

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

SYNTHÈSE DE MANIPULATEURS PARALLÈLES ISOTROPES DE
TOPOLOGIE STAR PAR ALGORITHMES GÉNÉTIQUES

GHISLAIN BERNIER

DÉPARTEMENT DE GÉNIE MÉCANIQUE

ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

MÉMOIRE PRÉSENTÉ EN VUE DE L'OBTENTION
DU DIPLÔME DE MAÎTRISE ÈS SCIENCES APPLIQUÉES
(GÉNIE MÉCANIQUE)

MAI 2003



National Library
of Canada

Acquisitions and
Bibliographic Services

395 Wellington Street
Ottawa ON K1A 0N4
Canada

Bibliothèque nationale
du Canada

Acquisitions et
services bibliographiques

395, rue Wellington
Ottawa ON K1A 0N4
Canada

Your file Votre référence

Our file Notre référence

The author has granted a non-exclusive licence allowing the National Library of Canada to reproduce, loan, distribute or sell copies of this thesis in microform, paper or electronic formats.

The author retains ownership of the copyright in this thesis. Neither the thesis nor substantial extracts from it may be printed or otherwise reproduced without the author's permission.

L'auteur a accordé une licence non exclusive permettant à la Bibliothèque nationale du Canada de reproduire, prêter, distribuer ou vendre des copies de cette thèse sous la forme de microfiche/film, de reproduction sur papier ou sur format électronique.

L'auteur conserve la propriété du droit d'auteur qui protège cette thèse. Ni la thèse ni des extraits substantiels de celle-ci ne doivent être imprimés ou autrement reproduits sans son autorisation.

0-612-81538-2

Canada

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

Ce mémoire intitulé:

SYNTHÈSE DE MANIPULATEURS PARALLÈLES ISOTROPES DE
TOPOLOGIE STAR PAR ALGORITHMES GÉNÉTIQUES

présenté par: BERNIER Ghislain

en vue de l'obtention du diplôme de: Maîtrise ès sciences appliquées

a été dûment accepté par le jury d'examen constitué de:

M. AUBIN Carl-Éric, Ph.D., président

M. BARON Luc, Ph.D., membre et directeur de recherche

M. PARIS Henri, Ph.D., membre

REMERCIEMENTS

Je désire remercier mon directeur de recherche, Luc Baron, pour son aide précieuse sans laquelle cette recherche n'aurait pu être possible.

Je désire également remercier mes parents, Micheline et Claude, pour leur support tout au long de mes études.

RÉSUMÉ

Ce mémoire présente la synthèse géométrique de manipulateurs parallèles de topologie Star par algorithmes génétiques codés aux nombres réels. Il fait suite aux travaux présentés par Tremblay ^[1] et porte sur l'optimisation automatique d'un manipulateur parallèle à 3 degrés de liberté en translation. Les caractéristiques étudiées sont le volume de l'espace de travail et la dextérité. Le mémoire se divise principalement en trois objectifs.

Le premier objectif est de proposer un ensemble de paramètres géométriques nécessaires à la description d'un manipulateur. L'ensemble de ces paramètres doit permettre de décrire tous les manipulateurs de la famille topologique Star de façon unique et non redondante. Un ensemble de 18 paramètres est ainsi présenté. Le modèle cinématique inverse du manipulateur et ses matrices jacobienues parallèle et sérielle sont ensuite développées à partir de ces paramètres.

Le second objectif est de démontrer qu'une contrainte de design peut être utilisée pour réduire le nombre de paramètres. La contrainte utilisée est une condition d'isotropie des deux matrices jacobienues à la position initiale. Pour répondre à cette contrainte, trois conditions doivent être respectées. D'abord, les jambes doivent toutes être de même longueur. Ensuite, elles doivent être perpendiculaires

deux à deux. Finalement, les projections des jambes sur l'axe de leur vis respective doivent être de même longueur. Les équations permettant de calculer les paramètres afin de respecter ces conditions sont ensuite présentées. Ces équations permettent de réduire à 10 le nombre de paramètres réels nécessaire et introduisent 3 paramètres booléens. De plus, de ces 10 paramètres réels, seulement 4 sont présents dans la matrice jacobienne et ont un effet sur l'espace de travail et la dextérité. Finalement, un algorithme de moindres carrés servant à définir les 6 paramètres n'apparaissant pas dans la matrice jacobienne est présenté.

Le troisième objectif est de démontrer que les algorithmes génétiques codés aux nombres réels permettent l'optimisation automatique du design en fonction de caractéristiques choisies, soit le volume de l'espace de travail et la dextérité. La méthode des octrees utilisée pour le calcul du volume de travail est ensuite expliquée, ainsi que l'index de dextérité global utilisé comme fonction à optimiser par l'algorithme génétique. Puis, l'opérateur de croisement par simulation binaire utilisé par l'algorithme génétique est présenté. Finalement, les résultats obtenus par l'algorithme génétique démontre son aptitude à améliorer la géométrie des manipulateurs de topologie Star.

Les résultats sont finalement analysés à l'aide de l'interface graphique et des figures générées par le simulateur. Ces résultats montrent une grande amélioration des

caractéristiques étudiées.

ABSTRACT

This thesis presents the geometrical synthesis of parallel manipulators of Star-like topology with a real-coded genetic algorithm. It follows the work of Tremblay ^[1] and presents an automatic optimization of a 3 degrees of freedom translationnal parallel manipulator. The studied characteristics are the workspace volume and he dexterity. The thesis is divided in three objectives.

The first objective is to present the geometric parameters necessary to the description of a manipulator. A set of parameters must allow unique and non-redundant description of all manipulators of the Star topological class. A set of 18 such parameters is presented. The inverse kinematic model and the serial and parallel Jacobian matrices are then derived using these parameters.

The second objective is to introduce a design constrain to reduce the number of parameters. The constrain used is the isotropic condition of both Jacobian matrices at the initial position. To respect this constrain, three conditions must be respected. First, all legs must have the same length. Second, they must be perpendicular two by two. And third, the projection of the legs on their respective screw axis must have the same length. Equations allowing to compute parameters to respect those conditions are then presented. Those equations allow to reduce to 10

the necessary number of real parameters and they introduce 3 Boolean parameters. Moreover, from the 10 real parameters, only 4 are present in the Jacobian matrices and have an effect on the workspace and dexterity. Finally, a least mean square algorithm able to compute the 6 remaining parameters of the Jacobian matrices is presented.

The last objective is to show that real-coded genetic algorithm can be used for the automatic optimization of workspace volume and dexterity. The octree method used to compute the workspace volume is then explained, as well as the global dexterity index used as objective function in the genetic algorithm. The simulated binary crossover operator used by the genetic algorithm is presented. Finally, the results obtained from the genetic algorithm show that it is well suited to improve the geometry of parallel manipulators of Star topological class.

Results are finally analyzed with the graphical interface and plots are generated by a simulator. Those results show good improvement of the characteristics studied.

TABLE DES MATIÈRES

REMERCIEMENTS	iv
RÉSUMÉ	v
ABSTRACT	viii
TABLE DES MATIÈRES	x
LISTE DES FIGURES	xiii
LISTE DES NOTATIONS ET DES SYMBOLES	xvi
LISTE DES TABLEAUX	xviii
INTRODUCTION	1
CHAPITRE 1: CONTEXTE GÉNÉRAL	4
1.1 Structure topologique de la famille Star	12
CHAPITRE 2: PARAMÈTRES GÉOMÉTRIQUES	17
2.1 Structure géométrique	17
2.2 Paramétrisation	19
2.2.1 Proposition 1	20
2.2.2 Proposition 2	20

	xi
2.2.3 Proposition 3	20
2.2.4 Proposition 4	21
2.2.5 Proposition 5	22
2.2.6 Proposition 6	23
2.2.7 Proposition 7	23
2.3 Modélisation	24
2.3.1 Modèle géométrique inverse	24
2.3.2 Matrice jacobienne	27
2.3.3 Singularités	29
2.4 Conclusion	29
CHAPITRE 3: CONTRAINTES DE DESIGN	31
3.1 Isotropie	31
3.2 Paramétrisation isotropique	33
3.3 Autres paramètres	40
3.4 Procédure de design	42
3.4.1 Paramètres variables	43
3.4.2 Exemple numérique	44
3.5 Conclusion	49
CHAPITRE 4: ALGORITHMES GÉNÉTIQUES	52
4.1 Optimisation du volume de l'espace de travail	53

4.2	Optimisation de la dextérité	54
4.3	Algorithmes génétiques codés aux nombres réels	56
4.3.1	Opérateur de croisement par simulation binaire	57
4.4	Simulateur graphique	58
4.5	Résultats de l'optimisation	59
4.5.1	Résultats pour le volume de l'espace de travail	60
4.5.2	Résultats pour la dextérité	62
4.6	Analyse des résultats	64
4.7	Discussion	66
CONCLUSION		75
RÉFÉRENCES		78

LISTE DES FIGURES

Figure 1.1	Couples cinématiques inférieurs et symboles ^[1]	5
Figure 1.2	Couple cinématique Π	6
Figure 1.3	Oeil agile ^[12]	7
Figure 1.4	Manipulateur à 3-DDL dans le plan ^[15]	8
Figure 1.5	Manipulateur de topologie 3-PRS ^[17]	9
Figure 1.6	Topologie d'une jambe de l'Orthoglide ^[18]	10
Figure 1.7	Orthoglide à sa position isotrope ^[18]	11
Figure 1.8	Jambe balancée dans l'espace ^[23]	12
Figure 1.9	Manipulateur à matrice jacobienne constante et isotrope ^[25]	13
Figure 1.10	Manipulateur parallèle cartésien ^[26]	14
Figure 1.11	Manipulateur Y star	15
Figure 1.12	Identification des membrures et des couples cinématiques du manipulateur Y Star.	15
Figure 1.13	Simplification d'une jambe de topologie Star	16
Figure 1.14	Topologie complète d'une jambe de la famille Star	16
Figure 2.1	Manipulateur quelconque de la famille Star	17
Figure 2.2	Paramètres des vis	20
Figure 2.3	Paramètres des jambes	23

Figure 2.4	Boucle cinématique d'une jambe de manipulateur	25
Figure 3.1	Calcul de β_{max}	35
Figure 3.2	Manipulateur Y Star	41
Figure 3.3	$\beta = \pi/6$, $\alpha_2 = \pi/2$ et $\Delta = [0.1 \ 0.1 \ 0]$	43
Figure 3.4	$\beta = \pi/4$, $\alpha_2 = \pi/2$ et $\Delta = [0.1 \ 0.1 \ 0]$	44
Figure 3.5	$\beta = \pi/3$, $\alpha_2 = \pi/2$ et $\Delta = [0.1 \ 0.1 \ 0]$	45
Figure 3.6	$\beta = \pi/4$, $\alpha_2 = \pi/2$ et $\Delta = [0.1 \ -0.1 \ 0]$	46
Figure 3.7	$\beta = \pi/4$, $\alpha_2 = \pi/2$ et $\Delta = [-0.1 \ -0.1 \ 0]$	47
Figure 3.8	$\beta = \pi/4$, $\alpha_2 = \pi/2$ et $\Delta = [-0.1 \ 0.1 \ 0]$	48
Figure 3.9	$\beta = \pi/4$, $\alpha_2 = \pi/2$, $\gamma_1 = 5.0615$, $\gamma_3 = 5.0615$ et $z = 0$	49
Figure 3.10	$\beta = \pi/4$, $\alpha_2 = \pi/2$, $\gamma_1 = 5.0615$, $\gamma_3 = 5.0615$ et $z = 0,1$	50
Figure 3.11	$\beta = \pi/4$, $\alpha_2 = \pi/2$, $\gamma_1 = 5.0615$, $\gamma_3 = 5.0615$ et $z = -0.1$	50
Figure 3.12	Manipulateur isotrope	51
Figure 4.1	Y star obtenu avec le simulateur	55
Figure 4.2	Interface du simulateur graphique	59
Figure 4.3	Optimisation du volume	61
Figure 4.4	Position et orientation initiales	62
Figure 4.5	Position initiale selon une autre orientation	63
Figure 4.6	Autre position	64
Figure 4.7	Espace de travail cylindrique	65

Figure 4.8	Optimisation de la dextérité	66
Figure 4.9	Position et orientation initiales	67
Figure 4.10	Position initiale selon une autre orientation	68
Figure 4.11	Autre position	69
Figure 4.12	Conditionnement du Y-star selon $y = 0$	70
Figure 4.13	Conditionnement du Y-star selon $y = 0$	71
Figure 4.14	Conditionnement du test1 selon $y = 0$	71
Figure 4.15	Conditionnement du test1 selon $z = 0$	72
Figure 4.16	Conditionnement de l'expert1 selon $y = 0$	72
Figure 4.17	Conditionnement de l'expert1 selon $z = 0$	73
Figure 4.18	Conditionnement de l'expert2 selon $y = 0$	73
Figure 4.19	Conditionnement de l'expert2 selon $z = 0$	74
Figure 4.20	Interférence entre une vis et l'effecteur	74

LISTE DES NOTATIONS ET DES SYMBOLES

MS	: Manipulateur sériel
MP	: Manipulateur parallèle
DDL	: Degré de liberté
$\mathcal{A}, \mathcal{B}$	: Référentiel attaché aux corps A et B
A_i, B_i	: Points d'attache des jambes i sur les corps A et B
M_i	: Points d'attache des jambes i le long des vis i
$\mathbf{p}$	: Vecteur position de l'origine de $\mathcal{B}$ dans $\mathcal{A}$
$\mathbf{R}$	: Matrice de rotation 3×3 de $\mathcal{A}$ à $\mathcal{B}$
L_i	: Jambes du manipulateur
$\mathbf{a}_i$	: Vecteur position de A_i dans $\mathcal{A}$
$\mathbf{b}_i$	: Vecteur position de B_i dans $\mathcal{B}$
MCI	: Modèle cinématique inverse
$\mathbf{e}_i$	: Vecteur unitaire le long des vis i
$\mathbf{f}_i$	: Vecteur unitaire de M_i vers B_i dans $\mathcal{A}$
$\mathbf{m}_i$	: Vecteur position de B_i relativement à M_i dans $\mathcal{A}$ lorsque $\{q_i\}_1^3 = 0$
q_i	: Déplacement contrôlé et mesuré de M_i le long de $\mathbf{e}_i$
l_i	: Longueur des jambes, c'est-à-dire distance entre les points M_i et B_i
Δ	: Vecteur déplacement de l'effecteur

A	:	Matrice Jacobienne dite parallèle
B	:	Matrice Jacobienne dite sérielle
J	:	Matrice Jacobienne du manipulateur
μ	:	Index de dextérité globale
$\zeta(J)$	:	Conditionnement de la matrice jacobienne à une position donnée
AGCNR	:	Algorithme génétique codé aux nombres réels
XSB	:	Opérateur de croisement par simulation binaire
AGCNB	:	Algorithme génétique codé aux nombres binaires
$x_1^{2,t+1}, x_1^{1,t+1}$	:	Solutions enfants
$x_1^{2,t}, x_1^{1,t}$	:	Solution parents
β	:	Facteur de diffusion
$P(\beta)$	:	Fonction de distribution de probabilité
η	:	Index de distribution
u	:	Nombre aléatoire

LISTE DES TABLEAUX

Tableau 2.1	Paramètres géométriques	30
Tableau 3.1	Procédure de design	42

INTRODUCTION

Depuis toujours, l'homme cherche à améliorer ses conditions de travail. Cette recherche a amené, il y a plusieurs années, à l'introduction de manipulateurs dans l'industrie. Ces manipulateurs sont le plus souvent utilisés pour des tâches répétitives ou potentiellement dangereuses. La géométrie des manipulateurs que l'on rencontre dans l'industrie est le plus souvent calquée sur la morphologie du bras humain. Ces manipulateurs sont appelés manipulateurs sériels (MS) puisque leurs membrures et articulations ne forment qu'une seule chaîne au bout de laquelle on retrouve généralement l'outil nécessaire à l'accomplissement de la tâche.

Le design de tels manipulateurs est relativement simple et facile à modifier pour s'adapter à une application spécifique. Les MS ont cependant des désavantages. Ils sont peu précis puisque les imprécisions sont additives et que les erreurs au niveau des premières articulations sont amplifiées par les membrures suivantes. Les MS ont également une faible capacité de charge par rapport à leur poids. Le ratio charge utile/poids est habituellement beaucoup plus petit que l'unité. C'est pourquoi ces manipulateurs sont surtout utilisés pour des applications requérant une précision moyenne et déplaçant de faibles charges.

Ces limitations ont poussé le développement d'un autre type de manipulateurs : les

manipulateurs parallèles (MP). Ces manipulateurs sont formés de plusieurs chaînes reliant la base à l'effecteur, ce qui leur confère une structure beaucoup plus rigide et diminue de beaucoup l'amplification des erreurs. Un autre avantage des MP est que les moteurs nécessaires au déplacement des membrures peuvent rester fixes, ce qui réduit d'autant le poids à déplacer.

Le design et la modification des MP sont cependant beaucoup plus complexes. La modification de la longueur ou de l'orientation d'une seule membrure peut grandement modifier l'espace de travail et les autres caractéristiques du manipulateur. C'est pourquoi il est plus difficile de concevoir de tels manipulateurs. De plus, chaque manipulateur doit être adapté à son application à cause de leur espace de travail limité. Chaque nouvelle application nécessite un investissement de temps important pour modifier le modèle afin d'obtenir les caractéristiques recherchées. C'est pourquoi des outils spécialisés sont nécessaires pour aider à la conception des MP.

Ce mémoire fait suite aux travaux présentés par Tremblay ^[1] et porte sur un outil permettant l'optimisation d'un MP à 3 degrés de liberté (DDL) en translation. Cet outil modifie les paramètres géométriques du MP de façon automatique afin d'obtenir les caractéristiques désirées. Cet outil permet également de visualiser le manipulateur obtenu à l'aide d'un simulateur graphique utilisant une librairie

OpenGL.

Les manipulateurs à l'étude dans ce mémoire appartiennent à la famille du Y Star présenté par Hervé en 1992 ^[27]. Ce manipulateur offre 3 DDL en translation tout en gardant fixe l'orientation de l'effecteur et ceci par le déplacement de trois écrous sur des vis sans fin motorisées.

Ce mémoire comporte trois objectifs principaux. Le premier est de proposer un ensemble de paramètres géométriques permettant de définir géométriquement tous les manipulateurs de la famille Star de façon unique. Le second est de démontrer que l'application de la contrainte d'isotropie cinématique sur ces mêmes paramètres permet de définir les MP isotropes de la famille Star. Le dernier est de démontrer que les algorithmes génétiques codés aux nombres réels permettent l'optimisation automatique du design en fonction de caractéristiques choisies, telle que le volume de l'espace de travail et la dextérité ^[2]. Les résultats obtenus sont sous formes numériques et représentés à l'aide d'images générées par le simulateur graphique.

CHAPITRE 1

CONTEXTE GÉNÉRAL

En 1962, Gough et Whitehall ^[3] présentèrent un système à six vérins linéaires pour utiliser comme machine universelle pour tester des pneus. Trois ans plus tard, Stewart ^[4] reprit le mécanisme pour développer une plate-forme à six degrés de liberté pour l'utiliser comme simulateur de vol. Depuis ce temps, beaucoup de recherches ont été effectuées sur les manipulateurs parallèles. Certaines de ces recherches ont permis l'introduction de nouveaux manipulateurs parallèles. Un exemple est le manipulateur 6-PPS ^[5] permettant un plus grand ratio volume de travail/volume du manipulateur, tout en conservant un comportement semblable à la plate-forme de Stewart et un autre, un manipulateur à 6 DDL mais seulement trois jambes ^[6] ayant lui aussi un grand volume de travail et une bonne dextérité.

La première étape dans la conception d'un manipulateur est le choix de sa topologie, c'est-à-dire la structure de ces chaînes cinématiques ^[7]. Une chaîne cinématique est définie comme un système mécanique dans lequel les corps solides, aussi appelés membrures, sont liés par des couples cinématiques ^[1]. Les manipulateurs conçus avec la même chaîne cinématique et ayant les mêmes DDL pour l'effecteur sont dits appartenir à la même famille topologique. Il existe 6 couples cinématiques

inférieurs : hélicoïdal (H), rotoïde (R), prismatique (P), cylindrique (C), planaire (E) et sphérique (S), illustrés à la figure 1.1.

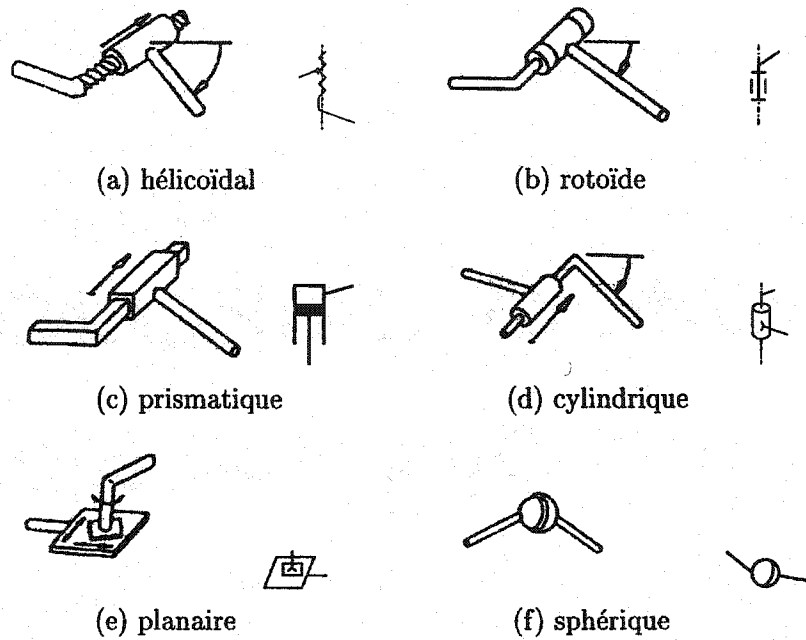
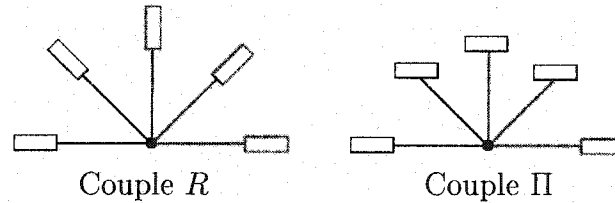


Figure 1.1: Couples cinématiques inférieurs et symboles ^[1]

Pour cette discussion, un couple cinématique souligné signifie qu'il est motorisé. De plus, une série de couples cinématiques surmontés d'une barre chacun signifie que les axes de ces couples sont parallèles. Il convient également de définir le couple cinématique Π ^[8]. Le couple Π est une représentation du mouvement de deux membrures opposées dans un mécanisme planaire à quatre membrures. La seconde membrure a donc un mouvement circulaire autour de la première membrure, tout en lui restant parallèle, comme le montre la figure 1.2.

Figure 1.2: Couple cinématique Π

Pour réduire le coût du manipulateur, il peut être intéressant d'utiliser une topologie offrant moins de 6 DDL pour diminuer le nombre d'actionneurs requis. Ainsi des topologies ont été développées pour obtenir 4 DDL, soit 2 translations et 2 rotations ^[9] ou 3 translations et 1 rotation ^[10]. Il existe également 4 types de manipulateurs possédant 3 DDL, soit 3 rotations pures, 3 DDL dans le plan, 1 translation combinée à 2 rotations et 3 translations. La littérature est riche de topologies proposées dans différents articles et conférences, le site Internet *parallelmic* ^[11] fait état de près de 140 brevets liés à des manipulateurs parallèles.

L'exemple probablement le plus connu des manipulateurs parallèles à 3-DDL en rotation est l'oeil agile ^[12], ^[13], ^[14] développé par le laboratoire de robotique de l'Université Laval. Ce manipulateur utilise une topologie 3-RRR. L'espace de travail de ce manipulateur forme un cône de 140 degrés et permet une torsion de ± 30 degrés. Un prototype est utilisé pour l'orientation d'une caméra de surveillance. La rigidité et la faible inertie du manipulateur permettent d'atteindre des vitesses

angulaires supérieures à 1000 degrés par seconde et des accélérations angulaires supérieures à 20 000 degrés par seconde carrée.

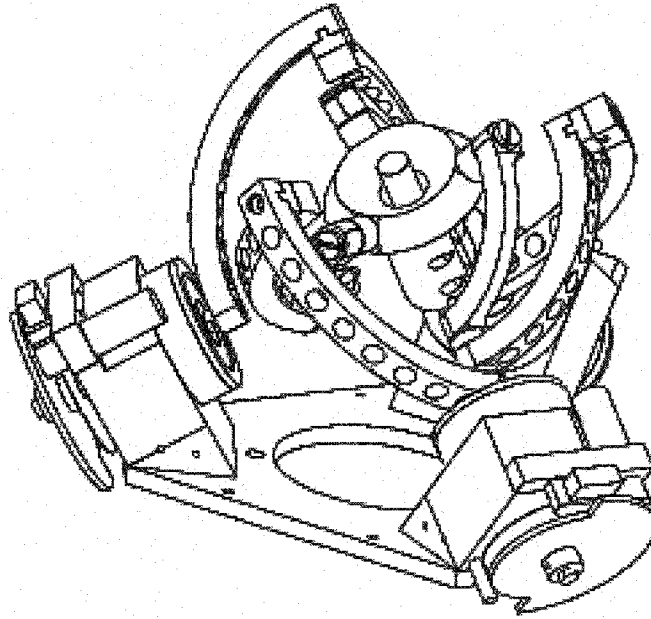


Figure 1.3: Oeil agile ^[12]

Un manipulateur de topologie 3-PRR ^[15] est un exemple de manipulateur à 3 DDL dans le plan. Puisque les unités du système de coordonnées de ces manipulateurs ne sont pas homogène, l'étude du conditionnement de leurs matrices jacobienne nécessitent l'utilisation du concept de longueur caractéristique ^[16] pour rendre ces dernières homogènes. Ceci permet de calculer par la suite la valeur des paramètres nécessaires à l'obtention d'un manipulateur isotrope. L'étude du conditionnement de la matrice jacobienne permet également le choix du meilleur mode de travail en fonction de la tâche à accomplir.

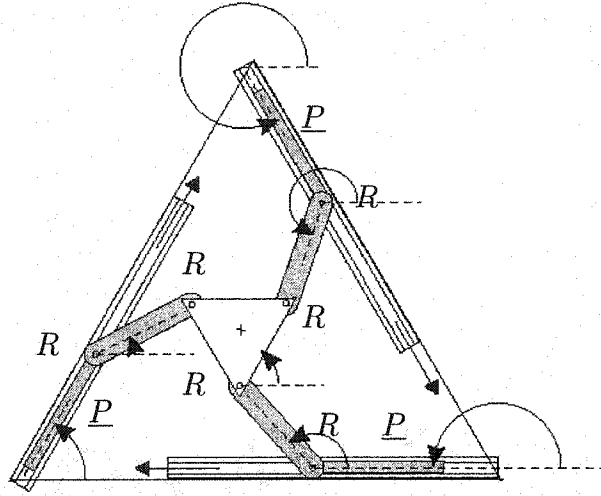


Figure 1.4: Manipulateur à 3-DDL dans le plan ^[15]

Un manipulateur de topologie 3-PRS ^[17] est un exemple de manipulateur offrant 1 translation combinée à 2 rotations. Ce manipulateur est utilisé pour le déplacement du miroir secondaire d'un télescope. Sa configuration près d'une singularité permet de micro-mouvements nécessaires à la correction des aberrations d'images reliées à l'atmosphère. Ce manipulateur possède également des mouvements parasites dans les deux autres DDL en translation. Des outils d'optimisation sont proposés pour minimiser ces mouvements pour les applications où ils sont nuisibles.

Les manipulateurs de la classe Star appartiennent à la dernière catégorie, c'est-à-dire les manipulateurs à 3 DDL en translation. Un autre exemple de manipulateur appartenant à cette catégorie est l'Orthoglide ^[18] qui utilise une topologie 3-PRIR,

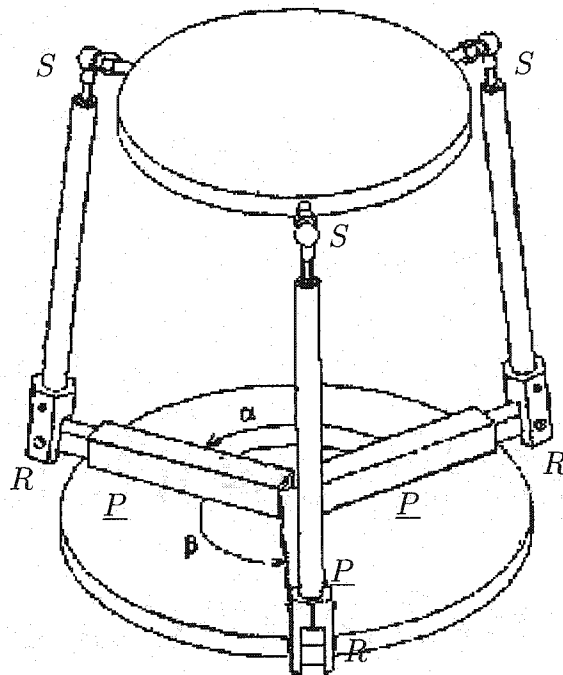


Figure 1.5: Manipulateur de topologie 3-PRS ^[17]

comme le montre la figure 1.6. L'Orthoglide possède un espace de travail presque cubique sans singularité et sans obstruction dû à ces membrures. De plus, il est isotrope comme le montre la figure 1.7.

De plus, l'utilisation de la théorie des groupes de déplacement ^[19,21,22] pour le design de manipulateurs à 3 et 4 DDL permettra d'enrichir davantage cette littérature.

Il est à noter que l'utilisation de certaines topologies permet d'obtenir des caractéristiques intéressantes. Par exemple, les topologies isostatiques ^[20] permettent d'éliminer les problèmes d'assemblage liés aux erreurs de fabrication. De telles

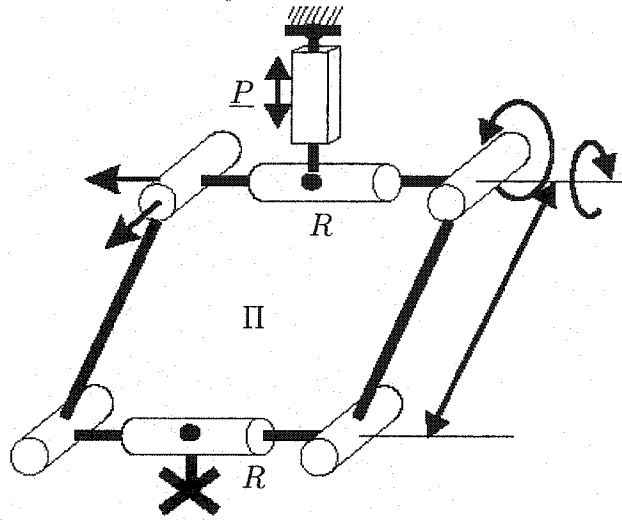


Figure 1.6: Topologie d'une jambe de l'Orthoglide ^[18]

topologies peuvent être obtenues en utilisant la théorie des groupes de déplacements.

Certaines topologies permettent d'éliminer les réactions à la base engendrées par le déplacement de l'effecteur. Les jambes de ces manipulateurs sont formées à partir de deux mécanismes à quatre membrures balancées dans le plan. Puisque ces mécanismes ne peuvent être balancés dans l'espace ^[23], un mécanisme composite balancé dans l'espace est utilisé comme troisième DDL. L'assemblage de trois de ces jambes permet d'obtenir un manipulateur à 6-DDL balancé dans l'espace. De telles topologies sont très intéressantes pour les applications spatiales où les forces engendrées par le déplacement de l'effecteur peuvent engendrer un déplacement de la base.

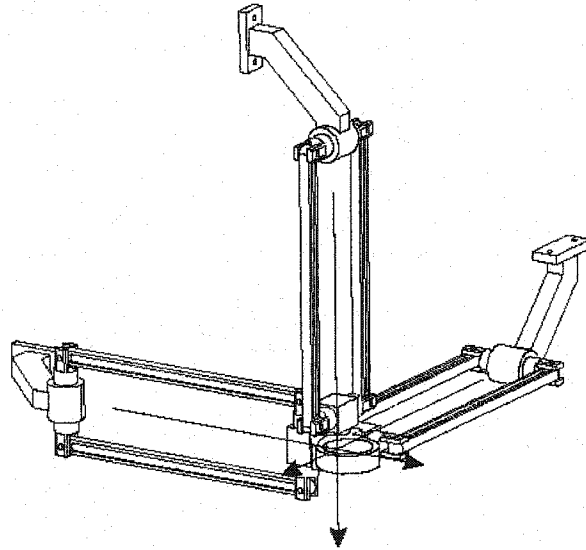


Figure 1.7: Orthoglide à sa position isotrope ^[18]

Et dernièrement, une nouvelle topologie ^[24] permet d'obtenir une matrice jacobienne constante et isotrope. Cette topologie est appelée $3-\underline{P}\bar{R}\bar{R}\bar{R}$ puisqu'elle est composée de trois jambes comportant un couple prismatique motorisé et trois couples rotoïdes dont les axes de rotation sont parallèles. Elle peut également être appelée $3-\bar{C}\bar{R}\bar{R}$ si le couple prismatique et le premier couple rotoïde sont remplacés par un couple cylindrique. Les trois couples rotoïdes de chaque jambe produisent un déplacement dans le plan perpendiculaire à leur axe commun ainsi qu'une rotation autour de celui-ci. Il suffit donc que les axes des couples rotoïdes des trois jambes ne soient pas parallèles pour bloquer toute rotation de l'effecteur. Cette topologie permet alors 3-DDL en translation. De plus, le déplacement d'un couple prismatique produira un déplacement de l'effecteur selon la droite formée par l'intersection des plans perpendiculaires aux axes communs des couples rotoïdes

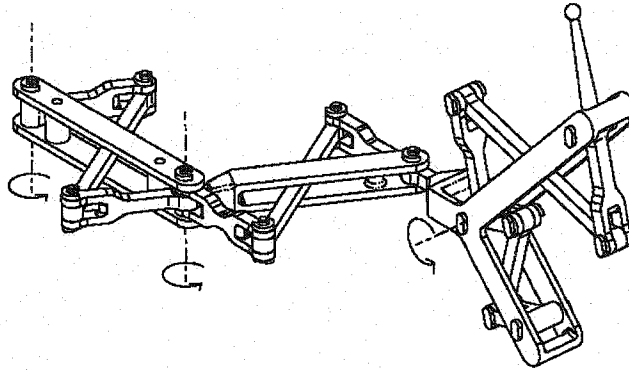


Figure 1.8: Jambe balancée dans l'espace ^[23]

des deux autres jambes, proportionnel à sa projection sur cette droite. Puisque les orientations des axes communs des couples rotoïdes sont constantes, l'orientation et l'amplitude des déplacements engendrés pour un mouvement d'un actionneur sont constantes. Ce qui donne une matrice jacobienne constante.

En utilisant la topologie $3-\bar{C}\bar{R}\bar{R}$ et en formant une base orthogonale avec les couples cylindriques ^[25], comme le montre la figure 1.9, on obtient une matrice jacobienne isotrope, toujours constante. Cette caractéristique peut également être obtenue par un manipulateur parallèle cartésien ^[26], illustré à la figure 1.10.

1.1 Structure topologique de la famille Star

Parmi toutes les topologies existantes, celle retenue pour ce travail est la topologie de la famille Star. Cette topologie permet d'obtenir un grand espace de travail et

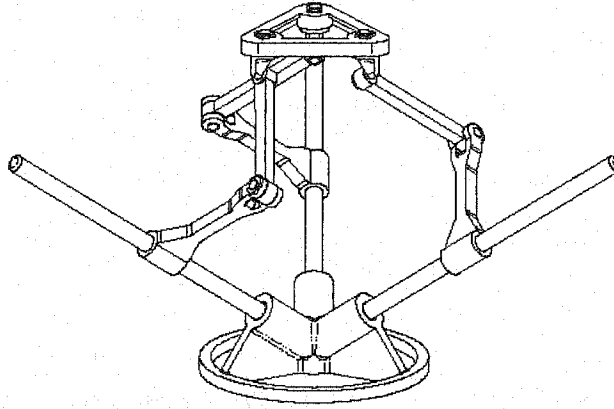


Figure 1.9: Manipulateur à matrice jacobienne constante et isotrope ^[25]

une bonne dextérité. Cependant, son processus de design étant complexe, elle offre un problème intéressant pour l'étude d'un outil d'optimisation automatique. La présente discussion réfère à la famille Star comme étant la famille des manipulateurs utilisant la même topologie et ayant les mêmes DDL que le Y Star développé par Hervé ^[27] et illustré à la figure 1.11. Les manipulateurs de la famille Star sont composés de trois jambes de topologies identiques. Chaque jambe possède sept membrures numérotées de 1 à 7 comme le montre la figure 1.12.

La topologie de la famille Star, présenté à la figure 1.14, est appelée $\bar{R}\bar{H}\Pi\bar{R}$ comme décrit par Tremblay ^[1]. Cette topologie est composée d'un couple rotoïde motorisé, nommé $\bar{R}$, d'un couple hélicoïdal passif $\bar{H}$, d'un couple circulaire prismatique passif Π et d'un couple rotatif passif $\bar{R}$. La simplification apportée par le couple Π est présentée à la figure 1.13. Donc, la membrure 6 a un mouvement circulaire autour de la membrure 3, tout en lui demeurant parallèle (orientation relative constante).

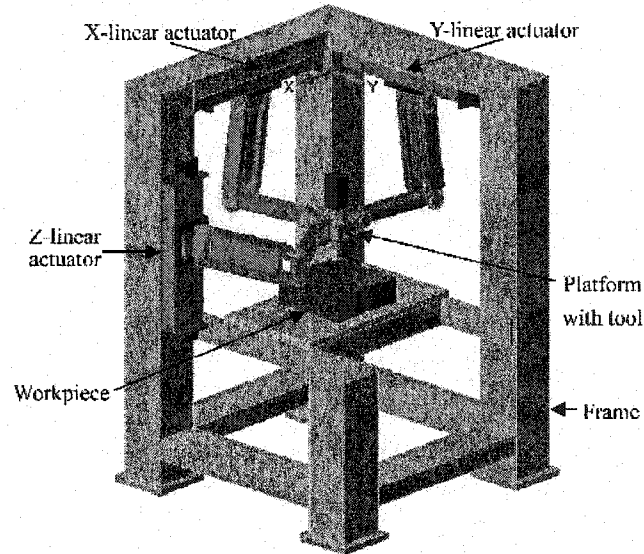


Figure 1.10: Manipulateur parallèle cartésien [26]

Cependant, la topologie utilisée pour ce mémoire est une topologie simplifiée de la famille Star. Le couple rotatif motorisé et le couple hélicoïdal sont remplacés par un couple prismatique motorisé et un couple rotatif dont les axes sont parallèles. Ainsi, le déplacement causé par la rotation de la jambe est éliminé. Ceci revient à remplacer la vis par un actionneur linéaire pour obtenir une topologie $\bar{P}\bar{R}\Pi\bar{R}$.

Pour la suite de cette discussion, une distinction doit être faite entre géométrie et topologie d'une chaîne cinématique. La topologie réfère à l'arrangement des couples cinématiques le long de la chaîne cinématique, alors que la géométrie réfère à l'architecture des corps rigides reliant les couples cinématiques. Le choix de la topologie est la première étape de la conception d'un manipulateur parallèle.

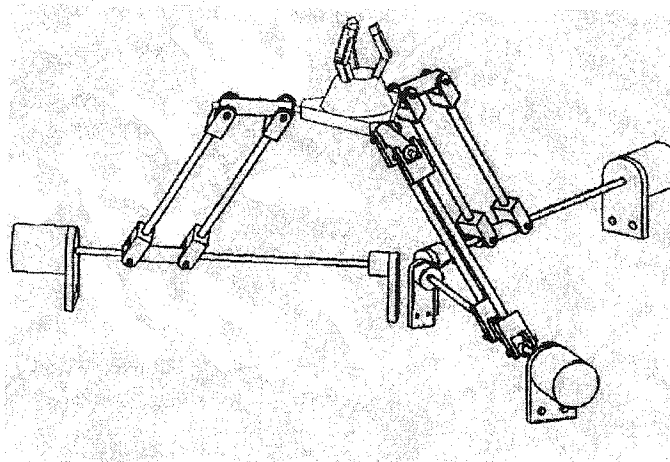


Figure 1.11: Manipulateur Y star

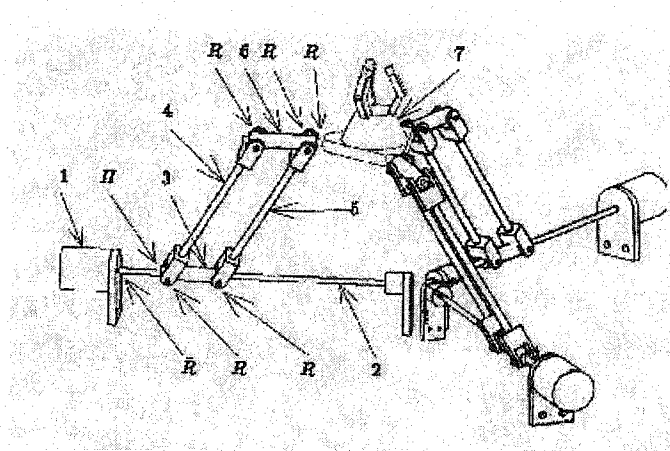


Figure 1.12: Identification des membrures et des couples cinématiques du manipulateur Y Star.

Cependant, pour atteindre les performances requises, la géométrie du manipulateur doit également être ajustée pour chaque nouvelle application. Le prochain chapitre présente les paramètres nécessaires à la description géométrique d'un manipulateur de la famille Star.

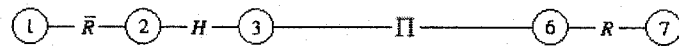


Figure 1.13: Simplification d'une jambe de topologie Star

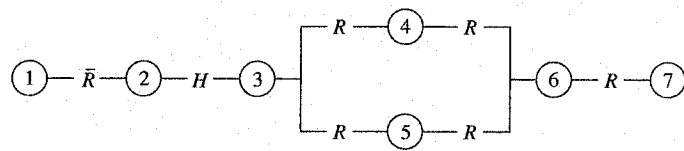


Figure 1.14: Topologie complète d'une jambe de la famille Star

CHAPITRE 2

PARAMÈTRES GÉOMÉTRIQUES

Ce chapitre présente un ensemble de paramètres géométriques permettant de définir tous les manipulateurs de la famille topologique Star. La figure 2.1 montre un manipulateur quelconque de la famille Star illustrant la nécessité de la paramétrisation.

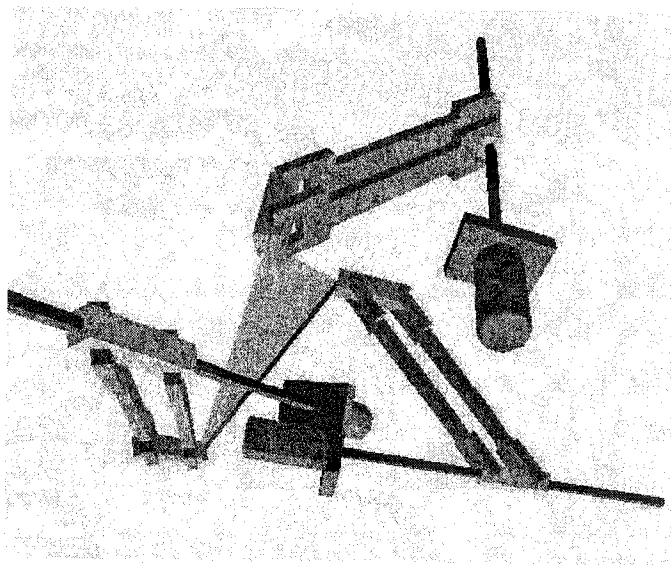


Figure 2.1: Manipulateur quelconque de la famille Star

2.1 Structure géométrique

Pour aider à définir la structure géométrique d'un manipulateur, trois matrices de rotation, R_x , R_y et R_z , sont introduites. Ces matrices tournent les objets d'un angle θ autour de leur axe respectif, x , y ou z . Ces matrices seront utilisées pour

la description géométrique. Il faut également introduire trois vecteurs unitaires ,

$\mathbf{i} = [1 \ 0 \ 0]^T$, $\mathbf{j} = [0 \ 1 \ 0]^T$ et $\mathbf{k} = [0 \ 0 \ 1]^T$.

$$\mathbf{R}_x \equiv \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta & -\sin \theta \\ 0 & \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

$$\mathbf{R}_y \equiv \begin{bmatrix} \cos \theta & 0 & \sin \theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \theta & 0 & \cos \theta \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

$$\mathbf{R}_z \equiv \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 0 \\ \sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

Pour décrire la position de l'effecteur (membrure 7) par rapport à la base (membrure 1), un référentiel $\mathcal{A}$ est attaché à la base A , $\mathcal{A}$ représente également le référentiel global fixe. Les trois jambes L_i du manipulateur sont jointes aux points A_i et B_i . La position des points A_i dans $\mathcal{A}$, appelés $\mathbf{a}_i$, est constante dans le temps. Ces points représentent les positions initiales des écrous sur les vis et c'est de ces positions que sont mesurées les coordonnées des écrous. La position de l'effecteur B est définie par la position des points B_1 , B_2 et B_3 . Les positions relatives de ces points, appelés $\mathbf{b}_i$, sont constantes dans le temps par rapport à l'effecteur mais varient dans le référentiel $\mathcal{A}$. Dans ce texte, $[\mathbf{b}_i]_{\mathcal{A}}$ sont écrits comme $[\mathbf{p}_i]$ représentant

la position des points B_i dans le référentiel fixe $\mathcal{A}$.

2.2 Paramétrisation

Les paramètres géométriques doivent permettre une description unique de toutes les géométries de la famille Star. Pour ce faire, le principe de non-redondance est important puisqu'il assure le nombre minimal de paramètres. Ce principe défend la description de deux manipulateurs identiques avec deux ensembles de valeurs de paramètres différents. La paramétrisation doit également être indépendante du facteur d'échelle, c'est-à-dire que l'on ne doit pas être capable de définir le même manipulateur à deux échelles différentes. Pour ce faire, la valeur d'un paramètre de longueur doit arbitrairement être fixé à 1.

Les autres paramètres sont utilisés pour définir la position des points A_i et B_i . Chaque paramètre représente une longueur de translation ou un angle de rotation dans les transformées homogènes décrites précédemment. Les principes 1 à 5 sont illustrés à la figure 2.2.

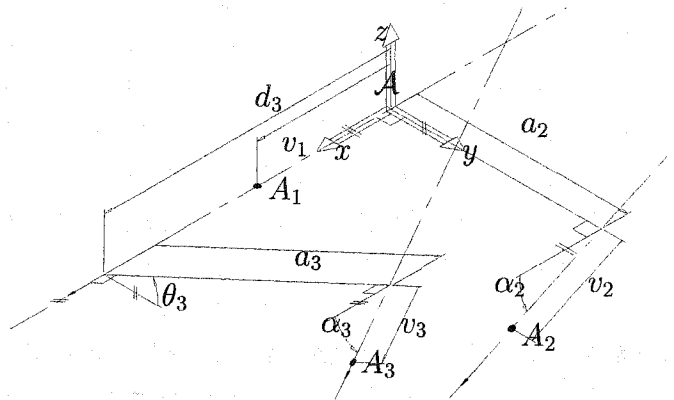


Figure 2.2: Paramètres des vis

2.2.1 Proposition 1

Les vis sont modélisées par des droites orientées de longueur infinie.

La direction de rotation des vis est définie par la règle de la main droite dans la direction positive de la droite orientée.

2.2.2 Proposition 2

La droite orientée de la première vis est confondue avec l'axe x du référentiel $\mathcal{A}$.

2.2.3 Proposition 3

Les positions et l'orientation des vis 2 et 3 sont définies par rapport à la vis 1.

La position des vis 2 et 3 est définie par la longueur, a_2 et a_3 , de leur perpendiculaire commune avec la vis 1. La perpendiculaire commune entre la vis 1 et la vis 2 est confondue avec l'axe y du référentiel $\mathcal{A}$. L'orientation de la vis 2 est définie par son angle de rotation, α_2 , autour de l'axe y par rapport à l'axe x . La perpendiculaire commune entre la vis 1 et la vis 3 croise l'axe x à une distance d_3 de l'origine. L'orientation de la vis 3 est définie par l'angle de rotation, θ_3 , de sa perpendiculaire commune avec la vis 1 autour de l'axe x par rapport à l'axe y et par sa rotation, d'un angle α_3 autour de sa perpendiculaire commune avec la vis 1 par rapport avec l'axe x .

2.2.4 Proposition 4

Les écrous sont positionnés à une position initiale arbitraire le long de leur vis respective, comme le montre la figure 2.2.

La position initiale du point A_1 est définie par la distance v_1 sur la vis 1 entre le centre de l'écrou et l'origine du référentiel $\mathcal{A}$. Pour les deux autres écrous, leur position initiale, A_2 et A_3 , sur leur vis respective sont les distances v_2 et v_3 , définies par les distances entre les centres des écrous et les intersections de leurs perpendiculaires communes avec la vis 1. Ces distances sont négatives lorsque

mesurées dans la direction négative des vis.

$$[\mathbf{a}_1]_{\mathcal{A}} = v_1 \mathbf{i} \quad (2.4)$$

$$[\mathbf{a}_2]_{\mathcal{A}} = a_2 \mathbf{j} + \mathbf{R}_y(\alpha_2) v_2 \mathbf{i} \quad (2.5)$$

$$[\mathbf{a}_3]_{\mathcal{A}} = d_3 \mathbf{i} + \mathbf{R}_x(\theta_3) (a_3 \mathbf{j} + \mathbf{R}_y(\alpha_3) v_3 \mathbf{i}) \quad (2.6)$$

2.2.5 Proposition 5

La position et l'orientation de l'effecteur sont définies dans le référentiel $\mathcal{A}$ par les positions des points d'attache B_1 , B_2 et B_3 .

Les positions des points d'attaches B_1 , B_2 et B_3 sont définies dans le référentiel $\mathcal{A}$ par la longueur l_i , le long de l'axe y , des jambes L_i jointes aux centres des écrous A_i et par l'orientation de ces jambes définie par la rotation γ_i des L_i autour de l'axe x par rapport à l'axe y , suivie par la rotation β_i des L_i autour de z par rapport à x , comme le montre la figure 2.3. Aussi, nous avons :

$$[\mathbf{p}_1]_{\mathcal{A}} = v_1 \mathbf{i} + \mathbf{R}_x(\gamma_1) \mathbf{R}_z(\beta_1) l_1 \mathbf{j} \quad (2.7)$$

$$[\mathbf{p}_2]_{\mathcal{A}} = a_2 \mathbf{j} + \mathbf{R}_y(\alpha_2) (v_2 \mathbf{i} + \mathbf{R}_x(\gamma_2) \mathbf{R}_z(\beta_2) l_2 \mathbf{j}) \quad (2.8)$$

$$[\mathbf{p}_3]_{\mathcal{A}} = d_3 \mathbf{i} + \mathbf{R}_x(\theta_3) (a_3 \mathbf{j} + \mathbf{R}_y(\alpha_3) (v_3 \mathbf{i} + \mathbf{R}_x(\gamma_3) \mathbf{R}_z(\beta_3) l_3 \mathbf{j})) \quad (2.9)$$

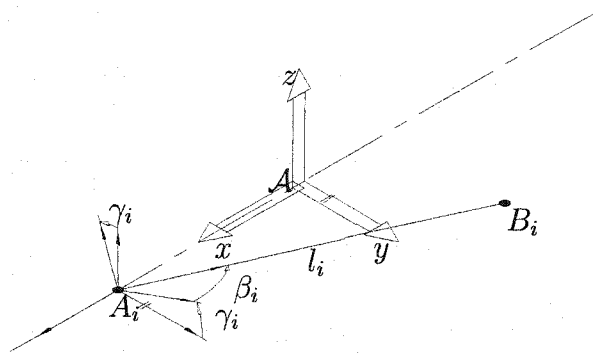


Figure 2.3: Paramètres des jambes

2.2.6 Proposition 6

La position de l'effecteur est donnée par la position du point d'attache B_1 .

Pour fermer la boucle cinématique, la position de chaque point d'attache est calculée par rapport à l'effecteur.

$$\mathbf{b}_i = \mathbf{p}_i - \mathbf{p}_1 \quad (2.10)$$

2.2.7 Proposition 7

La longueur l_1 de la première jambe L_1 est choisie arbitrairement à 1 pour fixer le facteur d'échelle.

Le tableau 2.1 résume les paramètres géométriques des manipulateurs de la famille

Star ainsi que leur intervalle.

2.3 Modélisation

La modélisation du manipulateur est obtenue à partir du modèle géométrique inverse.

2.3.1 Modèle géométrique inverse

Le modèle géométrique inverse (MGI) est créé en fermant l'équation de la chaîne cinématique de chaque jambe du manipulateur, comme le montre la figure 2.4. Pour chacune des trois jambes, cette équation peut être écrite dans $\mathcal{A}$ comme :

$$\mathbf{a}_i + q_i \mathbf{e}_i + l_i \mathbf{f}_i = \mathbf{p} + \mathbf{b}_i \quad (2.11)$$

Dans l'équation (2.11), q_i est un scalaire représentant la longueur de déplacement de l'écrou le long de la vis i , c'est également la valeur de sortie du MGI. Le vecteur unitaire $\mathbf{e}_i$ représente l'orientation et la direction positive de la vis. Il est fonction des paramètres géométriques du manipulateur. Le vecteur unitaire $\mathbf{f}_i$ est un vecteur inconnu lors de la résolution du MGI, il représente l'orientation des jambes L_i . Et $\mathbf{p}$ est le vecteur de position de l'effecteur, il est également la valeur d'entrée du MGI.

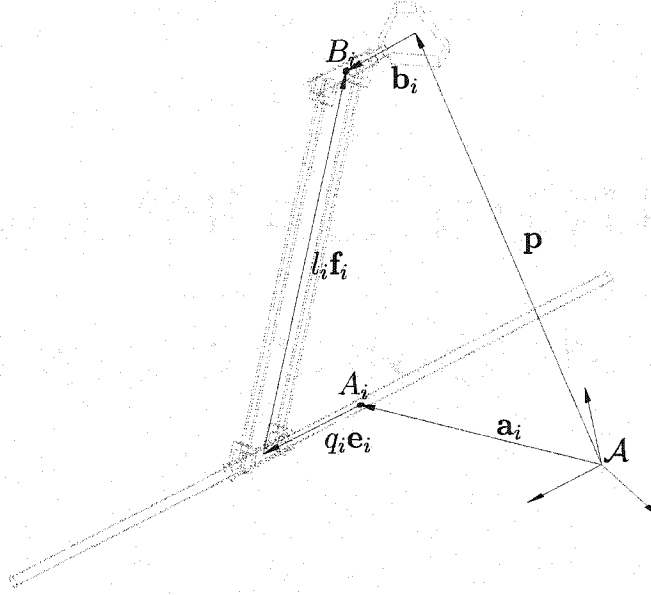


Figure 2.4: Boucle cinématique d'une jambe de manipulateur

Soit :

$$\mathbf{p} = \mathbf{p}_1 + \Delta \quad (2.12)$$

où $\mathbf{p}_1$ est la position initiale obtenue par les paramètres de la première jambe et :

$$\Delta \equiv [\Delta x \ \Delta y \ \Delta z]^T \quad (2.13)$$

et aussi :

$$\mathbf{b}_i = \mathbf{a}_i + \mathbf{m}_i - \mathbf{p}_1 \quad (2.14)$$

où $\mathbf{m}_i$ est l'orientation initiale de la jambe i et est constant.

En introduisant les équations (2.12) et (2.14) dans l'équation (2.11) et exprimant

cette nouvelle équation comme une fonction de $\mathbf{f}_i$, le seul vecteur inconnu, nous obtenons :

$$l_i \mathbf{f}_i = \Delta + \mathbf{m}_i - q_i \mathbf{e}_i \quad (2.15)$$

Le vecteur inconnu $\mathbf{f}_i$ peut être éliminé en utilisant le carré de la norme des vecteurs :

$$l_i^2 = (\Delta + \mathbf{m}_i - q_i \mathbf{e}_i)^T (\Delta + \mathbf{m}_i - q_i \mathbf{e}_i) \quad (2.16)$$

ou encore :

$$l_i^2 = \Delta^T \Delta + 2\Delta^T \mathbf{m}_i - 2\Delta^T q_i \mathbf{e}_i - 2\mathbf{m}_i^T q_i \mathbf{e}_i + \mathbf{m}_i^T \mathbf{m}_i + q_i^2 \quad (2.17)$$

Cette équation permet de calculer la valeur du déplacement de l'écrou le long de sa vis pour une position donnée de l'effecteur. La combinaison des trois équations (2.17) pour $i = 1, 2, 3$ donne le modèle géométrique inverse du manipulateur, soit :

$$q_i = u_i \pm \sqrt{u_i^2 - v_i} \quad (2.18)$$

où :

$$u_i \equiv (\Delta^T + \mathbf{m}_i^T) \mathbf{e}_i \quad (2.19)$$

$$v_i \equiv \Delta^T \Delta + 2\Delta^T \mathbf{m}_i + \mathbf{m}_i^T \mathbf{m}_i - l_i^2 \quad (2.20)$$

2.3.2 Matrice jacobienne

La matrice jacobienne d'un manipulateur donne la vitesse de déplacement de l'effecteur comme une fonction des vitesses de déplacement des actionneurs. Pour obtenir cette matrice, l'équation (2.18) doit être dérivée par rapport au temps, soit :

$$\frac{d}{dt}(l_i^2) = \frac{d}{dt}(\Delta^T \Delta + 2\Delta^T \mathbf{m}_i - 2\Delta^T q_i \mathbf{e}_i - 2\mathbf{m}_i^T q_i \mathbf{e}_i + \mathbf{m}_i^T \mathbf{m}_i + q_i^2) \quad (2.21)$$

Ce qui donne :

$$0 = \Delta^T \dot{\Delta} + \mathbf{m}_i^T \dot{\Delta} - \Delta^T \mathbf{e}_i \dot{q}_i - q_i \mathbf{e}_i^T \dot{\Delta} - \mathbf{m}_i^T \mathbf{e}_i \dot{q}_i + q_i \dot{q}_i \quad (2.22)$$

Cette équation peut être écrite pour isoler $\dot{\Delta}$ et $\dot{q}_i$:

$$(\Delta^T + \mathbf{m}_i^T - q_i \mathbf{e}_i^T) \dot{\Delta} = (-\Delta^T \mathbf{e}_i - \mathbf{m}_i^T \mathbf{e}_i + q_i) \dot{q}_i \quad (2.23)$$

Puisque $\mathbf{p}_1$ est constant pour une géométrie donnée, la dérivée de l'équation (2.12) donne $\dot{\Delta} = \dot{\mathbf{p}}$. Alors l'équation 2.23 peut être réécrite sous une forme matricielle telle que :

$$\mathbf{A} \dot{\mathbf{p}} = \mathbf{B} \dot{\mathbf{q}} \quad (2.24)$$

où $\mathbf{A}$ représente la matrice jacobienne dite parallèle et $\mathbf{B}$ représente la matrice jacobienne dite sérielle, c'est-à-dire :

$$\mathbf{A} \equiv \begin{bmatrix} \Delta^T + \mathbf{m}_1^T - q_1 \mathbf{e}_1^T \\ \Delta^T + \mathbf{m}_2^T - q_2 \mathbf{e}_2^T \\ \Delta^T + \mathbf{m}_3^T - q_3 \mathbf{e}_3^T \end{bmatrix}, \quad (2.25)$$

$$\mathbf{B} \equiv \begin{bmatrix} b_{11} & 0 & 0 \\ 0 & b_{22} & 0 \\ 0 & 0 & b_{33} \end{bmatrix} \quad (2.26)$$

et les b_{ii} définis comme :

$$b_{ii} = -\Delta^T \mathbf{e}_i - \mathbf{m}_i^T \mathbf{e}_i + q_i \quad (2.27)$$

En observant ces résultats, il apparaît que les vecteurs $\mathbf{m}_i$ correspondent aux vecteurs $l_i \mathbf{f}_i$ représentant la longueur et l'orientation de chaque jambe du manipulateur. Et aussi que les b_{ii} représentent les projections orthogonales de chaque jambe sur leur vis respective.

2.3.3 Singularités

Il est maintenant intéressant d'étudier les singularités apparaissant dans les matrices jacobienues $\mathbf{A}$ et $\mathbf{B}$.

Pour la matrice $\mathbf{A}$, le déterminant d'une matrice carrée est nul lorsque deux rangées ou deux colonnes sont linéairement dépendantes. Ceci revient à dire que le manipulateur sera dans une singularité parallèle lorsqu'au moins deux de ces jambes seront parallèles.

Ensuite, puisque la matrice $\mathbf{B}$ est diagonale, son déterminant sera nul lorsqu'un des b_{ii} sera nul. Donc, le manipulateur sera dans une singularité sérielle lorsqu'une de ses jambes sera perpendiculaire à sa vis respective.

2.4 Conclusion

Un ensemble de 18 paramètres est donc nécessaire pour définir la structure géométrique des manipulateurs de la famille Star. De ces paramètres, 17 sont variables et un, la longueur l_1 de la première jambe L_1 , est choisi arbitrairement à 1 pour fixer le facteur d'échelle. Le prochain chapitre présente une méthode pour réduire le nombre des paramètres géométriques variables.

Tableau 2.1: Paramètres géométriques

Paramètres		$p_{i_{min}}$	$p_{i_{max}}$	unités
p_1	v_1	$-\infty$	∞	u
p_2	β_1	0	$\pi/2$	rad
p_3	γ_1	0	2π	rad
p_4	l_1	1		u
p_5	a_2	$-\infty$	∞	u
p_6	α_2	0	2π	rad
p_7	v_2	$-\infty$	∞	u
p_8	β_2	0	$\pi/2$	rad
p_9	γ_2	0	2π	rad
p_{10}	l_2	0	∞	u
p_{11}	d_3	$-\infty$	∞	u
p_{12}	θ_3	0	2π	rad
p_{13}	a_3	$-\infty$	∞	u
p_{14}	α_3	0	2π	rad
p_{15}	v_3	$-\infty$	∞	u
p_{16}	β_3	0	$\pi/2$	rad
p_{17}	γ_3	0	π	rad
p_{18}	l_3	0	∞	u

CHAPITRE 3

CONTRAINTES DE DESIGN

Des contraintes de design sont utilisées pour réduire le nombre de paramètres géométriques inconnus. Ces contraintes peuvent être obtenues par des indices de performance.

3.1 Isotropie

L'isotropie est une contrainte obtenue de la matrice jacobienne. Pour avoir un manipulateur dit isotrope, le nombre de conditionnement de la matrice jacobienne doit être égal à 1 pour au moins un ensemble de coordonnées des joints. Pour ce travail, la condition d'isotropie est appliquée à la position initiale.

Pour assurer l'isotropie de la matrice jacobienne $\mathbf{J}$, l'équation (3.1) doit être respectée :

$$\mathbf{J}^T \mathbf{J} = \sigma^2 \mathbf{1} \quad (3.1)$$

L'équation de vitesse du manipulateur peut être écrite comme suit :

$$\dot{\mathbf{p}} = \mathbf{A}^{-1} \mathbf{B} \dot{\mathbf{q}} \quad (3.2)$$

En imposant la condition d'isotropie aux matrices $\mathbf{A}^{-1}$ et $\mathbf{B}$, l'équation 3.1 est respectée. Cette condition est suffisante mais non nécessaire. Avec cette condition, $\mathbf{A}^{-1} = \mathbf{A}^T$, ce qui donne :

$$[\mathbf{A}^{-1}]^T \mathbf{A}^{-1} = \mathbf{A} \mathbf{A}^T = \begin{bmatrix} \mathbf{m}_1^T \mathbf{m}_1 & \mathbf{m}_1^T \mathbf{m}_2 & \mathbf{m}_1^T \mathbf{m}_3 \\ \mathbf{m}_2^T \mathbf{m}_1 & \mathbf{m}_2^T \mathbf{m}_2 & \mathbf{m}_2^T \mathbf{m}_3 \\ \mathbf{m}_3^T \mathbf{m}_1 & \mathbf{m}_3^T \mathbf{m}_2 & \mathbf{m}_3^T \mathbf{m}_3 \end{bmatrix} \equiv \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_1^2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_1^2 \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

$$\mathbf{B}^T \mathbf{B} = \begin{bmatrix} b_{11}^2 & 0 & 0 \\ 0 & b_{22}^2 & 0 \\ 0 & 0 & b_{33}^2 \end{bmatrix} \equiv \begin{bmatrix} \sigma_2^2 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2^2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_2^2 \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

Des équations (2.25) et (3.4), trois conclusions importantes peuvent être tirées.

Premièrement, puisque :

$$\mathbf{m}_1^T \mathbf{m}_1 = \mathbf{m}_2^T \mathbf{m}_2 = \mathbf{m}_3^T \mathbf{m}_3 = \sigma^2, \quad (3.5)$$

les vecteurs $\mathbf{m}_i$ représentant les jambes du manipulateur, on peut en conclure que les jambes du manipulateur doivent être de même longueur pour obtenir un manipulateur isotrope.

Il y a aussi :

$$\mathbf{m}_1^T \mathbf{m}_2 = \mathbf{m}_1^T \mathbf{m}_3 = \mathbf{m}_2^T \mathbf{m}_3 = 0 \quad (3.6)$$

Cela signifie que les vecteurs $\mathbf{m}_i$, représentant les jambes du manipulateur, doivent être perpendiculaires deux à deux. Ce sont les deux conditions pour obtenir l'isotropie parallèle.

Finalement, il y a :

$$(\mathbf{m}_i^T \mathbf{e}_i)^2 = (\mathbf{m}_i^T \mathbf{e}_i)^2 = (\mathbf{m}_i^T \mathbf{e}_i)^2 = \sigma_2^2 \quad (3.7)$$

Cela signifie que, pour avoir une pose isotropique, les projections des jambes sur leur vis respective doivent aussi être de longueur égale. C'est la condition pour obtenir l'isotropie sérielle.

Les trois conditions d'isotropie des équations (3.5), (3.5)et (3.5) sont suffisantes mais non nécessaires. Ainsi, l'isotropie des matrices jacobienne $\mathbf{A}$ et $\mathbf{B}$ garantie l'isotropie du produit $\mathbf{A}^T \mathbf{B}$. Par contre, $\mathbf{A}^T \mathbf{B}$ peut également être isotrope sans que $\mathbf{A}$ et $\mathbf{B}$ ne le soient.

3.2 Paramétrisation isotropique

Il y a maintenant 17 paramètres variables ($v_1, \beta_1, \gamma_1, a_2, \alpha_2, v_2, \beta_2, \gamma_2, l_2, d_3, \theta_3, a_3, \alpha_3, v_3, \beta_3, \gamma_3, l_3$) utilisés pour la description géométrique du manipulateur. Les

équations développées précédemment seront utilisées pour réduire le nombre de ces paramètres variables.

Pour permettre l'isotropie sérielle, les angles entre les jambes et leur vis respective doivent tous être égaux, donc :

$$\beta_1 = \beta_2 = \beta_3 = \beta \quad (3.8)$$

Puisque $l_1 = 1$ a déjà été choisi pour éliminer le facteur d'échelle et que les jambes doivent toutes avoir la même longueur pour obtenir l'isotropie parallèle :

$$l_1 = l_2 = l_3 = 1 \quad (3.9)$$

Pour assurer une position initiale isotropique, les jambes doivent être perpendiculaires deux à deux. Premièrement, l'orientation de la jambe 1 peut être fixée en choisissant la valeur des angles β et γ_1 . Ensuite, la valeur de γ_2 peut être calculée afin de rendre la jambe 2 perpendiculaire à la jambe 1. Puisqu'il n'y a pas de solution pour toutes les combinaisons de α_2 et β , la valeur de l'angle β doit être limitée entre $-\beta_{max}$ et β_{max} .

Sur la figure 3.1, le grand cercle représente les positions de $\mathbf{m}_2$ perpendiculaires à $\mathbf{m}_1$ et le petit cône représente les positions possibles de $\mathbf{m}_2$ selon γ_2 . Lorsque

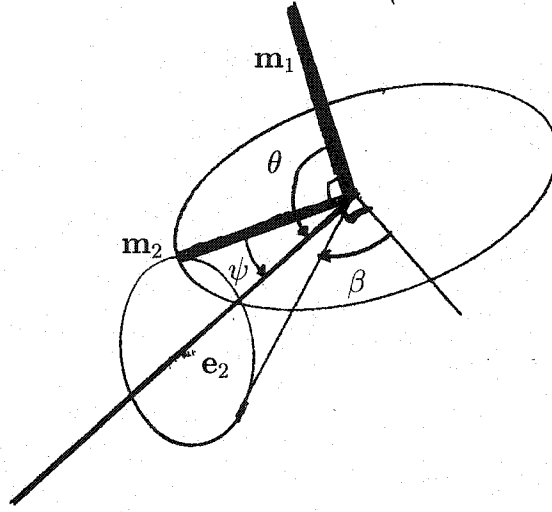


Figure 3.1: Calcul de β_{max}

le cercle et le cône se croisent en un seul endroit, comme sur la figure 3.1, $\beta = \beta_{max}$.

Puisque $\mathbf{e}_2$ et $\mathbf{m}_1$ sont des vecteurs unitaires, l'angle θ entre la jambe 1 et la vis 2 peut être trouvé avec :

$$\mathbf{e}_2 \cdot \mathbf{m}_1 = \cos \theta \quad (3.10)$$

L'angle θ peut être remplacé par $(\pi/2 + \psi)$, où $\pi/2$ représente la condition d'orthogonalité entre les jambes 1 et 2 et ψ est l'angle minimal entre la vis 2 et la jambe 2 pour être capable d'obtenir la condition d'orthogonalité. L'angle β est le complément orthogonal de l'angle entre la vis 2 et la jambe 2, donc $\psi = \beta - \pi/2$.

Ceci donne $\theta = \beta$. Donc, l'équation 3.10 peut être écrite :

$$-\sin \beta \cos \alpha_2 + \cos \beta \sin \gamma_1 \sin \alpha_2 = \cos \beta \quad (3.11)$$

Donc :

$$\tan \beta_{max} = (1 + \sin \gamma_1 \sin \alpha_2) / \cos \alpha_2 \quad (3.12)$$

Cette équation permet de trouver l'intervalle pour lequel la valeur de β assure que les jambes 1 et 2 peuvent être perpendiculaires pour une valeur de α_2 choisie.

Pour que ces deux jambes soient perpendiculaires, la valeur de γ_2 doit maintenant être calculée pour obtenir :

$$\mathbf{m}_1^T \mathbf{m}_2 = 0 \quad (3.13)$$

En introduisant les paramètres dans cette équation, on obtient :

$$A \cos \gamma_2 + B \sin \gamma_2 + C = 0 \quad (3.14)$$

avec les coefficients constants définis comme suit :

$$\begin{aligned} A &= \cos \gamma_1 \cos^2 \beta \\ B &= -\sin \beta \cos \beta \sin \alpha_2 + \sin \gamma_1 \cos \beta \cos \beta \cos \alpha_2 \\ C &= \sin^2 \beta \cos \alpha_2 + \sin \gamma_1 \cos \beta \sin \beta \sin \alpha_2 \end{aligned} \quad (3.15)$$

En remplaçant dans l'équation (3.14) $\sin \gamma_2$ et $\cos \gamma_2$ par les identités trigonométriques suivantes :

$$\sin \theta = \frac{2\tau}{(1 + \tau^2)}, \quad \cos \theta = \frac{1 - \tau^2}{(1 + \tau^2)}, \quad \tau = \tan(\theta/2) \quad (3.16)$$

et en multipliant les deux côtés de l'équation (3.14) par $(1 + \tau_1^2)$, une équation quadratique en $\tau_1 = \tan(\gamma_2/2)$ est obtenue :

$$(C - A)\tau_1^2 + 2B\tau_1 + C + A = 0 \quad (3.17)$$

Après avoir trouvé l'orientation des jambes 1 et 2, l'orientation de la jambe 3 peut être trouvée par le produit vectoriel :

$$\mathbf{m}_3 = \mathbf{m}_1 \times \mathbf{m}_2 \quad (3.18)$$

Puisque $\mathbf{m}_3$ est unitaire, il n'a que deux équations pour calculer les paramètres de $\mathbf{m}_3$, donc :

$$D \cos \alpha_3 + E \sin \alpha_3 + F = 0 \quad (3.19)$$

avec les coefficients constants définis comme suit :

$$\begin{aligned}
 D &= -\sin \beta \\
 E &= \sin \gamma_3 \cos \beta \\
 F &= -\cos \gamma_1 \cos \beta (\sin \gamma_2 \cos \beta \cos \alpha_2 + \sin \beta \sin \alpha_2) + \sin \gamma_1 \cos^2 \beta \cos \gamma_2
 \end{aligned} \tag{3.20}$$

et :

$$G \cos \theta_3 + H \sin \theta_3 + I = 0 \tag{3.21}$$

avec les coefficients constants définis comme suit :

$$\begin{aligned}
 G &= \sin \gamma_3 \cos \beta \cos \alpha_3 + \sin \beta \sin \alpha_3 \\
 H &= \cos \gamma_3 \cos \beta \\
 I &= \sin \beta \cos \gamma_2 \cos \beta + \cos \gamma_1 \cos \beta (\sin \gamma_2 \cos \beta \sin \alpha_2 - \sin \beta \cos \alpha_2)
 \end{aligned} \tag{3.22}$$

Comme précédemment, ces deux équations peuvent être écrites sous forme quadratique en introduisant $\tau_2 = \tan(\alpha_3/2)$ et $\tau_3 = \tan(\theta_3/2)$. On obtient :

$$(F - D)\tau_2^2 + 2E\tau_2 + F + D = 0 \tag{3.23}$$

$$(I - G)\tau_3^2 + 2H\tau_3 + I + G = 0 \tag{3.24}$$

En choisissant γ_3 , la première équation permet de calculer α_3 et la seconde de calculer θ_3 .

Cependant, il peut être nécessaire de limiter la valeur de γ_3 . Si la valeur de β est petite, γ_3 peut aligner la jambe 3 avec la perpendiculaire commune entre la vis 1 et 3 de manière à ce que la composante en x de l'orientation de la jambe 3 soit trop limitée pour atteindre l'orientation désirée. Donc, une valeur minimum, x_{min} , est introduite pour cette composante en x :

$$x_{min} = y1 * z2 - z1 * y2 \quad (3.25)$$

où :

$$\begin{aligned} y1 &= \cos \gamma_1 \cos \beta \\ z2 &= \sin \gamma_2 \cos \beta \cos \alpha_2 + \sin \beta \sin \alpha_2 \\ z1 &= \sin \gamma_1 \cos \beta \\ y2 &= \cos \gamma_2 \cos \beta \end{aligned} \quad (3.26)$$

Si la valeur de x_{min} est plus petite que la valeur de $\sin \beta$, alors la valeur de γ_3 doit être limitée.

$$\gamma_{3min} = \arcsin \left(\frac{\sqrt{x_{min}^2 - \sin^2 \beta}}{|\cos \beta|} \right) \quad (3.27)$$

La nouvelle valeur de γ_3 est calculée en utilisant :

$$\gamma_3 = \begin{cases} \left(\frac{\pi/2 - \gamma_{3min}}{\pi/2} \right) \gamma_3 + \gamma_{3min}, & \text{if } \gamma_3 < \pi/2 \\ \left(\frac{\pi/2 - \gamma_{3min}}{\pi/2} \right) (\gamma_3 - \pi/2) + \pi/2, & \text{if } \gamma_3 > \pi/2 \end{cases} \quad (3.28)$$

Ceci assure que la jambe 3 peut être orientée perpendiculairement aux jambes 1 et 2.

De plus, puisque les équations (3.17), (3.23) et (3.24) sont quadratiques, il faut introduire les paramètres booléens λ_1 , λ_2 et λ_3 afin de spécifier laquelle des deux solutions possibles est sélectionnée.

Donc, la contrainte d'isotropie a permis de réduire de 17 à 13 le nombre de paramètres variables (v_1 , β , γ_1 , a_2 , α_2 , v_2 , d_3 , a_3 , v_3 , γ_3 , λ_1 , λ_2 et λ_3). De plus, seulement 7 de ces 13 paramètres, soit β , γ_1 , α_2 , γ_3 , λ_1 , λ_2 et λ_3 , ont un effet sur le conditionnement de la matrice jacobienne.

Le manipulateur Y Star peut être obtenu en utilisant : $\beta = 1.35535$, $\gamma_1 = 0$, $\alpha_2 = 2.0944$, $\gamma_3 = 0$, $\lambda_1 = 1$, $\lambda_2 = 1$ et $\lambda_3 = 0$. Celui présenté à la figure 3.2 utilise également $v_1 = 2.25$, $a_2 = 0$, $v_2 = 2.25$, $d_3 = 0$, $a_3 = 0$ et $v_3 = 2.25$.

3.3 Autres paramètres

Afin de compléter la définition du manipulateur, les valeurs des 6 derniers paramètres, soit v_1 , a_2 , v_2 , d_3 , a_3 , v_3 , qui n'affectent pas le conditionnement de la matrice jacobienne, doivent maintenant être établies. Elles peuvent être choisies de façon

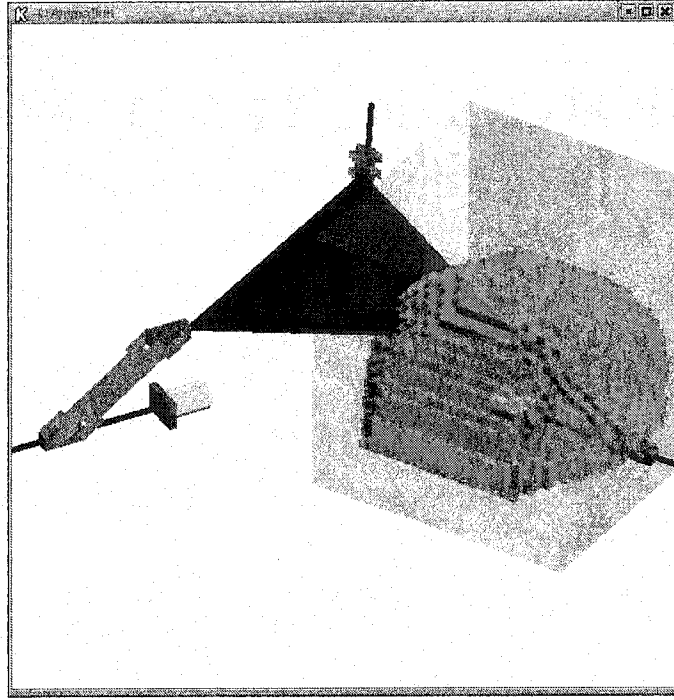


Figure 3.2: Manipulateur Y Star

à ce que les points A_i et B_i forment des triangles équilatéraux, par exemple.

Introduisons deux nouveaux paramètres a et b , a étant la longueur désirée des côtés du triangle formé par les points A_i et b étant la longueur désirée des côtés du triangle formé par les points B_i . Ce qui donne 6 nouvelles équations :

$$\|\mathbf{a}_2 - \mathbf{a}_1\| = a \quad (3.29)$$

$$\|\mathbf{a}_3 - \mathbf{a}_1\| = a \quad (3.30)$$

$$\|\mathbf{a}_3 - \mathbf{a}_2\| = a \quad (3.31)$$

$$\|\mathbf{p}_2 - \mathbf{p}_1\| = b \quad (3.32)$$

$$\|\mathbf{p}_3 - \mathbf{p}_1\| = b \quad (3.33)$$

$$\|\mathbf{p}_3 - \mathbf{p}_2\| = b \quad (3.34)$$

Les équations (3.29) à (3.34) peuvent être utilisées dans un algorithme des moindres carrés pour les valeurs des derniers paramètres inconnus v_1 , a_2 , v_2 , d_3 , a_3 et v_3 . Ce qui réduit le nombre total de paramètres variables à seulement 6 valeurs réelles, soit β , γ_1 , α_2 , γ_3 , a et b , et 3 valeurs booléennes λ_1 , λ_2 et λ_3 .

3.4 Procédure de design

La procédure de design peut être divisée en deux étapes majeures. Premièrement, les valeurs des 9 paramètres variables doivent être choisies. Ensuite, les valeurs des autres paramètres peuvent être calculées en utilisant les équations présentées précédemment. Le tableau 3.1 présentent ces étapes plus en détail.

Tableau 3.1: Procédure de design

- | |
|--|
| <ol style="list-style-type: none"> 1. Choix des 9 paramètres variables. 2. Calcul de β_{max} avec l'équation (3.12). 3. Calcul de γ_2 avec l'équation (3.17). 4. Calcul de x_{min} avec l'équation (3.25). 7. Calcul de γ_3 avec l'équation (3.28). 5. Calcul de α_3 avec l'équation (3.23). 6. Calcul de θ_3 avec l'équation (3.24). |
|--|

3.4.1 Paramètres variables

Des quatre paramètres influençant le conditionnement de la matrice jacobienne, le choix des valeurs de β et α_2 est plus intuitif que celui des valeurs de γ_1 et γ_3 . Donc, le conditionnement de la matrice jacobienne parallèle, utilisant les valeurs calculées avec la méthode présentée dans la prochaine section, peut être calculé à une position Δ donnée pour toutes les valeurs de γ_1 et γ_3 avec des valeurs de β et α_2 choisies. Les figures 3.3, 3.4 et 3.5 montrent le conditionnement de la matrice jacobienne pour 3 combinaisons de β et α_2 différentes à $\Delta = [0.1 \ 0.1 \ 0]$.

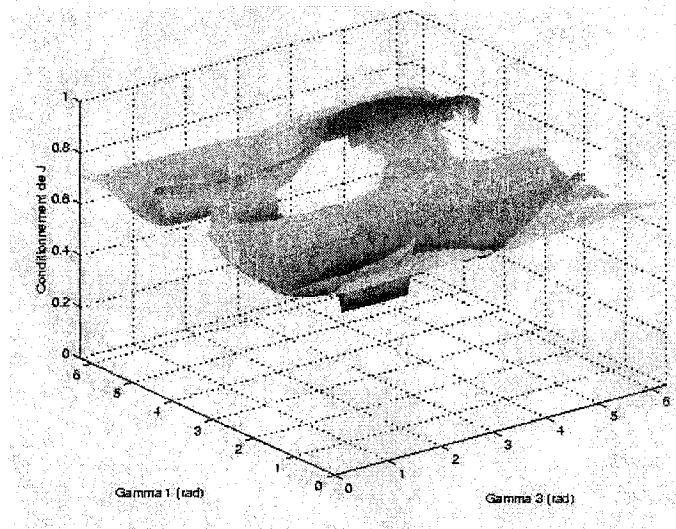


Figure 3.3: $\beta = \pi/6$, $\alpha_2 = \pi/2$ et $\Delta = [0.1 \ 0.1 \ 0]$

La figure 3.4 semble la plus intéressante. Cette combinaison de paramètres est également illustrée par les figures 3.6, 3.7 et 3.8 à d'autres positions pour illustrer le conditionnement de la matrice jacobienne parallèle dans les autres quadrants.

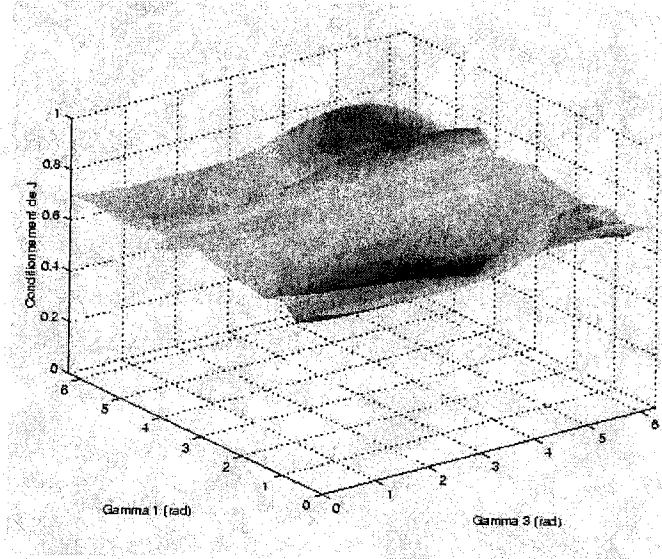


Figure 3.4: $\beta = \pi/4$, $\alpha_2 = \pi/2$ et $\Delta = [0.1 \ 0.1 \ 0]$

A la lumière des figures 3.3 à 3.8, les paramètres $\beta = \pi/4$, $\alpha_2 = \pi/2$, $\gamma_1 = 5.0615$ et $\gamma_3 = 5.0615$ semble former l'ensemble de paramètres donnant le meilleur conditionnement de la matrice jacobienne. Les valeurs des deux derniers paramètres, a et b , peuvent être choisies arbitrairement : $a = 1.5$ et $b = 0.3$.

3.4.2 Exemple numérique

Avec les valeurs des 6 paramètres choisies précédemment ($\beta = \pi/4$, $\alpha_2 = \pi/2$, $\gamma_1 = 5.0615$, $\gamma_3 = 5.0615$, $a = 1.5$ et $b = 0.3$), la valeur des autres paramètres peut maintenant être calculée.

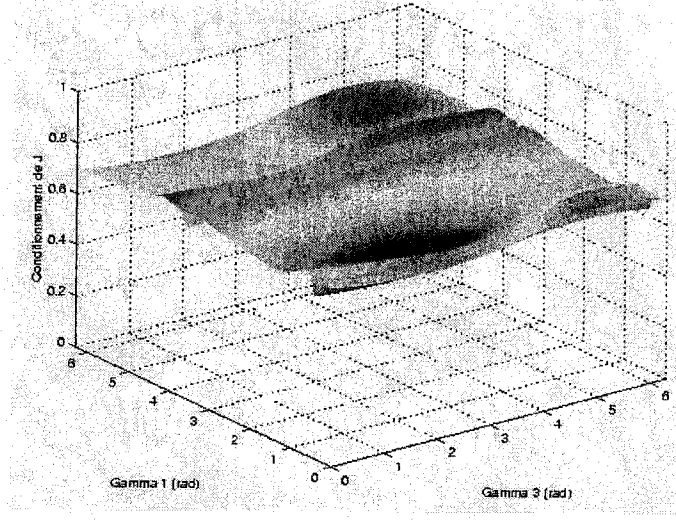


Figure 3.5: $\beta = \pi/3$, $\alpha_2 = \pi/2$ et $\Delta = [0.1 \ 0.1 \ 0]$

La première valeur qui doit être calculée est celle de β_{max} en utilisant l'équation (3.12). Comme vue précédemment, la valeur de β doit se situer entre $-\beta_{max}$ et β_{max} . Lors d'un processus d'optimisation automatique, une nouvelle valeur de β doit être calculée pour assurer que cette condition soit respectée. En utilisant β_{max} et la valeur maximale de β , $\pi/2$, on obtient :

$$\beta = \beta * \frac{\beta_{max}}{\pi/2} \quad (3.35)$$

Les valeurs de γ_2 , α_3 et θ_3 peuvent ensuite être calculées en utilisant les équations (3.17), (3.23) et (3.24). On obtient alors :

$$\gamma_2 = -1.7166rad, \quad \alpha_3 = 2.2190rad, \quad \theta_3 = 2.0620rad. \quad (3.36)$$

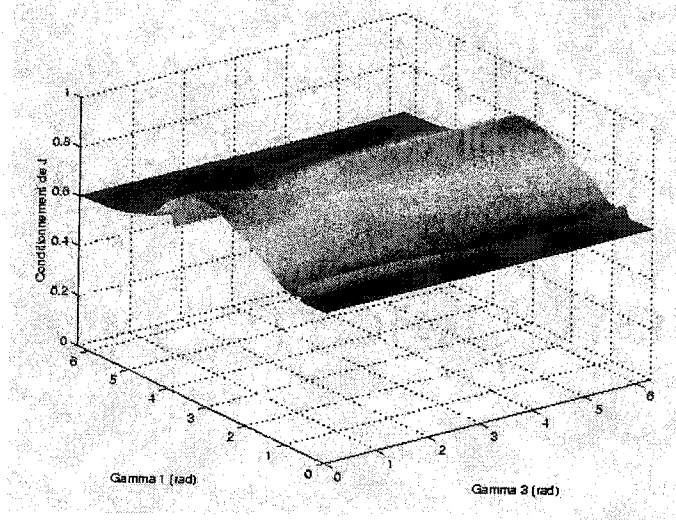


Figure 3.6: $\beta = \pi/4$, $\alpha_2 = \pi/2$ et $\Delta = [0.1 \ -0.1 \ 0]$

Les valeurs des derniers paramètres, v_1 , a_2 , v_2 , d_3 , a_3 et v_3 , peuvent finalement être calculées en utilisant les valeurs $a = 1.5$ et $b = 0.3$ choisies précédemment. Les équations (3.29) à (3.34) donnent :

$$\begin{aligned} v_1 &= 0.3751u, & a_2 &= 0.7750u, & v_2 &= 1.1185u, \\ d_3 &= -0.5022u, & a_3 &= -0.1589u, & v_3 &= 0.7594u. \end{aligned} \tag{3.37}$$

Les figures 3.9, 3.10 et 3.11 montrent le conditionnement de la matrice jacobienne parallèle selon les plans $z = 0$, $z = 0.1$ et $z = -0.1$ pour cet ensemble de paramètres.

Les figures 3.9, 3.10 et 3.11 montrent que le conditionnement de la matrice jacobienne utilisant les paramètres calculés reste bon autour de la position initiale $\Delta = [0 \ 0 \ 0]$ où il est maximal, c'est-à-dire égal à 1.

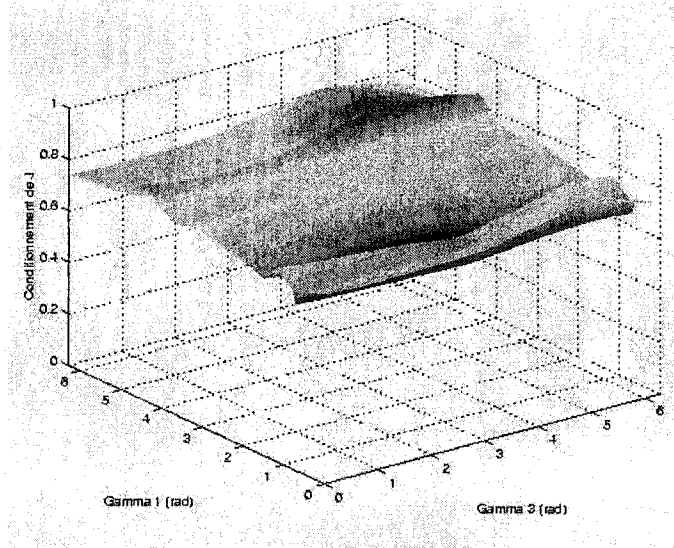


Figure 3.7: $\beta = \pi/4$, $\alpha_2 = \pi/2$ et $\Delta = [-0.1 \ -0.1 \ 0]$

La figure 3.12 montre le manipulateur obtenu à la position initiale, les orientations des axes des vis et les vecteurs des jambes sont donnés par :

$$\begin{aligned}
 \mathbf{e}_1 &= \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, & \mathbf{e}_2 &= \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix}, & \mathbf{e}_3 &= \begin{bmatrix} -0.6038 \\ 0.7029 \\ -0.3760 \end{bmatrix}, \\
 \mathbf{m}_1 &= \begin{bmatrix} -0.7071 \\ 0.2418 \\ -0.6645 \end{bmatrix}, & \mathbf{m}_2 &= \begin{bmatrix} -0.6996 \\ -0.1027 \\ -0.7071 \end{bmatrix}, & \mathbf{m}_3 &= \begin{bmatrix} -0.1027 \\ -0.9649 \\ -0.2418 \end{bmatrix}.
 \end{aligned} \tag{3.38}$$

Avec ces vecteurs, les matrices jacobienues $\mathbf{A}$ et $\mathbf{B}$ peuvent être calculées en uti-

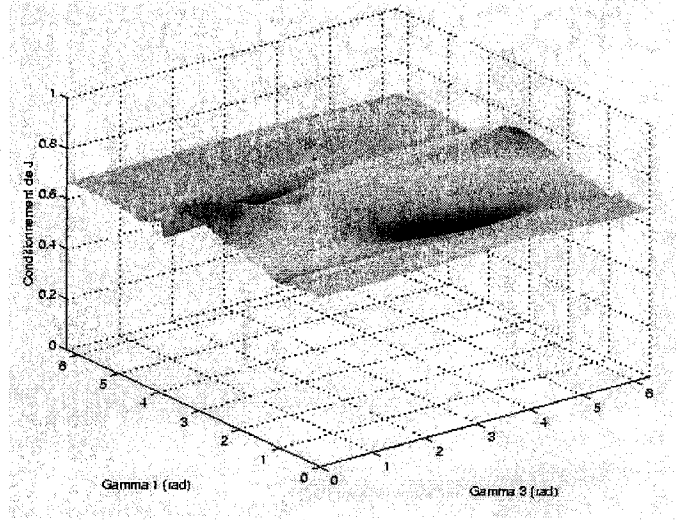


Figure 3.8: $\beta = \pi/4$, $\alpha_2 = \pi/2$ et $\Delta = [-0.1 \ 0.1 \ 0]$

lisant (2.25) et (2.26). On obtient :

$$\mathbf{A} \equiv \begin{bmatrix} -0.7071 & 0.2418 & -0.6645 \\ -0.6996 & -0.1027 & 0.7071 \\ -0.1027 & -0.9649 & -0.2418 \end{bmatrix}, \quad (3.39)$$

$$\mathbf{B} \equiv \begin{bmatrix} 0.7071 & 0 & 0 \\ 0 & 0.7071 & 0 \\ 0 & 0 & 0.7071 \end{bmatrix}. \quad (3.40)$$

Ainsi, les matrices jacobienues $\mathbf{A}$ et $\mathbf{B}$ sont donc bien isotropes puisque $\mathbf{A}^T \mathbf{A} = \mathbf{I}$ et $\mathbf{B}^T \mathbf{B} = \mathbf{I}$.

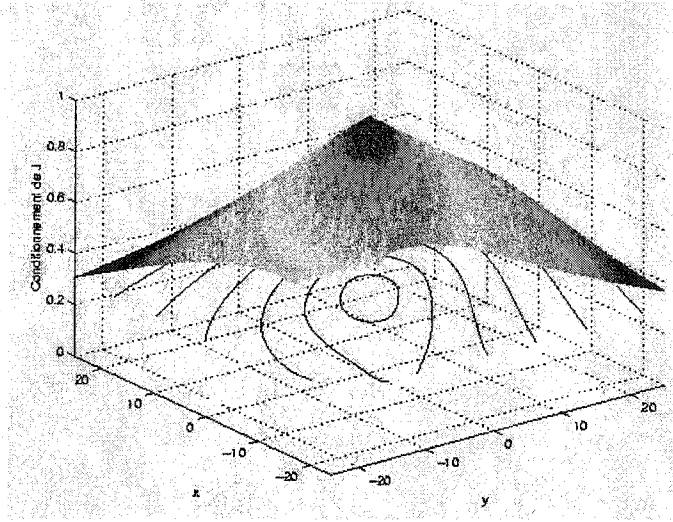


Figure 3.9: $\beta = \pi/4$, $\alpha_2 = \pi/2$, $\gamma_1 = 5.0615$, $\gamma_3 = 5.0615$ et $z = 0$

3.5 Conclusion

L'utilisation de la contrainte d'isotropie a permis de réduire à 10 le nombre des paramètres variables réels. Par contre, elle introduit 3 nouveaux paramètres variables booléens. Ensuite, l'utilisation d'un algorithme des moindres carrés pour obtenir une forme générale donnée a permis de remplacer les 6 paramètres de longueur par deux paramètres dont les valeurs sont choisies arbitrairement. Ce qui donne un total de 6 paramètres variables réels et 3 paramètres variables booléens. Le prochain chapitre montre comment le choix des valeurs des 9 paramètres variables peut se faire de façon automatique à l'aide d'un algorithme d'optimisation comme un algorithme génétique.

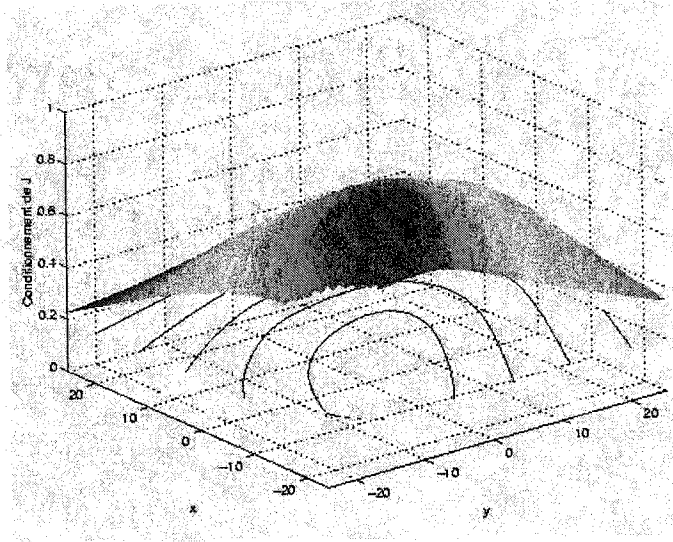


Figure 3.10: $\beta = \pi/4$, $\alpha_2 = \pi/2$, $\gamma_1 = 5.0615$, $\gamma_3 = 5.0615$ et $z = 0, 1$

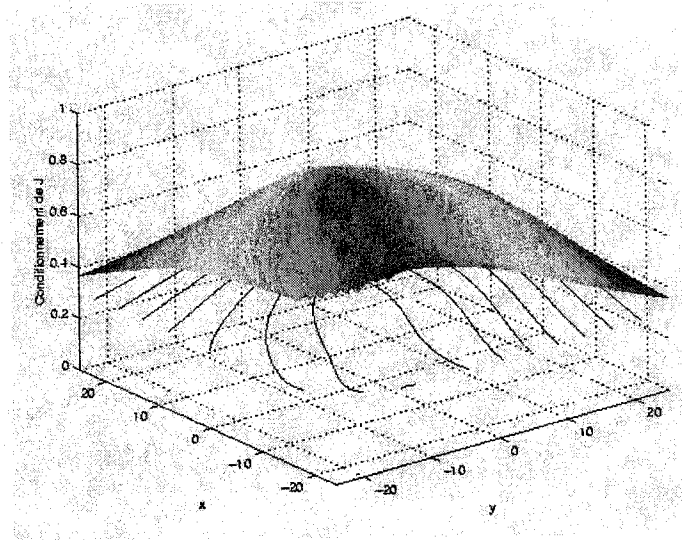


Figure 3.11: $\beta = \pi/4$, $\alpha_2 = \pi/2$, $\gamma_1 = 5.0615$, $\gamma_3 = 5.0615$ et $z = -0.1$

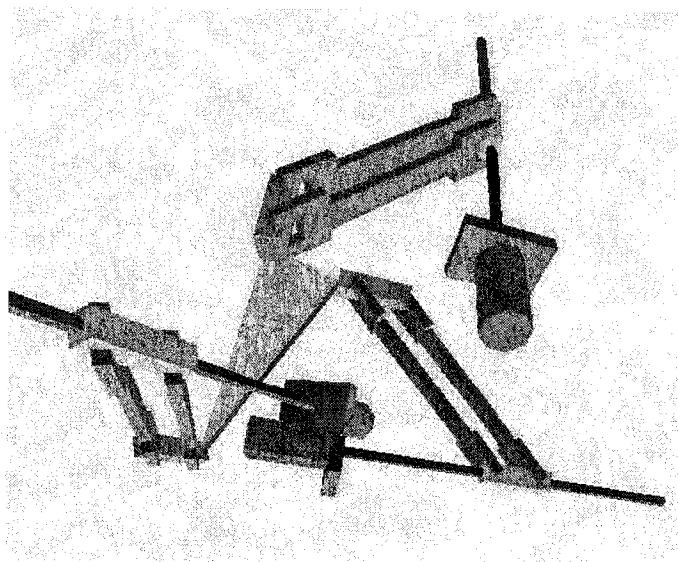


Figure 3.12: Manipulateur isotrope

CHAPITRE 4

ALGORITHMES GÉNÉTIQUES

Les algorithmes génétiques sont basés sur le principe de l'évolution naturelle des espèces ^[31]. Ils utilisent une population de solutions. Chaque solution représente un individu. Les paramètres de cet individu forment un gène. Ce gène est ensuite codé pour former un chromosome souvent représenté sous forme binaire. L'algorithme commence par créer une population initiale en utilisant des paramètres aléatoires. Des individus sont ensuite sélectionnés, selon leur performance mesurée par une fonction d'évaluation, pour générer une descendance. Les individus ayant une meilleure performance ont une plus grande chance de se reproduire. Les enfants sont générés à partir des chromosomes de leurs parents à l'aide d'un opérateur de croisement. Plusieurs types de mécanismes de sélection et d'opérateurs de croisement peuvent être utilisés. En plus de l'opérateur de croisement, plusieurs algorithmes utilisent également un opérateur de mutation qui aide à parcourir l'ensemble de l'espace de recherche.

Les deux caractéristiques optimisées dans ce mémoire sont le volume de l'espace de travail et la dextérité. Tel que discuté dans le chapitre précédant, les paramètres calculés par l'algorithme des moindres carrés n'ont pas d'influence sur ces deux

caractéristiques, celui-ci a donc été retiré de l'algorithme génétique afin de diminuer le temps de calcul. Les paramètres de longueur ont donc été fixés à :

$$\begin{aligned} v_1 &= 2.25u, & a_2 &= 0u, & v_2 &= 2.25, \\ d_3 &= 0u, & a_3 &= 0u, & v_3 &= 2.25u. \end{aligned} \tag{4.1}$$

4.1 Optimisation du volume de l'espace de travail

Le volume de l'espace de travail peut être calculé en utilisant les octrees ^[28]. Une octree est une généralisation d'un arbre binaire. Il permet, en subdivisant l'espace en éléments de grosseur différente, la représentation d'ensemble dans un espace tridimensionnel. Les octrees utilisés dans ce travail sont composés d'éléments cubique. Il y a trois sortes de cubes représentés par les couleurs blanche, noire et grise. Blanc signifie que le cube ne fait pas partie de l'espace de travail. Noir signifie que le cube est entièrement dans l'espace de travail. Gris signifie que le cube est partiellement inclus dans l'espace de travail, c'est-à-dire qu'un ou plus des cubes dans ces sous-arbres sont blanc. Les cubes gris sont subdivisés en huit sous-cubes. La profondeur d'une octree est défini par le nombre de niveaux dans l'arbre, le cube initial étant au niveau 1. Pour créer une octree, la dimension et la position du cube initial doivent être choisies de façon à contenir entièrement l'espace de travail. La profondeur de l'arbre doit également être choisie. La précision de l'octree est donnée par sa profondeur et par le volume de son cube initial. Le cube initial

est ensuite divisé en petits cubes de la grosseur des cubes sur le dernier niveau de l'octree. Ces cubes sont appelés feuilles. La position du centre de chaque feuille est utilisée pour vérifier si la feuille fait partie de l'espace de travail. Si elle en fait partie, elle se fait assigner la couleur noire, sinon elle se fait assigner la couleur blanche. L'octree est ensuite automatiquement simplifié, les cubes plus grands contenant seulement des cubes noirs deviennent noirs et ceux contenant seulement des cubes blancs deviennent blancs.

Ce travail ne considère que l'espace de travail de l'*aspect* contenant la position initiale isotrope. Dans ce travail, un aspect est défini comme le plus grand espace de travail exempt de singularité. La figure 4.1 montre le Y star ainsi que son espace de travail obtenu à l'aide du simulateur graphique.

4.2 Optimisation de la dextérité

L'index de dextérité globale ^[33], noté μ , est défini tel que :

$$\mu = \frac{\int_V \zeta(J) dv}{V} \quad (4.2)$$

où V représente le volume de l'espace de travail et $\zeta(J)$ est le conditionnement de la matrice jacobienne à une position donnée. Le conditionnement de la matrice

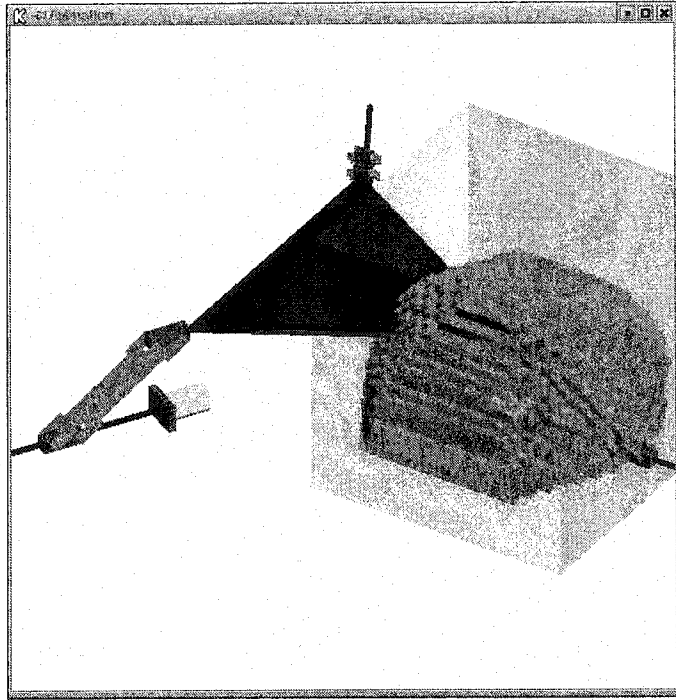


Figure 4.1: Y star obtenu avec le simulateur

la jacobienne est défini par :

$$\zeta = \frac{\sigma_{min}}{\sigma_{max}} \leq 1 \quad (4.3)$$

où σ_{min} et σ_{max} représentent les valeurs singulières minimum et maximum de $\mathbf{J}$.

Cet index est une mesure de la performance cinématique globale du manipulateur.

Les premiers essais ont démontré que cet index n'est pas bien adapté pour notre problème. Ceci est dû à la contrainte isotropique. Avec cette contrainte, le conditionnement de la matrice jacobienne de tous les manipulateurs est égal à 1 à la position initiale. Ce conditionnement maximal a plus d'influence sur l'index de dextérité lorsque le volume est petit puisque cet index fait la moyenne du

conditionnement sur tout l'espace de travail. Donc, les manipulateurs ayant un petit espace de travail sont avantagés par rapport aux manipulateurs avec un espace de travail plus grand, même si ces derniers conservent une meilleure dextérité autour de la position initiale.

La fonction utilisée est donc simplement la somme des conditionnements de la matrice jacobienne évalués au centre de chaque feuille de l'octree incluse dans l'espace de travail. Ceci n'avantage pas les manipulateurs avec de grand espace de travail puisque le conditionnement de la matrice jacobienne près des frontières de l'espace de travail est habituellement de plusieurs ordres inférieurs à l'unité et aura donc peu d'impact sur la somme. L'utilisation de cette fonction devrait permettre de trouver les manipulateurs gardant la meilleure dextérité autour de la position initiale.

4.3 Algorithmes génétiques codés aux nombres réels

Les algorithmes génétiques codés aux nombres réels (AGCNR) représentent les gènes directement par des nombres réels pour l'optimisation de problèmes utilisant des variables de domaines continus. La précision du chromosome n'est alors limitée que par celle de l'ordinateur.

4.3.1 Opérateur de croisement par simulation binaire

L'opérateur de croisement par simulation binaire (XSB) ^[29] utilise une distribution de probabilité autour des deux solutions parents pour créer les solutions enfants.

Il utilise le facteur de diffusion β défini comme le ratio de la différence absolue entre les valeurs enfants comparée à celle des valeurs parents :

$$\beta = \left| \frac{x_1^{2,t+1} - x_1^{1,t+1}}{x_1^{2,t} - x_1^{1,t}} \right| \quad (4.4)$$

et une fonction de distribution de probabilité :

$$P(\beta) = \begin{cases} 0.5(\eta + 1)\beta^\eta, & \text{si } \beta \leq 1 \\ 0.5(\eta + 1)\frac{1}{\beta^{\eta+2}}, & \text{autrement} \end{cases} \quad (4.5)$$

Cette distribution de probabilité est dérivée pour avoir un pouvoir de recherche similaire au croisement par simple point utilisé par les algorithmes génétiques codés aux nombres binaires (AGCNB) ^[29]. Dans l'équation (4.5), l'index de distribution η est un nombre réel positif arbitraire. Une valeur élevée de η donnera des solutions enfants loin des solutions parents et une faible valeur de η donnera des solutions enfants près des solutions parents.

Une procédure en trois étapes est utilisée pour créer deux solutions enfants $(x_i^{(1,t+1)})$

et $x_i^{(2,t+1)}$) à partir de deux solutions parents ($x_i^{1,t}$ et $x_i^{2,t}$). Premièrement, Un nombre aléatoire u est choisi entre 0 et 1. Ensuite, l'ordonnée β_q est calculée à partir de la distribution de probabilité (4.5) de manière à ce que l'aire sous la courbe de probabilité de 0 à β_q soit égale au nombre aléatoire u .

$$\beta_q = \begin{cases} (2u)^{\frac{1}{\eta+1}}, & \text{si } u \leq 1 \\ (\frac{1}{2(1-u)})^{\frac{1}{\eta+1}}, & \text{autrement} \end{cases} \quad (4.6)$$

Finalement, les deux solutions enfants sont calculées en utilisant les équations suivantes :

$$x_i^{(1,t+1)} = 0.5[(1 + \beta_q)x_i^{1,t} + (1 - \beta_q)x_i^{2,t}] \quad (4.7)$$

$$x_i^{(2,t+1)} = 0.5[(1 - \beta_q)x_i^{1,t} + (1 + \beta_q)x_i^{2,t}] \quad (4.8)$$

Les AGCNR utilisant l'opérateur XSB ont un comportement d'auto-adaptation [30]. Il y a deux caractéristiques qui lui donnent cette propriété : (i) des solutions enfants près des parents ont plus de chance d'être créées et (ii) la distance entre les solutions enfants est proportionnelle à la distance entre les solutions parents.

4.4 Simulateur graphique

Un simulateur graphique permet de vérifier graphiquement les résultats obtenus.

Le simulateur développé pour ce travail utilise les bibliothèques OpenGL. L'interface,

illustrée à la figure 4.2, permet de changer la position et l'orientation du manipulateur dans la fenêtre d'affichage. Elle permet également de déplacer l'effecteur dans l'espace de travail pour visualiser les déplacements des membrures qui lui sont associés.

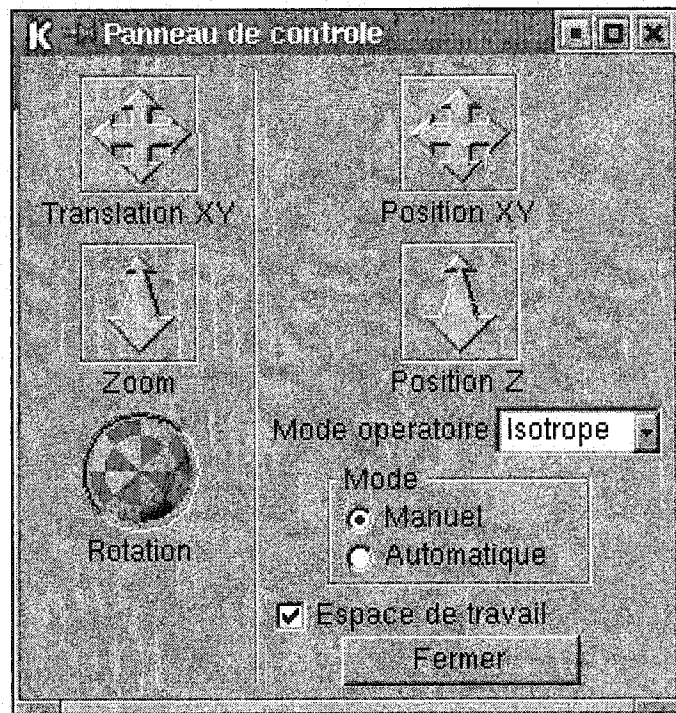


Figure 4.2: Interface du simulateur graphique

4.5 Résultats de l'optimisation

Les premiers résultats sont utilisés pour ajuster les paramètres de l'algorithme génétique. Il y a trois paramètres à ajuster : le nombre d'individus dans la population, la probabilité de mutation et l'index de distribution. Ces paramètres influencent le comportement de l'algorithme génétique. Le premier paramètre à ajuster

est le nombre d'individus dans la population. Une population trop petite nuit à la convergence. D'un autre côté, une grande population signifie un temps de calcul plus long. À la lumière des premiers résultats, une population de 50 individus a été choisie.

La mutation aide à prévenir la convergence prématurée en permettant à l'algorithme de sortir d'un optimum local. Par contre, elle peut également nuire si sa probabilité est trop élevée. Les meilleurs résultats ont été obtenus avec une probabilité de mutation de 0.2.

L'index de distribution affecte la vitesse de convergence de l'algorithme. Un index élevé augmente la vitesse de convergence de l'algorithme, mais augmente également sa sensibilité à la convergence prématurée. Les meilleurs résultats ont été obtenus avec un faible index de distribution de 1.

4.5.1 Résultats pour le volume de l'espace de travail

Le meilleur espace de travail a été obtenu avec $\alpha_2 = 1.57036$, $\beta = 1.56813$, $\gamma_1 = 4.27087$, $\gamma_3 = 2.67996$, $\lambda_1 = 1$, $\lambda_2 = 1$ et $\lambda_3 = 1$. Ces paramètres donnent un volume de $4.50415u^3$. La figure 4.3 montre la progression du volume d'une population de 50 manipulateurs selon les générations.

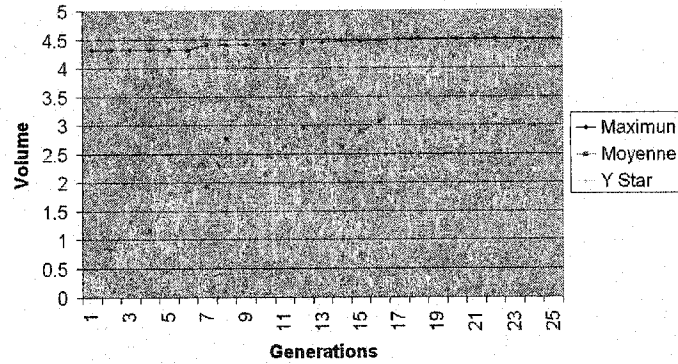


Figure 4.3: Optimisation du volume

La figure 4.3 permet de voir que la population initiale contient au moins un manipulateur ayant un volume de travail presque le double de celui du Y-Star et qu'après une dizaine de génération, la moyenne des volumes de travail est plus grande que celui du Y-Star.

Les figures 4.4 à 4.6 montrent la meilleure solution obtenue par l'optimisation du volume de l'espace de travail. Ces figures permettent de voir la forme presque sphérique de l'espace de travail. La figure 4.6 permet également de visualiser le déplacement des membrures suivant le déplacement de l'effecteur.

Si l'espace de recherche est agrandi, l'algorithme converge vers une solution différente qui donne la même orientation générale aux vis et crée un espace de travail plus grand de forme cylindrique. Un tel résultat peut être obtenu avec les paramètres $\alpha_2 = 5.75574$, $\beta = 1.42041$, $\gamma_1 = 0.943029$, $\gamma_3 = 0.953709$, $\lambda_1 = 0$, $\lambda_2 = 0$ et $\lambda_3 = 0$.

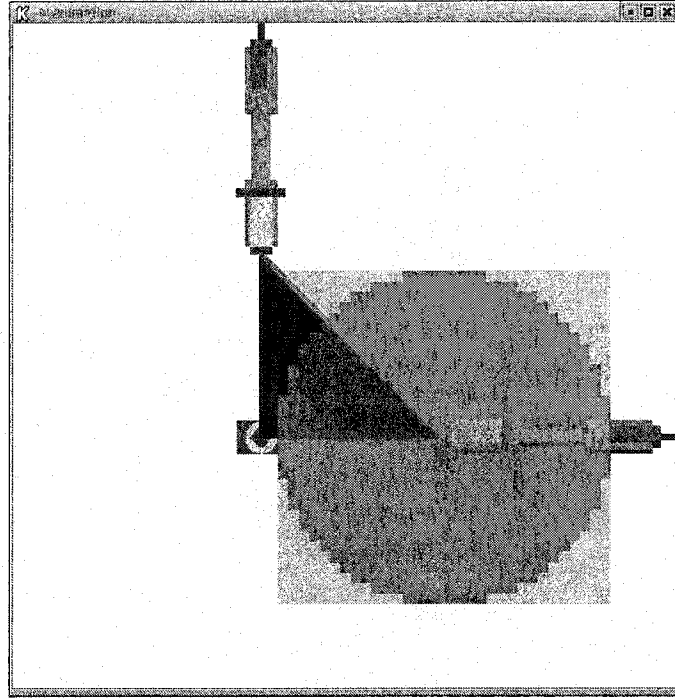


Figure 4.4: Position et orientation initiales

Ces paramètres donnent un volume de $7.14062u^3$ et le manipulateur illustré à la figure 4.7.

4.5.2 Résultats pour la dextérité

Le meilleur index de dextérité a été obtenu avec $\alpha_2 = 4.84854$, $\beta = 1.50749$, $\gamma_1 = 1.28135$, $\gamma_3 = 0.0282153$, $\lambda_1 = 1$, $\lambda_2 = 1$ et $\lambda_3 = 1$. Ces paramètres donnent un index de dextérité de 5134.33 et un volume de $4.35767u^3$. La figure 4.8 montre la progression de l'index de dextérité d'une population de 50 manipulateurs selon les générations.

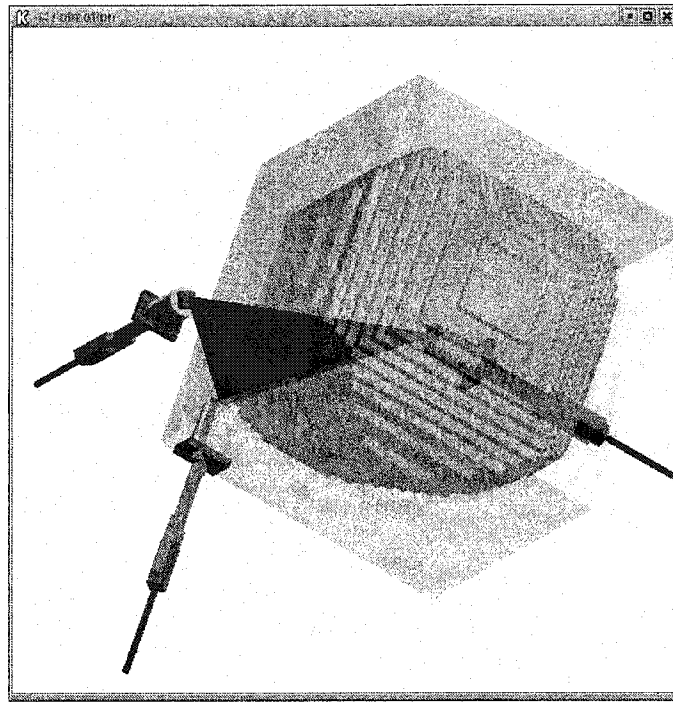


Figure 4.5: Position initiale selon une autre orientation

La figure 4.8 permet de voir que la population initiale contient au moins un manipulateur ayant un index de dextérité deux fois et demie plus élevé que celui du Y-Star et que la moyenne des index de dextérité devient plus élevée que celui du Y-Star quelques générations.

Les figures 4.9 à 4.11 montrent la meilleure solution obtenue par l'optimisation de la dextérité. Ces figures permettent de voir la forme presque sphérique de l'espace de travail qui ressemble à celle obtenue par l'optimisation du volume de l'espace de travail. La figure 4.8 permet également de visualiser le déplacement des membrures suivant le déplacement de l'effecteur.

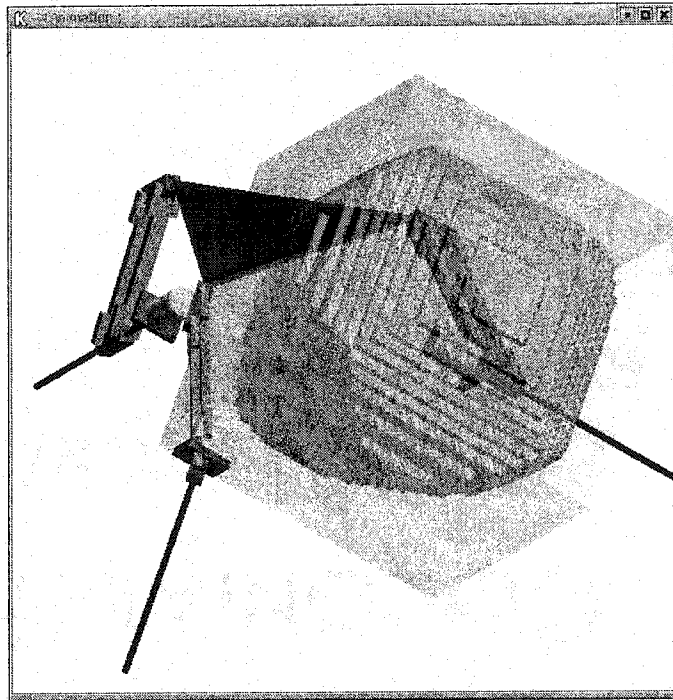


Figure 4.6: Autre position

4.6 Analyse des résultats

Il est maintenant intéressant de comparer le conditionnement de la matrice jacobienne à travers l'espace de travail des manipulateurs obtenus avec celui du Y-Star et du manipulateur utilisé pour l'exemple numérique du chapitre 2, appelé test1. Pour cette discussion, le manipulateur obtenu lors de l'optimisation du volume de l'espace de travail est appelé expert1 et celui obtenu lors de l'optimisation de la dextérité est appelé expert2.

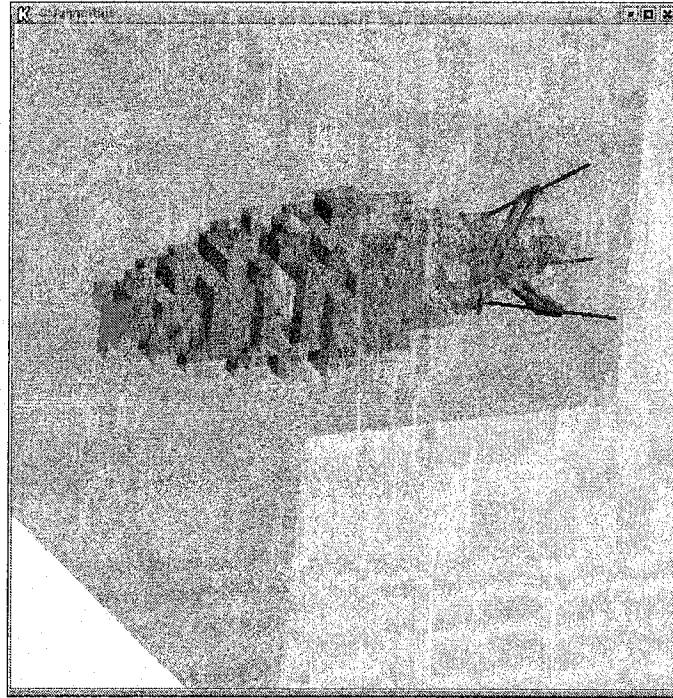


Figure 4.7: Espace de travail cylindrique

Les figures 4.12 et 4.13 montrent le conditionnement de la matrice jacobienne du manipulateur Y-Star selon les plans $y = 0$ et $z = 0$. Les figures 4.14 et 4.15 montrent le conditionnement de la matrice jacobienne du manipulateur test1 selon les plans $y = 0$ et $z = 0$. Les figures 4.16 et 4.17 montrent le conditionnement de la matrice jacobienne de l'expert1 selon les plans $y = 0$ et $z = 0$. Les figures 4.18 et 4.19 montrent le conditionnement de la matrice jacobienne du l'expert2 selon les plans $y = 0$ et $z = 0$. La partie sombre au centre de ces figure représente la position initiale isotrope. Le conditionnement diminue graduellement vers les bordures de l'enveloppe de travail où il atteint des valeurs de plusieurs ordres inférieurs à 1. Le manipulateur test1 ne conserve un bon conditionnement autour de sa position

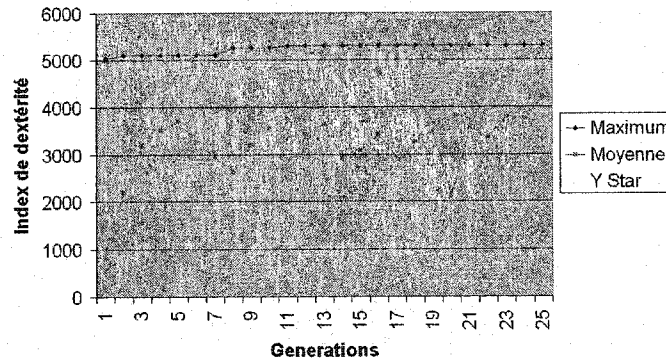


Figure 4.8: Optimisation de la dextérité

initiale que selon une direction. Alors que le bon conditionnement autour de la position initiale est réparti autour de celle-ci pour les autres manipulateurs.

4.7 Discussion

Les AGCNR ont un avantage sur les algorithmes génétiques codés aux nombres binaires (AGCNB) puisque leur précision n'est pas limitée par le codage binaire. Par contre, l'utilisation d'octree pour le calcul du volume de l'espace de travail limite la précision avec laquelle l'algorithme peut l'évaluer. Pour prendre plein avantage de la précision des AGCNB, l'utilisation d'autres techniques de calcul de l'espace de travail devrait être recherchée, telle qu'une approche de calcul géométrique.

La géométrie des manipulateurs obtenus après l'optimisation se rapproche de la géométrie de l'Orthoglide ^[18]. Cependant, la famille topologique Star comporte deux singularités mécaniques lorsqu'un point d'attache de l'effecteur se trouve sur

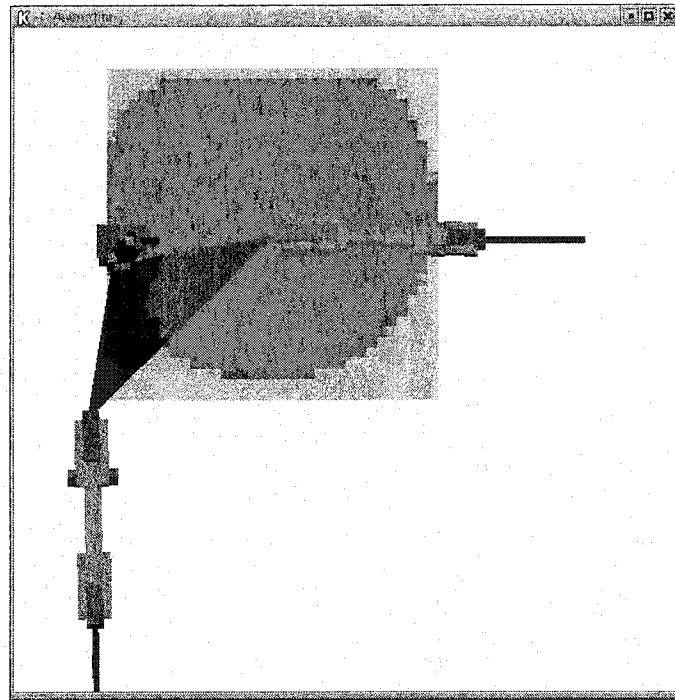


Figure 4.9: Position et orientation initiales

l'axe de sa vis respective. La première est la singularité du mécanisme prismatique circulaire lorsque ses membrures sont toutes parallèles. Cette singularité peut être évitée en utilisant un mécanisme de pantographe à câbles ^[37]. La seconde vient du fait qu'à cette position la translation de l'effecteur selon l'orientation des axes des couples rotoïdes du mécanisme prismatique circulaire est bloqué. Pour éliminer cette singularité, il faut utiliser la topologie de l'Orthoglide.

L'utilisation de l'opérateur de croisement par simulation binaire (XSB) peut permettre à l'algorithme de converger vers une meilleure solution. Par contre, le faible index de distribution et la forte probabilité de mutation, utilisés pour prévenir la

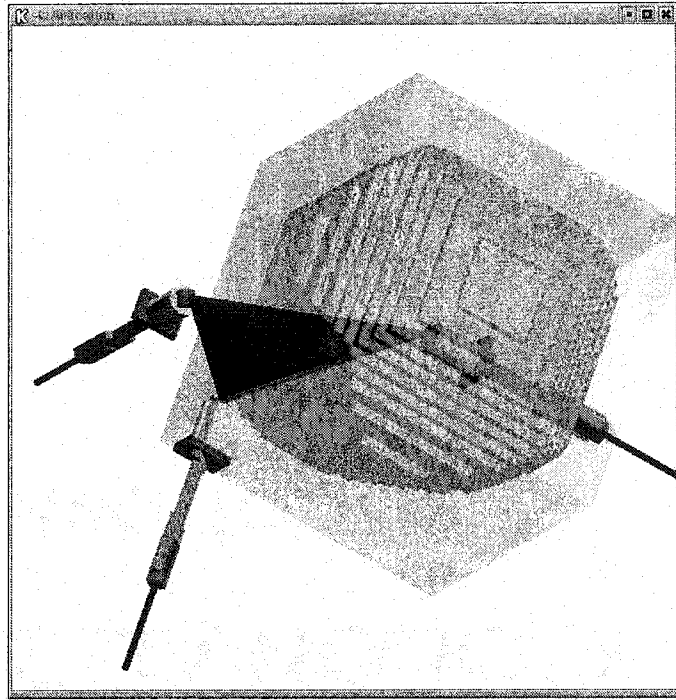


Figure 4.10: Position initiale selon une autre orientation

convergence prématurée, font en sorte que l'ensemble de la population ne peut s'approcher de la meilleure solution, ce qui nuit à la convergence après plusieurs générations. Pour palier à ce problème, des techniques telles que l'utilisation d'une population exploratrice et d'une population exploitatrice ^[35] peuvent être employées. Selon cette technique, une population exploratrice est utilisée pour explorer l'ensemble de l'espace de recherche, alors que population exploitatrice exploite l'espace de travail autour des meilleures solutions.

Un autre facteur qui peut nuire à la convergence est le fait que les meilleures solutions obtenues soient très près de la valeur maximale de l'angle β . Ainsi, les

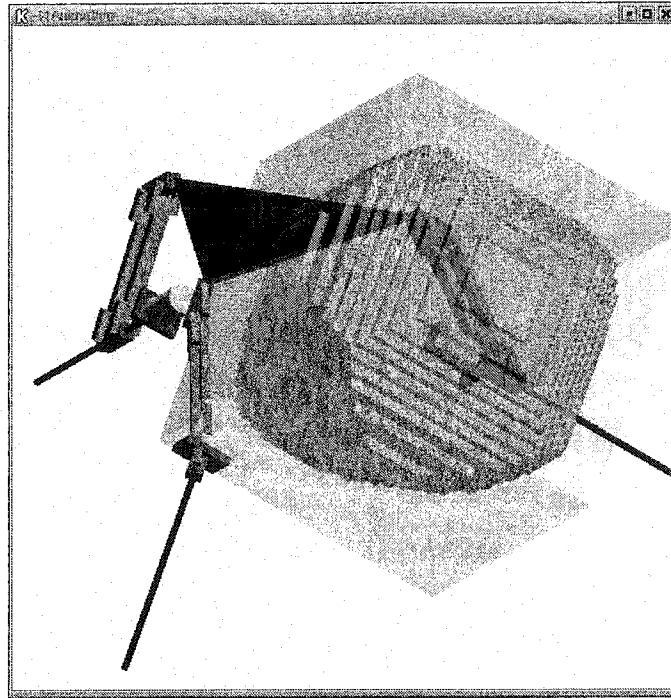


Figure 4.11: Autre position

manipulateurs obtenus pour chacune des caractéristiques sont très semblables, ils utilisent cependant des paramètres très différents. Pour palier à ce problème, un intervalle de 0 à π pourrait être utilisé pour β et les intervalles des autres paramètres limités afin de conserver la non redondance des ensembles de paramètres.

Finalement, l'algorithme présenté ne tient pas compte de l'interférence entre les membrures du manipulateur. La figure 4.20 montre l'interférence entre une vis et l'effecteur. Des techniques ^[36] peuvent être utilisées pour détecter ces interférences et retirer les positions auxquelles elles se produisent de l'espace de travail. Cependant, avec les solutions présentées, l'utilisation de vérins au lieu des vis pourrait

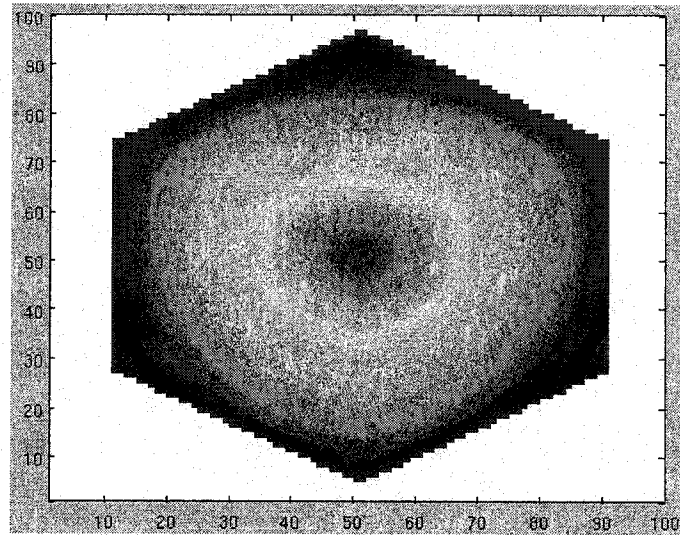


Figure 4.12: Conditionnement du Y-star selon $y = 0$

permettre d'éviter ces interférences, tout en gardant le même espace de travail.

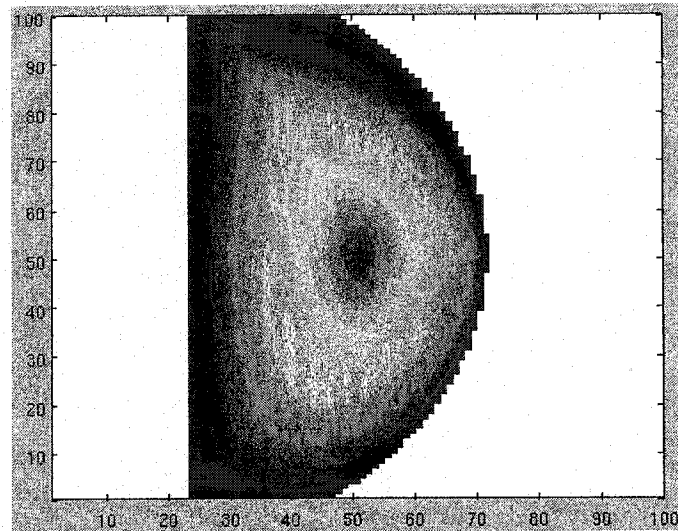


Figure 4.13: Conditionnement du Y-star selon $y = 0$

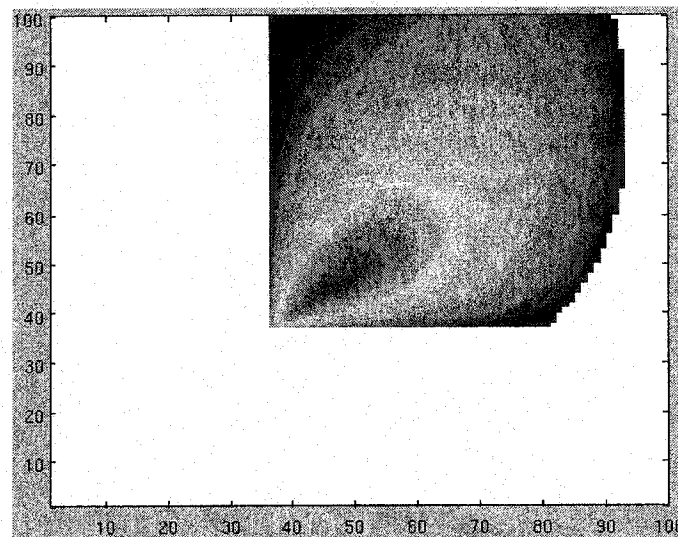


Figure 4.14: Conditionnement du test1 selon $y = 0$

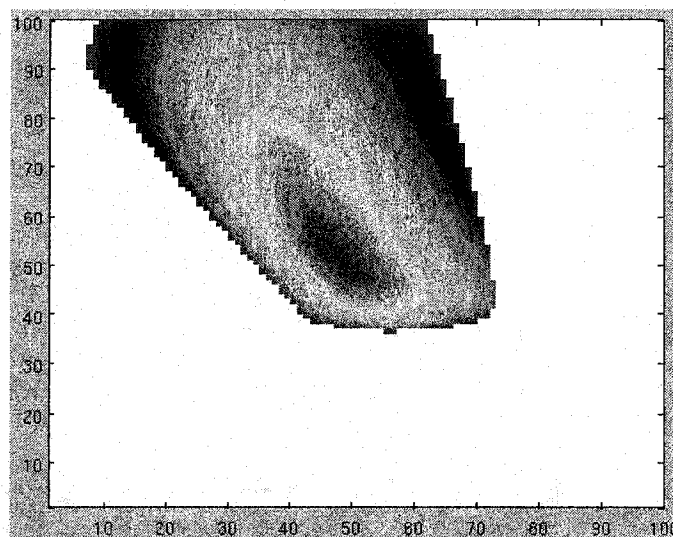


Figure 4.15: Conditionnement du test1 selon $z = 0$

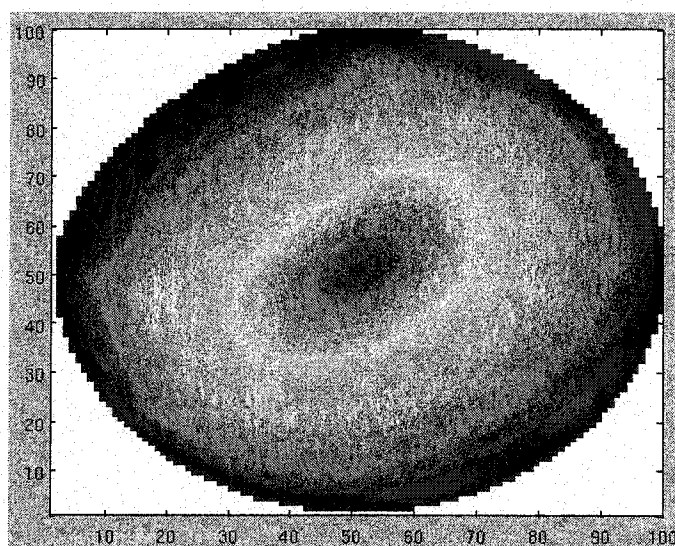


Figure 4.16: Conditionnement de l'expert1 selon $y = 0$

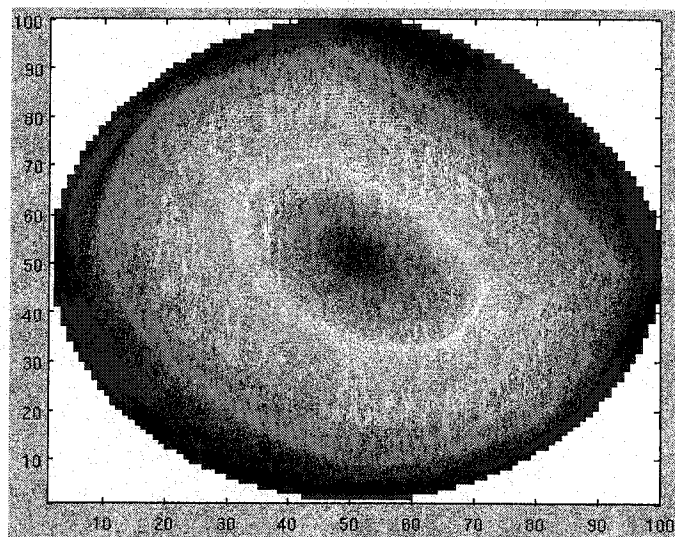


Figure 4.17: Conditionnement de l'expert1 selon $z = 0$

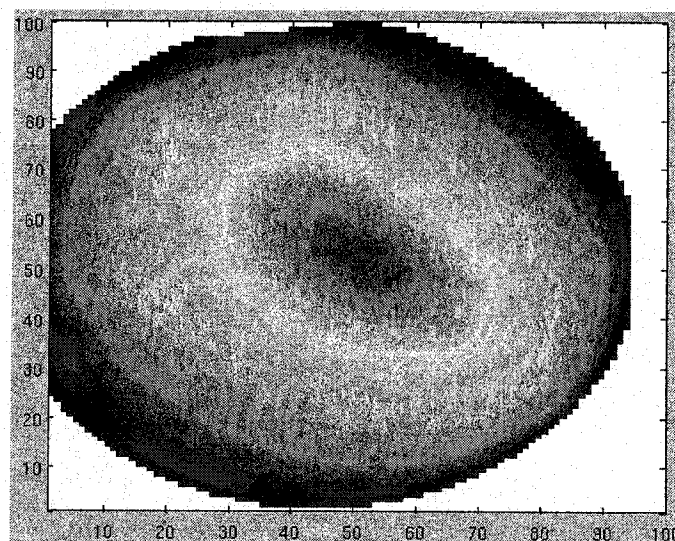


Figure 4.18: Conditionnement de l'expert2 selon $y = 0$

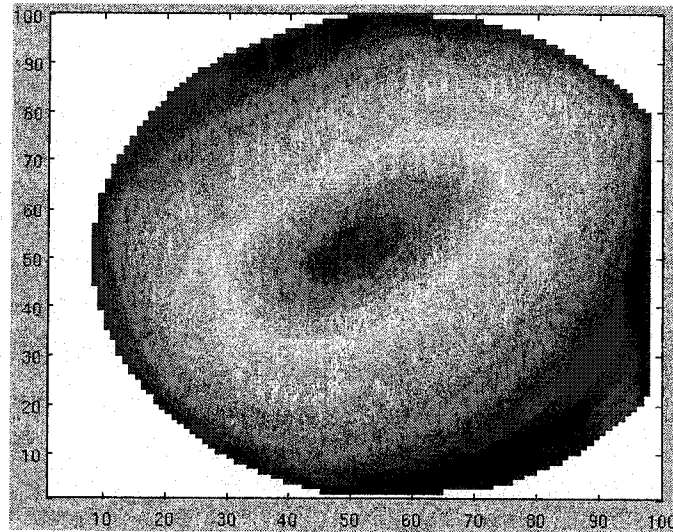


Figure 4.19: Conditionnement de l'expert2 selon $z = 0$

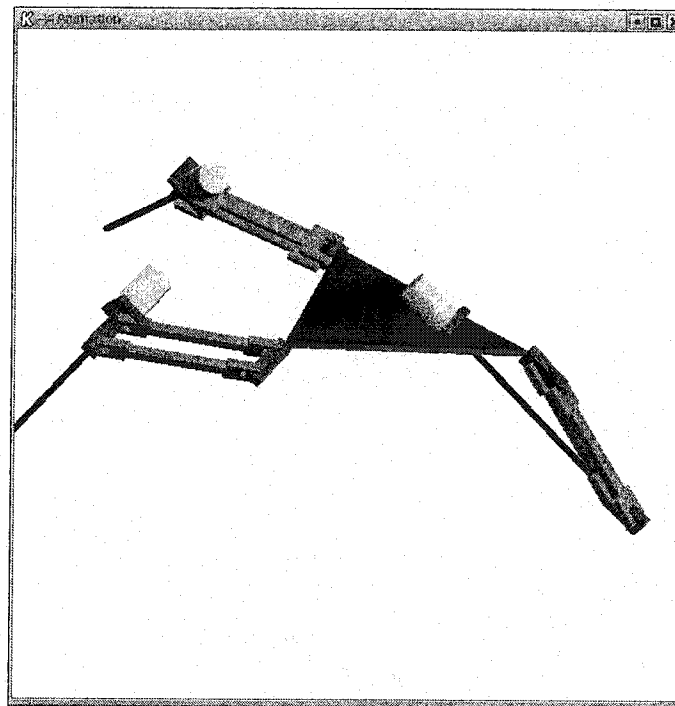


Figure 4.20: Interférence entre une vis et l'effecteur

CONCLUSION

Ce travail a montré que la géométrie des manipulateurs de la famille Star simplifiée peut être définie de façon unique et non redondante par 18 paramètres. De ces paramètres, un paramètre de longueur doit être fixé à un pour éliminer le facteur d'échelle. Ce qui laisse 17 paramètres variables.

L'utilisation de la contrainte d'isotropie pour la position initiale permet de réduire le nombre de paramètres à 10 paramètres réels et 3 paramètres booléens. De plus, seulement 4 des paramètres réels et les paramètres booléens sont présents dans la matrice jacobienne du manipulateur et influencent les caractéristiques de l'espace de travail. Les 6 autres paramètres variables, qui représentent des longueurs servant à positionner les jambes dans l'espace, peuvent être calculés à l'aide d'un algorithme de moindres carrés et de deux nouveaux paramètres représentant la longueur des côtés de deux triangles équilatéraux, le premier formé par les points d'attache de l'effecteur, le second par la position initiale des écrous. Cependant, l'algorithme de moindres carrés donne des résultats discutables et augmente de beaucoup le temps de calcul des paramètres. Il pourrait être remplacé par une seconde contrainte de design. Les 6 paramètres de longueur pourraient également être optimisés par l'algorithme génétique en utilisant une autre caractéristique du manipulateur comme la rigidité [34].

Ce travail a ensuite démontré comment les algorithmes génétiques codés aux nombres réels (AGCNR) peuvent être utilisés pour choisir les derniers paramètres variables afin d'obtenir les caractéristiques recherchées. Les résultats graphiques montrent que les algorithmes génétiques codés aux nombres réels permettent l'amélioration des caractéristiques d'un manipulateur. Les résultats sont également bien meilleurs que ceux obtenus par une optimisation intuitive. Les images générées par le simulateur démontrent également la grande ressemblance entre les résultats obtenus par l'optimisation du volume de l'espace de travail et ceux obtenus par l'optimisation de la dextérité. Ces résultats permettent également d'émettre une recommandation pour la conception de manipulateurs de la famille Star afin d'améliorer ses performances : les vis doivent former une base orthogonale. Il n'est cependant pas nécessaire que les vis s'intersectent en un point.

La contrainte d'isotropie utilisée étant suffisante mais non nécessaire, certains manipulateurs isotropes sont exclus de l'espace de recherche. L'isotropie des matrices jacobiennes $\mathbf{A}$ et $\mathbf{B}$ garantit l'isotropie de la matrice jacobienne $\mathbf{J}$. Cependant, La matrice jacobienne $\mathbf{J} = \mathbf{A}^{-1}\mathbf{B}$ peut être isotrope même si les matrices jacobiennes $\mathbf{A}$ et $\mathbf{B}$ ne le sont pas. En rendant la contrainte d'isotropie nécessaire, l'espace de recherche pourrait être agrandi tout en conservant des manipulateurs parallèles exclusivement isotropes

Il sera maintenant intéressant d'utiliser la méthodologie présentée dans ce mémoire pour optimiser la géométrie d'autres manipulateurs utilisant des topologies différentes. L'algorithme génétique peut également être amélioré avec les techniques mentionnées précédemment. Et d'autres caractéristiques peuvent être optimisées pour répondre aux besoins spécifiques d'une application. Cependant, avant d'entreprendre la fabrication d'un manipulateur réel en utilisant la méthodologie présentée, le problème de l'interférence entre les membrures devra être adressé.

RÉFÉRENCES

- [1] TREMBLAY, A. (1999). Synthèse géométrique de manipulateurs parallèles de topologie Star par algorithme génétique, Mémoire de maîtrise, École Polytechnique de Montréal, Canada.
- [2] SALISBURY, J.-K., CRAIG, J.-J. (1982). Articulated Hands: Force Control and Kinematic Issues, *The International Journal of Robotics Research*, 1, No. 1, 4-17.
- [3] GOUGH, V. E. et WHITEHALL, S. G. (1962). Universal Tyre Test Machine, *Proceedings 9th International Technical Congress, F.I.S.I.T.A., (Institution of Mechanical Engineers)*, London, England, 177.
- [4] STEWART, D. (1965). A Platform with Six Degrees of Freedom, *Proceedings Institution of Mechanical Engineers*, 180, Part 1, 371-386.
- [5] JIANG, B., QIN, M., ZHOU, L., HUANG, T. (1999). Dexterity Design of 6-PPS Parallel Manipulator, *Tenth World Congress on the Theory of Machines and Mechanisms* Oulu, Finland, June 10-24.
- [6] GOSSELIN, C. M., ALLUN, J.-F., LALIBERTÉ, T. (1999). A New Architecture for a High-Performance 6-DOF Parallel Mechanism, *Tenth World Congress on the Theory of Machines and Mechanisms* Oulu, Finland, June 10-24.

- [7] ANGELES, J. (1995). Fundamentals of robotic mechanical systems, theory, methods, and algorithms, Springer-Verlag.
- [8] HERVÉ, J. M., SPARACINO, F. (1992). Star, a New Concept in Robotics, *Proceedings of 3rd Workshop on Advances in Robot Kinematics*, September 7-9, Ferrara, 176-183.
- [9] CHEN, W.-J., ZHAO, M.-Y., ZHOU, J.-P. et QIN, Y.-F. (2002). A 2T-2R, 4-DOF Parallel Manipulator, *Proceedings of DETC 02 ASME 2002 Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference* Montreal, Canada, September 29-October 2.
- [10] JIN, Q. et YANG, T.-L. (2002). Structure Synthesis of Parallel Manipulators With 3-Dimension Translation and 1-Dimension Rotation, *Proceedings of DETC 02 ASME 2002 Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference* Montreal, Canada, September 29-October 2.
- [11] <http://www.parallemic.org>
- [12] Laboratoire de robotique, Université Laval, Québec, Canada,
http://wwwrobot.gmc.ulaval.ca/recherche/theme01_f.html

- [13] GOSSELIN, C. M., ANGELES, J. (1989). The Optimum Kinematic Design of a Spherical Three-Degree-of-Freedom Parallel Manipulator, *ASME Journal of Mechanisms, Transmission and Automation in Design*, 111, 202-207.
- [14] GOSSELIN, C. M., HAMEL, J. F. (1994). The Agile Eye : a High Performance Three-Degree-of-Freedom Camera Orienting Device, *Proceeding of IEEE International Conference on Robotics and Automation*, San Diego, 781-787.
- [15] CHABLAT, D., WENGER, Ph., CARO, S., Angeles, J. (2002). The Isoconditioning Loci of Planar Three-DOF Parallel Manipulator, *Proceedings of DETC 02 ASME 2002 Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference* Montreal, Canada, September 29-October 2.
- [16] RANJBARAN, F., ANGELES, J., GONZÁLEZ-PALACIOS, M. A., PATEL, R. V. (1995). The Mechanical Design of a Seven-Axes Manipulator with Kinematic Isotropy, *Journal of Intelligent and Robotic Systems*, 14, 21-41.
- [17] CARRETERO, J. A., PODHORODESKI, R. P., NAHON, M. A., GOSSELIN, C. M. (2000). Kinematic Analysis and Optimization of a New Three Degree-of-Freedom Spatial Parallel Manipulator, *ASME Journal of Mechanical Design*, 122, 439-446.
- [18] WENGER P., CHABLAT, D. (2002). Design of a Three-Axis Isotropic Parallel Manipulator for Machining Applications: The Orthoglide, *Proceedings of*

the WORKSHOP on Fundamental Issues and Future Research Directions for Parallel Mechanisms and Manipulators October 3-4, Quebec, Canada.

- [19] ANGELES, J. (2002). The Qualitative Synthesis of Parallel Manipulators, *Proceedings of the WORKSHOP on Fundamental Issues and Future Research Directions for Parallel Mechanisms and Manipulators* October 3-4, Quebec, Canada.
- [20] KAROUIA, M. and HERVÉ, J.M. (2002). A Family of Novel Orientational 3-DOF Parallel Robots, *RoManSy 2002*, 359-368. 2002
- [21] HERVÉ, J.M. (1978). Analyse structurale des mécanismes par groupe de déplacements, *Mechanism and Machine Theory*, 13(4), 437-450.
- [22] HERVÉ, J.M. (1999). The Lie Group of Rigid Body Displacements, a Fundamental Tool for Mechanism Design, *Mechanism and Machine Theory*, 34, 719-730.
- [23] GOSSELIN, C. M., et WU Y. (2002). On the Development of Reactionless Spatial 3-DOF Parallel-Piped Mechanisms, *Proceedings of DETC 02 ASME 2002 Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference* Montreal, Canada, September 29-October 2.
- [24] X. KONG, X., GOSSELIN, C. M. (2002). A Class of 3-DOF Translational Parallel Manipulators with Linear I-O Equations, *Proceedings of the WORK-*

SHOP on Fundamental Issues and Future Research Directions for Parallel Mechanisms and Manipulators October 3-4, Quebec City, Quebec, Canada.

- [25] KONG, X., GOSSELIN, C. M. (2002). Kinematics and Singularity Analysis of a Novel Type of 3-CRR 3-DOF Translational Parallel Manipulator, *International Journal of Robotics Research*
- [26] KIM, H. S., TSAI, L.-W. (2002). Design Optimisation of a Cartesian Parallel Manipulator, *Proceedings of DETC 02 ASME 2002 Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference* Montreal, Canada, September 29-October 2.
- [27] HERVÉ, J.M. (1995). Design of parallel manipulators via the displacement group, *IFTToMM Ninth World Congress on the Theory of Machines and Mechanisms*, 2079-2082.
- [28] CHABLAT, D. (1998). Domaines d'unicité et de parcourabilité pour les manipulateurs pleinement parallèles, Thèse de Doctorat, Université de Nantes, France.
- [29] DEB, K. et AGRAWAL R. B. (1995). Simulated binary crossover for continuous search space. *Complex Systems*, 9, 115-148.

- [30] DEB, K. et KUMAR, A. (1995). Real-coded genetic algorithms with simulated binary crossover: Studies on multimodal and multiobjective problems. *Complex Systems*, 9, Issue 6, 431-454.
- [31] GOLDBERG, D. E. (1989). Genetic Algorithms in Search, Optimization, and Machine Learning, Addison-Wesley.
- [32] BARON, L. et BERNIER, G. (2001). The Design of Parallel Manipulators of Star Topology Under Isotropic Constraint, *ASME 27th Design Automation Conference*, Pittsburg.
- [33] GOSSELIN, C. M. and ANGELES, J. (1991). A Global Performance Index for the Kinematic Optimization of Robotic Manipulators, *ASME Journal of Mechanical Design*, 113, No. 2, 220-226.
- [34] DI GREGORIO, R. et PARENTI-CASTELLI, V. (2002). Dynamic Performance Indices for 3-DOF parallel manipulators, *Advances in Robot Kinematics, Theory and applications*, Kluwer Academic Publishers, 11-20.
- [35] TSUTSUI, S., GHOSH, A., CORNE, D. et FUJIMOTO, Y. (1997). A Real Coded Genetic Algorithm with an Explorer and an Exploiter Populations, *Proceedings of the 7th International Conference on Genetic Algorithms (ICGA-97)*, 238-245.

- [36] BRUNET, S. et BARON, L. (2003). Workspace Computation of Parallel Manipulators Using 2k-trees with Collision Detection, *Proceedings of the 11th World Congress in Mechanism and Machine Science*, August 18-21, Tianjin, China.

- [37] VISCHER, P., CLAVEL, R. (2000). Argos, A Novel 3-DOF Parallel Wrist Mechanism, *The International Journal of Robotic Research*, 19, No. 1, Sage Publication, 5-11.