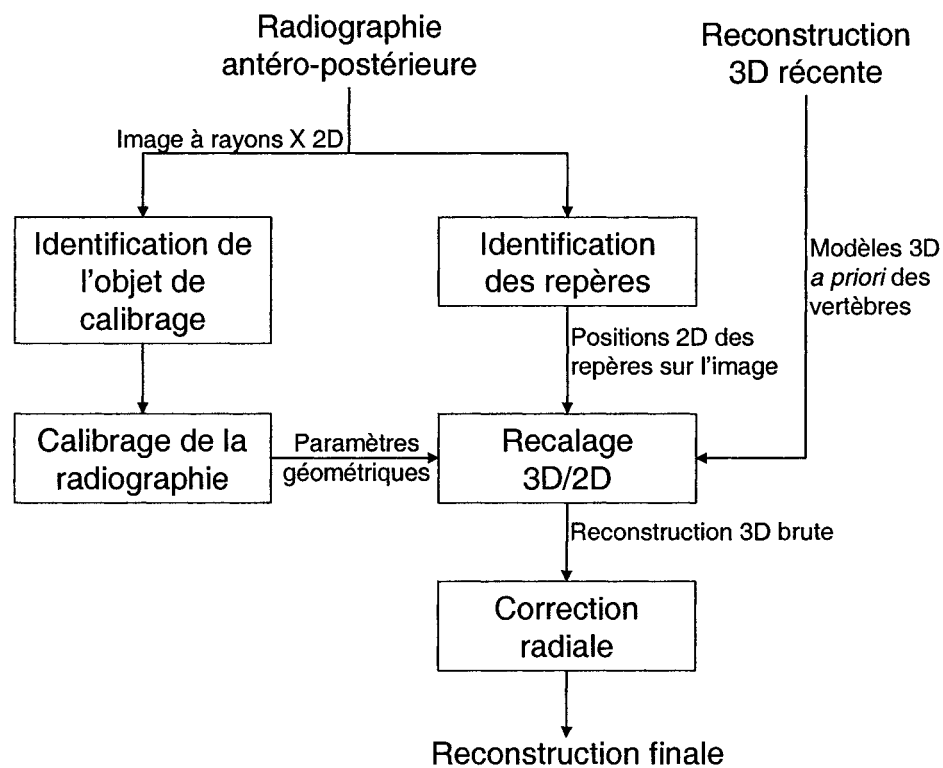


Figure 4.9 : Schéma du système de reconstruction à partir d'une seule vue

Les données aux entrées de ce système sont celles qui ont été décrites à la section 4.2. Les étapes d'identification des repères anatomiques et des repères de calibrage sont effectuées

par un opérateur humain, utilisant un logiciel spécialisé, tous les autres traitements sont automatisés et ont été implémentés en Matlab^{MD}.

4.8.1 Le Calibrage

Le calibrage d'une radiographie d'inflexion latérale peut être faite en utilisant des techniques standard de photogrammétrie. La solution qui fut implémentée se divise en trois étapes :

- Effectuer un calibrage par la technique standard. (*c.f.* section 4.4)
- Décomposer la matrice de projection en utilisant les formules de décomposition suggérées dans Faugeras (1993) ou Trucco et Verri (1998).
- Utiliser les résultats de l'étape précédente comme approximation initiale pour un calibrage explicite. Il s'agit d'un algorithme identique à ce qui est présenté à la section 4.6.1 sauf qu'on a seulement une vue au lieu de deux.

L'implémentation Matlab^{MD} de cet algorithme de calibrage au complet est présentée en l'annexe.

4.8.2 Le Recalage 3D/2D

Le problème du recalage 3D/2D est bien documenté et bien connu de la communauté de vision artificielle. La méthode classique de résolution de ce problème consiste à minimiser une fonction de distance ayant pour paramètres l'orientation et la position de la structure à recaler. La fonction de distance représente typiquement une somme des carrés des distances entre des repères correspondants de l'image réelle et de la projection analytique

(Besl et McKay (1992) et Haralick et al. (1989)). Cette approche permet de déterminer la vraisemblance maximale de la position et de l'orientation à condition que le bruit sur les modèles 3D soit nul ou négligeable et que le bruit d'identification des repères sur l'image 2D suive une distribution Gaussienne. Lorsque le bruit sur les modèles 3D est considérable, cette technique produit une approximation raisonnable, mais qui n'est pas la **vraisemblance maximale** de la position et de l'orientation.

Pour résoudre le problème du recalage, il faut commencer par donner une définition mathématique de la fonction objective à minimiser. Les inconnus du système sont les transformations qui décrivent le passage du référentiel du modèle au repère global, défini relativement à l'objet de calibrage. Ce type de transformation peut souvent être représenté en coordonnées homogènes sous la forme d'une matrice quatre par quatre, en autant qu'il s'agisse d'une transformation linéaire. En assumant qu'il s'agit d'une transformation rigide, le changement de repère est composé d'une translation et d'une rotation uniquement, ce qui donne une matrice de transformation de la forme suivante :

$$S = \left[\begin{array}{c|c} R_R & R_R \bullet T_R \\ \hline \emptyset & 1 \end{array} \right]$$

Où R_R est une matrice orthonormale, trois par trois, et T_R est un vecteur de translation cartésienne à trois dimensions. Pour recaler un modèle 3D à une image 2D, on n'a qu'à minimiser la somme des carrés des erreurs de reprojection, ce qui est exprimée par la fonction suivante :

$$\Psi(S) = \sum_{i=1}^n \left\| l_i - \frac{1}{w} M(\xi) \bullet S \bullet L_i \right\|^2$$

Où l_i est la coordonnée image du $i^{\text{ème}}$ point du corps rigide, et L_i est la coordonnée 3D du même point dans le référentiel du modèle.

Avec des données réelles bruitées, la minimisation sans contraintes de $\Psi(S)$ ne produira pas nécessairement une solution qui est strictement une transformation rigide. Le problème est que l'ensemble des matrices réelles 4-par-4 est beaucoup plus vaste que le véritable espace de solutions (l'ensemble des transformations rigides), qui n'a que 6 degrés de liberté. Étant donné qu'une matrice de transformation en coordonnées homogènes est toujours définie à un facteur d'échelle près, il y a un 7^{ème} degré de liberté, mais celui-ci est arbitraire, alors on l'élimine en fixant la contrainte que $S_{4,4}$ est égal à 1. Afin de limiter, l'espace des solutions à l'ensemble des transformations rigides, on va paramétrer la transformation en fonction de paramètres géométriques explicites.

$$S = \text{Rot} \left(\frac{Q_R}{\|Q_R\|} \right) \bullet \left[\begin{array}{c|c} I_{3 \times 3} & T_R \\ \hline \emptyset & 1 \end{array} \right]$$

En insérant l'expression paramétrique de S dans la fonction $\Psi(S)$, le problème de recalage devient une tâche d'optimisation non linéaire à sept variables (six degrés de liberté puisque l'échelle du quaternion est ignoré). En pratique, cette minimisation fut effectuée à l'aide de la fonction *fminunc* de Matlab^{MD} (c.f. Annexe).

4.8.3 Application de la contrainte d'alignement

Le processus de recalage rigide peut produire des résultats considérablement erronés en translation selon la direction radiale. Ce problème est inhérent au problème de recalage à une seule vue perspective, surtout quand le champ de vision recouvrant la région d'intérêt est petit. Afin de palier à cette incertitude, il suffit d'utiliser des connaissances anatomiques générales *a priori* sur la morphologie de la colonne vertébrale. Une procédure de correction radiale fut développée en exploitant la notion de continuité vertébrale. C'est-à-dire que le recalage est résolu sous la contrainte qu'il n'y a aucune dislocation dans les jointures vertébrales. Cette contrainte est appliquée *a posteriori*, en effectuant des translations radiales, de telle façon à minimiser les dislocations.

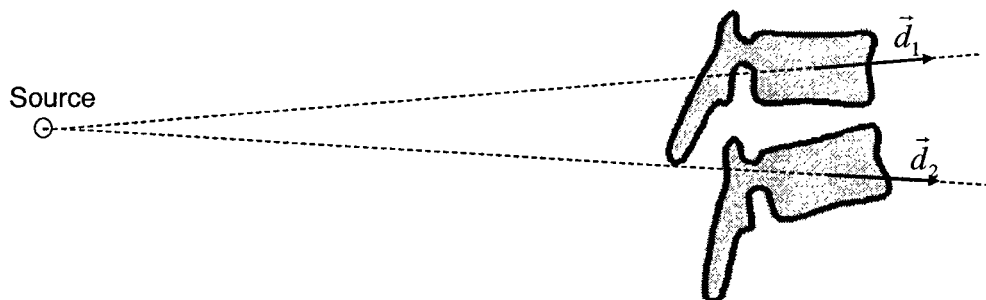


Figure 4.10 : La direction radiale

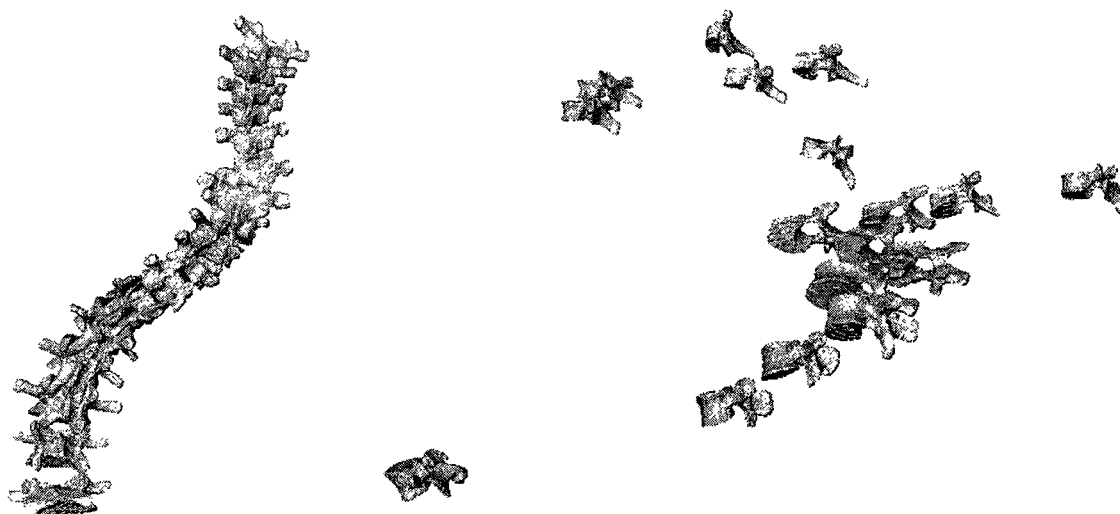


Figure 4.11 : Résultat d'un recalage 3D/2D de modèles de vertèbres sur une radiographie d'inflexion latérale

La reconstruction 3D illustrée à la figure 4.11 est, de tout évidence, très erronée dans le plan sagittal (vue de côté) parce que les directions radiales des vertèbres par rapport à la source sont plus ou moins parallèles à ce plan. Ce phénomène est dû au fait qu'un déplacement selon la distance radiale a très peu d'impact sur la projection. Mathématiquement, la direction radiale d'un point correspond à l'espace nul de la relation de projection. Donc, lorsqu'un point se déplace selon sa direction radiale, son image demeure invariante. Dans le cas d'objets rigides, puisque les points du modèle sont obligés de se déplacer parallèlement, il se produira un léger grossissement ou rapetissement de l'image lorsque l'objet est déplacé selon sa direction radiale moyenne.

Puisqu'une projection radiographique peut être modélisée par une matrice M (3×4), la direction radiale sera toujours équivalente au vecteur nul de la matrice de projection. Le vecteur nul est égal au vecteur propre $M \cdot M^T$ correspondant à la valeur propre nulle. Le

vecteur nul sera unique à condition que M soit de rang 3. En observant de près l'expression de M (c.f. section 4.2) on arrive à la conclusion que M a toujours plein rang tant que les distances focales sont non nulles, ce qui sera toujours le cas en pratique. Le vecteur nul de la matrice de projection sera dénoté $\vec{n}$.

Soit $\vec{d}$ la direction radiale au point P ; $\vec{d}$ est unitaire. Soit $\vec{P}'$ un point distinct de $\vec{P}$ situé sur la droite définie par le point $\vec{P}$ et la direction $\vec{d}$.

$$\vec{P}' = \vec{P} + a\vec{d}$$

$$\therefore \vec{d} = \frac{\vec{P}' - \vec{P}}{a} = \pm \frac{\vec{P}' - \vec{P}}{\|\vec{P}' - \vec{P}\|}$$

Où a est un scalaire non nul. Puisque $\vec{d}$ est unitaire, il suit que a doit être égal à $\pm \|\vec{P}' - \vec{P}\|$. Afin d'évaluer $\vec{d}$ à un signe près en utilisant cette équation, il faut trouver un $\vec{P}'$ valide. L'équation qui suit exploite la connaissance de $\vec{n}$ pour trouver un point en coordonnées homogènes qui projette sur le même point image que $\vec{P}$.

$$\vec{P}'_H = \begin{bmatrix} \vec{P}^T & 1 \end{bmatrix}^T + \vec{n}$$

Un $\vec{P}'$ valide est obtenu en normalisant $\vec{P}'_H$ (en divisant le vecteur par sa composante homogène).

Puisqu'une vertèbre est un corps rigide de dimensions connues, la correction radiale doit être appliquée à chaque vertèbre de manière intégrale. Cela pose un problème puisque la direction radiale de chaque repère anatomique est différente. La solution est d'évaluer la

direction radiale en un point considéré comme le centre de la vertèbre et de l'utiliser pour l'ensemble des points de la vertèbre. Le repère qui fut choisi pour jouer le rôle de centre vertébral est le centre géométrique du corps vertébral, parce que ce repère se situe normalement très près du barycentre de la projection 2D sur une vue PA. Ce repère est défini comme le point milieu entre les centres des deux plateaux vertébraux.

Avec les formules qui viennent d'être présentées pour l'évaluation de la direction radiale, la prochaine étape sera d'élaborer une méthode pour déterminer la grandeur du déplacement à faire selon les directions radiales des vertèbres pour minimiser les dislocations. Deux vertèbres sont dites alignées lorsque le vecteur $\vec{g}$ reliant les centres des deux plateaux d'une articulation intervertébrale a le même angle d'incidence avec les deux plateaux. Par conséquent, la direction idéale de $\vec{g}$ est égale à la moyenne des vecteurs normaux des deux plateaux. En pratique, les plateaux vertébraux ne sont pas parfaitement planaires. La normale moyenne d'un plateau peut être approximé en prenant la normale d'un plan obtenue par régression linéaire à partir d'un ensemble de repères situés sur le plateau. La norme de ce plan équivaut à la direction 3D selon laquelle la variance est la plus faible, ce qui équivaut à prendre la dernière colonne de V de la décomposition SVD de la matrice contenant la concaténation verticale de l'ensemble des points 3D.

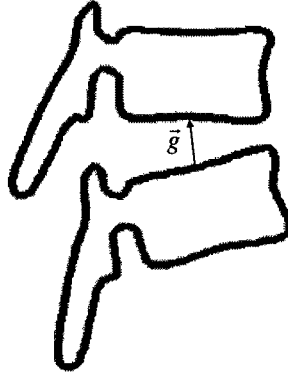


Figure 4.12 : Le vecteur d'alignement

Par observation de la figure 4.12, il est clair qu'il existe une relation directe entre la direction de $\vec{g}$ et la position relative des vertèbres. Pour ramener $\vec{g}$ le plus près possible de sa valeur idéale $\vec{e}$, on peut effectuer une translation de la deuxième vertèbre selon sa direction radiale. Pour calculer la grandeur de cette translation, il faut commencer par effectuer un changement de base de $\vec{g}$. Soit $\vec{g}'$ l'expression de $\vec{g}$ dans la base définie par $\vec{e}$, $\vec{d}$ et $\vec{e} \times \vec{d}$. La valeur de $\vec{g}'$ est la solution de cette équation :

$$\begin{bmatrix} \vec{e} & \vec{d} & \vec{e} \times \vec{d} \end{bmatrix} \vec{g}' = \vec{g}$$

La grandeur du déplacement selon la direction radiale qui minimise la dislocation est donnée par la composante en $\vec{d}$ de $\vec{g}'$ (i.e. la deuxième composante).

Le système à résoudre pour trouver $\vec{g}'$ ne sera pas singulier tant que $\vec{e}$ et $\vec{d}$ ne sont pas parallèles. Une telle situation ne devrait jamais se produire dans le contexte d'une radiographie d'inflexion latérale puisque la colonne vertébrale du patient est toujours plus ou moins perpendiculaire au faisceau de rayons X.

4.8.4 Correction radiale globale

Dans la reconstruction 3D d'une colonne vertébrale entière ou partielle, il y a toujours une articulation de moins que le nombre de vertèbres. Donc, s'il y a n vertèbres dont il faut corriger la profondeur, il y a seulement $n-1$ contraintes d'alignement. Donc, la solution proposée pour corriger l'incertitude radiale a toujours un degré de liberté. Cette lacune fut comblée par l'introduction d'une étape de correction radiale globale.

Chaque contrainte d'alignement calcule le déplacement radial qu'il faut appliquer à une vertèbre pour l'aligner par rapport à la vertèbre précédente. Donc, il n'y a aucune contrainte sur la première vertèbre de la série. C'est là que se manifeste en pratique le degré de liberté dont il est question. Si l'erreur radiale de la première vertèbre était laissée incorrigée, l'erreur se propagerait au reste de la colonne via les contraintes d'alignement. Cela résulterait non seulement en une translation de la colonne vertébrale, mais aussi en une contraction ou une dilatation artificielle de la colonne vertébrale (à cause de la perspective).

La solution au problème est d'ajuster la grandeur du déplacement de la première vertèbre de telle façon à minimiser l'erreur de reprojection globale de la colonne vertébrale après alignement. Cet objectif peut être atteint numériquement par la minimisation itérative de la fonction objective suivante :

$$\Psi_{global}(x) = \sum_{i=1, j=1}^{n,m} \left\| l_{ij} - \frac{1}{w} M(\xi) \bullet \hat{L}_{ij}(x) \right\|^2$$

Où $\hat{L}_{ij}(x)$ désigne les coordonnées 3D homogènes du $i^{\text{ième}}$ repère de la $j^{\text{ième}}$ vertèbre après avoir translaté la première vertèbre d'une distance x selon sa direction radiale et après

avoir appliqué les contraintes d'alignement au reste de la colonne. En minimisant Ψ_{global} , l'erreur radiale de la première vertèbre est éliminée de façon robuste. L'algorithme de Levenberg-Marquardt fut utilisé pour minimiser Ψ_{global} .

4.9 Validation de la reconstruction 3D à partir d'une seule image

4.9.1 Contraintes d'alignement

Les contraintes d'alignement utilisées dans l'algorithme de reconstruction à une seule vue émanent de l'observation fortuite que le cisaillement intervertébral ne se produit pas dans les colonnes vertébrales non rupturées, qu'elles soient déformées ou non. Puisque le modèle mathématique qui fut élaboré pour appliquer cette contrainte est de nature empirique, il est nécessaire de le valider.

Pour ce faire, une expérience fut conçue où 15 colonnes vertébrales de patients scoliotiques non traités furent reconstruits en position debout avec la technique bi-plane standard par DLT, utilisant des vues PA et LAT. Les contraintes d'alignement furent appliquées directement aux modèles 3D. Les distances RMS entre les points des modèles 3D avant et après alignement furent calculées. Les résultats ont permis de déterminer si une distortion significative est induite par la contrainte d'alignement. Les distances RMS furent mesurées après avoir effectué un recalage rigide entre les modèles comparés.

Les images choisies pour l'expérience furent sélectionnées pour leur qualité visuelle (peu de bruit) et pour leur faibles erreurs de reprojection lorsque reconstruits par DLT. Ces critères ont permis d'assurer que les modèles 3D utilisés dans l'expérience étaient fiables.

Avec des données de faible qualité, les résultats des expériences de simulation risqueraient d'être fortement biaisés par des imperfections morphométriques.

4.9.2 Reconstruction 3D à partir d'une seule image

Des expériences de simulation furent exécutées pour évaluer la robustesse de la procédure de calibrage combinée à la correction radiale. Les mêmes 15 colonnes vertébrales utilisées dans l'expérience précédente furent réutilisées ici. Les modèles 3D furent projetés analytiquement pour créer des données radiographiques synthétiques sans erreurs. Par la suite, un bruit blanc gaussien fut additionné aux données 2D simulées et/ou aux modèles 3D *a priori*. Les données bruitées furent traitées par l'algorithme de reconstruction et les résultats furent comparés aux modèles 3D initiaux après avoir effectué un recalage rigide entre les deux. Différents niveaux de bruit entre 0 et 1.5mm d'écart type furent simulés les données 2D, et dans un deuxième temps, sur les modèles 3D *a priori*. Pour chaque niveau de bruit, l'expérience fut répétée 10 fois par colonne vertébrale, pour un total de 150 simulations.

En pratique, la marge d'erreur dans l'identification manuelle des repères anatomiques des vertèbres est typiquement dans le voisinage de 2mm (*c.f.* André et al. (1992)). La justesse de la technique de reconstruction par DLT est d'environ 2.5mm dans les pires cas lorsque des images réelles de patients réels sont utilisées. Donc, pour évaluer la robustesse de la technique de reconstruction dans des conditions réalistes, voire pessimistes, un lot de 150 simulations fut effectué avec une combinaison de bruit gaussien sur les modèles 3D *a priori* et sur les données 2D, avec 1mm d'écart type dans les deux cas.

5 Résultats

5.1 Auto-calibrage pour les études rétrospectives

La reconstruction 3D du spécimen sec a été obtenue avec une erreur RMS de reconstruction de 1.7mm, après recalage rigide.

Le tableau 5.1 montre l'erreur RMS entre les reconstructions 3D par DLT et par auto-calibrage sur 15 des 20 cas réels étudiés. La distance RMS fut calculée après avoir effectué un recalage rigide et une mise à l'échelle. Le tableau montre également les transformations entre les modèles correspondants.

Tableau 5.1 : Compilation des résultats de l'auto-calibrage avec 15 cas post-opératoires

	Moyenne	Écart type	Minimum	Maximum
Distance RMS après recalage (mm)	1.66	0.66	0.83	2.59
Orientation relative (degrés)	3.28	1.74	0.94	6.71
Translation relative (mm)	15.5	8.4	5.9	35.9
Facteur d'échelle relatif	1.006	0.007	0.996	1.021

Cinq parmi les vingt cas furent rejetés de l'étude parce qu'ils ont produit de mauvais résultats. Ces cinq cas démontraient, entre autres, des erreurs d'orientation de l'ordre de 20 degrés. L'état final de l'algorithme d'auto-calibrage indiquait clairement que l'algorithme n'avait pas convergé pour ces cinq cas. Ce type de problème est normalement attribuable à une faible qualité des données 2D ou une mauvaise approximation initiale des paramètres géométriques.

5.2 Réjection de repères pour l'auto-calibrage intra-opératoire

Dans le contexte intra-opératoire, il fut jugé nécessaire de considérer uniquement un sous ensemble de tous les repères disponibles. La figure 5.1 montre la relation entre le nombre de repères retenus pour l'auto-calibrage intra-opératoire et l'erreur RMS de reprojection du modèle 3D au complet. On voit que plus le nombre de repères est grand, meilleur est le résultat. Il faut aussi noter, qu'il y a peu à gagner à utiliser plus que 15 repères.

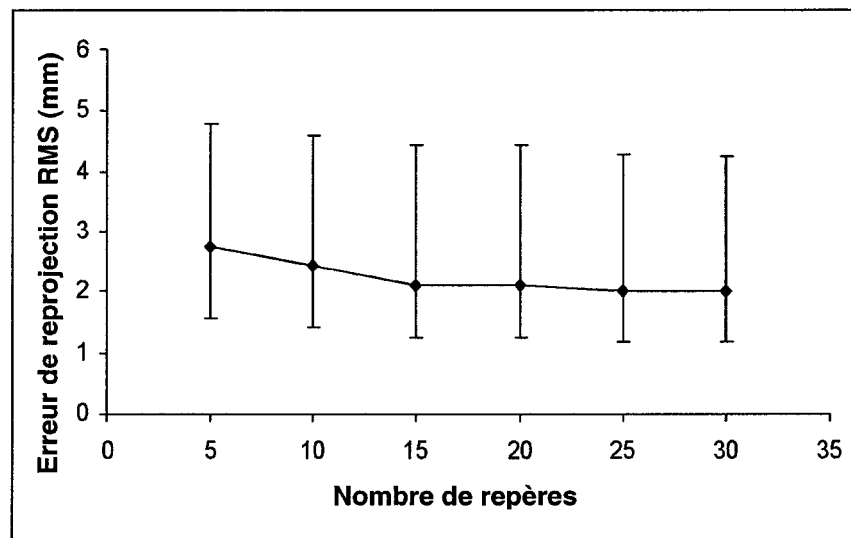


Figure 5.1 : Erreur de reprojection global vs. nombre de repères sélectionnés pour l'auto-calibrage (minimum, maximum, moyenne)

5.3 Reconstruction intra-opératoire

La figure 5.2 montre une comparaison entre une reconstruction 3D obtenue à partir de d'un calibrage explicite et une reconstruction 3D obtenue par auto-calibrage en n'utilisant que

20 repères pour le calibrage. La différence entre les deux reconstructions est à peine perceptible à l'œil. Un recalage rigide et une mise à l'échelle des deux modèles ont permis de mesurer les différences. Le facteur d'échelle résultant fut de 1.04. Les rotations relatives autour des axes x, y et z furent 2.7, 0.8 et -3.8 degrés respectivement. Après avoir effectué les recalage et la mise à l'échelle, la distance RMS entre les repères correspondants fut de 1.12mm.

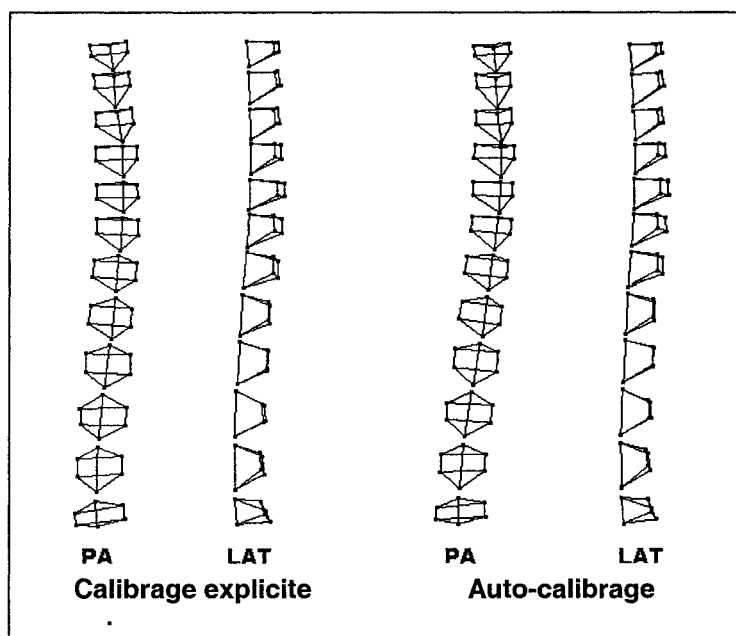


Figure 5.2 : Reconstruction 3D intra opératoire, calibrage explicite vs. auto-calibrage

5.4 Contrainte d'alignement

L'expérience décrite à la section 4.8.4 a produit des distances RMS de 0.73mm en moyenne, 1.72mm dans le pire cas. Ces distance, mesurées après un recalage rigide reflètent l'erreur induite au modèle par la contrainte d'alignement empirique.

5.5 Reconstruction 3D à partir d'une seule image

Pour chaque point des graphiques des figures 5.3 et 5.4, 150 simulations furent effectuées (10 simulations avec chacune des 15 colonnes). Les courbes de tendance sont des polynômes du troisième degré ajustés aux données.

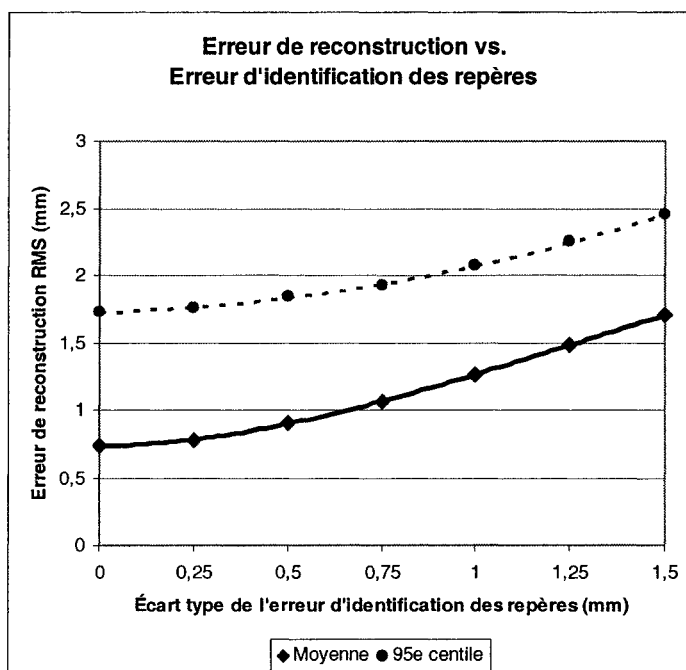


Figure 5.3 : Erreur de reconstruction vs. écart type de l'erreur d'identification des repères

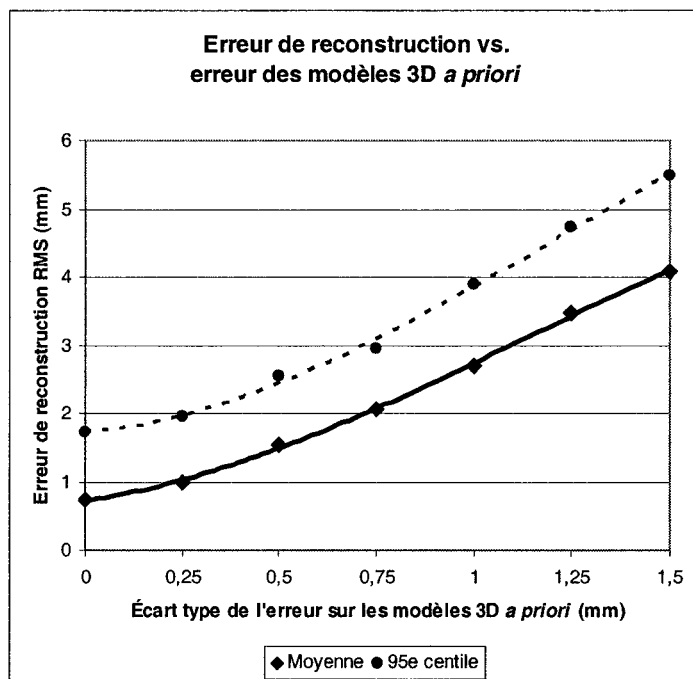


Figure 5.4 : Erreur de reconstruction vs. écart type de l'erreur des modèles 3D *a priori*

Lorsque des conditions pessimistes furent simulées (i.e. 1mm d'écart type sur les images et 1mm d'écart type sur modèles *a priori*), l'erreur RMS de reconstruction moyenne fut de 2.89mm, 4.10mm pour le 95^{ième} centile, et 5.06mm dans le pire cas (150 simulations au total).

La nouvelle technique de reconstruction fut évaluée sur une radiographie d'inflexion latérale réelle. La figure qui suit montre un rendu du modèle tridimensionnel. Afin d'augmenter la qualité visuelle du rendu, des modèles 3D de vertèbres provenant d'une bibliothèque furent krigées aux données de la reconstruction.

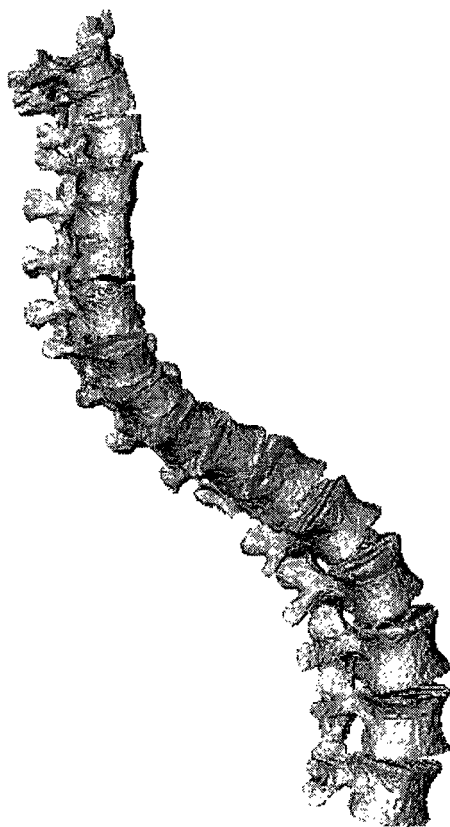


Figure 5.5 : Reconstruction 3D d'une colonne vertébrale en inflexion latérale à partir d'une seule radiographie bi-plane

6 Discussion

6.1 Auto-calibrage rétrospectif

La reconstruction 3D par auto-calibrage dans les contextes rétrospectif et intra-opératoire est très prometteuse : les erreurs RMS après recalage sont de l'ordre de grandeur de la précision du DLT (*c.f.* Chen et al. (1994) et Labelle et al. (1995)).

Il fut démontré que les résultats de l'auto-calibrage ne sont pas toujours exacts parce que selon la qualité des données acquises et de l'approximation initiale des paramètres, le problème peut être mal conditionné. Il sera probablement nécessaire de rejeter certains cas non convergents des études cliniques où l'auto-calibrage sera utilisé. Dans le contexte de ce mémoire, il fut très facile d'identifier les mauvais cas *a posteriori* parce qu'on avait une base de comparaison. Dans une situation pratique, il sera possible de détecter les mauvaises reconstructions en observant l'état final de l'algorithme d'auto-calibrage, plus précisément l'erreur de reprojection RMS finale. Cette valeur indique si l'algorithme a convergé vers une bonne solution. En général, cette valeur devrait être de l'ordre de grandeur de l'incertitude sur les coordonnées des points 2D. Si ce n'est pas le cas, il y a un problème.

La non convergence de l'auto-calibrage est normalement due à une mauvaise identification des repères anatomiques ou à une trop forte disparité entre l'approximation initiale et les paramètres géométriques réels. Dans des cas où l'algorithme ne converge pas, on pourrait essayer une approximation initiale alternative. Une autre situation qui peut mener à des cas non convergents est lorsque la vue latérale a été prise du côté droit du patient au

lieu du côté gauche, ou lorsqu'une des radiographies est numérisée à l'envers (image miroir). Il faut donc porter une attention particulière aux procédures radiologiques et les appliquer à la lettre si on veut éviter les cas non restructurables. Malheureusement, on a peu de contrôle sur ces facteurs lorsqu'il s'agit d'études rétrospectives. Une solution qui pourrait être considérée dans l'avenir serait une procédure de détection et de compensation automatique d'erreurs de manipulation.

On note que les résultats de l'auto-calibrage sont souvent très erronés quant à la position (translation) du modèle 3D dans l'espace. Heureusement, les indices cliniques utilisés pour quantifier la scoliose sont invariants à la translation puisqu'il s'agit toujours de mesures relatives. La position absolue dans l'espace est donc sans importance.

Par contre, la préservation de l'échelle est importante dans l'évaluation de plusieurs indices cliniques. Les résultats des expériences montrent que l'erreur d'échelle est très petite avec l'auto-calibrage, mais en théorie, il n'y a aucune contrainte mathématique sur l'échelle du modèle. La seule raison pour laquelle il n'y a pas plus d'erreur d'échelle est parce que les approximations initiales des paramètres géométriques sont bonnes. Donc, il faudra faire attention à cet aspect, lorsqu'on emploie des indices cliniques basés sur des distances. Pour pallier au problème d'incertitude d'échelle, un algorithme simple de mise à l'échelle fut proposé dans Cerveri et al. (1998). La technique consiste à exploiter des connaissances *a priori* sur les dimensions d'un ou de plusieurs objets qui composent la scène. On pourrait appliquer cette méthode dans le contexte rétrospectif post-opératoire où les dimensions de certains implants sont connues. Cette approche fut appliquée avec succès par Simon Poirier,

un stagiaire au LIS3D à l'été 2001. Une autre approche envisageable serait de poser une connaissance *a priori* de la taille globale de la colonne vertébrale à partir d'une estimation, basée sur d'autres paramètres qui peuvent être mesurés au préalable (e.g. hauteur du patient, type de scoliose, etc.).

Les résultats expérimentaux montrent des erreurs d'orientation atteignant jusqu'à 6,17 degrés avec l'auto-calibrage. Plusieurs indices cliniques sont sensibles à l'orientation globale du patient. Heureusement, l'erreur d'orientation est souvent d'une grandeur négligeable. Par contre il est impossible de déterminer si l'erreur d'orientation est importante sans avoir de *gold standard*. Une façon de s'en sortir serait de reconstruire en 3D le bassin du patient, ce qui permettrait de redéfinir le repère global de la reconstruction 3D de manière empirique suivant les normes de la SRS Stokes (1994).

6.2 Auto-calibrage intra-opératoire

Les résultats démontrent que l'auto-calibrage, combiné à la procédure de réjection automatique, est suffisamment robuste et juste pour extraire des données cliniques 3D significatives dans le contexte intra-opératoire. Cependant, il existe encore les problèmes d'incertitude d'orientation et d'échelle, on pourra résoudre le problème d'échelle en utilisant les dimensions connues des vis. Cependant, on ne pourra pas corriger l'orientation en utilisant la méthode suggérée à la section précédente parce que, la plupart du temps, le bassin n'apparaît pas sur les radiographies intra-opératoires lors d'opérations pour arthrodèse vertébrale. Une solution alternative serait de définir le repère global par rapport au repère de

la vue postéro-antérieure, ce que les médecins font implicitement lorsqu'ils observent des radiographies conventionnelles.

6.3 Contrainte d'alignement

La distortion engendrée par la contrainte d'alignement sur des colonnes reconstruites par DLT est inférieure à l'incertitude de la reconstruction DLT elle-même. Donc, il va de soi que cette perturbation n'est pas statistiquement significative. C'est-à-dire qu'il n'y a rien pour indiquer que la distorsion résultante est due à une imperfection du modèle mathématique de la contrainte d'alignement. Cependant, il ne faut pas conclure trop rapidement que la contrainte d'alignement est universellement applicable, les résultats montrent uniquement qu'elle est très bonne avec les colonnes vertébrales qui font partie du jeu de test.

Une des grandes failles de l'expérience de validation de la contrainte d'alignement est que les données utilisées étaient des colonnes vertébrales en position debout, alors que la technique de reconstruction à partir d'une vue est destinée à reconstruire des colonnes vertébrales en position d'inflexion latérale, couchée sur le dos. Malheureusement, il n'y avait pas d'autre choix que d'utiliser des modèles en position debout parce que c'est presque tout ce qu'il y avait dans la banque de données du LIS3D. Des radiographies intra-opératoires en position couchée sur le ventre auraient pu être utilisées, mais la qualité des reconstructions 3D intra-opératoires aurait été relativement faible.

Les résultats de l'expérience montrent tout de même que la contrainte d'alignement fonctionne bien avec des colonnes scoliotiques ayant des angles de Cobb de 40 degrés et plus. Si le modèle mathématique demeure valide, même avec des colonnes aussi fortement

déformées, il est peu probable que la contrainte devienne invalide une fois que le patient est couché sur le dos. Quoique cette déduction semble logique et raisonnable, elle demeure empirique. Il sera donc important, dans le futur, de valider la contrainte d'alignement dans différent contextes (postures, contraintes mécaniques, etc.).

6.4 Reconstruction 3D à partir d'une seule image

Les résultats de la simulation montrent que la qualité de la reconstruction 3D à partir d'une seule vue est beaucoup plus sensible à la qualité des modèles *a priori* qu'à la qualité des données 2D (figure 5.3 vs. figure 5.4). Il y a une très bonne explication pour ce phénomène. La fonction objective qui est minimisée dans l'opération de recalage 3D/2D est une somme des carrés des erreurs de reprojection. Cette approche donne le maximum de vraisemblance de la pose de l'objet sous les hypothèses suivantes :

- L'erreur sur les données 2D suit une distribution gaussienne.
- L'erreur sur les modèles *a priori* est nulle (ou négligeable).

La deuxième hypothèse n'est malheureusement pas réaliste. À ce jour, les chercheurs qui ont travaillé sur le problème du recalage 3D/2D se sont toujours concentrés sur les aspects géométriques, algébriques et algorithmiques du problème. Dans la littérature sur la vision artificielle, personne n'a encore proposé une analyse statistique complète de ce problème. Tout récemment, une analyse bayésienne du problème de calibrage de caméra perspective fut présentée dans Yunhao et al. (2001). En poursuivant dans cette voie, il sera

éventuellement possible de développer de meilleurs algorithmes de recalage, moins sensibles aux erreurs sur les modèles *a priori*.

Sur les graphiques des figures 5.3 et 5.4, on note que les ordonnées à l'origine sont identiques. En fait, elles correspondent presque exactement aux conditions de l'expérience de validation des contraintes d'alignement. La combinaison de l'erreur induite par les contraintes d'alignement à la propagation linéaire du bruit simulé résulte en les courbes aux allures hyperboliques qu'on voit dans les deux figures.

De manière générale, la précision de la technique de reconstruction à une seule vue est suffisante pour extraire des informations pertinentes pour la planification de la chirurgie (i.e. les niveaux vertébraux à instrumenter, les taux de dépliement de certains segments). Cependant, la technique n'est pas suffisamment précise pour étudier les petits mouvements locaux aux niveaux des articulations vertébrales individuelles. Malgré cela, il s'agit tout de même d'un avancement très utile dans l'imagerie 3D de la colonne vertébrale.

7 Conclusion

7.1 L'Auto-calibrage

Les résultats confirment que l'auto-calibrage est une alternative intéressante au DLT, pouvant être utilisée dans des situations où un objet de calibrage n'est pas disponible. Donc, l'auto-calibrage rend possible la reconstruction 3D rétrospective. Cependant, lorsqu'on a le choix, il est préférable d'utiliser le DLT, ne serait-ce que pour fixer l'orientation et l'échelle du modèle reconstruit et pour éviter le rejet de cas pour lesquels l'auto-calibrage ne convergerait pas.

7.1.1 Améliorations possibles à l'algorithme

La non convergence de l'auto-calibrage est problématique car elle entraîne le gaspillage de données cliniques. Il reste donc du travail à faire en ce qui concerne les algorithmes de recherche de solution. Il serait intéressant de trouver un moyen de rendre l'espace de recherche convexe, comme l'ont fait Chesi et al. (2002) pour l'estimation de la matrice fondamentale.

Idéalement, il faudrait trouver une manière de générer une approximation initiale plus fiable que les spécifications techniques qui sont présentement la source de l'approximation. Il faudrait utiliser une méthode analytique directe, pour ensuite raffiner la solution au moyen d'une optimisation. C'est justement cette approche qui fut proposée pour le calibrage

explicite dans le contexte de la reconstruction à partir d'une seule vue : on effectue un calibrage linéaire qui sert d'approximation initiale à l'optimisation non linéaire.

Tel qu'expliqué dans l'introduction, les méthodes d'auto-calibrage analytiques actuelles sont difficilement applicables à la radiologie, même juste pour générer une approximation initiale. C'est pourquoi il n'y a pas d'autre choix que d'utiliser une approche de minimisation non-linéaire. Pour l'instant, il n'y a pas d'étape de pré-estimation. Il faudrait en développer une pour ne plus dépendre d'une approximation initiale empirique. Mais malheureusement, la théorie actuelle suggère que cela n'est pas faisable. Il faudra donc plus d'effort de recherche pour arriver à cette fin, si c'est possible d'y arriver (ce qu'on ne peut pas prendre pour acquis).

7.1.2 Applications futures de l'auto-calibrage

L'auto-calibrage sera prochainement utilisé dans le contexte d'une étude rétrospective de la correction 3D apportée à la déformation scoliotique grâce à des techniques qui ne sont plus utilisées à l'Hôpital Sainte-Justine (*i.e.* Harrington, Harrington-Luque). Des dossiers de patients opérés à l'Hôpital Sainte-Justine entre 1982 et 1987 feront l'objet de cette étude. L'emphase sera mise sur l'amélioration 3D post-opératoire et les résultats seront comparés à des études antérieures portant sur des techniques plus récentes (*e.g.* Colorado, Cotrel-Dubousset). Cette étude permettra de justifier davantage l'utilisation des nouvelles techniques qui sont environ dix fois plus coûteuses et qui allongent la durée de l'opération.

Il est à noter que même si les résultats de l'auto-calibrage présentés dans ce mémoire sont suffisamment précis, il n'est pas certain que ce sera le cas dans le contexte rétrospectif

parce qu'il n'y a aucune garantie que les patients n'aient pas changé de posture entre la PA0 et la LAT. Il faudra donc procéder avec beaucoup de prudence et rejeter tous les cas qui ne font pas l'affaire. Il sera aussi très important de vérifier que les radiographies utilisées aient été prises conformément aux spécifications qui ont été utilisées pour produire les approximations initiales des paramètres géométriques.

7.2 Reconstruction 3D en inflexion latérale

Parmi toutes les variantes de techniques de recalage 3D/2D, une technique à base de correspondances ponctuelles fut choisie pour les raisons suivantes :

- Le recalage à base de points est simple à implémenter et converge rapidement vers la bonne solution, même lorsque l'approximation initiale est relativement loin de la solution.
- Le processus d'identification manuel des repères anatomiques est déjà une pratique courante à l'Hôpital Sainte-Justine. Un certain nombre d'experts ont déjà été formés pour réaliser cette tâche.
- La fiabilité de l'identification manuelle des repères a déjà été rigoureusement validée dans André et al. (1992). La technique est considérée robuste, précise et mature.

Le principal inconvénient du recalage par points correspondants est la susceptibilité à l'incertitude radiale. Pour palier au problème, une procédure de correction radiale fut développée, ce qui constitue la principale innovation dans l'algorithme présenté dans ce

mémoire. L'incertitude radiale se produit aussi, possiblement à plus petite échelle, avec d'autres méthodes de recalage. Des travaux futurs impliqueront probablement l'intégration de la correction radiale avec des techniques de recalage plus avancées.

Dans ce mémoire, la nouvelle technique de reconstruction 3D à partir d'une seule vue fut introduite dans le but d'étudier en 3D le mouvement d'inflexion latérale. Dans des travaux futurs, il faudra d'autres applications possible comme le « fulcrum bending » (*c.f.* Cheung et Luk (1997) et Luk et al. (1998)) et la radiographie intra-opératoire. Il faudra également tenter d'accroître la justesse et la robustesse de la technique, possiblement en utilisant un plus grand nombre de repères anatomiques, en améliorant les procédures d'identification de repères, ou en explorant des algorithmes de recalage alternatifs.

L'implémentation actuelle est toutefois suffisamment juste et robuste pour qu'on l'utilise pour évaluer la mobilité de la colonne vertébrale en 3D.

8 Bibliographie

Abdel-Aziz, Y.I., Karara, H.M., "Direct Linear Transform into Object Space Coordinates in Close Range Photogrammetry", *Symposium on Close-Range Photogrammetry*, pp. 1-18, 1971

André, B., Dansereau, J., and Labelle, H., "Effect of radiographic landmark identification errors on the accuracy of three-dimensional reconstruction of the human spine", *Med Biol Eng Comput*, vol. 30, 1992, pp. 569-75.

André B., Dansereau J., Labelle H., "Optimized Vertical Stereo Base Radiographic Setup for the Clinical Three-Dimensional Reconstruction of the Human Spine", *Journal of Biomechanics*, vol. 28, pp. 1023-1035, 1994.

Aronsson, D. D., Stokes, I. A., Ronchetti, P. J., and Richards, B. S., Surgical correction of vertebral axial rotation in adolescent idiopathic scoliosis: prediction by lateral bending films *J Spinal Disord*, vol. 9, pp. 214-9, Jun, 1996.

Aubin, C. E., Dansereau, J., Petit, Y., Parent, F., De Guise, J. A., and Labelle, H., "Three-dimensional reconstruction of vertebral endplates for the study of scoliotic spine wedging", *Research into Spinal Deformities 1*, J.A. Sevastik and K.M. Diab (Eds.), IOS Press, 1997, pp. 165-168.

Aubin, C.-E., Lobeau, D., Labelle, H., Maquinghen-Godillon, A.P., Le Blanc, R., Dansereau, J., "Planes of Maximum Deformity in the Scoliotic Spine", *Research into Spinal deformities 2*, I.A.F. Stokes (Ed.), IOS Press, 1999, pp. 45-48.

Aubin, C.-E., Petit, Y., Stokes, I.A.F., Poulin, F., Gardner-Morse, M., Labelle, H., "Biomechanical Modeling of Posterior Instrumentation of the Scoliotic Spine", *Computer Methods in Biomechanics and Biomedical Engineering*, 2002 (sous presse).

Behiels, G., Vandermeulen, D., Suetens, P., "Statistical Shape Model-based Segmentation of Digital X-ray Images", *Proc. Mathematical Methods in Biomedical Image Analysis*, pp. 61-68, 2000.

Bellefleur, C., Labelle, H., Dansereau, J., de Guise, J., Stokes, I. A., Rivard, C. H., and Poitras, B., "Évaluation tridimensionnelle per-opératoire de la procedure Cotrel-Dubousset pour le traitement de la scoliose idiopathique" *Ann Chir*, vol. 48, 1994, pp. 723-30.

Besl, P.J., McKay, N.D., "A Method for the Registration of 3D Shapes", *IEEE Trans. Pattern Analysis and Machine Intelligence*, Vol. 14, No. 2, pp. 239-256, 1992.

Borghese, N. A., Cerveri, P., and Ferrigno, G. C., "Statistical comparison of DLT versus ILSSC in the calibration of a photogrammetric stereo-system", *J Biomech*, vol. 30, 1997, pp. 409-13.

Brejl, M., Sonka, M., "Object localization and border detection criteria design in edge-based image segmentation: automated learning from examples", *IEEE Trans. Medical Imaging*, Vol. 19, No. 10, pp. 973-985, Oct. 2000.

Cerveri, P. *et al.*, "Complete calibration of a stereo photogrammetric system through control points of unknown coordinates", *Journal of Biomechanics*, Vol. 31, 1998, pp. 935-940.

Challis, J. H. and Kerwin, D. G., "Accuracy assessment and control point configuration when using the DLT for photogrammetry", *J Biomech*, vol. 25, 1992, pp. 1053-8.

Chen, L. et al., "An investigation on the Accuracy of Three-dimensional Space Reconstruction Using the Direct Linear Transform", *Journal of Biomechanics*, Vol. 27, No. 4, Elsevier Science Ltd, Great Britain, 1994, pp. 493-500.

Cheung, K. M. and Luk, K. D., "Prediction of correction of scoliosis with use of the fulcrum bending radiograph", *J Bone Joint Surg Am*, vol. 79, pp. 1144-50, 1997.

Cheriet, F., Delorme, S., Dansereau, J., Aubin, C.-E., DeGuise, J.A., Labelle, H., "Reconstruction radiographique préopératoire de la colonne vertébrale scoliotique", *Annales de Chirurgie*, Vol. 53, No. 8, pp. 808-815, 1999.

Chesi, G., Garulli, A., Vicino, A., Cipolla, R., "Estimating the fundamental matrix via constrained least-squares: a convex approach", *IEEE Trans. Pattern Analysis and Machine Intelligence*, Vol. 24, No. 3, Mars 2002, pp. 397-401.

Cyr, C.M., Kamal, A.F., Sebastian, T.B., Kimia, B.B., "2D-3D Registration Based on ShapeMatching", *Proc. Mathematical Methods in Biomedical Image Analysis*, pp. 198-203, 2000.

Dansereau, J., Beauchamp, A., De Guise, J. A., Labelle, H., "Three-dimensional reconstruction of the spine and rib cage from stereoradiographic and imaging techniques", *16th Conference of the Canadian Society of Mechanical Engineering*, Toronto, Canada, Vol. 2, 1990, pp. 61-64.

Dansereau, J., Labelle, H., Bellefleur, C., "Measurement of Geometric Torsion on the Three-Dimensional Shape of Reconstructed Scoliotic Spines", *7th Proceeding of the International Congress on Cotrel-Dubousset Instrumentation*, 1990, pp. 21-24.

Dansereau, J., Labelle, H., Bellefleur, C., "Mesure de la torsion géométrique des colonnes vertébrales scoliotiques reconstruites", *Minerva Orthop. Traumatol.*, Vol. 44, 1993, pp. 529-531.

Dansereau, J., Chabot, A., Huynh, N. T., Labelle, H., and de Guise, J., "3-D reconstruction of vertebral endplate wedging," *Three-Dimensional Analysis of Spinal Deformities*, M. D'Amico et al. (Eds.), IOS Press, 1995, pp. 69-73.

Delorme, S. and Labelle, H., "Correction of adolescent idiopathic scoliosis: the use of 3D geometrical and mechanical modeling of the spine to understand and predict the effects of brace treatment and of surgery", *Journal of Japanese Scoliosis Society*, vol. 13, 1998.

Delorme, S., Petit, Y., de Guise, J.A., Aubin, C.-É., Labelle, H., Landry, C., Dansereau, J., "Three-Dimensional Modelling and Rendering of the Human Skeletal Trunk from 2D Radiographic Images", *Proc. 3-D Digital Imaging and Modeling*, pp. 497-505, 1999.

Delorme, S., Petit, Y., de Guise, J.A., Labelle, H., Aubin, C.-É., Dansereau, J., "Assessment of the 3D reconstruction and high-resolution geometrical modelling of the human skeletal trunk from 2D radiographic images", *IEEE Trans in Biomedical Engineering*, (soumis, nov.2001).

DeSmet A.A., Cook, L.T., Tarlton, M.A., Asher, M.A., "Assessment of Scoliosis Using Three-Dimensional Radiographic Measurements", *Automedica*, Vol. 4, pp. 25-36, 1981.

Dillard, J., Trafimow, J., Andersson, G. B., and Cronin, K., "Motion of the lumbar spine. Reliability of two measurement techniques", *Spine*, vol. 16, pp. 321-4, 1991.

Drerup, B., "3-D Acquisition Reconstruction and Modeling Techniques Applied on Scoliotic Deformities (Keynote address)", *Proc. International Symp. 3-D Scoliotic Deformities*, pp. 2-10, 1992.

Dufour, F., Chopin, D., and Godillon Maquinghen, A. P., "Acquisition of 3D vertebral displacement during scoliosis surgery", *Research into Spinal Deformities 2*, I.A.F. Stokes (Ed.), IOS Press, 1999, pp. 113-117.

Faugeras, O.D., Toscani, G., "The Calibration Problem for Stereo" *Proc. Conf. Computer Vision and Pattern Recognition*, pp. 15-20, June 1986.

Faugeras, O.D., "Three-Dimensional Computer Vision: A Geometric Viewpoint", MIT Press, 663 pages, 1993.

Feldmar, J., Ayache, N., Betting, F., "3D-2D Projective Registration of Free-Form Curves and Surfaces", INRIA, Sophia-Antipolis, France, Research Report 2434, 44 p., Dec 1994.

Forsyth, D., Ponce, J., "Computer Vision, a Modern Approach", Prentice Hall, Upper Saddle River, New Jersey, 693 p., 2003.

Ghista, D. N., Viviani, G. R., Subbaraj, K., Lozada, P. J., Srinivasan, T. M., and Barnes, G., Biomechanical basis of optimal scoliosis surgical correction J Biomech, vol. 21, pp. 77-88, 1988.

Godillon, A. P., Lepoutre, F. X., Plais, Y. P., Chopin, D., "Simulation de la correction de la forme 3D du rachis scoliotique", *Proceedings of the International Symposium on 3D Analysis of Human Movement*, Montréal, pp. 110-113, 1993.

Gottesfeld-Brown, L.M., Boulton, T.E., "Registration of Planar Film Radiographs with Computed Tomography", Proc. Mathematical Methods in Biomedical Image Analysis, pp. 42-51, 1996.

Hamadeh, A., Cinquin, P., "Kinematic study of lumbar spine using functional radiographies and 3D/2D registration", CVRMed, pp. 109-118, 1997.

Haralick, R.M., Joo, H., Lee, C.-N., Zhuang, X., Vaidya, V.G., Kim, M.B., "Pose Estimation from Corresponding Point Data", IEEE Trans. Systems, Man, and Cybernetics, Vol. 19, No. 6, pp. 1426-1446, Nov/Dec 1989.

Hartley, R.I., "In defense of the eight-point algorithm", IEEE Trans. Pattern Analysis and Machine Intelligence, Vol. 19, No. 6, June 1997, pp. 580 -593.

Hartley, R.I., "Kruppa's equations derived from the fundamental matrix" IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, Vol. 19, No. 2, pp. 133-135, 1997.

Huynh, T.N., Dansereau, J., Maurais, G., Herrera, R., "Developpement of a vertebral endplate 3-D reconstruction technique", *IEEE Transactions on Medical Imaging*, Vol. 16, No. 5, pp. 689-696, Oct. 1997.

King, H. A., Moe, J. H., Bradford, D. S., and Winter, R. B., The selection of fusion levels in thoracic idiopathic scoliosis J Bone Joint Surg [Am], vol. 65, pp. 1302-13, 1983.

King, H. A., "Selection of fusion levels for posterior instrumentation and fusion in idiopathic scoliosis", *Orthop Clin North Am*, vol. 19, pp. 247-55, 1988.

Labelle, H., et al., "Variability of Geometric Measurements from Three-dimensional Reconstructions of Scoliotic Spines and Rib Cages", *Eur. Spine J.*, Springer-Verlag, 1995, pp. 88-94.

LaRose, D., "Iterative X-ray/CT Registration Using Accelerated Volume Rendering", Doctoral dissertation, tech. Report CMU-RI-TR-01-10, Robotics Institute, Carnegie Mellon University, 153 pages, May 2001.

Le Borgne, P., Lecire, C., Dubousset, J., and Skalli, W., "Simulation of Cotrel-Dubousset surgery using a mechanical and geometrical personalized finite element model," 24th Conference of the Society for Biomechanics, Beaume, pp. 111, 1999.

Luk, K. D., Cheung, K. M., Lu, D. S., and Leong, J. C., "Assessment of scoliosis correction in relation to flexibility using the fulcrum bending correction index", *Spine*, vol. 23, pp. 2303-7, 1998.

Luong, Q.T., Faugeras, O.D., "Self-Calibration of a Moving Camera from Point Correspondences and Fundamental Matrices", *International Journal of Computer Vision*, Vol. 22, No. 3, pp. 261–289, 1997.

Marzan, G.T., "Rational Design for Close-Range Photogrammetry", Ph.D thesis., Dept. of civil Eng., University of Illinois at Urbana-Champaign, 1976.

Martins, H.A., Birk, J.R., Kelly, R.B., "Camera models based on data from two calibration planes", *Computer Graphics and Image Processing*, vol. 17, pp. 173-180, 1981.

Matsumoto, T., Kitahara, H., Minami, S., Takahashi, K., Yamagata, M., Moriya, H., and Tamaki, T., "Flexibility in the scoliotic spine: three-dimensional analysis", *J Spinal Disord*, vol. 10, pp. 125-31, 1997.

Mitton, D., Landry, C., Veron, S., Skalli, W., Lavaste, F., and De Guise, J. A., "3D reconstruction method from biplanar radiography using non-stereocorresponding points and elastic deformable meshes" *Med Biol Eng Comput*, vol. 38, pp. 133-9, 2000.

Panjabi, White, "A mathematical approach for three-dimensional analysis of the mechanics of the spine", *Journal of Biomechanics*, Vol. 4, pp. 203-211, 1971.

Pearcy, M.J., Whittle, M.W., « Movements of the Lumbar Spine Measured by Three-Dimensional X-ray Analysis", *Journal of Biomedical Engineering*, Vol. 4, 1982, pp. 107-112.

Penney, G.P., Batchelor, P.G., Hill, D.L.G., Hawkes, D.J., Weese, J., "Validation of a two- to three-dimensional registration algorithm for aligning preoperative CT images and intraoperative fluoroscopy images", *Medical Physics*, Vol. 28, pp. 1024-1032, 2001.

Perdirole, R., Vidal, J., "Étude de la courbure scoliotique, importance de l'extension et de la rotation vertébrale", *Revue de Chirurgie Orthopédique*, Vol. 67, 1981, pp. 25-34.

Perdriolle, R., Becchetti, S., Vidal, J., Lopez, P., "Mechanical Process and Growth Cartilages: Essential factors in the progression of Scoliosis", *Spine*, Vol. 18, No. 3, 1993, pp. 343-349.

Petit Y, Aubin C.E., Labelle H., "Relation between patient positioning, trunk flexibility and surgical correction if the scoliotic spine", 2000 Meeting of the IRSSD, Clermont-Ferrand, France, mai 2000.

Plamondon, A. and Gagnon, M., "Evaluation of Euler's angles with a least squares method for the study of lumbar spine motion", *J Biomed Eng*, vol. 12, pp. 143-9, 1990.

Poncet, P., "La Torsion géométrique dans la scoliose idiopathique", Thèse de Doctorat, Institut de Génie biomédical, École Polytechnique de Montréal, 2001, 263 pages.

Poulin, F., Aubin, C. E., Stokes, I. A., Gardner-Morse, M., and Labelle, H., Biomechanical modeling of instrumentation for the scoliotic spine using flexible elements a feasibility study [en Français] *Ann Chir*, vol. 52, pp. 761-7, 1998.

Rougée, A., Picard, C., Pouchut, C., Troussel, Y., "Geometrical Calibration of X-ray Imaging Chains for Three-Dimensional Reconstruction", *Computerized Medical Imaging and Graphics*, vol. 17, nos. 4/5, pp. 295-300, 1993.

Selvik, G., "Roentgen stereophotogrammetric analysis", *Acta Radiol*, Vol. 31, No. 2, Mars 1990, pp. 113-26.

Steffen, T., Rubin, R. K., Baramki, H. G., Antoniou, J., Marchesi, D., and Aebi, M., "A new technique for measuring lumbar segmental motion in vivo. Method, accuracy, and preliminary results", *Spine*, vol. 22, pp. 156-66, 1997.

Stokes, I.A.F., Bigalow, L.C., Moreland, M.S., "Measurement of axial rotation of vertebrae in scoliosis", *Spine*, Vol. 11, 1986, pp. 213-218.

Stokes, I.A.F., "Back Surface Curvature and Measurement of Lumbar Spine Motion", *Spine*, Vol. 12, No. 4, 1987, pp. 355-361.

Stokes, I.A.F., "Three-dimensional terminology of spinal deformity. A report presented to the Scoliosis Research Society by the Scoliosis Research Society Working Group on 3-D terminology of spinal deformity", *Spine*, Vol. 19, No. 2, pp. 236-48, 1994.

Stokes, I. A. F., Gardner-Morse, M., Aubin, C.-É., Poulin, F., and Labelle, H., "Biomechanical simulations for planning of scoliosis surgery", *Research into Spinal Deformities 2*, IOS Press, Stokes I.A.F. (Eds) pp. 343-346, 1999.

Sturm, P., "A case against Kruppa's equations for camera self-calibration", *IEEE Trans. Pattern Analysis and Machine Intelligence*, vol. 22, Oct. 2000, pp. 1199-1204.

Takahashi, S., Passuti, N., and Delecrin, J., "Interpretation and utility of traction radiography in scoliosis surgery. Analysis of patients treated with Cotrel-Dubousset instrumentation", *Spine*, vol. 22, pp. 2542-6, 1997.

Trucco, E., and Verri, A., "Introductory Techniques for 3D Computer Vision", Prentice-Hall, 480 pages, 1998.

Valstar, E.R., "Digital Roentgen Stereophotogrammetry: Development, Validation, and Clinical Application", Pasmans B.V., Den Haag, 1990, 176 p.

Vanderby, R. Jr., Daniele, M., Patwardhan, A., and Bunch, W., "A method for the identification of in-vivo segmental stiffness properties of the spine", *J Biomech Eng*, vol. 108, pp. 312-6., 1986.

Vaughan, J. J., Winter, R. B., and Lonstein, J. E., "Comparison of the use of supine bending and traction radiographs in the selection of the fusion area in adolescent idiopathic scoliosis", *Spine*, vol. 21, pp. 2469-73, 1996.

Weese, J., Penney, G.P., Desmedt, P.; Buzug, Th.M.; Hill D.L.G., Hawkes, D.J., "Voxel-based 2-D/3-D registration of fluoroscopy images and CT scans for image-guided surgery", *IEEE Transactions on Information Technology in Biomedicine*, Vol. 1, pp. 284-293, 1997.

Wei, G.-Q., Ma, S.D., "Implicit and Explicit Camera Calibration: Theory and Experiments", *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, Vol. 16, No. 5, pp. 469-480, May 1994.

Weng, J., Cohen, P., Herniou, M., "Calibration of Stereo Cameras Using a Non-Linear Distortion Model", *Proc. International Conf. For Pattern Recognition*, pp. 246-253, 1990.

Yunhao, L., Maojun, Z., Bin, Y., Lingda, W., "Noise analysis in camera calibration", *Proceedings ICII*, Vol. 3, pp. 536-542, 2001.

Zollei, L., "2D-3D Rigid-Body Registration of X-Ray Fluoroscopy and CT Images", Master's Thesis, Massachusetts Institute of Technology, 99 p., August 2001.

Annexe A : Code source Matlab

Dans cette annexe, tous les fichiers sont présentés en ordre alphabétique

Fichier : CameraProject.m

Description : Multiplie un ensemble de points 3D par une matrice de projection et retourne les projections 2D

Code :

```
function points2D = CameraProject(ProjMat,points3D)

nbpts=size(points3D,1);

for curpt = 1:nbpts
    pt =
    ProjMat*[points3D(curpt,1);points3D(curpt,2);points3D(curpt,3);1];
    points2D(curpt,1:2) = pt(1:2)'/pt(3);
end
```

Fichier : ExplicitCalibration.m

Description : Effectue un calibrage explicite. La première étape est un appel à ImplicitCalibration pour effectuer un calibrage linéaire, le résultat est décomposé en paramètres géométriques, qui serviront d'approximation initiale à l'optimisation non-linéaire de la somme de carrés des erreurs de reprojection.

Code :

```
function ProjMat = ExplicitCalibration(pt2D,pt3D)

ProjMatApprox = ImplicitCalibration(pt2D,pt3D);

%Projection Matrix decomposition
gamma = norm(ProjMatApprox(3,1:3))*sign(ProjMatApprox(3,4));
ProjMatApprox = ProjMatApprox/gamma;
q1 = ProjMatApprox(1,1:3)';
q2 = ProjMatApprox(2,1:3)';
q3 = ProjMatApprox(3,1:3)';
q4 = ProjMatApprox(1:3,4);

ox = q1'*q3;
oy = q2'*q3;
fx = sqrt(q1'*q1-ox^2);
fy = sqrt(q2'*q2-oy^2);
Tz = ProjMatApprox(3,4);
Tx = (ox*Tz-ProjMatApprox(1,4))/fx;
Ty = (oy*Tz-ProjMatApprox(2,4))/fy;
r = [
    (ox*ProjMatApprox(3,1)-ProjMatApprox(1,1))/fx, (ox*ProjMatApprox(3,2)-
ProjMatApprox(1,2))/fx, (ox*ProjMatApprox(3,3)-ProjMatApprox(1,3))/fx;
    (oy*ProjMatApprox(3,1)-ProjMatApprox(2,1))/fy, (oy*ProjMatApprox(3,2)-
ProjMatApprox(2,2))/fy, (oy*ProjMatApprox(3,3)-ProjMatApprox(2,3))/fy;
    ProjMatApprox(3,1), ProjMatApprox(3,2), ProjMatApprox(3,3);
];
Q = Matrix2Quaternion(r);

%Construct an initial approximation of the form : q1, q2, q3, q4, Tx, Ty,
Tz, Dx, Dy, Px, Py
XiInit = [Q,Tx,Ty,Tz,fx,fy,ox,oy];

%Perform parameter adjustment with simulated annealing
opts =
optimset('LargeScale','off','MaxFunEvals',10000,'MaxIter',1000,'Display','
off','DiffMinChange',1e-8,'DiffMaxChange',1e-4);
Xi = lsqnonlin(@ExplicitCalObjective,XiInit,[],[],opts,pt2D,pt3D);
```

```

%for sa = 1:20
%    newX =
lsqnonlin(@ExplicitCalObjective,Xi.*normrnd(1,0.05,1,11),[],[],opts,pt2D,p
t3D);
%    if norm(ExplicitCalObjective(newXi,pt2D,pt3D)) <
norm(ExplicitCalObjective(Xi,pt2D,pt3D))
%        Xi = newX;
%    end
%end

ProjMat = [-Xi(8), 0, Xi(10); 0, -Xi(9), Xi(11); 0, 0,
1]*QuaternionRot(Xi(1),Xi(2),Xi(3),Xi(4))*[1,0,0,Xi(5);0,1,0,Xi(6);0,0,1,X
i(7)];

```

Fichier : ExplicitCalObjective.m

Description : Fonction objective utilisée pour le calibrage explicite

Code :

```
function Error = ExplicitCalObjective(Xi,points2D,points3D)

ProjMat = [-Xi(8), 0, Xi(10); 0, -Xi(9), Xi(11); 0, 0,
1]*QuaternionRot(Xi(1),Xi(2),Xi(3),Xi(4))*[1,0,0,Xi(5);0,1,0,Xi(6);0,0,1,X
i(7)];
Error = RetroProjectionError(ProjMat,points2D,points3D);
```

Fichier : ImplicitCalibration.m

Description : Effectue le calibrage implicite d'une caméra (radiographie) avec l'algorithme linéaire standard. Les entrées sont des correspondances 2D-3D.

Code :

```
function ProjMat = ImplicitCalibration(points2D, points3D);

% We use algo PROJ_MAT_CALIB, Trucco&Verri, p.134
nbpts = size(points2D,1);

for curpt = 1:nbpts
    X = points3D(curpt,1);
    Y = points3D(curpt,2);
    Z = points3D(curpt,3);
    x = points2D(curpt,1);
    y = points2D(curpt,2);
    A(2*curpt,1:12) = [X,Y,Z,1,0,0,0,0,-x*X,-x*Y,-x*Z,-x];
    A(2*curpt+1,1:12) = [0,0,0,0,X,Y,Z,1,-y*X,-y*Y,-y*Z,-y];
end

[U,D,V] = svd(A);
ProjMat = [
    V(1,12),V(2,12),V(3,12),V(4,12);
    V(5,12),V(6,12),V(7,12),V(8,12);
    V(9,12),V(10,12),V(11,12),V(12,12)
];
```

Fichier : Matrix2Quaternion.m

Description : Convertit une matrice de rotation 3x3 en un quaternion unitaire.

Code :

```
function Q = Matrix2Quaternion(m)

% From Wertz pg. 415

Q(4) = sqrt(1.0 + m(1,1) + m(2,2) + m(3,3)) / 2.0;
w4 = 4.0 * Q(4);
Q(1) = m(2,3) - m(3,2) / w4 ;
Q(2) = m(3,1) - m(1,3) / w4 ;
Q(3) = m(1,2) - m(2,1) / w4 ;
```

Fichier : QuaternionRot.m

Description : Convertit un quaternion en une matrice de rotation.

Code :

```
function R = QuaternionRot(q1,q2,q3,q4)

%Normalize the quaternion

qnrm = sqrt(q1*q1+q2*q2+q3*q3+q4*q4);
q1 = q1/qnrm;
q2 = q2/qnrm;
q3 = q3/qnrm;
q4 = q4/qnrm;

% Build quaternion element products
q1q1=q1.*q1;
q1q2=q1.*q2;
q1q3=q1.*q3;

q1q4=q1.*q4;

q2q2=q2.*q2;
q2q3=q2.*q3;
q2q4=q2.*q4;

q3q3=q3.*q3;
q3q4=q3.*q4;

q4q4=q4.*q4;

% Build DCM
R(1,1,:) = q1q1 - q2q2 - q3q3 + q4q4;
R(1,2,:) = 2*(q1q2 + q3q4);
R(1,3,:) = 2*(q1q3 - q2q4);

R(2,1,:) = 2*(q1q2 - q3q4);
R(2,2,:) = -q1q1 + q2q2 - q3q3 + q4q4;
R(2,3,:) = 2*(q2q3 + q1q4);

R(3,1,:) = 2*(q1q3 + q2q4);
R(3,2,:) = 2*(q2q3 - q1q4);
R(3,3,:) = -q1q1 - q2q2 + q3q3 + q4q4;
```

Fichier : RegisterQ.m

Description : Estime la pose d'un objet 3D par la minimisation non-linéaire des erreurs de reprojection.

Code :

```
function [RTMat,Q] = RegisterQ(ProjMat,points2D,points3D)

opts =
optimset('LargeScale','off','MaxFunEvals',10000,'MaxIter',1000,'Display','off');

% Parameter vector :
% q1, q2, q3, q4, Tx, Ty, Tz

init = [ 0,0,0,1,0,0,0] ;
% on veut une solution initiale qui positionne la vertebre environ a 30 mm
devant l'objet de calibrage et au centre dans la vue frontale
%init = [ 0,0,0,1,30-mean(points3D(:,1)),-mean(points3D(:,2)),-
mean(points3D(:,3))];
%init = [ 0,0,0,1,30-mean(points3D(:,1)),0,0] ;

RotTrans =
fminunc(@RegistrationErrorQ,init,opts,ProjMat,points2D,points3D);

q1 = RotTrans(1);
q2 = RotTrans(2);
q3 = RotTrans(3);
q4 = RotTrans(4);

translation = [
    1    0    0    RotTrans(5),
    0    1    0    RotTrans(6),
    0    0    1    RotTrans(7)
];

RTMat = QuaternionRot(q1,q2,q3,q4)*translation;
Q=[q1,q2,q3,q4];
```

Fichier : RegistrationErrorQ.m

Description : Fonction objective utilisée pour le recalage 3D/2D

Code :

```
function Error = RegistrationErrorQ(RotTrans, ProjMat, points2D, points3D)

q1 = RotTrans(1);
q2 = RotTrans(2);
q3 = RotTrans(3);
q4 = RotTrans(4);

translation = [
    1    0    0    RotTrans(5),
    0    1    0    RotTrans(6),
    0    0    1    RotTrans(7)
];

RTMat = QuaternionRot(q1,q2,q3,q4)*translation;
nbpts=size(points3D,1);

for curpt = 1:nbpts
    newpt3D(curpt,1:3) =
    (RTMat*[points3D(curpt,1);points3D(curpt,2);points3D(curpt,3);1])';
end
Error = norm(RetroprojectionError(ProjMat,points2D,newpt3D));
```

Fichier : RetroprojectionError.m

Description : Calcule l'erreur de reprojection d'un modèle 3D sur une image.

Code :

```
function Error = RetroprojectionError(ProjMat,points2D,points3D)

trial2D = CameraProject(ProjMat,points3D);
Difs = trial2D-points2D;

Error(1:size(Difs,1)) = Difs(1:size(Difs,1),1);
Error((size(Difs,1)+1):(2*size(Difs,1))) = Difs(1:size(Difs,1),2);
```

Fichier : SpineRegistration.m

Description : Programme principal de la reconstruction 3D à partir d'une seule image

Code :

```
function Spine = SpineRegistration(image,model,view,cun)

%image : o2 file containing spine PA0 image

%model : o3 file conating a priori 6-point or 14-point vertebrae models

disp('Reading and processing input files...');

dataO2 = LISread(image);
dataO3 = LISread(model);
outData = CreatLIS('Flag', dataO2.Flag, 'History', dataO2.History,
'HistoRC', dataO2.HistoRC, 'Dossier', dataO2.Dossier, 'Date',
dataO2.Date,'Source', dataO2.Source, 'Traitement', dataO2.Traitement);

while image(length(image)) ~= '.'
    image = image(1:length(image)-1);
end
image = image(1:length(image)-1);

%Extraire les données pour le calibrage

nbCal3D = size(dataO2.Calib.point_4D,1);
nbCal2D = size(dataO2.Calib.point_2D{view},1);
curpt = 1;

for numpt2D = 1:nbCal2D
    pt3D =
GetPoint(dataO2.Calib.point_4D,dataO2.Calib.point_2D{view}(numpt2D,1).name
);

    if pt3D.coord
        Cal2D(curpt,1:2) = dataO2.Calib.point_2D{view}(numpt2D,1).coord;
        Cal3D(curpt,1:3) = pt3D.coord;
        curpt = curpt+1;
    end
end

%Extract names of pairable vertebrae
listVertebre2D = GetObjetList(dataO2.Objet, 'Vertebre');
for curobj = 1:size(listVertebre2D,1)
```

```

    Obj2D(curobj,1:size(listVertebre2D(curobj).name,2)) =
listVertebre2D(curobj).name;
end

listVertebre3D = GetObjetList(dataO3.Objet, 'Vertebre');
for curobj = 1:size(listVertebre3D,1)
    Obj3D(curobj,1:size(listVertebre3D(curobj).name,2)) =
listVertebre3D(curobj).name;
end

nomsVertebre = intersect(Obj2D,Obj3D,'rows');

% Calibrate the view

disp('Performing nonlinear calibration...');
%ProjMat = ImplicitCalibration(Cal2D,Cal3D);
ProjMat = ExplicitCalibration(Cal2D,Cal3D);

% Locate vertebrae

disp('Estimating vertebrae positions and orientations...');

for curobj = 1:size(nomsVertebre,1);
    disp(sprintf('    %s',nomsVertebre(curobj,:)));
    Vert2D = GetObjet(listVertebre2D,nomsVertebre(curobj,:));
    Vert3D = GetObjet(listVertebre3D,nomsVertebre(curobj,:));

    curpt = 1;
    nbPt2D = size(Vert2D.point_2D{view},1);
    listPt2D = [];
    listPt3D = [];
    listNames = [];

    for numpt2D = 1:nbPt2D
        pt3D =
GetPoint(Vert3D.point_4D,Vert2D.point_2D{view}(numpt2D,1).name);

        if pt3D.coord
            listPt2D(curpt,1:2) = Vert2D.point_2D{view}(numpt2D,1).coord;
            listPt3D(curpt,1:3) = pt3D.coord(1:3);
            listNames(curpt,1:size(pt3D.name,2)) = pt3D.name;
            curpt = curpt+1;
        end
    end

    %Reconstruct
    %listPt3D = Register(Params,listPt2D,listPt3D,pi/2,10000);
    [RTMat,Q{curobj}] = RegisterQ(ProjMat,listPt2D,listPt3D);

    %Save reconstruction to outData

```

```

    for numpt = 1:size(Vert3D.point_4D,1)
        pt3D = [Vert3D.point_4D(numpt).coord(1:3)';1];
        Vert3D.point_4D(numpt).coord = (RTMat*pt3D)';
    end
    outData.Objet = AddObjet(outData.Objet,Vert3D);

end

% PART II : minimize dislocations
%=====

disp('Adjusting object depths...');

% The following cell array defines the order of the vertebrae (top to
bottom)

Order = [
    'Vertebre_T1 ';
    'Vertebre_T2 ';
    'Vertebre_T3 ';
    'Vertebre_T4 ';
    'Vertebre_T5 ';
    'Vertebre_T6 ';
    'Vertebre_T7 ';
    'Vertebre_T8 ';
    'Vertebre_T9 ';
    'Vertebre_T10';
    'Vertebre_T11';
    'Vertebre_T12';
    'Vertebre_L1 ';
    'Vertebre_L2 ';
    'Vertebre_L3 ';
    'Vertebre_L4 ';
    'Vertebre_L5 '
];

% The nullspace of the projection matrix defines a general translation
direction
% in projective space to which the 2D projection is invariant.

NullDisp = null(ProjMat)';

for curobj = 1:size(nomsVertebre,1);
    Vert = GetObjet(outData.Objet,nomsVertebre(curobj,:));

    %Calculate geometry
    if cun == 0

```

```

        VertData(curobj).Inferior =
GetPoint(Vert.point_4D, 'Plat_Inf_Cent');
        VertData(curobj).Superior =
GetPoint(Vert.point_4D, 'Plat_Sup_Cent');
        VertData(curobj).Inferior = VertData(curobj).Inferior.coord(1:3);
        VertData(curobj).Superior = VertData(curobj).Superior.coord(1:3);
        VertData(curobj).SupAxis = VertData(curobj).Superior-
VertData(curobj).Inferior;
        VertData(curobj).SupAxis =
VertData(curobj).SupAxis/norm(VertData(curobj).SupAxis);
        VertData(curobj).InfAxis = VertData(curobj).SupAxis;
    else
        VertData(curobj).Inferior =
GetPoint(Vert.point_4D, 'Plat_Inf_Cent');
        VertData(curobj).Superior =
GetPoint(Vert.point_4D, 'Plat_Sup_Cent');
        InferiorF = GetPoint(Vert.point_4D, 'Plat_Inf_Ant');
        SuperiorF = GetPoint(Vert.point_4D, 'Plat_Sup_Ant');
        InferiorR = GetPoint(Vert.point_4D, 'Plat_Inf_D');
        SuperiorR = GetPoint(Vert.point_4D, 'Plat_Sup_D');
        InferiorL = GetPoint(Vert.point_4D, 'Plat_Inf_G');
        SuperiorL = GetPoint(Vert.point_4D, 'Plat_Sup_G');
        InferiorB = GetPoint(Vert.point_4D, 'Plat_Inf_Post');
        SuperiorB = GetPoint(Vert.point_4D, 'Plat_Sup_Post');
        VertData(curobj).Inferior = VertData(curobj).Inferior.coord(1:3);
        VertData(curobj).Superior = VertData(curobj).Superior.coord(1:3);
        InferiorF = InferiorF.coord(1:3);
        SuperiorF = SuperiorF.coord(1:3);
        InferiorR = InferiorR.coord(1:3);
        SuperiorR = SuperiorR.coord(1:3);
        InferiorL = InferiorL.coord(1:3);
        SuperiorL = SuperiorL.coord(1:3);
        InferiorB = InferiorB.coord(1:3);
        SuperiorB = SuperiorB.coord(1:3);
        VertData(curobj).SupAxis = SurfaceNormal([
            VertData(curobj).Superior;
            SuperiorF;
            SuperiorR;
            SuperiorL;
            SuperiorB
        ]);
        VertData(curobj).InfAxis = SurfaceNormal([
            VertData(curobj).Inferior;
            InferiorF;
            InferiorR;
            InferiorL;
            InferiorB
        ]);
    end
end

```

```

    %Convert the projective displacement direction into a cartesian
direction
    Centre = (VertData(curobj).Inferior+VertData(curobj).Superior)/2;
    AltPt = [Centre(1),Centre(2),Centre(3), 1] + NullDisp;
    AltPt = AltPt(1:3)/AltPt(4);
    VertData(curobj).Displacement = AltPt - Centre;
    VertData(curobj).Displacement =
VertData(curobj).Displacement/norm(VertData(curobj).Displacement);
    VertData(curobj).DispFactor = 0; %Initial condition

end

%Find the displacement of the first vertebra that preserves spine length
opts = optimset('Display','off','LargeScale','off');
d =
fminunc(@SpineLengthObjective,0,opts,listVertebre2D,view,outData,nomsVerte
bre,Order,VertData,ProjMat);

% Final depth correction

filename = sprintf('%s.mot',image);
fid = fopen(filename,'w');
didfirst = 0;
for curvert = 2:17
    %Find the current pair
    bottomindex = 0;
    for curobj = 1:size(nomsVertebre,1);
        if
strcmp(deblank(nomsVertebre(curobj,:)),deblank(Order(curvert,:)))
            bottomindex = curobj;
        end
    end
    topindex = 0;
    for curobj = 1:size(nomsVertebre,1);
        if strcmp(deblank(nomsVertebre(curobj,:)),deblank(Order(curvert-
1,:)))
            topindex = curobj;
        end
    end

    if (topindex~=0)&(bottomindex~=0)

        % The first vertebra is a special case...
        if didfirst == 0
            didfirst = 1;
            VertData(topindex).DispFactor = d;

            RealDisplacement =
VertData(topindex).DispFactor*VertData(topindex).Displacement;

            % Displace the actual first vertebra
            Vert = GetObjet(outData.Objet,nomsVertebre(topindex,:));
            for curpt = 1:size(Vert.point_4D,1)

```

```

        Vert.point_4D(curpt).coord =
Vert.point_4D(curpt).coord+RealDisplacement;
        end
        outData.Objet = AddObjet(outData.Objet,Vert);
    end

    %Calculate joint motion
    Qj = multQ(invertQ(Q{bottomindex}),Q{topindex});
    RotMotion = QuaternionRot(Qj(1),Qj(2),Qj(3),Qj(4));
    Bending = 180/pi*atan2(RotMotion(2,3),RotMotion(3,3));
    Tilt = 180/pi*atan2(RotMotion(1,3),RotMotion(3,3));
    %Save joint motion to file
    fprintf(fid,'Joint : %s-%s \n\tBending : %g\n\tTilt :
%g\n',nomsVertebre(topindex,:),nomsVertebre(bottomindex,:),Bending,Tilt);

    %Solve the displacement equations
    A(1:3,1) = VertData(bottomindex).Displacement'; %Displacement
    A(1:3,2) = (VertData(bottomindex).SupAxis +
VertData(topindex).InfAxis)'; %DiscAxis
    A(1:3,3) = cross(A(1:3,1),A(1:3,2));

    abc = A\((VertData(topindex).Inferior +
VertData(topindex).Displacement*VertData(topindex).DispFactor) -
VertData(bottomindex).Superior)';

    % Save the solution
    VertData(bottomindex).DispFactor = abc(1);

    RealDisplacement =
VertData(bottomindex).DispFactor*VertData(bottomindex).Displacement;

    % Displace the actual vertebra
    Vert = GetObjet(outData.Objet,nomsVertebre(bottomindex,:));
    for curpt = 1:size(Vert.point_4D,1)
        Vert.point_4D(curpt).coord =
Vert.point_4D(curpt).coord+RealDisplacement;
    end
    outData.Objet = AddObjet(outData.Objet,Vert);
end
end
fclose(fid);

if( nargout > 0)
    % retourne la colonne recalé en parametre
    Spine = outData ;
else
    %Write result to file
    filename = sprintf('%s.r3',image);
    LISwrite(filename,outData,8);
    disp(sprintf('Reconstruction was saved in file %s',filename));
    filename = sprintf('%s.mot',image);

end ;

```

Fichier : SurfaceNormal.m

Description : Calcule le vecteur normal du plan moindres carrés passant par le nuage de points passé en paramètres.

Code :

```
% Calculates a best-fit plane (least squares) through a cloud of points
% and returns the plane's normal vector

function normalvec = SurfaceNormal(points3D)

pt3D = [points3D,ones(size(points3D,1),1)];

[U,D,V] = svd(pt3D);

normalvec = [V(1,4),V(2,4),V(3,4)]*sign(V(3,4));
normalvec = normalvec/norm(normalvec);
```

Annexe B : Publications

Chapitre de livre :

J. Novosad, F. Cheriet, S. Delorme, S. Poirier, M. Beauséjour, H. Labelle, “Self-Calibration of Biplanar Radiographs for a Retrospective Comparative Study of the 3D Correction of Adolescent Idiopathic Scoliosis”, *Research into Spinal Deformities 4*, T.B. Grivas (Ed.), IOS Press, Amsterdam, 2002.

Article de journal scientifique :

J. Novosad, F. Cheriet, Y. Petit, H. Labelle, “Three Dimensional Reconstruction of the Spine from a Single X-ray Image and Prior Vertebrae Models”. (Article soumis à IEEE Transactions on Biomedical Engineering)

Conferences :

J. Novosad, F. Cheriet, H. Labelle, “3D Reconstruction of the Spine from Uncalibrated Biplanar Intra-Operative X-Ray Images”, *Canadian Medical and Biological Engineering Conference*, Ottawa, 23 Nov. 2002.

J. Novosad, F. Cheriet, Y. Petit, H. Labelle, “Une Nouvelle technique pour la reconstruction 3D de la colonne vertébrale à partir d’une seule radiographie postéro-antérieure”, *Congrès des étudiants gradués du Centre de recherche de l’Hôpital Sainte-Justine*, Montréal, juin 2002. (présentation par affiche)