

Titre: Mesures de contraintes dans les fibres optiques et les composants tout-fibre
Title: [tout-fibre](#)

Auteur: Mathieu Faucher
Author: [Mathieu Faucher](#)

Date: 2003

Type: Mémoire ou thèse / Dissertation or Thesis

Référence: Faucher, M. (2003). Mesures de contraintes dans les fibres optiques et les composants tout-fibre [Master's thesis, École Polytechnique de Montréal].
Citation: [PolyPublie. https://publications.polymtl.ca/7031/](https://publications.polymtl.ca/7031/)

Document en libre accès dans PolyPublie

Open Access document in PolyPublie

URL de PolyPublie: <https://publications.polymtl.ca/7031/>
PolyPublie URL: <https://publications.polymtl.ca/7031/>

Directeurs de recherche: Suzanne Lacroix, & Alain Villeneuve
Advisors: [Suzanne Lacroix](#), [Alain Villeneuve](#)

Programme: Unspecified
Program: [Unspecified](#)

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

Mesures de contraintes dans les fibres optiques
et les composants tout-fibre

MATHIEU FAUCHER
DÉPARTEMENT DE GÉNIE PHYSIQUE
ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

MÉMOIRE PRÉSENTÉ EN VUE DE L'OBTENTION
DU DIPLÔME DE MAÎTRISE ÈS SCIENCES APPLIQUÉES (M.Sc.A.)
(GÉNIE PHYSIQUE)

MAI 2003



National Library
of Canada

Acquisitions and
Bibliographic Services

395 Wellington Street
Ottawa ON K1A 0N4
Canada

Bibliothèque nationale
du Canada

Acquisitions et
services bibliographiques

395, rue Wellington
Ottawa ON K1A 0N4
Canada

Your file Votre référence

Our file Notre référence

The author has granted a non-exclusive licence allowing the National Library of Canada to reproduce, loan, distribute or sell copies of this thesis in microform, paper or electronic formats.

The author retains ownership of the copyright in this thesis. Neither the thesis nor substantial extracts from it may be printed or otherwise reproduced without the author's permission.

L'auteur a accordé une licence non exclusive permettant à la Bibliothèque nationale du Canada de reproduire, prêter, distribuer ou vendre des copies de cette thèse sous la forme de microfiche/film, de reproduction sur papier ou sur format électronique.

L'auteur conserve la propriété du droit d'auteur qui protège cette thèse. Ni la thèse ni des extraits substantiels de celle-ci ne doivent être imprimés ou autrement reproduits sans son autorisation.

0-612-81545-5

Canadä

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

Ce mémoire intitulé:

Mesures de contraintes dans les fibres optiques
et les composants tout-fibre

présenté par: FAUCHER Mathieu,

en vue de l'obtention du diplôme de: Maîtrise ès sciences appliquées

a été dûment accepté par le jury d'examen constitué de:

M. BURES Jacques, Ph.D., président

M. LACROIX Suzanne, Ph.D., membre et directeur de recherche

M. VILLENEUVE Alain, Ph.D., membre et codirecteur de recherche

M. SHINN Greg, Ph.D., membre

Pour Dominique, Chantal et Mario.

Remerciements

Dans un premier temps, j'aimerais remercier François Gonthier et ITF Technologies Optiques inc. pour les conditions de travail exceptionnelles qu'ils m'ont offertes afin que je puisse réaliser cette maîtrise; c'est le rêve de tout étudiant.

Je remercie ma directrice de recherche Suzanne Lacroix pour son aide et ses précieux conseils. Merci à Alain Villeneuve, mon codirecteur, pour le support qu'il m'a apporté au cours des nombreuses réunions de travail.

Merci aux différents collaborateurs de l'École Polytechnique soit: Julien Tremblay et Patrick Orsini qui ont donné naissance à ce projet à l'été 2000. Bertrand Gauvreau, pour ses talents d'usinage et sa patience sans lesquels je n'aurais pas eu de résultats à présenter dans ce mémoire. Olivier Lanaurdie qui a participé aux dernières mesures expérimentales.

Merci également à Sophie LaRochelle et Marco Sisto, de l'Université Laval, qui m'ont fourni certains échantillons de fibres irradiées.

Je voudrais souligner l'apport de plusieurs personnes avec qui j'ai travaillé chez ITF ces 2 dernières années soit : Nicolas Bélanger, Nicolas Godbout, Damien Stryckman, Lilian Martineau et sûrement d'autres que j'oublie mais bien involontairement. Vos nombreux commentaires et idées auront été plus qu'utiles. Je remercie aussi Jocelyn Laperle, Daniel Lacroix et Dominique Quintal qui ont cru au projet et m'ont ouvert plusieurs portes.

Je voudrais finalement dire un merci particulier à Eric Saulnier et Marc Jolicoeur pour leur soutien et leurs encouragements.

Résumé

Un système pour mesurer les contraintes dans les fibres ou les composants optiques tout-fibre a été développé. Cette caractérisation est souhaitable parce que les contraintes résiduelles peuvent influencer les propriétés optiques ou mécaniques d'une fibre ou d'un composant.

Le principe de mesure repose sur la photoélasticité intégrée. Des mesures de retard de phase accumulé, d'un faisceau laser polarisé qui traverse un échantillon, permettent d'accéder aux contraintes internes de l'objet sous certaines conditions. La théorie qui supporte ces reconstructions pour des échantillons avec ou sans symétrie circulaire est expliquée.

Le montage expérimental développé pour réaliser ce type de mesure est décrit. Une nouvelle méthode (à notre connaissance) de mesure de retard de phase par compensation utilisant une cellule de Pockels est présentée. La précision du système est maintenant limitée par la qualité du faisceau et la stabilité du laser. À ce jour, l'incertitude sur la phase est de 5×10^{-4} rad. Cette erreur sur la mesure devrait permettre de mesurer les contraintes dans une fibre avec une incertitude inférieure à ± 1 MPa.

Finalement, des résultats expérimentaux démontrent les possibilités du système. Ces résultats incluent entre autre des mesures de contraintes dans des fibres à symétrie circulaire et une reconstruction 2D d'une fibre à maintien de polarisation sans symétrie circulaire.

Abstract

The purpose of this work was to build an optical setup to measure stresses in optical fibers and all-fiber devices. This kind of measurement is desirable since residual stresses affect mechanical and optical properties of glass.

The measurements rely on photoelasticity. Polarized laser light phase retardation measurements of the glass under specific conditions illustrate its stress profile. The theoretical basis of this reconstruction from phase projections in axis-symmetric and non axis-symmetric specimens is also addressed.

Design of the experimental setup is explained and a new phase retardation measurement scheme (considered novel) with a Pockel cell is developped. The precision of the system is now limited by the quality of the laser beam and its stability. The incertitude on phase measurement is 5×10^{-4} rad. This should resolve stress variation of ± 1 MPa in a fiber.

Finally, experimental results demonstrate setup capability. This includes measurements on axis symmetric fibers and one non axis-symmetric PM fibers reconstruction.

Table des matières

Remerciements	v
Résumé	vi
Abstract	vii
Table des matières	viii
Liste des tableaux	xi
Liste des figures	xii
Liste des sigles et abréviations	xvi
Liste des annexes	xix
Introduction	1
1 Contraintes dans les fibres et composants tout-fibre	3
1.1 Contraintes et déformations élastiques	3
1.2 Origine des contraintes résiduelles dans les fibres et composants tout fibre	12
1.2.1 Définition des axes et plans principaux de contrainte	12
1.2.2 Contraintes résiduelles thermiques avec une symétrie cylindrique	14
1.2.3 Contraintes résiduelles hydrostatiques	17

1.2.4	Contraintes résiduelles mécaniques	18
1.2.5	Origine des contraintes dans les composants tout-fibre	18
1.3	Mesures non destructives des contraintes résiduelles par photoélasticité intégrée	19
1.3.1	Algorithmes de reconstruction: transformée d'Abel	24
1.3.2	Algorithmes de reconstruction: tomographie	26
2	Montage expérimental	32
2.1	Revue de la littérature	32
2.1.1	Méthode de la lame quart-d'onde	33
2.1.2	Les premiers systèmes de mesure de contraintes pour les fibres	35
2.1.3	Technique du demi-champ	37
2.1.4	Développements récents	41
2.1.5	Évolution de la méthode de mesure au Laboratoire	42
2.2	Méthode de mesure retenue	47
2.2.1	Modélisation	48
2.2.2	Description du montage	51
2.2.3	Prise d'un profil et normalisation	55
2.2.4	Régression non linéaire	57
2.2.5	Sources de bruit	64
2.2.6	Sources de bruit	68
3	Résultats expérimentaux	71
3.1	Fibres à symétrie circulaire	71
3.2	Détermination du signe des contraintes	81
3.2.1	Détermination du coefficient élasto-optique	84
3.3	Composants tout-fibre	87
3.3.1	Fibres irradiées UV	87
3.3.2	Fibre chauffée à la flamme	90

3.3.3 Fibre à maintien de polarisation	92
Conclusion	97
Bibliographie	99

Liste des tableaux

2.1	Spécifications des moteurs utilisés dans la première version du montage	43
2.2	Spécifications des pièces du système de mesure	53
B.1	Matrices de Jones, éléments optiques	112
B.2	Vecteurs de Jones normalisés, états de polarisation	112
B.3	Matrices de rotation	113

Liste des figures

1.1	Effet d'une contrainte normale sur un solide déformable	4
1.2	Représentation des contraintes et torsions dans un système de coordonnées cartésiennes	5
1.3	Représentation des contraintes et torsions dans un système de coordonnées cylindrique	8
1.4	Élément de volume sous contraintes dans un système de coordonnées cylindriques	9
1.5	Représentation des déplacements et cisaillements dans un système de coordonnées cylindriques	10
1.6	Définition des plans et des axes principaux de contrainte pour une fibre et plusieurs composants tout-fibre	13
1.7	Principe de mesure des contraintes d'un échantillon cylindrique par photoélasticité	19
1.8	Chemin optique d'un faisceau lumineux traversant un échantillon cylindrique	20
1.9	Bruit en MPa sur les contraintes axiales introduit par la transformée d'Abel	25
1.10	Principe de fonctionnement d'une tomographie	27
1.11	Simulations de reconstructions par rétroprojections filtrées en fonction du nombre de projections	30
1.12	Bruit en MPa sur les contraintes axiales introduit par la tomographie	31

2.1	Méthode ($\lambda/4$)	34
2.2	Montage expérimental de Chu et Whitbread	36
2.3	Schéma du champ de vision à l'interface du demi-champ virtuel	38
2.4	Axe de polarisation pour expliquer la méthode du demi-champ	39
2.5	Méthode du demi-champ combinée à la méthode ($\lambda/4$)	40
2.6	Résultat expérimental, premier montage	44
2.7	Résultat expérimental, méthode $\lambda/4$ avec CCD, fibre multimodale Nortel TM .	45
2.8	Résultat expérimental méthode $\lambda/4$ avec CCD, fibre SMF-28 TM	46
2.9	Schéma de la méthode retenue	47
2.10	Simulation d'une mesure de retard de phase dans le temps en un point	50
2.11	Montage expérimental	51
2.12	Stabilité dans le temps du laser Argon	52
2.13	Logiciel d'acquisition de profil	55
2.14	Définition des régions d'acquisition et de calibration	56
2.15	Profil de retard de phase sans échantillon utilisé pour normaliser une acquisition	57
2.16	Amplitude de la transformée de Fourier numérique et analytique	59
2.17	Partie imaginaire de la transformée de Fourier numérique et analytique	60
2.18	Fonctions de Bessel de première espèce $J_m(\Omega_0)$, $\Omega_0 = 0.196$ pour $m=0$ à 15	61
2.19	Régression non-linéaire sur une simulation avec un bruit aléatoire	62
2.20	Régression non-linéaire en un point de mesure	63
2.21	Simulation Monte-Carlo des désalignements	65
2.22	Caméra CCD avec et sans fenêtre de protection	67
2.23	Mesure de retard de phase pour un échantillon bien et mal centré par rapport au faisceau laser	68
2.24	Évaluation du bruit sur une mesure de retard de phase	69

3.1	Retard de phase mesuré pour la fibre photosensible PS-1500 TM de Fibercore TM	72
3.2	Contraintes axiales calculées pour la fibre photosensible PS-1500 TM de Fibercore TM	73
3.3	Retard de phase mesuré pour une fibre photosensible de Coractive TM	74
3.4	Contraintes axiales calculées pour la fibre photosensible de Coractive TM	75
3.5	Retard de phase mesuré pour la fibre SMF-28 TM de Corning	77
3.6	Contraintes axiales calculées pour la fibre SMF-28 TM de Corning	78
3.7	Comparaison des contraintes axiales pour 2 fibres photosensibles et la SMF-28 TM	80
3.8	Retards de phase simulés pour différentes contraintes qui sont constantes en fonction du rayon	81
3.9	Retard de phase pour la fibre PS1500 avec une tension de 21,2 Mpa appliquée	82
3.10	Contrainte axiale calculée pour la fibre PS1500 avec une tension de 21,2 MPa appliquée	83
3.11	Mesures du retard de phase d'une SMF-28 soumise à deux contraintes externes	85
3.12	Mesure du coefficient photoélastique $C(r)$ d'une SMF-28 TM	86
3.13	Retards de phase mesurés dans des fibres Coractive TM irradiées	88
3.14	Contraintes axiales calculées dans des fibres Coractive TM irradiées	89
3.15	Retard de phase pour une fibre SMF-28 avant et après chauffage à la flamme	90
3.16	Contraintes axiales pour une fibre SMF-28 avant et après chauffage à la flamme	91
3.17	Profils de retards de phases d'une fibre PM13XX sous différents angles de projections	92
3.18	Reconstruction des contraintes axiales d'une fibre PM13XX	94

3.19	Reconstruction des contraintes axiales d'une fibre PM13XX illustrée en 3D	95
3.20	Profil d'indice de la fibre PM13XX	96
3.21	Système de mesure commercialisé par FOSE en 2002	98
A.1	Forme des différentes contraintes thermiques $\sigma_z(r)$, $\sigma_r(r)$ et $\sigma_\theta(r)$ pour une fibre à deux couches	108
B.1	Axes de références pour les matrices de Jones et les vecteurs d'états de polarisations	110
B.2	Représentation d'un état de polarisation arbitraire	111
C.1	Spectre en réflexion du réseau de Bragg avec et sans la tension d'une masse de 50 grammes	115
C.2	Montage utilisé pour connaître la dépendance en tension du réseau de Bragg	116
D.1	Montage pour mesurer la non-linéarité de la CCD	117
D.2	Réponse en intensité du détecteur linéaire et de la CCD	119
D.3	Fonction de transfert pour linéariser la caméra CCD	120

Liste des sigles et abréviations

$$i = \sqrt{-1}$$

x, y, z = Axes d'un système de coordonnées cartésiennes

r, θ, z = Axes d'un système de coordonnées cylindriques

σ_i = Contrainte normale selon l'axe des i où $i = x, y, z, r$ ou θ

σ_i = Contrainte selon un axe principal i où $i = 1, 2$, ou 3

τ_{ij} = Contrainte tangentielle dans le plan i orientée dans la direction j où $i = x, y, z, r$ ou θ et $j = x, y, z, r$ ou θ

ε_i = Déformation normale selon l'axe des i où $i = x, y, z, r$ ou θ

γ_{ij} = Déformation tangentielle dans le plan i orienté dans la direction j , où $i = x, y, z, r$ ou θ et $j = x, y, z, r$ ou θ

u = Déplacement causé par une contrainte selon l'axe des x

u_r = Déplacement causé par une contrainte selon l'axe des r

v = Déplacement causé par une contrainte selon l'axe des y

v_θ = Déplacement causé par une contrainte selon l'axe des θ

w = Déplacement causé par une contrainte selon l'axe des z

F_i = Force extérieure par unité de volume appliquée à un corps selon i où $i = x, y, z, r$ ou θ

a_i = Aire d'une surface identifiée par l'indice i

E = Module de Young

G = Module de Coulomb

ν_p = Coefficient de Poisson

- α_T = Coefficient de dilatation thermique
 t = Temps
 ν = Fréquence
 T = Température
 T_f = Température de fusion
 W = Watt
 λ = Longueur d'onde mesurée dans le vide
 φ = Retard de phase
 θ = Angle d'analyseur
 ζ = Orientation d'une polarisation elliptique
 \vec{E} = Champ électrique
 A_i = Amplitude du champ électrique le long de l'axe i
 δ_i = Phase du champ électrique le long de l'axe i
 Γ = Retard de phase variable
 Γ_o = Biréfringence naturelle de la cellule de Pockel
 Ω = Modulation de phase de la cellule de Pockel
 Ω_0 = Amplitude de modulation de phase de la cellule de Pockel
 ν_0 = Fréquence de modulation de la cellule de Pockel
 ψ = Angle de désalignement de l'axe de la cellule de Pockel
 I = Intensité lumineuse
 V = Contraste
 α = Angle de rotation de la polarisation
 ε = Angle de pénombre (demi-champ)
 $\mathcal{F}(\dots)$ = Transformée de Fourier
 $J_m(\dots)$ = Fonction de Bessel de première espèce d'ordre m
 $\delta(\dots)$ = Distribution delta de Dirac
 $\Re(\dots)$ = Partie réelle d'une fonction complexe
 $\Im(\dots)$ = Partie imaginaire d'une fonction complexe

$\mathcal{A}(\dots)$ = Amplitude d'une fonction complexe

β = Angle de désalignement de la fibre

Δ = Delta de temps entre 2 mesures de la CCD

g = Gramme

MPa = Mégapascal

n_0 = Indice de réfraction d'un matériau isotrope

q_{ij} = Constante photoélastique

C = Coefficient photoélastique pour un matériaux isotrope

n_i = Indice de réfraction d'un milieu pour l'axe des i où $i = x, y, z, r$ ou θ

R = Rayon extérieur d'un guide cylindrique

R_c = Rayon du cœur d'un guide cylindrique

p = Fréquence spatiale associée à l'axe des x

q = Fréquence spatiale associée à l'axe des y

ρ = Fréquence spatiale associée à l'axe des r

Θ = Fréquence spatiale associée à l'axe des θ

Liste des annexes

A	Contraintes thermiques pour une fibre à deux couches	103
B	Matrices de Jones pour différents éléments optiques	109
C	Calibration des mesures de tensions	114
D	Linéarisation de la réponse d'une caméra CCD	117
E	Transformée de Fourier analytique de la réponse temporelle	121

Introduction

Le débit de l'information dans les réseaux de télécommunications à fibres optiques a connu une forte accélération au cours des dernières années. Pour soutenir ces dizaines de gigabits de données par seconde, la qualité des fibres et des composants utilisés doit sans cesse être améliorée. De plus, les nouveaux réseaux distribuent, amplifient et multiplexent optiquement les canaux de transmissions sans recourir à l'électronique. Ces fonctions sont souvent réalisées par des composants tout-fibre. Plusieurs types de fibres et composants ont donc été mis au point. Étudier ce qui influencera la transmission optique ou la fiabilité de ces structures devient incontournable. En particulier, les contraintes résiduelles peuvent influencer les propriétés optiques ou mécaniques d'une fibre ou d'un dispositif. Le but de cette maîtrise est de mettre au point un système de mesures de contraintes pour les fibres et les composants tout-fibre.

Améliorer la dépendance en polarisation et la fiabilité d'un dispositif ou mieux comprendre le rôle joué par les contraintes internes des fibres dans l'inscription de réseaux de Bragg ne sont là que quelques exemples où la caractérisation des contraintes devient intéressante. De plus, il est reconnu que les contraintes résiduelles dans les fibres affectent les pertes par réflexion diffuse («scattering loss») et créent des variations indésirables dans les profils d'indice. [Park, Oh, Paek, Kim & Kurkjian 1999]

Ce mémoire est divisé en 3 chapitres. La section un du premier chapitre est un rappel sur la théorie des contraintes et leurs origines dans les fibres. La sec-

tion 2 explique comment obtenir, par photoélasticité intégrée, les contraintes internes axiales dans une fibre ou un composant. Même si idéalement, la revue de la littérature devrait se retrouver dans le premier chapitre, elle se retrouve au deuxième chapitre pour deux raisons. Premièrement, parce que la théorie des contraintes et la photoélasticité, discutés au premier chapitre, sont des sujets rarement traités dans les articles. Deuxièmement, parce qu'il était plus facile d'expliquer le montage expérimental développé à partir de l'évolution des systèmes depuis le début des années 80. La suite du deuxième chapitre décrit en détails le système de mesure développé. Finalement, le troisième chapitre donne des résultats expérimentaux intéressants sur différentes fibres et composants pour démontrer les possibilités du système développé.

Chapitre 1

Contraintes dans les fibres et composants tout-fibre

La première partie de ce chapitre présente, de façon succincte, la théorie des contraintes et des déformations. L'origine des forces résiduelles dans les fibres et composants tout-fibre est ensuite discutée. Finalement, la photoélasticité intégrée est suggérée pour mesurer les contraintes dans ces structures.

1.1 Contraintes et déformations élastiques

Des contraintes à l'intérieur d'un objet sont créées sous l'action de forces. La théorie de l'élasticité linéaire des milieux continus est valable lorsque les déformations causées par les contraintes sont réversibles[Dorlot, Baillon & Massounave 1986]. Le module de Young E est bien connu comme étant la constante de proportionnalité entre une contrainte et la déformation élastique qu'elle engendre, c'est la loi de Hooke. La figure 1.1 présente le cas simple d'un cube soumis à une contrainte normale σ_z ayant créée des déplacements u , v et w . Les variations des déplacements par unités de longueur définissent les déformations ε_x , ε_y et ε_z . Le coefficient de Poisson ν_p permet de relier les 3 déformations grâce à l'équation 1.2.

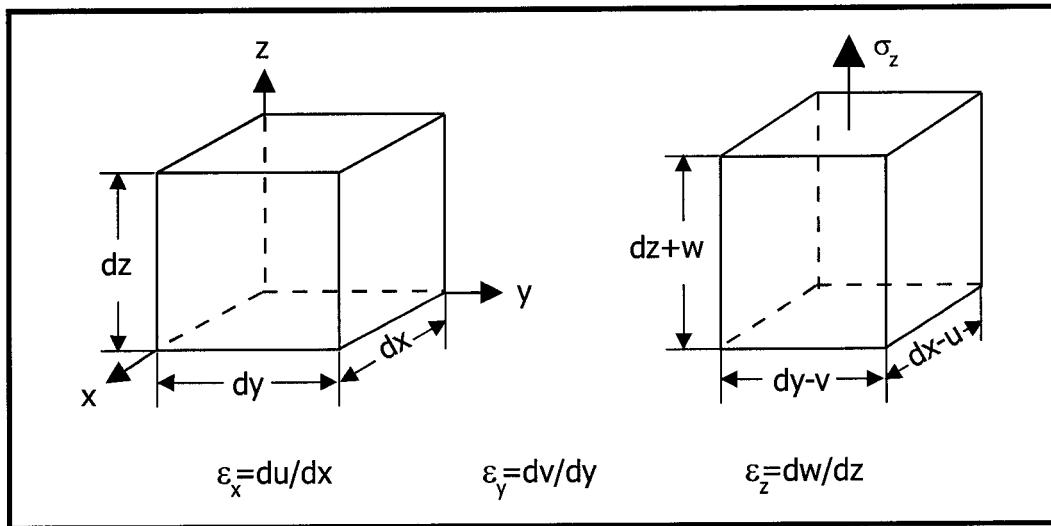


Figure 1.1 : Effet d'une contrainte normale σ_z sur un solide déformable. Le cube de gauche est non contraint. Le cube de droite est soumis à une tension σ_z qui provoque des déplacements u , v et w par rapport au cube non contraint.

$$E = \frac{\sigma_z}{\epsilon_z} \quad (1.1)$$

$$\epsilon_z = -\frac{\epsilon_x}{\nu_p} = -\frac{\epsilon_y}{\nu_p} \quad (1.2)$$

En plus des déformations, un corps peut subir un cisaillement sous l'action d'une torsion. La figure 1.2 illustre le cas général d'un corps soumis à 3 contraintes normales et 6 contraintes tangentielles ou torsions. Les contraintes tangentielles τ_{ij} créent des déformations tangentielles γ_{ij} (cisaillements). Le module de Coulomb G relie ces torsions aux cisaillements. Pour que l'objet soit en équilibre, les contraintes tangentielles ne sont pas toutes indépendantes. Le tenseur de contraintes dans un

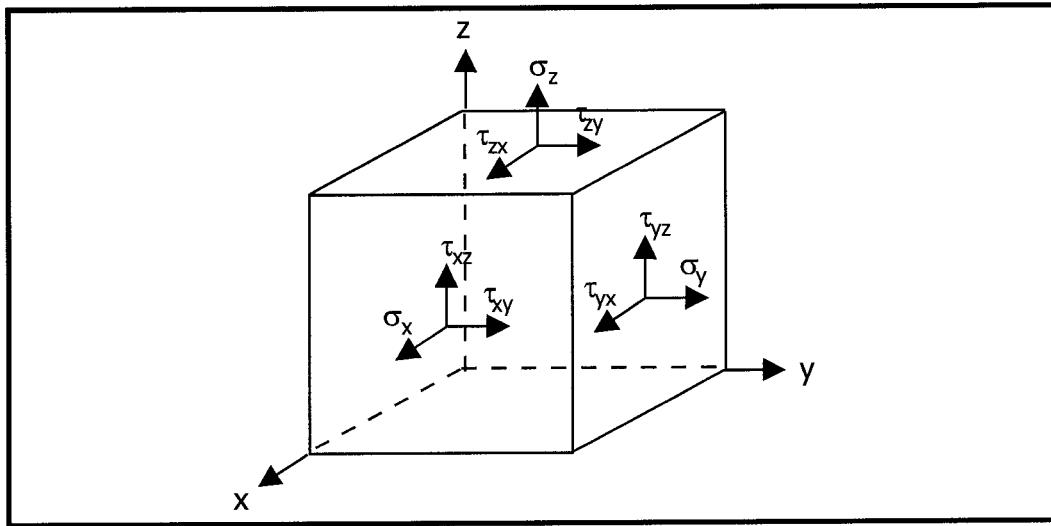


Figure 1.2 : Représentation des 3 contraintes normales et 6 contraintes tangentielles (torsions) dans un système de coordonnées cartésiennes.

système cartésien est défini par l'équation 1.3.

$$\begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z \end{bmatrix} \text{ où } t_{ij} = t_{ji} \quad (1.3)$$

Ces déformations par contraintes sont toutes reliées aux déplacements u, v et w déjà définis à la figure 1.1. De façon plus générale, 6 relations permettent de relier tous les déplacements aux déformations.

$$\begin{aligned} \varepsilon_x &= \frac{\partial u}{\partial x} & \gamma_{xy} &= \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \\ \varepsilon_y &= \frac{\partial v}{\partial y} & \gamma_{xz} &= \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \\ \varepsilon_z &= \frac{\partial w}{\partial z} & \gamma_{yz} &= \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \end{aligned} \quad (1.4)$$

En un point, les contraintes, les déformations et les cisaillements peuvent être rat-

tachés entre eux par les 6 relations suivantes grâce au module de Coulomb G , au module de Young E et au coefficient de Poisson ν_p .

$$\begin{aligned}\varepsilon_x &= \frac{1}{E}[\sigma_x - \nu_p(\sigma_y + \sigma_z)] & \gamma_{xy} &= \frac{\tau_{xy}}{G} \\ \varepsilon_y &= \frac{1}{E}[\sigma_y - \nu_p(\sigma_x + \sigma_z)] & \gamma_{yz} &= \frac{\tau_{yz}}{G} \\ \varepsilon_z &= \frac{1}{E}[\sigma_z - \nu_p(\sigma_x + \sigma_y)] & \gamma_{xz} &= \frac{\tau_{xz}}{G}\end{aligned}\quad (1.5)$$

Évidemment, les contraintes externes ou internes agissant sur un corps au repos doivent respecter les conditions d'équilibre. Pour deux points voisins, à l'intérieur d'un corps soumis à un champ de contraintes, la somme des forces doit être nulle.

$$[(\sigma_x)_1 - (\sigma_x)_2]dydz + [(\tau_{xy})_1 - (\tau_{xy})_2]dxdz + [(\tau_{xz})_1 - (\tau_{xz})_2]dxdy + F_xdxdydz = 0 \quad (1.6)$$

La relation 1.6 présente la somme des forces entre deux points d'un corps selon l'axe des x . F_x représente la somme des forces extérieures, par unité de volume, appliquée au corps selon l'axe des x . Si l'équation 1.6 ainsi que les relations équivalentes pour les autres axes sont divisées par $dxdydz$ et que les éléments de volume sont considérés infinitésimaux, les équations différentielles d'équilibre sont obtenues [Timoshenko & Goodier 1970].

$$\frac{\partial\sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial\tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial\tau_{xz}}{\partial z} + F_x = 0 \quad (1.7)$$

$$\frac{\partial\sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial\tau_{yz}}{\partial z} + \frac{\partial\tau_{yx}}{\partial x} + F_y = 0 \quad (1.8)$$

$$\frac{\partial\sigma_z}{\partial z} + \frac{\partial\tau_{zx}}{\partial x} + \frac{\partial\tau_{zy}}{\partial y} + F_z = 0 \quad (1.9)$$

Les déplacements créés par les contraintes doivent aussi obéir à des conditions de continuité dans un matériau considéré élastique. Ces déplacements u, v et w ne sont pas tous indépendants. Des équations de continuité doivent être respectées [Timoshenko & Goodier 1970]. Par exemple, les dérivées seconde des déformations

ϵ_x , ϵ_y et du cisaillement γ_{xy} reliés aux déplacements par les équations 1.4 permettent d'écrire:

$$\begin{aligned}\frac{\partial^2 \epsilon_x}{\partial y^2} &= \frac{\partial^3 u}{\partial x \partial y^2} \\ \frac{\partial^2 \epsilon_y}{\partial x^2} &= \frac{\partial^3 v}{\partial x^2 \partial y} \\ \frac{\partial^2 \gamma_{xy}}{\partial x \partial y} &= \frac{\partial^3 u}{\partial x \partial y^2} + \frac{\partial^3 v}{\partial x^2 \partial y}\end{aligned}$$

et par conséquent, la relation de continuité:

$$\frac{\partial^2 \epsilon_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \epsilon_y}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 \gamma_{xy}}{\partial x \partial y}$$

Il est finalement possible de générer 6 équations de continuité différentes à partir des relations 1.4.

$$\frac{\partial^2 \epsilon_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \epsilon_y}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 \gamma_{xy}}{\partial x \partial y} \quad (1.10)$$

$$\frac{\partial^2 \epsilon_y}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 \epsilon_z}{\partial y^2} = \frac{\partial^2 \gamma_{yz}}{\partial y \partial z} \quad (1.11)$$

$$\frac{\partial^2 \epsilon_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \epsilon_x}{\partial z^2} = \frac{\partial^2 \gamma_{xz}}{\partial x \partial z} \quad (1.12)$$

$$2 \frac{\partial^2 \epsilon_x}{\partial y \partial z} = \frac{\partial}{\partial x} \left(-\frac{\partial \gamma_{yz}}{\partial x} + \frac{\partial \gamma_{xz}}{\partial y} + \frac{\partial \gamma_{xy}}{\partial z} \right) \quad (1.13)$$

$$2 \frac{\partial^2 \epsilon_y}{\partial x \partial z} = \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial \gamma_{yz}}{\partial x} - \frac{\partial \gamma_{xz}}{\partial y} + \frac{\partial \gamma_{xy}}{\partial z} \right) \quad (1.14)$$

$$2 \frac{\partial^2 \epsilon_z}{\partial x \partial y} = \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial \gamma_{yz}}{\partial x} + \frac{\partial \gamma_{xz}}{\partial y} - \frac{\partial \gamma_{xy}}{\partial z} \right) \quad (1.15)$$

Les 6 équations de continuité, les 3 équations d'équilibre et les conditions frontières devraient, en théorie, permettre de résoudre tous les problèmes de contraintes en 3 dimensions.

Pour utiliser ces équations dans des situations qui se rapprochent des fibres et des composants tout-fibre, il est plus pratique de représenter les équations d'équilibre

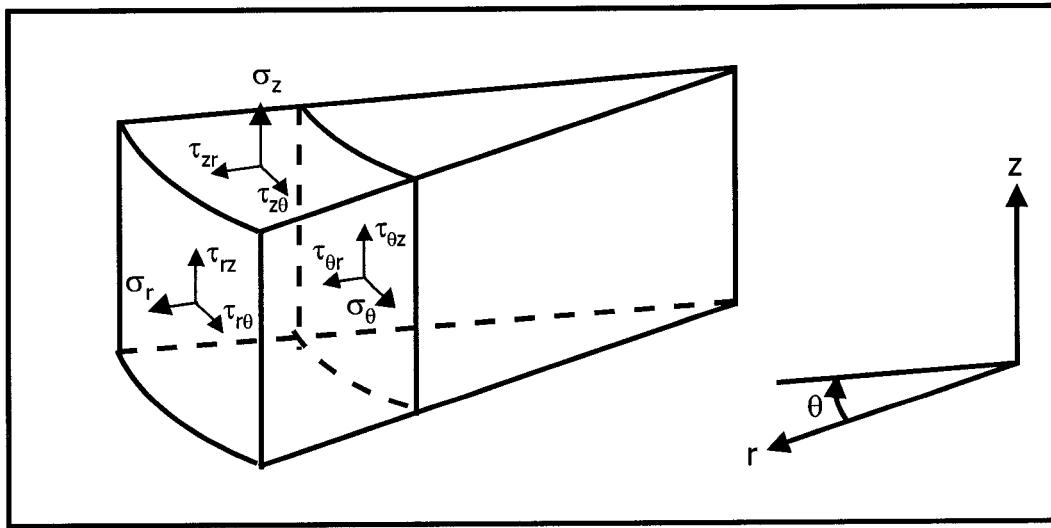


Figure 1.3 : Représentation des 3 contraintes normales et des 6 contraintes tangen-
tielles (torsions) dans un système de coordonnées cylindrique

dans un système de coordonnées cylindriques. [Timoshenko & Goodier 1970]

$$\frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \tau_{r\theta}}{\partial \theta} + \frac{\partial \tau_{rz}}{\partial z} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} + F_r = 0 \quad (1.16)$$

$$\frac{\partial \tau_{r\theta}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial \tau_{\theta z}}{\partial z} + \frac{2\tau_{r\theta}}{r} + F_\theta = 0 \quad (1.17)$$

$$\frac{\partial \tau_{rz}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \tau_{\theta z}}{\partial \theta} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + \frac{\tau_{rz}}{r} + F_z = 0 \quad (1.18)$$

Les équations 1.7 à 1.9 peuvent donc s'exprimer en fonction de σ_r , σ_θ , σ_z , $\tau_{r\theta}$, τ_{rz} et $\tau_{\theta z}$. La figure 1.3 définit l'orientation de ces contraintes.

Comme pour le système d'axes cartésien, la somme des forces qui doit être nulle en un point selon chacun des axes permet de définir les équations d'équilibres 1.16 à 1.18. Dans un système cylindrique, il faut tenir compte des variations des aires des sections ainsi que du déplacement des axes de contraintes, pour établir l'équilibre des forces. La figure 1.4 illustre un petit élément de volume soumis à des contraintes radiales, axiales et tangentialles en un point P . Chaque face de cette section de tube

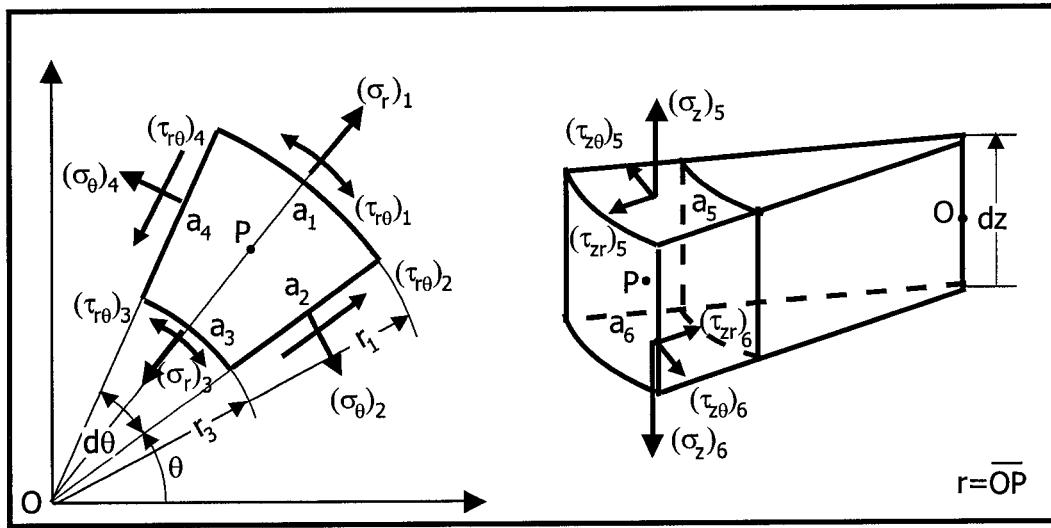


Figure 1.4 : Élément de volume sous contraintes dans un système de coordonnées cylindriques. Le schéma de gauche représente l'élément de volume dans le plan (r, θ) .

cylindrique à une aire a_i définie ci-dessous.

$$a_1 = r_1 d\theta dz \quad (1.19)$$

$$a_3 = r_3 d\theta dz \quad (1.20)$$

$$a_2 = a_4 = dr dz \quad (1.21)$$

$$a_5 = a_6 = \frac{d\theta}{2} (r_1^2 - r_3^2) = \frac{d\theta}{2} (r_1 + r_3) dr \quad (1.22)$$

Pour l'axe des r premièrement, la somme des forces sera donnée par:

$$[(\sigma_r)_1 r_1 - (\sigma_r)_3 r_3] d\theta dz - [(\sigma_\theta)_2 + (\sigma_\theta)_4] \sin\left(\frac{d\theta}{2}\right) dr + [(\tau_{r\theta})_2 - (\tau_{r\theta})_4] dr dz + [(\tau_{rz})_5 - (\tau_{rz})_6] \frac{d\theta}{2} (r_1^2 - r_3^2) + F_r r dr d\theta dz = 0 \quad (1.23)$$

F_r représente la force radiale extérieure appliquée par unité de volume. Cette relation est ensuite divisée par $r dr d\theta dz$ et lorsque le volume tend vers 0, la relation d'équilibre

1.16 est obtenue. Pour l'axe θ , la somme des forces nous donne:

$$[(\sigma_\theta)_4 - (\sigma_\theta)_2] \cos\left(\frac{d\theta}{2}\right) dr dz - [(\tau_{r\theta})_3 r_3 + (\tau_{r\theta})_1 r_1] d\theta dz + [(\tau_{r\theta})_2 + (\tau_{r\theta})_4] \sin\left(\frac{d\theta}{2}\right) dr dz + [(\tau_{z\theta})_5 - (\tau_{z\theta})_6] \frac{d\theta}{2} (r_1^2 - r_3^2) + F_\theta r dr d\theta dz = 0 \quad (1.24)$$

En divisant toujours par $r dr d\theta dz$, l'équation d'équilibre 1.17 est retrouvée lorsque le volume est infinitésimal. La même technique permet de retrouver la troisième équation d'équilibre 1.18 dans un système d'axe cylindrique.

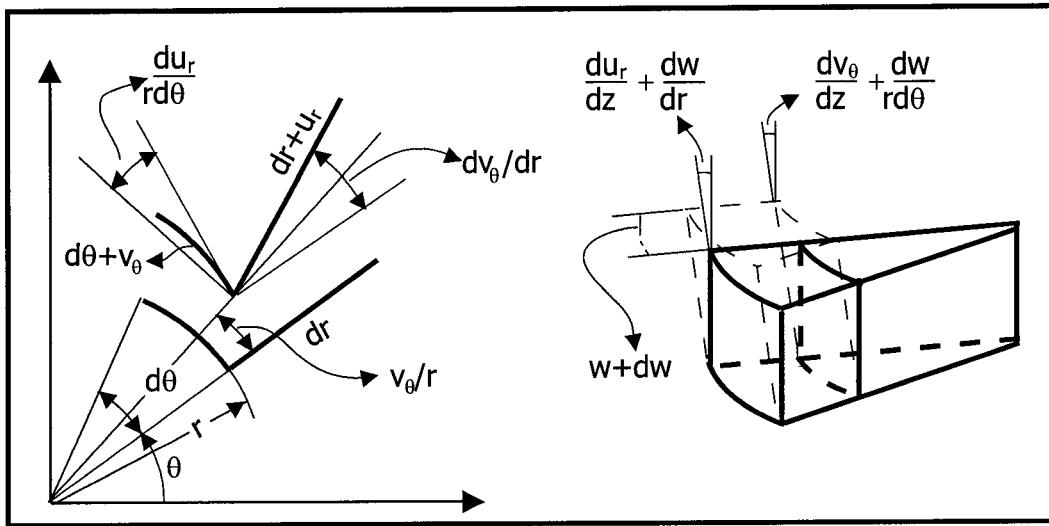


Figure 1.5 : Représentation des déplacements et cisaillements dans un système de coordonnées cylindriques

Les déformations par contraintes en coordonnées cylindriques ($\varepsilon_r, \varepsilon_\theta, \varepsilon_z, \gamma_{r\theta}, \gamma_{rz}$ et $\gamma_{z\theta}$) doivent aussi être exprimées en fonction des déplacements radial u_r , tangentiel

v_θ et axial w représentés sur la figure 1.5.

$$\begin{aligned}\varepsilon_r &= \frac{\partial u_r}{\partial r} & \gamma_{r\theta} &= \frac{\partial u_r}{r \partial \theta} + \frac{\partial v_\theta}{\partial r} - \frac{v_\theta}{r} \\ \varepsilon_\theta &= \frac{u_r}{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial v_\theta}{\partial \theta} & \gamma_{rz} &= \frac{\partial u_r}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial r} \\ \varepsilon_z &= \frac{\partial w}{\partial z} & \gamma_{z\theta} &= \frac{\partial v_\theta}{\partial z} + \frac{\partial w}{r \partial \theta}\end{aligned}\quad (1.25)$$

Selon l'axe des r , l'élongation unitaire ε_r (voir équations 1.25) est tirée de:

$$\frac{dr + u_r - dr}{dr} = \frac{\partial u_r}{\partial r} \quad (1.26)$$

lorsque u_r et dr tendent vers 0. Dans la direction tangentielle, la déformation ε_θ à deux composantes. Premièrement, le déplacement u_r provoque un accroissement de l'arc de cercle définie par $d\theta$. Cette accroissement unitaire est définie par:

$$\frac{(r + u_r)d\theta - rd\theta}{rd\theta} = \frac{u_r}{r} \quad (1.27)$$

La deuxième composante est associée au déplacement tangentiel v_θ . L'élongation unitaire est tiré cette fois ci de la relation suivante:

$$\frac{d\theta + v_\theta - d\theta}{rd\theta} = \frac{1}{r} \frac{\partial v_\theta}{\partial \theta} \quad (1.28)$$

Ces deux composantes additionnées définissent bien ε_θ . Les autres termes des équations 1.25 peuvent tous être obtenue de la même manière.

Finalement, en coordonnées cylindriques, les équations qui relient les contraintes aux déformations par la loi de Hooke, ont la même forme que dans un système de

coordonnées cartésien puisque le matériau est toujours considéré isotrope.

$$\varepsilon_r = \frac{1}{E}[\sigma_r - \nu_p(\sigma_\theta + \sigma_z)] \quad (1.29)$$

$$\varepsilon_\theta = \frac{1}{E}[\sigma_\theta - \nu_p(\sigma_r + \sigma_z)] \quad (1.30)$$

$$\varepsilon_z = \frac{1}{E}[\sigma_z - \nu_p(\sigma_r + \sigma_\theta)] \quad (1.31)$$

1.2 Origine des contraintes résiduelles dans les fibres et composants tout fibre

Le procédé de fabrication le plus courant pour obtenir une fibre optique consiste à chauffer et étirer une préforme de verre. Une préforme est un modèle homothétique géant de la fibre espérée. Elle est habituellement obtenue en déposant successivement des couches minces de verre dopées selon le profil d'indice désiré. Ce procédé de fabrication donne naissance à trois types de contraintes résiduelles:

- des contraintes thermiques
- des contraintes hydrostatiques
- des contraintes mécaniques

Une fibre est affectée par ces trois types de contraintes selon ces paramètres de fabrication. C'est un modèle assez simplifié de la réalisation d'une fibre et chaque compagnie a sa recette secrète. Les recuits ou les procédés d'étirage avec rotation de la préforme sont autant de facteurs inconnus qui influencent les contraintes internes d'une fibre.

1.2.1 Définition des axes et plans principaux de contrainte

À partir de l'origine des contraintes dans les structures tout-fibre, il est possible de faire quelques hypothèses sur l'organisation des axes de contraintes principaux

dans ces structures. Il existe, pour tout objet sous contrainte, un système d'axes dans lequel le tenseur de contraintes (équation 1.3) est représenté par une matrice diagonale. Dans ce système d'axes, les contraintes normales sont maximales et les cisaillements sont nuls. Les axes de ce système définissent les axes principaux de contrainte de l'objet. Pour les fibres, l'étirage de la préforme devrait créer un axe

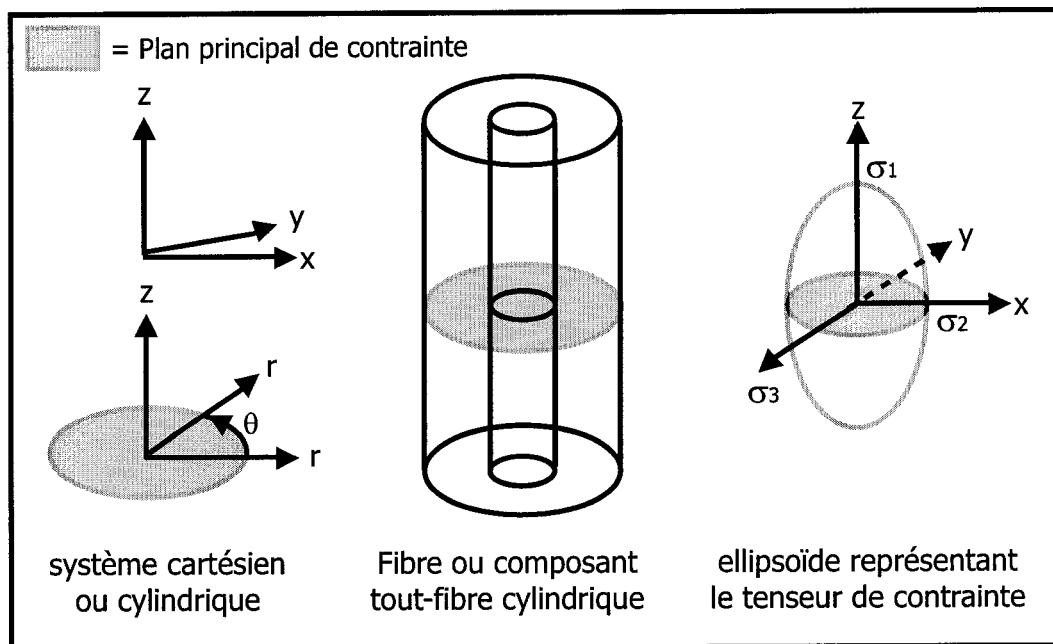


Figure 1.6 : Définition des plans et des axes principaux de contrainte pour une fibre et plusieurs composants tout-fibre. Les contraintes σ_2 et σ_3 sont dans le plan $r\theta$ ou xy mais leur orientation n'est pas définie contrairement à σ_1 qui agit selon l'axe des z .

principal de contrainte le long de l'axe de transmission de la fibre. Le refroidissement de la fibre devrait lui, créer des contraintes qui sont invariantes selon l'axe des z . Ces hypothèses sont résumées dans la figure 1.6. Ainsi le tenseur de contraintes d'une fibre en coordonnées cylindriques ne devrait pas contenir de termes croisés entre l'axe

des z et le plan de section droite définie par r et θ .

$$\begin{bmatrix} \sigma_r & \tau_{r\theta} & 0 \\ \tau_{\theta r} & \sigma_\theta & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_z \end{bmatrix} \text{ où } \tau_{r\theta} = \tau_{\theta r} \quad (1.32)$$

Pour les composants, la modification des contraintes le long de l'axe de transmission devrait ajouter des termes $\tau_{z\theta}$ et τ_{rz} non nuls au tenseur représenté par la matrice 1.32. Dans la pratique, la zone mesurée d'un composant devra être éloignée des régions où les termes $\tau_{z\theta}$ et τ_{rz} influenceront les mesures. En pratique il suffira de mesurer des régions où les variations de contraintes selon z sont à environ un rayon de distance de la zone mesurée. Les mesures de contraintes par photoélasticité, expliquées dans la section 1.3, seront inexactes dans des situations qui ne respectent pas cette hypothèse.

1.2.2 Contraintes résiduelles thermiques avec une symétrie cylindrique

Les contraintes résiduelles thermiques sont causées par les différents dopants introduits dans la fibre qui modifient localement le coefficient de dilatation thermique de la silice. Lors du refroidissement, des contraintes résiduelles thermiques seront créées [Scherer 1979]. Dans la réalité, en plus des contraintes thermiques, l'extérieur de la fibre se solidifie en premier et des contraintes hydrostatiques sont créées jusqu'à ce que le cœur se comporte élastiquement. La sous-section 1.2.3 traite des contraintes hydrostatiques.

Pour un objet possédant la symétrie cylindrique où la température dépend uniquement de r et où aucune force extérieure n'est appliquée, les termes $\tau_{r\theta}$ et $\tau_{z\theta}$ sont égaux

à 0. L'équation d'équilibre 1.16 se simplifie pour donner:

$$\frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} = 0 \quad (1.33)$$

Cette équation peut se résoudre en posant des conditions limites. L'annexe A présente la solution complète pour une fibre à 2 couches avec une symétrie circulaire. Les solutions sont de la forme suivante:

$$\sigma_r = \frac{E}{(1 + \nu_p)(1 - 2\nu_p)} \left[A - (1 - 2\nu_p) \frac{B}{r^2} + \nu_p C \right] \quad (1.34)$$

$$\sigma_\theta = \frac{E}{(1 + \nu_p)(1 - 2\nu_p)} \left[A + (1 - 2\nu_p) \frac{B}{r^2} + \nu_p C \right] \quad (1.35)$$

$$\sigma_z = \frac{E}{(1 + \nu_p)(1 - 2\nu_p)} [2A\nu_p + (1 - \nu_p)C] \quad (1.36)$$

Les A , B et C sont des constantes à déterminer avec les conditions frontières. Pour une fibre faiblement dopée, il est raisonnable de poser l'hypothèse que les modules de Young E et les coefficients de Poisson ν_p sont égaux dans les 2 régions. Dans ce cas, les constantes A_1 , A_2 , B_1 , B_2 , C_1 , C_2 sont fixées par les relations 1.37 qui suivent.

$$\begin{aligned} A_1 &= \frac{\Delta\alpha\Delta T(R^2 - R_c^2)(1 - 3\nu_p)}{2R^2(1 - \nu_p)} \\ A_2 &= -\frac{\Delta\alpha\Delta T R_c^2(1 - 3\nu_p)}{2R^2(1 - \nu_p)} \\ B_1 &= 0 \\ B_2 &= -\frac{\Delta\alpha\Delta T R_c^2(1 + \nu_p)}{2(1 - \nu_p)} \\ C_1 &= \frac{\Delta\alpha\Delta T(R^2 - R_c^2)}{R^2} \\ C_2 &= -\frac{\Delta\alpha\Delta T R_c^2}{R^2} \\ \Delta\alpha &= \alpha_{T2} - \alpha_{T1} \end{aligned} \quad (1.37)$$

Les constantes d'indice 1 font références au cœur et les constantes d'indice 2 à

la gaine de la fibre. Les α_T définissent les coefficients d'expansion thermique. Le ΔT doit correspondre à la différence de température entre le moment où la fibre se comporte comme un corps élastique et la température ambiante.

Une relation intéressante est tirée de ce résultat. La relation 1.38 est respectée dans les deux régions de la fibre.

$$\sigma_z = \sigma_r + \sigma_\theta \quad (1.38)$$

Malheureusement, peu d'auteur dans la littérature justifie correctement la validité de la relation 1.38.

La relation 1.38 permet de calculer les contraintes radiales et tangentielles uniquement à partir de $\sigma_z(r)$ pour une fibre à symétrie circulaire. La relation 1.33 donne alors une équation différentielle linéaire non homogène [Arfken & Weber 1995].

$$\frac{d\sigma_r(r)}{dr} + \frac{2\sigma_r(r)}{r} = \frac{\sigma_z(r)}{r} \quad (1.39)$$

La solution de cette équation donne une relation entre $\sigma_z(r)$ et $\sigma_r(r)$.

$$\sigma_r(r) = \frac{1}{r^2} \int_0^r \sigma_z(r) r dr \quad (1.40)$$

En résumé, il est possible de déterminer complètement le tenseur de contraintes thermique d'une fibre à partir des contraintes axiales $\sigma_z(r)$. La section 1.3 explique justement comment mesurer optiquement, de façon non destructive, la distribution des contraintes axiales. Même si la plus grande source de contraintes résiduelles est attribuée aux contraintes thermiques pour une majorité de fibres, il faut rester critique face aux résultats obtenus parce qu'ils reposent sur beaucoup d'hypothèses résumés ici.

- les modules de Young et les coefficients de Poisson sont considérés constants

dans toute la fibre

- les coefficients de dilatation thermique α_{T1} et α_{T2} demeurent constants sur la plage de température ΔT
- la fibre a une symétrie circulaire
- les contraintes mécaniques et hydrostatiques résiduelles sont faibles devant les contraintes thermiques et n'influencent pas les résultats.

En dehors de ces conditions, il faut s'attendre à une faible précision sur les contraintes non axiales déduites par calcul à partir de σ_z . Chaque type de fibre devient donc un cas particulier. Les deux sous-sections suivantes traitent qualitativement des contraintes résiduelles hydrostatiques et mécaniques.

1.2.3 Contraintes résiduelles hydrostatiques

Des contraintes hydrostatiques sont créées dans une fibre lorsque le cœur se comporte encore comme un liquide alors que les couches extérieures se retrouvent sous la température de transition vitreuse. Les coefficients de dilatation thermique sont alors très différents. Pour les verres, le coefficient de dilatation thermique dans la phase liquide (au dessus de la transition vitreuse) est environ 3 à 5 fois plus élevé que dans le solide [Scherer 1986]. De plus, les températures de transitions vitreuses des verres dans les fibres peuvent dépendre des dopants et de la vitesse de refroidissement. Une fois que le cœur est assez refroidi, la pression qui existait dans le cœur sera figée en contraintes hydrostatiques. Le problème est donc semblable à un tube creux soumis à une pression interne qui varie jusqu'à ce que la fibre se comporte entièrement comme un solide [Scherer & Cooper 1980]. Ces contraintes hydrostatiques seront alors ajoutées aux contraintes thermiques produites par le refroidissement de la fibre jusqu'à la température ambiante.

Habituellement, les couches dopées du cœur d'une fibre possèdent une température de transition vitreuse plus élevée que le tube de silice qui jouera le rôle de gaine. Vu

la taille des fibres, la différence de température entre la gaine et le cœur est souvent très faible. Ces deux raisons limitent l'importance des contraintes hydrostatiques. Si le cœur devient solide avant la gaine, il n'y aura pas de contrainte hydrostatique parce que l'extérieur de la fibre peut librement prendre de l'expansion.

Il y a cependant des exceptions. Par exemple, certaines fibres sont créées à partir d'un cœur en silice dopé au germanium et d'une gaine dopée au fluor. Dans ce cas, même si la température est quasi constante, la différence de température de transition pourrait créer des contraintes hydrostatiques non négligeables.

1.2.4 Contraintes résiduelles mécaniques

Les différences de viscosités entre le cœur et la gaine d'une fibre peuvent générer des contraintes résiduelles mécaniques lorsque la tension d'étirage de la fibre est relâchée [Park *et al.* 1999]. Si les modules de Young et les coefficients de Poisson sont considérés constants dans toute la fibre, les contraintes résiduelles mécaniques sont seulement générées dans l'axe de transmission de la fibre parce qu'elle peut prendre de l'expansion radialement [Raine 1998].

1.2.5 Origine des contraintes dans les composants tout-fibre

Les procédés de fabrication des composants tout-fibre sont très variés. La modification des propriétés optiques des fibres par ces procédés affectent, dans des proportions peu connues pour l'instant, les contraintes résiduelles. Il est alors plus difficile que pour les fibres, de savoir si les contraintes non axiales peuvent être déterminées par calcul.

Dans plusieurs situations cependant, la modification des contraintes est de nature thermique. Par exemple, le changement d'indice dans des réseaux à long pas, fabriqués par laser CO₂ [Perron 2000] et aussi par décharge électrique [Orsini 2001], est attribué à la modification des contraintes résiduelles. Les sources de chaleurs semblent relaxer les contraintes résiduelles mécaniques pour ne laisser que des contraintes résiduelles

thermiques [Kim, Park, Ahn, Kim, Lee *et al.* 2001]. Une mesure expérimentale sur une fibre standard chauffée est présentée à la figure 3.16. Ce résultat semble confirmer le même type de relaxation.

En ce qui concerne les réseaux de Bragg inscrits par irradiation ultra-violette, les contraintes pourraient provenir d'une compaction de la matrice. Les résultats publiés indiquent que les contraintes axiales augmentent toujours dans les régions irradiées. [Raine, Feced, Kanellopoulos & Handerek 1999], [Fonjallaz, Limberger, Salathé, Cochet & Leuenberger 1995].

1.3 Mesures non destructives des contraintes résiduelles par photoélasticité intégrée

Cette section explique comment accéder aux contraintes internes d'un objet avec et sans symétrie circulaire à l'aide d'une mesure optique non destructive. Deux algorithmes de reconstruction sont proposés.

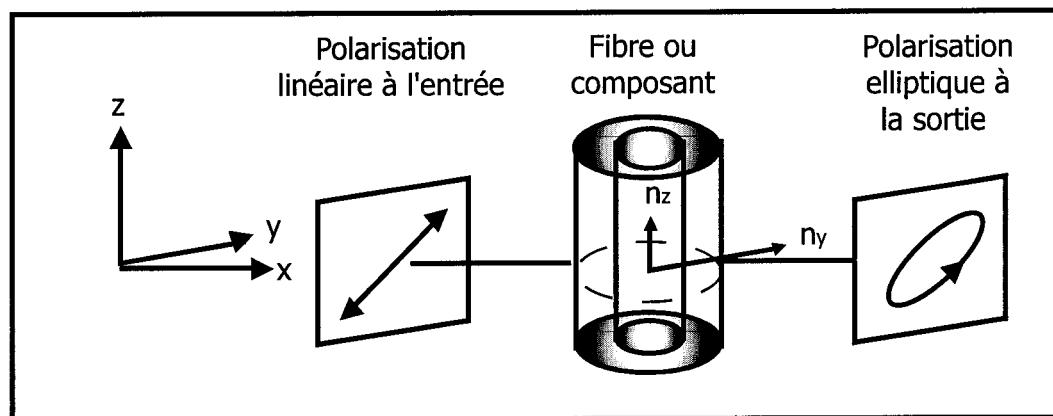


Figure 1.7 : Principe de mesure des contraintes d'un échantillon cylindrique par photoélasticité. Un faisceau lumineux polarisé linéairement à 45° d'un axe principal de contrainte (ici l'axe des z) traverse l'échantillon.

Des matériaux transparents et non-cristallins comme la silice amorphe, qui sont normalement optiquement isotropes, deviennent anisotropes sous contraintes. La photoélasticité repose sur ce phénomène. Découverte par Brewster en 1816 [Pérez 1996], la photoélasticité est un vaste domaine de recherche. Une de ces branches est la photoélasticité intégrée qui permet de mesurer de façon non destructive les contraintes internes d'un objet en 3 dimensions. La technique consiste à étudier le changement de polarisation d'un faisceau lumineux polarisé linéairement qui traverse un échantillon devenu biréfringent sous contraintes (Voir figure 1.7). Habituellement, un modèle en plastique transparent de la pièce à étudier est réalisé pour obtenir des mesures. Dans le cas de la fibre, les mesures sont directes.

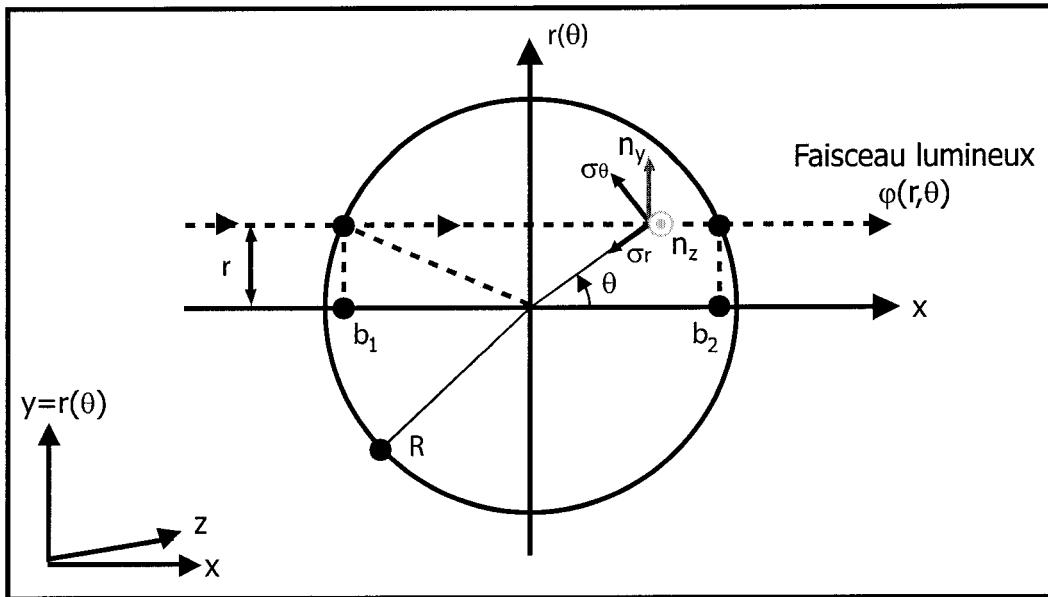


Figure 1.8 : Chemin optique d'un faisceau lumineux traversant un échantillon cylindrique de rayon R . La réfraction du faisceau est négligée à l'interface de l'échantillon parce que l'indice extérieur doit être proche de l'indice de l'objet. Les points b_1 et b_2 permettent de définir les bornes de l'intégrale de l'équation 1.41.

Le chapitre 2 explique en détail comment mesurer le retard de phase φ accumulé par la lumière polarisée. Pour un objet cylindrique, la figure 1.8 illustre le chemin

optique parcouru par la lumière en supposant que l'indice extérieur est très proche de l'objet étudié et que la réfraction est négligeable à l'interface de l'échantillon. Dans la pratique, cette condition est créée en plongeant l'objet à étudier dans un liquide d'indice proche de celui de la silice. Le retard de phase $\varphi(r, \theta)$ sera donné par:

$$\varphi(r, \theta) = \frac{2\pi}{\lambda} \int_{-\sqrt{R^2-r^2}}^{\sqrt{R^2-r^2}} (n_z - n_y) \, dx \quad (1.41)$$

Où R est le rayon extérieur de l'objet cylindrique étudié et λ , la longueur d'onde du laser utilisé. Les bornes de l'intégrale correspondent aux positions sur l'axe des x , des points b_1 et b_2 sur la figure 1.8. Le terme $(n_z - n_y)$ doit maintenant être rattaché aux contraintes.

Le tenseur diélectrique d'un matériau isotrope non contraint est représenté par une sphère d'équation $x^2 + y^2 + z^2 = n_0^2$. n_0 représente l'indice de réfraction de l'échantillon non contraint. Les équations photoélastiques qui relient les variations d'indice de réfraction aux contraintes à l'aide des constantes photoélastiques q_{ij} sont connues [Born & Wolf 1998]. Le tenseur diélectrique modifié par les contraintes prend maintenant la forme d'une ellipsoïde représentée par l'équation suivante:

$$a_{xx}x^2 + a_{yy}y^2 + a_{zz}z^2 + a_{yz}yz + a_{zx}zx + a_{xy}xy = 1 \quad (1.42)$$

Les coefficients a_{ij} sont rattachés aux contraintes par la relation matricielle suivante:

$$\begin{bmatrix} a_{xx} - \frac{1}{n_0^2} \\ a_{yy} - \frac{1}{n_0^2} \\ a_{zz} - \frac{1}{n_0^2} \\ a_{yz} \\ a_{zx} \\ a_{xy} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_{11} & q_{12} & q_{12} & 0 & 0 & 0 \\ q_{12} & q_{11} & q_{12} & 0 & 0 & 0 \\ q_{12} & q_{12} & q_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{q_{11}-q_{12}}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{q_{11}-q_{12}}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{q_{11}-q_{12}}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_{yz} \\ \tau_{xz} \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} \quad (1.43)$$

L'équation 1.43 indique que les axes principaux de contrainte seront confondus avec les axes de l'ellipsoïde représentant le tenseur diélectrique de l'échantillon. La figure 1.6 dans la sous-section 1.2.1 a déjà permis d'identifier un axe et un plan principaux de contrainte pour les fibres et plusieurs composants. Les termes τ_{yz} et τ_{xz} sont donc nuls pour les situations qui nous intéressent. L'ellipsoïde d'indice prend donc la forme suivante:

$$a_{xx}x^2 + a_{yy}y^2 + a_{zz}z^2 + a_{xy}xy = 1 \quad (1.44)$$

où

$$a_{xx} = q_{11}\sigma_x + q_{12}\sigma_y + q_{12}\sigma_z + \frac{1}{n_0^2} \quad (1.45)$$

$$a_{yy} = q_{12}\sigma_x + q_{11}\sigma_y + q_{12}\sigma_z + \frac{1}{n_0^2} \quad (1.46)$$

$$a_{zz} = q_{12}\sigma_x + q_{12}\sigma_y + q_{11}\sigma_z + \frac{1}{n_0^2} \quad (1.47)$$

$$a_{xy} = \left(\frac{q_{11} - q_{12}}{2} \right) \tau_{xy} \quad (1.48)$$

Les variations d'indices étant considérés faibles, la simplification suivante est retenue pour les a_{ii} :

$$a_{ii} - \frac{1}{n_0^2} = \frac{1}{n_i^2} - \frac{1}{n_0^2} = \frac{-(n_i - n_0)(n_i + n_0)}{n_i^2 n_0^2} \approx \frac{-2(n_i - n_0)}{n_0^3} \quad (1.49)$$

Les indices de réfractions n_x , n_y et n_z en fonction des contraintes sont finalement obtenus:

$$n_x - n_0 = \frac{-n_0^3}{2} (q_{11}\sigma_x + q_{12}\sigma_y + q_{12}\sigma_z) \quad (1.50)$$

$$n_y - n_0 = \frac{-n_0^3}{2} (q_{12}\sigma_x + q_{11}\sigma_y + q_{12}\sigma_z) \quad (1.51)$$

$$n_z - n_0 = \frac{-n_0^3}{2} (q_{12}\sigma_x + q_{12}\sigma_y + q_{11}\sigma_z) \quad (1.52)$$

L'équation 1.41 peut maintenant s'exprimer en fonction de σ_z et σ_y puisque:

$$n_z - n_y = \frac{-n_0^3}{2}(q_{11} - q_{12})(\sigma_z - \sigma_y) \quad (1.53)$$

Dans la littérature, $\frac{-n_0^3}{2}(q_{11} - q_{12})$ est souvent définie comme étant le coefficient photoélastique C . L'équation 1.41 devient:

$$\varphi(r, \theta) = \frac{2\pi C}{\lambda} \int_{-\sqrt{R^2 - r^2}}^{\sqrt{R^2 - r^2}} (\sigma_z - \sigma_y) dx \quad (1.54)$$

Si aucune force n'agit dans le plan de la fibre, la somme des forces le long de l'axe des y sur la figure 1.8 doit être nulle. Ceci implique le résultat très important suivant [Poritsky 1934]:

$$\int_{-\sqrt{R^2 - r^2}}^{\sqrt{R^2 - r^2}} \sigma_y dx = 0 \quad (1.55)$$

Cette dernière formule est la base de toutes les mesures de contraintes. Elle suppose toujours que l'axe de propagation de la fibre est un axe principal de contrainte de l'objet et que le retard de phase mesuré dépend uniquement de cet axe. L'équation 1.54 s'exprime alors uniquement en fonction de σ_z .

$$\varphi(r, \theta) = \frac{2\pi C}{\lambda} \int_{-\sqrt{R^2 - r^2}}^{\sqrt{R^2 - r^2}} \sigma_z(r, \theta) dx \quad (1.56)$$

Les 2 sous-sections suivantes proposent des algorithmes qui pourraient être utilisés pour reconstruire les contraintes axiales dans les fibres et les composants tout-fibre à partir des mesures de biréfringences $\varphi(r, \theta)$. Ces algorithmes seront utilisés dans le chapitre 3.

1.3.1 Algorithmes de reconstruction: transformée d'Abel

Si la symétrie circulaire est respectée, le retard de phase $\varphi(r, \theta)$ ne dépend pas de θ et une seule projection $\varphi(r)$ permet de calculer $\sigma_z(r)$. L'équation 1.56 peut être inversée puisqu'il s'agit d'une équation intégrale d'Abel [Arfken & Weber 1995]. L'équation suivante est obtenue:

$$\sigma_z(r) = \frac{-\lambda}{2\pi^2 C} \int_r^R \left(\frac{d\varphi(r)}{dr} \right) \frac{1}{\sqrt{t^2 - r^2}} dt \quad (1.57)$$

Pour avoir une idée de l'erreur introduite par cette transformée, une simulation permet de voir que pour une erreur constante en fonction du rayon sur le retard de phase mesuré ($\Delta\varphi$), l'erreur en fonction de la position radiale varie. La figure 1.9 illustre l'incertitude sur les contraintes axiales pour des erreurs constantes commises sur la phase. La précision du système de mesure développé est présentement proche de $\Delta\varphi = 5 \times 10^{-4}$. (Voir sous-section 2.2.5)

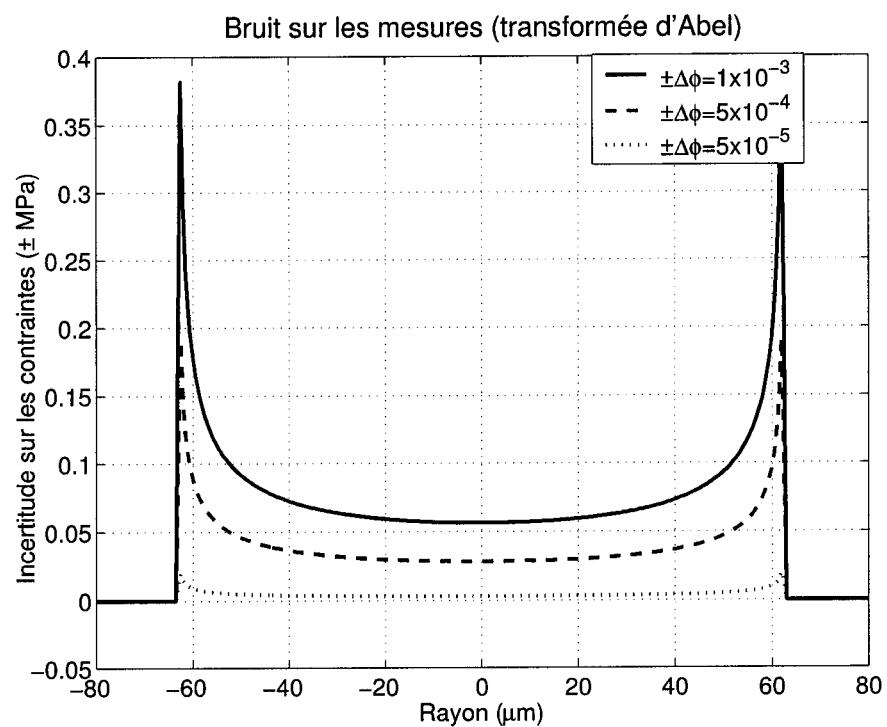


Figure 1.9 : Bruit en MPa sur les contraintes axiales introduit par la transformée d'Abel pour différentes incertitudes sur la phase. Le système de mesure développé et expliqué au chapitre 2 à présentement une précision de 5×10^{-4} .

1.3.2 Algorithmes de reconstruction: tomographie

Si la symétrie circulaire n'est pas supposée, la reconstruction des contraintes n'est possible que si plusieurs projections de la fibre pour différents angles sont réalisées. Le théorème de la tranche centrale de Fourier [Kak & Slaney 1988] permet de retrouver $\sigma_z(x, y)$. Ce théorème est valable dans des situations où les axes principaux de contraintes principaux ne varient pas et que les retards de phase mesurés sont faibles. Dans ces situations, la tomographie d'un champ tensoriel (tenseur diélectrique de l'échantillon) se ramène à la tomographie d'un champ scalaire beaucoup plus simple et largement répandue dans le domaine de l'imagerie médicale. L'algorithme de rétroprojections filtrées (Filtered backprojection algorithm) sera donc implanté ici [Kak & Slaney 1988].

Le théorème de la tranche centrale de Fourier stipule que la transformée de Fourier 2D de la fonction recherchée $\sigma_z(x, y)$ est égale à la transformée de Fourier 1D de chacune des projections de cette fonction qui sont distribuées dans un plan de Fourier en fonction de l'angle de la projection. La figure 1.10 illustre le principe pour une projection. Une fois que toutes les transformées de Fourier des projections sont placées dans le même plan, il suffit alors de prendre la transformée de Fourier 2D inverse de ce plan pour obtenir $\sigma_z(x, y)$.

La transformée de Fourier 2D de $\sigma_z(x, y)$ peut s'exprimer mathématiquement par:

$$G(p, q) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \sigma_z(x, y) e^{-i2\pi(px+qy)} dx dy \quad (1.58)$$

$G(p, q)$ est transformé en coordonnées radiales $G(\rho, \Theta)$ en posant $p = \rho \cos \Theta$ et $q = \rho \sin \Theta$:

$$G(\rho, \Theta) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \sigma_z(x, y) e^{-i2\pi\rho(x \cos \Theta + y \sin \Theta)} dx dy \quad (1.59)$$

À présent, la projection de $\sigma_z(x, y)$ pour plusieurs angles θ est mesurée par des profils

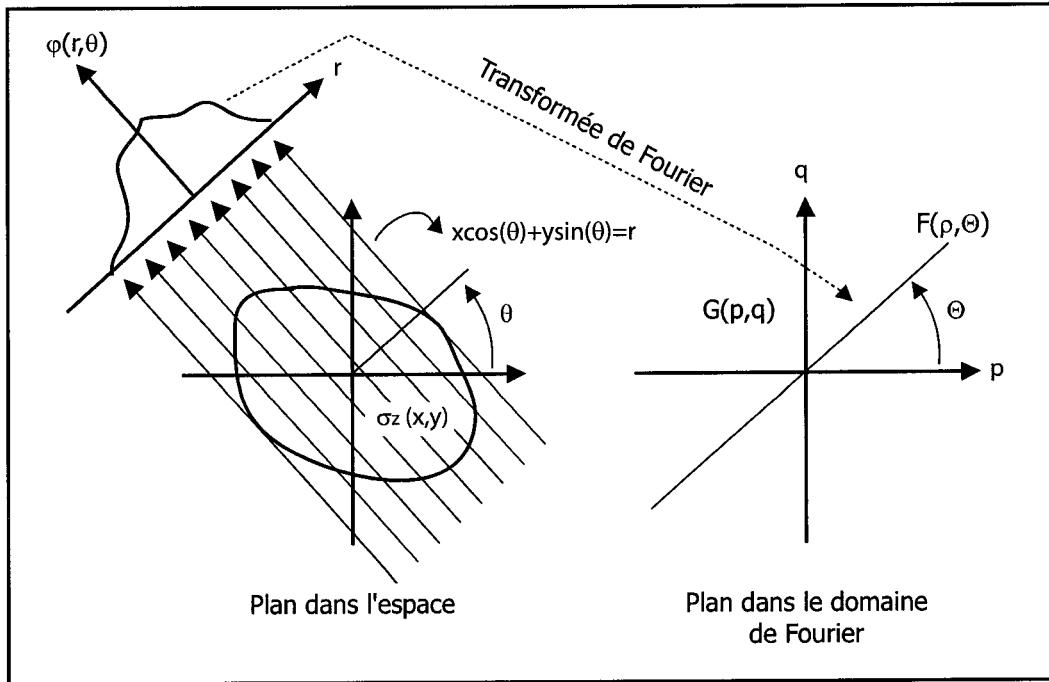


Figure 1.10 : Principe de fonctionnement d'une tomographie. $\varphi(r, \theta)$ est une projection de $\sigma_z(x, y)$ prise pour un angle θ . La transformée de Fourier de cette projection se retrouve ensuite dans le plan de Fourier à un angle Θ . Le plan dans le domaine de Fourier peut être complètement remplie par toute les transformées de Fourier des projections de $\sigma_z(x, y)$ pour tout les angles θ . Les angles θ et Θ sont donc équivalents. [Kak & Slaney 1988]

de retard de phase $\varphi(r, \theta)$ et s'exprime:

$$\varphi(r, \theta) = \frac{2\pi C}{\lambda} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \sigma_z(x, y) \delta(x \cos \theta + y \sin \theta - r) dx dy \quad (1.60)$$

La transformée de Fourier 1D de ces projections permet d'obtenir:

$$F(\rho, \Theta) = \mathcal{F}[\varphi(r, \theta)] = \frac{2\pi C}{\lambda} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \sigma_z(x, y) \delta(x \cos \theta + y \sin \theta - r) e^{-i2\pi \rho r} dx dy dr \quad (1.61)$$

Après intégration selon r :

$$\mathcal{F}[\varphi(r, \theta)] = \frac{2\pi C}{\lambda} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \sigma_z(x, y) e^{-i2\pi\rho(x \cos \theta + y \sin \theta)} dx dy \quad (1.62)$$

Finalement, la figure 1.10 illustre bien l'équivalence entre l'angle de projection θ et la fréquence spatiale Θ dans le plan de Fourier. La dernière relation devient donc identique à l'équation 1.59 à un facteur $\frac{2\pi C}{\lambda}$ près.

$$\mathcal{F}[\varphi(r, \theta)] = \frac{2\pi C}{\lambda} G(\rho, \Theta) \quad (1.63)$$

La transformée de Fourier 2D inverse de $F(\rho, \Theta)$ permettra de retrouver $\sigma_z(x, y)$ en fonction des projections $\varphi(r, \theta)$.

$$\sigma_z(x, y) = \frac{\lambda}{2\pi C} \int_0^{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(\rho, \theta) e^{i2\pi\rho(x \cos \theta + y \sin \theta)} \rho d\rho d\theta \quad (1.64)$$

où

$$F(\rho, \theta) = \int_{-\infty}^{\infty} \varphi(r, \theta) e^{-i2\pi\rho r} dr \quad (1.65)$$

Dans la pratique cependant, l'équation 1.64 est rarement utilisée parce qu'elle demande une transformée de Fourier 2D numérique et des changements de coordonnées cartésiennes à radiales qui augmentent le bruit. En revanche l'algorithme de rétro-projections filtrées est souvent utilisé puisqu'il ne demande que des transformées de Fourier 1D. C'est toujours le même principe de base déjà expliqué mais modifié pour être plus efficace numériquement[Kak & Slaney 1988]. L'équation 1.58 est reprise en exprimant cette fois-ci $\sigma_z(x, y)$ comme étant la transformée de Fourier 2D inverse de $G(p, q)$.

$$\sigma_z(x, y) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} G(p, q) e^{i2\pi(px + qy)} dp dq \quad (1.66)$$

Transformons cette équation en coordonnées polaires encore une fois.

$$\begin{aligned}
 p &= \rho \cos \Theta \\
 q &= \rho \sin \Theta \\
 dpdq &= \rho d\rho d\Theta \\
 \sigma_z(x, y) &= \iint_{0}^{2\pi\infty} G(\rho, \Theta) e^{i2\pi\rho(x \cos \Theta + y \sin \Theta)} \rho d\rho d\Theta
 \end{aligned} \tag{1.67}$$

Il est ensuite plus utile de faire varier ρ de $-\infty$ à $+\infty$ plutôt que de 0 à $+\infty$. Ceci permet de limiter le nombre de projections à mesurer. Ainsi $G(\rho, \Theta + \pi) = G(-\rho, \Theta)$, la dernière intégrale peut donc s'exprimer comme étant:

$$\sigma_z(x, y) = \iint_{0 - \infty}^{\pi \infty} G(\rho, \Theta) e^{i2\pi\rho(x \cos \Theta + y \sin \Theta)} |\rho| d\rho d\Theta \tag{1.68}$$

Encore une fois $G(\rho, \Theta)$ est équivalent, à un facteur $\frac{2\pi C}{\lambda}$ près, à l'ensemble des transformées de Fourier des projections $\varphi(r, \theta)$ déjà présenté par la relation 1.63. Les coordonnées Θ et θ sont encore équivalentes.

$$\sigma_z(x, y) = \frac{\lambda}{2\pi C} \int_0^{\pi} \left[\int_{-\infty}^{\infty} F(\rho, \theta) |\rho| e^{i2\pi\rho(x \cos \theta + y \sin \theta)} d\rho \right] d\theta \tag{1.69}$$

L'opération entre crochets dans l'équation 1.69 est en fait, un filtrage de la fonction $F(\rho, \theta)$ par le filtre $|\rho|$. En pratique, les transformée de Fourier des projections $\varphi(r, \theta)$ sont filtrées séparément. Il suffit ensuite d'additionner toutes ces transformées de projections filtrées pour obtenir $\sigma_z(x, y)$. Ces dernières équations n'impliquent que des transformées de Fourier 1D. Le filtre $|\rho|$ peut parfois prendre d'autres formes. Le filtre Shepp-Logan dont la forme est donnée par l'équation 1.70) est, semble-t-il,

mieux adapté aux reconstructions numériques [Kak & Slaney 1988].

$$H(\rho) = \left| \frac{2W}{\pi} \sin\left(\frac{\pi\rho}{2W}\right) \right| \left[\frac{\sin(\pi\rho/2W)}{\pi\rho/2W} \right]^2 \quad (1.70)$$

W est la fréquence spatiale maximum ($W = \frac{1}{2\Delta r}$). Au delà de cette fréquence, la transformée de Fourier d'une projection est nulle.

Bien que les équations 1.64 et 1.69 soit tout à fait identiques, l'ordre des opérations pour l'algorithme de rétroprojections filtrée permet une programmation numérique beaucoup plus facile et efficace.

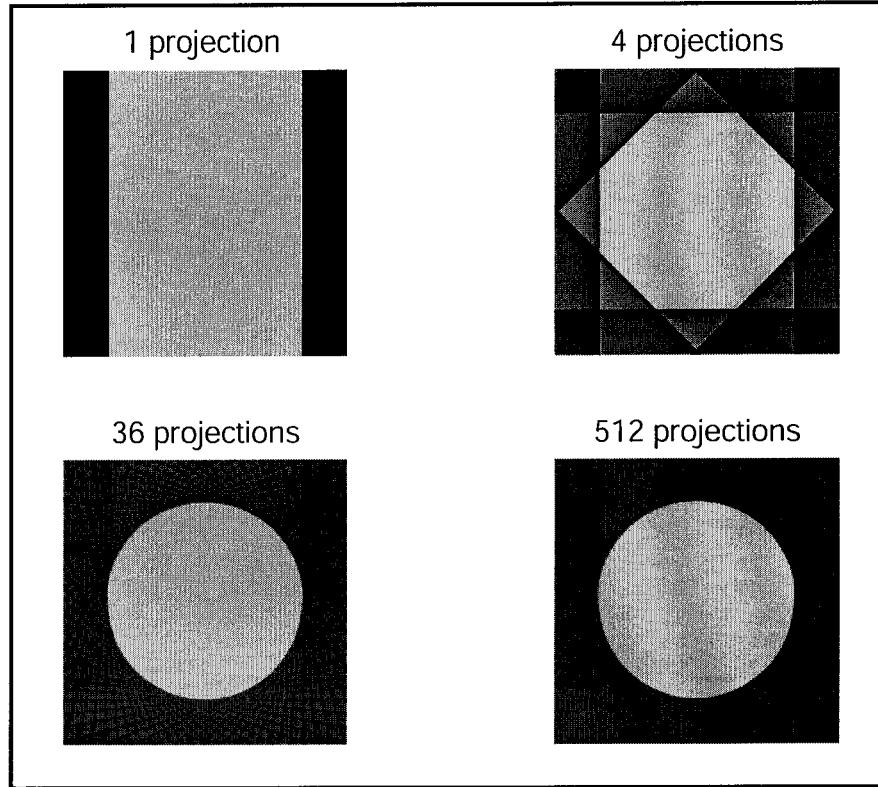


Figure 1.11 : Simulations de reconstructions par rétroprojections filtrées en fonction du nombre de projections. L'objet reconstruit est un cylindre avec une hauteur constante.

La figure 1.11 présente les reconstructions d'un cylindre pour 1, 4, 36 et 512 projections. Ces images permettent de se faire une idée intuitive du fonctionnement de cette reconstruction. Cette technique a déjà été appliquée pour mesurer les contraintes internes dans des fibres à maintien de polarisation. [Abe, Mitsunaga & Koga 1986],[Puro & Kell 1992],[Raine & Parker 1998].

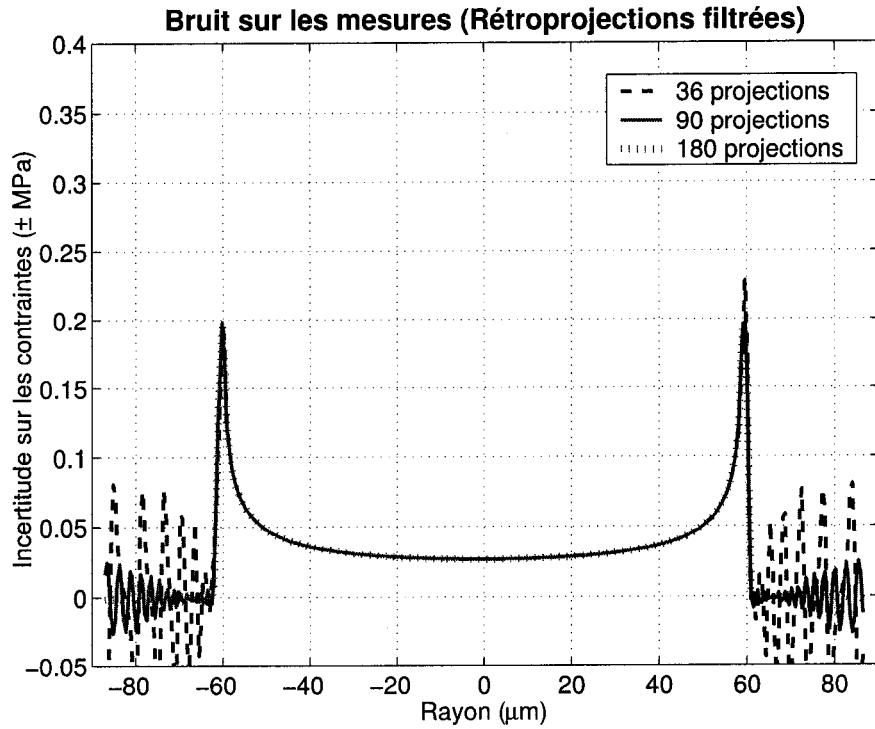


Figure 1.12 : Bruit en MPa sur les contraintes axiales introduit par la tomographie en fonction du nombre de projections pour un bruit constant sur la phase de 5×10^{-4} rad.

La figure 1.12 présente le bruit de reconstruction introduit par cet algorithme en fonction du nombre de projections pour un bruit constant sur la phase toujours égale à 5×10^{-4} rad. Pour un faible nombre de projections, le bruit numérique en dehors de l'objet est beaucoup plus important que pour la transformée d'Abel (Voir figure 1.9). À l'interface de l'objet, le bruit numérique est moins important pour la reconstruction tomographique.

Chapitre 2

Montage expérimental

Au chapitre précédent, différents algorithmes de reconstruction de contraintes ont été présentés. Ces reconstructions sont basées sur des mesures du déphasage accumulé entre deux états de polarisation orthogonaux d'un faisceau de lumière qui traverse un échantillon. Dans ce chapitre, le montage expérimental développé pour réaliser ce type de mesure est décrit.

La première partie du chapitre est dédiée à la revue des articles publiés et traite des principes classiques qui existent pour mesurer un faible retard de phase. Le système de mesure de contraintes développé au Laboratoire des fibres optiques de l'École Polytechnique de Montréal est présenté. Par la suite, la méthode de mesure retenue est justifiée et décrite en détail.

2.1 Revue de la littérature

Pour mesurer de faibles biréfringences, la méthode du compensateur de Babinet et la méthode de la lame quart-d'onde ($\lambda/4$) sont probablement les plus connues [Pérez 1996]. Vu la taille des fibres optiques et des composants tout-fibre, les retards de phases générés par les contraintes résiduelles ou appliquées représentent quelques dizaines de milli-radians.

Le compensateur de Babinet est un système optique qui permet de compenser le retard de phase produit par un échantillon biréfringent. Puisqu'une mesure de cette compensation est possible, la mesure du retard de phase est immédiate. Cependant, la technique demande généralement un déplacement mécanique et elle se prête mal à des mesures simultanées de plusieurs points dans une fibre. La méthode semble n'avoir jamais été appliquée pour mesurer les contraintes résiduelles. Par contre, la méthode de la lame ($\lambda/4$) fut largement utilisée. Les sous-sections suivantes présentent les différentes variantes possibles pour les mesures de biréfringence dans les fibres.

2.1.1 Méthode de la lame quart-d'onde

La figure 2.1 illustre la méthode ($\lambda/4$). Une lumière incidente polarisée linéairement traverse un échantillon biréfringent d'épaisseur L à 45° de ses axes neutres. La polarisation de cette lumière devient alors elliptique. Si un des axes optiques de la lame quart d'onde qui suit est parallèle à la polarisation initiale, la lumière redévient polarisée linéairement avec un angle différent de la polarisation à l'entrée. Cet angle est proportionnel au retard de phase caractéristique de l'échantillon biréfringent. Il suffit donc de placer ensuite un analyseur (non représenté sur la figure) et de le faire tourner pour trouver l'extinction. La position de l'analyseur par rapport à la position analyseur-polariseur croisés sans échantillon donne une mesure du déphasage à un facteur π près.

Puisque que la lumière dans le système est considérée parfaitement polarisée, le formalisme des matrices de Jones [Saleh & Teich 1991] permet de bien modéliser le principe de mesure. Comme il s'agit d'un système linéaire, il est possible de représenter chacun des éléments du système par une matrice 2×2 et obtenir l'intensité théorique à la sortie en calculant la norme du vecteur complexe représentant le champ électrique.

L'annexe B présente les matrices et vecteurs de Jones qui modélisent différents éléments optiques. Le système est dépendant de l'angle de l'analyseur θ et du retard

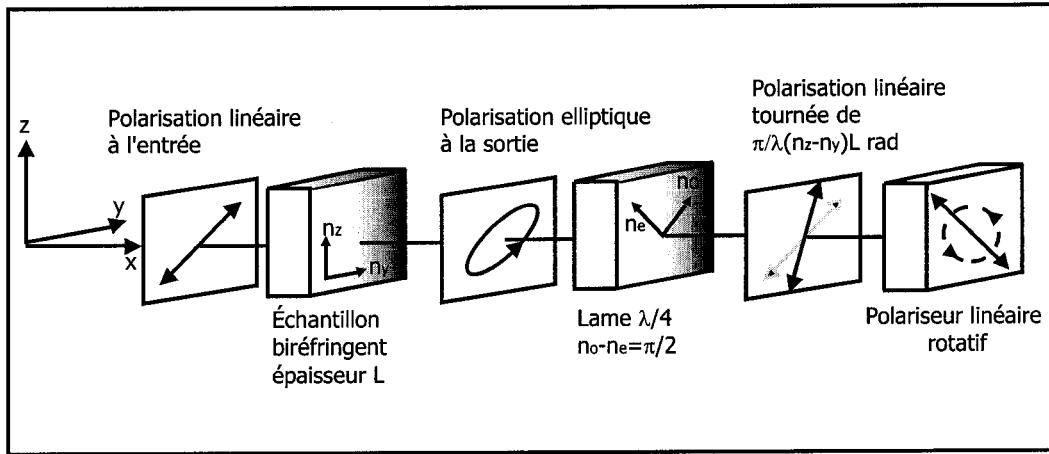


Figure 2.1 : Méthode ($\lambda/4$). La lame $\lambda/4$ permet de transformer la polarisation elliptique en polarisation linéaire. Un polariseur mobile, à la sortie du système, permet de rattacher la rotation de la polarisation d'entrée au déphasage de l'échantillon.

de phase à mesurer φ . La figure 2.1 définit l'orientation des différents éléments. Le champ électrique à la sortie du système peut être calculé à partir des produits matriciels suivants:

$$[E(\theta, \varphi)] = [P(\theta)][\lambda/4_{45^\circ}][F(\varphi)][E(45^\circ)] \quad (2.1)$$

où

$$[P(\theta)] = \begin{bmatrix} \cos^2 \theta & \sin \theta \cos \theta \\ \sin \theta \cos \theta & \sin^2 \theta \end{bmatrix} \text{ (Analyseur)} \quad (2.2)$$

$$[\lambda/4_{45^\circ}] = \begin{bmatrix} \cos(\pi/4) & \sin(\pi/4) \\ -\sin(\pi/4) & \cos(\pi/4) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & e^{-i\pi/2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos(\pi/4) & -\sin(\pi/4) \\ \sin(\pi/4) & \cos(\pi/4) \end{bmatrix}$$

$$[\lambda/4_{45^\circ}] = \frac{\sqrt{2}e^{i\pi/4}}{2} \begin{bmatrix} 1 & -i \\ -i & 1 \end{bmatrix} \text{ (lame } \lambda/4 \text{ à } 45^\circ) \quad (2.3)$$

$$[F(\varphi)] = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & e^{-i\varphi} \end{bmatrix} \text{ (retard de phase dans l'échantillon)} \quad (2.4)$$

$$[E(45^\circ)] = \frac{\sqrt{2}}{2} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \text{ (Polarisation à l'entrée)} \quad (2.5)$$

Finalement

$$[E(\theta, \varphi)] = \frac{e^{i\pi/4}}{2} \begin{bmatrix} \cos^2 \theta & \sin \theta \cos \theta \\ \sin \theta \cos \theta & \sin^2 \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -i \\ -i & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & e^{-i\varphi} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (2.6)$$

$$[E(\theta, \varphi)] = ie^{-i\varphi/2} \begin{bmatrix} \cos^2 \theta \sin(\varphi/2 - \pi/4) - \sin \theta \cos \theta \sin(\varphi/2 + \pi/4) \\ \sin \theta \cos \theta \sin(\varphi/2 - \pi/4) - \sin^2 \theta \sin(\varphi/2 + \pi/4) \end{bmatrix} \quad (2.7)$$

L'intensité calculée à partir du champ électrique pour ce système donne bien la réponse en cosinus carré de la loi de Malus.

$$I(\theta, \varphi) = [E(\theta, \varphi)]^T [E(\theta, \varphi)]^* = \cos^2(\varphi/2 + \theta + \pi/4) \quad (2.8)$$

En pratique, un polynôme correspondant au premier terme de la série de Taylor de la fonction cosinus carré, est lissé sur plusieurs points de mesures expérimentaux autour du minimum d'intensité. Puisque les déphasages sont petits, il n'y a jamais d'incertitude sur le nombre de facteur π dans la phase mesurée.

2.1.2 Les premiers systèmes de mesure de contraintes pour les fibres

À notre connaissance, les premières mesures de profils de retard de phase sur des fibres ont été réalisées par P.L. Chu et Whitbread [Chu & Whitbread 1982] au début des années 80. Ils s'étaient alors inspirés des travaux de Shibata et al. [Shibata, Jinguji, Kawachi & Edahiro 1979] qui mesuraient des rayons et des profils d'indices de préforme à partir de l'effet photoélastique. Les deux références décrivent un système

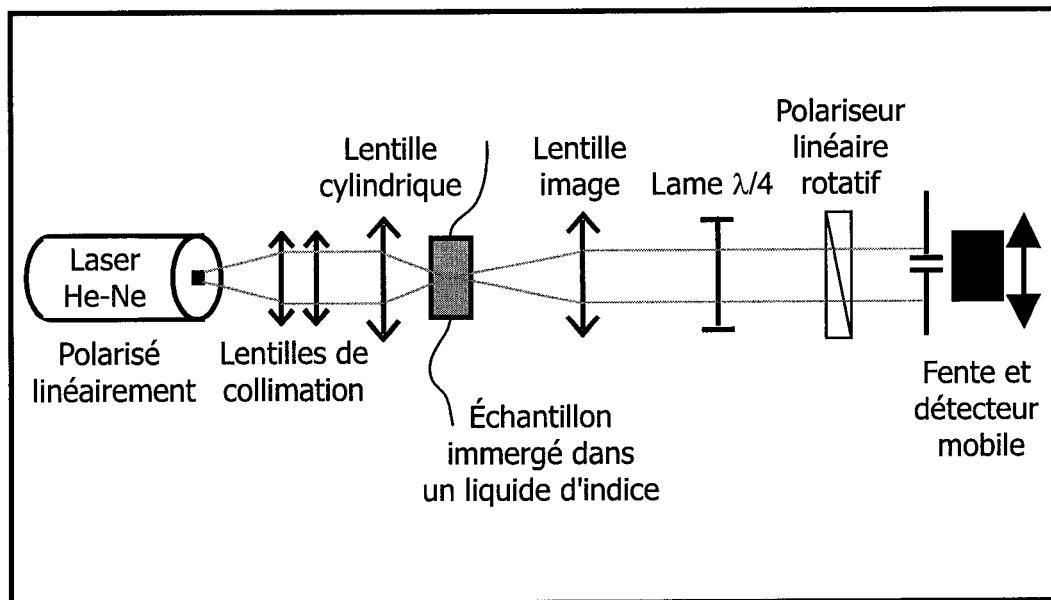


Figure 2.2 : Montage expérimental de Chu et Whitbread

de mesure similaire basé sur la méthode de la lame quart-d'onde. L'article de Chu et Whitbread est cité par la suite dans la majorité des publications qui traitent du sujet. Le schéma de leur montage expérimental est présenté à la figure 2.2.

Cette méthode, proposée au début des années 1980 par plusieurs auteurs, s'appliquait très bien à des préformes et des fibres multimodales aux longueurs d'ondes typiques des télécommunications. Malheureusement, avec l'arrivée des fibres unimodales, la résolution spatiale nécessaire pour voir des effets de contraintes dans le cœur des fibres optiques et la stabilité nécessaire lors des mesures sont difficile à atteindre avec des pièces motorisées.

P.K. Bachmann et al. [Bachmann, Hermann & H. Wehr 1987] améliorent légèrement le système quelques années plus tard en utilisant une détection synchrone mais la résolution spatiale était toujours limitée par la stabilité et la résolution du moteur de translation. De plus, la recherche d'un minimum d'intensité impose de travailler autour de la limite de détection du détecteur.

Vers la fin des années 90, Raine propose un système qui utilise une caméra CCD plutôt qu'un détecteur mobile [Raine 1998]. Pour s'affranchir de l'insensibilité de la caméra aux faibles intensités, il propose aussi d'utiliser une technique qu'il nomme en anglais «half-shade principle». Nous avons baptisé cette méthode en français: technique du demi-champ. La sous-section suivante est consacrée à ce sujet pour permettre de mieux comprendre les articles qui en traitent et les méthodes de mesures plus récentes.

2.1.3 Technique du demi-champ

La technique du demi-champ s'inspire du polarimètre de Laurent développé par un chimiste qui lui a donné son nom vers 1860 [Pérez 1996]. Ce genre d'appareil est habituellement utilisé pour caractériser l'activité optique de diverses substances. Le polarimètre le plus simple qui soit n'est constitué que d'un polariseur et d'un analyseur mobile. La lame quart d'onde est donc la seule différence entre un polarimètre classique et la méthode $\lambda/4$.

À l'époque où les photodétecteurs n'existaient pas encore, le fonctionnement du polarimètre de Laurent s'appuyait sur la capacité de l'œil à mieux discerner des intensités lumineuses identiques plutôt qu'une extinction de la lumière. Les figures 2.3 et 2.4 illustrent le principe. Le champ visuel est divisé en deux par un analyseur qui possède deux régions où les axes de polarisations sont légèrement différents. La moitié de l'angle entre les 2 axes de polarisations ε est défini comme étant l'angle de pénombre. Dans un polarimètre, l'analyseur ou le polariseur peut être divisé en deux régions parce que les états de polarisations de la lumière demeurent linéaires. Dans la méthode $\lambda/4$, il est préférable de diviser le champ de mesure avec l'analyseur plutôt que le polariseur étant donné que l'axe optique de la lame quart-d'onde doit être aligné avec la polarisation incidente. La figure 2.5 schématise la méthode du demi-champ combinée à la méthode ($\lambda/4$).

La réponse en intensité est fonction du retard de phase engendré par l'échantillon

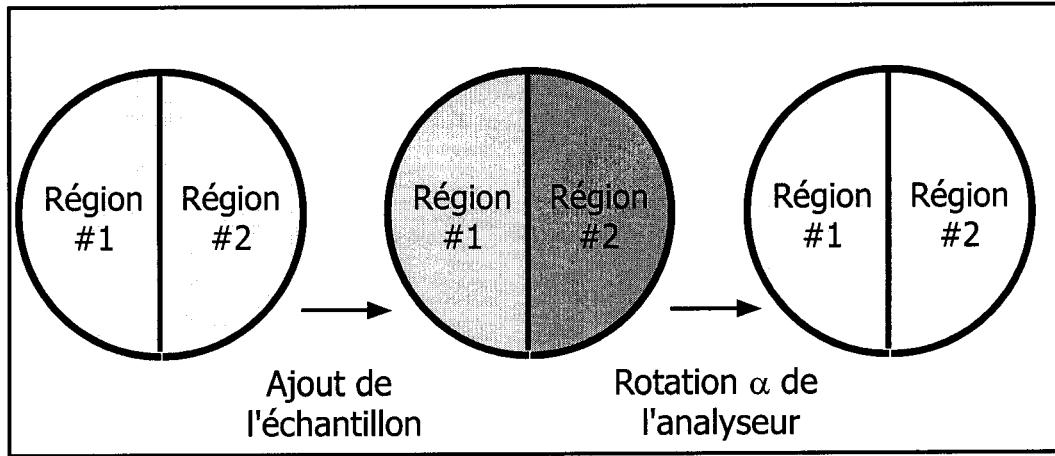


Figure 2.3 : Schéma du champ de vision à l'interface du demi-champ virtuel. Dans le champ de vision du centre, les intensités sont inégales dans les régions 1 et 2. Avec une rotation α de l'analyseur les intensités deviennent égales dans le champ de vision de droite

ainsi que des angles θ_1 et θ_2 entre les axes de polarisations des deux zones de l'analyseur (Voir figure 2.5) et la polarisation linéaire à l'entrée. Les intensités I_1 et I_2 seront différentes dans les deux régions sauf pour un couple d'angles θ_1 et θ_2 . Plutôt que de rechercher un minimum d'intensité, l'angle qui égalise les intensités lumineuses dans les deux régions est mesuré. Les intensités I_1 et I_2 dans les deux régions, à la sortie de l'analyseur mobile, seront données par la loi de Malus.

$$I_1 = I_0 \cos^2 \theta_1 \quad (2.9)$$

$$I_2 = I_0 \cos^2 \theta_2 \quad (2.10)$$

Évidemment, la relation $\theta_2 - \theta_1 = 2\varepsilon$ doit toujours être respectée puisque les deux régions de l'analyseur sont solidaires. Lorsque les deux intensités lumineuses sont faibles et égales, $\theta_1 = \pi/2 - \varepsilon$ et $\theta_2 = \pi/2 + \varepsilon$. Les intensités sont donc données par:

$$I_1 = I_2 = I_0 \sin^2 \varepsilon \quad (2.11)$$

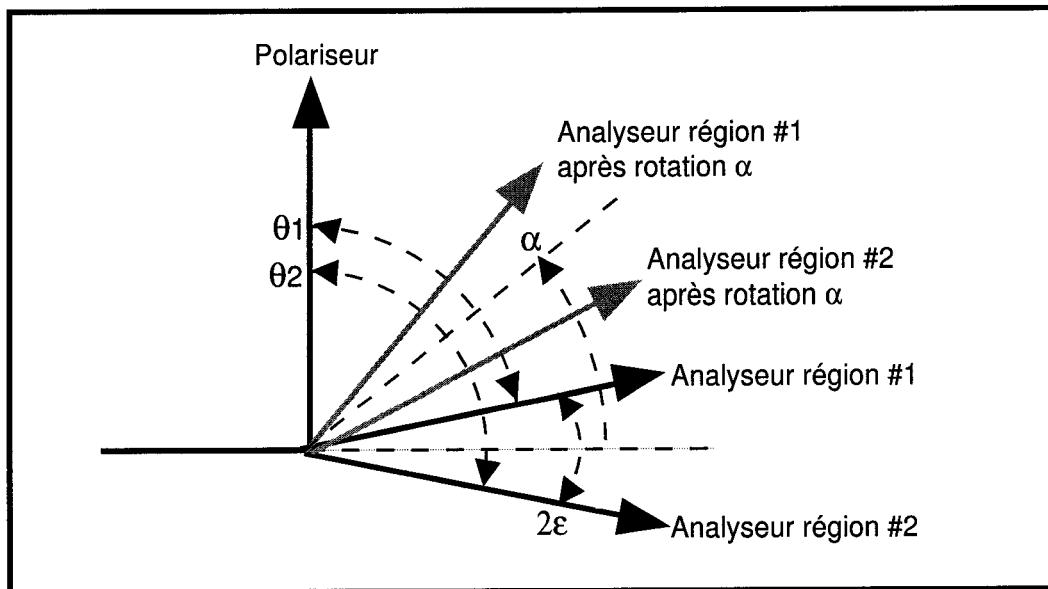


Figure 2.4 : Axe de polarisation pour expliquer la méthode du demi-champ. Les flèches foncées représentent l'état initial du système où les intensités sont égales. Après avoir introduit l'échantillons dans le système, une rotation α de l'analyseur rétablit l'égalité des intensités dans les deux régions. Les flèches grises représentent alors l'état final du système. La rotation α est rattachée ensuite au déphasage produit par l'échantillon.

Si l'échantillon fait tourner la polarisation d'un angle α après la lame quart d'onde, les intensités I_1 et I_2 ne sont plus égales. Il est possible de rétablir l'égalité des éclairements en tournant l'analyseur d'un angle α . La figure 2.4 permet de voir les différents axes de polarisations. Nous verrons que l'angle α peut alors être trouvé avec une précision $\Delta\alpha$ qui sera fonction de l'angle de pénombre ε et de la résolution du détecteur. Si nous tenons compte de l'erreur de rotation $\Delta\alpha$ de l'analyseur pour rétablir l'équilibre des intensités, les angles θ_1 et θ_2 deviennent alors égaux à $\theta_1 = \pi/2 - \varepsilon + \Delta\alpha$ et $\theta_2 = \pi/2 + \varepsilon - \Delta\alpha$. Le contraste V entre les deux régions sera calculé simplement par:

$$V = \frac{I_2 - I_1}{I_0 \sin^2 \varepsilon} \quad (2.12)$$

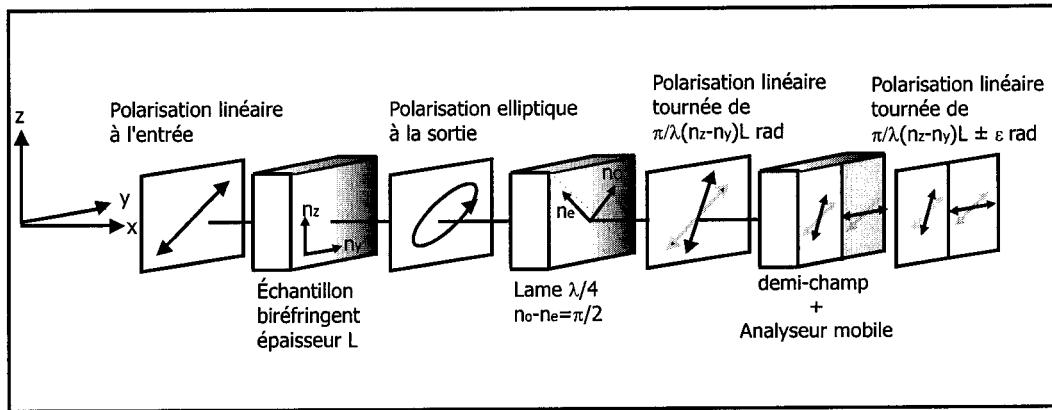


Figure 2.5 : Méthode du demi-champ combinée à la méthode ($\lambda/4$)

Puisque ε et $\Delta\alpha$ sont habituellement petits, nous pouvons considérer que les fonctions sinus sont égales à leurs arguments. Le contraste approximatif est calculé ci-dessous:

$$V \approx \frac{4\Delta\alpha}{\varepsilon} \quad (2.13)$$

L'incertitude de mesure est donc donnée par:

$$\Delta\alpha \approx \frac{V\varepsilon}{4} \quad (2.14)$$

Pour le même système sans demi-champ, et en supposant que le détecteur peut mesurer n'importe quel niveau de puissance, la recherche d'un minimum serait limitée par la variation en intensité entre deux niveaux de gris. Pour être dans les mêmes conditions de détection, une rotation ε à partir du minimum permettrait d'atteindre le même niveau de contraste V . Toujours dans l'approximation des petits angles, l'erreur de mesure serait donc approximée par:

$$\Delta\alpha \approx V\varepsilon \quad (2.15)$$

Il est facile de voir, qu'en plus de s'affranchir de la limite de détection du détecteur, la méthode du demi-champ améliore la résolution du système d'un facteur 4. Par exemple, pour une acquisition par ordinateur sur une plage dynamique de 8 bits ($2^8 = 256$ niveaux de gris), le contraste V est égal à $1/256$. Pour un angle de pénombre de 1° ($0,0175\text{rad}$), la précision pourrait théoriquement atteindre $1,7 \times 10^{-5}\text{rad}$.

$$\Delta\alpha \approx \frac{1}{256} \frac{0.0175}{4} \approx 1,7 \times 10^{-5}\text{rad} \quad (2.16)$$

Cependant, dans la pratique, nous devons tenir compte, dans les deux situations, de la résolution du moteur de rotation de l'analyseur et de l'intensité incidente qui limite la plage dynamique.

Habituellement, le demi-champ est créé par la superposition d'une lame demi-onde sur la moitié d'un analyseur. Toutefois, lorsque le système de mesure de contraintes résiduelles doit aussi agrandir l'image observée, le demi-champ doit être focalisé avec l'image. Raine [Raine 1998], réalise cette technique à l'aide d'une caméra CCD. Il peut imager la fibre avec les deux zones du demi-champ simultanément.

2.1.4 Développements récents

Au début des années 80, les mesures de contraintes ont permis d'augmenter la résistance des fibres et la performance des épissures en s'assurant que les contraintes résiduelles en surface étaient de nature compressives [Chu & Whitbread 1984]. L'étude des préformes et des fibres permettait aussi d'ajuster les tensions d'étirage pour contrôler précisément les profils d'indices [Chu & Whitbread 1982],[Bachmann *et al.* 1987]. Vers la fin des années 90, ces mesures deviennent intéressantes pour étudier les mécanismes de photosensibilité dans les réseaux de Bragg à longs ou courts pas [Raine *et al.* 1999],[Fonjallaz *et al.* 1995],[Kim *et al.* 2001]. Plus récemment, les reconstructions de contraintes résiduelles en deux dimensions expliquées dans la section 1.3.2, permettraient d'expliquer en partie l'origine de la dispersion modale de polarisation

(PMD) dans les fibres et composants tout-fibre [Park, Paek & Kim 2002]. Il semblerait y avoir un lien entre une distribution non uniforme des contraintes résiduelles et la PMD. Ce phénomène est un des problèmes majeurs à l'augmentation du débit des systèmes de télécommunication au delà de 10 Gigabits par seconde. Ces nouvelles applications exigent des mesures de contraintes plus précises.

La méthode du demi-champ avec une caméra CCD assure de meilleurs résultats que la méthode de la lame quart-d'onde développée au début des années 80. Cependant, les mesures de profils en deux dimensions qui demandent une rotation de la fibre s'appliquent difficilement à la technique du demi-champ parce que celui-ci doit demeurer dans le plan image. Pour corriger ce problème, Raine [Raine & Parker 1998] propose de remplacer le demi-champ par une faible rotation aller-retour dans le temps de la polarisation incidente. La section à mesurer ne doit pas être divisée parce que la technique consiste maintenant à trouver, dans le temps, les deux points de mesure qui présentent la même intensité. Cette technique de demi-champ virtuel permet aussi de diminuer l'angle de pénombre, sans être limité par le positionnement mécanique d'une lame demi-onde dans le système de mesure. Raine fait tourner la polarisation dans le temps à l'aide d'une cellule de Faraday.

2.1.5 Évolution de la méthode de mesure au Laboratoire

Le point de départ expérimental de cette recherche est basé sur les derniers travaux de maîtrise de Patrick Orsini au Laboratoire des fibres optiques de l'École Polytechnique de Montréal [Orsini 2001]. Julien Tremblay a aussi grandement contribué à la première version du montage dans le cadre de son projet de fin d'étude de baccalauréat [Tremblay 2000] toujours à l'École Polytechnique. P. Orsini voulait mesurer les variations de contraintes dans des réseaux de Bragg à longs pas inscrits par décharge électrique.

Le montage était alors basé sur la méthode proposée par Bachmann [Bachmann *et al.* 1987] qui utilisait la méthode de la lame $\lambda/4$ avec un analyseur et un échantillon

Tableau 2.1 : Spécifications des moteurs utilisés dans la première version du montage

Type	Fabricant	No. modèle	Précison (μm)
Moteur de translation	National Aperture, Inc.	MM-4M-F-25	$\pm 2\mu\text{m}$
Moteur de rotation	National Aperture, Inc.	MM-4M-R	$\pm 6 \times 10^{-4}\text{rad}$

mobile. Le tableau 2.1 donne la précision du moteur de translation utilisé pour déplacer la fibre dans la première version du montage. Ce tableau donne aussi la précision du moteur de rotation de l'analyseur. Malgré le déplacement motorisé, le nombre de points de mesure est insuffisant pour obtenir des résultats satisfaisants. La figure 2.6 montre le retard de phase mesuré pour une fibre multimodale (Nortel) avec un cœur de $62,5\mu\text{m}$.

À partir de ce premier résultat et de références plus récentes déjà citées à la sous-section 2.1.4, il semblait clair que le moteur de translation limitait énormément notre résolution. L'utilisation d'une caméra CCD comme détecteur était donc tout indiquée. Le grand nombre de pixels (640x480) allait améliorer notre résolution spatiale d'un facteur 5. Pour une fibre de $125\mu\text{m}$ de diamètre, la précision s'approche du demi micron. La caméra nous permet aussi de gagner en stabilité puisque que la fibre demeure fixe.

Les figures 2.7 et 2.8 nous montrent les résultats pour la fibre multimodale (Nortel cœur $62,5\mu\text{m}$) et pour une fibre unimodale standard (Corning SMF-28TM). Il est à noter que chaque mesure d'intensité obtenue a été corrigée pour tenir compte de la non-linéarité de la réponse de la CCD. La procédure est expliquée à l'annexe D.

Le bruit sur ces nouveaux résultats semblait correspondre exactement à l'incertitude sur la position du moteur de l'analyseur. Le système de mesure idéal devait donc être construit sans aucune pièce mobile durant l'acquisition d'un profil de retard de phase.

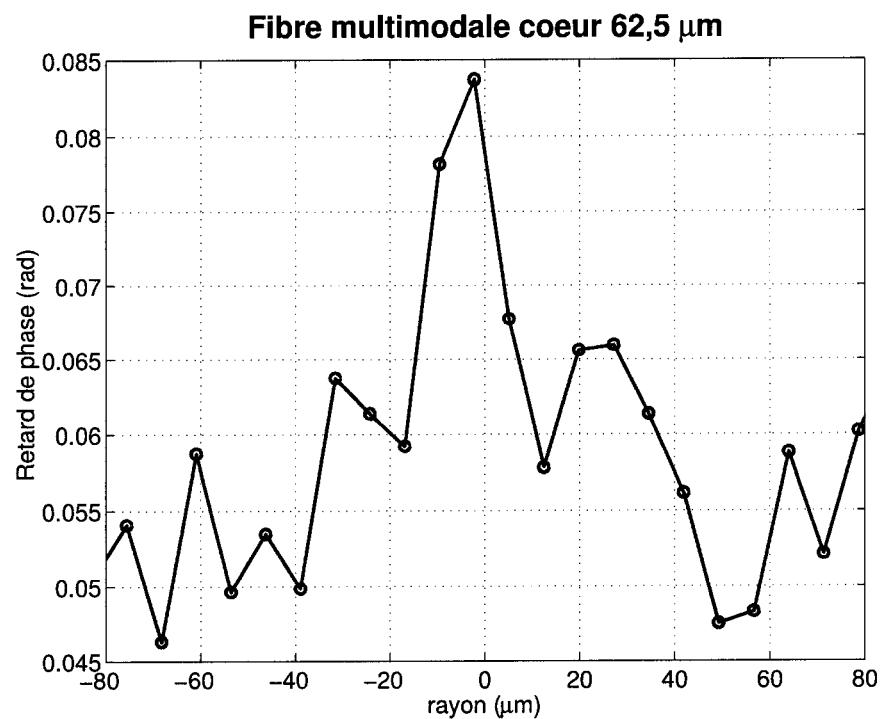


Figure 2.6 : Résultat expérimental, méthode $\lambda/4$, fibre multimodale NortelTM, premier montage (École Polytechnique de Montréal [Tremblay 2000])

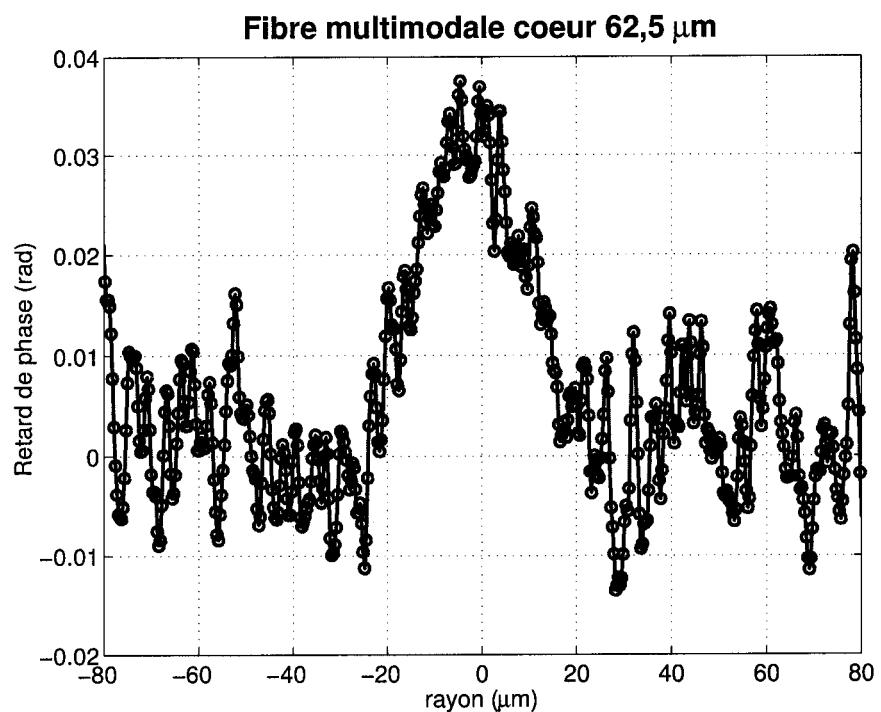


Figure 2.7 : Résultat expérimental, méthode $\lambda/4$ avec CCD, fibre multimodale NortelTM

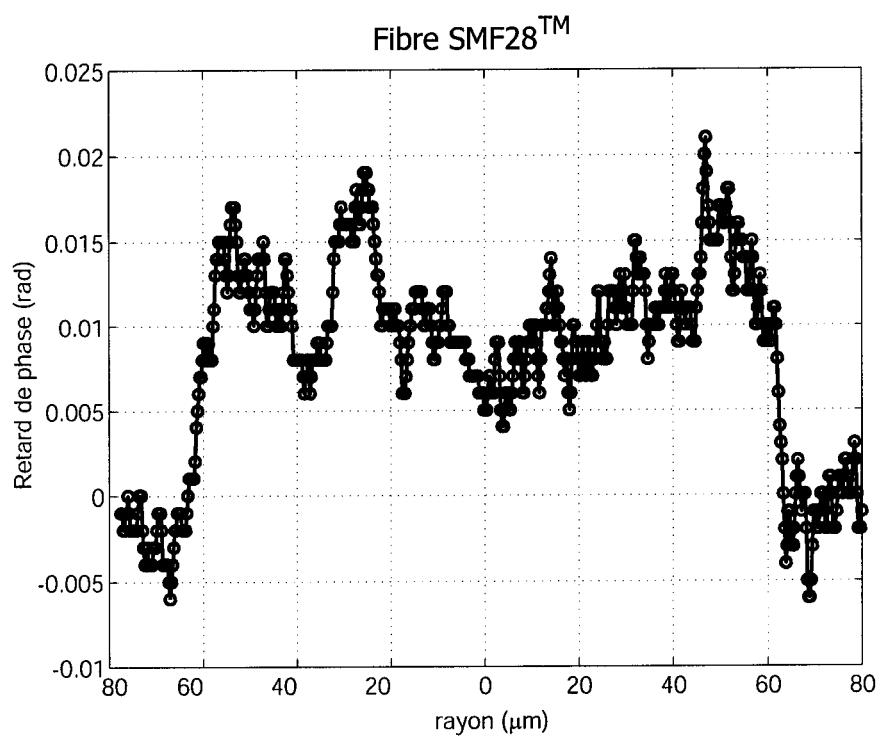


Figure 2.8 : Résultat expérimental méthode $\lambda/4$ avec CCD, fibre SMF-28TM

2.2 Méthode de mesure retenue

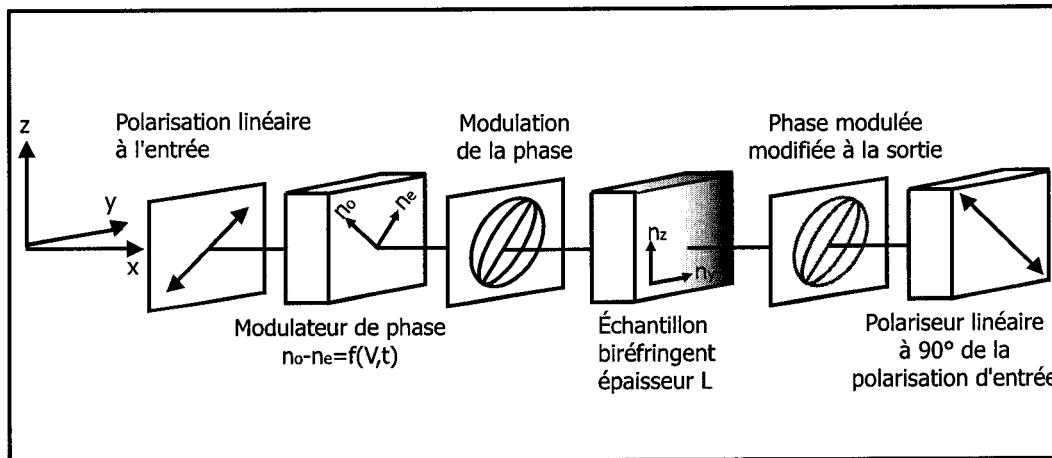


Figure 2.9 : Schéma de la méthode retenue. La modulation de la phase dans le temps est modifiée par la biréfringence de l'échantillon. La technique consiste à interpréter la puissance transmise en fonction du temps.

La méthode retenue est inspirée de la méthode du demi-champ virtuel déjà proposée par Raine [Raine & Parker 1998]. Cependant, une modulation de la phase plutôt qu'une rotation aller-retour de la polarisation d'entrée est utilisée. Comparativement à la méthode du demi-champ virtuel, la modulation de phase élimine le besoin d'avoir un analyseur mobile et une lame quart-d'onde. Une calibration appropriée permet aussi de s'affranchir de la biréfringence résiduelle du système sans échantillon. Cette technique de mesure différentielle ressemble donc davantage à une mesure par compensation du retard de phase (méthode du compensateur de Babinet) qu'à la méthode de la lame quart d'onde. La technique permet aussi d'exploiter au maximum la plage dynamique de la CCD.

La modulation de phase est réalisée à l'aide d'une cellule de Pockels composée généralement d'un cristal (ex: KDP) dont le retard de phase peut être ajusté à l'aide d'un champ électrique. La figure 2.9 schématise la solution retenue.

2.2.1 Modélisation

Toujours à l'aide des matrices de Jones, la réponse théorique de notre système peut être modélisée en un point de mesure. Une lumière polarisée linéairement à 45° de l'axe de la fibre, traverse une cellule de Pockels qui module faiblement la phase. Cette lumière traverse ensuite l'échantillon et l'analyseur fixe à 90° de la polarisation à l'entrée. La phase est modulée sinusoïdalement par un générateur de fonction qui applique une tension alternative à la cellule de Pockels. Les matrices des différents éléments sont présentées à l'annexe B. La figure 2.9 définit l'orientation des éléments. La cellule de Pockels est modélisée par une lame retard dont la biréfringence Ω varie sinusoïdalement dans le temps à la fréquence ν_0 avec une amplitude Ω_0 . La phase est donc modélisée par:

$$\Omega = \Omega_0 \sin(2\pi\nu_0 t) \quad (2.17)$$

Le champ électrique de la lumière à la sortie du système peut être calculé à partir de:

$$[E(\Omega, \varphi)] = [P(-45^\circ)][F(\varphi)][Pockel(\Omega)][E(45^\circ)] \quad (2.18)$$

où

$$[P(-45^\circ)] = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \text{ (Analyseur, formule 2.2 avec } \theta = -45^\circ) \quad (2.19)$$

$$[Pockel(\Omega)] = \begin{bmatrix} e^{-i\Omega} & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \text{ (Cellule de Pockels, axe optique selon } z) \quad (2.20)$$

$$[F(\varphi)] = \begin{bmatrix} e^{-i\varphi} & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \text{ (échantillon)} \quad (2.21)$$

$$[E(45^\circ)] = \frac{\sqrt{2}}{2} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \text{ (Polarisation à l'entrée)} \quad (2.22)$$

Finalement

$$[E(\theta, \varphi)] = \frac{\sqrt{2}}{4} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e^{-i\varphi} & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e^{-i\Omega} & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (2.23)$$

$$[E(\theta, \varphi)] = \frac{\sqrt{2}e^{-i(\varphi+\Omega-\pi)/2}}{2} \begin{bmatrix} -\sin(\frac{\varphi+\Omega}{2}) \\ \sin(\frac{\varphi+\Omega}{2}) \end{bmatrix} \quad (2.24)$$

L'intensité calculée à partir du champ électrique est donnée par:

$$I(\Omega, \varphi) = [E(\Omega, \varphi)]^T [E(\Omega, \varphi)]^* = \sin^2 \left(\frac{\Omega + \varphi}{2} \right)$$

Dans le temps, le système est représenté par:

$$I(t, \Omega_0, \nu_0, \varphi) = \sin^2 \left\{ \frac{\Omega_0 \sin[2\pi\nu_0 t] + \varphi}{2} \right\} \quad (2.25)$$

La figure 2.10 simule la réponse en intensité dans le temps de cette dernière équation pour un système avec et sans échantillon. L'intensité sur ce graphique est normalisée par rapport à l'intensité à l'entrée. Dans ce cas fictif, l'échantillon induit un retard de phase φ de 0,02 rad et la figure 2.10 présente 8 périodes de modulation de la cellule de Pockels pour une amplitude Ω_0 de 0,098 rad et une fréquence ν_0 de 0,9 Hz. La fréquence de modulation de phase ne peut guère dépasser 1 Hz puisque la CCD acquisitionne 30 images par seconde. Une fréquence trop rapide sous-échantillonne la réponse en intensité et diminue la précision de mesure.

Le retard de phase à mesurer introduit une dissymétrie de la réponse en intensité. Pour tenir compte des paramètres expérimentaux supplémentaires, nous ajoutons à l'équation 2.25 le temps initial t_0 , et l'intensité maximale sans analyseur I_0 .

$$I(t, \Omega_0, \nu_0, \varphi, t_0, I_0) = I_0 \sin^2 \left\{ \frac{\Omega_0 \sin[2\pi\nu_0(t \pm t_0)] + \varphi}{2} \right\} \quad (2.26)$$

Dans la pratique, pour obtenir le retard de phase en un point de mesure, une

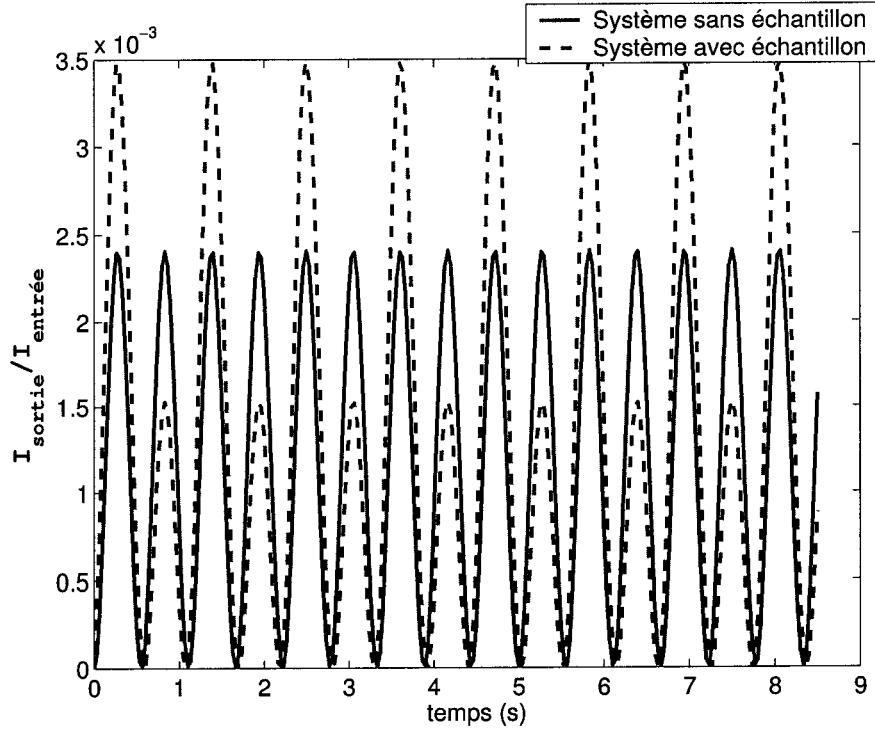


Figure 2.10 : Simulation d'une mesure de retard de phase dans le temps en un point. L'intensité très faible à la sortie de l'analyseur est normalisée par rapport à l'entrée. 8 périodes de modulation sont représentées. La phase à mesurer introduit une asymétrie dans la réponse en intensité.

régression non-linéaire de la fonction 2.26 sur la mesure expérimentale permet de retrouver la phase. Le lissage non-linéaire est traité à la sous-section 2.2.4.

À partir de cette modélisation, il est plus facile de comprendre les avantages de la méthode retenue. Premièrement, la puissance incidente I_0 et l'amplitude de la modulation de phase Ω_0 permettent d'exploiter au maximum la plage dynamique du détecteur en fonction du retard de phase à mesurer. Deuxièmement, il est possible d'ajouter au terme de modulation de phase $\Omega = \Omega_0 \sin[2\pi\nu_0(t + t_0)]$, un terme supplémentaire Ω_r qui permet de compenser une biréfringence résiduelle φ_r qui pourrait provenir des différents éléments du montage et notamment de la cellule de Pock-

els elle-même. En pratique, un voltage constant est ajouté au signal alternatif qui contrôle le modulateur de phase.

$$\Omega = \Omega_0 \sin[2\pi\nu_0(t + t_0)] + \varphi_r - \Omega_r \quad (2.27)$$

La réponse en intensité du système est donc corrigée pour les imperfections des pièces optiques à condition que la biréfringence résiduelle soit constante dans la zone de mesure. La sous-section 2.2.3 explique comment s'affranchir des variations de biréfringences résiduelles non constantes dans la zone mesurée.

2.2.2 Description du montage

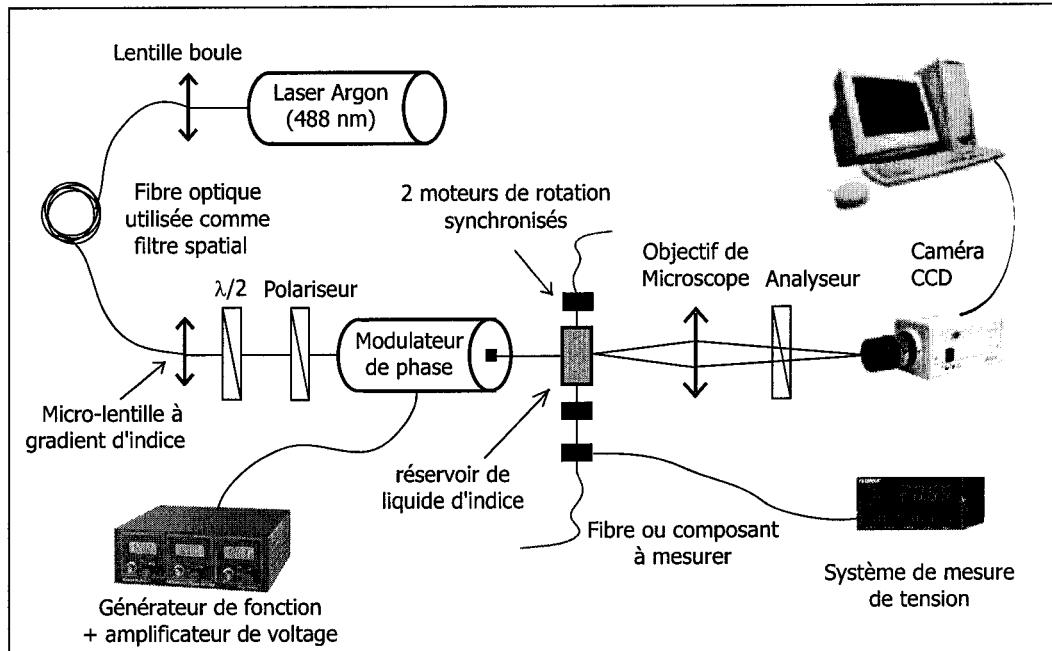


Figure 2.11 : Montage expérimental

La figure 2.11 illustre chacune des pièces du montage expérimental. Les spécifications les plus importantes ainsi que les fournisseurs pour chaque pièce sont énumérés dans

le tableau 2.2. Un laser Argon de faible puissance, refroidit à l'air émettant à 488nm, est utilisé comme source. La figure 2.12 montre la stabilité en puissance et en polarisation du laser sur une période de 75 minutes. Ce graphique est obtenu en mesurant à chaque seconde, la puissance du laser à la sortie d'un polariseur. La stabilité en polarisation et en intensité durant la mesure d'un profil est importante pour limiter le bruit sur les acquisitions dans le temps. Ce laser s'est avéré être plus stable que les lasers He-Ne disponibles au laboratoire malgré le fait qu'il soit refroidi à l'air. Un filtre spectral assure que la lumière transmise est bien à 488nm et qu'aucune autre longueur d'onde ne perturbe nos mesures.

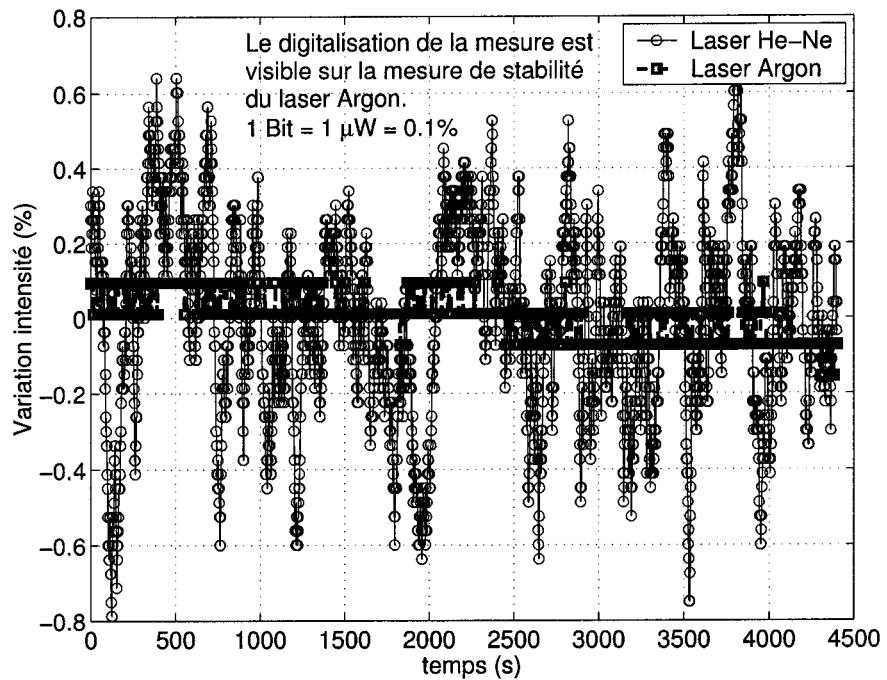


Figure 2.12 : Stabilité dans le temps du laser Argon comparé à un laser He-Ne standard

Par la suite, la lumière est couplée dans une fibre optique unimodale à 488nm à l'aide d'une lentille boule. La fibre optique joue ici le rôle de filtre spatial. Le mode

Tableau 2.2 : Spécifications des pièces du système de mesure

Description	Fabricant	No. modèle	Spécifications
Laser Argon	Uniphase inc.	2202-10MLL	$P_{max} = 10 \text{ mW}$
Lentille Boule	Melles Griot	N/A	BK7 Diamètre=3mm
Fibre optique	Newport	F-SA-C	longueur d'onde de coupure= $460 \pm 40 \text{ nm}$
Lentille à gradient d'indice	America NG	Selfoc SLW 300 025 063	N.A=0,11 polie pour un pas=0,25 à 488nm Ø=3mm
Lame $\lambda/2$	OptoSigma	068-1390	$\lambda/2$ à 488nm
Cube polariseur	OptoSigma	Glan Laser Prisms 066-2220	Rapport d'extinction=43dB plage $\lambda=400\text{-}2300\text{nm}$
Cellule de Pockel	Linos Photonics	LM 0202	voltage $\lambda/2=160\text{V}$ à 488nm ouverture = 3x3mm
Objectif de microscope	Leitz Wetzlar	569244	25x O.N.=0,40, $\infty/0$ Plan
Caméra CCD	Sony	SSC-M374	640x480 pixels 6,3x4,7mm
Acquisition vidéo (frame graber)	National Instrument	IMAQ PCI-1408	8 Bits/pixel 30 images/s
Amplificateur pour cellule de Pockels	Général Photonics	PCD-001 3 Channel piezo driver	Gain = 15V/V -3dB $f_c=40 \text{ kHz}$
Générateur de fonction	INSTEK	GFG-8215A	0-10V, 0-3MHz
Cellule de charge	Omega	LCL-816G	T max = 816g
Afficheur pour cellule de charge	Omega	DP25-S	N/A

fondamental à la sortie peut être approximé par une gaussienne. Une micro lentille à gradient d'indice (Selfoc) permet ensuite d'avoir un faisceau collimé presque plan qui limite les aberrations sphériques et maximise la puissance transmise à l'entrée du modulateur. La micro lentille à profil d'indice parabolique a été polie pour obtenir un pas (pitch) de 0,25. Une lame demi-onde et un prisme polariseur permettent d'ajuster la puissance et la polarisation de la lumière à l'entrée du système.

L'axe optique de la cellule de Pockels est ensuite aligné parallèlement à l'axe principal de contrainte de l'échantillon qui correspond à l'axe de transmission de la fibre. Cette supposition est justifiée au chapitre 1 à la sous-section 1.2.1. Un générateur de fonction ainsi qu'un amplificateur haut voltage permet de contrôler la modulation de phase. L'amplificateur permet aussi de superposer, au signal alternatif, une composante continue pour compenser la birefringence résiduelle tel que discuté précédemment.

La lumière traverse ensuite une cuve de glycérol dans laquelle la fibre ou le composant tout-fibre est plongé. Le glycérol, grâce à un indice de réfraction proche de celui de la silice, empêche la lumière qui traverse l'échantillon cylindrique d'être réfléchie et réfractée. Des lamelles de microscope servent de fenêtres pour la cuve.

Deux moteurs permettent la rotation de l'échantillon autour de son axe afin d'obtenir plusieurs profils de retard de phase sous différents angles. Ces profils pourront servir à la reconstruction des contraintes si la symétrie circulaire n'est pas supposée tel que discuté à la section 1.3.2 du chapitre 1.

Une cellule de déformation permet aussi d'appliquer à la fibre une tension mécanique connue lors d'une prise de profil. Cette technique permet de déterminer le signe des contraintes et obtenir des valeurs expérimentales de coefficients élasto-optiques. L'annexe C décrit en détail comment la cellule de déformation est calibrée à l'aide de réseaux de Bragg.

Un objectif de microscope ($25\times$) projette finalement l'image de la fibre illuminée sur la caméra CCD après avoir traversé un analyseur. La réponse en intensité de la

caméra est linéarisée pour chaque pixel tel qu'expliqué à l'annexe D.

Un ordinateur contrôle les moteurs et permet de faire l'acquisition des images vidéo. Le système de mesure est automatisé à l'aide de Labview 6.0 de National instrumentTM. Les procédures de prise de profil et de normalisation sont décrites à la sous-section suivante.

2.2.3 Prise d'un profil et normalisation

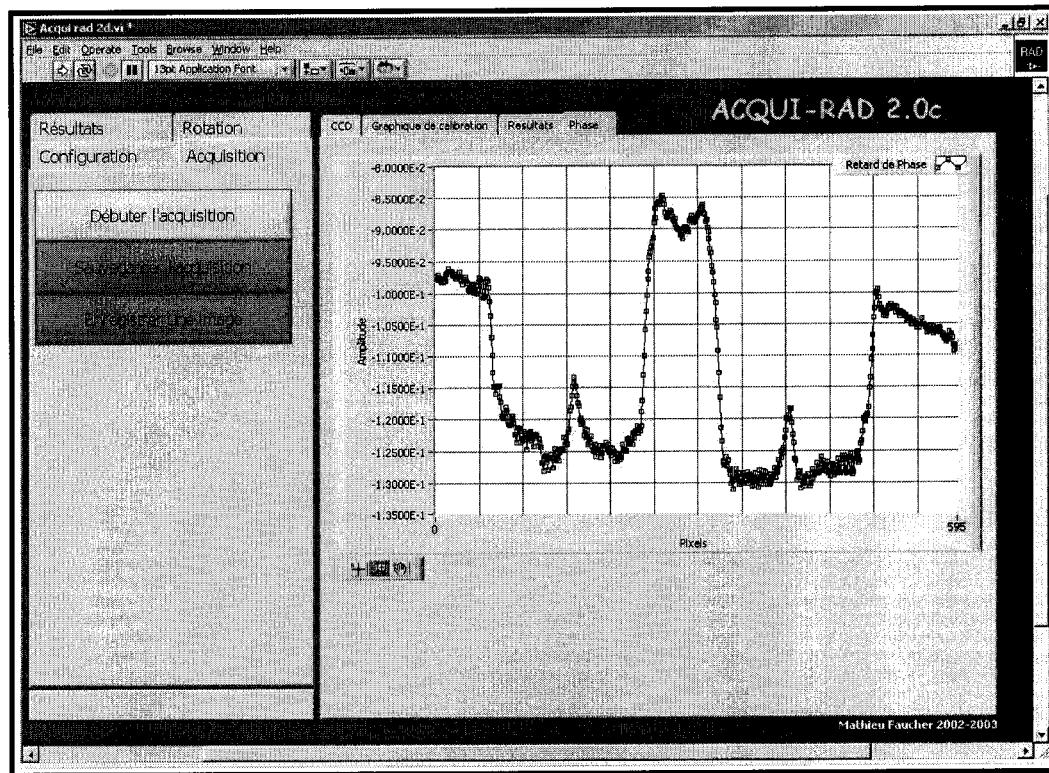


Figure 2.13 : Logiciel d'acquisition de profil

Pour effectuer une prise de profil, la fibre est alignée dans la cuve de glycérol. La diffraction de la fibre hors foyer permet de la positionner dans le champ de vision de la caméra. Lorsque la fibre est parfaitement au foyer, elle devient presque invisible

à cause du glycérol. L'image sur la CCD est mise au point en déplaçant, à l'aide de vis micrométriques, l'objectif de microscope. La puissance du laser, l'amplitude de modulation de la cellule de Pockels et le temps d'intégration de la CCD sont ajustés pour obtenir une variation de puissance maximale dans le temps.

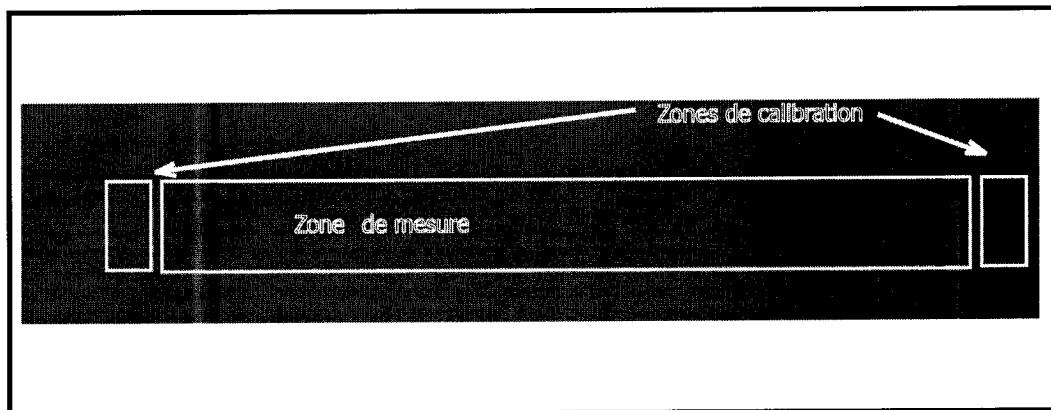


Figure 2.14 : Définition des régions d'acquisition et de calibration. La fibre est hors foyer.

Le logiciel d'acquisition, dont l'interface est présentée à la figure 2.13, permet ensuite de définir deux régions dans l'image de la caméra de chaque côté de l'échantillon (voir figure 2.14). Une courte acquisition de ces deux petites sections à l'extérieur de la fibre permet d'ajuster le voltage DC de la cellule de Pockels pour s'assurer que la biréfringence résiduelle du montage est nulle. Le voltage est ajusté jusqu'à ce que la réponse en intensité soit symétrique. Il est ensuite possible de définir la section de la fibre à mesurer. Immédiatement après cette mesure, l'échantillon est retiré et nous recommençons l'acquisition dans les mêmes conditions. Cette mesure permet de s'affranchir des variations de biréfringences résiduelles. La biréfringence systématique provient de plusieurs sources. (Voir sous-section 2.2.5). La figure 2.15 illustre la variation de biréfringence résiduelle. Pour l'instant cette variation maximum dans un profil se situe autour de 3×10^{-3} rad.

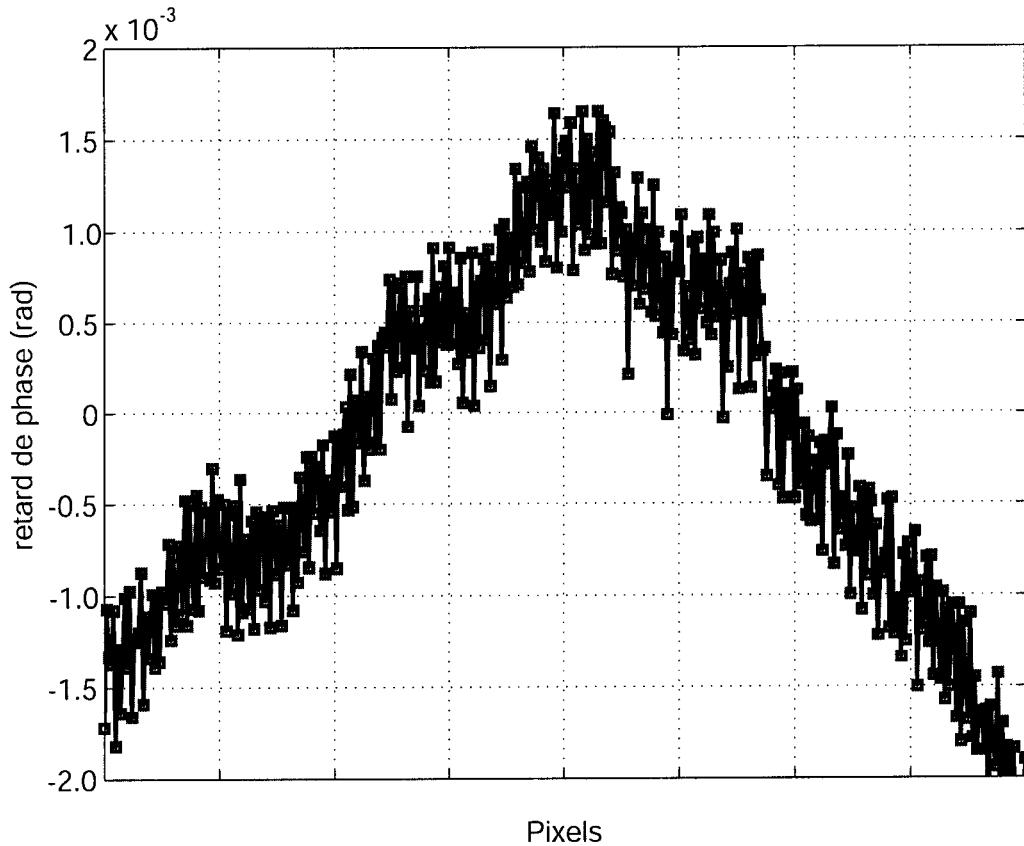


Figure 2.15 : Profil de retard de phase sans échantillon utilisé pour normaliser une acquisition

2.2.4 Régression non linéaire

Une comparaison des variations d'intensité dans le temps avec la réponse théorique du système permet de déduire le retard de phase en différents points et finalement reconstruire les contraintes grâce aux algorithmes du chapitre 1. Comme nous l'avons déjà mentionné à la sous-section 2.2.1, un lissage non-linéaire permet de trouver précisément le retard de phase. L'algorithme de Levenberg-Marquardt [Press, Vetterling, Teukolsky & Flannery 1997] est utilisé.

Les paramètres initiaux (φ, I_0), requis par l'algorithme de lissage, sont obtenus

en comparant la transformée de Fourier (TF) analytique de la fonction 2.26 à la TF numérique du résultat expérimental. L'annexe E donne les détails du calcul de la TF analytique présentée ci-dessous.

$$\begin{aligned}
\mathcal{F} \left(I_0 \sin^2 \left\{ \frac{\Omega_0 \sin[2\pi\nu_0(t+t_0)] + \varphi}{2} \right\} \right) &= \frac{I_0}{2} [1 - \cos(\varphi) J_0(\Omega_0)] \delta(\nu) \\
&- \frac{I_0}{4} \sum_{m=1}^{\infty} J_m(\Omega_0) [\cos(2\pi\nu_0 m t_0 + \varphi) (\delta(\nu + m\nu_0) + \delta(\nu - m\nu_0)) \\
&\quad - i \sin(2\pi\nu_0 m t_0 + \varphi) (\delta(\nu + m\nu_0) - \delta(\nu - m\nu_0))] \\
&\quad + (-1)^m \cos(2\pi\nu_0 m t_0 - \varphi) (\delta(\nu + m\nu_0) + \delta(\nu - m\nu_0)) \\
&\quad - (-1)^m i \sin(2\pi\nu_0 m t_0 - \varphi) (\delta(\nu + m\nu_0) - \delta(\nu - m\nu_0))]
\end{aligned}$$

L'amplitude à $\nu = \pm\nu_0$ et $\nu = \pm 2\nu_0$ ainsi que la partie imaginaire de cette transformée pour $\nu = \nu_0$ sont données par:

$$\begin{aligned}
\mathcal{A}(\mathcal{F}(I)) \Big|_{\nu=0} &= \frac{I_0}{2} [1 - \cos(\varphi) J_0(\Omega_0)] \\
\mathcal{A}(\mathcal{F}(I)) \Big|_{\substack{\nu=\nu_0 \\ m=1}} &= \frac{I_0}{2\sqrt{2}} J_1(\Omega_0) \sqrt{1 - \cos(2\varphi)} \\
\mathcal{A}(\mathcal{F}(I)) \Big|_{\substack{\nu=2\nu_0 \\ m=2}} &= \frac{I_0}{2\sqrt{2}} J_2(\Omega_0) \sqrt{1 + \cos(2\varphi)} \\
\Im(\mathcal{F}(I)) \Big|_{\substack{\nu=\nu_0 \\ m=1, t_0=0}} &= \frac{I_0}{2} J_1(\Omega_0) \sin(\varphi) \tag{2.28}
\end{aligned}$$

(2.29)

Ces expressions permettent d'isoler $|\varphi|$ et I_0 .

$$|\varphi| = \left| \arctan \left[\frac{J_2(\Omega_0) \mathcal{A}(\mathcal{F}(I)) \Big|_{\substack{\nu=\nu_0 \\ m=1}}}{J_1(\Omega_0) \mathcal{A}(\mathcal{F}(I)) \Big|_{\substack{\nu=2\nu_0 \\ m=2}}} \right] \right| \quad (2.30)$$

$$I_0 = \frac{2 \mathcal{A}(\mathcal{F}(I)) \Big|_{\nu=0}}{[1 - \cos(\varphi) J_0(\Omega_0)]} \quad (2.31)$$

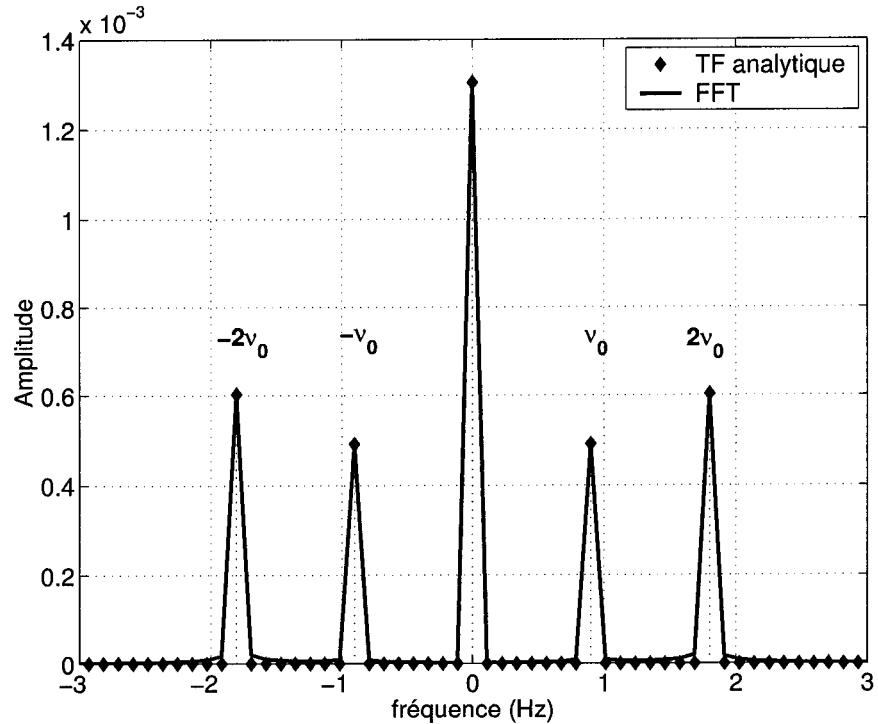


Figure 2.16 : Amplitude de la transformée de Fourier numérique et analytique

Les figures 2.16 et 2.17 illustrent respectivement l'amplitude et la partie imaginaire de la TF analytique et numérique de la courbe théorique déjà présentée à la figure

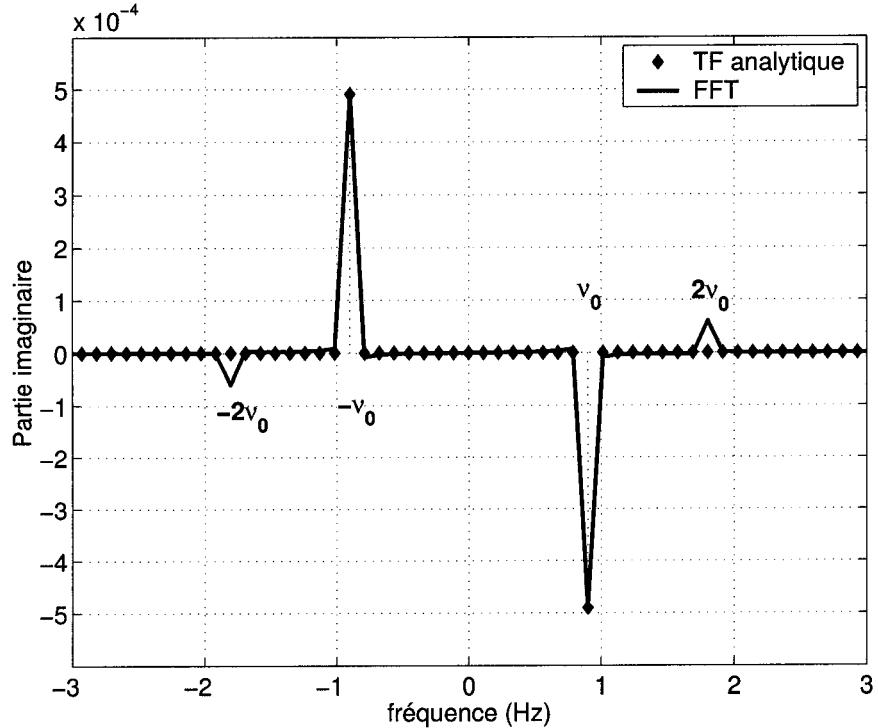


Figure 2.17 : Partie imaginaire de la transformée de Fourier numérique et analytique

2.10. Les différentes amplitudes des pics à $\pm\nu_0$ et $\pm2\nu_0$ permettent d'estimer des valeurs pour I_0 et φ grâce aux relations 2.30 et 2.31. La partie imaginaire de la TF permet de donner le signe (\pm) de la phase φ . Ce signe est déduit du signe de l'équation 2.28.

L'algorithme de la TF numérique est une transformée rapide (FFT). Il est facile de voir que les termes de fréquences élevées dans la transformée sont très rapidement atténués par les coefficients formés de fonction de Bessel d'ordre élevé. La figure 2.18 présente, sur échelle logarithmique, les valeurs des $J_m(\Omega_0)$ pour un m variant de 0 à 16 et une valeur de Ω_0 typique. Après $m = 10$ il est clair que l'amplitude devient très négligeable. Cette propriété intéressante permet d'approximer que la fonction est limitée en fréquence et qu'elle peut complètement être représentée par

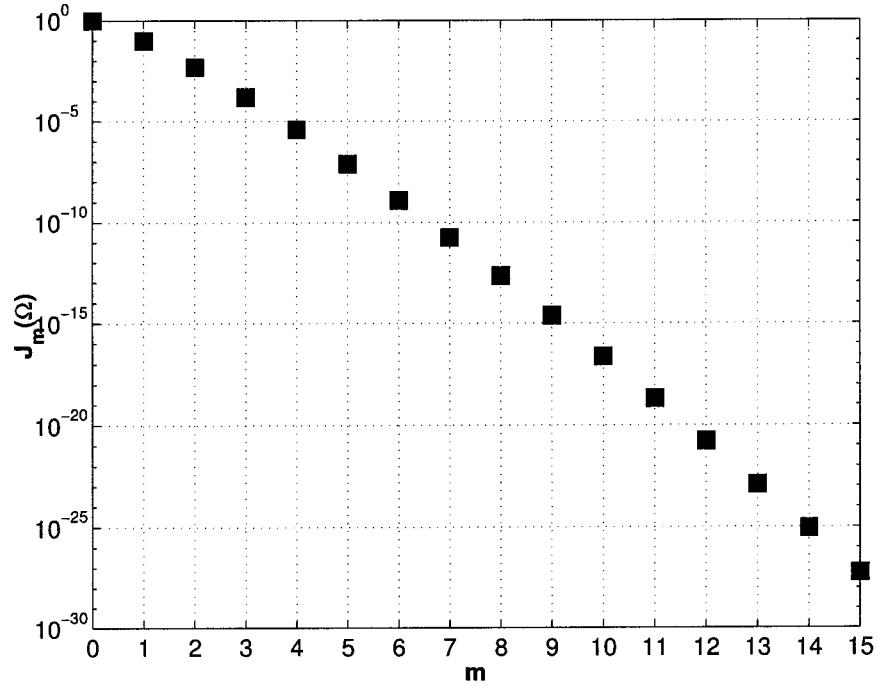


Figure 2.18 : Fonctions de Bessel de première espèce $J_m(\Omega_0)$, $\Omega_0 = 0.196$ pour $m=0$ à 15

notre échantillonnage à $\Delta=1/30$ de seconde. La caméra donne donc une fréquence de Nyquist de 15 Hz [Press *et al.* 1997].

$$f_c \equiv \frac{1}{2\Delta} = 15 \text{Hz} \quad (2.32)$$

Cette fréquence ($\approx 16\nu_0$) est supérieure à $10\nu_0$. Il n'y aura donc pas de repliement dans la FFT.

Les paramètres estimés par la FFT demeurent tout de même sensibles au nombre limité de périodes et aux différences en intensité entre le premier et le dernier point de l'acquisition. C'est pour ces raisons que la régression non-linéaire donne des résultats plus précis que l'utilisation directe des paramètres expérimentaux déduits de la FFT. Les premiers et derniers points d'une acquisition sont toujours ajustés avant la trans-

formée pour limiter les effets néfastes d'avoir $t_0 \neq 0$. Dans la pratique, la mémoire de l'ordinateur utilisé limite le nombre de périodes obtenues mais le nombre de points dans l'acquisition est ajusté à 2048, en interpolant à l'aide de «splines» cubiques. La FFT demeure indispensable pour donner des valeurs initiales à l'algorithme de Levenberg-Marquardt.

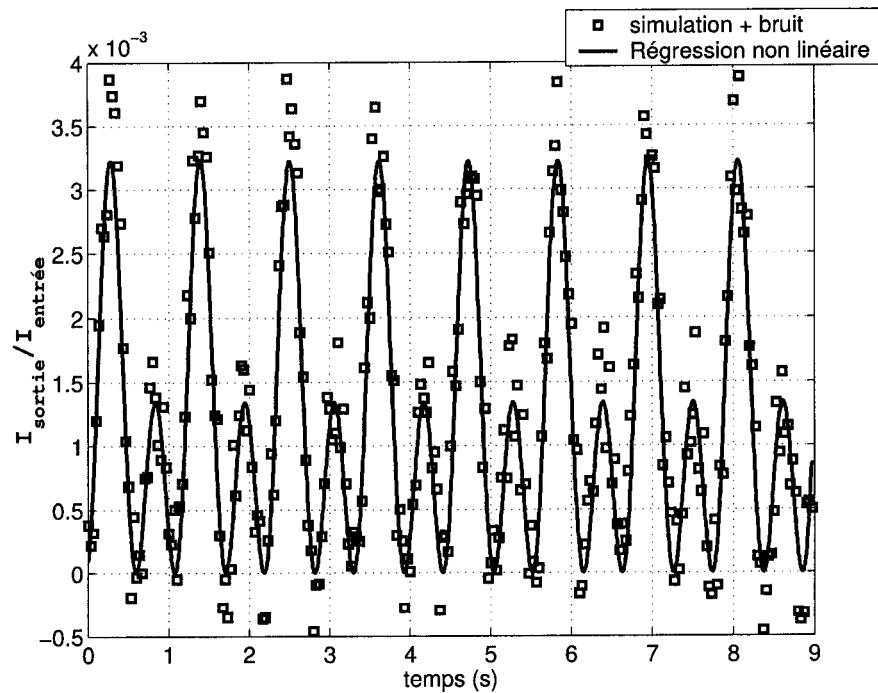


Figure 2.19 : Régression non-linéaire sur une simulation avec un bruit aléatoire

Cette stratégie d'analyse fut étudiée par simulation sur des courbes théoriques avec du bruit aléatoire ajouté. L'algorithme présenté dans cette sous-section semble nous donner les meilleurs résultats jusqu'à présent. L'erreur commise par la régression non-linéaire peut donc être estimée. La figure 2.19 donne l'exemple d'un lissage non-linéaire sur une courbe simulée avec un bruit aléatoire correspondant à 0,05% de la puissance maximale I_0 attribuable à notre laser. Il s'agit de la même simulation déjà présentée à la figure 2.10 à laquelle du bruit est ajouté. L'erreur commise sur le

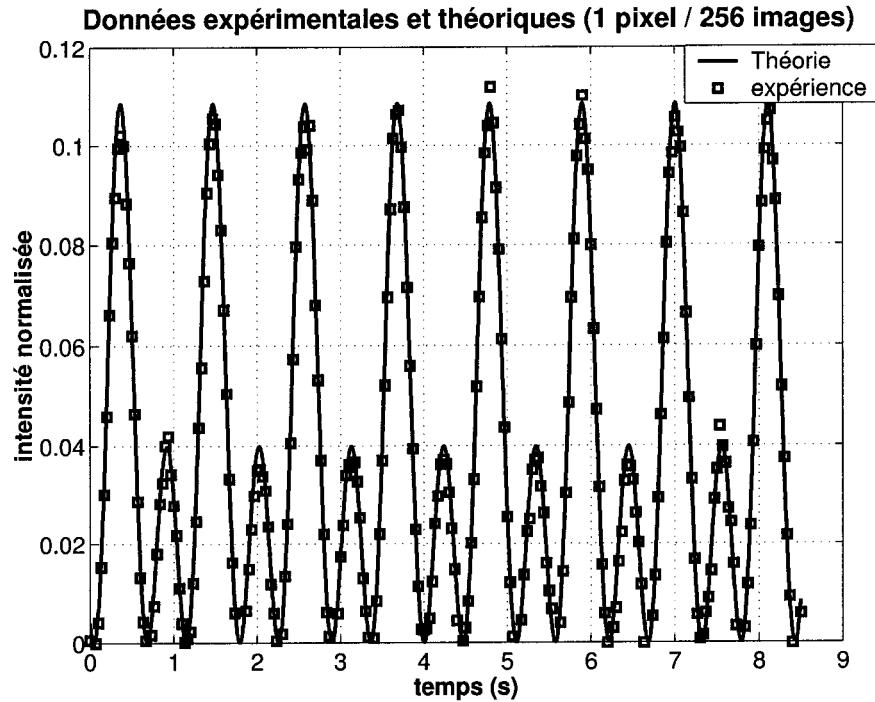


Figure 2.20 : Régression non-linéaire en un point de mesure. L'intensité est normalisée par rapport à la puissance maximale détectable par la CCD. Ce qui est important pour la régression non-linéaire, c'est la position relative des maximum et minimum et non l'échelle.

retard de phase ($\varphi = 0,02$ rad) est en moyenne 4%. La figure 2.20 illustre un lissage non-linéaire sur des points de mesure expérimentaux. Le bruit de la mesure est en fait inférieur à notre simulation d'un facteur 10 parce qu'en réalité, le laser varie moins que 0,05% lors d'une courte acquisition dans le temps. Le plus petit retard de phase mesurable avec la stabilité du laser actuel se situe autour de 5×10^{-5} rad. Pour atteindre une meilleure précision, le laser utilisé doit être plus stable en intensité et en polarisation. Si la puissance du laser était détectée et synchronisée avec la CCD, il serait peut-être possible de s'affranchir au moins de la variation d'intensité du laser. Présentement, l'incertitude plus grande que 5×10^{-5} rad observé sur nos résultats expérimentaux provient des défauts des pièces et de la biréfringence parasite. La

sous-section suivante complète l'analyse du bruit sur les mesures.

2.2.5 Sources de bruit

Le désalignement des différents éléments qui contrôlent la polarisation dans le système, la collimation et le «waist» du faisceau considéré gaussien, la profondeur de champ de l'objectif de microscope et la cohérence spatiale de la source sont tous des paramètres dont nous analysons l'influence dans ce qui suit.

Les désalignements peuvent être modélisés à l'aide des matrices de Jones. L'équation 2.18 utilisée à la sous-section 2.2.1 peut être modifiée pour inclure:

- une rotation α de la polarisation à l'entrée
- un désalignement β de l'axe de la fibre.
- un désalignement ψ de l'axe du modulateur de phase.
- un désalignement θ de l'analyseur.

Le champ électrique dépend maintenant de 6 paramètres plutôt que de 2. L'équation 2.18 devient:

$$[E(\Omega, \varphi, \alpha, \beta, \psi, \theta)] = [P(\theta)][F(\varphi, \beta)][Pockels(\Omega, \psi)][E(\alpha)] \quad (2.33)$$

Le calcul devient rapidement fastidieux et il est difficile de calculer la dérivée totale de la phase par rapport aux 4 paramètres α , β , ψ et θ . Ce calcul permettrait d'estimer l'erreur causée par les désalignements au premier ordre. Puisqu'il s'agit d'un système de mesure en lumière polarisée, les désalignements ne sont pas indépendants les uns des autres et une simulation Monte-Carlo [Press *et al.* 1997], sous sa forme la plus simple, permet de mieux cerner les interactions entre les différents paramètres.

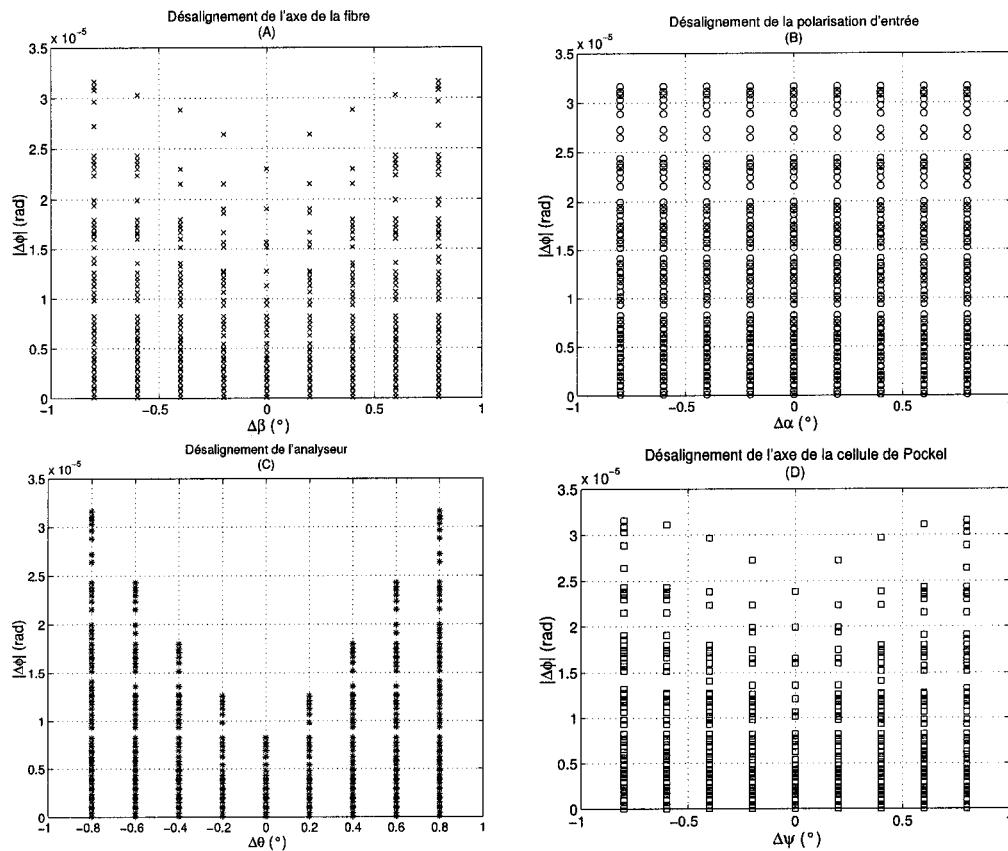


Figure 2.21 : Simulation Monte-Carlo des désalignements. L'erreur $|\Delta\varphi|$ commise par l'algorithme de régression non-linéaire a d'abord été calculée pour toutes les combinaisons possibles de désalignement. Les variations de $|\Delta\varphi|$ pour ces combinaisons sont ici illustrées en fonctions de chacun des paramètres. Le paramètre qui induit la plus grande variation sur l'erreur est identifié comme étant le plus critique.

La figure 2.21 montre l'erreur commise sur la mesure d'une phase de 0,02 rad pour une variation de $\pm 1^\circ$ sur chacun des paramètres. Chaque graphique illustre l'influence d'un paramètre sur l'erreur de mesure par rapport aux autres désalignements possibles. Les variations de l'erreur pour chaque paramètre nous indique lesquelles ont le plus d'influence. Le graphique (B) nous indique que la polarisation à l'entrée du système n'est pas critique. Le graphique (C) montre que c'est l'analyseur à la sortie du système qui influencera le plus l'incertitude de mesure.

L'erreur maximum est limitée à $3,25 \times 10^{-5}$ rad. Il est raisonnable de penser réussir à aligner tous les éléments du montage à l'intérieur de $\pm 1^\circ$. Pour une phase à mesurer correspondant à la limite de précision de la régression non-linéaire (5×10^{-5} rad limité par le bruit du laser) définie à la sous-section 2.2.4, l'erreur donnée par la simulation Monte-Carlo est de $1,4 \times 10^{-7}$ rad.

Plus la profondeur de champ de l'objectif de microscope est petite, plus la mise au point de l'image de la fibre doit être réalisée de façon précise. La réfraction de la fibre, même faible grâce au glycérol, devient problématique avec un fort grossissement. Les profils de retard de phase sont de plus en plus déformés. Le système utilise un objectif $25\times$. Les essais à $50\times$ même sur une zone réduite de la fibre ne sont pas concluants. D'autres auteurs dans la littérature semblent tout de même utiliser à l'occasion des objectifs de $50\times$. [Raine 1998]

Puisqu'il s'agit d'un système d'imagerie en lumière cohérente, les réflexions multiples doivent être évitées pour limiter les effets d'interférences. Il fut difficile d'identifier la source des franges d'interférences visibles sur notre caméra lors des acquisitions. Finalement, la mince couche de verre qui protégeait la plaque CCD, fut identifiée comme la cause première des interférences parasites et fut donc retirée. Le résultat est assez frappant lorsqu'on regarde la figure 2.22 qui présente les images en lumière polarisée avec et sans fenêtre protectrice. Les premières mesures de retard de phase déjà présentées aux figures 2.7 et 2.8 sont affectées par ce bruit qui a probablement plus d'importance que l'incertitude sur le moteur de rotation de l'analyseur identifié

comme un de nos principaux problèmes au début de nos travaux.

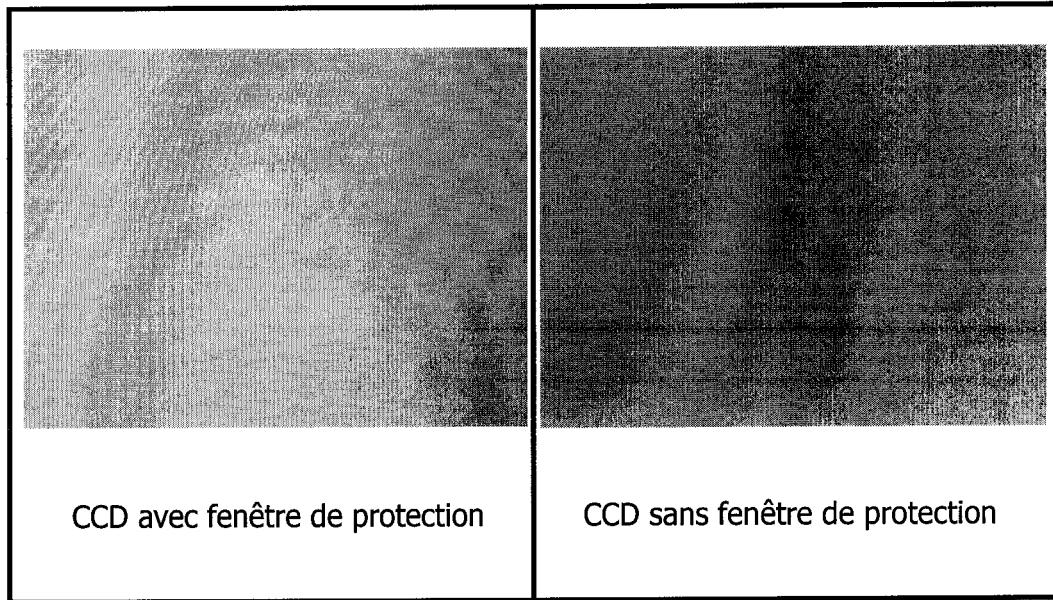


Figure 2.22 : Caméra CCD avec et sans fenêtre de protection. À gauche, les franges d’interférences sont bien visibles.

L’utilisation d’un diffuseur pour transformer la source laser en source quasi-thermique [Malacara 1978] en diminuant sa cohérence aurait aussi dû améliorer notre système en limitant les problèmes d’interférences et de granularité laser («speckle»). Le principe consiste à faire tourner un disque qui diffuse la lumière avec une vitesse de rotation beaucoup plus rapide que le temps d’intégration du détecteur. Malheureusement, cette technique n’a pas réussi à améliorer nos mesures. Le diffuseur fabriqué engendrait des vibrations et des fluctuations d’intensité trop importantes. Les mesures étaient systématiquement plus bruitées. Il est probable qu’un diffuseur de meilleure qualité pourrait améliorer le système.

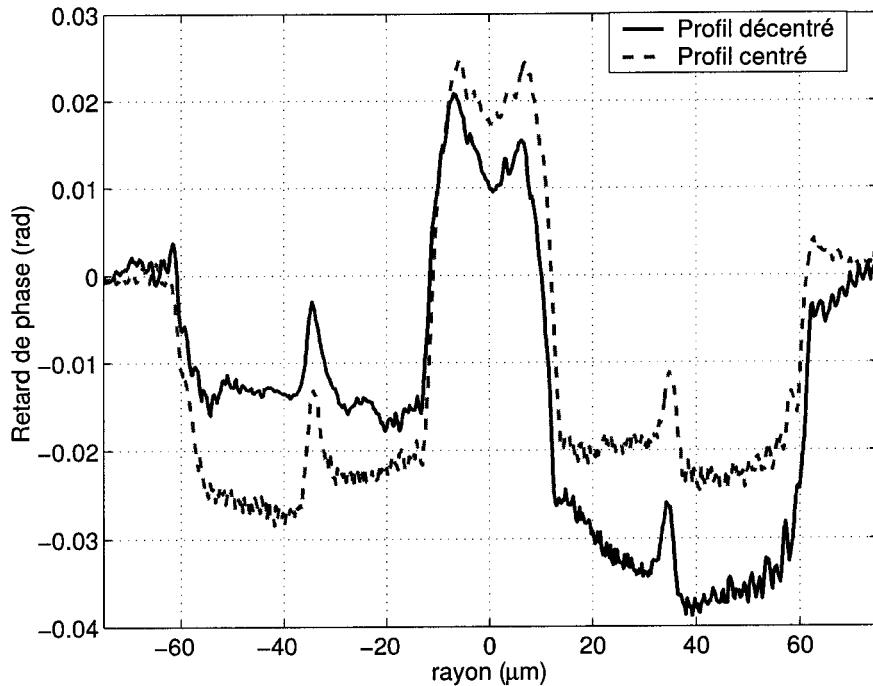


Figure 2.23 : Mesure de retard de phase pour un échantillon bien et mal centré par rapport au faisceau laser

2.2.6 Sources de bruit

Tel que discuté à la sous-section 2.2.3, la normalisation permet de s'affranchir d'une variation de biréfringence résiduelle dans la zone de mesure. Cependant, si le faisceau n'est pas parfaitement collimaté, le profil de retard de phase d'un échantillon, même normalisé est déformé. Ce problème est amplifié si le faisceau laser est de petite taille par rapport à l'échantillon. L'objet à mesurer doit alors être parfaitement centré pour limiter cet effet. Dans notre montage, le faisceau doit être assez petit pour traverser, sans créer de diffraction, la cellule de Pockels qui possède une ouverture de 3x3 mm. La figure 2.23 illustre cet effet néfaste. C'est l'une des principales limites du montage actuel. Présentement, un compromis doit être fait entre le nombre de lentilles dans le système, la diffraction et la grandeur du faisceau. La situation idéale serait de

pouvoir moduler uniformément un large faisceau plan. Il existe des modulateurs de phase avec de plus grandes ouvertures mais ils demeurent financièrement inabordables dans le cadre de ce projet.

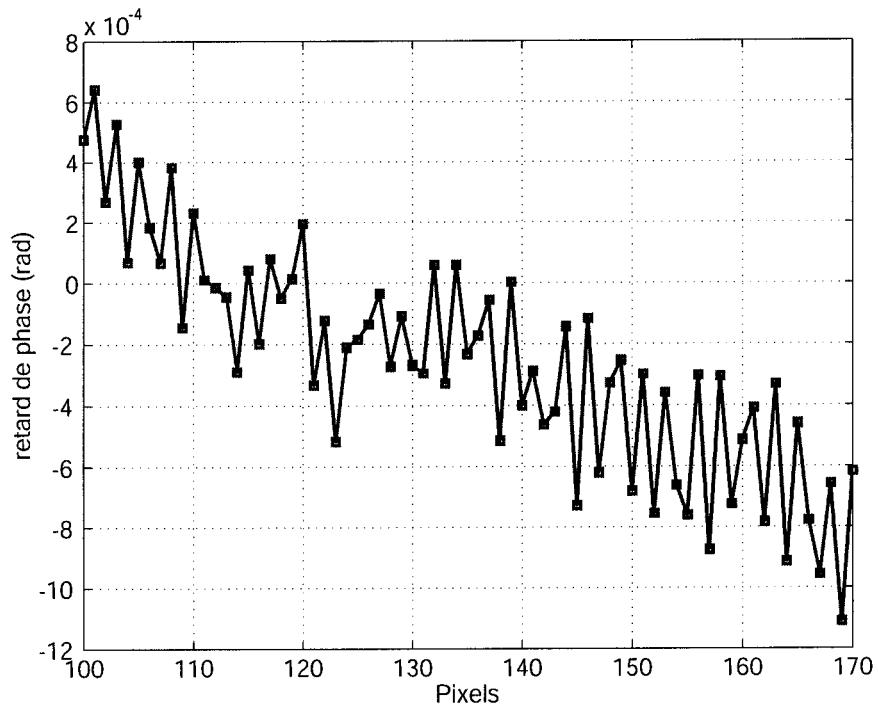


Figure 2.24 : Évaluation du bruit sur une mesure de retard de phase. La pente est causé par le front d'onde qui n'est pas plan. Dans la pratique, la normalisation permet de s'en affranchir. Entre deux points voisins, le bruit est en moyenne $\sim 5 \times 10^{-4}$ rad

La précision réelle du système actuel est estimée à partir d'un agrandissement d'une section de la norme déjà présentée à la figure 2.15. Le graphique de la figure 2.24 illustre donc la différence de phase maximum entre 2 points de mesures qui est proche de 5×10^{-4} rad.

Pour conclure, la revue de la littérature au début du chapitre a permis de comprendre différentes méthodes classiques pour mesurer des faibles retards de phases, notamment la technique du demi champ. La modulation de phase dans le temps

sans lame quart d'onde est, à notre connaissance, une nouvelle façon de mesurer des faibles déphasages dans les fibres. Le système d'acquisition et le traitement des données sont automatisés. L'analyse du bruit nous permet aussi d'identifier la stabilité du laser ainsi que la qualité et la grandeur du faisceau comme étant les facteurs limitant de notre résolution présentement. Le chapitre 3 qui suit présente des résultats expérimentaux pour illustrer les possibilités du montage développé.

Chapitre 3

Résultats expérimentaux

Le dernier chapitre de ce mémoire expose les résultats expérimentaux obtenus à l'aide du système de mesure de contrainte développé dans le cadre de cette maîtrise et présenté au chapitre précédent. Une méthode développée pour déterminer le signe des contraintes et calculer des coefficients photoélastiques expérimentaux est aussi expliquée. La dernière section présente une reconstruction 2D des contraintes pour une fibre à maintien de polarisation sans symétrie circulaire.

3.1 Fibres à symétrie circulaire

Cette section présente les résultats de mesures sur des fibres typiques à symétrie circulaire. Les contraintes résiduelles dans ces fibres ont été calculées en utilisant la transformée d'Abel telle que définie à la sous-section 1.3.1. La valeur du coefficient photoélastique utilisé est celui de la silice ($3,5 \times 10^{-6}$ MPa $^{-1}$) [Raine & Parker 1998]. La section 3.2 explique comment déterminer le signe des contraintes mesurées.

La figure 3.1 présente le retard de phase d'une fibre photosensible de la compagnie FiberCore, la PS 1500TM. Les fibres photosensibles sont habituellement utilisées pour inscrire des réseaux de Bragg et il en est question à la sous-section 3.3.1. La figure 3.2 démontre que les contraintes calculées sont en tension dans le cœur et très légèrement

en compression dans la gaine. La somme des contraintes résiduelles sur la surface doit en théorie être nulle. Ce résultat est l'une de nos premières mesures. On peut constater une nette amélioration du bruit sur les mesures subséquentes.

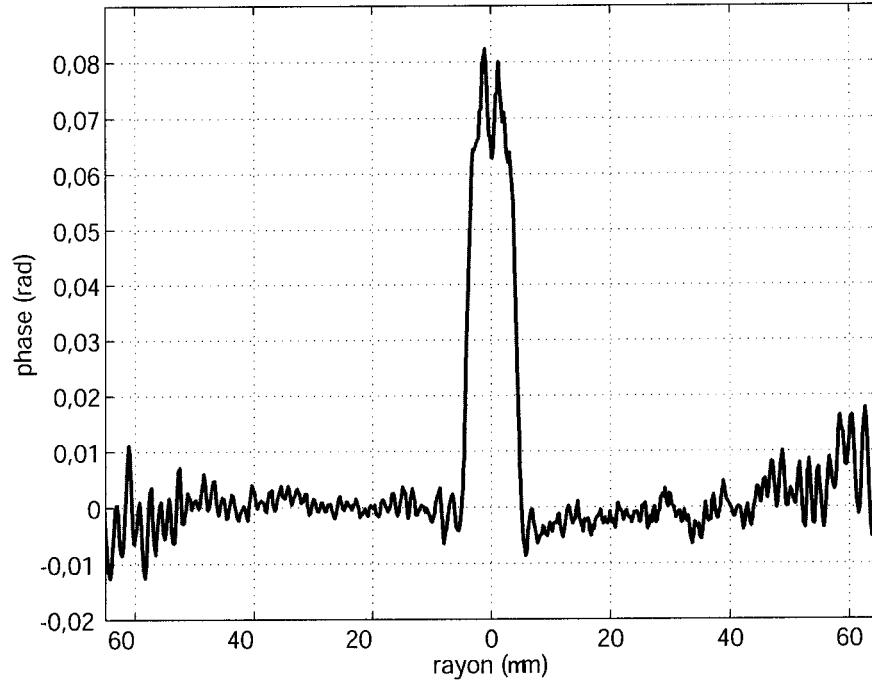


Figure 3.1 : Retard de phase mesuré pour la fibre photosensible PS-1500TM de FibercoreTM. Les oscillations rapides sur ce profil sont causées par la fenêtre de protection de la CCD qui causait des interférences. Les mesures subséquentes n'ont plus ce problème car la fenêtre de protection a été retirée. (Voir figure 2.22)

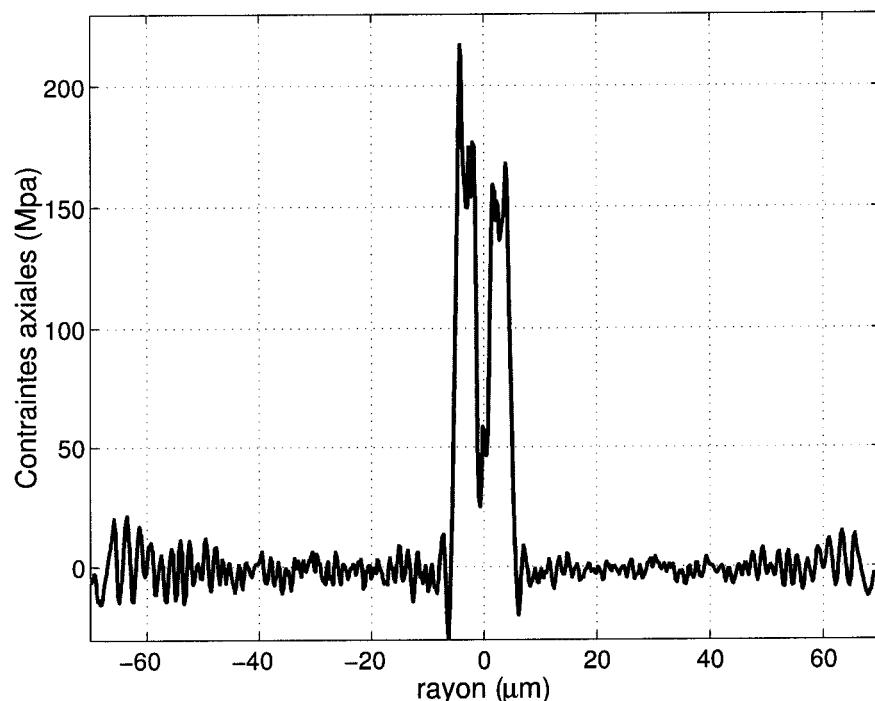


Figure 3.2 : Contraintes axiales calculées pour la fibre photosensible PS-1500TM de FibercoreTM. Le cœur est en tension (contraintes positives). Comme la somme des contraintes sur toute la surface de la fibre doit être nulle, la gaine doit être légèrement en compression.

Les figures 3.3 et 3.4 présentent respectivement le retard de phase et les contraintes axiales en fonction du rayon d'une deuxième fibre photosensible fabriquée cette fois-ci par la compagnie CoractiveTM. Le profil présente beaucoup de relief intéressant à interpréter. Premièrement, cette fibre est monomode. Les contraintes importantes en tension sur $\pm 15 \mu\text{m}$ autour du centre ne sont donc pas causé uniquement par les dopants dans le cœur. La région près du cœur doit donc être dopée aussi.

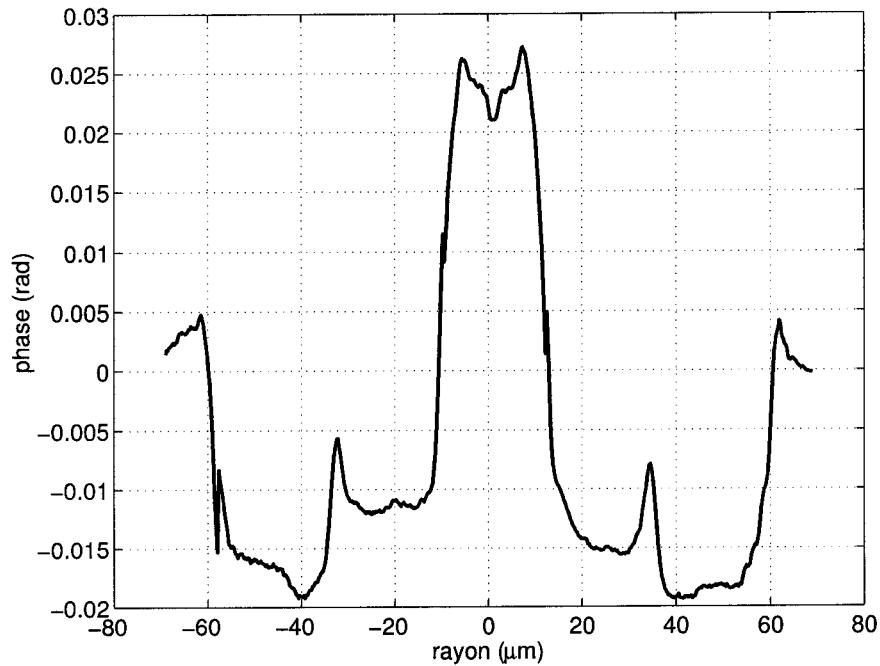


Figure 3.3 : Retard de phase mesuré pour une fibre photosensible de CoractiveTM. Parce que cette fibre est monomode, le cœur de cette fibre est donc encerclé par un anneau en tension. Cette fibre a aussi beaucoup de contraintes compressives dans la gaine.

Deuxièmement, des pics de contraintes à $\pm 30 \mu\text{m}$ sont visible sur la figure 3.4. Ces pics pourraient être associés à une contamination par l'eau lors du procédé de fabrication qui nous est malheureusement inconnue. Un article récent de B.H. Kim fait le lien entre ces pics et la contamination OH à la surface des différents tubes de

verres pouvant être insérés les uns dans les autres lors de la fabrication de la préforme [Kim, Park, Kim, Paek & Han 2002]. Le phénomène de contamination par l'eau de la silice à haute température est bien connue. La silice contaminée par l'eau aura un coefficient de dilatation thermique plus bas que la silice pure. Des contraintes thermiques aux interfaces contaminées peuvent donc être générées.

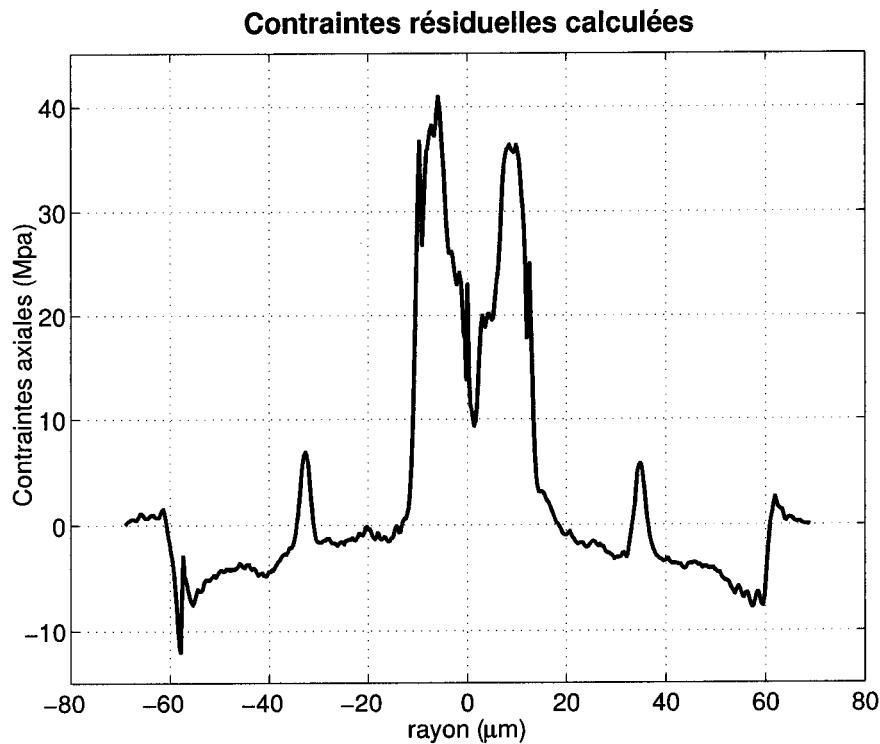


Figure 3.4 : Contraintes axiales calculées pour la fibre photosensible de CoractiveTM. Les pics visibles à $\pm 30 \mu\text{m}$ sont associés à une contamination par l'eau lors du procédé de fabrication.

La figure 3.5 donne le retard de phase pour une fibre de télécommunication standard, la SMF-28TM de Corning. La figure 3.6 illustre les contraintes axiales calculées à partir de ce profil. Nous considérons que présentement, cette mesure se situe près de la limite de résolution de notre système. Le profil de contrainte de la SMF-28TM est radicalement différent des autres fibres présentées jusqu'ici. Premièrement les contraintes sont beaucoup plus faible. Deuxièmement, le coeur est en compression et la gaine légèrement sous tension. Nous attribuons ces différences au procédé de fabrication de cette fibre. La majorité des préformes des fibres sont habituellement fabriquées par des dépositions de couches minces successives à l'intérieur d'un tube de verre («inside vapor deposition»). La SMF-28TM est plutôt produite à partir du centre vers l'extérieur («outside vapor deposition»). Ce procédé de fabrication plus rare est développé pour des fibres déployés à grand volume comme la SMF-28TM. CorningTM est à notre connaissance la seule compagnie qui réalise ce type de fibre. Ce procédé semble générer vraiment peu de contraintes. C'est peut-être un des facteurs qui fait que cette fibre est commercialement l'une des meilleures au niveau des pertes en dB/Km.

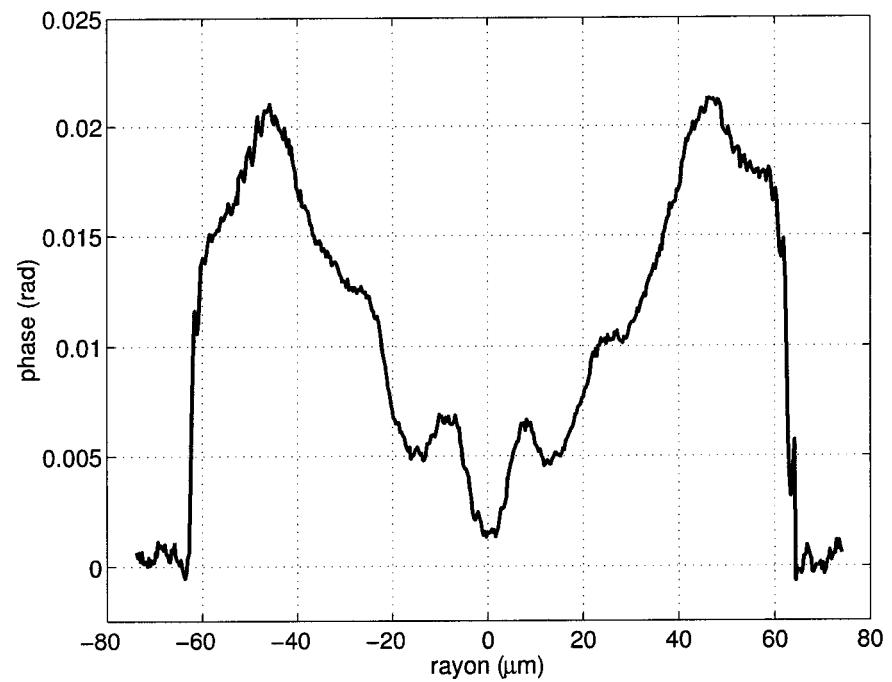


Figure 3.5 : Retard de phase mesuré pour la fibre SMF-28TM de Corning. Cette mesure illustre le très faible retard de phase présent dans cette fibre.

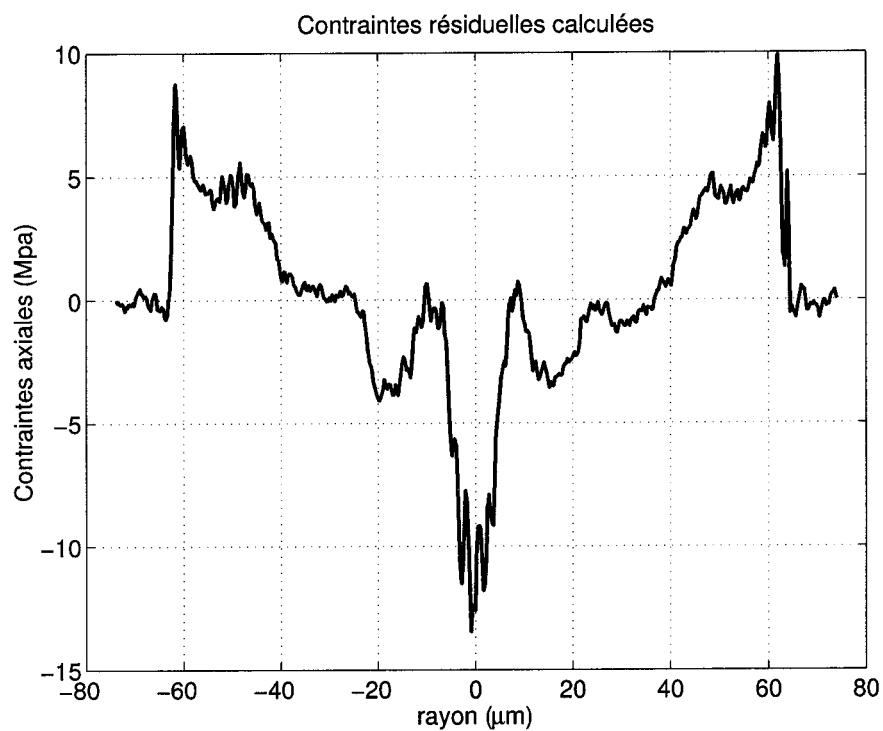


Figure 3.6 : Contraintes axiales calculées pour la fibre SMF-28TM de Corning. Le profil de contrainte très différents des autres fibres mesurées jusqu'ici est attribué au procédé de fabrication particulier de la SMF-28TM. Le cœur est en compression et la gaine faiblement en tension.

Il est intéressant de constater que les fibres photosensibles que nous avons mesurés ont beaucoup plus de contraintes résiduelles qu'une fibre standard comme la SMF-28TM. La figure 3.7 présente sur une même échelle, les deux profils de fibres photosensibles en comparaison avec la SMF-28. Les fibres photosensibles sont probablement plus fortement dopées et les différences dans les coefficients de dilatation thermique sont donc plus importantes. Les contraintes thermiques devraient effectivement être plus grandes tel que discuté à la sous-section 1.2.2. Il y a aussi une différence au niveau des procédés de fabrication comme nous l'avons déjà mentionné. Cette figure permet de bien voir l'amélioration du bruit sur notre système de mesure entre la PS-1500 et les 2 autres fibres.

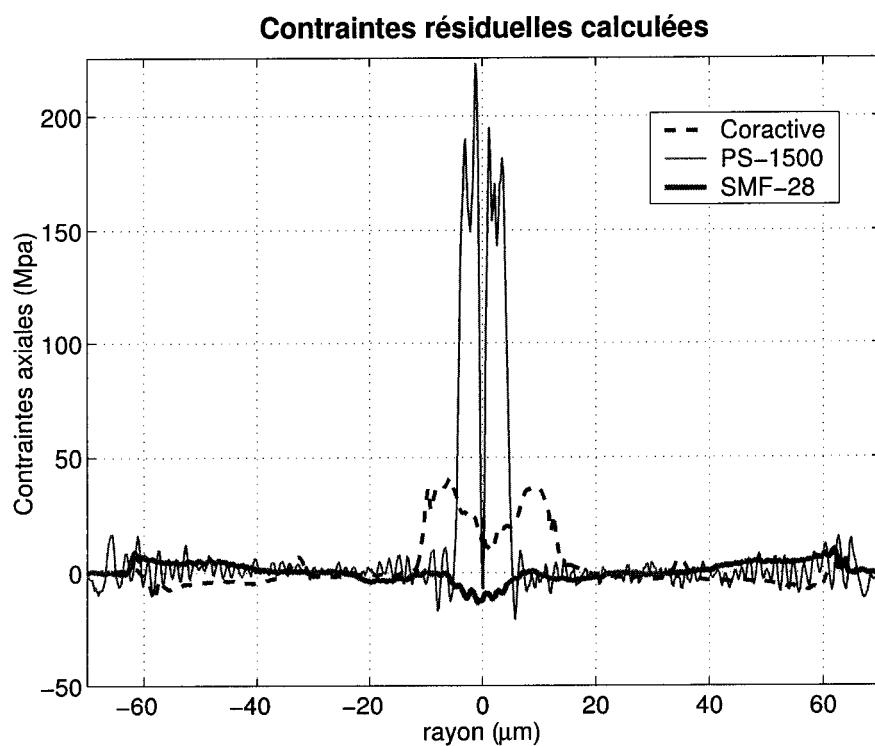


Figure 3.7 : Comparaison des contraintes axiales pour 2 fibres photosensibles et la SMF-28TM. Le procédé de fabrication différent et les dopants plus important pour les fibres photosensibles expliquent les différences entre les profils de contraintes. L'amélioration des mesures est aussi visible entre la PS-1500 et les 2 autres fibres.

3.2 Détermination du signe des contraintes

Pour déterminer si les contraintes mesurées sont en tension ou en compression, l'échantillon étudié est soumis à une contrainte axiale extérieure connue. La technique, pour appliquer une tension connue, a été expliquée à la sous-section 2.2.2.

Si une tension constante est appliquée à un échantillon de silice cylindrique initialement sans contrainte, le retard de phase mesuré doit être une fonction elliptique. L'équation 1.56 est simplement intégrée avec $\sigma_z(r)$ constant et la relation suivante est obtenue.

$$\varphi(r) = \frac{4\pi C \sigma_z}{\lambda} \sqrt{R^2 - r^2} \quad (3.1)$$

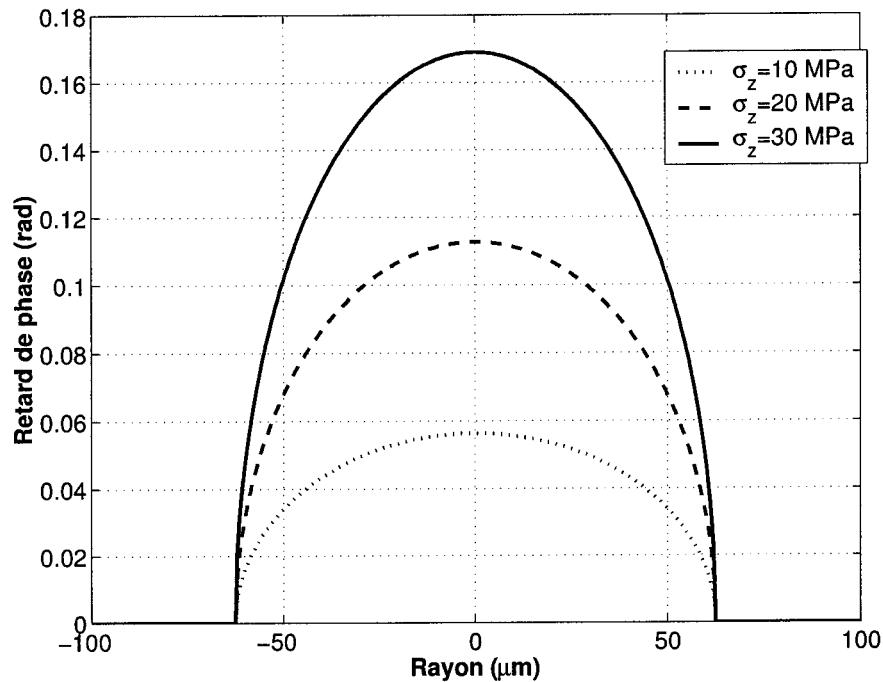


Figure 3.8 : Retards de phase simulés pour différentes contraintes qui sont constantes en fonction du rayon

La figure 3.8 illustre la simulation d'une mesure de retard de phase pour une contrainte axiale constante de 10, 20 et 30 MPa. Par superposition, si une tension résiduelle existe dans l'object mesuré, elle s'ajoutera à la tension appliquée alors qu'une compression résiduelle sera soustraite. Il est alors possible de déterminer le signe des contraintes résiduelles mesurées. Par exemple, la figure 3.9 illustre le retard mesuré sur la PS1500 avec une tensions appliqués de 21,2 MPa. Il est clair que les contraintes dans le cœur sont superposées à la tension appliquée et le cœur doit être sous tension. La figure 3.10 montre la reconstruction des contraintes pour cette mesure. Cette dernière figure illustre la contrainte axiale constante de 21,2 MPa.

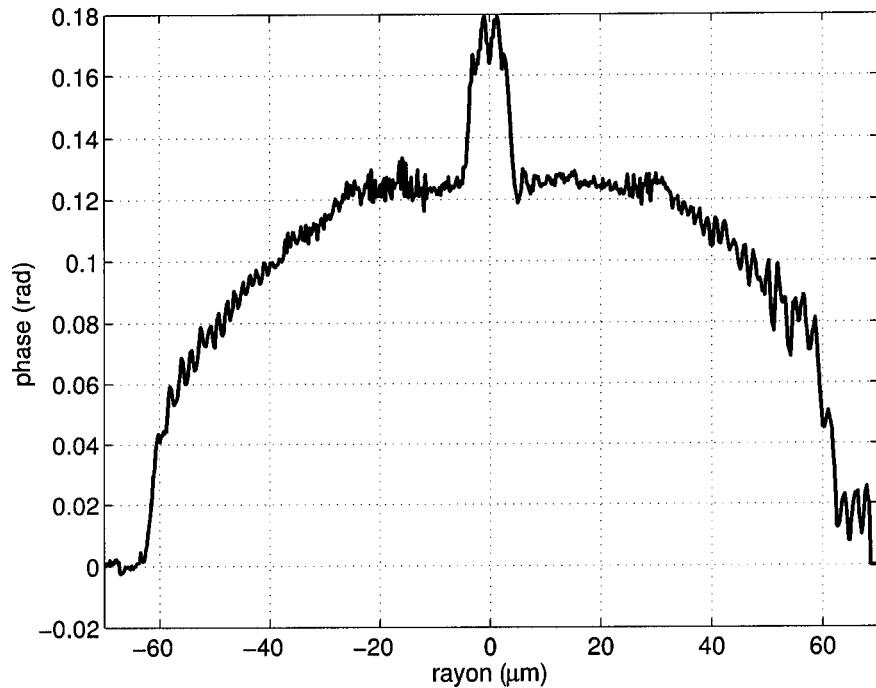


Figure 3.9 : Retard de phase pour la fibre PS1500 avec une tension de 21,2 Mpa appliquée. Le retard de phase dans le cœur se retrouve additionné à la phase ajoutée par la tension extérieure. Les contraintes résiduelles dans le cœur sont donc bien en tension.

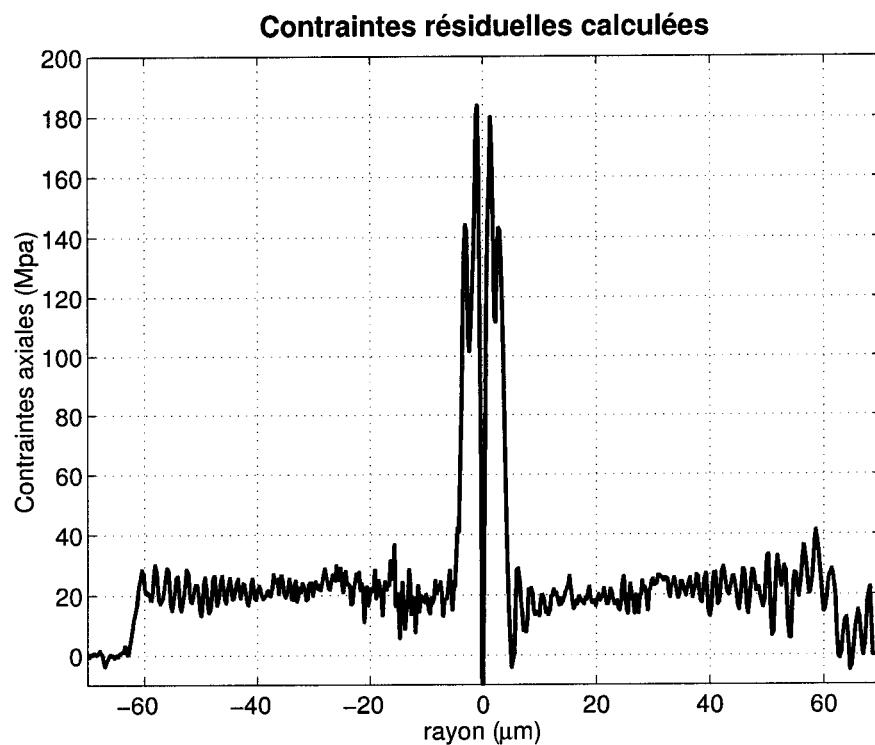


Figure 3.10 : Contrainte axiale calculée pour la fibre PS1500 avec une tension de 21,2 MPa appliquée. La contrainte constante de 21,2 MPa est bien visible sur la mesure.

3.2.1 Détermination du coefficient élasto-optique

Mesurer les échantillons sous des contraintes appliquées comme dans la sous-section précédente permet aussi de déterminer des valeurs expérimentales pour le coefficient photoélastique. À la limite, si le système avait une meilleure précision, il serait possible d'étudier la variation des coefficients photoélastiques en fonction des dopants et utiliser un coefficient variable $C(r)$ pour reconstruire encore plus précisément les contraintes axiales résiduelles.

Il suffit de mesurer un échantillon deux fois sous des tensions externes différentes et connues σ_{z1} et σ_{z2} . La soustraction de ces deux mesures est modélisée à partir de l'équation 1.56. Le résultat dépend uniquement du coefficient élasto-optique qui pourrait à la limite être variable en fonction du rayon.

$$\begin{aligned}\varphi_1(r) - \varphi_2(r) &= \frac{2\pi}{\lambda} \int_{-\sqrt{R^2-r^2}}^{\sqrt{R^2-r^2}} C(r)(\sigma_z(r, \theta) + \sigma_{z1}) dx - \frac{2\pi}{\lambda} \int_{-\sqrt{R^2-r^2}}^{\sqrt{R^2-r^2}} C(r)(\sigma_z(r, \theta) + \sigma_{z2}) dx \\ \varphi_1(r) - \varphi_2(r) &= \frac{2\pi}{\lambda} \int_{-\sqrt{R^2-r^2}}^{\sqrt{R^2-r^2}} C(r)(\sigma_{z1} - \sigma_{z2}) dx\end{aligned}\quad (3.2)$$

Il suffit ensuite d'utiliser la transformée d'Abel déjà présentée à la sous-section 1.3.1 du chapitre 1 pour obtenir $C(r)$.

$$C(r) = \frac{-\lambda}{2\pi^2(\sigma_{z1} - \sigma_{z2})} \int_r^R \left(\frac{d(\varphi_1(r) - \varphi_2(r))}{dr} \right) \frac{1}{\sqrt{t^2 - r^2}} dt \quad (3.3)$$

La figure 3.11 illustre le retard de phase mesuré sur une SMF-28 pour des tensions appliquées de 20 et 30 MPa. Le coefficient photoélastique calculé est affichée à la figure 3.12. La mesure est bruitée mais la valeur moyenne obtenue est tout de même proche de celle de la silice pure ($3,5 \times 10^{-6} \text{ MPa}^{-1}$) utilisée dans toute nos reconstructions. Le coefficient ne semble pas constant dans le cœur. Il est possible que cette variation soit causée par les dopants dans le cœur de la fibre qui modifient légèrement le coefficient

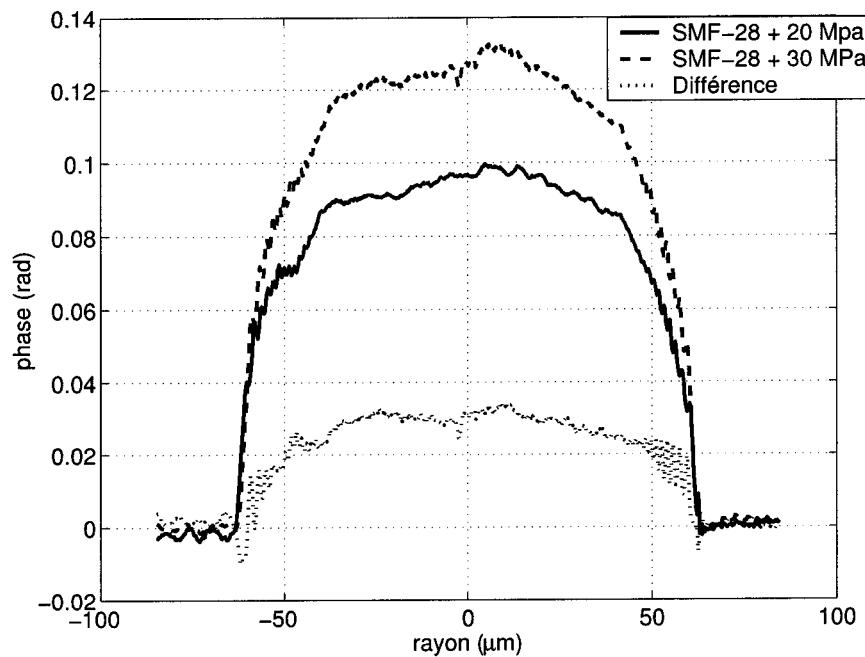


Figure 3.11 : Mesures du retard de phase d'une SMF-28 soumise à deux contraintes externes. La troisième courbe en pointillé représente la différence.

photoélastique. Il serait intéressant de refaire cette mesure avec la précision actuel du système.

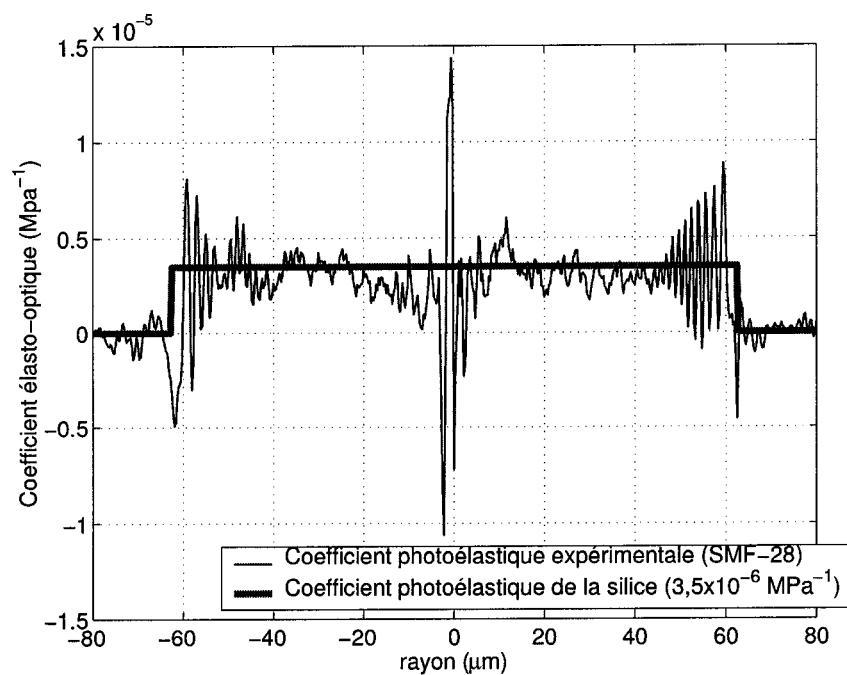


Figure 3.12 : Mesure du coefficient photoélastique $C(r)$ d'une SMF-28TM comparé à la valeur de référence de la silice volumique.

3.3 Composants tout-fibre

Dans la dernière section de ce chapitre, des résultats sont présentés pour démontrer les possibilités du système à mesurer les contraintes résiduelles dans des composants tout-fibre.

3.3.1 Fibres irradiées UV

Les réseaux de Bragg sont très répandus comme dispositifs tout-fibre. Une modification périodique de l'indice de réfraction le long de l'axe de propagation d'une fibre permet de réfléchir ou de coupler dans des modes supérieurs certaines longueurs d'ondes. Ce phénomène donne naissance à une foule de possibilités. Ces structures sont très souvent réalisées en illuminant les fibres avec des radiations ultra-violettes. Ces radiations modifient localement l'indice de réfraction des fibres. Les mécanismes de photosensibilité sont variés et assez complexes. Une partie de la variation d'indice pourrait être associée à la variation des contraintes résiduelles. Certains auteurs ont déjà mesuré cet effet.[Raine *et al.* 1999], [Fonjallaz *et al.* 1995]. Les résultats sont très dépendants du type de fibre utilisée, de la longueur d'onde d'irradiation et de la dose. Les deux articles cités utilisent des lasers pulsés.

L'expérience à donc été reprise sur la fibre PS-1500 dont le profil de contrainte a déjà été présenté à la figure 3.2. La fibre est simplement irradiée sur une section d'environ 3 mm avec une dose de 53 kJ/cm^2 en continu à 244 nm. Aucun changement de contraintes n'a été détecté.

D'autres expériences ont ensuite été tentées en collaboration avec l'Université Laval. Des échantillons de fibres ont été irradiés dans des conditions différentes. Les doses sont de 30 et 60 kJ/cm^2 à 255nm. Cette fois si le laser est pulsé ($0,0416 \text{ J/cm}^2$ par impulsion). Les résultats sont présentés aux figures 3.13 et 3.14. Malheureusement, les résultats ne sont pas très clairs. Il ne semble pas y avoir de modifications de contraintes mais les mesures dans les fibres irradiées sont systématiquement plus

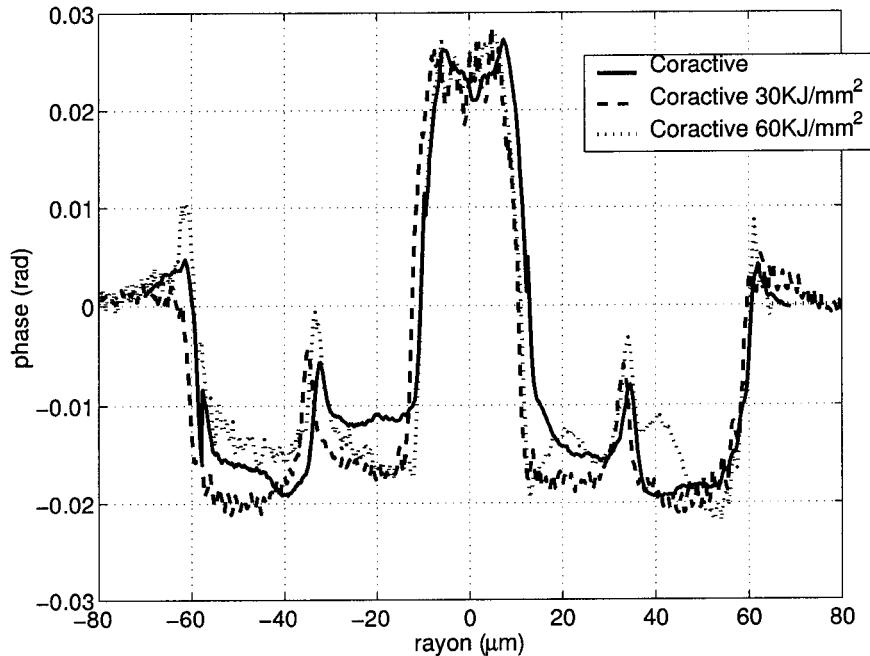


Figure 3.13 : Retards de phase mesurés dans des fibres CoractiveTM irradiées.

bruitées. Il est difficile, pour l'instant, d'attribuer ce bruit à l'échantillon uniquement. En comparaison avec les publications citées plus haut, les doses utilisées devraient engendrer des variations supérieures à 30 MPa dans le cœur des fibres. Notre système de mesure devrait facilement mesurer une telle variation puisque la précision sur les trois mesures est estimée à ± 2 MPa. Les références n'indiquent toutefois pas le type de fibre irradiée. Il serait très intéressant de poursuivre cette recherche dans le but de déterminer pourquoi nous ne mesurons pas d'effet significatif! Avec un peu de patience et de dextérité, la résolution de notre montage peut être augmenter à ± 1 MPa comme sur la reconstruction de la SMF-28TM déjà présentée.

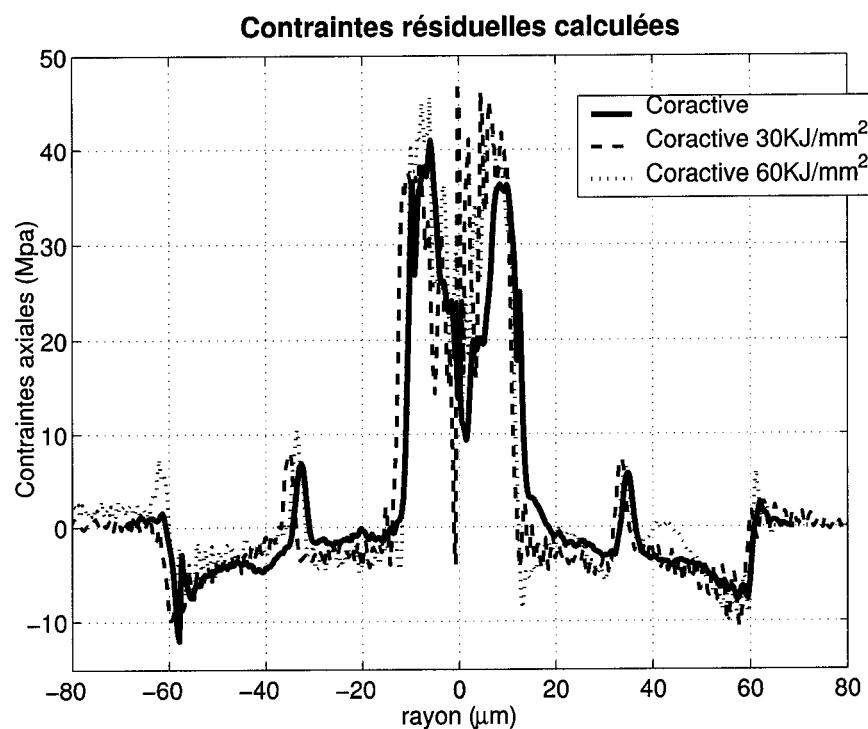


Figure 3.14 : Contraintes axiales calculées dans des fibres CoractiveTM irradiées. La précision de ces mesures est environ ± 2 MPa. La variation des contraintes par irradiation UV doit donc être inférieure à cette valeur.

3.3.2 Fibre chauffée à la flamme

Une autre expérience a été réalisée dans le but de modifier les contraintes internes d'une fibre. Une SMF-28 est chauffée à la flamme pendant 60 secondes. La température est estimée à 1250 °C. Les résultats sont présentés sur les deux prochaines figures (3.15 et 3.16).

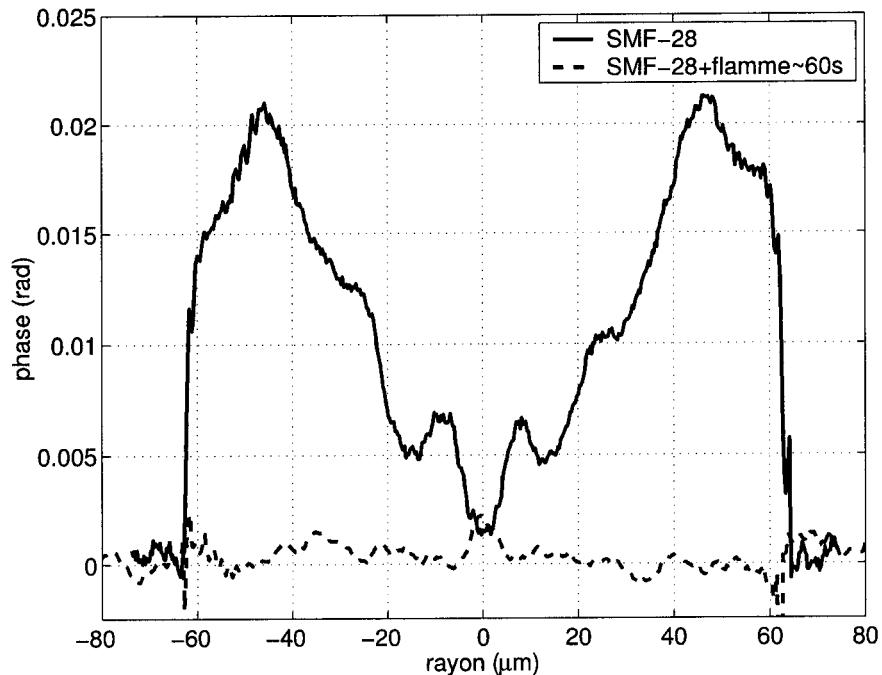


Figure 3.15 : Retard de phase pour une fibre SMF-28 avant et après chauffage à la flamme durant 60 secondes à une température de 1250 °C.

Ce résultat très intéressant semble montrer que les contraintes mécaniques sont relâchées pour ne laisser que les contraintes thermiques. Cette hypothèse est basée sur les résultats publiés par Park, [Kim *et al.* 2001] qui observe l'équivalent sur des fibres chauffées au laser CO₂. Le coeur d'une SMF-28 est légèrement dopé avec du germanium. Les coefficients de dilatation thermique du coeur et de la gaine devrait donc être légèrement différents. Si la fibre est chauffée au dessus de sa température

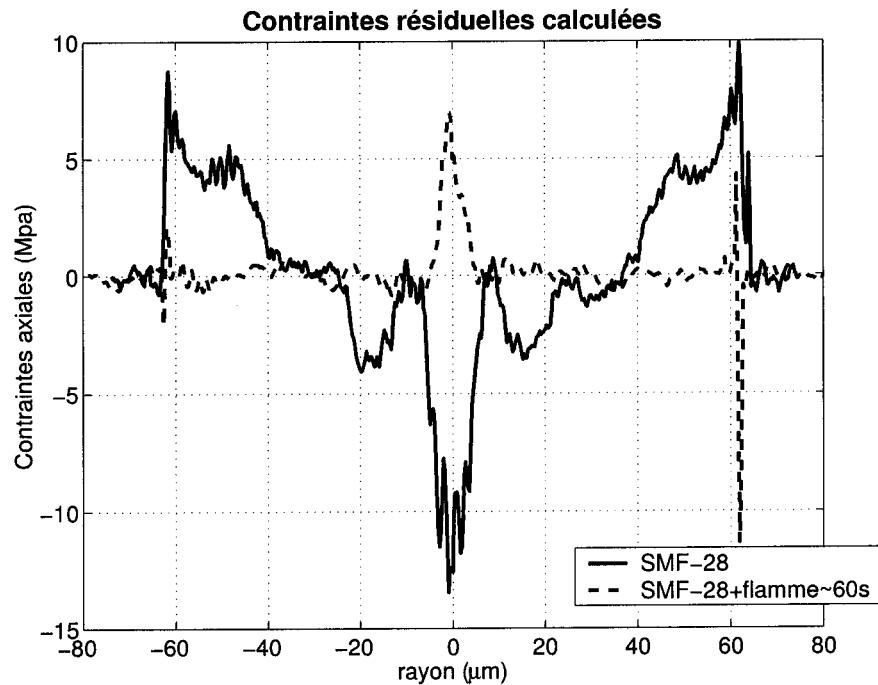


Figure 3.16 : Contraintes axiales pour une fibre SMF-28 avant et après chauffage à la flamme . Selon notre hypothèse, les contraintes mécaniques ont disparues. Les contraintes dans le coeur ont changées de signe.

de transition vitreuse, lors du refroidissement, si aucune tension mécanique n'est appliquée, seule les contraintes thermique devrait exister. C'est ce que semble bien montrer la figure 3.16. Les contraintes thermiques très faible de 5 MPa après chauffage semble bien correspondre au procédé de fabrication de la SMF-28TM et aussi à un faible dopage dans le cœur (Voir section 3.1).

3.3.3 Fibre à maintien de polarisation

Pour évaluer si le système développé est effectivement capable de donner des mesures de profils sous plusieurs angles et de permettre la reconstruction des contraintes axiales en deux dimensions, 36 projections d'une fibre qui maintient la polarisation ont été mesurés. Les fibres à maintien de polarisation sont construites avec une asymétrie d'indice dans leur section pour définir deux axes de propagation distincts qui minimisent le couplage entre les deux premiers modes guidés polarisés. Cette asymétrie d'indice peut être créée de plusieurs façons. Une technique connue est de créer des contraintes résiduelles asymétriques dans la fibre. La fibre PM13XX de CorningTM mesurée est construite de cette façon.

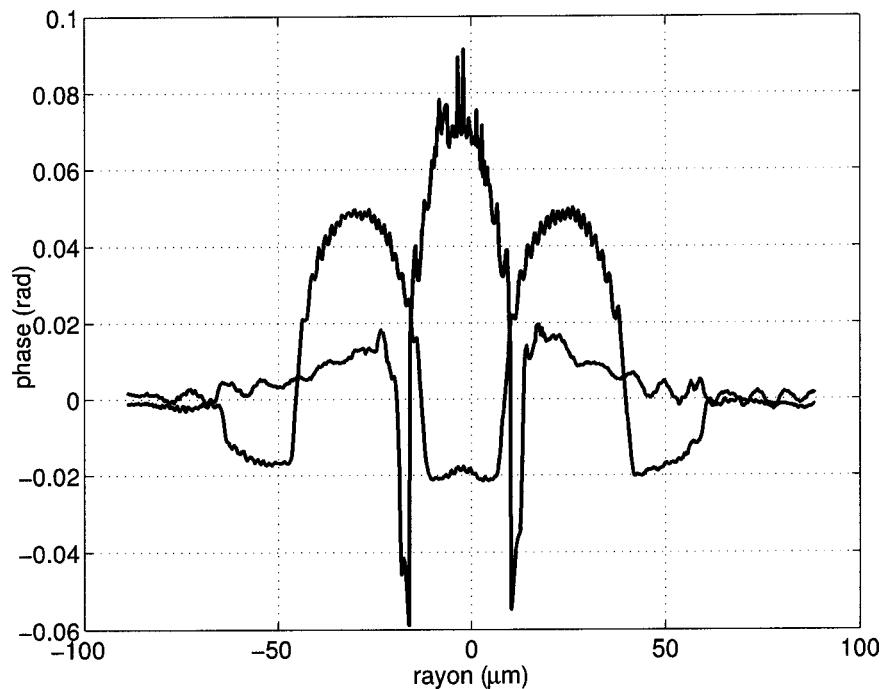


Figure 3.17 : Profils de retards de phases d'une fibre PM13XX sous différents angles de projections. Les profils ont été re-centrés par rapport au rayon extérieur de la fibre. Les 2 projections sur cette figure sont à 90° l'un de l'autre.

Avant d'effectuer la reconstruction, les 36 profils ont été recentrés en fonction de leur rayon extérieur. La figure 3.17 montre deux profils de retard de phase orthogonaux qui font partie des projections utilisées par l'algorithme de tomographie déjà expliqué à la sous-section 1.3.2. La figure 3.18 illustre la reconstruction des contraintes axiales $\sigma_z(x, y)$ obtenue à l'aide de cet algorithme. La figure 3.19 présente le même résultat sur un graphique en trois dimensions. Des contraintes axiales importantes se retrouvent bien de chaque côté du cœur de la fibre et donne l'image d'un panda! Ces fibres sont d'ailleurs souvent nommées ainsi. Les contraintes dans les deux yeux du panda sont évaluées à environs 30 MPa. Pour faire la comparaison, le profil d'indice de cette fibre mesurée par la méthode du champ proche réfracté est présenté à la figure 3.20. Le cœur de la fibre PM ne semble pas très bien reconstruit sur les figures 3.18 et 3.19. Le re-centrage des projections limite probablement la résolution dans le cœur. Il est difficile de faire tourner la fibre en conservant simultanément la mise au point de l'image et l'axe de la fibre immobile avec une précision de l'ordre du micron.

Le bruit en dehors de la fibre semble être de nature numérique et tout à fait comparable à ce que l'on retrouve sur la figure 1.11 pour la simulation d'une reconstruction à partir de 36 projections uniquement.

Ce résultat encourageant indique qu'il serait possible en théorie de retrouver les contraintes résiduelles dans des structures asymétriques comme dans des coupleurs fusionnés. Considérant les faibles contraintes dans la SMF-28 et l'effet de la flamme sur celles-ci, la précision du système devra être améliorée.

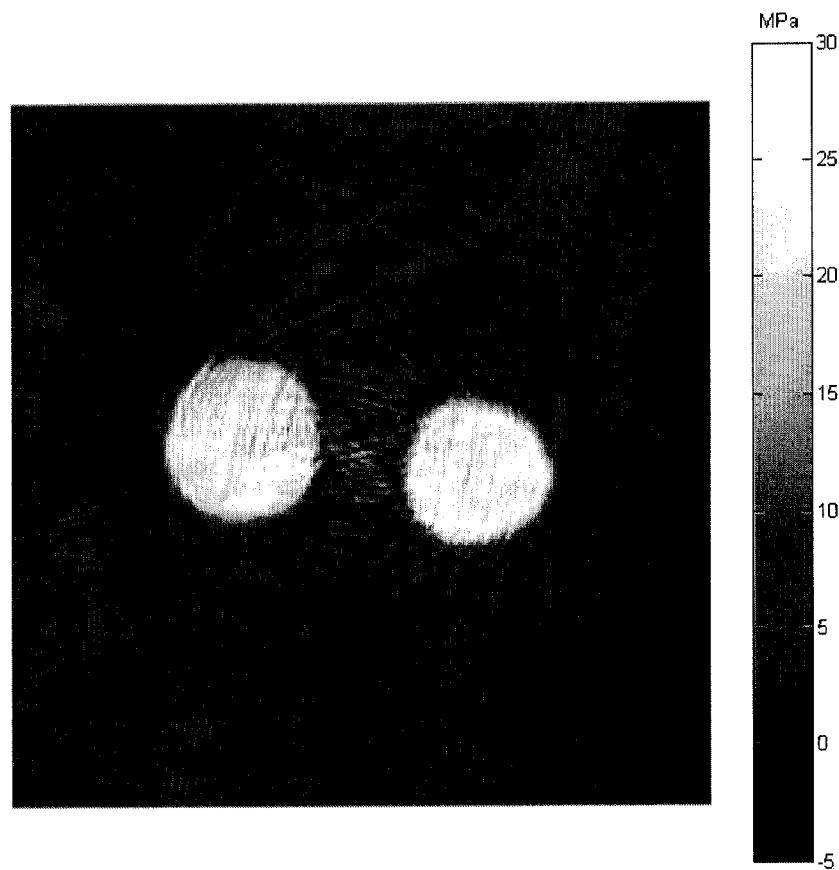


Figure 3.18 : Reconstruction des contraintes axiales d'une fibre PM13XX à partir de 36 projections et de l'algorithme de rétroprojections filtrés. Les contraintes sont évaluées à 30 MPa dans les yeux de la fibre.

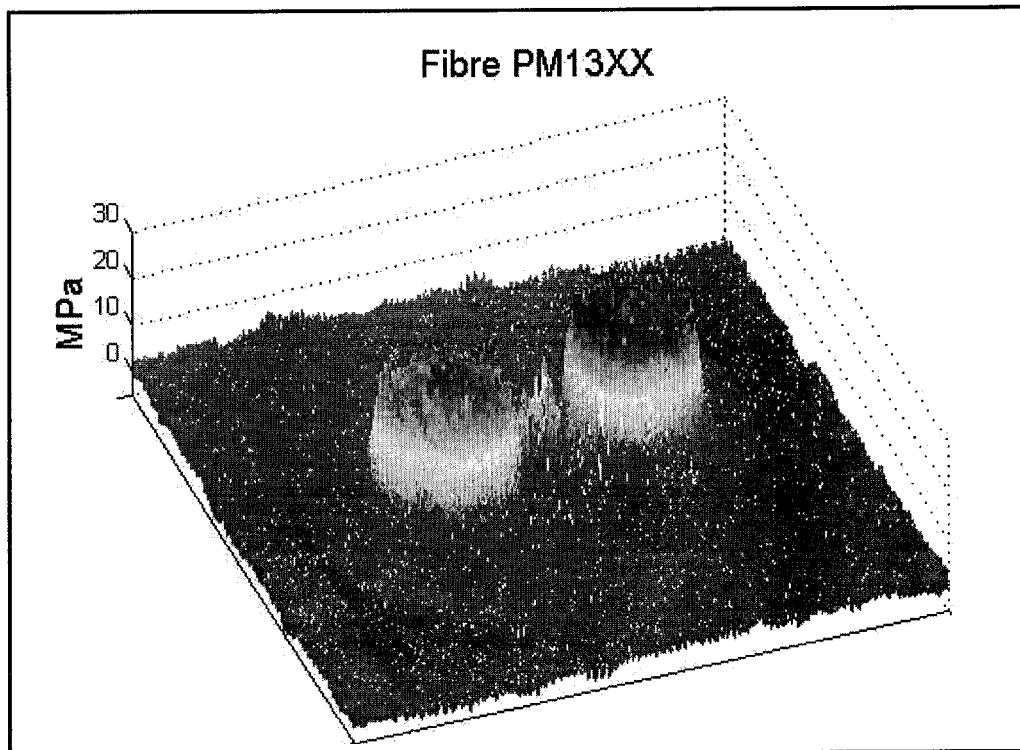


Figure 3.19 : Reconstruction des contraintes axiales d'une fibre PM13XX illustrée en 3D. Le coeur est visible sur cette figure.

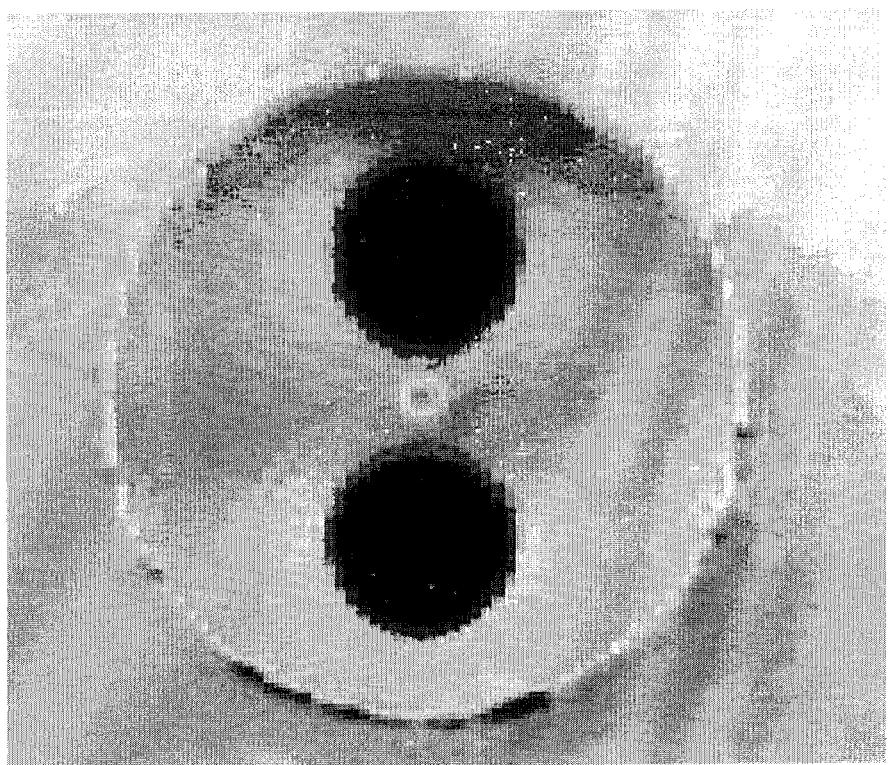


Figure 3.20 : Profil d'indice de la fibre PM13XX mesuré à l'École Polytechnique de Montréal par la méthode du champ proche réfracté.

Conclusion

En conclusion, le Laboratoire des fibres optiques de l'École Polytechnique de Montréal dispose maintenant d'un système de mesure non destructif des contraintes résiduelles dans les fibres et les composants tout-fibre. Le système est entièrement contrôlé par ordinateur. Les principes de mesure expliqués dans ce mémoire ont été démontrés expérimentalement sur quelques échantillons. Plusieurs autres cas d'intérêts pourraient maintenant être étudiés.

La mesure de la phase par compensation, à l'aide d'un modulateur et sans lame quart d'onde, nous apparaît nouvelle et supérieure à ce qui a été publié sur ce genre d'appareil, puisqu'aucune pièce mobile se retrouve dans le chemin optique lors d'une acquisition.

L'incertitude sur la phase est présentement évaluée à 5×10^{-4} rad. Cette incertitude permet la reconstruction d'un profil de contraintes avec une erreur inférieure à ± 1 MPa pour les fibres à symétrie circulaire. La résolution est de l'ordre du demi micron grâce à la caméra CCD. Pour les fibres asymétriques, la reconstruction tomographique réalisée avec seulement 36 projections est préliminaire mais très encourageante.

La diminution de la cohérence spatiale de la source, la stabilité du laser et la dimensions du faisceau sont les principaux points à régler pour continuer à améliorer la qualité des mesures et leur précision.

Dans le futur, il serait intéressant d'étudier la possibilité de mesurer directement les contraintes non axiales σ_r et σ_θ . La méthode d'incidence oblique est une av-

enue possible [Aben & Guillemet 1993]. La configuration du système actuel pourrait aussi potentiellement mesurer le profil d'indice de la fibre étudiée par microscopie quantitative de la phase («Quantitative optical phase microscopy»). [Roberts, Ampem-Lassen, A. Barty, Baxter, Dragomir *et al.* 2002], [Barty, Nugent, Paganin & Roberts 1998] Tout récemment, une compagnie asiatique a commercialisé un système de mesure de contraintes adapté aux fibres optiques (figure 3.21, [FOSES 2003]) L'étude des contraintes résiduelles et leur impact sur les fibres et les composants nous semblent être en demande de plus en plus dans les industries et les universités.

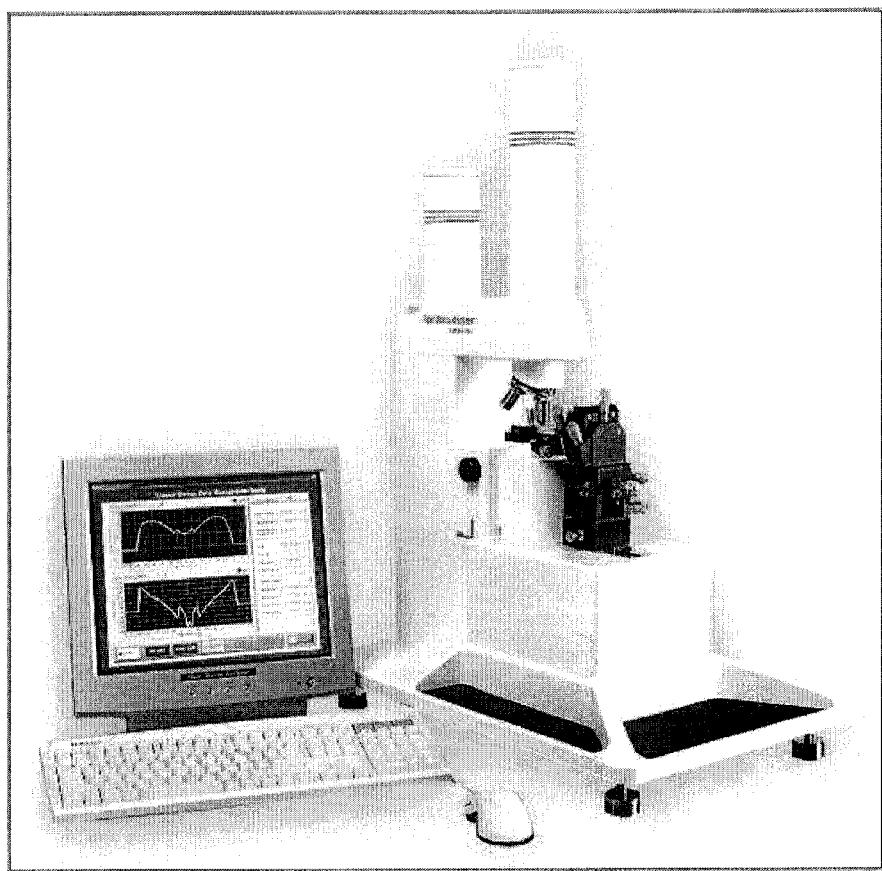


Figure 3.21 : Système de mesure commercialisé par FOSE en 2002

Bibliographie

- ABE, T., MITSUNAGA, Y. & KOGA, H. (1986). Photoelastic computer tomography: a novel measurement method for axial residual stress profile in optical fibers. *J. Opt. Soc. Am. A*, **3**(1), 133–138.
- ABEN, H. & GUILLEMET, C. (1993). *Photoelasticity of glass*. Springer-verlag éd., Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, London, Paris, Tokyo, Honk Kong, Barcelona, Budapest.
- ARFKEN, G.B. & WEBER, H.J. (1995). *Mathematical methods for physicists*. Fourth edition éd., Academic Press.
- BACHMANN, P.K., HERMANN, W. & H. WEHR, D.U. WIECHERT (1987). Stress in optical waveguide. 2: Fibers. *Applied Optics*, **26**(7), 1175–1182.
- BARTY, A., NUGENT, K.A., PAGANIN, D. & ROBERTS, A. (1998). Quatitative optical phase microscopy. *Optics Letters*, **23**(11), 817–819.
- BORN, M. & WOLF, E. (1998). *Principles of Optics*. sixth edition éd., Cambridge University Press.
- CHU, P.L. & WHITBREAD, T. (1982). Meausrement of stresses in optical fiber and preform. *Applied Optics*, **21**(23), 4241–4245.
- CHU, P.L. & WHITBREAD, T. (1984). Stress transformation due to fusion splicing inb optical fibre. *Electronics letters*, **20**(14), 599–600.

- DORLOT, J.-M., BAÏLON, J.-P. & MASSOUNAVE, J. (1986). *Des matériaux*. 2 éd., Éditions de l'École Polytechnique de Montréal, Canada.
- FONJALLAZ, P.Y., LIMBERGER, H.G., SALATHÉ, R.P., COCHET, F. & LEUENBERGER, B. (1995). Tension increase correlated to refractive-index change in fibers containing uv-written bragg gratings. *Optics letters*, **20**(11), 1346–1348.
- FOSES (2003). Fiber stress analyser. In Site de la compagnie Foses. [en ligne]. <http://www.fose.co.kr/index.html>.
- KAK, A.C. & SLANEY, M. (1988). *Principles of computerized tomographic imaging*. IEEE Press.
- KIM, B.H., PARK, Y., AHN, T.-J., KIM, D.Y., LEE, B.H. *et al.* (2001). Residual stress relaxation in the core of optical fiber by co2 laser irradiation. *Optics letters*, **26**(21), 1657–1659.
- KIM, B.H., PARK, Y., KIM, D.Y., PAEK, U.C. & HAN, W.-T. (2002). Observation and analysis of residual stress development resulting from oh impurity in optical fibers. *Optics letters*, **27**(10), 806–808.
- MALACARA, D. (1978). *Optical shop testing*. New york; toronto éd., Wiley.
- ORSINI, P. (2001). *Réalisation et caractérisation des réseaux à longs pas faits par décharge électrique*. Mémoire de maîtrise, École Polytechnique de Montréal.
- PARK, Y., OH, K., PAEK, U.C., KIM, D.Y. & KURKJIAN, C.R. (1999). Residual stresses in a doubly clad fiber with depresses inner cladding (dic). *Journal of lightwave technology*, **17**(10), 1823–1834.
- PARK, Y., PAEK, U.-C. & KIM, D.Y. (2002). Determination of stress-induced intrinsic birefringence in a single-mode fiber by measurement of the two dimensional stress profile. *Optics letters*, **27**(15), 1291–1293.

- PERRON, D. (2000). *Fabrication d'un réseau à long pas à l'aide d'un laser CO₂*. Mémoire de maîtrise, École Polytechnique de Montréal.
- PORITSKY, H. (1934). Analysis of thermal stresses in sealed cylinders and the effect of viscous flow during anneal. *Physics*, **5**, 406–411.
- PRESS, W.H., VETTERLING, W.T., TEUKOLSKY, S.A. & FLANNERY, B.P. (1997). *Numerical Recipes in C, The art of scientific computing*. second edition éd., Cambridge university press.
- PÉREZ, J.-P. (1996). *Optique Fondements et applications*. 5 éd., Masson.
- PURO, A.E. & KELL, K.-J.E. (1992). Complete determination of stress in fiber preforms of arbitrary cross section. *Journal of Lightwave technology*, **10**(8), 1010–1014.
- RAINE, K.W. (1998). *Advances in the measurement of optical fibre refractive index and axial stress profiles*. Thèse de doctorat, Kings College, University of London.
- RAINE, K.W., FECED, R., KANELLOPOULOS, S.E. & HANDEREK, V.A. (1999). Measurement of axial stress at high spatial resolution in ultraviolet-exposed fibers. *Applied Optics*, **38**(7), 1086–1095.
- RAINE, K.W. & PARKER, A.J. (1998). Measurement of two dimensional axial stress profiles of optical fibres with high spatial resolution. Dans NIST, éd., *Technical Digest - Symposium on Optical fiber measurements*, IEEE; Opt. Soc. America, Boulder, CO, USA, 57–60.
- ROBERTS, A., AMPEM-LASSEN, E., A. BARTY, K.A. NUGENT, BAXTER, G.W., DRAGOMIR, N. M. *et al.* (2002). Refractive-index profiling of optical fibers with axial symmetry by use of quantitative phase microscopy. *Optics Letters*, **27**(23), 2061–2063.

- SALEH, B.E.A. & TEICH, M.C. (1991). *Fundamentals of photonics*. John Wiley and Sons.
- SCHERER, G.W. (1979). Thermal stresses in a cylinder: Application to optical waveguide blanks. *Journal of Non-Crystalline Solids*, **34**, 223–238.
- SCHERER, G.W. (1986). *Relaxation in glass and composites*. John Wiley and Sons.
- SCHERER, G.W. & COOPER, A.R. (1980). Thermal stresses in clad-glass fibers. *Journal of the american ceramic society*, **63**(5-6), 346–347.
- SHIBATA, N., JINGUJI, K., KAWACHI, M. & EDAHIRO, T. (1979). Non-destructive structure measurement of optical fiber preforms with photoelastic effect. *Japanese Journal of Applied Physics*, **18**(7), 1267–1273.
- TIMOSHENKO, S.P. & GOODIER, J.N. (1970). *Theory of Elasticity*. McGraw-Hill.
- TREMBLAY, J. (2000). *Mesure du profil d'indice d'une fibre optique par la mesure de son profil de contraintes*. Projet de fin d'étude, École Polytechnique de Montréal.

Annexe A

Contraintes thermiques pour une fibre à deux couches

Les équations d'équilibre des contraintes en coordonnées cylindriques ont déjà été présentées au chapitre 1. Ces relations sont appliquées ici pour retrouver la distribution des contraintes thermiques dans une fibre à deux couches. Cette fibre a un coefficient de dilatation thermique α_{T1} dans le cœur et α_{T2} dans la gaine. Tout les symboles d'indice 1 et 2 font références au cœur et à la gaine de la fibre respectivement.

Les hypothèses de départ sont résumées ici.

- La fibre possède la symétrie circulaire
- Aucune force extérieure est appliquée.
- Les modules de Young et les coefficients de Poisson sont égaux dans le cœur et la gaine de la fibre.

$$E = E_1 = E_2$$

$$\nu_p = \nu_{p1} = \nu_{p2}$$

- Les coefficients de dilatation thermique α_{T1} et α_{T2} demeurent constants sur la

plage de température ΔT .

- Vu la taille des fibres, la température est considérée uniforme sur toute la section droite.

L'équation d'équilibre 1.33 doit être exprimée premièrement en fonction des déformations ε . Pour se faire, les relations 1.29 à 1.31 sont inversées pour exprimer les contraintes en fonction des déformations.

$$\sigma_r = \frac{E}{(1 + \nu_p)(1 - 2\nu_p)} [(1 - \nu_p)\varepsilon_r + \nu_p(\varepsilon_\theta + \varepsilon_z)] \quad (\text{A.1})$$

$$\sigma_\theta = \frac{E}{(1 + \nu_p)(1 - 2\nu_p)} [(1 - \nu_p)\varepsilon_\theta + \nu_p(\varepsilon_r + \varepsilon_z)] \quad (\text{A.2})$$

$$\sigma_z = \frac{E}{(1 + \nu_p)(1 - 2\nu_p)} [(1 - \nu_p)\varepsilon_z + \nu_p(\varepsilon_r + \varepsilon_\theta)] \quad (\text{A.3})$$

L'équation 1.33 devient:

$$(1 - \nu_p) \frac{\partial \varepsilon_r}{\partial r} + \nu_p \left(\frac{\partial \varepsilon_\theta}{\partial r} + \frac{\partial \varepsilon_z}{\partial r} \right) + \frac{(1 - 2\nu_p)(\varepsilon_r - \varepsilon_\theta)}{r} = 0 \quad (\text{A.4})$$

Les conditions limites doivent maintenant être définies.

- Premièrement, loin des extrémités de la fibre, selon l'axe de transmission, les déformations ε_{z1} dans le cœur et ε_{z2} dans la gaine sont constantes mais pas nécessairement identiques.

$$\varepsilon_{z1}(r) = C_1 \text{ pour } 0 \leq r \leq R_c \quad (\text{A.5})$$

$$\varepsilon_{z2}(r) = C_2 \text{ pour } R_c < r \leq R \quad (\text{A.6})$$

R_c et R représentent le rayon du cœur et le rayon extérieur de la fibre respectivement.

- Deuxièmement, la différence d'elongation entre les deux régions est fonction de

la différence entre les coefficients de dilatation thermique.

$$\varepsilon_{z1} - \varepsilon_{z2} = (\alpha_{T2} - \alpha_{T1})\Delta T = \Delta\alpha\Delta T \quad (\text{A.7})$$

- Troisièmement, à l'interface cœur-gaine, les contraintes radiales ne sont pas discontinues.

$$\sigma_{r1}(R_c) = \sigma_{r2}(R_c) \quad (\text{A.8})$$

- Quatrièmement, puisqu'il s'agit de contraintes résiduelles, l'intégrale des contraintes axiale sur la surface de la fibre doit être nulle.

$$\int_0^{R_c} \sigma_{z1}(r)r \, dr + \int_{R_c}^R \sigma_{z2}(r)r \, dr = 0 \quad (\text{A.9})$$

- Cinquièmement, les contraintes radiales sur la face extérieure de la fibre sont nulles.

$$\sigma_{r2}(R) = 0 \quad (\text{A.10})$$

- Sixièmement, la différence de déplacement radiale à l'interface cœur gaine sera aussi fonction de la différence de dilatation thermique entre les deux régions.

$$[u_{r1}(R_c) - u_{r2}(R_c)] = \Delta\alpha\Delta T R_c \quad (\text{A.11})$$

- Septièmement, les déplacements radiales en $r = 0$ sont nulles

$$u_{r1}(0) = 0 \quad (\text{A.12})$$

Les déformations $\varepsilon_z(r)$ étant constantes par morceaux, la dérivée de $\varepsilon_z(r)$ par rapport à r est toujours nulle. L'équation différentielle A.4 peut donc être exprimée en fonction des déplacements radiaux u_r , à partir des définitions de ε_r et ε_θ déjà données par les

équations 1.25. Pour un objet avec une symétrie cylindrique, $\varepsilon_\theta = \frac{u_r}{r}$.

$$(1 - \nu_p) \frac{d^2 u_r(r)}{dr^2} + \nu_p \frac{d}{dr} \left(\frac{u_r}{r} \right) + \frac{(1 - 2\nu_p)}{r} \left[\frac{du_r(r)}{dr} - \frac{u_r(r)}{r} \right] = 0 \quad (\text{A.13})$$

$$\frac{d^2 u_r(r)}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{du_r(r)}{dr} - \frac{u_r}{r^2} = 0 \quad (\text{A.14})$$

$$\frac{d}{dr} \left[\frac{1}{r} \frac{d(r u_r(r))}{dr} \right] = 0 \quad (\text{A.15})$$

Cette dernière équation différentielle est intégrable deux fois et $u_r(r)$ est obtenu.

$$u_r(r) = Ar + \frac{B}{r} \quad (\text{A.16})$$

Il est alors possible de retrouver les déformations $\varepsilon(r)$, $\varepsilon_\theta(r)$ et toutes les contraintes à l'aide des équations A.1 à A.3.

$$\varepsilon_r(r) = \frac{du_r(r)}{dr} = A - \frac{B}{r^2} \quad (\text{A.17})$$

$$\varepsilon_\theta(r) = \frac{u_r(r)}{r} = A + \frac{B}{r^2} \quad (\text{A.18})$$

$$\sigma_r = \frac{E}{(1 + \nu_p)(1 - 2\nu_p)} \left[A - (1 - 2\nu_p) \frac{B}{r^2} + \nu_p C \right] \quad (\text{A.19})$$

$$\sigma_\theta = \frac{E}{(1 + \nu_p)(1 - 2\nu_p)} \left[A + (1 - 2\nu_p) \frac{B}{r^2} + \nu_p C \right] \quad (\text{A.20})$$

$$\sigma_z = \frac{E}{(1 + \nu_p)(1 - 2\nu_p)} [2A\nu_p + (1 - \nu_p)C] \quad (\text{A.21})$$

À partir des conditions limites, nous devons trouver les valeurs des 6 constantes (A_1 , B_1 , C_1 et A_2 , B_2 , C_2) pour avoir les solutions complètes dans le cœur et la gaine de la fibre. Les constantes d'indice 1 font référence au cœur et les constantes d'indice 2 à la gaine de la fibre. Puisque $u_{r1}(0) = 0$, on voit tout de suite que B_1 doit être nulle. Les 5 conditions limites qui restent (voir équations A.7 à A.11) permettent d'écrire 5

équations linéairement indépendantes.

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & \frac{-1}{R_c^2} \\ \nu_p & -\nu_p & 1 & -1 & \frac{(1-2\nu_p)}{R^2} \\ 0 & \nu_p & 0 & 1 & \frac{-(1-2\nu_p)}{R^2} \\ (1-\nu_p)R_c^2 & (R^2-R_c^2)(1-\nu_p) & 2\nu_p R_c^2 & 2\nu_p(R^2-R_c^2) & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_1 \\ C_2 \\ A_1 \\ A_2 \\ B_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta\alpha\Delta T \\ \Delta\alpha\Delta T \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Les constantes sont tirées de la résolution de ce système d'équations.

$$\begin{aligned} A_1 &= \frac{\Delta\alpha\Delta T(R^2 - R_c^2)(1 - 3\nu_p)}{2R^2(1 - \nu_p)} \\ A_2 &= -\frac{\Delta\alpha\Delta T R_c^2(1 - 3\nu_p)}{2R^2(1 - \nu_p)} \\ B_1 &= 0 \\ B_2 &= -\frac{\Delta\alpha\Delta T R_c^2(1 + \nu_p)}{2(1 - \nu_p)} \\ C_1 &= \frac{\Delta\alpha\Delta T(R^2 - R_c^2)}{R^2} \\ C_2 &= -\frac{\Delta\alpha\Delta T R_c^2}{R^2} \\ \Delta\alpha &= \alpha_{T2} - \alpha_{T1} \end{aligned} \tag{A.22}$$

Finalement

$$\sigma_{r1}(r) = \sigma_{\theta1}(r) = \frac{E\Delta\alpha\Delta T(R^2 - R_c^2)}{2R^2(1 - \nu_p)} \tag{A.23}$$

$$\sigma_{z1}(r) = \frac{E\Delta\alpha\Delta T(R^2 - R_c^2)}{R^2(1 - \nu_p)} \tag{A.24}$$

$$\sigma_{r2}(r) = \frac{E\Delta\alpha\Delta T R_c^2(R^2 - r^2)}{2R^2r^2(1 - \nu_p)} \tag{A.25}$$

$$\sigma_{\theta2}(r) = -\frac{E\Delta\alpha\Delta T R_c^2(R^2 + r^2)}{2R^2r^2(1 - \nu_p)} \tag{A.26}$$

$$\sigma_{z2}(r) = -\frac{E\Delta\alpha\Delta T R_c^2}{R^2(1 - \nu_p)} \tag{A.27}$$

La figure A.1 illustre la forme des différentes contraintes en fonction du rayon pour une fibre à deux couches.

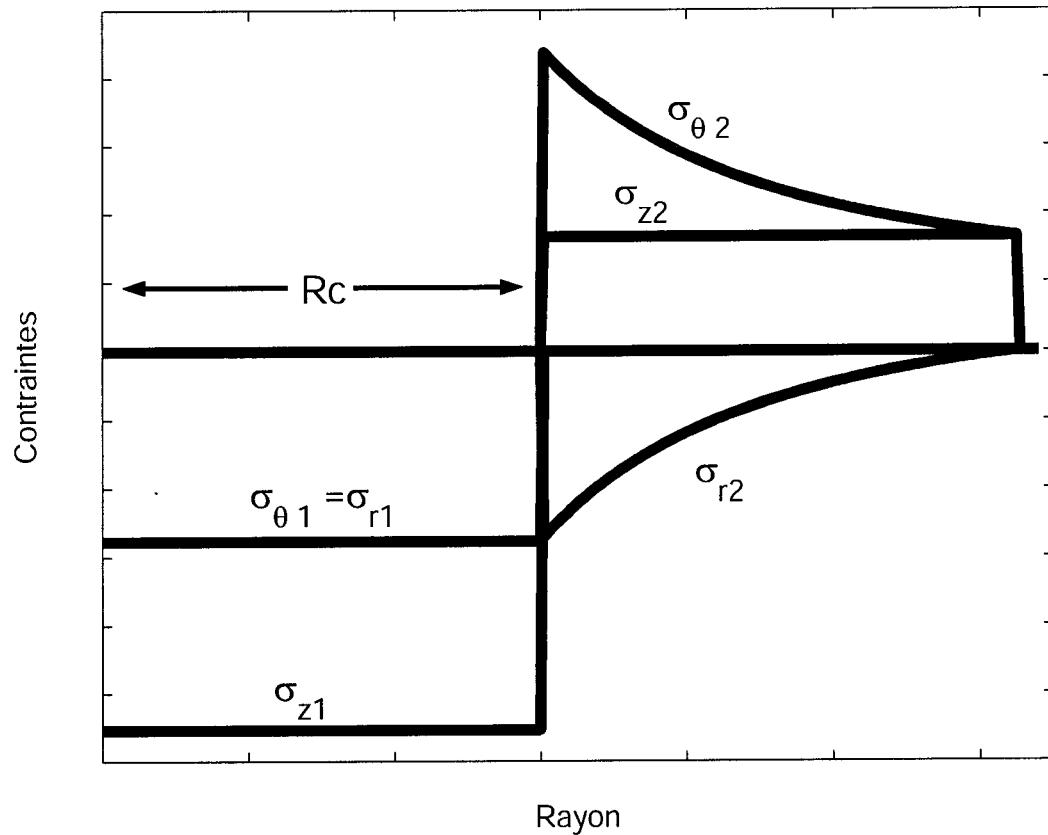


Figure A.1 : Forme des différentes contraintes thermiques $\sigma_z(r)$, $\sigma_r(r)$ et $\sigma_\theta(r)$ pour une fibre à deux couches. R_c représente le rayon de cœur. Les contraintes radiales et tangentielle sont égales dans le cœur. Sur ce graphique, $\alpha_{T1} < \alpha_{T2}$.

Annexe B

Matrices de Jones pour différents éléments optiques

Les éléments optiques et les vecteurs d'états de polarisation modélisés par des matrices de Jones [Saleh & Teich 1991] sont définis par rapport à un plan $y - z$. Cette convention permet de garder le même axe des z en coordonnées cartésiennes et cylindriques tout au long du mémoire. Nous considérons que la lumière se propage selon l'axe des x . La figure B.1 illustre cette convention.

Un vecteur de Jones à deux dimensions permet de représenter n'importe quel état de polarisation. La figure B.2 représente un état de polarisation quelconque défini par le vecteur de Jones de l'équation B.1.

$$\vec{E} = \begin{bmatrix} A_y e^{i\varphi_y} \\ A_z e^{i\varphi_z} \end{bmatrix} \quad (\text{B.1})$$

Habituellement, le vecteur à l'entrée du système est normalisé selon l'équation B.2 pour nous donner une intensité maximale unitaire.

$$\vec{E} \vec{E}^* = A_y^2 + A_z^2 = 1 \quad (\text{B.2})$$

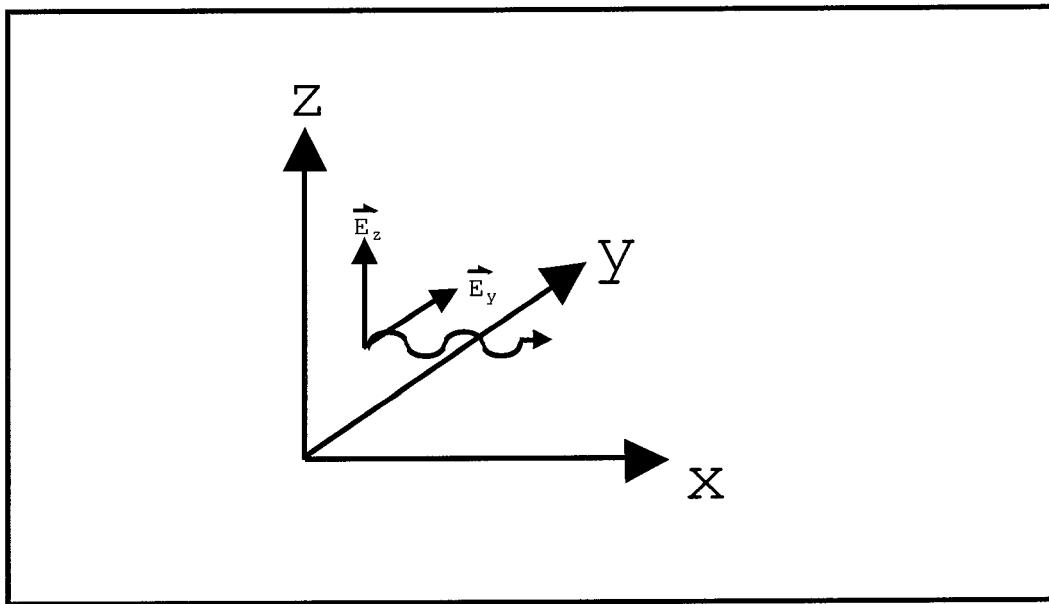


Figure B.1 : Axes de références pour les matrices de Jones et les vecteurs d'états de polarisations

Il est également possible de modéliser la rotation d'un élément optique ou d'un état de polarisation à l'aide de matrices de rotations présentées dans le tableau B.3. Par exemple, un état de polarisation quelconque \vec{E} défini dans un repère $y - z$ peut être représenté dans un repère $y' - z'$ par la relation suivante:

$$\vec{E}' = [R(\theta)] \vec{E} \quad (B.3)$$

Un élément optique $[T]$ défini dans un repère $y - z$ peut également être représenté dans un autre repère $y' - z'$ par la relation suivante:

$$[T'] = [R(\theta)] [T] [R(-\theta)] \quad (B.4)$$

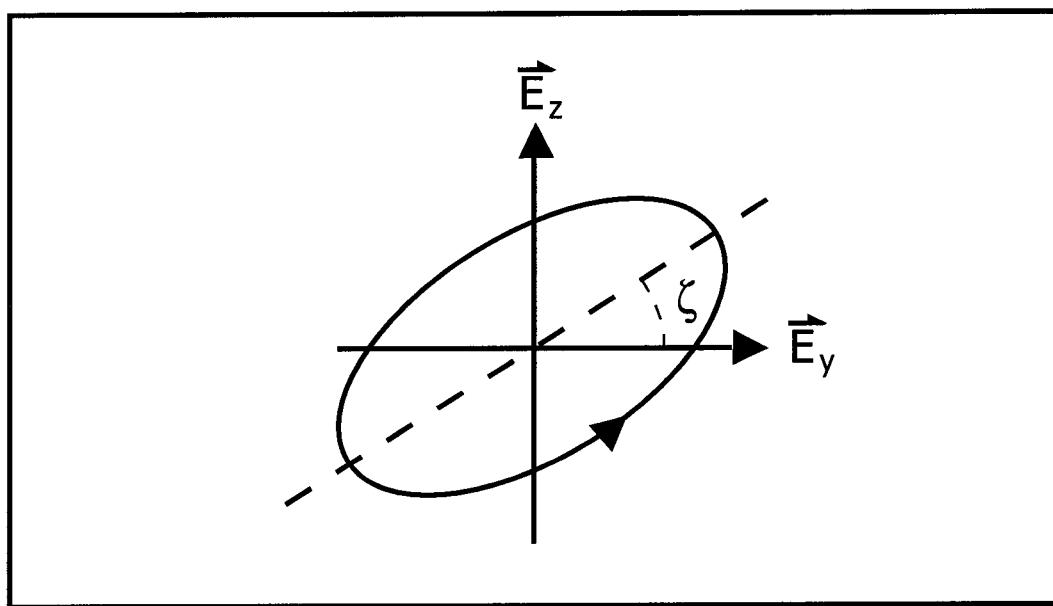


Figure B.2 : Représentation d'un état de polarisation arbitraire

Tableau B.1 : Matrices de Jones, éléments optiques

Éléments optiques	Matrices de Jones
Polariseur linéaire selon l'axe y	$[P_y] = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$
Lame demi-onde avec l'axe optique selon y	$[\lambda/2] = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & e^{-i\pi} \end{bmatrix}$
Lame quart-d'onde avec l'axe optique selon y	$[\lambda/4] = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & e^{-i\pi/2} \end{bmatrix}$
Lame retard quelconque Γ avec l'axe optique selon y	$[F(\Gamma)] = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & e^{-i\Gamma} \end{bmatrix}$
Polariseur linéaire avec un angle θ de l'axe y	$[P(\theta)] = \begin{bmatrix} \cos^2 \theta & \sin \theta \cos \theta \\ \sin \theta \cos \theta & \sin^2 \theta \end{bmatrix}$

Tableau B.2 : Vecteurs de Jones normalisés, états de polarisation

États de polarisation	Vecteurs de Jones
Polarisation linéaire selon l'axe y	$[E_y] = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$
Polarisation linéaire avec un angle θ de l'axe y	$[E(\theta)] = \begin{bmatrix} \cos(\theta) \\ \sin(\theta) \end{bmatrix}$
Polarisation circulaire droite	$[E_O] = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ i \end{bmatrix}$
Polarisation circulaire gauche	$[E_O] = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ -i \end{bmatrix}$

Tableau B.3 : Matrices de rotation

Matrices de rotation (système $y - z$ vers le système $y' - z'$)	$[R(\theta)] = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ -\sin(\theta) & \cos(\theta) \end{bmatrix}$
Matrices de rotation (système $y' - z'$ vers le système $y - z$)	$[R(-\theta)] = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{bmatrix}$

Annexe C

Calibration des mesures de tensions

Pour connaître précisément la tension appliquée aux fibres, une cellule de contrainte est reliée à une des extrémités de la fibre à l'aide d'une pince. Une vis micrométrique permet de déplacer la pince et d'appliquer la même tension à la cellule de charge et la fibre simultanément. Une calibration appropriée de la cellule permet de connaître en tout temps la tension sur la fibre.

Un réseau de Bragg inscrit dans une fibre est tout indiqué pour calibrer la cellule de charge. Sa réponse spectrale est sensible à la tension et le réseau peut être placé au même endroit que les fibres à mesurer. Pour nos besoins, un réseau qui réfléchit une étroite bande spectrale permet de suivre précisément un pic de réflexion qui se déplace sur un analyseur de spectre optique lorsqu'une tension est appliquée au dispositif. Avant de calibrer la cellule de charge, nous devons préalablement connaître la dépendance en longueur d'onde du réseau sous contrainte. La figure C.1 montre la réponse spectrale en réflexion du réseau de Bragg avec et sans une masse de 50 grammes suspendue. La figure C.2 illustre comment la mesure est réalisée. La dépendance en tension obtenue est de 12.8 pm par gramme-force. Puisque les fibres mesurées ont toujours 125 μm de diamètre, la dépendance en tension est exprimée

avec des unités de pression (16,0 pm/MPa). À partir de ce résultat, le réseau est maintenant placé sur notre montage et la cellule de charge est calibrée en mégaPascal (MPa). L'afficheur donne en tout temps la tension appliquée en MPa.

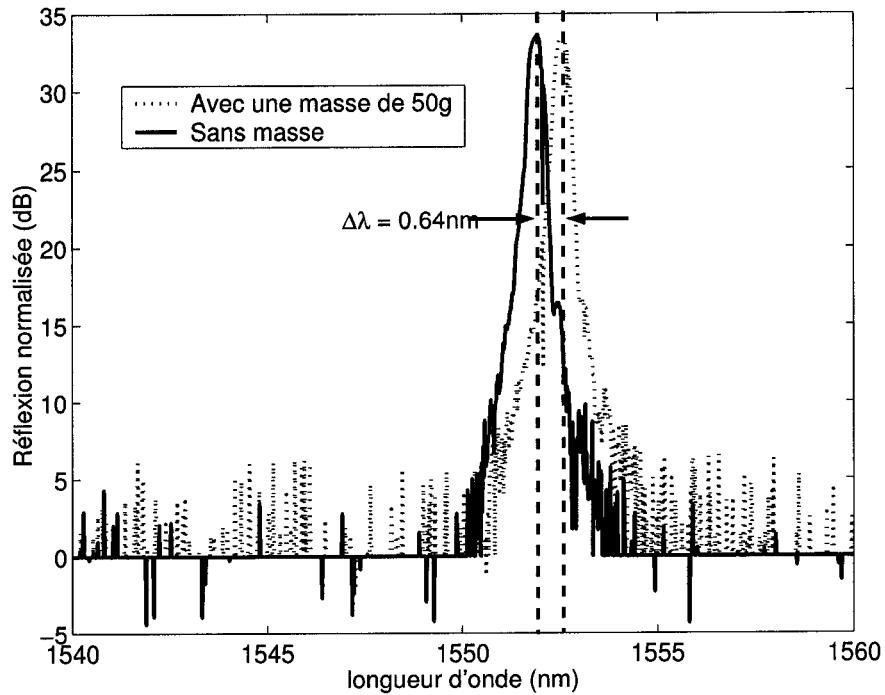


Figure C.1 : Spectre en réflexion du réseau de Bragg avec et sans la tension d'une masse de 50 grammes

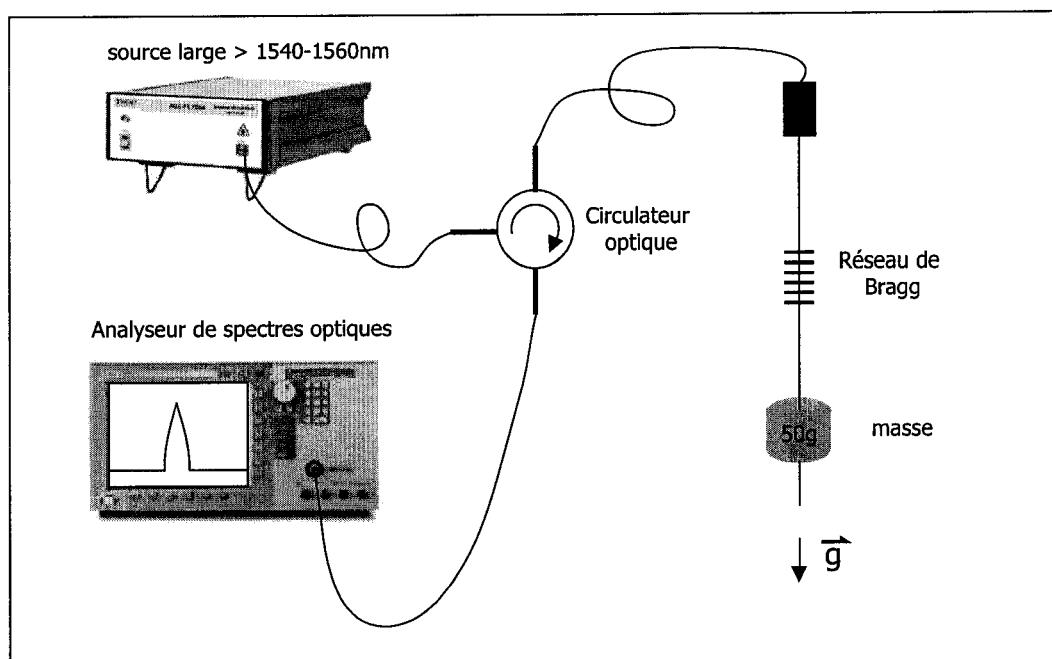


Figure C.2 : Montage utilisé pour connaître la dépendance en tension du réseau de Bragg

Annexe D

Linéarisation de la réponse d'une caméra CCD

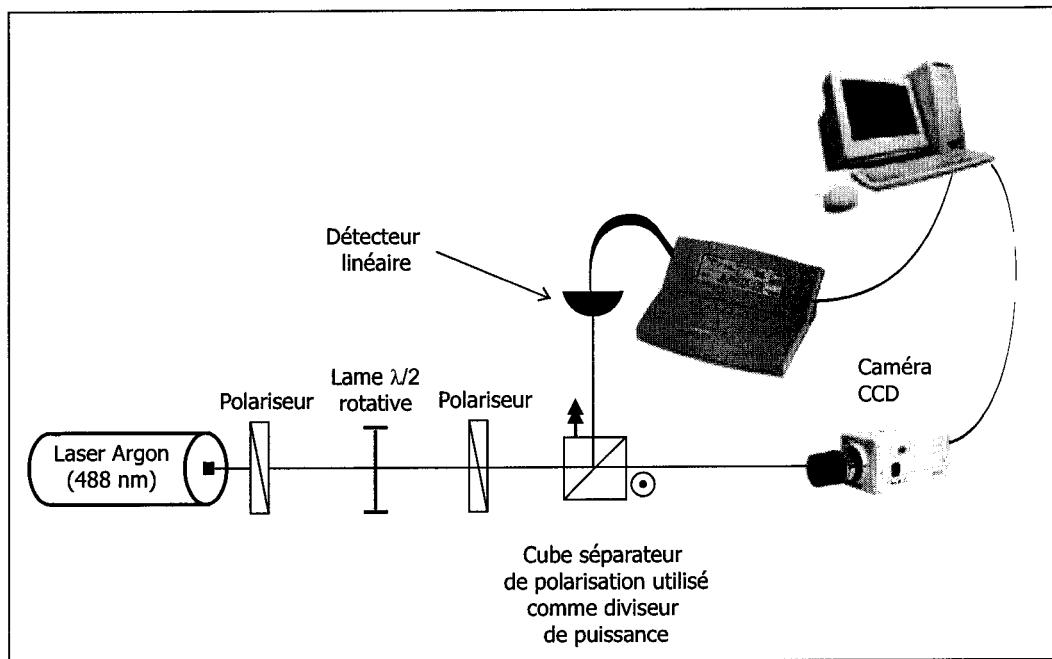


Figure D.1 : Montage pour mesurer la non-linéarité de la CCD

La réponse en intensité d'une caméra CCD est souvent non-linéaire. Le montage présenté à la figure D.1 permet justement de mesurer la non-linéarité de la caméra CCD utilisée comme détecteur dans les expériences présentées dans ce mémoire.

Le montage mesure simultanément l'intensité reçue par un détecteur supposé linéaire et notre CCD. Les mesures de variation de puissance sur toute la plage dynamique de la CCD comparées aux mesures du détecteur donnent une fonction de transfert qui permet de linéariser les données de la CCD.

Le laser est complètement polarisé par un premier polariseur. Par la suite une lame demi-onde rotative et un second polariseur permettent de faire varier la puissance du laser à volonté. Le deuxième polariseur est aligné pour que le cube polarisant, qui suit, divise toujours la puissance reçue en deux puissances égales. Le cube polarisant agit donc ici comme diviseur de puissance. À la sortie du cube polarisant, les deux faisceaux sont dirigés respectivement vers la CCD et vers le détecteur. Les puissances mesurées par les deux détecteurs sont enregistrées par ordinateur.

La figure D.2 présente les puissances mesurées pour différentes positions de la lame $\lambda/2$. Sur le détecteur linéaire, la réponse en cosinus carré confirme que la loi de Malus est respectée. La figure D.3 donne la fonction de transfert à utiliser pour linéariser la CCD. En pratique, un polynôme est lissé sur cette courbe expérimentale et devient la fonction appliquée à chaque pixel mesuré par la CCD.

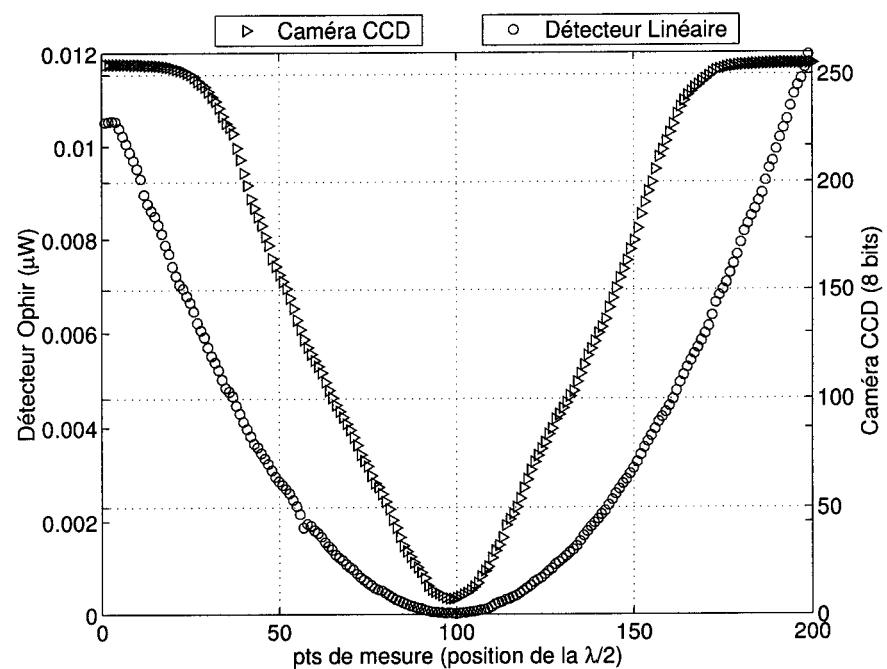


Figure D.2 : Réponse en intensité du détecteur linéaire et de la CCD

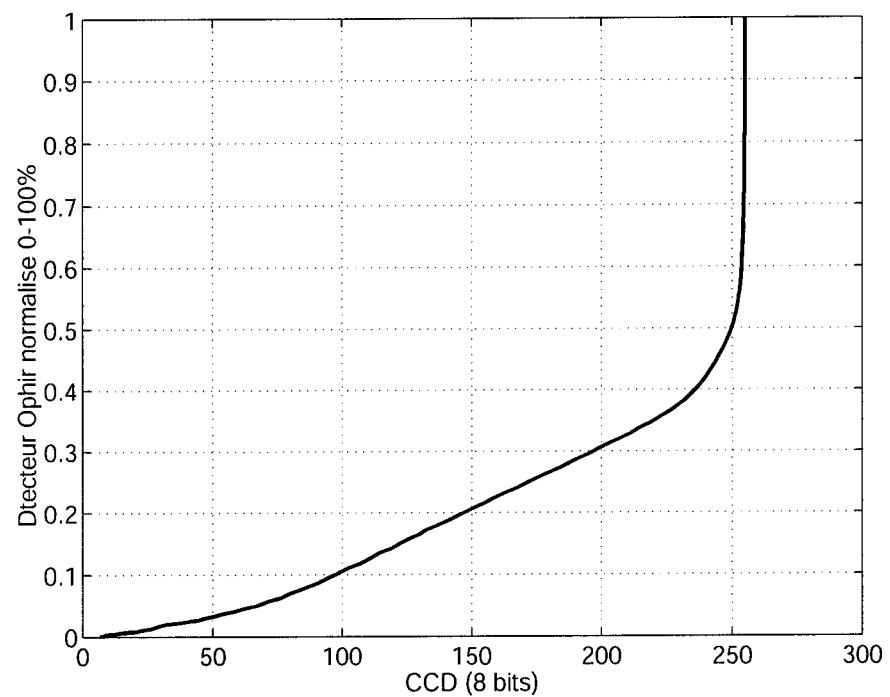


Figure D.3 : Fonction de transfert pour linéariser la caméra CCD

Annexe E

Transformée de Fourier analytique de la réponse temporelle

La transformée de Fourier analytique de la fonction de transfert du système de mesure décrit dans le chapitre 2 par l'équation 2.26 est obtenue après avoir utilisé le développement en série de Jacobi-Anger. Ce développement, présenté ci-dessous, permet de sortir de l'argument du premier sinus carré, le deuxième sinus avec l'argument qui varie dans le temps.

La fonction de transfert du système de mesure est:

$$I(t, \Omega_0, \nu_0, \varphi, t_0, I_0) = I_0 \sin^2 \left\{ \frac{\Omega_0 \sin[2\pi\nu_0(t+t_0)] + \varphi}{2} \right\} \quad (\text{E.1})$$

Développement de Jacobi-Anger: [Arfken & Weber 1995]

$$e^{i\Omega_0 \sin(2\pi\nu_0(t+t_0))} = \sum_{m=-\infty}^{\infty} J_m(\Omega_0) e^{2im\pi\nu_0(t+t_0)} \quad (\text{E.2})$$

À partir de cette série, l'équation E.1 devient:

$$\begin{aligned}
 I(t, \Omega_0, \nu_0, \varphi, t_0, I_0) &= I_0 \sin^2 \left\{ \frac{\Omega_0 \sin[2\pi\nu_0(t+t_0)] + \varphi}{2} \right\} \\
 &= \frac{I_0}{2} \{1 - \cos(\Omega_0 \sin[2\pi\nu_0(t+t_0)] + \varphi)\} \\
 &= \frac{I_0}{2} - \frac{I_0}{4} e^{i\varphi} \sum_{m=-\infty}^{\infty} J_m(\Omega_0) e^{2im\pi\nu_0(t+t_0)} \\
 &\quad - \frac{I_0}{4} e^{-i\varphi} \sum_{m=-\infty}^{\infty} J_m(-\Omega_0) e^{2im\pi\nu_0(t+t_0)} \tag{E.3}
 \end{aligned}$$

Les deux propriétés suivantes des fonctions de Bessel seront ensuite utilisées pour simplifier l'expression ci-dessus avant d'effectuer la transformée de Fourier analytique.

$$J_{-m}(\Omega_0) = (-1)^m J_m(\Omega_0) \tag{E.4}$$

$$J_m(-\Omega_0) = (-1)^m J_m(\Omega_0) \tag{E.5}$$

L'équation E.3 peut se simplifier:

$$\begin{aligned}
 I(\dots) &= \frac{I_0}{2} - \frac{I_0}{4} e^{i\varphi} \sum_{m=-\infty}^{\infty} J_m(\Omega_0) e^{2im\pi\nu_0(t+t_0)} - \frac{I_0}{4} e^{-i\varphi} \sum_{m=-\infty}^{\infty} J_m(-\Omega_0) e^{2im\pi\nu_0(t+t_0)} \\
 &= \frac{I_0}{2} - \frac{I_0}{4} e^{i\varphi} \left[J_0(\Omega_0) + \sum_{m=1}^{\infty} J_m(\Omega_0) e^{2im\pi\nu_0(t+t_0)} + (-1)^m J_m(\Omega_0) e^{2im\pi\nu_0(t+t_0)} \right] \\
 &\quad - \frac{I_0}{4} e^{-i\varphi} \left[J_0(\Omega_0) + \sum_{m=1}^{\infty} (-1)^m J_m(\Omega_0) e^{2im\pi\nu_0(t+t_0)} + J_m(\Omega_0) e^{-2im\pi\nu_0(t+t_0)} \right] \\
 &= \frac{I_0}{2} - \frac{I_0 \cos(\varphi) J_0(\Omega_0)}{2} \\
 &\quad - \frac{I_0}{2} \left[\sum_{m=1}^{\infty} J_m(\Omega_0) \cos[2\pi m \nu_0(t+t_0) + \varphi] + (-1)^m J_m(\Omega_0) \cos[2\pi m \nu_0(t+t_0) - \varphi] \right]
 \end{aligned}$$

Finalement, la transformée de Fourier est facilement obtenue:

$$\begin{aligned}
 \mathcal{F} \left(I_0 \sin^2 \left\{ \frac{\Omega_0 \sin[2\pi\nu_0(t+t_0)] + \varphi}{2} \right\} \right) &= \frac{I_0}{2} [1 - \cos(\varphi) J_0(\Omega_0)] \delta(\nu) \\
 &- \frac{I_0}{4} \sum_{m=1}^{\infty} J_m(\Omega_0) [\cos(2\pi\nu_0 m t_0 + \varphi) (\delta(\nu + m\nu_0) + \delta(\nu - m\nu_0)) \\
 &\quad - i \sin(2\pi\nu_0 m t_0 + \varphi) (\delta(\nu + m\nu_0) - \delta(\nu - m\nu_0))] \\
 &+ (-1)^m \cos(2\pi\nu_0 m t_0 - \varphi) (\delta(\nu + m\nu_0) + \delta(\nu - m\nu_0)) \\
 &- (-1)^m i \sin(2\pi\nu_0 m t_0 - \varphi) (\delta(\nu + m\nu_0) - \delta(\nu - m\nu_0))
 \end{aligned} \tag{E.6}$$

La partie réelle, imaginaire et l'amplitude sont données ci-dessous:

$$\begin{aligned}
 \Re(\mathcal{F}(I)) &= \frac{I_0}{2} [1 - \cos(\varphi) J_0(\Omega_0)] \delta(\nu) - \frac{I_0}{4} \sum_{m=1}^{\infty} J_m(\Omega_0) [\cos(2\pi\nu_0 m t_0 + \varphi) \\
 &+ (-1)^m \cos(2\pi\nu_0 m t_0 - \varphi)] [\delta(\nu + m\nu_0) + \delta(\nu - m\nu_0)]
 \end{aligned} \tag{E.7}$$

$$\begin{aligned}
 \Im(\mathcal{F}(I)) &= \frac{I_0}{4} \sum_{m=1}^{\infty} J_m(\Omega_0) [\sin(2\pi\nu_0 m t_0 + \varphi) \\
 &+ (-1)^m \sin(2\pi\nu_0 m t_0 - \varphi)] [\delta(\nu + m\nu_0) - \delta(\nu - m\nu_0)]
 \end{aligned} \tag{E.8}$$

$$\begin{aligned}
 \mathcal{A}(\mathcal{F}(I)) &= \frac{I_0}{2} [1 - \cos(\varphi) J_0(\Omega_0)] \delta(\nu) \\
 &+ \frac{I_0}{2\sqrt{2}} \sum_{m=1}^{\infty} J_m(\Omega_0) \sqrt{1 + (-1)^m \cos(2\varphi)} [\delta(\nu + m\nu_0) + \delta(\nu - m\nu_0)]
 \end{aligned} \tag{E.9}$$

∴