POLYPUBLIE

Codisposition totale des résidus miniers et des roches stériles chimiquement non réactifs: Études théoriques et expérimentales pour éviter le mélange entre roches stériles déversées et résidus miniers

Ilhem Msehli

Document en libre accès dans PolyPublie
Open Access document in PolyPublie

Date	2026
Type	Mémoire ou thèse / Dissertation or Thesis Mémoire de maîtrise/Master's thesis
URL de PolyPublie **PolyPublie URL**	https://publications.polymtl.ca/71718/
Conditions d'utilisation **Terms of use**	© Tous droits réservés / All rights reserved
Référence **Citation**	Msehli, I. (2026). Codisposition totale des résidus miniers et des roches stériles chimiquement non réactifs: Études théoriques et expérimentales pour éviter le mélange entre roches stériles déversées et résidus miniers [Mémoire de maîtrise, Polytechnique Montréal]. PolyPublie. https://publications.polymtl.ca/71718/

Détails de la thèse
Thesis details

Directeurs de recherche **Advisors**	Li Li, & Carlos Ovalle
Programme **Program**	Génie Minéral

Ce fichier a été téléchargé à partir de PolyPublie, le dépôt institutionnel de Polytechnique Montréal
This file has been downloaded from PolyPublie, the institutional repository of Polytechnique Montréal
https://publications.polymtl.ca

POLYTECHNIQUE MONTRÉAL

affiliée à l'Université de Montréal

Codisposition totale des résidus miniers et des roches stériles chimiquement non réactifs: Études théoriques et expérimentales pour éviter le mélange entre roches stériles déversées et résidus miniers

ILHEM MSEHLI

Département des génies civil, géologique et des mines

Mémoire présenté en vue de l'obtention du diplôme de *Maîtrise ès sciences appliquées*

Génie minéral

Décembre 2025

© Ilhem Msehli, 2025.

POLYTECHNIQUE MONTRÉAL

affiliée à l'Université de Montréal

Ce mémoire intitulé :

Codisposition totale des résidus miniers et des roches stériles chimiquement non réactifs: Études théoriques et expérimentales pour éviter le mélange entre roches stériles déversées et résidus miniers

présentée par **Ilhem MSEHLI**

en vue de l'obtention du diplôme de *Maîtrise ès sciences appliquées*

a été dûment acceptée par le jury d'examen constitué de :

Vincent BOULANGER-MARTEL, président
Li LI, membre et directeur de recherche
Carlos OVALLE, membre et codirecteur de recherche
El Mustapha JAOUHAR, membre

DÉDICACE

À mes grands-parents,

À mes parents,

À ma tante

À mes frères et mes sœurs,

À mon neveu et mes nièces.

REMERCIEMENTS

Je tiens à remercier mon directeur de recherche, Monsieur Li Li, et mon codirecteur, Monsieur Carlos Ovalle, professeurs à l'École Polytechnique de Montréal. J'ai été sous leurs directions durant ma maitrise, leurs conseils précieux et leurs explications et leurs commentaires m'ont aidé beaucoup dans la rédaction de mémoire.

Je tiens à remercier Vincent Boulanger-Martel et El Mustapha Jaouhar pour avoir accepté d'évaluer ce mémoire.

J'adresse également mes remerciements à Monsieur Patrick Berneche, Monsieur Éric Turgeon et Monsieur Samuel Chénier, pour leur aide lors de la réalisation des essais expérimentaux, la préparation des matériaux pour les essais et pour leurs supports techniques.

Je tiens à remercier mon groupe de recherche pour le soutien quotidien et leurs conseils et leurs aides durant mon projet de recherche.

Enfin, je remercie le CRSNG, WSP et les partenaires industriels de l'IRME UQAT-Polytechnique pour leur soutien financier qui m'a permis de poursuivre mes études à Polytechnique ainsi que la réalisation des travaux de recherche dans le cadre de projet.

RÉSUMÉ

La gestion des rejets miniers représente un défi majeur pour l'industrie minière. Les ruptures des parcs à résidus (PAR) ont souvent entraîné des catastrophes pour l'environnement, les infrastructures et même les vies humaines. La situation peut s'aggraver avec l'augmentation incessante du nombre de nouvelles mines et de PAR ainsi que les changements climatiques, qui ont généralement un impact négatif sur la stabilité des digues de rétention de résidus. Ce dernier facteur est non négligeable, mais très difficile à prendre en compte dans la conception des PAR conventionnelles. Les résidus filtrés sont devenus de plus en plus populaires et adoptés par un nombre croissant des mines. Même si cette technologie est relativement nouvelle et le nombre de PAR filtrées est encore limité, la défaillance de ce type d'installations a apparu déjà. Une nouvelle solution radicale est nécessaire. La co-disposition totale des résidus et des roches stériles dans une structure intégrale semble être une technique prometteuse. Le concept consiste à faire une seule structure intégrale avec des cellules des résidus miniers conventionnels construites avec des roches stériles. Les roches stériles, reconnues pour la bonne résistance mécanique et pour la bonne capacité de drainage, rendent la structure plus stable et aident à accélérer le drainage et la consolidation des résidus miniers. En cas de défaillance, les résidus et les stériles de la structure intégrale peuvent se mélanger au lieu de se transformer en inondation tant que la structure intégrale est bien conçue. Cependant, le mélange des résidus et des stériles pendant la construction n'est pas souhaitable. Un outil est nécessaire, mais absent de la littérature, pour guider les opérations minières à éviter le mélange entre les roches stériles et les résidus miniers.

L'objectif principal de ce mémoire est de combler cette lacune identifiée et de développer une solution analytique qui permet de guider les opérations minières à éviter le mélange entre les roches stériles et les résidus miniers. Afin d'atteindre cet objectif principal, les objectifs spécifiques suivants ont été réalisés :

1) Développer une solution analytique pour déterminer l'énergie cinétique maximale permise afin d'éviter le mélange entre les résidus miniers et les roches stériles déversées.
2) Réaliser des essais en laboratoire pour déterminer la variation des hauteurs de chute critiques des roches stériles en fonction des propriétés rhéologiques des résidus miniers.
3) Tester la validité de la solution analytique par comparaison avec les résultats expérimentaux obtenus.

La solution analytique a été développée en se basant sur la deuxième loi de Newton**,** en commençant la simulation de chute libre d'une particule sphérique dans l'air, puis la pénétration de la particule dans le fluide de Bingham. Un critère de mélange a été proposé, pour la première fois, dans cette étude. La solution analytique développée pour une particule sphérique a été ensuite généralisée au matériau granulaire. La taille maximale des grains a été considérée dans l'application du critère de mélange.

Quatre séries d'essais de chute de particules sur un fluide ont été réalisées. En adoptant une méthodologie progressive du plus simple au plus complexe, la première série d'essais a été effectuée avec de l'argile pour sa stabilité physique et des billes en acier. La deuxième série a été réalisée avec des résidus miniers, des particules de gravier subarrondies et des particules de roches stériles subangulaires. La troisième série d'essais était réalisée avec des résidus miniers et des roches stériles modifiées. La dernière série a été réalisée avec des résidus miniers et des roches stériles avec une granulométrie étalée et des roches stériles tronquées sur un tamis à 9,5 mm. Chaque série comprend toujours trois essais distincts, chacun réalisé avec une particule individuelle. Les résultats sont utilisés pour obtenir les paramètres manque de la solution analytique via le processus de calibration. Le reste d'essais a été réalisé pour tester la capacité de prédiction de la solution analytique calibrée.

Les résultats montrent que la solution analytique a une bonne capacité de prédiction pour la hauteur de chute critique d'une particule individuelle. La précision diminue lorsqu'elle est appliquée à des échantillons composés de plusieurs particules. Cette baisse de performance s'explique par les interactions entre les particules et les effets collectifs, qui ne sont pas entièrement pris en compte par le modèle analytique développé pour une particule individuelle. De plus, on a observé que les particules fines peuvent former une couche de coussin sur la surface des résidus miniers, diminuant ainsi la profondeur de pénétration de la particule la plus grosse. Cependant, la bonne concordance générale entre les résultats expérimentaux et analytiques tend à indiquer que la solution analytique et l'approche proposées peuvent être considérées comme un outil utile pour aider les ingénieurs miniers à éviter ou minimiser le mélange entre les stériles déversés et les résidus miniers.

ABSTRACT

Mining waste management is a major challenge for the mining industry. Tailings dam failures have often led to disasters for the environment, infrastructure, and even human lives. The situation may worsen with the relentless increase in the number of new mines and tailings storage facilities (TSF), as well as climate change, which generally has a negative impact on the stability of tailings dams. This last factor is significant, but very difficult to take into account in the design of conventional PAR. Filtered tailings have become increasingly popular and are being adopted by a growing number of mines. Although this technology is relatively new and the number of filtered PAR is still limited, failures of this type of facility have already occurred. A radical new solution is needed. The total co-disposal of tailings and waste rock in an integral structure appears to be a promising technique. The concept consists of creating a single integral structure with conventional tailings cells built using waste rock. Waste rock, known for its good mechanical strength and drainage capacity, makes the structure more stable and helps accelerate the drainage and consolidation of tailings. In the event of failure, the tailings and waste rock in the integral structure can mix together instead of causing flooding, as long as the integral structure is well designed. However, mixing tailings and waste rock during construction is not desirable. A tool is needed, but is currently absent from the literature, to guide mining operations in avoiding mixing between waste rock and tailings.

The main objective of this thesis is to fill this identified gap and to develop an analytical solution to guide mining operations in avoiding mixing between waste rock an tailings. In order to achieve this main objective, the following specific objectives were achieved:

1) Develop an analytical solution to determine the maximum allowable kinetic energy to avoid mixing between mine tailings and dumped waste rock.

2) Conduct laboratory tests to determine the variation in critical drop heights of waste rock based on the rheological properties of tailings.

3) Test the validity of the analytical solution by comparing it with the experimental results obtained.

The analytical solution was developed based on Newton's second law, starting with the simulation of a spherical particle falling freely through the air, then penetrating Bingham fluid. A mixing criterion was proposed for the first time in this study. The analytical solution developed for a

spherical particle was then generalized to granular materials. The maximum grain size was considered in the application of the mixing criterion.

Four series of particle fall tests on a fluid were carried out. Adopting a progressive methodology from the simplest to the most complex, the first series of tests was carried out with clay for its physical stability and steel balls. The second series was carried out with tailings, sub-rounded gravel particles, and sub-angular waste rock particles. The third series of tests was carried out with tailings and modified waste rock. The last series was carried out with tailings and waste rock with a spread particle size distribution and waste rock truncated on a 9.5 mm sieve. Each series always includes three separate tests, each carried out with an individual particle. The results are used to obtain the missing parameters of the analytical solution via the calibration process. The remaining tests were performed to test the predictive power of the calibrated analytical solution.

The results show that the analytical solution has good predictive capacity for the critical fall height of an individual particle. The accuracy decreases when applied to samples composed of multiple particles. This decrease in performance can be explained by particle interactions and collective effects, which are not fully accounted for by the analytical model developed for a single particle. In addition, it has been observed that fine particles can form a cushion layer on the surface of tailings, thereby reducing the penetration depth of the largest particle. However, the good overall agreement between the experimental and analytical results suggests that the proposed analytical solution and approach can be considered a useful tool to help mining engineers avoid or minimize mixing between dumped waste rock and tailings.

TABLE DES MATIÈRES

DÉDICACE III

REMERCIEMENTS IV

RÉSUMÉ V

ABSTRACT VII

TABLE DES MATIÈRES IX

LISTE DES TABLEAUX XII

LISTE DES FIGURES XV

LISTE DES SIMBOLES ET ABRÉVIATIONS XIX

LISTE DES ANNEXES XXIV

CHAPITRE 1 INTRODUCTION 1

1.1 Mise en contexte 1

1.2 Objectif du projet de recherche 4

1.3 Hypothèses 4

1.4 Contenu de mémoire 4

CHAPITRE 2 REVUE DE LITTÉRATURE 6

2.1 Roches stériles (RS) 6

2.1.1 Propriétés géotechniques des roches stériles 6

2.1.2 Haldes à stériles 7

2.2 Résidus miniers (RM) 8

2.2.1 Propriétés hydro-géotechniques des résidus miniers de roche dure 9

2.2.2 Méthodes conventionnelles de gestion des résidus miniers 12

2.3 Problèmes liés à la gestion de résidus miniers 13

2.4 Épaississement des résidus miniers 17

2.5 Méthodes de co-disposition des résidus miniers et des roches stériles 19

2.5.2.2 Injection des résidus miniers dans la décharge de roches stériles 21

2.5.3.1 Inclusion en roches stériles 23

2.6 Rhéologie des résidus miniers 24

2.6.1 Propriétés rhéologiques 26

2.6.2 Méthode de mesure des propriétés rhéologique 27

2.6.3 Comparaison de mesure de propriétés rhéologiques des résidus miniers en pâte avec différentes méthodes 28

2.7 Force de trainée 30

2.7.1 Force de trainée dans un fluide newtonien 30

2.7.2 Force de trainée dans un fluide non newtonien 31

CHAPITRE 3 DÉVELOPPEMET DES ÉQUATIONS ET VALIDATIONS EXPÉRIMENTALES DE LA SOLUTION : MÉTHODOLOGIE 33

3.1 Formulation d'une solution analytique 33

3.1.1 Vitesse en chute libre d'une particule sphérique dans l'air 34

3.1.2 Vitesse d'une particule sphérique dans un fluide de Bingham 35

3.1.3 Hauteur de chute critique 37

3.2. Matériaux utilisés pour calibrer et valider la solution analytique proposée 38

3.3 Essais de chute de particule pour la validation de la solution analytique 41

CHAPITRE 4 ARTICLE 1: AN ANALYTICAL SOLUTION FOR PREVENTING MIXING BETWEEN DUMPED WASTE ROCK AND TAILINGS SLURRY 44

4.2.1 Velocities of a falling ball in the air 49

4.2.2 Velocity of a falling ball in a Bingham fluid 51

4.2.3 Mixing criterion and critical falling height 53

4.3 Particle drop tests 55

4.3.1 Drop tests with steel balls and clay slurry 57
4.3.2 Drop tests with subrounded gravel and waste rock particles and tailings slurry 59
4.3.3 Drop tests with modified waste rock and tailings slurry 62
4.3.4 Drop tests with waste rock and tailings slurry 64
4.4 Validation et discussion 66
4.4.1 Validation of the proposed analytical solution by the experimental results 66
4.4.2 Discussion 75
Acknowledgements 78
4.5 Conclusion 78
Appendix I: Calibration of parameters of equation 79
References 80
CHAPITRE 5 DISCUSSION GÉNÉRALE 84
CHAPITRE 6 CONCLUSION ET RECOMMANDATIONS 87
6.1. Conclusions 87
6.2. Recommandations 88
RÉFÉRENCES 89

LISTE DES TABLEAUX

Tableau 2.1 : Propriétés géotechniques des RS (tirées de Mbemba, 2016) 6

Tableau 2.1: Propriétés géotechniques des RS (tirées de Mbemba, 2016) (Suite) 7

Tableau 2.2 : Résumé de paramètres physique et classification des RM..... 10

Tableau 2.3 : Les paramètres de consolidations des échantillons de RM de différents sites miniers 11

Tableau 2.4 :Valeurs typiques de l'angle de frottement total et de la cohésion totale des RM (Vick, 1990)..... 11

Tableau 2.5 : Résumé des méthodes de mesure de propriétés rhéologiques..... 28

Tableau 2.5 : Résumé des méthodes de mesure de propriétés rhéologiques (Suite) 32

Tableau 2.6 : Résumé des principales relations entre C_d et R_e..... 32

Tableau 3.1 : Détermination du coefficient d'uniformité et coefficient de courbure pour les RM. 39

Tableau 3.2 : Résultats de mesure de limite de liquidité, limite de plasticité et indice de plasticité de l'argile utilisée 40

Table 4.1: Measured (*H'c*) and center-to-center (*Hc*) critical falling heights for the four balls with clay water content of $w \approx 55$ and 68%, respectively 59

Table 4.2: Measured critical falling heights for the subrounded gravel particles with a tailings water content of $w \approx 38\%$..... 64

Table 4.3: Measured critical falling heights for the subangular waste rock particles with tailings water content of $w \approx 40\%$..... 61

Table 4.4: Test results obtained with a tailings water content of w ≈ 36%. 63

Table 4.4: Test results obtained with a tailings water content of $w \approx 36\%$ (Suite) 64

Table 4.5: Measured critical falling heights for waste rock with tailings water content 66

Table 4.6: Experimental and analytical critical falling heights for ball fall tests into clay with water contents of $w = 55\%$ and $w = 68\%$, respectively..... 67

Table 4.7: Experimental and analytical critical falling heights for sub-rounded gravel particles dumping tests on tailings (w = 38%) 69

Table 4.8: Experimental and analytical critical falling heights and water content for subangular waste rock particles drop tests on tailings (w = 40%) 71

Table 4.9: Experimental and analytical critical falling heights with a tailings water content of w = 36%: three waste rock particles used for calibration; modified waste rock samples used for prediction 72

Table 4.10: Experimental and analytical critical falling heights with tailings slurry 74

Tableau A.1 : Hauteur de chute équivalente pour avoir une profondeur de pénétration à peu près égale un cinquième de diamètre de bille à une teneur en eau w = 31% 103

Tableau A.2 : Hauteur de chute équivalent pour avoir une profondeur de pénétration à peu près égale un cinquième de diamètre de bille à une teneur en eau w = 34% 104

Tableau A.3 : Hauteur de chute équivalent pour avoir une profondeur de pénétration à peu près égale un cinquième de diamètre de bille a une teneur en eau w = 43% 104

Tableau A.4 : Hauteur de chute de la bille pour avoir 1/5 diamètre de la bille comme pénétration déterminée par interpolation / extrapolation 104

Tableau A.5 : Hauteur de chute de la bille pour avoir une fois le diamètre de la bille comme pénétration déterminée par interpolation / extrapolation 105

Tableau A.6 : Mesure de la résistance au cisaillement non drainée avec le cône suédois pour une teneur en eau w = 30,89% 111

Tableau A.7 : Mesure de la résistance au cisaillement non drainée avec le cône suédois pour une teneur en eau w = 32,47% 111

Tableau A.8 : Mesure de la résistance au cisaillement non drainée avec le cône suédois pour une teneur en eau w = 39% 112

Tableau A.9 : Mesure de la résistance au cisaillement non drainée avec le cône suédois pour une teneur en eau w = 43,54% 112

Tableau A.10 : Mesure de la résistance au cisaillement non drainée avec le cône suédois pour une teneur en eau w = 44,31% 113

Tableau A.11 : Mesure de la résistance au cisaillement non drainée avec le cône suédois pour une teneur en eau w = 48,2% 113

Tableau A.12 : Mesure de la résistance au cisaillement non drainée avec le cône suédois pour une teneur en eau w = 55,66% 113

Tableau A. 13 : Mesure de la résistance au cisaillement non drainée avec le cône suédois pour une teneur en eau w = 61,28% 114

Tableau A.14 : Mesure de la résistance au cisaillement non drainée avec le cône suédois pour une teneur en eau w = 64,42%. 115

Tableau A.15 : Mesure de la résistance au cisaillement non drainée avec le cône suédois pour une teneur en eau w = 73,34% 115

Tableau A.16 : Résultats de la hauteur de chute critique expérimentale des billes utilisées pour argile à une teneur en eau (w = 51,95%) 120

Tableau A.17 : Résultats de calibration du coefficient de trainée 120

Tableau B.1 : Analyse granulométrique de l'argile et des RM 125

Tableau B.2 : Limites d'Atterberg pour l'argile testée 120

LISTE DES FIGURES

Figure 1.1 : Concept d'une structure intégrale de la co-disposition totale des RM et des RS chimiquement non-réactifs (CtRS; Li, 2020) 3

Figure 2.1 : Distribution granulométrique des résidus miniers provenant de neuf mines en roche dure du Canada (figure tirée de Bussière, 2007) 9

Figure 2.2 : Les trois méthodes de constructions de parcs à résidus (A : Méthode amont; B : Méthode axe central; C : Méthode aval) (Rana et al., 2021) 12

Figure 2.3 : L'évolution du nombre de cas de rupture des parcs à RM entre 1910 et 2000 (Azam & Li, 2010) 13

Figure 2.4 : Répartition de nombre de cas de rupture en fonction de méthode de construction de digue de résidus miniers (Rico et al., 2007) 14

Figure 2.5 : Impacts socio-économiques de rupture des digues de rétention de résidus miniers entre 1910-1999 et 2000-2010 (Azam & Li, 2010) 15

Figure 2.6 : Une échelle de temps de principales ruptures avec les cas de décès des êtres humains associés à chaque incident (Williams, 2021) 15

Figure 2.7 : Photo au moment de rupture de digue Feijao (Robertson et al., 2019) 16

Figure 2.8 : La digue Barahona en chili (Cacciuttolo & Atencio, 2022) 16

Figure 2.9 : La digue d'El Cobre avant (a) et après (b) la rupture (Cacciuttolo & Atencio, 2022). 17

Figure 2.10 : Diagramme illustre les étapes de transformation des résidus en pulpe en résidus en pâte 18

Figure 2.11 : Schéma de dépôt de RS et RM sur le front de déversement (Leduc & Smith, 2003).

Figure 2.12 : Injection des Rm en couchées inclinées (a) ou par des trous verticaux au centre (b) de l'installation des roches stériles (Leduc & Smith, 2003) 24

Figure 2.13 : Placement des RM épaissis sur le front de l'installation de roches stériles (Leduc & Smith, 2003) 22

Figure 2.14 : Illustration de l'inclusion des RS dans les parcs à RM : a) illustration schématique, b) photo de construction de l'inclusion sur le site minier canadien Malartic (Québec) (Mbemba et al., 2019). 22

Figure 2.15 : Schéma d'installation de placement des RM dans des bassins intercalés pour le déversement de RS (Leduc & Smith, 2003) 24

Figure 2.16 : Types de comportement d'écoulement indépendant du temps (Chhabra & Patel, 2025) 25

Figure 2.17 : La variation de la viscosité apparente des fluides indépendants du temps (Steffe, 1996) 26

Figure 3.1 : Courbe de distribution granulométrique de l'argile.....

Figure 3.2 : Courbe granulométrique des RM..... 39

Figure 3. 3 : Courbe entre la teneur en eau et le nombre de coups nécessaire pour fermer la rainure 40

Figure 3. 4 : Dispositif utilisé dans les essais de déversement des matériaux 41

Figure 3. 5 : Illustration de dispositifs expérimentaux utilisés dans les essais de chute de particules dans un fluide de Bingham, ainsi que les hauteurs de chute critiques utilisées dans chaque cas 42

Figure 4.1: The concept of total co-disposal of waste rock and tailings (taken from Li, 2020) ... 47

Figure 4.2: Schematic illustration of a spherical particle falling in air; the spherical particle is considered as a point. 50

Figure 4.3: Schematic illustration of a spherical particle falling into a Bingham fluid 52

Figure 4.4: Illustration of experimental device for the drop tests with (a) steel balls and (b) waste rock particles. 56

Figure 4.5: Steps for measuring the penetration depth of ball in the fluid (equivalent to one ball diameter): (a) Zero reference position: cable at fluid surface; (b) The cable was lifted from the fluid surface;(c) Cable lowered until contacting the top of the ball..... 57

Figure 4.6: Photo of steel balls used in the tests 58

Figure 4.7: Particle size distribution curve of the tested clay 58

Figure 4.8: Particle size distribution of the tailings 60

Figure 4.9: The particles used in the second series of drop tests: (a) subrounded gravel particles; (b) subangular waste rock particles..... 62

Figure 4.10: Pictures of modified waste rock samples: (a) three individual particles of waste rock; (b) waste rock sample with *dmax* = 48.4 mm; (c) waste rock sample with *dmax* = 60.1 mm; (d) waste rock sample with *dmax* = 69.1 mm; (e) waste rock sample with *dmax* = 81.2 mm 63

Figure 4.11: The picture shows: (a) particles used for calibration; (b) well-graded waste rock sample; (c) scalped waste rock sample 65

Figure 4.12: Particle size distribution curve of waste rock samples 65

Figure 4.13: Correlation between experimental and analytical critical falling heights for tests with clay at a water content of (a) 68% and (b) 55%..... 68

Figure 4.14: Correlation between experimental and analytical critical falling heights for tests with tailings and subrounded gravel particles at a water content *w* = 38%. 70

Figure 4.15: Correlation between experimental and analytical critical falling heights for tests with tailings and subangular waste rock particles at a tailings water content *w* = 40%. ..... …71

Figure 4.16: Correlation between experimental and analytical critical falling heights for the drop particle tests with tailings at a water content *w* = 36% and individual waste rock particles (used for calibration) and modified waste rock samples (used for prediction) 73

Figure 4.17: Correlation between experimental and analytical critical falling heights for tests with tailings at a water content *w* = 39%, a waste rock, and a scalped waste rock 74

Figure 4.18: Illustration of a sinking ball into the fluid 77

Figure 4.19: Calibration of analytical solution parameters for subrounded gravel..... 80

Figure A.1 : Variation de profondeur de pénétration en fonction de hauteur de chute pour la teneur en eau respectivement : w = 43%; (b) w = 34%; (c) w = 31% 100

Figure A.2 :Variation de profondeur de pénétration en fonction de hauteur de chute pour la teneur en eau respectivement : w = 30,89%; w = 32,47%; w = 39%;w = 43,54%; w = 44,31%; w = 48,2%; w = 55,66%; w = 61,28%; w = 64,42% 102

Figure A.3 : Écart de mesure de profondeur de pénétration entre la première méthode et la deuxième méthode pour la bille 3 (w = 43%) 106

Figure A.4 : Mesure de résistance au cisaillement non drainée de l'argile en utilisant le cône suédois 107

Figure A.5 : Résistance au cisaillement non drainée en fonction de teneur en eau 107

Figure A.6 : (a) Variation d'énergie cinétique en fonction de résistance au cisaillement non drainée pour la borne inférieure, (b) Variation d'énergie cinétique en fonction de teneur en eau pour la borne inférieure 114

Figure A.7 : (a) Variation d'énergie cinétique en fonction de résistance au cisaillement non drainée pour la borne supérieure, (b) Variation d'énergie cinétique en fonction de teneur en eau pour la borne supérieure 115

Figure A.8 : (a) variation d'énergie cinétique en fonction de résistance au cisaillement non drainée pour la borne supérieure, (b) variation d'énergie cinétique en fonction de teneur en eau pour la borne supérieure 117

Figure C.1 : Distribution granulométrique de RS utilisées 126

Figure C.2 : Essais de déversement des billes sur RM avec temps d'attente et drainage..... 127

Figure C.3 : Essais de déversement des particules de RS sur RM avec temps d'attente et drainage 128

Figure C.4 : Essais de déversement : a) Granulométrie serrée, b) Granulométrie étalée, sur RM avec temps d'attente et drainage 129

LISTE DES SIMBOLES ET ABRÉVIATIONS

a	Paramètre d l'équation
A	Section transversale d'une particule sphérique (m^2)
a_1	Arête de cube (cm)
a_a	Accélération de la particule dans l'air (m/s^2)
a_s	Accélération de la particule dans le fluide (m/s^2)
B	Constante
b	Paramètre de l'équation
Bi	Nombre de Bingham
c	Cohésion (kPa)
c'	Cohésion effectif (kPa)
C_c	Coefficient de courbure
Cc	Indice de compression
C_d	Coefficient de traînée
C_{da}	Coefficient de traînée de l'air
CH	Argile inorganique de haute plasticité
CL	Argile inorganique a faible plasticité
C_r	Indice de récompression
C_T	Cohésion totale (kPa)
CtRS	Co-disposition totale des résidus miniers et des roches stériles chimiquement non réactifs
C_u	Coefficient d'uniformité
CU	Consolidés non drainés

Cu	Résistance au cisaillement non drainé (mesurée par cône suédois) (kPa)
C_v	Coefficient de consolidation (m^2/s)
C_w	Pourcentage en solides (%)
d	Diamètre (m)
d_{10}	diamètre des particules à 10% passant (mm)
d_{30}	diamètre des particules à 30% passant (mm)
d_{50}	diamètre des particules à 50% passant (mm)
d_{60}	diamètre des particules à 60% passant (mm)
d_{max}	Diamètre maximale de particule (m)
D_r	Densité relative (%)
du	Vitesse du fluide
dy	Distance perpendiculaire à la vitesse d'écoulement
e	indice des vides
E_c	Énergie cinétique (J)
F_1	Force de traînée de l'air (N)
F_2	Poussée d'Archimède (N)
F_3	Force de traînée de fluide non newtonien (particule sphérique considérée comme un point (N)
F_4	Force de traine de fluide non newtonien (particule sphérique considérée comme une sphère) (N)
F_d	Force de traînée (N)
F_f	Force de trainée de fluide non newtonien sans prendre ne compte le seuil de contrainte de fluide (N)
g	Coefficient de pesanteur (m/s^2)

G	Rigidité (MPa)
GISTM	Global Industry Standard on Tailings Management
G_s	Densité spécifique ou gravité spécifique [(kg/m^3)/(kg/m^3)]
H	Hauteur totale de chute correspondant à la distance parcourue dans l'air depuis le point de départ jusqu'au point d'impact (m)
h	Profondeur de pénétration de particule sphérique dans le fluide (m)
H'_c	Hauteur de chute critique mesurée entre la base de l'électroaimant et la surface du fluide (m)
H_c	Hauteur de chute critique (m)
I_p	Indice de Plasticité
Ip	Indice de plasticité (%)
k	Conductivité hydraulique (cm/s)
K	Constante de cône
k_{sat}	Conductivité. Hydraulique saturée (cm/s)
l	Hauteur entre le centre de la particule sphérique et la surface de fluide (m)
L_0	Profondeur de pénétration initiale de cône (m)
L^2_{moy}	Valeur moyenne des carrés de pénétration (m^2)
L_f	Profondeur de pénétration finale de cône (m)
m	Masse (kg)
MELCCFP	Ministère de l'Environnement, de la Lutte contre les changements climatiques, de la Faune et des Parcs
ML	Silt sableux
OS	Objectif spécifique
PAR	Parcs à résidus miniers

PSD	Particle size distribution
Pv	Poussée d'Archimède en coordonnée cylindrique (N)
Q	Débit (m^3/s)
R	Rayon (m)
r	Rayon qui prendre en compte la variation de la section effective lors de la pénétration de la bille dans le matériau
R_e	Nombre de Reynolds
RM	Résidus miniers
RS	Roches stériles
SM	Sable silteux
T	Température (degré Celsius)
t	Temps (s)
TSF	Tailings storage facility
t_T	Temps à lequel la particule au contact de fluide
USCS	Unified Soil Classification System
V	Vitesse de sédimentation de particule (m/s)
V_{cT}	Vitesse terminale critique (m/s)
V_T	Vitesse terminale de particule (m/s)
W	force gravitationnelle (N)
w	Teneur en eau (%)
w_L	Limite de liquidité (%)
w_p	Limite de plasticité (%)
x	Composante de système local
X	Facteur de correction de traînée

z	Hauteur de chute (m)
β_{repos}	Angle de repos (°)
γ	Poids volumique (kN/m^3)
$\dot{\gamma}$	Taux de de cisaillement (s^{-1})
γ_f	Poids volumique saturée (kN/m^3)
ΔP	Perte de charge (Pa)
η	Viscosité (Pa. s)
θ_r	Teneur en eau résiduelle
ρ	*Masse* volumique (kg
ρ_a	Masse volumique de l'air (kg/m^3),
ρ_d	Masse Volumique sèche (kN/m³)
ρ_f	Masse volumique de fluide (kg/m^3)
τ	Contrainte de cisaillement (Pa)
τ_y	Seuil de cisaillement (Pa)
ϕ	Angle de frottement interne (non drainée) (°)
ϕ'	Angle de frottement effectif (°)
ϕ_T	Angle de frottement total (°)
ψ_a	Pression d'entrée d'air (kPa)

LISTE DES ANNEXES

ANNEXE A LES MÉTHODES DE MESURE DE PROFONDEUR DE PÉNÉTRATION ET LES DÉVELOPPEMENTS DE LA SOLUTION 99

ANNEXE B CARACÉRISATION DE L'ARGILE ET DES RM 125

ANNEXEC ESSAIS DE DÉVERSEMENT AVEC TEMPS D'ATTENTE ET DRAINAGE .. 126

CHAPITRE 1 INTRODUCTION

1.1 Mise en contexte

L'industrie minière joue un rôle capital dans l'économie canadienne, notamment grâce aux revenus issus de l'exportation. Toutefois, malgré ses effets positifs sur le plan économique, elle entraine des impacts négatifs sur l'environnement à cause des quantités importantes des rejets miniers générés. Ces rejets miniers sont résultant des différentes étapes des opérations minières. Le mort terrain issu de décapage peut être réutilisé par la suite dans la restauration de site minier. Les roches stériles (RS) issues du dynamitage des roches pour accéder aux gisements sont entreposées en surface en haldes à stériles. Les résidus miniers (RM) sont les rejets des roches minéralisées concassées et broyées après les traitements dans le moulin de concentrateur (Aubertin et al., 2002).

Les RM conventionnels en pulpe contiennent un fort pourcentage de particules fines (souvent plus de 80% inférieures à 80 µm pour les mines d'or). Ils sont entreposés en surface traditionnellement dans des parcs à résidus. Les RM sont caractérisées par une faible résistance au cisaillement et une faible perméabilité (Aubertin et al., 2002; L.-Bolduc, 2013).

Les méthodes conventionnelles de gestion des RM ont montré des problèmes géotechniques et géochimiques. Plusieurs ruptures des parcs à résidus ont été rapportées pour les différentes méthodes de construction. Dans beaucoup de cas, les ruptures des parcs à résidus ont engendré des conséquences lourdes, telles que la contamination environnementale, la destruction des infrastructures, et la perte des vies. En 1965 au Chili, la rupture d'un parc à résidus miniers a mené à la mort de plus de 200 personnes (WISE, 2019). Depuis lors, beaucoup d'efforts ont été donnés pour comprendre les causes des ruptures. Les causes identifiées incluent l'insuffisance de la capacité portante des sols de fondation, la défiance de construction, une érosion excessive des digues, une liquéfaction dynamique ou statique des RM, un débordement suite à une précipitation abondante, etc. (Azam & Li, 2010; Oboni, 2019; Fell et al., 2014). Suite à la rupture d'un parc à résidus miniers impliquant 17 morts à Merriespruit, Afrique du sud, les parcs à résidus miniers (conventionnels) ont été qualifiés comme des bombe à retardement (Van Niekerk & Viljoen, 2005; Côté, 2008). Malgré les progrès considérables dans les études et la gestion des parcs à RM (Williams 2021), des ruptures des parcs à RM continuent à se produire. Les évènements plus récents dans les mines de Samarco en 2015 (Nogueira et Eisenhammer, 2016; Morgenstern et al. 2016; Aires et al. 2018) et de Brumadinho en 2019 (Rotta et al. 2020) au Brésil ont conduit à la

naissance de GISTM (pour « Global Industry Standard on Tailings Management »). Ce standard, centré principalement sur la gouvernance, pourrait aider à réduire le nombre des ruptures. Il ne peut pas résoudre le problème entièrement en considérant le grand nombre des parcs à RM existants et le nombre encore en croissance des nouveaux parcs à RM pour répondre aux demandes en croissance sans cesse en ressources minérales par les autres industries. Considérant la durée presque éternelle d'un parc à RM et l'effet négatif de changement climatique de plus en plus remarqué, un virage important est nécessaire dans la gestion des RM.

Depuis quelques années, de plus en plus de mines se tournent vers les résidus filtrés. Ces résidus sont initialement non saturés et possèdent une certaine cohésion apparente lors de leur déposition dans un parc. Ils sont souvent considérés comme la solution finale pour régler le problème de stabilité géotechnique. L'hypothèse est probablement valable dans les régions arides ou semi-arides. Dans les régions humides comme le Québec, où le bilan hydrique est souvent positif, les résidus filtrés peuvent se ré-saturer par les précipitations, la fonte des neiges ou la remontée de la nappe phréatique (Chai-Onn, 2023). La situation risque de s'évoluer avec l'intensification des conditions climatiques extrêmes liées aux changements climatiques, comme les précipitations extrêmes. En outre, malgré la relative nouveauté et le faible nombre de parcs à résidus filtrés à date, une rupture d'un parc à résidus filtrés a été déjà signalée à la mine Turmalina au Brésil (Petley, 2024). Les résidus filtrés ne semblent pas la solution définitive pour éviter entièrement les instabilités géotechniques des parcs à résidus.

Or, les RS sont reconnues comme un bon matériau de construction pour sa forte résistance mécanique et grande perméabilité pour le drainage tant qu'elles sont chimiquement inertes. Il est donc direct et naturel de penser à utiliser des RS pour construire des digues pour les parcs à RM. L'inclusion des RS aide à accélérer le drainage et la consolidation des RM (Ferdosi et al., 2015; James et al., 2017; Saleh-Mbemba et al., 2019). Encore plus loin, pourquoi pas la co-disposition totale des RM et des RS dans une structure intégrale, au lieu de les déposer séparément dans des endroits différents?

La figure 1.1 illustre un schéma conceptuel d'une structure intégrale de co-disposition totale des RS et des RM chimiquement non réactifs (CtRS; Li, 2020), dans laquelle des cellules de RM sont placées entre les couches de RS. L'idée consiste à profiter de la grande perméabilité des RS pour permettre aux RM de se drainer et de se consolider rapidement. Cela rend les RM plus résistants

mécaniquement. Les couches supérieures des RS placées sur les cellules de RM consistent une surcharge qui consolide encore davantage les RM déposés antérieurement qui peuvent devenir encore plus denses et plus résistants avec des volumes plus petits. Cela rend la structure intégrale plus stable avec moins d'empreinte environnementale. En cas de rupture, les RM et les RS peuvent se mélanger, au lieu de se transformer en une inondation de boue.

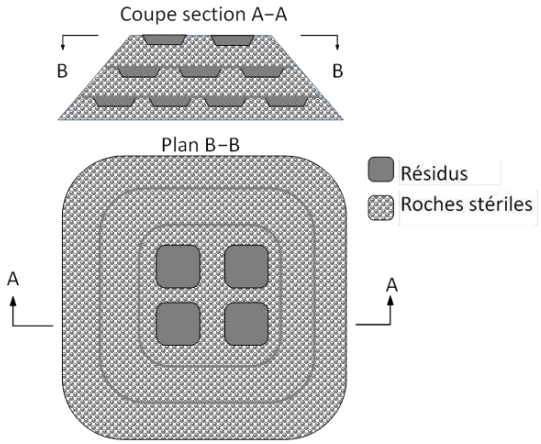


Figure 1.1 : Concept d'une structure intégrale de la co-disposition totale des RM et des RS chimiquement non-réactifs (CtRS; Li, 2020)

Le concept de la co-disposition existe depuis des dizaines d'années (Leduc & Smith, 2003; Wickland et al., 2005; Habte & Bocking, 2012). Toutefois, son application dans l'industrie minière reste encore très peu. Cela pourrait être expliqué par plusieurs enjeux sans réponse jusqu'à date. Par exemple, la construction de la structure intégrale nécessite l'entreposage des RS sur les RM. Lorsque des RS sont déversées sur des RM en état d'une boue, le mélange entre les deux matériaux est inévitable. Or, selon la Directive 019, l'entreposage des rejets autres que les RM dans les aires d'accumulation de RM doivent être évités, sauf cette approche a démontré que le mélange entre les RS et les RM présente des avantages économiques et environnementaux (MELCCFP, 2025). Une façon d'éviter le mélange entre les deux matériaux est d'attendre longtemps pour permettre aux RM de se drainer et de se consolider complètement. Cela n'est ni souhaitable pour les opérateurs ni nécessaire parce que le mélange pourrait être évité dès que les RM acquissent une résistance suffisante. Une question se pose : quand, comment et à quelle quantité les RS peuvent être déposées sur les RM dans une cellule de RM en pulpe? Un outil est nécessaire pour guider les opérateurs de gérer le déversement des RS sur les RM afin d'éviter le mélange entre les deux matériaux.

1.2 Objectif du projet de recherche

L'objectif principal de ce projet consiste à développer un outil analytique qui permettra d'éviter ou de minimiser le mélange entre les RS déversées et les RM lors de la construction d'une structure intégrale de CtRS. L'objectif principal sera atteint via la réalisation des objectifs spécifiques (OS) suivants :

- OS 1 : Développer une solution analytique pour déterminer l'énergie cinétique maximale permise afin d'éviter le mélange entre les RM et les RS déversées.
- OS 2 : Faire des essais en laboratoire pour déterminer la variation des hauteurs de chute critiques des RS en fonction des propriétés rhéologiques des RM.
- OS 3 : Tester la validité de la solution analytique contre les résultats expérimentaux obtenus à l'OS 2.

1.3 Hypothèses

- Le mélange entre des RS déversées et les RM est le résultat de la pénétration des particules des RS dans les RM. La profondeur de pénétration des particules des RS dans les RM dépend des propriétés rhéologiques ou de la résistance au cisaillement non drainée des RM et de l'énergie cinétique des particules des RS.
- Une relation existe entre les propriétés rhéologiques ou la résistance au cisaillement non drainée des RM et l'énergie cinétique des particules des RS.

1.4 Contenu de mémoire

Le présent mémoire est constitué de six chapitres. Le premier chapitre est une introduction pour mettre en lumière la problématique et l'objectif du projet.

Le chapitre 2 est dédié à une revue de littérature pour présenter les RM, et les RS, les méthodes de gestion conventionnelles des rejets miniers ainsi que les différentes méthodes de co-disposition des RM et des RS. Les propriétés rhéologiques des RM et les modèles de force de trainée sont abordés.

Le chapitre 3 décrit les principales étapes suivies pour le développement d'une solution analytique et les essais réalisés afin de valider la solution analytique proposée.

Le chapitre 4, sous forme d'un article de revue soumis, présente le développement d'une solution analytique visant à éviter le mélange entre les RS et les RM. Il présente également les essais en laboratoire pour quantifier le mélange entre un matériau granulaire et des matériaux en pulpe. Des comparaisons ont été faites entre les résultats expérimentaux et les résultats analytiques. Une partie des résultats expérimentaux a été utilisée dans le processus de calibration pour obtenir les

paramètres manquants, l'autre partie des résultats expérimentaux a été utilisée pour tester la capacité de prédiction de la solution analytique calibrée.

Une discussion générale est présentée dans le chapitre 5 sur les limitations de ce projet.

Le chapitre 6 présente des conclusions et des recommandations suite à des limitations identifiées au chapitre 5.

CHAPITRE 2 REVUE DE LITTÉRATURE

La revue de littérature couvre d'abord la nature et les caractéristiques des résidus miniers (RM) et des roches stériles, puis les principales méthodes conventionnelles et alternatives de gestion des rejets. Elle présente ensuite les concepts de co-disposition, qui reposent sur la combinaison des propriétés mécaniques et hydrauliques complémentaires de ces matériaux. Enfin, les notions de rhéologie et de force de traînée liées à la pénétration des particules dans les résidus miniers lors du déversement des roche stériles sur les RM sont présentées.

2.1 Roches stériles (RS)

2.1.1 Propriétés géotechniques des roches stériles

Les RS de mine en roches dure se caractérisent par une granulométrie étalée, avec un coefficient d'uniformité (C_u) généralement supérieure à 20. La taille des particules varie de taille de silt jusqu'à la taille des blocs (Aubertin et al., 2002). Les RS peuvent être sujettes à la ségrégation lors de son entreposage. Elles possèdent un indice de vides élevé et une conductivité hydraulique importante. En outre, les RS possèdent une capacité limitée de rétention d'eau et une cohésion effective négligeable (Zabolotnii et al., 2022). Le tableau 2.1 présente une synthèse des propriétés géotechniques des RS, tirée de Mbemba (2016).

Tableau 2.1 : Propriétés géotechniques des RS (tirées de Mbemba, 2016)

Paramètre	Symbole	Valeur(s) moyenne(s)	Facteur(s) d'influence	Référence(s)
Granulométrie	d_{60} (mm)	1 – 80	Roche mère Méthode d'exploitation	Aubertin et al. (2002a)
	d_{50} (mm)	0.3 – 60		
	d_{10} (mm)	0.008 – 6		
	C_u	20 et plus Rarement < 10 Peut être > 200		
	Particules < 80 µm (silt)	< 12%, soit entre 0 et 10%		
Conductivité hydraulique saturée	k_{sat} (cm/s)	10^{-3} – 10^{-1} Rarement < 10^{-3}	Macroporosité secondaire, fraction fine	Aubertin et al. (2011), Bussière et al. (2011), Peregoedova (2012)
Densité ou masse volumique sèche	ρ_d (kN/m³)	1500 – 2500	Compactage	Williams (2000), MacLemore et al. (2009)
Densité spécifique	G_s (-)	2.1 – 3.7	Minéralogie, roche mère	Kesimal et al. (2004), Bussière et al. (2011)

Tableau 2.1 : Propriétés géotechniques des RS (tirées de Mbemba, 2016) (Suite)

Paramètre	Symbole	Valeur(s) moyenne(s)	Facteur(s) d'influence	Référence(s)
Pression d'entrée d'air	ψ_a (kPa)	< 1	Fraction fine	Aubertin (2011), Bussière et al. (2011), Peregoedova (2012)
Teneur en eau résiduelle	θ_r ($m^3 \cdot m^{-3}$)	0.06 – 0.08	Fraction fine	Aubertin (2011), Bussière et al. (2011), Peregoedova (2012)
Angle de repos	β_{repos} (°)	37 ± 3	Taille des particules, Indice de densité, humidité	Piteau (1991), Quine (1993), Orman et al. (2011)
Angle de frottement interne	ϕ (non drainé) (°)	35 – 45 40 – 50	Compactage, contraintes normales effectives, granulométrie	Sherard et al. (1963), Leps (1970), Stormont & Farfan (2005)
Cohésion	c' (drainé) (kPa)	5 – 10	État de saturation	MacLemore et al. (2009)
	c (non drainé) (kPa)	50 et plus		
Rigidité	G (MPa)	20 – 50	Densification	Anbazhagan et al. (2010), Maknoon (2016)

2.1.2 Haldes à stériles

Les RS sont entreposées dans des haldes ou empilements. Cette méthode nécessite de grandes superficies. Les hauteurs des haldes à stériles peuvent atteindre une centaine de mètres. Néanmoins, les RS peuvent présenter des ségrégations granulométriques lors de leur entreposage. Plusieurs configurations d'entreposage peuvent être utilisées, en fonction de topographie de mine, des outils utilisés dans l'entreposage et des propriétés physico-chimiques des RS (Aubertin et al., 2002).

Les différentes méthodes d'entreposage en haldes qui se distinguent l'une des autres par le degré de ségrégation lors du dépôt. Elles sont présentées comme suit selon le degré croissant de ségrégation (Aubertin et al., 2002).

- **Méthode I - Pelle à benne traînante (drag line)**

L'entreposage est réalisé à l'aide d'une pelle à benne trainante afin de contrôler le dépôt des RS (Aubertin et al., 2002). Cette méthode est caractérisée par une faible ségrégation à cause de hauteur réduite des haldes (Morin et al., 1991; Fala et al., 2003). Le dépôt des RS est caractérisé par une

conductivité hydraulique relativement uniforme, une structure interne régulière et une bonne stabilité interne (Aubertin et al., 2002).

- **Méthode II – Déversement libre (free dumping)**

Le déversement est fait par une benne avec réglage. Les RS sont déversées sous forme de tas tout au long de la surface de la halde en construction (Aubertin et al., 2002). Cette méthode est caractérisée par une ségrégation négligeable grâce aux couches compactées (Morin et al., 1991; Fala et al., 2003). Le dépôt des RS est caractérisé par une conductivité hydraulique faible, une porosité faible et une structure homogène et stable (Aubertin et al., 2002).

- **Méthode III - Déversement avec poussée (push dumping)**

Les RS sont déposées avec épandage au butoir à côté de crête à l'aide d'un camion ou de convoyeurs, puis étalée de haut de la pente avec engin mécanique. Les particules grossières se trouvent au pied de halde. Le dépôt de RS est caractérisé par une stratification de couche de particules fines et de couche des particules grossières de sorte que la conductivité hydraulique varie en fonction de la stratification. De même, la stabilité de structure est influencée par cette dernière (Aubertin et al., 2002).

- **Méthode IV - Déversement en crête (end-Dumping)**

Cette méthode consiste à déverser les RS directement toutes au long de la crête par un camion porteur. Cette méthode entraine une ségrégation remarquable avec les particules fines accumulées sur la crête de halde et les particules grossières à la base de halde. Le dépôt de RS est caractérisé par une conductivité hydraulique très élevée à la base et une forte rétention d'eau en surface. La structure pourrait avoir des zones d'écoulement préférentiel et une hétérogénéité mécanique (Aubertin et al., 2002).

2.2 Résidus miniers (RM)

Les RM sont des rejets produits par le moulin de concentrateur après l'extraction du minerai (Vick, 1990). Ils se caractérisent par une fraction fine importante, généralement constituée de particules inférieures à 80 μm. Les résidus en pulpe sont transportés par des tuyaux et entreposé dans des parcs à RM (Aubertin et al., 2002). Une fois déposés dans un parc, les RM présentent une hétérogénéité latérale et verticale à cause de la ségrégation produite par la consolidation verticale et par l'écoulement des RM à partir du point de la décharge. En général, les RM de roche dure

peuvent être classés en silt sableux (ML) ou des sables silteux (SM), selon USCS, dépendamment de la position de prélèvement dans le parc a résidus (Bussière, 2007).

Les propriétés des RM dépendent du type de minerai et des procédés de traitement auxquels ils ont été soumis. Leur classification repose principalement sur la granulométrie, la densité spécifique et la plasticité (Vick, 1990; Parent-Lachance, 2021).

2.2.1 Propriétés hydro-géotechniques des résidus miniers de roche dure

- **Distribution granulométrique et limites d'Atterberg**

Les RM constituent de particules de taille d'argile et de sable. Ils constituent de plus de 70% des particules fines (Aubertin et al., 2002). La figure 2.1 montre la distribution granulométrique des RM issus des mines en roche dure au Canada. Les fractions inférieures à 0,002 mm et 0,008 mm présentent respectivement 5 à 14% et 70 à 97% (Bussière, 2007).

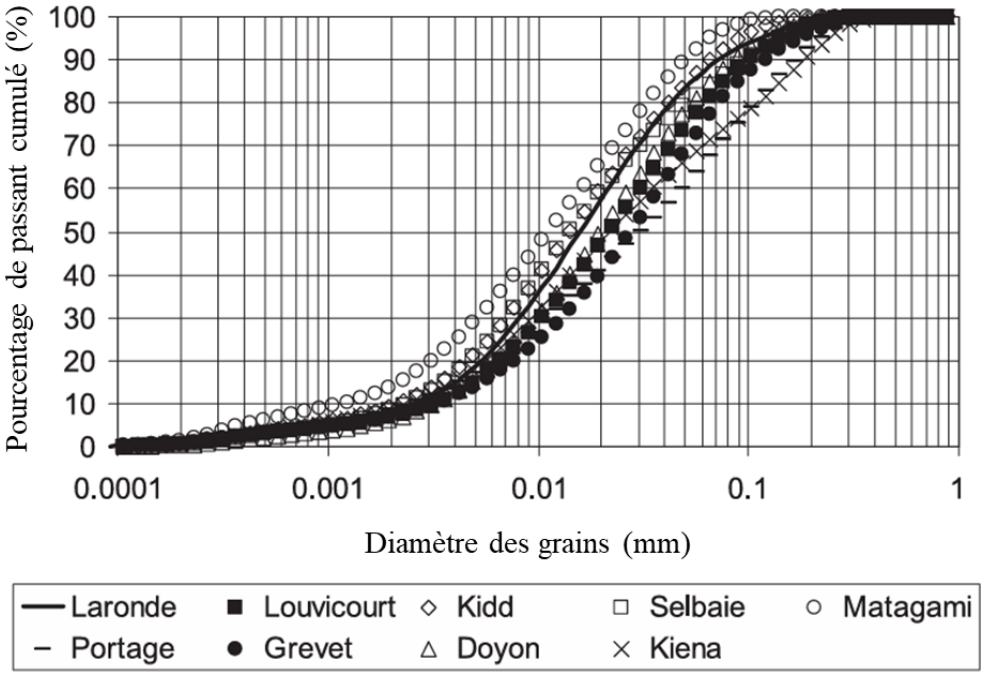


Figure 2.1 : Distribution granulométrique des RM provenant de neuf mines en roche dure du Canada (figure tirée de Bussière, 2007)

Le tableau 2.2 résume les paramètres et la classification des RM selon le système international USCS (Unified Soil Classification System) pour des RM de roche dure (Qiu & Sego, 2001; Aubertin et al., 2002; Bussière, 2007; Essayad, 2015).

La limite de liquidité w_L est généralement inférieure à 40%, tandis que la limite de plasticité w_p se situe entre 0% et 15% lorsqu'elle est mesurable (Bussière, 2007). Les résidus des mines de roche dure sont généralement peu ou non plastiques (Bussière, 2007; Essayed, 2015; Qiu & Sego, 2001).

- **Indice des vides**

L'indice des vides *e* des RM déposés dans un parc à résidus varie en fonction de la granulométrie. Il est généralement entre 0,6 et 0,9 pour la fraction grossière et entre 0,6 et 1,7 pour la fraction fine (Aubertin, 2011; Opris, 2017).

- **Conductivité hydraulique saturée**

Les études rapportées sur la conductivité hydraulique saturée des RM en roches dures montrent que ces matériaux présentent une faible perméabilité. Aubertin et al. (1996) ont effectué des tests de conductivité hydraulique sur quatre types de RM, obtenant des valeurs situées entre 10^{-5} et 10^{-7} cm/s (Aubertin et al., 1996). Adajar et Zarco (2014) ont montré des valeurs de conductivité hydraulique saturée entre 10^{-3} et 10^{-6} cm pour des RM issus de trois sites miniers. Qiu et Sego (2001) ont aussi réalisé des tests de perméabilité sur les résidus de l'or et du cuivre, observant des valeurs de conductivité hydraulique variant entre $2{,}2\times10^{-7}$ et $9{,}8\times10^{-5}$ cm/s. De plus, Bussière (2007) rapporte aussi des valeurs de conductivité hydraulique faibles pour des échantillons de RM qu'ils soient remaniés ou non remaniés.

Tableau 2.2 : Résumé de paramètres physique et classification des RM

Paramètres	Valeur	Type de matériaux selon USCS	Références
d_{10} d_{60} C_u (d_{60}/d_{10})	0,004 - 0,008 mm 0,04 – 0,09 mm 8 – 12	ML	(Aubertin et al., 1996)
d_{10} d_{60} C_u (d_{60}/d_{10})	0,005 – 0,016 mm 0,054 – 0,15 mm 9,43 – 10.8	SM (Résidus de cuivre et le sable bitumineux) CL (résidus de lavage de charbon) ML (résidus d'or)	(Qiu et Sego, 2001)
d_{10} d_{60} C_u (d_{60}/d_{10}) (à la sortie de concentrateur)	0,001 – 0,004 mm 0,01 – 0,05 mm 8 – 18	ML	(Bussière, 2007)
d_{10} d_{60} C_u (d_{60}/d_{10}) (dans un parc à résidus)	0,0009 – 0,006 mm 0,01 – 0,08 mm 10- 30	ML Où SM	
d_{10} d_{60} / Cu	0,0046 mm 0,037 mm / 8,04	ML	(Essayed, 2015)

- **Paramètres de compressibilité**

Plusieurs travaux de recherche ont présenté des essais de consolidations réalisés sur des échantillons de RM de différents sites et dans divers états (remaniés ou intacts). Un résumé des plages de valeurs des paramètres de consolidation est présenté dans le tableau 2.3. À partir des résultats présentés dans la littérature, Essayad (2015) a conclu que l'indice de compression des RM augmente avec l'indice des vides.

- **Résistance au cisaillement**

La résistance au cisaillement drainée est régie par la cohésion effective c' et l'angle de frottement interne effectif ϕ'. La dureté et l'angularité des particules des RM expliquent pourquoi l'angle de frottement effectif ϕ' est généralement plus grand que celui des sols ayant les mêmes propriétés physiques (Vick, 1990; Opris, 2017). Par contre, la cohésion effective des RM est presque nulle (Bussière, 2007). Les valeurs de ϕ' se trouvent entre 30° et 37° pour les RM fins et entre 33° et 41° pour les RM grossiers (Mittal & Morgenstern, 2011; Opris, 2017; Aubertin, 2011).

Le tableau 2.4 montrent des valeurs typiques de l'angle de frottement total ϕ_T et de la cohésion totale C_T obtenues à partir des essais sur des échantillons intacts de RM (Vick, 1990; Opris, 2017). On voit que la cohésion totale C_T peut atteindre environ 100 kPa pour les résidus miniers de cuivre tandis que l'angle de frottement total ϕ_T est compris entre 13° et 28° pour l'ensemble des RM.

Tableau 2.3 : Les paramètres de consolidations des échantillons de RM de différents sites miniers

Références	Aubertin et al (1996)	Qui et Sego (2001)	Bussière (2007)
Indice de compression C_c	0,046 - 0,13	0,056 - 0,319	0,05 - 0,3
Indice de recompression C_r	0,004 - 0,01	--	0,003 - 0,03
Coefficient de consolidation C_v (cm^2/s)	5,01.10^{-3} - 2,82	9,83.10^{-5} - 0,32	--

Tableau 2.4 : Valeurs typiques de l'angle de frottement total et de la cohésion totale des RM (Vick, 1990)

Matériau	Angle de frottement total ϕ_T (degrés)	Cohésion totale C_T (kPa)	Source
Résidus de cuivre (tous types)	13 - 18	0 - 95.8	Volpe, 1979
Résidus de cuivre	14 - 24	0 - 62.3	Wahler, 1974
Résidus d'or	28	0	Blight et Steffen, 1979
Résidus de bauxite	22	4.8	Somogyi et Gray, 1977

2.2.2 Méthodes conventionnelles de gestion des résidus miniers

Les RM sont entreposés sous forme de pulpes dans des parcs à résidus. Leurs propriétés hydro-géotechniques complexes rendent leur gestion difficile. Les RM se caractérisent par une vitesse de consolidation lente. Leur faible résistance mécanique les rend à susceptibles aux phénomènes de liquéfaction (Aubertin et al., 2002). Dans le cas où des matériaux de construction près du site minier ne sont pas disponibles, les RM peuvent être réutilisés dans la construction de digues de rétention des RM. Les digues de rétention des parcs à RM en pulpes peuvent être construites selon trois méthodes (figure 2.2).

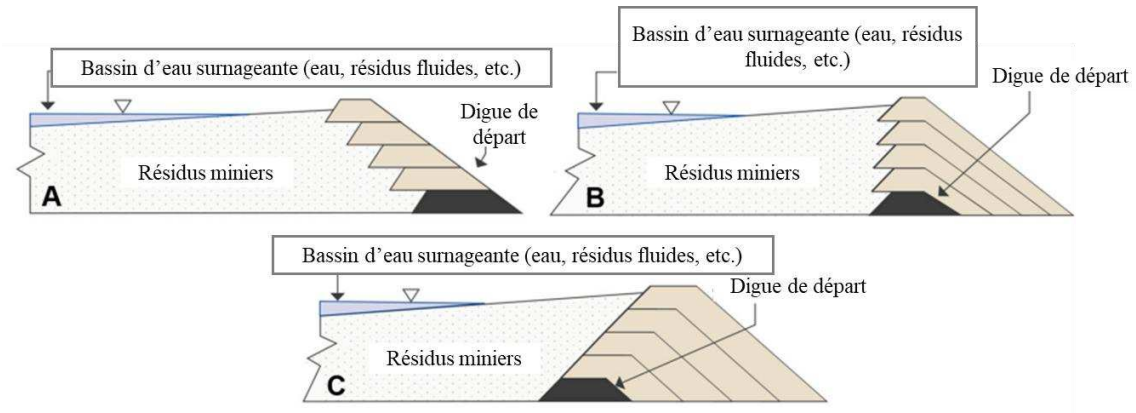


Figure 2.2 : Méthodes de constructions de parcs à résidus (A : Méthode en amont; B : Méthode de l'axe central; C : Méthode en aval) (Rana et al., 2021)

- **Méthode en amont :**

Dans cette méthode, les digues sont bâties par rehaussement successif vers l'intérieur de parcs à résidus (Bussière, 2007). Parmi les trois méthodes, la méthode en amont est la plus simple et la plus économique. Elle est recommandée dans les régions à faible risque sismique. L'inconvénient majeur de cette technique est la construction des digues sur les RM faiblement consolidés et peu résistants. Le parc est vulnérable à la liquéfaction (Aubertin et al., 2002). Cette méthode de construction doit être évitée. Sinon des justifications suivantes les exigences du guide du plan de réaménagement et la restauration des sites miniers au Québec sont nécessaires (MELCCFP, 2025).

- **Méthode en aval :**

Dans cette approche, les digues sont construites vers l'extérieur (Bussière, 2007). Cette technique est la plus coûteuse en raison de quantité de matériaux nécessaire importante pour la construction

des digues (Aubertin et al., 2002). En revanche, cette méthode de construction est la plus sécuritaire et elle recommandée dans les zones à risque élevée de sismicité.

- **Méthode de l'axe central :**

C'est une méthode intermédiaire entre les deux méthodes précédentes. Elle offre plus de capacité en volume et plus de stabilité que la méthode en amont et elle permet un rehaussement plus rapide que la méthode en aval (Aubertin et al., 2002).

2.3 Problèmes liés à la gestion de résidus miniers

L'exploitation minière a connu une croissance importante sous l'effet de l'augmentation mondiale de la demande en métal et minéraux. Parallèlement, l'industrie minière fait face à un défi important à cause de l'augmentation importante dans la quantité de rejets générer et le nombre de cas de rupture de digues de rétention de RM (Azam et Li 2010). Au XXI^{e} siècle, le cas de rupture des parcs à RM a diminué de manière remarquable (Léveillé, 2018) comme ce qui est indiqué à la figure 2.3. Chose intéressante : les cas de rupture demeurent principalement liés à une mauvaise prise en considération des conditions climatiques extrêmes dues aux changements climatiques (Bresson, et al., 2018; Chai-Onn, 2023) et au choix inapproprié de la méthode de construction de digue de rétention

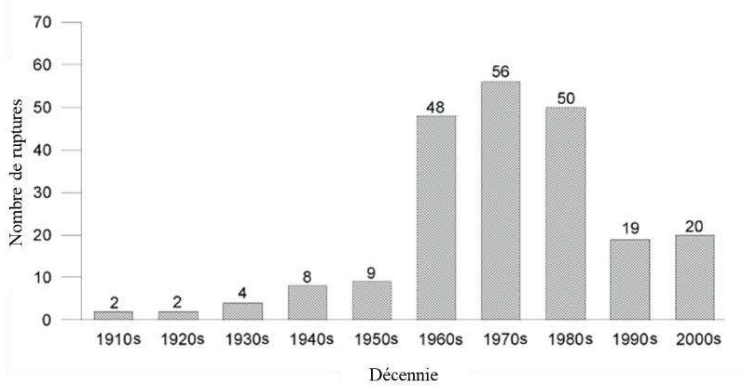


Figure 2.3 : L'évolution du nombre de cas de rupture des parcs à RM entre 1910 et 2000 (tirée de Azam & Li, 2010)

La rupture des parcs à RM peut être causée par plusieurs facteurs tels que la liquéfaction des résidus minier, les crues d'eau, le mauvais drainage d'eau, l'ignorance de la réglementation de gestion et

la mauvaise construction des parcs à RM (Azam & Li, 2010). En effet, les ouvrages de rétention construits de manière inadéquate sont nombreux et le suivi à long terme de structure et la maintenance de système de drainage sont souvent négligés. Chaque site minier possède ses propres conditions, ce qui rend le respect des critères standards de construction difficile. Dans certains pays, les règlements sont absents, la continuité de suivi de site minier est inactive et l'entretien sur la structure de rétention et le système de drainage est inexistant (Rico et al., 2008).

Les ruptures des parcs à RM sont liées à une ou combinaison de plusieurs causes suivantes :

- Une construction de digues sur une fondation fragile comme dans le cas de rupture Mont Polley 2014,
- L'utilisation des matériaux sensible dans la construction,
- Les crues d'eau et les conditions climatiques extrêmes,
- La construction des digues sans prendre en compte de sismicité (Williams, 2021).

Malgré le fait que certaines méthodes de constructions des parcs à RM conventionnelles comme la méthode en aval et axe central sont reconnues comme très stables et sécuritaire, la possibilité de rupture demeure toujours possible à cause de leurs existences à perpétuité. La figure 2.4 montre la réparation des nombres de cas de rupture en fonction des méthodes de construction de digue de rétention des parcs à RM. On voit que les nombres de cas de ruptures des parcs à RM construits avec les méthodes en aval et à l'axe central ne sont pas zéro.

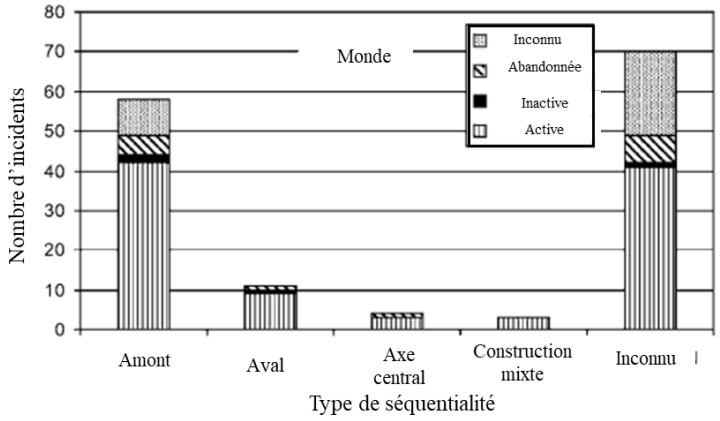


Figure 2.4 : Répartition de nombre de cas de rupture en fonction de méthode de construction de digue de RM (Rico et al., 2007)

La figure 2.5 illustre les impacts socio-économiques des ruptures des parcs à résidus, notamment non seulement sur l'environnement, mais aussi sur la vie humaine et sur le plan économique.

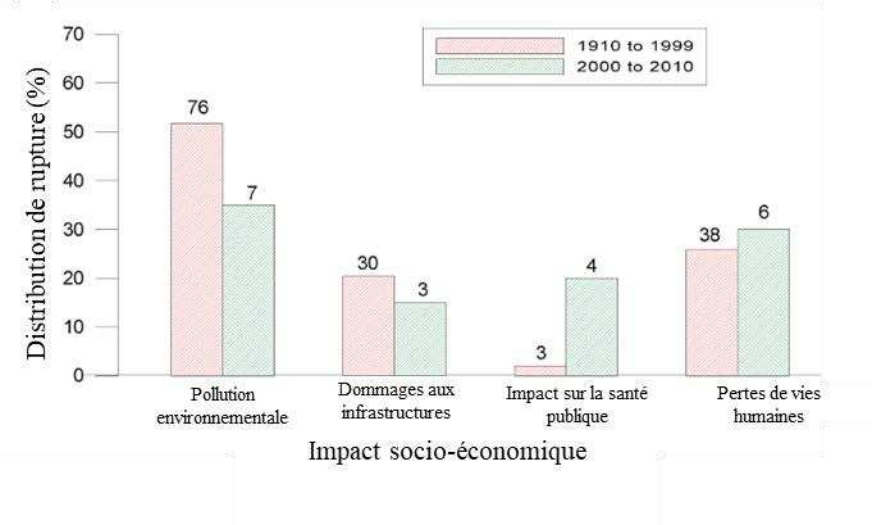


Figure 2.5 : Impacts socio-économiques de rupture des digues de rétention de RM entre 1910-1999 et 2000-2010 (Azam & Li, 2010)

La figure 2.6 illustre l'historique des principaux incidents avec les nombres de décès humains associés à chaque cas. Suite à la rupture d'un parc à résidus miniers impliquant 17 morts à Merriespruit, Afrique du sud, les parcs à résidus miniers ont été qualifiés comme des bombe à retardement (Van Niekerk & Viljoen, 2005; Côté 2008).

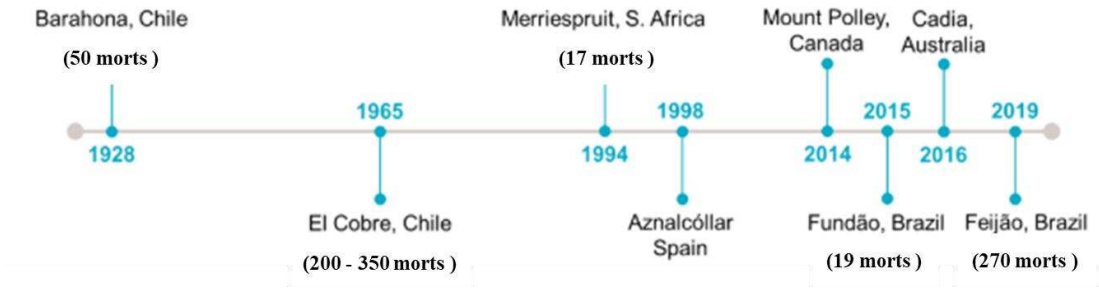


Figure 2.6 : Historique des principales ruptures des parcs à RM avec des décès humains (Williams, 2021)

La figure 2.7 montre un cas de rupture d'un parc à RM le plus récent et le plus remarquable, qui a bouleversé l'industrie minier. Il s'agit de la rupture de digue de rétention de RM Feijoa à Brumadinho, Brésil en 2019. La rupture a entrainé la libération de 9,7 millions de mètre cube de résidus, entrainant la mort de 270 personnes ainsi que la destruction des infrastructures et

l'environnement (Robertson et al., 2019; Williams, 2021). La digue a été construite avec la méthode en amont. La liquéfaction des RM est la cause de la rupture dues aux plusieurs facteurs comme le mauvais drainage, des précipitations importantes ainsi que les caractéristiques des résidus qui ont été fins et saturés.



Figure 2.7 : Photo au moment de rupture de digue Feijao (Robertson et al., 2019)

Les figures 2.8 et 2.9 présentent deux cas de rupture de digues en amont produits au Chili, le premier à Barahona en 1928 (figure 2.9) et le deuxième à El Cobre en 1965 (figure 2.9). Tous les deux cas de rupture ont été causés par la liquéfaction des RM induite par de fortes secousses sismiques. Les impacts ont été catastrophiques avec non seulement des pertes économiques, mais également des pertes importantes de vies humaines (Williams, 2021). La rupture de Boharana a été marquée par une quantité massive des RM libérés au moment de la rupture de digue, entrainant le décès de 50 personnes (Dobry & Alvarez, 1967; Léveillé, 2018). La rupture d'El Cobre a entrainé le décès de 200 personnes et la destruction d'un village au complet, suite à l'écoulement de 2 millions de tonnes de RM en boue

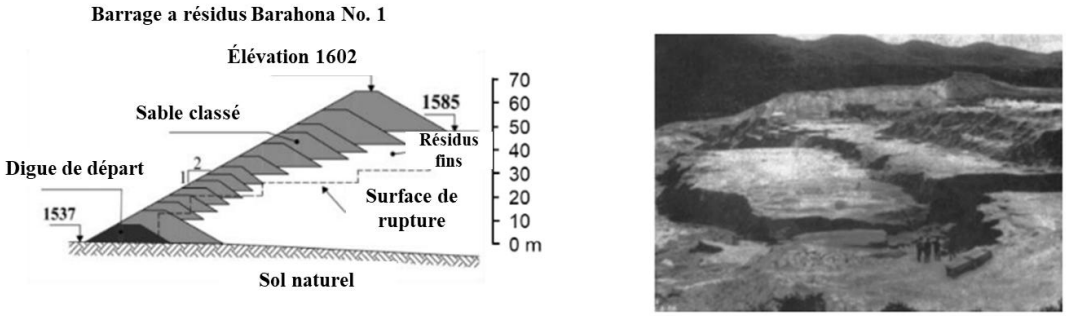


Figure 2.8 : La digue Barahona au Chili (tiré de Cacciuttolo & Atencio, 2022)

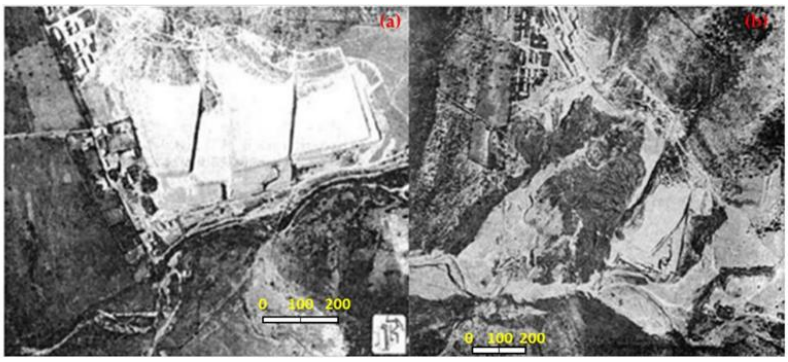


Figure 2.9 : La digue d'El Cobre avant (a) et après (b) la rupture (Cacciuttolo & Atencio, 2022)

En août 2014, la digue du parc à RM de Mount Polley en Colombie-Britannique s'est rompue, engendrant d'importants dommages économiques et environnementaux. Cet incident a été une conséquence d'une combinaison de facteurs, dont l'ignorance de la fragilité de la fondation de sol et la mauvaise gestion d'eau. Par ailleurs, le haussement continu de la digue aurait modifié l'état de consolidation de couche de la fondation, passant de l'état surconsolidé à l'état normalement consolidée (Cacciuttolo & Atencio, 2023). La rupture de la digue a causé le déversement de 25 millions de mètre cube de l'eau mélangée avec des résidus et de débris de digue directement dans le lac Polley, le lac Quesnel et le ruisseau de Hazeltine. Ces rejets déversés ont entrainé le déséquilibre de faune et de flore ainsi qu'une détérioration de la qualité de l'eau (Nikl et al., 2016).

2.4 Épaississement des résidus miniers

De nouvelles approches ont été développées afin d'éviter les défaillances des parcs a résidus conventionnels, basent principalement sur l'augmentation du pourcentage en solides des résidus miniers.

- **Résidus épaissis**

Cette technique consiste à épaissir les RM en pulpe à un pourcentage en solides entre 50 et 70%. Ce fluide visqueux est pompé dans une zone de dépôt avec une pente douce. Cette approche présente divers avantages. Elle garantit une homogénéité de rejets lors de dépôt. Ces résidus se caractérisent par une faible conductivité hydraulique. Les propriétés géotechniques sont généralement meilleures que les résidus en pulpe grâce à la diminution de teneur en eau et la consolidation plus tôt (Bussière, 2007). La récupération et le recyclage de l'eau représente un autre avantage dans la réduction de l'impact de l'industrie minière sur l'environnement. Néanmoins, ces

avantages ne sont pas garantis toujours, car chaque site minier présente des conditions particulières. En plus, les coûts d'investissement de cette méthode sont plus élevés par rapport aux méthodes conventionnelles (Watson et al., 2010).

- **Résidus en pâte**

Cette approche est plus utilisée dans la mine souterraine. Elle est utilisée également en surface comme une méthode de gestions des RM (Simms, 2016; Martin, 2018) Elle consiste à densifier les RM à un pourcentage en solides (C_w) compris entre 70% et 85% (Bussière, 2007). La figure 2.10 présente les étapes de transformation de RM en pulpe en résidus en pâte.

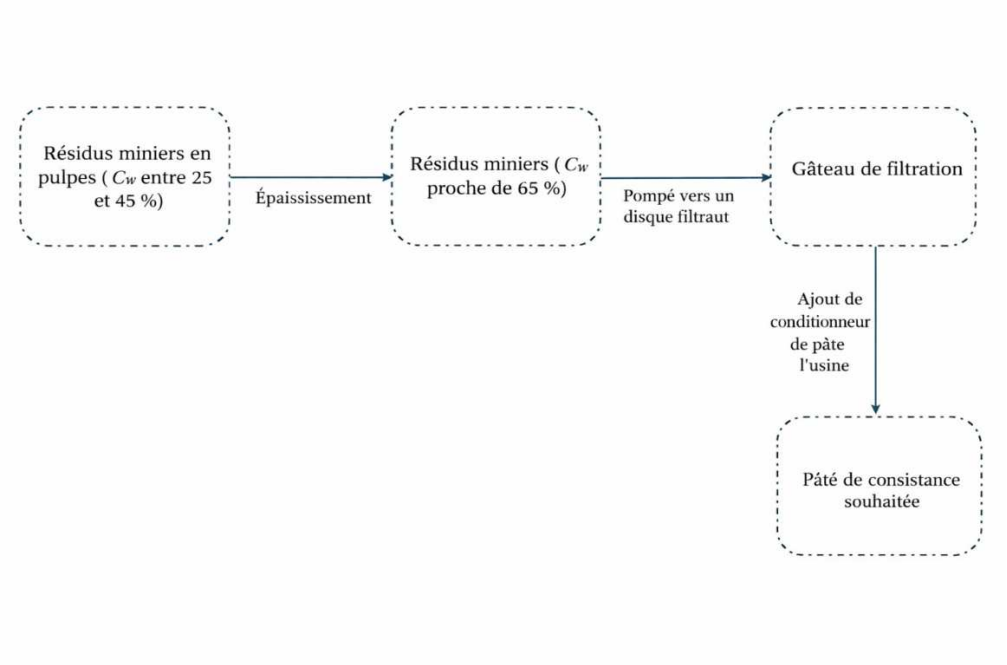


Figure 2.10 : Diagramme illustrant les étapes de transformation des résidus en pulpe en résidus en pâte

Par rapport à aux résidus en pulpe, les résidus en pâte sont plus homogènes, possèdent une résistance au cisaillement plus élevée et une meilleure capacité portante. La construction d'une structure de rétention des résidus n'est plus nécessaire. Néanmoins, cette technologie ne garantit pas une meilleure efficacité dans l'élimination totale de drainage minier acide ou de drainage neutre contaminé. Dans certains cas, l'ajout de liants aux résidus est nécessaire afin d'améliorer leurs propriétés hydrauliques et leurs résistances au cisaillement (Bussière, 2007).

- **Résidus filtrés**

Les résidus filtrés résultent de la déshydratation les RM en pulpe à l'aide des filtres sous pression ou par pression vide. À la fin de ce processus, le pourcentage en solides de RM est supérieur 85%. Ce type de résidus est caractérisé par une résistance mécanique élevée (Watson et al., 2010).

Cette méthode se distingue des autres par la capacité de récupération et de conservation de l'eau. La déshydratation des RM réduit le volume nécessaire d'entreposage en surface, contribuant ainsi à la réduction de l'empreinte environnementale et la diminution du risque de contamination d'eaux souterraines. Les résidus filtrés sont considérés comme une bonne option d'élimination des ruptures des parcs à résidus miniers dans les zones arides et à risque sismique, grâce à la réduction du potentiel de liquéfaction (Watson et al., 2010). En revanche, cette technique exige un investissement important. Les coûts pour le transport des résidus filtrés sont très élevés. La génération des poussières est un autre enjeu à gérer (Leduc & Smith, 2003)**.** De plus, le faible degré de saturation favorise la génération de drainage minier acide ou de drainage neutre contaminé (Bussière, 2007). Par ailleurs, malgré le faible nombre d'installations de stockage de résidus filtrés, la rupture d'un parc à résidus filtrés a apparu (Petley, 2024). On pourrait attendre plus de cas avec le temps, l'augmentation de ce type d'installation et l'effet négative des changements climatiques sur l'évolution du degré de saturation et la stabilité des parcs à résidus filtrés. De nouvelles façons de gérer les rejets miniers sont nécessaires pour assurer une stabilité géotechnique à court et à très long terme.

2.5 Méthodes de co-disposition des résidus miniers et des roches stériles

La co-disposition consiste à entreposer les RM et les RS dans la même installation de manière synchrone ou successive. Elle permet de réduire la surface de déposition des rejets, de diminuer l'empreinte environnementale et de faciliter d'étape de restauration des sites miniers (Bussière, 2007). Par ailleurs, le mélange total ou partiel de deux rejets permet l'amélioration des propriétés hydro-géotechniques (Wickland et al., 2006; Leduc & Smith, 2003). Diverses configurations sont possibles, et la faisabilité d'une méthode varie en fonction des conditions de site (Leduc & Smith, 2003). Dans cette sous-section, les différentes méthodes de co-disposition seront présentées.

2.5.1 Co-mélange (co-mingling)

Cette méthode consiste à mélanger mécaniquement les RM et les RS avant leur entreposage conjoint dans la même installation (Habte & Bocking, 2012). Elle réduit l'empreinte

environnementale et facilite la fermeture de site minier. Par ailleurs, cette approche l'augmente la résistance au cisaillement et accélère la consolidation. En plus, cette méthode réduit le potentiel de la génération de drainage minier acide ou de drainage neutre contaminé en la diminuant la diffusion d'oxygène et de l'écoulement d'eau à travers les vides de RS (Bussière, 2007).

Wickland et Wilson (2005) ont montré que les propriétés hydrauliques des mélanges sont plus proches de celles des RM lorsque les mélanges atteignent un ratio de mélanges de RS/RM optimal. Ainsi, la conductivité hydraulique *k* d'un mélange peut être compris entre 10^{-7} et 10^{-8} m/s alors que la conductivité hydraulique des RS est de l'ordre de 0,3 m/s. La conductivité hydraulique des mélanges est donc plus faible que celle des RS seules et quasi équivalente à celle des RM (Wickland & Wilson, 2005).

Malgré les avantages hydro-géotechniques des mélanges des deux rejets miniers, il faut bien noter que peu de projets ont montré l'efficacité de cette méthode en matière de la limitation du drainage minier acide (Bussière, 2007). Les exigences pour des équipements spéciaux pour le mélange, la consommation d'énergie tant pour le mélange que pour le transport sont des conditions limitant l'application de la technique à grande échelle.

2.5.2 Co-déposition (co-deposition)

La co-déposition consiste à déposer les deux types de rejets miniers de sorte qu'un certain degré de mélange se produit. Plusieurs scénarios sont possibles avec un degré de mélange entre les RM et RS varié d'un de l'autre (Habte & Bocking, 2012).

2.5.2.1 Mélange de résidus miniers avec des roches stériles sur le front de déversement

Cette méthode s'effectue à l'aide de l'un de trois équipements (Leduc & Smith, 2003) :

- Bulldozer qui entraine le mélange de RM et de RS sur le font de déversement, près de la crête d'installation d'entreposage.
- Camion-benne qui sera rempli de RS dans le fond, puis des RM déversés dans le volume vide restant de ce dernier. Puis, les deux types de matériaux dans le camion sont transportés et placés sur le front de déversement.
- Convoyeur à bande qui permet le mélange de deux rejets ensemble.

Cette configuration (figure 2.11) assure une meilleure stabilité géotechnique que les méthodes conventionnelles. Sa simplicité lors de l'application et de la mise en place la rend une méthode raccommodable. En plus, les mélanges des deux types de rejets miniers peuvent être contrôlés pour assurer une meilleure homogénéité que les autres configurations. Toutefois, les coûts d'opération augmentent à cause des moyens de transport utilisés pour déposer les deux rejets (Leduc & Smith, 2003).

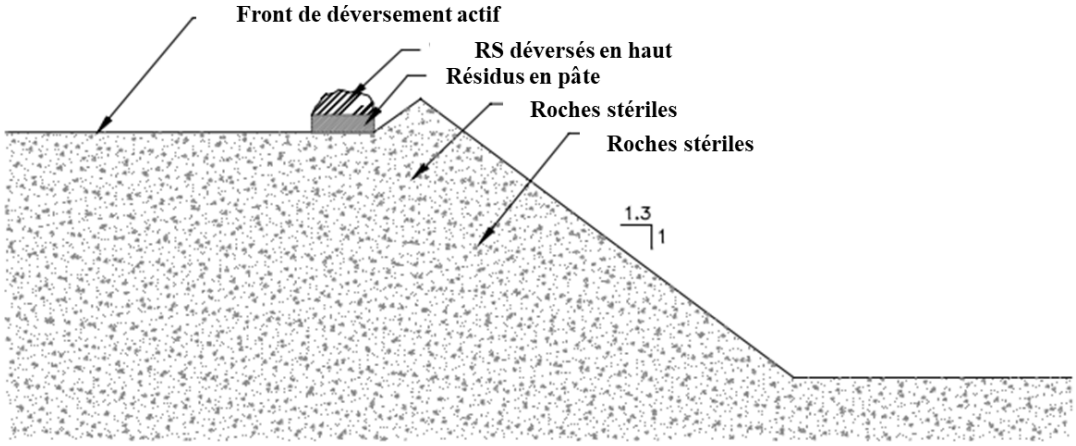


Figure 2.11 : Schéma de dépôt de RS et RM sur le front de déversement (Leduc & Smith, 2003)

2.5.2.2 Injection des résidus miniers dans la décharge de roches stériles

Cette méthode vise à injecter des RM en pâte ou épaissis dans l'installation d'entreposage des RS dans un trou vertical au centre de l'installation, ou en couches inclinées comme illustré dans la figure 2.12. Des tuyaux perforés sont installés dans cette dernière afin d'injecter les résidus. Cette méthode est simple et flexible. Elle permet la réduction de l'espace et des équipements utilisés. Néanmoins, la tuyauterie utilisée dans l'installation augmente les coûts d'installation (Leduc & Smith, 2003). Par ailleurs, le coût d'opération et la consommation d'énergie pourraient être élevés, freinant son application à grande échelle.

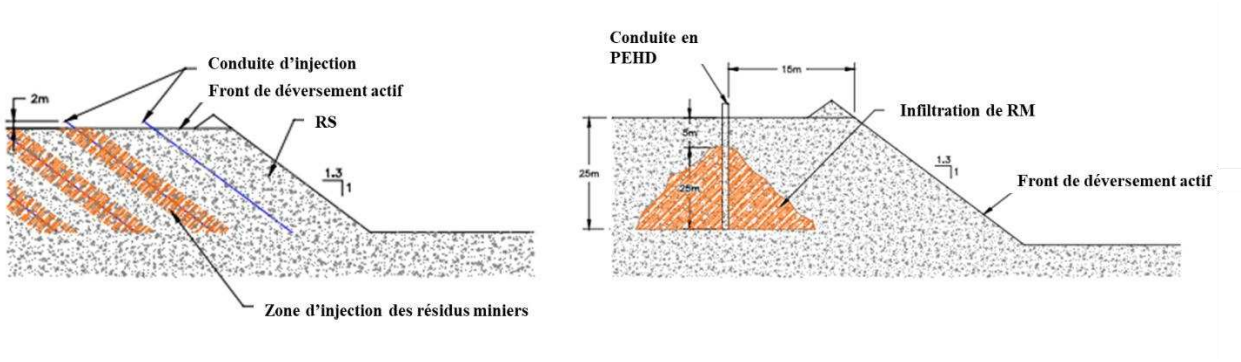


Figure 2.12 : Injection des RM en couches inclinées (a) ou par des trous verticaux au centre (b) de l'installation des roches stériles (Leduc & Smith, 2003)

2.5.2.2 Placement des résidus épaissis sur le front de déversement

La figure 2.13 illustre le placement d'une couche de RM épaissis d'épaisseur entre 200 et 500 mm sur le front de déversement, puis l'ajout d'une couche de RS d'épaisseur entre 1 et 5 mètres après un délai d'attente bien déterminé. Cette méthode est facile à appliquer sans l'implication des équipements spécialisés, ni l'utilisation de ciment. Toutefois, elle peut entrainer l'infiltration des contaminants lors des crues de l'eau. En plus, il faut respecter les épaisseurs requises des RM et des RS afin d'assurer la stabilité de l'installation. L'efficacité de cette méthode n'est pas encore démontrée sur le terrain (Leduc & Smith, 2003)

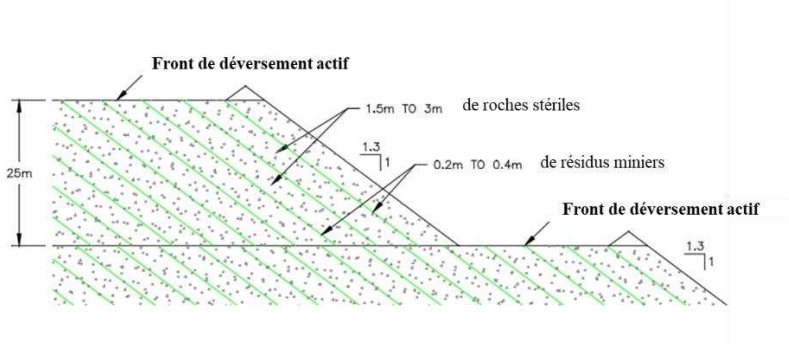


Figure 2.13 : Placement des RM épaissis sur le front de l'installation de roches stériles (Leduc & Smith, 2003)

2.5.3 Co-placement

Cette méthode consiste à entreposer les deux types de rejets miniers dans la même installation avec le minimum de mélange. Deux configurations sont possibles : une en inclusion des roches stériles

dans les parcs à résidus et l'autre sous forme des cellules de RM intercalées dans une halde de RS (Habte & Bocking, 2012).

2.5.3.1 Inclusion en roches stériles

Comme illustré dans la figure 2.14, l'inclusion en roches stériles consiste à déposer des RS en rangées continues dans les parcs à résidus afin d'améliorer les performances géotechniques et environnementales (Aubertin & al., 2002; James & al., 2017). La compartimentation des parcs à résidus par l'inclusion de RS permet d'accélérer la consolidation due aux drainages vertical et horizontal, favorisant ainsi une dissipation rapide des pressions interstitielles en excès (Mbemba et al., 2019). La stabilité sismique peut être améliorée (James, 2009). Elle réduit l'impact sur l'environnement en minimisant le risque de drainage minier acide, tout en renforçant la stabilité géotechnique des parcs à résidus (Essayad, 2021).

Toutefois, cette méthode peut générer une migration des particules fines et entrainer la formation des voies d'écoulement préférentiel, favorisant l'érosion interne (Essayad, 2021). De plus, l'amélioration de la stabilité reste localisée au voisinage de compartiment de RS. L'effet de cette dernière diminue progressivement en s'éloignant de l'inclusion (Mbemba et al., 2019).

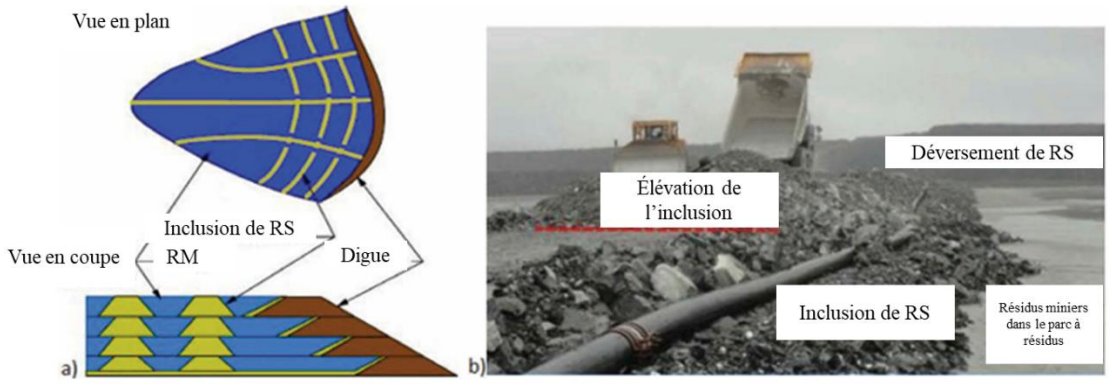


Figure 2.14 : Illustration de l'inclusion des RS dans les parcs à RM : a) illustration schématique, b) photo de construction de l'inclusion sur le site minier canadien Malartic (Québec) (Mbemba et al., 2019).

2.5.3.2 Placement des résidus miniers dans cellules intercalées dans la halde de roches stériles

Cette méthode est basée sur la construction de bermes au sein de la halde de RS, créant des cellules dans lesquelles les RM seront déposés (figure 2.15). Les travaux de construction et de déposition

dépendent de nombreux paramètres, tels que la teneur en eau et la vitesse de consolidation des résidus dans la cellule. Le remplissage progressif des cellules est nécessaire afin de garantir la stabilité de l'installation. Afin de prévenir l'érosion de la surface de l'installation et garantir la stabilité globale, une couche finale de RS est mise en place en surface (Leduc & Smith, 2003).

Par rapport aux autres méthodes, cette méthode présente des avantages comme le coût faible, la simplicité de procédure de mise en place et la réduction de transfert de contaminant lié au contact des équipements avec les résidus (Leduc & Smith, 2003). En revanche, l'inconvénient majeur de cette méthode est le temps d'attente lié à la planification des étapes de déversement des RS en fonction de la consolidation de RM dans les cellules. En effet, le déversement rapide de couche de RS sur la cellule de RM peut entrainer une instabilité de structure. Par conséquence, les opérations de construction sont contraintes par l'avancement de remplissage des cellules de RM (Leduc & Smith, 2003). En plus, la Directive 019 mentionne que le mélange des rejets miniers (RM et RS) est interdit, sauf s'il s'inscrit dans le cadre d'une stratégie de restauration et de réduction de l'empreinte environnementale. Ce critère doit être validé lors de l'utilisation de cette méthode (MELCCFP, 2025).

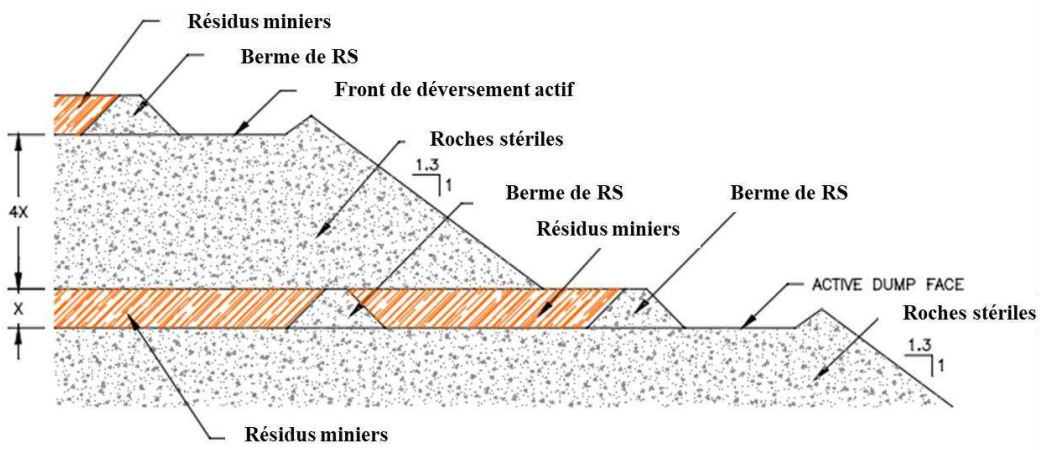


Figure 2.15 : Schéma d'installation de placement des RM dans des bassins intercalés pour le déversement de RS (Leduc & Smith, 2003).

2.6 Rhéologie des résidus miniers

La rhéologie est la science qui étudie la déformation et l'écoulement de la matière (Futura, 2000). Elle permet l'analyse de comportement de matériaux lorsqu'ils sont soumis aux contraintes

(Ouattara, 2011). Les fluides peuvent être classés en deux catégories en fonction de leur relation entre la contrainte de cisaillement et le taux de cisaillement (Saebimoghaddam, 2005).

- **Fluide newtonien**

Les fluides newtoniens présentent une relation linéaire entre la contrainte au cisaillement et le taux de cisaillement comme illustré dans la figure 2.16 (droite linéaire en rouge). Le coefficient qui lie ces deux paramètres est la viscosité dynamique (Saebimoghaddam, 2005; Ouattara, 2011).

$$\eta = \frac{\tau}{\dot{\gamma}} \tag{2.1}$$

Où,

η : Viscosité (Pa. s)

τ : Contrainte de cisaillement (Pa)

$\dot{\gamma}$:Taux de de cisaillement (s^{-1})

Le taux de cisaillement est le gradient de vitesse à travers les couches de fluide (*du/dy*) (Saebimoghaddam, 2005).

La viscosité est indépendante de temps de cisaillement et de la vitesse de cisaillement. L'écoulement de fluide résulte des contraintes de cisaillement. Par ailleurs, les contraintes normales effectives sont nulles (Ouattara, 2011; Barnes et al., 1989)

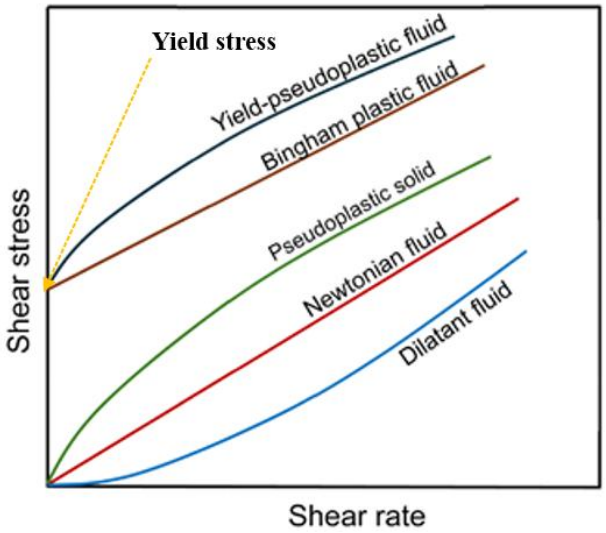


Figure 2.16 : Types de comportement d'écoulement indépendant du temps (tiré de Chhabra & Patel, 2025)

- **Fluide non newtonien**

Les fluides non newtoniens présentent une relation non linéaire entre la contrainte de cisaillement et le taux de cisaillement. Le comportement de fluide non newtonien est caractérisé par la viscosité apparente et plusieurs autres paramètres comme le seuil de cisaillement (yield stress) et des propriétés dynamiques et élastiques (Paterson & Cooke Consulting Engineers, 2006; Chhabra & Patel, 2025).

2.6.1 Propriétés rhéologiques

- **Viscosité**

La viscosité des fluides non newtoniens est appelée viscosité apparente puisqu'elle n'est pas constante. La figure 2.17 présente la variation de la viscosité en fonction du taux de cisaillement pour différents types de fluides non-newtoniens.

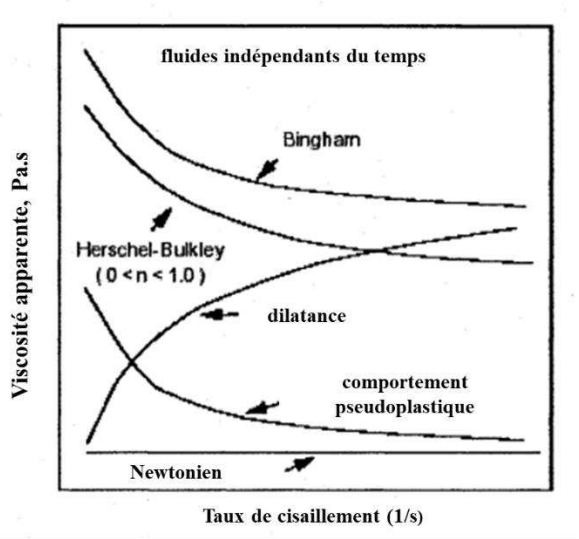


Figure 2.17 : La variation de la viscosité apparente des fluides en fonction du taux de taux de cisaillement (Steffe, 1996)

- **Seuil de cisaillement (yield stress)**

Cette propriété a été reconnue pour la première fois par Bingham. Elle correspond à la contrainte minimale nécessaire pour initier l'écoulement de fluide. Cette propriété permet de distinguer le comportement des fluides de celui des solides d'un matériau (Barnes, 1998; Uhlherr et al., 2002; Saebimoghaddam, 2005). Le seuil de contrainte est défini comme l'ordonnée à l'origine de la courbe représentant la variation de la contrainte au cisaillement en fonction du taux de cisaillement

(Saebimoghaddam, 2005). Ce paramètre est important dans plusieurs domaines, notamment dans le contrôle de l'écoulement des matériaux et dans l'impression 3D du béton (Mechtcherine, et al., 2020). En plus, elle joue un rôle fondamental dans la gestion et le transport des RM en pulpe (Kikiessa Kisaka, 2015).

2.6.2 Méthode de mesure des propriétés rhéologique

La mesure de propriétés rhéologiques constitue un défi en géotechnique, dépendant de plusieurs facteurs, notamment la nature de matériau, les conditions expérimentales (pourcentages en solides) et le type d'appareil de mesure utilisé. Le tableau 2.5 résume les principales méthodes de mesure des propriétés rhéologique ainsi que les avantages et les inconvénients associés à chaque méthode.

Tableau 2.5 : Résumé des méthodes de mesure de propriétés rhéologiques.

Méthode	Principe, Avantages et Limitations	Références
Rhéomètre à aubes (vane)	• Principe de mesure ✓ Une pale à quatre lames est insérée dans l'échantillon et mise en rotation lente. ✓ Le couple maximal mesuré correspond au seuil de cisaillement • Avantages ✓ Pas de glissement aux parois Mesure directe seuil de cisaillement • Limitations ✓ Nécessite l'homogénéité de l'échantillon. Sensible à la vitesse et aux bulles d'air	(Saebimoghaddam, 2005; Sofrà & Boger, 2011)
Essais d'affaissement (Slump test)	• Principe de mesure ✓ Remplir un moule (conique/cylindrique), le soulever et mesurer l'affaissement. ✓ Le couple maximal mesuré correspond au seuil de cisaillement • Avantages ✓ Simple, rapide, peu coûteux. ✓ Utile pour contrôle qualité • Limitations ✓ Surestime souvent τ_y ✓ Dépends des conditions d'essai	(Saebimoghaddam, 2005; Sofrà & Boger, 2011; Ahmed et al., 2022)

Tableau 2.6 : Résumé des méthodes de mesure de propriétés rhéologiques (Suite)

Méthode	Principe, Avantages et Limitations	Références
Rhéomètre capillaire	• Principe de mesure ✓ Mesure de la perte de charge ΔP dans un tube capillaire en fonction du débit Q. Corrections Bagley et Rabinowitsch appliquées. • Avantages ✓ Représentatif du transport en conduite ✓ Donne viscosité sur large gamme de $\dot{\gamma}$ • Limitations ✓ Effets d'entrée/sortie. ✓ Glissement aux parois. ✓ Migration des particules	(Chhabra, 2008)
Rhéomètre cylindres coaxiaux (Couette)	• Principe de mesure ✓ Mesure du couple transmis entre deux cylindres en rotation relative. • Avantages ✓ Méthode standard en rhéologie. Largement utilisée. • Limitations ✓ Glissement aux parois. ✓ Inadapté aux grosses particules.	(Shokrollahzadeh, 2015; Sofrà & Boger, 2011; Chhabra,2008 ; Ahmed et al., 2022)
Essais en boucle (Loop test)	• Principe de mesure ✓ Mesure la perte de charge dans une boucle de tuyauterie pour déduire la viscosité et le seuil de cisaillement • Avantages ✓ Représentation fiable l'écoulement réel ✓ Utile pour les fortes concentrations • Limitations ✓ Installation lourde, ✓ Écoulement non uniforme, volume élevé requis	(Ahmed et al., 2022; Saebimoghaddam, 2005)

2.6.3 Comparaison de mesure de propriétés rhéologiques des résidus miniers en pâte avec différentes méthodes

Ahmed et al. (2022) ont réalisé des essais expérimentaux pour mesurer les propriétés rhéologiques des deux types de RM en pâte à l'aide de quatre méthodes de mesure : le test d'affaissement, le rhéomètre à aubes (vane), le rhéomètre coaxial et le test à boucle. Les mesures ont été effectuées aux températures de 15°C, 25°C et 35°C, et à des pourcentages en solides compris entre 66% et 76%. Pour les RM issus de mine B, la valeur maximale du seuil de cisaillement est six fois

supérieure à la valeur minimale, pour les mesures à une température de T = 25°C et à un pourcentage en solides de 71,5%. Le seuil de contrainte estimé indirectement par le test d'affaissement varie entre 480 et 720 Pa selon le type de moule utilisé. Pour le rhéomètre coaxial, le seuil de cisaillement mesuré est de l'ordre de 160 Pa, tandis que le rhéomètre à aubes (vane) fournit une valeur de l'ordre de 120 Pa et l'essai en boucle indique une valeur de l'ordre 220 Pa.

Pour les résidus issus de mine A, un facteur d'écart de l'ordre de 3 entre les valeurs minimale et maximale mesurées a été obtenu pour les mesures à une température T = 25°C et un pourcentage en solides de 74%, le seuil de contrainte mesuré par le test d'affaissement varie entre 340 et 400 Pa, tandis que le rhéomètre à aubes fournit une valeur de l'ordre 270 Pa et l'essai en boucle donne une valeur d'environ 170 Pa. Aucune mesure n'est disponible pour la mesure de rhéomètre coaxial au pourcentage en solides donné.

Les résultats de mesure de seuil de cisaillement pour les résidus fins montrent que le test d'affaissement surestime le seuil de contrainte, tandis que le rhéomètre à aubes (vane), le rhéomètre coaxial et l'essai en boucle montrent des résultats en bonne concordance. À partir de ces résultats, on ne peut pas conclure que l'essai d'affaissement n'est pas fiable et les trois autres méthodes sont fiables puisqu'il manque un critère fiable qui permet d'évaluer l'exactitude de la valeur réelle du seuil de contrainte pour le matériau. Utiliser le nombre de concordance n'est pas une manière rigoureuse scientifiquement et philosophiquement.

Pour les résidus grossiers, les résultats démontrent qu'il y a plus de cohérence entre les mesures effectuées par le rhéomètre à aubes et le test d'affaissement effectués aux températures de 15°C et 25°C (Ahmed et al., 2022).

Les résultats de Ahmad et al. (2022) ont montré que la fiabilité la de mesure du seuil de contrainte des RM reste encore incertaine., La mesure des propriétés rhéologiques des RM reste un défi en raison de l'absence d'une méthode standard de mesure fiable. De plus, les RM sont reconnues pour l'instabilité physique associée à la sédimentation rapide des particules. La sensibilité aux conditions expérimentales de mesure est un autre aspect qui rend la mesure des propriétés rhéologiques des RM complexe. Ces nombreuses incertitudes rendent difficile d'obtenir des mesures fiables des propriétés rhéologiques des RM. Par conséquent, la mesure du seuil de contrainte n'est pas considérée dans cette étude.

2.7 Force de trainée

La force de traînée joue un rôle crucial dans le mouvement d'une particule à l'intérieur d'un fluide. Plusieurs travaux de recherche ont porté sur cette force. Quelques modèles de calcul ont été développés. Ces modèles dépendent du régime d'écoulement du fluide, de la forme et de la taille des particules ainsi que des propriétés du fluide (Zhang, 2024).

2.7.1 Force de trainée dans un fluide newtonien

La force de traînée exercée sur une particule sphérique en mouvement dans un fluide newtonien, résulte de deux composantes : une due au frottement et l'autre due à la séparation de la couche limite (Zhang, 2024; He et al, 2001). La force de traînée est exprimée avec la formule suivante (Di Felice, 1994) :

$$F_d = \frac{1}{2}\rho_f V^2 A C_d \tag{2.2}$$

Avec,

F_d : Force de traînée (N)

ρ_f : Masse volumique du fluide (kg/m^3)

V : Vitesse de sédimentation de la particule (m/s)

C_d : Coefficient de traînée (sans unité)

A : Section transversale de la particule sphérique (m^2)

Le coefficient de traînée dépend à la fois de la forme de la particule et des conditions d'écoulement du fluide, caractérisées par le nombre de Reynolds :

$$R_e = \frac{\rho_f V d}{\eta} \tag{2.3}$$

Avec,

R_e : Nombre de Reynolds

η : Viscosité du fluide (Pa. s)

d : Diamètre de sphère (m)

Pour de faibles nombres de Reynolds, Stokes (1851) a établi une relation entre le coefficient de traînée et le nombre de Reynolds comme suit (Stokes, 1851) :

$$C_d = \frac{24}{Re} \tag{2.4}$$

En combinant les éqs. (2.2) à (2.5), la force de traînée est exprimée comme suit (Stokes, 1851; Zhang, 2024) :

$$F_d = 3\pi\eta V d \tag{2.5}$$

2.7.2 Force de trainée dans un fluide non newtonien

Pour un fluide non newtonien, Dedegil (1987) a proposé une expression pour la force de traînée d'une particule sphérique en mouvement en tenant en compte du seuil de contrainte (Dedegil, 1987) :

$$F_d = \pi \frac{d^2}{4} \tau_y + \frac{1}{2} C_d \rho_f V^2 A \tag{2.6}$$

Où :

τ_y : seuil de contrainte (Pa)

La détermination de la force de traînée d'une particule sphérique dans un fluide non newtonien est basée principalement sur les relations développées entre le coefficient de trainée et le nombre de Reynolds (Zhang, 2024). Le tableau 2.6 résume les principales relations entre C_d et R_e présentées dans la littérature.

L'expression de coefficient de traînée proposée par Dedegil (1987) est fondée sur des essais réalisés par Valentik et Whitmore (1965) sur la sédimentation de 121 sphères dans six suspensions d'argile (Valentik & Whitmore, 1965). De même, Okesanya et al. (2020) ont réalisé des essais sur la sédimentation des particules sphériques dans les fluides polymériques de Carbopol et ont proposé une relation généralisée pour les fluides présentant un seuil de contrainte (Zhang, 2024; Okesanya et al., 2020).

Les expressions pour décrire la force ou le coefficient de trainée ont été développées pour des particules sphériques. Leur validité pour des particules ayant des formes irrégulières comme les roches stériles reste discutable. On devrait rester prudent dans l'application de ces expressions pour traiter des problèmes associés avec des RM et de RS.

Tableau 2.7 : Résumé des principales relations entre C_d et R_e

Expression de coefficient de traînée	Nombre de Reynolds	Auteurs
$C_d = 24X\dfrac{1+B_i}{Re}$ ▪ X : Facteur de correction de traînée ▪ B_i : Nombre de Bingham	-	(Ansley & Smith, 1967)
$C_d = \dfrac{24}{R_e}\left(1+0{,}173R_e^{0{,}657}\right)+\dfrac{0{,}413}{1+16300R_e^{-1{,}09}}$	$R_e < 2\times10^5$	(Turton & Levenspiel, 1986)
$C_d = \dfrac{24}{R_e}$	$R_e < 8$	(Dedegil, 1987)
$C_d = \dfrac{22}{R_e}+0{,}25$	$8 \leq R_e \leq 150$	
$C_d = 0{,}4$	$R_e > 150$	
$C_d = \dfrac{24}{R_e}(1+0{,}15R_e)^{0{,}687}$	$R_e < 800$	(Schiller, 1993)
$C_d = \dfrac{24}{R_e}(1+0{,}15R_e)^{0{,}687}+\dfrac{0{,}407}{1+8710R_e^{-1}}$	$R_e < 2\times10^5$	(Brown & Lawler, 2003)
$C_d = \dfrac{24}{R_e}(1+0{,}27R_e)^{0{,}43}+0{,}47\left[1-e^{(-0{,}04R_e^{0{,}38}}\right]$	$2\times10^{-3} < R_e < 2\times10^5$	(Cheng, 2009)
$C_d = \dfrac{24}{R_e}(1+0{,}12R_e)^{0{,}35}+0{,}398\left[1-e^{(-0{,}01R_e^{0{,}9282})}\right]$	-	(Okesanya et al., 2020)

En guise de conclusion, les méthodes de mesure des propriétés rhéologiques et les modèles proposés pour les expressions de la force ou du coefficient de trainée ne semblent pas directement applicables aux cas des RM et des RS. Au besoin, leurs valeurs seront obtenues par des calibrations contre des résultats d'observation, au lieu d'être obtenues par des mesures.

CHAPITRE 3 DÉVELOPPEMET DES ÉQUATIONS ET VALIDATIONS EXPÉRIMENTALES DE LA SOLUTION : MÉTHODOLOGIE

Afin de fournir un outil permettant d'éviter ou de minimiser le mélange des roches stériles (RS) déversées sur des résidus miniers (RM), une solution analytique sera développée et présentée. La solution analytique a besoin d'être validée par des résultats expérimentaux. À cette fin, un montage expérimental spécifique ainsi que des moules ont été conçus et seront présentés par la suite.

En effet, une méthodologie progressive du plus simple au plus complexe et afin de réduire les sources d'incertitude tant sur le développement de la solution analytique que sur les essais expérimentaux, deux fluides ont été utilisés dans cette étude : le premier est une argile pour sa stabilité physique et le second correspond aux RM.

Du même, on avait commencé les travaux expérimentaux avec des billes d'acier afin d'éliminer l'effet de forme, puis avec des particules individuelles de gravier et de RS, et enfin des RS obtenues à l'aide de la méthode tronquée.

Voici les étapes suivies afin d'atteindre nos objectifs :

- Établir les équations qui simulent une particule sphérique en chute libre dans l'air, puis pénétrante dans un fluide de Bingham. À partir de ces équations, la hauteur de chute critique est déterminée afin d'éviter le mélange entre RM et RS;
- Déterminer les propriétés physiques des matériaux utilisés (argile et RM), incluant notamment la distribution granulométrique, la densité spécifique (G_s) et les limites d'Atterberg si applicables;
- Tester la validité de solution établie avec différents matériaux sous forme de pulpe et de RS.

3.1 Formulation d'une solution analytique

Pour développer une solution analytique dans cette étude, une démarche progressive a été adoptée. Le développement a débuté par le plus simple modèle qui représente la chute libre d'une particule sphérique dans le vide absolu pour être certain de notre approche. Un modèle plus complexe et plus représentatif de la problématique étudiée est ensuite développé. Ensuite, une équation a été développée pour simuler la pénétration de la particule sphérique dans un fluide de Bingham.

Les modèles utilisés ainsi que les étapes de développement et les justifications de révisions sont présentés dans l'annexe A.

3.1.1 Vitesse en chute libre d'une particule sphérique dans l'air

Le développement détaillé des équations sur la vitesse en chute libre d'une particule sphérique dans l'air ainsi que l'amélioration du modèle 1 est présentée dans l'annexe A. Les forces agissant sur une particule sphérique en chute libre dans l'air sont la force de traînée dans l'air F_1 (N), force de gravitation W (N). À cette étape, la particule sphérique est considérée comme un point.

L'expression de la force de traînée sur la particule sphérique en mouvement dans un fluide newtonien est donnée comme suit (Di Felice, 1994; Zhang and Li, 2023) :

$$F_1 = \frac{1}{2}\rho_a C_{da} \pi R^2 V^2 \tag{3.1}$$

Où :

R : Rayon de bille (m),

ρ_a : Masse volumique de l'air (kg/m^3),

C_{da} : Coefficient de traînée de l'air (C_{da} = 0,47).

La force de gravitation est exprimée comme suit :

$$W = mg \tag{3.2}$$

Où :

m : Masse de la particule sphérique (kg)

g : Accélération de la pesanteur (N/kg)

En se basant sur la deuxième loi de Newton, la chute libre d'une particule sphérique dans l'air est décrite par la formule suivante :

$$W - F_1 = ma_a \tag{3.3}$$

Avec a_a, l'accélération de la particule sphérique dans l'air (m/s^2) :

$$a_a = \frac{dV}{dt} = \frac{dV}{\frac{dz}{V}} = \frac{V\,dV}{dz} \tag{3.4}$$

Où :

V : Vitesse de chute (m/s)

z : Hauteur de chute (m)

t : Temps nécessaire pour que la particule parcourir une hauteur z (s).

La substitution des éqs (3.1) et (3.2) dans l'éq. (3.3) donne :

$$mg - \frac{1}{2}\rho_a C_{da}\pi R^2 V^2 = ma_a \tag{3.5}$$

La substitution l'éq. (3.4) dans l'éq. (3.5) donne :

$$\frac{dV^2}{dz} + \frac{\rho_a C_{da}\pi R^2}{m} V^2 = 2g \tag{3.6}$$

En résolvant l'Eq. (3.6) et en considérant la condition initiale $V = 0$ à $z = 0$, on obtient :

$$V = \sqrt{\frac{2mg}{\rho_a C_{da}\pi R^2}\left(1 - e^{-\frac{\rho_a C_{da}\pi R^2 z}{m}}\right)} \tag{3.7}$$

Lorsque la particule touche le fluide à $z = H$, sa vitesse V_T avant de pénétrer dans le fluide de Bingham :

$$V_T = \sqrt{\frac{2gm}{\rho_a C_{da}\pi R^2}\left(1 - e^{-\frac{\rho_a C_{da}\pi R^2 H}{m}}\right)} \tag{3.8}$$

Où :

V_T : Vitesse terminale de la particule sphérique au contact avec le fluide (m/s)

H : Hauteur totale de chute correspondant à la distance parcourue dans l'air depuis le point de départ jusqu'au point d'impact

3.1.2 Vitesse d'une particule sphérique dans un fluide de Bingham

Après rentrée au contact avec le fluide, la particule sphérique peut pénétrer dans ce dernier. Les forces agissant sur la particule sphérique lors de sa pénétration sont la poussée d'Archimède F_2 (N), la force de gravitation W (N) et la force de traînée F_3 (N). L'équation de la vitesse de pénétration de la particule sphérique dans le fluide de Bingham est développée en utilisant les hypothèses suivantes :

- La poussée d'Archimède a été développée en considérant uniquement la partie de la particule sphérique immergée sous le fluide. La géométrie réelle de la particule sphérique est considérée.
- La force de traînée a été développée en considérant que la particule sphérique est complètement immergée sous le fluide, peu importe sa position ou sa profondeur dans le fluide. Autrement dit, la particule sphérique est considérée comme un point sans dimension.

Considérant la deuxième loi de Newton, on a l'équation comme suit :

$$W - F_2 - F_3 = ma_s \tag{3.9}$$

Avec a_s qui est l'accélération de la particule dans le fluide :

$$a_s = \frac{dV}{dt} = \frac{dV}{\frac{dh}{V}} = \frac{V\,dV}{dh} \tag{3.10}$$

Où,

h : Profondeur de pénétration de particule dans le fluide (m).

La poussée d'Archimède F_2 exécrée sur la particule sphérique est exprimée comme suit :

$$F_2 = \pi\gamma_f \left(\frac{2}{3}R^3 - R^2 l + \frac{l^3}{3}\right) \tag{3.11}$$

Où :

γ_f: Poids volumique saturé du fluide (kN/m^3),

l : Hauteur du centre de la particule sphérique par rapport à la surface du fluide ($l = R - h$) (m).

La substitution de l par son expression dans l'Eq. (3.11) donne :

$$F_2 = \pi\gamma_f h^2 \left(R - \frac{h}{3}\right) \tag{3.12}$$

La force de traînée F_3 agissant sur la particule sphérique dans un fluide non newtonien avec un seuil de cisaillement est exprimée comme suit (Dedegil, 1987; Zhang and Li, 2023) :

$$F_3 = \pi R^2 \tau_y + \frac{\gamma_f}{2g} C_d \pi R^2 V^2 \tag{3.13}$$

Où :

V : Vitesse de la particule sphérique dans le fluide non newtonien (m/s)

τ_y : Seuil de cisaillement du fluide non newtonien (Pa)

C_d : Coefficient de traînée de fluide non newtonien.

Les paramètres rhéologiques du fluide τ_y et C_d sont déterminés par calibration. Les étapes de calibration sont présentées dans l'annexe I de chapitre 4.

La substitution des éqs. (3.12), (3.10) et (3.13) dans l'éq. (3.9) conduite à :

$$\frac{dV^2}{dh} + \frac{\pi R^2 C_d \gamma_f}{mg}\ V^2 = \frac{2\pi}{m}\left[\frac{mg}{\pi} - R^2\tau_y - \gamma_f h\left(Rh - \frac{h^2}{3}\right)\right] \tag{3.14}$$

La résolution de l'équation différentielle et considérant les conditions aux limites $V = V_T$ à $h = 0$ donne :

$$V^2 = \frac{2g\lambda}{C_d}\left[1 - \frac{2\lambda^2}{C_d^3R^2} + \frac{2}{C_dR}h\left(1 - \frac{h}{2R} + \frac{g\lambda}{C_dR}\right) + \frac{1}{\lambda}\left(\frac{h^2}{R} + \frac{h^3}{3R^2} - \frac{\tau_y}{\gamma_f}\right)\right] + \left[V_T^2 + \frac{2\lambda}{mC_d}\left(-1 + \frac{2\lambda}{C_d^2R} + \frac{2\lambda^2}{C_d^3R^2}\right) + \frac{2g}{\gamma_f C_d}\tau_y\right]e^{-\frac{C_d h}{\lambda}} \tag{3.15}$$

Avec

$$\lambda = \frac{\mathrm{m}g}{\gamma_f \pi R^2} \tag{3.16}$$

3.1.3 Hauteur de chute critique

La solution proposée consiste à déterminer la hauteur de chute critique H_c à laquelle on évite ou minimise le mélange entre RS et RM. Cette hauteur est déterminée après le test de plusieurs profondeurs de pénétration. L'équation suivante est proposée comme le critère de mélange entre une particule sphérique et un fluide Bingham :

$$h\ =\ 2R \tag{3.17}$$

Afin de réduire la subjectivité lors des essais expérimentaux.

Considérant la condition limite $V = 0$ à la profondeur $h = 2R$, la vitesse terminale critique de la particule au contact avec le fluide est déterminée à partir de l'éq (3.15) comme suit :

$$V_{\mathrm{cT}} = \sqrt{\frac{2g}{C_d}}\sqrt{\left\{\frac{4R}{3} + \frac{\tau_y}{\gamma_f} - \lambda - \frac{2\lambda^2}{C_d^2R} + \frac{2\lambda^3}{C_d^3R^2}\right\}exp\left(\frac{2\,C_dR}{\lambda}\right) + \left(-\frac{\tau_y}{\gamma_f} + \lambda - \frac{2\lambda^2}{C_d^2R} - \frac{2\lambda^3}{C_d^3R^2}\right)} \tag{3.18}$$

La hauteur de chute critique (H_c) permettant de satisfaire le critère défini par l'équation (3.18) peut ensuite être déterminée à partir de l'équation (3.17) comme suit :

$$H_c = -\frac{m}{\rho_a C_d \pi R^2}\ Ln\left(1 - \frac{\pi R^2 \rho_a C_d V_{cT}^2}{2mg}\right) \tag{3.19}$$

C'est la solution proposée pour déterminer la hauteur de chute critique pour éviter ou minimiser le mélange entre des RS déversées et des RM.

3.2. Matériaux utilisés pour calibrer et valider la solution analytique proposée

Les matériaux utilisés dans cette étude sont de l'argile remaniée et des RM en pulpe. Les propriétés physiques de ces matériaux ont été déterminées par la réalisation de sédimentométrie et pycnomètre.

- **Granulométrie et limite d'Atterberg**

La norme ASTM D7928-21 (2021) a été utilisée pour déterminer la distribution granulométrique de l'argile et des RM inférieure à 80 µm à l'aide de l'hydromètre. Le coefficient d'uniformité (C_u) et le coefficient de courbure (C_c) peuvent être obtenus comme suit :

$$C_u = \frac{d_{60}}{d_{10}} \tag{3.20}$$

$$C_c = \frac{d_{30}^2}{d_{10}\ X\ d_{60}} \tag{3.21}$$

Où :

d_{60} : Diamètre des particules à 60 % passant

d_{30} : Diamètre des particules à 30 % passant

d_{10} : Diamètre des particules à 10 % passant

Les résultats d'analyse granulométrique de l'argile et des RM sont présentés respectivement dans les figures 3.1 et 3.2

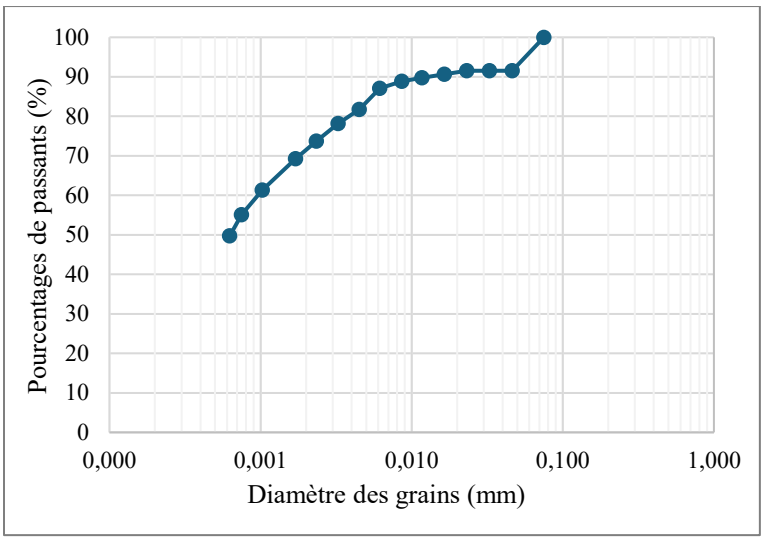


Figure 3.1 : Courbe de distribution granulométrique de l'argile

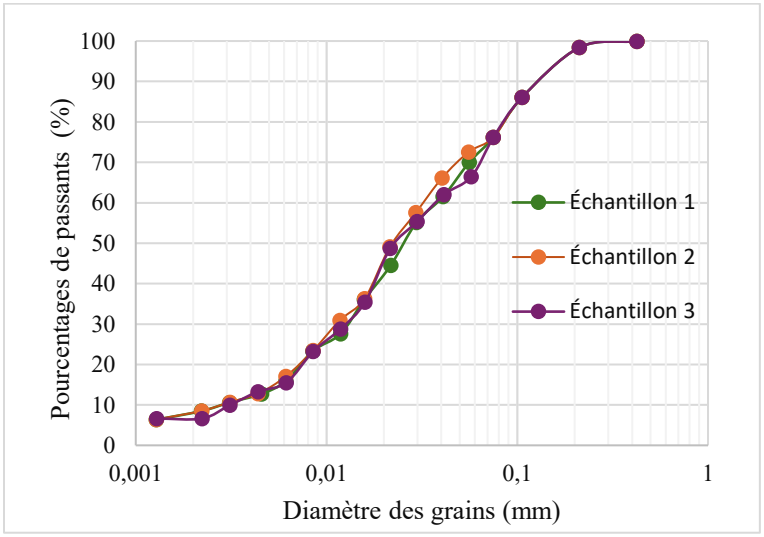


Figure 3.2 : Courbe granulométrique des RM

Le tableau 3.1 montre le coefficient d'uniformité et le coefficient de courbure des trois échantillons de RM utilisée dans cette étude. Selon la classification USCS, les RM utilisés sont classés comme ML : silt inorganique non plastique ($I_p = 0$).

Tableau 3.1 : Détermination du coefficient d'uniformité et coefficient de courbure pour les RM

	d_{10}	d_{30}	d_{60}	C_u	C_c
Échantillon 1	0,003	0,012	0,038	13,40	1,54
Échantillon 2	0,003	0,013	0,032	11,47	1,40
Échantillon 3	0,003	0,012	0,037	12,07	1,34

La norme ASTM D4318 (2018) a été utilisée pour déterminer la limite de liquidité W_L, la limite de plasticité *Wp* et l'indice de plasticité *Ip* de l'argile utilisée. La figure 3.3 présente la variation de la teneur en eau en fonction du nombre de coups nécessaire pour la fermeture de rainure de 13 mm. Les détaillés de mesure de ces paramètres sont présentées dans l'annexe B.

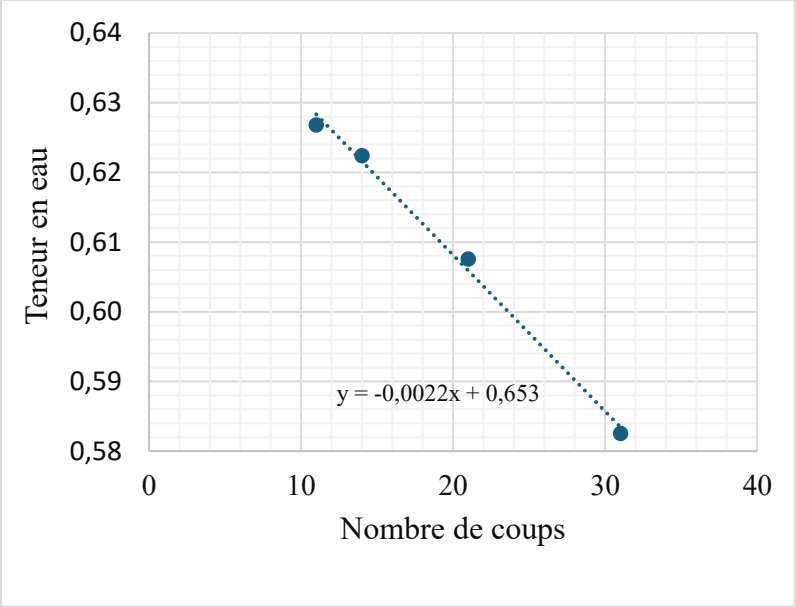


Figure 3.3 : Courbe entre la teneur en eau et le nombre de coups nécessaire pour fermer la rainure

Le tableau 3.2 montre les résultats des mesures de limites d'Atterberg. Selon, le système de classification USCS, l'argile utilisée est une argile inorganique de haute plasticité (CH).

Tableau 3.2 : Résultats de mesure de limite de liquidité, limite de plasticité et indice de plasticité de l'argile utilisée

Limite d'Atterberg	Valeur
Limite de liquidité W_L (%)	58
Limite de plasticité W_p (%)	21,37
Indice de plasticité ; I_p (%) = 36.63	

- **Densité spécifique**

La norme ASTM D854-14 (2023) a été utilisée pour déterminer la densité spécifique G_s des fluides utilisés. Pour chaque matériau, trois échantillons ont été prélevés et placés dans trois pycnomètres. Pour l'argile et les RM, les résultats de mesure de G_s sont respectivement 2,72 et 2,73.

3.3 Essais de chute de particule pour la validation de la solution analytique

Afin de valider la solution analytique proposée, quatre séries d'essais ont été réalisées avec de l'argile et des billes en acier (de densité ρ = 7727 kg/m³), des RM et deux types de matériaux granulaires (ρ = 2700 kg/m³).

La figure 3.4 montre un dispositif de chute conçu pour réaliser les essais de déversement en contrôlant la hauteur de chute et en réduisant les incertitudes liées à la manipulation. Le dispositif comprend :

- Un tube vertical pour supporter le bras mobile
- Un ruban avec graduation pour ajuster la hauteur de chute *H* avec précision
- Un bras mobile pour régler la hauteur de chute
- Un électro-aimant pour maintenir une bille en acier et assurer un relâchement quasi instantané, ainsi permettre de garantit la reproduction répétable des conditions initiales (vitesse initiale, hauteur de chute)
- Un entonnoir et une plaque en acrylique pour retenir les matériaux granulaires avant leur déversement sur les RM et pour garantit des conditions initiales répétables
- Une colonne pour la préparation et la mise en place d'un échantillon selon un protocole identique (mélanger le matériau et niveler la surface de l'échantillon).



Figure 3.4 : Dispositif utilisé dans les essais de déversement des matériaux

La première série d'essais a été réalisée avec quatre billes en acier de taille 6,37 mm, 7,91 mm, 12,71 mm et 38,09 mm, à deux teneurs en eau : w = 55% et w = 68%. Les séries suivantes ont été

réalisées avec des RM, des particules de gravier subarrondi, des particules de RS subangulaires, ainsi que des échantillons de RS modifiées ou RS avec granulométrie étalée ou RS tronqués. Les détails sur les préparations des échantillons ainsi la taille des particules est présentée dans le chapitre 4.

La figure 3.5a présente la hauteur de chute critique mesurée dans le cas des billes (du centre au centre), cette dernière est calculée comme suit :

$$H_c = H_c' - 2R \tag{3.22}$$

Où :

H_c' : Hauteur de chute critique mesurée entre la base de l'électroaimant et la surface du fluide.

La figure 3.5b montre la hauteur de chute critique H_c égale à la hauteur mesurée H_c' pendant les essais avec les matériaux granulaires.

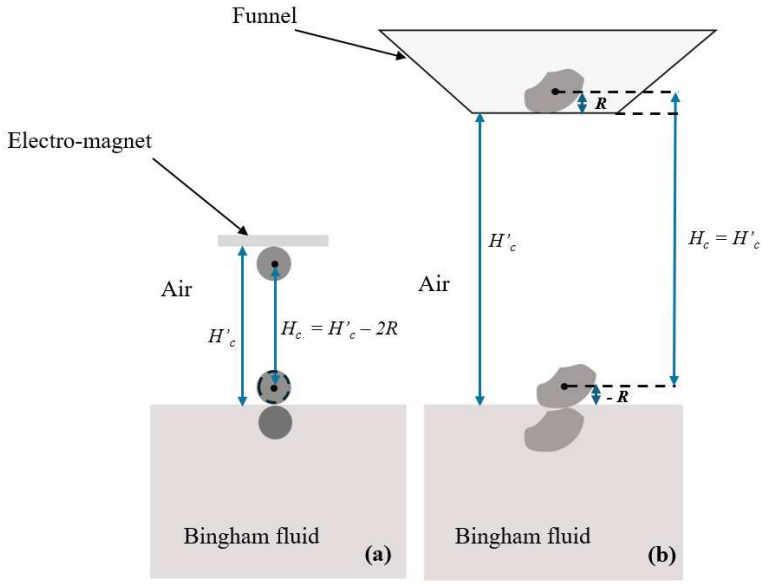


Figure 2.5 : Illustration de dispositifs expérimentaux utilisés dans les essais de chute de particules dans un fluide de Bingham, ainsi que les hauteurs de chute critiques utilisées dans chaque cas

Une fois que le déversement de particule ou d'un échantillon est effectué, il faut vérifier si le critère dans l'équation (3.17) est validé.

Le critère de mélange est évalué en utilisant un pied à coulisse verticale pour les essais avec les billes. Pour les particules de matériaux granulaires, une évaluation visuelle a été réalisée afin de

déterminer si la hauteur correspondait à la hauteur critique ou non. Les méthodes de mesures ainsi que les résultats de hauteurs de chute mesurées par rapport aux hauteurs de chute critiques pour les matériaux utilisés sont présentés dans le chapitre 4.

CHAPITRE 4 ARTICLE 1: An analytical solution for preventing mixing between dumped waste rock and tailings slurry

Ilhem Msehli[1] and Li Li[1,2]

[1]Department of Civil, Geological and Mining Engineering, Polytechnique Montréal,

[2]Research Institute of Mines and Environment (RIME) UQAT-Polytechnique

Article submitted to Canadian Geotechnical Journal on the 27th November 2025

Contributions: Ilhem Msehli: Conceptualization, Methodology, Experimental investigation, Data curation, Formal analysis, Model development, Validation, Visualization, Writing original draft, Writing review and editing; **Li Li** Conceptualization, Supervision, Methodology, Validation, Funding acquisition, Writing review & editing.

Abstract: Failures of conventional tailings storage facility (TSF) can result in severe disasters. The situation can become worse with the increasing number of mines and TSFs and climate change. Filtered tailings are becoming popular and adopted by increasing number of mines. Even if the number of filtered TSFs is limited, failure of filtered TSF already appeared. A new solution is necessary. Total co-disposal of tailings and waste rock (WR) seems to be promising. Upon failure, tailings and WR of the integral structure can mix, instead of transforming into flooding if the integral structure is well designed. However, mixing of tailings and WR is undesirable. A tool is necessary but absent in the literature to guide mining operations to avoid mixing between dumped WR and tailings. To fill this gap, an analytical solution is proposed. Four series of particle drop tests were conducted. For each series, some experimental results were used to obtain the model parameters through calibration. The predictive capability of the calibrated analytical solution was tested against the other experimental results. The generally good agreements between the experimental and analytical results tend to indicate that the proposed solution can be used to guide mining engineers to minimize the mixing.

Keywords: Total co-disposal of tailings and waste rock; Preventing mixing; Critical falling height; Analytical solution; Falling tests

4.1 Introduction

Mine operations generate two types of mine waste: waste rock and tailings. The former is fragmented rock extracted by blasting to access ore rock. It is characterized by a well-graded particle size distribution (PSD), with its largest particles sizes varying from meters for open pit mines to several tens of centimeters for underground mines, while the finest particles are typically sized as silt (Aubertin et al., 2002). The latter is a slurry containing fine particles of ground rock, water, and chemical elements of processing. The PSD of tailings typically ranges from 1 mm to particle sizes of silt and clay, with typically 80% of fine particles smaller than 80 μm. Hard rock tailings are typically non- or slightly plastic (Bussière, 2007).

For most cases, waste rock and tailings are stored on the surface separately in terms of waste rock piles and tailings storage facilities. As tailings contain a large portion of fine particles, their permeability is generally low, with saturated hydraulic conductivity ranging typically from 10^{-7} to 10^{-5} m/s. When they are deposited in tailings ponds confined with tailings dams, they remain saturated for long time or become re-saturated after heavy rain or snowmelt. Upon a dam breach, the flow of tailings usually transforms into a flood of mud, injuring and killing lives, destroying infrastructure, and damaging the environment located downstream of the path. For instance, the flow of tailings after a breach of tailings dam in Yunnan, China, in 1962 traveled 4.5 km, destroyed 11 villages, and killed 171 people. The dam failure of El Cobre New Dam, Chile, in 1965 resulted in a tailings flood that traveled 12 km, destroyed the town of El Cobre, and killed more than 200 people. The list of tailings dam failures associated with environment disasters and casualties is long and continues to be lengthened with addition of new incidents every year (WISE, 2025). In 1994, a judge qualified tailings dams as time bombs after the breach of a tailings dam in Harmony, Merriespruit, South Africa, which resulted in a tailings flood that traveled 4 km with 17 people

killed, and almost the entirely destroy of the residential township. In 2019, the breach of a tailings dam in Brumadinho, Brazil resulted in a tailings flood that traveled 7 km with 267 people killed. This tragedy created turbulence in the mining industry worldwide. It led to establishment of the Global Industry Standard on Tailings Management (GISTM) towards the goal of zero harm. Focusing on governance, r can certainly help to reduce the number of harms. However, there are no fundamental changes in mine waste management (Oberle, 2020). With the ceaseless increase in mineral demand and the number of mines and of tailings storage facilities along with the negative effect of climate change on the stability of tailings dams and permanent existence of tailings storage facilities, the only thing that one can expect is toward a worse situation if the same trend continues whether the tailings dams are constructed by upstream, central or downstream.

The majority of tailings dam failures have been observed in dams constructed using the upstream method. Rico et al. (2008) reported that 59 cases of breaches have been reported worldwide. However, other dam construction methods are also concerned: 11 cases for downstream dams and 4 cases for centerline dams (Rico et al., 2008).

Over the years, more and more mines change toward filtered tailings (usually called “dry stack”). As filtered tailings are unsaturated and possess a certain apparent cohesion, they are usually considered as the final solution for tailings storage facilities to avoid any geotechnical stability issues. In arid and semi-arid regions where the water balance is negative, filtered tailings can indeed be used as the final solution to avoid geotechnical stability as long as the tailings are chemically inert. In regions where the water balance is positive, the filtered tailings can be re-saturated either by rainfall, snow melting, or water table rise. The situation can become worse with more extreme weather conditions associated with climate change. In addition, even if the history of filtered tailings storage facilities is short, and the number of filtered tailings storage facilities is limited, a

case of filtered tailings storage facility failure has been reported (Petley, 2024). New change is necessary in the management of tailings and waste rock.

Waste rock is known as a good building material for its high mechanical strength and high draining capacity. A structure made of waste rock for containing tailings slurry is not only more stable, but also help to accelerate the drainage and consolidation of the tailings slurry. From there comes the concept of total co-disposal of waste rock and tailings, as shown in Figure 4.1. As such, the tailings slurry can quickly become drained and consolidated with an increase in its mechanical strength. It is further consolidated and becomes further stronger with the addition of upper layers of waste rock, resulting in smaller volume and reduced environmental footprint. In the event case of failure, the waste rock and tailings can mix, preventing their movement from being transformed into a catastrophic flooding provided the integral structure is well designed.

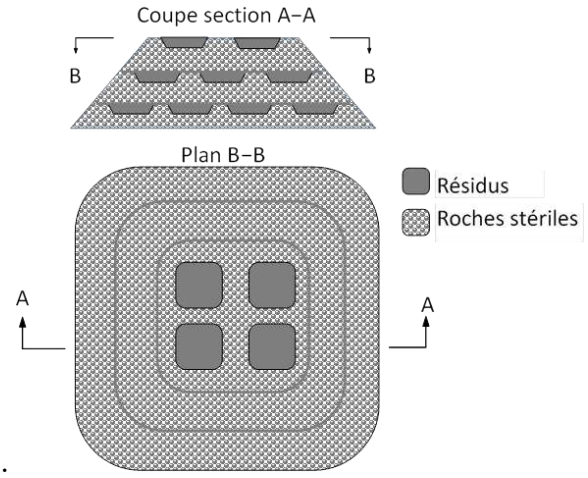


Figure 4.1: The concept of total co-disposal of waste rock and tailings (taken from Li, 2020)

To note that the concept of total co-disposal of waste rock and tailings is not completely new. Similar approach has been proposed two decades ago (Leduc and Smith, 2003; DST in 2008). It is classified as a co-placement method (Habte and Bocking, 2012). It is different from the concept of

waste rock inclusion (L.-Bolduc, 2012; James et al., 2017; Saleh-Mbemba and Aubertin, 2019), co-mixing (Brawner 1978), co-deposition (Wilson, 2001), and co-mingling (Wickland et al., 2006).

Co-deposition consists of depositing waste rock and tailings together, during which a certain degree of natural mixing occurs. It requires rigorous operational control to prevent particle size segregation and loss of internal drainage (Habte and Bocking, 2012).

Co-mingling relies on the active and mechanical mixing between tailings and waste rock to fill the pore-voids of waste rock (Habte and Bocking, 2012). Specialized mechanical equipment is necessary to provide a desired mixture. It is expensive and needs energy consumption for controlling sizes of waste rock, mixing, and transportation.

Despite the several previously mentioned advantages, the total co-disposal of waste rock and tailings involves dumping of waste rock onto tailings slurry. If the dumping of waste rock is too early, the tailings may be too soft, resulting in mixing between the two materials. This is undesirable because Quebec law (Directive 019) dictates that mixing waste rock and tailings should be avoided unless there is a clear long-term benefit for the mine site rehabilitation strategy (MELCCFP, 2025). A solution is thus necessary to determine when a waste rock can be dumped onto a tailings slurry to avoid mixture between the two materials.

Over the years, several works have been published to study the variation of hydraulic and mechanical properties of mixture between tailings and waste rock **(**Wilson et al, 2000; Wilson et al, 2002; Wilson et al, 2003) or the mixture between tailings and waste rock (Zhang and Li, 2023; Zhang, 2024). All of them aimed to obtain a good mixture between waste rock and tailings or paste backfill, not for avoiding mixing between dumped waste rock and tailings. One can also find a study indicating that a minimum required undrained strength of 5 kPa is necessary to prevent a

vehicle from sinking into a sands oil tailings based on experimental tests (OMS, 2021). Normally, its validity is limited to the tested material for static cases. A general solution for the dynamic dumping of waste rock onto tailings is necessary but absent in the literature.

To fill this gap, an analytical solution is, for the first time, developed to determine how to avoid penetration of dumped waste rock into tailings. Four series of laboratory tests were conducted using materials from the simple case with spherical steel balls and more stable clay to more complex but more realistic cases with waste rock and tailings. The validity and the capacity of prediction of the proposed solutions are tested against the experimental results.

4.2 Formulation

4.2.1 Velocities of a falling ball in the air

Figure 4.2 shows the free falling of a spherical particle in air. In the figure, x and z are the local system with their origin at the center of the spherical particle before falling; at a falling time t (s), the falling height is z (m) and the falling velocity is V (m/s); H is the total falling height from the start to the end in air, considering the spherical particle as a point (m); V_T is touch velocity (m/s) at time t_T by which the spherical particle touches the surface of the fluid; W is the gravitational force of the particle (N); F_1 is the drag force submitted by the spherical particle in a non-Newtonian fluid (N).

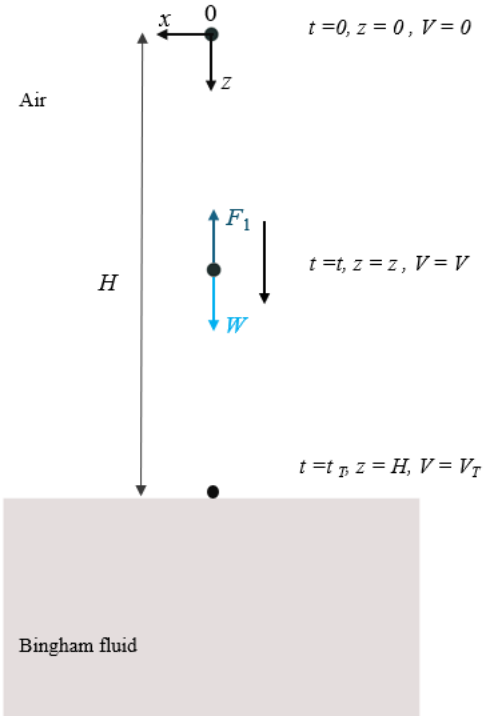


Figure 4.2: Schematic illustration of a spherical particle falling in air; the spherical particle is considered as a point.

The gravitational force (W) is expressed as follows:

$$W = mg \tag{4.1}$$

where g is the gravitational acceleration (m/s^2); m is the mass of the spherical particle (kg).

Neglecting the buoyance force and applying Newton's second law, the free falling of the particle in air can be described as follows:

$$W - F_1 = ma_a \tag{4.2}$$

where a_a is the acceleration in air, expressed as follows:

$$a_a = \frac{dV}{dt} = \frac{dV}{\frac{dz}{V}} = \frac{V\,dV}{dz} \tag{4.3}$$

The drag force on the particle in air can be expressed as:

$$F_1 = \frac{1}{2}\rho_a C_{da} \pi\, R^2\, V^2 \tag{4.4}$$

where ρ_a is the density of air (kg/m^3); C_{da} is the air drag coefficient; R is the radius of the spherical particle (m).

Substituting Eqs. (4.1), (4.3), and (4.4) into Eq (4.2) leads to:

$$\frac{dV^2}{dz} + \frac{\rho_a C_{da} \pi R^2}{m} V^2 = 2g \tag{4.5}$$

Solving Eq. (4.5) and considering the initial condition $V = 0$ at $z = 0$ leads to:

$$V = \sqrt{\frac{2mg}{\rho_a C_{da} \pi R^2}\left(1 - e^{-\frac{\rho_a C_{da} \pi R^2 z}{m}}\right)} \tag{4.6}$$

When the particle touches the soil at $z = H$, its velocity V_T before penetrating into the Bingham fluid reaches:

$$V_T = \sqrt{\frac{2mg}{\rho_a C_{da} \pi R^2}\left(1 - e^{-\frac{\rho_a C_{da} \pi R^2 H}{m}}\right)} \tag{4.7}$$

4.2.2 Velocity of a falling ball in a Bingham fluid

Figure 4.3 shows the penetration of a spherical particle in a Bingham fluid. It is subjected to buoyancy force F_2 (N), gravitational force W (N), and drag force F_3 (N) in the Bingham fluid. In this figure, h (m) is the penetration depth of the spherical particle in the Bingham fluid; l (= R - h) is the height of the center of the spherical particle compared to the fluid surface (m).

The movement of the spherical particle can then be described as follows:

$$W - F_2 - F_3 = ma_s \tag{4.8}$$

where a_s is the acceleration in the fluid:

$$a_s = \frac{dV}{dt} = \frac{dV}{\frac{dh}{V}} = \frac{V\,dV}{dh} \tag{4.9}$$

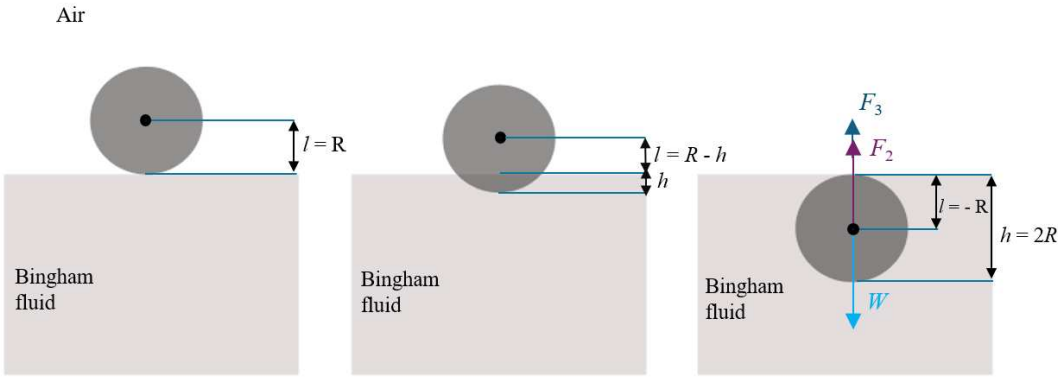


Figure 4.3: Schematic illustration of a spherical particle falling into a Bingham fluid

The buoyancy force F_2 of the submerged part of the spherical particle is expressed as follows:

$$F_2 = \pi\gamma_f \left(\frac{2}{3}R^3 - R^2 l + \frac{l^3}{3}\right) \tag{4.10a}$$

or

$$F_2 = \pi\gamma_f h^2 \left(R - \frac{h}{3}\right) \tag{4.10b}$$

where γ_f is the saturated unit weigh of the Bingham fluid.

The drag force acting on the spherical particle fully submerged in the Bingham fluid was given as follows (Dedegil, 1987; Zhang and Li, 2023):

$$F_3 = \pi R^2 \tau_y + \frac{\gamma_f}{2g} C_d \pi R^2 V^2 \tag{4.11}$$

where τ_y is the yield stress and C_d is the drag coefficient of the Bingham fluid.

Normally, the drag coefficient C_d of a particle fully submerged in the Bingham fluid depends only on the dynamic viscosity. Its value should be constant for the same particle shape, independently of the size. In this study, it is considered as a function of the particle size, expressed as follows:

$$C_d = a\,(2R)^{-b} \tag{4.12}$$

where a and b are two empirical coefficients. This consideration is further addressed in the "Discussion" section.

Substituting Eqs. (4.1), (4.9), (4.10b), and (4.11) into Eq. (4.8) leads to:

$$mg - \pi R^2 \tau_y - \frac{\pi R^2 \gamma_f C_d}{2g} V^2 - \pi \gamma_f h^2 \left(R - \frac{h}{3}\right) = m \frac{V\, dV}{dh} \tag{4.13a}$$

or

$$\frac{dV^2}{dh} + \frac{\pi R^2 C_d \gamma_f}{mg} V^2 = \frac{2\pi}{m}\left[\frac{mg}{\pi} - R^2 \tau_y - \gamma_f h \left(Rh - \frac{h^2}{3}\right)\right] \tag{4.13b}$$

Solving the differential equation and considering the initial condition $V = V_T$ at $h = 0$ leads to:

$$V^2 = \frac{2g\lambda}{C_d}\left[1 - \frac{2\lambda^2}{C_d^3 R^2} + \frac{2}{C_d R} h \left(1 - \frac{h}{2R} + \frac{g\lambda}{C_d R}\right) + \frac{1}{\lambda}\left(\frac{h^2}{R} + \frac{h^3}{3R^2} - \frac{\tau_y}{\gamma_f}\right)\right]$$
$$+ \left[V_T^2 + \frac{2\lambda}{mC_d}\left(-1 + \frac{2\lambda}{C_d^2 R} + \frac{2\lambda^2}{C_d^3 R^2}\right) + \frac{2g}{\gamma_f C_d}\tau_y\right] \mathrm{e}^{-\frac{C_d h}{\lambda}} \tag{4.14}$$

where,

$$\lambda = \frac{\mathrm{m}g}{\gamma_f \pi \mathrm{R}^2} \tag{4.15}$$

4.2.3 Mixing criterion and critical falling height

By considering $V = 0$, the penetration depth (h) of the particle can be obtained from Eq. (4.14) as follows:

$$\frac{2g\lambda}{C_d}\left[1 - \frac{2\lambda^2}{C_d^3 R^2} + \frac{2h}{C_d R}\left(1 - \frac{h}{2R} + \frac{g\lambda}{C_d R}\right) + \frac{1}{\lambda}\left(\frac{h^2}{R} + \frac{h^3}{3R^2} - \frac{\tau_y}{\gamma_f}\right)\right]$$
$$+ \left[V_T^2 + \frac{2\lambda}{mC_d}\left(-1 + \frac{2\lambda}{C_d^2 R} + \frac{2\lambda^2}{C_d^3 R^2}\right) + \frac{2g}{\gamma_f C_d}\tau_y\right] e^{-\frac{C_d h}{\lambda}} = 0 \tag{4.16}$$

From the equation, one sees that the value of h depends on V_T, which in turn depends on the falling height H according to Eq. (4.7). With a higher value in falling height H, one can expect a deeper penetration of the particle in the fluid. This arises a question: what is the penetration depth for a particle to be considered as the threshold between mixing and unmixing between the particle and the fluid?

Because it is impossible to take $h = 0$ as the threshold from a practical point of view, a penetration depth equaling to one fifth (1/5), one third (1/3), and half (1/2) of the particle diameter was considered. They were held because their application to a spherical ball was difficult and very subjective. It could become impractical for irregular particles of waste rock. The mixing criterion was finally defined as follows:

$$h = 2R \tag{4.17}$$

When the penetration depth is equal to one time the ball diameter, the particle and fluid are considered at the threshold between mixing and unmixing.

Substituting Eq. (4.17) into Eq. (4.16) leads to a critical touch velocity (V_{cT}) of the ball in air expressed as follows:

$$V_{cT} = \sqrt{\frac{2g}{C_d}}\sqrt{\left\{\frac{4R}{3}+\frac{\tau_y}{\gamma_f}-\lambda-\frac{2\lambda^2}{C_d^2R}+\frac{2\lambda^3}{C_d^3R^2}\right\}exp\left(\frac{2\,C_dR}{\lambda}\right)+\left(-\frac{\tau_y}{\gamma_f}+\lambda-\frac{2\lambda^2}{C_d^2R}-\frac{2\lambda^3}{C_d^3R^2}\right)} \tag{4.18}$$

The critical falling height (H_c) to meet the criterion defined by Eq. (4.17) can then be determined from Eq. (4.7) as follows:

$$H_c = -\frac{m}{\rho_a C_d \pi R^2}\, Ln\left(1-\frac{\pi R^2 \rho_a C_d V_{cT}^2}{2mg}\right) \tag{4.19}$$

Eq (4.19) alongside Eq (4.18) constitutes the proposed solution for estimating the critical falling height to avoid mixing between granular materials like dumped waste rock and a Bingham fluid like tailings slurry.

4.3 Particle drop tests

In this study, fourth series of particle drop tests were carried out on two types of fluid and two types of particle materials. For the first series, a clay with two water contents was used to simulate a Bingham fluid. Four steel balls of different diameters were used as particles. The clay fluid was poured into a cylindrical mold with a diameter of 100 mm and a height of 60 mm.

For the second series of particle drop tests, a tailings slurry was used and considered as a Bingham fluid. It was deposited in a column of 300 mm in diameter and 150 mm in height. Subrounded gravel and subangular waste rock particles were used as falling particles.

The third series of particle drop tests was conducted with the tailings for Bingham fluid and individual waste rock particles and waste rock sample was made of sieved waste rock (called "modified waste rock") with particle sizes ranging from 3.75 mm to 80 mm. Four samples of modified waste rock were prepared, each with a mass of 960 ± 10 g. To compose each sample, a mixture of particles from the different grain size fractions of the previously sieved waste rock was used.

For the fourth series of particle drop tests, tailings slurry was tested with different waste rock: including individual waste rock particles, a well-graded waste rock samples, and a scalped waste rock sample.

Figure 4.4 schematically illustrates the experimental setups to dump particle materials into a Bingham fluid. For the first series of drop tests, an electro-magnet was used to hold the steel balls. The critical falling height H_c from center to center of the particle is calculated as follows:

$$H_c = H_c' - 2R \tag{4.20}$$

where H'_c is the measured critical falling height from the base of the electro-magnet to the surface of the fluid.

For the remaining third series of drop tests, a funnel was used to hold gravel or waste rock particles. The critical falling height H_c and the measured critical falling height H'_c are the same:

$$H_c = H_c' \tag{4.21}$$

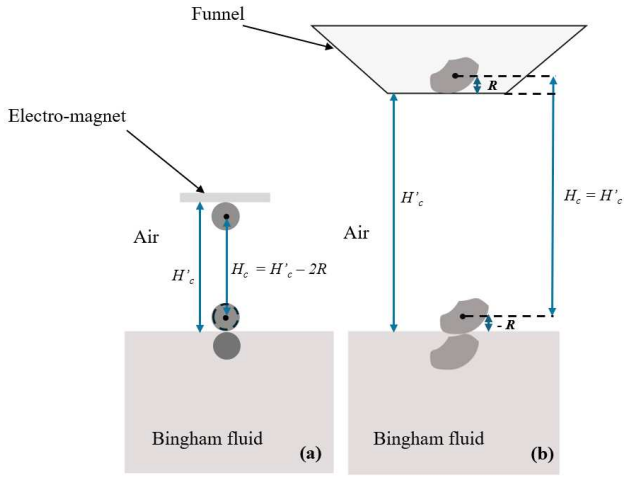


Figure 4.4: Illustration of experimental device for the drop tests with (a) steel balls and (b) waste rock particles.

Figure 4.5 shows the steps for measuring the penetration depth of steel balls using a digital vertical height gauge with a rigid steel cable. First, the surface of the fluid inside the mold was carefully leveled to achieve a flat reference surface. Then, the cable with the read head attached on its end was lowered until its end touched the surface of the fluid, at which time the dial indicator display was reset to zero. The cable was then lifted, and the ball was then released onto the surface of the

fluid. The cable was lowered again until its end touched the top of the ball. The reading from the vernier scale gave the penetration depth from the reference surface of the fluid.

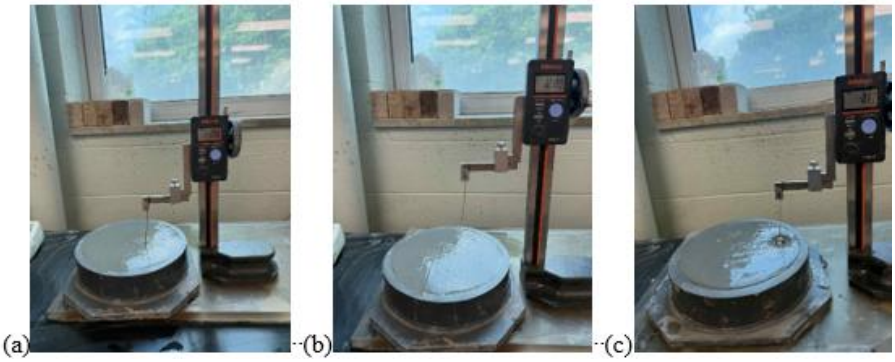


Figure 4.5: Steps for measuring the penetration depth of ball in the fluid (equivalent to one ball diameter): (a) Zero reference position: cable at fluid surface; (b) The cable was lifted from the fluid surface; (c) Cable lowered until contacting the top of the ball

This process was repeated for various falling heights until the penetration depth became roughly equal to the diameter of the ball. This height is the experimentally measured critical falling height H'_c.

4.3.1 Drop tests with steel balls and clay slurry

The tests were carried out with four steel balls having diameters of 6.37 mm, 7.91 mm, 12.71 mm, and 38.09 mm, respectively, as shown in Figure 4.6. The steel balls used in this study had a density of 7727 kg/m^3. The tested clay had a specific gravity of G_s = 2.72. Its particle size distribution is shown in Figure 4.7.

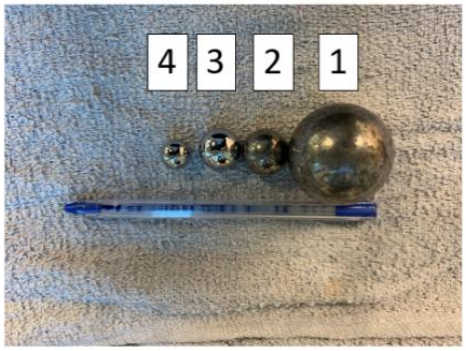


Figure 4.6: Photo of steel balls used in the tests

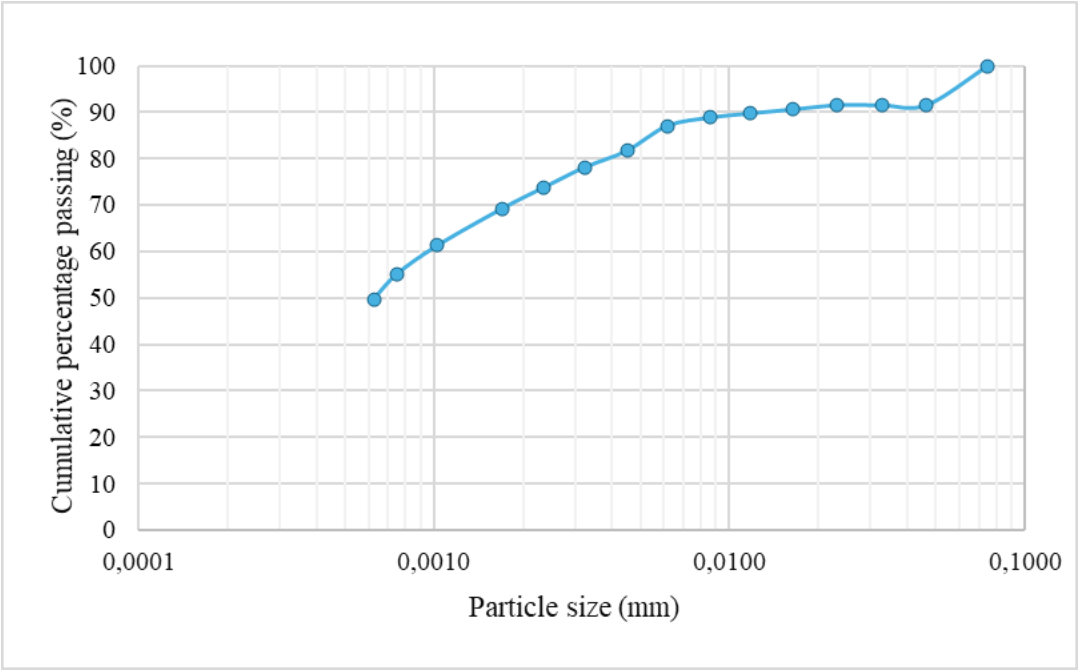


Figure 4.7: Particle size distribution curve of the tested clay

Before starting the tests, the clay was mixed with water to reach the target water content (w) and ensure its homogeneity. In this study, two water contents (w) were tested, with w = 55% and w = 68%, respectively. The clay slurry was then progressively placed in a cylindrical mold in layers using a spatula to avoid air bubbles trapped in the fluid. The surface was then leveled to obtain a smooth and flat surface. After that, the filled mold was placed below the arm holding an

electromagnet. The ball held by electromagnetic attraction force was then released and fell onto the clay fluid. The penetration depth was measured.

For each ball, the tests were repeated by varying the drop height until a penetration depth approximately equaling to one ball diameter was achieved.

Table 4.1 shows the test results with the two different water contents of clay fluid. For a given water content, the critical falling height decreases as the particle size increases. For a given particle size, the critical falling height decreases as the water content increases. All these results are straightforward. With a larger particle, the kinetic energy will be higher. A Smaller falling height could be sufficient to reach a penetration depth equaling one time the particle diameter. For a given particle, a higher water content means that the fluid is thinner. The particle penetration is easier. A smaller falling height is sufficient to reach a penetration depth equaling one time the particle diameter.

Table 4.1: Measured ($H'c$) and center-to-center (Hc) critical falling heights for the four balls with clay water content of $w \approx 55$ and 68%, respectively

R (m)	w (%)	H'_c (m)	H_c (m)	w (%)	H'_c (m)	H_c (m)
0.0032	55.8	1.030	1.020	68.6	0.560	0.550
0.0040	55.6	0.990	0.980	68.9	0.530	0.520
0.0064	55.9	0.870	0.880	68.7	0.430	0.420
0.0190	56.4	0.770	0.730	68.5	0.300	0.260

4.3.2 Drop tests with subrounded gravel and waste rock particles and tailings slurry

Three sets of tests were carried out using tailings characterized by a specific gravity of $G_s = 2.73$. The particle size distribution of the tailings is shown in Figure 4.8.

Before each test, the tailings were thoroughly mixed and then directly poured into the mold. The material was then remixed inside the mold, and the surface was leveled using a steel ruler. Despite this preparation procedure, rapid sedimentation and drainage of tailings towards the top were observed, with the rapid appearance of two phases. This likely influences slightly the experimental

results. Furthermore, these tests were carried out using the same method as that described above for the clay tests, except that a funnel with 80 mm opening was used instead of electromagnet. The particles were held by an acrylic plate placed below the funnel before being released and falling into the tailings slurry. The penetration depth was evaluated by visual observation.

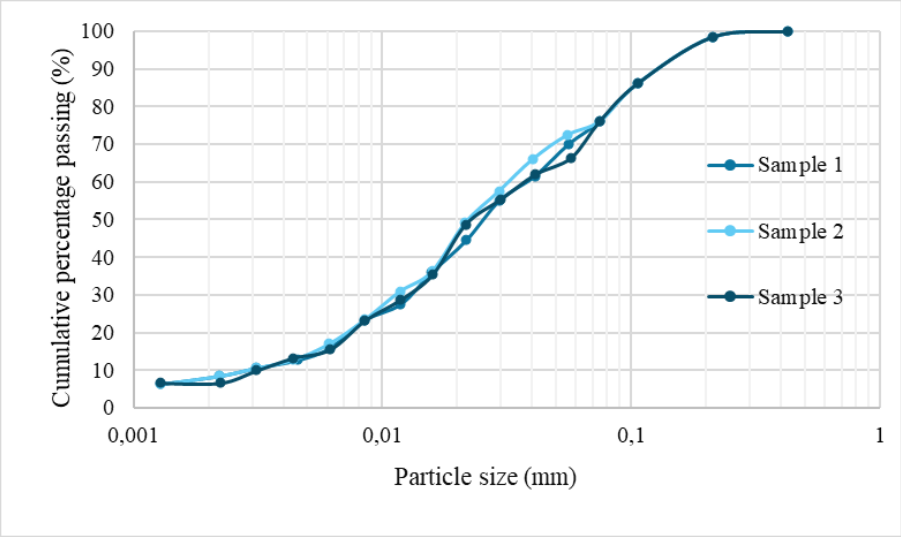


Figure 4.8: Particle size distribution of the tailings

For the remaining tests, the equivalent diameter of the particles was determined based on their density (ρ = 2700 kg/m³) and their mass using the following equation:

$$R = \left(\frac{3m}{4\pi\rho}\right)^{\frac{1}{3}} \tag{4.22}$$

This second series of tests started with subrounded gravel particles (Figure 4.9a). Eleven particles of different diameters, ranging from 7.9 mm to 24.5 mm, were used. In these tests, tailings had a water content of $w \approx 38\%$ (corresponding to a solids content of 72.4%).

Table 4.2 shows the test results with the gravel particles and tailings slurry. For water content $w \approx$ 38%, the critical falling height generally decreased with increasing particle size. With coarser particles, the kinetic energy is higher, and a smaller falling height can be sufficient to reach a

penetration depth equaling to once the diameter of the particle. As a result, the coarser particles penetrate more easily, resulting in smaller critical falling height.

Tableau 4.2: Measured critical falling heights for the subrounded gravel particles with a tailings water content of $w \approx 38\%$

R (m)	w (%)	$H'_c = H_c$ (m)
0.0040	38.4	0.535
0.0057	38.0	0.503
0.0075	38.2	0.478
0.0081	38.2	0.425
0.0083	38.1	0.440
0.0088	38.3	0.417
0.0092	38.1	0.404
0.0102	38.1	0.364
0.0103	38.3	0.370
0.0105	38.2	0.345
0.0125	38.1	0.312

The second series of drop tests was continued with subangular waste rock particles (Figure 4.9b), whose equivalent diameters ranged from 5.9 mm to 62.5 mm.

Table 4.3 shows the test results obtained with a tailings water content of $w \approx 40\%$ (corresponding to a solids content of 71.4%). Again, the critical falling height decreases as the particle size increases.

Tableau 4.3: Measured critical falling heights for the subangular waste rock particles with tailings water content of $w \approx 40\%$

R (m)	w (%)	$H'_c = H_c$ (m)
0.0029	39.8	0.485
0.0060	39.8	0.368
0.0097	39.8	0.306
0.0113	39.8	0.290
0.0126	40.2	0.225
0.0129	40.2	0.220
0.0220	39.8	0.135
0.0246	39.9	0.120
0.0254	40.0	0.100
0.0312	40.0	0.095



(a)



(b)

Figure 4.9: The particles used in the second series of drop tests: (a) subrounded gravel particles; (b) subangular waste rock particles

4.3.3 Drop tests with modified waste rock and tailings slurry

The third series of tests was carried out using a tailings water content of $w \approx 36\%$ (corresponding to a solids content of 73.5%) and the modified waste rock. The smallest size of the fine particles of the waste rock is 3 mm.

This series of tests started with three tests; each was performed with one individual particle, as shown in Fig. 4.10a. After then, the drop tests were conducted with the modified waste rock samples of 960 ± 10 g. The largest particle sizes (d_{max}; estimated using Eq. (4.22)) of the four waste rock samples are 48.4 mm (Fig. 4.10b), 60.1 mm (Fig.4.10c), 69.1 mm (Fig.4.10d), and 81.2 mm (Fig. 4.10e), respectively.

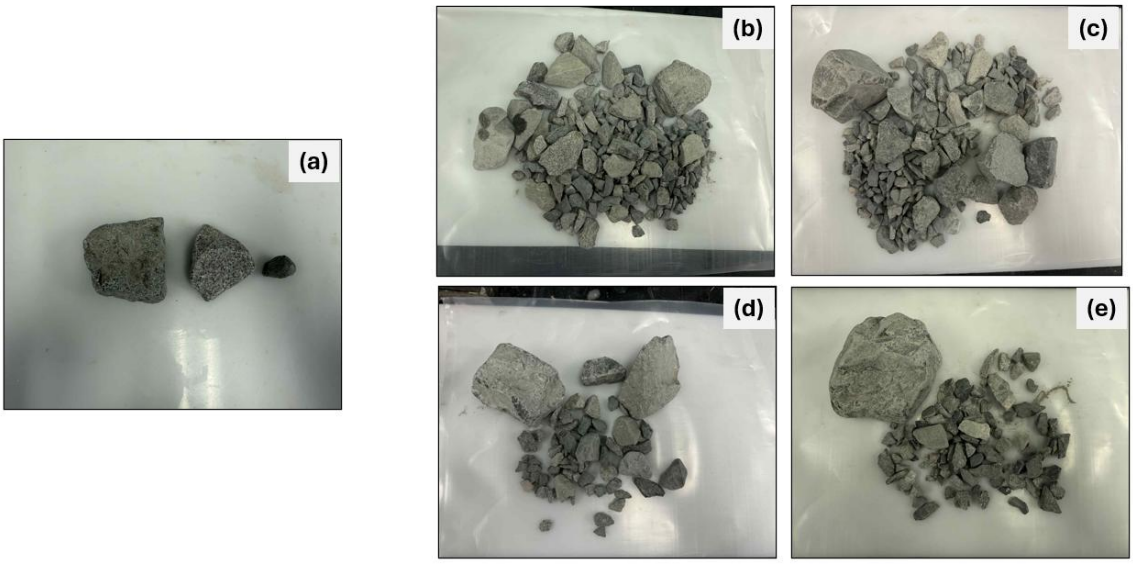


Figure 4.10: Pictures of modified waste rock samples: (a) three individual particles of waste rock; (b) waste rock sample with *dmax* = 48.4 mm; (c) waste rock sample with *dmax* = 60.1 mm; (d) waste rock sample with *dmax* = 69.1 mm; (e) waste rock sample with *dmax* = 8

In this study, the mixing or unmixing state of the modified waste rock sample was assessed based on the penetration depth of the largest particles because the penetration states of small particles are very difficult to describe with even overlap of different sizes of particles. In addition, the test results with individual particles presented in Tables 4.1 to 4.3 show that the larger particles penetrate deeper. Applying the mixing criterion (Eq. (4.17)) on the largest particle of a waste rock appears to be conservative for engineering practice.

Table 4.4 shows the test results obtained with a tailings water content of $w \approx 36\%$. On the table, R ($= d_{max}/2$) represents the equivalent radius of the largest particles.

Table 4.4: Test results obtained with a tailings water content of w ≈ 36%.

Tests	d_{max} (m)	R (m)	w (%)	$H'_c = H_c$ (m)
With individual particle	0.0175	0.0088	36.34	0.825
	0.0384	0.0192	36.2	0.585
	0.0505	0.0253	36.21	0.495

Table 4.4: Test results obtained with a tailings water content of $w \approx 36\%$ (Suite)

Tests	d_{max} (m)	R (m)	w (%)	$H'_c = H_c$ (m)
With modified waste rock sample	0.0484	0.0242	35.96	0.55
	0.0601	0.0301	35.9	0.434
	0.0691	0.0346	36.00	0.372
	0.0812	0.0406	36.31	0.182

4.3.4 Drop tests with waste rock and tailings slurry

The fourth series was conducted using a tailings water content of $w \approx 39\%$ (corresponding to a solids content of 71.9%) and well-graded waste rock and scalped waste rock samples. In this series, all the fine particles of waste rock were included.

Again, the series started with three tests; each was performed with one individual particle, as shown in Figure 4.11a. After then, the drop tests were conducted with the well-graded waste rock and scalped waste rock samples of 1000 g. The nominal d_{max} of the original waste rock is 50 mm (Fig.4.11b), while the nominal d_{max} of the scalped waste rock sample is 9.5 mm (Fig. 4.11c), all based on the sieve sizes. The PSD curves of the original waste rock and the scalped waste rock are presented in Figure 4.12. For the drop tests with individual particles, the test was repeated three times for each individual particle.

For the drop tests with the original waste rock having a nominal d_{max} of 50 mm, three portions were taken from the original waste rock. A drop test was conducted on each portion with a mass of 1000 g. The d_{max} of each portion was obtained by measuring the mass of the largest particle and applying Eq. (4.22).

For the drop test with the scalped waste rock sample having a d_{max} of 9.5 mm, a single test was performed with a mass of 1000 g. The d_{max} of the largest particle was obtained by measuring its mass and applying Eq. (4.22).

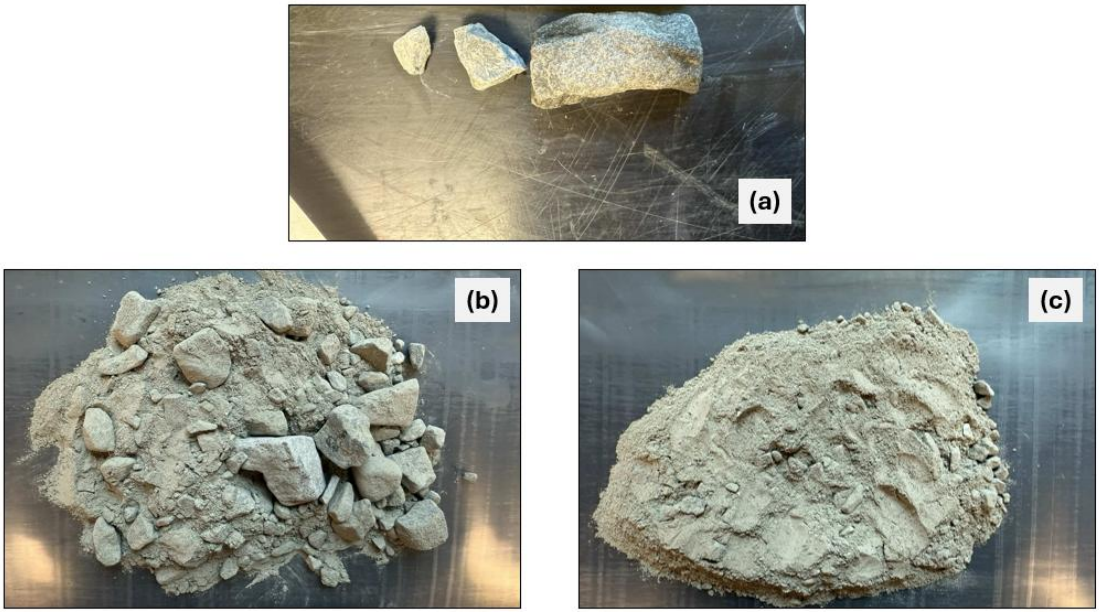


Figure 4.11: The picture shows: (a) particles used for calibration; (b) well-graded waste rock sample; (c) scalped waste rock sample

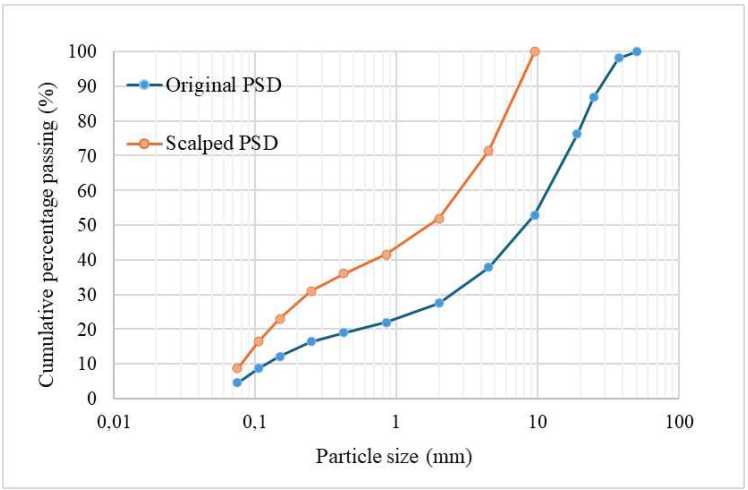


Figure 4.12: Particle size distribution curve of waste rock samples

Table 4.5 shows a summary of the test results with waste rock particles, scalped samples of waste rock, and tailings. Once again, one sees that the critical falling height decreases as the particle size increases.

Table 4.5: Measured critical falling heights for waste rock with tailings water content

Tests	d_{max} (m)	R (m)	w (%)	$H_c = H'_c$ (m)
With individual particle	0.0110	0.0055	38.9	0.345
				0.310
				0.290
	0.0485	0.0242	39.4	0.098
				0.111
				0.096
	0.0243	0.0121	39.0	0.228
				0.210
				0.195
With original sample	0.0363	0.0181	39.3	0.229
	0.0413	0.0206	39.5	0.159
	0.0429	0.0214	39.2	0.108
With scalped waste rock sample	0.0111	0.0056	39.5	0.422

4.4 Validation et discussion

4.4.1 Validation of the proposed analytical solution by the experimental results

To use the proposed solution (Eqs. (14.9) and (4.18)), parameter a, b, and τ_y need to be determined. As their values are difficult to measure, especially for tailings slurry, calibration is necessary with at least three experimental tests for a given fluid material.

As the analytical solution is developed for guiding the dumping of waste rock onto tailings, it is logical to obtain the three parameters through calibration with small particles and then applying the calibrated solution to guide the dumping operation with in situ waste rock. As such, the test results obtained with small particles are used for calibration and the remaining results obtained with larger particles are used to test the predictive capacity of the calibrated solution. An example of the calibration process is illustrated in Appendix I.

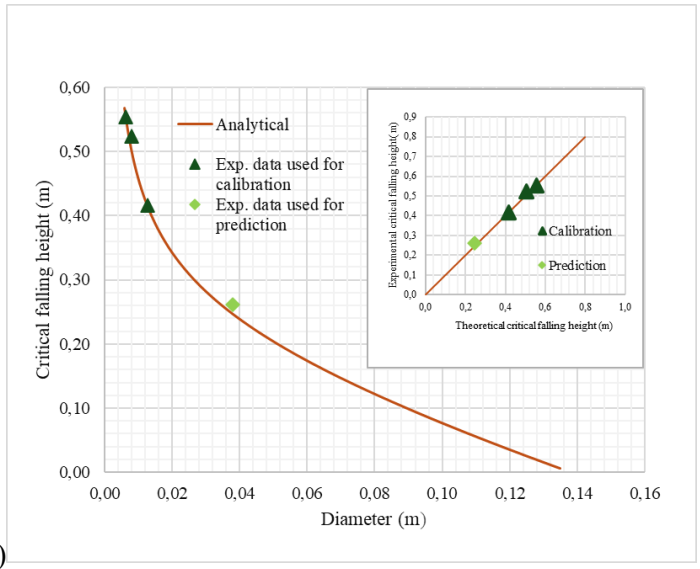
For the first series of drop tests, the three parameters of the clay slurry with a given water content were obtained by calibration with the first three tests conducted with steel ball radius of 0.0032 m, 0.004 m, and 0.0064 m. The drop test carried out with the 0.019 m ball was used to test the predictive capability of the calibrated analytical solution. As such, ones obtained τ_y = 6068.1 Pa, a

= 3.01, and b = 0.2 for the case of w = 68% and τ_y = 8358.7 Pa, a = 5.99, and b = 0.08 for the case of w = 55%. The critical falling height for the ball radius of 0.019 m can then be predicted by applying the proposed analytical solution (Eqs. (4.18) and (4.19)).

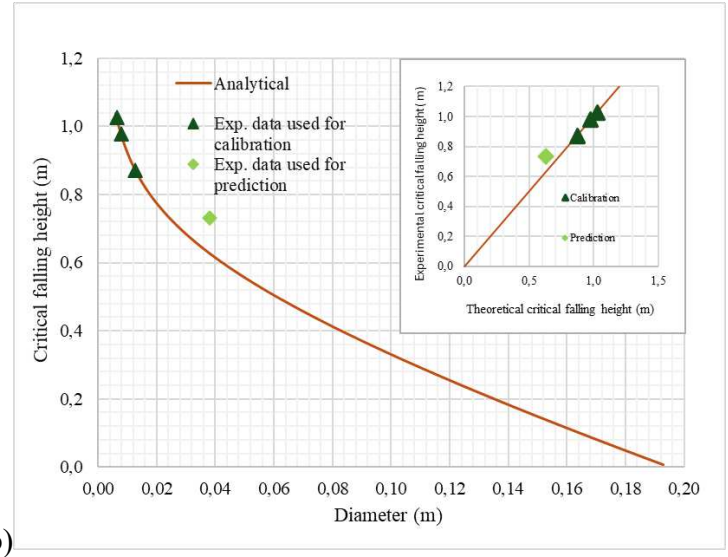
Table 4.6 shows a summary of the experimental and analytical results for the critical falling height. The agreement between the experimental and analytical results is good. This is further illustrated in Figure 4.13, indicating that the proposed analytical solution can be used to describe and predict the critical falling height to avoid mixing between steel balls and clay.

Table 4.6: Experimental and analytical critical falling heights for ball fall tests into clay with water contents of w = 55% and w = 68%, respectively

R (m)	w (%)	Exp. H_c (m)	Analytical					
			τ_y (Pa)	a	b	C_d	H_c (m)	How
0.0032	55.8	1.023	8358.7	5.99	0.08	9.19	1.03	Calibration
0.004	55.6	0.98				9.02	0.98	
0.0064	55.9	0.87				8.66	0.87	
0.019	56.4	0.73				7.9	0.63	Prediction
0.0032	68.6	0.55	6068.1	3.01	0.20	8.39	0.55	Calibration
0.004	68.9	0.52				8.02	0.5	
0.0064	68.6	0.42				7.29	0.42	
0.019	68.5	0.26				5.84	0.26	Prediction



(a)



(b)

Figure 4.13: Correlation between experimental and analytical critical falling heights for tests with clay at a water content of (a) 68% and (b) 55%

The same procedure of calibration and prediction for the drop tests with clay and steel balls can be applied to the other three series of drop tests.

For the second series, a calibration process against the test results with particles radius of 0.0040, 0.0057, and 0.0075 m yielded $\tau_y = 3274.9$ Pa, $a = 1.02$, and $b = 0.12$ for the case of $w = 38\%$. These calibrated parameters were then used to predict the critical falling height for the particle radius of

0.0083 to 0.0125 m. In this case, the smallest particles were used for calibration, while the larger particles were reserved for prediction.

Table 4.7 shows a summary of the experimental and analytical results for the critical falling height with subrounded gravel and the tailings water content of 38%. The agreements between the experimental and analytical results are good. This is further illustrated in Figure 14, indicating once again that the proposed analytical solution can be used to describe and predict the critical falling height to avoid mixing between gravel particles and tailings.

Table 4.7: Experimental and analytical critical falling heights for sub-rounded gravel particles dumping tests on tailings (w = 38%)

R (m)	w (%)	Exp. H_c (m)	Analytical					
			τ_y (Pa)	a	b	C_d	H_c (m)	How
0.0040	38.4	0.535	3274.9	1.02	0.12	1.82	0.535	Calibration
0.0057	38.0	0.503				1.74	0.503	
0.0075	38.2	0.478				1.69	0.478	
0.0125	38.1	0.312				1.59	0.433	Prediction
0.0088	38.3	0.417				1.66	0.464	
0.0083	38.1	0.440				1.67	0.470	
0.0105	38.2	0.345				1.62	0.448	
0.0081	38.2	0.425				1.67	0.471	
0.0092	38.1	0.404				1.65	0.460	
0.0102	38.3	0.370				1.63	0.450	
0.0102	38.1	0.364				1.63	0.451	

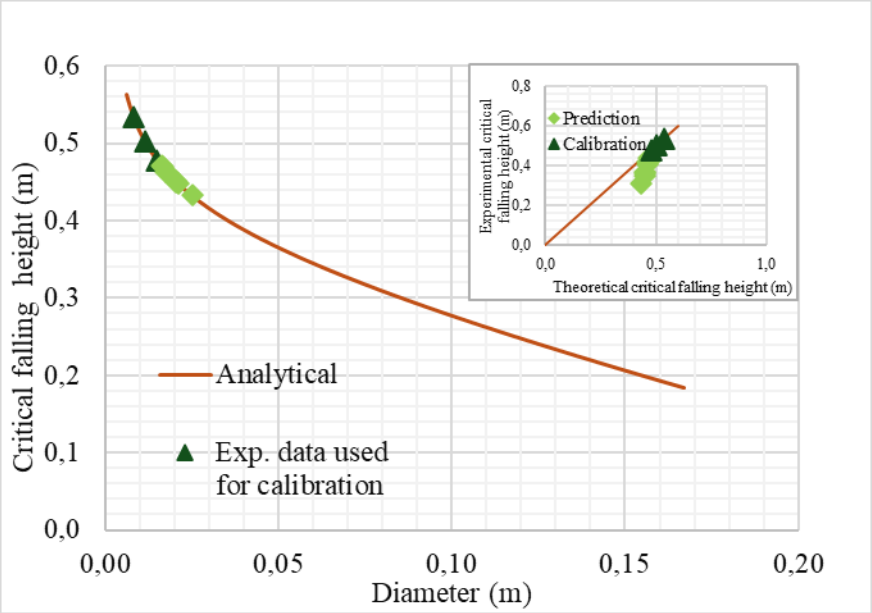


Figure 4.14: Correlation between experimental and analytical critical falling heights for tests with tailings and subrounded gravel particles at a water content w = 38%.

For the drop test with subangular waste rock particles and tailings, a calibration process against the test results with particles radius of 0.0220, 0.0246, and 0.0313 m yielded τ_y = 1879.84 Pa, a = 0.87, and b = 0.21 for the case of w = 40%. The calibrated parameters were then used to predict the critical falling height for the particle radius of 0.0113 to 0.0312 m. Also in this case, the smallest particles were used for calibration, while the larger particles were reserved for prediction.

Table 4.8 presents a summary of the experimental and analytical results for the critical falling height with subangular waste rock particles and the tailings water content of 40.4% (or solids content by mass of 71.2%). The agreements between the experimental and analytical results are generally good. This is further illustrated in Figure 4.15, indicating that the proposed analytical solution can be used to describe and predict the critical falling height to avoid mixing between subangular waste rock particles and tailings.

Table 4.8: Experimental and analytical critical falling heights and water content for subangular waste rock particles drop tests on tailings (w = 40%)

R (m)	w (%)	Exp. H_c (m)	Analytical					
			τ_y (Pa)	a	b	C_d	H_c (m)	How
0.0097	39.8	0.306	1879.84	0.87	0.21	1.96	0.306	Calibration
0.0060	39.8	0.368				2.17	0.368	
0.0029	39.8	0.485				2.51	0.485	
0.0254	40.0	0.100				1.61	0.197	Prediction
0.0312	40.1	0.095				1.54	0.172	
0.0246	39.9	0.120				1.62	0.201	
0.0220	39.8	0.135				1.66	0.214	
0.0126	40.2	0.225				1.86	0.275	
0.0129	40.2	0.220				1.85	0.272	
0.0113	39.9	0.290				1.90	0.288	

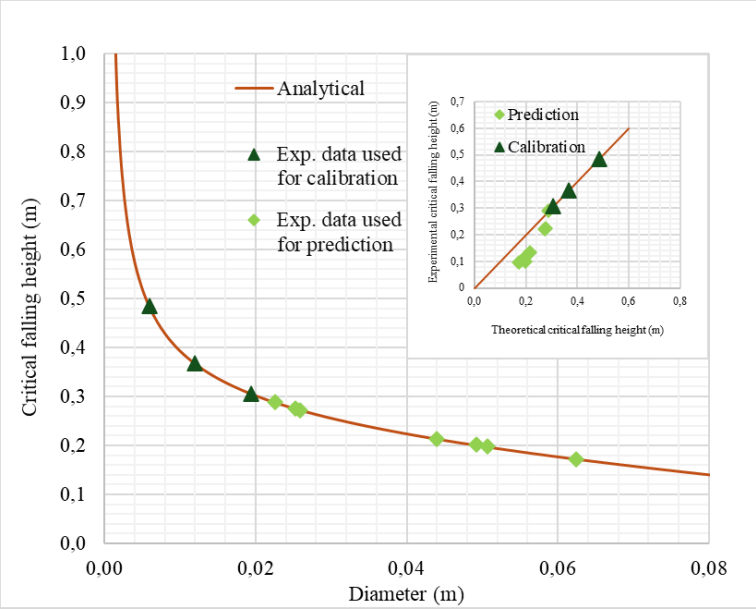


Figure 4.15: Correlation between experimental and analytical critical falling heights for tests with tailings and subangular waste rock particles at a tailings water content w = 40%.

For the third series of drop tests, a calibration process against the test results with the particle radius of 0.0088, 0.0192, 0.0253 m and yielded τ_y = 1291.1 Pa, a = 2.71, and b = 0.08 for the tailings

water content of w = 36 %. These calibrated parameters were then used to predict the critical falling heights for the modified waste rock with d_{max} of 0.0175 to 0.0505 m. The comparison between the experimental and analytical results for the critical falling heights was summarized in Table 4.9.

Table 4.9: Experimental and analytical critical falling heights with a tailings water content of w = 36%: three waste rock particles used for calibration; modified waste rock samples used for prediction

Test	R (m)	w (%)	Exp. H_c (m)	Analytical					
				τ_y (Pa)	a	b	C_d	H_c (m)	How
With individual particles	0.0088	36.34	0.825	1291.10	2.71	0.08	3.77	0.825	Calibration
	0.0192	36.2	0.585				3.54	0.585	
	0.0253	36.21	0.495				3.46	0.495	
With modified waste rock sample	0.0242	35.96	0.55	1291.10	2.71	0.08	3.47	0.513	Prediction
	0.0301	35.9	0.434				3.41	0.438	
	0.0346	36.00	0.372				3.37	0.386	
	0.0406	36.31	0.182				3.33	0.320	

Figure 4.16 shows the comparison between the experimental and analytical results involving the dumping of waste rock onto tailings with a water content of w = 36% (or solids content by mass The solution predicts very well the critical drop heights from the experiments, except for the waste rock sample with a maximum particle diameter of 0.0812 m and a mass of 755.54 g of 73.5%).

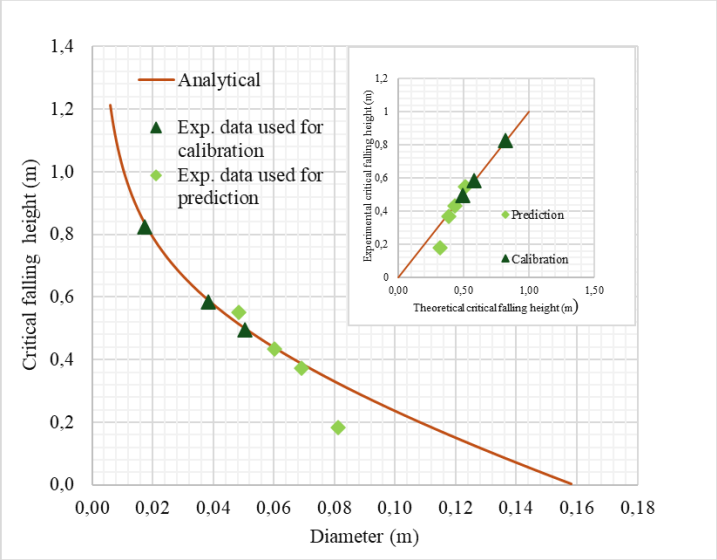


Figure 4.16: Correlation between experimental and analytical critical falling heights for the drop particle tests with tailings at a water content w = 36% and individual waste rock particles (used for calibration) and modified waste rock samples (used for prediction)

For the fourth series of drop tests, a calibration process against the test results with particle radius of 0.0055, 0.0121, and 0.0242 m yielded τ_y = 1262.77 Pa, a = 0.55, and b = 0.35 for the tailings water content of w = 39%. These calibrated parameters were then used to predict the critical falling height for the original and scalped waste rock samples. The comparison between the experimental and analytical results for the critical falling heights was summarized in Table 4.10.

Figure 4.17 shows the comparison between the experimental and analytical results of the drop tests with original and scalped waste rock samples and tailings slurry with a water content of w = 39.1% Good agreement was observed between the analytical calibration and experimental results. However, a marked disparity is observed between the analytical prediction and the experimental results, especially in the case of the scalped sample.

Table 4.10: Experimental and analytical critical falling heights with tailings slurry

Test	R (m)	w (%)	H_c (m)	Analytical					
				τ_y (Pa)	a	b	C_d	H_c (m)	How
With individual particles	0.0055	38.9	0.345	1262.77	0.55	0.35	2.66	0.345	Calibration
			0.310				2.66	0.345	
			0.290				2.66	0.345	
	0.0124	39.4	0.098				2.02	0.195	
			0.111				2.02	0.195	
			0.096				2.02	0.195	
	0.0242	39.0	0.228				1.59	0.111	
			0.210				1.59	0.111	
			0.195				1.59	0.111	
With original sample	0.0181	39.3	0.229				1.75	0.144	Prediction
	0.0206	39.5	0.159				1.65	0.125	
	0.0214	39.2	0.108				1.68	0.129	
With scalped waste rock sample	0.0056	39.5	0.422				2.65	0.340	

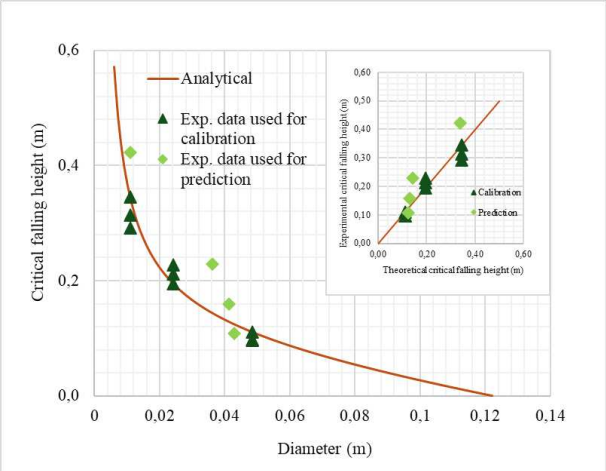


Figure 4.17: Correlation between experimental and analytical critical falling heights for tests with tailings at a water content w = 39%, a waste rock, and a scalped waste rock

4.4.2 Discussion

In this study, an analytical solution was proposed to avoid mixing between dumped waste rock and tailings slurry. The solution was developed based on Newton's second law. The drag force, gravity, and Archimedes thrust were considered on a sinking spherical particle into a non-Newtonian (Bingham) fluid. Four series of drop tests were realized, from simple case with stable clay slurry and steel ball to more complicated case with tailings slurry and waste rock. For each series, a part of the experimental results were used to obtain the required model parameters and the predictive capability of the calibrated solution was verified with the other part of the experimental results. The generally good agreements between the analytical solution and experimental results seem to indicate that the proposed analytical solution can be used to give a rough estimation for critical falling height to avoid mixing between a fluid material like tailings slurry and granular materials like waste rock. However, it is important to keep in mind that the proposed analytical solution was developed based on several assumptions and simplifications. For example, the fluid was considered to be under an at-rest state before and after any perturbation of the sinking particle (Zhang and Li 2023). The possible splashing and lateral displacement induced by particle impact were ignored. This simplification is necessary to render an analytical solution possible. Its influence on the analytical estimation needs to be better understood.

The particles used in all tests are considered to be spheres using the equivalent diameter calculated from the density and particle mass. The shape effect on the penetration depth was not considered. It is however well-known that the penetration depth can be very different for a prism when it falls with the long axis in vertical or horizontal direction. More analytical and experimental works are necessary to take into account the shape effect of particles.

The proposed analytical solution was developed by considering a single spherical particle. For waste rock, the largest particle was used for calculation, while the effect of the remaining size

particles was neglected. During our tests, we noted that the fine particles that falling earlier on the tailings can form a layer of cushion. This cushion may have effect to render the penetration of the largest particle difficult, resulting in a smaller penetration depth and the requirement of a higher critical falling height. The inter-particle interaction during dumping of waste rock was neglected. More analytical and experimental works are necessary to take into account these aspects.

To apply the proposed analytical solution, the yield stress of Bingham fluid was necessary. For a given material, its value was obtained through a process of calibration, instead of being measured directly. To determine the yield stress, modified slump tests were performed. When the sample was placed in the PVC column, water flowed out at the base. In such a situation, the yield stress value obtained is no longer reliable. Ahmed et al. (2022) measured the rheological properties of two mining residues using different methods and showed that for the same material, the yield stress values vary between one method and another. More work is necessary to reduce the uncertainty in yield stress measurement.

Nonetheless, we have to point out that the calibrated values of yield stress are largely beyond the ranges of typical measured yield stress for tailings. In the following, it will be shown that the yield stress and drag coefficient in Eqs. 4.14 to 4.19 have lost their original physical meanings. The calibrated values for the yield stress and drag coefficient involves some uncertainty due to the inconsistent simplification for the buoyance force and drag force as shown below. Strictly saying, the yield stress of Eq. 4.14 should be called yield stress factor, while the drag coefficient should be called drag factor. As such, even we had accurate and reliable measurement of yield stress and drag coefficient, they cannot be directly used in the proposed solution unless the yield stress is multiplied by a correction coefficient and the drag coefficient is multiplied by another correction coefficient.

The two coefficients have to obtained by calibrations. As such, measurement of the two parameters is unnecessary.

In this study, the drag coefficient was assumed to be a function of particle diameter, while its value should be a constant for a given fluid. This could be expected to be the case if the proposed analytical solution was developed in a strict and rigorous way. It is not the case because the buoyancy force (F_2) was developed by considering the submerged part, while the drag force (F_3) was formulated by considering the whole spherical particle fully submerged in the fluid. This partly explains why the calibrated value of drag coefficient C_d depended on the size of particles, instead of being a constant value for a given fluid. If the penetration process of the spherical particle is taken into account, the drag force, F_4, should be formulated as follows:

$$F_4 = \pi r^2 \tau_y + \frac{1}{2}\frac{\gamma_f}{g} C_d \pi r^2 V^2 \tag{4.23}$$

where r is the radius of the cross section formed by the cut of the fluid surface to the sinking ball, as shown in Figure 4.18. It is expressed as follows:

$$r^2 = l^2 - R^2 \tag{4.24}$$

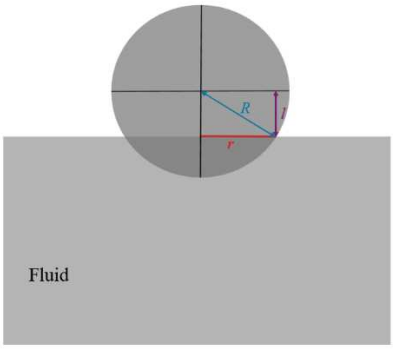


Figure 4.18: Illustration of a sinking ball into the fluid

Substituting Eqs. (4.1), (4.9), (4.10b) and (4.23) into Eq. (4.8) leads to:

$$mg - \pi r^2 \tau_y - \frac{1}{2}\frac{\gamma_f}{g} C_d \pi r^2 V^2 - \frac{4}{3}\pi R^3 \gamma_f = m\frac{V\,dV}{dh} \quad (4.25)$$

Solving the equation (4.25) leads to the following equation:

$$V^2 = e^{-\frac{\gamma_f C_d \pi}{m g}\left(\frac{l^3}{3} - R^2 l\right)} \int \left[(2g) - \left(\frac{2\pi\gamma_f}{m}\left(\frac{2}{3}R^3 - R^2 l + \frac{l^3}{3}\right) - \frac{2\pi}{m} r^2 \tau_y\right] e^{\frac{\gamma_f C_d \pi}{m g}\left(\frac{l^3}{3} - R^2 l\right)} dl + B \quad (4.26)$$

Significant improvement could be expected once the integral of Eq. (4.26) can be solved because the determination of constant *B* requires an analytical solution of the integral. It is however beyond our limit.

The analytical solution developed in this study makes it possible to determine the critical drop height required to prevent or minimize mixing between waste rock and tailings. Mining engineers probably prefer know at what solid content or resting time, a given waste rock can be dumped onto the tailings. In the future, it is essential to develop a relationship between the solid content and the model parameters (τ_y, a, and b).

Acknowledgements

The authors acknowledge the financial support from the Natural Sciences and Engineering Research Council of Canada (NSERC RGPIN-2024-06859, ALLRP 566888-21), WSP, and the Research Institute on Mines and the Environment (RIME UQAT – Polytechnique; http://rime-irme.ca). Patrick Bernèche, Mathieu Robidas, Éric Turgeon, Samuel Chénier and Noura El-Harrak are gratefully acknowledged for their lab assistance.

4.5 Conclusion

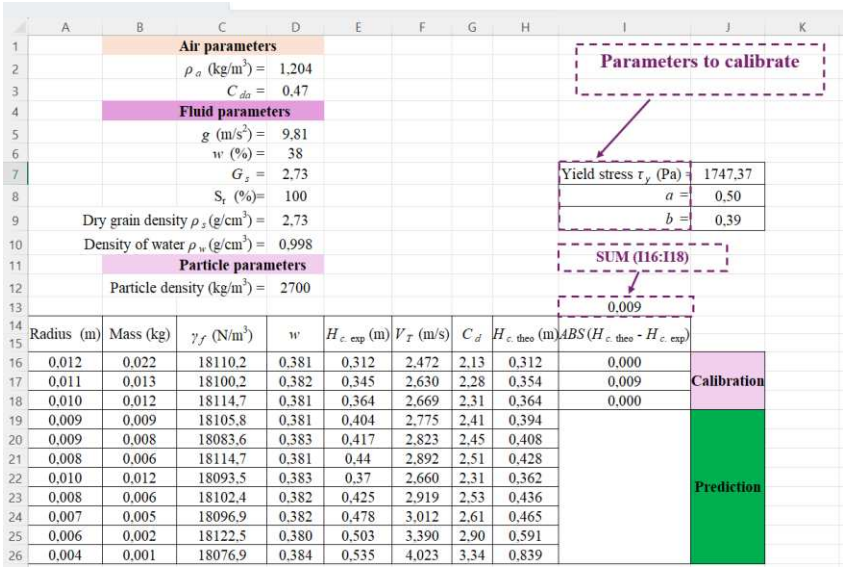
In this study, an analytical solution was for the first time developed to determine the critical height at which no mixing between falling particles and a Bingham fluid occurs. A mixing criterion was also for the first time proposed to define the boundary between a mixing or unmixing state when a particle is dropped onto a fluid material. Particle drop tests were conducted using steel balls,

subrounded gravel particles, subangular waste rock particles, and waste rock samples to validate the solution and test its ability to predict this critical height. Generally good agreements were obtained between the analytical solution and experimental results. The following conclusions can be drawn:

- The critical falling height decreases as the particle diameter increases.
- The critical falling height decreases with an increase in water content or a decrease in solids content.
- The critical falling height of a particle increases as its density decreases.
- The general good agreement between the analytical and experimental results tends to indicate that the proposed solution and approach can become a useful tool for guiding mining engineers to avoid mixing between dumped waste rock and tailings slurry.

Appendix I: Calibration of parameters of equation

Figure 4.19 shows the process of calibration carried out using SOLVER of Excel® for the case with tailings and subrounded gravel. The material parameters were first introduced in the range of B1 to D12, while the test results were input in the range of A16 to E26. The calculations based on the proposed analytical solution were presented in the range of F16 to H26. The difference in absolute value between the measured critical heights used for calibration and those obtained by applying the proposed analytical solution were put in column I between lines 16 and 18. The sum



Air parameters			
ρ_a (kg/m^3) =	1,204		
C_{da} =	0,47		
Fluid parameters			
g (m/s^2) =	9,81		
w (%) =	38		
G_s =	2,73		
S_t (%)=	100		
Dry grain density ρ_s (g/cm^3) =	2,73		
Density of water ρ_w (g/cm^3) =	0,998		
Particle parameters			
Particle density (kg/m^3) =	2700		

Parameters to calibrate

Yield stress τ_y (Pa) =	1747,37
a =	0,50
b =	0,39

SUM (I16:I18)

0,009

Radius (m)	Mass (kg)	γ_f (N/m^3)	w	$H_{c\ exp}$ (m)	V_T (m/s)	C_d	$H_{c\ theo}$ (m)	$ABS(H_{c\ theo} - H_{c\ exp})$	
0,012	0,022	18110,2	0,381	0,312	2,472	2,13	0,312	0,000	
0,011	0,013	18100,2	0,382	0,345	2,630	2,28	0,354	0,009	**Calibration**
0,010	0,012	18114,7	0,381	0,364	2,669	2,31	0,364	0,000	
0,009	0,009	18105,8	0,381	0,404	2,775	2,41	0,394		
0,009	0,008	18083,6	0,383	0,417	2,823	2,45	0,408		
0,008	0,006	18114,7	0,381	0,44	2,892	2,51	0,428		
0,010	0,012	18093,5	0,383	0,37	2,660	2,31	0,362		**Prediction**
0,008	0,006	18102,4	0,382	0,425	2,919	2,53	0,436		
0,007	0,005	18096,9	0,382	0,478	3,012	2,61	0,465		
0,006	0,002	18122,5	0,380	0,503	3,390	2,90	0,591		
0,004	0,001	18076,9	0,384	0,535	4,023	3,34	0,839		

Figure 4.19: Calibration of analytical solution parameters for subrounded gravel

References

Ahmed, H. M., Bharathan, B., Kermani, M., Hassani, F., Hefni, M. A., Ahmed, H. A. M., Hassan, G. S. A., Moustafa, E. B., Saleem, H. A., & Sasmito, A. P. (2022). Evaluation of Rheology Measurements Techniques for Pressure Loss in Mine Paste Backfill Transportation. Minerals, *12*(6), 678. https://doi.org/10.3390/min12060678

Aubertin, M., Bussière, B., & Bernier, L. (2002). Environnement et Gestion des Rejets Miniers. Presses Internationales Polytechnique.

Dedegil, M. (1987). Drag coefficient and settling velocity of particles in non-Newtonian Suspensions. Journal of Fluids Engineering. https://doi.org/10.1115/ 1.3242667.

DST. Consulting Engineers Inc. (2008). Draft preliminary assessment of waste co-disposal, Schaft creek project, British Columbia. Technical Report GS-TB-007675.

Habte, K., and Bocking, K. (2012). Co-disposal practices in mine waste management. Golder Associates. Ontario, Canada.

https://reviewboard.ca/upload/project_document/EA0809004_Codisposal_Case_Histories_1328896840.PDF.

James, M., Aubertin, M., Bussière, B., Pednault, C., Pépin, N., & Limoges, M. (2017). A research project on the use of waste rock inclusions to improve the performance of tailings impoundments. GeoOttawa 2017.

L.-Bolduc, F. (2012). Une étude sur l'utilisation des roches stériles comme inclusions drainantes dans les RM / A study on the use of waste rock as drainage inclusions in mine tailings (Master's thesis, École Polytechnique de Montréal). PolyPublie. https://publications.polymtl.ca/867/.

Leduc, M., and Smith, M. E. (2003). Tailings Co-disposal™: Innovations for Cost Savings and Liability Reduction. The Latin America Mining Record.

Li, L. (2020). Études du comportement hydrogéotechnique des structures intégrales de la co-disposition totale des résidus miniers et des roches stériles (CtRS) chimiquement non-réactifs. Subvention CRSNG Alliance, ALLRP 566888-21.

MELCCFP. (2025). Directive 019 sur l'industrie minière https://www.environnement.gouv.qc.ca/milieu_ind/directive019/directive-019-2025.pdf.

Oberle, B. (2020). Global tailings review. https://globaltailingsreview.org/global-industry-standard/ (last access on 10 September 2025).

OSM (2021). Tailings Ponds 101. Oil Sands Magazine. https://www.oilsandsmagazine.com/technical/mining/tailings-ponds. (last access on 18 November 2025).

Petley, D. (2024). The 7 December 2024 mine waste landslide at Turmalina Mine in Brazil. https://eos.org/thelandslideblog/turmalina-mine-1.

Rico, M., Benito, G., Salgueiro, A., Diez-Herrero, A., & Pereira, H. (2008). Reported tailings dam failures A review of the European incidents in the worldwide context. Journal of Hazardous Materials 152 (2008) 846–852. https://doi.org/10.1016/j.jhazmat.2007.07.050

Mbemba, F., & Aubertin, M. (2019). Physical modelling of tailings consolidation near a waste rock inclusion. Geo St. John's 2019 - Under Land & Sea.

Vick, S.G. (1990). Planning, Design, and Analysis of Tailings Dams. Bitech Publishers. https://doi.library.ubc.ca/10.14288/1.0394902.

Wickland, B., Wilson, G., Wijewickreme, D., et Klein, B. (2006). Design and evaluation of mixtures of mine waste rock and tailings. Canadian Geotechnical Journal. https://doi.org/10.1139/t06-058.

Wilson, G. (2001). Co-disposal of tailings and waste rock. https://www.researchgate.net/publication/294761670_Co-disposal_of_tailings_and_waste_rock.

Wilson, G., Wickland, B., & Fines, P. (2002). Concepts for co-mixing waste rock and tailings. In Symposium 2002 on Mining and the Environment: Challenges and Prospects, Rouyn-Noranda, Que., 3–5 November 2002. Canadian Institute of Mining, Metallurgy, and Petroleum.

Wilson, J., Wilson, G., & Fredlund, D. (2000). Numerical modeling of vertical and inclined waste rock layers. In Proceedings of the 5th International Conference on Acid Rock Drainage (ICARD 2000), Littleton, Colo. Vol. 1, pp. 257–266. Society of Mining Metallurgy and Exploration Inc.

Wilson, W., Plewes, H., Williams, D., & Robertson, J. (2003). Concepts for co-mixing of tailings and waste rock. In Proceedings of 6th International Conference on Acid Rock Drainage (ICARD) Cairns, Australia (pp. 437–443) AusIMM.

WISE. (2025). Chronology of major tailings dam failures. https://www.wise-uranium.org/mdaf.html.

Zhang, Y. (2024). Investigation of the natural mixing behavior of dumped waste rock and paste. Polytechnique Montréal, Montréal. https://publications.polymtl.ca/59207/1/2024_YuyuZhang.pdf.

Zhang, Y., and Li, L. (2023). Introduction and implementation of fluid forces in a DEM code for simulating particle settlement in fluids. Powder Technology Volume 433, 15 January 2024, https://doi.org/10.1016/j.powtec.2023.119238.

Léveillé, G. (2018). Une étude numérique du comportement sismique d'un parc à résidus. Mémoire de maîtrise, École Polytechnique de Montréal, Montréal. Récupéré sur https://publications.polymtl.ca/3135/

CHAPITRE 5 DISCUSSION GÉNÉRALE

La revue de littérature a montré que les parcs à résidus miniers (RM) conventionnels demeurent associés à des risques d'instabilités géotechniques et chimiques, indépendamment si les digues de retenue sont construites avec les méthodes en amont, en aval, ou en central. Les résidus filtrés sont devenus populaires et considérés comme une solution pour éviter l'instabilité géotechnique. Malgré le faible nombre des parcs à résidus filtrés jusqu'à maintenant, un cas de rupture d'une installation de résidus filtrés à la mine Turmalina au Brésil a été rapporté (Petley, 2024). La construction des nouveaux parcs à RM conventionnels ou filtrés doit être évitée ou minimisée.

Dans ce contexte, la co-disposition totale des RM et des roches stériles (RS) constitue une approche prometteuse. L'entreposage de deux types de rejets dans une seule structure intégrée permet d'améliorer la stabilité géotechnique de l'ouvrage et de réduire l'empreinte environnementale. En cas de rupture, les RM et les RS peuvent se mélanger pour éviter de se transformer en une inondation. Malgré ces avantages, le mélange entre RM et RS n'est pas souhaité selon la Directive 019. Le développement d'un outil est nécessaire, mais absent dans la littérature pour permettre aux opérateurs de minimiser le mélange entre les deux types de rejets miniers lors du déversement des RS sur les cellules des RM.

Pour combler la lacune identifiée, une solution analytique a été développée en considérant la chute libre d'une particule sphérique dans l'air, et puis la pénétration dans un fluide de Bingham (argile ou RM). Des essais expérimentaux ont ensuite été réalisés pour valider la solution analytique. Les bonnes concordances générales entre les résultats analytiques et expérimentaux semblent indiquées que la solution proposée permet d'estimer la hauteur critique de chute maximale permise pour éviter ou minimiser le mélange entre un matériau granulaire comme les roches stériles et un fluide comme une pulpe de RM.

Néanmoins, cette solution analytique repose sur plusieurs hypothèses et simplifications. Le fluide a notamment été considéré à l'état de repos, même lors de l'impact de la particule (Zhang et Li, 2023). Les déplacements latéraux et l'effet des perturbations induites par la pénétration rapide des particules ainsi que la sédimentation rapide en surface des RM n'ont pas été pris en compte.

De plus, le coefficient de traînée déterminé par calibration a montré une dépendance au diamètre des particules, alors qu'il devrait être constant pour un fluide et une forme de particule donnés. Cette incohérence provient du fait que la poussée d'Archimède a été formulée en considérant

uniquement la partie immergée, tandis que la force de traînée a été développée en considérant la particule entièrement immergée dans le fluide. Une deuxième révision du modèle a mené à une équation avec un intégral impossible de résoudre (Annexe A). On est obligé de vivre avec la solution analytique imparfaite. Mais cela explique pourquoi la valeur irréaliste du seuil de cisaillement (yield stress) et la dépendance du coefficient de traînée sur le diamètre des particules.

La solution analytique a été développée en considérant d'une particule sphérique unique. L'effet de la forme réelle des particules n'a pas pu être intégré dans le modèle. Or, les particules présentent des formes irrégulières, et l'utilisation d'un rayon équivalent (calculé à partir de la masse et de la densité) ne représente pas adéquatement la complexité réelle.

Par ailleurs, pour les échantillons de RS à granulométrie étalée, les particules fines tombant en premier peuvent former une couche de « coussin », réduisant la pénétration des particules plus grosses. Étant donné que la solution analytique proposée est utilisée en considérant uniquement la pénétration des particules les plus grosses, l'effet de la couche de coussin résulte à une hauteur critique plus élevée. Plus de travaux sont nécessaires pour les RS étalées.

De plus, les essais ont été réalisés à petite échelle, ce qui implique que la validité du modèle devra être testée à grande échelle.

Dans cette étude, le seuil de cisaillement du fluide de Bingham était requis, mais n'a pas pu être mesuré directement. Des essais d'affaissement modifié ont été réalisés. Toutefois, un écoulement d'eau à la base de la colonne en PVC a été observé immédiatement après la mise en place des RM dans la colonne, indiquant l'occurrence de la sédimentation, voire consolidation avant de lever la colonne. La fiabilité de la mesure peut être discutable. D'ailleurs, Ahmed et al. (2022) ont montré que la valeur du seuil de cisaillement varie selon la méthode utilisée. À cause de toutes ces incertitudes dans la mesure du seuil de cisaillement, la valeur utilisée dans cette étude a été obtenue par calibration. Il sera essentiel de développer une méthode de mesure fiable.

En effet, les études portant sur la dynamique d'objets dans un fluide non newtonien, notamment dans le contexte de la co-disposition des RS et des RM, demeurent très limitées. Cette lacune est particulièrement associée au comportement d'objets irréguliers, tels que les RS. De plus, les RM constituent un matériau à sédimentation rapide et instable. Développer une solution analytique basée directement sur ces matériaux s'avère donc difficile et comporte beaucoup d'incertitude.

Enfin, bien que la solution analytique proposée permette de déterminer la hauteur critique de chute, plus de travaux sont nécessaires pour la rendre plus facile à utiliser sur le terrain par des ingénieurs. En pratique, la hauteur de chute est souvent fixée et dépend de l'équipement de déversement des RS. Les ingénieurs miniers chercheront donc plutôt à connaître le pourcentage en solides ou le temps de repos des RM à partir desquels, un type donné de roche stérile peut être déversés sans risque de mélange. Pour les travaux futurs, il sera donc essentiel d'établir une relation entre le pourcentage en solides des RM et les trois paramètres de la solution analytique.

CHAPITRE 6 CONCLUSION ET RECOMMANDATIONS

Les rejets miniers sont traditionnellement entreposés dans deux emplacements avec deux installations distinctes : les parcs à RM (résidus miniers) et les haldes à RS (roches stériles). Souvent causant des désastres importants sur l'environnement, les infrastructures et même les vies humaines en cas de rupture, les parcs à RM conventionnels ont été qualifiés comme des bombes à retardement et constituent toujours des sources de préoccupation alors que les RS reconnues pour leurs bonnes résistances mécaniques et leur bonne capacité de drainage ont été entreposées à un autre endroit loin des parcs à RM. Les avantages des RS sont sous-exploités, voire négligés.

La co-disposition totale des RM et des RS dans une structure intégrée se présente comme une solution intéressante à étudier. Elle permettrait d'augmenter la stabilité géotechnique, de réduire l'empreinte environnementale. En cas de rupture et si la structure intégrée est bien conçue, les deux types de rejets miniers peuvent se mélanger sans se convertir en inondation similaire, comme la rupture des parcs à résidus. Toutefois, le mélange entre les RS et les RM n'est pas souhaité lors de la construction d'une structure intégrée de la co-disposition totale, selon la Directive 019.

L'objectif principal de cette étude est de développer un outil permettant aux opérateurs miniers de minimiser le mélange entre les RM et RS. Une solution analytique a été établie, pour la première fois, afin de déterminer la hauteur critique pour éviter ou minimiser le mélange. Un critère de mélange a également été proposé pour définir la limite entre un état de mélange et de non-mélange lorsqu'une particule est déversée sur un matériau fluide. Des essais de chute de particules ont été réalisés en utilisant une argile et des RM pour le fluide et des billes d'acier, des particules de gravier subarrondi, des particules de RS subangulaires ainsi que des échantillons de RS afin de valider la solution analytique proposée en termes de sa capacité de description et de prédiction.

6.1. Conclusions

- La hauteur critique de chute diminue lorsque le diamètre de la particule augmente. Cette conclusion est valable pour les particules sphériques (billes d'acier, gravier subarrondi).
- La hauteur critique de chute diminue lorsque la teneur en eau augmente ou le pourcentage en solides diminue.
- La bonne concordance globale entre les résultats analytiques et expérimentaux montre que l'approche développée peut constituer un outil utile pour aider les ingénieurs miniers à éviter le mélange entre RS déversées et pulpe de résidus.

6.2. Recommandations

Suite aux limitations identifiées des travaux réalisés au chapitre 5, on recommande les travaux suivants dans le futur :

- La densité des RM lors du dépôt dans le moule varie rapidement. Il serait utile de mesurer cette variation et d'établir une relation entre cette propriété et le seuil de cisaillement. Une telle relation serait très utile en pratique.
- Réaliser davantage d'essais expérimentaux avec des formes variées, en testant l'effet de chaque face de particule sur la profondeur de pénétration.
- Effectuer des essais à grande échelle afin de tester la validité du modèle pour de grands fragments de RS (supérieurs à 10 cm).
- Réaliser des essais avec des moules comportant des trous de drainage latéraux et inférieurs afin de simuler des conditions de drainage plus réalistes, en ajoutant également un temps d'attente. Réaliser des essais pour la calibration et d'autres pour la prédiction.
- Conduire des essais de validation avec différentes granulométries de RS.
- Effectuer des séries d'essais avec les moules avec drainage en ne faisant varier qu'un seul paramètre à la fois : pourcentage de solides, épaisseur du dépôt de RM ou temps d'attente.
- Optimiser le dispositif de déversement avec l'entonnoir : il serait préférable d'utiliser un système automatique d'ouverture du fond pour éviter toute cohésion entre le matériau déversé et la plaque de retenue.
- Il est recommandé d'utiliser un moule fixe dans le montage afin d'éviter les déplacements du matériau. Il faut également tenir compte de l'effet lié à la plus grande taille de particule utilisée.
- La forme des particules influence pourtant fortement la pénétration. Dans le cas d'un prisme, par exemple, la profondeur de pénétration varie certainement selon qu'il tombe sur son axe majeur en position verticale ou horizontale. Des travaux expérimentaux et analytiques supplémentaires seront donc nécessaires pour intégrer cet aspect.

RÉFÉRENCES

Adajar, M. A. Q., & Zarco, M. A. H. (2014). An empirical model for predicting hydraulic conductivity of mine tailings. International Journal of GEOMATE, 7(2), 1054–106. https://doi.org/10.21660/2014.14.140630.

Ahmed, H. M., Bharathan, B., Kermani, M., Hassani, F., Hefni, M. A., Ahmed, H. A. M., Hassan, G. S. A., Moustafa, E. B., Saleem, H. A., & Sasmito, A. P. (2022). Evaluation of Rheology Measurements Techniques for Pressure Loss in Mine Paste Backfill Transportation. Minerals, 12(6), 678. https://doi.org/10.3390/min12060678.

Aires, U. R. V., Santos, B. S. M., Coelho, C. D., da Silva, D. D., & Calijuri, M. L. (2018). Changes in land use and land cover as a result of the failure of a mining tailings dam in Mariana. MG, Brazil. Land Use Policy, 70(C), 63-70. https://doi.org/10.1016/j.landusepol.2017.10.026.

Anbazhagan, P., Indraratna, B., Rujikiatkamjorn, C., & Su, L. (2010). Using a seismic survey to measure the shear modulus of clean and fouled ballast. Geomechanics and Geoengineering, 5, 117- 126. https://doi.org/10.1080/17486020903497431.

Ansley, R. W., & Smith, T. N. (1967). Motion of spherical particles in a Bingham plastic. AIChE Journal, 13(6), 1193–1196. https://doi.org/10.1002/aic.690130629.

ASTM. (2018). Standard Test Methods for Liquid Limit, Plastic Limit, and Plasticity Index of Soils. Consulté 2 décembre 2025, à l'adresse https://store.astm.org/d4318-17e01.html.

ASTM. (2023). Standard Test Methods for Liquid Limit, Plastic Limit, and Plasticity Index of Soils. Consulté 2 décembre 2025, à l'adresse https://store.astm.org/d4318-17e01.html

ASTM. (2025). Standard Test Method for Particle-Size Distribution (Gradation) of Fine-Grained Soils Using the Sedimentation (Hydrometer) Analysis. https://store.astm.org/d7928-21e01.html.

Aubertin, M. (2011). Stabilité des sites d'entreposage de rejets miniers: revue de l'état des connaissances et recommandations pour les critères du guide sur la restauration des sites miniers du MRNF. Chaire industrielle CRSNG Polytechnique-UQAT, Environnement et gestion des rejets miniers, Montréal.

Aubertin, M., Bussière, B., & Bernier, L. (2002). Environnement et gestion des rejets miniers (clé USB). https://pum.umontreal.ca/catalogue/environnement et gestion-des-rejets-miniers cle-usb

Aubertin, M., Bussiere, B., & Chapuis, R. P. (1996). Hydraulic conductivity of homogenized tailings from hard rock mines. Canadian Geotechnical Journal, 33(3), 470–482. https://doi.org/10.1139/t96-068.

Azam, S., & Li, Q. (2010). Tailings Dam Failures: A Review of the Last One Hundred Years. Geotech. News, 28.

Barnes, H. A. (1999). The yield stress A review or ’παντα ρει’- Everything flows? Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics, 81, 133–178. https://doi.org/10.1016/S0377–0257(98)00094-9.

Barnes, H. A., Hutton, J. F., & Walters, K. (1989). An Introduction to Rheology. Elsevier. https://shop.elsevier.com/books/an-introduction-to-rheology/walters/978-0-444–87469-6.

Blight, G., and Steffen, D., 1979. "Geotechnics of Gold Mine Waste Disposal," Current Geotechnical Practice in Mine Waste Disposal, ASCE, pp. 1-52.

BNQ – Sols Détermination de la résistance au cisaillement non drainé et de la sensibilité des sols cohérents à l’aide du pénétromètre à cône. Consulté 2 décembre 2025, à l’adresse https://bnq.qc.ca/fr/normalisation/genie-civil-et-infrastructures-urbaines/sols/sols-determination-de-la-resistance-au-cisaillement-non-draine-et-de-la-sensibilite-des-sols-coherents-a-l-aide-du-penetrometre-a-cone.html.

Bokharaeian, M., Naderi, R., & Csámer, Á. (2021). Numerical experimental comparison of mudflow by smoothed particle hydrodynamics (SPH). https://doi.org/10.1556/1848.2021.00263

Brawner, C. O. (1978). Concepts and experience for subsurface storage of tailings. In Proceedings of the Second International Tailings Symposium, Denver, Colorado, May 21–25, 1978 (pp. 153–177). Miller Freeman Publications.

Bresson, E., Gandonou, M., Hotton, G., Labonté-Raymond, P., Lieber, E., Bussière, B., Roy, P. (2018). Efficacité des méthodes de gestion et de restauration des rejets miniers en Abitibi-Témiscamingue face aux changements climatiques.

Brown, P. P., & Lawler, D. F. (2003). Sphere Drag and Settling Velocity Revisited. Journal of Environmental Engineering, 129(3), 222–231. https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733–9372(2003)129:3(222).

Bussière, B. (2007). Colloquium 2004: Hydro-geotechnical properties of hard rock tailings from metal mines and emerging geoenvironmental disposal approaches. Canadian Geotechnical Journal, 44(9), 1019–1052. https://doi.org/10.1139/T07-040.

Bussière, B., Demers, I., Dawood, I. et al. (2011). Comportement géochimique et hydrogéologique des stériles de la mine lac Tio. Symposium sur les Mines et l’Environnement, Rouyn-Noranda, Québec, 6-9 novembre 2011.

Cacciuttolo, C., & Atencio, E. (2022). Past, Present, and Future of Copper Mine Tailings Governance in Chile (1905–2022): A Review in One of the Leading Mining Countries in the World. International Journal of Environmental Research and Public Health, 19(20), 13060. https://doi.org/10.3390/ijerph192013060.

Cacciuttolo, C., & Atencio, E. (2023). Dry stacking of filtered tailings for large-scale production rates over 100,000 metric tons per day: envisioning the sustainable future of mine tailings storage facilities. Minerals, 13, 1445. https://doi.org/10.3390/min13111445.

Chai-Onn, M. (2023). Effets des conditions climatiques sur le comportement hydrogéologique d'un parc à résidus filtrés [Masters, Polytechnique Montréal]. https://publications.polymtl.ca/57097/.

Cheng, N.-S. (2009). Comparison of formulas for drag coefficient and settling velocity of spherical particles. Powder Technology, 189(3), 395–398. https://doi.org/10.1016/j.powtec.2008.07.006.

Chhabra, R., & Patel, S. (2025). Non-newtonian flow and applied rheology: Chapter 1 - non-newtonian fluid behaviour. Engineering Applications. doi: https://doi.org/10.1016/B978-0-443–19243-2.00009-8.

Chhabra, R., & Richardson, J. F. (2008). Non-Newtonian Flow and Applied Rheology. In Non-Newtonian Flow and Applied Rheology. https://doi.org/10.1016/B978-0-7506–8532-0.X0001-7.

Côté, C. 2008. Bombe environnementale à retardement. La Presse.

Dedegil, M. Y. (1987). Drag Coefficient and Settling Velocity of Particles in Non-Newtonian Suspensions. Journal of Fluids Engineering, 109(3), 319–323. https://doi.org/10.1115/1.3242667

Di Felice, R. (1994). The voidage function for fluid-particle interaction systems. International Journal of Multiphase Flow, 20(1), 153–159.

Dobry, R., & Alvarez, L. (1967). Seismic failures of Chilean tailings dams. Journal of Soil Mechanics & Foundations Div. https://trid.trb.org/View/126867.

DST. Consulting Engineers Inc. (2008). Draft preliminary assessment of waste co-disposal, Schaft creek project, British Columbia. Technical Report GS-TB-007675.

Essayad, K. (2015). Développement de protocoles expérimentaux pour caractériser la consolidation de RM saturés et non saturés à partir d'essais de compression en colonne. Mémoire, Polytechnique Montréal, Montréal. Récupéré sur https://publications.polymtl.ca/1890/.

Essayad, K. (2021). Évaluation multi-échelle de l'instabilité interne et de la migration des résidus à travers les inclusions de roches stériles. Thèse de doctorat, Polytechnique Montréal. Récupéré sur https://publications.polymtl.ca/9168/.

Fala, O., Aubertin, M., Molson, J., Bussière, B., Wilson, G., Chapuis, R., & Martin, V. (2003). Numerical Modelling of Unsaturated Flow in Uniform and Heterogeneous Waste Rock Piles. Proceedings, Sixth International Conference on Acid Rock Drainage (ICARD).

Fell, R., MacGregor, P., Stapledon, D., Bell, G., & Foster, M. (2014). Dams Geotechnical Engineering (2e éd.). CRC Press. https://doi.org/10.1201/b17800.

Ferdosi, B., James, M., & Aubertin, M. (2015). Effect of waste rock inclusions on the seismic stability of an upstream raised tailings impoundment: A numerical investigation. Canadian Geotechnical Journal, 52(12), 1930–1944. https://doi.org/10.1139/cgj-2014–0447.

Futura sciences. (2024). Définition : Rhéologie : Qu'est-ce que c'est ? https://www.futura-sciences.com/sciences/definitions/physique-rheologie-2093/.

Habte, K., and Bocking, K. (2012). Co-disposal practices in mine waste management. Golder Associates. Ontario, Canada. https://reviewboard.ca/upload/project_document/EA0809004_Codisposal_Case_Histories_1328896840.PDF.

He, Y., Laskowski, J., & Klein, B. (2001). Particle movement in non-Newtonian slurries: the effect of yield stress on dense medium separation. Chemical Engineering Science, 56(9). https://doi.org/10.1016/S0009–2509(00)00479-6.

James, M. (2009). The use of waste rock inclusions to control the effects of liquefaction in tailings impoundments. Thèse de doctorat, École Polytechnique de Montréal. Récupéré sur https://publications.polymtl.ca/8284/.

James, M., Aubertin, M., Bussière, B., Pednault, C., Pépin, N., & Limoges, M. (2017). A research project on the use of waste rock inclusions to improve the performance of tailings impoundments.

Kikiessa Kisaka, P. (2015). Évaluation des contraintes en place en profondeur à partir de l'écaillage des trous de forage. Mémoire de maîtrise, École Polytechnique de Montréal. Récupéré sur https://publications.polymtl.ca/2051/.

L.-Bolduc, F. (2012). Une étude sur l'utilisation des roches stériles comme inclusions drainantes dans les RM / A study on the use of waste rock as drainage inclusions in mine tailings (Master's thesis, École Polytechnique de Montréal). PolyPublie. https://publications.polymtl.ca/867/.

Leduc, M., & E. Smith, M. (2003). Tailings Co-Disposal™ Innovations for Cost Savings and Liability Reduction. The Latin America Mining Record.

Leps, T.M. (1970). Review of Shearing Strength of rockfill. Journal of Soil Mechanics and Foundation Engineering Division, vol. 96(SM4), 1159–1170. https://doi.org/10.1061/JSFEAQ.0001433.

Léveillé, G. (2018). Une étude numérique du comportement sismique d'un parc à résidus. Mémoire de maîtrise, École Polytechnique de Montréal, Montréal. Récupéré sur https://publications.polymtl.ca/3135/.

Li, L. (2020). Études du comportement hydrogéotechnique des structures intégrales de la co-disposition totale des RM et des roches stériles (CtRS) chimiquement non réactifs. Subvention CRSNG Alliance, ALLRP 566888-21.

Maknoon, M. (2016). Slopes stability analyses of waste rock piles under unsaturated conditions following large precipitations. Ph.D. Thesis. Ecole Polytechnique de Montreal.

Martin, V. (2018). Evolution of the Hydrogeotechnical Properties of Paste Tailings Deposited on the Surface [Phd, École Polytechnique de Montréal]. https://publications.polymtl.ca/3097/.

Mbemba, F. (2016). Évaluation du drainage, de la consolidation et de la dessiccation des RM fins en présence d'inclusions drainantes. Thèse de doctorat, École Polytechnique de Montréal, Montréal. Récupéré sur https://publications.polymtl.ca/2424/.

Mbemba, F., Aubertin, M., & Boudrias, G. (2019). Drainage and consolidation of mine tailings near waste rock inclusions. In Sustainable and Safe Dams Around the World / Un monde de barrages durables et sécuritaires. CRC Press. https://doi.org/10.1201/9780429319778–297.

McLemore, V. T., Fakhimi, A., Zyl, D. V., Ayakwah, G. F., Anim, K., Boakye, K., Ennin, F., Felli, P., Fredlund, D., Gutierrez. L. A. F., Nunoo, S., Tachie-Menson, S., & Viterbo, V. C. (2009). Literature Review of other rock piles: characterization, weathering, and Stability, Questa Rock Pile Weathering Stability Project. 101 p. https://doi.org/10.58799/OFR-517.

Mechtcherine, V., Bos, F. P., Perrot, A., Leal da Silva, W. R., Nerella, V. N., Fataei, S., Wolfs, R. J., Sonebi, M., & Roussel, N. (2020). Extrusion-based additive manufacturing with cement-based materials – Production steps, processes, and their underlying physics: A review. Cement and Concrete Research, 132, Article 106037. https://doi.org/10.1016/j.cemconres.2020.106037.

Ministère de l'Environnement, de la Lutte contre les changements climatiques, de la Faune et des Parcs (MELCCFP). (2025). Directive 019 sur l'industrie minière. https://www.environnement.gouv.qc.ca/milieu_ind/directive019/directive-019–2025.pdf.

Mittal, H., & Morgenstern, N. (2011). Parameters for the Design of Tailings Dams. Canadian Geotechnical Journal, 12, 235–261. https://doi.org/10.1139/t75-028.

Morgenstern, Norbert, Vick, S. G., Viotti, C., & Watts, B. D. (2016). Report on the Immediate Causes of the Failure of the Fundão Dam | Resolution Copper Project and Land Exchange Environmental Impact Statement. https://www.resolutionmineeis.us/documents/fundao-2016.

Morin, K. A., Gerencher, E., Jones, C. E., & Konasewich, D. E. (1991). Critical literature review of acid drainage from waste rock (MEND Report 1.11.1). Northwest Geochem / Canada Centre for Mineral and Energy Technology. https://mend-nedem.org/wp-content/uploads/1.11.1-CRITICAL-LITERATURE-REVIEW-OF-ACID-DRAINAGE-FROM-WASTE-ROCK.pdf

Nikl, L., Wernick, B., Geest, J., Hughes, C., McMahen, K., & Anglin, L. (2016). Mount Polley Mine Embankment Breach : Overview of Aquatic Impacts and Rehabilitation.

Nogueira, M., and Eisenhammer, S. (2016). Samarco dam failed due to poor drainage and design: Investigation. Republic of Mining. (https://republicofmining.com/2016/09/01/samarco-dam-failed-due-to-poor-drainage-and-design-investigation-by-marta-nogueira-and-stephen-eisenhammer-reuters-u-s-august-30-2016/.

Oboni, F. (2019). Tailings Dam Management for the Twenty-First Century: What Mining Companies Need to Know and Do to Thrive in Our Complex World. https://doi.org/10.1007/978-3-030–19447-5.

Okesanya, T., Kuru, E., & Sun, Y. (2020). A new generalized model for predicting the drag coefficient and the settling velocity of rigid spheres in viscoplastic fluids. SPE Journal, 25(06), 3217–3235. https://doi.org/10.2118/196104-PA.

Opris, R. I. (2017). Caractérisation de RM à l'aide d'essais de pénétration au cône. Mémoire ou thèse / Dissertation or Thesis. Récupéré sur https://publications.polymtl.ca/2905/.

Orman, M., Peevers, R., & Sample, K. (2011). Waste piles and dumps. In SME Mining Engineering Handbook, 2011, pp 667–680. http://www.slideshare.net/ofmesan/044–8674534.

OSM (2021). Tailings Ponds 101. Oil Sands Magazine. https://www.oilsandsmagazine.com/technical/mining/tailings-ponds. (last access on 18 November 2025).

OSM (2021). Tailings Ponds 101. Oil Sands Magazine. https://www.oilsandsmagazine.com/technical/mining/tailings-ponds. (last access on 18 November 2025).

Ouattara, D. (2011). Étude des propriétés rhéologiques de RM densifiés. Mémoire de maîtrise, École Polytechnique de Montréal. Récupéré sur https://publications.polymtl.ca/560/.

Parent-Lachance, C. (2021). Analyses numériques du comportement des parcs à RM susceptibles au phénomène de liquéfaction statique. Mémoire de maîtrise, École Polytechnique de Montréal. Récupéré sur https://publications.polymtl.ca/10003.

Paterson and Cooke Consulting Engineers. (2006). Rheology Control of Thickened Tailings and Paste Pumping Systems (p. 47-56). Paste 2006: Ninth International Seminar on Paste and Thickened Tailings, 2006–3-7 April, Limerick. Australian Centre for Geomechanics. https://doi.org/10.36487/ACG_repo/663_5.

Peregoedova, A. (2012). Étude expérimentale des propriétés hydrogéologiques des roches stériles à une échelle intermédiaire de laboratoire. Mémoire de Maitrise, École Polytechnique de Montréal.

Petley, D. (2024). The 7 December 2024, a mine wasted landslide at Turmalina Mine. https://eos.org/thelandslideblog/turmalina-mine-1.

Piteau Associates Engineering Ltd (1991). Mined Rock and overbuden piles – Investigation and design manual: Interim Guidelines. Prepared for the British Columbia Mine waste rock pile research committee. May 1991, 135 p.

Qiu, Y., & Sego, D. C. (2001). Laboratory properties of mine tailings. https://doi.org/10.1139/t00-082.

Quine, R. L. (1993). Stability and deformation of mine waste Dumps in North-Central Nevada. Ph.D. Thesis, University of Nevada, Reno, 402 p.

Rana, N. M., Ghahramani, N., Evans, S. G., McDougall, S., Small, A., & Take, W. A. (2021). Catastrophic mass flows resulting from tailings impoundment failures. Engineering Geology, 292, 106262. https://doi.org/10.1016/j.enggeo.2021.106262.

Rico, M., Benito, G., Salgueiro, A. R., Díez-Herrero, A., & Pereira, H. G. (2008). Reported tailings dam failures : A review of the European incidents in the worldwide context. Journal of Hazardous Materials, 152(2), 846–852. https://doi.org/10.1016/j.jhazmat.2007.07.050

Robertson, P. K., de Melo, L., Williams, D. J., & Wilson, G. W. (2019.). Report of the Expert Panel on the Technical Causes of the Failure of Feijão Dam I.

Saebimoghaddam, A. (2005). Rheological yield stress measurements of mine paste fill material. Mémoire, McGill University, Montreal, Canada. Récupéré sur https://escholarship.mcgill.ca/concern/theses/fq977v39c.

Schiller, L. (1993). A drag coefficient correlation. Zeit. Ver. Deutsch. Ing., 77, 318–320.

Sherard, J. L., Woodward, R. T., Gizienski, S. F., & Clevenger, W. A. (1963). Earth and Earthrock Dams. New York: John Wiley & Sons, Inc.

Shokrollahzadeh, A. (2015). Terminal Settling Velocity of a Sphere in a non-Newtonian fluid. https://doi.org/10.7939/R3Q23R76B.

Silva Rotta, L. H., Alcântara, E., Park, E., Negri, R. G., Lin, Y. N., Bernardo, N., Mendes, T. S. G., & Souza Filho, C. R. (2020). The 2019 Brumadinho tailings dam collapse : Possible cause and impacts of the worst human and environmental disaster in Brazil. International Journal of Applied Earth Observation and Geoinformation, 90, 102119. https://doi.org/10.1016/j.jag.2020.102119.

Simms, P. (2016). 2013 Colloquium of the Canadian Geotechnical Society: Geotechnical and geoenvironmental behaviour of high-density tailings. Canadian Geotechnical Journal, 54, 455–468. https://doi.org/10.1139/cgj-2015–0533.

Sofrà, F., Boger, D. V., Jewell, R., & Fourie, A. B. (2011). Rheology for thickened tailings and paste History, state-of-the-art and future directions (p. 131–133). Paste 2011: 14th International Seminar on Paste and Thickened Tailings, 2011–5-7 April, Perth. Australian Centre for Geomechanics. https://doi.org/10.36487/ACG_rep/1104_12_Sofra.

Somogyi, F., and Gray, D., 1977. "Engineering Properties Affecting Disposal of Red Muds,"

Standard Test Methods for Specific Gravity of Soil Solids by Water Pycnometer. (2023). Consulté 15 janvier 2026, à l'adresse https://store.astm.org/d0854-14.html.

Steffe, J. F. (1996). Rheological Methods in Food Process Engineering. https://fr.scribd.com/document/165167474/Rheological-Methods-in-Food-Process-Engineering-2nd-Edition.

Stokes, G. (1851). On the effect of the internal friction of fluids on the motion of pendulums. Transactions of the Cambridge Philosophical Society, Part II, 9, 8-106.

Stormont, J.C., & Farfan, E. (2005). Stability evaluation of a mine waste pile. Environmental and Engineering Geoscience, 11(1), 43-52. https://doi.org/10.2113/11.1.43.

Turton, R., & Levenspiel, O. (1986). A short note on the drag correlation for spheres. Powder Technology, 47(1), 83-86. https://doi.org/10.1016/0032–5910(86)80012-2.

Uhlherr, P., Guo, J., Fang, T., & Tiu, C. (2002). Static measurement of yield stress using a cylindrical penetrometer. Korea-Australia Rheology Journal.University of Michigan, pp. 1-22.

Valentik, L., & Whitmore, R. (1965). The terminal velocity of spheres in Bingham plastics. British Journal of Applied Physics, 16(8), 1197. https://doi.org/10.1088/0508–3443/16/8/320.

Van Niekerk, H. J., & Viljoen, M. J. (2005). Causes and consequences of the Merriespruit and other tailings-dam failures. Land Degradation & Development, 16, 201–212. https://doi.org/10.1002/ldr.681.

Vick, S. G. (1990). Planning, Design, and Analysis of Tailings Dams. BiTech Publishers Ltd. https://doi.org/10.14288/1.0394902.

Volpe, R., 1979. "Physical and Engineering Properties of Copper Tailings," Current Geotechnical Practice in Mine Waste Disposal, ASCE, pp. 242–260.

Wahler, W. A., and Assoc., 1974. "Evaluation of Mill Tailings Disposal Practices and Potential Dam Stability Problems in Southwestern United States," U.S. Bureau of Mines, OFR50(1)-75-OFR50(5)-75.

Watson, A. H., Corser, P. G., Garces Pardo, E. E., Lopez Christian, T. E., Vandekeybus, J., Jewell, R., & Fourie, A. B. (2010). A comparison of alternative tailings disposal methods - The promises and realities (p. 499–514). Mine Waste 2010: First International Seminar on the Reduction of Risk in the Management of Tailings and Mine Waste, 2010–29 September - 1 October, Perth. Australian Centre for Geomechanics. https://doi.org/10.36487/ACG_rep/1008_41_Watson.

Wickland, B. E., Wilson, G. W., Wijewickreme, D., & Klein, B. (2006). Design and evaluation of mixtures of mine waste rock and tailings. Canadian Geotechnical Journal, 43(9), 928–945. https://doi.org/10.1139/t06-058.

Wickland, B.E., Wilson, G.W. (2005). “Self-weight consolidation of mixtures of mine waste rock and tailings”, Can. Geotech. J., Vol. 42, 2005, pp. 327–339. References Scientific Research Publishing. https://doi.org/10.1139/t04-108.

Williams, D. john. (2021). Lessons from Tailings Dam Failures—Where to Go from Here? https://www.mdpi.com/2075–163X/11/8/853.

Williams, D.J. (2000). Assessment of embankment parameters. In Slope Stability in Surface Mining, Society for Mining Metallurgy. pp. 275–284.

WISE. (2025). Chronology of major tailings dam failures. Récupéré sur https://www.wise-uranium.org/mdaf.html.

Zabolotnii, E., Morgenstern, N., & Wilson, G. (2022). Mechanism of failure of the Mount Polley Tailings Storage Facility. Canadian Geotechnical Journal, 59. https://doi.org/10.1139/cgj-2021–0036.

Zhang, Y. (2024). Investigation of the natural mixing behavior of dumped waste rock and paste backfill. Thèse de doctorat, Polytechnique Montréal, Montréal. Récupéré sur https://publications.polymtl.ca/59207/.

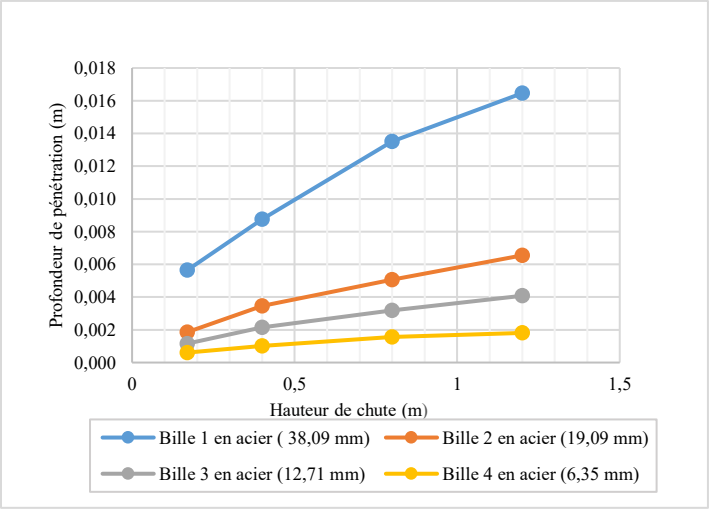
Zhang, Y., & Li, L. (2023). Introduction and implementation of fluid forces in a DEM code for simulating particle settlement in fluids. Powder Technology, 433, 119238. https://doi.org/10.1016/j.powtec.2023.119238.

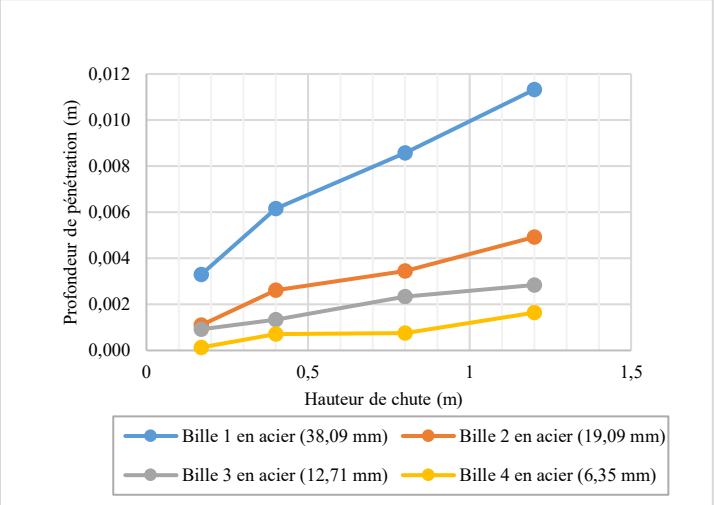
ANNEXE A LES MÉTHODES DE MESURE DE PROFONDEUR DE PÉNÉTRATION ET LES DÉVELOPPEMENTS DE LA SOLUTION

Méthodes de mesure de profondeur de pénétration

- **Méthode de mesure avec pique en bois**

Cette méthode est la moins fiable la précision est de l'ordre de 1 cm. Elle a été la première utilisée avec l'argile seulement, Elle consiste à introduire le cordon dans la zone d'enfoncement de la bille, puis à marquer cette profondeur par un stylet noir, puis à mesurer cette longueur à l'aide d'une règle, cette méthode n'est pas toujours fiable, car lors l'arrachement de bille de l'argile, cette action perturbe l'argile, surtout lorsqu'il est mou, comme conséquence la profondeur de pénétration mesurée est souvent sous-estimée. Les résultats de mesure avec cette méthode sont présentés dans les figures ci-dessous.





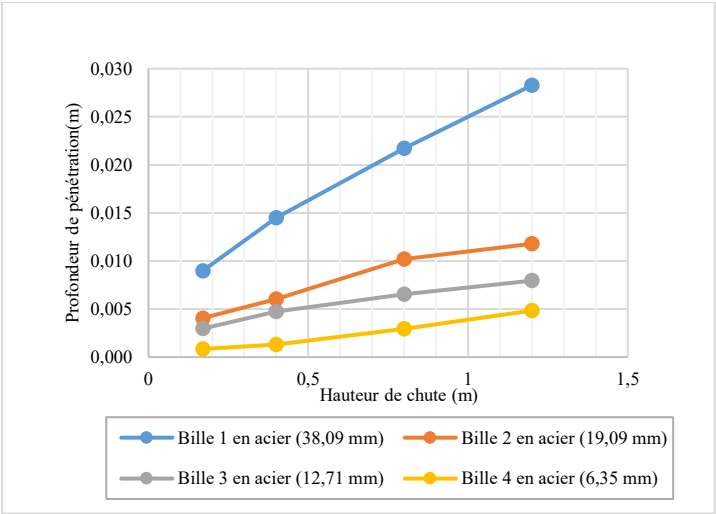
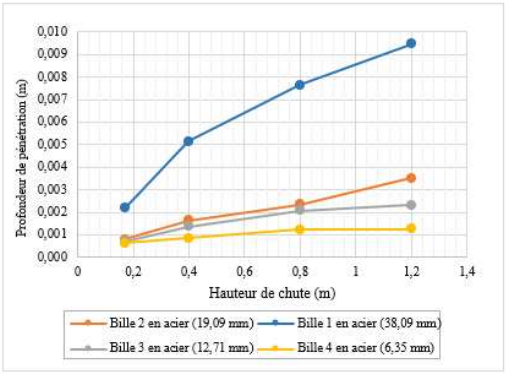
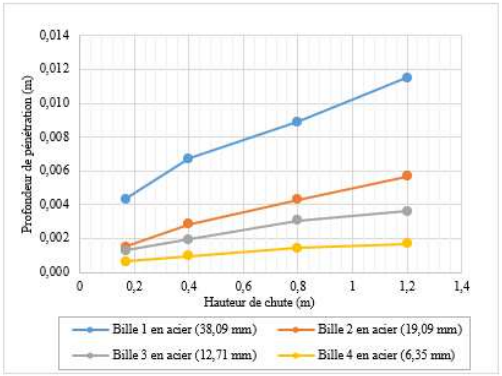


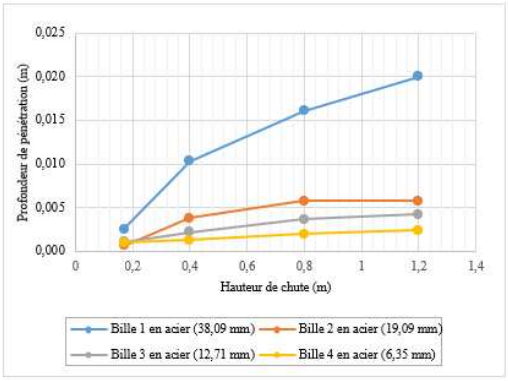
Figure A.1 : Variation de profondeur de pénétration en fonction de hauteur de chute pour la teneur en eau respectivement : w = 43%; (b) w = 34%; (c) w = 31%

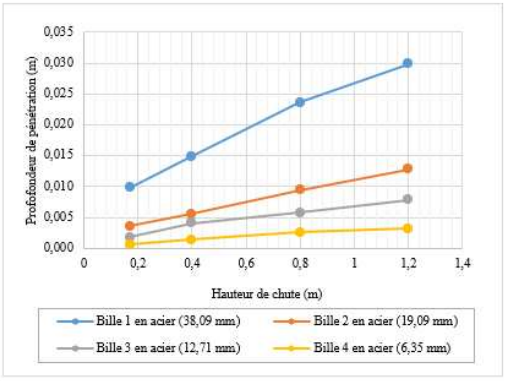
- **Méthode de mesure en utilisant des barres parallèles et une tige montée dans un cône suédois**

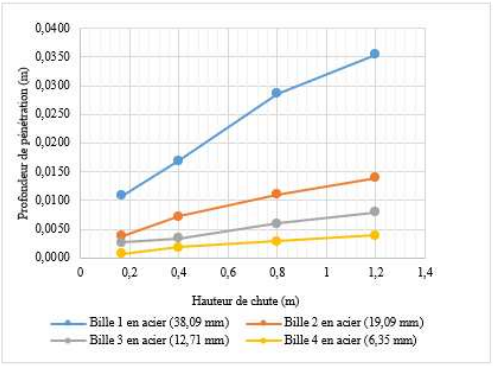
Cette méthode a été développée pour améliorer la fiabilité de la mesure de la profondeur de pénétration. Elle consiste à calibrer la tige insérée dans le cône suédois avec des barres parallèles ayant une épaisseur égale au diamètre de la bille. En mettant une série de barres parallèles sur le bord de la colonne, tout en nivelant la surface d'argile dans la colonne, la tige est ensuite descendue jusqu'à être en contact avec les barres parallèles. À ce moment, les barres sont déplacées avec un léger mouvement. Ensuite, la chute de la bille est effectuée de la même manière que mentionné précédemment. Après la chute, la colonne est placée sous la tige; celle-ci est libérée lorsqu'elle entre en contact avec la bille en cliquant sur le bouton, puis la lecture de l'aiguille permet de connaître la profondeur de pénétration. Cette méthode est plus précise, avec une précision de l'ordre du millimètre. Toutefois, il a été constaté que les barres parallèles ne sont pas parfaitement égales au diamètre de chaque bille et que les déplacements de la colonne pendant les différentes étapes de mesure peuvent entraîner une pénétration supplémentaire de la bille dans le matériau. Afin de limiter ces sources d'incertitude, une nouvelle méthode a été utilisée dans la section suivante.

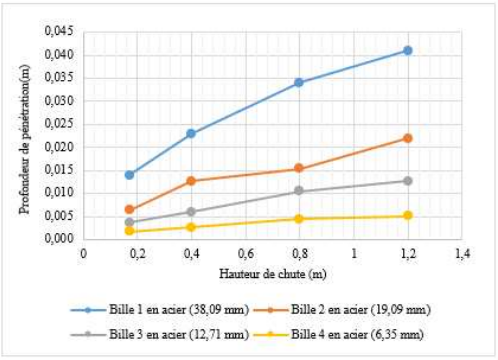

Profondeur de pénétration (m)
Hauteur de chute (m)
Bille 2 en acier (19,09 mm)
Bille 1 en acier (38,09 mm)
Bille 3 en acier (12,71 mm)
Bille 4 en acier (6,35 mm)

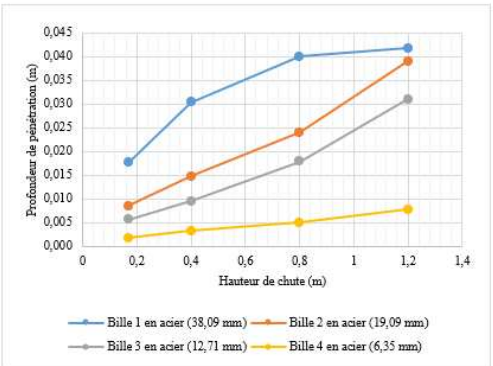

Profondeur de pénétration (m)
Hauteur de chute (m)
Bille 1 en acier (38,09 mm)
Bille 2 en acier (19,09 mm)
Bille 3 en acier (12,71 mm)
Bille 4 en acier (6,35 mm)

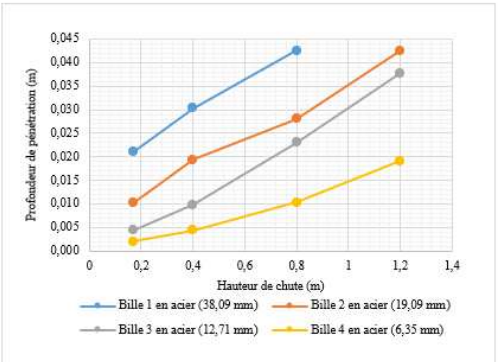

Profondeur de pénétration (m)
Hauteur de chute (m)
Bille 1 en acier (38,09 mm)
Bille 2 en acier (19,09 mm)
Bille 3 en acier (12,71 mm)
Bille 4 en acier (6,35 mm)


Profondeur de pénétration (m)
Hauteur de chute (m)
Bille 1 en acier (38,09 mm)
Bille 2 en acier (19,09 mm)
Bille 3 en acier (12,71 mm)
Bille 4 en acier (6,35 mm)


Profondeur de pénétration (m)
Hauteur de chute (m)
Bille 1 en acier (38,09 mm)
Bille 2 en acier (19,09 mm)
Bille 3 en acier (12,71 mm)
Bille 4 en acier (6,35 mm)


Profondeur de pénétration(m)
Hauteur de chute (m)
Bille 1 en acier (38,09 mm)
Bille 2 en acier (19,09 mm)
Bille 3 en acier (12,71 mm)
Bille 4 en acier (6,35 mm)


Profondeur de pénétration (m)
Hauteur de chute (m)
Bille 1 en acier (38,09 mm)
Bille 2 en acier (19,09 mm)
Bille 3 en acier (12,71 mm)
Bille 4 en acier (6,35 mm)


Profondeur de pénétration (m)
Hauteur de chute (m)
Bille 1 en acier (38,09 mm)
Bille 2 en acier (19,09 mm)
Bille 3 en acier (12,71 mm)
Bille 4 en acier (6,35 mm)

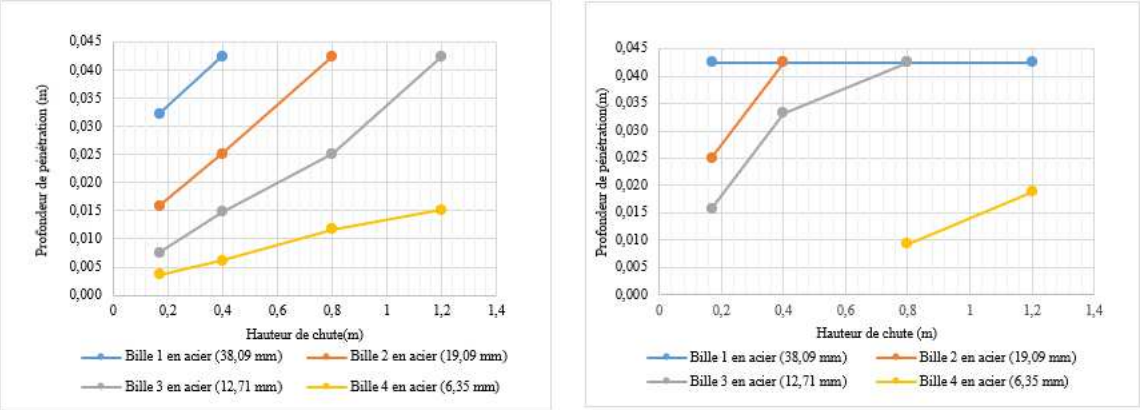


Figure A. 2 : Variation de profondeur de pénétration en fonction de hauteur de chute pour la teneur en eau respectivement : w = 30,89%; w = 32,47%; w = 39%; w = 43,54%; w = 44,31%; w = 48,2%; w = 55,66%; w = 61,28%; w = 64,42%

- **Méthode de mesure en utilisant pied à coulisse verticale**

La mesure a été effectuée à l'aide d'un pied à coulisse numérique vertical équipé d'un câble droit en acier. Tout d'abord, la surface du matériau dans le moule est nivelée afin d'obtenir une surface de référence plane. Ensuite, le câble est descendu jusqu'à ce que la pointe soit en contact avec cette surface; à ce moment, la valeur affichée est remise à zéro et le câble est relevé. Après la chute de la bille, la pointe est abaissée jusqu'à ce qu'elle touche la bille, moment auquel la valeur affichée correspond à la profondeur de pénétration de la bille. En effet, les deux premières méthodes ont été utilisées pour les essais avec l'argile et les billes, tandis que la troisième méthode a été utilisée pour les essais avec des argiles ou des RM. Chaque test est répété jusqu'à ce qu'une profondeur de pénétration d'environ un diamètre de bille soit atteinte.

• Méthode d'évaluation visuelle de la profondeur de pénétration

Cette méthode est la plus simple et est basée sur l'observation visuelle. Elle est utilisée pour les RS, après que l'équation développée pour les billes sphériques a été validée. À cette étape, la mesure de la profondeur de pénétration est très complexe en raison des formes variables. Le degré de mélange entre les RS déversées et les RM est jugé visuellement, selon un critère qui sera expliqué dans la suite de l'annexe A.

- **A.1 Développement du critère de mélange et de la solution analytique**

Au début, les essais ont été réalisés avec des RM et des RS. Cependant, des difficultés sont rapidement apparues en raison des propriétés complexes des RM. En effet, les RM en pulpe sont très instables à cause de leur sédimentation et de leur consolidation rapide. De plus, les RS présentent une granulométrie très étalée et des formes de particules très irrégulières. Pour ces raisons, les essais de mélange ont d'abord été réalisés avec de l'argile et des billes sphériques afin de réduire le nombre de facteurs d'incertitude et de valider et calibrer la solution analytique, qui pourra ensuite être adaptée aux RM et aux RS. Les essais préliminaires de chute ont été réalisés avec des argiles et des billes de diamètres d = 38,09 mm, 19,09 mm, 12,71 mm et 6,35 mm, comme mentionné précédemment. Cette première série d'essais a été effectuée en faisant varier les paramètres suivants :

• la teneur en eau (de 31% à 43%, avec des variations de 2 à 5%)

• la hauteur de chute H (1,2; 0,8; 0,4 et 0,17 m)

Après chaque essai, la profondeur de pénétration a été mesurée à l'aide de la pique en bois. Les profondeurs mesurées sont d'environ un cinquième du diamètre et un diamètre de bille pour les hauteurs de chute utilisées (méthode avec pique : Tableaux A.1 à A.3; méthode du cône suédois : Tableaux A.4 et A.5).

Tableau A.1 : Hauteur de chute équivalente pour avoir une profondeur de pénétration à peu près égale un cinquième de diamètre de bille à une teneur en eau w = 31%

		Teneur en eau : w = 31%	
	Un cinquième de diamètre (m)	Profondeur de pénétration (m)	Hauteur de chute (m)
Bille 1	0,007618	0,00857	
Bille 2	0,003818	0,00492	0,8
Bille 3	0,002542	0,00284	1,2
Bille 4	0,001227		1,2

Tableau A. 1 : Hauteur de chute équivalent pour avoir une profondeur de pénétration à peu près égale un cinquième de diamètre de bille à une teneur en eau w = 34%

		Teneur en eau : w = 34%	
	Un cinquième de diamètre (m)	Profondeur de pénétration (m)	Hauteur de chute (m)
Bille 1	0,007618		
Bille 2	0,003818		
Bille 3	0,002542	0,00319	0,8
Bille 4	0,001227	0,00101	0,4

Tableau A. 2 : Hauteur de chute équivalent pour avoir une profondeur de pénétration à peu près égale un cinquième de diamètre de bille à une teneur en eau w = 43%

		Teneur en eau : w = 43%	
	Un cinquième de diamètre (m)	Profondeur de pénétration (m)	Hauteur de chute (m)
Bille 1	0,007618		
Bille 2	0,003818	0,00405	0,17
Bille 3	0,002542	0,00296	0,17
Bille 4	0,001227	0,0013	0,4

Tableau A. 3 : Hauteur de chute de la bille pour avoir 1/5 diamètre de la bille comme pénétration déterminée par interpolation/extrapolation

	Borne inférieure (1/5 diamètre de bille)	
	Teneur en eau w (%)	Hauteur de chute (m)
Bille 1 en acier	30,89	0,86
	32,47	0,56
	39	0,32
	43,52	0,05
Bille 2 en acier	30,89	1,3
	32,47	0,67
	39	0,41
	43,52	0,2
Bille 3 en acier	30,89	1,59
	32,47	0,62
	39	0,5
	43,52	0,25
Bille 4 en acier	30,89	1,01
	32,47	0,64
	39	0,35
	43,52	0,37

Tableau A. 4 : Hauteur de chute de la bille pour avoir une fois le diamètre de la bille comme pénétration déterminée par interpolation / extrapolation

	Borne supérieure (une fois diamètre de bille)	
	Teneur en eau *w* (%)	Hauteur de chute (m)
Bille 1 en acier	55,6	0,72
	61,28	0,66
	64,42	0,3
Bille 2 en acier	48,2	1,03
	55,66	0,59
	61,28	0,39
	64,42	0,25
	73,34	0,09
Bille 3 en acier	48,2	1,2
	55,66	0,55
	61,28	0,49
	64,42	0,33
	73,34	0,13
Bille 4 en acier	48,2	1,57
	55,66	0,97
	61,28	0,52
	64,42	0,4
	73,34	0,1

Le critère que on a établi est subjectif; on voit bien que ce n'est pas nécessairement le cas pour toutes les teneurs en eau et pour chaque bille d'obtenir un cinquième du diamètre de la bille avec les hauteurs utilisées.

C'est une profondeur très petite, difficile à mesurer; ainsi, la méthode utilisée n'est pas fiable, comme illustré dans la figure A.3 par comparaison avec la deuxième méthode. Cette figure présente l'écart de profondeur de pénétration mesuré entre la première méthode et la deuxième méthode pour la bille 3

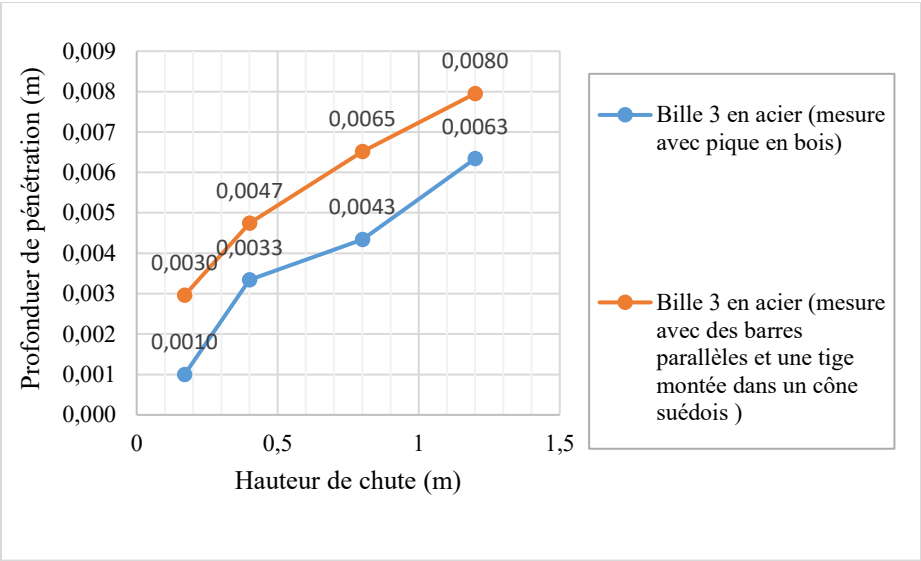


Figure A. 3 : Écart de mesure de la profondeur de pénétration entre la première méthode et la deuxième méthode pour la bille 3 (w = 43%)

La deuxième approche qui a été adoptée pour établir le critère de mélange est l'amélioration de la fiabilité de la méthode de mesure de la profondeur de pénétration des billes par l'utilisation des barres parallèles et d'une tige montée dans un cône suédois. Deuxièmement, deux bornes ont été établies : la borne inférieure est équivalente à un cinquième du diamètre de la bille utilisée, et la borne supérieure correspond à une profondeur de pénétration égale à une fois le diamètre de la bille. La borne supérieure est la limite au-delà de laquelle on juge qu'il y a mélange entre le matériau, la bille et l'argile. Cette fois, les bornes ont été déterminées en utilisant l'extrapolation et l'interpolation d'un cinquième et d'un diamètre à partir des profondeurs de pénétration obtenues pour les hauteurs mentionnées précédemment (1,2; 0,8; 0,4; 0,17 m). Les résultats des profondeurs de pénétration ainsi que des extrapolations et interpolations de la hauteur de chute sont présentés dans la suite de cette partie.

Parallèlement, la résistance au cisaillement de l'argile a été mesurée pour chaque teneur en eau utilisée en se basant sur la norme CAN/BNQ 2501-110. L'argile utilisée dans les essais est remaniée. Premièrement, le matériau est homogénéisé à l'aide de deux spatules, puis placé dans un récipient en acier à l'aide d'une spatule afin d'éliminer les bulles d'air. Ensuite, la surface est lissée pour obtenir une surface plane. Le récipient est ensuite placé sur la plateforme du pénétromètre, et le cône, choisi selon la teneur en eau du matériau (si la pénétration dépasse 20 mm, on remplace le cône utilisé par un cône plus petit), est mis en contact avec la surface de l'argile. Le cône est ensuite

lâché (figure A.4). Après cinq secondes, la valeur obtenue est notée. Deux séries de trois pénétrations ont été effectuées pour chaque matériau. La résistance au cisaillement non drainée est calculée à partir de la formule suivante :

$$C_u = \frac{9{,}8*k*m}{\overline{P^2}} \quad \text{(A.1)}$$

Avec,

m : Masse de cône (g)

k : Constante de cône (g)

$\overline{P^2}$: Valeur moyenne des carrés de pénétration (mm)



Figure A.4 : Mesure de la résistance au cisaillement non drainée de l'argile en utilisant le cône suédois

Les mesures expérimentales ainsi obtenues et utilisées dans le calcul de la résistance au cisaillement sont présentées dans les tableaux ci-dessous. La figure A.5 présente la variation de la résistance au cisaillement non drainée en fonction de la teneur en eau.

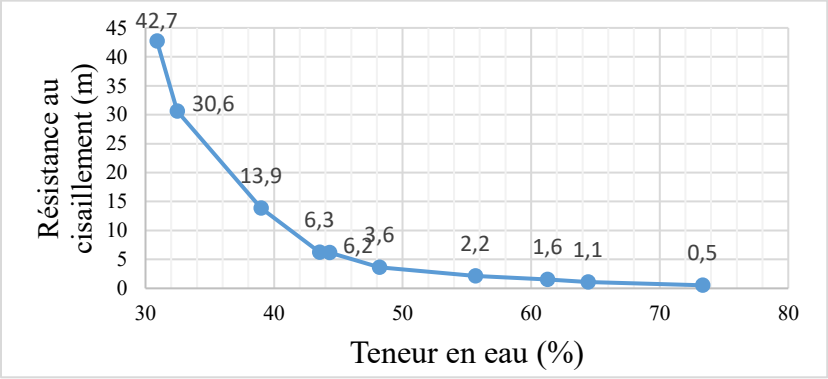


Figure A.5 : Résistance au cisaillement non drainée en fonction de teneur en eau

Tableau A.5 : Mesure de la résistance au cisaillement non drainée avec le cône suédois pour une teneur en eau w = 30,89%

Essai 1	Profondeur initiale L_0 (mm)	L_f (mm)	L^2	L^2_{moy}
Série 1	0	4,66	21,72	22,98
	0	4,67	21,81	
	0	4,56	20,79	
Série 2	0	4,77	22,75	
	0	4,8	23,04	
	0	4,81	23,14	
K	1			
Masse de cône (g)	100			
Cu (kPa)	42,70			
Teneur en eau (%)	30,89			

Tableau A.6 : Mesure de la résistance au cisaillement non drainée avec le cône suédois pour une teneur en eau w = 32,47%

Essai 2	Profondeur initiale L_0 (mm)	L_f (mm)	L^2	L^2_{moy}
Série 1	0	5,76	33,18	32,02
	0	5,5	30,25	
	0	5,54	30,69	
Série 2	0	5,38	28,94	
	0	5,6	31,36	
	0	5,98	35,76	
K	1			
Masse de cône (g)	100			
Cu (kPa)	30,64			
Teneur en eau (%)	32,47			

Tableau A.7 : Mesure de la résistance au cisaillement non drainée avec le cône suédois pour une teneur en eau w = 39%

Essai	Profondeur initiale L_0 (mm)	L_f (mm)	L^2	L^2_{moy}
Série 1	0	3,76	14,14	12,72
	0	3,45	11,90	
	0	3,6	12,96	
Série 2	0	3,61	13,03	
	0	3,55	12,60	
	0	3,54	12,53	
K	0,3			
Masse de cône (g)	60			
Cu (kPa)	13,88			
Teneur en eau (%)	39			

Tableau A.8 : Mesure de la résistance au cisaillement non drainée avec le cône suédois pour une teneur en eau w = 43,54%

Essai	Profondeur initiale L_0 (mm)	L_f (mm)	L^2	L^2_{moy}
Série 1	0	5,16	26,63	28,23
	0	5,18	26,83	
	0	5,03	25,30	
Série 2	0	5,33	28,41	
	0	5,26	27,67	
	0	5,35	28,62	
K	0,3			
Masse de cône (g)	60			
Cu (kPa)	6,25			
Teneur en eau (%)	43,54			

Tableau A.9 : Mesure de la résistance au cisaillement non drainée avec le cône suédois pour une teneur en eau w = 44,31%

Essai	Profondeur initiale L_0 (mm)	L_f (mm)	L^2	L^2_{moy}
Série 1	0	5,2	27,04	28,67
	0	5,04	25,40	
	0	5,11	26,11	
Série 2	0	5,24	27,46	
	0	5,35	28,62	
	0	5,47	29,92	
K	0,3			
Masse de cône (g)	60			
Cu (kPa)	6,16			
Teneur en eau (%)	44,31			

Tableau A.10 : Mesure de la résistance au cisaillement non drainée avec le cône suédois pour une teneur en eau w = 48,2%

Essai	Profondeur initiale L_0 (mm)	L_f (mm)	L^2	L^2_{moy}
Série 1	0	6,98	48,72	48,45
	0	6,84	46,79	
	0	7,06	49,84	
Série 2	0	6,96	48,44	
	0	7,05	49,70	
	0	6,87	47,20	
K	0,3			
Masse de cône (g)	60			
Cu (kPa)	3,64			
Teneur en eau (%)	48,2			

Tableau A.11 : Mesure de la résistance au cisaillement non drainée avec le cône suédois pour une teneur en eau w = 55,66%

Essai	Profondeur initiale L_0 (mm)	L_f (mm)	L^2	L^2_{moy}
Série 1	0	8,78	77,09	81,84
	0	8,94	79,92	
	0	9	81,00	
Série 2	0	9,01	81,18	
	0	9,04	81,72	
	0	9,09	82,63	
K	0,3			
Masse de cône (g)	60			
Cu (kPa)	2,16			
Teneur en eau (%)	55,66			

Tableau A. 12 : Mesure de la résistance au cisaillement non drainée avec le cône suédois pour une teneur en eau w = 61,28%

Essai	Profondeur initiale L_0 (mm)	L_f (mm)	L^2	L^2_{moy}
Série 1	0	10,25	105,06	113,23
	0	10,44	108,99	
	0	10,39	107,95	
Série 2	0	10,8	116,64	
	0	10,49	110,04	
	0	10,63	113,00	
K	0,3			
Masse de cône (g)	60			
Cu (kPa)	1,56			
Teneur en eau (%)	61,28			

Tableau A.13 : Mesure de la résistance au cisaillement non drainée avec le cône suédois pour une teneur en eau w = 64,42%.

Essai	Profondeur initiale L_0 (mm)	L_f (mm)	L^2	L^2_{moy}
Série 1	0	12,24	149,82	159,70
	0	12,95	167,70	
	0	12,52	156,75	
Série 2	0	12,48	155,75	
	0	12,79	163,58	
	0	12,64	159,77	
K	0,3			
Masse de cône (g)	60			
Cu (kPa)	1,11			
Teneur en eau (%)	64,42			

Tableau A.14 : Mesure de la résistance au cisaillement non drainée avec le cône suédois pour une teneur en eau w = 73,34%

Essai	Profondeur initiale L_0 (mm)	L_f (mm)	L^2	L^2_{moy}
Série 1	0	7,21	51,98	55,33
	0	7,33	53,73	
	0	7,29	53,14	
Série 2	0	7,22	52,13	
	0	7,51	56,40	
	0	7,58	57,46	
K	0,3			
Masse de cône (g)	10			
Cu (kPa)	0,53			
Teneur en eau (%)	73,34			

En effet, le but de ces essais est de déterminer l'énergie cinétique permise afin d'avoir un minimum de mélange en fonction de la variation de la résistance au cisaillement non drainée.

Par la suite, on a supposé que l'énergie d'impact est égale à l'énergie cinétique :

$$E_c = \frac{mV_T^2}{2} \tag{A.2}$$

Avec,

m : Masse de la billes (kg)

V : Vitesse terminale de la bille dans le vide ou dans l'air (m/s)

L'énergie cinétique est calculée en fonction de la vitesse de la bille en chute libre et de la masse de bille. Dans cette étude, le premier modèle, consiste à simuler la chute de la bille dans le vide; par la suite, la vitesse est calculée par la formule suivante :

$$V_T = \sqrt{2gH} \tag{A.3}$$

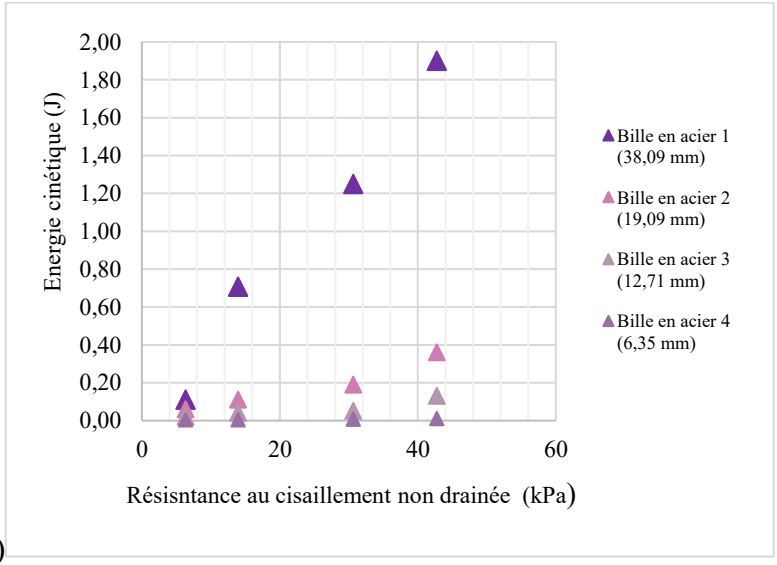
Avec,

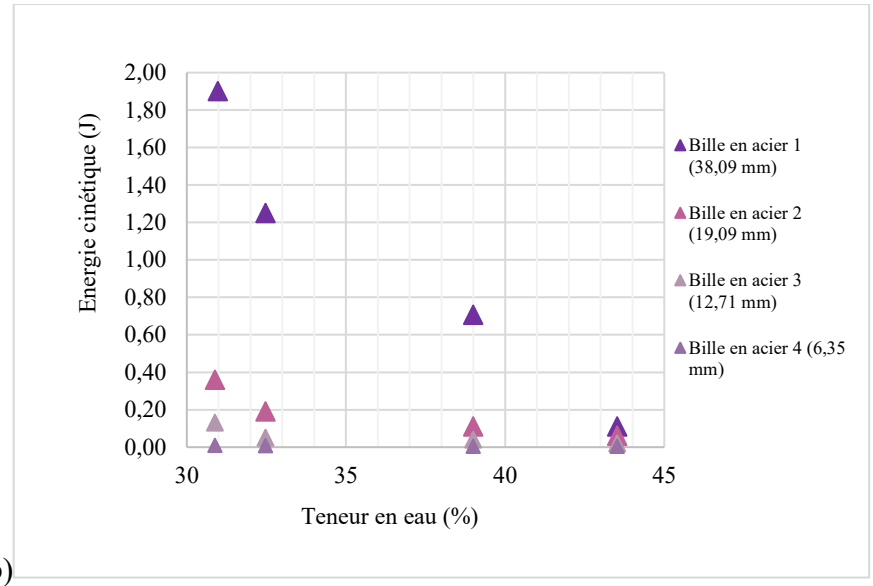
g : Accélération de la pesanteur (m/s^2)

H : Hauteur de chute (m)

Les figures A.6 et A.7 présentent l'énergie cinétique calculée en utilisant le modèle 1 en fonction de la résistance au cisaillement non drainée des argiles ainsi que la teneur en eau sont présentés :

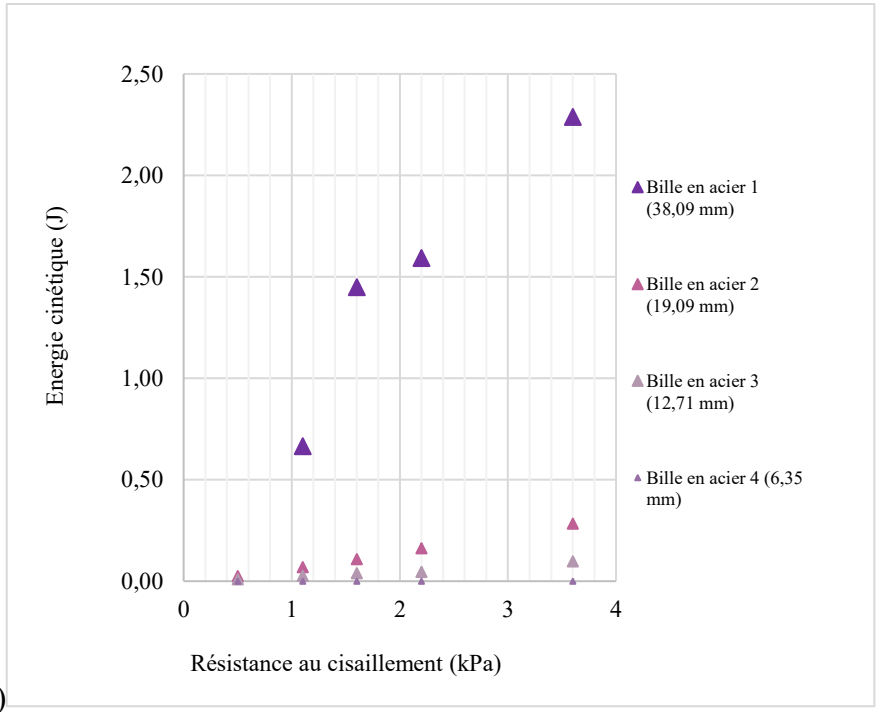
(a)





(b)

Figure A.6 : (a) Variation d'énergie cinétique en fonction de la résistance au cisaillement non drainée pour la borne inférieure, (b) Variation d'énergie cinétique en fonction de la teneur en eau pour la borne inférieure



(a)

(b)

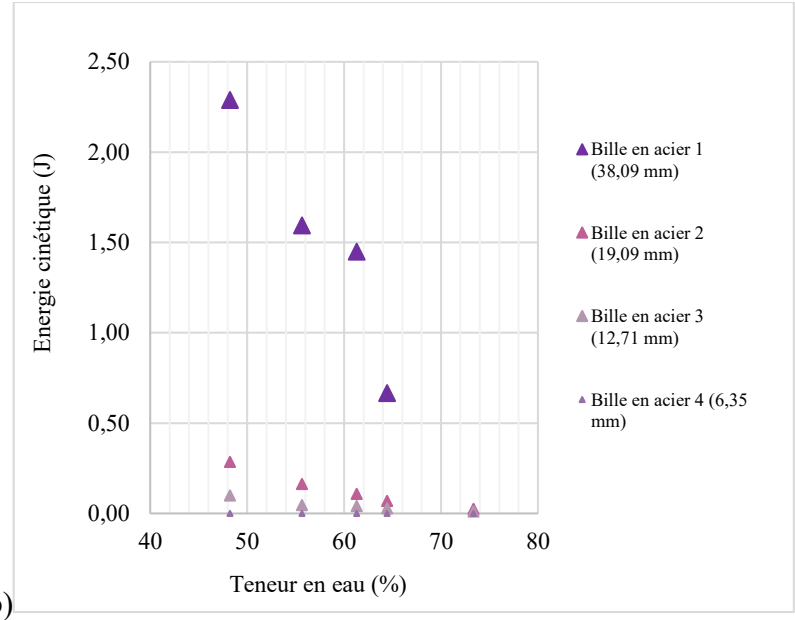


Figure A.7 : (a) Variation d'énergie cinétique en fonction de la résistance au cisaillement non drainée pour la borne supérieure, (b) Variation d'énergie cinétique en fonction de la teneur en eau pour la borne supérieure

Selon notre hypothèse, on s'attendait à obtenir l'énergie cinétique des billes en fonction de la résistance au cisaillement ou de la teneur en eau dans une seule courbe, mais ce n'était pas le cas.

Un deuxième modèle a été développé en prenant en compte l'effet du frottement de la bille avec l'air afin d'optimiser la solution. La vitesse de la bille dans l'air est déterminée en se basant sur la deuxième loi de Newton :

$$W - F_1 = ma \tag{A.4}$$

Avec,

W : Force de gravité (N)

F_1 : Force de trainée (N)

a_a : Accélération (m/s^2)

L'expression de la force de trainée d'une particule sphérique en mouvement dans un fluide newtonien est la suivante (Bokharaeian, Naderi, & Csamer, 2021), (Zhang & Li, 2023) :

$$F_1 = \frac{1}{2}\rho_a C_{da} \pi R^2 V^2 \tag{A.5}$$

Avec,

R : Rayon de bille (m)

ρ_a : Masse volumique de l'air (kg/m^3)

C_{da} : Coefficient de trainée (C_{da} = 0,47)

La force de gravitation de bille est exprimée par l'expression suivante :

$$W = mg \tag{A.6}$$

La substitution des équations (A.6) et (A.5) dans l'équation (A.4) donne :

$$mg - \frac{1}{2}\rho_a C_{da}\pi R^2 V^2 = ma \tag{A.7}$$

L'accélération d'un objet est exprimée comme suit :

$$a_a = \frac{dV}{dt} = \frac{dV}{\frac{dz}{V}} = \frac{V\,dV}{dz} \tag{A.8}$$

En substituant l'équation (A.8) dans l'équation (A.7) on obtient :

$$mg - \frac{1}{2}\rho_a C_{da}\pi R^2 V^2 = m\frac{VdV}{dz} \tag{A.9}$$

$$\frac{dV^2}{dz} + \frac{\rho_a C_{da}\pi R^2}{m} V^2 = 2g \tag{A.10}$$

La solution d'une équation différentielle de ce type est la suivante :

$$y = e^{-\int p(x)dx}\left\{\int q(x) e^{\int p(x)dx} dx + B\right\} \tag{A.11}$$

$$V^2 = y = e^{-\int \frac{\rho_a C_{da}\pi R^2}{m} dz}\left\{\int 2g\, e^{\int \frac{\rho_a C_{da}\pi R^2}{m} dz} dz + B\right\} \tag{A.12}$$

Les intégrales de l'équation (A.12) sont calculées manuellement et vérifiées à l'aide de calcul d'intégrale par Excel.

L'intégrale de premier terme est égale :

$$e^{-\int \frac{\rho_a C_d a\pi R^2}{m} dz} = e^{-\frac{\rho_a C_d \pi R^2}{m} z} \tag{A.13}$$

L'intégrale du deuxième terme est égale :

$$\int 2ge^{\int \frac{\rho_a C_{da} \pi R^2}{m} dz} dz = \frac{2gm}{\rho_a C_{da} \pi R^2} e^{\frac{\rho_a C_{da} \pi R^2 z}{m}} \quad \text{(A.14)}$$

$$V = \sqrt{\frac{2\,g\,m}{\rho_{air}\,C_d\,\pi\,R^2}\left(1 - e^{-\frac{\rho_{air}\,C_d\,\pi\,R^2\,Z}{m}}\right)} \quad \text{(A.15)}$$

L'équation (A.15) est utilisée pour déterminer l'énergie cinétique admissible afin d'éviter le mélange. Les figures A.8(a) et A.8(b) présentent les variations de l'énergie cinétique en fonction de la résistance au cisaillement et de la teneur en eau. Les résultats de ce modèle ne montrent pas d'amélioration significative; ils sont similaires à ceux obtenus avec le modèle 1.

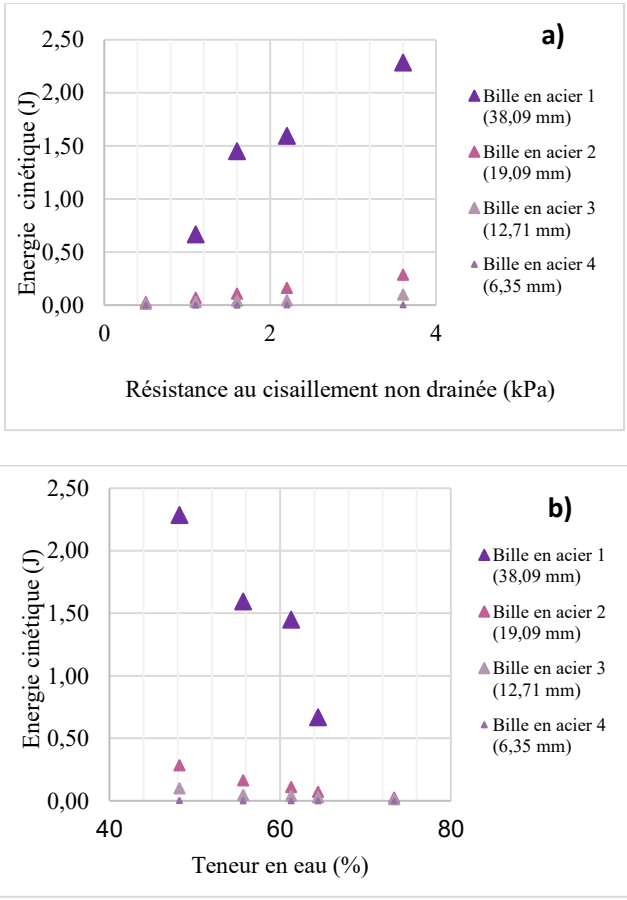


Figure A.8 : (a) variation d'énergie cinétique en fonction de la résistance au cisaillement non drainée pour la borne supérieure, (b) variation d'énergie cinétique en fonction de la teneur en eau pour la borne supérieure

À cette étape, la borne supérieure (une fois le diamètre de la bille comme profondeur de pénétration) était choisie pour juger s'il n'y avait pas de mélange; la borne inférieure a été éliminée,

car elle était trop subjective comme critère. Dans cette section, la méthodologie des essais expérimentaux va être modifiée afin d'obtenir des essais avec moins d'incertitudes. Cette amélioration se manifeste par le fait d'effectuer la chute des billes à différentes hauteurs jusqu'à atteindre la hauteur critique équivalente à une pénétration égale à un diamètre de bille. En effet, les méthodes d'interpolation et surtout d'extrapolation ne donnent pas nécessairement des résultats fiables. De plus, la méthode de mesure de la profondeur de pénétration va être changée pour une méthode avec moins d'incertitudes, soit la méthode de mesure utilisant un pied à coulisse vertical. En outre, la hauteur de chute critique va remplacer l'énergie cinétique dans la relation qui sera établie, car elle est plus directement mesurable. La résistance au cisaillement non drainée sera remplacée par la teneur en eau, puisque pour des matériaux comme les RM en pulpe ou en pâte, on considère davantage les propriétés rhéologiques (seuil de cisaillement et viscosité) que la résistance au cisaillement. En effet, la mesure de ces propriétés reste un défi en raison des variations des protocoles de mesure et du degré de fiabilité des mesures pour des matériaux complexes, dont le comportement varie en fonction du type de résidus. En outre, les modèles précédents montrent que, lors du développement, il faut prendre en compte la phase de pénétration de la particule sphérique (bille) dans le matériau non newtonien (argile et RM), qui sont des matériaux de type Bingham. Dans cette partie, un troisième modèle a été développé, comportant deux phases : la chute libre dans l'air et la pénétration dans le matériau. Par la suite, deux révisions ont été apportées à ce modèle.

- **Pénétration de bille dans le fluide newtonien (Modèle 3)**

Dans ce modèle, l'équation de la vitesse est déterminée en prenant en compte l'effet de friction avec l'air et avec le fluide lors de la pénétration. Lors du développement, les billes ont été considérées comme des points.

En se basant sur la deuxième loi de Newton, les forces qui agissent sur une particule sphérique en pénétration dans l'argile sont la force de gravité, la force de trainée et la poussée d'Archimède :

$$W - F_2 - F_f = ma \tag{A.16}$$

Avec,

F_2 : Poussée d'Archimède (N)

F_f : Force de trainée dans un fluide newtonien (N)

La force de trainée F_f agit sur une particule sphérique dans un fluide, l'expression de cette force est :

$$F_f = \frac{1}{2}\frac{\gamma_f}{g} C_d \pi R^2 V^2 \quad \text{(A.17)}$$

Où, γ_f : Poids volumique saturé de fluide non newtonien (N/m^3)

La Poussée d'Archimède F_2 agit sur une particule sphérique est exprimée comme suit :

$$F_2 = \frac{4}{3}\pi R^3 \gamma_f \quad \text{(A.18)}$$

La substitution des équations (A.17), (A.18) et (A.6) dans l'équation (A.16) donne :

$$mg - \frac{1}{2}\frac{\gamma_f}{g} C_d \pi R^2 V^2 - \frac{4}{3}\pi R^3 \gamma_f = m a_s \quad \text{(A.19)}$$

L'expression de l'accélération a_s est en fonction de la profondeur de pénétration h et la vitesse de bille dans un matériau de Bingham.

$$a_s = \frac{dV}{dt} = \frac{dV}{\frac{dh}{V}} = \frac{V dV}{dh} \quad \text{(A.20)}$$

La substitution de l'équation (A.20) dans l'équation dans l'équation (A.19) donne :

$$g - \frac{\gamma_f C_d \pi R^2 V^2}{2gm} - \frac{4\pi R^3}{3m}\gamma_f = \frac{V dV}{dh} \quad \text{(A.21)}$$

La solution de l'équation différentielle est :

$$V^2 = e^{-\frac{\gamma_f C_d \pi R^2}{mg} h} \left\{ \frac{2g^2 m}{\gamma_f C_d \pi R^2} e^{\frac{\gamma_f C_d \pi R^2 h}{mg}} - \frac{8gR}{3C_d} e^{\frac{\gamma_f C_d \pi R^2 h}{mg}} + B \right\} \quad \text{(A.22)}$$

En remplaçant, B par son expression l'équation (A.22) devient :

$$V^2 = \left\{ \frac{2g^2 m}{\gamma_f C_d \pi R^2} - \frac{8gR}{3C_d} \right\} \left(1 - e^{-\frac{\gamma_f C_d \pi R^2}{mg} h} \right) + V_T^2 \, e^{-\frac{\gamma_f C_d \pi R^2}{m g} h} \quad \text{(A.23)}$$

Afin de tester la validité de l'équation, une série d'essais de chute des billes dans l'argile à une teneur en eau w = 51,95% a été réalisée. Les billes utilisées sont les mêmes billes utilisées dans les essais précédents (tableau A.16)

Tableau A.15 : Résultats de la hauteur de chute critique expérimentale des billes utilisées pour argile à une teneur en eau (w = 51,95%)

	Diamètre de bille en acier (m)	Hauteur de chute critique expérimentale (m)	Teneur en eau
Bille 1	0,03809	0,615	51,95
Bille 2	0,01909	0,79	51,95
Bille 3	0,01271	0,93	51,95
Bille 4	0,00635	1,09	51,95

L'équation de vitesse de la bille (A.23) contient un paramètre C_d qui doit être calibré, car, comme expliqué précédemment, ce paramètre est difficile à mesurer avec les matériaux utilisés. La calibration est réalisée en considérant que la vitesse terminale est égale à zéro dans l'argile pour une profondeur de pénétration égale à une fois le diamètre de la bille. Les résultats de calibration du coefficient de traînée sont présentés dans le tableau A.17.

Tableau A.16 : Résultats de calibration du coefficient de trainée

	Vitesse de pénétration V^2	Coefficient de trainée C_d
Bille 1	1,10E-07	2,06E+07
Bille 2	1,14E-07	9,88E+06
Bille 3	1,16E-07	6,51E+06
Bille 4	1,08E-07	3,54E+06

Les valeurs du coefficient de traînée obtenues par calibration présentent une tendance en fonction de la taille de la bille. Cette valeur devrait être constante pour des objets de même forme dans un même matériau. Ce résultat peut être expliqué par l'utilisation d'une force de traînée ne prenant pas en compte le seuil de cisaillement du fluide non newtonien, ainsi que par l'hypothèse utilisée lors du développement.

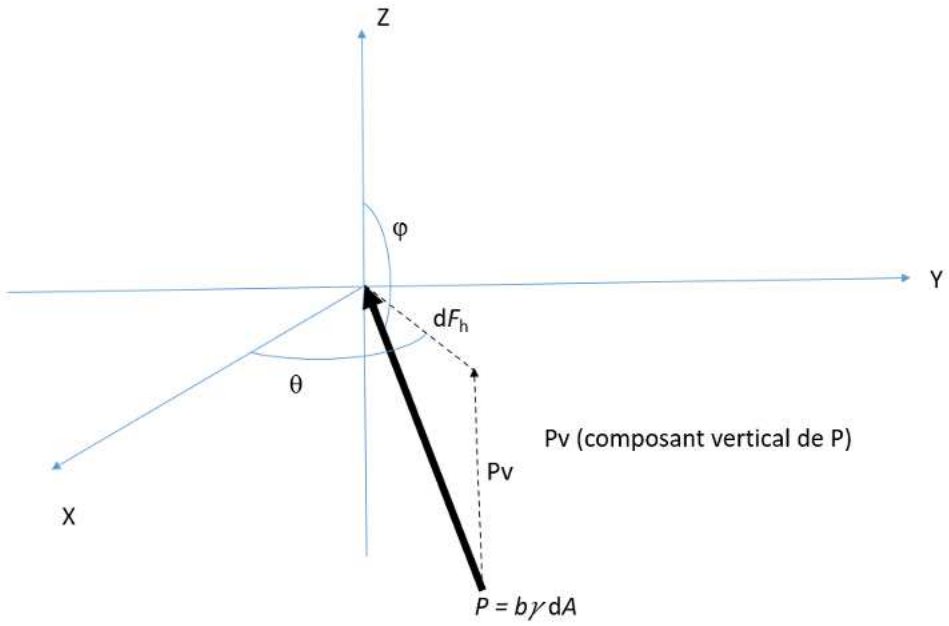
- **Révision du modèle 3 : Considérer la poussée d'Archimède des billes dans le sol comme des sphères avec des rayons au lieu des points et inclusion du seuil de cisaillement dans la force de trainée**

Cette révision est due principalement aux résultats de calibration du coefficient de traînée C_d du

modèle précédent. La même méthodologie va être suivie lors du développement de l'équation. L'optimisation consiste à utiliser la poussée d'Archimède des billes dans le matériau de type Bingham (argile) en les considérant comme des sphères de rayon R plutôt que comme des points, ainsi qu'à utiliser la force de traînée développée par Dedegil. La force de traînée F_3 agissant sur une particule sphérique dans un fluide non newtonien présentant un seuil de cisaillement est exprimée comme suit (Dedegil, 1987; Zhang & Li, 2023) :

$$F_3 = \pi R^2 \tau_y + \frac{1}{2}\frac{\gamma_f}{g} C_d \pi R^2 V^2 \tag{A.24}$$

Afin d'établir l'hypothèse selon laquelle la poussée d'Archimède agit sur une sphère réelle, cette force est exprimée en coordonnées cylindriques. Les étapes de développement sont les suivantes :



$$b = R\ cos\ (\pi - \varphi) - L \tag{A.25}$$

$$P = \gamma b \tag{A.26}$$

$$Pv = \gamma[\, R\ \ cos\ (\varphi) + l]\ cos(\varphi) \tag{A.27}$$

$$Pv = 4 \int_{\theta=0}^{\theta=\frac{\pi}{2}} \int_{\varphi=\pi-\cos^{-1}\frac{l}{R}}^{\varphi=\pi} \gamma(R\cos(\varphi) + l)\cos(\varphi)\ R^2 d\varphi \sin(\varphi)\ d\theta \tag{A.28}$$

$$Pv = 2\pi R^2 \int_{\varphi=\pi-\cos^{-1}\frac{l}{R}}^{\varphi=\pi} (R\,cos\,(\varphi) + l)cos\,(\varphi)\,sin\,(\varphi)\,d\varphi \quad (A.29)$$

$$Pv = 2\pi\gamma R^2 \int_{\varphi=\pi-\cos^{-1}\frac{l}{R}}^{\varphi=\pi} (R\,cos^2(\varphi) + l\cos(\varphi))\,sin\,(\varphi)\,d\varphi \quad (A.30)$$

$$Pv = -2\,\pi\,\gamma R^2 \int_{\varphi=\pi-\cos^{-1}\frac{l}{R}}^{\varphi=\pi} [R\,cos^2(\varphi) + l\cos\,(\varphi)]\,d(\cos\varphi) \quad (A.31)$$

$$Pv = -2\,\pi\,\gamma R^2 \left[\frac{R}{3}cos^3\,\varphi + \frac{l}{2}cos^2\varphi\right]_{\pi-\cos^{-1}\frac{l}{R}}^{\pi} \quad (A.32)$$

$$Pv = \pi\,\gamma\,(\frac{2}{3}R^3 - R^2 l + \frac{l^3}{3}) \quad (A.33)$$

Avec, *Pv* c'est la poussée d'Archimède

Afin de vérifier la force développer, un cas spécifique a été utilisé :

l = 0 si le développement est la Poussée d'Archimède en coordonnées cylindriques devra égale à la moite de poussées d'Archimède.

$$Pv = \pi\gamma_f(\frac{2}{3}R^3 - 0 + 0) \quad (A.34)$$

$$Pv = \frac{2}{3}\pi\,\gamma_f\,R^3 \quad (A.35)$$

$$Pv = F_2 = \pi\gamma(\frac{2}{3}R^3 - R^2 L + \frac{l^3}{3}) \quad (A.36)$$

L'équation est formulée en se basant sur la deuxième loi de Newton :

$$W - F_2 - F_3 = ma_s \quad (A.37)$$

La substitution des équations (A.24), (A.36) et (A.6) dans l'équation (A.37) donne :

$$g - \frac{\pi}{m}R^2\tau_y - \frac{1}{2}\frac{\gamma_f}{gm}\;C_d\pi R^2 V^2 - \frac{\pi\gamma_f}{m}(\frac{2}{3}R^3 - R^2 L + \frac{L^3}{3}) = \frac{VdV}{dh} \quad (A.38)$$

Où,

$$V^2 = e^{-\int\frac{\gamma_f C_d \pi R^2}{mg}dh}\left\{\int\left(2g - \frac{2\pi\gamma_f}{m}\left(Rh^2 - \frac{h^3}{3}\right) - \frac{2\pi}{m}R^2\tau_y\right)e^{\int\frac{\gamma_f C_d\pi R^2}{mg}dh}\,dh + B\right\} \quad (A.39)$$

Les intégrales ont été isolées et résolues individuellement et les intégrales *I* et *K* ont été résolus en utilisant l'intégration :

$$\int 2ge^{\int \frac{\gamma_f C_d \pi R^2 h}{mg} dh} dh = \frac{2g^2 m}{\gamma_f C_d \pi R^2} e^{\frac{\gamma_f C_d \pi R^2 h}{mg}} \tag{A.40}$$

$$-\int \frac{2\pi}{m} R^2 \tau_y \, e^{\int \frac{\gamma_f C_d \pi R^2 h}{mg} dh} dh = -\frac{2g}{\gamma_f C_d} \tau_y e^{\frac{\gamma_f C_d \pi R^2 h}{mg}} \tag{A.41}$$

$$I = -\int \frac{2\pi\gamma_f R}{m} h^2 \, e^{\frac{\gamma_f C_d \pi R^2 h}{mg}} dh = \; e^{\frac{\gamma_f C_d \pi R^2 h}{mg}} \left(-\frac{2gh^2}{C_d R} + \frac{4g^2 m\, h}{\gamma_f {C_d}^2 \pi R^3} - \frac{4g^3 m^2}{{\gamma_f}^2 {C_d}^3 \pi^2 R^5}\right) \tag{A.42}$$

$$K = \int \frac{2\pi\gamma_f}{3m} h^3 \, e^{\frac{\gamma_f C_d \pi R^2 h}{mg}} dh = e^{\frac{\gamma_f C_d \pi R^2 h}{mg}} \left(-\frac{2\, mg^2}{\gamma_f {C_d}^2 \pi R^4} \, h^2 + \frac{4g^2 m}{\gamma_f {C_d}^2 \pi R^4} h + \frac{2gh^3}{3\, C_d R^2} - \frac{4g^4 m^3}{\gamma^3 {C_d}^4 \pi^3 R^8}\right) \tag{A.43}$$

La substitution des intégrales calculées dans l'équation (A.39) :

$$V^2 = e^{\frac{-\gamma C_d \pi R^2 h}{mg}} \left\{ \frac{2g^2 m}{\gamma_f C_d \pi R^2} e^{\frac{\gamma_f C_d \pi R^2 h}{mg}} - \frac{2g}{C_d R} h^2 e^{\frac{\gamma_f C_d \pi R^2 h}{mg}} + \frac{4g^2 m}{\gamma_f C_d^2 \pi R^3} h \, e^{\frac{\gamma_f C_d \pi R^2 h}{mg}} - \frac{4g^3 m^2}{{\gamma_f}^2 C_d^3 \pi^2 R^5} \; e^{\frac{\gamma_f C_d \pi R^2 h}{mg}} + \frac{2g}{3C_d R^2} h^3 e^{\frac{\gamma_f C_d \pi R^2 h}{mg}} - \frac{2g^2 m}{\gamma_f C_d^2 \pi R^4} h^2 e^{\frac{\gamma_f C_d \pi R^2 h}{mg}} + \frac{4g^3 m^2}{{\gamma_f}^2 C_d^3 \pi^2 R^6} \, h \, e^{\frac{\gamma_f C_d \pi R^2 h}{mg}} - \frac{4g^4 m^3}{{\gamma_f}^3 C_d^4 \pi^3 R^8} \, e^{\frac{\gamma_f C_d \pi R^2 h}{mg}} - \frac{2g}{\gamma_f C_d} \tau_y e^{\frac{\gamma_f C_d \pi R^2 h}{mg}} + B \right\} \tag{A.44}$$

Pour déterminer le constant *B*, les conditions aux limites ont été utilisées, lorsque $h = 0$, $V_T^2 = V^2$

$$V^2 = V_T^2 = \left\{ \frac{2g^2 m}{\gamma C_d \pi R^2} - \frac{4g^3 m^2}{\gamma^2 C_d^3 \pi^2 R^5} \; - \frac{4g^4 m^3}{\gamma^3 C_d^4 \pi^3 R^8} \; - \frac{2g}{\gamma c} \tau_y + B \right\} \tag{A.45}$$

$$B = V_T^2 - \frac{2g^2 m}{\gamma c \pi R^2} + \frac{4g^3 m^2}{\gamma^2 C_d^3 \pi^2 R^5} + \frac{4g^4 m^3}{\gamma^3 C_d^4 \pi^3 R^8} + \frac{2g}{\gamma c} \tau_y \tag{A.46}$$

La factorisation de l'équation (A.44)

$$V^2 = \frac{2g\lambda}{C_d}\left[1 - \frac{2\lambda^2}{C_d^3 R^2} + \frac{2}{C_d R} h \left(1 - \frac{h}{2R} + \frac{g\lambda}{C_d R}\right) + \frac{1}{\lambda}\left(\frac{h^2}{R} + \frac{h^3}{3R^2} - \frac{\tau_y}{\gamma_f}\right)\right] + \left[V_T^2 + \frac{2\lambda}{mC_d}\left(-1 + \frac{2\lambda}{C_d^2 R} + \frac{2\lambda^2}{C_d^3 R^2}\right) + \frac{2g}{\gamma_f C_d} \tau_y\right] \mathrm{e}^{-\frac{C_d \mathrm{h}}{\lambda}} \tag{A.47}$$

Avec,

$$\lambda = \frac{\mathrm{m}g}{\gamma_f \pi \mathrm{R}^2} \qquad (A.48)$$

- **Révision du modèle : Considérer la poussée d'Archimède et la force de trainée des billes dans le sol comme des sphères avec des rayons au lieu des points**

Les résultats de calibration du coefficient de traînée C_d du troisième modèle après sa première révision ne montrent pas d'amélioration; les valeurs du coefficient de traînée présentent une tendance claire en fonction du diamètre des billes. Dans ce contexte, une deuxième révision du modèle a été effectuée afin d'obtenir un coefficient de traînée constant pour toutes les billes à une teneur en eau donnée. La deuxième révision du troisième modèle tient compte de la poussée d'Archimède et de la force de traînée des billes dans le sol en les considérant comme des sphères de rayon R plutôt que comme des points.

La révision du modèle vise à développer une solution analytique plus représentative de notre problématique. Les forces exercées sur la bille sont présentées dans l'équation suivante :

$$W - F_4 - F_2 = ma \qquad (A.49)$$

La révision se manifeste par l'introduction d'un rayon variable r, exprimé en fonction du rayon de la sphère et de l'angle φ, qui prend en compte la variation de la section effective lors de la pénétration de la bille dans le matériau. Le rayon $r$est exprimé comme suit :

$$r^2 = R^2 sin^2(180 - \varphi) = l^2 - R^2 \qquad (A.50)$$

$$g - \pi r^2 \tau_y + \frac{1}{2}\frac{\gamma_f}{g} C_d \pi r^2 V^2 - \frac{\pi \gamma_f}{m}\left(\frac{2}{3}R^3 - R^2 l + \frac{l^3}{3}\right) = \frac{VdV}{dh} \qquad (A.51)$$

$$V^2 = \left\{ e^{-\frac{\gamma_f C_d \pi}{m\, g}\left(\frac{l^3}{3} - R^2 l\right)} \int \left[\frac{2\pi}{m}\left(\frac{gm}{\pi} - R^2 h + \frac{h^3}{3} + R^2 \tau_y\right)\right] e^{\frac{\gamma_f C_d \pi}{m\, g}\left(\frac{l^3}{3} - R^2 l\right)} \, dl + B \right\} \qquad (A.52)$$

ANNEXE B CARACÉRISATION DE L'ARGILE ET DES RM

Tableau B.3 : Analyse granulométrique de l'argile et des RM

d (mm)	% de passant
0,075	100,0
0,046	91,5
0,033	91,5
0,023	91,5
0,016	90,6
0,012	89,7
0,009	88,8
0,006	87,1
0,005	81,7
0,003	78,2
0,002	73,7
0,002	69,3
0,001	61,3
0,001	55,1
0,001	49,8

Échantillon 1		Échantillon 2		Échantillon 3	
d (mm)	%P	d (mm)	%P	d (mm)	%P
0,425	99,97	0,425	99,97	0,425	99,97
0,212	98,43	0,212	98,43	0,212	98,43
0,106	86,07	0,106	86,07	0,106	86,07
0,075	76,17	0,075	76,17	0,075	76,17
0,056	70,02	0,056	72,56	0,058	66,44
0,041	61,53	0,040	66,16	0,041	62,01
0,030	55,17	0,029	57,62	0,030	55,37
0,022	44,56	0,021	49,08	0,022	48,72
0,016	36,07	0,016	36,28	0,016	35,44
0,012	27,58	0,012	30,94	0,012	28,79
0,008	23,34	0,009	23,47	0,009	23,26
0,006	15,91	0,006	17,07	0,006	15,50
0,005	12,73	0,004	12,80	0,004	13,29
0,003	10,61	0,003	10,67	0,003	9,97
0,002	8,49	0,002	8,54	0,002	6,64
0,001	6,37	0,001	6,40	0,001	6,64

Tableau B.4 : Limites d'Atterberg pour l'argile testée

		Limites d'Atterberg						
		Teneur en eau naturelle	Limite de liquidité(L_L)				Limite de plasticité(L_P)	
		W_N	W_L				W_P	
Id.récipient			31	148	11	42	57	1
Masse récipient	(g)		9,12	6,69	8,83	8,95	13,35	8,97
Masse sol humide + récipient	(g)		38,65	35,16	34,74	35,76	38,29	34,75
Nombre de coups			31	21	14	11		
masse sol seche + récipient	M_S(g)		27,78	24,4	24,8	25,43	33,85	30,26
			0,58	0,61	0,62	0,63	21,66%	21,09%
		W_N = 32,95 %	W_L = 58 %				21,37%	

ANNEXEC ESSAIS DE DÉVERSEMENT AVEC TEMPS D'ATTENTE ET DRAINAGE

- **Essais expérimentaux avec temps d'attente et drainage**

Une deuxième catégorie d'essais a été réalisée pour déterminer le temps d'attente nécessaire afin d'éviter le mélange entre les deux types de rejets. Le dispositif pour déverser les billes et les RS est le même que celui utilisé précédemment, mais le conteneur, cette fois-ci, est de forme carrée (a_1 = 20 cm) et perforé au bas pour assurer le drainage. Les résidus utilisés sont des résidus en pulpe avec un pourcentage en solides initial de C_w= 64 ± 1%

Deux séries d'essais ont été réalisées. Dans la première série, l'épaisseur initiale de la pulpe déposée est de l'ordre de 10 cm; dans la deuxième série, l'épaisseur est de l'ordre de 19 cm. Les temps d'attente variaient entre 24 h et 120 h pour les essais avec la combinaison de billes (bille 1 : d = 38,09 mm, bille 2 : d = 19,09 mm, bille 3 : d = 12,71 mm, bille 4 : d = 6,34 mm), tandis que les temps d'attente variaient entre 8 h et 72 h pour les essais avec les RS. En plus, trois hauteurs de chute ont été utilisées lors des essais de déversement (H =13 cm, H = 40 cm et H =80 cm). Les essais ont débuté avec la combinaison de billes, puis avec des particules de RS, puis avec des RS à granulométrie serrée, puis étalée. La figure C.1 montre la distribution granulométrique des RS à granulométrie serrée et étalée utilisées. Les échantillons utilisés dans les essais sont de l'ordre de 200 ± 10 g

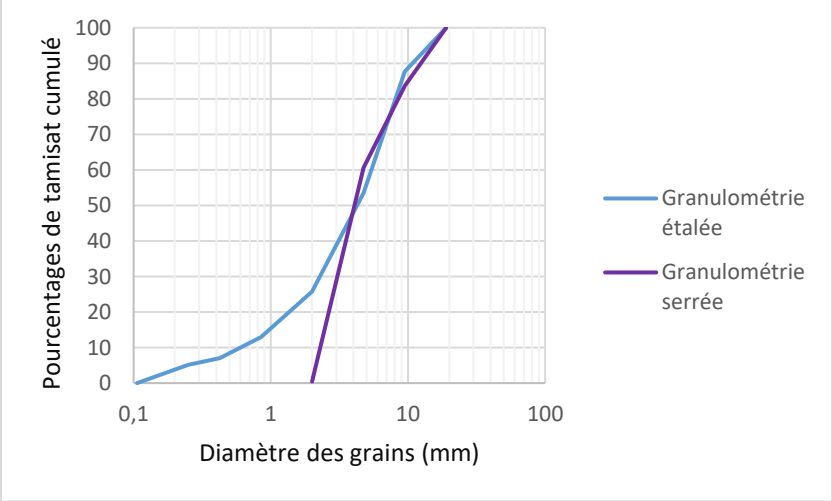


Figure C.1 :Distribution granulométrique de RS utilisées

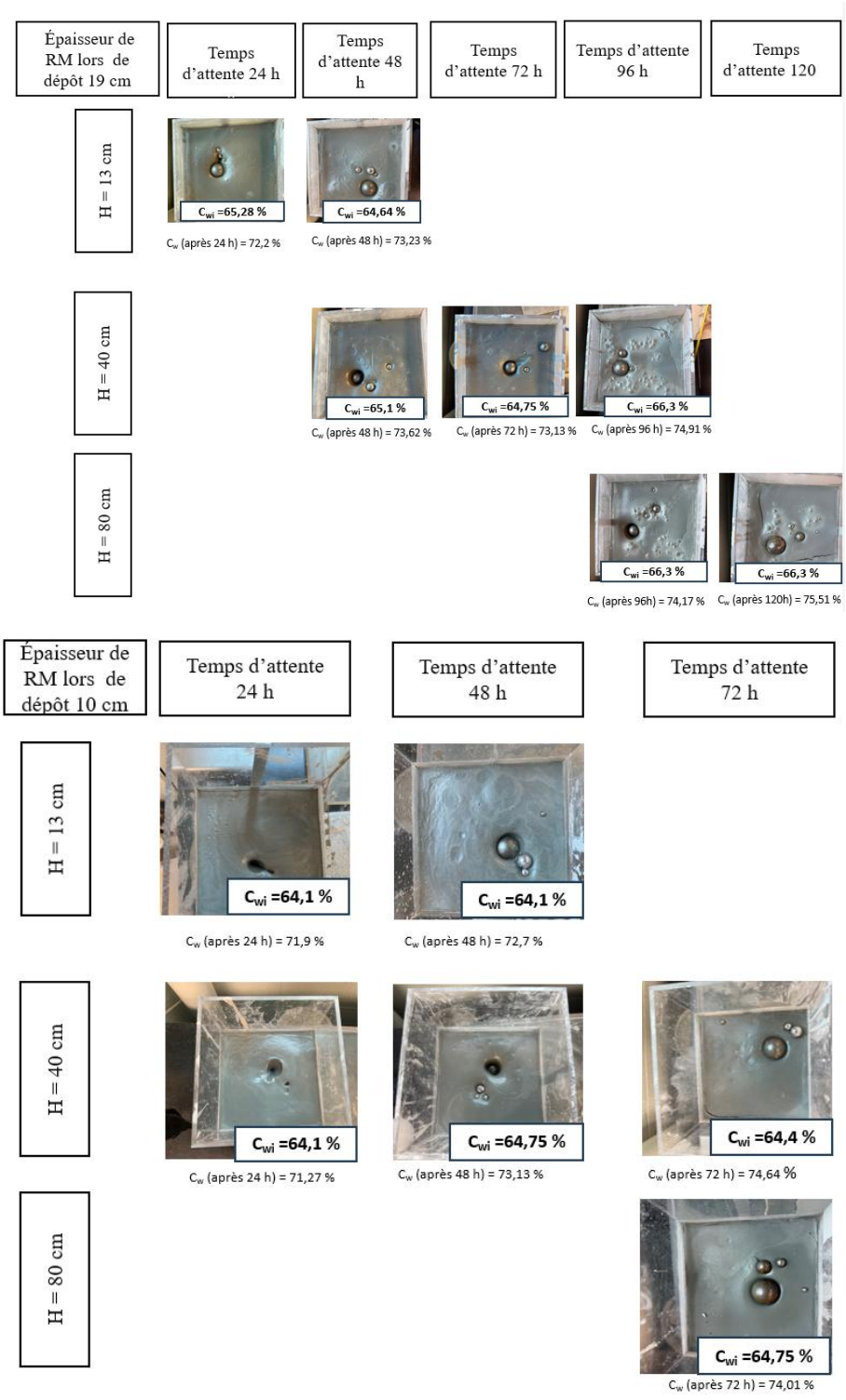


Figure C.2 : Essais de déversement des billes sur RM avec temps d'attente et drainage

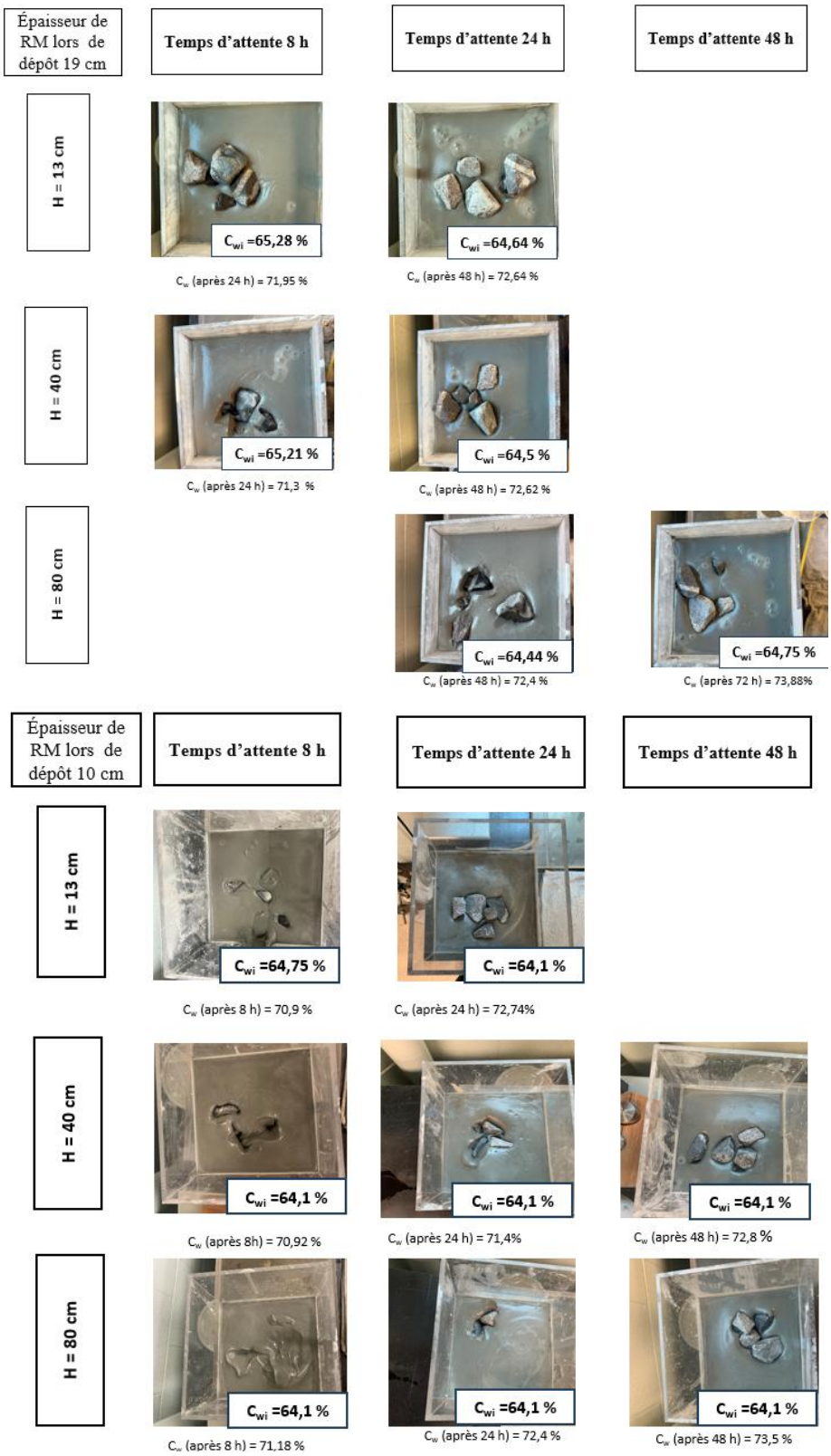


Figure C.3 : Essais de déversement des particules de RS sur RM avec temps d'attente et drainage



Figure C.4 : Essais de déversement : a) Granulométrie serrée, b) Granulométrie étalée, sur RM avec temps d'attente et drainage