



**Titre:** Analyses numériques de piliers de sel gemme à l'aide de trois  
Title: modèles de comportement

**Auteur:** Martin Boulianne  
Author:

**Date:** 2003

**Type:** Mémoire ou thèse / Dissertation or Thesis

**Référence:** Boulianne, M. (2003). Analyses numériques de piliers de sel gemme à l'aide de  
Citation: trois modèles de comportement [Mémoire de maîtrise, École Polytechnique de  
Montréal]. PolyPublie. <https://publications.polymtl.ca/7110/>

 **Document en libre accès dans PolyPublie**  
Open Access document in PolyPublie

**URL de PolyPublie:** <https://publications.polymtl.ca/7110/>  
PolyPublie URL:

**Directeurs de  
recherche:** Michel Aubertin, & Richard Simon  
Advisors:

**Programme:** Non spécifié  
Program:

In compliance with the  
Canadian Privacy Legislation  
some supporting forms  
may have been removed from  
this dissertation.

While these forms may be included  
in the document page count,  
their removal does not represent  
any loss of content from the dissertation.



UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

ANALYSES NUMÉRIQUES DE PILIERS DE SEL GEMME À L'AIDE DE TROIS  
MODÈLES DE COMPORTEMENT

MARTIN BOULIANNE

DÉPARTEMENT DES GÉNIES CIVIL, GÉOLOGIQUE ET DES MINES  
ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

MÉMOIRE PRÉSENTÉ EN VUE DE L'OBTENTION  
DU DIPLÔME DE MAÎTRISE ÈS SCIENCES APPLIQUÉES  
(GÉNIE MINÉRAL)

MAI 2003

© Martin Boulianne, 2003



National Library  
of Canada

Bibliothèque nationale  
du Canada

Acquisitions and  
Bibliographic Services

Acquisitions et  
services bibliographiques

395 Wellington Street  
Ottawa ON K1A 0N4  
Canada

395, rue Wellington  
Ottawa ON K1A 0N4  
Canada

*Your file    Votre référence*

*ISBN: 0-612-86385-9*

*Our file    Notre référence*

*ISBN: 0-612-86385-9*

The author has granted a non-exclusive licence allowing the National Library of Canada to reproduce, loan, distribute or sell copies of this thesis in microform, paper or electronic formats.

L'auteur a accordé une licence non exclusive permettant à la Bibliothèque nationale du Canada de reproduire, prêter, distribuer ou vendre des copies de cette thèse sous la forme de microfiche/film, de reproduction sur papier ou sur format électronique.

The author retains ownership of the copyright in this thesis. Neither the thesis nor substantial extracts from it may be printed or otherwise reproduced without the author's permission.

L'auteur conserve la propriété du droit d'auteur qui protège cette thèse. Ni la thèse ni des extraits substantiels de celle-ci ne doivent être imprimés ou autrement reproduits sans son autorisation.

**Canada**

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

Ce mémoire intitulé :

ANALYSES NUMÉRIQUES DE PILIERS DE SEL  
GEMME À L'AIDE DE TROIS MODÈLES DE COMPORTEMENT

Présenté par : BOULIANNE Martin

en vue de l'obtention du diplôme de : Maîtrise ès sciences appliquées  
a été dûment accepté par le jury d'examen constitué de :

M. CHAPUIS Robert P., D.Sc.A., président

M. AUBERTIN Michel, Ph.D., membre et directeur de recherche

M. SIMON Richard, Ph.D., membre et codirecteur de recherche

M. JULIEN Michel, Ph.D., membre

## REMERCIEMENTS

Je tiens tout d'abord à remercier mon directeur de maîtrise, M. Michel Aubertin, qui de son temps et sa science, n'a jamais été avare, et qui a su m'encourager au fil de nos nombreuses rencontres. J'aimerais aussi remercier Richard Simon, codirecteur, pour sa disponibilité et les entretiens intéressants, Lucette De Gagné pour ses précieux services ainsi que O.L.M. Yahya, avec qui j'ai beaucoup appris.

Je remercie aussi tout les étudiants que j'ai eu la chance de côtoyer au département; Renaud, Louis-Philippe, Christiane, Geneviève, Christian et Claude et la relève: Mathieu, Vincent, Sénami, Youri, Isabelle, Julie, Romain, Valérie et Patrick.

En terminant, comment pourrais-je passer sous le silence le support et l'affection que j'ai reçus de la part de ma famille, mon frère et mes parents, et dont je leur suis reconnaissant; et de Christine, sans qui mon chemin sur cette route sinueuse aurait sans doute été plus ardu.

## RÉSUMÉ

Le sel gemme est une roche qui présente certaines caractéristiques particulières très distinctives par rapport aux roches dures rencontrées dans le Bouclier Canadien. En effet, il est généralement admis que ce type de roche se comporte de façon relativement ductile. En plus d'une déformabilité accrue, le sel est particulièrement sensible au taux de chargement, donc au temps. La difficulté de décrire un tel comportement est due à la nature fortement non-linéaire de la réponse dans le temps, présentant plusieurs phases soit, instantanée (déformation élastique et/ou plastique), transitoire et stationnaire.

Dans ce mémoire, trois modèles de comportement ont été utilisés pour caractériser la réponse du sel gemme, soit les modèles de Norton, une loi d'écrouissage modifiée (SH) et  $SUVIC_{sh}$ , un modèle développé à l'École polytechnique de Montréal. Dans le premier cas, il s'agit d'une loi de puissance simple employée pour décrire la phase stationnaire des déformations. Le modèle  $SUVIC_{sh}$  quant à lui est un modèle de type unifié qui intègre plusieurs types de déformation. Pour ce qui est de la loi d'écrouissage modifiée, il s'agit d'une version simplifiée isotrope de  $SUVIC_{sh}$ , ne tenant pas compte des effets d'écrouissage cinématique mais qui considère un écrouissage par la déformation.

À l'aide d'analyses numériques par éléments finis, les modèles ont été comparés pour des applications choisies, surtout en terme de contrainte et déformation par rapport au temps. Ceci permet de mettre en lumière les avantages et inconvénients découlant de l'utilisation de chacun de ces modèles préalablement calibrés sur des essais de laboratoire. Étant donné que l'extraction du sel se fait typiquement par la méthode de chambre-et-piliers, des simulations ont également été faites sur des modèles simples de piliers de mine isolés, et groupés dans un niveau d'exploitation.

Avec ces dernières analyses, on a pu mettre en relief que l'état stationnaire n'est jamais réellement atteint dans un tel problème. Ceci indique qu'il est préférable d'utiliser un modèle pouvant décrire l'état transitoire. Pour décrire une telle réponse, le modèle  $SUVIC_{ch}$  s'avère le meilleur des trois. Mais, dans une situation où le temps de calcul doit être minimisé, la version modifiée de la loi SH représente une alternative intéressante. De plus, la détermination des paramètres du modèle SH requiert moins d'essais puisque la composante cinématique n'est pas prise en compte. Malgré sa sensibilité aux états de contrainte variables, on a pu montrer dans des simulations à long terme menées sur des piliers de sel gemme que le modèle SH modifié permet d'évaluer adéquatement l'état des déformations et des contraintes.

## ABSTRACT

Rocksalt behavior presents very distinctive features in comparison to the types of rock usually found in the Canadian Shield. It is well known that rocksalt behavior is more ductile than fragile. In addition to its increased deformability, salt response shows a strong time-dependency, which is closely related to the rate of loading. Modeling such a time-dependent non-linear response is a challenging task considering the several deformation phases, which are: instantaneous (elastic and/or plastic), transient and stationary.

For the purpose of this thesis, three constitutive models have been used to characterize rocksalt mechanical response namely, the Norton Creep Law, the Strain Hardening Creep Law (SH) and  $SUVIC_{sh}$  – which was developed at École Polytechnique de Montreal. The first model is a classical power law used to describe stationary creep. The  $SUVIC_{sh}$  model is defined as a unified approach, which makes no distinction between plastic or creep behavior. The SH currently used is a simplified version of the  $SUVIC_{sh}$  model, ignoring the tensorial component of hardening.

Each model previously described was used to perform numerical analysis on chosen applications, including underground tunnel and pressurized thick cylinder. The calculations are compared in terms of deformation and stress in relation with time, for each constitutive approach, to enlight the main distinctions between them. Also, the same comparisons are made using numerical analysis, for a single pillar and for multiple pillars that simulate a room-and-pillar pattern.

The calculations performed on mine pillars demonstrate that the stationary state of deformation is not reached for the studied conditions. This emphasizes the need to use

constitutive equations that can describe both deformation phases, transient and stationary. To describe such a response,  $SUVIC_{sh}$  is the most appropriate model. However, the SH modified model appears to be an appropriate alternative when processing time has to be minimize. The number of laboratory tests is also reduced because the kinematic component (and related parameters) is not considered. Long-term calculations performed on pillars with the SH modified model show that even if the model is sensitive to variations in the state of stress, it gives to the operator a satisfying approximation of the deformation and stress state.

## TABLE DES MATIÈRES

<b>REMERCIEMENTS.....</b>	<b>iv</b>
<b>RÉSUMÉ.....</b>	<b>v</b>
<b>ABSTRACT.....</b>	<b>vii</b>
<b>LISTE DES FIGURES.....</b>	<b>xii</b>
<b>LISTE DES TABLEAUX.....</b>	<b>xxiii</b>
<b>LISTE DES SIGLES ET ABRÉVIATIONS.....</b>	<b>xxiv</b>
<b>LISTE DES ANNEXES.....</b>	<b>xxix</b>
 <b>CHAPITRE 1 : INTRODUCTION.....</b>	 <b>1</b>
1.1 Le sel : un produit.....	1
1.2 Les excavations en massif de sel.....	2
1.3 La problématique.....	4
1.4 Contenu du mémoire.....	7
 <b>CHAPITRE 2 : REVUE DE LA LITTÉRATURE.....</b>	 <b>10</b>
2.1 Comportement mécanique du sel.....	11
2.2 Modélisation du comportement mécanique du sel : approches classiques.....	12
2.2.1 Approche partitionnée.....	12
2.2.2 Élasticité linéaire.....	13
2.2.3 Plasticité et écrouissage.....	14
2.2.4 Déformation différée.....	15
2.3 Modélisation du comportement mécanique du sel : approche unifiée avec variables internes.....	21
2.3.1 Concepts et définitions.....	22

2.3.2 Modèles unifiés appliqués au sel.....	27
2.3.3 SUVIC.....	28
2.3.4 Remarques sur les modèles constitutifs pour le sel.....	32
2.4 Design de piliers dans le sel gemme.....	32
2.4.1 Approches par charges totales.....	33
2.4.2 Approche par champ de contrainte.....	42

### **CHAPITRE 3 : APPROCHE PAR ÉLÉMENTS FINIS.....46**

3.1 Description générale de la méthode des éléments finis.....	46
3.1.1 Généralités.....	46
3.1.2 Méthode de résolution.....	47
3.2 Présentation du logiciel ZéBuLoN.....	50
3.3 Calculs sur des excavations circulaires.....	51
3.3.1 Excavations circulaires en roche dure.....	51
3.3.2 Excavations circulaires en roche tendre (sel).....	54
3.4 Calculs sur piliers simples.....	58
3.4.1 Résultats de la littérature.....	58
3.4.2 Modélisation numérique.....	59
3.4.3 Présentation des résultats.....	60

### **CHAPITRE 4: MODÉLISATION DU COMPORTEMENT MÉCANIQUE DU SEL.....66**

4.1 Identification des paramètres.....	66
4.1.1 SUVICsh.....	66
4.1.2 Loi de Norton.....	70
4.1.3 Loi d'écrouissage modifiée.....	76

4.2 Simulations sur piliers uniaxial.....	81
4.3 Simulations sur cylindre à paroi épaisse.....	84
4.3.1 Analyse des contraintes.....	85
4.3.2 Analyse des déformations.....	88
4.2 Discussion.....	92
<b>CHAPITRE 5 : SIMULATION NUMÉRIQUES SUR PILIERS.....</b>	<b>94</b>
5.1 Modélisation de piliers simples.....	94
5.1.1 Modèle numérique.....	94
5.1.2 Présentation des résultats.....	97
5.2 Modélisation d'un niveau d'exploitation.....	109
5.1.1 Modèle numérique.....	109
5.1.2 Présentation des résultats.....	110
<b>CHAPITRE 6 : CONCLUSIONS ET RECOMMANDATIONS.....</b>	<b>122</b>
6.1 Conclusion de piliers simples.....	122
6.2 Recommandations.....	127
<b>BIBLIOGRAPHIE.....</b>	<b>129</b>
<b>ANNEXES.....</b>	<b>137</b>

## LISTE DES FIGURES

Figure 1.1: Représentation de la méthode de minage par chambres-et-piliers (Hamrin, 1982).....	3
Figure 1.2: Schématisation du comportement différé du sel pour une contrainte constante.....	6
Figure 2.1: Schématisation du comportement idéalisé d'une roche dure.....	11
Figure 2.2: Schématisation de la réponse au chargement d'une roche saline pour des essais: (a) à taux de déformation constant; (b) à contrainte constante avec $\sigma_A < \sigma_B$ .....	11
Figure 2.3: Représentation de la surface d'écoulement plastique dans le plan contrainte-déformation ( $\sigma$ - $\epsilon$ ) et dans le plan $\pi$ ( $\sqrt{3}\sigma_{12}$ - $\sigma_{11}$ où $\sigma_{12}$ est le cisaillement dans le plan $x$ - $y$ et $\sigma_{11}$ est la contrainte axiale selon $y$ ): (a) essai traction-compression; (b) essai traction-torsion (tiré de Lemaître et Chaboche, 1988).....	16
Figure 2.4: Courbe de fluage (à contrainte constante) idéalisée représentant les trois phases de fluage: (a) Déformation en fonction du temps; (b) Taux de déformation en fonction du temps (d'après Hult, 1966).....	18
Figure 2.5: Schématisation de la structure composite formée durant l'écoulement inélastique de la roche saline (d'après Aubertin et <i>al.</i> , 1991b).....	18
Figure 2.6: Représentation de la zone de chargement d'un pilier vertical de section carrée selon la théorie de l'aire tributaire (d'après Hoek et Brown, 1980).....	35
Figure 2.7: Application de la méthode convergence-confinement: (a) diagramme d'équilibre pour un support artificiel; (b) calcul de la réaction du massif à l'aide d'une pression $P$ (Gill et <i>al.</i> , 1994).....	38

Figure 2.8: Chargement des piliers selon la technique des piliers fléchissants: (a) pour un matériau homogène et très peu résistant (eq.2.45); (b) pour un matériau hétérogène et assez résistant (eq.2.46) (Jeremic, 1994).....	41
Figure 3.1: Représentation de la déformation d'un côté d'une structure en 2D à l'aide d'une fonction d'essai: (a) avec deux éléments linéaires $U(x)=a_0+a_1x$ ; (b) avec deux éléments quadratiques $U(x)=a_0+a_1x+a_2x^2$ .....	48
Figure 3.2: Représentation du modèle de l'excavation circulaire pour deux situations de chargement: (a) chargement gravitaire de 27 MPa; (b) chargement gravitaire de 27 MPa avec un effort tectonique (23.4 MPa) horizontal ajouté à l'effet de Poisson (11.6 MPa).....	53
Figure 3.4: Modélisation en roche viscoplastique: (a) cylindre à paroi épaisse soumis à une pression interne de 25 MPa; (b) excavation circulaire dans un massif soumis à une pression hydrostatique de 25 MPa.....	56
Figure 3.5: Évolution des contraintes radiale, tangentielle et équivalente à l'intérieur de la paroi du cylindre soumis à une pression interne de 25 MPa.....	57
Figure 3.6: Stabilisation des contraintes induites autour d'une excavation circulaire en massif de sel à $\theta = 0^\circ$ : (a) contrainte radiale; (b) contrainte tangentielle.....	57
Figure 3.7: Représentation du modèle de pilier isolé subissant une contrainte verticale P ainsi que les trois niveaux de références pour le dépouillement des résultats.....	59
Figure 3.8: Détermination de la densité d'éléments dans un pilier par l'étude de la convergence d'une solution pour: (a) la contrainte principale majeure, sig1; (b) la contrainte principale mineure, sig3.....	60
Figure 3.9: Distribution de la contrainte principale majeure (verticale) au centre d'un pilier ayant un élancement de: (a) 4; (b) 2; (c) 1; (d) 0.5.....	62

Figure 3.10: Distribution de la contrainte principale majeure au toit du pilier comparée au résultats de Hoek et Brown pour des élargissements de: (a) 4; (b) 2; (c) 1 et (d) 0.5.....	63
Figure 3.11: Distribution de la contrainte principale majeure au radier du pilier comparée au résultats de Hoek et Brown pour des élargissements de: (a) 4; (b) 2; (c) 1 et (d) 0.....	65
Figure 4.1: Comparaison entre la réponse calculée et observée durant des essais CSR pour un taux de déformation élevé ( $8.7 \times 10^{-6} \text{ s}^{-1}$ ) et lent ( $8.3 \times 10^{-8} \text{ s}^{-1}$ ) sur un échantillon de sel d'Avery Island (tiré de Yahya et <i>al.</i> , 2000).....	69
Figure 4.2: Comparaison entre la réponse calculée et observée durant des essais CSR avec changements brusques du taux de déformation pour un échantillon de sel d'Avery Island (durée de l'essai 33.3 heures) (tiré de Yahya et <i>al.</i> , 2000).....	69
Figure 4.3: Comparaison entre la réponse calculée et observée des échantillons de sel d'Avery Island durant trois essais de fluage (no 1, 2 et 3) (à contrainte constante) à différents niveaux de contrainte déviatorique ( $\sigma_{ax} - \sigma_{rad}$ ) (tiré de Yahya et <i>al.</i> , 2000).....	70
Figure 4.4: Schématisation du comportement différé à contrainte constante représenté à l'aide de l'élasticité non-linéaire (pour $\epsilon^0$ ) et d'une loi de puissance de type Norton (pour $\epsilon^c$ ) (adapté de Hardy, 1982).....	72
Figure 4.5: Ajustement du modèle d'élasticité non-linéaire/Norton au modèle $SUVIC_{sh}$ pour des essais de fluage sur des échantillons de sel d'Avery Island pour trois contraintes différentes: (a) 5 MPa ( $E=3.45 \text{ GPa}$ ); (b) 10 MPa ( $E=2.35 \text{ GPa}$ ) et (c) 15 MPa ( $E=0.55 \text{ GPa}$ ). Les paramètres identifiés de la loi de Norton sont $K = 3900$ et $n = 4$ .....	74
Figure 4.6: Comparaison de la loi de Norton et de la loi en sinus hyperbolique représentant l'état stationnaire de fluage pour le modèle $SUVIC_{sh}$ dans un intervalle de contrainte de 5 à 20 MPa.....	75

Figure 4.7 : Comparaison entre la réponse du modèle SH à celle du modèle SUVIC <sub>sh</sub> pour des essais de fluage simulés sur des échantillons du sel d'Avery Island à différents niveaux de $\sigma_e$ : (a) 5 MPa; (b) 10 MPa; (c) 15 MPa; et (d) 20 MPa (SH ,SUVIC <sub>sh</sub> ).....	78
Figure 4.8: Comparaison entre la réponse du modèle SH avec un jeu de paramètres unique (tableau 4.4) à celle du modèle SUVIC <sub>sh</sub> pour des essais de fluage simulés sur des échantillons du sel d'Avery Island à différents niveaux de contrainte équivalente $\sigma_e$ .....	80
Figure 4.9 : Simulation d'un essai triaxial sur un échantillon de sel d'Avery Island avec une contrainte hydrostatique de 15 MPa: et une contrainte équivalente de 5 MPa: (a) cheminement de la contrainte axiale appliquée en fonction du temps; (b) comparaison de la déformation axiale en fonction du temps obtenue avec SUVIC <sub>sh</sub> et le modèle SH.....	81
Figure 4.10: Modèle du pilier chargé de façon uniaxiale avec deux axes de symétrie dans les directions $x$ et $y$ avec la localisation du point de mesure établissant la comparaison entre les modèles de comportement.....	82
Figure 4.11: Comparaison de la déformation axiale enregistrée pour un chargement d'une durée de 5.7 années sur un pilier uniaxial pour le modèle SH et SUVIC <sub>ch</sub> à différents niveaux de contrainte: (a) 5MPa; (b) 10 MPa; (c) 15 MPa et (d) 20 MPa. (paramètres aux tableaux 4.1 et 4.4).....	83
Figure 4.12: Comparaison de la déformation axiale enregistrée pour un chargement d'une durée de 5.7 années sur un pilier uniaxial pour le modèle Norton et SUVIC <sub>ch</sub> à différents niveaux de contrainte: (a) 5MPa; (b) 10 MPa; (c) 15 MPa et (d) 20 MPa (paramètres aux tableaux 4.1 et 4.2).....	84
Figure 4.13: Schématisation du modèle de cylindre à paroi épaisse soumis à une pression interne ( $P_i$ ) de 5 MPa utilisé pour la simulation numérique.....	85

Figure 4.14: Évolution de la distribution de la contrainte à l'intérieur de la paroi d'un cylindre soumis à une pression interne de 5 MPa avec le modèle Norton:(a) contrainte radiale; (b) contrainte tangentielle et (c) contrainte équivalente (paramètres du tableau 4.2).....	87
Figure 4.15: Évolution de la distribution de la contrainte à l'intérieur de la paroi d'un cylindre soumis à une pression interne de 5 MPa avec le modèle SH:(a) contrainte radiale; (b) contrainte tangentielle et (c) contrainte équivalente (paramètres du tableau 4.3 avec $A_5 = 700$ MPa et $N = 3$ ).....	87
Figure 4.16: Évolution de la distribution de la contrainte à l'intérieur de la paroi d'un cylindre soumis à une pression interne de 5 MPa avec le modèle $SUVIC_{sh}$ :(a) contrainte radiale; (b) contrainte tangentielle et (c) contrainte équivalente (paramètres du tableau 4.1).....	88
Figure 4.17: Évolution de la contrainte en fonction du log du temps pour trois modèles de comportement en un point situé en plein centre du cylindre à paroi épaisse.....	88
Figure 4.18: Évolution de la déformation en fonction du temps pour trois modèles de comportement en un point situé à la paroi interne du cylindre à paroi épaisse.....	89
Figure 4.19: Modèle du cylindre à paroi épaisse soumis à une pression interne: (a) pression appliquée en fonction du temps; (b) Schématisation du modèle du cylindre à paroi épaisse.....	90
Figure 4.20: Évolution de la déformation en fonction du temps pour trois modèles de comportement en un point situé à la paroi interne du cylindre à paroi épaisse pour le cylindre de la figure 4.19. Les paramètres du modèle SH sont pondérés pour: (a) 5 MPa ( $A_5 = 700$ MPa; $N = 3$ ) et (b) 20 MPa ( $A_5 = 70$ MPa; $N = 4$ ).....	91

Figure 5.1: Schématisation d'une exploitation par chambres-et-piliers théorique comprenant le pilier isolé défini à l'aide des axes de symétrie verticaux et horizontaux.....	95
Figure 5.2: Quart de pilier long modélisé comprenant deux axes de symétrie selon $z$ et $x$ pour un rapport $h/w$ de 1.0 dans un champs de contrainte hydrostatique ( $P = \sigma_x = \sigma_z = 5\text{MPa}$ ).....	96
Figure 5.3: Comparaison de la distribution de la contrainte équivalente calculée selon trois modèles inélastiques et la contrainte instantanée (élastique) après 30 Ms (1 an) de simulation pour le pilier de la figure 5.2 au niveau : (a) mi-hauteur; (b) toit et (c) sill.....	99
Figure 5.4: Comparaison de la distribution de la contrainte équivalente calculée avec trois modèles inélastiques et la contrainte instantanée (élastique) après 180 Ms (5.7 ans) de simulation pour le pilier de la figure 5.2 au niveau : (a) mi-hauteur; (b) toit et (c) sill.....	100
Figure 5.5: Comparaison de la distribution de la déformation équivalente calculée avec trois modèles inélastiques et la déformation instantanée (élastique) après 30 Ms (1 an) pour le pilier de la figure 5.2 au niveau: (a) mi-hauteur; (b) toit et (c) sill.....	105
Figure 5.6: Comparaison de la distribution de la déformation équivalente calculée avec trois modèles inélastiques et la déformation instantanée (élastique) après 180 Ms (5.7 ans) pour le pilier de la figure 5.2 au niveau: (a) mi-hauteur; (b) toit et (c) sill.....	106
Figure 5.7: Réponse des trois modèles viscoplastiques (Norton, SH et $\text{SUVIC}_{\text{sh}}$ ) dans le temps pour un point situé sur l'axe de symétrie vertical du pilier au niveau: (a) mi-hauteur et (b) toit.....	107
Figure 5.8: Schématisation du modèle d'un quart de niveau d'exploitation, avec deux axes de symétrie selon $x$ et $y$ et comprenant $7\frac{1}{2}$ piliers et 8 chambres, soumis à un état de contrainte hydrostatique $P = 5\text{ MPa}$ .....	110

Figure 5.9: Comparaison de la distribution de la contrainte équivalente calculée avec trois modèles inélastiques et la contrainte instantanée (élastique) après 30 Ms (1 an) de simulation pour le niveau de la figure 5.8 au niveau mi-hauteur (paramètres SH identifiés pour 10 MPa): (a) pour le premier pilier du niveau et (b) pour le dernier pilier du niveau.....	112
Figure 5.10: Comparaison de la distribution de la contrainte équivalente calculée avec trois modèles inélastiques et la contrainte instantanée (élastique) après 180 Ms (5.7 ans) de simulation pour le niveau de la figure 5.8 au niveau mi-hauteur (paramètres SH identifiés pour 10 MPa): (a) pour le premier pilier du niveau et (b) pour le dernier pilier du niveau.....	112
Figure 5.11: Comparaison de la distribution de la contrainte équivalente calculée avec trois modèles inélastiques et la contrainte instantanée (élastique) après 30 Ms (1 an) de simulation pour le niveau de la figure 5.8 au niveau toit (paramètres SH identifiés pour 10 MPa): (a) pour le premier pilier du niveau et (b) pour le dernier pilier du niveau.....	113
Figure 5.13: Comparaison de la distribution de la contrainte équivalente entre trois modèles inélastiques et la contrainte instantanée (élastique) après 30 Ms (1 an) de simulation pour le niveau de la figure 5.8 au niveau mi-hauteur (paramètres SH identifiés pour 7.5 MPa): (a) pour le premier pilier du niveau et (b) pour le dernier pilier du niveau.....	115
Figure 5.14: Comparaison de la distribution de la contrainte équivalente entre trois modèles inélastiques et la contrainte instantanée (élastique) après 180 Ms (5.7 ans) de simulation pour le niveau de la figure 5.8 au niveau mi-hauteur (paramètres SH identifiés pour 7.5 MPa): (a) pour le premier pilier du niveau et (b) pour le dernier pilier du niveau.....	115

Figure 5.15: Comparaison de la distribution de la contrainte équivalente entre trois modèles inélastiques et la contrainte instantanée (élastique) après 30 Ms (1 an) de simulation pour le niveau de la figure 5.8 au niveau toit (paramètres SH identifiés pour 7.5 MPa): (a) pour le premier pilier du niveau et (b) pour le dernier pilier du niveau.....	116
Figure 5.17: Comparaison entre les distributions de la contrainte principale majeure ( $\sigma_1$ ) calculées avec trois modèles inélastiques au centre du pilier critique avec deux méthodes analytiques d'estimation la contrainte moyenne dans le pilier: (a) après 1 an et (b) après 5.7 ans.....	117
Figure 5.18: Comparaison de la distribution de la déformation équivalente entre trois modèles inélastiques et la déformation instantanée (élastique) après 30 Ms (1 an) de simulation pour le niveau de la figure 5.8 au niveau mi-hauteur: (a) pour le premier pilier du niveau et (b) pour le dernier pilier du niveau.....	119
Figure 5.19: Comparaison de la distribution de la déformation équivalente entre trois modèles inélastiques et la déformation instantanée (élastique) après 180 Ms (5.7 ans) de simulation pour le niveau de la figure 5.8 au niveau mi-hauteur: (a) pour le premier pilier du niveau et (b) pour le dernier pilier du niveau.....	119
Figure 5.20: Comparaison de la distribution de la déformation équivalente entre trois modèles inélastiques et la déformation instantanée (élastique) après 30 Ms (1 an) de simulation pour le niveau de la figure 5.8 au niveau toit: (a) pour le premier pilier du niveau et (b) pour le dernier pilier du niveau.....	120
Figure 5.21: Comparaison de la distribution de la déformation équivalente entre trois modèles inélastiques et la déformation instantanée (élastique) après 180 Ms (5.7 ans) de simulation pour le niveau de la figure 5.8 au niveau toit: (a) pour le premier pilier du niveau et (b) pour le dernier pilier du niveau.....	120

Figure A2.1: Maillage triangulaire utilisé pour le modèle de l'excavation circulaire.....	144
Figure A2.2: Maillage rayonnant utilisé pour le modèle du cylindre à paroi épaisse.....	144
Figure A2.3: Maillage pour le modèle de quart de pilier de rapport $h/w = 4$ .....	145
Figure A2.4: Maillage pour le modèle de quart de pilier de rapport $h/w = 2$ .....	146
Figure A2.5: Maillage pour le modèle de quart de pilier de rapport $h/w = 1$ .....	146
Figure A2.6: Maillage pour le modèle de quart de pilier de rapport $h/w = 0.5$ .....	147
Figure A2.7: Maillage hybride pour le modèle de quart de niveau d'exploitation comprenant 8 chambres d'exploitation et $7\frac{1}{2}$ piliers de support verticaux d'élancement ( $h/w$ ) 1.0.....	148
Figure A2.8: Maillage rectangulaire de la zone comprenant les piliers de support verticaux du modèle de quart de niveau d'exploitation.....	148
Figure A3.1: Stabilisation des contraintes: (a) radiale; (b) tangentielle et (c) équivalente à l'intérieur d'un cylindre à paroi épaisse pour une loi de Norton avec $n = 3$ .....	150
Figure A3.2: Stabilisation des contraintes: (a) radiale; (b) tangentielle et (c) équivalente à l'intérieur d'un cylindre à paroi épaisse pour une loi de Norton avec $n = 4$ .....	151
Figure A3.3: Stabilisation des contraintes: (a) radiale; (b) tangentielle et (c) équivalente à l'intérieur d'un cylindre à paroi épaisse pour une loi de Norton avec $n = 5$ .....	152
Figure A3.4: Évolution de la distribution de contrainte à l'intérieur d'un cylindre de roche saline soumis à une pression interne avec le modèle Norton: (a) contrainte radiale pour $P_i = 5\text{Mpa}$ ; (b) contrainte tangentielle pour $P_i = 5\text{ MPa}$ ; (c) contrainte radiale pour $P_i = 7.5\text{Mpa}$ et (d) contrainte tangentielle pour $P_i = 7.5\text{ MPa}$ .....	153

Figure A3.5: Évolution de la distribution de contrainte à l'intérieur d'un cylindre de roche saline soumis à une pression interne avec le modèle $SUVIC_{sh}$ : (a) contrainte radiale pour $P_i = 5\text{Mpa}$ ; (b) contrainte tangentielle pour $P_i = 5\text{ MPa}$ ; (c) contrainte radiale pour $P_i = 7.5\text{Mpa}$ et (d) contrainte tangentielle pour $P_i = 7.5\text{ MPa}$ .....	154
Figure A3.6: Évolution de la distribution de contrainte à l'intérieur d'un cylindre de roche saline soumis à une pression interne avec le modèle SH: (a) contrainte radiale pour $P_i = 5\text{Mpa}$ ; (b) contrainte tangentielle pour $P_i = 5\text{ MPa}$ ; (c) contrainte radiale pour $P_i = 7.5\text{Mpa}$ et (d) contrainte tangentielle pour $P_i = 7.5\text{ MPa}$ .....	155
Figure A4.1: Isocontours des contraintes principales à l'intérieur d'un pilier immédiatement après l'application de la charge ( $E = 31\text{ GPa}$ et $\nu = 0.38$ ): (a) $\sigma_1$ et (b) $\sigma_3$ .....	157
Figure A4.2: Isocontours des contraintes principales à l'intérieur d'un pilier modélisé avec une loi de Norton après 5.7 années (paramètres tableau 4.2): (a) $\sigma_1$ et (b) $\sigma_3$ .....	158
Figure A4.3: Isocontours des contraintes principales à l'intérieur d'un pilier modélisé avec le modèle SH après 5.7 années (paramètres du tableau 4.3 et $A_5 = 135\text{ MPa}$ et $N = 3$ ): (a) $\sigma_1$ et (b) $\sigma_3$ .....	159
Figure A4.4: Isocontours des contraintes principales à l'intérieur d'un pilier modélisé avec le modèle $SUVIC_{sh}$ après 5.7 années (paramètres du tableau 4.1): (a) $\sigma_1$ et (b) $\sigma_3$ .....	160
Figure A4.5: Isocontours de la déformation instantanée à l'intérieur d'un pilier ( $E = 31\text{ GPa}$ et $\nu = 0.38$ ): (a) $\epsilon_{\theta 11}$ et (b) $\epsilon_{\theta 22}$ .....	161
Figure A4.6: Isocontours des déformations à l'intérieur d'un pilier modélisé avec une loi de Norton après 5.7 années (paramètres du tableau 4.2): (a) $\epsilon_{\theta 11}$ et (b) $\epsilon_{\theta 22}$ .....	162

Figure A4.7: Isocontours les déformations à l'intérieur d'un pilier modélisé avec le modèle SH après 5.7 années (paramètres du tableau 4.3 et  $A_5 = 135$  MPa et  $N = 3$ ): (a)  $\epsilon_{11}$  et (b)  $\epsilon_{22}$ .....163

Figure A4.8: Isocontours des déformations à l'intérieur d'un pilier modélisé avec le modèle  $SUVIC_{sh}$  après 5.7 années (paramètres du tableau 3.1): (a)  $\epsilon_{11}$  et (b)  $\epsilon_{22}$ .....164

## LISTE DES TABLEAUX

Tableau 2.1: Ensemble des variables thermodynamiques (adapté de Lemaître et Chaboche, 1988).....	24
Tableau 4.1: Paramètres du modèle $SUVIC_{sh}$ obtenus pour le sel d'Avery Island (Yahya et <i>al.</i> , 2000).....	68
Tableau 4.2: Paramètres du modèle Norton retenus pour le sel d'Avery Island.....	76
Tableau 4.3: Paramètres constants du modèle SH obtenus pour le sel d'Avery Island (voir simulations à la figure 3.7).....	78
Tableau 4.4: Jeu de paramètres du modèle SH obtenus pour le sel d'Avery Island identifié pour 15-20 MPa (voir simulations à la figure 3.8).....	79
Tableau 5.1: Valeurs de déformations maximales calculées pour le pilier de la figure 5.1 avec quatre lois de comportement.....	108
Tableau 5.2: Jeux de paramètres du modèle SH identifiés pour deux états de contrainte équivalente soit 10 et 7.5 MPa.....	118
Tableau 6.1 : Caractéristiques générales des modèles de comportement comparés.....	123
Tableau 6.2 : Résumé des cas étudiés pour la validation du code d'éléments finis.....	123

## LISTE DES SIGLES ET ABRÉVIATIONS

$A_{1s}, A_{1l}, A_3, A_5$	Constantes de $SUVIC_{sh}$ pour la restauration dynamique
$A_{2s}, A_{2l}, A_4, A_6$	Constantes de $SUVIC_{sh}$ pour la restauration statique
$A$	Constante principale de la loi cinétique de $SUVIC_{sh}$
$\{a_i\}$	Matrice des degrés de liberté de l'élément $i$
$A_k$	Ensemble générique des variables mécaniques associées
$A_e$	Aire exploitée projetée
$A_p$	Aire projetée du pilier
$A_t$	Aire totale projetée ( $A_e + A_p$ )
$\alpha$	Exposant de la largeur dans la relation de résistance des piliers
$B_s$	Variable interne d'érouissage cinématique à court terme
$B_l$	Variable interne d'érouissage cinématique à long terme
$B_{0s}, B_{0l}$	Valeurs de saturation des variables $B_s$ et $B_l$
$B_{ij}$	Forme tensorielle de la variable interne $B$
$b$	Épaisseur d'un cylindre à paroi épaisse
$\beta$	Exposant de la hauteur dans la relation de résistance des piliers
$C_1, C_2, C_3, C_4, C_5$	
$C_6, C_7$	Constantes utilisées dans les lois de fluage transitoire
$C_8, C_9, C_{10}, C_{11}$	Constantes utilisées dans les lois de fluage stationnaire
$C_{12}, C_{13}$	Constantes utilisées dans les relations de résistance des piliers
$C_x, C_y, C_z$	État de contrainte en place dans le massif rocheux (selon $x$ , $y$ et $z$ )
$D$	Tenseur reliant la contrainte à la déformation aux nœuds (éléments finis)
$E$	Module de Young
$\varepsilon$	Symbole générique de la déformation
$\varepsilon_{ij}$	Symbole générique du tenseur de déformation

$\dot{\varepsilon}_0$	Constante de $\text{SUVIC}_{\text{sh}}$ pour l'écoulement stationnaire
$\dot{\varepsilon}$	Symbole générique du taux de déformation
$\varepsilon_t^c, \varepsilon_s^c, \varepsilon_a^c$	Déformation de fluage transitoire, stationnaire et accélérée
$\varepsilon^e$	Déformation élastique
$\varepsilon^i$	Déformation inélastique
$\varepsilon^p$	Déformation plastique
$\varepsilon_{\text{tot}}$	Déformation totale
$\varepsilon_e$	Déformation équivalente de Von Mises
$f$	Fonction mathématique
$f_1, f_2, f_3$	Fonctions décrivant la loi d'évolution de type Bailey-Orowan
$F_e$	Matrice des forces extérieures (éléments finis)
$F_i$	Matrice des forces intérieures (éléments finis)
$\gamma$	Poids volumique de la roche
$H, h$	Hauteur d'un pilier
$I_1$	Premier invariant du tenseur de contrainte totale
$J_2$	Deuxième invariant du tenseur de contrainte déviatorique
$K$	Variable interne isotrope de normalisation
$K_0$	Valeur de saturation de la variable interne $K$
$K_1, K_2$	Constantes utilisées dans les relations de résistance des piliers
$\kappa$	Matrice de rigidité (éléments finis)
$L$	Longueur d'une zone d'exploitation dans la théorie du fléchissement élastique
$\lambda$	Multiplicateur plastique
$m$	Exposant pour l'écoulement stationnaire de $\text{SUVIC}_{\text{sh}}$
$N$	Exposant de loi de puissance
$N_i$	Fonction d'interpolation pour l'élément $i$ (éléments finis)

$[N_i]$	Matrice des fonctions d'interpolation pour l'ensemble des $i$ éléments (éléments finis)
$n$	Exposant pour l'écoulement stationnaire de $SUVIC_{sh}$ et exposant de Norton
$n_{ij}$	Tenseur normal
$n_1, n_2, n_3, n_4$	Exposants utilisés dans les lois de fluage transitoire
$n_5, n_6$	Exposants utilisés dans les lois de fluage stationnaire
$\nu$	Coefficient de Poisson
$P$	Pression (contrainte)
$P_i$	Pression interne (contrainte interne)
$\Psi$	Potentiel d'énergie libre spécifique
$Q$	Énergie d'activation
$\theta$	Position angulaire autour d'un cercle ou d'un cylindre
$R$	Variable interne d'écrouissage isotrope
$R_0$	Valeur de saturation de la variable interne $R$
$r$	Distance mesurée à partir du centre d'un cercle ou d'un cylindre
$\mathfrak{R}$	Constante universelle des gaz
$\rho$	Masse volumique
$S$	Contrainte déviatorique
$S_{ij}$	Tenseur de contrainte déviatorique
$s$	Entropie spécifique
$\sigma$	Symbole générique désignant la contrainte
$\sigma_0$	Constante de $SUVIC_{sh}$ pour l'écoulement stationnaire
$\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$	Contraintes principales majeure, intermédiaire et mineure
$\sigma_e$	Contrainte équivalente de Von Mises
$\sigma_f$	Résistance ultime d'un pilier

$\sigma_H$	Contrainte horizontale dans la direction de la plus grande dimension du pilier
$\sigma_h$	Contrainte horizontale dans la direction de la plus petite dimension du pilier
$\sigma_i$	Contrainte interne
$\sigma_{ij}$	Symbole générique du tenseur de contrainte
$\sigma_m$	Contrainte moyenne ( $\sigma_m = \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3$ )
$\sigma_p$	Contrainte axiale moyenne à l'intérieur d'un pilier vertical
$\sigma_{ph}$	Contrainte horizontale moyenne à l'intérieur d'un pilier horizontal
$\sigma_v$	Contrainte verticale due au poids des terres
$\sigma_y$	Résistance à l'écoulement ou limite d'élasticité
$\sigma_r, \sigma_\theta, \sigma_y$	Contraintes radiale, tangentielle et hors plan dans un système de coordonnées polaires en 2D
T	Température absolue ( $^{\circ}\text{K}$ )
TD	Taux de défruitement
t	Temps
$\tau_{r\theta}$	Contrainte de cisaillement dans le plan r- $\theta$
U	Énergie de déformation élastique
[U]*	Matrice des déplacements aux nœuds (éléments finis)
U(x)	Fonction d'essai générale pour estimer les déplacements aux nœuds (éléments finis)
$u_i, v_i$	Déplacements selon x et y pour un élément i (éléments finis)
w, $w_p$	Largeur d'un pilier
$w_0$	Espacement entre les piliers
X	Symbole générique d'une variable interne cinématique
$X_i$	Variable interne cinématique i
$\xi$	Limite de dilatance d'un pilier de sel

$Y_k$	Ensemble des $k$ variable internes
$z$	Profondeur d'une excavation

## **LISTE DES ANNEXES**

ANNEXE 1 : MODÈLES CONSTITUTIFS APPLIQUÉS AU SEL GEMME.....	138
ANNEXE 2: MAILLAGES D'ÉLÉMENTS FINIS.....	144
ANNEXE 3: SIMULATIONS SUR CYLINDRES À PAROI ÉPAISSE.....	149
ANNEXE 4: SIMUATIONS SUR PILIERS.....	156

## CHAPITRE 1 : INTRODUCTION

### 1.1 LE SEL : UN PRODUIT

À toutes les époques, le sel a été une denrée jouant un rôle vital pour l'homme et pour les autres mammifères de notre planète. Le sel, dont la formule chimique  $\text{NaCl}$  est bien connue de tous, est essentiel à la survie de notre organisme. Il suffit de goûter notre sueur ou nos larmes pour s'en rendre compte. Cette denrée prisée a même servi de monnaie d'échange dans l'antiquité et jusqu'au moyen âge, au même titre que les épices qui parfument nos plats.

Depuis ce temps, le développement de la société moderne a amené plusieurs autres utilisations qui en font un minéral industriel exploité de façon importante. Les principaux usages en termes de quantité sont le sel de déglacage et la saumure pour l'industrie chimique. On retrouve évidemment un marché pour le sel de table, qui est généralement iodé, ainsi que nombre d'utilisations secondaires comme l'agriculture, le textile, etc. En raison de ses hivers très froids, le Canada constitue le plus grand consommateur de sel par habitant avec une consommation de 360 kg/hab selon Statistique Canada (2001).

L'industrie du sel, qui fait partie de la grande famille des minéraux industriels, jouit d'un contexte économique favorable avec une demande mondiale stable ou en croissance, contrairement à la situation qui prévaut actuellement pour certains minéraux métalliques. De plus, cette industrie est très présente au Canada et aux États-Unis. Ces derniers sont premiers producteurs avec environ le cinquième de la production mondiale tandis que le Canada se situe au cinquième rang, fournissant autour de 6% de la production mondiale.

L'industrie canadienne du sel est présente dans quatre des dix provinces, soient en Ontario, au Québec, en Nouvelle-Écosse et en Alberta. Au total, on retrouve 11 exploitations de ce type au Canada.

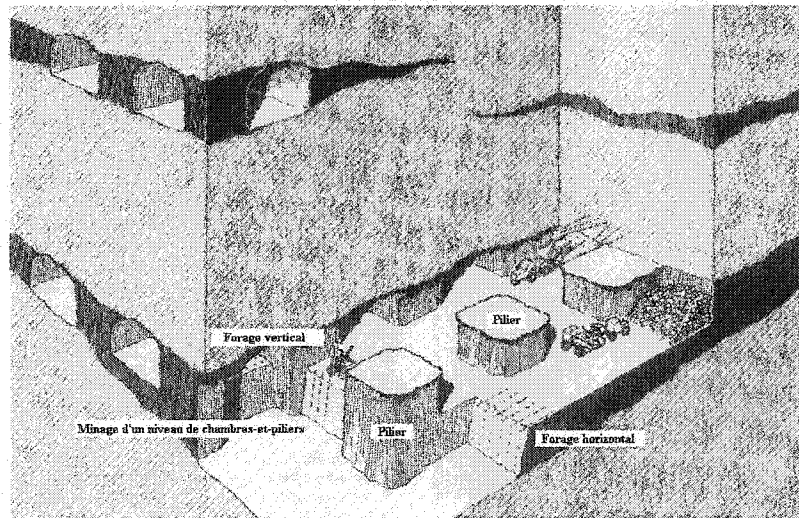
## **1.2 LES EXCAVATIONS EN MASSIF DE SEL**

Sur la planète, ce sont les océans qui renferment la plus grande quantité de sel. Cette source étant difficilement exploitable économiquement, c'est sur la terre ferme que l'extraction se fait. On doit alors exploiter la forme minérale du sel, la halite, ou encore une roche formée principalement de halite et autres impuretés qu'on appelle généralement sel gemme. Contrairement aux roches dures habituellement rencontrées dans les exploitations minières du Bouclier canadien, les gisements de sel gemme sont généralement situés à l'intérieur de massifs peu fracturés et constitués de roches hautement déformables. En raison de la faible perméabilité qui caractérise les massifs salins, les excavations de sel sont aussi utilisées pour des fins de stockage de gaz comprimés, et même d'entreposage de déchets radioactifs.

La majorité des exploitations de sel situées au Canada se retrouvent dans deux types de gisements. Certains gisements sont de type tabulaires, c'est-à-dire constitués de couches subhorizontales d'épaisseur variable qui sont exploités sur un ou plusieurs niveaux, tandis que d'autres prennent la forme d'un dôme et ont une géométrie souvent plus complexe. Dans les deux cas, les gisements ont été formés par une longue période de déposition (sédimentation) du sel qui, comme c'est le cas en Amérique du Nord, provient de l'évaporation d'anciennes mers qui recouvraient presque tout le continent. Les formes particulières qui caractérisent les dépôts en forme de dômes sont en fait des structures de plis engendrés par des pressions géologiques. L'hypothèse généralement admise quand à la formation de ces dômes de sel, aussi appelés diapirs, est que lorsque situé à grande profondeur, la densité du sel gemme est à un tel point inférieure à celle du massif

environnant que le dépôt de sel tend à remonter. Les pressions ainsi engendrées repoussent latéralement les formations géologiques sus-jacentes ce qui résulte en des dépôts, ayant la forme d'un dôme fortement plissé.

Peu importe le type de dépôt, la méthode de minage des gisements de sel est souvent la même, soit par chambres-et-piliers. Cette méthode relativement simple est aussi pratiquée dans les gisements de potasse, de charbon et dans certains gisements tabulaires en roche dure à faible profondeur. Elle consiste, comme le montre la figure 1.1, à alterner excavations (chambres) et piliers verticaux, généralement de façon systématique. On peut de cette façon récupérer une grande quantité de minerai tout en assurant la stabilité globale des excavations créées. Étant donné que les piliers sont généralement composés de minerai, il est important de minimiser la dimension de ceux-ci et par conséquent, maximiser la récupération.



**Figure 1.1:** Représentation de la méthode de minage par chambres-et-piliers (Hamrin, 1982)

L'application de la méthode de minage par chambres-et-piliers requiert toutefois un faible état de contrainte dans le massif rocheux car lorsque la contrainte axiale est trop

élevée, la dimension des piliers de support devient vite une entrave à la rentabilité. La popularité de la méthode est en partie due au fait que dans les massifs de sel, on observe généralement des états de contraintes naturelles plus faibles que dans les massifs en roche dure. On peut identifier deux principaux facteurs pouvant expliquer en partie cette différence de contrainte. D'une part, la densité du sel (qui est de l'ordre de  $0.021 \text{ MN/m}^3$ ) est plus faible que celle d'une roche typique du Bouclier canadien, se situant autour de  $0.027 \text{ MN/m}^3$ , ce qui fait une différence d'environ 20% sur le poids des terres. D'autre part, on observe généralement un état de contrainte [quasi] hydrostatique dans les massifs de sel gemme, c'est-à-dire égale dans toutes les directions, contrairement aux massifs en roche dure où les contraintes horizontales dépassent souvent largement la pression des terres verticale, en raison des forces tectoniques plus élevées, créant des contraintes déviatoriques pouvant être importantes. En raison de la viscosité du sel (déformation dans le temps), les contraintes déviatoriques sont dissipées par les déformations qu'elles engendrent, ramenant l'état de contrainte à un état hydrostatique à long terme.

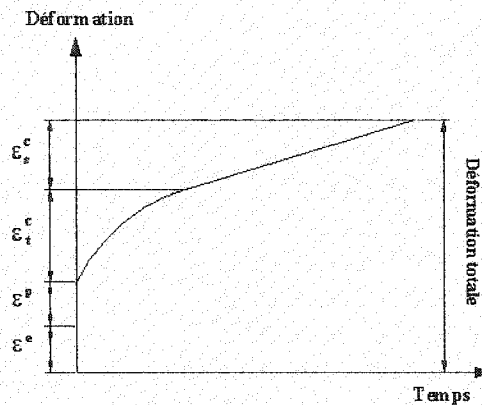
### 1.3 LA PROBLÉMATIQUE

Lorsqu'on fait l'analyse et la conception de piliers de support dans une exploitation minière, on peut utiliser certaines méthodes analytiques pour calculer l'état de contrainte dans les piliers, comme la théorie des aires tributaires ou le fléchissement élastique. Il est aussi possible d'utiliser la modélisation numérique selon une méthode de calcul jugée appropriée. Avec les méthodes analytiques, on tente de déterminer la valeur de la contrainte qui pourrait être représentative de la valeur moyenne de la contrainte qui règne à l'intérieur du pilier. Ce type de méthode est utilisé surtout dans les massifs en roches dures, qui ont un comportement qui se rapproche de l'élasticité linéaire.

Pour la conception des piliers de sel, les méthodes numériques sont généralement privilégiées en raison du comportement inélastique non linéaire de ce type de roche. Avec de telles méthodes, on va plutôt chercher à définir l'état de contrainte de façon localisée et ce, le plus précisément possible, grâce à un traitement informatique. Le comportement particulier du sel fait en sorte qu'on va porter un intérêt particulier aux déformations, et à l'évolution des différentes variables (e.g. contrainte, déformation) dans le temps.

Le sel gemme a comme particularité d'être probablement une des roches les plus ductiles. On définit ici la ductilité comme étant la capacité d'un matériau à se déformer de façon inélastique avant d'atteindre la rupture. La ductilité du sel gemme est fortement influencée par le niveau de confinement et la température du matériau, et par le taux de chargement (ou de déformation). En raison de cette particularité du comportement, les piliers de support des mines de sel subissent des déformations qui peuvent devenir considérables avec le temps. Par conséquent, la démarche de conception des piliers de sel doit intégrer la notion de déformation acceptable, en plus des aspects reliés à l'état des contraintes généralement considéré pour les piliers de mine.

Si on regarde de plus près le comportement mécanique du sel en laboratoire, on constate que la déformation totale peut être partitionnée en plusieurs phases (ou régimes) de déformation. Sur un diagramme déformation-temps, durant un essai où la contrainte est maintenue constante tel que montré à la figure 1.2, les différentes phases de déformation sont:  $\epsilon^e$  la déformation élastique,  $\epsilon^p$  la déformation plastique [pseudo] instantanée,  $\epsilon_t^c$  la déformation différée transitoire et  $\epsilon_s^c$  la déformation différée stationnaire. Les trois derniers termes sont des déformations inélastiques, donc irréversibles (du moins à court terme).



**Figure 2.1:** Schématisation du comportement différé du sel pour une contrainte constante

Les déformations différées sont généralement considérées dominantes dans le comportement du sel et les modèles constitutifs les plus utilisés servent à décrire les phases de déformations transitoire et stationnaire (souvent appelés déformations de fluage). Ces modèles, qui seront répertoriés de façon plus extensive dans la revue de littérature, sont principalement de nature empirique et très limités quant à la représentativité, ne décrivant qu'une phase de déformation à la fois. Si on utilise un modèle représentant la déformation stationnaire (i.e. linéaire par rapport au temps) comme loi de comportement pour la roche d'un pilier, comme c'est souvent le cas en pratique, on néglige systématiquement la phase transitoire (et la déformation plastique). On justifie généralement l'utilisation de tels modèles par leur simplicité mathématique, réduisant ainsi l'effort de calcul qui doit être fourni dans le cadre de simulations numériques. Comme on le verra dans ce mémoire, les simplifications induites par ces modèles constitutifs font en sorte qu'il est hasardeux de s'y fier pour la modélisation de piliers, surtout ceux situés à grande profondeur, ou de vie utile relativement longue.

L'avènement d'outils informatiques de plus en plus performants ainsi que la nécessité de concevoir des modèles constitutifs plus adéquats pour le sel ont engendré une nouvelle catégorie de modèles, soit les modèles à variables d'état interne (VEI). Ces modèles suivent généralement une approche unifiée, par opposition à partitionnée, en ce sens qu'ils ont comme objectif de décrire l'ensemble des régimes de déformation, soit la déformation élastique, plastique et différée, qu'elle soit transitoire ou stationnaire. Les concepts de base supportant cette catégorie de modèle, qui seront expliqués en détail au prochain chapitre, proviennent surtout de la recherche sur les métaux à haute température. Mais au cours de la dernière décennie, certains auteurs ont proposé des modèles de type unifiés à variables d'état interne pour le sel gemme (e.g. Aubertin, 1989; Senseny et al, 1993, Freed et Walker, 1993).

En utilisant la modélisation numérique comme méthode d'analyse, on peut mettre en relief les particularités du comportement du sel gemme en appliquant sur des piliers de mine des modèles de comportement inélastiques, de type empiriques et avec VEI. On verra en outre que l'utilisation d'une approche de type unifiée pour le sel gemme permet de combler certaines lacunes reliées à l'utilisation des modèles empiriques traditionnels.

#### **1.4 CONTENU DU MÉMOIRE**

Ce mémoire comprend six chapitres incluant la présente introduction. Au chapitre suivant, on fait un survol de la littérature pertinente au projet de recherche. Dans cette revue, on présente le comportement mécanique du sel de façon générale, pour ensuite décrire les deux principales approches de modélisation constitutive, soit l'approche partitionnée et l'approche unifiée. C'est avec cette dernière qu'on pourra introduire les concepts reliés à la modélisation avec variables d'état interne, pour ensuite présenter le modèle  $SUVIC_{sh}$ , développé à l'École Polytechnique. Ensuite, on présente une revue des méthodes d'analyse des piliers qu'on regroupe en deux catégories, soit les approches par

charge totale, et les approches par champ de contrainte (usuellement basées sur des méthodes numériques).

On introduit dans le troisième chapitre la méthode des éléments finis, méthode numérique qui a été sélectionnée pour effectuer les simulations dans ce mémoire. Après une brève revue des concepts théoriques du calcul par éléments finis, on présente le logiciel utilisé soit ZéBuLoN (8.0). Ensuite, on présente une série de simulations sur des structures au comportement élastique et inélastiques qui permettent de valider l'exactitude du code. Des calculs sont effectués sur des structures incluant des excavations circulaires, un cylindre à paroi épaisse ainsi que sur différents modèles de piliers simples qu'on retrouve dans la littérature.

Par la suite, on débute au chapitre 4 la démarche de modélisation numérique qui consiste à caractériser la réponse du sel selon divers modèles constitutifs. Ainsi on identifie les paramètres d'un modèle classique, soit Norton, du modèle Sh modifié, ainsi que ceux du modèle à variables d'état interne,  $SUVIC_{sh}$ , pour un sel en particulier. Les différences entre ces modèles sont discutées et illustrées à l'aide d'exemples, notamment sur des cylindres à paroi épaisse.

C'est au chapitre 5 qu'on applique les modèles de comportement précédemment identifiés aux problèmes de piliers. Dans un premier temps, on introduit un modèle de pilier isolé, suivi d'un modèle représentant un niveau d'exploitation à plusieurs piliers. Par l'analyse des résultats de l'état des contraintes et des déformations obtenus par simulation numérique, on sera en mesure d'identifier et de discuter des différences entre les réponses de ces modèles.

Finalement, on présente une conclusion du mémoire au chapitre 6 suivie d'une série de recommandations découlant des présents travaux de recherches. Aussi, quelques orientations pour des travaux subséquents à ce projet sont discutées brièvement.

En annexe de cet ouvrage, on retrouve respectivement aux annexes 1 à 4 un ensemble de modèles constitutifs appliqués au sel gemme, une description des maillage par éléments finis utilisés dans ce mémoire, les résultats de simulations effectuées sur des cylindres à paroi épaisse et certains résultats obtenus pour des simulations sur des piliers simples.

## CHAPITRE 2 : REVUE DE LA LITTÉRATURE

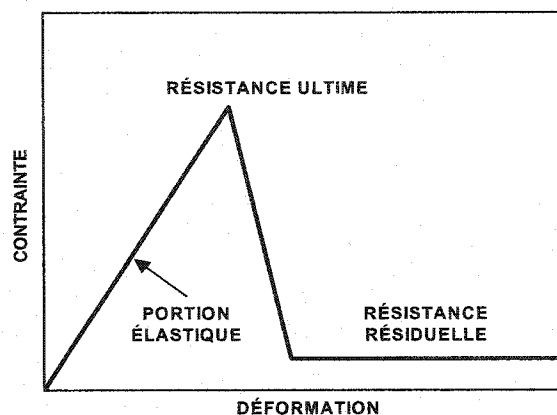
Dans cette première partie, nous présentons une revue des principaux aspects théoriques qui permettent la réalisation du projet. Puisqu'il s'agit d'analyser des piliers en massif de sel, on doit décrire dans un premier temps le comportement mécanique de ce type de roche. Par la suite, on fait le survol des principales approches de modélisation du sel et plus particulièrement du comportement différé. Ceci nous amène à décrire l'approche de modélisation à l'aide de variables d'état interne, plus particulièrement SUVIC, qui sera utilisé dans les simulations. Finalement, on décrit dans une dernière section les grandes lignes des étapes de conception des piliers soit l'estimation des contraintes et l'évaluation de la résistance.

### 2.1 COMPORTEMENT MÉCANIQUE DU SEL

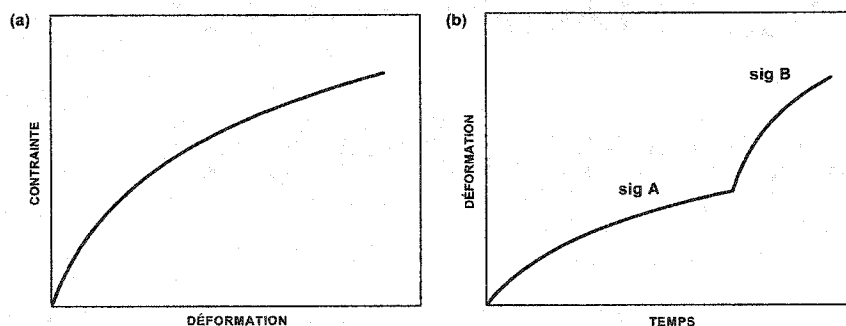
De façon générale, il est admis que l'on peut assimiler le comportement des roches dures à l'élasticité. Ce type de matériau se retrouve dans les massifs rocheux rencontrés dans les mines métalliques (e.g. cuivre, zinc, or) qui constituent la majorité des gisements du bouclier Canadien. On dit alors que leur comportement inélastique est de type fragile, i.e. principalement contrôlé par les processus de microfissuration menant à la rupture du matériau (Paterson, 1978). En effet, comme le montre la relation contrainte-déformation de la figure 2.1, la roche brise usuellement de façon subite une fois sa résistance ultime atteinte et sa résistance résiduelle (ou post-pic) est relativement faible en condition de faible confinement.

Par contre, certains massifs composés de roches plus tendres comme les gisements de potasse ou de sel gemme se comportent plutôt de façon ductile. En effet, le comportement de ces matériaux est largement contrôlé par le mouvement des dislocations à l'intérieur de la structure cristalline du matériau. On parle alors de ductilité microscopique. La ductilité macroscopique est définie comme étant la capacité de

soutenir une charge (ou une déformation) sans perte de résistance significative (rupture). Les figures 2.2 a et b illustrent ce type de comportement à l'aide de deux types d'essais de laboratoire soit à taux de déformation constant (CSR) et à contrainte constante (fluage). On constate que la réponse à ce dernier type de chargement dépend du temps contrairement à l'élasticité.



**Figure 2.1:** Schématisation du comportement idéalisé d'une roche dure.



**Figure 2.2:** Schématisation de la réponse au chargement d'une roche saline pour des essais: (a) à taux de déformation constant; (b) à contrainte constante avec  $\sigma_A < \sigma_B$ .

Ces comportements sont des représentations idéalisées des relations contrainte-déformation-temps des roches mais en réalité, à faible confinement ou encore à taux de déformation suffisamment élevé, la roche saline peut se [micro] fissurer. La roche se

situe alors dans un régime semi-fragile dans lequel la ductilité et la fragilité cohabitent (Aubertin et *al.*, 1998).

## **2.2 MODÉLISATION DU COMPORTEMENT MÉCANIQUE DU SEL : APPROCHES CLASSIQUES**

Le comportement mécanique illustré à la section précédente doit être représenté mathématiquement de façon à pouvoir l'utiliser dans un problème pratique d'ingénierie. La modélisation du comportement des matériaux est un champ d'étude très vaste et que ce soit pour les métaux, les céramiques, les matériaux composites, les polymères ou les roches, le mécanicien dispose d'une multitude d'outils. Ces outils sont les modèles constitutifs qui sont en fait des relations mathématiques décrivant un comportement spécifique. Dans le cas du sel, il s'agit d'un comportement élasto-viscoplastique, c'est-à-dire dépendant du temps, où les déformations sont inélastiques de façon prédominante. Dans la présente section, c'est ce type de déformation qui est présenté en insistant plus particulièrement sur le fluage.

### **2.2.1 Approche partitionnée**

L'approche traditionnelle consiste à considérer le taux de déformation totale comme étant une somme de plusieurs types de déformation. Dans un premier temps, on sait que la déformation totale peut être décomposée en deux termes principaux (équ.2.1), soient les déformations élastique (réversible) et inélastique (irréversible). La déformation inélastique (équ.2.2) peut être soit [pseudo] instantanée ou différée. En général, lorsque la déformation est de type instantanée, on parle de plasticité, tandis que pour la déformation différée, il est commun de l'appeler fluage. Ce terme est strictement valide dans le cas d'une contrainte maintenue constante. Finalement, on distingue trois phases de déformation de fluage (équ.2.3) qui sont: le fluage primaire (transitoire), le fluage secondaire (stationnaire) et tertiaire (accéléré). Mathématiquement on peut écrire:

$$(2.1) \quad \varepsilon_{\text{tot}} = \varepsilon^e + \varepsilon^i$$

$$(2.2) \quad \varepsilon^i = \varepsilon^p + \varepsilon^c$$

$$(2.3) \quad \varepsilon^c = \varepsilon_t^c + \varepsilon_s^c + \varepsilon_a^c$$

où  $\varepsilon_{\text{tot}}, \varepsilon^e, \varepsilon^i, \varepsilon^p, \varepsilon^c, \varepsilon_t^c, \varepsilon_s^c, \varepsilon_a^c$  représentent respectivement les déformations totale, élastique, inélastique, plastique, de fluage, transitoire, stationnaire et accélérée. Généralement, la déformation différée est exprimée sous forme de taux de déformation dérivée par rapport au temps) de la façon suivante :

$$(2.4) \quad \dot{\varepsilon}^c = \dot{\varepsilon}_t^c + \dot{\varepsilon}_s^c + \dot{\varepsilon}_a^c$$

où  $\dot{\varepsilon}^c, \dot{\varepsilon}_t^c, \dot{\varepsilon}_s^c, \dot{\varepsilon}_a^c$  sont respectivement les taux de déformation différée, différée transitoire, différée stationnaire et différée accélérée.

### 2.2.2 Élasticité linéaire

L'élasticité linéaire est un modèle de comportement relativement simple surtout utilisé en roches dures. La formulation tridimensionnelle isotrope s'écrit comme suit pour la déformation élastique:

$$(2.5) \quad \varepsilon_{ij}^e = \left( \frac{1+\nu}{E} \right) \sigma_{ij} - \left( \frac{\nu}{E} \right) \sigma_m$$

$E, \nu$ : module de Young et coefficient de Poisson

$\sigma_{ij}$ : tenseur de contrainte

$\sigma_m$ : contrainte moyenne ( $\sigma_m = \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3$  où  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$  et  $\sigma_3$  sont les contraintes principales)

### 2.2.3 Plasticité et écrouissage

L'approche la plus courante pour représenter le comportement plastique des matériaux, outre les modèles rhéologiques, a été développée par von Mises et son application première est la déformation des métaux. Cette approche, appelée théorie du potentiel plastique (Khan et *al.*, 1995), provient d'une observation très simple: lorsqu'un matériau se déforme sous l'effet d'une contrainte ( $\sigma$ ), l'énergie élastique associée à cette déformation ( $U$ ) peut être vue comme un potentiel élastique:

$$(2.6) \quad \varepsilon^e = \frac{\partial U}{\partial \sigma}$$

De la même façon, l'incrément de déformation plastique  $\dot{\varepsilon}^p$  peut être exprimé en fonction d'un potentiel plastique  $Q$ , et d'un multiplicateur positif  $\dot{\lambda}$ :

$$(2.7) \quad \dot{\varepsilon}_{ij}^p = \dot{\lambda} \frac{\partial Q(\sigma_{ij})}{\partial \sigma_{ij}}$$

Dans le cas des métaux, la limite d'élasticité représentée par une fonction  $F$  dans l'espace des contraintes correspond au potentiel plastique ( $F = Q$ ), ce qui en fait une loi constitutive associée. Pour des matériaux poreux comme les sols et certaines roches, les lois constitutives ne sont pas nécessairement associées ( $F \neq Q$ ).

Les matériaux étudiés ici n'étant pas nécessairement parfaitement plastiques, la dimension de leur surface d'écoulement  $F$  peut augmenter (écrouissage isotrope) ou

diminuer, se déplacer (écrouissage cinématique) et même se distordre dans le cas de grandes déformations. On appelle ce phénomène écrouissage ou durcissement. Les figures 2.3a et b nous montrent respectivement des cas d'écrouissage isotrope pour un essai de traction-compression et d'écrouissage cinématique dans le cas d'un essai de traction-torsion. Dans le premier cas, la limite d'élasticité augmente à chaque cycle de traction-compression qui est représentée par un cercle dans l'espace des contraintes principales. Pour ce qui est du cas cinématique, on remarque que l'augmentation de la limite élastique est couplée à une diminution dans le sens inverse. Ce type d'écrouissage se traduit par une translation de la surface d'écoulement dans l'espace des contraintes principales. Un écrouissage mixte, avec gonflement et déplacement de la surface, est souvent adopté.

#### **2.2.4 Déformation différée**

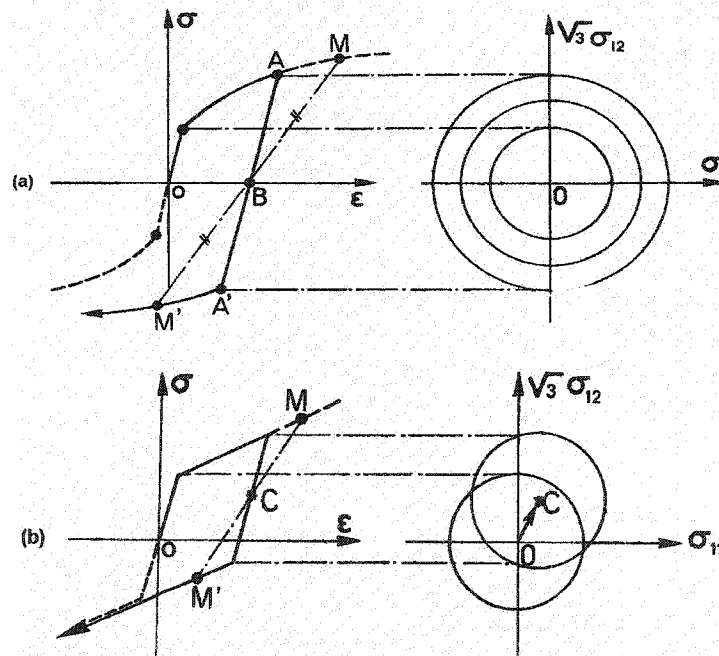
##### Description des micromécanismes

Le terme déformation différée réfère à un phénomène qui évolue dans le temps. Dans cette optique, la déformation plastique décrite précédemment peut être vue comme un phénomène quasi-instantané pendant l'application d'une charge. Dans cette section, c'est la réponse au chargement constant, plus précisément le fluage, qui est décrit étant donné que les applications étudiées dans ce mémoire ont lieu surtout dans ces conditions.

Comme on l'a vu précédemment, le taux de déformation de fluage peut être divisé en trois composantes distinctes soient le fluage transitoire, stationnaire et accéléré (équ.2.4). Une courbe de fluage typique à contrainte constante permet de visualiser ces trois phases de déformation tel que montré à la figure 2.4. Les phases de déformation se distinguent par les mécanismes physiques qui sont impliqués. Ces mécanismes sont principalement des mouvements de dislocations à l'intérieur de la structure cristalline du

solide et ils sont à la source de l'érouissage. Les dislocations sont en fait des défauts dans la structure cristalline qui se présentent sous forme de vides ponctuels ou linéaire. C'est grâce à ces défauts que le comportement ductile peut être observé dans certains matériaux comme le sel (NaCl) (Dorlot et al., 1986).

Lors d'un essai à contrainte constante comme sur la figure 2.4, des observations microscopiques (Carter et al., 1983) montrent que durant la phase de fluage transitoire (phase I), il y a habituellement une prédominance pour les glissements de dislocations selon des plans d'orientations préférentiels. Il est à noter que ce phénomène est surtout observé dans les monocristaux, c'est-à-dire le sel pur. Au début du chargement, ce mouvement s'effectue sans trop de résistance dans le matériau ce qui lui vaut l'appellation *easy-glide* en anglais.

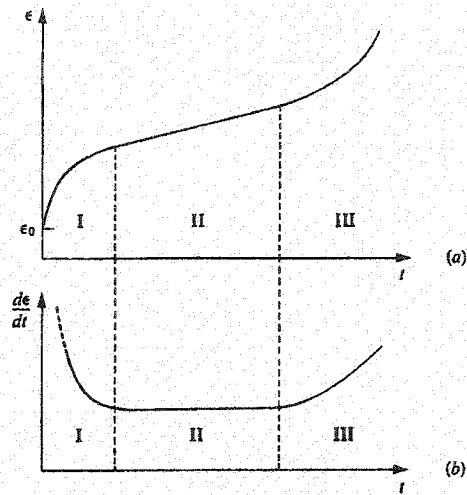


**Figure 2.3:** Représentation de la surface d'écoulement plastique dans le plan contrainte-déformation ( $\sigma$ - $\epsilon$ ) et dans le plan  $\pi$  ( $\sqrt{3}\sigma_{12}$ - $\sigma_{11}$  où  $\sigma_{12}$  est le cisaillement dans le plan  $x$ - $y$  et  $\sigma_{11}$  est la contrainte axiale selon  $y$ ): (a) essai traction-compression; (b) essai traction-torsion (tiré de Lemaître et Chaboche, 1988)

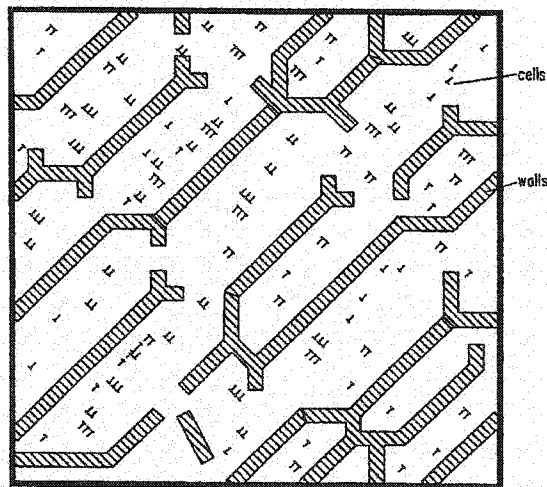
Après un temps (ou une déformation) donné, les dislocations s'empilent et s'interceptent dans leurs déplacements ce qui rend les mouvements de plus en plus difficiles. On assiste alors à l'écrouissage du matériau qui est en fait une résistance au mouvement des dislocations. Cette résistance se traduit par un changement de sa relation contrainte-déformation, soit en augmentant sa rigidité apparente soit en développant une anisotropie (respectivement figure 2.3a et b). Durant cette phase, les mécanismes de restauration s'installent. Ces mécanismes permettent d'atteindre un état stable énergiquement par glissements de dislocations déviées sur des plans secondaires (*cross-slip*) ou encore par la polygonisation (*climb*) (Aubertin et *al.*, 1987b; Senseny et *al.*, 1992).

Les mécanismes d'écrouissage font en sorte que le nombre de dislocations augmente dans le matériau et lorsque la restauration (dynamique ou thermique) on observe une structure microscopique interne composite, schématisée à la figure 2.5. Lorsque l'écrouissage se produit dans le matériau ces structures sont composées de zones à haute densité de dislocations qui sont plus rigides (*walls*) où des empilements ont eu lieu, et de zones moins rigides à faible densité de dislocations (*cells*) (Aubertin et *al.*, 1991b). On considère généralement que le fluage stationnaire (Phase II) résulte d'un état d'équilibre dynamique entre ces mécanismes d'écrouissage et de restauration.

Le fluage tertiaire (phase III) est quant à lui caractérisé par la création et la coalescence de vides à l'intérieur de la structure, donnant naissance aux microfissures qui éventuellement mènent à la rupture. Dans ces circonstances, le taux de déformation s'accélère sous l'application d'une contrainte constante (Lemaître, 1996).



**Figure 2.4:** Courbe de fluage (à contrainte constante) idéalisée représentant les trois phases de fluage: (a) Déformation en fonction du temps; (b) Taux de déformation en fonction du temps (d'après Hult, 1966)



**Figure 2.5:** Schématisation de la structure composite formée durant l'écoulement inélastique de la roche saline (d'après Aubertin et *al.*, 1991b)

### Équations pour le fluage transitoire

Pour décrire l'état transitoire de fluage, les lois les plus utilisées sont la loi de consolidation (time hardening) (équ.2.8) et la loi d'écrouissage (strain hardening) (équ.2.9) qui sont usuellement des fonctions de puissance qui s'expriment ainsi:

$$(2.8) \quad \dot{\epsilon}_t^c = f(\sigma, T, t) = C_1 t^{n_1} f(\sigma^{n_2}, T)$$

$$(2.9) \quad \dot{\epsilon}_t^c = f(\sigma, T, \epsilon) = C_2 \sigma^{n_3} \epsilon^{n_4} f(T)$$

où  $C_1$ ,  $C_2$ ,  $n_1$ ,  $n_2$ ,  $n_3$  et  $n_4$  sont des constantes du matériau propres à chacune des formulations et  $f$  des fonctions mathématiques particulières selon les auteurs. Pour décrire le fluage transitoire à contrainte variable, il a été démontré expérimentalement que la loi d'écrouissage est plus près de la réalité car la déformation cumulée joue un rôle dans la relation contrainte-déformation (Hult, 1966; Borm et al., 1988).

Il existe aussi d'autres lois, soit la loi logarithmique (équ.2.10) et la loi exponentielle (équ.2.11) avec différentes constantes ( $C_3$ - $C_7$ ). Ces formulations sont des lois de consolidation qui ont été beaucoup moins utilisées en pratique.

$$(2.10) \quad \dot{\epsilon}_t^c = C_3 f(\sigma) f(T) f(t) = C_3 f(\sigma) f(T) \log(C_4 + C_5 t)$$

$$(2.11) \quad \dot{\epsilon}_t^c = C_6 f(\sigma) f(T) f(t) = C_6 f(\sigma) f(T) \log(1 - \exp(C_7 t))$$

### Équations pour le fluage stationnaire

L'état stationnaire de fluage peut être entièrement décrit à partir de  $\dot{\epsilon}_s^c$ , la contrainte  $\sigma$ , et la température,  $T$ . Étant donné que le taux de déformation est stable à une température

donnée, on dit que le fluage secondaire ne dépend pas de l'historique de chargement. La relation la plus populaire est sans doute celle de Norton et Bailey:

$$(2.12) \quad \dot{\epsilon}_s^c = C_8 \sigma^{n_5} f(T)$$

L'exposant  $n$  est aussi appelé exposant de Norton ou encore "Creep law Exponent". La loi du sinus hyperbolique, aussi loi de Prandtl-Nadai ou Garafalo, peut aussi être utilisée sous la forme suivante:

$$(2.13) \quad \dot{\epsilon}_s^c = C_9 \sinh(b\sigma)^{n_6} f(T)$$

Finalement, un troisième type de loi utilise une fonction exponentielle pour décrire le fluage secondaire. La loi de Eyring-Soderberg s'écrit comme suit:

$$(2.14) \quad \dot{\epsilon}_s^c = C_{10} \exp(C_{11}\sigma) f(T)$$

Dans ces équations  $C_8$ - $C_{11}$ ,  $n_5$  et  $n_6$  sont des constantes du matériau propres à chaque formulation. Pour la fonction  $f(T)$ , on utilise généralement une loi d'Arrhénus formulée comme suit:  $f(T) = e^{-Q/\mathfrak{R}T}$  où  $Q$  est l'énergie d'activation du matériau et  $\mathfrak{R}$  la constante universelle des gaz. Plusieurs autres relations mathématiques ont également été développées et on trouve des revues de celles-ci dans Aubertin et al. (1987a) et Skrzypek (1993).

### Fluage tertiaire

La phase de fluage accéléré est relativement difficile à modéliser empiriquement car il s'agit d'un processus très instable. Pour un matériau comme la roche, le fluage accéléré peut être observé suite à un chargement en compression uniaxiale. Dans une telle situation, l'accélération de la déformation témoigne de l'endommagement du matériau, causée par l'initiation et la propagation de fissures (Aubertin et al., 1993b).

Ce type de comportement est typiquement modélisé à l'aide de modèles d'endommagement qui peuvent prendre différentes formes. On retrouve dans la littérature récente certains critères utilisés dans ces modèles comme la limite de dilataance (dilatancy boundary) proposée par Hunsche et Hampel (1999), ou le seuil d'endommagement (damage initiation threshold) développé par Aubertin et Simon (1997) et Aubertin et al. (1998). Ce type de comportement est beaucoup mieux décrit avec des approches utilisant les variables d'état interne (VEI) décrites dans la prochaine section.

## **2.3 MODÉLISATION DU COMPORTEMENT MÉCANIQUE DU SEL : APPROCHE UNIFIÉE AVEC VARIABLES INTERNE**

La modélisation par approche unifiée connaît une popularité croissante en mécanique appliquée en raison notamment de la disponibilité accrue des outils informatiques de plus en plus sophistiqués. Nous verrons que la base de cette approche est à la fois phénoménologique, c'est-à-dire basée sur des observations de laboratoire, et micromécanistiques, car on tient compte des mécanismes internes de déformation. Certains modèles utilisés spécifiquement pour le sel gemme sont présentés, incluant le modèle SUVIC développé à l'École Polytechnique de Montréal par Aubertin et ses collaborateurs. Mais avant d'entreprendre l'étude des modèles comme tels, il est

important de définir certains concepts qui se rapportent aux modèles unifiés, c'est-à-dire les variables d'état interne, et les principaux éléments d'un modèle soit les lois cinétique et d'évolution.

### 2.3.1 Concepts et définitions

#### Variables d'état interne

Par opposition à l'approche partitionnée, les modèles de type unifié proposent de représenter l'ensemble des comportements inélastiques qui interviennent dans les matériaux ductiles. L'objectif est de représenter à l'aide d'une équation cinétique unique l'ensemble des phénomènes pouvant intervenir lors de la déformation inélastique, soit l'écrouissage, la restauration, la plasticité [pseudo] instantanée, le fluage, etc. Cette approche génère donc des modèles relativement complexes pouvant être adaptés aux matériaux à l'étude. La modélisation par cette approche nécessite l'utilisation de variables d'état interne, en plus des variables observables habituellement utilisées. Les variables internes ne sont pas observables mais sont des outils mathématiques utilisés pour représenter des phénomènes physiques qui se produisent durant l'écoulement inélastique. De façon générale, l'écoulement inélastique dépend des variables suivantes:

$$(2.15) \quad \dot{\epsilon}^i = f(S, X_i, R_i, T)$$

où  $S$  représente le déviateur de contrainte (forme scalaire),  $X_i$  un ensemble de variables internes représentant les phénomènes cinématiques,  $R_i$  les phénomènes isotropes et  $T$  la température.

L'ensemble des variables observables et internes constituent les variables d'état et servent à définir l'état thermodynamique de la matière en un point donné (Lemaître et

Chaboche, 1988). Prenons l'exemple du potentiel d'énergie libre spécifique ( $\Psi$ ) dans un matériau (équ.2.16). Ce potentiel est entièrement défini par rapport à la déformation totale ( $\epsilon$ ), la température ( $T$ ), la déformation élastique ( $\epsilon^e$ ), la déformation inélastique ( $\epsilon^i$ ) et un nombre  $k$  de variables internes ( $Y_k$ ):

$$(2.16) \quad \Psi = f(\epsilon, T, \epsilon^e, \epsilon^i, Y_k)$$

Dans cette équation,  $\epsilon$  et  $T$  sont les seules variables observables tandis que  $\epsilon^e$  et  $\epsilon^i$  sont respectivement la déformation élastique et inélastique et  $Y_k$  l'ensemble des variables d'état interne. Toujours à partir de l'équation 2.16, on peut déduire certaines variables associées (équ.2.17-2.19): la contrainte ( $\sigma$ ), l'entropie spécifique du matériau ( $s$ ) et un nombre  $k$  de variables associées aux variables d'état interne ( $A_k$ ).

$$(2.17) \quad \sigma = \rho \frac{\partial \Psi}{\partial \epsilon} = \rho \frac{\partial \Psi}{\partial \epsilon^e} = \rho \frac{\partial \Psi}{\partial \epsilon^i}$$

$$(2.18) \quad s = -\frac{\partial \Psi}{\partial T}$$

$$(2.19) \quad A_k = \rho \frac{\partial \Psi}{\partial Y_k}$$

où  $\rho$  est la masse volumique. On résume l'ensemble des variables thermodynamiques avec  $X$  et  $R$  comme variables internes ainsi que  $\alpha$  et  $p$  leur variable associée dans le tableau 2.1 ci-contre.

Tableau 2.1: Ensemble des variables thermodynamiques (adapté de Lemaître et Chaboche, 1988)

Variables d'état		Variables associées
Observable	Interne	
$\varepsilon$		$\sigma$
$T$		$s$
	$\varepsilon^e$	$\sigma$
	$\varepsilon^i$	$-\sigma$
	$X_i$	$\alpha_i$
	$R_i$	$p_i$

### Écrouissage et restauration

La particularité des variables d'état interne est qu'elles évoluent durant le chargement jusqu'à une valeur de saturation correspondant à un état stationnaire (fluage secondaire). Ainsi, chacune de ces variables qui régit l'écoulement inélastique du matériau est définie dans le temps par ces lois en fonction du cheminement de contrainte imposé.

La formulation la plus courante de ces lois d'évolution est basée sur le principe de Bailey-Orowan. Comme il a été dit précédemment, l'état stationnaire résulte de la compétition entre l'écrouissage et la restauration dans le matériau. Le principe stipule donc qu'une loi d'évolution peut être définie par trois termes distincts (équ.2.20): un terme d'écrouissage par la déformation ( $f_1$ ), un terme de restauration dynamique ( $f_2$ ) et un terme de restauration statique ou thermique ( $f_3$ ). Étant donné que la restauration résulte de mécanismes libérateurs d'énergie qui rétablissent l'écoulement (Senseny et al., 1992), les termes sont négatifs dans l'équation. La restauration peut être engendrée par la déformation elle-même ou par la température (dans certains cas).

$$(2.20) \quad \dot{Y} = f_1(\dot{\varepsilon}^i) - f_2(Y, |\dot{\varepsilon}^i|) - f_3(Y)$$

### Lois cinétiques d'écoulement inélastique

L'élaboration d'un modèle constitutif passe par une loi cinétique d'écoulement reliant les variables internes et observables à la déformation inélastique. Comme il a été dit précédemment, la formulation particulière de ces lois dépend de l'auteur, du matériau à l'étude et des applications visées. En effet, ce type de loi permet une applicabilité très large dans la mesure où l'auteur a plusieurs possibilités d'ajustement du modèle: (1) la modification de la forme mathématique, (2) l'addition de variables internes si des phénomènes physiques sont mis en relief expérimentalement, (3) l'addition de constantes ayant une signification physique pour assurer un meilleur ajustement des fonctions aux courbes des résultats expérimentaux, (4) la prise en compte d'effets complémentaires (temps, température) dans leurs fonctions mathématiques (Chaboche et Rousselier, 1983; Krieg et al., 1987). Cette particularité fait en sorte que ces modèles sont en constante évolution et ont la capacité d'intégrer de nouvelles connaissances acquises en recherche.

En dépit des nombreuses formulations particulières, on peut dégager trois types de modèles principaux en se basant sur la forme de l'argument principal de la fonction (Aubertin, 1989; Aubertin et al., 1991a; Julien, 1999). Voici donc une description de ces catégories de modèles avec l'argument principal de la fonction  $f$  se trouvant entre crochets [ ]:

Les modèles UCP (Unified Creep Plasticity) dont la loi cinétique d'écoulement inélastique se formule comme suit (Bodner et Partom, 1975; Krieg, 1982):

$$(2.21) \quad \dot{\epsilon}^i = f \left[ \frac{S - B}{K} \right]$$

où  $S$  est le déviateur de contrainte (forme scalaire),  $B$  une variable interne d'écrouissage cinématique (Back Stress). La valeur de  $K$  représente la résistance à l'écoulement (drag stress) due à l'augmentation de la densité de dislocations dans le solide. Cette valeur est traitée comme une valeur isotrope (non-directionnelle) ou une constante selon les auteurs.

**Les modèles viscoplastiques** dont la loi cinétique d'écoulement inélastique se formule comme suit (Chaboche et Rousselier, 1983):

$$(2.22) \quad \dot{\epsilon}^i = f[S - (X + R)]$$

où  $X$  représente la variable interne d'écrouissage cinématique et  $R$  l'écrouissage isotrope. Dans cet argument, il n'y a pas de variable ou de constante de normalisation mais cet effet de densité de dislocation est décrit à travers la variable  $R$  qui sert de seuil d'écoulement.

**Les modèles viscoplastiques unifiés** dont la loi cinétique d'écoulement inélastique se formule comme suit:

$$(2.23) \quad \dot{\epsilon}^i = f\left[\frac{(S - B) - R}{K}\right]$$

Dans le cas des modèles viscoplastiques unifiés, la variable  $K$  croît avec la densité de dislocations (Freed et Walker, 1993). On la considère souvent comme constante pour fin de simplification mathématique (Julien, 1999).

### 2.3.2 Modèles unifiés appliqués au sel

La plupart de ces modèles unifiés ont été développés pour des applications en métallurgie et plus spécifiquement pour les métaux à haute température. Certains auteurs ont toutefois consacré leurs recherches au développement de tels modèles pour la roche saline autant en Europe (plus précisément l'Allemagne de l'Ouest) qu'aux États-Unis avec le WIPP (*Waste Isolation Pilot Plant*) dans l'état du Nouveau-Mexique. L'intérêt de recherche dans ce cas est l'enfouissement de déchets nucléaires dans des excavations souterraines de sel. Étant donné que la durée d'utilisation de ces ouvrages (jusqu'à 1000 ans) dépasse largement le domaine expérimental, il est primordial d'avoir des modèles plutôt basés sur les mécanismes physiques de déformation que sur l'empirisme et le jugement (Krieg et *al.*, 1987).

En plus du stockage, les applications minières comme le design des piliers de mine dans les exploitations de sel et de potasse ainsi que la modélisation numérique des excavations sont des domaines étudiés au Canada. Le modèle SUVIC développé par Aubertin (1989) et ses collaborateurs (Aubertin et *al.*, 1991a; 1991b; 1993b; 1999a, 1999b; Yahya et *al.*, 2000) à l'École Polytechnique de Montréal peut d'ailleurs permettre ce type d'application et ce modèle fera l'objet d'une description exhaustive à la section 2.3.3.

Dans le but d'alléger le texte, les modèles spécifiques au sel autres que SUVIC sont présentés à l'annexe 1 ainsi que leur formulation particulière. On y retrouve:

- Modèle de Krieg (Krieg et *al.*, 1987);
- Modèle M-D (Munson et Dawson, 1982);
- Modèle MATMOD (Senseny et *al.*, 1993);
- Modèle de Freed et collaborateurs (Freed et Walker, 1993);

- Modèle de Cristescu et Hunsche (Jishan et Cristescu, 1996);
- Modèle de Pudewills et Hornberger (Pudewills et Hornberger, 1993).

### 2.3.3 SUVIC

Comme son nom complet l'indique (*Strain rate history-dependent Unified Viscoplastic model with Internal variables for Crystalline materials*), le modèle SUVIC est de type viscoplastique unifié avec variables d'état interne. Depuis la première version qui a été proposée en 1989 (Aubertin, 1989), le modèle a subi plusieurs modifications qui ont, lors de sa dernière mise à jour d'importance (Aubertin et al., 1999; Yahya et al., 2000), mené à un changement d'appellation soit: SUVIC<sub>sh</sub> (sh pour loi du sinus hyperbolique). Une des versions du modèle, SUVIC-D (Aubertin et al., 1992, 1993b et 1995; Sgaoula, 1997), fait intervenir le fluage tertiaire et le comportement semi-fragile du sel par le biais d'une variable interne d'endommagement,  $D$ . Cette composante n'est pas présentée dans ce mémoire étant donnée qu'elle n'a pas été utilisée.

#### Loi d'écoulement

La forme générale de la loi d'écoulement proposée par Aubertin (Aubertin, 1989) est similaire à l'équation 2.23 soit:

$$(2.24) \quad \dot{\epsilon}^i = A \left\langle \frac{\sigma - \sigma_i}{K} \right\rangle^n$$

$$(2.25) \quad \sigma_i = B + R$$

$B$ , aussi appelée *back stress* et une composante isotrope  $R$ , nommée *yield stress*. Cette contrainte interne est engendrée par la formation de la microstructure composite (fig.2.5). Étant donné que l'écrouissage, autant cinématique qu'isotrope, agit globalement

dans le sens inverse de la contrainte déviatorique, ces deux variables internes sont soustraites à celle-ci. Alors de façon générale, l'écoulement inélastique est proportionnel à une contrainte active formulée ainsi:  $\sigma_a = \sigma - \sigma_i$ .

Plus particulièrement, la version récente de la loi cinétique se formule comme suit sous la forme tensorielle (Aubertin et *al.*, 1999; 2000):

$$\begin{aligned}
 \dot{\epsilon}_{ij}^i &= A \left\langle \frac{X_{ae} - R}{K} \right\rangle^n n_{ij} \\
 X_{ae} &= \|S_{ij} - B_{ij}\| = \left[ \frac{3}{2} (S_{ij} - B_{ij})(S_{ij} - B_{ij}) \right]^{1/2} \\
 n_{ij} &= \frac{3 (S_{ij} - B_{ij})}{2 \|S_{ij} - B_{ij}\|}
 \end{aligned}
 \tag{2.26}$$

où  $S_{ij}$  représente le tenseur de contrainte déviatorique et  $B_{ij}$  la variable tensorielle d'écrouissage cinématique, avec  $\langle x \rangle = \frac{1}{2}(x + |x|)$

### Lois d'évolution

Les variables internes utilisées dans la loi d'écoulement évoluent selon le principe d'écrouissage-restauration de Bailey-Orowan dont la forme générale est celle de l'équation 2.20. Ainsi, aux équations 2.27, 2.28 et 2.29, les variables internes  $B_{ij}$ ,  $R$  et  $K$  atteignent ultimement une valeur de saturation soit  $B_e$ ,  $R'$  et  $K'$ . Ces valeurs de saturation correspondent à la phase de déformation stationnaire. Lorsque cet état stable est atteint, les trois variables tensorielles  $B_{ij}$ ,  $S_{ij}$  et  $\dot{\epsilon}_{ij}^i$  sont co-directionnelles.

Variable d'écrouissage cinématique  $B_{ij,\alpha}$ ,  $\alpha = s$  (short range) et  $\alpha = l$  (long range)

$$\begin{aligned}
 B_{ij} &= \sum B_{ij,\alpha} = B_{ij,s} + B_{ij,\alpha} \\
 \dot{B}_{ij,\alpha} &= A_{1\alpha} \left( \frac{3}{2} \dot{\epsilon}_{ij}^i - \frac{B_{ij,\alpha}}{B'_{e,\alpha}} \dot{\epsilon}_e^i \right) - A_{2\alpha} \left\langle \frac{B_{e,\alpha} - B''_{e,\alpha}}{C} \right\rangle^q \left( \frac{B_{ij,\alpha}}{B_{e,\alpha}} \right) \\
 (2.27) \quad B'_{e,\alpha} &= B_{o,\alpha} \left( \frac{\sigma'_e}{\sigma_o} \right)^m \\
 B''_{e,\alpha} &= \chi_\alpha B'_{e,\alpha}
 \end{aligned}$$

Variable d'écrouissage isotrope R

$$\begin{aligned}
 \dot{R} &= A_3 \left( 1 - \frac{R}{R'} \right) \dot{\epsilon}_e^i - A_4 \left\langle \frac{R - R''}{C} \right\rangle^p \\
 (2.28) \quad R' &= R_o \left( \frac{\sigma'_e}{\sigma_o} \right)^m \\
 R'' &= \chi_r R'
 \end{aligned}$$

Variable isotrope de normalisation K

$$\begin{aligned}
 \dot{K} &= A_5 \left( 1 - \frac{K}{K'} \right) \dot{\epsilon}_e^i - A_6 \left\langle \frac{K - K''}{C} \right\rangle^u \\
 (2.29) \quad K' &= \frac{\left\langle \sigma'_e - (B'_e + R') \right\rangle}{\left( \frac{\dot{\epsilon}_e^i}{A} \right)^{1/n}} \\
 K'' &= \chi_k K'
 \end{aligned}$$

Avec

$$(2.30) \quad \begin{aligned} \sigma_e' &= \sigma_0 a \sinh \left( \frac{\dot{\epsilon}_e^i}{\dot{\epsilon}_0} \right)^{1/n} \\ a &= \frac{B_{0s} + B_{0l} + R_0}{\sigma_0^m} \end{aligned}$$

et les équivalences de von Mises:

$$(2.31) \quad \begin{aligned} \sigma_e &= \left( \frac{3}{2} S_{ij} S_{ij} \right)^{1/2} \\ B_{e,\alpha} &= \left( \frac{3}{2} B_{ij,\alpha} B_{ij,\alpha} \right)^{1/2} \\ \dot{\epsilon}_e^i &= \left( \frac{3}{2} \dot{\epsilon}_{ij}^i \dot{\epsilon}_{ij}^i \right)^{1/2} \end{aligned}$$

Les constantes du matériau à une température donnée sont:  $A, A_{1s}, A_{1l}, A_{2s}, A_{2l}, A_3, A_4, A_5, A_6, B_{0s}, B_{0l}, R_0, n, m, \sigma_0, \dot{\epsilon}_0, p, q, u, \chi_s = \chi_l = \chi_k = \chi_r = 1$  et  $C = 1$ .

Lorsque la saturation des variables internes est atteinte, l'écoulement inélastique est indépendant de l'historique de chargement et ne présente aucun effet de mémoire. À température constante, il est alors possible d'exprimer l'équation d'écoulement en fonction de variables observables uniquement à l'aide d'une loi du sinus hyperbolique (forme explicite de l'équ.2.30).

$$(2.32) \quad \dot{\epsilon}_e = \dot{\epsilon}_0 \sinh^n \left( \frac{\sigma_e'}{\sigma_0} \right)$$

### 2.3.4 Remarques sur les modèles constitutifs pour le sel

Pour décrire la réponse de la roche au chargement constant (fluage), la loi de puissance de type Norton (équation 2.12) a été sans doute la plus utilisée, tant pour caractériser les métaux que les roches. Or cette loi ne fait qu'approximer l'état de fluage stationnaire et ainsi néglige la déformation qui survient durant le régime transitoire (voir phase I, fig.2.4). Pour ce faire, une loi de type *Strain Hardening* (loi d'écrouissage, équ.2.9) est considérée comme la meilleure approche empirique pour décrire cette phase primaire de déformation car elle est non-linéaire.

D'un autre côté, étant donné que l'approche avec variables d'état interne permet de modéliser plusieurs phénomènes couplés, plusieurs auteurs croient que son champ d'application est très large (e.g. Chaboche et Rousselier, 1983; Lemaître et Chaboche, 1988; Aubertin, 1989). Comme il a été mentionné précédemment, la disponibilité accrue des outils informatiques rend l'utilisation de ce type de modèle plus accessible.

Considérant ces facteurs, les modèles  $SUVIC_{sh}$ , Norton et une nouvelle version plus versatile de *Strain Hardening* sont utilisés lors des simulations numériques produites dans le cadre de ce mémoire..

## 2.4 DESIGN DE PILIERS DANS LE SEL GEMME

Le design des piliers dans les exploitations minières est crucial car ces structures, qui assurent la stabilité des ouvrages, sont souvent constituées de minerais. Il y a donc un besoin d'optimisation de plus en plus pertinent, notamment dû à la situation économique qui prévaut actuellement dans les mines. De façon générale, le processus de conception consiste à évaluer les charges dans la zone d'intérêt, et estimer la résistance de la

structure à l'étude. Cette analyse se fait à l'aide d'une bonne connaissance du comportement de la roche et du massif rocheux, ainsi que des propriétés de base.

Dans cette dernière partie de la revue de littérature, les principales étapes de design sont présentées avec une emphase particulière sur les techniques appliquées aux massifs de roches tendres, plus particulièrement le sel. Les méthodes analytiques d'estimation des contraintes sont passées en revue et regroupées sous l'appellation des approches par charges totales, suivie d'une description de l'approche par champ de contrainte déterminé numériquement. En dernier lieu, on présente brièvement quelques méthodes d'évaluation de la résistance des piliers en roche dure et en roche tendre.

#### **2.4.1 Approches par charges totales**

Les principales méthodes analytiques d'estimation des contraintes couramment utilisées en mécanique des roches sont des approches par charges totales, c'est-à-dire où la charge supportée par le pilier est divisée par son aire pour obtenir une valeur moyenne de la contrainte axiale (Gill et *al.*, 1994). Ces approches constituent des outils analytiques classiques, habituellement simples d'utilisation mais relativement peu précis. Néanmoins, leur utilisation n'est pas proscrite car on obtient souvent des approximations conservatrices, fournissant ainsi généralement une borne supérieure de l'état de contrainte axiale dans un pilier (Prévost, 1999).

#### **I Estimation des charges en roches dures**

Les deux méthodes les plus utilisées en roches dures sont la théorie de l'aire tributaire (e.g. Hoek et Brown, 1980) et le fléchissement élastique de Coates (Coates, 1981).

### 2.4.1.1 Théorie de l'aire tributaire

Cette méthode d'estimation des charges est la plus populaire en raison de sa simplicité (formulation mathématique). Mais la principale raison qui la rend attrayante pour les ingénieurs est le peu d'information que requiert son application, car seules les dimensions de l'arrangement chambre-pilier et le poids unitaire de la roche sont nécessaires pour fournir une estimation des charges pour les piliers verticaux.

L'application de la méthode suppose que le pilier est en état de compression uniaxiale - donc aucun confinement, que la contrainte principale préalable est parallèle à son axe et qu'aucune rupture ne survient. Comme le montre la figure 2.6, le pilier de largeur  $W_p$  supporte une colonne de roche sus-jacente de hauteur  $Z$  (profondeur) et dont la largeur  $W_p + W_o$  s'étend jusqu'à mi-distance de l'autre pilier. De façon générale, l'aire du pilier  $A_p$  (en foncé sur la figure) est tributaire de la charge engendrée par l'aire totale,  $A_t$ , qui est constituée de l'aire du pilier et de l'aire exploitée autour,  $A_e$  (en pâle sur la figure). La valeur moyenne de la contrainte dans le pilier,  $\sigma_p$ , peut donc être exprimée comme suit pour un pilier carré:

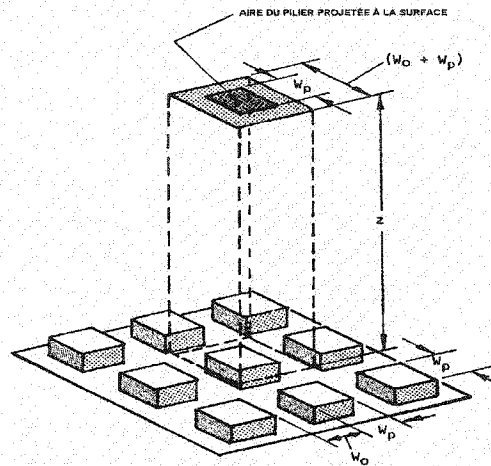
$$(2.33) \quad \sigma_p = \sigma_v \left( \frac{A_t}{A_p} \right) = \sigma_v \left( \frac{A_p + A_o}{A_p} \right) = \sigma_v \left( \frac{(W_p + W_o)^2}{W_p^2} \right) = \sigma_v \left( 1 + \left( \frac{W_o}{W_p} \right)^2 \right)$$

$$(2.34) \quad \sigma_v = \gamma Z$$

où  $\gamma$  est le poids unitaire de la roche sus-jacente. Il est aussi possible d'exprimer la contrainte en fonction du taux de défrètement, TD, de la façon suivante:

$$(2.35) \quad \sigma_p = \frac{\sigma_v}{(1 - TD)}$$

$$(2.36) \quad TD = \frac{A_e}{A_t} = \frac{(A_t - A_p)}{A_t} = 1 - \frac{A_p}{A_t}$$



**Figure 2.6:** Représentation de la zone de chargement d'un pilier vertical de section carrée selon la théorie de l'aire tributaire (d'après Hoek et Brown, 1980)

Pour les piliers rectangulaires, on définit deux dimensions latérales pour le pilier (e.g.  $W_{p1}$  et  $W_{p2}$ ) tandis que lorsque les piliers sont considérés longs (e.g. charbonnages), on considère seulement une dimension (largeur) et les aires ( $m^2$ ) deviennent des portions linéaires (m) sur lesquelles la contrainte agit.

#### 2.4.1.2 Théorie du fléchissement élastique

La théorie du fléchissement élastique a été formulée pour la première fois par Donald Francis Coates en 1965. Son but était de proposer une alternative à la théorie de l'aire tributaire en tentant de mieux représenter le comportement réel d'un ensemble de piliers. En effet, sa théorie se base sur les déformations qui surviennent dans le massif suite au percement de l'excavation autour d'un ensemble de piliers et qui témoignent de l'accroissement de contrainte dans celui-ci.

Tout comme la théorie de l'aire tributaire, le pilier est considéré en compression uniaxiale et la contrainte est reprise uniformément par le pilier. Pour faciliter le calcul des déformations, on suppose que les épontes et le pilier ont une réponse élastique linéaire, ce qui est généralement valable pour les piliers en roches dures. De cette façon, la convergence selon l'axe de contrainte principale sera égale à la convergence nette du plancher et du toit. L'accroissement de contrainte dans le pilier  $\Delta\sigma_p$ , est quantifié à l'aide de la relation 2.37. La contrainte dans le pilier est ensuite estimée avec l'équation 2.38.

$$(2.37) \quad \frac{\Delta\sigma_p}{S_0} = \frac{2TD(1+h) - kh(1-V-V_p n)}{hn + 2(1-TD)(1+h) + 2TD b(1-v)/\pi}$$

$$(2.38) \quad \sigma_p = S_0 + \Delta\sigma_p$$

- $S_0$  : contrainte verticale préalable;
- $S_t$  : contrainte préalable perpendiculaire à  $S_0$  qui traverse le pilier;
- $h$  : rapport  $H/L$ ;
- $L$  : longueur du gisement exploité (ou section du gisement à l'étude);
- $V$  :  $v_e / (1-v_e)$  pour la roche qui constitue les épontes;
- $V_p$  :  $v_p / (1-v_p)$  pour la roche qui constitue le pilier;
- $v_e$  : coefficient de Poisson de la roche qui constitue les épontes;
- $v_p$  : coefficient de Poisson de la roche qui constitue le pilier;
- $n$  : rapport  $[ E / (1-v^2) ]$  de la roche des épontes sur  $[ E / (1-v^2) ]$  de la roche du pilier;
- $B$  : espacement entre les piliers;
- $b$  : rapport  $B/L$  (espacement sur longueur du gisement);
- $TD$  : taux de défrètement global.

### 2.4.1.3 Méthode convergence-confinement

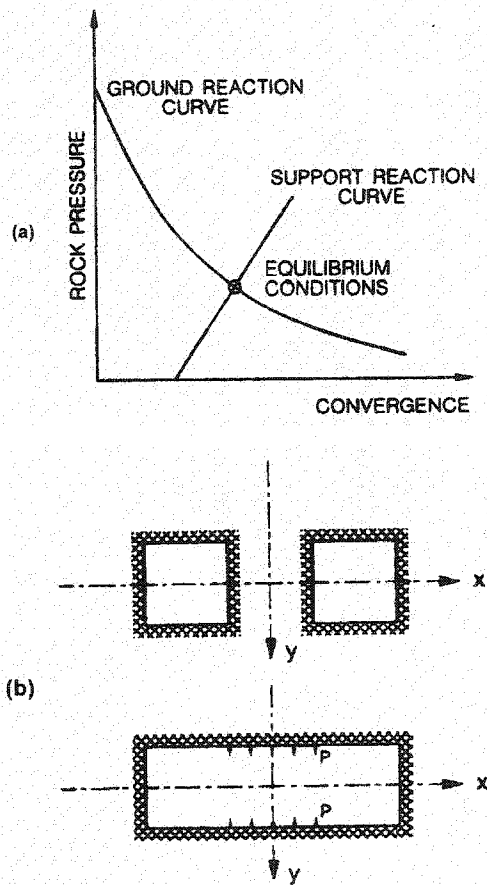
La méthode convergence-confinement est avant tout un outil conceptuel qui a été développé pour le dimensionnement du soutènement artificiel et plus particulièrement, les revêtements de bétons pour les tunnels circulaires simples. Depuis la première formulation, la méthode s'est vue appliquée à des cas de soutènement naturel.

L'application de la méthode nécessite la construction d'un diagramme d'interaction tel que schématisé à la figure 2.7a. Ce diagramme permet de déterminer le point d'équilibre charge-déformation du support (artificiel ou naturel) à l'étude situé à l'intersection de la courbe de réaction du massif (ligne caractéristique) et de la courbe de réaction du pilier. Autant la ligne caractéristique du massif que la courbe de réaction du pilier peuvent s'obtenir analytiquement pour un comportement élastique (Gill et *al.*, 1994), mais lorsque le nombre de piliers augmente, ou dans le cas d'un comportement inélastique, l'utilisation d'une méthode numérique devient nécessaire pour obtenir la précision désirée.

Pour obtenir la ligne caractéristique, le pilier est substitué par une pression uniforme comme le montre la figure 2.7b. Dans le cas de la courbe de réaction du pilier, on considère un état de compression uniaxiale et un champ de contrainte uniforme à l'intérieur du pilier ce qui permet, pour un comportement élastique linéaire, de calculer  $\sigma_p$  par l'équation suivante:

$$(2.39) \quad \sigma_p = \sigma_v - \frac{v\sigma_h}{(1-v)} + \frac{2Ev}{H(1-v)}$$

- $\sigma_v, \sigma_h$  : contraintes préalables verticale et horizontale  
 $\nu, E$  : coefficient de Poisson et module de Young de la roche  
 $u$  : convergence à l'interface éponte-pilier  
 $H$  : hauteur du pilier



**Figure 2.7:** Application de la méthode convergence-confinement: (a) diagramme d'équilibre pour un support artificiel; (b) calcul de la réaction du massif à l'aide d'une pression  $P$  (Gill et *al.*, 1994)

## **II Estimation des charges en roche tendre**

On trouve dans la littérature des modèles simples qui permettent, de façon analytique, d'estimer les contraintes à l'intérieur d'un pilier constitué de matériau rocheux viscoplastique tel que le sel et la potasse. Ces modèles tentent de tenir compte du caractère particulier du sel, notamment le fait que les déformations sont plus importantes et que le temps est un facteur déterminant. Les deux modèles présentés dans cette section ont été proposés par Van Sambeek (1996) et Jeremic, 1994.

### **2.4.1.4 Approche de Van Sambeek**

#### **Estimation des contraintes**

L'approche proposée par Van Sambeek s'inscrit dans une optique de simplification du problème d'estimation des contraintes. Les équations du modèle permettent d'estimer un tenseur de contraintes principales dans des piliers rectangulaires et longs avec cette méthode. La charge verticale,  $\sigma_v$ , doit être calculée au moyen d'une technique appropriée à nos besoins (aire tributaire, fléchissement élastique ou convergence-confinement) (Van Sambeek, 1984). Ainsi, on définit les contraintes horizontales comme suit:

$$(2.40) \quad \sigma_h = \sigma_v \left( 0.1 \frac{W_h}{H} \right)$$

$$(2.41) \quad \sigma_H = \sigma_v \left( 0.1 \frac{W_H}{H} \right)$$

$\sigma_h, \sigma_H$  : contraintes moyennes horizontales selon la petite et grande dimension

$W_h, W_H$  : Petite et grande dimension du pilier

$H$  : Hauteur

L'application des équations 2.40 et 2.41 est limitée pour  $W/H < 5$ . En supposant que  $\sigma_v = \sigma_1$ ,  $\sigma_h = \sigma_2$  et  $\sigma_H = \sigma_3$  (pour  $\sigma_3 < \sigma_2$ ), on déduit à partir de la contrainte équivalente de Von Mises une contrainte  $\sigma_e$  qui tient compte du confinement à l'intérieur du pilier.

$$(2.42) \quad \sigma_e = \sigma_v \left( 1 - 0.1 \frac{W}{H} \right)$$

$$(2.43) \quad \sigma_e = \frac{\sqrt{3}}{2} \sigma_v \left( 1 - 0.1 \frac{W_h}{H} \right)$$

#### Estimation des déformations

Puisqu'il s'agit d'une méthode appliquée aux roches ayant un comportement viscoplastique, plus particulièrement le sel, il devient important d'estimer les déformations. L'approche est basée sur une loi de fluage secondaire de type Norton (équ.2.12) formulée comme suit:

$$(2.44) \quad \dot{\epsilon} = \dot{\epsilon}_s^c = C \sigma_e^n f(T)$$

$\dot{\epsilon}$  : taux de déformation de inélastique total

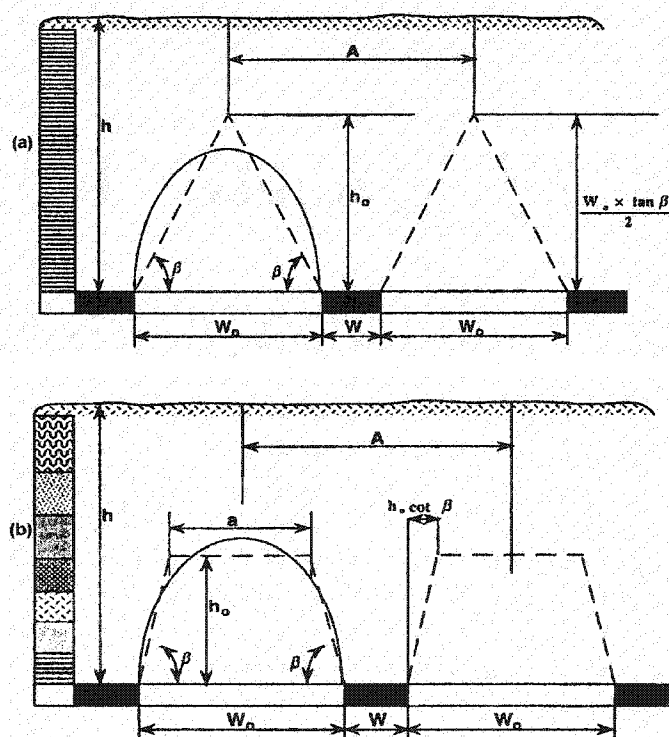
$\dot{\epsilon}_s^c$  : taux de déformation stationnaire

$C, n$  : constantes du matériau ( $3 \leq n \leq 6$ )

#### **2.4.1.5 Approche des piliers fléchissants**

L'approche des piliers fléchissants est en fait une méthode de minage du même nom basée sur l'utilisation de "butée" (*abutment pillar*). Comme le montrent les figures 2.8a et b, cette technique consiste à séparer plusieurs zones d'extraction de largeur  $W_o$ ,

comprenant un certain nombre de piliers, par ces butées (grands piliers) de largeur  $W$ . Ces dernières étant sur-dimensionnées, elles supportent l'excédent de contrainte provenant du sous-dimensionnement des piliers situés à l'intérieur des zones d'extraction. En effet, la nature d'un matériau comme le sel fait en sorte que l'excédent de déformation entraîne avec le temps un transfert des contraintes dans le milieu adjacent. Pour ce qui est des piliers de support, ils ne supporteraient que la charge correspondant au poids d'une zone d'influence en forme d'arche qui peut être assimilée à un triangle ou un trapèze (Jeremic, 1985). La géométrie de cette zone dépend de la résistance et de l'homogénéité de la roche. Ainsi la contrainte qui agit sur les butées est estimée à l'aide de l'équation 2.45 ou 2.46, selon la géométrie de cette zone d'influence.



**Figure 2.8:** Chargement des piliers selon la technique des piliers fléchissants: (a) pour un matériau homogène et très peu résistant (équ.2.45); (b) pour un matériau hétérogène et assez résistant (équ.2.46) (Jeremic, 1994)

$$(2.45) \quad \text{Forme triangulaire: } \sigma_p = \gamma h(W_o + W) - \frac{W_o + \tan \beta}{4}$$

$$(2.46) \quad \text{Forme trapézoïdale: } \sigma_p = \gamma[h(W_o + W) - h_o(W_o - h_o \cot \beta)]$$

### 2.4.2 Approche par champ de contrainte

Les méthodes de type "charges totales" présentées précédemment ne permettent pas de déterminer le champ de contrainte réel à l'intérieur du pilier. Le postulat de base voulant que la contrainte soit uniforme dans le pilier est erroné. On sait par exemple qu'il existe des concentrations de contraintes aux coins (aux extrémités) qui peuvent créer des instabilités (Coates, 1981). Aussi, la géométrie du pilier a un impact direct sur l'ampleur et la localisation des contraintes potentiellement élevées (Hoek et Brown, 1980). Pour un matériau viscoplastique comme le sel, on observe surtout que les déformations qui surviennent à la périphérie du pilier sont souvent grandes (McClain, 1964) et ne peuvent être évaluées à l'aide d'une méthode analytique comme celle proposée par Van Sambeek (section 2.4.1.4)

Pour palier à ces inconvénients, on privilégie une méthode permettant de déterminer le champ de contrainte et ce en calculant numériquement de manière plus locale la réaction du matériau. De plus, le calcul numérique permet l'utilisation de modèles de comportement plus élaborés. Il existe plusieurs méthodes numériques pouvant s'appliquer aux problèmes rencontrés en géomécanique (e.g. différences finies, éléments distincts, éléments frontières). Au chapitre suivant, la méthode des éléments finis utilisée dans ce mémoire est décrite plus en détails.

### 2.4.3 Résistance des piliers

#### Approches générales

L'évaluation de la résistance des piliers est un domaine où l'empirisme et les études de cas particuliers sont privilégiés. De façon générale, on sait que la résistance des piliers est influencée par le type de roche en place, l'effet d'échelle ou de volume et l'effet de forme ou encore l'élancement (rapport hauteur sur largeur:  $h/w$ ). Ainsi, deux formes de relations empiriques sont largement utilisées soit la relation linéaire (équ.2.47) et la relation de puissance (équ.2.48). Cette dernière a été développée principalement pour les exploitations de charbon et de roches dures et tient compte de l'effet du volume du pilier par le biais des constantes  $\alpha$  et  $\beta$ . Pour ces constantes, on retrouve souvent les valeurs suivantes:  $\alpha = 0.46$  à  $0.5$  et  $\beta = 0.5$  à  $0.75$ . Ce type de loi est d'ailleurs le plus utilisé en raison de sa flexibilité. Plusieurs auteurs ayant travaillé sur des types de roches particuliers ont développés leurs propres lois empiriques et nombre d'entre elles sont répertoriées par Bieniawski (1992).

$$(2.47) \quad \sigma_f = K_1 \left[ C_{12} + C_{13} \left( \frac{w}{h} \right) \right]$$

$$(2.48) \quad \sigma_f = K_2 \frac{w^\alpha}{h^\beta}$$

$\sigma_r$  : résistance ultime du pilier;

$h, w$  : hauteur et largeur;

$K_1, K_2, C_{12}$  et  $C_{13}$  : constantes du matériau.

### Approches appliquées au sel

La relation empirique de puissance présentée précédemment est aussi utilisée pour un matériau comme le sel (Jeremic, 1994). Cependant, le facteur  $K_2$  représente dans ce cas-ci la résistance en compression uniaxiale d'un spécimen de laboratoire, notée  $\sigma_c$ , et les constantes prennent la même valeur soit  $\alpha = \beta = 0.5$ .

$$(2.49) \quad \sigma_f = \sigma_c \left( \frac{w}{h} \right)^{1/2}$$

Certains auteurs quantifient la résistance du massif en fonction de la dilatance, c'est-à-dire le changement volumique (Hunsche et al., 1999; Van Sambeek, 1996). Ainsi, Van Sambeek définit une limite de dilatance  $\xi$  pour les piliers de sel qui se formule comme suit:

$$(2.50) \quad \xi = \frac{\sqrt{J_2}}{I_1}$$

Si  $\xi > 0.27$ , il n'y a pas d'endommagement et si  $\xi \leq 0.27$ , il y a un endommagement possible du pilier. Dans cette équation,  $I_1$  est le premier invariant du tenseur de contrainte total et  $J_2$  est le deuxième invariant du tenseur de contrainte déviatorique.

Cette dernière formulation suppose un critère de rupture linéaire dans le plan des invariants  $\sqrt{J_2} - I_1$ , suivant une pente  $\xi$ . Certains auteurs, citons ici Sgaoula (1997), proposent un critère non-linéaire de la forme de l'équation 2.52 pour prédire l'apparition de l'endommagement (changement de volume). Cette relation a été observée pour des

essais triaxiaux conduits sur des éprouvettes de sel. Dans cette équation,  $a$ ,  $b$  et  $c$  sont des constantes propres à la roche.

$$(2.51) \quad \sqrt{J_2} = a + b(1 - \exp(-cl_1))$$

Parmi ces méthodes d'estimation des contraintes dans les piliers, l'approche par champs de contrainte est celle qui est privilégiée lorsqu'on dispose d'outils informatiques adéquats. Cette approche fait l'objet du prochain chapitre qui traite de la méthode des éléments finis.

## CHAPITRE 3 : APPROCHE PAR ÉLÉMENTS FINIS

La modélisation numérique est de nos jours un outil de d'analyse qui est privilégié en ingénierie. Le fait qu'il existe peu de solutions analytiques aux problèmes rencontrés en géomécanique et la disponibilité accrue des outils informatiques ont contribué à l'émergence de cette approche au cours des dernières décennies. Des modèles de comportement pour le sel comme ceux présentés au chapitre précédent, en particulier ceux avec variables d'état interne, sont utilisables lorsqu'ils sont implantés dans un logiciel de calcul numérique. On présente donc ici l'approche générale en éléments finis ainsi que le logiciel ZéBuLoN (version 8.0) basé sur cette méthode dans lequel le modèle  $SUVIC_{sh}$  est implanté, suivi d'une démonstration de la validation de celui-ci.

### 3.1 DESCRIPTION GÉNÉRALE DE LA MÉTHODE DES ÉLÉMENTS FINIS

#### 3.1.1 Généralités

La résolution par éléments finis implique la discrétisation d'un corps de dimension finie (e.g. calcul structure) ou infinie (e.g. massif rocheux) en éléments. L'ensemble du modèle doit être discrétisé, et on doit imposer des conditions aux frontières du modèle considéré. Lorsque le milieu est infini, on doit discrétiser un plus grand volume afin de pouvoir éloigner les frontières extérieures de la zone d'influence de l'excavation. Les conditions posées (forces, déplacements) sont alors des approximations raisonnables des conditions réelles (Hoek et *al.*, 1991). À l'intérieur du modèle, chaque élément est délimitée par des nœuds qui ont comme fonction de les relier entre eux.

On applique ensuite sur les éléments un modèle de comportement approprié pour le calcul des différents paramètres. (Zienkiewicz et *al.*, 1989a). Ces déplacements sont ensuite appliqués sur les nœuds qui les transmettent aux autres éléments de la structure

ou du milieu. Évidemment, on doit s'attendre à ce que l'effort de calcul soit d'autant plus grand que la quantité d'éléments est importante.

### 3.1.2 Méthode de résolution

Avant de débiter la description, il est important de mentionner que l'objectif poursuivi ici n'est pas de fournir une démonstration de l'étendue des calculs et méthodes de résolutions qu'impliquent l'utilisation d'éléments finis, mais bien d'en décrire les grandes lignes.

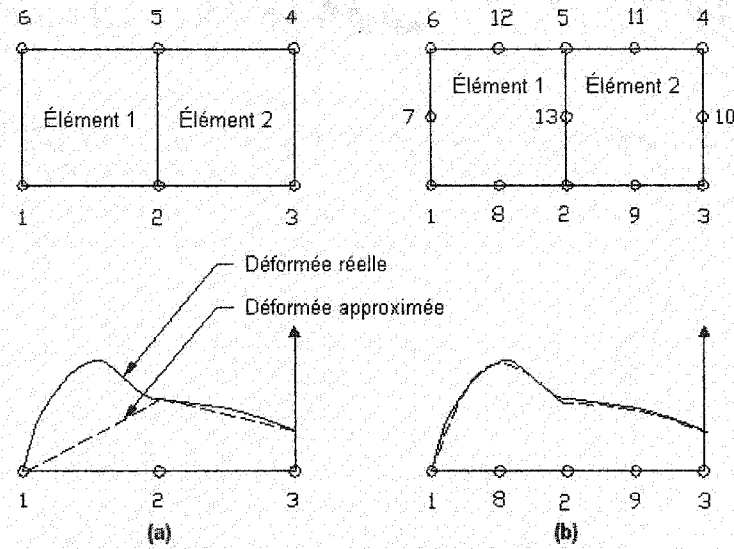
#### Fonction d'essai

La première étape dans la résolution générale par éléments finis est de poser une fonction d'essai  $U(x)$  pour chaque élément du système utilisé pour discrétiser le milieu. Cette fonction est un polynôme qui décrit le déplacement modélisé de l'élément. On voit sur la figure 3.1 un assemblage de deux éléments carrés linéaires (4 nœuds) et un assemblage de deux éléments carrés quadratiques (8 nœuds). Dans le premier cas, la fonction d'essai est d'ordre 1 tandis que dans le cas d'un élément quadratique, on a la possibilité de décrire des déplacement d'ordre 2 (flexion) ayant trois points sur l'élément.

#### Approximation d'une solution

L'itération de calcul débute avec l'approximation d'une matrice déplacement  $U^*$  pour chaque élément. Selon l'équation matricielle 3.1, le déplacement  $U^*$  est calculé à partir des positions  $x$  et  $y$  de chaque nœud correspondant respectivement aux déplacements réels  $u_i$  et  $v_i$  des  $i$  nœuds (2D). à la première itération, on a généralement une solution initiale  $u_0, v_0$  qui nous permet d'évaluer une première matrice déplacement. En éléments finis, les axes en mouvements sont appelés degrés de liberté. Le passage d'un nœud à

l'autre se fait grâce à des fonctions d'interpolation, aussi appelée fonctions de forme notée  $N_i$ , qui dépendent principalement de la géométrie et du type d'élément et qui sont connus au départ.



**Figure 3.1:** Représentation de la déformation d'un côté d'une structure en 2D à l'aide d'une fonction d'essai: (a) avec deux éléments linéaires  $U(x)=a_0+a_1x$ ; (b) avec deux éléments quadratiques  $U(x)=a_0+a_1x+a_2x^2$

$$\begin{aligned}
 [U]^* &= \sum N_i a_i = [N_i] \{a_i\} \\
 \{a_i\} &= \begin{Bmatrix} u_i \\ v_i \end{Bmatrix} \\
 [N_i] &= F(x, y)
 \end{aligned}
 \tag{3.1}$$

Après un assemblage géométrique des matrices  $[U]^*$  dans une matrice principale, les déformations peuvent être évaluées à l'aide du produit matriciel des déplacements nodaux et de la différentielle des fonctions d'interpolation:

$$\{\epsilon\} = [N_i'] [U]^*
 \tag{3.2}$$

La résolution du système global passe par la minimisation de l'équation d'équilibre entre les forces intérieures ( $F_i$ ) et les forces extérieures ( $F_e$ ), aussi appelé énergie potentielle totale (Zienkiewicz et *al.*, 1989a):

$$(3.3) \quad F_i - F_e = 0$$

Dans cette relation, les forces extérieures sont une somme de l'intégrale sur le volume d'un champ de force intérieur (matrice masse), et de l'intégrale sur la surface d'une densité de forces appliquées sur le corps (force appliquée sur le modèle). La matrice des forces intérieures quant à elles se calculent comme suit:

$$(3.4) \quad [F_i] = \kappa [U]^*$$

Le terme  $\kappa$  est appelé matrice de rigidité et elle s'exprime selon l'intégrale volumique suivante:

$$(3.5) \quad \kappa = \int_V [N']^T [D] [N'] dV$$

$$D_{\text{élastique}} = \frac{\sigma}{\varepsilon}$$

où  $[N']^T$  est la matrice transposée de  $[N']$ . Pour un problème non-linéaire, comme c'est le cas avec le comportement viscoplastique, le tenseur  $D$  devient (Zienkiewicz et *al.*, 1989b):

$$(3.6) \quad D_{\text{inélastique}} = \frac{\partial \Delta \sigma}{\partial \Delta \varepsilon}$$

où les quantités  $\Delta \sigma$  et  $\Delta \varepsilon$  sont des incréments associés à un pas de temps  $\Delta t$ .

L'algorithme de calcul en élément finis a pour objectif de satisfaire l'équation 3.3 qui permet, au fil des itérations, d'obtenir des déplacements de plus en plus exacts et leurs variables associées comme les contraintes. Plusieurs facteurs influencent la précision et le temps de calcul incluant la méthode d'intégration pour la détermination de la matrice de rigidité.

### 3.2 PRÉSENTATION DU LOGICIEL ZÉBULON

Le logiciel d'éléments finis, FEM (pour *Finite Element Method*), ZéBuLoN utilisé dans ce mémoire a été développé à l'École Nationale des Mines de Paris (Burlet et Cailletaud, 1991). La version 8 du logiciel est programmée en langage C<sup>++</sup> et offre une flexibilité remarquable en raison du développement modulaire, rendu possible avec la programmation orientée objet. Ce type de programmation permet un meilleur contrôle des données et rend possible l'implantation de nouveaux algorithmes de calcul en utilisant des structures déjà programmées (e.g. entités et opérateurs mathématiques, lois de comportement) (Julien et al., 1996; Julien, 1999).

À l'origine, le logiciel était surtout dédié à des applications en thermo-mécanique pour les métaux, principalement dans l'industrie de l'aérospatiale et de l'automobile. Depuis quelques années, surtout dans le cadre des travaux de doctorat de Julien (1999), ce logiciel est utilisé en géomécanique et plus particulièrement avec le modèle SUVIC. Étant donné que le code de ZéBuLoN comprenait déjà la structure nécessaire à l'utilisation d'un modèle à variables d'état interne avec des lois évolutives complexes, l'implantation du modèle fut possible. Un langage de programmation appelé ZebFront (Foerch, 1996) a d'ailleurs été conçu pour implanter de nouveaux modèles de comportement sans que l'utilisateur ait à modifier le code source. Il s'agit d'un langage de compréhension relativement simple qui génère un programme en langage C<sup>++</sup> utilisant les structures déjà en place dans le code.

### 3.3 CALCULS SUR DES EXCAVATION CIRCULAIRES

Cette partie présente la démarche de validation du code d'éléments finis. Pour y parvenir, des cas simples sont modélisés et ensuite comparés aux solutions connus. Dans un premier temps, deux cas de redistribution de contrainte autour d'excavations circulaires sont présentés. Ces cas de figures possédant des solutions analytiques, les résultats de simulations sont comparés. En dernier lieu, on présente des calculs sur une série de piliers types ainsi qu'une comparaison avec des équivalents dans la littérature.

#### 3.3.1 Excavations circulaires en roche dure

##### La solution analytique

L'état de contrainte induit autour d'une excavation circulaire en roche dure au comportement élastique linéaire peut être déterminé analytiquement. Il s'agit d'un cas bien connu dont la solution présentée aux équations 3.7 à 3.10 a été développée par Hiramatsu et Oka (1962). Pour un état de contrainte principale en place  $C_x$ ,  $C_y$  et  $C_z$  en déformation plane ( $z$  étant l'axe vertical,  $x$  horizontal et  $y$  l'axe sortant, donc  $\epsilon_y = 0$ ), on pose que le tunnel cylindrique est orienté selon  $C_y$ . On peut alors estimer les contraintes induites à une distance  $r$  de l'excavation de rayon  $a$  comme suit:

$$(3.7) \quad \sigma_r = C_z \left[ \frac{k+1}{2} \left( 1 - \frac{a^2}{r^2} \right) - \frac{1-k}{2} \left( 1 - 4 \frac{a^2}{r^2} + 3 \frac{a^4}{r^4} \right) \cos 2\theta \right]$$

$$(3.8) \quad \sigma_\theta = C_z \left[ \frac{k+1}{2} \left( 1 + \frac{a^2}{r^2} \right) + \frac{1-k}{2} \left( 1 + 3 \frac{a^4}{r^4} \right) \cos 2\theta \right]$$

$$(3.9) \quad \sigma_y = C_z \left[ 2\nu(1-k) \frac{a^2}{r^2} \cos 2\theta + \frac{C_y}{C_z} \right]$$

$$(3.10) \quad \tau_{\theta r} = C_z \left[ \frac{1-k}{2} \left( 1 + 2\frac{a^2}{r^2} - 3\frac{a^4}{r^4} \right) \sin 2\theta \right]$$

Dans ces équations,  $\sigma_r$ ,  $\sigma_\theta$ ,  $\sigma_y$  et  $\tau_{\theta r}$  sont respectivement la contrainte radiale, tangentielle, dans l'axe du tunnel et de cisaillement dans le plan  $x$ - $z$ ,  $E$  le module de Young,  $\nu$  le coefficient de Poisson et  $k$  représente le rapport entre les contraintes majeure et mineure principales en place soit  $C_x/C_y < 1$ . L'angle  $\theta$  indique la position autour de l'excavation et il est mesuré dans le sens anti-horaire, à partir de l'axe  $x$  positif.

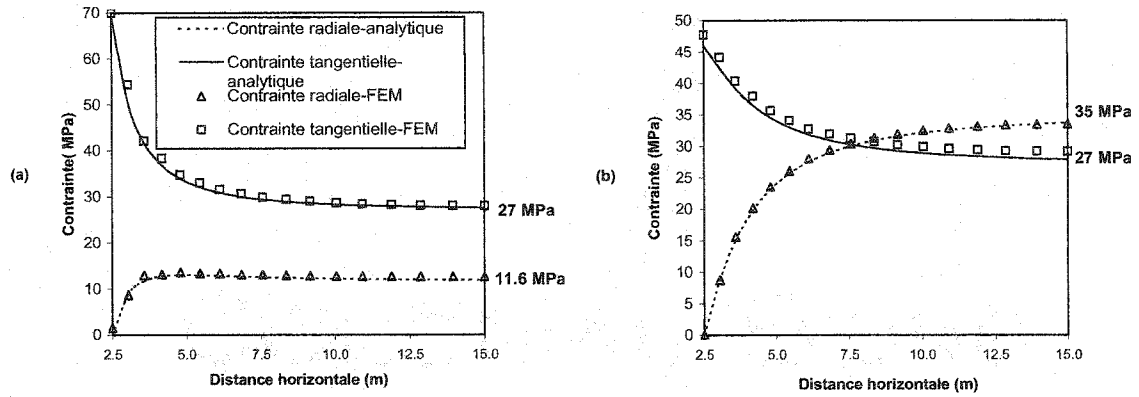
#### Le modèle numérique

Le modèle numérique, tel que montré aux figures 3.2a et b, représente un quart d'excavation. Deux situations sont modélisées soit le chargement gravitaire (fig. 3.2a) et le chargement gravitaire doublé d'un effort tectonique (fig. 3.2b). Le modèle simule une excavation située à 1000 mètres de profondeur dans un massif ayant les caractéristiques suivantes:  $E = 90$  GPa,  $\nu = 0.3$  et  $\gamma$  (poids unitaire) =  $0.027$  N/m<sup>3</sup>. À la figure A2.1 de l'annexe 2, on peut voir le maillage utilisé pour ces modèles d'excavations circulaires, ainsi que pour tout ceux qui suivent dans ce chapitre.

#### Résultats

Les contraintes radiale et tangentielle obtenues à l'aide de ZéBuLoN (FEM) sont comparées à la solution analytique aux figures 3.3a et b. On constate que le calcul numérique en élasticité est en accord avec le modèle théorique présenté précédemment. Dans les deux cas, on remarque que les contraintes hors de la zone d'influence de l'excavation sont les contraintes naturelles.





**Figure 3.3:** Contraintes induites autour d'une excavation circulaire en roche dure à  $\theta = 0^\circ$ : (a) pour un chargement gravitaire de 27 MPa; (b) pour un chargement gravitaire avec un effort tectonique.

### 3.3.2 Excavations circulaires en roche tendre (sel)

#### La solution analytique

Comme il a été mentionné au chapitre 1, la loi de Norton représentant le fluage stationnaire (équ.3.12) est très utilisée dans la modélisation du fluage des géomatériaux présentant un comportement viscoélastique. Il existe pour ce type de loi une solution analytique (Boyle et Spence, 1983) développée pour un cylindre à paroi épaisse soumis à une pression interne. Pour un cylindre de rayon  $a$  et d'épaisseur  $b-a$  auquel on applique une pression interne  $P_i$ , on obtient les contraintes radiale et tangentielle à la position  $r$  à l'intérieur de la paroi par les équations analytiques 3.13 et 3.14.

$$(3.12) \quad \dot{\epsilon}_e = B\sigma_e^n$$

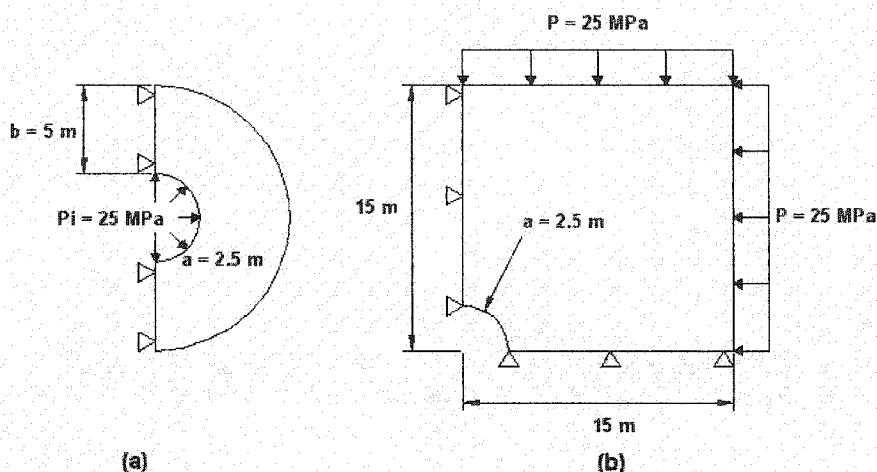
$$(3.13) \quad \sigma_r = -P_i \left( \frac{\left(\frac{b}{r}\right)^{\frac{2}{n}} - 1}{\left(\frac{b}{a}\right)^{\frac{2}{n}} - 1} \right)$$

$$(3.14) \quad \sigma_\theta = P_i \left( \frac{1 - \left(1 - \frac{2}{n}\right) \left(\frac{b}{r}\right)^{\frac{2}{n}}}{\left(\frac{b}{a}\right)^{\frac{2}{n}} - 1} \right)$$

où  $\dot{\epsilon}_e$  est le taux de fluage stationnaire équivalent,  $\sigma_e$  la contrainte équivalente,  $n$  l'exposant de Norton,  $B$  une constante du matériau,  $\sigma_r$  et  $\sigma_\theta$  les contraintes radiale et tangentielle et  $P_i$  la pression interne appliquée.

### Le modèle numérique

Pour le matériau viscoplastique, deux modèles sont étudiés, tel que présentés aux figures 3.4a et b, qui représentent respectivement un cylindre à paroi épaisse et une excavation circulaire similaire au cas en massif élastique. On applique à l'intérieur du cylindre une pression de 25 MPa tandis que pour l'excavation, on impose un état de contrainte hydrostatique  $P$  ( $P = \sigma_v = \sigma_h$ ) de même amplitude. Les propriétés de la roche sont les suivantes:  $E = 31$  GPa,  $\nu = 0.38$ ,  $B = 1 \times 10^{-12}$  et  $n = 4$ .



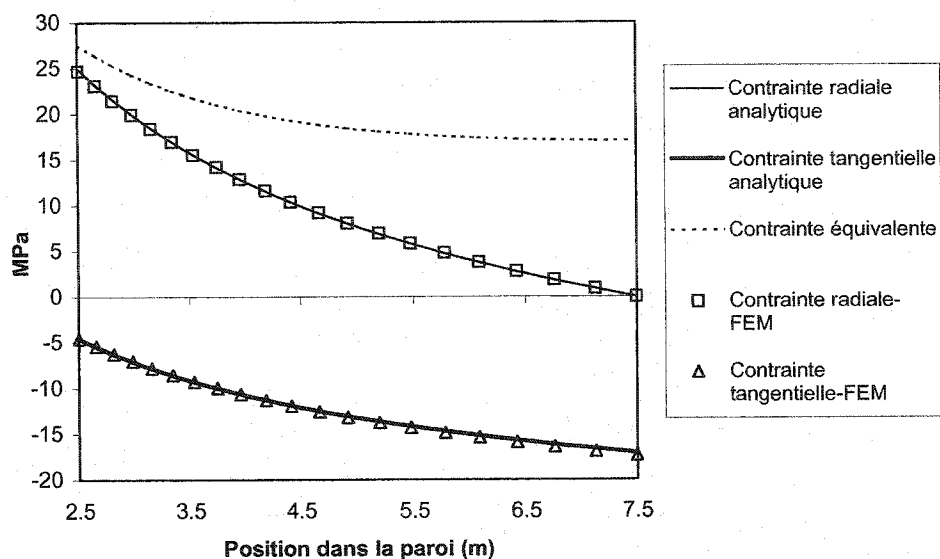
**Figure 3.4:** Modélisation en roche viscoplastique: (a) cylindre à paroi épaisse soumis à une pression interne de 25 MPa; (b) excavation circulaire dans un massif soumis à une pression hydrostatique de 25 MPa.

### Résultats

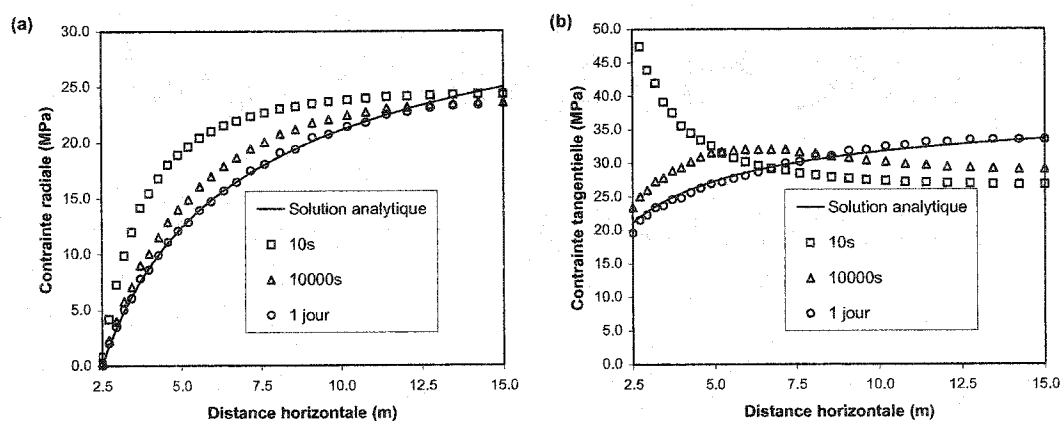
La première série de résultats montrée à la figure 3.5 présente l'évolution des contraintes radiale, tangentielle et équivalente à l'intérieur de la paroi du cylindre. On constate que l'état de contrainte à long terme supposé par la solution analytique (équations 3.13 et 3.14) est atteint après un jour de chargement. On peut voir à l'annexe 3 que ce temps de stabilisation dépend fortement de l'exposant  $n$ . En effet, plus l'exposant est élevé, plus le temps de stabilisation sera long (voir annexe 3, fig. A3.1-A3.3).

Pour ce qui est de l'excavation circulaire, même s'il ne s'agit pas de la géométrie du cylindre de la figure 3.4a, on observe une concordance entre la solution analytique et l'état de contrainte résolu numériquement, comme le montrent les figures 3.6a et b. On peut y voir l'évolution de la contrainte radiale et tangentielle dans la direction de l'axe de symétrie horizontal. Les différences apparaissent en périphérie du modèle (à  $x = 15 \text{ m}$ )

car la frontière externe du modèle de l'excavation est carrée plutôt que circulaire comme celle du cylindre. Le maillage d'éléments finis de ce modèle est présenté à l'annexe 2.



**Figure 3.5:** Évolution des contraintes radiale, tangentielle et équivalente à l'intérieur de la paroi du cylindre soumis à une pression interne de 25 MPa.



**Figure 3.6:** Stabilisation des contraintes induites autour d'une excavation circulaire en massif de sel à  $\theta = 0^\circ$ : (a) contrainte radiale; (b) contrainte tangentielle.

### 3.4 CALCULS SUR PILIERS SIMPLES

Dans cette section, on montre de quelle façon on peut modéliser un pilier isolé à l'aide de la méthode des éléments finis. L'objectif est de produire des simulations numériques pour différents types de piliers afin de comparer les distributions de contrainte obtenues avec des résultats existant dans la littérature. Cette procédure nous permet de valider, du moins partiellement, le modèle de pilier isolé utilisé dans ce mémoire.

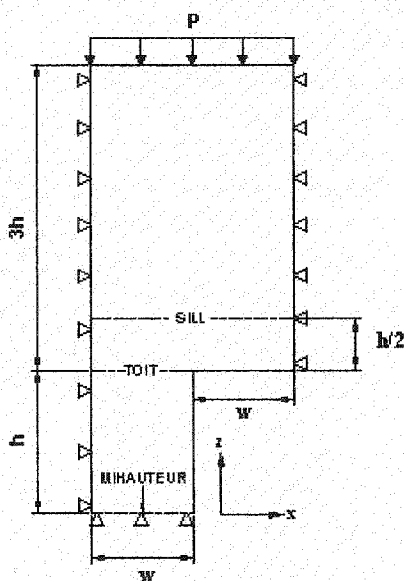
#### 3.4.1 Résultats de la littérature

Les résultats de simulations tirés de Hoek et Brown (1980), produites sous la direction de J.W. Bray (Imperial College), sont utilisés pour fin de comparaison. Les simulations qui y sont présentées sont uniquement en comportement élastique linéaire (cas 2D, déformations planes), généralement associé aux massifs de roches dures. L'objectif poursuivi lors de ces travaux était de démontrer l'influence de certains paramètres de design sur la distribution de contrainte dans les piliers. Pour ce faire, les deux principaux paramètres étudiés sont la hauteur,  $h$ , et la largeur,  $w$ , du pilier. Ces deux variables de design sont représentées par le biais l'élancement du pilier, soit le rapport de hauteur sur la largeur ( $h/w$ ). Cet effet de forme influence grandement la stabilité du pilier et constitue pour plusieurs auteurs un élément majeur à considérer lors de la conception (e.g. Mirza, 1981; Van Sambeek, 1996; Martin et Maybee, 1999).

Les modèles sont au nombre de quatre ayant respectivement des élancements de 0.5, 1, 2 et 4 pour un espacement identique à la largeur  $w$  du pilier.

### 3.4.2 Modélisation numérique

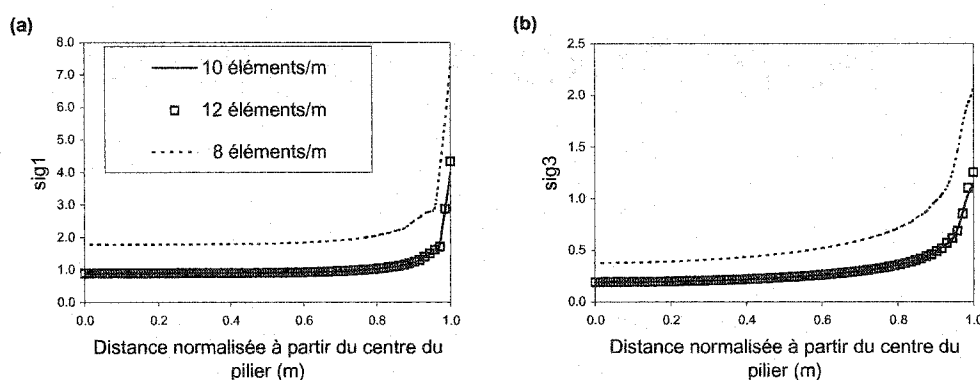
Le modèle du pilier isolé tire profit de la géométrie relativement simple de ce type de structure qui comporte deux axes de symétrie soit en  $x$  et  $z$ . Ainsi, comme le montre la figure 3.7, le modèle est un quart de pilier sur lequel on applique la contrainte verticale  $P$ . Il est à noter que les simulations produites dans Hoek & Brown (1980) ne tiennent compte que de l'effet de Poisson comme contrainte horizontale, et sont réalisées en conditions de déformations planes.



**Figure 3.7:** Représentation du modèle de pilier isolé subissant une contrainte verticale  $P$  ainsi que les trois niveaux de références pour le dépouillement des résultats.

Les maillages conçus pour les quatre modèles de piliers sont présentés aux figures A2.3 à A2.6 de l'annexe 2. Les éléments du maillage sont de type quadratiques car comme il a été mentionné dans la description de la méthode des éléments finis, ils permettent d'obtenir une meilleure précision sur les résultats (déplacements, contraintes) (Zienkiewicz et *al.*, 1989a).

Outre le type d'élément, le niveau de discrétisation est aussi un facteur qui influence la précision des calculs. Comme le suppose la théorie des éléments finis, un maillage très fin permettra d'obtenir une solution se rapprochant de la solution exacte. Instinctivement, on sait que la densité d'éléments optimale doit être établie de façon à satisfaire l'adéquation entre le coût en calcul et l'exactitude de la solution. Dans le cas d'un modèle avec une loi de comportement linéaire et des propriétés homogènes comme le pilier présenté ici, le temps de calcul est évidemment moins important qu'une simulation utilisant un modèle à variables d'état interne. La figure 3.8 présente un exemple de détermination de densité de maillage pour un pilier en massif élastique. On observe dans ce cas une convergence des résultats à partir de 10 éléments par mètre.



**Figure 3.8:** Détermination de la densité d'éléments dans un pilier par l'étude de la convergence d'une solution pour: (a) la contrainte principale majeure,  $\sigma_1$ ; (b) la contrainte principale mineure,  $\sigma_3$ .

### 3.4.3 Présentation des résultats

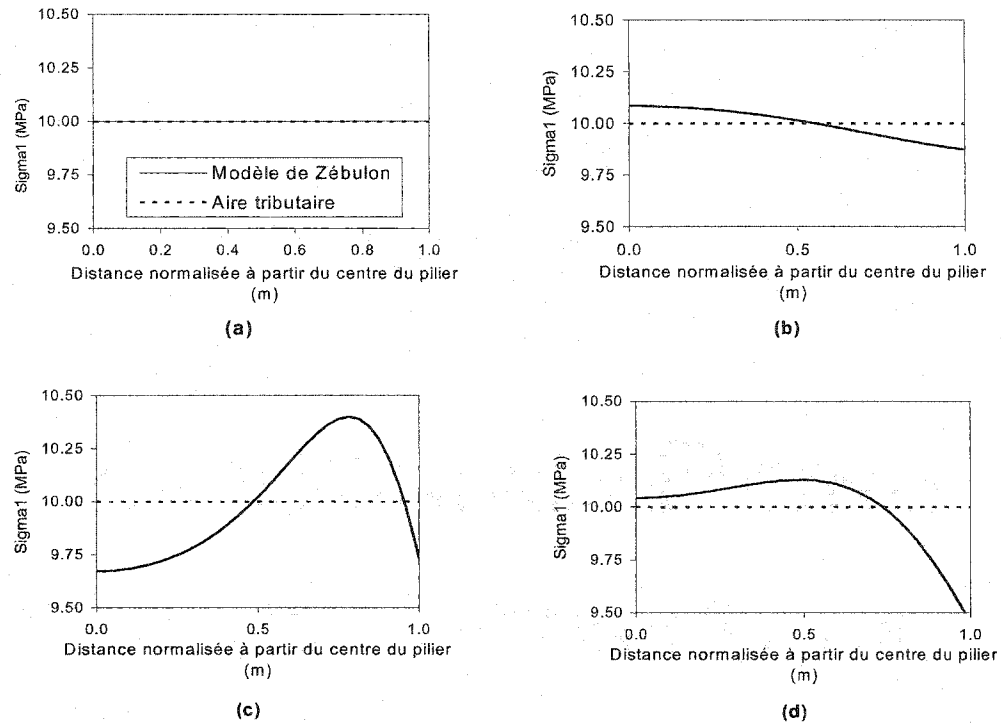
On présente dans cette section les résultats de simulations obtenus sur les modèles de piliers pour des élancements de 0.5, 1, 2 et 4. La distribution de contrainte est présentée pour trois niveaux dans le pilier, soit mihauteur, toit et sill tel qu'illustré à la figure 3.7. Le chargement appliqué au-dessus du pilier est  $P = 5$  MPa et les propriétés de base de la

roche sont  $E = 90 \text{ GPa}$  et  $\nu = 0.3$ . Les résultats obtenus avec le code ZéBuLoN sont ensuite comparés avec ceux de Hoek et Brown discutés précédemment.

#### Contrainte au centre du pilier

La distribution de contrainte au centre du pilier (niveau mihauteur) est moins en moins uniforme lorsque l'élancement du pilier diminue. De façon générale, l'ampleur de la redistribution de contrainte à l'intérieur du pilier est plus grande pour les élancements faibles, notamment 0.5 et 1. Pour le pilier présentant un élancement de 4 (fig.3.9a), on observe un état de contrainte similaire à un essai de compression uniaxiale sur une éprouvette. Néanmoins, on constate que la contrainte moyenne  $\sigma_p$  est de 10 MPa pour les quatre cas, un résultat qui correspond à ce qu'on obtient par la méthode des aires tributaires pour un taux de défruitement de 50% calculée avec l'équation 3.15. Il est à noter que ce taux de défruitement est le même pour les quatre modèles de pilier.

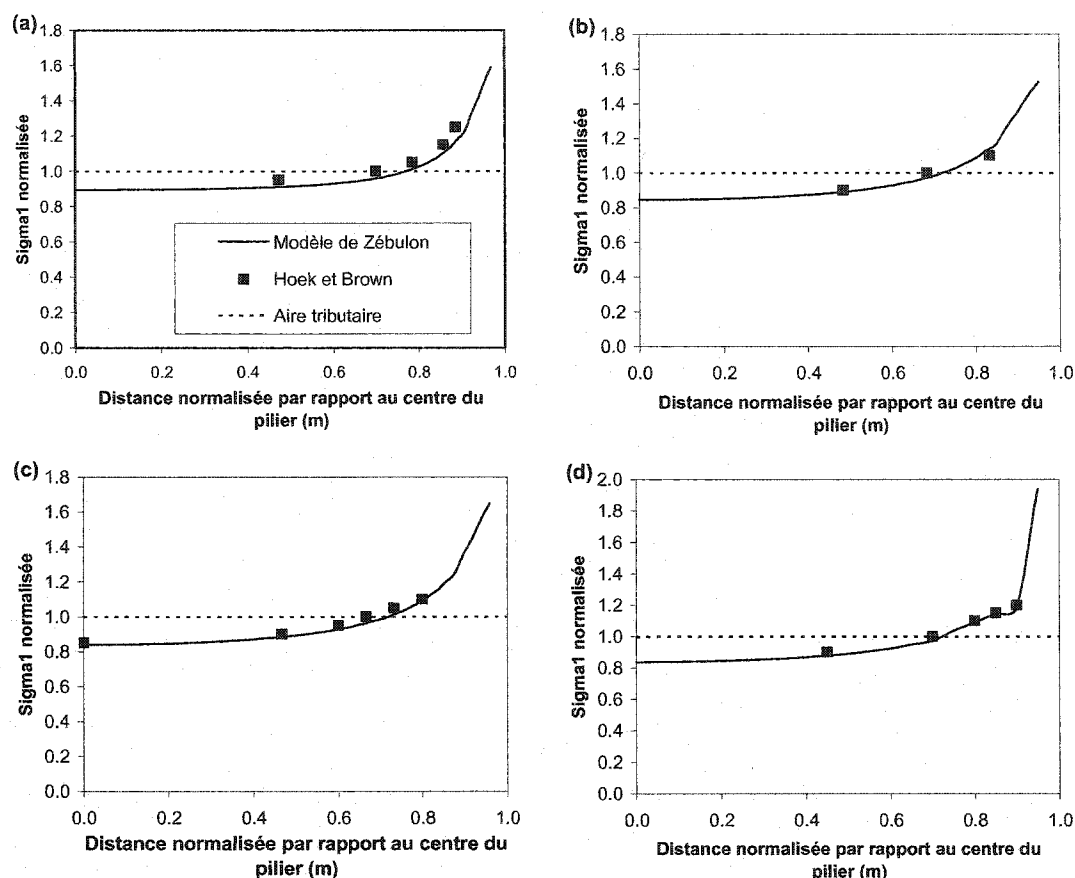
$$(3.15) \quad \sigma_p = \frac{P}{1 - TD} = \frac{5 \text{ MPa}}{1 - 0.5} = 10 \text{ MPa}$$



**Figure 3.9:** Distribution de la contrainte principale majeure (verticale) au centre d'un pilier ayant un élancement de: (a) 4; (b) 2; (c) 1; (d) 0.5.

### Contrainte au toit

La distribution de la contrainte principale majeure calculée au toit des piliers est présentée à la figure 3.10. Cette contrainte est normalisée par rapport à la contrainte moyenne au centre du pilier qui est de 10 MPa et préalablement estimée à l'aide de l'équation 3.15. La largeur des piliers est aussi normalisée de façon à la rendre unitaire.



**Figure 3.10:** Distribution de la contrainte principale majeure au toit du pilier comparée au résultats de Hoek et Brown pour des élancements de: (a) 4; (b) 2; (c) 1 et (d) 0.5.

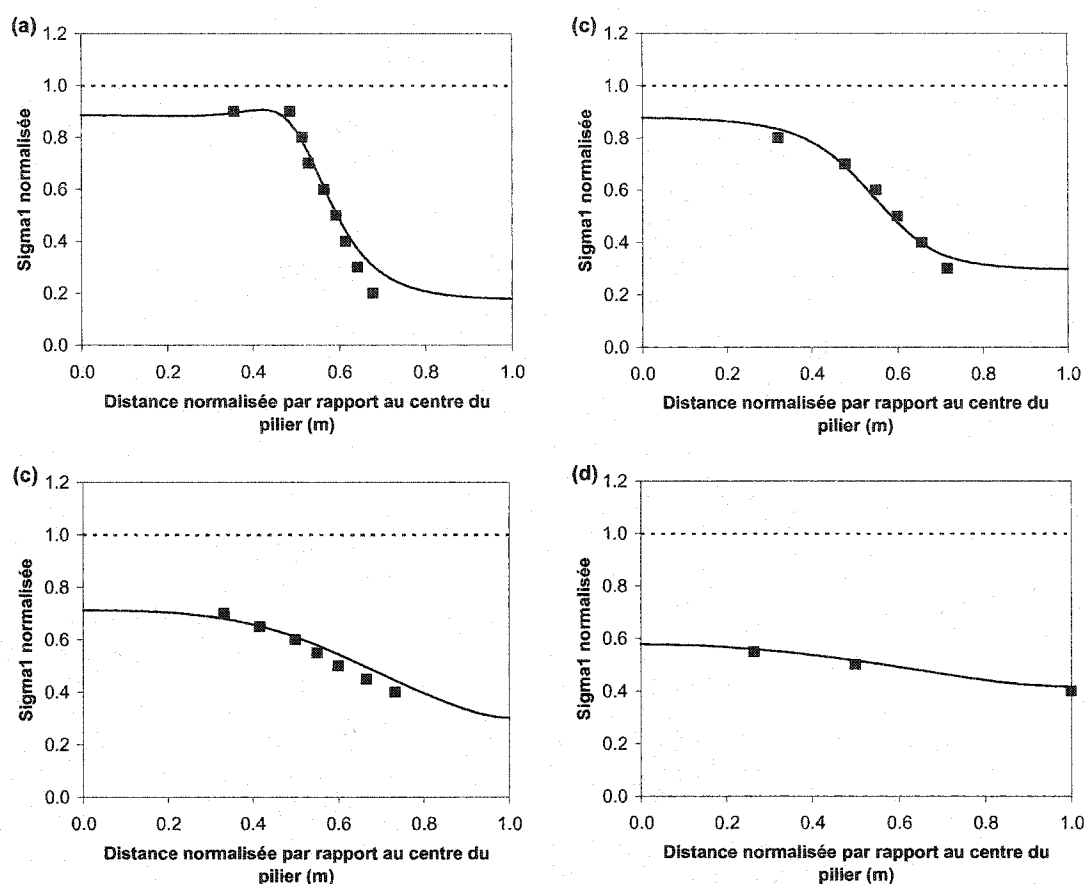
Il est intéressant de constater que la distribution de contrainte au toit des piliers à l'étude est pratiquement la même pour tous les cas. En effet, on observe une contrainte relativement stable sur les trois quarts de la largeur, avec une intensité de 0.8 (8 MPa). Une concentration de contrainte se produit dans le dernier quart de cette largeur. C'est d'ailleurs le seul endroit dans le pilier où on enregistre une contrainte plus élevée que la valeur prédite par la théorie des aires tributaires. Cette augmentation subite de la contrainte principale est vraisemblablement due aux contraintes de cisaillement qui agissent tout près du coin de pilier, au commencement de l'excavation. A cet endroit, les déplacements verticaux sont plus élevés, le pilier de niveau n'étant plus supporté. En

pratique, ceci entraîne généralement une détérioration de cette zone pouvant aller jusqu'à la rupture locale, tout dépendant des propriétés de la roche.

#### Contrainte au pilier de niveau (sill)

De la même façon que la contrainte au toit, on montre à la figure 3.11 les résultats obtenus pour la hauteur sill, située à l'intérieur du pilier de niveau (horizontal). Dans ce cas-ci, il y a des différences appréciables entre les distributions de contrainte des différents modèles de pilier. Contrairement aux résultats observés au centre du pilier (mihauteur), la contrainte est moins uniforme pour les grands élancements, soit 2 et 4. On voit clairement dans ces figures (3.11a et b) que l'excavation débute à la chute de la contrainte principale, soit à 0.5 m. La redistribution de contrainte semble très localisée autour du pilier. Par opposition, même si la contrainte est relativement uniforme pour les piliers plus trapus (élancement de 1 et 0.5), la zone affectée par l'effet de redistribution de contrainte a plus d'ampleur.

À la lumière de ces résultats, on a démontré que le code d'éléments finis permettait de retrouver les solutions tirées de Hoek et Brown (1980). Les différences observées découlent principalement du niveau de discrétisation du modèle de ZéBuLoN. Ce logiciel offre de meilleures possibilités en terme de temps de calcul que les codes moins récents tel que celui utilisé pour fin de comparaison. Aussi, on a établi un modèle qui servira de point de comparaison avec les modèles de piliers de sel analysés au chapitre 4.



**Figure 3.11:** Distribution de la contrainte principale majeure au sill du pilier comparée au résultats de Hoek et Brown pour des élancements de: (a) 4; (b) 2; (c) 1 et (d) 0.

Les simulations effectuées ici tiennent compte d'une roche au comportement élastique linéaire, généralement associé aux roches dures. Avant d'appliquer l'approche par éléments finis au sel gemme, il importe de présenter les modèles inélastiques qui seront utilisés pour décrire ce type de comportement.

## CHAPITRE 4 : MODÉLISATION DU COMPORTEMENT MÉCANIQUE DU SEL

L'analyse à l'aide d'une approche numérique, en particulier par la méthode des éléments finis, permet l'utilisation de modèles non-linéaires pour décrire le comportement du sel. Comme il a été mentionné au premier chapitre (section 2.3.4), les modèles à VEI présentent plusieurs avantages d'utilisation par rapport à des lois traditionnelles comme la loi de Norton (fluage stationnaire), ou encore une loi d'écrouissage ou de consolidation (fluage transitoire). Dans ce chapitre, on présente la démarche utilisée pour l'identification des paramètres pour le modèle  $SUVIC_{sh}$ , et pour les lois de Norton et d'écrouissage, pour un sel provenant de la mine d'Avery Island (Senseny et *al.*, 1993). Ce sel a été choisi car il s'agit d'un site bien connu et la caractérisation de cette roche est bien documentée. Dans un deuxième temps, des simulations numériques à long terme sur un cylindre à paroi épaisse et un pilier sont produites dans le but de démontrer certains avantages d'utilisation du modèle  $SUVIC_{sh}$  par rapport aux lois empiriques classiques décrivant les principales phases de fluage (transitoire et stationnaire).

### 4.1 IDENTIFICATION DES PARAMÈTRES

#### 4.1.2 $SUVIC_{sh}$

L'identification des paramètres d'un modèle comme  $SUVIC$ , décrit à la section 2.3.3, peut s'avérer une tâche ardue en raison de leur nombre, (équ.2.26-2.31) et aussi de leur signification physique. Pour y parvenir, Aubertin et *al.* (1999a) et Julien (1999) proposent une approche basée sur l'utilisation de résultats d'essais de laboratoire afin de cibler la contribution de chacun des paramètres, plutôt que d'utiliser une technique purement numérique (e.g. moindres carrés). Cette dernière méthode sera néanmoins utilisée pour raffiner les valeurs obtenues à l'aide des essais. On présente au tableau 4.1 l'ensemble des paramètres identifiés pour un sel provenant d'Avery Island à partir de résultats publiés par Senseny et *al.* (1993).

La démarche d'identification débute avec l'obtention d'un jeu de paramètres préliminaires (qui n'est pas présenté dans ce mémoire) découlant d'essais de laboratoire (Julien, 1999). Les principaux essais nécessaires sont fait en conditions CSR (*Constant Strain Rate*) et consistent en des cycles de chargement-déchargement afin de faire ressortir les effets d'écrouissage mixte sur le matériau ainsi que la réponse durant la phase transitoire d'écoulement. Aussi, des essais de fluage pour plusieurs niveaux de contrainte permettent de caractériser l'écrouissage à long terme et l'état stationnaire.

Parmi les paramètres du tableau 4.1,  $E$  et  $\nu$  s'obtiennent à partir de la partie élastique de l'essai (au déchargement). On considère ici que la limite élastique est très faible pour le sel,  $\sigma_y < 1$  MPa, de sorte que l'on pose  $\sigma_y \approx 0$ . Les paramètres  $A$ ,  $m$ ,  $n$ ,  $N$ ,  $\dot{\epsilon}_0$  et  $\sigma_0$  s'obtiennent durant la phase stationnaire. La phase transitoire permet de déterminer les paramètres  $A_{1s}$ ,  $A_{1l}$ ,  $A_{2s}$ ,  $A_{2l}$ ,  $A_3$ ,  $A_4$ ,  $A_5$ ,  $A_6$ ,  $B_{0s}$ ,  $B_{0l}$ ,  $R_0$ . La valeur des exposants  $p$ ,  $q$  et  $u$  est fixée à 2. Dans le modèle, les constantes  $A_{1s}$ ,  $A_{1l}$ ,  $A_3$ , et  $A_5$  sont utilisées dans les termes de restauration dynamique tandis que les valeurs  $A_{2s}$ ,  $A_{2l}$ ,  $A_4$  et  $A_6$  servent dans les termes de restauration statique. En comparant les valeurs numériques des constantes de restauration dynamique par rapport à la restauration statique, on constate qu'à température ambiante, l'écrouissage engendré par la déformation est beaucoup plus important.

À partir des valeurs préliminaires estimées lors de cette analyse des courbes expérimentales, une identification plus particulière est faite à l'aide du logiciel SIDOLO (Pilvin, 1988). Ce code programmé en langage FORTRAN permet, à partir de résultats expérimentaux, d'optimiser les paramètres pour un modèle complexe comme  $SUVIC_{sh}$ . Le logiciel génère des courbes décrivant les réponses à différents types d'essais spécifiés par l'utilisateur. Pour l'identification comme telle, l'algorithme est basée sur une minimisation des moindres carrés des différences observées entre les points expérimentaux et ces courbes simulées, à laquelle sont ajouté les contraintes (inégalités)

à respecter durant le processus d'optimisation (Yahya et *al.*, 2000). Le processus est répété jusqu'à ce que le ou les critères d'arrêts spécifiés soient atteints. Les paramètres présentés dans le tableau 4.1 ont été déterminés suite à ce processus d'optimisation.

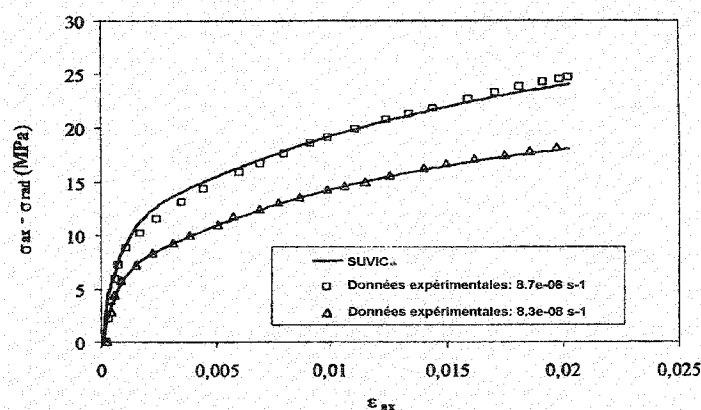
Tableau 4.1: Paramètres du modèle  $SUVIC_{sh}$  obtenus pour le sel d'Avery Island (Yahya et *al.*, 2000)

PARAMÈTRES	VALEURS	PARAMÈTRES	VALEURS
E	31000 MPa	$A_6$	$0.543 \times 10^{-13} \text{ MPa s}^{-1}$
$\nu$	0.38	$B_{0s}$	1.47 MPa
A	$0.176 \times 10^{-5} \text{ s}^{-1}$	$B_{0l}$	3.37 MPa
$A_{1s}$	20395 MPa	$R_0$	3.04 MPa
$A_{1l}$	1218 MPa	$\sigma_0$	9.15 MPa
$A_{2s}$	$0.104 \times 10^{-2} \text{ MPa s}^{-1}$	$\dot{\epsilon}_0$	$0.135 \times 10^{-10} \text{ s}^{-1}$
$A_{2l}$	$0.458 \times 10^{-15} \text{ MPa s}^{-1}$	N	4
$A_3$	95 MPa	N	3
$A_4$	$0.456 \times 10^{-8} \text{ MPa s}^{-1}$	M	1
$A_5$	27 MPa	$p = q = u$	2

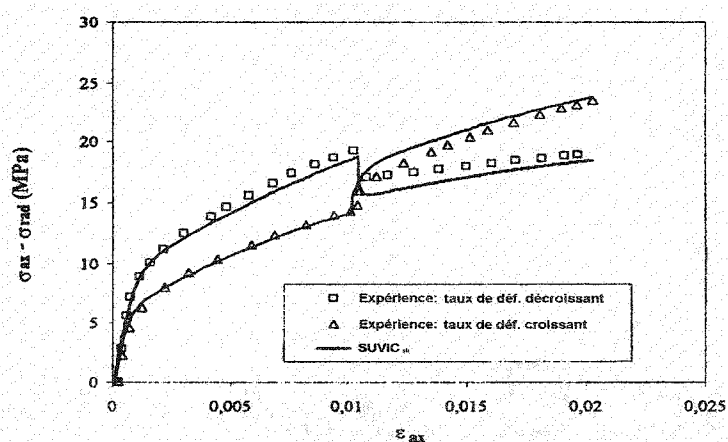
On voit aux figures 4.1, 4.2 et 4.3 des essais CSR et des essais de fluage qui sont reproduits à l'aide de ces paramètres. Le modèle est efficace pour des taux de déformation lents et rapides (figure 4.1). Les essais en conditions CSR de la figure 4.2 nous montrent que le modèle a également la capacité de décrire les changements brusques de conditions de chargement, phénomène que l'on observe aussi à la figure 4.3 où on fait varier la charge lors d'essais de fluage. Les trois figures démontrent aussi que le modèle décrit adéquatement la phase de déformation transitoire (non-linéaire) observée en laboratoire. Dans ces figures,  $\sigma_{ax}$  est la contrainte dans l'axe de l'échantillon,  $\sigma_{rad}$  la contrainte de confinement et  $\epsilon_{ax}$  la déformation dans l'axe de l'échantillon.

L'importance de décrire des comportements comme ceux présentés aux figures 4.2 et 4.3 vient du fait que ce type de variation de l'état de contrainte est susceptible de se produire sur les structures minières telles que les piliers en cours d'exploitation. La création de

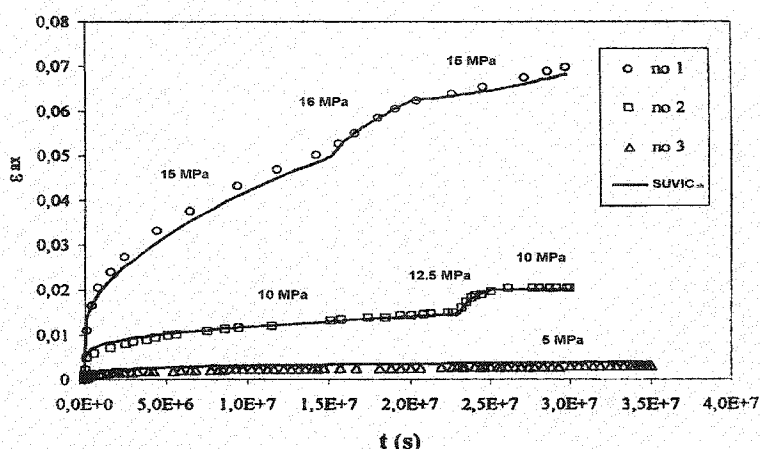
nouvelles excavations, et par conséquent l'extraction de matériau compétent, modifie le champ de contrainte dans le massif. Cette modification donne lieu à une augmentation relativement rapide (par rapport à durée de vie de l'excavation) de la contrainte ou du taux de déformation.



**Figure 4.1:** Comparaison entre la réponse calculée et observée durant des essais CSR pour un taux de déformation élevé ( $8.7 \times 10^{-6} \text{ s}^{-1}$ ) et lent ( $8.3 \times 10^{-8} \text{ s}^{-1}$ ) sur un échantillon de sel d'Avery Island (tiré de Yahya et *al.*, 2000)



**Figure 4.2:** Comparaison entre la réponse calculée et observée durant des essais CSR avec changements brusques du taux de déformation pour un échantillon de sel d'Avery Island (durée de l'essai 33.3 heures) (tiré de Yahya et *al.*, 2000)



**Figure 4.3:** Comparaison entre la réponse calculée et observée des échantillons de sel d'Avery Island durant trois essais de fluage (no 1, 2 et 3) (à contrainte constante) à différents niveaux de contrainte déviatorique ( $\sigma_{ax} - \sigma_{rad}$ ) (tiré de Yahya et *al.*, 2000).

À la lumière de ces résultats, on considère que le modèle  $SUVIC_{sh}$  est représentatif du comportement du sel gemme et par conséquent, il servira de base de comparaison pour les autres modèles décrits dans ce qui suit.

#### 4.1.2 Loi de Norton

Le modèle de fluage de Norton tel que décrit au premier chapitre (équ.2.11) est largement utilisé dans la conception d'ouvrages miniers en massifs de sel (e.g. de Menezes et *al.*, 1996; Van Sambeek, 1996; Patchet et *al.*, 2001). Comme il a été mentionné précédemment (section 2.3.4), ce modèle permet uniquement de représenter la phase de déformation stationnaire.

Étant donné que le chargement d'une structure minière subit constamment des variations, dues notamment à la création de nouvelles excavations et à l'avancement de celles-ci, on peut penser que l'écoulement qui survient est principalement de type transitoire et non stationnaire. La loi de Norton négligeant cette phase de déformation, l'ampleur des

déformations observées avec un modèle comme  $SUVIC_{sh}$ , qui lui décrit à la fois les phases transitoire et stationnaire, n'est pas comparable à celle issue d'un modèle aussi limité. Comme le montre la figure 4.4, une approche utilisée par certains auteurs pour palier ce défaut de la loi de Norton est d'imposer une déformation initiale instantanée  $\varepsilon^0$  à l'équation du taux de fluage stationnaire, ce qui permet de se rapprocher du comportement réel (Hardy, 1982). Selon cette approche, la déformation initiale inclue la déformation élastique (instantanée) ainsi qu'une partie de la déformation en phase transitoire (considérée comme quasi-instantanée).

Mathématiquement, si on néglige la déformation plastique instantanée et la déformation en phase de fluage tertiaire (aucun endommagement), on peut écrire:

$$(4.1) \quad \varepsilon_{tot} = \varepsilon^e + \varepsilon^c = (\varepsilon^e + \varepsilon_t^c) + \varepsilon_s^c = \varepsilon^0 + \varepsilon_s^c$$

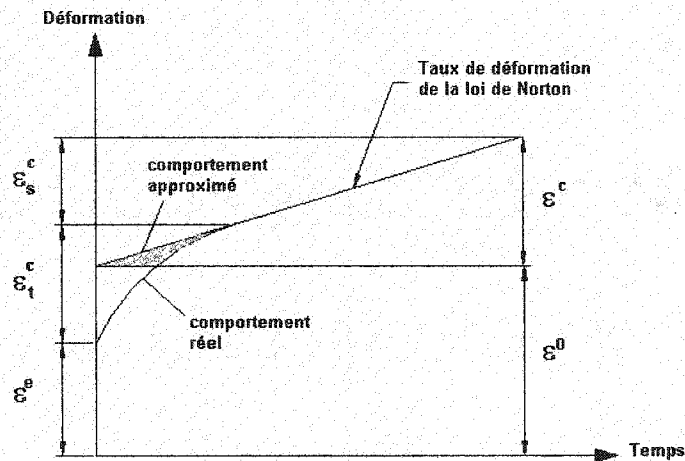
où  $\varepsilon_{tot}$ ,  $\varepsilon^e$ ,  $\varepsilon_t^c$  et  $\varepsilon_s^c$  représentent respectivement la déformation totale, différée, différée en phase transitoire et différée en phase stationnaire. La relation 4.1 est en fait approximative car comme le montre la figure 4.4, la déformation stationnaire enregistrée lors d'un essai de fluage inclut une partie de la déformation transitoire observée en réalité (secteur hachurée). Ainsi, la droite représentant l'approximation de la déformation différée a comme ordonnée à l'origine  $\varepsilon^0$  et elle évolue selon une loi de puissance (Norton).

Concrètement, la modélisation du sel à l'aide de cette approche nécessite l'utilisation de d'un modèle de comportement couplant l'élasticité non-linéaire pour évaluer  $\varepsilon^0$  et une loi de puissance. Comme le montrent les figure 4.5a, b et c représentant des essais de fluage simulés à l'aide de  $SIDOLO$  pour le modèle  $SUVIC_{sh}$ , le modèle de Norton classique a été couplé à une déformation initiale qui varie selon le niveau de contrainte. La stratégie

adoptée ici est donc de poser  $\varepsilon^0 = \varepsilon^e$  et d'imposer une dégradation du module de Young (similaire à un endommagement élastique) selon l'intensité de la contrainte. On aurait par exemple la relation suivante:

$$(4.2) \quad \varepsilon^0 = \varepsilon^e = \frac{\sigma}{E} = \frac{\sigma}{f(\sigma)}$$

où  $\sigma$  est la contrainte appliquée et  $f(\sigma)$  est une fonction de la contrainte appliquée définissant le module de Young  $E$ . Cette fonction décroît de façon non-linéaire par rapport à la contrainte  $\sigma$ .



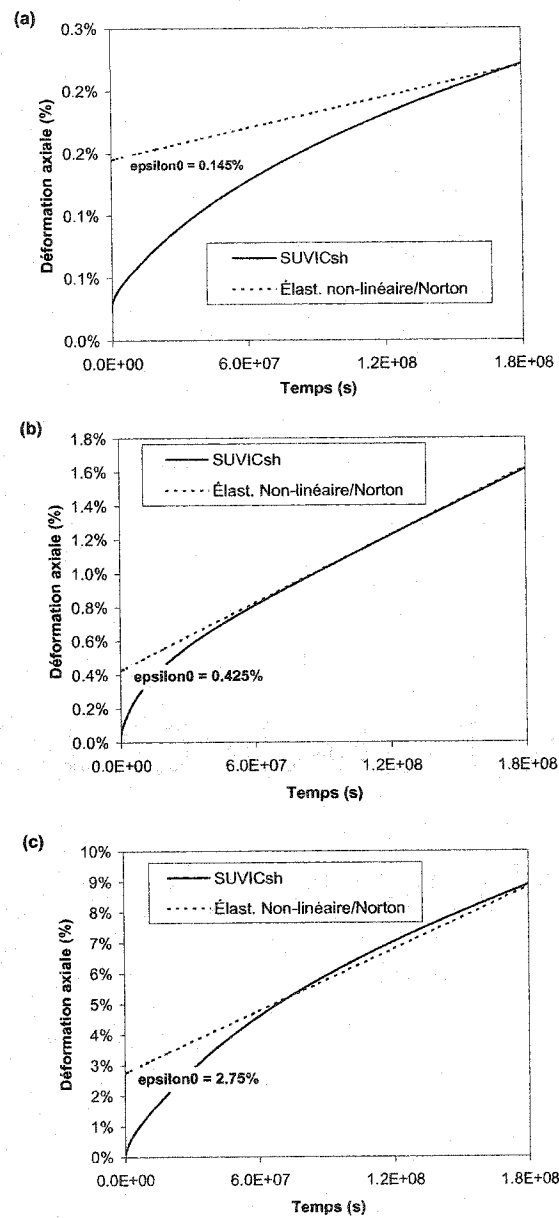
**Figure 4.4:** Schématisation du comportement différé à contrainte constante représenté à l'aide de l'élasticité non-linéaire (pour  $\varepsilon^0$ ) et d'une loi de puissance de type Norton (pour  $\varepsilon^c$ ) (adapté de Hardy, 1982)

Pour ce qui est de la loi de puissance qui représente la déformation différée stationnaire, on a deux paramètres à déterminer soit  $K$  et  $n$ . On identifie ces paramètres en faisant correspondre le taux de fluage de la loi de Norton avec celui prédit avec le modèle  $SUVIC_{sh}$  tel que formulée à l'équation 4.3. Comme on peut le voir à la figure 4.6, en portant les deux expressions sur un graphique à échelle logarithmique, on arrive à

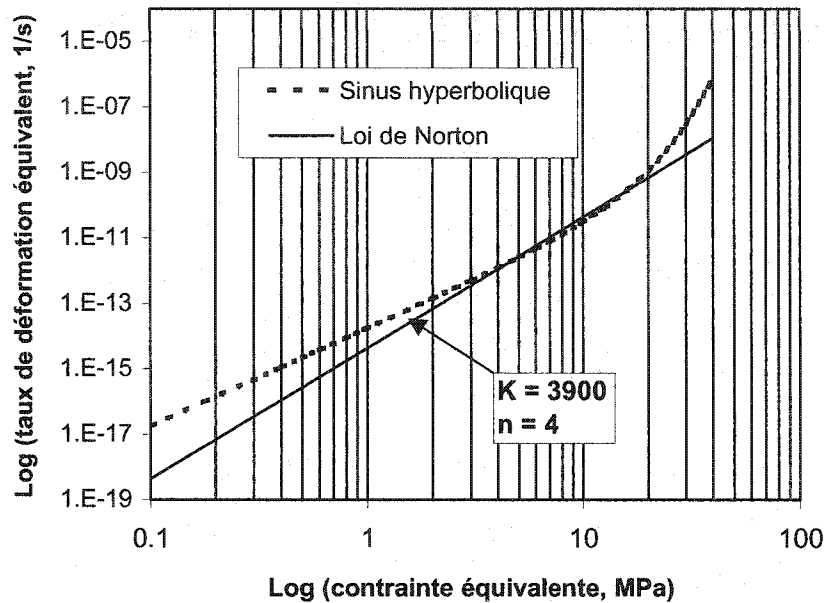
identifier un jeu de paramètres relativement adéquats pour l'état de contrainte variant de 5 à 20 MPa.

$$(4.3) \quad \dot{\epsilon}_e = \dot{\epsilon}_0 \sinh^n \left( \frac{\sigma'_e}{\sigma_0} \right)$$

Dans cette équation,  $\dot{\epsilon}_0$ ,  $n$  et  $\sigma_0$  sont des constantes de la roche identifiées au tableau 3.1 et  $\sigma'_e$  est la contrainte équivalente à saturation des variables d'état interne. Il est à noter que l'exposant  $n$  de Norton (équ.2.11) et de la fonction du sinus hyperbolique (équ.4.3) ne sont pas identiques pour l'état de contrainte visé sur la figure 4.6.



**Figure 4.5:** Ajustement du modèle d'élasticité non-linéaire/Norton au modèle  $SUVIC_{sh}$  pour des essais de fluage sur des échantillons de sel d'Avery Island pour trois contraintes différentes: (a) 5 MPa ( $E=3.45$  GPa); (b) 10 MPa ( $E=2.35$  GPa) et (c) 15 MPa ( $E=0.55$  GPa). Les paramètres identifiés de la loi de Norton étant  $K = 3900$  et  $n = 4$ .



**Figure 4.6:** Comparaison de la loi de Norton et de la loi en sinus hyperbolique représentant l'état stationnaire de fluage pour le modèle  $SUVIC_{sh}$  dans un intervalle de contrainte de 5 à 20 MPa.

L'approche de modélisation utilisant l'élasticité non-linéaire présente cependant plusieurs inconvénients. D'une part, ce type de modèle peut sous-estimer les déformations inélastiques qui surviennent dans les structures de roche car la déformation correspondant à  $\epsilon^0$  est considérée comme récupérable. En ce sens, cette estimation permet d'obtenir une borne inférieure de la déformation totale, et par conséquent d'une représentativité restreinte pour la conception d'ouvrage tels que des piliers en massif de sel.

La modélisation de l'élasticité non-linéaire [pseudo]instantanée pose aussi quelques problèmes d'ordre mathématique dans la méthode des éléments finis. Le module de Young étant nécessaire au calcul de la contrainte, il devient difficile de résoudre une relation de récurrence de type  $E = fct(\sigma)$ . Plusieurs auteurs choisissent de négliger ce terme pour des applications à long terme en raison de cette difficulté. Par contre, pour

des ouvrages miniers qui ont une vie utile relativement courte (en comparaison des sites d'enfouissement de déchets nucléaires par exemple), on ne peut faire cette simplification du comportement.

La description de cette approche de modélisation est présentée pour mettre en relief certaines limitations de la loi de Norton. Lorsqu'on utilise uniquement l'écoulement stationnaire avec l'élasticité linéaire, on constate qu'une portion importante de la déformation est négligée (soit la phase transitoire). Avec l'utilisation de la loi de Norton couplée à l'élasticité non-linéaire, on cherche à modéliser la déformation totale. Or l'intérêt d'utiliser des modèles de fluage pour représenter le comportement viscoplastique est de décrire l'ensemble des déformations inélastiques, comme on peut le faire avec une approche à VEI. Pour ces raisons, seule l'évolution des contraintes sera considérée lors des calculs avec le modèle de Norton, qui est utilisé ici sans module d'élasticité non-linéaire. Les paramètres identifiés pour ce modèle sont résumés au tableau 4.2. On optera plutôt pour un modèle de *Strain Hardening* pour l'analyse des déformations transitoires.

Tableau 4.2: Paramètres du modèle Norton retenus pour le sel d'Avery Island

PARAMÈTRES	VALEURS
E	31000 MPa
$\nu$	0.38
K	3900
n	4

#### 4.1.2 Loi d'écrouissage modifiée (*Strain hardening*)

La loi d'écrouissage par la déformation est un modèle empirique servant à décrire le fluage transitoire sur les matériaux. Telle que présentée au premier chapitre (équ.2.8),

cette relation décrit usuellement l'évolution de la déformation inélastique comme proportionnelle à la contrainte élevée à la puissance  $n$ , multipliée par une fonction de puissance de la déformation inélastique cumulée.

Dans ce mémoire, on utilise une version alternative du modèle classique de *Strain Hardening* (SH) qui est en fait une simplification du modèle  $SUVIC_{sh}$ . En effet, lorsque l'on dépouille  $SUVIC_{sh}$  des contraintes internes d'écrouissage cinématique et isotrope (respectivement  $B_{ij}$  et  $R$ ), et que l'on fait fi de la restauration statique (de la même façon que l'on négligerait  $f(T)$  dans l'équation 2.8), on obtient alors une loi d'écrouissage relativement simple. Comme le montre l'équation 4.4, le tenseur du taux de déformation inélastique  $\dot{\epsilon}_{ij}^i$  est fonction du déviateur de contrainte,  $S_{ij}$ , à la puissance  $N$  et aussi inversement proportionnel à une variable  $K$  qui évolue selon la relation 4.5. Ce qui différencie le modèle SH d'une loi de type Norton est que le terme  $K$  évolue en fonction du taux de déformation inélastique équivalente,  $\dot{\epsilon}_e^i$ , permettant ainsi de décrire l'écrouissage jusqu'à l'état stationnaire, mais sans restauration statique.

$$(4.4) \quad \dot{\epsilon}_{ij}^i = A^* \left\langle \frac{\sqrt{3/2} \|S_{ij}\|}{K} \right\rangle^{N^*} \frac{3}{2} \frac{S_{ij}}{\|S_{ij}\|}$$

$$(4.5) \quad \dot{K} = A_5^* \left( 1 - \frac{K}{K'} \right) \dot{\epsilon}_e^i$$

$$(4.6) \quad K' = \frac{\sigma_0^* a^* \sinh \left( \frac{\dot{\epsilon}_e^i}{\dot{\epsilon}_0^*} \right)^{1/n^*}}{\left( \frac{\dot{\epsilon}_e^i}{A^*} \right)^{1/N^*}}$$

où  $A^*$ ,  $A_5^*$ ,  $a^*$ ,  $\sigma_0^*$ ,  $\dot{\epsilon}_0^*$ ,  $N^*$  et  $n^*$  sont des constantes du matériau et  $K$  une variable représentant l'écrouissage. La valeur de  $K'$  représente la variable  $K$  à saturation.

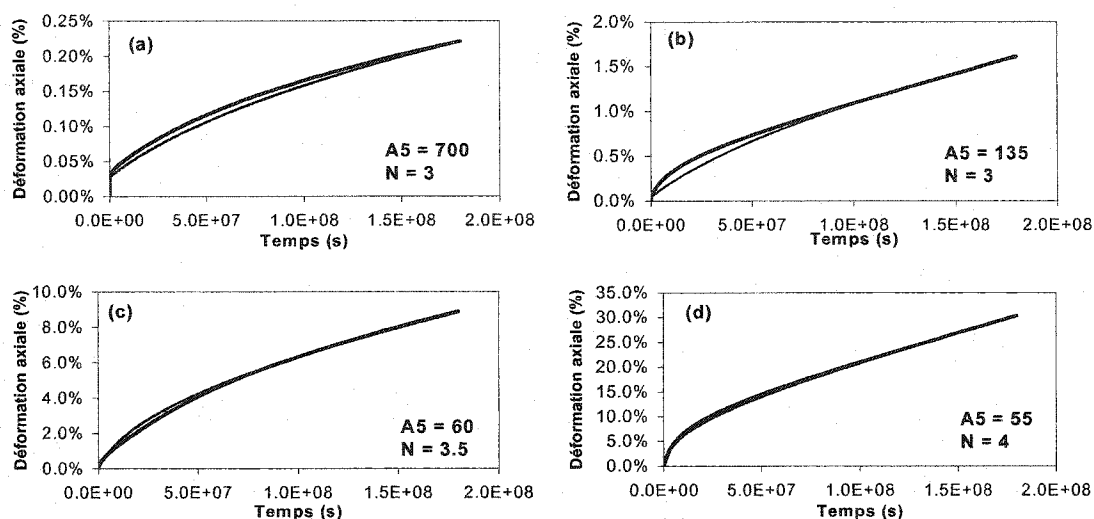
Étant donné que ce genre de modèle a une représentativité très variable selon le niveau de contrainte, la méthode d'identification requiert une connaissance approximative de l'état de contrainte anticipé. On peut alors, en faisant varier seulement les paramètres  $A_5$  et  $N$ , pondérer le jeu de paramètres en fonction de la contrainte. Pour illustrer ceci, on voit à la figure 4.7 des essais de fluages simulés avec  $SUVIC_{sh}$  et SH pour quatre niveaux de contraintes différents, soit 5, 10, 15 et 20 MPa. Ces essais simulés sont d'une durée arbitraire d'environ 6 ans (180 Msec). Pour produire ces courbes, on a fait varier les paramètres  $A_5$  et  $N$  des équations 4.5 à 4.6 tel qu'indiqué sur chaque figure, ce qui permet de reproduire assez bien la réponse obtenue avec  $SUVIC_{sh}$ . Rappelons que cette dernière est considérée comme représentative du comportement du sel gemme. Les autres paramètres du modèle, présentés au tableau 4.3, demeurent constants.

**Tableau 4.3:** Paramètres constants du modèle SH obtenus pour le sel d'Avery Island (voir simulations à la figure 3.7)

PARAMÈTRES	VALEURS
$E^*$	31000 MPa
$\nu^*$	0.38
$A^*$	$0.176 \times 10^{-12} \text{ s}^{-1}$
$N^*$	3
$\sigma_0^*$	9.15 MPa
$\dot{\epsilon}_0^*$	$0.135 \times 10^{-10} \text{ s}^{-1}$
$B_{0s}^*$ , $B_{0l}^*$ , $R_0^*$ , $m^*$	0

Il est à noter que dans les essais simulés qui suivent, la valeur de la constante  $A$  du modèle  $SUVIC_{sh}$  et SH a été réduite à  $0.176 \times 10^{-12}$ . L'utilisation de la valeur identifiée à la section 3.1.1 ( $0.176 \times 10^{-5}$ ) résulte en des déformations trop élevées pour la durée des

simulations produites dans ce mémoire. Cette modification nous permet de demeurer dans le cadre théorique des petites déformations qui néglige le changement de géométrie de l'élément.



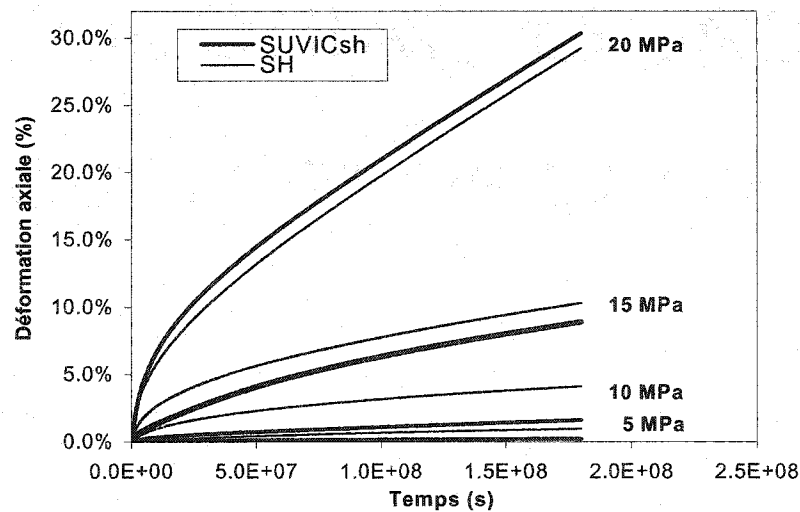
**Figure 4.7 :** Comparaison entre la réponse du modèle SH à celle du modèle SUVIC<sub>sh</sub> pour des essais de fluage simulés sur des échantillons du sel d'Avery Island à différents niveaux de  $\sigma_e$ : (a) 5 MPa; (b) 10 MPa; (c) 15 MPa; et (d) 20 MPa.  
(SH ——— SUVIC<sub>sh</sub> ——— )

Les résultats de la figure 4.7 nous montrent que l'utilisation d'un jeu de paramètres ajusté selon l'état de contrainte permet une bonne correspondance avec les essais simulés. En pratique, on anticipe habituellement un état de contrainte très variable, surtout dans les piliers de mine. On utilise alors un jeu de paramètres correspondant à l'état de contrainte le plus élevé susceptible d'être rencontré dans la structure. Les résultats ainsi obtenus décrivent bien en général les déformations les plus importantes. À titre d'exemple, on voit à la figure 4.8 une comparaison entre les essais simulés avec SUVIC<sub>sh</sub> et le modèle SH défini à l'aide d'un jeu de paramètre présenté au tableau 4.4. Ces paramètres ont été déterminés pour une contrainte entre 15 et 20 MPa.

Étant donné que les états de contraintes plus élevés engendrent des déformations qui le sont tout autant, il est plus conservateur d'utiliser une telle approche dans la détermination d'un jeu de coefficients pour le modèle SH.

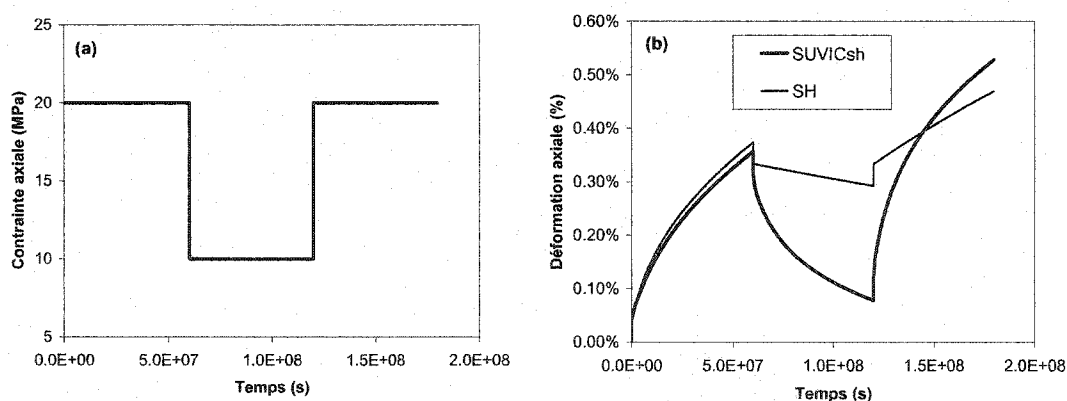
**Tableau 4.4:** Jeu de paramètres du modèle SH obtenus pour le sel d'Avery Island identifié pour 15-20 MPa (voir simulations à la figure 3.8)

PARAMÈTRES	VALEURS
$E^*$	31000 MPa
$\nu^*$	0.38
$A^*$	$0.176 \times 10^{-12} \text{ s}^{-1}$
$A_5^*$	70 MPa
$N^*$	4
$N^*$	3
$\sigma_0^*$	9.15 MPa
$\dot{\epsilon}_0^*$	$0.135 \times 10^{-10} \text{ s}^{-1}$
$B_{0s}^*, B_{0l}^*, R_0^*, m^*$	0



**Figure 4.8:** Comparaison entre la réponse du modèle SH avec un jeu de paramètres unique (tableau 4.4) à celle du modèle  $SUVIC_{sh}$  pour des essais de fluage simulés sur des échantillons du sel d'Avery Island à différents niveaux de contrainte équivalente  $\sigma_e$ .

Il est important de mentionner que l'écrouissage par la déformation décrit à la figure 4.8 par le modèle SH est de type isotrope et n'est valable qu'en condition de chargement monotone. Lorsque le chargement se renverse, ou lorsque l'on crée un cycle de chargement-déchargement, le modèle SH n'est plus en mesure de décrire adéquatement le comportement de la roche. Pour illustrer ceci, prenons l'essai simulé de la figure 4.7a, où on appliquait une contrainte équivalente de 5 MPa avec une pression hydrostatique de 15 MPa, soit  $\sigma_x = \sigma_y = 15$  MPa et  $\sigma_{ax} = 20$  MPa, où  $x$  et  $y$  sont les axes du plan horizontal et  $z$  dans l'axe de l'échantillon. À la figure 4.9, on présente le même type d'essai mais avec une relaxation de la contrainte axiale entre 60 et 120 Msec. Tel qu'illustré à la figure 4.9a, de façon à provoquer une extension axiale. La contrainte équivalente demeure la même tout le long de l'essai soit  $\sigma_e = 5$  MPa. On constate que pour les deux modèles, la contrainte élastique est récupérée (à 60 Ms) mais dans le cas de la courbe SH, la phase transitoire nouvellement inversée n'est pas décrite adéquatement. Ceci a pour effet d'induire une erreur significative lors du rétablissement de l'état de contrainte initiale (à 120 Ms). Il est à noter que cet aspect a déjà été discuté par Aubertin et *al.* (1999a)

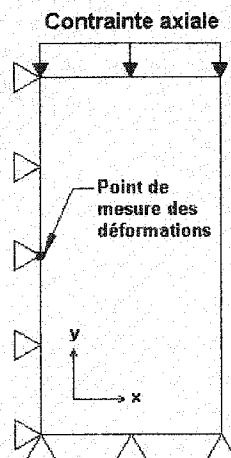


**Figure 4.9 :** Simulation d'un essai triaxial sur un échantillon de sel d'Avery Island avec une contrainte hydrostatique de 15 MPa: et une contrainte équivalente de 5 MPa: (a) cheminement de la contrainte axiale appliquée en fonction du temps; (b) comparaison de la déformation axiale en fonction du temps obtenus avec  $SUVIC_{sh}$  et le modèle SH.

## 4.2 SIMULATIONS SUR PILIER UNIAXIAL

Avant d'utiliser les modèles développés à partir d'essais de laboratoires pour modéliser des structures minières et ainsi établir des comparaisons, on doit les tester sur une structure simple. Cette simulation a comme principal objectif de tester l'applicabilité du modèle SH et de vérifier sa correspondance avec la réponse simulée avec  $SUVIC_{sh}$ . On fait aussi ces simulations avec le modèle Norton sans module d'élasticité non-linéaire. Le modèle de pilier uniaxial présenté à la figure 4.10 construit avec ZéBuLoN est utilisé à cette fin. Le modèle construit représente une moitié du pilier, ayant un axe de symétrie verticale. Cette structure produit un état de contrainte uniforme sous un chargement uniaxial ce qui permet de se rapprocher des conditions de laboratoire.

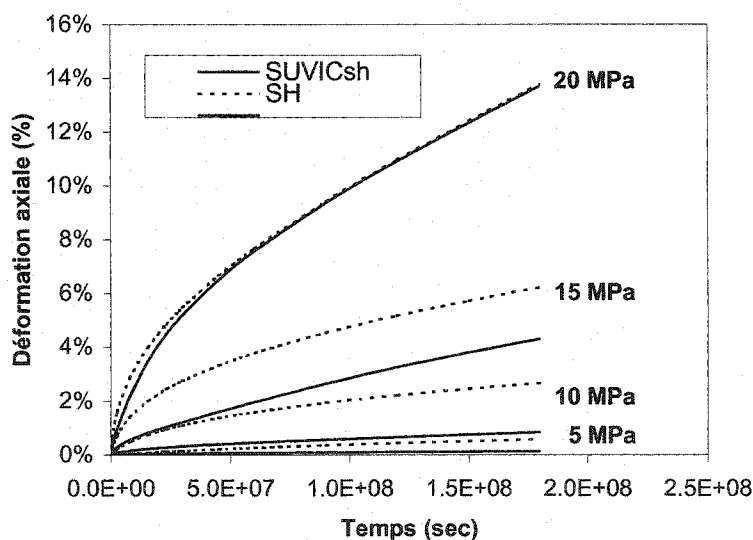
Les résultats obtenus lors de ces simulations sont montrés aux figures 4.11 et 4.12, où on présente respectivement une comparaison de la déformation axiale enregistrée au point de mesure en fonction du temps entre les modèles  $SUVIC_{sh}$  et SH, suivi du même type de comparaison entre les modèle  $SUVIC_{sh}$  et Norton. Le point de mesure est situé en plein centre du pilier, près de l'axe de symétrie verticale tel qu'illustré à la figure 4.10.



**Figure 4.10:** Modèle du pilier chargé de façon uniaxiale avec deux axes de symétrie dans les directions  $x$  et  $y$  avec la localisation du point de mesure établissant la comparaison entre les modèles de comportement.

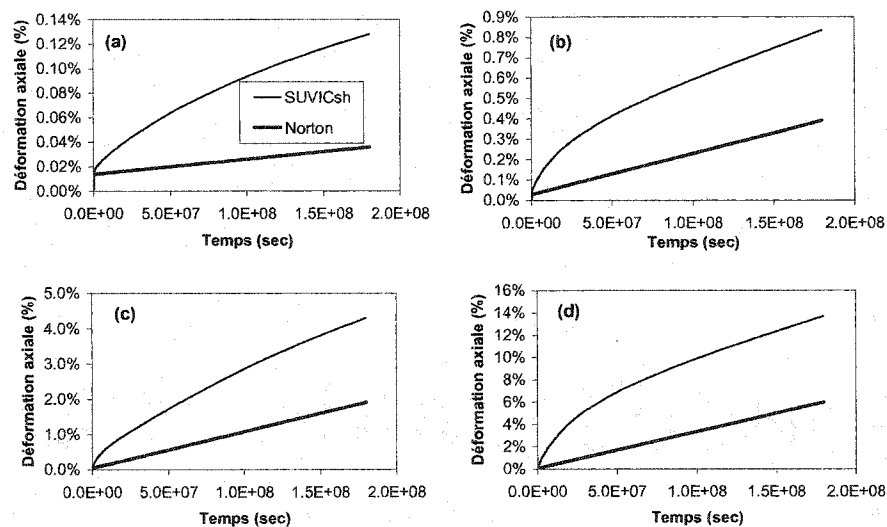
Les résultats des simulations de la figure 4.11 nous montrent une meilleure correspondance avec  $SUVIC_{sh}$  à contrainte plus élevée tout comme c'était le cas avec les essais simulés de la figure 4.8. Le choix du jeu de paramètres retenus présente l'avantage de ne pas sous-estimer les déformations. De plus, on peut bien observer l'effet d'écrouissage dans les courbes du modèle SH.

Pour ce qui est de la figure 4.12 présentant plus particulièrement les résultats obtenus avec le modèle de Norton avec le jeu de paramètres du tableau 4.2, on voit que la déformation est systématiquement sous-estimée. Contrairement au modèle SH et  $SUVIC_{sh}$ , le modèle Norton ne présente aucun écrouissage, étant un modèle stationnaire, linéaire dans les plans du  $\log\sigma$ - $\log\dot{\epsilon}$  et  $\dot{\epsilon}$ - $t$



**Figure 4.11:** Comparaison de la déformation axiale enregistrée pour un chargement d'une durée de 5.7 années sur un pilier uniaxial pour le modèle SH et  $SUVIC_{ch}$  à différents niveaux de contrainte: (a) 5MPa; (b) 10 MPa; (c) 15 MPa et (d) 20 MPa. (paramètres aux tableaux 4.1 et 4.4)

Il est à noter que ces simulations nous indiquent qu'à partir d'environ 100 Msec (3.2 ans) pour une contrainte équivalente de 20 MPa, les déformations sont trop grandes ( $>10\%$ ) et ce changement de géométrie entraîne une incertitude quant aux contraintes calculées. Lors du calcul de la contrainte, le code d'éléments finis calcule la contrainte en considérant une force divisée par une surface qui est la même tout le long de la simulation. Lorsque le corps modélisé se déforme, en théorie, l'aire d'application de la force devrait changer. Or dans la théorie des petites déformations, on néglige ce changement de géométrie en autant qu'il demeure petit par rapport au corps lui-même. Pour cette raison, on fixe ici 10% comme limite de déformation relative au-delà de laquelle on a une incertitude.



**Figure 4.12:** Comparaison de la déformation axiale enregistrée pour un chargement d'une durée de 5.7 années sur un pilier uniaxial pour le modèle Norton et SUVIC<sub>ch</sub> à différents niveaux de contrainte: (a) 5MPa; (b) 10 MPa; (c) 15 MPa et (d) 20 MPa (paramètres aux tableaux 4.1 et 4.2)

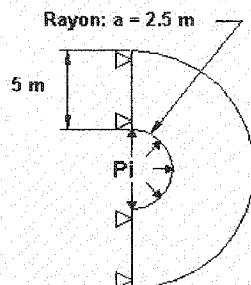
### 4.3 SIMULATIONS SUR CYLINDRE À PAROI ÉPAISSE

La géométrie du cylindre à paroi épaisse présente l'avantage d'avoir une solution analytique connue pour plusieurs types de comportements, notamment le modèle élastique linéaire et la loi de puissance de type Norton. Le modèle de cylindre chargé d'une pression interne tel que montré à la figure 4.13 est utile non seulement pour évaluer la fiabilité d'un code d'éléments finis mais aussi pour analyser la redistribution de contrainte autour d'une excavation (Julien, 1999). Pour les applications d'entreposage de gaz comprimés, la géométrie des cavernes créée par dissolution est, dans certains cas, quasi-circulaire, en plus d'être soumise à une pression interne réelle provenant du gaz (Hardy, 1982; Nguyen-Minh et al., 1993).

Les simulations effectuées dans cette section ont pour but de comparer la réponse des trois modèles discutés dans ce chapitre, soit  $SUVIC_{sh}$ , SH et Norton, pour la distribution contrainte induite à l'intérieur du cylindre ainsi que les déformations enregistrées en fonction du temps. Aussi, nous étudierons l'influence du jeu de paramètres utilisé pour le modèle SH, surtout sur les déformations engendrées.

#### 4.3.1 Analyse des contraintes

La première simulation effectuée est schématisée à la figure 4.13 et consiste en un cylindre ayant 5 m d'épaisseur et un rayon interne de 2.5 m. La pression interne appliquée uniformément pendant 180 Ms (environ 6 ans) est de 5 MPa. Le maillage du cylindre est le même que celui présenté à la figure A2.2 de l'annexe 2. Pour les trois modèles de comportement, on utilise les valeurs des tableaux 4.1, 4.2 et 4.3. Ce dernier étant les paramètres pondérés pour une contrainte de 5 MPa pour le modèle SH, avec  $A5 = 700$  et  $N = 3$  tel que montré à la figure 4.7a.



**Figure 4.13:** Schématisation du modèle de cylindre à paroi épaisse soumis à une pression interne ( $P_i$ ) de 5 MPa utilisé pour la simulation numérique.

Comme on a vu dans le chapitre précédent, la distribution des contraintes à l'intérieur d'un cylindre de sel auquel on applique une contrainte varie dans le temps. Pour le modèle de Norton, il existe une solution analytique à long terme où la contrainte ne varie plus, solution qui est présentée aux équations 3.12 à 3.14. Comme le montre les figures 4.14a, b et c présentant respectivement l'évolution de la contrainte radiale, tangentielle et équivalente, la distribution de la contrainte radiale est stabilisée après un an (32 Ms) tandis qu'il faut deux ans (64 Ms) pour que la contrainte tangentielle soit stable.

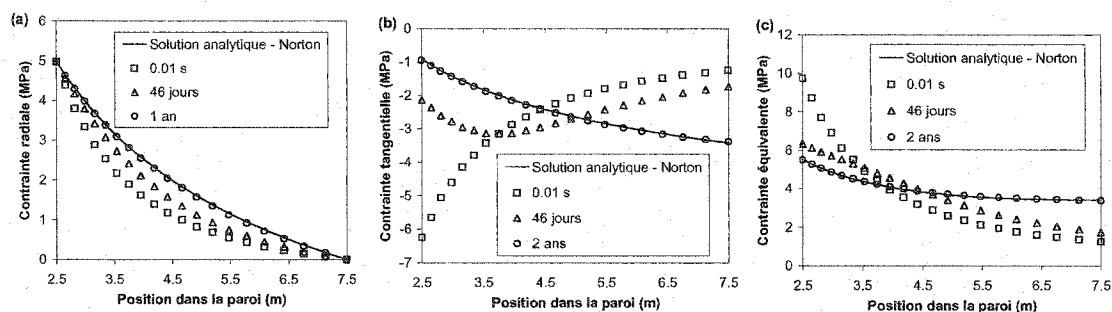
Les résultats de simulation avec le modèle SH présentés à la figure 4.15 nous montrent que, tout comme se fut le cas avec le modèle Norton, la contrainte radiale se stabilise assez rapidement, soit après un an de chargement. Par contre, on remarque qu'après 6 ans (180 Ms), la contrainte tangentielle continue de changer. Donc, on ne peut pas constater d'état stationnaire de déformation pour ce modèle après 6 ans.

Pour ce qui est des résultats obtenus avec le modèle  $SUVIC_{sh}$  présentés à la figure 4.16, on observe une certaine similitude avec le modèle SH pour l'évolution de la distribution des contraintes. La contrainte radiale semble se stabiliser après un an tandis qu'on observe toujours une évolution jusqu'à la fin de la simulation pour la distribution de la

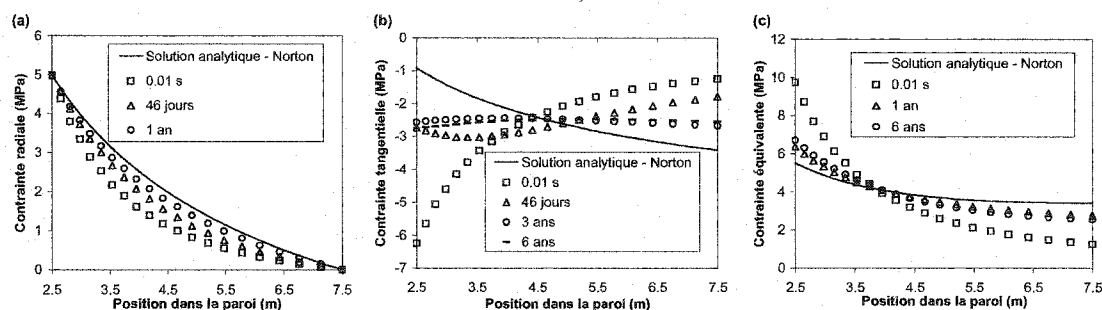
contrainte tangentielle. Par contre, les résultats détaillés (non présentés ici) nous montrent que la contrainte radiale varie constamment durant toute la simulation (180 Ms) mais assez faiblement. La contrainte est donc stable en apparence mais toujours en état transitoire.

C'est au niveau de la contrainte tangentielle qu'on observe la plus grande disparité entre les modèles  $SUVIC_{sh}$  et SH, et la loi de puissance de Norton. On constate qu'avec les deux premiers modèles, la contrainte tangentielle évolue continuellement. De plus, sa distribution est beaucoup plus uniforme. On observe également qu'on sous-estime la contrainte tangentielle à la paroi interne en utilisant Norton.

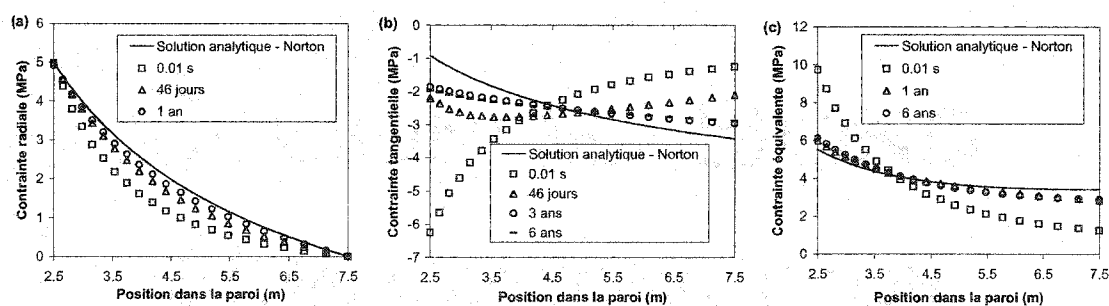
Afin d'illustrer la différence dans l'évolution et l'amplitude de la contrainte pour les trois modèles à l'étude, regardons la figure 4.17 nous montrant la contrainte équivalente en fonction du temps en un point situé à la surface de la paroi interne du cylindre, endroit où la pression est appliquée. On voit sur cette figure que la contrainte calculée avec Norton (fluage stationnaire) diminue rapidement en début de simulation pour se stabiliser autour de 5 MPa, tel que prédit par la solution analytique. D'un autre côté, les contraintes calculées avec  $SUVIC_{sh}$  et SH diminuent aussi rapidement dans la simulation mais ne se stabilisent pas et semblent même augmenter légèrement après avoir atteint une valeur minimale en début de simulation.



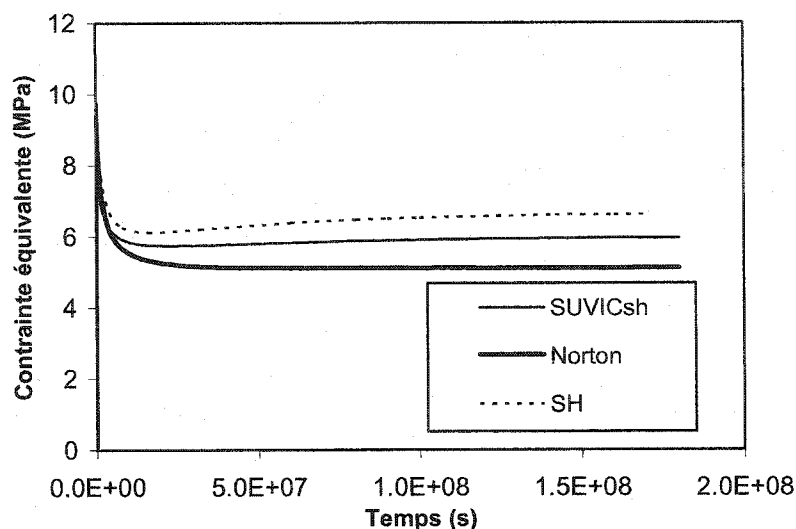
**Figure 4.14:** Évolution de la distribution de la contrainte à l'intérieur de la paroi d'un cylindre soumis à une pression interne de 5 MPa avec le modèle **Norton**: (a) contrainte radiale; (b) contrainte tangentielle et (c) contrainte équivalente (paramètres du tableau 4.2)



**Figure 4.15:** Évolution de la distribution de la contrainte à l'intérieur de la paroi d'un cylindre soumis à une pression interne de 5 MPa avec le modèle **SH**: (a) contrainte radiale; (b) contrainte tangentielle et (c) contrainte équivalente (paramètres du tableau 4.3 avec  $A_5 = 700$  MPa et  $N = 3$ )



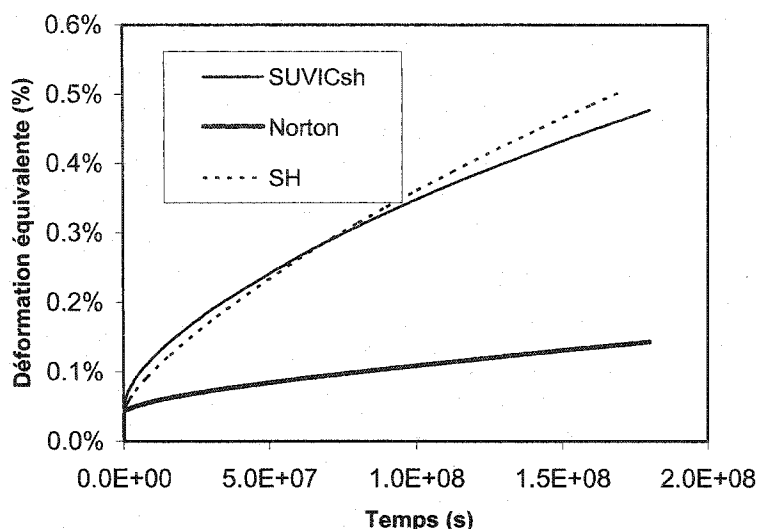
**Figure 4.16:** Évolution de la distribution de la contrainte à l'intérieur de la paroi d'un cylindre soumis à une pression interne de 5 MPa avec le modèle **SUVIC<sub>sh</sub>**: (a) contrainte radiale; (b) contrainte tangentielle et (c) contrainte équivalente (paramètres du tableau 4.1)



**Figure 4.17:** Évolution de la contrainte en fonction du temps pour trois modèles de comportement en un point situé en plein centre du cylindre à paroi épaisse.

#### 4.3.2 Analyse des déformations

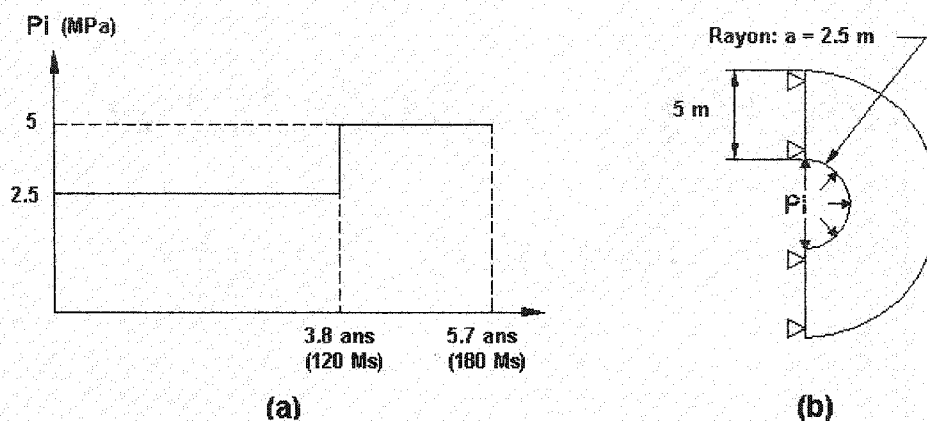
L'utilisation d'un modèle à variables d'état interne permettant de représenter l'écrouissage mixte (isotrope et directionnel) du matériau se justifie en grande partie lors du calcul des déformations. Comme le montre la figure 4.18 présentant la réponse des trois modèles en un point situé à la surface de la paroi interne du cylindre modélisé, la déformation calculée avec le modèle de Norton considérant uniquement la phase stationnaire de d'écoulement est largement sous-estimée par rapport aux deux autres modèles. Le modèle décrit mal le comportement rhéologique du sel gemme. D'autre part, on constate à la vue de ces résultats que le modèle SH et le modèle  $SUVIC_{sh}$  montrent des réponses assez similaires, résultats prévisibles si on se réfère à l'essai triaxial simulé de la figure 4.7a ayant servi à l'identification des paramètres ajustés pour une contrainte équivalente de 5 MPa.



**Figure 4.18:** Évolution de la déformation en fonction du temps pour trois modèles de comportement en un point situé à la paroi interne du cylindre à paroi épaisse.

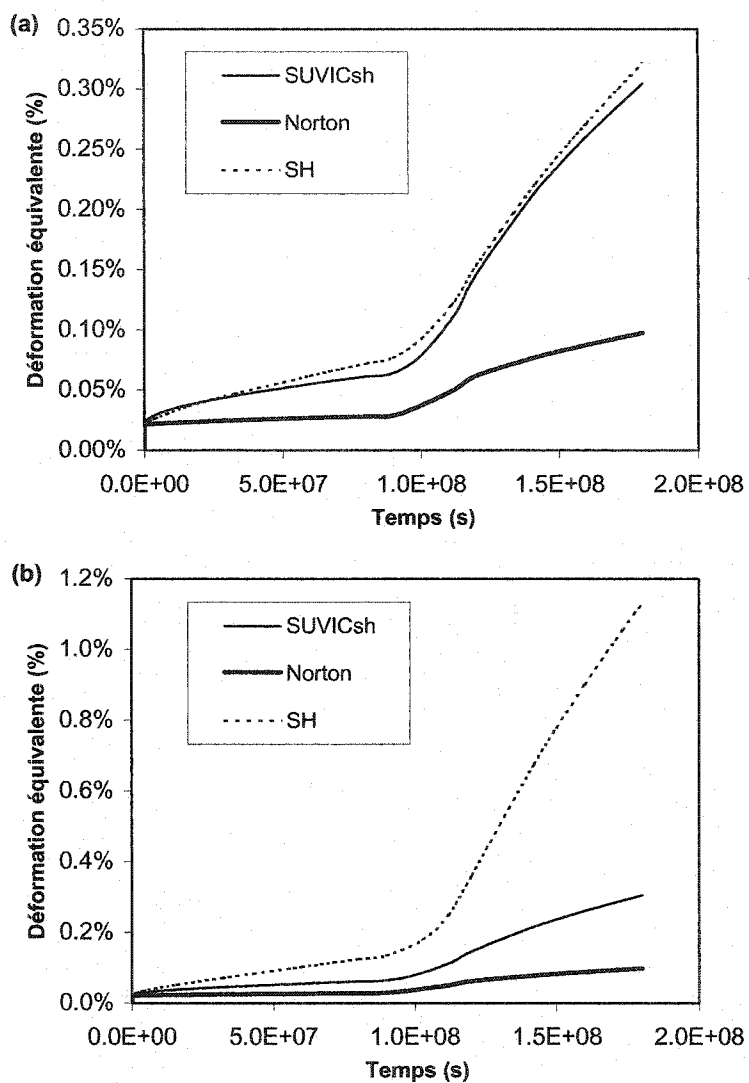
Étant donné que l'état de contrainte est rarement uniforme en pratique, on peut faire varier la contrainte interne à l'intérieur du cylindre, tel que montré à la figure 4.19. La simulation, telle que schématisée à la figure 4.19a, débute avec une pression interne de 2.5 MPa appliquée pendant 120 Ms (3.8 ans), pour ensuite l'augmenter à 5 MPa pour le reste de la simulation.

Un premier calcul a été effectué avec les mêmes paramètres que ceux utilisés pour le cylindre précédemment modélisé. Ces paramètres sont ajustés pour une contrainte de 5 MPa, ce qui correspond à l'état de contrainte équivalente maximal. La figure 4.20a nous montre la réponse des trois modèles de comportement, et plus particulièrement celle du modèle SH. On constate que ce dernier décrit de façon adéquate le comportement prédit par  $SUVIC_{sh}$ , considéré comme représentatif. La forme typique de l'écrouissage ainsi que l'ampleur des déformations sont bien décrites. Cependant, on remarque qu'à long terme, les deux courbes divergent. Les conclusions qu'on peut en tirer se limitent donc à cette période de temps.



**Figure 4.19:** Modèle du cylindre à paroi épaisse soumis à une pression interne: (a) pression appliquée en fonction du temps; (b) Schématisation du modèle du cylindre à paroi épaisse.

Le deuxième calcul a été fait avec les paramètres du tableau 4.4 pour le modèle SH, et qui ont été utilisés lors des calculs sur piliers uniaxiaux (section 4.3). Ces paramètres permettent de décrire un état de contrainte plus élevé, soit de 15 à 20 MPa. Les résultats obtenus lors de cette simulation sont présentés à la figure 4.20b où seule la courbe du modèle SH est différente de la figure 4.20a. On constate à la vue de ces résultats que l'utilisation d'un jeu de paramètres correspondant à un état de contrainte plus élevé est inadéquate, car les déformations qui en résultent sont largement surestimées.



**Figure 4.20:** Évolution de la déformation en fonction du temps pour trois modèles de comportement en un point situé à la paroi interne du cylindre à paroi épaisse pour le cylindre de la figure 4.19. Les paramètres du modèle SH sont pondérés pour: (a) 5 MPa ( $A_5 = 700$  MPa;  $N = 3$ ) et (b) 20 MPa ( $A_5 = 70$  MPa;  $N = 4$ ).

#### 4.4 DISCUSSION

Dans ce chapitre, on a pu observer les différences entre trois modèles différents qui sont représentatifs de trois classes de lois de comportement bien connues en mécanique du sel, soit Norton, l'écrouissage par la déformation avec SH modifié et  $SUVIC_{sh}$ . Les deux premiers modèles, basés surtout sur une approche empirique, représentent respectivement l'écoulement stationnaire et stationnaire/transitoire, tandis que le dernier, issu d'une approche plus phénoménologique, est un modèle unifié qui se distingue par la capacité à décrire l'écoulement de façon plus complète. En effet, on tente de décrire avec ces modèles la déformation plastique instantanée et différée, que ce soit transitoire ou stationnaire. On a démontré les capacités d'un modèle unifié lors de l'identification des paramètres (section 4.2.1) où on a réussi à décrire des résultats d'essais expérimentaux variés, montrés aux figures 4.1 à 4.3, avec un seul jeu de paramètres. Étant donné que ce modèle répond bien pour un éventail de contraintes et taux de déformation assez étendu, il a été utilisé comme référence dans la comparaison avec les deux modèles plus classiques. L'objectif poursuivi était donc de mettre en relief les principales limitations de ces lois.

Pour certains, l'utilisation d'un modèle avec variables d'état interne comme  $SUVIC_{sh}$  peut paraître complexe étant donné le nombre d'équations à manipuler, ainsi que la quantité d'informations à recueillir pour représenter un type de sel en particulier. Mais d'un point de vue numérique, lorsque les équations sont bien implantées dans un code d'éléments finis, on constate que non seulement le modèle décrit le comportement du sel de façon relativement précise, mais aussi que les résultats de simulations sur piliers uniaxiaux et sur des cylindres à paroi épaisse sont très intéressants et révélateurs. Dans ces simulations, la réponse observée présente toujours un écrouissage du matériau. On a vu avec l'essai de compression triaxiale simulé de la figure 4.9 que l'écrouissage peut

être représenté autant en extension qu'en compression axiale. De plus, on constate que pour les périodes de temps utilisées ici, c'est l'état transitoire de déformation qui prédomine dans la réponse au chargement.

Dans une optique d'ingénierie, on peut justifier l'utilisation d'un modèle comme  $SUVIC_{sh}$  pour des applications qui requièrent plus de précision. On n'a qu'à penser aux exploitations minières de sel ou de potasse à grande profondeur, où les contraintes et les températures engendrent de grandes déformations. Dans ces problèmes particuliers, il est préférable d'utiliser un modèle qui permet l'estimation réaliste des déformations en plus des contraintes dans la conception.

Étant donné que la loi de Norton n'est qu'une loi de puissance sur la contrainte, on a pu voir tout au long de ce chapitre les limitations de ce modèle. La loi de Norton ne représentant pas la phase de fluage transitoire, qui constitue une partie importante de la déformation totale, ce modèle sous estime systématiquement les déformations et représente assez mal l'état des contraintes.

Dans l'éventualité où la complexité d'un modèle à VEI comme  $SUVIC_{sh}$  pose un problème (difficulté d'implantation ou coût de calcul trop élevé), le modèle SH modifié représente une solution intéressante. L'avantage de ce modèle est que contrairement à la loi de Norton, l'écoulement est une fonction de la contrainte et aussi de la déformation inélastique. On a vu que pour les cas analysés ici, ce modèle incluait aussi un état stationnaire. En ne considérant pas l'écrouissage cinématique dans la loi SH modifiée, on réduit également le nombre de paramètres à déterminer pour son application, et par le fait même le nombre d'essais de laboratoire préalables.

## CHAPITRE 5 : SIMULATIONS NUMÉRIQUES SUR PILIERS

Les lois de comportement présentées et discutées au chapitre précédent sont utilisées pour la modélisation de piliers de mines. À cette fin, deux types de modèles 2D sont créés, soit le pilier isolé, semblable à celui présenté à la figure 3.7, et le modèle du niveau d'extraction comprenant plusieurs piliers. Les modèles étant bidimensionnels, les piliers sont considérés longs selon le troisième axe ( $y$ ). Le premier type de modèle sera utile pour analyser le comportement du sel gemme à l'intérieur du pilier, avec comme base de comparaison les résultats obtenus avec les trois modèles introduits précédemment soit Norton, SH et  $SUVIC_{sh}$ . Pour ce qui est de la représentation à plus grande échelle, on s'intéressera au comportement du massif environnant en plus des piliers eux-mêmes. De plus, il sera possible avec  $SUVIC_{sh}$  d'examiner la représentativité de certains modèles analytiques de prédictions des contraintes présentés en revue de littérature (chapitre 2) soit la théorie de l'aire tributaire, du fléchissement élastique, et le modèle de Van Sambeek (1996).

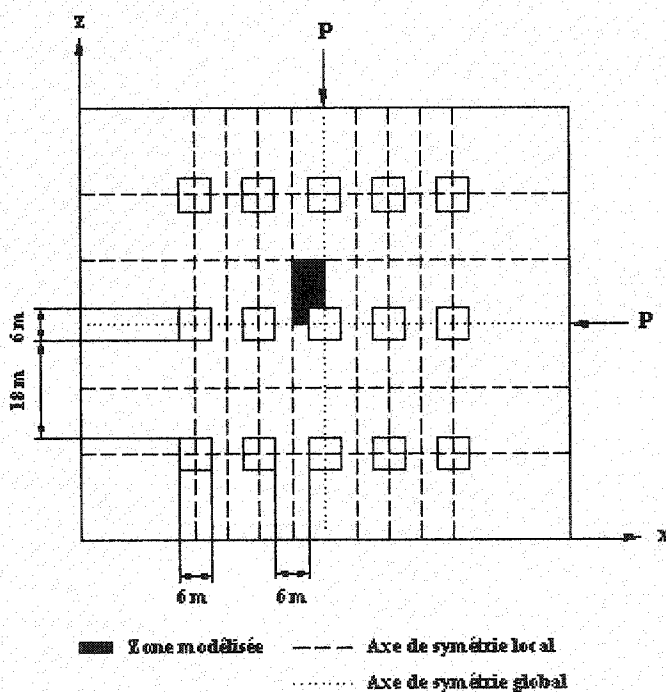
### 5.1 MODÉLISATION DE PILIERS SIMPLES

#### 5.1.1 Modèle numérique

Le modèle de pilier simple analysé dans cette section - et aussi précédemment au chapitre 3 - représente en fait un pilier isolé d'une exploitation par chambres-et-piliers. Comme le montre la figure 5.1, on suppose une exploitation théorique constituée de plusieurs niveaux d'exploitation, comprenant un certain nombre de chambres. Cette exploitation est située dans un massif où l'état de contrainte est hydrostatique, c'est-à-dire  $P = \sigma_x = \sigma_z = 5 \text{ MPa}$  où  $\sigma_x$  et  $\sigma_z$  sont respectivement les contraintes préalables horizontale et verticale, hypothèse qui est généralement admise pour les massifs de sel ou de potasse. Ces chambres ont la même largeur que les piliers, soit 6 m, qui

correspond aussi à la hauteur de ceux-ci. L'élanement résultant des piliers est donc de 1.0 ( $h/w = 1$ ).

En mettant à profit les axes de symétrie présents dans cet arrangement, il est possible de définir un pilier isolé (Closset, 1986; Yahya et *al.*, 1999). Dans un premier temps, on considère les deux axes de symétrie globaux, vertical et horizontal, ce qui isole un quart du modèle. Par la suite, en découpant aux axes symétrie locaux des piliers vertical et horizontal, on obtient le quart de pilier de la figure 5.2.

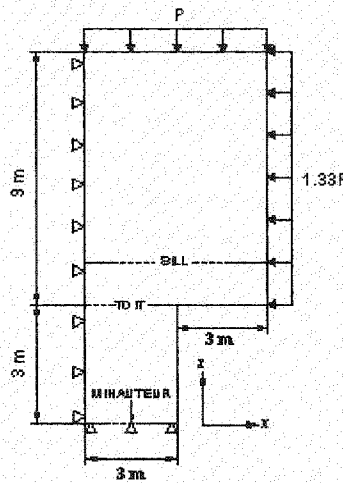


**Figure 5.1:** Schématisation d'une exploitation par chambres-et-piliers théorique comprenant le pilier isolé défini à l'aide des axes de symétrie verticaux et horizontaux

L'état de contrainte résultant appliqué sur le modèle du pilier isolé, montré sur la figure 5.2, tient compte en partie de la redistribution de contrainte à la frontière. En effet, la création de l'excavation entraîne une augmentation de la contrainte horizontale agissant sur le pilier de niveau, proportionnellement au taux de défrètement horizontal. On sait

qu'initialement, soit immédiatement après l'application de la charge, la contrainte latérale agissant sur le pilier de niveau, notée ici  $\sigma_{ph}$ , est très près de la valeur obtenue par la méthode des aires tributaires (Yahya et *al.*, 1999). On applique donc cette contrainte horizontale initiale sur le modèle qui est évaluée à l'aide de l'équation 5.1, dans laquelle  $P = 5$  MPa est la valeur de la contrainte hydrostatique, et TD le taux de défruitement local du pilier de niveau qui est de 25% ( $3\text{m}/12\text{m} = 0.25$ ).

$$(5.1) \quad \sigma_{ph} = \frac{P}{1 - TD} = \frac{P}{1 - 0.25} = 1.33P = 6.67\text{MPa}$$



**Figure 5.2:** Quart de pilier long modélisé comprenant deux axes de symétrie selon  $z$  et  $x$  pour un rapport  $h/w$  de 1.0 dans un champs de contrainte hydrostatique ( $P = \sigma_x = \sigma_z = 5\text{MPa}$ ).

Les paramètres associés aux différents modèles de comportement, soit Norton, SH et  $\text{SUVIC}_{sh}$  sont présentés aux tableaux 4.1, 4.2 et 4.3 du chapitre précédent. La sélection des paramètres  $A_5$  et  $N$  du modèle SH est basée sur l'approche proposée au chapitre 4 pour les problèmes où l'on prévoit un état de contrainte variable, ce qui est le cas du pilier. Dans cette approche, on a suggéré d'utiliser un jeu de paramètres qui convient aux états de contraintes les plus élevés susceptibles d'être rencontrés. À la lumière des

résultats obtenus sur des piliers semblables en élasticité linéaire au chapitre 3 (section 3.5.3), on opte pour le résultat obtenu par la méthode des aires tributaires comme valeur maximale de la contrainte dans le pilier. On avait alors déterminé que cette valeur constituait une borne supérieure de la contrainte verticale moyenne dans le pilier pour le cas étudié. La contrainte calculée est de 10 MPa tel que détaillé à l'équation 5.2:

$$(5.2) \quad \sigma_p = \frac{P}{1 - TD} = \frac{5 \text{ MPa}}{1 - 0.5} = 10 \text{ MPa}$$

Dans cette équation, on rappelle que  $\sigma_p$  est la contrainte axiale moyenne dans le pilier,  $P$  la charge appliquée sur le pilier et  $TD$  le taux de défrètement local du pilier. Lors de l'identification des paramètres du modèle SH (section 4.2.3), on a déterminé les valeurs  $A_5 = 135 \text{ MPa}$  et  $N = 3$  pour une contrainte équivalente de 10 MPa tel que montré à la figure 4.7b. On utilise donc ces paramètres ainsi que ceux du tableau 4.3 pour les présentes simulations avec ce modèle. Il est noter que le résultat obtenu par l'équation 5.2 est une contrainte axiale et que les paramètres du modèle SH sont identifiés pour une contrainte équivalente de Von Mises.

### 5.1.2 Présentation des résultats

On s'intéresse dans cette section aux contraintes et déformations obtenues lors des simulations effectuées sur le pilier isolé. Ces deux aspects sont traités dans deux sous-sections distinctes où l'on analyse les distributions de contraintes et de déformations à l'intérieur du pilier pour chacun des modèles de comportement. On suppose pour ces simulations que les excavations sont créées instantanément, négligeant ainsi la séquence de minage. Les figures présentant les isocontours des contraintes principales se trouvent à l'annexe 4 de ce mémoire.

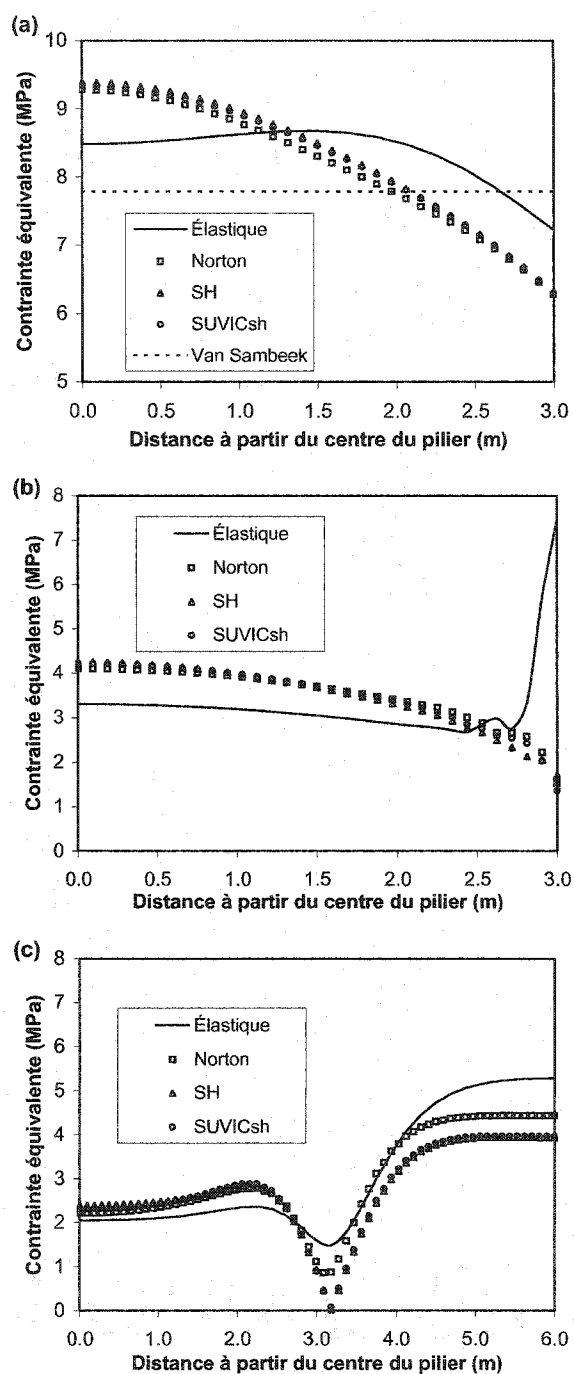
### 5.1.2.1 Analyse des contraintes

Les résultats de ces analyses de l'état de contraintes sont présentés aux figures 5.3 et 5.4 où l'on montre la distribution de la contrainte équivalente dans le pilier aux trois niveaux précédemment définis (fig.5.2), soit mihauteur (centre du pilier), toit (extrémité du pilier) et sill (pilier de niveau). Ces distributions ont été obtenues avec les trois modèles inélastiques Norton, SH et SUVIC<sub>sh</sub> après 1 an (fig.5.3) et 5.7 ans (fig.5.4) de chargement. On montre aussi sur ces figures le cas  $t = 0$  qui représente en fait l'élasticité linéaire, ainsi que le résultat obtenu par la méthode d'estimation des contraintes de Van Sambeek (1996).

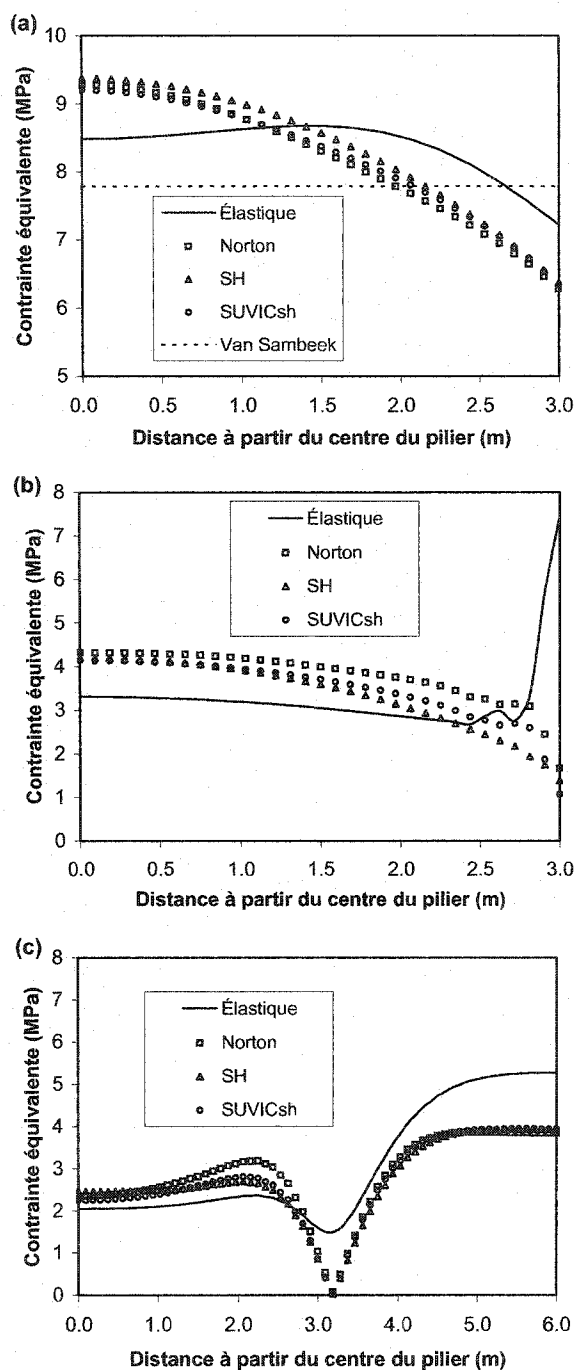
La méthode analytique de Van Sambeek, résumée par l'équation 2.43 (chapitre 2), propose d'estimer une valeur moyenne de la contrainte équivalente agissant à l'intérieur d'un pilier en massif de sel. À partir d'une contrainte verticale évaluée à l'aide de la méthode des aires tributaires, soit  $\sigma_v = 10$  MPa, cette technique empirique permettrait de considérer l'existence de confinement à l'intérieur du pilier en fonction d'un facteur de forme, défini par  $W_h/H$ , et ainsi en déduire la contrainte équivalente correspondante. Le facteur de forme est ainsi fonction de la plus petite largeur d'un pilier en 3D soit  $W_h$ , et sa hauteur  $H$ . Pour le pilier de la figure 5.2 ayant un rapport  $W_h/H = 1.0$  et un taux de défruitement vertical local de 50%, on obtient la contrainte équivalente au centre du pilier par l'équation 5.3.

$$(5.3) \quad \sigma_e = \frac{\sqrt{3}}{2} \sigma_v \left( 1 - 0.1 \frac{W_h}{H} \right) = \frac{\sqrt{3}}{2} * 10 * (1 - 0.1) = 7.79 \text{ MPa}$$

En plus de ces distributions de contrainte, on montre aux figures A4.1 à A4.4 les isocontours des contraintes principales  $\sigma_1$  et  $\sigma_3$  pour les quatre mêmes modèles. On peut voir sur ces figures la durée de la simulation, soit 180 Ms, ainsi que les valeurs des



**Figure 5.3:** Comparaison de la distribution de la contrainte équivalente calculée trois modèles inélastiques et la contrainte instantanée (élastique) après 30 Ms (1 an) de simulation pour le pilier de la figure 5.2 au niveau : (a) mihauteur; (b) toit et (c) sill.



**Figure 5.4:** Comparaison de la distribution de la contrainte équivalente calculée avec trois modèles inélastiques et la contrainte instantanée (élastique) après 180 Ms (5.7 ans) de simulation pour le pilier de la figure 5.2 au niveau : (a) mihauteur; (b) toit et (c) sill.

contraintes maximale et minimale enregistrées à la fin de la simulation. Il est à noter que dans ces figures obtenues avec Zébulon, la convention des signes est inverse à celle généralement adoptée en mécanique des roches; par conséquent, le signe négatif (-) représente une contrainte en compression et le positif (+) en tension. Pour cette raison, le lecteur doit interpréter les composantes sigp3 et sigp1 comme étant respectivement les contraintes principale majeure ( $\sigma_1$ ) et mineure ( $\sigma_3$ ).

On constate à la vue des distributions de contrainte de la figure 5.3 et 5.4 que les états de contrainte calculés avec les trois modèles inélastiques diffèrent relativement peu entre eux, mis à part la contrainte au toit. À cet endroit, on remarque que les contraintes obtenues avec SH et surtout avec SUVIC<sub>sh</sub> sont pratiquement la moitié moindre que le résultat de Norton au coin supérieur du pilier. On observe aussi des différences tout au long de la section. Aux autres endroits dans le pilier, l'état de contrainte varie peu au cours de la simulation entre 1 et 5.7 ans. C'est en début de chargement que les changements sont plus appréciables (entre la distribution élastique et celle après 1 an). Par la suite, pour la période de 1 à 5.7 ans, on est en conditions de fluage, c'est-à-dire à contrainte constante. En imposant un chargement par paliers pour simuler l'extraction progressive de la roche, on aurait possiblement constaté plus de variations dans l'état de contraintes.

On constate aussi qu'il y a un écart considérable dans les réponses des modèles inélastiques par rapport à la distribution initiale gouvernée par l'élasticité, en particulier dans le pilier même (niveaux mihauteur et toit) en raison de la redistribution de contrainte dans le temps. De façon générale, la contrainte équivalente augmente au centre du pilier et diminue à la périphérie de celui-ci par rapport à  $t = 0$ . Au mur du pilier, où l'on observe une concentration de contrainte particulièrement intense initialement, on constate qu'elle devient plus faible avec le temps. Dans le pilier de

niveau (sill), l'état de contrainte observé à la fin de la simulation est beaucoup plus faible au-dessus de l'excavation qu'au début du chargement. Encore une fois, la redistribution de contrainte engendre une augmentation des contraintes dans une zone située au-dessus du pilier.

Quant à la méthode analytique proposée par Van Sambeek, on retrouve une contrainte équivalente moyenne du même ordre que la moyenne obtenue avec les modèles inélastiques. Si on avait utilisé la méthode des aires tributaires, la contrainte axiale aurait plus élevée, soit 10MPa. Toutefois, la contrainte équivalente prédite par Van Sambeek est inférieure à la valeur de contrainte maximale qu'on calcule numériquement au centre du pilier. Pour cette raison, on est du côté non sécuritaire d'un point de vue d'ingénierie.

Pour ce qui est des contraintes principales, dont les isocontours sont présentés aux figures A4.3 à A4.6, on remarque également que les contraintes sont assez similaires pour les modèles inélastiques, mais qu'elles ont évoluées par rapport au cas instantané. Tout comme on a vu pour la contrainte équivalente, on observe que la composante  $\sigma_1$  est plus élevée au centre du pilier. En effet, pour les trois modèles inélastiques (fig. A4.2a, A4.3a et A4.4a), on a un noyau au centre du pilier où  $\sigma_1$  atteint presque 13 MPa, comparativement à 10 MPa pour le cas élastique (fig. A4.1a).

À la périphérie du pilier, on retrouve un état de contrainte plus faible que le cas élastique et à cet endroit, les valeurs de  $\sigma_1$  sont inférieures de 1 MPa par rapport au cas élastique, ce qui représente le cinquième de la charge appliquée. Pour ce qui est de  $\sigma_3$ , on observe des zones de tension à la fin de la simulation (en jaune sur les figures A4.2b, A4.3b et A4.4b); ces zones sont presque inexistantes sur le pilier au début de la simulation (fig. A4.1b). Ces valeurs de tension sont toutefois assez faibles ( $\approx 0.1$  MPa) pour considérer  $\sigma_3 = 0$  MPa. Ce sont donc des endroits où le confinement est très faible. On observe le même phénomène dans le pilier de niveau où la contrainte environnante au toit de

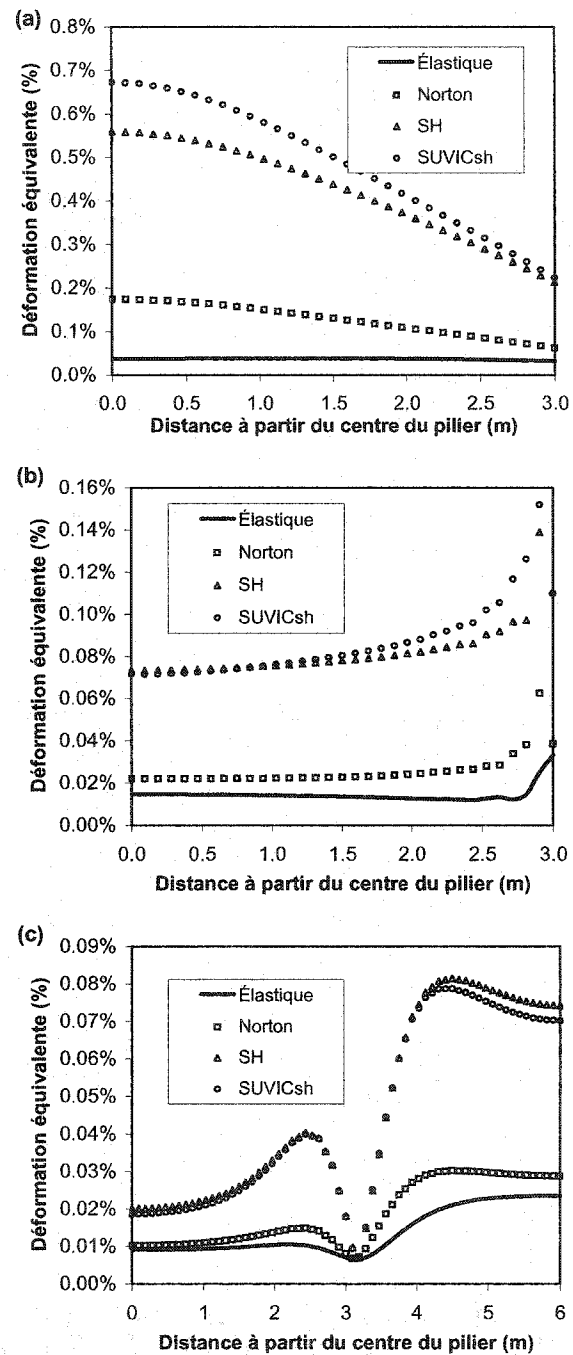
l'excavation est beaucoup plus faible en fin de simulation. Dans le cas de  $\sigma_1$ , on observe une zone relativement étendue de faible compression, soit de 5 à 6 MPa. Pour ce qui est de la contrainte mineure  $\sigma_3$ , elle est presque nulle tout près de l'excavation, comme ce fut le cas pour la périphérie du pilier.

La redistribution de contrainte à l'intérieur des piliers est limitée par les dimensions du pilier isolé. C'est pour cette raison que la contrainte équivalente est relativement stable durant cette simulation. Le transfert de charge vers les matériaux adjacents permettant la redistribution sera plus marqué lors des simulations sur un niveau d'exploitation complet. Les modèles de comportement inélastiques permettent de plus grandes déformations dans le temps ce qui par le fait même permet un transfert de charge vers des matériaux adjacents. Néanmoins, on observe une diminution notable de la contrainte maximale dans le pilier par rapport à  $t = 0$ , observée au coin du pilier. En effet, la contrainte de compression maximale est de  $\sigma_1 = 44$  MPa initialement (fig. A4.1) tandis qu'à la fin du chargement, on se situe à  $\sigma_1 = 22$  à 28 MPa selon les modèles utilisés (fig. A4.2 à A4.4).

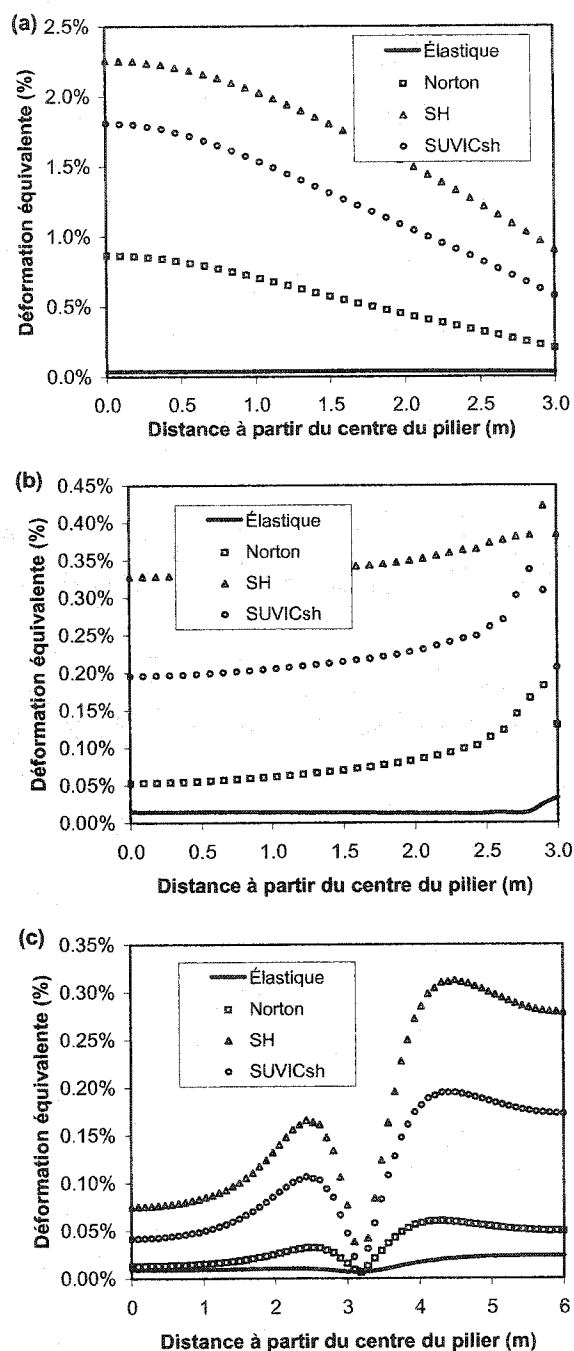
### 5.1.2.2 Analyse des déformations

Comme ce fut le cas pour les contraintes, on présente aux figures 5.5 et 5.6 un aperçu de la déformation équivalente enregistrée au trois niveaux du modèle de la figure 5.1, et ce pour les comportements élastique et inélastiques. La figure 5.5 présente la déformation après 1 an, tandis que la figure 5.6 montre le résultat final, soit après 5.7 ans. On retrouve aussi aux figures A4.5a, A4.6a, A4.7a et A4.8a de l'annexe 4 les isocontours de la déformation transversale (horizontale) totale symbolisée par la variable  $\epsilon_{11}$ ; et aux figures A4.4b, A4.6b, A4.7b et A4.8b les isocontours de la déformation axiale (verticale) totale identifiée  $\epsilon_{22}$ . Sur ces figures, les valeurs positives sont des déplacements dans le sens positif des axes  $x$  et  $z$ , représentés sur la figure 5.2.

Les distributions de déformation équivalente après 1 an et après 5.7 ans permettent de dénoter les grandes différences entre les trois modèles inélastiques. Même s'il y a assez peu de différences entre les contraintes calculées pour ces modèles, on constate que les taux de déformation diffèrent sensiblement. Après 1 an de simulation (fig.5.5), les modèles SH et  $SUVIC_{sh}$  présentent des déformations semblables tandis que Norton se compare à la déformation instantanée (élastique). Lorsque la simulation se termine (fig.5.6), on constate un écart entre les deux modèles inélastiques, la déformation calculée avec SH dépassant ici généralement la réponse calculée avec  $SUVIC_{sh}$ .



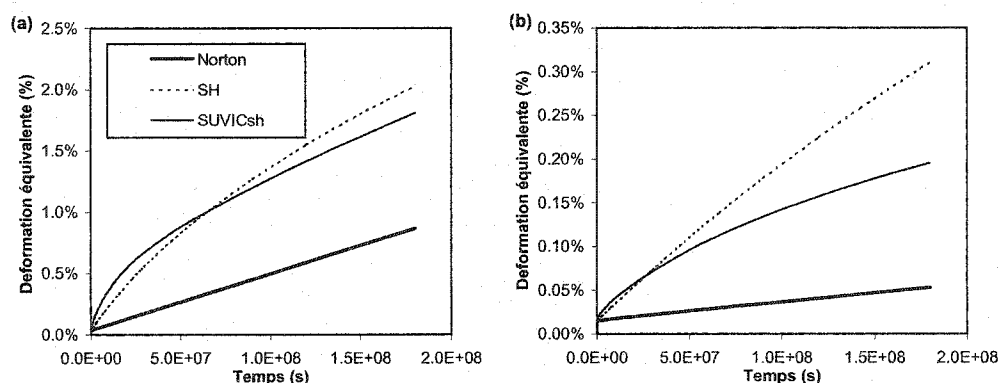
**Figure 5.5:** Comparaison de la distribution de la déformation équivalente calculée avec trois modèles inélastiques et la déformation instantanée (élastique) après 30 Ms (1 an) pour le pilier de la figure 5.2 au niveau: (a) mihauteur; (b) toit et (c) sill.



**Figure 5.6:** Comparaison de la distribution de la déformation équivalente calculée avec trois modèles inélastiques et la déformation instantanée (élastique) après 180 Ms (5.7 ans) pour le pilier de la figure 5.2 au niveau: (a) mihauteur; (b) toit et (c) sill.

On peut expliquer ceci, du moins en partie par le choix des paramètres du modèle SH, qui est très sensible au niveau de contrainte. On sait qu'un jeu de paramètres aura une représentativité limitée à un état de contrainte restreint pour ce modèle de comportement. Or, on a retenu un jeu de paramètres correspondant à un état de contrainte plus élevé que celui qu'on calcule réellement afin d'être conservateur. On peut donc s'attendre à obtenir une déformation plus élevée par rapport à  $SUVIC_{sh}$  (et Norton).

Pour illustrer ceci, on présente à la figure 5.7 la déformation équivalente en fonction du temps pour deux points dans le piliers situés respectivement au niveau mihauteur (fig.5.7a) et toit (fig.5.7b), directement sur la ligne de symétrie verticale. À ces deux endroits, on a deux états de contraintes différents, celui au centre étant plus élevé qu'au toit, tel qu'observé lors de l'analyse des contraintes. On voit que les modèles SH et  $SUVIC_{sh}$  présentent des réponses similaires pour le point au centre du pilier, mais que le modèle SH surestime la déformation pour le point situé au niveau du toit. Étant donné que l'ordre de grandeur des déformations enregistrées au toit ( $\approx 0.3\%$ ) est beaucoup moindre que celle qu'on observe au centre du pilier ( $\approx 2\%$ ), on peut ainsi minimiser l'écart sur les plus grandes déformations. Cependant, on peut voir sur les deux figures qu'à plus long terme, les deux courbes divergeront.



**Figure 5.7:** Réponse des trois modèles viscoplastiques (Norton, SH et  $SUVIC_{sh}$ ) dans le temps pour un point situé sur l'axe de symétrie vertical du pilier au niveau: (a) mihauteur et (b) toit

En se penchant sur les figures présentant les isocontours de déformation transversale et axiale (fig. A4.5 à A4.8), on peut analyser les résultats de façon plus globale. Tel que résumé au tableau 5.1, on remarque que quantitativement, les valeurs maximales de déformation diffèrent d'un modèle à l'autre. Dans ce tableau, on a les maxima globaux, qui sont généralement enregistrés au coin de l'excavation, et au centre du pilier. Mis à part la déformation instantanée (élastique), les résultats correspondent à 5.7 années de chargement.

**Tableau 5.1:** Valeurs de déformations maximales calculées pour le pilier de la figure 5.1 avec quatre lois de comportement

	Déformation transversale		Déformation axiale	
	eto11 - max	eto11 - centre	eto22 - max	eto22 - centre
Élastique linéaire	0.04%	0.02%	-0.07%	-0.03%
Norton	1.3%	0.05%	-1.3%	-0.5%
SH	3.2%	1.3%	-3.3%	-1.3%
SUVIC <sub>sh</sub>	3%	1%	-3.1%	-1.1%

On constate que les modèles SH et SUVIC<sub>sh</sub> donnent des résultats assez semblables pour les déformations extrêmes tandis que la loi de Norton n'est pas adéquate. Après presque 6 ans de chargement, les résultats obtenus par Norton sont de trois fois inférieurs à ce qu'on estime avec les deux autres modèles.

De façon plus générale, on s'intéresse entre autre à l'expansion latérale du pilier, c'est-à-dire le domaine positif de la variable eto11. On constate qu'instantanément après l'application de la charge (fig. A4.5a), l'expansion du pilier débute à peu près à la hauteur du toit, tandis qu'à la fin du chargement (fig. A4.6a, A4.7a et A4.8a), on observe une zone en forme d'arche en expansion dans le pilier de niveau. Cette zone est relativement restreinte pour le modèle de Norton (fig. A4.6a) mais est de plus grande amplitude dans le cas de SH et SUVIC<sub>sh</sub> (fig. A4.7a et A4.8a). Ceci montre une fois de

plus qu'on ne peut négliger la déformation en phase transitoire car on sous-estime l'expansion latérale du pilier engendrée par le comportement inélastique.

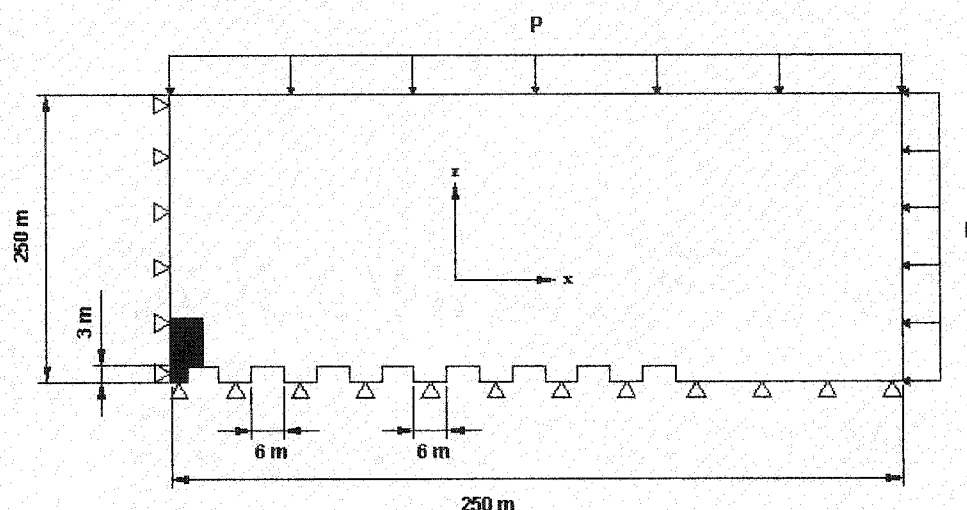
Si on s'attarde au déplacement axial (vertical), soit la variable  $\epsilon_{22}$ , on peut voir que la différence majeure entre chacun des modèles est, outre l'ampleur des déformations, la zone affectée par la compression, c'est-à-dire une valeur négative de  $\epsilon_{22}$ . En effet, on constate qu'en élasticité (fig. A4.5b), presque la totalité du pilier de niveau est en compression à l'exception d'une arche au-dessus de l'excavation, tandis qu'après une période de fluage des piliers (fig. A4.6b, A4.7b et A4.8b), la compression est limitée à une zone située directement au-dessus du pilier. Dans le cas du modèle Norton (fig. A4.6b), il s'agit littéralement d'une colonne de largeur presque égale à celle du pilier. Pour les modèles SH et  $SUVIC_{sh}$  (fig. A4.7b et A4.8b), on remarque plutôt une forme d'arche dont la hauteur atteint les trois quarts du pilier de niveau. L'ampleur de cette arche tend à diminuer avec le temps; dans les premiers mois de la simulation, la forme de colonne observée avec le modèle de Norton après 5.7 années de chargement est aussi observée avec les modèles SH et  $SUVIC_{sh}$ .

## **5.2 MODÉLISATION D'UN NIVEAU D'EXPLOITATION**

### **5.21 Modèle numérique**

Dans cette section, on s'intéresse à un niveau d'exploitation comprenant un grand nombre de piliers de support. Le modèle utilisé, présenté à la figure 5.8, représente un quart de niveau d'exploitation isolé à partir du modèle de la figure 5.1. Le niveau qui est modélisé dans la présente section est long (en profondeur) et comporte un plus grand nombre de piliers, soit 15 piliers (pour 16 chambres), d'un rapport  $H/W = 1.0$ , et le quart de niveau de la figure 5.8 en comprend la moitié moins, soit  $7\frac{1}{2}$  piliers (pour 8 chambre). Le pilier type, en foncé sur la figure, est identique à celui détaillé à la figure 5.2. Le maillage du niveau d'exploitation est présenté à l'annexe 2 (fig.A2.7). Il s'agit

d'un maillage à géométrie hybride car on utilise un maillage rectangulaire relativement fin autour des excavations (fig.A42.8), tandis que le massif environnant est modélisé à l'aide d'un maillage triangulaire qui devient de plus en plus grossier lorsqu'on s'approche des frontières. Comme dans le cas du pilier isolé précédemment analysé, on applique les trois lois de comportement (Norton, SH et  $SUVIC_{sh}$ ) sur le modèle de la figure 5.8 dans lequel l'état de contrainte est considéré hydrostatique avec  $P = 5 \text{ MPa}$ .



**Figure 5.8:** Schématisation du modèle d'un quart de niveau d'exploitation, avec deux axes de symétrie selon x et y et comprenant  $7\frac{1}{2}$  piliers et 8 chambres, soumis à un état de contrainte hydrostatique  $P = 5$  MPa.

### 5.2.2 Présentation des résultats

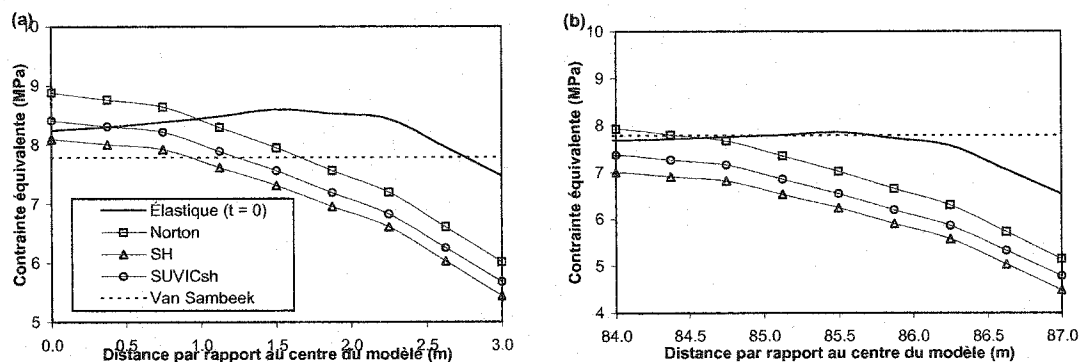
Comme ce fut le cas pour le cas du pilier isolé, on présente les résultats de simulations en deux sous-sections distinctes dans lesquelles on analyse les contraintes et les déformations. Certaines figures obtenues avec le logiciel Zébulon montrant les résultats sous forme d'isocontours sont également présentées à l'annexe 4 de ce mémoire.

### 5.2.2.1 Analyse des contraintes

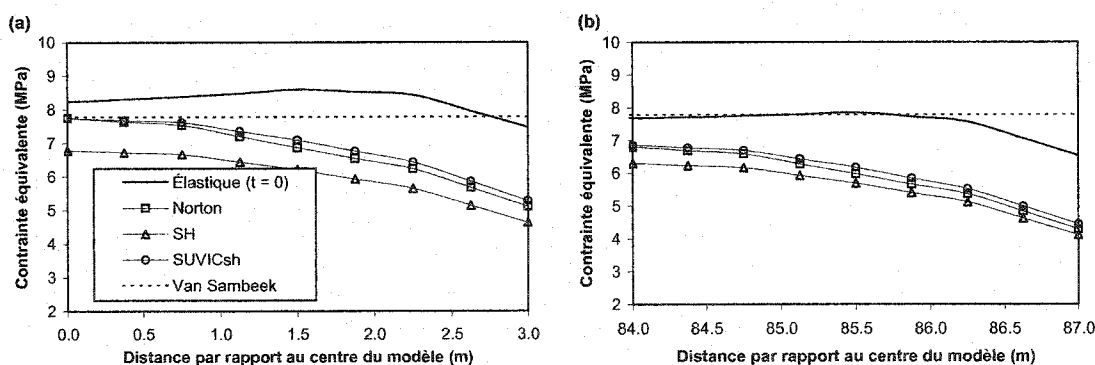
On présente aux figures 5.9 et 5.10 les distributions de contraintes associées aux différents modèles de comportement, après 1 an (fig.5.9) et 5.7 ans (fig. 5.10) de chargement, pour le niveau mihauteur. Les distributions aux mêmes moments sont montrées pour le niveau toit aux figures 5.11 et 5.12. Dans ces quatre figures, on présente les résultats de calculs dans le premier et le dernier pilier du niveau modélisé de la figure 5.8. Ce dernier pilier est situé à 81 mètres du centre du modèle, mais sur les figures qui suivent, on montre seulement la distribution sur une moitié qui s'étend de 84 à 87 mètres.

On constate dans un premier temps que l'état de contrainte, que ce soit au toit ou au centre, est toujours plus élevé pour le pilier du centre qu'aux piliers extrêmes lorsque les piliers sont de même dimension et que l'on néglige la séquence de minage. Ce résultat prévisible confirme que ce pilier doit être considéré critique lors d'une démarche de conception. Aussi, en modélisant un niveau complet, on voit que la redistribution des contraintes est beaucoup plus importante que pour un pilier isolé. On voit qu'au centre du pilier (fig.5.9 et 5.10), le phénomène est très marqué. Durant la première année, la contrainte équivalente calculée avec les modèles inélastiques augmente au centre du pilier pour diminuer de beaucoup en périphérie(fig.5.9). Par la suite, l'ampleur de la contrainte équivalente diminue de façon relativement importante, soit d'environ 1 MPa, jusqu'à la fin de la simulation (fig.5.10). Pour ce qui est de l'état de contraintes au toit (fig.5.11 et 5.12), il varie beaucoup moins qu'au centre du pilier. L'effet le plus marqué de la redistribution des contraintes est constaté au coin du pilier où la contrainte diminue d'au moins la moitié avec les modèles inélastiques. Ce changement s'effectue assez rapidement, soit durant la première année de la simulation. En raison de la redistribution de contrainte plus importante, on observe un état de contrainte beaucoup plus variable au cours de la simulation, surtout au niveau mihauteur du pilier centrale du modèle (fig.5.9a

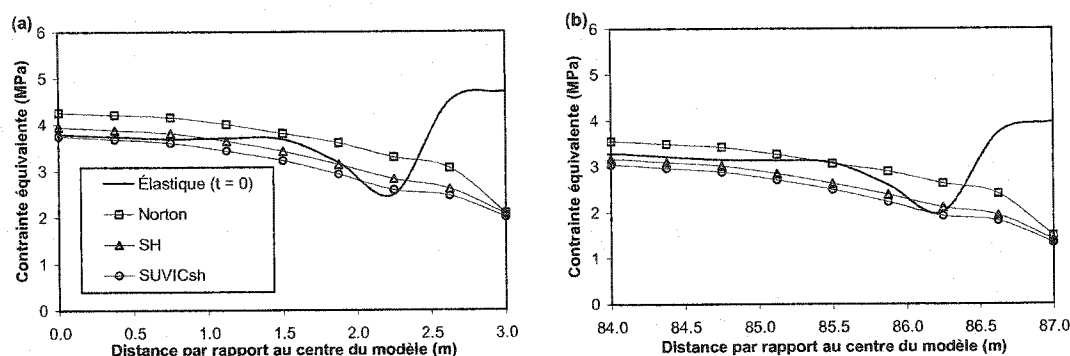
et 5.10a). De plus, le niveau de contrainte observé dans les piliers est plus faible que dans le cas du pilier isolé.



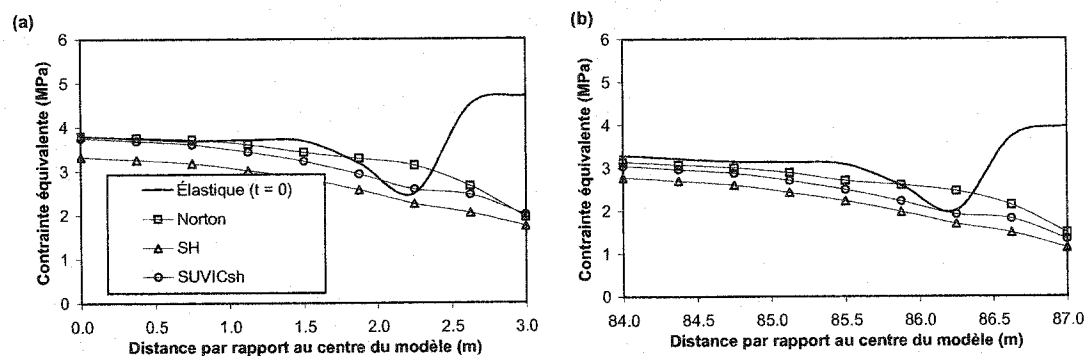
**Figure 5.9:** Comparaison de la distribution de la contrainte équivalente calculée avec trois modèles inélastiques et la contrainte instantanée (élastique) après 30 Ms (1 an) de simulation pour le niveau de la figure 5.8 au niveau mihauteur (paramètres SH identifiés pour 10 MPa): (a) pour le premier pilier du niveau et (b) pour le dernier pilier du niveau.



**Figure 5.10:** Comparaison de la distribution de la contrainte équivalente calculée avec trois modèles inélastiques et la contrainte instantanée (élastique) après 180 Ms (5.7 ans) de simulation pour le niveau de la figure 5.8 au niveau mihauteur (paramètres SH identifiés pour 10 MPa): (a) pour le premier pilier du niveau et (b) pour le dernier pilier du niveau.



**Figure 5.11:** Comparaison de la distribution de la contrainte équivalente calculée avec trois modèles inélastiques et la contrainte instantanée (élastique) après 30 Ms (1 an) de simulation pour le niveau de la figure 5.8 au niveau toit (paramètres SH identifiés pour 10 MPa): (a) pour le premier pilier du niveau et (b) pour le dernier pilier du niveau.



**Figure 5.12:** Comparaison de la distribution de la contrainte équivalente calculée avec trois modèles inélastiques et la contrainte instantanée (élastique) après 180 Ms (5.7 ans) de simulation pour le niveau de la figure 5.8 au niveau toit (paramètres SH identifiés pour 10 MPa): (a) pour le premier pilier du niveau et (b) pour le dernier pilier du niveau.

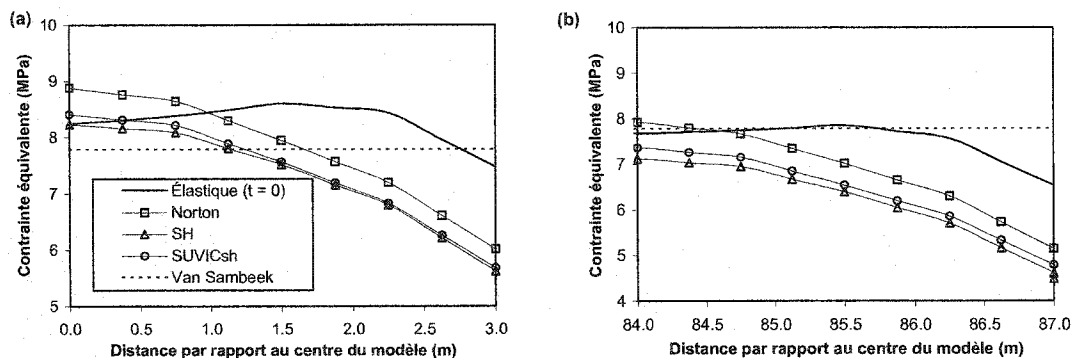
Les paramètres du modèle SH ayant été identifiés pour une contrainte équivalente de 10 MPa, on peut penser que les déformations ont été surestimées (ce qui sera confirmé à la prochaine section) pour ce modèle. Ceci expliquerait en partie la différence entre la distribution de contrainte calculée avec SH et les deux autres modèles inélastiques à la fin de la simulation (fig.5.10 et 5.12). Si les déformations sont plus élevées, on favorise le

transfert des contraintes des piliers vers le massif environnant, abaissant par le fait même la contrainte à l'intérieur des piliers.

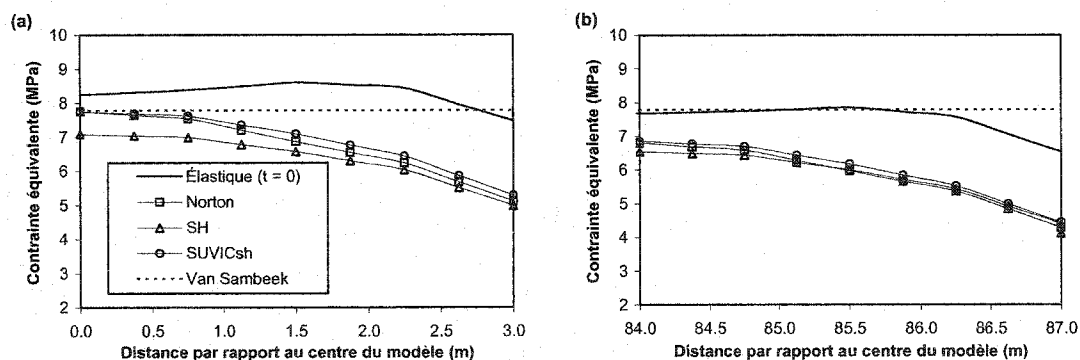
On voit aux figures 5.13 à 5.16 le même type de résultats qu'aux figures précédentes (5.9-5.12) mais pour les paramètres du modèle SH identifiés pour une contrainte équivalente de 7.5 MPa. Les paramètres sont donc ceux du tableau 4.3 avec  $A_5 = 400$  MPa et  $N = 3$ . Les distributions de contraintes calculées avec  $SUVIC_{sh}$  et SH sont plus proches, quoique l'état de contrainte maximal calculé à la fin de la simulation au centre du pilier critique est toujours sous estimé par rapport à la valeur obtenue avec  $SUVIC_{sh}$  (fig.5.14a).

De façon générale, le modèle de Norton tend à surestimer la contrainte équivalente en début de chargement tandis qu'à plus long terme, on constate pour le cas analysé ici une similitude entre Norton et  $SUVIC_{sh}$  pour la contrainte équivalente maximale. Toutefois, les distributions demeurent différentes. On peut voir que le niveau maximal de contrainte équivalente après presque 6 ans au centre du pilier critique (pilier central, fig.5.10a) est adéquatement estimé par la méthode analytique de Van Sambeek (1996). Toutefois, on peut penser qu'à plus long terme la contrainte équivalente maximale calculée avec  $SUVIC_{sh}$  aurait tendance à diminuer encore étant donné que l'état stationnaire n'est probablement pas atteint.

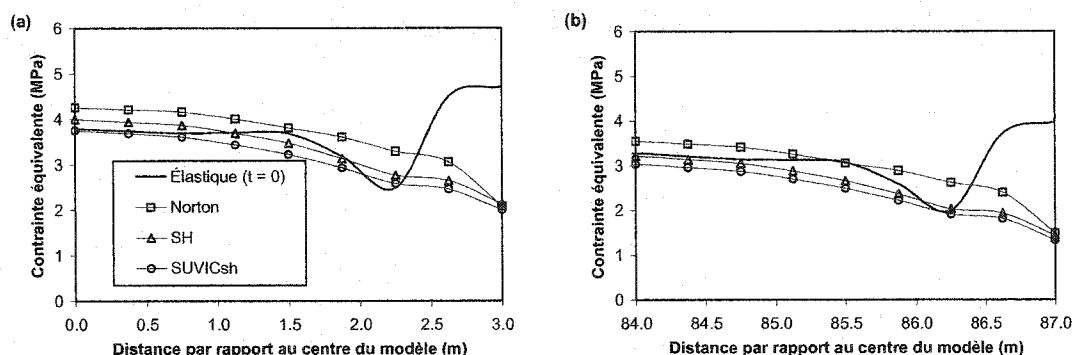
On compare à la figure 5.13 les distributions de la contrainte principale ( $\sigma_1$ ) au centre du pilier critique pour les trois modèles inélastiques (paramètres SH:  $A_5 = 400$  MPa et  $N = 3$ ), qui est orientée selon l'axe vertical du pilier à cet endroit, avec deux lois analytiques discutées précédemment dans ce mémoire, soit la théorie des aires tributaires et la théorie du fléchissement élastique (Coates, 1981). La contrainte obtenue avec la théorie



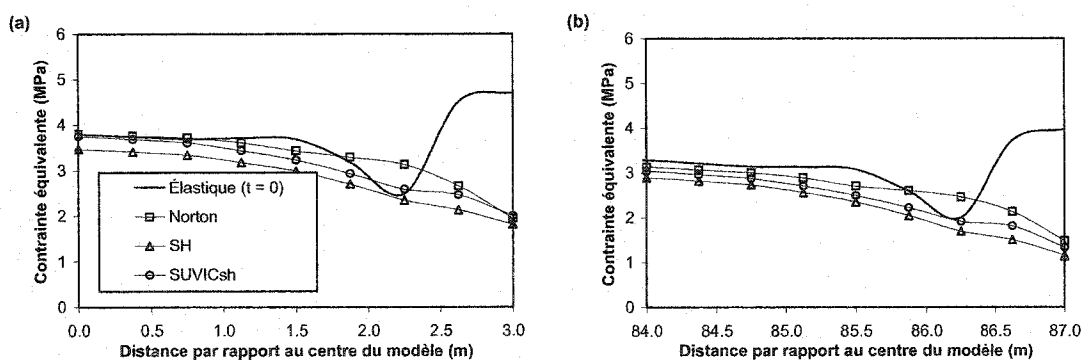
**Figure 5.13:** Comparaison de la distribution de la contraente équivalente entre trois modèles inélastiques et la contraente instantanée (élastique) après 30 Ms (1 an) de simulation pour le niveau de la figure 5.8 au niveau mihauteur (paramètres SH identifiés pour 7.5 MPa): (a) pour le premier pilier du niveau et (b) pour le dernier pilier du niveau.



**Figure 5.14:** Comparaison de la distribution de la contraente équivalente entre trois modèles inélastiques et la contraente instantanée (élastique) après 180 Ms (5.7 ans) de simulation pour le niveau de la figure 5.8 au niveau mihauteur (paramètres SH identifiés pour 7.5 MPa): (a) pour le premier pilier du niveau et (b) pour le dernier pilier du niveau.



**Figure 5.15:** Comparaison de la distribution de la contrainte équivalente entre trois modèles inélastiques et la contrainte instantanée (élastique) après 30 Ms (1 an) de simulation pour le niveau de la figure 5.8 au niveau toit (paramètres SH identifiés pour 7.5 MPa): (a) pour le premier pilier du niveau et (b) pour le dernier pilier du niveau.



**Figure 5.16:** Comparaison de la distribution de la contrainte équivalente entre trois modèles inélastiques et la contrainte instantanée (élastique) après 180 Ms (5.7 ans) de simulation pour le niveau de la figure 5.8 au niveau toit (paramètres SH identifiés pour 7.5 MPa): (a) pour le premier pilier du niveau et (b) pour le dernier pilier du niveau.

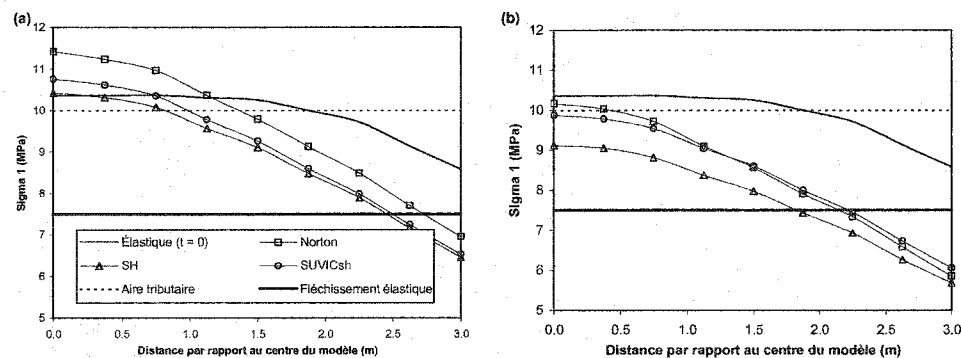
des aires tributaires a été calculée précédemment à l'aide de l'équation 5.2, soit  $\sigma_p = 10$  MPa. Pour ce qui est de la méthode du fléchissement élastique, on utilise les équations

2.37 et 2.38 présentées en revue de littérature pour évaluer la contrainte axiale dans le pilier. On obtient alors les résultats présentés aux équations 5.4 et 5.5, dans lesquelles  $\sigma_p$  est la contrainte moyenne au centre du pilier,  $\Delta\sigma_p$  est l'accroissement de contrainte moyen au centre du pilier et  $S_0$  la contrainte verticale préalable qui est  $P = 5\text{MPa}$ .

$$(5.4) \quad \Delta\sigma_p = 0.5 * S_0 = 0.5 * 5 = 2.5\text{MPa}$$

$$(5.5) \quad \sigma_p = S_0 + \Delta\sigma_p = 5 + 2.5 = 7.5\text{MPa}$$

Ces deux méthodes analytiques estiment en théorie la contrainte axiale moyenne dans le pilier, mais à la vue de la figure 5.17, on constate qu'à la fin de la simulation, la méthode des aires tributaires nous donne en fait une idée de la contrainte maximale tandis que la méthode du fléchissement élastique donne un résultat inférieur à la moyenne calculée avec Zébulon (pour les modèles inélastiques). On peut donc penser que l'état de contrainte moyen se situe quelque part entre les deux estimations. Il est intéressant de constater que le résultat obtenu par la méthode du fléchissement élastique est très loin de la distribution élastique calculée par éléments finis.



**Figure 5.17:** Comparaison entre les distributions de la contrainte principale majeure ( $\sigma_1$ ) calculées avec trois modèles inélastiques au centre du pilier critique avec deux méthodes analytiques d'estimation la contrainte moyenne dans le pilier: (a) après 1 an et (b) après 5.7 ans.

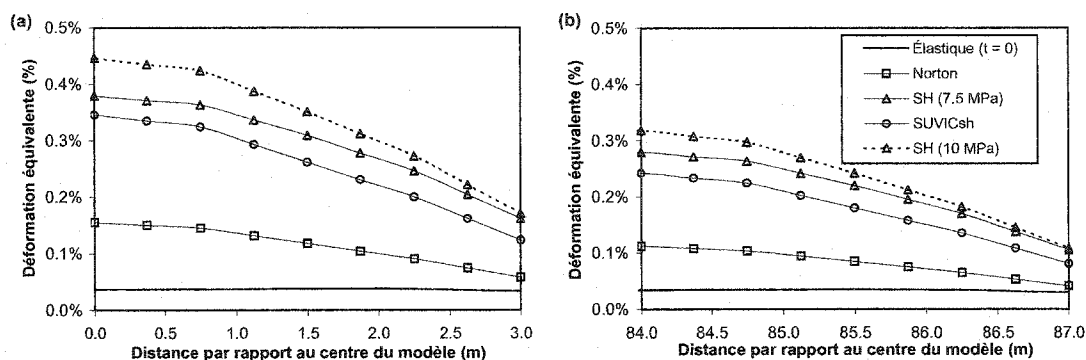
### 5.2.2.2 Analyse des déformations

On présente aux figures 5.18 et 5.19 les distributions de la déformation équivalente de Von Mises associées aux différents modèles de comportement, après 1 an (fig.5.18) et 5.7 ans (fig. 5.19) de chargement, pour le niveau mihauteur. Les distributions aux mêmes instants sont montrées pour le niveau toit aux figures 5.20 et 5.21. Dans ces quatre figures, on présente les résultats de calculs dans le premier et le dernier pilier du niveau modélisé de la figure 5.8. Ce dernier pilier est situé à 81 mètres du centre du modèle mais sur les figures qui suivent, on montre seulement la distribution sur une moitié qui s'étend de 84 à 87 mètres. Il est à noter qu'on présente deux distributions du modèle SH associées à deux jeux de paramètres distincts, identifiés pour 10 MPa et 7.5 MPa, qui sont détaillés au tableau 5.2.

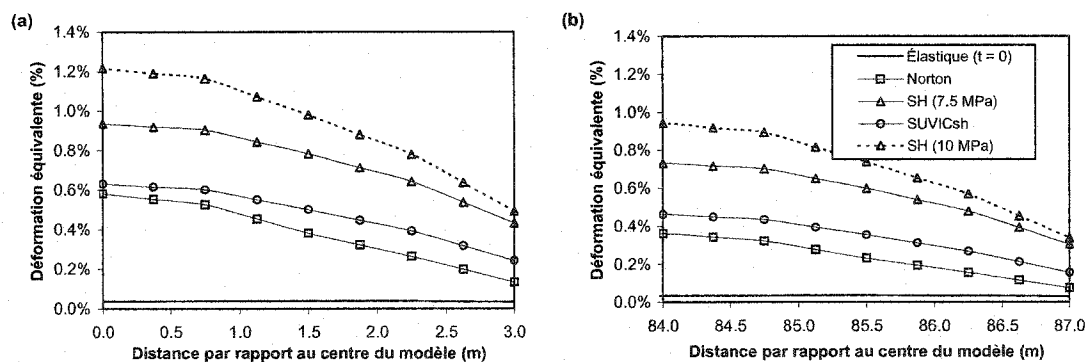
**Tableau 5.2:** Jeux de paramètres du modèle SH identifiés pour deux états de contrainte équivalente soit 10 et 7.5 MPa.

JEU DE PARAMÈTRES POUR 10 MPa		JEU DE PARAMÈTRES POUR 7.5 MPa	
PARAMÈTRES	VALEURS	PARAMÈTRES	VALEURS
E	31000 MPa	E	31000 MPa
$\nu$	0.38	$\nu$	0.38
A	$0.176 \times 10^{-12} \text{ s}^{-1}$	A	$0.176 \times 10^{-12} \text{ s}^{-1}$
$A_5$	135 MPa	$A_5$	400 MPa
N	3	N	3
n	3	n	3
$\sigma_0$	9.15 MPa	$\sigma_0$	9.15 MPa
$\dot{\epsilon}_0$	$0.135 \times 10^{-10} \text{ s}^{-1}$	$\dot{\epsilon}_0$	$0.135 \times 10^{-10} \text{ s}^{-1}$

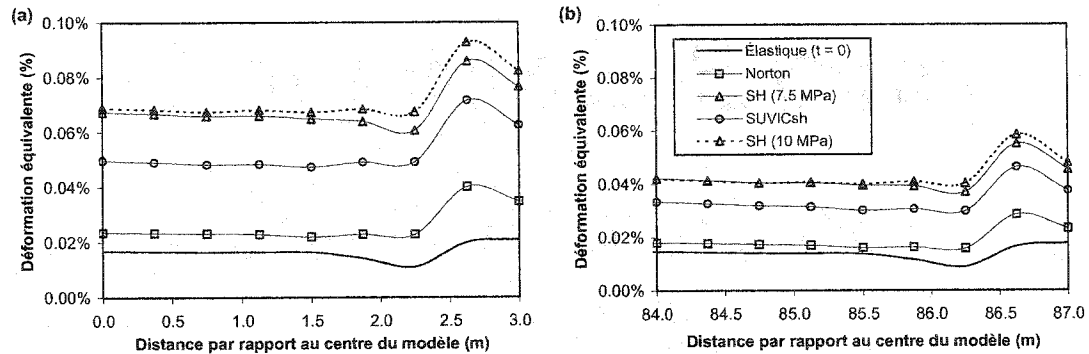
On constate qu'à l'instar des distributions de contraintes, c'est à la mi-hauteur du pilier central que l'on observe les plus grandes déformations, plus précisément au cœur du pilier (fig. 5.18a et 5.19a). Au niveau du toit, les distributions sont relativement uniformes à l'exception d'une augmentation significative à proximité du coin du pilier.



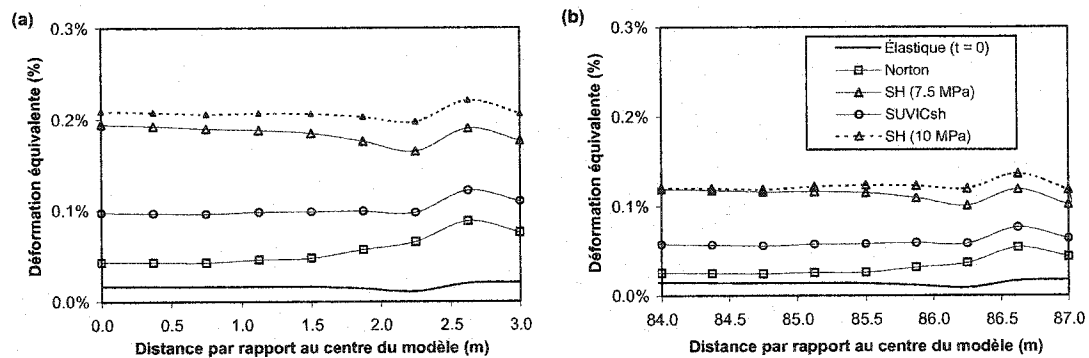
**Figure 5.18:** Comparaison de la distribution de la déformation équivalente entre trois modèles inélastiques et la déformation instantanée (élastique) après 30 Ms (1 an) de simulation pour le niveau de la figure 5.8 au niveau mihauteur: (a) pour le premier pilier du niveau et (b) pour le dernier pilier du niveau.



**Figure 5.19:** Comparaison de la distribution de la déformation équivalente entre trois modèles inélastiques et la déformation instantanée (élastique) après 180 Ms (5.7 ans) de simulation pour le niveau de la figure 5.8 au niveau mihauteur: (a) pour le premier pilier du niveau et (b) pour le dernier pilier du niveau.



**Figure 5.20:** Comparaison de la distribution de la déformation équivalente entre trois modèles inélastiques et la déformation instantanée (élastique) après 30 Ms (1 an) de simulation pour le niveau de la figure 5.8 au niveau toit: (a) pour le premier pilier du niveau et (b) pour le dernier pilier du niveau.



**Figure 5.21:** Comparaison de la distribution de la déformation équivalente entre trois modèles inélastiques et la déformation instantanée (élastique) après 180 Ms (5.7 ans) de simulation pour le niveau de la figure 5.8 au niveau toit: (a) pour le premier pilier du niveau et (b) pour le dernier pilier du niveau.

On remarque que dans tous les cas étudiés ici, le modèle de Norton sous-estime l'ampleur des déformations, étant même similaire à la distribution élastique au niveau du toit (figures 5.20 et 5.21). Pour ce qui est du modèle SH, la comparaison de deux jeux de paramètres permet de se rapprocher de la réponse calculée avec  $SUVIC_{sh}$  qui est considérée comme représentative du comportement réel du sel. Cet effet est beaucoup plus marqué au niveau mihauteur du pilier qu'au toit, où la contrainte est relativement

uniforme. Ce résultat permet de croire qu'on pourrait possiblement confondre la réponse du modèle SH avec celle du modèle  $SUVIC_{sh}$  avec un nouvel ajustement des paramètres.

## CHAPITRE 6 : CONCLUSION ET RECOMMANDATIONS

### 6.1 CONCLUSION

Dans la revue de la littérature, on a mis en lumière les principales différences entre le comportement d'une roche dure (élastique) par rapport à ce qu'on observe pour des roches tendres comme le sel gemme (inélastique). Il est généralement admis que cette différence de comportement peut s'expliquer, du moins en partie, par la microstructure du minéral qui compose principalement le sel gemme (80% et +), soit la halite (NaCl). Cette structure est responsable du comportement à tendance ductile du sel gemme, i.-e. la capacité à se déformer de façon inélastique (sans perte de résistance) sous l'application d'une charge. Cette ductilité de la roche est favorisée par le confinement, ainsi que par une baisse du taux d'application de la charge. Comme la déformation inélastique du sel gemme se produit dans le temps, cela en fait une roche au comportement élasto-viscoplastique.

Les modèles développés pour décrire ce type de comportement sont très variés et font tous intervenir une composante non-linéaire dans la réponse contrainte-déformation. De plus, la déformation est traitée à partir du taux de déformation, représentant ainsi une relation différentielle par rapport au temps. Ce qui distingue les modèles constitutifs entre eux se situe d'abord, au niveau de l'approche utilisée (e.g approche empirique, phénoménologique, unifiée) et le type de déformation qui est décrit (plastique, fluage stationnaire, fluage transitoire, fluage accéléré). Dans ce mémoire, on a utilisé trois lois de comportement qui sont comparées entre elles dont les caractéristiques sont résumées dans le tableau 6.1.

L'objectif est de comparer ces trois modèles et d'évaluer la représentativité des différentes approches d'analyse des contraintes à l'intérieur de piliers de mines. On a

utilisé comme méthode de calcul une approche numérique par éléments finis, laquelle a été validée dans une première étape de ce mémoire (au chapitre 3) par l'analyse de problèmes ayant des solutions analytiques ou des résultats correspondant dans la littérature. Un résumé des cas ayant permis de valider avec succès le code d'éléments finis ZéBuLoN (version 8.0) est présenté au tableau 6.2.

**Tableau 6.1** : Caractéristiques générales des modèles de comportement comparés.

Modèle	Approche	Type de déformation décrit
Norton	Empirique	Fluage stationnaire
SH- modifiée	semi-empirique – partiellement unifiée	Fluage transitoire et stationnaire
SUVIC <sub>sh</sub>	Unifiée	Plastique instantanée fluage transitoire, fluage stationnaire

**Tableau 6.2** : Résumé des cas étudiés pour la validation du code d'éléments finis.

Modèle géométrique	Modèle de comportement	Solution analytique	Résultat de la littérature
Excavation circulaire	Élastique-linéaire	Hiramatsu et Oka (1962)	-
	Inélastique-Norton	Hult	-
Cylindre à paroi épaisse	Inélastique-Norton	Boyle et Spence (1983)	-
Piliers isolés	Élastique-linéaire	-	Hoek et Brown (1980)

Les résultats obtenus ont montré que la géométrie utilisée pour des piliers et le code d'éléments finis était adéquat pour décrire le comportement des piliers ayant des élancements variés. On a estimé que la méthode analytique des aires tributaires pouvait fournir une borne supérieure de l'état de contrainte dans le pilier lorsque son comportement est élastique linéaire, ce qu'on associe typiquement aux roches dures. Pour ce qui est du cylindre à paroi épaisse, les simulations nous ont permis de vérifier que la loi de puissance de Norton évolue de façon linéaire par rapport au temps et qu'après un certain temps, la distribution de la contrainte à l'intérieur du cylindre est stable.

Le code d'éléments finis étant validé pour des lois de comportement linéaires et non-linéaires, on a présenté plus en détail au chapitre 4 les trois modèles de comportement inélastiques identifiés au tableau 6.1. Les paramètres respectifs de ces modèles ont été identifiés pour un sel provenant d'Avery Island, dont les résultats sont disponibles dans la littérature (Senseny et *al.*, 1993).

Les paramètres de  $SUVIC_{sh}$  ont d'abord été identifiés à l'aide du logiciel SIDOLO (2.0), lequel a permis d'obtenir un jeu de paramètres décrivant notamment des essais de fluage (contrainte constante) pour trois niveaux de contraintes différents soit 5, 10 et 15 MPa. En vertu de ces capacités, le modèle a été considéré dans la suite comme représentatif du comportement réel du sel gemme et les courbes de réponse obtenues avec  $SUVIC_{sh}$  ont été utilisées comme base de comparaison pour identifier les paramètres des deux autres modèles. Les principales conclusions tirées de cette démarche d'identification sont les suivantes :

**Pour SUVIC<sub>sh</sub> :**

- ❑ Le modèle SUVIC<sub>sh</sub> est représentatif du comportement réel du sel gemme en conditions de fluage , et ce pour des niveaux variés de contrainte (5 à 20 MPa);
- ❑ Le modèle a la capacité de décrire d'autres types d'essai tel que CSR (*Constant Stain Rate*) et relaxation;
- ❑ Un seul jeu de paramètres est nécessaire pour décrire un type de sel à une température donnée.

**Pour Norton :**

- ❑ Avec le modèle de Norton, il est impossible d'estimer l'ampleur de la déformation totale à moins d'utiliser une modification mathématique, telle une variation du module de Young (E) en fonction de la contrainte imposée;
- ❑ Le modèle ne permet pas de décrire l'écrouissage du matériau car cette loi de puissance sur la contrainte ne décrit que la phase stationnaire de déformation;
- ❑ Dans un espace logarithmique de la contrainte en fonction du taux de déformation, on peut facilement déterminer le taux de fluage stationnaire pour un type de sel avec le modèle de Norton;

**Pour SH-modifié :**

- ❑ Le modèle SH-modifié décrit relativement bien l'écrouissage du sel dans la phase transitoire de déformation pour un chargement unidirectionnel;
- ❑ Le modèle SH-modifié permet d'estimer l'ampleur de la déformation totale mais pour un niveau de variation de la contrainte restreint;
- ❑ On ne peut décrire entièrement la réponse d'un type de sel avec un seul jeu de paramètres et il est nécessaire de l'ajuster selon le type de problème.

Les modèles, dont les paramètres sont identifiés pour le sel d'Avery Island, ont été appliqués sur un modèle numérique simple de cylindre à paroi épaisse soumis à une pression interne. La durée de la simulation étant de 180 Ms, on a pu analyser l'évolution des distributions de contrainte et de déformation dans le temps. On peut résumer les conclusions suite aux observations de ces distributions comme suit :

- ❑ Contrairement à la loi de Norton, les distributions de contraintes obtenues avec  $SUVIC_{sh}$  et SH ne stabilisent pas durant la simulation;
- ❑ Les courbes de réponse obtenues pour les modèles  $SUVIC_{sh}$  et SH nous montrent clairement un écrouissage dans le temps, ce qui témoigne d'un état transitoire prédominant;
- ❑ Pour ce type de problème, on peut ajuster le modèle SH en fonction de l'état de contrainte anticipé et ainsi obtenir une approximation satisfaisante de la réponse du sel gemme.

Dans le cinquième chapitre, on a produit un ensemble de simulations avec ces trois lois de comportement sur deux modèles numériques de piliers de mines, l'un représentant un pilier isolé et l'autre un niveau d'exploitation comprenant 14 de ces piliers. Il a été constaté que la redistribution de contrainte, qui est un phénomène très marqué pour les piliers de sel, entraîne des diminutions importantes de la contrainte dans le pilier même au cours de l'exploitation. Cette diminution se fait au profit des épontes et des piliers plus près des frontières extérieures.

Le modèle utilisé influence grandement l'ampleur de cette redistribution de contrainte car elle est une conséquence de la déformation inélastique du pilier. Ainsi, le modèle de Norton surestime généralement l'état de contrainte en raison de sa plus grande rigidité. Par contre, on a montré, surtout dans le cas d'un niveau d'exploitation, que le modèle

SH pouvait être ajusté à la réponse calculée avec  $SUVIC_{sh}$  avec un choix de paramètres judicieux. En fait, on pourrait penser que ce modèle plus simple et moins coûteux en temps de calcul pourrait être utilisé, après avoir été calibré à l'aide d'un modèle plus complet comme  $SUVIC_{sh}$ , pour effectuer des calculs de routine ou répétitifs dans le cadre d'une opération minière.

En regard des méthodes analytiques d'estimation des contraintes, on constate, comme plusieurs auteurs auparavant, que ces méthodes ne peuvent être utilisées que dans un calcul préliminaire ou très approximatif, surtout dans les massifs de roche tendre. Les méthodes des aires tributaires ou du fléchissement élastique fournissent des états de contrainte moyens trop élevés ou trop faibles pour être représentatifs. Néanmoins, la méthode de Van Sambeek, qui ne considère que l'état stationnaire de déformation, fait bonne figure parmi les méthodes analytiques. Cette méthode donne une assez bonne approximation de la contrainte équivalente de Von Mises à court terme pour le pilier du centre du niveau d'exploitation. Mais à plus long terme, elle fournit plutôt une borne supérieure.

## 6.2 RECOMMANDATIONS

À la lumière des travaux qui ont été accomplis dans le cadre de ce mémoire, il serait intéressant d'explorer les avenues suivantes dans des travaux subséquents :

- ❑ Effectuer des simulations sur des modèles 3D afin de vérifier la validité des conclusions de la présente étude, et aussi d'établir des comparaisons entre les deux géométries, 2D et 3D;
- ❑ Développer un système d'abaques permettant d'estimer les déformations et contraintes pouvant survenir dans les piliers de dimensions variables afin de

guider les ingénieurs dans la conception d'exploitation par la méthode chambres-et-piliers.

## BIBLIOGRAPHIE

AUBERTIN, M., GILL, D.E., LADANYI, B. (1987a). *Le comportement rhéologique du sel: revue bibliographique*, Tome I, École Polytechnique de Montréal, 204 p.

AUBERTIN, M., GILL, D.E., LADANYI, B. (1987b). *Le comportement rhéologique du sel: revue bibliographique*, Tome II, École Polytechnique de Montréal, 219 p.

AUBERTIN, M. (1989). *Développement d'un modèle viscoplastique unifié avec variables internes pour le comportement rhéologique du sel gemme*, Thèse de doctorat, École polytechnique de Montréal, 574 p.

AUBERTIN, M., GILL, D.E., LADANYI, B. (1991a). *A unified viscoplastic model for the inelastic flow of alkali halides*, *Mechanics of materials*, 11, pp. 63-82.

AUBERTIN, M., GILL, D.E., LADANYI, B. (1991b). *An internal variable model for the creep of rock salt*, *Rock Mechanics and Rock Engineering*, 24, pp. 81-97.

AUBERTIN, M., GILL, D.E., SGAOULA, J. (1992). *Un modèle viscoplastique avec endommagement pour le fluage tertiaire des roches tendres*, *Proc. 16<sup>th</sup> Canadian Rock Mechanics Symposium*, Sudbury, pp. 109-119.

AUBERTIN, M., GILL, D.E., LADANYI, B. (1993a). *Modeling the transient inelastic flow of rock salt*, *Proc. 7<sup>th</sup> Symp. on salt*, Elsevier Science Publ., 1, pp. 93-104.

AUBERTIN, M., SGAOULA, J., GILL, D.E. (1993b). *A Damage Model for Rocksalt: Application to Tertiary Creep*, Proc. 7<sup>th</sup> Symp. on salt, Elsevier Science Publ., 1, pp. 117-125.

AUBERTIN, M., SGAOULA, J., GILL, D.E. (1995). *A viscoplasticity-damage model for soft rocks with low porosity*, Proc. 8<sup>th</sup> Int. Cong. Rock Mechanics, Tokyo, Balkema, Vol.1, pp. 283-290.

AUBERTIN, M., SIMON, R. (1997). A damage initiation criterion for low porosity rocks,, Int. J. Rock Mech. and Min. Sci., Vol 34, no 3-4 (10 pages sur CD ROM, Elsevier Science ltd.).

AUBERTIN, M., JULIEN, M.R., LI, L. (1998). *The Semi-Brittle Behavior of low porosity rocks*, Proc. NARMS'98, 3<sup>rd</sup> North American Rock Mechanics Symp., Cancun, Mexico, Vol.2, pp. 65-98

AUBERTIN, M., JULIEN, M.R., SERVANT, S., GILL, D.E. (1999a). *A Rate dependent Model for the Ductile Behavior of Salt Rocks*, 1999.

AUBERTIN, M., YAHYA, O.M.L., JULIEN, M. (1999b). *Modeling mixed hardening of alkali halides with a modified version of an internal state variables model*, Int. J. of Plasticity, 15, pp. 1067-1088.

BIENIAWSKI, Z.T. (1992). *A method revisited: coal pillar strength formula based on field investigations*, Proc. of the Workshop on Coal Pillar Mech. and Design, USBM, pp. 158-165.

BODNER, S.R., PARTOM, Y. (1975). *Constitutive Equations for Elastic-Viscoplastic Strain-Hardening Materials*, J. of Applied Mech., 42, pp. 385-389.

BORM, G., HAMPT, M. (1988). *Constitutive behavior of rocksalt: Power law or hyperbolic sine creep*, Proc. 6<sup>th</sup> Int. Conf. on Numerical Meth. in Geomech., Innsbruck, pp. 1883-1893.

BOYLE, J.T., SPENCE, J. (1983). *Stress analysis for creep*, Butterworths and Co Ltd., 243 p.

BURLET, H., CAILLETAUD, G. (1991). *Zébulon, a finite element code for non linear material behavior*, European Conf. on New Advances in Computational Structure Mechanics, Giens, France.

CARTER, N.L., HANSEN, F.D. (1983). *Creep of rocksalt*, Tectonophysics, 92, 275 p.

CHABOCHE, J.L., ROUSSELIER, G. (1983). *On the Plastic and Viscoplastic Constitutive Equations - part I: Rules Developed With Internal Variable Concept*, J. of Press. and Ves. Tech., 105, pp. 153-158.

CLOSSET, L. (1986). *Programme d'éléments finis pour la conception des mines*, Mémoire de Maîtrise, École polytechnique de Montréal, Dépt. génie minéral, 193 p.

COATES, D.F. (1981). *Rock Mechanics Principles*, Monograph 874 (revised 1981), CANMET

DAGAMMA, C.D. (1979). *Rheological behavior of heterogenous salt rock*, Proc. 4<sup>th</sup> Int. Congr. On Rock Mech., Montreux, Switzerland, Vol.1, pp. 107-115.

DE MENEZES, E.J., NGUYEN-MINH, D. (1996). *Numerical modelling of leached cavern fields using mixed bem-fem method*, Proc. 4<sup>th</sup> Conf. on the Mechanical Behavior of Salt, Trans Tech Pub., Clausthal-Zellerfeld, Germany, pp.417-426.

DORLOT, J.M., BAÏLON, J.P., MASOUNAVE, J. (1986). *Des matériaux*, Éditions de l'école Polytechnique de Montréal, 467 p.

FOERCH, R. (1996). *Un environnement orienté objet pour la modélisation numérique en calcul de structures*, Thèse de Doctorat, École Nationale des Mines de Paris.

FREED, A.D., WALKER, K.P. (1993). *Viscoplasticity with Creep and Plasticity Bounds*, Int. J. of Plasticity, 9, pp. 213-242.

GILL, D.E., LEITE, M.H., LABRIE, D. (1994). *Designing Mine Pillars with the Convergence-Confinement Method*, Int. J. of Rock Mech. Sci. & Geomech. Abstr., Vol. 31, 6, pp. 687-698.

HAMRIN, H.O. (1982). *Choosing an underground mining method*, Underground Mining Methods Hanbook, AIME, New-York, pp.88-112.

HARDY, R.H. (1982). *Theoretical and laboratory studies relative to the design of salt caverns for the storage of natural gas*, Project PR-12-71, American Gas Association, 709 p.

HIRAMTSU, Y., OKA, Y. (1962). *Stress around a shaft or a level excavated in ground with a three-dimensional stress state*, Mem. Facult. Engng. Kyoto Univ., Vol. 24, pp. 56-76.

HOEK, E., BROWN, E.T. (1980). *Underground Excavations in Rock*, The Institute of Mining and Metallurgy, 527 p.

HOEK, E., GRABINSKY, M.W., FIEDERICH, M.S. (1991). Numerical modelling for underground excavation design, The Institute of Mining and Metallurgy, 100, A-22-A30.

HULT, JAN A.H. (1966). *Creep in engineering structures*, Blaisdell Pub. Company, 113 p.

HUNSCHE, U., HAMPEL, A. (1999) *Rocksalt: The Mechanical Properties of the Host Rock Material for a Radioactive Repository*, Engineering Geology, Elsevier Science Publ., 52, 271-291.

JEREMIC, M.L. (1985). *Principal mining systems of slice mining and stability of stope pillar structure*, In Strata control in coal mining, Rotterdam: Balkema. pp. 354-367.

JEREMIC, M.L. (1994). *Rock mechanics in salt mining*, AA. Balkema Publisher, 532 p.

JISHAN, J., CRISTESCU, N.D., HUNSCHE, U. (1996). *A new elastic/viscoplastic model for rocksalt*, Proc. 4<sup>th</sup> conf. on Mech. Behavior of Rocksalt, Montréal, Canada, pp. 249-262.

JULIEN, M., FOERCH, R., AUBERTIN, M., CAILLETAUD, G. (1996). Some aspects of numerical implementation of SUVIC-D, Proc. 4<sup>th</sup> Conf. on the Mechanical Behavior of Salt, Trans Tech Pub., Clausthal-Zellerfeld, Germany, pp.389-403.

JULIEN, M. (1999). *Une modélisation constitutive et numérique du comportement mécanique du sel gemme*, Thèse de doctorat, École polytechnique de Montréal, 355 p.

KHAN, S.A., HUANG, S. (1995). *Continuum Theory of Plasticity*, John Wiley and Sons, 421 p.

KRIEG, R.D. (1982). *A unified creep-plasticity model for halite*, Mechanical Testing for Deformation Model Development, ASTM STP, 765, 139 p.

KRIEG, R.D., SWEARENGEN, J.C., JONES, W.B. (1987). *A Physically Based Internal Variable Model for Rate Dependent Plasticity*, Unified Constitutive Equations for Creep and Plasticity, Elsevier, Amsterdam, pp. 245-271 .

LEMAÎTRE, J., CHABOCHE, J.L. (1988). *Mécanique des matériaux solides* (2<sup>e</sup> ed.), Dunod-Bordas, Paris, 544 p.

LEMAÎTRE, J. (1996). *A Course on Damage Mechanics* (2<sup>nd</sup> ed.), Springer-Verlag, 228 p.

McCLAIN, W.C. (1964). *Time-dependent behavior of pillars in the Alsace potash mines*, Proc. 6<sup>th</sup> Symp. Rock Mech., University of Missouri at Rolla, pp. 489-499.

MIRZA, U.A. (1981). Prediction of creep deformations in rock salt pillars, Proc. first Conf. on the Mechanical Behavior of Salt, Trans Tech Pub., Clausthal-Zellerfeld, Germany, pp.311-337.

MUNSON, D.E., DAWSON, P.R. (1982). *A work-hardening/recovery model of transient creep of salt during stress loading and unloading*, Proc. 23<sup>rd</sup> U.S. Symp. Rock Mech., pp. 299-306.

NGUYEN-MINH, D, QUINTANILHA DE MENEZES, E. (1993). *Incompressible numerical modelling for long term convergence evaluation of underground works in salt*, Proc. 3<sup>th</sup> Conf. on the Mechanical Behavior of Salt, Trans Tech Pub., Clausthal-Zellerfeld, Germany, pp.523-531.

PATCHET, S.J., CARRASCO, R.C., FRANCKE, C.T., SALARI, R., SAEB, S. (2001). *Interaction between two adjacent panels at WIPP*, Proc. 38<sup>th</sup> U.S. Rock Mech. Symp., Washington D.C., Balkema, pp. 517-523.

PATERSON, M.S. (1978). *Experimental rock deformation - the brittle field*, Springer-Verlag.

PILVIN, P. (1988). *Approches multiéchelles pour la prévision du comportement anélastique des métaux*, Ph.D. thesis, Université de Paris VI, France.

PRÉVOST, G. (1999). *Comparaison des méthodes numériques et analytiques pour le dimensionnement des piliers*, Mémoire de maîtrise, École polytechnique de Montréal, Dépt. Génie minéral.

PUDEWILLS, A., HORNBERGER, K. (1993). *A Unified Viscoplastic Model for Rock Salt*, Proceedings of the 3<sup>rd</sup> Conf. on the Mech. Behavior of Salt, Palaiseau, France, pp. 45-52.

SENSENY, P.E., HANSEN, F.D., RUSSELL, J.E., CARTER, N.L., HANDIN, J.W. (1992). *Mechanical Behavior of Rock Salt: Phenomenology and Micromechanism*, Int. J. Rock Mech. Min. Sci. & Geomech. Abstr., 29, 4, pp. 363-378.

SENSENY, P.E., BRODSKY, N.S., DEVRIES, K.L. (1993). *Parameter Evaluation for a Unified Constitutive Model*, J. of Eng. Mat. And Tech., 115, pp. 157-162.

SGAOULA, J. (1997). *Extension d'un modèle viscoplastique unifié au comportement semi-fragile du sel gemme*, Thèse de doctorat, École polytechnique de Montréal, 252 p..

SIMON, R. (1999). *Analysis of fault-slip mechanisms in hard rock mining*, PhD thesis, McGill University, 245 p..

SKRZYPEK, J.J. (1993). *Plasticity and Creep: Theory, Examples and Problems*, CRC press, 542 p.

VAN SAMBEEK, L. (1996), *Salt pillar design equation*, Proc. 4<sup>th</sup> Conf. Mech. Behav. of Salt, Montreal, pp. 495-508.

YAHYA, O.M.L., AUBERTIN M., BOULIANNE, M. (1999). *A preliminary modeling investigation of the behavior of pillars in salt mines*, CDT, École polytechnique de Montreal

YAHYA. O.M.L., AUBERTIN, M., JULIEN, M. (2000). *A unified representation of the plasticity, creep and relaxation behavior of rocksalt*, Int. J. of Rock Mech. and Min. Sci., 37, pp. 787-800.

ZIENKIEWICZ, O.C., TAYLOR, R.L. (1989a). *The Finite Element Method*, 4<sup>th</sup> edition, Volume 1, McGraw-Hill Book Company, 648 p.

ZIENKIEWICZ, O.C., TAYLOR, R.L. (1989b). *The Finite Element Method*, 4<sup>th</sup> edition, Volume 2, McGraw-Hill Book Company, 808 p.

## ANNEXES

## ANNEXE 1 : MODÈLES CONSTITUTIFS APPLIQUÉS AU SEL GEMME

On présente ici divers modèles qui ont été développés et/ou appliqués au comportement inélastique du sel gemme (ou matériaux analogues). Il s'agit principalement de modèles avec variables d'état interne.

### A1.1 Modèle de Krieg (Krieg et *al.*, 1987)

$$(A1.1) \quad \dot{\epsilon}_{ij}^i = A_1 \lambda^m \exp(-Q / RT) \left[ \sinh(A_2 (S_{ij} - \alpha_{ij})) \right]^p \left[ \frac{(S_{ij} - \alpha_{ij})}{(S - \alpha)} \right]$$

$$(A1.2) \quad \dot{\alpha}_{ij} = A_3 \dot{\epsilon}_{ij}^i - A_4 [\exp(A_5 \alpha^2 / RT) - 1] \alpha \alpha_{ij}$$

$$(A1.3) \quad \dot{\lambda} = -\beta(\lambda - A_o) \sqrt{(2/3) \dot{\epsilon}_{ij}^i \dot{\epsilon}_{ij}^i}$$

Où  $A_1$ ,  $A_2$ ,  $A_3$ ,  $A_4$ ,  $A_5$ ,  $A_o$ ,  $n$ ,  $p$  et  $\beta$  sont des constantes du modèle,  $S_{ij}$  le tenseur déviatorique,  $\alpha_{ij}$  la variable tensorielle d'écrouissage,  $\lambda$  la variable d'écrouissage isotrope,  $T$  la température absolue,  $Q$  l'énergie d'activation et  $R$  la constante universelle des gaz.

On remarque dans l'équation d'évolution de l'écrouissage isotrope (équ. A1.3) que la restauration statique (thermique) est absente.

### A1.2 Modèle M-D (Munson et Dawson, 1982)

Le modèle M-D développé au WIPP partitionne la déformation inélastique différée en une composante stationnaire (A1.4 à A1.7) et transitoire. On voit que le taux de déformation stationnaire est scindé en trois composantes distinctes, soient  $\dot{\epsilon}^{s_1}$ ,  $\dot{\epsilon}^{s_2}$  et

$\dot{\epsilon}^{s3}$ , qui représentent respectivement la déformation due à la montée des dislocations (*climb*), à un mécanisme inconnu et au glissement des dislocations (*slip*).

Pour ce qui est du taux de déformation transitoire, il possède une composante récupérable et irréversible. Cette dernière à laquelle les auteurs se sont intéressés est caractérisée aux équations (A1.8 à A1.13).

$$(A1.4) \quad \dot{\epsilon}^s = \sum_{i=1}^3 \dot{\epsilon}^{si}$$

$$(A1.5) \quad \dot{\epsilon}^{s1} = A_1 \exp(-Q_1 / RT) \left( \frac{\sigma}{\mu} \right)^{n_1}$$

$$(A1.6) \quad \dot{\epsilon}^{s2} = A_2 \exp(-Q_2 / RT) \left( \frac{\sigma}{\mu} \right)^{n_2}$$

$$(A1.7) \quad \dot{\epsilon}^{s3} = |H(\sigma - \sigma_o)| \left[ B_1 e^{(-Q_1 / RT)} + B_2 e^{(-Q_2 / RT)} \right] \sinh \left[ \frac{q(\sigma - \sigma_o)}{\mu} \right]$$

Où  $A_1$ ,  $A_2$ ,  $B_1$ ,  $B_2$ ,  $\mu$  et  $q$  sont des constantes du matériau,  $R$  la contante universelle des gaz et  $H$  une fonction à pas d'Heaviside avec  $[\sigma - \sigma_o]$  comme argument, dans lequel  $\sigma_o$  est la contrainte minimale pour qu'il y ait glissement des dislocations. La contribution des mécanismes dépend du niveau de contrainte et de la température  $T$ . Ainsi, il y a deux exposants,  $n_1$  et  $n_2$ , et deux énergies d'activations,  $Q_1$  et  $Q_2$ .

$$(A1.8) \quad \dot{\epsilon}^t = \dot{\epsilon}^{t_{irr}} + \dot{\epsilon}^{t_{rec}}$$

$$(A1.9) \quad \dot{\epsilon}^{t_{irr}} = F \dot{\epsilon}^s$$

$$(A1.10) \quad F = \begin{cases} e^{+\Delta(1-\zeta/\epsilon^*)^2}; \zeta \leq \epsilon^* \\ 1 \\ e^{-\delta(1-\zeta/\epsilon^*)^2}; \zeta \geq \epsilon^* \end{cases}$$

$$(A1.11) \quad \dot{\zeta} = (F - 1)\dot{\varepsilon}^s$$

$$(A1.12) \quad \Delta = \alpha_w + \beta_w \log(\sigma/\mu)$$

$$(A1.13) \quad \delta = \alpha_r + \beta_r \log(\sigma/\mu)$$

Où  $\dot{\varepsilon}^t$ ,  $\dot{\varepsilon}^s$ ,  $\dot{\varepsilon}^{t_{rec}}$  et  $\dot{\varepsilon}^{t_{ir}}$  sont respectivement le taux de déformation transitoire, stationnaire, transitoire récupérable et transitoire irréversible. La variable interne  $\zeta$  représente l'écrouissage isotrope et  $\varepsilon^*$  la limite de déformation transitoire irréversible. Les paramètres  $\Delta$  et  $\delta$  sont des fonctions non-négatives des constantes  $\alpha_{w,r}$  et  $\beta_{w,r}$  ( $w$  pour *work-hardening* et  $r$  pour *recovery*).

### A1.3 Modèle MATMOD (Senseny et al., 1993)

Le modèle MATMOD développé par Miller (1987) et utilisé par Senseny et ses collaborateurs est de type viscoplastique unifié avec deux variables internes soient  $R$  et  $F$  qui sont respectivement l'écrouissage cinématique et la contrainte de traînée. Les équations cinétiques sous la forme scalaire sont:

$$(A1.14) \quad \dot{\varepsilon}^i = B_1 \left[ \sinh \left( \frac{|\sigma/E - R|}{\sqrt{F}} \right)^{1.5} \right]^n \operatorname{sgn} \left( \frac{\sigma}{E} - R \right)$$

$$(A1.15) \quad \dot{R} = H_1 \exp \left[ -H_3 R \operatorname{sgn} \left( \frac{\sigma}{E} - R \right) \right] * \left[ \dot{\varepsilon}^i - B_1 \left[ \sinh(A_1 |R|) \right]^n \operatorname{sgn}(R) \right]$$

$$(A1.16) \quad \dot{F} = H_2 \left( C_2 + |R|^{0.6} - \left( \frac{A_2}{A_1} \right)^{0.6} (F - F_o) \right) * \left[ \dot{\varepsilon}^i - H_2 B_1 C_2 \left[ \sinh(A_2 (F - F_o)^{1.5}) \right]^n \right]$$

où  $B_1$ ,  $n$ ,  $H_1$ ,  $H_2$ ,  $H_3$ ,  $A_1$ ,  $A_2$ ,  $C_2$  et  $F_0$  sont des constantes reliées au matériau et  $E$  représente le module de Young. La seule constante reliée à la température est  $B_1$  tandis que  $F_0$  représente la résistance au mouvement des dislocations à l'intérieur du réseau cristallin.

#### A1.4 Modèle de Freed et collaborateurs (Freed et Walker, 1995)

Le modèle développé par Freed et ses collaborateurs est de type viscoplastique unifié et il comprend une variable interne d'érouissage cinématique,  $B$ , ainsi qu'une variable interne de résistance à la traînée (*drag stress*) représentée par  $D$ . Le modèle est développé autour du concept qu'il existe plusieurs régimes de déformation différents soient élastique, viscoplastique et plastique. En faisant l'hypothèse que le régime élastique est pratiquement inexistant pour une roche comme le sel ou pour un métal à haute température, il fixe la variable  $R=0$ . Ainsi, le domaine viscoplastique a une borne inférieure qui est le fluage stationnaire, c'est-à-dire où  $\|S - B\| < K$  dans l'espace des contraintes, et une borne supérieure qui est la plasticité, c'est-à-dire où  $\|S - B\| \geq K$  ( $\|S - B\|$  est la longueur du vecteur). Pour le domaine viscoplastique, on a les équations suivantes:

$$(A1.17) \quad \dot{\epsilon}_{ij}^i = f(T) A \sinh^n \left[ \frac{\|S - B\|}{D} \right] \frac{1}{2} \frac{(S_{ij} - B_{ij})}{\|S - B\|}$$

$$(A1.18) \quad \dot{B}_{ij}^\alpha = 2f[\mu] \left( \dot{\epsilon}_{ij}^i - \frac{B_{ij}^\alpha}{2f[D, C, \delta]} \|\dot{\epsilon}^i\| \right) \text{ avec } B_{ij} = B_{ij}^s + B_{ij}^l$$

$$(A1.19) \quad \dot{D} = f[T, D, C, \delta] \left( \dot{\epsilon}_{ij}^i - f[T] A \sinh^n \left[ \frac{D - D_o}{\delta C} \right] \right)$$

où  $A$ ,  $C$ ,  $D_0$  et  $\delta$  sont des constantes du matériau et  $\mu$  le module de cisaillement de la roche. La variable interne  $B$  est séparée en deux termes (équ. A1.18) soient l'érouissage à court terme,  $\alpha = s$ , et à long terme,  $\alpha = l$ .

#### A1.5 Modèle de Cristescu (Cristescu et Hunsche, 1993; Jishan et Cristescu, 1996)

Le modèle de Cristescu est basé sur l'hypothèse qu'à n'importe quel moment dans le chargement, les régimes de déformation transitoire et stationnaire sont toujours présents mais à des proportions différentes. Immédiatement après l'application de la charge, le taux de fluage transitoire est dominant mais après un certain temps, c'est le fluage stationnaire qui prend le dessus. La seule variable interne du modèle,  $W(t)$ , caractérise un érouissage isotrope. Afin de déterminer la proportion des deux régimes de fluage, on a recours aux fonctions  $F$  et  $S$  qui sont respectivement les potentiels viscoplastique et de fluage stationnaire du matériau. Les équations détaillées disponibles dans Jishan et Cristescu (1996) peuvent se résumer ainsi:

$$(A1.20) \quad \dot{\epsilon}^i = k_t \left\langle 1 - \frac{W(t)}{H(\sigma)} \right\rangle \frac{\partial F}{\partial \sigma} + k_s \frac{\partial S}{\partial \sigma}$$

$$(A1.21) \quad W(t) = \int_0^T \sigma \dot{\epsilon}^i dt$$

où  $k_t$  et  $k_s$  sont des constantes représentant les coefficients de viscosité,  $T$  la température et  $H(\sigma)$  la fonction d'écoulement spécifique. Il est à noter que  $W(t) = H(\sigma)$  constitue la borne de stabilisation du fluage transitoire.

### A1.6 Modèle de Robinson (Pudewills et Hornberger, 1993)

Ce modèle est de la catégorie UCP emploi deux variables internes soient  $a$ , qui représente l'écrouissage cinématique, et  $K$ , couramment appelé le *drag stress*. L'écoulement inélastique se déduit à partir des équations A1.21 à A1.23 où  $A_1$ ,  $B(T)$  et  $k_o$ ,  $n$ ,  $m$  et  $\beta$  sont des constantes propres au matériau et  $J_2$  représente le deuxième invariant du déviateur de contrainte

$$(A1.22) \quad \dot{\epsilon}^i = \left\langle \frac{J_2(S-a)}{K} - 1 \right\rangle^n \frac{S-a}{\sqrt{2J_2(S-a)}}$$

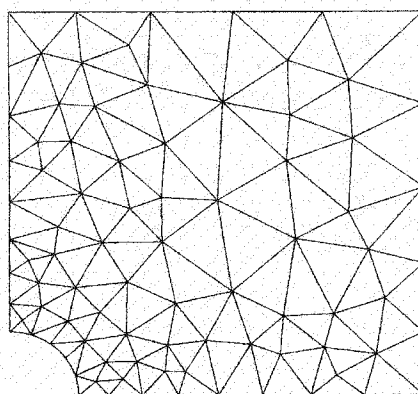
$$(A1.23) \quad \dot{a} = A_1 \left( \frac{J_2(a)}{k_o} \right)^{-\beta} \dot{\epsilon}^i - B(T) \left( \frac{J_2(a)}{k_o} \right)^{m-\beta} a$$

$$(A1.24) \quad \dot{K} = f_1(T) \sigma \dot{\epsilon}^i + f_2(T) \dot{T}$$

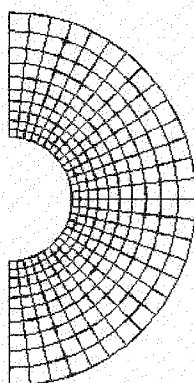
## ANNEXE 2: MAILLAGES D'ÉLÉMENTS FINIS

### A2.1 Maillages créés avec ZéBuLoN pour les modèle du chapitre 2

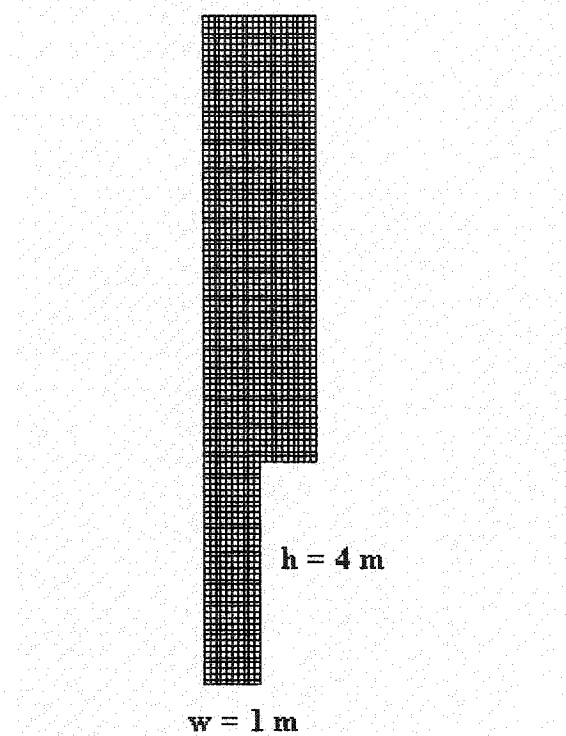
Les figures qui suivent montrent les maillages utilisés lors des simulations sur des excavations circulaires (figure A2.1), sur le cylindre à paroi épaisse (figure A2.2), sur les quatre modèles de piliers (figures A2.3-A2.6) ainsi que sur le niveau d'exploitation de la figure 5.8 (figure A2.7 et A2.8) Les éléments utilisés dans ces maillages sont de type quadratique.



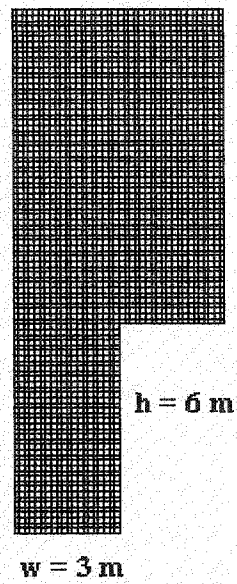
**Figure A2.1:** Maillage triangulaire utilisé pour le modèle de l'excavation circulaire.



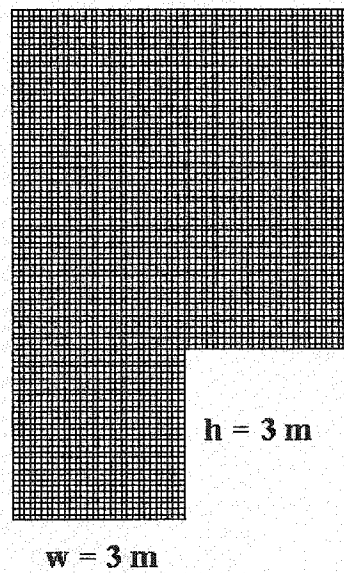
**Figure A2.2:** Maillage rayonnant utilisé pour le modèle du cylindre à paroi épaisse.



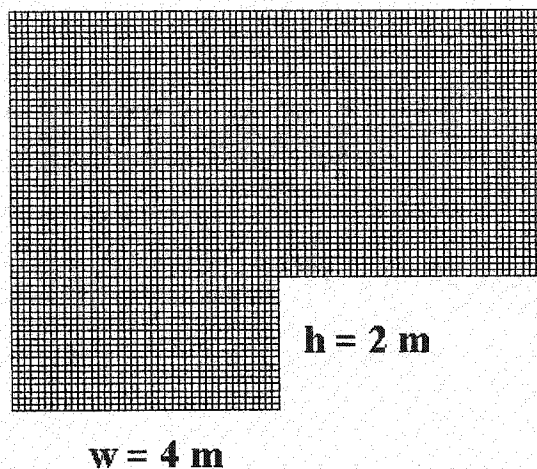
**Figure A2.3:** Maillage pour le modèle de quart de pilier de rapport  $h/w = 4$ .



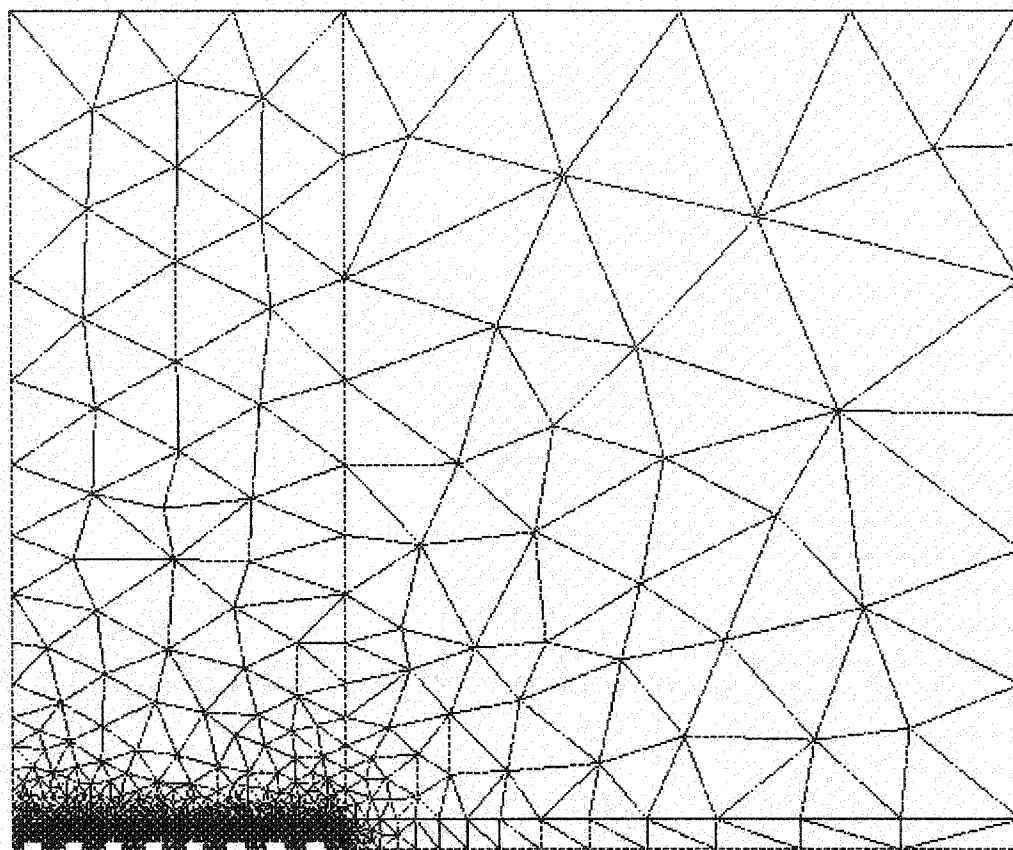
**Figure A2.4:** Maillage pour le modèle de quart de pilier de rapport  $h/w = 2$ .



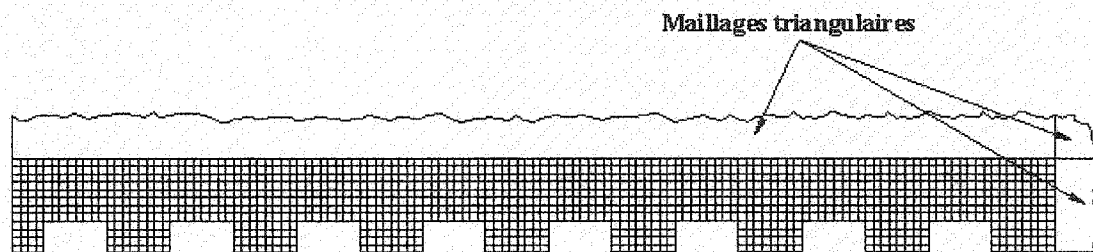
**Figure A2.5:** Maillage pour le modèle de quart de pilier de rapport  $h/w = 1$ .



**Figure A2.6:** Maillage pour le modèle de quart de pilier de rapport  $h/w = 0.5$ .



**Figure A2.7:** Maillage hybride pour le modèle de quart de niveau d'exploitation comprenant 8 chambres d'exploitation et 7½ piliers de support verticaux d'élancement (h/w) 1.0.

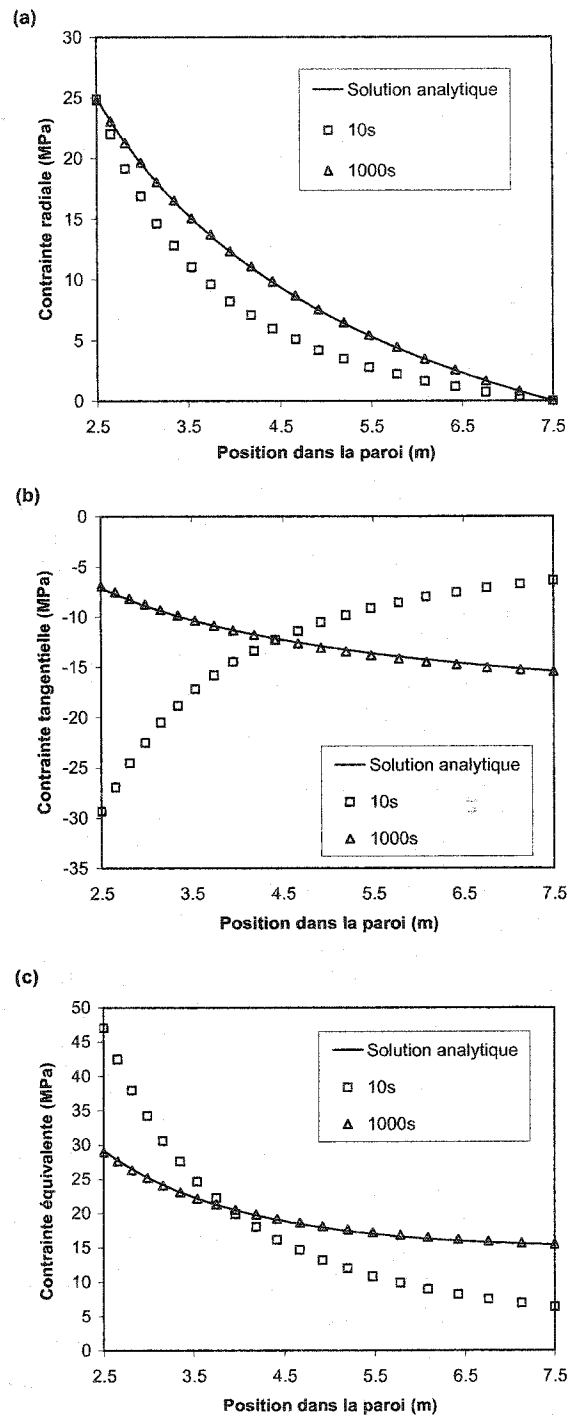


**Figure A2.8:** Maillage rectangulaire de la zone comprenant les piliers de support verticaux du modèle de quart de niveau d'exploitation.

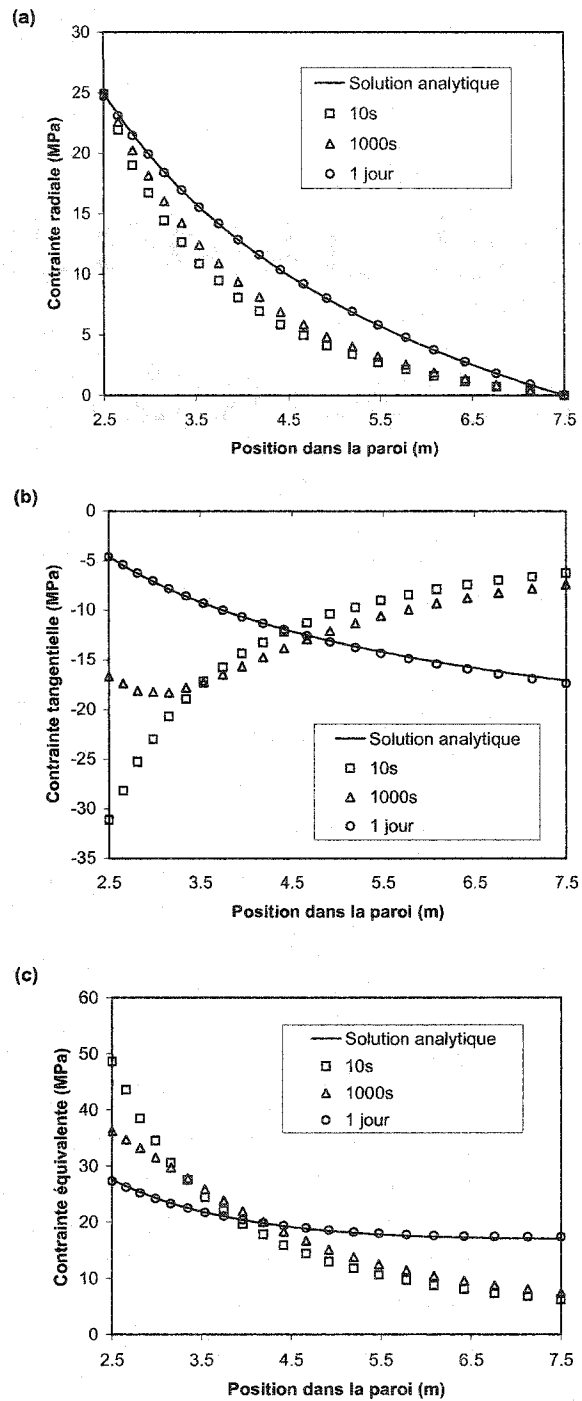
### **ANNEXE 3 : SIMULATIONS SUR CYLINDRES À PAROI ÉPAISSE**

#### **A3.1 Distributions de contraintes à l'intérieur des cylindres à paroi épaisse avec la loi de Norton**

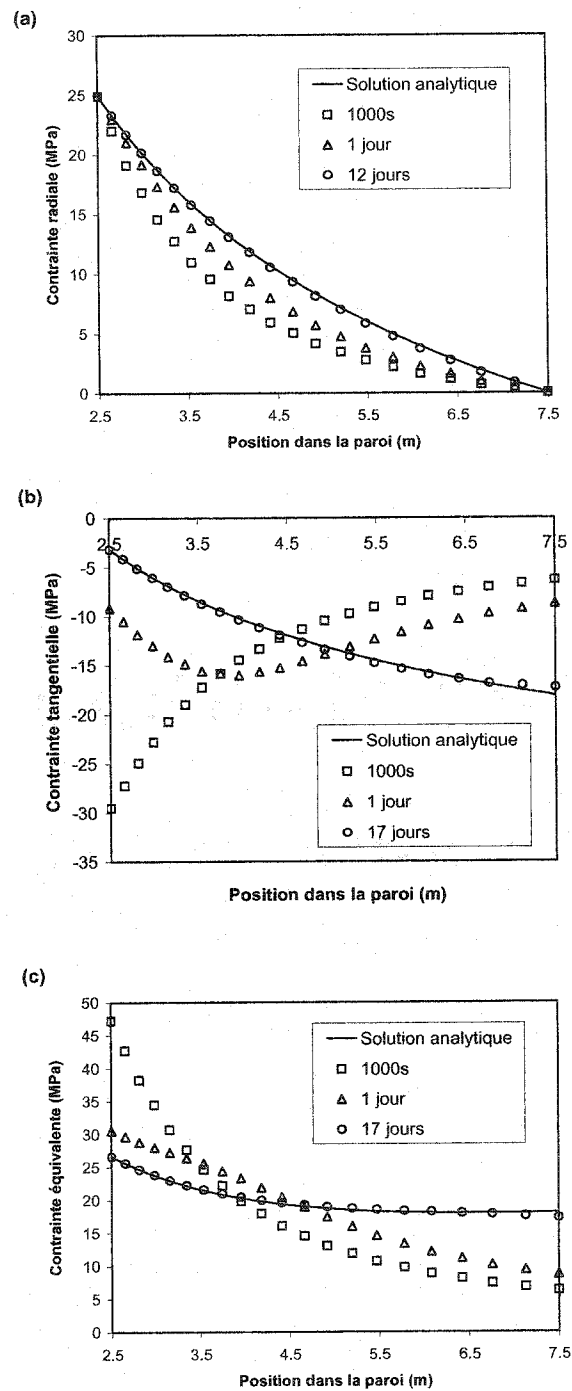
On présente sur les figures de la page suivante la distribution des contraintes radiales, tangentielles et équivalentes pour des cylindres à paroi épaisse soumis à une pression interne uniforme de 25 MPa. Les trois simulations sont produites avec la loi de Norton pour  $n = 3$  (figure A3.1),  $n = 4$  (A3.2) et  $n = 5$  (figure A3.3). La solution analytique est basée sur la distribution des contraintes à long terme



**Figure A3.1:** Stabilisation des contraintes: (a) radiale; (b) tangentielle et (c) équivalente à l'intérieur d'un cylindre à paroi épaisse pour une loi de Norton avec  $n = 3$ .



**Figure A3.2:** Stabilisation des contraintes: (a) radiale; (b) tangentielle et (c) équivalente à l'intérieur d'un cylindre à paroi épaisse pour une loi de Norton avec  $n = 4$ .

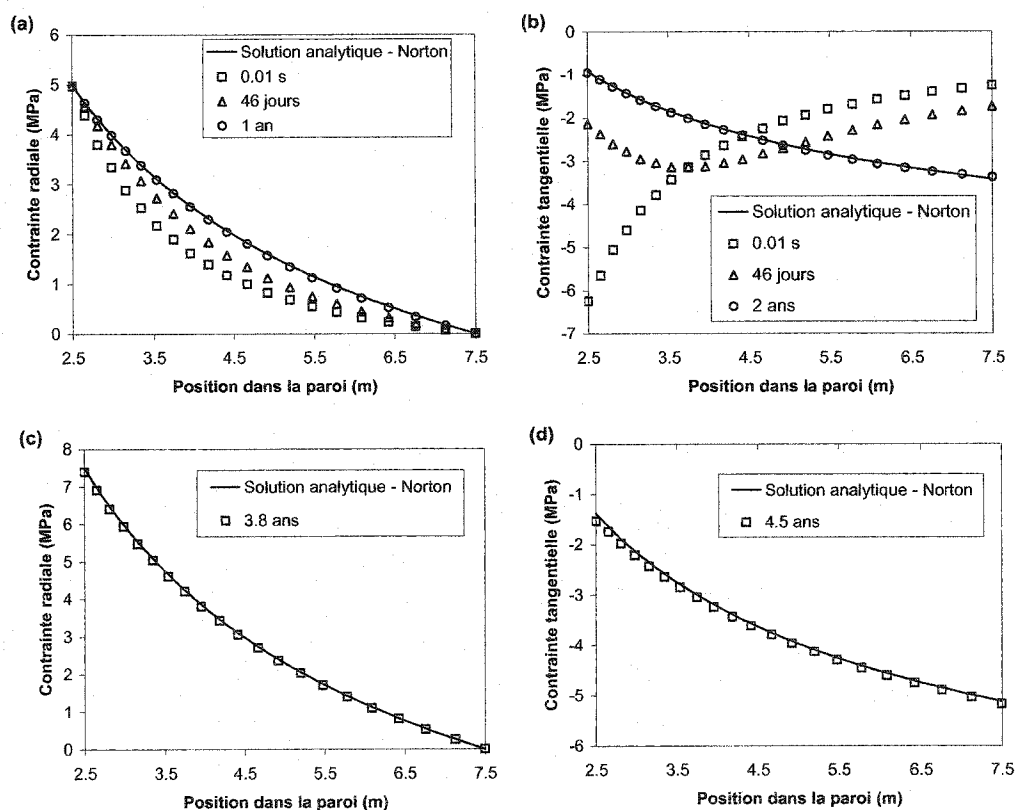


**Figure A3.3:** Stabilisation des contraintes: (a) radiale; (b) tangentielle et (c) équivalente à l'intérieur d'un cylindre à paroi épaisse pour une loi de Norton avec  $n = 5$ .

### A3.2 Distributions de contraintes à l'intérieur d'un cylindre à paroi épaisse avec trois modèles de comportement inélastiques

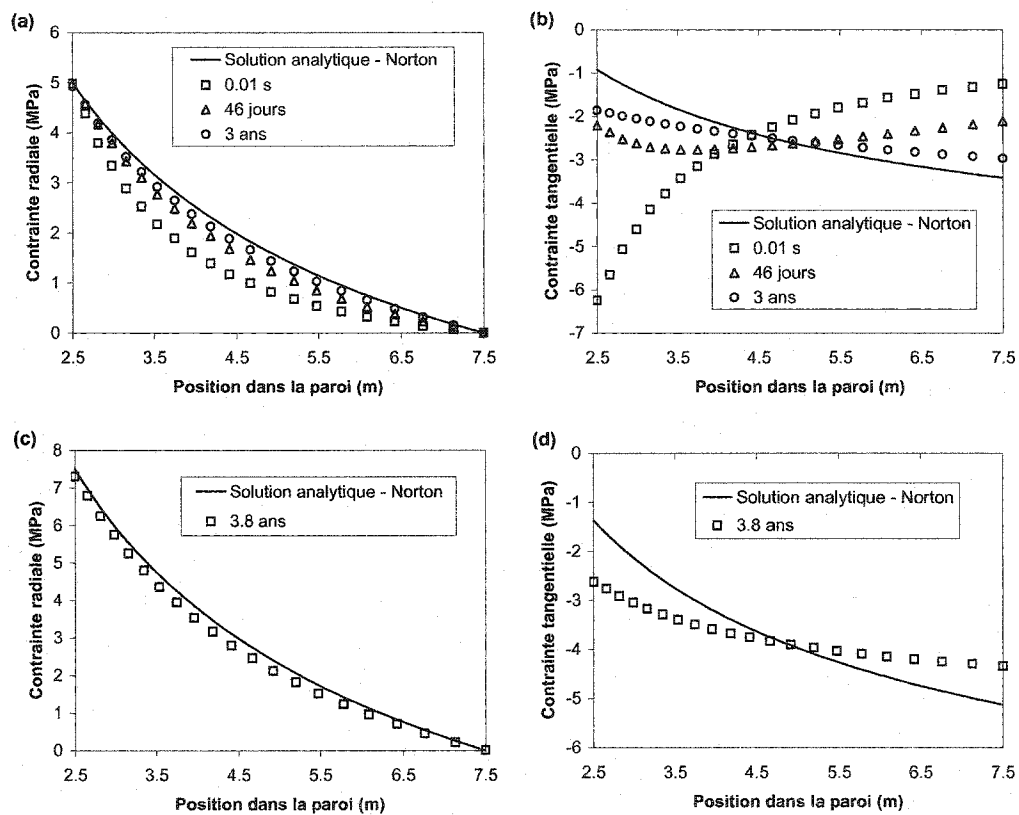
Sont présentés dans cet annexe les résultats de calculs effectués sur un cylindre à paroi épaisse (rayon = 2.5m, épaisseur = 5m) soumis à une pression interne de 5 MPa pendant 120 Ms (3.8 ans) (figures (a) et (b) de chaque série) et de 7.5 MPa jusqu'à la fin de l'essai à 180 Ms (5.7 ans) (figures (c) et (d) des séries). Les modèles utilisés sont Norton (A3.4),  $SUVIC_{sh}$  (A3.5) et SH-modifié (*Strain Hardening*)(A3.6).

#### Modèle Norton



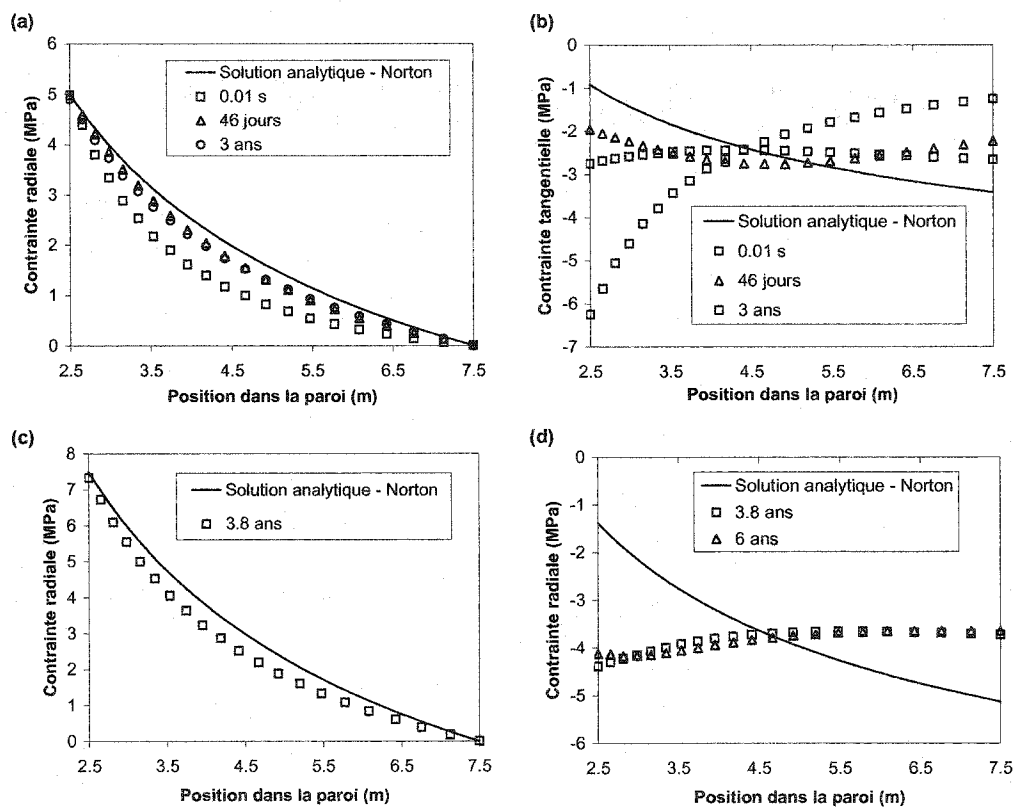
**Figure A3.4:** Évolution de la distribution de contrainte à l'intérieur d'un cylindre de roche saline soumis à une pression interne avec le modèle **Norton**: (a) contrainte radiale pour  $P_i = 5\text{ MPa}$ ; (b) contrainte tangentielle pour  $P_i = 5\text{ MPa}$ ; (c) contrainte radiale pour  $P_i = 7.5\text{ MPa}$  et (d) contrainte tangentielle pour  $P_i = 7.5\text{ MPa}$

### Modèle $SUVIC_{sh}$



**Figure A3.5:** Évolution de la distribution de contrainte à l'intérieur d'un cylindre de roche saline soumis à une pression interne avec le modèle  $SUVIC_{sh}$ : (a) contrainte radiale pour  $P_i = 5$  MPa; (b) contrainte tangentielle pour  $P_i = 5$  MPa; (c) contrainte radiale pour  $P_i = 7.5$  MPa et (d) contrainte tangentielle pour  $P_i = 7.5$  MPa

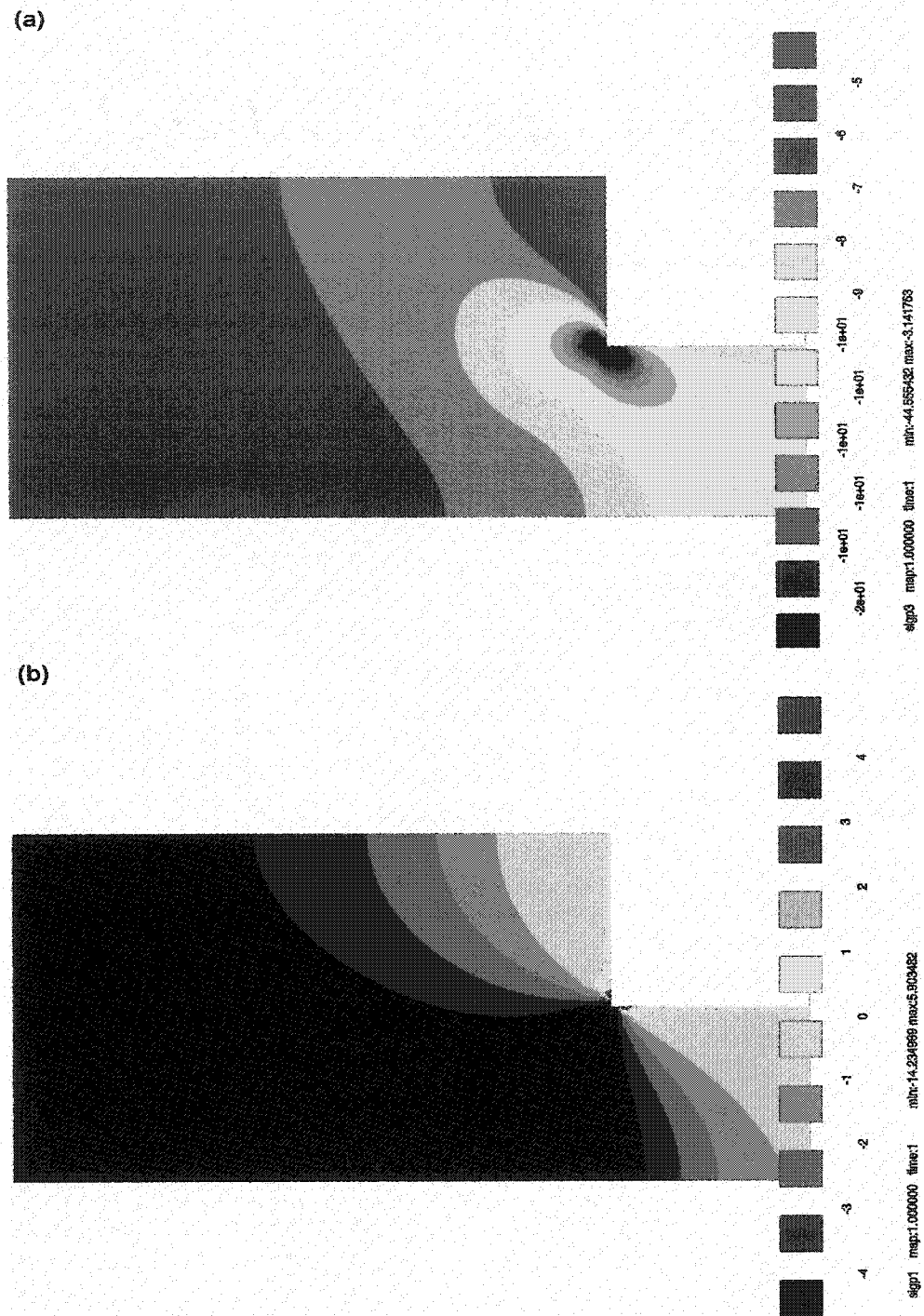
### Modèle SH



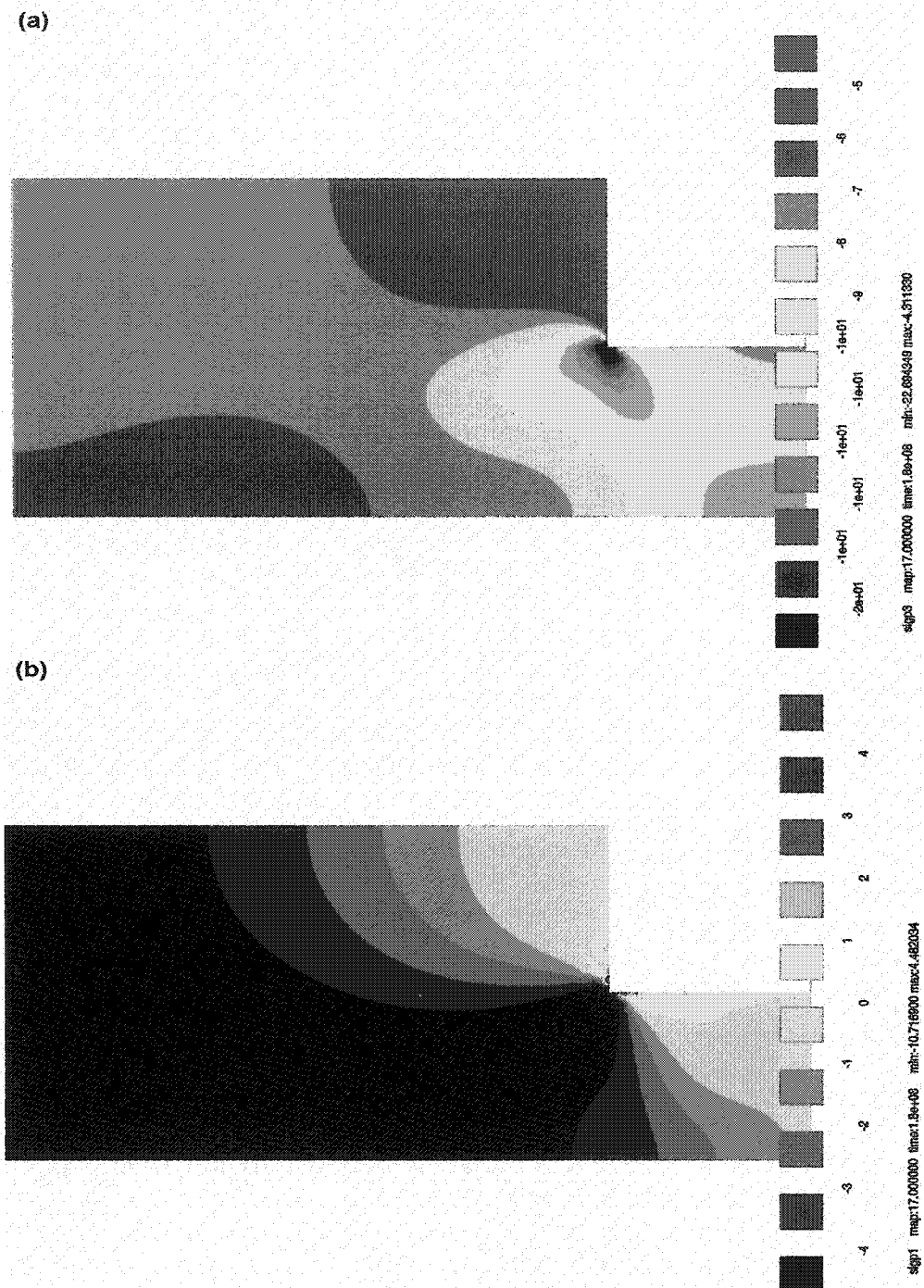
**Figure A3.6:** Évolution de la distribution de contrainte à l'intérieur d'un cylindre de roche saline soumis à une pression interne avec le modèle **SH**: (a) contrainte radiale pour  $P_i = 5$  MPa; (b) contrainte tangentielle pour  $P_i = 5$  MPa; (c) contrainte radiale pour  $P_i = 7.5$  MPa et (d) contrainte tangentielle pour  $P_i = 7.5$  MPa

#### **ANNEXE 4 : SIMUATIONS SUR PILIERS**

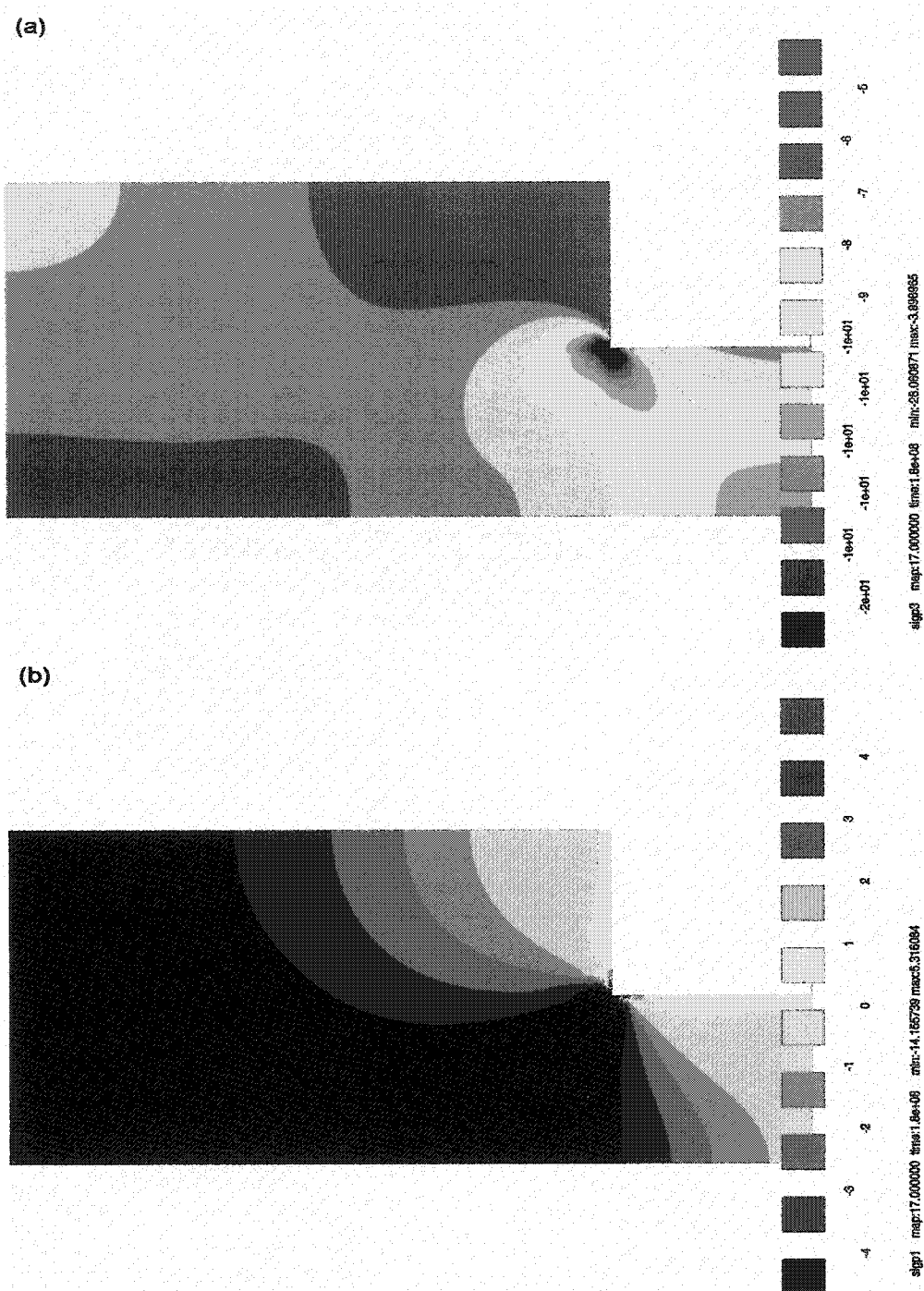
Dans les pages qui suivent sont présentés les résultats de simulation réalisés avec ZéBuLoN sur le modèle de pilier isolé présenté à la figure 5.2 du chapitre 5, ainsi que sur le modèle du niveau d'exploitation de la figure 5.8. Les figures montrent les résultats pour trois modèles de comportement inélastiques, soient la loi de Norton, le modèle de SH (écrouissage par la déformation) et le modèle à variables d'état interne  $SUVIC_{sh}$ . On présente aussi le cas instantané (immédiatement après l'application de la charge), qui correspond à l'élasticité linéaire.



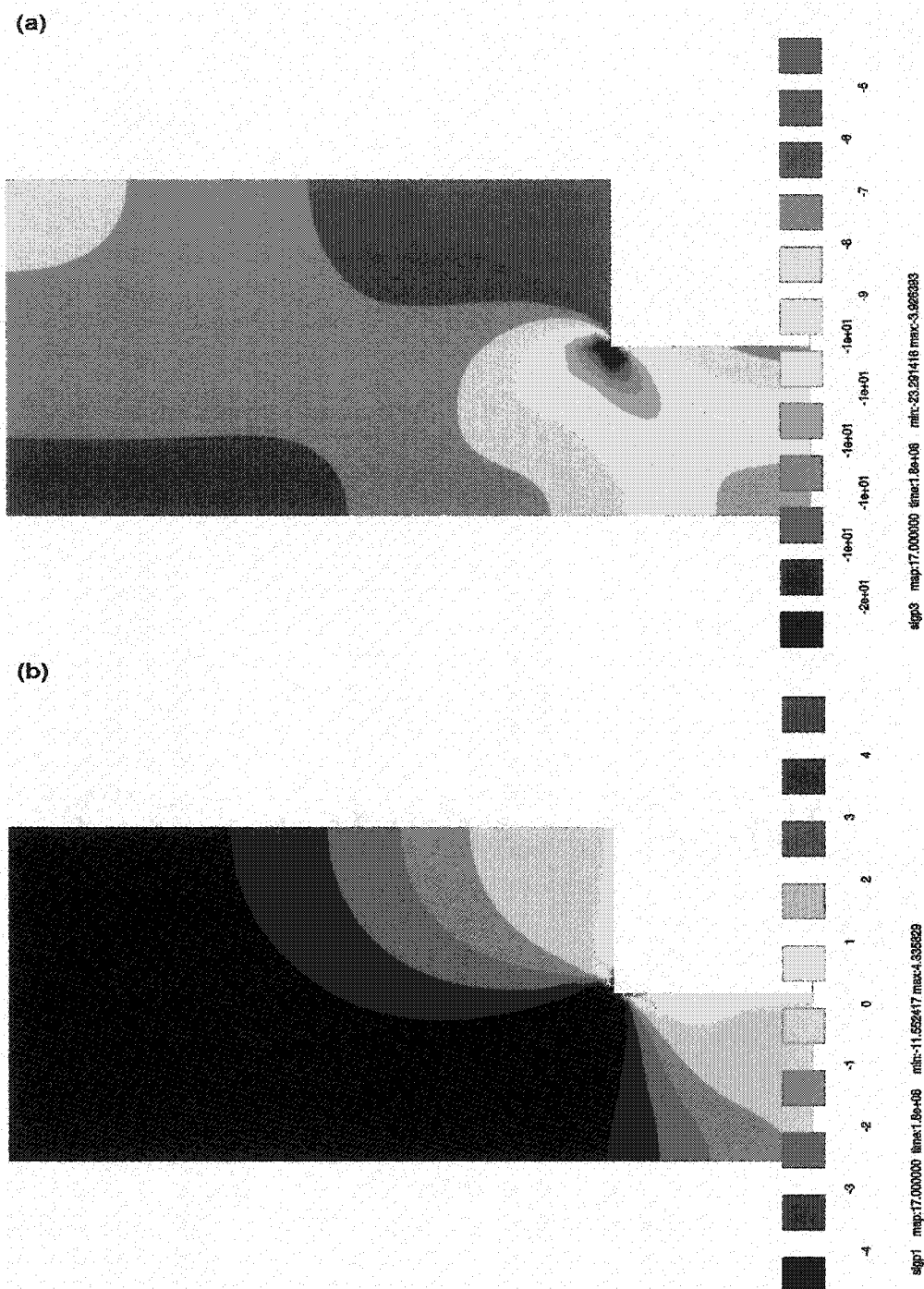
**Figure A4.1:** Isocontours des contraintes principales à l'intérieur d'un pilier immédiatement après l'application de la charge ( $E = 31$  GPa et  $\nu = 0.38$ ): (a)  $\sigma_1$  et (b)  $\sigma_3$



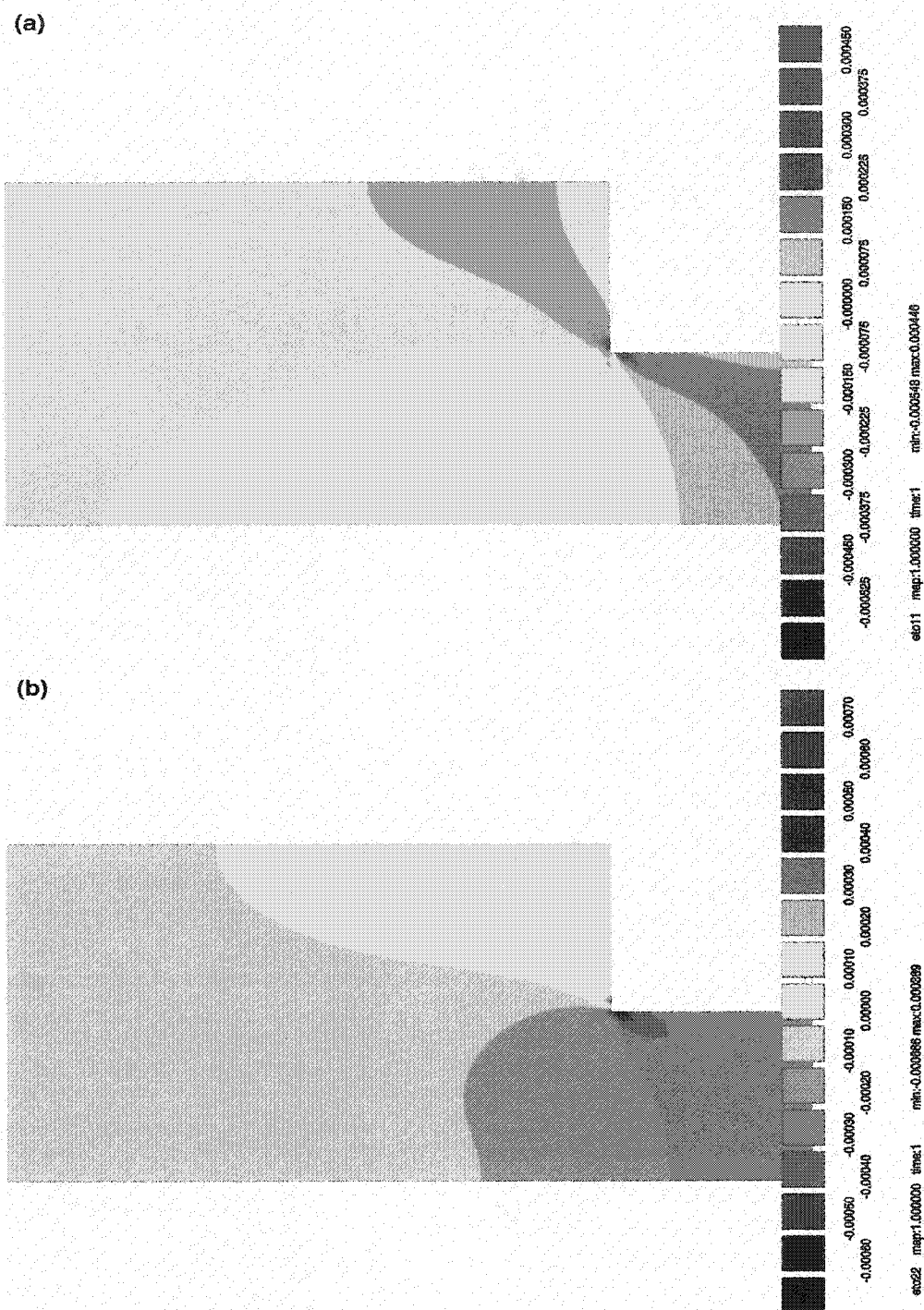
**Figure A4.2:** Isocontours des contraintes principales à l'intérieur d'un pilier modélisé avec une loi de Norton après 5.7 années (paramètres tableau 4.2): (a)  $\sigma_1$  et (b)  $\sigma_3$



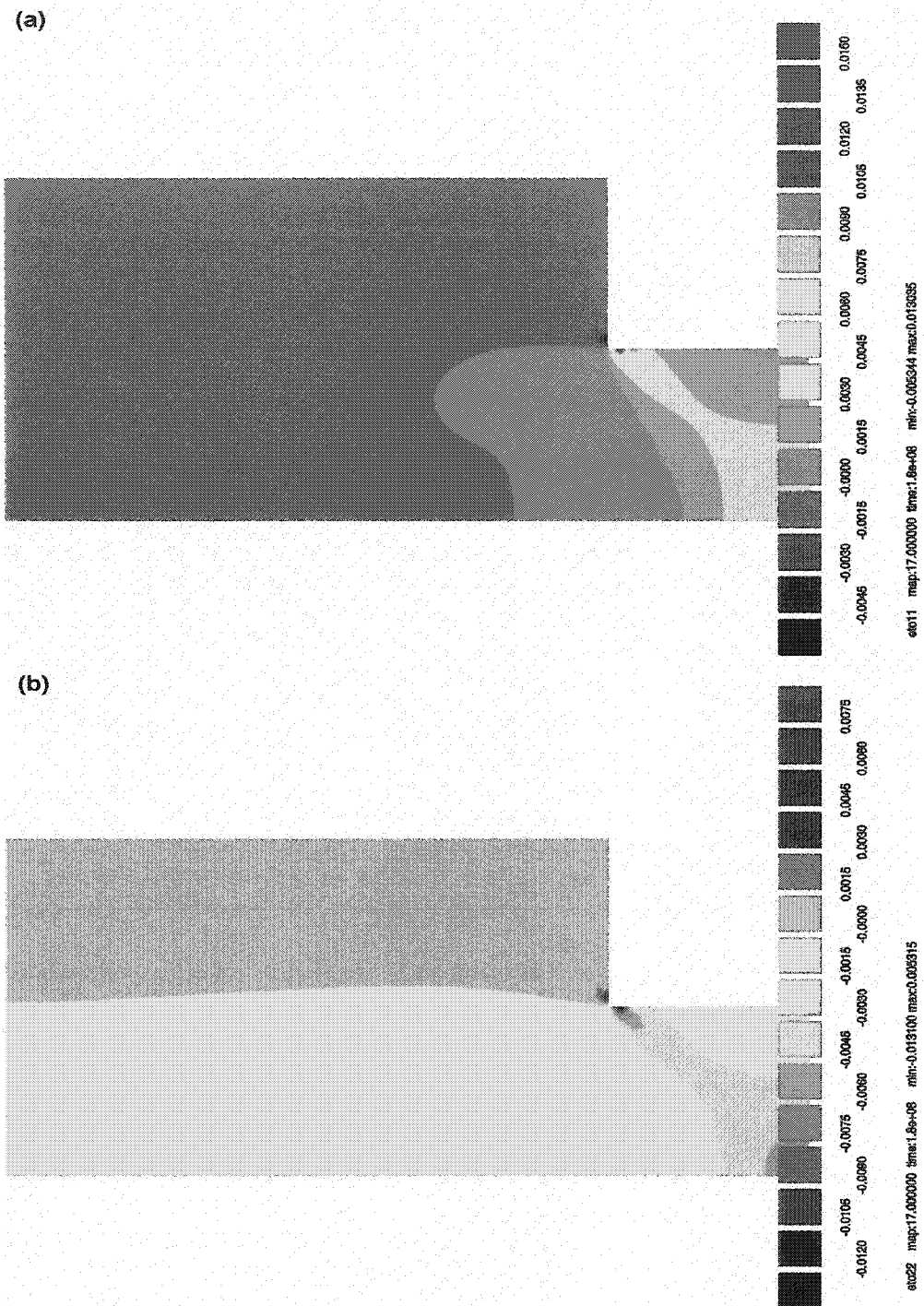
**Figure A4.3:** Isocontours des contraintes principales à l'intérieur d'un pilier modélisé avec le modèle SH après 5.7 années (paramètres du tableau 4.3 et  $A_5 = 135$  MPa et  $N = 3$ ): (a)  $\sigma_1$  et (b)  $\sigma_3$



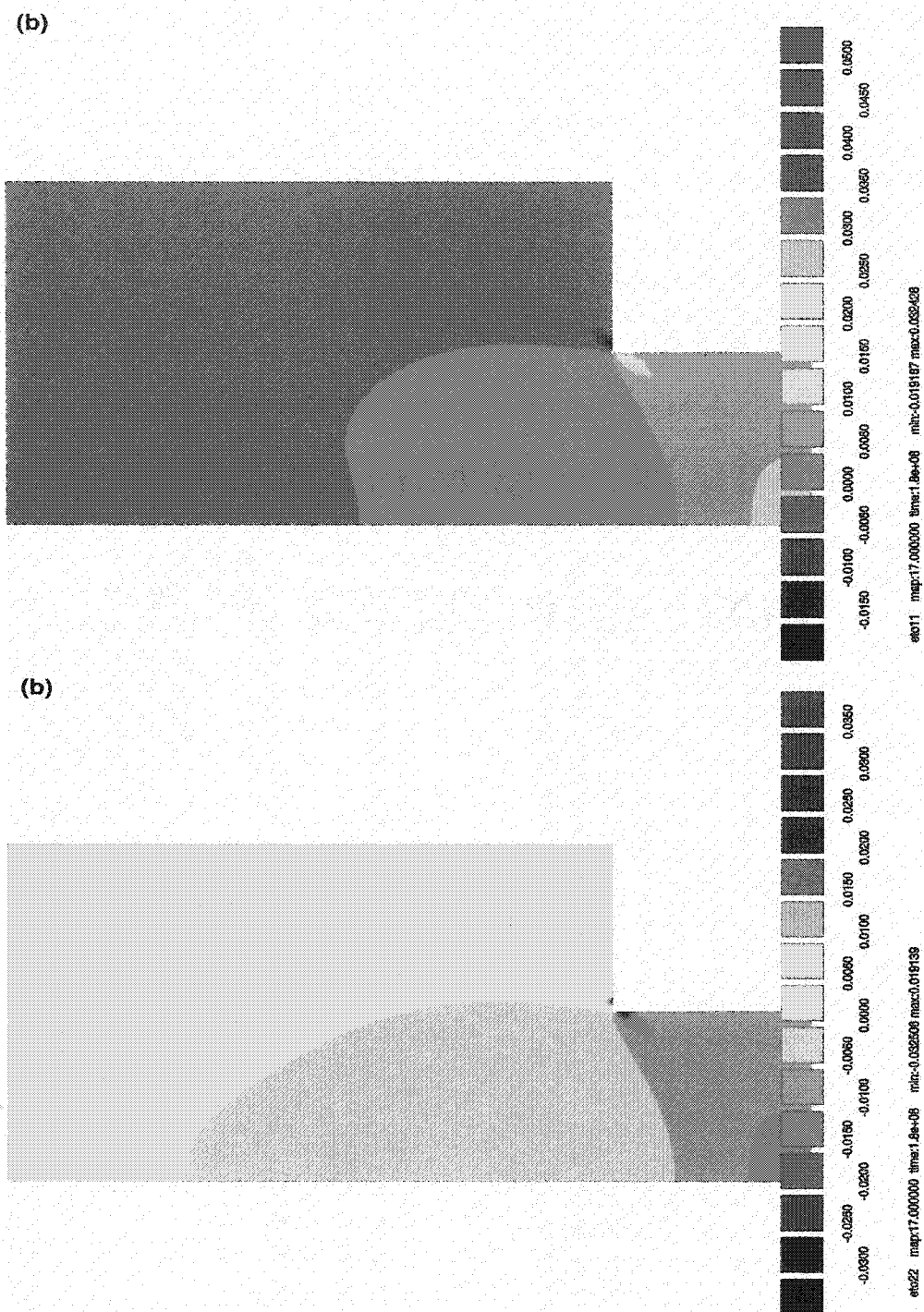
**Figure A4.4:** Isocontours des contraintes principales à l'intérieur d'un pilier modélisé avec le modèle SUVIC<sub>sh</sub> après 5.7 années (paramètres du tableau 4.1): (a)  $\sigma_1$  et (b)  $\sigma_3$



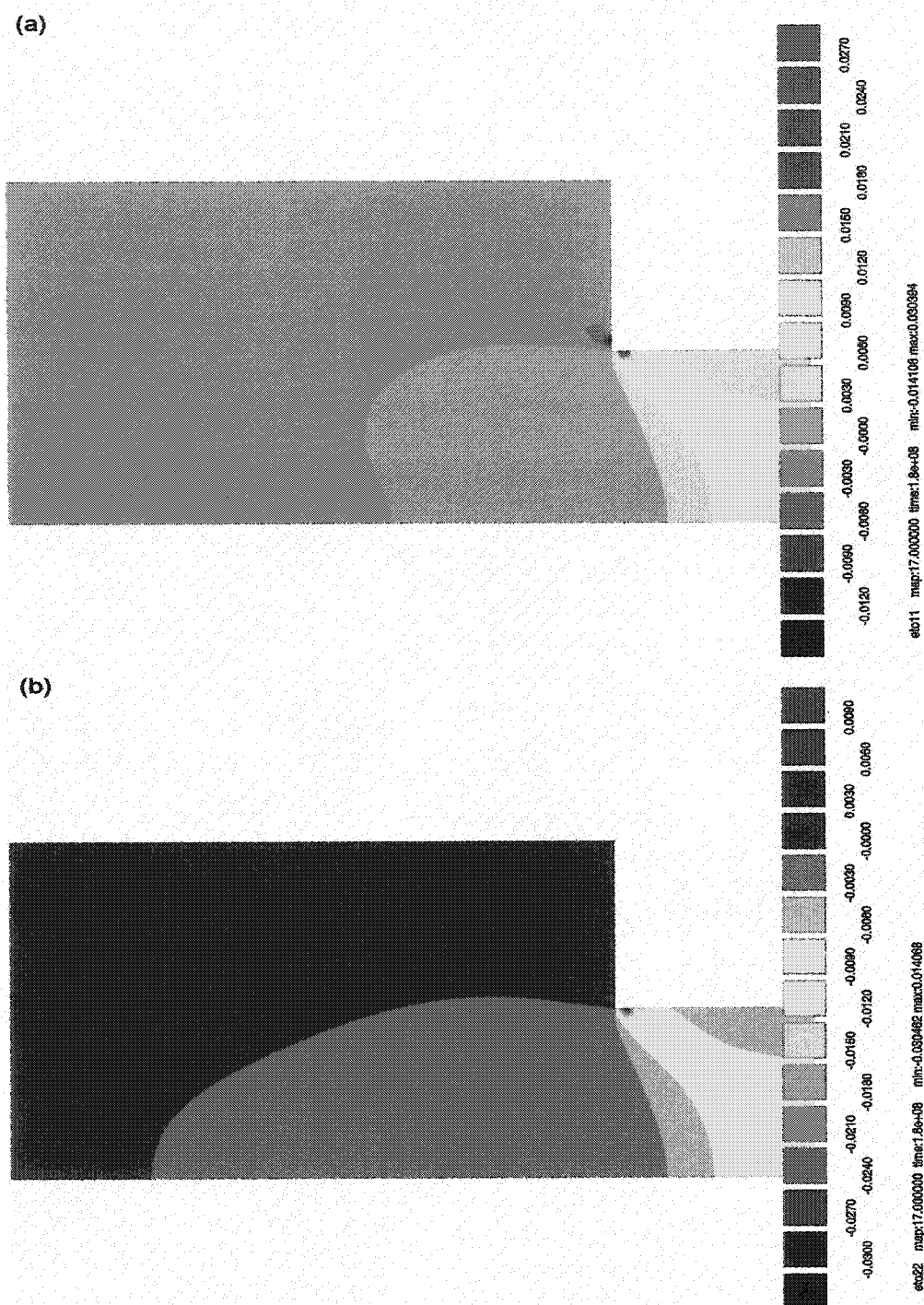
**Figure A4.5:** Isocontours de la déformation instantanée à l'intérieur d'un pilier ( $E = 31$  GPa et  $\nu = 0.38$ ): (a) eto11 et (b) eto22



**Figure A4.6:** Isocontours des déformations à l'intérieur d'un pilier modélisé avec une loi de Norton après 5.7 années (paramètres du tableau 4.2): (a) eto11 et (b) eto22



**Figure A4.7:** Isocontours les déformations à l'intérieur d'un pilier modélisé avec le modèle SH après 5.7 années (paramètres du tableau 4.3 et  $A_5 = 135$  MPa et  $N = 3$ ): (a) eto11 et (b) eto22



**Figure A4.8:** Isocontours des déformations à l'intérieur d'un pilier modélisé avec le modèle  $\text{SUVIC}_{\text{sh}}$  après 5.7 années (paramètres du tableau 3.1): (a) eto11 et (b) eto22