



Titre: Développement d'une méthode d'analyse de sensibilité pour l'étude
Title: des interactions aube/carter

Auteur: Clément Nougier
Author:

Date: 2025

Type: Mémoire ou thèse / Dissertation or Thesis

Référence: Nougier, C. (2025). Développement d'une méthode d'analyse de sensibilité pour
Citation: l'étude des interactions aube/carter [Mémoire de maîtrise, Polytechnique
Montréal]. PolyPublie. <https://publications.polymtl.ca/71706/>

 **Document en libre accès dans PolyPublie**
Open Access document in PolyPublie

URL de PolyPublie: <https://publications.polymtl.ca/71706/>
PolyPublie URL:

**Directeurs de
recherche:** Alain Batailly
Advisors:

Programme: Génie aérospatial
Program:

POLYTECHNIQUE MONTRÉAL

affiliée à l'Université de Montréal

**Développement d'une méthode d'analyse de sensibilité pour l'étude des interactions
aube/carter**

CLÉMENT NOUGIER

Département de génie mécanique

Mémoire présenté en vue de l'obtention du diplôme de *Maîtrise ès sciences appliquées*
Génie aérospatial

Décembre 2025

POLYTECHNIQUE MONTRÉAL

affiliée à l'Université de Montréal

Ce mémoire intitulé :

**Développement d'une méthode d'analyse de sensibilité pour l'étude des interactions
aube/carter**

présenté par **Clément NOUGIER**

en vue de l'obtention du diplôme de *Maîtrise ès sciences appliquées*

a été dûment accepté par le jury d'examen constitué de :

David MÉLANÇON, président

Alain BATAILLY, membre et directeur de recherche

Patricio ALMEIDA, membre

REMERCIEMENTS

Tout d'abord, je tiens à exprimer toute ma gratitude envers Monsieur Alain Batailly, mon directeur de recherche, qui m'a accompagné pendant ces deux années afin de mener à bien ma maîtrise. J'ai beaucoup appris à ses côtés grâce à son expertise sur le sujet étudié. Je lui suis aussi reconnaissant de mettre tout en œuvre pour que mes collègues et moi puissions travailler dans les meilleures conditions au sein du LAVA.

Je tiens également à remercier l'école Polytechnique de Montréal et l'ensemble de son personnel qui ont su prendre de leur temps pour répondre à mes différentes interrogations, qu'elles soient techniques ou administratives.

Mes remerciements vont aussi à Monsieur Vsevolod Kharython, de la société Siemens Energy, pour son intérêt et son engagement dans l'étude menée sur les aubes industrielles. Ses conseils avisés m'ont été précieux pour mener à bien mon étude.

Ensuite, je suis particulièrement reconnaissant envers l'ensemble de mes collègues du laboratoire. Ils ont contribué à instaurer une excellente ambiance, aussi bien à l'intérieur qu'en dehors du laboratoire. Je pense notamment à Monsieur Boris Chevrier qui m'a initié à la pratique de l'escalade. Je souhaiterais aussi remercier mes parents qui m'ont toujours accompagné et soutenu au cours de mes études. Ils ont toujours mis tout en œuvre pour que je puisse étudier dans les meilleures conditions.

Enfin, je ne saurais terminer sans remercier mes collègues de bureau, Monsieur Alexandre Carayon, avec qui j'ai débuté ma maîtrise, et Monsieur Airton Almeida pour les beaux moments de vie et de partage que j'espère ne jamais oublier.

RÉSUMÉ

Améliorer les performances des turbines à gaz est une priorité des acteurs du secteur aéronautique et du secteur de l'énergie. Dans cet optique, les industriels cherchent à réduire le jeu entre les pièces en rotation et le carter environnant afin de limiter les pertes aérodynamiques. Par conséquent, lors du fonctionnement des turbines à gaz, la vibration des aubes, combinée à la réduction du jeu, entraîne des contacts entre les aubes et le carter. Ces interactions structurelles non linéaires ont des conséquences sur la durée de vie des aubes et doivent être prises en considération dans le processus de conception. Des outils numériques ont été développés à cette effet, pour venir compléter les études expérimentales. Entre les effets centrifuges, la gestion du contact ou encore l'usure du matériau abradable, les outils numériques prennent en compte un nombre important de paramètres, qui ont tous une influence plus ou moins grande sur la réponse du système. L'influence des différents paramètres est évaluée grâce aux analyses de sensibilité.

L'objectif de ce mémoire est d'intégrer et de valider une méthode d'analyse de sensibilité dans le code IRS (Interaction Rotor Stator), qui est un outil numérique, développé en Python, dédié à l'étude des contacts aube/carter dans les turbines à gaz. La conduite d'une analyse de sensibilité au sein du code IRS nécessite la création d'un plan d'expérience réalisée grâce à la méthode des hypercubes latins. Le schéma d'intégration temporelle, employé pour résoudre l'équation du mouvement, s'enrichit d'une nouvelle méthode de représentation du carter basée sur les séries de Fourier. Cette nouvelle méthode augmente encore le nombre de paramètre pouvant être pris en compte lors d'une analyse de sensibilité. Enfin, un module de post-traitement a aussi été implémenté, pour permettre la détermination des vitesses critiques et analyser plus finement les résultats de simulation.

Ces différents développements sur l'outil numérique ne sont pas uniquement dédiés aux analyses de sensibilité sur les paramètres de simulations. L'apport des développements a aussi été constaté lors de la conduite d'une étude sur des aubes industriels en collaboration avec l'entreprise Siemens Energy. Les résultats de cette étude ont mis en lumière des interactions particulières de l'aube avec le carter et ont en partie guidé le choix des paramètres étudiés dans le cadre de l'analyse de sensibilité.

ABSTRACT

Improving gas turbine performances is a priority for manufacturers in the field of aeronautics and energy. Accordingly, they are seeking to minimize the clearance between rotating parts of the turbine and the surrounding casing in order to reduce aerodynamic losses. Therefore, when gas turbines are in operation, blade vibration combined with reduced clearance causes contact between the blades and the casing. These nonlinear structural interactions have a significant impact on blade fatigue life and must be taken into account in the design process. Numerical tools have been developed for this purpose to complement experimental studies. Between centrifugal effects, contact management and wear on abrasive materials, numerical tools take into account a large number of parameters, all of which have a greater or lesser influence on the system's response. The influence of the various parameters is assessed using sensitivity analyses.

The purpose of this master's thesis is to integrate and validate a method of sensitivity analysis for the IRS code (Interaction Rotor Stator) which is a numerical tool, implemented in Python, designed for the study of blade/casing interactions in gas turbine. Conducting a sensitivity analysis requires the creation of a design of experiments using the Latin hypercube method. The temporal integration scheme used to solve the equation of motion is enhanced by a new method of representing the casing based on Fourier series. This new method broadens the set of parameters that can be taken into account during a sensitivity analysis. At last, one post-processing modules has been added in order to determine critical speeds and analyse integration results in greater detail.

Those different development on the numerical tool are not only dedicated for sensitivity analysis. These developments have not only been used for sensitivity analyses but also for conducted a study on industrial blades in collaboration with Siemens Energy. The results of this study have highlighted specific interactions between the blade and the casing and may have guided the choice of parameters selected for the sensitivity analysis.

TABLE DES MATIÈRES

REMERCIEMENTS	iii
RÉSUMÉ	iv
ABSTRACT	v
TABLE DES MATIÈRES	vi
LISTE DES FIGURES	viii
LISTE DES SIGLES ET ABRÉVIATIONS	xii
LISTE DES ANNEXES	xiii
CHAPITRE 1 INTRODUCTION	1
CHAPITRE 2 REVUE DE LITTERATURE	7
2.1 Interactions aube/carter	7
2.1.1 Modélisation expérimentale	8
2.1.2 Modélisation numérique	11
2.2 Analyse de sensibilité	14
2.2.1 Simulations de Monte Carlo	14
2.2.2 Méthodes d'échantillonnage	15
2.2.3 Mesures de sensibilité globale	21
2.2.4 Autres méthodes	24
2.3 Pertinence du sujet de recherche	25
CHAPITRE 3 OUTIL NUMERIQUE ET DEVELOPPEMENTS REALISES	27
3.1 Outil numérique d'analyse du contact aube/carter	27
3.2 Développements réalisés	29
3.2.1 Analyse de sensibilité	29
3.2.2 Représentation du carter sous forme de série de Fourier	32
3.2.3 Cartes d'interaction	40
3.2.4 Synthèse des développements	43
CHAPITRE 4 APPLICATION INDUSTRIELLE	45

4.1	Paramètres de simulation et configuration d'interaction	45
4.2	Aube de référence	45
4.2.1	Modélisation de l'aube	46
4.2.2	Analyse des résultats de simulation	46
4.3	Aube amont	55
4.3.1	Description de l'aube	55
4.3.2	Analyse des résultats de simulation	56
4.4	Aube aval	59
4.4.1	Description de l'aube	59
4.4.2	Analyse des résultats de simulation	60
4.5	Conclusion	62
CHAPITRE 5 ANALYSE DE SENSIBILITE SUR LE PROFIL DU CARTER		64
5.1	Définition des paramètres d'intérêt	64
5.1.1	Les carters sous forme de série de Fourier : une opportunité	64
5.1.2	Approche méthodologique de l'analyse de sensibilité	65
5.2	Campagne d'essais	70
5.2.1	Modèle de référence	70
5.2.2	Paramètres de simulation	70
5.2.3	Analyse des résultats	71
5.3	Conclusion	82
CHAPITRE 6 CONCLUSION GÉNÉRALE ET PERSPECTIVES		83
6.1	Synthèse des travaux	83
6.2	Améliorations futures	84
RÉFÉRENCES		85
ANNEXES		94

LISTE DES FIGURES

Figure 1.1	Visuel d'une turbomachine avec mise en valeur des interfaces mécaniques. Issue de [1]	2
Figure 1.2	Cartes d'interaction au bord d'attaque (déplacement radial) des aubes . . .	5
Figure 2.1	Banc balistique. Issue de [2]	9
Figure 2.2	Banc d'essais en rotation. Issue de [3]	10
Figure 2.3	Plan d'échantillonnage par stratification pour un modèle à 3 variables d'entrée	17
Figure 2.4	Plan d'échantillonnage par hypercube latin pour un modèle à 3 variables d'entrée	18
Figure 2.5	Classement de 50 hypercubes latins à 25 points et 15 variables selon la méthode des Φ en fonction de leur classement selon la méthode Maximin pour différentes valeurs de q (la norme euclidienne a été utilisée)	19
Figure 2.6	Surface de réponse de la fonction f sur l'intervalle $[0, 1]^2$	20
Figure 2.7	Un hypercube latin avec une répartition uniforme de ses échantillons sur l'ensemble de l'espace des entrées (a) et la réponse de la fonction f à cet hypercube (b)	20
Figure 2.8	Un hypercube latin avec une répartition non uniforme de ses échantillons sur l'ensemble de l'espace des entrées (a) et la réponse de la fonction f à cet hypercube (b)	21
Figure 3.1	Schéma de fonctionnement du code IRS avec les différents modules	28
Figure 3.2	Exemple de production d'un hypercube latin composé de 10 points et 5 variables	30
Figure 3.3	Carter sous forme de lobes avec son revêtement abrasable	33
Figure 3.4	Coefficients $ a_i $ de la série de Fourier de la fonction f en fonction du nombre de lobes n_l	37
Figure 3.5	Carter représenté sous forme de lobes et les carters représentés par série de Fourier pour différents nombres d'harmoniques	38
Figure 3.6	Déplacements radiaux du bord d'attaque d'une aube pour une représenta- tion du carter sous forme de lobes avec différents nombres d'harmoniques .	39
Figure 3.7	Profil du carter réel reconstruit avec 128 harmoniques et déplacement radial obtenu en sortie de l'intégration temporelle avec ce profil	40
Figure 3.8	Signal du déplacement radial d'une aube et son spectre fréquentiel ainsi que son intégration dans les cartes d'interaction en 2D et en 3D	42

Figure 3.9	Schéma de fonctionnement du code IRS avec ses différents modules, les nouveaux modules sont représentés en bleu	44
Figure 4.1	Aube de référence	46
Figure 4.2	Carte d'interaction 2D de l'aube de référence au bord de fuite	47
Figure 4.3	Cartes d'interaction 3D de l'aube de référence	48
Figure 4.4	Déplacement radial du BF de l'aube de référence à $0,48\omega_{nom}$	49
Figure 4.5	Déplacement total de l'aube de référence à $0,48\omega_{nom}$	50
Figure 4.6	Contraintes équivalentes sur l'aube de référence à $0,48\omega_{nom}$ à t_1	51
Figure 4.7	Contraintes équivalentes sur l'aube de référence à $0,48\omega_{nom}$ à t_2	51
Figure 4.8	Déplacements radiaux à $0,425\omega_{nom}$	52
Figure 4.9	Déplacement radial du BF de l'aube de référence à $0,425\omega_{nom}$ à différentes périodes de la simulation	53
Figure 4.10	Déplacement total de l'aube de référence à $0,425\omega_{nom}$	53
Figure 4.11	Contraintes équivalentes sur l'aube de référence à $0,425\omega_{nom}$ à t_3	54
Figure 4.12	Contraintes équivalentes sur l'aube de référence à $0,425\omega_{nom}$ à t_4	54
Figure 4.13	Aube amont	55
Figure 4.14	Carte d'interaction 2D de l'aube amont au bord de fuite	56
Figure 4.15	Déplacement radial à $0,47\omega_{nom}$	57
Figure 4.16	Déplacement total de l'aube amont à $0,47\omega_{nom}$	57
Figure 4.17	Contraintes équivalentes sur l'aube amont à $0,47\omega_{nom}$ à t_7	58
Figure 4.18	Contraintes équivalentes sur l'aube amont à $0,47\omega_{nom}$ à t_8	59
Figure 4.19	Aube aval	59
Figure 4.20	Carte d'interaction 2D de l'aube aval au bord de fuite	60
Figure 4.21	Déplacement radial de l'aube aval à $0,47\omega_{nom}$	61
Figure 4.22	Déplacement total de l'aube aval à $0,51\omega_{nom}$	61
Figure 4.23	Contraintes équivalentes sur l'aube aval à $0,51\omega_{nom}$ à t_9	62
Figure 4.24	Contraintes équivalentes sur l'aube aval à $0,51\omega_{nom}$ à t_{10}	62
Figure 5.1	Profil du carter de référence et ses coefficients de Fourier	66
Figure 5.2	Exemple d'application du critère local et du critère global	67
Figure 5.3	Profil de carter modifié et ses coefficients de Fourier	68
Figure 5.4	Ensemble des carters produits avec le plan d'échantillonnage	70
Figure 5.5	Modèle de l'aube utilisée dans le cadre de l'analyse de sensibilité	71
Figure 5.6	Carte d'interaction en 2D au BA de l'aube avec le carter de référence	72
Figure 5.7	Cartes d'interaction pour le profil de carter de référence sur la nouvelle plage de vitesses	73
Figure 5.8	Cartes d'interaction au BA pour chacun des carters modifiés	74

Figure 5.9	Écarts entre la carte d'interaction au BA du carter de référence et les cartes d'interaction pour les carters modifiés. L'écart maximal observé est de $1,54 \cdot 10^{-1}$	75
Figure 5.10	Déplacement radial du BA de l'aube à $0,7\omega_{nom}$	77
Figure 5.11	Position radiale du BA de l'aube par rapport à la position radiale du carter à $0,7\omega_{nom}$	77
Figure 5.12	Déplacement radial à $0,66\omega_{nom}$ pour différents profils du carter	78
Figure 5.13	Amplitude maximale calculée des déplacements de l'aube à la vitesse de $0,68\omega_{nom}$ pour chacun des profils de carter. Les amplitudes sont exprimées en pourcentage de l'amplitude maximale calculée parmi l'ensemble des échantillons	80
Figure 5.14	Déplacement radial à $0,68\omega_{nom}$ pour différents profils du carter	81
Figure 5.15	Position radiale du BA de l'aube à $0,68\omega_{nom}$ par rapport à la position du carter	81
Figure A.1	Déplacements radiaux à $0,345\omega_{nom}$	95
Figure A.2	Déplacement radial de l'aube de référence à $0,345\omega_{nom}$ à différentes périodes de la simulation	96
Figure A.3	Champs de déplacement total de l'aube de référence à $0,425\omega_{nom}$	96
Figure A.4	Contraintes équivalentes sur l'aube de référence à $0,345\omega_{nom}$ à t_5	97
Figure A.5	Contraintes équivalentes sur l'aube de référence à $0,345\omega_{nom}$ à t_6	97
Figure B.1	Superposition des périodes de déplacement radial de l'aube de référence à $0,425\omega_{nom}$	98
Figure B.2	Superposition des périodes de déplacement radial de l'aube de référence à $0,345\omega_{nom}$	98
Figure C.1	Visuel de l'usure du matériau abradable au terme de la simulation au niveau du BF de l'aube de référence à $0,48\omega_{nom}$. L'usure correspond à la fraction de l'épaisseur initiale du matériau abradable qui a été arrachée [10^{-1}]	99
Figure C.2	Visuel de l'usure du matériau abradable au terme de la simulation sur l'aube de référence à $0,425\omega_{nom}$. L'usure correspond à la fraction de l'épaisseur initiale du matériau abradable qui a été arrachée [10^{-2}]	100
Figure C.3	Visuel de l'usure du matériau abradable au terme de la simulation sur l'aube de référence à $0,345\omega_{nom}$. L'usure correspond à la fraction de l'épaisseur initiale du matériau abradable qui a été arrachée [10^{-2}]	100
Figure C.4	Visuel de l'usure du matériau abradable au terme de la simulation sur l'aube amont à $0,47\omega_{nom}$. L'usure correspond à la fraction de l'épaisseur initiale du matériau abradable qui a été arrachée [10^{-1}]	101

Figure C.5	Visuel de l'usure du matériau abradable au terme de la simulation sur l'aube aval à $0,51\omega_{nom}$. L'usure correspond à la fraction de l'épaisseur initiale du matériau abradable qui a été arrachée [10^{-1}]	101
Figure D.1	Carte d'interaction 3D au bord de fuite de l'aube amont	102
Figure D.2	Carte d'interaction 3D au bord de fuite de l'aube aval	102
Figure E.1	Déplacements radiaux du BA et du BF de l'aube de référence à $0,48\omega_{nom}$	103
Figure E.2	Déplacements radiaux du BA et du BF de l'aube de référence à $0,425\omega_{nom}$	103
Figure E.3	Déplacements radiaux du BA et du BF de l'aube de référence à $0,345\omega_{nom}$	104
Figure E.4	Déplacements radiaux du BA et du BF de l'aube amont à $0,47\omega_{nom}$	104
Figure E.5	Déplacements radiaux du BA et du BF de l'aube aval à $0,51\omega_{nom}$	104
Figure F.1	Carte d'interaction 3D, au BA de l'aube, obtenue avec le carter de référence	105
Figure G.1	Carte d'interaction 2D, au BF de l'aube, obtenue avec le carter de référence	106
Figure G.2	Carte d'interaction 3D, au BF de l'aube, obtenue avec le carter de référence	106
Figure G.3	Cartes d'interaction au BF pour chacun des carters modifiés	107
Figure G.4	Écarts entre la carte d'interaction au BF du carter de référence et les cartes d'interaction au BF pour les carters modifiés. L'écart maximal observé est de $1,16.10^{-1}$	108

LISTE DES SIGLES ET ABRÉVIATIONS

IRS	Interaction Rotor Stator
LAVA	Laboratoire d'Analyse Vibratoire et Acoustique
EF	Elements finis
ddl	degré de liberté
CMS	Component mode synthesis
CFT	Continuous Fourier Transform
DFT	Discrete Fourier Transform
FFT	Fast Fourier Transform
BA	Bord d'attaque
BF	Bord de fuite
2D	2 dimensions
3D	3 dimensions

LISTE DES ANNEXES

Annexe A	Interaction avec un régime moteur non entier à $0,345\omega_{nom}$	95
Annexe B	Superposition des déplacements radiaux de l'aube de référence	98
Annexe C	Usure du matériau abrasable pour les simulations sur les aubes industrielles	99
Annexe D	Cartes d'interaction au BF des aubes amont et aval	102
Annexe E	Comparaison des déplacements radiaux du BA et du BF des aubes industrielles pour les différentes vitesses étudiées	103
Annexe F	Carte d'interaction 3D au BA de l'aube pour l'analyse de sensibilité	105
Annexe G	Cartes d'interaction au BF de l'aube pour l'analyse de sensibilité	106

CHAPITRE 1 INTRODUCTION

Les turbines à gaz sont des machines thermodynamiques tournantes pouvant être utilisées, dans le secteur de l'énergie, à des fins de production d'énergie, ou bien être utilisées afin de générer la poussée nécessaire au vol des avions, on parle alors de turboréacteur. Les enjeux entourant le développement des nouvelles turbines à gaz sont multiples. Entre la maximisation du rendement aérodynamique, les problèmes de fatigue ou encore des conditions thermodynamiques extrêmes, de nombreux domaines de l'ingénierie travaillent de concert pour produire des turbines plus performantes qui respectent les normes en vigueur. Avant d'aller plus loin, une description globale d'une turbine à gaz s'impose pour comprendre son fonctionnement et pouvoir par la suite évoquer les problématiques d'ordre mécanique qui entourent ces machines complexes.

Une turbine à gaz est présentée sur la figure 1.1, elle est composée, dans le sens de l'écoulement de l'air, d'un compresseur, d'une chambre de combustion et d'une turbine. Le compresseur aspire l'air extérieur et le comprime, augmentant ainsi sa pression et sa température. La densité de l'air étant augmentée, cela permet d'obtenir une combustion plus efficace durant l'étape suivante. Dans la chambre de combustion, le mélange entre le carburant et l'air entrant est enflammé. La réaction engendrée entraîne une augmentation de la pression et de la température ainsi qu'un dégagement important d'énergie thermique sous forme de gaz chauds qui sont ensuite acheminés vers la turbine. L'énergie préalablement engendrée permet à la turbine d'alimenter soit une turbine de puissance dans le cadre de la production d'énergie, soit une tuyère pour la propulsion des avions. La turbine a aussi une action rétroactive sur le compresseur puisqu'elle lui fournit l'énergie suffisante pour le maintenir en rotation.

Compresseurs et turbines se composent tous les deux d'un ensemble d'étages de roues aubagées disposées en série, la succession d'étages permet d'avoir une pression et une température de l'air plus importante en sortie du compresseur que celles obtenues avec un seul étage. Chaque étage se compose d'une roue aubagée fixe (stator) et d'une en rotation (rotor). Dans le compresseur, l'énergie cinétique du rotor est transmise au fluide et une augmentation de pression est ainsi constatée dans le stator. Dans la turbine, c'est le stator qui guide le gaz à haute pression vers le rotor pour transformer l'énergie thermique du gaz en énergie cinétique pour la roue aubagée. Le fonctionnement d'une turbine à gaz repose sur la transmission d'énergie au niveau des nombreuses surfaces d'échange entre le gaz et les pièces mobiles.

Les turbomachines, de par les nombreuses pièces mobiles qui les constituent, présentent un large panel d'interfaces entre pièces mécaniques pouvant être à l'origine de phénomènes vibratoires non linéaires. Chacune de ces interfaces possède ses propres particularités nécessitant la mise en

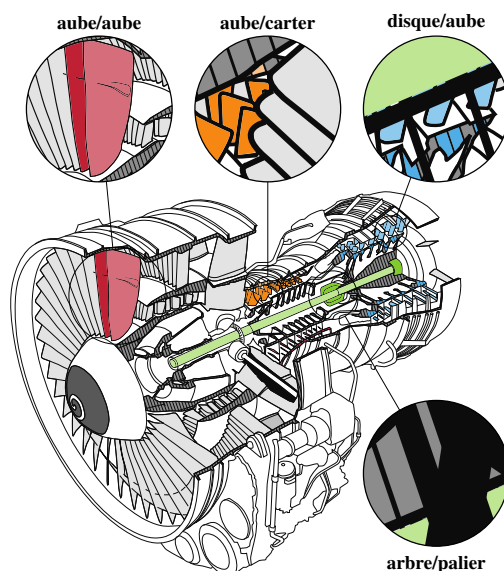


FIGURE 1.1 Visuel d'une turbomachine avec mise en valeur des interfaces mécaniques. Issue de [1]

place de modèles mathématiques spécifiques :

arbre/palier, l'arbre est l'élément de base d'une turbomachine comme dans l'ensemble des machines tournantes. Il permet la mise en rotation de l'ensemble des éléments tournants qui lui sont rattachés. L'arbre est relié au stator par des paliers généralement à roulements. Les déplacements relatifs entre les deux pièces sont faibles et de l'ordre de grandeur du jeu arbre/palier. Les principaux problèmes rencontrés sont vibratoires (type balourd). Plusieurs modèles mathématiques comme le rotor de Jeffcott [4], de Childs [5], ou celui de Black [6], décrivent les phénomènes liés à cette interface ;

aube/aube, cette interface repose sur des considérations multi-physiques. Les vibrations sont dues aux chargements aérodynamiques et aux contacts inter-aubes. Les amplitudes de déplacements associées sont faibles. Ces contacts interviennent principalement au niveau de la soufflante et des turbines. Dans ces dernières, les vitesses de rotations élevées combinées aux hautes températures engendrent une élongation des aubes impliquant un désaccordage qui favorise les interactions aube/aube. Divers modèles comme celui présenté par Shaw [7, 8], permettent à ce jour de décrire ce phénomène de contact ;

disque/aube, les contacts sont localisés au niveau de l'attache de l'aube avec le disque. Ces attaches ont des formes complexes et des frottements au niveau des surfaces de contact, dus aux forces centrifuges, influent sur le comportement de l'aube [9]. Les modèles produits pour l'analyse de ce type de contact prennent en compte l'usure ainsi que la dynamique du disque [10] ;

aube/carter, afin d'améliorer les performances aérodynamiques des turbomachines, il est

apparu nécessaire de réduire le jeu entre les aubes et le carter [11]. Le carter est la partie fixe enveloppant les organes mobiles de la turbine à gaz. Toutefois, la réduction du jeu couplée au fait que le carter n'est pas tout à fait circulaire (aspérités, ovalisation), entraîne une augmentation des contacts aube/carter. Ceux-ci interviennent dans l'ensemble des organes des turbomachines (soufflante, compresseurs ou turbines). Les déplacements relatifs engendrés peuvent être élevés et nécessiter l'utilisation de modèles géométriques non linéaires. De plus, la multitude de phénomènes physiques mis en jeu rend la modélisation plus complexe. En effet, les aubes sont soumises à des chargements aérodynamiques et les surfaces de contacts sont soumises à l'usure et à des considérations thermomécaniques. De très nombreuses études [12–21] ont été réalisées pour caractériser et modéliser les contacts aube/carter dans les turbomachines. La suite de cette étude se concentrera sur ce dernier type de contact.

Les études sur les interactions aube/carter dans les turbomachines ont d'abord été conduites expérimentalement avec des campagnes de tests afin de caractériser les phénomènes liés au contact. De nombreuses expériences sur ces sujets ont à ce jour été menées [3, 13, 18, 19, 22, 23]. Le contact aube/carter est un phénomène multi-physique nécessitant la prise en compte de nombreux paramètres et la compréhension de nombreux phénomènes. Les dispositifs expérimentaux recréant les conditions réelles de fonctionnement permettant une analyse complète des interactions aube/carter [3, 13, 22, 24] sont peu communs, volumineux et coûteux. De ce fait, divers dispositifs ont été développés afin de conduire des analyses relativement au choix du matériau abrasable [23] ou à l'évaluation des forces de contact [25]. Devant les limites présentées par les modèles expérimentaux en termes de coût et de modélisation, les industriels se sont retrouvés dans l'obligation de développer des méthodes numériques pour étudier le contact aube/carter. L'analyse numérique du contact aube/carter repose sur l'utilisation de modèles numériques précis et de méthodes adaptées pour la gestion du contact. La résolution de l'équation de la dynamique associée aux modèles numériques peut s'effectuer selon deux paradigmes, le paradigme fréquentiel [15, 20, 21] et le paradigme temporel [26]. Le paradigme fréquentiel se focalise sur le régime permanent et est adapté aux analyses non linéaires. Cependant, il ne permet pas d'analyser le régime transitoire qui se révèle important à prendre en compte notamment aux vitesses critiques. Le paradigme temporel, quant à lui, permet d'analyser le régime transitoire, mais peut s'avérer plus coûteux en temps de calcul, pour de petits systèmes, lorsqu'il s'agit d'atteindre le régime permanent.

L'analyse numérique des interactions aube/carter est le cœur de métier du Laboratoire d'Analyse Vibratoire et Acoustique (LAVA). Le LAVA a réalisé de nombreux travaux portant sur l'analyse des interactions aube/carter que ce soit pour la réduction des modèles d'aubes [26], les méthodes de résolution temporelle [27] et fréquentielle [28], ainsi que les comparaisons de résultats expérimentaux et numériques [29]. Les codes développés au sein du laboratoire en collaboration avec des

industriels, tel que le code IRS (pour Interaction Rotor Stator), permettent l'analyse du comportement vibratoire des aubes (déplacements, accélérations, forces). Le code IRS permet l'analyse de modèles académiques et industriels d'aubes avec une méthode de résolution temporelle. La société Siemens Energy, qui exploite des turbines à gaz à des fins de production d'énergie, contribue à l'évolution du code en réalisant des études avec le code IRS sur certaines de leurs aubes. Récemment, la société Siemens Energy a sollicité le LAVA pour effectuer l'étude d'une de leurs aubes afin de mieux comprendre le comportement vibratoire de celle-ci.

Lors de la première campagne de simulations réalisée avec les paramètres fixés par l'entreprise, l'attention s'est portée sur les déplacements de l'aube et notamment les vitesses de rotation pour lesquelles une résonance est constatée. Les amplitudes de déplacements aux vitesses de résonance sont amplifiées, cela entraîne des efforts ainsi qu'une usure de l'abradable plus importante, lorsque la résonance a lieu dans la direction radiale. Les résultats obtenus montrent que l'aube étudiée présente des résonances à des régimes moteur non entiers, en plus des résonances à des régimes moteur entiers qui sont fréquentes dans le cadre des interactions aube/carter. Les phénomènes de résonance entraînent une augmentation des charges vibratoires sur l'aube pouvant influencer négativement sur sa structure, justifiant la nécessité d'évaluer les vitesses de résonance pour une aube ainsi que de développer des solutions afin d'éviter les résonances des aubes [30]. Des études sur la géométrie des aubes ont été menées afin de minimiser les effets des interactions aube/carter [31–33]. Toutefois, des études sur la géométrie des carters sont moins nombreuses.

La détection des vitesses de résonance est réalisée grâce à des cartes d'interaction, telles que celles présentées sur la figure 1.2, qui permettent aussi de connaître les fréquences auxquelles ses résonances interviennent. Le calcul et la lecture des cartes d'interaction seront présentés plus en détail dans le chapitre 3. La figure 1.2b présente la carte d'interaction du déplacement radial du bord d'attaque de l'aube industrielle d'intérêt obtenue lors de la première campagne de simulation. À titre de comparaison, une carte d'interaction des déplacements radiaux du BA d'un modèle ouvert d'aube est présentée sur la figure 1.2a. Les zones numérotées 1 sur les deux figures mettent en évidence les résonances des aubes à des régimes moteur entiers. Une seconde zone numérotée 2 est visible pour l'aube industrielle et souligne les résonances à des régimes moteur non entiers. Ce phénomène n'est pas retrouvé avec le modèle ouvert. La définition précise des vitesses pour lesquelles ces résonances interviennent est difficilement réalisable avec l'affichage des cartes d'interaction tel qu'il est réalisé actuellement. De plus, les interactions de plus faibles amplitudes apparaissant à certaines fréquences pour une vitesse donnée, ne sont pas visibles sur les cartes actuelles. Un développement de l'outil concernant le calcul et l'affichage des cartes est nécessaire pour affiner les premiers résultats obtenus.

La première campagne de simulations ne permet pas de conclure directement sur les causes

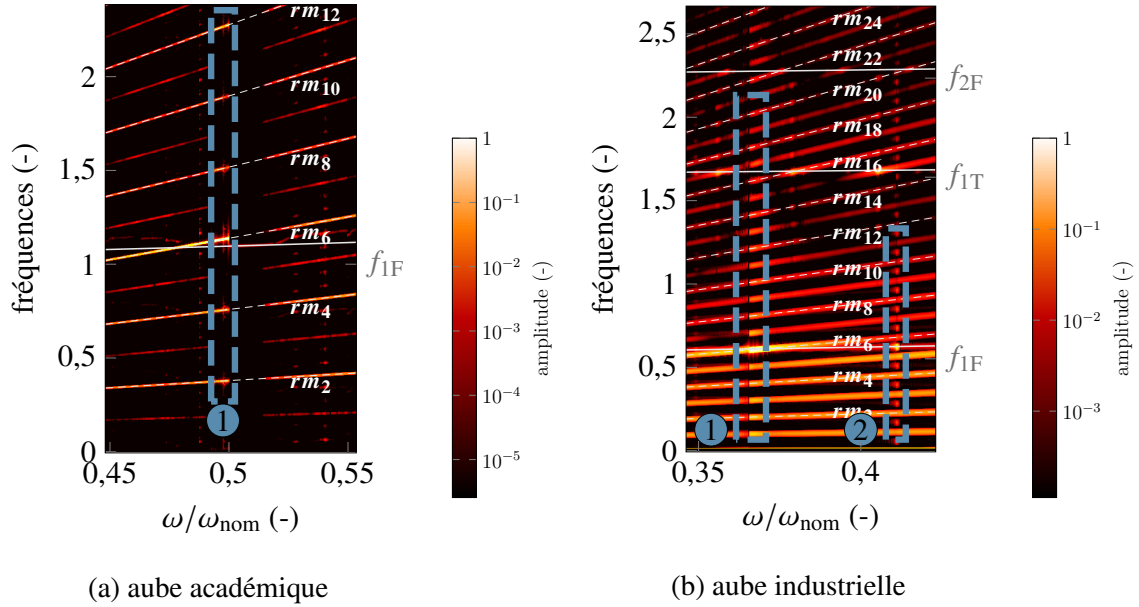


FIGURE 1.2 Cartes d'interaction au bord d'attaque (déplacement radial) des aubes

des résonances à des régimes moteur non entiers. Le caractère multi-physique du contact aube/carter implique la prise en compte de nombreux paramètres lors de la simulation, les sources de résonance peuvent être multiples : forme du carter, propriétés du matériau abrasable, ou encore géométrie de l'aube. Il convient de mener à bien une étude afin d'identifier les paramètres pouvant être à l'origine des résonances à des régimes moteur non entiers. La conduite d'une analyse de sensibilité s'inscrit dans ce sens, puisqu'elle permet de définir les paramètres de simulation ayant l'influence la plus importante sur les valeurs de sortie du modèle.

Les éléments évoqués dans cette introduction soulignent le besoin de réaliser des développements sur l'outil IRS afin de pouvoir conduire une nouvelle campagne de mesure sur l'aube industrielle pour mettre en évidence les résonances de l'aube que ce soit sur des régimes moteur entiers ou non. Dans un second temps, il conviendra de définir les paramètres de simulation à l'origine de ces interactions. De plus, afin de permettre une analyse de sensibilité portée sur les paramètres liés à la forme du carter, la possibilité de représenter le carter avec la méthode des séries de Fourier sera intégrée à l'outil de simulation.

Ce mémoire est composé de quatre chapitres. Le premier propose un état de l'art des études sur les interactions aube/carter et aborde les méthodes d'analyses de sensibilité d'un point de vue théorique. Dans le second chapitre, le fonctionnement de l'outil IRS ainsi que les développements réalisés sur celui-ci sont présentés. Le troisième chapitre revient sur l'analyse préalable de l'aube industrielle et apporte de nouveaux éléments d'analyse grâce aux développements réalisés sur l'ou-

til. Finalement, le dernier chapitre propose une analyse de sensibilité portant sur des paramètres de l'outil numérique ciblés suite aux résultats de l'étude portant sur l'aube industrielle.

Note : par soucis de confidentialité des résultats, l'ensemble des quantités et des résultats seront normalisés.

CHAPITRE 2 REVUE DE LITTERATURE

Ce chapitre est destiné à préciser le sujet d'étude en présentant les types d'interactions aube/-carter. Après avoir défini le type d'interaction aube/carter sur lequel porte la suite du mémoire, les études expérimentales et les notions théoriques utilisées dans le cadre d'études numériques sur le sujet seront définies. Enfin, les concepts de base de l'analyse de sensibilité seront introduits à travers la description d'analyses de sensibilité conduites dans le domaine des turbomachines.

2.1 Interactions aube/carter

L'interface de contact entre l'aube et le carter est le témoin de différents types d'interactions qui sont définies de la manière suivante :

- les interactions modales.** Les structures axisymétriques présentent des modes vibratoires se propageant dans la structure et engendrant une déformation sous forme de lobes. Ces modes sont retrouvés au niveau de la roue aubagée mais aussi au niveau du carter. Lorsque les géométries adoptées par ces deux éléments coïncident, un contact direct entre les deux structures peut avoir lieu encouragé par le jeu limité entre le sommet des aubes et le carter. Ce phénomène est appelé *traveling wave speed coincidence* en anglais. Les interactions modales sont alimentées par l'énergie cinétique de rotation fournie par le rotor au stator et interviennent dans des conditions précises. Des études comme celle de Legrand [34, 35] ont montré qu'il est possible de prédire à quelles vitesses ces interactions se produisent ;
- les mouvements de précession.** La précession est un désaxement de l'axe de rotation du rotor lié à un déséquilibre dans le fonctionnement du rotor (déséquilibre des masses, modification du chargement aérodynamique) entraînant la friction du rotor sur la surface interne du stator. Le mouvement de rotation du rotor est alors modifié et un mouvement de translation apparaît. Si celui-ci est supérieur au jeu cela peut conduire à un contact aube/carter [36, 37] ;
- les frottements aube/abradable.** Cette interaction intervient entre l'aube seule et le carter. Le contact aube/carter intervient à des points de fonctionnement précis lorsque les fréquences propres de l'aube correspondent aux régimes moteur de la turbomachine. La dynamique de l'aube est non-linéaire lors du contact du fait de l'usure liée au frottement de l'aube contre l'abradable et des phénomènes thermodynamiques [12, 17].

2.1.1 Modélisation expérimentale

Les modélisations expérimentales du contact aube/carter répondent à trois objectifs : (1) développer les nouveaux modèles de turbine à gaz, (2) développer et valider des modèles numériques, et (3) enquêter sur des incidents survenus sur des turbines à gaz en activité.

2.1.1.1 Caractérisation des phénomènes d'usure

Avec la réduction du jeu aube/carter afin d'améliorer le rendement des turbomachines, les contacts entre aubes et carter sont devenus plus courants. En l'absence de matériaux abrasables sur la surface de contact du carter, les sommets d'aubes sont soumis à une usure prématurée. La compréhension du comportement de ces matériaux sous différentes conditions d'utilisation est donc primordiale. Dans les années 1970, la NASA en collaboration avec Pratt et Whitney entame les premiers travaux de recherche sur les matériaux abrasables afin de définir les propriétés idéales de ceux-ci pour une utilisation au sein des turbomachines [38–41]. Différents matériaux et différentes structures de matériaux ont été soumis à une comparaison basée sur deux critères que sont l'abrasabilité (capacité d'un matériau à s'user volontairement) et l'érosion (dégradation progressive de la surface du matériau). Les différents travaux s'accordent sur la nécessité de trouver un compromis entre abrasabilité et érosion. La première étude propose l'utilisation de structures alvéolaires type nid d'abeille qui présentent de bons résultats dans les tests d'abrasabilité et d'érosion réalisés. Toutefois, les performances de ces structures pour des températures supérieures à 980°C ne sont pas assurées. De plus, des turbulences plus importantes sont attendues autour du sommet d'aube du fait de la structure alvéolaire. L'utilisation de fibres métalliques avec différentes densités est aussi suggérée. Les fibres métalliques avec une densité faible (20%) sont les plus résistantes aux frottements, mais elles présentent une faible résistance à l'érosion créant ainsi des risques d'ingestion de particules métalliques dans le reste de la turbomachine. Les fibres métalliques avec une densité plus élevée (30%) apparaissent alors comme la meilleure solution [38]. Pour des températures allant jusqu'à 1300°C, les conclusions [39] recommandaient l'utilisation d'un revêtement multicouche appliqué par spray plasma à base de zircône et d'un alliage de chrome, aluminium et yttrium sur les fibres métalliques. De nombreux travaux sont venus compléter les études précédentes en étudiant d'autres matériaux abrasables comme des alliages à base d'aluminium [42] ou encore en réalisant des tests de frottement entre le sommet d'aube et les matériaux abrasables à des vitesses linéaires et de pénétration variables [42–44]. Les nombreuses études s'accordent sur le fait qu'avec une vitesse linéaire élevée du sommet d'aube et une vitesse de pénétration faible, les transferts d'adhésif entre l'abrasable et l'aube sont plus importants. D'autres études se sont intéressées aux matériaux de l'aube pour évaluer l'influence de celui-ci sur le transfert d'adhésif entre l'abrasable et l'aube [45]. Les forces de contact ont aussi été évaluées [46] dans le cadre des interactions aube/carter, la com-

posante tangentielle par le biais du mouvement de flexion de l'aube et la composante normale a été calculée en combinant les valeurs de force et d'accélération mesurées [25].

2.1.1.2 Équipements expérimentaux

Depuis le début des années 2000, l'intérêt croissant pour les interactions aube/carter au sein des turbomachines a poussé au développement d'équipements de tests. Certains ont été construits afin de se focaliser sur des points précis du contact tels que ceux évoqués dans le cadre de la caractérisation des phénomènes d'usure. D'autres bancs d'essais permettent de s'intéresser au contact aube/carter dans sa globalité en recréant les conditions de fonctionnement d'une turbomachine.

2.1.1.3 Bancs d'essais balistiques

Ces bancs interviennent dans le cadre de la caractérisation des matériaux abrasables et servent à reproduire les phénomènes de frottements entre le matériau abrasable et le sommet d'aube. L'échantillon de matériau abrasable est placé sur un rail qui se translate horizontalement et vient impacter une pièce métallique représentant le sommet d'aube. Le rail est projeté par compression d'un gaz et peut atteindre une vitesse allant jusqu'à 500 m/s [2]. La position variable de la pièce représentant l'aube permet de varier la profondeur de pénétration du matériau. Ces bancs d'essais ont permis de montrer que les forces mesurées dans l'aube augmentent avec la vitesse d'interaction. Cette augmentation des forces est plus importante avec une pénétration de l'abrasable accrue [23].

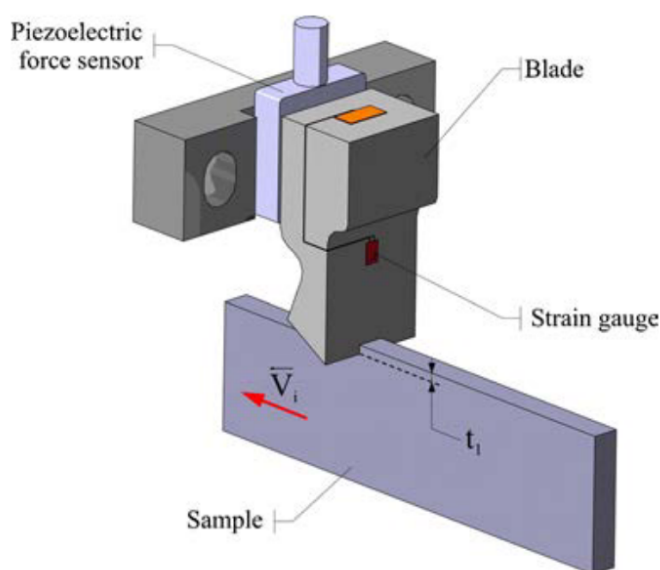


FIGURE 2.1 Banc balistique. Issue de [2]

2.1.1.4 Bancs d'essais en rotation

Ces bancs sont les mieux adaptés pour étudier le comportement vibratoire des aubes (déplacements, accélérations, forces) sous différentes conditions de fonctionnement. Deux types de bancs d'essais existent pour étudier le contact aube/carter [47]. Le premier type se limite à une section de carter et utilise un rotor sur lequel est fixée une aube pour engendrer le contact. L'Ohio State University possède un de ces bancs qui lui a permis de conduire, entre 2002 et 2007, 7 campagnes de mesures traitant de différents enjeux liés aux turbomachines (géométrie du sommet d'aube, traitement de surface du carter, vitesses de frottement, etc) [18, 19, 48, 49]. Un banc d'essais permettant des vitesses de rotation jusqu'à 15 000 rpm a été développé à la Technische Universität Dresden. Ce banc offre la possibilité de placer jusqu'à 20 sections de carter le long de la trajectoire de l'aube permettant ainsi une étude du comportement vibratoire pour plusieurs contacts par tour [3]. Le second type de bancs d'essais se compose d'une roue aubagée complète et de son carter, l'ensemble correspond dans certains cas à un étage réel de compresseur ou de turbine. Le contact est introduit par une excitation vibratoire ou par combinaison des forces centrifuges avec la réduction du jeu aube/carter. Ces mesures expérimentales ont mis en lumière des motifs d'usure sur le carter complet qui sont liés aux modes d'excitation de l'aube [13]. Ces études montrent aussi le besoin de prendre en compte les phénomènes thermomécaniques dans les modèles, que ce soit pour l'usure ou la dilatation thermique des composants, ils influent sur la réponse vibratoire de l'aube [22].

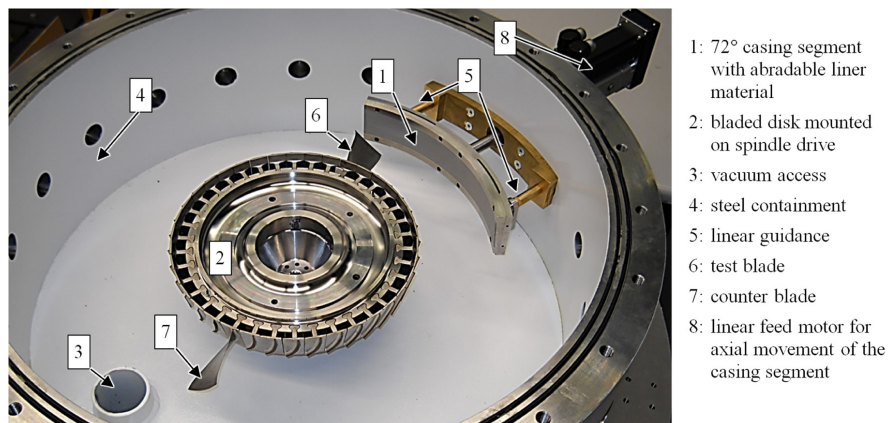


FIGURE 2.2 Banc d'essais en rotation. Issue de [3]

2.1.1.5 Limites des simulations expérimentales

L'utilisation des dispositifs expérimentaux présentés précédemment a mis en avant leur intérêt pour la compréhension des interactions aube/carter mais a aussi exposé leurs limites. En effet, les contraintes temporelles, le coût de production et d'exploitation, ainsi qu'une variabilité limitée

poussent les industrielles à se tourner vers les méthodes numériques pour répondre aux besoins croissants de connaissances et données sur les interactions aube/carter. Au cours des paragraphes précédents, il est apparu qu'il existe très peu de dispositifs expérimentaux sur des roues aubagées complètes [13]. Le projet PHARE porté par l'Ecole Centrale de Lyon en collaboration avec des industriels a permis la construction de dispositifs expérimentaux permettant d'étudier le comportement vibratoire d'une soufflante dont le diamètre peut atteindre 3 mètres. Ces dispositifs expérimentaux, considérés comme unique au monde, ont coûté un peu plus de 10 millions d'euros [50].

Quand bien même les résultats expérimentaux présentent certaines limites, ils restent indispensables pour alimenter et guider le développement des modèles numériques, comme en témoignent les motifs d'usure ou encore les relevés de températures obtenus à l'issue de simulations expérimentales et qui sont comparés aux résultats numériques pour valider les modèles numériques [12, 14, 17]. En 2015, SNECMA voyait les méthodes expérimentales et numériques travailler de concert dans le cadre du développement de nouveaux moteurs d'avions avec une partie expérimentale destinée à comprendre les phénomènes en jeu dans le contact aube/carter et une partie numérique vouée à produire des modèles prédictifs [51].

2.1.2 Modélisation numérique

2.1.2.1 Création du modèle

Les nombreux phénomènes complexes et notamment la gestion du contact entre le sommet d'aube et le matériau abradable ne permettent pas d'utiliser des modèles simplifiés dans le cadre de l'étude du frottement aube/abradable. Dans le cadre des interactions modales et des mouvements de précession, il est possible d'utiliser des modèles simplifiés plans [35, 37]. Ces modèles proposent une représentation des roues aubagées par un ensemble de poutres de Bernoulli. Le carter est, lui aussi, représenté par un ensemble de poutres courbées. Le couplage entre la roue aubagée et le carter est réalisé par un ensemble de ressorts. Toutefois, l'absence de considération de la géométrie de l'aube fait obstacle au calcul de l'usure et des mouvements de flexion.

De ce fait, les modèles éléments finis (EF) complets sont nécessaires pour décrire précisément l'interface de contact et obtenir les résultats les plus précis possibles. Néanmoins, lors de la procédure d'intégration temporelle, les temps de calculs s'avèrent importants pour des modèles EF comptant plusieurs milliers de degrés de liberté (ddl). Des méthodes de réduction de ces modèles ont donc été mises en place. Ces méthodes s'appuient sur la synthèse modale (component mode synthesis (CMS)). Cette méthode propose de diviser la structure d'un modèle en plusieurs sous-structures interconnectées par des interfaces régies principalement par les modes de vibrations [52, 53]. Dans le cadre de l'analyse vibratoire des aubes, cette méthode est donc particulièrement adaptée. Toute-

fois, le besoin de calculer, en temps réel, les forces de contact ainsi que les déplacements des nœuds pouvant entrer en contact avec le carter nécessite de choisir une méthode de réduction répondant à ces problématiques. La méthode de Craig-Bampton est une méthode à interfaces fixes utilisant les modes encastrés et statiques [54]. Elle décompose les ddl du modèle en ddl frontières x^f , conservés tel quels pour la gestion du contact, et en ddl internes, réduit à η modes donnant q_{cb} ddl modaux selon la formule suivante :

$$x = \begin{pmatrix} x^f \\ x^i \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} I & 0 \\ \Psi_s & \Psi_c \end{bmatrix} \begin{pmatrix} x^f \\ q_{cb} \end{pmatrix} \quad (2.1)$$

Ψ_s et Ψ_c correspondent respectivement aux modes statiques et aux η modes de contraintes. Les modes de contraintes sont nécessaires pour s'assurer de la qualité du modèle réduit.

2.1.2.2 Résolution numérique

Le comportement vibratoire de l'aube est déterminé après avoir produit le modèle réduit de l'aube. Cette étude du comportement vibratoire des aubes passe par la résolution du problème différentiel non-linéaire suivant :

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{D}\dot{\mathbf{u}} + \mathbf{K}\mathbf{u} + \mathbf{F}_{nl}(\mathbf{u}, \dot{\mathbf{u}}) = \mathbf{F}_{ext} \quad (2.2)$$

Les termes $\mathbf{M}$, $\mathbf{D}$ et $\mathbf{K}$ correspondent respectivement aux matrices de masse, d'amortissement et de raideur. Le terme $\mathbf{F}_{nl}$ décrit les forces non-linéaires liées principalement au contact. Le terme $\mathbf{F}_{ext}$ représente les forces aérodynamiques synchrones s'appliquant sur les aubes du rotor. La réponse d'un système à des forces synchrones est périodique. Un comportement périodique des aubes est donc attendu. Cependant, le régime transitoire est fondamental dans l'étude du contact [22]. Deux méthodes de résolution sont ainsi disponibles, la résolution dans le domaine temporel et celle dans le domaine fréquentiel. La résolution de l'équation différentielle (2.2) dans le domaine temporel peut se faire selon une discrétisation explicite ou implicite. La première consiste à calculer les déplacements à l'instant $t + dt$ grâce aux instants précédents :

$$u(t + dt) = f(u(t), u(t - dt)) \quad (2.3)$$

Cette discrétisation requiert un pas de temps très fin (10^{-7} s) pour éviter la divergence de la réponse. Les méthodes de discrétisation explicite principalement utilisées sont celles d'Euler et de Runge-Kutta [55, 56]. La seconde discrétisation fonctionne par résolution d'une équation liant les déplacements aux instants t et $t + dt$ [57] :

$$f(u(t), u(t + dt)) = 0 \quad (2.4)$$

La résolution de l'équation (2.2) dans le domaine temporel permet la comparaison directe avec les simulations expérimentales [14, 17] et la prise en compte des méthodes de gestion du contact ou des phénomènes thermomécaniques. Toutefois, la résolution dans le domaine temporel s'avère coûteuse en temps de calculs et les solutions instables sont difficilement accessibles.

2.1.2.3 Mécanique du contact

Lorsque l'aube et le carter entrent en contact, leurs vitesses et leurs accélérations sont discontinues, cela introduit des non-linéarités dans le système. La gestion du contact est réalisée à travers un algorithme de prédiction/correction du contact [58]. Dans un premier temps, l'algorithme détermine s'il y a contact entre les deux éléments. Si c'est le cas, les forces de contact sont calculées afin de corriger la position des nœuds de l'aube et du carter. Un modèle de contact continu est adopté pour le contact aube/carter, les forces de contact sont de ce fait ajoutées aux équations du mouvement au moment du contact [59]. Dans ce cadre, une attention particulière est portée sur le calcul du jeu et le calcul des forces de contact.

2.1.2.4 Calcul du jeu

Le calcul du jeu se fait par la stratégie de résolution de nœuds à surface, c'est-à-dire la distance minimale projetée entre les nœuds du sommet d'aube et la surface du carter [60]. De plus, il est nécessaire que les quantités en jeu lors du passage d'un élément à un autre soient continues. Pour ce faire, des méthodes de lissage sont mises en œuvre telles que le lissage par surface B-spline [61, 62], le lissage par utilisation des éléments de Mortar [63, 64] ou d'Hermite [65].

2.1.2.5 Calcul des forces de contact

Plusieurs méthodes de calcul des forces de contact existent parmi elles, la méthode de pénalité et la méthode des multiplicateurs de Lagrange. La méthode de pénalité établit que la force de contact, notée f_n , est proportionnelle à la pénétration, notée p_n [66, 67].

$$f_n = k_n |p_n| \text{ avec } k_n \text{ le coefficient de pénalité} \quad (2.5)$$

Cette méthode a pour avantage le fait qu'elle n'introduit pas de nouvelle variable dans le système déjà complexe. Toutefois, elle présente certains défauts comme le fait d'introduire un niveau de pénétration résiduelle ou le risque de divergence qui s'accroît avec un facteur k_n trop grand. La méthode des multiplicateurs de Lagrange n'introduit pas de pénétration entre les deux objets. Cette méthode repose sur l'ajout des conditions de contact au niveau des nœuds en calculant la force annulant la pénétration [68].

2.2 Analyse de sensibilité

Les analyses de sensibilité sont très fréquentes dans le domaine des turbomachines principalement pour les études aérodynamiques des aubes [69–71]. Cela s’explique notamment par le fait que les études de la mécanique des fluides nécessitent un effort numérique important ne permettant pas de réaliser des campagnes de simulations avec toutes les combinaisons de paramètres possibles. D’autres analyses de sensibilité destinées spécifiquement à l’étude des contacts aube/carter ont aussi été menées comme celle de Nyssen [72]. Les interactions aubes/carter étant des phénomènes commandés par de multiples domaines de la physique et de la mécanique, la modélisation de ces phénomènes à travers des outils numériques demande de prendre en compte un nombre important de paramètres. Avec l’évolution des connaissances sur les phénomènes physiques régissant les interactions aube/carter et le développement des outils numériques, le nombre de paramètres à prendre en compte dans les modèles d’étude de ces interactions n’a fait qu’augmenter. Toutefois, la croissance du nombre de paramètres soulève la question de leur influence sur les valeurs de sortie du modèle étudié. En effet, tous les paramètres n’influent pas de la même manière sur le système, certains n’ont quasiment aucun impact sur la réponse du système alors que d’autres ont un poids non négligeable sur la réponse. Enfin, des paramètres peuvent avoir un impact plus important lorsqu’ils sont couplés avec d’autres paramètres. En somme, le besoin de comprendre les liens entre les paramètres de simulation et de mettre en avant les paramètres les plus influents sur la réponse du système justifie de mettre en place des analyses de sensibilité. Une analyse de sensibilité permet de définir en quoi les variations des valeurs d’intérêts en sortie d’un modèle sont imputables aux variations des paramètres d’entrée. Une analyse de sensibilité peut être locale ou globale. À l’origine, les analyses de sensibilité étaient principalement locales et reposaient sur le calcul des dérivées partielles de la variable d’intérêt par les différentes variables d’entrée. Toutefois, avec des systèmes plus complexes, l’évaluation des incertitudes des variables de sortie dues aux variables d’entrée devient plus difficile avec une analyse locale et requiert l’utilisation d’autres méthodes telle que la méthode de Monte Carlo. Ces méthodes ne s’intéressent plus aux variations des sorties localement, mais sur l’ensemble de l’intervalle de définition des paramètres d’entrée [73]. Les sections suivantes sont destinées à fournir les bases théoriques de l’analyse de sensibilité en termes d’échantillonnage et de calculs statistiques.

2.2.1 Simulations de Monte Carlo

Dans le cadre des analyses de sensibilité sur des études aérodynamiques, celles-ci s’appliquent généralement sur un étage de compresseur. Les performances aérodynamiques de l’étage sont généralement étudiées en fonction des paramètres géométriques des aubes. Les aubes sont sujettes à des variabilités géométriques liées à l’usure et/ou aux variabilités dans le processus de production.

Ces variabilités géométriques peuvent être à l'origine de pertes de rendement conséquentes pour la turbomachine. Diverses méthodes sont alors mises en place pour évaluer les paramètres les plus impactants dans les pertes de rendement. Une méthode courante est de réaliser une simulation de Monte Carlo [69–71]. La méthode de Monte Carlo est une méthode très connue pour effectuer une analyse d'un modèle et obtenir une idée globale de la réponse du système sur la plage de valeurs des différents paramètres d'entrée. La méthode de Monte Carlo se décompose en plusieurs étapes [69] :

1. **analyse du système.** Il s'agit de définir le système d'étude et les différents éléments qui le composent. Dans le cadre des interactions aube/carter, cela comprend les différentes lois physiques qui régissent les interactions ainsi que les propriétés de l'aube et du carter ;
2. **paramétrisation.** Les différentes lois physiques et les propriétés des éléments du système sont décrites par des paramètres. Pour l'étude du contact aube/carter, la distance initiale entre l'aube et le carter est l'un des paramètres du système qui pourra être étudié. Il est préférable d'avoir un nombre de paramètres réduit et qu'ils soient facilement interprétables afin de permettre une meilleure compréhension des résultats obtenus ;
3. **description statistique.** En analysant les données sur chaque paramètre, une plage de valeurs est spécifiée pour chacun. L'évolution du paramètre sur sa plage de valeurs est définie par une distribution de probabilité comme la loi uniforme ou la loi normale. Durant cette étape de la méthode de Monte Carlo, les corrélations entre les différents paramètres doivent être indiquées ;
4. **échantillonnage.** Basé sur les descriptions statistiques des différents paramètres, un échantillon est produit. Plus l'échantillon est grand, plus la précision sera importante. Néanmoins, cela signifiera que le temps de calcul sera plus long. Un compromis doit être trouvé. Par la suite, plusieurs techniques d'échantillonnage permettant de couvrir un maximum l'espace des variables d'entrée avec un échantillon le plus petit possible seront présentées ;
5. **calcul déterministe.** Pour chaque point de l'échantillon, les valeurs de sortie du modèle sont calculées. Les valeurs d'intérêts peuvent être les contraintes sur l'aube ou bien les maximums de déplacements ;
6. **évaluation statistique.** Les mesures statistiques telles que la moyenne ou l'écart type des valeurs d'intérêts sont évaluées.

2.2.2 Méthodes d'échantillonnage

Les méthodes d'échantillonnage sont très nombreuses [69, 73–75], elles nécessitent toutes la même étape préliminaire qui consiste à définir les plages de valeurs des paramètres et les distributions de probabilité des paramètres sur les plages de valeurs. Les plages de valeurs et les distributions de probabilités peuvent être définies de manière empirique ou sont tirées d'études précédentes sur

les différents facteurs. Dans les prochains paragraphes, les différentes méthodes d'échantillonnages seront présentées.

2.2.2.1 Échantillonnage aléatoire simple

Lors d'un échantillonnage aléatoire simple, chaque point de l'échantillon est produit indépendamment des autres et sans contraintes. Chaque facteur suit une loi uniforme sur la plage de valeurs qui est la sienne [69]. L'échantillon produit peut être composé d'éléments très proches les uns des autres ne permettant pas d'évaluer la réponse du modèle sur l'ensemble de l'espace des valeurs d'entrée. Néanmoins, cela permet d'obtenir des estimations non biaisées de la moyenne et de la variance des variables de sortie [73]. Soit X un échantillon composé de N points avec $X = (x_1, \dots, x_N)$ et $Y = (y_1, \dots, y_N)$ la réponse du modèle pour chaque point x_i de l'échantillon :

$$\bar{Y} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N y_i \quad (2.6)$$

$$\hat{V}_y = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (y_i - \bar{Y})^2 \quad (2.7)$$

Toutefois, la moyenne et la variance estimées sont incertaines. L'incertitude de la moyenne $\bar{Y}$ peut par exemple être décrite par l'erreur standard $s_{\bar{Y}}$ [74] :

$$s_{\bar{Y}} = \sqrt{\frac{1}{N^2} \sum_{i=1}^N Var(y_i)} \quad (2.8)$$

2.2.2.2 Échantillonnage par stratification

La principale problématique lors de l'échantillonnage est le remplissage de l'espace des entrées de manière uniforme. Le terme de "space-filling" est généralement utilisé pour décrire les plans d'échantillonnage remplissant uniformément l'espace des entrées. Pour obtenir un tel plan d'échantillonnage, une technique est de diviser la plage de valeurs de chaque entrée en intervalles de tailles égales ou non. Cela crée ainsi un maillage et l'échantillonnage se fait en plaçant les points au centre des éléments du maillage ou bien au niveau des nœuds [75]. La figure 2.3 présente un exemple d'échantillonnage par stratification pour un modèle à 3 variables d'entrée. La projection des points de l'échantillon produit sur cet exemple à 3 variables permet de constater l'une des faiblesses de l'échantillonnage par stratification. En effet, si les points sont projetés selon l'une des variables, ils vont se superposer, le remplissage de l'espace des variables n'est donc pas optimal. L'une des méthodes pour résoudre ce problème est de réaliser un échantillonnage par hypercube latin.

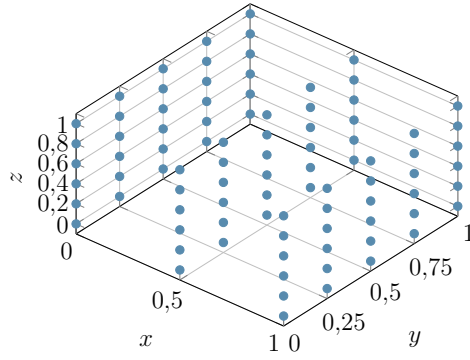


FIGURE 2.3 Plan d'échantillonnage par stratification pour un modèle à 3 variables d'entrée

2.2.2.3 Échantillonnage par hypercube latin

L'échantillonnage par hypercube latin est régulièrement utilisé par les auteurs lors d'analyse de sensibilité [69–71]. Cette méthode repose sur le même principe que l'échantillonnage par stratification. Pour un modèle avec k variables d'entrée et un échantillon de n points, chacun des k espaces d'entrée sera divisé en n subdivisions égales. Chaque point de l'échantillon se voit attribuer une subdivision par variable, qui lui est propre. Cela signifie que pour une même variable, deux points ne peuvent pas avoir la même subdivision. Ainsi, les problèmes de juxtaposition des points rencontrés lors de l'échantillonnage par stratification sont évités. La figure 2.4a présente un plan d'échantillonnage composé de 10 points pour un modèle avec trois variables d'entrée. Les projections du plan d'échantillonnage dans les plans xy , xz et yz montrent qu'aucun point de l'hypercube latin n'aura la même valeur, pour chacune des variables, qu'un autre point de l'échantillon. L'évaluation de l'uniformité (en anglais *space-fillingness*) du plan d'échantillonnage repose sur l'utilisation du maximin introduit par Johnson et al [76] en 1990 et défini de la manière suivante :

soit $d_1, d_2, \dots, d_m$, une liste des valeurs uniques des distances entre les différentes paires de points dans le plan d'échantillonnage noté X . La liste est ordonnée dans l'ordre croissant ;

soit $J_1, J_2, \dots, J_m$, une liste telle que J_j correspond au nombre de paires de points de X séparées par la distance d_j ;

définition 1 : X est un maximin plan d'échantillonnage parmi tous les plans d'échantillonnage s'il maximise la valeur de d_1 et parmi tous les plans vérifiant cette hypothèse, il minimise J_1 ;

définition 2 : X est un maximin plan d'échantillonnage parmi tous les plans d'échantillonnage s'il maximise la valeur de d_1 , parmi tous les plans vérifiant cette hypothèse, il minimise J_1 , parmi tous les plans vérifiant cette hypothèse, il maximise d_2 , parmi tous les plans vérifiant cette hypothèse, il minimise J_2 , ... minimise J_m .

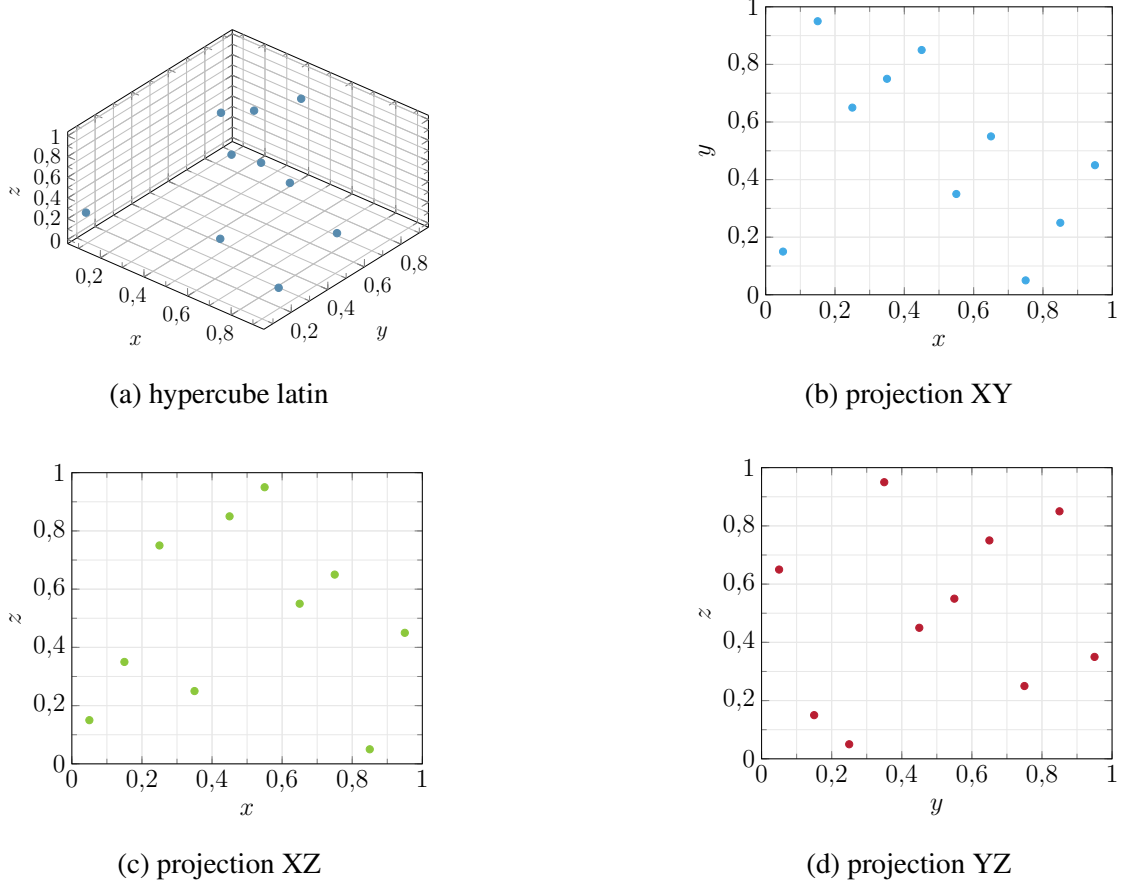


FIGURE 2.4 Plan d'échantillonnage par hypercube latin pour un modèle à 3 variables d'entrée

Il convient aussi d'introduire la notion de distance. On utilise la p-norme, dans ces définitions, pour définir la "distance" :

$$d_p(x^{(i_1)}, x^{(i_2)}) = \left(\sum_{j=1}^k |x_j^{(i_1)} - x_j^{(i_2)}|^p \right)^{1/p} \quad (2.9)$$

- avec $p = 1$, il s'agit de la distance rectangulaire,
- avec $p = 2$, il s'agit de la norme euclidienne.

En 1995, Morris et Mitchell [77] ont développé un outil de comparaison des différents plans d'échantillonnage en compétition.

$$\Phi_q(X) = \left(\sum_{j=1}^m J_j d_j^{-q} \right)^{1/q} \quad (2.10)$$

Plus Φ_q est faible plus le plan d'échantillonnage est correctement réparti dans l'espace des entrées. La valeur de q a une forte influence sur les résultats donnés par le calcul de Φ . En effet, comme en témoigne la figure 2.5, plus la valeur de q est élevée, plus le classement des hypercubes latins par

la méthode des Φ concorde avec le classement des hypercubes latins par la méthode du maximin. Toutefois, on constate qu'à partir de $q = 100$, le même hypercube est classé en premier par les deux méthodes. Il n'est donc pas nécessaire de choisir une valeur de q supérieure à 100.

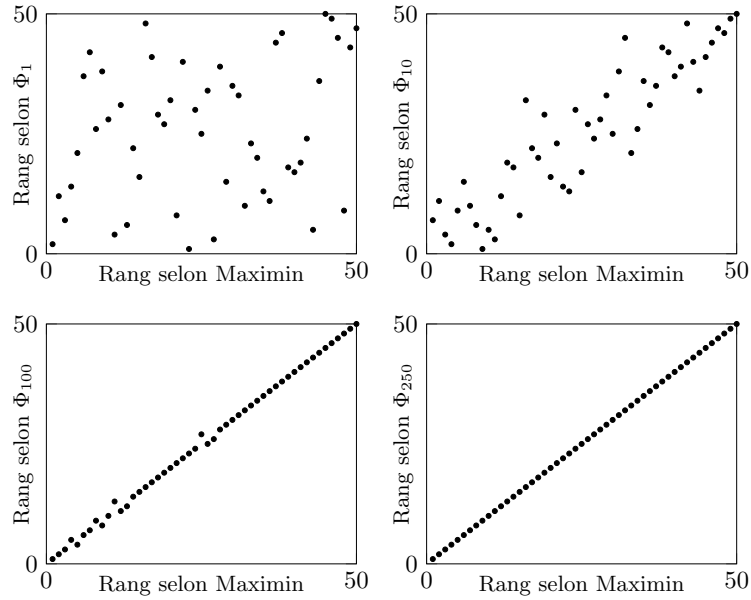


FIGURE 2.5 Classement de 50 hypercubes latins à 25 points et 15 variables selon la méthode des Φ en fonction de leur classement selon la méthode Maximin pour différentes valeurs de q (la norme euclidienne a été utilisée)

Exemple d'utilisation de l'hypercube latin et importance de l'uniformité

Pour mettre en avant l'importance du *space-filling* du plan d'échantillonnage pour obtenir une approximation convenable de la valeur d'une variable de sortie sur l'ensemble de l'espace des entrées, deux hypercubes latins sont comparés sur leur valeur Φ et sur leur réponse à une fonction à 2 variables d'entrée présentée ci-dessous :

$$\forall (x_1, x_2) \in [0, 1]^2 \quad f(x_1, x_2) = x_1^2 \times x_2 + \sqrt{x_2} + x_1 \quad (2.11)$$

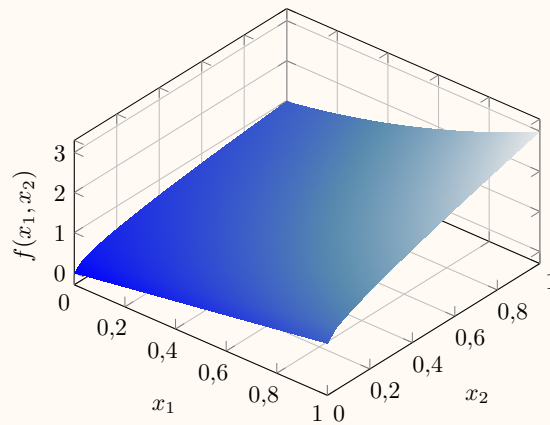
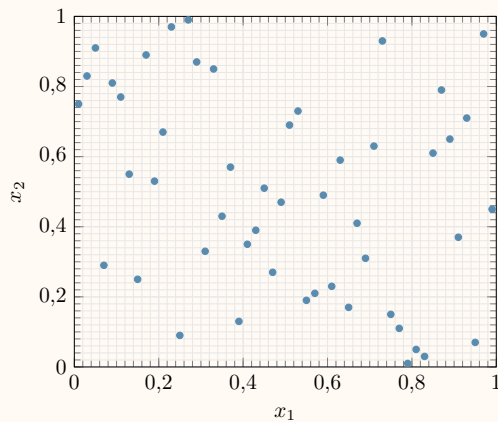


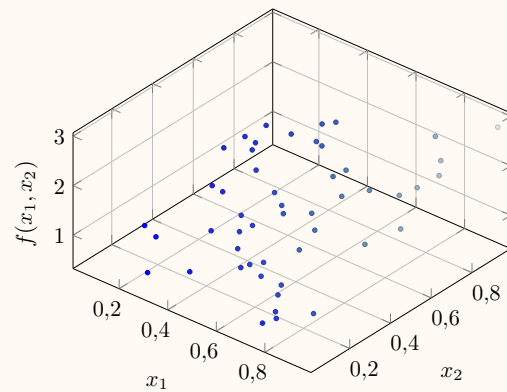
FIGURE 2.6 Surface de réponse de la fonction f sur l'intervalle $[0, 1]^2$

Les paramètres utilisés pour produire et classer les hypercubes latins sont les suivants :

- $n = 50$, nombre de points par échantillon,
- $k = 2$, nombre de variables d'entrée,
- $p = 2$, norme pour le calcul des distances entre les points d'un échantillon (norme euclidienne),
- $q = 100$, paramètre pour le calcul de Φ ,
- $m = 50$, nombre de plans d'échantillonnage produits et comparés. Parmi les 50 plans d'échantillonnage produits, celui ayant la valeur Φ la plus faible est conservé, il est représenté sur la figure 2.7a. On applique la fonction f à tous les points de l'hypercube latin choisi. Les résultats sont présentés sur la figure 2.7b. Les mêmes calculs sont réalisés sur les points de l'hypercube latin représentant l'identité. Le plan d'échantillonnage correspondant à l'identité et les résultats issus de celui-ci sont présentés respectivement sur les figures 2.8a et 2.8b.



(a)



(b)

FIGURE 2.7 Un hypercube latin avec une répartition uniforme de ses échantillons sur l'ensemble de l'espace des entrées **(a)** et la réponse de la fonction f à cet hypercube **(b)**

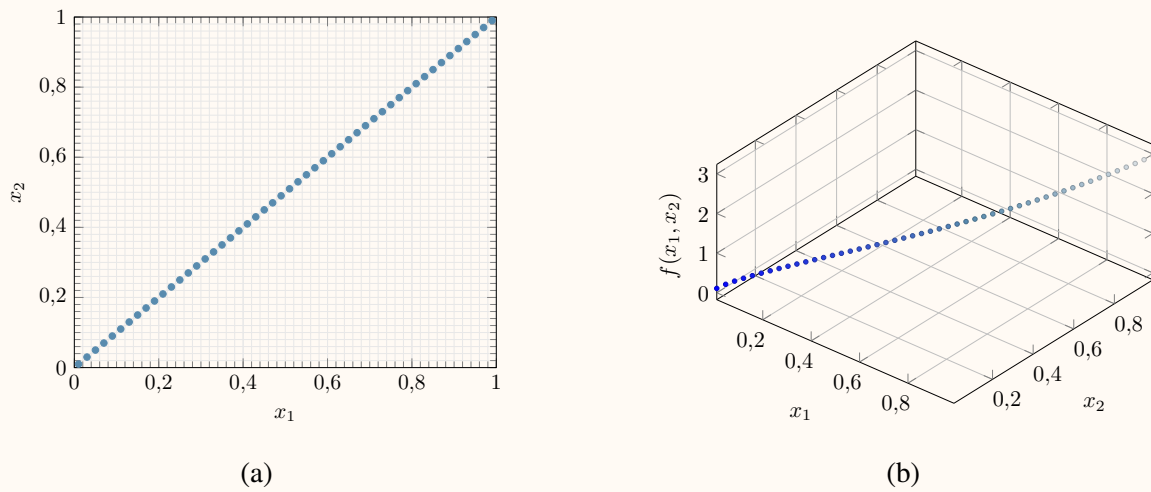


FIGURE 2.8 Un hypercube latin avec une répartition non uniforme de ses échantillons sur l'ensemble de l'espace des entrées (a) et la réponse de la fonction f à cet hypercube (b)

Les deux échantillons respectent les règles de l'hypercube latin. Les valeurs de Φ des hypercubes sont respectivement de 22,67 et 36,75, le premier hypercube latin a, selon l'outil de comparaison de Morris et Mitchell, une meilleure répartition dans l'espace des entrées. Les résultats du premier hypercube permettent une meilleure approximation de la surface de réponse de la fonction f .

2.2.3 Mesures de sensibilité globale

Différents outils de mesure ont été développés pour réaliser des analyses de sensibilité globales. Certains auteurs proposent même une comparaison de ces outils afin d'en évaluer les intérêts et de définir l'outil le plus adapté à leur problématique [70]. Ces différents outils vont être présentés dans les sections suivantes.

2.2.3.1 Les indices de sensibilité globale

Les entrées du modèle étudié sont considérées comme des variables aléatoires et l'objet d'intérêt est la variance d'une variable de sortie. La variance est décomposée en termes attribuables à une entrée ou à un groupe d'entrées. Les indices de sensibilité globale représentent la proportion de variance relative à une entrée ou un groupe d'entrées.

$$x = (x_1, \dots, x_i, \dots, x_n) \text{ avec } x \in \mathbb{I}^n \quad (2.12)$$

Soit f une fonction de $\mathbb{I}^n$ dans $\mathbb{R}$ de carré intégrable.

$$f(x) = f_0 + \sum_{s=1}^n \sum_{i_1 < \dots < i_s}^n f_{i_1 \dots i_s}(x_{i_1}, \dots, x_{i_s}) \quad (2.13)$$

$$f(x) = f_0 + \sum_i f_i(x_i) + \sum_{i < j} f_{ij}(x_i, x_j) + \dots + f_{12 \dots n}(x_1, x_2, \dots, x_n) \quad (2.14)$$

cette formule est la représentation de ANOVA de f si :

$$\int_0^1 f_{i_1 \dots i_s}(x_{i_1} \dots x_{i_s}) dx_k = 0 \text{ pour } k = i_1, \dots, i_s \quad (2.15)$$

En posant :

$$D = \int f^2(x) dx - f_0^2 = \sum_{s=1}^n \sum_{i_1 < \dots < i_s}^n \int f_{i_1 \dots i_s}^2 dx_{i_1} \dots dx_{i_s} \quad (2.16)$$

$$D_{i_1 \dots i_s} = \int f_{i_1 \dots i_s}^2 dx_{i_1} \dots dx_{i_s} \quad (2.17)$$

Les ratios :

$$S_{i_1 \dots i_s} = \frac{D_{i_1 \dots i_s}}{D} \quad (2.18)$$

sont les indices de sensibilité globale [78].

2.2.3.2 Les indices de Sobol

Les indices de Sobol peuvent être directement calculés à partir de la variance et de l'espérance de f et correspondent selon qu'ils s'agissent d'un indice de Sobol du premier, du second ou d'un ordre plus élevé à la part de variance relative à une, deux ou plusieurs variables d'entrée [70]. Les indices de sensibilité de Sobol du premier ordre se calculent selon la formule ci-dessous :

$$S_i = \frac{Var(\mathbb{E}(f(x)|x_i))}{Var(f(x))} \quad (2.19)$$

Les indices de sensibilité de Sobol du second ordre se calculent selon la formule ci-dessous :

$$S_{i_1, i_2} = \frac{Var(\mathbb{E}(f(x)|x_{i_1}, x_{i_2}))}{Var(f(x))} - S_{i_1} - S_{i_2} \quad (2.20)$$

Les indices d'ordre supérieur se calculent sur la même base que celle présentée pour le premier et le second ordre. Les indices de sensibilité de Sobol à effet total existent aussi et correspondent à la

somme des indices de Sobol pour une même variable.

$$S_{T,i_1} = \sum_{S \subseteq \mathcal{M}: i \in S} S_S \text{ avec } \mathcal{M} = 1, 2, \dots, n \quad (2.21)$$

2.2.3.3 Les indices de Shapley

Les indices de Shapley issu de la théorie des jeux, permettent de répartir équitablement l'importance des variables d'entrée sur le résultat en fonction des interactions et des effets directs [70].

$$Sh_i = \frac{1}{n_d!} \sum_{\sigma \in \mathcal{R}} [c(\mathcal{P}_i^\sigma \cup \{i\}) - c(\mathcal{P}_i^\sigma)] \quad (2.22)$$

où :

- σ est une séquence (permutation) de l'ensemble des variables,
- $\mathcal{R}$ est l'ensemble de toutes les séquences possibles,
- $\mathcal{P}_i^\sigma$ est l'ensemble des variables précédant la variable i dans la séquence σ ,
- c est la fonction de coalition, avec $c(\emptyset) = 0$.

2.2.3.4 Les coefficients d'importance

Le coefficient d'importance I_e relatif à la variable x_e est calculé de la façon suivante [79] :

$$I_e = \frac{\Delta R_e^2}{R^2} = 1 - \frac{R_e^2}{R^2} \quad (2.23)$$

$$\Delta R_e^2 = R^2 - R_e^2 \quad (2.24)$$

R^2 est la mesure statistique de la corrélation entre les résultats obtenus avec le modèle de référence et le modèle de substitution :

$$R^2 = 1 - \frac{S}{S_{tot}} \quad (2.25)$$

$$S_{tot} = \sum_{k=1}^m |z^{(k)}|^2 \text{ avec } z^{(k)} \text{ les résultats obtenus avec le modèle de référence} \quad (2.26)$$

S correspond au résidu entre les valeurs obtenues avec le modèle de référence et le modèle de substitution :

$$S(p) = \sum_{k=1}^m (z^{(k)} - f(x^{(k)}, p))^2 \quad (2.27)$$

R_e^2 est calculé de la même manière que R^2 en retirant la variable x_e de l'équation.

2.2.4 Autres méthodes

2.2.4.1 Sensibilité locale

L'analyse de sensibilité locale est réalisée en un point de l'espace des variables d'entrée pour évaluer l'influence de légères variations des variables d'entrée autour de ce point sur la réponse du modèle. Elle est généralement précédée d'une étude préliminaire permettant de sélectionner les points qui feront l'objet d'une analyse de sensibilité locale. Les points sélectionnés sont majoritairement des extremums locaux ou des points de fonctionnement de l'objet d'étude. La méthode d'analyse de sensibilité locale développée par la suite est l'approche *One Factor At a Time*. La sensibilité des variations de la sortie du modèle est mesurée en ne faisant varier qu'une seule variable d'entrée, les autres sont fixées à leurs valeurs nominales. Seules de petites variations des variables autour du point de fonctionnement sont prises en compte.

$$X = (X_1, ..., X_i, ..., X_n) \quad (2.28)$$

L'analyse de sensibilité locale repose sur le calcul d'indices de sensibilité grâce aux dérivées partielles :

$$S_i = \left. \frac{\partial y}{\partial X_i} \right|_{X=X^0} \quad (2.29)$$

L'indice de sensibilité, défini comme ci-dessus, ne permet pas d'effectuer des comparaisons entre des paramètres n'étant pas exprimés dans la même unité. Il existe donc l'indice de sensibilité normé :

$$S_i = \frac{X_i^0}{y^0} \left. \frac{\partial y}{\partial X_i} \right|_{X=X^0} \quad (2.30)$$

y_0 est la variable de sortie du modèle obtenue en considérant en entrée le vecteur X_0 . Plus l'indice de sensibilité est élevé plus l'influence de la variable d'entrée est importante autour du point de fonctionnement. Il est nécessaire de rappeler que les indices de sensibilité offrent simplement une vision locale de la situation. Schmidt et al. ont comparé les méthodes de sensibilité globale avec la méthode de sensibilité adjointe, une extension de l'analyse de sensibilité locale à l'ensemble de l'espace des entrées. La méthode de sensibilité adjointe est très utile du fait de son coût de calcul faible. Mais, elle ne présente un intérêt que pour des systèmes pouvant être linéarisés, ce qui ne peut être connu qu'après avoir réalisé les simulations. Néanmoins, les méthodes de sensibilité globale apportent plus d'informations sur les variables du système et fonctionnent même pour des systèmes non-linéaires [71].

2.2.4.2 Méthode de screening

Les méthodes de screening comme l'approche de Morris permettent de classer, sans les quantifier, les entrées du modèle selon 3 classes [80] :

- les entrées ayant des effets négligeables,
- les entrées ayant des effets linéaires et sans interactions avec les autres variables d'entrée,
- les entrées ayant des effets non-linéaires et/ou avec interactions.

L'approche de Morris repose sur le calcul d'effets élémentaires liés à chacune des variables d'entrée. Les espaces de phase des paramètres d'entrée sont discrétisés par niveaux, il n'y a donc pas de lois de probabilité sur les entrées. Pour le paramètre d'entrée X_j , on définit la largeur de discrétisation ΔX_j [73].

$$E_j^{(i)} = \frac{y(X_1, \dots, X_j \pm \Delta X_j, \dots, X_{N_e}) - y(X_1, \dots, X_j, \dots, X_{N_e})}{\Delta X_j} \quad (2.31)$$

Le calcul d'effets élémentaires est effectué pour chacune des variables d'entrée. De plus, on effectue l'expérience r fois, $r \in [5; 10]$. $N = N_e \times r$ effets élémentaires sont calculés. Pour chaque paramètre d'entrée, 2 caractéristiques sont estimées :

1. la moyenne des valeurs absolues des effets :

$$\mu_j^* = \frac{1}{r} \sum_{i=1}^r |E_j^{*(i)}| \quad (2.32)$$

2. l'écart type des effets :

$$\sigma_j^2 = \frac{1}{r} \sum_{i=1}^r (|E_j^{*(i)}| - \mu_j^*)^2 \quad (2.33)$$

En fonction des valeurs de μ_j^* et σ_j , les interprétations sont différentes :

- plus σ_j est élevé par rapport à μ_j^* moins l'hypothèse de linéarité et de non interaction est pertinente ;
- si $\sigma_j \ll \mu_j^*$ et μ_j^* est élevée, alors l'entrée X_j est influente sur la sortie du modèle y ;
- si σ_j et μ_j^* sont du même ordre de grandeur, alors l'entrée X_j est fortement influente avec des effets non-linéaires et/ou d'interactions ;
- si la sortie dépend linéairement de X_j et X_j n'interagit pas avec les autres entrées X_k , alors les μ_k^* sont égaux et σ_k est alors égale à 0.

2.3 Pertinence du sujet de recherche

Les études sur les contacts aube/carter sont devenues nécessaires lors de la conception des turbomachines du fait qu'ils ont été normalisés lors du fonctionnement de celles-ci. Les études nu-

mériques se sont démocratisées afin de suppléer les études expérimentales très coûteuses et de réaliser les campagnes d'essais de grandes ampleurs. Les méthodes d'analyse de sensibilité, présentées précédemment, de part les techniques d'échantillonnage et les outils d'analyse qu'elles introduisent, offrent la possibilité d'optimiser les campagnes en réduisant notamment le nombre de simulations nécessaires. En ce sens, les analyses de sensibilités ont été régulièrement mises en place pour des études de dynamique des fluides sur les turbomachines [69–71]. Cependant, les analyses de sensibilité restent rares pour les interactions aube/carter [72]. De plus, les méthodes d'échantillonnage ainsi que les outils d'analyse n'impactent pas le fonctionnement des systèmes. Il apparaît pertinent de conduire une analyse de sensibilité sur un outil numérique d'analyse des contacts aube/carter afin de connaître les paramètres influents dans les simulations.

CHAPITRE 3 OUTIL NUMERIQUE ET DEVELOPPEMENTS REALISES

Dans ce chapitre, le fonctionnement du code IRS, outil d'analyse numérique des contacts aube/carter, sera évoqué dans les grandes lignes afin d'introduire les développements réalisés sur cet outil dans le cadre de ce mémoire. Les développements réalisés portent sur la mise en place d'une méthode d'analyse de sensibilité, d'un module de calcul des cartes d'interaction et d'une nouvelle méthode de représentation des carters pour la procédure d'intégration temporelle.

3.1 Outil numérique d'analyse du contact aube/carter

Le code IRS tel que connu aujourd'hui est le fruit de développements successifs réalisés sur plusieurs années au sein du laboratoire LAVA. Ce code a acquis le nom de code IRS, pour Interaction Rotor Stator, suite à des travaux effectués conjointement entre le LAVA et Siemens Energy entre 2020 et 2021 [81]. Le code IRS est écrit en langage de programmation Python. Le code se décompose en 3 parties, comme visible sur la figure 3.1 que sont le pré-traitement, la procédure d'intégration temporelle et les analyses :

prétraitement, avant de lancer la procédure d'intégration temporelle, l'utilisateur du code doit fournir un modèle EF de l'aube qu'il souhaite étudier. La procédure de pré-traitement fait appel au logiciel Ansys afin d'obtenir les matrices de raideur et de masse du modèle EF. Ce modèle est ensuite réduit par synthèse modale avec la méthode de Craig-Bampton. Cela permet de réduire le temps de calcul lors de l'intégration temporelle. Le modèle réduit produit peut prendre en compte les effets centrifuges ou non ;

intégration temporelle, partant du modèle réduit et des paramètres de simulation fournis par l'utilisateur, la procédure d'intégration temporelle permet de connaître le comportement vibratoire de l'aube. Elle regroupe de nombreux aspects techniques comme la gestion du contact, des phénomènes d'usure ou encore la prise en compte des forces aérodynamiques. En sortie, les déplacements des différents degrés de liberté ainsi que les efforts sur les nœuds frontières sont transmis. De plus, si les phénomènes d'usure sont pris en compte lors de la simulation, l'usure du matériau abradable est aussi enregistrée dans le fichier de résultats.

analyses, une fois les simulations réalisées, il est possible d'engager diverses procédures complémentaires pour calculer les contraintes sur l'aube, visualiser ces contraintes ou les déplacements de l'aube, ou encore visualiser l'usure du matériau abradable.

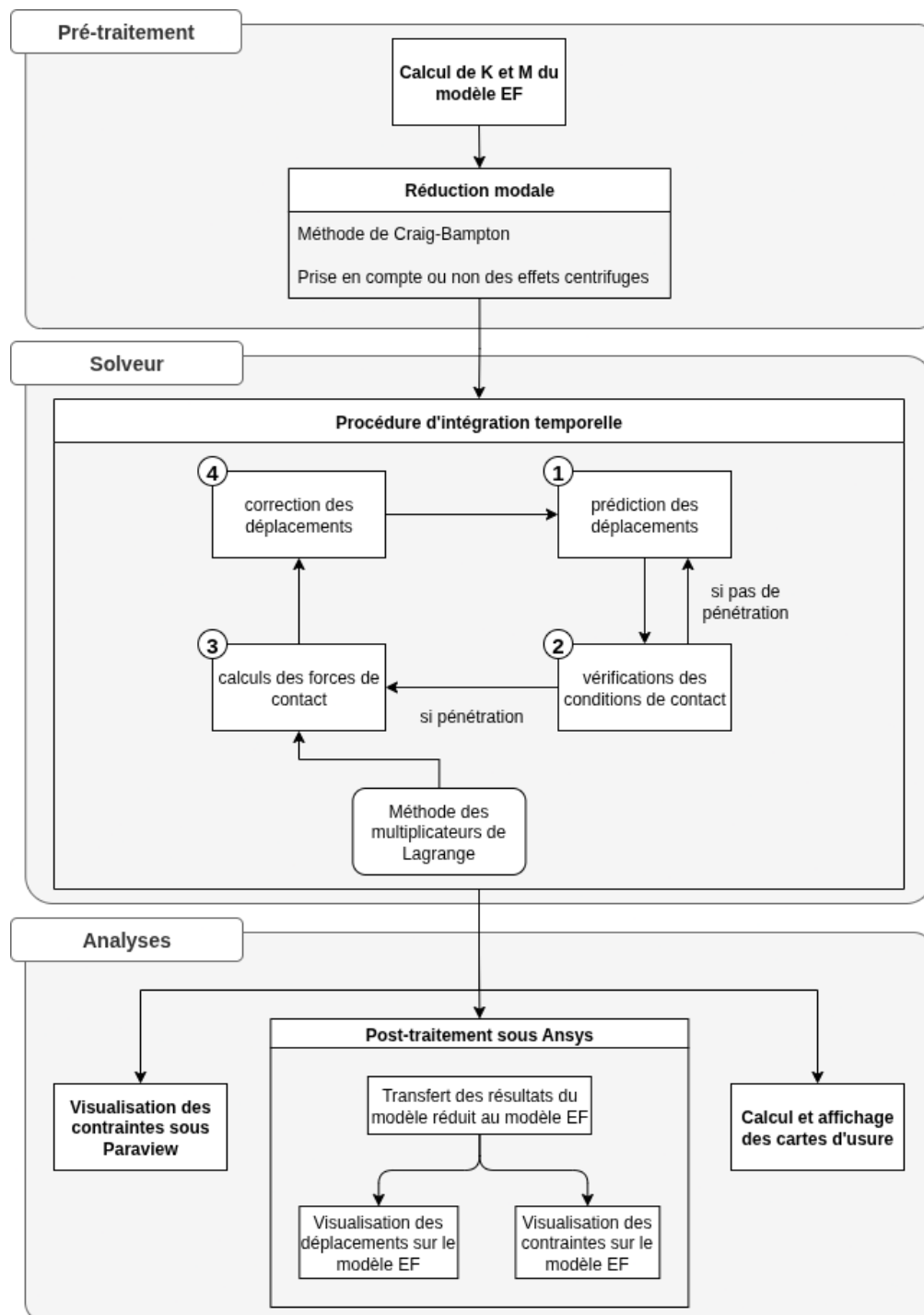


FIGURE 3.1 Schéma de fonctionnement du code IRS avec les différents modules

3.2 Développements réalisés

3.2.1 Analyse de sensibilité

3.2.1.1 Mise en contexte

L'objectif recherché à travers l'étude des différentes méthodes d'analyse de sensibilité évoquées dans le chapitre 2, était de sélectionner le procédé le mieux adapté au contexte du code IRS. L'analyse de sensibilité s'articule autour de deux parties : la création du plan d'échantillonnage et l'analyse des résultats d'intégration temporelle à travers les différentes mesures de sensibilité pour définir l'influence des paramètres de simulation. Dans le cadre du code IRS, la partie d'échantillonnage apparaît comme la plus simple à mettre en place et la plus profitable pour le code de par son caractère universel. En effet, toutes les analyses de sensibilité débutent par une phase d'échantillonnage durant laquelle on cherche à obtenir une répartition uniforme des échantillons dans l'espace paramétrique. La seconde partie des analyses de sensibilité, portant sur l'analyse des différents indices de sensibilité, nécessite un ou plusieurs post-traitements des résultats d'intégration temporelle. Ils varient selon que l'analyse porte sur l'amplitude maximale des déplacements de l'aube ou encore sur la vitesse de rotation à laquelle une résonance de l'aube est constatée. Le focus se fait donc uniquement sur la méthode d'échantillonnage qui est implémentée dans l'outil.

3.2.1.2 Méthodologie

La méthode d'échantillonnage choisie pour le code IRS est celle de l'hypercube latin, car elle apparaît comme la plus efficace pour obtenir une répartition homogène des échantillons dans l'espace des paramètres sur lequel on souhaite réaliser une analyse de sensibilité. Le module d'échantillonnage du code IRS doit pouvoir fournir à l'utilisateur un plan d'expérience présentant une répartition uniforme de ses échantillons dans l'espace paramétrique. Pour ce faire, une méthode simple est de produire un ensemble d'hypercubes latins sur la base des paramètres fixés par l'utilisateur, c'est-à-dire le nombre d'échantillons souhaités et le nombre de variables analysées. La production d'un hypercube latin commence par la subdivision pour chaque variable de son espace paramétrique. Pour chaque variable prise en compte dans le plan d'échantillonnage, une permutation aléatoire des n premiers entiers est effectuée. Ces n premiers entiers correspondent aux nombres de points voulus dans le plan d'échantillonnage. La permutation est ensuite normalisée dans l'intervalle $[0, 1]$. Une fois ce travail effectué pour l'ensemble des variables du plan d'échantillonnage, chaque point se voit attribuer un indice entre 1 et n correspondant à l'une des subdivisions initiales. Un échantillon est constitué de la valeur comprise pour chaque variable dans la subdivision qui porte son indice. La figure 3.2 présente le processus de production des hypercubes latins pour un cas avec 10 points et

5 variables. Il convient d'effectuer, par la suite, pour chacune des variables, la combinaison d'une translation et d'une dilatation pour se replacer dans l'espace paramétrique de la variable d'entrée. Toutefois, afin de pouvoir appliquer la même méthode de production des hypercubes latins à toutes les analyses de sensibilités, on conserve la forme normalisée tout le temps que dure le processus de sélection. Après avoir produit les hypercubes latins, on calcule la valeur de Φ pour chacun, afin

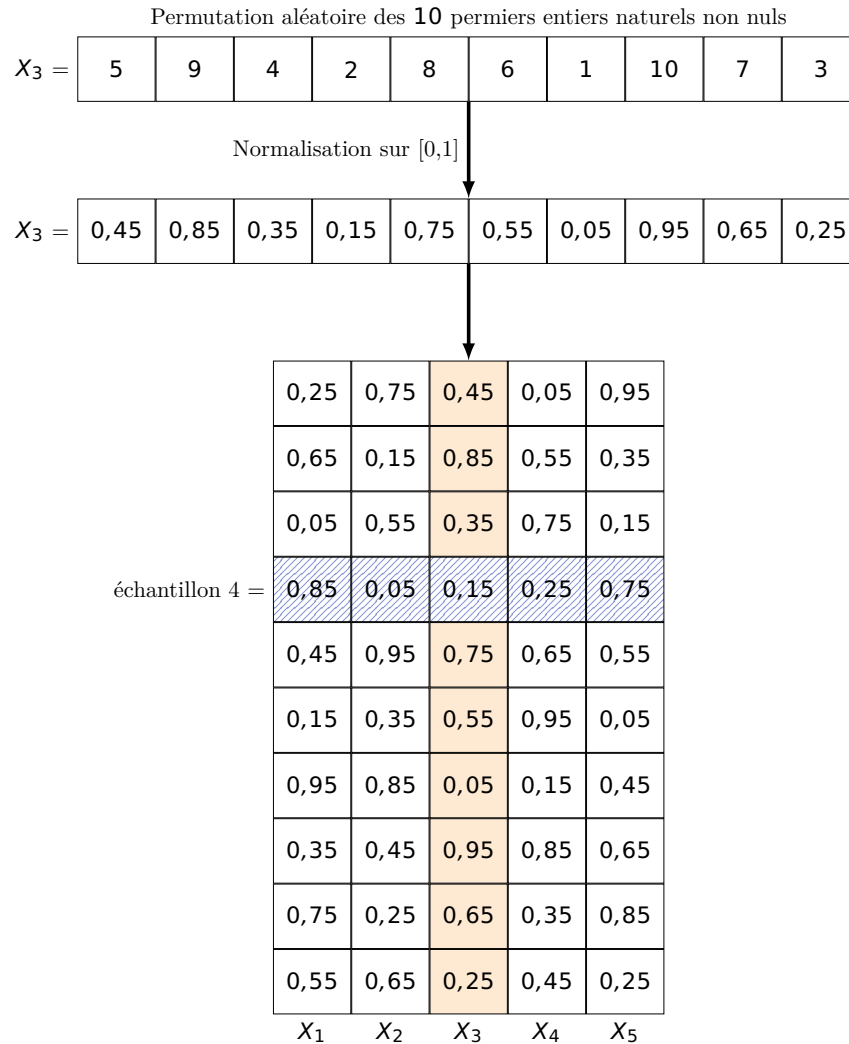


FIGURE 3.2 Exemple de production d'un hypercube latin composé de 10 points et 5 variables

de définir lequel présente la meilleure répartition de ses échantillons dans l'espace paramétrique. Cette étape nécessite que l'utilisateur définisse la norme de calcul des distances entre les différents points du plan d'échantillonnage (norme de Manhattan, norme euclidienne) et aussi la valeur de q paramètre utilisé dans le calcul de Φ . Les hypercubes sont ensuite classés en fonction de leur valeur Φ . Le plan d'échantillonnage sélectionné est celui qui présente la valeur Φ la plus faible.

L'utilisateur a la possibilité de définir le nombre d'hypercubes latins produits en entrée du module de production des plans d'échantillonnages. Le choix d'un nombre élevé maximisera les chances d'obtenir un hypercube avec une très bonne répartition des échantillons dans l'espace paramétrique mais augmentera le temps de calcul. Enfin, les hypercubes étant produits aléatoirement en fonction des paramètres fixés par l'utilisateur, il n'est pas exclu de pouvoir produire un hypercube latin basé sur les mêmes paramètres, qui présente une meilleure répartition de ses échantillons dans l'espace paramétrique.

Dans certains cas, l'utilisateur peut être intéressé par le fait de sélectionner l'hypercube qui lui convient en imposant un ou plusieurs critères supplémentaires. Un exemple sera présenté dans le chapitre 5. Ces critères peuvent exclure certains points du plan d'échantillonnage, malgré le fait qu'ils appartiennent à l'espace paramétrique défini en amont. Si de tels critères sont imposés par l'utilisateur, le nombre de points exclus est évalué pour les hypercubes latins remplissant le mieux l'espace paramétrique d'entrée, c'est-à-dire ceux dont la valeur de Φ est faible par rapport à la moyenne calculée sur l'ensemble des hypercubes latins générés. Parmi ces hypercubes, celui possédant le moins de points ne répondant pas aux critères est sélectionné. En cas d'égalité sur le nombre de points non valides, l'hypercube latin avec la valeur Φ la plus faible est choisi. Deux cas de figure se présentent, soit l'hypercube ne possède aucun point non valide, soit il en possède au moins un. Dans le premier cas, les échantillons sont produits à partir de l'hypercube. Dans l'autre cas, il est nécessaire de remplacer les points non valides par des points valides. Le remplacement de chaque point s'effectue par une succession d'étapes et si l'une des étapes n'est pas validée, l'algorithme revient à la première étape :

1. un point est créé et pour chaque variable d'entrée de ce point, sa valeur est prise dans l'ensemble de la plage de valeurs définie par l'utilisateur ;
2. on contrôle ensuite que le point créé vérifie les critères supplémentaires imposés par l'utilisateur ;
3. on s'assure ensuite que le point produit n'existe pas déjà dans l'hypercube, avant de l'ajouter à celui-ci à la place du point ne respectant pas les critères ;
4. enfin la valeur de Φ de l'hypercube avec le nouveau point est calculée et comparée à celle de l'hypercube avec le point non valide. Si l'hypercube a une valeur de Φ plus faible alors le point est définitivement ajouté à l'hypercube, sinon un nouveau passage dans la boucle est opéré. L'objectif de cette étape est de maintenir la qualité de remplissage de l'espace au niveau de l'hypercube existant, voire de l'améliorer.

Dans la boucle de création des nouveaux points de l'hypercube, une condition d'arrêt explicite doit être mise en place car le risque de ne pas parvenir à produire un point permettant de réduire la valeur de Φ , existe. Dans ce cas, parmi tous les points produits, le point validant les critères et

donnant la valeur de Φ la plus faible est sélectionné. Un autre aspect à souligner est que la méthode de production des nouveaux points pour l'hypercube n'assure pas que pour une même variable, deux points ne puissent pas avoir la même valeur. Cette propriété de l'hypercube latin est perdue. Toutefois, la notion de répartition homogène des échantillons et les outils pour l'évaluer restent valables.

3.2.2 Représentation du carter sous forme de série de Fourier

3.2.2.1 Mise en contexte

L'initialisation du contact aube/carter, dans le code IRS, est réalisée par l'intersection de la trajectoire du sommet d'aube avec le profil du carter. Différents profils de carter peuvent être présentés face à l'aube pour voir les conséquences sur les déplacements de l'aube et/ou sur l'usure de l'abradable. Pour comprendre l'influence de la forme du carter sur le comportement vibratoire de l'aube, les industriels cherchent à prendre en compte, dans les analyses numériques, des profils de carter qui soient le plus fidèle possible à la réalité. L'entreprise Siemens Energy, du fait qu'elle exploite des turbines à gaz à des fins de production d'énergie, peut effectuer des arrêts de la machine lors d'anomalies constatées ou en fonctionnement normal afin de réaliser des relevés sur le carter. Ils peuvent notamment récupérer la forme du carter par profilométrie. La profilométrie permet d'obtenir le profil d'une pièce mécanique sous la forme d'un ensemble de points dans un repère cartésien. Il existe des profilomètres de contact utilisant un stylet palpeur qui parcourt la surface d'une pièce mécanique pour obtenir son profil. Des profilomètres optiques existent aussi, ils projettent un faisceau lumineux sur la surface à analyser et déterminent son profil grâce au faisceau réfléchi. Après avoir récupéré les profils de certains de ses carters par profilométrie, Siemens Energy a demandé au LAVA de mettre en œuvre une méthode pour pouvoir prendre en compte ce profil lors des simulations d'intégration temporelle. Les données fournies par l'industriel se présentent sous la forme de tableaux contenant les coordonnées cartésiennes des points représentant le profil du carter. Ce type de données était à ce jour incompatible avec la représentation du carter implémentée dans le code IRS. En effet, originalement, la position du carter était évaluée, pour chaque itération, dans l'intégration temporelle, grâce à la formule suivante [81] :

$$Z = g - h_l e^{-\left(\frac{\alpha - \pi/n_l}{w_l}\right)^2} \quad (3.1)$$

α correspond à la position angulaire des nœuds frontières de l'aube modulo $2\pi/n_l$

g correspond au jeu aube/carter

La formule (3.1) traduit une ovalisation du carter, c'est-à-dire une déformation sous forme de lobes. Ces lobes sont caractérisés par leur nombre (n_l), leur hauteur (h_l) ainsi que leur largeur (w_l). Lorsque

les phénomènes d'usure sont pris en compte dans la simulation, l'épaisseur du revêtement abrasable (e_a) est sommée au résultat de l'équation précédente pour obtenir la position du carter : $Z = Z + e_a$. La coupe transversale du carter, présentée sur la figure 3.3, permet de visualiser le carter (■) et l'abrasable (■) dont le profil est défini par l'équation (3.1). La zone jaune (■) correspond à la zone de contact entre le matériau abrasable et la trajectoire initiale du sommet d'aube (- - -). Au vu des

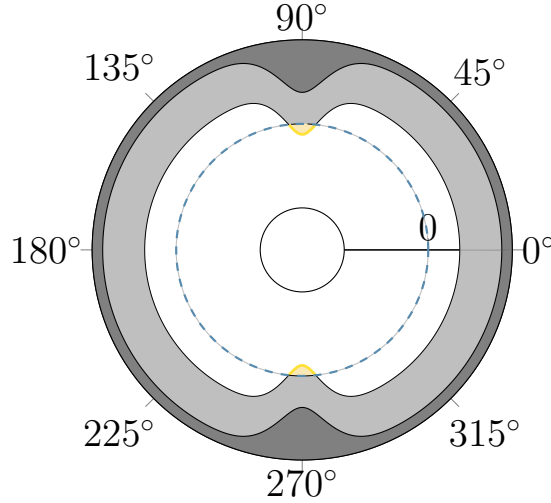


FIGURE 3.3 Carter sous forme de lobes avec son revêtement abrasable

observations faites ci-dessus, il est apparu nécessaire de doter le code IRS d'une nouvelle méthode d'évaluation de la position du carter basée sur les séries de Fourier, pour prendre en compte les profils réels de carter obtenus par profilométrie.

3.2.2.2 Méthodologie

L'idée choisie pour intégrer les profils réels de carter lors des simulations d'intégration temporelle est d'utiliser les séries de Fourier. Dans un premier temps, il est nécessaire de convertir les coordonnées du profil réel obtenues dans le repère cartésien dans le repère cylindrique, afin d'obtenir la fonction $f(\theta) = r$ donnant la position radiale du carter en fonction de la position angulaire. Dans un second temps, la transformée de Fourier discrète est appliquée sur la fonction f afin d'obtenir les coefficients de Fourier de celle-ci et pouvoir, par la suite, reconstruire la fonction f par transformée de Fourier inverse. Il devient alors possible d'évaluer la position du carter sur l'ensemble de la circonférence du carter par série de Fourier selon la formule suivante :

$$\forall \theta \in [0, 2\pi] f(\theta) = \frac{a_0}{2} + \sum_{i=1}^{\infty} a_i \cos(\theta) + b_i \sin(\theta) \quad (3.2)$$

Les coefficients a_i et b_i , appelés coefficients de Fourier, sont obtenus grâce à la transformation de Fourier directe. Il existe plusieurs transformations de Fourier. La transformée de Fourier continue, en anglais *Continuous Fourier Transform* (CFT), est appliquée à des signaux continus. La transformée de Fourier discrète, en anglais *Discrete Fourier Transform* (DFT), est, quant à elle, utilisée sur des signaux discrets [82], ce qui est le cas pour la fonction f . La principale préoccupation dans le cadre de l'implémentation de la nouvelle méthode pour représenter le carter est de s'assurer que la série produite représente fidèlement le carter, il est question de la convergence de la série. La convergence de la série de Fourier est fondamentale dans le cadre d'une application numérique puisque le temps de calcul et le besoin en accès mémoire obligent à tronquer la série de Fourier. Il convient alors d'évaluer le nombre de coefficients requis afin d'obtenir une représentation fidèle du carter. Le premier élément à définir est la somme partielle d'indice N qui s'exprime de la manière suivante :

$$S_N^f(\theta) = \frac{a_0}{2} + \sum_{i=1}^N a_i \cos(\theta) + b_i \sin(\theta) \text{ avec } N \in \mathbb{N}^* \quad (3.3)$$

Les coefficients a_n et b_n sont donnés par :

$$a_n = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} f(\theta) \cos(n\theta) d\theta, \quad b_n = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} f(\theta) \sin(n\theta) d\theta \quad (3.4)$$

La première convergence à introduire est la convergence ponctuelle définie par le théorème de Dirichlet (1824) :

Si $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{C}$ est 2π -périodique et "lisse par morceaux" sur $\mathbb{R}$ alors :

$$\forall x \in \mathbb{R} \quad \lim_{N \rightarrow \infty} S_N^f(x) = \frac{1}{2}(f(x_-) + f(x_+)), \quad f(x_{\pm}) = \lim_{h \rightarrow 0, h > 0} f(x \pm h) \quad (3.5)$$

La seconde est la convergence uniforme :

Soit $f \in C^1(\mathbb{R})$ et 2π -périodique alors :

$$\forall \epsilon > 0, \exists N \in \mathbb{N}, \text{ tel que } \forall n \geq N, \forall x \in \mathbb{R}, |S_n^f(x) - f(x)| < \epsilon \quad (3.6)$$

La vitesse de convergence de la série de Fourier dépend de la décroissance des coefficients a_n et b_n . Si la fonction f est k -fois dérivable et $f^{(k)}$ est continue par morceaux, alors ses coefficients de Fourier a_n et b_n décroissent en $O(\frac{1}{n^k})$. La norme L^2 sur $[-\pi, \pi]$ de l'écart entre une fonction f , k -fois dérivable dont la k^{eme} dérivée est continue par morceaux, et sa série de Fourier tronquée à N harmoniques est définie par :

$$\|f - S_N^f\|_{L^2}^2 = \int_0^{2\pi} |f(x) - S_N^f(x)|^2 dx \quad (3.7)$$

$$f(x) - S_N^f(x) = \sum_{i=N+1}^{\infty} a_i \cos(i \times \theta) + b_i \sin(i \times \theta) \quad (3.8)$$

D'après le théorème de Parseval, on obtient :

$$\| f - S_N^f \|_{L^2}^2 = \pi \sum_{i=N+1}^{\infty} (|a_i|^2 + |b_i|^2) \quad (3.9)$$

De plus, sachant que a_n et b_n décroissent en $O(\frac{1}{n^k})$:

$$|a_n|^2 \leq \frac{C^2}{n^{2k}} \quad \text{et} \quad |b_n|^2 \leq \frac{C^2}{n^{2k}} \quad \text{avec la constante } C \in \mathbb{R} \quad (3.10)$$

Donnant :

$$\| f - S_N^f \|_{L^2}^2 \leq \pi 2C^2 \sum_{i=N+1}^{\infty} \frac{1}{i^{2k}} \quad (3.11)$$

$$\| f - S_N^f \|_{L^2}^2 \leq \pi 2C^2 \frac{1}{N^{2k-1}} \quad (3.12)$$

Le résultat final est le suivant :

$$\| f - S_N^f \|_{L^2} = O\left(\frac{1}{N^{k-1/2}}\right) \quad (3.13)$$

3.2.2.3 Implémentation dans l'outil

L'implémentation de la méthode de représentation du carter par série de Fourier permet l'intégration de profils réels de carter, mais l'utilisateur garde la possibilité de travailler avec un carter de type "lobe" défini par l'équation 3.1. Si l'utilisateur souhaite passer d'une représentation du carter sous forme de lobe à une représentation par série de Fourier, il en a aussi la possibilité. En amont de la boucle d'intégration temporelle, il est nécessaire d'avoir calculé les coefficients de Fourier de la série représentant le profil du carter pour pouvoir calculer la position de celui-ci grâce à la série de Fourier à chaque pas de temps de l'intégration temporelle. L'évaluation de la position du carter avec la méthode de la série de Fourier nécessite en premier lieu de calculer les coefficients de Fourier (a_i , b_i). Pour ce faire, une liste de positions angulaires ainsi qu'une liste de positions radiales correspondantes doivent être fournies. Il apparaît que ces données peuvent être obtenues de deux manières différentes :

- l'équation (3.1) permet de calculer, pour un ensemble de positions angulaires réparties uniformément sur la circonférence du carter, les positions radiales de celui-ci,
- les coordonnées cartésiennes des points d'un profil de carter réel obtenu par profilométrie, peuvent être exprimées dans un système de coordonnées cylindriques.

On obtient alors une fonction discrète $r = f(\theta)$ similaire à celle décrite dans la section 3.2.2.2, décrivant la position radiale du carter en fonction de la position angulaire. Il suffit par la suite de calculer la transformée de Fourier discrète sur la fonction f afin de récupérer ses coefficients. Dans la boucle d'intégration temporelle, il est nécessaire, pour chaque itération de la boucle de simulation, de recalculer la position du carter en face de chaque nœud frontière de l'aube, afin de vérifier les conditions de contact. Le calcul de la position du carter s'intègre donc lors de la deuxième étape de résolution de l'équation du mouvement. Cette résolution est basée sur le principe de prédiction/-correction défini ci-dessous :

1. les déplacements de l'aube sont calculés grâce à l'équation du mouvement 2.2 ;
2. les conditions de contact sont ensuite évaluées. S'il y a pénétration, le calcul passe à l'étape suivante ; sinon le calcul passe à l'itération suivante ;
3. les forces de contacts sont calculées avec la méthode des multiplicateurs de Lagrange ;
4. enfin, connaissant les forces de contact, les déplacements sont corrigés.

La transformée de Fourier directe réalisée avec les outils de programmation fournit une liste tronquée des coefficients, la liste complète des coefficients est supposée infinie. Cette troncature s'explique du fait de la capacité mémoire de la machine qui n'est pas illimitée. Cette troncature peut avoir pour conséquence une erreur d'approximation. L'écart entre le profil original du carter et le profil obtenu avec les séries de Fourier peut entraîner des variations dans la réponse vibratoire du système. Il apparaît nécessaire de conserver un maximum de coefficients de Fourier dans la série tronquée. Toutefois, plus la série tronquée contient d'éléments, plus le temps de calcul pour évaluer la position du carter augmente. Il faut multiplier ce temps de calcul par le nombre d'itérations dans la boucle d'intégration temporelle. Le choix d'un nombre optimal d'harmoniques pour le calcul des séries de Fourier doit être fait afin de tenir compte des deux critères. Cette problématique va être étudiée à travers 2 exemples concrets, l'un portant sur un carter représenté sous forme de lobes et l'autre portant sur un profil réel de carter.

3.2.2.4 Carter sous forme de lobe

Un carter de référence représenté sous forme de lobes est produit grâce à l'équation suivante basée sur l'équation (3.1) :

$$\forall \theta \in [0, 2\pi] f(\theta) = h_l e^{-\left(\frac{\alpha(\theta) - \pi/n_l}{w_l}\right)^2} \text{ avec } \alpha \equiv \theta \pmod{\frac{2\pi}{n_l}} \quad (3.14)$$

Il est ainsi possible de calculer les coefficients de Fourier du carter produits en appliquant la transformée de Fourier à la fonction f . La figure 3.4 présente la valeur absolue des coefficients a_i de la série de Fourier de la fonction f en fonction du nombre de lobes n_l pour une hauteur de lobe

h_l et une largeur de lobe w_l fixées. On constate que les coefficients a_i sont les seuls représentés, car les coefficients b_i sont nuls du fait du caractère symétrique de la fonction. On remarque aussi que seuls les coefficients des harmoniques étant des multiples de la valeur de n_l sont représentés, les autres sont nuls. Cela s'explique par le fait qu'en fonction du nombre de lobes la période de la fonction n'est pas la même, la période est définie ainsi : $T = \frac{2\pi}{n_l}$. La périodicité d'une fonction influe sur les coefficients de sa série de Fourier. Pour 2, 3 et 4 lobes, on observe la décroissance des coefficients $|a_i|$ en deux temps. Tout d'abord la vitesse de décroissance est super-exponentielle. Puis très rapidement, la vitesse de décroissance diminue et les coefficients décroissent en $O(1/n)$. Plus le nombre de lobes est important plus le changement de vitesse de décroissance intervient tôt. Il apparaît donc que l'écart entre la somme partielle et la fonction f va diminuer très rapidement au départ puis va atteindre un plateau et pour obtenir un écart plus faible, le nombre d'harmoniques à ajouter sera important. Lorsque l'on ne prend en compte qu'un seul lobe, on constate que la vitesse de décroissance des coefficients suit une courbe super exponentielle jusqu'à atteindre des valeurs pour les coefficients de l'ordre de grandeur de 10^{-20} , ce qui est assimilable à la précision machine. Après le 25^{ème} harmoniques, il n'est plus possible de définir une loi de comportement de la décroissance des coefficients. On en déduit qu'ajouter des harmoniques après le 25^{ème} harmoniques ne permettra pas de diminuer l'écart entre la série de Fourier et la fonction f .

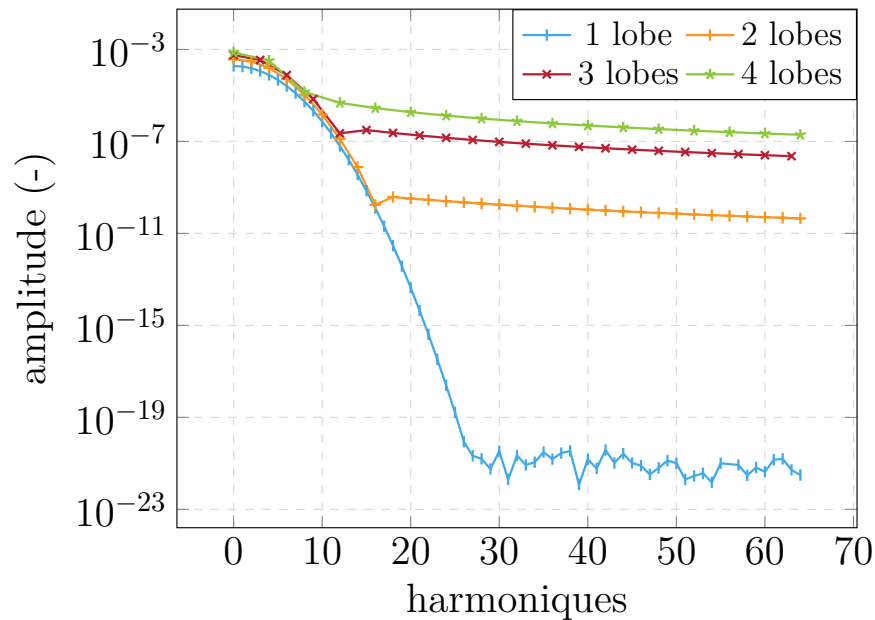


FIGURE 3.4 Coefficients $|a_i|$ de la série de Fourier de la fonction f en fonction du nombre de lobes n_l

La figure 3.5 permet de visualiser la forme du carter obtenue avec différents nombres d'harmoniques par rapport à la forme du carter de référence. Les écarts décroissent très rapidement avec

l'augmentation du nombre d'harmoniques pris en compte. On constate qu'un nombre d'harmoniques égal à 16 est satisfaisant pour obtenir une représentation fidèle du carter avec 2 lobes et sur la figure 3.4, on observe que le changement de vitesse de décroissance des coefficients $|a_i|$ intervient pour un carter à 2 lobes au niveau de l'harmonique numéro 16. La même simulation d'intégration

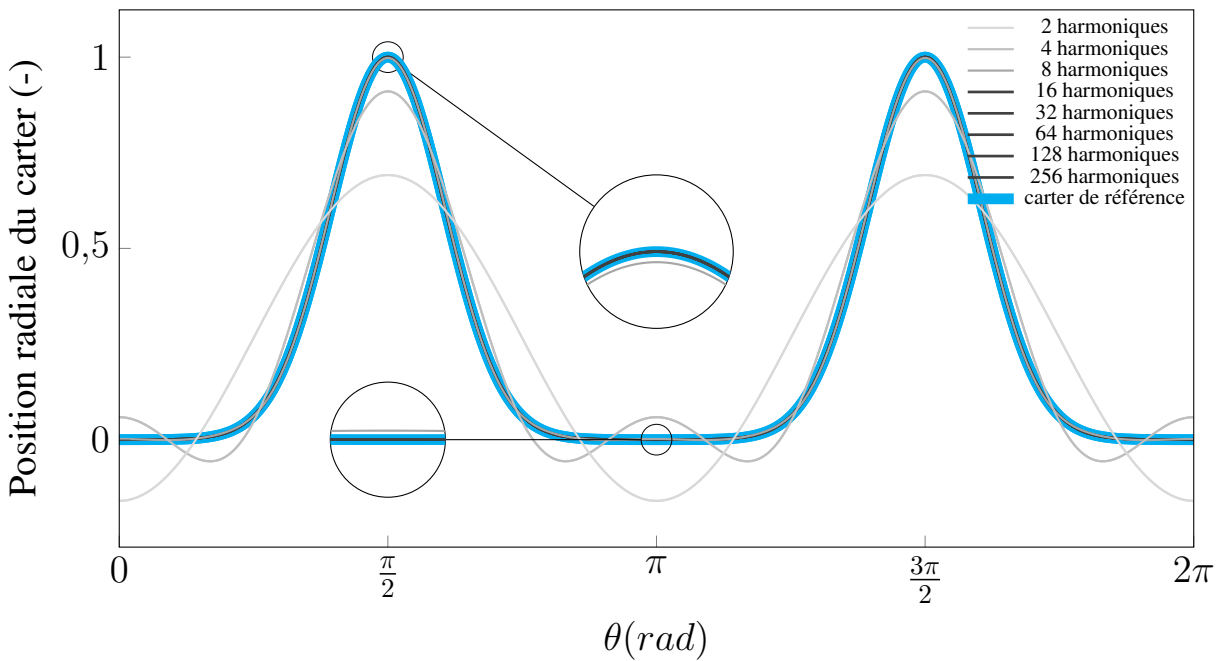


FIGURE 3.5 Carter représenté sous forme de lobes et les carters représentés par série de Fourier pour différents nombres d'harmoniques

temporelle a été réalisée pour chacune des représentations du carter. Pour comparer les différentes simulations, on s'intéresse au déplacement radial du bord d'attaque de l'aube choisie. On constate sur la figure 3.6 que les courbes des déplacements pour les carters produits avec un nombre d'harmoniques supérieur ou égal à 16 sont confondues avec la courbe obtenue avec le carter de référence. Les écarts sont suffisamment faibles pour considérer que les résultats obtenus sont fidèles à ceux obtenus avec le carter de référence. Il est donc possible de se limiter à 16 harmoniques pour représenter un carter à 2 lobes, afin de limiter le temps de calcul, tout en assurant la fidélité des résultats obtenus.

3.2.2.5 Profil réel de carter

Pour ce deuxième cas, on considère un profil réel de carter et on calcule les coefficients de Fourier associés à ce profil. La figure 3.7a permet de visualiser le profil de carter obtenu avec 128 harmoniques par rapport au profil réel du carter. On constate que le profil réel du carter est fortement

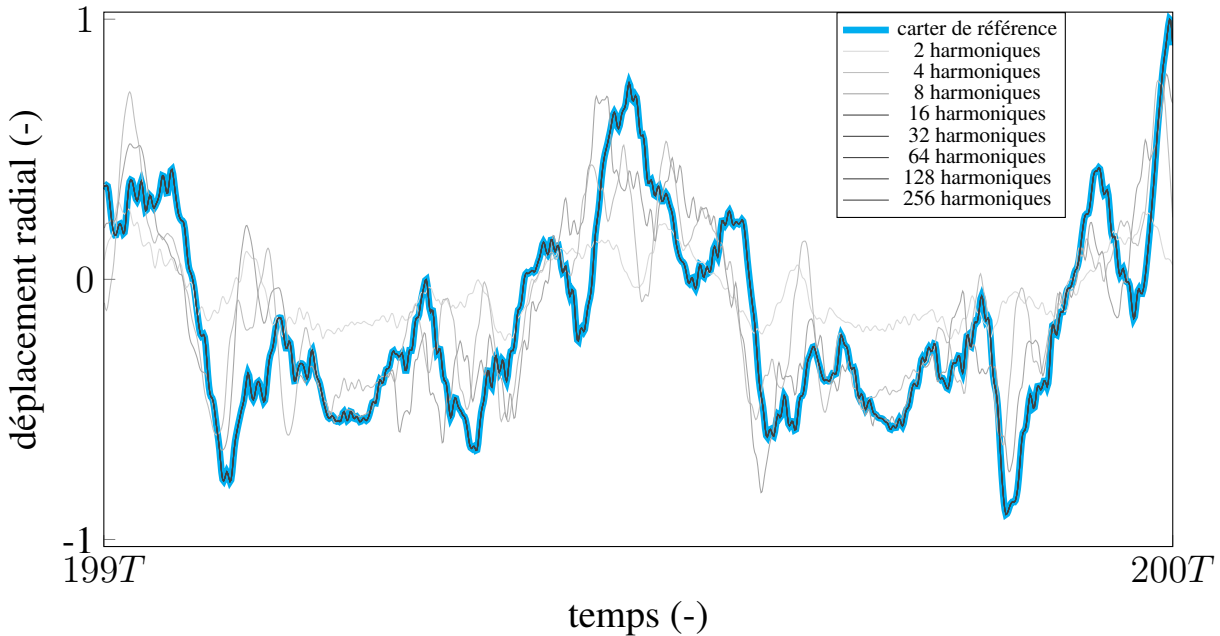


FIGURE 3.6 Déplacements radiaux du bord d'attaque d'une aube pour une représentation du carter sous forme de lobes avec différents nombres d'harmoniques

bruité et que le profil obtenu en conservant uniquement les 128 premiers harmoniques permet de lisser la courbe du profil réel sans perdre l'allure générale de celui-ci.

Le déplacement radial du bord d'attaque pour une simulation d'intégration temporelle réalisée avec le carter issu de la série de Fourier à 128 harmoniques est présenté sur la figure 3.7b. Le déplacement radial est une fonction sinusoïdale. Le fait d'avoir lissé le profil du carter en gardant uniquement 128 harmoniques a permis d'obtenir une réponse satisfaisante en sortie de l'intégration temporelle. Toutefois, le nombre d'harmoniques utilisés reste très important et augmente fortement le temps de calculs.

En somme, cette nouvelle méthode de calcul de la position du carter dans la procédure d'intégration temporelle permet de prendre en charge des profils de carter réels dans l'étude des contacts aube/carter. Toutefois, le coût temporel lié aux calculs des séries de Fourier est important et augmente avec le nombre d'harmoniques choisis.

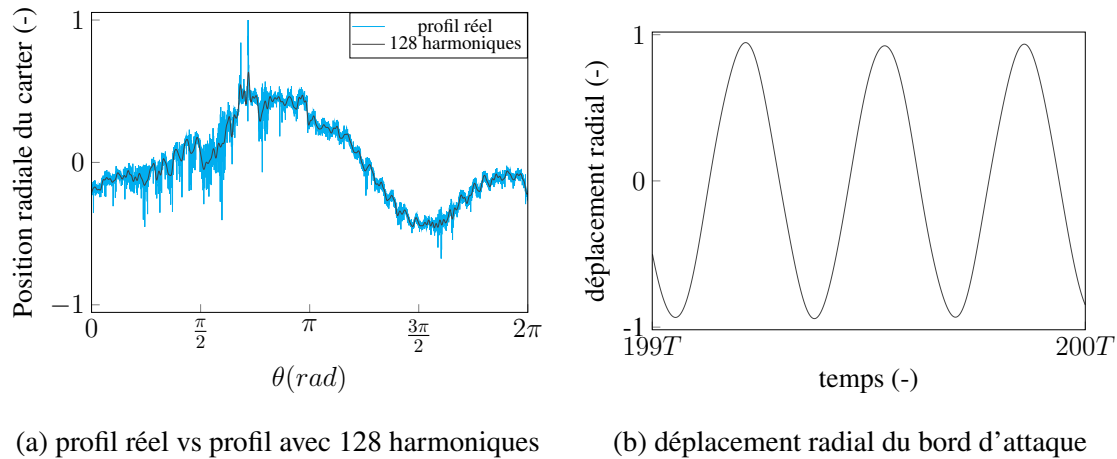


FIGURE 3.7 Profil du carter réel reconstruit avec 128 harmoniques et déplacement radial obtenu en sortie de l'intégration temporelle avec ce profil

3.2.3 Cartes d'interaction

3.2.3.1 Mise en contexte

Le calcul des cartes d'interaction se faisait précédemment avec un code annexe, écrit en langage python, qui n'était pas exclusivement dédié au calcul de cartes d'interaction à partir de résultats d'intégration temporelle du code IRS. De plus, ce code n'était pas doté d'un fichier de lancement comme c'est le cas pour le code IRS. Des modifications étaient donc réalisées directement dans le cœur du code pour obtenir les cartes d'interaction. Le risque de commettre une erreur en procédant de la sorte est important. L'utilisateur peut rencontrer un problème de compilation ou obtenir une carte d'interaction erronée. En fonctionnant de la sorte, il est rapidement apparu que les sources d'erreurs sont nombreuses et que le code annexe n'est pas robuste. Il devient alors nécessaire de produire un nouveau module pour le code IRS permettant de tracer les cartes d'interaction en ayant simplement à renseigner les paramètres souhaités pour tracer la carte dans un fichier d'entrée. S'ajoute au besoin d'avoir un code robuste, le besoin d'améliorer la lisibilité des cartes d'interaction. En effet, celles présentées au chapitre 1 ne permettent pas de conclure sur l'hypothèse selon laquelle l'aube industrielle entre en résonance sur des régimes moteur non entiers. Le développement d'un module, interne au code IRS, pour calculer les cartes d'interaction offre l'opportunité de trouver des solutions permettant une meilleure lecture des résultats présentés sur les cartes d'interaction.

3.2.3.2 Méthodologie

Les cartes d'interaction reposent, elles aussi, sur les séries de Fourier. Contrairement aux carters, les signaux analysés ne sont pas définis uniquement sur l'intervalle $[0, 2\pi]$ mais peuvent être définis sur $[0, +\infty[$ car il s'agit des déplacements des ddl ou des nœuds frontières de l'aube. D'après Fourier, ces déplacements peuvent s'écrire sous la forme d'une série de Fourier :

$$\forall t \in \mathbb{R}_+ f(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos(n\omega_0 t) + b_n \sin(n\omega_0 t) \text{ avec } \omega_0 \text{ la pulsation propre} \quad (3.15)$$

La représentation polaire de la série de Fourier est la suivante :

$$\forall t \in \mathbb{R}_+ f(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} |A_n| \cos(n\omega_0 t + \phi_n) \quad (3.16)$$

avec $|A_n|$ l'amplitude :

$$|A_n| = \sqrt{a_n^2 + b_n^2} \quad (3.17)$$

et ϕ_n la phase :

$$\phi_n = \tan^{-1}\left(\frac{-b_n}{a_n}\right) \quad (3.18)$$

Dans le cadre des cartes d'interaction, on s'intéresse aux spectres fréquentiels des déplacements, c'est-à-dire aux couples de valeurs $(|A_n|, n\omega_0)$. Ainsi, il est possible de connaître les fréquences excitées lors d'une simulation à une vitesse donnée et de connaître l'amplitude des déplacements liés à cette fréquence. Sur les cartes d'interaction, les spectres fréquentiels sont ensuite affichés en fonction de la vitesse de rotation de l'aube.

3.2.3.3 Implémentation de l'aube

Une carte d'interaction est produite en 3 étapes. La première étape consiste à récupérer les résultats de déplacements que l'utilisateur souhaite analyser (figure 3.8a). Il peut s'agir uniquement du déplacement radial d'un nœud mais il peut aussi s'agir du déplacement total d'un nœud, il faut alors déterminer le déplacement total de celui-ci avant de passer à l'étape suivante. La seconde étape consiste à calculer la transformée de Fourier discrète, grâce à l'algorithme de la transformation de Fourier rapide (FFT), des déplacements pour obtenir le spectre fréquentiel du signal (figure 3.8b). Pour réaliser la FFT du déplacement radial, il convient d'avoir atteint le régime permanent et d'effectuer le calcul de la FFT sur cette partie du signal ; sinon le spectre obtenu est bruité du fait des fréquences présentes dans le régime transitoire. Le choix des paramètres fixés par l'utilisateur pour calculer la carte d'interaction a donc beaucoup d'importance. Si une simulation d'intégration tem-

porcelle a été réalisée sur 200 tours et que le régime permanent est atteint au bout de 100 tours, la FFT du signal doit être réalisée sur les 100 derniers tours ou moins. La dernière étape consiste à afficher la carte d'interaction en juxtaposant les FFT pour l'ensemble des vitesses de rotation de l'étude comme sur la figure 3.8c. On obtient ainsi une carte d'interaction en 3D. La carte d'interaction 2D est simplement une vue de dessus de la carte d'interaction 3D (figure 3.8d). Les amplitudes n'étant plus visibles à travers l'axe z , une échelle de couleurs est utilisée pour distinguer les hautes amplitudes des basses.

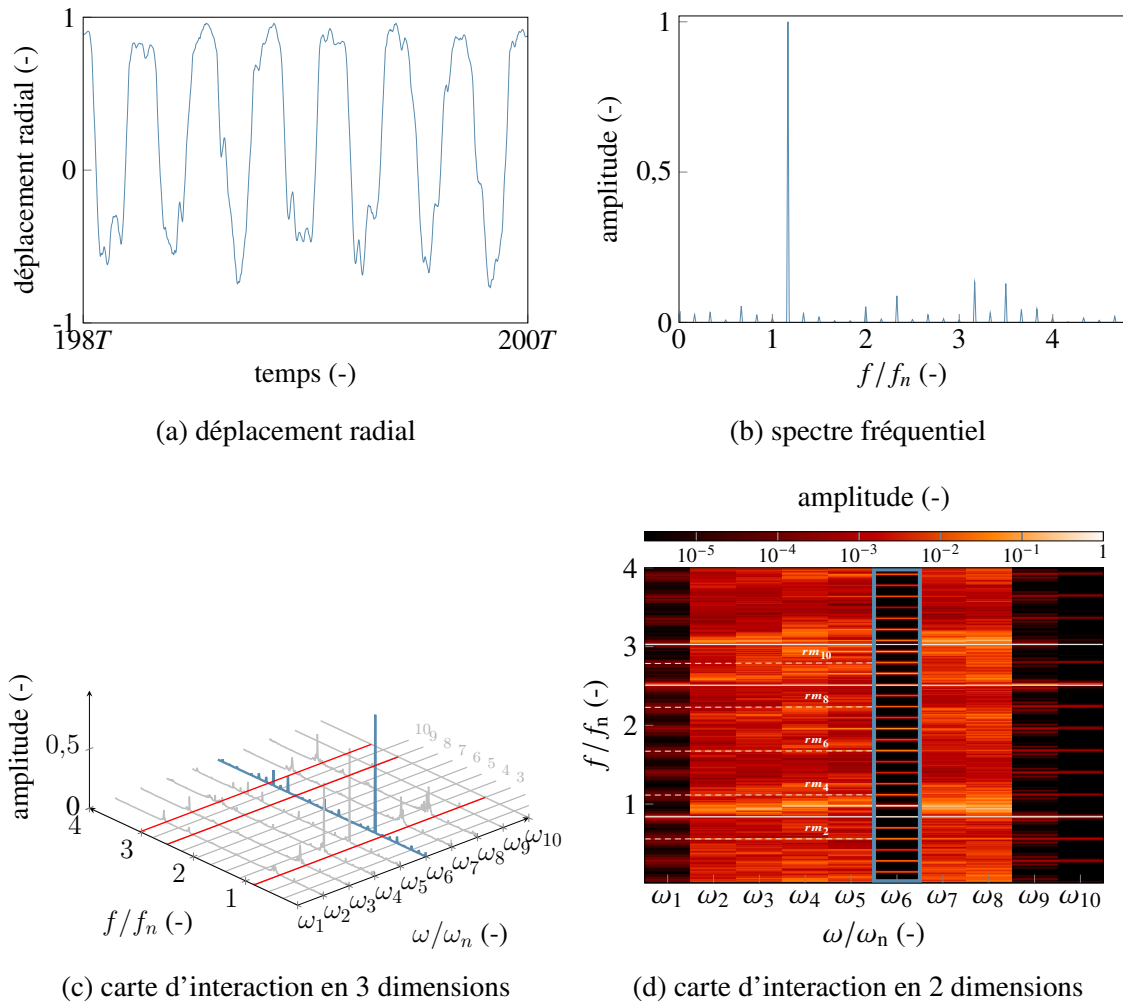


FIGURE 3.8 Signal du déplacement radial d'une aube et son spectre fréquentiel ainsi que son intégration dans les cartes d'interaction en 2D et en 3D

3.2.4 Synthèse des développements

Trois développements principaux ont été réalisés sur l'outil numérique, permettant d'élargir les actions réalisables par le code et ouvrant la porte à la réalisation de nombreuses études et analyses. La figure 3.9 donne une vue d'ensemble algorithmique du code IRS en positionnant notamment les différents développements réalisés dans l'architecture globale du code. Cela permet un comparatif avec la figure 3.1 présentant la même vue d'ensemble mais avant les développements. Les développements réalisés interviennent dans les 3 parties du code. Toutefois, la procédure de réduction modale n'est en aucun cas impactée par les développements et la procédure d'intégration temporelle reste basée sur le principe de prédiction/correction. Avec la mise en place d'une méthode d'échantillonnage, il est maintenant possible d'évaluer l'influence de l'ensemble des paramètres du système sur la réponse de celui-ci à une sollicitation. La représentation du carter par série de Fourier permet de prendre en compte tous les profils de carters imaginables dans les simulations. Enfin, les cartes d'interaction permettent une analyse approfondie des résultats d'intégration temporelle. Au-delà des développements réalisés, une refonte complète du code IRS a été effectuée afin d'accueillir les nouveaux développements mais aussi pour assurer la robustesse du code et améliorer les performances de celui-ci. En effet, lors de l'implémentation de nouveaux modules, des nouveaux paramètres ont été ajoutés au code et la gestion des entrées/sorties est devenue un enjeu important pour maintenir une vitesse de lecture et d'écriture des fichiers convenable. En termes de temps de calcul, certains développements ont eu pour conséquences négatives de diminuer les performances du code. Il a donc été nécessaire d'étoffer mes connaissances en langage de programmation python, notamment au sujet du compilateur numba, pour réduire l'impact négatif des développements sur les temps de calcul. La découverte de nouveaux langages de programmation tels que Latex ou ANSYS APDL a aussi permis de diminuer les temps de calcul. Enfin, des techniques ont été mises en œuvre afin de permettre la reproductibilité des résultats, assurer la lisibilité et la modularité, gérer les erreurs et faciliter le débogage.

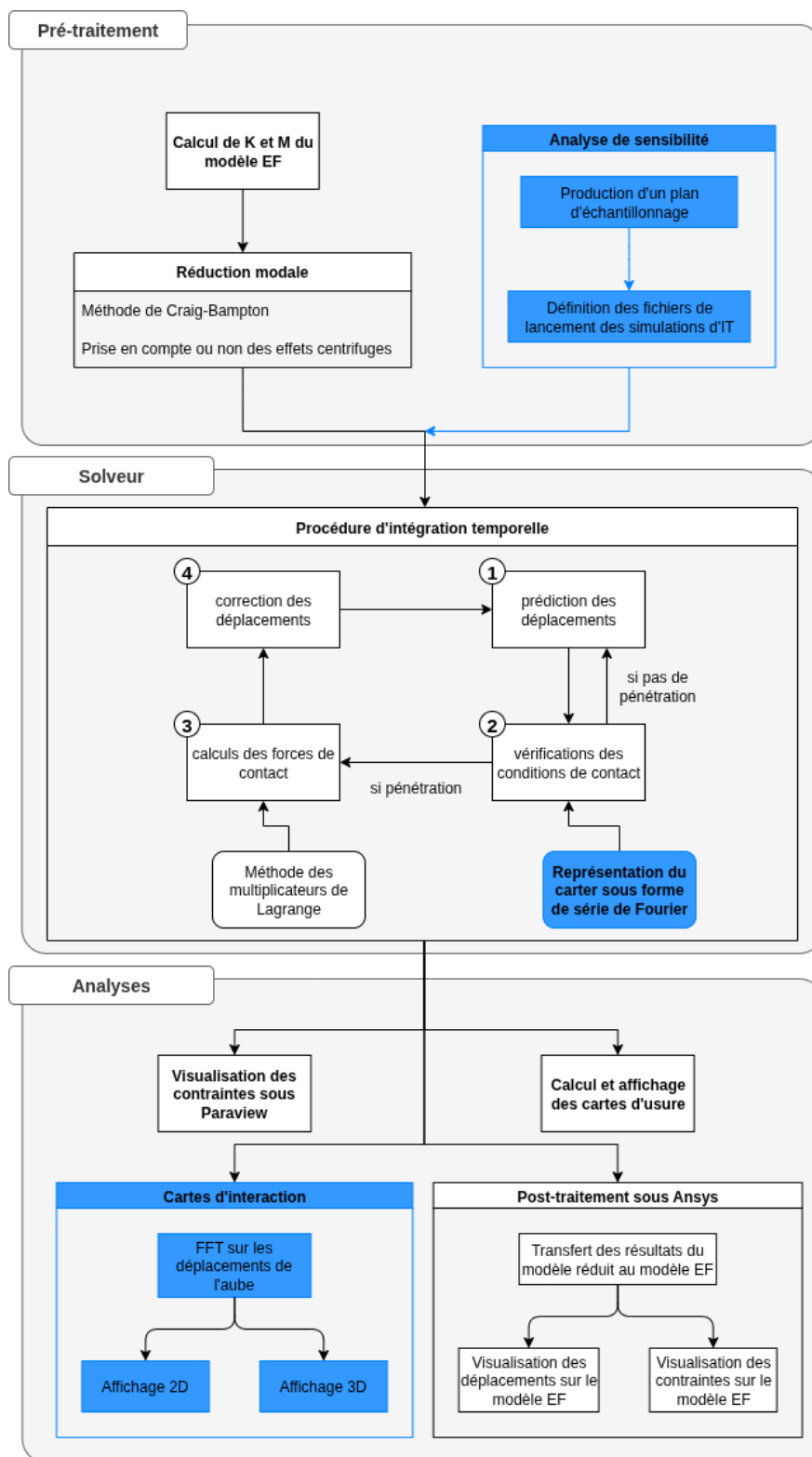


FIGURE 3.9 Schéma de fonctionnement du code IRS avec ses différents modules, les nouveaux modules sont représentés en bleu

CHAPITRE 4 APPLICATION INDUSTRIELLE

Dans ce chapitre, l'objectif est de faire usage de l'une des nouvelles fonctionnalités du code IRS pour reprendre l'étude réalisée sur l'aube industrielle. La présence des interactions sur des régimes moteur non entiers est un fait avéré qu'il faut maintenant analyser finement afin de déterminer précisément les vitesses auxquelles elles interviennent et les conséquences sur l'aube et le carter. On cherchera à produire de nouvelles cartes d'interaction avec le nouveau module du code IRS pour appuyer notre analyse. L'étude sera réalisée sur trois aubes puisque les modèles des aubes en amont et en aval de l'aube étudiée, que nous appellerons aube de référence, ont été fournis par Siemens Energy. Les deux autres aubes seront appelées aube amont et aube aval. Une comparaison des trois aubes permettra de déterminer si les interactions sur des régimes moteur non entiers sont propres à l'aube de référence, et donc à ses caractéristiques, ou bien si les paramètres de simulation engendrent les mêmes interactions sur les aubes amont et aval. Dans ce cas, il conviendra d'évaluer les paramètres de simulation à l'origine de ces interactions particulières.

4.1 Paramètres de simulation et configuration d'interaction

Pour permettre la comparaison entre les trois aubes, elles sont toutes soumises à la même simulation de contact. Les simulations d'intégration temporelle ont été lancées sur 200 tours afin de s'assurer d'avoir atteint le régime permanent et de permettre le calcul des cartes d'interactions sur des déplacements stabilisés. Le profil de carter ne comporte qu'un seul lobe. La hauteur de lobe est égale à 1,2 fois le jeu aube/carter. Le facteur d'amortissement modal pour l'aube est de $\xi = 0,001$ et le coefficient de frottement est de $\mu = 0,15$. Les effets centrifuges et les phénomènes d'usure sont pris en compte dans les simulations. Pour ce qui est du matériau abradable, on considère 10 000 éléments abradables sur la circonférence du carter et les propriétés du matériau sont les suivantes : un module d'Young E_a de 4 GPa, un module de plasticité K_a de 1 GPa et enfin une limite élastique σ_a de 1,5 MPa. Ces paramètres de simulation sont fixés et restent les mêmes pour les trois aubes.

4.2 Aube de référence

On s'intéresse dans un premier temps à l'aube de référence pour laquelle une première analyse avait été réalisée et avait montré la présence d'interactions sur des régimes moteur non entiers. L'étude de l'aube se déroulera en 2 temps. Les vitesses critiques de fonctionnement seront déterminées avec notamment les vitesses pour lesquelles une interaction avec un régime moteur non entier est constatée. Puis, pour chacune des vitesses critiques, le calcul des déplacements et des contraintes

sans oublier l'usure du matériau abradable seront évalués.

4.2.1 Modélisation de l'aube

Le modèle EF de l'aube de référence est composé de 46 671 nœuds dont 499 sont encastres, donnant ainsi un modèle avec 138 516 ddl. Une condition limite d'encastrement est appliquée au pied d'aube. Le modèle réduit considéré prend en compte les effets centrifuges. Il est composé de 7 nœuds frontières représentés sur la figure 4.1 (●), et le paramètre de réduction η est fixé à 30. Les matrices de raideur ont été extraites du modèle EF pour la vitesse nulle et pour les vitesses de $0,5\omega_{\text{nom}}$ et ω_{nom} avec ω_{nom} la vitesse nominale de rotation [83]. Cette vitesse nominale de rotation est la même pour toutes les aubes. Le modèle réduit contient donc 153 ddl, cela correspond à plus de 900 fois moins de ddl que le modèle EF.

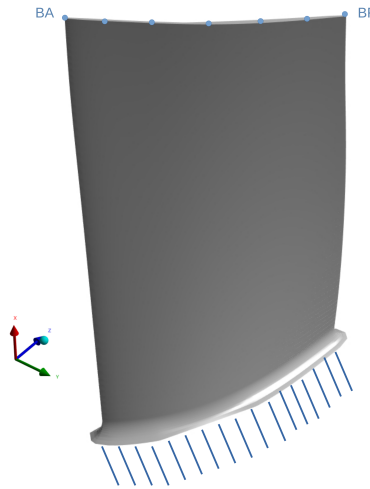


FIGURE 4.1 Aube de référence

4.2.2 Analyse des résultats de simulation

4.2.2.1 Identification des vitesses critiques

Basées sur le modèle réduit de l'aube et sur les paramètres de simulation indiqués dans la partie 4.1, les cartes d'interaction des déplacements radiaux de l'aube au bord d'attaque (BA) et au bord de fuite (BF) ont été calculées afin d'évaluer les vitesses critiques de fonctionnement de l'aube et notamment les vitesses auxquelles les interactions sur des régimes moteur non entiers interviennent. La plage de vitesses sur laquelle se concentre la carte d'interaction présentée sur la figure 4.2, se situe entre $0,31\omega_{\text{nom}}$ et $0,54\omega_{\text{nom}}$.

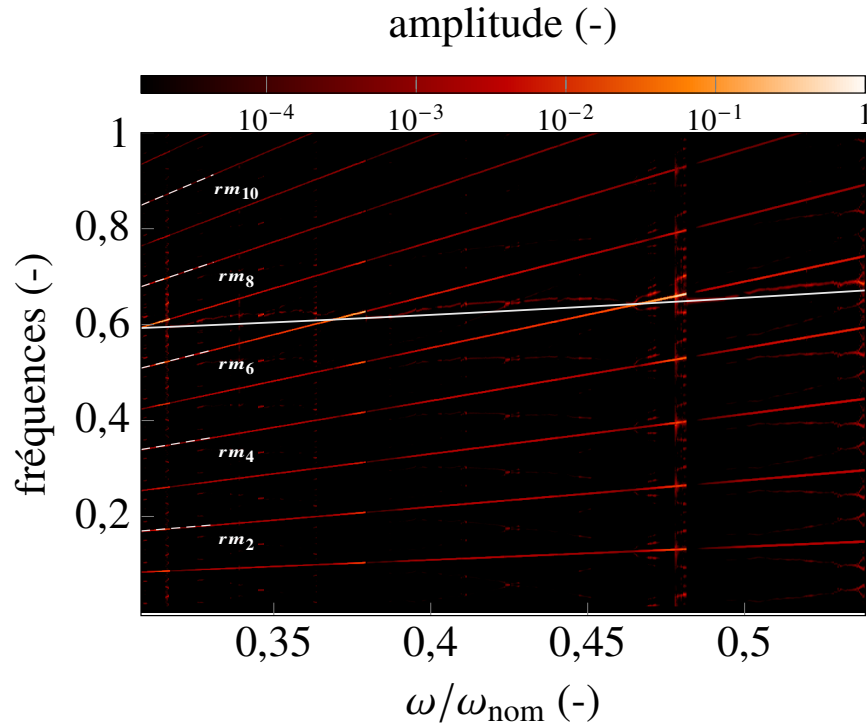


FIGURE 4.2 Carte d'interaction 2D de l'aube de référence au bord de fuite

La carte d'interaction sur la figure 4.2 est calculée sur les déplacements radiaux du bord de fuite de l'aube. Les amplitudes des déplacements sont normalisées par rapport à l'amplitude maximale des déplacements et toutes les cartes d'interaction de ce chapitre respectent cette même échelle. Pour chaque carte d'interaction du chapitre, la plage de fréquences est la même et est normalisée afin de faciliter les comparaisons entre les aubes. Pour les cartes d'interaction 2D, les évolutions des fréquences propres, du fait de la prise en compte des effets centrifuges, sont représentées par des traits pleins blancs. On constate sur la carte d'interaction, la présence d'interactions entre la première fréquence propre de l'aube et les régimes moteur entiers 5, 6 et 7. Ces interactions interviennent respectivement autour des vitesses de rotation de $0,48\omega_{\text{nom}}$, $0,38\omega_{\text{nom}}$ et $0,32\omega_{\text{nom}}$. Le carter ne présentant qu'un seul lobe, l'aube réagit avec l'ensemble des régimes moteur. De plus, la période des signaux temporels est k fois plus petite que la période de rotation de l'aube. k correspondant à la valeur du régime moteur impliqué dans l'interaction. On remarque des interactions avec la première fréquence propre de l'aube et des régimes moteur non entiers entre les régimes moteur 5 et 6 et entre les régimes moteur 6 et 7 pour des vitesses de rotation respectivement de $0,425\omega_{\text{nom}}$ et $0,345\omega_{\text{nom}}$. La figure 4.3 présente les cartes d'interaction 3D de l'aube pour les déplacements radiaux du BA et du BF. Les évolutions des fréquences propres dues à la prise en compte des effets centrifuges, sont représentées pour les cartes d'interaction en 3D par des traits pleins rouges. Les cartes d'interactions 3D permettent d'évaluer les différences d'amplitudes entre les interactions identifiées sur les cartes

d'interactions en 2D. Pour l'aube de référence, elles font apparaître clairement les pics d'amplitudes au niveau des interactions sur les régimes moteur entiers. La carte d'interaction 3D du BF montre des amplitudes de déplacements radiaux pour les interactions aux régimes moteur 6 et 7 plus faibles que pour l'interaction avec le régime moteur 5 qui a lieu à une vitesse de $0,48\omega_{nom}$. On relève en comparant les cartes d'interaction 3D du BA et du BF que les amplitudes des déplacements au niveau des interactions sont plus fortes pour le BF que pour le BA. On peut aussi voir sur cette carte que les interactions pour les régimes moteur non entiers ont des amplitudes bien plus faibles que pour les interactions sur des régimes entiers. Elles sont très peu visibles alors qu'elles apparaissent clairement sur la carte d'interaction 2D.

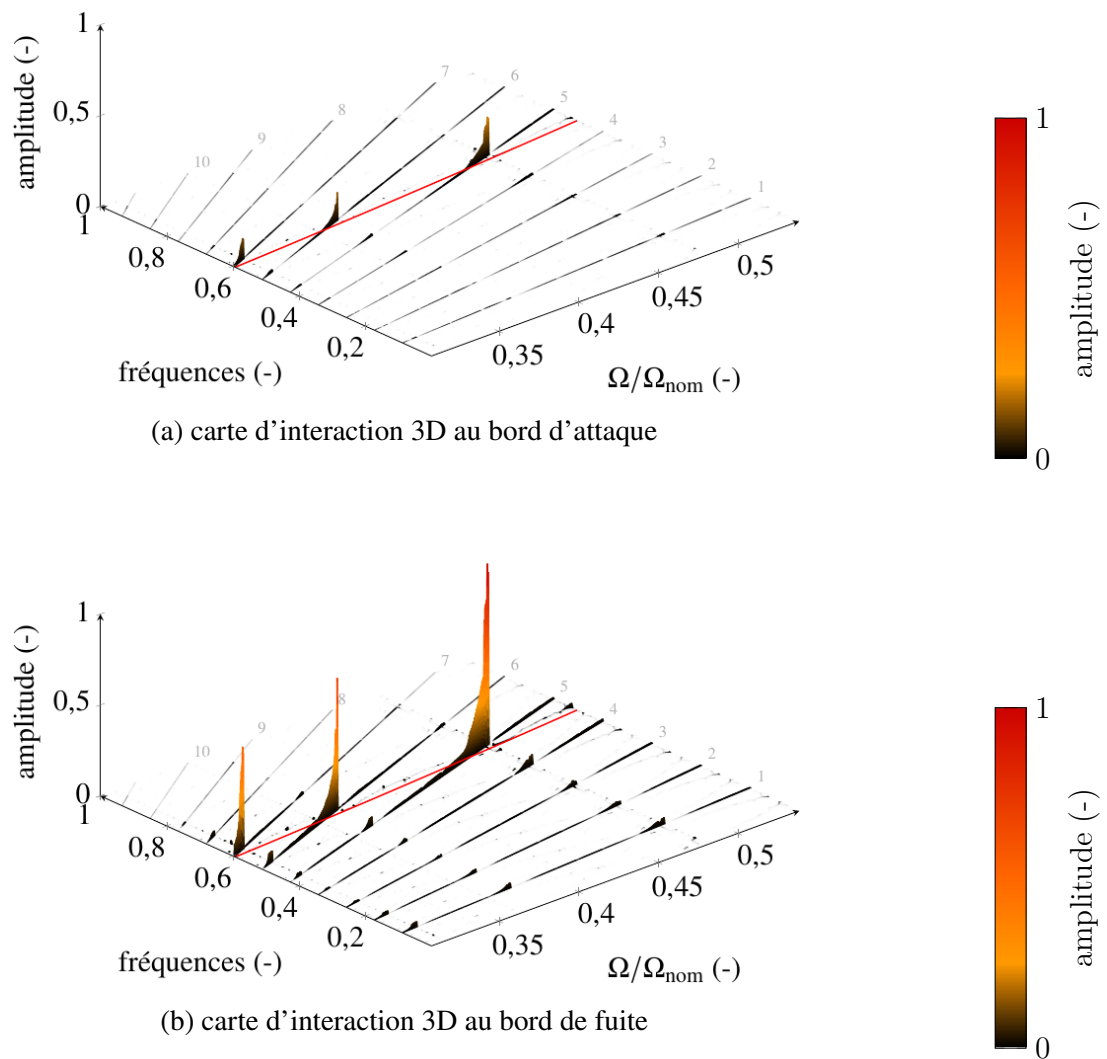


FIGURE 4.3 Cartes d'interaction 3D de l'aube de référence

Au terme de cette section, nous avons identifié des interactions sur des régimes moteur non entiers pour les vitesses de rotation de $0,425\omega_{\text{nom}}$ et $0,345\omega_{\text{nom}}$. Cependant, l'amplitude des déplacements radiaux ainsi que les contraintes sur l'aube et l'usure du matériau abrasable engendrées spécifiquement par ces interactions ne sont pas encore connues.

4.2.2.2 Visualisation des déplacements et contraintes de l'aube de référence à $0,48\omega_{\text{nom}}$

On choisit de visualiser les déplacements et contraintes sur l'aube à la vitesse de rotation $0,48\omega_{\text{nom}}$ puisqu'il s'agit de la vitesse à laquelle l'amplitude maximale des déplacements radiaux est atteinte. Les valeurs de déplacements et de contraintes obtenues dans ce paragraphe serviront de référence dans la suite de l'étude. La figure 4.4 présente les déplacements radiaux du BF de l'aube de référence sur l'ensemble de la simulation et sur les deux derniers tours. Le régime permanent est atteint au-delà des 100 tours ce qui justifie le choix de réaliser la simulation sur 200 tours afin d'avoir un régime permanent stabilisé pour le calcul des cartes d'interaction. On observe sur la figure 4.4a, que la période de battement de l'aube de référence est 5 fois plus petite que sa période de rotation cela s'explique par le fait que l'interaction intervient sur le régime moteur 5. L'usure du matériau abrasable pour cette simulation, présentée en annexe sur la figure C.1, montre la présence de 5 lobes chacun étant lié à l'un des battements de l'aube sur une période de rotation. L'usure du matériau abrasable est normalisée sur l'épaisseur initiale du matériau abrasable.

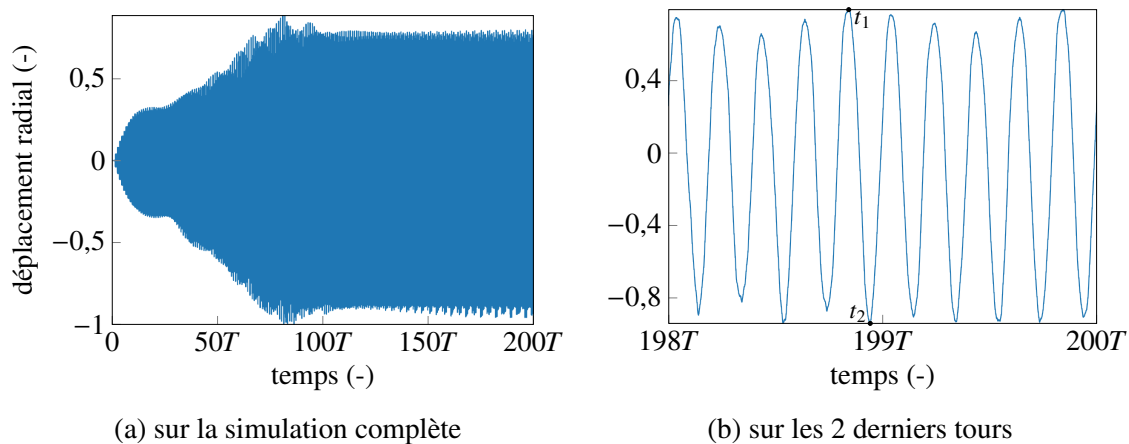


FIGURE 4.4 Déplacement radial du BF de l'aube de référence à $0,48\omega_{\text{nom}}$

Les étiquettes t_1 et t_2 visibles sur la figure 4.4b, correspondent aux instants pour lesquels le champ de déplacements de l'aube et le champ de contraintes sont calculés. Ils sont représentés sur les figures 4.5, 4.6 et 4.7. On choisit ces instants puisque le déplacement radial maximal et le déplacement radial minimal sont atteints pour ces pas de temps. Les contraintes découlant des

déformations, les états de contraintes extrêmes devraient être atteints pour ces deux instants. De plus, lorsque la valeur de déplacement radial est positive, il est possible pour le sommet d'aube d'entrer en contact avec le carter. Cela peut entraîner des déformations plus importantes sur l'aube. Les champs de déplacements de l'aube pour les instants t_1 et t_2 sont affichés sur les figures 4.5a et 4.5b, on constate, pour les deux instants, que c'est le BA qui présente le déplacement maximum et le pied d'aube qui présente le déplacement minimum, ce qui est cohérent avec les conditions limites puisque le pied d'aube est encasté. Pour les deux instants, l'aube est en flexion, cela s'explique par le fait que, pour la vitesse étudiée, l'interaction a lieu entre le régime moteur entier 5 et le premier mode de flexion de l'aube. Les champs de déplacements présentent des valeurs similaires pour les deux instants. Toutefois, la valeur maximale de déplacement est atteinte à l'instant t_1 , on note U_{ref} cette valeur qui sert à la normalisation des champs de déplacements tout au long du chapitre.

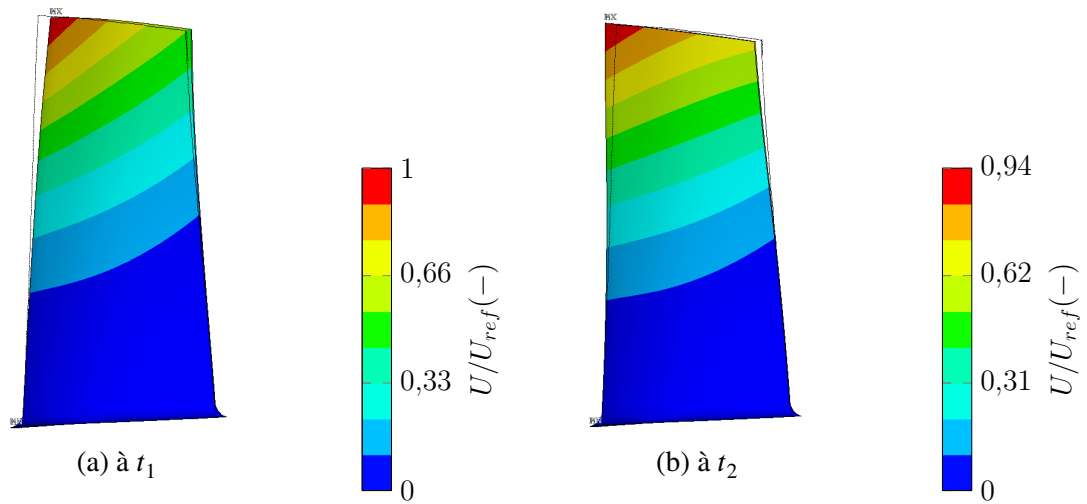


FIGURE 4.5 Déplacement total de l'aube de référence à $0,48\omega_{nom}$

Les champs de contraintes pour les pas de temps t_1 et t_2 , présentés sur les figures 4.6 et 4.7, correspondent aux contraintes équivalentes calculées sur les aubes. Elles sont aussi connues sous le nom de contraintes de von Mises. À l'instant t_1 , les contraintes sont concentrées au niveau du BF. Le déplacement radial du BF est maximal à t_1 donnant la possibilité d'un contact entre le carter et le BF, ce qui engendre des efforts supplémentaires dans cette zone et justifie que l'on y retrouve la contrainte maximale. La contrainte minimale est quant à elle calculée au niveau du BA. Pour l'instant t_2 , les fortes contraintes sont localisées au niveau du pied d'aube. La valeur du déplacement radial du BF est minimale à t_2 , l'aube n'est pas en contact avec le carter. La principale source de contraintes est le moment fléchissant et celui-ci est maximal au niveau du pied d'aube. On remarque qu'à l'instant t_2 la contrainte maximale est deux fois plus faible que la valeur maximale à t_1 . Les contraintes engendrées par le contact aube/carter sont plus importantes et sont localisées sur des

zones plus petites. La contrainte équivalente maximale calculée à l'instant t_1 est retenue comme valeur de référence pour la normalisation des contraintes, on la note σ_{ref} .

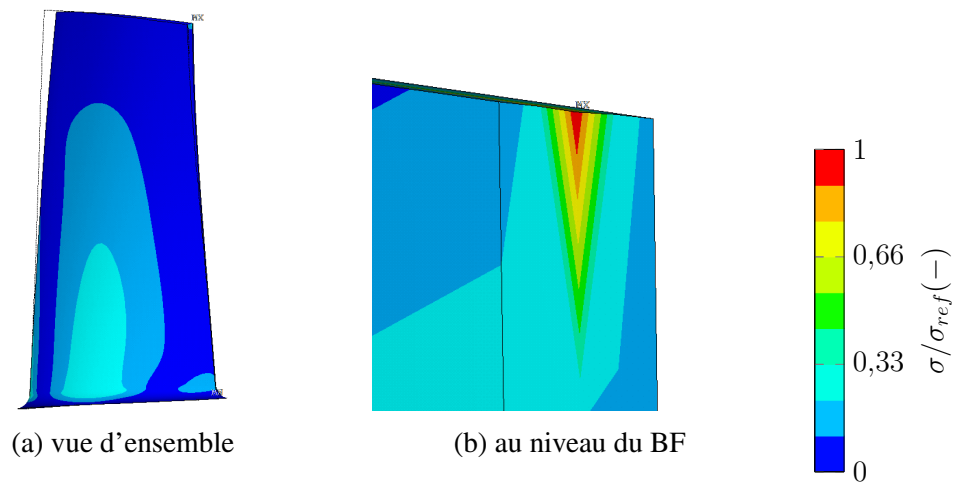


FIGURE 4.6 Contraintes équivalentes sur l'aube de référence à $0,48\omega_{nom}$ à t_1

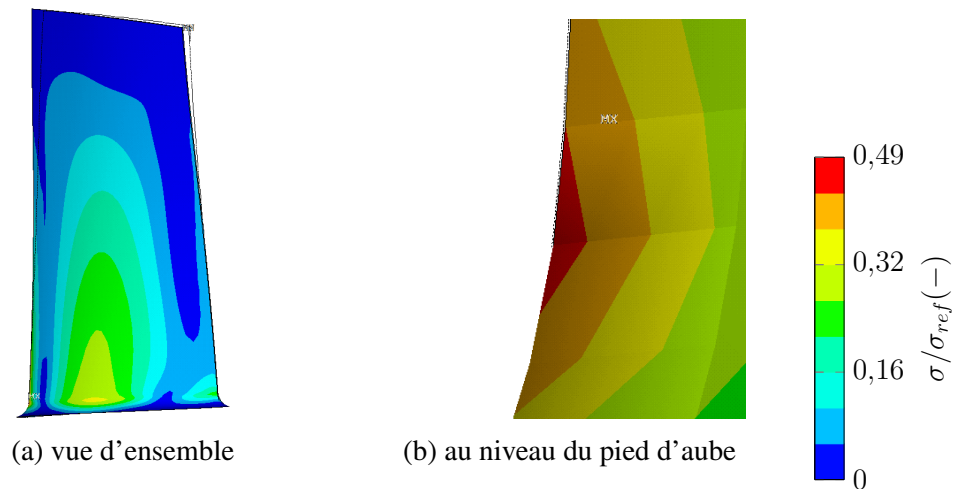


FIGURE 4.7 Contraintes équivalentes sur l'aube de référence à $0,48\omega_{nom}$ à t_2

4.2.2.3 Étude de l'interaction sur le régime moteur non entier à $0,425\omega_{nom}$

On s'intéresse à la première interaction sur un régime moteur non entier. Elle intervient à la vitesse de rotation de $0,425\omega_{nom}$ entre les régimes moteur 5 et 6. Le déplacement radial du BF est affiché sur la figure 4.8b. Il a une période égale à deux fois la période de rotation de l'aube, cela est confirmé par la figure B.1 qui affiche la superposition du déplacement radial de l'aube entre le

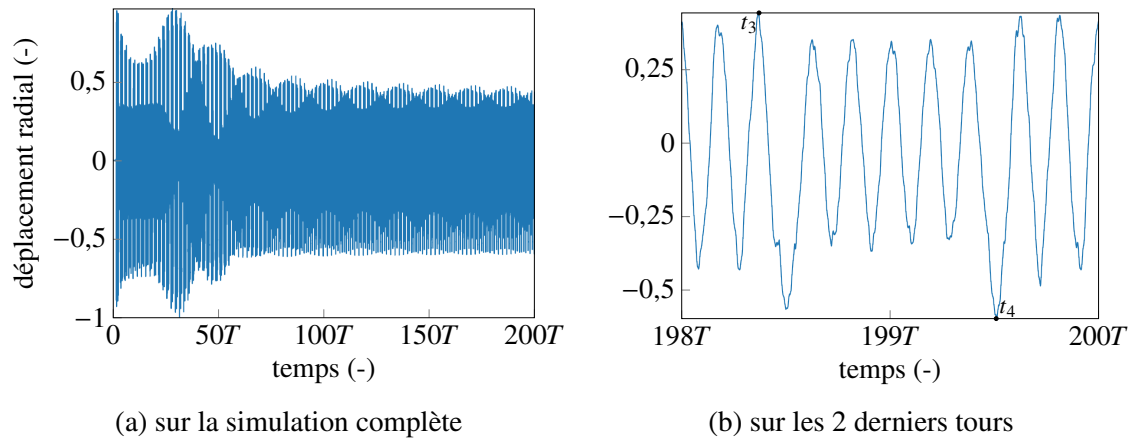


FIGURE 4.8 Déplacements radiaux à $0,425\omega_{\text{nom}}$

196^{eme} et le 198^{eme} tour avec le déplacement radial de l'aube entre le 198^{eme} et le 200^{eme} tour. Sur la période du déplacement radial de l'aube, on observe 11 battements, ce qui devrait engendrer 11 lobes d'usure sur la circonférence du carter. Or, sur la figure C.2, on ne peut voir qu'un seul lobe d'usure. On affiche, sur la figure 4.9, le déplacement radial du BF de l'aube, pour trois tours différents de la simulation, ainsi que la position radiale du carter en prenant en compte l'usure de celui-ci au bout des 200 tours. Les amplitudes du déplacement radial, pour les trois périodes choisies, sont trop faibles pour atteindre d'autre zone du carter que celle du lobe. La zone du lobe est donc la seule à présenter une usure. L'usure du matériau abrasable liée à l'interaction sur ce régime moteur entier est donc faible en comparaison avec l'usure engendrée par l'interaction sur le régime moteur entier 5. Un autre point visible sur la figure 4.9 est le fait que lorsque l'aube rentre en contact avec le carter au niveau du lobe, l'amplitude du déplacement radial du BF est modifiée. Il semble que cela soit à l'origine du fait que le nombre de battements de l'aube dans la direction radiale par période de rotation soit un nombre non entier.

Les champs de déplacements de l'aube de référence à $0,425\omega_{\text{nom}}$ sont présentés sur la figure 4.10, pour les instants t_3 et t_4 définis sur la figure 4.8b. On remarque dans un premier temps que le maximum de déplacement est plus faible que pour l'interaction sur le régime moteur entier 5. Dans un second temps, on observe que l'aube est aussi dans un mode de flexion ce qui est cohérent avec le fait que l'interaction intervient avec le premier mode de flexion de l'aube. Enfin, pour les deux instants étudiés, le maximum de déplacement est calculé au niveau du BA et le minimum au niveau du pied d'aube qui est encastré.

Les champs de contraintes sont présentés sur les figures 4.11 et 4.12. Les contraintes sont concentrées au niveau du pied d'aube à l'instant t_3 et au niveau du BA à l'instant t_4 . On a donc concentration des contraintes au niveau du BA lorsque la valeur du déplacement radial du BF est

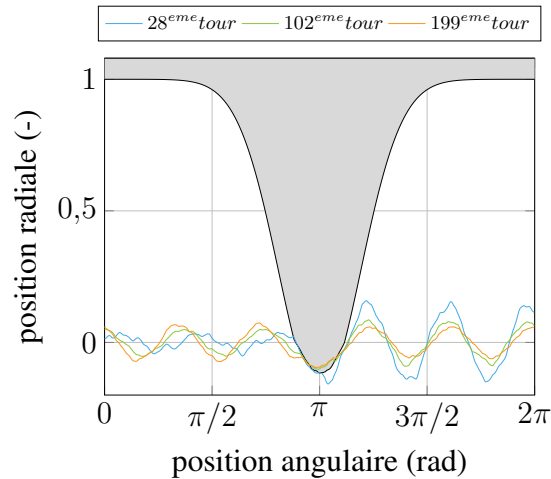


FIGURE 4.9 Déplacement radial du BF de l'aube de référence à $0,425\omega_{\text{nom}}$ à différentes périodes de la simulation

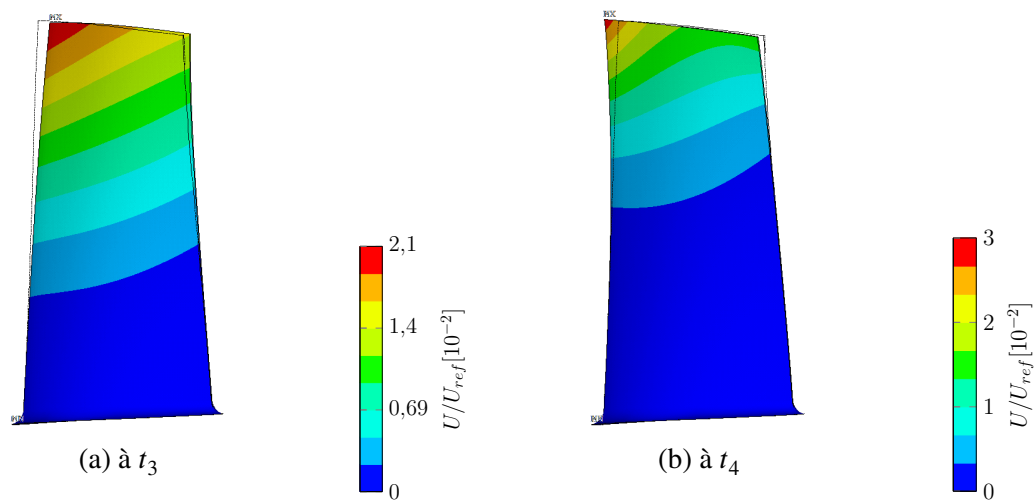


FIGURE 4.10 Déplacement total de l'aube de référence à $0,425\omega_{\text{nom}}$

minimale. Cette contrainte au niveau du BA est deux fois plus faible que la contrainte de référence qui a été calculée sur le BF pour l'interaction sur le régime moteur 5 à $0,48\omega_{\text{nom}}$ lorsque la valeur du déplacement radial du BF était maximale.

On observe une première différence entre l'interaction sur un régime moteur entier et celle sur un régime moteur non entier concernant la localisation des contraintes sur l'aube. Lorsque le déplacement radial du BF est maximal, celui-ci est en contact avec le carter dans le cas du régime moteur entier alors qu'il ne l'est pas dans le cas du régime moteur non entier puisque l'amplitude du déplacement radial est trop faible. Dans le premier cas, la contrainte maximale est située au niveau du BF qui est en contact avec le carter. Dans le second, l'aube est uniquement soumise à un moment

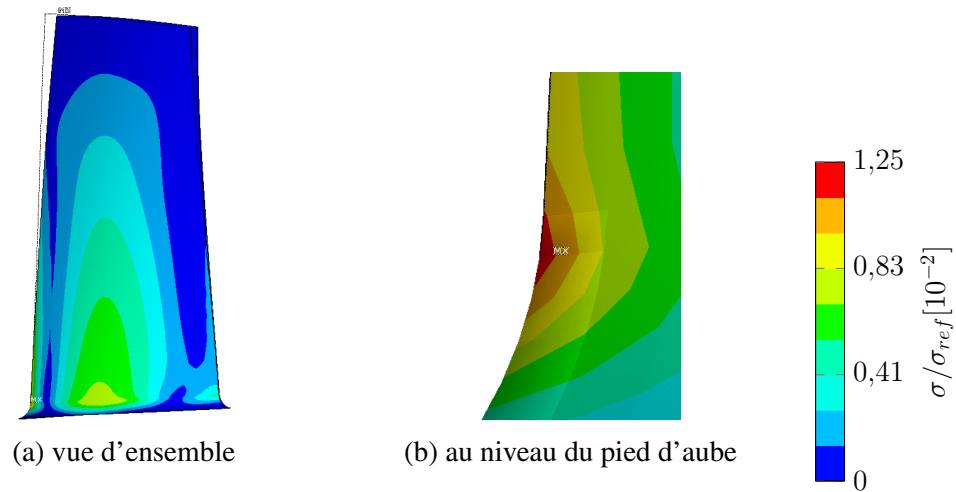


FIGURE 4.11 Contraintes équivalentes sur l'aube de référence à $0,425\omega_{nom}$ à t_3

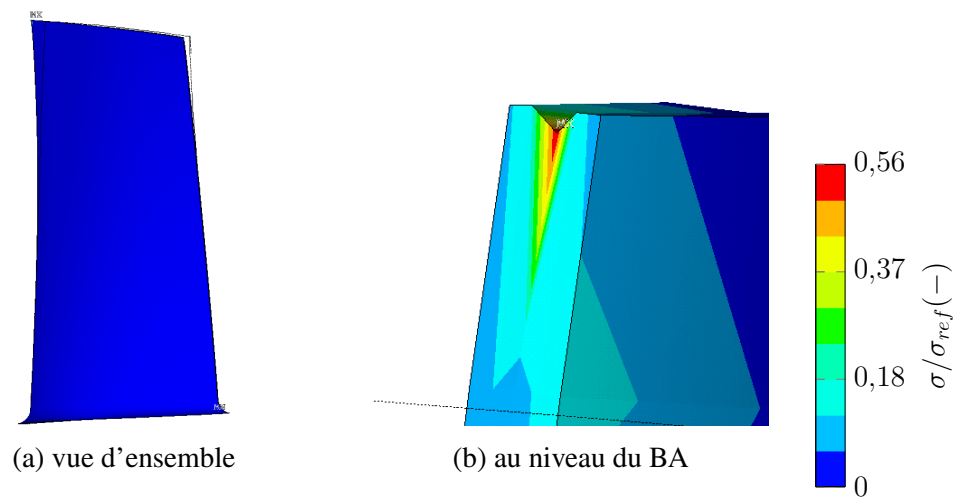


FIGURE 4.12 Contraintes équivalentes sur l'aube de référence à $0,425\omega_{nom}$ à t_4

fléchissant et la contrainte maximale est localisée au pied d'aube. Lorsque le déplacement radial du BF est minimal, le BF n'est pas en contact avec le carter dans le cas du régime moteur entier, mais il l'est dans le cas du régime moteur non entier. En effet, comme montré sur la figure 4.9, la valeur minimale du déplacement radial du BF est atteinte lorsque la position angulaire du BF est égale à la position angulaire du lobe. Position pour laquelle, il y a contact entre le BF et le carter. De ce fait, on devrait obtenir la valeur maximale du champ de contraintes au niveau du BF or celle-ci est située au niveau du BA. Sur la figure E.2, le déplacement radial du BA et celui du BF sont en opposition de phase. Cependant, lorsque la position angulaire de l'aube est égale à la position angulaire du lobe les déplacements radiaux atteignent tous les deux leur valeur minimale. Pour chacun des deux points de

l'aube, sa position radiale est supérieure à la position radiale minimale du carter, on en déduit qu'il y a contact avec le point de l'aube ayant la position radiale maximale à cet instant, c'est-à-dire le BA. C'est donc le BA qui concentre les contraintes sur l'aube. Sur le reste de la période de rotation de l'aube, les valeurs du champ de contraintes sont plus faibles puisqu'elles ne résultent que du moment fléchissant. L'étude de l'interaction sur le régime moteur non entier à $0,345\omega_{\text{nom}}$ entre les régimes moteur 6 et 7 est présentée en annexe A. On retrouve les mêmes ordres de grandeur pour les champs de déplacement et de contraintes et les mêmes zones de l'aube sont sollicitées.

4.3 Aube amont

On s'intéresse maintenant à l'aube située en amont de l'aube de référence afin de voir si des interactions sur des régimes moteur non entiers apparaissent aussi pour cette aube.

4.3.1 Description de l'aube

Le modèle EF de l'aube amont est composé de 18 146 nœuds, dont 349 sont encastrés, donnant ainsi un modèle avec 53 391 ddl. Une condition limite d'encastrement est appliquée au pied d'aube. Le modèle réduit considéré prend en compte les effets centrifuges. Il est composé lui aussi de 7 nœuds frontières représentés sur la figure 4.19 (●), et le paramètre de réduction η est fixé à 30. Le modèle réduit contient donc 153 ddl. Le calcul des matrices de raideur est réalisé à vitesse nulle et pour les vitesses correspondant à $0,5\omega_{\text{nom}}$ et ω_{nom} .

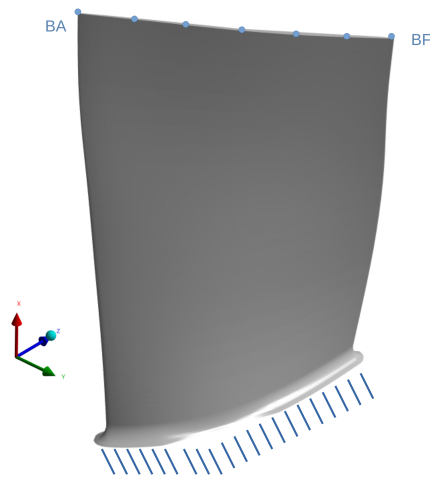


FIGURE 4.13 Aube amont

4.3.2 Analyse des résultats de simulation

4.3.2.1 Identification des vitesses critiques

La carte d'interaction présentée sur la figure 4.14 est calculée sur le déplacement radial du BF de l'aube amont qui est soumise aux mêmes paramètres de simulation que l'aube de référence, la carte d'interaction en 3D est visible sur la figure D.1. On constate la présence d'interactions entre la première fréquence propre de l'aube et les régimes moteur entiers 5, 6 et 7 respectivement pour les vitesses de rotation de $0,47\omega_{\text{nom}}$, $0,375\omega_{\text{nom}}$ et $0,315\omega_{\text{nom}}$. Lorsque cette carte est comparée avec celle de l'aube de référence (figure 4.2), il apparaît que les déplacements radiaux de l'aube amont au niveau des interactions ont des amplitudes plus faibles. De plus, aucune interaction n'est constatée entre la première fréquence propre de l'aube et des régimes moteur non entiers sur la plage de vitesses étudiée.

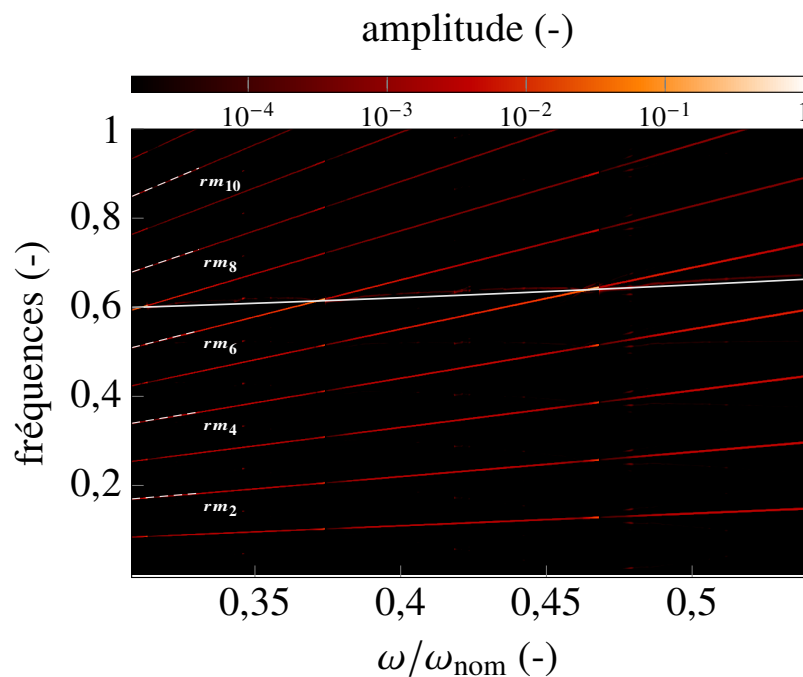


FIGURE 4.14 Carte d'interaction 2D de l'aube amont au bord de fuite

4.3.2.2 Visualisation des déplacements et contraintes

Les champs de déplacements et de contraintes de l'aube sont visualisés pour la vitesse de rotation de $0,47\omega_{\text{nom}}$, vitesse à laquelle l'amplitude du déplacement radial du BF de l'aube est maximale. La figure 4.15 présente le déplacement radial du BF de l'aube à la vitesse choisie. Sur la figure 4.15b, on visualise clairement les 5 battements par période du BF dans la direction radiale. La figure C.4

montre l'usure du matériau abradable au terme de la simulation réalisée avec l'aube amont à la vitesse de $0,47\omega_{\text{nom}}$. Les 5 lobes de différentes tailles sont visibles sur cette figure. Le lobe d'usure le plus profond est celui qui est le plus proche du lobe sur la circonférence du carter. Dans la zone du lobe, le matériau abradable est plus proche de la trajectoire initiale de l'aube, son usure est donc plus importante.

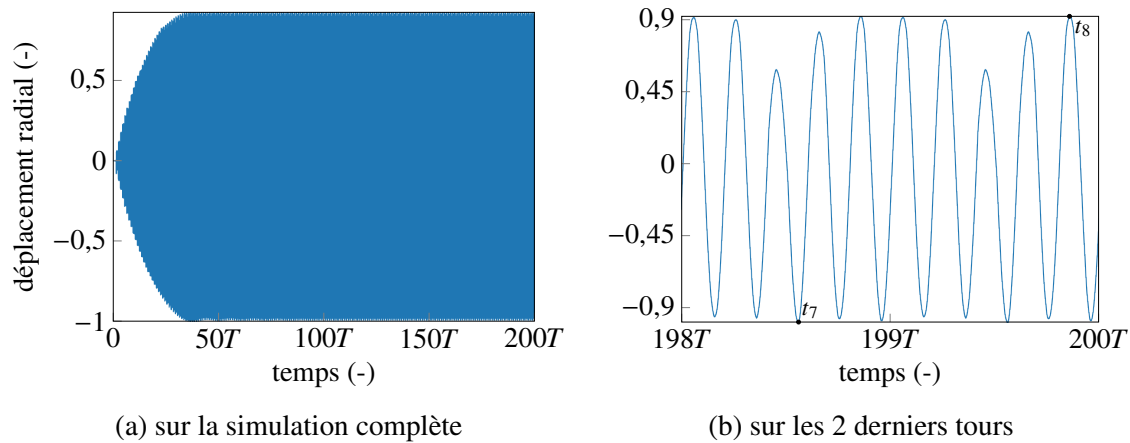


FIGURE 4.15 Déplacement radial à $0,47\omega_{\text{nom}}$

Les champs de déplacements de l'aube amont sont visualisés à $0,47\omega_{\text{nom}}$ aux instants t_7 et t_8 indiqués sur la figure 4.15b. On constate pour ces deux instants, que l'aube est dans un mode de flexion cohérent avec le fait que l'interaction a lieu entre le premier mode de flexion de l'aube et le régime moteur 5 à cette vitesse de rotation et le pied d'aube est encasté. Pour les deux instants, le déplacement total maximal observé est situé au niveau du BA et le déplacement total minimal se situe au niveau du pied d'aube.

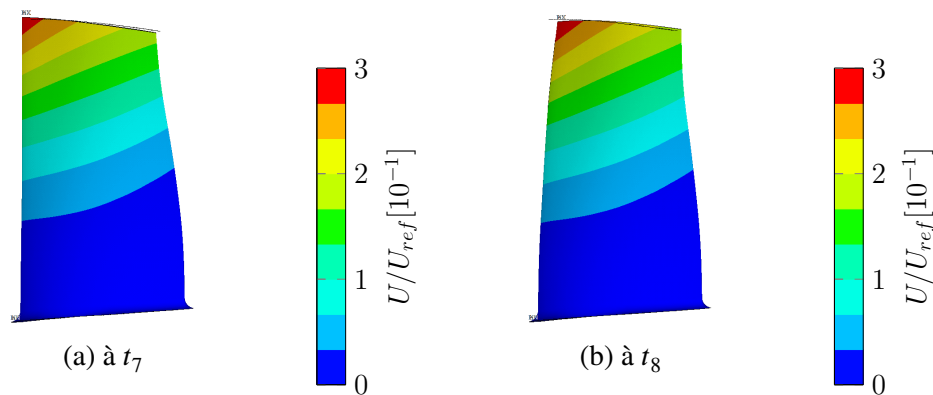


FIGURE 4.16 Déplacement total de l'aube amont à $0,47\omega_{\text{nom}}$

Concernant les champs de contraintes présentés sur les figures 4.17 et 4.18, la contrainte maximale est calculée au BA de l'aube et la contrainte minimale est calculée au BF de l'aube à l'instant t_7 et inversement à l'instant t_8 . L'inversion des contraintes maximale et minimale entre les deux instants s'explique par le fait que le déplacement radial du BA et du BF sont en opposition de phase comme montré sur la figure E.4. Lorsque la valeur du déplacement radial du BF est maximale, celle du BA est minimale. Le BF est en contact avec le carter alors que le BA est libre. Les contraintes au niveau du BF sont donc importantes alors que celle au niveau du BA sont très faibles. La situation s'inverse lorsque la valeur minimale du déplacement radial du BF est atteinte, le BA est alors en contact avec le carter et le BF est libre. La concentration de contrainte se situe alors au niveau du BA. Le contact entre le BA et le carter est plus traumatisant pour l'aube puisque la contrainte calculée au niveau du BA est 5 fois supérieure à la contrainte calculée au niveau du BF qui est de l'ordre de grandeur de σ_{ref} .

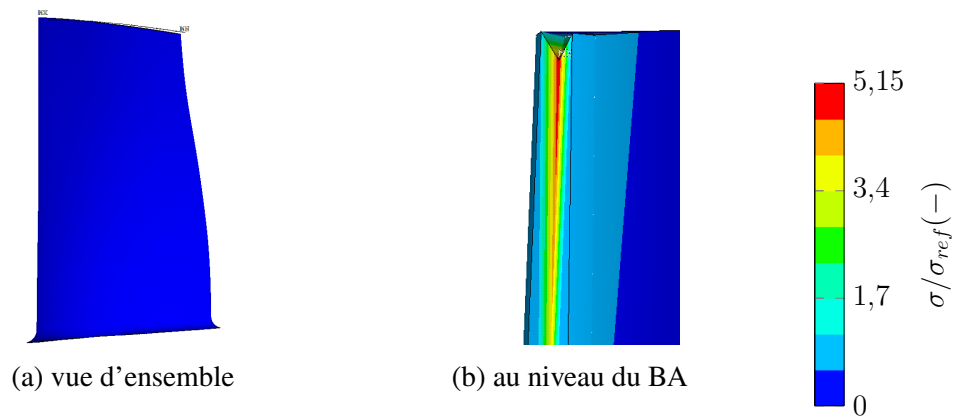


FIGURE 4.17 Contraintes équivalentes sur l'aube amont à $0,47\omega_{\text{nom}}$ à t_7

Les valeurs maximales des champs de déplacements de l'aube amont sont inférieures à celles de l'aube de référence. Toutefois, lorsque la valeur du déplacement radial de l'aube amont est minimale, la contrainte maximale calculée est située au BA et cette valeur est 5 fois supérieure à σ_{ref} . La figure E.4 montre que le déplacement radial du BA de l'aube amont est en opposition de phase avec celui du BF ce qui est similaire à l'aube de référence. Toutefois, alors que pour l'aube amont il y a contact entre le carter et le BA de l'aube, ce contact n'est pas retrouvé pour l'aube de référence puisque la contrainte calculée au niveau du bord d'attaque est faible.

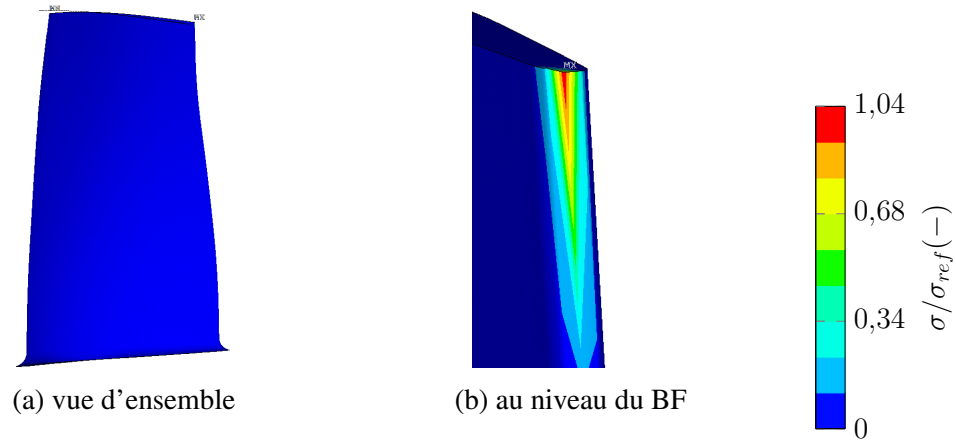


FIGURE 4.18 Contraintes équivalentes sur l'aube amont à $0,47\omega_{nom}$ à t_8

4.4 Aube aval

4.4.1 Description de l'aube

Le modèle EF de l'aube aval est composé de 11 973 nœuds dont 213 sont encastres, donnant ainsi un modèle avec 35 280 ddl. Une condition limite d'encastrement est appliquée au pied d'aube. Le modèle réduit considéré prend en compte les effets centrifuges. Il est composé là encore de 7 nœuds frontières représentés sur la figure 4.13 (●), et le paramètre de réduction η est fixé à 30. Le modèle réduit contient donc 153 ddl. Le calcul des matrices de raideur est réalisé à vitesse nulle et pour les vitesses correspondant à $0,5\omega_{nom}$ et ω_{nom} .

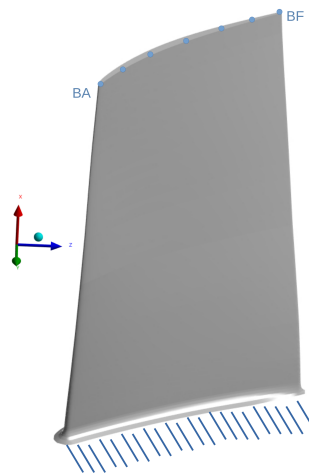


FIGURE 4.19 Aube aval

4.4.2 Analyse des résultats de simulation

4.4.2.1 Identification des vitesses critiques

Dans un premier temps, on constate sur la carte d'interaction du BF de l'aube aval (figure 4.20) que la première fréquence propre est plus élevée que pour les deux autres aubes. En conséquence, on observe des interactions entre cette première fréquence propre et des régimes moteur entiers plus élevés pour la plage de vitesses choisie. Ces interactions interviennent pour les régimes moteur 7, 8, 9 et 10 à des vitesses respectives de $0,51\omega_{\text{nom}}$, $0,435\omega_{\text{nom}}$, $0,38\omega_{\text{nom}}$ et $0,345\omega_{\text{nom}}$. Les amplitudes de ces interactions sont plus faibles que pour l'aube de référence comme il est possible de le voir sur la figure D.2. De plus, aucune interaction pour des régimes moteur non entiers n'est constatée sur les cartes d'interaction de l'aube aval.

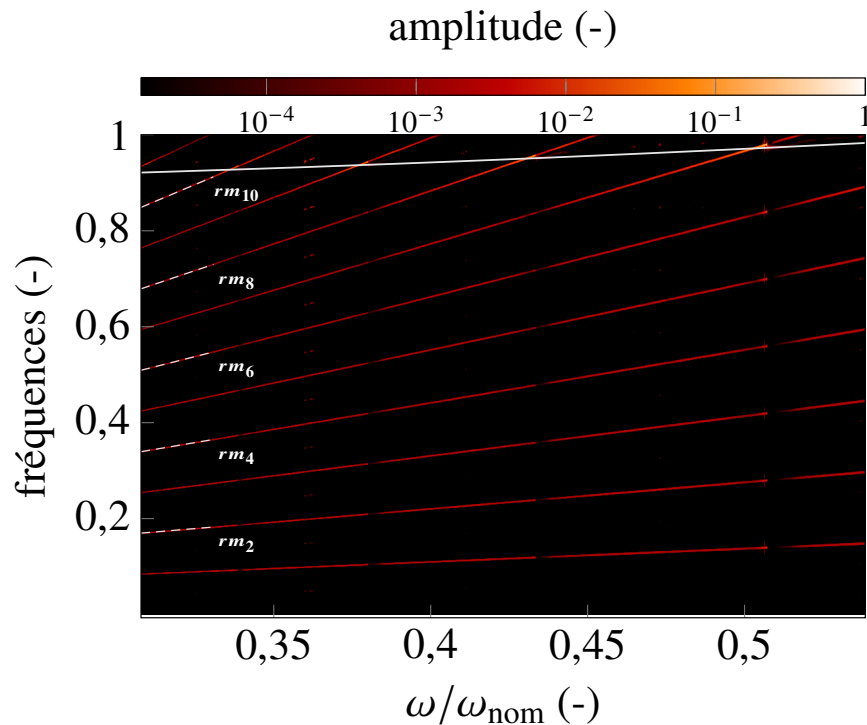


FIGURE 4.20 Carte d'interaction 2D de l'aube aval au bord de fuite

4.4.2.2 Visualisation des déplacements et contraintes

Les champs de déplacements et de contraintes de l'aube sont visualisés pour la vitesse de rotation de $0,51\omega_{\text{nom}}$. Le déplacement radial de l'aube à cette vitesse de rotation est représenté sur la figure 4.21. Sur une période de révolution de l'aube, on constate 7 battements du BF de l'aube dans la direction radiale. Sur la figure C.5, on visualise 7 lobes d'usure de différentes tailles sur la

circonférence du carter dus aux 7 battements de l'aube dans la direction radiale durant la période de rotation. La zone d'usure la plus importante est là encore celle qui se trouve le plus proche du lobe.

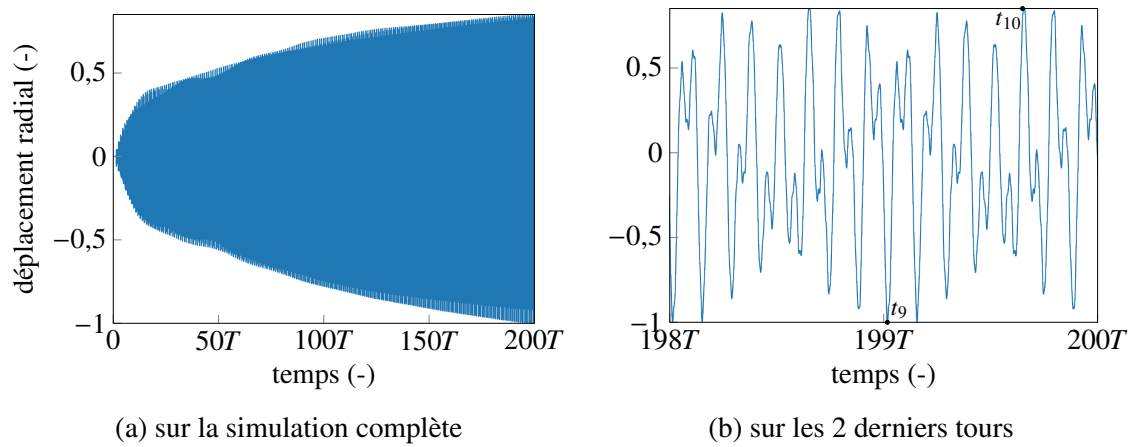


FIGURE 4.21 Déplacement radial de l'aube aval à $0,47\omega_{\text{nom}}$

Les champs de déplacements de l'aube pour la vitesse de $0,51\omega_{\text{nom}}$ sont évalués aux instants t_9 et t_{10} indiqués sur la figure 4.21b. Pour les deux instants, le déplacement total maximal est calculé au BF, contrairement aux 2 aubes précédentes dont les déplacements maximums étaient calculés au BA. Le déplacement minimal est quant à lui calculé au pied d'aube. L'aube est dans un mode de flexion, ce qui est cohérent avec le fait que l'interaction à la vitesse de $0,51\omega_{\text{nom}}$ intervient entre le premier mode de flexion de l'aube et le régime moteur 7.

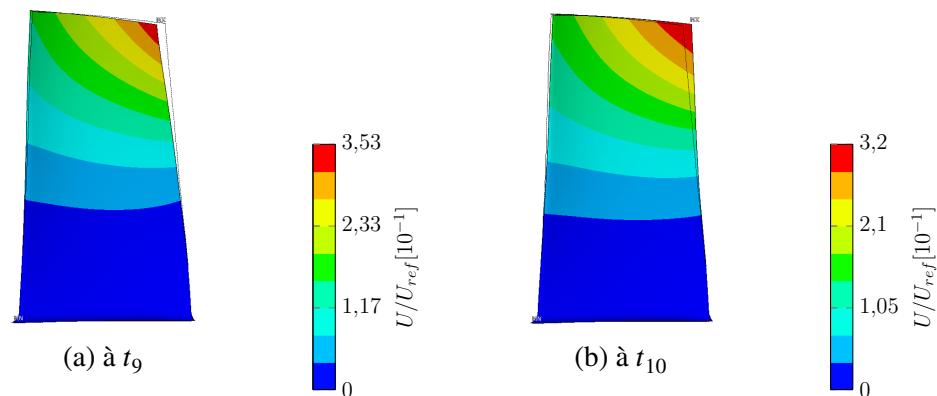


FIGURE 4.22 Déplacement total de l'aube aval à $0,51\omega_{\text{nom}}$

Sur la figure 4.23, on observe les contraintes sur l'aube aval à l'instant t_9 . Ces contraintes sont localisées au niveau du pied d'aube, où la contrainte maximale est calculée, mais aussi sur l'arête du bord de fuite. La contrainte minimale calculée à t_9 se situe au BA. La valeur du déplacement

radial du BF à t_9 est minimale, il n'y a pas de contact avec le carter à cet instant, ce qui explique que les contraintes au niveau du sommet d'aube soient minimales. On observe maintenant le champ de contraintes sur l'aube à l'instant t_{10} (figure 4.24). La concentration de contraintes se situe au BF, le reste de l'aube présente des contraintes faibles. La valeur de contrainte maximale est du même ordre de grandeur que σ_{ref} .

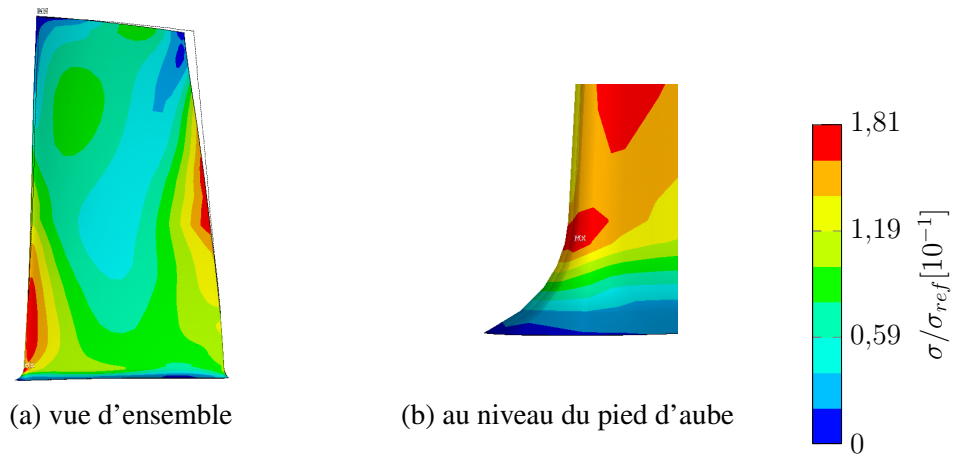


FIGURE 4.23 Contraintes équivalentes sur l'aube aval à $0,51\omega_{nom}$ à t_9

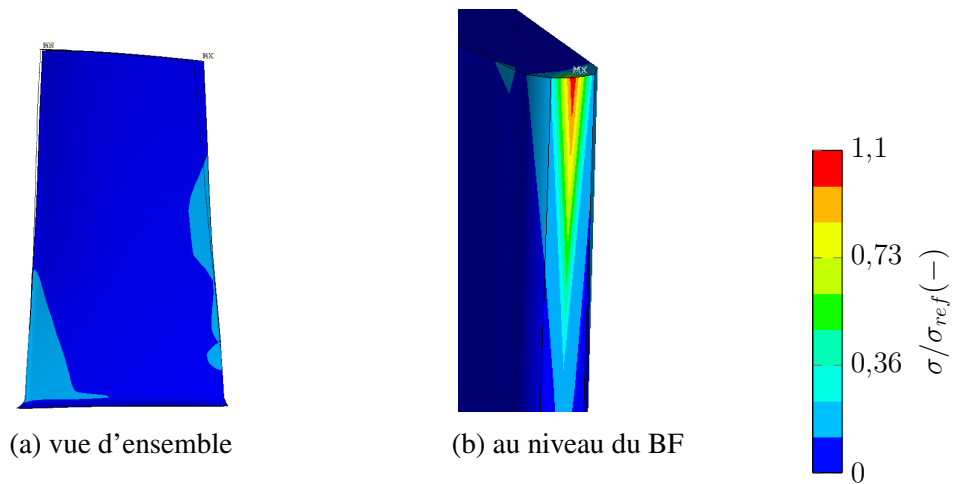


FIGURE 4.24 Contraintes équivalentes sur l'aube aval à $0,51\omega_{nom}$ à t_{10}

4.5 Conclusion

En somme, les 3 aubes présentent des comportements et des vitesses critiques différentes malgré les mêmes paramètres de simulation. Les aubes amont et aval ont des déplacements plus faibles

que l'aube de référence. Toutefois, les contraintes sur celles-ci peuvent s'avérer plus importantes au BA et au BF lorsqu'il y a contact de l'un de ces deux points avec le carter. L'une des rares similitudes est le fait que pour les interactions sur des régimes moteur entiers, les déplacements radiaux du BA et du BF sont en opposition de phase pour les trois aubes. L'étude menée sur les 3 aubes a permis de montrer la présence d'interactions sur des régimes moteur non entiers uniquement sur l'aube de référence. Les déplacements liés à ces interactions sont plus faibles que ceux liés à des interactions sur des régimes moteur entiers. L'usure du matériau abradable est, elle aussi, plus faible du fait que seul la zone du lobe du carter présente une usure pour ces interactions. Toutefois, lorsque le contact entre le carter et l'aube intervient, les contraintes engendrées sur le BA sont importantes et l'on risque d'endommager l'aube. Le profil de carter à 1 lobe utilisé dans cette étude a un impact sur l'apparition des interactions sur des régimes moteur non entiers puisqu'il apparaît clairement que le fait que le nombre de battements de l'aube de référence dans la direction radiale soit un nombre non entier, est dû au contact entre l'aube et le lobe à chaque tour. L'amplitude du déplacement radial de l'aube est aussi modifiée à chaque passage face au lobe.

CHAPITRE 5 ANALYSE DE SENSIBILITE SUR LE PROFIL DU CARTER

L'étude réalisée sur les aubes industrielles dans le chapitre 4 a montré que pour les interactions sur des régimes moteurs non entiers, l'amplitude du déplacement radial du BF variait lorsque celui-ci entraînait en contact avec le carter au niveau du lobe. Les interactions sur des régimes moteurs non entiers n'étant pas visibles pour toutes les aubes, on en déduit que la combinaison entre un profil de carter et une aube est à l'origine de l'apparition de ces interactions. Dans ce chapitre, il ne sera pas question de faire apparaître ces interactions, mais de voir dans quelle mesure, pour un modèle d'aube fixé, de faibles variations sur le profil du carter peuvent modifier les interactions de l'aube. Les industriels peuvent voir un intérêt à connaître, pour un même modèle d'aube, les profils de carter pour lesquels l'usure du matériau abrasable est réduite ou encore ceux pour lesquels les amplitudes des déplacements radiaux sont plus importantes. L'objectif à terme est de définir des tendances en s'intéressant aux corrélations entre l'évolution des paramètres de représentation du carter et les variations des grandeurs de sortie. En d'autres termes, il convient de réaliser une analyse de sensibilité sur les paramètres liés au profil du carter dans les simulations.

5.1 Définition des paramètres d'intérêt

5.1.1 Les carters sous forme de série de Fourier : une opportunité

L'analyse de sensibilité sur les profils sous forme de lobes pourrait être conduite en se focalisant uniquement sur les 3 paramètres utilisés pour représenter analytiquement les carters sous forme de lobes (nombre de lobes n_l , hauteur de lobe h_l et largeur de lobe w_l). Toutefois, lors de l'implémentation de la méthode de représentation du carter par série de Fourier, on a pu constater qu'en fonction du nombre d'harmoniques utilisés pour représenter le carter, le profil obtenu variait (figure 3.5) et les résultats d'intégration temporelle pouvaient présenter des amplitudes de déplacement différentes (figure 3.6). L'implémentation dans l'outil numérique de la représentation du carter par série de Fourier offre l'opportunité de travailler non pas sur 3 paramètres pour représenter le profil mais sur une infinité en travaillant directement sur les valeurs des coefficients de Fourier. Ils permettent de produire un grand nombre de profils et notamment de produire de petites perturbations sur des profils de carter déjà existants. Néanmoins, les séries de Fourier étant dotées d'un nombre infini de coefficients, il apparaît impossible de tester l'ensemble des combinaisons possibles lors de l'analyse de sensibilité. Une définition claire du cadre de l'étude est donc nécessaire.

5.1.2 Approche méthodologique de l'analyse de sensibilité

L'étude suivra le modèle des simulations de Monte-Carlo. La première étape repose sur la définition des paramètres d'intérêt et de l'espace des variables d'entrée. Il sera ensuite possible d'effectuer un échantillonnage sur l'espace des variables d'entrée et de lancer les simulations d'intégration temporelle. Sur la base des résultats d'intégration temporelle, une analyse sera conduite afin d'évaluer l'influence des différents paramètres d'entrée sur les sorties du système.

5.1.2.1 Profil de carter de référence

Pour cette étude, il a été choisi de se focaliser sur un profil de carter, nommé carter de référence, à deux lobes, produit grâce à l'équation suivante :

$$\forall \theta \in [0, 2\pi] f(\theta) = h_l e^{-\left(\frac{\alpha(\theta) - \pi/n_l}{w_l}\right)^2} \text{ avec } \alpha \equiv \theta \pmod{\frac{2\pi}{2}} \quad (5.1)$$

Les coefficients de Fourier de ce profil de carter ont été calculés (figure 5.1). Les coefficients de Fourier du carter de référence seront identifiés par l'indice i et les coefficients de Fourier des carters modifiés par l'indice j jusqu'à la fin du chapitre. La série de Fourier du carter est tronquée à 128 harmoniques afin de limiter le temps de calcul associé à la représentation par série de Fourier lors de l'intégration temporelle. Les valeurs des coefficients de Fourier du carter de référence peuvent être modifiées afin d'obtenir un nouveau profil de carter. Avec le nouveau jeu de valeurs pour les coefficients de Fourier, il devient possible de reconstruction un nouveau carter avec des perturbations par rapport au carter de référence grâce à l'équation :

$$f_{modif}(\theta) = \frac{1}{2}a_0 + \sum_{i=1}^{128} a_i \cos(\theta) + b_i \sin(\theta) \quad (5.2)$$

Une même simulation est ensuite lancée sur le profil du carter modifié et sur le profil du carter de référence. Les résultats d'intégration temporelle obtenus avec le carter modifié sont ensuite comparés à ceux obtenus avec le carter de référence.

5.1.2.2 Critères de bornage de l'espace des variables

On cherche à introduire de faibles perturbations sur le profil du carter de référence afin de pouvoir comparer les résultats issus des différents profils. Cela signifie qu'il faut contrôler les profils des carters modifiés sur l'ensemble de l'intervalle $[0, 2\pi]$ en mettant en place un critère global. De plus, un profil produit pourrait s'éloigner du profil de référence uniquement sur un intervalle restreint de l'intervalle $[0, 2\pi]$. Cet écart ponctuel majeur entre les deux profils peut engendrer une forte

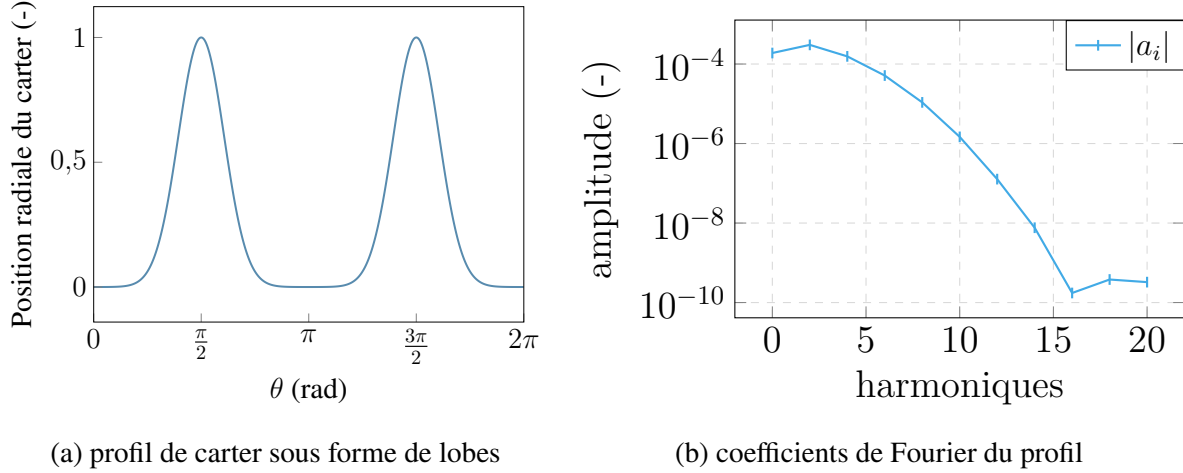


FIGURE 5.1 Profil du carter de référence et ses coefficients de Fourier

divergence dans les résultats d'intégration temporelle. Pour éviter un pic de déviation, un critère local doit aussi être mis en place. Les deux critères reposent chacun sur une enveloppe entourant le profil de référence. Ces enveloppes, visibles sur la figure 5.2, sont produites grâce à la méthode paramétrique adaptative permettant d'avoir une distance variable entre l'enveloppe et le carter de référence. Cela évite d'avoir des enveloppes trop larges notamment au niveau des pieds des lobes. On considère un profil de carter avec lobe représenté par la fonction f définie par l'équation (5.1). La distance adaptative est obtenue grâce à la fonction f_c :

$$\forall \theta \in [0, 2\pi] \quad f_c(\theta) = \frac{|f(\theta) - \max_{\theta \in [0, 2\pi]}(|f(\theta)|) \times 1,5|}{\max_{\theta \in [0, 2\pi]}(|f(\theta)|) \times 1,5} \quad (5.3)$$

Le critère local correspond à une comparaison point par point entre le profil du carter modifié noté f_{modif} et les frontières de l'enveloppe. Si le profil du carter sort de l'enveloppe en un point alors, il n'est pas retenu dans la suite de l'étude. Cette condition est traduite par l'équation (5.6).

$$f_{modif}(\theta) = \frac{1}{2}a_0 + \sum_{i=1}^{128} a_i \cos(\theta) + b_i \sin(\theta) \quad (5.4)$$

$$\forall \theta \in [0, 2\pi] \quad \begin{cases} g_{sup}(\theta) = f(\theta) + \alpha \times f_c(\theta) \\ g_{inf}(\theta) = f(\theta) - \alpha \times f_c(\theta) \end{cases} \quad (5.5)$$

$$\forall \theta \in [0, 2\pi] \quad g_{inf}(\theta) < f_{modif}(\theta) < g_{sup}(\theta) \quad (5.6)$$

Le **critère global** est validé si le carter modifié vérifie la condition décrite par l'équation (5.8)

$$\forall \theta \in [0, 2\pi] \begin{cases} h_{sup}(\theta) = f(\theta) + \frac{\alpha}{2} \times f_c(\theta) \\ h_{inf}(\theta) = f(\theta) - \frac{\alpha}{2} \times f_c(\theta) \end{cases} \quad (5.7)$$

$$\int_0^{2\pi} |f_{modif}(\theta) - f(\theta)| d\theta < \int_0^{2\pi} |h_{sup} - f(\theta)| d\theta \quad (5.8)$$

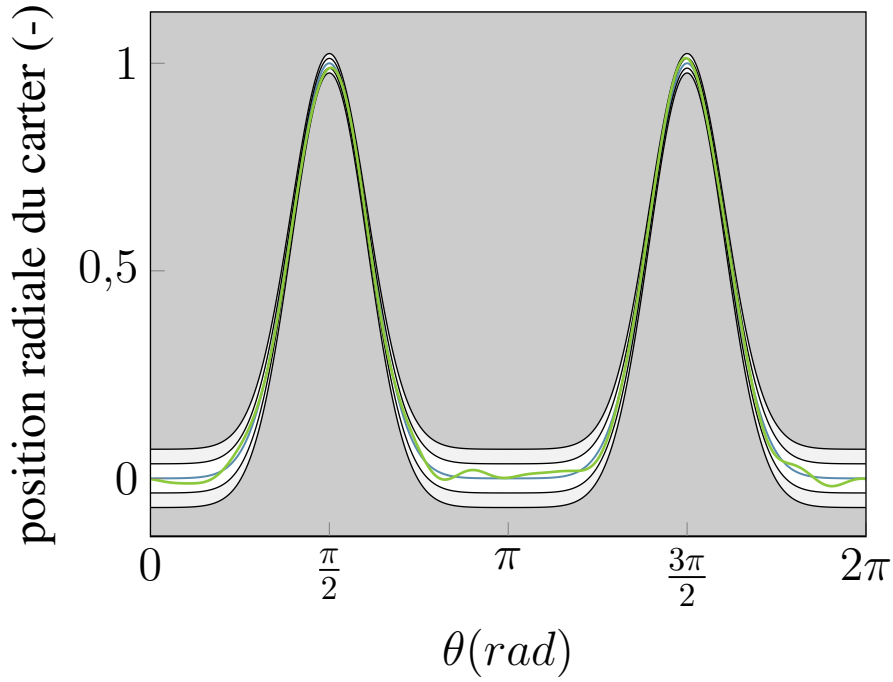


FIGURE 5.2 Exemple d'application du critère local et du critère global

Après avoir défini le critère local et le critère global, il reste, avant de lancer les simulations et pouvoir analyser les résultats, à définir les coefficients de Fourier du carter de référence qui seront modifiés et la plage de valeurs sur laquelle ils peuvent varier afin de produire un ensemble de carters validant les critères fixés.

5.1.2.3 Définition de l'espace des variables

On constate sur la figure 5.1b que seuls les coefficients a_i de rangs pairs sont non nuls dans la série. Cela s'explique par le fait que la fonction analytique représentant le carter (3.1) est symétrique par rapport à l'origine et que le carter possédant deux lobes, la fonction est π -périodique impliquant

de ce fait que les coefficients de rangs impairs soient nuls. Pour produire les différents profils de carter, les coefficients de Fourier du carter modifié sont divisés en 3 groupes :

- les coefficients a_j et b_j pour $j \in \{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13\}$ sont modifiés et sont définis comme suit :

$$\begin{cases} a_j = \frac{x_{m_j}-0,5}{32} \times \max_{i \in \mathbb{N}}(|a_i|, |b_i|) & x_{m_j} \in [0, 1] \text{ avec } m_j \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\} \\ b_j = \frac{x_{n_j}-0,5}{32} \times \max_{i \in \mathbb{N}}(|a_i|, |b_i|) & x_{n_j} \in [0, 1] \text{ avec } n_j \in \{8, 9, 10, 11, 12, 13, 14\} \end{cases} \quad (5.9)$$

- les coefficients a_j et b_j pour $j \in \{2, 4, 6, 8, 10, 12, 14\}$ ne sont pas modifiés,
- les coefficients b_j pour $j \in [15, 128]_{\mathbb{N}}$ sont modifiés et suivent une décroissance quadratique :

$$b_j = \frac{\frac{x_{15}-0,5}{20} \times \max_{i \in \mathbb{N}}(|a_i|, |b_i|)}{i^2} \quad (5.10)$$

Après modification des coefficients de Fourier, on obtient un ensemble de coefficients tel que celui présenté sur la figure 5.3a. Le profil de carter représenté sur la figure 5.3b est ensuite reconstruit grâce à la fonction définie par l'équation (5.2). On constate que le carter modifié présente de légères variations par rapport au carter de référence. Les coefficients de Fourier non modifiés entre le carter de référence et le carter modifié ont des amplitudes significativement supérieures aux coefficients modifiés. L'allure générale du carter est de ce fait conservée. Les coefficients de Fourier modifiés ont des amplitudes plus faibles créant des petites perturbations sur le profil du carter et permettant ainsi la comparaison des résultats de simulation entre les différents carters. 15 variables sont nécessaires

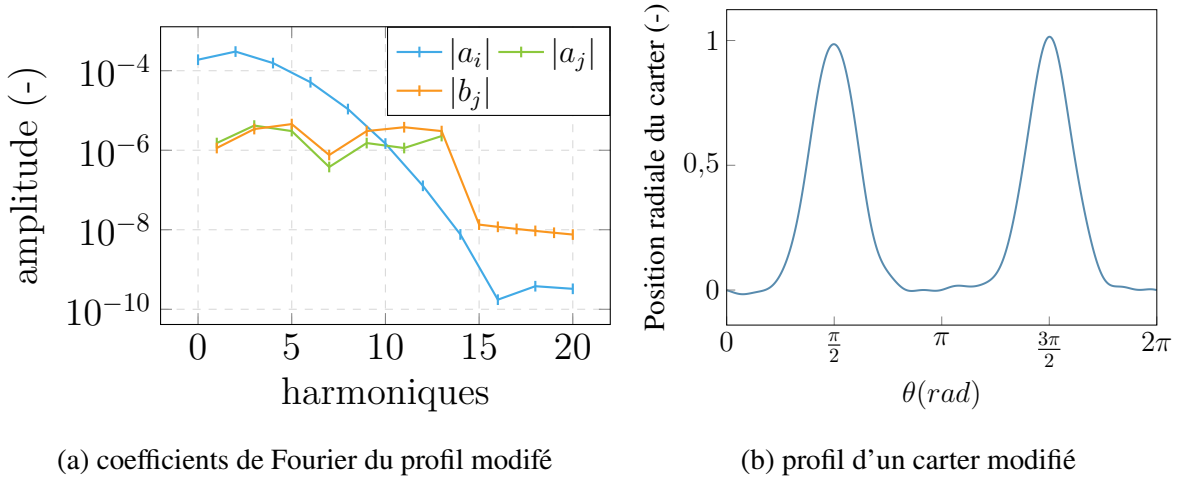


FIGURE 5.3 Profil de carter modifié et ses coefficients de Fourier

pour produire l'ensemble des coefficients de Fourier du carter modifié. Les 14 premières variables

servent à produire les coefficients a_j et b_j pour $j \in \{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13\}$ et la 15^{eme} variable permet de produire les coefficients b_j d'ordre supérieur ou égal à 15. Les coefficients a_i de rangs pairs du carter de référence ne sont pas modifiés ce qui permet de conserver l'allure générale du carter. Les coefficients de Fourier du carter de référence qui ont été modifiés, permettent quant à eux d'obtenir les perturbations sur le profil.

5.1.2.4 Production du plan d'expérience

À présent que les variables ont été sélectionnées et leurs plages de valeurs ont été définies, on peut établir un plan d'expérience grâce à la méthode d'échantillonnage implémentée dans le code IRS. Les carters produits grâce au plan d'expérience permettront ensuite de lancer les simulations d'intégration temporelle dont les résultats seront analysés pour évaluer l'influence des différents coefficients de Fourier sur les sorties du système. Il est apparu, lors de la production des différents profils via le plan d'expérience, que certaines combinaisons de valeurs pour les variables du plan d'échantillonnage produisent des carters ne respectant pas le critère local et/ou le critère global. Ce constat justifie la nécessité de pouvoir prendre en compte d'autres critères que la valeur de Φ pour sélectionner le meilleur plan d'échantillonnage. En effet, il faut s'assurer que les points de l'hypercube donnent des carters respectant les critères de bornage sinon les analyses réalisées en sortie de l'intégration temporelle ne pourraient pas être réalisées du fait de variables d'entrée trop éloignées. Pour chaque point non valide, un nouveau point est créé, s'il respecte les critères, il est alors ajouté au plan d'échantillonnage, sinon un nouveau point est créé jusqu'à en obtenir un valide. Le plan d'expérience finalisé comporte alors un ensemble de carters respectant le critère local et le critère global.

Pour notre étude, on souhaite produire 25 carters différents. Ils sont produits à l'aide d'un hypercube latin avec en paramètres d'entrée 25 points et 15 variables. La qualité de l'hypercube est évaluée via l'outil de comparaison des plans d'échantillonnage de Morris et Mitchell, noté Φ_q . Pour calculer la valeur de Φ_q , on choisit $q = 100$. Le calcul de Φ_q nécessite de connaître les distances entre les différents points de l'hypercube qui sont calculées avec la norme euclidienne. La valeur de Φ_{100} de l'hypercube sélectionné est $\Phi_{100} = 1,053$. À titre de comparaison, si l'on considère l'hypercube latin représentant l'identité, la valeur de Φ_{100} est de 6,66. Les profils de carters modifiés obtenus avec le plan d'expérience sont présentés sur la figure 5.4. On constate qu'ils sont encadrés par les bornes du critère local au niveau des sommets des lobes alors qu'au niveau des pieds de lobes, les profils de carters modifiés sont encadrés par les bornes du critère global. L'utilisation de deux critères permet de pouvoir contrôler différemment les profils modifiés selon les zones du carter ciblées. Les différents profils de carter ayant été produits, il convient maintenant de passer aux simulations d'intégration temporelle.

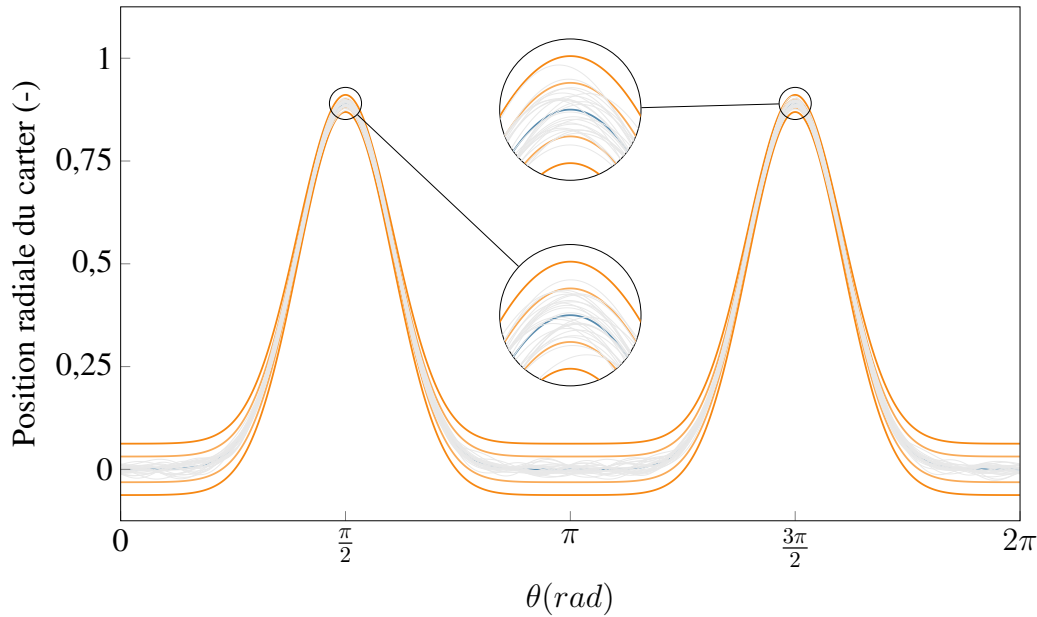


FIGURE 5.4 Ensemble des carters produits avec le plan d'échantillonnage

5.2 Campagne d'essais

5.2.1 Modèle de référence

Le modèle d'aube utilisé pour l'analyse de sensibilité est une aube académique représentée sur la figure 5.5. Le modèle EF est composé de 20 781 nœuds dont 413 sont encastres. Cela donne un modèle possédant 61 104 degrés de libertés. La seule condition limite appliquée est un encastrement du pied d'aube. Le modèle réduit considéré pour cette étude ne prend pas en compte les effets centrifuges. Le modèle réduit est composé de 8 nœuds frontières répartis sur le sommet d'aube et le paramètre de réduction η est fixé à 15, donnant au total 39 ddl.

5.2.2 Paramètres de simulation

Les simulations d'intégration temporelle ont été lancées pour tous les profils de carter produits avec les mêmes paramètres de simulation. Les simulations sont réalisées sur 200 tours afin de s'assurer d'avoir atteint le régime permanent. Il y a 2 lobes sur la circonférence du carter et la hauteur de lobe est égale à 2 fois le jeu aube/carter pour le profil du carter de référence. Cette valeur est différente pour chacun des lobes des carters modifiés. Le facteur d'amortissement modal pour l'aube est de $\xi = 0,001$ et le coefficient de frottement est de $\mu = 0,15$. Les phénomènes d'usure sont pris en compte dans ces simulations, mais pas les effets centrifuges. On considère 20 000 éléments

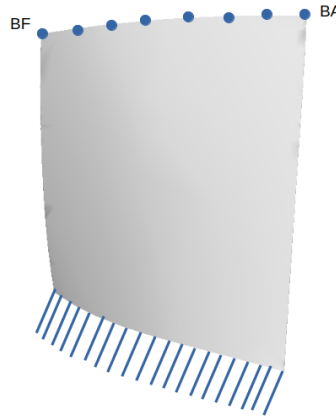


FIGURE 5.5 Modèle de l'aube utilisée dans le cadre de l'analyse de sensibilité

abradables sur la circonférence du carter et les propriétés du matériau abradable sont les suivantes : un module d'Young E_a de 0,28 GPa, un module de plasticité K_a de 0,07 GPa et enfin une limite élastique σ_a de 1,5 Pa.

5.2.3 Analyse des résultats

5.2.3.1 Résultats de référence

Basées sur le modèle réduit de l'aube et sur les paramètres de simulation indiqués, les cartes d'interaction des déplacements radiaux de l'aube au bord d'attaque et au bord de fuite ont été calculées pour le carter de référence afin d'évaluer les vitesses critiques de fonctionnement de l'aube et fournir une référence lors de la comparaison des résultats. La plage de vitesses sur laquelle se concentre les cartes d'interaction se situe entre $0,375\omega_{\text{nom}}$ et ω_{nom} . La figure 5.6 présente la carte d'interaction en 2D du BA de l'aube pour le carter de référence. La carte en 3D est disponible en annexe F. Les cartes d'interaction en 2D et en 3D du BF de l'aube sont présentées en annexe G. Les cartes d'interaction sont calculées sur les 50 derniers tours de la simulation pour chacune des vitesses de rotation. Sur la plage de vitesses considérée pour l'étude, on remarque que 5 vitesses critiques mènent à une interaction entre le premier mode de flexion, noté f_{1F} sur les cartes d'interaction, et des régimes moteurs entiers. La première se situe à $0,39\omega_{\text{nom}}$ et correspond à une interaction avec le 7^{ème} régime moteur. La seconde se situe à $0,45\omega_{\text{nom}}$ et correspond à une interaction avec le 6^{ème} régime moteur. La troisième vitesse entraînant une interaction entre le premier mode de flexion et le 5^{ème} régime moteur, se situe à $0,54\omega_{\text{nom}}$. La quatrième vitesse critique provoque une interaction avec le 4^{ème} régime moteur et se situe à $0,68\omega_{\text{nom}}$. Enfin, la dernière interaction se situe à $0,9\omega_{\text{nom}}$ et est liée au 3^{ème} régime moteur. On remarque ici l'apport de la carte d'interaction en 3D représentée sur la figure F.1 puisqu'elle permet d'identifier le pic d'amplitude pour l'interaction entre le 7^{ème} ré-

gime moteur et le premier mode de flexion. Celui-ci n'est pas mis en avant sur la carte d'interaction en 2 dimensions. La carte d'interaction en 3D permet aussi de souligner les fréquences auxquelles des pics d'amplitude apparaissent pour les vitesses critiques de rotation. Enfin, on observe grâce à la carte d'interaction en 3 dimensions que les 5 vitesses critiques menant à une interaction avec le premier mode de flexion, mènent aussi à une interaction entre le premier mode de torsion et un régime moteur qui est le triple du régime moteur entraînant l'interaction avec le premier mode de flexion. Toutefois, les amplitudes de ces interactions sont plus faibles.

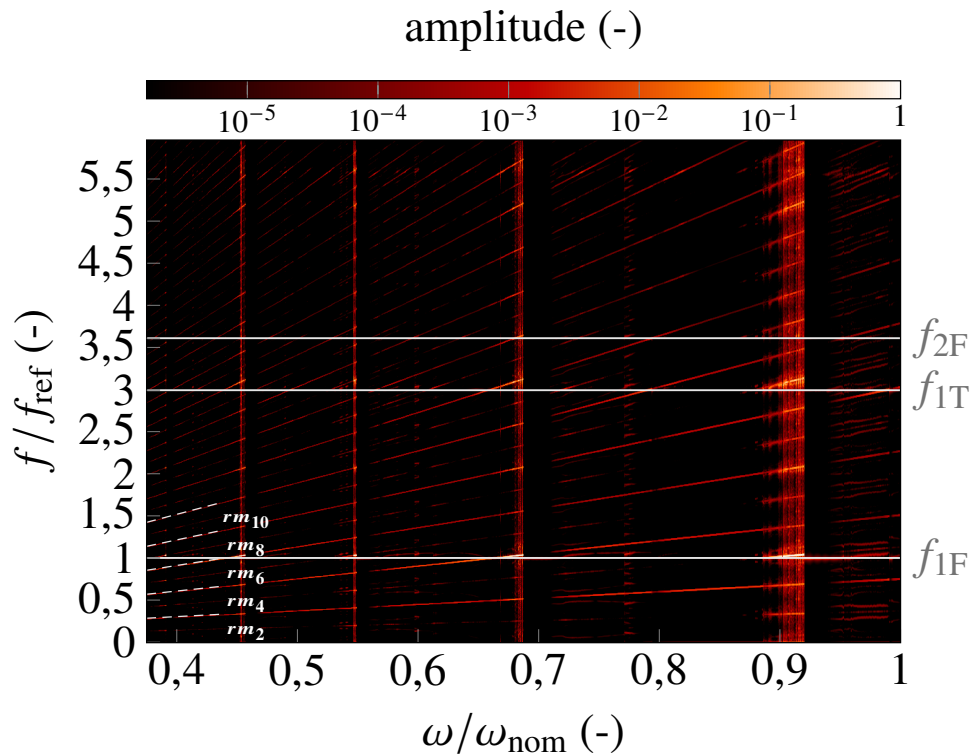


FIGURE 5.6 Carte d'interaction en 2D au BA de l'aube avec le carter de référence

5.2.3.2 Comparaison des résultats de simulation

On a pu constater, sur les plages de vitesses et de fréquences définies pour le calcul des cartes d'interaction de référence, plusieurs vitesses de rotation critiques. La quantité d'information étant très importante, on décide de réduire la plage de vitesses et de fréquences pour réaliser une analyse plus fine des résultats. On décide de se focaliser sur l'interaction entre le premier mode de flexion et le 4^{eme} régime moteur puisque l'amplitude maximale du déplacement radial de l'aube au BA a été calculée au niveau de cette interaction. Les cartes d'interaction sont donc recalculées pour une plage de vitesses entre $0,625\omega_{nom}$ et $0,725\omega_{nom}$. La plage de fréquences est aussi réduite entre 0 et $2,4f_{ref}$.

Les cartes d'interactions calculées au BA à l'issue des simulations pour chacun des profils produits sont représentées sur la figure 5.8. Les cartes d'interaction sont celles des échantillons numérotés de 1 à 25, elles sont ordonnées de gauche à droite et de haut en bas. Les cartes d'interaction calculées au BF sont représentées en annexe sur la figure G.3. À titre de comparaison, les cartes d'interaction au BA et au BF de l'aube, pour le profil de référence, recalculées sur les nouvelles plages de vitesses et de fréquences, sont visibles sur la figure 5.7. La palette de couleurs utilisée sur cette figure est celle utilisée dans l'ensemble de la section 5.2.3.2. On remarque que toutes les cartes d'interactions

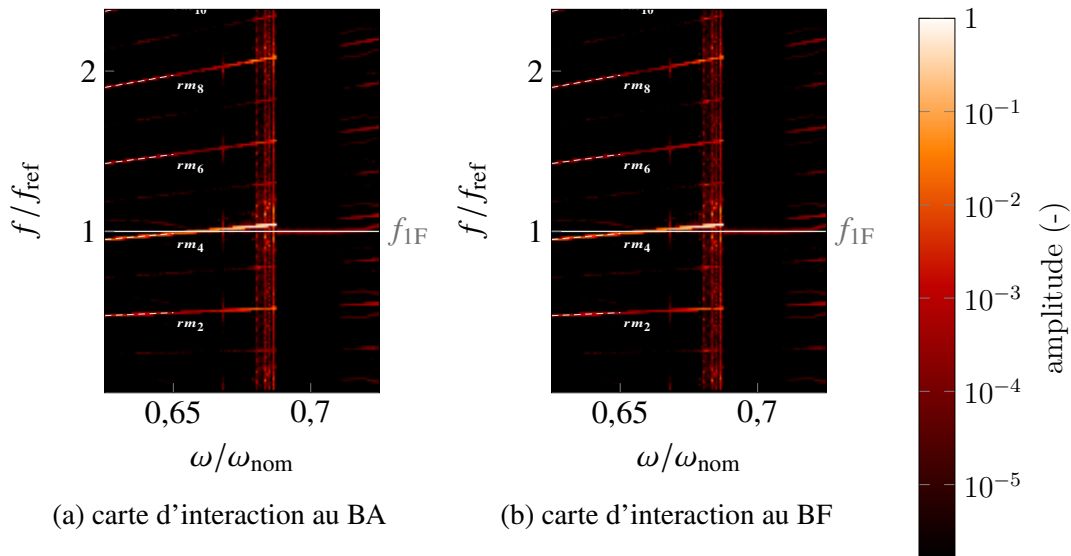


FIGURE 5.7 Cartes d'interaction pour le profil de carter de référence sur la nouvelle plage de vitesses

calculées ont la même allure générale. On ne constate pas l'apparition de nouvelles interactions ou bien des variations d'amplitudes importantes entre les différentes cartes d'interaction. Les petites perturbations sur le profil du carter de référence n'entraînent pas de variations majeures sur la réponse du système à la simulation. La réponse du système est donc stable pour cette simulation. On note aussi que pour des vitesses de rotation autour de $0,7\omega_{\text{nom}}$, toutes les simulations présentent un seul pic d'amplitude pour une fréquence égale au premier mode de flexion de l'aube. Cela laisse supposer que le comportement vibratoire de l'aube autour de cette vitesse de rotation est indépendant de la forme du carter. Des différences sont constatées entre les différentes cartes d'interaction. Sur la plage de vitesses entre $0,625\omega_{\text{nom}}$ et $0,68\omega_{\text{nom}}$, on observe que les cartes d'interaction pour les simulations avec des carters modifiés ont des amplitudes de déplacements sur des régimes moteurs impairs plus importantes que le carter de référence. Les amplitudes de ces déplacements sont plus faibles que l'amplitude du déplacement au niveau de l'interaction entre le premier mode de flexion de l'aube et le régime moteur 4.

Afin d'évaluer les différences d'amplitudes des déplacements entre le carter de référence et

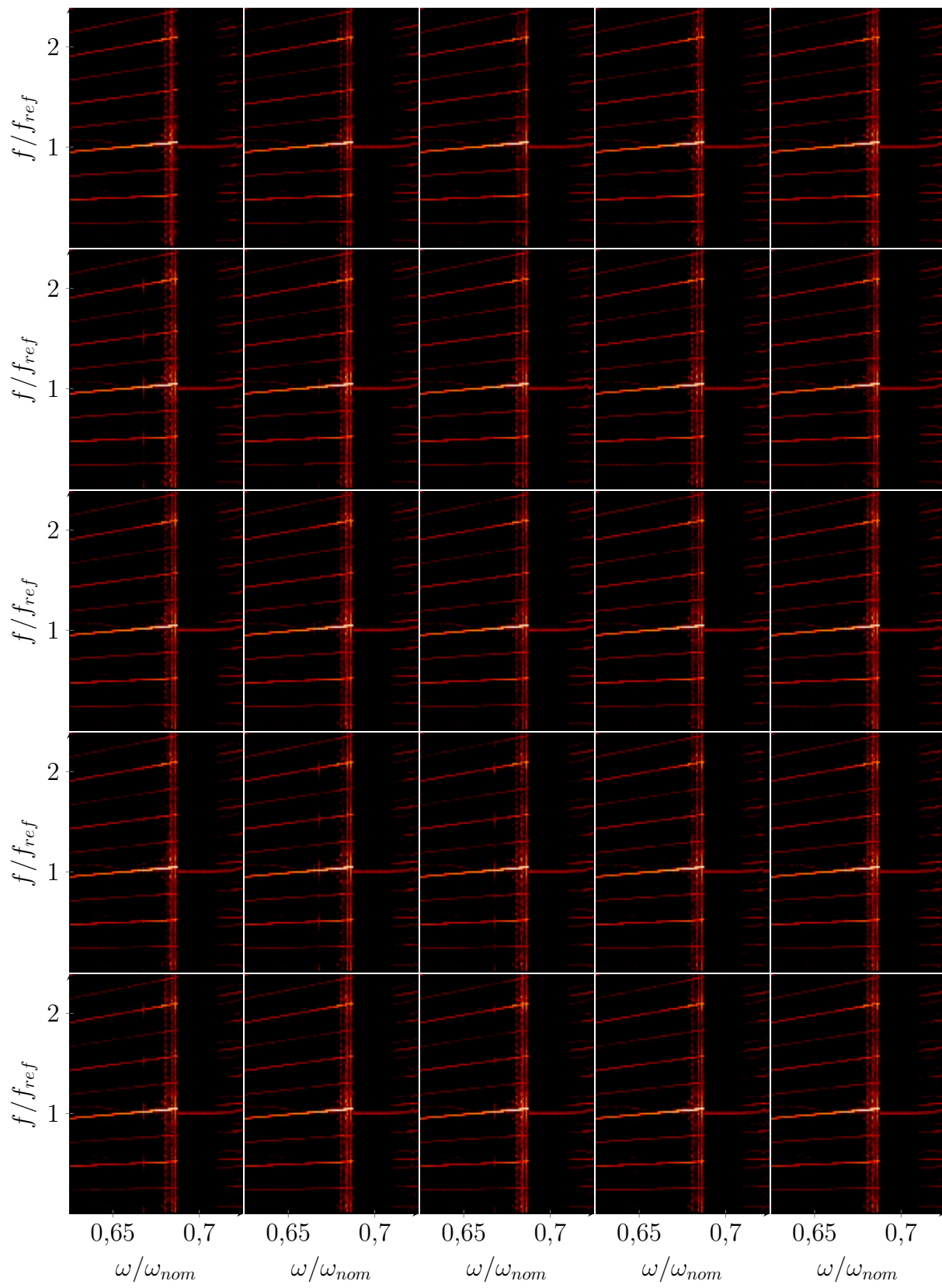


FIGURE 5.8 Cartes d'interaction au BA pour chacun des carters modifiés

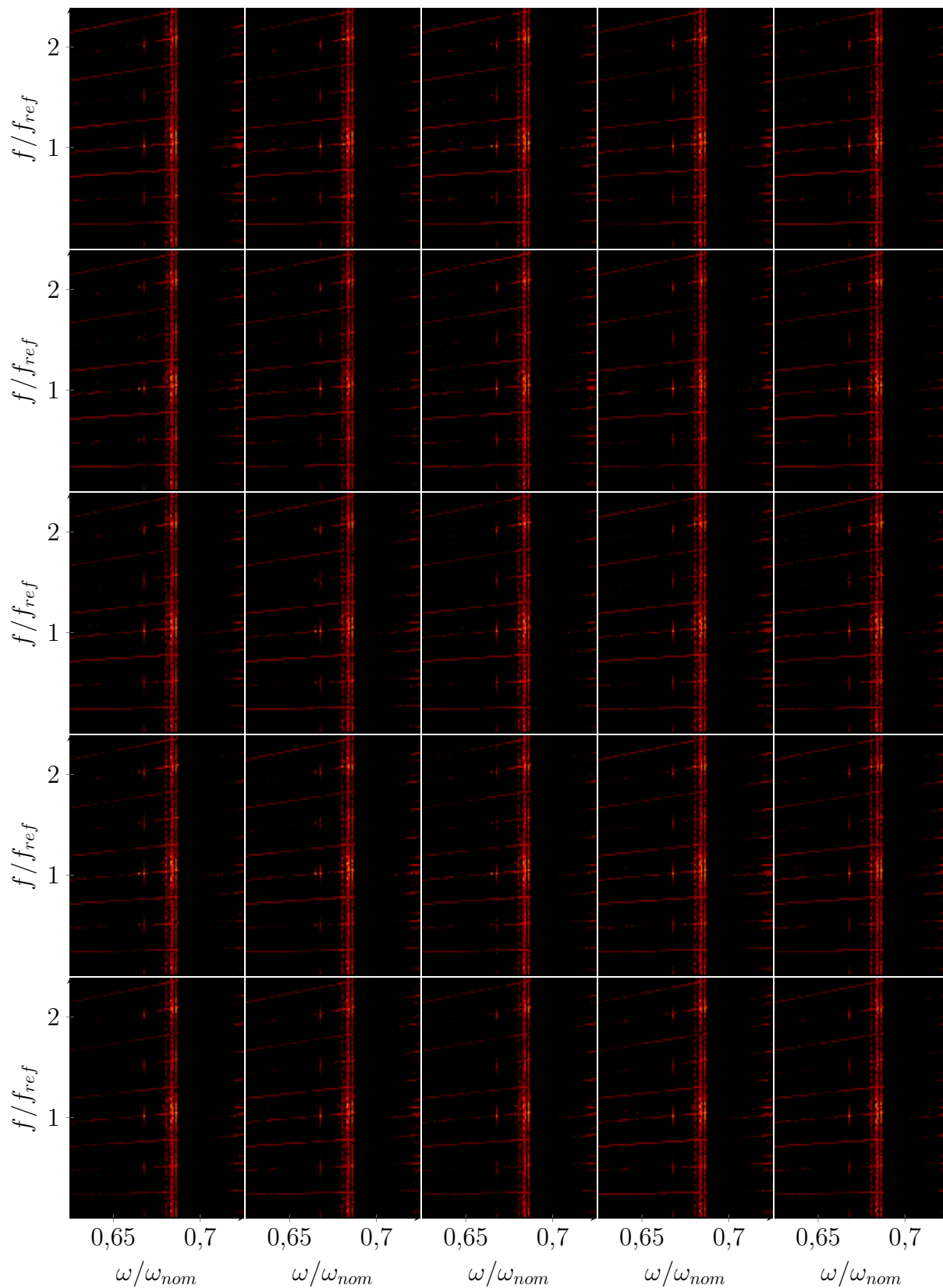


FIGURE 5.9 Écarts entre la carte d'interaction au BA du carter de référence et les cartes d'interaction pour les carters modifiés. L'écart maximal observé est de $1,54 \cdot 10^{-1}$

les carters modifiés, on affiche la différence en valeur absolue entre ces amplitudes sur la figure 5.9. Concernant le comportement vibratoire de l'aube autour de $0,7\omega_{\text{nom}}$, on observe sur les cartes que les écarts sont nuls. L'aube a donc le même comportement vibratoire sur cette plage de vitesse que le profil du carter présente de petites déformations ou non. Sur la plage de vitesses entre $0,625\omega_{\text{nom}}$ et $0,68\omega_{\text{nom}}$, les écarts entre la carte d'interaction de référence et les cartes d'interaction des carters modifiés sont localisées principalement sur les régimes moteurs impairs. Néanmoins, on voit apparaître à la vitesse de $0,66\omega_{\text{nom}}$ des écarts d'amplitude au niveau des régimes moteurs pairs notamment au niveau du régime moteur 4. Enfin, on observe les écarts d'amplitude les plus importants autour de la vitesse de $0,68\omega_{\text{nom}}$, vitesse pour laquelle on constate l'interaction entre le premier mode de flexion de l'aube et le régime moteur 4. On en déduit que les perturbations sur le profil du carter ont une influence sur les pics d'amplitude au niveau des interactions entre le premier mode de flexion de l'aube et le régime moteur 4. Le calcul et la lecture des cartes d'interaction a permis une première analyse du comportement vibratoire de l'aube sur la plage de vitesses réduite. Il est apparu que, pour certaines vitesses de rotations, les petites perturbations sur le profil du carter n'ont pas d'influence sur la réponse vibratoire du système. À l'inverse, le profil du carter peut avoir un impact sur l'amplitude des déplacements de l'aube notamment au niveau des interactions entre les modes propres de l'aube et les régimes moteurs.

5.2.3.3 Étude du comportement vibratoire de l'aube à $0,7\omega_{\text{nom}}$

Autour d'une vitesse de rotation de $0,7\omega_{\text{nom}}$, la lecture des cartes d'interaction donne l'information que les spectres des signaux de déplacements sont composés d'une unique raie située à une fréquence correspondant au premier mode de flexion de l'aube. La figure 5.10 présente le déplacement radial de l'aube, pour la simulation avec le carter de référence, à la vitesse de rotation de $0,7\omega_{\text{nom}}$. On observe une décroissance importante de l'amplitude des déplacements. L'amplitude des déplacements chute de 1 à moins de 1.10^{-2} , soit moins de 1% de l'amplitude maximale calculée lors du régime transitoire. On remarque aussi que le déplacement radial de l'aube en fin de simulation est sinusoïdal, ce qui est cohérent avec le fait de ne voir apparaître qu'une seule raie d'amplitude sur les cartes d'interaction pour cette vitesse de rotation. Ce comportement vibratoire de l'aube est retrouvé pour tous les profils de carter utilisés.

La figure 5.11 présente le déplacement radial de l'aube pour différents tours de la simulation réalisée à $0,7\omega_{\text{nom}}$. L'usure du carter au terme des 200 rotations est aussi représentée sur la figure. Les contacts entre le carter et l'aube interviennent en régime transitoire, l'usure du matériau abrasable est concentrée et importante au niveau des lobes puisque la hauteur de lobe est réduite de plus de moitié au terme de la simulation. Pour rappel, la hauteur de lobe est fixée à deux fois le jeu aube/carter dans les paramètres de simulation. En fin de simulation, il n'y a plus de contact entre

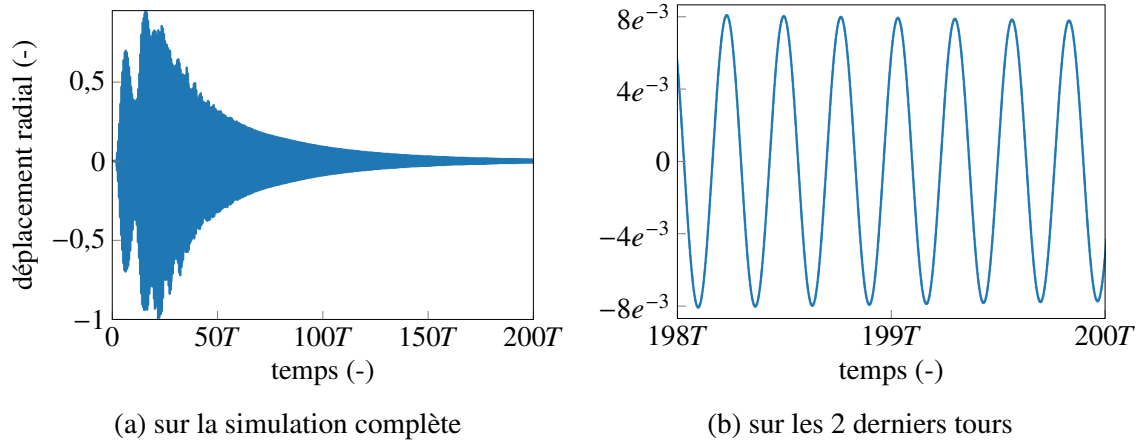


FIGURE 5.10 Déplacement radial du BA de l'aube à $0,7\omega_{\text{nom}}$

l'aube et le carter et donc amortissement des vibrations. Il n'y a pas de régime permanent, mais simplement une solution qui retourne à "zéro".

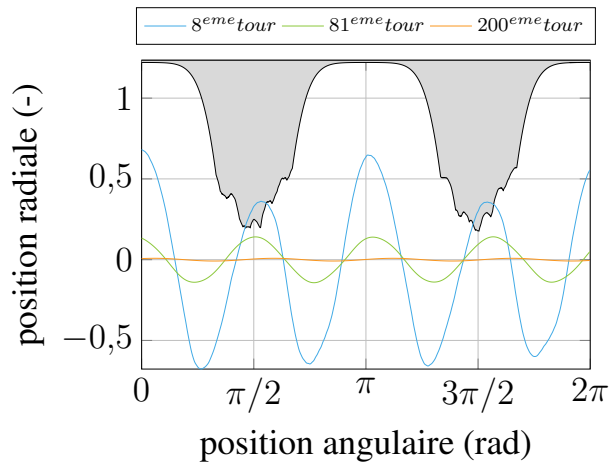


FIGURE 5.11 Position radiale du BA de l'aube par rapport à la position radiale du carter à $0,7\omega_{\text{nom}}$

5.2.3.4 Étude du comportement vibratoire de l'aube à $0,66\omega_{\text{nom}}$

Les cartes d'interaction montrent des différences dans les spectres de déplacements de l'aube en fonction de la forme du carter à la vitesse de $0,66\omega_{\text{nom}}$. Sur la figure 5.12, les déplacements de l'aube à $0,66\omega_{\text{nom}}$ sont présentés pour différents profils de carter. On constate que le déplacement radial du BA de l'aube est similaire sur les 60 premiers tours de la simulation pour tous les profils de carter. Le déplacement radial se stabilise et l'amplitude des oscillations est égale à environ 0,4

fois l'amplitude maximale calculée entre les 4 résultats de simulation représentés. Au terme de ces 60 premiers tours, le déplacement radial, obtenu à l'issue de la simulation avec l'échantillon 14, présente une augmentation soudaine de l'amplitude des déplacements, comme il est possible de le voir sur la figure 5.12c. Cette augmentation soudaine fait passer d'un premier état stabilisé à un second dont l'amplitude des oscillations correspond à environ 0,8 fois l'amplitude maximale calculée. Pour le profil du carter de référence et pour l'échantillon 17, la transition entre les deux états stabilisés débute à des instants différents de la simulation et n'est pas encore achevée lorsque les 200 tours sont atteints. Enfin, pour l'échantillon 8, l'amplitude des déplacements n'augmente pas après avoir atteint le premier état stabilisé. Deux niveaux d'amplitude en régime permanent existent pour la simulation à $0,66\omega_{nom}$. Sur les 26 profils étudiés, on observe qu'au bout des 200

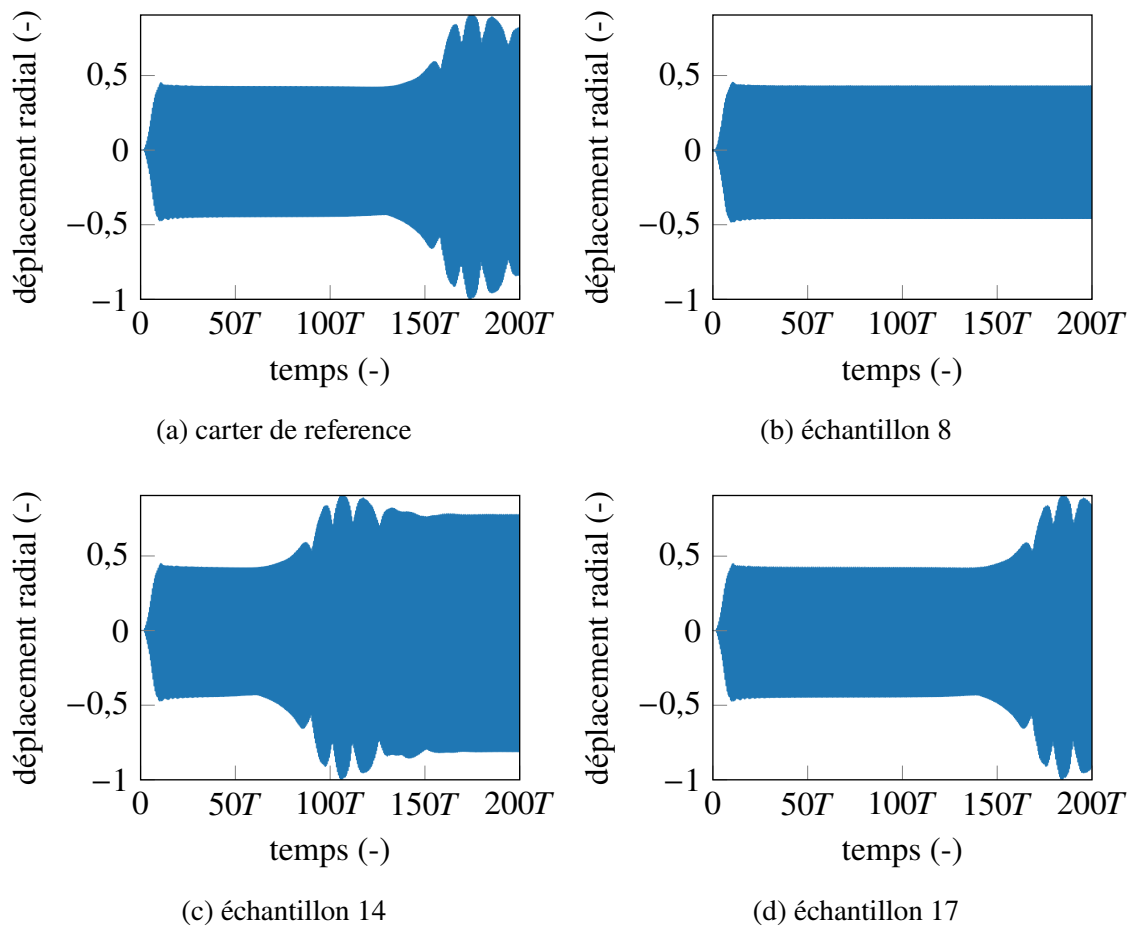


FIGURE 5.12 Déplacement radial à $0,66\omega_{nom}$ pour différents profils du carter

tours, 14 d'entre eux, s'établissent ou sont en train de s'établir sur le niveau d'amplitude en régime permanent le plus élevé. On en déduit que de très faibles variations sur le profil du carter peuvent avoir une influence majeure sur l'amplitude des déplacements en régime permanent. Cependant,

aucune corrélation entre le profil du carter et l'amplitude des oscillations en régime permanent n'a pu être trouvée, ni même entre le profil du carter et l'instant de transition entre les deux états stabilisés. Une précédente étude sur un outil de simulation des contacts aube/carter a mis en évidence des phénomènes similaires, notamment une influence majeure du jeu aube/carter sur l'amplitude des déplacements en régime permanent pour certaines vitesses de rotation [84]. Les écarts visibles entre les cartes d'interaction s'expliquent par le fait que le calcul du spectre du signal est réalisé sur les 50 derniers tours de la simulation. Entre 150 et 200 tours, le déplacement radial de l'aube pour la simulation avec le carter de référence est en phase de transition entre les deux états stabilisés, le spectre du signal est alors plus large et plus diffus que s'il était établi sur l'un des deux états stabilisés. Les écarts présentés sur la figure 5.9 étant calculés par rapport au spectre de la simulation de référence, cela explique les écarts constatés sur les cartes d'interaction à la vitesse de rotation de $0,66\omega_{nom}$.

5.2.3.5 Évaluation de l'amplitude maximale des déplacements

On s'intéresse désormais à l'amplitude maximale des déplacements mesurés au BA et au BF, pour l'ensemble des échantillons. Cette amplitude maximale est déterminée à la vitesse de rotation de $0,68\omega_{nom}$. La figure 5.13 présente, pour chaque profil de carter, l'amplitude maximale calculée à la vitesse de rotation de $0,68\omega_{nom}$ accompagnée de la moyenne des amplitudes et de l'écart-type. Au BA, les résultats sont répartis en deux groupes distincts, un premier groupe avec des amplitudes proches de 100% et un second avec des amplitudes autour de 98%. Comme observé précédemment à la vitesse de rotation $0,66\omega_{nom}$, cela suggère l'existence de deux états stabilisés en régime permanent, l'un à amplitudes élevées, l'autre à amplitudes réduites. Les petites variations sur le profil du carter suffisent à basculer vers l'un ou l'autre des états, sans qu'aucune corrélation avec l'un des paramètres du carter n'ait pu être établie. Concernant les amplitudes maximales au BF, la dispersion des résultats est très faible, comme le confirme une valeur faible de l'écart-type. Au niveau du BF, il n'est pas possible d'établir la présence de plusieurs états stabilisés en régime permanent. La suite de l'étude se focalise sur les amplitudes maximales au BA. Pour ce faire, 4 profils de carter sont sélectionnés, deux appartenant au premier groupe décrit, les deux autres appartiennent au second groupe. Dans les deux carters appartenant au second groupe, l'un d'eux est le carter de référence. Les échantillons choisis sont représentés sur la figure 5.13a par des marqueurs violets et oranges. Les déplacements obtenus à l'issue des simulations sur ces 4 profils de carter sont représentés sur la figure 5.14. On constate que l'amplitude du déplacement radial est supérieure à la somme du jeu aube/carter et de l'épaisseur du matériau abrasable. Cela signifie que le matériau abrasable a été complètement arraché par endroit et par conséquent que le sommet d'aube rentre directement en contact avec le carter dans ces zones. Le carter étant considéré comme infiniment rigide, la

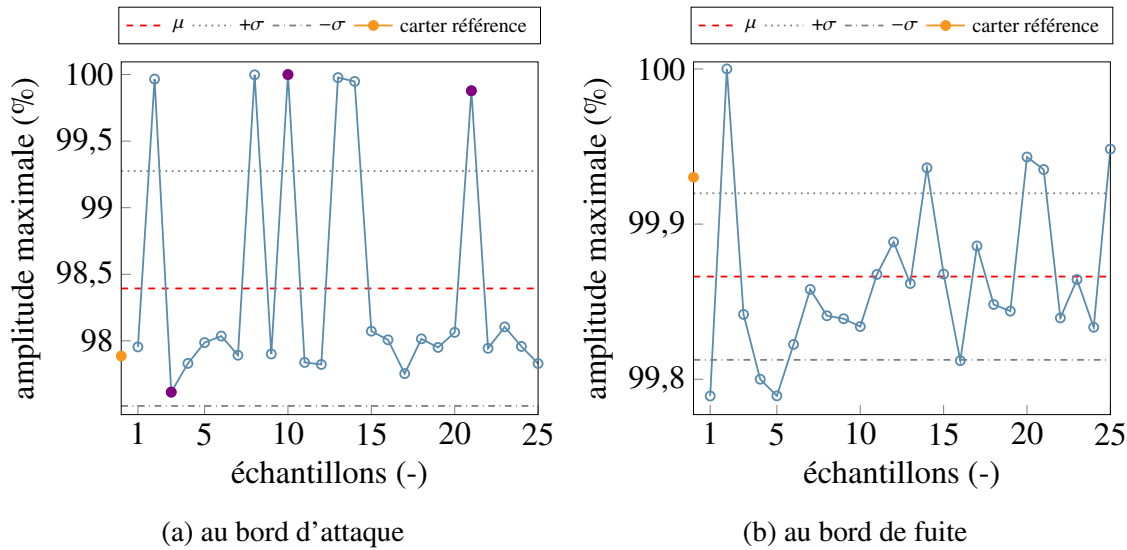


FIGURE 5.13 Amplitude maximale calculée des déplacements de l'aube à la vitesse de $0,68\omega_{\text{nom}}$ pour chacun des profils de carter. Les amplitudes sont exprimées en pourcentage de l'amplitude maximale calculée parmi l'ensemble des échantillons

pénétration est impossible et le contact est extrêmement sévère pour l'aube et peut entraîner des déformations plastiques sur celle-ci [81]. Sur les 60 premiers tours de la simulation, la réponse vibratoire de l'aube dans la direction radiale est la même pour les 4 profils de carter. Passé cet instant, le déplacement du BA s'établit en régime permanent. Pour les échantillons 10 et 21, l'amplitude des déplacements correspond à environ 100% de l'amplitude maximale des déplacements calculés sur l'ensemble des carter. Pour le carter de référence et l'échantillon 3, l'amplitude des déplacements est plus faible. Toutefois, pour l'échantillon 3, l'amplitude des déplacements augmente légèrement en fin de simulation.

Sur la figure 5.15, on peut voir le déplacement radial du BA pour différents tours de la simulation pour l'échantillon 3 et l'échantillon 10. On peut voir que l'usure du matériau abrasable est sensiblement la même entre les deux échantillons à la fin de la simulation. Pour le 64^{eme} tour, déplacement radial est, lui aussi, similaire entre les deux échantillons. Aux 120^{eme} et 200^{eme} tours, l'amplitude des déplacements varie entre les deux échantillons. Pour l'échantillon 10, l'aube est dans l'état stabilisé à amplitude élevée, et pour l'échantillon 3, l'aube est dans l'état stabilisé à amplitude réduite, mais l'amplitude des oscillations augmente en fin de simulation, ce qui n'est pas le cas pour le carter de référence. On en déduit qu'il y a présence de deux états stabilisés en régime permanent. Mais, il n'est pas exclu que pour une simulation plus longue, l'ensemble des simulations s'établissent sur l'état stabilisé à amplitude élevée.

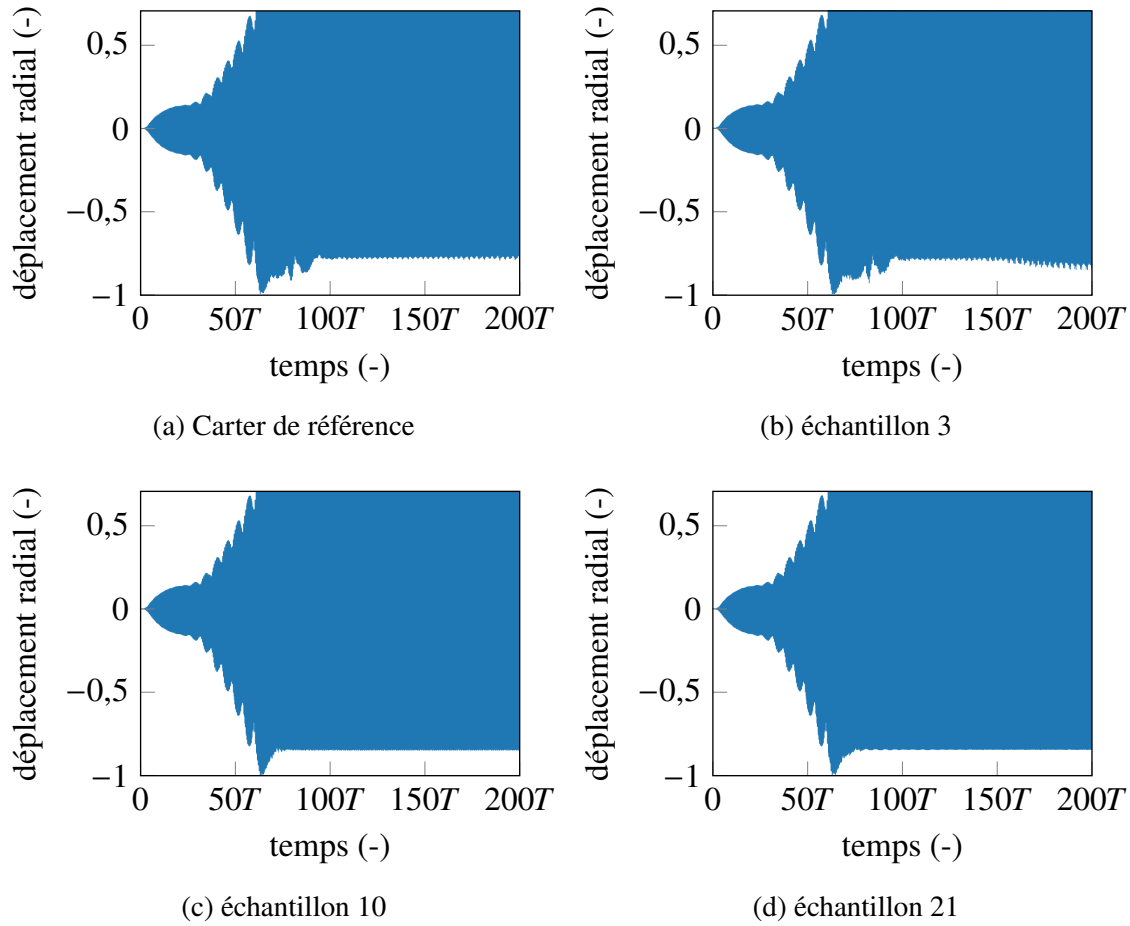


FIGURE 5.14 Déplacement radial à $0,68\omega_{\text{nom}}$ pour différents profils du carter

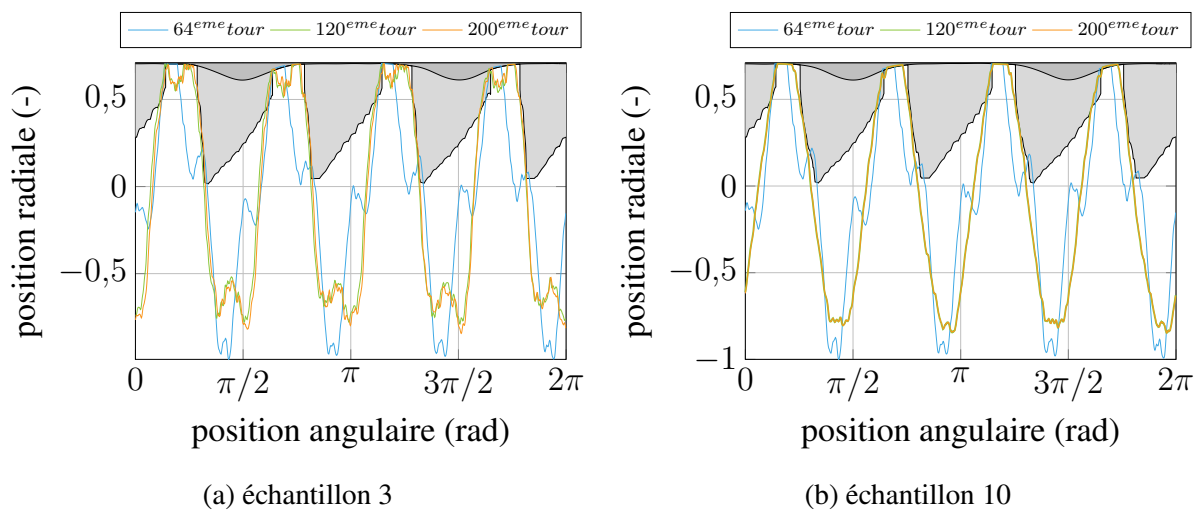


FIGURE 5.15 Position radiale du BA de l'aube à $0,68\omega_{\text{nom}}$ par rapport à la position du carter

5.3 Conclusion

En résumé, le module d'échantillonnage du code IRS a été utilisé sur un cas concret afin de produire plusieurs profils de carters présentant de légères variations par rapport à un carter de référence. Les carters produits sont répartis uniformément dans l'espace d'entrée ce qui valide le fonctionnement du module. Concernant l'analyse des résultats de simulation obtenus sur l'ensemble des carters considérés dans l'étude, le principal enseignement est la stabilité des résultats face à de légères variations du profil, puisqu'aucun écart majeur n'a été constaté sur les cartes d'interaction calculées pour les différents profils de carter. Il apparaît même que pour certaines vitesses de rotation, le profil du carter n'a pas d'influence sur le déplacement de l'aube en régime permanent. Néanmoins, pour d'autres vitesses de rotation, il ressort que plusieurs états stabilisés existent en régime permanent, ils diffèrent en terme d'amplitude des oscillations. Des transitions entre les états ont été constatées à certaines vitesses de rotation. Les différences d'amplitude entre les états étant faibles, il conviendrait de produire plus d'échantillons et de réaliser les simulations sur un nombre de tours plus important afin de voir si toutes les simulations se stabilisent, au final, sur l'un des états ou si des simulations persistent dans l'un des états et d'autres dans un autre état.

CHAPITRE 6 CONCLUSION GÉNÉRALE ET PERSPECTIVES

6.1 Synthèse des travaux

Les travaux décrits dans ce mémoire ont mené au développement de nouvelles fonctionnalités sur l'outil numérique de modélisation des contacts aube/carter dans les turbines à gaz, nommé code IRS. Pour commencer, les principes théoriques liés à la modélisation du contact aube/carter ont été évoqués comme la méthode de réduction de Craig-Bampton ou encore le calcul des forces de contact. Par la suite, les aspects théoriques de l'analyse de sensibilité ont été, eux aussi, expliqués avec comme thématique principale les méthodes d'échantillonnage et les moyens d'évaluer la qualité des plans d'expérience produits. Sur la base des fondements théoriques, les développements réalisés sur l'outil numérique sont présentés dans la suite de ce mémoire. Il s'agit du module d'échantillonnage, de la représentation du carter par série de Fourier et du module de calcul des cartes d'interaction. Ces modules ajoutés à l'outil numérique ont pour intérêt d'affiner la qualité des analyses de contact réalisées sur différents modèles d'aubes. Dans le chapitre suivant, une analyse réalisée sur des aubes du partenaire Siemens Energy permet de valider le fonctionnement du module des cartes d'interaction et de montrer l'apport des cartes d'interaction 3D notamment dans la détection des vitesses de rotation critiques et l'évaluation des amplitudes des interactions au niveau de ces vitesses. L'analyse sur les aubes industrielles a révélé la présence d'interaction sur des régimes moteurs non entiers pour l'aube industrielle de référence, les aubes amont et aval ne sont quant à elles pas touchées par ses interactions. Malgré des amplitudes de déplacements plus faibles pour les interactions sur des régimes moteurs non entiers que sur les régimes moteurs entiers, les contraintes sur le sommet d'aube restent importantes lors du contact et sont susceptibles d'entraîner une déformation plastique ou une rupture de l'aube. La forme du carter semble aussi avoir une influence sur l'apparition des interactions sur des régimes moteurs non entiers. Le dernier chapitre propose une analyse de sensibilité sur les paramètres de représentation du carter dans la modélisation des contacts aube/carter. L'analyse s'intéresse à l'influence sur la réponse du système, de petites variations sur un profil de carter. Ces petites variations sont créées en modifiant légèrement certains coefficients de la série de Fourier du carter de référence. Les profils de carter modifiés sont produits grâce au module d'échantillonnage par hypercube latin implémenté dans l'outil numérique. Les résultats indiquent la stabilité du modèle, aucune variation significative n'ayant été observée suite à de faibles perturbations sur le profil du carter. Il ressort de cette analyse que, pour certaines vitesses de rotation, de petites modifications du profil du carter suffisent à faire apparaître deux états stabilisés en régime permanent, différenciés uniquement par leur amplitude d'oscillation. À l'inverse, pour d'autres vitesses de rotation, le régime permanent demeure inchangé, malgré les faibles variations

sur le profil du carter.

6.2 Améliorations futures

Les études numériques décrites dans les chapitres 4 et 5, ont été menées en considérant un ensemble de paramètres et de conditions fixés. Toutefois, certains aspects pourraient être optimisés afin d'améliorer la qualité et la précision des résultats obtenus.

Dans le cadre de l'application industrielle, le chargement aérodynamique n'a pas été considéré lors des simulations sur les aubes industrielles. La prise en compte des forces aérodynamiques pourrait avoir des conséquences sur les résultats de simulations et notamment sur l'existence d'interactions sur des régimes moteurs non entiers. Une étude précédente réalisée avec le code IRS a montré que les forces aérodynamiques pouvaient engendrer de nouvelles interactions entre les modes propres de l'aube et les régimes moteurs, ainsi qu'une augmentation des déplacements de l'aube pour certaines vitesses de rotation [81]. La représentation du carter par série de Fourier pourrait aussi permettre d'intégrer le profil réel du carter dans les simulations numériques, dans le cadre de l'étude sur les aubes industrielles. Toutefois, les incertitudes de mesure du profil réel introduisent des écarts potentiels dans les résultats de simulation numérique pouvant mener à des conclusions radicalement différentes de celles faites au terme des simulations expérimentales. Il est donc nécessaire de rester prudent quant à l'utilisation de profils de carter réels dans les simulations.

Dans le cadre de l'analyse de sensibilité, l'intégration de l'usure dans les simulations a entraîné, pour certaines vitesses de rotation, la perte du contact entre l'aube et le carter suite à l'arrachage du matériau abrasable. Il est envisageable de réaliser une analyse de sensibilité similaire à celle déjà menée, mais en ne considérant pas l'usure dans les simulations. Le profil de référence du carter devrait alors être adapté afin de ne pas avoir des conditions de contact trop sévères pour l'aube. De plus, il est envisageable d'augmenter le nombre de points dans le plan d'expérience afin d'assurer une meilleure couverture de l'espace paramétrique, d'améliorer la précision statistique et de détecter plus finement les effets non linéaires présents dans les contacts aube/carter.

RÉFÉRENCES

- [1] Y. Colaïtis, “Stratégie numérique pour l’analyse qualitative des interactions aube/carter,” Theses, École Polytechnique de Montréal, juill. 2021. [En ligne]. Disponible : <https://theses.hal.science/tel-03318777>
- [2] M. Cuny, S. Philippon, P. Chevrier et F. Garcin, “Experimental Measurement of Dynamic Forces Generated during Short-Duration Contacts : Application to Blade-Casing Interactions in Aircraft Engines,” *Experimental Mechanics*, vol. 54, n°. 2, p. 101–114, févr. 2014. [En ligne]. Disponible : <http://link.springer.com/10.1007/s11340-013-9780-z>
- [3] S. Nitschke, T. Wollmann, C. Ebert, T. Behnisch, A. Langkamp, T. Lang, E. Johann et M. Gude, “An advanced experimental method and test rig concept for investigating the dynamic blade-tip/casing interactions under engine-like mechanical conditions,” *Wear*, vol. 422-423, p. 161–166, mars 2019. [En ligne]. Disponible : <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0043164818311700>
- [4] J. Jiang, “The Analytical Solution and The Existence Condition of Dry Friction Backward Whirl in Rotor-to-Stator Contact Systems,” *Journal of Vibration and Acoustics*, vol. 129, n°. 2, p. 260–264, avr. 2007. [En ligne]. Disponible : <https://asmedigitalcollection.asme.org/vibrationacoustics/article/129/2/260/476598/The-Analytical-Solution-and-The-Existence>
- [5] D. W. Childs, “Rub-Induced Parametric Excitation in Rotors,” *Journal of Mechanical Design*, vol. 101, n°. 4, p. 640–644, oct. 1979. [En ligne]. Disponible : <https://asmedigitalcollection.asme.org/mechanicaldesign/article/101/4/640/431620/RubInduced-Parametric-Excitation-in-Rotors>
- [6] H. F. Black, “Interaction of a Whirling Rotor with a Vibrating Stator across a Clearance Annulus,” *Journal of Mechanical Engineering Science*, vol. 10, n°. 1, p. 1–12, févr. 1968. [En ligne]. Disponible : https://journals.sagepub.com/doi/10.1243/JMES_JOUR_1968_010_003_02
- [7] L. Panning, W. Sextro et K. Popp, “Optimization of Interblade Friction Damper Design,” dans *Volume 4 : Manufacturing Materials and Metallurgy; Ceramics; Structures and Dynamics; Controls, Diagnostics and Instrumentation; Education*. Munich, Germany : American Society of Mechanical Engineers, mai 2000, p. V004T03A068. [En ligne]. Disponible : <https://asmedigitalcollection.asme.org/GT/proceedings/GT2000/78576/Munich,%20Germany/242458>
- [8] S. W. Shaw et C. Pierre, “The Dynamic Response of Tuned Impact Absorbers for Rotating Flexible Structures,” *Journal of Computational and Non-*

- linear Dynamics*, vol. 1, n°. 1, p. 13–24, janv. 2006. [En ligne]. Disponible : <https://asmedigitalcollection.asme.org/computationalnonlinear/article/1/1/13/464900/The-Dynamic-Response-of-Tuned-Impact-Absorbers-for>
- [9] E. P. Petrov et D. J. Ewins, “Effects of Damping and Varying Contact Area at Blade-Disk Joints in Forced Response Analysis of Bladed Disk Assemblies,” *Journal of Turbomachinery*, vol. 128, n°. 2, p. 403–410, avr. 2006. [En ligne]. Disponible : <https://asmedigitalcollection.asme.org/turbomachinery/article/128/2/403/470648/Effects-of-Damping-and-Varying-Contact-Area-at>
- [10] C. Mary, “Simulation expérimentale de l’usure du contact aube-disque de compresseur sous sollicitations de fretting,” Autre, Ecole Centrale de Lyon, 2009, nNT : 2009ECDL0018. tel-01017181. [En ligne]. Disponible : <https://theses.hal.science/tel-01017181v1>
- [11] J. D. Denton, “Loss Mechanisms in Turbomachines,” dans *Volume 2 : Combustion and Fuels ; Oil and Gas Applications ; Cycle Innovations ; Heat Transfer ; Electric Power ; Industrial and Cogeneration ; Ceramics ; Structures and Dynamics ; Controls, Diagnostics and Instrumentation ; IGTI Scholar Award*. Cincinnati, Ohio, USA : American Society of Mechanical Engineers, mai 1993, p. V002T14A001. [En ligne]. Disponible : <https://asmedigitalcollection.asme.org/GT/proceedings/GT1993/78897/Cincinnati,%20Ohio,%20USA/244240>
- [12] Q. Agrapart, F. Nyssen, D. Lavazec, P. Dufrénoy et A. Batailly, “Multi-physics numerical simulation of an experimentally predicted rubbing event in aircraft engines,” *Journal of Sound and Vibration*, vol. 460, p. 114869, nov. 2019. [En ligne]. Disponible : <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0022460X19304298>
- [13] P. Almeida, C. Gibert, F. Thouverez, X. Leblanc et J.-P. Ousty, “Experimental Analysis of Dynamic Interaction Between a Centrifugal Compressor and Its Casing,” *Journal of Turbomachinery*, vol. 137, n°. 3, p. 031008, mars 2015. [En ligne]. Disponible : <https://asmedigitalcollection.asme.org/turbomachinery/article/doi/10.1115/1.4028328/378556/Experimental-Analysis-of-Dynamic-Interaction>
- [14] A. Batailly, Q. Agrapart, A. Millecamps et J.-F. Brunel, “Experimental and numerical simulation of a rotor/stator interaction event localized on a single blade within an industrial high-pressure compressor,” *Journal of Sound and Vibration*, vol. 375, p. 308–331, août 2016. [En ligne]. Disponible : <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0022460X16002455>
- [15] Y. Colaïtis et A. Batailly, “The harmonic balance method with arc-length continuation in blade-tip/casing contact problems,” *Journal of Sound and Vibration*, vol. 502, p. 116070, juin 2021. [En ligne]. Disponible : <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0022460X21001425>
- [16] H. Doi et J. J. Alonso, “Fluid/Structure Coupled Aeroelastic Computations for Transonic Flows in Turbomachinery,” dans *Volume 4 : Turbo Expo 2002, Parts A and B*.

- Amsterdam, The Netherlands : ASMEDC, janv. 2002, p. 787–794. [En ligne]. Disponible : <https://asmedigitalcollection.asme.org/GT/proceedings/GT2002/36096/787/294985>
- [17] F. Nyssen, N. Tableau, D. Lavazec et A. Batailly, “Experimental and numerical characterization of a ceramic matrix composite shroud segment under impact loading,” *Journal of Sound and Vibration*, vol. 467, p. 115040, févr. 2020. [En ligne]. Disponible : <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0022460X19306030>
- [18] C. Padova, J. Barton, M. G. Dunn et S. Manwaring, “Experimental Results From Controlled Blade Tip/Shroud Rubs at Engine Speed,” *Journal of Turbomachinery*, vol. 129, n^o. 4, p. 713–723, oct. 2007. [En ligne]. Disponible : <https://asmedigitalcollection.asme.org/turbomachinery/article/129/4/713/468809/Experimental-Results-From-Controlled-Blade-Tip>
- [19] C. Padova, M. G. Dunn, J. Barton, K. Turner, A. Turner et D. DiTommaso, “Casing Treatment and Blade-Tip Configuration Effects on Controlled Gas Turbine Blade Tip/Shroud Rubs at Engine Conditions,” *Journal of Turbomachinery*, vol. 133, n^o. 1, p. 011016, janv. 2011. [En ligne]. Disponible : <https://asmedigitalcollection.asme.org/turbomachinery/article/doi/10.1115/1.4000539/421589/Casing-Treatment-and-BladeTip-Configuration>
- [20] T. Vadcard, Y. Colaïtis, A. Batailly et F. Thouverez, “Assessment of Two Harmonic Balance Method-Based Numerical Strategies for Blade-Tip/Casing Interactions : Application to NASA Rotor 67,” *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, vol. 144, n^o. 12, p. 121004, déc. 2022. [En ligne]. Disponible : <https://asmedigitalcollection.asme.org/gasturbinespower/article/144/12/121004/1145869/Assessment-of-Two-Harmonic-Balance-Method-Based>
- [21] T. Vadcard, F. Thouverez et A. Batailly, “Nonlinear Normal Modes-Related Isolated Branches of Subharmonic Solutions for Forced Response Blade-Tip/Casing Contact Problems,” *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, vol. 147, n^o. 5, p. 051022, mai 2025. [En ligne]. Disponible : <https://asmedigitalcollection.asme.org/gasturbinespower/article/147/5/051022/1206896/Nonlinear-Normal-Modes-Related-Isolated-Branche>
- [22] A. Millecamps, J.-F. Brunel, P. Dufrenoy, F. Garcin et M. Nucci, “Influence of Thermal Effects During Blade-Casing Contact Experiments,” dans *Volume 1 : 22nd Biennial Conference on Mechanical Vibration and Noise, Parts A and B*. San Diego, California, USA : ASMEDC, janv. 2009, p. 855–862. [En ligne]. Disponible : <https://asmedigitalcollection.asme.org/IDETC-CIE/proceedings/IDETC-CIE2009/48982/855/342874>
- [23] G. Sutter, S. Philippon et F. Garcin, “Dynamic analysis of the interaction between an abradable material and a titanium alloy,” *Wear*, vol. 261, n^o. 5-6, p. 686–692, sept. 2006. [En ligne]. Disponible : <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0043164806000445>
- [24] N. Broski, C. Keener, T. Loizos, R. Mathison, K. D’Souza, T. Kaspro et A. M. Wusatowska-Sarnek, “A New Experimental Facility for the Study of Blade Tip Rubs at Engine Relevant

- Temperatures,” dans *Volume 10A : Structures and Dynamics — Aerodynamics Excitation and Damping; Bearing and Seal Dynamics; Emerging Methods in Engineering Design, Analysis, and Additive Manufacturing*. London, United Kingdom : American Society of Mechanical Engineers, juin 2024, p. V10AT23A011. [En ligne]. Disponible : <https://asmedigitalcollection.asme.org/GT/proceedings/GT2024/88025/V10AT23A011/1204330>
- [25] R. Mandard, J.-F. Witz, X. Boidin, J. Fabis, Y. Desplanques et J. Meriaux, “Interacting force estimation during blade/seal rubs,” *Tribology International*, vol. 82, p. 504–513, févr. 2015. [En ligne]. Disponible : <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0301679X14000498>
- [26] E. Delhez, F. Nyssen, J.-C. Golival et A. Batailly, “Reduced order modeling of blades with geometric nonlinearities and contact interactions,” *Journal of Sound and Vibration*, vol. 500, p. 116037, mai 2021. [En ligne]. Disponible : <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0022460X21001097>
- [27] F. Nyssen et A. Batailly, “Thermo-Mechanical Modeling of Abradable Coating Wear in Aircraft Engines,” *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, vol. 141, n°. 2, p. 021031, 2018. [En ligne]. Disponible : <https://hal.science/hal-01942616>
- [28] Y. Colaïtis et A. Batailly, “Stability analysis of an industrial blade accounting for a blade-tip/casing nonlinear interface,” *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, 2022. [En ligne]. Disponible : <https://hal.science/hal-03778471>
- [29] A. Batailly, Q. Agrapart, A. Millecamps et J.-F. Brunel, “Experimental and numerical simulation of a rotor/stator interaction event localized on a single blade within an industrial high-pressure compressor,” *Journal of Sound and Vibration*, vol. 375, p. 308–331, août 2016. [En ligne]. Disponible : <https://hal.science/hal-01342401>
- [30] R. Dibble, V. Ondra et B. Titurus, “Resonance avoidance for variable speed rotor blades using an applied compressive load,” *Aerospace Science and Technology*, vol. 88, p. 222–232, mai 2019. [En ligne]. Disponible : <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S1270963818324787>
- [31] J. Lainé, E. Piollet et A. Batailly, “Towards the Structural Optimization of Bladed Components Featuring Contact Interfaces,” dans *Volume 7A : Structures and Dynamics*. Oslo, Norway : American Society of Mechanical Engineers, juin 2018, p. V07AT30A009. [En ligne]. Disponible : <https://asmedigitalcollection.asme.org/GT/proceedings/GT2018/51135/Oslo,%20Norway/272536>
- [32] J. Lainé, E. Piollet, F. Nyssen et A. Batailly, “Blackbox Optimization for Aircraft Engine Blades With Contact Interfaces,” *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, vol. 141, n°. 6, p. 061016, juin 2019. [En ligne]. Disponible : <https://asmedigitalcollection.asme.org/gasturbinespower/article/doi/10.1115/1.4042808/368353/Blackbox-Optimization-for-Aircraft-Engine-Blades>

- [33] M. de Cherisey, L. Salles, L. Renson, A. Vizzaccaro et C. Wong, *Optimization of a Turbomachinery Blade With Regards to Tip-Rub Events*, ser. Turbo Expo, juin 2022, vol. Volume 8B : Structures and Dynamics — Probabilistic Methods ; Rotordynamics ; Structural Mechanics and Vibration, _eprint : <https://asmedigitalcollection.asme.org/GT/proceedings-pdf/GT2022/86076/V08BT27A013/6936334/v08bt27a013-gt2022-82005.pdf>. [En ligne]. Disponible : <https://doi.org/10.1115/GT2022-82005>
- [34] P. Schmiechen, *Travelling-wave speed coincidence*, als ms. gedr éd., ser. Fortschritt-Berichte VDI Reihe 11, Schwingungstechnik. Düsseldorf : VDI-Verl, 1998, n°. 260.
- [35] M. Legrand, C. Pierre, P. Cartraud et J.-P. Lombard, “Two-dimensional modeling of an aircraft engine structural bladed disk-casing modal interaction,” *Journal of Sound and Vibration*, vol. 319, n°. 1-2, p. 366–391, janv. 2009. [En ligne]. Disponible : <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0022460X0800552X>
- [36] A. R. Bartha, “Dry friction backward whirl of rotors,” Thèse de doctorat, ETH Zurich, 2000, artwork Size : 246 S. Medium : application/pdf Pages : 246 S. [En ligne]. Disponible : <http://hdl.handle.net/20.500.11850/145085>
- [37] N. Salvat, A. Batailly et M. Legrand, “Two-dimensional modeling of unilateral contact-induced shaft precessional motions in bladed-disk/casing systems,” *International Journal of Non-Linear Mechanics*, vol. 78, p. 90–104, janv. 2016. [En ligne]. Disponible : <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0020746215001870>
- [38] L. T. Shiembob, “Development of abradable gas path seals,” Pratt and Whitney Aircraft East Hartford, Rapport technique NASA-CR-134689, 1974. [En ligne]. Disponible : <https://ntrs.nasa.gov/citations/19770074404>
- [39] —, “Continued development of abradable gas path seals,” Pratt and Whitney Aircraft East Hartford, Rapport technique NASA-CR-134879, 1975. [En ligne]. Disponible : <https://ntrs.nasa.gov/citations/19760004187>
- [40] D. V. Sundberg, R. E. Dennis et L. G. Hurst, “Abradable compressor and turbine seals, volume 1,” AiResearch Mfg. Co., Rapport technique NASA-CR-159600, 1979. [En ligne]. Disponible : <https://ntrs.nasa.gov/citations/19800005978>
- [41] —, “Abradable compressor and turbine seals, volume 2,” AiResearch Mfg. Co., Rapport technique NASA-CR-159662, 1979. [En ligne]. Disponible : <https://ntrs.nasa.gov/citations/19810018560>
- [42] W. Xue, S. Gao, D. Duan, Y. Liu et S. Li, “Material transfer behaviour between a Ti6Al4V blade and an aluminium hexagonal boron nitride abradable coating during high-speed rubbing,” *Wear*, vol. 322-323, p. 76–90, janv. 2015. [En ligne]. Disponible : <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0043164814003068>

- [43] J. Stringer et M. Marshall, “High speed wear testing of an abradable coating,” *Wear*, vol. 294-295, p. 257–263, juill. 2012. [En ligne]. Disponible : <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0043164812002529>
- [44] N. Fois, J. Stringer et M. Marshall, “Adhesive transfer in aero-engine abradable linings contact,” *Wear*, vol. 304, n°. 1-2, p. 202–210, juill. 2013. [En ligne]. Disponible : <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0043164813002755>
- [45] W. Xue, S. Gao, D. Duan, J. Zhang, Y. Liu et S. Li, “Effects of blade material characteristics on the high-speed rubbing behavior between Al-hBN abradable seal coatings and blades,” *Wear*, vol. 410-411, p. 25–33, sept. 2018. [En ligne]. Disponible : <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S004316481830406X>
- [46] Z. Zeng, D. Zhang, R. Tong et H. Xu, “Experimental investigation and analytical modeling for blade-casing rubbing force,” *Mechanical Systems and Signal Processing*, vol. 167, p. 108548, mars 2022. [En ligne]. Disponible : <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0888327021008888>
- [47] G. Jacquet-Richardet, M. Torkhani, P. Cartraud, F. Thouverez, T. Nouri Baranger, M. Herran, C. Gibert, S. Baguet, P. Almeida et L. Peletan, “Rotor to stator contacts in turbomachines. Review and application,” *Mechanical Systems and Signal Processing*, vol. 40, n°. 2, p. 401–420, nov. 2013. [En ligne]. Disponible : <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0888327013002331>
- [48] C. Padova, J. Barton, M. G. Dunn, S. Manwaring, G. Young, M. Adams et M. Adams, “Development of an Experimental Capability to Produce Controlled Blade Tip/Shroud Rubs at Engine Speed,” *Journal of Turbomachinery*, vol. 127, n°. 4, p. 726–735, oct. 2005. [En ligne]. Disponible : <https://asmedigitalcollection.asme.org/turbomachinery/article/127/4/726/464201/Development-of-an-Experimental-Capability-to>
- [49] C. Padova, M. Dunn, J. Barton, K. Turner et T. Steen, “Controlled Fan Blade Tip/Shroud Rubs at Engine Conditions,” dans *Volume 6 : Structures and Dynamics, Parts A and B*. Vancouver, British Columbia, Canada : ASMEDC, janv. 2011, p. 951–961. [En ligne]. Disponible : <https://asmedigitalcollection.asme.org/GT/proceedings/GT2011/54662/951/352713>
- [50] ACL, “Aéronautique : Inauguration de l’EQUIPEX PHARE à Centrale Lyon.” [En ligne]. Disponible : <https://www.centraliens-lyon.net/technica/article/aeronautique-inauguration-de-l-equipex-phare-a-centrale-lyon/99>
- [51] A. Millecamps, A. Batailly, M. Legrand et F. Garcin, “Snecma’s Viewpoint on the Numerical and Experimental Simulation of Blade-Tip/Casing Unilateral Contacts,” dans *Proceedings of the ASME Turbo Expo 2015*, ser. Proceedings of the ASME Turbo Expo 2015. Montréal, Canada : ASME, juin 2015. [En ligne]. Disponible : <https://hal.science/hal-01223582>

- [52] W. C. Hurty, “Dynamic analysis of structural systems using component modes,” *AIAA Journal*, vol. 3, n°. 4, p. 678–685, avr. 1965. [En ligne]. Disponible : <https://arc.aiaa.org/doi/10.2514/3.2947>
- [53] W. C. Hurty, J. D. Collins et G. C. Hart, “Dynamic analysis of large structures by modal synthesis techniques,” *Computers & Structures*, vol. 1, n°. 4, p. 535–563, déc. 1971. [En ligne]. Disponible : <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/0045794971900290>
- [54] R. R. Craig et M. C. C. Bampton, “Coupling of substructures for dynamic analyses.” *AIAA Journal*, vol. 6, n°. 7, p. 1313–1319, juill. 1968. [En ligne]. Disponible : <https://arc.aiaa.org/doi/10.2514/3.4741>
- [55] J. Cao, C. Ma, Z. Jiang et S. Liu, “Nonlinear dynamic analysis of fractional order rub-impact rotor system,” *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, vol. 16, n°. 3, p. 1443–1463, mars 2011. [En ligne]. Disponible : <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S1007570410003709>
- [56] E. Piollet, F. Nyssen et A. Batailly, “Blade/casing rubbing interactions in aircraft engines : Numerical benchmark and design guidelines based on NASA rotor 37,” *Journal of Sound and Vibration*, vol. 460, p. 114878, nov. 2019. [En ligne]. Disponible : <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0022460X19304407>
- [57] H. Ma, Y. Lu, Z. Wu, X. Tai et B. Wen, “Vibration response analysis of a rotational shaft–disk–blade system with blade-tip rubbing,” *International Journal of Mechanical Sciences*, vol. 107, p. 110–125, mars 2016. [En ligne]. Disponible : <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0020740316000035>
- [58] K. Prabith et I. R. P. Krishna, “The numerical modeling of rotor–stator rubbing in rotating machinery : a comprehensive review,” *Nonlinear Dynamics*, vol. 101, n°. 2, p. 1317–1363, juill. 2020. [En ligne]. Disponible : <https://link.springer.com/10.1007/s11071-020-05832-y>
- [59] M.-O. Parent, F. Thouverez et F. Chevillot, “3D interaction in bladed rotor-to-stator contact,” dans *Proceedings of the 9th International Conference on Structural Dynamics*, ser. Proceedings of the 9th International Conference on Structural Dynamics, A. Cunha, E. Caetano, P. Ribeiro et G. Müller, édit., n°. ISSN : 2311-9020 ; ISBN : 978-972-752-165-4, Porto, Portugal, juin 2014. [En ligne]. Disponible : <https://hal.science/hal-01223447>
- [60] P. Wriggers, “Discretization, Large Deformation Contact,” dans *Computational Contact Mechanics*. Berlin, Heidelberg : Springer Berlin Heidelberg, 2006, p. 225–307. [En ligne]. Disponible : http://link.springer.com/10.1007/978-3-540-32609-0_9
- [61] T. Belytschko, W. J. T. Daniel et G. Ventura, “A monolithic smoothing-gap algorithm for contact-impact based on the signed distance function,” *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, vol. 55, n°. 1, p. 101–125, sept. 2002. [En ligne]. Disponible : <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/10.1002/nme.568>

- [62] D. Chamoret, P. Saillard, A. Rassineux et J.-M. Bergheau, “New smoothing procedures in contact mechanics,” *Journal of Computational and Applied Mathematics*, vol. 168, n°. 1-2, p. 107–116, juill. 2004. [En ligne]. Disponible : <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0377042703009683>
- [63] F. Belgacem, P. Hild et P. Laborde, “The mortar finite element method for contact problems,” *Mathematical and Computer Modelling*, vol. 28, n°. 4-8, p. 263–271, août 1998. [En ligne]. Disponible : <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0895717798001216>
- [64] K. A. Fischer et P. Wriggers, “Mortar based frictional contact formulation for higher order interpolations using the moving friction cone,” *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, vol. 195, n°. 37-40, p. 5020–5036, juill. 2006. [En ligne]. Disponible : <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0045782505005359>
- [65] A. Batailly, B. Magnain et N. Chevaugnon, “A comparative study between two smoothing strategies for the simulation of contact with large sliding,” *Computational Mechanics*, vol. 51, n°. 5, p. 581–601, mai 2013. [En ligne]. Disponible : <http://link.springer.com/10.1007/s00466-012-0737-3>
- [66] M. Tannous, P. Cartraud, M. Torkhani et D. Dureisseix, “Assessment of 3D modeling for rotor–stator contact simulations,” *Journal of Sound and Vibration*, vol. 353, p. 327–343, sept. 2015. [En ligne]. Disponible : <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0022460X15004368>
- [67] J. Xiao, Y. Chen, H. Ouyang et A. Wang, “Investigation of Fan Blades Vibration due to Blade/Casing Rubbing Interactions Using In-Plane Two-Dimensional Model,” dans *Volume 7A : Structures and Dynamics*. Oslo, Norway : American Society of Mechanical Engineers, juin 2018, p. V07AT33A015. [En ligne]. Disponible : <https://asmedigitalcollection.asme.org/GT/proceedings/GT2018/51135/Oslo,%20Norway/272544>
- [68] N. J. Carpenter, R. L. Taylor et M. G. Katona, “Lagrange constraints for transient finite element surface contact,” *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, vol. 32, n°. 1, p. 103–128, juill. 1991. [En ligne]. Disponible : <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/10.1002/nme.1620320107>
- [69] A. Prots, M. Voigt et R. Mailach, “Improvements in Probabilistic Strategies and Their Application to Turbomachinery,” *Aerospace*, vol. 11, n°. 5, p. 355, avr. 2024. [En ligne]. Disponible : <https://www.mdpi.com/2226-4310/11/5/355>
- [70] A. Prots, L. Schlüter, M. Voigt, M. Meyer et R. Mailach, “Sensitivity Analysis of Performance Parameters of a Compressor Blade With Correlated Profile Parameters,” dans *Volume 13D : Turbomachinery — Multidisciplinary Design Approaches, Optimization, and Uncertainty Quantification; Radial Turbomachinery Aerodynamics; Unsteady Flows in Turbomachinery*. Boston, Massachusetts, USA : American Society of Mechanical Engineers,

- juin 2023, p. V13DT34A014. [En ligne]. Disponible : <https://asmedigitalcollection.asme.org/GT/proceedings/GT2023/87110/V13DT34A014/1168619>
- [71] R. Schmidt, M. Voigt, K. Vogeler et M. Meyer, “Comparison of Two Methods for Sensitivity Analysis of Compressor Blades,” *Journal of Turbomachinery*, vol. 139, n°. 11, p. 111006, nov. 2017. [En ligne]. Disponible : <https://asmedigitalcollection.asme.org/turbomachinery/article/doi/10.1115/1.4037127/378772/Comparison-of-Two-Methods-for-Sensitivity-Analysis>
- [72] F. Nyssen et A. Batailly, “Sensitivity Analysis of Rotor/Stator Interactions Accounting for Wear and Thermal Effects within Low- and High-Pressure Compressor Stages,” *Coatings*, vol. 10, n°. 1, p. 74, janv. 2020. [En ligne]. Disponible : <https://www.mdpi.com/2079-6412/10/1/74>
- [73] A. Saltelli, édit., *Sensitivity analysis in practice : a guide to assessing scientific models*, reprinted éd. Chichester Weinheim : Wiley, 2007.
- [74] ———, *Global sensitivity analysis : the primer*. Chichester, England Hoboken, NJ : John Wiley, 2008.
- [75] A. I. J. Forrester, A. Sóbester et A. J. Keane, *Engineering design via surrogate modelling : a practical guide*. Chichester : John Wiley [distributeur], 2008.
- [76] M. Johnson, L. Moore et D. Ylvisaker, “Minimax and maximin distance designs,” *Journal of Statistical Planning and Inference*, vol. 26, n°. 2, p. 131–148, oct. 1990. [En ligne]. Disponible : <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/037837589090122B>
- [77] M. D. Morris et T. J. Mitchell, “Exploratory designs for computational experiments,” *Journal of Statistical Planning and Inference*, vol. 43, n°. 3, p. 381–402, févr. 1995. [En ligne]. Disponible : <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/037837589400035T>
- [78] I. Sobol, “Global sensitivity indices for nonlinear mathematical models and their Monte Carlo estimates,” *Mathematics and Computers in Simulation*, vol. 55, n°. 1-3, p. 271–280, févr. 2001. [En ligne]. Disponible : <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0378475400002706>
- [79] C. Bucher, *Computational Analysis of Randomness in Structural Mechanics : Structures and Infrastructures Book Series, Vol. 3*, 0^e éd. CRC Press, mars 2009. [En ligne]. Disponible : <https://www.taylorfrancis.com/books/9780203876534>
- [80] B. Iooss, “Revue sur l’analyse de sensibilité globale de modèles numériques,” *Journal de la Société Française de Statistique*, vol. 152, n°. 1, p. 1–23, 2011. [En ligne]. Disponible : <https://hal.science/hal-00503179v2>
- [81] B. v. D. Beek, “Développement d’un outil numérique pour la simulation du contact aube/carter,” p. 104, déc. 2021. [En ligne]. Disponible : <https://dumas.ccsd.cnrs.fr/dumas-03484230>

- [82] S. Kojtych, “Introduction au traitement du signal et à l’analyse fréquentielle par transformées de Fourier,” Rapport technique, 2019. [En ligne]. Disponible : <https://hal.science/hal-02193929v2>
- [83] A. Sternchüss et E. Balmès, “On the reduction of quasi-cyclic disk models with variable rotation speeds,” dans *Proceedings ISMA*, France, sept. 2006, p. isma2006_0397.pdf. [En ligne]. Disponible : <https://hal.science/hal-00266394>
- [84] A. Batailly, M. Legrand, A. Millecamps et F. Garcin, “Conjectural bifurcation analysis of the contact-induced vibratory response of an aircraft engine blade,” *Journal of Sound and Vibration*, vol. 348, p. 239–262, juill. 2015. [En ligne]. Disponible : <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0022460X15002230>

ANNEXE A INTERACTION AVEC UN RÉGIME MOTEUR NON ENTIER À $0,345\omega_{nom}$

L'interaction sur un régime moteur non entier intervient à la vitesse de rotation de $0,345\omega_{nom}$ entre les régimes moteurs 6 et 7. La figure A.1b présente le déplacement radial du BF pour la simulation à $0,345\omega_{nom}$. On observe une décroissance des amplitudes du déplacement radial lors du régime transitoire jusqu'à atteindre le régime permanent après environ 75 tour, l'amplitude du déplacement radial est alors réduite de moitié. Sur la figure B.2, on voit la superposition du déplacement radial de l'aube entre le 196^{ème} et le 198^{ème} tour avec le déplacement radial de l'aube entre le 198^{ème} et le 200^{ème} tour, montrant ainsi que la période du déplacement radial de l'aube correspond à deux périodes de rotation de l'aube. La période du déplacement radial de l'aube comporte 13 battements

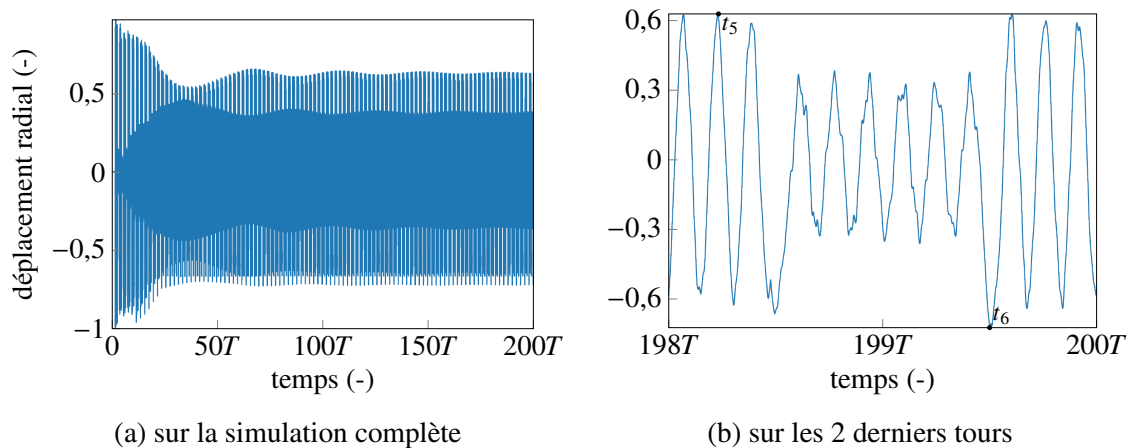


FIGURE A.1 Déplacements radiaux à $0,345\omega_{nom}$

ce qui devrait engendrer 13 lobes d'usure sur la circonférence du carter. La figure A.2 présente pour trois tours différents de la simulation, les déplacements radiaux de l'aube de référence avec la position du carter avec usure. On remarque que l'amplitude des déplacements radiaux est plus petite que le jeu entre l'aube et le carter. La seule zone du matériau abradable présentant de l'usure est donc la zone du lobe. Cela explique donc la présence d'un seul lobe d'usure sur la figure C.3 présentant l'usure du carter en fonction de la position angulaire.

Les champs de déplacement total de l'aube de référence à $0,345\omega_{nom}$ ainsi que les champs de contraintes sont présentés sur les figures A.3, A.4 et A.5. Les champs de déplacement total montrent une aube soumise à un mode de flexion qui présente pour les deux instants t_5 et t_6 un déplacement maximal au niveau du BA. Le déplacement de l'aube est minimal dans les deux cas au niveau du pied d'aube. On observe que les valeurs de déplacement sont du même ordre de grandeur que celle

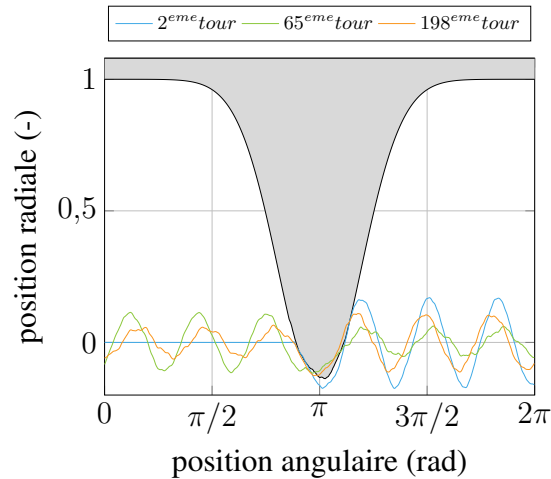


FIGURE A.2 Déplacement radial de l'aube de référence à $0,345\omega_{nom}$ à différentes périodes de la simulation

pour l'interaction sur un régime moteur non entier à $0,425\omega_{nom}$.

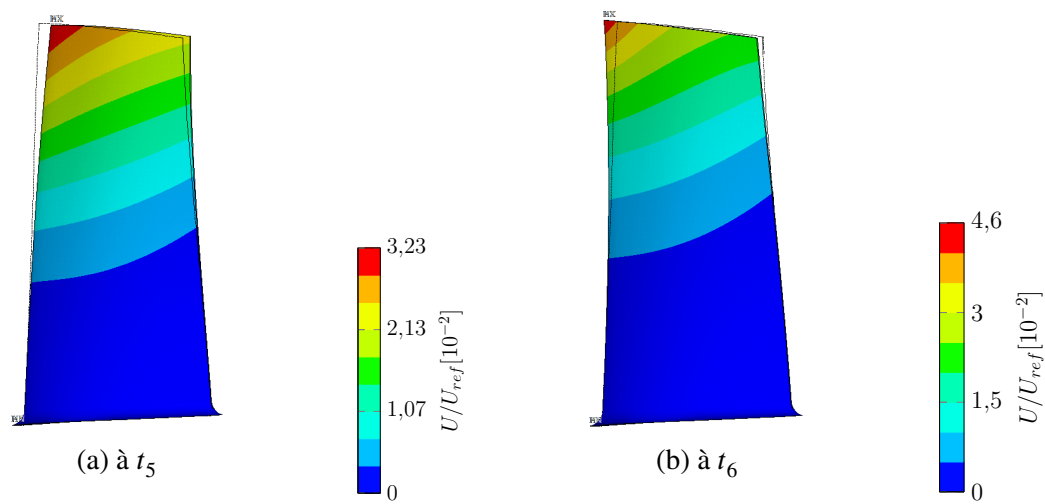


FIGURE A.3 Champs de déplacement total de l'aube de référence à $0,425\omega_{nom}$

En ce qui concerne les contraintes, les plus fortes contraintes sont localisées au BA et au pied d'aube respectivement pour les instants t_5 et t_6 . Les valeurs de contraintes calculées sont, elles aussi, du même ordre de grandeur que celles obtenues pour l'interaction à $0,425\omega_{nom}$.

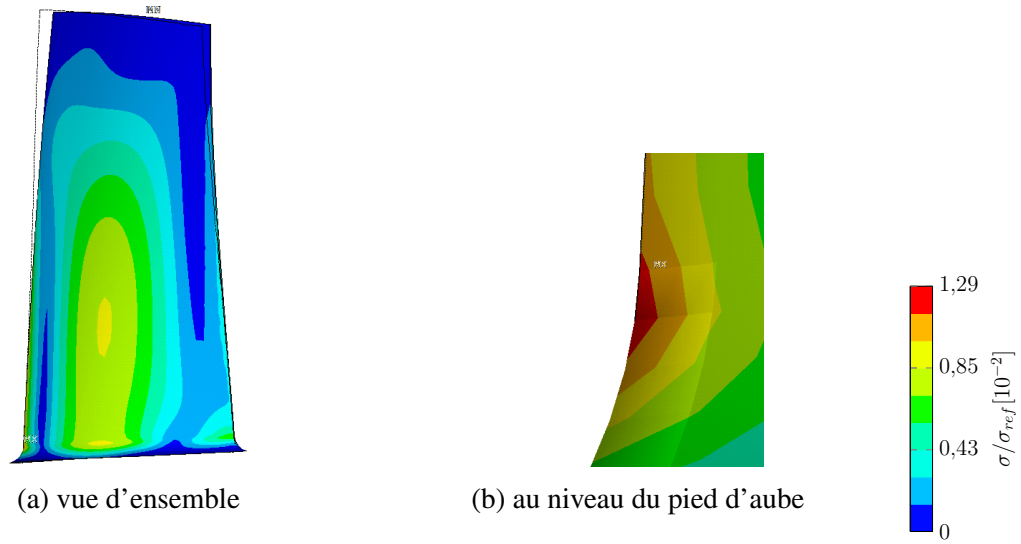


FIGURE A.4 Contraintes équivalentes sur l'aube de référence à $0,345\omega_{nom}$ à t_5

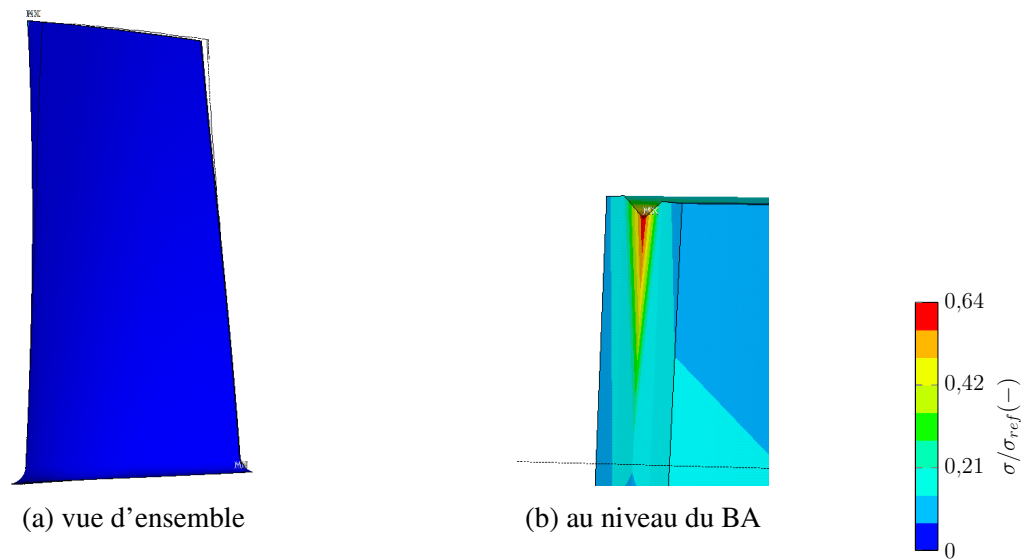


FIGURE A.5 Contraintes équivalentes sur l'aube de référence à $0,345\omega_{nom}$ à t_6

ANNEXE B SUPERPOSITION DES DÉPLACEMENTS RADIAUX DE L'AUBE DE RÉFÉRENCE

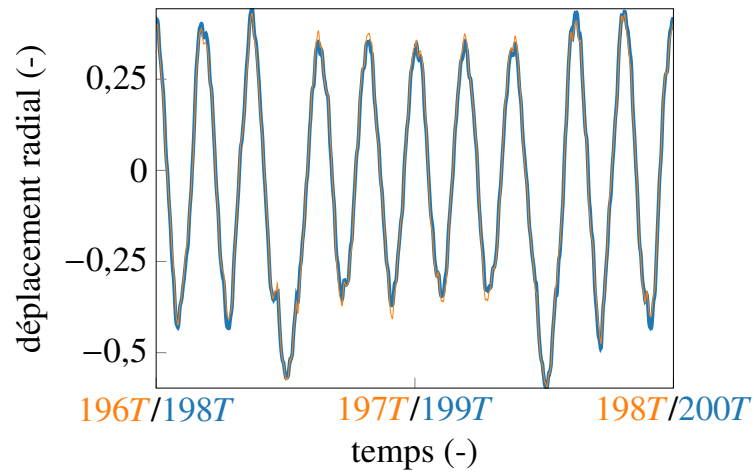


FIGURE B.1 Superposition des périodes de déplacement radial de l'aube de référence à $0,425\omega_{nom}$

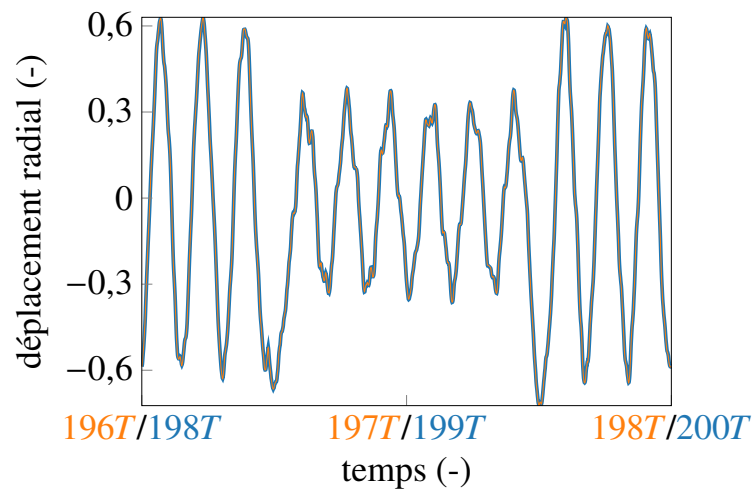


FIGURE B.2 Superposition des périodes de déplacement radial de l'aube de référence à $0,345\omega_{nom}$

ANNEXE C USURE DU MATÉRIAU ABRADABLE POUR LES SIMULATIONS SUR LES AUBES INDUSTRIELLES

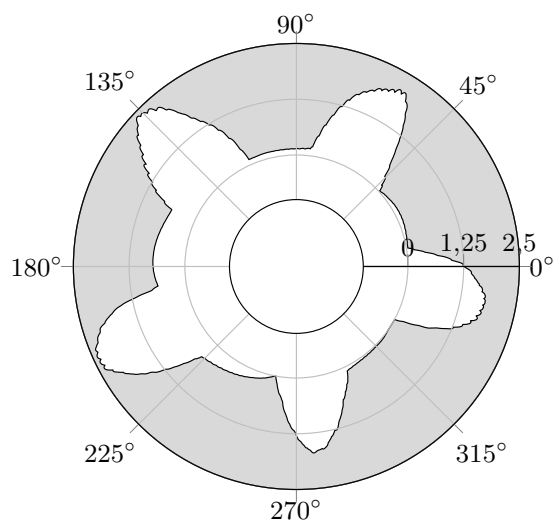


FIGURE C.1 Visuel de l'usure du matériau abrasable au terme de la simulation au niveau du BF de l'aube de référence à $0,48\omega_{nom}$. L'usure correspond à la fraction de l'épaisseur initiale du matériau abrasable qui a été arrachée [10^{-1}]

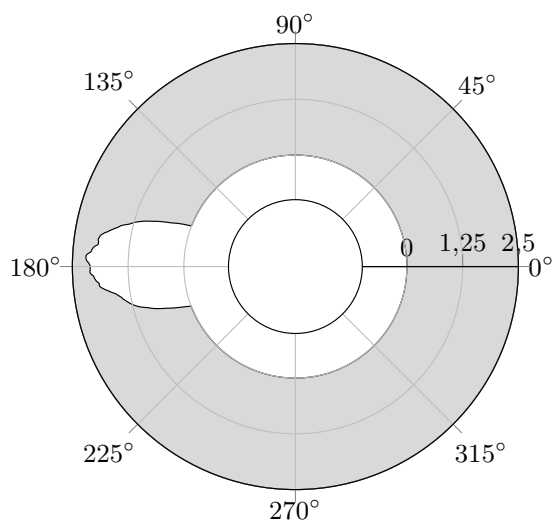


FIGURE C.2 Visuel de l'usure du matériau abrasable au terme de la simulation sur l'aube de référence à $0,425\omega_{nom}$. L'usure correspond à la fraction de l'épaisseur initiale du matériau abrasable qui a été arrachée [10^{-2}]

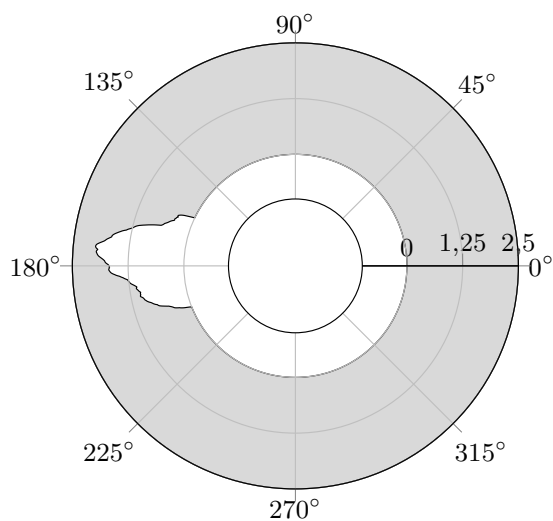


FIGURE C.3 Visuel de l'usure du matériau abrasable au terme de la simulation sur l'aube de référence à $0,345\omega_{nom}$. L'usure correspond à la fraction de l'épaisseur initiale du matériau abrasable qui a été arrachée [10^{-2}]

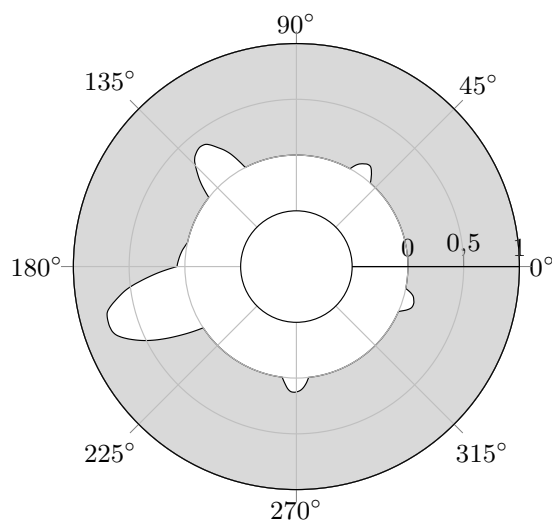


FIGURE C.4 Visuel de l'usure du matériau abradable au terme de la simulation sur l'aube amont à $0,47\omega_{nom}$. L'usure correspond à la fraction de l'épaisseur initiale du matériau abradable qui a été arrachée [10^{-1}]

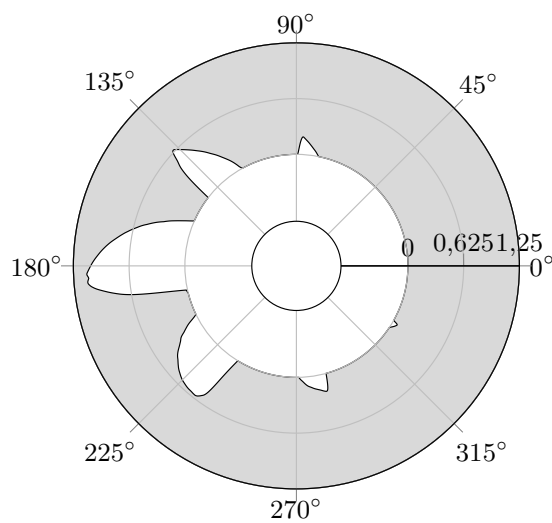


FIGURE C.5 Visuel de l'usure du matériau abradable au terme de la simulation sur l'aube aval à $0,51\omega_{nom}$. L'usure correspond à la fraction de l'épaisseur initiale du matériau abradable qui a été arrachée [10^{-1}]

ANNEXE D CARTES D'INTERACTION AU BF DES AUBES AMONT ET AVAL

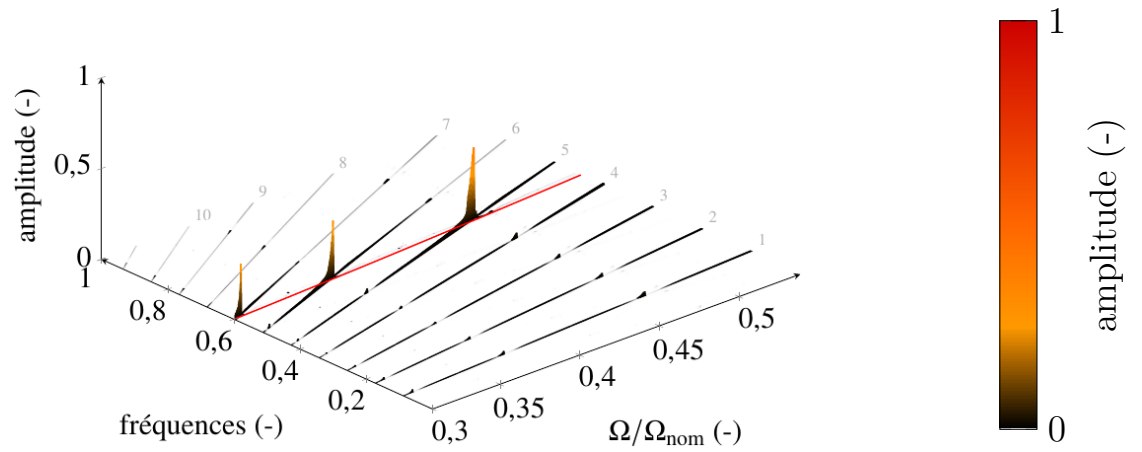


FIGURE D.1 Carte d'interaction 3D au bord de fuite de l'aube amont

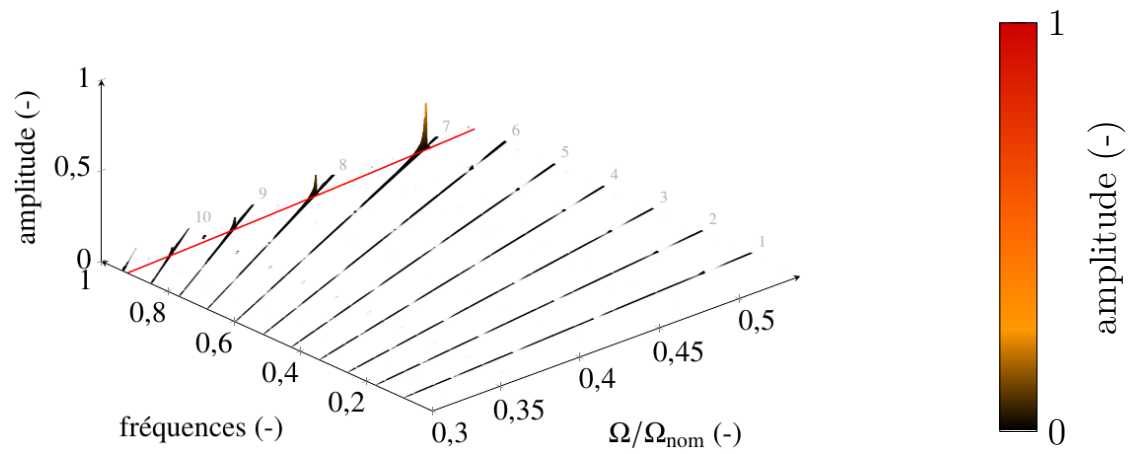


FIGURE D.2 Carte d'interaction 3D au bord de fuite de l'aube aval

ANNEXE E COMPARAISON DES DÉPLACEMENTS RADIAUX DU BA ET DU BF DES AUBES INDUSTRIELLES POUR LES DIFFÉRENTES VITESSES ÉTUDIÉES

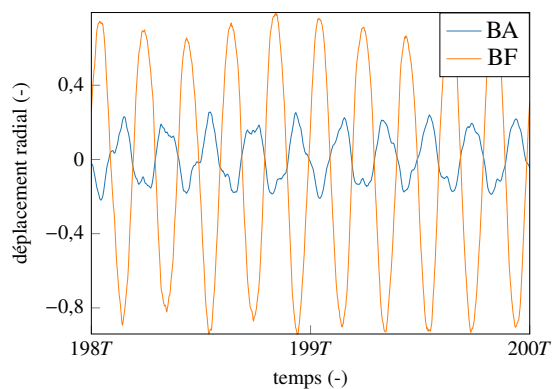


FIGURE E.1 Déplacements radiaux du BA et du BF de l'aube de référence à $0,48\omega_{nom}$

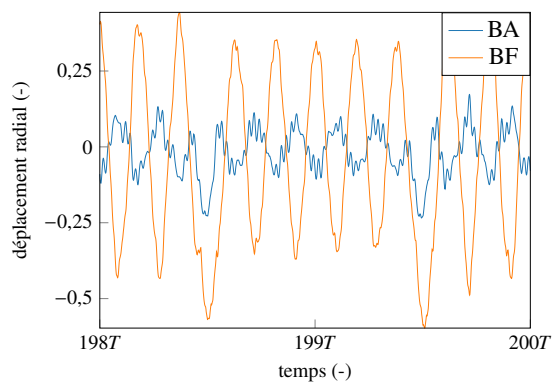


FIGURE E.2 Déplacements radiaux du BA et du BF de l'aube de référence à $0,425\omega_{nom}$

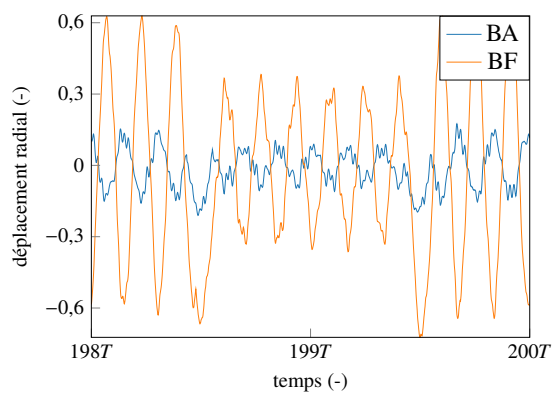


FIGURE E.3 Déplacements radiaux du BA et du BF de l'aube de référence à $0,345\omega_{nom}$

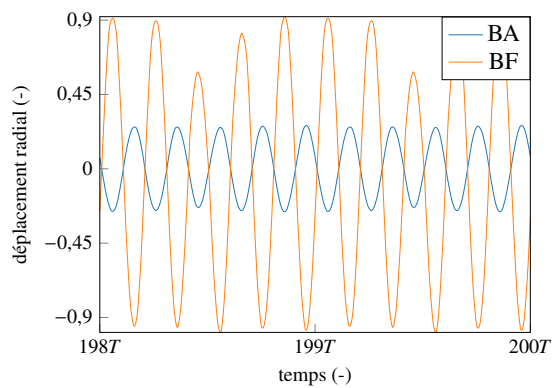


FIGURE E.4 Déplacements radiaux du BA et du BF de l'aube amont à $0,47\omega_{nom}$

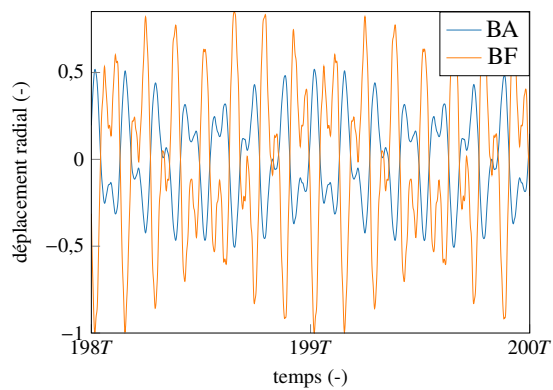


FIGURE E.5 Déplacements radiaux du BA et du BF de l'aube aval à $0,51\omega_{nom}$

ANNEXE F CARTE D'INTERACTION 3D AU BA DE L'AUBE POUR L'ANALYSE DE SENSIBILITÉ

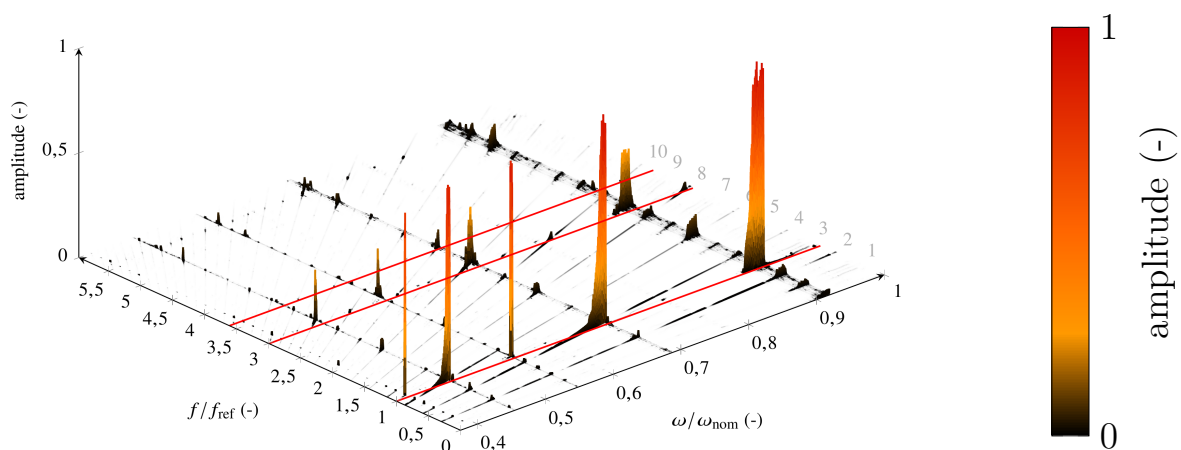


FIGURE F.1 Carte d'interaction 3D, au BA de l'aube, obtenue avec le carter de référence

ANNEXE G CARTES D'INTERACTION AU BF DE L'AUBE POUR L'ANALYSE DE SENSIBILITÉ

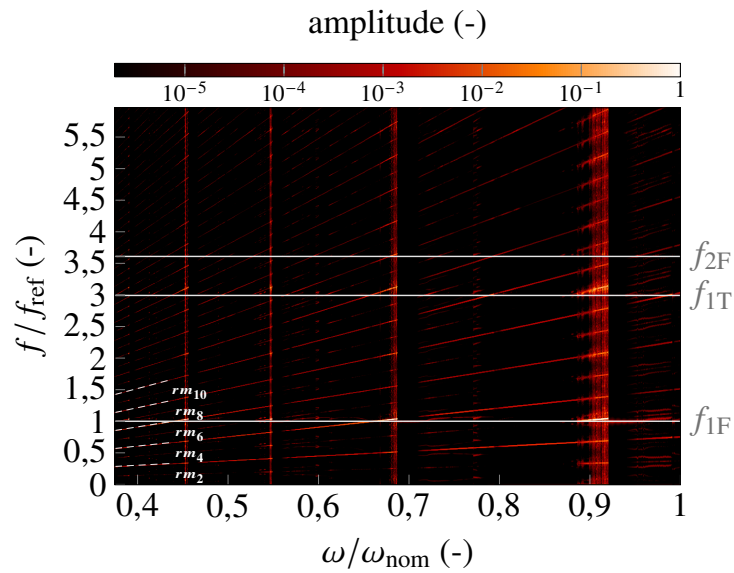


FIGURE G.1 Carte d'interaction 2D, au BF de l'aube, obtenue avec le carter de référence

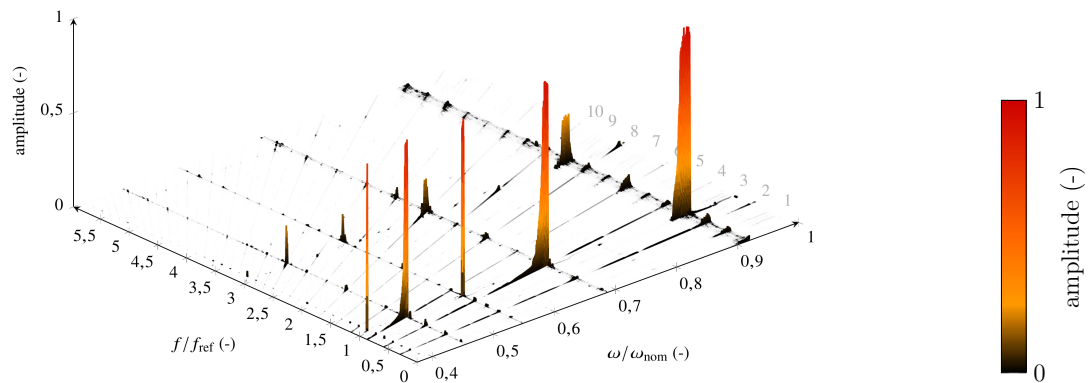


FIGURE G.2 Carte d'interaction 3D, au BF de l'aube, obtenue avec le carter de référence

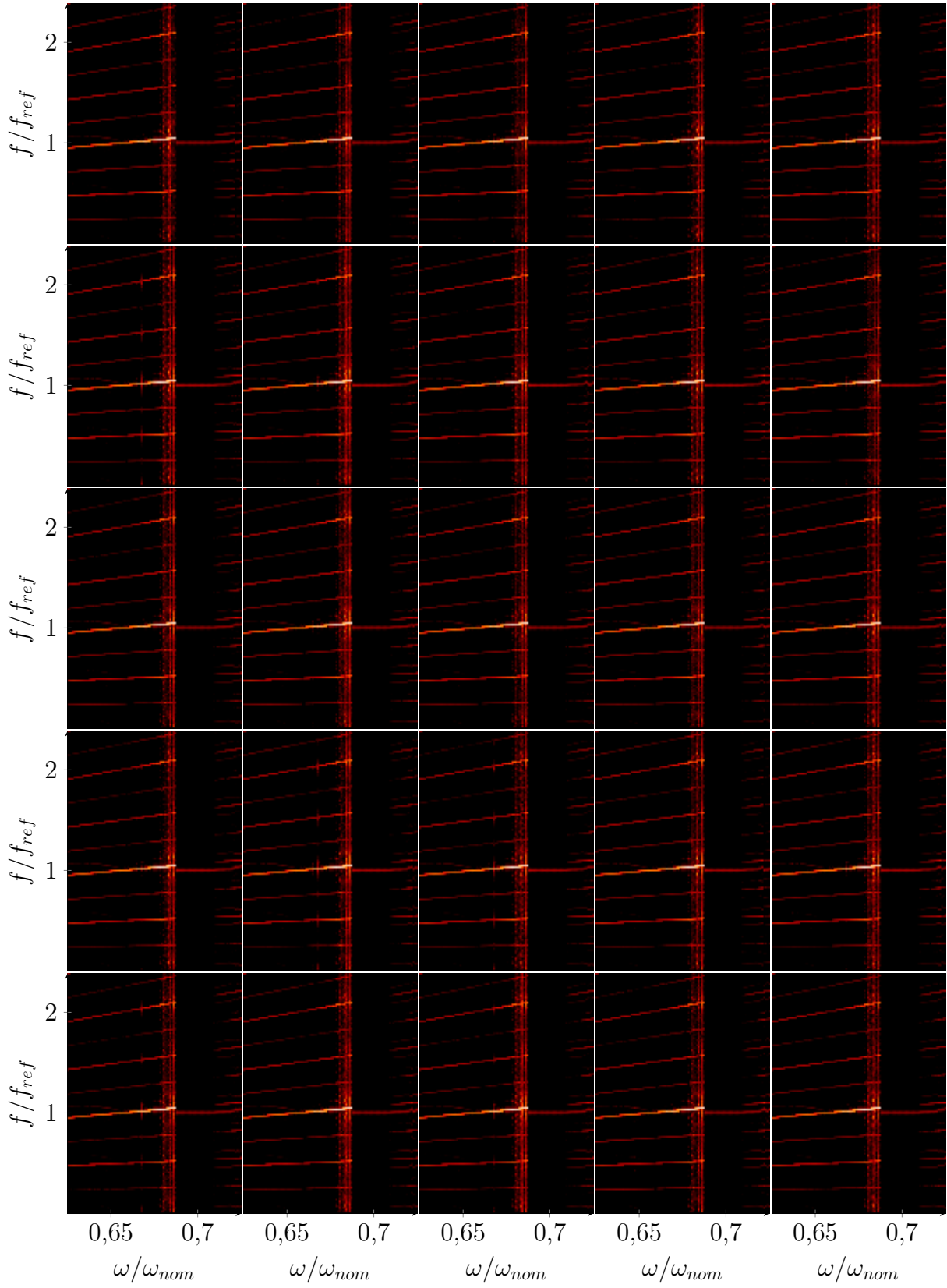


FIGURE G.3 Cartes d'interaction au BF pour chacun des carters modifiés

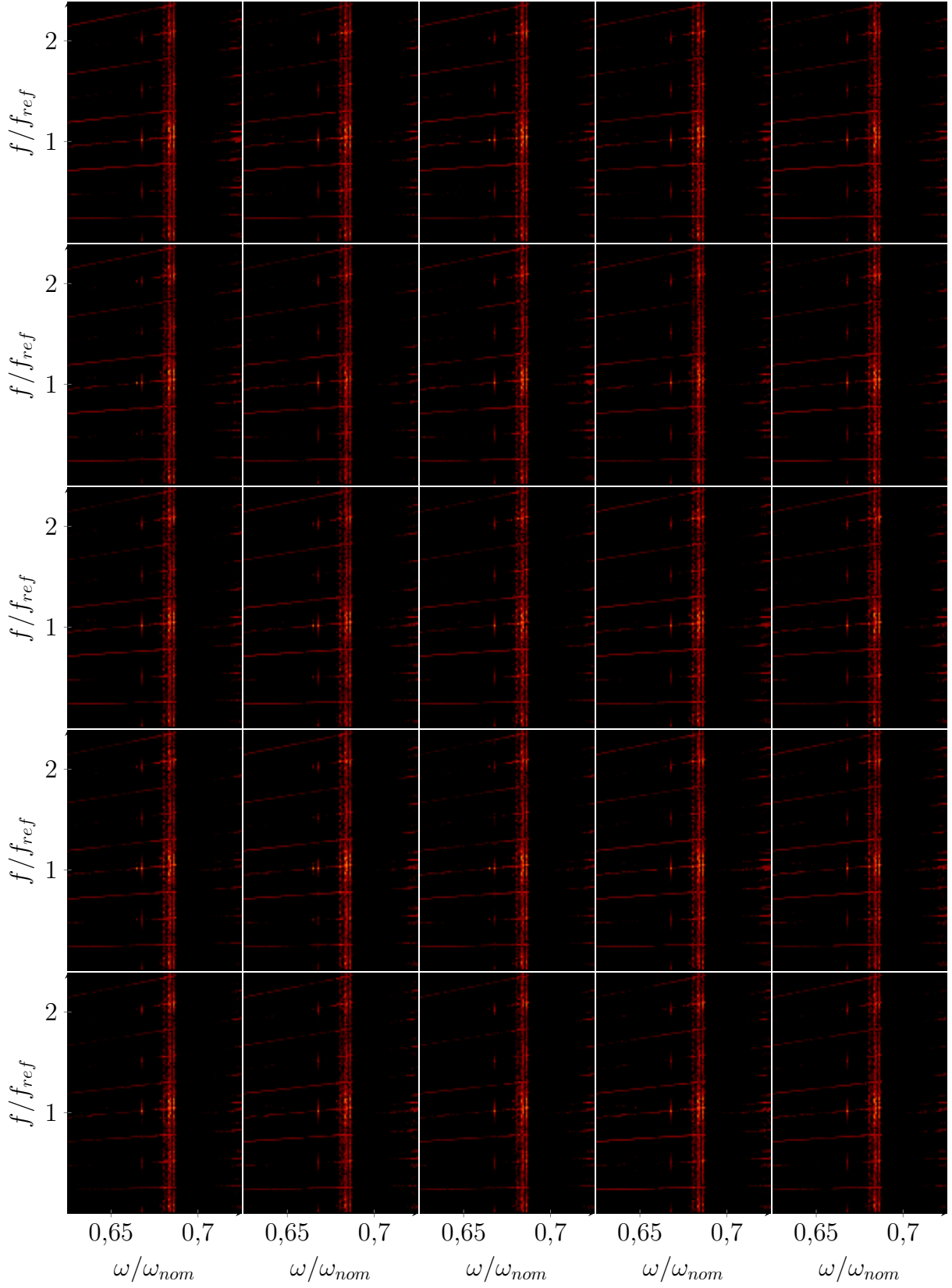


FIGURE G.4 Écarts entre la carte d'interaction au BF du carter de référence et les cartes d'interaction au BF pour les carters modifiés. L'écart maximal observé est de $1,16 \cdot 10^{-1}$