

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

RESTAURATION DE SIGNAUX RADIOFRÉQUENCES OBTENUS À
PARTIR DES COMPOSANTES IQ : EFFETS SUR L'ÉLASTOGRAMME

WARSAMA MOHAMED HADI
INSTITUT DE GÉNIE BIOMÉDICAL
ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

MÉMOIRE PRÉSENTÉ EN VUE DE L'OBTENTION
DU DIPLÔME DE MAÎTRISE ÈS SCIENCES APPLIQUÉES
(GÉNIE BIOMÉDICAL)

AVRIL 2004



National Library
of Canada

Bibliothèque nationale
du Canada

Acquisitions and
Bibliographic Services

Acquisitions et
services bibliographiques

395 Wellington Street
Ottawa ON K1A 0N4
Canada

395, rue Wellington
Ottawa ON K1A 0N4
Canada

Your file Votre référence

ISBN: 0-612-91956-0

Our file Notre référence

ISBN: 0-612-91956-0

The author has granted a non-exclusive licence allowing the National Library of Canada to reproduce, loan, distribute or sell copies of this thesis in microform, paper or electronic formats.

L'auteur a accordé une licence non exclusive permettant à la Bibliothèque nationale du Canada de reproduire, prêter, distribuer ou vendre des copies de cette thèse sous la forme de microfiche/film, de reproduction sur papier ou sur format électronique.

The author retains ownership of the copyright in this thesis. Neither the thesis nor substantial extracts from it may be printed or otherwise reproduced without the author's permission.

L'auteur conserve la propriété du droit d'auteur qui protège cette thèse. Ni la thèse ni des extraits substantiels de celle-ci ne doivent être imprimés ou autrement reproduits sans son autorisation.

In compliance with the Canadian Privacy Act some supporting forms may have been removed from this dissertation.

Conformément à la loi canadienne sur la protection de la vie privée, quelques formulaires secondaires ont été enlevés de ce manuscrit.

While these forms may be included in the document page count, their removal does not represent any loss of content from the dissertation.

Bien que ces formulaires aient inclus dans la pagination, il n'y aura aucun contenu manquant.

Canada

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

Ce mémoire intitulé:

RESTAURATION DE SIGNAUX RADIOFRÉQUENCES OBTENUS À
PARTIR DES COMPOSANTES IQ : EFFETS SUR L'ÉLASTOGRAMME

présenté par: MOHAMED HADI Warsama

en vue de l'obtention du diplôme de: Maîtrise ès sciences appliquées

a été dûment accepté par le jury d'examen constitué de:

M. MATHIEU P. A., D.Sc.A., président

M. BERTRAND Michel, Ph.D., membre et directeur de recherche

M. CLOUTIER Guy, Ph.D., membre

à ce jeune rêveur ...



REMERCIEMENTS

Je tiens avant tout à adresser mes sincères remerciements à Michel BERTRAND, pour la direction de ce travail. Son encadrement hors du commun et la grande disponibilité dont j'ai bénéficié durant ces deux années ont été grandement appréciés. Je remercie chaleureusement Guy CHARRON, dont les conseils et le sens critique m'ont maintes fois aidé. Je suis aussi très reconnaissant envers Johanne RAYMOND pour la re-lecture minutieuse de ce manuscrit, Diane GIROUX pour la précieuse aide administrative et Claude TURCOTTE pour avoir si bien veillé au bon fonctionnement du réseau informatique. Je tiens également à saluer mes collègues du laboratoire d'imagerie médicale de l'École Polytechnique, je pense, dans le désordre, à Dominic, Eva, Maria ..., sans oublier les étudiants du laboratoire d'instrumentation et mes amis du GRBB. Je terminerais par une pensée à ma famille, à Tania et à mes amis de l'autre côté de l'Atlantique.

RÉSUMÉ

Les signaux RF délivrés par les appareils d'échographie destinés à la recherche sont, pour des raisons d'économie de temps et d'espace mémoire, généralement disponibles sous leurs formes en Phase et Quadrature (IQ). Par ailleurs, un grand nombre des algorithmes d'estimation du mouvement en ultrasonographie exploitent le signal RF lui-même. L'obtention du signal RF à partir des signaux IQ dans l'échographe HDI1000, dont dispose le laboratoire d'imagerie de l'IGB, se fait alors par une modulation particulière connue sous le nom de *upconvert*.

L'objectif principal de ce travail est de caractériser les différents paramètres affectant la qualité du signal RF obtenu par *upconvert* ainsi que celle des élastogrammes. Nous discuterons en particulier des conséquences du choix d'une fréquence de démodulation égale à la fréquence nominale du transducteur lorsque, par exemple, l'onde ultrasonore se propage dans un milieu fortement atténuant. En effet, une telle situation introduit sur le signal RF des effets complexes de repliements spectraux provenant du filtre d'interpolation appliqué sur les signaux IQ pour reconstruire le signal RF. Pour déterminer l'origine des artéfacts affectant le signal RF reconstruit, nous examinons la formation du signal RF dans le HDI1000, à l'aide d'un modèle qui représente ce signal RF comme la réponse impulsionnelle d'un filtre Butterworth passe-bande du quatrième ordre. Une technique de reconstruction qui consiste à restaurer l'enveloppe complexe par un filtre inverse puis ensuite à démoduler le signal RF en fonction de ses caractéristiques spectrales locales est proposée. La qualité du signal RF restauré est évaluée par son aptitude à donner lieu à des élastogrammes avec une meilleure carte de corrélation ainsi qu'un meilleur rapport signal sur bruit (RSBe). Cette approche est premièrement testée sur des signaux simulés à l'aide d'un modèle de formation d'images échographiques dans un milieu atténuant, et deuxièmement, sur des données cliniques de sein.

ABSTRACT

Radio-Frequency (RF) signals provided by ultrasound scanners for research applications are usually made available as their In Phase and Quadrature (IQ) representation. When the carrier frequency is appropriately chosen, IQ signals are baseband signals. However, ultrasound signal processing techniques are often developed for RF signals. Getting the RF signal from IQ signals requires, in the HDI1000 scanner which is used at our imaging laboratory, an upconversion of the IQ components with a specific sampling frequency.

This work presents a characterization of the various parameters that affect the quality of the upconverted signal and how they in turn affect the quality of the elastogram. It is in particular shown how critical it is to choose the IQ demodulation frequency equal to the transducer center frequency when the medium is strongly attenuating. In fact in that situation, complex aliasing effects introduced by the interpolation scheme (used to resample the IQ signals prior to upconversion) are observed on the RF signal. To study these effects, we introduce a signal formation model based on the response of a 4th order bandpass Butterworth filter. A restoration method involving an inverse filtering and an adaptative down-mixing prior to IQ interpolation is introduced and shown how it improves the quality of the upconverted RF signals.

The quality of the restored signal is appraised by its ability to provide elastograms with better SNRe (elastographic signal to noise ratio) and correlation map.

The restoration technique is first validated on simulated signals and then on clinical data. The simulations are performed using a gaussian modulated cosine pulse as a point-spread function (PSF); the attenuation is modeled through a minimum phase impulse response and a scattering function who consists of randomly distributed point scatterers.

TABLE DES MATIÈRES

DÉDICACE	iv
REMERCIEMENTS	v
RÉSUMÉ	vi
ABSTRACT	vii
TABLE DES MATIÈRES	viii
LISTE DES FIGURES	xii
LISTE DES NOTATIONS ET DES SYMBOLES	xxiv
LISTE DES TABLEAUX	xxvii
LISTE DES ANNEXES	xxix
INTRODUCTION	xxx
CHAPITRE 1 LA CARACTÉRISATION DES PROPRIÉTÉS ÉLASTIQUES DES TISSUS BIOLOGIQUES	1
1.1 Modèle mécanique des tissus biologiques, hypothèses de base . . .	2
1.2 Techniques de caractérisation des tissus biologiques	6
1.2.1 Sonoélasticité	7
1.2.2 Élastographie	9
1.2.2.1 Dispositif expérimental d'acquisition des signaux élasto- graphiques	10
1.2.2.2 L'estimation du déplacement	11

1.2.2.3	Le bruit en élastographie et le concept de filtre de déformation	15
CHAPITRE 2 ANALYSE DE LA FORMATION DES SIGNAUX DE L'ÉCHO-GRAPHE HDI1000 21		
2.1	Transformée de Hilbert et signaux en phase et quadrature	22
2.1.1	Signal analytique	23
2.1.2	Enveloppe complexe	24
2.1.3	Signaux en phase et quadrature	25
2.2	Acquisition des signaux IQ dans le HDI1000	28
2.2.1	Reconstruction du signal RF dans le HDI1000	31
2.3	Modèle de formation du signal RF dans le HDI1000	32
2.4	Analyse des distorsions observées	38
2.4.1	Distorsions associées à la démodulation IQ	38
2.4.2	Distorsions associées au filtre d'interpolation	40
2.4.2.1	Modèle d'interpolation	40
2.4.2.2	Application au modèle Butterworth	45
2.4.2.3	Application aux signaux expérimentaux	49
2.5	Restauration du signal RF du modèle Butterworth	52
2.5.1	Restauration de l'enveloppe complexe	52
2.5.2	Utilisation d'un meilleur filtre d'interpolation	56
2.5.3	Reconstruction du signal RF par pré-translation spectrale	59
2.5.4	Récapitulatif des différentes étapes de restauration	61
2.6	Application de la restauration aux signaux expérimentaux	64
CHAPITRE 3 MODÈLE DE FORMATION À DIFFUSEURS DISCRETS DES SIGNAUX ULTRASONORES DANS UN MILIEU ATTÉNUANT 69		
3.1	Modèle linéaire unidimensionnel de formation du signal RF	70

3.1.1	Réponses impulsionnelles du transducteur et du tissu : modèle invariant	70
3.2	Réponse impulsionnelle avec un milieu atténuant : modèle non invariant pour le tissu	73
3.2.1	Modèle à phase linéaire	73
3.2.2	Modèle dispersif à phase minimale : présentation	77
3.2.3	Mise en œuvre du modèle dispersif pour la formation du signal	80
3.3	Simulation de signaux RF unidimensionnels	81
3.3.1	Moyenne non nulle	81
3.3.2	Diminution de l'amplitude du signal en fonction de la profondeur	82
3.4	Simulation d'images RF	83
3.4.1	Décalage spectral des enveloppes complexes	84
3.4.1.1	Cas du transducteur gaussien	84
3.4.1.2	Cas du modèle Butterworth	86
3.4.2	Application des modèles à la restauration du signal RF . . .	86
3.4.3	Conclusion	91
3.5	Élastogrammes des signaux simulés	91
3.5.1	Élastogrammes calculés sans pré-étirement des signaux RF .	92
3.5.2	Élastogrammes calculés avec pré-étirement des signaux RF .	98
3.6	Conclusion	102
CHAPITRE 4 APPLICATIONS AUX DONNÉES CLINIQUES		104
4.1	Caractéristiques spectrales des signaux RF cliniques	106
4.2	Élastogrammes des signaux RF cliniques de sein	109
4.2.1	Cartes de corrélation et RSB_p	109
4.2.2	Élastogrammes des signaux RF cliniques	111
4.3	Conclusion	112

CONCLUSION	119
RÉFÉRENCES	122
ANNEXES	128

LISTE DES FIGURES

Figure 1	Formation du signal RF.	xxxi
Figure 1.1	Variation des modules de compressibilité et de cisaillement pour différents types de tissus biologiques. (D'après Sarvazyan <i>et al.</i> (1998)).	4
Figure 1.2	Représentation schématique du montage expérimental d'acquisition des signaux élastographiques.	11
Figure 1.3	Une paire de signaux RF expérimentaux. (a) Signal pré-compression et (b) signal post-compression. Déformation appliquée de 2 %. Notez l'augmentation de l'écart entre les fenêtres d'observation entre les signaux pré- et post-compression à mesure que l'on se déplace dans le sens axial. . .	12
Figure 1.4	Fonction d'intercorrélation entre une paire de signaux pré- et post-compression.	14
Figure 1.5	Représentation schématique de la décorrélation due à la compression du tissu. (a) Une fenêtre d'observation pré-compression. (b) La même fenêtre d'observation qu'en (a) après l'application d'une compression axiale.	16
Figure 1.6	Filtre de déformation. (D'après Varghese et Ophir (1997c)).	19
Figure 2.1	Spectre d'amplitude $X(\omega)$ du signal réel de départ $x(t)$ (en pointillés) et spectre d'amplitude $X_a(\omega)$ du signal analytique $x_a(t)$ correspondant (en trait plein).	24
Figure 2.2	Spectres d'amplitude du signal analytique $x_a(t)$ et de l'enveloppe complexe $e_x(t)$ du signal réel $x(t)$. Contrairement aux spectres d'amplitude des signaux réels, le spectre d'amplitude de l'enveloppe complexe n'est pas nécessairement symétrique autour de l'origine.	25

Figure 2.3	Calcul des composantes en phase et quadrature du signal réel $x(t)$	26
Figure 2.4	Calcul du signal réel à partir de ses composantes en phase et quadrature.	27
Figure 2.5	Spectre d'amplitude des filtres pour les échantillons I et Q. Selon le tableau 2.1, un signal échantillonné à 32 MHz est associé à des signaux IQ échantillonnés à 16 MHz.	30
Figure 2.6	Spectres d'amplitude de deux signaux RF (sonde L11-5, fréquence centrale = 8 MHz) reconstruits à partir des composantes IQ. (a) Spectre d'amplitude du signal RF d'un fantôme homogène. (b) Spectre d'amplitude du signal RF d'un sonogramme de sein (fourni gracieusement par B. S. Garra, University of Vermont College of Medicine).	33
Figure 2.7	Simulation du signal RF du HDI1000 pour la sonde L11-5.	34
Figure 2.8	(a) Spectre d'amplitude du signal RF simulé; la fréquence centrale effective est de 6.5 MHz. Le signal RF contient aussi trois marqueurs spectraux aux fréquences respectives de 4.4, 5 et 5.3 MHz et d'amplitudes relatives 0.7, 1 et 1.5. (b) Spectre d'amplitude du signal $I+jQ$ correspondant. Le signal $I + jQ$ est celui que produirait le HDI1000 en traitant les échantillons RF (équation 2.16). (c) Spectre du signal RF reconstruit par <i>upconvert</i> à partir des échantillons IQ et de la réponse du filtre Butterworth.	35

Figure 2.9	(a) Spectre d'amplitude du signal RF simulé; la fréquence centrale effective est de 4.5 MHz. (b) Spectre d'amplitude du signal $I + jQ$ correspondant. Le signal $I + jQ$ est celui que produirait le HDI1000 en traitant les échantillons RF (équation 2.16). (c) Spectre du signal RF reconstruit par <i>upconvert</i> à partir des échantillons IQ et de la réponse du filtre Butterworth.	37
Figure 2.10	Modèle représentant les opérations sous-tendant la régénération d'un signal RF à partir d'échantillons IQ.	41
Figure 2.11	Interpolation idéale passe-bas appliquée à une enveloppe complexe échantillonnée et dont le spectre est centré à l'origine.	42
Figure 2.12	Interpolation idéale passe-bas appliquée à une enveloppe complexe échantillonnée et dont le spectre n'est pas centré à l'origine.	43
Figure 2.13	Interpolation passe-bas utilisant un interpolateur non idéal appliqué à une enveloppe complexe échantillonnée et dont le spectre n'est pas centré à l'origine. Le spectre de l'interpolateur non nul au-delà de la fréquence de coupure augmente artificiellement la largeur de bande du signal interpolé.	44
Figure 2.14	(a) Spectre d'amplitude du signal $I + jQ$ échantillonné à 8 MHz correspondant au signal RF de fréquence centrale effective 6.5 MHz. (b) Spectre d'amplitude du filtre d'interpolation <i>upconvert</i> et spectre d'amplitude du signal $I + jQ$ échantillonné. (c) Produit des spectres du signal $I + jQ$ échantillonné et du filtre d'interpolation <i>upconvert</i> . (d) Spectre du signal échantillonné, interpolé puis modulé par une porteuse complexe ($e^{j\omega_0 t}$). Ce spectre est pratiquement identique à celui de la figure 2.8c.	47

Figure 2.15	(a) Spectre d'amplitude du signal $I + jQ$ échantillonné à 8 MHz correspondant au signal RF de fréquence centrale effective 4.5 MHz. (b) Spectre d'amplitude du filtre d'interpolation <i>upconvert</i> et spectre d'amplitude du signal $I + jQ$ échantillonné. (c) Produit des spectres du signal $I + jQ$ échantillonné et du filtre d'interpolation <i>upconvert</i> . (d) Spectre du signal échantillonné, interpolé puis modulé par une porteuse complexe ($e^{j\omega_0 t}$). Ce spectre est identique à celui de la figure 2.9c.	48
Figure 2.16	(a) Spectre d'amplitude du signal $I + jQ$ (fantôme homogène) échantillonné à 8 MHz du transducteur L11-5. (b) Spectre d'amplitude du filtre d'interpolation <i>upconvert</i> et spectre d'amplitude du signal $I + jQ$ échantillonné. (c) Produit des spectres du signal $I + jQ$ échantillonné et du filtre d'interpolation <i>upconvert</i> . (d) Spectre du signal échantillonné, interpolé puis modulé par une porteuse complexe ($e^{j\omega_0 t}$).	50
Figure 2.17	(a) Spectre d'amplitude du signal $I + jQ$ (sonogramme d'un sein) échantillonné à 8 MHz du transducteur L11-5. (b) Spectre d'amplitude du filtre d'interpolation <i>upconvert</i> et spectre d'amplitude du signal $I + jQ$ échantillonné. (c) Produit des spectres du signal $I + jQ$ échantillonné et du filtre d'interpolation <i>upconvert</i> . (d) Spectre du signal échantillonné, interpolé puis modulé par une porteuse complexe ($e^{j\omega_0 t}$).	51
Figure 2.18	Réponses fréquentielles des filtres de restauration des signaux I et Q.	54

Figure 2.19	(a) Spectre d'amplitude du signal $I+jQ$ correspondant au signal RF de fréquence centrale 6.5 MHz. (b) Spectre d'amplitude du signal $I+jQ$ restauré par filtrage inverse. (c) Spectre d'amplitude du signal RF reconstruit par <i>upconvert</i> à partir du signal $I+jQ$ de la figure 2.19a. (d) Spectre d'amplitude du signal RF reconstruit par <i>upconvert</i> à partir du signal $I+jQ$ restauré (figure 2.19b).	55
Figure 2.20	(a) Réponse fréquentielle du filtre de reconstruction <i>upconvert</i> implanté dans le HDI1000. (b) Réponse fréquentielle de l'interpolateur <i>resample</i> de MATLAB.	56
Figure 2.21	(a) Spectre d'amplitude du signal RF reconstruit à partir du signal $I+jQ$ restauré (figure 2.19b) par <i>upconvert</i> . (b) Spectre d'amplitude du signal RF reconstruit avec l'interpolateur <i>resample</i> de MATLAB à partir du signal $I+jQ$ restauré (figure 2.19b).	58
Figure 2.22	Représentation schématique de la restauration par pré-translation spectrale de l'enveloppe complexe.	60
Figure 2.23	Illustration de l'effet de la pré-translation du spectre de l'enveloppe complexe avant interpolation. Spectre d'amplitude du signal RF de fréquence centrale 6.5 MHz, reconstruit à partir des signaux IQ restaurés par filtrage inverse et pré-translatés de : (a) 0 MHz, (b) 0.5 MHz, (c) 1 MHz, (d) 2 MHz.	62

Figure 2.24	Illustration de l'effet des différentes étapes de restauration sur le spectre du signal RF reconstruit (signal de fréquence centrale 6.5 MHz). (a) Spectre d'amplitude du signal RF reconstruit à partir des signaux IQ par la méthode <i>upconvert</i> implantée dans le HDI1000. (b) Spectre d'amplitude du signal RF reconstruit à partir des signaux IQ à l'aide de l'interpolateur <i>resample</i> de MATLAB. (c) Spectre d'amplitude du signal RF reconstruit à partir des signaux IQ restaurés sans pré-translation. (d) Spectre d'amplitude du signal RF reconstruit à partir des signaux IQ restaurés avec une pré-translation de 1 MHz.	63
Figure 2.25	Spectres d'amplitude du signal RF du fantôme homogène (sonde L11-5, fréquence centrale = 8 MHz). (a) Spectre d'amplitude reconstruit par <i>upconvert</i> . (b) Spectre d'amplitude reconstruit par les méthodes de restauration.	64
Figure 2.26	Spectres d'amplitude du signal RF du sonogramme du sein (sonde L11-5, fréquence centrale = 8 MHz). (a) Spectre d'amplitude reconstruit par <i>upconvert</i> . (b) Spectre d'amplitude reconstruit par les méthodes de restauration.	65
Figure 2.27	Illustration de l'interpolation idéale d'un spectre périodique. (a) Cas où les spectres répétés ne se recouvrent pas. (b) Cas de recouvrement des spectres répétés. (c) Résultat de l'interpolation du spectre (a). (d) Résultat de l'interpolation du spectre (b).	66

Figure 2.28	Progression du décalage spectral avec la profondeur pour un système gaussien dont l'amplitude est maintenue constante par l'application d'un gain d'amplification en fonction de la profondeur (TGC). Les figures (a), (b) et (c) illustrent respectivement les spectres de puissance dans le haut, le milieu et le bas de l'image RF. (d) Spectre de puissance total dans l'image RF, c'est-à-dire la somme des spectres des figures (a), (b) et (c). Notez que la largeur de bande de 8 MHz convient aux spectres locaux (a), (b) et (c). Pour ce qui est du spectre total (d), les régions de part et d'autre des traits verticaux en pointillé (c'est-à-dire en deçà de 2 MHz et au-delà de 10 MHz), seront repliées sur le spectre de base.	68
Figure 3.1	(a) Réponse impulsionnelle du modèle de transducteur. (b) Spectre d'amplitude de la réponse impulsionnelle du transducteur. Les paramètres de simulation utilisés sont indiqués au tableau 3.1.	72
Figure 3.2	Réponse impulsionnelle du modèle d'atténuation à phase linéaire. Cette réponse impulsionnelle représente en fait le signal $r(t)$ obtenu en utilisant un transducteur à largeur de bande infinie. Les paramètres utilisés sont les suivants : $c=1540$ m/s, $\alpha_0=0.1$ Np/[cm·MHz] et $\tau_b=6.49$ μ s/cm. Ces paramètres sont représentatifs de la propagation et de l'atténuation dans les tissus mammaires (McDaniel, 1977).	76
Figure 3.3	Réponse impulsionnelle du modèle dispersif d'atténuation pour les paramètres suivants : $c=1540$ m/s, $\alpha_0=0.1$ Np/[cm·MHz] et $\tau_b=6.49$ μ s/cm. Ces paramètres sont représentatifs de la propagation et de l'atténuation dans les tissus mammaires (McDaniel, 1977).	79

Figure 3.4	Signaux RF simulés par le modèle à diffuseurs discrets. (a) Sans ajustement du gain en fonction de la profondeur. (b) Après suppression de la moyenne du signal et ajustement du gain en fonction de la profondeur.	83
Figure 3.5	(a) Subdivision en 3 sous-régions de l'enveloppe de l'image échographique simulée à l'aide du modèle de transducteur gaussien et des paramètres du tableau 3.1. (b) Spectres d'amplitude de l'enveloppe complexe des 3 sous-régions de la figure 3.5a. Notez le décalage progressif du spectre du signal $I + jQ$ vers l'origine à mesure que le signal se propage en profondeur.	85
Figure 3.6	Spectres de l'enveloppe complexe provenant respectivement du haut, milieu et bas d'une image échographique. (a) Spectres du fantôme homogène expérimental. (b) Spectres du fantôme homogène simulé à l'aide du modèle Butterworth avec un coefficient d'atténuation de 0.05 Np/[cm·MHz]. (c) Spectres du fantôme homogène simulé à l'aide du modèle Butterworth avec un coefficient d'atténuation de 0.2 Np/[cm·MHz].	87
Figure 3.7	Spectres des trois sous-régions du haut, milieu et bas du signal RF simulé par le modèle de transducteur gaussien. (a) Cas où le signal RF est reconstruit en pré-translatant toute l'enveloppe complexe de 2 MHz. (b) Cas où le signal RF est reconstruit en pré-translatant les trois sous-régions de l'enveloppe complexe des fréquences respectives 2, 2.8 et 3.1 MHz. Les spectres notés <i>spectre total (a)</i> et <i>spectre total (b)</i> représentent les spectres d'amplitude totaux de toute l'image RF.	89

Figure 3.8	Spectres des trois sous-régions du haut, milieu et bas du signal RF simulé par le modèle Butterworth. (a) Cas où le signal RF est reconstruit en pré-translatant toute l'enveloppe complexe d'une même fréquence. (b) Cas où le signal RF est reconstruit en pré-translatant les trois sous-régions de l'enveloppe complexe localement. Les spectres notés <i>spectre total (a)</i> et <i>spectre total (b)</i> représentent les spectres d'amplitude totaux de toute l'image RF.	90
Figure 3.9	Représentation schématique des deux méthodes de reconstruction du signal RF : la méthode HDI est celle implantée dans le HDI1000; la méthode de restauration est celle présentée aux chapitres 2 et 3.	92
Figure 3.10	Élastogrammes calculés à partir d'une paire de signaux RF pré- et post-compression. (a, c, e) Cas où les signaux RF sont reconstruits par la méthode implantée dans le HDI1000. (b, d, f) Cas où les signaux RF sont reconstruits par les méthodes de restauration, c'est-à-dire en restaurant le signal $I + jQ$ par filtrage inverse puis en reconstruisant le signal RF à l'aide de l'interpolateur <i>resample</i> de MATLAB et de la méthode de restauration par pré-translation spectrale globale.	95
Figure 3.11	Histogrammes correspondant aux élastogrammes calculés à partir d'une paire de signaux RF reconstruits : par la méthode implantée dans le HDI1000 (traits pointillés) et par les méthodes de restauration (trait plein). Les valeurs σ indiquent les écarts-types (en %) des estimations de déformation. Les figures (a), (b) et (c) correspondent respectivement aux déformations de 1, 2 et 3 %.	97

Figure 3.12	Élastogrammes calculés à partir d'une paire de signaux RF pré- et post-compression avec étirement temporel des signaux post-compression. (a, c, e) Cas où les signaux RF sont reconstruits par la méthode implantée dans le HDI1000. (b, d, f) Cas où les signaux RF sont reconstruits par les méthodes de restauration, c'est-à-dire en restaurant le signal $I + jQ$ par filtrage inverse puis en reconstruisant le signal RF à l'aide de l'interpolateur <i>resample</i> de MATLAB et de la méthode de restauration par pré-translation spectrale globale.	99
Figure 3.13	Histogrammes des élastogrammes calculés à partir d'une paire de signaux RF pour lesquels un étirement temporel a été appliqué. Les histogrammes des élastogrammes calculés à partir de signaux RF reconstruits par les méthodes de restauration sont en trait plein. Les valeurs σ indiquent les écarts-types (en %) des estimations de déformation.	101
Figure 4.1	Image mode B <i>in vivo</i> d'une région d'un sein contenant un fibroadénome. Ces images ont été gracieusement fournies par B. S. Garra, University of Vermont College of Medicine. . .	105
Figure 4.2	(a) Subdivision en 3 sous-régions de l'enveloppe de l'image échographique du sein. (b) Spectres d'amplitude de l'enveloppe complexe ($I+jQ$) dans les 3 sous-régions du sonogramme de sein. Notez que le spectre dans la région proche du transducteur est décalé de 2 MHz vers la gauche.	107

Figure 4.3	Spectres des trois sous-régions du haut, milieu et bas du signal RF clinique du sein. (a) Cas où le signal RF est reconstruit en pré-translatant toute l'enveloppe complexe d'une même fréquence. (b) Cas où le signal RF est reconstruit en pré-translatant les trois sous-régions de l'enveloppe complexe localement. Les spectres notés <i>spectre total (a)</i> et <i>spectre total (b)</i> représentent les spectres d'amplitude totaux de toute l'image RF.	108
Figure 4.4	Cartes de corrélation calculées entre deux signaux RF cliniques pré- et post-compression. Les figures A1, B1, C1, D1 et E1 sont les cartes de corrélation calculées à partir des signaux RF reconstruits par la méthode implantée dans le HDI1000. Les figures A2, B2, C2, D2 et E2 sont celles calculées à partir des signaux RF reconstruits par les méthodes de restauration (pré-translation globale).	113
Figure 4.5	Histogrammes des cartes de corrélation calculées entre deux signaux RF pré- et post-compression. Les histogrammes des cartes de corrélation calculées à partir des signaux RF reconstruits par les méthodes de restauration (pré-translation globale) sont en trait épais. La restauration permet d'augmenter le coefficient de corrélation ρ en moyenne de 0.1.	114
Figure 4.6	Histogrammes des rapports signal sur bruit de corrélation. Les histogrammes des rapports signal sur bruit de corrélation calculés à partir des signaux RF reconstruits par les méthodes de restauration (pré-translation globale) sont en trait épais. La restauration permet d'accroître le RSB_ρ en moyenne de 5 dB.	115

Figure 4.7	Différences des cartes de corrélation calculées entre deux signaux RF cliniques pré- et post-compression. Les figures a, b, c, d et e sont les différences entre les cartes de corrélation calculées à partir des signaux RF reconstruits, d'une part, par les méthodes de restauration et, d'autre part, à l'aide de la méthode implantée dans le HDI1000. Ainsi, la figure (a) représente la différence entre les deux cartes de corrélations des figures 4.4 A2 et 4.4 A1.	117
Figure 4.8	Élastogrammes des signaux RF cliniques de sein. Les élastogrammes calculés à partir des signaux RF reconstruits par la méthode implantée dans le HDI sont représentés sur les figures A1, B1, C1, D1 et E1; ceux calculés à partir des signaux RF reconstruits par les méthodes de restauration sont représentés aux figures A2, B2, C2, D2 et E2.	118
Figure I.1	Fonction de transfert du filtre de Hilbert.	128
Figure III.1	Réponses impulsionnelles de deux impulsions : (a) Q et (b) I filtrée par l'interpolateur <i>upconvert</i>	133
Figure III.2	(a) Spectre d'amplitude de l'impulsion Q de la figure III.1a. (b) Spectre d'amplitude de l'impulsion I de la figure III.1b.	133
Figure III.3	Réponse fréquentielle du modèle de l'interpolateur <i>upconvert</i> : Moyenne des spectres d'amplitude des impulsions Q et I.	134
Figure V.1	(a) Spectres de puissance de deux régions d'une image RF, constituée de 128 lignes RF indépendantes, générée à l'aide de la relation 3.22. Ces deux régions correspondent respectivement à des zones proche (trait épais) et éloignée (trait fin) du transducteur. (b) Ajustement linéaire de la différence des logarithmes des spectres des deux sous-régions.	143

LISTE DES NOTATIONS ET DES SYMBOLES

RF	Signal Radio Fréquence
IQ	Signaux en Phase et Quadrature
PSF	Réponse impulsionnelle (Point Spread Function)
CRLB	Limite inférieure de Cramér-Rao sur la variance de l'estimateur de déplacement (Cramér-Rao Lower Bound)
ZZLB	Limite inférieure de Ziv-Zakai sur la variance de l'estimateur de déplacement (Ziv-Zakai Lower Bound)
RSBe	Rapport signal sur bruit élastographique
RSB _s	Rapport signal sur bruit sonographique
RSB _ρ	Rapport signal sur bruit de corrélation
DSP	Densité spectrale de puissance
B	Bande passante
mf	Facteur multiplicatif
cdm	Centre de masse
<i>premix</i> , $\tilde{\omega}$	Fréquence de pré-translation
f_c	Fréquence centrale du transducteur
f_{IQ}	Fréquence d'échantillonnage du signal I+jQ
f_{RF}	Fréquence d'échantillonnage du signal RF
f_e	Fréquence d'échantillonnage
f_N	Fréquence de Nyquist
tgc	Time gain compensation
1D, 2D	1 dimension, 2 dimensions
$\Re[\cdot]$	Partie réelle
$\Im[\cdot]$	Partie imaginaire
β	Coefficient d'atténuation

$\mathcal{F}[\cdot]$	Transformée de Fourier
$\mathcal{H}[\cdot]$	Transformée de Hilbert
$\mathcal{Z}[\cdot]$	Transformée en z
$\hat{x}$	Transformée de Hilbert de x
E	Module d'Young
ν	Coefficient de Poisson
λ, μ	Constantes de Lamé
ρ	Coefficient de corrélation
σ	Écart-type
v	Variance
K	Module de compressibilité
G	Module de cisaillement
σ_{ij}	Tenseur des contraintes
ϵ_{kl}	Tenseur des déformations
c	Vitesse du son
i, j	Nombres complexes
ω	Fréquence angulaire
h_{tr}	Réponse impulsionnelle du transducteur
r	Réponse impulsionnelle du tissu
r_{att}	Réponse impulsionnelle du tissu atténuant
a	Réflexivité du tissu
h_{att}	Réponse impulsionnelle d'atténuation
H_{att}	Réponse fréquentielle d'atténuation
$H_{att\ causale}$	Réponse fréquentielle d'atténuation causale
e	Signal RF
e_{pre}	Signal RF pré-compression

e_{post}	Signal RF post-compression
$e_{post\ etire}$	Signal RF post-compression étiré
Np	Néper
dB	Décibel

LISTE DES TABLEAUX

Tableau 1.1	Données expérimentales de la rigidité des tissus mammaires <i>in vitro</i> . (D'après Konofagou <i>et al.</i> (1997)).	2
Tableau 2.1	Acquisition des échantillons IQ dans le HDI1000. Notez l'alternance des signes dans la suite des échantillons $i, i + 1, i + 2, \dots$	28
Tableau 2.2	Paramètres de simulation du signal RF.	34
Tableau 3.1	Paramètres de simulation du signal RF dans le modèle de formation à diffuseurs discrets. Dans ce tableau, la <i>bande passante</i> est définie comme la largeur à mi-hauteur du spectre d'amplitude et la <i>fréquence centrale nominale</i> sert à définir la fréquence de la porteuse utilisée pour faire la démodulation IQ.	72
Tableau 3.2	Moyennes, écart-types et rapports signal/bruit dans les élastogrammes à 1, 2 et 3 %. Les paramètres correspondant aux élastogrammes calculés à partir des signaux RF restaurés sont notés en gras. La restauration améliore le RSBe d'environ 12 dB.	96
Tableau 3.3	Moyennes, écart-types et rapports signal/bruit dans les élastogrammes avec étirement temporel. Les paramètres correspondant aux élastogrammes calculés à partir des signaux RF restaurés sont notés en gras. La restauration améliore le RSBe de 12 dB en moyenne.	100

Tableau 4.1	Coefficient de corrélation moyen, nombre de pixels (%) supérieur à 0.8 et rapport signal sur bruit (RSB_ρ) de corrélation correspondant aux cartes de corrélation de la figure 4.4. Les paramètres calculés à partir des signaux RF reconstruits par les méthodes de restauration sont notés en gras. Le rapport signal sur bruit de corrélation est défini en élastographie comme suit : $20 \log_{10} \left[\frac{\rho}{1-\rho} \right]$. Notez que la restauration permet d'améliorer respectivement le coefficient de corrélation moyen et le rapport signal sur bruit en moyenne de 0.1 et 5 dB. . . 116
-------------	---

LISTE DES ANNEXES

ANNEXE I	PROPRIÉTÉS DU SIGNAL ANALYTIQUE	128
ANNEXE II	CALCUL DES FONCTIONS DE TRANSFERT DES FIL- TRES D'INTERPOLATION I ET Q	130
ANNEXE III	MODÈLE DU FILTRE DE RECONSTRUCTION	132
ANNEXE IV	CALCUL DE LA RÉPONSE IMPULSIONNELLE CAUSALE D'ATTÉNUATION	135
	IV.1 Modèle de phase linéaire	135
	IV.2 Modèle dispersif	137
ANNEXE V	MESURE DU COEFFICIENT D'ATTÉNUATION DANS LES IMAGES RF SIMULÉES À L'AIDE DU MODÈLE GAUSSIEN	142

INTRODUCTION

L'imagerie médicale constitue aujourd'hui un outil incontournable dans le diagnostic médical. Il existe diverses modalités d'imagerie (IRM, tomographie assistée par ordinateur, radiographie par rayons X, médecine nucléaire ...) qui ont, chacune dans leur approche, des avantages et des inconvénients. L'imagerie ultrasonore est une des techniques qui est à la fois temps réel, non ionisante, portable et de faible coût.

Le principe de la formation du signal ultrasonore en échographie est représenté à la figure 1; on y retrouve essentiellement une sonde ultrasonore d'une part et un milieu de propagation diffusant d'autre part. La sonde ultrasonore est munie d'un ou plusieurs éléments actifs; un élément actif est constitué principalement d'un matériau piézoélectrique comme le titane de zirconate de plomb (PZT). Ce type de matériau a la propriété de se déformer lorsqu'il est placé dans un champ électrique variable et, inversement, lorsqu'il subit une déformation, il génère une petite différence de potentiel. Cette propriété permet son utilisation autant en émission qu'en réception. L'impulsion émise par le transducteur interagit avec le milieu diffusant, le signal délivré est partiellement réfléchi et transmis aux différents points de changement de l'impédance acoustique. Les tissus biologiques mous homogènes sont généralement modélisés comme un ensemble de diffuseurs disposés aléatoirement dans le milieu et qui interagissent avec l'onde ultrasonore. L'onde mécanique réfléchie exerçant une pression mécanique sur le transducteur, cette énergie mécanique est convertie en signal électrique, le signal RF. Le signal RF est démodulé (extraction d'enveloppe) et visualisé sous la forme d'une image en niveaux de gris, l'image mode B. L'échographie conventionnelle est une analyse qualitative (visuelle) de la texture de l'image mode B, cependant des paramètres quantitatifs caractérisant le tissu peuvent être extraits du signal RF. Ainsi, le temps que met l'onde ultrasonore pour effectuer un aller-retour (à vitesse constante) détermine la

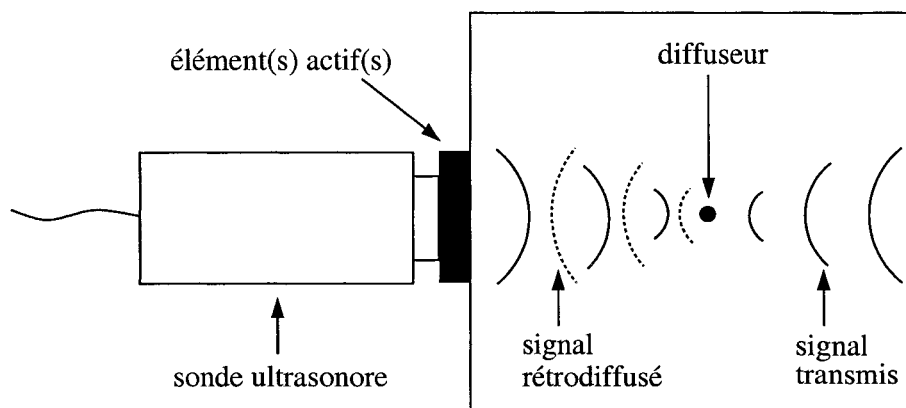


Figure 1 Formation du signal RF.

position spatiale d'une structure d'intérêt, la réflectivité des tissus ou l'atténuation fréquentielle ont été utilisées pour détecter des lésions dans un tissu. Toutefois, certaines structures n'ont pas un contraste suffisant pour les distinguer sur l'image mode B. Cette limitation a motivé le développement de techniques de caractérisation des propriétés élastiques des tissus (Dickinson et Hill, 1982; Parker *et al.*, 1990; Ophir *et al.*, 1991; Muthupillai *et al.*, 1995). Ces techniques sont basées sur le fait que certaines pathologies, comme les cancers du sein ou de la prostate, modifient les propriétés élastiques des tissus.

La technique étudiée dans ce mémoire est l'élastographie. Elle consiste à appliquer une compression axiale sur le tissu; les déplacements internes dans le tissu sont mesurés par une technique d'intercorrélation entre une paire de signaux RF avant et après compression. On obtient au final l'élastogramme, qui est la carte des déformations internes dans le tissu. Ces élastogrammes souffrent à l'heure actuelle de bruit d'origines diverses. La source de bruit qui nous préoccupe dans ce travail provient de la qualité du signal RF. En effet les signaux délivrés par les échographes sont, pour des raisons de temps de calcul et d'économie d'espace mémoire, généralement traités sous leurs formes en phase et quadrature (IQ). Une étape de traitement de signal, qui consiste à interpoler et démoduler le signal, est

alors nécessaire pour reconstruire le signal RF. Une détérioration de ce signal se produit lorsque les paramètres de reconstruction ne sont pas convenablement choisis. Nous montrons, en particulier, que l'application d'une fréquence de démodulation constante à un signal se propageant dans un milieu atténuant introduit une forme de repliement spectral sur le signal RF.

Le modèle mécanique des tissus biologiques ainsi que les principales techniques de caractérisation ultrasonore des tissus biologiques sont présentés au chapitre 1. Le chapitre 2 expose la reconstruction du signal RF à partir des signaux IQ. L'influence des paramètres de reconstruction sur la qualité du signal RF est examinée à l'aide d'un modèle qui représente le signal RF produit par le HDI1000 comme la réponse impulsionnelle d'un filtre Butterworth passe-bande du quatrième ordre. Une technique de reconstruction du signal RF, qui consiste d'abord à restaurer les signaux IQ par filtrage inverse puis ensuite à démoduler le signal RF en tenant compte de ses caractéristiques spectrales locales, est proposée.

Les résultats obtenus par cette méthode sont, dans un premier temps, illustrés, au chapitre 3, sur des signaux RF simulés à l'aide d'un modèle de formation à diffuseurs discrets de signaux RF dans un milieu atténuant et dans un deuxième temps, au chapitre 4, sur des données cliniques *in vivo* de sein. Les signaux RF reconstruits par les méthodes de restauration sont comparés à ceux calculés par la méthode implémentée dans le système ATL HDI1000. La qualité du signal RF reconstruit est évaluée par sa capacité à donner lieu à un élastogramme ayant une meilleure carte de corrélation ainsi qu'un meilleur rapport signal sur bruit élastographique (RSBe).

Une conclusion ainsi que des améliorations possibles sont présentées à la fin de ce mémoire.

CHAPITRE 1

LA CARACTÉRISATION DES PROPRIÉTÉS ÉLASTIQUES DES TISSUS BIOLOGIQUES

Dans le but de déceler le plus tôt possible les tumeurs mammaires, la Société canadienne du cancer recommande la pratique régulière de l'auto-examen des seins à toutes les femmes âgées de plus de 20 ans (<http://www.cancer.ca>). L'idée est de détecter les changements de rigidité ou d'élasticité dans les tissus mammaires en les palpant. En effet, les changements des propriétés élastiques des tissus mous indiquent généralement des pathologies.

Le tableau 1.1 présente les résultats de mesures expérimentales sur des tissus mammaires *in vitro*. Il indique que le carcinome, qui représente le type de cancer du sein le plus fréquemment diagnostiqué, présente une rigidité ¹ qui est en moyenne sept fois plus grande que celle des autres tissus mammaires sains. Cette caractéristique des tumeurs a motivé le développement de nombreuses techniques de caractérisation des propriétés mécaniques des tissus biologiques.

Dans ce chapitre, nous allons, dans un premier temps, rappeler le modèle mécanique des tissus biologiques et énoncer les hypothèses de base dans l'étude de leurs propriétés mécaniques. Dans un deuxième temps, nous passerons en revue les principales techniques de caractérisation des tissus biologiques. Nous terminerons le chapitre par une présentation plus détaillée de la technique de caractérisation des propriétés élastiques des tissus à laquelle est consacré ce travail : l'élastographie.

¹La rigidité d'un matériau est équivalente à son module d'élasticité ou module d'Young.

Tableau 1.1 Données expérimentales de la rigidité des tissus mammaires *in vitro*. (D'après Konofagou *et al.* (1997)).

TISSU MAMMAIRE	RIGIDITÉ (kPa)
GRAISSE	24 ± 6
AUTRES TISSUS SAINS	66 ± 17
FIBROADÉNOME	244 ± 85
CARCINOME	456 ± 208

1.1 Modèle mécanique des tissus biologiques, hypothèses de base

Sur le plan mécanique, les tissus biologiques ont un comportement non linéaire, viscoélastique (Fung, 1981) et anisotropique (Levinson, 1987). Toutefois, dans certaines conditions particulières, ils présentent un comportement linéaire, élastique et isotropique. Ainsi, le comportement non linéaire du tissu est négligeable lorsque la contrainte appliquée est de faible amplitude (Krouskop *et al.*, 1987).

Par ailleurs, lorsqu'un tissu est déformé rapidement et que la contrainte est ensuite maintenue constante, un phénomène de relaxation se produit et la contrainte induite dans ce tissu diminue avec le temps (Fung, 1981). Dans le cas où c'est la contrainte qui est appliquée rapidement et ensuite maintenue constante, le tissu continue à se déformer (phénomène de fluage). Le temps et la vitesse de déformation jouent un rôle important dans les lois de comportement des tissus biologiques. Ce comportement a été observé en élastographie par Céspedes (1993). Il a noté que pour de faibles compressions ($< 1\%$), l'état d'équilibre était atteint après quelques fractions de seconde (0.5 s par 50 mm de tissu). Pour un solide élastique et linéaire, le tenseur des contraintes (σ_{ij}) est relié à celui des déformations (ϵ_{kl}) par une relation linéaire : la loi de Hooke.

Celle-ci s'écrit :

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl} \epsilon_{kl} \quad (1.1)$$

où C_{ijkl} est un tenseur composé de 81 constantes élastiques dépendantes des propriétés mécaniques des tissus (Saada, 1993).

Les propriétés de symétrie des tissus biologiques permettent de réduire le nombre de constantes du tenseur C_{ijkl} , et, dans le cas particulier d'un matériau isotrope, seules deux constantes sont nécessaires pour caractériser les propriétés élastiques des tissus (Levinson, 1987) : les constantes de Lamé λ et μ . Dans la littérature, les constantes λ et μ sont aussi appelées respectivement module de cisaillement (G) et module de compressibilité (K). Dans la suite de ce chapitre, nous ferons plutôt référence au module d'Young (E) et au coefficient de Poisson (ν) qui sont reliés à G et K par les relations suivantes :

$$K = \frac{E}{3(1 - 2\nu)} \quad (1.2)$$

$$G = \frac{E}{2(1 + \nu)} \quad (1.3)$$

où ν est le coefficient de Poisson. E, K et G sont respectivement les modules d'Young, de compressibilité et de cisaillement. Ils s'expriment en pascal dans le système SI. Le module de compressibilité (K) est relié à la vitesse de propagation (c) de l'onde ultrasonore par la relation (Christensen, 1989) :

$$c = \frac{1}{\sqrt{\rho_0 K}} \quad (1.4)$$

où ρ_0 et K sont la densité moyenne et le module de compressibilité du milieu.

En échographie, la distinction entre les différents types de tissus biologiques repose sur la variation de l'impédance acoustique (Z) du milieu. Celle-ci est reliée au module de compressibilité (K) par la relation (Christensen, 1989) :

$$Z = \sqrt{\frac{\rho_0}{K}} \quad (1.5)$$

La figure 1.1 représente la variation des modules de compressibilité (K) et de cisaillement (G) pour différents types de tissus biologiques. En ce qui concerne les tissus mous, on note essentiellement que la plage dynamique du module de compressibilité est très petite par rapport à celle du module de cisaillement. Cela explique en partie pourquoi certaines structures sont indétectables par l'échographie conventionnelle.

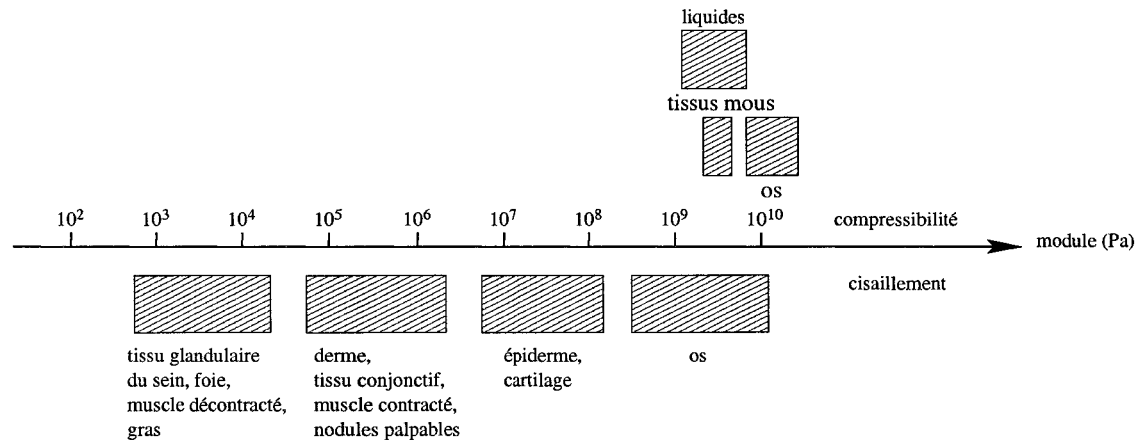


Figure 1.1 Variation des modules de compressibilité et de cisaillement pour différents types de tissus biologiques. (D'après Sarvazyan *et al.* (1998)).

Par ailleurs, l'élasticité d'un matériau dépend de l'échelle à laquelle on l'observe. À la différence de la radiologie et de la résonance magnétique nucléaire (RMN), qui sont des techniques d'imagerie qui fournissent des informations aux niveaux atomique et moléculaire des tissus, l'échographie permet de sonder les tissus à une plus grande échelle car l'onde ultrasonore interagit avec des groupements d'atomes et de molécules. Une onde ultrasonore à une fréquence de 5 MHz a une longueur d'onde de 0.3 mm lorsque la vitesse du son est de 1540 m/s. Donc un transducteur ultrasonore ayant une fréquence centrale de 5 MHz révélera la structure du tissu à l'échelle du dixième de millimètre.

La relation contrainte-déformation pour un milieu homogène, linéaire et isotropique

s'écrit (Saada, 1993) :

$$\begin{aligned}\epsilon_x &= \frac{1}{E}[\sigma_x - \nu(\sigma_y + \sigma_z)] \\ \epsilon_y &= \frac{1}{E}[\sigma_y - \nu(\sigma_x + \sigma_z)] \\ \epsilon_z &= \frac{1}{E}[\sigma_z - \nu(\sigma_x + \sigma_y)]\end{aligned}\tag{1.6}$$

où ϵ_x , ϵ_y , ϵ_z et σ_x , σ_y , σ_z sont les composantes de déformation et de contrainte selon les directions x , y et z .

Nous verrons plus loin qu'en élastographie, la contrainte est appliquée dans la direction σ_y ; celle-ci engendre une déformation dans la direction axiale. Dans ces conditions, la détermination du module d'Young à partir des relations 1.6 conduit à l'expression 1.7. Il est donc nécessaire de connaître les trois composantes de contrainte (σ_x , σ_y et σ_z), le coefficient de Poisson (ν) ainsi qu'une composante de déformation (ϵ_y).

$$E = \left(\frac{\sigma_y}{\epsilon_y} - \nu \frac{\sigma_x + \sigma_z}{\epsilon_y} \right)\tag{1.7}$$

avec $\nu \approx 0.5$ du fait de l'incompressibilité des tissus mous (Parker *et al.*, 1990).

La déformation ϵ_y est obtenue en calculant la dérivée spatiale du déplacement axial. Le déplacement est déterminé par une technique d'intercorrélation entre une paire de signaux RF pré- et post-compression. Quant aux trois composantes de contrainte, elles sont généralement approximées en utilisant un modèle analytique qui prédit la distribution de contrainte dans un milieu homogène (Ponnekanti *et al.*, 1992, 1994). La situation la plus simple consiste à considérer la contrainte comme étant uniaxiale et constante (les contraintes σ_x et σ_z sont nulles et $\sigma_y = \sigma_0$).

Le module d'Young s'écrit dans ce cas :

$$E = \frac{\sigma_0}{\epsilon_y} \quad (1.8)$$

Mais, en pratique, la contrainte n'est pas constante et dépend de la position axiale dans le tissu, de la géométrie du compresseur et de la distribution du module d'Young dans le tissu (Ophir *et al.*, 1991).

Dans le cas simple d'un compresseur circulaire de rayon a appliquant une contrainte axiale sur un matériau homogène semi-infini, l'expression du champ des contraintes est (Saada, 1993) :

$$\sigma(z) = \sigma(0) \left[-1 + \frac{1}{\left[1 + \left(\frac{a}{z} \right)^2 \right]^{3/2}} \right] \quad (1.9)$$

où $\sigma(z)$ est la contrainte en fonction de la profondeur z et $\sigma(0)$ est la contrainte appliquée à la surface.

Ce modèle prédit la distribution de la contrainte dans le tissu lorsque la pression appliquée par le compresseur est inférieure à 2 % (Ophir *et al.*, 1991). Mais les conditions aux frontières dans les milieux biologiques sont complexes du fait notamment de la présence d'organes et d'os.

Dans la pratique courante, le médecin procède à la palpation pour détecter les régions du tissu dont la rigidité est plus importante. Cependant, la petite taille ou la position en profondeur dans le tissu de certaines tumeurs les rendent indétectables par palpation et limitent ainsi l'efficacité de cette technique.

1.2 Techniques de caractérisation des tissus biologiques

Du fait des limitations des méthodes classiques citées précédemment, des techniques de caractérisation des propriétés élastiques des tissus ont été proposées. Ces techniques peuvent être classées selon la nature de la force appliquée, la modalité

d'imagerie utilisée et le paramètre d'intérêt quantifié. Deux approches se démarquent quant à la nature de la force appliquée : l'élastographie et la sonoélasticité. Dans la première approche, une compression quasi statique est appliquée par un compresseur externe, alors que dans la seconde, c'est soit un piston externe ou une excitation de nature physiologique qui induit des vibrations de basses fréquences dans le tissu.

Les modalités d'imagerie utilisées pour mesurer le paramètre d'intérêt sont diverses, les plus employées étant les ultrasons, la résonance magnétique nucléaire (RMN) et l'optique.

Finalement, le paramètre d'intérêt quantifié peut être soit le déplacement dans le tissu, la distribution de la contrainte, la vitesse de déplacement, la phase, ...

Nous allons à présent résumer les principaux travaux qui ont été menés en caractérisation des tissus, en les classant selon la nature de la force appliquée sur le tissu.

1.2.1 Sonoélasticité

Krouskop *et al.* (1987) ont proposé la mesure du module d'Young des muscles squelettiques *in vivo* durant leur contraction. Ils ont pour cela appliqué une vibration basse fréquence de l'ordre de 10 Hz sur le muscle, et le déplacement engendré par celle-ci a ensuite été mesuré à l'aide d'un système Doppler. Les mesures effectuées par cette technique concordaient convenablement avec celles mesurées par les appareils de tests mécaniques.

Lerner *et al.* (1988, 1990) et Parker *et al.* (1990) ont proposé une technique ultrasonore, qu'ils ont nommé sonoélasticité, pour déterminer l'élasticité dans un tissu. Cette technique est basée sur la réponse des tissus biologiques à des vibrations de basses fréquences (10-1000 Hz) générées par un piston externe. L'élasticité

dans le tissu est dérivée de la vitesse de propagation relative des ondes de basses fréquences dans le tissu.

De nombreux auteurs ont par la suite contribué au développement de la sonoélasticité. Toutefois, leurs approches quant à la technique de mesure ainsi que le choix du paramètre quantifié sont différents.

Parker *et al.* (1990) ont proposé de mesurer les déplacements engendrés par ces vibrations de basses fréquences à partir des distorsions fréquentielles des signaux acoustiques par effet Doppler. Ils dressent ensuite une carte des vitesses de propagation de ces vibrations dans le tissu.

Dans le but d'estimer les paramètres viscoélastiques des tissus mous, Yamakoshi *et al.* (1990) ont proposé de mesurer l'amplitude et la phase des vibrations de basses fréquences en réponse à une excitation externe de basses fréquences. Cette mesure est réalisée par effet Doppler. Ils établissent ensuite les propriétés viscoélastiques du tissu à partir de ces cartes d'amplitude et de phase.

Muthupillai *et al.* (1995) ont utilisé la RMN pour mesurer les déplacements dans le tissu. Ils ont en effet observé que les vibrations induites dans le tissu provoquaient une modification de la phase de l'onde électromagnétique dont l'expression est indiquée à l'équation 1.10.

$$\phi = \gamma \int_0^{\tau} G_r(t) r(t) dt \quad (1.10)$$

où γ est le moment magnétique du proton, τ est le temps d'application du gradient de champ magnétique $G_r(t)$ et $r(t)$ est une fonction qui décrit la position des spins nucléaires en fonction du temps.

Ainsi, à partir du changement de la phase durant le temps Δt , des informations

sur le déplacement Δr dans le tissu sont obtenues. La résolution de cette technique surpasse celle obtenue par les ultrasons. Des déplacements d'environ 200 nm sont mesurés à des fréquences comprises entre 20 et 1000 Hz. Cependant les temps d'acquisition longs ainsi que le coût des imageurs RMN limitent actuellement l'utilisation courante de l'élastographie par résonance magnétique.

Plewes *et al.* (2000) ont adopté une approche similaire à celle de Muthupillai pour détecter des tumeurs mammaires. Toutefois, la fréquence des vibrations appliquées sur le tissu étaient de plus basses fréquences (environ 1 Hz). Leur objectif n'était, par ailleurs, non pas de détecter une lésion dans un tissu, mais plutôt de déterminer les propriétés mécaniques d'une lésion déjà dépistée. Ils ont ainsi réussi à mettre à profit la grande résolution de la RMN.

1.2.2 Élastographie

Bertrand *et al.* (1989) ont étudié la déformation des tissus à partir d'une séquence d'images mode B et de la technique du flux optique. La déformation du tissu dans la séquence d'images est décrite comme des transformations linéaires (Bertrand *et al.*, 1989; Kallel et Bertrand, 1993; Meunier *et al.*, 1989). Ces transformations linéaires se décomposent en matrices de rotation et de translation. Ainsi, par le calcul des valeurs propres de ces matrices dans une petite région de l'image mode B, la déformation qui s'y produit est obtenue. Cette technique a permis d'une part, d'étudier les déformations du myocarde et des muscles squelettiques, et, d'autre part, de mettre en évidence un artéfact du mouvement du *speckle* lorsque le tissu subit une rotation ou un cisaillement.

Ophir *et al.* (1991) ont proposé une technique quantitative ultrasonore de caractérisation des propriétés élastiques des tissus : l'élastographie. Une compression

axiale (dans le sens de propagation des ondes ultrasonores) quasi statique et de faible amplitude est appliquée sur le tissu. Sous l'effet de cette force, les régions rigides dans le tissu se déforment peu (elles subissent essentiellement une translation) contrairement aux régions plus souples qui subissent une plus grande déformation. Les déplacements internes dans le tissu sont estimés par une technique d'intercorrélation entre une paire de signaux avant et après compression. La position du maximum de cette fonction indique le déplacement local dans le tissu. La déformation locale dans les différentes régions du tissu est finalement dérivée à partir du gradient du champ de déplacement. L'image des déformations dans le tissu est appelée élastogramme.

Nous allons maintenant passer en revue les différentes étapes en élastographie, nous présenterons successivement le dispositif d'acquisition des signaux et les techniques d'estimation du déplacement; les limitations de la technique seront abordées avec le concept de filtre de déformation; enfin, nous terminerons avec des résultats récents illustrants les progrès effectués à ce jour.

1.2.2.1 Dispositif expérimental d'acquisition des signaux élastographiques

Le dispositif expérimental d'acquisition des signaux RF élastographiques utilisé durant ce travail est représenté à la figure 1.2. Il est essentiellement composé d'un échographe ATL HDI1000 muni d'une sonde ultrasonore (barrette linéaire de 128 éléments) à une fréquence centrale de 8 MHz et d'un système de compression permettant de positionner l'ensemble transducteur-plaque de compression. La plaque de compression en plexiglas a pour but de permettre l'application d'une contrainte uniforme sur le fantôme. Deux types de fantômes ont été utilisés : l'un homogène, l'autre muni d'une inclusion. Tous deux sont constitués d'un mélange agar-gélatine; les grains solides d'agar ont la fonction de diffuseurs. Les propriétés mécaniques des

fantômes (par exemple : masse volumique, vitesse du son, coefficient de rétrodiffusion et atténuation fréquentielle) sont proches de celles des tissus mous biologiques. Les signaux RF recueillis sont ensuite traités sur un ordinateur afin d'estimer le déplacement.

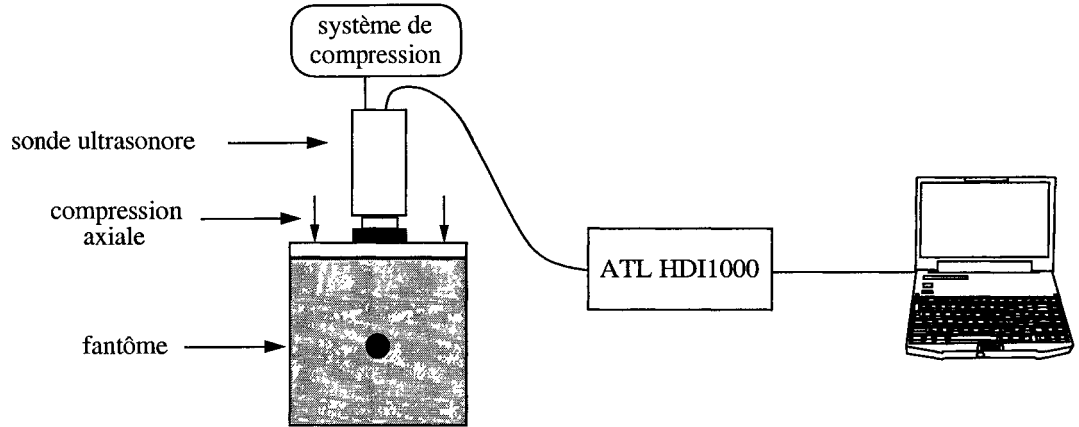


Figure 1.2 Représentation schématique du montage expérimental d'acquisition des signaux élastographiques.

1.2.2.2 L'estimation du déplacement

L'estimation du déplacement en élastographie s'effectue à partir d'une paire de signaux RF 1D pré- et post-compression, telle que celle représentée à la figure 1.3. Chacun de ces signaux est à l'image de la position spatiale instantanée des diffuseurs; les changements du speckle de l'image RF rendent compte des changements spatio-temporels du signal. Ces changements sont mesurés par la technique d'intercorrélation proposée par Dickinson et Hill (1982). La procédure est la suivante : le signal pré-compression est divisé en N fenêtres temporelles qui se chevauchent avec un certain taux de recouvrement (taux de recouvrement = 60 % dans notre cas); la fenêtre temporelle $r_1(t)$ contient le signal entre les instants t_1 et $t_1 + \Delta t$. Le second signal est aussi divisé en N fenêtres temporelles (avec le même taux de recouvrement que le signal pré-compression), la fenêtre temporelle

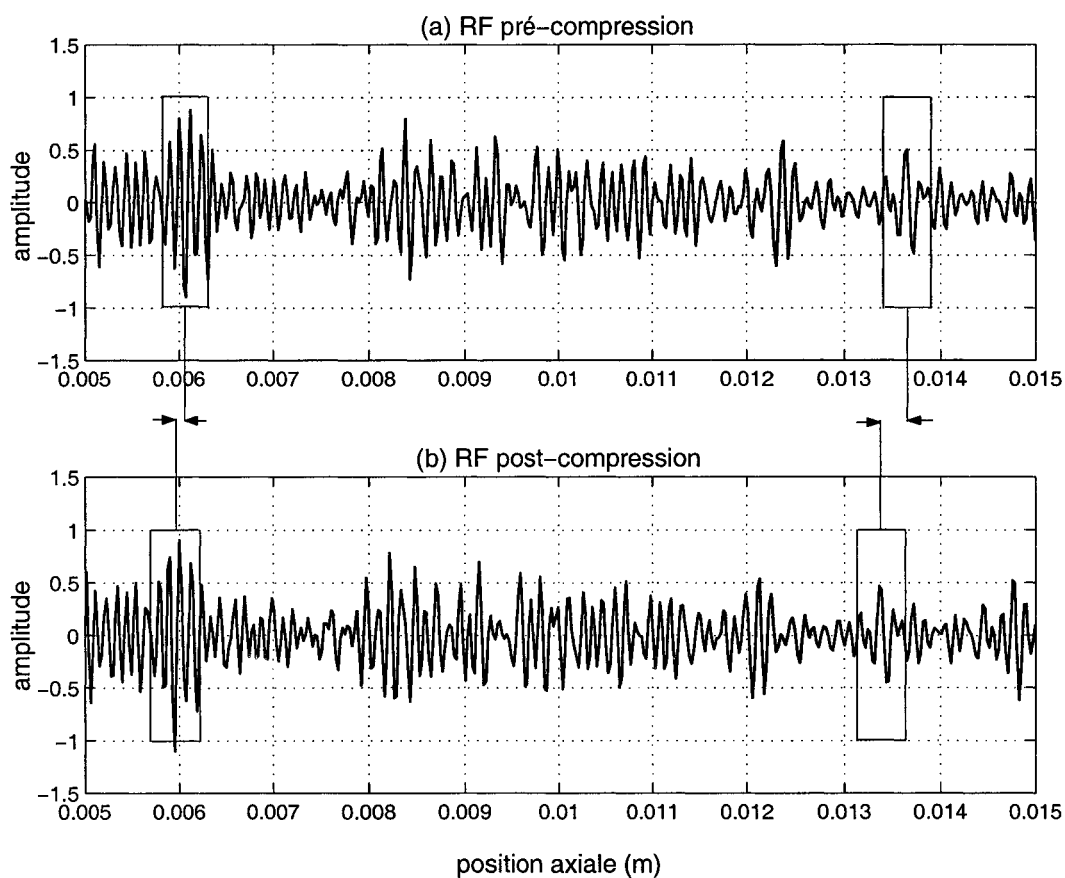


Figure 1.3 Une paire de signaux RF expérimentaux. (a) Signal pré-compression et (b) signal post-compression. Déformation appliquée de 2 %. Notez l'augmentation de l'écart entre les fenêtres d'observation entre les signaux pré- et post-compression à mesure que l'on se déplace dans le sens axial.

$r_2(t)$ contient le signal RF post-compression entre les instants t_2 et $t_2 + \Delta t$ pris autour de la position temporelle t_1 . Pour chacune des paires de fenêtres $\{r_1, r_2\}$, le coefficient de corrélation normalisé $C(r_1, r_2)$ est calculé par la formule suivante :

$$C_{r_1 r_2}(\tau) = \frac{\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} r_1(t + \tau) r_2^*(t + \tau) dt}{\sqrt{\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} r_1(t) r_1^*(t) dt \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} r_2(t) r_2^*(t) dt}} \quad (1.11)$$

où r_1 et r_2 sont respectivement les fenêtres temporelles des signaux pré- et post-compression, T est la longueur de la fenêtre d'observation et $r^*(t)$ est le complexe conjugué de $r(t)$.

Ce coefficient tend vers 1 lorsque les deux fenêtres $\{r_1, r_2\}$ contiennent le même segment de signal RF, et la position de son maximum indique le retard temporel d_t qui s'est produit dans la fenêtre d'observation étudiée. Dans l'exemple de la figure 1.4, le maximum de la fonction d'intercorrélation est de 0.82 et se situe à la position spatiale 0.21 mm, ce qui signifie que la région observée s'est déplacée de 0.21 mm. On peut de façon équivalente exprimer le déplacement spatial en retard temporel par la relation :

$$d_x = \frac{c d_t}{2} \quad (1.12)$$

où d_x est le déplacement spatial, d_t est le retard temporel et c est la vitesse des ultrasons (1540 m/s) dans les tissus mous biologiques.

On obtient au final une matrice de N_l lignes par N_c colonnes, N_l étant le nombre de fenêtres du signal RF 1D et N_c le nombre de réalisations (128 réalisations dans notre cas). Les N_l coefficients correspondent au déplacement en mètres de chacune des régions du tissu. La déformation est calculée à partir de cette matrice de déplacement en appliquant l'opérateur gradient selon les N_l éléments et en divisant le résultat par la distance séparant 2 fenêtres consécutives.

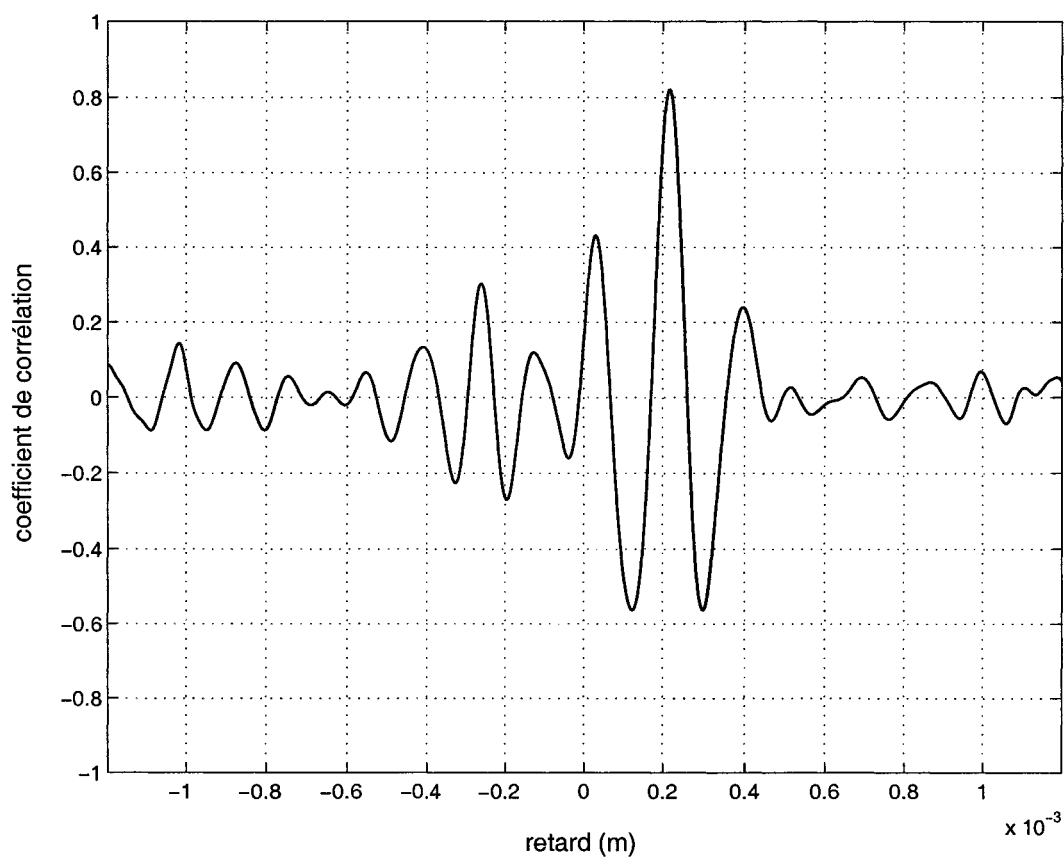


Figure 1.4 Fonction d'intercorrélation entre une paire de signaux pré- et post-compression.

1.2.2.3 Le bruit en élastographie et le concept de filtre de déformation

On présente, dans cette section, les sources majeures de bruit dans l'élastogramme ainsi que le concept de filtre de déformation (ou *strain filter* en anglais). De nombreuses sources de bruit existent en élastographie avec des degrés d'importance différents. Srinivasan *et al.* (2002) ont étudié, par le biais de simulations, l'effet de la fréquence d'échantillonnage et du niveau de quantification des signaux RF sur le rapport signal sur bruit en élastographie. Ils ont observé qu'une fréquence d'échantillonnage élevée permettait d'améliorer la sensibilité du filtre de déformation et qu'un niveau de quantification plus grand permettait une amélioration du rapport signal sur bruit de l'ordre de 4.8 dB par bit.

Une importante source de bruit dans l'élastogramme est le bruit de décorrélation dû à la compression du tissu. Le comportement des diffuseurs soumis à une compression axiale est illustré à la figure 1.5. Cette figure représente une fenêtre d'observation contenant deux lignes RF pré-compression (figure 1.5a) et post-compression (figure 1.5b). On voit que l'espace entre les diffuseurs d'une même ligne RF diminue, des diffuseurs en dehors de la fenêtre d'observation s'introduisent à l'intérieur de celle-ci, tout comme les diffuseurs des lignes RF latéralement voisines.

L'effet de la compression sur le coefficient de corrélation a été étudié par Meunier et Bertrand (1995). Ils ont établi la relation 1.13 qui donne le coefficient de corrélation (ρ) en fonction de la déformation. Elle s'écrit :

$$\rho = \frac{2}{\sqrt{[(1-s)^2 + 1] \left[\left(\frac{1}{1-s} \right)^2 + 1 \right]}} e^{-\frac{1}{2}(2\pi f_0 \sigma_t)^2 \frac{s^2}{(1-s)^2 + 1}} \quad (1.13)$$

où s est la déformation, f_0 la fréquence centrale du transducteur et σ_t est l'écart-type spatiale de l'impulsion gaussienne.

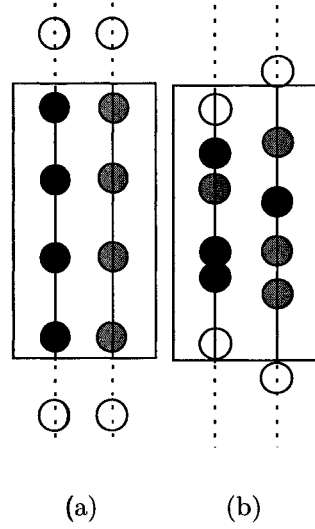


Figure 1.5 Représentation schématique de la décorrélation due à la compression du tissu. (a) Une fenêtre d'observation pré-compression. (b) La même fenêtre d'observation qu'en (a) après l'application d'une compression axiale.

La relation 1.13 prédit un coefficient de corrélation maximal ($\rho = 1$) lorsque la déformation est nulle et minimal ($\rho = 0$) lorsque la déformation est maximale. Le coefficient de corrélation croît donc avec la déformation appliquée sur le tissu, car le signal post-compression subit les distorsions illustrées à la figure 1.5 et s'éloigne par là même du cas idéal où il serait une version translatée du signal original. Cette décorrélation a pour effet de rendre difficile la détermination du maximum de la fonction d'intercorrélation indiquant le déplacement local dans la fenêtre d'observation. En effet, lorsque le coefficient de corrélation est faible, le vrai maximum de la fonction se confond avec les pics secondaires de la fonction d'intercorrélation, ce qui introduit des erreurs dans le déplacement estimé.

Par ailleurs, afin d'améliorer la précision sur les mesures de déplacement, le coefficient de corrélation est interpolé. La précision sur la mesure du déplacement est en effet limitée par l'aptitude à repérer la position du maximum de la fonc-

tion d'intercorrélation. Les signaux représentés à la figure 1.3 sont échantillonnés à 32 MHz^2 tout comme leur fonction d'intercorrélation. La précision sur le déplacement ne peut donc excéder un pas d'échantillonnage, soit 31 ns ou $24 \mu\text{m}$. Or en interpolant la fonction d'intercorrélation d'un facteur k (soit une nouvelle fréquence d'échantillonnage de $k \times 32 \text{ MHz}$), la précision sur le déplacement devient $24/k \mu\text{m}$. La méthode d'interpolation utilisée dans ce travail est l'interpolation parabolique; la simplicité du calcul et sa rapidité d'exécution ont motivé ce choix.

Dans le but d'intégrer les différentes sources de bruit décrites précédemment dans la prédiction de la qualité de la mesure du déplacement, Varghese et Ophir (1997c) ont introduit le filtre de déformation. Le filtre de déformation est la méthode utilisée en élastographie pour prédire les performances de l'estimateur de déplacement et la qualité d'un élastogramme à partir des paramètres du transducteur ultrasonore (fréquence centrale, largeur de bande) et de ceux liés au traitement du signal (longueur de la fenêtre d'observation, rapport signal sur bruit et coefficient de corrélation).

La relation qui prédit l'erreur sur l'estimation d'un paramètre soumis à un bruit blanc a été établie par Van-Trees (1968) et adaptée à l'estimation du déplacement par Walker et Trahey (1994).

Pour les signaux de type passe-bande, elle s'écrit :

$$\sigma_{\text{CRLB}}(\Delta t - \Delta \hat{t}) \geq \sqrt{\frac{3}{2f_0^3 \pi^2 T (B^3 + 12B)} \left(\frac{1}{\rho^2} \left(1 + \frac{1}{\text{RSB}^2} \right)^2 - 1 \right)} \quad (1.14)$$

où σ_{CRLB} est la variance minimale sur l'estimation du déplacement, B est la largeur de bande fractionnaire, f_0 la fréquence centrale, RSB le rapport signal sur bruit, T la longueur de la fenêtre d'observation et ρ le coefficient de corrélation.

On note que plus la largeur de bande, la fréquence centrale du transducteur et la longueur de la fenêtre d'observation sont grandes, meilleure est l'estimation sur le

²La fréquence d'échantillonnage du signal RF dans le HDI1000 est de 32 MHz .

déplacement car la variance est minimale. Un coefficient de corrélation de même qu'un rapport signal sur bruit élevés ont aussi tendance à réduire la variance sur le déplacement estimé. Il n'est toutefois pas aisé de minimiser cette variance en agissant séparément sur ces paramètres car ils ne sont pas totalement indépendants. Le choix, par exemple, d'une grande fenêtre d'observation (T) réduit la variance sur le déplacement estimé d'après la relation 1.14. Mais cela a aussi pour effet d'augmenter la décorrélation et de réduire la résolution spatiale de la technique car on n'a pas accès au déplacement dans une région très localisée. Il y a donc un compromis à faire entre la résolution spatiale de la technique et la variance sur le déplacement.

Un second exemple serait le choix d'une fréquence centrale du transducteur (f_0) élevée. Un tel choix réduit la variance sur le déplacement; or, l'atténuation des signaux ultrasonores augmente avec la fréquence centrale et introduit, par un mécanisme complexe qui fera l'objet du chapitre 2, une dégradation du signal RF. Ici aussi, un compromis doit être trouvé entre la fréquence centrale du transducteur et la variance sur le déplacement estimé.

Le rapport signal sur bruit (RSB) qui apparaît dans l'équation 1.14, appelé également rapport signal sur bruit sonographique (RSB_s), ne prend en compte que l'effet des bruits électronique et de quantification.

La combinaison des relations 1.13 et 1.14 conduit au filtre de déformation. En effet, la technique d'intercorrélation décrite précédemment ne permet pas de mesurer des déplacements inférieurs à la limite fixée par l'équation 1.14. Elle ne permet pas non plus la mesure de déplacements trop importants du fait de la décorrélation prédite par l'équation 1.13. Limité dans les faibles déformations par les bruits électronique et de quantification et dans les grandes déformations par la décorrélation, le filtre de déformation prend l'allure d'un filtre passe-bande dans le domaine des déformations tel qu'illustré à la figure 1.6. La largeur du filtre indique la plage dynamique du système et la hauteur indique sa sensibilité.

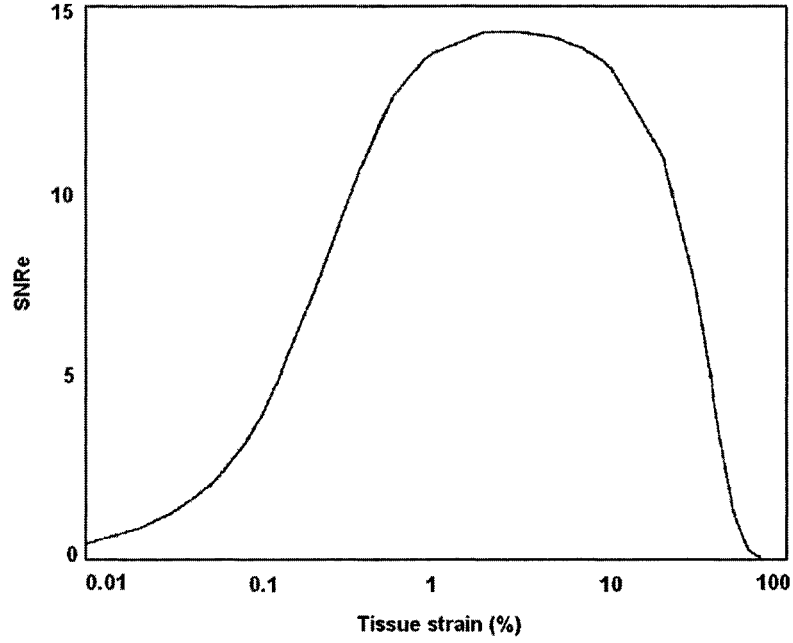


Figure 1.6 Filtre de déformation. (D'après Varghese et Ophir (1997c)).

Le RSBe est défini comme suit :

$$\text{RSBe} = \frac{m_s}{\sigma_s} \quad (1.15)$$

où m_s et σ_s sont respectivement la moyenne et l'écart-type de la déformation estimée. Lorsque la valeur moyenne (m_s) et l'écart-type (σ_s) dans 1.15 sont remplacés respectivement par la déformation idéale et la limite inférieure de la variance (σ_{CRLB}), on obtient une fonction qui correspond à la limite supérieure du rapport signal sur bruit élastographique. Cette fonction s'écrit :

$$\text{RSB}_e^{UB} = \frac{s_t}{\sigma_{\text{ZZLB}}} \quad (1.16)$$

où s_t est la déformation du tissu et σ_{ZZLB} , la limite inférieure de Ziv-Zakai sur la variance.

Ainsi, le filtre de déformation prend en compte les sources majeures de bruits

(bruits électronique, de quantification et décorrélation) dans l'estimation de la déformation. D'autres sources d'erreurs, comme l'atténuation fréquentielle, ont été incorporées dans le filtre de déformation par Varghese et Ophir (1997*b*).

Des techniques ont été proposées pour réduire la décorrélation due à la déformation du tissu, Varghese et Ophir (1997*a*) ont proposé l'étirement temporel (*temporal stretching*) afin de remédier à la décorrélation. En effet, le signal RF se trouve raccourci lors de la compression et ceci du fait de la diminution de l'espace entre les diffuseurs. L'étirement temporel du signal post-compression permet d'augmenter la similitude entre les signaux pré- et post-compression et, par là même, d'accroître le coefficient de corrélation. Une autre technique proposée par Varghese et Ophir (1996) consiste à limiter la décorrélation en appliquant une série de déformations de faible intensité et en étirant ensuite temporellement le signal post-compression (*multicompression with temporal stretching*).

CHAPITRE 2

ANALYSE DE LA FORMATION DES SIGNAUX DE L'ÉCHOGRAPHIE HDI1000

Le théorème de Shannon sur l'échantillonnage des signaux établit qu'une condition suffisante pour qu'un signal analogique puisse être reconstruit à partir de ses échantillons numérisés est que la cadence d'échantillonnage soit au moins égale au double de la fréquence maximale (f_m) contenue dans le signal original. Toutefois, pour les signaux de type passe-bande, comme dans le cas des signaux RF produits par les transducteurs ultrasonores, il est possible d'utiliser une cadence d'échantillonnage beaucoup plus faible que $2 \times f_m$, et cela, en conservant la capacité de re-synthétiser le signal original. C'est précisément ce que fait le système d'échographie HDI1000 utilisé dans notre laboratoire d'imagerie.

La méthode consiste à faire une démodulation en phase et quadrature du signal RF. Lorsque la fréquence de démodulation est convenablement choisie, les signaux en phase et quadrature (IQ) obtenus sont de type passe-bas et leur contenu fréquentiel est limité à la demi-largeur de bande du signal RF. Il est alors possible de les échantillonner à une cadence égale à la **largeur de bande** du signal RF. Pour les signaux RF à largeur de bande étroite, ce type de démodulation réduit considérablement la fréquence d'échantillonnage requise pour satisfaire le théorème de Shannon. Prenons l'exemple d'un signal RF centré à 8 MHz avec une largeur de bande de 3 MHz, une cadence d'échantillonnage de 3 MHz serait suffisante pour chacun des signaux I et Q ¹, alors qu'il aurait fallu près de 20 MHz pour le signal RF original.

¹ Soit une cadence d'échantillonnage de 6 MHz en tout.

Nous présentons, dans ce chapitre, la démodulation IQ, les principales propriétés des signaux IQ ainsi que la modulation phase/quadrature qui permet de revenir au signal RF à partir des signaux IQ. Nous montrons ensuite, à l'aide d'un modèle de formation des signaux IQ et RF dans le HDI1000, comment les paramètres de démodulation et de reconstruction agissent sur la qualité des signaux. On montre, en particulier, que dans ce système, la démodulation IQ à une fréquence constante introduit une dégradation du signal RF reconstruit lorsque le milieu de propagation est fortement atténuant. Une méthode de reconstruction par démodulation adaptative sera proposée.

2.1 Transformée de Hilbert et signaux en phase et quadrature

Soit $x(t)$ un signal réel physiquement réalisable, sa transformée de Hilbert $\hat{x}(t)$ est donnée par la relation (Haykin, 2001)² :

$$\hat{x}(t) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x(\tau)}{t - \tau} d\tau \quad (2.1)$$

On voit que $\hat{x}(t)$ est le résultat du produit de convolution entre $x(t)$ et la fonction $1/\pi t$. La transformée de Fourier de $1/\pi t$ est :

$$\mathcal{F}\left(\frac{1}{\pi t}\right) = -j\text{sgn}(\omega) = e^{-j\frac{\pi}{2}\text{sgn}(\omega)} \quad (2.2)$$

²La transformée de Hilbert est parfois définie autrement; on trouve notamment dans Bracewell (1965) la définition suivante : $\hat{x}(t) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x(\tau)}{\tau - t} d\tau$.

où sgn est la fonction signe définie par :

$$\text{sgn}(\omega) = \begin{cases} 1 & \text{si } \omega > 0 \\ 0 & \text{si } \omega = 0 \\ -1 & \text{si } \omega < 0 \end{cases} \quad (2.3)$$

Ces équations montrent que $\hat{x}(t)$ est obtenu en filtrant $x(t)$ par un système dont la réponse impulsionnelle est $1/\pi t$. Cette opération correspond à déphaser les composantes fréquentielles de $x(t)$ de $\pi/2$ pour les fréquences négatives et $-\pi/2$ pour les fréquences positives. D'où l'expression de *filtre en quadrature* utilisée pour décrire la transformée de Hilbert.

L'expression fréquentielle de la transformée de Hilbert de $x(t)$ est donc :

$$\hat{X}(\omega) = -j \text{sgn}(\omega) X(\omega) \quad (2.4)$$

où $X(\omega)$ est la transformée de Fourier de $x(t)$.

2.1.1 Signal analytique

Le signal analytique d'une fonction réelle $x(t)$ est le signal complexe $x_a(t)$ dont la partie réelle est $x(t)$ et la partie imaginaire la transformée de Hilbert de $x(t)$, $\hat{x}(t)$.

$$x_a(t) = x(t) + j \hat{x}(t) \quad (2.5)$$

Une propriété remarquable du signal analytique d'une fonction réelle est qu'il ne contient pas de composantes spectrales aux fréquences négatives (voir Annexe I); son spectre d'amplitude $X_a(\omega)$, dans le cas d'un signal passe-bande centré à la fréquence ω_0 , est représenté à la figure 2.1. On notera que le spectre du signal

analytique a une amplitude qui est le double de celle du signal réel de départ.

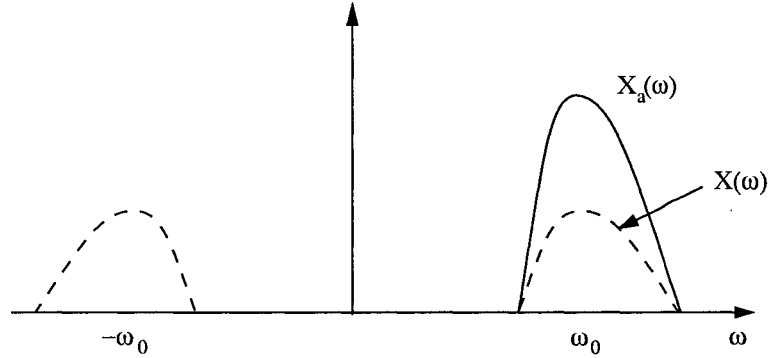


Figure 2.1 Spectre d'amplitude $X(\omega)$ du signal réel de départ $x(t)$ (en pointillés) et spectre d'amplitude $X_a(\omega)$ du signal analytique $x_a(t)$ correspondant (en trait plein).

2.1.2 Enveloppe complexe

On appelle enveloppe complexe, le signal complexe obtenu en modulant le signal analytique $x_a(t)$ par une porteuse complexe $e^{-j\omega_0 t}$:

$$e_x(t) = e^{-j\omega_0 t} x_a(t) \quad (2.6)$$

où $x_a(t)$ est le signal analytique associé à $x(t)$ et ω_0 la fréquence de la porteuse.

Dans le domaine fréquentiel, cette modulation complexe effectue un décalage du spectre du signal analytique vers la gauche, de telle façon que sa fréquence centrale ω_0 se retrouve à l'origine.

$$E_x(\omega) = X_a(\omega + \omega_0) \quad (2.7)$$

Le spectre d'amplitude de ce signal complexe est représenté à la figure 2.2. On peut naturellement retrouver le signal analytique en remodulant³ l'enveloppe complexe

³Les termes anglais pour désigner les opérations de démodulation et de modulation dans les relations 2.6 et 2.8 sont respectivement *downmixing* et *upmixing*.

avec une porteuse $e^{j\omega_0 t}$, ce qui donne :

$$x_a(t) = e^{j\omega_0 t} e_x(t) = e^{j\omega_0 t} (e^{-j\omega_0 t} x_a(t)) = x_a(t) \quad (2.8)$$

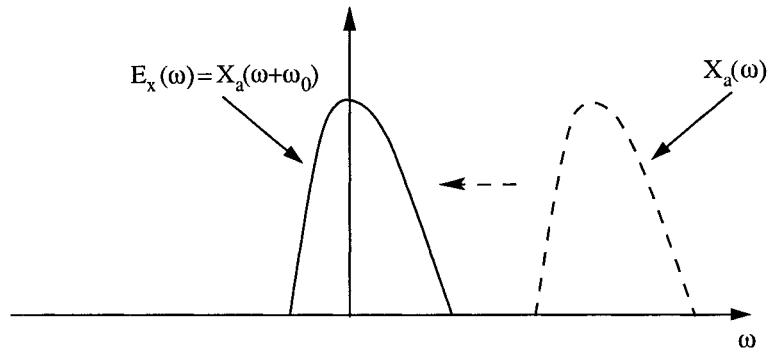


Figure 2.2 Spectres d'amplitude du signal analytique $x_a(t)$ et de l'enveloppe complexe $e_x(t)$ du signal réel $x(t)$. Contrairement aux spectres d'amplitude des signaux réels, le spectre d'amplitude de l'enveloppe complexe n'est pas nécessairement symétrique autour de l'origine.

2.1.3 Signaux en phase et quadrature

Une autre manière d'exprimer l'enveloppe complexe consiste à introduire les signaux réels $I(t)$ et $Q(t)$, en écrivant :

$$e_x(t) = I(t) + j Q(t) \quad (2.9)$$

$I(t)$ et $Q(t)$ sont appelés respectivement signaux en phase et quadrature du signal réel $x(t)$ ou composantes de Rice. En partant de la définition 2.9 de l'enveloppe complexe, on a :

$$\begin{aligned} I(t) &= \Re[e_x(t)] \\ &= \Re[e^{-j\omega_0 t} (x_a(t))] \\ &= \Re[e^{-j\omega_0 t} (x(t) + j\hat{x}(t))] \end{aligned}$$

$$= x(t) \cos(\omega_0 t) + \hat{x}(t) \sin(\omega_0 t) \quad (2.10)$$

$$\begin{aligned} Q(t) &= \Im[e_x(t)] \\ &= \Im[e^{-j\omega_0 t}(x_a(t))] \\ &= \Im[e^{-j\omega_0 t}(x(t) + j\hat{x}(t))] \\ &= -x(t) \sin(\omega_0 t) + \hat{x}(t) \cos(\omega_0 t) \end{aligned} \quad (2.11)$$

où $\Re$ et $\Im$ indiquent les parties réelle et imaginaire.

Le calcul des composantes de Rice 2.10 et 2.11 est schématisé à la figure 2.3.

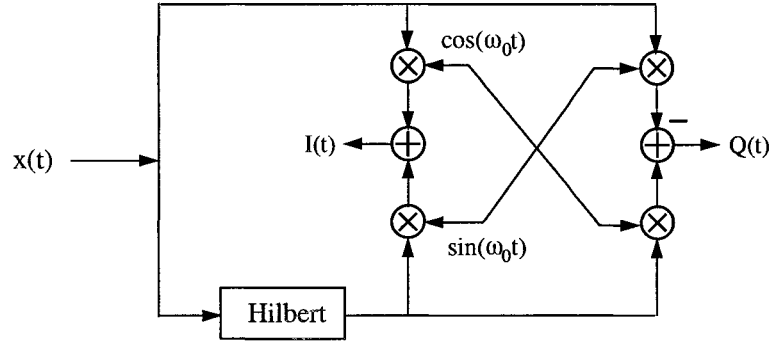


Figure 2.3 Calcul des composantes en phase et quadrature du signal réel $x(t)$.

La reconstruction du signal de départ $x(t)$ consiste à remoduler les composantes I et Q par deux porteuses en quadrature (cosinus et sinus). On peut reconstruire $x(t)$ à partir de ses composantes en phase et quadrature en remodulant l'enveloppe complexe $I + jQ$ par une porteuse complexe $e^{j\omega_0 t}$:

$$\begin{aligned} x(t) &= \Re[x_a(t)] \\ &= \Re[e_x(t)e^{j\omega_0 t}] \\ &= \Re[(I(t) + jQ(t))e^{j\omega_0 t}] \\ &= I(t) \cos(\omega_0 t) - Q(t) \sin(\omega_0 t) \end{aligned} \quad (2.12)$$

Cette modulation est illustrée à la figure 2.4.

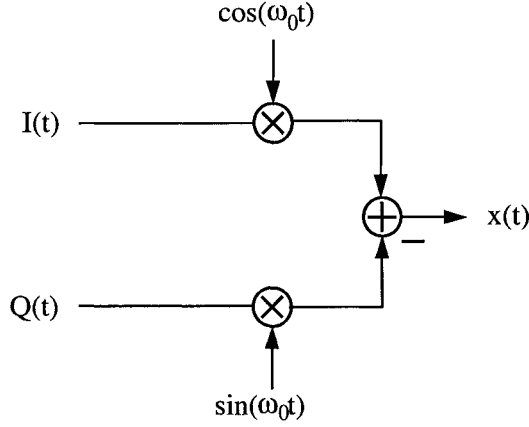


Figure 2.4 Calcul du signal réel à partir de ses composantes en phase et quadrature.

Une façon équivalente d'exprimer le signal RF consiste à l'écrire sous la forme d'une porteuse de fréquence ω_0 modulée en amplitude et en phase.

$$x(t) = a(t) \cdot \cos(\omega_0 t + \phi(t)) \quad (2.13)$$

où $a(t)$ est la modulation d'amplitude, $\phi(t)$ la modulation de phase et ω_0 la fréquence de la porteuse. En utilisant la relation de trigonométrie qui définit le cosinus d'une somme, on retrouve la relation 2.12 :

$$\begin{aligned}
 x(t) &= \underbrace{a(t) \cos \phi(t)}_{I(t)} \cos(\omega_0 t) - \underbrace{a(t) \sin \phi(t)}_{Q(t)} \sin(\omega_0 t) \\
 &= I(t) \cos(\omega_0 t) - Q(t) \sin(\omega_0 t)
 \end{aligned}$$

L'enveloppe $a(t)$ et la phase $\phi(t)$ s'écrivent alors :

$$a(t) = [I(t)^2 + Q(t)^2]^{1/2} \quad (2.14)$$

$$\phi(t) = \arctan \frac{Q(t)}{I(t)} \quad (2.15)$$

On accède donc directement à l'enveloppe et à la phase du signal RF à partir des relations 2.14 et 2.15. Ces deux grandeurs sont couramment utilisées en ultrasonographie; en effet, l'enveloppe permet l'affichage de l'image mode B en échographie, et le déphasage entre les signaux intervient dans la détermination de la vitesse de propagation de structures diffusantes, telles que les globules rouges dans le sang, en imagerie Doppler.

Le système ATL HDI1000 utilise une méthode ingénieuse pour extraire numériquement les composantes I et Q à partir du signal réel produit par le transducteur. Toutefois, comme nous le verrons plus loin, cette méthode impose certaines limites qui, si elles ne sont pas bien comprises, peuvent conduire à de graves erreurs.

2.2 Acquisition des signaux IQ dans le HDI1000

Dans le HDI1000, le signal RF est échantillonné à une cadence qui est **quatre fois la fréquence centrale** du spectre du signal RF réfléchi par les régions du tissu près du transducteur. Ainsi, pour la barrette linéaire L11-5 de fréquence centrale $f_c = 8$ MHz, le signal RF est échantillonné à 32 MHz, ce qui correspond à évaluer la relation 2.12 aux temps t tel que $\omega_0 t = 0, \frac{2\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}, \frac{4\pi}{2}, \dots, \frac{n\pi}{2}$, c'est-à-dire aux multiples de phase $\pi/2$. On obtient alors les échantillons IQ du tableau 2.1.

Tableau 2.1 Acquisition des échantillons IQ dans le HDI1000. Notez l'alternance des signes dans la suite des échantillons $i, i + 1, i + 2, \dots$

			*					
x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	$\dots$
↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	
I_i	$\bar{Q}_i$	$\bar{I}_{i+1}$	Q_{i+1}	I_{i+2}	$\bar{Q}_{i+2}$	$\bar{I}_{i+3}$	Q_{i+3}	$\dots$

où $\bar{I}_i$ et $\bar{Q}_i$ désignent respectivement les échantillons de signes opposés de I et Q ⁴. Le tableau 2.1 montre que cet échantillonnage produit des échantillons I qui ne sont pas synchrones aux échantillons Q , ce qui implique que la mesure de la phase $\phi_i(t) = \arctan \frac{Q_i(t)}{I_i(t)}$ dans la relation 2.15 serait erronée. Pour éviter cela, le système HDI1000 voit à rétablir la synchronisation en utilisant une méthode d'interpolation qui n'est autre qu'un filtrage linéaire des échantillons. L'expression des filtres pour les échantillons IQ correspondant aux temps indiqués par le signe * dans le tableau 2.1 est donnée par les équations aux différences suivantes :

$$\begin{aligned} I^* &= \frac{I_{i+2} - \bar{I}_{i+1}}{2} \\ &= \frac{I_{i+2} + I_{i+1}}{2} \\ Q^* &= \frac{Q_{i+2} + 2Q_{i+1} + Q_i}{4} \end{aligned} \quad (2.16)$$

Les fonctions de transfert $FT(I)$ et $FT(Q)$ correspondantes se trouvent aisément par l'application de la transformée en z . Le calcul de $FT(I)$ et $FT(Q)$ est détaillé à l'annexe II, on obtient finalement :

$$|FT(I)| = \left| \cos \frac{j\omega t}{2} \right| \quad (2.17)$$

$$|FT(Q)| = \left| \frac{1}{2} [1 + \cos(j\omega t)] \right| \quad (2.18)$$

Les fonctions de transfert de ces filtres, dans le cas du transducteur de fréquence centrale 8 MHz, sont représentés à la figure 2.5. Il s'agit effectivement de filtres passe-bas, celui des échantillons Q étant à largeur de bande plus étroite que celui des échantillons I . Nous verrons plus loin que cette différence spectrale de même que le comportement passe-bas de ces filtres peuvent introduire d'importantes erreurs lors de la reconstruction du signal RF à partir des échantillons IQ.

⁴L'alternance des signes $I_i, \bar{I}_{i+1}, I_{i+2}, \dots$ provient du fait que la porteuse $\cos(\omega_0 t)$ est échantillonnée au temps t tel que $\omega_0 t = 0, \pi, 2\pi, \dots$ dans l'équation 2.12; il en est de même pour les échantillons Q_i à $\omega_0 t = \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}, \frac{5\pi}{2}, \dots$

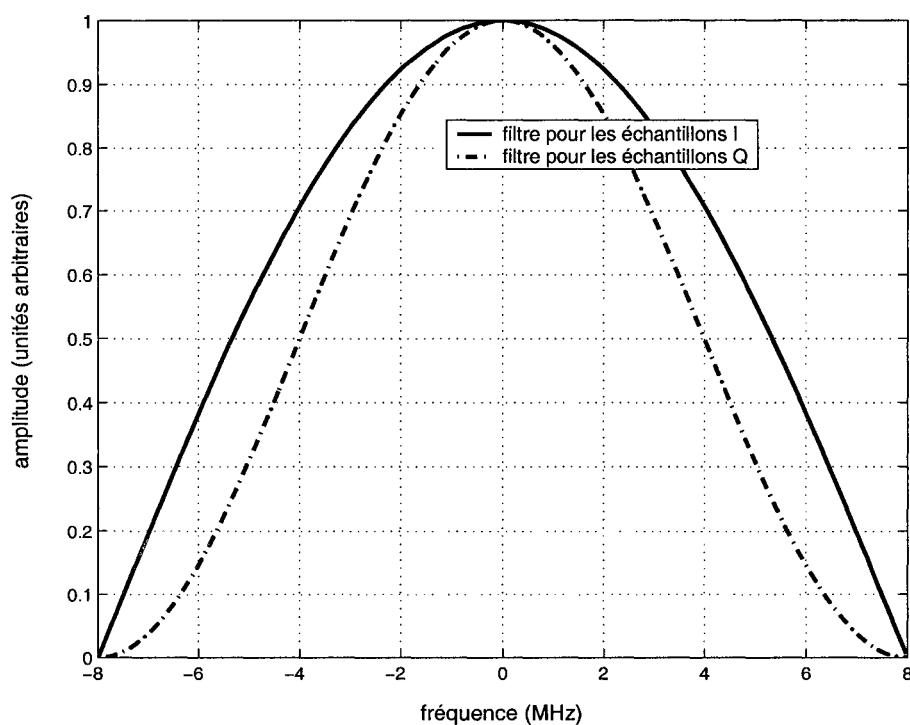


Figure 2.5 Spectre d'amplitude des filtres pour les échantillons I et Q. Selon le tableau 2.1, un signal échantillonné à 32 MHz est associé à des signaux IQ échantillonnés à 16 MHz.

2.2.1 Reconstruction du signal RF dans le HDI1000

La méthode *upconvert*⁵ (Daigle, 2002) implémentée dans le HDI1000 sert à régénérer le signal RF échantillonné à quatre fois la fréquence centrale du transducteur. Elle consiste à interpoler les échantillons I^*Q^* à l'aide d'un sinus cardinal tronqué puis à remoduler le résultat obtenu par la porteuse en phase et quadrature, c'est-à-dire, simplement inverser les signes à toutes les deux paires d'échantillons IQ tel qu'illustré à l'équation 2.16 et au tableau 2.1. Ces opérations sont réalisées par les filtres décrits par les relations de l'équation 2.19. Le principal intérêt de ce filtre du type récursif est son faible coût en calcul.

$$\begin{aligned}
 RF_0 &= Q_0^* \\
 RF_1 &= -0.117 I_{-1}^* + 0.9 I_0^* + 0.3 I_1^* - 0.083 I_2^* \\
 RF_2 &= 0.137(Q_{-1}^* + Q_2^*) - 0.637(Q_0^* + Q_1^*) \\
 RF_3 &= 0.083 I_{-1}^* - 0.3 I_0^* - 0.9 I_1^* + 0.117 I_2^*
 \end{aligned} \tag{2.19}$$

Les spectres d'amplitude de deux signaux RF reconstruits par cette méthode, à partir de données expérimentales IQ du HDI1000, sont représentés à la figure 2.6. On note que le spectre du signal RF du fantôme homogène (figure 2.6a) est centré autour de 6.5 MHz et présente un petit rebond spectral dans la région {10-12} MHz. Dans le cas du sonogramme de sein (figure 2.6b), le rebond spectral dans la même région est beaucoup plus important : le spectre est littéralement bimodal. Compte tenu que la bande passante du transducteur utilisé est censée s'étendre de 5 à 11 MHz, ces observations indiqueraient que des distorsions spectrales majeures sont introduites dans la chaîne de production, d'acquisition, de traitement et de reconstruction du signal RF. De telles distorsions fréquentielles entraîneraient

⁵La fonction *upconvert* a été développée pour des applications de recherche utilisant les signaux RF du HDI1000. Pour les applications cliniques, le HDI1000 n'utilise que ses signaux IQ.

d'importantes erreurs dans des techniques de caractérisation des tissus par ultrasons (mesures des coefficients de rétrodiffusion, atténuation, ...). Leurs conséquences en élastographie seront présentées aux chapitres 3 et 4.

Nous allons, dans la section suivante, étudier l'origine de cet artéfact fréquentiel, qui aurait pu provenir de non-linéarités dans le transducteur ou dans la chaîne d'acquisition et de traitement. Nous verrons, maintenant, qu'un modèle de formation du signal RF dans le HDI1000 fournit l'explication du phénomène.

2.3 Modèle de formation du signal RF dans le HDI1000

On se propose de modéliser le signal RF capté par la sonde L11-5 comme celui produit par un filtre Butterworth passe-bande du quatrième ordre. Ce filtre a été choisi pour avoir une réponse fréquentielle ayant des propriétés «proches» des spectres des signaux RF expérimentaux (figure 2.6a et 2.6b). En effet, comme nous le montre la figure 2.6a, nous observons que le spectre du signal RF expérimental est sensiblement plat dans la bande passante $\{5.5-7.5\}$ MHz, propriété dont dispose le filtre Butterworth. Par ailleurs, la décroissance du spectre du signal RF expérimental dans la partie passe-bas est d'environ 70 dB/décade ce qui justifie le choix de l'ordre 4 du filtre Butterworth dont l'atténuation est de 80 dB/décade.

La fréquence centrale effective ainsi que la largeur de bande fractionnaire du spectre d'un premier signal simulé ont été respectivement fixées à 6.5 MHz et 0.6 conformément au spectre du signal expérimental de la figure 2.6a. La fréquence centrale effective du signal correspondant à la figure 2.6b a été fixée à 4.5 MHz pour une même largeur de bande fractionnaire. Un facteur multiplicatif (mf) permet de suréchantillonner le signal RF simulé de manière à réduire les erreurs de modélisation liées aux phénomènes de repliement spectral. Le signal RF étant échantillonné à 4 fois la fréquence du transducteur dans le HDI1000, le signal RF simulé le sera

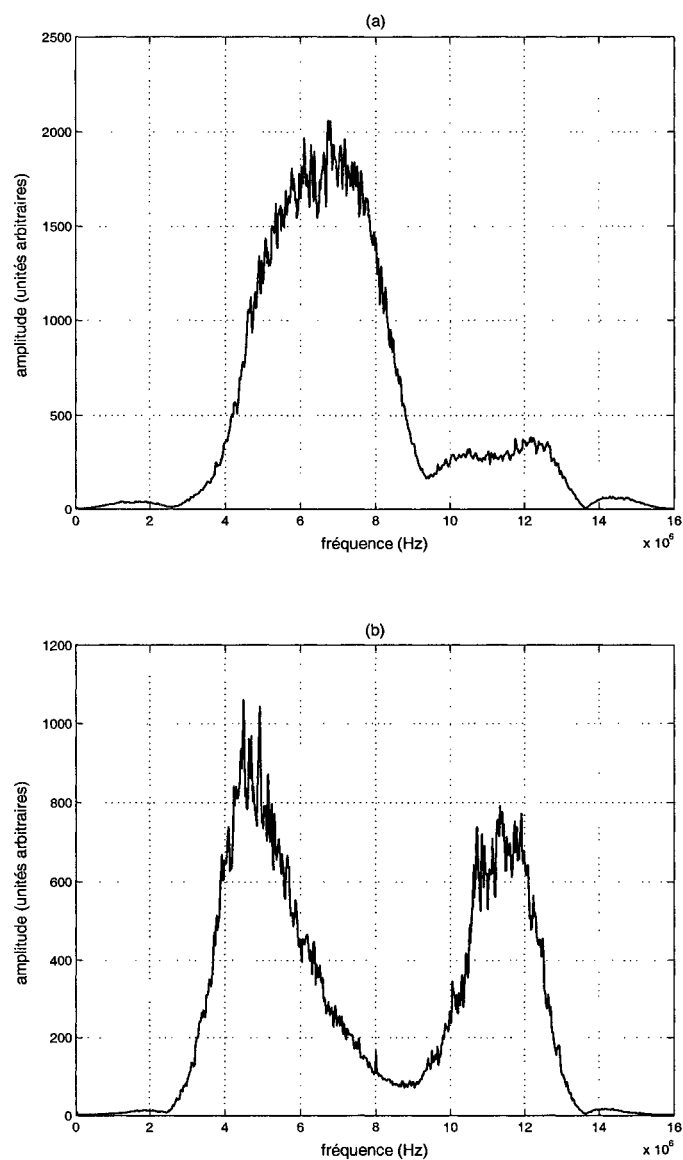


Figure 2.6 Spectres d'amplitude de deux signaux RF (sonde L11-5, fréquence centrale = 8 MHz) reconstruits à partir des composantes IQ. (a) Spectre d'amplitude du signal RF d'un fantôme homogène. (b) Spectre d'amplitude du signal RF d'un sonogramme de sein (fourni gracieusement par B. S. Garra, University of Vermont College of Medicine).

donc à une cadence de $4 \times mf \times f_{IQ} = 64$ MHz. Les paramètres de simulation utilisés ainsi que les différentes étapes de traitement sont résumés au tableau 2.2 et à la figure 2.7.

Tableau 2.2 Paramètres de simulation du signal RF.

TYPE DE FILTRE	Butterworth passe-bande
ORDRE DU FILTRE	4
FACTEUR MULTIPLICATIF	2
LARGEUR DE BANDE FRACTIONNAIRE	0.6
FRÉQUENCE CENTRALE NOMINALE	8 MHz
FRÉQUENCE CENTRALE EFFECTIVE	6.5 MHz, 4.5 MHz

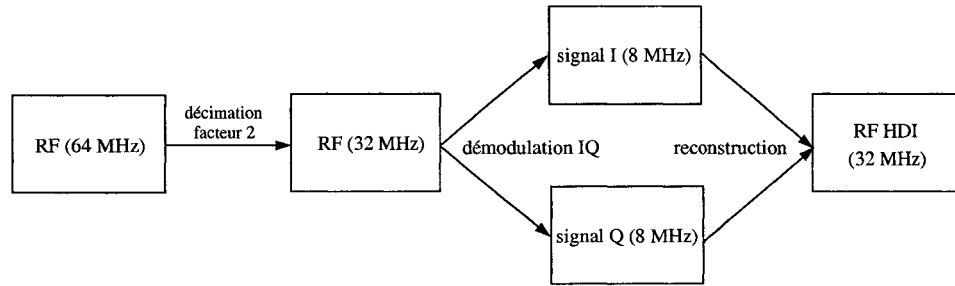


Figure 2.7 Simulation du signal RF du HDI1000 pour la sonde L11-5.

Le signal est ensuite décimé d'un coefficient égal au facteur multiplicatif afin de revenir à la fréquence d'échantillonnage «physique» de 32 MHz du HDI1000 pour ce type de transducteur. Le spectre d'amplitude d'un signal RF de fréquence centrale effective de 6.5 MHz est représenté à la figure 2.8a; dans ce cas-ci, le signal RF est la réponse du filtre Butterworth à une impulsion à laquelle on a ajouté trois sinus de fréquences respectives de 4.4, 5 et 5.3 MHz et d'amplitudes relatives 0.7, 1 et 1.5. Ces sinus ont la fonction de marqueurs spectraux et permettent de suivre les modifications des caractéristiques spectrales des signaux tout au long de la chaîne de traitement (extraction des signaux IQ puis reconstruction du signal RF).

Les échantillons I et Q du signal $I + jQ$ échantillonné à 8 MHz sont ensuite calculés à l'aide des filtres introduits à l'équation 2.16. Comme nous l'avons vu à la

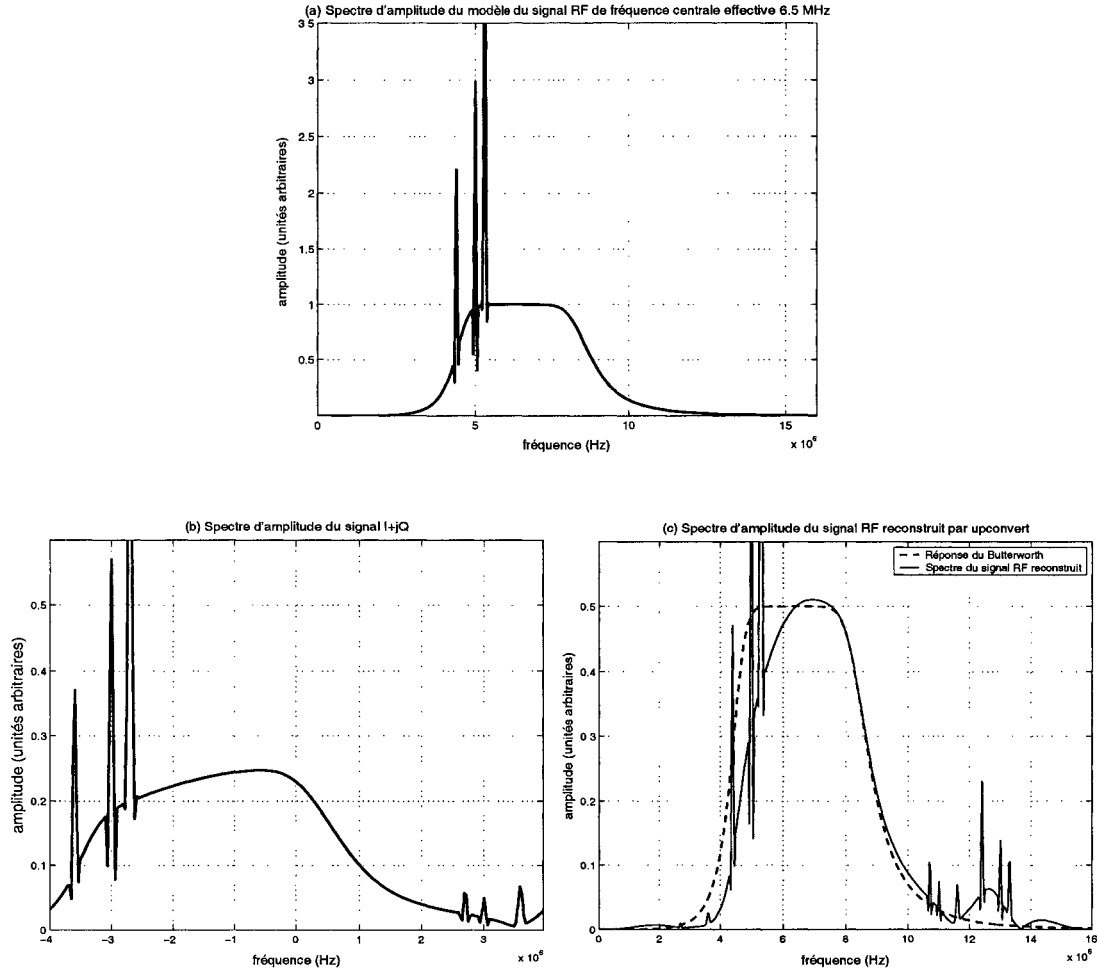


Figure 2.8 (a) Spectre d'amplitude du signal RF simulé; la fréquence centrale effective est de 6.5 MHz. Le signal RF contient aussi trois marqueurs spectraux aux fréquences respectives de 4.4, 5 et 5.3 MHz et d'amplitudes relatives 0.7, 1 et 1.5. (b) Spectre d'amplitude du signal $I + jQ$ correspondant. Le signal $I + jQ$ est celui que produirait le HDI1000 en traitant les échantillons RF (équation 2.16). (c) Spectre du signal RF reconstruit par *upconvert* à partir des échantillons IQ et de la réponse du filtre Butterworth.

figure 2.2, le spectre d'amplitude du signal complexe $I + jQ$ (figure 2.8b) devrait théoriquement être une version traduite (centrée à l'origine) du spectre du signal RF. Effectivement, les trois raies spectrales à 4.4, 5 et 5.3 MHz sont traduites de 8 MHz, soit à -3.6 , -3 et -2.7 MHz. On note cependant deux changements introduits par la démodulation IQ du HDI1000 :

- la réponse n'est plus plate dans la bande passante,
- les trois marqueurs spectraux réapparaissent dans la bande de fréquences $\{2.5-4\}$ MHz en ordre inversé, ce qui s'apparente à un effet de repliement spectral.

Les échantillons du signal RF sont finalement reconstruits à partir des composantes IQ par interpolation en utilisant les relations 2.19. Le spectre du signal RF reconstruit est représenté à la figure 2.8c; il est superposé à des fins de comparaison à la réponse du filtre Butterworth (signal RF de départ) et indique que le filtre de reconstruction semble aussi introduire des modifications spectrales; on note en particulier :

- un rétrécissement de la bande passante dans les basses fréquences,
- un faible rebond spectral dans la plage $\{0-2\}$ MHz, un second rebond plus important dans la plage $\{11.5-13.5\}$ MHz puis un autre dans la plage $\{13.5-15.5\}$ MHz. On note aussi l'apparition d'un autre triplet de marqueurs spectraux.

La figure 2.9 présente ces 3 spectres⁶ correspondant cette fois au signal RF de la figure 2.6b de fréquence centrale effective 4.5 MHz. En comparant le spectre du

⁶Les marqueurs fréquentiels ont été omis pour faciliter la comparaison au signal expérimental de la figure 2.6b.

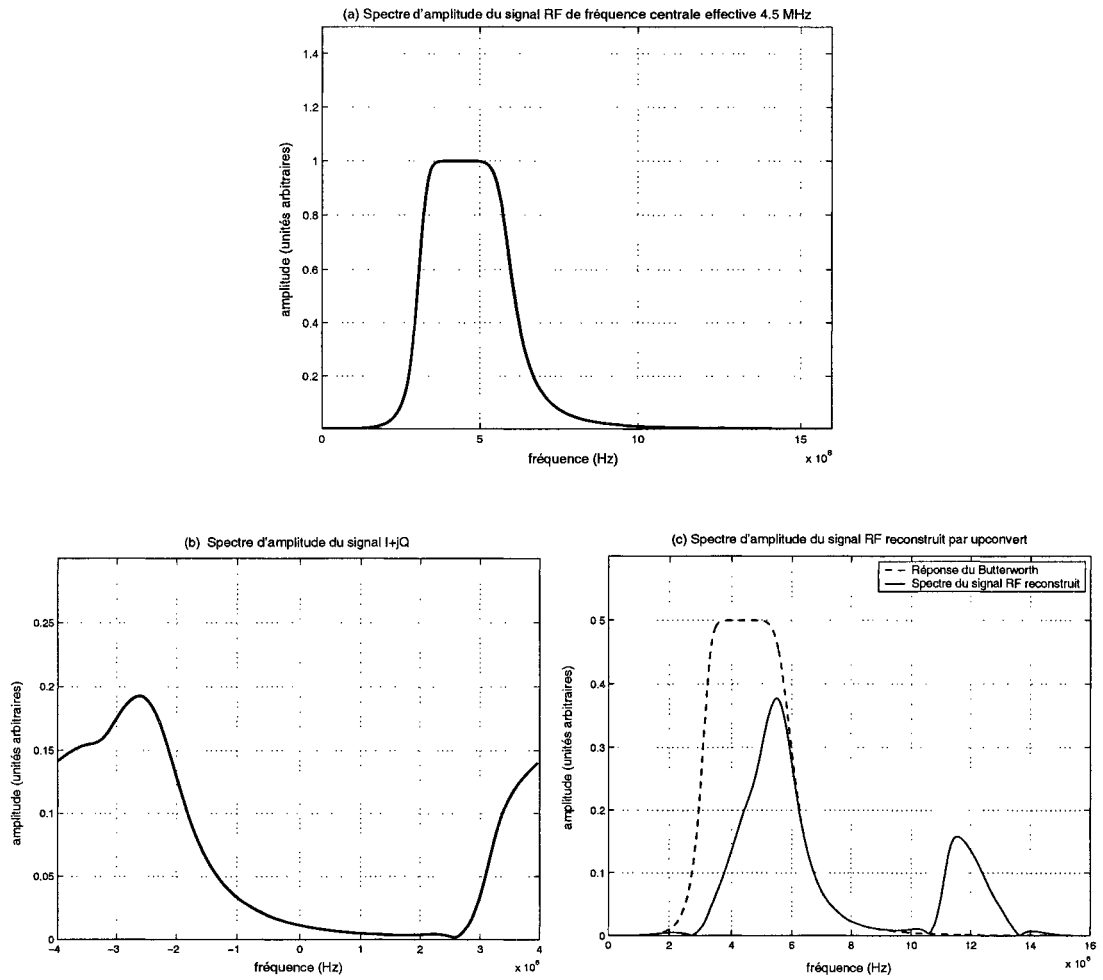


Figure 2.9 (a) Spectre d'amplitude du signal RF simulé; la fréquence centrale effective est de 4.5 MHz. (b) Spectre d'amplitude du signal $I + jQ$ correspondant. Le signal $I + jQ$ est celui que produirait le HDI1000 en traitant les échantillons RF (équation 2.16). (c) Spectre du signal RF reconstruit par *upconvert* à partir des échantillons IQ et de la réponse du filtre Butterworth.

signal RF reconstruit du modèle (figure 2.9c) avec celui du signal expérimental (figure 2.6b), on note la ressemblance entre les deux cas et, plus particulièrement, on remarque que notre modèle prédit correctement l'important rebondissement spectral observé expérimentalement dans la plage de fréquences $\{10.5-13.5\}$ MHz du signal RF.

La figure 2.9b montre aussi que le spectre de l'enveloppe complexe a subi d'importantes modifications par rapport au spectre du signal RF d'origine. Premièrement, la distorsion spectrale est encore plus importante que dans le cas où la fréquence centrale effective était de 6.5 MHz (figure 2.9b). Deuxièmement, on voit bien l'apparition d'un phénomène de repliement spectral. Ce phénomène accompagne le décalage vers la gauche plus important sur la figure 2.9b que sur la figure 2.8b : les composantes spectrales qui sortent à gauche réapparaissent à droite. Nous verrons plus loin que ceci est lié à la périodicité des spectres des signaux RF échantillonnés. En conclusion, le signal reconstruit semble altéré, dans un premier temps, lors de la démodulation IQ puis, ensuite, lors de la reconstruction du signal RF. Pour ce qui est de la reconstruction, le rebond spectral qui affecte le signal RF reconstruit dans la plage $\{10.5-13.5\}$ MHz est d'autant plus important que la fréquence centrale effective du signal RF est loin de la fréquence de démodulation IQ (fréquence nominale du transducteur). Nous présenterons des modèles qui aideront à mieux comprendre ces observations.

2.4 Analyse des distorsions observées

2.4.1 Distorsions associées à la démodulation IQ

Nous avons vu que la méthode de démodulation IQ du HDI1000 faisait appel à des filtres interpolateurs (équation 2.16) et que, par conséquent, la largeur de bande

des signaux IQ s'en trouvait réduite. Compte tenu du fait que le profil spectral des filtres (figure 2.5) n'est pas constant dans la bande passante, nous pouvons nous attendre à ce que la forme générale du spectre $I + jQ$ en soit affectée; c'est en effet à cause de cela qu'on n'y retrouve plus le profil «plat» caractéristique du modèle Butterworth (figure 2.8b). Cependant, l'explication pour l'apparition des composantes spectrales de l'enveloppe complexe dans la plage {2.5-4} MHz de la figure 2.8b est d'un autre ordre. La figure 2.5 montre en effet que les filtres IQ ne sont pas identiques ou, en d'autres termes, que le traitement effectué pour extraire le signal I n'est pas le même que celui pour le signal Q. Comme nous le verrons maintenant, c'est ce déséquilibre des filtres qui explique l'apparition des composantes spectrales inattendues.

Pour illustrer ceci, considérons un signal $x(t) = \cos(\omega_1 t)$. Sa transformée de Hilbert est $\hat{x}(t) = \sin(\omega_1 t)$; selon les équations 2.10 et 2.11, les signaux en phase et quadrature associés à $x(t)$ sont :

$$\begin{aligned} I(t) &= \cos(\omega_1 t) \cos(\omega_0 t) + \sin(\omega_1 t) \sin(\omega_0 t) \\ &= \cos(\omega_0 - \omega_1)t \end{aligned} \quad (2.20)$$

$$\begin{aligned} Q(t) &= -\cos(\omega_1 t) \sin(\omega_0 t) + \sin(\omega_1 t) \cos(\omega_0 t) \\ &= -\sin(\omega_0 - \omega_1)t \end{aligned} \quad (2.21)$$

Considérons maintenant le cas où le gain g_Q du filtre Q à la fréquence ω_1 diffère du gain $g_I = (1 + \Delta)g_Q$ du filtre I à cette même fréquence. L'enveloppe complexe $e_x(t)$ ainsi produite s'écrit :

$$\begin{aligned} e_x(t) &= (1 + \Delta)g_Q I(t) + jg_Q Q(t) \\ &= g_Q [I(t) + jQ(t)] + \Delta g_Q I(t) \end{aligned} \quad (2.22)$$

$$= g_Q e^{-j(\omega_0 - \omega_1)t} + \Delta g_Q \frac{e^{j(\omega_0 - \omega_1)t} + e^{-j(\omega_0 - \omega_1)t}}{2} \quad (2.23)$$

$$= \underbrace{\left(g_Q + \frac{\Delta g_Q}{2}\right)e^{-j(\omega_0 - \omega_1)t}}_{\text{(I)}} + \underbrace{\frac{\Delta g_Q}{2}e^{j(\omega_0 - \omega_1)t}}_{\text{(II)}} \quad (2.24)$$

Le terme Δg_Q dans l'équation 2.22 représente donc la quantité qui s'ajoute à l'enveloppe complexe et qui provient du déséquilibre entre les deux chaînes de traitement des signaux I et Q. Dans ce cas-ci, où il s'agit d'une différence de gain, c'est un terme proportionnel à $I(t)$ qui s'ajoute. En se référant à la relation 2.23, on en déduit que ce terme contiendra des raies spectrales à $\pm(\omega_0 - \omega_1)$ ⁷. Ainsi, pour les marqueurs de fréquence $2\pi\omega_1$ respectivement de 4.4, 5, et 5.3 MHz et une fréquence de démodulation $2\pi\omega_0$ de 8 MHz, les raies spectrales qui correspondent à la quantité désignée par (I) dans l'équation 2.24 sont à la position attendue suite au décalage spectral du signal RF, soit à la gauche du spectre aux fréquences -3.6 , -3 et -2.7 MHz; les raies désignées par (II) apparaissent à la droite du spectre aux fréquences 3.6 , 3 et 2.7 MHz. C'est précisément ce que l'on observe sur le spectre de l'enveloppe complexe à la figure 2.8b. Notons que l'amplitude de ces raies est proportionnelle au déséquilibre Δg_Q .

2.4.2 Distorsions associées au filtre d'interpolation

2.4.2.1 Modèle d'interpolation

Nous nous intéressons dans cette section à modéliser les opérations qui sous-tendent la régénération du signal RF à partir d'échantillons de signaux I et Q. Ces opérations sont illustrées à la figure 2.10.

La première opération consiste à rééchantillonner les signaux I et Q à la cadence

⁷La transformée de Fourier de $e^{j(\omega_0 - \omega_1)t}$ est $\delta[\omega - (\omega_0 - \omega_1)]$, où δ représente l'impulsion de Dirac.

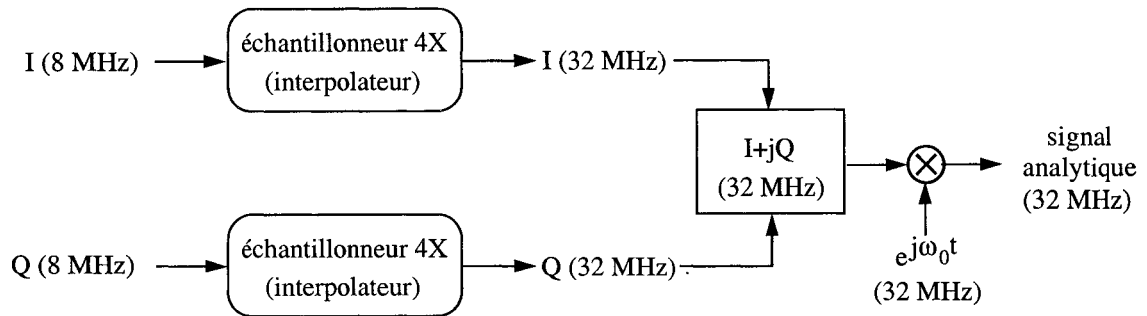


Figure 2.10 Modèle représentant les opérations sous-tendant la régénération d'un signal RF à partir d'échantillons IQ.

d'échantillonnage désirée pour le signal RF. Dans le cas du transducteur L11-5, les signaux IQ disponibles à 8 MHz sont rééchantillonnés pour produire des signaux IQ à 32 MHz par exemple. On effectue ensuite une modulation complexe avec une porteuse échantillonnée à la cadence désirée pour le signal RF. Ceci produit le signal analytique dont la partie réelle représente le signal RF.

Dans un cas idéal, le rééchantillonnage (ou interpolation) consiste d'abord à sommer les réponses impulsionnelles d'un filtre passe-bas idéal dont la fréquence de coupure est la moitié de la cadence d'échantillonnage des signaux à interpoler (soit 4 MHz dans cet exemple) et ensuite à échantillonner le résultat (à une cadence de 32 MHz dans cet exemple).

Nous présentons, à la figure 2.11, comment l'opération d'interpolation du signal est effectuée dans le domaine fréquentiel. Pour cela, nous avons représenté à la figure 2.11a le spectre de Fourier périodique du signal échantillonné; la période est égale à la cadence d'échantillonnage du signal, soit 8 MHz dans ce cas-ci. La figure 2.11b montre le spectre de Fourier de l'interpolateur; ici, il s'agit d'un créneau rectangulaire entre -4 et 4 MHz. Le produit des spectres des figures 2.11a et 2.11b est représenté à la figure 2.11c qui illustre le fait que l'opération de l'interpolateur idéal consiste à simplement isoler le spectre de base d'un signal (indiqué par le symbole $*$) en rejetant les spectres répétés.

La figure 2.12 montre ce qu'il advient de cette interpolation lorsque le spectre de

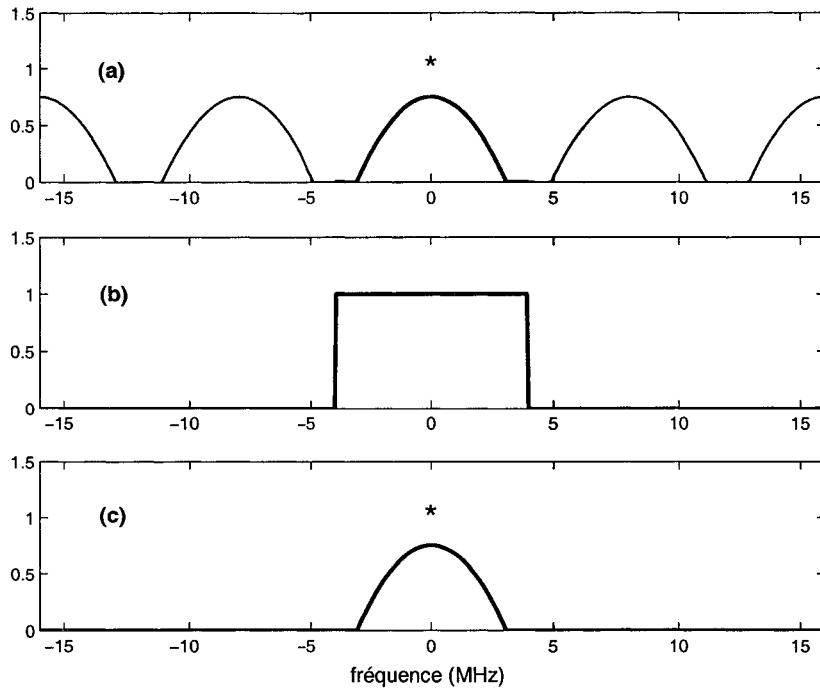


Figure 2.11 Interpolation idéale passe-bas appliquée à une enveloppe complexe échantillonnée et dont le spectre est centré à l'origine.

l'enveloppe complexe n'est pas centré à l'origine alors que celui de l'interpolateur le demeure. On note que le produit spectral représenté à la figure 2.12c contient maintenant une partie du spectre original (noté $*$) et une partie du premier spectre répété (noté $**$). La partie notée $**$ est introduite suite au décalage vers la gauche de tous les spectres du signal. Le résultat du produit spectral est maintenant un spectre affecté de distorsions, la partie gauche du spectre est tronquée et sa partie droite présente un rebond spectral dans la plage $\{2-4\}$ MHz. De plus, on voit que ce rebond spectral sera d'autant plus important que le décalage spectral sera grand. La figure 2.13 illustre un autre problème lié à l'interpolation des signaux IQ. Ce problème provient du fait qu'en pratique, la réponse impulsionnelle d'un interpolateur contient un nombre fini⁸ de termes et qu'ainsi, sa réponse fréquentielle s'étend

⁸La réponse de l'interpolateur idéal s'étend de $-\infty$ à $+\infty$ et sa mise en œuvre pour un signal périodique échantillonné requiert un nombre infini de termes.

au-delà de la fréquence de coupure contrairement à celle de l'interpolateur idéal qui devient nulle immédiatement en dehors de la bande passante. En conséquence, le signal interpolé semble avoir une largeur de bande plus grande que celle du signal original : dans la figure 2.13, le spectre s'étend de -5 à 5 MHz, alors qu'il était contenu entre -4 et 4 MHz sur la figure 2.12.

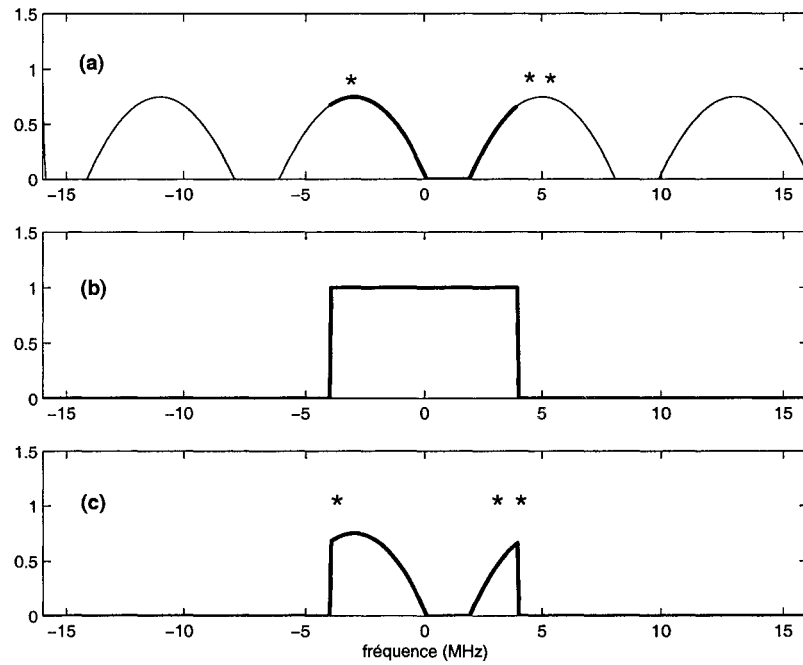


Figure 2.12 Interpolation idéale passe-bas appliquée à une enveloppe complexe échantillonnée et dont le spectre n'est pas centré à l'origine.

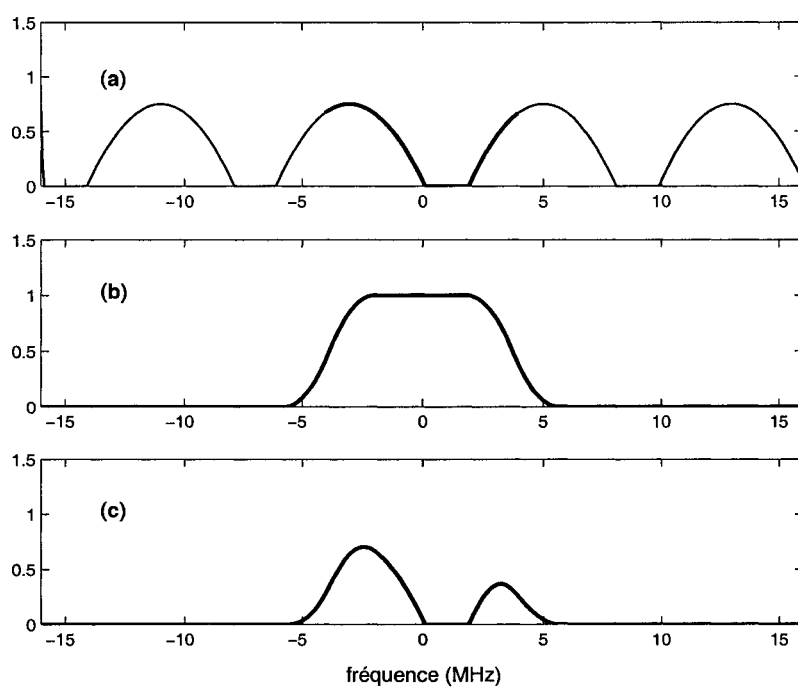


Figure 2.13 Interpolation passe-bas utilisant un interpolateur non idéal appliqué à une enveloppe complexe échantillonnée et dont le spectre n'est pas centré à l'origine. Le spectre de l'interpolateur non nul au-delà de la fréquence de coupure augmente artificiellement la largeur de bande du signal interpolé.

2.4.2.2 Application au modèle Butterworth

La figure 2.14 montre l'opération d'interpolation réalisée par la fonction *upconvert* (équations 2.19). Pour cela, on superpose la réponse fréquentielle d'un modèle du filtre d'interpolation⁹ au spectre périodique du signal $I + jQ$, pour le cas où la fréquence centrale effective est de 6.5 MHz (figure 2.14b). Le résultat de l'interpolation est obtenu en faisant le produit de ces spectres, il est représenté à la figure 2.14c.

On note, sur la figure 2.14b, trois caractéristiques de la réponse fréquentielle de l'interpolateur utilisé par la méthode *upconvert* :

- elle est non monotone dans la bande passante,
- sa pente d'atténuation dans la partie passe-bas n'est pas raide,
- elle est non nulle au-delà de la fréquence de coupure du filtre idéal (± 4 MHz) comme dans le cas de la figure 2.13.

Les conséquences de ces caractéristiques sont clairement visibles sur le spectre de la figure 2.14c, on l'on relève les points suivants :

- la réponse non monotone dans la bande passante du filtre d'interpolation modifie encore plus le profil spectral de l'enveloppe complexe dans la bande passante;
- la «lente» décroissance du gain au-delà de la fréquence de coupure fait que l'interpolateur ne rejette pas complètement les spectres répétés. Ceci provoque l'apparition d'un rebond important dans la plage {12-14} MHz du spectre du signal RF (figure 2.14d) ainsi qu'un faible rebond dans la plage {0-2} MHz;

⁹Le modèle du filtre d'interpolation est présenté à l'annexe III.1.

- les lobes secondaires dans le filtre d'interpolation introduisent aussi des rebonds spectraux respectivement à -6 et 6 MHz dans le spectre de la figure 2.14c ainsi qu'à 2 et 14 MHz dans la figure 2.14d.

Comme il a été discuté à la figure 2.13, un rebond spectral important apparaît lorsque le spectre de l'enveloppe complexe est fortement décalé. La figure 2.15 illustre ce phénomène pour le système Butterworth décalé à 4.5 MHz (fréquence centrale effective) : l'amplitude du rebond est supérieure à 30% de l'amplitude du spectre. Ce rebond apparaît dans la plage $\{2.5-5.5\}$ MHz du spectre de l'enveloppe complexe interpolée (figure 2.15c), soit $\{10.5-13.5\}$ MHz dans le spectre du signal RF.

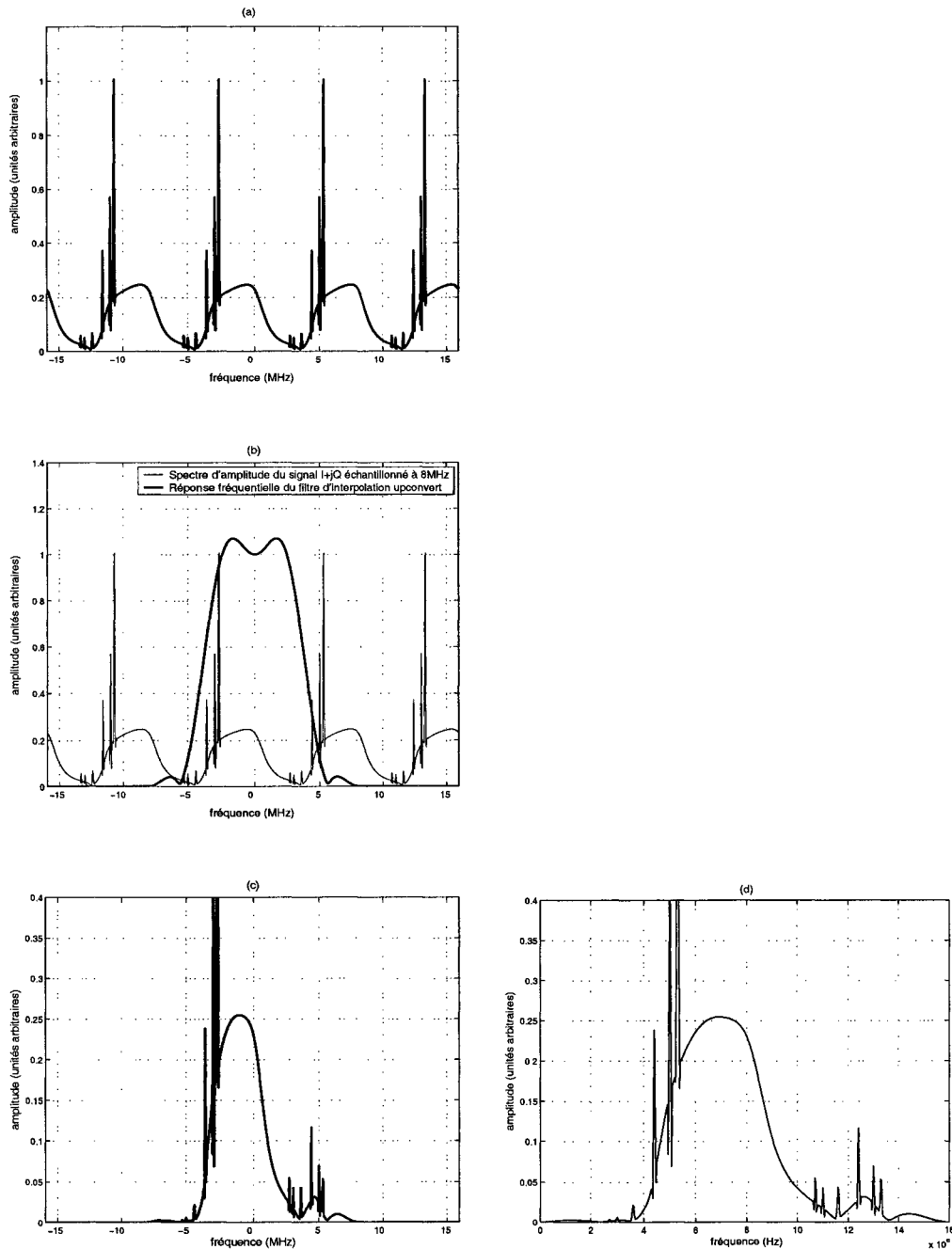


Figure 2.14 (a) Spectre d'amplitude du signal $I + jQ$ échantillonné à 8 MHz correspondant au signal RF de fréquence centrale effective 6.5 MHz. (b) Spectre d'amplitude du filtre d'interpolation *upconvert* et spectre d'amplitude du signal $I + jQ$ échantillonné. (c) Produit des spectres du signal $I + jQ$ échantillonné et du filtre d'interpolation *upconvert*. (d) Spectre du signal échantillonné, interpolé puis modulé par une porteuse complexe ($e^{j\omega_0 t}$). Ce spectre est pratiquement identique à celui de la figure 2.8c.

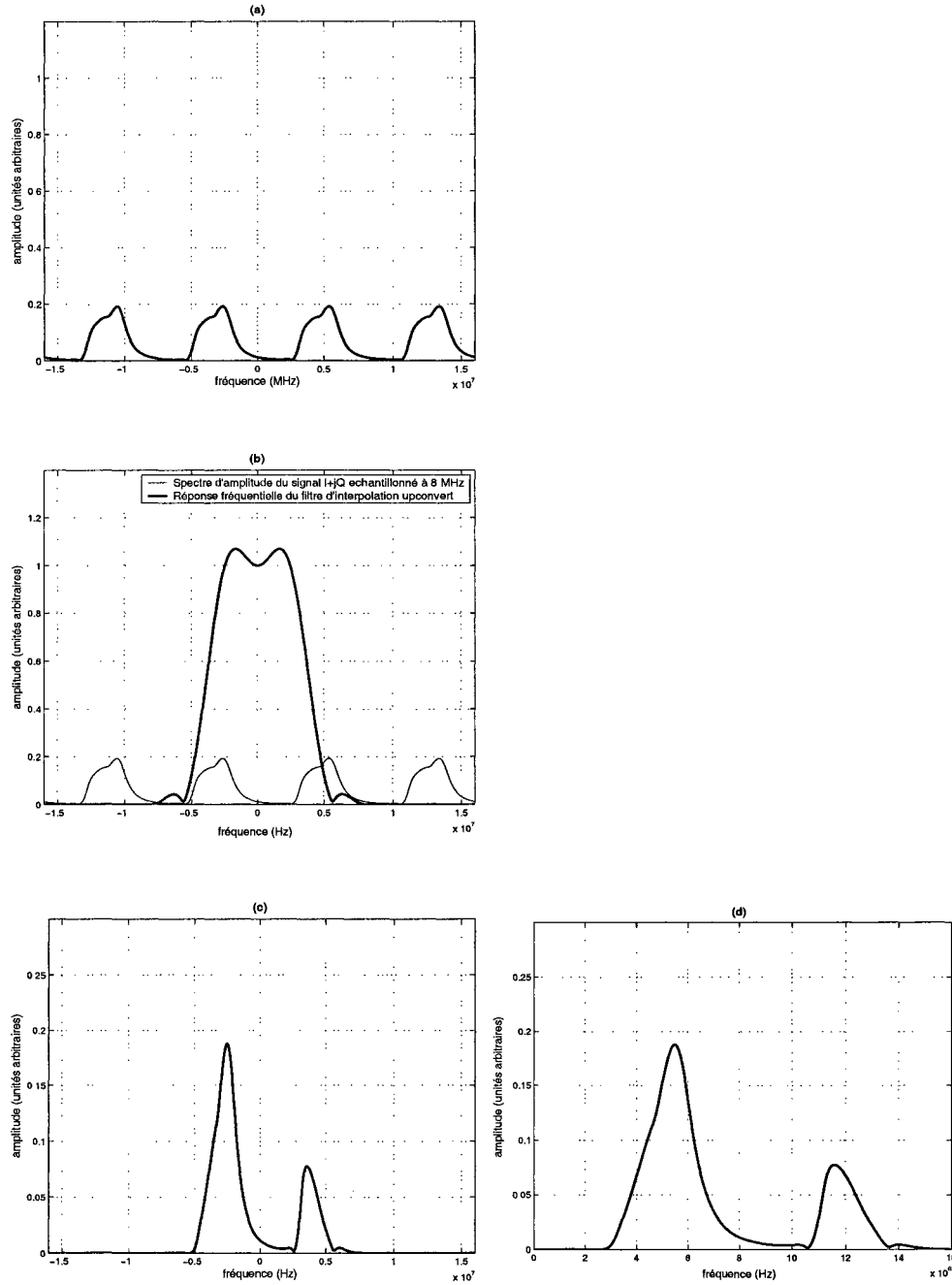


Figure 2.15 (a) Spectre d'amplitude du signal $I + jQ$ échantillonné à 8 MHz correspondant au signal RF de fréquence centrale effective 4.5 MHz. (b) Spectre d'amplitude du filtre d'interpolation *upconvert* et spectre d'amplitude du signal $I + jQ$ échantillonné. (c) Produit des spectres du signal $I + jQ$ échantillonné et du filtre d'interpolation *upconvert*. (d) Spectre du signal échantillonné, interpolé puis modulé par une porteuse complexe ($e^{j\omega_0 t}$). Ce spectre est identique à celui de la figure 2.9c.

2.4.2.3 Application aux signaux expérimentaux

Nous illustrons, dans cette partie, l'opération d'interpolation réalisée par la fonction *upconvert* dans le cas d'un signal RF provenant d'un fantôme homogène (figure 2.16) et d'un sonogramme de sein (figure 2.17).

Dans le cas du fantôme homogène, le spectre de l'enveloppe complexe est représenté à la figure 2.16a; on note que celui-ci n'est pas centré à l'origine mais plutôt décalé à -1.5 MHz. Tel qu'observé auparavant sur le modèle Butterworth, dans le cas du signal de fréquence centrale effective 6.5 MHz (figure 2.14d), l'opération d'interpolation représentée à la figure 2.16b provoque un rebond sur le spectre du signal interpolé (figure 2.16d). L'amplitude de ce rebond spectral représente environ 20 % de l'amplitude totale du spectre du signal RF reconstruit.

Dans le cas du signal provenant du sonogramme de sein, le décalage du spectre de l'enveloppe complexe représenté à la figure 2.17a est plus important, il est en effet centré à -3.5 MHz (figure 2.17a). Comme on l'a vu sur le modèle Butterworth, dans le cas du signal RF de fréquence centrale effective 4.5 MHz (figure 2.15d), le rebond spectral qui résulte du filtrage passe-bas de l'interpolateur (figure 2.17b) est très important. Son amplitude représente près de 50 % de celle du spectre du signal RF reconstruit de la figure 2.17d.

On note que les analyses effectuées sur les spectres des signaux RF, de fréquences centrales respectives 6.5 et 4.5 MHz du modèle Butterworth, concordent bien avec les observations effectuées sur les spectres du fantôme homogène et du sonogramme de sein.

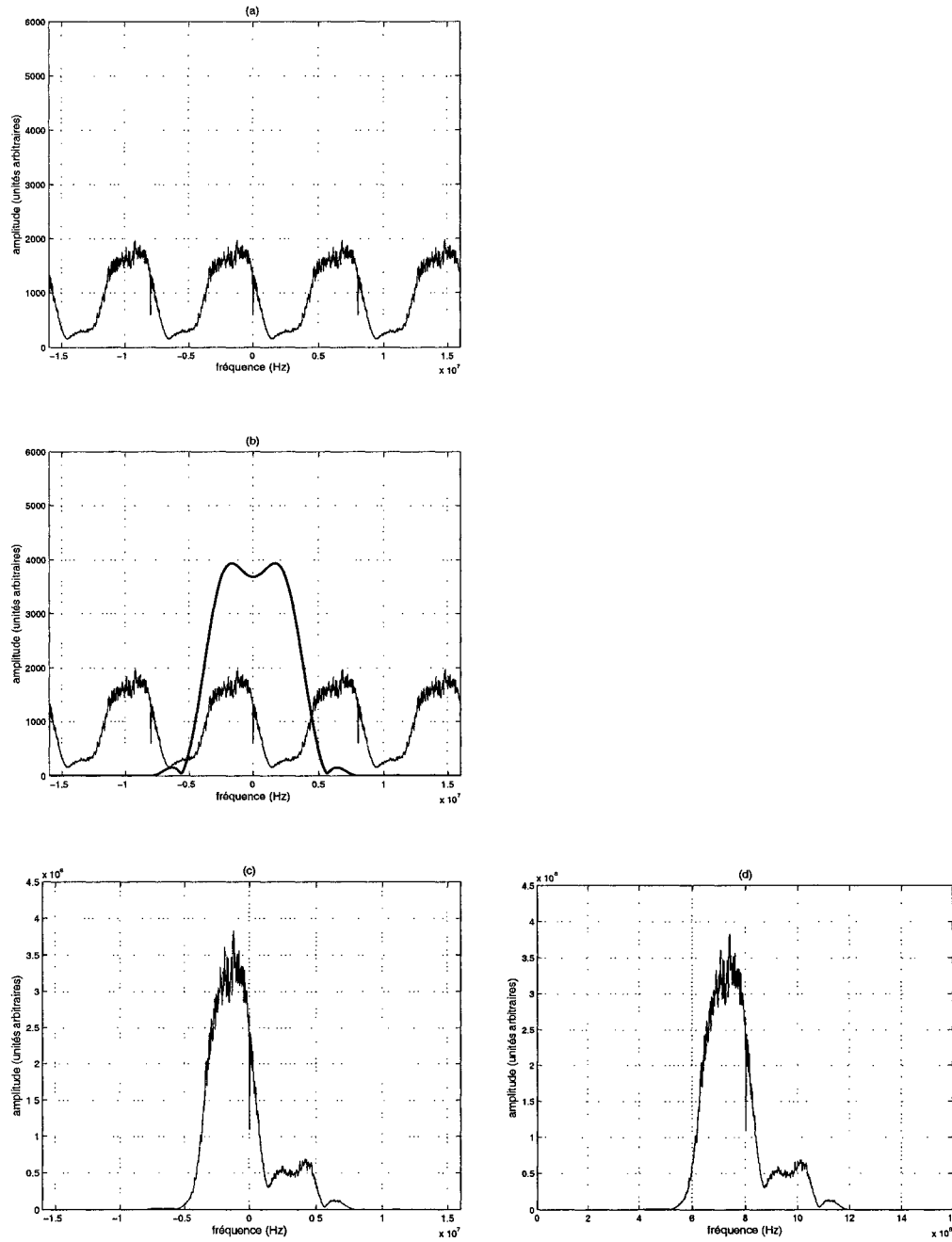


Figure 2.16 (a) Spectre d'amplitude du signal $I + jQ$ (fantôme homogène) échantillonné à 8 MHz du transducteur L11-5. (b) Spectre d'amplitude du filtre d'interpolation *upconvert* et spectre d'amplitude du signal $I + jQ$ échantillonné. (c) Produit des spectres du signal $I + jQ$ échantillonné et du filtre d'interpolation *upconvert*. (d) Spectre du signal échantillonné, interpolé puis modulé par une porteuse complexe $(e^{j\omega_0 t})$.

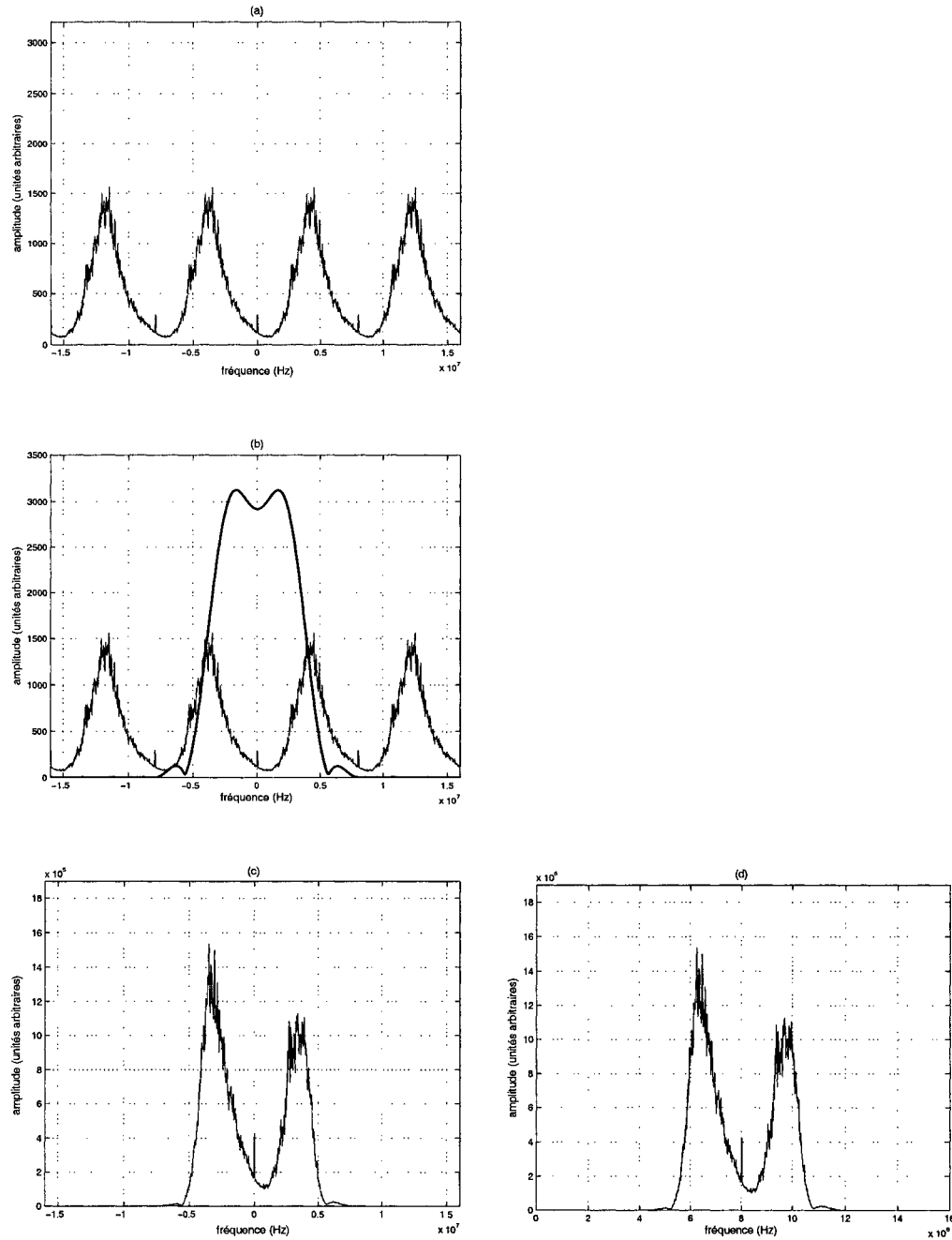


Figure 2.17 (a) Spectre d'amplitude du signal $I + jQ$ (sonogramme d'un sein) échantillonné à 8 MHz du transducteur L11-5. (b) Spectre d'amplitude du filtre d'interpolation *upconvert* et spectre d'amplitude du signal $I + jQ$ échantillonné. (c) Produit des spectres du signal $I + jQ$ échantillonné et du filtre d'interpolation *upconvert*. (d) Spectre du signal échantillonné, interpolé puis modulé par une porteuse complexe ($e^{j\omega_0 t}$).

2.5 Restauration du signal RF du modèle Butterworth

Nous proposons, dans cette partie, des solutions pour corriger les distorsions fréquentielles qui affectent le signal RF. Le modèle Butterworth est utilisé pour illustrer les différentes techniques de restauration. La restauration du signal s'effectue en trois étapes :

- la restauration de l'enveloppe complexe,
- l'utilisation d'un meilleur interpolateur (*resample*),
- la reconstruction par pré-translation spectrale.

2.5.1 Restauration de l'enveloppe complexe

Le premier type de restauration proposé consiste à corriger les distorsions spectrales décrites à la section 2.4.1, dues aux filtres d'interpolation des échantillons I et Q. Pour cela, l'opération de filtrage des échantillons I et Q est exprimée de la façon suivante :

$$I_{\text{HDI}} = h_I(t) * I(t) \quad (2.25)$$

$$Q_{\text{HDI}} = h_Q(t) * Q(t) \quad (2.26)$$

où $*$ désigne le produit de convolution; I_{HDI} , Q_{HDI} sont respectivement les signaux I et Q dégradés et h_I , h_Q , les réponses impulsionnelles des filtres d'interpolation définies par les équations 2.16 et représentées à la figure 2.5.

Les relations de convolution 2.25 et 2.26 deviennent, dans le domaine fréquentiel,

les produits de transformées de Fourier suivants :

$$\mathcal{F}[I_{\text{HDI}}] = \mathcal{F}[h_I(t)] \cdot \mathcal{F}[I(t)] \quad (2.27)$$

$$\mathcal{F}[Q_{\text{HDI}}] = \mathcal{F}[h_Q(t)] \cdot \mathcal{F}[Q(t)] \quad (2.28)$$

où $\mathcal{F}[\cdot]$ désigne l'opération de transformée de Fourier.

On accède alors aux transformées de Fourier des signaux $I(t)$ et $Q(t)$ de départ par division spectrale, en écrivant :

$$\mathcal{F}[I(t)] = (\mathcal{F}[h_I(t)])^{-1} \cdot \mathcal{F}[I_{\text{HDI}}] \quad (2.29)$$

$$\mathcal{F}[Q(t)] = (\mathcal{F}[h_Q(t)])^{-1} \cdot \mathcal{F}[Q_{\text{HDI}}] \quad (2.30)$$

$(\mathcal{F}[h_I(t)])^{-1}$ et $(\mathcal{F}[h_Q(t)])^{-1}$ sont respectivement l'inverse des spectres de Fourier des filtres d'interpolation des signaux I et Q . Selon les équations 2.17 et 2.18, on a donc :

$$|\text{FT}(I)^{-1}| = \frac{1}{|\cos \frac{j\omega t}{2}|} \quad (2.31)$$

$$|\text{FT}(Q)^{-1}| = \frac{1}{\frac{1}{2} |[1 + \cos(j\omega t)]|} \quad (2.32)$$

Les filtres de restauration pour des signaux I et Q à largeur de bande limitée à la plage de fréquences $\{-4,4\}$ MHz sont représentés à la figure 2.18. Le spectre du signal $I + jQ$ restauré à l'aide des filtres inverses 2.31 et 2.32 est représenté à la figure 2.19b. On constate deux changements par rapport au spectre du signal $I + jQ$ non restauré (figure 2.19a) :

- la caractéristique de la réponse fréquentielle du Butterworth qui est maximalement plate dans la bande passante est retrouvée;

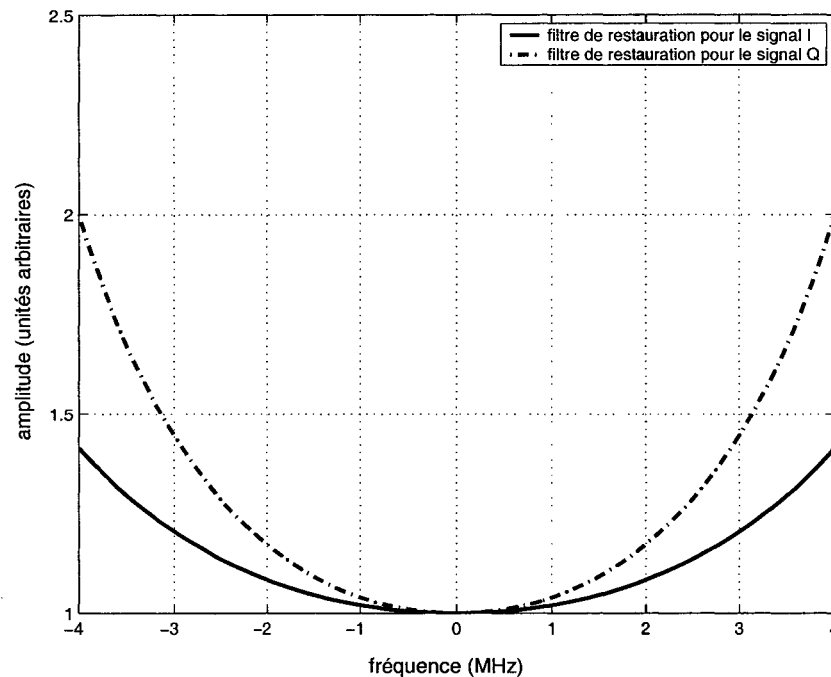


Figure 2.18 Réponses fréquentielles des filtres de restauration des signaux I et Q.

- les trois harmoniques des marqueurs spectraux qui réapparaissent dans la bande de fréquences $\{2.5-4\}$ MHz sont éliminées.

La restauration par filtrage inverse permet donc de corriger les distorsions fréquentielles introduites par les filtres d'interpolation I et Q. En effet, on retrouve le spectre du signal RF de la figure 2.8a centré à l'origine.

Le spectre du signal RF reconstruit par *upconvert* à partir du signal $I + jQ$ restauré (figure 2.19b) est représenté à la figure 2.19d. On note que le filtre d'interpolation *upconvert* dégrade à nouveau le signal RF; en effet, le spectre du signal RF (figure 2.19d) n'est plus plat dans la bande passante et les harmoniques des marqueurs spectraux réapparaissent à 3 et 11 MHz.

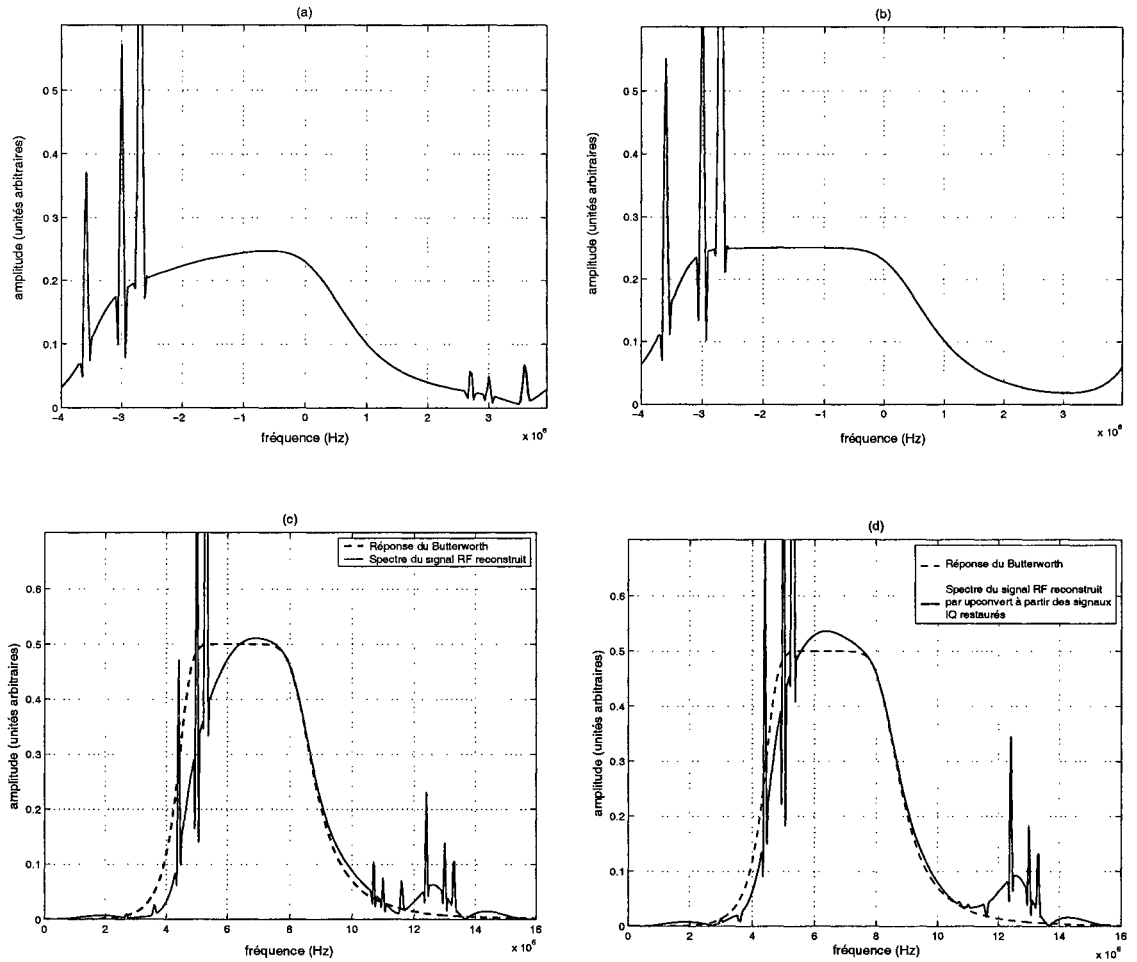


Figure 2.19 (a) Spectre d'amplitude du signal $I + jQ$ correspondant au signal RF de fréquence centrale 6.5 MHz. (b) Spectre d'amplitude du signal $I + jQ$ restauré par filtrage inverse. (c) Spectre d'amplitude du signal RF reconstruit par *upconvert* à partir du signal $I + jQ$ de la figure 2.19a. (d) Spectre d'amplitude du signal RF reconstruit par *upconvert* à partir du signal $I + jQ$ restauré (figure 2.19b).

2.5.2 Utilisation d'un meilleur filtre d'interpolation

Comme nous l'avons vu à la section 2.4.2, l'interpolateur *upconvert* introduit des distorsions dans le spectre du signal RF reconstruit. Pour corriger ces distorsions, nous proposons d'utiliser la fonction d'interpolation *resample* du *Signal Processing Toolbox* de MATLAB pour régénérer le signal RF à partir des composantes I et Q. Le choix de cet interpolateur est motivé par les caractéristiques spectrales de sa réponse fréquentielle. En effet, contrairement à la réponse fréquentielle du filtre d'interpolation *upconvert*, qu'on rappelle à la figure 2.20a, celle de la fonction *resample*, représentée à la figure 2.20b, présente les caractéristiques suivantes :

- constante dans la bande passante,
- pente d'atténuation plus raide dans la partie passe-bas,
- sans rebonds spectraux en dehors de la bande passante.

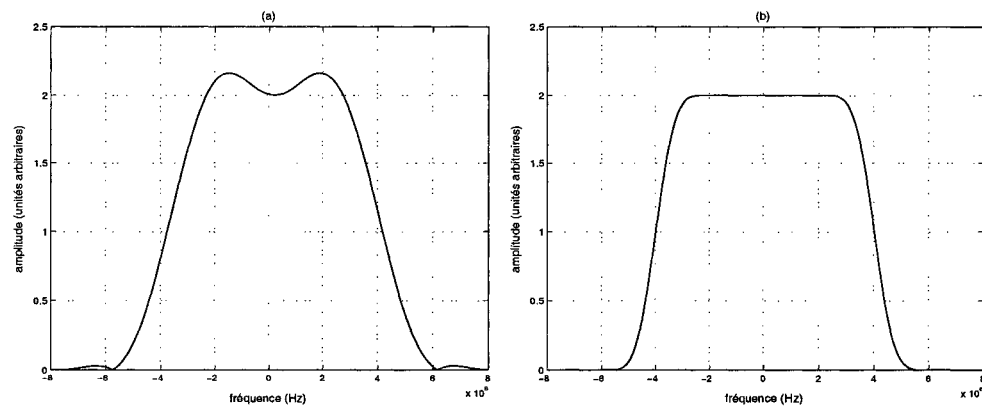


Figure 2.20 (a) Réponse fréquentielle du filtre de reconstruction *upconvert* implanté dans le HDI1000. (b) Réponse fréquentielle de l'interpolateur *resample* de MATLAB.

Nous illustrons à présent les caractéristiques spectrales du signal RF, de fréquence centrale effective 6.5 MHz, reconstruit à l'aide de l'interpolateur *resample*.

Le spectre du signal RF, reconstruit à l'aide de l'interpolateur *upconvert* à partir du signal $I + jQ$ restauré par filtrage inverse (figure 2.19b), est représenté à la figure 2.21a. Le spectre du signal RF, reconstruit cette-fois à l'aide de *resample* à partir du signal $I + jQ$ restauré (figure 2.19b), est montré à la figure 2.21b.

On constate que l'utilisation de l'interpolateur *resample* a permis de supprimer les harmoniques des marqueurs spectraux (indiquées en encadré sur la figure 2.21a) présentes autour de 3 et 11 MHz. On a de plus retrouvé la caractéristique du spectre plat dans la bande passante du filtre Butterworth de départ.

Au rebond spectral dans la bande de fréquences {10-14} MHz près, on retrouve la réponse fréquentielle du filtre Butterworth de départ.

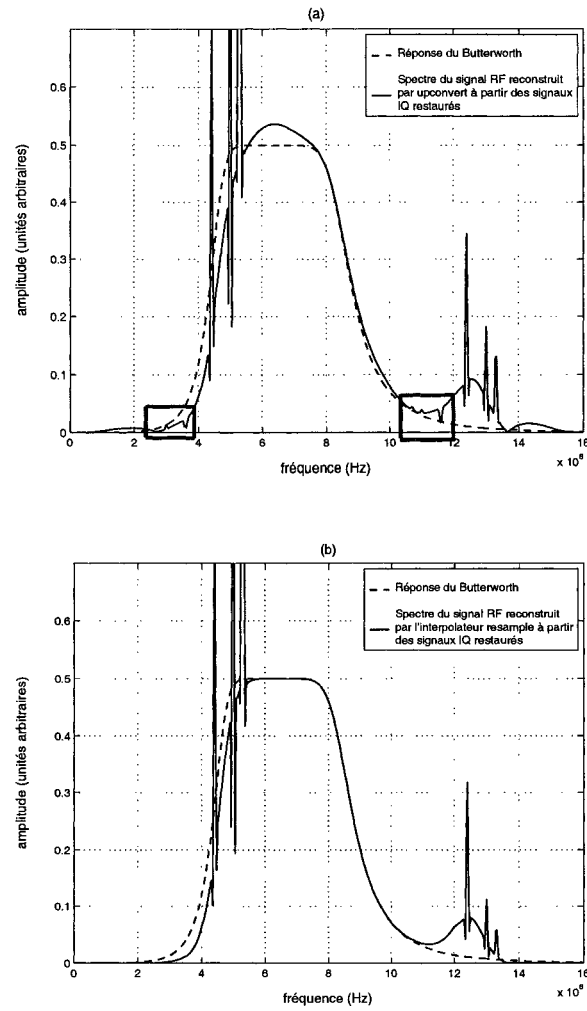


Figure 2.21 (a) Spectre d'amplitude du signal RF reconstruit à partir du signal $I + jQ$ restauré (figure 2.19b) par *upconvert*. (b) Spectre d'amplitude du signal RF reconstruit avec l'interpolateur *resample* de MATLAB à partir du signal $I + jQ$ restauré (figure 2.19b).

2.5.3 Reconstruction du signal RF par pré-translation spectrale

Nous avons montré, à la section 2.4.2, que lorsque le spectre de l'enveloppe complexe $I+jQ$ était décalé, le filtrage passe-bas de l'interpolateur provoquait l'apparition de rebonds spectraux sur le spectre du signal RF reconstruit. Ces rebonds étaient par ailleurs d'autant plus importants que le décalage du spectre du signal RF de départ était grand. Pour remédier à l'apparition de ces distorsions, nous proposons de **pré-translater** le spectre de l'enveloppe complexe de façon à le centrer à l'origine et, par là même, faciliter le filtrage passe-bas de l'interpolateur. Pour cela, on détermine, dans un premier temps, le centre de masse du spectre de l'enveloppe complexe. Le centre de masse (ou centroïde) du spectre du signal $I + jQ$ est défini comme la quantité :

$$cdm = \frac{\int f \cdot P_{IQ}(f) df}{\int P_{IQ}(f) df} \quad (2.33)$$

où f est la fréquence et P_{IQ} est le spectre de puissance du signal $I + jQ$, défini par le carré du module de la transformée de Fourier $\mathcal{F}(I + jQ)$ du signal $I + jQ$:

$$P_{IQ} = |\mathcal{F}(I + jQ)|^2 \quad (2.34)$$

Une fois le centre de masse déterminé, l'enveloppe complexe $e_x(t)$ est modulée par une porteuse de fréquence $\tilde{\omega} = 2\pi \cdot cdm$, ce qui s'écrit :

$$\begin{aligned} \mathbf{e}_x(t) &= e_x(t) \times e^{j\tilde{\omega}t} \\ &= [I(t) + j Q(t)] \times [\cos(\tilde{\omega}t) + j \sin(\tilde{\omega}t)] \\ &= \underbrace{[I(t) \cos(\tilde{\omega}t) - Q(t) \sin(\tilde{\omega}t)]}_{\mathbf{I}(t)} + j \underbrace{[I(t) \sin(\tilde{\omega}t) + Q(t) \cos(\tilde{\omega}t)]}_{\mathbf{Q}(t)} \\ &= \mathbf{I}(t) + j \mathbf{Q}(t) \end{aligned} \quad (2.35)$$

Physiquement, la quantité $\tilde{\omega}$ est la différence entre la fréquence centrale nominale

du transducteur et le centre de masse du spectre RF (ou encore le centre de masse du spectre de l'enveloppe complexe); elle sera, dans la suite du mémoire, appelée *premix*. Suite à l'opération de modulation effectuée à la figure 2.22, la nouvelle enveloppe complexe $e_x(t)$ aura un spectre centré à l'origine, facilitant par là même le filtrage passe-bas de l'interpolateur. Comme le montre la figure 2.22, l'interpolation est suivie d'une modulation complexe *résiduelle* de fréquence $(\omega_0 - \tilde{\omega})$. L'opération de pré-translation spectrale est illustrée à la figure 2.22.

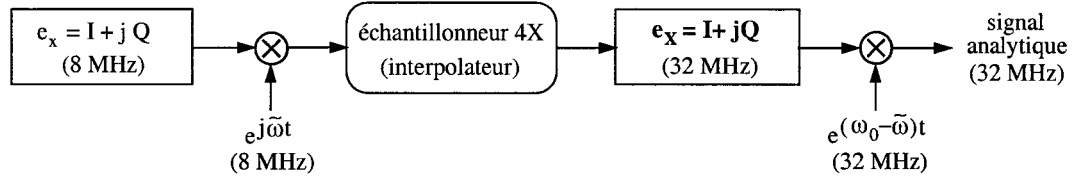


Figure 2.22 Représentation schématique de la restauration par pré-translation spectrale de l'enveloppe complexe.

Nous présentons maintenant les résultats obtenus avec la restauration par pré-translation spectrale de l'enveloppe complexe dans le cas du signal RF de fréquence centrale effective 6.5 MHz.

Le signal RF, reconstruit à partir des signaux IQ restaurés par filtrage inverse et pré-translatés successivement de 0.5, 1 et 2 MHz, est représenté à la figure 2.23. La figure 2.23a représente le spectre du signal RF reconstruit à partir d'un signal $I + jQ$ dont le spectre n'a pas été pré-translaté ($\tilde{\omega} = 0$). Dans le cas où la pré-translation est de 0.5 MHz, on voit, sur la figure 2.23b, que le rebond spectral dans la bande de fréquences {11-14} MHz est toujours présent mais avec une amplitude plus faible. La pré-translation de 1 MHz (figure 2.23c) permet de supprimer presque entièrement le rebond spectral; le spectre du signal RF reconstruit se confond presque parfaitement avec celui du spectre du signal RF de départ. La pré-translation

de 2 MHz semble, quant à elle, dégrader de nouveau le spectre du signal RF par l'apparition d'un rebond spectral dans la plage de fréquences $\{0-3\}$ MHz.

2.5.4 Récapitulatif des différentes étapes de restauration

Les différentes étapes de la restauration du signal RF, dans le cas du signal de fréquence centrale 6.5 MHz, sont résumées à la figure 2.24.

Nous avons vu que la restauration par filtrage inverse permet en partie de récupérer la largeur de la bande passante du spectre du signal RF d'origine en même temps que de supprimer quelques composantes spectrales repliées dans les hautes fréquences (figure 2.24c).

L'utilisation de l'interpolateur *resample* permet, d'une part, de supprimer le repliement du spectre en dehors de la bande passante et, d'autre part, de récupérer la caractéristique du spectre du signal RF de départ dans la bande passante.

La pré-translation spectrale de l'enveloppe complexe avant interpolation supprime finalement le rebond spectral majeur dans les hautes fréquences, permettant d'obtenir un spectre RF qui se confond presque totalement avec celui du signal RF de départ (figure 2.24d).

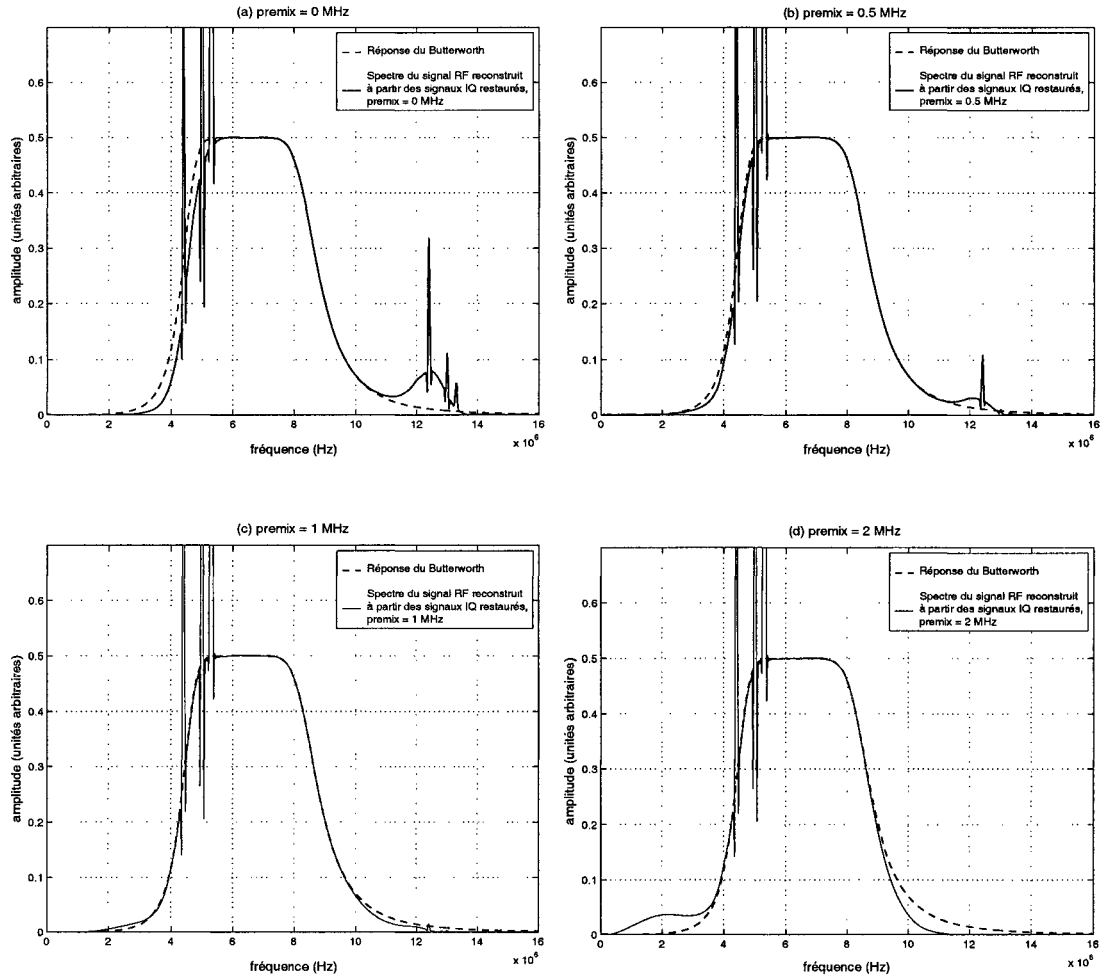


Figure 2.23 Illustration de l'effet de la pré-translation du spectre de l'enveloppe complexe avant interpolation. Spectre d'amplitude du signal RF de fréquence centrale 6.5 MHz, reconstruit à partir des signaux IQ restaurés par filtrage inverse et pré-translatés de : (a) 0 MHz, (b) 0.5 MHz, (c) 1 MHz, (d) 2 MHz.

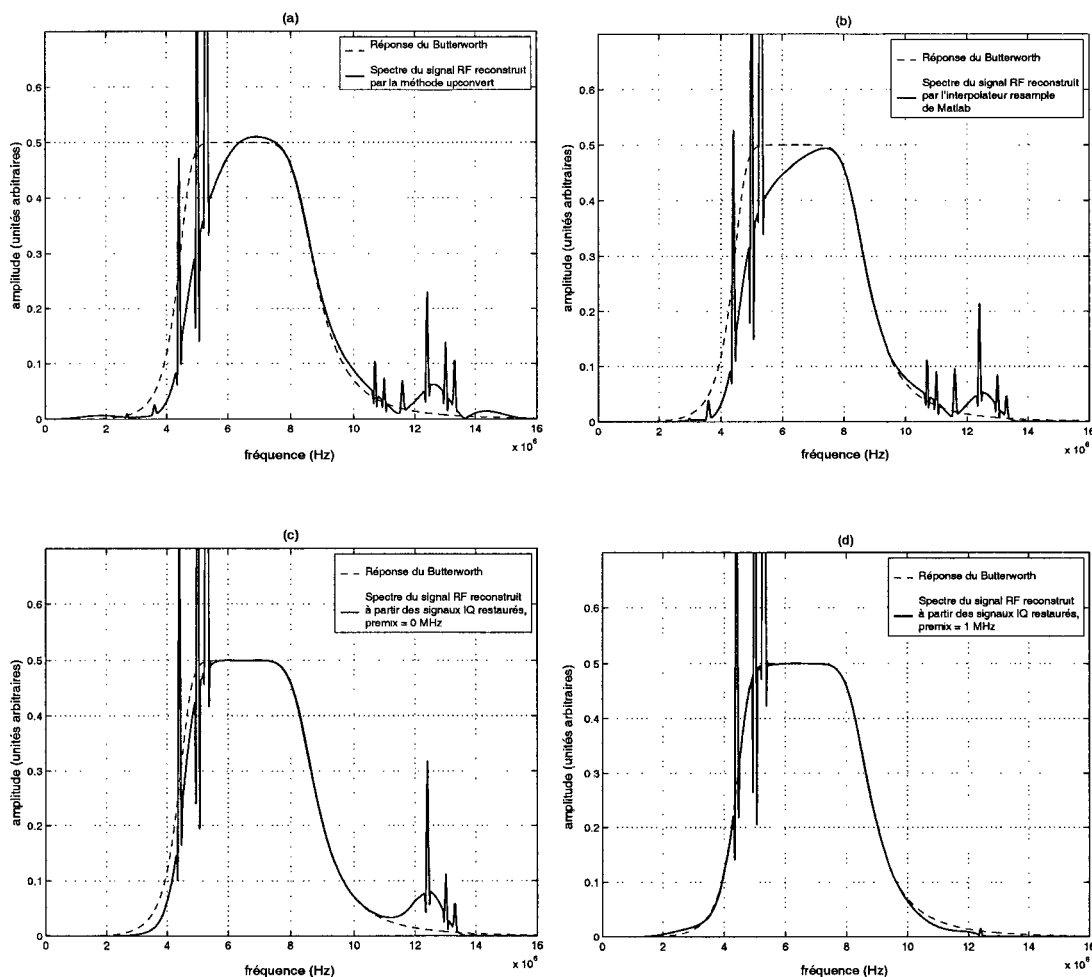


Figure 2.24 Illustration de l'effet des différentes étapes de restauration sur le spectre du signal RF reconstruit (signal de fréquence centrale 6.5 MHz). (a) Spectre d'amplitude du signal RF reconstruit à partir des signaux IQ par la méthode *upconvert* implantée dans le HDI1000. (b) Spectre d'amplitude du signal RF reconstruit à partir des signaux IQ à l'aide de l'interpolateur *resample* de MATLAB. (c) Spectre d'amplitude du signal RF reconstruit à partir des signaux IQ restaurés sans pré-translation. (d) Spectre d'amplitude du signal RF reconstruit à partir des signaux IQ restaurés avec une pré-translation de 1 MHz.

2.6 Application de la restauration aux signaux expérimentaux

Nous présentons, dans cette section, les spectres des signaux expérimentaux reconstitués par les techniques de restauration décrites à la section 2.5. Dans le cas du signal RF du fantôme homogène, le spectre du signal RF reconstitué par la méthode implantée dans le HDI1000 est présenté à la figure 2.25a. Le spectre du signal reconstitué par les techniques de restauration est représenté à la figure 2.25b. On constate que la restauration permet de réduire l'étendue et l'amplitude du rebond qui apparaît dans la plage {9.5-13.5} MHz du spectre de la figure 2.25a, mais le rebond n'est pas totalement supprimé. On note aussi que la restauration produit un spectre plus constant dans la bande passante et de largeur de bande plus grande d'environ 1 MHz.

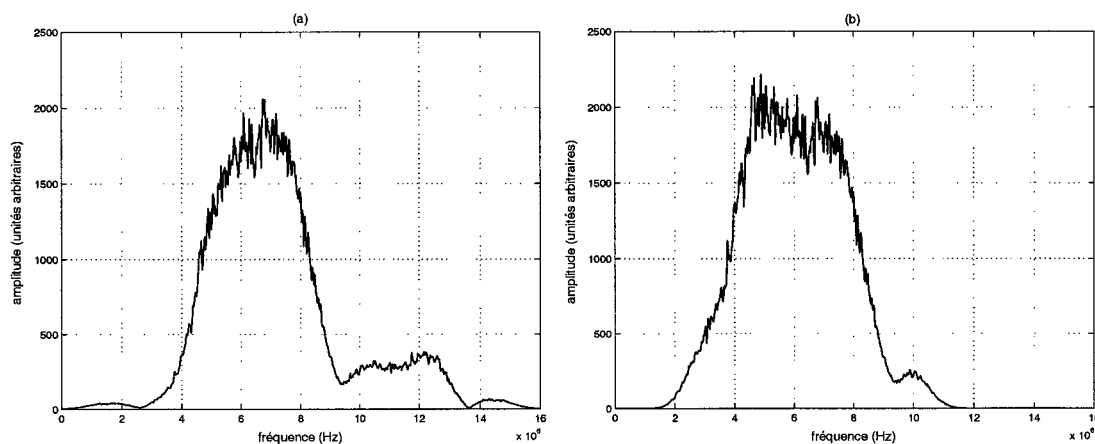


Figure 2.25 Spectres d'amplitude du signal RF du fantôme homogène (sonde L11-5, fréquence centrale = 8 MHz). (a) Spectre d'amplitude reconstitué par *upconvert*. (b) Spectre d'amplitude reconstitué par les méthodes de restauration.

Le cas du signal RF du sonogramme de sein est présenté à la figure 2.26 : le spectre du signal RF reconstitué par la méthode implantée dans le HDI1000 est représenté à la figure 2.26a, celui régénéré par les méthodes de restauration est représenté à

la figure 2.26b. On note que le rebond majeur dans la plage de fréquences $\{9-13\}$ MHz du spectre de la figure 2.26a est supprimé.

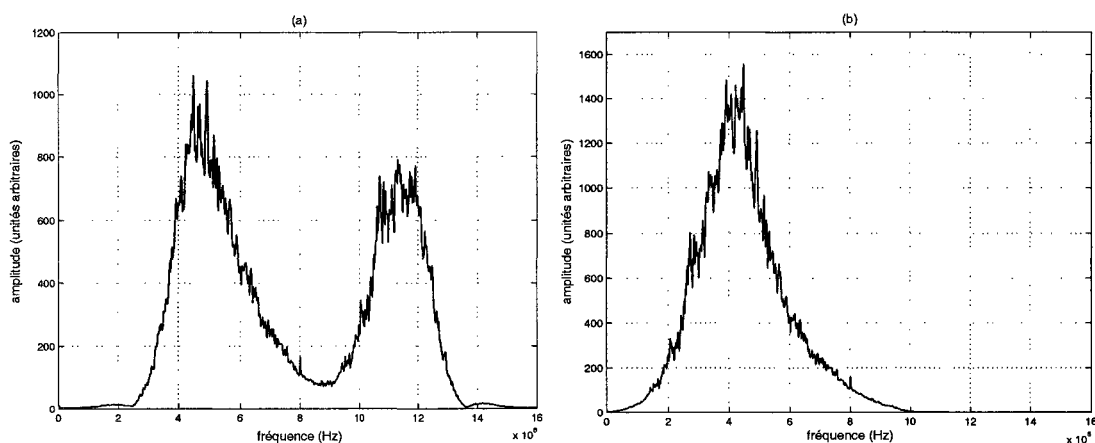


Figure 2.26 Spectres d'amplitude du signal RF du sonogramme du sein (sonde L11-5, fréquence centrale = 8 MHz). (a) Spectre d'amplitude reconstruit par *upconvert*. (b) Spectre d'amplitude reconstruit par les méthodes de restauration.

Nous avons, dans ce chapitre, déterminé plusieurs facteurs à l'origine des distorsions observées sur les spectres des signaux RF reconstruits dans le HDI1000 à l'aide d'un modèle de formation des signaux RF. Comme on l'a vu, les trois sources identifiées comme étant à l'origine des artéfacts spectraux étaient : les filtres d'interpolation des signaux I et Q, le décalage du spectre de l'enveloppe complexe et les caractéristiques fréquentielles du filtre de reconstruction *upconvert* utilisé.

Une restauration du signal RF en trois étapes a été proposée. Dans un premier temps, l'enveloppe complexe a été restaurée par filtrage inverse, ensuite une approche de démodulation qui tient compte du décalage du centre de masse du spectre de l'enveloppe complexe a été mise en place et, finalement, un filtre d'interpolation dont la réponse fréquentielle est mieux adaptée à la reconstruction du signal RF a été utilisé. Les résultats obtenus avec ces techniques de restauration s'avèrent très

satisfaisants sur les signaux simulés. Toutefois, l'application aux signaux expérimentaux soulève encore certaines questions. En effet, comme on le voit à la figure 2.25b, le spectre du signal RF du fantôme homogène reconstruit par les techniques de restauration présente un léger rebond spectral autour de 10 MHz. Une explication au rebond présent dans le spectre du signal RF restauré du fantôme homogène serait la suivante.

La figure 2.27 montre l'interpolation idéale d'un spectre périodique sans recouvrement spectral (a) et avec recouvrement des spectres répétés (b). Dans le premier cas, le filtre d'interpolation coupe le spectre à un zéro, ce qui produit le spectre (c) qui, au-delà de la fréquence de Nyquist¹⁰, est nul. Dans le cas du spectre avec recouvrement, le filtre d'interpolation ne coupe pas le spectre à un zéro, ce qui produit le spectre en (d) avec le rebond.

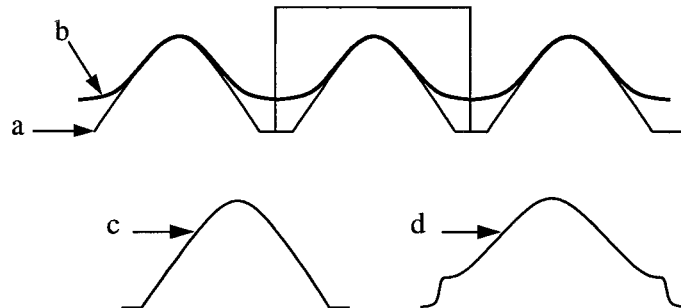


Figure 2.27 Illustration de l'interpolation idéale d'un spectre périodique. (a) Cas où les spectres répétés ne se recouvrent pas. (b) Cas de recouvrement des spectres répétés. (c) Résultat de l'interpolation du spectre (a). (d) Résultat de l'interpolation du spectre (b).

Une explication d'ordre *physique* de l'origine du recouvrement des spectres répétés est donnée à la figure 2.28. Les figures 2.28a, 2.28b, 2.28c montrent, respectivement, les spectres de puissance théoriques d'un transducteur gaussien¹¹ dans le

¹⁰La fréquence de Nyquist est la moitié de la fréquence d'échantillonnage.

¹¹Transducteur dont la réponse impulsionnelle est une enveloppe gaussienne modulant une

haut, le milieu et le bas d'une image RF d'un fantôme homogène (diffuseurs répartis aléatoirement) et **atténuant**¹². Notez le décalage vers l'origine du centre de masse du spectre à mesure que l'onde ultrasonore se propage. La figure 2.28d représente le spectre total de toute l'image RF; pour un signal aléatoire, ce spectre est proportionnel à la somme des spectres 2.28a, 2.28b, 2.28c. On constate que la largeur de bande du spectre total est plus grande que celle des spectres locaux. Une cadence d'échantillonnage f_e du signal $I + jQ$, égale à la fréquence centrale nominale du transducteur (par exemple 8 MHz), suffirait à bien représenter une enveloppe complexe de largeur de bande f_e : elle serait donc bien adaptée à chacun des spectres 2.28a, 2.28b et 2.28c pris individuellement, mais pas à leur somme représentée à la figure 2.28d. Ainsi, l'échantillonnage d'un signal dont le spectre est celui de la figure 2.28d serait à l'origine d'un recouvrement spectral produisant les effets illustrés à la figure 2.27d. Par conséquent, la solution que nous proposons, pour éviter l'apparition du rebond spectral de la figure 2.25b, consisterait à faire la reconstruction du signal RF (figure 2.22) sur une **base locale**, c'est-à-dire avec une pré-translation spectrale adaptée au décalage du spectre de l'enveloppe complexe local. En termes concrets, nous subdivisons le signal en 3 parties (soit le haut, le milieu et le bas de l'image) puis traitons chaque région individuellement.

Afin d'évaluer cette approche, nous nous proposons de simuler, au prochain chapitre, des signaux RF à l'aide d'un modèle de formation prenant en compte l'atténuation fréquentielle. Ce modèle nous permettra, par ailleurs, de simuler des signaux RF élastographiques, c'est-à-dire des signaux provenant d'un milieu atténuant soumis à plusieurs taux de déformation. Nous serons alors en mesure d'étudier l'impact sur les élastogrammes des techniques de restauration introduites dans ce chapitre.

porteuse; dans le domaine fréquentiel, le spectre est une gaussienne centrée à la fréquence de la porteuse.

¹²Dans cet exemple, nous considérons que l'amplitude locale du spectre est maintenue constante, l'effet de l'atténuation étant compensé par amplification du signal reçu (*time gain compensation*).

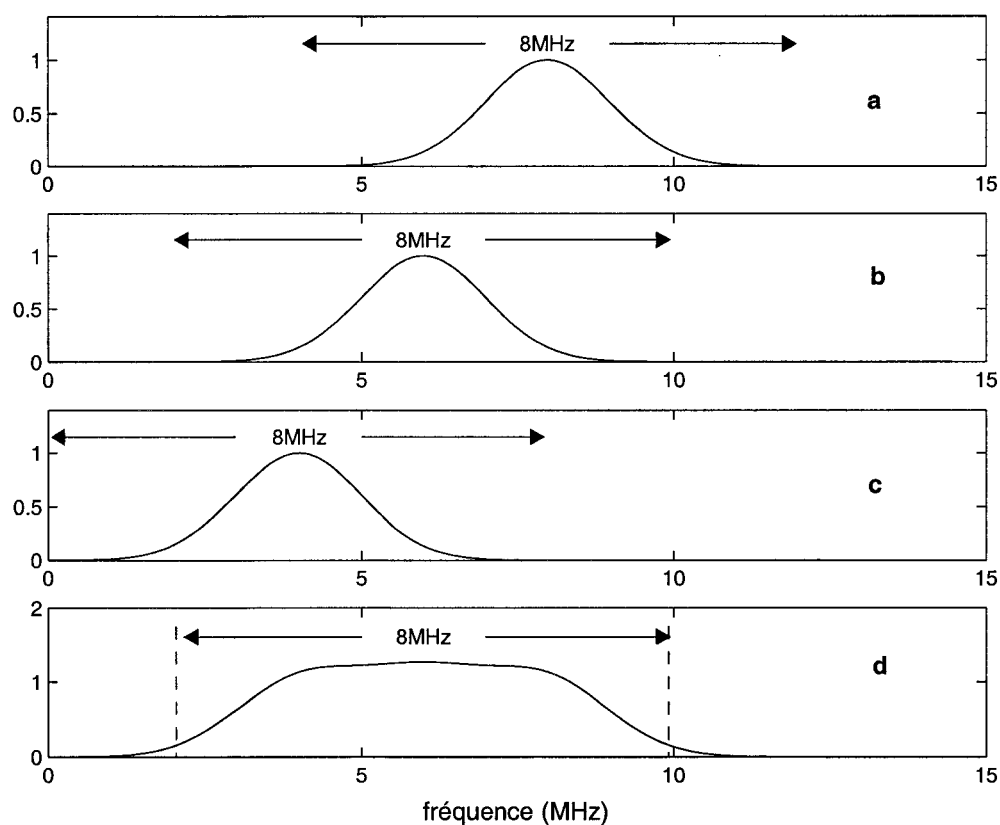


Figure 2.28 Progression du décalage spectral avec la profondeur pour un système gaussien dont l'amplitude est maintenue constante par l'application d'un gain d'amplification en fonction de la profondeur (TGC). Les figures (a), (b) et (c) illustrent respectivement les spectres de puissance dans le haut, le milieu et le bas de l'image RF. (d) Spectre de puissance total dans l'image RF, c'est-à-dire la somme des spectres des figures (a), (b) et (c). Notez que la largeur de bande de 8 MHz convient aux spectres locaux (a), (b) et (c). Pour ce qui est du spectre total (d), les régions de part et d'autre des traits verticaux en pointillé (c'est-à-dire en deçà de 2 MHz et au-delà de 10 MHz), seront repliées sur le spectre de base.

CHAPITRE 3

MODÈLE DE FORMATION À DIFFUSEURS DISCRETS DES SIGNAUX ULTRASONORES DANS UN MILIEU ATTÉNUANT

Le but de ce chapitre est de mieux comprendre le rôle que jouent les effets de l'atténuation ultrasonore sur le calcul des élastogrammes à partir des signaux produits par le HDI1000. L'hypothèse de travail est que l'atténuation fréquentielle est responsable des modifications spectrales (des signaux RF et IQ) importantes en élastographie et qu'une meilleure compréhension de ces modifications permettra d'apporter les correctifs appropriés sous forme de restauration des signaux.

Pour cela, nous proposons, dans un premier temps, de générer des signaux RF échographiques d'un milieu atténuant à l'aide d'un modèle de formation à diffuseurs discrets. Ces signaux permettront d'étudier l'impact du décalage du spectre de l'enveloppe complexe, lié à l'atténuation fréquentielle, sur la reconstruction du signal RF. Dans un deuxième temps, une technique de restauration locale par pré-translation spectrale sera évaluée. Finalement, des signaux RF élastographiques, c'est-à-dire des signaux échographiques obtenus à divers taux de déformation, nous permettront de calculer des élastogrammes. Les élastogrammes calculés à partir des signaux RF reconstruits par les méthodes de restauration seront comparés à ceux obtenus par des signaux RF reconstruits à l'aide de la méthode implantée dans le HDI1000.

3.1 Modèle linéaire unidimensionnel de formation du signal RF

3.1.1 Réponses impulsionnelles du transducteur et du tissu : modèle invariant

Sous l'hypothèse d'invariance spatiale de la réponse impulsionnelle du transducteur, le modèle à diffuseurs discrets utilisé pour générer les images RF s'exprime comme le produit de convolution des réponses impulsionnelles du transducteur $h_{tr}(t)$ ¹ et du tissu² $r(t)$, ce qui s'écrit :

$$e(t) = h_{tr}(t) \otimes r(t) \quad (3.1)$$

où $\otimes$ désigne le produit de convolution, $e(t)$ est le signal RF, $h_{tr}(t)$ est la réponse impulsionnelle du transducteur et $r(t)$ est la réponse impulsionnelle du tissu. Dans le modèle utilisé, la réponse impulsionnelle du transducteur s'exprime sous la forme d'un cosinus modulé par une gaussienne 1D, ce qui s'écrit :

$$h_{tr}(t) = e^{-\frac{t^2}{2\sigma_t^2}} \times \cos(2\pi f_c t) \quad (3.2)$$

où t est le temps, σ_t est un paramètre lié à la largeur de l'enveloppe de $h_{tr}(t)$, c'est-à-dire l'écart-type temporel, et f_c est la fréquence centrale du transducteur. σ_t est lié à l'écart-type fréquentiel σ_f par la relation suivante :

$$\sigma_f = \frac{1}{2\pi\sigma_t} \quad (3.3)$$

¹Cette réponse impulsionnelle représente le signal échographique en réception produit par un diffuseur ponctuel dans un milieu non atténuant.

²La réponse impulsionnelle du tissu représente le signal échographique théorique obtenu en excitant le tissu avec un transducteur à largeur de bande infinie. Dans ce cas, $h_{tr} = \delta(t)$, où δ est l'impulsion de Dirac.

La largeur de bande à mi-hauteur est de $2.35 \cdot \sigma_f$.

Le tissu est modélisé comme un ensemble d'inhomogénéités discrètes qui se comportent comme des diffuseurs. Dans le cas de N diffuseurs disposés sur l'axe de propagation de l'onde ultrasonore, la réponse impulsionnelle du tissu s'écrit :

$$r(t) = \sum_{n=1}^N a_n \delta(t - t_n) \quad \text{avec} \quad t_n = \frac{2x_n}{c} \quad (3.4)$$

où δ est l'impulsion de Dirac et le terme a_n représente l'échogénicité (ou réflectivité) de chacun des diffuseurs, t_n et x_n sont respectivement la position *temporelle et spatiale* du diffuseur, et c est la vitesse du son. Dans notre cas, on pose $a_n = 1$, ce qui signifie que les diffuseurs ont tous la même échogénicité. La position temporelle des diffuseurs t_n sur l'axe de propagation est cependant aléatoire.

Le signal RF est donc :

$$e(t) = e^{-\frac{t^2}{2\sigma_t^2}} \times \cos(2\pi f_c t) \otimes \sum_{n=1}^N a_n \delta(t - t_n) \quad (3.5)$$

$$= \sum_{n=1}^N a_n e^{-\frac{(t-t_n)^2}{2\sigma_t^2}} \cdot \cos[2\pi f_c(t - t_n)] \quad (3.6)$$

Les valeurs des paramètres utilisés pour les simulations du signal RF sont données au tableau 3.1. Ces valeurs ont été choisies de manière à reproduire les principales caractéristiques spectrales observées sur les données expérimentales du fantôme homogène. Par exemple, la fréquence centrale effective a été fixée à 6.5 MHz car c'est cette valeur que l'on observe sur le spectre du fantôme homogène (figure 2.6a). Pour ce modèle, la réponse impulsionnelle du transducteur est une ondelette gaussienne (figure 3.1a); son spectre d'amplitude est représenté à la figure 3.1b. Notez que le spectre n'est pas nul à l'origine (il y a une composante continue); nous reviendrons sur cette caractéristique plus loin.

Tableau 3.1 Paramètres de simulation du signal RF dans le modèle de formation à diffuseurs discrets. Dans ce tableau, la *bande passante* est définie comme la largeur à mi-hauteur du spectre d'amplitude et la *fréquence centrale nominale* sert à définir la fréquence de la porteuse utilisée pour faire la démodulation IQ.

VITESSE DU SON DANS LES TISSUS (c)	1540 m/s
FRÉQUENCE CENTRALE EFFECTIVE (f_c)	6.5 MHz
FRÉQUENCE CENTRALE NOMINALE	8 MHz
FRÉQUENCE D'ÉCHANTILLONNAGE	32 MHz
ÉCART-TYPE TEMPOREL (σ_t)	0.068 μ s
ÉCART-TYPE FRÉQUENTIEL (σ_f)	2.34 MHz
BANDE PASSANTE À 3 dB	3.9 MHz
DENSITÉ DES DIFFUSEURS	48 par σ_t

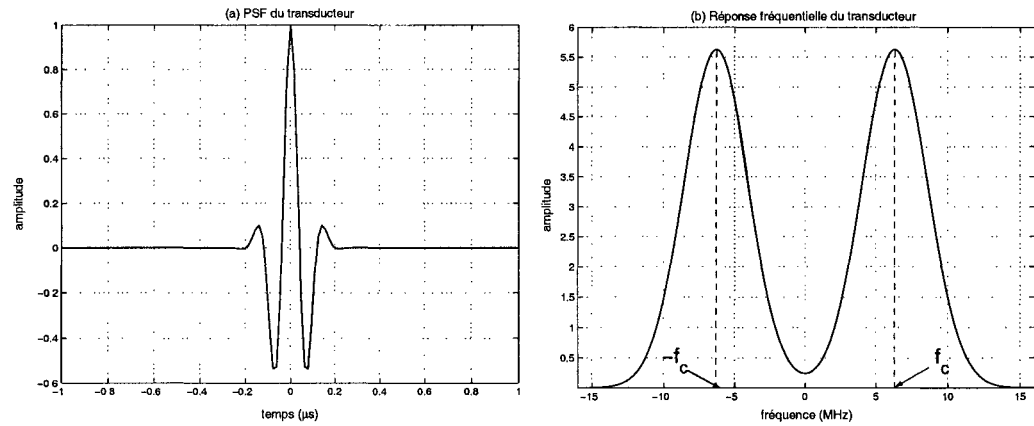


Figure 3.1 (a) Réponse impulsionnelle du modèle de transducteur. (b) Spectre d'amplitude de la réponse impulsionnelle du transducteur. Les paramètres de simulation utilisés sont indiqués au tableau 3.1.

3.2 Réponse impulsionnelle avec un milieu atténuant : modèle non invariant pour le tissu

3.2.1 Modèle à phase linéaire

Le modèle de formation présenté jusqu'ici ne prend pas en compte l'atténuation fréquentielle subie par l'onde ultrasonore pendant sa propagation. Pour étudier l'impact du décalage du spectre de l'enveloppe complexe sur la reconstruction du signal RF, il est nécessaire d'introduire l'effet de l'atténuation dans le modèle.

L'origine de l'atténuation des ondes ultrasonores dans les tissus biologiques est liée aux phénomènes de diffusion et d'absorption; leur importance augmente généralement avec la fréquence de l'onde ultrasonore. La diffusion décrit la dispersion de l'énergie dans toutes les directions, et l'absorption est liée à la conversion de l'énergie acoustique en énergie thermique. L'absorption est par ailleurs responsable de 75 à 95 % de l'atténuation totale subie par les ondes ultrasonores (Parker, 1983). Dans le cas où le coefficient d'atténuation varie linéairement avec la fréquence, le module de la fonction de transfert pour une onde se propageant selon l'axe x dans un tissu de coefficient d'atténuation α_0 (en Np/[MHz·cm])³ s'écrit :

$$|H_{att}(\omega, x)| = e^{-\frac{\alpha_0}{2\pi}x|\omega|} \quad (3.7)$$

où ω est la fréquence angulaire et x est la distance parcourue par l'onde pour un transducteur à l'origine ($x = 0$).

La vitesse de phase (v_p) ne variant pas beaucoup avec la fréquence (Wells, 1977), elle est, en première approximation, considérée comme étant constante (c'est la vitesse du son c); sous cette hypothèse, la phase $\theta(\omega, x)$ est une fonction linéaire

³Le coefficient d'atténuation est exprimé en Np/[MHz·cm], la conversion en dB/[MHz·cm] se fait en multipliant α_0 par le facteur $20 \log_{10}(e)$.

de la fréquence et, pour un x donné, sa pente négative est égale au temps de propagation de l'onde de l'origine au point x , soit :

$$\frac{d\theta}{d\omega} = -\frac{x}{c}$$

d'où $\theta(\omega, x) = -\omega\tau_b x$ (3.8)

où τ_b ⁴ est une constante qui vaut $\frac{1}{c}$.

La combinaison des relations 3.7 et 3.8 conduit à la réponse fréquentielle établie par Kak et Dines (1978) :

$$H_{att}(\omega, x) = e^{-\frac{\alpha_0}{2\pi}x|\omega|}e^{-j\omega\tau_b x} \quad (3.9)$$

Pour trouver la réponse impulsionnelle d'atténuation $h_{att}(t, x)$, il suffit d'évaluer la transformée de Fourier inverse de la fonction de transfert $H_{att}(\omega, x)$. Le calcul de la réponse impulsionnelle $h_{att}(t, x)$ est développé à l'annexe IV et donne :

$$h_{att}(t, x) = \frac{1}{\pi} \frac{\xi}{\xi^2 + (t - \tau_b x)^2} \quad \text{avec} \quad \xi = \frac{\alpha_0 x}{2\pi} \quad (3.10)$$

Cette réponse impulsionnelle d'atténuation est insérée dans celle du tissu $r(t)$ pour produire une réponse impulsionnelle du tissu atténuant $r_{att}(t)$. La réponse échographique du tissu atténuant constitué d'un unique diffuseur à la position x_n et de réflectivité a_n est :

$$r_n(t) = a_n \frac{1}{\pi} \frac{\xi'}{(\xi')^2 + (t - 2x_n\tau_b)^2} \quad \text{avec} \quad \xi' = \frac{2\alpha_0 x}{2\pi} \quad (3.11)$$

Pour un ensemble de N diffuseurs, la réponse impulsionnelle du tissu est :

$$r_{att}(t) = \sum_{n=1}^N a_n \frac{1}{\pi} \frac{\xi'}{(\xi')^2 + (t - t_n)^2} \quad \text{avec} \quad t_n = \frac{2x_n}{c} \quad (3.12)$$

⁴La constante τ_b est appelée *bulk propagation delay* dans la littérature.

Le signal RF rétrodiffusé par des diffuseurs discrets dans un milieu atténuant s'écrit donc :

$$\begin{aligned}
 e(t) &= h_{tr}(t) \otimes r_{att}(t) \\
 &= \sum_{n=1}^N a_n \frac{1}{\pi} e^{-\frac{(t-t_n)^2}{2\sigma_t^2}} \times \cos[2\pi f_c(t - t_n)] \cdot \sum_{n=1}^N \frac{\xi'}{(\xi')^2 + (t - t_n)^2} \quad (3.13)
 \end{aligned}$$

La réponse impulsionnelle d'atténuation 3.10 est représentée à la figure 3.2 dans le cas de quatre diffuseurs disposés sur l'axe de propagation de l'onde ultrasonore. On voit que la réponse s'élargit et décroît en amplitude à mesure que le diffuseur se situe en profondeur dans le tissu. Par ailleurs, on note que la réponse impulsionnelle est symétrique par rapport à la position du diffuseur et, par là même, non causale : les flèches sur la figure 3.2 indiquant l'emplacement des diffuseurs, on constate que la moitié de la réponse se produit **avant même** que l'onde d'excitation ait atteint le diffuseur. Une telle réponse, qui ne peut naturellement pas être observée, a donc un spectre de phase qui ne saurait être considéré comme étant une bonne modélisation de la situation physique. Or, puisqu'en élastographie les cartes de déformation sont fondamentalement établies à partir des différences de phase entre deux signaux RF, il nous apparaît important de voir à ce que le modèle n'introduise pas de distorsion systématique du spectre de phase. Pour cela, nous proposons d'utiliser un modèle d'atténuation dont la réponse impulsionnelle est causale et qui a déjà été validé expérimentalement (Gurumurthy et Arthur, 1982).

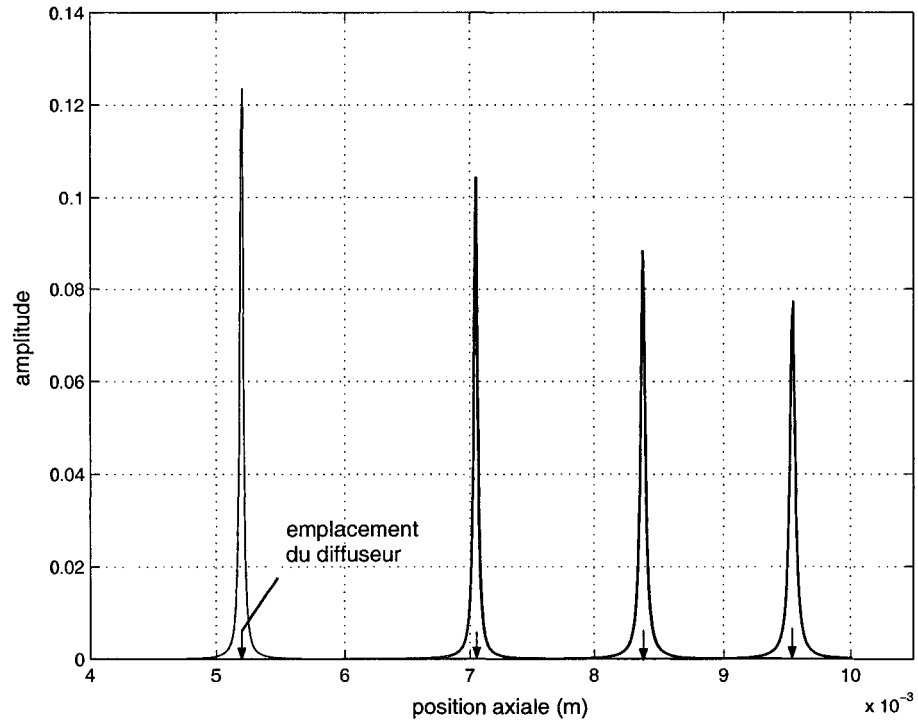


Figure 3.2 Réponse impulsionnelle du modèle d'atténuation à phase linéaire. Cette réponse impulsionnelle représente en fait le signal $\mathbf{r}(t)$ obtenu en utilisant un transducteur à largeur de bande infinie. Les paramètres utilisés sont les suivants : $c=1540$ m/s, $\alpha_0=0.1$ Np/[cm·MHz] et $\tau_b=6.49$ μ s/cm. Ces paramètres sont représentatifs de la propagation et de l'atténuation dans les tissus mammaires (McDaniel, 1977).

3.2.2 Modèle dispersif à phase minimale : présentation

Le problème est donc de trouver une réponse impulsionnelle d'atténuation qui conserve le spectre d'amplitude (relation 3.7) et qui ait un spectre de phase assurant la causalité. Ce spectre de phase sera non linéaire et, par conséquent, la vitesse de phase v_p (relation 3.8) sera fonction de la fréquence. Cela signifie que les différentes harmoniques d'un signal ne se propageront pas à la même vitesse, d'où l'expression de *modèle dispersif*.

Un terme de phase adéquat pour avoir une réponse impulsionnelle causale a été établi par Gurumurthy et Arthur (1982). Nous en rappelons ici les grandes étapes de calcul. Soit une fonction $\mathcal{A}(\omega)$, telle que :

$$\mathcal{A}(\omega) = R(\omega) + jX(\omega) = |A(\omega)|e^{-j\theta(\omega)} \quad (3.14)$$

Une première condition pour que $A(\omega)$ soit la transformée de Fourier d'une fonction causale $a(t)$ est que $a(t)$ soit d'énergie finie (Papoulis, 1962). On a alors :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |A(\omega)|^2 d\omega < \infty \quad (3.15)$$

La seconde est la condition dite de Paley-Wiener (Papoulis, 1962); elle s'écrit :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{|\ln A(\omega)|}{1 + \omega^2} d\omega < \infty \quad (3.16)$$

Si on suppose de plus que la réponse impulsionnelle d'un tissu mou est celle d'un système à phase minimale, $X(\omega)$ (partie imaginaire de $\mathcal{A}(\omega)$) peut être déterminée à partir de $R(\omega)$ (partie réelle de $\mathcal{A}(\omega)$) à l'aide de la relation suivante (Papoulis (1962), pages 204-206) :

$$X(\omega) = \frac{\omega}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{R(\omega_0)}{\omega_0^2 - \omega^2} d\omega_0 \quad (3.17)$$

Les détails du calcul du terme de phase $\theta(\omega)$ de la fonction de transfert pour ce modèle sont donnés à l'annexe IV; on aboutit à l'expression suivante :

$$\theta_{causale}(\omega, x) = \omega\tau x - \frac{\omega}{\pi} \frac{\alpha_0 x}{\pi} \ln |\omega| \quad \text{avec} \quad \tau = \tau_b + \frac{\beta}{\pi^2} \tau_m \quad (3.18)$$

où τ_m ⁵ est une constante qui vaut 20 pour les tissus mous modélisés ici. Cette constante est déterminée de telle façon que les prédictions du modèle dispersif correspondent aux observations expérimentales de plusieurs types de tissus (Gurumurthy et Arthur, 1982).

D'où la fonction de transfert correspondante :

$$H_{att\ causale}(\omega, x) = \underbrace{e^{-\frac{\alpha_0 x}{2\pi} |\omega|}}_{\mathbf{H}_1} \underbrace{e^{-j\omega\tau x} e^{j\frac{\omega}{\pi} \frac{\alpha_0 x}{\pi} \ln |\omega|}}_{\mathbf{H}_2} \quad (3.19)$$

où la quantité $\mathbf{H}_1$ est la partie de la fonction de transfert d'atténuation incluant le retard pour chaque position de diffuseur et $\mathbf{H}_2$ est la partie de $H_{att\ causale}(\omega, x)$ qui assure la causalité.

On accède à la réponse impulsionnelle d'atténuation causale $h_{att\ causale}(t, x)$ en calculant la transformée de Fourier inverse de $H_{att\ causale}(\omega, x)$. La réponse impulsionnelle $h_{att\ causale}(t, x)$ est représentée à la figure 3.3; on voit que, contrairement à celle du modèle à phase linéaire, celle-ci n'est pas symétrique. Les flèches indiquant l'emplacement des diffuseurs, on observe une réponse du système après le diffuseur seulement, ce qui montre bien que cette réponse impulsionnelle est causale. Par ailleurs, comme dans le cas du modèle non causal, la réponse impulsionnelle s'élargit et décroît en amplitude avec la position axiale dans le tissu; notons finalement que sa durée est plus longue que celle du modèle non causal.

⁵La constante τ_m est aussi appelée *minimum-phase delay factor* dans la littérature.

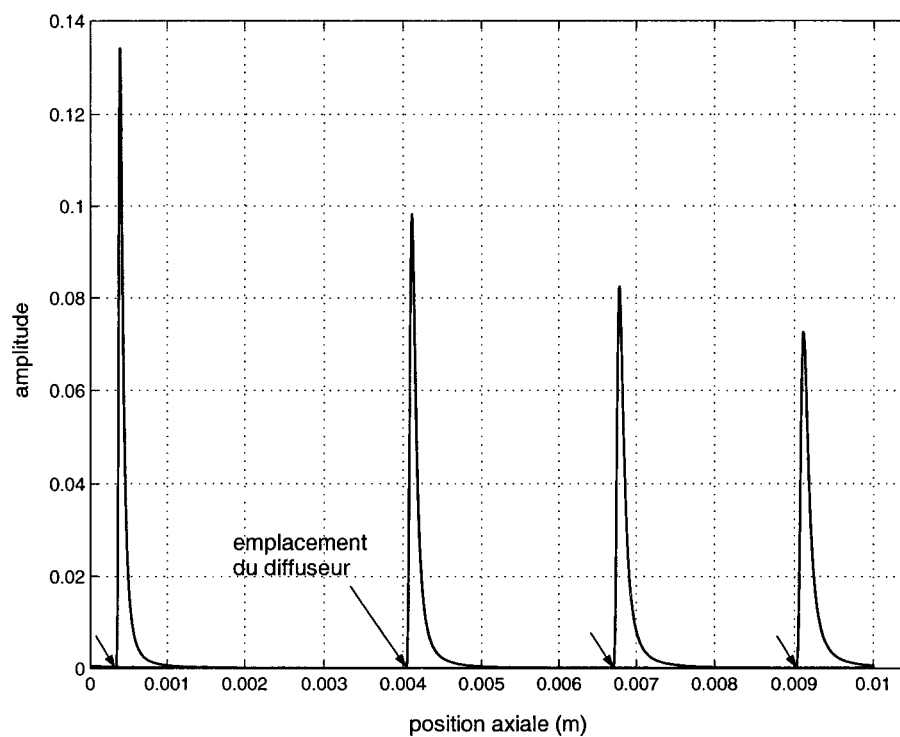


Figure 3.3 Réponse impulsionnelle du modèle dispersif d'atténuation pour les paramètres suivants : $c=1540$ m/s, $\alpha_0=0.1$ Np/[cm·MHz] et $\tau_b=6.49$ μ s/cm. Ces paramètres sont représentatifs de la propagation et de l'atténuation dans les tissus mammaires (McDaniel, 1977).

3.2.3 Mise en œuvre du modèle dispersif pour la formation du signal

Dans ce modèle, le signal RF s'écrit sous la forme d'un produit de convolution entre la réponse impulsionnelle du transducteur $h_{tr}(t)$ et celle du tissu atténuant $r_{att\ causale}(t)$:

$$e(t) = h_{tr}(t) \otimes r_{att\ causale}(t) \quad (3.20)$$

$$\text{avec } r_{att\ causale}(t) = \sum_{n=1}^N a_n h_{att\ causale}(t, x_n)$$

où a_n et x_n sont respectivement la réflectivité et la position spatiale des diffuseurs. $r(t)$ est la réponse impulsionnelle du tissu définie à la relation 3.4 et $h_{att\ causale}(t)$ est la réponse impulsionnelle d'atténuation causale obtenue par la transformée de Fourier inverse de la fonction de transfert d'atténuation causale 3.19. Or, il n'existe pas d'expression analytique connue de cette transformée de Fourier inverse. C'est pourquoi nous ferons la mise en œuvre du modèle par des calculs numériques dans le domaine fréquentiel, pour ensuite revenir dans le domaine du signal par l'application d'une transformée de Fourier inverse.

La fonction de transfert pour un tissu atténuant constitué de N diffuseurs de réflectivité a_n est obtenue en sommant les fonctions de transfert individuelles 3.19, soit :

$$R_{att\ causale}(f) = \sum_{n=1}^N a_n \cdot \underbrace{e^{-\alpha_0 c t_n |f|} e^{-2\pi j f \tau c t_n}}_{\mathbf{H}_1} \underbrace{e^{2f j \alpha_0 c t_n \frac{\ln|2\pi f|}{\pi}}}_{\mathbf{H}_2} \quad (3.21)$$

$$\text{avec } t_n = \frac{2x_n}{c}$$

où la quantité $\mathbf{H}_1$ est la partie de la fonction de transfert d'atténuation incluant le retard pour chaque position de diffuseur et $\mathbf{H}_2$ est la partie de $H_{att\ causale}(\omega, x)$ qui assure la causalité.

D'où l'expression du signal RF :

$$\begin{aligned} e(t) &= \mathcal{F}^{-1}[H_{tr}(f) \cdot R_{att\ causale}(f)] \\ \text{avec } H_{tr}(f) &= \frac{1}{2} \left(e^{\frac{f-f_c}{2\sigma_f^2}} + e^{\frac{f+f_c}{2\sigma_f^2}} \right) \end{aligned} \quad (3.22)$$

où $\mathcal{F}^{-1}$ indique la transformée de Fourier inverse et H_{tr} est la fonction de transfert du transducteur. C'est l'expression 3.22 que nous utiliserons dans la suite de ce chapitre pour générer les signaux RF.

3.3 Simulation de signaux RF unidimensionnels

Nous présentons, dans cette section, les signaux RF 1D obtenus à l'aide du modèle à diffuseurs discrets de formation des signaux RF dans un milieu atténuant. La figure 3.4a présente un signal RF généré à l'aide du modèle décrit par l'équation 3.22 et des paramètres du tableau 3.1. On note deux caractéristiques de ce signal RF : sa moyenne est non nulle et son amplitude diminue à mesure que l'onde ultrasonore se propage dans la direction axiale.

3.3.1 Moyenne non nulle

Dans le domaine spectral, une moyenne non nulle du signal RF $e(t)$ signifie que $H_{tr}(0) \neq 0$ et que $R_{att\ causale}(0) \neq 0$ dans l'équation 3.22. Pour ce qui est de $H_{tr}(0) \neq 0$, la figure 3.1b nous montre bien la présence d'une composante continue dans le spectre de la réponse impulsionnelle du transducteur. Cet effet provient du fait que la fréquence de la porteuse est trop faible compte tenu de la largeur de bande σ_f ; vu sous un autre angle, la largeur de bande fractionnaire de H_{tr} est trop grande pour faire en sorte que les deux gaussiennes spectrales centrées à $-f_c$

et $+f_c$ ne se chevauchent pas. Pour ce qui est de $R_{att\ causale}(0) \neq 0$, ceci provient du fait que nous avons considéré, dans la relation 3.4, que la réflectivité a_n de tous les diffuseurs était unitaire et donc de moyenne non nulle.

Pour nous approcher de conditions expérimentales où ces artéfacts n'apparaissent pas, nous aurions pu prendre non pas la réponse impulsionnelle $h_{tr}(t)$ tel qu'elle est exprimée par la relation 3.2, mais plutôt sa dérivée première ou seconde par rapport au temps $\frac{\partial^2}{\partial t^2}H(t)$ (Meunier, 1989); nous aurions également pu imposer une réflectivité aléatoire de moyenne nulle pour tous les diffuseurs. La solution simple que nous avons adoptée pour corriger ces deux effets a consisté à enlever la composante continue dans le signal RF $e(t)$.

3.3.2 Diminution de l'amplitude du signal en fonction de la profondeur

La diminution de l'amplitude est une conséquence de l'effet de l'atténuation introduite dans le modèle de formation. En effet, on voit que la réponse impulsionnelle d'atténuation des quatre diffuseurs, représentée à la figure 3.3, diminue en amplitude à mesure que le diffuseur se trouve en profondeur. Or, les données expérimentales et cliniques que nous avons étudiées dans ce travail ont été acquises dans les conditions habituellement utilisées en clinique, c'est-à-dire qu'elles ont été compensées pour les effets de l'atténuation par l'application d'un gain qui varie en fonction de la profondeur. Par conséquent, pour reproduire ces conditions, nous avons calculé un signal corrigé pour la diminution d'amplitude à l'aide de l'équation ci-dessous.

$$e_{tgc}(t) = e(t) \times e^{\kappa ct} \quad (3.23)$$

La valeur de κ utilisée dans cette équation a été déterminée à partir de la pente du logarithme de l'enveloppe du signal RF. On montre, à la figure 3.4b, le signal RF de la figure 3.4a pour lequel la moyenne a été enlevée et le gain ajusté en fonction

de la profondeur.

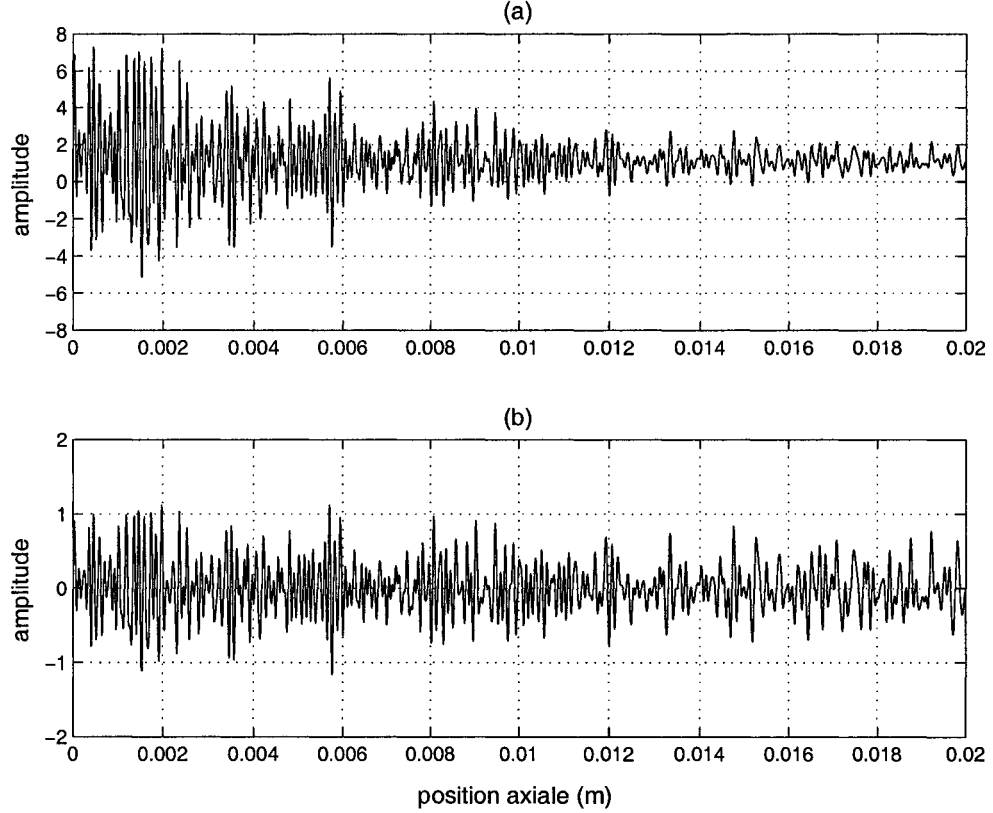


Figure 3.4 Signaux RF simulés par le modèle à diffuseurs discrets. (a) Sans ajustement du gain en fonction de la profondeur. (b) Après suppression de la moyenne du signal et ajustement du gain en fonction de la profondeur.

3.4 Simulation d'images RF

Nous simulons dans cette section des images RF constituées de 128 lignes RF 1D, chacune de ces lignes RF ayant une distribution de diffuseurs qui lui est propre⁶. Ces images nous permettront, dans un premier temps, d'étudier les caractéris-

⁶Cette situation représente bien le cas d'une réponse impulsionnelle latérale étroite du transducteur (par exemple au point focal), qui interagit essentiellement avec les diffuseurs sur l'axe de propagation et très peu avec ceux disposés sur les lignes RF adjacentes.

tiques spectrales des signaux RF et, dans un deuxième temps, de générer une série d'images RF avec des taux de déformation différents dans le but de calculer des élastogrammes.

3.4.1 Décalage spectral des enveloppes complexes

Dans la section précédente, nous avons montré que l'on pouvait corriger la diminution de l'amplitude du signal due à l'atténuation. Toutefois, l'atténuation ne fait pas que modifier l'amplitude du signal, elle introduit aussi des modifications spectrales qui se manifestent sous la forme d'un décalage d'autant plus important que l'onde ultrasonore se situe en profondeur dans le milieu. Ce décalage, rappelons-le, serait responsable des distorsions spectrales des signaux RF reconstruits à partir des signaux I et Q.

3.4.1.1 Cas du transducteur gaussien

Dans le cas du transducteur de réponse impulsionnelle gaussienne et d'un milieu où le coefficient d'atténuation varie **linéairement** avec la fréquence, on a la propriété suivante (Narayana et Ophir, 1983) :

$$\sigma_f = \text{constante} \quad (3.24)$$

$$f_{moy} = f_c - (2\alpha_0\sigma_f^2) x \quad (3.25)$$

où σ_f est l'écart-type fréquentiel (en cycle/cm) défini à la relation 3.3, α_0 est le coefficient d'atténuation exprimé en Np/[cm·MHz] du milieu de propagation, f_c est la fréquence centrale nominale (en MHz) du transducteur et x est la position axiale. Ainsi, la largeur de bande du spectre reste constante, alors que sa fréquence cen-

trale décroît linéairement avec la distance x et proportionnellement au coefficient d'atténuation. On observe cet effet sur la figure 3.5b qui représente le spectre de l'enveloppe complexe ($I + jQ$) aux profondeurs respectives de

$$x = 0.6, 1.8 \text{ et } 3 \text{ cm.}$$

En appliquant la relation 3.25 aux paramètres du tableau 3.1, on obtient, pour les trois profondeurs de x , un décalage progressif du spectre de l'enveloppe complexe de 2.6 MHz entre 0.6 et 3 cm. Notez qu'on retrouve ce même décalage sur les spectres des signaux $I + jQ$ de la figure 3.5b.

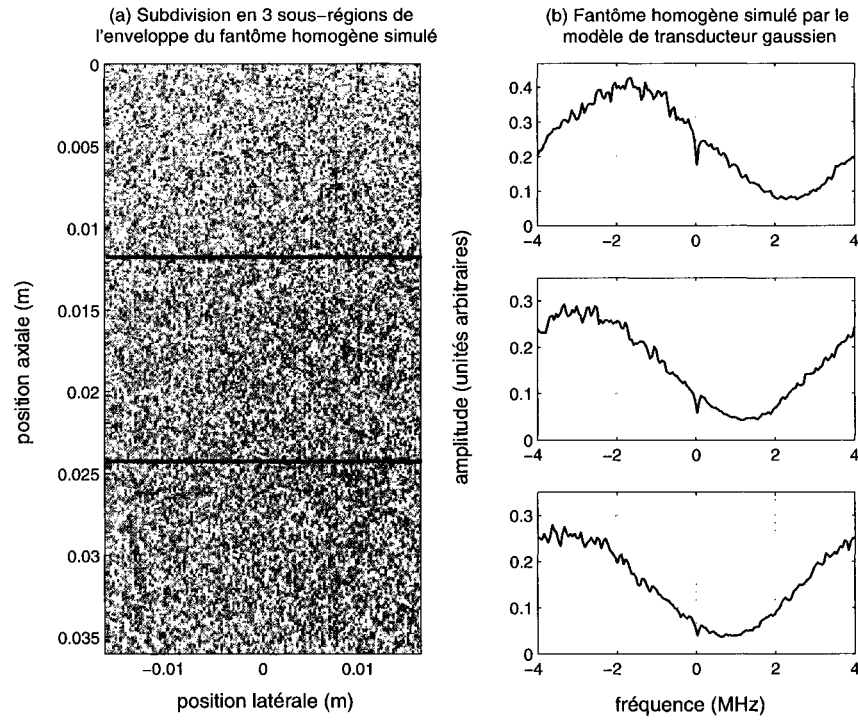


Figure 3.5 (a) Subdivision en 3 sous-régions de l'enveloppe de l'image échographique simulée à l'aide du modèle de transducteur gaussien et des paramètres du tableau 3.1. (b) Spectres d'amplitude de l'enveloppe complexe des 3 sous-régions de la figure 3.5a. Notez le décalage progressif du spectre du signal $I + jQ$ vers l'origine à mesure que le signal se propage en profondeur.

3.4.1.2 Cas du modèle Butterworth

Nous avons également simulé des images RF échographiques en utilisant le modèle à diffuseurs discrets, mais avec une réponse impulsionnelle du transducteur qui est celle du filtre Butterworth passe-bande du 4^e ordre présenté à la section 2.3 (figure 2.8a). Le spectre de l'enveloppe complexe des signaux RF avec des coefficients d'atténuation du tissu de 0.05 et 0.2 Np/[cm·MHz] est représenté aux figures 3.6b et 3.6c. Le spectre du signal RF du fantôme homogène expérimental est bien représenté par celui du signal avec un coefficient d'atténuation de 0.05 Np/[cm·MHz]. Dans le cas où le coefficient d'atténuation du tissu est élevé ($\alpha_0 = 0.2$ Np/[cm·MHz]), on observe essentiellement une diminution importante de la largeur du bande du spectre du signal RF (figure 3.6c); nous verrons au chapitre 4 que c'est le cas du signal RF clinique du sein.

3.4.2 Application des modèles à la restauration du signal RF

Comme nous l'avons vu au chapitre 2, l'application, à tout le signal $I + jQ$, de la méthode de restauration par pré-translation spectrale produit un spectre RF avec un rebond (figure 2.25b). Nous avons par la suite montré (figures 2.27 et 2.28) que le décalage progressif du spectre de l'enveloppe complexe en fonction de la profondeur est une cause possible du rebond sur le spectre du signal RF reconstruit. Cela nous conduit maintenant à explorer l'approche de restauration par pré-translation, introduite à la section 2.5.3, mais sur une base locale, c'est-à-dire une restauration qui dépend du décalage du spectre du signal $I + jQ$ local.

Le spectre des trois sous-régions du signal RF, généré à l'aide du modèle gaussien, reconstruit en pré-translatant toute l'enveloppe complexe (figure 3.5b) d'une même fréquence de 2 MHz, est représenté à la figure 3.7a.

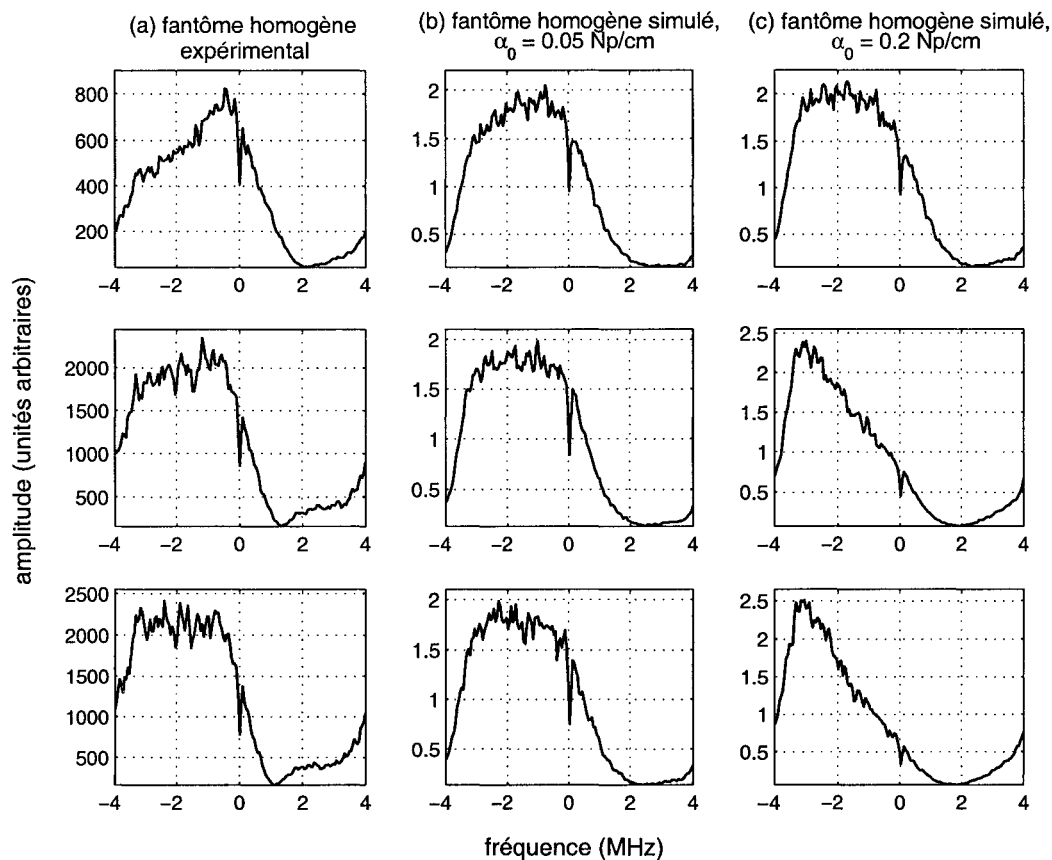


Figure 3.6 Spectres de l'enveloppe complexe provenant respectivement du haut, milieu et bas d'une image échographique. (a) Spectres du fantôme homogène expérimental. (b) Spectres du fantôme homogène simulé à l'aide du modèle Butterworth avec un coefficient d'atténuation de 0.05 Np/[cm·MHz]. (c) Spectres du fantôme homogène simulé à l'aide du modèle Butterworth avec un coefficient d'atténuation de 0.2 Np/[cm·MHz].

On voit que cette pré-translation spectrale est bien adaptée à la région proche du transducteur où le décalage du spectre de l'enveloppe complexe n'est pas très élevé, mais à mesure que celui-ci s'accroît, on voit apparaître un rebond, autour de {8-10} MHz, sur le spectre du signal RF reconstruit.

Lorsque la restauration par pré-translation est mise en œuvre sur une base locale (figure 3.7b), c'est-à-dire en appliquant une fréquence de pré-translation adaptée au décalage du spectre du signal $I + jQ$ local (2, 2.8 et 3.1 MHz), on voit que les spectres locaux du signal RF reconstruit ne présentent pas de rebond.

Les spectres d'amplitude totaux de ces trois sous-régions sont notés *spectre total (a)* et *spectre total (b)*, ils sont obtenus en calculant la racine carrée de la somme des spectres de puissance des trois sous-régions de l'image. On constate que le léger rebond autour de 10 MHz sur le spectre d'amplitude total de l'image RF, reconstruite par pré-translation globale (*spectre total (a)*), n'apparaît pas sur le spectre total du signal RF reconstruit par pré-translation locale (*spectre total (b)*).

Pour ce qui est des signaux RF générés à l'aide du modèle Butterworth, nous avons étudié les deux cas où les effets de l'atténuation sont respectivement faible ($\alpha_0 = 0.05$ Np/[cm·MHz]) et important ($\alpha_0 = 0.2$ Np/[cm·MHz]). Dans le premier cas où l'atténuation est faible, nous n'avons pas constaté de différences notables entre les signaux RF reconstruits par pré-translation globale et locale. Dans le second cas où le tissu est fortement atténuant, les spectres des signaux RF reconstruits par ces deux méthodes sont représentés à la figure 3.8. On note que les spectres reconstruits par pré-translation locale (figure 3.8b) sont mieux restaurés que ceux obtenus par pré-translation globale, et que le léger rebond, qui apparaît autour de 10 MHz sur le spectre total du signal RF reconstruit par pré-translation globale (figure 3.8a), n'apparaît pas sur le spectre du signal RF reconstruit par pré-translation locale (figure 3.8b).

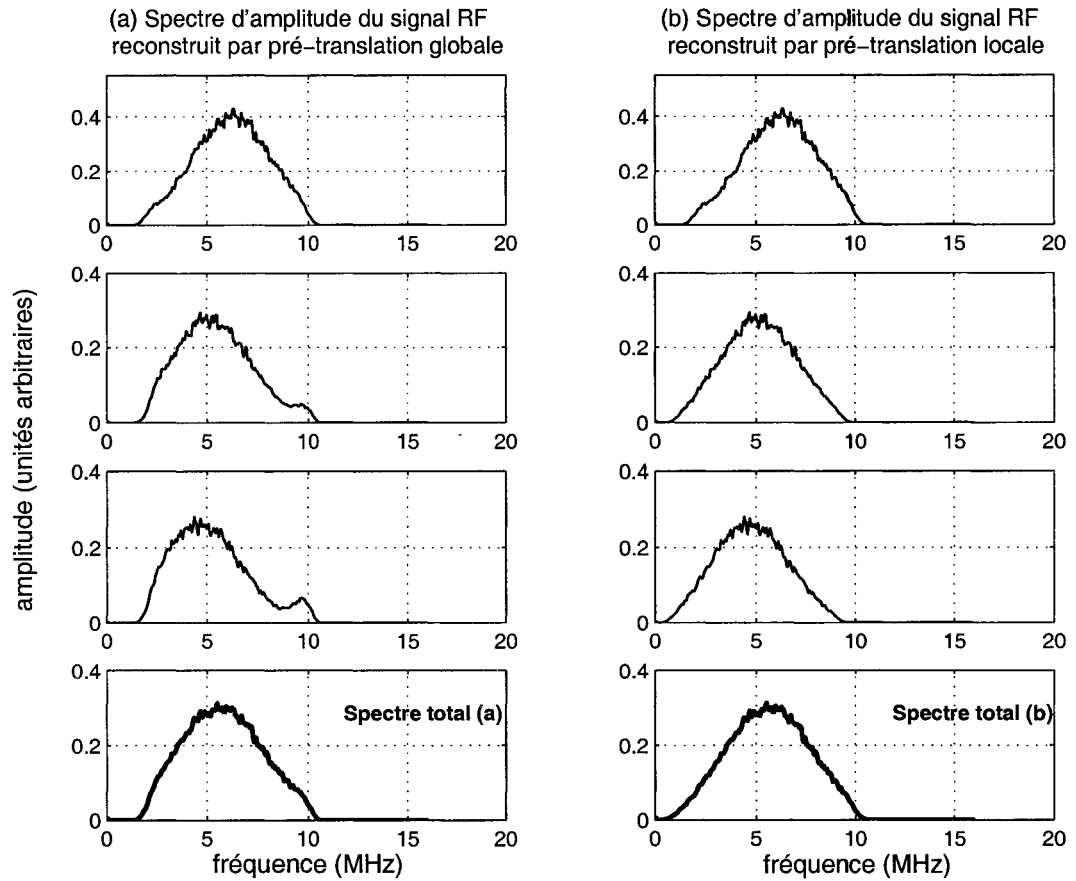


Figure 3.7 Spectres des trois sous-régions du haut, milieu et bas du signal RF simulé par le modèle de transducteur gaussien. (a) Cas où le signal RF est reconstruit en pré-translatant toute l'enveloppe complexe de 2 MHz. (b) Cas où le signal RF est reconstruit en pré-translatant les trois sous-régions de l'enveloppe complexe des fréquences respectives 2, 2.8 et 3.1 MHz. Les spectres notés *spectre total (a)* et *spectre total (b)* représentent les spectres d'amplitude totaux de toute l'image RF.

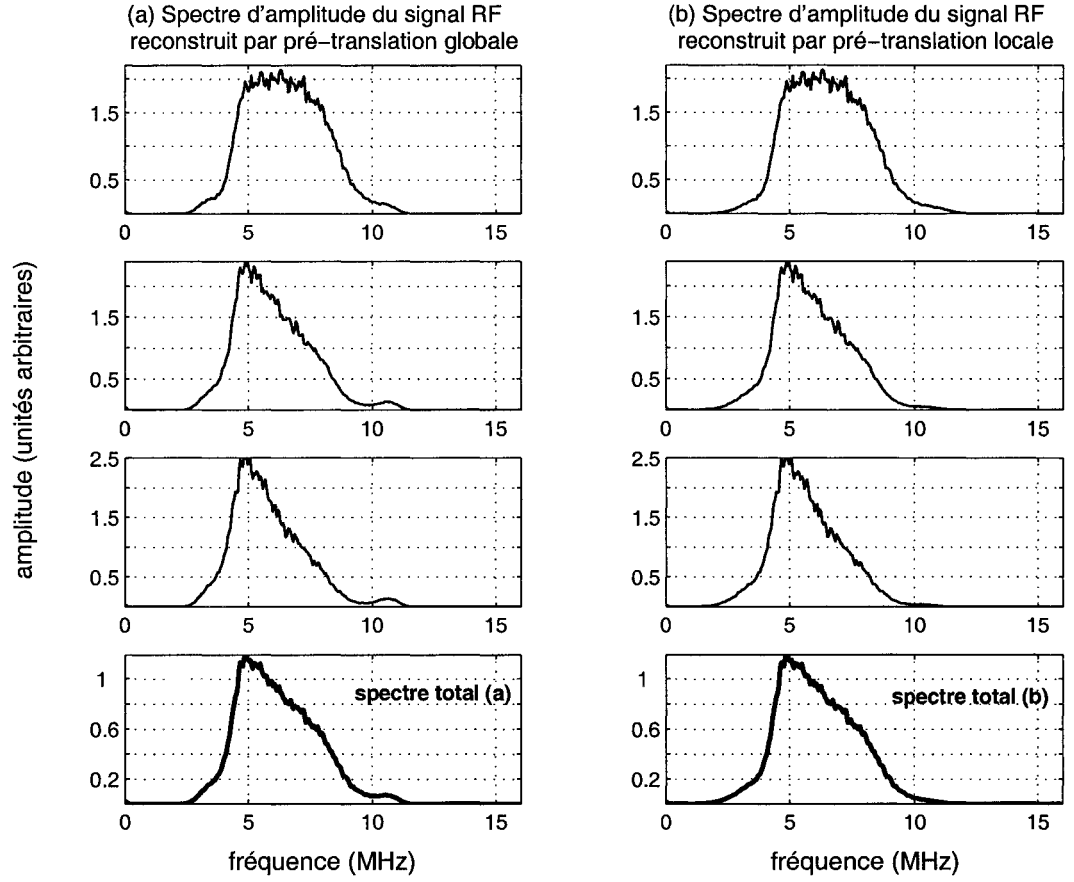


Figure 3.8 Spectres des trois sous-régions du haut, milieu et bas du signal RF simulé par le modèle Butterworth. (a) Cas où le signal RF est reconstruit en pré-translatant toute l'enveloppe complexe d'une même fréquence. (b) Cas où le signal RF est reconstruit en pré-translatant les trois sous-régions de l'enveloppe complexe localement. Les spectres notés *spectre total (a)* et *spectre total (b)* représentent les spectres d'amplitude totaux de toute l'image RF.

3.4.3 Conclusion

Dans le cas du modèle du transducteur gaussien, l'atténuation se traduit par un décalage spectral du centre de masse du spectre du signal $I + jQ$, sa largeur de bande restant inchangée. Nous avons vu à la figure 3.7 que, dans ce cas, la restauration du signal RF par pré-translation locale permet de supprimer le rebond spectral dû au décalage du centre de masse du spectre entre le haut et le bas de l'image (figure 3.7).

Dans le modèle Butterworth, l'atténuation a essentiellement pour effet de réduire la largeur de bande du spectre; lorsque les effets de l'atténuation ne sont pas importants, nous n'observons pas de différences appréciables entre les spectres des signaux reconstruits par pré-translation globale et locale. Par contre, lorsque le signal est fortement atténué, la restauration par pré-translation locale permet de produire un signal RF dont le spectre ne présente pas de rebond (figure 3.8).

3.5 Élastogrammes des signaux simulés

Dans le but d'étudier les conséquences de la restauration des signaux RF sur l'estimation du déplacement en élastographie, nous avons généré des images RF d'un fantôme homogène à plusieurs taux de déformation. Nous avons pour cela simulé une compression du tissu en déplaçant les diffuseurs sur l'axe de propagation.

Soit le signal pré-compression défini par :

$$e_{pre}(t) = h_{tr}(t) \otimes r_{att\ causale}(t) \quad (3.26)$$

où h_{tr} est la réponse impulsionnelle du transducteur et $r_{att\ causale}(t)$ est la réponse impulsionnelle du tissu atténuant.

Le signal post-compression est donné par la relation suivante :

$$e_{post}(t) = h_{tr}(t) \otimes r_{att\ causale}\left(\frac{t}{\alpha}\right) \quad (3.27)$$

avec $\alpha = 1 - \epsilon$

où ϵ est la déformation appliquée sur le tissu (elle est négative en compression).

Nous allons à présent calculer des élastogrammes à partir d'une paire de signaux RF pré- et post-compression simulés.

3.5.1 Élastogrammes calculés sans pré-étirement des signaux RF

Nous présentons, dans cette section, les résultats élastographiques obtenus avec les signaux RF, sans pré-étirement, reconstruits par les deux méthodes illustrées sur la figure 3.9. La technique de calcul des élastogrammes est celle présentée à la section 1.2.2.2. Les paramètres de calcul sont tels que pour des signaux pré- et post-compression de longueur 0.036 m (46 μ s), la taille des fenêtres d'observation est prise égale à 0.00178 m (2.3 μ s) avec un taux de recouvrement de 60 %.

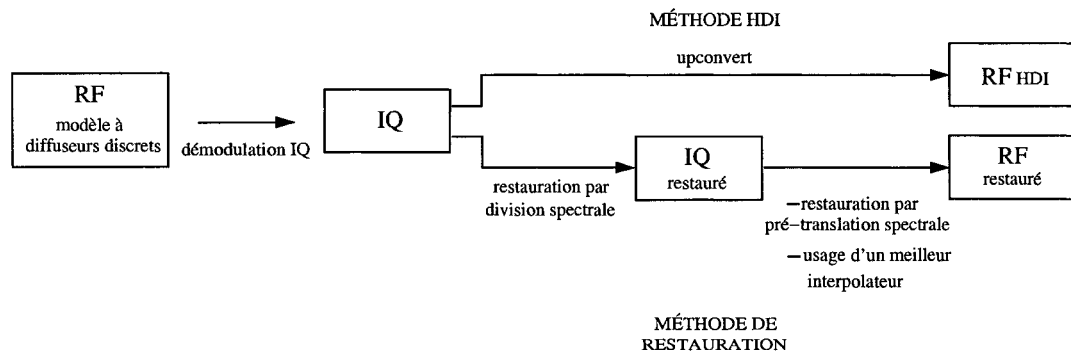


Figure 3.9 Représentation schématique des deux méthodes de reconstruction du signal RF : la méthode HDI est celle implantée dans le HDI1000; la méthode de restauration est celle présentée aux chapitres 2 et 3.

Les figures 3.10a, 3.10c et 3.10e représentent les élastogrammes à 1, 2 et 3 % de

déformation, calculés à partir d'une paire de signaux RF reconstruits par la méthode de HDI. Les figures 3.10b, 3.10d et 3.10f représentent les élastogrammes calculés à partir des signaux RF reconstruits avec la méthode de restauration, c'est-à-dire en restaurant le signal $I + jQ$ par la méthode de filtrage inverse présentée à la section 2.5.1, puis en reconstruisant le signal RF à partir des signaux IQ restaurés à l'aide de l'interpolateur *resample* de MATLAB et de la méthode de restauration par pré-translation spectrale globale (section 2.5.3).

Les déformations induites dans les signaux post-compression étant uniformes, les élastogrammes devraient idéalement être homogènes. On note cependant que les élastogrammes 3.10a, 3.10c et 3.10e présentent des artéfacts sous la forme de *zébrures*⁷. Les élastogrammes calculés à partir des signaux RF restaurés ne présentent pas de *zébrures* et sont beaucoup plus homogènes.

Pour évaluer la qualité des estimations de déformation, nous avons représenté, au tableau 3.2, les moyennes, écarts-types et rapports signal/bruit élastographiques (RSBe) des valeurs de déformation et, à la figure 3.11, les histogrammes des élastogrammes.

La moyenne (μ), l'écart-type (σ) et les rapports signal/bruit (RSBe) des cartes de déformation sont calculés à l'aide des relations suivantes :

$$\mu = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N s_i \quad (3.28)$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (s_i - \mu)^2} = \sqrt{v} \quad (3.29)$$

$$\text{RSBe} = 20 \log_{10} \left[\frac{\mu}{\sigma} \right] \quad (3.30)$$

⁷Ces *zébrures* proviennent de la méthode d'interpolation parabolique utilisée afin d'améliorer la précision sur l'estimation du déplacement. En effet, avant la recherche du maximum de la fonction d'intercorrélation, cette dernière est interpolée. La méthode appliquée dans ce travail est l'interpolation parabolique; celle-ci introduit une erreur cyclique (Boucher et Hassab, 1981) sur l'estimation du déplacement et par là même sur la carte des déformations (Céspedes *et al.* (1995), Alam et Ophir (2000)). Cette erreur se présente sous la forme de bandes dont la fréquence spatiale augmente avec le taux de déformation du tissu.

où s est la déformation, v la variance et N le nombre de pixels dans l'élastogramme. À partir de la figure 3.11 et du tableau 3.2 (les valeurs correspondant aux élastogrammes calculés à partir des signaux RF restaurés sont notées en gras), on constate que :

- La valeur moyenne des déformations est dans les deux cas systématiquement inférieure à la valeur réelle; l'estimateur est donc biaisé. Toutefois, le biais est deux fois moindre lorsque les déformations sont calculées à partir des signaux RF restaurés (tableau 3.2).
- L'écart-type des déformations est nettement plus faible dans les élastogrammes reconstruits à partir des signaux RF restaurés (tableau 3.2). Ceci est aussi visible sur les histogrammes des élastogrammes : ceux calculés à partir des signaux restaurés sont manifestement plus étroits que ceux calculés par la méthode HDI. Le tableau 3.2 montre que la restauration réduit les écarts-type d'un facteur 4.
- Les rapports signal/bruit sont donc en moyenne de 12 dB plus élevés (tableau 3.2).

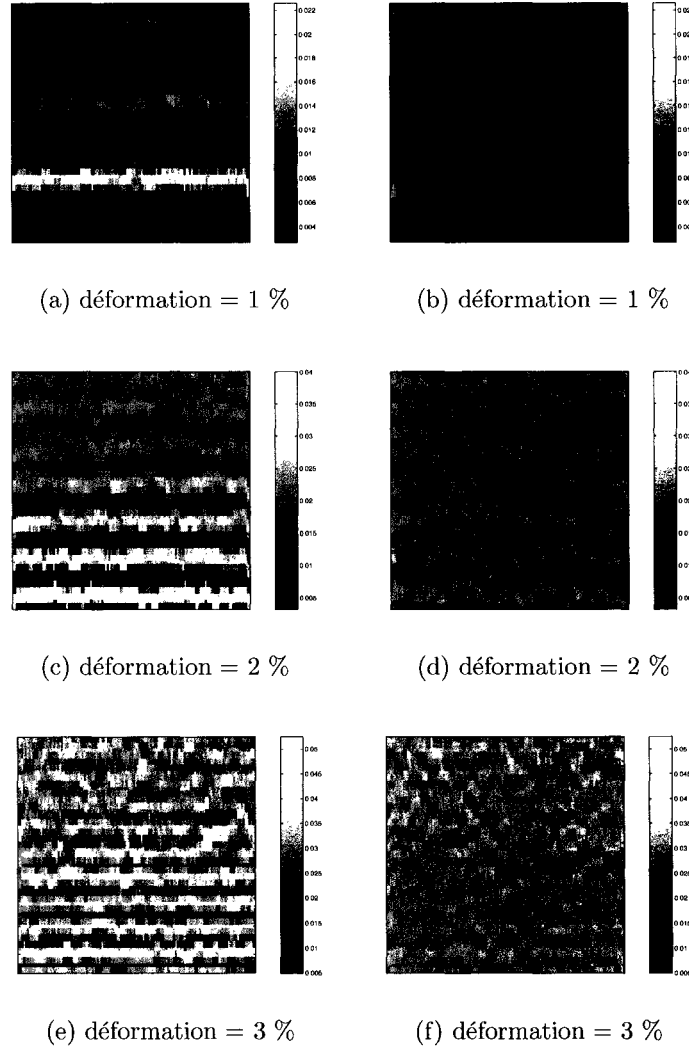


Figure 3.10 Élastogrammes calculés à partir d'une paire de signaux RF pré- et post-compression. (a, c, e) Cas où les signaux RF sont reconstruits par la méthode implantée dans le HDI1000. (b, d, f) Cas où les signaux RF sont reconstruits par les méthodes de restauration, c'est-à-dire en restaurant le signal $I + jQ$ par filtrage inverse puis en reconstruisant le signal RF à l'aide de l'interpolateur *resample* de MATLAB et de la méthode de restauration par pré-translation spectrale globale.

Tableau 3.2 Moyennes, écart-types et rapports signal/bruit dans les élastogrammes à 1, 2 et 3 %. Les paramètres correspondant aux élastogrammes calculés à partir des signaux RF restaurés sont notés en gras. La restauration améliore le RSBe d'environ 12 dB.

DÉFORMATION (%)	MOYENNE (%)		ÉCART-TYPE (%)		RSBe (dB)	
	HDI	Rest	HDI	Rest	HDI	Rest
1.0	0.92	0.96	0.35	0.08	8.38	21.58
2.0	1.94	1.98	0.63	0.14	9.76	23.0
3.0	2.94	2.96	0.80	0.22	11.30	22.56

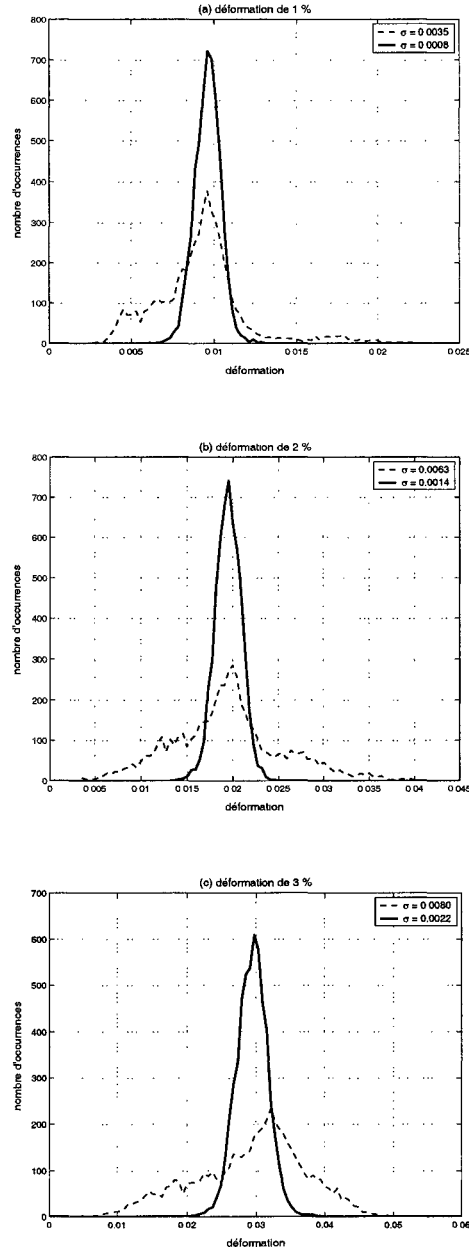


Figure 3.11 Histogrammes correspondant aux élastogrammes calculés à partir d'une paire de signaux RF reconstruits : par la méthode implantée dans le HDI1000 (traits pointillés) et par les méthodes de restauration (trait plein). Les valeurs σ indiquent les écarts-types (en %) des estimations de déformation. Les figures (a), (b) et (c) correspondent respectivement aux déformations de 1, 2 et 3 %.

3.5.2 Élastogrammes calculés avec pré-étirement des signaux RF

Une méthode couramment utilisée en élastographie pour améliorer l'estimation du déplacement, et ainsi accroître le rapport signal sur bruit élastographique, consiste à étirer (*temporal stretching*) le signal post-compression de la quantité dont le tissu a été déformé (Varghese et Ophir, 1996, 1997a).

Le signal post-compression étiré s'écrit :

$$e_{post\ etire}(t) = e_{post}(\alpha t) \quad (3.31)$$

avec $\alpha = 1 - \epsilon$

où ϵ est le taux de déformation du signal post-compression.

Les élastogrammes calculés en exerçant un étirement temporel sur le signal post-compression sont représentés à la figure 3.12. Par comparaison à la figure 3.10, on note une diminution appréciable du bruit dans les élastogrammes. Cependant, les élastogrammes calculés à partir des signaux RF non restaurés (figure 3.12a, 3.12c, 3.12e) sont encore affectés par les *zébrures*, contrairement à ceux obtenus à partir des signaux RF restaurés (figure 3.12b, 3.12d, 3.12f) qui sont nettement plus homogènes.

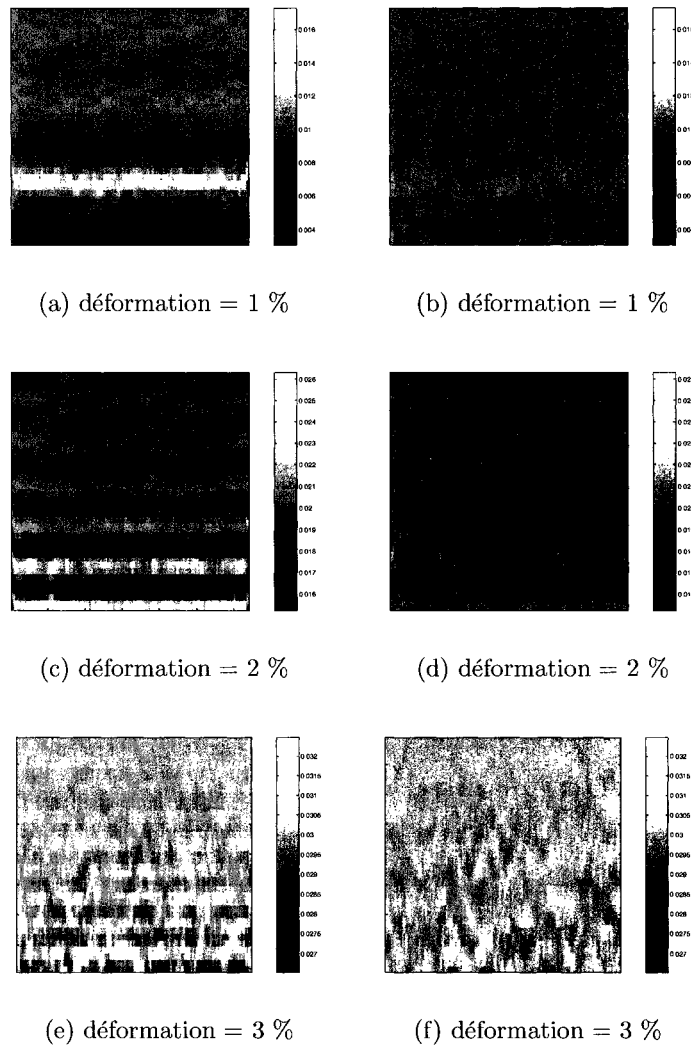


Figure 3.12 Élastogrammes calculés à partir d'une paire de signaux RF pré- et post-compression avec étirement temporel des signaux post-compression. (a, c, e) Cas où les signaux RF sont reconstruits par la méthode implantée dans le HDI1000. (b, d, f) Cas où les signaux RF sont reconstruits par les méthodes de restauration, c'est-à-dire en restaurant le signal $I + jQ$ par filtrage inverse puis en reconstruisant le signal RF à l'aide de l'interpolateur *resample* de MATLAB et de la méthode de restauration par pré-translation spectrale globale.

Tableau 3.3 Moyennes, écart-types et rapports signal/bruit dans les élastogrammes avec étirement temporel. Les paramètres correspondant aux élastogrammes calculés à partir des signaux RF restaurés sont notés en gras. La restauration améliore le RSBe de 12 dB en moyenne.

DÉFORMATION (%)	MOYENNE (%)		ÉCART-TYPE (%)		RSBe (dB)	
	HDI	Rest	HDI	Rest	HDI	Rest
1.0	0.96	0.99	0.157	0.027	15.7	31.2
2.0	2.0	2.0	0.120	0.023	24.4	38.7
3.0	3.0	3.0	0.047	0.020	36.1	43.5

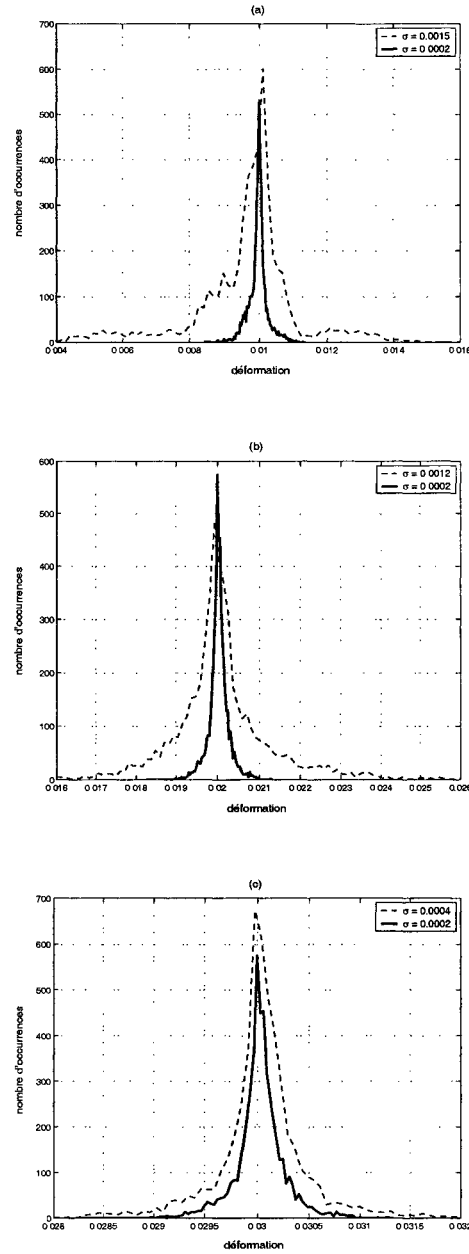


Figure 3.13 Histogrammes des élastogrammes calculés à partir d'une paire de signaux RF pour lesquels un étirement temporel a été appliqué. Les histogrammes des élastogrammes calculés à partir de signaux RF reconstruits par les méthodes de restauration sont en trait plein. Les valeurs σ indiquent les écarts-types (en %) des estimations de déformation.

Les moyennes, écarts-types et rapports signal/bruit de ces élastogrammes sont représentés au tableau 3.3, les histogrammes des cartes de déformation sont tracés à la figure 3.13. On note que :

- La valeur moyenne des déformations est dans les deux cas très proche de la valeur réelle. Dans le cas où la déformation est de 1 %, le biais de l'estimateur est plus faible lorsque les signaux RF sont reconstruits par les méthodes de restauration.
- L'écart-type des déformations est ici aussi clairement plus faible dans les élastogrammes calculés à partir des signaux RF restaurés (tableau 3.3), cette tendance se voit bien sur les histogrammes (figure 3.13) des cartes de déformation; ceux calculés à partir des signaux restaurés sont plus étroits que ceux calculées par la méthode HDI. Le tableau 3.3 montre que les écarts-types des élastogrammes calculés à partir des signaux restaurés sont réduits en moyenne d'un facteur 4.
- Les rapports signal/bruit sont plus élevés dans les élastogrammes calculés à partir des signaux restaurés (tableau 3.3); l'amélioration est en moyenne de 12 dB.

3.6 Conclusion

Nous avons, dans ce chapitre, simulé des signaux RF d'un fantôme homogène, à l'aide d'un modèle de formation à diffuseurs discrets, de signaux échographiques dans un milieu atténuant. Ces signaux nous ont permis, d'une part, d'étudier le rôle de l'atténuation dans la reconstruction des signaux RF et, d'autre part, d'évaluer dans quelle mesure les techniques de restauration, présentées aux chapitres 3 et 4, pourraient améliorer l'estimation du déplacement en élastographie.

Dans le cas du modèle gaussien, nous avons vu que la restauration par pré-translation locale permet de supprimer le léger rebond spectral qui apparaît sur le spectre du signal RF reconstruit.

Dans le cas du modèle Butterworth, nous avons étudié deux situations, l'une où le milieu de propagation est faiblement atténuant, correspondant au fantôme homogène expérimental, et l'autre où le milieu est fortement atténuant, correspondant au cas clinique du sein. Dans le cas du signal faiblement atténué, les différences spectrales entre le signal RF reconstruit par pré-translation globale et locale n'étaient pas appréciables. Dans le cas où les effets de l'atténuation étaient importantes, la restauration locale a permis de supprimer le rebond spectral dans le signal RF reconstruit.

Les élastogrammes du signal RF du fantôme homogène, simulé à l'aide du modèle gaussien, ont permis de constater l'apport bénéfique de la restauration des signaux RF sur l'estimation du déplacement en élastographie. En effet, les élastogrammes calculés à partir des signaux RF restaurés ne présentent pas les *zébrures* qui affectent ceux calculés à partir des signaux RF reconstruits par la méthode implantée dans le HDI1000, et leurs rapports signal/bruit (RSBe) sont en moyenne de 12 dB supérieurs à ces derniers.

Dans le prochain chapitre, nous allons appliquer la technique de restauration à des signaux expérimentaux cliniques afin de vérifier jusqu'à quel point les observations élastographiques, effectuées sur le fantôme homogène simulé, se retrouvent sur les élastogrammes cliniques.

CHAPITRE 4

APPLICATIONS AUX DONNÉES CLINIQUES

Ce chapitre présente l'application aux données cliniques, des techniques de restauration des signaux RF introduites aux chapitres 2 et 3. Les signaux auxquels nous nous intéressons sont des images échographiques *in vivo* d'une région d'un sein présentant un fibroadénome.

Le but de ce chapitre est de vérifier si les améliorations, apportées par la technique de restauration aux élastogrammes du fantôme homogène simulé au chapitre 3, s'observent aussi sur les élastogrammes cliniques. Un exemple de sonogramme de sein est présenté à la figure 4.1. La lésion très peu visible sur ce sonogramme sera, comme on le verra par la suite, bien révélée par l'élastogramme.

Dans un premier temps, nous examinons les caractéristiques spectrales de l'enveloppe complexe et du signal RF clinique. Ensuite, nous présentons les élastogrammes calculés à partir des signaux RF reconstruits respectivement par la méthode implantée dans le HDI1000 et par les méthodes de restauration. La qualité des signaux RF reconstruits par ces deux méthodes est évaluée par leurs aptitudes à donner lieu à une meilleure carte de corrélation entre les signaux RF pré- et post-compression, ainsi qu'à des élastogrammes exempts de *zébrures*.

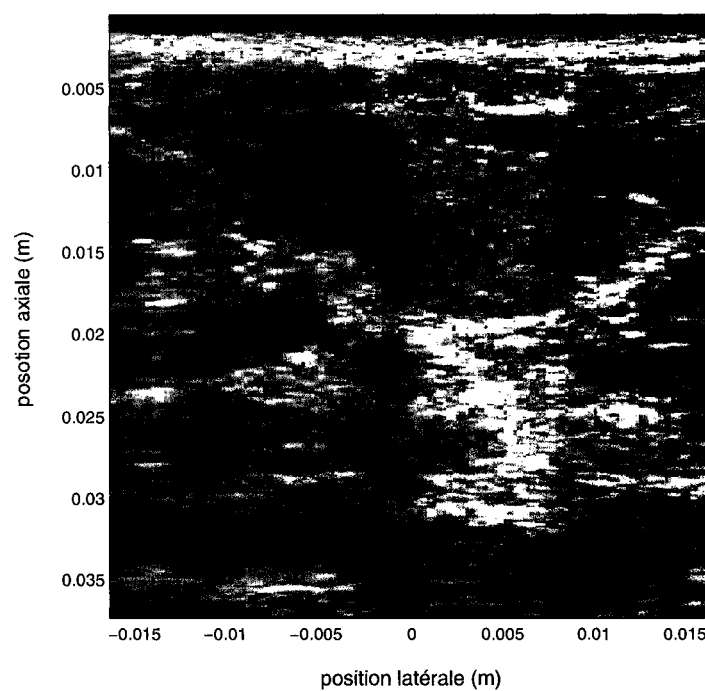


Figure 4.1 Image mode B *in vivo* d'une région d'un sein contenant un fibroadénome. Ces images ont été gracieusement fournies par B. S. Garra, University of Vermont College of Medicine.

4.1 Caractéristiques spectrales des signaux RF cliniques

Les signaux que nous avons traités dans cette section ont été acquis à l'aide du HDI1000 (sonde L11-5). Le dispositif expérimental est sensiblement le même que celui présenté à la figure 1.2, à la différence près que l'ensemble plaque de compression-transducteur applique la compression sur le sein. Les cartes des déformations internes dans la région d'intérêt sont calculées, à partir d'une paire de signaux RF avant et après compression, par la méthode présentée à la section 1.2.2.2.

La figure 4.2b représente les spectres d'amplitude des trois sous-régions de l'enveloppe complexe de l'image échographique en fonction de la profondeur. On observe un décalage important du spectre du signal $I+jQ$ vers la gauche à mesure que l'onde ultrasonore se propage dans le tissu, ce qui indique le caractère fortement atténuant des tissus mammaires.

Les spectres du signal RF reconstruit par restauration globale, c'est-à-dire en appliquant aux trois sous-régions de l'image, une même fréquence de pré-translation de 3 MHz, sont représentés à la figure 4.3a. Les spectres des trois sous-régions du signal RF reconstruit en appliquant des fréquences de pré-translation (2.6, 3.5 et 3.9 MHz) adaptées à chacune des trois sous-régions sont représentés à la figure 4.3b. Dans le cas où la pré-translation est globale, la présence de légers rebonds spectraux indique que la fréquence de pré-translation n'est adaptée à aucune des sous-régions. Cependant lorsque on applique une fréquence de pré-translation adaptée à chacune des sous-régions, on n'observe presque pas de rebonds spectraux. Toutefois, les spectres d'amplitude totaux notés *spectre total (a)* et *spectre total (b)* ne présentent pas de grandes différences.

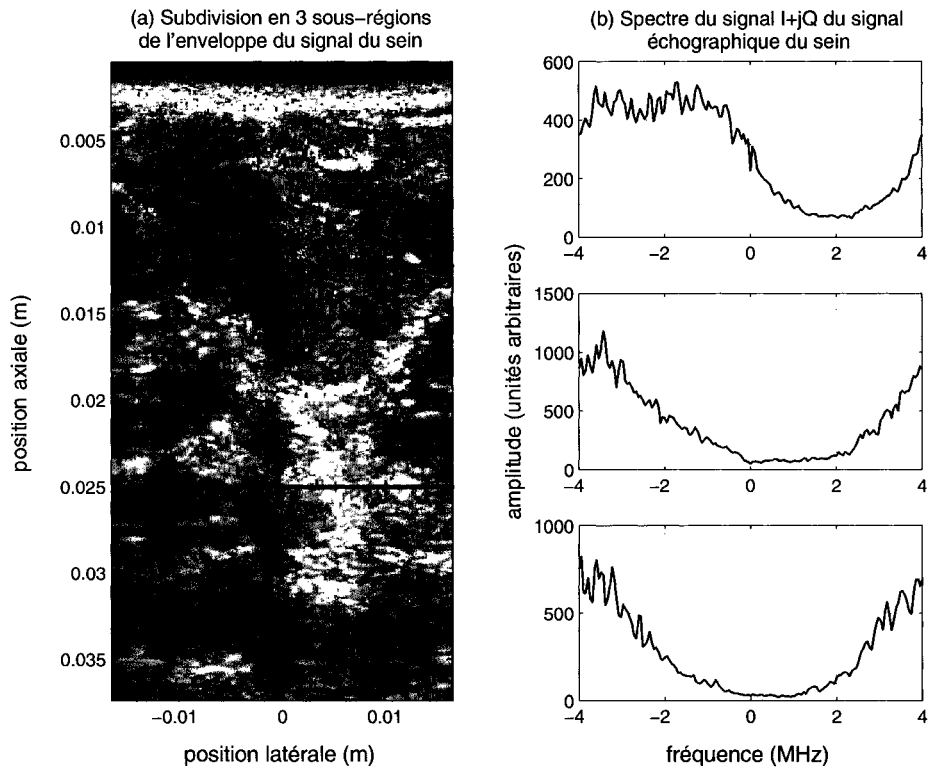


Figure 4.2 (a) Subdivision en 3 sous-régions de l'enveloppe de l'image échographique du sein. (b) Spectres d'amplitude de l'enveloppe complexe ($I+jQ$) dans les 3 sous-régions du sonogramme de sein. Notez que le spectre dans la région proche du transducteur est décalé de 2 MHz vers la gauche.

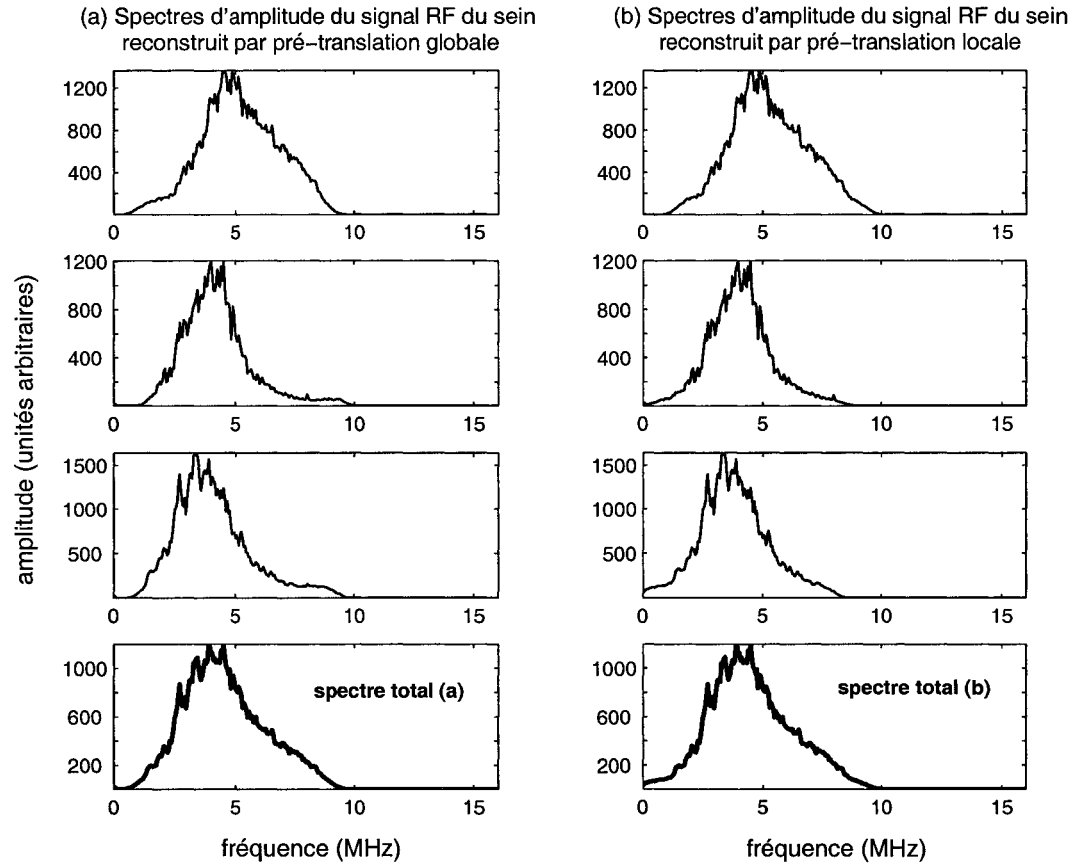


Figure 4.3 Spectres des trois sous-régions du haut, milieu et bas du signal RF clinique du sein. (a) Cas où le signal RF est reconstruit en pré-translatant toute l'enveloppe complexe d'une même fréquence. (b) Cas où le signal RF est reconstruit en pré-translatant les trois sous-régions de l'enveloppe complexe localement. Les spectres notés *spectre total (a)* et *spectre total (b)* représentent les spectres d'amplitude totaux de toute l'image RF.

4.2 Élastogrammes des signaux RF cliniques de sein

Nous présentons, dans cette section, les résultats élastographiques obtenus avec cinq images RF cliniques traitées. Nous évaluons la qualité des signaux RF reconstruits, d'une part, par la méthode HDI et, d'autre part, par les méthodes de restauration par leurs aptitudes à donner lieu à de meilleures cartes de corrélation ainsi qu'à des rapports signal sur bruit de corrélation (RSB_ρ) plus élevé; au niveau de l'élastogramme, nous observerons si la restauration permet de corriger les *zébrures* ainsi que le bruit de décorrélation.

4.2.1 Cartes de corrélation et RSB_ρ

Les cartes de corrélation, calculées entre deux signaux RF pré- et post-compression par la technique d'estimation du déplacement décrite à la section 1.2.2.2, sont représentées à la figure 4.4. Les figures A1, B1, C1, D1 et E1 représentent les cartes de corrélation calculées à partir des signaux RF reconstruits par la méthode HDI. Les figures A2, B2, C2, D2 et E2 sont les cartes de corrélation calculées à partir des signaux RF régénérés par les méthodes de restauration avec une pré-translation globale.

On note que les cartes de corrélation calculées à partir des signaux restaurés présentent des coefficients de corrélation en moyenne plus élevés (les coefficients de corrélation élevés sont indiqués en rouge et les faibles en bleu). En effet, les histogrammes des cartes de corrélation que l'on présente à la figure 4.5 montrent un décalage du centre de masse vers les hautes corrélations dans le cas des signaux RF restaurés. La valeur moyenne du coefficient de corrélation (ρ) est calculée au tableau 4.1; on constate une augmentation moyenne de 0.1.

Nous avons également mesuré le nombre de points dont la valeur est supérieure à

0.8 dans les cartes de corrélation de la figure 4.4; nous estimons en effet qu'une mesure du déplacement est suffisamment précise et fiable lorsque le coefficient de corrélation est de 0.8 et au-delà. Le pourcentage de nombre de points supérieurs à 0.8 dans chacun des cinq signaux traités est indiqué au tableau 4.1. On note une augmentation moyenne de 25 % du nombre de points au-delà du seuil de 0.8 dans les cartes de corrélation calculées à partir des signaux RF restaurés.

Un autre paramètre permettant d'apprécier l'amélioration des cartes de corrélation est le rapport signal sur bruit de corrélation RSB_ρ , celui-ci est défini en élastographie comme suit (Céspedes *et al.*, 1997) :

$$RSB_\rho = 20 \log_{10} \left[\frac{\rho}{1 - \rho} \right] \quad (4.1)$$

où ρ est le coefficient de corrélation.

La figure 4.6 représente les histogrammes des rapports signal sur bruit de corrélation, les histogrammes du RSB_ρ calculés à partir des signaux RF restaurés sont en trait épais. Les histogrammes et les valeurs moyennes de RSB_ρ montrent une augmentation moyenne de 5 dB du rapport signal sur bruit de corrélation.

Afin d'observer les régions particulières de l'image RF où la restauration permet une augmentation du coefficient de corrélation, nous avons représenté, à la figure 4.7, la différence¹ des cartes de corrélation calculées à partir des signaux RF reconstruits, d'une part, par les méthodes de restauration et, d'autre part, par la méthode implantée dans le HDI1000. Notons, avant tout, sur les cartes de corrélation calculées à partir des signaux RF reconstruits par la méthode implantée dans le HDI1000 (figures 4.4), que le coefficient de corrélation est particulièrement faible dans les régions au bas de l'image échographique (région où le décalage du spectre $I + jQ$ est le plus important). Cela résulte de la combinaison de deux effets, à savoir :

¹Les valeurs positives sur les images indiquent donc une augmentation du coefficient de corrélation alors que les valeurs négatives dénotent une diminution de ce coefficient.

- une augmentation du bruit de décorrélation avec la profondeur,
- un accroissement des effets de l'atténuation fréquentielle avec la position axiale, qui entraîne, dans le cas où le signal RF est reconstruit par la méthode du HDI1000, une distorsion de plus en plus importante du spectre du signal RF reconstruit (section 2.4.2.3).

Nous constatons que la restauration rehausse globalement le coefficient de corrélation et, en particulier, les régions au bas de l'image échographique (figure 4.7), c'est-à-dire celles où les distorsions spectrales décrites au chapitre 2 sont les plus importantes.

4.2.2 Élastogrammes des signaux RF cliniques

Les élastogrammes des cinq cas traités sont représentés à la figure 4.8. Les élastogrammes calculés à partir des signaux RF reconstruits par la méthode HDI sont représentés aux figures A1, B1, C1, D1 et E1; ceux obtenus à partir des signaux RF reconstruits par les méthodes de restauration avec une pré-translation globale sont représentés aux figures A2, B2, C2, D2 et E2.

Tel qu'observé auparavant sur les cartes de corrélation (figures 4.4 et 4.7), les élastogrammes reconstruits par les méthodes de restauration présentent moins de *zébrures* que ceux calculés par la méthode HDI1000. On note de plus une réduction du bruit dans les élastogrammes calculés depuis les signaux RF restaurés, et en particulier dans la région du bas.

4.3 Conclusion

Nous avons, dans ce chapitre, appliqué la méthode de restauration par pré-translation locale aux données cliniques. Nous avons constaté que la restauration permet de corriger les distorsions des spectres locaux du signal RF, même si celle-ci ne se reflète pas sur le spectre total (somme des spectres de chacune des sous-régions). Du point de vue élastographique, nous avons constaté que la restauration permet d'accroître en moyenne :

- le coefficient de corrélation moyen de 0.1,
- le nombre de points au delà de 0.8 dans les cartes de corrélation de 25 %,
- le rapport signal sur bruit de corrélation (RSB_ρ) de 5 dB.

Ce qui permet de calculer des élastogrammes qui présentent beaucoup moins de *zébrures* et de bruit de décorrélation que ceux obtenus à partir de signaux RF reconstruits par la méthode HDI, permettant ainsi une meilleure détection de la lésion.

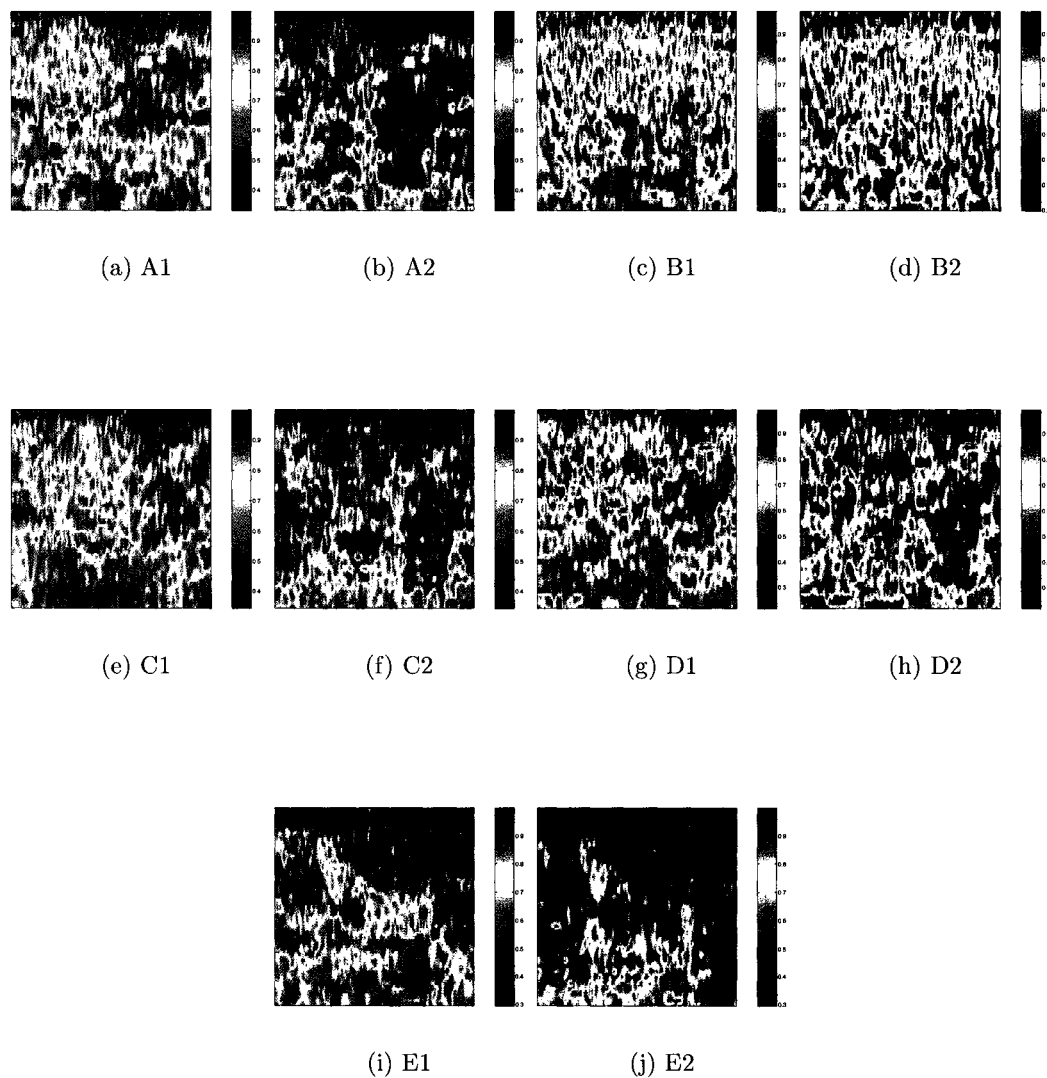


Figure 4.4 Cartes de corrélation calculées entre deux signaux RF cliniques pré- et post-compression. Les figures A1, B1, C1, D1 et E1 sont les cartes de corrélation calculées à partir des signaux RF reconstruits par la méthode implantée dans le HDI1000. Les figures A2, B2, C2, D2 et E2 sont celles calculées à partir des signaux RF reconstruits par les méthodes de restauration (pré-translation globale).

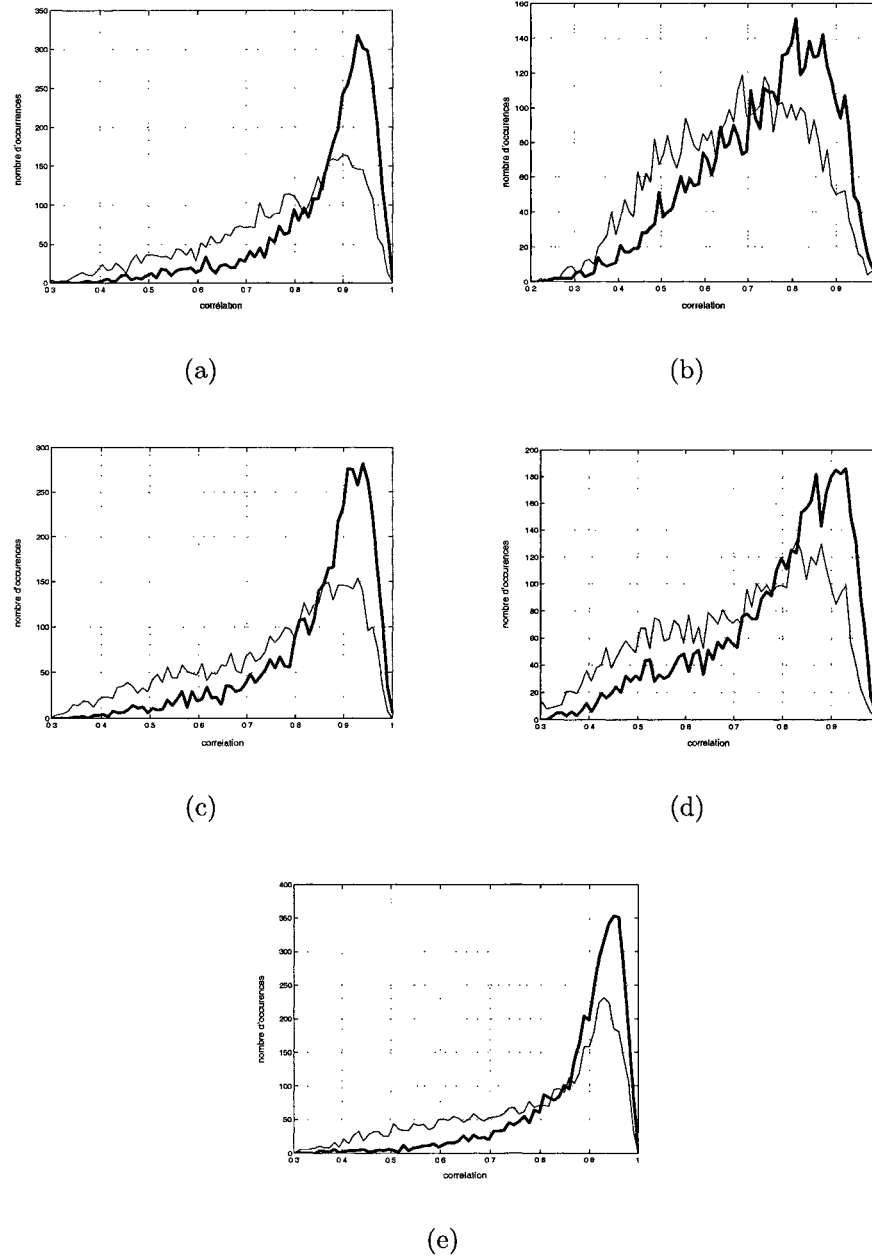


Figure 4.5 Histogrammes des cartes de corrélation calculées entre deux signaux RF pré- et post-compression. Les histogrammes des cartes de corrélation calculées à partir des signaux RF reconstruits par les méthodes de restauration (pré-translation globale) sont en trait épais. La restauration permet d'augmenter le coefficient de corrélation ρ en moyenne de 0.1.

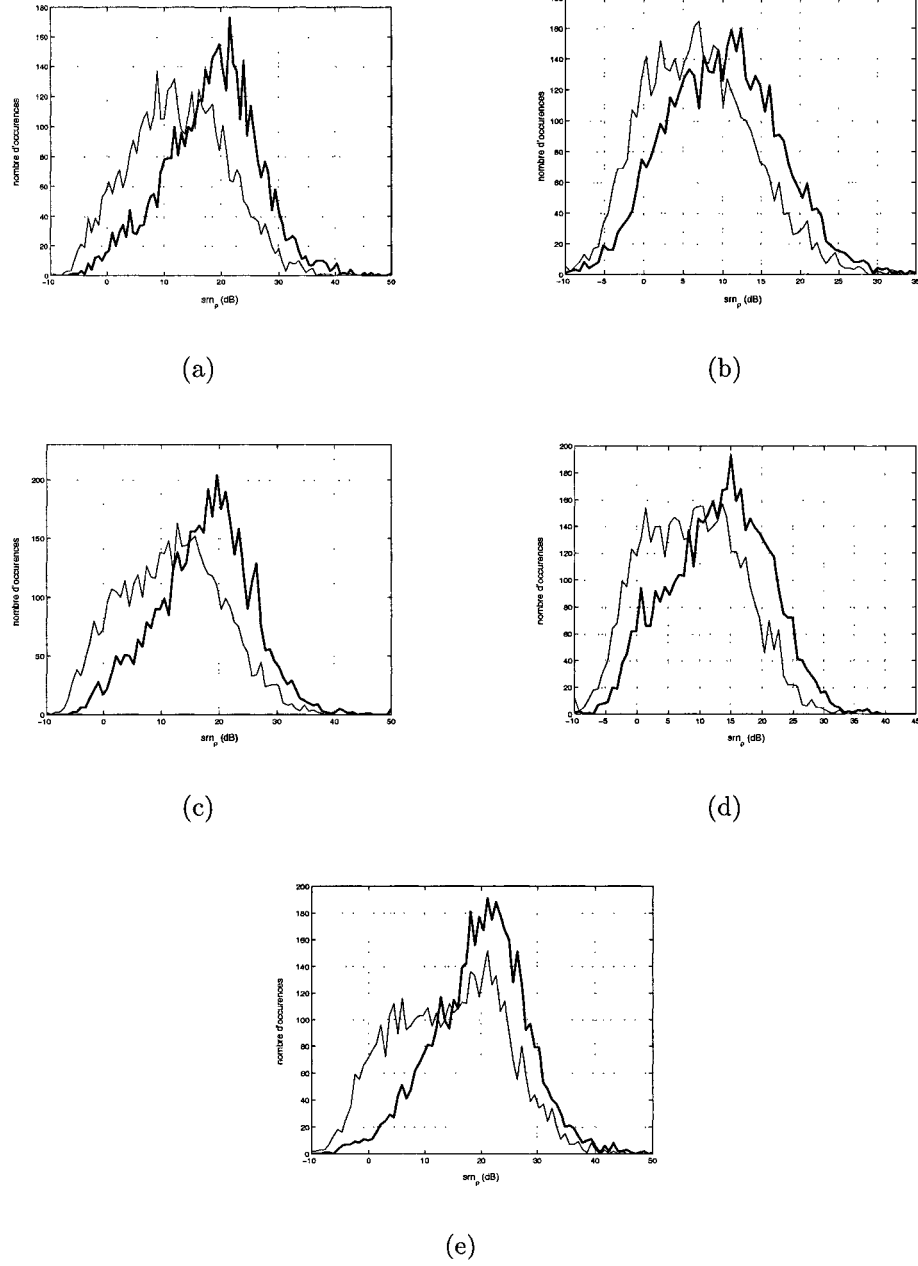


Figure 4.6 Histogrammes des rapports signal sur bruit de corrélation. Les histogrammes des rapports signal sur bruit de corrélation calculés à partir des signaux RF reconstruits par les méthodes de restauration (pré-translation globale) sont en trait épais. La restauration permet d'accroître le RSB_p en moyenne de 5 dB.

Tableau 4.1 Coefficient de corrélation moyen, nombre de pixels (%) supérieur à 0.8 et rapport signal sur bruit (RSB_ρ) de corrélation correspondant aux cartes de corrélation de la figure 4.4. Les paramètres calculés à partir des signaux RF reconstitués par les méthodes de restauration sont notés en gras. Le rapport signal sur bruit de corrélation est défini en élastographie comme suit : $20 \log_{10} \left[\frac{\rho}{1-\rho} \right]$. Notez que la restauration permet d'améliorer respectivement le coefficient de corrélation moyen et le rapport signal sur bruit en moyenne de 0.1 et 5 dB.

CAS	CORRÉLATION ρ		$\rho > 0.8$ (%)		RSB_ρ (dB)	
	HDI	Rest.	HDI	Rest.	HDI	Rest.
A	0.77	0.86	51	78	12.5	18.3
B	0.66	0.73	22	39	6.9	10.1
C	0.75	0.85	50	76	11.8	17.4
D	0.70	0.81	35	57	8.7	13.1
E	0.75	0.88	58	82	14.2	19.8

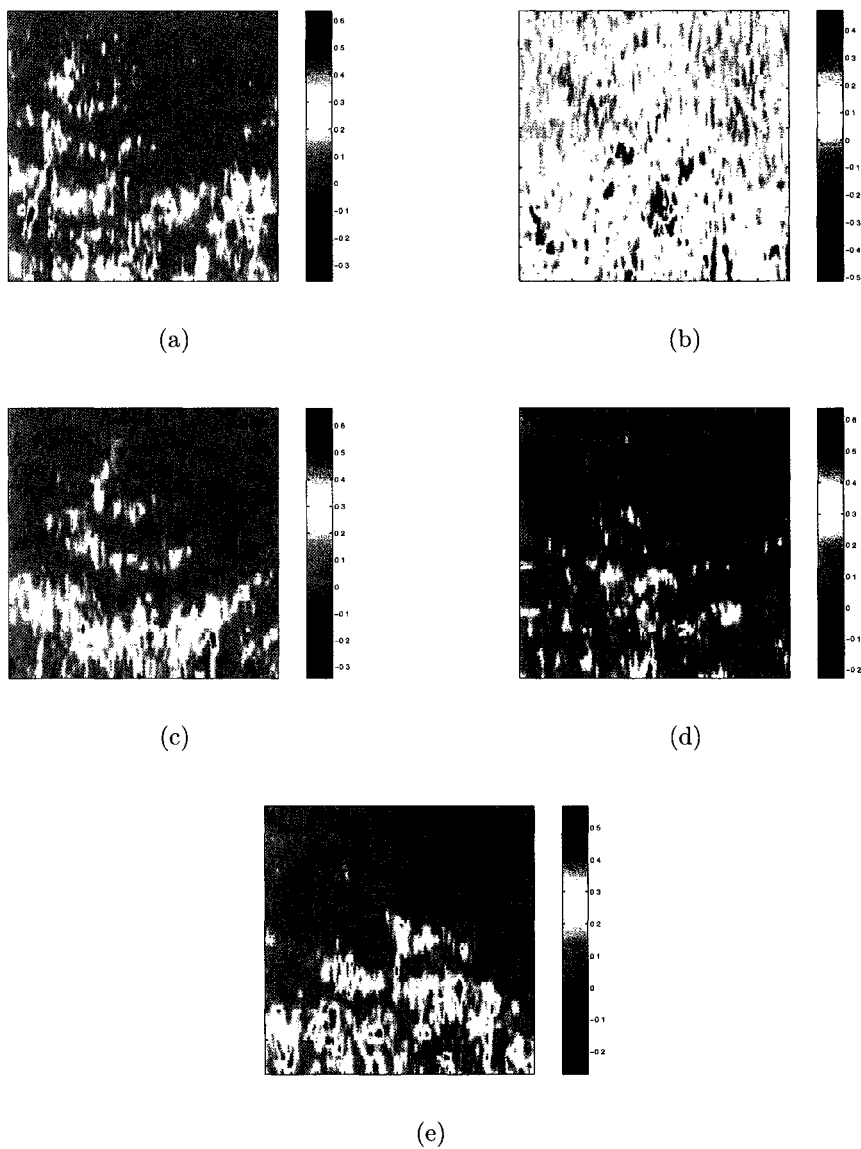


Figure 4.7 Différences des cartes de corrélation calculées entre deux signaux RF cliniques pré- et post-compression. Les figures a, b, c, d et e sont les différences entre les cartes de corrélation calculées à partir des signaux RF reconstruits, d'une part, par les méthodes de restauration et, d'autre part, à l'aide de la méthode implantée dans le HDI1000. Ainsi, la figure (a) représente la différence entre les deux cartes de corrélations des figures 4.4 A2 et 4.4 A1.

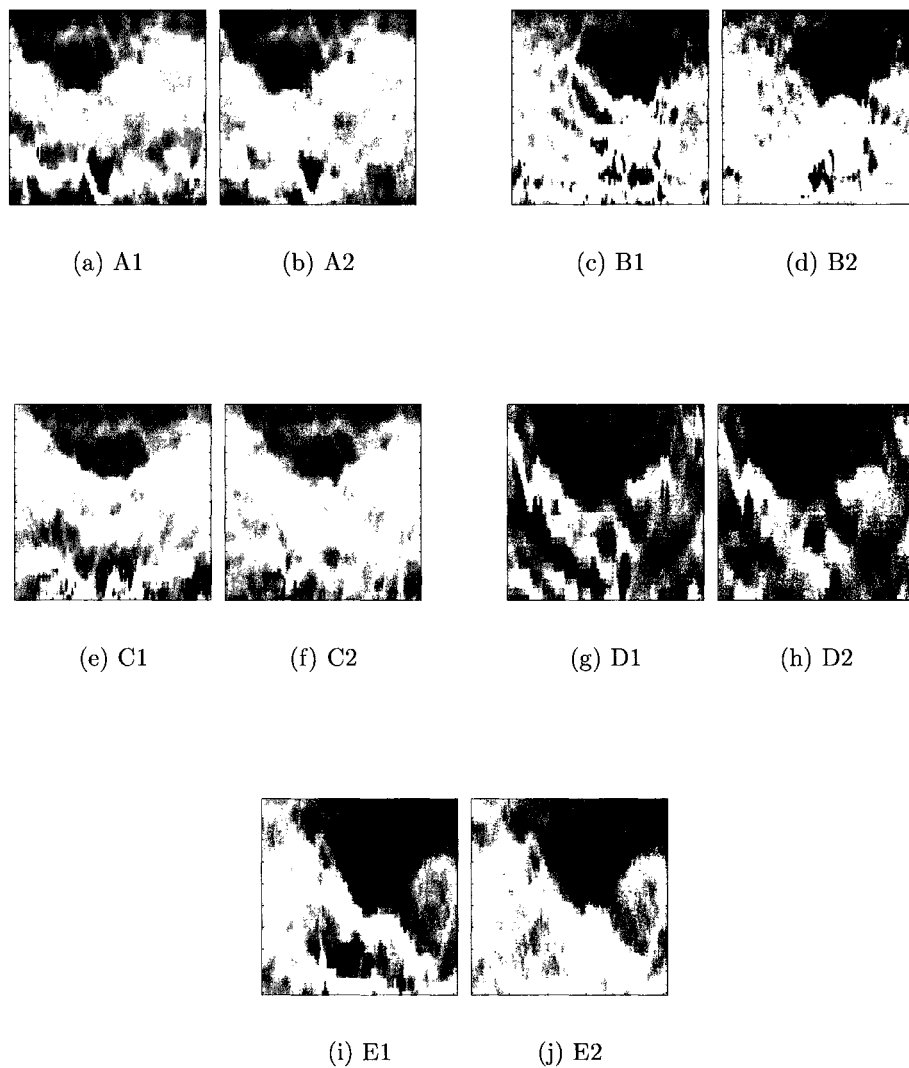


Figure 4.8 Élastogrammes des signaux RF cliniques de sein. Les élastogrammes calculés à partir des signaux RF reconstruits par la méthode implantée dans le HDI sont représentés sur les figures A1, B1, C1, D1 et E1; ceux calculés à partir des signaux RF reconstruits par les méthodes de restauration sont représentés aux figures A2, B2, C2, D2 et E2.

CONCLUSION

L'objectif de ce travail était de mieux comprendre la formation du signal RF dans le HDI1000 et, par là même, l'origine des distorsions présentes sur le spectre du signal RF reconstruit. Pour ce faire, nous avons modélisé, au chapitre 2, le signal RF dans le HDI1000 comme la réponse impulsionnelle d'un filtre Butterworth passe-bande du 4^e ordre. Ce modèle nous a permis de déterminer plusieurs facteurs à l'origine des distorsions observées sur le spectre des signaux RF reconstruits dans le HDI1000. Les trois sources identifiées comme étant à l'origine des distorsions fréquentielles sont les filtres d'interpolation des signaux IQ, le décalage du spectre de l'enveloppe complexe et, finalement, les caractéristiques fréquentielles du filtre de reconstruction utilisé.

Une méthode de restauration du signal RF en trois étapes a été proposée. Dans un premier temps, l'enveloppe complexe ($I+jQ$) a été restaurée par filtrage inverse; ensuite, une approche de démodulation qui tient compte du centre de masse du spectre de l'enveloppe complexe a été mise en œuvre; finalement, un filtre d'interpolation dont la réponse fréquentielle est mieux adaptée aux caractéristiques du signal RF a été utilisé.

Les résultats obtenus avec ces techniques de restauration se sont avérés très satisfaisants sur les signaux simulés; toutefois, leurs applications aux signaux expérimentaux soulevaient encore quelques questions. Cette observation a motivé le développement, au chapitre 3, d'un modèle de formation à diffuseurs discrets de signaux RF dans un milieu atténuant. Deux types de transducteurs ont été mis en œuvre : l'un gaussien, et l'autre basé sur le modèle Butterworth introduit au chapitre 2. Ce modèle de formation à diffuseurs discrets de signaux atténués nous a permis d'étudier le rôle que jouent les effets de l'atténuation fréquentielle dans la formation du signal RF et d'évaluer une approche de restauration locale du signal

RF, c'est-à-dire une restauration par pré-translation spectrale qui dépend du décalage local du spectre de l'enveloppe complexe. Nous avons vu que, dans le cas du modèle de transducteur gaussien, la restauration sur une base locale permet de bien corriger les distorsions autant sur les spectres locaux du signal RF que sur le spectre total de toute l'image. Dans le cas du modèle Butterworth, la restauration locale permet de bien corriger les distorsions spectrales locales du signal RF reconstruit lorsque le milieu de propagation est fortement atténuant.

Le modèle de formation à diffuseurs discrets nous a permis, par la suite, de simuler des signaux RF élastographiques qui ont servi à calculer des élastogrammes. Les élastogrammes calculés à partir des signaux RF reconstruits par la méthode implantée dans le HDI1000 ont été comparés à ceux régénérés par les méthodes de restauration. Nous avons remarqué que les élastogrammes calculés à partir des signaux restaurés ne présentent pas les *zébrures* qui affectent ceux reconstruits par les signaux RF non restaurés, et que leurs rapports signal sur bruit élastographique sont de 12 dB supérieurs à ces derniers.

La technique de restauration a été appliquée, au chapitre 4, à des signaux RF cliniques de sein. Nous avons constaté une correction des distorsions spectrales sur les spectres locaux du signal RF reconstruit. Au niveau élastographique, nous avons noté une augmentation du coefficient de corrélation moyen de 0.1, du nombre de points au-delà de 0.8 dans les cartes de corrélation de 25 %, du rapport signal sur bruit de corrélation de 5 dB et une suppression des *zébrures* présentes sur certains élastogrammes calculés à partir des signaux RF non restaurés. Ces améliorations sont particulièrement marquées dans les régions du bas de l'image RF, c'est-à-dire celles où les distorsions spectrales du signal RF sont importantes.

La contribution principale de ce travail a été de faire mieux comprendre l'origine des distorsions qui peuvent apparaître lors de la reconstruction du signal RF à partir des composantes IQ, et en particulier, l'application d'une fréquence de dé-

modulation égale à la fréquence du transducteur lorsque le milieu de propagation est atténuant.

Certains points restent toutefois sujets à amélioration. La méthode par filtrage inverse, que nous avons utilisée, pour corriger les distorsions introduites par la démodulation IQ, convient bien à un spectre $I + jQ$ faiblement décalé. Il reste à l'adapter aux situations où le spectre de l'enveloppe complexe présente un décalage important, comme dans le cas clinique du sein, en mettant en œuvre, par exemple, une approche de restauration sous forme algébrique (méthode matricielle) dans le domaine du signal.

Une meilleure approche pour la méthode de restauration par pré-translation spectrale locale serait d'appliquer un signal *chirp* (signal dont la fréquence change en fonction de la position axiale) pour pré-translater le spectre de la pré-enveloppe.

Nous avons vu que les distorsions présentes dans le spectre du signal RF reconstruit dans le HDI1000 proviennent, en majeure partie, de la reconstruction du signal RF à partir des signaux I et Q. Nous avons proposé une méthode de restauration qui permet de corriger ces artéfacts; toutefois, une manière de contourner ces problèmes consisterait à estimer le déplacement non plus à partir du signal RF, mais depuis le signal $I + jQ$ (O'Donnell *et al.* (1994), Cohn *et al.* (1997)).

Du point de vue du modèle de formation à diffuseurs discrets de signaux RF dans un milieu atténuant, proposé au chapitre 3, il serait intéressant de vérifier les résultats préalablement obtenus sur le fantôme homogène, avec cette fois des simulations d'un fantôme inhomogène (muni d'une inclusion).

Finalement, les résultats obtenus avec les données cliniques devraient être validés sur un plus grand nombre de cas.

RÉFÉRENCES

- ALAM, S. K. et OPHIR, J. (2000). The effect of nonlinear signal transformations on bias error in elastography. *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control*, 47, 297–303.
- BERTRAND, M., MEUNIER, J., DOUCET, M. et FERLAND, G. (1989). Ultrasonic biomechanical strain gauge based on speckle tracking. *IEEE Ultrasonics Symposium*, 0090-5607/89, 859–863.
- BOUCHER, R. E. et HASSAB, J. C. (1981). Analysis of discrete implementation of generalized cross correlator. *IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing, ASSP-29*, 609–611.
- BRACEWELL, R. (1965). The Fourier transform and its applications. McGraw-Hill, New York.
- CÉSPEDES, E. I. (1993). Elastography: Imaging of biological tissue elasticity. PhD dissertation, Department of Electrical Engineering. University of Houston, Texas.
- CÉSPEDES, I., HUANG, Y., OPHIR, J. et PRATT, S. (1995). Methods for estimation of subsample time delays of digitized echo signals. *Ultrasonic Imaging*, 17, 142–171.
- CÉSPEDES, I., OPHIR, J. et ALAM, S. K. (1997). The combined effect of signal decorrelation and random noise on the variance of time delay estimation. *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control*, 44, 220–225.
- CHRISTENSEN, D. A. (1989). Ultrasonic Bioinstrumentation. John Wiley & Sons.

- COHN, N. A., EMELIANOV, S. Y., LUBINSKI, M. A. et O'DONNELL, M. (1997). An elasticity microscope. Part I: Methods. *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control*, 44, 1304–1319.
- DAIGLE, R. (2002). Communications personnelles.
- DICKINSON, R. J. et HILL, C. R. (1982). Measurement of soft tissue motion using correlation between A-scans. *Ultrasound in Medicine and Biology*, 8, 263–271.
- FUNG, Y. (1981). Biomechanics: Mechanical properties of living tissues. Springer-Verlag, New York.
- GURUMURTHY, K. V. et ARTHUR, R. M. (1982). A dispersion model for the propagation of ultrasound in soft tissue. *Ultrasonic Imaging*, 4, 355–377.
- HAYKIN, S. (2001). Communication Systems. John Wiley & Sons.
- KAK, A. C. et DINES, K. A. (1978). Signal processing of broadband pulsed ultrasound: Measurement of attenuation of soft biological tissues. *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, 25, 321–344.
- KALLEL, F. (1995). Propriétés élastiques des tissus mous à partir de l'analyse des changements spatio-temporels dans les signaux ultrasonores. Thèse de doctorat, Département de génie biomédical. École Polytechnique de Montréal, Canada.
- KALLEL, F. et BERTRAND, M. (1993). A note on strain estimation using correlation techniques. *IEEE Ultrasonics Symposium*, 883–887.
- KONOFAGOU, E. E., ALAM, S. K., OPHIR, J. et KROUSKOP, T. (1997). Methods for dynamic range expansion and enhancement of the signal to noise ratio in elastography. *IEEE Ultrasonics Symposium*, 0-7803-4153-8/97, 1157–1160.

- KROUSKOP, T. A., DOUGHERTY, D. R. et LEVINSON, S. F. (1987). A pulsed doppler ultrasonic system for making noninvasive measurements of the mechanical properties of soft tissue. *Journal of Rehabilitation Research and Development*, 24, 1–8.
- LERNER, R. M., HUANG, S. R. et PARKER, K. J. (1990). Sonoelasticity images derived from ultrasound signals in mechanically vibrated tissues. *Ultrasound in Medicine and Biology*, 16, 231–239.
- LERNER, R. M., PARKER, K. J., HOLEN, J., GRAMIAK, R. et WAAG, R. C. (1988). Sonoelasticity: Medical elasticity images derived from ultrasound signals in mechanically vibrated targets. *Acoustical imaging*, 16, 317–327.
- LEVINSON, S. F. (1987). Ultrasound propagation in anisotropic soft tissues: The application of linear elastic theory. *Journal of Biomechanics*, 20, 251–260.
- MACOVSKI, A. (1983). Medical imaging systems. Prentice-Hall, Upper Saddle River, NJ.
- MCDANIEL, G. A. (1977). Ultrasonic attenuation measurements on excised breast carcinoma at frequencies from 6 to 10 MHz. *IEEE Ultrasonics Symposium*, 77CH1264-ISU, 234–236.
- MEUNIER, J. (1989). Analyse dynamique des textures d'échographies bidimensionnelles du myocarde. Thèse de doctorat, Département de génie biomédical. École Polytechnique de Montréal.
- MEUNIER, J. et BERTRAND, M. (1995). Ultrasonic texture motion analysis: Theory and simulation. *IEEE Transactions on Medical Imaging*, 14, 293–300.
- MEUNIER, J., BERTRAND, M. et KALLEL, F. (1989). A model of speckle motion artifacts occurring under tissue linear transformation. *Ultrasonic Imaging*, 11, 133.

MUTHUPILLAI, R., LOMAS, D. J., ROSSMAN, P. J., GREENLEAF, J. F., MANDUCA, A. et EHMAN, R. L. (1995). Magnetic resonance elastography by direct visualization of propagating acoustic strain waves. *Science*, 269, 1854–1857.

NARAYANA, P. A. et OPHIR, J. (1983). A closed form method for the measurement of attenuation in nonlinearly dispersive media. *Ultrasonic Imaging*, 5, 17–21.

O'DONNELL, M., SKOVORODA, A. R., SHAPO, B. M. et EMELIANOV, S. Y. (1994). Internal displacement and strain imaging using ultrasonic speckle tracking. *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control*, 41, 314–325.

OPHIR, J., CÉSPÉDES, I., PONNEKANTI, H., YAZDI, Y. et LI, X. (1991). Elastography: A quantitative method for imaging the elasticity of biological tissues. *Ultrasonic Imaging*, 13, 111–134.

OPPENHEIM, A. V. et SCHAFER, R. W. (1975). Digital Signal Processing. Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ.

PAPOULIS, A. (1962). The Fourier integral and its applications. McGraw-Hill, New York.

PAPOULIS, A. (1991). Probability, random variables, and stochastic processes. McGraw-Hill, New York, 3^e édition.

PARKER, K. J. (1983). Ultrasonic attenuation and absorption in liver tissue. *Ultrasound in Medicine and Biology*, 9, 363–369.

PARKER, K. J., HUANG, S. R., MUSULIN, R. A. et LERNER, R. M. (1990). Tissue response to mechanical vibrations for sonoelasticity imaging. *Ultrasound in Medicine and Biology*, 16, 241–246.

PLEWES, D. B., BISHOP, J., SAMANI, A. et SCJARRETTA, J. (2000). Visualization and quantization of breast cancer biomechanical properties with magnetic resonance elastography. *Physics in Medicine and Biology*, 45, 1591–1610.

PONNEKANTI, H., OPHIR, J. et CÉSPÉDES, I. (1992). Axial stress distributions between coaxial compressors in elastography: An analytical model. *Ultrasound in Medicine and Biology*, 18, 667–673.

PONNEKANTI, H., OPHIR, J. et CÉSPÉDES, I. (1994). Ultrasonic imaging of the stress distribution in elastic media due to an external compressor. *Ultrasound in Medicine and Biology*, 20, 27–33.

SAADA, A. S. (1993). Elasticity, theory and applications. Krieger, Malabar, Florida, 2^e édition.

SARVAZYAN, A. P., RUDENKO, O. V., SWANSON, S. D., FOWLKES, J. B. et EMELIANOV, S. Y. (1998). Shear wave elasticity imaging: A new ultrasonic technology of medial diagnostics. *Ultrasound in Medicine and Biology*, 24, 1419–1435.

SHUNG, K. K. et THIEME, G. A. (1993). Ultrasonic scattering in biological tissues. CRC Press.

SRINIVASAN, S., KALLEL, F. et OPHIR, J. (2002). The effects of digitization on the elastographic signal to noise ratio. *Ultrasound in Medicine and Biology*, 28, 1521–1534.

VAN-TREES, H. L. (1968). Detection, Estimation and Modulation Theory, Part I. Wiley, New York.

VARGHESE, T. et OPHIR, J. (1996). Performance optimization in elastography: Multicompression with temporal stretching. *Ultrasonic Imaging*, 18, 193–214.

- VARGHESE, T. et OPHIR, J. (1997a). Enhancement of echo-signal correlation in elastography using temporal stretching. *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control*, 44, 173–180.
- VARGHESE, T. et OPHIR, J. (1997b). The nonstationary strain filter in elastography, Part I - Frequency dependent attenuation. *Ultrasound in Medicine and Biology*, 23, 1343–1356.
- VARGHESE, T. et OPHIR, J. (1997c). A theoretical framework for performance characterization of elastography: The strain filter. *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control*, 44, 164–172.
- WALKER, W. F. et TRAHEY, G. E. (1994). A fundamental limit on the accuracy of speckle signal alignment. *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control*, 41, 1787–1791.
- WELLS, P. N. T. (1977). Biomedical ultrasonics. Academic Press, New York.
- YAMAKOSHI, Y., SATO, J. et SATO, T. (1990). Ultrasonic imaging of internal vibration of soft tissue under forced vibration. *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control*, 37, 45–53.

ANNEXE I

PROPRIÉTÉS DU SIGNAL ANALYTIQUE

Le signal analytique $x_a(t)$ est défini, par l'équation 2.5, comme le signal complexe dont la partie réelle est le signal réel $x(t)$ et la partie imaginaire, la transformée de Hilbert de $x(t)$ notée $\hat{x}(t)$. En observant l'expression fréquentielle 2.4 de la transformée de Hilbert, on note que ce filtre a pour effet d'introduire un déphasage de $\frac{\pi}{2}$ dans les fréquences négatives et de $-\frac{\pi}{2}$ dans les fréquences positives. La fonction de transfert du filtre de Hilbert est représentée à la figure I.1.

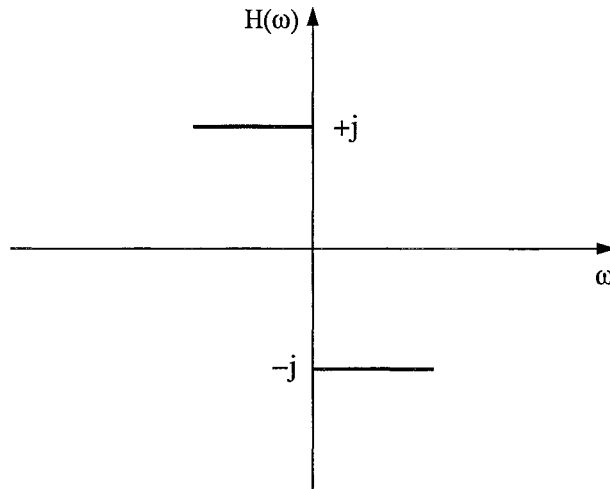


Figure I.1 Fonction de transfert du filtre de Hilbert.

Le signal analytique qui en résulte a la propriété de ne contenir des composantes spectrales que dans les fréquences positives. Pour voir comment cela se produit, on prend l'exemple d'un cosinus de fréquence ω_0 .

$$x(t) = 2 \cos(\omega_0 t) = \underbrace{e^{j\omega_0 t}}_{s_+(t)} + \underbrace{e^{-j\omega_0 t}}_{s_-(t)} \quad (\text{I.1})$$

Les transformées de Fourier de $s_+(t)$ et $s_-(t)$ sont respectivement :

$$S_+(\omega) = \delta(\omega - \omega_0) \quad (\text{I.2})$$

$$S_-(\omega) = \delta(\omega + \omega_0) \quad (\text{I.3})$$

où δ désigne une impulsion de Dirac.

Calculons à présent les transformées de Hilbert de $S_+(\omega)$ et $S_-(\omega)$:

$$\begin{aligned} \hat{S}_+(\omega) &= \delta(\omega - \omega_0) e^{-j\frac{\pi}{2}} \\ &= -j \delta(\omega - \omega_0) \end{aligned} \quad (\text{I.4})$$

$$\begin{aligned} \hat{S}_-(\omega) &= \delta(\omega + \omega_0) e^{j\frac{\pi}{2}} \\ &= j \delta(\omega + \omega_0) \end{aligned} \quad (\text{I.5})$$

D'où les transformées de Fourier des signaux analytiques correspondants :

$$\begin{aligned} S_{a+}(\omega) &= S_+(\omega) + j \hat{S}_+(\omega) \\ &= \delta(\omega - \omega_0) + j (-j \delta(\omega - \omega_0)) \\ &= 2 \delta(\omega - \omega_0) \\ S_{a-}(\omega) &= S_-(\omega) + j \hat{S}_-(\omega) \\ &= \delta(\omega + \omega_0) + j (j \delta(\omega + \omega_0)) \\ &= 0 \end{aligned}$$

On constate que le signal analytique correspondant au signal à fréquence négative n'a pas de composante fréquentielle. L'amplitude du signal analytique correspondant au signal à fréquence positive est par contre multipliée par deux.

ANNEXE II

CALCUL DES FONCTIONS DE TRANSFERT DES FILTRES D'INTERPOLATION I ET Q

Les réponses impulsionnelles des filtres d'interpolation des signaux I et Q sont, d'après le tableau 2.1 :

$$\begin{aligned}
 I^* &= \frac{I_{i+2} - \bar{I}_{i+1}}{2} \\
 &= \frac{I_{i+2} + I_{i+1}}{2} \\
 Q^* &= \frac{Q_{i+2} + 2Q_{i+1} + Q_i}{4}
 \end{aligned} \tag{II.1}$$

Les fonctions de transfert correspondant à ces réponses impulsionnelles s'obtiennent à l'aide de la transformée en z . La transformée en z d'un signal $x(n)$ est définie par la relation :

$$\mathcal{Z}[x(n)] = X(z) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x(n) z^{-n} \tag{II.2}$$

où $X(z)$ est la transformée en z du signal $x(n)$ et z est une variable complexe.

Les fonctions de transfert FT(I) et FT(Q) des réponses impulsionnelles I^* et Q^* sont donc :

$$\begin{aligned}
 |\text{FT(I)}| &= \left| \frac{1}{2} [z^{-2} + z^{-1}] \right| \\
 &= \left| \frac{1}{2} z^{-\frac{3}{2}} \left[z^{-\frac{1}{2}} + z^{\frac{1}{2}} \right] \right| \\
 &= \left| z^{-\frac{3}{2}} \left[\frac{e^{-\frac{1}{2}j\omega t} + e^{\frac{1}{2}j\omega t}}{2} \right] \right| \\
 &= \left| \cos \frac{j\omega t}{2} \right|
 \end{aligned} \tag{II.3}$$

$$\begin{aligned}
|\text{FT}(Q)| &= \left| \frac{1}{4} [z^{-2} + 2z^{-1} + 1] \right| \\
&= \left| \frac{1}{4} z^{-1} [z^{-1} + 2 + z] \right| \\
&= \left| \frac{1}{2} z^{-1} \left[1 + \frac{e^{-j\omega t} + e^{j\omega t}}{2} \right] \right| \\
&= \left| \frac{1}{2} z^{-1} [1 + \cos(j\omega t)] \right| \\
&= \left| \frac{1}{2} [1 + \cos(j\omega t)] \right|
\end{aligned} \tag{II.4}$$

ANNEXE III

MODÈLE DU FILTRE DE RECONSTRUCTION

Nous présentons, dans cette annexe, un modèle de l'interpolateur *upconvert* utilisé dans le HDI1000 pour régénérer le signal RF à partir des signaux I et Q. Cet interpolateur utilise un sinus cardinal tronqué, dont nous rappelons les coefficients aux équations III.1, pour calculer les échantillons du signal RF à partir des échantillons I et Q.

$$\begin{aligned}
 \text{RF}_0 &= Q_0^* \\
 \text{RF}_1 &= -0.117 I_{-1}^* + 0.9 I_0^* + 0.3 I_1^* - 0.083 I_2^* \\
 \text{RF}_2 &= 0.137(Q_{-1}^* + Q_2^*) - 0.637(Q_0^* + Q_1^*) \\
 \text{RF}_3 &= 0.083 I_{-1}^* - 0.3 I_0^* - 0.9 I_1^* + 0.117 I_2^*
 \end{aligned} \tag{III.1}$$

Pour générer les réponses impulsionnelles des signaux en quadrature et phase; on filtre deux impulsions Q et I par les équations III.1.

Les réponses impulsionnelles pour les signaux Q et I sont respectivement représentées à la figure III.1a et III.1b. Les spectres d'amplitude correspondant à ces réponses impulsionnelles sont illustrées à la figure III.2a et III.2b.

La réponse fréquentielle du modèle de l'interpolateur *upconvert*, que l'on a représentée à la figure III.3, est définie comme le spectre d'amplitude moyen des spectres des impulsions I et Q.

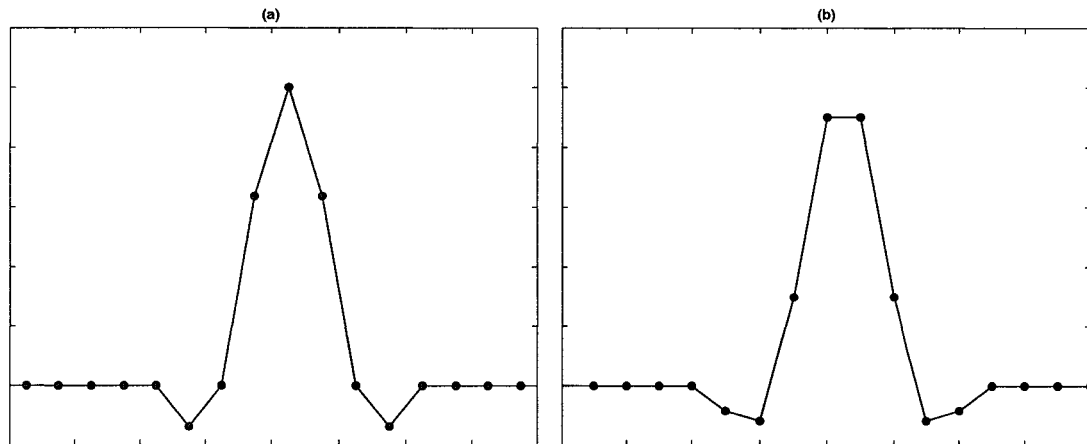


Figure III.1 Réponses impulsionnelles de deux impulsions : (a) Q et (b) I filtrée par l'interpolateur *upconvert*.

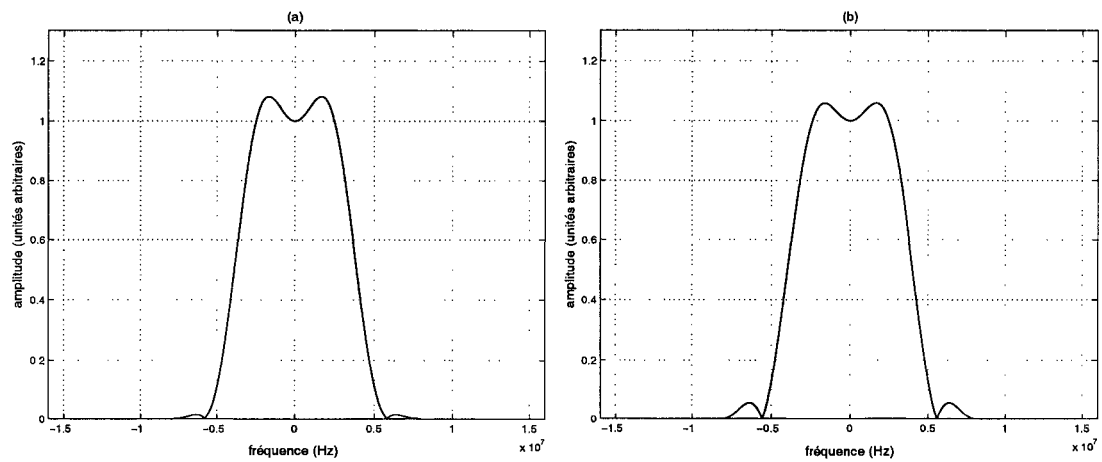


Figure III.2 (a) Spectre d'amplitude de l'impulsion Q de la figure III.1a. (b) Spectre d'amplitude de l'impulsion I de la figure III.1b.

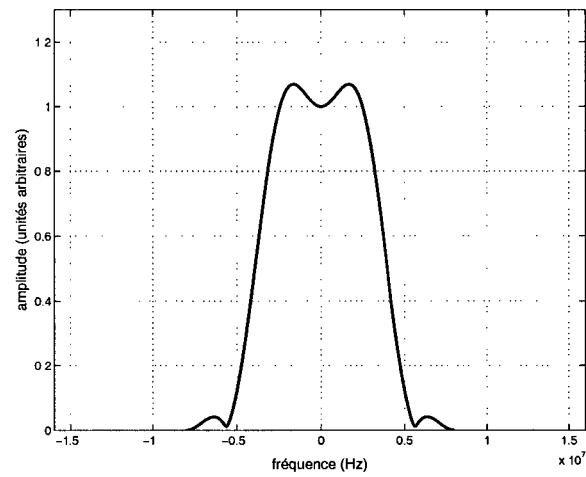


Figure III.3 Réponse fréquentielle du modèle de l'interpolateur *upconvert* : Moyenne des spectres d'amplitude des impulsions Q et I.

ANNEXE IV

CALCUL DE LA RÉPONSE IMPULSIONNELLE CAUSALE D'ATTÉNUATION

IV.1 Modèle de phase linéaire

L'expression de la réponse fréquentielle pour une onde plane se propageant dans un tissu est :

$$|H(\omega, x)| = e^{-\frac{\alpha_0}{2\pi}x|\omega|} \quad (\text{IV.1})$$

où x est la distance parcourue par l'onde ultrasonore en assumant que le transducteur est à l'origine ($x = 0$), α_0 est le coefficient d'atténuation du tissu et ω est la fréquence angulaire.

La vitesse de phase (v_p) ne variant pas beaucoup avec la fréquence (Wells, 1977), elle est, en première approximation, considérée comme étant constante (c'est la vitesse du son c); sous cette hypothèse, la phase $\theta(\omega, x)$ est une fonction linéaire de la fréquence et sa pente négative est égale au temps de propagation de l'onde de l'origine au point x , soit :

$$\frac{d\theta}{d\omega} = -\frac{x}{c} \quad \text{d'où} \quad \theta(\omega, x) = -\omega\tau_b x \quad (\text{IV.2})$$

où τ_b est une constante égale à $1/c$.

La fonction de transfert totale est donc :

$$H(\omega, x) = e^{-\frac{\alpha_0}{2\pi}x|\omega|} e^{-j\omega\tau_b x} \quad (\text{IV.3})$$

La réponse impulsionnelle d'atténuation est obtenue en calculant la transformée de Fourier inverse de la fonction de transfert IV.3.

$$\begin{aligned} h(t) &= \mathcal{F}^{-1}[H(\omega, x)] \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{\alpha_0}{2\pi} x |\omega|} e^{-j\omega\tau_b x} e^{j\omega t} d\omega \end{aligned} \quad (\text{IV.4})$$

En distinguant les cas où ω est soit positive, soit négative, on a :

$$\begin{aligned} h_-(t) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^0 e^{\frac{\alpha_0}{2\pi} x \omega} e^{-j\omega\tau_b x} e^{j\omega t} d\omega \\ &= \Re \left(\frac{1}{2\pi} \frac{1}{\xi + j(t - \tau_b x)} \left[e^{\omega(\xi - j(t - \tau_b x))} \right]_{-\infty}^0 \right) \\ &= \frac{1}{2\pi} \frac{\xi}{\xi^2 + (t - \tau_b x)^2} \end{aligned} \quad (\text{IV.5})$$

$$\begin{aligned} h_+(t) &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{+\infty} e^{-\frac{\alpha_0}{2\pi} x \omega} e^{-j\omega\tau_b x} e^{j\omega t} d\omega \\ &= \Re \left(\frac{1}{2\pi} \frac{1}{-\xi + j(t - \tau_b x)} \left[e^{\omega(-\xi - j(t - \tau_b x))} \right]_{-\infty}^0 \right) \\ &= \frac{1}{2\pi} \frac{\xi}{\xi^2 + (t - \tau_b x)^2} \end{aligned} \quad (\text{IV.6})$$

avec $\xi = \frac{\alpha_0 x}{2\pi}$.

On en déduit la réponse impulsionnelle totale d'atténuation pour le modèle de phase linéaire établi par Kak et Dines (1978) :

$$\boxed{h(t) = h_-(t) + h_+(t) = \frac{1}{\pi} \frac{\xi}{\xi^2 + (t - \tau_b x)^2}} \quad (\text{IV.7})$$

IV.2 Modèle dispersif

Soit une fonction $H(\omega)$, tel que :

$$H(\omega) = R(\omega) + jX(\omega) = A(\omega)e^{-j\theta(\omega)} \quad (\text{IV.8})$$

Pour que $H(\omega)$ soit la transformée de Fourier d'une fonction causale $h(t)$, il faut qu'elle vérifie les deux conditions suivantes :

- $h(t)$ doit être d'énergie finie et, pour cela, il faut que $A(\omega)$ soit de carré intégrable (Papoulis, 1962); cette condition s'écrit :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} A^2(\omega) d\omega < \infty$$

- $A(\omega)$ doit satisfaire la condition de Paley-Wiener (Papoulis, 1962) :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{|\ln A(\omega)|}{1 + \omega^2} d\omega < \infty$$

L'application de la première condition d'énergie finie à la relation 3.7 conduit à :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |H^2(\omega)| d\omega = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{\alpha_0}{\pi} x |\omega|} d\omega \quad (\text{IV.9})$$

Pour $\omega < 0$ on a :

$$\begin{aligned} H_-(\omega) &= \int_{-\infty}^0 e^{\frac{\alpha_0}{\pi} x \omega} d\omega \\ &= \frac{\pi}{\alpha_0 x} \left[e^{\frac{\alpha_0}{\pi} x \omega} \right]_{-\infty}^0 \\ &= \frac{\pi}{\alpha_0 x} \end{aligned}$$

Pour $\omega > 0$ on a :

$$\begin{aligned} H_+(\omega) &= \int_0^{+\infty} e^{-\frac{\alpha_0}{\pi}x\omega} d\omega \\ &= -\frac{\pi}{\alpha_0 x} \left[e^{\frac{\alpha_0}{\pi}x\omega} \right]_0^{+\infty} \\ &= \frac{\pi}{\alpha_0 x} \end{aligned}$$

D'où la somme de $H_-(\omega)$ et de $H_+(\omega)$:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{\alpha_0}{\pi}x|\omega|} d\omega = H_-(\omega) + H_+(\omega) = \frac{2\pi}{\alpha_0 x} \quad (\text{IV.10})$$

Ce qui signifie que pour que $h(t)$ soit d'énergie finie, il faut que la quantité $\alpha_0 x$ soit non nulle.

L'application de la condition de Paley-Wiener à la relation 3.7 conduit à :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{|\ln |H(\omega)||}{1 + \omega^2} d\omega = \frac{\alpha_0 x}{2\pi} \left[\ln(1 + \omega^2) \right]_0^{+\infty} \quad (\text{IV.11})$$

Autrement dit, pour satisfaire cette dernière condition, nous devons imposer une fréquence de coupure supérieure ω_h , tel qu'au delà de celle-ci, $H(\omega, x)$ ne tend pas vers zéro plus vite qu'une exponentielle (Gurumurthy et Arthur, 1982).

$$\begin{aligned} |H(\omega, x)| &= e^{-\frac{\alpha_0}{2\pi}x|\omega|} & 0 < |\omega| < \omega_h \\ &= e^{-\frac{\alpha_0 x}{2\pi}|\omega_h| - \frac{\alpha_0 x}{2\pi}(|\omega| - |\omega_h|)^P} & 0 < P < 1 \end{aligned} \quad (\text{IV.12})$$

Une limite pour la condition d'énergie finie est donnée par Gurumurthy et Arthur (1982); celle-ci s'écrit :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |H(\omega, x)|^2 < \frac{\Gamma(1/P)}{P \left[\frac{\alpha_0 x}{2\pi} \right]^{1/P}} \quad (\text{IV.13})$$

où $\Gamma[\cdot]$ est la fonction Gamma¹.

De façon équivalente, la condition de Paley-Wiener appliquée au module de la réponse fréquentielle IV.12 est bornée par :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{|\ln |H(\omega, x)||}{1 + \omega^2} d\omega < \frac{\alpha_0 x}{2\pi} \frac{\pi}{\sin \frac{(1+P)\pi}{2}} \quad (\text{IV.14})$$

On peut dès lors obtenir un terme de phase adéquat pour la fonction de transfert $H(\omega)$, tel que $|H(\omega)| e^{-j\theta(\omega)}$ ait une transformée de Fourier inverse causale. En considérant que les tissus biologiques mous sont des systèmes à phase minimale (Gurumurthy et Arthur, 1982), on a la phase $\theta(\omega)$ qui est donnée de façon unique par la transformée de Hilbert de :

$$\alpha(f) = \alpha_0 x |f|$$

où α_0 est le coefficient d'atténuation du milieu de propagation et f est la fréquence. La phase d'une fonction $H(\omega)$ à phase minimale est donnée par Papoulis (1962); elle s'écrit comme la transformée de Hilbert suivante :

$$\theta(\omega, x) = \frac{\omega}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\alpha(\tilde{\omega})}{\tilde{\omega}^2 - \omega^2} d\tilde{\omega} \quad (\text{IV.15})$$

où

$$\begin{aligned} \alpha(\tilde{\omega}) &= \frac{\alpha_0 x}{2\pi} |\tilde{\omega}| & 0 < |\tilde{\omega}| < \omega_h \\ &= \frac{\alpha_0 x}{2\pi} |\omega_h| + \frac{\alpha_0 x}{2\pi} (|x| - |\omega_h|)^P & |x| > \omega_h \quad 0 < P < 1 \end{aligned} \quad (\text{IV.16})$$

¹La fonction Gamma de $\frac{1}{P}$ s'écrit : $\Gamma\left[\frac{1}{P}\right] = \int_0^{+\infty} t^{\frac{1}{P}-1} e^{-t} dt$; elle est définie pour $P > 0$ pour que l'intégrale soit convergente.

Le résultat de l'intégration est :

$$\theta_{min}(\omega, x) = \frac{\omega}{\pi} \frac{\alpha_0 x}{2\pi} \ln \left[\frac{\omega_h^2 - \omega^2}{\omega^2} \right] + \frac{2\omega}{\pi} \frac{\alpha_0 x}{2\pi} \int_{\omega_h}^{+\infty} \frac{\omega_h + (x - \omega_h)^P}{x^2 - \omega^2} dx \quad (\text{IV.17})$$

En se plaçant dans le cas où $\omega_h \gg \omega$ et en effectuant le changement de variable $Q = \frac{1}{x}$, l'équation IV.17 devient (Gurumurthy et Arthur, 1982) :

$$\theta_{min}(\omega, x) = \frac{\omega}{\pi} \frac{\alpha_0 x}{\pi} \ln(\omega_h) - \frac{\omega}{\pi} \frac{\alpha_0 x}{\pi} \ln(\omega) + \frac{2\omega}{\pi} \frac{\alpha_0 x}{2\pi} \int_0^{1/\omega_h} \left[\omega_h + \left(\frac{1}{Q} - \omega_h \right)^P \right] dQ \quad (\text{IV.18})$$

En posant maintenant le changement de variable suivant :

$$\tau_m = \frac{1}{\pi} \ln(\omega_h)^2 + \frac{2}{\pi} \int_0^{1/\omega_h} \left[\omega_h + \left(\frac{1}{Q} - \omega_h \right)^P \right] dQ, \quad (\text{IV.19})$$

et en substituant IV.19 dans IV.17, l'équation IV.19 se réduit à :

$$\theta_{min}(\omega, x) = \omega \cdot \frac{\alpha_0}{2\pi} x \cdot \tau_m - \frac{\omega}{\pi} \frac{\alpha_0}{\pi} x \ln(\omega) \quad (\text{IV.20})$$

En ajoutant cette phase à celle obtenue pour le modèle de phase linéaire (relation IV.2), on a :

$$\theta(\omega, x) = \omega \tau_b x + \omega \frac{\alpha_0}{2\pi} x \tau_m - \frac{\omega}{\pi} \frac{\alpha_0}{\pi} x \ln(\omega) \quad (\text{IV.21})$$

La vitesse de phase $V_P(\omega)$ associée à $\theta(\omega)$ est :

$$V_P(\omega) = \frac{\omega}{\theta(\omega)/x} = \frac{\omega}{\omega \tau_b + \omega \frac{\alpha_0}{2\pi} \tau_m - \frac{\omega}{\pi} \frac{\alpha_0}{\pi} \ln(\omega)} \quad (\text{IV.22})$$

Le terme de phase linéaire correspond à la vitesse de phase à la fréquence nulle et s'écrit donc :

$$V_P(0) = \frac{1}{\tau_b + \frac{\alpha_0}{2\pi} \tau_m} \quad (\text{IV.23})$$

$V_P(0)$ est indépendante du coefficient d'atténuation α_0 .

On combine finalement τ_b et τ_m pour former le délai de propagation τ .

$$\tau = \tau_b + \frac{\alpha_0}{2\pi} \tau_m \quad (\text{IV.24})$$

Le terme de phase $\theta(\omega)$ du modèle dispersif est :

$$\boxed{\theta(\omega, x) = \omega \tau x - \frac{\omega}{\pi} \frac{\alpha_0 x}{\pi} \ln(\omega)} \quad (\text{IV.25})$$

D'où la fonction de transfert correspondante :

$$\boxed{H(\omega, x) = e^{-\frac{\alpha_0 x}{2\pi} |\omega|} e^{-j\omega \tau x} e^{j\frac{\omega}{\pi} \frac{\alpha_0 x}{\pi} \ln(\omega)}} \quad (\text{IV.26})$$

On accède à la réponse impulsionnelle d'atténuation causale $h(t)$ en calculant la transformée de Fourier inverse de $H(\omega, x)$. Il n'existe pas d'expression analytique connue de la transformée de Fourier inverse de $H(\omega, x)$, c'est pourquoi nous évaluerons $h(t)$ numériquement.

ANNEXE V

MESURE DU COEFFICIENT D'ATTÉNUATION DANS LES IMAGES RF SIMULÉES À L'AIDE DU MODÈLE GAUSSIEN

On se propose dans cette annexe de mesurer le coefficient d'atténuation dans les images RF simulées par une technique de différence spectrale (Shung et Thieme, 1993). La procédure est relativement simple : les spectres de puissance dans deux régions d'une image RF, générée à l'aide de la relation 3.22, correspondant respectivement à des zones proche et éloignée du transducteur, sont calculés¹. Les spectres de puissance des deux régions sélectionnées dans l'image RF sont représentés à la figure V.1a. Ensuite, la pente m de la droite, qui correspond à la différence des logarithmes (figure V.1b) de ces spectres, est calculée. Le coefficient d'atténuation est finalement obtenu par la relation suivante :

$$\alpha_m = \frac{m}{2d} \quad (\text{V.1})$$

où d est la distance séparant les deux régions d'intérêt.

La pente de la droite de la figure V.1b vaut $m = 0.174$ dB/MHz, la distance entre les deux régions sélectionnées est de $d = 1.1$ cm et la fréquence centrale effective du transducteur est de $f_c = 6.5$ MHz.

D'où le calcul du coefficient d'atténuation :

$$\alpha_m = \frac{0.174}{2 \times 1.1 \times 6.5} = 0.012 \text{ dB/cm} = 0.105 \text{ Neper/cm} \quad (\text{V.2})$$

¹Dans le but de réduire le bruit, c'est, dans les deux cas, le spectre moyen des 128 lignes RF d'une même région qui est calculé.

Cette mesure concorde assez bien avec la valeur théorique du coefficient d'atténuation qui était de 0.1 Neper/cm (l'erreur est de l'ordre de 5 %).

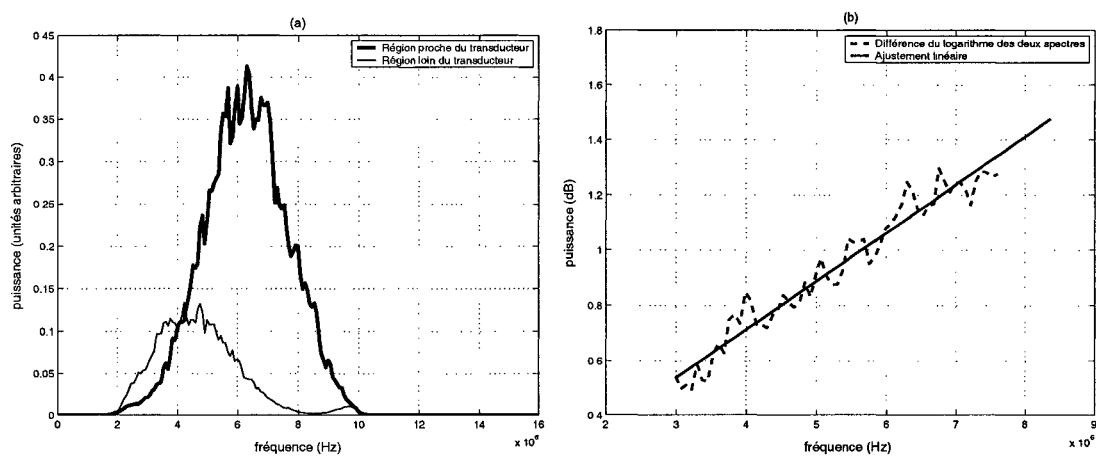


Figure V.1 (a) Spectres de puissance de deux régions d'une image RF, constituée de 128 lignes RF indépendantes, générée à l'aide de la relation 3.22. Ces deux régions correspondent respectivement à des zones proche (trait épais) et éloignée (trait fin) du transducteur. (b) Ajustement linéaire de la différence des logarithmes des spectres des deux sous-régions.