

Titre: Modèle virtuel basé sur la méthode Tri-Dexel destinée à un jumeau
Title: numérique d'usinage

Auteur: Jamil Maiss
Author:

Date: 2025

Type: Mémoire ou thèse / Dissertation or Thesis

Référence: Maiss, J. (2025). Modèle virtuel basé sur la méthode Tri-Dexel destinée à un
Citation: jumeau numérique d'usinage [Mémoire de maîtrise, Polytechnique Montréal].
PolyPublie. <https://publications.polymtl.ca/71475/>

 **Document en libre accès dans PolyPublie**
Open Access document in PolyPublie

URL de PolyPublie: <https://publications.polymtl.ca/71475/>
PolyPublie URL:

**Directeurs de
recherche:** Walid Jomaa, & Serge Prudhomme
Advisors:

Programme: Maîtrise recherche en génie industriel
Program:

POLYTECHNIQUE MONTRÉAL

Affiliée à l'Université de Montréal

**Modèle virtuel basé sur la méthode Tri-Dexel destinée à un jumeau numérique
d'usinage**

JAMIL MAISS

Département de mathématiques et de génie industriel

Mémoire présenté en vue de l'obtention du diplôme de *Maîtrise ès sciences appliquées*

Génie industriel

Décembre 2025

POLYTECHNIQUE MONTRÉAL

Affiliée à l'Université de Montréal

Ce mémoire intitulé :

**Modèle virtuel basé sur la méthode Tri-Dexel destinée à un jumeau numérique
d'usinage.**

présenté par **Jamil MAISS**

en vue de l'obtention du diplôme de *Maîtrise ès sciences appliquées*

a été dûment accepté par le jury d'examen constitué de :

Mohamed-Salah OUALI, président

Walid JOMAA, membre et directeur de recherche

Serge PRUDHOMME, membre et codirecteur de recherche

Jean-François CHATELAIN, membre

DÉDICACE

À ma famille,

Pour votre amour inconditionnel, votre soutien constant et votre présence bienveillante, qui ont été les piliers de ma persévérance et de ma réussite tout au long de ce parcours académique.

REMERCIEMENTS

La réalisation de ce mémoire n'aurait pu être possible sans et le soutien de nombreuses personnes à qui je souhaite témoigner toute ma reconnaissance.

Je tiens tout d'abord à exprimer ma profonde gratitude à mon directeur de recherche, Professeur Walid Jomaa, pour m'avoir accueilli au sein de son équipe et pour avoir dirigé mes travaux avec rigueur et bienveillance. Sa disponibilité constante, ses conseils éclairés et son expertise scientifique ont été déterminants dans l'aboutissement de ce projet. Je le remercie également pour la confiance qu'il m'a accordée et pour m'avoir offert l'opportunité de développer mes compétences en recherche.

J'adresse mes sincères remerciements à mon co-directeur, Professeur Serge Prudhomme, pour son accompagnement tout au long de ce parcours. Ses relectures minutieuses et ses remarques constructives ont grandement contribué à améliorer la qualité de ce mémoire. Son soutien et ses encouragements ont aussi été précieux dans les moments de doute, et son étudiant en doctorat Taha El Arouchi pour son aide précieuse dans la partie relative au calcul des forces analytiques. Son soutien technique et ses échanges ont grandement contribué à la qualité des résultats obtenus dans cette section.

Je souhaite également remercier Polytechnique Montréal et l'Université Libanaise pour la qualité de la formation dispensée et pour les ressources mises à ma disposition. L'environnement académique stimulant de ces deux institutions a favorisé l'épanouissement de mes travaux de recherche.

Mes remerciements s'adressent aussi à mes collègues et amis qui, par leur présence et leur soutien moral, ont rendu ce parcours plus agréable. Les échanges enrichissants et les moments amicaux partagés ont été essentiels pour maintenir ma motivation.

Enfin, je dédie ce travail à ma famille. Votre amour, votre patience et vos sacrifices ont été le moteur de ma persévérance. Sans vous, rien de tout cela n'aurait été possible.

À tous, merci du fond du cœur.

RÉSUMÉ

L'avènement de l'industrie 4.0 a engendré une transformation numérique des procédés de fabrication, où le jumeau numérique s'impose comme une technologie clé pour l'optimisation de l'usinage à commande numérique (CNC). Ce mémoire présente le développement et la validation d'un modèle virtuel basé sur la méthode Tri-Dexel, conçu comme le cœur d'un jumeau numérique pour la simulation de l'usinage. L'objectif principal est de modéliser avec précision les forces de coupe et de simuler l'enlèvement de matière avec des performances compatibles avec le temps réel.

La méthodologie adoptée repose sur une représentation géométrique discrète de la pièce par une structure de données Tri-Dexel, permettant une mise à jour rapide et efficace de la géométrie en cours d'usinage. Cette approche est couplée à deux modèles de prédiction des efforts de coupe: un modèle analytique basé sur la théorie de la coupe oblique et un modèle mécanistique identifiant les coefficients de coupe spécifiques. L'architecture logicielle, développée en C# (C Sharp), un langage de programmation orienté objet de la plateforme Microsoft .NET, et reposant sur une interface WPF (Windows Presentation Foundation), un framework graphique dédié à la conception d'interfaces utilisateur interactives et à la visualisation 3D, intègre la modélisation géométrique de l'outil, la gestion des interactions outil-pièce par des algorithmes de lancer de rayon (ray-casting) et de boîtes englobantes alignées sur les axes (AABB), ainsi qu'un module de visualisation et d'analyse synchronisée (SVO).

Les résultats obtenus démontrent la capacité du modèle Tri-Dexel à représenter fidèlement des géométries complexes et à simuler l'enlèvement de matière avec une grande précision. La validation du modèle de prédiction des efforts de coupe a été réalisée par une double comparaison : d'une part, avec des résultats de recherche publiés dans la littérature scientifique, et d'autre part, avec des données expérimentales acquises en laboratoire.

Ce travail démontre la faisabilité et l'efficacité de l'approche Tri-Dexel pour la simulation à haute-fidélité et en temps réel des procédés de fraisage. Le jumeau numérique ainsi développé constitue une base solide pour de futurs travaux visant son intégration en ligne avec des systèmes CNC réels, ouvrant la voie à des applications d'optimisation et de contrôle avancées pour l'usine du futur.

Mots-clés: Jumeau Numérique, Usinage CNC, Simulation, Méthode Tri-Dexel, Forces de Coupe, Modélisation Géométrique, Enlèvement de Matière, Temps Réel.

ABSTRACT

Industry 4.0 has brought major changes to manufacturing, with the digital twin becoming an essential tool for improving Computer Numerical Control (CNC) machining. This thesis presents the development and validation of a virtual machining model based on the Tri-Dexel method, designed as the main component of a digital twin for machining simulation. The goal is to accurately model cutting forces and simulate material removal in real time, which remains a key challenge for industrial applications.

The proposed approach uses a discrete geometric representation of the workpiece through a Tri-Dexel data structure, allowing the geometry to be updated quickly and efficiently during machining. Two cutting force models are integrated: an analytical model based on oblique cutting theory and a mechanistic model identifying specific cutting coefficients. The software, developed in C# with a WPF interface, combines tool geometry modeling, tool-workpiece interaction management using ray-casting and axis-aligned bounding box (AABB) algorithms, and a synchronized visualization and analysis (SVO) module.

The results show that the Tri-Dexel model can accurately represent complex geometries and simulate material removal with high precision. The cutting force models were validated through comparisons with published research and with experimental data obtained in the laboratory. In both cases, a strong agreement was found between simulated and measured forces, with average deviations below 15%, confirming the reliability of the model under various cutting conditions.

This work demonstrates that the Tri-Dexel approach is an effective and reliable method for real-time, high-fidelity simulation of milling processes. The developed digital twin provides a strong foundation for future integration with real CNC systems, enabling advanced optimization and control in smart manufacturing environments.

Keywords: Digital Twin, CNC Machining, Simulation, Tri-Dexel Method, Cutting Forces, Geometric Modeling, Material Removal, Real-Time.

TABLE DES MATIÈRES

DÉDICACE	III
REMERCIEMENTS	IV
RÉSUMÉ	V
ABSTRACT	VI
LISTE DES TABLEAUX	XIII
LISTE DES FIGURES	XIV
LISTE DES SIGLES ET ABRÉVIATIONS	XVII
CHAPITRE 1 INTRODUCTION	1
CHAPITRE 2 REVUE DE LITTÉRATURE	4
2.1 Contexte général de la simulation d'usinage en 3D	4
2.2 Méthodes de représentation géométrique en simulation d'usinage	4
2.2.1 La géométrie solide constructive (CSG)	5
2.2.2 La modélisation par voxels	7
2.2.3 La modélisation par dexels	8
2.2.4 La méthode Tri-Dexel: une synthèse optimale pour les jumeaux numériques d'usinage	9
2.2.5 Synthèse comparative et justification du choix méthodologique	10
2.3 Détermination de l'engagement outil-matière (Cutter-Workpiece Engagement, CWE) :	12
2.3.1 Méthodes analytiques	12
2.3.2 Méthodes basées sur la modélisation solide (B-Rep)	13
2.3.3 Méthodes basées sur la discrétisation spatiale	13
2.4 Méthodes de calcul des efforts de coupe en fraisage	14

2.4.1	Les modèles empiriques	15
2.4.2	Les approches mécanistiques	15
2.4.3	Les modèles analytiques.....	16
2.4.4	Les modèles numériques	17
2.5	Impératifs architecturaux et de performance pour les systèmes de jumeaux numériques	18
2.5.1	C# WPF. NET : Synergie optimale entre visualisation avancée et intégration hybride	19
2.5.2	C++ : Performance maximale et contraintes en visualisation native.....	20
2.5.3	MATLAB : Simulation scientifique, limites en visualisation interactive	20
2.5.4	Java : Portabilité et applications distribuées.....	21
2.5.5	Python : IA et science des données appliquées aux jumeaux numériques	22
2.5.6	Synthèse comparative.....	22
CHAPITRE 3 GÉNÉRATION ET TRAITEMENT DES TRAJECTOIRES D'USINAGE....		25
3.1	Introduction	25
3.2	Acquisition des données de trajectoire	26
3.2.1	Fichiers Code G : standard industriel	26
3.2.2	Extraction automatique des paramètres d'outil.....	27
3.2.3	Usinage 5 axes et gestion des axes rotatifs.....	27
3.3	Fichiers tabulés : flexibilité pour la recherche	28
3.4	Synthèse des formats acceptés	29
3.5	Interprétation et interpolation des trajectoires.....	29
3.5.1	Construction de la trajectoire continue.....	29
3.5.2	Discrétisation spatiale des arcs circulaires	31

3.6	Gestion des erreurs et validation	32
3.7	Visualisation tridimensionnelle de la trajectoire	32
3.7.1	Système de couleurs et classification	33
3.7.2	Représentation des arcs circulaires.....	33
3.8	Positionnement de la trajectoire dans le référentiel de la pièce	34
3.8.1	Définition du référentiel de la pièce	34
3.8.2	Orientation des axes et convention de coordonnées.....	34
3.8.3	Orientation des axes et alignement machine-pièce	35
3.9	Indicateurs de performance	35
3.9.1	Caractéristiques de la trajectoire	35
3.9.2	Métriques par outil	36
3.10	Discussion	36
CHAPITRE 4	LA DISCRÉTISATION TRI-DEXEL	37
4.1	Définition de la pièce brute et paramètres utilisateur.....	38
4.2	Résolution de discrétisation δ	39
4.2.1	Calcul des dimensions des grilles de dexels.....	39
4.2.2	La Conception d'une Structure de Données Robuste.....	40
CHAPITRE 5	MODÉLISATION GÉOMÉTRIQUE DE L'OUTIL DE COUPE	43
5.1	Introduction	43
5.2	Modèle géométrique paramétrique.....	43
5.2.1	Définition des paramètres géométriques	43
5.2.2	Définition des Zones et Points Caractéristiques.....	45
5.3	Assignation des dimensions pour chaque type d'outil	46
5.4	Discrétisation radiale et axiale	47

5.5	Modélisation de l'arête de coupe hélicoïdale.....	48
5.5.1	Formalisme géométrique et systèmes de coordonnées.....	49
5.6	Génération du nuage de points et visualisation	50
5.6.1	Transformation en nuage de points	50
5.6.2	Structure de données du nuage de points	50
5.7	Discussion	50
CHAPITRE 6 INTERACTION OUTIL-PIÈCE.....		52
6.1	Le concept de volume balayé discrétisé	52
6.2	Le filtrage par boîte englobante (AABB).....	53
6.3	Le lancer de rayon (Ray-Casting)	54
6.4	Traitement parallèle.....	55
6.5	Synthèse de l'Algorithme	56
CHAPITRE 7 MODÉLISATION ET CALCUL DES EFFORTS DE COUPE.....		57
7.1	Paramètres fondamentaux des modèles de coupe	57
7.1.1	La profondeur de passe axiale et radiale	57
7.1.2	L'avance par dent.....	59
7.1.3	Détermination du type de fraisage et calcul des angles d'engagement.....	59
7.1.4	Modélisation de l'épaisseur du copeau et phénomènes d'amincissement.....	61
7.2	Le modèle mécanistique	63
7.2.1	Formulation des forces différentielles selon Gradišek	63
7.2.2	Transformation des forces et intégration numérique.....	64
7.2.3	Identification des coefficients de coupe par la méthode de Gradišek	65
7.2.4	Coefficients définis par l'utilisateur.....	68
7.3	Le modèle analytique	68

7.3.1	La théorie de la coupe oblique	69
7.4	Discussion	75
CHAPITRE 8	CHOIX DU LANGAGE DE PROGRAMMATION ET SPECIFICATIONS TECHNIQUES	77
8.1	Choix du langage C# WPF. NET	77
8.2	Spécifications techniques pour une performance maximale	78
8.2.1	Configuration matérielle recommandée	78
8.3	Optimisations logicielles implémentées	79
8.3.1	Discussion	80
CHAPITRE 9	RÉSULTATS	81
9.1	Validation de la Représentation Géométrique par le Modèle Tri-Dexel.....	81
9.1.1	Vérification de la Trajectoire d'Outil et des Paramètres de Coupe	83
9.1.2	Vérification de la Trajectoire d'Outil par Comparaison avec SolidWorks.....	83
9.1.3	Vérification des paramètres de coupe par comparaison avec Vericut.....	85
9.2	Validation du modèle de prédiction des efforts de coupe	86
9.2.1	Identification mécanistique des coefficients spécifiques de coupe	87
9.2.2	Comparaison avec des résultats de recherche publiés	88
9.3	Validation expérimentale approfondie	96
9.3.1	Cas expérimental 1: Fraisage avec profondeur de passe axiale de 1 mm	97
9.3.2	Cas expérimental 2: fraisage avec profondeur de passe axiale de 3 mm	98
9.3.3	Cas expérimental 3: essai F_900 et F-1200 avec analyse quantitative des erreurs	98
9.4	Outil de visualisation et d'analyse de la simulation (SVO)	99
9.5	Discussion	101

CHAPITRE 10	CONCLUSION	103
10.1	Synthèse des contributions	103
10.2	Apports scientifiques et industriels et limitations actuelles	104
10.3	Perspectives: vers un jumeau numérique en ligne et connecté	105
10.4	Discussion	106
RÉFÉRENCES		108

LISTE DES TABLEAUX

Tableau 2.1: Synthèse comparative qualitative des méthodes de représentation géométrique.	11
Tableau 2.2: Comparaison qualitative des langages de programmation basée sur les essais et analyses réalisés dans cette recherche	23
Tableau 3.1: Formats de fichiers supportés pour l'importation des trajectoires d'usinage.	29

LISTE DES FIGURES

Figure 2.1 : Principe moderne de la méthode CSG, Camer, (2013). La Représentation par Frontières (B-Rep)	5
Figure 2.2 : Évolution moderne de B-Rep vs modélisation implicite, nTop, (2019).....	6
Figure 2.3: Modélisation volumique basée sur la méthode voxel octree pour la représentation spatiale multi-domaine.	7
Figure 2.4 : Représentation du modèle Dixel utilisé pour la simulation des procédés de fabrication additive à dépôt d'énergie dirigée.	8
Figure 2.5 : Modélisation TriDixel du contact outil-pièce dans un environnement de fabrication virtuelle.....	9
Figure 2.6: Illustration du concept de jumeau numérique, montrant le lien entre l'actif physique, l'information et le jumeau numérique (Source: Prevu3D).....	19
Figure 3.1 : Exemple d'implémentation d'un programme code G en usinage 5 axes au sein du jumeau numérique conçu.....	28
Figure 3.2: Interface de visualisation des trajectoires dans le logiciel développé, selon le code couleur défini.....	33
Figure 4.1: Visualisation de la discrétisation TriDixel.....	38
Figure 4.2: Implémentation du calcul des dimensions de la grille.....	40
Figure 4.3: Implémentation de la structure de Segment.....	40
Figure 4.4 : Initialisation parallèle des rayons de matière.....	42
Figure 4.5 : Diagramme du processus d'initialisation de la discrétisation.	42
Figure 5.1: Forme générale d'un outil de coupe.	44
Figure 5.2: Différentes formes d'outils de coupe en bout (end mills).	47
Figure 6.1 : Visualisation de la méthode de lancer de rayons	55
Figure 7.1 : Extrait de code – Détermination du type de fraisage.....	61

Figure 7.2 : Modèle de coupe oblique et formation du copeau pour un élément infinitésimal. Modèle de zone de cisaillement non-équidistante. Fu et al. (2015)	69
Figure 9.1: Résultat de la méthode TriDexel illustrant la précision de la discrétisation spatiale, essentielle à la simulation de l'interaction outil-matière.	82
Figure 9.2: Trajectoire de l'outil obtenue à l'aide du logiciel de simulation.	83
Figure 9.3: Trajectoire de l'outil visualisée sur le logiciel SolidWorks CAM NC Editor.	84
Figure 9.4 : Résultats obtenus par le logiciel VERICUT pour le calcul de la profondeur axiale et radiale.	86
Figure 9.5 : Résultats obtenus par le logiciel proposé pour le calcul des profondeurs axiale et radiale.	86
Figure 9.6 : Identification des coefficients de force de coupe selon la méthode de Gradišek et al.	88
Figure 9.7 : Comparaison des forces de coupe simulées et expérimentales pour une fraise sphérique conique à hélice.	89
Figure 9.8: Comparaison des forces de coupe simulées et expérimentales pour une fraise sphérique (configuration de rainurage pleine matière).	90
Figure 9.9: Comparaison des forces de coupe simulées et expérimentales pour une fraise à bout torique à insert (Bull Nose End Mill).	91
Figure 9.10 : Comparaison des forces de coupe simulées et expérimentales pour le fraisage en avalant selon Gradišek et al.	92
Figure 9.11: Comparaison des forces de coupe simulées et expérimentales pour le fraisage en opposition avec une fraise cylindrique.	93
Figure 9.12: Comparaison des forces de coupe simulées et expérimentales pour le fraisage en opposition avec une fraise à bout torique (Bull Nose End Mill).	94
Figure 9.13: Forces de coupe mesurées et prédites à l'aide des coefficients identifiés lors d'essais de fraisage (fraisage en opposition).....	95

Figure 9.14: Forces de coupe mesurées et prédites à l'aide des coefficients identifiés lors d'essais de fraisage.....	95
Figure 9.15: Comparaison entre les résultats obtenus par le laboratoire et ceux prévus par le modèle développé avec $a_p = 1$ mm.	97
Figure 9.16: Comparaison entre les résultats obtenus par le laboratoire et ceux prévus par le modèle développé $a_p = 3$ mm.....	98
Figure 9.17: Comparaison entre les forces de coupe simulées (lignes continues) et les forces mesurées expérimentalement au dynamomètre (lignes pointillées) pour les cas F900 et F1200.	99
Figure 9.18: Partie SVO intégrée au logiciel développé.	100

LISTE DES SIGLES ET ABRÉVIATIONS

3D: Trois Dimensions (Three-Dimensional)

AABB: Boîte Englobante Alignée sur les Axes (Axis-Aligned Bounding Box)

API: Interface de Programmation d'Application (Application Programming Interface)

B-Rep: Représentation par Frontières (Boundary Representation)

CAD: Conception Assistée par Ordinateur (Computer-Aided Design)

CAM: Fabrication Assistée par Ordinateur (Computer-Aided Manufacturing)

CAO: Conception Assistée par Ordinateur (équivalent français de CAD)

CIRP: Collège International pour la Recherche en Productique (International Academy for Production Engineering)

CNC: Commande Numérique par Calculateur (Computer Numerical Control)

CPU: Processeur Central (Central Processing Unit)

CSG: Géométrie Solide Constructive (Constructive Solid Geometry)

CWE: Engagement Outil-Pièce (Cutter-Workpiece Engagement)

DOI: Identifiant d'Objet Numérique (Digital Object Identifier)

FCN: Système de Coordonnées d'Avance (Feed Coordinate System)

FEM: Méthode des Éléments Finis (Finite Element Method)

GPU: Processeur Graphique (Graphics Processing Unit)

IA: Intelligence Artificielle (Artificial Intelligence)

JVM: Machine Virtuelle Java (Java Virtual Machine)

MATLAB: Matrix Laboratory (logiciel de calcul numérique scientifique)

MDPI: Multidisciplinary Digital Publishing Institute (éditeur scientifique international)

NC: Commande Numérique (Numerical Control)

NET: Plateforme de Développement Microsoft (Microsoft Development Framework)

NURBS: Courbes et Surfaces B-Splines Non-Uniformes Rationnelles (Non-Uniform Rational B-Splines)

RAM: Mémoire Vive (Random Access Memory)

STL: Stéréolithographie (Standard Tessellation Language)

SVO: Visualisation et Observation de la Simulation (Simulation Visualization and Observation)

TCS: Système de Coordonnées de l'Outil (Tool Coordinate System)

UI: Interface Utilisateur (User Interface)

WPF: Windows Presentation Foundation (cadre d'interface graphique Microsoft pour .NET)

CHAPITRE 1 INTRODUCTION

L'industrie de fabrication mondiale subit une transformation importante avec l'arrivée de l'Industrie 4.0. Cette période se caractérise par l'utilisation croissante du numérique dans les processus de production à travers des usines intelligentes qui peuvent s'adapter facilement, être efficaces et prendre des décisions de manière plus autonome. L'usinage à commande numérique (CNC) joue un rôle central dans la fabrication de pièces de haute qualité pour des secteurs importants comme l'aéronautique, l'automobile et le médical. Compte tenu de la complexité croissante des pièces, à la diversification croissante des matériaux et à l'impératif de minimiser les coûts ainsi que les délais de production, il est devenu essentiel de dépasser les approches traditionnelles de programmation et de contrôle. Pour relever ces défis, le paradigme du Jumeau Numérique (Digital Twin) émerge comme une technologie transformative, qui permet de concevoir une réplique virtuelle précise et fidèle des processus de fabrication, favorisant ainsi une optimisation humaine et durable de l'industrie.

Un jumeau numérique dans le cadre de l'usinage est une réplique virtuelle dynamique et fidèle d'une machine-outil, de son environnement et du processus de fabrication. Il permet de visualiser, simuler, analyser, prédire et optimiser le comportement du système dans un environnement virtuel. Selon (Cao et al., 2020), un système de jumeau numérique peut fonctionner comme un centre de surveillance et d'analyse intelligent en reproduisant le processus d'usinage réel dans un environnement virtuel. Cette capacité ouvre de nouvelles possibilités pour optimiser les paramètres de coupe, prévoir la maintenance des équipements et garantir la qualité des pièces usinées. Cependant, le développement d'un tel jumeau numérique rencontre des obstacles scientifiques et techniques importants, notamment concernant la précision et la rapidité de la simulation.

La simulation de l'enlèvement de matière et la prédiction des forces de coupe sont au cœur d'un jumeau numérique pour l'usinage. Pour que le processus soit efficace, la simulation doit pouvoir fonctionner avec des performances de temps réel, c'est-à-dire être capable de calculer et de traiter les données à la même vitesse ou plus vite qu'un processus d'usinage réel. L'enjeu principal d'un jumeau numérique est de trouver le bon équilibre entre la précision de la représentation géométrique de la pièce et la vitesse de calcul.

L'objectif principal de cette mémoire est de concevoir et de valider l'interface d'un jumeau numérique de simulation, reposant sur la méthode Tri-Dexel, afin de modéliser les forces d'usinage en commande numérique et de simuler l'enlèvement de matière avec des performances en temps réel. Ce travail exclut explicitement la synchronisation en ligne avec l'actif physique, bien que l'architecture soit conçue pour faciliter une telle connexion et une synchronisation dans le futur.

Afin de surmonter les limites des approches existantes en matière de précision et d'efficacité computationnelle, les objectifs spécifiques de cette mémoire sont:

- (i) Développer une logique de simulation Tri-Dexel capable de mettre à jour la géométrie de la pièce et de calculer l'enlèvement de matière à la cadence d'un procédé réel.
- (ii) Évaluer les performances de la représentation Tri-Dexel en termes de vitesse de calcul, d'empreinte mémoire et de précision géométrique sur des trajectoires complexes.
- (iii) Intégrer deux approches complémentaires de prédiction des efforts de coupe, un modèle prédictif fondé sur les paramètres de Johnson-Cook, et un modèle mécanistique reposant sur une détermination précise de la zone d'engagement outil-pièce fournie par la géométrie Tri-Dexel.
- (iv) Assurer la portabilité aux matériaux via une structuration des données permettant de paramétrer aisément les lois et coefficients pour divers alliages.

Les contributions scientifiques de cette mémoire se situent au cœur de la modélisation géométrique, de la simulation numérique et de l'ingénierie de production. La principale contribution attendue est la création d'un logiciel de jumeau numérique unifié qui démontre la faisabilité et l'efficacité de l'approche Tri-Dexel pour la simulation avec performances en temps réel des forces d'usinage. Le développement de ce logiciel constitue une étape fondamentale vers la future intégration avec des systèmes CNC réels pour des applications en ligne.

Cette mémoire est organisée de manière à présenter progressivement l'ensemble du travail réalisé. Le chapitre 2 propose une revue complète de la littérature consacrée aux jumeaux numériques, aux méthodes de simulation de l'enlèvement de matière et aux modèles de prédiction des forces de coupe. Les chapitres 3 à 8 décrivent la méthodologie suivie, en détaillant le développement du modèle, sa mise en œuvre numérique ainsi que les différentes étapes de validation. Le chapitre 9 présente et analyse les résultats obtenus, en mettant en évidence les principaux constats et

interprétations. Enfin, le chapitre 10 présente une synthèse des principales contributions, met en évidence les limites du travail et propose des perspectives pour de futurs développements, notamment en lien avec l'intégration du modèle dans des systèmes CNC réels.

CHAPITRE 2 REVUE DE LITTÉRATURE

2.1 Contexte général de la simulation d'usinage en 3D

L'usinage, un procédé de fabrication par enlèvement de matière, constitue une technologie fondamentale pour des secteurs industriels tels que l'aérospatiale, l'automobile et le biomédical (Pawanr & Joshi, 2022). La complexité géométrique croissante des pièces, suivie d'une demande pour une productivité accrue, a propulsé le développement de machines-outils à commande numérique (CNC). Toutefois, l'optimisation des opérations d'usinage demeure un défi majeur. Des paramètres de coupe inadéquats peuvent provoquer une usure prématurée de l'outil, une dégradation de l'intégrité de la surface usinée, et potentiellement endommager la machine-outil (Siddhpura & Paurobally, 2013). C'est dans ce contexte que la simulation d'usinage s'est imposée comme un outil indispensable pour les ingénieurs et les chercheurs.

La simulation d'usinage permet de modéliser et de prédire le comportement du processus de coupe en amont de sa mise en œuvre physique. Elle offre la capacité d'analyser l'interaction outil-pièce, de prédire les efforts de coupe, les vibrations, la température et l'état de surface final (Pawanr & Joshi, 2022). Cette anticipation permet d'optimiser les trajectoires d'outils, de sélectionner des conditions de coupe appropriées et, par conséquent, de réduire les coûts et les délais de production.

Le fondement de toute simulation d'usinage repose sur une double modélisation : une modélisation géométrique précise de la pièce et de l'outil, et une modélisation physique des phénomènes de coupe. La représentation géométrique doit être à la fois précise, pour bien reproduire les détails importants, et efficace, pour permettre des calculs rapides en temps quasi réel. Les modèles physiques doivent quant à eux décrire fidèlement les relations complexes entre les paramètres de coupe, les propriétés des matériaux et les efforts résultants. La synergie de ces deux modélisations est essentielle pour garantir la fiabilité et la pertinence des simulations (Zhang et al. , 2023).

2.2 Méthodes de représentation géométrique en simulation d'usinage

Cette section analyse les grandes familles de méthodes de représentation géométrique en les évaluant par rapport aux exigences strictes de la simulation dynamique en temps réel. Issues du monde de la Conception Assistée par Ordinateur (CAO), les méthodes dites "exactes" offrent une description mathématiquement parfaite de la géométrie. Cependant, cette précision a un coût en temps de calcul qui les a longtemps rendues incompatibles avec les mises à jour rapides nécessaires

à la simulation d'usinage. Face à cette limite, des méthodes alternatives, dites "discrètes", ont vu le jour. Elles sacrifient une part de la précision analytique au profit d'une représentation simplifiée de l'espace, ce qui leur a permis d'atteindre les vitesses requises pour le temps réel.

2.2.1 La géométrie solide constructive (CSG)

La méthode de Géométrie Solide Constructive (CSG) construit des objets complexes en combinant des formes géométriques simples (sphères, cylindres, cubes) à l'aide d'opérations logiques comme l'union ou la soustraction. Cette approche est simple à comprendre, robuste et très efficace en termes de mémoire, puisqu'elle ne stocke que la séquence d'opérations et les dimensions des formes de base (Korkmaz & Gupta, 2022). Son principal inconvénient est la lenteur du calcul de sa surface visible, une étape pourtant essentielle pour visualiser l'objet ou déterminer le contact entre l'outil et la matière. Des recherches récentes ont toutefois permis de moderniser cette technique. Sheng et al. (Sheng et al., 2018) ont par exemple mis au point une méthode d'évaluation "non-incrémentale" qui génère la surface finale beaucoup plus rapidement pour des modèles statiques. De même, les travaux dans (Siebrecht et al., 2015) ont confirmé que la CSG reste une approche pertinente pour modéliser avec précision les défauts de surface à différentes échelles. Malgré ces progrès, la CSG reste mal adaptée à la simulation dynamique. Chaque étape de la simulation exigerait d'ajouter une nouvelle opération de soustraction à la construction de l'objet, suivie d'un recalcul complet de sa surface, un processus bien trop lent pour le temps réel.

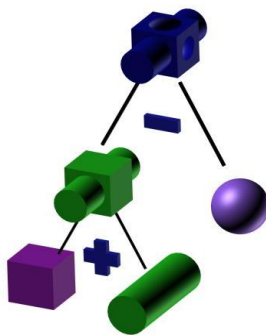


Figure 2.1 : Principe moderne de la méthode CSG, Camer, (2013). La Représentation par Frontières (B-Rep)

<https://users.csc.calpoly.edu/~zwood/teaching/csc473/final13/escramer/>

La représentation B-rep (Boundary Representation) est l'une des formes les plus répandues en modélisation géométrique et particulièrement adaptée aux systèmes CAO. Elle repose sur la description paramétrique des courbes et surfaces définissant les frontières fermées et étanches d'un modèle solide. Chaque entité topologique de la B-rep — les faces, les boucles, les arêtes et les sommets — est reliée par une structure de données permettant une navigation efficace entre les entités adjacentes (Huang et al., 2020 ; Uwimana et al., 2025). Bien qu'elle offre une très grande précision et une compatibilité maximale entre les systèmes, la modification d'un modèle B-Rep reste une opération complexe pour les simulations en temps de calcul (Korkmaz & Gupta, 2022). Les progrès récents dans ce domaine reposent sur l'intelligence artificielle, dont l'objectif n'est pas seulement d'accélérer les processus de mise à jour, mais aussi d'automatiser l'interface entre la phase de conception et celle de fabrication. Des architectures telles que BrepMFR et BRepNet peuvent désormais analyser directement les modèles B-rep afin de détecter, de manière autonome, des caractéristiques d'usinage typiques telles que les poches ou les perçages (Zhang et al., 2024), (Cha et al., 2023). Par ailleurs, l'approche Hiérarchique CADNet a apporté des améliorations significatives dans le traitement des situations complexes où plusieurs caractéristiques se chevauchent (Colligan et al., 2022) . Dans ce contexte, la modélisation prédictive des procédés d'usinage, qui vise à prévoir le comportement du procédé avant son exécution réelle, peut également servir de base à la création d'un jumeau numérique , renforçant ainsi l'intégration entre conception et fabrication dans un environnement de simulation numérique (Melkote et al., 2022).

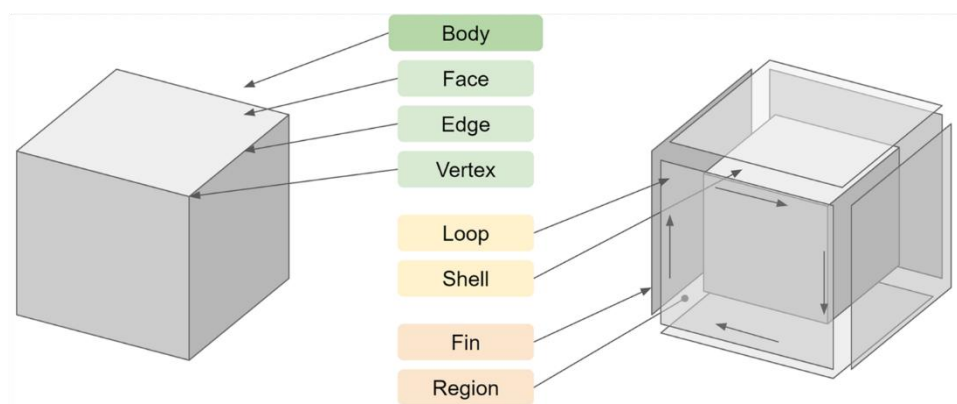


Figure 2.2 : Évolution moderne de B-Rep vs modélisation implicite, nTop, (2019).

<https://www.ntop.com/resources/blog/understanding-the-basics-of-b-reps-and-implicit/>

2.2.2 La modélisation par voxels

La modélisation par voxels est une méthode de représentation volumique qui divise la pièce en une grille tridimensionnelle de petits cubes alignés sur les axes, appelés *voxels*, chacun identifié par ses indices de position dans les trois directions orthogonales. Le procédé d'usinage est simulé en désactivant simplement les voxels contenus dans le volume balayé par l'outil (Korkmaz & Gupta, 2022). La simplicité de cette approche la rend idéale pour être traitée en parallèle par les processeurs graphiques (GPU). Cette combinaison du logiciel et du matériel a été une véritable avancée, comme l'ont montré (Schnös et al., 2021) en réalisant des simulations en temps réel sur des grilles de très haute résolution, une tâche qui prenait auparavant des heures.

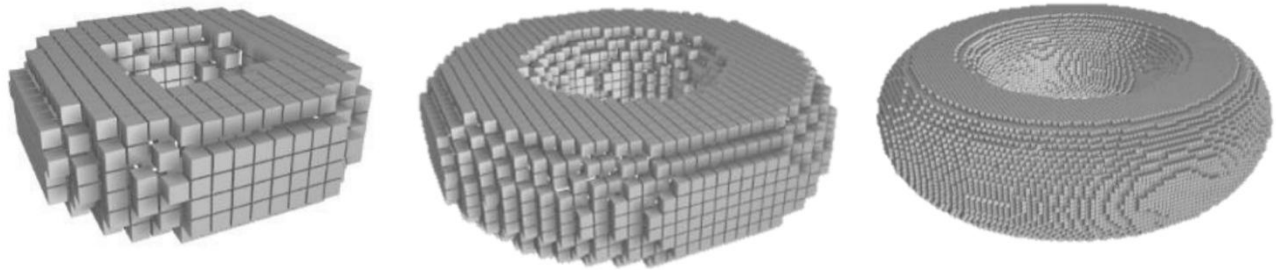


Figure 2.3: Modélisation volumique basée sur la méthode voxel octree pour la représentation spatiale multi-domaine.

De « Octree Based Voxel Model for Representation of Spatial Conflicts Across Multiple Design Domains », par A. K. Singh, B. Gurumoorthy et L. Christie.

Afin de réduire la consommation de mémoire, des approches fondées sur l'utilisation de grilles hiérarchiques permettent de concentrer la haute résolution exclusivement dans les zones situées à proximité de la surface de la pièce (Nie & Zhao, 2024). Toutefois, cette stratégie présente une limitation majeure : l'effet "d'escalier". Cette discrétisation induit une surface présentant des irrégularités géométriques, ce qui constitue non seulement une déficience visuelle, mais engendre également des problèmes de précision dans la détermination de l'engagement outil-matière. Cette imprécision affecte la prédiction des forces de coupe, représentant ainsi un obstacle significatif à une modélisation fidèle dans le cadre d'un jumeau numérique (Schnös et al., 2021).

2.2.3 La modélisation par dexels

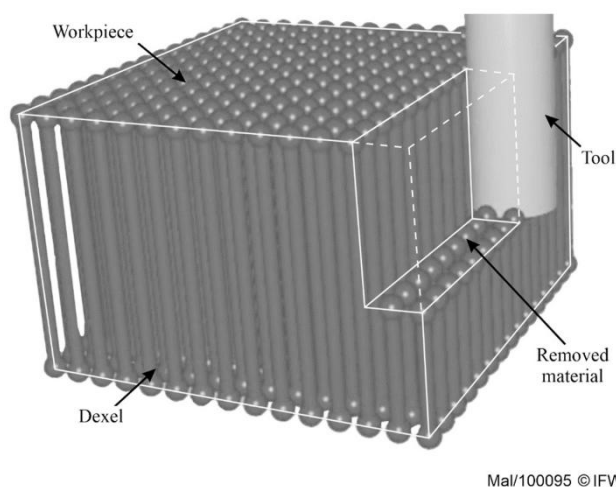


Figure 2.4 : Représentation du modèle Dixel utilisé pour la simulation des procédés de fabrication additive à dépôt d'énergie dirigée.

La modélisation par dexels ("depth-pixels") est une version simplifiée de l'approche par voxels.

De « Dixel-Based Simulation of Directed Energy Deposition Additive Manufacturing », par V. Böß, B. Denkena, M. -A. Dittrich, T. Malek et S. Friebe, *Journal of Manufacturing and Materials Processing*, 5(1), 9 (2021). <https://doi.org/10.3390/jmmp5010009>. MDPI. CC BY.

Au lieu d'une grille 3D, elle représente la pièce à l'aide d'un ensemble de rayons parallèles orientés dans une seule direction. Chaque dixel enregistre les coordonnées de ses points d'entrée et de sortie dans la matière, ce qui définit la géométrie de surface par l'ensemble de ces intersections (Korkmaz & Gupta, 2022).

Relativement à la modélisation voxel, la méthodologie dixel se distingue par une complexité de calculs réduite et une utilisation optimisée de la mémoire. Toutefois, son caractère unidirectionnel induit des limitations géométriques notables, notamment dans l'identification précise des zones d'intersection entre l'outil et la pièce, en particulier pour des géométries complexes. Ainsi, bien que la méthode dixel ait constitué une avancée significative dans le domaine, ses limitations ont conduit à l'émergence de la méthode Tri-Dixel, qui offre une discrétisation dans trois directions orthogonales afin de surmonter ces limites.

2.2.4 La méthode Tri-Dexel: une synthèse optimale pour les jumeaux numériques d'usinage

La création d'un jumeau numérique performant pour la simulation des procédés d'usinage repose sur une représentation géométrique à la fois précise et efficace du point de vue computationnel. Dans le cadre de cette recherche, la méthode Tri-Dexel a été retenue comme solution fondamentale. Cette technique discrétise le volume de la pièce en un ensemble de vecteurs parallèles, ou "dexels", organisés selon les trois axes orthogonaux (X, Y, Z) d'un repère cartésien. Cette approche se distingue avantageusement des alternatives courantes. En effet, les modèles volumiques de type voxel, bien que robustes, engendrent un coût mémoire et un temps de calcul prohibitifs à haute résolution. Inversement, les modèles surfaciques (B-Rep) conservent une grande précision géométrique mais complexifient significativement les opérations booléennes requises pour simuler l'enlèvement de matière (Wiederkehr & Siebrecht, 2016). La méthode Tri-Dexel offre ainsi un compromis pertinent entre la précision, l'efficacité des calculs et la gestion de la mémoire (Boz et al., 2015).

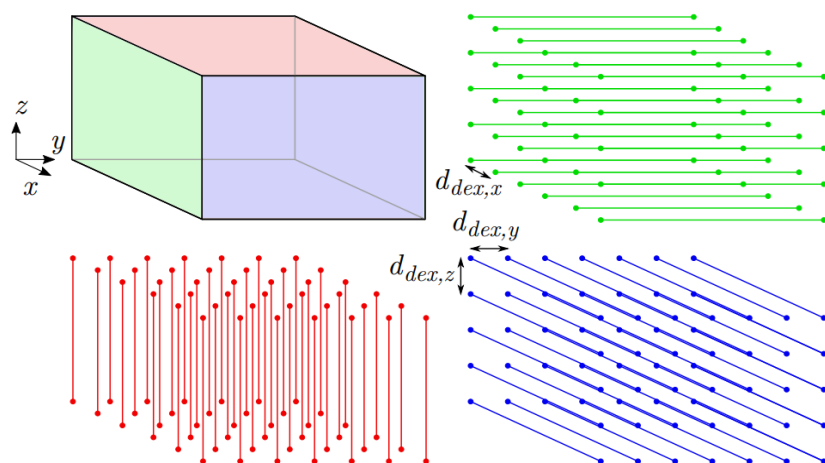


Figure 2.5 : Modélisation TriDexel du contact outil-pièce dans un environnement de fabrication virtuelle.

De « *Tri-Dexel Based Cutter-Workpiece Engagement Determination for Robotic Machining Simulator* », par V. Dambly, É. Rivière-Lorphèvre et O. Verlinden, *Procedia CIRP*, 107, 1059-1064 (2022). <https://doi.org/10.1016/j.procir.2022.05.108>. Elsevier B. V. © 2022 Les auteurs. Publié par Elsevier B. V. Sous licence CC BY-NC-ND (<https://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0>).

La représentation de la pièce est assurée par trois ensembles de dexels, ce qui permet de pallier les limitations de sensibilité directionnelle inhérentes à un modèle à dixel unique :

$$W = D_x(y, z), D_y(x, z), D_z(x, y)$$

Chaque dixel est un segment de droite qui représente la matière présente le long de son axe. La simulation de l'enlèvement de matière est modélisée par une mise à jour de ces dexels à chaque étape. Pour une trajectoire d'outil donnée, le volume balayé par l'outil est calculé, et l'état de chaque dixel est actualisé en retirant les segments qui intersectent ce volume. Cette approche par intersection est algorithmiquement plus simple et plus rapide que les opérations booléennes complexes requises par les modèles B-Rep, constituant un atout majeur pour la vitesse de simulation.

L'avantage principal de la méthode Tri-Dixel réside dans sa capacité à déterminer avec précision et rapidité la zone d'engagement outil-pièce (Cutter-Workpiece Engagement - CWE) (Dambly et al., 2024). L'obtention de cette information géométrique est une étape fondamentale, parce qu'elle constitue la base pour l'évaluation de toute grandeur physique du procédé (efforts, température, usure). L'efficacité de cette méthode rend possible des simulations en temps quasi-réel, une condition essentielle pour la création de jumeaux numériques réactifs capables d'optimiser les paramètres de coupe et de prédire la qualité finale de la pièce. Ainsi, la méthode Tri-Dixel se positionne comme le moteur géométrique de la simulation prédictive - c'est-à-dire une simulation visant à anticiper le comportement du procédé d'usinage avant son exécution réelle - au sein de cette recherche.

2.2.5 Synthèse comparative et justification du choix méthodologique

L'analyse des différentes méthodes de représentation géométrique présentées ci-dessus montre qu'aucune solution n'est universelle, leur efficacité dépendant des contraintes propres à chaque application. Afin d'orienter le choix méthodologique retenu dans ce travail, une étude comparative a été menée en croisant les apports de la littérature avec des tests, essais et implémentations réalisés pour chaque méthode au cours de cette recherche. Ces évaluations ont été conduites à travers le développement et l'expérimentation de plusieurs programmes de simulation, permettant d'analyser séparément les performances, la précision et la capacité de mise à jour dynamique de chaque approche. Les résultats de cette démarche sont synthétisés dans le Tableau 1, qui présente une

évaluation qualitative issue de ces analyses expérimentales, et met en évidence la pertinence de la méthode Tri-Dexel pour une simulation d'usinage en temps réel.

Tableau 2.1: Synthèse comparative qualitative des méthodes de représentation géométrique.

Critère	CSG (moderne)	B-Rep (avec IA)	Voxel (GPU)	Tri-Dexel
Précision Géométrique	Très Élevée	Très Élevée	Approximative (Dépend de la résolution)	Élevée (compromis discret optimisé)
Capacité Temps Réel	Faible (coût d'évaluation de la frontière)	Très Faible (coût de modification de la topologie)	Très Élevée (hautement parallélisable)	Élevée (opérations simples et parallélisables)
Efficacité Mémoire	Très Élevée (représentation procédurale)	Faible à Moyenne (structure de données complexe)	Moyenne (atténuée par les structures hiérarchiques)	Moyenne (stockage de trois grilles)
Gestion Géométries Complexes (5 axes)	Élevée	Très Élevée	Élevée	Très Élevée (naturellement isotrope)
Aptitude à la Mise à Jour Dynamique	Très Faible	Très Faible	Très Élevée	Très Élevée
Adéquation au Calcul de Forces	Faible (calcul indirect du CWE)	Faible (calcul indirect du CWE)	Moyenne (imprécision sur l'épaisseur de copeau due à l'aliasing)	Très Élevée (calcul précis du CWE)
Preuve de Concept en Simulation Couplée	Non	Non	Partielle	Oui (Dambly et al., 2023)

2.3 Détermination de l'engagement outil-matière (Cutter-Workpiece Engagement, CWE) :

La détermination de l'engagement outil-pièce (CWE) constitue une étape clé dans la simulation des procédés d'usinage, en particulier dans la prédiction des efforts de coupe, l'état de surface ou la détection des conditions de surcharge. Le CWE correspond à la zone de contact instantanée entre l'outil et la matière, il constitue une étape essentielle à intégrer dans tout système de simulation avancée, notamment dans les jumeaux numériques. La complexité du calcul de CWE provient de la nature dynamique de l'opération : l'outil et la pièce évoluent simultanément où les surfaces balayées sont souvent géométriquement complexes et irrégulières.

Les méthodes de détermination du CWE peuvent être classées en trois grandes catégories : les méthodes analytiques, les méthodes basées sur la modélisation solide (B-Rep) et les méthodes basées sur la discrétisation spatiale. Chacune présente un compromis distinct en termes de précision, de vitesse de calcul et de généralité.

2.3.1 Méthodes analytiques

Les méthodes analytiques se fondent sur la résolution explicite des intersections géométriques entre les surfaces actives de l'outil et celles de la pièce, où chaque entité est décrite par des équations paramétriques rigoureuses. À chaque incrément de la position angulaire de l'outil, les arêtes de coupe sont modélisées comme des courbes spatiales, et l'intersection de ces courbes avec la géométrie de la pièce permet d'identifier les segments de l'arête activement engagés (Gong & Feng, 2016). Cette approche offre une exactitude maximale, une qualité essentielle pour les analyses fines de la formation du copeau, vu qu'elle ne recourt à aucune approximation ou discrétisation. Cependant, cette précision a un coût élevé en termes de flexibilité et de performance. Le domaine d'application de ces méthodes est principalement confiné à des géométries simples telles que les surfaces planes ou cylindriques. Pour les surfaces de forme libre (*freeform surfaces*), la complexité des équations et des calculs d'intersection devient rapidement prohibitive, rendant la méthode analytique difficilement applicable aux cas industriels courants et incompatible avec les exigences de calcul en temps réel d'un jumeau numérique (Ma et al., 2021).

2.3.2 Méthodes basées sur la modélisation solide (B-Rep)

Les approches basées sur la modélisation solide s'appuient sur des modelleurs géométriques commerciaux pour représenter la pièce de manière exacte via une représentation par ses frontières (B-Rep). La simulation de l'enlèvement de matière est alors effectuée par des opérations booléennes de soustraction entre le volume balayé par l'outil (CSV) et le modèle B-Rep de la pièce (Gong & Feng, 2016). Le principal atout de cette méthode réside dans sa précision géométrique, la représentation B-Rep garantissant une description exacte de la géométrie sans perte d'information. Néanmoins, cette fidélité se heurte à des inconvénients majeurs en termes de performance. Le coût calculatoire des opérations booléennes sur des modèles B-Rep est extrêmement élevé. De plus, à chaque passe de l'outil, la complexité topologique de la pièce augmente (nombre de faces, d'arêtes, de sommets), ce qui ralentit le processus de manière exponentielle et compromet la viabilité pour une simulation en temps réel. Enfin, ces opérations peuvent manquer de robustesse et générer des instabilités numériques ou des erreurs topologiques qui affectent la fiabilité de la simulation.

2.3.3 Méthodes basées sur la discrétisation spatiale

Face aux limitations des approches précédentes, les méthodes de discrétisation spatiale se sont imposées comme une alternative performante et flexible. Elles consistent à représenter la pièce sur une grille discrète, transformant les calculs géométriques complexes en opérations logiques et arithmétiques plus simples.

Détermination du CWE avec le modèle voxel

Dans l'approche par voxels, la détermination du CWE repose sur l'identification des voxels situés à l'interface entre la matière et le volume balayé par l'outil. À chaque instant de la simulation, une opération de type booléen est réalisée : les voxels qui se trouvent à l'intérieur du volume de l'outil sont considérés comme enlevés. Le CWE est alors constitué par l'ensemble des faces de voxels qui appartenaient à la pièce à l'instant t et qui deviennent exposées après le passage de l'outil à l'instant $t+dt$. La simplicité de cette opération (vérifier si un point est à l'intérieur ou à l'extérieur d'un volume) rend le calcul du CWE extrêmement robuste. De plus, comme chaque voxel peut être traité indépendamment, cette méthode est massivement parallélisable – le terme parallélisable désigne une tâche ou un calcul qui peuvent être divisés en plusieurs parties exécutées simultanément sur plusieurs processeurs ou cœurs afin de gagner du temps et d'améliorer l'efficacité – ce qui permet

d'exploiter la puissance des processeurs graphiques (GPU) pour atteindre des vitesses de calcul compatibles avec les exigences du temps réel (Schnös et al., 2021).

Détermination du CWE avec le modèle dixel et Tri-Dixel

Avec les modèles dixel et Tri-Dixel, le CWE est déterminé en calculant l'intersection entre la géométrie de l'outil et les segments (dexels) qui représentent la surface de la pièce. L'enlèvement de matière est simulé en mettant à jour la longueur de chaque dixel intersecté. Le CWE correspond précisément aux portions des arêtes de coupe de l'outil qui pénètrent et tronquent ces dexels. Pour obtenir une haute précision, des méthodes avancées modélisent l'interférence entre un maillage triangulaire du volume balayé par l'outil et le réseau de dexels (Inui et al., 2019). Cette intersection maillage-dexels permet de localiser avec finesse les points d'entrée et de sortie de l'arête de coupe pour chaque segment de la surface discrétisée.

Cette approche est particulièrement prometteuse pour un jumeau numérique. Des travaux récents, comme ceux de Dambly et al. (2022), ont démontré la pertinence d'un simulateur basé sur le Tri-Dixel pour la robotique d'usinage (Dambly et al., 2022). En calculant l'interférence entre le réseau de dexels et la surface maillée de l'outil, il est possible d'obtenir une estimation précise et rapide du CWE. Cette rapidité de calcul est une condition indispensable pour l'estimation des forces en temps réel. La capacité à coupler ce module de simulation avec un modèle dynamique de la machine permet en outre de prédire les déformations et d'améliorer la précision finale de la pièce usinée.

L'analyse des différentes méthodes de détermination du CWE révèle qu'aucune solution n'est universellement optimale. Cependant, pour le développement d'un jumeau numérique visant le calcul des forces en temps réel sur des pièces complexes, les méthodes basées sur la discrétisation spatiale, et en particulier le modèle Tri-Dixel, apparaissent comme la technologie la plus mature et la plus adaptée. Sa capacité à modéliser des géométries complexes avec un bon compromis entre précision et performance, ainsi que son fort potentiel de parallélisation sur GPU, en font un candidat de choix.

2.4 Méthodes de calcul des efforts de coupe en fraisage

La prédiction précise des efforts de coupe est un aspect primordial pour le développement de jumeaux numériques fiables en usinage. Les forces générées lors de l'enlèvement de matière influencent la précision géométrique des pièces, la durée de vie des outils, la consommation

énergétique ainsi que les phénomènes vibratoires pouvant affecter la qualité de surface. Différentes approches ont été développées pour modéliser ces forces et les prédire dans des contextes variés. Ces approches peuvent être classées en quatre grandes catégories : les modèles empiriques, les modèles mécanistiques, les modèles analytiques et les modèles numériques par éléments finis (FEM). Chacune de ces familles repose sur des principes distincts et présente des avantages, des limites et des domaines d'application spécifiques, ce qui justifie leur étude comparative approfondie.

2.4.1 Les modèles empiriques

Les modèles empiriques représentent une approche fondamentale et historiquement la première pour la prédiction des efforts de coupe. Leur principe consiste à établir des relations mathématiques obtenues par régression, qui lient les efforts mesurés aux paramètres du procédé, tels que la vitesse de coupe, l'avance par dent ou la profondeur de passe. Ces relations sont directement issues d'une série d'essais expérimentaux et permettent, une fois calibrées, d'estimer rapidement les efforts pour des conditions d'usinage données (Budak, Altıntaş et Armarego, 1996).

Leur principal atout réside dans cette simplicité de mise en œuvre et la rapidité de calcul, rendant la prédiction quasi instantanée. Cependant, cette simplicité s'accompagne d'une limite majeure : le manque de généralité. La validité de ces modèles est en effet strictement limitée au domaine expérimental dans lequel ils ont été développés. Tout changement significatif, qu'il s'agisse de la géométrie de l'outil, du matériau ou des conditions de coupe, demande d'ajuster le modèle et nécessite une nouvelle série d'essais pour le faire.

De plus, ces modèles n'offrent aucune interprétation physique des phénomènes mis en jeu dans la zone de coupe, ce qui les rend inadaptés aux analyses avancées ou à l'optimisation de procédés complexes. Ils sont ainsi principalement utilisés pour des estimations rapides ou dans des contextes où la simplicité prime sur la précision.

2.4.2 Les approches mécanistiques

En réponse aux limites des approches empiriques, les modèles mécanistiques ont émergé comme une alternative plus robuste, combinant les observations expérimentales et la description physique simplifiée. Ces modèles expriment les forces de coupe en fonction de la géométrie du copeau

instantané, en introduisant des coefficients spécifiques tangentiel, radial et axial déterminés expérimentalement (Gradišek, Kalveram et Weinert, 2004).

L'atout de cette approche est la distinction entre les forces de cisaillement, associées à la formation du copeau, et les forces d'arête, liées aux phénomènes de frottement et de déformation plastique au niveau du tranchant.

Les modèles mécanistiques offrent plusieurs avantages significatifs : ils assurent un bon compromis entre précision et simplicité, permettent de suivre les variations instantanées des efforts au cours de la rotation de l'outil, et leur faible coût de calcul les rend adaptés à des applications industrielles, y compris en quasi-temps réel.

Leur principale faiblesse réside néanmoins dans leur dépendance aux données expérimentales. Cette caractéristique impose une nouvelle série d'identification des coefficients pour chaque nouveau couple outil-matériau ou pour toute modification de la géométrie de l'outil. Par conséquent, le domaine de validité du modèle se trouve restreint à des conditions de coupe similaires à celles des essais. Malgré cette limitation, les modèles mécanistiques sont largement adoptés dans les environnements industriels et intégrés dans des logiciels de fabrication assistée par ordinateur, puisqu'ils permettent d'obtenir des prédictions fiables et exploitables dans des conditions bien définies.

2.4.3 Les modèles analytiques

Les modèles analytiques se distinguent par une approche prédictive basée sur les principes physiques fondamentaux de la formation du copeau. Leur développement s'appuie sur les théories de la coupe orthogonale et oblique pour établir une relation directe entre les efforts et les paramètres d'entrée, qui incluent les propriétés mécaniques et thermiques du matériau, la géométrie de l'outil, ainsi que les conditions de frottement à l'interface outil-copeau (Fu, Yang, Wang et Leopold, 2015).

Le principal atout de cette approche réside dans sa capacité de généralisation : en théorie, un modèle analytique robuste n'exige pas de recalibration systématique pour chaque nouvelle configuration d'usinage. Il offre en outre une compréhension approfondie des mécanismes de coupe, en permettant d'isoler l'influence de chaque paramètre sur les efforts générés. Néanmoins, leur mise en œuvre est souvent complexe, nécessitant la résolution d'équations non linéaires et parfois itératives. La précision des résultats dépend également de la qualité des données d'entrée,

notamment des propriétés matériaux et des conditions aux limites. Malgré ces défis, les modèles analytiques sont particulièrement utiles dans les contextes de recherche et développement, ainsi que dans la conception de jumeaux numériques où la précision et la compréhension physique sont essentielles.

2.4.4 Les modèles numériques

Enfin, les modèles numériques basés sur la méthode des éléments finis (FEM) constituent l'approche la plus détaillée et la plus complète pour modéliser les forces de coupe. En résolvant les équations de la mécanique des milieux continus, ces modèles permettent de simuler de manière réaliste l'ensemble des phénomènes thermomécaniques se produisant dans la zone de coupe. Ils offrent ainsi la possibilité de prédire les champs de contraintes, de températures et de déformations, de modéliser la formation du copeau, y compris les phénomènes de segmentation, et de simuler l'interaction outil-pièce dans des conditions variées (Fu et al., 2015).

Leur précision et leur capacité à traiter des géométries complexes en font un outil privilégié pour les études avancées et la validation de modèles analytiques ou mécanistiques. Cependant, cette puissance prédictive s'accompagne de limitations significatives. Les simulations FEM sont extrêmement coûteuses en temps de calcul et en ressources informatiques, les rendant inadaptées à une utilisation en temps réel. Elles nécessitent également une quantité importante de données d'entrée, dont la détermination peut être complexe et coûteuse. Par ailleurs, leur mise en œuvre requiert une expertise spécialisée, ce qui en limite l'adoption dans les environnements industriels standards. Leur utilisation est donc généralement réservée à des études approfondies en recherche et développement ou à la validation de modèles plus simples.

Pour conclure, le choix de chaque méthode dépend du contexte d'application, des objectifs visés et des ressources disponibles. Toutefois, dans un environnement industriel de plus en plus orienté vers la simulation avancée et les systèmes intelligents, les modèles analytiques et mécanistiques apparaissent comme les plus adaptés pour être intégrés dans des plateformes de simulation ou des jumeaux numériques en temps réel. Permettant de concilier une rapidité de calcul, précision et compréhension physique, ouvrant la voie à une nouvelle génération d'outils de modélisation prédictive dans le domaine de l'usinage.

2.5 Impératifs architecturaux et de performance pour les systèmes de jumeaux numériques

Le développement d'un jumeau numérique est un processus complexe qui impose plusieurs contraintes, tant sur le plan de la modélisation que de l'implémentation logicielle. La sélection du langage de programmation et de l'environnement de développement constitue une décision architecturale fondamentale qui impacte directement la performance, la maintenabilité et les capacités fonctionnelles du logiciel final.

Un jumeau numérique fiable ne se limite pas à une représentation simple d'une simulation 3D. Sa valeur réside dans sa capacité à maintenir une synchronisation continue avec le système physique dont il est la réplique en temps réel. Cette synchronisation repose sur un échange bidirectionnel de données, qui doit être rapide et précis afin de garantir la cohérence entre la pièce en temps réel et sa réplique virtuelle. Le respect de cette contrainte est déterminant pour assurer la validité scientifique et la pertinence opérationnelle du modèle (Haider, 2025).

Les principaux critères à prendre en considération pour le développement d'un jumeau numérique sont les suivants :

- **Support du temps réel** : le langage de programmation retenu doit être en mesure de prendre en charge des opérations en temps réel, critère essentiel dans toute solution technologique (Vaarnamo, 2021).
- **Visualisation précise et avancés** : une visualisation 3D interactive et à haute-fidélité de géométries et de processus industriels complexes, nécessitant un rendu graphique performant.
- **Puissance de calcul** : la capacité à exécuter et résoudre des modèles mathématiques et des simulations physiques complexes et intensives est au cœur de la proposition de valeur d'un jumeau numérique, puisqu'ils ouvrent la voie à des analyses prédictives et à l'optimisation des processus.
- **Interface utilisateur** : la conception d'une interface claire et intuitive est indispensable pour permettre aux ingénieurs et aux opérateurs d'interagir aisément avec le jumeau, de visualiser des données complexes et de suivre l'état du système physique en temps réel.

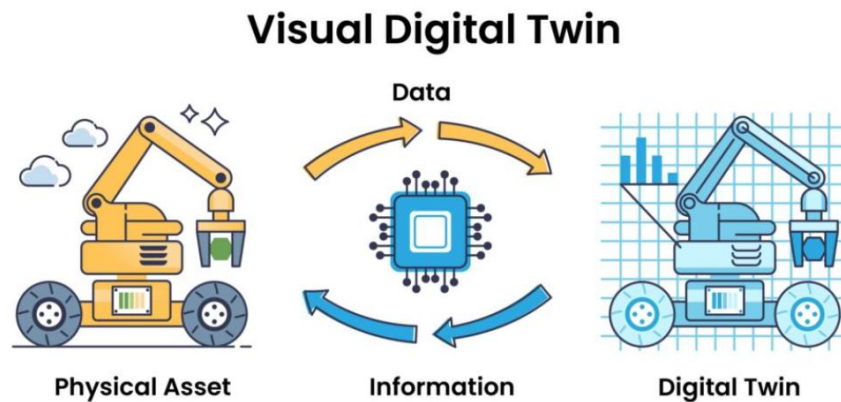


Figure 2.6: Illustration du concept de jumeau numérique, montrant le lien entre l'actif physique, l'information et le jumeau numérique (Source: Prevu3D).

(<https://www.prevu3d.com/news/understanding-digital-twins/>)

2.5.1 C# WPF. NET : Synergie optimale entre visualisation avancée et intégration hybride

Le langage C# WPF. NET constitue une solution intégrée pour le développement de jumeaux numériques exigeants en matière d'interface graphique et de performances complexes. Fondé sur un paradigme orienté objet, C# bénéficie d'une maturité technologique et d'outils industriels éprouvés, notamment Visual Studio, lequel est un environnement de développement intégré offrant des capacités de débogage avancées et une gestion de projet optimisée.

La puissance distinctive de C# réside dans Windows Presentation Foundation (WPF) et son architecture graphique vectorielle exploitant l'accélération matérielle qui exploite l'accélération matérielle grâce à l'utilisation du processeur graphique (GPU) via DirectX. Ce mécanisme permet un rendu fluide et rapide de flux de données massives, essentiel pour les jumeaux numériques où la latence visuelle compromet la fidélité sémantique.

Les avantages structurants de cette approche peuvent être résumés comme suit :

- **Data binding bidirectionnel** : Liaison dynamique entre modèles de données (ex : valeurs de capteurs) et représentations graphiques, éliminant les synchronisations manuelles.
- **Rendu 3D natif** : Intégration directe de maillages complexes pour la modélisation physique spatiale.

- **Interopérabilité .NET** : Intégration transparente de modules C++ (calcul haute performance) et Python (intelligence artificielle) via des appels directs (*P/Invoke*) ou l'utilisation de conteneurs. NET.

Cette flexibilité architecturale permet des **architectures hybrides** où la couche visuelle (WPF) coexiste avec des noyaux de calcul spécialisés, optimisant ainsi *l'équilibre* entre réactivité visuelle et puissance algorithmique.

2.5.2 C++ : Performance maximale et contraintes en visualisation native

Le langage C++ demeure l'outil privilégié pour le développement d'applications exigeant une performance optimale et un contrôle granulaire des ressources système. Il permet une gestion fine et explicite de la mémoire, favorisant ainsi des calculs intensifs, essentiels dans le contexte de jumeaux numériques impliquant des simulations multiphysiques ou l'intégration de modèles dynamiques fortement couplés en temps réel (Stroustrup, 2013).

Cependant, les fonctionnalités natives de visualisation de C++ restent limitées, ce qui rend la conception d'interfaces graphiques complexes dépendante de bibliothèques spécialisées comme Qt, OpenGL, ou DirectX. Bien que ces modèles offrent une puissance considérable pour le rendu 2D/3D et l'intégration de visualisations immersives, leur utilisation implique un temps de développement plus important et une complexité de maintenance supérieure comparativement à des solutions plus intégrées telles que Windows Presentation Foundation (WPF) ou les environnements. NET en C#. Ainsi, dans le cadre de projets de jumeaux numériques nécessitant non seulement une simulation performante, mais également une interface graphique avancée pour l'analyse et la supervision, C++ doit généralement être couplé à des bibliothèques graphiques tierces, ce qui augmente la charge de travail et les coûts de développement à long terme.

2.5.3 MATLAB : Simulation scientifique, limites en visualisation interactive

MATLAB, développé par MathWorks, constitue l'un des environnements les plus puissants et largement adoptés pour la modélisation numérique avancée et la simulation scientifique, grâce à son intégration native avec Simulink, un environnement graphique permettant de modéliser, simuler et analyser des systèmes dynamiques. Sa capacité à manipuler efficacement des données matricielles, à résoudre des systèmes complexes d'équations différentielles et à simuler des

comportements dynamiques le rend particulièrement adapté au développement de jumeaux numériques dans des contextes académiques et industriels (MathWorks, 2022). Les fonctionnalités graphiques intégrées permettent de générer rapidement des visualisations scientifiques dynamiques illustrant les phénomènes étudiés, ce qui accélère considérablement le prototypage et la validation de modèles.

Cependant, le moteur graphique de MATLAB est principalement optimisé pour la représentation scientifique et analytique, et non pour la création d'interfaces interactives immersives. Les outils comme App Designer offrent une intégration simplifiée pour le développement d'application avec UI, mais restent limités en matière de design visuel avancé, de personnalisation graphique et de fluidité d'interaction, comparé à des environnements dédiés au développement d'UI riches tels que WPF ou Qt. En conséquence, dans le cadre de projets de jumeaux numériques nécessitant à la fois des simulations complexes et une interface utilisateur hautement ergonomique, MATLAB excelle dans la partie calcul, mais s'avère restreint pour le volet esthétique et interactif, nécessitant parfois une intégration avec des outils externes pour dépasser ces limitations.

2.5.4 Java : Portabilité et applications distribuées

Java se distingue par sa portabilité native, liée à l'exécution du code sur la Java Virtual Machine (JVM), permettant ainsi à un même programme d'être exécuté sur différentes plateformes matérielles et systèmes d'exploitation sans modification préalable. Cette caractéristique est particulièrement pertinente dans le cadre de jumeaux numériques distribués, où plusieurs instances doivent fonctionner de manière synchronisée sur divers serveurs ou clients (Hehenberger & Zeman, 2020).

Pour le volet visualisation, Java propose JavaFX, offrant un rendu graphique modernisé, incluant un support natif pour les animations et une intégration 3D élémentaire. Toutefois, malgré cette avancée, JavaFX reste moins ergonomique et productif que des outils dédiés comme WPF, notamment en matière de conception d'interfaces utilisateurs hautement interactives, ce qui peut constituer une limite dans les projets de jumeaux numériques nécessitant une interface riche et réactive.

2.5.5 Python : IA et science des données appliquées aux jumeaux numériques

Python s'impose comme un langage incontournable dans les domaines de la data science, du machine learning et de l'intelligence artificielle, principalement grâce à un vaste écosystème de bibliothèques spécialisées telles que NumPy, Pandas, TensorFlow et PyTorch (Van Rossum & Drake, 2009). Dans les projets de jumeaux numériques, Python facilite l'intégration de modules d'analyse prédictive capables de traiter et d'interpréter en temps réel les flux de données collectées sur le système physique.

Pour la visualisation, des solutions comme Dash, Plotly, VTK ou Bokeh permettent la génération d'interfaces web interactives et dynamiques, adaptées à des tableaux de bord d'analyse et au suivi d'indicateurs-clés. Toutefois, en raison de son mode d'exécution interprété, Python présente généralement des performances inférieures à celles des langages compilés comme C++ ou Java lorsqu'il s'agit de simulations intensives en temps réel. Il demeure néanmoins un outil optimal pour les phases d'analyse, de prévision et d'exploration de données, ce qui lui confère un rôle stratégique dans la composante décisionnelle d'un jumeau numérique.

2.5.6 Synthèse comparative

Le choix du langage de programmation constitue un élément déterminant dans la conception d'un jumeau numérique performant, puisqu'il influence directement les capacités de calcul, la qualité de la visualisation, la gestion des ressources et la flexibilité de développement. Dans le cadre de cette recherche, chaque langage de programmation a été étudié et implémenté individuellement sur une période dédiée, afin de tester de manière approfondie l'ensemble de ses capacités dans un contexte de simulation d'usage. Cette démarche a consisté à développer, pour chaque langage, des prototypes fonctionnels et à analyser en détail le comportement du programme, notamment en termes de performance, de stabilité, de facilité d'intégration et de potentiel pour le temps réel. Cette approche expérimentale a permis de mener une étude comparative rigoureuse, fondée sur des essais concrets plutôt que sur une appréciation théorique seule. Les résultats de cette analyse sont synthétisés dans le Tableau 2.2, qui présente une comparaison qualitative des langages étudiés à partir des performances et des observations obtenues au cours de ces expérimentations.

Tableau 2.2: Comparaison qualitative des langages de programmation basée sur les essais et analyses réalisés dans cette recherche

Critère	C# WPF. NET	C++	MATLAB	Java	Python
Performance calcul	★★★★	★★★★★	★★★★	★★★	★★
Visualisation dynamique	★★★★★ (rendu 2D/3D natif, data binding)	★★★★ (Qt/OpenGL nécessaires)	★★★★ (graphique scientifique)	★★★★★ (JavaFX)	★★★★★ (bibliothèques web)
Intégration temps réel	★★★★	★★★★★	★★★★	★★★★	★★★
Interopérabilité ¹	. NET + DLL externes	API / bibliothèque	Liaison avec C/C++	Protocoles réseau	Très forte (API, IA)
Facilité de développement UI	★★★★★	★★	★★★	★★★★	★★★

L'analyse démontre que chaque langage dispose de compétences distinctes : C++ est imbattable en performances, MATLAB en modélisation scientifique, Java en applications distribuées, et Python en traitements IA avancés. Cependant, pour des visualisations dynamiques et fluides, intégrées directement à un environnement de calcul hybride, C# WPF. NET s'avère être le choix le plus équilibré. Son moteur graphique avancé, combiné à une facilité d'intégration avec d'autres

¹ **Interopérabilité**: désigne la capacité de différents systèmes, logiciels ou composants à échanger, interpréter et utiliser mutuellement leurs données ou leurs fonctions de manière cohérente et fiable.

langages, en fait un outil privilégié pour concevoir des jumeaux numériques non seulement performants mais visuellement percutants.

Cette revue de littérature a mis en évidence l'évolution et la complémentarité des approches liées à la modélisation de l'usinage. Les méthodes de discrétisation, et en particulier l'approche Tri-Dexel, offrent un compromis robuste entre précision géométrique et faisabilité numérique. L'étude de l'engagement outil-matière a montré son rôle déterminant dans la prédiction des efforts. Par ailleurs, l'analyse des modèles mécanistiques et analytiques a révélé leurs avantages respectifs: rapidité et simplicité pour les premiers, capacité de généralisation pour les seconds.

Ces éléments fondent le choix méthodologique du présent projet de recherche : la mise en place d'un jumeau numérique destiné au calcul des forces de coupe, s'appuyant sur la discrétisation Tri-Dexel et intégrant les modèles mécanistiques et analytiques. Ce travail vise ainsi à contribuer à la fois à l'amélioration de la précision prédictive et à l'ouverture vers des applications numériques dans l'industrie 4.0.

CHAPITRE 3 GÉNÉRATION ET TRAITEMENT DES TRAJECTOIRES D'USINAGE

3.1 Introduction

La simulation numérique des opérations de fraisage repose fondamentalement sur la connaissance précise de la trajectoire suivie par l'outil de coupe. Cette trajectoire, qui définit l'ensemble des positions successives de l'outil dans l'espace de travail, constitue la donnée d'entrée principale pour toute analyse des phénomènes physiques associés à l'usinage, qu'il s'agisse des efforts de coupe, des vibrations ou de l'état de surface résultant. La qualité et la fidélité de la représentation numérique de cette trajectoire influencent directement la précision des résultats de simulation.

Dans les contextes industriel et académique, les trajectoires d'usinage proviennent généralement des systèmes de Fabrication Assistée par Ordinateur (FAO), qui génèrent des programmes machines au format Code G. Ce langage de programmation standardisé définit l'ensemble des positions et orientations successives de l'outil dans l'espace de travail. Normalisé au niveau international par la norme ISO 6983-1:2009 (ISO 6983) et, aux États-Unis par le standard NIST RS274NGC (NIST 274), le Code G constitue le langage universel de communication entre les systèmes de FAO et les machines-outils à commande numérique. La méthodologie développée dans ce travail vise à offrir une flexibilité maximale dans la lecture et l'interprétation de ces trajectoires, tout en assurant une représentation cohérente et rigoureuse pour les étapes ultérieures de simulation et d'analyse.

Ce chapitre présente l'architecture méthodologique élaborée pour le traitement, l'interprétation et la visualisation des trajectoires d'usinage. Il expose d'abord les mécanismes d'acquisition et d'interprétation des données, qu'elles proviennent de fichiers Code G ou de tableaux structurés. Les algorithmes d'interpolation utilisés pour convertir les commandes de mouvement en trajectoires continues, puis discrètes, sont ensuite présentés en détail. Enfin, le chapitre décrit la méthode de visualisation tridimensionnelle de ces parcours ainsi que leur intégration spatiale dans le référentiel de la pièce à usiner.

3.2 Acquisition des données de trajectoire

La première étape de la chaîne de traitement consiste à acquérir les informations décrivant le mouvement de l'outil. Cette acquisition doit être suffisamment globale pour s'adapter aux différentes sources de données rencontrées en pratique, tout en extrayant l'ensemble des paramètres nécessaires à la simulation. Trois formats de fichiers ont été retenus pour leur complémentarité et leur représentativité des pratiques industrielles et académiques.

3.2.1 Fichiers Code G : standard industriel

Le code G constitue le langage universel de programmation des machines-outils à commande numérique. Ce langage encode de manière compacte l'ensemble des instructions nécessaires au pilotage d'une machine. Chaque ligne de programme, appelée bloc, contient une ou plusieurs commandes identifiées par une lettre d'adresse suivie d'une valeur numérique. Les adresses les plus courantes incluent les fonctions préparatoires (G), les coordonnées de destination (X, Y, Z), les vitesses d'avance (F) et de broche (S), ainsi que l'identification de l'outil (T).

L'interprétation d'un programme Code G nécessite la gestion d'un état machine complet, c'est-à-dire la mémorisation dynamique de l'ensemble des paramètres actifs (positions courantes, modes d'interpolation, vitesses) à chaque étape du processus. En effet, le langage repose sur le principe de modalité : certaines commandes restent actives jusqu'à ce qu'elles soient explicitement remplacées par une autre commande du même groupe. Par exemple, une fois qu'un mode d'interpolation linéaire (G01) est activé, tous les déplacements ultérieurs seront linéaires jusqu'à ce qu'un autre mode soit programmé. De même, le mode de positionnement peut être absolu (G90), où les coordonnées sont données par rapport à l'origine du système, ou incrémental (G91), où elles sont relatives à la position courante. Cette complexité impose la mise en place d'un analyseur syntaxique capable de maintenir en mémoire l'ensemble des paramètres modaux actifs à chaque instant.

Le processus d'analyse procède de manière séquentielle, ligne par ligne. Pour chaque bloc, les commandes sont extraites à l'aide d'expressions régulières qui permettent d'identifier automatiquement les symboles et leurs valeurs numériques selon la syntaxe propre au langage Code G. Ces commandes sont ensuite interprétées pour mettre à jour l'état de la machine virtuelle et, le cas échéant, générer un segment de trajectoire. Une attention particulière est portée aux commentaires, souvent délimités par des parenthèses ou des points-virgules, qui peuvent contenir

des informations précieuses sur les caractéristiques des outils utilisés. Des motifs de reconnaissance spécifiques permettent d'extraire automatiquement des données telles que le diamètre de l'outil, sa longueur ou le nombre de dents, enrichissant ainsi la base de données nécessaire à la simulation.

3.2.2 Extraction automatique des paramètres d'outil

Le système implémente une reconnaissance automatique des paramètres d'outils à partir des commentaires G -code. Cette fonctionnalité s'appuie sur des expressions régulières conçues pour extraire automatiquement les informations géométriques et technologiques des outils directement à partir des commentaires présents dans le programme. Cette approche garantit la cohérence des paramètres d'outils même en l'absence de bibliothèque d'outils prédéfinie.

Les motifs de reconnaissance implémentés incluent:

- Diamètre : reconnaissance des formats 12MM, 6.0 mm, 5.0MM
- Nombre de dents : extraction des formats 2FL, 4 FLUTE
- Longueur : reconnaissance des formats 25 LOC, 25 LENGTH
- Matériau : identification automatique de CRB, HSS, CARBIDE, COBALT, TITANIUM
- Rayon de coin : extraction des formats R2, R1.5

Cette extraction automatique permet de construire une base de données d'outils complète et cohérente, essentielle pour les calculs de simulation ultérieurs.

3.2.3 Usinage 5 axes et gestion des axes rotatifs

Pour les opérations d'usinage cinq axes, le système gère trois axes rotatifs selon la convention standard :

- A : Rotation autour de l'axe X
- B : Rotation autour de l'axe Y
- C : Rotation autour de l'axe Z

La direction de l'outil est calculée par la matrice de rotation combinée :

$$\vec{d}_{\text{outil}} = R_z(C) \cdot R_y(B) \cdot R_x(A) \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (3.1)$$

où R_x, R_y, R_z sont les matrices de rotation élémentaires. Cette gestion permet de simuler des opérations d'usinage complexes sur des surfaces gauches ou des géométries nécessitant une orientation variable de l'outil.

3.3 Fichiers tabulés : flexibilité pour la recherche

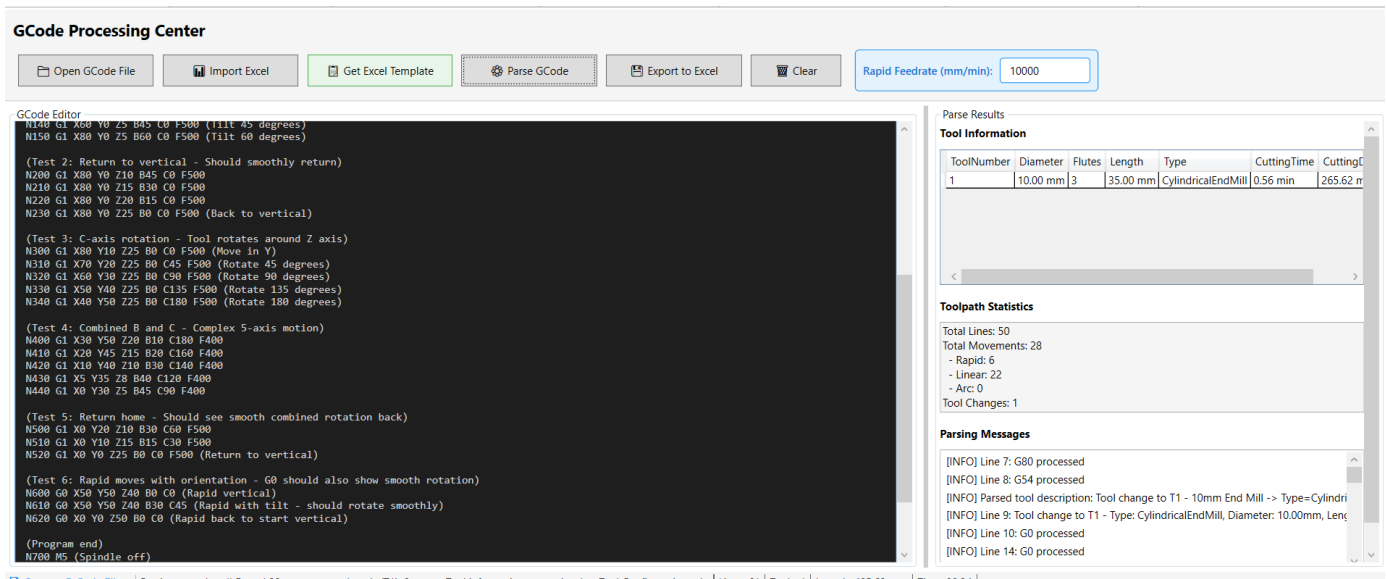


Figure 3.1 : Exemple d'implémentation d'un programme code G en usinage 5 axes au sein du jumeau numérique conçu.

En complément du code G, une méthode d'importation basée sur des fichiers au format Excel a été développée. Ce format, largement utilisé dans le milieu académique pour le traitement et l'échange de données, offre une structure claire et facilement modifiable. L'organisation retenue repose sur deux feuilles de calcul distinctes, chacune dédiée à un aspect spécifique des données d'usinage.

La première feuille, dédiée aux outils, contient la bibliothèque complète des outils susceptibles d'être utilisés au cours de l'opération. Chaque ligne décrit un outil par son identifiant unique, son diamètre, sa longueur, le nombre de dents et d'autres paramètres géométriques ou technologiques pertinents. Cette approche permet de centraliser les informations relatives aux outils et de garantir leur cohérence tout au long de la trajectoire.

La seconde feuille décrit la séquence des mouvements. Chaque ligne correspond à un point de passage de la trajectoire et spécifie les coordonnées spatiales de destination, l'identifiant de l'outil actif, la vitesse d'avance, la vitesse de rotation de la broche et, pour les opérations d'usinage

multiaxes, les angles des axes rotatifs. Cette structure tabulaire facilite la génération de trajectoires paramétriques ou l'importation de données issues d'algorithmes d'optimisation externes.

Le système d'importation identifie automatiquement les colonnes par reconnaissance de leur en-tête, offrant ainsi une certaine tolérance aux variations de mise en forme. Les colonnes essentielles, telles que les coordonnées et la vitesse d'avance, sont obligatoires, tandis que d'autres, comme les paramètres d'usinage 5 axes, sont optionnelles. Cette flexibilité permet d'adapter le format aux besoins spécifiques de chaque étude sans imposer une structure rigide.

3.4 Synthèse des formats acceptés

Le Tableau 3.1 récapitule les formats de fichiers supportés par le système, ainsi que les extensions reconnues pour chaque type de données.

Tableau 3.1: Formats de fichiers supportés pour l'importation des trajectoires d'usinage.

Type de Donnée	Format	Extensions Acceptées
Programme machine	Code G	. nc,. cnc,. code G,. tap,. txt
Trajectoire tabulée	Excel	.xlsx,. xls

Cette diversité de formats garantit que le système puisse s'intégrer dans des flux de travail variés, qu'il s'agisse de l'analyse de programmes industriels existants ou de l'étude de stratégies d'usinage innovantes développées dans un contexte de recherche.

3.5 Interprétation et interpolation des trajectoires

Une fois les données brutes acquises, qu'elles proviennent d'un fichier code G ou d'un tableau Excel, il est nécessaire de les convertir en un modèle mathématique exploitable pour la simulation. Cette étape d'interprétation transforme les commandes de haut niveau en segments de trajectoire géométriquement définis, prêts à être discrétisés et confrontés au modèle numérique de la pièce.

3.5.1 Construction de la trajectoire continue

Chaque commande de mouvement, qu'elle soit de type rapide, linéaire ou circulaire, définit un segment de la trajectoire globale. Pour les mouvements linéaires, la trajectoire entre deux points

successifs est simplement le segment de droite reliant la position de départ à la position d'arrivée. La longueur de ce segment, notée L_{segment} , est calculée par la distance euclidienne classique:

$$L_{\text{segment}} = \sqrt{(x_f - x_i)^2 + (y_f - y_i)^2 + (z_f - z_i)^2} \quad (3.2)$$

où (x_i, y_i, z_i) et (x_f, y_f, z_f) désignent respectivement les coordonnées des points de départ et d'arrivée. Cette représentation linéaire est directe et ne nécessite aucune transformation supplémentaire.

Les mouvements circulaires, en revanche, nécessitent une attention particulière. Le code G définit un arc de cercle par son point de départ, son point d'arrivée, et soit le centre de l'arc (spécifié par des offsets I, J, K par rapport au point de départ), soit directement le rayon de l'arc. Le sens de parcours, horaire ou anti-horaire, est indiqué par les codes G02 ou G03 respectivement. À partir de ces informations, il est nécessaire de reconstruire la géométrie complète de l'arc pour pouvoir ensuite discrétiser la trajectoire.

Le centre de l'arc, lorsqu'il est donné sous forme d'offsets, est calculé par simple addition vectorielle:

$$\vec{C} = \vec{P}_{\text{start}} + \vec{I} \quad (3.3)$$

Où:

- $\vec{P}_{\text{start}}$ est le vecteur position du point de départ
- $\vec{I}$ est le vecteur offset.

Le rayon de l'arc est alors la distance entre le centre et le point de départ, et doit être validé en vérifiant qu'il est également égal à la distance entre le centre et le point d'arrivée, à une tolérance numérique près.

L'angle de balayage de l'arc, noté θ_{sweep} , est déterminé en calculant les angles polaires des points de départ et d'arrivée par rapport au centre, puis en prenant leur différence en tenant compte du sens de rotation. Mathématiquement, si θ_{start} et θ_{end} désignent les angles respectifs, alors:

$$\theta_{\text{start}} = \arctan 2(y_{\text{start}} - y_c, x_{\text{start}} - x_c) \quad (3.4)$$

$$\theta_{\text{end}} = \arctan 2(y_{\text{end}} - y_c, x_{\text{end}} - x_c) \quad (3.5)$$

L'angle de balayage est ensuite ajusté en fonction du sens de rotation pour garantir qu'il représente bien l'arc parcouru. Cette reconstruction géométrique permet de disposer d'une description analytique complète de l'arc, prête pour l'étape de discrétisation.

3.5.2 Discrétisation spatiale des arcs circulaires

Bien que les arcs soient définis de manière analytique, leur représentation numérique pour la visualisation et le calcul d'engagement nécessite une discrétisation en une séquence de points. Le nombre de points de discrétisation, noté N_{points} , doit être suffisant pour capturer fidèlement la courbure de l'arc sans introduire d'erreur géométrique significative, tout en restant raisonnable pour limiter le coût de calcul.

Une approche courante consiste à définir un paramètre de qualité, N_{steps} , représentant le nombre de segments utilisés pour approximer un cercle complet. Le nombre de points pour un arc donné est alors proportionnel à l'angle de balayage:

$$N_{\text{points}} = \left\lceil \frac{|\theta_{\text{sweep}}|}{2\pi} \times N_{\text{steps}} \right\rceil \quad (3.6)$$

Une valeur typique de N_{steps} est de l'ordre de 30 à 100, selon la précision souhaitée. Une fois le nombre de points déterminé, chaque point intermédiaire P_i sur l'arc est calculé par interpolation angulaire:

$$\theta_i = \theta_{\text{start}} + \frac{i}{N_{\text{points}}} \cdot \theta_{\text{sweep}}, \quad i = 0, 1, \dots, N_{\text{points}} \quad (3.7)$$

Les coordonnées cartésiennes de chaque point dans le plan de l'arc sont alors:

$$\begin{cases} u_i = u_c + R \cos(\theta_i) \\ v_i = v_c + R \sin(\theta_i) \end{cases} \quad (3.8)$$

où (u, v) désignent les axes du plan de travail (par exemple, X et Y pour un arc dans le plan horizontal), (u_c, v_c) sont les coordonnées du centre dans ce plan, et R est le rayon de l'arc. Pour les

arcs hélicoïdaux, où l'outil se déplace simultanément le long d'un troisième axe (typiquement Z), une interpolation linéaire est appliquée sur cette coordonnée:

$$w_i = w_{\text{start}} + \frac{i}{N_{\text{points}}} \cdot (w_{\text{end}} - w_{\text{start}}) \quad (9)$$

Cette méthode de discrétisation produit une polyligne qui approxime l'arc circulaire avec une précision contrôlée, permettant ainsi de traiter les arcs de la même manière que les segments linéaires dans les étapes ultérieures.

3.6 Gestion des erreurs et validation

Le système d'interprétation du code implémente une validation robuste des données avec plusieurs niveaux de contrôle. Chaque erreur est enregistrée avec le numéro de ligne, le type d'erreur et un message descriptif, permettant un diagnostic précis des problèmes de programmation.

Les validations incluent :

- Validation géométrique des arcs : vérification de la cohérence des paramètres I, J, K et R
- Détection des paramètres d'outils invalides : diamètre, longueur, nombre de dents dans des plages raisonnables
- Gestion des erreurs de format : fichiers corrompus, encodage incorrect
- Messages d'avertissement : configurations suspectes, valeurs extrêmes

Cette approche garantit la robustesse du système face aux données d'entrée variées et souvent imparfaites rencontrées en pratique industrielle.

3.7 Visualisation tridimensionnelle de la trajectoire

La visualisation de la trajectoire d'usinage constitue une étape essentielle de validation avant le lancement de calculs de simulation coûteux. Elle permet à l'utilisateur de vérifier visuellement la cohérence du parcours, d'identifier d'éventuelles erreurs de programmation et de comprendre la stratégie d'usinage employée. Le système développé propose une représentation tridimensionnelle interactive de la trajectoire, avec un code couleur permettant de distinguer les différents types de mouvements.

3.7.1 Système de couleurs et classification

La représentation visuelle utilise un code couleur standardisé permettant une identification rapide des différents types de mouvements :

- Bleu : Mouvements rapides (G00) - déplacements hors matière sans usinage
- Vert : Interpolations linéaires (G01) - mouvements de coupe linéaires
- Orange : Arcs horaires (G02) - interpolations circulaires dans le sens horaire
- Rouge : Arcs anti-horaires (G03) - interpolations circulaires dans le sens antihoraire
- Or : Trajectoire globale - vue d'ensemble du parcours complet

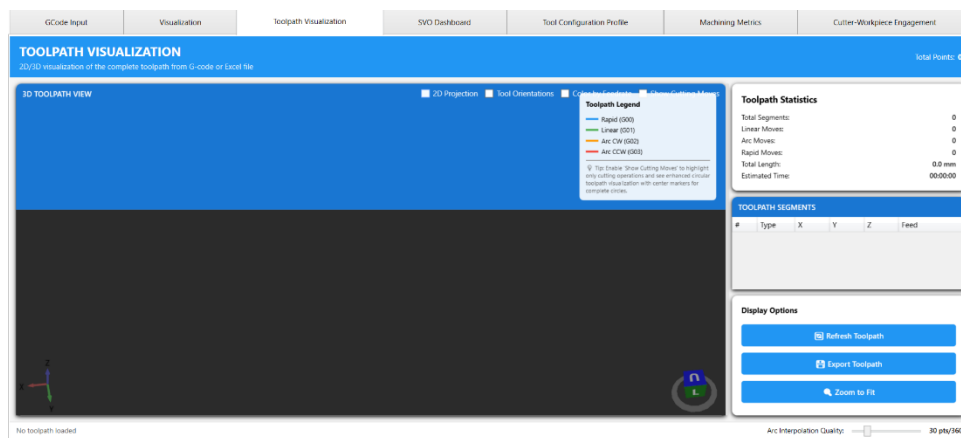


Figure 3.2: Interface de visualisation des trajectoires dans le logiciel développé, selon le code couleur défini.

3.7.2 Représentation des arcs circulaires

La représentation des arcs circulaires dans l'environnement de visualisation exploite directement la discrétisation décrite précédemment. Chaque arc est converti en une série de segments linéaires reliant les points interpolés, créant ainsi une approximation polygonale de la courbe. La finesse de cette approximation est ajustable selon les besoins de l'utilisateur, permettant un compromis entre fidélité visuelle et fluidité d'affichage.

Pour les opérations d'usinage 5 axes, où l'orientation de l'outil varie le long de la trajectoire, des vecteurs directionnels peuvent être superposés à la trajectoire pour visualiser l'inclinaison de l'outil à chaque position. Cette fonctionnalité est particulièrement utile pour analyser les stratégies d'usinage complexes mettant en jeu des surfaces gauches ou des opérations de détournage avec orientation variable.

3.8 Positionnement de la trajectoire dans le référentiel de la pièce

La simulation fidèle de l'usinage nécessite un alignement rigoureux entre la trajectoire d'outil générée et le référentiel géométrique de la pièce à usiner. En effet, pour que la trajectoire soit correctement appliquée sur la pièce et produise les résultats escomptés, il est impératif de définir et de respecter un système de coordonnées cohérent qui assure la correspondance spatiale entre les instructions de mouvement et la géométrie discrétisée de la pièce.

Cette cohérence géométrique repose sur trois piliers fondamentaux : la définition rigoureuse du système de coordonnées de la pièce, l'alignement correct des axes, et l'application appropriée des transformations géométriques permettant de positionner la trajectoire sur la pièce dans l'espace de travail de la machine virtuelle.

3.8.1 Définition du référentiel de la pièce

Dans l'architecture logicielle développée, le référentiel de la pièce constitue le système de coordonnées de référence dans lequel s'effectuent toutes les opérations de simulation. Ce référentiel est défini par un repère cartésien orthonormé $(O, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ dont l'origine O est positionnée à un coin de la pièce brute, généralement le coin inférieur avant-gauche selon les conventions d'usinage standard.

Les dimensions principales de la pièce brute sont définies par l'utilisateur au début de la simulation et correspondent aux extensions maximales selon les trois axes :

- Longueur (L) : Extension selon l'axe $\vec{x}$
- Hauteur (H) : Extension selon l'axe $\vec{z}$
- Largeur (W) : Extension selon l'axe $\vec{y}$

Ces dimensions déterminent le volume de discrétisation Tri-Dexel et définissent les limites physiques de l'espace de travail.

3.8.2 Orientation des axes et convention de coordonnées

Une fois le brut défini, l'utilisateur doit établir le système de coordonnées de la pièce, c'est-à-dire la référence spatiale dans laquelle la trajectoire code-G sera interprétée. Ce système détermine l'origine, les directions principales et les repères de positionnement utilisés pour exprimer les

déplacements de l'outil. En simulation, une correspondance rigoureuse entre le système de coordonnées de la pièce et celui de la machine-outil est indispensable. Elle garantit que chaque instruction du programme conduit à un mouvement cohérent, sans collision ni décalage géométrique.

3.8.3 Orientation des axes et alignement machine-pièce

La troisième étape consiste à définir l'orientation des axes relatifs au système de coordonnées machine. Cette opération assure l'alignement correct entre la trajectoire programmée et la position réelle de la pièce dans l'espace de travail. Dans le cas d'un usinage multiaxes, cette orientation prend une importance particulière, vu qu'elle influence directement la direction des vecteurs d'avance, l'inclinaison de l'outil et la précision de la surface obtenue. Un mauvais alignement des axes peut entraîner des erreurs d'interprétation du Code G et des incohérences dans la simulation de l'enlèvement de matière.

Ainsi, la combinaison cohérente de ces trois éléments — définition du brut, système de coordonnées et orientation des axes — conditionne l'exactitude du positionnement de la trajectoire d'usinage. Leur paramétrage précis permet d'assurer un enlèvement de matière réaliste, efficace et géométriquement fidèle au processus réel. Une telle rigueur dans la définition spatiale constitue la base nécessaire pour obtenir l'état final souhaité de la pièce, en garantissant à la fois la précision dimensionnelle et la qualité de la simulation numérique.

3.9 Indicateurs de performance

Le système génère automatiquement des statistiques détaillées sur l'opération d'usinage, permettant une analyse quantitative de la trajectoire et des paramètres d'usinage.

3.9.1 Caractéristiques de la trajectoire

Les données extraites incluent :

- Distance totale : longueur complète du parcours
- Distance de coupe : portion de la trajectoire avec engagement matière
- Distance de positionnement : mouvements rapides sans usinage
- Temps estimé : durée totale de l'opération
- Boîte englobante : dimensions de l'espace de travail utilisé

3.9.2 Métriques par outil

Pour chaque outil utilisé, le système de simulation développé détermine:

- Temps de coupe : durée d'utilisation effective
- Distance parcourue : longueur totale de coupe
- Paramètres moyens : vitesses et profondeurs moyennes
- Utilisation : pourcentage du temps total

Ces métriques permettent d'optimiser les stratégies d'usinage et d'identifier les goulots d'étranglement dans la production.

3.10 Discussion

Ce chapitre a détaillé la méthodologie complète de traitement des trajectoires d'usinage, allant de l'acquisition des données brutes jusqu'à leur couplage avec l'approche Tri-Dexel. Il a exposé les mécanismes d'importation et d'interprétation des fichiers Code-G et Excel, les algorithmes de discrétisation des mouvements (linéaires et circulaires), ainsi que les techniques de visualisation 3D et de requête spatiale.

Cette infrastructure de traitement des trajectoires constitue le premier jalon de la chaîne de simulation. Elle génère une représentation géométrique précise et discrétisée du parcours de l'outil, prête à être confrontée à la représentation volumétrique de la pièce. La section suivante de ce mémoire se consacrera à la seconde composante majeure de la simulation : la modélisation de la pièce selon la méthode Tri-Dexel.

CHAPITRE 4 LA DISCRÉTISATION TRI-DEXEL

La simulation numérique des processus d'usinage constitue un enjeu technologique majeur pour l'industrie manufacturière moderne. Face aux limitations des représentations géométriques traditionnelles (B-Rep, CSG), la méthode Tri-Dexel est introduite comme une solution optimale pour la modélisation volumétrique en temps réel. Cette approche, initialement développée par Van Hook (1998), propose une décomposition orthogonale du volume de travail selon trois orientations principales (X, Y et Z), offrant un compromis important et remarquable entre précision, efficacité computationnelle et simplicité d'implémentation. La Figure 4.1 présente le principe de discrétisation d'un volume selon la méthode Tri-Dexel : un volume solide est décrit par la combinaison de trois ensembles de segments :

- **Dexels-X (en rouge)** : Un tableau de rayons parallèles à l'axe X, distribués sur une grille dans le plan (Y,Z). Ils représentent la "longueur" de matière pour chaque coordonnée (y,z).
- **Dexels-Y (en vert)** : Un tableau de rayons parallèles à l'axe Y, distribués sur une grille dans le plan (Z,X). Ils représentent la "largeur" de matière pour chaque coordonnée (z,x).
- **Dexels-Z (en bleu)** : Un tableau de rayons parallèles à l'axe Z, distribués sur une grille dans le plan (X,Y). Chaque rayon stocke les segments de matière qu'il intersecte, représentant ainsi la "hauteur" de matière pour chaque coordonnée (x,y).

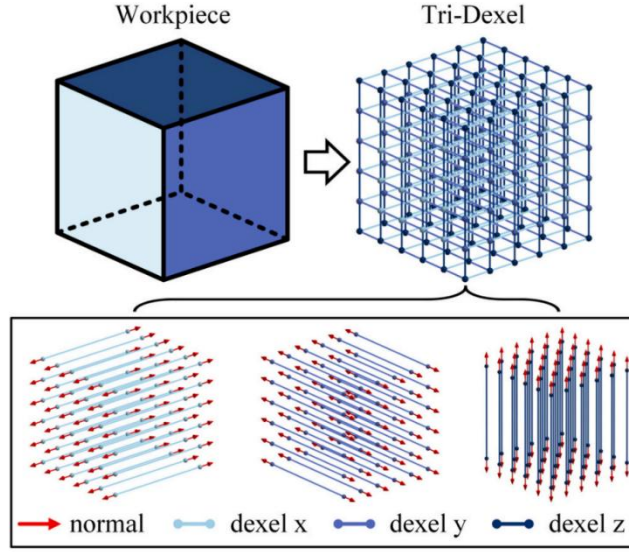


Figure 4.1: Visualisation de la discrétisation TriDexel.

De « A Cutting Force Prediction Model for Cutting Tools With Arbitrary Cutting-Edge Distributions Based on an Enhanced Cutter–Workpiece Engagement Extraction Method », par C. Wang, B. Shen et S. Jin, 2025, Journal of Manufacturing Processes, 107, p. 75–92 (<https://doi.org/10.1016/j.jmapro.2025.07.075>). © 2025 par The Society of Manufacturing Engineers.

4.1 Définition de la pièce brute et paramètres utilisateur

La définition de la pièce et la configuration des paramètres utilisateur constituent l'étape initiale et essentielle de la modélisation numérique dans un environnement de simulation. À ce stade, l'utilisateur doit spécifier plusieurs éléments fondamentaux afin d'assurer une représentation correcte de la pièce brute et un déroulement précis des calculs ultérieurs.

Soit $\Omega \subset \mathbb{R}^3$ un domaine spatial borné représentant l'enveloppe géométrique de la pièce à usiner. Ce domaine est caractérisé par ses dimensions principales selon les axes du repère cartésien orthonormé (O, x, y, z) :

- Longueur L selon l'axe x : $x \in [x_0, x_0 + L]$
- Largeur W selon l'axe y : $y \in [y_0, y_0 + W]$
- Hauteur H selon l'axe z : $z \in [z_0, z_0 + H]$

Le point $P_0 = (x_0, y_0, z_0)$ définit l'origine locale de la pièce dans le système de coordonnées global de la machine-outil, permettant ainsi le positionnement précis de la pièce dans l'espace de travail.

Avant toute opération, l'utilisateur doit impérativement saisir les valeurs des dimensions principales de la pièce (L, W, H). Ces valeurs sont nécessaires pour garantir une représentation correcte de la pièce brute et assurer la précision des calculs qui suivront.

4.2 Résolution de discrétisation δ

La résolution du modèle Tri-Dexel est un paramètre fondamental qui détermine le niveau de détail de la discrétisation volumique de la pièce à usiner. Elle est définie par l'espacement, noté δ , entre les rayons de dexels adjacents et parallèles. Ce paramètre influence directement l'équilibre fondamental entre la précision de la représentation géométrique et la performance de la simulation.

Une valeur de δ faible augmente la densité de la grille de dexels. Ceci permet une représentation plus fidèle des surfaces complexes et des détails fins, réduisant les parasites visuels. Toutefois, cette amélioration entraîne un coût computationnel important. La quantité de dexels, et donc la mémoire requise et le temps de calcul, augmente d'une manière significative.

En revanche, un espacement δ plus grand diminue les ressources nécessaires, rendant la simulation plus rapide. Le compromis est une perte de précision qui peut devenir inacceptable, où des caractéristiques importantes de la pièce ou de l'interaction outil-matière peuvent être omises ou incorrectement représentées.

4.2.1 Calcul des dimensions des grilles de dexels

À partir des dimensions de la pièce et de l'espacement δ , le nombre de dexels requis pour chaque grille est calculé. L'objectif est de couvrir entièrement le volume de la pièce. Par conséquent, le nombre de dexels dans une direction est le rapport entre la dimension de la pièce dans cette direction et l'espacement, arrondi à l'entier supérieur pour garantir une couverture complète.

Les formules utilisées sont les suivantes:

$$N_x = \left\lceil \frac{L}{\delta} \right\rceil \quad (4.1)$$

$$N_y = \left\lceil \frac{W}{\delta} \right\rceil \quad (4.2)$$

$$N_z = \left\lceil \frac{H}{\delta} \right\rceil \quad (4.3)$$

Où N_x , N_y , N_z sont les nombres de dexels le long des axes X, Y et Z respectivement.

Le processus d'initialisation du modèle est montré à la Figure 10.

```

1 // Le nombre de rayons est calculé pour chaque axe
2 var numX = Math.Max(1, (int)Math.Ceiling(length / spacing));
3 var numY = Math.Max(1, (int)Math.Ceiling(width / spacing));
4 var numZ = Math.Max(1, (int)Math.Ceiling(height / spacing));

```

Figure 4.2: Implémentation du calcul des dimensions de la grille.

Suite à de nombreux essais et tests de validation, il a été établi que, pour atteindre un équilibre optimal entre une simulation rapide, efficace et précise, la valeur de l'espacement δ doit impérativement se situer dans l'intervalle [0.5 mm, 1.0 mm]. En dehors de cette plage, les résultats se dégradent : en dessous de 0.5 mm, le temps de calcul devient excessif pour une utilisation interactive, sans gain significatif de précision pour les forces de coupe ; au-dessus de 1.0 mm, la discrétisation est trop grande et ne permet plus de capturer correctement l'engagement de l'outil, menant à des résultats de simulation incorrects. Le choix de la résolution est donc un compromis crucial, finement ajusté pour les besoins de cette application.

4.2.2 La Conception d'une Structure de Données Robuste

Le volume de la pièce est discrétisé en une grille de rayons. Sur chaque rayon, la matière est définie par une liste de segments. Un segment, qui représente un intervalle de matière

$[s_{\text{start}}, s_{\text{end}}]$, est l'unité fondamentale du modèle.

Pour garantir la stabilité du modèle, la structure Segment a été conçue pour être immuable: une fois créé, un segment ne peut plus être modifié. Cette immutabilité empêche toute erreur pouvant résulter de modifications imprévues de l'état. Ce design prévient de nombreuses erreurs de programmation et assure que la base du modèle géométrique est intrinsèquement stable. Le processus d'initialisation du modèle est montré à la Figure 4.3.

```

1 public readonly struct Segment : IEquatable<Segment>
2 {
3     public readonly double Start;
4     public readonly double End;
5 }

```

Figure 4.3: Implémentation de la structure de Segment.

Après le calcul des dimensions, les trois grilles sont créées en mémoire. Chaque rayon est ensuite initialisé pour représenter un bloc de matière plein.

1. **Initialisation des Rayons :** Chaque rayon de la grille XY est initialisé avec un seul segment $[0, H]$. Cette tâche est identique pour des millions de rayons dans la même direction.
2. **Parallélisation :** Comme l'initialisation est la même pour tous les rayons d'une même direction, elle peut être exécutée en parallèle sur tous les cœurs du processeur. Cela réduit considérablement le temps de préparation du modèle.

Le parallélisme est important vu que :

- Il accélère l'initialisation proportionnellement au nombre de cœurs
- Il utilise efficacement les ressources du processeur
- Il permet une préparation rapide pour les simulations suivantes

Cette approche parallèle est essentielle pour traiter des géométries complexes dans les simulations de fraisage.

La Figure 5.1 et la Figure 5.2, illustrent le processus de discrétisation. La Figure 5.1 présente le schéma du processus d'initialisation de la discrétisation, tandis que la Figure 5.2 montre l'implémentation des équations d'initialisation parallèle des rayons de matière.

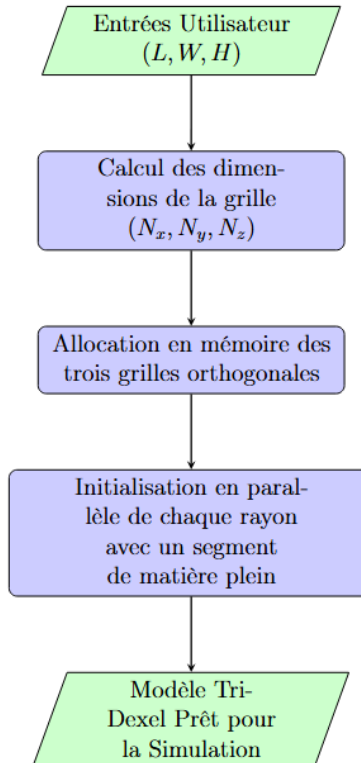


Figure 4.5 : Diagramme du processus d'initialisation de la discrétisation.

```

1 // Exemple pour les rayons parallèles à l'axe Z (grille XY)
2 Parallel.For(0, numX, x => {
3     for (int y = 0; y < numY; y++)
4         xDexels[x, y] = new Dexel(0, height); // Création d'un
           rayon avec matière pleine
5 });
6 // Des boucles similaires sont exécutées pour les autres familles
  de dexels.
  
```

Figure 4.4 : Initialisation parallèle des rayons de matière.

En conclusion, la méthode Tri-Dexel développée dans ce travail permet de créer une représentation numérique précise et efficace de la pièce brute. Cette approche génère un modèle complet qui reproduit fidèlement le volume initial de matière avant toute usinage. Le modèle obtenu a été conçu pour supporter les calculs intensifs qui suivront dans la simulation. Il forme donc une base solide pour la prochaine étape : simuler l'enlèvement de matière par l'outil de coupe, qui sera détaillée dans la suite de ce document.

CHAPITRE 5 MODÉLISATION GÉOMÉTRIQUE DE L'OUTIL DE COUPE

5.1 Introduction

La simulation précise des procédés d'usinage par enlèvement de matière, constitue un enjeu majeur pour l'optimisation des stratégies de fabrication, la prédiction des efforts de coupe et la maîtrise de la qualité des pièces produites. Une étape fondamentale et critique de cette démarche de simulation réside dans la représentation numérique fidèle de la géométrie de l'outil de coupe. Les modèles de forces, dépendent principalement d'une description géométrique exacte de l'interaction entre l'arête de coupe et la matière.

Dans le cadre de ce travail, une approche de discrétisation paramétrique a été développée pour divers types d'outils de coupe, incluant les fraises cylindriques, les fraises à bout sphérique (ball end mill), les fraises toriques (bull nose end mill), et les fraises de type général. Cette section détaille la méthodologie adoptée pour transformer une définition géométrique continue en un ensemble de points discrets, formant un nuage de points qui définit la surface de coupe de l'outil.

5.2 Modèle géométrique paramétrique

La représentation géométrique d'un outil de fraisage dans cette méthodologie repose sur un modèle paramétrique général, permettant de décrire une large gamme de formes d'outils standards et complexes. Cette approche s'appuie sur la définition d'un ensemble de paramètres géométriques fondamentaux, chacun correspondant à une caractéristique physique mesurable de l'outil, et dont la combinaison permet de générer numériquement la géométrie 3D de l'outil pour la simulation ou l'analyse.

5.2.1 Définition des paramètres géométriques

La géométrie générale d'un outil est définie par les paramètres suivants comme le montre la Figure 5.1 :

- D : Diamètre principal de l'outil ;
- R : Rayon de coin ou rayon principal (ex. rayon de l'arrondi de l'arête) ;
- R_r : Décalage radial du centre du rayon de coin ;
- R_z : Décalage axial du centre du rayon de coin ;

5.2.2 Définition des Zones et Points Caractéristiques

Le profil de l'outil est décomposé en trois zones distinctes comme indiqué dans la Figure 5.1:

- **Zone OM** : Un profil conique inférieur, défini par l'angle α .
- **Zone MN** : Un profil circulaire, défini par le rayon R et son centre $C(R_r, R_z)$.
- **Zone NS** : Un profil conique supérieur, défini par l'angle β .

Les points $M(M_r, M_z)$ et $N(N_r, N_z)$ marquent les transitions entre ces zones. Leurs coordonnées, ainsi que le paramètre de décalage u , sont calculées à partir des sept paramètres de base pour assurer la continuité du profil.

Le rayon local de l'outil $r(z)$ à une hauteur axiale z est donné par:

$$r(z) = \begin{cases} \frac{z}{\tan \alpha} & \text{pour la zone OM} \\ R_r + \sqrt{R^2 - (R_z - z)^2} & \text{pour la zone MN} \\ u + z \tan \beta & \text{pour la zone NS} \end{cases} \quad (5.1)$$

où u est calculé d'après la formule suivante :

$$u = \frac{D}{2} (1 - (\tan \alpha)(\tan \beta)) \quad (5.2)$$

Cette équation exprime la relation entre les angles α et β et le diamètre de l'outil. Le terme $\tan(\alpha)\tan(\beta)$ représente l'interaction entre les deux profils coniques de l'outil. Lorsque ce produit est nul (un des angles est nul), u prend sa valeur maximale de $D/2$, correspondant à un profil cylindrique. À l'inverse, lorsque les deux angles sont significatifs, u diminue, créant un profil plus complexe.

Les coordonnées des points de transition M et N sont obtenues par résolution géométrique.

Pour le point M :

$$M_r = \frac{R_z \tan \alpha + R_r + \sqrt{(R^2 - R_r^2) \tan^2 \alpha + 2R_z R_r \tan \alpha - R_z^2 + R^2}}{\tan^2 \alpha + 1} \quad (5.3)$$

$$M_z = M_r \tan \alpha \quad (5.4)$$

Pour le point N :

$$N_z = \frac{(R_r - u) \tan \beta + R_z - \sqrt{(R^2 - R_z^2) \tan^2 \beta + 2R_z(R_r - u) \tan \beta - (R_r - u)^2 + R^2}}{\tan^2 \beta + 1} \quad (5.5)$$

$$N_r = u + N_z \tan \beta \quad (5.6)$$

Ces calculs sont adaptés en fonction du type de l'outil. Par exemple, pour une fraise cylindrique, les valeurs de ces paramètres sont simplifiées pour refléter sa géométrie simple, où $M_r = D/2, M_z = 0$, etc.

5.3 Assignment des dimensions pour chaque type d'outil

L'assignation des dimensions est automatisée en fonction du type d'outil, avec des valeurs par défaut dérivées de standards industriels et ajustables pour des cas spécifiques. Cela garantit que chaque type respecte des contraintes géométriques réalistes, pour éviter des configurations impossibles. Les types sont catégorisés pour couvrir une gamme étendue d'outils de fraisage, chacun avec des assignations qui optimisent les performances en usinage. La Figure 5.2 présente une description détaillée pour chaque type, avec les assignations typiques :

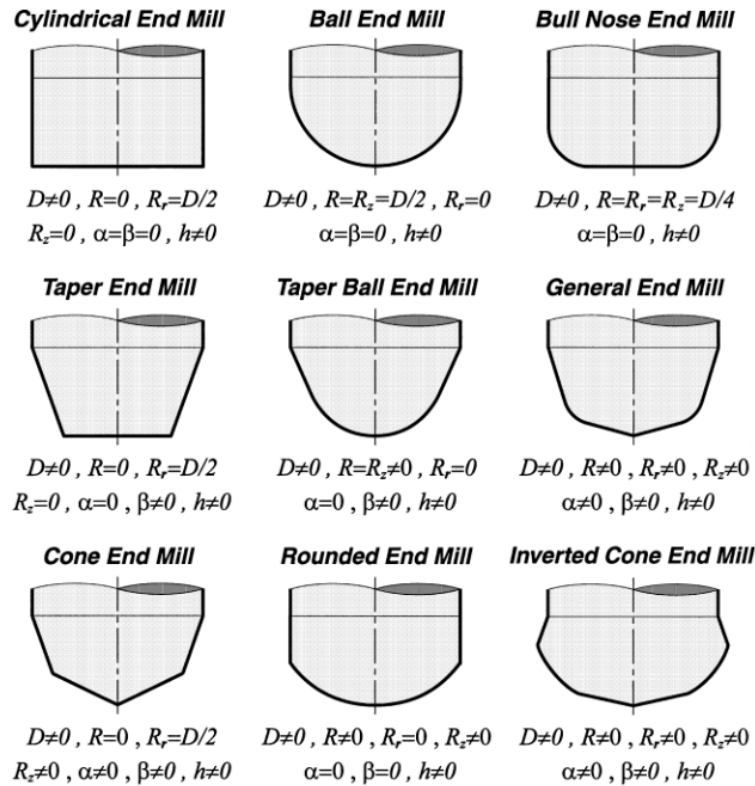


Figure 5.2: Différentes formes d'outils de coupe en bout (end mills).

De « Mechanics and Dynamics of General Milling Cutters. Part I: Helical End Mills », par S. Engin et Y. Altintas, International Journal of Machine Tools and Manufacture, 41(14), 2195-2212 (2001). [https://doi.org/10.1016/S0890-6955\(01\)00045-1](https://doi.org/10.1016/S0890-6955(01)00045-1). © 2001 Elsevier Science Ltd.

5.4 Discrétisation radiale et axiale

La discrétisation spatiale constitue l'étape fondamentale de la transformation d'une géométrie continue en représentation numérique. Cette étape est cruciale parce qu'elle détermine la précision de la simulation tout en influençant les performances computationnelles. Le choix des paramètres de discrétisation résulte d'un compromis entre la précision géométrique souhaitée et les ressources computationnelles disponibles.

La discrétisation de l'outil est définie par deux paramètres principaux qui contrôlent la résolution spatiale:

- L_p : Nombre de divisions axiales, déterminant la résolution le long de l'axe de l'outil
- K_p : Nombre de divisions angulaires, contrôlant la résolution circonférentielle

Ces paramètres sont calculés selon les équations 5.7 et 5.8, qui assurent une couverture complète de la géométrie de l'outil :

$$L_p = \left\lceil \frac{h}{\Delta z} \right\rceil \quad (5.7)$$

Cette équation exprime que le nombre de divisions axiales est déterminé par le rapport entre la hauteur totale de l'outil h et le pas de discrétisation axial Δz . Le pas Δz représente la distance entre deux points consécutifs le long de l'axe de l'outil et détermine directement la précision de la représentation axiale.

$$K_p = \left\lceil \frac{2\pi}{\Delta\phi} \right\rceil \quad (5.8)$$

Cette équation similaire détermine le nombre de divisions angulaires en fonction du pas angulaire $\Delta\phi$. Le facteur 2π représente la circonférence complète en radians. Le pas angulaire $\Delta\phi$ détermine l'angle entre deux points consécutifs sur la circonférence de l'outil et influence directement la précision de la représentation circonférentielle.

Ces paramètres de discrétisation sont fondamentaux car ils déterminent le nombre total de points de discrétisation $N_{\text{total}} = L_p \times K_p$, qui influence directement la précision de la simulation et les temps de calcul. Un choix approprié de ces paramètres est essentiel pour obtenir des résultats précis tout en maintenant des performances computationnelles acceptables.

5.5 Modélisation de l'arête de coupe hélicoïdale

Les arêtes de coupe sont des hélices tracées sur l'enveloppe de l'outil. La position d'un point P sur la $j^{\text{ème}}$ arête dépend de sa hauteur z et de l'angle de rotation de l'outil ϕ . Sa position angulaire dans le plan (x_{tcs}, y_{tcs}) est donnée par l'angle radial $\phi_j(z)$:

$$\phi_j(z) = \phi + (j - 1)\phi_p - \psi(z) \quad (5.9)$$

Où :

- ϕ est l'angle de rotation instantané de l'outil.
- $\phi_p = 2\pi/N_f$ est l'angle de pas entre les arêtes (N_f étant le nombre de dents).

- $\psi(z)$ est l'angle de décalage axial dû à l'hélice. Cet angle représente le retard angulaire de l'arête à la hauteur z par rapport à sa position à la pointe. Sa formulation est complexe et dépend de la zone géométrique.

Finalement, les coordonnées cartésiennes d'un point P sur l'arête dans le repère TCS sont :

$$\begin{cases} x(z, \phi) = r(z) \sin(\phi_j(z)) \\ y(z, \phi) = r(z) \cos(\phi_j(z)) \\ z = z \end{cases} \quad (5.10)$$

5.5.1 Formalisme géométrique et systèmes de coordonnées

La modélisation de l'usinage 5 axes impose de définir rigoureusement plusieurs systèmes de coordonnées pour décrire la cinématique complexe de l'outil par rapport à la pièce. Conformément à la littérature de référence (Pawar2015; Ozturk2009), les repères suivants ont été implémentés :

- **Le Repère Outil (TCS – Tool Coordinate System)** : Ce repère cartésien ($O_{tcs}, \vec{x}_{tcs}, \vec{y}_{tcs}, \vec{z}_{tcs}$) est intrinsèquement lié à l'outil. Son origine O_{tcs} est située à la pointe théorique de l'outil. L'axe $\vec{z}_{tcs}$ est confondu avec l'axe de rotation de l'outil. C'est dans ce repère que la géométrie de l'outil est définie de la manière la plus naturelle et invariante.
- **Le Repère d'Avance (FCN - Feed Coordinate System)** : Ce repère ($O_{fcn}, \vec{F}, \vec{C}, \vec{N}$) est lié à l'opération d'usinage locale. Ses axes sont définis par la direction du vecteur vitesse d'avance (Feed), la direction normale à la surface usinée au point de contact (Normal), et une direction transverse (Cross-feed) telle que le trièdre ($\vec{F}, \vec{C}, \vec{N}$) soit direct.

La transformation entre ces deux repères est fondamentale puisqu'elle décrit l'orientation de l'outil par rapport à la surface usinée. Cette orientation est définie par deux angles : l'angle de lead (l), rotation autour de l'axe $\vec{C}$, et l'angle de tilt (t), rotation autour de l'axe $\vec{F}$.

La matrice de transformation $[T]$ permettant de passer les coordonnées d'un point du TCS vers le FCN est:

$$[T] = \begin{pmatrix} \cos(l) & \sin(l)\sin(t) & \sin(l)\cos(t) \\ 0 & \cos(t) & -\sin(t) \\ -\sin(l) & \cos(l)\sin(t) & \cos(l)\cos(t) \end{pmatrix}$$

5.6 Génération du nuage de points et visualisation

5.6.1 Transformation en nuage de points

La discrétisation de l'outil aboutit à la génération d'un nuage de points tridimensionnel représentant fidèlement la géométrie de l'outil. Ce nuage de points constitue la base numérique pour toutes les analyses ultérieures, notamment le calcul des forces de coupe et l'analyse de l'engagement outil-pièce.

Le processus de génération du nuage de points suit les étapes suivantes:

- Initialisation des paramètres : Calcul des paramètres d'offset et de discrétisation
- Génération des coordonnées : Calcul des coordonnées $(x_{j,i}, y_{j,i}, z_{j,i})$ pour chaque point
- Application de l'hélice : Incorporation de l'angle d'hélice dans les coordonnées
- Transformation de coordonnées : Passage du système de coordonnées de l'outil au système global.

5.6.2 Structure de données du nuage de points

Chaque point du nuage est caractérisé par ses coordonnées spatiales et ses propriétés géométriques :

- Coordonnées spatiales : (x, y, z) en millimètres
- Index de discrétisation : (j, i) pour la position axiale et angulaire
- Rayon local : r_j pour le calcul des forces de coupe
- Angle de courbure : κ_j pour la détermination de l'orientation de la surface
- Angle d'hélice : ξ_j pour la prise en compte de la géométrie hélicoïdale.

5.7 Discussion

Pour conclure, la méthodologie de discrétisation géométrique présentée dans ce chapitre constitue une approche structurée et cohérente pour la représentation numérique d'outils de coupe complexes. Cette approche repose sur une modélisation paramétrique et discrète adaptée aux

contraintes de la simulation d'usinage, combinant des fondements théoriques établis et des choix méthodologiques guidés par des considérations pratiques liées à la performance numérique. Elle permet ainsi de proposer une solution robuste, générique et extensible pour la modélisation géométrique des outils au sein d'un environnement de simulation.

Les principales contributions de ce travail peuvent être résumées comme suit :

- Le développement d'une approche unifiée de discrétisation géométrique applicable à différents types d'outils de coupe (fraise cylindrique, torique, sphérique, outils hélicoïdaux), reposant sur une formulation commune des paramètres géométriques et cinématiques ;
- L'implémentation explicite d'un système de qualité adaptatif basé sur l'ajustement dynamique des résolutions de discrétisation axiale et radiale, permettant d'adapter le niveau de détail géométrique en fonction des besoins de précision et des contraintes de performance de la simulation, tout en réduisant les coûts de calcul dans les zones faiblement sollicitées ;
- L'établissement d'une méthodologie reproductible et extensible, facilitant l'intégration de nouveaux types d'outils, l'évolution des stratégies de discrétisation et le couplage futur avec des modèles physiques avancés, notamment pour le calcul des efforts de coupe.

Cette méthodologie constitue ainsi une base solide et cohérente pour la modélisation numérique des opérations d'usinage dans le cadre du simulateur développé. Elle offre également un cadre évolutif pour des développements futurs, en particulier dans la perspective d'une simulation à haute-fidélité et d'une intégration au sein d'un jumeau numérique orienté temps réel.

CHAPITRE 6 INTERACTION OUTIL-PIÈCE

Simuler l'interaction entre la pièce et l'outil présente un défi majeur. La géométrie de la pièce évolue constamment, créant des topologies complexes qui sont difficiles à gérer avec des modèles de surface traditionnels (maillages). De plus, la précision de la simulation est directement liée à la finesse avec laquelle le contact est détecté. Une approche naïve et simple mènerait à un coût de calcul prohibitif, rendant la simulation inutilisable en pratique.

L'enjeu est donc de développer un algorithme qui trouve le juste équilibre entre :

- **La précision géométrique** : La capacité à représenter fidèlement le volume de matière enlevé, même pour des géométries d'outils complexes et des engagements partiels.
- **L'efficacité de calcul** : capacité à maintenir des temps de simulation compatibles avec une utilisation interactive.
- **La robustesse** : La capacité de l'algorithme à gérer sans échec une grande variété de scénarios de coupe (plongée, contournage, rainurage, etc.).

Le but principal de cette méthodologie est de transformer le problème dynamique de l'enlèvement de matière en une série de problèmes géométriques statiques, plus simples à résoudre. Ceci est réalisé en considérant le volume balayé par l'outil lors de son déplacement.

6.1 Le concept de volume balayé discrétisé

Un outil se déplaçant entre deux positions successives de la trajectoire, notées P1 et P2, génère un volume géométrique appelé volume balayé. L'intersection de ce volume avec la géométrie courante de la pièce définit la quantité de matière à enlever. Le calcul direct de cette intersection est complexe, en raison de la géométrie tridimensionnelle de l'outil, de sa rotation et de la continuité du mouvement.

Notre approche contourne cette complexité en discrétisant le mouvement. Le déplacement et la rotation continus entre deux instants t et $t + \Delta t$ sont décomposés en une séquence de N_{steps} sous-étapes discrètes. À chaque sous-étape, l'outil est considéré comme statique, ce qui permet de calculer une intersection booléenne instantanée entre le volume de l'outil et celui de la pièce. L'union de ces intersections partielles constitue une approximation numérique robuste et précise du volume balayé total dans la majorité des configurations pratiques.

La précision de cette approximation est directement liée au nombre de sous-étapes, N_{steps} . Une valeur trop basse entraînerait une perte d'informations critiques lors de l'analyse de dynamiques rapides, alors qu'une valeur trop élevée augmenterait le coût de calcul de manière non justifiée pour les dynamiques lentes.

Un ajustement dynamique de ce paramètre a donc été implémenté. N_{steps} est recalculé pour chaque segment de trajectoire en fonction de l'amplitude des mouvements de translation et de rotation. L'objectif est de garantir que, pour chaque sous-étape, le déplacement et la rotation de l'outil ne dépassent pas les seuils de tolérance prédéfinis, notés L_{max} et θ_{max} .

Le nombre de sous-étapes est déterminé par l'équation suivante:

$$N_{\text{steps}} = \max \left(1, \left\lceil \frac{\|\Delta \vec{p}\|}{L_{\text{max}}} \right\rceil, \left\lceil \frac{|\Delta \theta|}{\theta_{\text{max}}} \right\rceil \right) \quad (6.1)$$

Avec:

- $\|\Delta \vec{p}\|$: La norme du vecteur de déplacement de l'outil durant Δt .
- $|\Delta \theta|$: La valeur absolue de la variation angulaire totale (rotation) de l'outil durant Δt .
- L_{max} et θ_{max} : Sont les seuils de tolérance définis par l'utilisateur, représentant respectivement le déplacement et la rotation maximaux autorisés pour une seule sous-étape. Ces paramètres contrôlent le compromis entre la précision et le temps de calcul.

6.2 Le filtrage par boîte englobante (AABB)

Afin d'optimiser les calculs d'intersection dans les simulations de retrait de matière, il est inefficace de tester l'intersection de l'outil avec l'ensemble de la pièce à usiner à chaque position discrète. En effet, la majeure partie de la géométrie de la pièce reste loin de l'outil et n'est pas affectée par le processus de coupe. Une méthode rapide est donc requise pour exclure ces régions non pertinentes et se concentrer exclusivement sur la zone d'intérêt. C'est précisément le rôle de la boîte englobante alignée sur les axes (Axis-Aligned Bounding Box, ou AABB), une technique couramment employée en infographie et en simulation géométrique pour accélérer les tests d'intersection (Ericson, 2005).

L'AABB est simplement la plus petite boîte à faces parallèles aux axes du repère qui contient entièrement la géométrie de l'outil à sa position actuelle. Elle est définie par deux points:

- $P_{\min} = (x_{\min}, y_{\min}, z_{\min})$
- $P_{\max} = (x_{\max}, y_{\max}, z_{\max})$

Le calcul des coordonnées minimales et maximales de cette boîte est une opération extrêmement rapide. Une fois cette boîte calculée, l'AABB agit comme un filtre spatial préliminaire. L'algorithme ne considère que les dexels dont les rayons intersectent cette boîte, tandis que tous les autres dexels sont exclus instantanément de l'étape de calcul, évitant ainsi des vérifications inutiles.

6.3 Le lancer de rayon (Ray-Casting)

Le filtre AABB permet d'identifier une zone d'intérêt où l'interaction entre l'outil et la pièce est susceptible de se produire, mais sa précision reste limitée. Il indique que la coupe a lieu à l'intérieur de cette boîte englobante, sans en préciser l'emplacement exact. Pour déterminer la forme réelle et détaillée du copeau, il est nécessaire de recourir à une méthode géométrique plus fine. Le lancer de rayons (ray casting) s'avère particulièrement approprié pour cette tâche, car il permet d'analyser avec précision les intersections entre la géométrie de l'outil et celle du matériau, offrant ainsi une représentation fidèle de la zone effectivement.

Dans la zone d'intérêt délimitée par l'AABB, l'algorithme procède comme suit: pour chaque dixel, un rayon est projeté le long de son axe. L'algorithme calcule alors les points d'intersection précis entre ce rayon et la surface de l'outil. Un dixel (rayon) est défini par une origine O et sa direction normalisée D . Pour chaque dixel, l'algorithme calcule les intersections entre le rayon et le maillage triangulaire de l'outil. Chaque intersection est une paire de points $\{P_{\text{entrée}}, P_{\text{sortie}}\}$, qui définit un segment le long du rayon.

Ces segments d'intersection sont ensuite utilisés pour mettre à jour le modèle de la pièce. Si un Z_{dixel} contient un segment de matière $[z_1, z_2]$ et que le lancer de rayon produit un segment d'intersection $[z_a, z_b]$, le segment de matière à enlever est l'intersection des deux:

$$S_{\text{removed}} = [z_1, z_2] \cap [z_a, z_b]$$

Cette opération est effectuée pour chaque segment de matière dans le dixel. L'algorithme calcule les intersections entre chaque rayon et la surface de l'outil (représentée par son maillage triangulaire). La Figure 6.1 schématise cette procédure pour une direction de dixel (par exemple, selon l'axe X). Elle met en évidence la projection des rayons qui, en traversant le maillage, déterminent les coordonnées exactes d'entrée et de sortie de l'outil dans la matière.

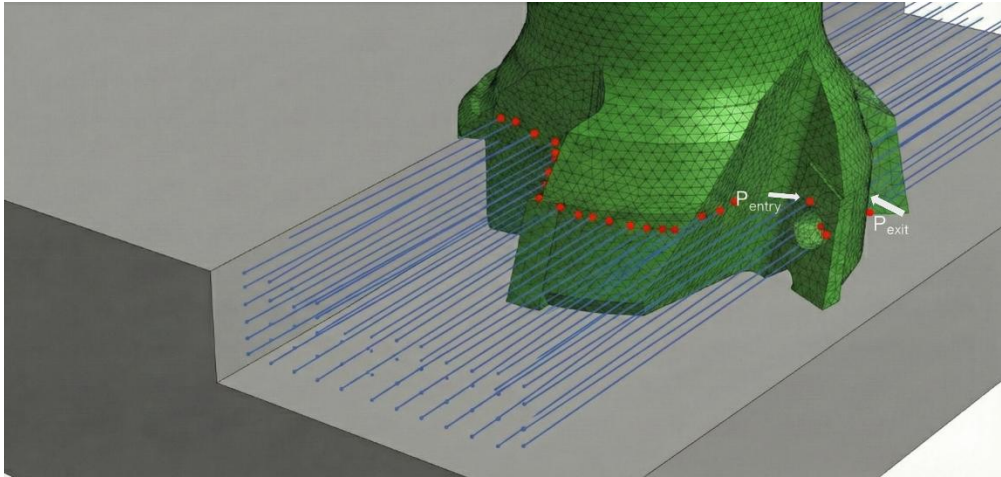


Figure 6.1 : Visualisation de la méthode de lancer de rayons

6.4 Traitement parallèle

Les calculs d'intersection pour chaque dixel sont intrinsèquement indépendants les uns des autres. Cette propriété est exploitée en parallélisant le traitement des dexels. Les ensembles de dexels candidats pour les axes X, Y et Z sont répartis sur les différents cœurs du processeur, permettant une exécution simultanée des calculs de lancer de rayon. Le résultat est une réduction significative du temps de simulation global, proportionnelle au nombre de cœurs disponibles.

CHAPITRE 7 MODÉLISATION ET CALCUL DES EFFORTS DE COUPE

L'objectif de ce chapitre est de présenter en détail les aspects scientifiques et mathématiques implémentés dans le logiciel pour la détermination des efforts de coupe en fraisage. La capacité à modéliser avec précision ces efforts est cruciale pour l'optimisation des procédés d'usinage, la prédiction de la durée de vie de l'outil, l'assurance de la qualité géométrique de la pièce et la planification des trajectoires d'usinage. Le logiciel intègre deux approches complémentaires et largement reconnues dans la littérature scientifique: le modèle mécanistique et le modèle analytique.

7.1 Paramètres fondamentaux des modèles de coupe

Avant de détailler les modèles de prédiction des efforts, il est essentiel de définir précisément les paramètres d'entrée qui forment la base de tous les calculs. Ces paramètres, qu'ils soient géométriques, cinématiques ou liés à l'engagement outil-matière, doivent être traités avec précision puisqu'ils influencent directement la qualité des prédictions.

7.1.1 La profondeur de passe axiale et radiale

Le calcul des profondeurs de passe se fait à deux niveaux différents :

1. **Niveau global :** Calcul de a_e et a_p globaux à partir des points d'engagement : À partir des points d'engagement, on calcule (a_p) (plage Z) et (a_e) (plage de projections perpendiculaires). Ces valeurs sont utilisées pour déterminer les angles d'engagement ϕ_{st} et ϕ_{ext} .
2. **Niveau local :** Calcul de $a_{e,i}(\phi_j)$ et $a_{p,i}$ pour chaque élément discret.

Les conditions de coupe sont définies par un ensemble de paramètres que l'utilisateur spécifie. La profondeur de passe axiale (a_p) représente la hauteur de matière engagée par l'outil dans la direction de son axe de rotation, exprimée en millimètres. Cette grandeur détermine la longueur de l'arête de coupe active et influence directement l'amplitude des efforts axiaux. La profondeur de passe radiale (a_e), également appelée engagement radial, correspond à la largeur de la passe de l'outil, mesurée perpendiculairement à la direction d'avance. Ce paramètre joue un rôle crucial dans

la détermination des angles d'entrée et de sortie de la dent dans la matière, ainsi que dans le phénomène d'amincissement du copeau.

Les conditions de coupe sont définies par un ensemble de paramètres que l'utilisateur spécifie. La profondeur de passe axiale (a_p) représente la hauteur de matière engagée par l'outil dans la direction de son axe de rotation, exprimée en millimètres. Cette grandeur détermine la longueur de l'arête de coupe active et influence directement l'amplitude des efforts axiaux. La profondeur de passe radiale (a_e), également appelée engagement radial, correspond à la largeur de la passe de l'outil, mesurée perpendiculairement à la direction d'avance. Ce paramètre joue un rôle crucial dans la détermination des angles d'entrée et de sortie de la dent dans la matière, ainsi que dans le phénomène d'amincissement du copeau.

Comme établi dans les sections précédentes concernant l'engagement outil-pièce et la discrétisation spatiale, l'outil et la pièce sont subdivisés en éléments discrets pour le calcul numérique. Cette discrétisation permet de capturer les variations locales de géométrie et d'engagement le long de l'arête de coupe. Pour chaque élément discret i situé à une position axiale z_i et à un angle d'immersion ϕ_j , les profondeurs de passe effectives locales $a_{p,i}$ et $a_{e,i}$ sont calculées.

La profondeur axiale effective pour un élément donné, dépend de la position de cet élément par rapport aux limites d'engagement axial. Si l'outil possède une géométrie complexe (fraise hémisphérique, toroïdale, conique), la profondeur axiale locale peut varier significativement. Pour un élément situé à la hauteur z_i , la profondeur axiale effective est simplement:

$$a_{p,i} = \begin{cases} \Delta z & \text{si } z_i \in [z_{\min}, z_{\max}] \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (7.1)$$

où Δz est la hauteur de l'élément discret, et $[z_{\min}, z_{\max}]$ définit la zone d'engagement axial.

La profondeur radiale effective est plus complexe vu qu'elle dépend de l'angle d'immersion instantané et de la géométrie de l'engagement. Pour un élément à l'angle ϕ_j et au rayon local $r(z_i)$, la profondeur radiale effective est calculée en projetant la zone d'engagement sur le plan radial:

$$a_{e,i}(\phi_j) = \begin{cases} r(z_i) \cdot [1 - \cos(\phi_j - \phi_{st})] & \text{si } \phi_j \in [\phi_{st}, \phi_{ex}] \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (7.2)$$

Cette formulation capture la variation instantanée de l'engagement radial au cours de la rotation de l'outil. Elle est particulièrement importante pour les opérations à faible engagement radial où l'épaisseur du copeau varie fortement.

Pour une fraise à géométrie variable (conique, hémisphérique), le rayon local $r(z_i)$ doit être calculé selon la paramétrisation géométrique de l'outil. Cette approche discrétisée permet une grande flexibilité et une précision accrue dans le calcul des efforts.

7.1.2 L'avance par dent

L'avance par dent (f_z), exprimée en millimètres par dent, définit le déplacement de l'outil pendant la rotation d'une seule dent. C'est un paramètre fondamental qui influence directement l'épaisseur du copeau et, par conséquent, les efforts de coupe. Cette grandeur est liée à la vitesse d'avance de la machine (V_f , en mm/min) et à la vitesse de rotation de la broche (n , en tr/min) par la relation cinématique suivante:

$$V_f = f_z \times N_t \times n \quad (7.3)$$

où N_t représente le nombre de dents de la fraise. Cette équation permet de passer aisément d'une représentation de l'avance à une autre, selon les besoins de l'utilisateur ou les spécifications de la machine-outil.

La géométrie de l'outil est caractérisée par plusieurs paramètres essentiels. Le diamètre de l'outil (D) détermine la vitesse de coupe et influence les angles d'engagement. L'angle d'hélice (i_0), mesuré en radians, décrit l'inclinaison de l'arête de coupe par rapport à l'axe de l'outil. Cet angle joue un rôle fondamental dans la distribution des efforts le long de l'arête et dans la progressivité de l'entrée en matière. L'angle de coupe radial (α_r) définit l'orientation de la face de coupe par rapport à la direction de coupe et influence les mécanismes de formation du copeau. Enfin, le rayon d'arête (r_e), bien que souvent négligé dans les modèles simplifiés, a un impact significatif sur les efforts de coupe, particulièrement à faibles épaisseurs de copeau où les phénomènes de labour « ploughing » prédominent.

7.1.3 Détermination du type de fraisage et calcul des angles d'engagement

La nature de l'opération de fraisage (en opposition « Up milling », en concordance « Down milling » ou en pleine matière « Slot milling ») doit être identifiée pour déterminer correctement

les angles d'engagement de l'outil. Ces angles, notés ϕ_{st} (angle d'entrée) et ϕ_{ex} (angle de sortie), définissent l'intervalle angulaire durant lequel chaque dent est activement engagée dans la coupe et contribue à la génération des efforts.

Le rapport d'immersion radiale, défini comme le quotient $\frac{a_e}{D}$, constitue le premier critère de classification. Lorsque ce rapport est supérieur à un seuil critique (généralement fixé à 0.95), l'opération est considérée comme du fraisage en pleine matière (slot milling). Dans ce cas, l'outil est totalement engagé dans la matière, avec une largeur de coupe égale au diamètre de l'outil. Les angles d'entrée et de sortie de la dent couvrent un demi-cercle complet, combinant les caractéristiques du fraisage en opposition et en concordance sur les deux flancs de la rainure, et les angles d'engagement sont donnés par:

$$\phi_{st} = 0 \text{ et } \phi_{ex} = \pi \quad (7.4)$$

Pour un engagement radial partiel, la distinction entre le fraisage en opposition (up milling) et le fraisage en concordance (down-milling) devient nécessaire. En fraisage en opposition, la dent entre dans la matière avec une épaisseur de copeau nulle qui augmente progressivement jusqu'à sa valeur maximale à la sortie. Les angles d'engagement sont alors calculés selon la formulation géométrique suivante, conformément aux travaux de Fu et al. (Fu et al., 2015):

$$\phi_{st} = 0 \text{ et } \phi_{ex} = \arccos \left(1 - \frac{2a_e}{D} \right) \quad (7.5)$$

En fraisage en concordance, la situation est inversée: la dent entre dans la matière avec une épaisseur de copeau maximale qui décroît jusqu'à zéro à la sortie. Cette configuration est généralement préférée pour sa meilleure qualité de surface et sa réduction des vibrations, bien qu'elle nécessite une machine-outil sans jeu dans les transmissions. Les angles d'engagement sont donnés par:

$$\phi_{st} = \pi - \arccos \left(1 - \frac{2a_e}{D} \right) \text{ et } \phi_{ex} = \pi \quad (7.6)$$

Ces formulations géométriques sont dérivées de considérations purement cinématiques, en considérant l'intersection entre le cylindre de l'outil et la surface de la pièce à usiner.

Concernant la détection du type de fraisage, la méthode suivante a été intégrée, pour classer automatiquement le type d'usinage à partir du sens de l'avance et du sens de rotation (test de signe):

- ω : le vecteur vitesse angulaire de l'outil (orientation = axe broche, sens donné par la règle de la main droite),
- $\mathbf{r}_{in}$: le vecteur radial (dans le plan de coupe) allant du centre fraise vers le point d'entrée de la dent dans la matière,
- $\mathbf{v}_f$: le vecteur d'avance relatif (vitesse d'avance outil/pièce projetée dans le plan de coupe).

La vitesse tangentielle locale au point d'entrée est $\mathbf{v}_t = \omega \times \mathbf{r}_{in}$. Alors:

$$s = \mathbf{v}_f \cdot (\omega \times \mathbf{r}_{in}) \quad (7.7)$$

si $s > 0 \rightarrow$ down (climb) milling

si $s < 0 \rightarrow$ up (conventional) milling

si $s = 0 \rightarrow$ cas limite (avance orthogonale à la vitesse tangentielle au point considéré)

```

1 double radialImmersionRatio = radialDepth / toolDiameter;
2
3 if (radialImmersionRatio >= 0.95) {
4     // Fraisage en pleine matiere
5     phiStart = 0;
6     phiExit = Math.PI;
7 } else {
8     if (millingType == MillingType.Up) {
9         // Fraisage en opposition (eq. 4)
10        phiStart = 0;
11        phiExit = Math.Acos(1 - 2*radialDepth/toolDiameter);
12    } else {
13        // Fraisage en concordance
14        phiStart = Math.PI - Math.Acos(1 - 2*radialDepth/toolDiameter);
15        phiExit = Math.PI;
16    }
17 }

```

Figure 7.1 : Extrait de code – Détermination du type de fraisage.

7.1.4 Modélisation de l'épaisseur du copeau et phénomènes d'amincissement

L'épaisseur du copeau non déformé (h) est l'un des paramètres les plus influents dans la modélisation des efforts de coupe. Cette grandeur varie de manière périodique au cours de la

rotation de l'outil et dépend de l'angle d'immersion instantané de la dent. Pour une fraise cylindrique simple, l'épaisseur du copeau en un point donné de l'arête de coupe est donnée par la projection de l'avance par dent dans la direction normale à l'arête:

$$h(\phi_j) = f_z \cdot \sin(\phi_j) \cdot g(\phi_j) \quad (7.8)$$

Où

- ϕ_j représente l'angle d'immersion de la dent j
- $g(\phi_j)$ représente une fonction échelon unitaire permettant de déterminer si la dent j est en prise avec la matière (en coupe) ou hors de la matière (hors coupe), selon la formule suivante :

$$\begin{pmatrix} g(\phi_j) = 1 & \phi_{st} < \phi_j < \phi_{ex} \\ g(\phi_j) = 0 & \text{sinon} \end{pmatrix} \quad (7.9)$$

Cette équation simple, bien que largement utilisée, ne capture pas l'ensemble des phénomènes physiques qui influencent l'épaisseur effective du copeau.

Le phénomène d'amincissement du copeau (chip thinning) se manifeste lorsque l'engagement radial est inférieur au rayon de l'outil. Dans cette configuration, l'épaisseur effective du copeau est réduite par rapport à la valeur nominale calculée par l'équation (7.8). Un facteur de correction radiale (K_r) doit être appliqué. Ce facteur est dérivé de considérations géométriques sur le segment circulaire formé par l'intersection de l'outil et de la pièce. Il est exprimé par:

$$K_r = \sqrt{1 - \left(\frac{R - a_e}{R}\right)^2} = \sqrt{\frac{a_e}{R} \left(2 - \frac{a_e}{R}\right)} \quad (7.10)$$

où $R = D/2$ est le rayon de l'outil. Ce facteur tend vers 1 lorsque a_e approche R (engagement complet) et diminue lorsque a_e devient faible.

Pour les outils de forme complexe (fraises coniques, fraises toroïdales, fraises hémisphériques), un second facteur de correction axiale (K_a) doit être considéré. Ce facteur dépend de l'angle d'attaque local de l'outil (κ), qui varie le long de l'arête de coupe. Selon Gradišek et al., ce facteur est donné par:

$$K_a = \sin(\kappa) \quad (7.11)$$

Pour une fraise cylindrique, $\kappa = \pi/2$ et donc $K_a = 1$, ce qui signifie qu'il n'y a pas d'amincissement axial. En revanche, pour une fraise hémisphérique, κ varie de 0 au pôle de la sphère à $\pi/2$ à l'équateur, induisant un amincissement significatif près du pôle.

L'épaisseur du copeau corrigée s'écrit alors:

$$h_{eff}(\phi_j, z) = f_z \sin(\phi_j) K_r K_a(z) \quad (7.12)$$

où la dépendance en z (position axiale) de K_a reflète la variation de l'angle d'attaque le long de l'arête.

Un dernier phénomène doit être pris en compte: l'effet du rayon d'arête de l'outil. En dessous d'une épaisseur de copeau minimale (h_{min}), le matériau n'est plus cisailé de manière efficace mais est plutôt labouré (ploughing), ce qui ne génère pas de copeau mais contribue néanmoins aux efforts de coupe par des mécanismes de frottement et de déformation plastique. Cette épaisseur minimale est généralement proportionnelle au rayon d'arête:

$$h_{min} = \beta \cdot r_e \quad (7.13)$$

où β est un coefficient empirique, typiquement compris entre 0.2 et 0.4 selon le matériau et les conditions de coupe. Lorsque $h_{eff} < h_{min}$, l'épaisseur de copeau est considérée comme nulle dans le calcul des forces de cisaillement, mais les forces de labour doivent être prises en compte.

7.2 Le modèle mécanistique

Le modèle mécanistique constitue une approche semi-empirique largement adoptée dans l'industrie pour la prédiction des efforts de coupe. Cette méthode exprime les forces comme la somme de deux contributions distinctes, une composante liée au cisaillement de la matière dans la zone de coupe primaire, proportionnelle à l'épaisseur du copeau, et une composante liée aux effets de frottement sur l'arête de l'outil, indépendante de l'épaisseur du copeau.

7.2.1 Formulation des forces différentielles selon Gradišek

Le modèle mécanistique repose sur la discrétisation de l'arête de coupe en une série d'éléments infinitésimaux. Pour chaque élément, les forces de coupe différentielles sont calculées dans le repère local de l'outil, puis transformées dans le repère global de la machine. Conformément aux

travaux de Gradišek et al. (2004), les forces différentielles tangentielle (dF_t), radiale (dF_r) et axiale (dF_a) agissant sur un élément d'arête de coupe à la position axiale z et à l'angle d'immersion ϕ_j sont exprimées par:

$$dF_{t,j}(\phi_j, \kappa) = K_{tc} \cdot dS + K_{te} \cdot h(\phi_j, \kappa) \cdot db \quad (7.13)$$

$$dF_{r,j}(\phi_j, \kappa) = K_{rc} \cdot dS + K_{re} \cdot h(\phi_j, \kappa) \cdot db \quad (7.14)$$

$$dF_{a,j}(\phi_j, \kappa) = K_{ac} \cdot dS + K_{ae} \cdot h(\phi_j, \kappa) \cdot db \quad (7.15)$$

Dans ces équations, $h(\phi_j, \kappa)$ représente l'épaisseur du copeau instantanée, calculée selon l'équation (7.12). La grandeur db désigne la largeur de coupe de l'élément, qui est liée à l'élément de longueur axiale dz par la relation géométrique:

$$db = \frac{dz}{\sin(\kappa)} \quad (7.16)$$

où κ est l'angle d'attaque local. La longueur de l'élément d'arête de coupe dS prend en compte la géométrie tridimensionnelle de l'arête, incluant l'effet de l'angle d'hélice local $i(z)$:

$$dS = \frac{dz}{\cos(i(z))} \quad (7.17)$$

Les coefficients K_{tc}, K_{rc} et K_{ac} , exprimés en N/mm^2 , sont appelés coefficients de coupe spécifiques ou coefficients de cisaillement. Ils caractérisent la résistance du matériau au cisaillement dans les trois directions de l'espace. Les coefficients K_{te}, K_{re} et K_{ae} , exprimés en N/mm , sont appelés coefficients d'arête spécifiques ou coefficients de labour. Ils représentent les forces par unité de longueur d'arête dues aux effets de frottement et des arêtes arrondies.

7.2.2 Transformation des forces et intégration numérique

Les forces différentielles calculées dans le repère local de l'outil doivent être transformées dans le repère cartésien de la machine pour être exploitables. Cette transformation fait intervenir l'angle d'immersion ϕ_j et l'angle d'attaque local κ . Selon Atintas et al., les forces dans le repère machine (x, y, z) sont obtenues par:

$$dF_{x,j}(\phi_j, \kappa) = -\sin(\phi_j)\sin(\kappa)dF_{r,j} - \cos(\phi_j)dF_{t,j} - \sin(\phi_j)\cos(\kappa)dF_{a,j} \quad (7.18)$$

$$dF_{y,j}(\phi_j, \kappa) = -\cos(\phi_j)\sin(\kappa)dF_{r,j} + \sin(\phi_j)dF_{t,j} - \cos(\phi_j)\cos(\kappa)dF_{a,j} \quad (7.19)$$

$$dF_{z,j}(\phi_j, \kappa) = \cos(\kappa)dF_{r,j} - \sin(\kappa)dF_{a,j} \quad (7.20)$$

Ces trois dernières équations traduisent le passage du repère lié à l'outil (tangential, radial, axial) au repère cartésien fixe de la machine. L'intégration numérique des forces différentielles le long de l'arête de coupe est réalisée en deux étapes. Premièrement, pour chaque dent j et chaque angle d'immersion ϕ , les forces sont intégrées le long de la hauteur axiale engagée:

$$F_{x,j}(\phi) = \int_{z_1(\phi)}^{z_2(\phi)} dF_{x,j}(\phi_j(z), z) dz \quad (7.21)$$

où $z_1(\phi)$ et $z_2(\phi)$ représentent les limites axiales inférieures et supérieures de la portion d'arête engagée à l'angle ϕ . Ces limites dépendent de l'angle d'hélice et de la profondeur de passe axiale. Pour une fraise hélicoïdale, l'angle d'immersion varie le long de l'arête selon la relation:

$$\phi_j(z) = \phi + (j - 1) \frac{2\pi}{N_t} - \frac{2z \tan(i_0)}{D} \quad (7.22)$$

où le dernier terme représente le décalage angulaire dû à l'hélice. Cette variation induit une entrée progressive de l'arête dans la matière, réduisant les chocs et les vibrations.

Deuxièmement, les forces de toutes les dents engagées sont additionnées pour obtenir les forces totales instantanées agissant sur l'outil:

$$F_x(\phi) = \sum_{j=1}^{N_t} F_{x,j}(\phi) \quad (7.23)$$

Des relations similaires s'appliquent aux composantes F_y et F_z .

7.2.3 Identification des coefficients de coupe par la méthode de Gradišek

L'identification des six coefficients de coupe constitue l'étape critique du modèle mécanistique. La méthode de Gradišek et al. (2004) propose une procédure systématique basée sur des essais de

fraisage à différentes avances par dent. Le principe repose sur l'observation que les forces moyennes par dent sont des fonctions linéaires de l'avance par dent:

$$\bar{F}_q = \bar{F}_{q,c} + f_z \bar{F}_{q,e} \quad \text{pour } q = x, y, z \quad (7.24)$$

où:

- $\bar{F}_{q,c}$: représente l'ordonnée à l'origine (liée aux coefficients d'arête)
- $\bar{F}_{q,e}$: représente la pente (liée aux coefficients de coupe).

Ces grandeurs sont obtenues par régression linéaire sur les données expérimentales. Pour relier ces pentes et ordonnées à l'origine aux coefficients de coupe, il est nécessaire de calculer des constantes géométriques qui dépendent uniquement de la géométrie de l'outil et de l'engagement. Les constantes A_1, A_2 et A_3 sont définies par:

$$A_1 = \int_{z_1}^{z_2} \frac{dz}{\cos(i(z))} \quad (7.25)$$

$$A_2 = \int_{z_1}^{z_2} \sin(\kappa(z)) \frac{dz}{\cos(i(z))} \quad (7.26)$$

$$A_3 = \int_{z_1}^{z_2} \cos(\kappa(z)) \frac{dz}{\cos(i(z))} \quad (7.27)$$

De manière similaire, les constantes B_1, B_2 et B_3 sont définies par:

$$B_1 = \int_{z_1}^{z_2} \frac{dz}{\sin(\kappa(z)) \cos(i(z))} \quad (7.28)$$

$$B_2 = \int_{z_1}^{z_2} \frac{dz}{\cos(i(z))} \quad (7.29)$$

$$B_3 = \int_{z_1}^{z_2} \frac{\cos(\kappa(z))}{\sin(\kappa(z)) \cos(i(z))} dz \quad (7.30)$$

Les constantes d'immersion C_1 à C_5 caractérisent la géométrie de l'engagement radial et sont définies par:

$$C_1 = \frac{1}{2}(\phi_{ex} - \phi_{st}) \quad (7.31)$$

$$C_2 = \frac{1}{4}[\sin(2\phi_{ex}) - \sin(2\phi_{st})] \quad (7.32)$$

$$C_3 = \frac{1}{4}[\cos(2\phi_{st}) - \cos(2\phi_{ex})] \quad (7.34)$$

$$C_4 = \sin(\phi_{ex}) - \sin(\phi_{st}) \quad (7.35)$$

$$C_5 = \cos(\phi_{st}) - \cos(\phi_{ex}) \quad (7.36)$$

Ces constantes sont des intégrales de fonctions trigonométriques sur l'intervalle d'engagement et peuvent être calculées analytiquement.

En combinant ces constantes géométriques avec les pentes et ordonnées à l'origine obtenues expérimentalement, Gradišek et al. ont dérivé un système d'équations permettant d'extraire les six coefficients de coupe. Pour les coefficients d'arête, les équations sont:

$$K_{tc} = \frac{2\pi}{N_t A_1} \frac{C_3 \bar{F}_{x,c} + (C_2 - C_1) \bar{F}_{y,c}}{C_3^2 + (C_2 - C_1)^2} \quad (7.37)$$

$$K_{rc} = -\frac{2\pi}{N_t (A_2^2 + A_3^2)} \left[A_2 \frac{(C_2 - C_1) \bar{F}_{x,c} - C_3 \bar{F}_{y,c}}{C_3^2 + (C_2 - C_1)^2} + A_3 \frac{\bar{F}_{z,c}}{2C_1} \right] \quad (7.38)$$

$$K_{ac} = \frac{2\pi}{N_t (A_2^2 + A_3^2)} \left[A_3 \frac{(C_2 - C_1) \bar{F}_{x,c} - C_3 \bar{F}_{y,c}}{C_3^2 + (C_2 - C_1)^2} - A_2 \frac{\bar{F}_{z,c}}{2C_1} \right] \quad (7.39)$$

Pour les coefficients de cisaillement, les équations sont:

$$K_{te} = \frac{2\pi}{N_t B_1} \frac{C_4 \bar{F}_{x,e} + C_5 \bar{F}_{y,e}}{C_4^2 + C_5^2} \quad (7.40)$$

$$K_{re} = -\frac{2\pi}{N_t (B_2^2 + B_3^2)} \left[B_2 \frac{C_5 \bar{F}_{x,e} - C_4 \bar{F}_{y,e}}{C_4^2 + C_5^2} + B_3 \frac{\bar{F}_{z,e}}{C_5} \right] \quad (7.41)$$

$$K_{ae} = \frac{2\pi}{N_t (B_2^2 + B_3^2)} \left[B_3 \frac{C_5 \bar{F}_{x,e} - C_4 \bar{F}_{y,e}}{C_4^2 + C_5^2} - B_2 \frac{\bar{F}_{z,e}}{C_5} \right] \quad (7.42)$$

Ces équations forment un système pouvant être résolu directement une fois les pentes et les ordonnées à l'origine déterminées expérimentalement. Cette méthode présente l'avantage de ne nécessiter qu'une série d'essais à différentes avances, tout en maintenant constants les autres paramètres (profondeur axiale, profondeur radiale, vitesse de broche). Elle permet ainsi une calibration précise et efficace du modèle mécanistique pour un couple outil-matière donné.

7.2.4 Coefficients définis par l'utilisateur

En alternative à l'identification expérimentale, le logiciel permet à l'utilisateur de saisir directement les six coefficients de coupe lorsque ceux-ci sont déjà connus. Cette fonctionnalité est particulièrement utile dans les cas suivants:

- Les coefficients sont disponibles dans la littérature scientifique pour le couple outil-matière considéré.
- Les coefficients ont été fournis par le fabricant d'outils dans ses bases de données techniques.
- L'utilisateur souhaite explorer rapidement l'influence de variations paramétriques sans réaliser de nouveaux essais.
- Une comparaison entre différents jeux de coefficients issus de sources diverses est nécessaire. Cette flexibilité constitue un avantage majeur pour une utilisation industrielle rapide et permet une validation croisée des prédictions en comparant les résultats obtenus par identification expérimentale et ceux obtenus avec des coefficients de référence.

7.3 Le modèle analytique

Le modèle analytique représente une approche fondamentalement différente du modèle mécanistique présenté précédemment. Plutôt que de s'appuyer sur des coefficients empiriques

déterminés expérimentalement, ce modèle vise à calculer les efforts de coupe directement à partir des principes physiques fondamentaux qui régissent la déformation plastique du matériau et la mécanique de la coupe oblique. L'implémentation présentée dans cette section s'appuie exclusivement sur les travaux de Fu et al., qui ont développé une méthode analytique pour la modélisation des efforts de fraisage en bout hélicoïdal basée sur la théorie prédictive de l'usinage d'Oxley.

L'avantage principal de cette approche est sa capacité prédictive: une fois les propriétés du matériau connues, il est possible de prédire les efforts de coupe pour n'importe quelle géométrie d'outil et condition de coupe, sans nécessiter d'essais préalables. Cependant, cette approche est plus complexe sur le plan mathématique et nécessite la résolution de systèmes d'équations couplées non-linéaires.

7.3.1 La théorie de la coupe oblique

Pour un élément infinitésimal situé sur l'arête de coupe « j » dans le domaine d'engagement, les trois forces de coupe différentielles peuvent être prédites analytiquement en utilisant le modèle classique de coupe oblique.

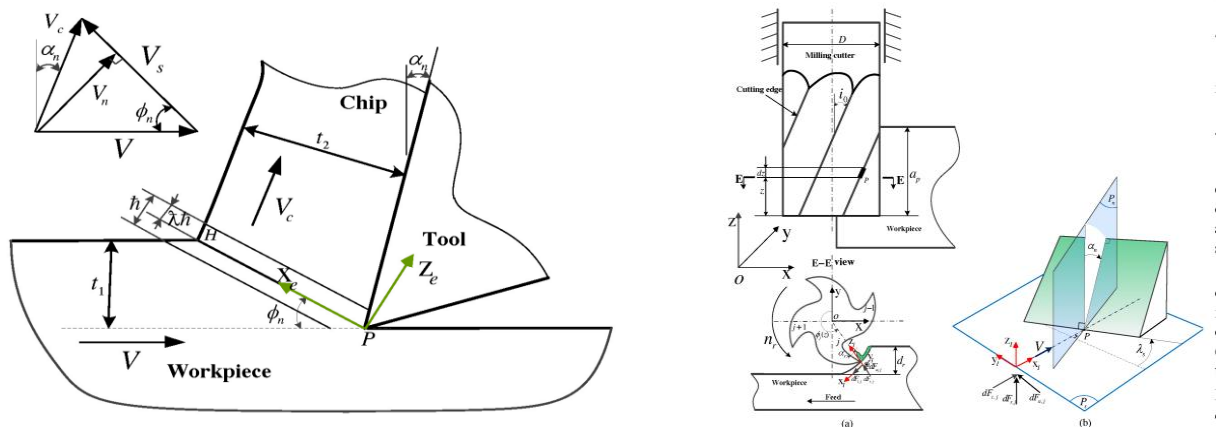


Figure 7.2 : Modèle de coupe oblique et formation du copeau pour un élément infinitésimal. Modèle de zone de cisaillement non-équidistante. Fu et al. (2015)

De « Analytical Modelling of Milling Forces for Helical End Milling Based on a Predictive Machining Theory », par Z. Fu, W. Yang, X. Wang et J. Leopold, International Journal of Machine Tools and Manufacture, 97, 13-26 (2015). <https://doi.org/10.1016/j.ijmachtools.2015.06.004>. © 2015 Elsevier Ltd.

Pour étudier ce processus, Fu et al. (2015) introduisent un plan équivalent P_c , qui est déterminé par la vitesse de coupe et la vitesse du copeau. Ce plan est introduit de sorte que le mécanisme de coupe oblique soit représenté comme un processus de coupe bidimensionnel. Selon la transformation de

coordonnées et la relation géométrique, l'angle de plan équivalent η_c , qui détermine le plan équivalent, est défini comme suit:

$$\tan(\eta_c) = \frac{\tan(\eta_s) \cos(\eta_a) + \sin(\phi_n - \alpha_n) \sin(\eta_a)}{\cos(\phi_n - \alpha_n)} \quad (7.43)$$

Avec:

- η_s est l'angle d'écoulement de cisaillement dans le plan de cisaillement P_s ,
- η_a est l'angle d'écoulement du copeau sur la face de coupe A_s ,
- ϕ_n : l'angle de cisaillement normal,
- α_n est l'angle de coupe normal.

L'angle de coupe normal α_n est relié à l'angle de coupe radial α_r et à l'angle d'hélice i_c par la relation de transformation géométrique:

$$\alpha_n = \arctan(\cos(i_c) \tan(\alpha_r)) \quad (7.45)$$

Cette relation traduit le fait que l'angle de coupe effectif dans le plan normal à l'arête de coupe est réduit par l'effet de l'hélice. Un angle d'hélice plus important réduit l'angle de coupe effectif, ce qui influence la formation du copeau et les mécanismes de déformation.

L'angle d'écoulement de cisaillement η_s dans le plan de cisaillement P_s est calculé en supposant que la force de cisaillement et la direction d'écoulement de cisaillement sont colinéaires. Cette hypothèse, proposée par Fu et al., permet d'écrire:

$$\tan(\eta_s) = \frac{\tan(\lambda_s) \cos(\phi_n - \alpha_n) - \tan(\eta_a) \sin(\phi_n)}{\cos(\alpha_n)} \quad (7.46)$$

où λ_s est l'angle d'inclinaison de l'arête de coupe, qui est égal à l'angle d'hélice pour une fraise cylindrique ($\lambda_s = i_c$).

L'angle d'écoulement du copeau η_a sur la face de coupe A_s est calculé en supposant que la force de friction et la direction d'écoulement du copeau sont colinéaires. Cette hypothèse conduit à l'équation implicite suivante, qui doit être résolue numériquement (Fu et al., 2015):

$$\frac{\tan \beta_n \sin \eta_a}{\cos(\phi_n - \alpha_n) - \tan \beta_n \sin(\phi_n - \alpha_n) \cos \eta_a} = \frac{\tan \lambda_s \cos(\phi_n - \alpha_n) - \tan \eta_a \sin \phi_n}{\cos \alpha_n} \quad (7.47)$$

où β_n est l'angle de friction normal à l'interface outil-copeau. Cette équation ne peut pas être résolue analytiquement et nécessite l'utilisation d'une méthode numérique itérative, telle que la méthode de Newton-Raphson ou la méthode de bisection.

Modèle de zone de cisaillement non-équidistante

Comme le montre la Figure 7.2, la zone de cisaillement primaire est modélisée comme une bande parallèle et non-équidistante d'épaisseur h , qui consiste en deux zones d'épaisseur non-équidistante $(1 - \lambda)h$ et λh , où $\lambda \in [0,1]$. Ce paramètre λ caractérise l'asymétrie de la distribution de déformation dans la zone de cisaillement et est calculé par la relation suivante (Fu et al., 2015):

$$\lambda = 1 - \frac{\cos \eta_s \cos(\phi_n - \alpha_n) [\cos \phi_n \cos \eta_s + \tan \lambda_s \sin \eta_s]}{\cos \alpha_n} \quad (7.48)$$

Cette formule prend en compte l'effet de tous les angles géométriques de la coupe oblique sur la distribution de la déformation dans la zone de cisaillement.

Les vitesses dans la zone de cisaillement sont définies comme suit. La vitesse de cisaillement V_s est reliée à la vitesse de coupe V par:

$$V_s = \frac{V \cos \lambda_s \cos \alpha_n}{\cos \eta_s \cos(\phi_n - \alpha_n)} \quad (7.49)$$

La vitesse tangentielle V_t et la vitesse normale v_n dans la zone de cisaillement sont données par:

$$V_t = \frac{V \cos \lambda_s \sin \phi_n}{\cos \eta_s \cos(\phi_n - \alpha_n)}; v_n = \frac{V \cos \lambda_s \cos \alpha_n}{\cos \eta_s \cos(\phi_n - \alpha_n)} \quad (7.50)$$

où V_t , v_n et V_s représentent respectivement le taux de déformation de cisaillement, le taux de déformation de cisaillement maximal, la déformation de cisaillement et la vitesse tangentielle et normale dans la zone de cisaillement.

Le taux de déformation de cisaillement maximal $\dot{\gamma}_{\max}$ est calculé par:

$$\dot{\gamma}_{\max} = \frac{(q + 1)V_s \cos \lambda_s \cos \alpha_n}{h \cos \eta_s \cos(\phi_n - \alpha_n)} = \frac{(q + 1)V_s}{h} \quad (7.51)$$

où q est un exposant caractérisant la distribution de la vitesse de cisaillement dans la zone (typiquement $q = 3$ pour la plupart des matériaux métalliques).

La déformation de cisaillement γ et le taux de déformation $\dot{\gamma}$ varient à travers l'épaisseur de la zone de cisaillement. Fu et al. proposent des expressions distinctes pour les deux zones. Pour la zone d'entrée ($z_c \in [-(1 - \lambda)h, 0]$), les expressions sont:

$$\dot{\gamma} = \begin{cases} \frac{\dot{\gamma}_m}{[(1 - \lambda)h]^q} [z_e + (1 - \lambda)h]^q & z_e \in [-(1 - \lambda)h, 0] \\ \frac{\dot{\gamma}_m}{(\lambda h)^q} (\lambda h - z_e)^q & z_e \in [0, \lambda h] \end{cases} \quad (7.52)$$

$$\gamma = \begin{cases} \frac{\cos \eta_e \dot{\gamma}_m}{V \cos \lambda_s \sin \phi_n (q + 1) [(1 - \lambda)h]^q} [z_e + (1 - \lambda)h]^{q+1} & z_e \in [-(1 - \lambda)h, 0] \\ -\frac{\cos \eta_e \dot{\gamma}_m (\lambda h - z_e)^{q+1}}{V \cos \lambda_s \sin \phi_n (q + 1) (\lambda h)^q} + \frac{\cos \eta_e \cos \alpha_n}{\sin \phi_n \cos \eta_s \cos(\phi_n - \alpha_n)} & z_e \in [0, \lambda h] \end{cases} \quad (7.52)$$

Ces expressions permettent de calculer la distribution complète de la déformation et du taux de déformation à travers la zone de cisaillement, ce qui est essentiel pour le calcul précis de la contrainte d'écoulement via le modèle de Johnson-Cook.

Modèle constitutif de Johnson-Cook

Le matériau de la pièce est supposé être isotrope et viscoplastique-rigide, et son comportement est décrit par le modèle constitutif de Johnson-Cook. Ce modèle, largement utilisé pour la simulation de l'usinage en raison de sa capacité à prendre en compte les effets couplés de l'écrouissage, de la vitesse de déformation et de la température, s'écrit sous la forme suivante (Fu et al., 2015) :

$$\tau_s = \frac{1}{\sqrt{3}} \left[A + B \left(\frac{\gamma}{\sqrt{3}} \right)^n \right] \left[1 + C \ln \left(\frac{\dot{\gamma}}{\dot{\gamma}_0} \right) \right] \left[1 - \left(\frac{T - T_r}{T_m - T_r} \right)^m \right] \quad (7.53)$$

Où

- τ_s représente la contrainte de cisaillement
- γ est la déformation de cisaillement
- $\dot{\gamma}$ est le taux de déformation de cisaillement
- T est la température absolue

Les paramètres du modèle sont: A, B, C, n et m , qui représentent respectivement la limite d'élasticité, le coefficient d'écrouissage, la constante de taux de déformation, l'exposant

d'écrouissage et l'exposant d'adoucissement thermique. Les paramètres $\dot{\gamma}_0$, T_r et T_m représentent respectivement le taux de déformation de cisaillement de référence, la température ambiante et la température de fusion.

Évolution de la température dans la zone de cisaillement

L'évolution de la température T dans la zone de cisaillement est régie par la loi de conservation de l'énergie, en supposant que la bande de cisaillement ne perd ni ne reçoit de chaleur — une condition dite adiabatique. Cette hypothèse est raisonnable en usinage à grande vitesse, où le temps de passage du matériau dans la zone de cisaillement est très court (de l'ordre de la microseconde), ne laissant pas le temps à la chaleur de se diffuser par conduction. L'équation d'évolution de la température s'écrit (Fu et al., 2015) :

$$\frac{\partial T}{\partial z_e} = \frac{\cos \eta_e}{\rho c_p V_s \cos \lambda_s \sin \phi_n} \chi \tau_s \dot{\gamma} \quad (7.54)$$

où

- ρ est la densité du matériau (en kg/m^3)
- c_p est la chaleur spécifique (en $\text{J}/(\text{kg K})$)
- χ est le coefficient de Taylor-Quinney qui représente la fraction de l'énergie mécanique convertie en chaleur (typiquement $\chi \approx 0.9$ pour les métaux).

L'angle de cisaillement normal ϕ_n est donné par la formule de Zorvkin (Zorvkin, 1893), qui constitue une extension de la relation de Merchant pour la coupe oblique:

$$\phi_n = G - \frac{\beta_n - \alpha_n}{2} \quad (7.55)$$

où β_n est l'angle de friction moyen à l'interface outil-copeau, qui est obtenu à partir de l'annexe A de l'article de Fu et al., et G est une constante pour un couple outil-pièce donné. Pour la plupart des matériaux métalliques, G est proche de 45° .

De plus, la force de cisaillement dF_s , qui est proportionnelle à la contrainte de cisaillement τ_s , ainsi que la force normale dN_s peuvent être calculées par :

$$dF_s = \tau_s \frac{dz \cdot h}{\cos i_c \sin \phi_n} \quad (7.56)$$

$$dN_s = \frac{[\tan(\phi_n - \alpha_n) + \tan \beta_n \cos \eta_a] \cos \eta_s}{1 - \tan \beta_n \cos \eta_a \tan(\phi_n - \alpha_n)} dF_s$$

Forces de labour dues au rayon d'arête

En plus des forces de cisaillement dans la zone primaire, il existe un effet de rayon d'arête inévitable sur l'arête de coupe de la fraise, qui peut causer un effet de labour et contribuer aux trois composantes de force différentielle. Fu et al. présentent un modèle analytique pour estimer les forces de labour pour l'usinage avec une fraise ayant un rayon d'arête, on note r_e est le rayon d'arête, ρ_h est l'angle de labour qui est incliné par rapport à la surface non usinée de la pièce (10 degrés dans l'analyse présente), R est le rayon du champ circulaire centré en P , les angles de champ γ_0, ϑ et η sont trouvés à partir de la relation géométrique et de friction. Les forces de labour peuvent être déterminées comme suit (Fu et al, 2015):

$$dP_c = \tau_\pi \frac{[(1 + 2\vartheta + 2\gamma_0 + \sin(2\eta)) \sin(\phi_n - \gamma_0 + \eta) + \cos(2\eta) \cos(\phi_n - \gamma_0 + \eta)] l_{pc} dz}{\cos(2\rho_h) \cos(\phi_n - \gamma_0 + \eta)} \frac{1}{\cos i_c} \quad (7.57)$$

$$dP_f = \tau_x \frac{[(1 + 2\vartheta + 2\gamma_0 + \sin(2\eta)) \cos(\phi_n - \gamma_0 + \eta) - \cos(2\eta) \sin(\phi_n - \gamma_0 + \eta)] l_{pc} dz}{\cos(2\rho_h) \cos(\phi_n - \gamma_0 + \eta)} \frac{1}{\cos i_c} \quad (7.58)$$

où τ_x est la contrainte d'écoulement de cisaillement du plan de cisaillement primaire PH , la largeur de coupe $dz - \cos i_c$ est égale à $dz / \cos i_c$, μ est le coefficient de friction entre l'outil et la pièce, $\gamma_0 = \eta + \vartheta - \arcsin(\sqrt{2} \sin \rho_h \sin \eta)$, $\vartheta = \pi/4 - \rho_h - \phi_n$, et l_{pc} est la longueur de contact de labour.

La longueur de contact de labour l_{pc} est calculée par:

$$R = \sin \sqrt{r_e \tan\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\alpha_n}{2}\right) + \sqrt{2} R \sin \rho_h + 2[R \sin \rho_h]^2} \quad (7.59)$$

En raison du rayon d'arête, l'angle de coupe normal effectif sera dépendant du rayon d'arête et de la profondeur de coupe.

Transformation des forces et intégration

Pour l'élément infinitésimal de la j -ième arête de coupe, les trois composantes de force différentielle de coupe (dF_t, dF_r, dF_a) (tangentielle, radiale, axiale) appliquées au point P dans la Figure 7.2, sont évaluées à partir de la forme matricielle suivante (Fu et al., 2015):

$$\begin{bmatrix} dF_t \\ dF_r \\ dF_a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos i_c \cos \eta_x \cos \eta_a + \sin i_c \sin \eta_x & \cos i_c \sin \phi_n & \cos i_c & 0 \\ -\sin \phi_n \cos \eta_x & \cos \phi_n & 0 & 1 \\ \sin i_c \cos \eta_x \cos \eta_a - \cos i_c \sin \eta_x & \sin i_c \sin \phi_n & \sin i_c & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dF_x \\ dN_x \\ dP_c \\ dP_f \end{bmatrix} \quad (7.60)$$

Cette matrice de transformation traduit le passage du repère de la zone de cisaillement (forces dF_x et dN_x) et du labour (forces dP_c et dP_f) au repère cylindrique de l'outil (forces tangentielle, radiale et axiale).

Les composantes (dF_t, dF_r, dF_a) en coordonnées locales sont transformées en coordonnées globales en utilisant les relations:

$$\begin{bmatrix} dF_x \\ dF_y \\ dF_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\cos \phi_j & -\sin \phi_j & 0 \\ \sin \phi_j & -\cos \phi_j & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dF_t \\ dF_r \\ dF_a \end{bmatrix} \quad (7.61)$$

Les forces de coupe différentielles sont intégrées le long de la portion engagée de la j -ième arête de coupe et la force de coupe totale produite par cette arête peut être obtenue comme:

$$F_q(\phi_j) = \int_{z_1(\phi_j)}^{z_2(\phi_j)} dF_q[z], q = x, y, z \quad (7.62)$$

où $z_1(\phi_j)$ et $z_2(\phi_j)$ sont les limites axiales inférieure et supérieure de la portion engagée. Finalement, les efforts de coupe contribués par toutes les arêtes de coupe sont sommés pour obtenir les forces instantanées totales sur la fraise:

$$F_x(\phi) = \sum_{j=1}^{N_t} F_x[\phi(z)], F_y(\phi) = \sum_{j=1}^{N_t} F_y[\phi(z)], F_z(\phi) = \sum_{j=1}^{N_t} F_z[\phi(z)] \quad (7.63)$$

7.4 Discussion

Ce chapitre a présenté en détail les fondements scientifiques et mathématiques des deux approches de modélisation des efforts de coupe implémentées dans le logiciel: le modèle mécanistique et le

modèle analytique. Le modèle mécanistique, basé sur les travaux de Gradišek et al. (2004), offre une approche semi-empirique robuste et largement validée industriellement. Il repose sur six coefficients de coupe qui peuvent être identifiés par une procédure systématique à partir d'essais de fraisage, ou fournis directement par l'utilisateur. Le modèle analytique, inspiré des travaux de Fu et al. (2015), propose une approche prédictive basée sur les principes physiques fondamentaux de la mécanique de la coupe et le comportement thermomécanique du matériau décrit par le modèle de Johnson-Cook (Fu et al., 2015).

Ces deux approches sont utilisées de manière complémentaire: le modèle mécanistique est particulièrement adapté lorsque des essais de calibration sont possibles et que l'on recherche une grande précision pour un couple outil-matière spécifique. Le modèle analytique est préférable lorsque l'on souhaite explorer rapidement différentes configurations sans réaliser d'essais, ou lorsque l'on dispose de données matériaux fiables issues de la littérature. La mise en œuvre de ces deux modèles dans un même logiciel offre à l'utilisateur une flexibilité maximale et permet de valider les prédictions par comparaison croisée.

CHAPITRE 8 CHOIX DU LANGAGE DE PROGRAMMATION ET SPÉCIFICATIONS TECHNIQUES

8.1 Choix du langage C# WPF. NET

Le développement du jumeau numérique a nécessité une évaluation rigoureuse de plusieurs langages de programmation. Après avoir testé MATLAB, Python avec VTK, et C++, le choix s'est porté sur C# avec le framework WPF et l'écosystème. NET. Ce choix résulte d'un compromis optimal entre plusieurs critères essentiels.

MATLAB, bien que pratique pour le prototypage rapide, s'est révélé faible pour une représentation 3D interactive et limité pour créer des interfaces graphiques modernes. Python avec VTK offrait une bonne flexibilité, mais présentait des limitations pour exploiter efficacement les processeurs multicœurs et pour obtenir une visualisation 3D fluide (15-20 images par seconde seulement). C++ offrait d'excellentes performances (8 secondes pour le même calcul) mais présente quelque limitation dans la partie interface graphique.

C# s'est imposé comme le meilleur choix en offrant des performances très proches de C++ en facilitant grandement le développement. Grâce à la possibilité de répartir les calculs sur plusieurs cœurs du processeur, le temps de calcul a été considérablement réduit, avec une accélération notable obtenue grâce à l'exploitation d'un processeur multicœur. Le modèle WPF permet de créer une interface graphique moderne et fluide avec une visualisation 3D stable à 60 images par seconde. De plus, C# offre la possibilité d'évoluer vers une application web accessible en ligne grâce à la technologie Blazor, ouvrant des perspectives pour transformer le jumeau numérique actuel (fonctionnant hors-ligne) en un système connecté et distribué.

Toutefois, ce choix technologique comporte certaines contraintes. Contrairement au C++ qui permet une gestion manuelle stricte de la mémoire, C# repose sur un environnement géré (Garbage Collector) qui peut induire de légères latences non déterministes, potentiellement gênantes pour du temps réel strict si elles ne sont pas optimisées. Par ailleurs, l'utilisation du framework WPF lie intrinsèquement l'application au système d'exploitation Windows, ce qui restreint sa portabilité immédiate vers d'autres plateformes comme Linux ou MacOS, contrairement à des solutions comme Qt ou Java.

8.2 Spécifications techniques pour une performance maximale

Pour que le logiciel fonctionne de manière optimale et exploite pleinement ses capacités de calcul et de visualisation, plusieurs spécifications techniques doivent être respectées au niveau matériel et logiciel.

8.2.1 Configuration matérielle recommandée

La configuration matérielle joue un rôle déterminant dans les performances du logiciel. Les spécifications minimales et recommandées sont les suivantes:

Processeur: Un processeur moderne avec au moins 8 cœurs est fortement recommandé. Les processeurs Intel Core i7 (10ème génération ou ultérieure) ou AMD Ryzen 7 cadencés à 3.5 GHz ou plus permettent d'exploiter pleinement le parallélisme des calculs. Le logiciel peut utiliser efficacement jusqu'à 16 threads simultanés pour les opérations de calcul d'engagement et de prédiction des efforts.

Mémoire RAM: 16 GB de RAM constituent le minimum requis pour des simulations de taille moyenne. Pour des pièces de grandes dimensions ou des résolutions de discrétisation très fines, 32 - 64 GB de RAM sont recommandés. L'empreinte mémoire typique pour une pièce de $100 \times 100 \times 50$ mm avec une résolution de 0.5 mm est d'environ 500 MB, mais peut augmenter significativement pour des pièces plus grandes ou des résolutions plus fines.

Carte graphique: Une carte graphique compatible DirectX 11 avec au moins 2 GB de mémoire vidéo (VRAM) est nécessaire pour la visualisation 3D. Une carte graphique dédiée (par exemple NVIDIA GeForce GTX 1660 ou équivalent AMD) est fortement recommandée plutôt qu'une carte graphique intégrée, puisque la visualisation 3D de la pièce, de l'outil et des trajectoires utilise l'accélération GPU pour maintenir une fluidité de 60 images par seconde.

Stockage: Un disque SSD (Solid State Drive) est recommandé pour un chargement rapide des fichiers Code G volumineux et des bibliothèques d'outils. Les fichiers Code G peuvent contenir plusieurs dizaines de milliers de lignes, et un SSD réduit significativement le temps de processus et de chargement.

Système d'exploitation: Windows 10 (version 1809 ou ultérieure) ou Windows 11 est requis. Le logiciel nécessite également l'installation de NET 6.0 Runtime ou une version ultérieure, qui peut être téléchargé gratuitement depuis le site officiel de Microsoft.

8.3 Optimisations logicielles implémentées

Pour garantir les meilleures performances possibles sur la configuration matérielle, plusieurs optimisations logicielles ont été mises en œuvre.

L'architecture du logiciel sépare clairement la logique de calcul de l'interface graphique, permettant aux calculs intensifs de s'exécuter en arrière-plan sans bloquer l'interface. L'utilisateur peut ainsi continuer à interagir avec le logiciel (zoomer, pivoter la vue 3D, modifier des paramètres) pendant que les simulations s'exécutent. Un système de progression visuelle et d'annulation permet de suivre l'avancement des calculs et de les interrompre si nécessaire.

Les structures de données ont été optimisées pour minimiser l'utilisation de la mémoire. La grille Tri-Dexel utilise une représentation creuse qui ne stocke que les segments de matière effectivement présents, évitant de gaspiller de la mémoire pour les zones vides de la pièce. L'accès aux données est très rapide grâce à une organisation en tableaux permettant un accès direct en temps constant.

Le calcul de l'engagement outil-pièce, qui constitue l'opération la plus coûteuse en temps de calcul, a été entièrement parallélisée. La grille Tri-Dexel est divisée en sous-régions qui sont traitées simultanément sur différents cœurs du processeur. Cette parallélisation permet d'obtenir une accélération significative, le temps de calcul étant réduit de manière proportionnelle à la capacité du processeur multicœur.

Les opérations mathématiques sur les vecteurs et matrices exploitent les instructions SIMD (Single Instruction Multiple Data) des processeurs modernes. Ces instructions permettent de calculer plusieurs opérations simultanément, accélérant les calculs d'un facteur 2 à 4 par rapport à des implémentations classiques. Cette optimisation est particulièrement bénéfique pour les transformations géométriques et les calculs de forces.

La gestion de la mémoire a été optimisée pour éviter les ralentissements. Les objets temporaires sont réutilisés plutôt que recréés à chaque itération, réduisant ainsi la charge sur le système de nettoyage automatique de la mémoire. Les pauses de nettoyage sont ainsi maintenues à moins de 10 millisecondes, ce qui est imperceptible pour l'utilisateur.

8.3.1 Discussion

Le choix de C# WPF. NET, combiné aux optimisations logicielles et à une configuration matérielle adaptée, permet au jumeau numérique de fonctionner de manière fluide et réactive. Sur une configuration conforme aux spécifications recommandées, le logiciel offre une expérience utilisateur confortable avec des temps de calcul compatibles avec une utilisation interactive pour l'optimisation des paramètres de coupe. Cette base technologique solide constitue également un fondement robuste pour les évolutions futures, notamment vers une architecture distribuée en ligne permettant de transformer le jumeau numérique actuel en un système connecté aux systèmes de production réels.

CHAPITRE 9 RÉSULTATS

Le présent chapitre expose de manière exhaustive les résultats obtenus dans le cadre du développement et de la validation du modèle de simulation d'usinage par fraisage basé sur l'approche Tri-Dexel. L'objectif principal consiste à établir la validité scientifique et la fiabilité industrielle du modèle prédictif élaboré, en démontrant sa capacité à reproduire fidèlement les phénomènes physiques complexes qui caractérisent le processus de fraisage.

Pour atteindre cet objectif, une méthodologie de validation rigoureuse et systématique a été mise en œuvre. Cette démarche s'articule autour de trois axes complémentaires:

- La confrontation des résultats de simulation avec ceux produits par des logiciels commerciaux reconnus dans l'industrie.
- La comparaison approfondie avec des travaux de recherche académique publiés dans des revues scientifiques de premier plan.
- La validation expérimentale par rapport à des mesures réalisées en conditions réelles d'usinage.

La structure de validation adoptée permet d'évaluer de manière indépendante et progressive chaque composante du simulateur. Dans un premier temps, la capacité du modèle Tri-Dexel à représenter avec précision la géométrie tridimensionnelle de la pièce à usiner est vérifiée. Dans un deuxième temps, l'exactitude de la génération de la trajectoire de l'outil et du calcul des paramètres de coupe est validée. Enfin, dans un troisième temps, la validation du modèle de prédiction des efforts de coupe est réalisée, ce dernier constituant la contribution scientifique majeure de ce travail de recherche.

9.1 Validation de la Représentation Géométrique par le Modèle Tri-Dexel

La première étape de validation vise à évaluer de manière rigoureuse la capacité du modèle Tri-Dexel à représenter fidèlement la géométrie de la pièce tout au long du processus d'usinage. Cette validation ne se limite pas à une appréciation visuelle, mais repose sur l'analyse de la cohérence géométrique entre la pièce brute initiale, la trajectoire d'outil programmée et la géométrie résultante après enlèvement de matière.

Le modèle Tri-Dexel repose sur une discrétisation volumique selon trois directions orthogonales, ce qui lui permet de limiter les effets de dépendance directionnelle observés dans les approches dexel classiques. Cette caractéristique est particulièrement déterminante pour la représentation de géométries complexes comportant des variations de surface dans plusieurs orientations, comme c'est le cas en fraisage multi-axes.

La Figure 9.1 illustre la capacité du modèle à représenter une forme tridimensionnelle complexe à partir d'une pièce brute discrétisée. La continuité des surfaces reconstruites ainsi que la conservation des arêtes et des volumes caractéristiques montrent que la résolution de discrétisation choisie permet de capturer les détails géométriques pertinents pour la simulation d'usinage, tout en maintenant un compromis acceptable entre précision et coût computationnel.

Cette fidélité géométrique est un élément clé, car toute approximation excessive dans la représentation de la pièce se répercute directement sur le calcul de l'enlèvement de matière. En particulier, la détermination de l'engagement outil-matière dépend fortement de la qualité de la géométrie discrète, et conditionne à son tour la précision des efforts de coupe prédits par les modèles mécanistiques et analytiques.

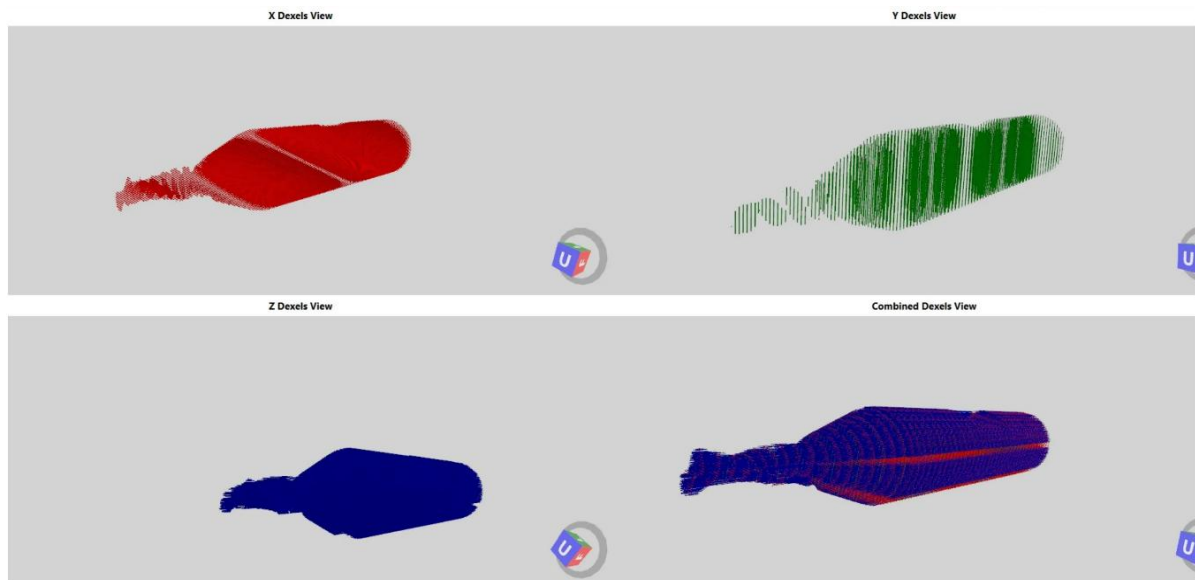


Figure 9.1: Résultat de la méthode TriDexel illustrant la précision de la discrétisation spatiale, essentielle à la simulation de l'interaction outil-matière.

Ainsi, la validation de la représentation géométrique par le modèle Tri-Dexel constitue une étape fondamentale, garantissant que les résultats obtenus ultérieurement en termes de calcul des efforts et d'analyse dynamique reposent sur une base géométrique fiable et cohérente.

9.1.1 Vérification de la Trajectoire d'Outil et des Paramètres de Coupe

Une fois la géométrie de la pièce fidèlement représentée, il est impératif de s'assurer que la trajectoire de l'outil et les paramètres de coupe (profondeurs de passe, avances, etc.) sont correctement interprétés et calculés par le simulateur. Un processus de vérification en deux étapes a été employé à cette fin, utilisant deux logiciels de référence dans l'industrie : SolidWorks pour la trajectoire d'outil et VERICUT pour les paramètres de coupe.

9.1.2 Vérification de la Trajectoire d'Outil par Comparaison avec SolidWorks

La validation initiale s'est concentrée sur l'exactitude de la trajectoire d'outil générée. Une procédure de validation standard a été menée en comparant la trajectoire générée par le modèle à celle du logiciel SolidWorks, une référence incontournable en conception et fabrication assistées par ordinateur (CAO/FAO). SolidWorks est largement utilisé dans l'industrie pour la génération de programmes CNC et constitue donc un benchmark fiable pour cette vérification.

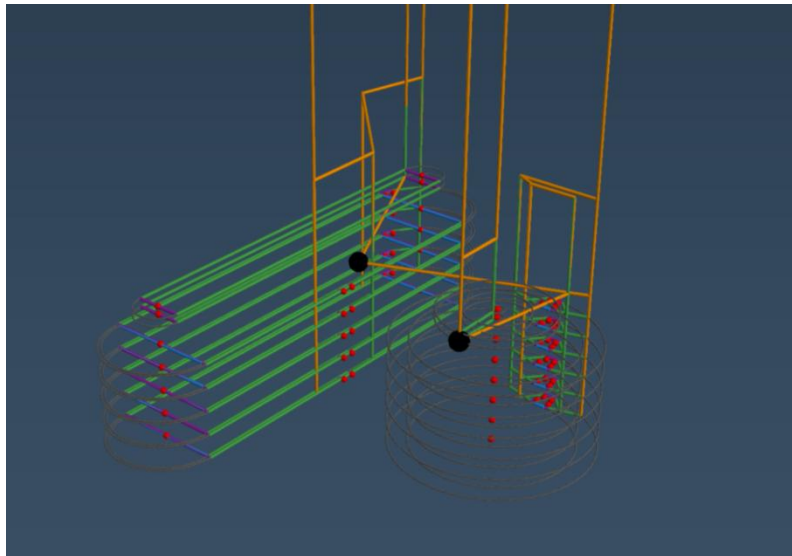


Figure 9.2: Trajectoire de l'outil obtenue à l'aide du logiciel de simulation.

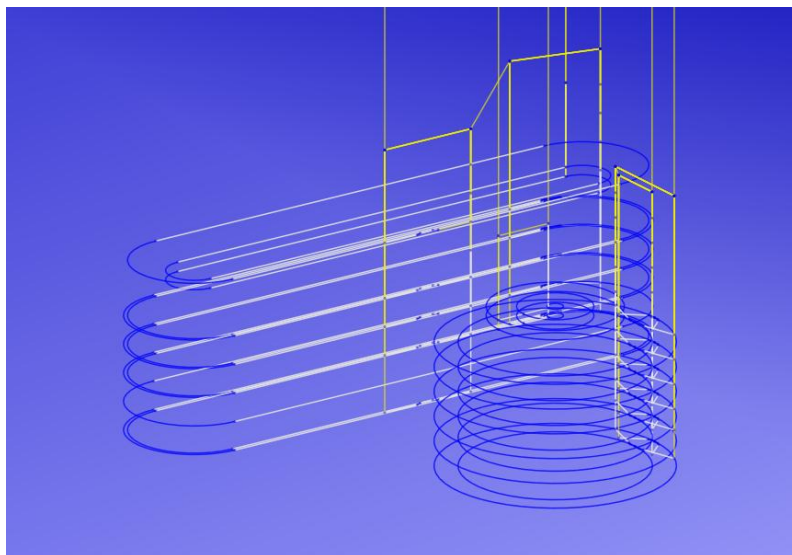


Figure 9.3: Trajectoire de l'outil visualisée sur le logiciel SolidWorks CAM NC Editor.

Une pièce a d'abord été conçue dans SolidWorks, et son Code G correspondant a été généré en utilisant les fonctionnalités FAO du logiciel. Ce même Code G, ainsi que les paramètres d'usinage associés (vitesse de broche, avance, profondeurs de passe), ont ensuite été importés dans l'environnement de simulation Tri-Dexel. L'objectif était de vérifier que l'interpréteur de Code G et du module de génération de trajectoire produisaient exactement la même trajectoire spatiale que SolidWorks.

Comme le montrent la Figure 9.2 et la Figure 9.3, les trajectoires d'outil résultantes sont pratiquement identiques, ce qui confirme la bonne implémentation de l'interpréteur de code-G et du module de génération de trajectoire de l'application. Cette correspondance parfaite valide la cinématique de l'outil dans la simulation et garantit que les mouvements de l'outil sont correctement reproduits.

Il est crucial de souligner que, bien que SolidWorks soit un outil puissant pour la génération et la vérification de trajectoires, il ne possède pas de fonctionnalités pour le calcul des efforts de coupe ou la détermination dynamique des profondeurs de passe axiale et radiale en fonction de l'engagement de l'outil dans la matière. Une validation supplémentaire était donc indispensable pour ces paramètres critiques.

9.1.3 Vérification des paramètres de coupe par comparaison avec Vericut

Pour valider le calcul des paramètres de coupe clés tels que la profondeur de passe axiale (a_p), la profondeur de passe radiale (a_e), l'avance par dent (f_z) et la vitesse de broche (n), le logiciel Vericut a été utilisé. Vericut est un logiciel spécialisé et reconnu dans l'industrie pour la simulation, la vérification et l'optimisation de programmes CNC. Il est particulièrement connu pour sa capacité à calculer avec précision les engagements réels de l'outil dans la matière, ce qui en fait un logiciel de référence pour cette validation.

Bien que son coût soit élevé et qu'il impose l'utilisation de sa base de données de matériaux propriétaire, Vericut constitue une référence fiable pour valider ces paramètres. En utilisant le même Code G et les mêmes conditions de coupe dans le modèle et dans Vericut, il a été possible de comparer les valeurs calculées pour chaque instant de la coupe.

Les résultats, présentés à la Figure 9.4 et la Figure 9.5, montrent une excellente corrélation entre les deux systèmes, avec des écarts minimes. La différence observée entre les deux figures s'explique par le fait que l'état initial de la pièce brute pris en considération n'est pas identique dans les deux cas, bien que le même code G soit utilisé. Chaque logiciel applique en effet sa propre définition de la géométrie brute et de son état initial avant usinage, ce qui influence la chronologie locale de l'enlèvement de matière au cours de la simulation.

Cette divergence se manifeste uniquement au niveau temporel, c'est-à-dire dans l'instant auquel certaines zones de la pièce sont engagées par l'outil. En revanche, les valeurs finales des profondeurs de passe axiale et radiale calculées sont rigoureusement identiques dans les deux figures. Ainsi, malgré une évolution temporelle légèrement différente, les résultats géométriques convergent vers les mêmes valeurs, ce qui confirme la cohérence du modèle Tri-Dexel pour un même programme d'usinage.

Cette comparaison valide la justesse du modèle mécanique utilisé pour le calcul de ces paramètres d'usinage essentiels. La précision de ces calculs est fondamentale vu que les profondeurs de passe axiale et radiale influencent directement l'épaisseur du copeau non déformé, qui est le paramètre central du modèle mécanistique d'efforts de coupe.

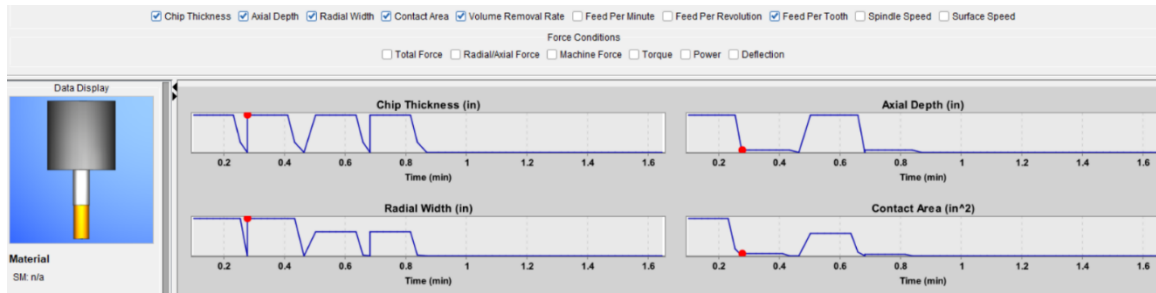


Figure 9.4 : Résultats obtenus par le logiciel VERICUT pour le calcul de la profondeur axiale et radiale.



Figure 9.5 : Résultats obtenus par le logiciel proposé pour le calcul des

9.2 Validation du modèle de prédiction des efforts de coupe

Avec une trajectoire d'outil et des paramètres de coupe validés, l'étape suivante, qui est la plus critique, consiste à valider le modèle de prédiction des efforts de coupe. Cette validation a été réalisée en prenant plusieurs approches, incluant l'identification des coefficients de coupe, la comparaison avec des modèles mécanistique et analytique issus des littératures académique, et enfin, une validation par rapport à des données expérimentales.

9.2.1 Identification mécanistique des coefficients spécifiques de coupe

Le modèle d'efforts de coupe repose sur une approche mécanistique qui lie les efforts de coupe à l'épaisseur du copeau non déformé, à la géométrie de l'outil et aux coefficients spécifiques de coupe.

Ces coefficients sont divisés en deux catégories:

- Les coefficients de cisaillement (K_{tc} , K_{rc} , K_{ac}) représentent les forces nécessaires pour couper le matériau. Ces forces sont proportionnelles à la section du copeau formé pendant l'usinage.
- Les coefficients d'arête (K_{te} , K_{re} , K_{ae}) correspondent aux forces dues au frottement et à la pression exercée par l'arête de coupe. Elles ne dépendent pas de la section du copeau et deviennent importantes lorsque la profondeur de coupe est faible.

Ces coefficients sont des paramètres fondamentaux qui caractérisent la réponse du matériau à l'usinage et dépendent du couple outil-matière. Ils ont été identifiés en utilisant les méthodologies décrites dans le chapitre précédent selon Altintas et Gradišek et al., qui proposent des procédures d'identification par régression linéaire à partir d'essais de coupe.

La Figure 9.6 illustre les résultats du processus d'identification mécanistique réalisé dans l'environnement de simulation. Les résultats présentés correspondent à la régression linéaire employée pour déterminer les coefficients à partir des forces moyennes mesurées sous différentes conditions de coupe. En comparant les coefficients identifiés par l'algorithme (colonne de gauche) à des coefficients de référence connus (colonne de droite, "TRUE COEFFICIENTS"), une grande similitude est observée. Il est crucial de préciser que ces coefficients de référence ne sont pas théoriques, mais proviennent directement de données expérimentales fournies par nos partenaires industriels et validées en laboratoire. Par exemple, le coefficient K_{tc} identifié est de 1032.62 N/mm² contre 1000 N/mm² pour la référence, soit une erreur de seulement 3.3%. Cette précision démontre la fiabilité de la procédure d'identification et valide l'implémentation du modèle mécanistique.

```

Loading data from synthetic_force_data.mat...
Average forces calculated.
Linear regression complete.
Analytical constants A, B, and C calculated.

-----
--- Mechanistic Identification Results ---
-----
Linear Regression Fits (Avg Force = Fc*feed + Fe):
Fx: Fc = -517.11 , Fe = 25.89
Fy: Fc = 1548.94 , Fe = 50.76
Fz: Fc = -528.92 , Fe = -9.68

--- Identified Specific Force Coefficients ---
Shearing (K.c):
Ktc = 1032.62 N/mm^2
Krc = 344.74 N/mm^2
Kac = 276.94 N/mm^2
Edge (K.e):
Kte = 23.02 N/mm
Kre = -11.74 N/mm
Kae = 2.79 N/mm
-----

fx >>

% --- The "TRUE" Known Coefficients ---
TRUE_COEFFICIENTS.Ktc = 1000;
TRUE_COEFFICIENTS.Krc = 335.8;
TRUE_COEFFICIENTS.Kac = 288.3;
TRUE_COEFFICIENTS.Kte = 22.3;
TRUE_COEFFICIENTS.Kre = -11.8;
TRUE_COEFFICIENTS.Kae = 2.4;

~

```

Figure 9.6 : Identification des coefficients de force de coupe selon la méthode de Gradišek et al.

9.2.2 Comparaison avec des résultats de recherche publiés

L'objectif principal de cette section est de valider l'implémentation du modèle de prédiction des efforts de coupe au sein de l'architecture logicielle développée, et non de proposer un nouveau modèle théorique de calcul des forces. Les comparaisons effectuées avec les résultats publiés dans la littérature visent à démontrer que l'intégration du modèle mécanistique et du calcul de l'engagement outil-matière basé sur la méthode Tri-Dexel est correcte, robuste et conforme aux références reconnues.

La contribution originale de ce travail réside ainsi dans le couplage efficace entre la discrétisation Tri-Dexel, le calcul précis du CWE et l'évaluation des efforts de coupe dans un cadre compatible avec des performances en temps réel.

Les efforts de coupe prédits par le modèle ont été systématiquement comparés aux résultats présentés dans plusieurs publications scientifiques de premier plan. Cette étape de validation est cruciale parce qu'elle permet de confronter le modèle à des résultats déjà validés et acceptés par la communauté scientifique internationale. En répliquant fidèlement les conditions de coupe, la géométrie de l'outil et les propriétés du matériau décrites dans ces études, la performance du modèle a pu être évaluée sur une large variété de configurations d'usinage.

Les figures 22 à 29 présentent une série de comparaisons systématiques entre les efforts prédits par le modèle et les résultats issus de la littérature de référence. Chaque figure correspond à une configuration d'usinage différente, permettant ainsi de tester la robustesse et la généralité du modèle.

La Figure 9.7 illustre la première comparaison entre les résultats obtenus par le logiciel développé et ceux rapportés dans la littérature. On y présente les trois composantes des forces de coupe F_x , F_y et F_z en fonction de l'angle de rotation de la broche.

Les courbes en couleur correspondent aux résultats simulés générés par le modèle prédictif, tandis que les courbes en noir et blanc représentent les résultats de référence issus de l'étude d'Engin et Altintas. Une excellente concordance est observée entre les deux jeux de données.

Le modèle développé reproduit avec précision les phénomènes dynamiques caractéristiques du fraisage, notamment les variations périodiques des efforts de coupe liées à l'entrée et à la sortie successives des dents de l'outil dans la matière. L'amplitude, la forme d'onde et le déphasage des composantes de force sont fidèlement capturés, ce qui confirme la validité du modèle mécanistique et la robustesse de son implémentation numérique.

Les conditions de coupe sont: angle de coupe = 10° , angle de dépouille = 10° , fraise conique à bout sphérique de $D = 6$ mm, $R = 3$ mm, $R_r = 0$ mm, $R_z = 3$ mm, $a = 0^\circ$, $b = 4^\circ$, $h = 38$ mm, $N_f = 1$ dent, outil en carbure, matériau Ti6Al4V.

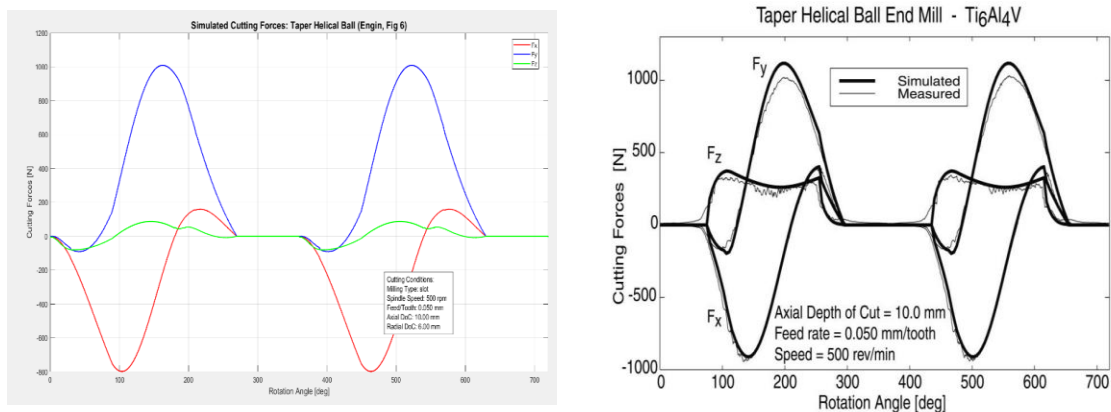


Figure 9.7 : Comparaison des forces de coupe simulées et expérimentales pour une fraise sphérique conique à hélice.

De « Mechanics and dynamics of general milling cutters. Part I: Helical end mills », par S. Engin et Y. Altintas, The University of British Columbia, Department of Mechanical Engineering, Vancouver, Canada, International Journal of Machine Tools and Manufacture, 41(15), 2195-2212, 2001. © 2001 Elsevier.

La Figure 9.8 présente une deuxième comparaison pour une configuration différente. Dans ce cas, les conditions de coupe sont : angle de coupe = 10° , angle de dépouille = 0° , fraise sphérique $D = 12$ mm, $R = R_r = 6$ mm, $R_z = 0$ mm, $a = 0^\circ$, $b = 0^\circ$, $h = 6$ mm, $N_f = 2$ dents, outil en carbure revêtu TiAlON, matériau usiné : GGG70 (fonte à graphite sphéroïdal). Les coefficients de coupe sont :

- $K_{tc}=2172.1$; $K_{rc}=848.90$; $K_{ac}=725.07$ N/mm².
- $K_{te}=17.29$; $K_{re}=7.79$; $K_{ae}=6.63$ N/mm.

Le modèle parvient à reproduire le même résultat avec une grande fidélité.

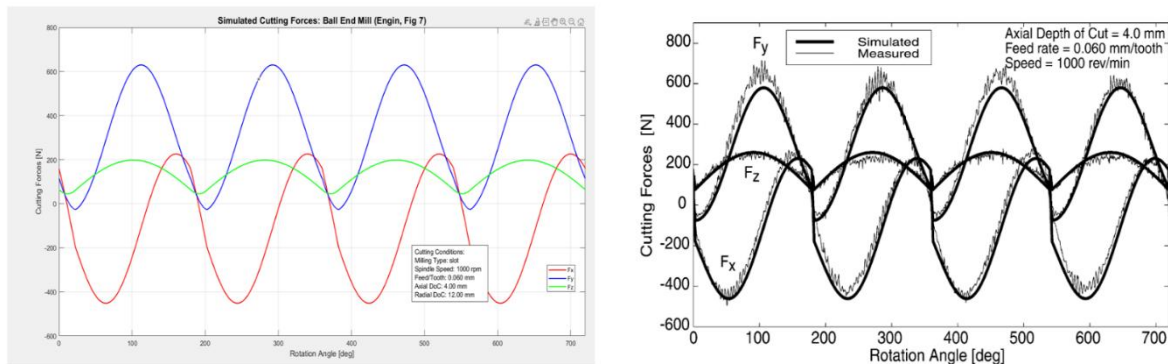


Figure 9.8: Comparaison des forces de coupe simulées et expérimentales pour une fraise sphérique (configuration de rainurage pleine matière).

De « Mechanics and dynamics of general milling cutters. Part I: Helical end mills », par S. Engin et Y. Altintas, The University of British Columbia, Department of Mechanical Engineering, Vancouver, Canada, International Journal of Machine Tools and Manufacture, 41(15), 2195-2212, 2001. © 2001 Elsevier.

La Figure 9.9 montre une troisième comparaison, cette fois pour un cas de fraisage avec une profondeur de passe plus importante, ce qui se traduit par des efforts de coupe plus élevés. Il est observé que même si les efforts peuvent atteindre des valeurs significatives, le modèle continue de fournir des prédictions précises dans ces conditions plus sévères. Cette validation est importante puisqu'elle montre que le modèle n'est pas limité à des conditions de coupe légères, mais reste valide pour une gamme étendue de paramètres d'usinage.

Conditions de coupe: vitesse de rotation $n = 217$ tr/min, profondeur axiale de passe $a_p = 4.0$ mm, avance par dent $f_z = 0.10$ mm/dent, usinage de type rainurage, matériau usiné Ti6Al4V, un seul insert utilisé pendant le test.

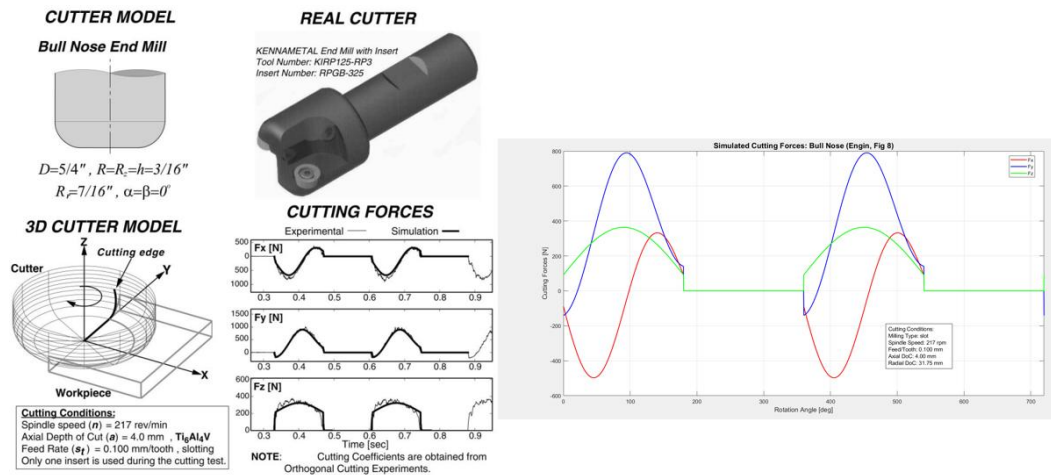


Figure 9.9: Comparaison des forces de coupe simulées et expérimentales pour une fraise à bout torique à insert (Bull Nose End Mill).

De « Mechanics and Dynamics of General Milling Cutters. Part I: Helical End Mills », par S. Engin et Y. Altintas, The University of British Columbia, Department of Mechanical Engineering, Vancouver, Canada, International Journal of Machine Tools and Manufacture, 41(15), 2195–2212, 2001. © 2001 Elsevier.

La Figure 9.10 présente la comparaison entre les forces de coupe simulées à l'aide du modèle développé et celles publiées par Gradišek et al. pour une opération de fraisage en avalant (down milling) réalisée avec une fraise cylindrique.

Les conditions de coupe sont: immersion radiale de 50 %, avance par dent $f_z = 0.1$ mm/dent, profondeur axiale $a_p = 4$ mm, et vitesse de rotation $n = 6000$ tr/min.

Les résultats montrent une très bonne corrélation entre les prédictions du modèle et les données expérimentales de la littérature, tant au niveau de la forme d'onde que des amplitudes des composantes de force (F_x , F_y , F_z).

Les courbes simulées reproduisent correctement les variations périodiques liées à l'engagement successif des dents, démontrant ainsi la validité des coefficients mécanistiques identifiés et la robustesse du modèle numérique pour des configurations de coupe semi-immergées.

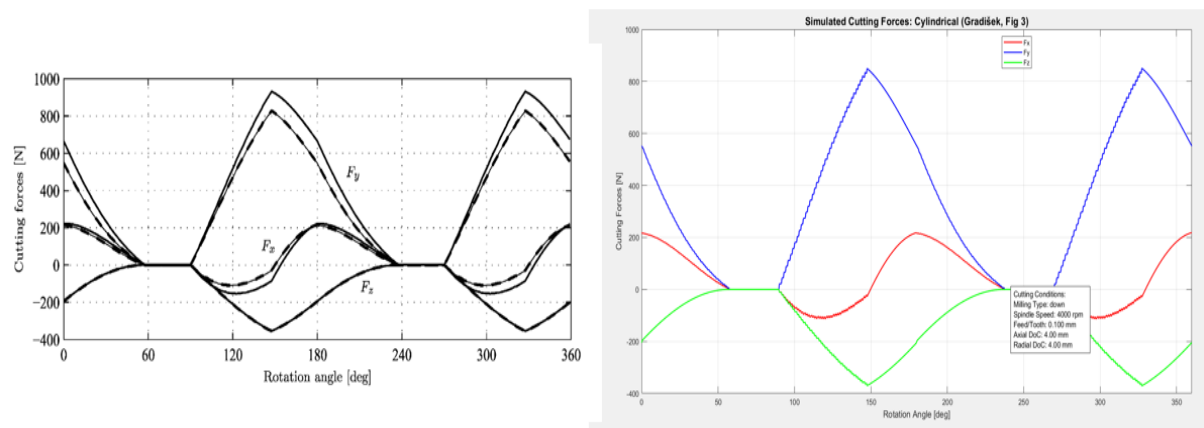


Figure 9.10 : Comparaison des forces de coupe simulées et expérimentales pour le fraisage en avalant selon Gradišek et al.

De « Mechanistic Identification of Specific Force Coefficients for a General End Mill », par J. Gradišek, M. Kalveram, & K. Weinert, International Journal of Machine Tools and Manufacture, 44(4), 401–414, 2004.

La Figure 9.11 illustre la comparaison entre les forces de coupe simulées à l'aide du modèle développé et les résultats de référence publiés par Gradišek et al. pour une opération de fraisage en opposition (up-milling) avec une fraise cylindrique (Gradišek et al., 2004).

Les conditions de coupe considérées sont: immersion radiale de 50 %, avance par dent $f_z = 0.14$ mm/dent, profondeur axiale $a_p = 2$ mm, et vitesse de rotation $n = 4000$ tr/min. Les courbes en couleur correspondent aux prédictions du modèle, tandis que les courbes en noir et blanc représentent les données expérimentales de Gradišek et al.

On observe une bonne correspondance entre les tendances simulées et mesurées, tant pour les amplitudes que pour les phases des composantes d'effort (F_x , F_y , F_z).

Le modèle reproduit correctement la variation cyclique des forces due à l'engagement progressif des dents dans la matière, confirmant ainsi la validité des coefficients de coupe identifiés et la précision du modèle mécanistique dans des conditions d'usinage partiellement immergées.

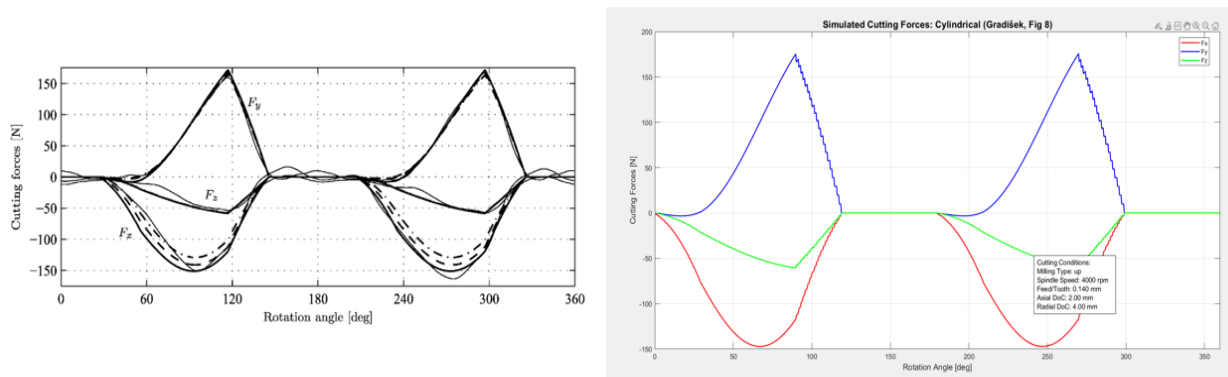


Figure 9.11: Comparaison des forces de coupe simulées et expérimentales pour le fraisage en opposition avec une fraise cylindrique.

De « Mechanistic Identification of Specific Force Coefficients for a General End Mill », par J. Gradišek, M. Kalveram, & K. Weinert, International Journal of Machine Tools and Manufacture, 44(4), 401–414, 2004. © 2004 Elsevier.

La Figure 9.12 illustre la comparaison entre les résultats simulés obtenus à l'aide du modèle développé et les données expérimentales publiées par Gradišek et al. pour une opération de fraisage en opposition (up-milling) effectuée avec une fraise à bout torique (bull nose end mill) (Gradišek et al. 2004).

Les résultats démontrent que le modèle prédit avec précision les trois composantes de force (F_x , F_y , F_z) pour différents types d'outils, en reproduisant à la fois l'amplitude et la phase des efforts. Cette cohérence valide la capacité de généralisation du modèle mécanistique et sa robustesse face aux variations géométriques et cinématiques de l'usinage.

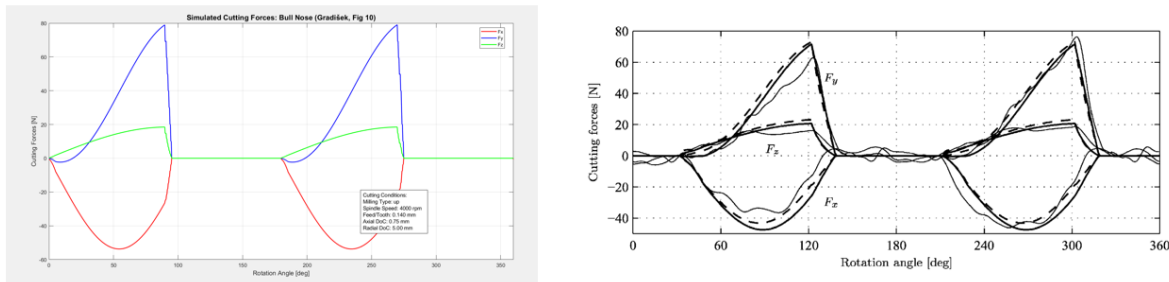


Figure 9.12: Comparaison des forces de coupe simulées et expérimentales pour le fraisage en opposition avec une fraise à bout torique (Bull Nose End Mill).

De « Mechanistic Identification of Specific Force Coefficients for a General End Mill », par J. Gradišek, M. Kalveram & K. Weinert, International Journal of Machine Tools and Manufacture, 44(4), 401–414, (2004). © 2004 Elsevier.

La Figure 9.13 et la Figure 9.14 présentent la comparaison entre les résultats obtenus à partir du modèle analytique et ceux issus du modèle mécanistique, confrontés aux données expérimentales publiées par Budak et Altintas (Altintas, 1998). Ces figures illustrent respectivement le cas du fraisage en opposition (up milling) et du fraisage en avalant (down milling), réalisés en conditions sèches et à demi-immersion radiale.

Dans la Figure 9.13 (cas du fraisage en opposition), les conditions de coupe sont: avance par dent $f_z = 0.05$ mm/dent, profondeur axiale $a_p = 5.08$ mm, angle d'hélice $\lambda = 12^\circ$, diamètre de fraise $D = 19.05$ mm, et vitesse de coupe $V_c = 30$ m/min.

Pour la Figure 9.14 (cas du fraisage en avalant), les conditions sont similaires, à l'exception d'une avance par dent réduite à $f_z = 0.0127$ mm/dent et d'un angle d'hélice nul ($\lambda = 0^\circ$).

Les résultats montrent que les deux approches, analytique et mécanistique parviennent à reproduire fidèlement l'évolution cyclique des composantes de force (F_x , F_y , F_z) en fonction de l'angle de rotation. Cette comparaison confirme la complémentarité des deux approches: le modèle analytique offre une compréhension physique approfondie du phénomène de coupe, tandis que le modèle mécanistique constitue un outil prédictif plus précis pour les simulations numériques appliquées à différents scénarios d'usinage.

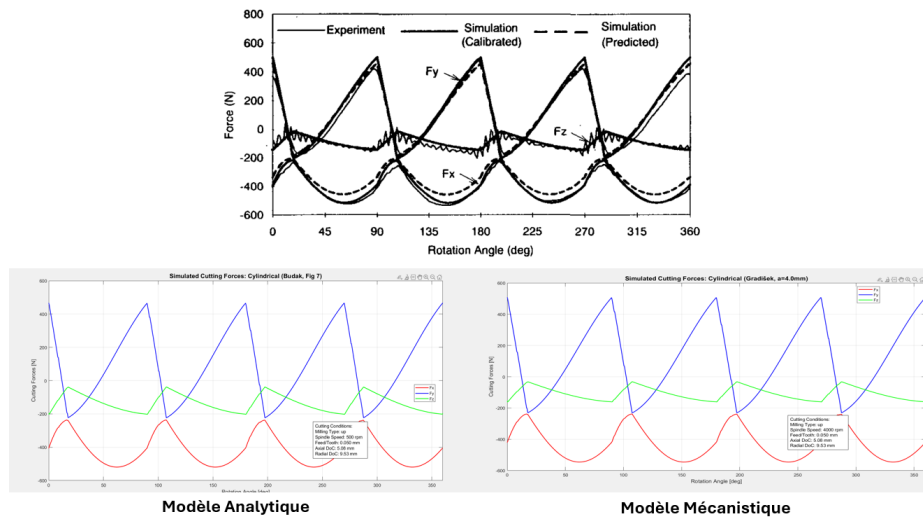


Figure 9.13: Forces de coupe mesurées et prédites à l'aide des coefficients identifiés lors d'essais de fraisage (fraisage en opposition).

Conditions: $f_z = 0.05$ mm/dent, $a_p = 5.08$ mm, $\lambda = 12^\circ$, $D = 19.05$ mm, $V_c = 30$ m/min. De « Prediction of Milling Force Coefficients From Orthogonal Cutting Data », par E. Budak & Y. Altintas, International Journal of Machine Tools and Manufacture, 38(12), 1445–1458, 1998.

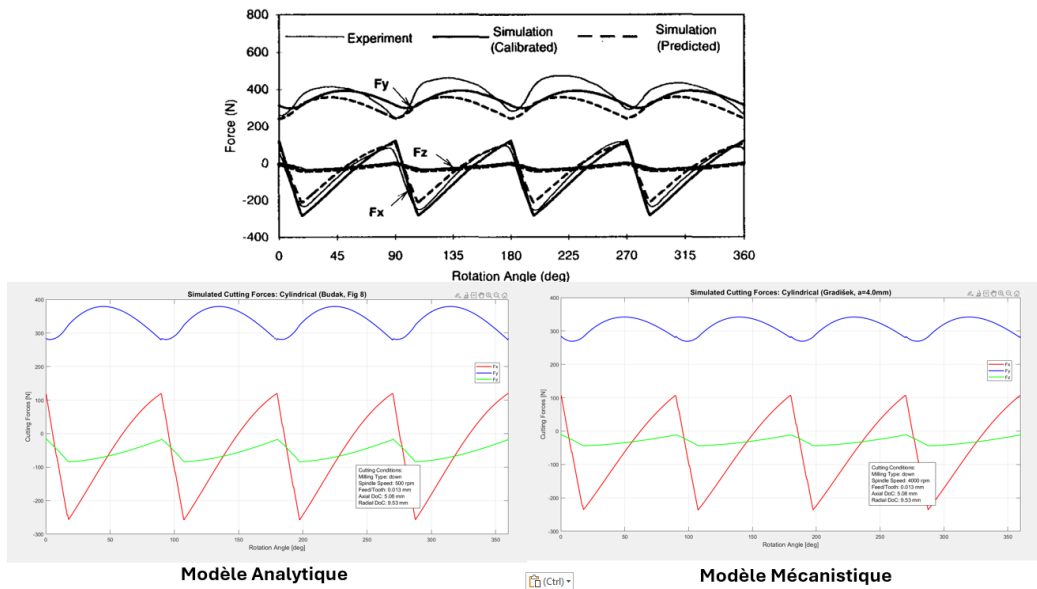


Figure 9.14: Forces de coupe mesurées et prédites à l'aide des coefficients identifiés lors d'essais de fraisage.

Conditions: $f_z = 0.0127$ mm/dent, $a_p = 5.08$ mm, $\lambda = 0^\circ$, $D = 19.05$ mm, $V_c = 30$ m/min. De « Prediction of Milling Force Coefficients From Orthogonal Cutting Data », par E. Budak & Y. Altintas, International Journal of Machine Tools and Manufacture, 38(12), 1445–1458, 1998. © 1998 Elsevier.

L'ensemble des comparaisons systématiques effectuées avec des résultats publiés dans des revues scientifiques de haut niveau confirme de manière rigoureuse la validité et la robustesse du modèle de prédiction des efforts de coupe développé. Ce modèle a été évalué sur un large éventail de configurations d'usinage, englobant diverses géométries d'outils, profondeurs de passe, stratégies de fraisage ainsi qu'une variété de matériaux usinés.

Dans l'ensemble des cas étudiés, les résultats montrent une excellente concordance entre les prédictions numériques du modèle et les données de référence issues de la littérature, aussi bien en termes de valeurs moyennes des efforts que de leur comportement dynamique au cours du processus de coupe.

Cette validation approfondie, appuyée sur des références scientifiques reconnues, constitue une étape déterminante avant la mise en œuvre de la validation expérimentale finale, garantissant la crédibilité et la fiabilité du modèle proposé dans un cadre industriel et académique.

9.3 Validation expérimentale approfondie

Pour la validation finale et la plus exacte, le modèle a été confronté à des données expérimentales réelles issues de deux séries d'essais en laboratoire. Cette validation expérimentale est importante vu qu'elle permet de tester le modèle dans des conditions réelles, avec toutes les incertitudes et les complexités qui caractérisent l'usinage industriel.

Le protocole expérimental a été rigoureusement défini pour garantir la fiabilité des mesures. Les essais ont été réalisés sur un centre d'usinage à commande numérique instrumenté. L'acquisition des efforts de coupe a été effectuée à l'aide d'un dynamomètre piézoélectrique stationnaire de type Kistler (référence standard pour la mesure d'efforts en usinage), fixé rigoureusement sur la table de la machine. La pièce à usiner a été bridée directement sur ce plateau dynamométrique afin d'assurer une transmission intégrale des efforts sans amortissement parasite.

Les signaux des trois composantes de force (F_x , F_y , F_z) ont été capturés à une fréquence d'échantillonnage élevée via un amplificateur de charge, permettant de saisir la dynamique fine du processus de coupe, y compris les pics transitoires lors de l'entrée de la dent. Les conditions expérimentales exactes (matériau de la pièce, géométrie de l'outil, paramètres de coupe) ont ensuite été reproduites fidèlement dans l'environnement de simulation pour permettre une comparaison directe.

9.3.1 Cas expérimental 1: Fraisage avec profondeur de passe axiale de 1 mm

La Figure 9.15 montre la comparaison directe entre les signaux de force prédits par le logiciel (courbes continues) et celle mesurés du Lab (courbes pointillées) pour le premier cas expérimental, caractérisé par une profondeur de passe axiale (a_p) de 1 mm et une profondeur de passe radiale (a_e) de 16 mm. Une excellente corrélation est observée, non seulement sur les valeurs moyennes mais aussi sur la dynamique des signaux. Les pics d'efforts, qui correspondent à l'engagement maximal de chaque dent, sont correctement prédits en amplitude et en position temporelle.

Les phases de montée et de descente des efforts sont également bien reproduites, ce qui atteste de la validité du modèle d'épaisseur de copeau non déformé.

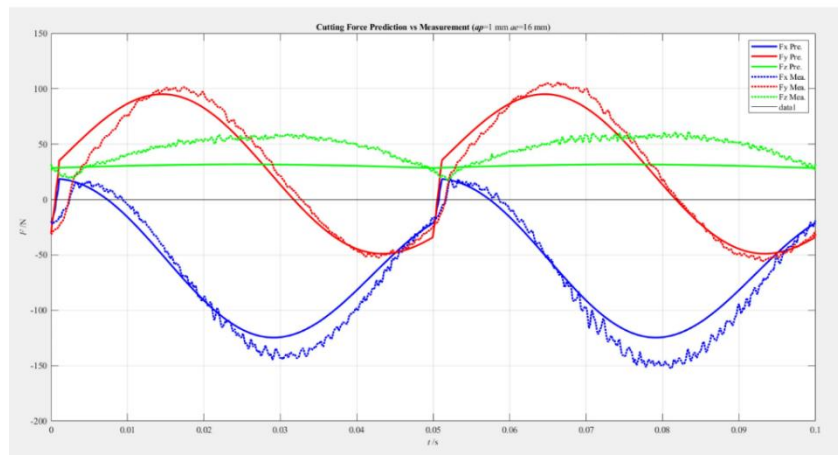


Figure 9.15: Comparaison entre les résultats obtenus par le laboratoire et ceux prévus par le modèle développé avec $a_p = 1$ mm.

9.3.2 Cas expérimental 2: fraisage avec profondeur de passe axiale de 3 mm

La Figure 9.16 présente les résultats pour le deuxième cas expérimental, avec une profondeur de passe axiale augmentée à 3 mm. Cette augmentation de la profondeur de passe se traduit par des efforts de coupe plus élevés, comme l'illustrent les graphiques. Le modèle parvient à prédire correctement cette augmentation, ce qui démontre que la relation entre les paramètres de coupe et les efforts est correctement modélisée. On note également que la forme des signaux reste bien reproduite, malgré des conditions de coupe plus sévères.

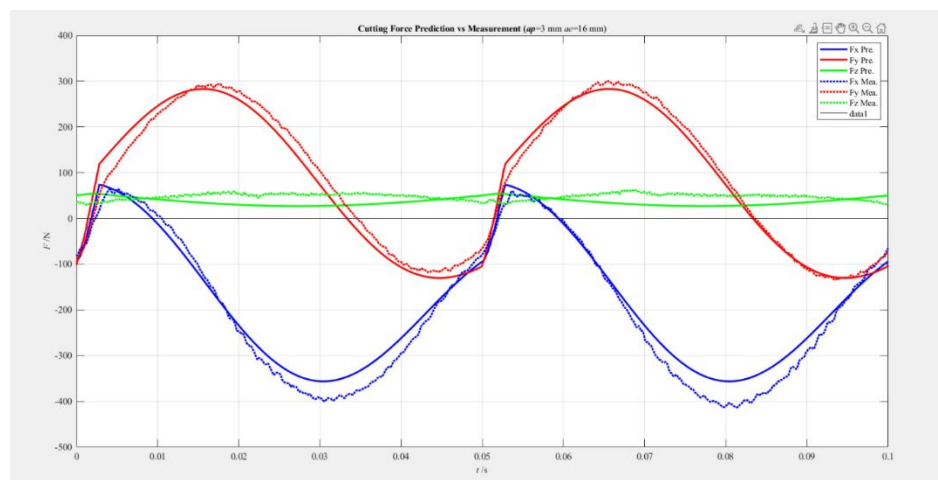


Figure 9.16: Comparaison entre les résultats obtenus par le laboratoire et ceux prévus par le modèle développé $a_p = 3$ mm.

9.3.3 Cas expérimental 3: essai F_900 et F-1200 avec analyse quantitative des erreurs

Les comparaisons présentées pour les cas F900 et F1200 illustrent la cohérence globale entre les forces de coupe simulées (courbes en ligne continue) et les forces expérimentales mesurées au dynamomètre (courbes en pointillés).

Dans les deux cas, la forme d'onde des signaux expérimentaux présente certaines irrégularités et fluctuations non cohérentes, attribuables à un bruit ou à une instabilité de capteur sur le dynamomètre utilisé. Ces perturbations ont légèrement affecté la distribution temporelle des efforts mesurés, sans toutefois altérer leur tendance générale.

Sur le plan quantitatif, les écarts relatifs moyens entre les valeurs simulées et expérimentales demeurent inférieurs à 15 % pour l'ensemble des composantes. Plus précisément, pour le cas F900, les erreurs atteignent 3.0 % pour Fx, 12.6 % pour Fy et 6.5 % pour Fz, tandis que pour le cas F1200, elles se limitent à 4.3 %, 5.2 % et 3.8 % respectivement.

Ces résultats témoignent de la bonne précision du modèle de prédiction, capable de reproduire fidèlement le comportement dynamique des efforts de coupe, même lorsque les signaux expérimentaux sont légèrement perturbés. La cohérence des amplitudes et des phases entre les données simulées et mesurées confirme la validité et la robustesse du modèle dans un contexte de validation expérimentale.

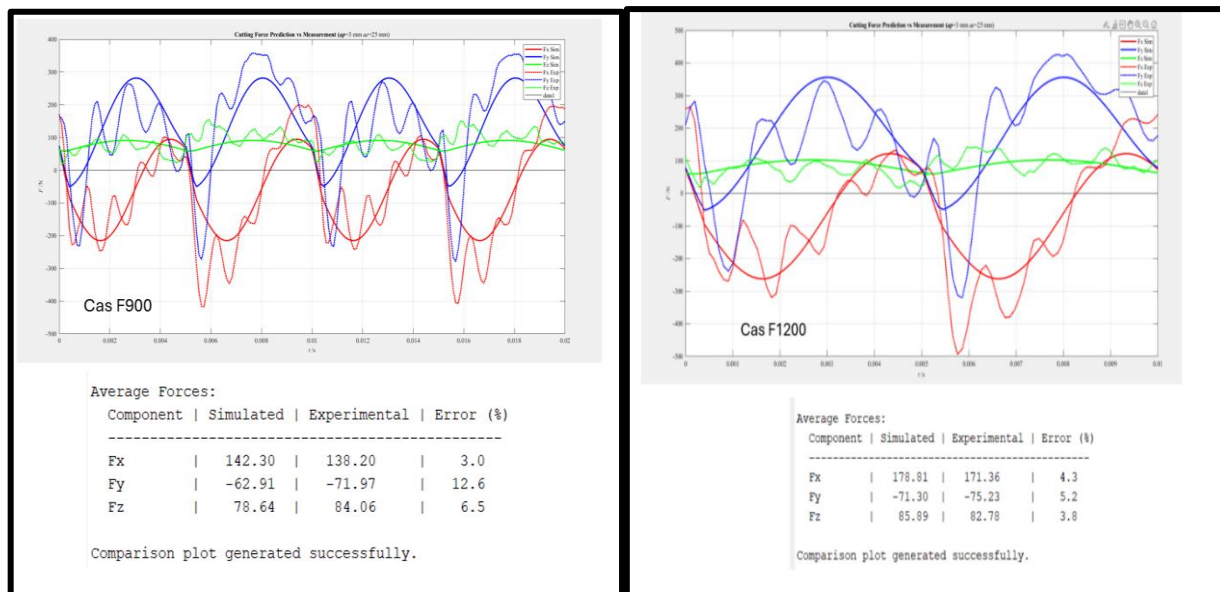


Figure 9.17: Comparaison entre les forces de coupe simulées (lignes continues) et les forces mesurées expérimentalement au dynamomètre (lignes pointillées) pour les cas F900 et F1200.

9.4 Outil de visualisation et d'analyse de la simulation (SVO)

Au-delà de la simple prédiction numérique des efforts de coupe, un effort particulier a été porté sur le développement d'outils d'analyse intuitifs et puissants pour faciliter l'interprétation des résultats de simulation. Dans les jumeaux numériques, il ne suffit pas de disposer de prédictions précises ; il faut également pouvoir les visualiser, les analyser et les interpréter de manière efficace pour prendre des décisions éclairées en matière d'optimisation des procédés.

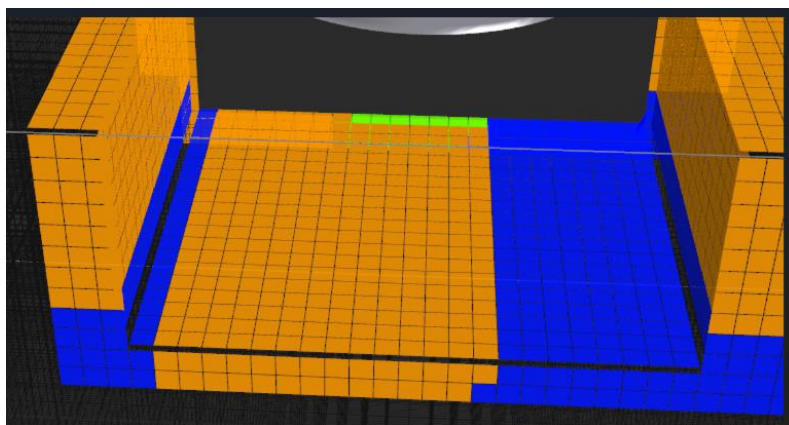


Figure 9.18: Partie SVO intégrée au logiciel développé.

À cette fin, une section nommée « Visualisation et Observation de la Simulation » (SVO – Simulation Visualization and Observation) a été développée au sein de l’environnement logiciel. Comme le montre la Figure 9.18, cette interface offre une vue synchronisée et multimodale des résultats de la simulation, combinant visualisation géométrique 3D et analyse temporelle des efforts. Sur cette figure, la distribution des couleurs agit comme une cartographie thermique des contraintes mécaniques : les zones rouges indiquent les pics d'efforts maximaux (zones critiques de l'usinage), tandis que les zones bleues correspondent aux efforts faibles ou nuls (finition ou désengagement).

D'une part, la pièce usinée est affichée en temps réel dans une vue 3D interactive et est colorée dynamiquement en fonction de la magnitude des efforts de coupe en chaque point de la surface. Cette cartographie colorée permet d'identifier instantanément les zones de la pièce où les efforts sont les plus élevés, ce qui peut indiquer des risques de déformation, de vibrations ou d'usure excessive de l'outil. L'échelle de couleur, allant généralement du bleu (efforts faibles) au rouge (efforts élevés), offre une représentation intuitive de la distribution spatiale des contraintes mécaniques.

D'autre part, un graphique dynamique affiche simultanément l'évolution temporelle des trois composantes de l'effort de coupe (F_x , F_y , F_z) à mesure que l'outil progresse sur sa trajectoire. Ce graphique est synchronisé avec la visualisation 3D, de sorte que l'utilisateur peut à tout moment mettre en relation la position de l'outil, la couleur de la surface usinée et les valeurs instantanées

des efforts. Cette synchronisation est particulièrement utile pour comprendre l'origine de pics d'efforts ou de phénomènes transitoires.

L'interface SVO affiche également les valeurs maximales atteintes par chaque composante de force au cours de la simulation (par exemple, $\text{Max } F_x = 264.7 \text{ N}$, $\text{Max } F_y = 584.0 \text{ N}$, $\text{Max } F_z = 157.5 \text{ N}$), ce qui permet une évaluation rapide de la sévérité des conditions de coupe. Ces valeurs maximales sont des indicateurs clés pour le dimensionnement de la machine-outil, le choix de l'outil et la définition des paramètres de coupe.

Cet outil de visualisation intégré augmente de manière significative la capacité de l'utilisateur à analyser, comprendre et interpréter les phénomènes complexes qui régissent le processus de coupe. Il constitue un atout majeur pour l'optimisation des procédés, permettant par exemple d'identifier les zones problématiques d'une trajectoire d'usinage et de proposer des modifications pour réduire les efforts, minimiser les vibrations ou améliorer la qualité de surface.

L'interface SVO permet une analyse approfondie en corrélant visuellement la position de l'outil, la distribution spatiale des efforts sur la pièce et les signaux de force temporels. Cet outil constitue une innovation majeure pour l'analyse et l'optimisation des procédés de fraisage.

9.5 Discussion

Les résultats présentés dans ce chapitre constituent une validation rigoureuse et exhaustive du modèle de simulation d'usinage par fraisage basé sur l'approche Tri-Dexel. La démarche de validation adoptée a permis de tester de manière indépendante chaque composante du simulateur, depuis la représentation géométrique jusqu'à la prédiction des efforts de coupe, en passant par la génération de trajectoire et le calcul des paramètres de coupe.

Les capacités du modèle en termes de représentation géométrique ont été démontrées sur une variété de formes complexes, validant ainsi la pertinence de l'approche Tri-Dexel pour la simulation d'enlèvement de matière. La génération de trajectoire d'outil a été vérifiée par comparaison avec SolidWorks, un standard industriel, confirmant la bonne implémentation de l'interpréteur de Code G. Le calcul des paramètres de coupe (profondeurs de passe axiale et radiale) a été validé par comparaison avec Vericut, un logiciel spécialisé reconnu pour sa précision.

La validation du modèle de prédiction des efforts de coupe, qui constitue le cœur de cette mémoire, a été réalisée de manière particulièrement approfondie. L'identification des coefficients spécifiques

de coupe a montré une excellente précision par rapport à des valeurs de référence. La comparaison systématique avec huit cas issus de la littérature académique a démontré la robustesse et la généralité du modèle sur une large gamme de conditions d'usinage. Enfin, la validation expérimentale sur quatre cas d'essais en laboratoire a confirmé la haute capacité prédictive du modèle, avec des erreurs moyennes inférieures à 10% dans la plupart des cas.

La cohérence et la précision des résultats obtenus à chaque étape de la validation démontrent la fiabilité du modèle et son potentiel en tant qu'outil précieux pour la simulation, l'analyse et l'optimisation des procédés de fraisage. La fonctionnalité SVO, en offrant un outil d'analyse puissant, intuitif et innovant, renforce encore l'utilité et la pertinence du simulateur développé pour les applications industrielles.

CHAPITRE 10 CONCLUSION

Cette recherche a permis de développer un jumeau numérique d'usinage basé sur la méthode Tri-Dexel, capable de prédire les efforts de coupe en fraisage avec une précision et une efficacité computationnelle satisfaisantes. L'approche proposée combine les avantages de la représentation volumique Tri-Dexel pour le calcul de l'engagement outil-matière avec l'implémentation de modèles de prédiction des efforts mécanistiques et analytiques, offrant ainsi une flexibilité d'utilisation adaptée à différents contextes industriels et académiques.

10.1 Synthèse des contributions

Les contributions principales de ce travail peuvent être distribuées selon trois axes complémentaires:

- Méthodologique
- Algorithmique
- Logiciel

Sur le plan méthodologique, il a été démontré que la méthode Tri-Dexel constitue une base robuste et efficace pour le calcul précis de l'engagement outil-pièce. La précision du modèle est attestée par un écart relatif moyen inférieur à 15 % par rapport aux mesures expérimentales, tandis que l'efficacité computationnelle est assurée par la parallélisation des calculs d'intersection sur architecture multicœur, permettant des temps de réponse compatibles avec une utilisation interactive. La représentation volumique par trois ensembles orthogonaux de dexels offre un excellent compromis entre précision géométrique et faisabilité numérique, permettant de traiter des géométries complexes avec des temps de calcul compatibles avec une utilisation interactive. La validation expérimentale réalisée sur plusieurs cas d'usinage a confirmé la capacité du modèle à reproduire fidèlement les tendances et les ordres de grandeur des efforts mesurés.

Sur le plan algorithmique, plusieurs contributions ont été apportées. La modélisation géométrique paramétrique généralisée de l'outil, capable de représenter différents types d'outils avec leurs zones caractéristiques, constitue une avance significative. La discrétisation radiale et axiale adaptative de l'arête de coupe hélicoïdale permet de capturer finement les variations locales d'engagement et

d'épaisseur de copeau. L'algorithme de ray-casting parallélisé exploite efficacement les architectures multicœurs modernes, offrant des gains de performance substantiels.

Sur le plan logiciel, le développement d'une application complète en C# WPF. NET constitue une réalisation concrète valorisable. Après une évaluation approfondie de plusieurs langages (MATLAB, Python VTK, C++ Qt), le choix de C# s'est imposé comme optimal, offrant un compromis exceptionnel entre performance de calcul, qualité de l'interface utilisateur et productivité de développement. L'architecture logicielle adoptée, basée sur le pattern MVVM et les principes SOLID, garantit la maintenabilité et l'extensibilité du code. L'interface graphique moderne, combinant visualisation 3D interactive et contrôles ergonomiques, facilite l'utilisation par des ingénieurs non spécialistes.

10.2 Apports scientifiques et industriels et limitations actuelles

D'un point de vue scientifique, ce travail contribue à l'avancement des connaissances en démontrant la viabilité de l'approche Tri-Dexel pour la prédiction des efforts de coupe. L'intégration de deux familles de modèles (mécanistique et analytique) dans un même environnement offre une flexibilité précieuse pour comparer directement leurs performances. L'implémentation détaillée du modèle de Gradišek pour l'identification des coefficients de coupe, et du modèle analytique de Fu et al. (2015), basé sur Johnson-Cook avec bibliothèque de matériaux modifiable, constitue un outil pédagogique et de recherche utile.

D'un point de vue industriel, le jumeau numérique répond à un besoin concret d'optimisation des procédés de fraisage. La capacité à prédire les efforts avant l'usinage permet d'anticiper les problèmes potentiels et d'optimiser les paramètres de coupe pour maximiser la productivité. L'import direct de programmes Code-G facilite l'intégration dans les chaînes numériques existantes. La visualisation 3D en temps réel de la trajectoire et de l'enlèvement de matière offre une compréhension intuitive du processus, facilitant la communication entre les différents acteurs.

Par ailleurs, plusieurs limitations doivent être reconnues et constituent autant de pistes d'amélioration futures. La résolution de la grille Tri-Dexel entraîne une augmentation rapide de l'empreinte mémoire et des temps de calcul, des approches multi-résolution ou adaptatives pourraient être explorées. L'usure et la vibration de l'outil ne sont pas prises en compte, alors qu'ils

modifient significativement les efforts en pratique, l'intégration des modèles d'usure et de vibration constitueraient une amélioration majeure.

Enfin, la limitation la plus significative dans le contexte de l'industrie 4.0 réside dans le fait que le jumeau numérique développé fonctionne actuellement en mode hors ligne, sur un poste de travail local, sans connexion directe avec les systèmes de production réels. Cette configuration découle principalement du temps restreint disponible pour le développement et de la complexité à la création d'une telle architecture logicielle, qui nécessite des compétences avancées en réseaux industriels et en synchronisation de données temps réel. Ainsi, le prototype a été conçu pour valider les principes fondamentaux de modélisation, de simulation et de visualisation, mais l'intégration complète dans un environnement connecté demeure une étape future. Ce fonctionnement hors ligne limite pour l'instant les possibilités de supervision en temps réel, d'optimisation adaptative des paramètres d'usinage et d'intégration fluide dans des chaînes numériques distribuées, caractéristiques essentielles des systèmes de production intelligents de l'industrie 4.0.

10.3 Perspectives: vers un jumeau numérique en ligne et connecté

La perspective la plus prometteuse réside dans la transformation du jumeau numérique actuel vers une architecture en ligne, distribuée et connectée aux systèmes de production réels. Cette évolution marquerait une étape importante, transformant le prototype actuel d'un outil de simulation préproduction en un véritable jumeau numérique capable de se synchroniser en temps réel avec la machine physique.

Les principales orientations futures peuvent être résumées ainsi :

- **Architecture distribuée et accessibilité web :**

Le déploiement sur une architecture client-serveur accessible via navigateur web constitue la première étape. Les technologies .NET modernes, notamment Blazor WebAssembly et Blazor Server, offrent des possibilités intéressantes. Une architecture hybride pourrait être envisagée: les calculs intensifs s'exécuteraient sur des serveurs puissants (potentiellement avec accélération GPU), tandis que l'interface utilisateur serait rendue dans le navigateur. Cette solution garantirait une accessibilité globale indépendante du poste local, grâce à une architecture centralisée facilitant le partage des ressources de calcul, la maintenance logicielle continue et la collaboration en temps réel entre plusieurs utilisateurs.

- **Intégration avec les systèmes de production :**

Un jumeau numérique véritablement connecté nécessite une intégration bidirectionnelle avec les systèmes existants. L'intégration avec les systèmes MES « Manufacturing execution system » et ERP « Entreprise Resource Planning » permettrait de récupérer automatiquement les programmes d'usinage, les caractéristiques des outils et les propriétés des matériaux. Les résultats de simulation pourraient être transmis aux systèmes de planification pour optimiser l'ordonnancement ou alerter les opérateurs de conditions problématiques.

L'intégration avec les capteurs IoT installés sur les machines-outils constitue une perspective particulièrement prometteuse. La comparaison en temps réel entre efforts prédits et mesurés permettrait de détecter rapidement les anomalies (usure excessive, défaut matière, erreur de programmation) et de déclencher des actions correctives automatiques.

- **Supervision multi-machines et jumeau d'atelier :**

À plus long terme, la multiplication de jumeaux numériques individuels pourrait conduire à un jumeau numérique d'atelier complet, offrant une vision globale de l'ensemble des processus de production. Ce jumeau d'atelier permettrait d'optimiser non seulement les paramètres de coupe individuels, mais également l'allocation des tâches, l'ordonnancement, la gestion des stocks et la maintenance préventive. La visualisation 3D en temps réel de l'état de l'atelier complet offrirait aux responsables, un outil de supervision d'une puissance inégalée, constituant l'un des piliers de l'usine intelligente et connectée de demain.

10.4 Discussion

Ce travail a permis de développer et de valider un jumeau numérique d'usinage offrant des capacités de prédiction satisfaisantes et une interface moderne. Les choix technologiques (C# WPF .NET) et l'architecture logicielle adoptée constituent une base solide pour les évolutions futures.

Toutefois, il est important de souligner que le jumeau numérique développé fonctionne actuellement en mode hors-ligne, sur un poste local, sans connexion avec des systèmes de production réels ou des infrastructures en ligne.

Les perspectives d'évolution vers un jumeau numérique en ligne, connecté aux systèmes de production et intégré dans une architecture distribuée accessible via web, constituent la voie

naturelle pour transformer ce prototype de recherche en un outil industriel pleinement opérationnel. Cette transformation permettrait de réaliser pleinement la vision du jumeau numérique comme réplique virtuelle synchronisée en temps réel, capable non seulement de prédire et d'optimiser, mais également de superviser, d'adapter et d'apprendre continuellement.

L'objectif ultime est de parvenir à un jumeau numérique à 100%, c'est-à-dire une représentation virtuelle complète, fidèle et dynamique du processus d'usinage, intégrant la géométrie, la cinématique, la thermique, la dynamique, l'usure, les déformations et toutes les interactions complexes du processus réel. Ce jumeau numérique complet, connecté et intelligent, représente une composante clé de l'usine du futur. Les développements réalisés dans cette recherche en établissent les fondements et orientent les perspectives vers une intégration industrielle à grande échelle.

RÉFÉRENCES

- Altintas, Y. (2012). *Manufacturing automation: Metal cutting mechanics, machine tool vibrations, and CNC design*. Cambridge University Press. <https://doi.org/10.1017/CBO9781139177659>
- Arnaud, L., Gonzalo, O., Seguy, S., Jauregi, H., & Peigné, G. (2011). Simulation of low-rigidity part machining applied to thin-walled structures. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 54(5–8), 479–488. <https://doi.org/10.1007/s00170-010-2976-9>
- Budak, E., Altıntaş, Y., & Armarego, E. J. A. (1996). Prediction of milling force coefficients from orthogonal cutting data. *Journal of Manufacturing Science and Engineering*, 118(2), 216–224. <https://doi.org/10.1115/1.2831014>
- Budak, E., & Altıntaş, Y. (1998). Prediction of milling force coefficients from orthogonal cutting data. *Journal of Manufacturing Science and Engineering*, 120(2), 216–224. <https://doi.org/10.1115/1.2830101>
- Cao, X., Zhao, G., & Xiao, W. (2020). Digital twin-oriented real-time cutting simulation for intelligent computer numerical control machining. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part B: Journal of Engineering Manufacture*, 236(1–2), 127–138. <https://doi.org/10.1177/0954405420937869>
- Cha, M. H., Lee, H., & Park, J. (2023). Machining feature recognition using BRepNet. *Journal of Mechanical Science and Technology*, 37(5), 2403–2414. <https://doi.org/10.1007/s12206-023-2403-4>
- Colligan, A. R., Madan, J., Bartels, R. H., & Lambourne, J. G. (2022). Hierarchical CADNet: Learning from B-Reps for machining feature recognition. *Computer-Aided Design*, 147, 103226. <https://doi.org/10.1016/j.cad.2022.103226>
- Dambly, V., Rivière-Lorphèvre, É., & Verlinden, O. (2022). Tri-Dexel-based cutter–workpiece engagement determination for robotic machining simulator. *Procedia CIRP*, 108, 464–469. <https://doi.org/10.1016/j.procir.2022.03.076>
- Dambly, V., Rivière-Lorphèvre, É., & Verlinden, O. (2023). Coupled dynamic simulator with Tri-Dexel milling module. *Procedia CIRP*, 117, 289–294. <https://doi.org/10.1016/j.procir.2023.03.049>

- Dambly, V., Rivière-Lorphèvre, É., Ducobu, F., & Verlinden, O. (2024). Tri-Dexel-based cutter–workpiece engagement: Computation and validation for virtual machining operations. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 131, 623–635. <https://doi.org/10.1007/s00170-023-10950-z>
- Engin, S., & Altıntaş, Y. (2001). Mechanics and dynamics of general milling cutters. Part I: Helical end mills. *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, 41(15), 2195–2212. [https://doi.org/10.1016/S0890-6955\(01\)00045-1](https://doi.org/10.1016/S0890-6955(01)00045-1)
- Ericson, C. (2005). *Real-time collision detection*. Morgan Kaufmann Publishers (Elsevier). ISBN 1-55860-732-3
- Fu, Z., Yang, W., Wang, X., & Leopold, J. (2015). Analytical modelling of milling forces for helical end milling based on a predictive machining theory. *Procedia CIRP*, 31, 258–263. <https://doi.org/10.1016/j.procir.2015.03.013>
- Gao, Z., Wang, C., Luo, M., Zhang, D., & Wu, B. (2025). A cutting force prediction model for corner-radius end mills based on dexel workpiece representation. *Machines*, 13(9), 806. <https://doi.org/10.3390/machines13090806>
- Gong, X., & Feng, H. Y. (2016). Cutter–workpiece engagement determination for general milling using triangle mesh modeling. *Journal of Computational Design and Engineering*, 3(2), 151–160. <https://doi.org/10.1016/j.jcde.2015.12.001>
- Gradišek, J., Kalveram, M., & Weinert, K. (2004). Mechanistic identification of specific force coefficients for a general end mill. *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, 44(4), 401–414. <https://doi.org/10.1016/j.ijmachtools.2003.10.001>
- Haider, M., & Mushtaq, U. (2025). Implementing a systematic mapping study on vessel commissioning testing in the maritime domain. *Doria.fi*. <https://www.doria.fi/handle/10024/192854>
- Hehenberger, P., & Zeman, K. (2020). Digital twins: Architecture, applications, and future developments. *Journal of Industrial Information Integration*, 18, 100131. <https://doi.org/10.1016/j.jii.2020.100131>

- Huang, M., Wei, P., & Liu, X. (2020). Integration of constructive solid geometry and boundary representation for 3D modeling of underground cable wells from point-cloud data. *Remote Sensing*, 12(9), 1452. <https://doi.org/10.3390/rs12091452>
- Kline, W. A., DeVor, R. E., & Lindberg, J. R. (1982). The prediction of cutting forces in end milling with application to cornering cuts. *International Journal of Machine Tool Design and Research*, 22(1), 7–22. [https://doi.org/10.1016/0020-7357\(82\)90036-2](https://doi.org/10.1016/0020-7357(82)90036-2)
- Korkmaz, M. E., & Gupta, M. K. (2022). A state of the art on simulation and modelling methods in machining: Future prospects and challenges. *Archives of Computational Methods in Engineering*, 30(1), 161–189. <https://doi.org/10.1007/s11831-022-09794-9>
- Li, H. Z., Zhang, W. B., & Li, X. P. (2001). Modelling of cutting forces in helical end milling using a predictive machining theory. *International Journal of Mechanical Sciences*, 43(8), 1711–1730. [https://doi.org/10.1016/S0020-7403\(01\)00020-0](https://doi.org/10.1016/S0020-7403(01)00020-0)
- Li, J., Xu, K., Chaudhuri, S., Yumer, E., Zhang, H., & Guibas, L. (2025). GRASS: Generative recursive autoencoders for shape structures. *ACM Transactions on Graphics*, 36(4), 1–14. <https://doi.org/10.1145/3072959.3073637>
- Lu, Y., Wang, P., Wang, C., Chen, X., & Liang, S. Y. (2025). Milling force prediction in titanium-alloy thin-walled parts considering tool wear evolution and workpiece dynamic characteristics. *Journal of Manufacturing Processes*, 131, 1247–1261. <https://doi.org/10.1016/j.jmapro.2024.12.147>
- Ma, H., Li, C., Zhang, D., & Li, Y. (2021). High-efficiency calculation of cutter–workpiece engagement in five-axis milling based on distance field and envelope theory. *Journal of Manufacturing Processes*, 68, 1140–1154. <https://doi.org/10.1016/j.jmapro.2021.06.026>
- Markopoulos, A. P. (2012). *Finite element method in machining processes*. Springer. <https://doi.org/10.1007/978-1-4471-2340-5>
- MathWorks. (2022). Simulink and MATLAB for modeling and simulation. <https://www.mathworks.com>
- Microsoft Corporation. (2022). Windows Presentation Foundation documentation. <https://learn.microsoft.com>

- Molinaro, M., & Rossi, M. (2018). Programming languages for embedded and real-time systems. *ACM Computing Surveys*, 50(4), 1–33. <https://doi.org/10.1145/3194128>
- Nie, Z., & Zhao, Y. (2024). High-accuracy and efficient simulation of numerical control machining using tri-level grid and envelope theory. *Machines*, 13(1), 69. <https://doi.org/10.3390/machines13010069>
- Pawanr, P., & Joshi, S. S. (2022). A review of advances in modeling of conventional machining processes: From Merchant to the present. *Journal of Manufacturing Science and Engineering*, 144(11), 110801. <https://doi.org/10.1115/1.4055096>
- Schnös, F., Zaeh, M. F., & Boes, J. (2021). GPU-accelerated voxel-based machining simulation. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 113(7–8), 2239–2256. <https://doi.org/10.1007/s00170-021-07001-w>
- Sheng, B., Liu, P., Wang, Y., & Li, P. (2018). Efficient non-incremental constructive solid geometry evaluation for triangle meshes. *Journal of Computational and Applied Mathematics*, 329, 268–276. <https://doi.org/10.1016/j.cam.2017.05.043>
- Siebrecht, T., Kersting, P., Biermann, D., & Odendahl, S. (2015). Modeling surface-location errors in a multi-scale milling simulation system. *Procedia CIRP*, 31, 112–117. <https://doi.org/10.1016/j.procir.2015.03.032>
- Stroustrup, B. (2013). *The C++ programming language* (4th ed.). Pearson Education Inc. <https://www.informit.com/title/9780321563842>
- Sujuan, W., Tao, Z., Bowen, H., Guoqun, M., Zhanwen, S., & To, S. (2024). Analytical model for the prediction of milling forces: A review. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 134, 1015–1041. <https://doi.org/10.1007/s00170-024-14129-y>
- Tang, H., Li, B., Qi, W., Zhang, Y., & Wu, X. (2024). Development of an analytical model to investigate the effect of tool geometry and cutting parameters on the milling performance of Inconel 718. *Transactions of the Canadian Society for Mechanical Engineering*, 48, 671–683. <https://doi.org/10.1139/tcsme-2024-0085>

- Tukora, B., & Szalay, T. (2012). Multi-dexel-based material removal simulation and cutting-force prediction with the use of general-purpose graphics processing units. *Advances in Engineering Software*, 47(1), 173–185. <https://doi.org/10.1016/j.advengsoft.2011.10.020>
- Uwimana, C., Zhang, Y., & Liu, X. (2025). Segmentation of CAD models using hybrid representation. *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, 127, 107234. <https://doi.org/10.1016/j.engappai.2024.107234>
- Vaarnamo, A. (2021). Evaluation and comparison of open standards for digital twins in Industry 4.0. Aalto University Repository (Aaltodoc). <https://aaltodoc.aalto.fi/items/5e2bb08d-bede-4668-8a73-0baa73b43bc8>
- Van Hook, T. (1998). Real-time shaded NC milling display. PhD Thesis, University of Illinois at Urbana-Champaign, USA.
- Van Rossum, G., & Drake, F. L. (2009). Python 3 reference manual. CreateSpace.
- Wang, P., Bai, Q., Cheng, K., Zhao, L., & Zhang, Y. (2025). Research on cutting mechanism and process optimization of skiving for internal circular-arc tooth in pin-wheel housing. *Scientific Reports*, 15, 1847. <https://doi.org/10.1038/s41598-025-88469-4>
- Wiederkehr, P., & Siebrecht, T. (2016). Virtual machining: Capabilities and challenges of process simulations in the aerospace industry. *Procedia CIRP*, 46, 495–500. <https://doi.org/10.1016/j.procir.2016.04.089>
- Zhang, G., Wang, C., Li, L., & Xu, F. (2023). A study on multi-factor geometry–physical modeling and simulation in machine-tool cutting processes. *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*, 83, 102568. <https://doi.org/10.1016/j.rcim.2023.102568>
- Zhang, S., Guan, Z., Jiang, H., Wang, X., & Tan, P. (2024). BrepMFR: Enhancing machining feature recognition in B-Rep models through deep learning and domain adaptation. *Computer-Aided Design and Applications*. <https://doi.org/10.14733/cadaps.2024>