UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

CONTRÔLE DE LA PRODUCTION ET DE LA QUALITÉ DES SYSTÈMES MANUFACTURIERS NON-FIABLES

BASSEM BOUSLAH

DÉPARTEMENT DE MATHÉMATIQUES ET DE GÉNIE INDUSTRIEL

ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

MÉMOIRE PRÉSENTÉ EN VUE DE L'OBTENTION

DU DIPLÔME DE MAÎTRISE ÈS SCIENCES APPLIQUÉES

(GÉNIE INDUSTRIEL)

DÉCEMBRE 2011

© Bassem Bouslah, 2011.

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

Ce mémoire intitulé :

CONTRÔLE DE LA PRODUCTION DES SYSTÈMES MANUFACTURIERS NON-FIABLES DANS UN CONTEXTE DE CONTRÔLE DE LA QUALITÉ

présenté par : BOUSLAH Bassem

en vue de l'obtention du diplôme de : Maîtrise ès sciences appliquées

a été dûment accepté par le jury d'examen constitué de :

M. BAPTISTE Pierre, Ph. D., président

M. PELLERIN Robert, Ph. D., membre et directeur de recherche

M. GHARBI Ali, Ph. D., membre et codirecteur de recherche

M. KENNÉ Jean-Pierre, Ph. D., membre

REMERCIEMENTS

C’est un agréable devoir de témoigner ma reconnaissance aux personnes qui ont contribué de près ou de loin à la réalisation de ce mémoire.

Je voudrais remercier tout d’abord mes directeurs de recherche, Messieurs Robert Pellerin et Ali Gharbi, pour leur disponibilité, leurs directives, leurs conseils et leur soutien le long de ce projet.

Je remercie également les membres de jury, Messieurs Pierre Baptiste et Jean-Pierre Kenné, qui m’ont honoré en faisant partie du jury de soutenance de mon mémoire.

J’adresse également mes remerciements aux anciens et présents membres de l’équipe du Laboratoire de Conception et Contrôle des Systèmes de Production (LC2SP) à l’École de Technologie Supérieure, Messieurs Adnène Hajji, François Berthaut, Jean-François Boulet et Hector Rivera Gomez pour leur gentillesse, leur accueil et leurs conseils.

Je tiens à remercier le Ministère de l’Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique de la Tunisie qui, à travers la Mission universitaire de la Tunisie en Amérique du Nord, a financé mes études au Canada.

Enfin et tout particulièrement, j’adresse mes sincères remerciements à mes parents, Fredj et Henda, et à toute ma famille qui m’ont toujours soutenu et encouragé dans mes études.

RÉSUMÉ

Dans les trois dernières décennies, plusieurs politiques de commande optimale stochastique ont été développées pour contrôler les systèmes de production à flux continu sujets aux phénomènes aléatoires. Les opérations après production tel que le transport et l'inspection de la qualité ont toutefois été peu considérées dans ces politiques. Ce mémoire de maîtrise s'intéresse plus particulièrement au problème de commande optimale stochastique des systèmes de production par lots dans un contexte de transport et de contrôle de la qualité par échantillonnage. Ces systèmes sont caractérisés par une dynamique complexe vu les multiples décisions de production et de qualité considérées et par un niveau stochastique élevé où les pannes, les réparations et la qualité effective du processus sont aléatoires. Les systèmes de production par lot dans tels contextes ne peuvent pas être représentés par les modèles de flux continu classiques.

Dans la première phase de ce mémoire, nous avons étudié le cas des systèmes de production par lots, non-fiables et parfaits, avec un délai de transport. Le problème est formulé sous forme d'un modèle de programmation dynamique stochastique. Les conditions optimales décrites par les équations Hamilton-Jacobi-Bellman sont résolus numériquement. Ensuite, une loi de commande stochastique sous-optimale basée sur une combinaison de la politique de contrôle à seuil critique modifiée et une politique du lot économique de production est ainsi obtenue. Une approche expérimentale basée sur la simulation est appliquée pour déterminer les valeurs optimales des paramètres de la loi de commande quelque soit la distribution des temps de pannes et de réparation.

Dans la deuxième phase de travail, nous avons intégré le contrôle de la qualité en supposant que le système produit un pourcentage aléatoire d'items défectueux. Le problème est décrit par un modèle de programmation dynamique stochastique. Une heuristique de commande est proposée par extension de la politique de commande obtenue dans la première phase en prenant en compte les effets de l'imperfection de la production sur l'inventaire et sur la satisfaction de la demande. Des analyses de sensibilité approfondies permettent d'observer les impacts des différents paramètres de coût et de qualité sur les paramètres optimaux de la politique de commande de la production.

Enfin, des extensions des deux politiques de commande de la production obtenues sont proposées en intégrant le concept du lot dynamique de production et une stratégie de gestion du nombre de

personnels de contrôle de la qualité. Les expérimentations ont montré que ces deux extensions permettent de réaliser toujours des gains économiques. D'autres extensions et perspectives de recherche sont aussi discutées.

Les résultats obtenus dans ce mémoire montrent qu'une approche expérimentale basée sur la simulation permet d'analyser et d'optimiser des systèmes complexes, réels et hautement stochastiques. Elle permet surtout de chercher et de comprendre les interactions cachées entre les différents contextes du problème.

ABSTRACT

In the past three decades, many stochastic optimal control policies have been developed to control the continuous-flow production systems to meet stochastic phenomena. However, operations such as transportation and quality inspection had been little studied in these policies.

This master's thesis focuses on the stochastic optimal control problem of batch production systems in the context of transportation and quality control by sampling. These systems are characterized by a complex dynamic due to the many considered decisions of production and quality and by a high stochastic level where all breakdowns, repairs and process imperfection are random. The batch production systems in such contexts cannot be represented by the classical continuous-flow models.

In the first part of the master's project, we studied the case of unreliable and perfect batch production systems with a transportation delay. The problem is formulated as a stochastic dynamic programming model. The optimality conditions described by Hamilton-Jacobi-Bellman equations are solved numerically. Then, a suboptimal stochastic control policy based on a combination of a modified hedging point policy and a state dependent economic manufacturing quantity policy is obtained. A simulation-based experimental approach is used to determine the optimal values of the control policy parameters when the failure and repair times follow general distributions.

In the second part of the project, we integrated the quality control issue assuming that the system generates a random proportion of defective items. The problem is described by a stochastic dynamic programming model. A heuristic control policy is proposed by extending the control policy obtained in the first part, taking into account the effects of imperfect quality items on the inventory and demand satisfaction. A thorough sensitivity analysis shows interesting behaviours about the impact of various cost and quality parameters on the optimal parameters of the production control policy.

Finally, some extensions of the two obtained control policies are proposed by integrating the concept of dynamic lot sizing and a control policy for inspection personnel management. The experiments have shown that these both extensions lead always to economic gains. Other extensions and further research are also discussed.

The obtained results in this master's thesis show how the simulation-based experimental approach can be used to analyze and optimize complex, real and highly stochastic systems. It is especially used to search and understand the hidden interactions between the different contexts of the problem.

TABLE DES MATIÈRES

REMERCIEMENTS III

RÉSUMÉ IV

ABSTRACT VI

TABLE DES MATIÈRES VIII

LISTE DES TABLEAUX XIII

LISTE DES FIGURES XIV

LISTE DES SIGLES ET ABRÉVIATIONS XVI

LISTE DES ANNEXES XVIII

INTRODUCTION 1

CHAPITRE 1 REVUE DE LA LITTÉRATURE 3

1.1 Contrôle de la production et de l'inventaire des systèmes de fabrication par lots 3

1.1.1 Modèles du LÉP des systèmes manufacturiers non-fiables et parfaits 4

1.1.2 Modèles du LÉP des systèmes manufacturiers fiables et imparfaits 6

1.1.3 Modèles du LÉP des systèmes manufacturiers non-fiables et imparfaits 9

1.2 Commande stochastique des systèmes manufacturiers non-fiables 10

1.2.1 Politique de contrôle à seuil critique 11

1.2.2 Approche de résolution expérimentale basée sur la simulation 12

1.3 Contrôle de la qualité 15

1.3.1 Techniques de contrôle statistique de la qualité 15

1.3.2 Caractéristiques statistiques du plan d'échantillonnage simple 18

1.4 Conclusion 21

CHAPITRE 2 PROBLÉMATIQUE ET OBJECTIFS DE RECHERCHE 22

2.1 Problématique 22

2.1.1 Critique de la littérature 22

2.1.2 Problématiques de recherche 25

2.2 Objectifs et contribution de la recherche 26

2.3 Organisation du mémoire 27

2.3.1 Modèle de commande optimale stochastique de la production et de LÉP avec un délai de transport 27

2.3.2 Modèle de commande de la production et de LÉP avec une inspection rectifiante 28

2.3.3 Modèle de commande stochastique et de LÉP avec une inspection non-rectifiante et remplacement des items défectueux retournés 29

2.4 Conclusion 30

CHAPITRE 3 ARTICLE 1: OPTIMAL PRODUCTION CONTROL POLICY IN UNRELIABLE BATCH PROCESSING MANUFACTURING SYSTEMS WITH TRANSPORTATION DELAY 31

3.1 Introduction 32

3.2 Notations 35

3.3 Problem formulation 36

3.3.1 Problem description & assumptions 36

3.3.2 Optimization problem formulation 38

3.4 Approximated structure of the optimal control policy 42

3.4.1 Numerical resolution approach 42

3.4.2 Numerical example 43

3.4.3 Control policy structure 46

3.5 Estimation of the optimal control policy 50

3.5.1 Control approach 50

3.5.2 Simulation model 51

3.5.3 Verification and validation of the simulation model 52

3.5.4 Experimental design, ANOVA and response surface methodology 53

3.5.5 Numerical example 54

3.5.6 Sensitivity analysis of cost parameters 56

3.5.7 Sensitivity analysis of transportation delay 58

3.6 Conclusion 58

3.7 References 59

CHAPITRE 4 LOT ÉCONOMIQUE DE PRODUCTION ET CONTRÔLE DES SYSTÈMES MANUFACTURIERS NON-FIABLES AVEC INSPECTION RECTIFIANTE 63

CHAPITRE 5 ARTICLE 2: JOINT OPTIMAL LOT SIZING AND PRODUCTION CONTROL POLICY IN AN UNRELIABLE AND IMPERFECT MANUFACTURING SYSTEM 64

5.1 Introduction 65

5.2 Problem formulation 69

5.2.1 Notation 69

5.2.2 Problem description & assumptions 70

5.2.3 Optimization problem formulation 73

5.3 Heuristic control policy 76

5.4 Resolution approach 80

5.4.1 Simulation-based experimental approach 80

5.4.2 Simulation model 81

5.4.3 Validation of the simulation model 84

5.5 Numerical example 85

5.6 Sensitivity analysis 88

5.6.1 Sensitivity analysis of cost parameters 88

5.6.2 Sensitivity analysis of sampling plan severity 89

5.6.3 Sensitivity analysis of the proportion of defective items 92

5.6.4 Sensitivity analysis of inspection delay 94

5.7 Conclusion.....95

5.8 References 96

CHAPITRE 6 EXTENSIONS DES POLITIQUES DE CONTRÔLE 100

6.1 Extension de la politique de contrôle avec délai de transport 100

6.1.1 Politique de contrôle de la production $(\underline{Q}, \overline{Q}, Z)$ 100

6.1.2 Comparaison des deux politiques (Q, Z)et $(\underline{Q}, \overline{Q}, Z)$ 103

6.2 Extension de la politique de contrôle avec inspection de la qualité (stratégie de rectification) 106

6.2.1 Politique de contrôle $(Q, Z, z_1 .. z_n)$.....106

6.2.2 Comparaison des deux politiques (Q, Z) et (Q, Z, z_1).....107

6.3 Conclusion.....111

CHAPITRE 7 DISCUSSION GÉNÉRALE 112

7.1 Pertinence de sujet de recherche 112

7.2 Limitations 112

7.3 Perspectives de recherche.....113

7.3.1 Intégration de la maintenance préventive 114

7.3.2 Contrôle de la qualité par d'autres plans d'échantillonnage 114

7.3.3 Optimisation des paramètres du plan d'échantillonnage.....115

7.3.4 Politique de contrôle multi-produit 116

7.4 Conclusion.....116

CONCLUSION 118

BIBLIOGRAPHIE ..... .120

ANNEXES 129

LISTE DES TABLEAUX

Table 3.1 ANOVA table for the total cost. 55

Table 3.2 Sensitivity analysis for different cost parameters. 57

Table 3.3 Sensitivity analysis for the transportation delay. 58

Table 5.1 ANOVA table for the total cost. 86

Table 5.2 Sensitivity analysis for cost parameters. 88

Table 5.3 Characteristics of the three degrees inspection severity. 90

Table 5.4 Sensitivity analysis for the inspection delay. 95

LISTE DES FIGURES

Figure 1-1 Approche de résolution.....13

Figure 1-2 Processus d'échantillonnage dans un contexte de production.....17

Figure 1-3 Exemple d'une courbe d'efficacité d'un plan d'échantillonnage simple. 19

Figure 1-4 Exemple de la courbe de la qualité moyenne des lots après contrôle. 20

Figure 2-1 Dynamique de stock dans les modèles de LÉP existants. 23

Figure 2-2 Effet de l'existence de délai sur la dynamique de stock.....23

Figure 2-3 Système manufacturier non-fiable et imparfait avec contrôle de la qualité par échantillonnage et transport des lots. 26

Figure 3-1 Unreliable manufacturing system with transportation delay.....36

Figure 3-2 Production and final stock dynamics.....37

Figure 3-3 Production control policy. 44

Figure 3-4 Lot sizing control policy.....45

Figure 3-5 Structure of the production control policy.....48

Figure 3-6 Block-diagram representation of the simulation model. 52

Figure 3-7 Inventory level/position dynamic. 53

Figure 3-8 Cost response surface. 56

Figure 5-1 Unreliable and imperfect manufacturing system with quality control. 70

Figure 5-2 Production and inventory level dynamics. 72

Figure 5-3 Behaviour of the inventory position over time.....78

Figure 5-4 Logigram of the production control process. 80

Figure 5-5 Simulation diagram. 83

Figure 5-6 Production rate and inventory position evolution during simulation run.....85

Figure 5-7 Contour plot of the cost function surface. 87

Figure 5-8 Optimal total expected cost comparison with different replacement costs. 91

Figure 5-9.a Optimal lot sizing comparison with different backlog costs. 92

Figure 5-9.b Optimal hedging threshold comparison with different backlog costs. 92

Figure 5-10.a Effect of the percentage defective items on the optimal partial costs. 93

Figure 5-10.b Effect of the percentage defective items on the optimal lot sizing Q^*. 93

Figure 5-10.c Effect of the percentage defective items on the optimal threshold Z^*. 93

Figure 6-1 Risque de pénurie au démarrage de la production avec la politique (Q, Z). 101

Figure 6-2 Minimisation du risque de pénurie avec la politique (Q, Q, Z). 103

Figure 6-3 Comparaison des politiques (Q, Z) et (Q, Q, Z) pour différentes valeurs de coût de stockage. 104

Figure 6-4 Comparaison des politiques (Q, Z) et (Q, Q, Z) pour différentes valeurs de coût de pénurie. 105

Figure 6-5 Comparaison des politiques (Q, Z) et (Q, Q, Z) pour différentes valeurs de coût de transport. 105

Figure 6-6 Comparaison des trois politiques pour différentes valeurs de coût de stockage. 109

Figure 6-7 Comparaison des trois politiques pour différentes valeurs de coût de pénurie. 110

Figure 6-8 Comparaison des trois politiques pour différentes valeurs de coût de main d'œuvre. 110

Figure 6-9 Comparaison des trois politiques pour différents états de détérioration de la qualité du système. 111

LISTE DES SIGLES ET ABRÉVIATIONS

ANOVA	Analyse de la variance
c	Critère d'acceptation
C^+	Coût unitaire de stockage
C^-	Coût unitaire de pénurie
C_{insp}	Coût unitaire d'inspection
C_{mo}	Coût unitaire de main d'œuvre
C_p	Coût unitaire de production
C_{rect}	Coût unitaire de rectification
C_{rep}	Coût unitaire de remplacement des items défectueux retournés
C_{rej}	Coût unitaire de rejet
C_{tr}	Coût de transport d'un lot
d	Taux de la demande
$g(.)$	Coût total instantané encouru
HJB	Hamilton-Jacobi-Bellman, équations de
HPP	Hedging Point Policy
$J(.)$	Coût total moyen par unité de temps à long terme
LÉP	Lot Économique de Production
MP	Maintenance Préventive
n	Taille de l'échantillon
P_a	Probabilité d'acceptation d'un lot après échantillonnage
Q	Taille du lot de production
Q^i	i^{ème} lot de production
$p(.)$	Qualité effective, ou pourcentage d'items défectueux produits

TBF	Time Between Failures
TTR	Time To Repair
$u(.)$	Taux de production
$u^i(.)$	Taux de production de i^{ème} cycle de production
u_{max}	Taux maximal de production
WIP	Work In Process
$x(.)$	Niveau de l'inventaire
$y(.)$	Position de l'inventaire
Z	Seuil critique
τ	Délai de transport des lots
τ_{insp}	Temps unitaire d'inspection
τ_{rect}	Temps unitaire de rectification
θ_i	Temps du début de production du $i^{ème}$ lot
δ_i	Temps du fin de production du $i^{ème}$ lot
ξ_i	Temps d'entrée du $i^{ème}$ lot au stock final
Ω	Séquence des ordres de production (θ_i , Q^i)

LISTE DES ANNEXES

ANNEXE A - Lot économique de production et contrôle des systèmes manufacturiers non-fiables avec inspection rectifiante ……..….129

ANNEXE B - Modèle de simulation des systèmes manufacturiers non-fiables et parfaits ……148

ANNEXE C - Modèle de simulation des systèmes manufacturiers non-fiables et imparfaits avec inspection rectifiante ...…….…….. 154

ANNEXE D - Modèle de simulation des systèmes manufacturiers non-fiables et imparfaits avec inspection non-rectifiante ……162

INTRODUCTION

Dans un environnement volatil et incertain, l'apparition des nouveaux concurrents et le recul de la demande dans certains secteurs industriels imposent aux organisations industrielles des défis de taille pour assurer leurs pérennités. Dans ce contexte, la capacité des entreprises à générer un avantage concurrentiel en termes de prix, de qualité et de délai de livraison de produit est un élément déterminant pour renforcer leur place dans le marché. L'acquisition d'un tel avantage exige la prise de certains choix stratégiques pour atteindre les objectifs de l'entreprise et la mise en place des méthodes de gestion efficaces de ses activités et de ses ressources.

Dans la pratique, plusieurs événements aléatoires et inévitables peuvent perturber en particulier les activités de la production tels que les pannes des machines, les réparations, la détérioration de la qualité, etc. Ces phénomènes affectant la capacité et la qualité de la production peuvent engendrer des coûts supplémentaires, des retards de livraison et même une décroissance de la productivité. Malheureusement, les méthodes classiques de planification de la production sont ne considèrent pas de tels phénomènes.

Au cours des trois dernières décennies, plusieurs travaux de recherche ont été entrepris afin de développer des nouvelles méthodes de planification rétroactive qui permettent de s'adapter en temps réel aux changements des conditions de production et d'anticiper les effets des évènements aléatoires. Vu la complexité des systèmes réels, les premières études de recherche dans ce domaine ont considéré certaines hypothèses pour simplifier la modélisation et la résolution de tels problèmes. En se basant sur les premiers résultats obtenus, il a été possible par la suite d'attaquer des problèmes plus complexes en relâchant ces hypothèses. C'est dans ce cadre général que s'inscrit ce projet de recherche.

Dans la littérature, la plupart des politiques de planification rétroactive s'adressent essentiellement aux systèmes de production qui peuvent être approximés par des flux continus. Le problème de planification des systèmes de production par lots en présence de certaines opérations spécifiques à la fin de chaque cycle de production tels que le transport, le contrôle de la qualité, la rectification des items défectueux, etc. a été très peu étudié. Ces systèmes caractérisés par une dynamique complexe ne peuvent pas être considérés comme des flux continus. En plus, les modèles de lot économique de production existants présentent des limites majeures quant à la représentation de la dynamique réelle de tels systèmes.

Reconnaissant des lacunes, l'objectif de ce mémoire est de développer une politique de commande optimale stochastique des systèmes de production par lots soumis à des pannes et réparations aléatoires dans un contexte de transport et de contrôle de la qualité, afin de minimiser le coût total des opérations. Vu la complexité du problème posé, nous supposons en premier temps que tous les items produits sont conformes et nous cherchons par la suite à déterminer la loi de commande optimale stochastique des systèmes de production par lots avec un coût et un délai de transport sans considérer le facteur qualité. Dans un second temps, nous traitons le problème de la loi de commande dans un cadre plus complexe où nous considérons un contrôle de la qualité par échantillonnage de tous les lots produits. Nous étudions à ce niveau l'impact des paramètres de la qualité sur les variables de décision de gestion de la production.

Les travaux réalisés dans ce mémoire apportent une contribution scientifique et opérationnelle par le fait d'intégrer le contrôle de la qualité par échantillonnage dans un contexte de commande stochastique des systèmes de production par lots, ce qui permet de comprendre l'interaction entre la production et la qualité. De plus, l'approche de résolution proposée permet de surmonter les difficultés de résolution mathématique et d'entamer des problèmes réels et complexes.

Le mémoire est organisé en sept chapitres. Tout d'abord, le chapitre 1 présente une revue de littérature. Dans le chapitre 2, nous présentons une analyse critique de la revue et nous expliquons la problématique et les objectifs de notre travail de recherche. Les chapitres 3, 4 et 5 présentent trois articles scientifiques intitulés respectivement "*Optimal production control policy in unreliable batch processing manufacturing systems with transportation delay*", "*Lot économique de production et contrôle des systèmes manufacturiers non-fiables avec inspection rectifiante*" et "*Joint optimal lot sizing and production control policy in an unreliable and imperfect manufacturing system*". Par la suite, nous proposons deux extensions des deux politiques de contrôle obtenues sans et avec considération de facteur qualité au chapitre 6. Finalement, le chapitre 7 présente une discussion des résultats obtenus et des perspectives potentielles de recherche.

CHAPITRE 1 REVUE DE LA LITTÉRATURE

L'objectif de cette revue de littérature est de positionner notre problématique par rapport aux résultats obtenus dans la littérature. Nous y présentons les principaux modèles du lot économique de production des systèmes non-fiables et/ou imparfaits, les principaux travaux liés au concept de contrôle de la production des systèmes manufacturiers non-fiables, l'approche de résolution basée sur la simulation, et les techniques de contrôle statistique de la qualité particulièrement le plan d'échantillonnage simple.

1.1 Contrôle de la production et de l'inventaire des systèmes de fabrication par lots

Dans les systèmes manufacturiers où le temps et le coût de mise-en-course de la production et/ou de transport des produits finaux vers le stock final, la production doit être gérée par lots afin de réduire ces coûts engagés (Hahm et Yano, 1992). Le délai de production de chaque lot est appelé *cycle de production*.

Dans la littérature, le contrôle de la production et de l'inventaire des systèmes de fabrication par lots est souvent basé sur les modèles du lot économique de production (LÉP). Ces modèles permettent de calculer la taille optimale du lot à produire qui minimise le coût total moyen encouru à long-terme. Parmi ceux-ci, le modèle classique du LÉP introduit par McClain et al. (1985) et Silver et Peterson (1985), en s'inspirant du modèle classique de la quantité économique de commande introduit par Wilson (1934), permet de calculer la taille optimale du lot de production Q^* d'un certain produit en utilisant la formule suivante :

$$Q^* = \sqrt{\frac{2KD}{c^+\left(1-\frac{D}{P}\right)}} \tag{1}$$

Où, K est le coût de mise-en-course pour cycle de production,

D est la demande annuelle du produit,

P est le taux de production annuel,

c^+ est le coût annuel de stockage d'une unité de produit,

avec l'hypothèse $P > D$.

Cette formule est obtenue en dérivant un coût total moyen de stockage et de mise-en-course. Ce modèle est applicable seulement aux systèmes manufacturiers parfaitement fiables, et de parfaite qualité des produits finis. Dans le contexte réel, plusieurs phénomènes aléatoires affectent la production, essentiellement des problèmes liés à la disponibilité et à la détérioration de la qualité des systèmes. Plusieurs extensions du modèle classique du lot économique de production ont d'ailleurs été proposées dans la littérature pour s'approcher plus à la réalité en prenant en considération ces phénomènes aléatoires.

Dans les trois sections suivantes, nous présentons les principaux travaux de recherche qui ont étudié le problème du lot économique de production dans un contexte de non-fiabilité des systèmes et/ou de l'imperfection de la qualité des produits.

1.1.1 Modèles du LÉP des systèmes manufacturiers non-fiables et parfaits

Groenevelt et al. (1992a) sont les premiers qui ont cherché à déterminer la taille optimale du lot de production dans les systèmes manufacturiers soumis à des pannes aléatoires. Le critère d'optimisation était la minimisation du coût total moyen à long terme, incluant le coût de stockage, les coûts de maintenances corrective et préventive et le coût de mise-en-course. Sous les hypothèses du taux de production déterministe et constant, du délai de réparation négligeable, du rupture de stock non permise et du distribution exponentielle des temps d'inter-pannes, les auteurs ont proposé deux politiques de contrôle de la production : la première suppose qu'il n'y a pas de reprise de la production du lot interrompu après réparation (*No-Resomption policy*); la deuxième politique suppose qu'on reprend la production du lot après réparation si le niveau d'inventaire disponible est inférieur à un certain seuil (*Abort/Resume policy*). Dans les deux cas, la taille optimale du lot de production est toujours supérieure à la taille du lot économique de production classique. Ceci s'explique par la nécessité de faire face aux pertes de production suite aux pannes aléatoires. Groenevelt et al. (1992b) ont aussi développé une politique de contrôle permettant de déterminer la taille optimale du lot de production dans le cas où les temps d'inter-pannes suivent une distribution exponentielle et les délais de réparation suivent des distributions aléatoires générales. Ils supposent qu'une fraction des lots produits se transforme en stock de sécurité qui sert à satisfaire la demande aux moments d'indisponibilité du système manufacturier. La taille optimale du lot est donnée par la formule suivante:

$$Q^* = \max\left(\sqrt{\frac{2(K+M)D}{c^+\left(1-\beta-\frac{D}{P}\right)}}\left[(1-\beta)+\lambda\frac{D}{P}\left(E[t_r]+t_s\right)\right];\frac{PD(t_s+t_m)}{(1-\beta)P-D}\right) \qquad (2)$$

Où, M est le coût de la maintenance préventive,

β est la fraction de production qui se transforme en stock de sécurité,

λ est le taux moyen des pannes,

t_r est le temps d'inter-pannes, suivant une loi exponentielle de moyenne λ,

t_s est le temps de mise-en-course,

et, t_m est le temps de la maintenance préventive.

Kim et Hong (1997) ont étendu le modèle de Groenvelet et al. (1992a), en supposant que les temps d'inter-pannes suivent une distribution générale, et que le temps de réparation est instantané et négligeable. Les deux auteurs ont étudié, pour différents types de la fonction 'taux de pannes', la détermination du LÉP, et ils ont prouvé l'unicité de son optimalité. Kim et al. (1997) ont étendu le modèle de Groenvelet et al. (1992a) dans le cas où le temps d'inter-pannes suit une distribution générale et le temps de réparation est constant. Une formule de la taille optimale du lot de production a été déterminée dans le cas où le temps d'inter-pannes suit une distribution exponentielle. Chung (1997) a par la suite développé un algorithme pour approximer la taille optimale du lot de production du modèle de Groenvelet et al. (1992a), en calculant ses limites supérieures et inférieures.

Abboud (1997) a aussi proposé un modèle approximé du LÉP dans le cas où les pannes dans chaque cycle de production suivent une distribution de poisson et les temps de réparation suivent une distribution générale. De façon similaire, Giri et Yun (2005) ont étudié le problème de la quantité économique de production des systèmes manufacturiers soumis à des pannes et réparations exponentielles en supposant qu'au maximum deux pannes pourraient apparaître durant chaque cycle de production et que les pénuries sont couvertes partiellement. Ils ont utilisé des techniques d'optimisation non-linéaire pour calculer la taille optimale du lot de production sans obtenir une formule analytique exacte. Dans les travaux mentionnés ci-dessus, le taux de production est prédéterminé et constant.

Toutefois, Giri et al. (2005) ont étudié le problème de LÉP d'un système manufacturier non-fiable où le taux de production est considéré comme une variable de décision. Ils ont développé deux modèles (avec et sans stock de sécurité) dans le but de déterminer simultanément la taille optimale du lot de production et le taux de production optimal. Dans le deuxième modèle, le niveau de stock de sécurité est considéré comme une troisième variable de décision. Giri et Dohi (2005) ont étendu le modèle de Giri et al. (2005) avec stock de sécurité, en prenant en compte la maintenance préventive et en supposant que les temps d'inter-pannes et de réparations suivent des distributions générales et que le taux de pannes dépend du taux de la production.

Les modèles susmentionnés traitent seulement de systèmes manufacturiers non-fiables sans considérer l'aspect qualité. Dans la section suivante, nous présentons un autre courant de recherche qui vise l'intégration du problème de l'imperfection de la qualité dans le modèle du LÉP. L'aspect fiabilité est toutefois négligé dans ces travaux.

1.1.2 Modèles du LÉP des systèmes manufacturiers fiables et imparfaits

Porteus (1986) et Rosenblatt et Lee (1986) sont les premiers chercheurs qui ont étudié l'effet de la détérioration de la qualité du processus de production sur le LÉP. Ils ont considéré que la détérioration du system est un processus aléatoire et ils ont montré que le lot optimal de production est plus petit que le LÉP classique. Ainsi, Porteus (1986) a développé un modèle où le système de production est considéré à l'état 'in-control' au début de chaque cycle de production; mais il peut passer, au cours de la fabrication du lot, à l'état 'out-of-control' quand il commence à produire des items défectueux. Pour leur part, Rosenblatt et Lee (1986) ont proposé un modèle de LÉP en supposant que tous les items fabriqués au début de la production sont conformes (état 'in-control') et que l'instant de passage du système de l'état 'out-of-control' à l'état 'in-control' est une variable aléatoire suivant une distribution exponentielle. Dans ces deux travaux, aucune intervention de maintenance n'est considérée pour restaurer l'état du système, quand le système passe à l'état 'out-of-control'. Toutefois, Lee et Rosenblatt (1987) ont étudié le problème de détermination conjointe de LÉP et de la politique optimale de la maintenance par inspection. Ils ont développé un modèle qui permet de calculer la longueur optimale du cycle de production T^* et le nombre optimal d'inspections à effectuer durant chaque cycle de production. La longueur optimale du cycle de production T^* est donnée par la formule suivante :

$$T^* = \sqrt{\frac{2(K+v)D}{c^+P(P-D) - D\left(s\alpha\frac{P}{\mu} - r\right)\frac{\mu^2}{n}}} \tag{3}$$

Où, v est le coût d'inspection du processus,

s est coût de production d'un item défectueux,

r est coût de restauration du système de l'état 'out-of-control' à l'état 'in-control',

α est pourcentage d'items produits quand le système est à l'état 'out-of-control',

μ est taux de transition de l'état 'in-control' à l'état 'out-of-control',

et, n est nombre d'inspections à effectuer durant chaque cycle de production.

Khouja et Mehrez (1994) ont développé un modèle du LÉP, en se basant sur les hypothèses de Rosenblatt et Lee (1986), et en assumant que le taux de production est une variable de décision et que la qualité de production se détériore avec l'augmentation du taux de production.

Salameh et Jaber (2000) ont présenté un modèle modifié du LÉP classique en prenant en compte l'imperfection de la qualité. Ils supposent que chaque lot produit contient une proportion aléatoire d'items défectueux suivant une distribution de probabilité connue. Le LÉP est calculé en utilisant la formule suivante :

$$Q^* = \sqrt{\frac{2\,K\,D\;E\left[\frac{1}{1-p}\right]}{c^+\left(1 - E[p] - \left(1 - E\left[\frac{1}{1-p}\right]\right)\frac{D}{\eta P}\right)}} \tag{4}$$

Où, p est le pourcentage des items défectueux dans chaque lot produit (variable aléatoire),

et, η = le taux de contrôle à 100% de tous les lots produits.

Hayek et Salameh (2001) ont développé un modèle de LÉP considérant que le pourcentage produit d'items défectueux est une variable aléatoire. Ils supposent que tous les items défectueux sont réparables et que la pénurie est permise. Le lot optimal de production est obtenu en dérivant la fonction coût total incluant le coût de production, le coût de réparation des items défectueux, le coût de stockage et le coût de pénurie. La taille optimale du lot est déterminée par la formule suivante :

$$Q^* = \sqrt{\frac{2KD\left(c^- + c^+\right)}{c^- c^+\left(1-\frac{D}{P}\right)}} \tag{5}$$

Où c^- est le coût de pénurie d'une unité de produit.

Pour sa part, Ben-Daya (2002) a développé un modèle intégré pour déterminer conjointement le LÉP et le niveau optimal de maintenance préventive (MP) d'un processus imparfait suivant une distribution de détérioration générale avec un taux de risque croissant. Vu la complexité du problème posé, l'auteur a utilisé la technique de '*Direct Search*' de Hooke et Jeeves (1961) avec quelques modifications, pour calculer le lot optimal de production et le niveau optimal de MP.

Chiu (2003) a étendu le modèle de Hayek and Salameh (2001) en supposant que les items défectueux ne sont pas tous réparables. Les items défectueux non-réparables sont rejetés à un certain coût, avant le début du processus de réfection des items réparables. L'auteur a dérivé une formule analytique complexe de la taille optimale du lot de production:

$$Q^* = \sqrt{\frac{2KD}{\left(\begin{array}{l} c^+\left(1-\frac{D}{P}\right)+\left(\frac{D(1-\theta)^2}{P_1}\right)\left(c_1^+ - c^+\right)E[p^2] - \frac{(c^+)^2\left(1-\theta E[p]\right)^2}{\left(c^- + c^+\right)E\left[(1-p)\Big/\left(1-p-\frac{D}{P}\right)\right]} \\ -2c^+\theta\left(1-\frac{D}{P}\right)E[p] \;+\; c^+\theta^2 E[p^2] \end{array}\right)}} \tag{6}$$

Où, θ est le pourcentage des items défectueux non-repérables (à rejeter),

P_1 est le taux de rectification des items réparables,

et, c_1^+ est le coût de stockage unitaire d'un item défectueux repérable.

Finalement, Sana (2010) a présenté un modèle permettant de déterminer simultanément le lot optimal de production et le taux de production optimal, en considérant que le pourcentage d'items défectueux varie non-linéairement avec le taux et le temps de production, et que la distribution de probabilité de temps de passage de l'état 'in-control' à l'état 'out-of-control' dépend aussi du taux de production.

Dans la section suivante, nous présentons les principaux travaux qui étudient le problème de lot économique de production en considérant simultanément les aspects de non-fiabilité du système de production et de l'imperfection de la qualité.

1.1.3 Modèles du LÉP des systèmes manufacturiers non-fiables et imparfaits

Le problème du lot économique de production dans un contexte conjoint de non-fiabilité et d'imperfection de la qualité des systèmes manufacturiers a été récemment abordé par quelques chercheurs.

Premièrement, Chiu et al. (2007) ont étendu les travaux de Chung (1997) et Chiu (2003) afin de déterminer le temps de production optimal du modèle de LÉP des systèmes manufacturiers soumis à des pannes aléatoires. Ils supposent que la proportion de produits non-conformes est une variable aléatoire suivant une distribution générale et qu'une proportion des items non-conformes est à rejeter. Le reste des items non-conformes sont ainsi retravaillés.Ils ont montré que la fonction coût total associée au problème est convexe par rapport au temps de production du lot et ils ont obtenu deux limites (inférieure et supérieure) pour estimer le cycle de production optimal.

Liao et al. (2009) ont pour leur part intégré des programmes de maintenance (maintenance préventive parfaite/imparfaite, et maintenance corrective imparfaite) avec le modèle de LÉP pour un système manufacturier imparfait et non-fiable. Les auteurs se sont concentrés sur l'impact de l'action de restauration (maintenance parfaite/imparfaite) sur la détérioration du système de production.

Chakraborty et al. (2009) ont aussi étudié l'effet conjoint de la détérioration du système de production, des pannes et de la politique d'inspection sur la taille optimale du lot de production. Ils ont proposé deux modèles de LÉP pour deux politiques d'inspection différentes. La première politique consiste à restaurer le système, au moment de l'inspection, s'il est à l'état 'out-of-control' ; sinon, aucune action n'est prise à part faire à l'exception de la dernière inspection du cycle de production où une maintenance préventive est effectuée. La deuxième politique d'inspection consiste à restaurer le système, au moment de l'inspection, s'il est à l'état 'out-of-control' ; sinon, faire la maintenance préventive. Pour simplifier la résolution des deux modèles, les auteurs ont supposé que les temps de restauration et de maintenance préventive sont

négligeables. Pour les deux modèles proposés, ils ont constaté que l'inspection de l'état de contrôle du système donne des meilleurs résultats, en termes de coût encouru, par rapport aux modèles de LÉP sans politique d'inspection.

Finalement, Sana et Chadhuri (2010) ont étendu le modèle de Giri et Dohi (2005) en considérant un système de production imparfait et soumis à des pannes aléatoires. La politique proposée consiste à déterminer simultanément le taux de production optimal, le lot de production optimal et le stock de sécurité optimal. Les auteurs ont étudié aussi les effets de la détérioration du processus, des pannes et des réparations (corrective et préventive) sur les valeurs optimales des variables de décision.

1.2 Commande stochastique des systèmes manufacturiers non-fiables

Les systèmes manufacturiers modernes sont devenus de plus en plus complexes et soumis à de nombreux évènements aléatoires et imprévisibles tels que les pannes, les réparations, la détérioration du processus de production, etc. Ces phénomènes dus essentiellement au problème de fiabilité des équipements manufacturiers, peuvent affecter la disponibilité et la capacité de production. D'après Caramanis et Sharifnia (1991), les méthodes classiques de planification de la production et de l'inventaire, telle que la méthode MRP (*Material Requirement Planning*), ne peuvent pas faire face aux changements aléatoires de la capacité de production. Cependant, les politiques de commande stochastique et rétroactive (*feedback policies*) permettent d'anticiper les effets des événements aléatoires et d'assurer un meilleur contrôle du système (Gershwin, 1994).

Le problème de commande optimale stochastique de la production des systèmes manufacturiers non-fiables a attiré l'attention de plusieurs chercheurs depuis plus de trente ans. Olsder et Suri (1980) sont parmi les premiers à avoir formulé le problème de commande des systèmes manufacturiers non-fiables en utilisant le formalisme de Rishel (1975) basé sur la théorie de contrôle des systèmes avec des pannes et réparations suivant des processus Markoviens homogènes. Les conditions optimales du problème de commande stochastique de la production sont caractérisées par les équations de Hamilton-Jacobi-Bellman (HJB). Plusieurs travaux de recherche ont été investis pour résoudre ces équations et développer une politique rétroactive qui permet de contrôler le taux de production (considéré comme une variable de décision) en fonction du niveau de l'inventaire et de l'état de disponibilité du système. Dans la section

suivante, nous présentons les principaux résultats de recherche en matière de contrôle optimal des systèmes manufacturiers non-fiables.

1.2.1 Politique de contrôle à seuil critique

La politique de contrôle à seuil critique a été introduite pour la première fois par Kimemia et Gershwin (1983). Le principe de base de cette politique consiste à construire et maintenir un surplus d'inventaire (ou encore stock de sécurité) à un certain niveau optimal dit seuil critique, durant les périodes de disponibilité du système de production pour continuer à satisfaire la demande lorsque le système devient indisponible (en réparation). Les deux auteurs ont modélisé le problème de contrôle en utilisant la programmation dynamique stochastique et ils ont développé une heuristique qui permet d'approximer le seuil critique dans le but de minimiser le coût total d'inventaire et du rupture de stock.

Akella et Kumar (1986) ont réussi à résoudre analytiquement les équations de HJB d'un problème de contrôle optimal de la production d'une machine qui fabrique un seul type de produit, avec des pannes et réparations exponentielles. Ils ont prouvé l'existence d'un tel seuil critique optimal nommé *hedging point* z^*, qui minimise le coût total actualisé espéré sur un horizon infini. La politique de contrôle a été définie sous la forme suivante :

$$u\left(x(t),\alpha(t)\right)=\begin{cases}\alpha(t)\,u_{\max} & \text{si } x(t)<z^* \\ \alpha(t)\,d & \text{si } x(t)=z^* \\ 0 & \text{si } x(t)>z^*\end{cases} \tag{7}$$

où $x(t)$ est le niveau instantané d'inventaire et $\{\alpha(t)\}$ est un processus stochastique Markovien décrivant l'état de disponibilité du système à un instant *t*. $\alpha(t)=1$, si le système est disponible à l'instant *t*, et $\alpha(t)=0$ sinon. C'est une politique rétroactive qui permet de contrôler le taux de production en fonction de l'état instantané de l'inventaire $x(t)$: le taux de production est maximal si le niveau d'inventaire $x(.)$ est inférieur au seuil critique z^*, et est égal au taux de la demande tant que le niveau d'inventaire est maintenu au niveau de seuil critique. Sinon, la production est arrêtée. Ce résultat a été confirmé par Bielecki et Kumar (1988) qui ont dérivé une autre solution analytique du seuil critique, pour le problème de minimisation du coût total moyen (non-actualisé). Sharifnia (1988) a étendu le modèle de Bielecki et Kumar (1988) en considérant une machine multi-états.

La résolution analytique des équations de HJB des systèmes plus complexes que celui d'une machine avec un seul type de produit est généralement impossible. Plusieurs approches ont été proposées dans la littérature pour déterminer la politique de commande optimale lorsqu'on relâche une ou l'autre des hypothèses du modèle d'Akella et Kumar (1986) ou lorsqu'on s'adresse aux problèmes de production complexes. En se basant sur les résultats de Sharifnia (1988), Caramanis et Sharifnia (1991) ont développé une politique sous-optimale du problème de gestion de la production à plusieurs produits. Ils ont proposé une approche de décomposition du problème de contrôle à plusieurs produits en un ensemble de problèmes de contrôle à un seul type de produit tractable analytiquement. Boukas et Haurie (1990) ont pour leur part utilisé une approche numérique basée sur la méthode de Kushner (Kushner et Dupuis, 2001) pour résoudre les équations de HJB dans le cas où les états du système sont décrits par des processus Markoviens non-homogènes. Kenné et al. (2003) ont aussi utilisé cette approche pour résoudre le problème de commande optimale d'un système multi-machines identiques et multi-produits.

Gharbi et Kenné (2000) ont généralisé la politique de production à seuil critique, dans le cas où les pannes et les réparations sont non-markoviens et/ou la demande est aléatoire. Ils ont développé et validé un modèle de simulation permettant de déterminer le seuil critique quelque soit les distributions de probabilité caractérisant les pannes et les réparations de la machine et la demande. Le recours à la simulation a été justifié par le fait que le modèle de contrôle optimal non-Markovien ne peut pas être décrit par la théorie de contrôle classique. Kenné et Gharbi (2001) ont aussi proposé une nouvelle approche de résolution des problèmes de contrôle de la production qui combine des méthodes analytiques, numérique et expérimentales basées sur la simulation pour approximer la politique de contrôle optimale d'un système manufacturier composé de plusieurs machines non-fiables produisant plusieurs types de produits. Les détails de cette approche sont présentés dans la section suivante.

1.2.2 Approche de résolution expérimentale basée sur la simulation

L'approche de résolution par simulation a été proposée par Kenné et Gharbi (1999) pour déterminer les valeurs optimales d'une politique de contrôle à seuil critique modifiée qui dépend de l'âge de la machine de production. Cette approche a été reformulée par Kenné et Gharbi (2001) en utilisant, l'approche de Boukas et Haurie (1990) pour déterminer numériquement la structure de la politique optimale de contrôle cherchée, et l'approche de résolution basée sur la

simulation de Kenné et Gharbi (1999) pour déterminer les valeurs optimales des paramètres de contrôle. L'avantage de cette approche réside dans le fait de combiner la résolution numérique des équations de HJB et d'utiliser la simulation en tant qu'outil puissant de modélisation, pour développer des politiques de contrôle sous-optimales des systèmes complexes. L'approche de résolution expérimentale basée sur la simulation a été adoptée avec succès dans plusieurs travaux de recherche s'adressant aux problèmes de contrôle optimal de la production dans divers contextes, tels que l'intégration des stratégies de mise-en-course (Gharbi et al., 2006), de la maintenance préventive (Berthaut et al., 2010) et d'approvisionnement (Hajji et al., 2010).

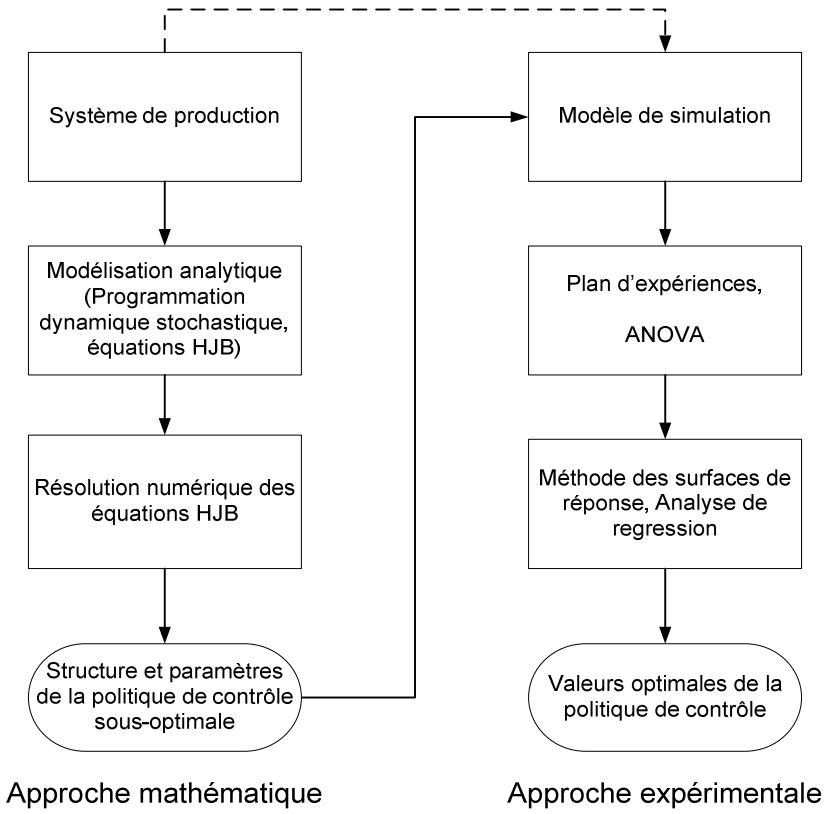

Figure 1-1 Approche de résolution.

La Figure 1-1 présente un diagramme résumant les différentes de l'approche :

1. Modélisation analytique du problème: Formuler mathématiquement le problème de production sous étude sous forme d'un modèle de commande optimale stochastique, et développer les conditions optimales du modèle décrites par les équations de HJB, en utilisant la programmation dynamique stochastique et la théorie de commande optimale en combinaison avec la théorie de contrôle impulsionnel (Bensoussan et Lions, 1975). La théorie

de contrôle impulsif est utilisée dans le cas où la valeur d'une variable d'état du système change impulsivement dans une très courte durée (Yang, 1999, 2001).

2. Résolution numérique des HJB: Utiliser une approche numérique pour résoudre les équations de HJB, vu que la résolution analytique est impossible sauf dans des cas simples tels que le modèle d'Akela et Kumar (1986) ou de celui de Hu et al. (1994). On peut utiliser par exemple l'algorithme itératif de Kushner qui permet d'approximer la fonction valeur associée au problème de contrôle pour différentes valeurs discrètes des variables d'état du système de production. À l'issu de la résolution numérique des conditions optimales, la structure de la politique de contrôle optimale est obtenue et est les paramètres de contrôle de la politique sont définis.

3. Modèle de simulation: Développer un modèle de simulation représentant le système sous étude. Les paramètres de la politique de contrôle sont considérés comme des variables d'entrée du modèle. La variable de sortie de la simulation est le coût total moyen à long-terme. Il est conseillé de développer un modèle de simulation combiné discret-continu pour mieux représenter l'aspect stochastique et la dynamique du système décrite par des équations différentielles ou de différence, et pour réduire le temps d'exécution des expériences (Lavoie et al., 2007). Le langage de SIMAN (SIMulation ANalysis) est l'un des langages de simulation les plus performants qui peut être utilisé pour développer des modèles combinés discret-continu (Pegden et al., 1995).

4. Plan d'expériences: Utiliser un plan d'expériences afin de déterminer comment les paramètres de la politique de contrôle (variables d'entrée) doivent être variés, afin de connaître les effets des facteurs significatifs et de leurs interactions sur le coût total moyen encouru (critère de performance) à l'aide d'une analyse de la variance (ANOVA).

5. Méthode des surfaces de réponse: Utiliser la méthode des surfaces de réponse et l'analyse de régression afin de déterminer la relation entre le coût total moyen encouru et les effets (facteurs et leurs interactions) significatifs issus de l'étape précédente. Le modèle de régression obtenu, généralement quadratique pour représenter la convexité de la fonction coût, est ensuite optimisé afin de déterminer les valeurs optimales des paramètres de la politique de contrôle.

1.3 Contrôle de la qualité

Le contrôle de la qualité, ou encore l'assurance-qualité, comprend un ensemble de techniques et d'activités qui permettent d'évaluer l'efficacité de la qualité des systèmes de production et de service, de déterminer en temps réel l'état de la qualité des systèmes, d'assurer la conformité des produits (biens et services) aux exigences des consommateurs et aider à l'amélioration continue de la qualité (Besterfield, 2009; Montgomery, 2009).

Les activités de contrôle de la qualité sont essentiellement: la détermination des spécifications exigées de la qualité, la conception du produit ou de service selon ces spécifications, la production avec l'intention de satisfaire les spécifications, l'inspection pour contrôler la conformité aux spécifications de la qualité, le retour d'information et la révision des spécifications si nécessaire.

Le contrôle statistique de la qualité (CSQ) est une branche de l'approche Qualité Totale (*Total Quality Management*). Ce type de contrôle permet de collecter, d'analyser et d'interpréter les données nécessaires pour les utiliser dans les différentes activités de contrôle de la qualité. Les deux techniques de CSQ les plus utilisés en industrie sont la maîtrise statistique des procédés (MSP) et les plans d'échantillonnage. Ces techniques sont décrites ci-après.

1.3.1 Techniques de contrôle statistique de la qualité

1.3.1.1 Maîtrise statistique des procédés

La MSP est un ensemble de méthodes de contrôle statistique de la qualité qui consistent à maîtriser et à garantir un niveau de qualité optimum à chaque phase d'un processus de production. Les principales méthodes de la MSP sont les cartes de contrôle et les indices de capabilité du processus.

- Cartes de contrôle: La première carte de contrôle a été développée en 1924 par W.A. Shewart dans les laboratoires de Bell Téléphonie dans le but de contrôler la conformité des produits. Cette méthode consiste à prélever des échantillons et à vérifier si les caractéristiques des produits de l'échantillon sont conformes ou non aux spécifications de la qualité. Il existe deux grandes familles de cartes de contrôle selon le type de la caractéristique inspectée du produit: les cartes de contrôle par mesures pour les caractéristiques mesurables de façon

continue (par exemple: un poids, une dimension, etc.), et les cartes de contrôle par attributs pour les caractéristiques non-mesurables (par exemple: une nuance de couleur, un aspect, etc.) mais contrôlables soit visuellement ou en utilisant un calibre spécifique permettant de détecter les produits non-conformes. Dans les cartes de contrôle par mesures, on vérifie que la moyenne de l'échantillon, l'étendue ou l'écart-type se trouve à l'intérieur des limites de contrôle. Dans les cartes de contrôle aux attributs, on vérifie que la fraction des produits non-conformes dans l'échantillon prélevé est dans les limites prédéfinies aussi. Un processus est dit 'sous-contrôle' si les résultats d'une série de contrôle des échantillons prélevés sont à l'intérieur des limites de contrôle.

- Capabilité du processus: L'analyse de la capabilité d'un processus est souvent utilisée afin de déterminer son aptitude à produire selon les spécifications demandées par le client. Il s'agit de calculer certains indicateurs de performance dites indices de capabilité qui permettent de mesurer sa variabilité par rapport aux cibles exigées et les tolérances permises.

Les cartes de contrôle et la capabilité des processus sont décrites plus en détail dans les ouvrages de Montgomery (2009) et Besterfield (2009).

1.3.1.2 Plans d'échantillonnage

La méthode d'acceptation des lots produits par des plans d'échantillonnage a été introduite en 1928 par H.F. Dodge et H.G. Romig, dans les laboratoires de Bell Téléphonie aussi, afin de substituer le contrôle à 100% de tous les lots fabriqués. L'utilisation des plans d'échantillonnage est notamment indispensable dans le cas où le contrôle est destructif ou lorsque les frais engagés sont élevés. Parfois, le contrôle à 100% n'est pas pratiquement réalisable conne c'est le cas pour certains systèmes de production en grande série. Le contrôle de la qualité par échantillonnage peut être utilisé soit dans un contexte d'approvisionnement (contrôle de la qualité de la matière première reçue) ou dans un contexte de production (contrôle de la qualité des lots de produits finis avant l'expédition au client).

Dans la littérature, il existe plusieurs types de plans d'échantillonnage. Nous présentons ici les plans d'échantillonnage de type 'inspection lot-par-lot' avec un contrôle par attributs. Il en existe quatre types:

- Plan d'échantillonnage simple: La décision d'accepter ou non un lot est prise de la façon suivante; un échantillon de taille *n* est prélevé aléatoirement du lot. L'échantillon est inspecté item par item par attributs. Si le nombre d'items défectueux *k*, est inférieur ou égal au critère d'acceptation prédéfini *c*, alors le lot est accepté. Sinon, le lot est rejeté. Dans ce cas, un contrôle à 100% est effectué afin d'identifier tous les items non-conformes. Dans un contexte d'approvisionnement, le lot peut être retourné au complet au fournisseur. La Figure 1-2 illustres le concept d'échantillonnage simple dans un contexte de production.

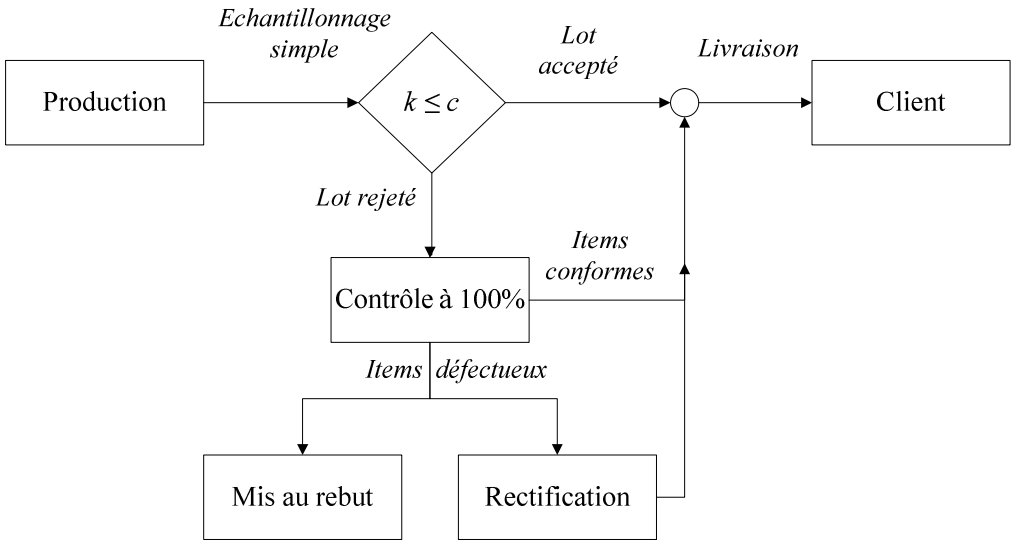

Figure 1-2 Processus d'échantillonnage dans un contexte de production.

- Plan d'échantillonnage double: Le processus d'échantillonnage double est plus compliqué que celui de plan simple. On pourrait faire deux échantillonnages sur le même lot avant de prendre la décision d'acceptation ou de rejet. Un échantillon de taille n_1 est prélevé aléatoirement du lot. Si le nombre d'items défectueux k_1 existant dans cet échantillon, est inférieur ou égal au critère d'acceptation prédéfini c_1, alors le lot est accepté. Sinon, si k_1 est supérieur au deuxième critère d'acceptation prédéfini c_2 ($c_2 > c_1$), le lot est rejeté. Sinon, on prélève un second échantillon n_2. Soit k_2 le nombre d'items défectueux dans n_2. Si k_1+k_2 est inférieur ou égal au deuxième critère d'acceptation c_2, le lot est accepté. Sinon, le lot est rejeté.

- Plan d'échantillonnage multiple: Le processus d'échantillonnage multiple est le même de celui de l'échantillonnage double, sauf que l'échantillonnage se répète plusieurs fois (plus que deux fois).

- Plan d'échantillonnage progressif: Dans ce type d'échantillonnage, des items sont échantillonnés et inspectés l'un après l'autre. Ensuite, on note le nombre cumulé d'items défectueux et le nombre total des items inspectés. La décision d'acceptation ou non le lot ou de poursuivre le contrôle est prise en utilisant un tableau ou un diagramme de contrôle progressif.

Selon (Besterfield, 2009), les quatre types de plan d'échantillonnage susmentionnés permettent d'avoir des probabilités proches d'acceptation ou de rejet des lots. Le choix d'un plan d'échantillonnage ou autre n'est plus lié à l'efficacité de contrôle de la qualité, puisqu'ils permettent tous d'avoir les mêmes résultats. Il est plutôt lié aux autres facteurs tels que la simplicité d'utilisation, les coûts administratifs encourus (coûts de formation, d'inspection, d'enregistrement des résultats, etc.), la qualité de l'information de retour, le nombre d'items inspecté et l'impact psychologique. De point de vue de la simplicité d'utilisation, le plan d'échantillonnage simple est le plus favorisé. Ce plan occasionne aussi les moindres coûts administratifs et procure la meilleure information sur le niveau de la qualité dans chaque lot.

Pour plus de détails sur les propriétés des plans d'échantillonnage, nous référons le lecteur aux travaux de Schilling et Neubauer (2009) et Besterfield (2009).

1.3.2 Caractéristiques statistiques du plan d'échantillonnage simple

Dans cette section, nous présentons les caractéristiques statistiques du plan d'échantillonnage simple. Ces caractéristiques permettent d'évaluer le choix des paramètres n et c du plan d'échantillonnage et de comprendre les effets d'un tel choix sur la décision d'accepter ou non des lots produits et sur la qualité finale du produit vis-à-vis les clients.

1.3.2.1 Probabilité d'acceptation et courbe d'efficacité

La probabilité d'acceptation P_a d'un lot contenant p (%) d'items défectueux en utilisant un plan d'échantillonnage simple de paramètres n et c est calculée en utilisant la loi binomiale (Schilling et Neubauer, 2009):

$$P_a = P\{k \le c\} = \sum_{k=0}^{c} \frac{n!}{k!(n-k)!} (p)^k (1-p)^{n-k} \tag{8}$$

L'une des techniques les plus utilisées pour évaluer un plan d'échantillonnage simple est la courbe d'efficacité (*Operating Characteristic* (OC) *curve*) qui permet de déterminer le comportement de la probabilité d'acceptation P_a en fonction de la variation de la qualité de production. Lorsque le pourcentage de produire des items défectueux p (%) est faible, la probabilité d'acceptation est élevé. La probabilité P_a diminue avec la détérioration de la qualité du système de production. Figure 1-3 présente un exemple d'une courbe d'efficacité pour un plan d'échantillonnage de paramètres c = 2 et n = 48.

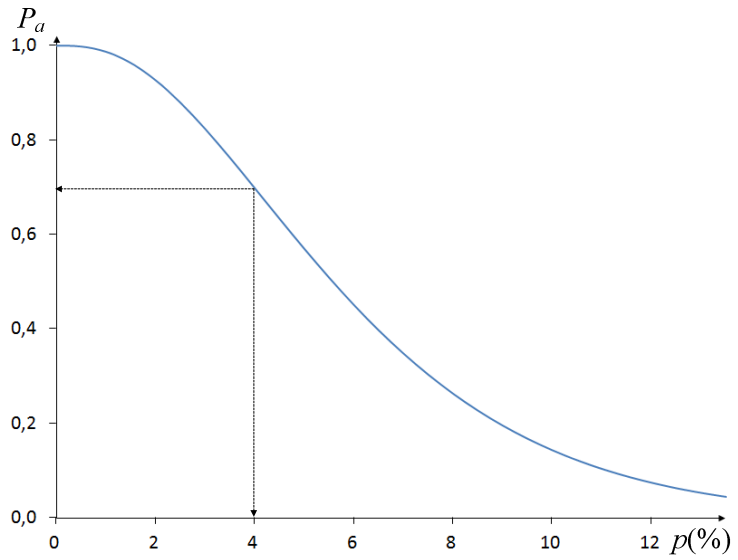

Figure 1-3 Exemple d'une courbe d'efficacité d'un plan d'échantillonnage simple.

1.3.2.2 Qualité moyenne des lots après contrôle

La qualité moyenne des lots après contrôle (*Average Outgoing Quality* (*AOQ*)) est le pourcentage des items défectueux qui reste, en moyenne, dans les lots après contrôle. Ce pourcentage est très utile pour évaluer le plan d'échantillonnage et estimer la satisfaction des clients. Si l'inspection est rectifiante ou les items défectueux détectés sont remplacés par des items conformes, l'AOQ est calculé en utilisant la formule suivante (Schilling et Neubauer, 2009) :

$$AOQ = pP_a\left(\frac{Q-n}{Q}\right) \tag{9}$$

sinon,

$$AOQ = pP_a\left(\frac{Q-n}{Q-np}\right) \tag{10}$$

En pratique, si le rapport n/Q est très petit, on peut approximer la qualité moyenne des lots après contrôle par la formule suivante (Besterfield, 2009) :

$$AOQ \cong pP_a \tag{11}$$

La Figure1-4 présente un exemple de la courbe de *AOQ* en fonction de la détérioration de la qualité du système de production pour les paramètres c = 2, n = 48, Q = 7000. L'*AOQ* est nulle quand tous les items produits sont conformes (p = 0), augmente avec la détérioration de la qualité jusqu'à un maximum *AOQL* (*Average Outgoing Quality Limit*), puis il diminue par le fait d'augmentation du nombre de lots rejetés et contrôlés à 100%.

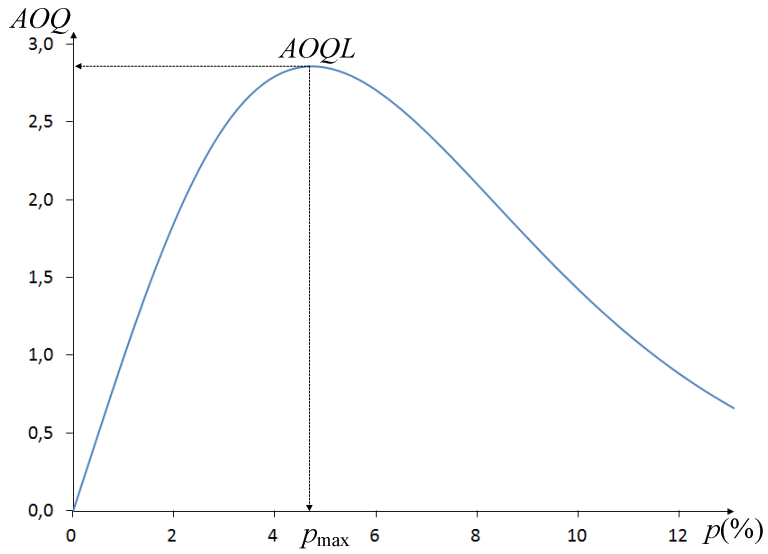

Figure 1-4 Exemple de la courbe de la qualité moyenne des lots après contrôle.

1.3.2.3 Quantité moyenne contrôlée à long terme

La quantité moyenne contrôlée à long terme *ATI* (*Average Total Inspection*) est une autre technique d'évaluation du plan d'échantillonnage simple qui permet au producteur d'avoir une idée sur les exigences de main-d'œuvre d'inspection. L'*ATI* peut être calculé en utilisant la formule suivante (Besterfield, 2009):

$$ATI = n + (1 - P_a)(Q - n) \tag{12}$$

1.4 Conclusion

La première partie de cette revue de la littérature a tout d'abord permis de présenter les principaux modèles du lot économique de production des systèmes affectés par des problèmes de fiabilité et/ou de qualité. Il paraît clair que lorsque les facteurs de fiabilité ou de qualité sont considérés, le modèle du lot économique de production devient plus complexe. Dans le cas où ces deux aspects sont considérés ensemble, aucune formule exacte de lot économique n'a été déterminée. En deuxième partie, nous avons abordé le problème de commande optimale stochastique des systèmes manufacturiers non-fiables, et l'approche de résolution expérimentale basée sur la simulation. Finalement, nous avons présenté les techniques de contrôle statistique de la qualité, et les principales caractéristiques statistiques du plan d'échantillonnage simple.

Ce que nous pouvons remarquer jusqu'à l'instant d'après cette revue de la littérature, est que les problèmes de commande optimale des systèmes non-fiables, de lot économique de production et de contrôle statistique de la qualité ont été traités séparément. Dans le chapitre suivant, nous discutons les limites des politiques de production existantes et nous présentons la problématique retenue dans ce mémoire ainsi que les principales contributions de cette recherche.

CHAPITRE 2 PROBLÉMATIQUE ET OBJECTIFS DE RECHERCHE

Dans ce chapitre, nous analysons les limites des modèles du lot économique de production présentés dans le premier chapitre. À l'issu de cette analyse, nous précisons les problématiques et les objectifs de ce mémoire. Ainsi, nous présentons l'organisation générale de mémoire; les modèles développés et les principaux résultats obtenus de chaque modèle. Les détails de développement et de résolution des modèles sont présentés dans les chapitres suivants.

2.1 Problématique

2.1.1 Critique de la littérature

Dans cette section, nous présentons les limites des modèles du lot économique de production qui existent dans la littérature. En fait, nous avons constaté que plusieurs hypothèses considérées pour développer ces modèles négligent certains aspects importants observés dans la vie pratique.

2.1.1.1 Dynamique de stock final

Une de ces hypothèses, la plus commune dans les modèles de LÉP, est que le lot en cours de fabrication peut satisfaire la demande et même construire un stock de sécurité; si le taux de la production u est strictement supérieur au taux de la demande continue d, alors la production satisfait instantanément la demande et l'excès de production se transforme en stock avec un taux égal à u-d. La Figure 2-1 illustre la dynamique de stock en fonction de la production telle que présentée dans la plupart des modèles du LÉP existants.

Cette hypothèse n'est pas valide pour une large gamme de systèmes manufacturiers où certains délais existent entre la fin de la production des lots et leurs entrées au stock final qui sert réellement la demande. Ces délais peuvent être liés aux opérations de transport des lots vers la zone de stockage final, de contrôle de la qualité, de rectification de probables items défectueux, etc. Dans ces cas, le lot en cours de fabrication ne peut pas faire face à la demande spontanément. Il ne peut même alimenter le stock final de service qu'après la fabrication complète (du lot), plus un délai additionnel.

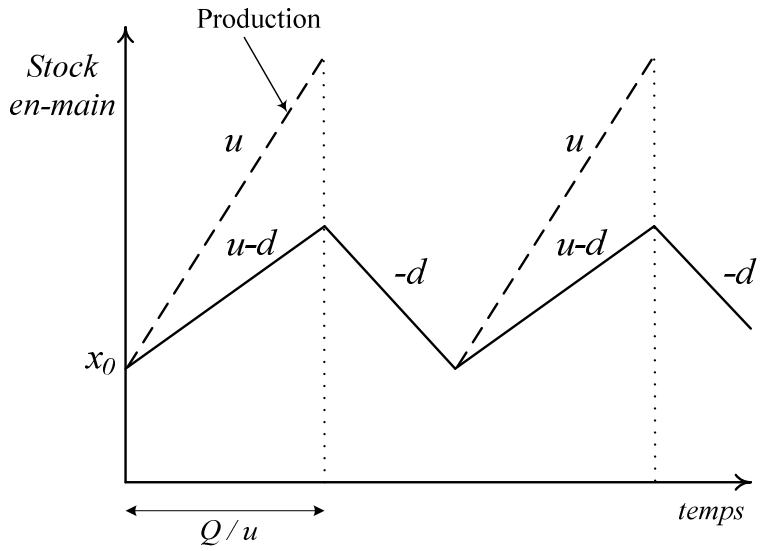

Figure 2-1 Dynamique de stock dans les modèles de LÉP existants.

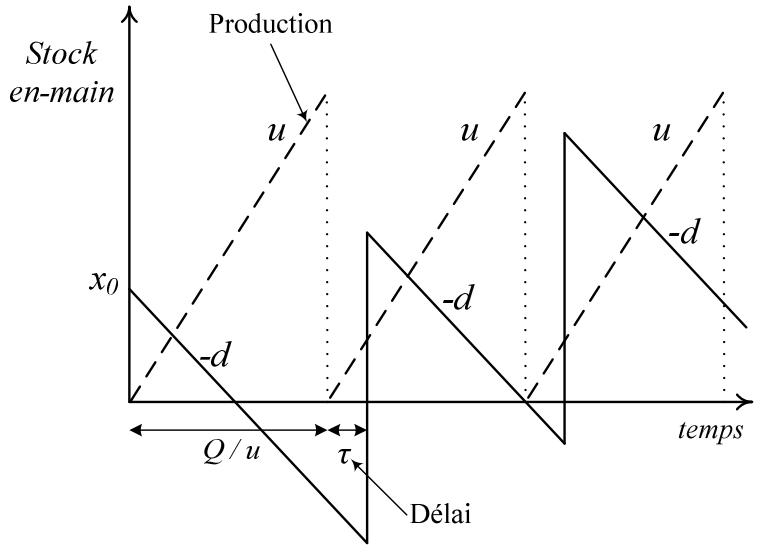

Figure 2-2 Effet de l'existence de délai sur la dynamique de stock.

La Figure 2-2 illustre l'effet de l'existence de tels délais sur la dynamique de stock. Le niveau de stock augmente ici impulsivement à l'arrivée d'un lot, contrairement à l'hypothèse utilisée dans la littérature où le niveau de stock augmente continument avec le progrès de la production.

Certains auteurs comme Van Ryzin et al. (1991) et Mourani et al. (2008) ont étudié l'effet de tels délais sur la politique de contrôle dans les flux continus de production (*continuous-flow production*). À notre connaissance, ces délais n'ont pas été intégrés dans la littérature dans les modèles du lot économique de production, à l'exception du modèle d'Ertogral et al. (2007) qui

ont incorporé l'impact de transport des lots sur les décisions de contrôle de la production et de l'inventaire, mais sans prendre en considération les facteurs de non-fiabilité du système et de l'imperfection de la qualité.

2.1.1.2 Contrôle du taux de production

Dans la plupart des modèles du lot économique de production, le taux de production a été considéré déterministe et constant. Certains auteurs, comme Khouja et Mehrez (1994), Giri et Dohi (2005) et Sana et Chaudhuri (2010), ont supposé que le taux de production est une variable de décision dans le modèle du LÉP, mais, une fois optimisé, le taux de production demeure constant.

Pour les systèmes manufacturiers non-fiables qui peuvent être approximés par des flux-continus de production, il a été déjà démontré dans la littérature (Akella et Kumar (1986), Bielecki et Kumar (1988)) que la politique de contrôle à seuil critique permet d'avoir un contrôle optimal du taux de la production pour faire face aux pannes et réparations aléatoires. À notre connaissance, aucune politique de contrôle rétroactif du taux de production n'a été proposée pour les systèmes de fabrication par lots.

2.1.1.3 Contrôle de la qualité

Les hypothèses et les politiques d'inspection de la qualité employées dans la plupart des modèles du lot économique de production posent des difficultés réelles quant à la mise en pratique de ces modèles. En fait, l'inspection a été souvent considérée souvent comme un outil pour évaluer si le système de production est à l'état 'in-control' ou 'out-of-control', selon le concept de contrôle de la détérioration de la qualité introduit par Lee et Rosenblatt (1987). Dans ce type d'inspection, il n'y a aucun moyen pour détecter et contrôler les items défectueux produits durant les périodes entre deux inspections successives. En plus, aucune politique de traitement des items défectueux n'a été considérée, et le risque de livraison de ces défectueux items aux clients n'est pas contrôlable.

D'autres modèles du lot économique de production, comme celui de Salamah et Jaber (2000) et Liao et al. (2009), considèrent que tous les lots produits sont contrôlés à 100%. D'un point de vue économique, le contrôle à 100% de tous les lots produits est très coûteux (Chin et Harlow, 1982). D'autres auteurs comme Hayek and Salameh (2001), Chiu (2003) et Chiu et al. (2007), supposent

que tous les items défectueux sont détectés et écartés instantanément au cours de la production, ce qui est loin d'être réalisable surtout pour les systèmes manufacturiers de grande série et à forte cadence de production.

Dans les entreprises manufacturières, des techniques de contrôle statistique de la qualité sont souvent utilisées afin d'éviter le contrôle à 100% de tous les lots produits, tout en assurant une qualité optimale vis-à-vis des clients. Ces techniques n'ont pas été suffisamment intégrées dans les modèles du lot économique de production existants, à l'exception du modèle de Ben-Daya (1999) qui a étudié le problème de LÉP avec inspection de la qualité par carte de contrôle $\overline{x}$, et le modèle de Chen et Chou (2002) qui ont proposé un modèle d'optimisation conjointe du lot de production et d'un plan d'échantillonnage continu de type 1 (CSP-1). À notre connaissance, aucun modèle de LÉP n'a été développé en intégrant les plans d'échantillonnage par attributs. Pourtant, ces plans sont largement utilisés dans l'industrie.

2.1.2 Problématiques de recherche

À l'issu de la critique de la revue de la littérature, plusieurs questions peuvent être posées en ce qui concerne le contrôle des systèmes de production par lots dans un contexte réel:

1. Tout d'abord, quelle est la commande optimale stochastique de la production des systèmes de fabrication par lots, affectés par des pannes et réparations aléatoires, en présence de tels délais ? Quels sont les effets possibles de l'existence de ces délais sur le lot économique de production et sur le contrôle optimal de l'inventaire ?

2. Dans le cas des systèmes de fabrication par lots, non-fiables et imparfaits, quelle est la politique optimale de contrôle de la production et de l'inventaire, en présence d'une stratégie de contrôle de la qualité par échantillonnage ? Quels sont les effets possibles de la détérioration de la qualité du système sur les décisions optimales de la production ? Quels sont les impacts possibles du choix de paramètres d'une telle politique de contrôle de la qualité par échantillonnage sur le contrôle optimal de la production et de l'inventaire ?

3. Est-il possible de surmonter les difficultés de modélisation et de résolution mathématique de tels problèmes hautement dynamiques et stochastiques ? Comment l'approche expérimentale basée sur la simulation peut être utile pour contribuer à l'optimisation des problèmes considérés et valider l'efficacité des politiques de contrôle proposées ?

Dans la section suivante, nous présentons les objectifs de ce mémoire. La réponse aux questions posées ci-dessus constitue notre contribution de recherche.

2.2 Objectifs et contribution de la recherche

L'objectif principal de ce mémoire est de développer des politiques de commande optimale des systèmes de fabrication par lots, soumis à des pannes et réparations aléatoires, en considérant les opérations de contrôle de la qualité et de transport des lots produits.

La Figure 2-3 représente le système concerné par notre étude. C'est un système typique où la qualité des lots produits est contrôlée par un plan d'échantillonnage simple. Les lots rejetés sont contrôlés à 100%, et les items défectueux identifiés peuvent être rectifiés ou mis au rebut selon le cas de la non-conformité. Les lots acceptés et contrôlés à 100% sont transportés vers une zone de stockage qui fait face à une demande continue. Les items défectueux non-détectés et vendus aux clients sont retournés au producteur.

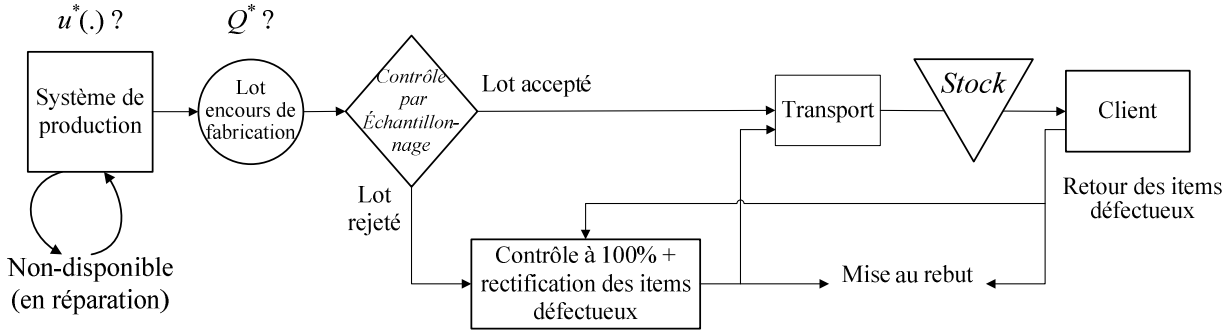

Figure 2-3 Système manufacturier non-fiable et imparfait avec contrôle de la qualité par échantillonnage et transport des lots.

Le problème de contrôle optimal de la production d'un tel système consiste à déterminer conjointement la politique optimale de contrôle du taux de production $u(.)$ et le lot économique de production Q^*. Le critère d'optimisation est le coût total moyen encouru à long-terme qui inclut les coûts partiels suivants: le coût de production, les coûts liés au contrôle de la qualité, le coût de retour des items défectueux, le coût de transport des lots, le coût de stockage des encours et des produits finis, et le coût de pénurie.

Vu la complexité du système, nous avons décomposé le problème sous étude en trois modèles, à savoir :

1. Dans le premier modèle, nous avons étudié le problème de commande optimale de la production, en considérant un délai de transport non-négligeable, et en supposant que le système est parfait. Puisque le problème de la qualité ne se pose pas à ce stade, le contrôle par échantillonnage n'a pas été considéré.
2. Dans le deuxième modèle, nous avons adopté la loi de commande issue du premier modèle, à un contexte de contrôle de la qualité par échantillonnage en supposant que tous les items défectueux détectés sont rectifiés. L'objectif premier de cette étape est de valider un modèle de simulation représentant la dynamique réelle du système.
3. Une fois le modèle de simulation avec contrôle de la qualité est validé, nous avons augmenté le degré de complexité du problème en considérant que la qualité effective est une variable aléatoire, que les items défectueux détectés sont rejetés et que les items retournés par les clients sont remplacés par d'autres conformes. Dans ce troisième modèle, nous avons proposé une heuristique de commande de la production et nous avons étudié les impacts des paramètres de la qualité sur les décisions optimales de production.

Dans la section suivante, nous présentons l'organisation du mémoire, notamment les principaux résultats obtenus dans chacun des trois modèles.

2.3 Organisation du mémoire

2.3.1 Modèle de commande optimale stochastique de la production et de LÉP avec un délai de transport

L'objectif de ce premier modèle est de déterminer la loi de commande optimale des systèmes manufacturiers non-fiables, où la production se fait par lots et en présence d'un délai de transport des lots produits vers la zone de stockage final. Le problème a été décrit sous forme d'un modèle de programmation dynamique stochastique où la taille du lot et le taux de production sont considérés comme des variables de décision. La fonction coût total moyen à optimiser inclut le coût de production, le coût de transport, le coût de stockage et le coût de pénurie. Les conditions optimales du problème, décrites par les équations de HJB, ont été développées en utilisant la théorie de contrôle impulsionnel et en supposant que les pannes et les réparations suivent des processus Markoviens. En se basant sur une résolution numérique de ces équations dans le cas où

le délai de transport est négligeable, nous avons montré que la structure de la loi de commande optimale peut être approximée par une combinaison d'une politique de contrôle à seuil critique (HPP) modifiée, pour contrôler le taux de production, et une politique rétroactive du lot économique de production pour contrôler les ordres de production. La politique obtenue a été, ensuite, généralisée en considérant le délai de transport. Un modèle de simulation combiné discret-continu a été développé et validé pour modéliser l'aspect dynamique, impulsif et stochastique du système. L'approche de résolution expérimentale basée sur la simulation a été utilisée afin de déterminer les valeurs optimales des paramètres de la politique de contrôle, quelque soit les distributions des temps d'inter-pannes et de réparation. Une analyse de sensibilité complète a été effectuée pour vérifier l'efficacité de la politique de contrôle proposée. Ainsi, nous avons montré que le délai de transport n'avait pas un effet significatif sur la taille optimale du lot de production. Pourtant, le seuil critique optimal de l'inventaire réagit significativement avec la variation de délai de transport en vue d'assurer toujours une protection optimale contre la pénurie. Le résultat le plus important issu de cette première partie de recherche est la démonstration que la politique de contrôle à seuil critique est aussi valable et optimale pour les systèmes de fabrications par lots, soumis à des pannes et réparations aléatoires.

2.3.2 Modèle de commande de la production et de LÉP avec une inspection rectifiante

L'objectif principal du deuxième modèle est de développer et valider un modèle de simulation, en utilisant la loi de commande issue du premier modèle, et en intégrant l'imperfection de la qualité de production. La qualité effective est considérée constante, et le contrôle de la qualité est effectué par un plan d'échantillonnage simple, où tous les items défectueux détectés sont rectifiés. L'approche de résolution expérimentale a été utilisée pour déterminer les valeurs optimales de la taille du lot de production et de seuil critique. Une analyse de sensibilité des coûts a été effectuée et les résultats obtenus confirment l'efficacité de la politique de commande dans un contexte de contrôle de la qualité. Le modèle de simulation développé et validé constitue la plateforme d'une étude poussée dans le troisième modèle.

2.3.3 Modèle de commande stochastique et de LÉP avec une inspection non-rectifiante et remplacement des items défectueux retournés

Dans ce modèle, nous avons étudié le problème de détermination conjointe du lot optimal de production et de la loi de commande optimale du taux de la production des systèmes manufacturiers non-fiables et imparfaits. Nous avons considéré que la qualité effective est une variable aléatoire générale et que tous les items retournés sont remplacés par d'autres conformes. Nous avons traité les systèmes où tous les items détectés ne sont pas réparables (donc à rejeter). Le problème a été formulé par un modèle de programmation dynamique stochastique et nous avons discuté les difficultés rencontrées pour obtenir les équations HJB. Par la suite, nous avons proposé une heuristique de contrôle de la production basée sur la politique obtenue dans le premier modèle. Quand le taux de production est contrôlé par une politique de HPP modifiée, nous avons montré que la production n'est pas seulement accélérée dans le cas où l'inventaire est strictement inférieur au seuil critique, mais aussi après le rejet d'un lot afin de récupérer la perte en inventaire, suite au rejet des items défectueux détectés. L'approche de résolution expérimentale basée sur la simulation a été utilisée pour déterminer les valeurs optimales des paramètres de contrôle. Une analyse de sensibilité sur les coûts a montré que les coûts liés à la qualité n'ont pas un effet significatif sur les paramètres optimaux de la politique de contrôle. En ce qui concerne le choix des paramètres du plan d'échantillonnage, nous avons montré que lorsque le coût de remplacement des items défectueux retournés est faible, un plan relâché (inspection moins sévère) est moins couteux au fabricant. Il existe un point de commutation du coût de remplacement unitaire, à partir duquel un plan sévère devient moins couteux au fabricant qu'un plan relâché. Nous avons étudié aussi l'effet du coût de pénurie sur le niveau de seuil critique (stock de sécurité) selon la sévérité de l'inspection et nous avons montré aussi l'existence d'un point de commutation. L'analyse de sensibilité sur la qualité effective a montré que la tendance optimale du système est de diminuer la taille du lot de production et d'augmenter le seuil critique afin d'assurer une meilleure protection contre le risque de pénurie puisque le nombre de lots rejetés et contrôlés à 100% augmente avec la détérioration du système. Une exception a été observée quand la somme des coûts de contrôle à 100% et de rejet est supérieure au coût de pénurie, mais inférieure au coût de remplacement des items retournés. Dans une telle situation, le seuil critique optimal et la taille optimale du lot de production chutent, favorisant ainsi une pénurie plutôt que vendre des items défectueux aux clients. Quant au délai d'inspection,

soit pour l'échantillonnage soit pour le contrôle à 100%, nous avons remarqué que la variation de ce délai avait un impact significatif sur la taille optimale du lot de production, contrairement au délai de transport.

2.4 Conclusion

Ce travail de recherche cherche à répondre aux questions posées dans la problématique. Il contribue ainsi au développement des politiques de commande optimale des systèmes complexes et hautement stochastiques, tel que les systèmes manufacturiers non-fiables et imparfaits en présence des opérations de transport et de contrôle de la qualité. Notre approche de résolution consiste à décomposer un tel problème complexe en des sous-problèmes tractables afin de surmonter les difficultés de modélisation et de résolution. Dans les trois chapitres suivants, nous présentons successivement les détails de développement des trois modèles présentés dans la section précédente.

CHAPITRE 3 OPTIMAL PRODUCTION CONTROL POLICY IN UNRELIABLE BATCH PROCESSING MANUFACTURING SYSTEMS WITH TRANSPORTATION DELAY

Auteurs : Bassem Bouslah, Ali Gharbi, Robert Pellerin et Adnène Hajji[1]

Soumis à *International Journal of Production Research*,

le 31/10/2011.

Abstract: This paper considers the problem of production planning of unreliable batch processing manufacturing systems. The finished goods are produced in lots, and are then transported to a storage area in order to continuously meet a constant demand rate. The main objective of this work is to jointly determine the optimal lot sizing and optimal production control policy that minimize the total expected cost of inventory/backlog and transportation, over an infinite time horizon. The decision variables are the lot sizing and the production rate. The problem is formulated with a stochastic dynamic programming model and the impulse control theory is applied to establish the Hamilton-Jacobi-Bellman (HJB) equations. Based on a numerical resolution of the HJB equations, it is shown that the optimal control policy is governed by a base stock policy for production rate control and economic lot size for batch processing. A thorough analysis and practical issues are addressed with a simulation based approach. Thus, a combined discrete-continuous simulation model is developed to determine the optimal parameters of the proposed policy when the failure and repair times follow general distributions. The results are illustrated with numerical examples and confirmed through sensitivity analysis.

Keywords: Unreliable manufacturing systems, economic production quantity, feedback production planning, stochastic dynamic programming, simulation.

---

[1] Ce travail a été fait en collaboration avec le professeur Adnène Hajji de l'université Laval, qui a participé essentiellement à la vérification de la modélisation analytique du problème et à la résolution numérique des équations de HJB.

3.1 Introduction

The problem of the feedback production control of unreliable manufacturing systems has attracted many researchers. Among these, Kimemia and Gershwin (1983) introduced the concept of hedging point policy (HPP). Within such policy, an optimal inventory level named the *hedging point* is maintained during times of system availability in order to hedge against future system capacity shortages caused by failures. Akella and Kumar (1986) studied the problem of a single-product manufacturing system subject to stochastic breakdowns. They proved analytically the optimality of the HPP, and obtained an explicit solution for the hedging point minimizing the total expected discounted cost. The literature contains several research works that have addressed the properties and extensions of the HPP. We refer the reader to Sharifinia (1988), Gershwin (1994, 2000). All these works were based on the assumption of exponential failure and repair time distributions, and constant demand rate. However, Gharbi and Kenné (2000) extended the HPP to non-exponential failure and repair time distributions and/or random demand rate models using a simulation-based experimental approach. The use of simulation has been justified by the difficulties of applying the classical control theory for the non-Markovian models.

For many manufacturing systems, some significant delays (e.g., for handling, inspection, drying processes, transportation, etc.) may occur in the material flow. In the above mentioned models, these delays have been neglected when formulating and modeling the production control problem although they can affect the system performances. The notion of delays has however been considered on two others papers. First, Van Ryzin et al. (1991) examined the effects of delays in manufacturing systems that are modelled as continuous flow processes. They derived a heuristic control policy for a job shop problem with delays using theoretical arguments and approximations. Also, Mourani et al. (2008) studied a single-stage failure-prone manufacturing system where the produced material flow is added to a finished goods inventory after transportation. Considering that the production is controlled by a HPP, they focused on optimizing the continuous-flow model integrating the transportation delay.

The above cited research works deal with the item-by-item production problem and, do not address batch processing systems. Manufacturing systems facing a high demand rate, and in which the items produced need to be transported to a remote storage area before serving the demand, are commonly controlled by a batch production planning policy. These systems

typically produce small-sized items (e.g., food and pharmaceutical products, small mechanical parts, etc.). In such cases, we should jointly determine the optimal production control policy and the economic manufacturing quantity (EMQ).

Many approaches have been developed to study the problem of EMQ and production control of unreliable manufacturing systems. Groenevelt et al. (1992a) focused on the impact of system breakdowns on production lot sizing decisions. Under the assumptions of deterministic constant production rate, negligible repair time, exponential failures and no backlogs, the authors determined the optimal lot sizing for two production reorder policies (no-resumption (NR) policy and abort/resume (AR) policy). In a subsequent paper, Groenevelt et al. (1992b) defined a production control policy to simultaneously determine the optimal lot sizing and the safety stock level that satisfy a prescribed service level. They assumed that, during a production run, a certain fraction of the items produced is instantaneously diverted into the safety stock. The proposed production policy can only be applied in the case of exponential failure time distribution. Kim and Hong (1997) and Kim et al. (1997) extended the Groenevelt et al. (1992a) model assuming that the times between failures are general distributions. Chung (1997) determined an approximate formula for the optimal lot sizing of the Groenevelt et al. (1992a) model by calculating its bounds. Abboud (1997) presented an approximate model to the EMQ problem considering that the number of failures during a production run is Poisson distributed and that the repair time follows a general distribution. Giri and Yun (2005) studied the EMQ problem for unreliable manufacturing systems subject to exponential failures and exponential/constant repair times, assuming that at most two failures can occur in a production cycle and that shortages are partially backlogged.

All the aforementioned works assume that the production rate is predetermined and constant. However, Giri et al. (2005) addressed the problem of EMQ for an unreliable production facility where the production rate is treated as a decision variable. They developed two models ; with and without safety stock , in order to jointly determine the optimal lot sizing and the optimal feasible production rate. For the second model, the safety stock level is considered as a third decision variable. Giri and Dohi (2005) extended the Giri et al. (2005) model with safety stock, taking into account the preventive maintenance and assuming that the failure and repair times are general distributions. Sana and Chadhuri (2010) extended the Giri and Dohi (2005) model, considering the effect of an imperfect production process subject to random breakdowns. The proposed policy

consists in determining the optimal safety stock, the optimal production rate and the optimal lot sizing. Many others studies have been interested in integrating preventive maintenance and/or quality issues in EMQ models. We refer readers to Hariga and Ben-Daya (1998), Salameh and Jaber (2000), Ben-Daya (2002), Chakraborty et al. (2009), and Liao et al. (2009).

A critical assumption made throughout the EMQ literature is that the lot under production can instantly meet the demand, and even build a safety stock if the difference between the production and demand rates is strictly positive. In reality, this assumption cannot be applied for a wide range of manufacturing systems where a certain transportation delay exists between the production facility and the final stock that truly serves the demand. The transportation may constitute material handling if the final storage area is a local warehouse, or a delivery for an external warehouse in a distribution chain. In both cases, the delay generally influences the production-inventory control policy, and should be considered when optimizing the entire system. As such, Li et al. (2009) developed an analytical approach based on the queuing theory for performance evaluation of a production-distribution system composed of a warehouse supplied by a manufacturing plant. The transportation delay is considered fixed, and the warehouse inventory is managed following a base-stock control policy. Their approach allows the determination of the optimal base-stock level without considering the production rate and the lot sizing as decision variables. Moreover, the transportation cost is neglected. It should be noted here that, in most EMQ models, the transportation cost of lots produced is not considered explicitly when calculating the total incurred cost. Sometimes, it is considered as a part of a fixed setup cost which does not depend directly on the lot sizing. However, Ertogral et al. (2007) considered the fact that transportation cost is a major part of the total operational cost, and they showed that production and inventory decisions are affected when transportation cost is considered explicitly in the EMQ model.

Recognizing the limitations of past models in this context, the main objective of this paper is to develop an integrated EMQ model and a feedback control policy of unreliable manufacturing systems taking into account the transportation delay. Because finished goods are transported to the final stock in lots with separated delays, the problem cannot be represented with classical continuous-flow models. A stochastic dynamic programming based on the impulse control theory (Yong 1989, Yang 1999) is formulated in order to model the combined impulsive-continuous aspect of the problem. Since the analytical solution of the associated Hamilton-Jacobi-Bellman

(HJB) equations is not generally available, a numerical resolution approach is adopted to determine the structure of the optimal control policy. The numerical resolution of the HJB equations in the case of negligible transportation delay shows that the production control policy leads to a combination of a modified HPP and a lot sizing control policy, which is extended to address the transportation delay problem. Given the limitations and the implementation difficulties inherent in the numerical resolution, we use an alternative control approach based on simulation. A combined discrete-continuous simulation model is developed to experimentally determine the optimal lot sizing and the optimal hedging level when the failure and repair times follow general distributions.

The remainder of the paper is organized as follows. In section 3.2, we define the notation used throughout the paper. Section 3.3 describes the problem with the required assumptions, and presents the optimization problem formulation. The control policy structure is obtained numerically in section 3.4. In section 3.5, we present the simulation-based experimental approach used to determine the optimal lot sizing, the optimal hedging level and the optimal incurred cost. An illustrative numerical example is given and a sensitivity analysis is performed in order to confirm the robustness of the results. The paper is concluded in section 3.6.

3.2 Notations

The following notations are used throughout the paper:

$x(.)$	Inventory level
$y(.)$	Inventory position
$u(.)$	Production rate (units/time)
$u^i(.)$	Production rate of the ith lot (units/time)
u_{max}	Maximum production rate (units/time)
d	Constant demand rate (units/time)
Q	Lot sizing (units)
$q(.)$	Lot level at time t (units)
θ_i	Production start time of the ith lot
δ_i	Production end time of the ith lot
Q^i	*i*th lot to be produced during the interval $]\theta_i, \delta_i]$
$q_{\alpha\beta}$	Transition rate from mode α to mode β

MTBF	Mean Time Between Failures
MTTR	Mean Time To Repair
$TTR_{k,i}$	*k*th repair time during the *i*th production run
τ	Fixed transportation delay (time)
c^+	Unit holding cost ($/unit)
c^-	Unit backlog cost ($/unit)
c_p	Unit production cost ($/unit/time)
c_t	Fixed lot transportation ($/load)
c_v	Unit variable cost of transportation ($/unit)
ρ	Discounted rate

3.3 Problem formulation

3.3.1 Problem description & assumptions

We study a single-product manufacturing system facing a very high constant demand rate. The system consists of a production facility subject to stochastic breakdowns and repairs, and supplying a downstream buffer stock (*BS*) (Figure 3-1). The *BS* can be a local warehouse to serve the customers directly, or an external warehouse to supply given retailers. Because the *BS* is remote from the production facility, and to minimize the total transportation cost that depends essentially on the frequency of transportation and lot sizing, the production activities are planned in lots.

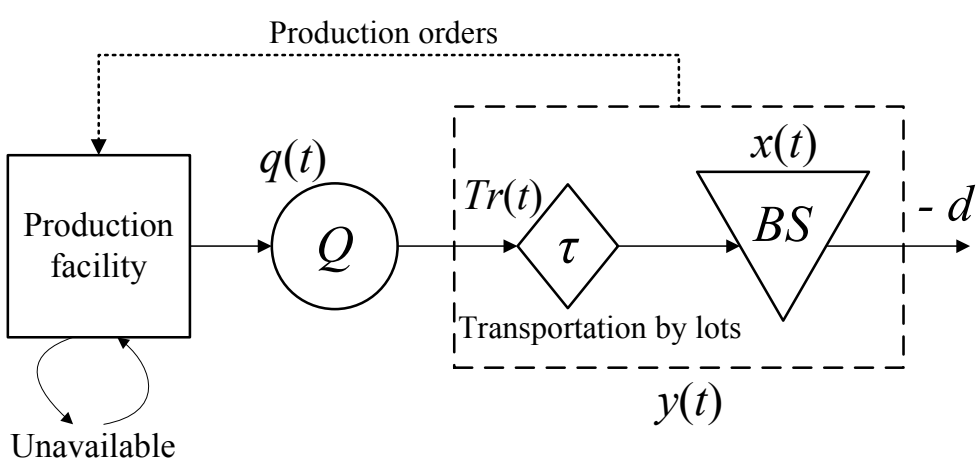

Figure 3-1 Unreliable manufacturing system with transportation delay.

The work-in-process (WIP) lot is stored in a downstream area of the facility until the production lot is completed, after which it is transported to the final *BS*. When the batch enters the *BS*, the stock level increases immediately, with a finite jump equal to the lot sizing. The objective of the model is to jointly determine both the optimal lot sizing and the optimal control policy which minimize the total expected cost, including the WIP, the final inventory/backlog and the transportation costs.

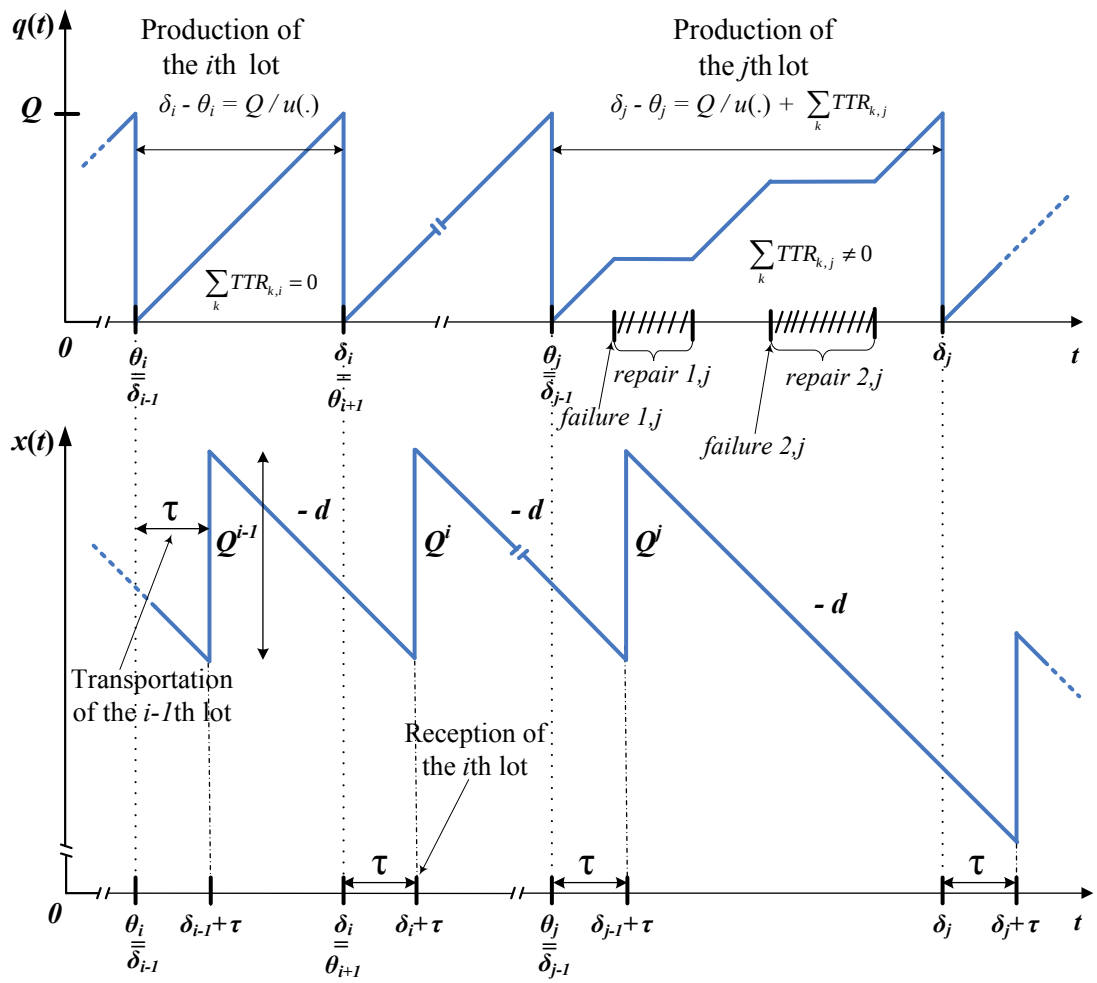

Figure 3-2 Production and final stock dynamics.

The production run length of one lot is variable and depends on four factors: the production rate, the lot sizing, the random occurrence of failures and the random repair times. We describe an *i*th production run by the interval $]\theta_i, \delta_i]$. The production of the *i*th lot starts at instant θ_i, immediately after a production order is received, and finishes at instant δ_i. The production end

time δ_i can be written as follows: $\delta_i = \theta_i + Q^i / u^i(.) + \sum_k TTR_{k,i}$, where $\sum_k TTR_{k,i}$ is the sum of repair times during the *i*th production run. The *i*th lot arrives at the final buffer stock at time $(\delta_i + \tau)$. Figure 3-2 presents a graphical description of the production dynamic *q*(.), and final inventory level evolution *x*(.) in function of the instantaneous system availability and production runs lengths.

The following assumptions are made in formulating the problem:

- The time between the reception of the production order and the effective production run start is negligible.
- In the EMQ literature (e.g., Abboud (1997), Giri and Yun (2005), Sana and Chadhuri (2010)), there are some constraints concerning the number/distribution of failures occurrence in each production run. We extend our study to the general distribution of time between failures, and therefore to a *no-limited* number of failures during the production run.
- The production of interrupted lots is always resumed after repair.
- The manufacturing system is perfect, and so the product quality is not affected by the reliability of the system.
- The transport means (trolley, truckload, etc.) are perfectly reliable and available to transport the lots immediately at the end of each production run. As in Li et al. (2009), the transportation delay is fixed and constant.
- The cost of one transportation operation is the sum of a fixed cost (since the transportation time is fixed), and a variable cost proportional to the lot sizing for loading and unloading operations.
- Shortages are allowed and penalized by a backlog cost.

3.3.2 Optimization problem formulation

The behaviour of the manufacturing system changes randomly with time. To formulate the dynamic and stochastic aspects of the considered problem, we have characterized the state of the manufacturing system at each instant *t* with four components including:

- A piecewise continuous variable which describes the WIP level at time *t* and denoted by $q(t)$. Let $0 \le q(t) \le Q^i, i = 1..N$ be the capacity constraint of the WIP lot for each *i*th production run.
- A piecewise continuous variable which describes the final buffer stock level at time *t* and measured by $x(t)$. This quantity faces the continuous downstream demand d and impulses upstream supply with finite jump Q^i when an *i*th lot produced is received from the production facility at instant $\delta_i + \tau$ after transportation.
- A piecewise continuous variable which describes the inventory position at time *t* and is measured by $y(t)$. $y(t)$ is equal to the instantaneous sum of the stock (inventory/backlog) level $x(t)$ and the total quantity of lots-under-transportation if existing. $\Rightarrow$ $y(t) = x(t) + Tr(t).Q$, where $Tr(t)$ is an integer variable instantaneously describing the total number of lots-under-transportation.
- A continuous stochastic process which describes the operational mode of the manufacturing system at time *t*, denoted by $\{\alpha(\mathrm{t})\}$ and taking values in $M = \{0,1\}$. $\alpha(t) = 1 \Rightarrow$ The manufacturing system is operational. $\alpha(t) = 0 \Rightarrow$ The manufacturing system is down. Let $T = \{q_{\alpha\beta}\}$ be the transition rates matrix of the stochastic process $\{\alpha(\mathrm{t})\}$, with $q_{\alpha\beta} \ge 0$ if $\alpha \ne \beta$, and $q_{\alpha\alpha} = -q_{\alpha\beta\,(\alpha\ne\beta)}$, where $\alpha, \beta \in M$.

The dynamics of WIP lot level $q(.)$ and final stock level $x(.)$ are given by the following differential equations:

$$
\begin{aligned}
&\frac{dq(t)}{dt} = u(t,\alpha),\ q(0) = q, \forall t \in \left]\theta_i, \delta_i\right[, \\
&q(\delta_i^+) = q(\delta_i^-) - Q^i, \\
&\frac{dx(t)}{dt} = -d,\ x(0) = x, \forall t \in \left]\delta_i + \tau, \delta_{i+1} + \tau\right[, \\
&x\left((\delta_i + \tau)^+\right) = x\left((\delta_i + \tau)^-\right) + Q^i, \\
&i = 1, \ldots, N
\end{aligned}
\tag{1}
$$

where q and x respectively denote the WIP level and the finished product stock level at the initial time. δ_i^- and δ_i^+ denote the left and right boundaries of the ith production run end time δ_i and, $(\delta_i+\tau)^-$ and $(\delta_i+\tau)^+$ denote the left and right boundaries of the ith receipt time $(\delta_i+\tau)$.

At any given time, the production rate, the production order quantity and the WIP level must satisfy the production and system capacities constraints:

$$\begin{aligned} &0 \le u(t,\alpha) \le u_{\max} \\ &0 < Q^i \le \min\left\{Q_{\max}^{wip}, Q_{\max}^{tr}\right\} \\ &0 \le q(t,\alpha) \le Q^i \\ &i = 1,\ldots,N \end{aligned} \tag{2}$$

where $Q_{\max}^{wip}$ is the maximum WIP storage capacity, and $Q_{\max}^{tr}$ is the maximum transportation capacity.

Our decision variables are the production rate $u(.)$ and a sequence of production orders denoted by $\Omega = \{(\theta_1,\ Q^1),(\theta_2,\ Q^2),\ldots,(\theta_\infty,\ Q^\infty)\}$ where, the couple $(\theta_i,\ Q^i)$ represents the production order of the ith lot Q^i at time θ_i (Figure 3-2). Let $\Gamma(\alpha)$ denote the set of admissible decisions $(\Omega,\ u(.))$ given by:

$$\Gamma(\alpha) = \left\{(\Omega,\ u(.)) \mid 0 \le u(t,\alpha) \le u_{\max},\ 0 < Q^i \le \min\left\{Q_{\max}^{wip}, Q_{\max}^{tr}\right\}\right\}.$$

The instantaneous cost function $g(.)$ including the production, the WIP stocking, and the finished product inventory and backlog costs is given by the following equation:

$$g\left(q(t), x(t), u(t,\alpha)\right) = c^+\left(q(t) + T_r(t)Q + x^+(t)\right) + c^- x^-(t) + c_p u(t),\ \forall t \in \left]\delta_i, \delta_{i+1}\right[\tag{3}$$

where, $x^+(t) = \max\left(0,\ x(t)\right)$ and $x^-(t) = \max\left(0, -x(t)\right)$.

In addition, the instantaneous cost function of the transportation at times $\delta_i\left(i = 1,\ldots,N\right)$, is given by the following equation:

$$R(Q^i,\alpha) = Ind(t = \delta_i)\left(c_t + c_v Q^i\right) + \int_0^\tau e^{-\rho \cdot t} g\left(q, x - d.t, u\right) dt \tag{4}$$

where, $Ind\left(\Theta(.)\right)=\begin{cases}1 \text{ if } \Theta(.) \text{ is true} \\ 0 \text{ otherwise}\end{cases}$.

Using (3) and (4), the overall infinite horizon discount cost $J(.)$ is defined as follows:

$$J(q,x,\Omega,u,\alpha)=E\left\{\int_0^\infty e^{-\rho t}g\left(q,x,u\right)dt+\sum_{i=0}^{\infty}e^{-\rho\delta_i}\left(c_t+c_vQ\right)\middle|\, q(0)=q,x(0)=x,\alpha(0)=\alpha\right\} \tag{5}$$

where, $E\{.\}$ is the expectation operator conditioned on the initial conditions $\left(q,x,\alpha\right)$.

The production planning problem considered here involves seeking an admissible control policy $\left(\Omega^*,u^*\right)$ that minimizes $J(.)$ given by (5) considering equations (1) to (4). This is a feedback control policy that determines the production orders and the production rate as a function of the system state $\left(q,x,\alpha\right)$.

The value function $v(.)$ associated with such a stochastic optimal control problem is given by:

$$v(q,x,\alpha)=\inf_{(\Omega,u)\in\Gamma(\alpha)}J(q,x,\Omega,u,\alpha),\quad \forall\alpha\in M \tag{6}$$

As in Sethi and Zhang (1994), and using the optimal impulsive control theory (Sethi and Thompson, 2005), it can be shown that the value function $v(q,x,\alpha)$ is the unique viscosity solution for the following HJB equations :

$$\min\left\{\begin{array}{c}\min_u\left\{\left(u\right)v_q+\left(-d\right)v_x+g\left(q,x,u\right)+\sum_{\alpha\neq\beta}q_{\alpha\beta}\left(v\left(q,x,\alpha\right)-v\left(q,x,\beta\right)\right)\right\}-\rho v(q,x,\alpha); \\ \min_Q\left\{R\left(Q,\alpha\right)+e^{-\rho\tau}v\left(q-Q+\tau d,x+Q-\tau d,\alpha\right)\right\}-v\left(q,x,\alpha\right)\end{array}\right\}=0 \tag{7}$$

where, v_q and v_x respectively denotes the gradients of $v(.)$ with respect to q and x. The details of optimality conditions given by (7) and elementary properties of the value function can be found in Hajji et al. (2009).

The control policy $\left(\Omega^*, u^*\right)$ that we are seeking can be obtained when the value function is known. Given the difficulty of solving the equation (7) analytically, we advocate a numerical approach to obtain an approximation of the value function and the associated control policy.

3.4 Approximated structure of the optimal control policy

3.4.1 Numerical resolution approach

To facilitate the numerical approach implementation process, the resolution is applied in this section to a negligible delay problem ($\tau \approx 0$). That means that, once produced, the lot immediately supplies the final stock. Thus, the HJB equations become:

$$\min\left\{\begin{array}{c}\min_u\left\{(u)v_q+(-d)v_x+g(q,x,u)+\sum_{\alpha\neq\beta}q_{\alpha\beta}\left(v(q,x,\alpha)-v(q,x,\beta)\right)\right\}-\rho v(q,x,\alpha);\\ \min_Q\left\{R(Q,\alpha)+v(q-Q,x+Q,\alpha)\right\}-v(q,x,\alpha)\end{array}\right\}=0 \qquad (8)$$

The numerical method applied here to determine the structure of the optimal control policy is based on the Kushner approach (Kushner and Dupuis, 1992). This approach consists in iteratively approximating the value function $v(q,x,\alpha)$ and its derivative for discrete values of the state variables (q,x,α). The implementation of the approximation technique requires the use of a finite grid denoted D_h here, where h ($h>0$) is a given vector of finite difference intervals. The computation domain D_h is defined as follow:

$$D_h=\{(q,x):0\leq q\leq a\ ,-b\leq x\leq b\} \qquad (9)$$

where a and b are given positive constants.

Then, the value function $v(q,x,\alpha)$ is approximated by $v^h(q,x,\alpha)$ and their partial derivatives are approximated by:

$$(v)_q(q,x,\alpha)=\frac{1}{h}(v^h(q+h,x,\alpha)-v^h(q,x,\alpha))$$
$$(v)_x(q,x,\alpha)=\frac{1}{h}(v^h(q,x,\alpha)-v^h(q,x-h,\alpha))$$

The approximated value function $v^h(q,x,\alpha)$ is obtained by solving the modified HJB equations with the appropriate boundary conditions (Kenné et al., 2003).

For a given finite difference interval *h*, the iterative approximation algorithm is given by the following six steps:

Step 1. Initialization. Choose a precision $\gamma \in R^+$. Set n :=1, and $\left(v^h(q,x,\alpha)\right)^n := 0, \forall \alpha \in M$, $\forall q,x \in D_h$.

Step 2. Set $\left(v^h(q,x,\alpha)\right)^{n-1} := \left(v^h(q,x,\alpha)\right)^n, \forall \alpha \in M, \forall q,x \in D_h$.

Step 3. Compute the corresponding cost function from the first part of (8). Obtain $u^n(.)$.

Step 4. Compute the corresponding cost function from the second part of (8). Obtain $Q^n(.)$.

Step 5. Compute the corresponding cost function from (8). Obtain $u^n(.)$ and $Q^n(.)$ for the given value function, $\forall \alpha \in M, \forall x \in D_h$.

Step 6. Stop test.

$$\bar{c} := \min_{q,x \in D_h}\left[(v^h(q,x,\alpha))^n - (v^h(q,x,\alpha))^{n-1}\right]$$
$$\underline{c} := \max_{q,x \in D_h}\left[(v^h(q,x,\alpha))^n - (v^h(q,x,\alpha))^{n-1}\right]$$

$$c_{\min} := \frac{\rho}{1-\rho}\bar{c} \quad c_{\max} := \frac{\rho}{1-\rho}\underline{c}$$

if $\left|c_{\max} - c_{\min}\right| \le \gamma$ then stop, $(u^*, Q^*) := (u^n, Q^n)$

else $n := n+1$ and go to step 2.

3.4.2 Numerical example

In this section, we present a numerical example for the case of negligible transportation delay. The example parameters values are as follows: $u_{\max}$=150, d=120, ρ=0.1, q_{01}=0.1, $q_{10} = 0.01$, c^+=10, c^-=150, c_t=50, c_v=1, c_p=1. The computational domain D_h given by (9) is taken for a=100 and b=500 with h=10.

To ensure a clear characterization of the control policy, several elements are taken into consideration as part of the implementation process. Indeed, the production and lot sizing policies are each observed separately. For each policy, the relevant significant stock threshes are analyzed independently of the others. For each numerical result, $U(q,x,1)$ and $Q(q,x,1)$ are the production policy and the lot sizing policy function of the state variables respectively, as shown in the following figures. The numerical results for the basic case study are shown in Figures 3-3 and 3-4.

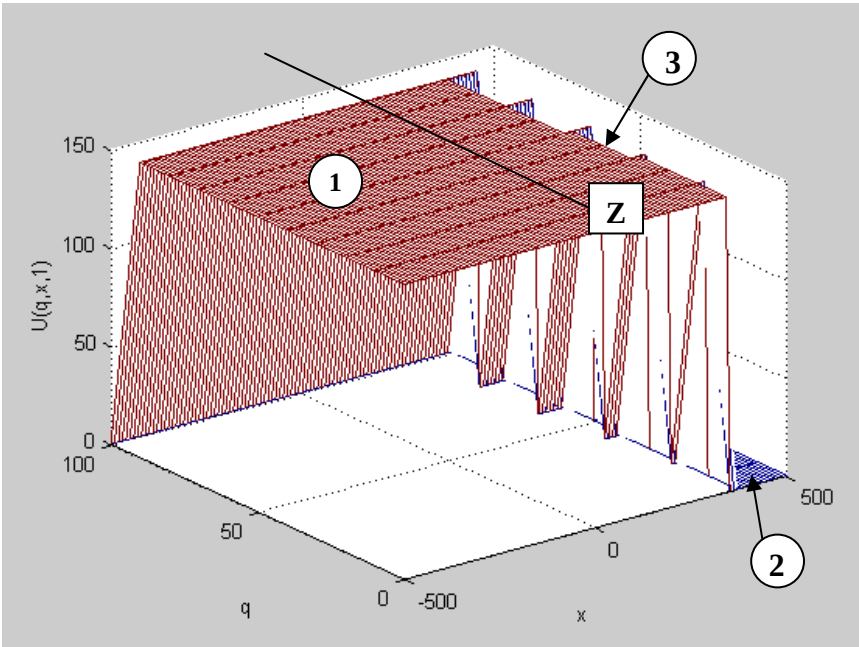

Figure 3-3 Production control policy.

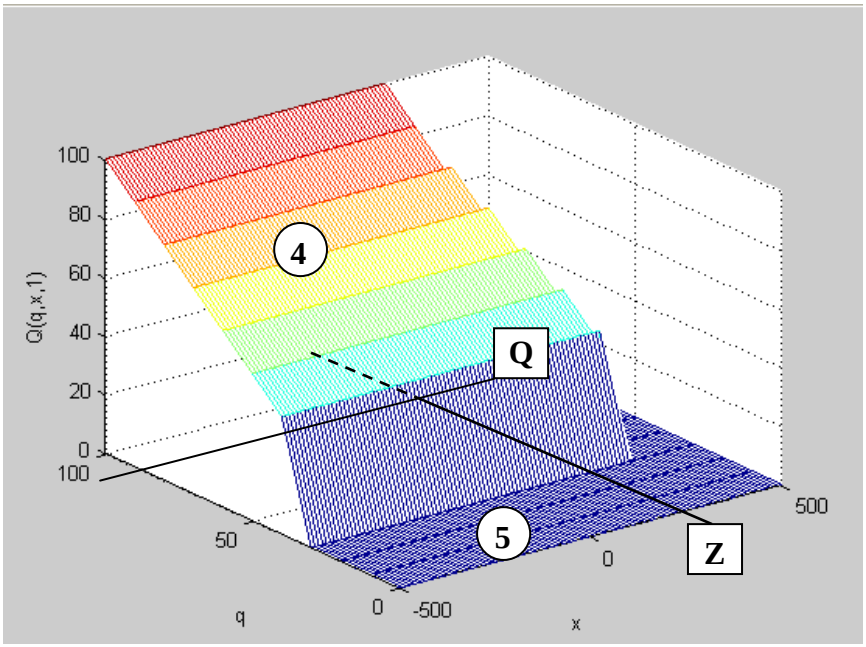

Figure 3-4 Lot sizing control policy.

It follows from our numerical results that the resulting production policy divides the surplus space into two mutually exclusive regions. In region ①, produce at the maximal rate, in region ② set the production rate equal to zero and between regions ① and ② (region ③), set the production rate equal to the demand rate. These results point towards a **B**ase **S**tock **P**olicy (**BSP** for short) type of production control, given that, at any time, the production rate is either at the lowest, demand or maximum level. The BSP is governed by the threshold parameter Z as shown in Figure 3-3.

Furthermore, the results show that the lot sizing policy is governed by a **S**tate **D**ependent **E**conomic **M**anufacturing **Q**uantity policy, **SD-EMQ** for short. This policy divides the surplus space into two mutually exclusive regions: region ④, is governed by an Economic manufacturing quantity (Q as shown in Figure 3-4) to be processed if the batch quantity is available in the stock area q and the finished product stock level x is lower than a threshold level Z, and in region ⑤, no batch is transferred to the finished stock area ($Q = 0$). To ensure that the structure of the optimal policy, governed by the threshold parameter Z and the economic lot Q, is always maintained, a sensitivity analysis was conducted. The results obtained confirmed our

expectations and allowed us to conclude that the optimal policy is a combination of **BSP** and **SD-EMQ** policies.

3.4.3 Control policy structure

According to the numerical results presented in the previous section, the optimal control policy in the case of a negligible transportation delay can be approximated by a combination of BSP and SD-EMQ policies, which can be expressed by the following equations:

Production order policy;

$$\Omega^i\left(t \geq \delta_{i-1}, Q\right) = \begin{cases} Q^i & \text{if } \left(x(\delta_{i-1}^+) \leq Z\right) or \left(\left(x(t) = Z\right) | \left(x(\delta_{i-1}^+) > Z\right)\right) \\ 0 & \text{Otherwise} \end{cases}, \; i = 1, 2, .., \infty \tag{10}$$

Production-inventory control policy;

$$u^i\left(t \in \left]\theta_i, \theta_{i+1}\right], \alpha\right) = \begin{cases} u_{\max} & \text{if } \left(x(\theta_i^+) < Z\right) \& \left(\theta_i < t \leq \delta_i\right) \& \left(\alpha(t) = 1\right) \\ d & \text{if } \left(x(\theta_i^+) = Z\right) \& \left(\theta_i < t \leq \delta_i\right) \& \left(\alpha(t) = 1\right) \\ 0 & \text{if } \left\langle \left(x(\delta_i^+) > Z\right) \& \left(\delta_i < t \leq \theta_{i+1}\right)\right\rangle or \left(\alpha(t) = 0\right) \end{cases}, \; i = 1, 2, .., \infty \tag{11}$$

with these following constraints:

$$0 < Q \leq \min\left\{Q_{\max}^{wip}, Q_{\max}^{tr}\right\}, \; Z \geq 0 .$$

To consider the transportation delay on the control policy, we propose some adjustments. In the literature, as in Mourani et al. (2008) and Li et al. (2009), for example, the production control policies with considerable transportation delay are based on a control of the inventory position. This takes into account the on-hand inventory and the total quantity of lots-under-transportation. Then, we adjust the policies obtained as follows:

Production order policy;

$$\Omega^i\left(t \geq \delta_{i-1}, Q\right) = \begin{cases} Q^i & \text{if } \left(y(\delta_{i-1}^+) \leq Z\right) or \left(\left(y(t) = Z\right) | \left(y(\delta_{i-1}^+) > Z\right)\right) \\ 0 & \text{Otherwise} \end{cases}, \; i = 1, 2, .., \infty \tag{12}$$

Production-inventory control policy;

$$u^i\left(t\in\left]\theta_i,\theta_{i+1}\right],\alpha\right)=\begin{cases} u_{\max} & \text{if } \left(y(\theta_i^+)<Z\right)\&\left(\theta_i<t\le\delta_i\right)\&\left(\alpha(t)=1\right) \\ d & \text{if } \left(y(\theta_i^+)=Z\right)\&\left(\theta_i<t\le\delta_i\right)\&\left(\alpha(t)=1\right) \\ 0 & \text{if } \left\langle\left(y(\delta_i^+)>Z\right)\&\left(\delta_i<t\le\theta_{i+1}\right)\right\rangle or\left(\alpha(t)=0\right) \end{cases},\ i=1,2,..,\infty \tag{13}$$

with the following constraints:

$0<Q\le\min\left\{Q_{\max}^{wip},Q_{\max}^{tr}\right\},\ Z\ge 0$.

The production order is controlled by the equation (12). **(i)** If at the end of the (*i-1*)th production run ($t=\delta_{i-1}^+$), the inventory position is less than or equal to the threshold *Z*, a new production order Q^i is launched (Areas ① and ③ - Figure 3-5). In this case, the start time of the *i*th production run coincides exactly with the end time of the (*i*-1)th production run $\Rightarrow\ \delta_{i-1}^+=\theta_i$. **(ii)** If at the end of the (*i-1*)th production run, the inventory position is greater than the threshold *Z*, the production is stopped until the inventory level decreases to the level *Z* (Area ② – Figure 3-5). At that time, a new production order is placed to produce the *i*th lot Q^i. The production of the lot starts immediately and we mark this time by θ_i. The relationship between the production end time of an (*i-1*)th lot and the production start time of a next *i*th lot can be expressed as follows : $\theta_i=\delta_{i-1}+Ind\left(y(\delta_{i-1}^+)>Z\right)\cdot\left(\left(y(\delta_{i-1}^+)-Z\right)/d\right)$. The next (*i+1*)th production order control $\Omega^{i+1}(.)$ is done at time δ_{i+1}^+. **(iii)** Beyond these two cases, no production order is transmitted (Area ④ – Figure 3-5).

The production-inventory policy is controlled by equation (13). Note that the feedback control policy has a structure similar to the so-called hedging point policy. The production rate has three possible levels: u_{max} (accelerated production), *d* (normal production), and 0 (no production).

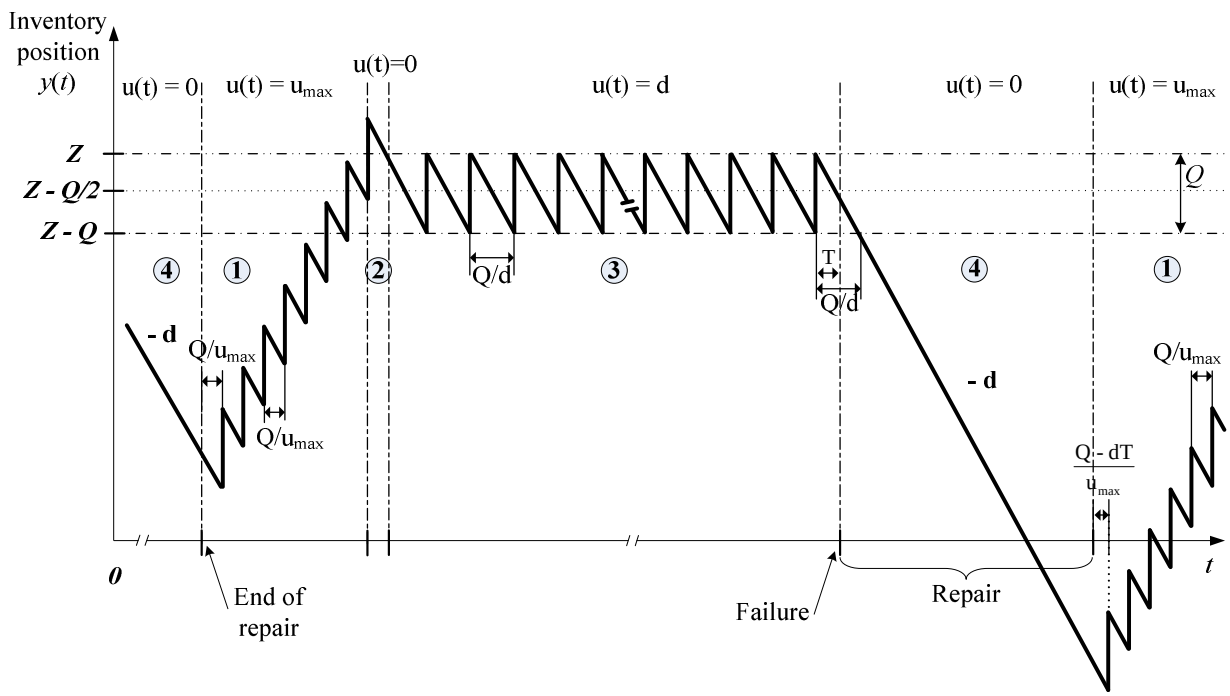

Figure 3-5 Structure of the production control policy.

The production-inventory policy is controlled by equation (13). Note that the feedback control policy has a structure similar to the so-called hedging point policy. The production rate has three possible levels: u_{max} (accelerated production), d (normal production), and 0 (no production). The feedback policy consists in controlling the inventory level at the beginning and at the end of each production run, and instantly controlling the system availability in order to determine the corresponding production rate. We define the threshold Z as the hedging level. **(a)** If the inventory position at the moment of releasing an ith production order (at the beginning of the production of the ith lot) is strictly below the hedging threshold Z, the lot is produced at the maximum production rate $u_{\max}$. This is the case when the production is restarting just after a corrective maintenance. At the end of each last repair, the lot produced is added to the inventory position after a delay $Q/u_{\max}$ (Area ① – Figure 3-5). **(b)** Because the inventory position increases with a finite impulsive jump when a lot produced is moved to the final stock, the inventory position could very well exceed the threshold Z after each production restart. In this case, the production is stopped ($u(.)=0$) until the inventory position falls to the threshold Z as a result of the demand (Area ② – Figure 3-5). **(c)** At that point, the production is resumed with a production rate equal to the demand rate ($u(.)=d$). Thus, the production run length is Q/d. Since the

demand rate is constant, the inventory position is equal to $Z-Q$ at the end of the production run. Given that the lot is transported to the final stock immediately after the end of the production run, the inventory level rises back to level *Z*. While the production system is operational, the inventory level continues its variation between levels *Z* and *Z*-*Q*, as shown in Area ③ – Figure 3-5. The average inventory position within this region (during periods of normal production) is $Zq = Z - Q/2$, which can be considered as the average hedging level.

Note that when the transportation delay is negligible, the inventory position $y(t)$ coincides with the inventory level $x(t)$. In this case, the dynamic of the inventory position $y(t)$ is the same as that of the inventory level $x(t)$. According to Mourani et al. (2008), the relationship between the inventory level $x(t)$ and the inventory position $y(t)$ can be written as follows:

$$x(t) = y(t-\tau) - \tau.d, \forall\, t \geq \tau \tag{14}$$

This equation provides an understanding of the dynamic of the inventory level from the inventory position (see section 3.5.3).

Because the production control policy is the structured as the HPP, and as the manufacturing quantity *Q* is a decision variable that should be optimized, we call the obtained control policy EMQ-HPP. This policy is completely defined for given values of *Q* and *Z*, which here, are called design factors.

Although the numerical resolution provides the structure of a near-optimal control policy, implementation difficulties and irregularities in the boundary of the numerical results render the approximation of the control parameters challenging. Furthemore, the accuracy of the value function and of the related control parameters obtained through the numerical approach depends on the fineness of the grid step (Kenné et al., 2003). A satisfactory approximation would be too time-consuming to be applicable at the operational level. In the next section, we propose an alternative approach based on simulation in order to determine a very close approximation of the optimal control policy parameters. Moreover, the use of simulation allows an extension of application of the control policy to general failure and repair distributions.

3.5 Estimation of the optimal control policy

3.5.1 Control approach

To determine the optimal values of the design factors (Q^*, Z^*) of the EMQ-HPP, we adopt an experimental-control approach based on Kenné and Gharbi (1999, 2000). This approach combines both analytical and simulation modeling, experimental design and response surface methodology. It our study, it can be applied through the following six steps:

- ***Step 1.*** *Batch production control policy* (u^*, Q^*)*?* : This step specifies the objective of the study, as described in the section 3.3.1. The objective here is to find the optimal manufacturing control variables: the optimal production rate control $u(.)$ and the optimal lot sizing Q , that minimize the total incurred cost of inventory/backlog and transportation.
- ***Step 2.*** *Analytical model and optimization problem formulation*: The objective of this step is to formulate the problem as a stochastic dynamic programming model and to obtain the HJB equations (section 3.3.2).
- ***Step 3.*** *Structure of the optimal control policy*: Using the numerical method, the structure of the optimal control policy is approximated and characterized by the design factors (Q, Z) (section 3.4). The sub-optimal control policy with a considerable transportation delay is refined in section 3.5.1.
- ***Step 4.*** *Simulation model*: The simulation model describes the dynamic of the system using the control policy obtained, and evaluates its performances for given factors (Q, Z). These factors are considered as input of such a model, and the related incurred cost is defined as its output. For more details concerning the simulation model, the reader is referred to the next section.
- ***Step 5.*** *Experiment design*: The experimental design defines how the control factors (Q, Z) should be varied in order to determine the effects of the mains factors and their interactions (i.e., ANOVA analysis of variance) on the incurred total cost through a minimal set of simulation runs.
- ***Step 6.*** *Response surface methodology*: The main significant factors and their interactions are considered as the input of a regression analysis, used in conjunction with the response surface methodology, to fit the relationship between the cost and the input factors. The regression

model obtained is then optimized to determine the optimal values of the EMQ-HPP parameters (Q^*, Z^*) and the optimal total expected cost.

3.5.2 Simulation model[2]

A combined discrete-continuous model was developed using the SIMAN simulation language with a C++ subroutine (Pegden et al., 1995), and then executed through the *ARENA simulation* software. The model consists of several networks describing specific tasks and events in the system. Figure 3-6 presents a simple block-diagram schema of the simulation model. We can see three principal networks described as follows: The network (*I*) is developed as a discrete submodel in order to model the production and the transportation operations. The inventory position is controlled at the beginning of each production run to determine the corresponding production rate as described in equation (13). The entity here represents the lot to be produced. This network is connected with the C++ routine (*II*), which instantaneously calculates the WIP and the inventory levels using the differential equations of (1). The $q(.)$ and $x(.)$ variables are integrated using the Runge-Kutta-Fehlberg (RKF) method which guarantees a consistent accuracy as mentioned in Pegden et al. (1995). When a lot produced is released or a transported lot is transferred to the final stock, the WIP and inventory levels are updated with the corresponding impulse equation of (1). Furthermore, the C++ routine allows the surplus/backlog level to be calculated each time. The discrete network (*III*) models the failure and repair events. The time between failures and the time of repair are determined randomly from the MTBF and MTTR distributions. Note that the model is developed to accept any probability distribution for the MTBF and the MTTF. The network (*III*) is connected to the C++ routine in order to integrate the availability state of the manufacturing system in the computation of the WIP level. It should be recalled that when the system fails, the production is immediately stopped and therefore the WIP level $q(.)$ is maintained constant until the production is resumed after a system repair.

---

[2] Le modèle de simulation est présenté en langages SIMAN et C++ dans l'annexe B.

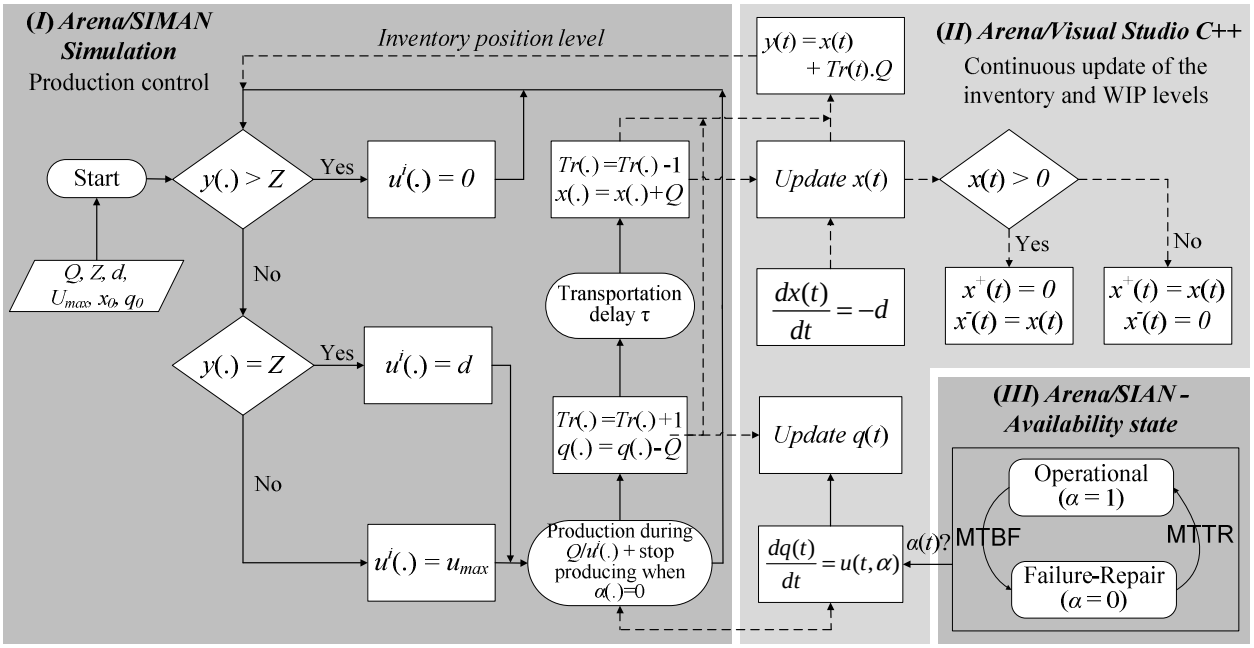

Figure 3-6 Block-diagram representation of the simulation model.

3.5.3 Verification and validation of the simulation model

To verify and validate the accuracy of the simulation model, we graphically examine its behaviour. Figure 3-7 shows the trajectories of the production rate and the inventory level and position, for a sample of the simulation run. The graphic shows that the model performs correctly according to the logic of the production-inventory control policy. The production rate value changes instantaneously in response to changes in the inventory position and the system availability state as described in equation (13). We also verify that, during the periods of normal production ($u(.) = d$), the inventory position varies between the hedging level Z and the Z-Q level as explained in section 3.4.3. The impact of the transportation delay is clearly shown on the time lag of the inventory level trajectory, as compared with the inventory position trajectory as described in equation (14). The model has also been validated in the case where the lot sizing is set to value 1 (item-by-item production) and the transportation delay is negligible, with Kenné and Gharbi (2000) model.

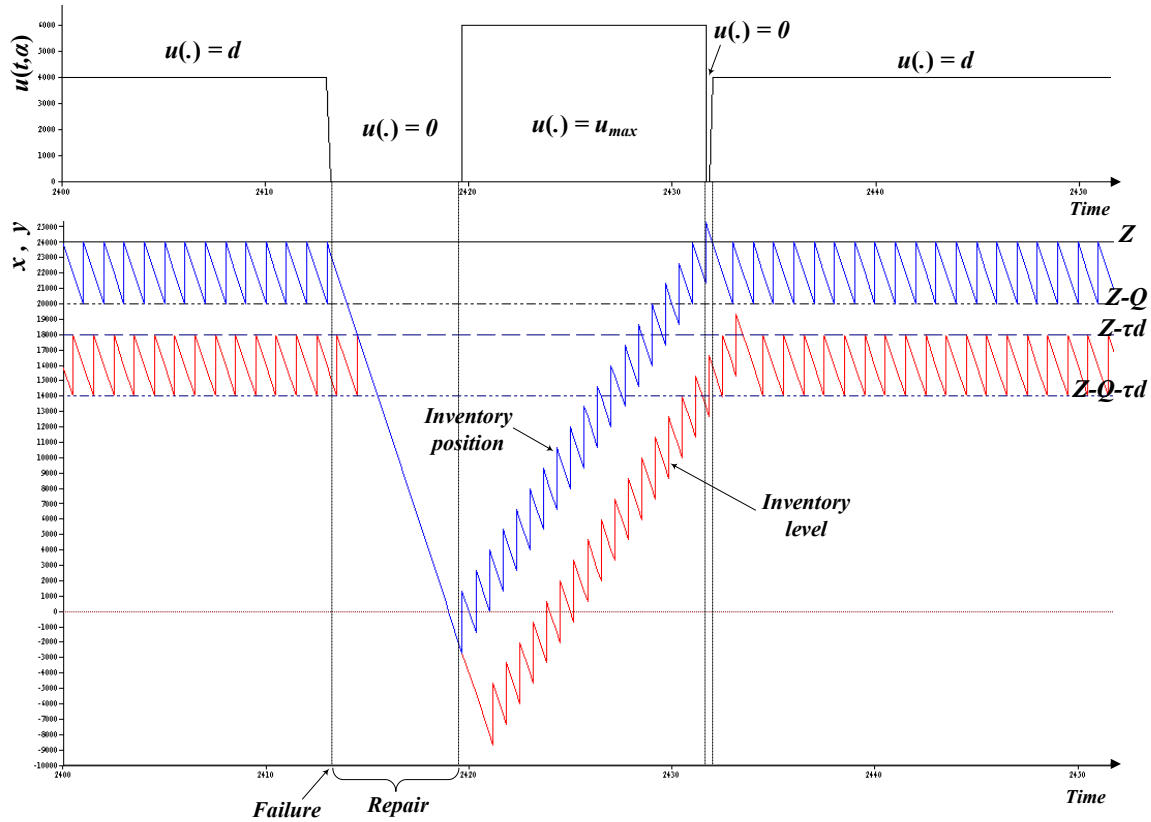

Figure 3-7 Inventory level/position dynamic.

3.5.4 Experimental design, ANOVA and response surface methodology

Two independent variables (Q, Z) and one dependent variable (the total expected cost) are considered. Because of the convexity property of the value function (6) at the inventory level x (Sethi and Zhang, 1994), a quadratic model is considered to fit the cost function. The idea of approximating the function cost using a quadratic model has been used in the literature (see Ryzin et al. (1991), Gershwin (1994), Kenné and Gharbi (1999)). A complete statistical analysis is applied to obtain a very close approximation of the value function, as follows:

1. A complete 3^2 experimental design is selected and five replications are conducted for each combination of factors (Q, Z). This requires 45 ($3^2 \times 5$) simulation runs. To reduce the variability in the simulation results from one configuration to another, we use the common random number technique (Kelton and Law, 2000). Then, the experimental design is used to study and understand the effects of the input factors on the performance measure (i.e., the cost).

2. A multi-factor statistical analysis (ANOVA) of the simulated data is carried out using statistical software (STATISTICA) to provide the effects of the design factors, their interaction and their quadratic effects on the response variable (i.e., the cost).

3. A response surface methodology is applied in order to optimize the response variable as a function of the significant effects. We assume that a continuous function Φ(.) exists, fitting a second-order regression model relating the response variable to the design factors. The function Φ(.) is called the response surface and takes the following equation:

$$\Phi(Q,Z) = \beta_0 + \beta_1 Q + \beta_2 Z + \beta_{12} QZ + \beta_{11} Q^2 + \beta_{22} Z^2 + \varepsilon \tag{15}$$

where, β_0, β_i (i = 1, 2), β_{12}, β_{ii} (i = 1, 2) are unknown parameters to be estimated from the collected simulation data, and ε is a random error. For more details on the statistical analysis, the reader is referred to Montgomery (2008).

3.5.5 Numerical example

To illustrate the simulation-based experimental approach, we perform a step-by-step determination of the optimal design factors (Q^*, Z^*) of the control policy for a basic numerical example. The example data parameters are as follows: $u_{\max}=6000$, $d=4000$, $\tau=3$, $MTBF \sim \text{Log-Normal}(50,5)$, $MTTF \sim \text{Gamma}(0.5,10)$, $c^+=0.1$, $c^-=1.0$, $c_t=1200$, $c_v=0.01$, $c_p=0.25$. The values of the maximum production rate u_{max} and the demand rate d are chosen such as to respect the feasibility condition of the system described by this inequality: $MTBF/(MTBF+MTTR)u_{\max} > d$.

To ensure that the steady-state is reached, the duration of simulation run is set such as to observe 10,000 failures in each replication, i.e., at 500,000 units of time. Simulation runs are conducted according to the experiments design presented in the previous section.

Table 3.1 summarizes the ANOVA of the collected data. For each design factor (including the linear and the quadratic effect) and its interaction, the table presents the sum of squares (SS), the degree of freedom (Df), the mean square (MS), an F-ratio, all computed using the residual mean square, and the significance level of the P-value.

Table 3.1 ANOVA table for the total cost.

Factor	SS	Df	MS	F-Ratio	P-value	Significant
Q (Linear + quadratic)	82506.8	2	41253.4	238.1415	0.000000	S
Z (Linear + quadratic)	106147.9	2	53074.0	306.3776	0.000000	S
Q.Z	168711.1	1	168711.1	973.9107	0.000000	S
Blocks	336.4	4	84.1	0.4855	0.746215	NS
Error	6063.1	35	173.2			
Total SS	363765.3	44				

$R^2 = 0.9833$, $R^2_{(adjusted)} = 0.9790$

The linear and quadratic effects of the two factors (*Q*, *Z*) and their interaction *Q.Z* are significant for the dependent variable (symbol S in the last column), at a 0.05 level of significance. The R-squared adjusted value of 0.9790 presented in Table 3.1, states that 97.90% of the observed variability in the total expected cost is explained by the model (Montgomery, 2008). A residual analysis was also used to verify the adequacy of the model. A residual versus fitted values plot and a normal probability plot of residuals were used to test the homogeneity of the variances and the residual normality, respectively. Therefore, it was confirmed that the total expected cost can be fitted by a quadratic model as written in equation (15). From STATISTICA, the corresponding second-order model is given by:

$$\begin{aligned}\Phi(Q,Z) = {} & 9321.55 + 63.37\times10^{-3}Q - 295.70\times10^{-3}Z - 7.65\times10^{-6}QZ \\ & + 9.89\times10^{-6}Q^2 + 5.80\times10^{-6}Z^2 + \varepsilon\end{aligned} \tag{16}$$

Figure 3-8 presents the projection of the cost response surface (16) on a two-dimensional plan (*Q*, *Z*). The minimum total expected cost 4961.68 is located at $Q^* = 8944$ and $Z^* = 31405$ as shown in Figure 3-8. These values constitute the optimal parameters of the sub-optimal control policy which should be applied to control the production orders and the production rate of the manufacturing system as defined in equations (12) and (13).

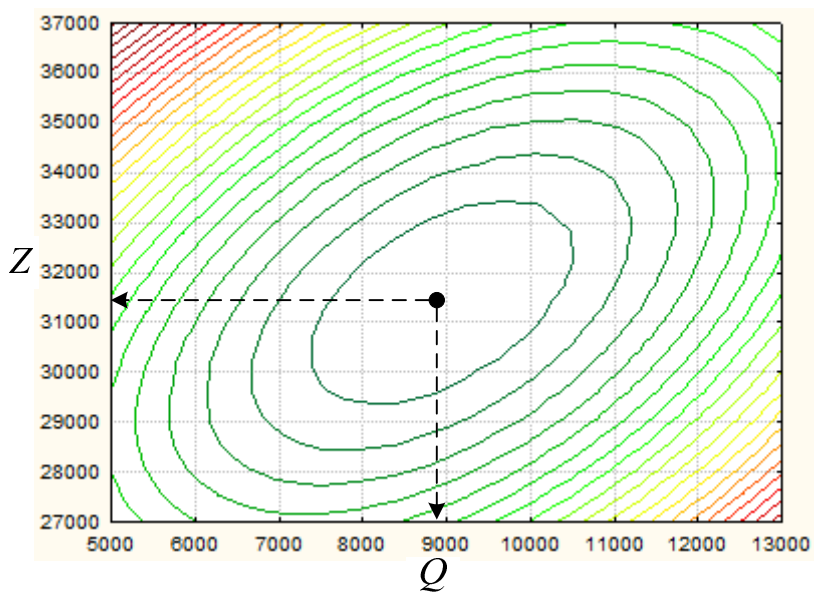

Figure 3-8 Cost response surface.

3.5.6 Sensitivity analysis of cost parameters

A sensitivity analysis of the control policy is conducted with respect to inventory, backlog and transportation costs (i.e., c^+, c^- and c_t). The objective is to prove the efficiency and the robustness of the experimental resolution approach applied to the adjusted EMQ-HPP policy. For twelve cases of costs changes derived from the basic case, the optimal design factors and incurred cost variations (i.e., respectively ΔQ^*, ΔZ^* and ΔC^*) are explored and discussed. The results are summarized in Table 3.2.

- *Variation of the inventory cost:* When the inventory cost is higher (cases 3-4), the optimal hedging level Z^* decreases in order to avoid further inventory costs. The optimal lot sizing Q^* decreases to reduce the WIP holding cost, and to ensure a better supply to the final stock against the risk of shortages becoming higher. Conversely (cases 1-2), the stock level increases in order to further avoid increasing the backlog costs. Since the average stock level is more comfortable than that of the basic case, the optimal lot sizing increases in order to reduce transportation costs. Note that, with the condition $Q < c_t / c_v$, the increase in the lot sizing leads to a decrease in the transportation frequency, and hence, a decrease in the total transportation cost.
- *Variation of backlog cost*: When the backlog cost increases (cases 7-8), a higher stock level must be held in order to better protect the system against shortages, which explains the increase in the optimal hedging level Z^*. The optimal lot sizing Q^* decreases in order to reduce the

production delay, and therefore ensure better supply to the final stock against the risk of shortages. The decrease in backlog cost (cases 5-6) produces the opposite effects.

Table 3.2 Sensitivity analysis for different cost parameters.

Case	Costs changes		Optimal parameters variations		ΔC^*
	Costs	Changes (%)	ΔQ^*	ΔZ^*	
1	$\boldsymbol{c}^+$	-50%	+2115	+5651	-1541.59
2		-25%	+1059	+2825	-736.32
3		+25%	-1063	-2823	+667.44
4		+50%	-2130	-5646	+1266.03
5	$\boldsymbol{c}^-$	-50%	+200	-8275	-506.08
6		-25%	+115	-2746	-184.2
7		+25%	-128	+1618	+128.28
8		+50%	-262	+2669	+228.26
9	$\boldsymbol{c_t}$	-50%	-4604	-3039	-346.25
10		-25%	-1529	-1009	-147.18
11		+25%	+915	+604	+126.56
12		+50%	+1524	+1006	+242.84

- *Variation of transportation cost*: When the fixed transportation cost c_t is higher (cases 11-12), the system reacts by reducing the frequency of lots transportation in order to minimize the total transportation cost. Consequently, the optimal lot sizing Q^* increases, and leads to a systematic increase in the optimal hedging level Z^* in order to protect the system from backlogs. When the backlog cost decreases (cases 9-10), the optimal lot sizing and the optimal threshold decrease very significantly. It should be noted that, when the transportation costs (c_t and c_v) are set to zero, the optimal lot sizing is equal to 1. Such situation leads to item-by-item production system that can be controlled by the classical HPP. Therefore, we can consider that the classical HPP is a particular form of the EMQ-HPP policy when the transportation costs are negligible.

Through the above analysis, it clearly appears that the results make sense, and that the proposed production control policy and resolution approach are robust. In the next section, we study the impact of the transportation delay on the design of the production control policy.

3.5.7 Sensitivity analysis of transportation delay

Another set of experiments is conducted to measure the sensitivity of the control policy parameters with the respect to transportation delay. Table 3.3 presents the optimal design factors and the incurred cost variations corresponding to different transportation delay changes.

Table 3.3 Sensitivity analysis for the transportation delay.

τ	Optimal lot sizing		Optimal hedging level		Optimal Cost	
	Q^*	$\Delta Q^*(\%)$	Z_τ^*	$\Delta Z^*(\%)$	C^*	$\Delta C^*(\%)$
0 (-100%)	8912	-0.36%	20047	-56.66%	3812.52	-23.16%
1.5 (-50%)	8923	-0.24%	25634	-22.51%	4376.88	-11.79%
3.0 (basic)	**8944**	**–**	**31405**	**–**	**4961.68**	**–**
4.5 (+50%)	8954	+0.11%	37307	+15.82%	5557.50	12.01%
6.0(+100%)	8960	+0.18%	43285	+27.45%	6157.18	24.09%

Although the transportation delay is changed significantly (±100%), the optimal lot sizing Q^* does not seem to be sensitive to this variation. However, the optimal hedging threshold Z^* is considerably sensitive to the change in the transportation delay. In fact, when the transportation delay increases, the lots produced take much time to arrive to the final stock. To ensure more protection against backlogs, the system reacts by increasing the average stock level. The optimal incurred cost is fairly sensitive to the delay change.

3.6 Conclusion

In this paper, we have focused on determining the optimal production control policy and the economic manufacturing quantity for a single-product failure-prone manufacturing systems with transportation delay. In the literature, most of the EMQ models for unreliable manufacturing systems are obtained assuming that the lot under production can instantly meet demand and build a safety stock. This assumption cannot be applied for a wide range of manufacturing systems where lots produced must be transported to a buffer stock before serving demand.

An optimal feedback control policy in which the lot sizing is considered as a decision variable has been developed using a combination of analytical and numerical methods. The policy

obtained, named EMQ-HPP, consists of a combination of a modified HPP (to control the production rate) and an inventory-feedback policy (to control production orders). A simulation-based experimental approach is then used to determine the optimal policy parameters (Q^*, Z^*). Finally, a complete sensitivity analysis is performed in order to confirm that the EMQ-HPP is very closely approximates for the optimal control problem.

In future, this work could be extended in two possible directions in order to control more

real and complex industrial problems. The first involves considering the problem of supplying multiple warehouses in different locations, while the second deals with random transportation delays and unreliable transportation networks.

3.7 References

Abboud, N. E. (1997). A simple approximation of the EMQ model with Poisson machine failures. *Production Planning & Control, 8*(4), 385-397.

Akella, R., & Kumar, P. (1986). Optimal control of production rate in a failure prone manufacturing system. *IEEE Transactions on Automatic Control, 31*(2), 116-126.

Ben-Daya, M. (2002). The economic production lot-sizing problem with imperfect production processes and imperfect maintenance. *International Journal of Production Economics, 76*(3), 257-264.

Chakraborty, T., Giri, B., & Chaudhuri, K. (2009). Production lot sizing with process deterioration and machine breakdown under inspection schedule. *Omega, 37*(2), 257-271.

Chung, K. J. (1997). Bounds for production lot sizing with machine breakdowns. *Computers & Industrial Engineering, 32*(1), 139-144.

Ertogral, K., Darwish, M., & Ben-Daya, M. (2007). Production and shipment lot sizing in a vendor-buyer supply chain with transportation cost. *European Journal of Operational Research, 176*(3), 1592-1606.

Gershwin, S. B. (1994). *Manufacturing systems engineering*: Prentice Hall.

Gershwin, S. B. (2000). Design and operation of manufacturing systems: the control-point policy. *IIE Transactions, 32*(10), 891-906.

Giri, B., & Dohi, T. (2005). Computational aspects of an extended EMQ model with variable production rate. *Computers & operations research, 32*(12), 3143-3161.

Giri, B., & Yun, W. (2005). Optimal lot sizing for an unreliable production system under partial backlogging and at most two failures in a production cycle. *International Journal of Production Economics, 95*(2), 229-243.

Giri, B., Yun, W., & Dohi, T. (2005). Optimal design of unreliable production-inventory systems with variable production rate. *European Journal of Operational Research, 162*(2), 372-386.

Groenevelt, H., Pintelon, L., & Seidmann, A. (1992a). Production lot sizing with machine breakdowns. *Management Science, 38*(1), 104-123.

Groenevelt, H., Pintelon, L., & Seidmann, A. (1992b). Production batching with machine breakdowns and safety stocks. *Operations Research, 40*(5), 959-971.

Hajji, A., Gharbi, A., & Kenné, J. (2009). Joint replenishment and manufacturing activities control in a two stage unreliable supply chain. *International Journal of Production Research, 47*(12), 3231-3251.

Hariga, M., & Ben-Daya, M. (1998). Note: the economic manufacturing lot-sizing problem with imperfect production processes: bounds and optimal solutions. *Naval research logistics, 45*(4), 423-433.

Kelton, W. D., & Law, A. M. (2000). *Simulation modeling and analysis*: McGraw Hill.

Kenné, J., Boukas, E., & Gharbi, A. (2003). Control of production and corrective maintenance rates in a multiple-machine, multiple-product manufacturing system. *Mathematical and computer modelling, 38*(3-4), 351-365.

Kenné, J., & Gharbi, A. (1999). Experimental design in production and maintenance control problem of a single machine, single product manufacturing system. *International Journal of Production Research, 37*(3), 621-637.

Kenné, J., & Gharbi, A. (2000). Production planning problem in manufacturing systems with general failure and repair time distributions. *Production Planning & Control, 11*(6), 581-588.

Kim, C. H., & Hong, Y. (1997). An extended EMQ model for a failure prone machine with general lifetime distribution. *International Journal of Production Economics, 49*(3), 215-223.

Kim, C. H., Hong, Y., & Kim, S.-Y. (1997). An extended optimal lot sizing model with an unreliable machine. *Production Planning & Control: The Management of Operations, 8*(6), 577 - 585.

Kimemia, J., & Gershwin, S. B. (1983). An Algorithm for the Computer Control of a Flexible Manufacturing System. *IIE Transactions, 15*(4), 353 - 362.

Kushner, H.J. and Dupuis, P.G., 1992. *Numerical methods for stochastic control problems in continuous time*: Springer-verlag.

Li, J., Sava, A., & Xie, X. (2009). An analytical approach for performance evaluation and optimization of a two-stage production-distribution system. *International journal of production research, 47*(2), 403-414.

Liao, G. L., Chen, Y. H., & Sheu, S. H. (2009). Optimal economic production quantity policy for imperfect process with imperfect repair and maintenance. *European Journal of Operational Research, 195*(2), 348-357.

Mourani, I., Hennequin, S., & Xie, X. (2008). Simulation-based optimization of a single-stage failure-prone manufacturing system with transportation delay. *International Journal of Production Economics, 112*(1), 26-36.

Pegden, C. D., Shannon, R. E., Sadowski, R. P., & Corp, S. M. (1995). *Introduction to simulation using SIMAN*: McGraw-Hill.

Salameh, M., & Jaber, M. (2000). Economic production quantity model for items with imperfect quality. *International Journal of Production Economics, 64*(1-3), 59-64.

Sana, S. S., & Chaudhuri, K. (2010). An EMQ model in an imperfect production process. *International Journal of Systems Science, 41*(6), 635-646.

Sethi, S. P., & Thompson, G. L. (2005). *Optimal control theory: applications to management science and economics*: Springer Verlag.

Sethi, S. P., & Zhang, Q. (1994). *Hierarchical decision making in stochastic manufacturing systems*: Birkhauser Verlag Basel, Switzerland, Switzerland.

Sharifnia, A. (1988). Production control of a manufacturing system with multiple machine states. *IEEE Transactions on Automatic Control, 33*(7), 620-625.

Van Ryzin, G. J., Lou, S. X. C., & Gershwin, S. B. (1991). Scheduling job shops with delays. *International Journal of Production Research, 29*(7), 1407-1422.

Yang, T. (1999). Impulsive control. *Automatic Control, IEEE Transactions on, 44*(5), 1081-1083.

Yong, J. (1989). Systems governed by ordinary differential equations with continuous, switching and impulse controls. *Applied Mathematics and Optimization, 20*(1), 223-235.

CHAPITRE 4 LOT ÉCONOMIQUE DE PRODUCTION ET CONTRÔLE DES SYSTÈMES MANUFACTURIERS NON-FIABLES AVEC INSPECTION RECTIFIANTE[3]

Auteurs : Bassem Bouslah, Ali Gharbi et Robert Pellerin

Accepté et présenté dans le *9e Congrès International de Génie Industriel*
à Montréal (12, 13 et 14 Octobre 2011).

Résumé - Cet article s'intéresse au problème de contrôle de la production par lots d'un système manufacturier soumis à des pannes et réparations aléatoires et qui produit des pièces non conformes rectifiables. Le contrôle de la qualité des lots produits avant l'entrée au stock final s'effectue par un plan d'échantillonnage simple. La politique de contrôle de la production utilisée est de type seuil critique et consiste à maintenir la position d'inventaire dans une plage de variation qui permet au stock final de continuer à satisfaire la demande quand le système manufacturier tombe en panne. Les variables de décision de cette politique sont la taille des lots de production et le niveau du seuil critique. L'objectif visé par ce travail est de développer un modèle de simulation permettant d'optimiser expérimentalement les variables de décision de la politique de contrôle de la production dans le cas où les temps d'inter-pannes et de réparation suivent des distributions de probabilité générales.

[3] Le texte de l'article est présenté dans l'annexe A.

CHAPITRE 5 JOINT OPTIMAL LOT SIZING AND PRODUCTION CONTROL POLICY IN AN UNRELIABLE AND IMPERFECT MANUFACTURING SYSTEM

Auteurs : Bassem Bouslah, Ali Gharbi et Robert Pellerin

Soumis à *International Journal of Production Economics*
le 05/12/2011.

Abstract This paper deals with the problem of the joint determination of the optimal lot sizing and optimal production control policy for an unreliable and imperfect manufacturing system, where the quality control of lots produced is performed using an acceptance sampling plan. The proportion of defective items, the time between failures and the time to repair are generally distributed. The incurred total cost includes manufacturing cost, transportation cost, inspection costs, rejection cost of defective items, replacement cost for returned defective items from customers, and holding and backlog costs. The associated cost minimization problem is formulated with a stochastic dynamic programming model where the lot sizing and production rate are considered as decision variables. Given the difficulties in solving such a highly stochastic model analytically or numerically, we adopted a modified hedging point policy (HPP) to control the production rate, as well as an economic lot sizing policy for batch processing control; we also relied on a simulation-based experimental approach to determine a close approximation of the optimal control parameters. It is shown that production should be accelerated at the maximum production rate, not only when building the safety stock, as in the classical HPP, but also after rejecting a lot, in order to recuperate the loss in inventory and to maintain the on-hand safety stock. Numerical experiments and thorough sensitivity analyses are provided to illustrate the effectiveness of the proposed control policy and the robustness of the resolution approach. Some interesting behaviours regarding the impact of different parameters on the optimal decision variables are observed and discussed.

Keywords Unreliable manufacturing systems, acceptance sampling plan, optimal lot sizing, feedback control policy, simulation, response surface methodology.

5.1 Introduction

Manufacturing systems are subject to many stochastic phenomena such as random failures and repairs, imperfect production, quality deterioration, etc. Feedback control policies have proven their effectiveness in responding to such random events (Gershwin, 1994). For continuous-time failure-prone production systems, it has been shown that the well-known hedging point policy (HPP) is optimal ((Akella and Kumar, 1986), (Bielecki and Kumar, 1988)). This feedback policy controls the production rate as a function of instantaneous operational system state and inventory level, which consists in building and maintaining a safety stock during periods of system availability in order to hedge against future capacity shortages brought about by failures.

For batch manufacturing systems, the economic production quantity (EPQ) model is often used for production-inventory control, and to determine the optimal lot sizing that minimizes overall incurred costs. Research on the EPQ model has been undertaken in different contexts of reliability and/or quality imperfection, especially over the last two decades. In one of the pioneering papers that addressed the EPQ problem of unreliable batch manufacturing systems, Groenevelt et al. (1992a) investigated the impact of system breakdowns and corrective maintenance on production lot sizing decisions. Assuming a deterministic constant production rate, negligible repair time, exponential failures and no backlogs, the authors determined the optimal lot sizing for two production reorder policies (no-resumption (NR) policy and abort/resume (AR) policy). In a subsequent study, Groenevelt et al. (1992b) defined a production control policy to simultaneously determine the optimal lot sizing and the safety stock level that satisfy a prescribed service level. They assumed that during a production run, a certain fraction of the items produced is instantaneously diverted into the safety stock. Kim and Hong (1997) and Kim et al. (1997) extended the Groenevelt et al. (1992a) model, which assumes that the times between failures follow general distributions. Chung (1997) determined an approximate formula for the optimal lot sizing of the Groenevelt et al. (1992a) model by calculating its bounds. Giri et al. (2005) focused on the problem of EPQ for an unreliable production system where the production rate is treated as a decision variable. They developed two models: with and without safety stock, in order to jointly determine the optimal lot sizing and the optimal feasible production rate. Giri and Dohi (2005) extended the Giri et al. (2005) model with safety stock, taking into account preventive maintenance, and assuming that the failure and repair times are

general distributions. Bouslah et al. (2011) obtained an integrated optimal lot sizing and feedback production policy, considering a transportation delay of lots produced and added to the serviceable stock. All the above-cited studies deal with the effect of process reliability on the EPQ model, and do not consider the quality issue, instead, assuming that all produced items are of perfect quality.

On the other hand, many works have considered the quality imperfection problem in the EPQ model, without reliability. Porteus (1986) and Rosenblatt and Lee (1986) were among the first researchers who investigated the effect of quality imperfection on the EPQ. In both studies, they assumed that the deterioration of production system is a random process characterized by two states: the 'in-control' state, when all items produced are of conforming quality, and the 'out-of-control' state, when some percentage of items produced are defective. Lee and Rosenblatt (1987) considered the maintenance by inspection feature to monitor deterioration of the production process: if inspections indicate that the production process is 'out of control', it will be restored to the 'in-control' state. They then focused on simultaneously determining the EPQ and optimal inspection schedules. Khouja and Mehrez (1994) formulated an EPQ model assuming that production rate is a decision variable and that the quality of the production process deteriorates with an increased production rate. Salameh and Jaber (2000) presented a modified inventory model which extends the traditional EPQ model by accounting for imperfect quality items. Hayek and Salameh (2001) derived an optimal operating policy for an EPQ model under the effect of imperfect quality. They assumed that all defective items produced are reworked and added to perfect quality inventory, and that shortages are allowed and backordered. Ben-Daya (2002) developed an integrated model for the joint determination of the EPQ and preventive maintenance level for an imperfect process having a general deterioration distribution with an increasing hazard rate. Chiu (2003) extended the Hayek and Salameh (2001) model, by assuming that not all of the defective items produced are reworked, and that a portion of all imperfect quality items are scrapped and discarded before the rework process is started. Finally, Sana (2010) considered that the percentage of defective items varies linearly with both the production rate and the production-run time, and that the probability distribution of the shift time from the 'in-control' to the 'out-of-control' state also depends on the production rate. Therefore, he focused on determining the optimal lot sizing and the optimal production rate.

In the aforementioned EPQ models, reliability and quality issues are studied separately. However, these two problems are often observed simultaneously in real-life manufacturing systems. Only few recent EPQ models jointly consider the effects of equipment breakdowns and quality deterioration in the production process. Among these works, Chiu et al. (2007) extended the works of (Chung, 1997) and (Chiu, 2003) in order to determine the optimal run time problem of EPQ models with scrap, reworking of defective items, and stochastic machine breakdowns. Liao et al. (2009) integrated maintenance programs (perfect/imperfect preventive maintenance and imperfect repair) with the EPQ model for an imperfect and unreliable manufacturing system. Chakraborty et al. (2009) developed integrated production, inventory and maintenance models in order to study the joint effects of process deterioration, machine breakdown and inspections on optimal lot sizing decisions. Sana and Chaudhuri (2010) extended the Giri and Dohi (2005) model, considering the effect of an imperfect production process subject to random breakdowns and variable safety stocks. The proposed policy consists in determining the optimal safety stock, the optimal production rate and the optimal lot sizing.

In most existing EPQ models, the effects of using such a quality control policy on the production policy parameters (including lot sizing) have not been sufficiently studied. Indeed, inspection is considered only as a tool for controlling the quality deterioration of the production process. As well, most models assume (except for a few works like Ben-Daya (2002)), that the inspection delay is negligible. However, inspection is in itself an important part of quality assurance, which should be fairly represented in the EPQ model. Some authors, such as Salameh and Jaber (2000), assume that all lots produced are 100% inspected. Liao et al. (2009) consider a complete quality audit using automated inspection. From an economic point of view, the cost of a 100% inspection is very high, particularly with automation systems requiring high technology. According to Chin and Harlow (1982), the inspection process is normally the largest single cost in manufacturing.

In manufacturing organisations, statistical techniques, such as control charts and acceptance sampling plans, can be used for quality control when the cost of a 100% inspection is higher than the cost of delivering a certain proportion of defective items (Besterfield, 2009). Only few researchers have integrated quality control techniques into EPQ models. Ben-Daya (1999) presented an integrated model for the joint optimization of production quantity, design of quality control parameters using the $\bar{x}$-control chart and the maintenance level. Chen and Chou (2002)

proposed a joint design of a type-1 continuous sampling plan (CSP-1 plan) and the EPQ under imperfect quality, without considering the reliability factor.

Another common assumption made in most EPQ models is that the lot which is currently being processed can instantly meet the demand, and even build a safety stock if the production rate is strictly greater than the demand rate. This assumption is unrealistic for a wide range of manufacturing systems where a certain delay, for lot sampling, inspection, reworking, etc., exists between the production and the final stock that truly serves the demand.

Considering the limitations of past models in the context of quality and production-inventory control, the main purpose of this paper is to develop an integrated optimal lot sizing model and a feedback control policy for unreliable and imperfect batch manufacturing systems, where quality control is performed using a single acceptance sampling plan. The problem is formulated using a stochastic dynamic programming in which the lot sizing and the production rate are considered as decision variables. Since it is difficult to analytically or numerically derive the optimal solution of the model, we adopt a modified HPP to control the production rate and a feedback-inventory to control the batch processing order using theoretical arguments and approximations. Then, we use a simulation-based experimental approach to determine the optimal parameters of the proposed control policy, when the proportion of defective items, and failure and repair times follow general distributions.

The remainder of this study is organized as follows. Section 5.2 introduces the notation and the problem description, and presents a formulation of the optimal production problem. Section 5.3 presents the proposed control policy. Section 5.4 describes the resolution approach used to determine the optimal design of the control policy and the optimal incurred cost. Section 5.5 provides an illustrative numerical example of the resolution approach. A thorough sensitivity analysis is given in section 5.6, in order to confirm the robustness of the resolution approach and to study the behaviour of the system under different settings of cost and quality parameters. Finally, section 5.7 concludes this paper.

5.2 Problem formulation

5.2.1 Notation

The following notation will be used throughout the paper:

$q(t)$	WIP lot level at time t (units)
x(t)	Inventory level at time t
y(t)	Inventory position at time t
u(.)	Production rate (units/time)
u^i	Production rate of the ith lot (units/time)
u_{max}	Maximum production rate (units/time)
d	Constant demand rate (units/time)
$p(t)$	Proportion of defective items (random variable)
p^i	Proportion of defective items in the ith lot
$\overline{p}$	Long-term average proportion of defective items
n	Sample size
c	Acceptance number
Q	Lot sizing (units)
θ_i	Production start time of the ith lot
δ_i	Production end time of the ith lot
Q^i	ith lot produced during the interval $]\theta_i, \delta_i]$
$N(t)$	Cumulative total number of lots produced and inspected at time t
TBF	Time Between Failures (random variable)
TTR	Time To Repair (random variable)
τ_{insp}	Inspection delay (time)
C^+	Unit holding cost ($/unit)
C^-	Unit backlog cost ($/unit)
C_p	Unit production cost ($/unit/time)
C_t	Cost of transportation of a lot ($/load)
C_{insp}	Unit inspection cost ($/unit)
C_{rej}	Unit rejection cost ($/unit)
C_{rep}	Unit replacement cost ($/unit)

5.2.2 Problem description & assumptions

The manufacturing system under study consists of an unreliable production facility supplying a downstream stock (Figure 5-1). One single item is manufactured in lots in order to meet a constant and continuous demand. The work-in-process (WIP) lot is stored in a downstream area of the facility until the production lot is completed. We assume that when a failure occurs during the production cycle, the production of interrupted lots is always resumed after repair.

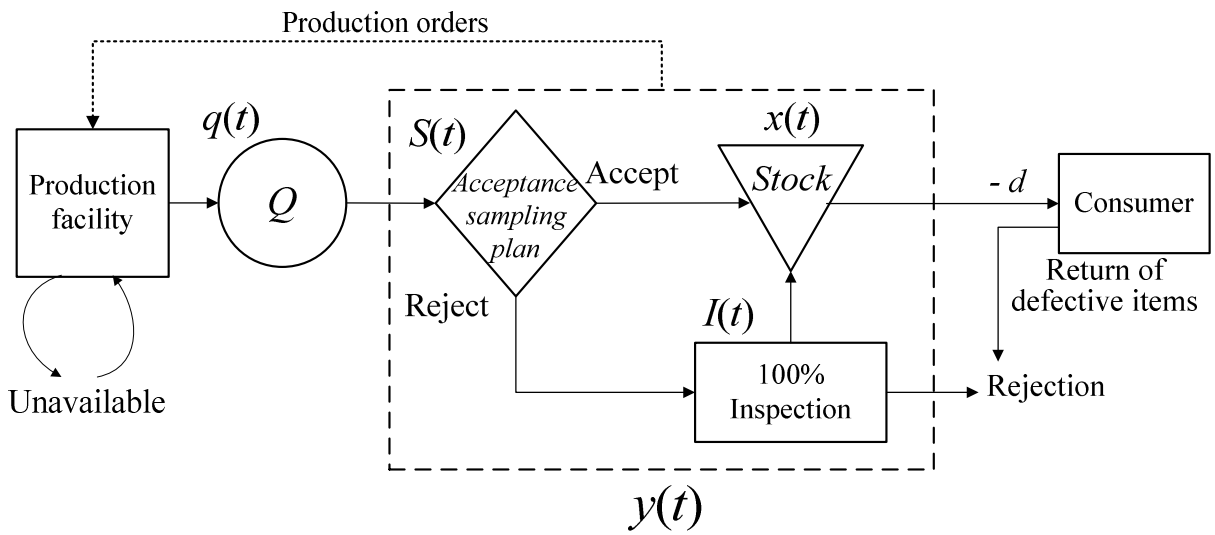

Figure 5-1 Unreliable and imperfect manufacturing system with quality control.

As the production quality is imperfect, a certain proportion of defectives occur during the production process. In this study, we assume that discovered defective items are scrapped. This is often observed in the chemical, food and printing industries (Min and Galle, 1997). As a lot-to-lot variation exists in manufacturing, we assume that the percentage of defective items $p(.)$ also varies from lot to lot. Thus, $p(.)$ is a random variable with a known probability distribution. As in Salameh and Jaber (2000), we assume that the number of defective items in each ith lot is equal to $p^i Q$, proportionally to the lot sizing Q. Once produced, a quality control is performed on the lot to decide whether or not it is acceptable. The quality control policy consists of a lot-by-lot acceptance sampling plan with parameters n and c. A sample of size n is drawn randomly from the lot, and inspected item-by-item by attributes. The sample inspection duration is equal to $n\tau_{insp}$. If the number of defective items in the sample does not exceed the acceptance number c, the lot is accepted and the k defective items are replaced, from a stock of known good items,

before the transport of the entire lot to the final stock area. Otherwise, the lot is rejected. In this case, a 100% inspection is performed on the lot and all defective items are sorted by inspection personnel. The duration of this operation is equal to $(Q-n)\tau_{insp}$. For each 100% inspection of a non-accepted *i*th lot, there are $p^i\left(Q-n\right)$ defective items to be discarded and rejected. Only the $(1-p^i)Q$ good items will be transported to the final stock. Let ξ_i be the arrival time of the *i*th lot to the on-hand serviceable inventory $x(.)$. Then, $\xi_i = \delta_i + n\,\tau_{insp}$, if the *i*th lot is accepted, and $\xi_i = \delta_i + Q\,\tau_{insp}$, if not. We assume, in our study, that $\xi_i \le \delta_{i+1}\left(i=1..N\right)$, which means that the quality control operations of the *i*th lot is finished before the end of production of the next *i+1*th lot. Figure 5-2 depicts the dynamic of production (WIP lot level), and the evolution of the serviceable inventory level as a function of instantaneous system availability, production cycle length, and acceptance or rejection of lots produced.

The probability P_a of accepting the *i*th lot containing k nonconforming items can be calculated using the binomial probability distribution (Besterfield, 2009), as follows:

$$P_a\left(p^i\right) = P\{k \le c\} = \sum_{k=0}^{c} \frac{n!}{k!(n-k)!}\left(p^i\right)^k\left(1-p^i\right)^{n-k} \tag{1}$$

As the accepted lots do not undergo 100% inspection, the defective items existing in these lots will reach the final stock, and will therefore be transmitted to the consumer. The average proportion of defective items that contain the final stock, also named the Average Outgoing Quality $AOQ(.)$, can be calculated instantaneously using the following formula:

$$AOQ\left(t, p(t)\right) = \frac{\sum_{i=0/a^i=1}^{N(t)} p^i(Q^i - n)}{\sum_{i=0}^{N(t)} a^i Q^i} \tag{2}$$

Where, $a^i = \begin{cases} 1 & \text{if the } i\text{th lot is accepted} \\ 1-p^i & \text{if the } i\text{th lot is rejected} \end{cases}$.

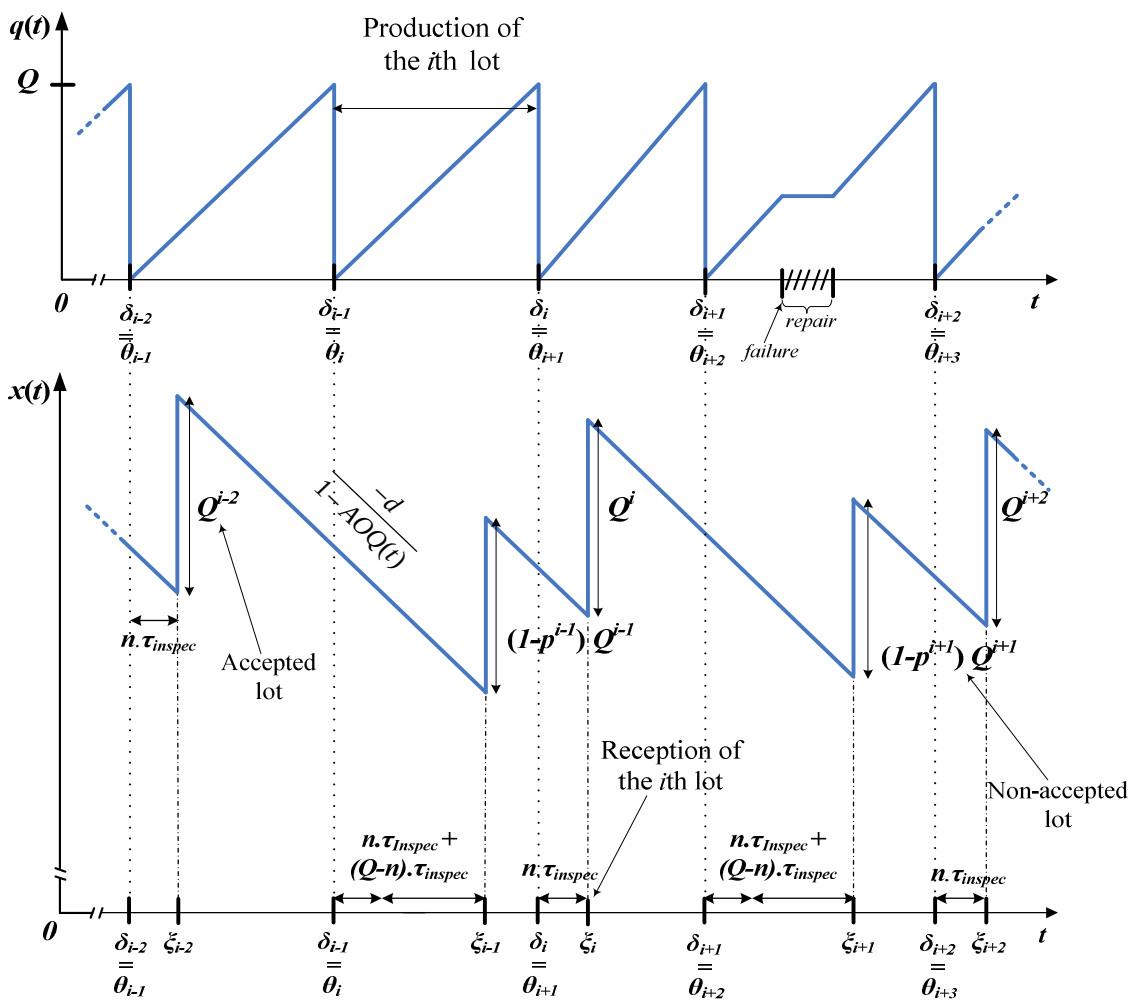

Figure 5-2 Production and inventory level dynamics.

In order to study the effect of outgoing quality on the control policy sought, we assume that, in the producer-consumer relationship, all defectives items are returned to the producer and replaced by good ones. While the demand/backlog is filled, the returned quantity at each time t is considered proportional to the demand rate d, and is replaced by good items immediately. Then, the real demand rate when the demand is served becomes equal to $d/(1-AOQ(t))$.

Our objective is to determine the optimal lot sizing and the optimal control policy that minimize the total expected cost, including inventory cost related to holding WIP and finished products, shortage cost related to the backlogged demand, production cost depending on the production rate value, inspection cost for each lot sampling, replacement cost for returned defective items, 100%

inspection and rejection costs for each non-accepted lot, and transportation cost for each lot produced.

5.2.3 Optimization problem formulation

The manufacturing system behaviour changes randomly with time. It can be characterized at each time *t* with four continuous-time components including:

- A stochastic process $\{\alpha(\mathrm{t})\}$ which describes the availability state of the production system at time *t*, and takes values in $M = \{0,1\}$. $\alpha(t) = 1$, if the manufacturing system is available, and $\alpha(t) = 0$ if it is unavailable.
- A piecewise continuous variable $q(t)$ which describes the lot processing progress (WIP level) at time *t*. Let $0 \le q(t) \le Q^i, i = 1..N$ be the capacity constraint of the WIP lot for each *i*th production cycle.
- A piecewise continuous variable $x(t)$ which describes the final inventory level at time *t*. This quantity faces a continuous downstream demand d, a continuous downstream replacement of defective items with good ones while serving the demand, and impulsive upstream supply with variable jump $a^i Q$ when the *i*th lot is received at instant ξ_i.
- A piecewise continuous variable which describes the inventory position at time *t* and measured by $y(t)$. $y(t)$ is equal to the instantaneous sum of the stock (inventory/backlog) level $x(t)$ and the total amount of lots-under-sampling and 100% inspection $\Rightarrow$ $y(t) = x(t) + \left(S(t) + I(t)\right)Q$, where $S(t)$ and $I(t)$ are integer variables respectively counting the total number of lots-under-sampling, and the total number of lots-under-100% inspection, at each time *t*.

The dynamics of production $q(.)$, inventory position $y(.)$ and final inventory level $x(.)$ are given by the following difference and differential equations:

$$
\begin{aligned}
&\frac{dq(t)}{dt} = u(t,\alpha),\ q(0) = q,\ \forall t \in \left]\theta_i, \delta_i\right[, \\
&q\left(\delta_i^+\right) = q\left(\delta_i^-\right) - Q^i, \\
&\frac{dy(t)}{dt} = \begin{cases} -d & \text{if } (x(t) < 0)\&(\alpha(t) = 0) \\ \dfrac{-d}{1 - AOQ(t)} & \text{otherwise} \end{cases}, \quad \begin{array}{l} y(0) = y, \\ \forall t \in \left]\delta_i, \delta_i + Q^i \tau_{insp}\right[\cup \left]\delta_i + Q^i \tau_{insp}, \delta_{i+1}\right[, \end{array} \\
&y\left(\delta_i^+\right) = y\left(\delta_i^-\right) + Q^i, \\
&y\left(\left(\delta_i + Q^i \tau_{insp}\right)^+\right) = y\left(\left(\delta_i + Q^i \tau_{insp}\right)^-\right) - Ind\left(a^i \neq 1\right) p^i Q^i, \\
&\frac{dx(t)}{dt} = \begin{cases} -d & \text{if } (x(t) < 0)\&(\alpha(t) = 0) \\ \dfrac{-d}{1 - AOQ(t)} & \text{otherwise} \end{cases}, \quad x(0) = x,\ \forall t \in \left]\xi_i, \xi_{i+1}\right[, \\
&x\left(\xi_i^+\right) = x\left(\xi_i^-\right) + a^i Q^i, \\
&\forall i = 1,..,N
\end{aligned}
\tag{3}
$$

where q, x and y respectively denote the WIP level, the inventory position and the finished product inventory level at initial time. δ_i^- and δ_i^+ denote the left and right boundaries of the ith production run end time δ_i and, ξ_i^- and ξ_i^+ denote the left and right boundaries of the arrival time ξ_i of the ith lot to the final stock. And $Ind\left(\Theta(.)\right) = \begin{cases} 1 & \text{if } \Theta(.) \text{ is true} \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$.

Our decision variables are the production rate $u(.)$ and a sequence of production orders denoted by $\Omega = \{(\theta_1,\ Q^1), (\theta_2,\ Q^2), ..., (\theta_\infty,\ Q^\infty)\}$ where the couple $(\theta_i,\ Q^i)$ represents the production order of the ith lot Q^i at time θ_i. Let $\Gamma(\alpha)$ denote the set of admissible decisions $(\Omega,\ u(.))$ given by:

$$
\Gamma(\alpha) = \left\{ \left(\Omega,\ u(.)\right) \middle| \begin{array}{l} 0 \le u(t,\alpha) \le u_{\max}, 0 \le q(t,\alpha) \le Q^i, \\ 0 < Q^i \le \min\left\{Q_{\max}^{wip}, Q_{\max}^{insp}\right\},\ i = 1,...,N \end{array} \right\}
$$

where $Q_{\max}^{wip}$ is the maximum WIP storage capacity, and $Q_{\max}^{insp}$ is the maximum inspection area capacity.

The instantaneous cost function $g(.)$ which includes the production, the total WIP stocking, the finished product inventory/backlog, and replacement of returned defective items costs is given by the following equation:

$$g\left(q(t),x(t),y(t),u(t,\alpha)\right)=C^{+}\left(q(t)+y^{+}(t)\right)+C^{-}x^{-}(t)+C_{p}u(t) \\ +Ind\left((x(t)>0)\text{ or }(\alpha(t)=1)\right)C_{rep}AOQ\left(t\right)d,\ \forall t\in\left]\delta_{i},\delta_{i+1}\right[\tag{4}$$

where, $y^{+}(t)=\max(0,\ y(t))$, $x^{-}(t)=\max(0,-x(t))$.

The instantaneous cost function of the transportation and quality control of lots produced, at times δ_i and $\delta_i+n\,\tau_{insp}\ \left(i=1,...,N\right)$, is given by:

$$R(Q^{i},\alpha)=Ind\left(t=\delta_{i}\right)C_{insp}\,n+Ind\left(t=\delta_{i}+n\,\tau_{insp}\right)\left(C_{tr}+Ind\left(a^{i}=1-p\right)\left(C_{insp}\left(Q^{i}-n\right)+C_{rej}\,p^{i}\,Q^{i}\right)\right) \tag{5}$$

Using (4) and (5), the expected long-run average cost $J(.)$ is written as follows:

$$J(q,x,y,\Omega,u,\alpha)=\lim_{T\to\infty}\frac{1}{T}E\left\{\begin{array}{l}\int_{0}^{T}g\left(q,x,y,u\right)dt+\sum_{i=0}^{N(T)}\left(C_{insp}\,n+C_{tr}\right)\\ +\sum_{i=0/a^{i}\neq 1}^{N(T)}\left(C_{insp}\left(Q^{i}-n\right)+C_{rej}\,p^{i}\,Q^{i}\right)\end{array}\ \middle|\begin{array}{l}q(0)=q,\\ x(0)=x,\\ y(0)=y,\\ \alpha(0)=\alpha\end{array}\right\} \tag{6}$$

The production planning problem considered involves seeking an admissible control policy $\left(\Omega^{*},u^{*}\right)\in\Gamma(\alpha)$ that minimizes $J(.)$ given by (6), considering Eqs. (3) to (5). This is a feedback control policy that determines the production orders and the production rate as a function of the system state $\left(q,x,y,\alpha\right)$.

Given the complexity of the system dynamic described by Eqs. (3), and given the high stochastic nature of the problem under study, it is almost impossible to derive an analytical solution for Eq.(6). In such a situation, some computational and numerical approaches (Boukas and Haurie, 1990) have been proposed in the literature to obtain the optimal feedback policy for stochastic and nonlinear control problems, by solving the associated optimality conditions expressed by the HJB equations. These approaches are restricted to small size systems with limited numbers of products, machines and states, and cannot be implemented for complex stochastic control problems (Gharbi and Kenné, 2000, 2003).

In the case of the manufacturing system considered in this paper, the HJB equations cannot be obtained due to the randomness of the proportion of defective items, which leads to two major difficulties. First, the delay separating the end of batch production and its arrival at the

serviceable stock, is variable because of the variability of the probability of acceptance $P_a(.)$ from lot-to-lot. Second, the real demand rate $d/\left(1 - AOQ(t)\right)$ is also variable because of the variability of the outgoing quality over time. It should be noted that both the delay in quality control and the real demand rate cannot be characterized by a known probability distribution. Therefore, some assumptions used in the literature, such as discretization of the demand distribution into given values (Hu et al., 2004) or giving some specific form to the demand fluctuation (Boukas et al., 2000), cannot be used here. Moreover, the solution of the inventory control problem with uncertain processing delay given by Boukas et al. (2000), which needs difficult calculations to solve some linear matrix inequalities, is not easily implementable to our case. Thus, there is no way to derive the optimality conditions.

Instead of solving Eq. (6) under the constraints of Eqs. (3), either analytically or numerically, we propose, in the next section, an alternative solution based on a heuristic control policy using arguments and approximations.

5.3 Heuristic control policy

In production systems management, one of the main useful strategies for responding to uncertainty is to build a surplus inventory, or safety stock, to hedge against periods in which the production capacity cannot satisfy demand (Hu et al., 2004). For continuous-flow unreliable manufacturing systems, the optimal production policy is of a *hedging point policy* (HPP) type ((Akella and Kumar, 1986), (Bielecki and Kumar, 1988)). For unreliable batch manufacturing systems, some authors, e.g., Giri and Dohi (2005) and Sana and Chaudhuri (2010), used an optimal safety stock in inventory to protect against possible stock-out during system repair and to enhance customer service levels. In a prior paper, Bouslah et al. (2011) focused on the problem of simultaneously determining the optimal lot sizing and the optimal production control policy of unreliable batch manufacturing systems. Assuming that the system is perfect, they were capable of writing the HJB equations and solving them numerically. They then showed that the optimal feedback control policy is closely approximated by a combination of base-stock policy expressed by a modified HPP and a state dependent economic production quantity policy. When a delay is considered in transporting batches produced to the final stock, the authors assumed that the feedback inventory control is based on the concept of the inventory position, which includes the

on-hand inventory in the serviceable stock and the total pending quantities in transportation, as in Mourani et al. (2008) and Li et al. (2009).

Based on the results obtained by Bouslah et al. (2011) in which it was shown that the HPP concept remains optimal for controlling unreliable batch manufacturing systems with delays, and considering the effect of quality imperfection on the real demand rate, we propose the following combined control policy :

Production order control policy:

$$\underset{i=1,2,..,\infty}{\Omega^i\left(t \geq \delta_{i-1}, Q\right)} = \begin{cases} Q^i & \text{if } \left(\left(y(\delta_{i-1}^+) \leq Z\right) or \left(y(t) = Z \mid y(\delta_{i-1}^+) > Z\right)\right) \& \left(\alpha(t) = 1\right) \\ 0 & \text{Otherwise} \end{cases} \tag{7}$$

Production rate control policy:

$$\underset{i=1,2,..,\infty}{u^i\left(t \in]\theta_i, \theta_{i+1}], \alpha\right)} = \begin{cases} \alpha(t)\, u_{\max} & \text{if } \left(\left(y(\theta_i^+) < Z\right)\right) \& \left(\theta_i < t \leq \delta_i\right) \\ \dfrac{\alpha(t)\, d}{1 - AOQ(t)} & \text{if } \left(y(\theta_i^+) = Z\right) \& \left(\theta_i < t \leq \delta_i\right) \\ 0 & \text{if } \left(y(\delta_i^+) > Z\right) \& \left(\delta_i < t \leq \theta_{i+1}\right) \end{cases} \tag{8}$$

with the constraints:

$0 < Q \leq \min\left\{Q_{\max}^{wip}, Q_{\max}^{insp}\right\}$, $Z \geq 0$.

Figure 5-3 depicts the dynamic of inventory position when the manufacturing system is controlled by the proposed control policy. Indeed, the production order policy is given by the Eq. (7). The decision to produce or not produce a new lot is taken by controlling the inventory position at the end of each production cycle. Three situations can arise:

(i). If at the end of the (*i-1*)th production cycle ($t = \delta_{i-1}^+$), the inventory position is less than or equal to the threshold level *Z*, and the system is still available $(\alpha(\delta_{i-1}^+) = 1)$, a new production order Q^i is launched (Areas ① and ③ in Figure 5-3). In this case, the start time of the *i*th production cycle coincides exactly with the end time of the (*i-1*)th production cycle $(\theta_i = \delta_{i-1}^+)$.

(ii). If at the end of the (*i-1*)th production cycle, the inventory position is higher than the threshold level *Z*, the production is stopped until the inventory level decreases to the

threshold Z (Area ② in Figure 5-3). At this time, if the system is still available, a new production order Q^i is placed. This time is marked by θ_i and the production of the ith lot starts immediately.

(iii). While the production system is unavailable, no production order is placed (Area ④ in Figure 5-3).

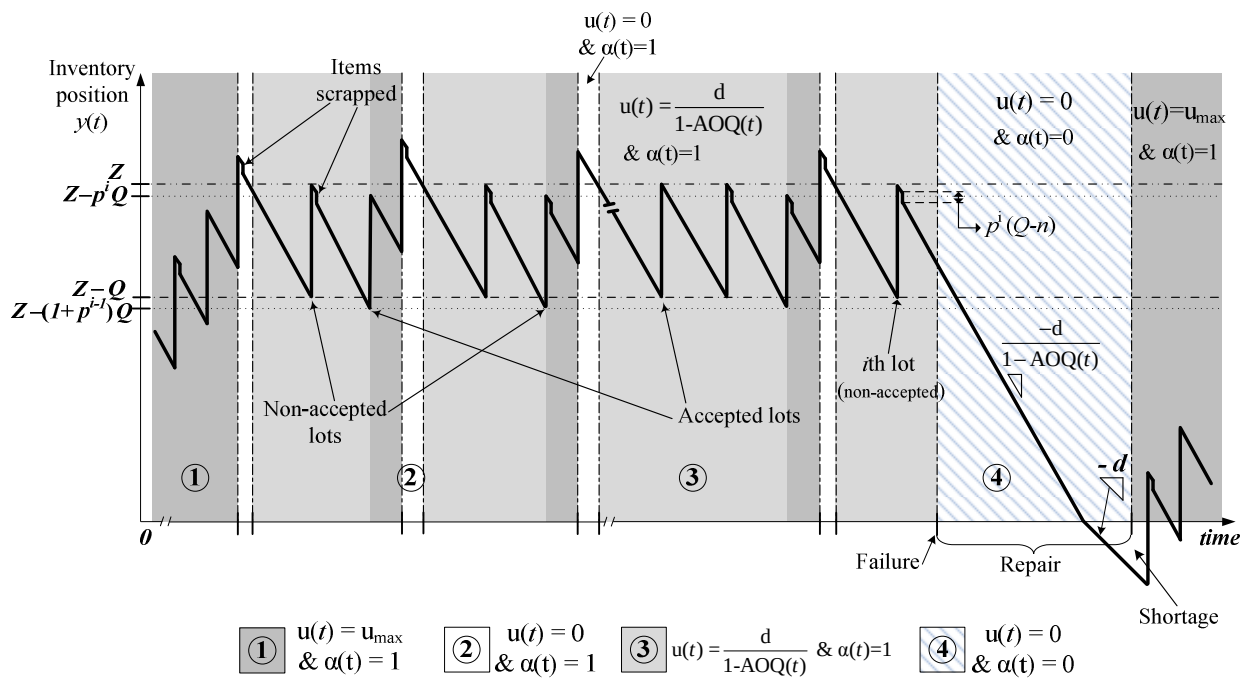

Figure 5-3 Behaviour of the inventory position over time.

The production rate control policy is defined by Eq. (8). Note that the production rate of the ith lot can take three possible levels, similarly to the hedging point policy concept. This depends on the inventory position evolution, the instantaneous system availability and the lot processing progress, as follows:

(I). If the inventory position at the beginning of the ith production cycle is strictly below the threshold level Z, and while the production system is available ($\alpha(t)=1$), the corresponding ith lot is manufactured at the maximum production rate $u_{\max}$. Such a case occurs when the production is restarting just after a corrective maintenance or if the (i-2)th lot was rejected. In the last case, note that the result of sampling inspection of the (i-2)th lot (accepted or not) is known at time $\theta_{i-1}+n\tau_{insp}$, after launching the ($i$-1)th production order. When the (i-2)th lot is not accepted, the rejection of the $p^{i-2}(Q-n)$ defective items will

cause an inventory loss which should be recuperated by accelerating the production in the next *i*th production order (Area ① in Figure 5-3). Note that, in order to ensure the system feasibility condition, the maximum production rate $u_{\max}$ must satisfy the following constraint: $TBF/(TBF+TTR)\cdot u_{\max} > d/(1-AOQ(.))$.

(II). If the inventory position at the beginning of the *i*th production cycle is exactly equal to the threshold level *Z*, and while the production system is available ($\alpha(t)=1$), the production rate of the corresponding *i*th lot is set instantaneously to the demand rate $\left(u(t)=d/(1-AOQ(t))\right)$ in order to maintain the on-hand inventory position (Area ③ in Figure 5-3), similarly to the principle of maintaining security stock in classical HPP. If there is no rejection during the *i*th production cycle, the inventory position at the end of the production cycle is equal to $Z-Q$. If not, the inventory position at the end of the *i*th production cycle is equal to $Z-\left(1+p^{i-1}\right)Q$. It should be mentioned that from a practical point of view, the instantaneous calculation of the average outgoing quantity *AOQ*(*t*) may not be easy because of the operational difficulties of exactly determining the proportion of defective items in each lot produced. In order to facilitate the control policy implementation in practice, we estimate *AOQ*(*t*) by :

$$AOQ(\infty)=\lim_{t\to\infty} AOQ\left(t,p(t)\right)=\frac{P_a\left(\overline{p}\right)\cdot\overline{p}\cdot\left(Q-n\right)}{Q}$$

(See proof in Schilling and Neubauer, 2009).

(III). If the inventory position at the end of the *i*th production cycle is strictly greater than the threshold level *Z*, the manufacturing is stopped ($u(.)=0$) until the inventory position falls to the threshold *Z* by the effect of the demand and/or rejection of defective items (Area ② in Figure 5-3).

The implementable feedback control process is summarized in Figure 5-4, which shows the decisions that should be taken at the beginning of each production cycle, depending on the system availability, the quality control results and the position inventory.

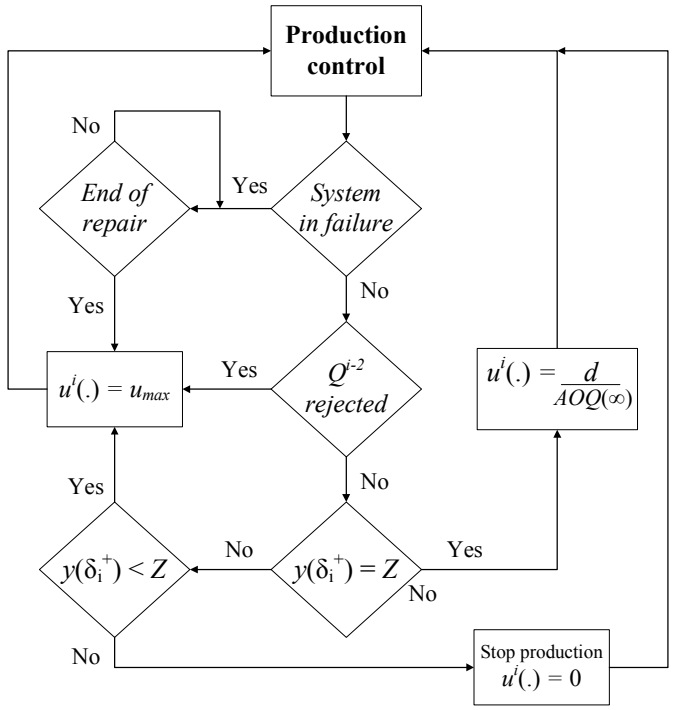

Figure 5-4 Logigram of the production control process.

5.4 Resolution approach

5.4.1 Simulation-based experimental approach

To optimize the overall expected cost with respect to the design factors (Q^*, Z^*), we adopt an experimental approach which combines a simulation model with design of experiments, statistical analysis and response surface methodology. This approach has been used to control diverse problems in manufacturing (Gharbi and Kenné, 2000). It can be applied in our study through the following five steps:

1. *Mathematical problem formulation:* The objective of this step is to analytically formulate the problem as a stochastic dynamic programming model, as shown in section 5.2. This provides an understanding of the dynamic of the system as a function of its states, and the calculation of the expected long-run average cost.
2. *Heuristic control policy:* The heuristic control policy is obtained using theoretical arguments from the literature, as shown in section 5.3. The proposed policy is used for production-inventory control in the simulation model, and to determine the design factors.

3. *Simulation model*: The simulation model describes the dynamic of the system using the stochastic dynamic programming model and the heuristic control policy, and evaluates its performances for given factors (Q, Z). These factors are considered as input of such a model, and the related incurred cost is defined as its output. For more details concerning the simulation model design, see section 4.2.
4. *Design of experiments*: The experimental design defines how the control factors (Q, Z) should be varied in order to determine the effects of the mains factors and their interactions (i.e., analysis of variance (ANOVA)) on the incurred total cost through a minimal set of simulation runs.
5. *ANOVA, Regression analysis and Response surface methodology*: A multi-factor statistical analysis (ANOVA) of the simulated data is carried out to show the effects of the design factors (Q, Z), their interaction and their quadratic effects on the response variable (i.e., the cost). Then, the main significant factors and their interactions are considered as input of a regression analysis, which is used in conjunction with the response surface methodology, to fit the relationship between the cost and the input factors. Response surface methodology is a collection of mathematical and statistical techniques that are useful for modelling and analysing problems in which a response of interest is influenced by several variables and the objective is to optimize this response (Montgomery, 2008). Then, the regression model obtained is optimized to determine the optimal values of the control policy parameters (Q^*, Z^*) and the optimal total expected cost.

5.4.2 Simulation model[4]

A combined discrete-continuous model was developed using the SIMAN simulation language with C++ subroutines (Pegden et al., 1995), and then executed through the ARENA simulation software. The advantage of using a combined discrete-continuous model is it reduces the execution time (Lavoie et al., 2007, 2010), and accurately models the impulse-continuous nature of the production-inventory dynamic.

---

[4] Le modèle de simulation est présenté en langages SIMAN et C++ dans l'annexe D.

The simulation model can be described following the sequence of numbers appearing in Figure 5-5, as follows:

⓪ Initialization: setting the values of the parameters (u_{max}, d, n, c, τ_{insp}), the simulation run-time T_∞, the decision variables (Q, Z), the unit partial costs (C^+, C^-, C_{insp}, C_{rej}, C_{rep}), the initial states (q, x) and the probability distributions of the proportion of defective items (~p), time between failures (~TBF) and time to repair (~TTR). The simulation run-time T_∞ is set long enough to guarantee that the random events during the simulation run are observed sufficiently and that the steady-state of the model is reached. Note that the model is developed to accept any probability distribution for the ~p, ~TBF and ~TTR.

① Network (II) models failure and repair events. The system starts at an initial time with an operational state. The entity here circulates in a loop model and updates the system availability state, depending on its position in the model: $\alpha(t)=1$ if the entity holds in TBF delay block, and $\alpha(t)=0$ if it holds in TTR delay block.

② In network (I), the production order and production rate control are performed according to the control policy (Eqs. (7) and (8)). The entity here represents the lot to be produced.

③ The lot production is modeled by a sequence of SEIZE-DELAY-RELEASE blocks of the SIMAN language. The processing delay is determined by dividing the lot sizing Q by the corresponding production rate $u^i(.)$. If the system becomes unavailable, the production is interrupted using a PREEMPT block in network (II) until the end of the system repair. When the lot production is completed, the original entity is sent back to the production control blocks (point ②) and a duplicated entity is created and sent to an ASSIGN block where the WIP lot level is impulsively annulled and the lot size is added to the inventory position.

④ A random proportion of defective items is attributed to each lot produced following the ~p probability distribution, and the associated probability of acceptance is calculated, using Eq. (1). Then, the entity (lot produced) holds in a DELAY block for inspection.

⑤ The decision to accept or reject the lot is modeled by a *probabilistic* BRANCH block of SIMAN, in order to ensure that $P_a(.)$ lots inspected are accepted, and $1-P_a(.)$ lots are rejected. Rejected lots hold in an additional DELAY block for 100% inspection.

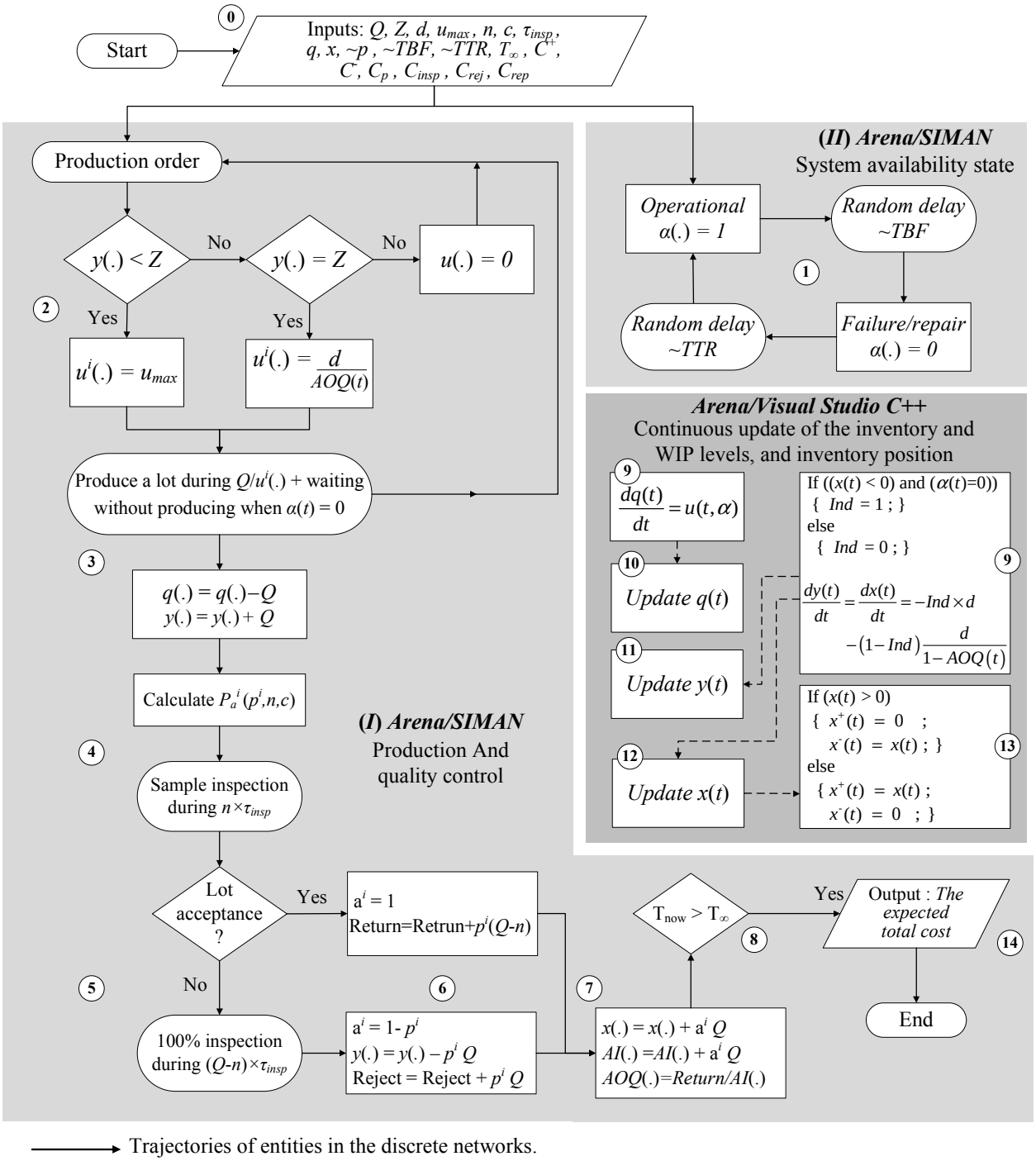

Figure 5-5 Simulation diagram.

⑥ When a lot is accepted, the attribute a^i is set to 1 and the total cumulative quantity of returned/replaced defective items, expressed by the discrete variable *Return*, is updated. When a lot is rejected, the attribute a^i is set to 1- p^i, the cumulative rejected quantity of defective items,

expressed by the discrete variable *Reject*, is updated, and the rejected defective items are subtracted from the inventory position.

⑦ When a lot arrives in the serviceable final stock, the corresponding entity impulsively updates the inventory level as in Eqs. (3). A discrete variable *AI*(.) is defined to calculate the cumulative quantity entering the final stock during the simulation run. The average outgoing quantity *AOQ*(.) is then updated using Eq. (2), with *AI*(.) used as a denominator.

⑧ Simulation run-time control: if the current time *TNOW* exceeds the predefined simulation run-time T_∞, the simulation run is stopped. Otherwise, the duplicated entity disappears at this stage.

⑨ C++ routines are used to model the dynamic of production and inventories as described in the differential equations in Eqs. (3).

⑩/⑪/⑫ Then, the WIP level *q*(.), the inventory position *y*(.), and the inventory level *x*(.) are integrated continuously, using the Runge-Kutta-Fehlberg (RKF) method, which guarantees consistent accuracy, as mentioned in Pegden et al. (1995).

⑬ This routine allows an instant calculation of the surplus and backlog levels.

⑭ At the end of the simulation run, the total expected cost *J*(.) is calculated using Eq. (6).

5.4.3 Validation of the simulation model

To verify the accuracy of the simulation model, we graphically examine the trajectories of the production rate and the inventory position during the simulation run. Figure 5-6 shows that the model performs correctly as expected and intended, and adequately represents the control policy.

A new production cycle is launched only when the inventory position is less than or equal to the threshold *Z*, as described in Eq. (7). The production rate value changes instantaneously in response to changes in the inventory position and the system availability state as described in Eq. (8). We also verify that when a lot is rejected, a next lot is manufactured with the maximum production rate in order to recuperate the loss of inventory and therefore maintain the inventory position around the threshold *Z*.

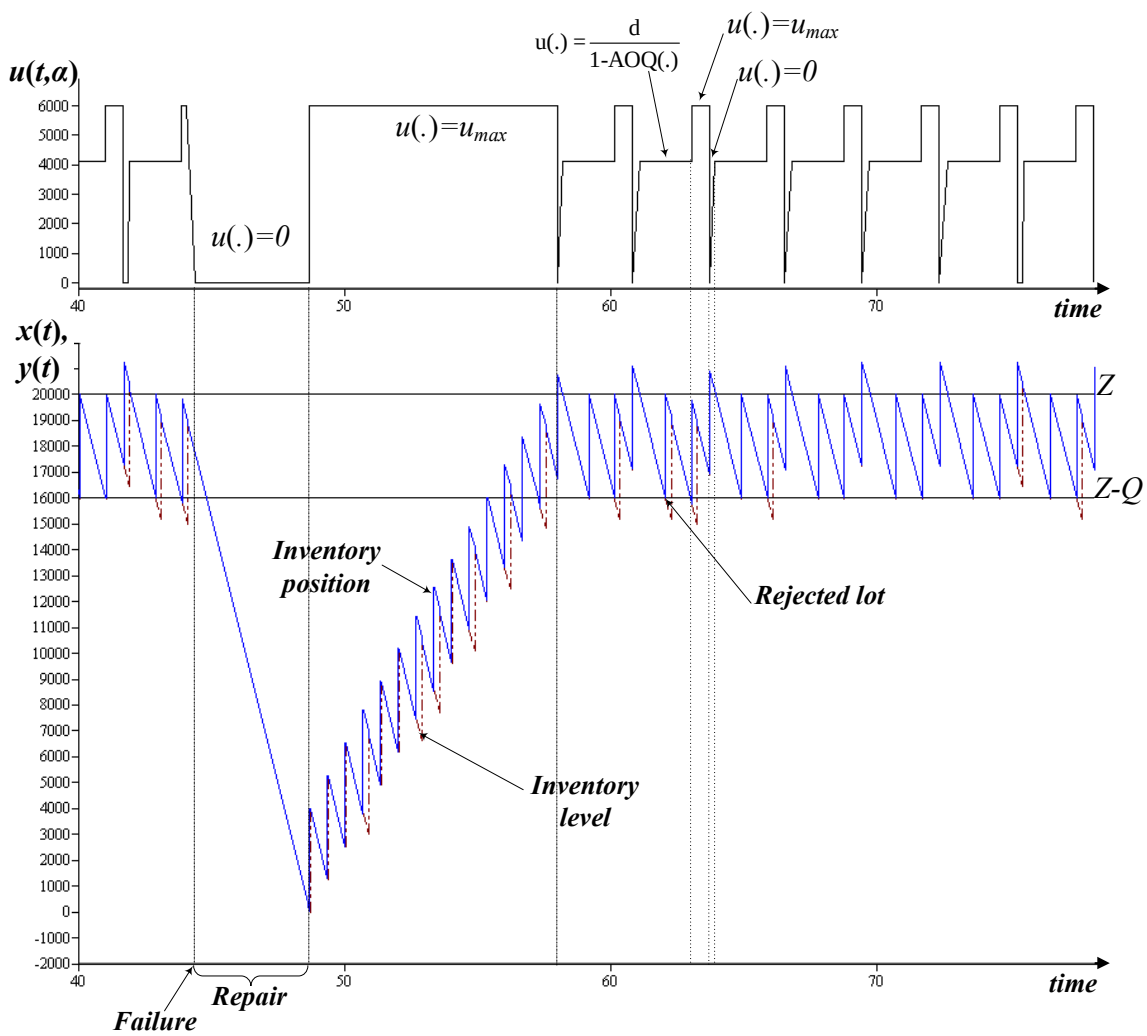

Figure 5-6 Production rate and inventory position evolution during simulation run.

5.5 Numerical example

In this section, we present a numerical example to illustrate the simulation-based experimental approach. The following parameters are considered in appropriate units: $u_{\max} = 6000$, $d = 4000$, $p \sim Uniform(0.03, 0.06)$, $TBF \sim Log\text{-}Normal(50,5)$, $TTF \sim Gamma(0.5,10)$, $\tau_{insp} = 5\times10^{-5}$, $n = 48$, $c = 2$, $C^{+} = 0.1$, $C^{-} = 3$, $C_t = 1500$, $C_p = 0.25$, $C_{insp} = 0.5$, $C_{rej} = 5$, $C_{rep} = 7.5$.

Simulation runs are conducted according to a complete 3^2 experiments plan with five replications for each combination of factors (Q, Z). This requires 45 ($3^2 \times 5$) simulation runs. In order to

ensure that the steady-state is reached, the duration of each simulation run is set such as to observe 10,000 failures in each replication, i.e., T_∞ = 500,000 units of time.

The data simulation is carried out using statistical software (STATISTICA) to seek a regression model fitting the response variable (total expected cost). We assume here that a continuous function $\tilde{J}(.)$ of Q and Z exists, fitting a second-order regression model and relating the response variable to the design factors. The function $\tilde{J}(.)$ is called the response surface and takes the following equation:

$$\tilde{J}(Q,Z) = \beta_0 + \beta_1 Q + \beta_2 Z + \beta_{12} QZ + \beta_{11} Q^2 + \beta_{22} Z^2 + \varepsilon \qquad (9)$$

where, β_0, β_i (i = 1, 2), β_{12}, β_{ii} (i = 1, 2) are unknown parameters to be estimated from the collected simulation data, and ε is a random error. It should be noted that the idea of approximating the function cost by quadratic model has been widely used in the literature (see, for example, Gershwin (1994), Gharbi and Kenné (2000)).

The significant effects are provided through a multi-factor analysis of variance (ANOVA), and the regression model is then determined using the response surface methodology.

Table 5.1 ANOVA table for the total cost.

Factor	SS	d.f.	MS	F-Ratio	P-value	Significant
Q (Linear + quadratic)	120272.2	2	60136.1	127.3166	0.000000	Yes
Z (Linear + quadratic)	323498.1	2	161749.1	342.4454	0.000000	Yes
Q.Z	290540.7	1	290540.7	615.1154	0.000000	Yes
Error	18421.1	39	472.3			
Total SS	752732.2	44				

Table 5.1 summarizes the ANOVA of the collected data. For each design factor (including the linear and the quadratic effects) and its interaction, the table presents the Sum of Squares (SS), the degree of freedom (d.f.), the Mean Square (MS), an F-ratio, computed using the residual mean square, and the significance level of the P-value. We can see that the linear and quadratic effects of the two factors (*Q*, *Z*) and their interaction *Q.Z* are significant for the dependent variable (symbol *Yes* in the last column), at the 0.05 level of significance.

The R-squared adjusted value of 0.9724 presented in Table 5.1 states that 97.24% of the observed variability in the total expected cost is explained by the model (Montgomery, 2008). A residual analysis was also used to verify the adequacy of the model. A residual versus fitted values plot and a normal probability plot of residuals were used to test the homogeneity of the variances and the residual normality, respectively. This therefore confirmed that the total expected cost $\tilde{J}(.)$ can be fitted by a second-order model. From STATISTICA, the corresponding quadratic function is given by:

$$\begin{aligned}\tilde{J}(Q,Z) = {} & 9504.58 + 16.65\times10^{-3}Q - 244.07\times10^{-3}Z - 8.04\times10^{-6}QZ \\ & + 9.83\times10^{-6}Q^2 + 6.29\times10^{-6}Z^2\end{aligned} \tag{10}$$

Figure 5-7 presents the projection of the cost response surface (10) on a two-dimensional plan (Q, Z). The minimum total expected cost 6467.78 is located at Q^* = 9587 and Z^* = 25539 as shown in Figure 5-7.

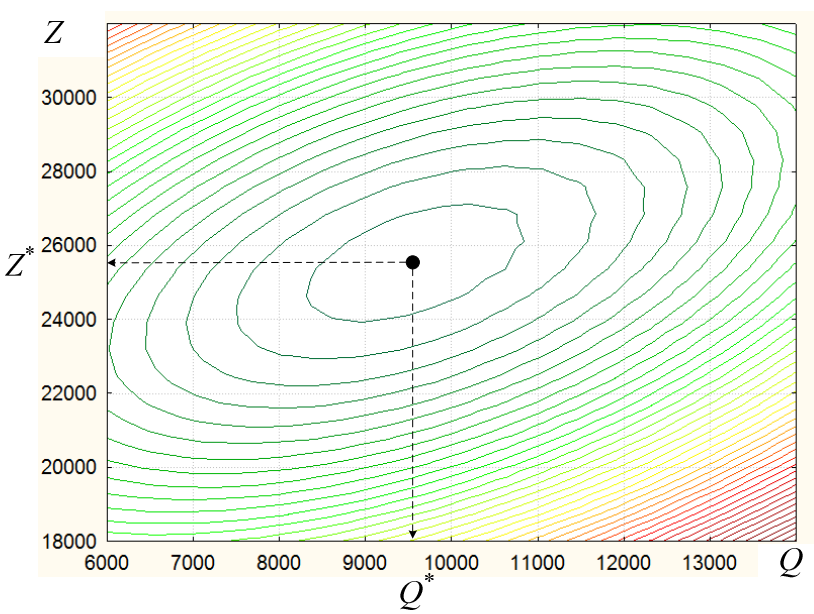

Figure 5-7 Contour plot of the cost function surface.

5.6 Sensitivity analysis

5.6.1 Sensitivity analysis of cost parameters

A sensitivity analysis of the control policy is conducted with respect to cost parameters in order to prove the efficiency of the heuristic control policy and the robustness of the resolution approach. Table 5.2 presents ten configurations of cost parameters derived from the basic case, and their impact on the optimal design factors and incurred cost.

The results obtained make sense, as expected, and can be explained as follows:

- *Variation of the inventory cost:* When the inventory cost increases (case 2), the optimal hedging threshold Z^* decreases in order to avoid further inventory costs. In addition, the optimal lot sizing Q^* decreases to ensure a better supply to the final stock against the risk of shortages becoming higher. The decrease in inventory cost (case 1) produces the opposite effects.
- *Variation of backlog cost*: When the backlog cost increases (case 4), more safety stock should be held in order to provide better protection to the system against shortages, which explains the increase in the optimal hedging threshold Z^*. The optimal lot sizing decreases in order to reduce the production delay and 100% inspection delay for rejected lots, and therefore ensure better supply to the final stock. The decrease in backlog cost (case 3) produces the opposite effects.

Table 5.2 Sensitivity analysis for cost parameters.

Case	C^+	C^-	C_{insp}	C_{rej}	C_{rep}	Q^*	Z^*	Optimal cost	Impact
Basic	**0.1**	**1.5**	**0.5**	**5**	**7.5**	9587	25539	6467.78	_
1	**0.05**	1.5	0.5	5	7.5	11762	30735	5227.08	Q ↑ Z ↑
2	**0.15**	1.5	0.5	5	7.5	7423	20534	7466.77	Q ↓ Z ↓
3	0.1	**0.75**	0.5	5	7.5	10065	18691	6021.95	Q ↑ Z ↓
4	0.1	**2.25**	0.5	5	7.5	9119	27767	6683.10	Q ↓ Z ↑
5	0.1	1.5	**0.25**	5	7.5	9565	25526	6081.82	Q ↔ Z ↔
6	0.1	1.5	**0.75**	5	7.5	9608	25552	6853.75	Q ↔ Z ↔
7	0.1	1.5	0.5	**2.5**	7.5	9592	25543	6285.66	Q ↔ Z ↔
8	0.1	1.5	0.5	**7.5**	7.5	9582	25535	6649.91	Q ↔ Z ↔
9	0.1	1.5	0.5	5	**5**	9596	25552	6180.65	Q ↔ Z ↔
10	0.1	1.5	0.5	5	**10**	9577	25527	6754.92	Q ↔ Z ↔

- *Variation of quality costs*: We notice that quality costs (inspection, rejection and replacement costs) do not have significant effects on the optimal control policy parameters (Q^*, Z^*). From a theoretical point of view, this can be explained as follows: the total expected cost of inspection TEC_{insp}, rejection TEC_{rej} (for non-accepted lots), and replacement of returned defective items TEC_{rep} (for accepted lots), can be estimated using the following formulas, respectively:

$$TEC_{insp} = \frac{C_{insp} \cdot ATI \cdot N(T_\infty)}{T_\infty},$$

$$TEC_{rej} = \frac{C_{rej} \cdot \left(1 - P_a\left(\overline{p}\right)\right) \cdot \overline{p} \cdot Q \cdot N(T_\infty)}{T_\infty},$$

$$TEC_{rep} = \frac{C_{rep} \cdot P_a\left(\overline{p}\right) \cdot \overline{p} \cdot \left(Q - n\right) \cdot N(T_\infty)}{T_\infty},$$

where ATI is the average total inspection per lot $\Rightarrow$ $ATI = n + \left(1 - P_a\left(\overline{p}\right)\right)\left(Q - n\right)$ (see Besterfield, 2009).

Given that the quantity $Q\,N(T_\infty)$ in the three formulas is the constant total amount of items to be produced during T_∞ to face the continuous demand, it can be understood that the change in each unit quality cost does not have a significant impact on the optimal lot sizing Q^*. Moreover, from these formulas, it is clear that the total quality costs (TEC_{insp}, TEC_{rej} and TEC_{rep}) do not depend on the inventory state, which explains the fact that there is no change in the threshold Z^* when varying the unit quality costs.

Through the above analysis, we conclude that the results make sense. In the next section, we study the effect of quality parameters and imperfect production on the optimal control policy design.

5.6.2 Sensitivity analysis of sampling plan severity

Another set of experiments was conducted with respect to inspection severity in order to study the effect of the choice of such sampling plan on the optimal parameters (Q^*, Z^*). Note that, for a fixed acceptance number c, when the sample size n increases, the inspection becomes more severe, and therefore, the probability of acceptance of a lot P_a decreases (for more details see Besterfield (2009)). It should be noted that if the P_a decreases (increases), the average outgoing quality AOQ and the real demand rate decrease (increase) accordingly. Table 5.3 presents the

average probability of acceptance, the long-term *AOQ*, and the demand rate for three degrees of inspection severity: a normal inspection plan that has been used in the previous numerical example with parameters n = 48 and c = 2, a reduced sampling plan with n = 32 and c = 2, and a tightened sampling plan with n = 86 and c = 2.

Table 5.3 Characteristics of the three degrees inspection severity.

Severity inspection	$P_a(\bar{p})$	$AOQ(\infty)$	$d/(1-AOQ(\infty))$
Reduced (n = 32, c = 2)	0.824	3.68 %	4152.88
Normal (n = 48, c = 2)	0.633	2.83 %	4116.54
Tightened (n = 86, c = 2)	0.258	1.15 %	4046.62

When the inspection is tightened (reduced), the optimal overall cost $J^*(.)$ increases/decreases, depending on the balance between 100% inspection and rejection costs and replacement cost; the optimal lot sizing Q^* decreases (increases); and the optimal hedging threshold Z^* increases/decreases, depending essentially on the balance between replacement and shortage costs.

Let us start with Figure 5-8, which illustrates the variations in the incurred costs for the three types of inspection (reduced, normal and tightened) when varying the unit replacement cost C_{rep}.

Given that more lots are rejected under tightened inspection, the 100% inspection cost and defective items rejection cost increase, and consequently, the overall cost increases as well. However, for a higher unit replacement cost, the overall cost of reduced inspection becomes greater than that under tightened inspection because the outgoing quality is higher, which causes a higher replacement cost for defective items returned from consumer. We have a single unit replacement cost point, at which the optimal overall expected cost $J^*(.)$ is the same whatever the inspection severity. This corresponds to a switching point separating two types of the optimal overall cost variation, as explained earlier.

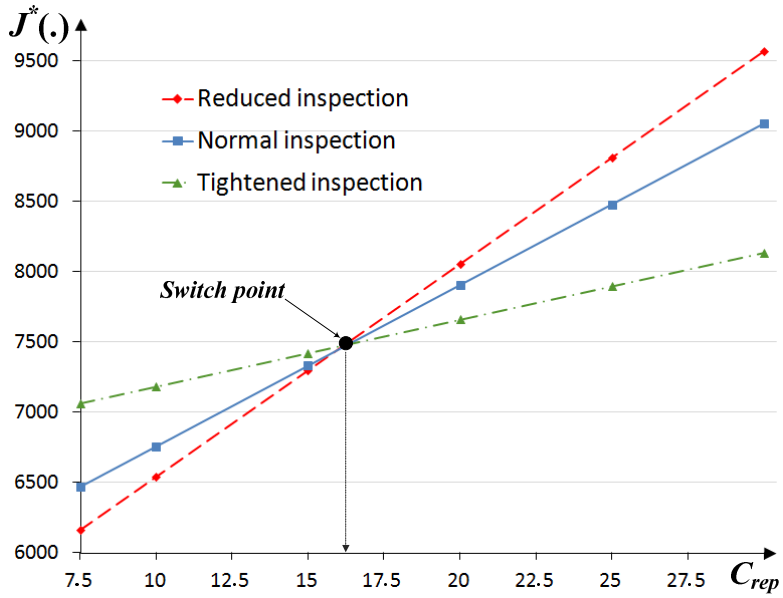

Figure 5-8 Optimal total expected cost comparison with different replacement costs.

Figures 5-9 (a) and (b) show the effects of inspection severity on the optimal parameters (Q^*, Z^*) when varying the unit backlog cost:

- When we tighten the inspection, more lots are rejected and receive 100% inspection, before being entered into the final inventory. In this case, the system reacts by reducing the optimal lot sizing Q^* in order to reduce production and 100% inspection delays, and therefore ensure better supply to the serviceable stock. Reduced inspection produces the opposite effect.
- When we tighten the inspection, the optimal threshold Z^* increases to reduce shortage risk becoming higher as explained in the previous point. However, for higher units of backlog costs, we notice that there is a common switching point for the three degrees of inspection severity. In contrast with the case with a lower backlog cost, the optimal threshold Z^* under reduced inspection becomes greater than that under tightened inspection, in order to meet the higher demand rate and to minimize the shortage cost. It should be recalled here that the downstream demand rate under reduced inspection is higher than that under normal or tightened inspection, as shown in Table 5.3.

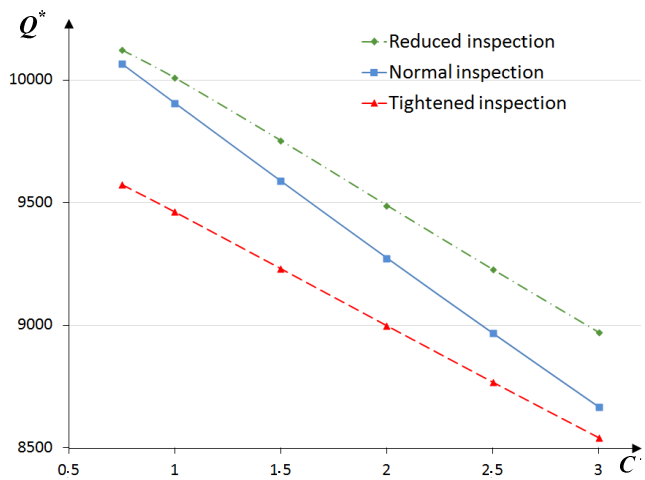

Figure 5-9.a Optimal lot sizing comparison with different backlog costs.

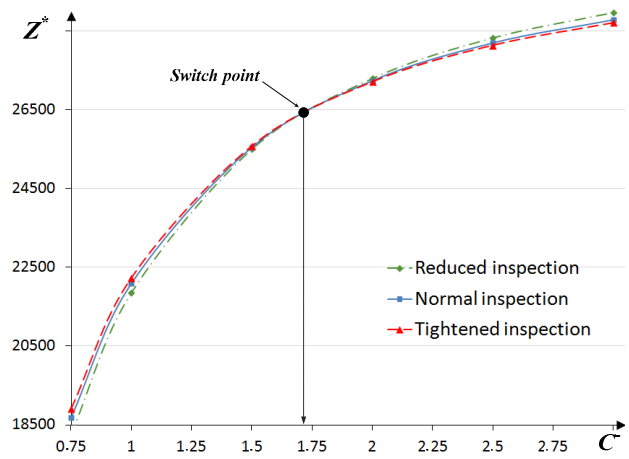

Figure 5-910.b Optimal hedging threshold comparison with different backlog costs.

5.6.3 Sensitivity analysis of the proportion of defective items

Additional experiments were conducted to study the impact of quality imperfection of the production system on the optimal control policy parameters (Q^*, Z^*). First, we note that *AOQ* curve with respect to $\overline{p}$ starts at 0 when $\overline{p} = 0$, rises to a maximum percentage called the *AQO* limit (*AOQL*), and then declines as more and more of the lots produced are 100% inspected (Schilling and Neubauer, 2009).

Figure 5-10 (a) shows the behaviour of some optimal partial costs with respect to $\overline{p}$. The replacement cost for returned defective items has a similar behaviour as the *AOQ* curve, with the 100% inspection and rejection costs increasing considerably with an increase in $\overline{p}$, and the shortage cost being remaining approximately constant. Figures 5-10 (b) and (c) show three principal regions of the optimal parameters (Q^*, Z^*) variations with respect to $\overline{p}$.

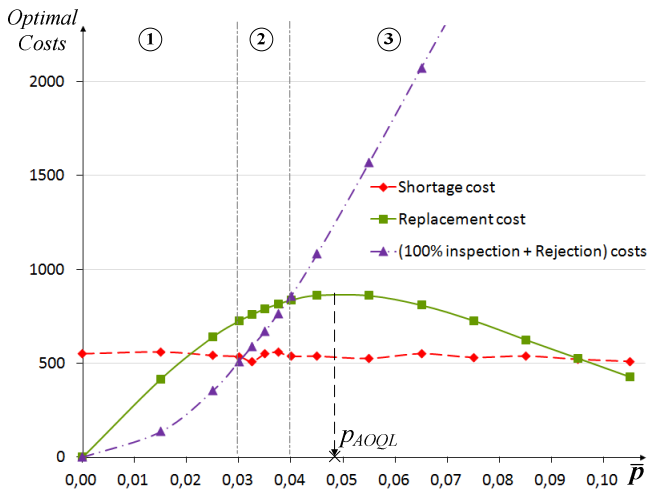

Figure 5-11.a Effect of the percentage defective items on the optimal partial costs.

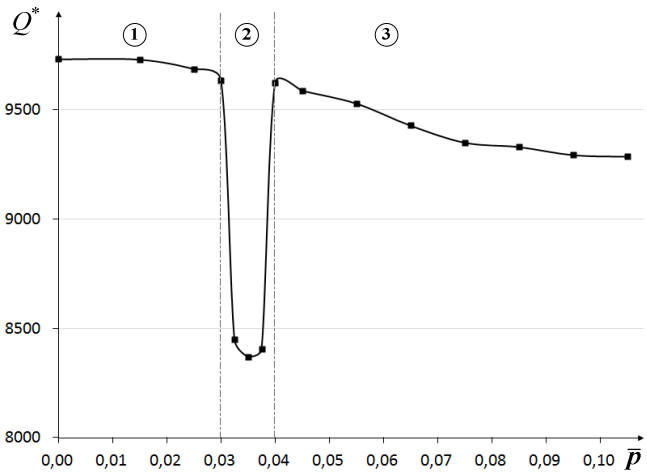

Figure 5-12.b Effect of the percentage defective items on the optimal lot sizing Q^*.

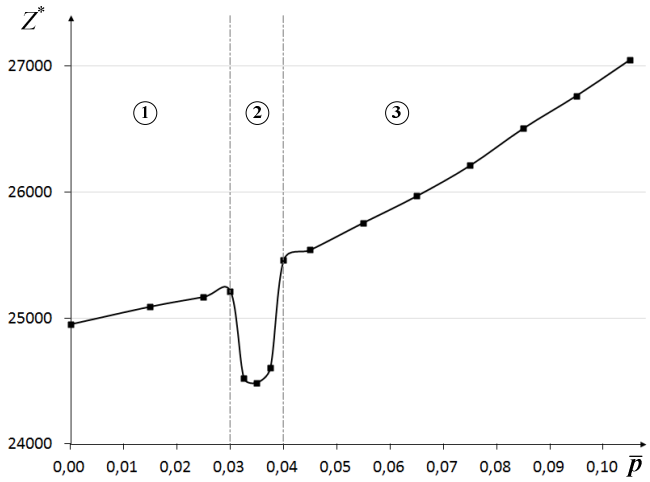

Figure 5-13.c Effect of the percentage defective items on the optimal threshold Z^*.

- *In region* ①: When the proportion of defective items increases, the probability of acceptance $P_a(\overline{p})$ decreases (Besterfield, 2009), and the number of rejected lots which need 100% inspection, increases accordingly. Consequently, the optimal hedging threshold Z^* increases and the optimal lot sizing Q^* decreases in order to reduce the shortage risk becoming higher.
- *In region* ②: A particular phenomenon appears on the balance between partial costs. If we take another look at Figure 10 (a), we see that when the *AOQ* approaches the maximum level of *AOQL*, particularly in region ②, the replacement cost is greater than the backlog cost, and relatively greater than the sum of the 100% inspection and rejection costs. In this situation, the optimal threshold Z^* falls conversely to its variation sense in region ①, and then resumes its increase. Indeed, the system reacts by reducing the on-hand serviceable inventory containing a high percentage of defective items in order to avoid further replacement cost of the returned items. In other words, it is preferable to have a higher shortage risk than to buy a high level of defective items to consumer with high replacement cost. The optimal lot sizing Q^* decreases and then increases, following the variation of the optimal threshold Z^*, in order to provide more protection to the final stock against shortage.
- *In region* ③: When the sum of 100% inspection and rejection costs becomes greater than the replacement cost because of an increase in the number of lots rejected, the optimal lot sizing Q^* and the optimal threshold Z^* resume their variations, as in region ①, for the same reasons explained in the first point.

5.6.4 Sensitivity analysis of inspection delay

In this section, we study the sensitivity of the optimal control policy parameters (Q^*, Z^*) to changes in inspection delays. Table 5.4 presents the optimal parameters (Q^*, Z^*) and the incurred cost variations corresponding to different inspection delay variations.

When the inspection delay increases (cases (c) and (d)), the optimal lot sizing Q^* decreases and the optimal hedging threshold Z^* increases. Indeed, when the lots rejected require a lot of time for 100% inspection, the shortage risk becomes higher, which explains the increase in the optimal threshold. The optimal lot sizing decreases in order to reduce inspection delays per lot, and to ensure better supply to the final stock. The optimal overall cost increases due to the increased

transportation costs. Obviously, the decrease in inspection delays (cases (a) and (b)) produces the opposite effects.

Table 5.4 Sensitivity analysis for the inspection delay.

Case	τ_{insp} ($\times 10^{-5}$)	Q^*	Z^*	Optimal Cost	Impact
(a)	1	9954	25300	6433.45	Q ↑ Z ↓
(b)	2.5	9785	25399	6452.40	Q ↑ Z ↓
Basic case	5	9587	25539	6467.78	-
(c)	7.5	9268	25605	6508.85	Q ↓ Z ↑
(d)	10	8862	25647	6542.35	Q ↓ Z ↑

5.7 Conclusion

In the literature, most existing EPQ models for imperfect processes do not consider statistical quality control methods such as acceptance sampling plans, although, these methods are widely employed in industry. The hypothesis of 100% inspection of all produced items is far from being used in practice because of its high cost. In this paper, we addressed the problem of joint determination of the optimal lot sizing and production-inventory control policy for unreliable and imperfect manufacturing systems, where quality control is performed using a single acceptance sampling plan. The problem was formulated with a stochastic dynamic programming model in which the lot sizing and the production rate are considered as decision variables. Due to the high stochastic level of the model and the complexity of the system dynamics, it was shown that the optimization problem is intractable either analytically or numerically. However, we proposed a heuristic feedback control policy based on a combination of a modified HPP and batch processing control policy. The efficiency of the control policy was illustrated using a simulation-based experimental approach. The main advantage of this approach is that provides the possibility of establishing a realistic representation of the stochastic and dynamic behaviour of the system using a combined discrete-continuous simulation model, and optimizing the control policy parameters. A thorough sensitivity analysis was performed and some interesting behaviours were observed, which underscores the strong and complex interaction between the production and quality aspects in real manufacturing systems. Possible extensions of this work can be envisaged when quality control is performed using double or multiple acceptance

sampling plans. As well, further research could be carried out to investigate the joint optimization of the production control policy and sampling plan parameters.

5.8 References

Akella, R., & Kumar, P. (1986). Optimal control of production rate in a failure prone manufacturing system. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 31(2), 116-126.

Ben-Daya, M. (1999). Integrated production maintenance and quality model for imperfect processes. *IIE Transactions*, 31(6), 491-501.

Ben-Daya, M. (2002). The economic production lot-sizing problem with imperfect production processes and imperfect maintenance. *International Journal of Production Economics*, 76(3), 257-264.

Besterfield, D. H. (2009). *Quality Control*: Prentice Hall.

Bielecki, T., & Kumar, P. (1988). Optimality of zero-inventory policies for unreliable manufacturing systems. *Operations Research*, 36(4), 532-541.

Boukas, E. K., & Haurie, A. (1990). Manufacturing flow control and preventing maintenance: a stochastic control approach. *IEEE Transactions on Automatic Control, 35*(9), 1024-1031.

Boukas, E., Shi, P., & Agarwal, R. (2000). An application of robust control technique to manufacturing systems with uncertain processing time. *Optimal Control Applications and Methods, 21*(6), 257-268.

Bouslah, B., Gharbi, A., Pellerin, R., & Hajji, A. (2011). Optimal production control policy in unreliable batch processing manufacturing systems with transportation delay. Submitted to the *International Journal of Production Research.*

Chakraborty, T., Giri, B., & Chaudhuri, K. (2009). Production lot sizing with process deterioration and machine breakdown under inspection schedule. *Omega, 37*(2), 257-271.

Chen, C. H., & Chou, C. Y. (2002). Joint Design of Economic Manufacturing Quantity, Sampling Plan and Specification Limits. *Economic Quality Control*, 17(2), 145-153.

Chin, R. T., & Harlow, C. A. (1982). Automated visual inspection: A survey. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, (6), 557-573.

Chiu, P. (2003). Determining the optimal lot size for the finite production model with random defective rate, the rework process, and backlogging. *Engineering Optimization*, 35(4), 427-437.

Chiu, S. W., Wang, S. L., & Chiu, Y. S. P. (2007). Determining the optimal run time for EPQ model with scrap, rework, and stochastic breakdowns. *European Journal of Operational Research*, 180(2), 664-676.

Chung, K. J. (1997). Bounds for production lot sizing with machine breakdowns. *Computers & Industrial Engineering*, 32(1), 139-144.

Gershwin, S. B. (1994). *Manufacturing Systems Engineering*: Prentice Hall.

Gharbi, A., & Kenne, J. (2000). Production and preventive maintenance rates control for a manufacturing system: an experimental design approach. *International Journal of Production Economics, 65*(3), 275-287.

Gharbi, A., & Kenne, J. P. (2003). Optimal production control problem in stochastic multiple-product multiple-machine manufacturing systems. *IIE Transactions, 35*(10), 941-952.

Giri, B., & Dohi, T. (2005). Computational aspects of an extended EMQ model with variable production rate. *Computers & Operations Research*, 32(12), 3143-3161.

Giri, B., Yun, W., & Dohi, T. (2005). Optimal design of unreliable production-inventory systems with variable production rate. *European Journal of Operational Research*, 162(2), 372-386.

Groenevelt, H., Pintelon, L., & Seidmann, A. (1992a). Production lot sizing with machine breakdowns. *Management Science*, 38(1), 104-123.

Groenevelt, H., Pintelon, L., & Seidmann, A. (1992b). Production batching with machine breakdowns and safety stocks. *Operations Research*, 40(5), 959-971.

Hayek, P. A., & Salameh, M. K. (2001). Production lot sizing with the reworking of imperfect quality items produced. *Production Planning & Control, 12*(6), 584-590.

Hu, J. Q., Vakili, P., & Huang, L. (2004). Capacity and Production Managment in a single Product Manufacturing system. *Annals of Operations Research, 125*(1), 191-204.

Khouja, M., & Mehrez, A. (1994). Economic production lot size model with variable production rate and imperfect quality. *The Journal of the Operational Research Society, 45*(12), 1405-1417.

Kim, C. H., & Hong, Y. (1997). An extended EMQ model for a failure prone machine with general lifetime distribution. *International Journal of Production Economics*, 49(3), 215-223.

Kim, C. H., Hong, Y., & Kim, S.-Y. (1997). An extended optimal lot sizing model with an unreliable machine. *Production Planning & Control: The Management of Operations*, 8(6), 577 - 585.

Lavoie, P., Kenné, J. P., & Gharbi, A. (2007). Production control and combined discrete/continuous simulation modeling in failure-prone transfer lines. *International Journal of Production Research*, 45(24), 5667-5685.

Lavoie, P., Gharbi, A., & Kenné, J. P. (2010). A comparative study of pull control mechanisms for unreliable homogenous transfer lines. *International Journal of Production Economics, 124*(1), 241-251.

Lee, H. L., & Rosenblatt, M. J. (1987). Simultaneous determination of production cycle and inspection schedules in a production systems. *Management Science*, 1125-1136.

Li, J., Sava, A., & Xie, X. (2009). An analytical approach for performance evaluation and optimization of a two-stage production-distribution system. *International Journal of Production Research, 47*(2), 403-414.

Liao, G. L., Chen, Y. H., & Sheu, S. H. (2009). Optimal economic production quantity policy for imperfect process with imperfect repair and maintenance. *European Journal of Operational Research*, 195(2), 348-357.

Min, H., & Galle, W. P. (1997). Green purchasing strategies: trends and implications. *Journal of Supply Chain Management, 33*(3), 10-17.

Montgomery, D. C. (2008). *Design and analysis of experiments*: John Wiley & Sons Inc.

Mourani, I., Hennequin, S., & Xie, X. (2008). Simulation-based optimization of a single-stage failure-prone manufacturing system with transportation delay. *International Journal of Production Economics, 112*(1), 26-36.

Pegden, C. D., Shannon, R. E., Sadowski, R. P., & Corp, S. M. (1995). *Introduction to simulation using SIMAN*: McGraw-Hill.

Porteus, E. L. (1986). Optimal lot sizing, process quality improvement and setup cost reduction. *Operations Research*, 137-144.

Rosenblatt, M. J., & Lee, H. L. (1986). Economic production cycles with imperfect production processes. *IIE Transactions, 18*(1), 48-55.

Salameh, M., & Jaber, M. (2000). Economic production quantity model for items with imperfect quality. *International Journal of Production Economics*, 64(1-3), 59-64.

Sana, S. S. (2010). An economic production lot size model in an imperfect production system. *European Journal of Operational Research*, 201(1), 158-170.

Sana, S. S., & Chaudhuri, K. (2010). An EMQ model in an imperfect production process. *International Journal of Systems Science*, 41(6), 635-646.

Schilling, E. G., & Neubauer, D. V. (2009). *Acceptance sampling in quality control*: Chapman & Hall/CRC.

CHAPITRE 6 EXTENSIONS DES POLITIQUES DE CONTRÔLE

Dans ce chapitre, nous présentons des extensions des deux politiques de contrôle de la production avec et sans considération de facteur qualité, en vue d'intégrer d'autres aspects de la gestion manufacturière des systèmes non-fiables et imparfaits. La première extension concerne la politique de contrôle de la production avec délai de transport, où nous introduisons le concept du lot dynamique de production afin de réduire le risque de pénurie quand le niveau d'inventaire est faible. La deuxième extension concerne la politique de contrôle de la production avec inspection rectifiante, où nous ajoutons une stratégie de rectification qui permet de gérer le nombre de personnel de contrôle à 100% et de rectification en fonction de l'état instantané de l'inventaire. Ainsi, nous montrons que ces deux extensions permettent d'avoir des meilleurs résultats en termes de minimisation du coût total engagé.

6.1 Extension de la politique de contrôle avec délai de transport

6.1.1 Politique de contrôle de la production $(\overline{\boldsymbol{Q}}, \underline{\boldsymbol{Q}}, \boldsymbol{Z})$

L'objectif de cette extension est d'améliorer la politique (Q, Z) avec délai de transport, obtenu dans le chapitre 3, en vue de minimiser le risque et le coût de pénurie. En fait, quand le niveau d'inventaire final est faible, on risque de tomber en pénurie pendant que des lots sont en cours de fabrication ou de transport. Un tel cas survient généralement quand la production est reprise à sa capacité maximale, après une longue période de réparation d'une panne où le stock final tombe en pénuries. La Figure 6-1 présente un exemple de pénuries successives de l'inventaire final, alors que la position d'inventaire (niveau d'inventaire final + lots en cours de transport) est positive.

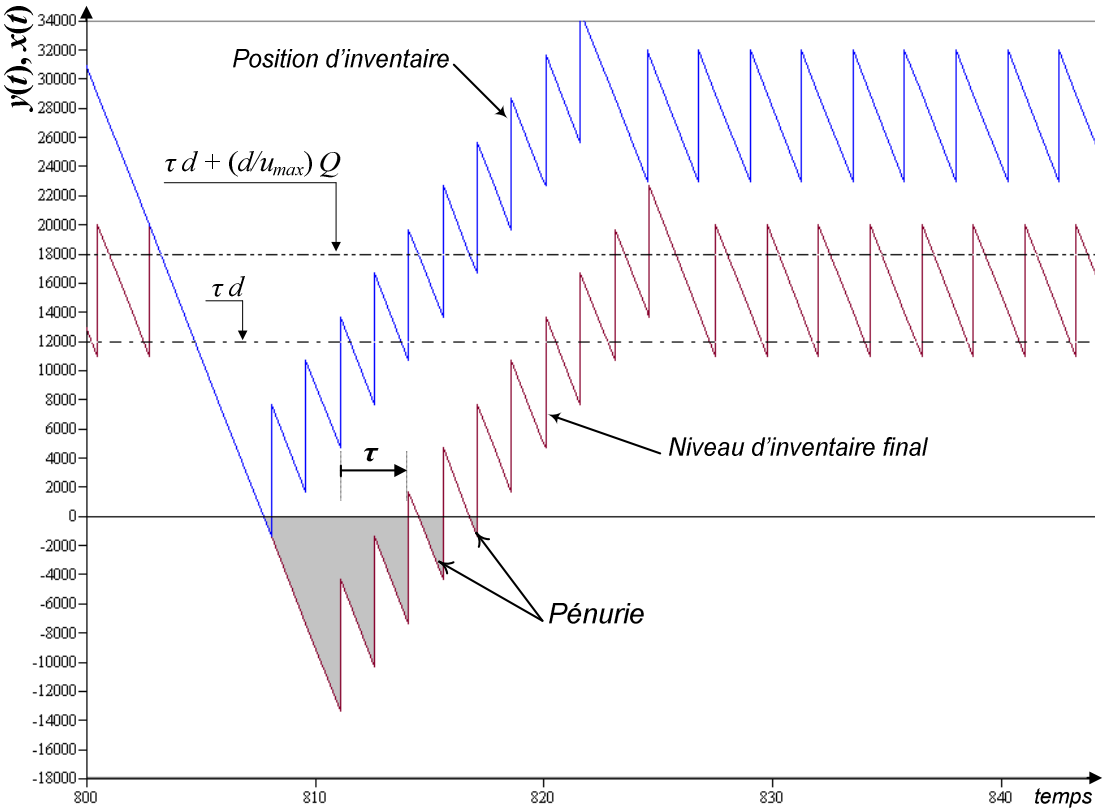

Figure 6-1 Risque de pénurie au démarrage de la production avec la politique (Q, Z).

Pour réduire le risque et le coût de pénurie lorsque le niveau d'inventaire est faible ou même négatif, nous proposons une modification sur la politique de contrôle (Q, Z) avec délai de transport permettant de contrôler la taille du lot en fonction de l'état de la position de l'inventaire au début de chaque nouveau cycle de production. Le principe de cette modification est le suivant :

1. Quand le niveau d'inventaire final est négatif, on produit des lots de petite taille $\underline{Q}$ afin d'accélérer le recouvrement de cette rupture de stock.
2. Quand le niveau d'inventaire final devient positif, mais il est faible, on produit des lots avec une taille dynamique en fonction de la position inventaire actuelle (ou encore le niveau d'inventaire future), de façon à ne pas retomber en pénurie.
3. Quand la position d'inventaire devient confortable, on produit un lot de grande taille $\bar{Q}$ $\left(\bar{Q} > \underline{Q}\right)$ afin de minimiser le coût de transport.

Nous montrons analytiquement l'existence de deux seuils $\tau\, d$ et $\tau\, d + \frac{d\,\overline{Q}}{u_{max}}$ de la position d'inventaire séparant ces trois régions du niveau d'inventaire final (négatif, faible, confortable).

En utilisant l'équation $x(t) = y(t-\tau) - \tau\, d, \forall\, t\ \geq \tau,$ (voir démonstration dans Mourani et al. (2008)), et en assumant que le taux de la demande d est constant, nous pouvons déduire les résultats suivants :

- Si $y(t) <\ \tau\, d\ \Rightarrow\ x(t+\tau) < 0.$
- Si la production se fait par lots de taille fixe $\overline{Q}$, $u(.) = u_{max}$, et $y(t) <\ \tau\, d + \frac{d\,\overline{Q}}{u_{max}}$ $\Rightarrow\ x\big((t+\tau)\big) < 0.$
- Si on commence la production d'un lot de taille $\frac{u_{max}}{d}(y(t) - \tau\, d)$ à l'instant t, $u(.) = u_{max}$, et $\tau\, d \leq y(t) <\ \tau\, d + \frac{d\,\overline{Q}}{u_{max}}\ \Rightarrow\ x((t+\tau)^{-}) = 0.$
- Si on commence la production d'un lot de taille $\overline{Q}$ à l'instant t, $u(.) = u_{max}$, et $y(t) \geq$ $\tau\, d + \frac{d\,\overline{Q}}{u_{max}}\ \Rightarrow\ x\big((t+\tau)\big) \geq 0.$

Par la suite, la politique de contrôle $(\bar{Q}, \underline{Q}, Z)$ avec délai de transport est définie par les équations suivantes:

$$\Omega^i\left(t \geq \delta_{i-1}, Q\right)_{i=1,2,..,\infty} = \begin{cases} Q^i = \begin{cases} \bar{Q} & \text{si } y\left(\delta_{i-1}^{+}\right) \geq \tau d + \dfrac{d\bar{Q}}{u_{\max}} \\ \dfrac{u_{\max}}{d}\left(y\left(\delta_{i-1}^{+}\right) - \tau d\right) & \text{si } \tau d \leq y\left(\delta_{i-1}^{+}\right) < \tau d + \dfrac{d\bar{Q}}{u_{\max}} \\ \underline{Q} & \text{sinon} \end{cases} & \text{si } \left(y(\delta_{i-1}^{+}) \leq Z\right) \text{ou} \\ & \left(\left(y(t) = Z\right) \mid \left(y(\delta_{i-1}^{+}) > Z\right)\right) \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

$$u^i\left(t \in \left]\theta_i, \theta_{i+1}\right], \alpha\right) = \begin{cases} u_{\max} & \text{si}\left(y(\theta_i^{+}) < Z\right) \& \left(\theta_i < t \leq \delta_i\right) \& \left(\alpha(t) = 1\right) \\ d & \text{si}\left(y(\theta_i^{+}) = Z\right) \& \left(\theta_i < t \leq \delta_i\right) \& \left(\alpha(t) = 1\right) \\ 0 & \text{si}\left\langle\left(y(\delta_i^{+}) > Z\right) \& \left(\delta_i < t \leq \theta_{i+1}\right)\right\rangle or\left(\alpha(t) = 0\right) \end{cases}, \ i = 1, 2, .., \infty$$

La Figure 6-2 illustre graphiquement la structure de la politique $(\bar{Q}, \underline{Q}, Z)$, et montre qu'une fois le niveau d'inventaire devient positif, la pénurie n'est plus possible.

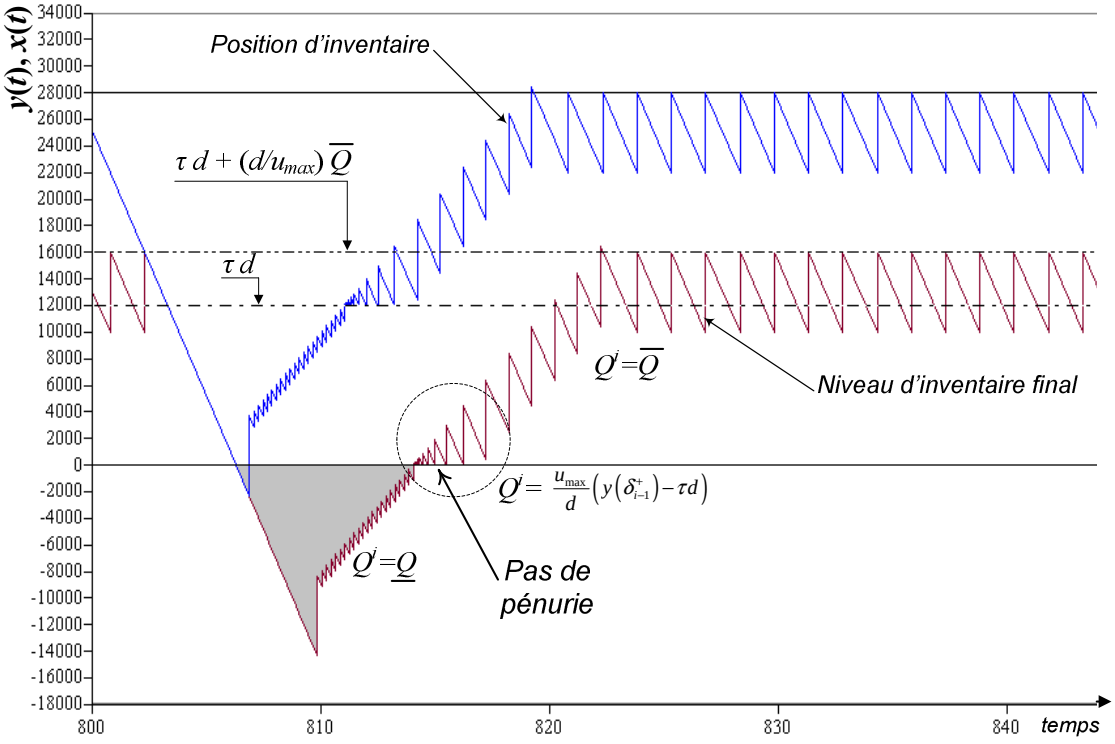

Figure 6-2 Minimisation du risque de pénurie avec la politique $(\bar{Q}, \underline{Q}, Z)$.

6.1.2 Comparaison des deux politiques (Q, Z)et $(\bar{Q}, \underline{Q}, Z)$

Pour confirmer que cette modification de la politique (Q, Z) minimise le coût de pénurie à long-terme, nous avons conduit une série d'expériences de simulation afin de comparer les deux politiques (Q, Z) et $(\bar{Q}, \underline{Q}, Z)$, en utilisant les mêmes valeurs des paramètres de simulation de l'exemple numérique présenté dans la section 3.5.5. Les Figure 6-3, 6-4 et 6-5 présentent, respectivement, le coût total moyen des deux politiques pour différentes valeurs de coût de stockage unitaire C^+, de coût de pénurie unitaire C^- et de coût de transport C_{tr}. Trois conclusions peuvent être tirées de ces comparaisons :

1. La politique $(\bar{Q}, \underline{Q}, Z)$, avec lot de production dynamique, est toujours plus économique que la politique (Q, Z), avec un lot de taille fixe.

2. Le gain en coût réalisé avec la politique $(\bar{Q}, \underline{Q}, Z)$ par rapport à la politique (Q, Z) est, en moyenne, de l'ordre de 2%. Ce gain qui ne peut pas être considéré assez important, montre que la politique (Q, Z) obtenue suite à une résolution numérique des équations de HJB (chapitre 3), est une bonne approximation de la politique de commande optimale de la production.
3. L'emploi de la politique $(\bar{Q}, \underline{Q}, Z)$ est plus pertinent de point de vue économique, dans le cas où le coût de pénurie unitaire est très élevé ($C^{-}/C^{+} > 75$). Le gain des coûts encourus dans ce cas est estimé de 5%.

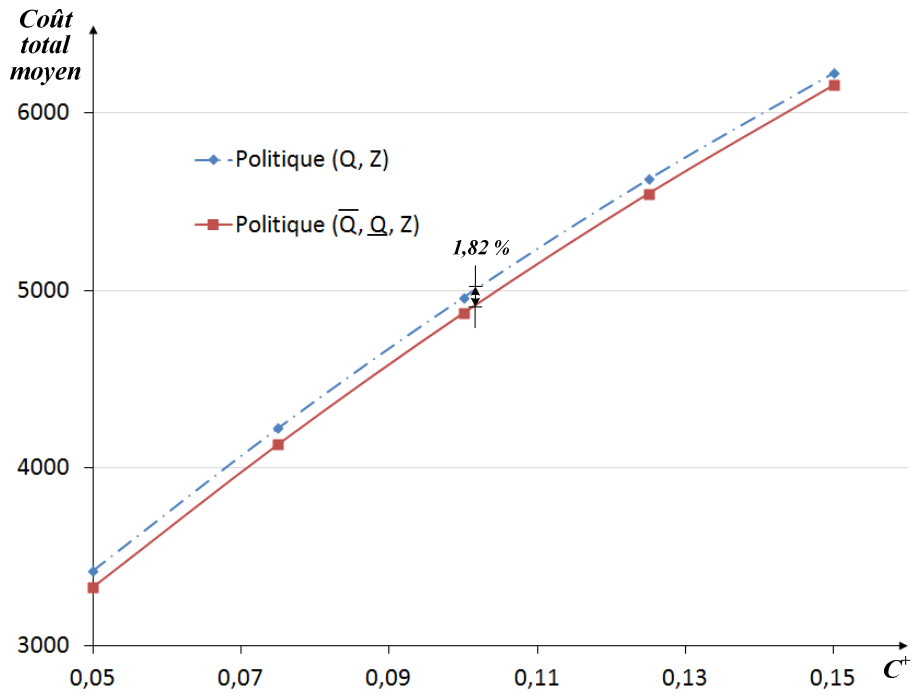

Figure 6-3 Comparaison des politiques (Q, Z) et $(\bar{Q}, \underline{Q}, Z)$ pour différentes valeurs de coût de stockage.

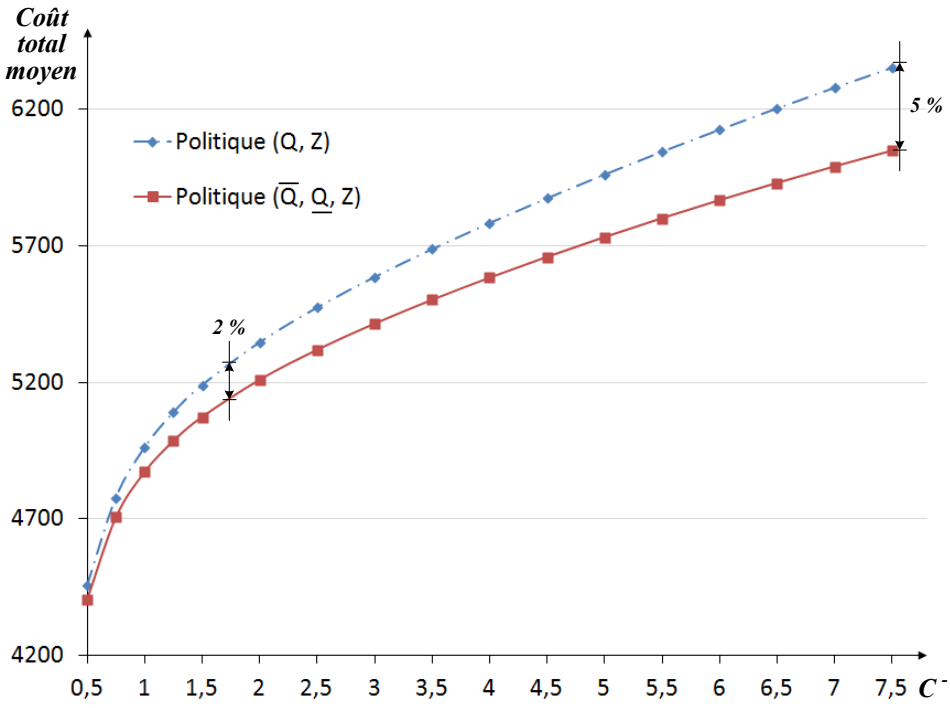

Figure 6-4 Comparaison des politiques (Q, Z) et $(\bar{Q}, \underline{Q}, Z)$

pour différentes valeurs de coût de pénurie.

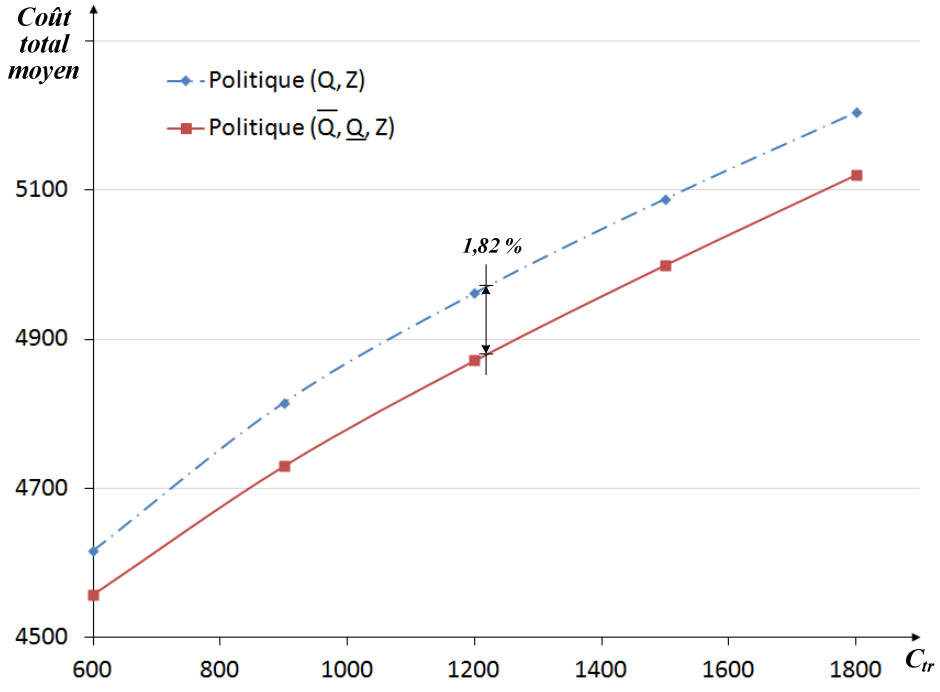

Figure 6-5 Comparaison des politiques (Q, Z) et $(\bar{Q}, \underline{Q}, Z)$

pour différentes valeurs de coût de transport.

6.2 Extension de la politique de contrôle avec inspection de la qualité (stratégie de rectification)

6.2.1 Politique de contrôle $(\boldsymbol{Q}, \boldsymbol{Z}, \boldsymbol{z_1}..\boldsymbol{z_n})$

L'objectif de cette extension est d'ajouter à la politique (Q, Z) avec inspection rectifiante, une stratégie de gestion de personnel des opérations de contrôle à 100% et de rectification afin d'optimiser simultanément les coûts de pénurie et de main-d'œuvre.

En fait, nous avons montré que lorsque les délais de traitement des lots après production sont importants, tels que le délai de transport (section 3.5.7) et les délais de contrôle de la qualité des lots (section 5.6.4), le risque de pénurie devient élevé, et par conséquent, le coût total encouru augmente. Dans le cas des systèmes manufacturiers avec une inspection rectifiante, les lots rejetés doivent être contrôlés à 100% et les items défectueux détectés doivent être tous rectifiés, avant que ces lots entrent au stock final de service. Dans le chapitre 5, nous avons supposé qu'il y a un seul opérateur qui fait le contrôle à 100%. Lorsque la détérioration de la qualité du système s'aggrave, le nombre de lots rejetés et contrôlés à 100% augmente et le risque de pénurie augmente par conséquent. Une des solutions possibles de ce problème est l'augmentation de nombre d'opérateurs de contrôle à 100% et de rectification. Ceci permet certainement de réduire les délais de contrôle à 100% et de rectification, mais il entraîne des charges supplémentaires de main d'œuvre. Dans le but de réduire simultanément les coûts de pénurie et de main-d'œuvre, nous proposons une politique rétroactive de gestion de nombre de personnels basée sur l'état instantané de l'inventaire selon le principe suivant : si le niveau d'inventaire est faible (risque de rupture de stock élevé), le nombre d'opérateurs doit être augmenté afin d'accélérer le traitement des lots rejetés; sinon, si le niveau de l'inventaire est confortable (risque de rupture de stock faible), le nombre d'opérateurs doit être réduit afin de minimiser les coûts de main-d'œuvre. La décision sur le nombre instantané d'opérateurs de contrôle à 100% et de rectification, $w(t)$, en fonction du niveau de l'inventaire $x(t)$, doit être contrôlée par des seuils qui définissent le niveau de criticité de l'inventaire. Soient $\{z_i\}_{i=1..n-1}$ ($z_1 > z_2 >.. > z_{n-1}$) les seuils qui définissent n niveaux de criticité du niveau de l'inventaire. n est aussi le nombre maximal de personnels à employer lorsque le niveau d'inventaire est très critique ($x(t) < z_{n-1}$).

La politique $(Q, Z, z_1..z_n)$ proposée consiste, donc, à contrôler les ordres de production, et le taux de production selon la politique (Q, Z) présentée dans le chapitre 5, en ajoutant la politique de contrôle de nombre de personnels suivante :

$$w(t)=\begin{cases} 1 & \text{si } x(t)\geq z_1 \\ 2 & \text{si } z_2\leq x(t)<z_1 \\ \vdots & \vdots \\ n-1 & \text{si } z_{n-1}\leq x(t)<z_{n-2} \\ n & \text{si } x(t)<z_{n-1} \end{cases}$$

Dans ce cas, le coût total instantané $g(.)$ est calculé en utilisant l'équation suivante :

$$\begin{aligned} g(q,x,y,u,w) &= C^{+}\left(q(t)+y^{+}(t)\right)+C^{-}x^{-}(t)+C_p u(t)+C_{mo}w(t) \\ &\quad + Ind\left((x(t)>0)\text{ ou }(\alpha(t)=1)\right)C_{rep}AOQ(t)\,d,\ \forall t\in\left]\delta_i,\delta_{i+1}\right[\end{aligned}$$

et le coût total aux instants δ_i and $\delta_i+n\,\tau_{insp}\ (i=1,...,N)$, est donné par l'équation suivante :

$$R(Q^i,\alpha)\ =\ Ind\left(t=\delta_i\right)C_{insp}\,n+Ind\left(t=\delta_i+n\,\tau_{insp}\right)\left(C_{tr}+Ind(a^i=1-p)\left(C_{insp}\left(Q^i-n\right)+C_{rect}\,p^i\,Q^i\right)\right)$$

en utilisant la même notation de chapitre 5 et avec C_{mo} représentant la charge unitaire de la main d'œuvre et C_{rect} le coût de rectification d'un item défectueux.

La fonction coût total moyen à long terme $J(.)$, à optimiser, est donnée par cette équation :

$$J(.)=\lim_{T\to\infty}\frac{1}{T}E\left\{\begin{array}{l} \displaystyle\int_0^T g(.)\,dt+\sum_{i=0}^{N(T)}\left(C_{insp}\,n+C_{tr}\right) \\ \displaystyle+\sum_{i=0/a^i\neq 1}^{N(T)}\left(C_{insp}\left(Q^i-n\right)+C_{rect}\,p^i\,Q^i\right) \end{array}\ \middle|\begin{array}{l} q(0)=q,x(0)=x, \\ y(0)=y,\alpha(0)=\alpha \end{array}\right\}$$

Où, q, x, y et α sont respectivement les valeurs initiales de stock encours, de l'inventaire final, de la position de l'inventaire et de l'état du système.

6.2.2 Comparaison des deux politiques (Q, Z) et (Q, Z, z_1)

Dans cette section, nous montrons que la politique proposée $(Q, Z, z_1..z_n)$ avec un nombre de personnels flexibles est plus économique par rapport à la politique (Q, Z) avec un nombre de personnels fixe. En effet, une série d'expériences de simulation a été conduite afin de comparer les trois politiques suivantes : une politique (Q, Z) avec un seul personnel (inspecteur) qui fait le

contrôle à 100% et la rectification des items défectueux détectés, une politique (Q, Z) avec deux inspecteurs, et une politique (Q, Z, z_1) avec deux inspecteurs au maximum. Dans la politique (Q, Z, z_1), le nombre de personnels $w(.)$ est contrôlé instantanément en utilisant l'équation suivante :

$$w(t) = \begin{cases} 1 & \text{si } x(t) \geq z_1 \\ 2 & \text{si } x(t) < z_1 \end{cases}$$

où z_1 est le seuil qui définit le niveau de criticité de l'inventaire. C'est une variable de décision à optimiser. Dans le cas où, le nombre d'inspecteurs $w(.)$ passe d'un à deux et les délais d'inspection et de rectification unitaires sont divisés par deux.

Les Figures 6-6, 6-7 et 6-8 présentent respectivement le coût total moyen à long terme des trois politiques pour différentes valeurs de coût de stockage C^+, de coût de pénurie C^- et de coût de main-d'œuvre C_{mo} pour les paramètres de simulation suivants : $u_{\max} = 6000$, $d = 4000$, $p = 0.05$, $TBF \sim Log\text{-}Normal(50,5)$, $TTF \sim Gamma(0.5,10)$, $\tau_{insp} = 10^{-4}$, $\tau_{rect} = 5\times10^{-4}$, $n = 48$, $c = 2$, $C^+ = 0.1$, $C^- = 3$, $C_t = 1500$, $C_p = 0.25$, $C_{insp} = 0.5$, $C_{rect} = 3$, $C_{mo} = 400$, $C_{rep} = 7.5$. La Figure 6-9 présente le coût total moyen des trois politiques pour différents états de la détérioration de la qualité du système (ici, C_{mo}=150). D'après ces comparaisons, les conclusions suivantes sont retenues :

1. La politique (Q, Z, z_1) est toujours plus économique par rapport aux deux politiques (Q, Z) avec un seul et deux inspecteurs.
2. Le gain économique varie selon les paramètres du modèle. Par exemple, dans le cas où le coût de pénurie est élevé $(C^-/C^+ \geq 50)$, le gain économique de la politique (Q, Z, z_1) est supérieur à 4% par rapport à la politique (Q, Z) avec un seul inspecteur. Le gain minimum observé dans toutes les expériences effectuées est de l'ordre de 2%.
3. La Figure 6-8 montre l'existence d'un point de commutation des deux politiques (Q, Z) avec un et deux inspecteurs. Lorsque le coût de main-d'œuvre est faible (ici, $C_{mo} \leq 70$), la politique (Q, Z) avec deux inspecteurs est plus économique que celle avec un seul inspecteur. Le résultat inverse se produit, quand le coût de main-d'œuvre est élevé (ici, $C_{mo} > 70$).

4. La Figure 6-9 montre l'existence d'un autre point de commutation des deux politiques (Q, Z) avec un et deux inspecteurs en fonction de la détérioration de la qualité. Ici, quand la qualité effective est inférieure à 11%, la politique (Q, Z) avec un seul inspecteur est plus économique. Quand la qualité effective dépasse 11%, la politique (Q, Z) avec deux inspecteurs devient plus économique sous l'effet de l'augmentation de nombre de lots rejetés. La politique (Q, Z, z_1) reste toujours la plus économique avec un gain de l'ordre de 3% au niveau de point de commutation.

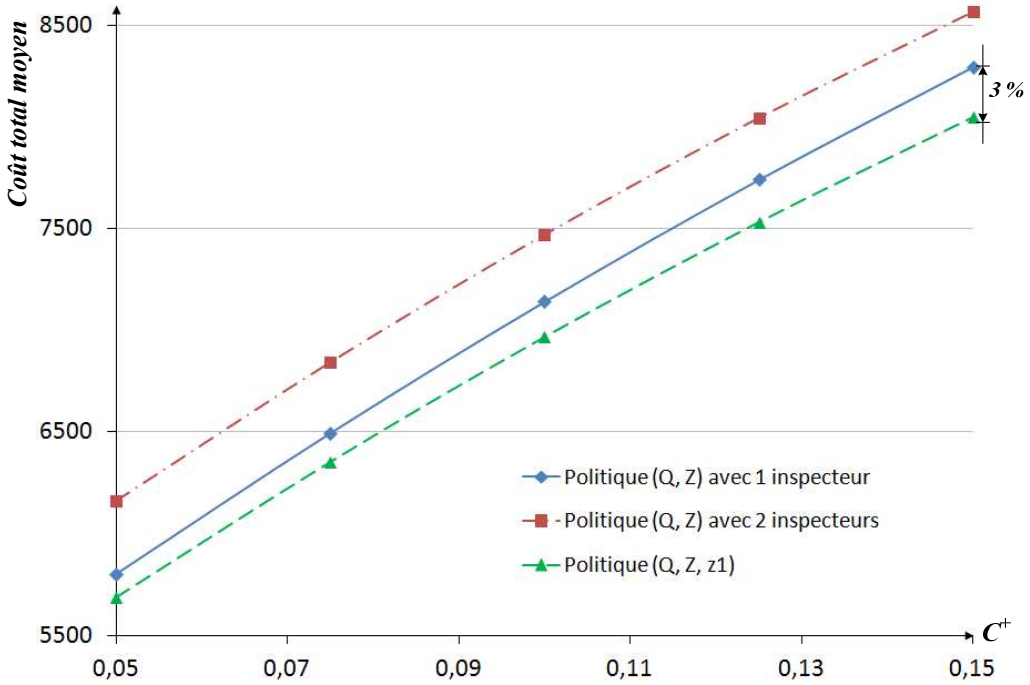

Figure 6-6 Comparaison des trois politiques pour différentes valeurs de coût de stockage.

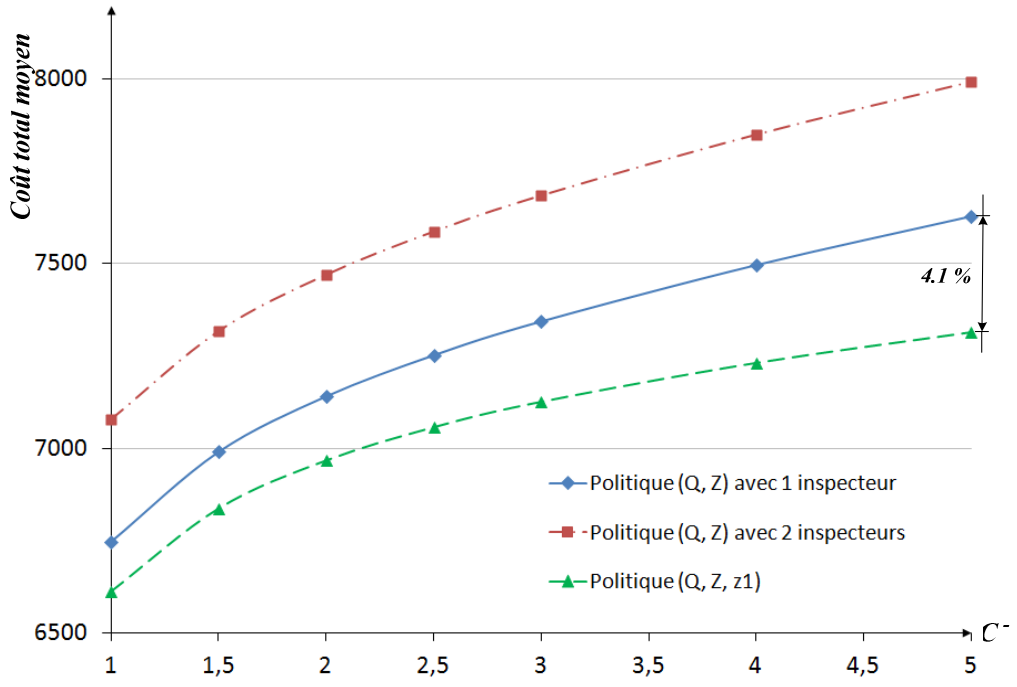

Figure 6-7 Comparaison des trois politiques pour différentes valeurs de coût de pénurie.

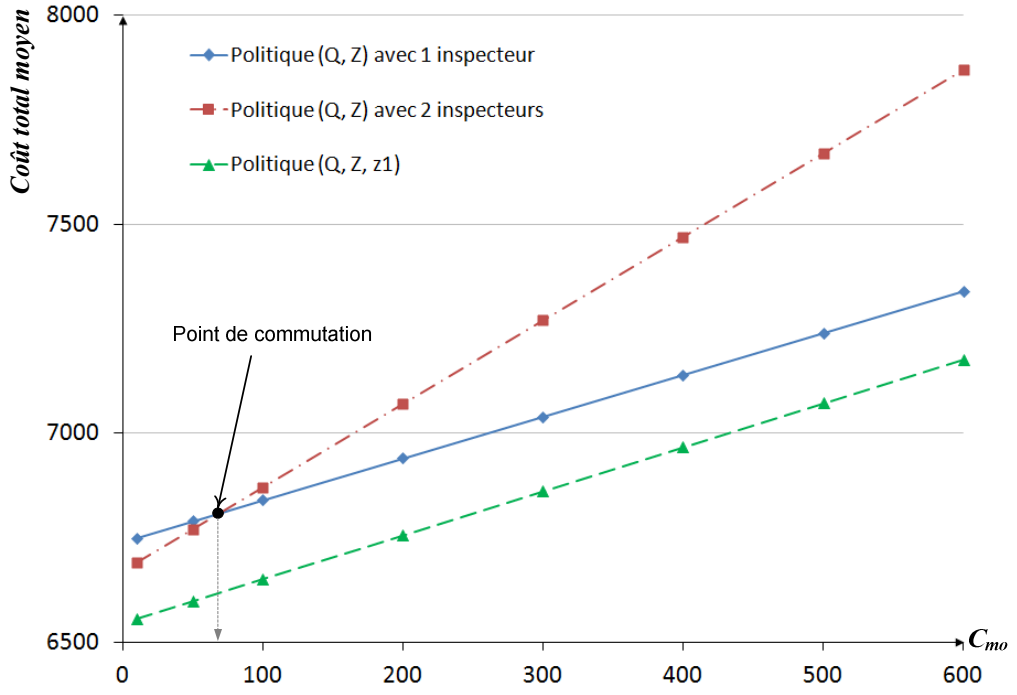

Figure 6-8 Comparaison des trois politiques pour différentes valeurs de coût de main d'œuvre.

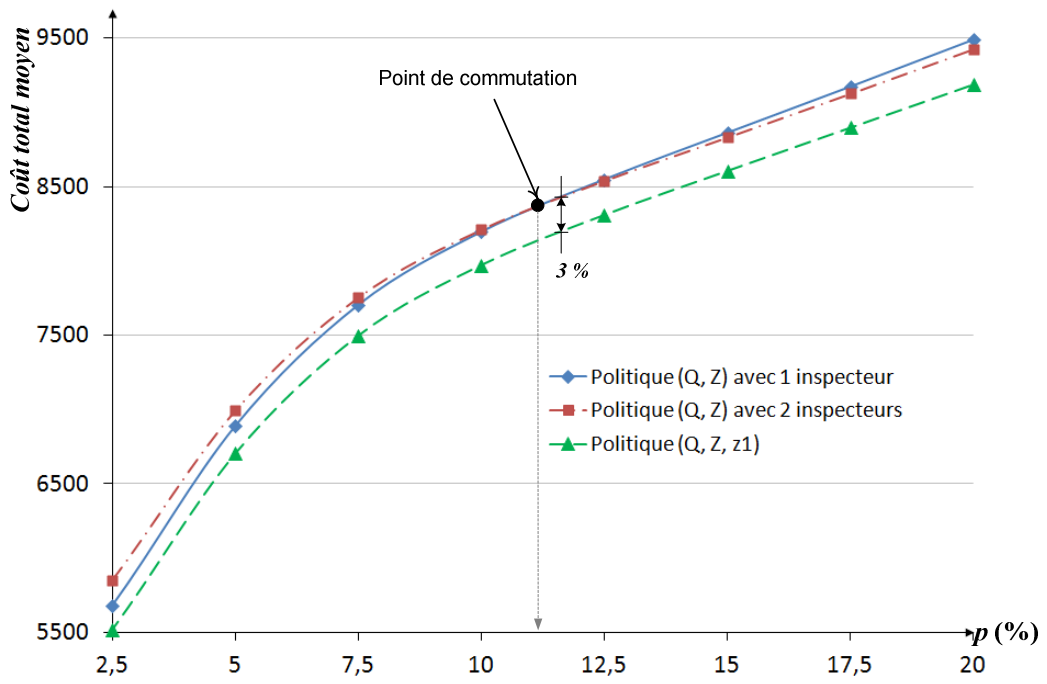

Figure 6-9 Comparaison des trois politiques pour différents états de détérioration de la qualité du système.

6.3 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté deux extensions des deux politiques (Q, Z) avec et sans considération de contrôle de la qualité en vue de réduire le risque de pénurie et minimiser le coût total encouru. Les deux extensions ont montré que donner plus de flexibilité au gestionnaire de production quand au contrôle du système permet de réaliser des gains économiques. Dans le chapitre suivant, nous présentons d'autres extensions et perspectives. Nous discutons notamment les difficultés et les possibilités de réalisation de ces perspectives à partir des modèles de simulation développés dans les chapitres précédents.

CHAPITRE 7 DISCUSSION GÉNÉRALE

Dans ce chapitre, nous discutons la pertinence du sujet de recherche de ce mémoire, les limitations des modèles développés et les perspectives potentielles de recherche. Pour chaque direction de recherche possible, nous discutons comment à partir des résultats obtenus dans ce mémoire et en se basant sur des travaux de recherche dans la littérature, on peut traiter d'autres problèmes plus complexes de la gestion manufacturière.

7.1 Pertinence de sujet de recherche

Nous avons montré dans le deuxième chapitre les limites des modèles du lot économique de production existants dans la littérature en ce qui concerne la représentation de la dynamique réelle des systèmes manufacturiers, la flexibilité de contrôle de la production et les techniques de contrôle de la qualité employées.

La contribution de ce travail de recherche consiste principalement à modéliser analytiquement et par simulation combinée discrète-continue la dynamique réelle des systèmes manufacturiers non-fiables en considérant les opérations de transport et de contrôle de la qualité par échantillonnage et à développer une politique de commande stochastique rétroactive de la production pour faire face aux pannes et réparations aléatoires et à l'imperfection de la qualité.

L'utilisation d'une approche expérimentale combinant la simulation, les plans d'expériences et la méthode de surfaces de réponse nous a permis de surmonter les difficultés de modélisation de la dynamique complexe et stochastique du système manufacturier, les difficultés de résolution analytique et d'analyser les interactions entre les paramètres de qualité et les paramètres optimaux de contrôle de la production.

Les modèles développés dans le cadre de ce mémoire constituent une plateforme pour optimiser les paramètres de contrôle des systemes manufacturiers plus complexes (voir paragraphe 7.3).

7.2 Limitations

Afin de faciliter le développement et la résolution des modèles étudiés, nous avons considérés certaines hypothèses qui peuvent limiter la mise en pratique des politiques de contrôle obtenues. Ces limitations peuvent être résumées en cinq points :

1. Nous avons supposé que le système manufacturier étudié fabrique un seul type de produit. Dans le cas des systèmes manufacturiers multi-produits, le problème devient plus complexe par le fait d'intégrer la mise-en-course de production et le fait que le nombre de paramètres de contrôle de la production (Q, Z) se multiplient.
2. Nous n'avons pas considéré une politique d'approvisionnement de la matière première. Nous avons supposé que le système manufacturier est en production tant qu'il est disponible sans considérer le risque de rupture de stock de la matière première (stock illimité).
3. Les délais de transport et de contrôle de la qualité sont supposés constants. Pourtant, les modèles de simulation que nous avons développés peuvent modéliser des délais aléatoires.
4. Nous avons supposé que les lots produits sont transporté vers un seul entrepôt. Dans le cas où la chaîne de distribution est constituée de plusieurs entrepôts, on doit déterminer et intégrer une politique de commande optimale de la distribution des produits vers les différents entrepôts.
5. Nous avons considéré que le pourcentage de produire des items défectueux suit une distribution de probabilité connue. En réalité, la qualité effective du système de production se détériore avec le temps et/ou en fonction du taux de production. Dans ce cas, une opération de restauration de la qualité de production doit être effectuée lorsque l'imperfection de la production atteint un certain seuil.

Relâcher une ou l'autre de ces hypothèses entraîne une augmentation de degré de complexité du problème de contrôle de la production et exige d'autres travaux de recherche.

7.3 Perspectives de recherche

Dans le chapitre précédent, nous avons proposé deux extensions des deux politiques (Q, Z) sans et avec contrôle de la qualité en intégrant respectivement le concept de lot dynamique de production et une politique de contrôle du nombre de personnel de contrôle de la qualité. Ainsi, nous avons montré que ces deux extensions permettent d'avoir des solutions optimales plus économiques. D'autres extensions et perspectives de recherche peuvent être visées afin d'intégrer d'autres concepts de la gestion manufacturière et d'autres résultats intéressants de la littérature. Ces perspectives peuvent être classées et discutées selon quatre directions :

7.3.1 Intégration de la maintenance préventive (MP)

Dans l'industrie contemporaine, la mise en place d'un programme de la MP est devenue une nécessité pour améliorer la fiabilité des équipements de production. En effet, plusieurs facteurs peuvent affecter la fiabilité des systèmes et perturber par la suite la capacité de production. Certains auteurs, comme Boukas et Haurie (1990) et Kenné et Gharbi (1999), considèrent que le taux de pannes des machines de production augmente avec leurs âges. D'autres auteurs comme Giri et al. (2005) et Sana et Chaudhuri (2010), considèrent que le taux de pannes dépend du taux de la production. Dans ces deux cas représentant plus fidèlement les causes réelles de défaillance des systèmes, la MP est utilisée pour restaurer périodiquement le système considéré souvent 'as good as new' après une MP parfaite, ou dans un état entre 'as good as new' et 'as bad as old' s'il s'agit d'une MP imparfaite. Dans un contexte de détérioration de la qualité, des auteurs comme Ben-Daya et Rahim (2000) et Ben-Daya (2002) considèrent que la MP permet aussi d'améliorer la qualité du processus de production, par le fait que la probabilité de passage de l'état 'in-control' à l'état 'out-of-control' diminue avec la mise en place d'un programme de MP. La MP peut être intégrée dans les deux politiques de contrôle (Q, Z) que nous avons proposées dans ce mémoire en considérant que la période de la MP est une troisième variable de décision à optimiser comme dans Berthaut et al. (2010). La relation entre le taux de panne en fonction de l'âge du système ou du taux de production peut être modélisée dans la partie continue du modèle de simulation. On peut aussi étudier le cas où la MP permet d'améliorer la qualité de la production en supposant qu'il existe une certaine relation entre la détérioration de la qualité du système et son âge, ou entre la détérioration de la qualité et le taux de pannes.

7.3.2 Contrôle de la qualité par d'autres plans d'échantillonnage

Dans la politique de contrôle (Q, Z) avec inspection, nous avons supposé que le contrôle de la qualité s'effectue par un plan d'échantillonnage simple. D'autres types de plan d'échantillonnage, tels que les plans double, multiple et progressif, peuvent être l'objet d'autres travaux de recherche. Il est possible d'observer certains comportements spécifiques de contrôle optimal de la production avec ces types de plans qui présentent des caractéristiques statistiques particulières par rapport au plan d'échantillonnage simple, tel que le nombre moyen d'items prélevés à long terme. À notre connaissance, il n'existe aucun modèle de lot économique de production dans la littérature qui emploie les plans d'échantillonnage double ou multiple ou progressif. D'un point

de vue de la modélisation mathématique, la description de la dynamique du système devient plus complexe puisque le processus décisionnel de l'acceptation ou non des lots est plus complexe avec ces types d'échantillonnage. Pourtant, la modification du modèle de simulation avec contrôle de la qualité que nous avons développé (chapitres 4 et 5) pour l'adapter à ces plans est très possible et ne pose pas, normalement, des difficultés réelles. De plus, les plans d'échantillonnage continus de type 1 et 2 (respectivement, CSP-1 et CSP-2) n'ont pas été suffisamment étudiés dans un contexte de production. Chen et Chou (2002) ont intégré le plan CSP-1 dans un modèle déterministe et non-dynamique du lot économique de production sans considérer le facteur fiabilité du système. Les auteurs se sont concentrés à optimiser la taille du lot de production et les paramètres du plan d'échantillonnage sans étudier l'interaction entre la production et le contrôle de la qualité. L'étude de la commande optimale des systèmes manufacturiers non-fiables où le contrôle de la qualité s'effectue par un CSP-1 ou CSP-2 constitue un axe de recherche original vu la complexité du problème. D'un point de vue de la simulation, des difficultés pratiques se posent quant à la modélisation des opérations d'échantillonnage, qui sont des évènements discrets, des flux de production continus, qui se modélisent par des équations différentielles ou de différence.

7.3.3 Optimisation des paramètres du plan d'échantillonnage

L'optimisation simultanée de la politique de contrôle de la production et des paramètres du plan d'échantillonnage présente aussi une direction de recherche intéressante partant du principe que l'optimisation globale des systèmes permet d'avoir des meilleurs résultats économiques que l'optimisation partielle. Dans la littérature, certains chercheurs comme Peters et al. (1988), Ben-Daya et al. (2006) et Ben-Daya et Noman (2008), ont développé des modèles d'optimisation conjointe des politiques de contrôle de l'inventaire et des paramètres du plan d'échantillonnage simple dans un contexte d'approvisionnement. La taille optimale du lot dans ces modèles correspond à la quantité optimale à commander du fournisseur. Dans un contexte de production, où le lot est fabriqué localement et les équipements de fabrication sont affectés par des pannes et réparations aléatoires, le problème d'optimisation conjointe de la production et des paramètres des plans d'échantillonnage devient plus complexe. À notre connaissance, ce sujet n'a pas été abordé dans la littérature. En se basant sur l'algorithme utilisé par Peters et al. (1988) et Ben-Daya et al. (2006) pour déterminer la combinaison optimale des paramètres du plan

d'échantillonnage simple,(n^*, c^*), nous pouvons utilisé le même modèle de simulation que nous avons développé dans le chapitre 5 pour optimiser simultanément les paramètres de contrôle de la production et de la qualité (Q^*, Z^*, n^*, c^*). Une réflexion doit être menée pour étudier la possibilité de modifier l'algorithme de Peters et al. (1988) et Ben-Daya et al. (2006) afin de réduire le nombre d'expériences de simulation, puisque cet algorithme est basé sur un balayage de l'espace (n, c) jusqu'à trouver l'optimum. Une des solutions potentielles de ce problème est d'examiner la convexité de la fonction coût total moyen par rapport aux paramètres du plan d'échantillonnage afin d'ajouter ces paramètres au plan d'expériences.

7.3.4 Politique de contrôle multi-produit

Le problème de planification des systèmes manufacturiers flexibles, fabricants plusieurs types de produits, est l'un des problèmes les plus complexes de la gestion industrielle. Dans ce type de problème, un coût et un délai de mise en course sont considérés chaque fois on change la production d'un certain type de produit vers un autre. Plusieurs travaux de recherche ont adressé le problème des systèmes manufacturiers flexibles et non fiables, tels que Yan et Zhang (1997), Liberopoulos et Ramanis (1997) et Gharbi et al. (2006). Dans un contexte de détérioration de la qualité, la mise en course de la production peut être considérée comme une opération de restauration de la qualité du système. Elle peut jouer en quelque sorte le rôle de la maintenance selon le concept de restauration des systèmes introduit par Lee et Rosenblatt (1987). De ce point de vue, une étude de recherche peut être investie pour déterminer comment une décision de mise en course est prise, non seulement en fonction de l'état de d'inventaire comme dans Gharbi et al. (2006), mais aussi en fonction de la détérioration de la qualité du système qui devient à un certain moment assez coûteux. En utilisant le même modèle de simulation développé dans le chapitre 5, une étude préliminaire peut être effectuée dans le cas d'un système fabriquant deux types de produit en considérant quatre facteurs d'entrée à savoir : la taille du lot de production et le niveau de seuil critique de chaque type de produit.

7.4 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons discuté la pertinence de ce sujet de recherche et les limitations des hypothèses considérées quand à la mise en pratique des résultats obtenus. Ainsi, nous avons

montré que les modèles développés dans ce mémoire ouvrent des perspectives de recherche intéressantes afin d'optimiser des systèmes de production plus complexes.

CONCLUSION

L'objectif principal de ce mémoire était le développement d'une loi de commande optimale stochastique des systèmes de production par lots soumis à des pannes et réparations aléatoires dans un contexte de transport et de contrôle de la qualité. Le choix des éléments de ce sujet a été motivé par le fait que les décisions opérationnelles tel que la politique de gestion de la production doivent contribuer à la construction de l'avantage concurrentiel et à la réalisation des objectifs stratégiques de l'entreprise. Pour cela, nous avons intégré le transport et le contrôle de la qualité dans le problème de commande optimale de la production en vue d'améliorer le niveau de service en terme de délai de livraison et de qualité des produits et d'assurer en même temps une optimisation globale des coûts.

L'originalité de notre travail de recherche consiste par le fait de considérer un processus décisionnel complet et réel qui permet de surveiller simultanément la gestion de production (ordre de production, taille du lot et taux de production), le contrôle de la qualité (accepter ou rejeter un lot, rectifier ou rejeter les items défectueux détectés), le transport des lots et le contrôle de remplacement des items défectueux retournés.

Conscient de la complexité du problème posé, et des limites des méthodes de résolution mathématique, notre approche était d'étudier le cas le plus simple et tractable, puis d'augmenter par étapes le degré de complexité du problème.

Dans le chapitre 3, nous avons déterminé une politique de commande sous-optimale sans considérer le facteur qualité. Le principal résultat obtenu dans ce premier modèle était que le concept de la politique de contrôle à seuil critique est aussi valide et sous-optimal pour gérer les systèmes manufacturiers non-fiables où la production se fait par lots.

Ensuite, dans le chapitre 4, nous avons développé et validé un modèle de simulation en intégrant le contrôle de la qualité par échantillonnage simple avec la politique de commande de la production obtenue dans le chapitre 3.

Dans le chapitre 5, nous avons augmenté le degré de complexité du problème en considérant que la qualité effective du système de production est une variable aléatoire et que les items défectueux retournés sont remplacés par d'autres conformes. En se basant sur les résultats obtenus dans les chapitres 3 et 4, nous avons proposé une heuristique de commande de la

production en prenant en compte le remplacement des items retournés et l'effet de rejet des items défectueux non-réparables sur l'état de l'inventaire. Ainsi, nous avons menée une analyse de sensibilité poussée pour étudier certains aspects importants liés à l'interaction entre les facteurs de production et de qualité.

Dans les trois modèles, l'approche expérimentale de résolution basée sur la simulation a permis de représenter au mieux le comportement dynamique, stochastique et complexe des systèmes étudiés, et d'optimiser les paramètres de la loi de commande quelque soient les distributions de probabilité des pannes et de réparation du système de production.

Dans le chapitre 6, nous avons étendu les deux politiques de commande obtenues dans les chapitres 3 (modèle avec transport) et 5 (modèle avec contrôle de la qualité) en intégrant respectivement le concept du lot dynamique de production et une stratégie de gestion de personnel de contrôle de la qualité. Ainsi, nous avons montré à travers ces deux extensions que le fait de donner plus de flexibilité au contrôle de la production permet d'avoir des solutions optimales plus économiques.

Enfin, dans le chapitre 7, nous avons discuté les limitations des modèles développées et les perspectives de recherche. Nous avons montré notamment qu'on peut utiliser le même modèle de simulation de chapitre 5 pour optimiser simultanément les paramètres de contrôle de la production (taille du lot de production et seuil critique) et de la qualité (taille de l'échantillon et le critère d'acceptation). Le même modèle peut être étendu pour modéliser les plans d'échantillonnage double, multiples et progressif. En plus, nous avons expliqué les modifications à apporter sur le modèle de simulation dans le cas des systèmes multi-produits et afin d'intégrer la maintenance préventive.

En conclusion, nous avons rédigé dans le cadre de ce mémoire deux articles de journal (chapitres 3 et 5) soumis respectivement à *International Journal of Production Research* et *International Journal of Production Economics* et un article de conférence (chapitre 4) présenté dans le *9e Congrès International de Génie Industriel* à Montréal en Octobre 2011. Les extensions proposées dans le chapitre 6 et certaines directions de recherche présentées dans le chapitre 7 feront l'objet d'autres publications.

BIBLIOGRAPHIE

Abboud, N. E. (1997). Simple approximation of the EMQ model with Poisson machine failures. *Production Planning and Control, 8*(4), 385-397.

Akella, R., Choong, Y., & Gershwin, S. (1984). Performance of hierarchical production scheduling policy. *Components, Hybrids, and Manufacturing Technology, IEEE Transactions on, 7*(3), 225-240.

Akella, R., & Kumar, P. (1986). Optimal control of production rate in a failure prone manufacturing system. *Automatic Control, IEEE Transactions on, 31*(2), 116-126.

Baillargeon, G. (1995). *Plans d'échantillonnage en contrôle de la qualité : contrôle par attributs*. Trois-Rivières, Québec: Éditions SMG.

Ben-Daya, M. (1999). Integrated production maintenance and quality model for imperfect processes. *IIE transactions, 31*(6), 491-501.

Ben-Daya, M. (2002). The economic production lot-sizing problem with imperfect production processes and imperfect maintenance. *International Journal of Production Economics, 76*(3), 257-264.

Ben-Daya, M., & Noman, S. (2008). Integrated inventory and inspection policies for stochastic demand. *European Journal of Operational Research, 185*(1), 159-169.

Ben-Daya, M., Noman, S., & Hariga, M. (2006). Integrated inventory control and inspection policies with deterministic demand. *Computers & Operations Research, 33*(6), 1625-1638.

Ben-Daya, M., & Rahim, M. (2000). Effect of maintenance on the economic design of-control chart. *European Journal of Operational Research, 120*(1), 131-143.

Bensoussan, A., Hurst, E. G., & Näslund, B. (1974). Management applications of modern control theory.

Bensoussan, A., & Lions, J. (1975). Nouvelles méthodes en contrôle impulsionnel. *Applied Mathematics & Optimization, 1*(4), 289-312.

Bensoussan, A., & Lions, J. L. (1982). *Contrôle impulsionnel et inéquations quasi variationnelles*: Dunod Paris.

Berthaut, F., Gharbi, A., Kenné, J. P., & Boulet, J. F. (2010). Improved joint preventive maintenance and hedging point policy. *International Journal of Production Economics, 127*(1), 60-72.

Besterfield, D. H. (2009). *Quality control*: Prentice Hall.

Bielecki, T., & Kumar, P. (1988). Optimality of zero-inventory policies for unreliable manufacturing systems. *Operations Research, 36*(4), 532-541.

Blömer, F., & Günther, H. O. (1998). Scheduling of a multi-product batch process in the chemical industry. *Computers in Industry, 36*(3), 245-259.

Boukas, E., Shi, P., & Agarwal, R. (2000). An application of robust control technique to manufacturing systems with uncertain processing time. *Optimal Control Applications and Methods, 21*(6), 257-268.

Boukas, E. K. (1998). Hedging point policy improvement. *Journal of optimization Theory and Applications, 97*(1), 47-70.

Boukas, E. K., & Haurie, A. (1990). Manufacturing flow control and preventing maintenance: a stochastic control approach. *Automatic Control, IEEE Transactions on, 35*(9), 1024-1031.

Capuzzo-Dolcetta, I., & Lions, P. (1990). Hamilton-Jacobi equations with state constraints. *American Mathematical Society, 318*(2).

Caramanis, M., & Sharifnia, A. (1991). Near optimal manufacturing flow controller design. *International Journal of Flexible Manufacturing Systems, 3*(3), 321-336.

Chakraborty, T., Giri, B., & Chaudhuri, K. (2008). Production lot sizing with process deterioration and machine breakdown. *European Journal of Operational Research, 185*(2), 606-618.

Chakraborty, T., Giri, B., & Chaudhuri, K. (2009). Production lot sizing with process deterioration and machine breakdown under inspection schedule. *Omega, 37*(2), 257-271.

Chen, C. H., & Chou, C. Y. (2002). Joint Design of Economic Manufacturing Quantity, Sampling Plan and Specification Limits. *Economic Quality Control, 17*(2), 145-153.

Chin, R. T., & Harlow, C. A. (1982). Automated visual inspection: A survey. *Pattern Analysis and Machine Intelligence, IEEE Transactions on*(6), 557-573.

Chiu, P. (2003). Determining the optimal lot size for the finite production model with random defective rate, the rework process, and backlogging. *Engineering Optimization, 35*(4), 427-437.

Chiu, S. W., Wang, S. L., & Chiu, Y. S. P. (2007). Determining the optimal run time for EPQ model with scrap, rework, and stochastic breakdowns. *European Journal of Operational Research, 180*(2), 664-676.

Chung, K. J. (1997). Bounds for production lot sizing with machine breakdowns. *Computers & Industrial Engineering, 32*(1), 139-144.

Chung, K. J. (2003). Approximations to production lot sizing with machine breakdowns. *Computers & Operations Research, 30*(10), 1499-1507.

Ertogral, K., Darwish, M., & Ben-Daya, M. (2007). Production and shipment lot sizing in a vendor-buyer supply chain with transportation cost. *European Journal of Operational Research, 176*(3), 1592-1606.

Gershwin, S., Akella, R., Choong, Y., & Mitter, S. (1984). Short term production scheduling of an automated manufacturing facility. *Analysis and Optimization of Systems*, 613-632.

Gershwin, S. B. (1994). *Manufacturing Systems Engineering*: Prentice Hall.

Gershwin, S. B. (2000). Design and operation of manufacturing systems: the control-point policy. *IIE Transactions, 32*(10), 891-906.

Gharbi, A., & Kenne, J. (2000). Production and preventive maintenance rates control for a manufacturing system: an experimental design approach. *International Journal of Production Economics, 65*(3), 275-287.

Gharbi, A., & Kenne, J. P. (2003). Optimal production control problem in stochastic multiple-product multiple-machine manufacturing systems. *IIE transactions, 35*(10), 941-952.

Gharbi, A., Kenné, J. P., & Hajji, A. (2006). Operational level-based policies in production rate control of unreliable manufacturing systems with set-ups. *International Journal of Production Research, 44*(3), 545-567.

Giri, B., & Dohi, T. (2004). Optimal lot sizing for an unreliable production system based on net present value approach. *International Journal of Production Economics, 92*(2), 157-167.

Giri, B., & Dohi, T. (2005). Computational aspects of an extended EMQ model with variable production rate. *Computers & Operations Research, 32*(12), 3143-3161.

Giri, B., Moon, I., & Yun, W. (2003). Scheduling economic lot sizes in deteriorating production systems. *Naval Research Logistics (NRL), 50*(6), 650-661.

Giri, B., & Yun, W. (2005). Optimal lot sizing for an unreliable production system under partial backlogging and at most two failures in a production cycle. *International Journal of Production Economics, 95*(2), 229-243.

Giri, B., Yun, W., & Dohi, T. (2005). Optimal design of unreliable production-inventory systems with variable production rate. *European Journal of Operational Research, 162*(2), 372-386.

Giri, B., Yun, W., & Dohi, T. (2005). Optimal lot sizing in an unreliable two stage serial production–inventory system. *International Transactions in Operational Research, 12*(1), 63-82.

Groenevelt, H., Pintelon, L., & Seidmann, A. (1992a). Production lot sizing with machine breakdowns. *Management Science, 38*(1), 104-123.

Groenevelt, H., Pintelon, L., & Seidmann, A. (1992b). Production batching with machine breakdowns and safety stocks. *Operations Research, 40*(5), 959-971.

Hahm, J., & Yano, C. A. (1992). The economic lot and delivery scheduling problem: The single item case. *International Journal of Production Economics, 28*(2), 235-252.

Hajji, A., Gharbi, A., & Kenne, J. (2009). Joint replenishment and manufacturing activities control in a two stage unreliable supply chain. *International Journal of Production Research, 47*(12), 3231-3251.

Hajji, A., Gharbi, A., & Kenne, J. (2010). Joint production and supply control in three levels flexible manufacturing systems. *Journal of Intelligent Manufacturing, 21*(2), 195-204.

Hajji, A., Gharbi, A., Kenne, J. P., & Pellerin, R. (2010). Production control and replenishment strategy with multiple suppliers. *European Journal of Operational Research*.

Hariga, M., & Ben-Daya, M. (1998). Note: the economic manufacturing lot-sizing problem with imperfect production processes: bounds and optimal solutions. *Naval research logistics, 45*(4), 423-433.

Hayek, P. A., & Salameh, M. K. (2001). Production lot sizing with the reworking of imperfect quality items produced. *Production Planning & Control, 12*(6), 584-590.

Hooke, R., & Jeeves, T. A. (1961). ``Direct Search"Solution of Numerical and Statistical Problems. *Journal of the ACM (JACM), 8*(2), 212-229.

Hu, J. Q., Vakili, P., & Huang, L. (2004). Capacity and Production Managment in a single Product Manufacturing system. *Annals of Operations Research, 125*(1), 191-204.

Hu, J. Q., Vakili, P., & Yu, G. X. (1994). Optimality of hedging point policies in the production control of failure prone manufacturing systems. *Automatic Control, IEEE Transactions on, 39*(9), 1875-1880.

Ingalls, R. G., & Eckersley, C. (1992). *Simulation issues in electronics manufacturing*. Paper presented at the Proceedings of the 24th conference on Winter simulation.

Jian-Qiang, H., Vakili, P., & Guo-Xiang, Y. (1994). Optimality of hedging point policies in the production control of failure prone manufacturing systems. *Automatic Control, IEEE Transactions on, 39*(9), 1875-1880.

Kelton, W. D., & Law, A. M. (2000). *Simulation modeling and analysis*: McGraw Hill.

Kenne, J. (1999). Experimental design in production and maintenance control problem of a single machine, single product manufacturing system. *International Journal of Production Research, 37*(3), 621-637.

Kenne, J., Boukas, E., & Gharbi, A. (2003). Control of production and corrective maintenance rates in a multiple-machine, multiple-product manufacturing system. *Mathematical and Computer Modelling, 38*(3-4), 351-365.

Kenne, J., & Gharbi, A. (2000). Production planning problem in manufacturing systems with general failure and repair time distributions. *Production Planning & Control, 11*(6), 581-588.

Kenne, J., & Gharbi, A. (2001). A simulation optimization approach in production planning of failure prone manufacturing systems. *Journal of Intelligent Manufacturing, 12*(5), 421-431.

Kenne, J. P. (2004). Commande optimale stochastique appliquée à la gestion de production d'une unité de fabrication. *Journal Européen des Systèmes Automatisés, 38*(3-4), 269-290.

Khouja, M., & Mehrez, A. (1994). Economic production lot size model with variable production rate and imperfect quality. *The Journal of the Operational Research Society, 45*(12), 1405-1417.

Kim, C. H., & Hong, Y. (1997). An extended EMQ model for a failure prone machine with general lifetime distribution. *International Journal of Production Economics, 49*(3), 215-223.

Kim, C. H., Hong, Y., & Kim, S.-Y. (1997). An extended optimal lot sizing model with an unreliable machine. *Production Planning & Control: The Management of Operations, 8*(6), 577 - 585.

Kimemia, J., & Gershwin, S. B. (1983). An Algorithm for the Computer Control of a Flexible Manufacturing System. *IIE Transactions, 15*(4), 353 - 362.

Kushner, H. J., & Dupuis, P. (2001). *Numerical methods for stochastic control problems in continuous time* (Vol. 24): Springer Verlag.

Larssen, B. (2002). Dynamic programming in stochastic control of systems with delay. *Stochastics: An International Journal of Probability and Stochastic Processes, 74*(3-4), 651-673.

Larssen, B., & Risebro, N. H. (2003). When Are HJB-Equations in Stochastic Control of Delay Systems Finite Dimensional? *Stochastic Analysis and Applications, 21*(3), 643-671.

Lavoie, P., Gharbi, A., & Kenné, J. P. (2010). A comparative study of pull control mechanisms for unreliable homogenous transfer lines. *International Journal of Production Economics, 124*(1), 241-251.

Lavoie, P., Kenné, J. P., & Gharbi, A. (2007). Production control and combined discrete/continuous simulation modeling in failure-prone transfer lines. *International Journal of Production Research, 45*(24), 5667-5685.

Lee, H. L., & Rosenblatt, M. J. (1987). Simultaneous determination of production cycle and inspection schedules in a production systems. *Management Science*, 1125-1136.

Li, J., Sava, A., & Xie, X. (2009). An analytical approach for performance evaluation and optimization of a two-stage production-distribution system. *International Journal of Production Research, 47*(2), 403-414.

Liao, G. L., Chen, Y. H., & Sheu, S. H. (2009). Optimal economic production quantity policy for imperfect process with imperfect repair and maintenance. *European Journal of Operational Research, 195*(2), 348-357.

Liberopoulos, G., & Ramanis, M. C. (1997). Numerical investigation of optimal policies for production flow control and set-up scheduling: lessons from two-part-type failure-prone FMSs. *International Journal of Production Research, 35*(8), 2109-2134.

Lions, A. B. M. G. J. L. (1973). Controle impulsionnel et inequations quasi-variationnelles stationnaires. *CE Acad. Sci. Paris Sér. AB, 276*, 1279-1284.

McClain, J. O., Thomas, L. J., & Mazzola, J. B. (1985). *Operations Management*: Prentice Hall.

Min, H., & Galle, W. P. (1997). Green purchasing strategies: trends and implications. *Journal of Supply Chain Management, 33*(3), 10-17.

Montgomery, D. C. (2008). *Design and analysis of experiments*: John Wiley & Sons Inc.

Montgomery, D. C. (2009). *Introduction to statistical quality control*: John Wiley & Sons.

Mourani, I., Hennequin, S., & Xiaolan, X. (2005, 18-22 April 2005). *Continuous Petri Nets with Delays for Performance Evaluation of Transfer lines.* Paper presented at the Robotics and Automation, 2005. ICRA 2005. Proceedings of the 2005 IEEE International Conference on.

Mourani, I., Hennequin, S., & Xie, X. (2006, 13-15 Dec. 2006). *Optimization of Failure-Prone Continuous-Flow Transfer Lines with Delays and Echelon Base Stock Policy using IPA.* Paper presented at the Decision and Control, 2006 45th IEEE Conference on.

Mourani, I., Hennequin, S., & Xie, X. (2008). Simulation-based optimization of a single-stage failure-prone manufacturing system with transportation delay. *International Journal of Production Economics, 112*(1), 26-36.

Olsder, G. J., & Suri, R. (1980, Dec. 1980). *Time-optimal control of parts-routing in a manufacturing system with failure-prone machines.* Paper presented at the Decision and Control including the Symposium on Adaptive Processes, 1980 19th IEEE Conference on.

Pegden, C. D., Shannon, R. E., Sadowski, R. P., & Corp, S. M. (1995). *Introduction to simulation using SIMAN* (Vol. 2): McGraw-Hill New York.

Peters, M. H., Schneider, H., & Tang, K. (1988). Joint determination of optimal inventory and quality control policy. *Management Science*, 991-1004.

Peterson, R., & Silver, E. A. (1979). *Decision systems for inventory management and production planning*: Wiley.

Porteus, E. L. (1986). Optimal lot sizing, process quality improvement and setup cost reduction. *Operations Research*, 137-144.

Porteus, E. L. (1990). The impact of inspection delay on process and inspection lot sizing. *Management Science*, 999-1007.

Rishel, R. (1975). Control of systems with jump Markov disturbances. *Automatic Control, IEEE Transactions on, 20*(2), 241-244.

Rosenblatt, M. J., & Lee, H. L. (1986). Economic production cycles with imperfect production processes. *IIE transactions, 18*(1), 48-55.

Salameh, M., & Jaber, M. (2000). Economic production quantity model for items with imperfect quality. *International Journal of Production Economics, 64*(1-3), 59-64.

Sana, S. S. (2010). An economic production lot size model in an imperfect production system. *European Journal of Operational Research, 201*(1), 158-170.

Sana, S. S., & Chaudhuri, K. (2010). An EMQ model in an imperfect production process. *International Journal of Systems Science, 41*(6), 635-646.

Sana, S. S., Goyal, S. K., & Chaudhuri, K. (2007). An imperfect production process in a volume flexible inventory model. *International Journal of Production Economics, 105*(2), 548-559.

Sarker, R. A., & Khan, L. R. (2001). An optimal batch size under a periodic delivery policy. *International Journal of Systems Science, 32*(9), 1089-1099.

Schilling, E. G., & Neubauer, D. V. (2009). *Acceptance sampling in quality control*: Chapman & Hall/CRC.

Sethi, S. P., Suo, W., Taksar, M. I., & Yan, H. (1998). Optimal Production Planning in a Multi-Product Stochastic Manufacturing System with Long-Run Average Cost. *Discrete Event Dynamic Systems, 8*(1), 37-54.

Sethi, S. P., & Thompson, G. L. (2005). *Optimal control theory: applications to management science and economics*: Springer Verlag.

Sethi, S. P., & Zhang, Q. (1994). *Hierarchical decision making in stochastic manufacturing systems*: Birkhauser Verlag Basel, Switzerland, Switzerland.

Sharifnia, A. (1988). Production control of a manufacturing system with multiple machine states. *Automatic Control, IEEE Transactions on, 33*(7), 620-625.

Shewhart, W. A. (1931). *Economic control of quality of manufactured product* (Vol. 509): American Society for Quality.

Silver, E. A., & Peterson, R. (1985). Decision systems for inventory management and production planning. *JohnWiley and Sons*.

Singpurwalla, N. D. (1971). Statistical Fatigue Models: A Survey. *Reliability, IEEE Transactions on, 20*(3), 185-189.

Van Ryzin, G. J., Lou, S. X. C., & Gershwin, S. B. (1991). Scheduling job shops with delays. *International Journal of Production Research, 29*(7), 1407-1422.

Wilson, R. H. (1934). A scientific routine for stock control. *Harvard business review, 13*, 116–112.

Yan, H., & Zhang, Q. (1997). A numerical method in optimal production and setup scheduling of stochastic manufacturing systems. *Automatic Control, IEEE Transactions on, 42*(10), 1452-1455.

Yang, T. (1999). Impulsive control. *Automatic Control, IEEE Transactions on, 44*(5), 1081-1083.

Yang, T. (2001). *Impulsive control theory* (Vol. 272): Springer.

Yong, J. (1989). Systems governed by ordinary differential equations with continuous, switching and impulse controls. *Applied Mathematics and Optimization, 20*(1), 223-235.

ANNEXE A – LOT ÉCONOMIQUE DE PRODUCTION ET CONTRÔLE DES SYSTÈMES MANUFACTURIERS NON-FIABLES AVEC INSPECTION RECTIFIANTE

Auteurs : Bassem Bouslah, Ali Gharbi et Robert Pellerin

Accepté et présenté dans le 9e *Congrès International de Génie Industriel*
à Montréal (12, 13 et 14 Octobre 2011).

Résumé - Cet article s'intéresse au problème de contrôle de la production par lots d'un système manufacturier soumis à des pannes et réparations aléatoires et qui produit des pièces non conformes rectifiables. Le contrôle de la qualité des lots produits avant l'entrée au stock final s'effectue par un plan d'échantillonnage simple. La politique de contrôle de la production utilisée est de type seuil critique et consiste à maintenir la position d'inventaire dans une plage de variation qui permet au stock final de continuer à satisfaire la demande quand le système manufacturier tombe en panne. Les variables de décision de cette politique sont la taille des lots de production et le niveau du seuil critique. L'objectif visé par ce travail est de développer un modèle de simulation permettant d'optimiser expérimentalement les variables de décision de la politique de contrôle de la production dans le cas où les temps d'inter-pannes et de réparation suivent des distributions de probabilité générales.

Abstract - This article considers the problem of batch production control of an unreliable and imperfect manufacturing system. We assume that the non-conforming items are rectifiable. The quality control of batches before entering in the final inventory is performed by a single sampling plan. The type of the control policy used here is a hedging point policy that consists in maintaining the inventory position within a variation range that allows the final inventory to continue to meet the demand when the manufacturing system becomes unavailable. The decision variables of this policy are the production lot sizing and the hedging point level. The objective of this work is to develop a simulation model to optimize experimentally the decision variables of the production control policy when the failure and repair times are general probability distributions.

Mots clés - Systèmes manufacturiers non-fiables, lot économique de production, production de type seuil critique, plan d'échantillonnage, simulation.

Keywords - Unreliable manufacturing systems, economic production quantity, hedging point policy, acceptance-sampling plan, simulation.

1 Introduction

Le problème de planification de la production des systèmes manufacturiers non fiables a fait l'objet de plusieurs travaux de recherche. Parmi ceux-ci, [Kimemia et Gershwin, 1983] qui ont introduit la notion de la politique de production à seuil critique. Cette politique consiste à maintenir un niveau de stock optimal (ou seuil critique) lorsque le système de production est en état opérationnel pour continuer à satisfaire la demande quand le système est en panne. [Akella et Kumar, 1986] ont étudié le cas d'une machine qui fabrique un seul type de produit, et ils ont montré analytiquement l'existence d'un tel seuil critique optimal de stock, nommé *hedging point*, qui minimise le coût espéré total actualisé sur horizon infini. [Bielecki et Kumar, 1988] ont obtenu une autre solution optimale du seuil critique pour le problème de minimisation du coût total moyen. Dans la littérature, on peut trouver plusieurs extensions et études de propriétés de la politique de production à seuil critique. On réfère le lecteur, à titre d'exemple, à [Sharifinia, 1988], [Gershwin, 1994], [Sethi et *al.*, 1998] et [Gershwin, 2000]. Tous ces travaux se basent sur l'hypothèse du temps de pannes et de réparation exponentiels. Cependant, [Kenné et Gharbi, 2000] ont généralisé la politique de production à seuil critique dans le cas où les processus de pannes et de réparations sont non-markoviens, et/ou la demande est aléatoire. Ils ont développé et validé un modèle de simulation permettant de déterminer le seuil critique quelque soit les distributions de probabilité des pannes et des réparations, et de la demande. Le recours à la simulation a été justifié par les difficultés d'application de la théorie de contrôle classique pour les processus non-markoviens.

Dans les systèmes manufacturiers à forte cadence de production et faisant face à un taux de demande élevé, on parle plutôt des lots de production. Il s'agit généralement des systèmes produisant des items de faibles dimensions (produits alimentaires, pharmaceutiques, mécaniques de petites tailles, etc.). Dans ce cas, on doit déterminer simultanément la taille optimale du lot de production et le niveau optimal du stock de sécurité. [Groenevelt et *al.*, 1992a] sont les premiers

qui ont cherché à déterminer la taille optimale du lot de production dans les systèmes manufacturiers soumis à des pannes aléatoires. Le critère d'optimisation était la minimisation du coût total moyen à long terme, incluant le coût de stockage, les coûts de maintenance corrective et préventive et le coût de mise en course. Sous les hypothèses du taux de production déterministe et constant, de délai de réparation négligeable, de rupture de stock non permise et de distribution exponentielle des temps inter-pannes, les auteurs ont proposé deux politiques de contrôle de la production : la première assume qu'il n'y a pas de reprise de la production du lot interrompu après réparation (*No-Resomption policy*), et la deuxième politique assume qu'on reprend la production du lot après réparation si le niveau de stock disponible est inférieur à un certain seuil (*Abort/Resume policy*). Dans les deux cas, la taille optimale du lot de production est toujours supérieure à la taille du lot économique de production classique [Silver et Peterson, 1985]. Ceci s'explique par la nécessité de faire face aux pertes de production suite aux pannes aléatoires. [Groenevelt et *al.*, 1992b] ont développé une politique de contrôle permettant de déterminer la taille optimale du lot de production dans le cas où les temps d'interpannes suivent une distribution exponentielle et les délais de réparation suivent des distributions aléatoires générales. Ils assument qu'une fraction des lots produits se transforme en stock de sécurité qui sert à satisfaire la demande aux moments d'indisponibilité du système manufacturier. [Kim et Hong, 1997] et [Kim et *al.*, 1997] ont étendu le modèle de [Groenevelt et *al.*,1992a] dans le cas où les temps d'interpannes suivent une distribution générale. [Abboud, 1997] a présenté un modèle approximé du lot économique de production dans le cas où les pannes dans chaque cycle de production des lots suivent une distribution de poisson, et les temps de réparation suivent une distribution générale. [Giri et Yun, 2005] ont étudié le problème de la quantité économique de production des systèmes manufacturiers soumis à des pannes et réparations exponentielles, en assumant qu'au maximum deux pannes pourraient apparaître durant chaque cycle de production et que les pénuries sont couvertes partiellement. Dans tous ces travaux, on suppose toujours que le système produit des pièces conformes aux spécifications exigées (*perfect process*).

Toutefois, [Ben-Daya, 2002] a développé un modèle intégré du lot économique de production et de la maintenance préventive d'un système manufacturier qui peut passer aléatoirement de l'état 'in-control' à un état 'out-of-control' au moment où il commence à produire une proportion d'items non conformes. Il assume que les délais d'inspection et de maintenance sont négligeables, et que la pénurie n'est pas permise. [Chakraborty et *al.*, 2008] ont étudié un modèle

intégré du lot économique de production et de la maintenance préventive d'un système manufacturier non fiable qui peut changer, à des instants aléatoires, de l'état 'in-control' à un état 'out-of-control'. La taille optimale du lot de production est alors déterminée en calculant la durée optimale du cycle de production. [Chakraborty et *al.*, 2009] ont étendu leur précédent travail pour traiter un modèle du lot économique de production avec inspection planifiée, dans le cas où le système manufacturier peut changer aléatoirement de l'état 'in-control' à l'état 'out-of-control', et soumis en même temps à des pannes aléatoires.

Dans la littérature, l'effet de l'inspection sur la taille du lot économique de production et le stock de sécurité a été souvent négligé. L'inspection a été considérée comme un outil pour évaluer l'état de contrôle du système de production ('in-control' ou 'out-of-control'), et prendre des décisions pour faire ou ne pas faire la maintenance corrective. A notre connaissance, il existe une seule exception dans la littérature, celle de Porteus (1990) qui a étudié l'impact du délai d'inspection sur la taille optimale du lot de production. En réalité, l'inspection peut avoir un autre rôle déterminant pour prendre des décisions d'acceptation ou non des lots contenant des items non conformes afin d'assurer un certain niveau de la qualité des produits vis-à-vis les clients.

Dans cet article, nous proposons une politique de contrôle de la production par lots de type de seuil critique dans un contexte de contrôle de la qualité d'un système manufacturier non fiable et imparfait (*imperfect process*). Nous étudions le cas de l'inspection des lots par un plan d'échantillonnage simple, où les lots sont soit acceptés, soit contrôlés à 100% afin d'identifier tous les items non-conformes existants et les rectifier. L'objectif premier de notre travail est de présenter une approche expérimentale basée sur la simulation permettant de calculer la taille du lot économique de production et le niveau de seuil critique optimal, quelles que soient les distributions des temps d'interpannes et de réparation. Le critère d'optimisation est la minimisation du coût total de système incluant les coûts de mise en inventaire et de rupture de stock, et tous les coûts liés au contrôle de la qualité.

Ce papier est structuré de la façon suivante. La section 2 présente les hypothèses et les notations que nous allons utiliser pour modéliser le problème étudié. La section 3 décrit le système de production et la politique de contrôle. Nous présentons, ainsi, le modèle d'optimisation et l'approche expérimentale de résolution. La section 4 présente un exemple numérique avec une analyse de sensibilité sur les coûts. Le papier se termine par une conclusion dans la section 5.

2 Notations et hypothèses

Pour formuler le problème étudié, nous considérons les hypothèses et les notations suivantes :

Hypothèses :

(A1) Le système produit un seul type d'items pour faire face à un taux de demande très élevé et constant.

(A2) Dans la littérature (exemple [Abboud, 1997] et [Giri et Yun, 2005]), certaines contraintes ont été imposées sur le nombre de pannes durant chaque cycle de production. Nous étendons notre étude au cas où plusieurs pannes pourraient apparaître pendant le même cycle de production. Nous assumons que la production des lots interrompus est toujours reprise après réparation.

(A3) La qualité effective des lots est égale à la probabilité p de produire des items non conformes. Nous assumons que cette probabilité est toujours constante.

(A4) Tous les défauts de non-conformité sont réparables.

(A5) La rupture de stock est permise, mais est sujette à un coût de pénurie.

Notations :

$x(t)$	Niveau d'inventaire à l'instant t
$y(t)$	Position d'inventaire à l'instant t
$u(t)$	Taux de production à l'instant t
$u^i(t)$	Taux de production du $i^{\text{ème}}$ lot à l'instant t
u_{max}	Taux maximal de production
dem	Taux de la demande
Q	Taille du lot à former
$q(t)$	Niveau du lot encours de production à l'instant t
p	Probabilité de produire des items non conformes
n	Taille de l'échantillon
c	Critère d'acceptation
d	Nombre d'items non conformes dans l'échantillon n
$N_l(t)$	Nombre cumulatif des lots produits à l'instant t
P_a	Probabilité d'acceptation des lots
θ_i	Temps du début de production du $i^{\text{ème}}$ lot

δ_i	Temps de la fin de production du $i^{ème}$ lot
$MTBF$	Temps moyen de bon fonctionnement du système
$MTTR$	Temps moyen de réparation
τ_{insp}	Temps unitaire d'inspection
τ_{rect}	Temps unitaire de rectification
c^+	Coût unitaire de stockage
c^-	Coût unitaire de pénurie
c_{insp}	Coût unitaire d'inspection
c_{rect}	Coût unitaire de rectification
c_{ret}	Coût unitaire de retour des items non conformes
c_{tr}	Coût de transport d'un lot
CT	Coût total

3 Formulation du problème

3.1 Description du problème

Nous étudions un système manufacturier flexible soumis à des pannes et réparations aléatoires, qui produit un seul type d'items par lots de même taille Q. L'état du système peut être décrit par un processus stochastique continu $\{\alpha(t),\ t>0\}\in\{0,1\}$ avec $\alpha(t)=1$ quand le système est disponible et $\alpha(t)=0$ sinon. Le système manufacturier est imparfait d'où la production d'une certaine proportion p d'items non conformes.

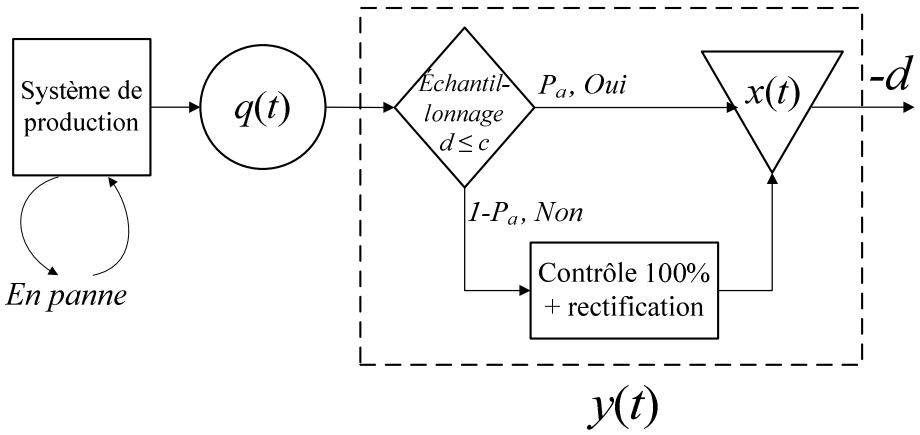

Figure 1 Système manufacturier non-fiable avec contrôle de la qualité par échantillonnage simple.

Le lot en cours de production est stocké dans un espace en aval du système manufacturier (Figure 1). Soit $q(t)$ le niveau du lot encours de production à l'instant t. Une fois produit, on effectue un contrôle de qualité sur le lot afin de déterminer s'il est acceptable ou non. Le contrôle de la qualité se fait par un plan d'échantillonnage simple de paramètres n et c. Un échantillon de taille n est prélevé au hasard et contrôlé item par item. La durée totale de l'inspection de l'échantillon est égale à $n.\tau_{insp}$. Si le nombre d'items non conformes d dans l'échantillon ne dépasse pas le critère d'acceptation c, le lot est accepté et les d items non conformes sont remplacés par des items conformes avant d'envoyer le lot au complet au stock final. Sinon, le lot n'est pas accepté. Dans ce cas, on effectue un contrôle à 100% afin d'identifier et rectifier les ($p.Q$ - d) items non conformes qui existaient dans le lot. La durée totale du contrôle à 100% est égal à $(Q\text{-}n).\tau_{insp}$, et la durée de la rectification est égale, en moyenne, à $p.Q.\tau_{rect}$.

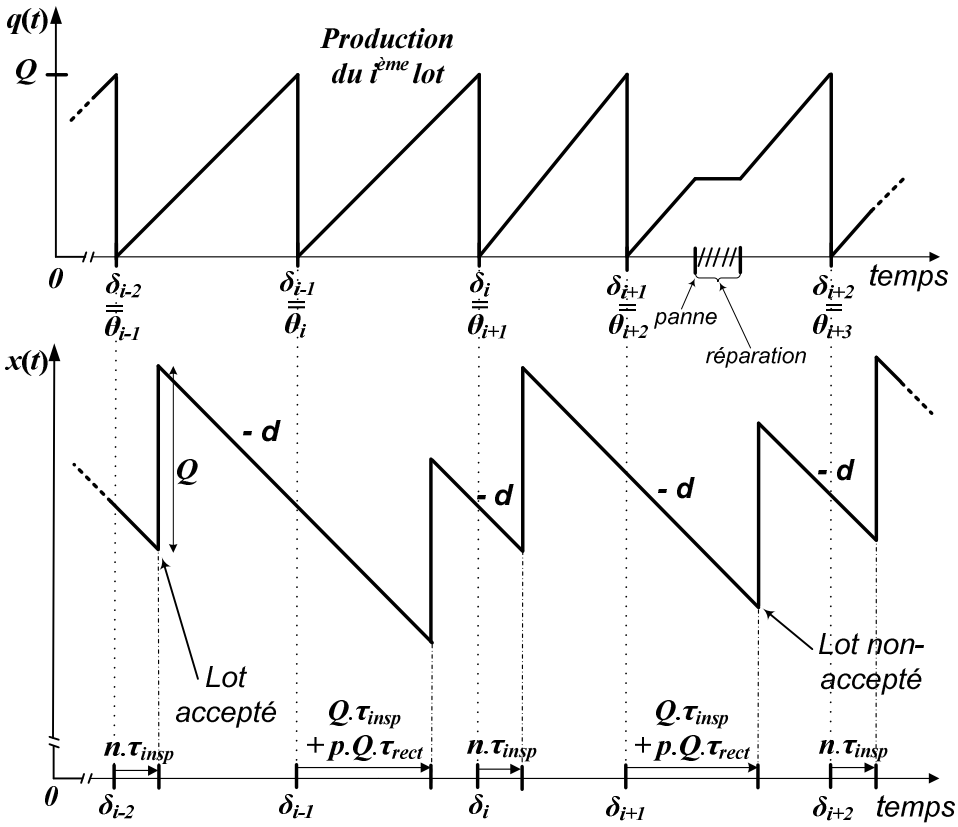

Figure 2 Dynamiques de production et de stock.

La Figure 2 décrit graphiquement les dynamiques de production et de stock. Le délai de production d'un certain lot dépend de quatre facteurs : la taille du lot Q, la cadence $u(.)$ durant le cycle de production, le nombre de pannes durant la formation du lot, et les temps aléatoires de

réparation. Le cycle de production d'un $i^{\text{ème}}$ lot peut être décrit par l'intervalle de temps $]\theta_i, \delta_i]$. La production commence à l'instant θ_i, et se termine à l'instant δ_i qu'on peut écrire sous la forme suivante : $\delta_i = \theta_i + Q / u(.) + \sum_k TR_{k,i}$, avec k le nombre de pannes/réparations pendant la production du $i^{ème}$ lot, et $TR_{k,i}$ est le délai de la $k^{\text{ème}}$ réparation du $i^{\text{ème}}$ cycle de production. L'entrée du $i^{\text{ème}}$ lot produit au stock final s'effectue à l'instant $(\delta_i + n.\tau_{insp})$ si le lot est accepté, et à l'instant $(\delta_i + Q.\tau_{insp} + p.Q.\tau_{rect})$ si le lot n'est pas accepté.

D'après [Besterfield, 2009] et [Montgomery, 2009], la probabilité d'acceptation P_a d'un lot contenant d items non conformes peut être calculée en utilisant la loi binomiale :

$$P_a = P\{d \le c\} = \sum_{d=0}^{c} \frac{n!}{d!(n-d)!} p^d (1-p)^{n-d} .$$

Le fait que les lots acceptés ne sont pas contrôlés à 100%, des items non conformes peuvent pénétrer au stock final avec ces lots. D'après [Montgomery, 2009] et [Schilling, 2009], le pourcentage moyen des items non conformes qui peuvent exister dans le stock final, ou ce qu'on appelle la qualité moyenne des lots après contrôle *AOQ*, peut être calculée par la formule suivante : $AOQ = \frac{P_a p(Q-n)}{Q}$.

3.2 Politique de contrôle de la production

Dans la littérature, le contrôle de la production des systèmes manufacturiers avec délais (de manutention, transport, etc.) est basé souvent sur le contrôle de l'état de la position d'inventaire (somme de niveau d'inventaire et des items en cours de production, transport, etc.). Nous référons le lecteur, à titre d'exemple, à Mourani et *al.* (2008) et Li et *al.* (2008) qui ont étudié l'impact de délai de transport des items produits vers le stock final, sur les performances des systèmes de production. Par analogie, nous définissons la position d'inventaire $y(.)$ comme critère de contrôle de l'inventaire en main; soit $y(.)$ la somme de niveau d'inventaire $x(.)$ et de la quantité totale des lots encours d'inspection et de contrôle à 100% s'ils existent.

La politique de contrôle de type seuil critique que nous proposons pour planifier la production est donc décrite par l'équation suivante :

$$u^i\left(t \in \left]\theta_i, \theta_{i+1}\right]\right)_{i=0,1,..,\infty} = \begin{cases} u_{\max} & \text{si } \left(y(\theta_i^+) < Z\right) \text{et} \left(\alpha(t) = 1\right) \\ dem & \text{si } \left(y(\theta_i^+) = Z\right) \text{et} \left(\alpha(t) = 1\right) \\ 0 & ailleurs \end{cases} \quad \textbf{(1)}$$

En effet, au début de chaque $i^{\text{ème}}$ cycle de production, on contrôle la position d'inventaire $y(.)$. Si la position d'inventaire est inférieure au seuil critique Z, on produit le $i^{\text{ème}}$ lot avec la cadence maximale u_{max}. Si au début de formation du lot, la position d'inventaire est égale au seuil critique Z, on produit le lot avec une cadence égale au taux de la demande *dem* afin de maintenir la variation de la position d'inventaire entre les deux niveaux Z et Z-Q (Figure 4). Si la position d'inventaire dépasse Z, on arrête la production. L'instant θ_i de lancement de la production du $i^{\text{ème}}$ lot est donc retardé jusqu'à l'instant où la position d'inventaire descend au niveau de seuil critique par l'effet de consommation du stock final (demande continue). Une telle situation apparait quand on vient de changer le taux de production de u_{max} à *dem*, après chaque redémarrage de la production suite à une réparation du système manufacturier. Le contrôle de la disponibilité du système de production se fait en temps réel. Si à un instant donné le système devient non-disponible, la production s'arrête instantanément.

3.3 Modèle d'optimisation

L'objectif de notre de travail est de déterminer les valeurs optimales du lot de production Q et de seuil critique Z qui permettent de minimiser le coût total moyen. Ce coût inclut les coûts partiels suivants : le coût moyen de stockage du lot en cours de production, des lots en cours d'inspection ou de contrôle à 100%, et d'inventaire final, le coût moyen de pénurie, le coût moyen d'inspection, le coût moyen estimé de contrôle à 100% et de rectification, le coût moyen de retour des items non conformes, et le coût de transport des lots.

Toute solution faisable (Q, Z) doit respecter les deux contraintes suivantes :

- la taille du lot ne doit pas dépasser une certaine capacité maximale Q_{max} de stockage des lots en cours de production,
- et le niveau de seuil critique doit être supérieur ou égal à la taille du lot de production pour assurer un minimum de satisfaction de la demande pendant les périodes de production normale ($u(.)=dem$).

Donc, le modèle d'optimisation peut être décrit par le système suivant :

$$\begin{cases} \underset{Q,Z}{Min} \quad E[CT] = c^{+}\left(E[q]+E[y^{+}]\right)+c^{-}E[x^{-}] \\ \qquad +\left(c_{insp}\,n+c_{tr}\right)E[N_l] \\ \qquad +\left(1-P_a\right)\left(c_{insp}\left(Q-n\right)+c_{rect}\,p\,Q\right)E[N_l] \\ \qquad +c_{ret}\,E[\beta]\,AOQ\,d \\ \\ S.C \quad 0 < Q \le Q_{\max} \\ \qquad Z \ge Q \end{cases}$$

avec $y^{+}(t) = \max(0,\ y(t))$, $x^{-}(t) = \max(0, -x(t))$,

et $\beta(t) = \begin{cases} 1 & si\ x(t) > 0 \\ 0 & sinon \end{cases}$ (niveau de satisfaction instantané de la demande).

Vu la difficulté de déterminer une expression analytique explicite exacte de la fonction coût total moyen en fonction des variables de décision *Q* et *Z* surtout dans le cas où les processus de pannes et/ou de réparation sont non-markoviens, nous préconisons une approche expérimentale basée sur la simulation pour approximer la fonction coût et déterminer les conditions optimales de la politique de contrôle de la production.

3.4 Approche expérimentale basée sur la simulation[5]

L'approche expérimentale que nous avons adopté pour déterminer les conditions optimales (*Q**, *Z**) de la politique de production, a été élaboré et validé par [Kenné et Gharbi, 2000]. L'approche est constituée de deux étapes ; dans la première, il s'agit de développer et valider un modèle de simulation du système étudié. La deuxième étape consiste à appliquer une combinaison des méthodes statistiques telles que les plans d'expériences, l'analyse de la variance (ANOVA) et la méthode de surface de réponse sur des données recueillies du modèle de simulation afin de trouver une fonction qui permet d'exprimer et d'optimiser la variable de réponse (ici, coût total moyen) en fonction des variables d'entrée *Q* et *Z*.

---

[5] Le modèle de simulation est présenté en langages SIMAN et C++ dans l'annexe C.

Le modèle de simulation que nous avons développé en utilisant le langage de simulation SIMAN et des routines C++ [Pegden et *al.*, 1995], est un modèle combiné discret-continu : la partie discrète modélise le contrôle de la production, le contrôle de la qualité, les pannes et les réparations, et la partie continue modélise la demande, et le calcul instantané du niveau et position d'inventaire. Le principe de modélisation est schématisé par le diagramme de la Figure 3. La position instantanée de l'inventaire $y(t)$ est modélisée par le calcul instantané de la différence entre la production cumulative $P(t)$ et la demande cumulative $D(t)$ à l'instant $t \Rightarrow$ $y(t) = P(t) - D(t) + y,\ y(0) = y$. Le niveau instantané de stock final $x(t)$ est modélisé par le calcul instantané de la différence entre la quantité cumulative des items produits arrivés au stock final $PE(t)$ et la demande cumulative $D(t)$ à l'instant $t \Rightarrow$ $x(t) = PE(t) - D(t) + x,\ x(0) = x$. Enfin, le modèle a été exécuté avec le logiciel *Arena simulation.*

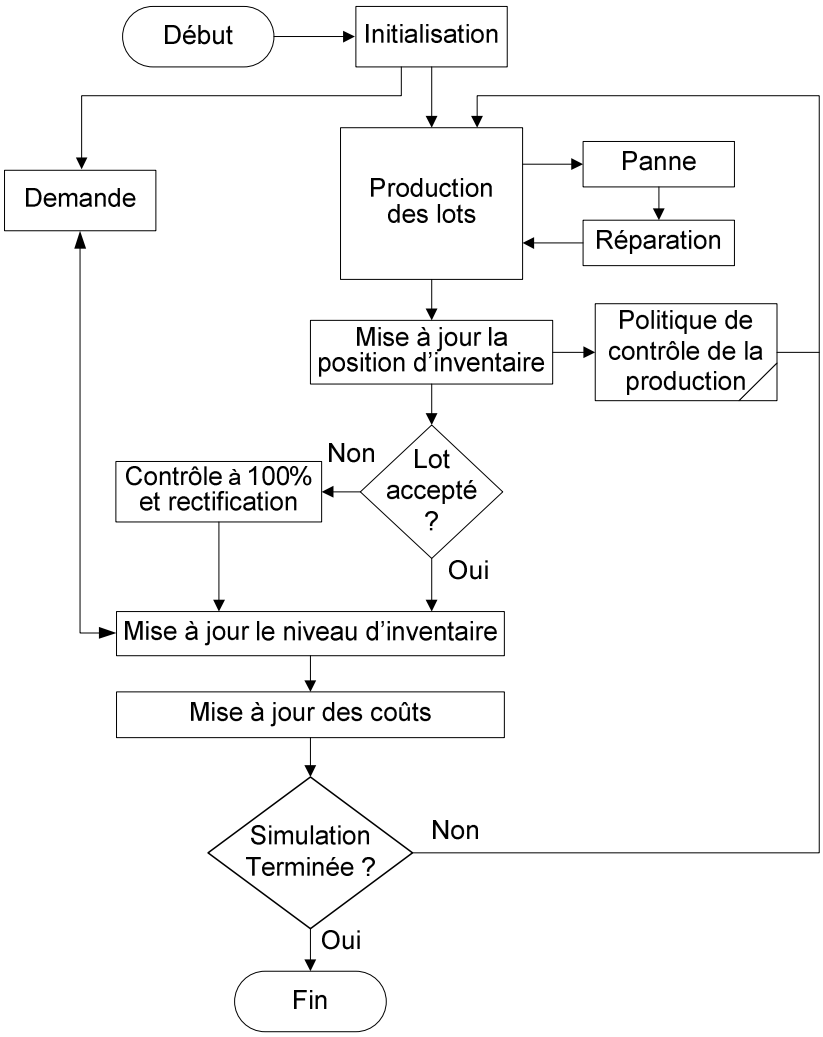

Figure 3 Diagramme du modèle de simulation.

Dans le but de valider le modèle de simulation, nous vérifions graphiquement les trajectoires du taux de production *u*(.) et de la position d'inventaire *y*(.). La Figure 4 présente ces trajectoires durant l'exécution de la simulation. La projection temporelle des instants de changement de la valeur du taux de production sur la trajectoire de la position d'inventaire montre que le modèle de simulation fonctionne correctement tel que décrit dans l'équation (1). En plus, le modèle a été validé dans le cas où la taille du lot est égale à un (production item-par-item), la probabilité d'acceptation est égal à 100% (cas du système manufacturier parfait), et délai d'inspection négligeable, avec le modèle de simulation de la politique de contrôle de production de type seuil critique classique de [Kenné et Gharbi, 2000].

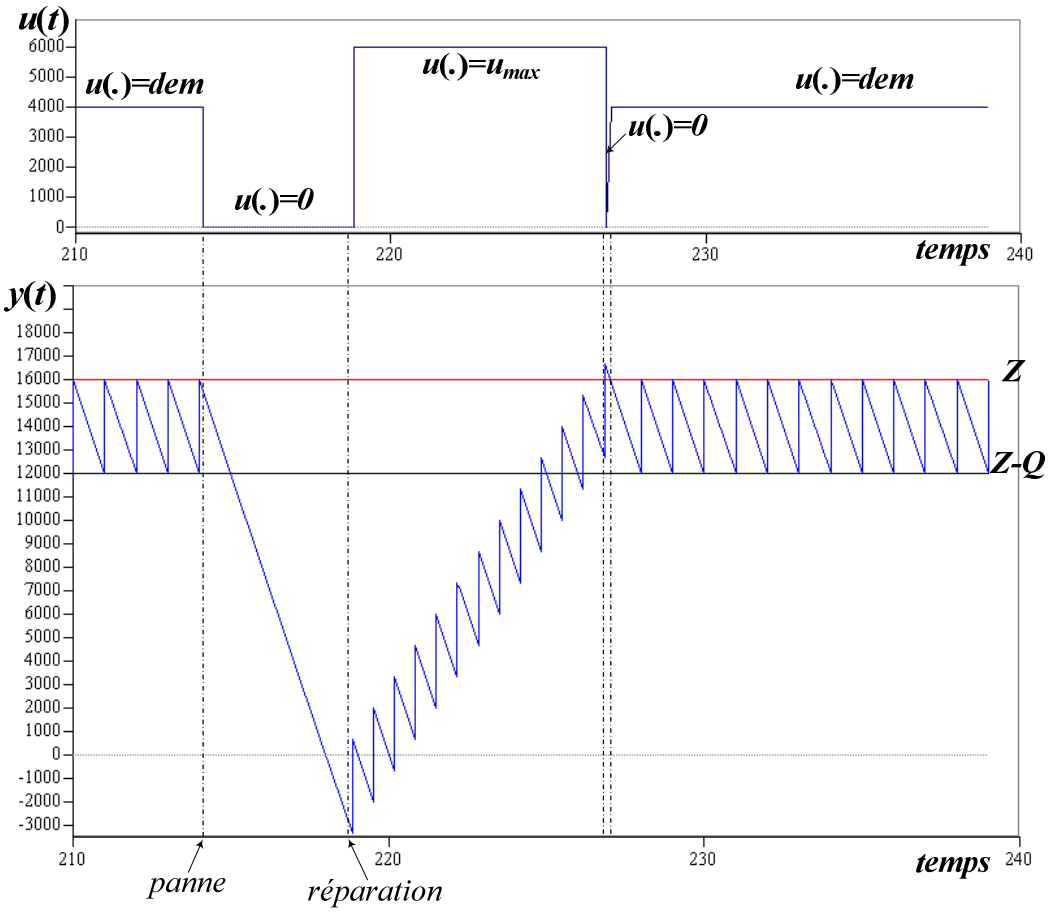

Figure 4 Dynamiques de la production et de la position d'inventaire.

4 Expérimentation et analyse des résultats

Dans cette partie, nous traitons un exemple illustratif d'un système manufacturier non-fiable et imparfait qui produit des items par lots. Nous appliquons l'approche expérimentale dans le but de déterminer les paramètres optimaux (Q^*, Z^*) de la politique de contrôle de la production.

4.1 Paramètres de simulation

Les données suivantes présentent les paramètres de l'exemple de simulation : $u_{max} = 6000$, $dem = 4000$, $p = 5\%$, $n = 48$, $c=2$, $\tau_{insp} = 10^{-5}$, $\tau_{rect} = 3.5\times10^{-5}$, $MTBF \sim$ Gamma(0.5,100), $MTTR \sim$ Gamma(0.5,10), $c^+ = 0.1$, $c^- = 1.5$, $c_{insp} = 0.5$, $c_{rect} = 5$, $c_{ret} = 10$, et $c_{tr} = 600$. Les valeurs de u_{max} et dem sont choisies d'une façon à respecter la condition de faisabilité du système, décrite par l'inéquation suivante : $MTBF/(MTBF + MTTR)\cdot u_{\max} > dem$. La loi Gamma a été bien utilisée dans la littérature ([Singpurwalla, 1971], [Ingalls & Eckersley, 1992]) pour modéliser les temps de pannes et de réparations lorsque des données réelles ne sont pas disponibles. Le coût de pénurie a été beaucoup plus pénalisé que le coût de stockage. De même, le coût de retour d'un produit non conforme est plus supérieur au coût de rectification.

Le Tableau 1 présente les limites de variation des variables indépendantes *Q* et *Z*. Ces limites ont été fixées après certains tests de simulation afin de centrer la région optimale de la réponse.

Tableau 1 Niveaux des variables indépendantes.

Facteurs	Limite inférieure	Point au centre	Limite supérieure
Q	4000	7000	10000
Z	16000	24000	32000

4.2 Méthodologie de surface de réponse

La méthodologie de surface de réponse est un ensemble de techniques statistiques et mathématiques qui permettent d'optimiser une variable de réponse en fonction de plusieurs variables de décision [Myers, 2009]. Nous assumons tout d'abord qu'il existe une fonction continue Φ(.) qui exprime le coût total en fonction des facteurs *Q* et *Z*. Pour bien estimer cette fonction, nous préférons l'associer un modèle quadratique afin d'examiner la convexité de la

fonction coût total moyen. L'approximation de la fonction coût par un modèle quadratique est largement utilisée dans la littérature, voir à titre d'exemple [Gershwin, 1994] et [Kenne and Gharbi, 1999]. La forme générale de la fonction coût total moyen prend donc la forme suivante :

$$E[CT] = \beta_0 + \beta_1 Q + \beta_2 Z + \beta_{12} QZ + \beta_{11} Q^2 + \beta_{22} Z^2 + \varepsilon ,$$

où β_0, β_i (i = 1, 2), β_{12}, β_{ii} (i = 1, 2) sont les coefficients de régression et ε est l'erreur expérimentale. Les coefficients de régression sont estimés à partir des résultats de simulation en utilisant un logiciel d'analyse statistique. Le modèle de régression doit être validé par le calcul du coefficient de détermination ajusté R^2_{adj}, et la vérification des conditions d'homogénéité de la variance et la normalité des résidus.

4.3 Résultats de simulation

Les expériences de la simulation ont été effectuées à partir d'un plan d'expériences complet de deux facteurs à trois modalités 3^2, avec un facteur-bloc représentant la génération des nombres aléatoires. Chaque expérience est répétée cinq fois en bloquant chaque fois les chaînes de génération des nombres aléatoires de *MTBF* et *MTTR*.

L'objectif d'utiliser un plan d'expériences avec blocage est de réduire la variabilité du modèle. Ensuite, nous avons utilisé le logiciel d'analyse statistique STATISTICA pour faire l'analyse de la variance, le calcul des coefficients de régression, l'analyse des résidus et l'optimisation des variables de décision *Q* et *Z*. Le Tableau 2 présente l'analyse de la variance des données recueillies de la simulation. Pour chaque facteur (y compris l'effet linéaire L et quadratique Q) et leur interaction, le tableau présente la somme des carrés (SS), le degré de liberté (Df), le carré moyen (MS), le F-Ratio, et le niveau de signifiance P-value.

Tableau 2 Analyse de la variance.

Facteur	SS	Df	MS	F-Ratio	P-value
Q (L+Q)	118538	2	59269	137.774	0.000000
Z (L+Q)	1479106	2	739553	1719.128	0.000000
Q.Z	546386	1	546386	1270.102	0.000000
Blocs	857	4	214	0.498	0.737331
Erreur	15057	35	430		
Total SS	2159943	44			R^2_{adj} = 0. 99124

Il est clair que tous les effets linéaires et quadratiques sont significatifs à un seuil de 5%. La valeur du coefficient de détermination ajusté est égale à 0.99124, ce qui signifie que 99.12% de la variabilité observée est expliquée par le modèle de régression [Montgomery, 2008]. Donc, la fonction coût total moyen est bien approximé par le modèle quadratique. En utilisant STATISTICA, le modèle de second-ordre correspondant est donné par l'équation suivante :

$$E[CT] = 7280.24 + 38.65\times10^{-3}Q - 198.48\times10^{-3}Z$$
$$- 6.89\times10^{-6}QZ + 9.9\times10^{-6}Q^2 + 5.39\times10^{-6}Z^2$$

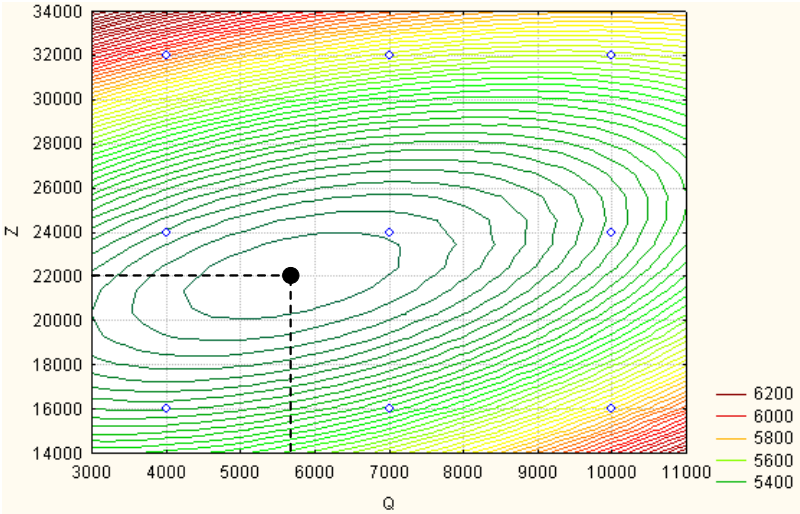

Figure 5 Contours de la variable de réponse.

La Figure 5 présente les surfaces de contours de la variable de réponse. La Figure permet de voir la convexité de la fonction coût total dans les domaines de variation de Q et Z, et montre l'existence d'une région optimale. Soit les paramètres optimaux suivants : Q^* = 5713 et Z^* = 22045. Ceci correspond à un coût minimal égal à 5202.90.

4.5 Analyse de sensibilité

Le Tableau 3 présente une analyse de sensibilité sur les coûts de mise en inventaire, de pénurie, et d'inspection. L'objectif de cette analyse est de prouver la robustesse de l'approche de résolution expérimentale, et d'étudier les effets de la variation de ces coûts sur le comportement du modèle, essentiellement sur les conditions optimales Q^* et Z^*.

Variation du coût de stockage : Quand le coût de stockage unitaire augmente (resp. diminue) la taille du lot de production et le niveau de seuil critique diminuent (resp. augmentent). Dans le but

de réduire le coût total de stockage du lot en cours de production, du lot encours d'inspection ou de contrôle à 100% et de stock final, le modèle réagit de façon à réduire la taille du lot et le niveau de seuil critique. La réduction de la taille du lot permet de réduire les délais de production, d'inspection et de contrôle 100% (puisque ces délais sont proportionnels à la taille du lot), et par suite d'améliorer l'alimentation de stock final, ce qui favorise en plus la réduction du niveau de seuil critique.

Tableau 3 Analyse de sensibilité des coûts.

Cas	c^+	c^-	c_{insp}	Q^*	Z^*	CT^*	*Impact*
1	**0.1**	**1.5**	**0.5**	**5713**	**22045**	**5202.90**	_
2	**0.05**	1.5	0.5	7674	27765	4111.46	Q↑ Z↑
3	**0.15**	1.5	0.5	3759	16598	6032.81	Q↓ Z↓
4	0.1	**1.0**	0.5	5942	17565	4938.29	Q↑ Z↓
5	0.1	**2.0**	0.5	5496	24268	5348.90	Q↓ Z↑
6	0.1	1.5	**0.25**	5642	21980	4768.34	Q↓ Z↓
7	0.1	1.5	**0.75**	5781	22106	5637.38	Q↑ Z↑

Variation du coût de pénurie : Quand le coût de pénurie unitaire augmente (resp. diminue), la taille du lot de production diminue (resp. augmente) et le niveau de seuil critique augmente (resp. diminue). Face à l'augmentation du coût de pénurie, le modèle réagit de façon à réduire le niveau d'inventaire négatif et à assurer une meilleure protection contre le risque de la rupture de stock, ce qui entraine évidemment l'augmentation du niveau de seuil critique. La diminution de la taille du lot permet de réduire les intertemps d'entrée des lots produits au stock final (par la réduction des délais de production, d'inspection et de contrôle 100% des lots non acceptés) et par suite d'améliorer l'alimentation de stock et d'avantager la protection contre la pénurie.

Variation du coût d'inspection : Quand le coût d'inspection unitaire augmente (resp. diminue), la taille du lot de production et le niveau de seuil critique augmentent (resp. diminuent). Dans le but de réduire le coût total d'inspection, et de contrôle 100% des lots non acceptés, le modèle réagit de façon à réduire le nombre total des lots inspectés et contrôlés à 100%, d'où l'augmentation de la taille des lots. Le niveau de seuil critique augmente afin de protéger le stock final contre le risque de la pénurie puisque les délais de production et d'inspection vont augmenter aussi en fonction de la taille du lot de production.

5 Conclusion

Dans cet article, nous avons étudié l'intégration d'un modèle du lot économique de production avec la politique de contrôle à seuil critique, dans un contexte de contrôle de la qualité. Notre choix d'utiliser la politique de contrôle à seuil critique est justifié par l'efficacité prouvée de cette politique dans la planification des systèmes de production unitaire non fiables. Dans le but d'assurer une optimisation globale du système de production, nous avons proposé un modèle permettant d'optimiser les coûts d'inventaire et tous les coûts liés à la qualité. Ainsi, nous avons adopté une approche expérimentale basée sur la simulation afin de déterminer les valeurs optimales du couple (Q^*, Z^*). Dans les prochains travaux, nous étendrons ce modèle sur deux axes de recherche ; le premier aura pour objectif l'étude du cas multiproduit. Le deuxième axe de recherche tentera à optimiser le choix du plan d'échantillonnage et de ses caractéristiques.

6 Références

Abboud, N. E. (1997). Simple approximation of the EMQ model with Poisson machine failures. *Production Planning and Control*, 8, 385-397.

Akella, R., & Kumar, P. R. (1986). Optimal control of production rate in a failure prone manufacturing system. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 31(2), 116-126.

Ben-Daya, M. (2002). The Economic Production Lot-sizing Problem with Imperfect Production Processes and Imperfect Maintenance. *International Journal of Production Economics*, 76, 257–264.

Besterfield, D. H. (2009). Quality Control, 8th Ed. Prentice Hall.

Bielecki, T., & Kumar, P. (1988). Optimality of zero-inventory policies for unreliable manufacturing systems. *Operations research*, *36*(4), 532-541.

Chakraborty Tulika, Giri B.C., & Chaudhuri K.S. (2008). Production lot sizing with process deterioration and machine breakdown. *European Journal of Operational Research*, 185, 606-618.

Chakraborty Tulika, Giri B.C., & Chaudhuri K.S. (2009). Production lot sizing with process deterioration and machine breakdown under inspection schedule. *Omega*, 37, 257-271.

Gershwin, S. B. (1994). *Manufacturing systems engineering*: Prentice Hall.

Gershwin, S.B. (2000). Design and operation of manufacturing systems: the control-point policy. *IIE Transactions on Automatic Control*, 32(10), 891-906.

Groenevelt, H., Pintelon, L., & Seidmann, A. (1992a). Production Lot Sizing with Machine Breakdowns. *Management Science*, 38, 104–123.

Groenevelt, H., Pintelon, L., & Seidmann, A. (1992b). Production Batching with Machine Breakdowns and Safety Stocks. *Operations Research*, 40, 959-971.

Ingalls, R. G., & Eckersley, C. (1992). *Simulation issues in electronics manufacturing*. Paper presented at the Proceedings of the 24th conference on Winter simulation.

Kenne, J., & Gharbi, A. (1999). Experimental design in production and maintenance control problem of a single machine, single product manufacturing system. *International journal of production research, 37*(3), 621-637.

Kenné, J. P, & Gharbi, A. (2000). Production planning problem in manufacturing systems with general failure and repair time distributions. *Production Planning & Control*, 11, 581-588.

Kim, C. H., & Y. Hong . (1997). An extended EMQ model for a failure prone machine with general lifetime distribution. *International Journal of Production Economics*, 49(3), 215-223.

Kim, C. H., Hong, Y., & Kim, S-Y. (1997). An extended optimal lot sizing model with an unreliable machine. Production Planning & Control, 8(6), 577-585.

Kimemia, J.G., & Gershwin, S.B. (1983). An algorithm for the computer control of a flexible manufacturing system. *IIE Transactions*, 15(4), 353-362.

Montgomery, D. C. (2008). *Design and analysis of experiments*: John Wiley & Sons Inc.

Montgomery, D. C. (2009). Introduction to statistical quality control, 6th Ed. NY: Wiley.

Myers, R. H., Anderson-Cook, C. M., & Montgomery, D. C. (2009). Response surface methodology : process and product optimization using designed experiments, 3rd Ed. NJ: John Wiley & Sons.

Pegden, C. D., Shannon, R. E., & Sadowski, R.P. (1995). Introduction to Simulation Using SIMAN, 2nd Ed. NY: McGraw-Hill.

Porteus, E. L. (1990). The impact of inspection delay on process and inspection lot sizing. *Management Science*, 999-1007.

Schilling, E. G., & Neubauer, D. V. (2009). *Acceptance sampling in quality control*: Chapman & Hall/CRC.Sethi, S. P., Suo, W., Taksar, M. I., & Yan, H. (1998). Optimal Production Planning in a Multi-Product Stochastic Manufacturing System with Long-Run Average Cost. *Discrete Event Dynamic Systems, 8*(1), 37-54.

Sharifnia, A. (1988). Production control of a manufacturing system with multiple machine states. *Automatic Control, IEEE Transactions on, 33*(7), 620-625.

Silver, E. A., & Peterson, R. Decision systems for inventory management and production planning. 1985. *JohnWiley and Sons*.

Singpurwalla, N. D. (1971). Statistical Fatigue Models: A Survey. *Reliability, IEEE Transactions on, 20*(3), 185-189.

ANNEXE B – MODÈLE DE SIMULATION DES SYSTÈMES MANUFACTURIERS NON-FIABLES AVEC DÉLAI DE TRANSPORT

Cadre expérimentale du modèle (Experiment frame)

```
PROJECT,       "EMQ-HPP M1P1","Bassem Bouslah",,Yes,No,Yes,No,No,No,No,No,No,No,No;

CONTINUOUS,    2,4,0.000001,1,,RKF(.00001,.001,Warning),No;

FILES:
DataFile,"DataFile.xls",MSExcel,,Error,,Hold,RECORDSET(ReadInputs,"Inputs",-
1),RECORDSET(WriteOutputs,"Outputs",-1);

VARIABLES:     URt,CLEAR(System),CATEGORY("None-None"),DATATYPE(Real):
               Z,CLEAR(System),CATEGORY("None-None"),DATATYPE(Real):
               TransportTime,CLEAR(System),CATEGORY("None-None"),DATATYPE(Real),3:
               NumStream,CLEAR(System),CATEGORY("None-None"),DATATYPE(Real):
               ProductionTime,CLEAR(System),CATEGORY("None-None"),DATATYPE(Real);

PICTURES:      pProduction:
               pSignal:
               pfailure:
               pTest:
               pDemand;

RESOURCES:     1,Machine,Capacity(1),,Stationary,COST(0.0,0.0,0.0),,AUTOSTATS(Yes,,);

CSTATS:        YN,AVGYN:
               YP,AVGYP:
               YT,AVGYT:
               Qt,AVGQt:
               XN,AVGXN:
               XP,AVGXP:
               XT,AVGXT;

COUNTERS:      cfailures,,Replicate:
               cTransports,,Replicate;

DSTATS:        URt,AVGPrate;

REPLICATE,     45,0.0,500000,Yes,Yes,0.0,,,24.0,Hours,No,No,,,No,No;

LEVELS:        1,XT,:
               2,YT:
               3,XP:
               4,XN:
               5,YP:
               6,YN:
               7,Dem,4000:
               8,Time:
               9,Um,6000:
               10,Ut,:
               11,Qt,0:
               12,Q,:
               13,Time1,:
               14,Disp,:
               15,Time2:
               16,Time3;
```

```
RATES:          1,rXT:
                2,rYT:
                3,rXP:
                4,rXN:
                5,rYP:
                6,rYN:
                7,rDem:
                8,rTime:
                9,rUm:
                10,rUt:
                11,rQt:
                12,rLot:
                13,rTime1:
                14,rDisp:
                15,rTime2:
                16,rTime3;
```

Modèle de simulation

```
0$              CREATE,         1:,1:NEXT(13$);
13$             READ,           DataFile,RECORDSET(ReadInputs):
                                NumStream,
                                Q,
                                Z;
10$             DELAY:          TFIN,,Other:NEXT(11$);
11$             WRITE,          DataFile,RECORDSET(WriteOutputs):
                                CAVG(AVGYP),
                                CAVG(AVGQt),
                                CAVG(AVGXN),
                                NC(cTransports),
                                DAVG(AVGPrate);
12$             DISPOSE:        No;

7$              CREATE,         1:,1:NEXT(8$);
8$              ASSIGN:         Entity.picture=pProduction;
1$              BRANCH,         1:
                                If,((YT > (Z - 0.1)).AND.(YT < (Z + 0.1))) .AND.(Disp ==
1),2$,Yes:
                                If,(YT <= (Z - 0.1)  ).AND.(Disp == 1),3$,Yes:
                                Else,9$,Yes;
2$              ASSIGN:         Ut=Dem:
                                ProductionTime=(1/Ut) * Q:
                                URt=Ut;
4$              SEIZE,          1,Other:
                                Machine,1:NEXT(23$);
23$             ASSIGN:         Time1=TNOW;
5$              DELAY:          ProductionTime,,Other:NEXT(6$);
6$              RELEASE:        Machine,1;
29$             DUPLICATE:      1,31$:NEXT(50$);
50$             DELAY:          0.0000001,,Other:NEXT(1$);

31$             COUNT:          cTransports,1;
32$             ASSIGN:         YT=YT + Q;
28$             DELAY:          TransportTime,,Other:NEXT(27$);
27$             ASSIGN:         XT=XT + Q;
51$             DELAY:          0.0000001,,Other:NEXT(30$);
30$             DISPOSE:        No;

3$              ASSIGN:         Ut=Um:
                                ProductionTime=(1/Ut) * Q:
                                URt=Ut:NEXT(4$);
```

```
9$          ASSIGN:       Ut=0:
                          URt=Ut;
14$         WAIT:         2010:NEXT(1$);

15$         DETECT:       YT,Either,Z - Q,0.1;
18$         ASSIGN:       Entity.picture=pSignal;
16$         SIGNAL:       2010;
17$         DISPOSE:      No;

19$         DETECT:       YT,Either,Z,0.01;
22$         ASSIGN:       Entity.picture=pSignal;
20$         SIGNAL:       2010;
21$         DISPOSE:      No;

24$         DETECT:       Qt,Either,0,1;
26$         ASSIGN:       Entity.picture=pSignal;
25$         DISPOSE:      No;

33$         DETECT:       YT,Negative,XT,0.1;
35$         ASSIGN:       Entity.picture=pSignal;
34$         DISPOSE:      No;

36$         CREATE,       1:,1:NEXT(37$);
37$         ASSIGN:       Entity.picture=pfailure:
                          Disp=1;
MTBF        DELAY:        LOGN(50,5,Numstream),,Other:NEXT(38$);
38$         PREEMPT,      1,Other:Machine:NEXT(40$);
40$         ASSIGN:       Time2=TNOW:
                          Disp=0:
                          URt=0;
MTTR        DELAY:        GAMM(0.5,10,Numstream),,Other:NEXT(39$);
39$         RELEASE:      Machine,1;
41$         ASSIGN:       Time3=TNOW:
                          Disp=1;
42$         DUPLICATE:    1,MTBF:NEXT(43$);
43$         CREATE,       1:,1:NEXT(46$);
46$         ASSIGN:       Entity.picture=pSignal;
44$         SIGNAL:       2010;
45$         DISPOSE:      No;

47$         DETECT:       Disp,Negative,1,0.01;
49$         ASSIGN:       Entity.picture=pSignal;
48$         DISPOSE:      No;

52$         DETECT:       XT,Either,0,0.1;
54$         ASSIGN:       Entity.picture=pSignal;
53$         DISPOSE:      No;
```

Routines C++

```
extern "C" void cdecl cstate  ()
{
      SMREAL cXT;
      SMREAL cXP;
      SMREAL cXN;
      SMREAL cYT;
      SMREAL cYP;
      SMREAL cYN ;
      SMREAL cSTOCK;
```

```
      SMREAL cPOSINV ;
      SMREAL cDem;
      SMREAL cTim;
      SMREAL cUm;
      SMREAL cUt;
      SMREAL cQt;
      SMREAL cLot;
      SMREAL cTime1;
      SMREAL cDisp;
      SMREAL cNR;
      SMREAL value;
      SMREAL value1 ;
      SMREAL cTime2;
      SMREAL cTime3;
      SMREAL cQt1;
      SMREAL cQt2;
      SMREAL csQ;
      SMREAL Ind1;
      SMREAL Ind2;

   static SMINT  XT =1;
   static SMINT YT =2;
   static SMINT  XP =3;
   static SMINT  XN =4;
   static SMINT  YP =5;
   static SMINT  YN =6 ;
   static SMINT  Dem  =7;
   static SMINT  Tim  =8;
   static SMINT  Um   =9;
   static SMINT  Ut   =10;
   static SMINT  Qt   =11;
   static SMINT  Lot  =12;
   static SMINT  Time1 =13;
   static SMINT  Disp  =14;
   static SMINT  Time2 =15;
   static SMINT  Time3 =16;
   static SMINT  RSC   =1;

   cXT = getss(&XT);
   cXP = getss(&XP);
   cXN = getss(&XN);
   cYT = getss(&YT);
   cYP = getss(&YP);
   cYN = getss(&YN);
   cDem = getss(&Dem);
   cUm = getss(&Um);
   cUt = getss(&Ut);
   cLot = getss(&Lot);
   cTime1 = getss(&Time1);
   cTime2 = getss(&Time2);
   cTime3 = getss(&Time3);
   cDisp = getss(&Disp);
   cNR= nr(&RSC);


if (cTime1 > cTime2)
{
```

```
      Ind1 = 1 ;
}
else
{
      Ind1 = 0;
}
if (cTime3 > cTime2)
{
      Ind2 = 1 ;
}
else
{
      Ind2 = 0;
}

cQt2 = cNR * cUt * (cTime2 - cTime1) ;

cQt = cNR * cDisp * Ind1 * cUt * (gettnw()- cTime1) + cNR * (1 - cDisp) * (1 -
Ind1) * (1 - Ind2) * cQt2 + cNR * cDisp * (1 - Ind1) * Ind2 *(cQt2 + cUt *
(gettnw()- cTime3)) ;

setss(&Qt, &cQt);

   cSTOCK = - cDem ;
   setd(&XT, &cSTOCK);

   cPOSINV = - cDem ;
   setd(&YT, &cPOSINV);

   cTim = gettnw() ;
   setss(&Tim, &cTim);

// Calcul de stocks potitif et négatif
if (cXT > 0)
 {
       value = cXT;
       setss(&XP, &value);
 }
else
{
       value = 0;
       setss(&XP, &value);
}

if (cXT <= 0)
{
       value = - cXT;
       setss(&XN, &value);
}
else
{
       value = 0;
       setss(&XN, &value);
}

if (cYT > 0)
 {
```

```
        value1 = cYT;
        setss(&YP, &value1);
 }
else
{
        value1 = 0;
        setss(&YP, &value1);
}

if (cYT <= 0)
{
        value1 = - cYT;
        setss(&YN, &value1);
}
else
{
        value1 = 0;
        setss(&YN, &value1);
}
return;
#ifdef TEST_FUNC
   sr_Printf  ("\n\nEntered cstate\n");
   sr_Printf  ("tnow  =%f\n", gettnw() );
#endif
}
```

ANNEXE C – MODÈLE DE SIMULATION DES SYSTÈMES MANUFACTURIERS NON-FIABLES ET IMPARFAITS, AVEC INSPECTION RECTIFIANTE

Cadre expérimentale du modèle

```
PROJECT,      "Classic HPP M1P1","Bassem Bouslah",,Yes,No,Yes,No,No,No,No,No,No,No,No;

CONTINUOUS,   6,4,0.000001,10,,Euler,No;

FILES:
DataFile,"DataFile.xls",MSExcel,,Error,,Hold,RECORDSET(ReadInputs,"Inputs",-
1),RECORDSET(WriteOutputs,"Outputs",-1);

VARIABLES:    UnitSamplingTime,CLEAR(System),CATEGORY("None-
None"),DATATYPE(Real),0.00002:
              Urt,CLEAR(System),CATEGORY("None-None"),DATATYPE(Real):
              TotalSamplingTime,CLEAR(System),CATEGORY("None-None"),DATATYPE(Real):
              c,CLEAR(System),CATEGORY("None-None"),DATATYPE(Real),2:
              RectificationTime,CLEAR(System),CATEGORY("None-None"),DATATYPE(Real):
              n,CLEAR(System),CATEGORY("None-None"),DATATYPE(Real),32:
              Z,CLEAR(System),CATEGORY("None-None"),DATATYPE(Real):
              AOQ,CLEAR(System),CATEGORY("None-None"),DATATYPE(Real):
              Return,CLEAR(System),CATEGORY("None-None"),DATATYPE(Real):
              RectificationUnitTime,CLEAR(System),CATEGORY("None-
None"),DATATYPE(Real),0.000035:
              Pa,CLEAR(System),CATEGORY("None-None"),DATATYPE(Real):
              vRectification,CLEAR(System),CATEGORY("None-None"),DATATYPE(Real),0:
              NumStream,CLEAR(System),CATEGORY("None-None"),DATATYPE(Real):
              DemTime,CLEAR(System),CATEGORY("None-None"),DATATYPE(Real):
              Control100%Time,CLEAR(System),CATEGORY("None-None"),DATATYPE(Real):
              ProductionTime,CLEAR(System),CATEGORY("None-None"),DATATYPE(Real):
              %p,CLEAR(System),CATEGORY("None-None"),DATATYPE(Real),0.05:
              Zq22,CLEAR(System),CATEGORY("None-None"),DATATYPE(Real):
              Zq1,CLEAR(System),CATEGORY("None-None"),DATATYPE(Real):
              Zq2,CLEAR(System),CATEGORY("None-None"),DATATYPE(Real);

PICTURES:     pProduction:
              pSignal:
              pfailure:
              pTest:
              pDemand;

RESOURCES:    1,Machine,Capacity(1),,Stationary,COST(0.0,0.0,0.0),,AUTOSTATS(Yes,,);

CSTATS:       YP,AVGYP:
              IndSatisfaction,AVGIndSatisfaction:
              Qt,AVGQt:
              XN,AVGXN:
              XP,AVGXP:
              XT,AVGXT;

COUNTERS:     cRectification,,Replicate:
              cfailures,,Replicate:
              cRejection,,Replicate:
              cPOSINV,,Replicate:
              cInspection,,Replicate:
              cProduction,,Replicate:
              cControl100%,,Replicate:
              cTransport,,Replicate;
```

```
DSTATS:       Urt,Prate;

REPLICATE,    45,0.0,500000,Yes,Yes,0.0,,,24.0,Hours,No,No,,,No,No;

LEVELS:       1,XT,:
              2,XP:
              3,XN:
              4,Prod:
              5,Dem,4000:
              6,Time:
              7,Um,6000:
              8,Ut,:
              9,Qt,0:
              10,Q,:
              11,Time1,:
              12,Disp,:
              14,Time2:
              15,Time3:
              16,POSINV:
              17,YT:
              18,YP:
              19,YN:
              20,IndSatisfaction;

RATES:        1,rXT:
              2,rXP:
              3,rXN:
              4,rProd:
              5,rDem:
              6,rTime1:
              7,rUm:
              8,rUt:
              9,rQt:
              10,rLot:
              12,rDisp:
              14,rTime2:
              15,rTime3:
              16,rPOSINV:
              17,rYT:
              18,rYP:
              19,rYN:
              20,rIndSatisdacttion;
```

Modèle de simulation

```
0$            CREATE,        1:,1:NEXT(13$);

13$           READ,          DataFile,RECORDSET(ReadInputs):
                             NumStream,
                             Q,
                             Z;
10$           DELAY:         TFIN,,Other:NEXT(72$);

72$           ASSIGN:        Return=CAVG(AVGIndSatisfaction) * AOQ * Dem;
11$           WRITE,         DataFile,RECORDSET(WriteOutputs):
                             CAVG(AVGYP),
                             CAVG(AVGQt),
                             CAVG(AVGXN),
                             NC(cTransport),
                             NC(cInspection),
                             NC(cControl100%),
```

```
                                vRectification,
                                Return;
12$             DISPOSE:        No;

7$              CREATE,         1:,1:NEXT(8$);
8$              ASSIGN:         Zq1=Z - Q:
                                Zq2=Z:
                                Zq22=Zq2 + 0.1:
                                Entity.picture=pProduction:
                                TotalSamplingTime=n * UnitSamplingTime:
                                Pa=EP(-(n * %p)) + (n * %p * EP(- (n * %p))) + (((n *
%p)*(n * %p)) * EP(- (n * %p)))/2:
                                Control100%Time=(Q - n) * UnitSamplingTime:
                                AOQ=%p * Pa:
                                RectificationTime=RectificationUnitTime *  %p * Q;
1$              BRANCH,         1:
                                If,((YT > (Zq2 - 0.1)).AND.(YT < (Zq2 + 0.1))).AND.(Disp
== 1),2$,Yes:
                                If,(YT <= (Zq2 - 0.1)  ).AND.(Disp == 1),3$,Yes:
                                Else,9$,Yes;
2$              ASSIGN:         Ut=Dem:
                                ProductionTime=(1/Ut) * Q:
                                Urt=Ut;
4$              SEIZE,          1,Other:
                                Machine,1:NEXT(23$);
23$             ASSIGN:         Time1=TNOW;
5$              DELAY:          ProductionTime,,Other:NEXT(6$);
6$              RELEASE:        Machine,1;
30$             DUPLICATE:      1,69$:NEXT(66$);
66$             DELAY:          0.00000001,,Other:NEXT(1$);

69$             COUNT:          cTransport,1;
28$             COUNT:          cPOSINV,Q;
33$             ASSIGN:         POSINV=NC(cPOSINV);
67$             COUNT:          cInspection,n;
29$             DELAY:          TotalSamplingTime,,Other:NEXT(38$);

38$             BRANCH,         1:
                                With,Pa,32$,Yes:
                                With,(1 - Pa),68$,Yes;
32$             COUNT:          cProduction,Q;
27$             ASSIGN:         Prod=NC(cProduction);
31$             DISPOSE:        No;

68$             COUNT:          cControl100%,Q - n;
37$             DELAY:          Control100%Time,,Other:NEXT(71$);
71$             ASSIGN:         vRectification=vRectification + %p * Q;
70$             DELAY:          RectificationTime,,Other:NEXT(39$);
39$             COUNT:          cProduction,Q:NEXT(27$);

3$              ASSIGN:         Ut=Um:
                                ProductionTime=(1/Ut) * Q:
                                Urt=Ut:NEXT(4$);

9$              ASSIGN:         Ut=0:
                                Urt=0;
14$             WAIT:           2010:NEXT(1$);

15$             DETECT:         YT,Either,Zq1,0.1;
18$             ASSIGN:         Entity.picture=pSignal;
16$             SIGNAL:         2010;
17$             DISPOSE:        No;
```

```
19$          DETECT:        YT,Either,Zq2,0.01;
22$          ASSIGN:        Entity.picture=pSignal;
20$          SIGNAL:        2010;
21$          DISPOSE:       No;

24$          DETECT:        Qt,Negative,0,1;
26$          ASSIGN:        Entity.picture=pSignal;
25$          DISPOSE:       No;

34$          DETECT:        YT,Negative,XT,0.1;
36$          ASSIGN:        Entity.picture=pSignal;
35$          DISPOSE:       No;

40$          DETECT:        XT,Either,Zq1,0.1;
43$          ASSIGN:        Entity.picture=pSignal;
41$          SIGNAL:        2010;
42$          DISPOSE:       No;

44$          CREATE,        1:,1:NEXT(45$);
45$          ASSIGN:        Entity.picture=pfailure:
                            Disp=1;
46$          DELAY:         GAMM(0.5,100,NumStream),,Other:NEXT(47$);
47$          PREEMPT,       1,Other:Machine:NEXT(50$);
50$          ASSIGN:        Time2=TNOW:
                            Disp=0:
                            Urt=0;
48$          DELAY:         GAMM(0.5,10,NumStream),,Other:NEXT(49$);
49$          RELEASE:       Machine,1;
51$          ASSIGN:        Time3=TNOW:
                            Disp=1;
52$          DUPLICATE:     1,46$:NEXT(53$);
53$          CREATE,        1:,1:NEXT(56$);
56$          ASSIGN:        Entity.picture=pSignal;
54$          SIGNAL:        2010;
55$          DISPOSE:       No;

57$          DETECT:        Disp,Negative,1,0.01;
59$          ASSIGN:        Entity.picture=pSignal;
58$          DISPOSE:       No;

60$          DETECT:        XT,Positive,YT,0.1;
62$          ASSIGN:        Entity.picture=pSignal;
61$          DISPOSE:       No;

63$          DETECT:        XT,Positive,YT - %p * Q,0.1;
65$          ASSIGN:        Entity.picture=pSignal;
64$          DISPOSE:       No;
```

Routines C++

```
extern "C" void cdecl cstate  ()
{
      SMREAL cST;
      SMREAL cSP;
      SMREAL cSN;
      SMREAL cProd;
      SMREAL cDem;
```

```
   SMREAL cTim;
   SMREAL cUm;
   SMREAL cUt;
   SMREAL cQt;
   SMREAL cLot;
   SMREAL cTime1;
   SMREAL cDisp;
   SMREAL cNR;
   SMREAL value;
   SMREAL cTime2;
   SMREAL cTime3;
   SMREAL cQt1;
   SMREAL cQt2;
   SMREAL csQ;
   SMREAL Ind1;
   SMREAL Ind2;
   SMREAL cYT;
   SMREAL cYP;
   SMREAL cYN;
   SMREAL cPosInv;
   SMREAL val;
   SMREAL cIndSatisfaction;

static SMINT  ST    =1;
static SMINT  SP    =2;
static SMINT  SN    =3;
static SMINT  Prod  =4;
static SMINT  Dem   =5;
static SMINT  Tim   =6;
static SMINT  Um    =7;
static SMINT  Ut    =8;
static SMINT  Qt    =9;
static SMINT  Lot   =10;
static SMINT  Time1   =11;
static SMINT  Disp    =12;
static SMINT  Time2   =14;
static SMINT  Time3   =15;
```

```
   static SMINT  PosInv  =16;
   static SMINT  YST     =17;
   static SMINT  YSP     =18;
   static SMINT  YSN     =19;
   static SMINT  RSC    =1;
   static SMINT IndSatisfaction = 20;
   cST = getss(&ST);
   cSP = getss(&SP);
   cSN = getss(&SN);
   cProd = getss(&Prod);
   cDem = getss(&Dem);
   cUm = getss(&Um);
   cUt = getss(&Ut);
   cLot = getss(&Lot);
   cTime1 = getss(&Time1);
   cTime2 = getss(&Time2);
   cTime3 = getss(&Time3);
   cDisp = getss(&Disp);
   cNR= nr(&RSC);
   cPosInv = getss(&PosInv);
   cYT = getss(&YST);
   cYP = getss(&YSP);
   cYN = getss(&YSN);
   cIndSatisfaction = getss(&IndSatisfaction);
if (cTime1 > cTime2)
{
      Ind1 = 1 ;
}
else
{
      Ind1 = 0;
}
if (cTime3 > cTime2)
{
      Ind2 = 1 ;
}
else
```

```
{
      Ind2 = 0;
}
cQt2 = cNR * cUt * (cTime2 - cTime1) ;
cQt = cNR * cDisp * Ind1 * cUt * (gettnw()- cTime1) + cNR * (1 - cDisp) * (1 -
Ind1) * (1 - Ind2) * cQt2 + cNR * cDisp * (1 - Ind1) * Ind2 *(cQt2 + cUt *
(gettnw()- cTime3)) ;
setss(&Qt, &cQt);
cST = cProd - cDem * gettnw() ;
setss(&ST, &cST);
if (cST > 0)
 {
       cIndSatisfaction = 1;
       setss(&IndSatisfaction, &cIndSatisfaction);
 }
else
{
       cIndSatisfaction = 0 ;
       setss(&IndSatisfaction, &cIndSatisfaction);
}
if (cST >= 0)
 {
       value = cST;
       setss(&SP, &value);
 }
else
{
       value = 0;
       setss(&SP, &value);
}
if (cST < 0)
{
       value = - cST;
       setss(&SN, &value);
}
else
{
       value = 0;
```

```
        setss(&SN, &value);
}
cTim = gettnw() ;
setss(&Tim, &cTim);
cYT = cPosInv - cDem * gettnw() ;
   setss(&YST, &cYT);
if (cYT >= 0)
 {
        val = cYT;
        setss(&YSP, &val);
 }
else
{
        val = 0;
        setss(&YSP, &val);
}
 if (cYT < 0)
{
        val = - cYT;
        setss(&YSN, &val);
}
else
{
        val = 0;
        setss(&YSN, &val);
}
return;
#ifdef TEST_FUNC
   sr_Printf  ("\n\nEntered cstate\n");
   sr_Printf  ("tnow  =%f\n", gettnw() );
#endif
}
```

ANNEXE D – MODÈLE DE SIMULATION DES SYSTÈMES MANUFACTURIERS NON-FIABLES ET IMPARFAITS, AVEC INSPECTION NON-RECTIFIANTE

Cadre expérimentale du modèle

```
PROJECT,      "Batch HPP with quality","Bassem
Bouslah",,Yes,No,Yes,No,No,No,No,No,No,No;

CONTINUOUS,   2,8,0.000001,1,,Euler,No;

ATTRIBUTES:   Pa,DATATYPE(Real):
              a%p,DATATYPE(Real);

FILES:
DataFile,"DataFilev2.xlsx",MSExcel2007,,Error,,Hold,RECORDSET(ReadInputs,"Inputs",-
1),RECORDSET(WriteOutputs,"Outputs",-1);

VARIABLES:    vReturn,CLEAR(System),CATEGORY("None-None"),DATATYPE(Real):
              UnitSamplingTime,CLEAR(System),CATEGORY("None-
None"),DATATYPE(Real),0.000025:
              Urt,CLEAR(System),CATEGORY("None-None"),DATATYPE(Real):
              TotalSamplingTime,CLEAR(System),CATEGORY("None-None"),DATATYPE(Real):
              c,CLEAR(System),CATEGORY("None-None"),DATATYPE(Real):
              n,CLEAR(System),CATEGORY("None-None"),DATATYPE(Real):
              Z,CLEAR(System),CATEGORY("None-None"),DATATYPE(Real):
              vRejects,CLEAR(System),CATEGORY("None-None"),DATATYPE(Real):
              Return,CLEAR(System),CATEGORY("None-None"),DATATYPE(Real):
              v%p,CLEAR(System),CATEGORY("None-None"),DATATYPE(Real):
              vTQP,CLEAR(System),CATEGORY("None-None"),DATATYPE(Real):
              NumStream,CLEAR(System),CATEGORY("None-None"),DATATYPE(Real):
              Control100%Time,CLEAR(System),CATEGORY("None-None"),DATATYPE(Real):
              ProductionTime,CLEAR(System),CATEGORY("None-None"),DATATYPE(Real):
              i%p,CLEAR(System),CATEGORY("None-None"),DATATYPE(Real);

PICTURES:     pProduction:
              pSignal:
              pfailure:
              pTest:
              pDemand;

RESOURCES:    1,Machine,Capacity(1),,Stationary,COST(0.0,0.0,0.0),,AUTOSTATS(Yes,,);

CSTATS:       YN,AVGYN:
              YP,AVGYP:
              IndSatisfaction,AVGIndSatisfaction:
              AOQ,EAOQ:
              Qt,AVGQt:
              XN,AVGXN:
              XP,AVGXP:
              XT,AVGXT;

COUNTERS:     cfailures,,Replicate:
              cInspection,,Replicate:
              cControl100%,,Replicate:
              cTransport,,Replicate;

TALLIES:      Pa_moy;

DSTATS:       Urt,Prate;
```

```
REPLICATE,     45,0.0,500000,Yes,Yes,0.0,,,24.0,Hours,No,No,,,No,No;

LEVELS:        1,XT,:
               2,YT:
               3,XN:
               4,Dem,4000:
               5,Time:
               6,Um,6000:
               7,Ut,:
               8,Qt,0:
               9,Q,:
               10,Time1,:
               11,Disp,:
               12,Time2:
               13,Time3:
               14,XP:
               15,YP:
               16,YN:
               17,IndSatisfaction:
               18,AOQ;

RATES:         1,rXT:
               2,rXP:
               3,rXN:
               4,rDem:
               6,rUm:
               7,rUt:
               8,rQt:
               9,rLot:
               10,rTime1:
               11,rDisp:
               12,rTime2:
               13,rTime3:
               14,rYT:
               15,rYP:
               16,rYN:
               17,rIndSatisdacttion:
               18,rAOQ;
```

Modèle de simulation

```
0$             CREATE,        1:,1:NEXT(13$);

13$            READ,          DataFile,RECORDSET(ReadInputs):
                              NumStream,
                              n,
                              c,
                              i%p,
                              Q,
                              Z;
71$            ASSIGN:        TotalSamplingTime=n * UnitSamplingTime:
                              Control100%Time=(Q - n) * UnitSamplingTime;
10$            DELAY:         TFIN,,Other:NEXT(64$);
64$            ASSIGN:        Return=CAVG(AVGIndSatisfaction) * AOQ * Dem;
11$            WRITE,         DataFile,RECORDSET(WriteOutputs):
                              CAVG(AVGYP),
                              CAVG(AVGQt),
                              CAVG(AVGXN),
                              NC(cTransport),
                              NC(cInspection),
                              NC(cControl100%),
                              vRejects,
```

```
                                DAVG(Prate),
                                vReturn;
12$             DISPOSE:        No;

7$              CREATE,         1:,1:NEXT(8$);
8$              ASSIGN:         Entity.picture=pProduction;
1$              BRANCH,         1:
                                If,((YT > (Z - 0.1)).AND.(YT < (Z + 0.1))).AND.(Disp ==
1),2$,Yes:
                                If,(YT <= (Z - 0.1)  ).AND.(Disp == 1),3$,Yes:
                                Else,9$,Yes;
2$              ASSIGN:         Ut=Dem / (1 - AOQ):
                                ProductionTime=(1/Ut) * Q:
                                Urt=Ut;
4$              SEIZE,          1,Other:
                                Machine,1:NEXT(23$);

23$             ASSIGN:         Time1=TNOW;
5$              DELAY:          ProductionTime,,Other:NEXT(6$);
6$              RELEASE:        Machine,1;
73$             ASSIGN:         a%p=i%p:
                                Pa=EP(-(n * a%p)) + (n * a%p * EP(- (n * a%p))) + (((n *
a%p)*(n * a%p)) * EP(- (n * a%p)))/2; UNIF(i%p - 0.015, i%p + 0.015)
74$             TALLY:          Pa_moy,Pa,1;
29$             DUPLICATE:      1,63$:NEXT(60$);
60$             DELAY:          0.00000001,,Other:NEXT(1$);

63$             COUNT:          cTransport,1;
31$             ASSIGN:         YT=YT + Q;
61$             COUNT:          cInspection,n;
28$             DELAY:          TotalSamplingTime,,Other:NEXT(36$);

36$             BRANCH,         1:
                                With,Pa,27$,Yes:
                                With,(1 - Pa),62$,Yes;
27$             ASSIGN:         XT=XT + Q:
                                vReturn=vReturn + a%p * (Q - n):
                                vTQP=vTQP + Q:
                                AOQ=vReturn / vTQP;
72$             DELAY:          0.0000001,,Other:NEXT(30$);
30$             DISPOSE:        No;

62$             COUNT:          cControl100%,Q - n;
35$             DELAY:          Control100%Time,,Other:NEXT(65$);
65$             DUPLICATE:      1,68$:NEXT(67$);
67$             ASSIGN:         v%p=a%p:
                                XT=XT + (1 - a%p) * Q:
                                vTQP=vTQP + (1 - a%p) * Q:
                                AOQ=vReturn / vTQP;
70$             DELAY:          0.0000001,,Other:NEXT(30$);

68$             ASSIGN:         v%p=a%p:
                                vRejects=vRejects + a%p * Q;
66$             ASSIGN:         YT=YT - (a%p * Q);
69$             DELAY:          0.0000001,,Other:NEXT(30$);

3$              ASSIGN:         Ut=Um:
                                ProductionTime=(1/Ut) * Q:
                                Urt=Ut:NEXT(4$);

9$              ASSIGN:         Ut=0:
                                Urt=0;
14$             WAIT:           2010:NEXT(1$);
```

```
15$          DETECT:        YT,Either,Z - Q,0.1;
18$          ASSIGN:        Entity.picture=pSignal;
16$          SIGNAL:        2010;
17$          DISPOSE:       No;

19$          DETECT:        YT,Either,Z,0.01;
22$          ASSIGN:        Entity.picture=pSignal;
20$          SIGNAL:        2010;
21$          DISPOSE:       No;

24$          DETECT:        Qt,Negative,0,1;
26$          ASSIGN:        Entity.picture=pSignal;
25$          DISPOSE:       No;

32$          DETECT:        YT,Negative,XT,0.1;
34$          ASSIGN:        Entity.picture=pSignal;
33$          DISPOSE:       No;

37$          DETECT:        XT,Either,Z - Q,0.1;
40$          ASSIGN:        Entity.picture=pSignal;
38$          SIGNAL:        2010;
39$          DISPOSE:       No;

41$          CREATE,        1:,1:NEXT(42$);
42$          ASSIGN:        Entity.picture=pfailure:
                            Disp=1;
43$          DELAY:         LOGN(50,5,Numstream),,Other:NEXT(44$);
44$          PREEMPT,       1,Other:Machine:NEXT(47$);
47$          ASSIGN:        Time2=TNOW:
                            Disp=0:
                            Urt=0;
45$          DELAY:         GAMM(0.5,10,NumStream),,Other:NEXT(46$);
46$          RELEASE:       Machine,1;
48$          ASSIGN:        Time3=TNOW:
                            Disp=1;
49$          DUPLICATE:     1,43$:NEXT(50$);
50$          CREATE,        1:,1:NEXT(53$);
53$          ASSIGN:        Entity.picture=pSignal;
51$          SIGNAL:        2010;
52$          DISPOSE:       No;

54$          DETECT:        XT,Positive,YT,0.1;
56$          ASSIGN:        Entity.picture=pSignal;
55$          DISPOSE:       No;

57$          DETECT:        XT,Positive,YT - a%p * Q,0.1;
59$          ASSIGN:        Entity.picture=pSignal;
58$          DISPOSE:       No;
```

Routines C++

```
{
// Declaration des variables
      SMREAL cXT;
      SMREAL cSTOCK ;
      SMREAL cPosInv ;
      SMREAL cXP;
```

```
      SMREAL cXN;
      SMREAL cDem;
      SMREAL cTim;
      SMREAL cUm;
      SMREAL cUt;
      SMREAL cQt;
      SMREAL cLot;
      SMREAL cTime1;
      SMREAL cDisp;
      SMREAL cNR;
      SMREAL value;
      SMREAL cTime2;
      SMREAL cTime3;
      SMREAL cQt1;
      SMREAL cQt2;
      SMREAL csQ;
      SMREAL Ind1;
      SMREAL Ind2;
      SMREAL Ind3;
      SMREAL cYT;
      SMREAL cYP;
      SMREAL cYN;
      SMREAL val;
      SMREAL cIndSatisfaction;
      SMREAL cAOQ ;
// Declaration des variables SIMAN
   static SMINT  XT   =1;
   static SMINT  XP   =14;
   static SMINT  XN   =3;
   static SMINT  Dem  =4;
   static SMINT  Tim  =5;
   static SMINT  Um   =6;
   static SMINT  Ut   =7;
   static SMINT  Qt   =8;
   static SMINT  Lot  =9;
   static SMINT  Time1  =10;
   static SMINT  Disp   =11;
```

```
   static SMINT  Time2  =12;
   static SMINT  Time3  =13;
   static SMINT  YT   =2;
   static SMINT  YP   =15;
   static SMINT  YN   =16;
   static SMINT  RSC  =1;
   static SMINT IndSatisfaction = 17;
   static SMINT AOQ = 18 ;
// Affectation des variables SIMAN
   cXT = getss(&XT);
   cXP = getss(&XP);
   cXN = getss(&XN);
   cDem = getss(&Dem);
   cUm = getss(&Um);
   cUt = getss(&Ut);
   cLot = getss(&Lot);
   cTime1 = getss(&Time1);
   cTime2 = getss(&Time2);
   cTime3 = getss(&Time3);
   cDisp = getss(&Disp);
   cNR= nr(&RSC);
   cYT = getss(&YT);
   cYP = getss(&YP);
   cYN = getss(&YN);
   cIndSatisfaction = getss(&IndSatisfaction);
   cAOQ = getss(&AOQ);
// Calcul du niveau instantanné du lot encours de production
if (cTime1 > cTime2)
{
      Ind1 = 1 ;
}
else
{
      Ind1 = 0;
}
if (cTime3 > cTime2)
{
```

```
      Ind2 = 1 ;
}
else
{
      Ind2 = 0;
}
cQt2 = cNR * cUt * (cTime2 - cTime1) ;
cQt = cNR * cDisp * Ind1 * cUt * (gettnw()- cTime1) + cNR * (1 - cDisp) * (1 -
Ind1) * (1 - Ind2) * cQt2 + cNR * cDisp * (1 - Ind1) * Ind2 *(cQt2 + cUt *
(gettnw()- cTime3)) ;
setss(&Qt, &cQt);
// Calcul de inventory level and inventory position
if (cXT > 0)
{
      Ind3 = 1 ;
}
else
{
      Ind3 =  0 ;
}
   cSTOCK =   - Ind3 * cDem /(1 - cAOQ) - (1 - Ind3) * cDem ;
   setd(&XT, &cSTOCK);
   cPosInv =  - Ind3 * cDem /(1 - cAOQ) - (1 - Ind3) * cDem ;
   setd(&YT, &cPosInv);
   cTim = gettnw() ;
   setss(&Tim, &cTim);
// Calcul de stocks positif et négatif
if (cXT > 0)
 {
       value = cXT;
       setss(&XP, &value);
       cIndSatisfaction = 1 ;
       setss(&IndSatisfaction, &cIndSatisfaction);
 }
else
{
       value = 0;
       setss(&XP, &value);
```

```
        cIndSatisfaction = 0 ;
        setss(&IndSatisfaction, &cIndSatisfaction);
}
if (cXT <= 0)
{
        value = - cXT;
        setss(&XN, &value);
}
else
{
        value = 0;
        setss(&XN, &value);
}

if (cYT > 0)
 {
        val = cYT;
        setss(&YP, &val);
 }
else
{
        val = 0;
        setss(&YP, &val);
}

if (cYT <= 0)
{
        val = - cYT;
        setss(&YN, &val);
}
else
{
        val = 0;
        setss(&YN, &val);
}
return;
```