POLYPUBLIE

Modélisation de la structure magnétique et de la magnétoimpédance dans les conducteurs magnétiques cylindriques

Luiz Melo

Document en libre accès dans PolyPublie
Open Access document in PolyPublie

Date	2003
Type	Mémoire ou thèse / Dissertation or Thesis Thèse de doctorat/Ph.D. thesis
URL de PolyPublie PolyPublie URL	https://publications.polymtl.ca/7167/
Conditions d'utilisation Terms of use	© Tous droits réservés / All rights reserved
Référence Citation	Melo, L. (2003). Modélisation de la structure magnétique et de la magnétoimpédance dans les conducteurs magnétiques cylindriques [Thèse de doctorat, École Polytechnique de Montréal]. PolyPublie. https://publications.polymtl.ca/7167/

Détails de la thèse
Thesis details

Directeurs de recherche Advisors	Arthur Yelon, & Petru Ciureanu
Programme Program	Non spécifié

Ce fichier a été téléchargé à partir de PolyPublie, le dépôt institutionnel de Polytechnique Montréal
This file has been downloaded from PolyPublie, the institutional repository of Polytechnique Montréal
https://publications.polymtl.ca

In compliance with the
Canadian Privacy Legislation
some supporting forms
may have been removed from
this dissertation.

While these forms may be included
in the document page count,
their removal does not represent
any loss of content from the dissertation.

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

MODÉLISATION DE LA STRUCTURE MAGNÉTIQUE ET DE LA MAGNÉTOIMPÉDANCE DANS LES CONDUCTEURS MAGNÉTIQUES CYLINDRIQUES

LUIZ MELO
DÉPARTEMENT DE GÉNIE PHYSIQUE
ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

THÈSE PRÉSENTÉE EN VUE DE L'OBTENTION
DU DIPLÔME DE PHILOSOPHIAE DOCTOR (Ph.D.)
GÉNIE PHYSIQUE
AOÛT 2003

© Luiz Melo, 2003.

National Library
of Canada

Acquisitions and
Bibliographic Services

395 Wellington Street
Ottawa ON K1A 0N4
Canada

Bibliothèque nationale
du Canada

Acquisisitons et
services bibliographiques

395, rue Wellington
Ottawa ON K1A 0N4
Canada

Your file Votre référence
ISBN: 0-612-86447-2
Our file Notre référence
ISBN: 0-612-86447-2

The author has granted a non-exclusive licence allowing the National Library of Canada to reproduce, loan, distribute or sell copies of this thesis in microform, paper or electronic formats.

The author retains ownership of the copyright in this thesis. Neither the thesis nor substantial extracts from it may be printed or otherwise reproduced without the author's permission.

L'auteur a accordé une licence non exclusive permettant à la Bibliothèque nationale du Canada de reproduire, prêter, distribuer ou vendre des copies de cette thèse sous la forme de microfiche/film, de reproduction sur papier ou sur format électronique.

L'auteur conserve la propriété du droit d'auteur qui protège cette thèse. Ni la thèse ni des extraits substantiels de celle-ci ne doivent être imprimés ou aturement reproduits sans son autorisation.

Canada

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

Cette thèse intitulée:

MODÉLISATION DE LA STRUCTURE MAGNÉTIQUE ET DE LA MAGNÉTOIMPÉDANCE DANS LES CONDUCTEURS MAGNÉTIQUES CYLINDRIQUES

Présentée par: MELO Luiz
en vue de l'obtention du diplôme de: Philosophiae Doctor
a été dûment acceptée par le jury d'examen constitué de:

MASUT Remo, Ph.D., président
VÁZQUEZ Manuel, Ph.D., membre
COCHRANE Robert, Ph.D., membre
YELON Arthur, Ph.D., membre et codirecteur de recherche
CIUREANU Petru, Ph.D., membre codirecteur de recherche

À Juliana, Fabiana et Laís…
…parce que vous m'avez manqué.

Remerciements

Cette belle aventure n'aurait jamais été possible sans l'aide, les conseils, les discussions ou simplement, l'amitié, que vous m'avez constamment apporté. Spécialement, je remercie mon directeur de thèse, le professeur Arthur Yelon, qui m'a transmis sa passion pour la physique et pour la recherche. Les discussions dans son bureau me seront inoubliables. Je remercie également mon codirecteur de recherche, Dr. Petru Ciureanu, de m'avoir accordé la bourse qui m'a permis de me familiariser avec les aspects expérimentaux de la magnétoimpédance.

Je tiens à remercier très sincèrement le professeur David Ménard de m'avoir soutenu dans mes premiers pas vers la théorie. Nos discussions, qui commençaient au bureau et se terminaient chez vous, en compagnie de Noemi et les filles, Maïa et Danaë, font partie des plus beaux souvenirs que j'aurai de Montréal.

J'aimerais aussi remercier le Dr. Mohammed Britel de m'avoir aidé à déchiffrer les compliqués analyseurs de réseaux et les techniques de mesures en micro-ondes.

Au « *verus amicus* » Renato Cohen, qui m'a constamment soutenu malgré les quelques 10.000 Km de distance. Obrigado por tudo meu véio!

Je dois aussi mentionner le soutien financier de l'organisme « Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior », CAPES – Brasília, Brasil.

Je tiens à remercier ma famille au Brésil. C'est votre amour et soutien constant qui m'ont donné les forces pour aller si loin.

Julie Baron, merci d'être présente dans ma vie dans ce moment si important.

Finalement je dois remercier les amis, amies, copains et copines : Argemiro Soares, Monica Nunes, Hudson Moura, Adriana Luz, Aguinaldo Medici Severino, Sergiy Patskovskyy, Pawel Jedrzejowski (buddy), Louis-François Arsenault, Dominique de Juriew, Martine Laporte, Maria José & Carmen Labbé, Christian Ménard et Nial & Diane Bullett.

Résumé

L'effet de la variation de l'impédance d'un conducteur magnétique sous l'action d'un champ magnétique externe est appelé magnétoimpédance (MI). L'effet est causé par la dépendance de la profondeur de pénétration des champs électromagnétiques sur la perméabilité magnétique du matériau. Dans les matériaux magnétiques doux, la perméabilité varie de façon considérable pour des champs relativement faibles, ce qui se reflète dans les mesures d'impédance en fonction du champ aux fréquences modérées ($f < 100\,\mathrm{MHz}$).

La modélisation mathématique de la MI dans les métaux magnétiques peut être divisée en deux étapes. La première consiste en la description du comportement de l'aimantation statique de l'échantillon qui est basée sur la structure magnétique de ce dernier. La deuxième consiste au calcul de la réponse dynamique de l'échantillon, causée par le champ magnétique alternatif induit par le courant alternatif. L'accord entre la théorie actuelle de la MI et l'expérience est excellent pour les champs forts. Cependant, aux champs faibles, typiquement inférieurs au champ d'anisotropie du matériau, l'accord n'est pas satisfaisant; l'amplitude du maximum du module de l'impédance prévue par la théorie est environ deux fois plus grand que celle observée. Le but de ce travail est d'expliquer et de réduire ce désaccord pour les conducteurs ferromagnétiques cylindriques.

Le problème est attaqué en deux volets. Dans le premier, l'énergie d'anisotropie de surface est introduite dans l'énergie libre du système. La minimisation de l'énergie

libre permet de trouver le champ total à la surface, responsable du moment de torsion sur l'aimantation. À l'équilibre, le moment de torsion s'annule, permettant ainsi de trouver les nouvelles conditions frontières d'où l'impédance est obtenue. L'énergie de surface est supposée être un mécanisme responsable du blocage de l'aimantation qui produit la diminution du pic de l'impédance mesurée. Il s'avère que l'écart entre la théorie et l'expérience est diminué de 10%. Dans le deuxième volet, la structure magnétique des matériaux étudiés est analysée, ce qui nous a motivés au développement d'un modèle d'aimantation non-uniforme pour la structure magnétique du fil.

Le modèle est caractérisé par un système de magnétisation multiaxial couplé. Nous calculons la variation des aimantations en fonction du champ pour le cas d'un système biaxe, représentant le modèle de la structure en domaine « noyau-coquille » des fils amorphes à base de Co. Le noyau, aimanté selon l'axe, est enveloppé par une région externe, d'aimantation circonférencielle. Ce modèle est ensuite introduit dans la théorie de la MI, et le résultat est comparé avec l'expérience sur des fils amorphes de compositions $Co_{80.89}Fe_{4.38}Si_{8.69}B_{1.52}Nb_{4.52}$, de 34μm de diamètre, et $Co_{68.15}Fe_{4.35}Si_{12.5}B_{15}$ de 125μm de diamètre. Les fils amorphes à base de Co ont été choisis à des fins de comparaisons étant donné l'existence d'une substantielle littérature sur la MI dans ces systèmes. Il en résulte que le modèle offre une excellente amélioration de la description des résultats expérimentaux dans une large gamme de fréquence, avec seulement quelques divergences résiduelles.

Abstract

The magnetoimpedance (MI) is the variation of the impedance of a magnetic conductor under the action of an external magnetic field. The effect originates from the dependence of the penetration depth of the electromagnetic field upon the magnetic permeability of the material. The permeability of a soft magnetic material changes considerably when it is submitted to relatively small magnetic fields. Therefore, the impedance as a function of field, when measured at moderate frequencies ($f < 100$ MHz), varies accordingly.

Modeling of the MI response in a magnetic metal is a two step process. One must first establish the static magnetic configuration of the sample as a function of the applied field and then calculate the dynamic response of the sample magnetization due to the current-induced alternate magnetic field. The agreement between current theoretical models for the MI and experiment is excellent for high applied fields and frequencies. However, for applied fields typically below the anisotropy field of the sample, the calculated peak amplitude of the impedance is about twice as that observed experimentally. The aim of this work is to explain and reduce this disagreement for the cylindrical ferromagnetic conductors.

The problem is treated in two steps. First, we include the surface anisotropy energy in the free energy of the system. This modifies the boundary conditions from which the impedance of the wire is obtained. The surface anisotropy is believed to pin the spins at the surface, causing the reduction of the peak amplitude of the impedance at

moderate frequencies. For a completely pinned dynamic magnetization at the surface, we observe that the discrepancy between theory and experiment is reduced by 10% from previous models which assume free spins at the surface. In the second step, we analyze the magnetic structure of Co based amorphous wires. This study provides motivation for the development of a non-uniform magnetization model of the structure of these wires.

The model is characterized by a multiaxial system of coupled magnetizations. We calculate the variation of the magnetizations as a function of applied field for a system consisting of two interacting magnetizations which represents the structure "inner core – outer shell" of the Co based amorphous wires. In this structure, the inner core has its magnetization parallel to the wire axis and it is enveloped by the outer shell, which is magnetized circumferentially. The coupled magnetization model is then introduced into the theory of MI, and the results are compared with experimental data obtained from amorphous wires of $Co_{80.89}Fe_{4.38}Si_{8.69}B_{1.52}Nb_{4.52}$, of 34μm diameter, and of $Co_{68.15}Fe_{4.35}Si_{12.5}B_{15}$, of 125μm diameter. These compositions are chosen due the existence of a substantial literature on MI for these systems. The model provides a clear improvement in the description of the experimental data, fitting the data over a wide range of frequency with only small discrepancies.

Table de matières

Dédicace..... iv
Remerciements..... v
Résumé..... vi
Abstract..... viii
Table de matières..... x

Liste des tableaux..... xii

Liste des figures..... xiii

Introduction..... 1

Chapitre 1

Calcul de la magnétoimpédance et traitement des conditions frontières sur l'aimantation..... 6

1.1 Introduction..... 6

1.2 Aspects théoriques de base..... 10
1.2.1 Les équations d'équilibre..... 12
1.2.2 Le champ effectif..... 20

1.3 Modes de propagation..... 28

1.4 Conditions frontières sur l'aimantation..... 31

1.5 Calcul de l'impédance et comparaison avec l'expérience..... 37
1.5.1 Procédures expérimentales..... 41
1.5.2 Théorie versus expérience..... 45

1.6 Sommaire et perspectives..... 51

Chapitre 2

Modélisation de la structure magnétique des fils amorphes à base de Co..... 54

2.1 Introduction..... 54

2.2 Structure magnétique..... 58

2.2.1 Calcul de la distribution de l'aimantation..... 59

2.2.2 Deux distributions conformes à la structure noyau-coquille..... 64

2.3 Modèle à deux régions couplées..... 67

2.4 Sommaire et perspectives..... 76

Chapitre 3

Calcul de l'impédance et comparaison avec l'expérience..... 79

3.1 Introduction..... 79

3.2 Modèle des aimantations couplées appliqué au calcul de l'impédance..... 80

3.3 Sommaire et perspectives..... 95

Conclusion..... 98

Références..... 103

Annexe I : Calcul de l'aimantation statique en fonction du champ statique..... 107

Annexe II : Dérivation des conditions frontières générales de l'aimantation..... 109

Annexe III : L'équation différentielle d'Euler du fil magnétique..... 113

Annexe IV : Relation entre le couplage et la relaxation de Bloch-Bloembergen..... 117

Liste des tableaux

1.1 Constantes physiques utilisées dans les calculs..... 42

Liste des figures

1.1 Comparaison entre la théorie et l'expérience à 1 et 10 MHz..... 8

1.2 Système de coordonnées cylindriques du problème..... 22

1.3 Directions de l'aimantation statique en fonction du champ appliqué normalisé.. 27

1.4 Représentation spatiale du vecteur unitaire de l'anisotropie de surface..... 33

1.5 R/R_{dc} en fonction du champ appliqué à 10 MHz..... 39

1.6 Parties imaginaires, complémentaires aux courbes de la figure 1.5..... 40

1.7 Courbes d'aimantation du fil MXT..... 43

1.8 Comparaison entre la théorie et l'expérience du fil MXT à 1 et 10 MHz..... 46

1.9 Comparaison entre la théorie et l'expérience du fil UNITIKA à 1 et 10 MHz... 47

1.10 Directions de l'aimantation en fonction du champ..... 48

1.11 Calcul de R/R_{dc} vs H_0/H_k , à 10 MHz..... 50

2.1 Modèle de la structure magnétique interne des fils amorphes à base de Co..... 56

2.2 Solution numérique de l'équation (2.2)..... 62

2.3 Champ vectoriel cylindrique calculé à partir des distributions (2.3) et (2.4)..... 65

2.4 Système de coordonnées du modèle d'aimantation multiaxe..... 68

2.5 Angle de dispersion vs H_0 pour un système de deux aimantations couplées..... 75

3.1 δ/a vs H_0 à 1 et 10 MHz..... 82

3.2 Théorie vs expérience du fil MXT pour différentes fréquences..... 84

3.3 Théorie vs expérience du fil UNITIKA pour différentes fréquences..... 85

3.4 Influence de H_c sur l'amplitude et la forme de l'impédance à 10 MHz..... 87

3.5 Influence de $H_k^{(2)}$ sur l'amplitude et la forme de l'impédance à 10 MHz..... 88

3.6 Influence de $H_k^{(1)}$ sur l'amplitude et la forme de l'impédance à 10 MHz..... 89

3.7 Influence de α_1 sur l'amplitude et la forme de l'impédance à 10 MHz..... 89

3.8 Influence de α_2 sur l'amplitude et la forme de l'impédance à 10 MHz..... 90

3.9 Aimantation normalisée en fonction de H_0..... 92

3.10 Calcul de R et X vs fréquence..... 93

3.11 Amplitude des pics en fonction de la fréquence de résonance..... 95

Introduction

« D'abord il y a deux choses (il y a toujours deux choses)...
...ou même trois...ou peut être quatre... »

Arthur Yelon

La magnétoimpédance (MI) est un phénomène classique observé dans les conducteurs ferromagnétiques à haute perméabilité (ou doux). L'effet est caractérisé par la variation de l'impédance du matériau sous l'action d'un champ magnétique statique. La variation de la perméabilité avec le champ induit un changement de la profondeur de pénétration des champs électromagnétiques dans le conducteur, et par conséquent, de l'impédance.

Le phénomène a attiré l'attention de la communauté scientifique en 1994, lorsque Beach et Berkowitz,[1] simultanément avec Panina et Mohri,[2] ont publié des résultats expérimentaux obtenus sur des fils amorphes de CoFeSiB. La curiosité scientifique, ainsi que la possibilité d'applications technologiques dans le domaine des senseurs de champ magnétique, ont incité un grand nombre de chercheurs à entreprendre l'étude de la MI dans les années subséquentes. Expérimentalement, le phénomène a été étudié dans les matériaux suivants : fils et rubans amorphes produits par solidification rapide, couches minces produites par pulvérisation, fibres de Permalloy, fils de Fe,

microtubes électroplaqués, alliages nanocristallins. Plus récemment, les microfils recouverts d'une couche de verre, ont aussi été étudiés. Une révision exhaustive de la MI se trouve dans la référence [3].

Théoriquement, le modèle doit pouvoir décrire la variation de la perméabilité magnétique en fonction du champ statique et de la fréquence du courant d'excitation. La théorie de la résonance ferromagnétique (RFM) dans les métaux, élaborée dans les années 50 par les travaux pionniers de C. Kittel, offre la base nécessaire pour l'analyse théorique de la MI. Ceci est devenu évident après 1996 lorsque A. Yelon et al.[4] ont démontré l'équivalence formelle entre le calcul de la MI et de la RFM. Inspiré par ce travail, D. Ménard et al.[5] ont ensuite proposé un modèle pour les fils isotropes dont l'aimantation axiale est saturée par le champ statique appliqué selon l'axe du fil. L'accord entre le modèle et l'expérience s'avère adéquat dans la gamme des hyperfréquences puisque dans ces conditions le champ appliqué nécessaire pour l'observation de la RFM est nettement supérieur au champ d'anisotropie du matériau. L'aimantation se trouve donc dans ce cas, parallèle au champ. En utilisant la même approche, L. Kraus a généralisé le calcul pour les conducteurs planaires, anisotropes et non saturés, sous l'action des champs faibles,[6] ainsi que D. Ménard et A. Yelon pour les fils.[7] Nous constatons quand même, que ces modèles prévoient une amplitude de l'impédance maximale qui est plus grande que celle observée expérimentalement. L'écart entre la théorie et l'expérience, dans un fil amorphe typique à base de Co, est de 25 % à 1 MHz, et de 40 % à 10 MHz. Cette différence augmente avec la fréquence, jusqu'à ce que le champ nécessaire pour générer le pic soit supérieur au champ

d'anisotropie de l'échantillon. Ceci implique que le modèle actuel de la MI est en désaccord avec l'expérience tant et aussi longtemps que le matériau n'est pas saturé.

Pour expliquer la (ou les) raison(s) de ce désaccord, nous avons étudié en détail dans ce travail deux aspects de la modélisation de la MI. Le premier porte sur les conditions frontières de l'aimantation utilisées dans le calcul de l'impédance. Le second concerne le processus d'aimantation associé à la structure magnétique des fils amorphes riches en Co, et l'influence de celui-ci sur le calcul de la MI. Dans cette thèse, nous analysons en profondeur chacune de ces démarches.

La thèse est organisée de la façon suivante. Après avoir exposé les éléments de la théorie de la MI dans les conducteurs magnétiques cylindriques, le chapitre 1 traite particulièrement des conditions frontières sur l'aimantation dynamique d'où l'impédance du fil est calculée et comparée avec l'expérience. Nous allons déduire l'équation du moment de torsion sur l'aimantation produit par le champ effectif de surface dont les conditions frontières sont dérivées. Nous allons obtenir des conditions frontières générales allant des spins *libres*[6,7] (en absence d'anisotropie de surface), aux spins *bloqués*[8] (lorsque l'énergie de surface empêche le mouvement des spins à la surface). Il en résulte que l'écart entre la théorie et l'expérience, sur l'amplitude de l'impédance, est diminué de 10 % par rapport à celui prévu par les spins libres à la fréquence de 10 MHz. Bien qu'insuffisant pour expliquer les résultats expérimentaux, l'introduction de l'anisotropie de surface dans le calcul de la MI permet de généraliser la théorie en tenant compte d'un paramètre réel : l'énergie d'anisotropie de surface. Nous croyons que cette généralisation apporte un important gain à la théorie. La MI pourra

ainsi constituer une sonde de caractérisation de l'anisotropie de surface, une fois que les paramètres physiques du modèle, tels quels l'aimantation à la saturation, le champ d'anisotropie, la constante d'échange, le rapport gyromagnétique etc., sont obtenus avec précision par d'autres techniques de mesure.

Kraus[6] a montré que la dégradation du signal de l'impédance peut être associée entre autres, à l'effet de la dispersion de l'anisotropie. Récemment, Yelon et al.[9] ont signalé que l'existence de la non-uniformité de l'aimantation, ou fluctuation de l'aimantation (*ripple*), produite par la dispersion de l'anisotropie peut expliquer la différence entre les valeurs mesurées et calculées de l'amplitude du pic de la MI aux faibles champs. Dans le chapitre 2, la structure magnétique interne des fils amorphes riches en Co est analysée. Celle-ci nous a motivés au développement d'un modèle de la structure magnétique du fil caractérisée par un système de magnétisation multiaxial couplé. Dans ce système, la dispersion est représentée par l'angle de séparation entre les aimantations. Nous concluons le chapitre par le calcul de l'angle de dispersion en fonction du champ magnétique appliqué pour un système constitué de deux régions d'axes faciles distincts.

Dans le chapitre 3, nous allons inclure le modèle multiaxe dans le calcul de la MI. Ensuite, la théorie est comparée avec les mesures expérimentales de MI sur un fil de CoFeSiB. L'accord entre la théorie et l'expérience est nettement amélioré par rapport aux résultats des modèles précédents.

Les trois premières annexes sont dédiées au développement détaillé des certains aspects de la théorie discutés dans le texte. Dans l'annexe 4, le champ de couplage du

nouveau modèle proposé est associé au mécanisme d'amortissement de Bloch-Bloembergen, permettant d'établir une équivalence entre ces deux sources possibles de dégradation du signal.

Chapitre 1

Calcul de la magnétoimpédance et traitement des conditions frontières sur l'aimantation

1.1 Introduction

Lorsqu'une tension alternative est appliquée entre les extrémités d'un conducteur, il y a propagation de champs électromagnétiques dans la région du matériau qui est définie par la profondeur de pénétration. Celle-ci, si l'on se reporte à la définition de l'effet de peau, dépend de la fréquence et de la conductivité du conducteur. Si le conducteur est un matériau magnétique, la profondeur de pénétration dépendra aussi de la perméabilité du matériau. Dans ces conditions, lorsque l'échantillon est soumis à

l'action d'un champ magnétique statique, la variation de la perméabilité est responsable de la variation de la profondeur de pénétration et en conséquence, de l'impédance.

Bien qu'il s'agisse d'un effet connu depuis longtemps, le terme *magnétoimpédance géante*, MIG, a vu le jour seulement en 1994, lorsque l'on a observé pour la première fois des variations de quelques dizaines de % de l'impédance en fonction du champ, dans les fils amorphes à base de Co.[1,2] Récemment, des variations pouvant aller jusqu'à 600 % ont été obtenues dans les fibres de CoFeSiB recouvertes d'une couche de verre, à la suite d'un judicieux choix de composition et de traitement thermique.[10] Évidemment, un tel effet, qui permet d'obtenir la variation d'un paramètre électrique lors d'une excitation magnétique, présente un intérêt technologique important.[3,11] Néanmoins, la magnétoimpédance, MI, est un phénomène physique en soi, responsable d'une série de problèmes scientifiques intrigants. Par exemple, l'effet s'avère un puissant outil de caractérisation des propriétés magnétiques des matériaux.[12,13] Cependant, pour que cela soit pleinement concevable, il faut une théorie qui soit capable de reproduire les résultats expérimentaux sur la plus large gamme de fréquences et de champs possibles. D'après la figure 1.1, le modèle actuel de la MI ne concorde pas avec l'expérience dans la gamme de champs et fréquences montrées. La théorie prévoît une amplitude maximale de l'impédance supérieure à celle observée par l'expérience. Contrairement à la magnétorésistance, la MI est un phénomène de magnétotransport classique. La compréhension de cet effet demande une connaissance des propriétés micromagnétiques des matériaux magnétiques doux et du comportement dynamique de l'aimantation dans ces systèmes.

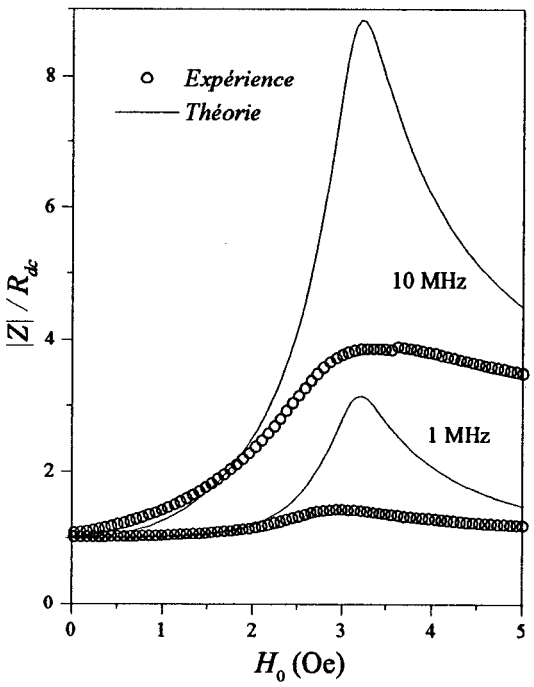

FIG. 1.1. Comparaison du calcul (ligne pleine) de la magnétoimpédance avec l'expérience (cercles), obtenues aux fréquences du courant alternatif de 1 et 10 MHz, dans un fil amorphe à base de Co. Le champ statique, H_0, a été appliqué selon l'axe du fil. L'expérience est discutée dans la section 1.5.1. Les conditions frontières utilisées dans le calcul sont celles de spins libres (voir section 1.4).

La modélisation de la MI dans un métal magnétique peut être divisée en deux étapes. La première consiste à établir la configuration magnétique de l'échantillon en fonction du champ magnétique statique appliqué. Ceci pose un défi, car nous devons évoquer toutes les structures magnétiques internes de l'échantillon qui sont possibles, à l'aide des courbes d'aimantation. Ensuite, nous procédons à la description mathématique de la structure imaginée, qui est basée sur la minimisation de l'énergie libre du système. Le cas le plus simple est évidemment lorsque le matériau est saturé ; l'aimantation totale

est représentée par un seul vecteur, aligné avec la direction du champ. Dans cette circonstance (qui n'est pas du tout la même que celle de la figure 1.1), le modèle de la MI produit un excellent accord avec l'expérience.[5] Dans cette thèse, nous allons étudier le cas où l'aimantation d'un fil magnétique anisotrope n'est pas saturée. La deuxième étape de la modélisation de la MI consiste au calcul de la réponse dynamique de l'aimantation de l'échantillon, causée par le champ magnétique alternatif induit par le courant alternatif.

Dans ce chapitre, nous allons définir l'énergie d'anisotropie de surface. Ensuite, nous allons analyser son effet sur les conditions frontières utilisées dans le calcul de la magnétoimpédance. L'énergie de surface est considérée comme étant un mécanisme responsable du blocage de l'aimantation qui produit la diminution du pic de l'impédance observée dans la figure 1.1. Cette discussion sera effectuée à la fin du chapitre, après que la base théorique de la magnétoimpédance aura été exposée. Certains détails du calcul seront omis, sans pour autant affecter l'enchaînement logique des idées qui constituent le modèle. Certains éléments de la théorie, développés dans ce chapitre, nous seront également utiles dans les prochains chapitres où nous allons effectuer d'autres modifications au modèle.

Ce chapitre est constitué de quatre autres sections, dont la séquence qui nous est apparue la plus logique est la suivante. Dans la section 1.2, la configuration de l'aimantation statique du fil en fonction du champ appliqué est déduite. Pour ce faire, nous devons d'abord trouver l'énergie totale qui caractérise le système magnétique afin d'obtenir le champ effectif, $\mathbf{H}_{eff}$, qui représente les champs présents dans le matériau.

Dans la section 1.3, $\mathbf{H}_{eff}$ est utilisé dans l'équation du mouvement de l'aimantation, dont la solution simultanée avec les équations différentielles de Maxwell, nous permet de déduire les ondes électromagnétiques qui se propagent dans le matériau. Dans la section 1.4, les conditions frontières seront développées à partir du champ effectif de surface, $\mathbf{H}_{eff}^{s}$, lui aussi déduit dans la section 1.2, à partir de la minimisation de l'énergie totale du système. Finalement, dans la section 1.5, les ondes électromagnétiques, obtenues à la fin de la section 1.3, seront utilisées pour satisfaire les conditions frontières, permettant ainsi d'obtenir l'impédance du fil et de comparer les résultats avec l'expérience.

1.2 Aspects théoriques de base

« *Whatever you cannot understand,*
you cannot possess. »

Goethe

Dans cette section, nous allons analyser les énergies présentes dans un matériau magnétique anisotrope non-saturé. L'énergie totale définit la structure magnétique du matériau et détermine la façon dont la structure magnétique réagit à l'application du champ magnétique. Il existe plusieurs contributions à la densité d'énergie potentielle magnétique qui peuvent influencer la direction de l'aimantation dans un matériau

ferromagnétique. Nous allons considérer la contribution des énergies suivantes: (a) énergie magnétique du matériau sous l'action du champ externe, ou Zeeman, ou magnétostatique, (b) énergie d'échange, (c) énergie d'anisotropie, (d) énergie produite par l'énergie propre (« self ») du matériau, associée à sa forme (d'origine magnétostatique) et (e) énergie magnétoélastique qui est connectée avec la magnétostriction et qui dépend de l'état des contraintes mécaniques du matériau. Il est important d'observer que, dans un matériau amorphe, où il y a l'absence de l'ordre cristalline, l'énergie d'anisotropie uniaxiale n'est qu'une représentation des effets des énergies magnétoélastique et magnétostatique (associée au facteur démagnétisant). Une troisième source d'anisotropie présente dans les matériaux amorphes est celle d'origine structurelle produite par l'orientation à courte distance de paires atomiques (e.g. paires de Fe-Ni). La distribution des énergies mentionnées est responsable de la structure magnétique des matériaux amorphes.[14] Dans cette thèse, seulement les deux premières sources d'anisotropies seront considérées.

Le concept d'anisotropie uniaxiale est utilisé par le modèle de rotation cohérente de Stoner-Wohlfarth[15] qui permet de calculer l'aimantation du matériau en fonction du champ appliqué et de la comparer avec la courbe expérimentale. Ceci permet d'identifier la direction de l'axe d'aimantation facile, ce qui donne la direction préférentielle des spins. Une description qualitative de la structure magnétique peut ainsi être construite.

1.2.1 Les équations d'équilibre

Nous allons effectuer le calcul de minimisation de l'énergie totale, G, qui caractérise le matériau magnétique. Ce calcul nous permettra de trouver l'état d'équilibre de l'aimantation, et de dériver dans la section 1.4, les expressions des conditions frontières qui seront utilisées dans le modèle de la MI, dans la section 1.5. Nous allons utiliser la méthode variationelle pour la minimisation de G, analogue à celle utilisée dans la dérivation des équations micromagnétiques de Brown.[16] Le calcul considère que l'aimantation totale, $\mathbf{M}$, varie à chaque point du matériau d'une quantité $\mathbf{M} \Rightarrow \mathbf{M} + \delta\mathbf{M}$. Dans le problème de la magnétoimpédance, $\mathbf{M}$ est constituée d'une partie statique, et d'une partie dynamique [voir équation (1.18)], supposées dépendantes seulement de la variable radiale (le système de coordonnées cylindriques est utilisé). Nous allons étudier dans la section 2 le modèle de la structure magnétique des fils magnétiques amorphes à base de Co. Dans ce modèle, la partie statique de $\mathbf{M}$ est supposée avoir la composante radiale nulle (symétrie axiale et circonférencielle), tandis que la partie dynamique, représentant les modes de propagation cylindriques (discutés dans la section 1.3), a ses trois composantes non-nulles. Il suffit pour l'instant de représenter le vecteur $\mathbf{M}$ par

$$\mathbf{M}(r) = M_s \mathbf{v}(r), \tag{1.1}$$

où M_s est l'aimantation à la saturation du matériau (mesurée en A/m dans le système international MKSA), et $\mathbf{v}(r) = \alpha_r(r)\mathbf{n}_r + \alpha_\varphi(r)\mathbf{n}_\varphi + \alpha_z(r)\mathbf{n}_z$ est le vecteur unitaire, avec $\alpha_r^2 + \alpha_\varphi^2 + \alpha_z^2 = 1$ (la dépendance en r ne sera désormais plus écrite pour ne pas alourdir le texte). α_r, α_φ et α_z sont les cosinus directeurs de $\mathbf{M}$. Dans la prochaine section, les composantes statique et dynamique de $\mathbf{M}$ sont utilisées pour trouver les champs effectifs du matériau.

L'énergie totale, G, est donné par l'intégrale dans le volume de la densité d'énergie totale, qui est constituée de la somme des densités d'énergies suivantes. La densité d'énergie d'échange, w_{ex}, en coordonnées cylindriques, s'écrit[17]

$$w_{ex} = A\left[\left(\frac{\partial \alpha_r}{\partial r}\right)^2 + \left(\frac{\partial \alpha_\varphi}{\partial r}\right)^2 + \left(\frac{\partial \alpha_z}{\partial r}\right)^2 + \frac{1}{r^2}\left(\alpha_r^2 + \alpha_\varphi^2\right)\right], \tag{1.2}$$

où A est la constante d'échange, mesurée en J/m.

La densité d'énergie d'anisotropie, w_a, est donnée par

$$w_a = -\frac{K_u}{M_s^2}\left(\mathbf{M}\cdot\mathbf{n}_k\right)^2, \tag{1.3}$$

où K_u est la constante d'anisotropie uniaxiale (mesurée en J/m^3), et $\mathbf{n}_k$ est la direction de l'axe facile.

La densité d'énergie magnétoélastique, w_{me},

$$w_{me} = -\frac{3}{2}\frac{\lambda_s \sigma_s}{M_s^{\,2}}\left(\mathbf{M}\cdot\mathbf{n}_\sigma\right)^2, \tag{1.4}$$

représente l'interaction entre l'aimantation et la contrainte mécanique, $\boldsymbol{\sigma}_s = \sigma_s \mathbf{n}_\sigma$, ou *stress* (mesurée en Pa, ou J/m^3). Une tension (compression) est caractérisée par $\sigma_s > 0$ ($\sigma_s < 0$). Dans l'équation (1.4), λ_s est la constante de magnétostriction (adimensionelle). Les matériaux magnétiques étudiés dans cette thèse sont constitués d'environ 80% de Co, ce qui est caractérisé par un λ_s négatif et légèrement différent de zéro.[18]

La densité d'énergie magnétostatique produite par le champ appliqué sur l'aimantation, w_0, s'écrit

$$w_0 = -\mu_0 \mathbf{M}\cdot\mathbf{H}, \tag{1.5}$$

où μ_0 est la perméabilité du vide, et $\mathbf{H}$, le champ magnétique. L'énergie magnétostatique, w_{ms}, pour la cas d'un ellipsoïde d'aimantation uniforme selon un de ses axes principaux, est donnée par

$$w_{ms} = -\tfrac{1}{2}\mu_0 \mathbf{M}\cdot\mathbf{H}_d, \tag{1.6}$$

où $\mathbf{H}_d = -N_d\mathbf{M}$, est le champ de désaimantation et N_d, le facteur de désaimantation (qui dépend de la géométrie de l'échantillon). Pour un cylindre de diamètre donné, N_d décroît très rapidement avec la longueur de l'échantillon. Nous allons voir plus tard que, typiquement, pour les mesures décrites dans cette thèse, les échantillons courts d'une longueur de 4mm, produisant $H_d \cong 240$ A/m (3 Oe), sont utilisés dans des expériences de résonance micro-ondes où le champ de résonance est de l'ordre de 8×10^3 A/m (100 Oe) ou plus. D'autre part, les mesures aux basses fréquences, où le pic d'impédance apparaît pour un champ de l'ordre du champ d'anisotropie ($\cong$ 240A/m), sont réalisées sur des fils de longueur de l'ordre de 20mm, qui produisent $H_d \cong 16$A/m. Nous allons cependant considérer la contribution de cette énergie de manière à garder la généralité du modèle.

La densité d'énergie d'anisotropie de surface, w_s, est donnée par[19]

$$w_s = \frac{K_s}{M_s^2}\left(\mathbf{M}\cdot\mathbf{n}_s\right)^2 \quad , \tag{1.7}$$

où K_s est la constante d'anisotropie de surface, en J/m^2, et $\mathbf{n}_s$ est le vecteur unitaire qui donne la direction de l'axe facile de cette anisotropie. w_s peut être produite par le fait que les spins qui sont à la surface du matériau, dans un environnement différent de celui du volume, n'ont pas de spins voisins adjacents d'un coté. Ainsi, l'anisotropie de surface peut bloquer partiellement ou complètement les spins à la surface. D'autres mécanismes,

comme la différence entre l'aimantation à la surface et dans le volume (causée par la rugosité de la surface, l'oxydation, l'existence d'une couche surfacique ferri- ou anti-ferromagnétique, etc.), l'anisotropie provoquée par tension mécanique, l'anisotropie cristalline, etc., peuvent également entraîner le blocage des moments à la surface.

L'intégrale dans le volume de la somme des densités (1.2) – (1.6), additionnée à l'intégrale de surface de (1.7) permettent d'écrire l'équation de l'énergie G,

$$\begin{aligned} G = \int \Bigg\{ & A\left[\left(\frac{\partial \alpha_r}{\partial r}\right)^2 + \left(\frac{\partial \alpha_\varphi}{\partial r}\right)^2 + \left(\frac{\partial \alpha_z}{\partial r}\right)^2 + \frac{1}{r^2}\left(\alpha_r^2 + \alpha_\varphi^2\right)\right] \\ & - \frac{K_u}{M_s^2}\left(\mathbf{M}\cdot\mathbf{n}_k\right)^2 - \frac{\frac{3}{2}\lambda_s\sigma_s}{M_s^2}\left(\mathbf{M}\cdot\mathbf{n}_\sigma\right)^2 \\ & + \tfrac{1}{2}\mu_0 N_d \mathbf{M}^2 - \mu_0 \mathbf{M}\cdot\mathbf{H}\Bigg\} d\tau \\ & + \int \frac{K_s}{M_s^2}\left(\mathbf{M}\cdot\mathbf{n}_s\right)^2 dS, \end{aligned} \tag{1.8}$$

où $d\tau$ est l'élément de volume, dS est l'élément de surface. G peut être déterminée si l'aimantation $\mathbf{M}$ est connue. Le problème consiste à déterminer $\mathbf{M}$ qui minimise cette énergie. L'approche variationnelle utilise le fait que la variation δG résulte en une petite variation de l'aimantation, $\delta\mathbf{M}(r) = M_s \delta\mathbf{v}(r)$, où $|\mathbf{v}(r)| = 1$. L'équation (1.8) produit

$$\delta G = \int \Bigg\{ 2A \left[\left(\frac{\partial \alpha_r}{\partial r} \right) \frac{\partial}{\partial r} \delta\alpha_r + \left(\frac{\partial \alpha_\varphi}{\partial r} \right) \frac{\partial}{\partial r} \delta\alpha_\varphi + \left(\frac{\partial \alpha_z}{\partial r} \right) \frac{\partial}{\partial r} \delta\alpha_z + \frac{1}{r^2} \left(\alpha_r \delta\alpha_r + \alpha_\varphi \delta\alpha_\varphi \right) \right]$$
$$- \mu_0 \left[H_k \left(\mathbf{M} \cdot \mathbf{n}_k \right) \mathbf{n}_k + H_\sigma \left(\mathbf{M} \cdot \mathbf{n}_\sigma \right) \mathbf{n}_\sigma + M_s \left(\mathbf{H} - \mathbf{H}_d \right) \right] \cdot \delta \mathbf{v} \Bigg\} d\tau$$
$$+ \mu_0 \int H_s \left(\mathbf{M} \cdot \mathbf{n}_s \right) \mathbf{n}_s \cdot \delta \mathbf{v} dS,$$

(1.9)

où $H_k = 2K_u / (\mu_0 M_s)$, $H_\sigma = 3\lambda_s \sigma_s / (\mu_0 M_s)$, et $H_s = 2K_s / (\mu_0 M_s)$. Il est intéressant de noter que H_s n'a pas la dimension de champ, mais de champ × longueur, car K_s est mesuré en J/m^2, et non en J/m^2. En utilisant le fait que les trois premiers termes de l'intégrale d'échange de (1.9) sont équivalents à $\left(\frac{\partial \alpha_i}{\partial r} \right) \frac{\partial}{\partial r} \delta\alpha_i = \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{\partial \alpha_i}{\partial r} \delta\alpha_i \right) - \delta\alpha_i \frac{\partial^2 \alpha_i}{\partial r^2}$, l'équation (1.9) se transforme dans

$$\delta G = \int \Bigg\{ -2A \left[\left(\frac{\partial^2 \alpha_r}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \alpha_r}{\partial r} - \frac{\alpha_r}{r^2} \right) \delta\alpha_r + \left(\frac{\partial^2 \alpha_\varphi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \alpha_\varphi}{\partial r} - \frac{\alpha_\varphi}{r^2} \right) \delta\alpha_\varphi + \left(\frac{\partial^2 \alpha_z}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \alpha_z}{\partial r} \right) \delta\alpha_z \right]$$
$$+ 2A \left[\left(\frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r} \right) \left(\frac{\partial \alpha_r}{\partial r} \delta\alpha_r + \frac{\partial \alpha_\varphi}{\partial r} \delta\alpha_\varphi + \frac{\partial \alpha_z}{\partial r} \delta\alpha_z \right) \right]$$
$$- \mu_0 \left[H_k \left(\mathbf{M} \cdot \mathbf{n}_k \right) \mathbf{n}_k + H_\sigma \left(\mathbf{M} \cdot \mathbf{n}_\sigma \right) \mathbf{n}_\sigma + M_s \left(\mathbf{H} - \mathbf{H}_d \right) \right] \cdot \delta \mathbf{v} \Bigg\} d\tau$$
$$+ \mu_0 \int H_s \left(\mathbf{M} \cdot \mathbf{n}_s \right) \mathbf{n}_s \cdot \delta \mathbf{v} dS.$$

(1.10)

Les trois premiers termes en parenthèses de l'intégrale d'échange de (1.10) correspondent aux trois composantes du Laplacien vectoriel en coordonnées cylindriques pour un champ indépendant des coordonnées z et φ.[20] L'intégrale de volume de (1.10) qui contient le terme multiplié par $+2A$ est transformée dans une intégrale de surface (en intégrant dans le rayon, et en considérant seulement les variations $\delta\mathbf{v}$ du premier ordre), ce qui nous permet d'écrire

$$\delta G_L = \mu_0 M_s \left[-\int \mathbf{H}_{eff} \cdot \delta\mathbf{v} d\tau + \int \mathbf{H}^s_{eff} \cdot \delta\mathbf{v} dS \right], \tag{1.11}$$

où

$$\mathbf{H}_{eff} = d_{ex}^2 \nabla^2 \mathbf{M} + H_k \left(\mathbf{M}/M_s \cdot \mathbf{n}_k\right)\mathbf{n}_k + H_\sigma \left(\mathbf{M}/M_s \cdot \mathbf{n}_\sigma\right)\mathbf{n}_\sigma + \left(\mathbf{H} - \mathbf{H}_d\right), \tag{1.12}$$

et

$$\mathbf{H}^s_{eff} = d_{ex}^2 \left(\frac{\partial \mathbf{M}}{\partial r} + \frac{\mathbf{M}}{r} \right) + H_s \left(\mathbf{M} \cdot \mathbf{n}_s\right)\mathbf{n}_s . \tag{1.13}$$

Dans (1.12) et (1.13), $d_{ex} = \sqrt{2A/\left(\mu_0 M_s^2\right)}$ est la longueur d'échange. L'équation (1.12) est l'expression du *champ effectif*, qui représente la somme des champs présents dans le matériau, ou plus rigoureusement, $\mathbf{H}_{eff}$ est définit comme étant le champ qui fixe l'aimantation locale à sa direction locale.[21] D'après (1.8) et (1.12), le champ effectif peut être obtenu avec $\mathbf{H}_{eff} = -1/\mu_0 \, \partial G/\partial \mathbf{M}$. L'équation (1.13) est l'expression du champ effectif de surface, analogue à $\mathbf{H}_{eff}$.

Pour trouver l'équilibre, il est nécessaire que la variation δG s'annule lors de la variation $\delta\mathbf{M}$, consistante avec la contrainte $\mathbf{M}\cdot\delta\mathbf{M}=0$. Cette contrainte peut être imposée de la façon suivante.[22] Nous définissons $\delta\mathbf{M}=\delta\boldsymbol{\theta}\times\mathbf{M}$, ce qui équivaut à $\delta\mathbf{v}=\delta\boldsymbol{\theta}\times\mathbf{v}$, où $\delta\boldsymbol{\theta}$ représente un vecteur élémentaire arbitraire. De cette façon, $\delta\mathbf{v}$ décrit la rotation de $\mathbf{M}$ d'un angle (petit) $|\delta\boldsymbol{\theta}|$, autour d'un axe de même direction que $\delta\boldsymbol{\theta}$. En substituant ce résultat dans (1.11), et en utilisant l'identité $\mathbf{a}\cdot(\mathbf{b}\times\mathbf{c})=(\mathbf{a}\times\mathbf{b})\cdot\mathbf{c}$, nous trouvons

$$\delta G=\mu_0 M_s\left[-\int(\mathbf{v}\times\mathbf{H}_{eff})\cdot\delta\boldsymbol{\theta}\,d\tau+\int(\mathbf{v}\times\mathbf{H}^s_{eff})\cdot\delta\boldsymbol{\theta}\,dS\right] \tag{1.14}$$

Pour que le système atteigne l'équilibre, δG_L doit s'annuler lors d'une variation $\delta\mathbf{v}$, ce qui implique que $\mathbf{v}\times\mathbf{H}_{eff}=0$ à chaque point dans τ et $\mathbf{v}\times\mathbf{H}^s_{eff}=0$ à chaque point dans S.[16] Ces deux derniers résultats nous permettent d'obtenir

$$\mathbf{M}\times\mathbf{H}_{eff}=0, \tag{1.15}$$

et

$$\mathbf{M}\times\mathbf{H}^s_{eff}=0, \tag{1.16}$$

où nous avons utilisé (1.1) pour écrire $\mathbf{v}$ en termes de $\mathbf{M}$ dans (1.15) et (1.16). D'après (1.15), le moment de torsion produit par $\mathbf{H}_{eff}$ sur $\mathbf{M}$, est zéro en chaque point dans le

matériau, tandis que d'après (1.16), le moment de torsion produit par $\mathbf{H}_{eff}^{s}$ sur $\mathbf{M}$ est zéro en chaque point de la surface. D'après les équations d'équilibre (1.15) et (1.16), les vecteurs effectifs doivent être parallèles à l'aimantation. Si $\mathbf{H}_{eff}$ est décomposé selon les composantes parallèle et perpendiculaire à $\mathbf{M}$, $\mathbf{H}_{eff} = \mathbf{H}_{\mathrm{P}} + \mathbf{H}_{\perp}$, la condition de stabilité de (1.15) est équivalente à $\mathbf{H}_{\perp} = 0$.

1.2.2 Le champ effectif

Nous sommes intéressé dans cette thèse au cas d'un fil conducteur magnétique qui subi l'action d'un champ magnétique statique, $\mathbf{H}_0$, en même temps qu'un champ dynamique, $\mathbf{h}(r,t)$. $\mathbf{H}_0$ est *toujours* appliqué parallèlement à l'axe du fil, selon la direction $\mathbf{n}_z$, $\mathbf{H}_0 = H_0\mathbf{n}_z$, figure 1.2 (*a*). Le champ $\mathbf{h}(r,t)$ peut être produit par un courant alternatif qui traverse l'échantillon, ce qui est physiquement équivalent au champ induit par une onde électromagnétique envoyée à l'échantillon,[4] comme dans le cas, par exemple, d'une expérience de résonance ferromagnétique. La dépendance radiale de $\mathbf{h}$ est dû au fait que, dans un conducteur, l'amplitude des champs dynamiques décroît à mesure qu'ils pénètrent dans le matériau à cause de l'effet de peau. Le champ total s'écrit

$$\mathbf{H} = \mathbf{H}_0 + \mathbf{h}. \tag{1.17}$$

De même, l'aimantation totale de l'échantillon, $\mathbf{M}$, définie dans l'équation (1.1), est composée d'une composante statique, $\mathbf{M}_0$, et d'une composante dynamique, $\mathbf{m}$ [figure 1.2 (*b*)]; soit

$$\mathbf{M} = \mathbf{M}_0 + \mathbf{m}, \tag{1.18}$$

où $\mathbf{M}_0 = M_s \mathbf{n}_M$, et $\mathbf{n}_M$ est le vecteur unitaire dans le plan $\varphi - z$, avec $\mathbf{n}_M \cdot \mathbf{n}_z = \cos\theta$, et $\mathbf{n}_M \cdot \mathbf{n}_\varphi = \sin\theta$, figure 1.2 (*a*). Pour désigner les champs vectoriels, la notation suivante a été adoptée: les vecteurs champs dynamiques sont notés en minuscules, et les champs statiques, sans dépendance temporelle, en majuscules. Les trois composantes de chacun des champs dynamiques $\mathbf{h}$ et $\mathbf{m}$, ont des dépendances radiales, car ils représentent des ondes qui se propagent dans le matériau.

Les équations (1.17) et (1.18) sont substituées dans (1.12), ce qui nous permet de trouver les composantes statique, $\mathbf{H}_{eff\,0}$, et dynamique, $\mathbf{h}_{eff}$, du champ effectif, où

$$\begin{aligned} \mathbf{H}_{eff} &= \mathbf{H}_{eff\,0} + \mathbf{h}_{eff} = \\ &= \mathbf{H}_0 + \mathbf{h} - \mathbf{H}_d + (\mathbf{H}_a + \mathbf{h}_a) + (\mathbf{H}_\sigma + \mathbf{h}_\sigma) + \mathbf{h}_{ex}. \end{aligned} \tag{1.19}$$

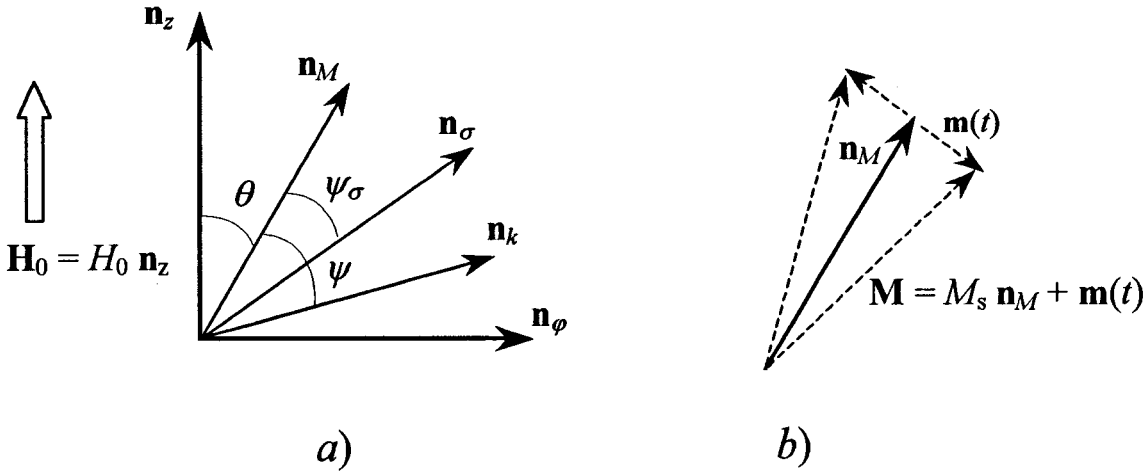

FIG. 1.2. Système de coordonnées cylindriques du problème. *a*) Vecteurs unitaires d'aimantation statique, $\mathbf{n}_M$, d' application de la contrainte mécanique, $\mathbf{n}_\sigma$ et d'anisotropie uniaxiale, $\mathbf{n}_k$, représentés dans le plan $\varphi - z$. Le champ statique, $\mathbf{H}_0$, est appliqué parallèlement à la direction $\mathbf{n}_z$ (direction de l'axe du fil). Les angles θ, ψ et ψ_σ sont définis dans le texte. *b*) Détail de l'aimantation totale, composée de la somme des champ statique et dynamique, $\mathbf{m}$. Nous utilisons l'approximation des petits signaux, où $|\mathbf{m}| << M_s$ et $\mathbf{n}_M \cdot \mathbf{m} \cong 0$ (voir section 1.3).

Nous allons, ci-dessous, développer chacun des champs de (1.19). Si la composante statique de $\mathbf{M}$, dans l'équation (1.18), est considérée uniforme, sans dépendance spatiale (dans le chapitre 2, où nous allons analyser la structure magnétique des fils et les différentes distributions de l'aimantation dans le matériau, nous allons considérer $\mathbf{M}_0$ comme étant dépendante du rayon), le champ du à l'échange de (1.12) s'écrit

$$\mathbf{h}_{ex} = d_{ex}^2 \nabla^2 \mathbf{m} . \tag{1.20}$$

Les composantes statique, $\mathbf{H}_a$, et dynamique, $\mathbf{h}_a$, du champ d'anisotropie de (1.12) sont données par

$$\mathbf{H}_a = M_s \eta_k \left(\mathbf{n}_M \cdot \mathbf{n}_k\right) \cdot \mathbf{n}_k = M_s \eta_k \cos\psi \mathbf{n}_k , \tag{1.21a}$$

et

$$\mathbf{h}_a = \eta_k \left(\mathbf{m} \cdot \mathbf{n}_k\right) \cdot \mathbf{n}_k = \eta_k \left|\mathbf{m}\right| \sin\psi \mathbf{n}_k , \tag{1.21b}$$

où $\eta_k = H_k / M_s$, et ψ est l'angle entre $\mathbf{n}_k$ et $\mathbf{n}_M$, figure 1.2 (*a*). Les champs dus à l'anisotropie magnétoélastique de (1.12) sont

$$\mathbf{H}_\sigma = M_s \eta_\sigma \left(\mathbf{n}_M \cdot \mathbf{n}_\sigma\right) \cdot \mathbf{n}_\sigma = M_s \eta_\sigma \cos\psi_\sigma \mathbf{n}_\sigma , \tag{1.22a}$$

et

$$\mathbf{h}_\sigma = \eta_\sigma \left(\mathbf{m} \cdot \mathbf{n}_\sigma\right) \cdot \mathbf{n}_\sigma = \eta_\sigma \left|\mathbf{m}\right| \sin\psi_\sigma \mathbf{n}_\sigma , \tag{1.22b}$$

où $\eta_\sigma = H_\sigma / M_s$, et ψ_σ est l'angle entre $\mathbf{n}_\sigma$ et $\mathbf{n}_M$, figure 1.2 (*a*). Les composantes du champ $\mathbf{H}$ de (1.12) sont données par (1.17). Les champs $\mathbf{H}_0$, $\mathbf{H}_d$, en plus des champs donnés par (1.21*a*) et (1.22*a*), forment $\mathbf{H}_{eff\,0}$,

$$\mathbf{H}_{eff0} = \mathbf{H}_a + \mathbf{H}_\sigma + \mathbf{H}_0 - \mathbf{H}_d, \tag{1.23}$$

tandis que $\mathbf{h}_{eff}$ est

$$\mathbf{h}_{eff} = \mathbf{h}_{ex} + \mathbf{h}_a + \mathbf{h}_\sigma + \mathbf{h}, \tag{1.24}$$

où $\mathbf{h}_{ex}$, $\mathbf{h}_a$, et $\mathbf{h}_\sigma$ sont donnés par (1.20), (1.21*b*), et (1.22*b*).

À l'équilibre statique, l'aimantation $\mathbf{M}_0$ est, par définition, parallèle au champ statique interne, car l'énergie magnétique est minimale lorsque le vecteur aimantation et le champ interne sont alignés dans tout le volume du matériau. Autrement dit, le moment de torsion produit par $\mathbf{H}_{eff0}$ sur $\mathbf{M}_0$, dans (1.15), doit s'annuler, soit

$$\mathbf{M}_0 \times \mathbf{H}_{eff0} = 0. \tag{1.25}$$

En utilisant (1.21*a*), (1.22*a*) et (1.23) dans (1.25), nous obtenons

$$\mathbf{n}_M \times \left[(\eta_0 - \eta_d)\mathbf{n}_z + \eta_\sigma \cos\psi_\sigma \mathbf{n}_\sigma + \eta_k \cos\psi \mathbf{n}_k \right] = 0, \tag{1.26}$$

où $\eta_0 = H_0/M_s$, et $\eta_d = H_d/M_s$. L'équation (1.26) donne

$$(\eta_0 - \eta_d)\sin\theta - \eta_\sigma \sin\psi_\sigma \cos\psi_\sigma - \eta_k \sin\psi \cos\psi = 0. \tag{1.27}$$

L'équation (1.27) représente l'équation de l'équilibre du modèle de Stoner-Wohlfarth de rotation cohérente de l'aimantation. Rappelons que l'obtention de (1.27) a été possible à partir de l'hypothèse que $\mathbf{M}_0$ est un vecteur uniforme, de magnitude fixe (seulement sa direction est variable), ce qui nous a permis d'éliminer le terme dû à l'échange (sur $\mathbf{M}_0$) de (1.12). Le principal avantage de ce modèle est la simplicité avec laquelle nous pouvons calculer les courbes d'aimantation et les comparer avec l'expérience, permettant ainsi d'étudier l'influence des différentes anisotropies sur l'aimantation. Dans le chapitre 2, nous allons analyser deux cas où $\mathbf{M}_0$ est dépendant du rayon du fil. De ce fait, une contribution statique de l'échange s'ajoutera à celui provoqué par $\mathbf{m}$.

La solution de (1.27) pour un H_d, un H_k, une direction de l'axe facile $(\theta+\psi)$, un H_σ et une direction de l'application de la tension, $(\theta+\psi_\sigma)$, donnés, nous permet de trouver la composante de l'aimantation dans la direction du champ statique externe en fonction de ce dernier, $M_z/M_s=\cos\theta$. L'équation (1.27) peut être écrite sous la forme d'une équation du 4$^{\text{ième}}$ degré en termes de $\cos\theta$, dont la solution numérique pour chaque H_0 peut être trouvée facilement. Les coefficients de cette équation sont donnés dans l'annexe 1. La figure 1.3 montre $\cos\theta$ en fonction de H_0 pour différentes tensions appliquées (différentes valeurs de H_σ), d'après les solution de (1.27) pour chaque valeur de H_0. Nous avons utilisé : $H_d=0$, $H_k=240$ A/m (3 Oe) et $\theta+\psi=89°$. De plus, nous admettons l'existence d'une tension appliquée sur un matériau à

magnétostriction négative, i.e., $\sigma_s\lambda_s<0$. La direction de l'application de $\boldsymbol{\sigma}_s$ est parallèle à l'axe du fil, $\theta+\psi_\sigma=0$. D'après la fig. 1.3, l'augmentation de la tension augmente le champ nécessaire pour saturer le matériau. Il est facile de montrer[23] que l'effet dû à l'application de la tension peut être interprété comme une anisotropie induite, pourvu qu'on définisse une anisotropie effective égale à $K_u-\frac{3}{2}\lambda_s\sigma_s$, ou, en termes du champ d'anisotropie effective, H_k^{eff},

$$H_k^{eff}=\frac{2K_u-3\lambda_s\sigma_s}{\mu_0 M_s}=H_k-H_\sigma, \tag{1.28}$$

valable dans le cas où $\mathbf{n}_k$ est perpendiculaire à $\mathbf{n}_z$, et $\mathbf{n}_\sigma$ est parallèle à $\mathbf{n}_z$. Comme nous le constatons dans la fig. 1.3, et également dans l'expérience,[24] si $\sigma_s\lambda_s<0$ alors l'effet sera de déplacer le champ nécessaire pour saturer le matériau d'une magnitude qui est proportionnelle à la valeur de la tension appliquée.

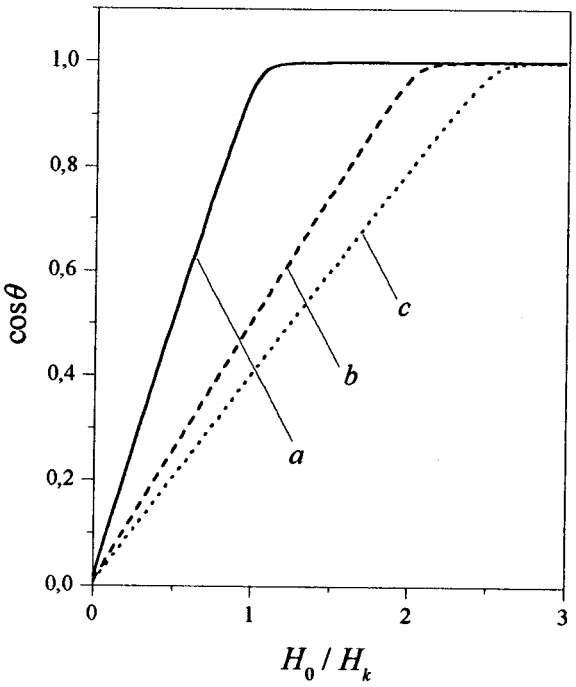

FIG. 1.3. Directions de l'aimantation statique en fonction du champ appliqué normalisé par le champ d'anisotropie, $H_k = 240$ A/m (3 Oe). La direction de l'axe facile est décalée d'un angle de 1° par rapport à la direction circonférencielle, $\theta + \psi = 89°$ (voir figure 1.2*a*). La figure montre aussi l'effet de l'application de la tension parallèle à l'axe du fil, $\theta + \psi_\sigma = 0$, de magnétostriction négative. Dans *a*), la magnitude de la tension est $H_\sigma = 0$; dans *b*) $H_\sigma = -H_k$; dans *c*) $H_\sigma = -\frac{3}{2} H_k$. L'application de la tension augmente le champ nécessaire pour saturer la matériau d'une valeur donnée par l'équation (1.28). Les courbes sont les résultats de la solution de l'équation (A1.3), développée dans l'annexe 1. L'aimantation est considérée uniforme.

En terminant cette section, nous allons obtenir le champ effectif réduit, η, qui nous sera utile plus tard. ηM_s est donné par le module de la composante de $\mathbf{H}_{eff\,0}$ dans la direction de l'aimantation statique, $\mathbf{H}_{eff\,0} = \eta M_s \mathbf{n}_M$. En multipliant scalairement les

deux termes de cette équation par $\mathbf{n}_M$, et à l'aide de (1.21*a*), (1.22*a*) et (1.23), nous trouvons

$$\eta = (\eta_0 - \eta_d)\cos\theta + \eta_k \cos^2\psi + \eta_\sigma \cos^2\psi_\sigma . \tag{1.29}$$

1.3. Modes de propagation

« *Minus times minus is plus.*
The reason for this we need not discuss. »

Wystan H. Auden

Dans cette section, nous allons obtenir les ondes électromagnétiques qui se propagent dans le fil conducteur magnétique. Les ondes sont représentées par des modes de propagation, qui sont ensuite utilisés pour satisfaire les conditions frontières, d'où l'impédance est calculée. Nous allons présenter les principales composantes du modèle qui est basé sur la théorie de la résonance ferromagnétique.[25] Le calcul détaillé peut être trouvé dans les références [7, 26].

Lorsqu'un courant alternatif de fréquence $f = \omega/(2\pi)$ se propage dans le fil, le champ dynamique $\mathbf{h}(t)$ est induit et son interaction avec l'aimantation produit $\mathbf{m}(t)$. Les vibrations des moments magnétiques sont associées au transfert de l'énergie de $\mathbf{h}(t)$ au matériau par des vecteurs d'onde ou modes de propagation, que nous allons définir.

Les composantes de $\mathbf{m}(t)$ [fig. 1.2 (*b*)], $m_r = \mathbf{m}\cdot\mathbf{n}_r$, $m_\varphi = \mathbf{m}\cdot\mathbf{n}_\varphi$ et $m_z = \mathbf{m}\cdot\mathbf{n}_z$, ont des dépendances radiales de la forme $m_{r,\varphi} = C_{r,\varphi}J_1(kr)$, et $m_z = C_z J_0(kr)$, où J_n sont les fonctions de Bessel d'ordre n et $C_{r,\varphi}$ et C_z sont des constantes.[5] k est la constante de propagation complexe avec $k = \sqrt{-2i}/\delta$, où $i = \sqrt{-1}$ et $\delta = \sqrt{2/(\omega\sigma\mu)}$ est la profondeur de pénétration qui dépend de la fréquence, de la conductivité électrique, σ (ne pas confondre avec le module de la tension, σ_s) et de la perméabilité magnétique, μ. $\mathbf{m}(t)$ est ensuite substitué dans les équations de Maxwell, ce qui nous permet de trouver le rapport entre les composantes de $\mathbf{m}$ et de $\mathbf{h}$: $h_r = \upsilon_r m_r$, $h_\varphi = \upsilon_\varphi m_\varphi$, $h_z = \upsilon_z m_z$, où $\upsilon_r = -1$, $\upsilon_\varphi = \upsilon_z = -1/Q$ sont les facteurs de démagnétisations dynamiques avec $Q = 1 - \mu/\mu_0$. Étant donné que les mesures de MI sont faites aux faibles puissances micro-ondes (l'amplitude du courant alternatif est de 1mA), l'amplitude de l'aimantation dynamique sera beaucoup plus faible que la composante statique (même à la résonance où la composante dynamique est maximale).[27] Ainsi, nous pouvons écrire $|\mathbf{m}| << M_s$ et $\mathbf{n}_M \cdot \mathbf{m} \cong 0$ [fig. 1.2 (*b*)]. Ceci définit l'approximation linéaire.

Les équations (1.18) et (1.19) sont substituées dans l'équation du mouvement de l'aimantation (ou l'équation de Landau-Lifshitz),[25]

$$\frac{1}{\gamma}\frac{\partial \mathbf{M}}{\partial t} = \mu_0 \mathbf{M} \times \left(\mathbf{H}_{eff} - \frac{L}{M_s} \mathbf{M} \times \mathbf{H}_{eff} \right), \tag{1.30}$$

où, γ est le rapport gyromagnétique, $L = 4\pi\lambda / (\gamma \mu_0 M_s)$ est la constante d'amortissement réduite, λ est la constante d'amortissement de Laudau-Lifshitz. En effectuant le produit scalaire des deux côtés de (1.30), nous avons $\mathbf{M} \cdot \partial \mathbf{M} / \partial t = 0$, ce qui implique que $|\mathbf{M}|$ est une constante du temps, même en présence de l'amortissement qui est représenté par le deuxième terme entre parenthèse de (1.30). D'autres types d'amortissements, tel quel l'amortissement de Bloch-Bloembergen,[6] détruisent la non-dépendance temporelle de $\mathbf{M}$. Ce sujet sera abordé dans le chapitre 3. En substituant (1.18) et (1.19) dans (1.30), et en utilisant (1.25) et l'approximation linéaire, nous obtenons

$$\begin{aligned} &i\Omega \mathbf{m} - \mathbf{n}_M \times \left[\mathbf{h} + \mathbf{h}_a + \mathbf{h}_\sigma - \left(K^2 + \eta \right) \mathbf{m} \right] + \\ &+ L \mathbf{n}_M \times \left\{ \mathbf{n}_M \times \left[\mathbf{h} + \mathbf{h}_a + \mathbf{h}_\sigma - \left(K^2 + \eta \right) \mathbf{m} \right] \right\} = 0, \end{aligned} \tag{1.31}$$

où nous avons imposé une dépendance temporelle du type $e^{i\omega t}$ pour les composantes dynamiques des champs $\mathbf{M}$ et $\mathbf{H}_{eff}$. Dans (1.31), $\Omega = \omega / (\gamma \mu_0 M_s)$, η est donné par (1.29) et le champ d'échange, équation (1.20), a été écrit sous la forme $\mathbf{h}_{ex} = -K^2 \mathbf{m}$,[26]

où $K = kd_{ex}$. D'après (1.21*b*), (1.22*b*), et les relations entre les composantes de **m** et de **h** que nous venons de voir dans cette section, l'équation (1.31) peut être écrite en fonction de **m** seulement. Cela nous permet d'obtenir un système de trois équations linéaires et homogènes, dont la solution non-triviale donne un déterminant 3×3 qui doit s'annuler. La solution du déterminant produit une équation cubique en K^2 (équation séculaire), dont les racines K_1, K_2, et K_3 sont les ondes qui se propagent selon la direction radiale du cylindre, $\mathbf{n}_r$ et qui représentent le flux d'énergie dans le métal.[5-8,25,26] Les autres trois racines, i.e. les ondes qui se propagent selon $-\mathbf{n}_r$, n'ont pas d'intérêt physique car elles représentent des ondes réfléchies à l'intérieur du matériau. Dans la prochaine section, nous allons établir les conditions frontières du problème. Ensuite, nous utilisons K_1, K_2 et K_3 pour calculer l'impédance, Z.

1.4. Conditions frontières sur l'aimantation

Dans cette section, nous allons trouver les conditions frontières sur l'aimantation dynamique, **m**, qui seront utilisées dans le calcul de l'impédance, dans la section 1.5. Nous avons vu, dans la section 1.2, que l'équation (1.16) :

$$\mathbf{M}\times\left[d_{ex}^2\left(\frac{\partial\mathbf{M}}{\partial r}+\frac{\mathbf{M}}{r}\right)+H_s\left(\mathbf{M}/M_s\cdot\mathbf{n}_s\right)\mathbf{n}_s\right]=0, \qquad (1.32)$$

détermine la condition d'équilibre de l'aimantation à la surface du matériau : la somme des moments de torsion provoqués par l'échange et par l'anisotropie de surface doit s'annuler partout en $r=a$, où a est le rayon du fil. Le moment de torsion d'échange est provoqué par la variation radiale de $\mathbf{m}$ (rappelons que la composante statique de $\mathbf{M}$, $\mathbf{M}_0$, est considérée uniforme). Ceci est une conséquence de la non-uniformité de l'orientation de $\mathbf{m}$ dans la région définie par la profondeur de pénétration, équation (1.20). Dans cette région, $\mathbf{M}$ n'est pas parallèle au champ d'échange, $\mathbf{h}_{ex}$.

Le moment de torsion provoqué par l'anisotropie de surface représente toutes les forces autres que celle de l'échange, présentes à la surface du matériau.[28] Dans (1.32), $\mathbf{n}_s$ est le vecteur unitaire responsable de la direction de l'axe facile de l'anisotropie de surface définit par équation (1.7). Il est orienté dans l'espace selon la figure 1.4. Comme nous avons vu, à la fin de la section 1.2.1, le terme entre crochets de (1.32) peut être interprété comme étant un champ effectif à la surface, $\mathbf{H}_{eff}^s$, parallèle à $\mathbf{M}$.

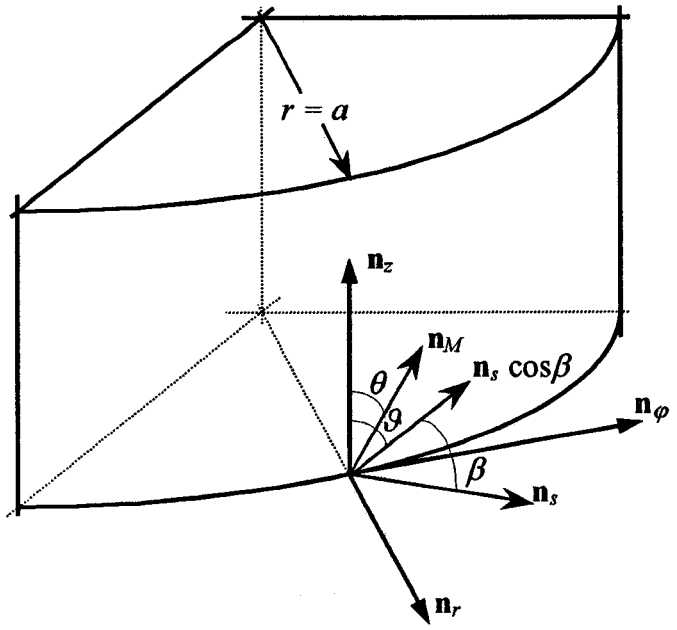

FIG. 1.4. Représentation du vecteur unitaire de l'anisotropie de surface, $\mathbf{n}_s$, orienté dans l'espace selon le système de coordonnées cylindriques. Le fil magnétique est un cylindre de rayon a.

Avec $\mathbf{M}$ donné par (1.8), où le terme statique $\mathbf{M}_0 = M_s \mathbf{n}_M$ demeure toujours dans le plan $\varphi - z$ [figure 1.2 (a)], nous montrons dans l'annexe II, que l'équation (1.32) produit

$$\left(\frac{\partial m_\varphi}{\partial r} + \frac{m_\varphi}{r}\right)_{r=a} - \frac{K_s}{A}\cos^2\beta\cos(\theta-\vartheta)[m_\varphi\cos(\theta-\vartheta) + M_s\cos\theta\sin(\theta-\vartheta)]_{r=a} = 0, \tag{1.33}$$

pour la composante φ, et

$$\left(\frac{\partial m_r}{\partial r}+\frac{m_r}{r}\right)_{r=a}-\frac{K_s}{A}\cos\beta\cos(\theta-\vartheta)[m_r\cos(\theta-\vartheta)\cos\beta \\ -M_s\sin\beta]_{r=a}=0, \tag{1.34}$$

pour la composante r de $\mathbf{m}$. Nous constatons qu'une erreur s'est glissé dans les équations (9) et (10) de la référence 8. Celles-ci doivent être multipliés par $\cos\beta\cos(\theta-\vartheta)$, afin d'être en accord avec (1.33) et (1.34).

D'après (1.33) et (1.34), si l'axe facile de l'anisotropie de surface est perpendiculaire au plan $\varphi-z$ ($\beta=\pi/2$), les conditions frontières seront *indépendantes* de K_s, ce qui conduit aux conditions de *spins libres* à la surface.[5-7,25,26] Nous allons donc considérer $\beta=0$, de telle sorte que la contribution du terme proportionnel à K_s dans (1.33) et (1.34) soit maximum. De même, nous posons $\vartheta=\theta$. Nous obtenons les conditions frontières *générales* sur les composantes de $\mathbf{m}$:

$$\left(\frac{\partial m_{\varphi,r}}{\partial r}+\frac{m_{\varphi,r}}{r}-\frac{K_s}{A}m_{\varphi,r}\right)_{r=a}=0. \tag{1.35}$$

Dans le cas limite où a est très grand, le terme m/r peut être négligé, et l'équation (1.35) se transforme dans les conditions frontières générales pour les matériaux aux géométries planaires. En utilisant les propriétés des fonctions de Bessel, l'équation (1.35) peut être écrite sous la forme

$$\left[\left(K\xi-\kappa_s\right)m_{r,\varphi}\right]_{r=a}=0, \tag{1.36}$$

où $\xi=J_0\left(K\Lambda\right)/J_1\left(K\Lambda\right)$, $\Lambda=a/d_{ex}$, et $\kappa_s=K_sd_{ex}/A$, est l'énergie de surface normalisée. L'équation (1.36) entraîne

$$\sum_{n=1}^{3}u_n\left[K_n\xi_n-\kappa_s\right]h_{n\varphi}=0, \tag{1.37}$$

et

$$\sum_{n=1}^{3}v_n\left[K_n\xi_n-\kappa_s\right]h_{n\varphi}=0, \tag{1.38}$$

où les champs m_φ et m_r de l'équation (1.36) ont étés écrits en fonction du champ azimutal, h_φ. Ainsi $m_{n\varphi}=u_nh_{n\varphi}$ et $m_{nr}=v_nh_{n\varphi}$, où u_n et v_n dépendent de K_n et des paramètres du matériau.[26] $h_{n\varphi}$ sont les champs associés à chaque mode de propagation. Dans (1.37) et (1.38), $\xi_n=J_0\left(K_n\Lambda\right)/J_1\left(K_n\Lambda\right)$, où les K_n, avec $n=1,2,3$ sont les modes de propagation trouvés dans la section précédente. Si $\kappa_s<<K_n\xi_n$, les équations (1.37) et (1.38) produisent les conditions de spins libres à la surface, utilisés dans les travaux précédents de la modélisation de la MI.[5-7,25,26] Par contre, lorsque $\kappa_s>>K_n\xi_n$, les équations (1.37) et (1.38) produisent

$$\sum_{n=1}^{3} u_n h_{n\varphi} = 0 \tag{1.39}$$

et

$$\sum_{n=1}^{3} v_n h_{n\varphi} = 0\,, \tag{1.40}$$

qui représentent les conditions frontières de spins *bloqués*, obtenues lorsque κ_s domine et empêche les spins à la surface de bouger.[8] Rappelons que les termes $u_n h_{n\varphi}$ et $v_n h_{n\varphi}$ de (1.39) et de (1.40) peuvent être écrits comme $m_{n\varphi}$ et m_{nr}. Ainsi, ces deux dernières équations impliquent que l'aimantation dynamique s'annule à la surface du matériau. Dans la prochaine section, les équations (1.39) et (1.40) seront combinées avec les conditions frontières de la continuité des composantes tangentielles des champs électriques et magnétiques à la surface, permettant ainsi de calculer l'impédance du fil.

1.5. Calcul de l'impédance et comparaison avec l'expérience

« All our arts and occupations lie wholly on the surface; it is on the surface that we perceive their beauty, fitness, and significance; and to pry below is to be appalled by their emptiness and shocked by the coarseness of the strings and pulleys. »

Robert L. Stevenson

Les modes de propagation K_1, K_2, et K_3, représentent des ondes de nature magnétique. Pour les champs appliqués inférieurs au champ d'anisotropie, il y aura une composante non-nulle du champ hyperfréquence parallèle à l'aimantation. Celui-ci donnera lieu à l'excitation d'une onde non-magnétique, K_4, qui contribuera également au signal total.[7] Pour une onde non-magnétique, comme K_4, l'impédance Z est déterminée en satisfaisant les conditions frontières pour la continuité des composantes tangentielles des champs électriques et magnétiques à la surface. Dans le cas de notre fil magnétique, où il y a la présence de trois autres ondes comme nous avons vu, Z sera calculée à l'aide de deux conditions frontières additionnelles, données par (1.37) et (1.38). Nous avons, donc

$$\sum_{n=1}^{3} h_{n\varphi} = h_{0\varphi}\,, \tag{1.41}$$

et

$$\sum_{n=1}^{3} \xi_n K_n h_{n\varphi} = \zeta_M h_{0\varphi}, \tag{1.42}$$

où $h_{0\varphi}$ est la composante azimutale du champ alternatif à la surface et ζ_M est l'impédance magnétique. Les équations (1.41) et (1.42) représentent la continuité des champs magnétiques et électriques à la surface. Elles sont les mêmes que celles utilisées dans les modèles précédents.[7,26] La solution non-triviale du système homogène, formé par les équations (1.37), (1.38), (1.41) et (1.42) permet de trouver ζ_M. Ensuite, ζ_M est combiné avec l'impédance non-magnétique normalisée, $\zeta_0 = \xi_4 K_4$, dans le tenseur d'impédance,[29] pour produire l'impédance de surface, Z_s. Dans les fils, la valeur de l'impédance « bulk » est $Z/R_{dc} = a\sigma Z_s/2$, où $R_{dc} = l/(\sigma\pi a^2)$ est la résistance dc et l est la longueur du fil.

La figure 1.5 montre les prédictions de la théorie sur la partie réelle de Z/R_{dc}, R/R_{dc}, en fonction du champ appliqué, H_0, normalisé par le champ d'anisotropie, H_k, H_0/H_k, à 10 MHz. Les courbes *a*, *b* et *c*, ont été obtenues à partir de la solution du système des équations (1.37), (1.38), avec $\kappa_s = 0$ (conditions frontières de spins libres), (1.41) et (1.42). Dans a', b' et c', les équations (1.39) et (1.40) ont été utilisées à la place de (1.37) et de (1.38), ce qui correspond aux conditions de spins bloqués. Dans les courbes a et a' de la figure 1.5, la direction de l'axe facile, $\mathbf{n}_k$, est azimutale, i.e., $\mathbf{n}_k \cdot \mathbf{n}_\varphi = 1$. Dans les courbes b et b', $\mathbf{n}_k$ a été décalé de 1° par rapport à $\mathbf{n}_\varphi$, et de 5°

dans les courbes c et c'. Le calcul a été effectué avec les paramètres suivants: $H_d = H_\sigma = 0$ (champs démagnétisant et d'anisotropie magnétoélastique), $H_k = 240$ A/m (3Oe), $2a = 34\mu$m, $M_s = 660$ kA/m, $\sigma = 0.8\times10^6 \mathrm{Sm}^{-1}$, $A = 5\times10^{-12}$ J/m, $\lambda/(2\pi) = 48$ MHz, et $\mu_0\gamma/(2\pi) = 352\times10^2$ Hz/(A/m).

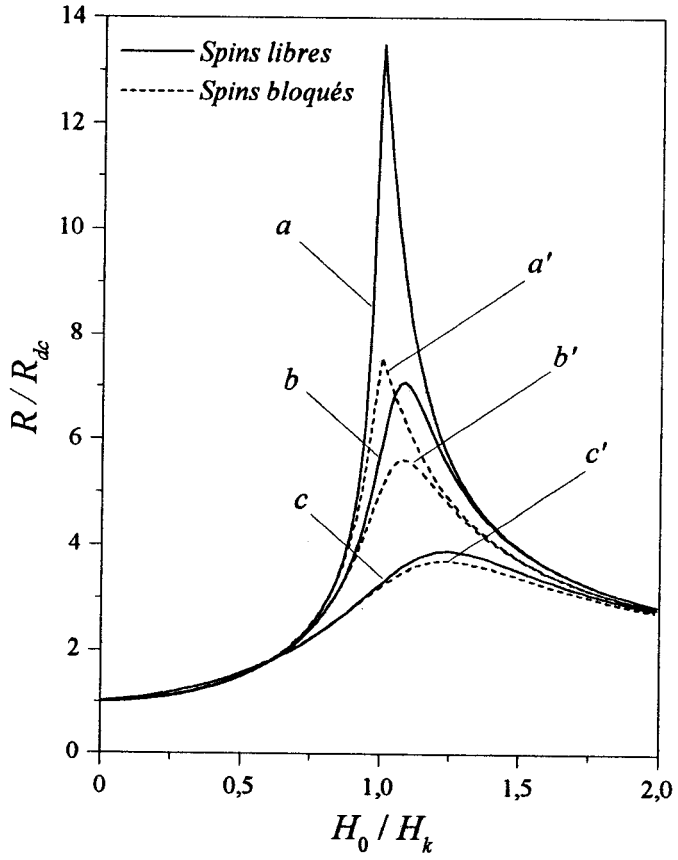

FIG. 1.5. Valeurs calculées de R/R_{dc}, en fonction du champ appliqué (normalisé par le champ d'anisotropie, H_0/H_k, où $H_k = 240$ A/m), à la fréquence de 10 MHz. Les courbes a, b et c, ont été obtenues avec les conditions frontières de spins libres, tandis que les courbes a', b' et c', avec les conditions frontières de spins bloqués. La direction de l'axe facile est $\theta + \psi = 90°$ dans a, et a', 89° dans b, et b', et 85° dans c, et c'.

Pour un axe facile azimutal, tel que dans les courbes a et a' de la figure 1.5, le blocage de l'aimantation à la surface réduit de la moitié l'amplitude du pic de l'impédance par rapport à la valeur obtenue sans le blocage. L'effet diminue pour d'autres axes faciles (courbes b et b', et c et c'). La figure 1.6 montre les parties imaginaires de l'impédance, X/R_{dc}, complémentaires aux courbes de la figure 1.5. La structure « à deux piques » présente dans les figures 1.6 (a) et 1.6 (a') est caractéristique de la réponse de X/R_{dc} en fonction de H_0 lorsque la direction de celui-ci est orthogonale à l'axe facile.[26] Avant de comparer la théorie avec l'expérience, nous allons, dans la prochaine section, décrire la méthode expérimentale.

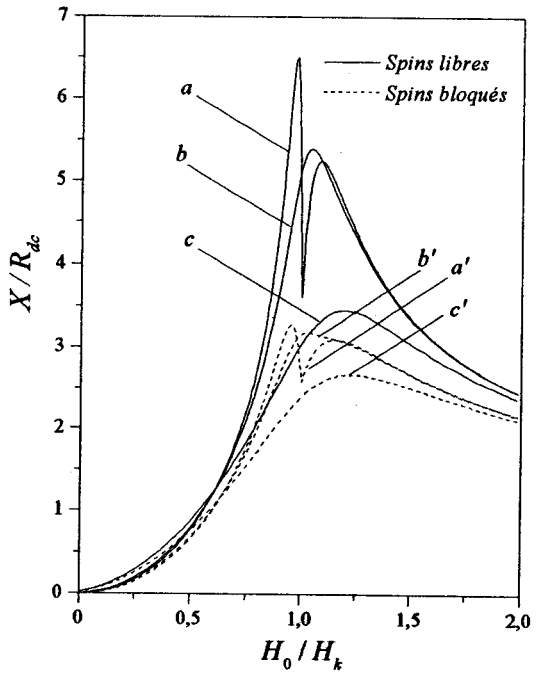

FIG. 1.6. Parties imaginaires de Z, complémentaires aux courbes de la figure 1.5.

1.5.1. Procédures expérimentales

Nous avons étudié les fils amorphes $Co_{80.89}Fe_{4.38}Si_{8.69}B_{1.52}Nb_{4.52}$, de diamètre $34\mu m$, produit par MXT Inc., de Montréal, et $Co_{68.15}Fe_{4.35}Si_{12.5}B_{15}$, de diamètre $125\mu m$, fabriqué par la compagnie japonaise Unitika. Leur composition, majoritairement constitué de Co, produit une constante de magnétostriction négative et légèrement différente de zéro.[18] L'échantillon Unitika a été recuit en faisant circuler un courant de 350 mA pendant 30 minutes, sur un segment de fil de 469 mm de longueur.[30] Le fil MXT, de longueur 280 mm, a été soumis à un courant de 80 mA pendant 30 minutes, sous l'action d'une tension mécanique d'environ 300 MPa. Dans les deux cas, le recuit a pour but de produire une anisotropie perpendiculaire à l'axe du fil,[30,31,32] ou « circonférencielle ». Les constantes physiques des fils étudiés sont données dans le tableau 1.1.

Les figures 1.7 (*a*) et (*b*) montrent les courbes d'aimantation axiale du fil MXT, de 2 cm de longueur, avant et après le recuit. Nous avons utilisé un magnétomètre à échantillon vibrant, où le champ, H_0, a été appliqué selon l'axe du fil. Le champ d'anisotropie moyen de la fig. 1.7 (*b*) est $H_k = 240$ A/m (3 Oe). L'aimantation à la saturation est $M_s = 660\,\text{kA/m}$. À partir de la saturation positive jusqu'à la valeur de l'aimantation rémanente, l'aimantation de la fig. 1.7 (*b*) est caractéristique d'un système où l'axe facile est perpendiculaire au champ appliqué, contrairement à l'aimantation de la fig. 1.7 (*a*). La fig. 1.7 (*b*) montre aussi des sauts de Barkhausen dans la gamme

$-0,5 \leq H_0 \leq 0,5$ (Oe). Ceci est dû à l'existence d'une région interne, aimantée selon la direction de l'axe du fil.[33] Nous allons discuter en détail ce sujet dans le prochain chapitre. Le comportement de l'aimantation dans la gamme de champ appliqué de – 5 à −100 Oe est montré dans le détail de la fig. 1.7 (*b*). Ceci illustre l'approche lente à la saturation. À $H_0 = H_k \approx 3$ Oe, M_z/M_s = 86%, seulement. L'échantillon Unitika, après le recuit, présente une courbe d'aimantation similaire à celle la fig. 1.7 (*b*), aussi bien que l'approche lente à la saturation.[34]

Paramètres	MXT	Unitika
$2a(\mu\text{m})$	34	125
$M_s(\text{kA/m})$	660	635
$H_k(\text{A/m})$	240	200
$R_{dc}/l(\Omega/\text{mm})$	1,45	0,106
$\sigma(\text{Sm}^{-1})$	$0,8\times10^6$	$0,76\times10^6$
$\lambda/(2\pi)$ (MHz)	48	40
$\mu_0\gamma/(2\pi)$ [Hz/(A/m)]	352×10^2	352×10^2
A (J/m)	5×10^{-12}	5×10^{-12}

Tableau 1.1. Paramètres physiques des matériaux étudiés. Pour le fil MXT, de composition $Co_{80.89}Fe_{4.38}Si_{8.69}B_{1.52}Nb_{4.52}$, le diamètre, $2a$, a été mesuré à l'aide d'un microscope à balayage.[35] Les valeurs de M_s et de H_k ont été déterminées dans le magnétomètre à échantillon vibrant; σ a été obtenu à partir de la valeur du diamètre et du rapport R_{dc}/l mesuré avec un multimètre. Les valeurs des constantes $\lambda/(2\pi)$, $\mu_0\gamma/(2\pi)$ et A, sont typiques des matériaux amorphes, trouvées dans la littérature.[5,7,26] Les constantes physiques du fil Unitika, de composition $Co_{68.15}Fe_{4.35}Si_{12.5}B_{15}$, sont les mêmes que celles utilisées dans la référence [26].

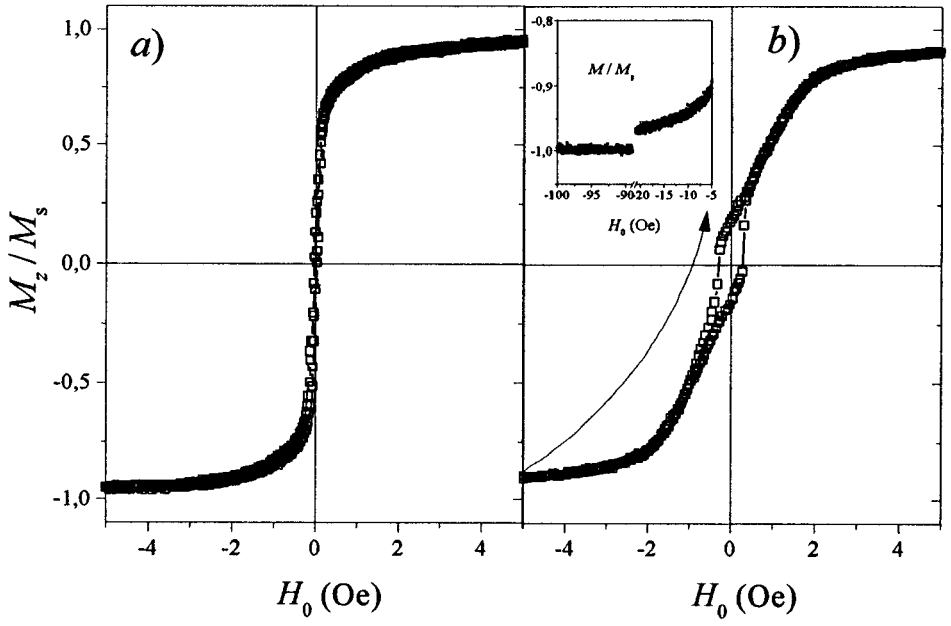

FIG. 1.7. Courbes d'aimantation du fil MXT. La figure *a*) correspond au matériau « as-cast ». La figure *b*) est le résultat après le recuit, produit par un courant de 80 mA pendant 30 minutes, au même temps que le fil subit l'action d'une tension mécanique d'environ 300 MPa. La valeur de M_s est de 660kA/m. L'approche lente à la saturation est illustré en détail dans *b*).

Les mesures de MI dans la gamme des radio-fréquences ont été effectuées sur un analyseur d'impédance programmable HP4192 (5 Hz – 13 MHz),[5] dans la configuration deux sondes (une pour le courant et une pour la tension). L'amplitude du courant alternatif a été fixé à 1mA (RMS). Le porte-échantillon est constitué d'un support d'aluminium, qui lie le plan de masse des deux connecteurs BNC. Chaque extrémité du fil est soudée au terminal « vif » de chacun des connecteurs BNC qui sont connectés à l'analyseur à travers les câbles coaxiaux. La longueur finale du fil monté dans le porte –

échantillon est de 18mm. Pour l'expérience de MI, le porte-échantillon est placé au milieu d'une bobine solénoïde (173 Oe/A), qui fournit le champ statique, H_0 (perpendiculaire au champ magnétique terrestre). Nous avons utilisé la configuration de mesure de la MI longitudinale, où la direction de H_0 est parallèle à l'axe du fil. Le courant de la bobine est fourni par une source de courant programmable Keithley 220 (100mA), qui est contrôlée par l'ordinateur. Nous avons établi une procédure standard dans tous les balayages de champs, qui est la suivante. Un champ de saturation d'environ + 400 Oe est appliqué au fil, à l'aide d'une source KEPCO (75 V – 15 A). Ensuite, nous diminuons manuellement le courant jusqu'à 100mA. En ce moment, sans enlever le courant, nous démarrons le programme d'acquisition des donnés qui envoie une commande à la source Keithley de fournir initialement un courant de 100mA. Puis, le courant de la source KEPCO est éteint, et la diminution du champ se fera automatiquement avec un pas choisi selon la résolution voulue. Cette procédure nous permet d'obtenir la variation de l'impédance lors de la diminution du champ appliqué, toujours à partir de la même condition initiale de mesure, c'est à dire, pour un fil saturé. Pour effectuer un balayage à partir de la saturation négative, nous procédons de façon analogue, et le programme doit commencer avec la source de courant à –100 mA. Toutes les mesures sont effectuées à la température de la pièce, en atmosphère ambiante.

1.5.2. Théorie versus expérience

Les figures 1.8 et 1.9 montrent les résultats théoriques et expérimentaux de R/R_{dc} et de X/R_{dc} en fonction de H_0, à 1 et 10 MHz. Les points de la fig. 1.8 correspondent aux données expérimentales du fil amorphe MXT, et ceux de la fig. 1.9 correspondent au fil Unitika. Les constantes physiques utilisées dans les calculs se trouvent dans le tableau 1.1. La direction de l'axe facile est à 89° par rapport à l'axe du fil, $\theta + \psi = 89°$ [figure 1.2(*a*)], et $H_d = H_\sigma = 0$. Les lignes pleines sont calculées à partir des conditions frontières de spins libres, et les lignes pointillées sont calculées à partir des conditions de spins bloqués. Dans les deux figures, nous constatons que la réduction de l'amplitude du pic obtenue avec les spins bloqués n'est pas suffisante pour expliquer l'expérience. Malgré cela, nous croyons que les conditions frontières générales doivent être incorporées dans un modèle plus complet de calcul de la MI. Nous montrons dans la référence [8], que le blocage des spins à la surface est équivalent à une surface sans blocage, pourvu que la constante d'échange, A, soit 16 fois plus grande. Ceci indique que l'échange et l'anisotropie de surface produisent des effets similaires. Nous pouvons aussi envisager la détermination de la valeur de K_s à travers une expérience de MI, pourvu que la constante d'échange soit déterminée avec précision par d'autres techniques de mesure, comme par exemple, DTA (*Differential Thermical Analysis*).

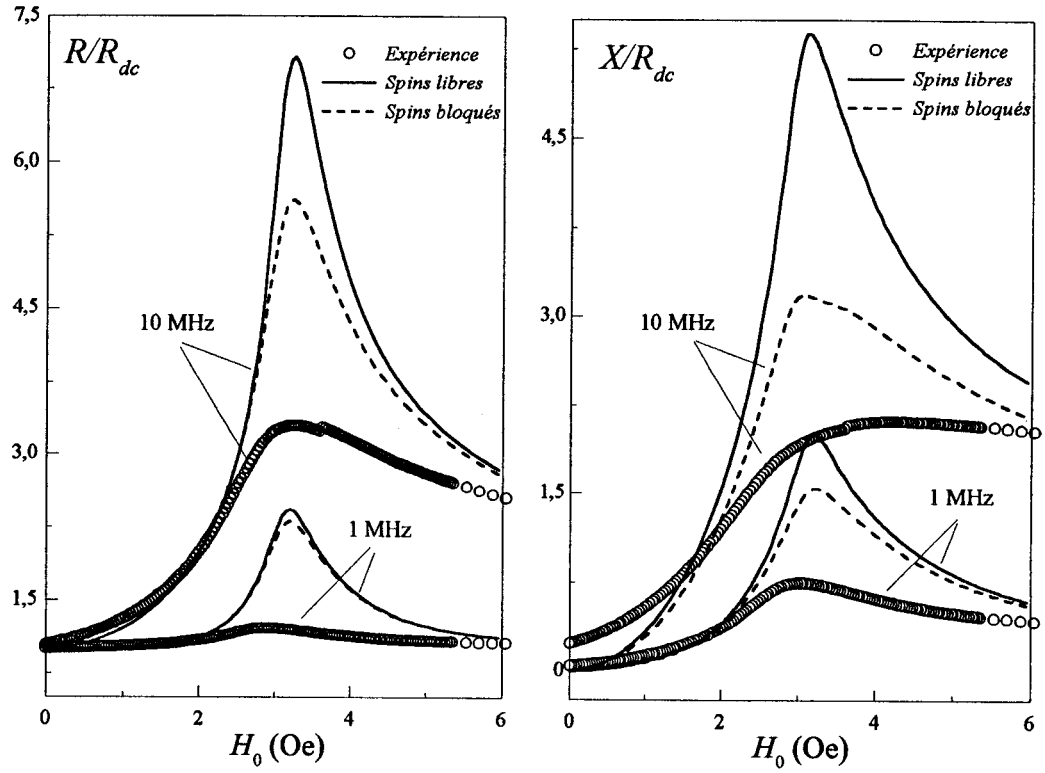

FIG. 1.8. Comparaison entre la théorie et l'expérience (cercles) sur la partie réelle, R/R_{dc}, et imaginaire, X/R_{dc}, de l'impédance en fonction du champ appliqué, aux fréquences de 1 et 10 MHz. L'échantillon est le fil amorphe doux MXT, de 34μm de diamètre. Les paramètres utilisés dans le calcul sont dans le tableau 1.1. Les lignes pleines sont les résultats de la théorie avec les conditions frontières de spins libres, tandis que les lignes pointillées correspondent au résultat des spins bloqués.

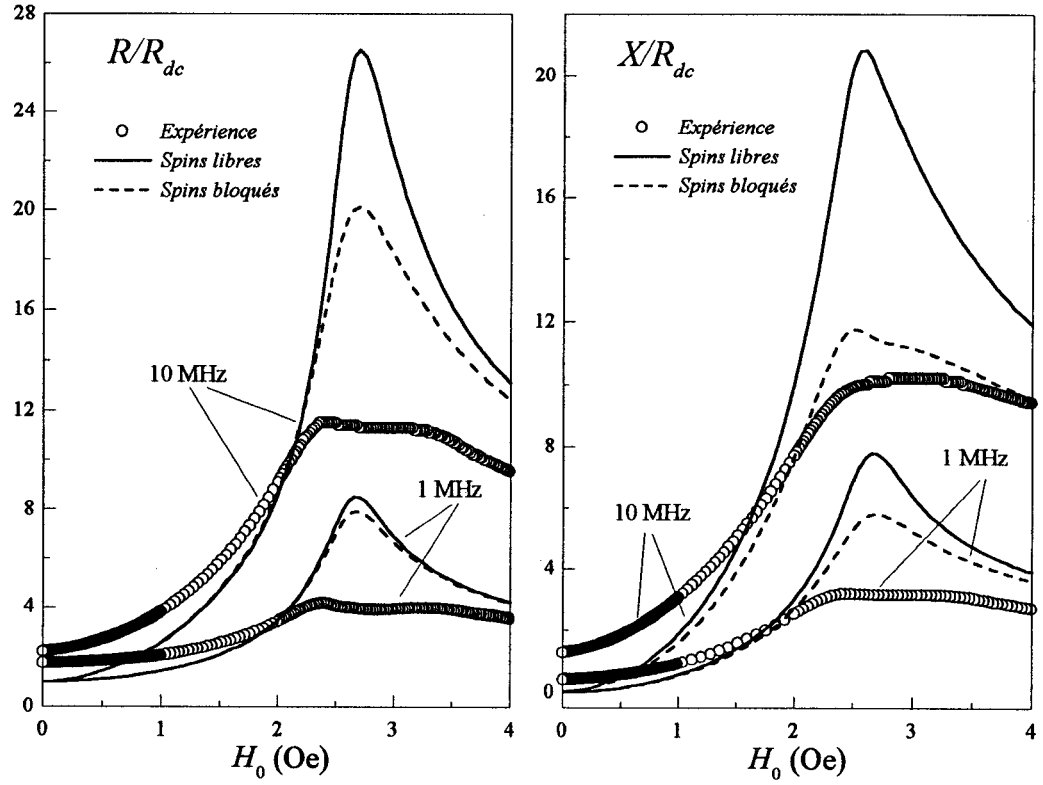

FIG. 1.9. Comparaison entre la théorie et l'expérience (cercles) sur la partie réelle, R/R_{dc}, et imaginaire, X/R_{dc}, de l'impédance en fonction du champ appliqué, aux fréquences de 1 et 10 MHz. L'échantillon est le fil amorphe doux Unitika, de 125μm de diamètre. Les paramètres utilisés dans le calcul sont dans le tableau 1.1. Les lignes pleines sont les résultats de la théorie avec les conditions frontières de spins libres, tandis que les lignes pointillées correspondent au résultat des spins bloqués.

Une autre source possible de réduction du signal de l'impédance, et du désaccord entre la théorie et l'expérience, est la dispersion de l'anisotropie.[6] En effet, d'après les courbes (*a*) et (*b*) de la figure 1.5, une variation de 1° de la direction de l'axe facile par rapport à la direction circonférencielle, entraîne une diminution du pic de 40%. Il peut

être ajouté également à cela, l'effet de la dispersion (amplitude et direction) de l'anisotropie magnétoélastique (voir fig. 1.11 ci-loin). Nous avons vu, dans la fig. 1.3, de la fin de la section 1.2, que l'application de la tension mécanique selon l'axe d'un matériau à magnétostriction négative, décale le champ d'anisotropie proportionnellement à la valeur de la tension appliquée. La fig. 1.10 montre les déplacements du champ d'anisotropie sur les courbes d'aimantations calculées avec $\theta + \psi = 90°$, pour différents directions d'application de la tension.

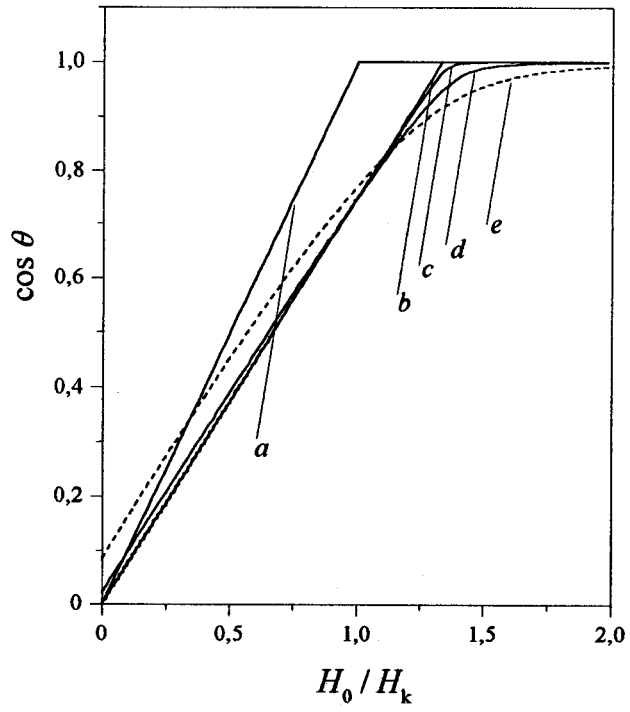

FIG. 1.10. Directions de l'aimantation en fonction de H_0/H_k, calculées pour une anisotropie circonférencielle, dans des différentes conditions de stress appliqués. La courbe *a*) est le résultat à stress nul, $H_\sigma = 0$. Dans les courbes (*b*), (*c*), (*d*) et (*e*), l'amplitude de la contrainte est $H_\sigma = -\frac{1}{3}H_k$, appliquée selon les angles $\theta + \psi_\sigma = \alpha_\sigma = 0°$, 1°, 5° et 20°, respectivement.

Dans la courbe (*a*) de la fig. 1.10, $H_\sigma = 0$. Dans (*b*), (*c*), (*d*) et (*e*), les tensions ont été appliquées selon les angles $\theta + \psi_\sigma = \alpha_\sigma = 0°$, 1°, 5° et 20°, avec une amplitude de $H_\sigma = -\frac{1}{3} H_k$ (rappelons que le signe négatif est dû au fait que la magnétostriction est supposée négative). Le champ d'anisotropie de la courbe (*b*) de la fig. 1.10 est égal à $\frac{4}{3} H_k$, en accord avec l'équation (1.28). D'après les courbes (*c*), (*d*) et (*e*) de la fig. 1.10, nous remarquons que la variation de α_σ entraîne un changement dans la *direction* de l'axe facile résultant. La fig. 1.11 montre l'impact de ces variations sur la MI à 10 MHz. La variation de l'amplitude de H_σ change la position du pic [courbe (*b*) de la fig. 1.11], tandis que la variation de la direction de l'axe d'anisotropie magnétoélastique [courbes (*c*) (*d*) et (*e*)], a comme effet l'écrasement de l'amplitude de ces pics. Ces comportements ont été observés expérimentalement.[36] Pour le calcul de la fig. 1.11, les mêmes paramètres physiques de la fig. 1.5 ont été utilisés. Les conditions frontières sont celles des spins libres. Expérimentalement, l'influence du stress sur les courbes de MI a été largement étudiée dès les premiers travaux de MI. À ce sujet, nous soulignons les travaux de Knobel et al.,[37] ainsi que ceux trouvés dans la référence 3.

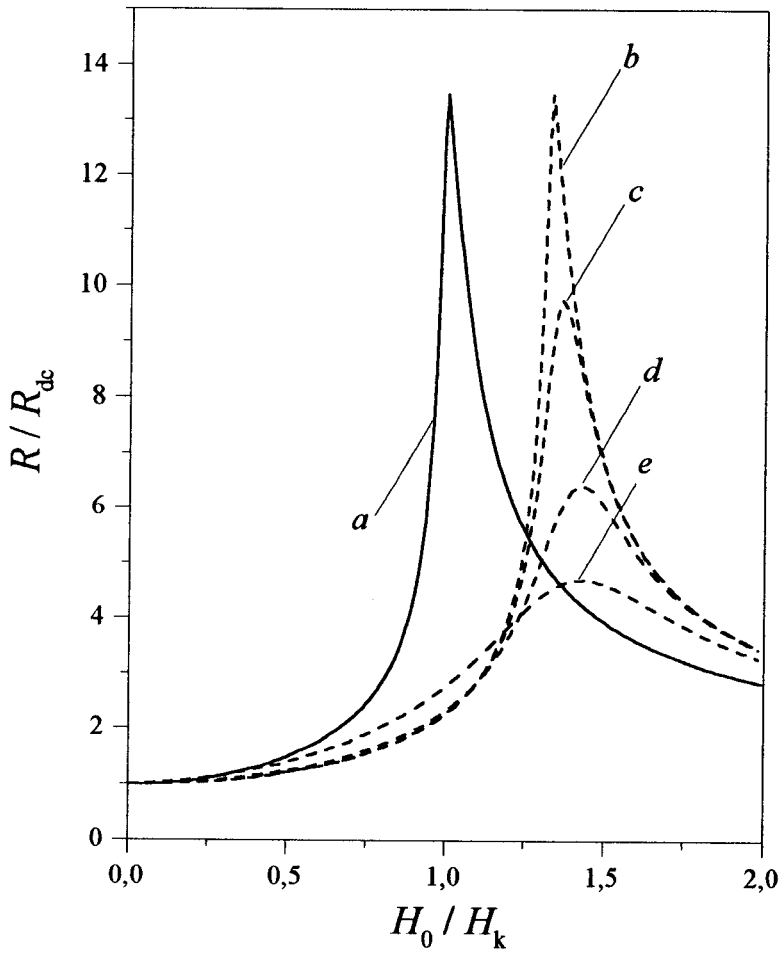

FIG. 1.11. Résultats théoriques de R/R_{dc} vs H_0/H_k, à 10 MHz, obtenus dans les mêmes conditions de stress que la figure 1.10. L'axe facile est circonférenciel dans toutes les courbes. Dans la courbe (*a*), $H_\sigma = 0$, tandis que $H_\sigma = -\frac{1}{3}H_k$ dans (*b*), (*c*), (*d*) et (*e*), où l'angle entre l'axe d'application de la tension mécanique et l'axe du fil est $\theta + \psi_\sigma = \alpha_\sigma = 0°$, 1°, 5° et 20°, respectivement. Les constantes physiques correspondent à celles utilisées dans la figure 1.5. Nous avons adopté les conditions frontières de spins libres.

1.6. Sommaire et perspectives

« My poor head is in such a whirl, my mind is all in bits. »

Goethe

Dans ce chapitre, nous avons vu la base théorique de la MI dans les conducteurs magnétiques cylindriques. Les équations qui définissent les énergies du système ont été développées, ce qui nous a permis de trouver le comportement de l'aimantation en fonction du champ magnétique statique appliqué. Le champ effectif du système a été obtenu et ensuite utilisé dans le calcul de la réponse dynamique de l'aimantation et de l'impédance.

Une attention spéciale a été accordée au traitement des conditions frontières sur l'aimantation. Celles-ci découlent de la minimisation de l'énergie totale du système qui est composée des énergies d'échange, magnétostatiques, magnétoélastique et d'anisotropie de surface. L'approche variationnel a permis de trouver les équations d'équilibre sous la forme d'une équation du moment de torsion sur l'aimantation produit par le champ effectif (1.12), et d'une équation du moment de torsion sur l'aimantation produit par le champ effectif de surface (1.13). Ce dernier moment de torsion donne les conditions frontières sur l'aimantation du problème. Dans la limite où l'énergie de surface est nulle, nous retrouvons les conditions frontières de spins libres, utilisées dans les calculs précédents. Lorsque l'anisotropie de surface domine sur l'échange,

l'aimantation dynamique à la surface s'annule : c'est la condition frontière de spins bloqués.

L'impédance, calculée avec les conditions frontières de spins bloqués, montre une diminution de l'amplitude du pic par rapport aux calculs précédents, rapprochant ainsi la théorie de l'expérience. Néanmoins, le modèle ne s'accorde pas avec les résultats expérimentaux. Nous croyons, cependant, que l'anisotropie de surface doit être incorporée dans un modèle plus complet de calcul.

Des possibles sources de désaccord entre la théorie et l'expérience ont été évoquées. En particulier, nous avons vu que l'adoption dans le modèle de la MI de la dispersion de la direction de l'axe des anisotropies uniaxiale et magnétoélastique produit des diminutions importantes de l'amplitude du pic de l'impédance, ce qui rapproche la théorie de l'expérience. La dispersion de l'amplitude de l'anisotropie décale la position du pic de l'impédance. En revanche, nous croyons que l'utilisation dans le calcul d'une grande valeur de l'angle de l'axe d'aimantation facile pour expliquer l'expérience n'est pas légitime. Ceci est du au fait que l'échantillon a subi un recuit afin d'induire une anisotropie circonférencielle. Nous devons évoquer d'autres sources de désaccord entre la théorie et l'expérience, comme la manière dont la structure magnétique a été modélisée.

Les modèles actuels de calcul de MI supposent un matériau de magnétisation statique uniforme. L'effet des possibles interactions entre les différentes régions à l'intérieur du matériau est pourtant négligé. La contribution à l'énergie d'échange du système est due seulement à l'aimantation dynamique, car celle-ci est toujours non-

uniforme dans un métal à cause de l'effet de peau. Dans le prochain chapitre, nous allons analyser en détail la structure magnétique interne des fils amorphes à base de Co. Nous allons ensuite développer un modèle mathématique qui soit, en même temps, cohérent avec la distribution (et la dispersion) de l'aimantation, et suffisamment simple pour pouvoir être utilisé dans la théorie de la magnétoimpédance, dans le chapitre 3.

Chapitre 2

Modélisation de la structure magnétique des fils amorphes à base de Co

2.1 Introduction

L'approche théorique du problème de l'impédance dans un fil magnétique est basée sur le calcul de la variation de l'aimantation statique en fonction du champ appliqué, suivi du calcul de la réponse dynamique de l'aimantation de l'échantillon produite par le champ alternatif. Le chapitre précédent a montré que les résultats théoriques de la MI (qui sont basés sur une aimantation uniforme), ne s'accordent pas avec l'expérience (figs. 1.8 et 1.9). Dans ce chapitre, l'analyse de la structure

magnétique des fils amorphes à base de Co est effectuée; ensuite, un modèle de l'aimantation, inspiré sur cette structure, sera développé et utilisé dans le calcul de la MI (chapitre 3).

Le calcul actuel de l'aimantation statique en fonction du champ utilise le modèle de Stoner-Wohlfarth (SW), où l'aimantation est supposée uniforme et l'anisotropie uniaxiale et quasi-transverse. Ce modèle est un cas particulier de l'équation d'équilibre du moment de torsion, dont l'énergie d'échange sur l'aimantation statique est égale à zéro (ou constante). Elle n'intervient donc pas dans la minimisation de l'énergie totale. Bien qu'il soit un bon point de départ pour la description de situations plus complexes, ce modèle s'avère inadéquat, voire très simplifié pour la description du comportement de l'aimantation statique en fonction du champ dans les fils magnétiques étudiés. La figure 1.7 (*b*), et aussi les mesures de Rouabhi et al.,[34] montrent l'existence d'une approche lente à la saturation dans les courbes de magnétisation des fils de CoFeSiB, ce qui peut indiquer la présence d'anisotropies aléatoires additionnelles à l'anisotropie macroscopique uniaxiale moyenne.

Les évidences expérimentales de l'existence d'une structure en domaines « noyau-coquille », dans les fils amorphes à base de Co,[33,38,39,40] renforcent l'argument que le modèle de SW n'est pas approprié pour décrire la distribution non-uniforme de l'aimantation dans les fils magnétiques étudiés. Cette structure est constituée d'un noyau interne, d'axe facile longitudinal, enveloppé par une région externe, d'axe facile circonférenciel. La figure 2.1 est une représentation d'une telle structure à la rémanence. Les lignes épaisses de la fig. 2.1 démarquent la zone de transition d'une région à l'autre

qui se fait à travers une paroi de domaine de 90°.[41,42] Dans la figure 2.1, r_{ic} est le rayon du noyau interne et δ_w dénote la largeur de la paroi de 90°. Nous proposons une façon de calculer r_{ic} et de δ_w la section 2.2.1. Dans la section 3.2, r_{ic} est estimé à partir de la courbe d'aimantation, figure 1.7 (*b*).

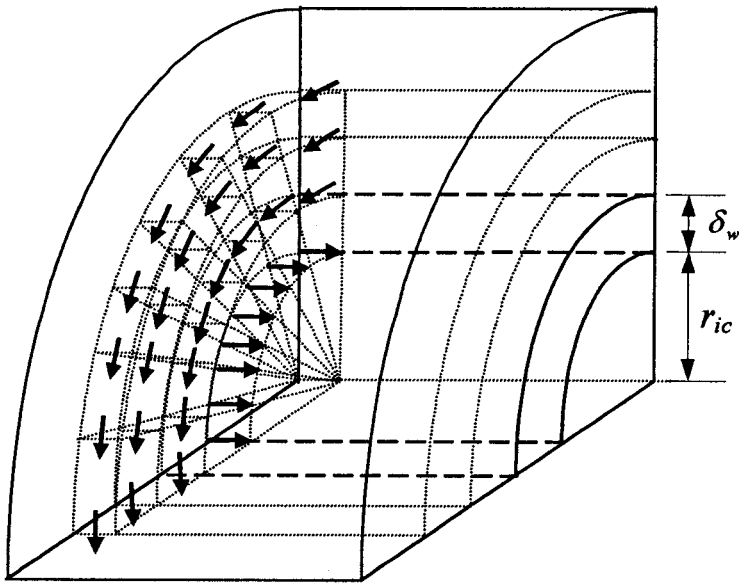

FIG.2.1. Modèle de la structure interne d'aimantation dans les fils amorphes à base de Co. Le noyau interne, d'aimantation axiale, est enveloppé par une coquille, d'aimantation circonférencielle. Les lignes hachurées dénotent la largeur de la paroi de domaine de 90°. r_{ic} est le rayon du noyau et δ_w est la largeur de la paroi.

Le comportement magnétique du noyau affecte celui de la partie externe, et vice versa. Autrement dit, les aimantations axiale et circonférencielle sont couplées.[43,44] Le couplage a été également invoqué pour expliquer les sauts de Barkhausen observés dans

les mesures de MI, comme étant le responsable pour le changement de la direction de l'aimantation de la région externe.[45] Ce comportement est confirmé par des images à effet Kerr,[39] qui révèlent le changement de la structure en domaines de la surface, lorsque l'aimantation du noyau produit le saut. Finalement, la présence de non-uniformité de l'aimantation, produite par la dispersion de l'axe facile, a été évoqué comme étant un possible mécanisme responsable pour la dégradation du signal de la MI observée aux faibles champs,[6,8,9,46] et donc, en désaccord avec les modèles qui utilisent une structure magnétique simplifiée.

Ce chapitre est dédié à la modélisation de la structure magnétique des fils amorphes riches en Co. Le concept de la structure noyau-coquille couplée est utilisé dans le but d'améliorer les modèles précédents de calcul de la MI,[5–8] qui sont basés sur une structure magnétique en monodomaine uniforme [fig. 1.2 (a)]. En présence du couplage, les spins de l'axe exercent une force de torsion sur les spins de la région externe. Ainsi, les spins de la région externe sont déviés de l'axe facile local, en produisant la réduction des pics de MI (voir fig. 1.5 ou 1.11). Le résultat du modèle sera introduit dans la théorie de la magnétoimpédance, et comparé avec l'expérience dans le chapitre 3.

Dans la section 2.2, les aspects physiques du modèle noyau-coquille pour les fils amorphes à base de Co, sont traités. La section 2.3 est consacrée au développement d'un modèle mathématique de la structure magnétique. D'abord, nous allons considérer le fil comme étant constitué d'une structure d'aimantation multiaxe, caractérisée par une énergie totale qui contient un terme d'énergie de couplage entre les aimantations et les

énergies d'anisotropie, magnétoélastique et magnétostatiques. Ensuite, le cas particulier d'un système constitué de deux régions d'axes faciles distincts est analysé. Ceci est décrit par un système à deux équations et deux inconnus (les directions des aimantations) qui est résolu numériquement pour chaque valeur du champ appliqué.

2.2 Structure magnétique

Humphrey et al.[33] ont proposé un modèle pour la structure magnétique des fils amorphes à base de Co, de magnétostriction négative, afin d'expliquer les sauts de Barkhausen observés dans ces fils. La structure consiste en un noyau interne, aimanté selon l'axe du fil, enveloppé par une coquille, où les moments magnétiques sont dirigés selon la direction azimutale, figure 2.1. L'aimantation de la région externe explique les images de domaines observées à la surface,[39] et la non-saturation à la rémanence.[38] Cette structure est le résultat de la distribution du stress résiduel induit dans le processus de fabrication. Lorsque le métal fondant touche la surface froide, l'extérieur du fil se refroidit en définissant le diamètre du noyau fondant. Le noyau, en se solidifiant, rétrécit, ce qui a pour conséquence de produire une tension radiale qui est responsable de l'induction d'une anisotropie radiale pour les fils à magnétostriction positive (riches en Fe) et circonférencielle pour les fils à magnétostriction négative.[33]

La figure 1.7 (*b*) peut être expliquée qualitativement par ce modèle : l'application du champ selon l'axe du fil change de façon réversible l'aimantation de la coquille, de la saturation à la région des champs faibles. Lorsque le champ appliqué change de direction, le saut de Barkhausen de l'aimantation du noyau est observé.

2.2.1 Calcul de la distribution de l'aimantation

La structure en domaine du fil représentée dans la figure 2.1 reflète un état favorable d'équilibre entre les énergies d'échange et d'anisotropie. L'énergie d'échange, qui varie avec $1/r^2$ dans le cylindre [équation (1.2)], doit s'annuler au centre du fil afin d'éviter la singularité dans cette région. Il en résulte que les moments magnétiques ont leurs composantes azimutales diminuées dans les régions proches du centre du fil, où l'aimantation doit être complètement parallèle à l'axe. Aux régions du fil proches de la surface, la direction d'aimantation facile devient parallèle à l'axe azimutal du fil, car le facteur démagnétisant est minimum dans cette direction. Ceci peut être représenté par une énergie d'anisotropie uniaxiale, d'axe facile azimutal. Dans ce modèle, la quantité $\delta_w = \sqrt{A/(2K_u)}$, est une longueur caractéristique qui définit la distance sur l'axe radial, selon laquelle la majorité de la rotation de l'aimantation, axiale à circonférencielle, a lieu. Une définition plus rigoureuse de δ_w peut être trouvée dans la réf. [47].

La distribution de l'aimantation dans un matériau magnétique est généralement déterminée par la solution exacte du problème variationnel, dont la base a été exposée dans le chapitre 1. Dans le cas de nos fils, le calcul consiste à déterminer la façon dont l'angle entre l'aimantation et l'axe du fil varie selon le rayon, $\theta(r)$ (rappelons que dans le chapitre précédent, θ a été considéré indépendant de r). Le cas d'un fil amorphe, après avoir subi un recuit pour relaxer les tensions mécaniques internes, et en même temps, induire une anisotropie circonférencielle (voir section 1.5.1), est analysé dans ce qui suit. Avec les cosinus directeurs de l'aimantation statique, $\mathbf{M}_0 = M_s \mathbf{n}_M$, donnés par

$$\begin{aligned} \alpha_r &= 0, \\ \alpha_\varphi &= \sin\theta(r), \\ \alpha_z &= \cos\theta(r), \end{aligned} \tag{2.1}$$

nous montrons, dans l'annexe III, que l'équation qui *minimise* l'intégrale des énergies du système est

$$\frac{d^2\theta}{d\xi^2} + \frac{1}{\xi}\frac{d\theta}{d\xi} + \left(p^2 - \frac{1}{\xi^2}\right)\sin\theta\cos\theta - p^2 h_0 \sin\theta = 0, \tag{2.2}$$

connue comme « l'équation différentielle d'Euler du problème variationnel ». Dans l'équation (2.2), θ est l'angle entre l'aimantation statique et l'axe du cylindre, $\xi = r/a$, où a est le rayon du fil. Le paramètre p, est définit par $p = a/\left(\sqrt{2}\delta_w\right)$, où

$\delta_w = \sqrt{A/(2K_u)}$ est la largeur de la paroi (voir ci-dessus), qui dépend de l'énergie d'anisotropie K_u, et de la constante d'échange, A. Le champ normalisé de (2.2) est $h_0 = H_0/H_k$, où $H_k = 2K_u/(\mu_0 M_s)$. Les détails de la dérivation de (2.2) sont présentés dans l'annexe III. L'énergie totale, à partir de laquelle l'équation (2.2) a été obtenue, est constituée des énergies d'échange (qui force les spins à demeurer parallèle à l'axe), d'anisotropie et magnétostatique produite par le champ appliqué selon l'axe. L'énergie magnétostatique, produite par les densités de charges magnétiques de volume et de surface, s'annule à cause de l'absence de composante radiale de la distribution de l'aimantation choisie, donnée par l'équation (2.1).

La figure 2.2 montre le $\cos\theta$ en fonction de $\xi = r/a$, donné par la solution numérique de l'équation (2.2). Le champ appliqué est nul dans les figures 2.2 (*a*), (*b*), (*c*) et (*d*), et les valeurs de K_u sont 10 J/m^3, 10^2 J/m^3, 10^3 J/m^3 et 10^4 J/m^3, respectivement. La valeur du rayon, a, et celle de A utilisés, sont celles du fil MXT, données dans le tableau 1.1. Pour des faibles anisotropies, l'échange domine et l'aimantation est majoritairement parallèle à l'axe tout le long du rayon. Par exemple, avec $K_u = 10$ J/m^3, l'aimantation est à 9.5° de l'axe pour 80% du rayon et à 76° pour $r = a$. Dans ce cas, l'énergie d'anisotropie n'est pas suffisante pour placer l'aimantation entièrement dans la direction azimutale.

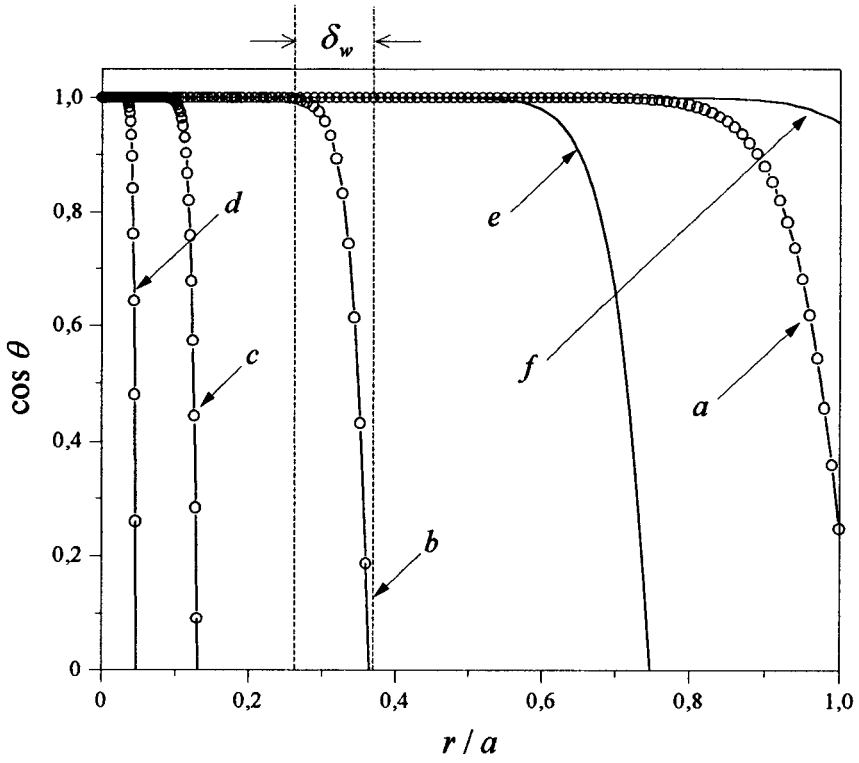

FIG. 2.2. Solution numérique de l'équation (2.2). Le champ statique appliqué est nul dans *a*, *b*, *c* et *d*, et l'énergie d'anisotropie est 10, 10^2, 10^3 et 10^4 J/m^3. La distance rayon du noyau + largeur de la paroi est donnée par la valeur de *r/a* où $\cos\theta = 0$. Aux faibles anisotropies, l'échange domine, ce qui produit un noyau de rayon grand. Par contre, si l'anisotropie est grande, il y aura de plus en plus de spins dans la direction circonférencielle, ce qui équivaut à un noyau de rayon petit. Les courbes *e* et *f* illustrent l'effet d'application du champ de h_0 = 0,8 et 0,93, avec $K_u = 10^2$ J/m^3. La constante d'échange est $A = 5\times10^{-12}$ J/m dans tous les calculs. La largeur de la paroi, δ_w, est aussi montrée dans la figure.

À mesure que l'anisotropie augmente, la région d'aimantation circonférencielle augmente en diminuant la région d'aimantation axiale. Les courbes 2.2 (*c*) et (*d*) calculées avec $K_u = 10^3$ et 10^4 J/m^3, sont montrées seulement pour illustrent la difficulté de surmonter l'énergie d'échange à $r = 0$. Ces valeurs sont invraisemblablement

grandes pour un fil magnétique doux, où l'énergie d'anisotropie est typiquement $30 \leq K_u(\mathrm{J/m^3}) \leq 120$. Si le rayon du noyau, r_{ic}, plus la largeur de la paroi est donné par la valeur de *r/a* quand $\cos\theta = 0$, nous obtenons, d'après ce modèle, $0.62 \geq r_{ic}/a \geq 0.33$ pour les fils amorphes. Les figures 2.2 (*e*) et (*f*) illustrent l'effet du champ appliqué, h_0, avec $K_u = 10^2$ J/m^3. Dans la figure 2.2(*e*), $h_0 = 0.8$, et dans 2.2(*f*), $h_0 = 0.93$.

Si l'aimantation est uniforme, l'énergie d'échange est nulle. L'équation (2.2) se réduit à $h_0 = \cos\theta$, qui est le résultat obtenu par le modèle de rotation cohérente de Stoner-Wohlfarth lorsque la direction du champ appliqué est orthogonale à celle de l'axe facile (voir les équations (A1.3) et (A1.4) de l'annexe 1, avec $\alpha = \pi/2$, $\eta_d = \eta_e = 0$).

Dans les références 41 et 42, la distribution de l'aimantation est analysée pour le cas d'un fil « as-cast », où la principale source d'anisotropie, produite par le tenseur de stress, est d'origine magnétoélastique.[14] Cependant, la distribution des tensions internes dans les fils amorphes est un sujet de discussion.[18] Lorsque le matériau subit le recuit, l'axe d'aimantation facile est induit et les tensions internes ont tendance à diminuer ou à disparaître. Dans ce cas, l'anisotropie peut être représentée par l'énergie d'anisotropie uniaxiale, donnée par l'équation (1.3), comme nous avons fait pour trouver (2.2).

2.2.2 Deux distributions conformes à la structure noyau–coquille

Cette section est consacrée au calcul de minimisation des énergies (analogue à celui de la section précédente), dans le cas où la distribution de l'aimantation est supposée connue. Le calcul sert à illustrer une façon de déterminer la largeur de la paroi qui sépare les deux régions internes du fil, lorsque la distribution de l'aimantation est *a priori* connue. Les cosinus directeurs de l'aimantation statique sont choisis de la forme[48]

$$\begin{aligned} \alpha_r &= 0, \\ \alpha_z &= 1-\left(r/\delta_x\right)^2, \\ \alpha_\varphi &= \sqrt{1-\alpha_z^2}, \end{aligned} \tag{2.3}$$

lorsque $0 \le r \le \delta_x$, et

$$\begin{aligned} \alpha_r &= 0, \\ \alpha_\varphi &= 1, \\ \alpha_z &= 0, \end{aligned} \tag{2.4}$$

lorsque $\delta_x \le r \le a$, où δ_x est la largeur de la paroi recherchée. Une distribution semblable à celle donnée par l'équation (2.3) a été utilisée par Brown dans la théorie des particules magnétiques.[48] Les équations (2.3) et (2.4) sont utilisées dans la minimisation des énergies présentes dans le fil magnétique car elles représentent mathématiquement la distribution de l'aimantation de la figure 2.1, comme il est illustré dans la figure 2.3.

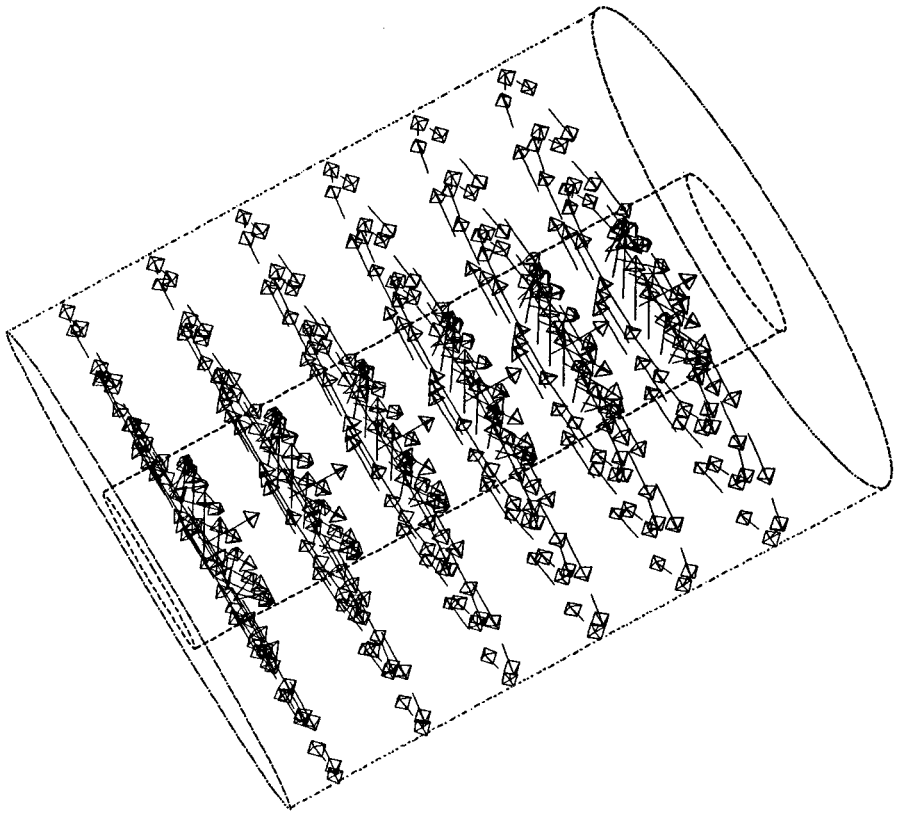

FIG. 2.3. Champ vectoriel cylindrique calculé à partir des distributions (2.3) et (2.4). Les composantes azimutale et axiale de l'aimantation dépendent seulement de la coordonnée radiale. La composante radiale est nulle. Le cylindre interne dénote la région du noyau, dont la valeur du rayon a été choisie arbitrairement dans la représentation.

En absence de la composante radiale de l'aimantation, intégrale de (1.2) dans le volume d'un cylindre de longueur L et de rayon a, nous permet obtenir l'énergie d'échange,

$$\frac{W_{ex}}{2\pi L} = A \int_{r=0}^{a} \left[\left(\frac{\partial \alpha_\varphi}{\partial r} \right)^2 + \left(\frac{\partial \alpha_z}{\partial r} \right)^2 + \frac{\alpha_\varphi^2}{r^2} \right] r dr \,. \tag{2.5}$$

En substituant (2.3) et (2.4) dans (2.5), l'énergie d'échange s'écrit

$$\frac{W_{ex}}{2\pi L} = A\left[\frac{3}{4} + \log\left(\frac{4}{\delta_x / a}\right)\right]. \tag{2.6}$$

L'énergie d'anisotropie est obtenue en substituant (2.3) et (2.4) dans l'équation (1.3), avec $\mathbf{n}_k = \mathbf{n}_\varphi$, et en effectuant l'intégrale du résultat selon *r*, donnée par l'équation (A3.2), où $\sin\theta = \alpha_\varphi$. Cela produit

$$\frac{W_a}{2\pi L} = -\frac{K_u a^2}{2}\left[1 - \frac{(\delta_x / a)^2}{3}\right]. \tag{2.7}$$

La longueur du fil est considérée comme étant beaucoup plus grande que son rayon, ce qui nous permet de négliger l'énergie magnétostatique. La dérivée par rapport à δ_x de la somme des équations (2.6) et (2.7) doit s'annuler, ce qui donne

$$\delta_x = \sqrt{\frac{3A}{K_u}}, \tag{2.8}$$

comme étant la largeur de la paroi pour la distribution de l'aimantation donnée par (2.3) et (2.4). Analysons maintenant l'effet d'une deuxième distribution. Celle-ci est donné

par (2.3) et (2.4), à l'exception que $\alpha_z = \left(1 - r/\delta_x\right)^2$ dans (2.3). L'équation (2.8) devient alors $\delta_x = \sqrt{15A/K_u}$. Cette dernière expression, avec K_u = (10–50) J/m^3 et A=10^{-11} J/m,[41] donne $\delta_x \cong (1,73 - 3,87)\,\mu$m, ce qui est proche de la valeur trouvée par Antonov et al. : $\delta_x \cong (2-4)\,\mu$m,[41] par une méthode différente. De même, en substituent la valeur de δ_x dans l'expression de l'énergie totale, il est facile de montrer que cette deuxième distribution s'avère énergetiquement plus favorable que celle donnée par (2.3).

Les distributions de l'aimantation présentées permettent de résoudre analytiquement les intégrales des énergies d'anisotropie et d'échange, pour ensuite effectuer la minimisation de l'énergie totale et trouver la largeur de la paroi. En revanche, d'après ce calcul, la distribution de l'aimantation peut être évaluée pourvu que les valeurs de A et de K_u soient connues.

2.3 Modèle à deux régions couplées

Nous avons vu dans les sections précédentes qu'une description rigoureuse de l'aimantation dans les fils à base de Co doit tenir compte du fait que l'aimantation est nécessairement non-uniforme dans ces systèmes. Cette section est consacrée au

développement d'un modèle de la structure magnétique de ces fils, basé sur la structure noyau-coquille. Cette approche nous permet d'introduire la non-uniformité de l'aimantation dans la théorie de la magnétoimpédance des fils et d'expliquer la différence entre la théorie et l'expérience, thème du prochain chapitre. La partie dynamique de l'aimantation, ainsi que sa partie statique, sont développées afin d'être utilisées dans la théorie de la MI, dans le chapitre 3.

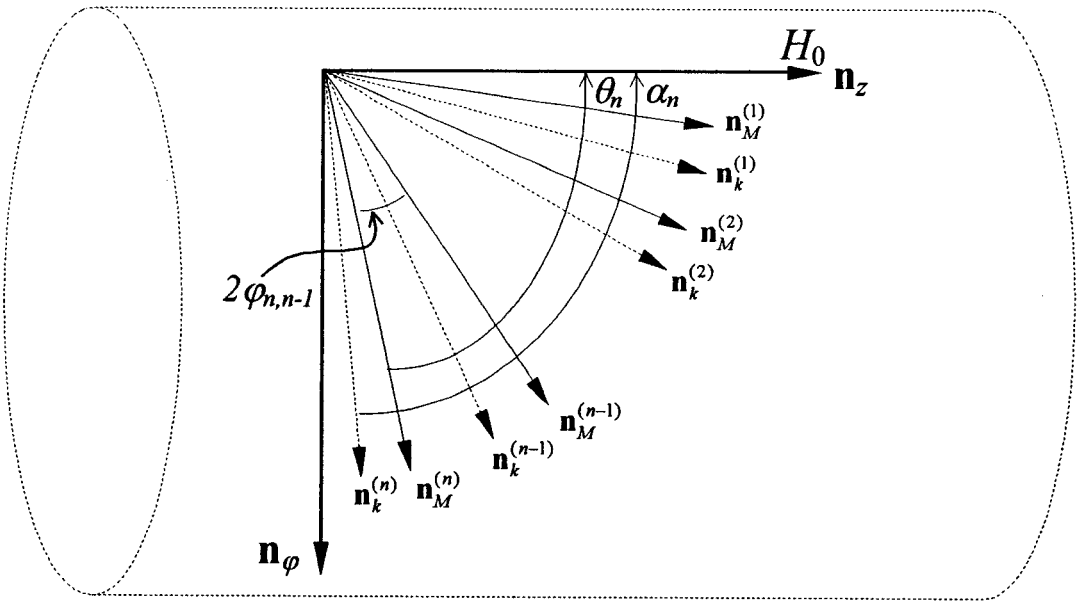

FIG. 2.4. Système de coordonnées du modèle. La structure magnétique du fil est constituée de $i = 1, 2...n$ régions, chacune de volume unitaire. $\mathbf{n}_M^{(i)}$ et $\mathbf{n}_k^{(i)}$ sont les vecteurs unitaires de l'aimantation statique et de l'anisotropie de la région i. $2\varphi_{i,i-1}$, l'angle entre deux aimantations adjacentes, $\mathbf{M}_0^{(i)} = M_s \mathbf{n}_M^{(i)}$ et $\mathbf{M}_0^{(i-1)} = M_s \mathbf{n}_M^{(i-1)}$, est définit par $\mathbf{n}_M^{(i)} \cdot \mathbf{n}_M^{(i-1)} = \cos 2\varphi_{i,i-1}$. α_i est définit par $\mathbf{n}_k^{(i)} \cdot \mathbf{n}_z = \cos \alpha_i$, où $\mathbf{n}_z$ est la direction du champ appliqué, $\mathbf{H}_0 = H_0 \mathbf{n}_z$.

La figure 2.4 représente le système d'aimantation couplé, qui est caractérisé par $i = 1, 2...n$ régions de même volume, et d'anisotropie $K_u^{(i)}$. α_i est l'angle entre la direction de l'axe facile $\mathbf{n}_k^{(i)}$, et la direction axiale, $\mathbf{n}_z$, qui est la direction d'application du champ statique, H_0. Ainsi, l'angle de l'axe facile, α_i, est définit par $\mathbf{n}_k^{(i)} \cdot \mathbf{n}_z = \cos\alpha_i$. θ_i est l'angle entre la direction de l'aimantation statique, $\mathbf{n}_M^{(i)}$ et $\mathbf{n}_z$.

L'aimantation statique de chaque région, $\mathbf{M}_0^{(i)} = M_s \mathbf{n}_M^{(i)}$, est assumée uniforme, avec $\mathbf{M}_0^{(i)} \cdot \mathbf{n}_z = M_s \cos\theta_i$. L'angle entre deux aimantations adjacentes est donné par

$$\varphi_{i+1,i} = \tfrac{1}{2}\left(\theta_{i+1} - \theta_i\right). \tag{2.9}$$

Le champ total de la région *i* est donné par

$$\mathbf{H}^{(i)} = \mathbf{H}_0 + \mathbf{h}^{(i)}, \tag{2.10}$$

où le champ statique est le même pour toutes les régions. L'aimantation totale de la région *i* est

$$\mathbf{M}^{(i)} = \mathbf{M}_0^{(i)} + \mathbf{m}^{(i)}, \tag{2.11}$$

où $\mathbf{m}^{(i)}$ est l'aimantation dynamique de la région *i*.

Puisque l'aimantation statique de chaque région individuelle est considérée uniforme, l'énergie d'échange est provoquée seulement par l'aimantation dynamique de (2.11). L'énergie d'anisotropie uniaxiale de la région i est donnée par l'équation (1.3), soit

$$w_a^{(i)} = -\frac{K_u^{(i)}}{M_s{}^2}\left[\mathbf{M}^{(i)} \cdot \mathbf{n}_k^{(i)}\right]^2 . \tag{2.12}$$

Nous définissons la densité d'énergie de *couplage* d'un système de n moments interagissants, $w_c^{(n)}$, comme étant

$$\begin{aligned} w_c^{(n)} = -2\Big[& E_c^{(2,1)}\mathbf{n}_M^{(2)} \cdot \mathbf{n}_M^{(1)} + \ldots + E_c^{(n-1,2)}\mathbf{n}_M^{(n-1)} \cdot \mathbf{n}_M^{(2)} \\ & + E_c^{(n-1,1)}\mathbf{n}_M^{(n-1)} \cdot \mathbf{n}_M^{(1)} + E_c^{(n,2)}\mathbf{n}_M^{(n)} \cdot \mathbf{n}_M^{(2)} \\ & + E_c^{(n,1)}\mathbf{n}_M^{(n)} \cdot \mathbf{n}_M^{(1)} + E_c^{(n,n-1)}\mathbf{n}_M^{(n)} \cdot \mathbf{n}_M^{(n-1)} \Big], \end{aligned} \tag{2.13}$$

où $E_c^{(i,j)}$ est une constante qui représente l'énergie d'interaction entre les moments $\mathbf{n}_M^{(i)}$ et $\mathbf{n}_M^{(j)}$, avec $E_c^{(i,j)} = E_c^{(j,i)}$. Ce même genre de couplage a été utilisé dans l'étude des anisotropies d'ordre supérieur pour les couches minces magnétiques qui présentent de la dispersion de l'anisotropie.[49] À cause du couplage, l'aimantation résultante du système de n aimantations (considérées uniformes), se comporte comme une aimantation non-uniforme. L'équation (2.13) admet le couplage entre les moments distants, en plus de l'interaction entre les moments adjacents. Par exemple, avec $n=3$, (2.13) donne

$w_c^{(3)} = -2\left[E_c^{(2,1)}\mathbf{n}_M^{(2)} \cdot \mathbf{n}_M^{(1)} + E_c^{(3,2)}\mathbf{n}_M^{(3)} \cdot \mathbf{n}_M^{(2)} + E_c^{(3,1)}\mathbf{n}_M^{(3)} \cdot \mathbf{n}_M^{(1)}\right]$, où le dernier terme est un terme d'interaction entre deux moments non-adjacents.

L'énergie magnétostatique provoquée par le champ est

$$w_0^{(i)} = -\mu_0 \mathbf{M}^{(i)} \cdot \mathbf{H}. \tag{2.14}$$

Les expressions des énergies magnétoélastique et magnétostatique (associée à la forme) sont supprimées du calcul pour ne pas alourdir le texte. L'effet de l'énergie magnétoélastique est incorporé dans le terme d'anisotropie uniaxiale, équation (2.12), d'après la discussion de la fin de la section 1.2.2. Bien que le champ démagnétisant soit petit, il peut être inclus dans le champ appliqué.

Une fois que les énergies du système ont été définies, la prochaine étape est de trouver l'équation de l'équilibre du moment de torsion produit par le champ effectif sur l'aimantation. Dans le chapitre 1, le calcul a été fait pour une seule aimantation, tandis qu'ici nous avons un système de n vecteurs aimantations interagissants. Les énergies (2.12), (2.13) et (2.14) nous permettent de trouver le champ effectif statique du problème avec $\mathbf{H}_{eff}^{(i)} = -1/\mu_0 \, \partial G/\partial \mathbf{M}^{(i)}$ (voir chapitre 1, section 1.2.1), où G est la somme des densités d'énergies. Ceci nous permet de trouver la composante statique, $\mathbf{H}_{eff\,0}^{(i)}$, et dynamique, $\mathbf{h}_{eff}^{(i)}$, de $\mathbf{H}_{eff}^{(i)}$, car $\mathbf{H}_{eff}^{(i)} = \mathbf{H}_{eff\,0}^{(i)} + \mathbf{h}_{eff}^{(i)}$. Le champ $\mathbf{H}_{eff\,0}^{(i)}$ est

$$\mathbf{H}_{eff\,0}^{(i)} = \mathbf{H}_a^{(i)} + \mathbf{H}_c^{(i)} + \mathbf{H}_0. \tag{2.15}$$

Dans (2.15), $\mathbf{H}_c^{(i)}$ est le champ de couplage, défini par

$$\mathbf{H}_c^{(i)} = M_s \sum_{j \neq i}^{n} \eta_c^{(j,i)} \mathbf{n}_M^{(j)}, \tag{2.16}$$

où

$$\eta_c^{(j,i)} = H_c^{(j,i)} / M_s, \tag{2.17}$$

et $H_c^{(j,i)} = 2E_c^{(j,i)} / (\mu_0 M_s)$. Le champ $\mathbf{h}_{eff}^{(i)}$ est

$$\mathbf{h}_{eff}^{(i)} = \mathbf{h}_a^{(i)} + \mathbf{h}^{(i)} + \mathbf{h}_{ex}^{(i)}, \tag{2.18}$$

où $\mathbf{h}_{ex}^{(i)}$ est le champ d'échange de la région *i*, dont l'expression est analogue à (1.20). Les champs $\mathbf{H}_a^{(i)}$ et $\mathbf{h}_a^{(i)}$ de (2.15) et (2.18) découlent de (2.12). Elles sont analogues aux champs (1.21*a*) et (1.21*b*) :

$$\mathbf{H}_a^{(i)} = M_s \eta_k^{(i)} \left[\mathbf{n}_M^{(i)} \cdot \mathbf{n}_k^{(i)} \right] \cdot \mathbf{n}_k^{(i)} = M_s \eta_k^{(i)} \cos\psi_i \mathbf{n}_k^{(i)}, \tag{2.19a}$$

et

$$\mathbf{h}_a^{(i)} = \eta_k^{(i)} \left[\mathbf{m}^{(i)} \cdot \mathbf{n}_k^{(i)} \right] \cdot \mathbf{n}_k^{(i)} = \eta_k^{(i)} \left| \mathbf{m}^{(i)} \right| \sin\psi_i \mathbf{n}_k^{(i)}, \tag{2.19b}$$

où $\eta_k^{(i)} = H_k^{(i)}/M_s$, $H_k^{(i)} = 2K_i/(\mu_0 M_s)$. $\psi_i = \alpha_i - \theta_i$ est l'angle entre l'aimantation statique et l'axe facile.

Le minimum de l'énergie totale est donné par la condition d'équilibre statique,

$$\mathbf{M}_0^{(i)} \times \mathbf{H}_{eff\,0}^{(i)} = 0, \tag{2.20}$$

qui est analogue à l'expression (1.25). Les équations (2.15), (2.16), (2.19*a*) et (2.20) produisent

$$\mathbf{n}_M^{(i)} \times \left[\eta_k^{(i)} \cos\psi_i \mathbf{n}_k^{(i)} + \sum_{j \neq i}^{n} \eta_c^{(j,i)} \mathbf{n}_M^{(j)} + \eta_0 \mathbf{n}_z \right] = 0, \tag{2.21}$$

où, $\eta_0 = H_0/M_s$. L'équation (2.21) permet de trouver l'équilibre de l'aimantation statique de la région *i* pour chaque valeur du champ appliqué : l'application du champ externe produit un moment de torsion sur l'aimantation de la région *i*, $\eta_0 \mathbf{n}_M^{(i)} \times \mathbf{n}_z$, et l'aimantation est déviée de son axe facile en produisant $\eta_k^{(i)} \cos\psi_i \mathbf{n}_M^{(i)} \times \mathbf{n}_k^{(i)}$. Ces deux moments doivent être compensés par la somme des moments de torsion entre l'aimantation de la région *i* et celle de chacune des régions, $\sum_{j \neq i}^{n} \eta_c^{(j,i)} \mathbf{n}_M^{(i)} \times \mathbf{n}_M^{(j)}$. Pour le cas particulier d'un système à deux axes d'aimantation, $n = 2$, l'équation (2.21) donne un système à deux équations

$$\eta_0 \sin\theta_1 - \eta_k^{(1)} \sin\psi_1 \cos\psi_1 - \eta_c^{(2,1)} \sin 2\varphi_{2,1} = 0$$
$$\eta_0 \sin\theta_2 - \eta_k^{(2)} \sin\psi_2 \cos\psi_2 + \eta_c^{(2,1)} \sin 2\varphi_{2,1} = 0, \tag{2.22}$$

où les angles θ_1 et θ_2 peuvent être déterminés en fonction de H_0 pour les paramètres $H_c^{(2,1)}$, $H_k^{(1)}$, $H_k^{(2)}$, α_1 et α_2. L'angle $\varphi_{2,1}$ est définit dans (2.9). L'équation (2.22) est analogue à l'équation (1.27) (avec $\eta_d = \eta_\sigma = 0$), à l'exception que les expressions de (2.22) doivent être résolues simultanément à cause du terme de couplage. Les simplifications algébriques effectuées sur (1.27) (discutées dans l'annexe 1), ne s'appliquent pas à la résolution de (2.22), qui doit être résolue numériquement.

La figure 2.5 montre l'angle entre les aimantations, $\varphi_{2,1}$, en fonction de H_0 obtenu à partir de la solution de (2.22) avec $H_k^{(1)}$= 160 A/m (2 Oe), $H_k^{(2)}$= 280 A/m (3.5 Oe), α_1=0°, α_2 = 89°, $H_c^{(2,1)}$= 160 A/m (2 Oe), dans la figure 2.5(*a*), et $H_c^{(2,1)}$= 80 A/m (1 Oe), dans la figure 2.5(*b*). Le couplage, comme prévu, est plus important pour les champs appliqués plus faibles que les champs d'anisotropie. Lorsque le couplage entre les régions diminuent, l'angle qui sépare les directions de leurs aimantations augmente, en accord avec les résultats de la référence [49].

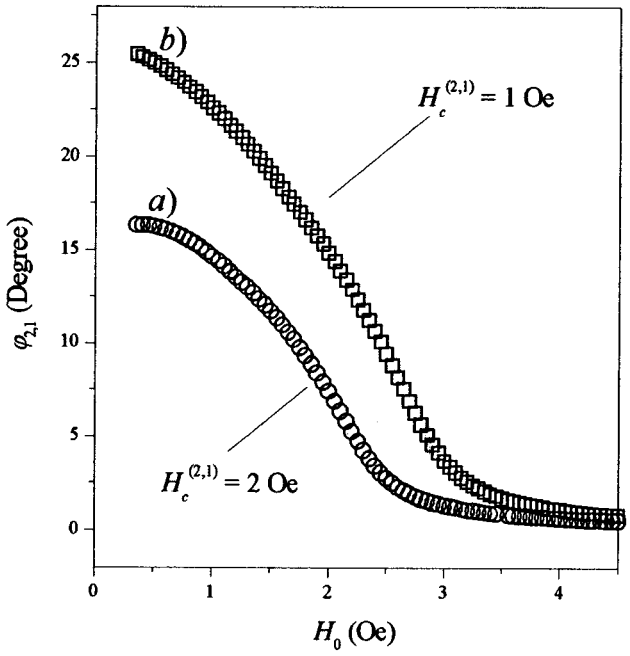

FIG. 2.5. Angle de dispersion, $\varphi_{2,1}$, en fonction de H_0, pour un système de deux aimantations interagissantes. Les quantités $\cos\theta_1$ et $\cos\theta_2$ sont déterminées à partir de la solution numérique du système (2.22), pour les paramètres suivants $H_k^{(1)}$= 160 A/m (2 Oe), $H_k^{(2)}$= 280 A/m (3,5 Oe), α_1=0°, α_2 = 89°, $H_c^{(2,1)}$ = 160 A/m (2 Oe), dans la Fig. 2.5(*a*), et $H_c^{(2,1)}$ = 80 A/m (1 Oe), dans la Fig. 2.5(*b*). $\varphi_{2,1}$ est obtenu à partir de l'équation (2.9). La dispersion est importante en champs faibles. Elle décroît, comme on s'attendait, avec l'augmentation du couplage.

Dans le prochain chapitre, le modèle à deux aimantations couplées est introduit dans la théorie de la MI. Mais avant, nous allons obtenir le champ effectif réduit de la région *i*, $\eta^{(i)}$, utile pour les prochains calculs. À partir de la définition du champ effectif

réduit, discuté à la fin de la section 1.2.2, $\eta^{(i)}$ correspond à la valeur de la composante de $\mathbf{H}_{eff\,0}^{(i)}$ parallèle à l'aimantation statique de la région i. Avec $i=1,2$, nous obtenons

$$\begin{aligned}\eta^{(1)} &= \eta_0 \cos\theta_1 + \eta_k^{(1)} \cos^2\psi_1 + \eta_c^{(2,1)} \cos 2\varphi_{2,1}, \\ \eta^{(2)} &= \eta_0 \cos\theta_2 + \eta_k^{(2)} \cos^2\psi_2 + \eta_c^{(2,1)} \cos 2\varphi_{2,1},\end{aligned} \tag{2.23}$$

pour les régions 1 et 2, qui est analogue à (1.29). Dans (2.23), $\eta_c^{(2,1)}$ est donné par (2.17).

2.4 Sommaire et perspectives

Le présent chapitre a été consacré à l'étude de la structure magnétique des fils amorphes à base de Co. Cette structure est le produit de la distribution des tensions mécaniques internes, qui proviennent du processus de fabrication de ces matériaux. Les énergies d'échange et d'anisotropie, qui sont toujours présentes, ont aussi une importance fondamentale dans la formation des domaines et des parois de domaines à l'intérieur du fil. La situation d'intérêt est celle de l'échantillon recuit sous tension. Lors de ce recuit, les tensions mécaniques résiduelles du processus de fabrication sont diminuées et l'application d'une tension mécanique uniforme contribue à aligner dans la direction circonférencielle les spins qui sont près de la surface. Ainsi, la distribution de

l'aimantation est contrôlée par les énergies d'échange et d'anisotropie circonférencielle. Au centre du fil, l'énergie d'échange maintient la direction de l'aimantation parallèlement à l'axe. La composante azimutale de l'aimantation devient de plus en plus grande aux régions proches de la surface. L'équilibre entre ces deux énergies donne lieu à la structure noyau-coquille, où le noyau définit la région magnétisée selon l'axe, enveloppée par la coquille d'aimantation orthogonale à celle du noyau. La distance où le changement de la direction d'une région à l'autre a lieu, est caractérisée par la largeur de la paroi.

Le calcul micromagnétique de la distribution de l'aimantation nous permet d'étudier la variation du diamètre du noyau interne en fonction des énergies d'échange et d'anisotropie. Nous allons voir dans le prochain chapitre, que pour les fréquences typiques des mesures de MI effectuées (en dessus de 1MHz), la profondeur de pénétration du courrant ne dépasse pas 40% du rayon total du fil. Il serait intéressant d'effectuer une étude comparative des mesures de MI avec des matériaux à différentes constantes d'échanges et même conductivités. Le rayon du noyau interne augmentant avec l'échange, cette étude devrait entraîner des mesures de MI distinctes car l'effet est fortement dépendant de la direction de l'axe facile par rapport à la direction d'application du champ. Une telle étude pourrait renforcer l'argument que l'effet d'échange-conductivité est essentiel dans la description de la MI aux faibles fréquences, contrairement à la tendance de certains chercheurs[2] d'admettre que cet effet n'est important qu'aux hautes fréquences.

Le modèle mathématique qui décrit l'aimantation non-uniforme découle du calcul variationnel de la minimisation de l'énergie libre du système. Ceci nous permet de trouver une équation différentielle ordinaire qui donne la variation de l'angle de l'aimantation en fonction du rayon du fil. Un calcul complet de la MI aurait également l'aimantation statique en fonction du rayon dans l'équation de Landau-Lifshtiz, en termes du champ d'échange totale formé par les champs d'échange statique et dynamique. La solution des équations de Maxwell d'un tel problème donnerait des fonctions de Bessel du premier et du deuxième ordre, car les champs, aux régions loin du centre, sont décrits par une combinaison de ces deux fonctions. Des simplifications sont donc nécessaires.

La solution trouvée est de diviser le fil en deux régions (représentant le modèle noyau-coquille), de volume unitaire, où chaque région est caractérisée par une aimantation uniforme et un axe d'aimantation facile. Les deux régions sont couplées par une énergie de couplage du type $w_c \propto \mathbf{M}_1 \cdot \mathbf{M}_2$, où 1 et 2 dénotent les régions. À cause du couplage, l'aimantation résultante se comporte comme une aimantation non-uniforme. L'énergie libre résultante est ensuite minimisée, ce qui nous permet d'obtenir l'équation d'équilibre de chaque aimantation, qui forment un système à deux équations, deux inconnus. La solution du système, pour chaque valeur du champ appliqué, donne la variation de l'angle entre l'axe du fil et chaque aimantation. Ce résultat est ensuite introduit dans la théorie de la MI, sujet du prochain chapitre.

Chapitre 3

Calcul de la magnétoimpédance et comparaison avec l'expérience

« Au-delà de l'oreille existe un son,
à l'extrémité du regard un aspect des choses,
au bout des doigts un objet – c'est là que je vais. »

Clarice Lispector

3.1 Introduction

Dans le chapitre 1, le désaccord entre la théorie de la magnétoimpédance et les résultats expérimentaux a été exposé. En particulier, l'amplitude de l'effet dans la région des champs inférieurs au champ d'anisotropie s'est avérée impossible d'expliquer par les modèles actuels qui assument l'aimantation statique du matériau comme étant uniforme. Dans le chapitre 2, la structure magnétique interne typique des fils amorphes à base de

Co a été analysée. Après le recuit, les effets des contraintes mécaniques sur la structure magnétique sont éliminés et l'aimantation est distribuée dans le fil de façon à minimiser la somme des énergies d'échange et d'anisotropie circonférencielle. Il en résulte que l'aimantation demeure parallèle à l'axe au centre du fil, tournant graduellement vers la direction azimutale lorsqu'elle s'approche de la surface. Cette distribution est la base du modèle noyau-coquille, dont le noyau, d'aimantation axiale, est enveloppé par la coquille, d'aimantation circonférencielle. Ce modèle permet l'analyse du processus d'aimantation de ces fils. Motivé par le modèle de la structure noyau-coquille, nous avons élaboré, dans la section 2.3, un modèle d'aimantation couplé, permettant d'inclure la non-uniformité dans le processus d'aimantation de ces fils. Dans ce chapitre, le modèle d'aimantation couplé sera introduit dans la théorie de la magnétoimpédance et le résultat sera comparé avec l'expérience.

3.2 Modèle des aimantations couplées appliqué au calcul de l'impédance

Le modèle présenté au chapitre précédent donne comme solution les aimantations des deux régions en fonction du champ statique appliqué. Avant de procéder au calcul de l'impédance, nous allons démontrer que, aux fréquences supérieures à 1MHz, l'effet de la MI lieu dans la région définie par la coquille où l'aimantation est circonférencielle.

Ensuite, l'aimantation de cette région sera substituée dans l'équation de Landau-Lifshitz [équation 1.30)] pour obtenir Z.

La fraction du rayon du fil occupé par la profondeur de pénétration magnétique, δ/a, peut être évaluée à partir de l'expression de l'impédance d'un conducteur cylindrique,[50]

$$\frac{Z}{R_{dc}} = \frac{1}{2}\xi\frac{J_0(\xi)}{J_1(\xi)}, \tag{3.1}$$

où R_{dc} est la résistance dc du fil, J_0 et J_1 sont les fonctions de Bessel, et $\xi = \sqrt{-2i}/(\delta/a)$. Avec les données expérimentales de la figure 1.8, l'inversion de (3.1) donne $\xi(H_0)$, le rapport $\delta(H_0)/a$ est donc obtenu. Le résultat est montré dans la figure 3.1, aux fréquences de 1 et 10 MHz. À 10 MHz, la fraction varie de 21% à H_0= 3,25 Oe (260 A/m), où la profondeur de pénétration est minimale (la perméabilité est maximale), jusqu'à 41% à H_0= – 0,8 Oe (– 64 A/m). À 1 MHz, la pénétration ne dépasse pas 40% du rayon. En admettant que la structure noyau-coquille s'applique, le rayon du noyau peut être estimé à partir de la courbe d'aimantation statique de la figure 1.7 (*b*). En admettant que l'aimantation à la remanence, M_r, est produite par l'aimantation du noyau (de l'axe facile axial), la valeur M_r/M_s permet d'évaluer la fraction relative du rayon du noyau, $r_{ic}/a = 0,45$. Une valeur similaire a été trouvée pour les fils amorphes couverts par une couche de verre.[45] Avec le rayon du noyau

interne occupant 45% du rayon du fil et la pénétration du courant ne dépassant pas 40% du rayon (δ est mesurée à partir de la surface), nous concluons que le calcul de l'impédance dépend de l'aimantation de la coquille, bien que le comportement magnétique du noyau soit aussi impliqué à travers le couplage entre ces deux régions.

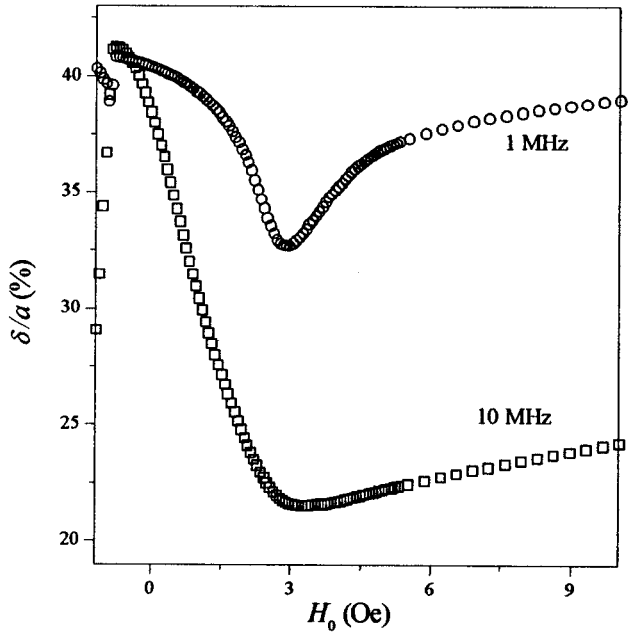

FIG. 3.1. Rapport entre la profondeur de pénétration et le rayon du fil, en fonction de H_0, aux fréquences de f = 1 et 10 MHz. Les courbes ont été obtenues à travers la solution numérique de l'équation (3.1), avec $Z/R_{dc} = (R+iX)/R_{dc}$ donné par les valeurs expérimentales de la figure 1.8. Pour f = 10MHz, la profondeur de pénétration est minimale à $H_0 = 3{,}2$ Oe (260 A/m), ce qui correspond à 21% du rayon, i.e., $3{,}5\mu$ m, et maximale à $H_0 = -0{,}8$ Oe (-64 A/m).

Nous avons vu, dans la section 1.3, que les modèles de calcul de l'impédance utilisent la théorie de la résonance ferromagnétique, qui est basée sur la résolution simultanée de l'équation de Landau-Lifshitz et des équations de Maxwell. La théorie incorpore les effets d'échange-conductivité,[6,7] et les effets d'échange-conductivité-anisotropie de surface.[8] Le couplage introduit le terme $\eta_c^{(2,1)}\cos 2\varphi_{2,1}$ dans l'expression du champ effectif réduit [équation (1.29) avec $\eta_d = \eta_\sigma = 0$], comme nous avons démontré dans l'équation (2.23). L'équation de Landau-Lifshitz linéarisée pour la région 2, similaire à (1.31), s'écrit

$$\begin{aligned} &i\Omega\mathbf{m}^{(2)} - \mathbf{n}_M^{(2)} \times \left\{ \mathbf{h}^{(2)} + \mathbf{h}_a^{(2)} - \left[K^2 + \eta^{(2)} \right] \mathbf{m}^{(2)} \right\} + \\ &+ L\mathbf{n}_M^{(2)} \times \left\{ \mathbf{n}_M^{(2)} \times \left[\mathbf{h}^{(2)} + \mathbf{h}_a^{(2)} - \left[K^2 + \eta^{(2)} \right] \mathbf{m}^{(2)} \right] \right\} = 0, \end{aligned} \tag{3.2}$$

où l'indice (2) signifie la région de la coquille, $\eta^{(2)}$ est donné par (2.23), $\mathbf{m}^{(2)}$ est la composante dynamique de (2.11), $\mathbf{n}_M^{(2)}$ est le vecteur unitaire de la composante statique de (2.11), $\mathbf{h}^{(2)}$ est la composante dynamique de (2.10) et $\mathbf{h}_a^{(2)}$ est défini dans (2.19*b*). La solution de (3.2) produit une équation séculaire cubique en K^2. Après avoir imposé les conditions frontières, les racines de l'équation séculaire sont utilisées pour extraire l'impédance du fil magnétique, selon les discussions des sections 1.3 et 1.4.

L'impédance mesurée à différentes fréquences dans le fil MXT, est comparée avec la théorie dans la figure 3.2. Les paramètres suivants ont été utilisés: $H_c^{(2,1)} = 80$

A/m (1 Oe), $H_k^{(1)}$= 160 A/m (2 Oe), $H_k^{(2)}$= 282 A/m (3,5 Oe), α_1=10°, $\alpha_2 = 89°$, $2a = 34\mu\text{m}$, $\sigma = 0{,}8\times10^6$ S/m, $M_s = 660$ kA/m, $\mu_0\gamma/(2\pi) = 352\times10^2$ Hz/(A/m), $A = 5\times10^{-12}$ J/m et $\lambda/(2\pi) = 48$ MHz. Les conditions frontières de spins bloqués ont été appliquées.

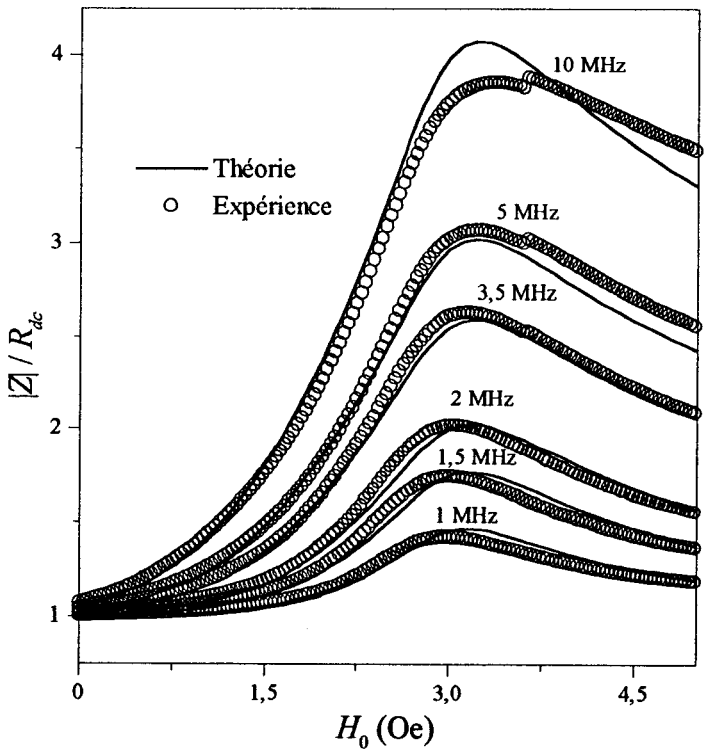

FIG. 3.2. Variation du module de l'impédance, Z, en fonction de H_0 pour différentes valeurs de fréquences. Le trait plein est le résultat du modèle des aimantations couplées, appliqué dans la théorie de la MI. Les cercles correspondent aux données expérimentales de MI d'un fil de $Co_{80.89}Fe_{4.38}Si_{8.69}B_{1.52}Nb_{4.52}$, de diamètre $34\mu\text{m}$, mesurées à l'aide d'un analyseur d'impédance (voir section 1.5.1). L'amplitude du courant a été de 1mA, et H_0 a été appliqué selon l'axe du fil. Les courbes expérimentales de la figure 1.1 sont reproduites ici.

La figure 3.3 compare les données expérimentales du fil UNITIKA, aux fréquences de 1 et 10MHz, avec la théorie. Les paramètres utilisés dans le calcul ont été les suivants $H_c^{(2,1)} = 64$ A/m (0,8 Oe), $H_k^{(1)} = 160$ A/m (2 Oe), $H_k^{(2)} = 248$ A/m (3,1 Oe), $\alpha_1 = 0°$, $\alpha_2 = 89°$, $2a = 125\mu\text{m}$, $\sigma = 0{,}8\times10^6$ S/m, $\lambda/(2\pi) = 40$ MHz, $M_s = 635$ kA/m, $\mu_0\gamma/(2\pi) = 352\times10^2$ Hz/(A/m), $A = 5\times10^{-12}$ J/m, et. Les conditions frontières de spins bloqués ont été appliquées. Le modèle fourni une amélioration importante dans la description des données expérimentales sur une large gamme de fréquence, avec seulement quelques dissemblances résiduelles.

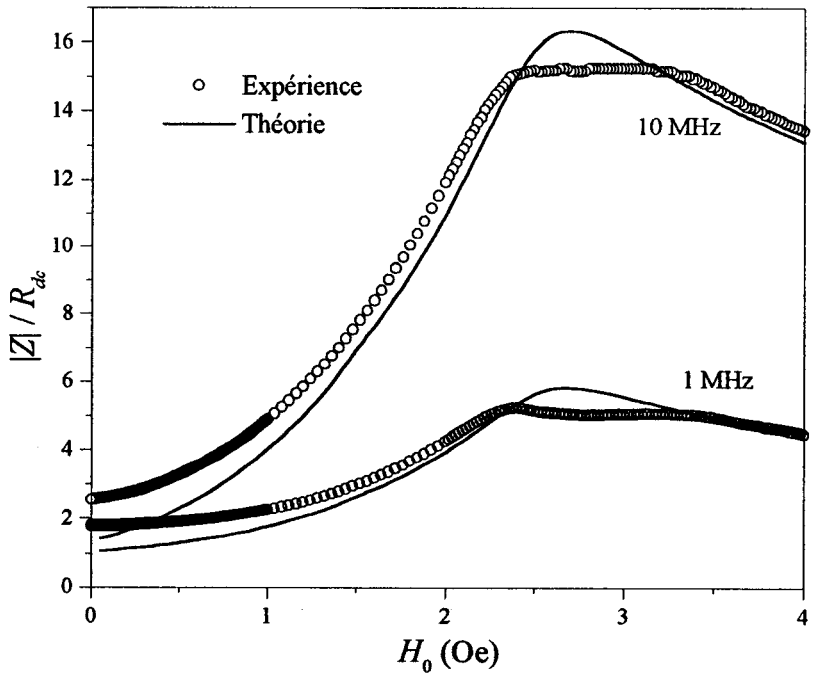

FIG. 3.3. Comparaison entre la théorie et expérience, sur la partie réelle de Z en fonction de H_0. Le trait plein correspond au calcul. Les cercles correspondent au données expérimentales du fil $Co_{68.15}Fe_{4.35}Si_{12.5}B_{15}$, de diamètre $125\mu\text{m}$.

Le modèle présenté rend bien compte des positions des maxima et de la forme des courbes de MI aux faibles valeurs de fréquences et de champs. Néanmoins, le modèle a ses limitations. Il y a cinq paramètres ajustables, $H_c^{(2,1)}$, $H_k^{(1)}$, $H_k^{(2)}$, α_1 et α_2, comparativement aux deux du modèle précédent, $H_k^{(2)}$ et α_2. Cependant, puisque $H_k^{(1)}$ ne fait pas partie du champ effectif réduit [équation (1.29)], sa valeur a un impact négligeable sur la forme finale de l'impédance calculée. De même, la valeur de α_1 n'est pas critique sur le résultat final. Dans les figures 3.2 et 3.3, les valeurs de $H_k^{(2)}$ et de α_2 ont été choisies selon la position des maxima des courbes expérimentales, et selon la direction de l'axe facile de la coquille, supposé circonférencielle à cause de l'effet du recuit. Clairement, le champ de couplage, $H_c^{(2,1)}$ (ajouté à $H_k^{(2)}$ et à α_2), est le paramètre clef nécessaire à l'amélioration significative de la théorie par rapport au modèle précédent.

Les figures 3.4 – 3.8 montrent le rôle des paramètres du modèle sur le module de l'impédance en fonction de H_0, à la fréquence de 10 MHz. Les constantes physiques utilisées sont celles du fil MXT, données dans le tableau 1.1. Dans la figure 3.4, le champ (ou l'énergie) de couplage baisse l'amplitude du pic de $|Z|$. La position du pic tend vers la valeur de $H_k^{(2)}$ lorsque le couplage diminue. En couplage nul ($H_c^{(2,1)} = 0$), l'impédance est indépendante de $H_k^{(1)}$ et de α_1, ne dépendant ainsi que des paramètres de la coquille. Dans ce cas, la position du pic est dictée seulement par la valeur de $H_k^{(2)}$.

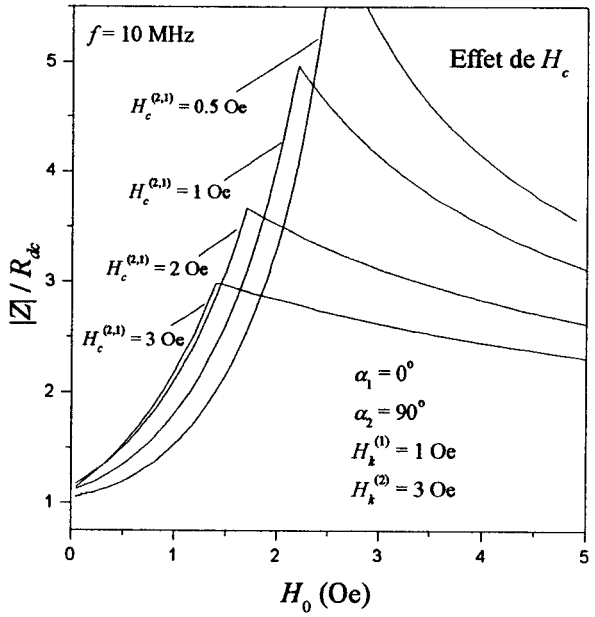

FIG. 3.4. Influence de la variation du champ de couplage sur l'amplitude et la forme de $|Z|/R_{dc}$ à 10 MHz.

La figure 3.5 illustre l'effet de la variation de $H_k^{(2)}$, en gardant les autres paramètres fixes. Puisque l'impédance est fortement dépendante de l'aimantation de la coquille, la position du pic de $|Z|$ suit l'augmentation de $H_k^{(2)}$ et sa valeur exacte dépend de $H_k^{(1)}$. La variation de $H_k^{(2)}$ n'affecte pas l'amplitude de $|Z|$. Par contre, l'effet du champ d'anisotropie du noyau, $H_k^{(1)}$, illustré dans la figure 3.6, est moins évident. L'amplitude (la position) du pic augmente (diminue) avec l'augmentation de la valeur de $H_k^{(1)}$. Ceci est dû au fait que l'aimantation du noyau, d'axe facile parallèle à la direction d'application du champ, dévie l'aimantation de la coquille vers l'axe du fil, en

augmentant la perméabilité et conséquemment, l'impédance. Les figures 3.7 et 3.8 montrent l'effet de la variation de l'angle des axes faciles du noyau et de la coquille. La déviation des angles α_1 et α_2 par rapport aux axes longitudinal et azimutal, entraîne la diminution de l'amplitude de $|Z|$, de façon analogue à celle illustrée dans les courbes *a*, *b* et *c* de la figure 1.5.

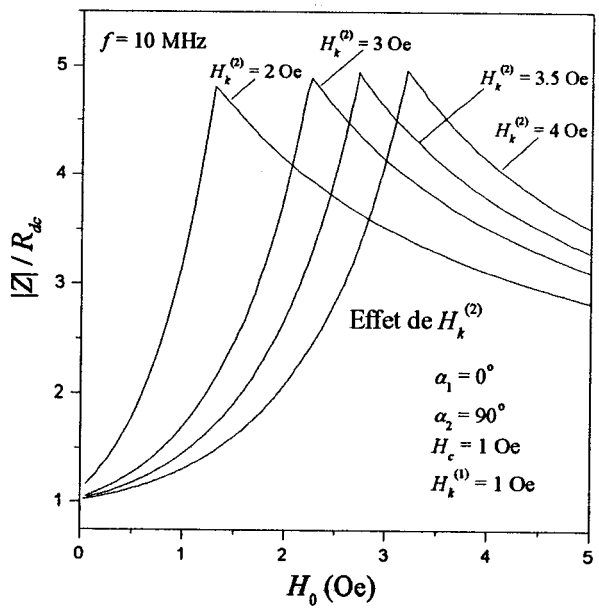

FIG. 3.5. Influence de la variation du champ d'anisotropie de la coquille sur l'amplitude et sur la forme de $|Z|/R_{dc}$ à 10 MHz.

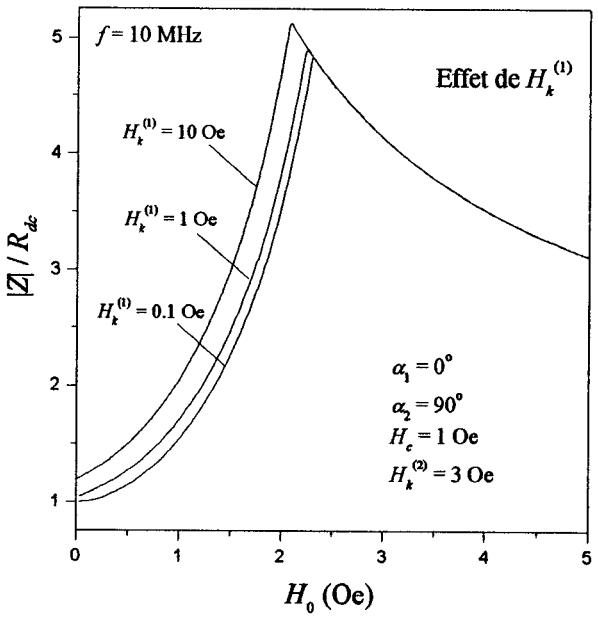

FIG. 3.6. Influence de la variation du champ d'anisotropie du noyau sur l'amplitude et sur la forme de $|Z|/R_{dc}$ à 10 MHz.

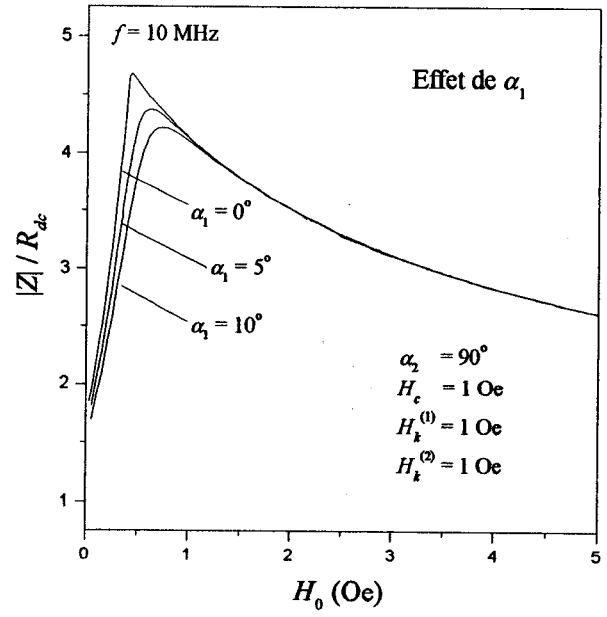

FIG. 3.7. Influence de la variation de la direction de l'axe facile du noyau sur l'amplitude et sur la forme de $|Z|/R_{dc}$ à 10 MHz.

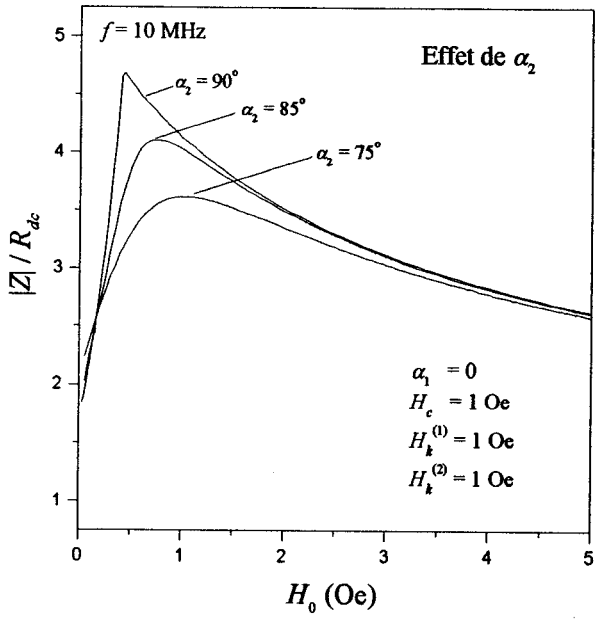

FIG. 3.8. Influence de la variation de la direction de l'axe facile de la coquille sur l'amplitude et sur la forme de $|Z|/R_{dc}$ à 10 MHz.

Les courbes d'aimantation des échantillons étudiés, comme celle montrée dans la figure 1.7 (*b*), et dans la référence [32], présentent une approche lente à la saturation. La figure 3.9 reproduit la courbe d'aimantation normalisée de la figure 1.7 (*b*), et la compare avec les directions des aimantations de chaque région ($\cos\theta_1$ et $\cos\theta_2$), calculées à partir de la solution de l'équation (2.22), avec les mêmes valeurs des paramètres $H_c^{(2,1)}$, $H_k^{(1)}$, $H_k^{(2)}$, α_1 et α_2 utilisés dans la figure 3.2 pour expliquer les résultats de MI. La figure 3.9 montre aussi l'aimantation axiale de tout l'échantillon lorsque l'aimantation du noyau (coquille) est supposée occuper 20% (80%) du volume du fil. Bien que l'aimantation de la coquille ($\cos\theta_2$), qui a été utilisée dans le calcul de l'impédance [équation (3.2)], présente une pente similaire à celle de l'expérience (aux

valeurs de champs inférieurs à 2 Oe), la théorie n'explique pas l'approche lente à la saturation. Nous concluons qu'un modèle plus complet est nécessaire pour décrire, au même temps, le processus d'aimantation complet et la MI, dans ces fils.

Puisque l'énergie de couplage, $E_c^{(2,1)}$, est de l'ordre de l'énergie d'anisotropie, $K_u^{(2)}$, $H_c^{(2,1)} \approx H_k^{(2)}$, l'introduction du champ de couplage dans la théorie de la MI produit un effet négligeable sur la prédiction des positions et amplitudes des maxima de la résonance aux hautes fréquences, car $H_0^{res} >> H_k^{(2)}$, où H_0^{res} est le champ de résonance. La figure 3.10 montre R et X en fonction de la fréquence pour deux valeurs du champ appliqué. Le trait pointillé est le résultat du calcul de l'impédance à partir du modèle des aimantations couplées, et le trait plein correspond au modèle sans le couplage. Au champ appliqué de 16 Oe, qui produit une résonance à 1.1 GHz, la différence entre les deux modèles est faible. Ainsi, pour les hautes valeurs de fréquence et de champ, où le maximum de la résonance est suffisamment étroit, l'effet du champ de couplage est négligeable. La figure 3.10 montre une dissemblance entre le nouveau et l'ancien modèle sur la position et l'amplitude du pic de R, et sur la forme de la courbe de X, pour les fréquences inférieures à 1 GHz. À mesure que la fréquence et le champ appliqué diminuent, le pic de R s'élargit, ce qui peut gêner la détermination précise de la fréquence de résonance. En revanche, pour des faibles fréquences, il est important de tenir compte du couplage dans le modèle.

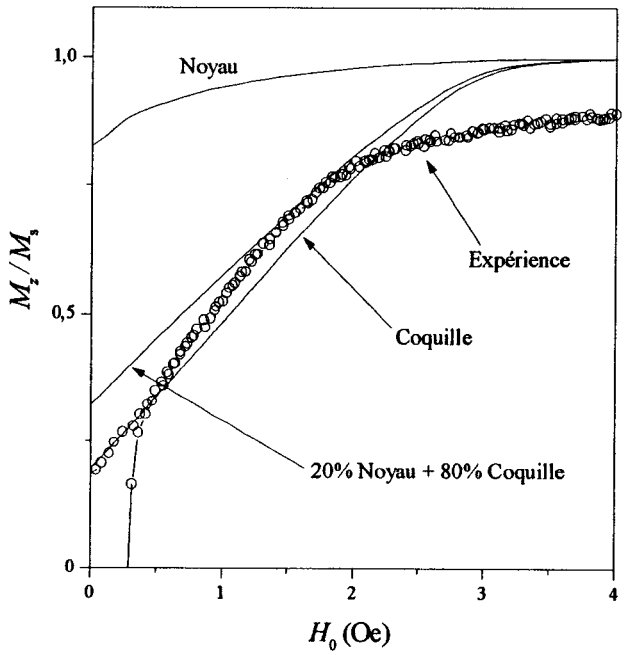

FIG. 3.9. Aimantation normalisée en fonction de H_0. Les cercles correspondent aux données expérimentales de la figure 1.7(*b*). Les traits pleins sont les directions des aimantations, $\cos\theta_1$ (noyau) et $\cos\theta_2$ (coquille), données par la solution de l'équation (2.22), avec les mêmes paramètres utilisés dans le calcul de la figure 3.2. La figure montre aussi l'aimantation axiale pondérée par les fractions du volume du fil occupées par le noyau (20%) et par la coquille (80%).

Le modèle d'aimantation non–uniforme permet d'expliquer les valeurs expérimentales de l'amplitude des maxima de MI aux faibles champs et fréquences. Par ailleurs, Kraus[6] a montré que l'amortissement de Bloch–Bloembergen (BB) peut également expliquer les conditions de résonance et l'intensité de la MI observées. Nous laissons la discussion de cet aspect de la théorie pour l'annexe 4, car il n'est pas directement lié avec le contenu de la thèse. En particulier, le modèle de couplage développé dans la section 2.3 est associé au mécanisme de relaxation de BB ce qui

permet d'obtenir une relation [équation (A4.5)] entre le champ de couplage, $H_c^{(2,1)}$, et le temps de relaxation de BB, τ_{BB}.

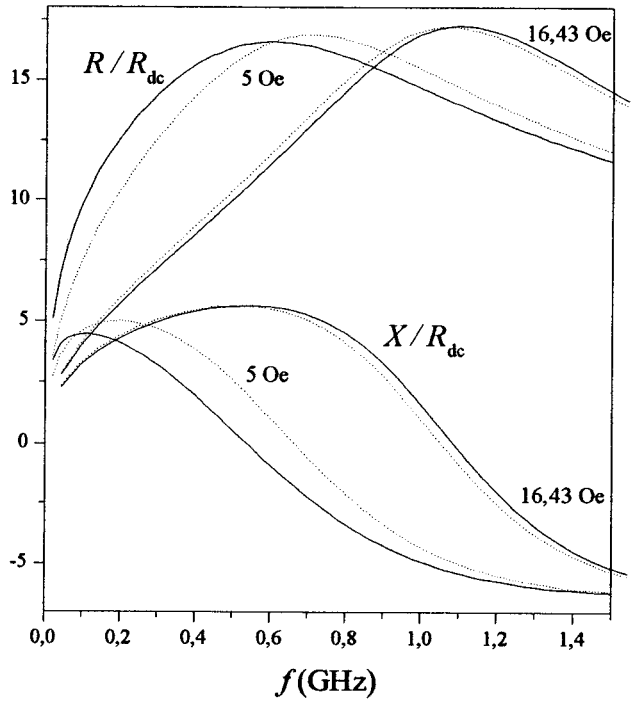

FIG. 3.10. Calcul de la partie réelle et imaginaire de l'impédance en fonction de la fréquence pour deux valeurs du champ appliqué. Le trait plein (pointillé) correspond au résultat du modèle sans (avec) le couplage. La différence entre les deux modèles devient importante aux champs appliqués de l'ordre du champ de couplage ou inférieure à ce dernier.

La figure 3.11 montre l'amplitude du pic de R/R_{dc}, $(R/R_{dc})_{\max}$ en fonction de la fréquence de résonance. Les cercles représentent les valeurs expérimentales obtenues à partir des mesures effectuées sur le fil MXT. Les cercles noirs correspondent aux valeurs de l'amplitude du pic des parties réelles de la figure 3.2. Les cercles blancs ont été obtenus à partir des mesures sur un analyser de réseau, où l'échantillon est le conducteur interne d'un segment de ligne coaxiale, terminée en court-circuit. Les techniques de mesures en micro-ondes sont décrits en détail dans les références [13, 51 et 52]. Le trait A représente la limite théorique supérieure de l'amplitude due à l'amortissement de *LL* (l'échange est négligé), décrite par l'équation (94) de la réf. [7]. Le trait B correspond à la limite imposée par les effets d'échange-conductivité, pour les conditions frontières des spins bloqués [équation (33) de la réf. (8)]. Ce comportement est caractérisé par une dépendance avec la fréquence du type $\propto f^{1/4}$. La ligne pointillée C est le résultat donné par le modèle discuté dans cette section. Les paramètres utilisés dans les calculs sont les mêmes que ceux utilisés dans la figure 3.2. Il est important de noter que dans A et B, l'axe de l'anisotropie est considéré complètement circonférenciel. tandis que dans C il est à 89° par rapport à la direction azimutale. sont calculés Le modèle s'accorde avec l'expérience jusqu'aux fréquences de l'ordre de 100 MHz. Dans la gamme de fréquence au-delà de cette valeur, la théorie surestime les résultats expérimentaux. Cette différence est possiblement due à l'atténuation de l'amplitude de l'amortissement, λ, en fonction de la fréquence,[53,54] qui a été supposé constant dans nos calculs.

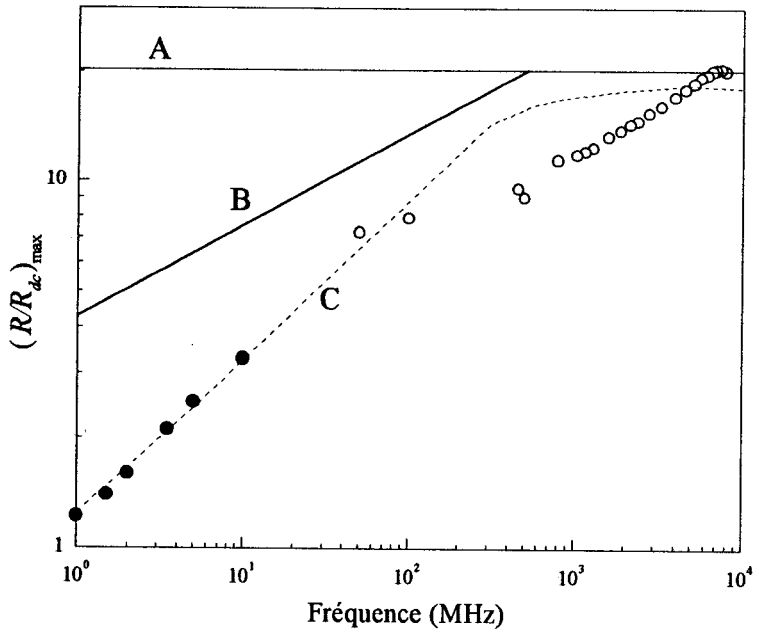

FIG. 3.11. Variation de l'intensité des pics de résonance $(R/R_{dc})_{max}$, en fonction de la fréquence de résonance. Les lignes A et B sont les prédictions de ta théorie pour le cas d'échange nul et amortissement de *LL* nul, respectivement. La ligne C est le résultat du modèle discuté dans cette section. Les cercles sont les résultats de expérimentaux, obtenus à partir des mesures sur l'analyser d'impédance (cercles noirs), et sur l'analyseur de réseau (cercles blancs).

3.3 Sommaire et perspectives

La solution de l'équation (2.22) avec les paramètres $H_c^{(2,1)}$, $H_k^{(1)}$, $H_k^{(2)}$, α_1 et α_2 permet de trouver les aimantations axiales normalisées des régions 1 (noyau, $\cos\theta_1$) et 2

(coquille, $\cos\theta_2$). Ensuite, le résultat est utilisé pour calculer l'impédance en fonction du champ dans les conducteurs magnétiques cylindriques. Aux fréquences supérieures à 1 MHz, la profondeur de pénétration est suffisamment proche de la surface. Il en résulte que la MI est produite seulement par l'aimantation de la coquille bien que celle ci dépend de l'aimantation du noyau à travers le terme de couplage. La théorie est comparée avec l'expérience dans les figures 3.2 et 3.3. L'accord est nettement supérieur à celui des modèles précédents (c.f. figure 1.1).

Le modèle permet d'introduire l'aimantation non-uniforme dans la théorie de la MI produisant un excellent accord avec l'expérience. Néanmoins, le modèle est limité par les paramètres arbitraires $H_c^{(2,1)}$, $H_k^{(1)}$ et α_1, qui ne peuvent être déterminés séparément. Par conséquent, leurs valeurs utilisées dans les figures 3.2 et 3.3 ne sont pas uniques. Les figures 3.4 – 3.8 illustrent le rôle de chaque paramètre sur l'impédance en fonction du champ. En revanche, $H_k^{(2)}$ et α_2 peuvent être estimés par la courbe d'aimantation.

Bien que le modèle soit capable d'expliquer la MI, l'approche lente à la saturation, observée dans les courbes d'aimantation des fils étudiés, reste à éclaircir. Cet effet macroscopique peut être le résultat de fortes anisotropies locales de type aléatoire, responsables de la dispersion spatiale des propriétés magnétiques du fil. Étant donné que le modèle permet de calculer la réponse au champ appliqué d'un système de n aimantations interagissantes, il peut expliquer le comportement de l'approche lente à la saturation.

Les prédictions des amplitudes et des positions des maxima de la MI obtenues avec le nouveau modèle, aux hautes fréquences et champs, restent conformes aux résultats des modèles précédentes. Ceci est valable tant que le champ de couplage est négligeable par rapport au champ de résonance.

Conclusion

Nous avons analysé le problème du désaccord entre la théorie de la magnétoimpédance et l'expérience dans la région de faibles champs et fréquences, pour les conducteurs magnétiques cylindriques. Les contributions originales apportées à la théorie de la MI par cette thèse peuvent être divisées en deux groupes. Dans le premier, nous avons modifié les conditions frontières sur l'aimantation utilisées pour obtenir l'impédance. Le deuxième groupe correspond au développement d'un modèle de la structure magnétique des fils amorphes à base de Co. Ces deux études nous ont permis d'expliquer les résultats expérimentaux dans une large gamme de fréquences avec seulement quelques divergences résiduelles.

L'introduction de l'énergie d'anisotropie de surface dans l'énergie libre totale du système affecte les conditions frontières sur l'aimantation dynamique d'où l'impédance est déterminée. Les conditions frontières, qui découlent naturellement du calcul variationnel de l'énergie libre, établissent un lien entre la constante d'échange et la constante d'anisotropie de surface [équation (1.35)]. Lorsque l'anisotropie de surface prédomine sur l'échange les conditions frontières de « spins bloqués » sont obtenues [équations (1.39) et (1.40)]. Celles-ci sont caractérisées par une aimantation dynamique qui s'annule à la surface du matériau. Dans ces circonstances, nous avons vu que l'amplitude du pic du module de l'impédance est réduite de moitié par rapport à celle calculée avec les conditions de spins libres pour le cas d'un axe facile parfaitement

circonférenciel. Nous observons que cette diminution n'est pas suffisante pour expliquer les résultats expérimentaux [figures (1.8) et (1.9)]. Nous concluons ainsi que le désaccord entre la théorie et l'expérience ne peut pas être uniquement attribué au blocage de l'aimantation dynamique.

Nous avons étudié en détail la structure magnétique « noyau-coquille » des fils amorphes à base de Co dans le chapitre 2. L'approche utilisée est celle du problème variationnel de minimisation de l'énergie libre d'un système constitué des énergies d'échange, d'anisotropie et celle produite par le champ externe. L'énergie magnétostatique interne est absente du système à cause de la distribution de l'aimantation choisie [équation (2.1)]. Cette approche nous a permis de calculer la variation de la direction de l'aimantation en fonction du rayon du fil. Nous avons ainsi déterminé la façon dont la structure magnétique interne du fil (composée du noyau et de la coquille) varie en fonction des différentes valeurs de ces énergies (figure 2.2). De même, la largeur de la paroi de domaine qui sépare les régions internes a été déterminée analytiquement (section 2.2.2).

L'approche utilisée dans la description de la microstructure magnétique du fil, telle qu'elle est effectuée dans la section 2.2, est trop compliquée pour fournir la variation de l'aimantation (non-uniforme) moyenne en fonction du champ appliqué. Malgré cela, cette étude nous a motivée au développement d'un modèle d'aimantation caractérisé par un système multiaxial couplé. Dans ce modèle, le fil est divisé en plusieurs régions d'axes faciles distincts, caractérisées chacune par une aimantation uniforme. Dû au couplage, l'aimantation résultante se comporte comme une aimantation

non-uniforme. Nous avons calculé la réponse au champ statique appliqué selon l'axe du fil d'un système formé par deux aimantations couplées, où l'angle entre les deux axes faciles est environ 90°, représentant ainsi la structure noyau-coquille.

Nous avons introduit ce modèle dans la théorie de la MI et le résultat a été confronté avec l'expérience sur deux fils amorphes de compositions similaires et de diamètres distincts. Nous avons obtenu un excellent accord dans une large gamme de fréquences [figures (3.2) et (3.3)]. Le développement du modèle d'aimantation couplée et son introduction dans la théorie de la MI dans les conducteurs magnétiques cylindriques sont les plus importantes de nos contributions originales. Naturellement, la première suite logique du travail est l'application de ce modèle dans la théorie de la MI pour les conducteurs magnétiques planaires dans le but de réduire le désaccord entre théorie et expérience observé également dans ces systèmes.

Ces résultats nous mènent à la conclusion que le problème de la modélisation de la MI, posé au début de ce travail, est dû à la façon dont l'aimantation statique – représentant l'aimantation « bulk » du fil – est modélisée. En revanche, le comportement de l'aimantation dynamique à la surface a une importance secondaire. Nous concluons donc que l'effet de l'anisotropie de surface sur le comportement dynamique (et éventuellement, statique) de l'aimantation à la surface doit avoir une importance majeure dans les fils magnétiques de dimensions sub-microscopiques ou dans les couches très minces. Ainsi, un travail pertinent pour une future thèse pourrait être l'étude de l'anisotropie de surface dans ces systèmes à travers une étude basée sur des mesures de MI.

Dans la gamme des fréquences micro-ondes, le spectre de MI, obtenu par le nouveau modèle, reste conforme au modèle précédent. Autrement dit, le nouveau modèle est aussi capable de prévoir les amplitudes et les positions des pics de résonance aux forts champs appliqués.

Nous avons comparé la courbe d'aimantation des fils étudiés avec celle calculée d'après le modèle d'aimantation multiaxial. L'approche lente à la saturation, observée expérimentalement, est un aspect qui reste à éclaircir. Cet effet est influencé principalement par l'effet des défauts et des inhomogénéités qui peuvent induire des fortes anisotropies locales de type aléatoire responsables de la dispersion spatiale des propriétés magnétiques du fil. Ainsi, la combinaison des résultats d'observation des domaines à effet Kerr magnéto-optique et les mesures de MI, interprétée à l'aide du modèle d'aimantation multiaxial, s'avère une des suites logiques de ce travail.

Étant donné que le modèle d'aimantation multiaxial permet de calculer la réponse au champ appliqué d'un système de n aimantations interagissantes, il peut être utilisé dans une future thèse comme un point de départ pour expliquer le comportement de l'approche lente à la saturation. En revanche, l'étude de l'approche lente à la saturation dans les matériaux amorphes introduite par Kronmüller,[55] à travers le concept de distribution intrinsèque de l'aimantation (qui résulte des fluctuations des paramètres intrinsèques du matériau), doit être utilisé pour l'analyse de la microstructure des l'échantillons amorphes.

Un traitement théorique de la MI qui incorpore le calcul micromagnétique de la structure magnétique de nos fils, pour expliquer le comportement de l'aimantation

« bulk » en fonction du champ, s'avère infaisable. D'abord, le calcul micromagnétique n'est possible que dans les échantillons de faibles dimensions. Pour le calcul, l'échantillon est divisé en plusieurs régions. Ces régions doivent être suffisamment petites de façon à ce que la précision du résultat soit suffisante, et suffisamment grande pour que le temps de computation soit raisonnable. Ceci est dû au fait que les grosses divisions mènent aux grandes erreurs. La solution est d'utiliser des modèles qui connectent les paramètres micro-structuraux aux réponses magnétiques du matériau sous l'action du champ externe, comme les courbes d'aimantation. Dans cette thèse, nous avons exploité le concept du modèle monodomaine de Stoner-Wolhfarth de rotation cohérente pour créer un modèle d'aimantation non-uniforme. En revanche, le modèle de Jiles – Atherton,[56] décrit l'aimantation « bulk » des matériaux polycristalins, à travers les fortes interactions entre les parois de domaines. En principe, ce modèle peut être utilisé pour décrire les domaines qui caractérisent les régions du noyau et de la coquille des fils amorphes et ainsi, la courbe d'aimantation de ces fils.

Références

[1] R.S. Beach and A.E. Berkowitz, Appl. Phys. Lett. **64**, 3652 (1994).

[2] L.V. Panina and K. Mohri, Appl. Phys. Lett. **65**, 1189 (1994).

[3] M. Knobel, M. Vazquez, L. Kraus, *Giant Magnetoimpedance*, Handbook of Magnetic Materials (Ed. Buschow, Elsevier, 2003).

[4] A. Yelon, D. Ménard, M. Britel P. Ciureanu, Appl. Phys. Lett. **69**, 3084 (1996).

[5] D. Ménard, M. Britel, P. Ciureanu, A. Yelon, J. Appl. Phys. **84**, 2805 (1998).

[6] L. Kraus, J. Magn. Magn. Mater. **195**, 764 (1999).

[7] D. Ménard and A. Yelon, J. Appl. Phys. **88**, 379 (2000).

[8] L.G.C. Melo, D. Ménard, P. Ciureanu, A. Yelon, J. Appl. Phys. **92**, 7272 (2002).

[9] A. Yelon, L.G.C. Melo, P. Ciureanu, D. Ménard, J. Magn. Magn. Mater. **249**, 257 (2002).

[10] L. Kraus, Z. Frait, K.R. Pirota, H. Chiriac, J. Magn. Magn. Mater. **254 – 255**, 399 (2003).

[11] H. Hauser, L. Kraus, P. Ripka, IEEE Instrum. Meas. Mag. **4**, 28 (2001).

[12] M.R. Britel, D. Ménard, L.G. Melo, P. Ciureanu, A. Yelon, R.W. Cochrane, M. Rouabhi, B. Cornut, Appl. Phys. Lett. **77**, 2737 (2000).

[13] L.G.C. Melo, P. Ciureanu, A. Yelon, J. Magn. Magn. Mater. **249**, 337 (2002).

[14] H. Kronmüller, M. Fähnle, M. Domann, H. Grimm, B. Gröger, J. Magn. Magn. Mat. **13**, 53 (1979).

[15] E.C. Stoner and E.P. Wohlfarth, Philos. Trans. Roy. Soc. London **A240**, 599 (1948). Cet article a été réimprimé dans IEEE Trans. Magnetics **27**, 3475 (1991).

[16] W.F. Brown, Jr., *Micromagnetics* (Interscience, New York, 1963), pp. 46.

[17] A. Hubert and R. Shafer, *Magnetic Domains* (Springer, 2000), pp. 110.

[18] P.T. Squire, D. Atkinson, M.R.J. Gibbs, S. Atalay, J. Magn. Magn. Mat. **132**, 10 (1994).

[19] L. Néel, J. Phys. Radium **15**, 225 (1954).

[20] G. Arfken, *Mathematical Methods for Physicists* (Academic Press, San Diego, 1985), pp. 97.

[21] H. Hoffmann, Phys. Stat. Sol. **33**, 175 (1969).

[22] Ref. 16, pp. 41.

[23] J.D. Livingston, Phys. Stat. Sol. (a) **70**, 591 (1982).

[24] M.L. Sánchez, R. Valenzuela, M. Vázquez, A. Hernando, J. Magn. Magn. Mat. **163**, 132 (1996).

[25] W.S. Ament and G.T. Rado, Phys. Rev. **97**, 1558 (1955).

[26] D. Ménard, thèse de doctorat, « Modélisation de la magnétoimpédance dans les conducteurs magnétiques cylindriques », École Polytechnique de Montréal, Août 1999.

[27] J.R. Macdonald, Proc. Phys. Soc. **64**, 968 (1951).

[28] G.T. Rado and J.R. Weertman, J. Phys. Chem. Solids **11**, 315 (1959).

[29] D. Ménard, L.G.C. Melo, M. Britel, P. Ciureanu, A. Yelon, M. Rouabhi, R. Cochrane, J. Appl. Phys. **87**, 4801 (2000).

[30] K.V. Rao, F.B. Humphrey, J.L. Costa-Krämer, J. Appl. Phys. **76**, 6204 (1994).

[31] O.V. Nielsen, IEEE Trans. Magn. **21**, 2008 (1985).

[32] C. Gómez-Polo and M. Vázquez, J. Magn. Magn. Mat. **118**, 86 (1993).

[33] F.B. Humphrey, K. Mohri, J. Yamasaki, H. Kawamura, R. Malmhall, I. Ogasawara, in *Magnetic Properties of Amorphous Metals*, edited by A. Hernando, V. Madurga, M.C. Sanchez, and M. Vazquez (North Holland, Amsterdam, 1987), p. 110.

[34] M. Rouabhi, R.W. Cochrane, D. Ménard, M. Britel, P. Ciureanu, A. Yelon, J. Appl. Phys. **85**, 5441 (1999).

[35] G. Rudkowska et P. Ciureanu, communication interne, EPM.

[36] D. Atkinson and P.T. Squire, IEEE Trans. Magn. **33**, 3364 (1997).

[37] M. Knobel, M.L. Sánchez, J. Velázquez, M. Vázquez, J. Phys.: Condens. Matter **7**, L115 (1995).

[38] K. Mohri, F.B. Humphrey, K. Kawashima, K. Kimura, M. Mizutami, IEEE Trans. Magn. **26**, 1789 (1990).

[39] M. Takajo, J. Yamasaki, F.B. Humphrey, IEEE Trans. Magn. **29**, 3484 (1993).

[40] J.N. Nderu, M. Takaju, J. Yamasaki, F.B. Humphrey, IEEE Trans. Magn. **34**, 1312 (1998).

[41] A.S. Antonov, A. Dykhne, A. Lagar'kov, N.A. Usov, Physica A **241**, 425 (1997).

[42] N.A. Usov, A.S. Antonov, A. Dykhne, A. Lagar'kov, J. Phys. : Condens. Matter **10**, 2453 (1998).

[43] J.J. Freijo, A. Hernando, M. Vázquez, A. Méndez, V.R. Ramanan, Appl. Phys. Lett. **74**, 1305 (1999).

[44] J.J. Freijo, M. Vázquez, A. Hernando, A. Méndez, V.R. Ramanan, J. Appl. Phys. **85**, 5450 (1999).

[45] D. Ménard, D. Frankland, P. Ciureanu, A. Yelon, M. Rouabhi, R. W. Cochrane, H. Chiriac, T.A. Óvári, J. Appl. Phys. **83**, 6566 (1998).

[46] N.A. Usov, A.S. Antonov, A.N. Lagar'kov, J. Magn. Magn. Mater. **185**, 159 (1998).

[47] J.P. Jakubovics, Philos. Mag. B **38**, 401 (1978).

[48] W.F. Brown, Jr., J. Appl. Phys. **39**, 993 (1968).

[49] A. Yelon, J. Appl. Phys. **38**, 325 (1967).

[50] L. D. Landau and E. M. Lifshitz, *Electrodynamics of Continuous Media* (Pergamon, Oxford, 1975).

[51] D. Ménard, M. Britel, V.P. Paramonov, A.S. Antonov, P. Ciureanu, P. Rudkowski, J.O. Strom-Olsen, A. Yelon, J. Appl. Phys, **81**, 4032 (1997).

[52] M.R. Britel, thèse de doctorat, « L'étude de la magnétoimpédance géante des fils ferromagnétiques doux en micro-ondes », École Polytechnique de Montréal, Février 2000.

[53] D. Ménard, M. Britel, P. Ciureanu, A. Yelon, M. Rouabhi, R.W. Cochrane, J. Magn. Magn. Mater. **203**, 111 (1999).

[54] M. Britel, D. Ménard, P. Ciureanu, A. Yelon, M. Rouabhi, R.W. Cochrane, C. Akyel, J. Gauthier, J. Appl. Phys, **85**, 5456 (1999).

[55] H. Kronmüller, IEEE Trans. Magn. **5**, 1218 (1979).

[56] D.C. Jiles and D.L. Atherton, J. Magn. Magn. Mat. **61**, 48 (1986).

Annexe I

Calcul de l'aimantation statique en fonction du champ statique

Dans l'équation (1.27) du texte,

$$(\eta_0 - \eta_d)\sin\theta - \eta_k \sin\psi\cos\psi - \eta_\sigma \sin\psi_\sigma \cos\psi_\sigma = 0, \qquad \text{(A1.1)}$$

les angles $\alpha = \theta + \psi$ et $\alpha_\sigma = \theta + \psi_\sigma$ sont supposés connus. L'équation (A1.1) est ensuite écrite en termes de $\cos\theta$ et $\sin\theta$. Nous trouvons

$$\begin{aligned}&\left[\eta_0 - \eta_d + (\eta_k \cos 2\alpha + \eta_\sigma \cos 2\alpha_\sigma)\cos\theta\right]\sin\theta = \\ &= (\eta_k \sin 2\alpha + \eta_\sigma \sin 2\alpha_\sigma)\cos^2\theta - \tfrac{1}{2}(\eta_k \sin 2\alpha + \eta_\sigma \sin 2\alpha_\sigma).\end{aligned} \qquad \text{(A1.2)}$$

La composante de l'aimantation dans la direction du champ appliqué, $\cos\theta$ est recherchée. Le carré des deux termes de (A1.2) est effectué afin d'obtenir l'équation suivante, en terme de $\cos\theta$,

$$\sum_{i=0}^{4} a_i \cos^i\theta = 0, \qquad \text{(A1.3)}$$

où

$$
\begin{aligned}
a_0 &= \tfrac{1}{4}\left(\eta_k \sin 2\alpha + \eta_\sigma \sin 2\alpha_\sigma\right)^2 - \left(\eta_0 - \eta_d\right)^2, \\
a_1 &= -2\left(\eta_0 - \eta_d\right)\left(\eta_k \cos 2\alpha + \eta_\sigma \cos 2\alpha_\sigma\right), \\
a_2 &= \left(\eta_0 - \eta_d\right)^2 - \left[\eta_k^2 + \eta_\sigma^2 + 2\eta_k \eta_\sigma \cos 2\left(\alpha - \alpha_\sigma\right)\right], \\
a_3 &= -a_1, \\
a_4 &= \left(\eta_0 - \eta_d\right)^2 - a_2.
\end{aligned}
\tag{A1.4}
$$

Parmi les quatre racines de l'équation (A1.3), pour chaque valeur de η_0, seules celles obéissant à la condition d'équilibre stable

$$
\begin{aligned}
\left(\eta_0 - \eta_d\right)\cos\theta + \left(\eta_k \cos 2\alpha + \eta_e \cos 2\alpha_e\right)\left(2\cos^2\theta - 1\right) \\
+2\left(\eta_k \sin 2\alpha + \eta_e \sin 2\alpha_e\right)\sin\theta\cos\theta > 0
\end{aligned}
\tag{A1.5}
$$

sont valables. Le terme à gauche de (A1.5) est obtenu en dérivant deux fois l'énergie totale [ou une fois l'équation (A1.1)], par rapport à θ.

Annexe II

Dérivation des conditions frontières générales de l'aimantation

À partir de la figure 1.4, le vecteur unitaire de l'anisotropie de surface s'écrit

$$\mathbf{n}_s = \mathbf{n}_r \sin\beta + (\mathbf{n}_\varphi \sin\vartheta + \mathbf{n}_z \cos\vartheta)\cos\beta . \tag{A2.1}$$

Nous allons développer séparément les produits vectoriels de l'équation (1.32). Celle-ci peut être écrite dans une façon plus appropriée, soit

$$\mathbf{T}_{ex} + \mathbf{T}_s = 0 , \tag{A2.2}$$

où

$$\mathbf{T}_{ex} = \mu_0 d_{ex}^2 \, \mathbf{M} \times \left(\frac{\partial \mathbf{m}}{\partial r} + \frac{\mathbf{m}}{r} \right), \tag{A2.3}$$

et

$$\mathbf{T}_s = \mu_0 \mathbf{M} \times \frac{2K_s}{\mu_0 M_s} \cos\beta \cos(\theta - \vartheta)\mathbf{n}_s . \tag{A2.4}$$

À l'aide de (1.18), l'équation (A2.3) s'écrit

$$\begin{aligned}\mathbf{T}_{ex} = \frac{2A}{M_s}[&-\frac{\mathbf{n}_r}{\cos\theta}\left(\frac{\partial m_\varphi}{\partial r}+\frac{m_\varphi}{r}\right)+\\ &+\mathbf{n}_\varphi\cos\theta\left(\frac{\partial m_r}{\partial r}+\frac{m_r}{r}\right)+\\ &-\mathbf{n}_z\sin\theta\left(\frac{\partial m_r}{\partial r}+\frac{m_r}{r}\right)],\end{aligned} \tag{A2.5}$$

où nous avons utilisé le fait que $\mathbf{M}_0 = M_s\left(\sin\theta\mathbf{n}_\varphi + \cos\theta\mathbf{n}_z\right)$ (section 1.2.2). La substitution de (1.18) et (A2.1) dans (A2.4) donne

$$\mathbf{T}_s = \frac{2K_s}{M_s}\cos\beta\cos\left(\theta-\vartheta\right)\left\{\begin{aligned}&\frac{\mathbf{n}_r}{\cos\theta}[m_\varphi\cos\left(\theta-\vartheta\right)+M_s\cos\theta\sin\left(\theta-\vartheta\right)]\cos\beta\\ &+\mathbf{n}_\varphi[-m_r\cos\vartheta\cos\beta-m_\varphi\tan\theta\sin\beta+M_s\cos\theta\sin\beta]\\ &+\mathbf{n}_z[m_r\sin\vartheta\cos\beta-m_\varphi\sin\beta-M_s\sin\theta\sin\beta]\end{aligned}\right\}, \tag{A2.6}$$

où nous avons utilisé $m_z = -m_\varphi\tan\theta$, d'après les figures 1.2 (*a*) et (*b*).

Les équations (A2.5) et (A2.6), lorsque substituées dans (A2.2), produisent

$$\frac{\mathbf{n}_r}{\cos\theta}\left\{-\left(\frac{\partial m_\varphi}{\partial r}+\frac{m_\varphi}{r}\right)+\frac{K_s}{A}\cos^2\beta\cos(\theta-\vartheta)[m_\varphi\cos(\theta-\vartheta)+M_s\cos\theta\sin(\theta-\vartheta)]\right\}+$$

$$+\mathbf{n}_\varphi\left\{\cos\theta\left(\frac{\partial m_r}{\partial r}+\frac{m_r}{r}\right)-\frac{K_s}{A}\cos\beta\cos(\theta-\vartheta)[m_r\cos\vartheta\cos\beta+m_\varphi\tan\theta\sin\beta-M_s\cos\theta\sin\beta]\right\}+$$

$$-\mathbf{n}_z\left\{\sin\theta\left(\frac{\partial m_r}{\partial r}+\frac{m_r}{r}\right)+\frac{K_s}{A}[-m_r\sin\vartheta\cos\beta+m_\varphi\sin\beta+M_s\sin\theta\sin\beta]\right\}$$

$$=0.$$

(A2.7)

Pour que (A2.7) soit valable, chacune de ses composantes doit s'annuler. Nous obtenons alors

$$\left(\frac{\partial m_\varphi}{\partial r}+\frac{m_\varphi}{r}\right)-\frac{K_s}{A}\cos^2\beta\cos(\theta-\vartheta)[m_\varphi\cos(\theta-\vartheta)+M_s\cos\theta\sin(\theta-\vartheta)]=0, \qquad \text{(A2.8)}$$

$$\cos\theta\left(\frac{\partial m_r}{\partial r}+\frac{m_r}{r}\right)-\frac{K_s}{A}\cos\beta\cos(\theta-\vartheta)[m_r\cos\vartheta\cos\beta+m_\varphi\tan\theta\sin\beta-M_s\cos\theta\sin\beta]=0,$$

(A2.9)

$$\sin\theta\left(\frac{\partial m_r}{\partial r}+\frac{m_r}{r}\right)+\frac{K_s}{A}\cos\beta\cos(\theta-\vartheta)[-m_r\sin\vartheta\cos\beta+m_\varphi\sin\beta+M_s\sin\theta\sin\beta]=0.$$

(A2.10)

L'équation (A2.8) est la condition frontière pour la composante m_φ [équation (1.33)]. L'équation pour la composante m_r est obtenue en multipliant (A2.9) par $\cos\theta$, en multipliant (A2.10) par $\sin\theta$, et en additionnant les résultats. Nous obtenons donc

$$\left(\frac{\partial m_r}{\partial r}+\frac{m_r}{r}\right)-\frac{K_s}{A}\cos\beta\cos(\theta-\vartheta)[m_r\cos\beta\cos(\theta-\vartheta)-M_s\sin\beta]=0 \tag{A2.11}$$

qui correspond à l'équation (1.34).

Annexe III

L'équation différentielle d'Euler du fil magnétique

Nous allons trouver l'équation différentielle qui minimise l'énergie totale du fil magnétique : l'équation d'Euler du problème variationnel. Le calcul est une version simplifiée de la dérivation des équations de Brown, valide pour le cas particulier d'un cylindre. Le traitement rigoureux des équations généralisé de Brown peut être trouvé dans la référence 16, à la page 173.

L'aimantation statique du cylindre, $\mathbf{M}_0 = M_s \mathbf{n}_M$, est supposée être dépendante seulement de la variable radiale, r et dans le plan $\varphi - z$. Les composantes de $\mathbf{n}_M$ sont alors,[41,42]

$$\mathbf{n}_M = \sin\theta(r)\mathbf{n}_\varphi + \cos\theta(r)\mathbf{n}_z, \qquad \text{(A3.1)}$$

où $\theta(r)$ est la fonction recherchée qui représente l'angle entre l'aimantation et l'axe z. L'équation (A3.1) est définie dans la région $0 \le r \le a$. Les énergies du système vont être ensuite définies. Nous supposons une anisotropie uniaxiale, d'axe facile circonférenciel.

L'énergie d'anisotropie est calculée en intégrant l'équation (1.3) dans le volume du cylindre de longueur L, et rayon a :

$$\frac{W_a}{2\pi L} = -K_u \int_{r=0}^{a} r \sin^2\theta dr . \tag{A3.2}$$

L'énergie d'échange est donnée par l'intégrale de (1.2), où $\alpha_r = 0$, $\alpha_\varphi = \sin\theta(r)$, et $\alpha_z = \cos\theta(r)$, d'après (2.1) ou (A3.1). En coordonnées cylindriques, l'énergie d'échange prend donc la forme

$$\begin{aligned} \frac{W_{ex}}{2\pi L} &= A \int_{r=0}^{a} \left[\left(\frac{\partial \sin\theta}{\partial r} \right)^2 + \left(\frac{\partial \cos\theta}{\partial r} \right)^2 + \frac{\sin^2\theta}{r^2} \right] r dr = \\ &= A \int_{r=0}^{a} \left[\left(\frac{d\theta}{dr} \right)^2 + \frac{\sin^2\theta}{r^2} \right] r dr. \end{aligned} \tag{A3.3}$$

L'énergie magnétostatique d'interaction avec le champ appliqué, $\mathbf{H}_0 = H_0 \mathbf{n}_z$, est donnée par l'intégrale de (1.5), soit

$$\frac{W_0}{2\pi L} = -\mu_0 H_0 M_s \int_{r=0}^{a} \cos\theta r dr . \tag{A3.4}$$

L'énergie magnétostatique due aux charges magnétiques est nulle, car (A3.1) donne $\nabla \cdot \mathbf{M}_0 = 0$. L'énergie totale, G, est la somme de (A3.2), (A3.3) et (A3.4). Puisque nous ne connaissons pas la fonction $\theta(r)$, les intégrales dans (A3.2), (A3.3) et (A3.4), ne peuvent pas être calculées. Cependant, l'équation qui obéit à $\theta(r)$ peut être calculée, en regardant les extrêmes de G par rapport aux variations arbitraires $\delta\theta(r)$, analogue à ce que nous avons fait pour trouver (1.9) à partir de (1.8). Nous obtenons,

$$\delta G = -\int_{r=0}^{a} \left(2K_u \sin\theta\cos\theta - \mu_0 H_0 M_s \sin\theta\right)\frac{\delta\theta}{dr} r dr + \delta W_{ex} = 0. \qquad \text{(A3.5)}$$

Dans (A3.5), δW_{ex} est calculé séparément :

$$\begin{aligned}
\delta W_{ex} &= 2A\int_{r=0}^{a}\left[\frac{d\theta}{dr}\frac{d(\delta\theta)}{dr} + \frac{\sin\theta\cos\theta}{r^2}\frac{\delta\theta}{dr}\right] r dr = \\
&= 2A\left[\int_{r=0}^{a} r\frac{d\theta}{dr} d(\delta\theta) + \int_{r=0}^{a}\frac{\sin\theta\cos\theta}{r^2}\frac{\delta\theta}{dr} r dr\right] = \qquad \text{(A3.6)} \\
&= 2A\left[r\frac{d\theta}{dr}\delta\theta\Big|_{r=0}^{a} - \int_{r=0}^{a}\frac{d}{dr}\left(r\frac{d\theta}{dr}\right)\delta\theta + \int_{r=0}^{a}\frac{\sin\theta\cos\theta}{r^2}\frac{\delta\theta}{dr} r dr\right].
\end{aligned}$$

Dans (A3.6), le premier terme entre les cochets s'annule à cause de la condition frontière :[42] $d\theta(a)/dr = 0$. L'équation (A3.6) donne alors

$$\delta W_{ex} = -2A \int_{r=0}^{a} \left[\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{d\theta}{dr} \right) - \frac{\sin\theta \cos\theta}{r^2} \right] \frac{\delta\theta}{dr} r dr , \qquad \text{(A3.7)}$$

ce qui nous permet d'écrire (A3.5) sous la forme

$$\int_{r=0}^{a} \left[-A \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{d\theta}{dr} \right) - \left(K_u - \frac{A}{r^2} \right) \sin\theta \cos\theta + \tfrac{1}{2} \mu_0 H_0 M_s \sin\theta \right] \frac{\delta\theta}{dr} r dr = 0 . \qquad \text{(A3.8)}$$

Le terme entre cochets de (A3.8) s'annule, ce que nous permet de trouver

$$\frac{d^2\theta}{d\xi^2} + \frac{1}{\xi} \frac{d\theta}{d\xi} + \left(p^2 - \frac{1}{\xi^2} \right) \sin\theta \cos\theta - h_0 p^2 \sin\theta = 0 , \qquad \text{(A3.9)}$$

qui est l'équation (2.2) recherchée. Dans (A3.9), $\xi = r/a$, $p = a/\left(\sqrt{2}\delta_w\right)$, $1/\delta_w = \sqrt{2K_u/A}$, $h_0 = H_0/H_k$ et $H_k = 2K_u/\left(\mu_0 M_s\right)$. La solution de (A3.9), qui doit être finie à $r = 0$ $(\xi = 0)$ et respecter la condition $d\theta(a)/dr = 0$ $(d\theta(1)/d\xi = 0)$, nous permet d'obtenir la distribution de l'aimantation dans un fil magnétique.

Annexe IV

Relation entre le champ de couplage et le temps de relaxation de Bloch – Bloembergen

Dans cette annexe, l'effet de l'amortissement de Bloch-Bloembergen (BB) est associé à l'effet du couplage, à travers la comparaison entre la condition de résonance ferromagnétique de chaque cas. En absence d'amortissement et de couplage, la condition de résonance s'écrit[7]

$$\eta - \eta_k \left[\left(\frac{\omega_r}{\omega_k} \right)^2 + \sin^2 \psi \right] = 0, \qquad \text{(A4.1)}$$

où ω_r est la fréquence de résonance, η est le champ effectif réduit donné par (1.29) (avec $\eta_d = \eta_\sigma = 0$), $\eta_k = H_k / M_s$, ψ est défini dans la figure 1.2 et $\omega_k = \mu_0 \gamma \sqrt{H_k M_s}$ est la fréquence de précession à champ nul. Avec $\mu_0 \gamma / (2\pi) = 352 \times 10^2$ Hz/(A/m), $M_s = 660$ kA/m, et $H_k = 284$ A/m (3.55 Oe), nous obtenons $\omega_k / (2\pi) = 480$ MHz. L'équation (A4.1) est valable lorsque $H_0 << M_s$. Dans un fil typique de CoFeSiB, dont

$M_s = 660\,\text{kA/m}$, le champ nécessaire pour l'observation de la résonance à 10 GHz vaut environ 100 kA/m,[13] ce qui justifie l'utilisation de (A4.1) pour la gamme de fréquence étudiée dans cette thèse.

Nous avons vu dans la section 2.3, que le champ de couplage ajoute le terme $\eta_c^{(2,1)} \cos 2\varphi_{2,1}$ au η de chaque région [c.f. équation (2.23)]. Ainsi, la condition de résonance (A4.1) de la région de la coquille, en présence du couplage avec le noyau est

$$\eta^{(2)} - \eta_k^{(2)} \left[\left(\frac{\omega_r}{\omega_k^{(2)}} \right)^2 + \sin^2 \psi_2 \right] = 0, \tag{A4.2}$$

où $\eta^{(2)}$ est donné par (2.23), $\eta_k^{(2)}$ est analogue à η_k, et $\omega_k^{(2)}$ est analogue à ω_k. L'équation (A4.2) peut être écrite sous la forme

$$\left(\frac{\omega_r}{\omega_k^{(2)}} \right)^2 = \frac{H_0}{H_k^{(2)}} \cos\theta_2 + \cos 2\psi_2 + \frac{H_c^{(2,1)}}{H_k^{(2)}} \cos 2\varphi_{2,1}. \tag{A4.3}$$

Kraus[6] a montré que l'introduction d'un terme d'amortissement de BB dans le terme de Landau-Lifshitz de l'équation de ce même nom, produit la condition de résonance

$$\left(\frac{\omega_r}{\omega_k}\right)^2 = \frac{H_0}{H_k}\cos\theta + \cos 2\psi + \left(\frac{2\pi/\tau_{BB}}{\omega_k}\right)^2, \qquad \text{(A4.4)}$$

où τ_{BB} est le temps de relaxation de BB. Le dernier terme à droite de (A4.3) et celui de (A4.4) sont des termes d'amortissement similaires, car ils produisent un décalage dans la fréquence de résonance, et par conséquent, un élargissement de l'amplitude du pic de résonance. En admettant que l'effet de l'amortissement de BB décrit par (A4.4) a lieu dans la région 2 (coquille), les équations (A4.3) et (A4.4) permettent de trouver une relation entre $H_c^{(2,1)}$ et τ_{BB},

$$\frac{H_c^{(2,1)}}{H_k^{(2)}}\cos 2\varphi_{2,1} = \left(\frac{2\pi/\tau_{BB}}{\omega_k^{(2)}}\right)^2. \qquad \text{(A4.5)}$$

À partir de la figure 2.5(*b*), pour $0 \le H_0 \le H_k^{(2)}$, $25° \ge \varphi_{2,1} \ge 0°$. L'équation (A4.5), avec $H_c^{(2,1)} =$ 80 A/m (1Oe) et $\omega_k^{(2)}/(2\pi) = 480\,\text{MHz}$, donne $5 \ge \tau_{BB}\left(\times 10^9 s\right) \ge 4$, ce qui correspond à la gamme des valeurs typique du temps de relaxation de BB utilisées pour expliquer l'amplitude des maxima de la MI.[6]