

**In compliance with the
Canadian Privacy Legislation
some supporting forms
may have been removed from
this dissertation.**

**While these forms may be included
in the document page count,
their removal does not represent
any loss of content from the dissertation.**



UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

OPTIMISATION AÉRODYNAMIQUE DE PROFILS D'AILE 2D

SIMON PAINCHAUD-OUELLET
DÉPARTEMENT DE GÉNIE MÉCANIQUE
ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

MÉMOIRE PRÉSENTÉ EN VUE DE L'OBTENTION
DU DIPLÔME DE MAÎTRISE ÈS SCIENCES APPLIQUÉES
(GÉNIE MÉCANIQUE)
SEPTEMBRE 2003



National Library
of Canada

Bibliothèque nationale
du Canada

Acquisitions and
Bibliographic Services

Acquisitions et
services bibliographiques

395 Wellington Street
Ottawa ON K1A 0N4
Canada

395, rue Wellington
Ottawa ON K1A 0N4
Canada

Your file Votre référence

ISBN: 0-612-86424-3

Our file Notre référence

ISBN: 0-612-86424-3

The author has granted a non-exclusive licence allowing the National Library of Canada to reproduce, loan, distribute or sell copies of this thesis in microform, paper or electronic formats.

L'auteur a accordé une licence non exclusive permettant à la Bibliothèque nationale du Canada de reproduire, prêter, distribuer ou vendre des copies de cette thèse sous la forme de microfiche/film, de reproduction sur papier ou sur format électronique.

The author retains ownership of the copyright in this thesis. Neither the thesis nor substantial extracts from it may be printed or otherwise reproduced without the author's permission.

L'auteur conserve la propriété du droit d'auteur qui protège cette thèse. Ni la thèse ni des extraits substantiels de celle-ci ne doivent être imprimés ou autrement reproduits sans son autorisation.

Canada

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

Ce mémoire intitulé:

OPTIMISATION AÉRODYNAMIQUE DE PROFILS D'AILE 2D

présenté par: PAINCHAUD-OUELLET Simon

en vue de l'obtention du diplôme de: Maîtrise ès sciences appliquées

a été dûment accepté par le jury d'examen constitué de:

M. CAMARERO Ricardo, Ph.D., président

M. TRÉPANIER Jean-Yves, Ph.D., membre et directeur de recherche

M. PELLETIER Dominique, Ph.D., membre et codirecteur de recherche

M. REGGIO Marcelo, Ph.D., membre

REMERCIEMENTS

J'aimerais d'abord exprimer ma profonde gratitude à mes directeurs de recherche, les professeurs Jean-Yves Trépanier et Dominique Pelletier. Vos nombreux conseils et votre grande disponibilité m'ont permis de travailler dans un environnement idéal pour la réalisation de cette maîtrise. Je considère avoir appris plusieurs choses lors de mes deux années sous votre supervision, tant au niveau technique que professionnel, et votre apport y est pour beaucoup.

Je tiens également à remercier Christophe Tribes, stagiaire post-doctoral au CERCA, pour son aide, sa disponibilité et ses nombreuses idées tout au long de mon travail. Christophe n'hésite jamais une seconde à interrompre son travail pour venir aider et je tiens à souligner son apport à cette recherche.

Je voudrais également remercier les étudiants à la maîtrise (maintenant diplômés) Didier Poueymirou et Xavier Marduel, qui ont passé de nombreuses heures à débattre et discuter de mes résultats, ce qui m'a aidé à progresser dans mes travaux.

Merci bien sûr à mes chers parents, à ma petite soeur et à ma tendre et douce Kim pour votre présence et votre inconditionnel support.

Enfin, merci au trio de Français, Stéphane Étienne, Jean-Noël Mahieu et Emmanuel Colin, pour les innombrables parties de belotte et pour les interminables disputes France vs Québec.

RÉSUMÉ

Des résultats d'optimisation de profil d'aile 2D sont présentés dans ce document. Des recherches antérieures sur le sujet ont montré que la formulation de réduction de traînée peut mener à des profils avec de mauvaises performances en régime hors-design, phénomène appelé optimisation localisée. La représentation NURBS, qui limite la formation de bosses sur le profil, est utilisée dans le processus d'optimisation. Un solveur aérodynamique Navier-Stokes est utilisé pour résoudre l'écoulement.

Les formulations ponctuelle et multipoint du problème d'optimisation sont d'abord comparées en utilisant un profil NACA0012 comme profil initial afin de valider l'hypothèse voulant que les NURBS permettent d'obtenir des profils lisses. Les résultats montrent que cette hypothèse est vérifiée pour toutes les formulations du problème utilisées. Les profils obtenus sont lisses et ne présentent pas de sévère dégradation de performances en régime hors-design. La formulation multipoint combinée à l'utilisation des NURBS permet d'obtenir des profils lisses avec de bonnes performances sur une plage de nombre de Mach.

Le processus d'optimisation est ensuite appliqué à un profil transsonique et une contrainte d'épaisseur est introduite. Un design d'expérience est conduit pour sélectionner les variables les plus sensibles afin réduire l'espace de design du problème d'optimisation. Les formulations ponctuelles et multipoint du problème d'optimisation sont de nouveau implémentées. Les profils obtenus sont de nouveau lisses, mais la meilleure sélection des variables de design a conduit à de plus forts effets d'optimisation localisée lorsque la formulation ponctuelle est utilisée. La formulation multipoint est toutefois toujours très efficace pour donner des profils avec de bonnes performances sur une plage de nombre de Mach spécifiée.

ABSTRACT

Results from 2D airfoil shape optimization are presented in this document. Past experience has shown that the drag reduction formulation can provide airfoils with poor off-design performances, referred as localized optimization. NURBS, a geometrical representation of the airfoils that limits the formation of "bumps" on the airfoils, are used in the optimization process. A Navier-Stokes flow solver is used to compute the flow-field.

Single-point and multipoint formulations of the optimization problem are compared using a NACA0012 airfoil as baseline geometry in order to first validate the smoothness hypothesis. The NURBS representation of the airfoils allows smooth optimized airfoils to be obtained which do not experience severe performances losses in off-design condition. The multipoint formulation, combined with the NURBS representation, allows to obtain airfoils with good performance over a specific Mach range.

The optimization process is then applied to a transonic airfoil and a thickness constraint is introduced. A design of experiment is conducted to determine the most sensitive design variables in order to reduce their amount in the optimization process. The single-point and multipoint formulations are again implemented. Smooth optimized airfoil are obtained, but the better selection of design variables leads to stronger localized optimization effects when the single-point formulation is used. Multipoint formulation is however still very efficient for providing optimized airfoils with good performance over a specific Mach range.

TABLE DES MATIÈRES

REMERCIEMENTS	iv
RÉSUMÉ	v
ABSTRACT	vi
TABLE DES MATIÈRES	vii
LISTE DES TABLEAUX	x
LISTE DES FIGURES	xi
LISTE DES ANNEXES	xvii
LISTE DES NOTATIONS ET DES SYMBOLES	xviii
INTRODUCTION	1
CHAPITRE 1 OPTIMISATION AÉRODYNAMIQUE	3
1.1 Caractéristiques des profils d'ailes en régime transsonique	3
1.2 Approches possibles du problème d'optimisation aérodynamique	7
1.2.1 Méthodes de design inverse	8
1.2.2 Méthodes directes	9
1.2.3 Algorithmes d'optimisation	11
1.2.3.1 Méthodes globales	11
1.2.3.2 Méthodes locales	12
1.3 Minimisation de la traînée	13
1.3.1 Optimisation localisée rencontrée en minimisation de la traînée	13
1.4 Nouveautés apportées dans cette recherche	18

CHAPITRE 2	INTÉGRATION DU PROCESSUS D'OPTIMISATION . .	19
2.1	Paramétrisation géométrique	20
2.1.1	Méthode des bases réduites	20
2.1.2	Fonctions de forme	21
2.1.3	Fonctions implicites	23
2.1.4	Fonctions paramétriques	24
2.1.4.1	Logiciels utilisés	26
2.2	Solveur aérodynamique	28
2.2.1	NSU2D	29
2.2.2	Module de génération de maillage (UMESH2D)	29
2.2.3	Module d'agglomération de maillage multi-niveau (AMG2D)	31
2.2.4	Module de résolution (NSU2D)	31
2.3	Optimiseur	32
2.3.1	Fonction coût	33
2.4	Parallélisation des calculs	35
CHAPITRE 3	ALGORITHME D'OPTIMISATION	36
3.1	Les méthodes SQP	36
3.2	Mise à l'échelle des variables et des fonctions	38
3.3	Choix du pas de différentiation	39
3.3.1	Technique de réduction du pas	42
3.4	Séparation des variables de design	44
3.5	Formulations multipoint	47
CHAPITRE 4	APPLICATION AU PROFIL NACA0012	50
4.1	Représentation NURBS du profil NACA0012	50
4.2	Choix des variables de design	51
4.3	Mises à l'échelle et bornes des variables de design	52
4.4	Choix du maillage	53

4.5	Validation de la méthode de séparation des variables de design . . .	56
4.6	Résultats d'optimisations	61
4.6.1	Optimisations ponctuelles	61
4.6.2	Optimisation multipoint	69
CHAPITRE 5	APPLICATION À UN PROFIL TRANSSONIQUE	80
5.1	Représentation NURBS du profil initial	80
5.2	Choix des variables de design	81
5.3	Mise à l'échelle des variables de design	87
5.4	Contrainte d'épaisseur	88
5.5	Choix du maillage	89
5.6	Résultats	92
5.6.1	Optimisations ponctuelles	93
5.6.2	Optimisation multipoint	101
CONCLUSION		111
RÉFÉRENCES		114
ANNEXES		120

LISTE DES TABLEAUX

Tableau 4.1	C_D à différents M_∞ pour le profil NACA0012 et les profils optimisés selon les différentes formulations	78
Tableau 5.1	Écart des variables de design par rapport à leurs valeurs initiales aux trois conditions de design	95
Tableau 5.2	C_D à différents M_∞ pour le profil initial et les profils optimisés selon les différentes formulations	109

LISTE DES FIGURES

Figure 1.1	Lignes isomach pour le profil NACA0012 en régime transsonique ($M_\infty=0.75$, $Re = 6.5 \times 10^6$, $\alpha=2.5^\circ$)	4
Figure 1.2	Distribution des C_p pour un profil transsonique à $M_\infty=0.705$ et $M_\infty=0.73$ ($Re = 10 \times 10^6$, $\alpha=2.5$)	4
Figure 1.3	Distribution des C_p et des C_f sur un profil NACA0012 à $M_\infty=0.75$ et $M_\infty=0.78$, $\alpha=2.5^\circ$, $Re = 6.5 \times 10^6$	6
Figure 1.4	Évolution de la traînée en fonction du nombre de Mach pour un profil NACA0012, $\alpha=2.5^\circ$, $Re = 6.5 \times 10^6$	7
Figure 1.5	Résultat d'optimisation aérodynamique obtenu par la méthode de design inverse [33]	9
Figure 1.6	Variation de C_D en fonction du nombre de Mach pour des profils optimisés ponctuellement avec différents M_∞ , $C_L^*=0.6$ (de [12])	16
Figure 1.7	Variation de C_D en fonction du nombre de Mach pour des profils optimisés en multipoint avec différents choix de $M_{\infty,i}$, $C_L^*=0.6$ (de [12])	17
Figure 2.1	Schémas d'intégration du processus d'optimisation aérodynamique	19
Figure 2.2	Base de données de six profils	21

Figure 2.3	Fonctions proposées par Hicks et Henne [10] pour modifier un profil	22
Figure 2.4	Maillage de a) 15000 éléments et b) 30000 éléments pour un profil transsonique à incidence nulle	30
Figure 2.5	Distribution des C_p et des C_f pour un profil transsonique à $M_\infty = 0.73$ à différents angles d'attaque	34
Figure 2.6	Distribution des données d'un cycle d'optimisation pour une implémentation en parallèle de la formulation multipoint	35
Figure 3.1	Variations du C_D dues au bruit numérique lié à la variable Y_8 pour un profil transsonique	41
Figure 3.2	Technique de réduction du pas pour une fonction à une variable	43
Figure 3.3	Courbes typiques de C_L vs α et C_D vs α (profil NACA2409, tiré de [37])	45
Figure 3.4	Exemple de courbe C_D vs M_∞ cible et de courbe C_D vs M_∞ à optimiser selon la formulation 3.7	48
Figure 4.1	Profil NACA0012 défini par une NURBS à 12 points de contrôle	51
Figure 4.2	Bornes sur les variables de design du profil NACA0012	53
Figure 4.3	Profil où l'intrados croise l'extrados	54
Figure 4.4	Étude de convergence en C_D pour le profil NACA0012	55
Figure 4.5	Étude de convergence en C_L pour le profil NACA0012	55
Figure 4.6	Profils optimaux obtenus à $M_\infty = 0.72$	58

Figure 4.7	Profils optimaux obtenus à $M_\infty = 0.75$	58
Figure 4.8	Profils optimaux obtenus à $M_\infty = 0.78$	59
Figure 4.9	Courbes de C_D vs M_∞ à $C_L = 0.4$ des profils optimaux obtenus avec les deux formulations à $M_\infty = 0.72$	59
Figure 4.10	Courbes de C_D vs M_∞ à $C_L = 0.4$ des profils optimaux obtenus avec les deux formulations à $M_\infty = 0.75$	60
Figure 4.11	Courbes de C_D vs M_∞ à $C_L = 0.4$ des profils optimaux obtenus avec les deux formulations à $M_\infty = 0.78$	60
Figure 4.12	Profil NACA0012 et profils optimisés avec la formulation ponctuelle pour différentes conditions de design	64
Figure 4.13	Distributions des C_p et des C_f à la condition de design pour le profil optimisé à $M_\infty = 0.72$ et pour le profil NACA0012, $C_L = 0.4$	65
Figure 4.14	Distributions des C_p et des C_f à la condition de design pour le profil optimisé à $M_\infty = 0.75$ et pour le profil NACA0012, $C_L = 0.4$	66
Figure 4.15	Distributions des C_p et des C_f à la condition de design pour le profil optimisé à $M_\infty = 0.78$ et pour le profil NACA0012, $C_L = 0.4$	67
Figure 4.16	Courbes de C_D vs M_∞ pour les profils optimisés avec la for- mulation ponctuelle à $M_\infty = 0.72$, $M_\infty = 0.75$ et $M_\infty = 0.78$, $C_L = 0.4$	68

Figure 4.17	Profils obtenus avec la formulation multipoint et la formulation ponctuelle pour $M_\infty = 0.75$	72
Figure 4.18	Courbes de C_p et C_f à $M_\infty = 0.72$, $C_L = 0.4$ pour le profil obtenu avec la formulation multipoint et le profil obtenu avec la formulation ponctuelle à $M_\infty = 0.72$	73
Figure 4.19	Courbes de C_p et C_f à $M_\infty = 0.75$, $C_L = 0.4$ pour le profil obtenu avec la formulation multipoint et le profil obtenu avec la formulation ponctuelle à $M_\infty = 0.75$	74
Figure 4.20	Courbes de C_p et C_f à $M_\infty = 0.78$, $C_L = 0.4$ pour le profil obtenu avec la formulation multipoint et le profil obtenu avec la formulation ponctuelle à $M_\infty = 0.78$	75
Figure 4.21	Courbes C_D vs M_∞ pour le profil optimisés avec la formulation multipoint, $C_L = 0.4$	76
Figure 4.22	Comparaison des courbes C_D vs M_∞ pour les profils optimisés avec les différentes formulation, $C_L = 0.4$	77
Figure 5.1	Profil transsonique initial défini par une NURBS à 13 points de contrôle	81
Figure 5.2	Exemple de profil avec changement de courbure près du bord d'attaque	82
Figure 5.3	Exemples de profils générés par le plan d'expérience	84
Figure 5.4	Diagramme de Pareto des influences des paramètres sur la fonction F	86

Figure 5.5	Profil transsonique initial et variables de design du problème d'optimisation	86
Figure 5.6	Exemple de courbe de C_p avec oscillations après le choc . . .	90
Figure 5.7	Étude de convergence en C_D pour le profil transsonique . . .	91
Figure 5.8	Comparaison du profil transsonique initial avec les profils optimisés ponctuellement à différentes conditions de design .	94
Figure 5.9	Comparaison des courbes de C_p et de C_f à $M_\infty = 0.705$ et $C_L = 0.8$ pour le profil initial et le profil optimisé à $M_\infty = 0.705$	97
Figure 5.10	Comparaison des courbes de C_p et de C_f à $M_\infty = 0.73$ et $C_L = 0.8$ pour le profil initial et le profil optimisé à $M_\infty = 0.73$	98
Figure 5.11	Comparaison des courbes de C_p et de C_f à $M_\infty = 0.755$ et $C_L = 0.8$ pour le profil initial et le profil optimisé à $M_\infty = 0.755$	99
Figure 5.12	Courbes C_D vs M_∞ des profils optimisés selon la formulation ponctuelle à différents points de design, $C_L = 0.8$	100
Figure 5.13	Comparaison du profil optimisé avec la formulation multipoint avec le profil initial	102
Figure 5.14	Comparaison des courbes de C_p et de C_f à $M_\infty = 0.705$, $C_L = 0.8$ pour le profil optimisé en multipoint et le profil optimisé ponctuellement à $M_\infty = 0.705$	104

Figure 5.15	Comparaison des courbes de C_p et de C_f à $M_\infty = 73$, $C_L = 0.8$ pour le profil optimisé en multipoint et le profil optimisé ponctuellement à $M_\infty = 0.73$	105
Figure 5.16	Comparaison des courbes de C_p et de C_f à $M_\infty = 755$, $C_L = 0.8$ pour le profil optimisé en multipoint et le profil optimisé ponctuellement à $M_\infty = 0.755$	106
Figure 5.17	Courbes C_D vs M_∞ du profil optimisé selon la formulation multipoint, $C_L = 0.8$	107
Figure 5.18	Courbes C_D vs M_∞ des profils obtenus selon les différentes formulations, $C_L = 0.8$	108
Figure 5.19	Évolution de la fonction coût en fonction du nombre d'itérations de l'optimiseur	110

LISTE DES ANNEXES

ANNEXE I	DESCRIPTION DES NURBS	120
ANNEXE II	ALGORITHME D'OPTIMISATION DONLP	123
ANNEXE III	SOUS-PROBLÈME POUR LE CAS TRANSSONIQUE . .	126

LISTE DES NOTATIONS ET DES SYMBOLES

CFD	Computational Fluid Dynamics
MDO	Multidisciplinary Design Optimisation
NACA	National Advisory Committee for Aeronautics
NURBS	Non-Uniform Rational B-Splines
SQP	Sequential Quadratic Programming

Caractères usuels

B_k	approximation de la matrice Hessienne de la fonction coût
c	longueur de corde d'un profil
C_f	coefficient de friction
C_D	coefficient de traînée
C_L	coefficient de portance
C_p	coefficient de pression
$\mathbf{d}$	vecteur de design
f	fonction coût
$g_j(x)$	contrainte d'inégalité
$h_i(x)$	contrainte d'égalité
h	pas de différentiation
k	nombre de points de design
M_{cr}	nombre de Mach critique
M_∞	nombre de Mach à l'infini
$N_{i,p}(u)$	i^{eme} fonction de base B-Spline d'ordre p

$P_{i,j}$	point de contrôle
Re	nombre de Reynolds
t	épaisseur d'un profil
u_i	élément du vecteur nodal
U	vecteur nodal
x, y, z	axes des coordonnées cartésiennes
x_i	abscisse d'un point de contrôle de la NURBS
X_i	abscisse adimensionnelle d'un point de contrôle de la NURBS
y_i	ordonnée d'un point de contrôle de la NURBS
Y_i	ordonnée adimensionnelle d'un point de contrôle de la NURBS

Caractères grecs

α	angle d'incidence
δ	incrément a fonction coût
∇	opérateur gradient
ω_i	poids associé au point de contrôle P_i
Ω_i	poids adimensionnel associé au point de contrôle P_i

Indices

o	indice dénotant l'état initial ou optimal
$*$	indice dénotant une cible à atteindre ou un optimum

INTRODUCTION

Le développement des profils d'aile d'avion est un domaine dans lequel de nombreux chercheurs ont travaillé au cours des cent dernières années. Les principes des profils minces mis au point par Otto Lilienthal à la fin des années 1800 ont été repris par les frères Wright lors de leurs multiples essais. La méthode de l'essai et erreur était alors de mise pour le développement de meilleures formes.

Puis, la création d'organismes tels la National Advisory Committee for Aeronautics (NACA) a permis d'aborder le design de profils de façon plus systématique. L'épaisseur et la cambrure du profil furent identifiés comme étant les variables caractérisant les performances d'un profil et ceci entraîna la création de la famille des profils NACA à 4 et 5 chiffres dans les années 1930, dont certains sont encore utilisés de nos jours.

Les avions commerciaux étant par la suite capable de voler en régime transsonique, un développement majeur dans le design de profils aérodynamique survint lors des années 1960 lorsque Richard Whitcomb, ingénieur à la NASA, introduisit le principe des profils supercritiques. Ces profils, caractérisés par un plus grand rayon de courbure au bord d'attaque, une cambrure réduite, un extradors plus plat et une concavité sur l'intrados près du bord de fuite, ont permis de réduire significativement la traînée causée par l'arrivée en régime transsonique et de faire diminuer la consommation de carburant des avions.

L'étape suivante dans le développement des profils aérodynamique correspond à l'arrivée des codes de mécanique de fluides (CFD). La CFD a permis aux ingénieurs de tester de nombreux profils sans avoir à passer par de coûteux essais en soufflerie. Les gains en précision et en rapidité de la CFD ont donc amené les ingénieurs à

intégrer les solveurs aérodynamiques à des processus d'optimisation afin de pouvoir obtenir de nouveaux profils plus efficaces. Beaucoup de recherche en optimisation aérodynamique en utilisant la CFD a été effectuée dans les années 1990.

Toutefois, les méthodes d'optimisation mises au point ne se sont pas avérées aussi efficaces que l'on aurait souhaité. Plusieurs problèmes ont surgi au niveau de la paramétrisation des profils, des méthodes d'optimisation et de précision des solveurs aérodynamiques employés. Les dernières années de recherche dans ce domaine ont donc porté sur le développement de méthodes d'optimisations efficaces et fiables.

Ce travail porte sur l'optimisation aérodynamique d'un profil d'aile 2D placé dans un écoulement transsonique et l'attention est portée au niveau de la paramétrisation des profils.

CHAPITRE 1

OPTIMISATION AÉRODYNAMIQUE

Afin de mieux cerner le problème d'optimisation aérodynamique de profil d'aile d'avion en régime transsonique, il est important de comprendre la physique du problème. Une bonne compréhension des phénomènes transsoniques permet de mieux formuler le problème d'optimisation et d'accélérer la mise en place du processus d'optimisation.

1.1 Caractéristiques des profils d'ailes en régime transsonique

Un profil entre en régime transsonique lorsque des régions supersoniques apparaissent sur l'extrados du profil alors que la vitesse de l'écoulement en amont est toujours subsonique ($M_\infty < 1$). L'écoulement, accéléré par la courbure du profil, atteint des vitesses supersoniques sur une certaine portion de l'extrados. Or, comme l'écoulement supersonique doit décélérer afin de retourner à la valeur de M_∞ , une onde de choc peut apparaître sur l'extrados du profil. La vitesse à laquelle un profil entre en régime transsonique (M_{cr}) diffère d'un profil à l'autre, mais ce phénomène survient généralement autour de $M_{cr} \approx 0.7$. La figure 1.1 illustre une poche supersonique présente sur la partie avant de l'extrados d'un profil.

Le gain en entropie au travers de l'onde de choc cause la *traînée d'onde* qui augmente significativement la traînée totale du profil. Comme l'amplitude (ou la force) du choc sur le profil croît avec la vitesse de l'écoulement, le gain en entropie et la traînée d'onde qui en résultent augmentent également avec la vitesse de l'écoulement. L'entrée en régime transsonique entraîne donc une hausse rapide et im-

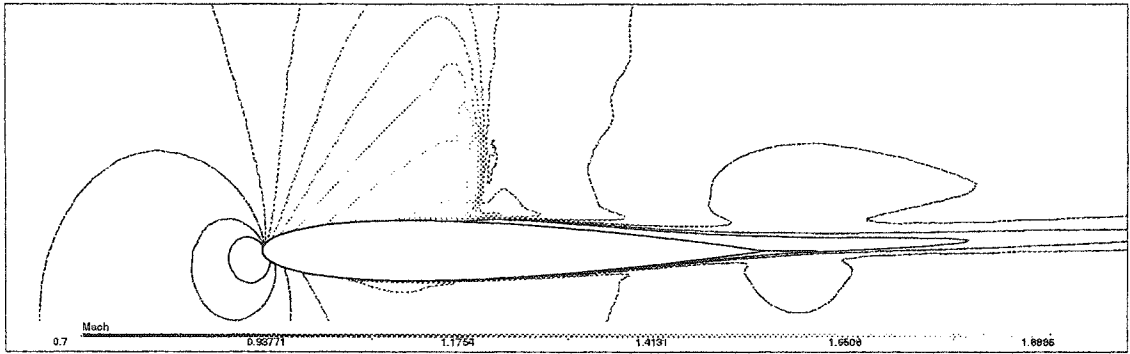


Figure 1.1 Lignes isomach pour le profil NACA0012 en régime transsonique ($M_\infty=0.75$, $Re = 6.5 \times 10^6$, $\alpha=2.5^\circ$)

portante de la traînée d'un profil. La distribution des coefficients de pression (C_p) permet de visualiser l'emplacement et l'amplitude du choc sur un profil (figure 1.2).

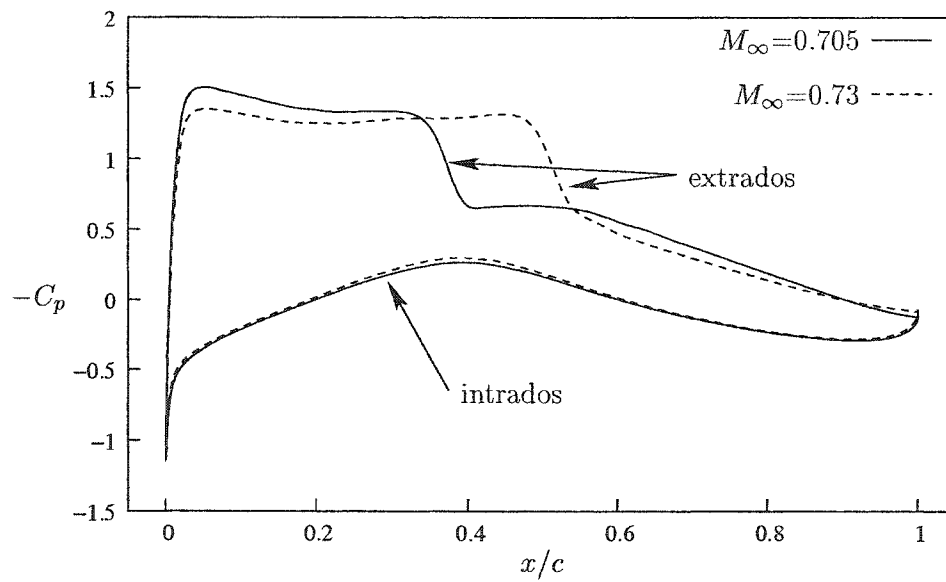


Figure 1.2 Distribution des C_p pour un profil transsonique à $M_\infty=0.705$ et $M_\infty=0.73$ ($Re = 10 \times 10^6$, $\alpha=2.5^\circ$)

Lorsque la vitesse de l'écoulement atteint une certaine vitesse ($M_{drag-divergence}$), la chute de pression est suffisamment grande pour causer une séparation de la couche limite au pied du choc. La recirculation présente sur la zone séparée de l'écoulement peut faire diminuer légèrement la traînée visqueuse. Toutefois, la séparation de l'écoulement entraîne de grandes pertes de pression sur la portion de profil affectée par la séparation, résultant en une forte augmentation de la traînée de forme.

La distribution du coefficient de frottement C_f indique immédiatement si l'écoulement est séparé ou non après le choc. En effet, il y a une zone de recirculation sur la surface supérieure du profil lorsque la courbe des C_f de l'extrados (la partie positive de la courbe) prend des valeurs négatives. La figure 1.3 illustre la distribution des C_p et des C_f pour un profil NACA0012. On remarque que l'écoulement est séparé sur une petite partie du profil en aval du choc pour $M_\infty=0.75$ et se réattache rapidement, alors que l'écoulement est massivement séparé après le choc pour $M_\infty=0.78$. La grande différence de traînée totale ($C_D(M_\infty = 0.75) = 0.0231$ et $C_D(M_\infty = 0.78) = 0.0308$) est due à l'influence de la séparation de l'écoulement sur la traînée de forme. En effet, comme l'amplitude du choc (courbe des C_p) est sensiblement la même pour les deux régimes, la traînée d'onde des profils est à peu près la même.

La séparation de l'écoulement en aval du choc entraîne donc une augmentation sévère de la traînée totale. Le régime correspondant à cette abrupte hausse de la traînée est le régime de *divergence de traînée*. La figure 1.4 illustre l'effet sur la traînée du passage d'un profil du régime transsonique au régime de divergence de traînée.

La traînée totale d'un profil en régime transsonique est donc fortement liée au choc sur l'extrados : la force du choc détermine la valeur de la traînée d'onde et peut provoquer le décollement de la couche limite, alors que la position du choc

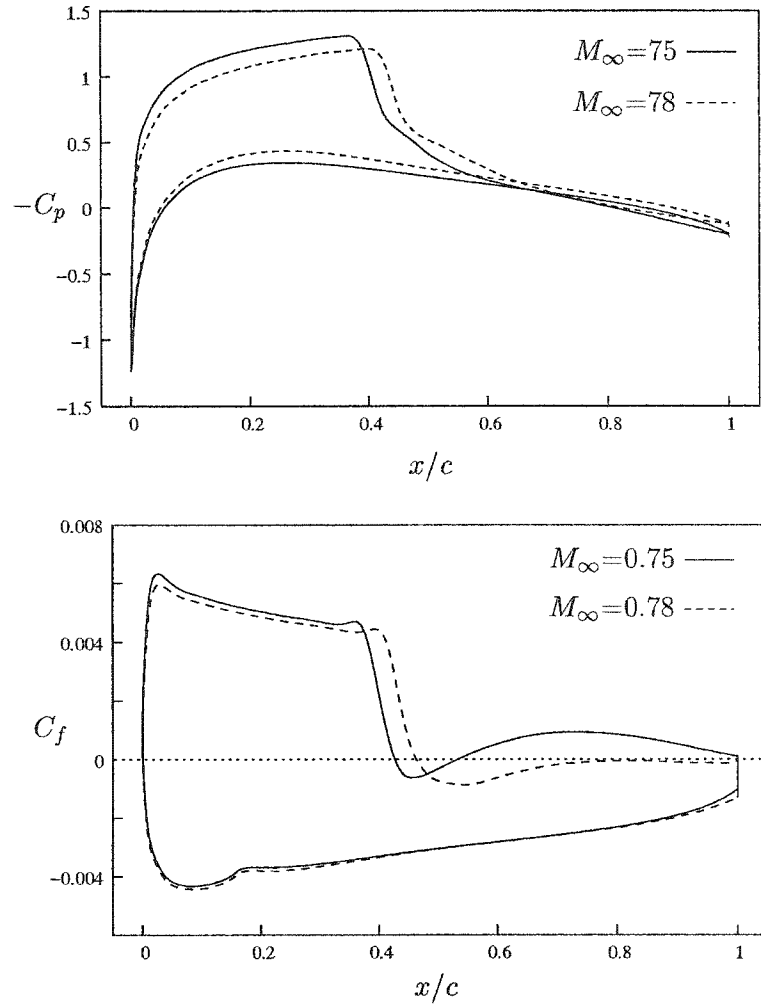


Figure 1.3 Distribution des C_p et des C_f sur un profil NACA0012 à $M_\infty=0.75$ et $M_\infty=0.78$, $\alpha = 2.5^\circ$, $Re = 6.5 \times 10^6$

détermine la portion de l'extrados affectée par un écoulement séparé. Dans un contexte d'optimisation aérodynamique en régime transsonique, il est évident que les efforts doivent porter principalement sur le choc afin de réduire la traînée du profil. Comme les caractéristiques du choc (position et force) pour un écoulement à vitesse et angle d'incidence donnés ne dépendent que de la géométrie du profil, une optimisation centrée sur cette géométrie conduira à des profils présentant de meilleures caractéristiques aérodynamiques.

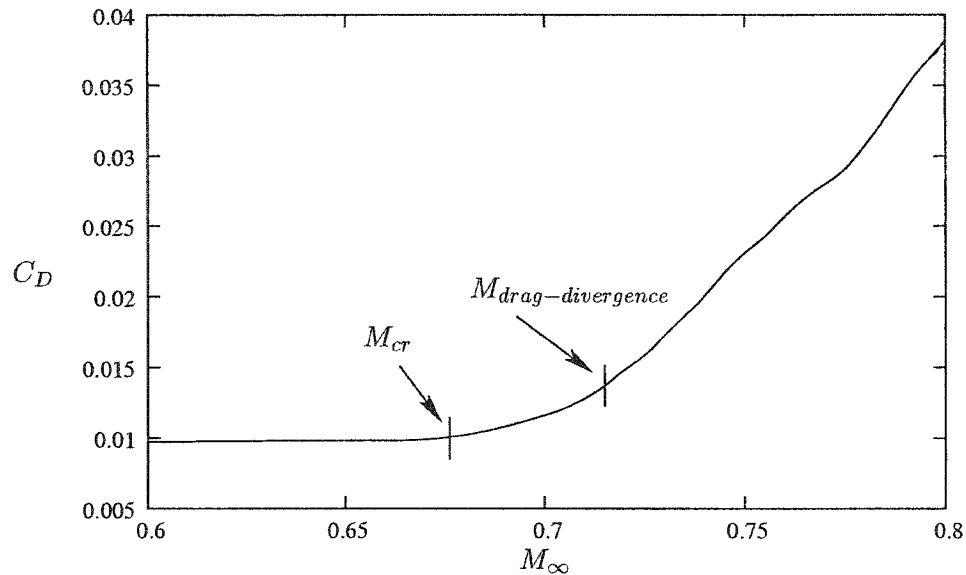


Figure 1.4 Évolution de la traînée en fonction du nombre de Mach pour un profil NACA0012, $\alpha=2.5^\circ$, $Re = 6.5 \times 10^6$

1.2 Approches possibles du problème d'optimisation aérodynamique

Le développement d'outils CFD et d'algorithmes d'optimisation performants, précis et efficaces ainsi que la plus grande accessibilité à des ordinateurs rapides ont permis de nombreuses recherches en optimisation aérodynamique. L'objectif poursuivi est de développer des profils plus performants à partir de profils existants. La notion de profil performant dépend du régime de vol : on cherchera à maximiser la portance pour un profil à basse vitesse (condition de décollage ou d'atterrissage), alors qu'on souhaitera de minimiser de la traînée pour un profil en régime de croisière. Ce document traite de l'optimisation de profils en régime de croisière transsonique.

Le problème d'optimisation aérodynamique de profil d'aile d'avion a été étudié avec différentes méthodes. Deux types d'approches sont particulièrement documentées, soit les méthodes de design inverse et les méthodes directes.

1.2.1 Méthodes de design inverse

Dans une méthode de design inverse, on tente d'obtenir un profil correspondant à une caractéristique aérodynamique souhaitée. La courbe de distribution des coefficients de pression (C_p) est assez significative pour les aérodynamiciens et la méthode de design inverse s'effectue habituellement à l'aide de cette courbe. Il s'agit d'abord de construire une courbe de C_p "idéale" et de minimiser une fonction $F(\mathbf{X})$ représentant la distance entre cette courbe de C_p cible (C_p^{obj}) et celle associée au profil généré par l'optimiseur (C_p^{opt}) :

$$F(\mathbf{X}) = \int_{\text{intrados}}^{\text{extrados}} | C_p^{opt} - C_p^{obj} | dl$$

La figure 1.5 illustre un résultat d'optimisation par design inverse obtenu par Tribes [33] à partir d'un NACA0012 à $M_\infty=0.75$. La méthode de design inverse permet d'obtenir des profils optimisés ayant des caractéristiques aérodynamiques intéressantes, mais la validité et la qualité de la courbe de C_p tracée dépendent de l'expérience de l'ingénieur, ce qui rend cette méthode moins accessible.

Des travaux récents de Obayashi [24],[25] ont porté sur le développement d'une méthode pour la production automatique de courbes de C_p cibles en suivant des règles aérodynamiques clairement énoncées. Toutefois, cette approche, même si elle permet d'aller chercher des tendances générales, ne permet pas d'assurer que les cibles produites pourront être atteintes avec précision.

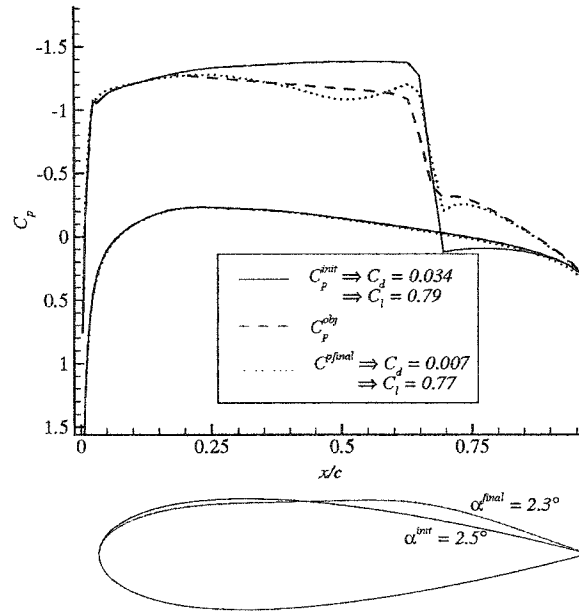


Figure 1.5 Résultat d'optimisation aérodynamique obtenu par la méthode de design inverse [33]

1.2.2 Méthodes directes

Les méthodes directes consistent à poser une fonction coût qui quantifie par une seule grandeur la caractéristique aérodynamique du profil qui doit être optimisée, telle la traînée (C_D), la portance (C_L) ou la finesse (C_D/C_L).

On doit imposer des contraintes sur la définition du profil et sur certaines caractéristiques aérodynamiques afin d'éviter que l'optimiseur ne se dirige vers des profils non-réalistes. Par exemple, si aucune contrainte d'épaisseur et de portance ne sont imposées lors d'une minimisation de la traînée, l'optimiseur pourrait obtenir une plaque plane à incidence nulle ayant une très faible traînée, mais complètement inutile comme profil d'aile. Afin d'éviter de tels résultats, on introduit des contraintes de façon explicite ou implicite dans la formulation du problème d'optimisation.

L'intégration de contraintes explicites à un problème d'optimisation se fait généralement assez facilement. Il s'agit de déterminer quelles sont les contraintes à poser, soit des bornes géométriques ou des contraintes aérodynamiques, et de les introduire comme contraintes du problème d'optimisation. Ainsi, si on optimise en finesse ($F(\mathbf{d})=C_D/C_L$) et que les variables géométriques (Y_i) sont bornées entre $Y_{(-)}^*$ et $Y_{(+)}^*$, le problème d'optimisation s'écrira :

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{d}=\{Y_i\}} \quad & F(\mathbf{d}) = C_D/C_L \\ \text{tel que :} \quad & Y_i \geq Y_{(-)}^* \\ & Y_i \leq Y_{(+)}^* \end{aligned}$$

Toutefois, l'utilisation de formulations contenant des contraintes peut s'avérer délicate. En effet, lorsque l'algorithme d'optimisation requiert des évaluations de gradient, beaucoup de soins doivent être apportés pour bien dimensionner la fonction coût et chacune des contraintes (voir section 3.2). On peut remédier à ce problème en exprimant les contraintes de façon implicite dans la fonction coût. Par exemple, si on optimise en traînée en exigeant que la portance reste près de sa valeur initiale, on peut définir une fonction coût tenant compte de C_D et de C_L :

$$\min_{\mathbf{d}=\{Y_i\}} F(\mathbf{d}) = \omega_1 \frac{C_L^{\text{init}}}{C_D^{\text{init}}} C_D^2 + \omega_2 (C_L - C_L^{\text{init}})^2$$

De cette façon, la fonction coût est pénalisée si la portance (C_L) s'éloigne trop de la portance initiale (C_L^{init}) et le profil final aura une portance similaire à la portance initiale. Par contre, cette méthode est également délicate à utiliser car le résultat de l'optimisation est très sensible au choix des coefficients ω_i , qui déter-

minent l'importance accordée à la réduction traînée par rapport au respect de la portance initiale. Cette méthode d'optimisation sans contrainte, bien qu'efficace pour surmonter rapidement les problèmes liés aux contraintes, devient rapidement limitative et la pondération de la fonction coût est difficile à justifier autrement que par l'observation de nombreuses expérimentations.

1.2.3 Algorithmes d'optimisation

Les méthodes de design inverse ou directes utilisent un algorithme d'optimisation afin de minimiser la fonction coût préétablie. Deux grandes familles d'algorithmes d'optimisation sont fréquemment utilisées dans les optimisations aérodynamiques : les méthodes globales et les méthodes locales.

1.2.3.1 Méthodes globales

Les méthodes d'optimisation globales comprennent notamment les algorithmes génétiques [9], les méthodes de recherche de patron (pattern search) [2] et les méthodes de recuit simulé (simulated annealing) [13]. Cette catégorie de méthodes est utilisée lorsque le but de l'optimisation est d'explorer une grande variété de profils. Par exemple, lors d'une optimisation avec un algorithme génétique, l'optimiseur crée et analyse un nombre déterminé de profils (population initiale). Il crée ensuite de nouveaux profils qui sont des croisements de cette population initiale (en introduisant aussi des mutations) afin de voir comment évolue la population. En conservant les meilleurs spécimens de cette nouvelle génération de profils, il crée de nouveaux croisements, et ainsi de suite jusqu'à un nombre fixé de générations.

Ces techniques d'optimisation permettent d'explorer un vaste espace de design et peuvent mener à un minimum global, mais sont très coûteuses en nombre d'appels

au solveur (donc en temps). Elles seront utilisées lors d’optimisations ayant pour but de découvrir de nouvelles familles de profils.

Des travaux en optimisation aérodynamiques ont été effectués en utilisant les algorithmes génétiques par notamment Vicini [36], Obayashi [24] et Tse [34].

1.2.3.2 Méthodes locales

Les méthodes d’optimisation dites locales font appel au gradient de la fonction coût et des contraintes pour déterminer une direction de descente à partir d’un profil initial dans un espace de design donné. Elles parviennent ainsi à déterminer un minimum local près du profil initial. Ces méthodes sont donc efficaces pour converger assez rapidement vers un optimum, mais ne permettent pas d’explorer un espace de design aussi vaste que les méthodes génétiques car elles ont la caractéristique de rester coincées sur un minimum local.

Les optimisations aérodynamiques ont souvent comme objectif d’améliorer un profil existant possédant déjà de bonnes propriétés aérodynamiques. Dans cette perspective d’optimisation, les méthodes à gradients sont préférées aux méthodes globales.

Plusieurs recherches en optimisation aérodynamique ont été menées en utilisant des méthodes à gradients, notamment par Drela [7], Huyse *et. al.* [12], Tribes [33] et Nemec [22].

Notons que certains optimiseurs commerciaux spécialement réglés pour les optimisations aérodynamiques, tel que *Pointer*, implémenté dans l’environnement *Epogy*¹, utilisent un système hybride combinant les méthodes génétiques pour une première phase exploratoire et les méthodes à gradients dans une deuxième phase

¹<http://www.synaps-inc.com/software.html>

plus locale.

1.3 Minimisation de la traînée

La formulation la plus simple et la plus directe du problème d'optimisation aérodynamique en régime transsonique est la *minimisation de la traînée* soumise à une contrainte sur la portance. Bien que délicate à utiliser (pour les raisons mentionnées à la section 1.2.2), elle représente exactement l'objectif premier de l'optimisation aérodynamique pour un profil en régime transsonique, soit réduire la traînée d'un profil pour une portance donnée. Les autres formulations présentent plutôt des façons de contourner les problèmes rencontrés en minimisation de la traînée. De plus, elles dépendent trop des connaissances du problème que possède l'utilisateur ou des réglages à apporter à la formulation du problème pour s'avérer vraiment efficaces. Drela [7], Huyse *et. al.* [12] et Li [15] ont effectués des recherches en utilisant cette formulation du problème.

1.3.1 Optimisation localisée rencontrée en minimisation de la traînée

Plusieurs recherches menées sur la minimisation de la traînée ont rencontré le problème d'optimisation localisée. Lorsqu'une optimisation de la traînée est conduite, certaines conditions de l'écoulement doivent être posées, telles le nombre de Reynolds (Re) et le nombre de Mach (M_∞). Le problème de l'optimisation localisée désigne la capacité des optimiseurs à exploiter les caractéristiques de l'écoulement afin de générer des profils qui possèdent d'excellentes propriétés aérodynamiques pour les conditions de vol définies, mais se dégradent fortement pour des conditions de vol légèrement différentes.

Drela [7] a observé ce problème lors d’optimisations de traînée en régime transsonique utilisant un solveur non-visqueux. Il a remarqué que l’optimiseur formait une bosse sur l’extrados à l’endroit même où se produisait le choc. Cette bosse permet à l’écoulement supersonique sur l’extrados de revenir à la vitesse de l’écoulement en amont (M_∞) sans choc, ce qui supprime la traînée d’onde et réduit de beaucoup la traînée. Or, comme nous l’avons mentionné à la section 1.1, la position du choc sur l’extrados varie avec M_∞ . La bosse formée sur l’extrados du profil devient ainsi complètement inutile (voire nuisible) aussitôt que M_∞ s’éloigne du point de design ; le profil optimisé présente alors des pertes de performance sévères (*i.e.* une augmentation de C_D).

Les profils comportant des propriétés localisées sont indésirables principalement pour deux raisons. D’abord, un profil bosselé est instinctivement rejeté par tout aérodynamicien. L’expérience acquise au cours du dernier siècle dans l’industrie aéronautique montre que tout profil installé sur un avion est bien lisse et régulier. Deuxièmement, l’obtention de profils efficaces sur une plage de conditions de vols très restreinte est également inacceptable d’un point de vue pratique. En effet, tout avion doit être efficace sur une plage entourant la vitesse de design, car il est impossible que l’avion soit exploité en tout temps à cette condition de vol. Les vents et les variations de poids de l’avion font partie des facteurs qui feront varier les conditions de vol de l’avion. Ainsi, un profil optimisé présentant des pertes de performances sévères en condition de vol hors-design est inutile dans un contexte d’utilisation réelle et perd tout attrait pratique pour l’industrie aéronautique.

Huyse *et. al.* [12] se sont attaqués au problème d’optimisation localisée pour un profil en régime transsonique en vérifiant si l’optimisation pour plusieurs conditions de vol était possible. Ils ont d’abord commencé par observer les problèmes déjà rencontrés par Drela dans ce qu’ils ont établi comme étant la formulation *ponctuelle*

du problème de minimisation de la traînée :

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{d}=\{\alpha, y_i\}} \quad & C_D(\mathbf{d}, M_\infty) \\ \text{tel que :} \quad & C_L(\mathbf{d}, M_\infty) \geq C_L^* \end{aligned}$$

Pour une condition de vol M_∞ , la traînée C_D est minimisée tout en conservant une portance C_L supérieure à une portance cible C_L^* . Huyse et al. utilisent une paramétrisation B-spline du profil initial (un profil NACA0012) avec 23 points de contrôle et un code Euler pour résoudre l'écoulement. Les composantes y_i des points de contrôle de la B-spline et l'angle d'incidence α sont les variables de design. Leurs profils optimisés sont effectivement bosselés sur l'extrados et les bosses changent de position selon le M_∞ utilisé. La figure 1.6 illustre la variation de C_D sur la plage de nombre de Mach $[0.7 - 0.8]$ pour différents profils optimaux obtenus par Huyse et al. Les dégradations importantes de performance en conditions de vol hors-design sont nettement perceptibles pour chacun des profils obtenus.

Huyse *et. al* ont ensuite utilisé une formulation *multipoint* qui consiste à minimiser la somme des traînées en plusieurs nombres de Mach d'un profil. La formulation du problème d'optimisation devient alors :

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{d}=\{\alpha, y_i\}} \quad & \sum_{i=1}^k w_i C_{D_i}(\mathbf{d}, M_{\infty,i}) \\ \text{tel que :} \quad & C_{L_i}(\mathbf{d}, M_{\infty,i}) \geq C_L^* \end{aligned}$$

Ainsi, chaque profil généré par l'optimiseur est évalué aux k conditions de vol $M_{\infty,i}$ choisies et les w_i servent à pondérer chacune de ces conditions de vol. Cette formulation nécessitera forcément plus de ressources de calcul puisque k évaluations

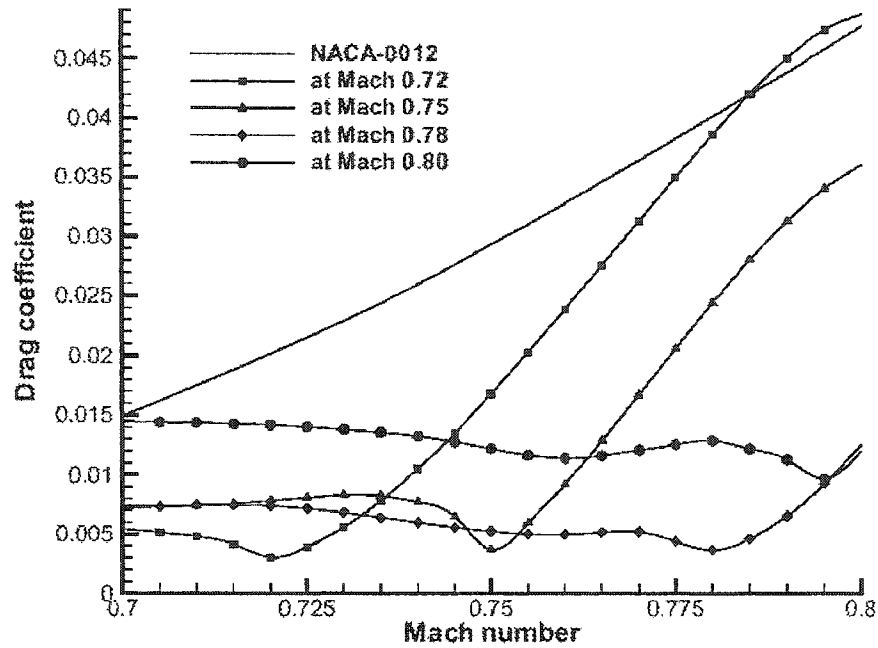


Figure 1.6 Variation de C_D en fonction du nombre de Mach pour des profils optimisés ponctuellement avec différents M_∞ , $C_L^*=0.6$ (de [12])

de C_D seront effectuées à chaque itération de l'optimiseur au lieu d'une seule pour la formulation ponctuelle.

Huyse *et al.* ont conduit de nouvelles optimisations avec les mêmes conditions initiales que la formulation ponctuelle en utilisant la formulation multipoint et ils ont observé que l'optimiseur créait des profils avec k petites bosses aux emplacements des chocs correspondants aux $M_{\infty,i}$. Le phénomène d'optimisation localisée est ainsi atténué mais répété k fois. La figure 1.7 illustre l'évolution de C_D sur la plage de nombre de Mach $[0.7 - 0.8]$ pour deux profils optimisés en multipoint avec différents $M_{\infty,i}$. Les courbes sont un peu plus lisses et les profils optimisés offrent de meilleures performances sur la plage entière de Mach que ceux obtenus avec la formulation d'optimisation ponctuelle, mais les performances demeurent néanmoins irrégulières et très sensibles aux choix des $M_{\infty,i}$.

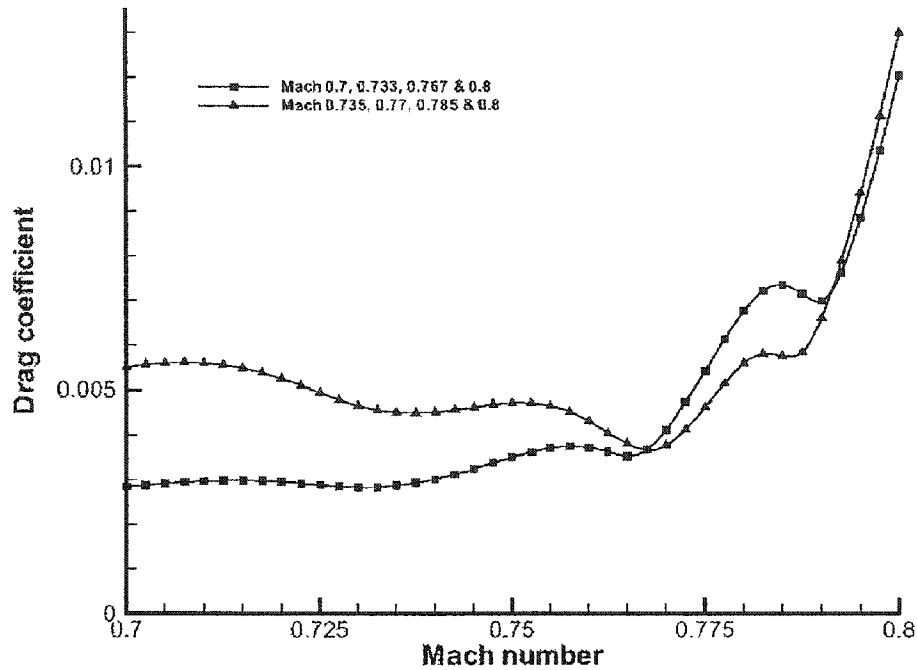


Figure 1.7 Variation de C_D en fonction du nombre de Mach pour des profils optimisés en multipoint avec différents choix de $M_{\infty,i}$, $C_L^*=0.6$ (de [12])

Huyse *et al.* se sont alors penchés plus à fond sur la formulation du problème afin d'obtenir des profils optimisés acceptables. Ils ont développé une méthode qui consiste à choisir de nouveaux $M_{\infty,i}$ à chaque itération de l'optimiseur. L'optimum trouvé ne dépend donc plus du choix des $M_{\infty,i}$. Ils ont démontré que le choix des $M_{\infty,i}$ peut être pondéré selon les courbes de fréquences d'opération des conditions de vol ou encore avec des poids w_i égaux et que cette méthode fonctionne bien dans les deux cas. Cette technique est toutefois coûteuse en termes d'itérations de l'optimiseur car le renouvellement constant des $M_{\infty,i}$ a tendance à ralentir la convergence de l'algorithme d'optimisation. En effet, comme la condition de vol M_{∞} influence la fonction coût (la traînée du profil) pour un certain vecteur de design d , le changement de $M_{\infty,i}$ d'une itération à l'autre entraînera des discontinuités dans la fonction coût et nécessitera plus d'itérations afin de converger vers un optimum.

1.4 Nouveautés apportées dans cette recherche

Les efforts de Huyse *et. al* ont porté sur l'aspect de la formulation du problème d'optimisation. Dans cette recherche, nous nous sommes penchés sur un autre aspect : celui de la paramétrisation géométrique des profils. Beaucoup de recherches en minimisation de la traînée ont utilisé les B-splines ([12], [15], [1]) pour représenter leurs profils, et cette paramétrisation a permis la formation de bosses sur les profils. Les NURBS nécessitent moins de points de contrôle afin de représenter un profil et leur influence sur la géométrie est plus globale. Nous croyons que cette propriété des NURBS permettra d'éviter d'engendrer des profils bosselés et les fortes pertes de performances qui leurs sont associées en régime hors-design.

De plus, nous envisageons de valider cette méthode en utilisant une résolution des équations de Navier-Stokes. Ceci pourrait aussi contribuer à réduire l'apparition des bosses car les effets visqueux d'interaction entre le choc et la couche limite diffusent le choc sur la paroi.

Une autre nouveauté est apportée au niveau de la formulation du problème d'optimisation. Elle consiste à séparer les variables géométriques définissant le profil des variables liées à l'écoulement (*i.e.* α) afin de permettre à l'optimiseur de concentrer ses efforts sur les effets des variables géométriques.

Enfin, une technique de réduction du pas de différentiation est explorée afin de s'affranchir des problèmes que représentent le choix du pas pour des méthodes d'optimisation à gradient.

CHAPITRE 2

INTÉGRATION DU PROCESSUS D'OPTIMISATION

Le processus d'optimisation aérodynamique est un processus itératif impliquant une série de "boîtes noires" : un module de représentation géométrique du profil, un solveur aérodynamique et un optimiseur. La figure 2.1 illustre l'interaction entre les boîtes et le flot de données de l'une à l'autre. Les échanges d'informations entre les boîtes sont entièrement gérés par iSIGHT 7.0, un logiciel de Engineous Software Inc.¹ (iSIGHT correspondant à la boîte tiretée de la figure 2.1).

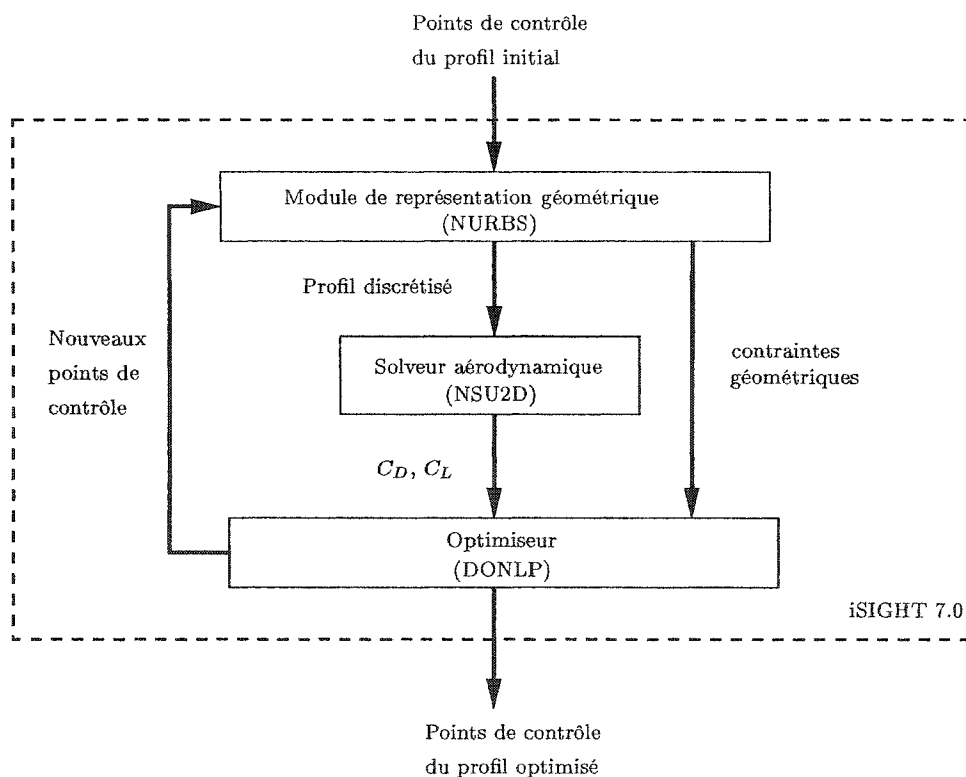


Figure 2.1 Schémas d'intégration du processus d'optimisation aérodynamique

¹<http://www.engineous.com>

Le contenu de chacune des boîtes utilisées doit être bien maîtrisé afin d'assurer un processus d'optimisation rigoureux. Les modules de représentation géométrique, du solveur aérodynamique et de l'optimiseur sont présentés dans les trois prochaines sections.

2.1 Paramétrisation géométrique

Afin de procéder à une analyse numérique des propriétés aérodynamiques d'un profil, on doit fournir au solveur une série discrète de points qui définissent le profil. Ces points sont obtenus à l'aide d'outils de paramétrisation géométrique. Il existe quatre façons principales de paramétrer des profils : la méthode de bases réduites, les fonctions de forme, les fonctions implicites et les fonctions paramétriques.

2.1.1 Méthode des bases réduites

La méthode des bases réduites, discutée par Vanderplaats [35], consiste à combiner linéairement plusieurs profils afin d'en créer un nouveau. La fonction contient ainsi autant de variables qu'il y a de profils en base de données. Plus la base de données sera riche en profils, plus l'espace de design sera grand. La figure 2.2 illustre une banque de données contenant six profils.

Les N profils de la base de données sont contenus dans des vecteurs Y_i sous forme de points discrets. Ces vecteurs, pondérés par des poids a_i (qui sont les variables de design potentielles d'un problème d'optimisation), sont combinés de la façon suivante :

$$Y = a_1 Y_1 + a_2 Y_2 + \dots + a_N Y_N \quad (2.1)$$

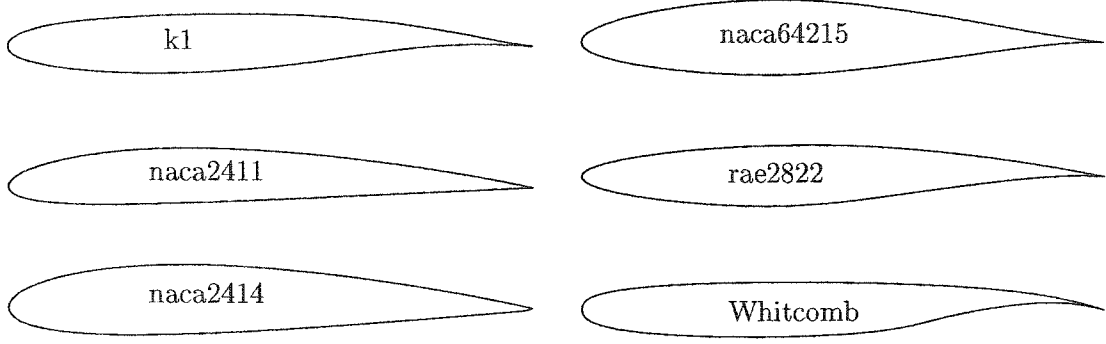


Figure 2.2 Base de données de six profils

Cette méthode présente des limites car la base de données doit contenir un nombre suffisant de profils pour pouvoir explorer un vaste espace de design. En outre, la méthode doit être modifiée pour les cas où seulement une partie des profils est à modifier lors de l'optimisation.

2.1.2 Fonctions de forme

Les fonctions de forme, initialement introduite par Hicks et Henne [10], utilisent une sommation de fonctions habituellement sinusoïdale pour modifier un profil. Les ordonnées des surfaces supérieure et inférieures ($y_{s,s}$ et $y_{s,i}$) se calculent de la façon suivante :

$$\begin{aligned}
 y_{s,s} &= y_{s,s}^o + \sum_{i=1}^5 a_i f_i \\
 y_{s,i} &= y_{s,i}^o + \sum_{i=1}^5 b_i f_i
 \end{aligned}
 \tag{2.2}$$

où $y_{s,s}^o$ et $y_{s,i}^o$ sont les ordonnées des surfaces supérieures et inférieures du profil

initial. Hicks et Henne [10] ont utilisé cinq fonctions f_i définies de la manière suivante :

$$\begin{aligned} f_1 &= \frac{x^{1/2}(1-x)}{\exp(15x)} \\ f_2 &= \sin^3(\pi x^{0.25}) \\ f_3 &= \sin^3(\pi x^{0.757}) \\ f_4 &= \sin^3(\pi x^{1.357}) \\ f_5 &= \frac{x^{1/2}(1-x))}{\exp(10x)} \end{aligned}$$

Ces fonctions sont illustrées sur la figure 2.3. Les poids a_i et b_i associées aux fonctions sont utilisées comme variables de design lors d'un processus d'optimisation. Drela [7] utilise également cette méthode avec des fonctions f_i différentes pour représenter les profils de sa structure d'optimisation.

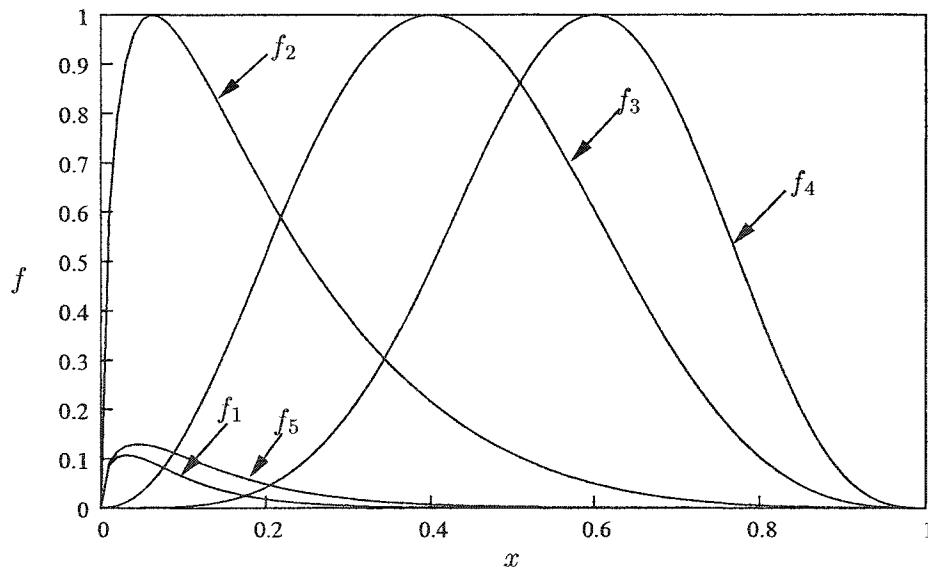


Figure 2.3 Fonctions proposées par Hicks et Henne [10] pour modifier un profil

Cette méthode permet d'exercer un contrôle très local sur les profils, ce qui facilite

l'apparition de bosses sur les profils et entraîne des effets d'optimisation localisée.

2.1.3 Fonctions implicites

Les fonctions implicites, ou analytiques, utilisent un modèle mathématique afin de représenter un profil. Les profils de la famille NACA à 4 chiffres, une des premières grandes séries de profils à être développées (autour de 1930), peuvent être représentés analytiquement de la façon suivante :

$$(y_c/c) = (f/c) * (1/(x_1^2)) * (2 x_1 * (x/c) - (x/c)^2)$$

$$\text{pour } 0 \leq (x/c) \leq x_1 \quad \text{avec } x_1 = (x_f/c)$$

$$(y_c/c) = (f/c) * (1/(1 - x_1)^2) * ((1 - 2 x_1) + 2 x_1 * (x/c) - (x/c)^2)$$

$$\text{pour } x_1 \leq x/c \leq 1$$

-et-

$$(y_t/c) = 5 t * (0.29690 x^{0.5} - 0.12600 x - 0.35160 x^2 + 0.28430 x^3 - 0.10150 x^4)$$

ou

y_c : ligne de cambrure

y_t : distribution d'épaisseur

c : longueur de corde

t : épaisseur/corde

x : position sur l'axe des x

x_f : position de la cambrure maximale

f : cambrure maximale

À l'aide d'un logiciel interactif ² illustrant toutes les possibilités des profils pouvant être représentés de cette façon, on constate que plusieurs profils connus, tels le profil supercritique Whitcomb (figure 2.2), ne peuvent être représentés par cette fonction analytique. D'autres fonctions analytiques permettent de définir une plus grande gamme de profils, mais ces fonctions demeurent toujours limitées au niveau des possibilités de représentations.

La représentation analytique de courbes est utile lors de validations de représentations paramétriques, mais n'est pas efficace pour l'optimisation aérodynamique car son espace de design est trop restreint.

2.1.4 Fonctions paramétriques

Les fonctions paramétriques représentent séparément les coordonnées d'un point d'une courbe en fonction d'un paramètre de parcours indépendant :

$$\mathbf{C}(u) = (x(u), y(u)) \quad a \leq u \leq b \quad (2.3)$$

Les fonctions paramétriques comprennent entre autres les splines, les courbes de Bézier, les B-splines et les NURBS. Ces familles de courbes permettent de représenter tous les profils aérodynamiques avec une précision supérieure aux tolérances manufacturière ou à la sensibilité des codes CFD.

Les splines et les courbes de Bézier ne sont pas très utilisées en design aérodynamique. Les splines nécessitent un trop grand nombre de points de contrôle et les courbes de Bézier nécessitent l'utilisation de polynômes d'ordre très élevé pour bien

²[http ://www.pagendarm.de/trapp/programming/java/profiles/NACA4.html](http://www.pagendarm.de/trapp/programming/java/profiles/NACA4.html)

représenter les profils [27].

Les B-splines utilisent des points de contrôle et des fonctions de base paramétrées par un vecteur nodal afin de représenter une courbe. Elle permettent de représenter n'importe quel profil aérodynamique avec une erreur maximale de l'ordre de 10^{-5} (distance par rapport à une longueur de corde unitaire) pour environ 25 points de contrôle. Les NURBS utilisent les mêmes fonctions de bases que les B-splines, mais elles introduisent un poids ω qui vient pondérer l'influence des fonctions de base. Les détails de construction des B-splines et des NURBS sont présentés à l'annexe I.

Les NURBS permettent donc de représenter les profils avec autant de précision que les B-splines, mais requièrent moins de points de contrôle en raison de l'introduction des poids. Ainsi, une B-spline devra avoir 15 points de contrôle (contenant de l'information pour les 15 abscisses et les 15 ordonnées des points de contrôle) afin de représenter aussi précisément une courbe qui est définie par une NURBS à 10 points de contrôle (contenant de l'information pour 10 abscisses, 10 ordonnées et 10 poids). Les détails sur la diminution du nombre de points de contrôle nécessaires à la représentation d'un profil sont donnés par Trépanier *et. al.* [32].

Trépanier *et. al.* [32] ont montré que 13 points de contrôle suffisent à une NURBS de degré 3 pour représenter la plupart des profils aérodynamiques avec une erreur de représentation inférieure à 8×10^{-5} (qui est une erreur inférieure aux tolérances manufacturières et aux sensibilités des solveurs aérodynamiques). La complexité du profil à représenter influencera le nombre de points de contrôle requis pour définir la NURBS. Ainsi, un profil peu cambré pourrait être représenté avec 10 points de contrôle, alors qu'un profil transsonique, d'une géométrie plus complexe, pourrait nécessiter 13 points de contrôle.

Plusieurs recherches en optimisation aérodynamique ont utilisé les B-splines afin de définir les profils [12],[15] et utilisaient typiquement entre 20 et 30 points de contrôle. Ce nombre élevé de points de contrôle est probablement responsable de la formation des bosses sur les profils optimisés (section 1.3.1). En effet, pour une courbe représentée par une B-spline ou une NURBS, plus le nombre de points de contrôle est élevé, plus l'influence de chacun des points de contrôle sur la courbe sera locale (plus de détails sont donnés en annexe I).

L'hypothèse principale de cette recherche est que les NURBS, nécessitant moins de points de contrôle que les B-splines pour représenter un profil, empêcheront l'optimiseur de générer des profils bosselés. De plus, on s'attend à ce que les profils lisses résultants présentent de bonnes performances en régime de vol hors design.

2.1.4.1 Logiciels utilisés

La librairie *Pirate* ³ installée au CERCA permet de manipuler et de stocker des représentations NURBS. L'exécutable *optim.exe*, créé par Jérôme Lépine [14], permet de créer une NURBS qui approxime le profil initial avec la précision voulue (8×10^{-5}). Le nombre de points de contrôle de la NURBS initiale est spécifié par l'utilisateur. Ces points de contrôles seront déplacés et les poids modifiés par *optim.exe* selon un algorithme minimisant la distance entre la NURBS et le profil cible. La définition de la NURBS obtenue (les valeurs des composantes x , y et ω) est ensuite inscrite dans trois fichiers distincts (*ctrl_pts_X.dat*, *ctrl_pts_Y.dat* et *ctrl_pts_omega.dat*).

L'exécutable *calcule_épaisseur.exe* normalise le profil de façon à ce que le bord d'attaque des profils soit toujours positionné en (0,0) et le bord de fuite en (1,0). Les

³<http://www.cerca.umontreal.ca/pirate>

profils générés par l'optimiseur ont ainsi toujours la même longueur caractéristique, ce qui simplifie la comparaison de leurs propriétés aérodynamiques. L'épaisseur maximale du profil est ensuite calculée sur le profil redimensionné.

La courbe définissant le profil est ensuite discrétisée et envoyée au solveur aérodynamique. L'exécutable *discr_scale.exe* retourne une série de points discrets, dont le nombre est déterminé par l'utilisateur (généralement autour de 200), calculés à partir de la NURBS normalisée. Les points discrets définissant le profil est contenue dans un fichier (*naca.air* pour le profil NACA0012) selon le format suivant :

Profil_discretise

```

190      (nombre de points discrets)
1.000000  0.000000  (bord de fuite)
0.986853  -0.001877
0.973625  -0.003726  (intrados)
0.960344  -0.005547
.....

0.000011  -0.000587  (bord d'attaque)
0.000011   0.000569
.....

0.960281  0.005549
0.973574  0.003728  (extrados)
0.986817  0.001879
1.000000  0.000000  (bord de fuite)
```

2.2 Solveur aérodynamique

Les propriétés aérodynamiques du profil sont calculées à l'aide d'un solveur aérodynamique. Il existe plusieurs types de solveurs pour les profils en régime transsonique. La précision et le temps de calcul des solveurs dépendent du degré de complexité des équations résolues.

Les solveurs les plus simples approximent les équations d'un écoulement potentiel. TSFOIL [8] est un solveur qui résout les équations de petites perturbations en régime transsonique en quelques secondes. Les solveurs un peu plus complets, tels que BGK [4] résolvent les équations non-conservatives du potentiel et apportent une correction de la couche-limite. Ces types de solveurs sont utiles pour obtenir des valeurs approximatives des propriétés aérodynamiques d'un profil, mais les solutions obtenues sont assez bruitées.

Les solveurs de type Euler négligent les termes de viscosité. Ils permettent de représenter les effets de compressibilité (les chocs), mais ne tiennent pas compte des effets de viscosité et de turbulence de l'écoulement. Ces codes sont généralement rapides, mais la solution est de faible utilité car les effets visqueux sont généralement importants pour un profil en régime transsonique.

Les effets visqueux sont entièrement incorporés dans un solveur Navier-Stokes, les effets de la turbulence étant habituellement représentés par un modèle de turbulence. Ces solveurs nécessitent plus de temps de calcul, mais l'importance des effets visqueux pour un profil en régime transsonique, notamment au niveau de la traînée visqueuse, justifie leur utilisation. Le solveur NSU2D [18], spécialement réglé pour le cas de profils transsoniques bidimensionnels, sera utilisé dans le processus d'optimisation.

2.2.1 NSU2D

Le logiciel NSU2D est un solveur aérodynamique spécialisé dans la résolution de profils multi-éléments bidimensionnels en configuration de portance maximale (décollage et atterrissage). NSU2D est également très efficace pour la résolution de profils en régime transsonique. Ce logiciel comporte trois modules : un module de génération de maillage (UMESH2D), un module d'agglomération de maillage multi-niveau (AMG2D) et un module de résolution (NSU2D).

2.2.2 Module de génération de maillage (UMESH2D)

NSU2D utilise un maillage non-structuré généré à partir d'une série de points décrivant la frontière. UMESH2D génère une spline passant par ces points et un maillage est créé en tenant compte du nombre de segments de la spline. UMESH2D concentre aussi les points dans le sillage en fonction de l'angle d'incidence du profil.

Une méthode de couches successives [28] est utilisée pour créer les éléments près de la surface et dans le sillage, et une méthode de triangularisation de Delaunay [17] sert à mailler le reste du domaine non-visqueux.

Les principaux paramètres réglables par l'utilisateur sont le nombre d'éléments en surface du profil et l'angle d'incidence de l'écoulement. Le nombre d'éléments en surface détermine le nombre d'éléments de maillage qui seront créés pour tout le domaine. Deux maillages générés pour un profil transsonique (15000 et 30000 éléments) sont illustrés à la figure 2.4. Les éléments sont plus concentrés près de la surface du profil et dans le sillage.

Le nombre d'éléments contenu dans le maillage est, avec le nombre de cycles effectué par le solveur (section 2.2.4), le principal paramètre influençant la qualité de la

solution et le temps de calcul nécessaire pour l'obtenir. En effet, plus le nombre d'éléments est élevé, plus la taille des mailles est petite et plus la solution est précise. Toutefois, le temps de calcul est également plus long lorsque le nombre de mailles augmente.

La relation entre le temps de calcul et le nombre de mailles est presque linéaire, mais la relation entre la précision de la solution et le nombre d'éléments n'est pas aussi simple. Il est donc important de procéder à une étude de convergence qui tienne compte du nombre de mailles et du nombre de cycles du solveur (section 2.2.4) afin d'obtenir la combinaison optimale qui donnera rapidement une solution suffisamment précise. Ces études sont effectuées aux sections 4.4 et 5.5.

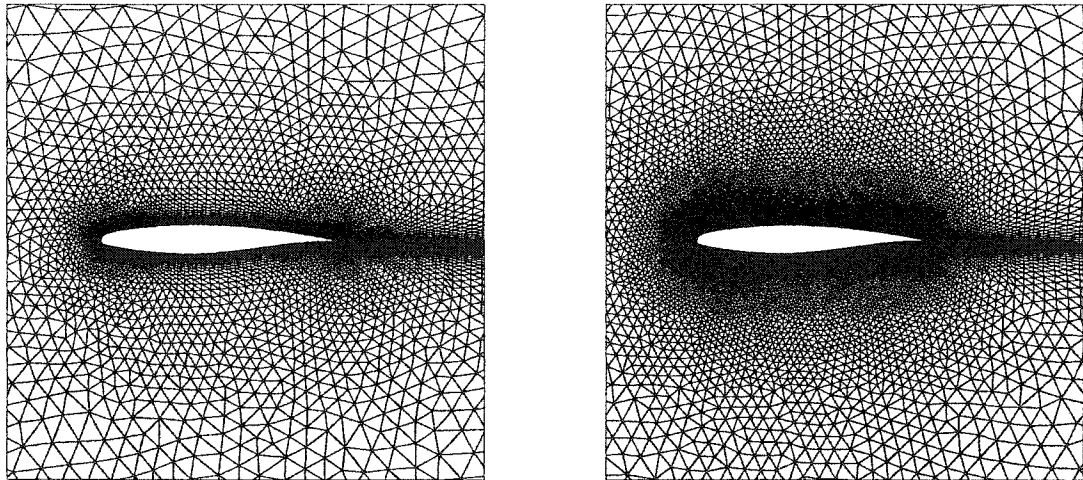


Figure 2.4 Maillage de a) 15000 éléments et b) 30000 éléments pour un profil transsonique à incidence nulle

L'autre paramètre fixé par l'utilisateur est l'angle d'incidence de l'écoulement. UMESH2D génère des éléments dans le sillage du profil à l'aide d'une méthode de panneaux rapide, et l'angle d'incidence fourni en paramètre d'entrée permet de mieux orienter ce sillage et donc de mieux concentrer les mailles dans le sillage "présumé".

2.2.3 Module d'agglomération de maillage multi-niveau (AMG2D)

Afin d'accélérer la convergence de la résolution numérique de l'écoulement, un *algorithme multi-grilles algébrique* est inséré dans la phase de résolution. Le module AMG2D utilise le maillage (très raffiné) fourni par le module UMESH2D et agglomère les éléments afin de créer un nouveau maillage plus grossier. Ce processus est répété en regroupant ces macro-éléments (qui ne sont maintenant plus des triangles, mais des polygones complexes) pour obtenir un nouveau niveau de maillage encore plus grossier. Ceci est répété jusqu'à ce que le nombre de niveaux (spécifié par l'utilisateur) soit atteint. Cinq niveaux de maillages sont utilisés car un plus grand nombre de niveaux donnerait des éléments trop grossiers pour le solveur.

Le solveur utilise ces niveaux de maillages afin de converger vers une solution stationnaire plus rapidement. Une solution pour une première itération en temps est d'abord calculée sur le maillage le plus fin. Cette solution est ensuite interpolée sur le deuxième niveau de maillage et une solution est calculée pour une deuxième itération en temps. Ce processus est répété jusqu'au dernier niveau de maillage. La solution obtenue sur ce maillage grossier est alors retournée par interpolation sur le maillage le plus fin. Ce processus de résolution à plusieurs niveaux de maillage est ainsi répété tout au long de la résolution de l'écoulement par NSU2D.

2.2.4 Module de résolution (NSU2D)

Le solveur NSU2D résout les équations de Navier-Stokes à moyenne de Reynolds pour les écoulements turbulents sur les éléments triangulaires fournis par le module de génération de maillage UMESH2D. NSU2D utilise un schéma de discrétisation correspondant à une approche éléments finis de Galerkin [16]. Cette approche requiert l'utilisation de viscosité artificielle afin de stabiliser la résolution numérique.

Plusieurs modèles de turbulence sont implémentés dans NSU2D et le choix du modèle revient à l'utilisateur : modèle de Baldwin-Barth [3], de Spalart-Allmaras [30], modèle $k - \epsilon$ [5], [21] et $k - \Omega$ [20]. Les optimisations seront conduites en utilisant le modèle Spalart-Allmaras qui est bien reconnu en industrie pour ce type d'application.

Des itérations en temps, ou cycles, sont effectuées par NSU2D afin de faire diminuer la dérivée temporelle de la densité ($\partial\rho/\partial t$). Lorsque $\partial\rho/\partial t$ tend vers zéro, l'écoulement tend vers l'état stationnaire.

2.3 Optimiseur

Le module d'optimisation gère les données fournies par les deux modules précédents afin d'effectuer l'optimisation du profil. La formulation générale du problème d'optimisation aérodynamique avec contraintes est la suivante :

$$\begin{aligned}
 \min_{\mathbf{d}=\{\alpha, Y_i\}} \quad & C_D(\mathbf{d}, M_\infty) \\
 \text{tel que :} \quad & C_L(\mathbf{d}, M_\infty) \geq C_L^* \\
 & Y_i \geq Y_-^* \\
 & Y_i \leq Y_+^* \\
 \text{-ou-} \\
 & (t/c)_{max} \geq (t/c)_{max}^*
 \end{aligned}$$

L'optimiseur utilise donc les données aérodynamiques (C_D et C_L) fournies par le solveur et les données géométriques (bornes sur les variables ou contrainte sur l'épaisseur maximale) fournies par le module de paramétrisation (voir figure 2.1). Il traite ces données selon l'algorithme d'optimisation implémenté (les détails sur

l'algorithme sont présentés au chapitre 3). Il modifie ensuite les points de contrôle définissant le profil et les retourne au module de représentation géométrique. Cette boucle recommence jusqu'à ce que l'optimiseur converge vers un optimum.

2.3.1 Fonction coût

La traînée totale d'un profil ($C_{D_{tot}}$) est constituée de la traînée de pression (C_D) et de la traînée visqueuse (C_{D_f}).

$$C_{D_{tot}} = C_D + C_{D_f}$$

La traînée visqueuse C_{D_f} est la somme des composantes x du cisaillement à la paroi du profil. Le développement de la couche limite, les possibles recirculations (pour un écoulement décroché après le choc) et la longueur de la surface mouillée du profil influenceront la valeur de la traînée visqueuse. Toutefois, la valeur de C_{D_f} est relativement constante pour un type de profil donné. En effet, les variations de C_{D_f} se font sur une plage très restreinte : un profil comportant un écoulement massivement séparé et un profil avec un écoulement entièrement attaché auront des traînées visqueuses très similaires. La figure 2.5 illustre un exemple de profil transsonique à $M_\infty=0.73$, à $\alpha=1.5^\circ$ et $\alpha=3^\circ$. On constate que les traînées visqueuses sont assez semblables (le profil à 3° a un C_{D_f} 11% inférieur au C_{D_f} du profil à 1.5°), mais que les traînées totales sont très différentes (le profil à 3° a un $C_{D_{tot}}$ 162% supérieur au $C_{D_{tot}}$ du profil à 1.5°). On constate donc que les gains en traînée dans le processus d'optimisation se feront au niveau de la traînée de forme.

On remarque également que la traînée visqueuse diminue pour un écoulement séparé après le choc (en raison des recirculations) alors que la traînée totale augmente.

Le couplage entre la traînée visqueuse et la traînée totale peut être difficile à cerner pour l'optimiseur en raison des effets opposés qu'entraîne l'apparition d'une séparation de l'écoulement en termes de traînée de pression et de traînée visqueuse.

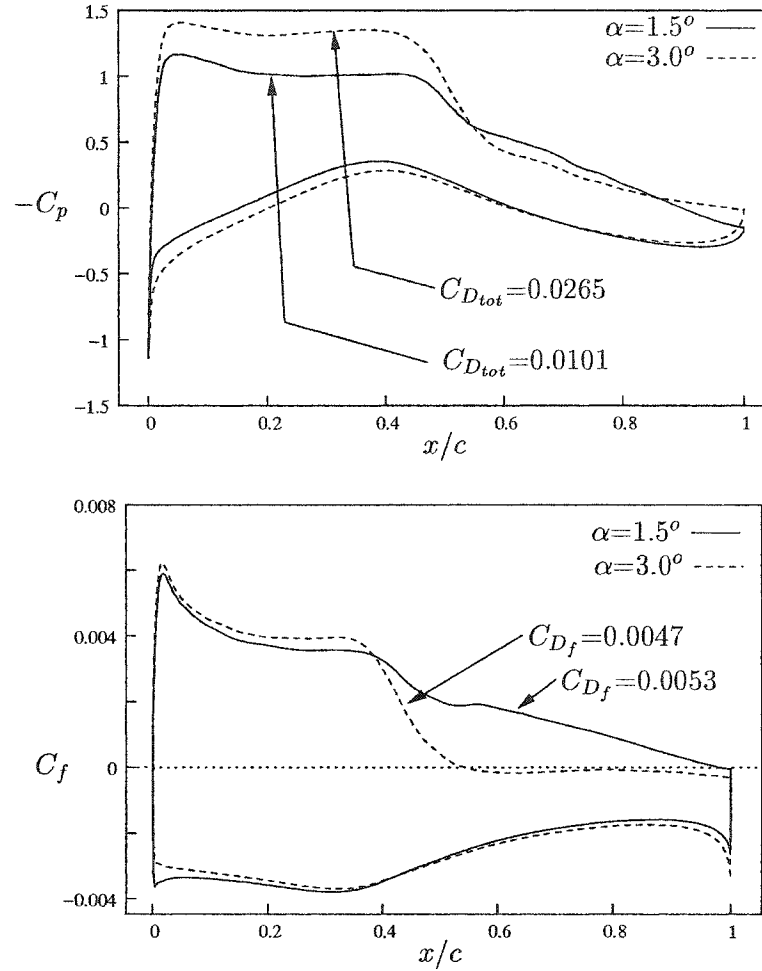


Figure 2.5 Distribution des C_p et des C_f pour un profil transsonique à $M_\infty = 0.73$ à différents angles d'attaque

Comme il faut éviter d'avoir un écoulement séparé (car cela signifie qu'on se trouve dans le régime de divergence de traînée), nous allons poser la fonction coût du problème d'optimisation comme étant la traînée de pression C_D uniquement, ce qui évitera à l'optimiseur d'avoir à tenter de résoudre le couplage entre les phénomènes visqueux et de pression.

2.4 Parallélisation des calculs

Lorsque la formulation multipoint du problème d'optimisation est utilisée (section 3.5), chacun des profils créés par l'optimiseur doit être évalué à plusieurs conditions de vol. Beaucoup de temps de calcul peut être sauvé en parallélisant le processus. En effet, chaque sous-problème peut être traité indépendamment par des processeurs différents et le temps de calcul demeure le même qu'avec la formulation ponctuelle. Si la parallélisation n'est pas disponible, les calculs doivent être effectués séquentiellement et l'optimisation requiert beaucoup plus de temps. La figure 2.6 illustre comment les données sont distribuées entre les modules pour une implémentation en parallèle de la formulation multipoint. Un ordinateur à 16 processeurs était à notre disposition, alors le schémas de calcul en parallèle a été utilisé pour notre processus d'optimisation multipoint.

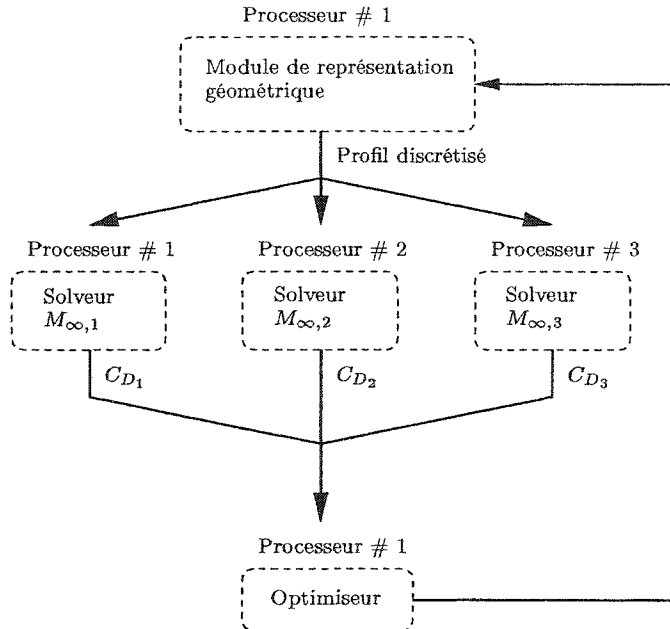


Figure 2.6 Distribution des données d'un cycle d'optimisation pour une implémentation en parallèle de la formulation multipoint

CHAPITRE 3

ALGORITHME D'OPTIMISATION

L'algorithme d'optimisation utilisé exerce une influence sur les résultats de l'optimisation. On doit donc le choisir soigneusement et bien régler ses principaux paramètres (mise à l'échelle des variables, pas de différentiation et formulation du problème d'optimisation).

3.1 Les méthodes SQP

Tel que mentionné à la section 1.2.3.2, une méthode à gradient est utilisée dans le processus d'optimisation. En effet, l'objectif de cette recherche n'est pas de découvrir un profil complètement différent du profil initial après le processus d'optimisation, mais plutôt d'obtenir un profil semblable au profil initial qui possède de meilleures propriétés aérodynamiques.

Plusieurs méthodes à gradients supportant les contraintes d'inégalités sont potentiellement intéressantes : programmation séquentielle linéaire (SLP), programmation séquentielle quadratique (SQP), méthode des directions faisables (CONMIN), etc. Hock et Schittkowski [11] ont démontré que les méthodes SQP sont supérieures aux autres méthodes lorsque certaines hypothèses sont satisfaites : d'abord, l'espace de design ne doit pas être trop vaste. Ensuite, les fonctions et les gradients doivent pouvoir être évalués avec suffisamment de précision. Enfin, le problème ne doit pas être trop bruité.

Les variables de design de notre problème sont les trois composantes des points de contrôle de la NURBS. Il a été démontré qu'un profil d'aile nécessite une NURBS avec au plus 13 points de contrôle pour être représenté avec une précision de l'ordre de 10^{-5} (voir section 2.1.4). Le nombre potentiel de variables de design pour une NURBS à 13 points de contrôle serait donc de 39. Comme les gradients sont évalués numériquement (ce qui est très coûteux en temps, voir section 3.3), le nombre de variables de design doit être réduit à environ une dizaine, ce qui satisfait la première hypothèse de validité des méthodes SQP. Ensuite, l'utilisation d'un solveur Navier-Stokes assez précis (NSU2D, voir section 2.2.1) permet d'obtenir une bonne précision sur les fonctions (C_L et C_D) et leur gradients et réduit beaucoup le bruit numérique sur ces fonctions. Les conditions définies par Hock et Schittkowski étant ainsi rencontrées, une méthode SQP sera utilisée dans le processus d'optimisation.

Deux méthodes SQP sont implémentées dans iSIGHT, soit la méthode DONLP [31] et NLPQL [29]. La méthode DONLP a été choisie car elle était déjà bien maîtrisée par l'équipe de travail du CERCA. Notons que l'algorithme d'optimisation utilisé est une boîte noire insérée dans la chaîne d'intégration présentée à la figure 2.1. L'optimiseur sélectionné, DONLP, pourrait ainsi être remplacé par un autre algorithme et le processus d'optimisation en serait peu affecté.

La méthode DONLP utilise le gradient de la fonction coût afin d'en construire une approximation quadratique. Elle construit également une approximation linéaire des contraintes liées au problème d'optimisation. Les détails de la méthode DONLP sont donnés en annexe II.

L'utilisation de DONLP est assez simple, mais nécessite une attention particulière au niveau de la mise à l'échelle des variables et du choix du pas de différentiation.

3.2 Mise à l'échelle des variables et des fonctions

La mise à l'échelle des variables de design influence beaucoup le résultat d'une optimisation. Selon Papalambros [26], "la mise à l'échelle est le facteur le plus important, mais le plus simple, pouvant faire la différence entre le succès et l'échec d'une optimisation".

Les méthodes à gradient nécessitent le calcul du gradient de la fonction coût $\nabla f(\mathbf{x})$. Les composantes de ce gradient doivent être de mêmes ordres de grandeurs afin que l'influence de chacune des variables sur la fonction coût soit bien saisie par l'optimiseur. En effet, une mauvaise mise à l'échelle des variables de design pourrait entraîner qu'une des composantes du gradient se trouve à être deux ou trois ordres de grandeurs inférieure aux autres composantes du gradient. L'influence de la variable associée à cette composante ne sera pas considérée lors du calcul de la direction de descente, alors qu'une bonne mise à l'échelle aurait pu révéler l'importance de cette variable sur la fonction coût.

De plus, la méthode DONLP utilise une fonction de pénalisation Φ permettant l'intégration des contraintes (annexe II). La formulation générale d'un problème de minimisation d'une fonction coût $f(x)$ soumis à n contraintes d'égalité $h_i(x)$ et m contraintes d'inégalités $g_j(x)$ est la suivante :

$$\begin{aligned} \min_x \quad & f(x) \\ \text{tel que : } \quad & h_i(x) = 0, \quad i = 1, \dots, n \\ & g_j(x) \geq 0, \quad j = 1, \dots, m \end{aligned} \tag{3.1}$$

La fonction de pénalisation est alors construite de la façon suivante :

$$\Phi = f(x) - \sum_{i=1}^m \beta_i \min\{0, g_i(x)\} + \sum_{j=1}^p \gamma_j |h_j(x)| \quad (3.2)$$

La fonction coût et les contraintes doivent donc être de mêmes ordres de grandeurs afin de ne pas négliger un des termes de l'équation 3.2, ce qui pourrait mener, par exemple, à un optimum qui viole une des contraintes.

La mise à l'échelle des variables, de la fonction et des contraintes est une opération très délicate. En effet, différentes mises à l'échelle risquent fort de produire des résultats différents. Il est important dans notre cas de fonctionner avec des mises à l'échelle similaires pour les différentes formulations du problème afin de pouvoir comparer les résultats obtenus. La mise en échelle doit aussi être uniforme pour des variables de même type ; autrement, chacune des variables devrait être analysée individuellement, ce qui rendrait le processus d'optimisation beaucoup plus long et moins intéressant dans le cadre d'une application pratique.

Deux mises à l'échelle différentes sont utilisées dans les applications au profil NACA0012 et au profil transsonique. Elles sont expliquées en détail aux sections 4.3 et 5.3.

3.3 Choix du pas de différentiation

La méthode SQP nécessite la connaissance des gradients de la fonction coût et des contraintes à chaque itération. Comme le solveur utilisé, NSU2D, ne retourne pas d'information sur les sensibilités liées aux variables, le gradient de la fonction coût doit être calculé par différences finies. La méthode DONLP telle qu'implémentée

dans iSIGHT v.7.0, utilise une différence finie décentrée :

$$\frac{\partial F}{\partial y_i} = \frac{F(y_i + h) - F(y_i)}{h}$$

où h est le pas de différentiation et les y_i sont les variables de design.

Le choix du pas de différentiation doit être fait de façon très minutieuse. En effet, les fonctions sur lesquelles les gradients sont calculés ne sont pas parfaitement lisses. Bien que NSU2D soit un solveur aérodynamique très précis, les courbes de C_D et de C_L contiennent toujours du bruit numérique. Un compromis doit être effectué pour le choix de la taille du pas h : un pas h grossier permet de s'affranchir du bruit numérique, alors qu'un pas h raffiné donne une meilleure information sur la valeur du gradient. Le pas doit donc être choisi de façon à ne pas avoir des gradients affectés par les oscillations numériques tout en ayant une bonne précision sur le gradient.

La mise à l'échelle, telle que discutée à la section 3.2, est également très importante pour l'évaluation du gradient car le pas de différentiation utilisé est le même pour toutes les variables de design. En effet, si les variables de design ont des ordres de grandeur très différents, un pas h pourrait être trop grand (hors de l'espace de design) pour une variable et trop petit (noyé dans le bruit numérique) pour une autre.

Une technique de sélection du pas de différentiation suggérée par Papalambros [26] pour une variable de design Y_i consiste à tracer la variation de la fonction coût sur une plage restreinte en faisant varier cette variable autour de sa valeur initiale $Y_{i,o}$ avec un pas h très petit. L'amplitude du bruit numérique pour cette variable peut ainsi être établie graphiquement (figure 3.1) et le pas h_i peut être calculé selon la

formule suivante :

$$h_i \approx \left(\frac{\varepsilon_A}{C_D(Y_{i,o})} \right)^{1/2} \quad (3.3)$$

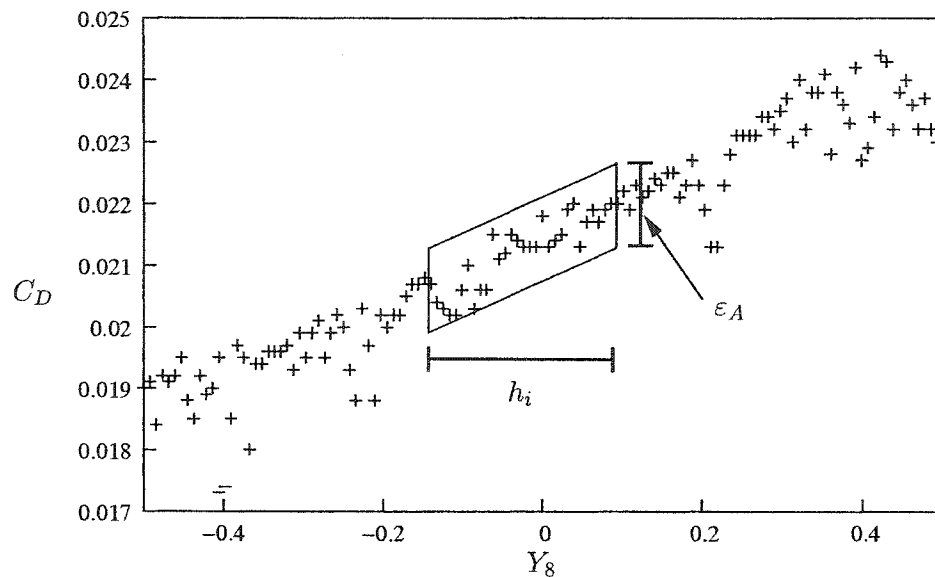


Figure 3.1 Variations du C_D dues au bruit numérique lié à la variable Y_8 pour un profil transsonique

Cette technique est toutefois assez difficile à mettre en place lorsque le nombre de variables de design est grand car elle nécessite une mise à l'échelle des variables de design qui assurera des variations très similaires de la fonction coût pour chaque variable. Comme la mise à l'échelle utilisée doit préférablement être uniforme pour des variables de même type (section 3.2), il est probable que les variations de la fonction coût soient approximativement du même ordre de grandeur, mais suffisamment différentes pour que les pas h_i calculés à l'aide de la formule 3.3 soient différents pour chacune des variables de design. On devra alors trouver un compromis entre les plus petits pas calculés et les plus grands, ce qui nous ramène à la case de départ.

3.3.1 Technique de réduction du pas

La technique proposée par Papalambros et Wilde (section 3.3) est donc efficace pour obtenir un ordre de grandeur du pas de différentiation, mais ne permet pas d'obtenir le pas "idéal" pour un problème donné. Afin de pallier à ce problème, une technique de réduction du pas a été utilisée.

La méthode de Papalambros et Wilde est d'abord utilisée sur un certain nombre de variables jugées représentatives afin de déterminer l'ordre de grandeur du pas et l'amplitude typique du bruit numérique. Le pas h_{max} le plus grossier et le pas h_{min} le plus fin sont ainsi déterminés. On sait donc qu'un pas plus petit que h_{min} est inutile car il causera trop de bruit numérique pour toutes les variables, et qu'un pas supérieur à h_{max} donnera des gradients trop imprécis quelle que soit la variable.

On commence par fixer le premier pas de différentiation h_1 à la valeur de h_{max} et un critère d'arrêt de la technique d'optimisation moins sévère. On mène une optimisation à partir du profil initial jusqu'à ce que ce critère d'arrêt soit rencontré. Le profil obtenu est réutilisé comme nouveau profil de départ avec un critère d'arrêt un peu plus serré et un pas de différentiation h_2 situé entre h_{max} et h_{min} . Si on veut conduire trois optimisations, par exemple, on choisira $h_2 = \frac{h_{max}+h_{min}}{2}$ et $h_3 = h_{min}$. Ce processus itératif est ainsi répété jusqu'à ce que le pas atteigne la valeur de h_{min} .

Cette démarche consiste donc à utiliser initialement un pas et un critère d'arrêt grossier afin de converger plus rapidement vers la zone où se trouve le minimum de la fonction. Elle peut également permettre de franchir certains minimums locaux qui auraient causé un arrêt prématuré de l'optimisation avec un pas plus fin. Lorsque cette zone est localisée, un pas et un critère d'arrêt plus fins sont alors utilisés afin de mieux identifier le minimum local de cette zone. La figure 3.2 illustre

graphiquement l'idée derrière cette méthode pour une fonction à une variable. Le point A représente un minimum local qui n'aurait possiblement pas pu être franchi si le pas initial avait été immédiatement fixé à h_{min} .

Le critère d'arrêt le plus sévère qui est utilisé lors de la dernière étape du processus itératif d'optimisation est déterminé à partir de la précision de NSU2D. La traînée calculée par NSU2D possède quatre chiffres significatifs. Le critère d'arrêt est donc fixé à 5×10^{-5} afin de s'assurer que la dernière optimisation s'arrêtera lorsque C_D est calculé à la limite de la précision fournie par NSU2D. Le critère d'arrêt est auparavant fixé à des valeurs plus grossières afin de permettre aux optimisations intermédiaires d'avancer rapidement vers la région du minimum recherché.

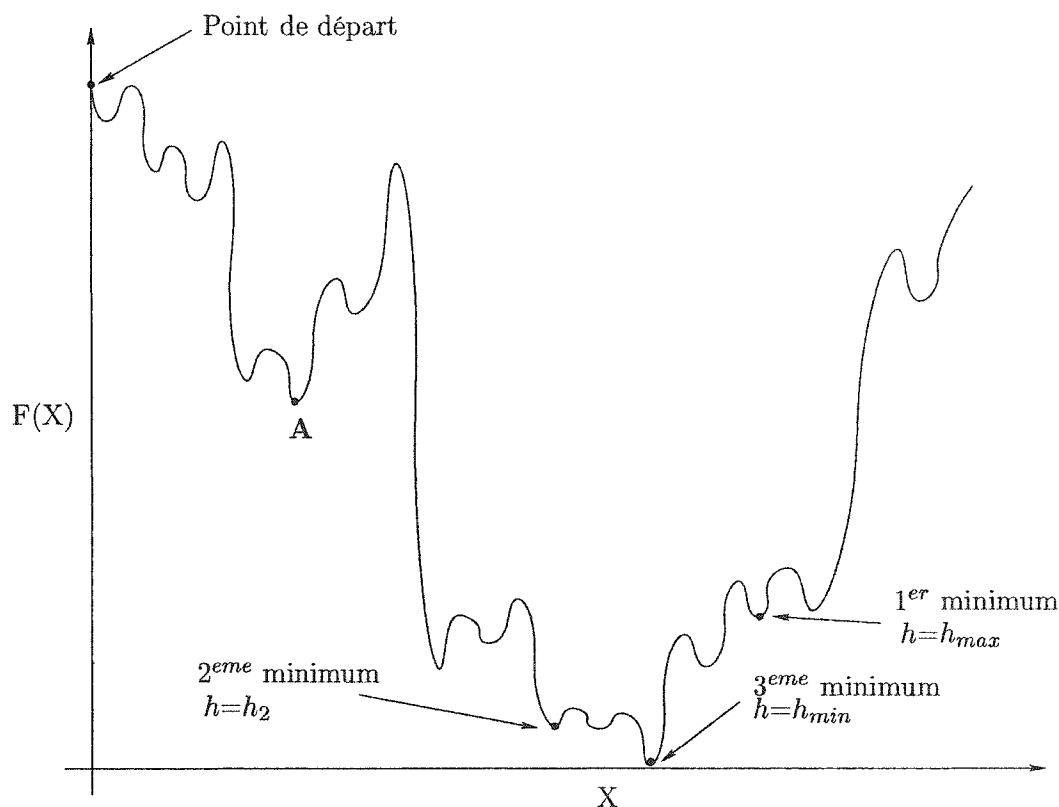


Figure 3.2 Technique de réduction du pas pour une fonction à une variable

La technique de réduction du pas ne garantit aucunement l'obtention d'un meilleur

résultat par rapport à l'utilisation d'un pas constant soigneusement choisi. La méthode à gradient utilisée fait progresser le vecteur de design vers une région et trouvera un minimum local de cette zone. La plupart des valeurs de pas entre h_{max} et h_{min} dirigeront l'optimiseur vers cette zone (à moins de rester pris dans une zone comme le point A sur la figure 3.2) et le minimum local dépendra du pas utilisé. Il existe ainsi un minimum "global" de cette zone et il existe un certain pas optimal capable de le trouver. La technique de réduction du pas ne garantit pas de trouver ce minimum "global", mais permet d'assurer une convergence assez rapide vers la zone où se trouve ce minimum sans avoir à tester plusieurs pas. Elle assure aussi de trouver un minimum local très près du minimum global de cette zone.

3.4 Séparation des variables de design

Plusieurs recherches en minimisation de traînée utilisent des formulations du problème dans lesquelles le vecteur de variables de design $\mathbf{d}$ contient les variables géométriques (y_i), définissant la géométrie du profil optimisé, et l'angle d'incidence de l'écoulement α . Par exemple, une formulation ponctuelle du problème sera :

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{d}=\{\alpha, y_i\}} \quad & C_D (\mathbf{d}, M_\infty) \\ \text{tel que :} \quad & C_L (\mathbf{d}, M_\infty) \geq C_L^* \end{aligned} \tag{3.4}$$

Cette formulation peut être parfois assez difficile à gérer pour un optimiseur en raison des différences de nature des variables du vecteur $\mathbf{d}$. En effet, les variables géométriques y_i influencent la forme du profil et n'ont pas d'effet sur l'angle d'incidence de l'écoulement. La variable α , de son côté, influence uniquement l'angle d'incidence de l'écoulement et n'affecte aucunement la géométrie du profil.

L'optimiseur gère des variables de natures différentes et doit ainsi trouver le couplage existant entre ces deux types de variables pour construire une approximation quadratique de la fonction coût (annexe II). Ce couplage peut être extrêmement complexe et l'optimiseur pourrait ne jamais être en mesure de le déterminer. La qualité de l'approximation quadratique de la fonction coût construite en serait ainsi affectée, conduisant à des directions de descente moins précise et ultimement à un optimum moins "global".

Ce problème de couplage peut toutefois être évité en analysant la physique du problème. Les relations entre l'angle d'incidence, la portance et la traînée pour des profils non-décrochés sont bien connues : lorsque α augmente, C_L et C_D augmentent également (figure 3.3). Comme la traînée augmente avec la portance, un profil analysé aura une traînée inutilement élevée si on se contente d'avoir $C_L > C_L^*$. Ainsi, pour un profil donné, on devrait avoir une portance C_L qui soit la plus près possible de la portance cible C_L^* afin que la traînée C_D liée à ce profil soit la plus basse possible. La portance peut donc être fixée à C_L^* en faisant varier uniquement l'angle α .

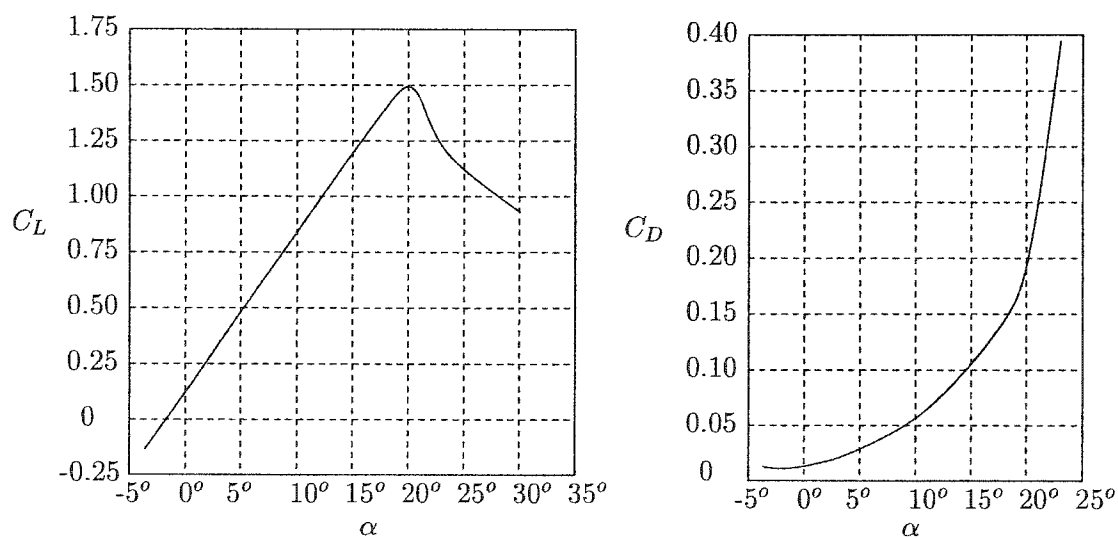


Figure 3.3 Courbes typiques de C_L vs α et C_D vs α (profil NACA2409, tiré de [37])

Pour chaque profil généré par l'optimiseur, on doit trouver α tel que $C_L = C_L^*$. On s'assure ainsi que chaque configuration de profil analysé respecte la contrainte de portance 3.4 et que la traînée associée à ce profil est la plus petite possible.

Ces considérations physiques permettent de scinder la formulation 3.4 du problème d'optimisation en deux niveaux : un problème maître gère les variables géométriques afin de minimiser la traînée et un sous-problème assure de trouver le plus petit angle d'incidence de l'écoulement tel que la portance soit le plus près possible de la portance cible. Le problème s'écrit donc sous la forme suivante :

$$\begin{aligned}
 \min_{\mathbf{d}=\{y_i\}} \quad & C_D (\mathbf{d}, \alpha, M_\infty) \\
 \text{-et-} \quad & \\
 \min_{\alpha} \quad & \alpha \\
 \text{t.q. :} \quad & C_L (\mathbf{d}, \alpha, M_\infty) \geq C_L^*
 \end{aligned} \tag{3.5}$$

Cette séparation des variables permet de régler le problème de couplage entre α et les variables géométriques. De plus, le problème maître de minimisation de la traînée sous la formulation 3.5 devient un problème d'optimisation sans contrainte, ce qui est beaucoup plus facile à gérer pour l'optimiseur (il n'a qu'à se concentrer à minimiser la fonction coût) et pour l'utilisateur (il n'y a plus de mise à l'échelle des contraintes à ajuster). Toutefois, l'appel à une sous-optimisation à chaque itération de la tâche maîtresse augmente considérablement le nombre d'appels au solveur, ce qui rend le processus d'optimisation plus long.

La section 4.5 présente des résultats d'optimisations menées sur un profil NACA0012 permettant de comparer les deux formulations du problème.

3.5 Formulations multipoint

Il existe différentes façons de formuler un problème d'optimisation multipoint. Entre autres, deux méthodes s'appliquent particulièrement bien au problème de la minimisation en traînée et sont présentées dans cette section. Dans le contexte de minimisation de la traînée, la formulation multipoint est utilisée afin d'élargir la plage d'efficacité des profils optimisés. Plusieurs conditions de vol (*i.e.* nombres de Mach) sont considérées et la fonction coût reflète cette pluralité.

La première formulation consiste en une sommation pondérée des traînées C_{D_i} aux k nombres de Mach considérés ($M_{\infty,i}$). Le problème d'optimisation avec variables séparées (tel qu'introduit à la section 3.4) s'écrit donc :

$$\min_{\mathbf{d}} \quad \sum_{i=1}^k w_i \left[\frac{C_{D_i}(\mathbf{d}, \alpha_i, M_{\infty,i})}{C_{D_i}^o} \right] \quad (3.6)$$

avec les k sous-problèmes :

$$\begin{aligned} \min_{\alpha_i} \quad & \alpha_i \\ \text{tel que :} \quad & C_{L_i}(\mathbf{d}, \alpha_i, M_{\infty,i}) \geq C_L^* \end{aligned}$$

où les w_i sont les poids associés à chacune des traînées C_{D_i} . Ces poids peuvent être choisis selon la distribution des fréquences de conditions de vol si cette distribution est connue. Les $C_{D_i}^o$ correspondent à la traînée du profil initial à la condition de design $M_{\infty,i}$ telle que $C_{L_i}^o = C_L^*$. La traînée C_{D_i} à chacune des conditions de vol considérée est donc divisée par la traînée du profil initial $C_{D_i}^o$ afin d'accorder à chacune des conditions de vol la même importance relative dans la fonction coût.

La deuxième formulation, telle que proposée par Vanderplaats [35], consiste à optimiser par rapport aux meilleures traînées possibles aux conditions de vol considérées. On trouve d'abord la courbe de réponse du profil "idéale" sur une certaine plage de M_∞ en effectuant des optimisations ponctuelles à chacune des conditions de vol d'intérêt. Les traînées obtenues avec ces profils sont en théorie les traînées les plus basses qu'il soit possible d'obtenir pour ce M_∞ particulier. En effet, la formulation ponctuelle du problème d'optimisation donne en principe un minimum local "absolu". En reliant ces points sur une courbe C_D vs M_∞ , on obtient donc la meilleure courbe de réponse possible en C_D sur la plage de nombre de Mach. L'optimisation consiste alors à minimiser la distance entre la courbe de réponse en C_D "idéale" et la courbe de réponse en C_D des profils obtenus. La figure 3.4 illustre l'idée derrière cette formulation. L'optimiseur tente de réduire la distance au carré entre les deux courbes afin d'obtenir un profil avec une courbe de C_D vs M_∞ le plus près possible de la courbe cible.

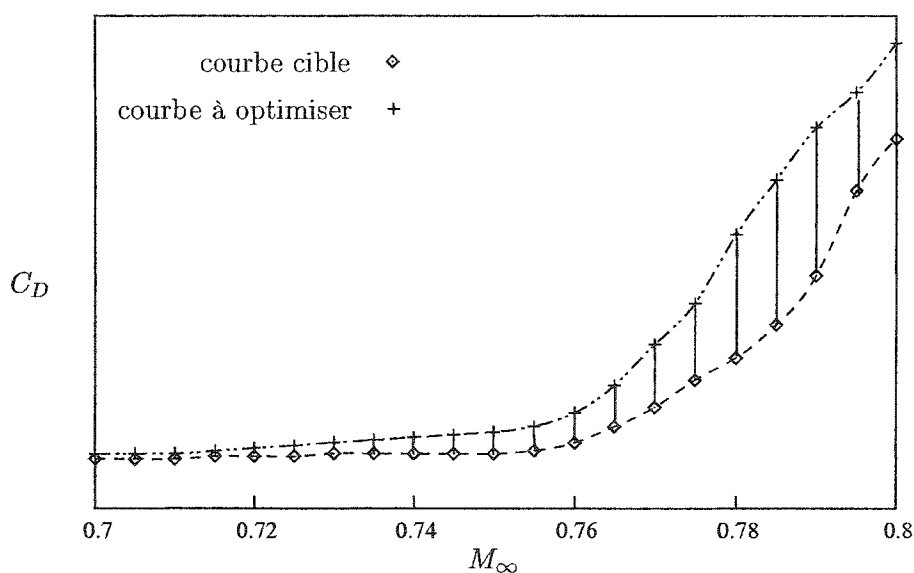


Figure 3.4 Exemple de courbe C_D vs M_∞ cible et de courbe C_D vs M_∞ à optimiser selon la formulation 3.7

Cette formulation du problème s'exprime de la façon suivante :

$$\min_{\mathbf{d}} \quad \sum_{i=1}^k w_i \left[\frac{C_{D_i}(\mathbf{d}, \alpha_i, M_{\infty,i}) - C_{D_i}^*}{C_{D_i}^o - C_{D_i}^*} \right]^2 \quad (3.7)$$

toujours avec les mêmes k sous-problèmes :

$$\begin{aligned} \min_{\alpha_i} \quad & \alpha_i \\ \text{tel que :} \quad & C_{L_i}(\mathbf{d}, \alpha_i, M_{\infty,i}) \geq C_L^* \end{aligned}$$

où $C_{D_i}^*$ correspond à la meilleure traînée possible pour la condition de vol $M_{\infty,i}$ (déterminée avec une optimisation ponctuelle) et $C_{D_i}^o$ la traînée du profil initial à $M_{\infty,i}$. Le choix des poids w_i favorisera certaines conditions de vol.

La formulation multipoint 3.7 du problème de minimisation de la traînée semble plus efficace à première vue. En effet, elle permet d'avoir une idée de la courbe de réponse optimale en traînée. Toutefois, il faut mener plusieurs optimisations avec la formulation ponctuelle pour obtenir une courbe cible précise, ce qui est très coûteux en temps de calcul. Il faut aussi s'assurer que les optimums obtenus aux différents M_{∞} sont des minimums locaux "absolus" (ce qui demande parfois plusieurs essais afin de valider les réglages de l'optimiseur) car autrement la courbe cible perd toute son utilité. La formulation 3.6 sera utilisée dans cette recherche puisqu'elle est plus simple et plus rapide à implémenter que la formulation 3.7.

CHAPITRE 4

APPLICATION AU PROFIL NACA0012

Plusieurs recherches sur l'optimisation aérodynamique ont utilisé le profil NACA0012 comme profil initial ([12], [23]) principalement parce que c'est un profil simple et très connu qui se prête bien à des études théoriques. De plus, comme ce profil s'avère inefficace dans le régime transsonique, l'optimisation menée devrait conduire à de grandes réductions de traînée.

La structure d'optimisation mise en place telle que décrite aux chapitres 2 et 3, sera donc d'abord appliquée au profil NACA0012. On considère d'abord une formulation ponctuelle du problème d'optimisation. Nous pourrions alors vérifier si les effets d'optimisation localisée observés sur ce profil par d'autres chercheurs se répètent lorsque notre structure d'optimisation est utilisée. Une formulation multipoint du problème sera ensuite utilisée afin de vérifier si elle produit une amélioration des performances pour une plage de nombre de Mach.

4.1 Représentation NURBS du profil NACA0012

Le profil NACA0012 peut être représenté à l'aide d'une NURBS à 10 points de contrôles afin de rencontrer la précision de représentation de 8×10^{-5} [32]. La simplicité de ce profil (il est symétrique et sans cambrure) explique le petit nombre de points de contrôle nécessaires à sa représentation. Toutefois, afin de laisser un peu plus de latitude à l'optimiseur, on utilise 12 points de contrôles pour définir le profil initial. Ceci permettra à l'optimiseur d'explorer une plus vaste gamme de profils lors du processus d'optimisation. La figure 4.1 illustre la position et les poids

ω_i des points de contrôle initiaux.

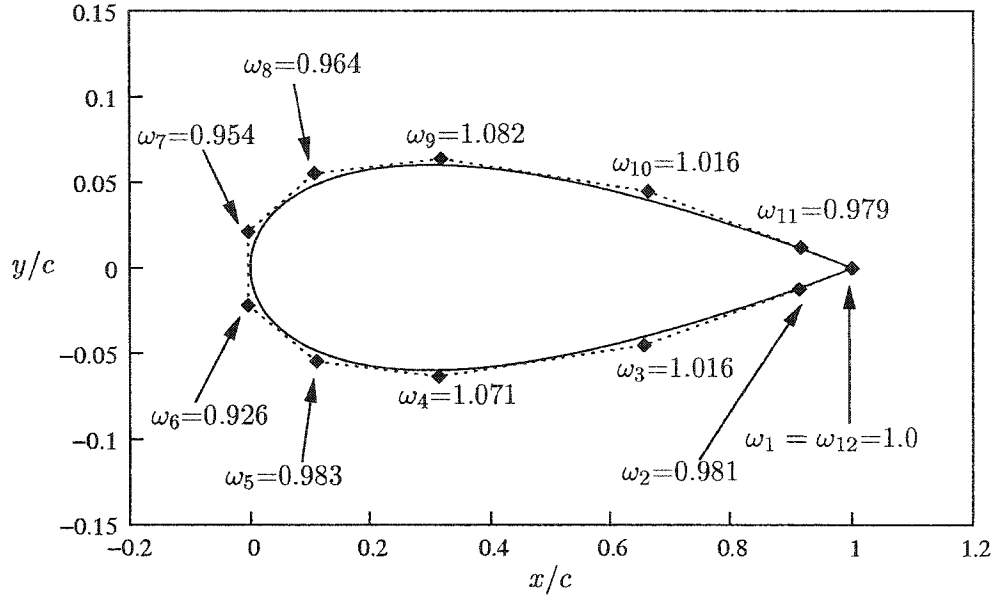


Figure 4.1 Profil NACA0012 défini par une NURBS à 12 points de contrôle

4.2 Choix des variables de design

Le profil initial est représenté par une NURBS à 12 points de contrôle pour laquelle les premier et dernier points de contrôle (correspondant au bord de fuite du profil) resteront fixes. Les 10 points de contrôle restant possédant les degrés de liberté x , y et ω , le problème d'optimisation pourrait donc avoir jusqu'à 30 variables de design.

Cependant, comme le temps requis par une optimisation augmente considérablement avec le nombre de variables de design, nous avons choisi pour cette étude de validation de nous limiter aux 10 variables de design correspondant aux coordonnées y des points de contrôle de la NURBS. En fait, comme le profil NACA0012 n'est pas efficace en régime transsonique, des profils assez différents du profil initial sont anticipés et l'expérience montre qu'en faisant varier les y_i , un espace de design assez vaste peut être couvert. Les profils recherchés étant éloignés du profil

initial, il sera plus facile d'y accéder en faisant varier les y_i . Les composantes x et ω s'avèrent utiles comme variables de design lorsqu'une optimisation plus locale est effectuée.

4.3 Mises à l'échelle et bornes des variables de design

Les variables de design doivent d'abord être mises à l'échelle afin d'assurer que le processus d'optimisation soit efficace (section 3.2). Comme un seul type de variables est utilisé dans ce cas (les ordonnées y des points de contrôle), une adimensionnalisation des variables constitue une mise à l'échelle efficace. L'adimensionnalisation suivante permet de bien dimensionner le problème :

$$Y_i = \frac{y_i - y_o}{y_o} \quad (4.1)$$

Dans cette équation, y_i est l'ordonnée du i^{eme} point de contrôle, y_o la valeur initiale de y_i et Y_i la variable adimensionnelle utilisée par l'optimiseur.

Afin d'empêcher que le profil ne devienne trop mince, on impose des contraintes sur les variables adimensionnelles. L'adimensionnalisation donnée par l'équation 4.1 permet de poser des bornes naturelles sur les variables adimensionnelles, soit sur leur pourcentage de variation :

$$-0.2 \leq Y_i \leq 0.2$$

On s'assure ainsi que les variables y_i ne peuvent varier de plus de $(\pm) 20 \%$ de leur valeur initiale. Ces bornes sont illustrés sur la figure 4.2

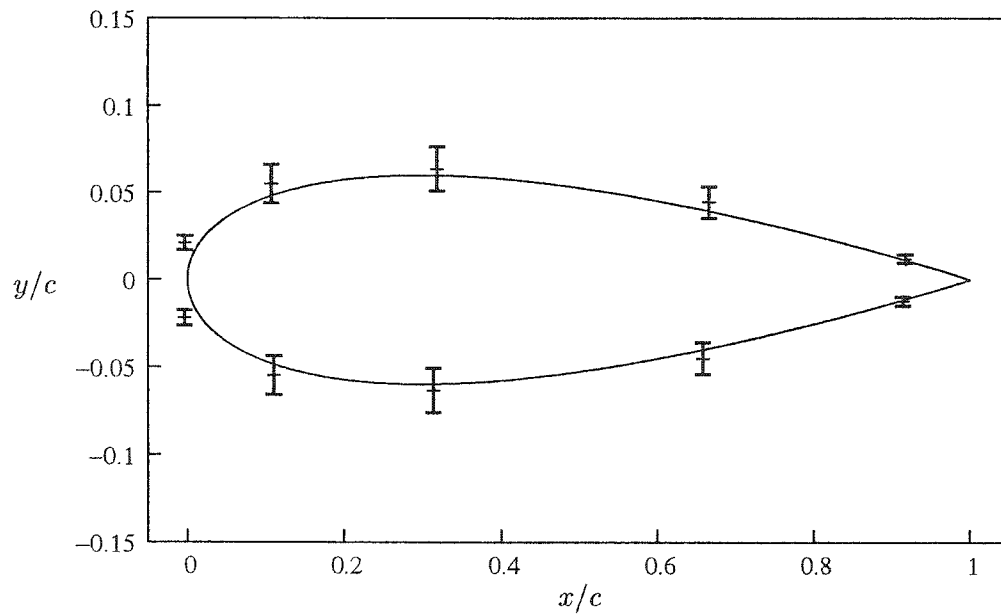


Figure 4.2 Bornes sur les variables de design du profil NACA0012

Cette adimensionnalisation permet également d'empêcher la création de profils où l'intrados croise l'extrados, tel qu'illustré sur la figure 4.3. En effet, comme les variables ne peuvent s'éloigner de plus de $(\pm) 20\%$ de leur valeur initiale, les points de contrôle éloignés de l'axe des abscisses pourront varier en absolu davantage que ceux situés près de l'abscisse. Les points de contrôles qui pourraient causer la création de profils croisés sont ainsi plus limités en amplitude de mouvement.

4.4 Choix du maillage

Tel que mentionné aux sections 2.2.2 et 2.2.4, on doit mener une étude de convergence pour déterminer la combinaison du nombre d'éléments du maillage et du nombre de cycles effectués par le solveur qui permettra d'obtenir une solution suffisamment précise tout en limitant le temps de calcul requis.

L'étude est menée sur le profil initial et la combinaison optimale trouvée sera

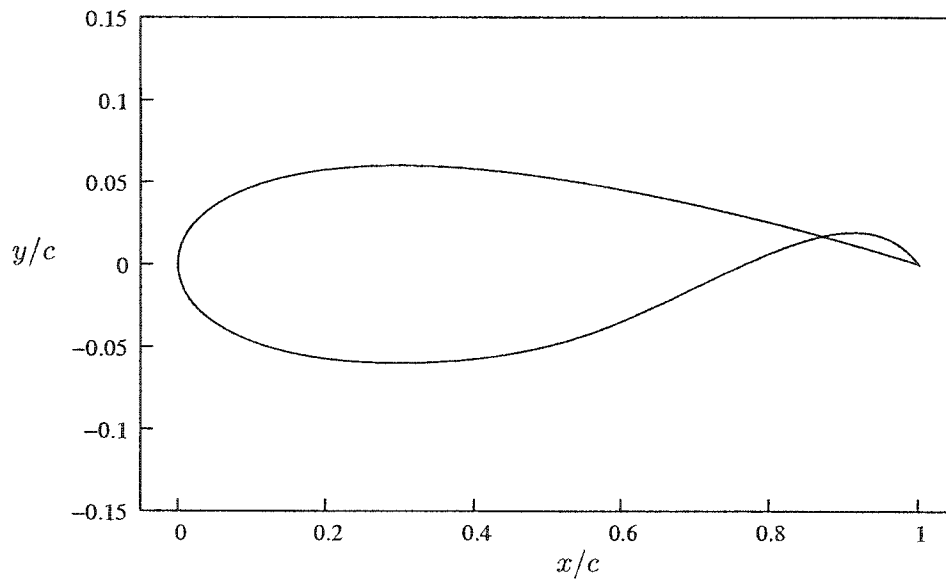


Figure 4.3 Profil où l'intrados croise l'extrados

réutilisée tout au long du processus d'optimisation. Cette combinaison n'est peut-être pas la meilleure pour chacun des profils analysés au cours de l'optimisation, mais un choix de paramètres doit être posé (il serait trop coûteux d'effectuer des études de convergence pour chaque profil). La combinaison optimale pour le profil initial constitue donc un compromis acceptable.

Une étude de convergence est menée en considérant l'influence du nombre de cycles et du nombre d'éléments sur la traînée et la portance. Les figures 4.4 et 4.5 contiennent les résultats de l'étude de convergence pour un profil NACA0012 placé dans un écoulement à $Re = 6.5 \times 10^6$, $M_\infty = 0.75$ et $\alpha = 2.5^\circ$.

La solution obtenue avec le maillage de 55000 éléments et 400 cycles est considérée comme étant la solution "exacte" afin de comparer les solutions. On constate d'abord que 50 cycles sont nettement insuffisants pour faire converger la solution, quelle que soit la finesse du maillage utilisé. On remarque également qu'un maillage de moins de 30000 éléments donne une différence de l'ordre de 5% en C_L et C_D

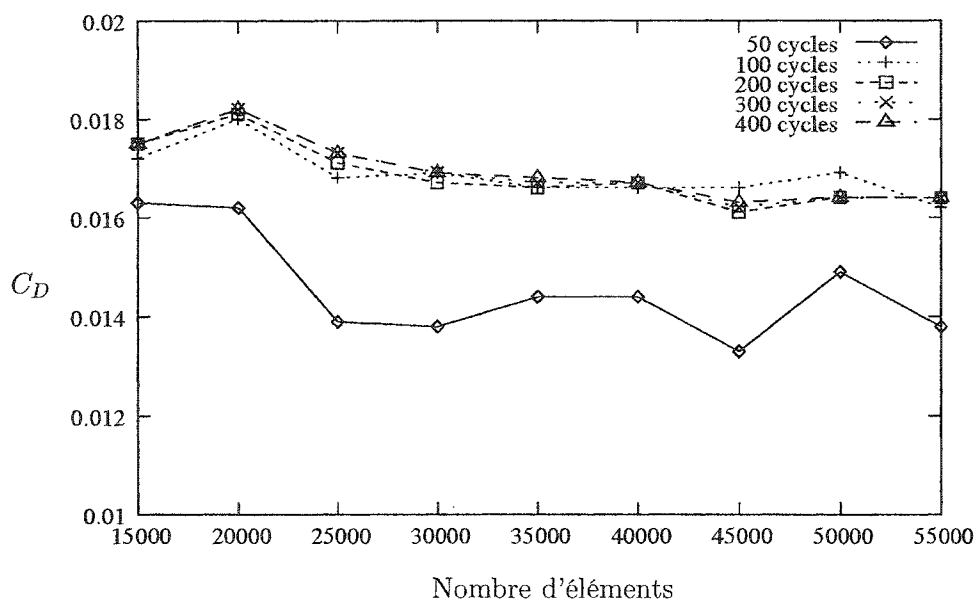


Figure 4.4 Étude de convergence en C_D pour le profil NACA0012

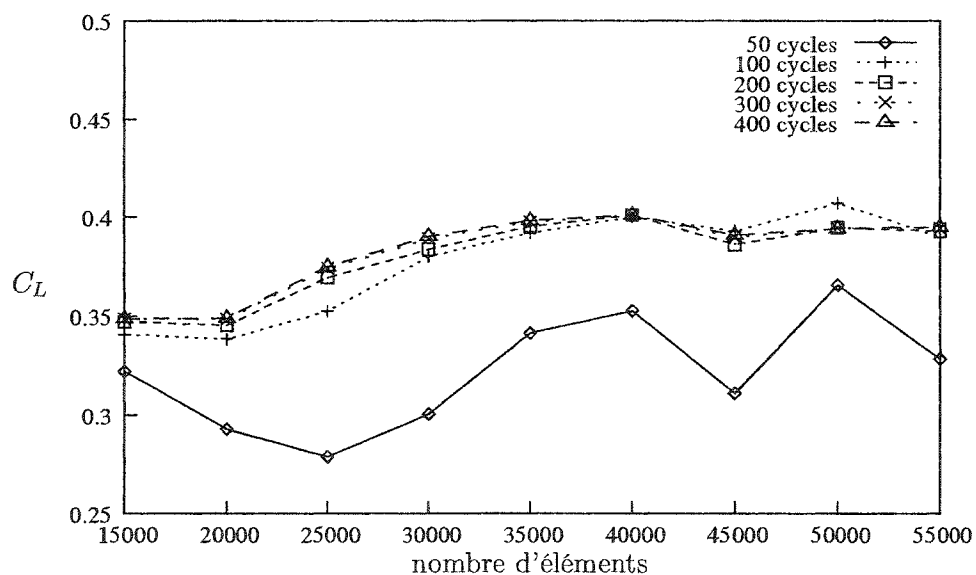


Figure 4.5 Étude de convergence en C_L pour le profil NACA0012

quel que soit le nombre de cycles.

La combinaison de 35000 éléments et 100 cycles conduit à une erreur de l'ordre de 1% en C_D et en C_L . Le temps de calcul requis pour une solution des équations de

Navier-Stokes avec cette combinaison de paramètres est d'environ 5 à 6 minutes sur un ordinateur SGI Origin2000 à 400 MHz et 1 Go de RAM. Cette combinaison constitue le compromis recherché. Elle servira donc dans tous les calculs qui suivent.

4.5 Validation de la méthode de séparation des variables de design

Avant de passer à la présentation des résultats, on montre d'abord que la technique de séparation des variables, introduite à la section 3.4, donne de bons résultats. Des optimisations ont été effectuées en utilisant deux différentes formulations ponctuelles. La première inclut l'angle d'attaque α et les variables géométriques Y_i dans le vecteur $\mathbf{d}$ contenant les variables de design. Elle comporte aussi une contrainte sur la portance C_L ainsi que des bornes sur les variables géométriques.

$$\begin{aligned}
 \min_{\mathbf{d}=\{\alpha, Y_1, \dots, Y_{10}\}} \quad & C_D(\mathbf{d}, M_\infty) \\
 \text{tel que :} \quad & C_L(\mathbf{d}, M_\infty) \geq C_L^* \\
 & Y_i \leq 0.2 \\
 & Y_i \geq -0.2
 \end{aligned} \tag{4.2}$$

La deuxième formulation consiste en une optimisation maître utilisant uniquement les variables géométriques Y_i comme variables de design et ne possédant que des contraintes de bornes sur les Y_i . Le sous-problème consiste à trouver le plus petit α possible tel que la portance C_L soit supérieure à la portance cible C_L^* :

$$\begin{aligned}
& \min_{\mathbf{d}=\{Y_1, \dots, Y_{10}\}} && C_D(\mathbf{d}, \alpha, M_\infty) && (4.3) \\
& \text{t.q. :} && Y_i \leq 0.2 \\
& && Y_i \geq -0.2 \\
& \text{-et-} \\
& \min_{\alpha} && \alpha \\
& \text{t.q. :} && C_L(\mathbf{d}, \alpha, M_\infty) \geq C_L^*
\end{aligned}$$

Le sous-problème est donc résolu pour chaque configuration du vecteur $\mathbf{d}$ générée par l'optimiseur. Les optimisations sont effectuées avec trois différentes vitesses d'écoulement ($M_\infty = 0.72$, $M_\infty = 0.75$ et $M_\infty = 0.78$), avec dans chacun des cas un nombre de Reynolds de $Re = 6.5 \times 10^6$ et une portance cible $C_L^* = 0.4$.

Les figures 4.6, 4.7 et 4.8 illustrent que les deux formulations produisent des profils optimisés différents pour chacune des conditions de vol étudiées. La formulation du problème influence donc le résultat de l'optimisation. Les figures 4.9, 4.10 et 4.11 illustrent les différences de performances des trois profils sur toute la plage de nombre de Mach étudiée.

À l'exception de la figure 4.9, où les résultats pour les deux formulations du problème d'optimisation sont assez similaires, ces figures indiquent que les profils obtenus en séparant α des variables géométriques Y_i offrent de meilleures performances sur la plage de M_∞ que ceux obtenus en incluant α dans le vecteur $\mathbf{d}$ des variables de design. La séparation des variables permet au problème maître de se concentrer uniquement sur les effets des variables géométriques sur la traînée. Ainsi, l'optimiseur n'a plus à se soucier du couplage entre α et les Y_i ni à faire respecter la

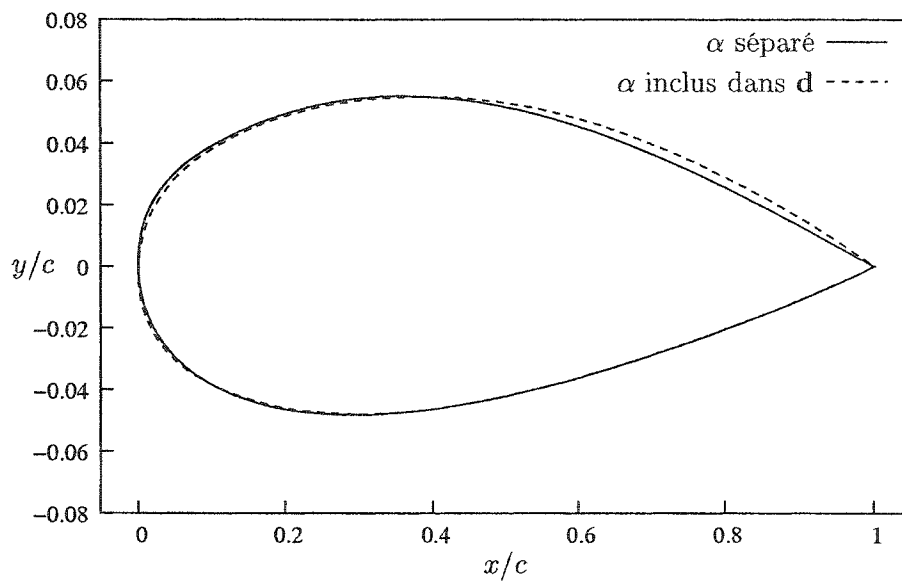


Figure 4.6 Profils optimaux obtenus à $M_\infty = 0.72$

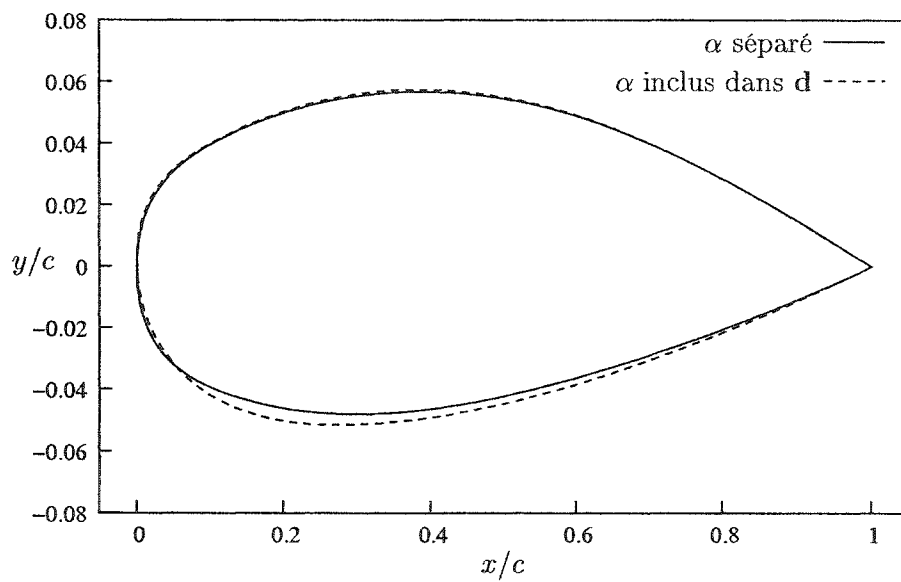


Figure 4.7 Profils optimaux obtenus à $M_\infty = 0.75$

contrainte sur la portance car c'est le sous-problème qui s'en occupe. La direction de descente empruntée par l'optimiseur ne porte ainsi que sur la traînée et les optimums trouvés offrent donc de meilleures propriétés en traînée.

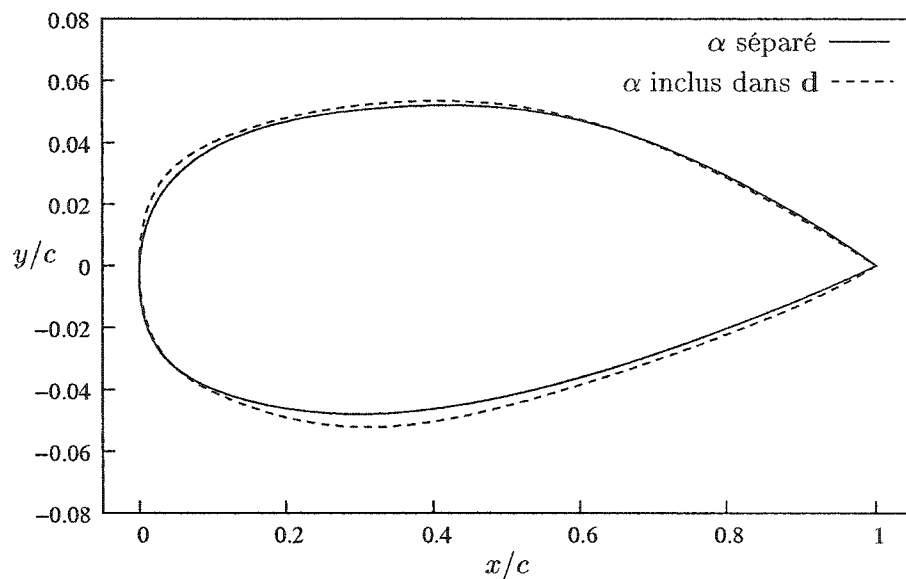


Figure 4.8 Profils optimaux obtenus à $M_\infty = 0.78$

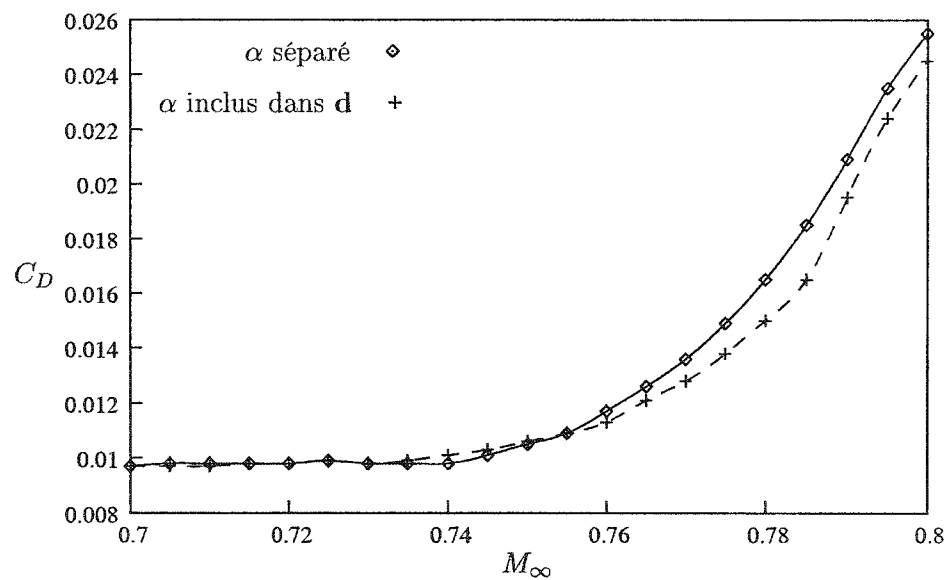


Figure 4.9 Courbes de C_D vs M_∞ à $C_L = 0.4$ des profils optimaux obtenus avec les deux formulations à $M_\infty = 0.72$

On remarque également que la différence entre les profils obtenus s'accroît lorsque la condition de design M_∞ augmente. Plus M_∞ est élevé, plus les effets transsoniques sont prononcés (amplitude du choc accrue, séparation de l'écoulement plus

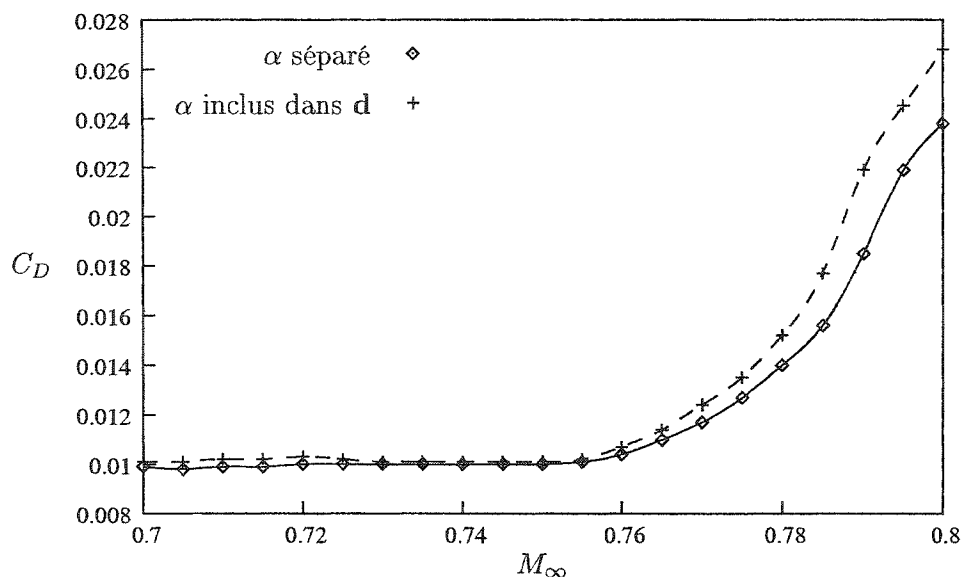


Figure 4.10 Courbes de C_D vs M_∞ à $C_L = 0.4$ des profils optimaux obtenus avec les deux formulations à $M_\infty = 0.75$

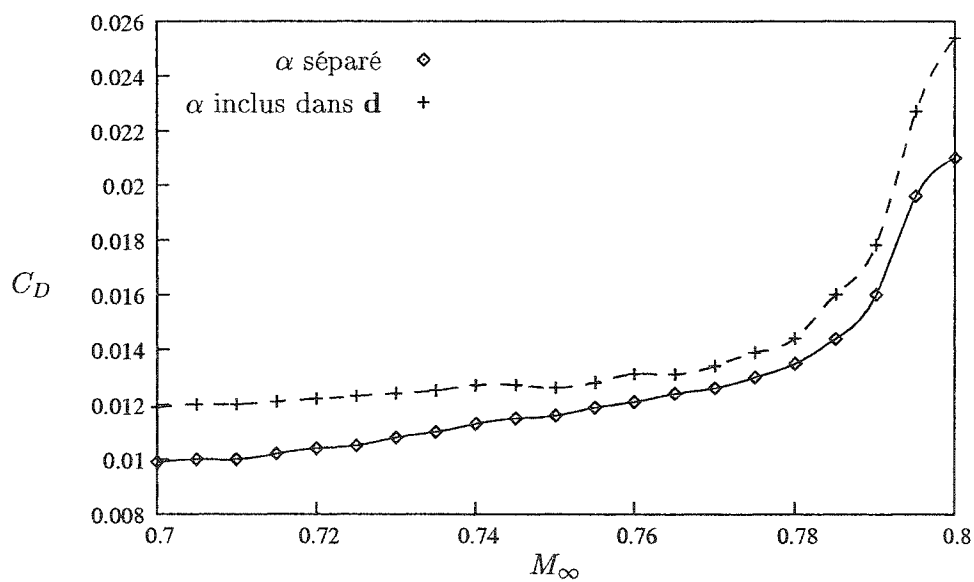


Figure 4.11 Courbes de C_D vs M_∞ à $C_L = 0.4$ des profils optimaux obtenus avec les deux formulations à $M_\infty = 0.78$

prononcée); les solutions calculées par le solveur sont donc plus bruitées et l'optimisation devient plus difficile car les directions de descentes calculées sont moins

précises. De plus, lorsque α est inclus dans les variables de design, l'optimiseur doit tenter de résoudre le couplage entre α et les Y_i en utilisant des données bruitées. L'optimiseur devient donc encore moins efficace. La séparation des variables ne règle pas le problème du bruit numérique, mais elle simplifie le problème d'optimisation et permet à l'optimiseur de mieux gérer ce bruit.

La méthode de séparation de variables ralentit toutefois le processus d'optimisation car chaque profil créé par l'optimiseur nécessite la résolution du sous-problème pour trouver le bon angle d'attaque, ce qui prend en général de 4 à 8 appels au solveur (un sous-problème nécessite moins d'itérations pour un M_∞ faible que pour un M_∞ élevé puisque les solutions sont moins bruitées pour un M_∞ faible). Le nombre d'appels au solveur est ainsi multiplié par un facteur variant de 4 à 8, ce qui allonge considérablement le processus d'optimisation. Malgré tout, l'approche de la séparation de variables sera privilégiée car les optimums trouvés sont souvent meilleurs que lorsque α est considéré au même niveau que les variables géométriques Y_i .

4.6 Résultats d'optimisations

Les deux sections suivantes présentent les profils obtenus selon les formulations ponctuelle et multipoint du problème de minimisation de la traînée ainsi que les analyses de leurs propriétés aérodynamiques.

4.6.1 Optimisations ponctuelles

La structure d'optimisation mise en place, telle que décrite aux chapitre 2 et 3 est d'abord appliquée au profil NACA0012 en utilisant la formulation ponctuelle du

problème d'optimisation. La formulation ponctuelle est la forme la plus simple du problème de minimisation de la traînée et le phénomène d'optimisation localisée est plus prononcé lorsque cette formulation est utilisée. Nous voulons ainsi voir comment la paramétrisation NURBS réagit dans les conditions d'optimisations les plus difficiles.

De plus, la formulation ponctuelle permet en théorie d'obtenir un minimum local "absolu" pour une condition de vol donnée. En effet, dans la région accessible par la méthode à gradients, aucun autre profil ne devrait offrir de meilleures performances à la condition de vol de design. Lorsque des optimisations seront menées en utilisant la formulation multipoint (4.6.2), les profils obtenus pourront être comparés aux minimums "absolus" qui auront été trouvés précédemment à l'aide de la formulation ponctuelle.

La formulation ponctuelle du problème d'optimisation, telle qu'énoncée à la section 4.5, est réécrite ici :

$$\begin{aligned}
 \min_{\mathbf{d}=\{Y_1, \dots, Y_{10}\}} \quad & C_D(\mathbf{d}, \alpha, M_\infty) \\
 \text{t.q. :} \quad & Y_i \leq 0.2 \\
 & Y_i \geq -0.2 \\
 & \text{-et-} \\
 \min_{\alpha} \quad & \alpha \\
 \text{t.q. :} \quad & C_L(\mathbf{d}, \alpha, M_\infty) \geq C_L^*
 \end{aligned} \tag{4.4}$$

Les optimisations sont menées avec trois conditions de design différentes afin de vérifier l'influence du point de design sur le processus d'optimisation. Les conditions de design sont $M_\infty = 0.72$, $M_\infty = 0.75$ et $M_\infty = 0.78$. Dans les trois cas, on fixe

le nombre de Reynolds à $Re = 6.5 \times 10^6$ et la portance cible à $C_L^* = 0.4$, ce qui correspond à la portance du profil initial à $\alpha \approx 2.5^\circ$.

Le sous-problème est traité comme une deuxième optimisation à laquelle on applique l'algorithme DONLP. Cette façon de résoudre le sous-problème est efficace dans ce cas particulier car le choix des composantes Y_i comme variables de design ainsi que les bornes qui leur sont imposées ne permettent pas à l'optimiseur de créer des profils "excentriques" où l'on retrouverait des propriétés aérodynamiques spéciales (double chocs, décrochage à bas angle d'attaque, ...). Les profils générés ont donc des courbes C_L vs α monotones et peu bruitées et la méthode DONLP permet de bien résoudre ce type de cas.

Les profils obtenus par la méthodologie d'optimisation à trois nombres de Mach différents sont très similaires, comme on peut le voir sur la figure 4.12. Les surfaces inférieures des trois profils sont presque identiques pour $x/c \geq 0.2$, les surfaces supérieures diffèrent peu l'une de l'autre et les épaisseurs maximales des profils sont toutes d'environ 11.5%. L'optimiseur s'est donc orienté vers un nouveau type de profil qu'il a ensuite modifié très localement selon la condition de design. La forme des profils optimisés dépend donc du M_∞ de design, mais les profils sont tous du même type.

L'hypothèse de base de cette recherche était que les NURBS permettaient d'obtenir des profils optimisés lisses et la figure 4.12 montre que c'est effectivement le cas. Aucune bosse et ni changement de courbure n'apparaissent sur l'extrados des profils optimisés. Les NURBS permettent donc d'obtenir des profils lisses même lorsque la formulation ponctuelle du problème de réduction de traînée est utilisée.

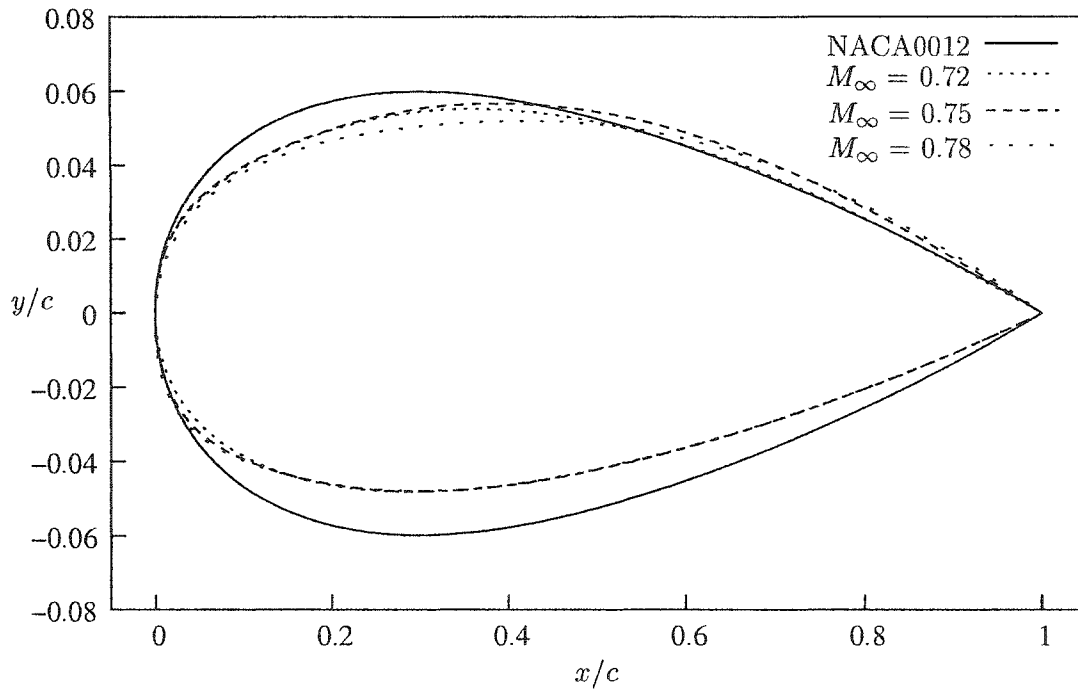


Figure 4.12 Profil NACA0012 et profils optimisés avec la formulation ponctuelle pour différentes conditions de design

Au niveau aérodynamique, l'optimiseur saisit bien l'importance d'amincir le profil afin de faire diminuer la traînée. En effet, les profils optimisés sont autour de 1.5% plus minces que le profil initial, et ils auraient été encore plus minces si les variables Y_i n'avaient pas été bornées. On constate en effet que les surfaces inférieures des profils obtenus sont identiques entre $x/c = 0.2$ et le bord de fuite. Les variables Y_i affectant cette partie des profils ont toutes été placées à (-)20% par l'optimiseur. On peut donc penser que l'optimiseur aurait continué d'amincir les profils si les variables n'avaient pas été bornées et les traînées auraient été encore réduites.

L'optimiseur saisit également les effets de traînée causés par le choc sur la surface supérieure. Les réductions d'amplitude des chocs sont visibles sur les courbes de C_p des figures 4.13 et 4.14, ce qui réduit considérablement la traînée d'onde pour les conditions $M_\infty = 0.72$ et $M_\infty = 0.75$. Pour ces deux cas, les gains en C_D sont

obtenus principalement avec la réduction de la traînée d'onde.

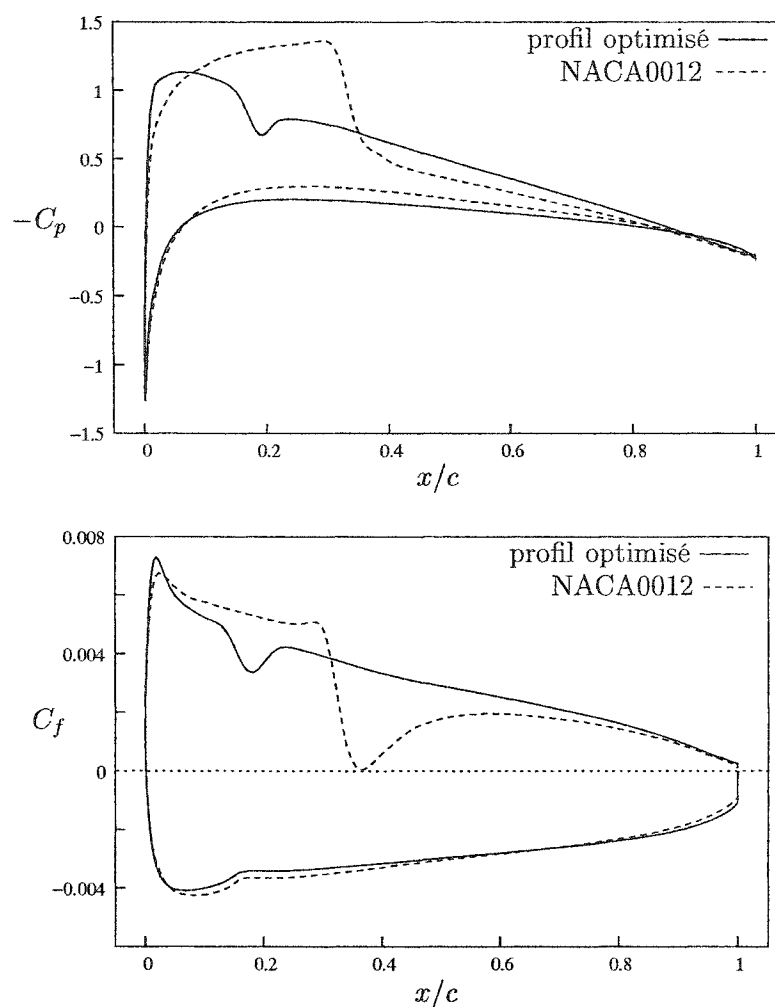


Figure 4.13 Distributions des C_p et des C_f à la condition de design pour le profil optimisé à $M_\infty = 0.72$ et pour le profil NACA0012, $C_L = 0.4$

Das le cas du profil initial NACA0012 à $M_\infty = 0.78$, l'écoulement est entièrement séparé après le choc (le profil se trouve en régime de divergence de traînée) et l'optimiseur a réussi à créer un profil ne comportant pas de séparation de l'écoulement. Les courbes de C_p et de C_f de la figure 4.15 illustrent que l'amplitude du choc du profil optimisé est sensiblement la même que celle du profil initial, ce qui entraîne que la traînée d'onde reste donc à peu près similaire à celle du profil initial. Par contre, la forme du nouveau profil et la position du choc font en sorte qu'il n'y

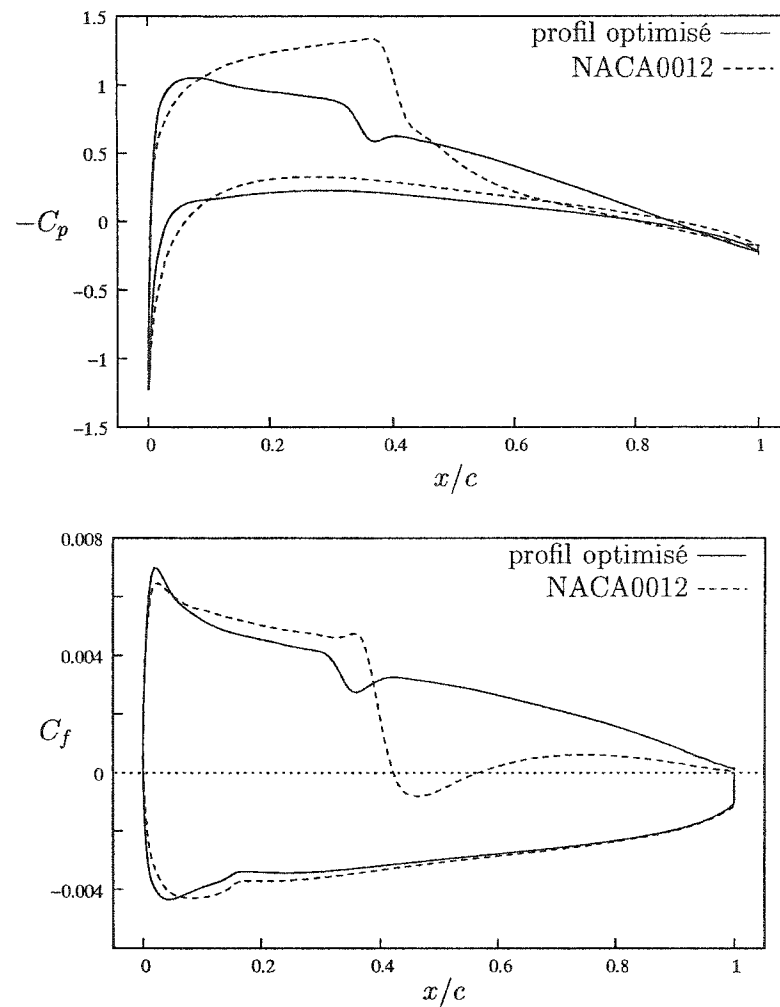


Figure 4.14 Distributions des C_p et des C_f à la condition de design pour le profil optimisé à $M_\infty = 0.75$ et pour le profil NACA0012, $C_L = 0.4$

plus de séparation de l'écoulement après le choc. Les gains en traînée dans ce cas s'obtiennent donc en réduisant la traînée de forme du profil.

Notons cependant que les propriétés de la paramétrisation NURBS et la restriction aux paramètres y des points de contrôle ajoutée aux bornes posées sur ces variables de design ne permettent pas à l'optimiseur d'avoir un contrôle suffisamment local pour supprimer complètement les chocs.

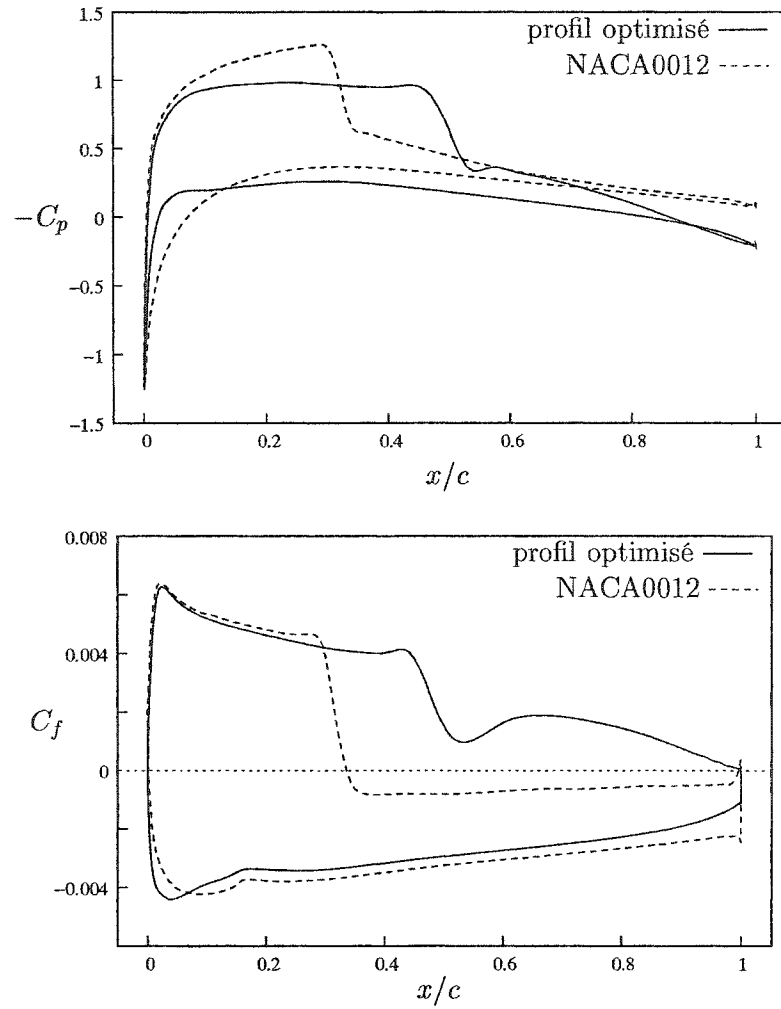


Figure 4.15 Distributions des C_p et des C_f à la condition de design pour le profil optimisé à $M_\infty = 0.78$ et pour le profil NACA0012, $C_L = 0.4$

Comme l'hypothèse voulant que les NURBS permettent d'obtenir de profils optimisés lisses est vérifiée (figure 4.12), on peut analyser leur performance sur une plage de nombre de Mach et vérifier si les effets d'optimisation localisée seront encore présents. Pour ce faire, on calcule la traînée des profils optimisés à différentes conditions de vol comprises entre $M_\infty = 0.70$ et $M_\infty = 0.80$ en ajustant α afin que la portance soit toujours égale à la portance cible ($C_L^* = 0.4$). La figure 4.16 illustre la réponse des profils sur cette plage de Mach.

Les trois courbes sont lisses et ne comportent pas de "cuvettes" typiques des forts effets d'optimisation localisée (figure 1.6). Les trois profils ne subissent donc pas de sévères dégradation de performance lorsque la condition de vol s'éloigne légèrement de la condition de design.

L'influence globale des NURBS se retrouve sur la courbe C_D vs M_∞ : la plage d'efficacité de chacun des profils n'est plus ponctuelle, mais s'étend à une plage de M_∞ d'environ $(\pm) 0.025$ autour du point de design. On remarque en effet que le profil obtenu avec la condition de design $M_\infty = 0.72$ est le plus efficace des trois entre $M_\infty = 0.70$ et $M_\infty = 0.745$, que celui obtenu avec $M_\infty = 0.75$ est le plus efficace entre $M_\infty = 0.745$ et $M_\infty = 0.775$ et que celui obtenu avec $M_\infty = 0.78$ est le plus efficace de $M_\infty = 0.775$ et $M_\infty = 0.80$. Le profil obtenu à la condition de design $M_\infty = 0.75$ (au centre de la plage étudiée) offre le meilleur compromis en termes de C_D entre $M_\infty = 0.70$ et $M_\infty = 0.80$.

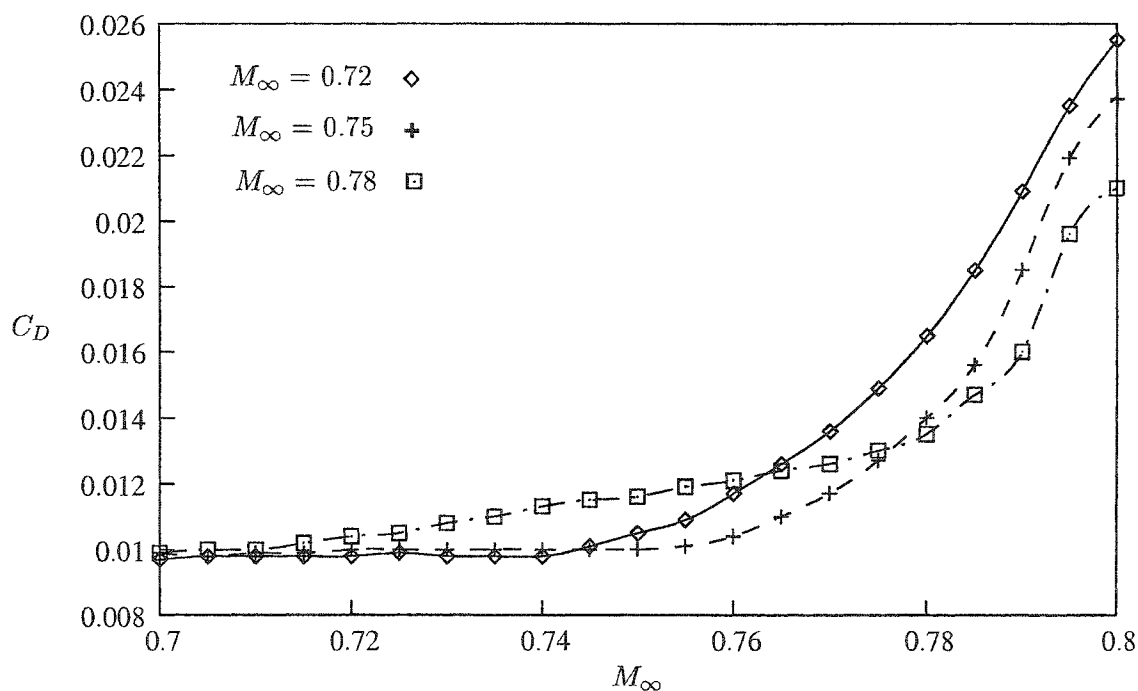


Figure 4.16 Courbes de C_D vs M_∞ pour les profils optimisés avec la formulation ponctuelle à $M_\infty = 0.72$, $M_\infty = 0.75$ et $M_\infty = 0.78$, $C_L = 0.4$

On constate toutefois sur les trois courbes qu'une augmentation de la traînée apparaît lorsque la vitesse dépasse la condition de design. Les hausses de traînée apparaissent à $M_\infty = 0.74$ pour le profil optimisé à $M_\infty = 0.72$, à $M_\infty = 0.755$ pour le profil optimisé à $M_\infty = 0.75$ et à $M_\infty = 0.78$ pour le profil optimisé à $M_\infty = 0.78$. La hausse apparaît donc immédiatement après la condition de design sauf pour le profil optimisé à $M_\infty = 0.72$. Ces augmentations se font graduellement pour les trois profils, sans hausse abrupte après la condition de design. De telles hausses suggèrent que la formulation multipoint pourrait donner de meilleures performances sur la plage de nombre de Mach étudiée.

On remarque également sur la figure 4.16 qu'à chacune des trois conditions de vol qui ont servi pour les optimisations ($M_\infty = 0.72$, $M_\infty = 0.75$ et $M_\infty = 0.78$), la meilleure des trois traînées est celle du profil optimisé pour cette condition de vol. Ceci est logique et laisse croire que l'optimum trouvé par l'optimiseur est un optimum local "absolu" dans l'espace de design accessible par l'optimiseur. Les réglages apportés à l'optimiseur (mise à l'échelle, choix des pas de différentiation, ...) semblent donc avoir été bien effectués.

4.6.2 Optimisation multipoint

Les courbes de C_D vs M_∞ pour les trois profils optimisés avec la formulation ponctuelle du problème de minimisation de la traînée (figure 4.16) illustrent que les profils obtenus n'offrent pas de bonnes performances sur toute la plage de nombre de Mach étudié. Comme la représentation NURBS a tout de même permis d'obtenir des profils lisses ne subissant pas de dégradation sévère de performance en régime hors-design, on peut croire qu'une formulation multipoint du problème d'optimisation permettrait d'obtenir un profil avec de meilleures performances sur toute la plage étudiée.

La formulation multipoint du problème de minimisation de la traînée avec bornes sur les variables géométriques est la suivante :

$$\begin{aligned}
 \min_{\mathbf{d}} \quad & \sum_{i=1}^k w_i \left[\frac{C_{D_i}(\mathbf{d}, \alpha_i, M_{\infty,i})}{C_{D_i}^o} \right] \\
 \text{t.q. :} \quad & Y_i \leq 0.2 \\
 & Y_i \geq -0.2
 \end{aligned} \tag{4.5}$$

avec les k sous-problèmes :

$$\begin{aligned}
 \min_{\alpha_i} \quad & \alpha_i \\
 \text{t.q. :} \quad & C_{L_i}(\mathbf{d}, \alpha_i, M_{\infty,i}) \geq C_L^*
 \end{aligned}$$

Chaque profil est ainsi analysé avec k conditions de vol différentes ($M_{\infty,i}$). Les k sous-optimisations assurent que le profil respecte la contrainte de portance à chaque $M_{\infty,i}$ et les k traînées C_{D_i} sont retournées au problème maître. Chaque profil analysé par l'optimiseur doit ainsi être analysé k fois, ce qui augmente considérablement les ressources informatiques nécessaires. Lorsque cela a été possible, la méthodologie de calcul parallèle présentée à la section 2.4 a été utilisée pour accélérer les calculs.

L'optimisation a été menée avec les mêmes trois conditions de vol utilisées avec la formulation ponctuelle ($M_{\infty,1}=0.72$, $M_{\infty,2}=0.75$ et $M_{\infty,3}=0.78$). Ces vitesses ont été choisies afin de comparer les traînées aux conditions de design selon la formulation utilisée. De plus, ces trois conditions de vol sont bien espacées sur la plage de nombre de Mach étudiée. Le nombre de Reynolds utilisé demeure fixé à $Re = 6.5 \times 10^6$ et la portance cible à $C_L^* = 0.4$.

Les poids ω_i associés aux trois $M_{\infty,i}$ sont tous fixés à $\omega_i = 1$. Chacune des conditions de vol est donc considérée comme ayant la même importance, ce qui correspond au pire cas d'optimisation. En effet, en utilisant des poids égaux, cela équivaut à ce que le profil opère dans chacune des conditions de design dans une même proportion de temps, ce qui est peu réaliste en pratique. En réalité, un profil est conçu pour opérer principalement à une vitesse donnée. Les poids pourraient être sélectionnés plus précisément en connaissant la distribution normale des conditions de vol, mais dans le cas présent, les poids sont posés comme étant égaux pour rendre volontairement le processus d'optimisation multipoint encore plus difficile.

La figure 4.17 illustre que le profil optimisé en multipoint est lisse, sans bosse ni changement de courbure. Ceci était prévisible puisque la formulation ponctuelle avaient fourni de tels profils et que la formulation multipoint tempère encore plus les effets locaux.

Le profil obtenu est très similaire à celui obtenu avec la formulation ponctuelle à $M_{\infty} = 0.75$ (figure 4.17). On avait déjà observé sur la figure 4.16 que le profil obtenu avec cette formulation ponctuelle offrait le meilleur compromis sur la plage de nombre de Mach étudiée.

L'optimiseur a encore une fois réussi à cibler les paramètres permettant d'obtenir des gains de traînée, soit l'amincissement du profil, la réduction de la traînée d'onde et l'obtention d'un écoulement attaché partout sur le profil. Le profil optimisé a en effet une épaisseur de près de 1.5% plus mince que le profil initial et les variables adimensionnelles de l'intrados ont encore été collées sur la borne inférieure [-0.2].

Les figures 4.18, 4.19 et 4.20 illustrent que les courbes de C_p et de C_f du profil obtenu avec la formulation multipoint aux trois conditions de design sont semblables à celles obtenues avec la formulation ponctuelle aux mêmes points de design. Les

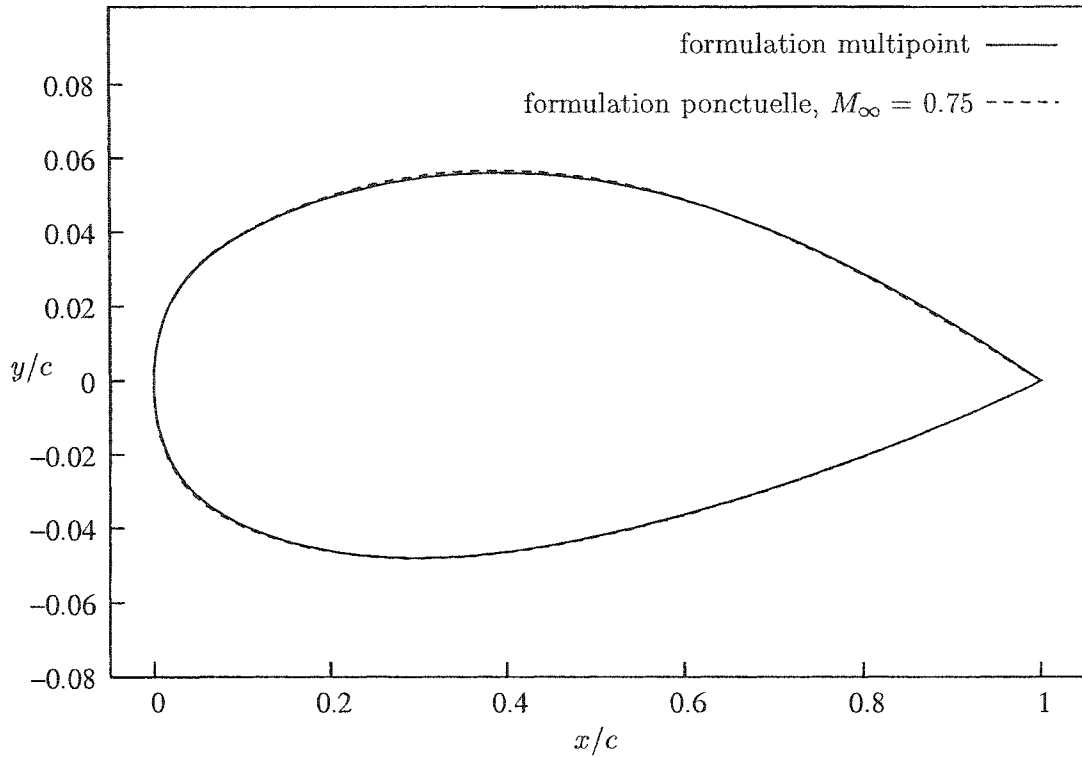


Figure 4.17 Profils obtenus avec la formulation multipoint et la formulation ponctuelle pour $M_\infty = 0.75$

courbes de C_p illustrent que les profils optimisés avec la formulation ponctuelle ont tous des amplitudes de choc légèrement inférieures au profil obtenu avec la formulation multipoint, d'où l'obtention de traînées légèrement meilleures pour ces profils.

L'optimiseur a ainsi été en mesure de créer un profil possédant de bonnes propriétés aérodynamiques aux trois conditions de design. L'écoulement demeure attaché aux trois conditions de vol considérées et les amplitudes de choc sont très similaires à celles obtenues avec la formulation ponctuelle.

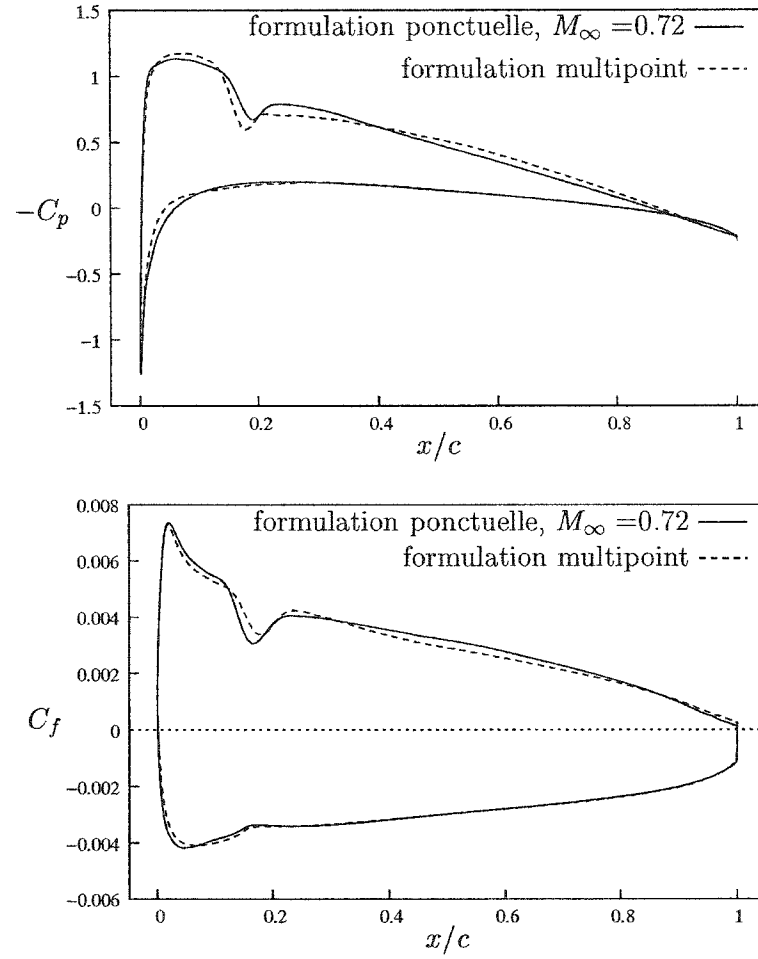


Figure 4.18 Courbes de C_p et C_f à $M_\infty = 0.72$, $C_L = 0.4$ pour le profil obtenu avec la formulation multipoint et le profil obtenu avec la formulation ponctuelle à $M_\infty = 0.72$

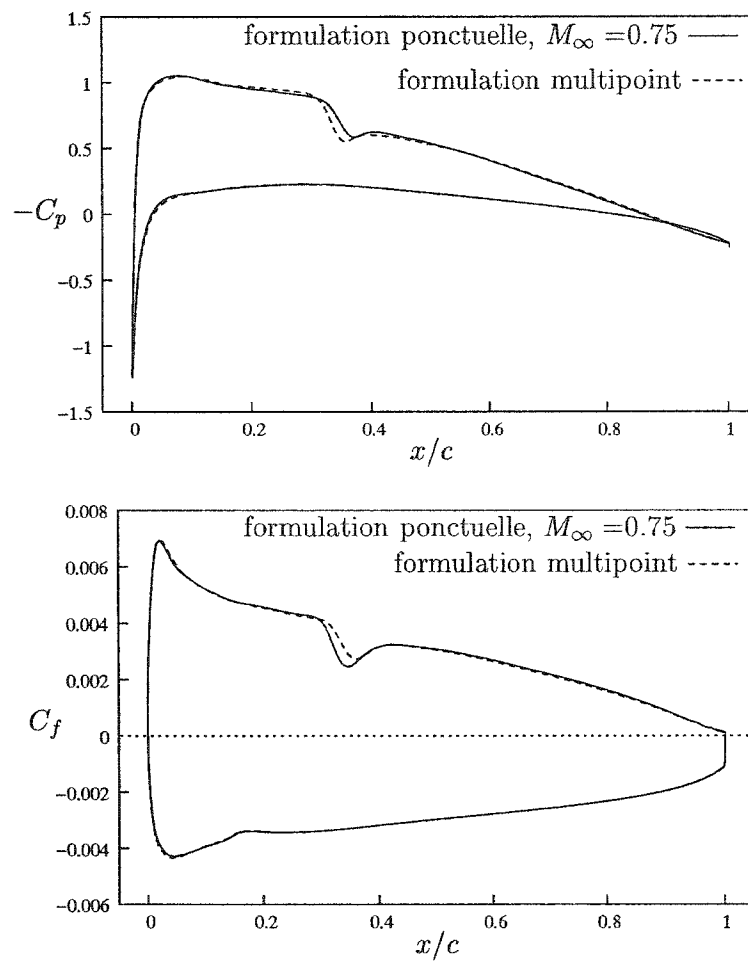


Figure 4.19 Courbes de C_p et C_f à $M_\infty = 0.75$, $C_L = 0.4$ pour le profil obtenu avec la formulation multipoint et le profil obtenu avec la formulation ponctuelle à $M_\infty = 0.75$

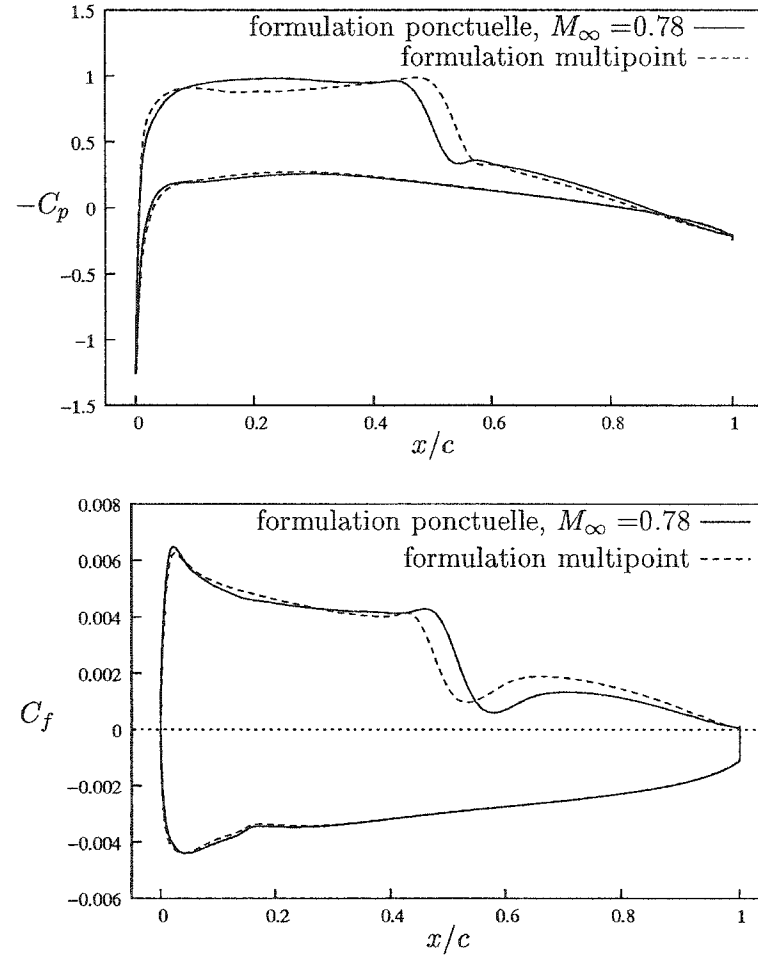


Figure 4.20 Courbes de C_p et C_f à $M_\infty = 0.78$, $C_L = 0.4$ pour le profil obtenu avec la formulation multipoint et le profil obtenu avec la formulation ponctuelle à $M_\infty = 0.78$

La courbe de traînée sur la plage de nombre de Mach étudiée, illustrée sur la figure 4.21, montre que le profil obtenu avec la formulation multipoint du problème offre de bonnes performances sur l'intervalle $M_\infty = 0.70$ à $M_\infty = 0.80$. La courbe C_D vs M_∞ est lisse et ne comporte aucun changement brusque de pente.

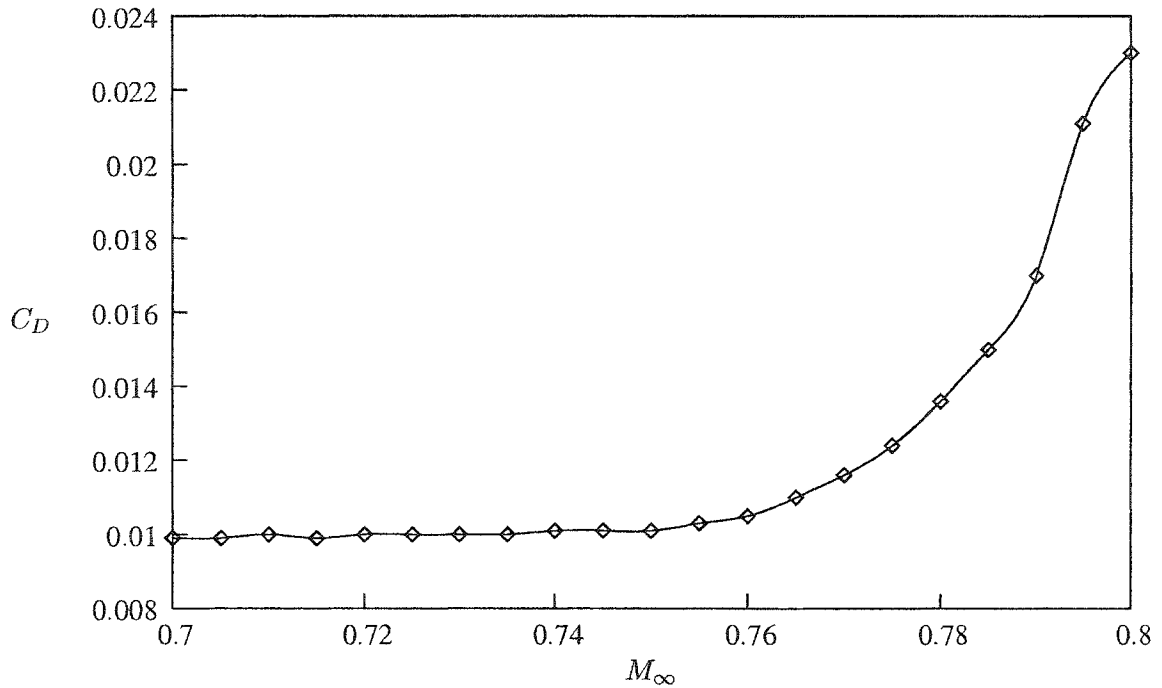


Figure 4.21 Courbes C_D vs M_∞ pour le profil optimisés avec la formulation multipoint, $C_L = 0.4$

Cette même courbe est reproduite sur la figure 4.22, permettant d'illustrer les différentes réponses en C_D sur la plage étudiée qu'offrent les quatre profils optimisés obtenus avec les formulations ponctuelles et multipoint. On constate que le profil obtenu avec la formulation multipoint donne la meilleure courbe C_D vs M_∞ sur la plage $M_\infty = 0.70$ à $M_\infty = 0.80$, mais que les profils optimisés selon la formulation ponctuelle ont de meilleurs traînées aux conditions de vol correspondant à leur point d'optimisation.

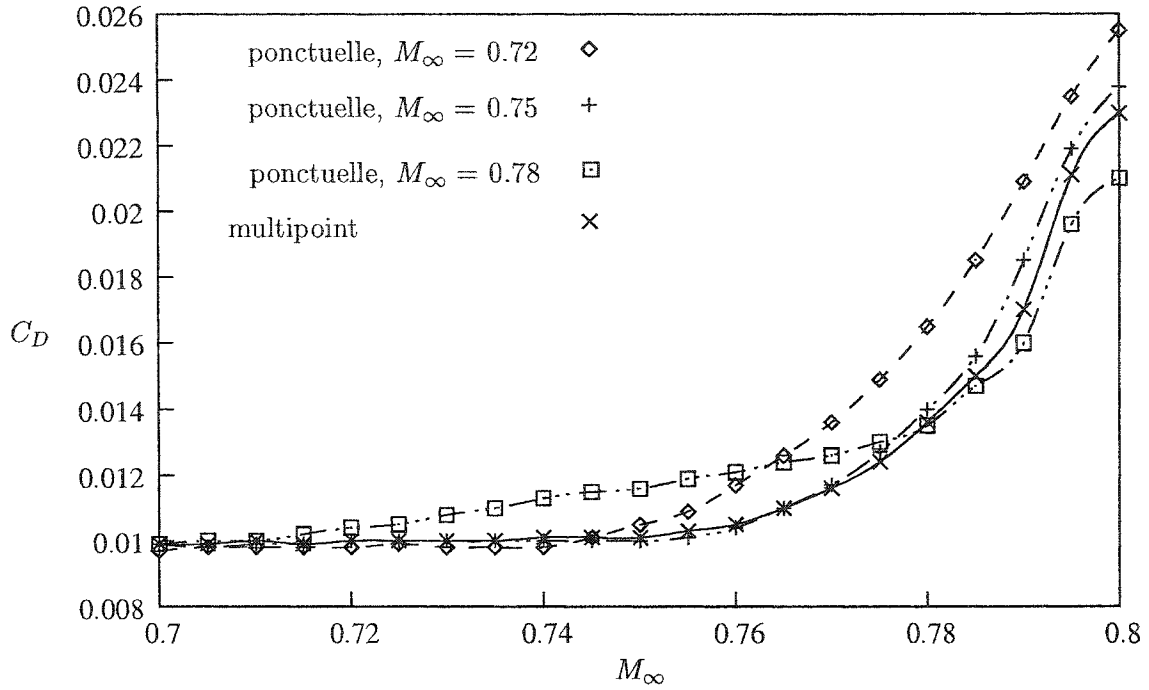


Figure 4.22 Comparaison des courbes C_D vs M_∞ pour les profils optimisés avec les différentes formulation, $C_L = 0.4$

Le tableau 4.1 contient les valeurs des traînées totales aux trois conditions de design pour le profil NACA0012 et les quatre profils optimisés. Une traînée moyenne $\overline{C_D}$ est introduite afin de refléter la performance des profils sur l'ensemble de la plage étudiée. La valeur de $\overline{C_D}$ est calculée en faisant la moyenne des traînées calculées à $C_L = C_L^*$ sur la plage $M_\infty = 0.7$ à $M_\infty = 0.8$:

$$\overline{C_D} = \frac{\sum_{i=1}^n C_{D_i}(M_{\infty,i})}{n} \quad \text{avec } M_{\infty,i} \in [0.7; 0.8]$$

Le tableau 4.1 illustre bien la supériorité des profils obtenus avec la formulation ponctuelle aux points de design. On remarque également que les traînées du profil multipoint aux points de design sont toujours très proches des traînées optimales et que la traînée moyenne $\overline{C_D}$ du profil multipoint est meilleure que la traînée

Tableau 4.1 C_D à différents M_∞ pour le profil NACA0012 et les profils optimisés selon les différentes formulations

	$C_D(M_\infty = 0.72)$ (gain)	$C_D(M_\infty = 0.75)$ (gain)	$C_D(M_\infty = 0.78)$ (gain)	$\overline{C_D}$ (gain)
NACA0012	0.0150 -	0.0238 -	0.0452 -	0.0303 -
ponctuelle ($M_\infty = 0.72$)	0.0098 (34.7%)	0.0105 (55.9%)	0.0165 (63.5%)	0.0132 (56.4%)
ponctuelle ($M_\infty = 0.75$)	0.0100 (33.3%)	0.0100 (58.0%)	0.0140 (69.0%)	0.0123 (59.4%)
ponctuelle ($M_\infty = 0.78$)	0.0104 (30.7%)	0.0116 (51.3%)	0.0135 (70.1%)	0.0126 (58.4%)
multipoint	0.0100 (33.3%)	0.0101 (57.6%)	0.0136 (69.9%)	0.0122 (59.7%)

moyenne des trois autres profils.

L'application de la structure d'optimisation proposée au profil NACA0012 s'est avérée concluante : les profils obtenus sont lisses et ne comportent pas de bosse, les profils ne présentent pas de sévère dégradation de performances en régime hors-design et la formulation multipoint du problème permet d'obtenir un profil avec des propriétés intéressantes sur toute la plage de nombre de Mach étudiée.

Toutefois, certains aspects de la méthodologie sont à revoir. D'abord, le profil initial NACA0012 est inadapté pour une application en régime transsonique. Un profil mieux adapté à ce régime de vol devrait être utilisé comme profil de départ. De plus, les profils obtenus sont environ 1.5% plus minces que le profil initial. Les contraintes

d'épaisseur d'une application industrielle devraient être mieux considérées. Finalement, les variables de design de l'optimiseur pourraient être sélectionnées plus rigoureusement. L'application au profil transsonique décrite à la section suivante tiendra compte de ces considérations.

CHAPITRE 5

APPLICATION À UN PROFIL TRANSSONIQUE

Le véritable objectif de l'optimisation aérodynamique est de maximiser les performances aérodynamiques d'un profil existant. Or, les profils utilisés en industrie, grâce au savoir accumulé durant les cinquantes dernières années, sont déjà très efficaces. Ce chapitre traite de l'application de la structure d'optimisation proposée à un profil déjà conçu pour opérer en régime transsonique. Bombardier Aéronautique a fourni ce profil, qu'ils utilisent également comme profil de départ pour tester leurs propres structures d'optimisation. Une contrainte sur l'épaisseur remplacera les contraintes de bornes sur les variables de design afin de rendre le problème encore plus fidèle à une optimisation en milieu industriel. Enfin, nous introduisons une méthode permettant de mieux sélectionner les variables de design.

5.1 Représentation NURBS du profil initial

Le profil utilisé comporte des caractéristiques présentes sur les profils conçus pour opérer en régime transsonique, soit une cambrure et un changement de courbure sur l'intrados. La forme plus complexe de ce profil, en comparaison au profil NACA0012, rend nécessaire l'utilisation de plus de points de contrôle pour la représentation NURBS : 13 points de contrôle permettent de rencontrer la précision de 8×10^{-5} voulue. La figure 5.1 illustre la position ainsi que les poids de ces points de contrôle.

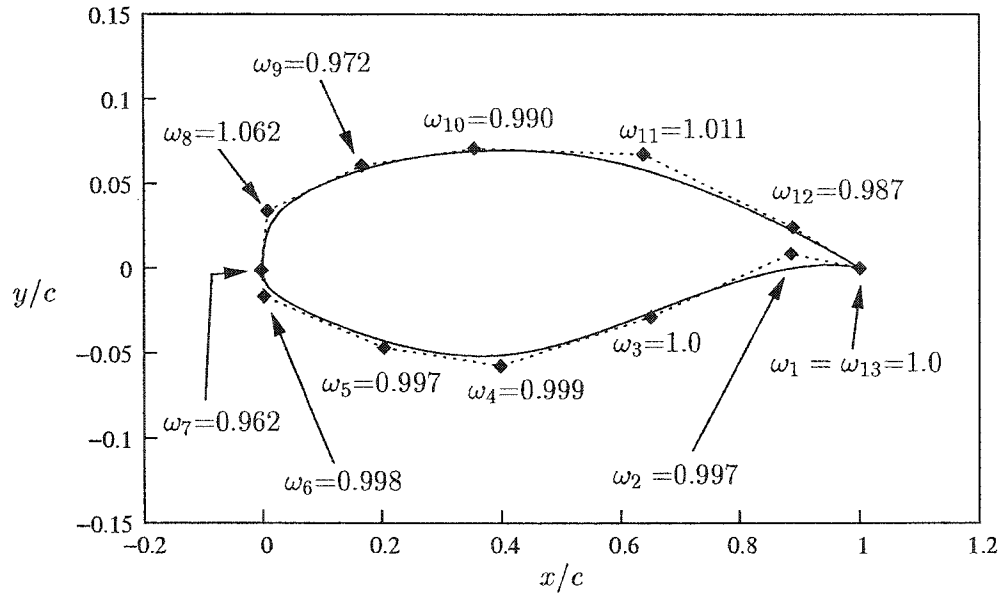


Figure 5.1 Profil transsonique initial défini par une NURBS à 13 points de contrôle

5.2 Choix des variables de design

Afin de réduire le nombre de variables de design du problème d'optimisation, un design d'expérience est mené sur le profil initial. Un design d'expérience sert à cerner les variables influentes d'un problème en suivant un plan d'expérience limité en nombre d'essais. Comme les essais sont parfois coûteux en temps, les designs d'expérience ont l'avantage de faire ressortir rapidement les variables les plus importantes d'un problème. Une fois ces variables connues, elles peuvent être choisies comme variables de design pour le problème d'optimisation.

Le nombre d'essais requis pour mener un design d'expérience dépend du nombre de variables du problème et peut être de soit 4, 8, 16, 32 ou 64 essais. Pour chacune des variables, on identifie des valeurs correspondant aux bornes ($\pm$) 1. Lors de chacun des essais du plan d'expérience, chaque variable est placée à une des deux bornes et un essai est conduit selon cette configuration des variables de design. Les résultats pour tous les essais sont recueillis et analysés à l'aide du logiciel Statistica de

Statsoft Inc.¹ et les variables influentes sont identifiables à l'aide d'un diagramme de Pareto tracé par Statistica. Plus de détails sur le design d'expérience peuvent être trouvés dans [6].

Le profil transsonique étudié possède initialement 33 variables de design puisque la NURBS le représentant utilise 11 points de contrôle "mobiles" (en plus des deux fixés au bord de fuite) ayant chacun des composantes x , y et ω . Ce nombre est d'entrée réduit à 30 car les coordonnées x des points de contrôle #6, #7 et #8 (figure 5.1), influençant le bord d'attaque, sont fixées à leur valeur initiale. Ces trois coordonnées sont fixées pour des raisons de stabilité du solveur aérodynamique. En effet, malgré le fait que les profils soient toujours redimensionnés de sorte que le bord d'attaque soit en $(0,0)$ et le bord de fuite en $(1,0)$ (voir section 2.1.4.1), le fait de déplacer significativement les coordonnées x des points de contrôle près du bord d'attaque peut causer un changement de courbure, ce qui rend l'analyse aérodynamique beaucoup plus difficile pour le solveur (la figure 5.2 illustre un tel profil).

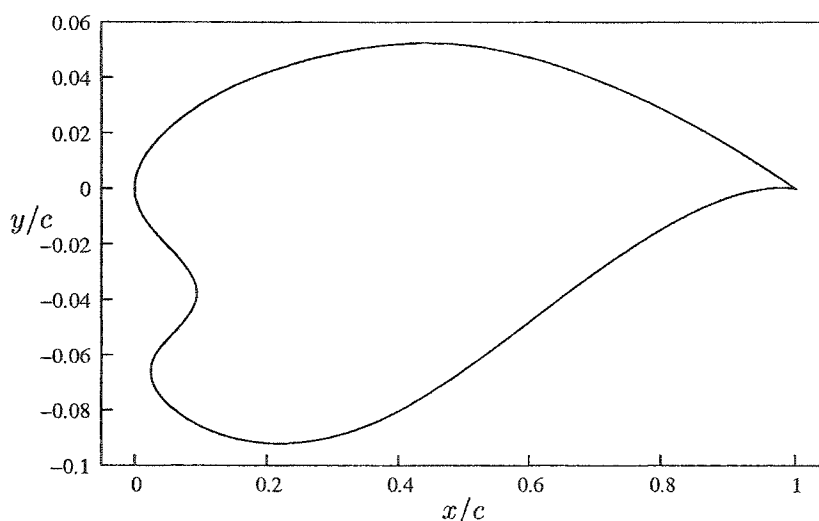


Figure 5.2 Exemple de profil avec changement de courbure près du bord d'attaque

¹<http://www.statsoftinc.com>

Un problème à 30 variables de design nécessite un plan d'expériences à 64 essais et ce plan est fourni par Statistica. Les valeurs des bornes ont été calculées de sorte que les bornes $(\pm) 1$ correspondent à une variation d'environ $(\pm) 5\%$ des grandeurs caractéristiques du profil, soit la corde c du profil pour les composantes x des points de contrôle et l'épaisseur maximale $(t/c)_{max}$ du profil pour les composantes y et ω des points de contrôle. La valeur de 5% a été choisie pour assurer que l'espace de design couvert ne s'éloigne pas trop du profil initial, car cette optimisation, contrairement au cas du NACA0012, n'a pas comme objectif de trouver un optimum très loin du point de départ. Afin de pouvoir cerner les variables influentes pour le problème d'optimisation, le design d'expérience doit donc porter sur la région de l'espace de design qui nous intéresse, soit celle près du profil initial. De plus, si les variables ont trop de liberté de mouvement, on pourrait obtenir des profils croisés (figure 4.3) pour lesquels le solveur ne peut calculer de solution, ce qui fausse l'analyse des résultats du design d'expérience.

Les valeurs des bornes correspondant aux variations voulues sont donc les suivantes :

$$x_i(-) = x_i - 0.05$$

$$x_i(+) = x_i + 0.05$$

$$y_i(-) = y_i - 0.0065$$

$$y_i(+) = y_i + 0.0065$$

$$\omega_i(-) = 0.5$$

$$\omega_i(+) = 2.0$$

Les composantes ω sont plus difficiles à borner car les poids influencent la courbe de manière plutôt logarithmique. Les bornes ont été posées à $\omega_i(-) = 0.5$ et $\omega_i(+) = 2.0$ après quelques manipulations.

Malgré le fait que la plage de variation soit assez restreinte pour chacune des composantes, la gamme de profils couverte par le design d'expérience est étonnamment grande. La figure 5.3 illustre quelques-uns des profils générés par le plan d'expérience.

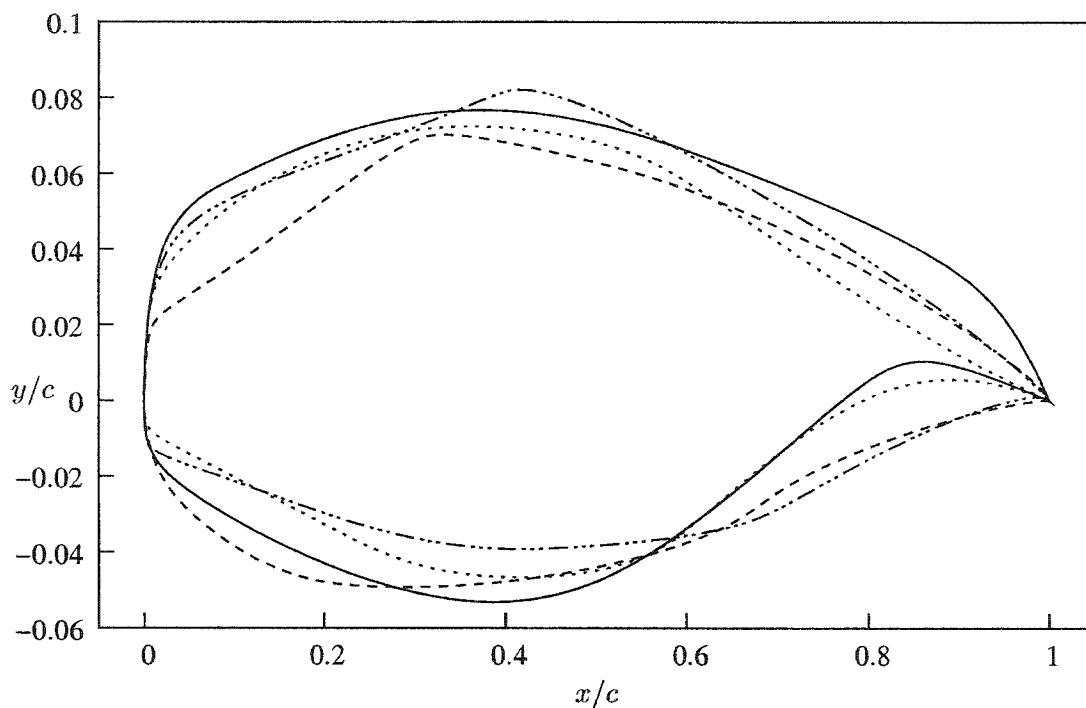


Figure 5.3 Exemples de profils générés par le plan d'expérience

Le problème d'optimisation porte sur la minimisation de traînée de pression C_D à portance constante ($C_L = C_L^*$); la traînée de chacun des profils créés par le plan d'expérience devrait ainsi être évaluée à portance constante. Toutefois, plusieurs des profils générés ne peuvent atteindre la portance voulue en raison de leur forme inhabituelle. On doit donc poser une fonction qui tient compte des effets de portance et de traînée. La fonction F telle que décrite par l'équation 5.1 sert comme fonction

coût dans des problèmes d'optimisation où la contrainte de portance est comprise dans la fonction coût (section 1.2.2). Elle est donc utilisée comme fonction pour le design d'expérience.

$$F = \frac{C_L^{\text{init}}}{C_D^{\text{init}}} C_D^2 + (C_L - C_L^{\text{init}})^2 \quad (5.1)$$

Le point d'opération du profil initial est $M_\infty = 0.73$ à $Re = 10 \times 10^6$ et la portance cible est $C_L^* = C_{L_{\text{init}}} = 0.8$ est atteinte pour un $\alpha \approx 2.6^\circ$ et la traînée de pression correspondante est $C_D = C_{D_{\text{init}}} = 0.0155$. Ces points d'opération (M_∞, α, Re) sont utilisés pour tous les essais du plan expérience.

Les résultats peuvent être analysés sous forme de diagramme de Pareto (figure 5.4). Les 13 paramètres dépassant la ligne du facteur $\mathbf{p}$ influencent le plus la fonction F et ils seront utilisés comme variables de design du problème d'optimisation (plus de détails sur les graphiques de Pareto sont contenus dans [6]). La figure 5.5 illustre le profil initial avec les variables de design du problème d'optimisation.

On remarque qu'ici encore, les composantes y de plusieurs points de contrôle (#2, #3, #4, #7, #8, #9, #10 et #12) sont choisies comme variables. Toutefois, contrairement au cas du NACA0012, certaines composantes x (#2, #9 et #10) et ω (#2 et #11) seront utilisées dans le processus d'optimisation. On constate également que les trois composantes du point de contrôle #2 de la NURBS (figure 5.1) sont parmi les plus influentes. Ce point contribue beaucoup au changement de courbure sur l'intrados, une région particulièrement sensible pour les profils transsoniques.

Comme le point d'opération utilisé pour le plan d'expérience ($M_\infty = 0.73$) est au centre de la plage de nombre de Mach étudiée, les variables qui ressortent du plan d'expérience seront utilisées pour toutes les optimisations ponctuelles et

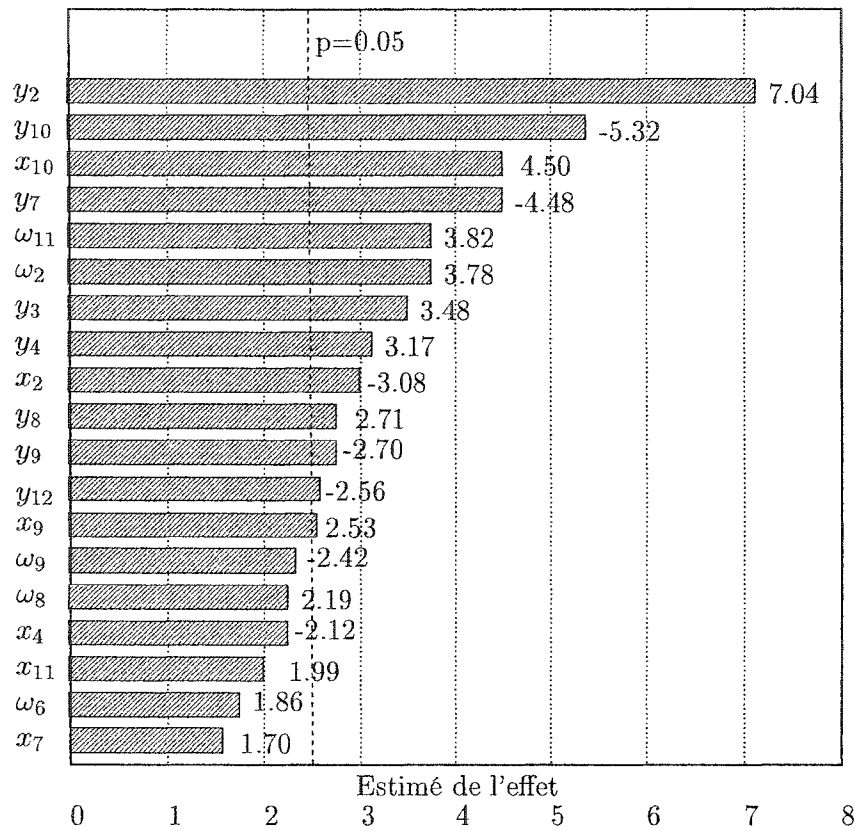


Figure 5.4 Diagramme de Pareto des influences des paramètres sur la fonction F

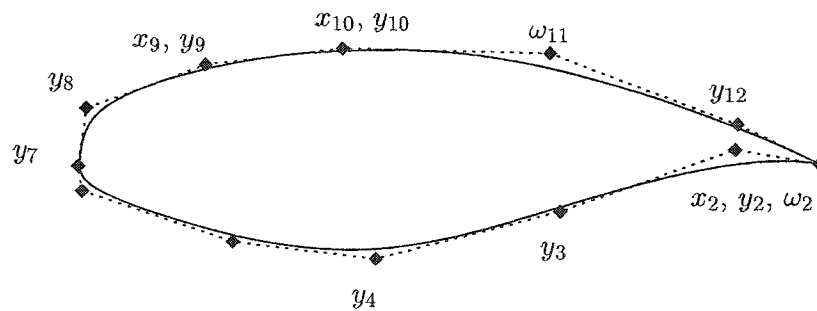


Figure 5.5 Profil transsonique initial et variables de design du problème d'optimisation

l'optimisation multipoint.

5.3 Mise à l'échelle des variables de design

La mise à l'échelle utilisée à la section 4.3 ne peut être réutilisée pour le cas du profil transsonique. En effet, trois différents types de variables sont maintenant présentes (composantes x , y et ω des points de contrôle) et l'adimensionnalisation 4.1 est efficace uniquement pour les variables y . Cette adimensionnalisation fait varier les points d'un certain pourcentage par rapport la valeur initiale du point ; si elle était utilisée pour les variables x , une variation constante des variables adimensionnelles ne mènerait pas à des variations absolues de même ordre (par exemple, en $x = 0.05$, un ΔX de 0.1 correspond à un Δx de 0.005, alors qu'en $x = 0.95$, le même ΔX correspond à un Δx de 0.095). Quant aux composantes ω des points de contrôle, leur nature différente rend impossible l'utilisation de cette adimensionnalisation. En effet, les poids ne font qu'attirer plus ou moins la courbe vers le point de contrôle et cette "attraction" ne se comporte pas de façon linéaire mais plus de façon logarithmique.

La mise à l'échelle choisie est basée sur les grandeurs caractéristiques du profil (la corde du profil pour les composantes x et l'épaisseur maximale du profil pour les composantes y et ω). Comme pour le design d'expérience, on veut que la variation de la variable adimensionnelle de $(\pm) 1$ corresponde à une variation de $(\pm) 5\%$ de la grandeur caractéristique de la variable, on aura pour les composantes x et y :

$$X_i = 20 (x_i - x_o)$$

$$Y_i = 150 (y_i - y_o)$$

Les variables adimensionnelles correspondant aux composantes ω sont plus difficiles à poser. Quelques essais permettent de constater qu'il faut avoir un poids $\omega = \frac{\omega_o}{2}$

pour obtenir une variation d'environ (-) 5% de l'épaisseur maximale du profil et un poids $\omega = 2\omega_o$ pour obtenir une variation d'environ (+) 5%. Afin d'avoir une variation de ($\pm$) 5% pour une variation de ($\pm$) 1 de la variable adimensionnelle, la mise à l'échelle suivante peut être utilisée :

$$\Omega_i = \frac{1}{\ln(2)} \ln \left(\frac{\omega_i}{\omega_o} \right)$$

Ainsi, cette mise à l'échelle assure que $\omega_i = \frac{\omega_o}{2}$ équivaut on a $\Omega_i = -1$, $\omega_i = 2\omega_o$ donne $\Omega_i = 1$ et $\omega_i = \omega_o$ correspond à $\Omega_i = 0$.

5.4 Contrainte d'épaisseur

Les variables adimensionnelles, contrairement au cas du profil NACA0012, ne sont plus bornées et peuvent être fixées à des valeurs au-delà des bornes ($\pm$) 1. Afin d'éviter que l'optimiseur amincisse trop le profil, une contrainte sur l'épaisseur maximale du profil $((t/c)_{max})$ est imposée. Cette contrainte permet de conduire des optimisations s'approchant des applications en industrie aéronautique, où le volume de l'aile ne peut diminuer en deçà d'une certaine valeur pour des raisons de volume de carburant et pour des raisons structurelles. Cette contrainte permet d'obtenir des profils optimisés plus similaires au profil initial et assure que les gains obtenus en C_D sont dus à de meilleures propriétés aérodynamiques liées au choc et non à un simple amincissement du profil.

Afin de clarifier la terminologie, soulignons que l'épaisseur maximale $(t/c)_{max}$ d'un profil représente la valeur de l'épaisseur (t/c) là où le profil est le plus épais. Ainsi, une contrainte sur l'épaisseur maximale signifie que l'épaisseur maximale $(t/c)_{max}$ doit toujours être supérieure à une certaine valeur cible $(t/c)_{max}^*$, qui pourrait être

référée comme étant une valeur minimale de l'épaisseur maximale.

L'épaisseur maximale du profil initial est de $(t/c)_{max} = 12.12\%$. La valeur minimale de l'épaisseur maximale sera posée à $(t/c)_{max}^* = 12\%$. Cette valeur de $(t/c)_{max}^*$ légèrement inférieure au $(t/c)_{max}$ du profil initial a été posée pour des fins de comparaisons avec des optimisations menées chez Bombardier Aéronautique (ces comparaisons ne se trouvent pas dans ce travail), mais elle aurait pu être laissée à 12.12% afin d'assurer que les profils optimisés aient toujours la même épaisseur maximale que le profil de départ.

5.5 Choix du maillage

La méthodologie pour le choix du maillage et du nombre de cycles sera légèrement différente pour cette application. En effet, à la section 4.4, des études de convergences sur le nombre d'éléments du maillage et sur le nombre de cycles du solveur étaient menées afin d'établir la combinaison de paramètres donnant des valeurs de C_D et de C_L assez précises tout en nécessitant le moins de temps de calcul possible. Cette méthode de sélection de maillage est efficace, mais peut causer certains problèmes au niveau du calcul de C_L lors du sous-problème d'optimisation. En effet, les courbes de C_p , à partir desquelles le C_L est calculé, oscillaient souvent après le choc (figure 5.6). On peut en conclure que les solutions correspondant à la combinaison noeuds-cycles choisie n'étaient pas entièrement convergées. Bien que les oscillations n'affectaient pas significativement la précision du C_L calculé, elles rendaient la recherche du α correspondant à C_L^* plus difficile car les directions de recherche utilisées perdaient de leur précision.

Après quelques essais, on a remarqué que les courbes de C_p cessent d'osciller après le choc lorsque la dérivée temporelle de la densité atteint la valeur de $\frac{\partial \rho}{\partial t} \approx 0.25$.

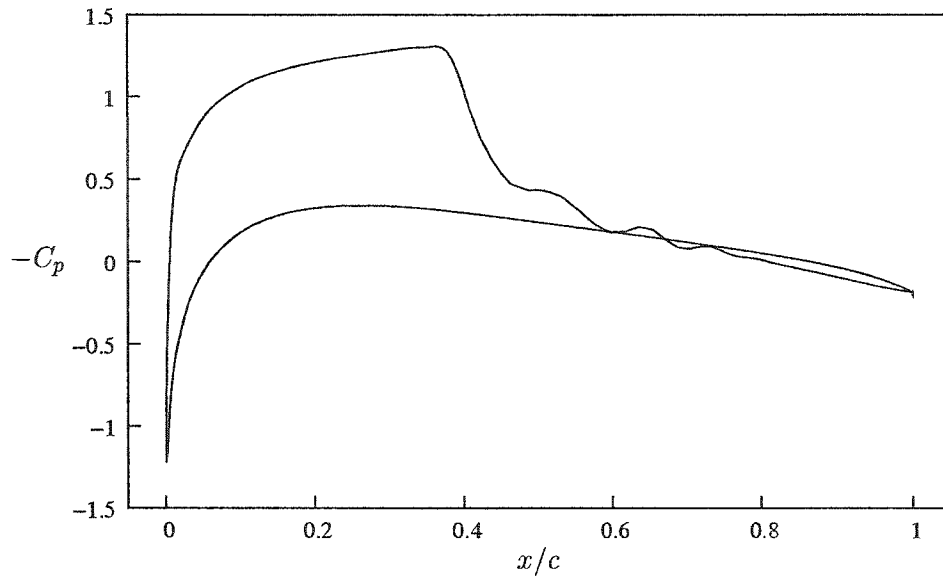


Figure 5.6 Exemple de courbe de C_p avec oscillations après le choc

Comme c'est le nombre de cycles qui fait diminuer cette dérivée, il s'agit d'établir pour un maillage donné combien de cycles sont nécessaires pour faire descendre la valeur de la dérivée à $\frac{\partial \rho}{\partial t} = 0.25$.

On sait également que le nombre de cycles requis croît avec le nombre de mailles, ce qui rend l'augmentation du nombre de mailles d'autant plus coûteuse puisque le temps de calcul pour chaque cycles est plus élevé (en raison du nombre de mailles plus élevé) et qu'il faut plus de cycles pour faire converger la solution.

L'étude de convergence de C_L et de C_D peut ainsi être reprise sans considérer le nombre de cycles comme facteur. La figure 5.7 illustre les courbes de convergence en C_D et C_L en fonction du nombre d'éléments du maillage. Les profils sont analysés pour $M_\infty = 0.73$, $Re = 10 \times 10^6$ et $\alpha = 3.0^\circ$ et l'erreur en densité pour chacune des solutions est de $\frac{\partial \rho}{\partial t} = 0.25$.

Le maillage de 25000 noeuds requiert 150 cycles pour atteindre la précision voulue et le temps de calcul correspondant à cette combinaison est autour de 5 minutes

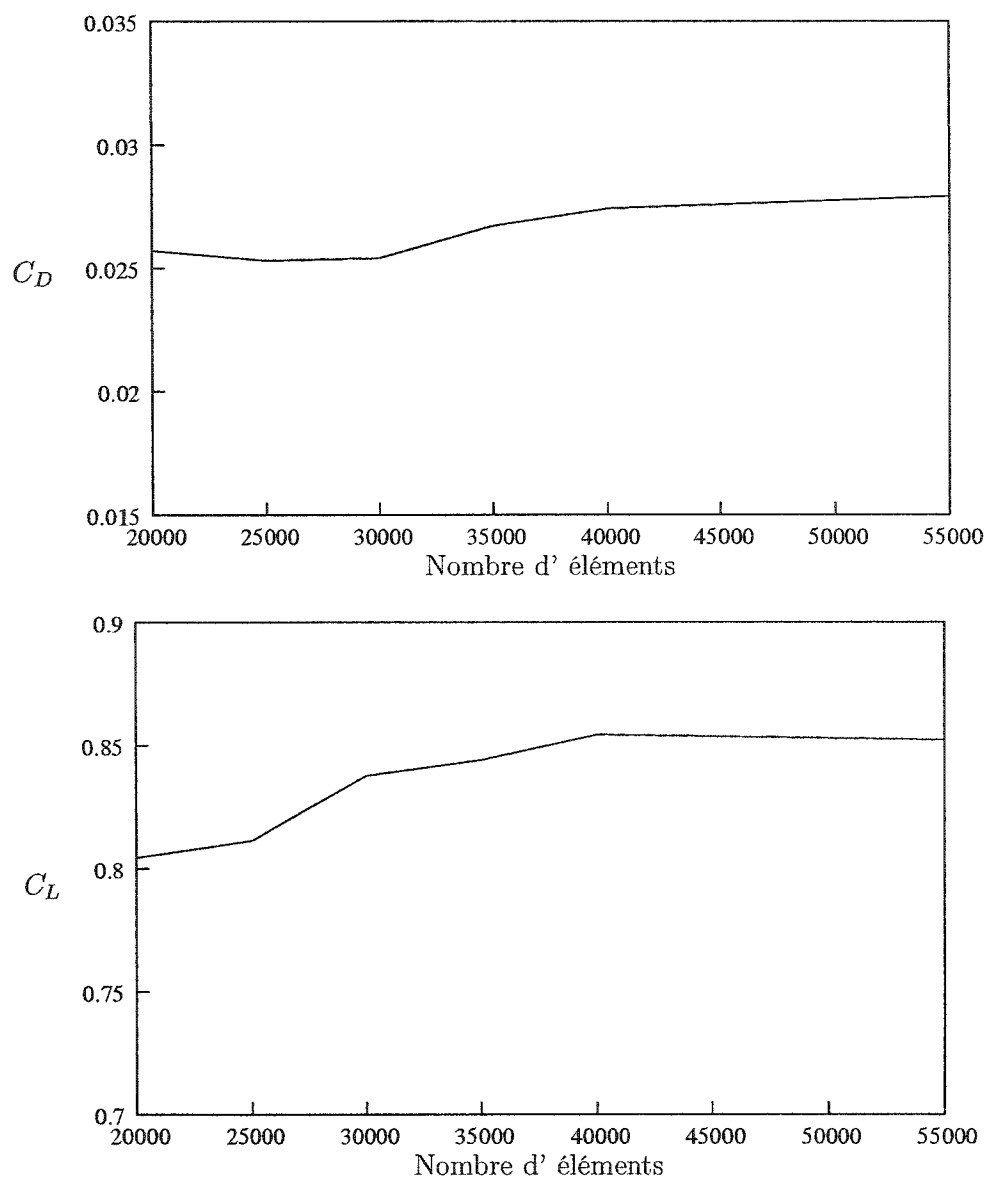


Figure 5.7 Étude de convergence en C_D pour le profil transsonique

(sur un ordinateur SGI Origin2000 à 400 MHz et 1 Go de RAM), ce qui correspond au temps de calcul acceptable pour une itération du cycle d'optimisation.

Les précisions en C_L et en C_D pour ce nombre de maille par rapport aux valeurs considérées comme exactes (calculées avec un maillage de 55000 éléments et 800 cycles) sont respectivement de 9.3% et 4.8%. Les erreurs en C_L et C_D associés à ce

maillage sont plus importantes que celles de la combinaison de paramètres retenue pour le cas du NACA0012 (35000 éléments et 100 cycles). Le petit nombre de mailles diminue la précision au niveau de la représentation du choc et cause l'augmentation de l'erreur en C_L et en C_D . Toutefois, cette erreur sera approximativement uniforme pour tous les profils analysés au cours du processus d'optimisation, ce qui est essentiel pour bien mener une optimisation.

Le maillage de 25000 noeuds constitue donc le meilleur compromis actuel entre la précision et le temps de calcul pour cette application et il sera utilisé pour toutes les optimisations menées à partir de ce profil.

5.6 Résultats

On s'attend cette fois-ci à obtenir des résultats où l'on observera une optimisation plus localisée qu'avec le cas du NACA0012 car les paramètres de la NURBS les plus sensibles ont été sélectionnés comme variables de design. La formulation ponctuelle du problème d'optimisation sera donc utilisée de nouveau afin de vérifier si les profils obtenus seront lisses et si les effets d'optimisation localisée se produiront dans ce cas. La formulation multipoint sera ensuite testée afin de vérifier s'il est encore possible d'obtenir des profils efficaces sur une plage de nombre de Mach.

5.6.1 Optimisations ponctuelles

La formulation ponctuelle du problème de minimisation de traînée avec contrainte sur l'épaisseur maximale est la suivante :

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{d}=\{X_i, Y_i, \Omega_i\}} \quad & C_D (\mathbf{d}, \alpha, M_\infty) \\ \text{tel que :} \quad & (t/c)_{max} \geq (t/c)_{max}^* \end{aligned} \quad (5.2)$$

avec le sous-problème :

$$\begin{aligned} \min_{\alpha} \quad & \alpha \\ \text{t.q. :} \quad & C_L (\mathbf{d}, \alpha, M_\infty) \geq C_L^* \end{aligned}$$

Le point de design du profil initial est $M_\infty = 0.73$ et cette condition de vol sera le point milieu de la plage de nombre de Mach étudiée. La portance cible utilisée pour tous les essais menés sera $C_L^* = 0.8$, qui correspond à la portance du profil initial à $M_\infty = 0.73$ et $\alpha \approx 2.75^\circ$. La plage de nombre de Mach étudiée est de $M_\infty = 0.68$ à $M_\infty = 0.78$ et les conditions de design pour les trois optimisations ponctuelles sont équidistantes dans cette plage, soit $M_\infty = 0.705$, $M_\infty = 0.73$ et $M_\infty = 0.755$. La valeur minimale de l'épaisseur maximale est posée à $(t/c)_{max}^* = 12\%$ et le nombre de Reynolds utilisé est de $Re = 10 \times 10^6$.

Le sous-problème est solutionné avec une méthode de Newton modifiée, contrairement au cas du NACA0012 où le sous-problème était solutionné directement avec l'algorithme DONLP. Ce changement de stratégie de résolution est du à la nouvelle sélection des variables, qui permet à l'optimiseur de générer des profils

aux caractéristiques aérodynamiques inhabituelles qui sont difficilement traitable par un algorithme DONLP. Des exemples de tels profils ainsi que les détails de l'algorithme de résolution du sous-problème développé sont présentés à l'annexe III.

Les profils optimisés obtenus sont encore une fois lisses et réguliers. La figure 5.8 montre que la forme des profils obtenus dépend encore fortement de la condition de design.

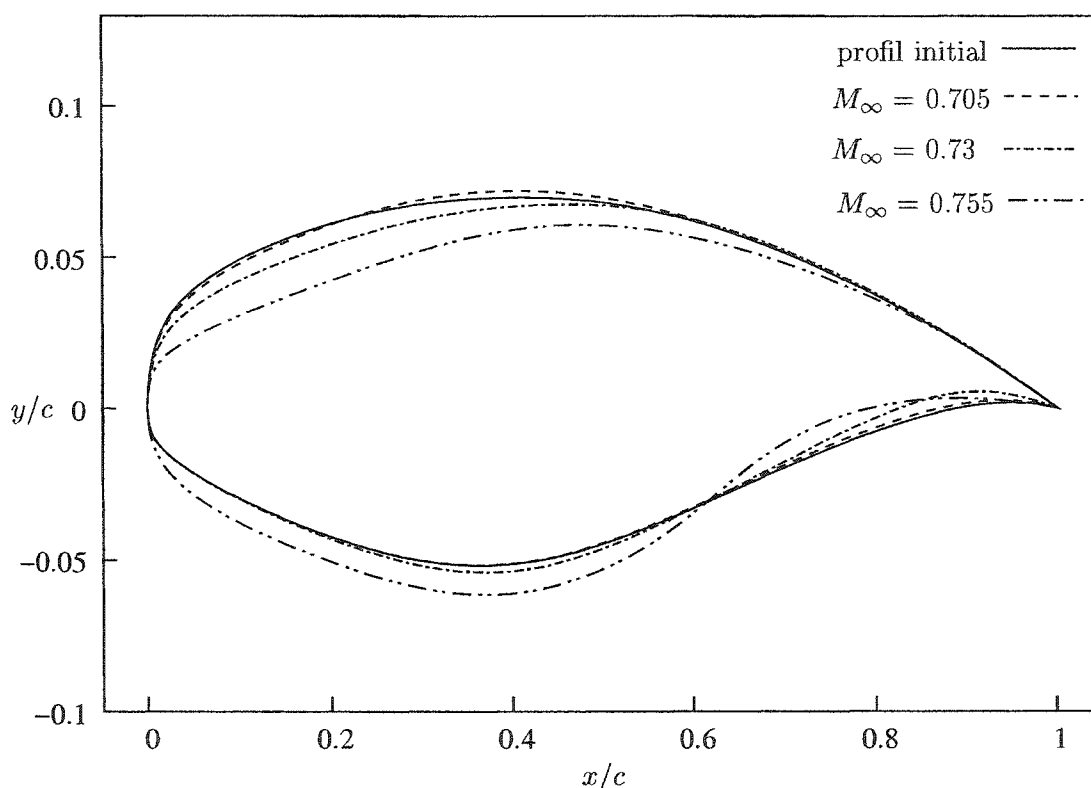


Figure 5.8 Comparaison du profil transsonique initial avec les profils optimisés ponctuellement à différentes conditions de design

Le profil obtenu pour $M_\infty = 0.755$ présente un plat sur la partie avant de l'extrados (du bord d'attaque à $x/c = 0.4$), à la limite du changement de courbure. Il s'agit là du plus important effet d'optimisation localisée rencontré dans les optimisations menées jusqu'ici. Un changement de courbure à la partie avant de l'extrados per-

Tableau 5.1 Écart des variables de design par rapport à leurs valeurs initiales aux trois conditions de design

Variable	Variation (%) $M_\infty = 0.705$	Variation (%) $M_\infty = 0.73$	Variation (%) $M_\infty = 0.755$
x_2	0.1	0.7	17.8
y_2	22.2	48.5	104.8
ω_2	3.0	70.1	14.5
y_3	0.8	1.3	7.3
y_4	0.3	5.6	9.8
y_7	10.5	72.6	922.2
y_8	3.4	13.5	20.4
x_9	3.7	7.9	11.2
y_9	1.7	11.7	27.0
x_{10}	0.02	2.6	3.8
y_{10}	4.6	3.7	7.6
ω_{11}	4.3	21.9	15.1
y_{12}	0.4	3.9	8.2

met d'obtenir une réduction de la traînée du profil, mais entraîne habituellement l'apparition de deux ondes de choc (annexe III), qui sont indésirables pour des effets de stabilité. Comme le profil obtenu s'approche de ce comportement, on peut affirmer qu'il comporte de légers effets d'optimisation localisée.

On peut vérifier si la méthode de design d'expérience utilisée a réussi à cibler les variables influentes de ce problème. Le tableau 5.1 donne les pourcentages de variation de chacune des variables par rapport à leur valeurs initiales pour les trois conditions de design.

Le plan d'expérience a été mené à $M_\infty = 0.73$, c'est donc à ce point de design qu'il faut en vérifier la validité. On constate que certains paramètres (x_{10} et y_{10}) ont peu varié, même si le design d'expérience (figure 5.4) leur accordait une influence importante. Par contre, les paramètres sélectionnés varient significativement pour au moins un des points de design, ce qui confirme que la méthode du design d'expérience est utile pour effectuer un premier tri des variables de design. Notons

également que le très grand pourcentage de variation de la variable y_7 pour l'optimisation à $M_\infty = 0.755$ (922%) est du à la faible valeur originale de cette variable.

À l'exception du profil obtenu à $M_\infty = 0.705$, les profils optimisés ont une épaisseur maximale (t/c) très près de la contrainte $(t/c)_{max}^* = 12\%$. Les valeurs des épaisseurs maximales sont respectivement de 12.32%, 12.03% et 12.00% pour les conditions de design $M_\infty = 0.705$, $M_\infty = 0.73$ et $M_\infty = 0.755$. La valeur de l'épaisseur maximale du profil obtenu à $M_\infty = 0.705$ suggère que l'optimiseur a trouvé un minimum local (les résultats de l'optimisation multipoint, à la section 5.6.2, viendront confirmer ceci).

L'analyse des courbes de distribution des C_p et des C_f permet de comprendre où la majeure partie des gains en C_D ont été effectués. Les figures 5.9, 5.10 et 5.11 montrent respectivement les courbes de C_p et de C_f pour le profil initial et les profils optimisés aux conditions de design.

Pour les profils optimisés à $M_\infty = 0.705$ et $M_\infty = 0.73$, les efforts ont porté sur la réduction de la traînée d'onde. On constate en effet sur les figures 5.9 et 5.10 que l'onde de choc est entièrement supprimée pour les profils optimisés. La représentation NURBS, lorsque les bons paramètres sont choisis comme variables de design, est assez flexible pour créer des profils sans choc pour ces deux conditions de design sans pour autant faire apparaître de bosse.

Le gain en C_D pour l'optimisation menée à $M_\infty = 0.755$ provient du travail fait sur la traînée de forme. En effet, la courbe de distribution des C_p de la figure 5.11 illustre que l'amplitude de l'onde de choc du profil optimisé est sensiblement la même que celle du profil initial. La traînée d'onde est donc sensiblement la même pour les deux profils. Par contre, on constate sur la courbe de distribution des C_f de la figure 5.11 que l'écoulement sur le profil optimisé n'est plus séparé après le

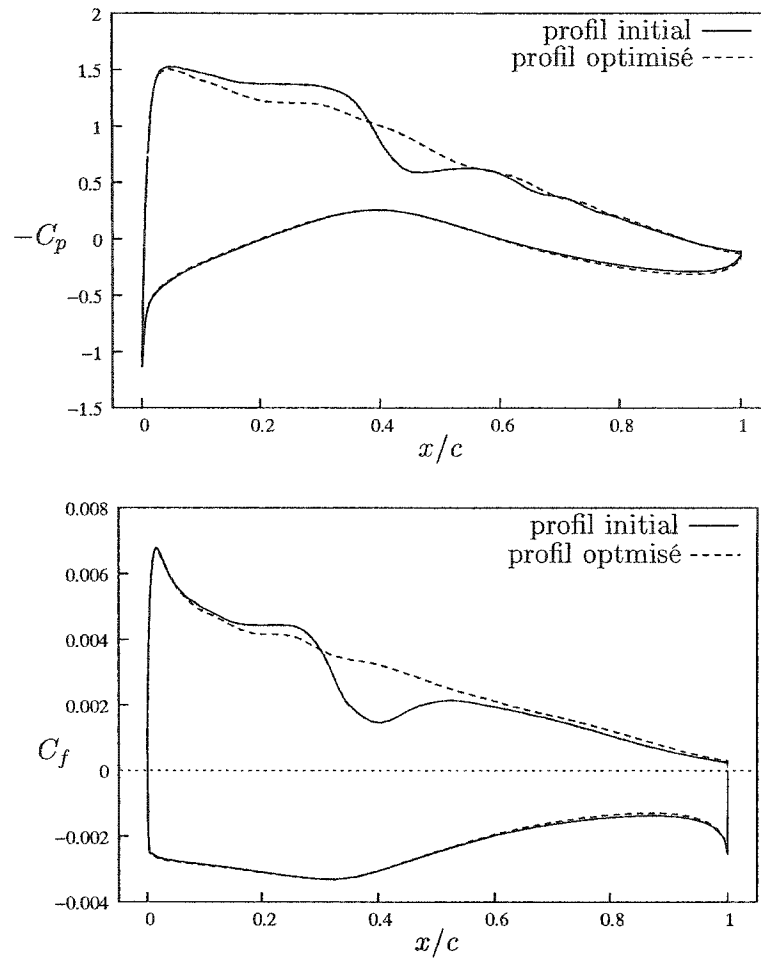


Figure 5.9 Comparaison des courbes de C_p et de C_f à $M_\infty = 0.705$ et $C_L = 0.8$ pour le profil initial et le profil optimisé à $M_\infty = 0.705$

choc, ce qui fait diminuer la traînée de forme.

La courbe de C_p du profil optimisé à $M_\infty = 0.755$ reflète le plateau présent sur la partie avant de l'extrados. On remarque en effet que l'écoulement est d'abord fortement accéléré près du bord d'attaque, puis qu'il décélère légèrement pour réaccélérer juste avant l'onde de choc. Les profils avec changement de courbure et double chocs (annexe III) présentent des courbes de C_p assez semblable, avec comme seule différence que la première décélération se fait à l'aide d'un choc (d'où le double choc). La courbe de distribution des C_p est donc un autre outil permettant

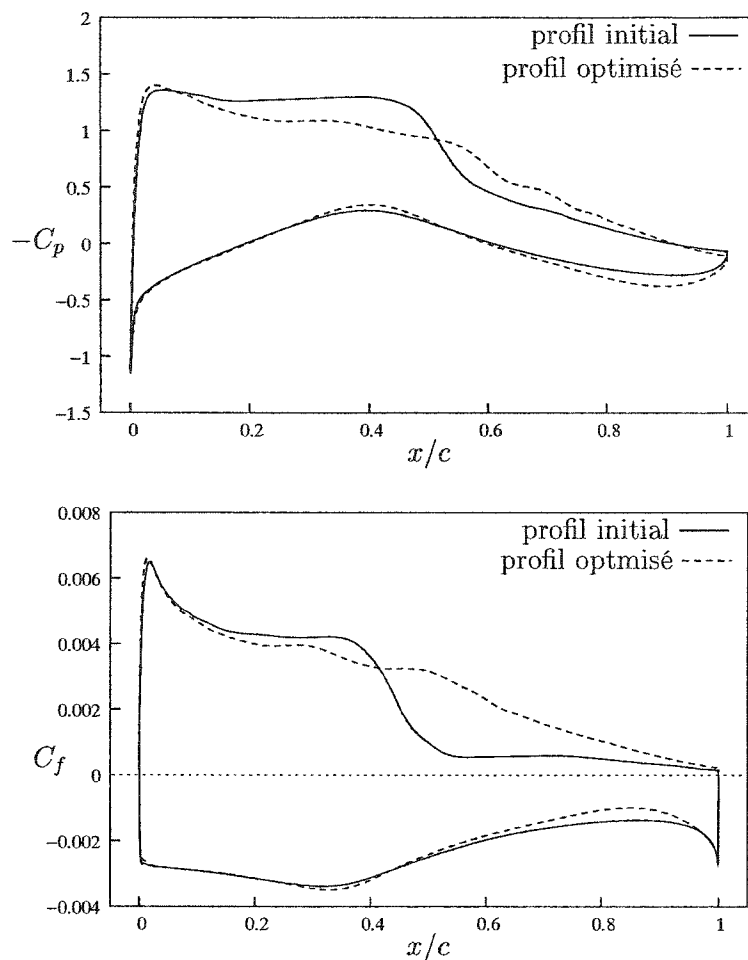


Figure 5.10 Comparaison des courbes de C_p et de C_f à $M_\infty = 0.73$ et $C_L = 0.8$ pour le profil initial et le profil optimisé à $M_\infty = 0.73$

de visualiser l'apparition de l'optimisation localisée que présente le profil optimisé.

Les courbes de réponse en traînée sur la plage $M_\infty = 0.68$ à $M_\infty = 0.78$ des trois profils obtenus, illustrées à la figure 5.12, présentent de légères cuvettes autour des points de design. La sélection des paramètres les plus sensibles comme variables de design a donc entraîné l'apparition de légers effets d'optimisation localisée sur les courbes C_D vs M_∞ des profils obtenus.

Les cuvettes sont peu prononcées pour les profils obtenus à $M_\infty = 0.705$ et $M_\infty =$

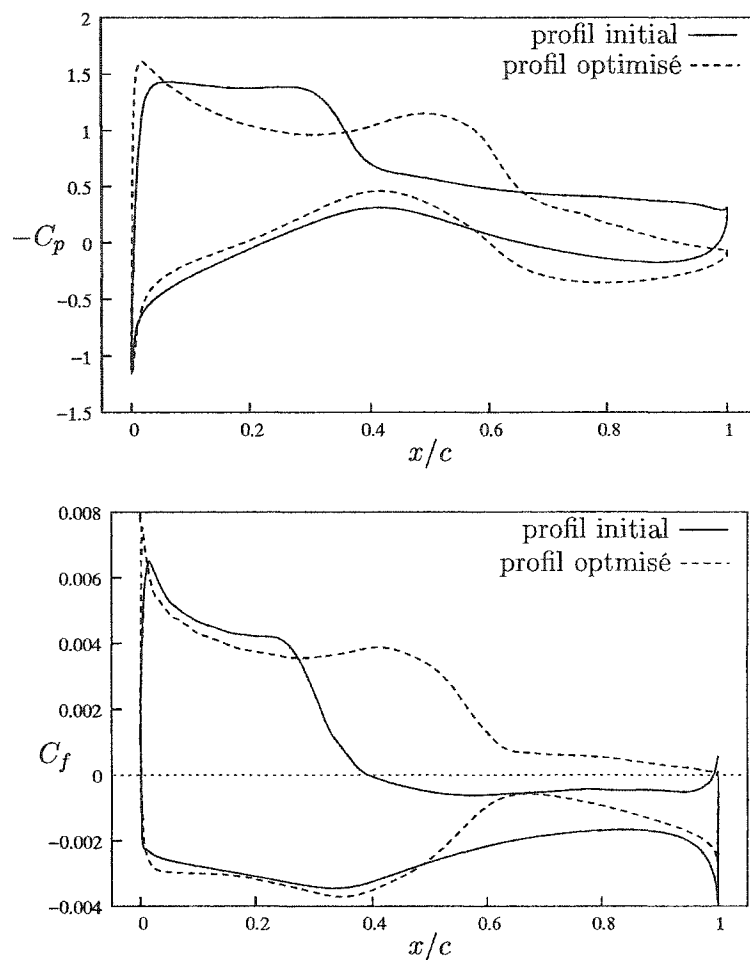


Figure 5.11 Comparaison des courbes de C_p et de C_f à $M_\infty = 0.755$ et $C_L = 0.8$ pour le profil initial et le profil optimisé à $M_\infty = 0.755$

0.73, mais elle est facilement identifiable pour le profil optimisé à $M_\infty = 0.755$. Ceci correspond bien à ce qu'on avait observé sur la géométrie des profils optimaux (figure 5.8). En effet, les profils obtenus à $M_\infty = 0.705$ et $M_\infty = 0.73$ sont lisses, sans bosses ni changements de courbure et conséquemment leurs courbes C_D vs M_∞ reflètent de légers effets d'optimisation localisée. Toutefois, le profil optimisé à $M_\infty = 0.755$ présente un plat à la limite du changement de courbure et sa courbe de C_D vs M_∞ montre des effets d'optimisation localisée plus prononcés. L'hypothèse voulant que les irrégularités sur la géométrie des profils soient responsables des

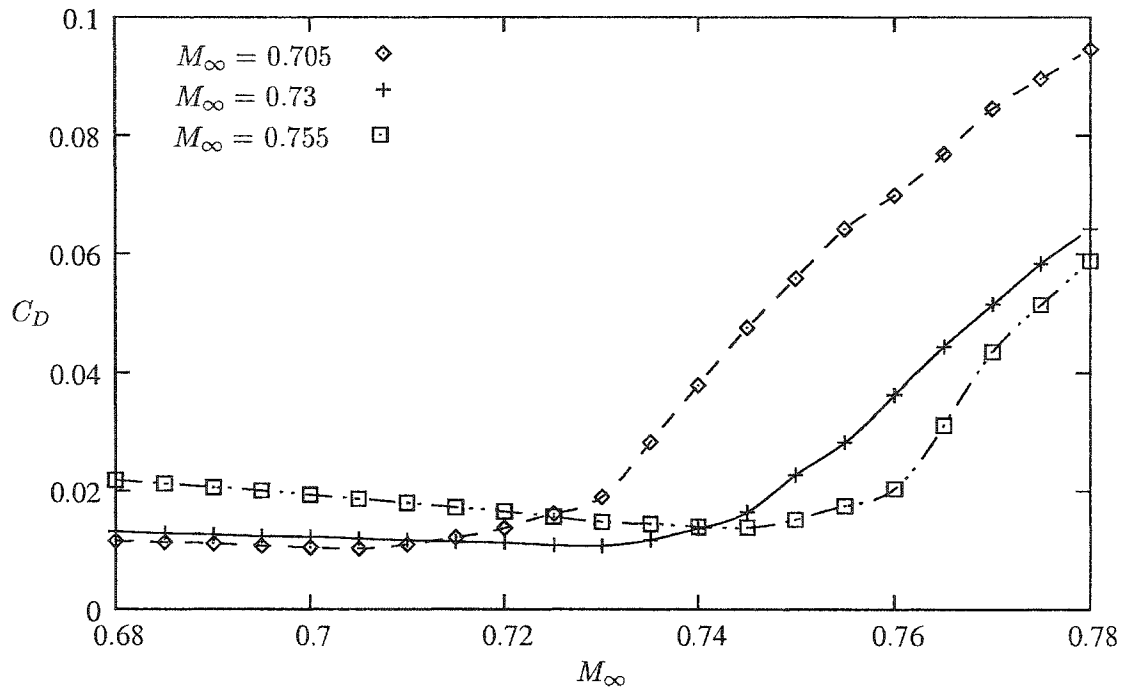


Figure 5.12 Courbes C_D vs M_∞ des profils optimisés selon la formulation ponctuelle à différents points de design, $C_L = 0.8$

effets d'optimisation localisée semble donc être fondée.

La présence d'augmentations de traînées immédiatement après le point de design suggère encore une fois qu'une formulation multipoint du problème d'optimisation permettrait d'obtenir de meilleures performances sur la plage de nombre de Mach étudiée.

5.6.2 Optimisation multipoint

Comme pour le cas du NACA0012, la formulation ponctuelle du problème d'optimisation a montré que la représentation NURBS permet d'obtenir des profils optimisés lisses même pour les pires des cas d'optimisations. La formulation multipoint du problème est utilisée dans cette section afin de démontrer que la formulation NURBS utilisée avec une formulation multipoint permet de générer des profils efficaces sur une large plage de nombre de Mach.

La formulation multipoint du problème de minimisation de la traînée avec contrainte sur l'épaisseur maximale est donc la suivante :

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{d}=\{X_i, Y_i, \Omega_i\}} \quad & \sum_{i=1}^k w_i \left[\frac{C_{D_i}(\mathbf{d}, \alpha_i, M_{\infty, i})}{C_{D_i}^o} \right] \\ \text{tel que :} \quad & (t/c)_{max} \geq (t/c)_{max}^* \end{aligned} \quad (5.3)$$

avec les k sous-problèmes :

$$\begin{aligned} \min_{\alpha} \quad & \alpha \\ \text{t.q. :} \quad & C_L(\mathbf{d}, \alpha, M_{\infty}) \geq C_L^* \end{aligned}$$

L'optimisation a été conduite avec les mêmes conditions de design que pour les optimisations ponctuelles, soit $M_{\infty,1} = 0.705$, $M_{\infty,2} = 0.73$ et $M_{\infty,3} = 0.755$. Les contraintes sont également les mêmes, soit l'épaisseur maximale $(t/c)_{max}^* = 0.12$ et la portance cible $C_L^* = 0.8$. Enfin, le nombre de Reynolds reste inchangé à $Re = 10 \times 10^6$.

Le résultat de l'optimisation est illustré à la figure 5.13. Le profil est toujours lisse et sans changement de courbure. Les changements apportés au profil initial suivent les principes qui ont mené à l'invention des profils supercritiques. D'abord, le profil est aminci le plus possible, soit jusqu'à la valeur de $(t/c)_{max}^*$. Ensuite, la figure 5.13 montre que la courbure de la surface supérieure du profil optimisé est moins prononcée que celle du profil initial, ce qui permet à l'écoulement de moins accélérer et de réduire l'amplitude du choc ou encore de le supprimer complètement. Les pertes de portance occasionnées par la diminution de courbure sur l'extrados et l'amincissement du profil est compensée par un accroissement de la concavité de la partie arrière de l'intrados (ces changements de géométrie étaient également présents sur les profils obtenus avec la formulation ponctuelle, mais ils n'étaient pas aussi clairement perceptibles que pour ce profil).

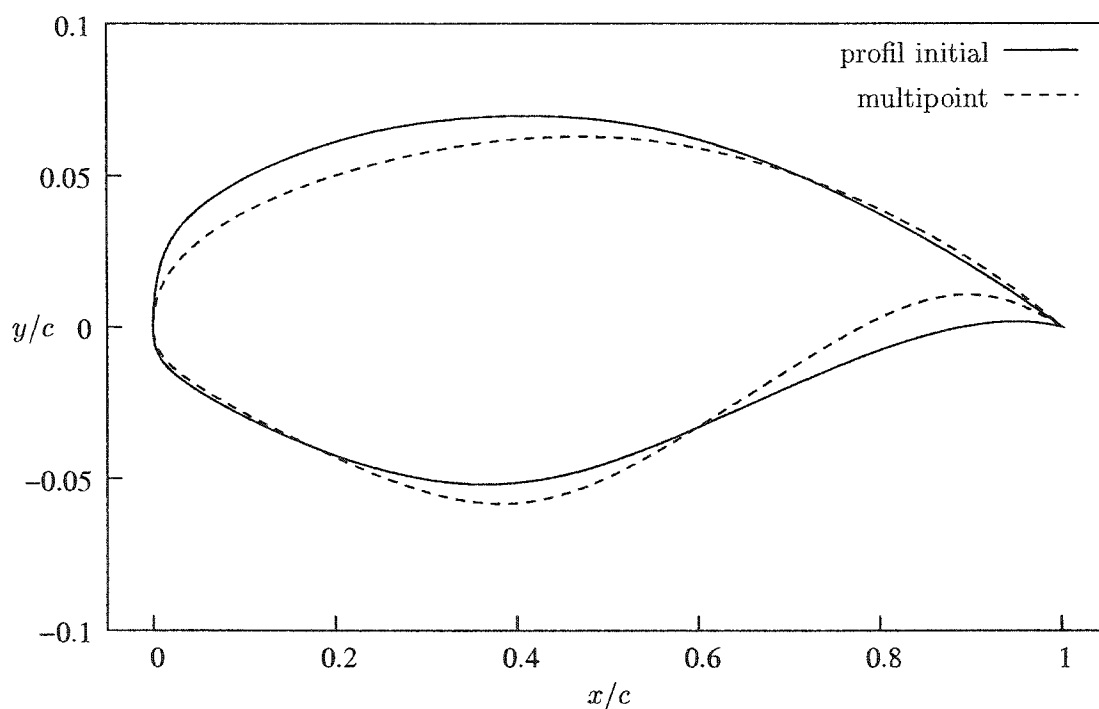


Figure 5.13 Comparaison du profil optimisé avec la formulation multipoint avec le profil initial

Le profil optimal ne ressemble à aucun des profils obtenu avec la formulation ponctuelle, contrairement au cas du NACA0012, où le profil multipoint était très semblable au profil obtenu avec la formulation ponctuelle à la condition de design médiane. Les quatre profils optimisés étaient alors très similaires et les courbes de distribution des C_p et des C_f du profil multipoint et des profils optimisés ponctuellement aux mêmes conditions de vol étaient donc voisines (figures 4.18, 4.19 et 4.20). Pour la présente optimisation, les quatre profils obtenus n'ont pas les mêmes formes et les courbes de C_p et de C_f des profils obtenus selon les différentes formulations aux mêmes points d'opérations sont donc différentes. Les figures 5.14, 5.15 et 5.16 présentent des comparaisons des courbes de C_p et de C_f aux trois points de design du profil optimisé en multipoint avec celles des profils optimisés ponctuellement aux mêmes points.

La courbe des C_p de la figure 5.14 indique qu'une faible onde de choc est de nouveau présent sur le profil optimisé en multipoint lorsqu'évalué à $M_\infty = 0.705$, alors qu'elle avait été supprimée lors de l'optimisation ponctuelle avec $M_\infty = 0.705$. On remarque également sur les figures 5.15 et 5.16 que les distributions des C_p du profil obtenu en multipoint ressemblent beaucoup aux distributions typiques de C_p des profils supercritiques, avec de grands plateaux de pressions constantes sur l'extrados.

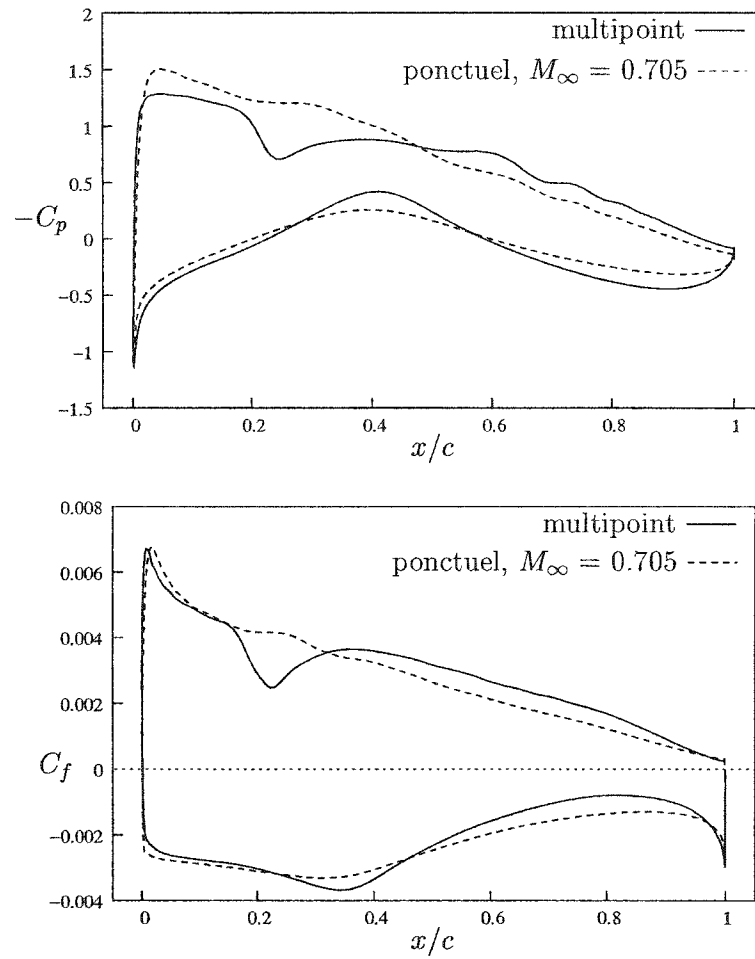


Figure 5.14 Comparaison des courbes de C_p et de C_f à $M_\infty = 0.705$, $C_L = 0.8$ pour le profil optimisé en multipoint et le profil optimisé ponctuellement à $M_\infty = 0.705$

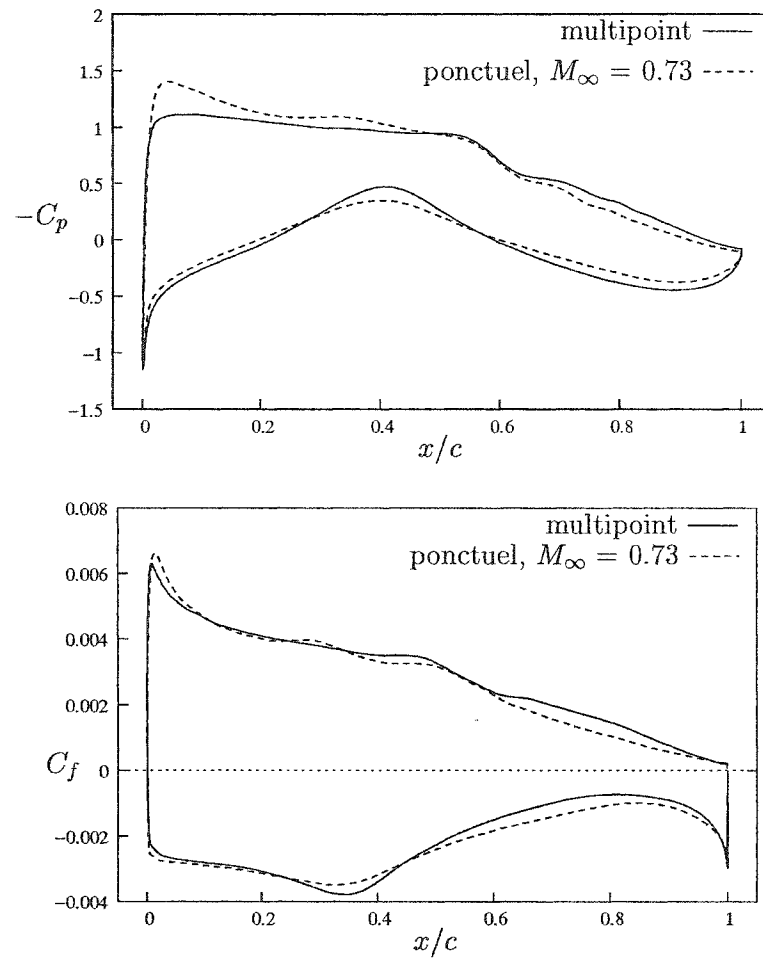


Figure 5.15 Comparaison des courbes de C_p et de C_f à $M_\infty = 0.73$, $C_L = 0.8$ pour le profil optimisé en multipoint et le profil optimisé ponctuellement à $M_\infty = 0.73$

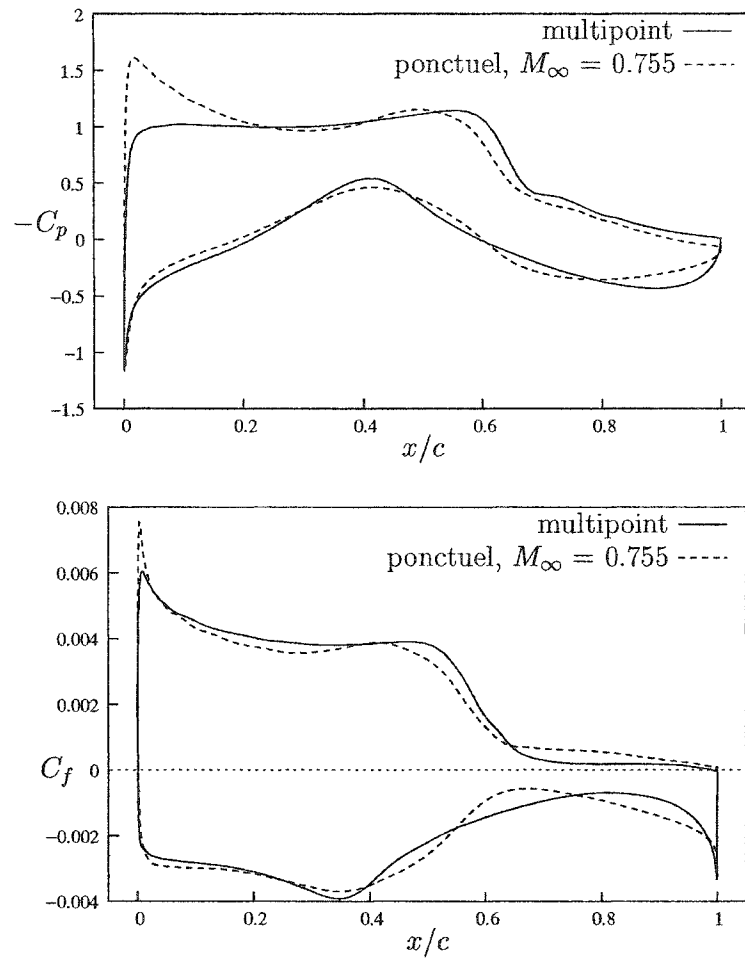


Figure 5.16 Comparaison des courbes de C_p et de C_f à $M_\infty = 0.755$, $C_L = 0.8$ pour le profil optimisé en multipoint et le profil optimisé ponctuellement à $M_\infty = 0.755$

La courbe de réponse en traînée sur la plage de Mach du profil obtenu en multipoint est présentée à la figure 5.17 et montre que le profil est efficace sur une grande partie de la plage étudiée et que la hausse de traînée survenant vers $M_\infty = 0.745$ n'est pas sévère. La formulation multipoint combinée à l'utilisation des NURBS permet donc d'obtenir des profils avec de bonnes propriétés aérodynamiques sur une plage de nombre de Mach, même lorsque les variables permettant d'exercer un contrôle plus local sont utilisées comme variables de design.

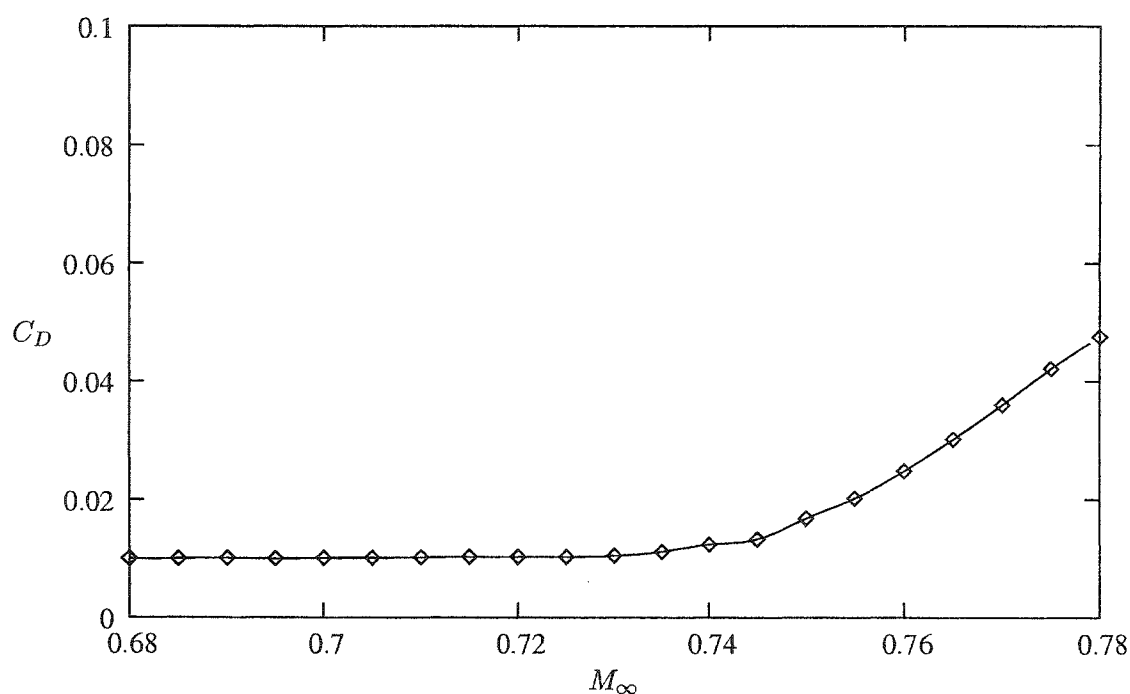


Figure 5.17 Courbes C_D vs M_∞ du profil optimisé selon la formulation multipoint, $C_L = 0.8$

La courbe de C_D vs M_∞ du profil obtenu en multipoint est reproduite sur la figure 5.18 avec celles des trois profils obtenus ponctuellement. On constate que les traînées à $M_\infty = 0.705$ et $M_\infty = 0.73$ sont plus faibles pour le profil obtenu en multipoint que pour les profils optimisés à ces points de façon ponctuelle (les valeurs exactes sont données dans le tableau 5.2). Or, les optimisations ponctuelles devraient trouver l'optimum local "absolu" pour un point de design. Visiblement,

l'optimiseur n'a pas réussi à s'affranchir de problèmes de minimums locaux pour les optimisations ponctuelles. On constate donc que malgré toutes les attentions portées à bien régler les différents aspects du problème d'optimisation, les problèmes de minimums locaux peuvent toujours survenir.

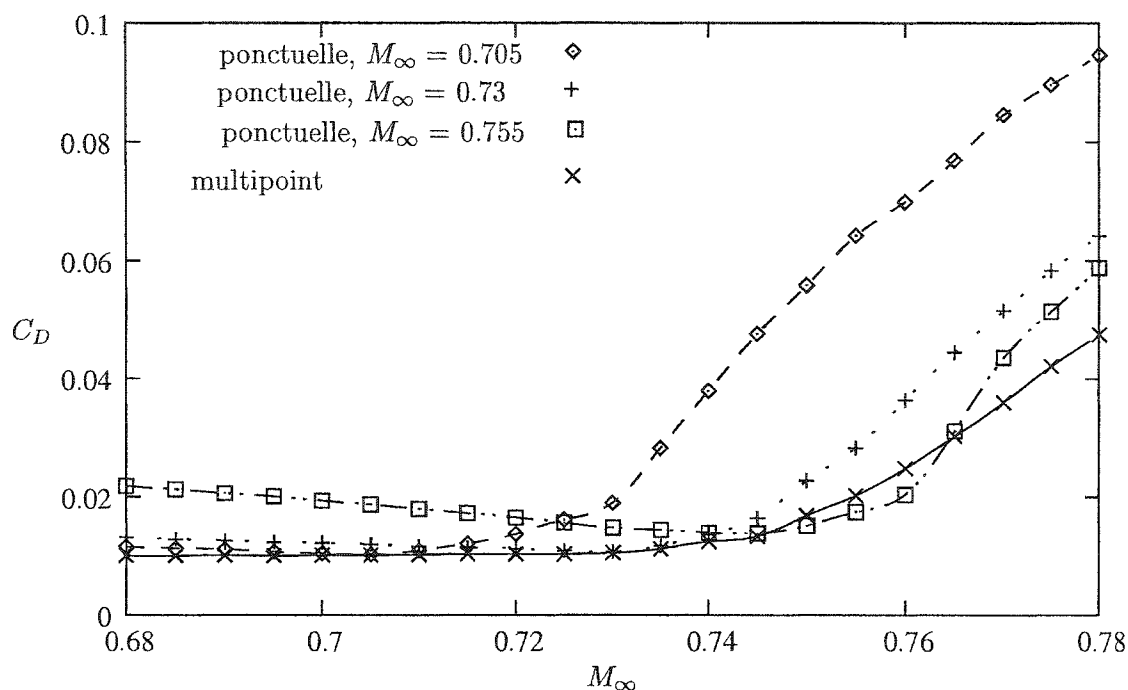


Figure 5.18 Courbes C_D vs M_∞ des profils obtenus selon les différentes formulations, $C_L = 0.8$

Le tableau 5.2 contient les valeurs des traînées totales aux trois conditions de vol étudiées pour le profil initial et les quatre profils optimisés ainsi que les pourcentages de gains en traînée. La traînée moyenne $\overline{C_D}$ reflète bien l'étendue de la plage d'efficacité du profil obtenu en multipoint.

Nous introduisons enfin à la figure 5.19 une comparaison des vitesses de convergence pour les quatre optimisations menées. Les fonctions coût F sont divisées par leur valeur initiale F_o afin de pouvoir comparer les courbes. On constate que pour les optimisations ponctuelles, la vitesse de convergence vers l'optimum décroît avec

Tableau 5.2 C_D à différents M_∞ pour le profil initial et les profils optimisés selon les différentes formulations

	$C_D(M_\infty = 0.705)$ (gain)	$C_D(M_\infty = 0.73)$ (gain)	$C_D(M_\infty = 0.755)$ (gain)	$\overline{C_D}$ (gain)
profil initial	0.0134 -	0.0213 -	0.0746 -	0.0415 -
ponctuelle ($M_\infty = 0.705$)	0.0102 23.9%	0.0189 (11.3%)	0.0641 (14.1%)	0.0374 (9.9%)
ponctuelle ($M_\infty = 0.73$)	0.0119 (11.2%)	0.0107 49.8%	0.0282 (62.2%)	0.0228 (45.1%)
ponctuelle ($M_\infty = 0.755$)	0.0186 (-38.8%)	0.0147 (31.0%)	0.0174 (76.7%)	0.0230 (44.6%)
multipoint	0.0101 (24.6%)	0.0105 (50.7%)	0.0202 (72.9%)	0.0174 (58.1%)

le nombre de Mach de design et que l'optimisation menée avec la formulation multipoint requiert un grand nombre d'itérations de l'optimiseur afin de converger.

Notons qu'une itération de l'optimiseur consiste en une prise de gradients de la fonction coût et d'une recherche en ligne (voir annexe II). Une prise de gradient nécessite 13 évaluations de configurations pour lesquelles le sous-problème servant à trouver α tel que $C_L = C_L^*$ est lancé à chaque fois. Chaque itération peut donc nécessiter autour d'une centaine d'appels au solveur. Comme la formulation multipoint nécessite 39 itérations pour converger vers un optimum, il faut autour de deux semaines de calcul pour obtenir un optimum.

Les aspects de la méthode appliquée au profil NACA0012 qui n'étaient pas satisfai-

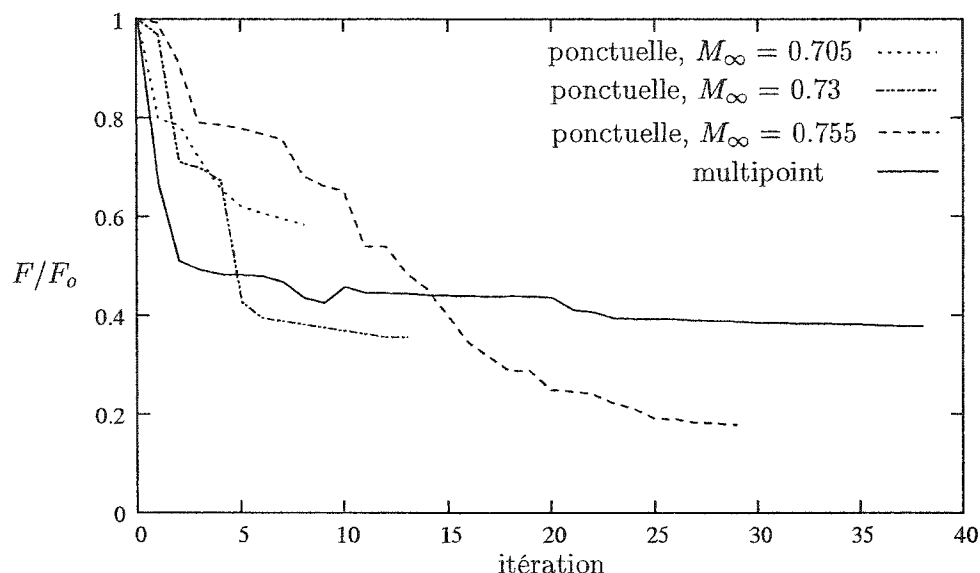


Figure 5.19 Évolution de la fonction coût en fonction du nombre d'itérations de l'optimiseur

sants ont donc été résolus avec succès dans cette application. La méthode s'applique bien pour un profil initial mieux adapté au régime transsonique, l'imposition de la contrainte d'épaisseur permet efficacement d'obtenir des profils similaires au profil initial et l'utilisation d'un design d'expérience s'est avérée utile pour effectuer un premier tri des variables de design.

Cette application a permis de confirmer que l'utilisation de NURBS est efficace pour obtenir des profils lisses sans irrégularités géométriques, même lorsque des variables permettant d'exercer un contrôle plus local sur la NURBS sont sélectionnées comme variables de design. De plus, les profils ne présentent pas d'effets d'optimisation localisée et possèdent de bonnes performances sur une plage de nombre de Mach lorsqu'on combine la représentation NURBS à une formulation multipoint du problème d'optimisation. Toutefois, la structure nécessite encore beaucoup de temps de calcul et de ressources informatiques.

CONCLUSION

Ce mémoire a présenté en détail une méthodologie applicable au problème de l'optimisation aérodynamique des profils d'aile en régime transsonique. Les composantes principales de cette méthodologie comprennent un modèle de paramétrisation basé sur les NURBS, un solveur aérodynamique Navier-Stokes et un algorithme d'optimisation SQP.

Les essais menés sur le profil NACA0012 et sur le profil transsonique ont permis de démontrer la pertinence d'utiliser la représentation NURBS lors d'un processus d'optimisation. Dans les huit cas considérés, nous avons obtenu des gains de performances significatifs au point de design (de 23% à 76%) sans que les profils optimaux ne soient bossés ni ne comportent de changement de courbure. Les résultats montrent également que la formulation multipoint du problème combinée à une représentation NURBS des profils est efficace afin d'obtenir des profils présentant de bonnes performances sur une plage de nombre de Mach.

Le cas du profil NACA0012 était utile pour fins de comparaisons avec certains résultats de recherches antérieures, mais il contenait certaines faiblesses pour une application industrielle, notamment au niveau du contrôle de l'épaisseur et de la sélection des variables. Ces lacunes ont été corrigées lors des essais avec le profil transsonique. Le choix d'un profil mieux adapté pour le régime de vol étudié a d'abord permis de mieux comprendre les problèmes liés à la minimisation de la traînée en régime transsonique, notamment l'apparition de changements de courbure sur l'extrados.

De plus, la meilleure sélection des variables de design à l'aide d'un design d'expérience a permis d'exercer un contrôle un peu plus local sur le profil. Nous avons

ainsi pu montrer que même en exerçant un contrôle local sur la courbe, les NURBS possèdent une influence assez globale pour empêcher la formation d'irrégularités sur les profils, ce qui était l'hypothèse de base de cette recherche. Seul le profil transsonique optimisé avec la formulation ponctuelle au régime le plus sévère ($M_\infty = 0.755$) comportait un plateau sur l'extrados s'approchant d'un changement de courbure.

L'imposition d'une contrainte portant sur l'épaisseur maximale a permis d'obtenir des profils optimaux correspondant plus à la forme du profil initial. La contrainte sur l'épaisseur maximale n'est pas tout à fait conforme aux besoins d'une application industrielle (où les dimensions et la position des longerons ainsi que la surface intérieure du profil doivent être contrôlées), mais elle est rapide à implémenter et permet de vérifier qu'il est possible d'utiliser de telles contraintes dans la structure d'optimisation mise en place.

Il serait utile d'apporter encore quelques améliorations pour rendre cette méthode utile pour des applications en milieu industriel. D'abord, il faudrait améliorer la technique d'optimisation utilisée afin de réduire les possibilités d'obtenir un minimum local. Nous avons démontré que la séparation des variables ainsi que la technique de réduction du pas étaient efficace pour avancer vers un minimum plus global de la solution, mais les résultats obtenus avec le cas du profil transsonique illustrent qu'il est toujours possible d'obtenir des minimums locaux. De plus, la structure mise en place met beaucoup de temps à converger vers un optimum (jusqu'à deux semaines dans le cas de la formulation multipoint du profil transsonique). Il faudrait donc trouver une méthode permettant de résoudre le sous-problème plus rapidement ainsi qu'un algorithme d'optimisation plus rapide (l'utilisation d'un logiciel d'optimisation permettant de calculer les gradients séparément serait très efficace si un ordinateur à plusieurs processeurs était disponible). Enfin, il serait important de pouvoir inclure l'épaisseur et la position des longerons dans la modéli-

sation du profil ainsi que de pouvoir calculer l'aire intérieure du profil afin d'imposer des contraintes semblables à celles requises en industrie.

Certains aspects intéressants du problème n'ont pas été étudiés mais pourraient être utiles à un meilleur contrôle des résultats. Le nombre de points de design utilisé avec la formulation multipoint a été fixé à trois et leur pondération était toujours égale ($\omega_i = 1$) dans les deux cas étudiés. Il pourrait être intéressant de vérifier l'influence du nombre de points de design ainsi que de leur pondération. De plus, si on accélère la méthode d'optimisation, on pourrait vérifier si l'utilisation de plus de variables de design conduit à de meilleurs résultats.

Finalement, une fois la minimisation de la traînée en régime transsonique mise en place de façon efficace, on pourra l'inclure dans un procédé d'optimisation multidisciplinaire en la combinant avec une maximisation de la portance en condition de décollage et en condition d'atterrissage. Pour en arriver là, il faudra d'abord développer une méthodologie permettant de bien représenter les profils multicorps à l'aide des NURBS et permettant de cibler les variables de design importantes pour une maximisation de la portance. Il faudra ensuite poursuivre les recherches en optimisation multi-disciplinaire afin de bien formuler le problème.

RÉFÉRENCES

- [1] ANDERSON, W. ET VENKATAKRISHNAN, V. (1997). Aerodynamic design optimization on unstructured grids with a continuous adjoint formulation. *American Institute of Aeronautics and Astronautics Journal*.
- [2] AUDET, C., DENNIS, JR., J. E., MOORE, D. W., BOOKER, A. ET FRANK, P. D. (2000). A surrogate-based method for constrained optimization. *8th AIAA/NASA/USAF/ISSMO Symposium on Multidisciplinary Analysis and Optimization*. No. 2000-4891.
- [3] BALDWIN, B. ET BARTH, T. (1991). A one-equation turbulence transport model for high reynolds wall-bounded flows. *AIAA Paper*. No. 91-0610.
- [4] BAUER, F., GARABEDIAN, P. ET KORN, D. (1977). *Supercritical Wing Section III*. Springer-Verlag, Berlin.
- [5] C.G. SPEZIALE, R. A. ET ANDERSON, E. (1990). A critical evaluation of two-equation models for near-wall turbulence. *AIAA Paper*. No. 90-1481.
- [6] CLÉMENT, B. (1998). *Statistical Design and Analysis of Multivariate Experiments*, Handbook of Bolts and Bolted Joints, chapitre 41. 825-870.
- [7] DRELA, M. (1998). Pros and cons of airfoil optimization. D. Caughey et M. Hafez, éditeurs, *Frontiers of Computational Fluid Dynamics*. World Scientific, 363-381.

- [8] E.M MURMAN, F.R BAILEY, M. J. (1975). Tsfoil - a computer code for two-dimensional transonic calculation, including wind-tunnel wall effects and wave drag evaluation. Rapport technique, NASA.
- [9] GOLDBERG, D. (1986). *The Genetic Algorithm : Who, How, and What Next ?* Plenum.
- [10] HICKS, R. M. ET HENNE, P. A. (1978). Wing design by numerical optimization. *Journal of Aircraft*, 15, 407–412.
- [11] HOCK, W. ET SCHITTKOWSKI, K. (1981). Test examples for nonlinear programming codes. Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems, Springer, No. 187.
- [12] HUYSE, L., PADULA, S. L., LEWIS, R. M. ET L, W. (2002). Probabilistic approach to free-form airfoil shape optimization under uncertainty. *American Institute of Aeronautics and Astronautics Journal*, 40, 1764–1772.
- [13] INGBER, L. (1993). Simulated annealing : Practice versus theory. *Journal of Mathematical Computer Modelling*, 29–57.
- [14] LEPINE, J. (1999). *Optimisation de la representation des profils d'ailes pour application au design aerodynamique*. Mémoire de maîtrise, École Polytechnique de Montréal.
- [15] LI, W. ET PADULA, S. (2003). Robust airfoil optimization in high resolution design space. Rapport technique, NASA Langley Research Center.

- [16] MAVRIPLIS, D. (1991). Turbulent flow calculation using unstructured and adaptative meshes. *Int. J. for Numerical Methods in Fluids*, 1131–1152.
- [17] MAVRIPLIS, D. (1995). An advancing-front delaunay triangulation algorithm designed for robustness. *Journal of Computational Physics*, 13, 1131–1152.
- [18] MAVRIPLIS, D. J. (1996). *A CFD Package for Multi-Element Airfoil High-Lift Analysis*. Scientific Simulation, Yorktown, VA.
- [19] MAYNE, D. ET PANTOJA, J. (1991). Exact penalty function algorithm with simple updating of the penalty parameter. *J.O.T.A*, 441–467.
- [20] MENTER, F. (1992). *Improved Two-Equation k - Ω Turbulence Models for Aerodynamic Flow*. NASA. TM 103975.
- [21] MOHAMMADI, B. ET PIRONNEAU, O. (1994). *Analysis of the K -Epsilon Turbulence Model*. John Wiley & Sons and Masson.
- [22] NEMEC, M. ET ZINGG, D. W. (2001). Aerodynamic shape optimization using the discrete adjoint method. *Proceedings of the 48th Annual CASI Conference*. Canadian Aeronautics and Space Institute, Toronto, Ontario, 203–213.

- [23] NEMEC, M. ET ZINGG, D. W. (2002). Multi-point and multi-objective aerodynamic shape optimization. *9th AIAA/ISSMO Symposium on Multidisciplinary Analysis and Optimizaiton*. AIAA, Atlanta, Georgia.
- [24] OBAYASHI, S. ET TAKANASHI, S. (1996). Genetic optimization of target pressure distributions for inverse design methods. *American Institute of Aeronautics and Astronautics Journal*, 34, 881–886.
- [25] OBAYASHI, S., YAMAGUCHI, Y. ET NAKAMURA, T. (1997). Multiobjective genetic algorithm for multidisciplinary design of transonic wing planform. *Journal of Aircraft*, 34, 690–693. Engineering notes.
- [26] P. Y. PAPALAMBROS, D. J. W. (2000). *Principles of Optimal Design : Modeling and Computation*. Cambridge University Press.
- [27] PIEGL, L. ET TILLER, W. (1995). *The NURBS Book*. Springer-Verlag.
- [28] PIRZADEH, S. (1994). Unstructured viscous grid generation by the advancing layers method. *American Institute of Aeronautics and Astronautics Journal*, 32, 1735–1737.
- [29] SCHITTKOWSKI, K. (1985). Nlpql : A fortran subreoutine for solving constrained nonlinear programmimng problems. *Annal of Operations Research*, vol. 5.

- [30] SPALART, P. R. ET ALLMARAS, S. R. (1992). A one-equation turbulence model for aerodynamic flows. *AIAA 30th Aerospace Sciences Meeting and Exhibit*. Reno, NV, no. 92-0439.
- [31] SPELLUCI, P. (1998). An SQP method for general nonlinear programs using only equality constrained subproblems. *Math. Prog.*, 82, 413-448.
- [32] TRÉPANIÉ, J.-Y., LÉPINE, J. ET PÉPIN, F. (2000). An optimized geometric representation for wing profiles using NURBS. *Canadian Aeronautics And Space Journal*, 46, 12-19.
- [33] TRIBES, C. ET TRÉPANIÉ, J.-Y. (2001). Airfoil shape optimization. *CSME-MDE, International Conference on Multidisciplinary Design in Engineering*. Montréal, QC, Canada.
- [34] TSE, D. ET CHAN, L. (1999). Application of micro-genetic algorithms and neural networks for airfoil design optimization. Rapport technique, NATO RT0/AVT Symposium on Aerodynamic Design and Optimization of Flight Vehicles in a Concurrent Multi-Disciplinary Environment, Paper 23, Ottawa.
- [35] VANDERPLAATS, G. N. (1999). *Numerical Optimization Techniques for Engineering Design*. Vanderplaats Research & Development, Inc.
- [36] VICINI, A. ET QUAGLIARELLA, D. (1997). Inverse and direct airfoil design by means of a multi-objective genetic algorithm. *American Institute of Aeronautics and Astronautics Journal*, 35.

- [37] VONMISES, R. (1959). *Theory of Flight*. Dover Publications.

ANNEXE I

DESCRIPTION DES NURBS

Les NURBS sont des fractions rationnelles de B-splines. Afin de comprendre comment elles sont construites, il faut d'abord introduire les concepts des fonctions de base des B-splines et du vecteur nodal.

Le vecteur nodal est constitué d'une suite croissante de $(m+1)$ nombres réels appelés noeuds : $U = \{u_0, \dots, u_m\}$. Le vecteur nodal est donné sous la forme suivante :

$$U = \{\underbrace{a, \dots, a}_{p+1}, u_{p+1}, \dots, u_{m-p-1}, \underbrace{b, \dots, b}_{p+1}\}$$

où $m = n + p$, n étant le nombre de points de contrôle utilisés et p l'ordre de la NURBS.

Les fonctions de base de B-spline de degré p (ou encore d'ordre $p+1$) sont définies de façon récursive en fonction des noeuds du vecteur U :

$$N_{i,0}(u) = \begin{cases} 1 & \text{si } u_i \leq u \leq u_{i+1} \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

$$N_{i,p}(u) = \frac{u - u_i}{u_{i+p} - u_i} N_{i,p-1}(u) + \frac{u_{i+p+1} - u}{u_{i+p+1} - u_{i+1}} N_{i+1,p-1}(u)$$

La figure I.1 illustre les fonctions de base de degré $p=3$ pour 6 points de contrôle ($n=6$).

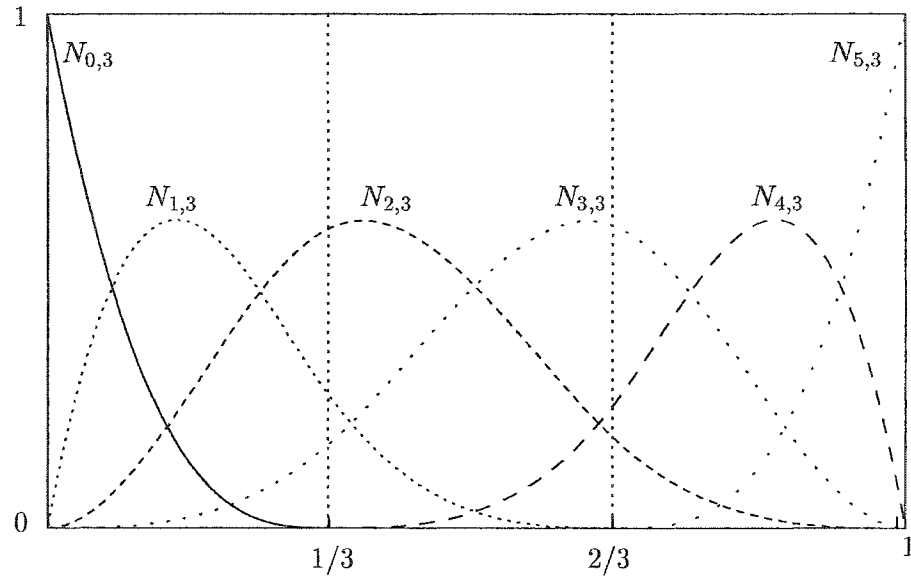


Figure I.1 Fonctions de base de degré 3 pour 6 points de contrôle, $U = \{0, 0, 0, 0, 1/3, 2/3, 1, 1, 1, 1\}$

Une NURBS à n points de contrôle et de degré p est construite de la façon suivante :

$$\mathbf{C}(u) = \sum_{i=0}^n R_{i,p}(u) \mathbf{P}_i$$

avec

$$R_{i,p}(u) = \frac{N_{i,p}(u)\omega_i}{\sum_{j=0}^n N_{j,p}(u)\omega_j}$$

Une NURBS est donc définie par le degré p des fonctions de base qui sont utilisées dans sa construction et par les coordonnées et les poids ω_i de ses n points de contrôles P_i . Les NURBS diffèrent des B-splines par l'introduction d'une pondération des fonctions de base. Notons que si tous les poids sont égaux à $\omega_i = 1$, la NURBS devient une B-spline.

On constate donc que le choix du nombre de points de contrôle n influencera le nombre de noeuds du vecteur nodal, ce qui influencera à son tour les fonctions de base des B-splines.

Un point de contrôle P_i influence la courbe $C(u)$ sur la plage $u \in [u_i, u_{i+p+1}]$. Le degré de la NURBS détermine donc l'effet plus ou moins global qu'auront les points de contrôle. Plus le degré des fonctions de base est élevé, plus elles exercent une influence sur une large portion du domaine. Les NURBS de degré 3 assurent une continuité de la courbe, de sa tangente et de sa courbure tout en permettant de garder un contrôle local sur la courbe. Le degré $p = 3$ sera donc utilisé pour la représentation des profils lors de ce travail.

Le nombre de points de contrôle n utilisé joue également un rôle important sur la zone d'influence qu'auront chacun de ces points. En effet, le nombre de noeuds $(m + 1)$ du vecteur nodal U augmente avec n ($m = n + p$), ce qui fait diminuer la distance entre chaque noeud. Comme un point de contrôle P_i exerce une influence sur la courbe seulement entre les noeuds u_i et u_{i+p+1} , la zone d'influence de ce point diminuera si le nombre de points de contrôle augmente. Comme le degré de la NURBS est constant à $p = 3$, on peut jouer sur le nombre de points de contrôle pour que l'influence de chacun des points soit plus ou moins globale.

Cette brève description des NURBS contient l'information nécessaire à leur utilisation dans le contexte d'optimisation aérodynamique. Les détails sur les NURBS sont données dans [27].

ANNEXE II

ALGORITHME D'OPTIMISATION DONLP

La méthode d'optimisation DONLP, telle que disponible dans iSIGHT 7.0, est une méthode de type SQP développée par Spellucci [31] pour résoudre le problème d'optimisation suivant, écrit sous sa forme générale :

$$\begin{aligned} \min_x \quad & f(x) \\ \text{tel que : } \quad & h_i(x) = 0, \quad i = 1, \dots, n \\ & g_j(x) \geq 0, \quad j = 1, \dots, m \end{aligned} \tag{II.1}$$

où les premières et deuxièmes dérivées de f , h_i et g_j sont considérées comme continues. La solution locale du problème de minimisation (x^*) satisfait à la condition de Kuhn-Tucker, soit :

$$\begin{aligned} \nabla f(x^*) - \nabla g(x^*) \lambda^* - \nabla h(x^*) \mu^* &= 0, \quad \lambda^* \geq 0 \\ h_i(x^*) &= 0, \quad i = 1, \dots, n \\ g_j(x^*) &\geq 0, \quad j = 1, \dots, m \\ \lambda^* g_j(x^*) &= 0, \quad j = 1, \dots, m \end{aligned} \tag{II.2}$$

La méthode SQP calcule d'abord une direction de descente d à partir d'un point initial x^k . La direction de descente est la solution du problème quadratique suivant :

$$\begin{aligned} \min_d \quad & \varphi_k(d) = \nabla f(x^k)^T d + \frac{1}{2} d^T B_k d \\ \text{t.q.} \quad & \nabla h_i(x^k)^T d + h_i(x^k) = 0, \quad i = 1, \dots, n \\ & \nabla g_j(x^k)^T d + g_j(x^k) \geq 0, \quad j = 1, \dots, m \end{aligned} \quad (\text{II.3})$$

B_k est une matrice choisie symétrique positive semi-définie. Elle est une estimation du Hessien du Lagrangien augmenté du problème. Cet estimé est d'abord posé à la matrice identité et est graduellement mis à jour au cours des itérations à l'aide de la méthode de Pantoja-Mayne [19]. Cette façon de construire le Hessien permet d'éviter d'avoir à le calculer, ce qui serait très coûteux en appels au solveur.

Lorsque le problème quadratique est solutionné, la direction de descente d est utilisé afin d'incrémenter le vecteur de design :

$$x^{k+1} = x^k + \sigma_k d^k \quad (\text{II.4})$$

où σ_k est le pas de descente tel que $\sigma_k \geq 0$ et est calculé de telle sorte que la valeur fonction mérite Φ diminue. La fonction mérite tient compte des f , h_i et g_j et est définie par :

$$\min_d \Phi = f(x) - \sum_{j=1}^m \beta_j \min\{0, g_j(x)\} + \sum_{i=1}^n \gamma_i |h_i(x)| \quad (\text{II.5})$$

Le pas σ_k est calculé à l'aide d'interpolations et de recherche en ligne afin de réduire la fonction mérite Φ . Lorsqu'un pas σ_k est déterminé, le vecteur de design est incrémenté selon l'équation II.4. Une nouvelle prise de gradients est effectuée et on vérifie si le nouveau vecteur de design x^{k+1} vérifie la condition de Kuhn-Tucker. Si tel est le cas, le minimum x^* est trouvé, sinon l'optimiseur calcule une nouvelle direction de descente d , et ainsi de suite.

Ces grandes lignes de la méthode d'optimisation SQP doivent être bien saisies afin de pouvoir mieux régler l'optimiseur lors du processus d'optimisation. Plus de détails sur la méthode DONLP sont contenus dans [31].

ANNEXE III

SOUS-PROBLÈME POUR LE CAS TRANSSONIQUE

Le sous-problème de la formulation du problème d'optimisation avec séparation des variables (3.5) permettant de déterminer α tel que $C_L = C_L^*$ est traité efficacement avec l'algorithme DONLP lors des essais sur le profil NACA0012 (section 4). Toutefois, cet algorithme a éprouvé des difficultés à résoudre le sous-problème lors des essais sur le profil transsonique (section 5).

La courbe de C_L vs α pour un profil non-décroché est habituellement monotone avec une pente constante, comme l'illustre la figure III.1. Lors de l'application au profil NACA0012, les variables de design sélectionnées ne donnaient pas à l'optimiseur la possibilité de créer des profils présentant des courbes de C_L vs α irrégulières. L'algorithme DONLP, qui utilise des prises de gradients pour trouver une direction de descente, pouvait ainsi résoudre assez rapidement le sous-problème.

Lors de l'application au profil transsonique, les variables sélectionnées permettent à l'optimiseur d'exercer un contrôle plus local sur la forme du profil. Un type particulier de profil est ainsi apparu, soit des profils comportant des double-chocs. Ces profils sont caractérisés par un changement de courbure sur la partie avant de l'extrados, tel qu'illustré à la figure III.2. À faible angle d'incidence, deux chocs sont présents sur la surface supérieure du profil. En faisant augmenter α , on atteint un α^* tel que le premier choc disparaît. Les courbes de C_p du profil de la figure III.2 à $\alpha = 3^\circ$ et $\alpha = 6^\circ$ pour $M_\infty = 0.73$ sont illustrées à la figure III.3. On y voit la transition de deux chocs à un choc sur l'extrados.

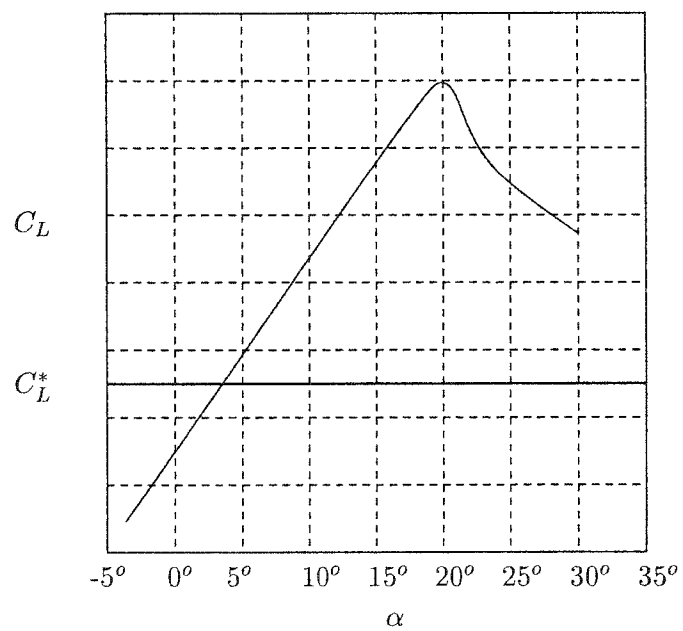


Figure III.1 Courbe C_L vs α typique

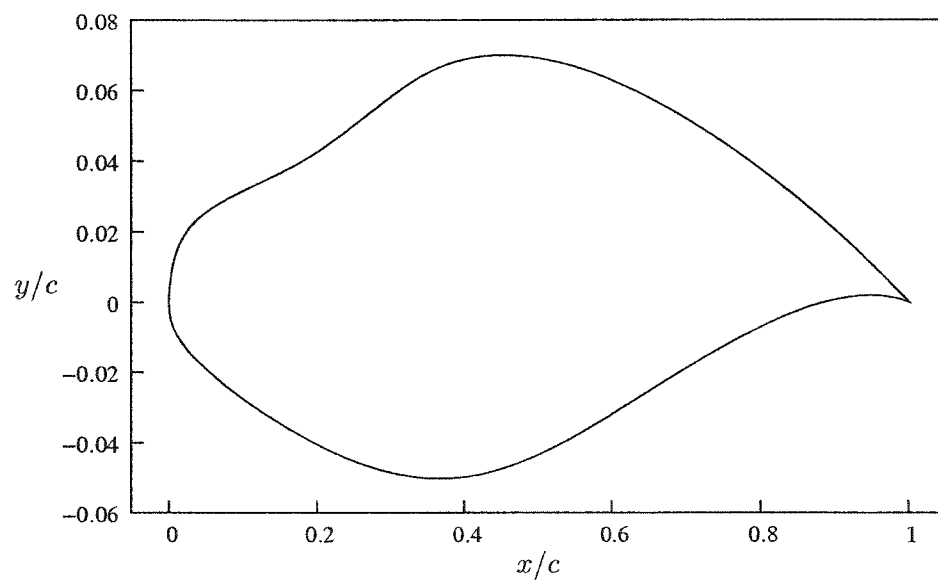


Figure III.2 Exemple de profil entraînant un double-choc sur l'extrados

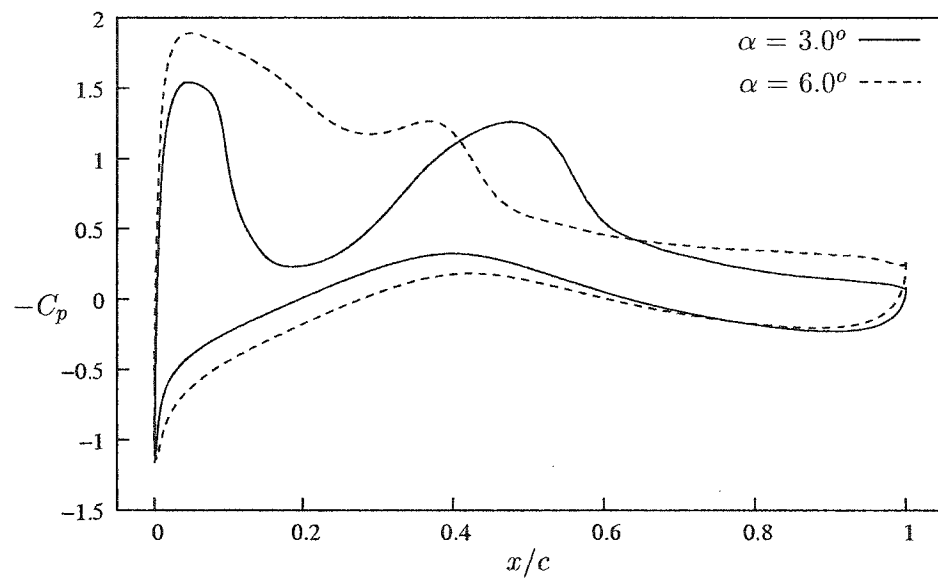


Figure III.3 Courbes de C_p du profil illustré à la figure III.2 à deux différents angles d'incidence

La disparition du premier choc entraîne un saut dans la courbe de C_L vs α lorsqu'on atteint α^* . Cette discontinuité est visible sur la figure III.4.

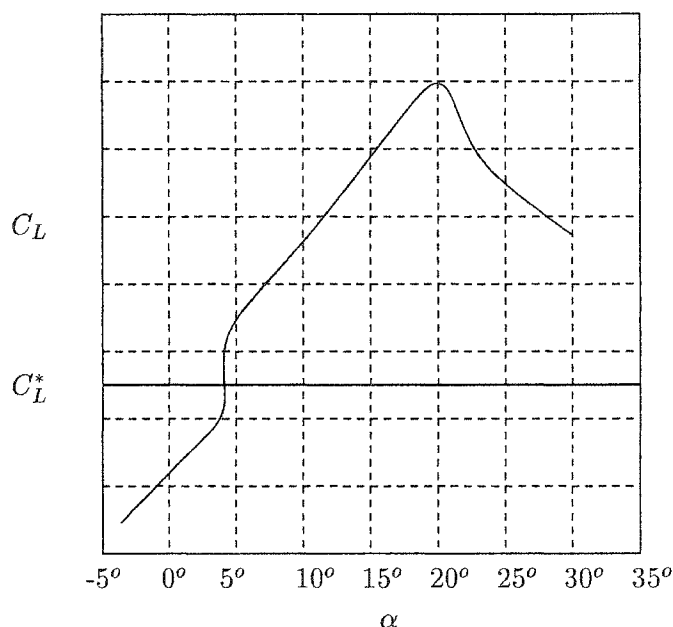


Figure III.4 Courbe C_L vs α typique pour un profil présentant un double-choc

L'algorithme d'optimisation DONLP n'est pas efficace pour traiter des courbes comportant de telles discontinuités, surtout si la discontinuité survient autour de la solution du sous-problème. En effet, la continuité de la première dérivée est une des hypothèses de base des méthodes SQP (voir annexe II). Nous avons donc eu à implémenter un algorithme capable de détecter si une discontinuité est présente et de résoudre le sous-problème si tel est le cas.

Comme l'optimiseur ne sait jamais si le profil analysé comporte un double-choc ou non, l'algorithme effectue d'abord quelques itérations avec une méthode de Newton afin de trouver α tel que $C_L = C_L^*$. Il ne faudra jamais plus de 8 itérations pour trouver le bon angle d'attaque si le profil est régulier. Lorsque l'algorithme atteint 8 itérations, cela signifie que nous sommes en présence d'un profil avec deux chocs. Une méthode dichotomique est alors utilisée en partant de la meilleure solution

calculée lors des 8 itérations précédentes. La monotonie de la courbe C_L vs α assure de converger vers la solution, mais au prix de plusieurs appels au solveur.