



Titre: Évaluation des performances d'un récepteur multi-usagers à annulation d'interférences dans un réseau de téléphonie cellulaire utilisant le spread signature CDMA
Title:

Auteur: Pierre Gelpi
Author:

Date: 2001

Type: Mémoire ou thèse / Dissertation or Thesis

Référence: Gelpi, P. (2001). Évaluation des performances d'un récepteur multi-usagers à annulation d'interférences dans un réseau de téléphonie cellulaire utilisant le spread signature CDMA [Master's thesis, École Polytechnique de Montréal].
Citation: PolyPublie. <https://publications.polymtl.ca/6961/>

 **Document en libre accès dans PolyPublie**
Open Access document in PolyPublie

URL de PolyPublie: <https://publications.polymtl.ca/6961/>
PolyPublie URL:

Directeurs de recherche: David Haccoun, & Jean Conan
Advisors:

Programme: Unspecified
Program:

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

Évaluation des Performances d'un Récepteur Multi-Usagers à
Annulation d'Interférences dans un Réseau de Téléphonie
Cellulaire utilisant le *Spread Signature CDMA*

Pierre Gelpí

DÉPARTEMENT DE GÉNIE ÉLECTRIQUE ET INFORMATIQUE
ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

MÉMOIRE PRÉSENTÉ EN VUE DE L'OBTENTION
DU DIPLÔME DE MAÎTRE ÈS SCIENCES APPLIQUÉES (M.Sc.A.)
(GÉNIE ÉLECTRIQUE)

Avril 2001

© droits réservés de Pierre Gelpí, 2001.



**National Library
of Canada**

**Acquisitions and
Bibliographic Services**

**395 Wellington Street
Ottawa ON K1A 0N4
Canada**

**Bibliothèque nationale
du Canada**

**Acquisitions et
services bibliographiques**

**395, rue Wellington
Ottawa ON K1A 0N4
Canada**

Your file Votre référence

Our file Notre référence

The author has granted a non-exclusive licence allowing the National Library of Canada to reproduce, loan, distribute or sell copies of this thesis in microform, paper or electronic formats.

The author retains ownership of the copyright in this thesis. Neither the thesis nor substantial extracts from it may be printed or otherwise reproduced without the author's permission.

L'auteur a accordé une licence non exclusive permettant à la Bibliothèque nationale du Canada de reproduire, prêter, distribuer ou vendre des copies de cette thèse sous la forme de microfiche/film, de reproduction sur papier ou sur format électronique.

L'auteur conserve la propriété du droit d'auteur qui protège cette thèse. Ni la thèse ni des extraits substantiels de celle-ci ne doivent être imprimés ou autrement reproduits sans son autorisation.

0-612-65576-8

Canada

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

ÉCOLE POLYTECHNIQUE

Ce mémoire intitulé:

Évaluation des Performances d'un Récepteur
Multi-Usagers à Annulation d'Interférences dans
un Réseau de Téléphonie Cellulaire utilisant le
Spread Signature CDMA

présenté par: Pierre Gelpí

en vue de l'obtention du diplôme de: Maître ès sciences appliquées

a été dûment accepté par le jury d'examen constitué de:

M. Samuel Pierre, Ph.D., président

M. David Haccoun, Ph.D., membre et directeur de recherche

M. Jean Conan, Ph.D., membre et codirecteur de recherche

M. Paul Fortier, Ph.D., membre

en mémoire de Sylvain Delas.

Remerciements

L'expérience de la maîtrise recherche à l'École Polytechnique de Montréal m'a apporté énormément du point de vue technique, mais également sur le plan humain. Un certain nombre de personnes ont contribué à cette réussite et je tiens à les remercier de tout cœur.

Je commence par Monsieur David Haccoun, mon directeur de recherche, qui m'a accordé sa confiance et m'a laissé une grande liberté, pour le choix de l'orientation de mon travail.

Sur le même plan, je place Monsieur Jean Conan, qui a également dirigé mon travail, et dont j'ai apprécié particulièrement les conseils et les encouragements.

Je remercie également les membres du jury Monsieur Samuel Pierre et Monsieur Paul Fortier de leur intérêt pour ce travail.

Je n'oublie pas mes collègues étudiants: Christian, Guillaume, Pierre-Frédéric, Khaled, Brice, Lionel, Frédéric et Hervé que je remercie chaleureusement pour les discussions enrichissantes que l'on a pu avoir.

Je tiens à mentionner France Télécom R&D pour la bourse d'études qui m'a été attribuée.

Mais ce travail n'aurait pas été possible sans le soutien de mes parents à Paris, mes grands parents à Saint Vallier et ma grande tante à Barcelone qui ont tous su accepter que l'expérience d'études à l'étranger était une opportunité pour moi.

Je remercie également Aurélie pour sa confiance quotidienne et ses desserts réconfortants, en espérant que ce mémoire sera digne des contraintes qu'il lui a imposées.

Et je termine par notre chat Cookie qui a bien voulu planifier ses siestes pendant mes périodes de concentration.

Résumé

Une des techniques d'accès multiple les plus répandues dans les réseaux de téléphonie cellulaire actuels et du futur est l'accès multiple par répartition des codes (CDMA). Un des défis de la future génération de systèmes est d'offrir des débits très élevés. Pour cela, il est primordial de vaincre les difficultés créées par le canal radiomobile. Dans ce contexte, les récepteurs multi-usagers semblent constituer une alternative intéressante pour atteindre cet objectif. Ce mémoire commence par poser le problème du canal radiomobile. Puis, après une introduction sur le DS-CDMA, une généralisation des techniques d'accès multiple usuelles: le *Spread Signature CDMA*, est décrite. Ce système possède un degré de liberté supplémentaire par rapport au DS-CDMA, qui permet d'introduire de la diversité temporelle sous forme d'interférence intersymboles. Ensuite une étude théorique d'un récepteur multi-usagers itératif qui exploite cette diversité temporelle pour réduire les interférences intersymboles et d'accès multiple, est présentée. Les performances "prévues" de ce récepteur, calculées à partir d'un modèle analytique, permettent de quantifier l'influence d'un contrôle de puissance imparfait. Pour terminer, les simulations effectuées ainsi que les résultats obtenus sont décrits. La complexité de ce récepteur a limité l'étendue des paramètres pris en compte. En conséquence, les performances obtenues ne permettent pas, pour l'instant, de confirmer l'intérêt de l'algorithme itératif.

Abstract

One of the most common multiple access techniques to be used in present and future cellular phone networks is Code Division Multiple Access (CDMA). One of the challenges for the future generation of cellular systems is to offer very high bit rates. In order to achieve this, it is essential to overcome transmission impairments due to the radiomobile channel. In this context, multi-user receivers seem to be an interesting alternative to reach this objective. We begin by presenting the problem of the radiomobile channel and after an introduction on DS-CDMA we introduce a generalization of common multiple access techniques called the Spread Signature CDMA. This technique has one degree of freedom more than the DS-CDMA which allows to introduce time diversity through inter-symbol interference. We follow by a theoretical study of an iterative multi-user receiver exploiting this time diversity to reduce inter-symbol and multiple-access interferences. The envisioned performances of this receiver, computed through an analytical model, allow to quantify the influence of an imperfect power control. Finally we present some results obtained by computer simulations. However, due to the complexity of the receiver which has limited the range of tested parameters, the performances which have been obtained so far did not confirm adequately the gain envisioned by the use of the iterative algorithm.

Table des matières

Dédicace	iv
Résumé	v
Abstract	vi
Remerciements	vii
Table des matières	ix
Liste des figures	xiii
Liste des tableaux	xv
Liste des sigles et abréviations	xvi
Liste des notations	xvii
Introduction	1
1 Le canal radiomobile	5
1.1 Analyse	5
1.1.1 Les atténuations lentes	6
1.1.2 Le phénomène multi-chemins	6

Définition	6
Hypothèses et simplification	7
1.2 Modèles	9
1.2.1 Génération des atténuations subies	9
1.2.2 Modélisation choisie	11
2 Deux types de CDMA	13
2.1 Direct Sequence CDMA	13
2.2 Spread Signature CDMA	16
2.2.1 Définition et propriétés fondamentales	16
La modulation	17
L'orthonormalité	19
La complétude	20
Exemples	22
2.2.2 Les caractéristiques de <i>bonnes</i> signatures	25
Auto et inter-corrélations	25
La dispersion	26
Le partitionnement	27
Un exemple	28
3 Le récepteur multi-usagers étudié	31
3.1 La première itération ($l = 1$)	33
3.1.1 L'égalisation	33
3.1.2 Décomposition de l'estimation en trois termes	34
3.1.3 Qu'en est-il des performances ?	36
3.2 Les itérations suivantes ($l \geq 2$)	37
3.2.1 Estimation de l'interférence	37

3.2.2	Décomposition de l'estimation en trois termes	39
3.2.3	Qu'en est-il des performances ?	39
3.2.4	Optimisation du SNIR	40
3.2.5	L'algorithme récursif	41
	Cas de la liaison descendante	42
	Cas de la liaison montante	42
3.2.6	Considérations de programmation	43
3.3	Performances théoriques	45
3.4	Conclusion sur la théorie: le rôle de l'orthonormalité et de la complétude	46
4	Performances "prévues"	50
4.1	Présentation de l'approche	50
4.2	Le contrôle de puissance	52
4.3	Résultats	54
4.4	Cas d'un contrôle de puissance parfait	55
4.5	Cas d'un contrôle de puissance imparfait	57
5	Résultats de simulations	69
5.1	La complexité de l'algorithme du récepteur	69
5.2	Choix des paramètres	71
5.2.1	L'écart entre les échos	71
5.2.2	Compromis entre W_0 et L	72
5.2.3	Résumé des choix de paramètres	73
5.3	Évaluation de la qualité des signatures utilisées	75
5.4	Résultats	76
5.4.1	Si L est trop faible, les performances sont médiocres	76
5.4.2	Pour $K > L$, les performances sont meilleures que pour $K = L$	78

5.4.3	Si K est trop grand, les performances sont moins bonnes . . .	79
5.4.4	Les meilleurs cas	81
5.4.5	Cas d'un contrôle de puissance imparfait	84
Conclusion		85
Bibliographie		89

Liste des figures

1.1	Densité de Rayleigh pour $\sigma = 1$	9
1.2	Enveloppe d'un signal de Rayleigh obtenue par simulation	10
1.3	Modélisation d'un signal de Rayleigh	11
2.1	Mécanisme du codage et du décodage	14
2.2	Illustration du décodage, en fréquences	16
2.3	Schéma de la modulation	17
2.4	Mécanisme de la modulation	18
2.5	Illustration des signatures pour $(L, K) = (4, 16)$ et $(32, 1024)$	30
3.1	Schéma de l'algorithme [1]	32
3.2	Schéma de la première itération	33
3.3	Schéma de l'itération l	38
3.4	Graphe de la fonction intervenant pour la liaison descendante	44
3.5	Graphe de la fonction intervenant pour la liaison montante (cas $M =$ 2 et $M = 16$)	49
4.1	Performances prévues pour une charge de 25 %	60
4.2	Performances prévues pour une charge de 50 %	61
4.3	Performances prévues pour une charge de 100 %	62
4.4	Capacité prévue en contrôle de puissance parfait	63

4.5	Performances prévues: liaison descendante pour $\delta = 1.5$ dB	64
4.6	Performances prévues: liaison montante pour $\delta = 1.5$ dB	65
4.7	Performances prévues: liaison descendante pour $\delta = 0$ dB	66
4.8	Performances prévues: liaison montante pour $\delta = 0$ dB	67
4.9	Comparaison entre le contrôle de puissance parfait et imparfait	68
5.1	Performances de la liaison descendante pour $L = 2$ et $K = 8$	77
5.2	Performances de la liaison descendante pour $L = 4$ et $K = 4$	78
5.3	Performances de la liaison descendante pour $L = 4$ et $K = 16$	79
5.4	Performances de la liaison descendante pour $L = 4$ et $K = 64$	80
5.5	Influence de K sur les performances	81
5.6	Performances de la liaison descendante pour $L = 8$ et $K = 64$	82
5.7	Performances de la liaison descendante pour $L = 32$ et $K = 1024$. . .	83

Liste des tableaux

5.1	Durée approximative du calcul correspondant à la première itération .	70
5.2	Durée approximative du calcul correspondant à l'itération $l \geq 2$. . .	71
5.3	Nombre de chips séparant deux échos pour un écart de $2 \mu s$	71
5.4	Principaux paramètres des simulations effectuées	74

Liste des sigles et abréviations

BPSK	<i>Binary Phase Shift Keying</i>
QPSK	<i>Quadrature Phase Shift Keying</i>
MSK	<i>Minimum Shift Keying</i>
TDMA	<i>Time Division Multiple Access</i>
FDMA	<i>Frequency Division Multiple Access</i>
CDMA	<i>Code Division Multiple Access</i>
MAI	<i>Multiple Access Interference</i>
UMTS	<i>Universal Mobile Telecommunication System</i>

Liste des notations

t	transposition
$\delta[k]$	vaut 1 si $k = 0$ et 0 sinon
\mathbf{I}	matrice identité
\dagger	adjoint (transposé et conjugué)
$*$	conjugaison
\otimes	convolution

Introduction

Les prévisions laissent penser que le milliard d'abonnés au téléphone mobile sera atteint l'année prochaine. Après une course à la miniaturisation qui a conduit à des terminaux de la taille d'une carte de crédit, un nouveau défi est lancé: celui des services. Des adaptations des normes de deuxième génération permettent déjà l'accès à Internet à partir d'un terminal mobile. Dans quelques mois, grâce aux normes de troisième génération, le téléphone mobile permettra de transmettre des images, des séquences vidéo, ou encore de jouer en réseau. Pour arriver à un tel développement, des améliorations certaines doivent intervenir en matière d'interface radio.

Les communications mobiles souffrent du phénomène multi-chemins créé par les réflexions, diffractions et diffusions que subit le signal transmis. Dans les systèmes actuels le récepteur de Rake permet de lutter avec une certaine efficacité contre les évanouissements profonds du signal reçu. Dans les systèmes de troisième génération le débit sera beaucoup plus élevé et il y aura plusieurs canaux (de voix ou de données). Tous ces éléments conduisent à une dégradation des performances de ce type de récepteur.

Certains développements récents de traitement du signal ont des applications importantes dans le domaine des communications mobiles. En particulier, de nou-

veaux types de récepteurs ont été imaginés pour les systèmes de téléphonie mobile. Il s'agit des récepteurs multi-usagers qui permettent de limiter les interférences, très importantes lorsque le débit est élevé.

Un des éléments qui caractérisent un réseau cellulaire est la technique d'accès multiple utilisée. Une des techniques les plus utilisées dans les systèmes actuels et ceux du futur est le CDMA, et plus particulièrement le *Direct Sequence CDMA*. Le travail présenté dans ce mémoire s'intéresse à un récepteur multi-usagers qui utilise une technique d'accès multiple plus générale: le *Spread Signature CDMA*. Cette technique est fondée sur une théorie mathématique de traitement du signal et peut être vue comme une généralisation des techniques d'accès multiple usuelles, incluant le TDMA, le FDMA et le DS-CDMA. Elle permet donc de comparer d'un point de vue théorique les systèmes connus et peut également conduire à des systèmes plus performants. En particulier, un degré de liberté supplémentaire par rapport au DS-CDMA permet d'introduire de manière contrôlée de l'interférence intersymboles artificielle, que l'on peut considérer comme de la diversité temporelle.

Le récepteur multi-usagers étudié dans ce travail, utilise un algorithme itératif qui exploite la diversité temporelle introduite par le *Spread Signature CDMA* sous forme d'interférence intersymboles, pour réduire les interférences intersymboles et d'accès multiple (MAI). Non seulement la simple modulation par *Spread Signature CDMA* est beaucoup plus complexe à mettre en œuvre que celle par DS-CDMA, mais cet algorithme itératif nécessite de nombreuses opérations mathématiques qui sont très lourdes à réaliser. Toutefois, les contraintes qui seront imposées par les applications futures des téléphones cellulaires, conduiront peut être à s'orienter vers des récepteurs de ce niveau de complexité, pour réduire les interférences. En ce

qui concerne le travail présenté dans ce mémoire, les performances de ce récepteur sont envisagées de deux manières. D'une part, un modèle analytique conduit à des résultats de probabilité d'erreur "prévue". L'intérêt est plus particulièrement porté sur l'étude de l'influence d'un contrôle de puissance imparfait. D'autre part, des simulations de ce récepteur permettent d'obtenir des performances plus réalistes de ce récepteur, mais dans un nombre de configurations plus limité, principalement en raison de la complexité du récepteur. La comparaison de ces résultats avec les précédents permet d'avoir une idée plus précise du comportement et de l'intérêt d'un tel système.

Organisation du mémoire

Le travail présenté dans ce mémoire se développe ainsi: le chapitre 1 analyse les perturbations que subit le signal transmis au cours de son passage par un canal radiomobile. Le chapitre 2 débute par une introduction au *Direct Sequence CDMA*. Ensuite, le *Spread Signature CDMA* proposé par Wornell en 1995 [15], est présenté à l'aide de schémas et d'énoncés soulignant les points fondamentaux. Ces énoncés font l'objet de démonstrations. Le chapitre 3 poursuit cette étude théorique par une description du récepteur multi-usagers itératif à annulation d'interférences proposé par Beheshti et al. en 1998 [1]. Le chapitre 4 présente les performances "prévues" du récepteur. Il s'agit de résultats obtenus à partir d'un modèle analytique. Le principal intérêt est l'étude de l'influence d'un contrôle de puissance imparfait. Le chapitre 5 décrit les résultats obtenus grâce à un simulateur de ce récepteur, programmé en C++, et les compare aux performances "prévues" présentées au chapitre précédent. Enfin, la conclusion met en valeur l'intérêt des résultats présentés et dresse les perspectives de recherche à venir.

Il est à noter que ce travail est toujours resté le plus général possible, sans jamais se restreindre à une norme particulière. Les seules références à des systèmes de téléphonie cellulaire normalisés ou à des valeurs particulières de certains paramètres, ont pour unique but d'illustrer l'intérêt et la pertinence du système étudié, en regard des systèmes existants.

Liste des contributions

Le travail présenté dans ce mémoire s'inscrit à la suite d'autres travaux de maîtrise d'étudiants du laboratoire de Monsieur Haccoun, portant sur le CDMA: [8], [12], [3] et [4]. Toutefois il introduit une nouvelle approche: celle du traitement du signal et plus particulièrement du *Spread Signature CDMA* dans le cadre d'un récepteur multi-usagers itératif à annulation d'interférences. Les principales contributions qui résultent de ce travail sont les suivantes:

- L'évaluation des performances "prévues" de ce récepteur pour les liaisons descendante et montante qui est présentée, permet de quantifier l'influence d'un contrôle de puissance imparfait.
- Les résultats de la simulation de ce récepteur conduisent à la mise en évidence d'un seuil de l'expansion de largeur de bande à partir duquel les performances sont meilleures et d'un seuil de la longueur des signatures à partir duquel les performances sont moins bonnes.
- Les résultats des simulations montrent que les performances de ce récepteur sont meilleures que les performances "prévues" ainsi que les performances du canal gaussien non codé, pour des SNR faibles.

Chapitre 1

Le canal radiomobile

Le principal problème posé par les communications mobiles est la mauvaise qualité de la transmission. L'importance des perturbations introduites par le canal radiomobile est sans doute une des raisons essentielles du retard de développement du téléphone mobile sur le téléphone fixe. Dans ce chapitre, je vais présenter une analyse succincte du canal radiomobile, principalement inspirée de [5], ainsi que certains modèles de propagation possibles, dont celui qui sera utilisé plus loin pour l'étude du récepteur qui fait l'objet de ce mémoire.

1.1 Analyse

Il s'agit de caractériser les propriétés statistiques des perturbations introduites par le canal radiomobile. On peut distinguer des atténuations généralement qualifiées de *lentes* qui seront l'objet de la première section et des perturbations plus rapides et profondes qui seront décrites dans la seconde section.

1.1.1 Les atténuations lentes

La première atténuation à prendre en compte est celle qui est due à la distance. Elle n'est sensible qu'à relativement longue distance et elle est invariante dans le temps. Il est généralement considéré que cette atténuation peut être décrite par le facteur $\frac{1}{D^n}$ où D est la distance base-mobile et l'exposant n varie suivant les milieux entre 2 et 8.

La seconde atténuation dite *lente* est qualifiée d'effet d'ombrage. Il s'agit en effet de l'atténuation provoquée par la présence d'obstacles majeurs tels que les collines. Cette atténuation n'évolue pas très rapidement dans le temps, mais est beaucoup plus importante que la précédente et s'avère difficile à combattre. Pour la décrire plus précisément, on peut écrire la densité de probabilité de la puissance du signal reçu:

$$p(x) = \begin{cases} \frac{1}{x\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{(\ln x - \ln \mu)^2}{2\sigma^2}} & x > 0 \\ 0 & x \leq 0 \end{cases} \quad (1.1)$$

Il s'agit d'une distribution log-normale de moyenne $\ln \mu$ et d'écart type σ . On a $E[x] = \mu e^{\sigma^2/2}$ et $\text{var}(x) = \mu^2 e^{\sigma^2} (e^{\sigma^2} - 1)$. La constante μ représente une moyenne de zone qui ne dépend que de la distance base-mobile, proportionnellement au facteur $\frac{1}{D^n}$ cité ci-dessus, avec n qui peut varier par paliers. L'écart type σ vaut entre 2 et 12 dB [3] suivant les environnements.

1.1.2 Le phénomène multi-chemins

Définition

Une des principales particularités des communications mobiles est le phénomène multi-chemins. Pour une onde transmise, par exemple $\cos(2\pi f_c t)$, un certain nombre

d'échos sont reçus. Ainsi, le signal reçu s'exprime sous la forme:

$$E(t) = \sum_{n=1}^N E_n(t) \quad (1.2)$$

où $E_n(t)$ a subi le décalage Doppler et un déphasage aléatoire:

$$E_n(t) = C_n \cos(2\pi f_c t - \frac{2\pi f_c t}{c} \vec{u}_n \cdot \vec{v}_M + \phi_n) \quad (1.3)$$

C_n est un terme d'atténuation propre au chemin n , c est la célérité de la lumière, \vec{u}_n est la direction de l'onde n et \vec{v}_M est le vecteur vitesse du mobile. Ainsi, la valeur maximale de $\vec{u}_n \cdot \vec{v}_M$ est v , la vitesse du mobile. Enfin, ϕ_n est un déphasage aléatoire.

On peut également exprimer le signal reçu comme:

$$E(t) = \text{Re}[\tilde{E}(t)e^{j2\pi f_c t}] \quad (1.4)$$

avec $\tilde{E}(t) = I(t) + jQ(t)$ est l'enveloppe complexe de $E(t)$. $I(t)$ et $Q(t)$ sont respectivement les composantes en phase et en quadrature de $E(t)$.

$$\begin{cases} I(t) = \sum_{n=1}^N C_n \cos\left[\frac{2\pi f_c t}{c} \vec{u}_n \cdot \vec{v}_M + \phi_n\right] \\ Q(t) = \sum_{n=1}^N C_n \sin\left[\frac{2\pi f_c t}{c} \vec{u}_n \cdot \vec{v}_M + \phi_n\right] \end{cases} \quad (1.5)$$

Hypothèses et simplification

A ce stade, le modèle est relativement général, mais il n'est pas aisé de visualiser son comportement. On peut faire un certain nombre d'hypothèses: si le modèle est planaire et que les ϕ_n sont uniformément distribués sur $[0, 2\pi[$, on a $E[I(t)] = E[Q(t)] = 0$, $E[I(t)^2] = E[Q(t)^2] = \sum_{n=1}^N \frac{C_n^2}{2}$ et $E[I(t)Q(t)] = 0$. Si on suppose de plus que le nombre de chemins tend vers l'infini, le théorème de la limite centrale implique que $I(t)$ et $Q(t)$ sont gaussiennes. Comme elles sont décorrélées, elles sont

de plus indépendantes et leur densité de probabilité conjointe s'écrit:

$$p_{IQ}(x, y) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} e^{-\frac{x^2+y^2}{2\sigma^2}} \quad (1.6)$$

avec $\sigma^2 = \lim_{N \rightarrow \infty} \sum_{n=1}^N \frac{C_n^2}{2}$ qui vaut également la puissance moyenne du signal reçu.

Si on écrit $\tilde{E}(t) = \alpha(t)e^{j\phi(t)}$, on a la densité de probabilité conjointe de $\alpha(t)$ et $\phi(t)$ donnée par $p_{\alpha,\phi}(\alpha, \phi) = p_{I,Q}(\alpha \cos \phi, \alpha \sin \phi) \cdot |J|$ où $|J|$ est le jacobien:

$$|J| = \begin{vmatrix} \frac{dx}{d\alpha} & \frac{dx}{d\phi} \\ \frac{dy}{d\alpha} & \frac{dy}{d\phi} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \cos \phi & -\alpha \sin \phi \\ \sin \phi & \alpha \cos \phi \end{vmatrix} = \alpha \quad (1.7)$$

On a donc la densité conjointe de α et ϕ qui est donnée par

$$p_{\alpha,\phi}(\alpha, \phi) = \frac{\alpha}{2\pi\sigma^2} e^{-\frac{\alpha^2}{2\sigma^2}} \quad (1.8)$$

et qui ne dépend pas de ϕ . De cette expression, on peut déduire les densités marginales. On avait supposé que les ϕ_n sont uniformément distribués sur $[0, 2\pi[$ et on vérifie bien que

$$p_{\phi}(\phi) = \frac{1}{2\pi} \quad \text{pour } 0 \leq \phi < 2\pi \quad (1.9)$$

Enfin, l'enveloppe α du signal reçu suit une densité donnée par:

$$p_{\alpha}(\alpha) = \begin{cases} \frac{\alpha}{\sigma^2} e^{-\frac{\alpha^2}{2\sigma^2}} & \text{si } \alpha \geq 0 \\ 0 & \text{autrement} \end{cases} \quad (1.10)$$

Cette densité, appelée loi de Rayleigh, est illustrée par la figure 1.1.

La figure 1.2 représente l'enveloppe d'un signal de Rayleigh en échelle logarithmique. On peut observer des évanouissements profonds et rapides. Ceux-ci sont provoqués par le phénomène multi-chemins et l'effet Doppler. Notons également l'approximation usuelle qui consiste à considérer que le nombre de chemins tend vers l'infini. Le signal suit alors une distribution de Rayleigh. Une des caractéristiques utiles de la distribution de Rayleigh est son espérance mathématique:

$$E[\alpha] = \sigma \sqrt{\frac{\pi}{2}}. \quad (1.11)$$

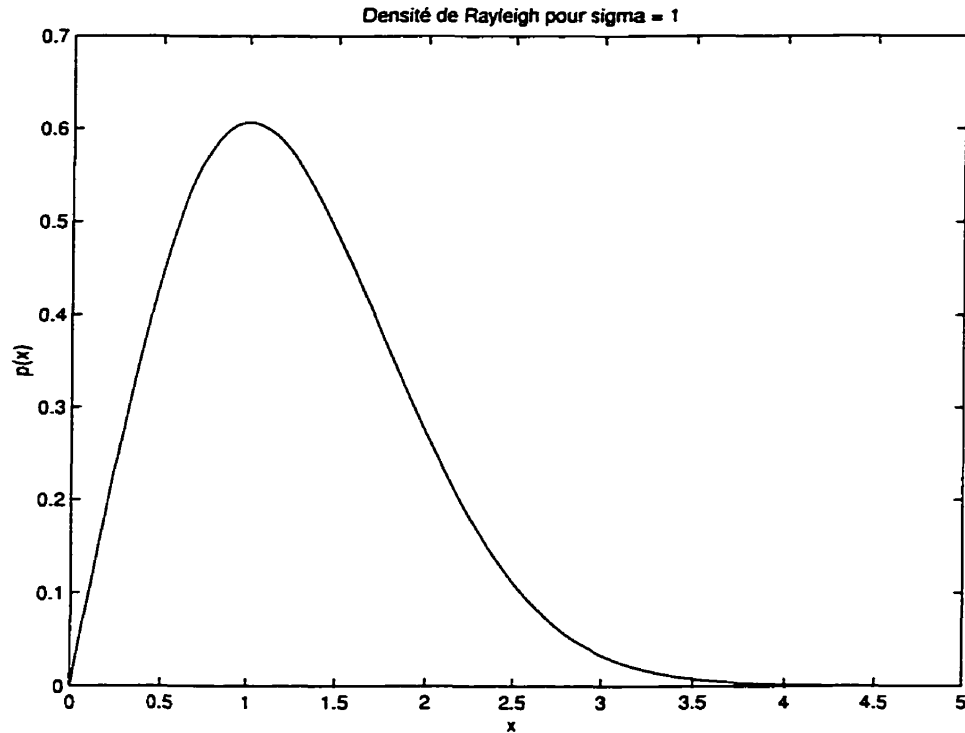


Figure 1.1: Densité de Rayleigh pour $\sigma = 1$.

1.2 Modèles

1.2.1 Génération des atténuations subies

L'analyse présentée dans la section précédente permet de générer des signaux proches de ceux qui sont reçus dans le cadre de communications mobiles. L'intérêt est évidemment de pouvoir faire des simulations de façon à évaluer les performances d'un système comme celui qui sera étudié dans les chapitres suivants. La figure 1.3 montre le schéma du simulateur de signal de Rayleigh développé par Guillaume Boillet [3] en langage Matlab.

La réponse impulsionnelle du filtre Doppler est calculée en reprenant l'hypothèse de phénomène planaire dans lequel les ondes présentent des angles d'arrivées uni-

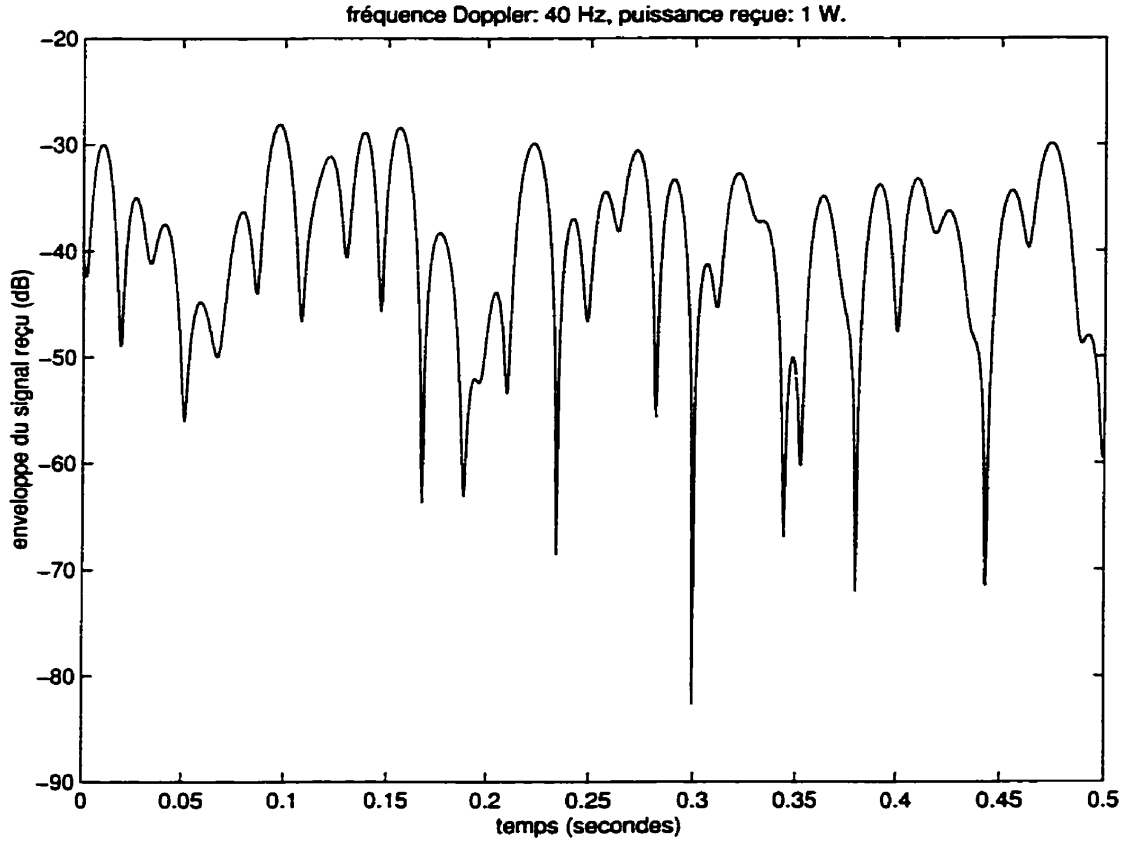


Figure 1.2: Enveloppe d'un signal de Rayleigh obtenue par simulation

formément distribués sur $[0, 2\pi[$. Les ondes arrivant entre α et $\alpha + d\alpha$ contribuent de la puissance à la fréquence $f = f_c + f_D \cos \alpha$ jusqu'à la fréquence $f_c + f_D \cos \alpha - f_D \sin \alpha d\alpha$. Une contribution à ces mêmes fréquences provient des ondes entre $-\alpha$ et $-\alpha - d\alpha$. On a donc la puissance différentielle du signal reçu qui vaut

$$S(f)df = \frac{\sigma^2}{2\pi} [G(\alpha) + G(-\alpha)] d\alpha \quad (1.12)$$

où σ^2 est la puissance moyenne du signal reçu et $G(\alpha)$ est le gain de l'aérien dans la direction α . Comme $df = f_D \sin \alpha d\alpha$ et $\cos \alpha = \frac{f - f_c}{f_D}$, et que $G(\alpha) = G(-\alpha) \approx \frac{3}{2}$

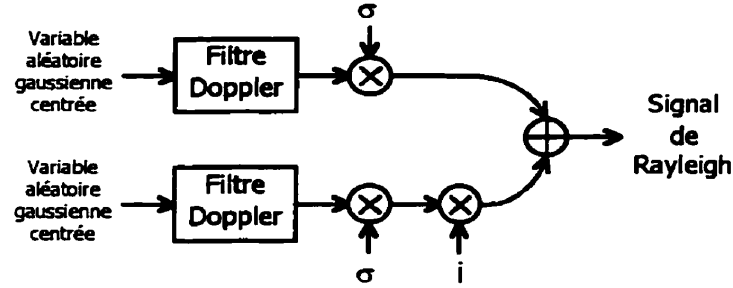


Figure 1.3: Modélisation d'un signal de Rayleigh

pour un dipôle fouet vertical, on en déduit le spectre de densité de puissance

$$S(f) = \frac{3\sigma^2}{2\pi f_D \sqrt{1 - \left(\frac{f-f_c}{f_D}\right)^2}}. \quad (1.13)$$

La fonction de transfert du filtre Doppler a pour module la racine carrée de cette densité spectrale de puissance S .

1.2.2 Modélisation choisie

La procédure décrite ci-dessus permet de générer des suites discrètes représentant les évanouissements rapides et profonds subits par le signal reçu dans le cadre de communications mobiles. La principale hypothèse est que toutes les perturbations du canal, c'est-à-dire les déphasages fréquentiels (effet Doppler) ainsi que les décalages temporels (dus aux réflexions du signal), sont représentées par la distribution de Rayleigh comme le justifie l'analyse présentée à la section 1.1.

Dans la suite, le canal est modélisé par sa réponse impulsionnelle discrète sous forme d'une matrice dont les coefficients $a[n, k]$ sont tels que:

$$a[n, k] \text{ est la réponse au temps } n \text{ à une impulsion au temps } n - k. \quad (1.14)$$

Le nombre de colonnes non nulles de cette matrice correspond au nombre d'échos considérés. Dans le cas du simulateur présenté au chapitre 5, le nombre d'échos choisi est de deux. On suppose que le récepteur est synchronisé sur le premier écho reçu et que, en moyenne, il égalise de façon à voir cet écho comme non atténué. On choisit l'atténuation du second écho de manière aléatoire comme suivant une loi de Rayleigh de moyenne connue, par exemple - 4 dB. Enfin, la dernière hypothèse qui est considérée est celle d'un canal quasi-statique, c'est-à-dire, que durant le temps qui correspond à la trame que l'on traite, le canal n'est pas modifié et chaque ligne de la matrice a est donc identique pour une trame donnée. L'exemple suivant

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 & \alpha & 0 & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & 0 & \dots & 0 & \alpha & 0 & \dots \end{pmatrix} \quad (1.15)$$

représente la matrice a pour une atténuation du second écho de α . Le nombre de colonnes de la matrice séparant les coefficients qui correspondent au premier et au deuxième écho est l'intervalle temporel entre les deux échos divisé par la durée d'un symbole.

On peut choisir d'utiliser d'autres modèles de canal, comme le modèle de Rice qui est moins contraignant que le modèle de Rayleigh car il prend en compte un chemin direct. Il est donc mieux adapté à des configurations d'environnement terrestre dégagé ou de liaison par satellite.

Chapitre 2

Deux types de CDMA

Les systèmes à étalement spectral et l'accès multiple à répartition des codes (en Anglais *Code Division Multiple Access* ou CDMA) ont été développés par l'armée américaine. Depuis une dizaine d'années, sous l'impulsion de la compagnie Qualcomm, il sont devenus commerciaux sous plusieurs formes. La principale est le *Direct Sequence CDMA* (DS-CDMA). Une autre forme importante qui ne sera pas décrite dans ce mémoire est le *Frequency Hopping CDMA* (FH-CDMA) [9]. En revanche, dans l'optique de l'étude du récepteur multi-usagers non linéaire présenté dans le chapitre 3, je décrirai une technique de CDMA peu commune, mais qui présente un degré de liberté permettant d'introduire de la diversité: le *Spread Signature CDMA* proposé par Wornell en 1995 [15]. Mon travail consiste en une présentation des points clés sous forme d'énoncés ainsi qu'en la démonstration de ces énoncés.

2.1 Direct Sequence CDMA

Il s'agit de la technique d'étalement de spectre la plus classique. C'est en quelques sortes un mélange des deux techniques plus connues que sont le TDMA (Time Di-

vision Multiple Access) et le FDMA (Frequency Division Multiple Access). Cette fois, toutes les transmissions se font sur le même intervalle de temps et sur la même bande de fréquences. Chaque utilisateur est identifié grâce à un code qui lui est spécifique. Cette technique peut prendre différentes formes, mais je ne présenterai pas le QPSK DS-CDMA ni le MSK DS-CDMA [9] qui ne sont que des variantes de la forme de base sur laquelle je m'attarderai un peu plus: le BPSK DS-CDMA. Les données $d(t)$ sont représentées par une suite de (-1) et de 1 (modulation BPSK), appelés les bits. Le code $c(t)$ qui est utilisé pour différencier les utilisateurs est également constitué de (-1) et de 1 (étalement BPSK), qui sont appelés les chips. La fréquence de chips est plus élevée que la fréquence de bits (par exemple quatre fois plus élevée sur la figure 2.1).

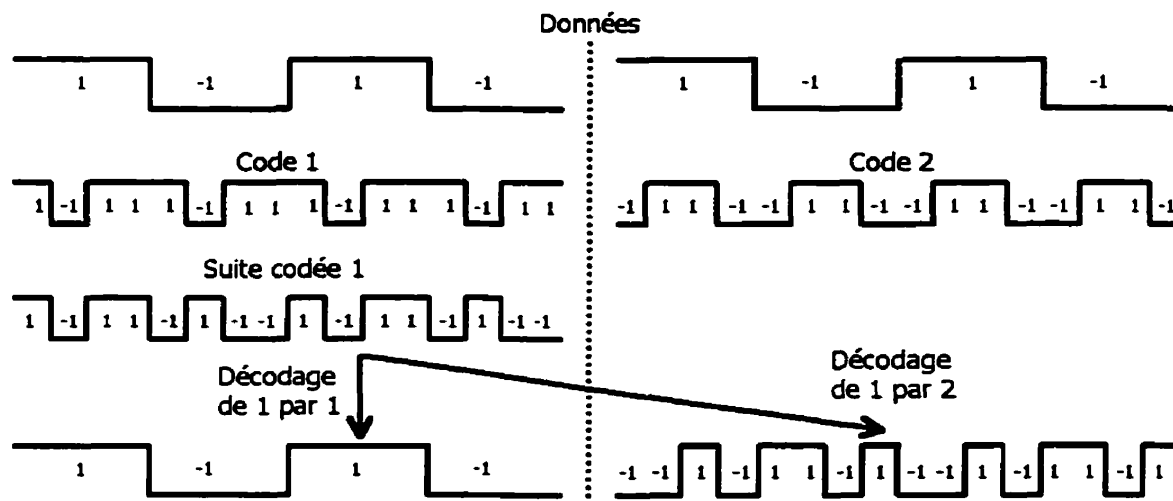


Figure 2.1: Mécanisme du codage et du décodage

Si l'on se limite au cas d'une modulation et à un étalement tous les deux du type BPSK, le codage consiste simplement à multiplier de manière synchronisée la suite de données par la suite du code. Si le signal modulé de puissance P s'écrit

$s(t) = \sqrt{2P}d(t)\cos[2\pi f_c t]$, le signal transmis s'écrit $s_t(t) = \sqrt{2P}c(t)d(t)\cos[2\pi f_c t]$. On obtient donc une troisième suite $c(t)d(t)$ de (-1) et de 1 dont la fréquence est la même que la fréquence de chips (figure 2.1). La suite codée, multipliée par la suite du code, redonne, après filtrage passe-bas, la suite de données. En effet, $c^2(t) = 1$ donc multiplier deux fois par le code ne change pas la valeur initiale ! L'opération de décodage est donc la même que l'opération de codage. L'opération de codage conduit à une diminution de la période du symbole donc à une augmentation de la largeur de bande. C'est pour cela que le CDMA est qualifié de technique d'étalement de spectre.

Le décodage nécessite simplement de connaître le code et d'être synchronisé avec le message codé. Si le signal décodé n'est pas celui qui correspond au code, si l'on n'utilise pas le bon code ou si la synchronisation entre le code et le message codé n'est pas bonne, le résultat du décodage sera une suite de (-1) et de 1 dont la fréquence sera celle des chips et non celle des bits (figure 2.1). Le signal sera donc de nouveau étalé. En fait, le seul signal qui n'est plus étalé après le décodage, mais plutôt compressé, est celui pour lequel le code est bon (figure 2.2).

En raison de la conservation de l'énergie, le niveau de densité spectrale de puissance maximal diminue lorsque l'étalement spectral augmente. En théorie, le signal de l'utilisateur voulu est donc identifiable et séparable de tous les autres signaux perturbateurs qui peuvent être du bruit, ou le signal d'un autre utilisateur. Dans la pratique de nombreux problèmes se posent. C'est ce qui justifie l'existence d'autres formes d'étalement de spectre comme celle qui est présentée dans la section suivante.

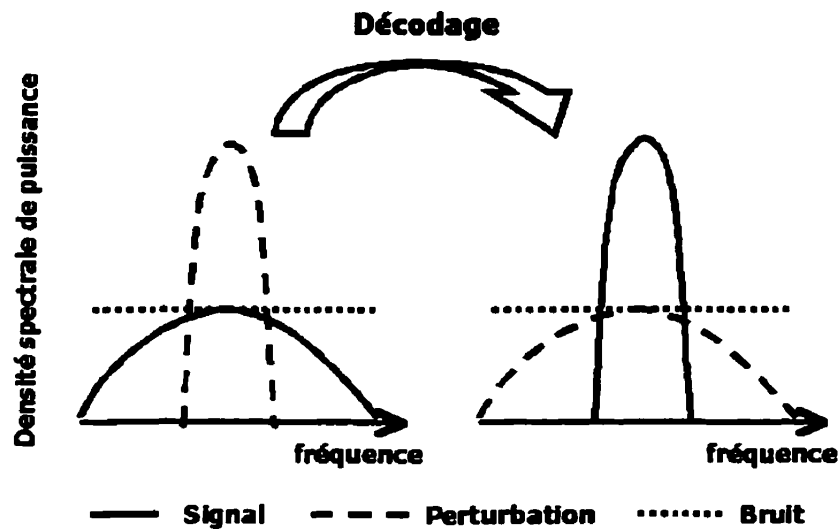


Figure 2.2: Illustration du décodage, en fréquences

2.2 Spread Signature CDMA

2.2.1 Définition et propriétés fondamentales

Le *Spread Signature CDMA* [15] est une technique d'étalement de spectre différente des techniques classiques telles que le DS-CDMA ou le FH-CDMA. Les bits (-1 ou 1) de chacun des M usagers occupent une largeur de bande W_0 . En modulation BPSK, cela correspond à un taux de W_0 bits par seconde. Ces bits sont étalés sur une largeur de bande LW_0 , commune à tous les usagers. L est donc le facteur d'expansion de largeur de bande. Avant étalement, on utilise la terminologie "bits" et après étalement on emploie plutôt "symboles".

La modulation

La modulation¹ s'effectue en deux étapes, schématisées sur la figure 2.3: tout d'abord un sur-échantillonnage d'un facteur L (ajout de zéros) puis un filtrage linéaire de réponse impulsionnelle $h_m[n]$. Le signal modulé qui correspond à l'utilisateur m s'écrit

$$y_m[n] = \sum_k x_m[k] h_m[n - kL], \quad m = 1, 2, \dots, M. \quad (2.1)$$

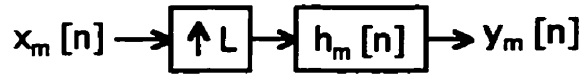


Figure 2.3: Schéma de la modulation

avec x_m et h_m respectivement la suite des bits et la signature de l'utilisateur m . Étant donné que les signatures sont de longueur finie K , la formule précédente implique que chaque bit (d'indice k) intervient pour K symboles (d'indices n avec $0 \leq n - kL \leq K - 1$), au lieu de L dans le DS-CDMA et crée donc une interférence sur $K - L$ symboles. Si d et r sont respectivement le diviseur et le reste de la division Euclidienne de K par L , les r premiers symboles correspondants à un bit sont obtenus à partir de $d + 1$ bits et les $L - r$ suivants, à partir de d bits. Ceci est illustré par la figure 2.4 pour $L = 2$ et $K = 4$. On peut vérifier dans ce cas que chaque bit intervient pour 4 symboles et crée une interférence pour 2 symboles. De plus, chaque symbole modulé est obtenu à partir de 2 bits. En effet, pour calculer le symbole $y_m[n]$, la formule 2.1 indique qu'il faut sommer tous les $x_m[k]h_m[n - 2k]$, tels que $0 \leq n - 2k \leq 3$. Pour $n = 0$, on obtient $k = -1$ ou $k = 0$ donc pour calculer $y_m[0]$, il faut sommer $x_m[-1]h_m[2]$ et $x_m[0]h_m[0]$. Ce sont par conséquent les bits $x_m[-1]$ et $x_m[0]$ qui interviennent dans le calcul de $y_m[0]$. Pour $n = 1$, on obtient encore $k = -1$ ou

¹L'appellation "modulation" dans le cadre du Spread Signature CDMA désigne en fait "l'étalement" si l'on reprend la terminologie utilisée pour le DS-CDMA dans la section précédente.

$k = 0$ donc pour calculer $y_m[1]$, il faut sommer $x_m[-1]h_m[3]$ et $x_m[0]h_m[1]$. Ce sont encore les bits $x_m[-1]$ et $x_m[0]$ qui interviennent dans le calcul de $y_m[1]$. Pour $n = 2$, on obtient $k = 0$ ou $k = 1$ donc pour calculer $y_m[2]$, il faut sommer $x_m[0]h_m[2]$ et $x_m[1]h_m[0]$. Ce sont par conséquent les bits $x_m[0]$ et $x_m[1]$ qui interviennent dans le calcul de $y_m[0]$. Le procédé se poursuit de la même manière pour tous les symboles.

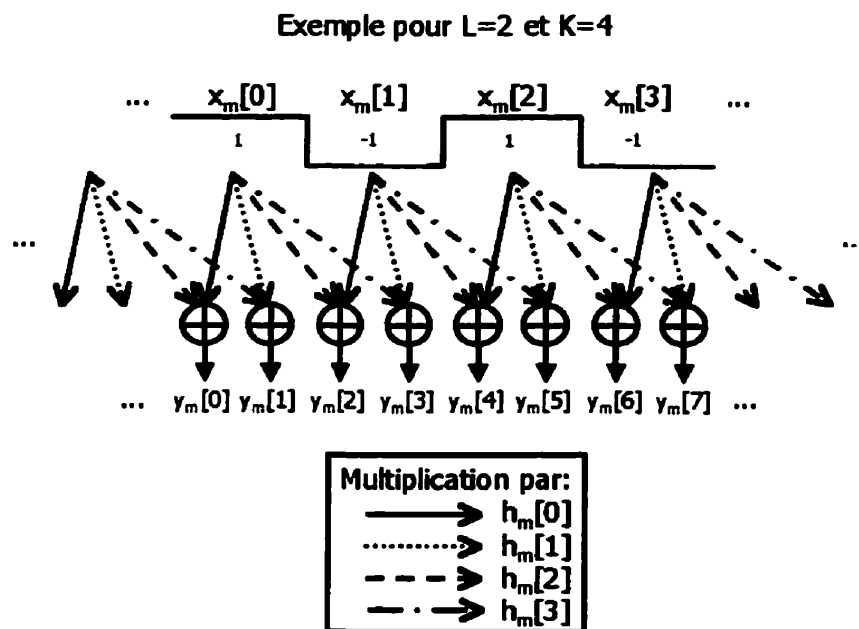


Figure 2.4: Mécanisme de la modulation

Étant donné que chaque symbole est obtenu à partir de bits qui précèdent celui auquel il correspond, le calcul d'un certain nombre de symboles du début de la trame est incomplet. En effet, ce calcul est exact pour une suite infinie de bits en entrée, mais dans la réalité, on considère une trame finie indépendamment des trames précédentes. Cette imprécision dans le calcul des symboles modulés conduit à une forte incertitude sur l'estimation correspondant à un certain nombre de bits du début de la trame, par l'algorithme itératif qui fait l'objet du chapitre 3. Ce

nombre de bits n'est pas aisé à estimer analytiquement en raison des différentes étapes de cet algorithme, mais on peut évaluer empiriquement le nombre de bits concernés. Il ne dépend pas de la longueur de la trame et se limite à un maximum de 3 bits dans la pire configuration. Ce phénomène est donc sans conséquence sur les performances du système et illustre à quel point ce type de modulation par *Spread Signature CDMA* conduit à une interdépendance entre les bits, par création d'interférence intersymboles.

L'orthonormalité

Les signatures peuvent également être représentées par un vecteur colonne noté \mathbf{h} . Une propriété fondamentale de ces signatures est l'orthonormalité²:

$$\sum_k \mathbf{h}[k - nL] \mathbf{h}^t[k - mL] = \delta[n - m] \mathbf{I} \quad (2.2)$$

Cette propriété garantit le bien fondé de la modulation définie par l'équation 2.1, comme le montre le lemme suivant:

Lemme 1 *En l'absence totale de perturbations, le signal reçu est la somme des signaux modulés de tous les usagers. La modulation définie par l'équation 2.1 et la démodulation, qui consiste en un filtre de réponse impulsionnelle $h[-n]$ et un sous échantillonnage de rapport L , sont bien cohérentes.*

Preuve du lemme 1:

En l'absence de perturbations, le signal reçu s'écrit

$$r[n] = \sum_{m=1}^M y_m[n] \quad (2.3)$$

²Nous utilisons l'appellation "orthonormalité" comme les auteurs de [1], [2] et [15], ainsi que dans un but de simplification, mais il s'agit en réalité d'une corrélation faible (voir la section 3.4).

La démodulation correspondant à l'utilisateur i conduit au signal

$$z[n] = \sum_k r[k] h_i[k - nL] \quad (2.4)$$

En utilisant la définition de la modulation (équation 2.1), on obtient

$$\begin{aligned} z[n] &= \sum_{k,m,l} x_m[l] h_m[k - lL] h_i[k - nL] \\ &= \sum_{m,l} x_m[l] \sum_k h_m[k - lL] h_i[k - nL] \end{aligned} \quad (2.5)$$

Enfin, grâce à la propriété 2.2, on arrive au résultat attendu: $z[n] = x_i[n]$. \square

La complétude

Une autre propriété qui caractérise ces signatures est la complétude:

$$\sum_{k,i} h_i[n - kL] h_i[m - kL] = \delta[n - m] \quad (2.6)$$

On peut également représenter ces signatures dans le domaine fréquentiel. Les variables entre crochets sont temporelles et les variables entre parenthèses sont fréquentielles:

$$\mathbf{H}(\omega) = \sum_n \mathbf{h}[n] e^{-j\omega n} \quad (2.7)$$

La condition de complétude (2.6) peut être exprimée dans le domaine fréquentiel par:

$$\mathbf{H}^\dagger(\omega) \mathbf{H}(\omega) = L \quad (2.8)$$

La représentation fréquentielle des signatures possède une propriété de factorisation très utile pour la construction pratique des signatures. Elle est précisée par le lemme suivant:

Lemme 2 *La représentation fréquentielle des signatures décrites précédemment peut s'écrire sous la forme factorisée suivante, appelée représentation polyphase [11]:*

$$\mathbf{H}(\omega) = \mathbf{Q}(L\omega) \mathbf{\Delta}(\omega) \quad (2.9)$$

avec \mathbf{Q} matrice carrée de taille L et $\mathbf{\Delta}(\omega) = [1, e^{-j\omega}, \dots, e^{-j\omega(L-1)}]^t$.

Preuve du lemme 2:

Posons $z = e^{j\omega}$. La représentation fréquentielle de la signature de l'utilisateur i s'écrit

$$H_i(z) = \sum_{k=1}^K h_i[k] z^{-k} \quad (2.10)$$

Notons à ce stade que si $K = L$, le résultat est immédiat et la matrice \mathbf{Q} ne dépend pas de ω . Dans le cas où $K > L$, le principe est de séparer la somme précédente en L sommes en fonction de la congruence modulo L de l'indice k . Plus précisément, on peut écrire:

$$\begin{aligned} H_i(z) = & \sum_n h_i[nL] z^{-nL} \\ & + z^{-1} \sum_n h_i[nL + 1] z^{-nL} \\ & \vdots \\ & + z^{-(L-1)} \sum_n h_i[nL + L - 1] z^{-nL} \end{aligned} \quad (2.11)$$

Ceci peut se reformuler:

$$H_i(z) = \sum_{l=1}^L E_{il}(z^L) z^{-(l-1)} \quad (2.12)$$

avec

$$E_{il}(z) = \sum_n h_i[nL + l - 1] z^{-n} \quad (2.13)$$

Finalement, le coefficient de la ligne i et de la colonne l de la matrice $\mathbf{Q}(\omega)$ vaut $\sum_n h_i[nL + l - 1] e^{-in\omega}$. \square

Ce lemme permet de construire de très nombreuses classes de signatures à partir du simple choix de la matrice carrée $\mathbf{Q}(\omega)$. On vérifie ici la propriété de complétude

fréquentielle (2.8), mais nous verrons plus loin que ce n'est pas suffisant pour que la modulation et le calcul des interférences fonctionnent. En effet les deux propriétés nécessaires pour cela sont l'orthonormalité (2.2) et le partitionnement parfait (section 2.2.2).

Exemples

Exemple 1 *Si on prend par exemple*

$$\mathbf{Q}(\omega) = \mathbf{I}, \quad (2.14)$$

on a alors

$$\mathbf{H}(\omega) = \mathbf{Q}(L\omega)\mathbf{\Delta}(\omega) = \mathbf{\Delta}(\omega) = \begin{pmatrix} 1 \\ e^{-j\omega} \\ \vdots \\ e^{-j(L-1)\omega} \end{pmatrix}. \quad (2.15)$$

La condition (2.8) est bien vérifiée et dans le domaine temporel, on obtient

$$\begin{aligned} h_k[n] &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} H_k(\omega) e^{jn\omega} d\omega \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} e^{j(n+1-k)\omega} d\omega \\ h_k[n] &= \delta[n+1-k] \quad k = 1, 2, \dots, L. \end{aligned} \quad (2.16)$$

Chaque signature contient une et une seule valeur non nulle (un), ce qui conduit à un signal modulé

$$\begin{aligned} y_m[n] &= \sum_k x_m[k] h_m[n - kL] \\ &= \sum_k x_m[k] \delta[n - kL + 1 - m] \\ y_m[n] &= x_m[(n - m + 1)/L] \quad m = 1, 2, \dots, L. \end{aligned} \quad (2.17)$$

En d'autres termes, à l'instant n , on transmet uniquement $y_{r+1}[n] = x_{r+1}[k]$ où k et r sont respectivement le diviseur et le reste de la division Euclidienne de n par L . Un tel système correspond à la technique d'accès multiple connue sous le nom de time division multiple access (TDMA).

Exemple 2 Si l'on choisit maintenant

$$Q_{k,l}(\omega) = \frac{1}{L} e^{j\frac{\omega(l-1) + 2\pi(k-1)}{L}} \quad k, l = 1, 2, \dots, L, \quad (2.18)$$

on a

$$H_k(\omega) = \frac{1}{L} \sum_{l=1}^L e^{j\left(\omega(l-1) + \frac{2\pi(k-1)}{L} - \omega(l-1)\right)} = e^{j\frac{2\pi(k-1)}{L}} \quad k = 1, 2, \dots, L. \quad (2.19)$$

La condition (2.8) est encore une fois vérifiée et dans le domaine temporel, les signatures s'écrivent

$$h_k[n] = e^{j\frac{2\pi(k-1)}{L}} \delta[n] \quad k = 1, 2, \dots, L, \quad (2.20)$$

ce qui conduit au signal modulé

$$y_m[n] = e^{j\frac{2\pi(m-1)}{L}} x_m[n/L] \quad m = 1, 2, \dots, L. \quad (2.21)$$

En d'autres termes, on transmet à chaque instant $n = kL$ les signaux $x_m[k]$ de tous les usagers ($m = 1, 2, \dots, L$), mais chacun à une pulsation différente ($\frac{2\pi(m-1)}{L}$). Un tel système correspond à la technique d'accès multiple connue sous le nom de frequency division multiple access (FDMA).

Exemple 3 Si l'on choisit maintenant

$$Q_{kl}(\omega) = \frac{1}{L} e^{j\omega\frac{L-1}{L}} \sum_{n=0}^{L-1} c_k[n] e^{-j\omega n} \quad k, l = 1, 2, \dots, L, \quad (2.22)$$

le même calcul que dans l'exemple précédent montre que

$$H_k(\omega) = \sum_{n=0}^{L-1} c_k[n] e^{-j\omega n} \quad k = 1, 2, \dots, L. \quad (2.23)$$

La vérification de la condition (2.8) dépend des $c_k[n]$ pour $k = 1, 2, \dots, L$ et $n = 0, 1, \dots, L-1$. Dans le domaine temporel, les signatures s'écrivent

$$h_k[n] = c_k[n] \quad k = 1, 2, \dots, L \quad \text{et} \quad n = 0, 1, \dots, L-1, \quad (2.24)$$

ce qui conduit au signal modulé

$$y_m[n] = c_m[r]x_m[k] \quad m = 1, 2, \dots, L \quad (2.25)$$

avec k et r respectivement le diviseur et le reste de la division Euclidienne de n par L . Ce système correspond exactement au DS-CDMA introduit dans la section 2.1 et présenté pour $L = 4$ sur la figure 2.1. Nous remarquons également que, dans ce cas, la longueur des signatures ne dépasse pas L , ce qui illustre clairement le nouveau degré de liberté du Spread Signature CDMA puisque la longueur des signatures est en général $K > L$. En fait, dans le DS-CDMA, on multiplie simplement par le code d'étalement donc la longueur de code utilisée pour étaler un bit correspond à l'expansion de largeur de bande alors que dans le Spread Signature CDMA, on effectue une convolution donc la signature peut avoir une longueur supérieure à l'expansion de largeur de bande. Enfin, la condition de complétude est bien vérifiée grâce aux propriétés particulières des codes PN $c_k[n]$ utilisés pour le DS-CDMA. En effet,

$$|H_k(\omega)|^2 = \sum_{0 \leq p, q \leq L-1} c_k[p]c_k[q]e^{j\omega(p-q)} \quad (2.26)$$

ce qui peut se réécrire

$$|H_k(\omega)|^2 = L \sum_{j=0}^{L-1} \theta_{c_k}[j] \quad (2.27)$$

avec $\theta_{c_k}[j]$ la fonction d'autocorrélation périodique discrète du code PN [9]. Si le code PN utilisé est une séquence de longueur maximale [9], cette fonction prend les valeurs suivantes [9]:

$$\theta_{c_k}[j] = \begin{cases} 1 & j = 0 \\ -\frac{1}{L} & j = 1, 2, \dots, L-1. \end{cases} \quad (2.28)$$

Finalement, on a bien

$$|H_k(\omega)|^2 = L \left(1 - \frac{1}{L}(L-1) \right) = 1 \quad (2.29)$$

et

$$\mathbf{H}^\dagger(\omega)\mathbf{H}(\omega) = \sum_{k=1}^L |H_k(\omega)|^2 = L. \quad (2.30)$$

On voit grâce à ces trois exemples que certains cas particuliers de signatures correspondent aux techniques d'accès multiple usuelles, ce qui permet d'affirmer que le *Spread Signature CDMA* est une généralisation des techniques d'accès multiple usuelles (au moins les trois citées en exemples ici).

Dans la suite, nous nous intéressons aux caractéristiques de *bonnes* signatures et nous décrivons une classe particulière de signatures, aisément constructible par récurrence.

2.2.2 Les caractéristiques de *bonnes* signatures

Trois principales caractéristiques permettent de décrire de *bonnes* signatures. La première concerne l'autocorrélation et l'intercorrélation.

Auto et inter-corrélations

L'idéal serait d'avoir:

$$\begin{cases} h_k[n] \otimes h_k[-n] = \delta[n] \\ h_k[n] \otimes h_l[-n] = 0 \quad k \neq l. \end{cases} \quad (2.31)$$

En effet, cela assurerait une démodulation exacte du signal modulé en l'absence de perturbations. Le lemme 1 a montré qu'une condition plus faible, que nous appelons orthonormalité, suffit à assurer cette cohérence. On définit un facteur de mérite ℓ_{kl}^h [15], par:

$$\frac{1}{\ell_{kl}^h} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \left(|H_k(\omega)H_l^*(\omega)| - \delta[k-l] \right)^2 d\omega. \quad (2.32)$$

On peut vérifier que l'inverse de ce facteur de mérite représente une sorte de distance à l'idéal. En effet, si $k = l$, $|H_k(\omega)|^2 = 1$ et d'autre part, si $k \neq l$, $|H_k(\omega)H_l^*(\omega)| = 0$.

Donc les deux cas idéaux conduisent à $\frac{1}{\rho_{kk}} = 0$. On peut montrer que ces deux objectifs d'autocorrélation unitaire et d'intercorrrelation nulle sont contradictoires. Par conséquent, il faut trouver un juste milieu. Nous verrons plus loin une classe particulière de signatures dont les propriétés d'autocorrélation et d'intercorrrelation satisfont ce juste milieu.

La dispersion

La seconde caractéristique d'une *bonne* signature est une dispersion maximale. Dans cette optique, on définit le facteur de dispersion D_h

$$\frac{1}{D_h} = \frac{1}{L} \sum_{m=1}^L \frac{1}{\sum_n h_m^4[n]} \quad (2.33)$$

On peut tout d'abord remarquer que $D_h \geq 1$. En effet la condition d'orthonormalité 2.2 implique en particulier que $\sum_n h_m^2[n] = 1$ donc

$$\begin{aligned} \sum_n h_m^4[n] &= \left(\sum_n h_m^2[n] \right)^2 - 2 \sum_{n < p} h_m^2[n] h_m^2[p] \\ &= 1 - 2 \sum_{n < p} h_m^2[n] h_m^2[p] \\ &\leq 1 \quad \forall m \end{aligned} \quad (2.34)$$

De plus, pour des signatures de longueur finie K , ce qui est le cas intéressant en pratique, on a la propriété suivante:

Propriété 1 *La dispersion D_h de signatures de longueur K est majorée par K et cette valeur est atteinte lorsque $|h_m[n]| = \frac{1}{\sqrt{K}}$, quelque soient m et n .*

Preuve de la propriété 1:

On cherche à maximiser D_h et comme il est clair que ce n'est pas l'indice correspondant à l'utilisateur qui est significatif, cela se ramène à minimiser $\sum_n h_m^4[n]$. On a déjà vu que la condition d'orthonormalité impliquait en particulier la contrainte

$\sum_n h_m^2[n] = 1$. Si l'on minimise $\sum_n h_m^4[n]$ sous la contrainte $\sum_n h_m^2[n] = 1$ par la méthode du Lagrangien, on obtient le Lagrangien suivant:

$$\sum_n h_m^4[n] - \lambda \left(\sum_n h_m^2[n] - 1 \right) \quad (2.35)$$

La dérivée de ce Lagrangien par rapport à chaque $h_m[n]$ pour $0 \leq n \leq K-1$ vaut $4h_m^3[n] - 2\lambda h_m[n]$. L'annulation de cette condition conduit à $\lambda = 2h_m^2[n]$ ou $h_m[n] = 0$, quelque soit n . Soit n_0 le nombre de $h_m[n]$ qui sont nuls. La contrainte $\sum_n h_m^2[n] = 1$ implique que les autres $h_m^2[n]$ sont égaux et valent tous $\frac{1}{K-n_0}$. L'expression que l'on cherche à minimiser ($\sum_n h_m^4[n]$) vaut alors $\frac{1}{K-n_0}$. Ceci est minimal pour $n_0 = 0$. Donc le minimum de D_h est obtenu lorsque tous les $h_m^2[n]$ ($0 \leq n \leq K-1$) sont égaux à $\frac{1}{K}$ et ce minimum vaut K , ce qui achève de prouver la propriété. \square

Les signatures qui correspondent à cette dispersion maximale sont donc binaires et prenant uniquement les valeurs $-\frac{1}{\sqrt{K}}$ et $\frac{1}{\sqrt{K}}$.

Le partitionnement

La dernière caractéristique que doit présenter une *bonne* signature concerne le partitionnement. L'interférence inter-usagers doit être répartie de manière uniforme. De façon à préciser quelque peu cette condition, on définit la fonction de corrélation modifiée suivante[15]:

$$\Theta_{h_i}[n, m] = \sum_k h_i[n - kL] h_i[m - kL] \quad (2.36)$$

La condition de complétude (2.6) implique

$$\sum_{i=1}^L \Theta_{h_i}[n, m] = \delta[n - m] \quad (2.37)$$

Les signatures présentent de bonnes propriétés de partitionnement si, en un certain sens, cette impulsion est uniformément répartie sur les L termes de la somme. De façon à exprimer plus précisément cette idée, on définit

$$\tilde{\Theta}_{h_i}[n, m] = \Theta_{h_i}[n, m] - \frac{1}{L}\delta[n - m] \quad (2.38)$$

Les signatures présentent un partitionnement asymptotiquement parfait si $\tilde{\Theta}_{h_i}[n, m]$ tend vers 0 quand la longueur K des signatures tend vers l'infini.

Un exemple

On peut définir une classe optimale de signatures, dans le sens où leur étalement est maximal, par la récurrence 2.39. Ξ est la matrice de Hadamard d'ordre L et $\Lambda(\omega) = \text{diag}\Delta(\omega)$. Certains exemples de signatures à étalement maximal appartenant à cette classe sont illustrés par la figure 2.5.

$$\begin{cases} \mathbf{H}^{(0)}(\omega) = \Xi\Delta(\omega) \\ \mathbf{H}^{(i)}(\omega) = \Xi\Lambda(L^i\omega)\mathbf{H}^{(i-1)}(\omega) \end{cases} \quad (2.39)$$

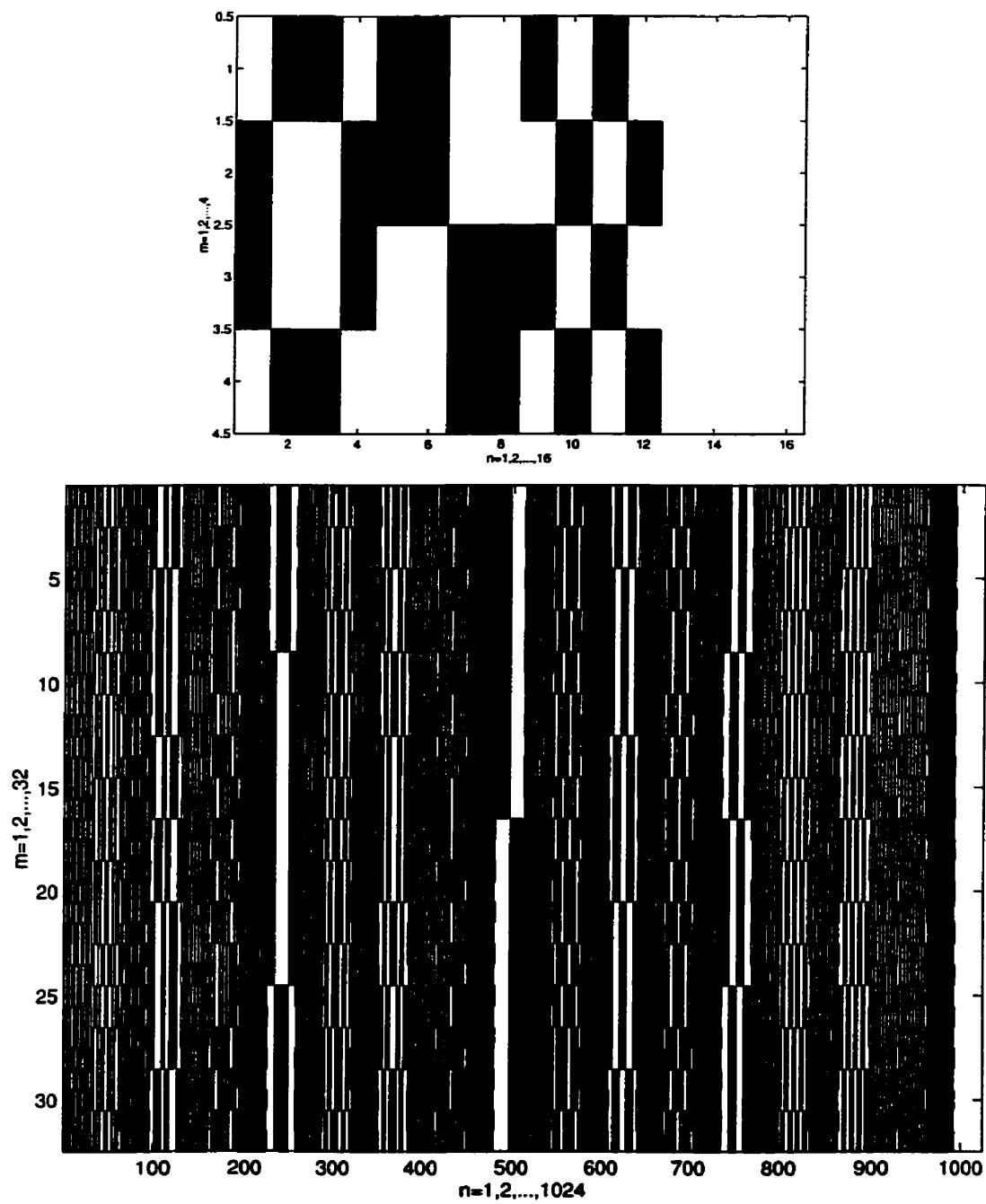
À l'étape i de la récurrence, les signatures ont un étalement temporel de L^{i+1} . Les caractéristiques spectrales de ces signatures (2.40) garantissent un rapport signal sur bruit inversement proportionnel à la largeur de bande du système.

$$S_{y_m}(\omega) = \frac{\varepsilon_m}{L} \quad (2.40)$$

ε_m est l'énergie des bits de l'utilisateur m . Si ε_m ne dépend pas de m (ce qui sera le cas considéré pour l'évaluation des performances), on peut la noter E_b . Les propriétés d'auto et d'inter-corrélation de cette classe de signatures vérifient [7]:

$$\begin{cases} \frac{1}{\ell_{kk}^h} \rightarrow \frac{1}{3}, & L \rightarrow \infty \\ \frac{1}{\ell_{kl}^h} \rightarrow \frac{2}{3}, & L \rightarrow \infty \end{cases}, \forall K \quad (2.41)$$

Le résultat le plus important et le plus difficile à démontrer concerne le comportement asymptotique des liaisons descendante et montante. Il peut s'exprimer par l'intermédiaire d'un théorème présenté dans [15], dont le résultat sera décrit au chapitre 3. L'importance de ce résultat vient de ses bonnes propriétés d'approximation. En effet, on peut développer un récepteur utilisant un algorithme itératif qui, en un petit nombre d'itérations, permet d'atteindre des performances intéressantes (voir le chapitre 3). Cet algorithme exploite la diversité introduite sous forme d'interférence intersymboles grâce à la liberté sur la longueur des signatures $K > L$.

Figure 2.5: Illustration des signatures pour $(L, K) = (4, 16)$ et $(32, 1024)$

Chapitre 3

Le récepteur multi-usagers étudié

Une des particularités des communications au sein d'un réseau cellulaire est l'importance des interférences entre les différents usagers. Dans le cas du CDMA, elles sont même pour une part inhérentes au système. Les récepteurs multi-usagers ([10],[13]) utilisent la structure de ces interférences de façon à améliorer les performances du système, en exploitant les caractéristiques du canal. Certains de ces récepteurs présentent des performances très intéressantes dans une configuration de zone dégagée. Celui qui est étudié dans ce chapitre s'avère mieux adapté au cas d'une configuration urbaine, qui sera considéré dans le chapitre 5 consacré aux performances. Il est fondé sur une procédure itérative qui exploite la diversité introduite par le *Spread Signature CDMA* (voir section 2.2) sous forme d'interférence, dans le but de réduire les interférences d'accès multiple et intersymboles. Il a été proposé par Beheshti et al. en 1998 [1]. Mon travail consiste en une présentation de son fonctionnement, complété par des considérations pratiques de programmation et une synthèse théorique sur le rôle des différentes relations pour le fonctionnement de l'algorithme.

La figure 3.1 présente le schéma général de l'algorithme. On remarque que chaque itération (la l^{eme} par exemple) prend en entrée le signal reçu $r[n]$ et une estimation de l'interférence, notée $\hat{z}_m^l[n]$ (qui vaut 0 pour $l = 1$), et fournit comme sortie une estimation du message original $\check{x}_m^l[n]$ et une variable $\hat{z}_{im}^{l+1}[n]$ qui, par combinaison linéaire, va fournir l'estimation de l'interférence pour l'itération suivante. Les coefficients de cette combinaison linéaire $\alpha_{im}^l[n]$ sont optimisés grâce à un algorithme récursif parallèle.

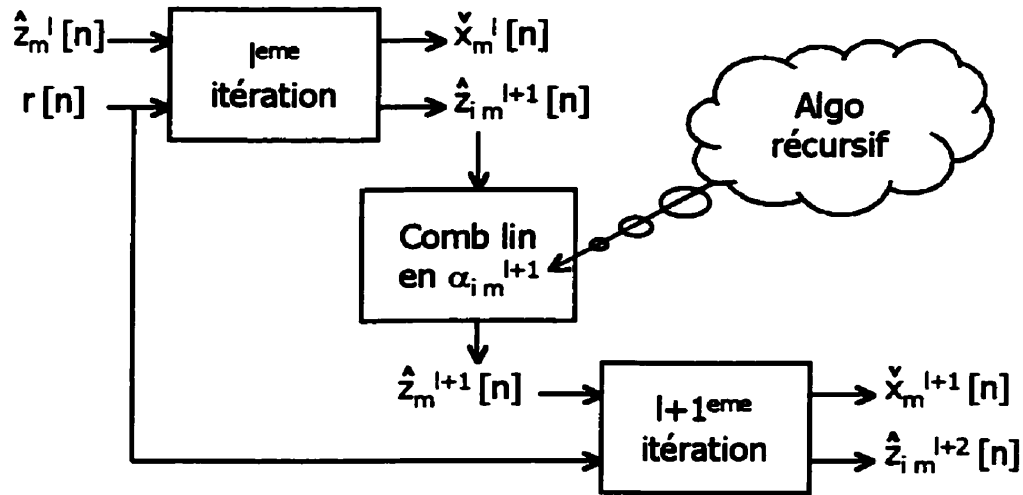


Figure 3.1: Schéma de l'algorithme [1]

On a vu que le signal modulé était $y_m[n]$ (équation 2.1) et que le canal était modélisé par les coefficients $a_m[n, k]$ définis par l'énoncé 1.14 du chapitre 1, avec l'indice m qui correspond à l'utilisateur. $a_m[n, k]$ est la réponse à l'instant n à une impulsion à l'instant $n - k$. Rappelons que l'hypothèse principale est que toutes les perturbations du canal, c'est-à-dire les déphasages fréquentiels (effet Doppler) ainsi que les décalages temporels (dus aux réflexions du signal), sont représentées par la distribution de Rayleigh que suivent les valeurs d'atténuation du deuxième écho.

Dans le cas de la liaison descendante (base vers mobile) on peut omettre l'indice m car le mobile reçoit les signaux de tous les usagers par le même canal (ce qui n'est pas le cas pour la liaison montante). Dans ces conditions, le signal reçu est

$$r[n] = \sum_{m=1}^M \sum_k a_m[n, k] y_m[n - k] + w[n] \quad (3.1)$$

où $w[n]$ est du bruit blanc gaussien de spectre de densité de puissance $\frac{N_0}{2}$.

3.1 La première itération ($l = 1$)

Le schéma de la première itération est présenté par la figure 3.2. Le signal reçu est d'abord égalisé¹ puis démodulé. La démodulation consiste en un filtrage linéaire de réponse impulsionnelle $h_m[-n]$ et un sous-échantillonnage d'un facteur L (élimination de $L - 1$ symboles tous les L). On obtient ainsi $\hat{x}_m^1[n]$, estimation des bits de départ $x_m[n]$. On effectue ensuite une décision dure pour obtenir $\check{x}_m^1[n]$.

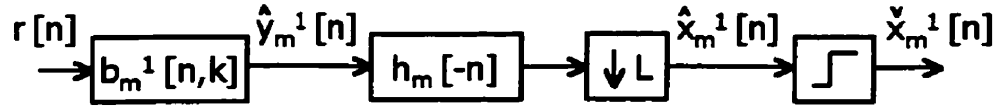


Figure 3.2: Schéma de la première itération

3.1.1 L'égalisation

Le signal égalisé s'écrit

$$\hat{y}_m^1[n] = \sum_k b_m^1[n, k] r[n - k] \quad (3.2)$$

¹notons que les coefficients d'égalisation dépendent de l'itération

Les coefficients d'égalisation sont obtenus par optimisation du rapport signal sur bruit et interférence (SNIR). Leur calcul sera présenté plus loin. D'après la définition du signal reçu (équation 3.1) et la définition de l'égalisation ci-dessus (équation 3.2), on a

$$\hat{y}_m^1[k_1] = \sum_k b_m^1[k_1, k] \left(\sum_{i,p} a_i[k_1 - k, p] y_i[k_1 - k - p] + w[k_1 - k] \right) \quad (3.3)$$

et la définition de la démodulation donnée dans le lemme 1 implique donc que l'estimation, avant décision dure, vaut

$$\begin{aligned} \hat{x}_m^1[n] = & \sum_{k,k_1} b_m^1[k_1, k] h_m[k_1 - nL] w[k_1 - k] \\ & + \sum_{k,k_1,p,i} b_m^1[k_1, k] a_i[k_1 - k, p] y_i[k_1 - k - p] h_m[k_1 - nL] \end{aligned} \quad (3.4)$$

3.1.2 Décomposition de l'estimation en trois termes

Le but du lemme suivant est de simplifier cette expression en faisant ressortir la signification de chaque terme. Dans cet objectif, on définit les coefficients $c_{im}^1[k_1, k_2]$ qui correspondent à la mise en cascade du canal et de l'égaliseur:

$$c_{im}^1[k_1, k_2] = \sum_j b_m^1[k_1, j] a_i[k_1 - j, k_2 - j] \quad (3.5)$$

Lemme 3 *L'estimation, avant décision dure, des bits d'entrée s'écrit de la manière suivante:*

$$\hat{x}_m^1[n] = \mu_m^1 x_m[n] + u_m^1[n] + \sum_{i=1}^M z_{im}^1[n] \quad (3.6)$$

où le premier terme est l'information utile (μ_m^1 est une constante), u_m^1 est le terme qui correspond au bruit et $\sum_{i=1}^M z_{im}^1[n]$ est le terme qui correspond aux interférences ($z_{mm}^1[n]$ pour l'interférence intersymboles et les autres termes $z_{im}^1[n]$ pour l'interférence d'accès multiple). Ces termes sont définis par

$$E[c_{im}^1[k_1, k_2]] = \mu_m^1 \delta[k_2] \delta[i - m] \quad (3.7)$$

$$u_m^1[n] = \sum_{k,k_1} b_m^1[k_1, k] h_m[k_1 - nL] w[k_1 - k] \quad (3.8)$$

$$z_{im}^1[n] = \sum_{k,k_1,k_2} \left(Lc_{im}^1[k_1, k_2] - E[c_{im}^1[k_1, k_2]] \right) h_m[k_1 - nL] h_i[k_1 - nL - k_2 + kL] x_i[n - k] \quad (3.9)$$

Preuve du lemme 3:

Le terme qui correspond au bruit était déjà apparent dans l'équation 3.4. Remarquons maintenant que

$$\begin{aligned} & \sum_{k,k_1,k_2,i} E[c_{im}^1[k_1, k_2]] h_m[k_1 - nL] h_i[k_1 - nL - k_2 + kL] x_i[n - k] \\ &= \sum_{k,k_1,k_2,i} \mu_m^1 \delta[k_2] \delta[i - m] h_m[k_1 - nL] h_i[k_1 - nL - k_2 + kL] x_i[n - k] \\ &= \mu_m^1 \sum_{k,k_1} h_m[k_1 - nL] h_m[k_1 - nL + kL] x_m[n - k] \\ &= \mu_m^1 x_m[n] \end{aligned} \quad (3.10)$$

Donc il reste à prouver que

$$\begin{aligned} & \sum_{k,k_1,k_2,i} Lc_{im}^1[k_1, k_2] h_m[k_1 - nL] h_i[k_1 - nL - k_2 + kL] x_i[n - k] \\ &= \sum_{k,k_1,p,i} b_m^1[k_1, k] a_i[k_1 - k, p] y_i[k_1 - k - p] h_m[k_1 - nL] \end{aligned} \quad (3.11)$$

Commençons par remplacer $c_{im}^1[k_1, k_2]$ par sa valeur donnée par l'équation 3.5. Le premier terme de l'égalité ci-dessus vaut donc

$$\sum_{k,k_1,k_2,j,i} Lb_m^1[k_1, j] a_i[k_1 - j, k_2 - j] h_m[k_1 - nL] h_i[k_1 - nL - k_2 + kL] x_i[n - k] \quad (3.12)$$

L'étape suivante consiste à exploiter le fait que la démodulation de $y_i[n - k]$ conduit à $x_i[n - k]$ ce qui se traduit par

$$x_i[n - k] = \sum_q y_i[q] h_i[q - (n - k)L] \quad (3.13)$$

Si l'on reporte ceci dans notre expression précédente, il vient

$$\sum_{k,k_1,k_2,j,q,i} Lb_m^1[k_1, j] a_i[k_1 - j, k_2 - j] h_m[k_1 - nL] h_i[k_1 - k_2 - nL + kL] h_i[q - nL + kL] y_i[q] \quad (3.14)$$

et si l'on suppose un partitionnement parfait, c'est-à-dire $\Theta_{h_i}[n, m] = \frac{1}{L}\delta[n - m]$, on obtient

$$\sum_{k_1, k_2, j, i} b_m^1[k_1, j] a_i[k_1 - j, k_2 - j] h_m[k_1 - nL] y_i[k_1 - k_2] \quad (3.15)$$

Il reste à poser $j = k$ et $k_2 = k + p$ pour trouver le résultat avec les indices du second terme de l'équation 3.11. \square

3.1.3 Qu'en est-il des performances ?

Il est important de préciser à ce stade que le terme de bruit est de moyenne nulle et de spectre de densité de puissance $\frac{N_0}{2} E[|B_m^1|^2]$ où B_m^1 est la représentation fréquentielle de b_m^1 , définie par $B_m^1(\omega, n) = \sum_k b_m^1[n, k] e^{-j\omega k}$. De plus, le terme $z_{mm}^1[n]$ correspond à l'interférence intersymboles et les autres termes $z_{im}^1[n]$ représentent l'interférence d'accès multiple (en Anglais *Multiple Access Interference* ou MAI). Dans l'hypothèse où K et M sont suffisamment grands pour justifier la supposition gaussienne, chacun des termes d'interférence est considéré de moyenne nulle et de variance valant $\frac{1}{L} \varepsilon_i \text{var} C_{im}^1(\omega, n)$ où ε_i est l'énergie des bits de l'utilisateur i et C_{im}^1 est la représentation fréquentielle de c_{im}^1 . Si les signatures sont suffisamment longues, les bits $x_m[n]$ sont décorrélés non seulement avec le bruit et la MAI, mais aussi avec l'interférence intersymboles [15]. On a alors le SNIR qui vaut

$$\gamma_m^1 = \frac{|\mu_m^1|^2 \varepsilon_m}{N_0 W_0 E[|B_m^1|^2] + \frac{1}{L} \sum_{i=1}^L \varepsilon_i \text{var} C_{im}^1} \quad (3.16)$$

On peut alors estimer la probabilité d'erreur sur les bits BPSK à la fin de la première itération [1] par

$$P_m^1 = Q\left(\sqrt{2\gamma_m^1}\right) \quad (3.17)$$

où $Q(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_x^\infty e^{-t^2/2} dt$.

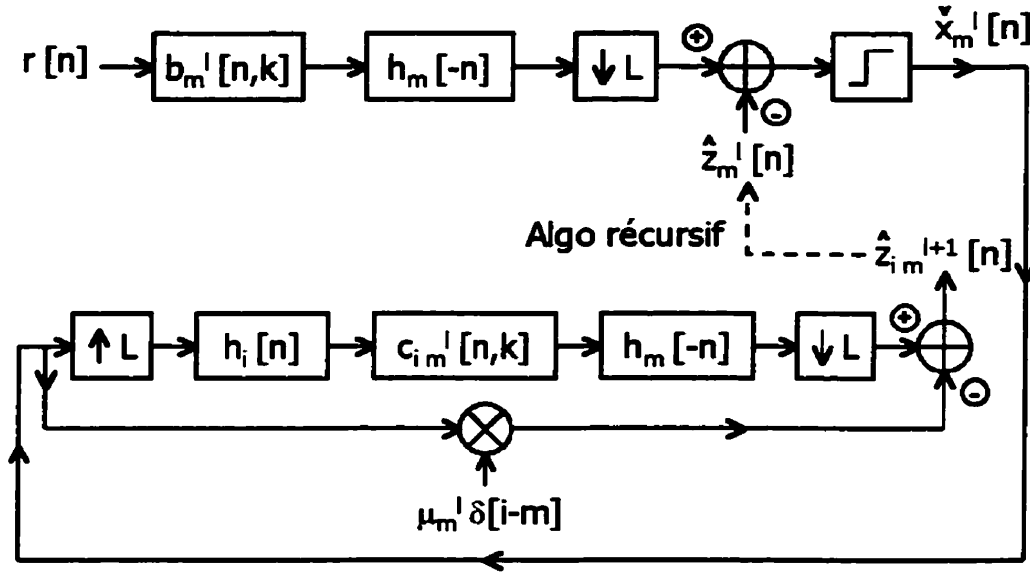
Comme nous le verrons dans le chapitre 5, les performances d'erreur atteintes à ce stade, après la première itération, sont meilleures que celles du cas $K = L$ qui correspond au CDMA classique, car le récepteur exploite la diversité temporelle introduite par les signatures ($K > L$). Toutefois, la décroissance de la probabilité d'erreur lorsque le SNR croît est peu importante. Pour résoudre ce problème, le récepteur multi-usagers décrit dans ce chapitre utilise une procédure itérative d'annulation d'interférences, grâce à des estimations de plus en plus fines. La section suivante présente cet algorithme et termine l'optimisation du récepteur (en particulier le calcul des coefficients d'égalisation).

3.2 Les itérations suivantes ($l \geq 2$)

Le schéma des itérations suivantes de l'algorithme [1] est présenté sur la figure 3.3. On remarque tout de suite que celui-ci s'applique également à la première itération si on initialise l'estimation de l'interférence $z_m^1[n]$ à 0. On remarque également que la partie inférieure du schéma correspond aux calculs présentés par le lemme 3 et qui fournissent (indirectement) l'estimation de l'interférence.

3.2.1 Estimation de l'interférence

Pour toutes les itérations à partir de $l = 2$, après avoir actualisé les coefficients d'égalisation, on calcule l'estimation des bits d'entrée comme pour la première itération. Puis, avant de procéder à la décision dure, on soustrait l'estimation de l'interférence provenant de l'itération précédente et calculée à partir de l'expression

Figure 3.3: Schéma de l'itération l

suivante

$$\hat{z}_{im}^l[n] = \sum_{k,k_1,k_2} \left(Lc_{im}^l[k_1, k_2] - E[c_{im}^l[k_1, k_2]] \right) h_m[k_1 - nL] h_i[k_1 - nL - k_2 + kL] \tilde{x}_i^{l-1}[n-k] \quad (3.18)$$

similaire à celle présentée dans le lemme 3, et qui fournit des estimations des z_{im}^l (notées \hat{z}_{im}^l) à partir des $\tilde{x}_i^{l-1}[n]$. L'estimation de l'interférence qui est soustraite, est ensuite obtenue comme combinaison linéaire des \hat{z}_{im}^l :

$$\hat{z}_m^l[n] = \sum_{i=1}^M \alpha_{im}^l \hat{z}_{im}^l[n] \quad (3.19)$$

Les coefficients α_{im}^l sont les deuxièmes paramètres d'optimisation du SNIR (après les coefficients d'égalisation) qui sont calculés plus loin.

3.2.2 Décomposition de l'estimation en trois termes

La forme que prend l'estimation, avant décision dure, des bits d'entrée est également similaire à celle de la première itération qui est présentée dans le lemme 3. La seule différence est la soustraction (équation 3.24) de l'estimation d'interférence, \hat{z}_{im}^l (multipliée par un coefficient), à l'interférence elle-même, z_{im}^l , pour conduire à \tilde{z}_{im}^l , qui intervient dans l'équation 3.20. On a

$$\hat{x}_m^l[n] = \mu_m^l x_m[n] + u_m^l[n] + \sum_{i=1}^M \tilde{z}_{im}^l[n] \quad (3.20)$$

avec

$$E[c_{im}^l[k_1, k_2]] = \mu_m^l \delta[k_2] \delta[i - m] \quad (3.21)$$

$$u_m^l[n] = \sum_{k, k_1} b_m^l[k_1, k] h_m[k_1 - nL] w[k_1 - k] \quad (3.22)$$

$$z_{im}^l[n] = \sum_{k, k_1, k_2} \left(L c_{im}^l[k_1, k_2] - E[c_{im}^l[k_1, k_2]] \right) h_m[k_1 - nL] h_i[k_1 - nL - k_2 + kL] x_i[n - k] \quad (3.23)$$

et

$$\tilde{z}_{im}^l[n] = z_{im}^l - \alpha_{im}^l \hat{z}_{im}^l. \quad (3.24)$$

3.2.3 Qu'en est-il des performances ?

Précisons encore une fois que le terme de bruit est de moyenne nulle et de spectre de densité de puissance $\frac{N_0}{2} E[|B_m^l|^2]$ et chacun des termes d'interférence est également de moyenne nulle et leur variance vaut $\frac{1}{L} \varepsilon_i \text{var} C_{im}^l(\omega, n)$. La nouvelle expression du SNIR est donc:

$$\gamma_m^l = \frac{|\mu_m^l|^2 \varepsilon_m}{\text{var} u_m^l + \sum_{i=1}^L \text{var} \tilde{z}_{im}^l} \quad (3.25)$$

avec toujours la probabilité d'erreur qui vaut

$$P_m^l = Q\left(\sqrt{2\gamma_m^l}\right) \quad (3.26)$$

3.2.4 Optimisation du SNIR

Il s'agit maintenant de procéder à la maximisation du SNIR qui fournit le calcul des coefficients d'égalisation et des α_{im}^l . Commençons par définir les coefficients ρ_i^l par cette expression, valable quand le SNR est suffisamment élevé:

$$E[x_i[n]\tilde{x}_i^l[k]] \approx \rho_i^l \varepsilon_i \delta[n - k] \quad (3.27)$$

La première étape est d'exprimer le SNIR γ_m^l donné par l'équation 3.25 en fonction des paramètres d'optimisation. Remarquons tout d'abord que l'on a cette approximation, valable quand le SNR est suffisamment élevé:

$$\text{var} \tilde{z}_{im}^l \approx \text{var} z_{im}^l = \frac{\varepsilon_i}{L} \text{var} C_{im}^l \quad (3.28)$$

On peut donc calculer

$$\begin{aligned} \text{var} \tilde{z}_{im}^l &= E[(\tilde{z}_{im}^l)^2] \\ &= E[(z_{im}^l)^2 + (\alpha_{im}^l \tilde{z}_{im}^l)^2 - 2\alpha_{im}^l z_{im}^l \tilde{z}_{im}^l] \\ &= [1 + (\alpha_{im}^l)^2] \text{var} z_{im}^l - 2\alpha_{im}^l E[z_{im}^l \tilde{z}_{im}^l] \\ &= [1 + (\alpha_{im}^l)^2 - 2\alpha_{im}^l \rho_i^{l-1}] \frac{\varepsilon_i}{L} \text{var} C_{im}^l \quad \text{grâce à l'équation 3.18.} \end{aligned} \quad (3.29)$$

Cette expression est minimale pour

$$\alpha_{im}^l = \rho_i^{l-1} \quad (3.30)$$

On obtient donc l'expression du SNIR maximisé:

$$\gamma_m^l = \frac{|E[C_{im}^l]|^2 \varepsilon_m}{N_0 W_0 E[|B_m^l|^2] + \frac{1}{L} \sum_{i=1}^L \varepsilon_i (1 - (\rho_i^{l-1})^2) \text{var} C_{im}^l} \quad (3.31)$$

Il reste maintenant à maximiser cette expression en fonction des coefficients d'égalisation.

On fait l'hypothèse que les évanouissements de Rayleigh sont suffisamment lents pour pouvoir écrire

$$C_{im}^l(\omega, n) \approx B_m^l(\omega, n) A_i(\omega, n) \quad (3.32)$$

On peut alors utiliser les lemmes 1 et 2 de [15] pour trouver

$$B_m^l(\omega, n) = \frac{A_m^*(\omega, n)}{N_0 W_0 + \frac{1}{L} \sum_{i=1}^M \varepsilon_i (1 - (\rho_i^{l-1})^2) |A_i(\omega, n)|^2} \quad (3.33)$$

3.2.5 L'algorithme récursif

Il reste maintenant à décrire l'algorithme récursif qui permet de calculer, à chaque itération, les coefficients de la combinaison linéaire conduisant à l'estimation de l'interférence. L'optimisation du SNIR montre que $\alpha_{im}^l = \rho_i^{l-1}$. Cet algorithme récursif calcule donc ces coefficients ρ_i^l . À ce stade, on peut faire une remarque instructive de théorie des communications: la définition des ρ_i^l donnée à l'équation 3.27 peut s'écrire

$$\rho_i^l = \frac{E[x_i[n] \tilde{x}_i^l[n]]}{\varepsilon_i} \quad (3.34)$$

$x_i[n]$ vaut $\sqrt{\varepsilon_i}$ avec probabilité $\frac{1}{2}$ et $-\sqrt{\varepsilon_i}$ avec probabilité $\frac{1}{2}$. De plus, $\tilde{x}_i^l[n]$ vaut $\sqrt{\varepsilon_i}$ avec probabilité $(1 - P_i^l)$ et $-\sqrt{\varepsilon_i}$ avec probabilité P_i^l . On en déduit que l'espérance du numérateur vaut $\frac{1}{2} E[x_i[n] \tilde{x}_i^l[n] | x_i[n] = \sqrt{\varepsilon_i}] + \frac{1}{2} E[x_i[n] \tilde{x}_i^l[n] | x_i[n] = -\sqrt{\varepsilon_i}]$. Ces deux espérances sont égales et valent $\sqrt{\varepsilon_i} (\sqrt{\varepsilon_i} (1 - P_i^l) - \sqrt{\varepsilon_i} P_i^l)$. Finalement, l'espérance du numérateur vaut $\varepsilon_i (1 - 2P_i^l)$ et on a

$$\rho_i^l = 1 - 2P_i^l \quad (3.35)$$

On a donc, grâce à l'équation 3.26

$$\rho_i^l = 1 - 2Q\left(\sqrt{2\gamma_i^l}\right) \quad (3.36)$$

Il suffit donc de trouver une expression de γ_i^l en fonction de ρ_i^{l-1} pour pouvoir calculer les ρ_i^l de manière récursive.

Jusqu'à maintenant, nous n'avons jamais différencié la liaison descendante (base vers mobile) de la liaison montante (mobile vers base). Toutefois, il est naturel

que de nombreuses différences existent. D'une manière générale il est clair que la liaison montante est plus complexe que la liaison descendante. Nous en avons déjà mentionné une des principales raisons: le mobile reçoit les signaux destinés à tous les usagers par le même canal, ce qui n'est pas le cas pour la base. En effet les caractéristiques du canal sont principalement dues au déplacement comme nous avons pu le voir dans le chapitre 1. Nous allons voir ici de manière un peu plus précise ce que cette différence implique.

Précisons tout d'abord que le SNR de réception du signal de l'utilisateur m utilisé pour le calcul analytique et qui prend en compte les coefficients d'atténuation du canal en moyenne fréquentielle est $\frac{1}{\zeta_m} = \frac{\varepsilon_m}{N_0 E[|A_m|^2]}$ et diffère du SNR de l'utilisateur m ne tenant pas compte du canal qui est $\frac{\varepsilon_m}{N_0}$, ou $\frac{E_b}{N_0}$ si ε_m ne dépend pas de m .

Cas de la liaison descendante

Regardons pour commencer la liaison descendante. On peut appliquer un cas particulier des lemmes 1 et 2 de [15] pour trouver

$$\gamma_m^l = \frac{\check{\zeta}^{l-1}}{\zeta_m} \left[\frac{1}{\check{\zeta}^{l-1} \exp(\check{\zeta}^{l-1}) E_1(\check{\zeta}^{l-1})} - 1 \right] \quad (3.37)$$

avec $\frac{1}{\check{\zeta}^l} = \frac{1}{L} \sum_{i=1}^M \frac{1 - (\rho_i^l)^2}{\zeta_i}$ et $E_1(x) = \int_x^\infty \frac{e^{-t}}{t} dt$.

Cas de la liaison montante

En ce qui concerne la liaison montante, le cas général des lemmes 1 et 2 de [15] s'applique et on a

$$\gamma_m^l = \frac{L}{1 - (\rho_m^{l-1})^2} \left(\frac{1}{\beta_m^{l-1}} - 1 \right) \quad (3.38)$$

avec $\frac{1}{\zeta_m^l} = \frac{1-(\rho_m^l)^2}{\zeta_m}$ et

$$\beta_m^l = \frac{M-1}{M} + \frac{(L\tilde{\zeta}_m^l)^M}{M!} \left[(-1)^{M+1} e^{L\tilde{\zeta}_m^l} E_1(L\tilde{\zeta}_m^l) + \sum_{k=0}^{M-2} (-1)^{M-k} \frac{k!}{(L\tilde{\zeta}_m^l)^{k+1}} \right] \quad (3.39)$$

L'algorithme récursif qui permet de calculer les ρ_i^l se décompose donc en quatre étapes:

1. $\rho_i^0 = 0$ et $l = 1$
2. $\forall i$, calcul du SNIR γ_i^l , à partir de ρ_i^{l-1} et du SNR grâce à l'équation 3.37 ou 3.38.
3. calcul de ρ_i^l à partir de γ_i^l grâce à l'équation 3.36.
4. $l = l + 1$ et retour au point 2.

3.2.6 Considérations de programmation

La programmation de cet algorithme nécessite un travail plus approfondi sur les fonctions intervenant dans les équations 3.36, 3.37 et 3.38. Commençons par la première. Elle fait intervenir la fonction Q . Pour calculer de manière efficace et rapide les valeurs de la fonction Q on peut utiliser, par exemple, une interpolation polynômiale de degré trois à partir de la courbe de probabilité d'erreur d'un canal gaussien non codé.

Ensuite, suivant que l'on considère la liaison descendante ou la liaison montante, il faut programmer l'équation 3.37 ou l'équation 3.38, respectivement. En raison de la grande complexité des fonctions qu'elles font intervenir, seul un outil de calcul formel comme Maple V permet de les calculer. Un calcul direct, même en utilisant une approximation analytique, serait trop pénalisant pour notre algorithme. On

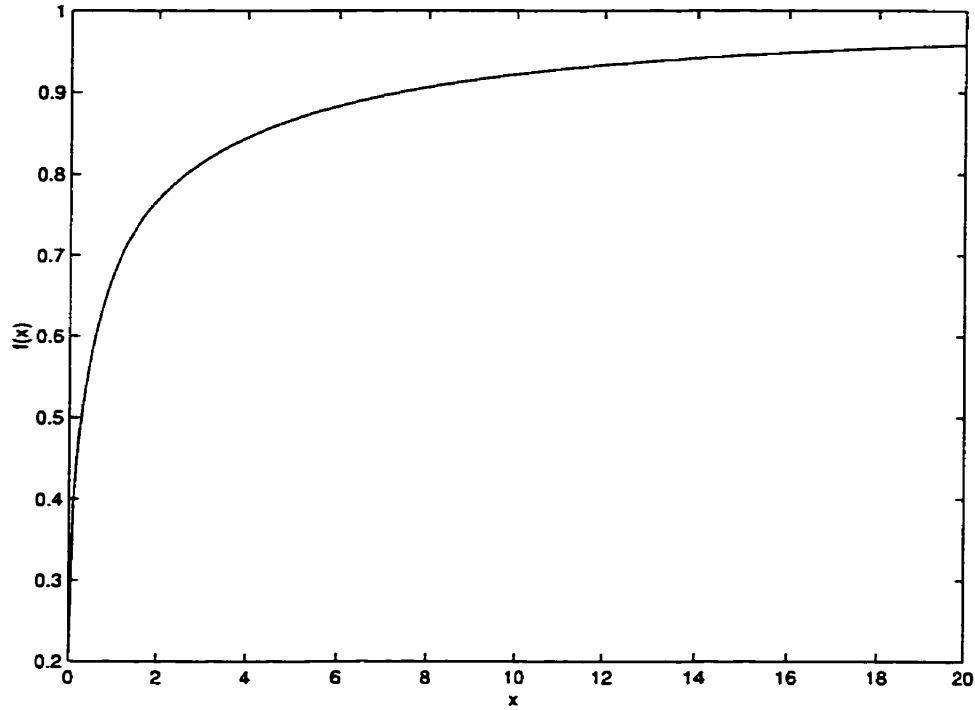


Figure 3.4: Graphe de la fonction intervenant pour la liaison descendante

peut donc utiliser une interpolation non linéaire. Plus précisément, on utilise les valeurs calculées grâce à un outil de calcul formel tel que Maple pour approcher ces fonctions par des fonctions plus simples. Étant donné le domaine qui nous intéresse et la forme de la fonction à approcher, on détermine une classe de fonctions susceptibles de se confondre avec elle. Puis, il reste à choisir au sein de cette classe quelle fonction va être utilisée par le programme pour l'algorithme.

Dans le cas des équations 3.37 et 3.38, on s'intéresse aux fonctions

$$f(x) = \frac{1}{\exp(x)E_1(x)} - x \quad (3.40)$$

et

$$g(x, M) = \frac{x}{\beta(x, M)} - x \quad (3.41)$$

avec $E_1(x) = \int_x^\infty \frac{e^{-t}}{t} dt$ et $\beta(x, M) = \frac{M-1}{M} + \frac{x^M}{M!} \left[(-1)^{M+1} e^x E_1(x) + \sum_{k=0}^{M-2} \frac{(-1)^{M-k} k!}{x^{k+1}} \right]$.

Leur calcul par Maple donne les graphes qui sont présentés sur la figure 3.4 pour la liaison descendante et sur la figure 3.5 page 49 pour la liaison montante. Un outil de calcul formel permet également de calculer leurs limites. La forme de la courbe ainsi que des informations comme les limites permettent de s'orienter vers une classe de fonctions susceptibles de les approcher. Dans ce cas, après un certain nombre d'essais, les résultats ont conduit à les approcher par des fonctions de la forme

$$1 + \frac{a_1}{a_4 + x} + \frac{a_2}{(a_5 + x)^2} + \frac{a_3}{(a_6 + x)^3}. \quad (3.42)$$

Il reste à choisir, pour chacune des deux fonctions à approcher, les six coefficients déterminant la fonction qui va être le plus proche, au sens de l'erreur quadratique. Ce calcul est réalisé par un algorithme de Matlab. On obtient ainsi des fonctions très simples à calculer et qui sont très proches des fonctions analytiques de départ. Le fait qu'il ne s'agisse pas exactement des fonctions analytiques influe uniquement de manière minoritaire sur les résultats fournis par l'algorithme. En effet, les hypothèses du calcul d'optimisation qui conduit à ces fonctions ne sont vérifiées que de manière approximative dans la réalité. C'est sans aucun doute ce second facteur qui est majoritaire en ce qui concerne les résultats fournis par l'algorithme.

3.3 Performances théoriques

Maintenant que les notations sont mises en place et que le fonctionnement de l'algorithme est décrit, il est temps d'énoncer le résultat qui garantit la convergence vers des performances dignes d'un canal à bruit blanc additif et donc assurément meilleures que celles d'un canal de Rayleigh.

Si les processus $b[n, k]$ et $c[n, k]$ sont ergodiques en un certain sens², si la dispersion est infinie ($D_h \rightarrow \infty$) et le partitionnement parfait, l'estimation $\hat{x}_m[n]$ des bits d'entrée $x_m[n]$ tend en moyenne quadratique vers $E[C_{mm}]x_m[n] + v_m[n]$ [15] où les $v_m[n]$ sont des suites mutuellement non corrélées de bruit blanc gaussien à valeur complexe de moyenne nulle et non corrélées avec les bits d'entrée. C est la représentation de c dans le domaine fréquentiel et les variables sont omises par commodité du fait de la stationnarité.

Comme je l'avais précisé précédemment, l'importance de ce résultat vient de ses bonnes propriétés d'approximation. Les résultats présentés dans [1] semblent montrer que seul un petit nombre d'itérations permet d'atteindre des performances satisfaisantes. L'objectif des chapitres suivants est de confirmer ces résultats théoriques.

3.4 Conclusion sur la théorie: le rôle de l'orthonormalité et de la complétude

L'orthonormalité (2.2) s'écrit

$$\sum_k h_i[k - nL]h_j^*[k - mL] = \delta[n - m]\delta[i - j]. \quad (3.43)$$

On peut la reformuler

$$\theta_{h_i h_j}[pL] = \frac{1}{K} \delta[p] \delta[i - j] \quad (3.44)$$

avec $\theta_{h_i h_j}[k]$ l'intercorrélation discrète entre les signatures définie par

$$\theta_{h_i h_j}[k] = \frac{1}{K} \sum_{n=0}^{K-1} h_i[n]h_j^*[n + k]. \quad (3.45)$$

²défini dans [15]

On peut donc l'interpréter comme une expression de l'intercorrélation discrète entre les signatures sur les multiples de L^3 .

La complétude s'écrit dans le domaine temporel (2.6) comme

$$\sum_{k,i} h_i[n - kL] h_i[m - kL] = \delta[n - m]. \quad (3.46)$$

On peut montrer que cette complétude exprimée dans le domaine temporel implique l'expression de la complétude dans le domaine fréquentiel (2.8) suivante

$$\mathbf{H}^\dagger(\omega) \mathbf{H}(\omega) = L. \quad (3.47)$$

En effet,

$$\mathbf{H}^\dagger(\omega) \mathbf{H}(\omega) = \sum_i |H_i(\omega)|^2 = \sum_{p,q,i} h_i[p] h_i[q], \quad (3.48)$$

et si l'on effectue la division Euclidienne de p par L , il vient un couple unique (k, n) tel que $p = n + kL$ avec $n = p$ modulo L et $k = \lfloor \frac{p}{L} \rfloor$. On peut ensuite écrire $m = q - \lfloor \frac{p}{L} \rfloor L$ pour avoir $q = m + kL$ avec le domaine D de variation de m qui contient $\{0, \dots, L-1\}$ et, après avoir changé k en $-k$, il vient

$$\begin{aligned} \sum_{p,q,i} h_i[p] h_i[q] &= \sum_{n \in \{0, \dots, L-1\}, m \in D} \left(\sum_{k,i} h_i[n - kL] h_i[m - kL] \right) \\ &= \sum_{n \in \{0, \dots, L-1\}, m \in D} \delta[n - m] \\ \sum_{p,q,i} h_i[p] h_i[q] &= L. \end{aligned} \quad (3.49)$$

Donc on a l'implication voulue. En revanche, il serait vain de vouloir montrer la réciproque dans le cas général. On peut reformuler l'expression de la complétude dans le domaine fréquentiel

$$\sum_{i,k} \theta_{h_i}[k] = \frac{L}{K}. \quad (3.50)$$

On peut donc l'interpréter comme l'expression de la somme sur les usagers et dans le temps de l'autocorrélation discrète des signatures. La complétude et l'orthonormalité

³ceci précise la notion de corrélation faible citée précédemment

ne représentent donc pas les mêmes grandeurs et ne sont pas reliées.

Le fonctionnement de la modulation est fondé sur l'orthonormalité et le fonctionnement du calcul des interférences sur le partitionnement parfait. Ce dernier implique la complétude temporelle qui elle-même implique la complétude fréquentielle. Les conditions à vérifier pour les signatures sont donc l'orthonormalité et le partitionnement parfait. Les deux propriétés de complétude découlent de ce dernier.

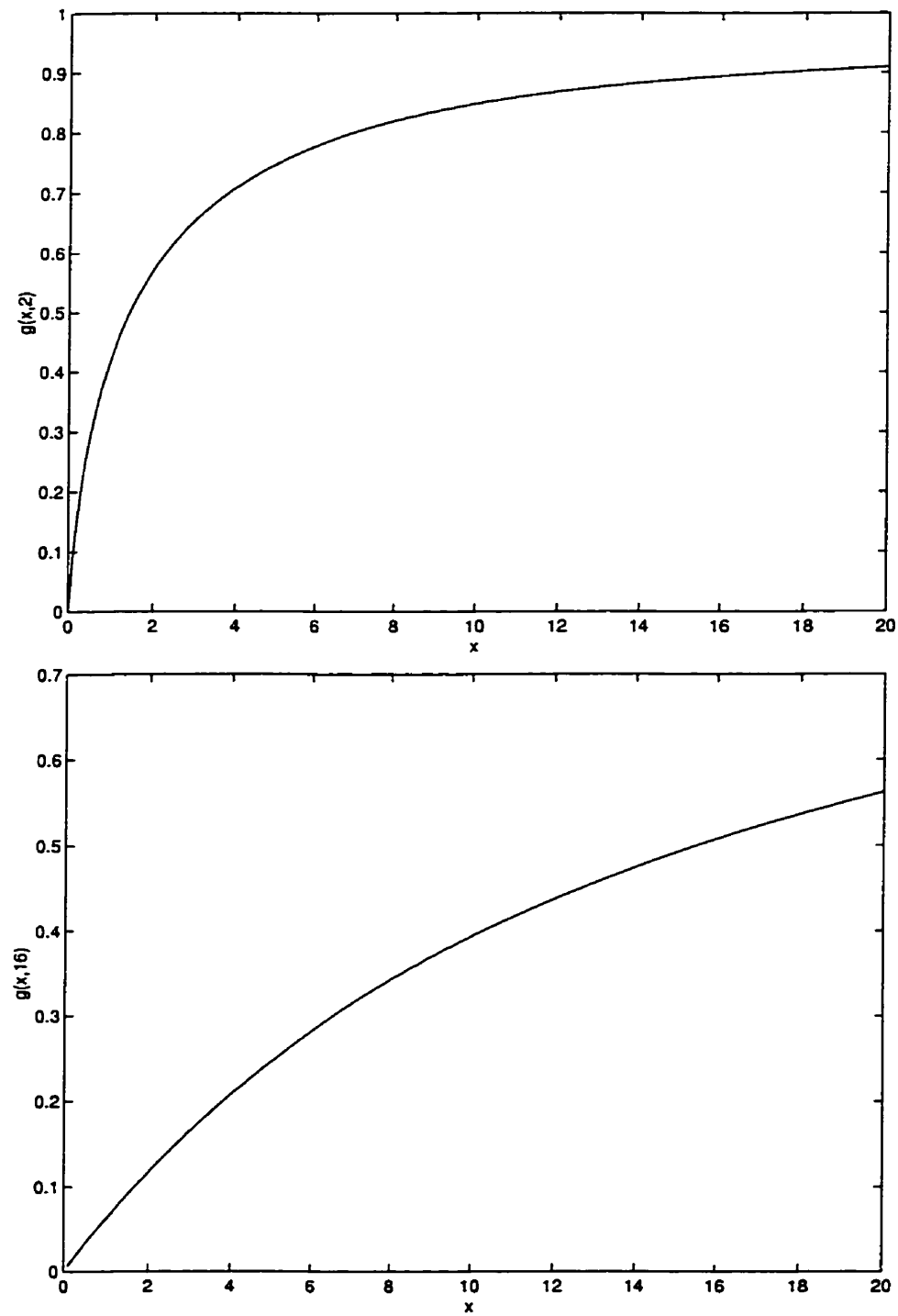


Figure 3.5: Graphe de la fonction intervenant pour la liaison montante (cas $M = 2$ et $M = 16$)

Chapitre 4

Performances “prévues”

Dans le cadre de l’hypothèse gaussienne, il est possible de calculer les performances prévues par l’algorithme du récepteur, à chaque itération pour la précédente. Cette approche a déjà été présentée dans [1], mais elle est utilisée ici pour étudier et quantifier l’influence d’un contrôle de puissance imparfait sur les performances du système.

4.1 Présentation de l’approche

Le choix de la modélisation du canal radiomobile est crucial. Comme il est déjà évoqué au chapitre 1, le premier choix est de le considérer quasi-statique, c’est-à-dire que pour une trame donnée, il est constant dans le temps. De plus, on suppose que le récepteur connaît ses caractéristiques. Ceci peut être par exemple dû à l’utilisation d’un signal pilote. En fait, ce problème de connaissance du canal, soit par estimation, soit par pilote, est assez complexe. Des résultats de simulations sur le sujet dans le cadre d’un système de la troisième génération prévue pour l’Amérique du nord CDMA2000 sont présentés dans le mémoire de maîtrise de P.F. Caillaud [4].

La modélisation du canal radiomobile va donc être réalisée par un certain nombre d'échos présentant des atténuations différentes et des écarts temporels variables. On considère que le nombre d'échos reçus est de 2, ce qui correspond au cas de [4] pour un mobile en déplacement à une vitesse de 60km/h. Le calcul analytique de probabilité d'erreur prévue prend en considération une moyenne des coefficients d'atténuation du canal et non la forme précise du canal. Donc, le choix de l'écart temporel entre les échos n'intervient que plus tard, pour les simulations présentées au chapitre 5. On suppose que le récepteur est synchronisé sur le premier écho reçu et que, en moyenne, il égalise de façon à voir cet écho comme non atténué. On choisit l'atténuation du second écho de manière aléatoire, suivant une loi de Rayleigh de moyenne connue: - 4 dB.

L'intérêt de l'évaluation de ces performances prévues réside en la possibilité d'obtenir de manière relativement aisée des résultats indicatifs sur les performances du système, dans un très grand nombre de situations. Les performances issues de simulations qui sont présentées au chapitre suivant sont beaucoup plus coûteuses du point de vue de la complexité et ne permettent pas de couvrir toutes les situations que nous allons considérer maintenant. En particulier, il est particulièrement instructif d'évaluer l'influence d'un contrôle de puissance imparfait, c'est-à-dire d'une inégalité de répartition des usagers dans la cellule, sur les performances de l'algorithme présenté au chapitre précédent.

Un autre élément pris en compte par ce calcul analytique de probabilité d'erreur prévue est de quelle liaison il s'agit. Comme il a déjà été mentionné, la principale différence entre liaisons montante et descendante est la suivante. Dans la liaison descendante, chaque mobile reçoit les signaux destinés à tous les usagers du même

endroit: la station de base qui est fixe. En revanche, en ce qui concerne la liaison montante, la station de base reçoit les signaux de tous les usagers provenant chacun d'un mobile différent. Or, chaque mobile décrit un mouvement différent. Dans le premier cas (liaison descendante), le récepteur (au mobile) doit traiter les signaux de tous les usagers, passés par le même canal (déterminé par son mouvement à lui seul). Dans le second cas (liaison montante), le récepteur (à la station de base) doit traiter les signaux de tous les usagers, passés chacun par un canal différent (déterminé par le mouvement du mobile émetteur).

4.2 Le contrôle de puissance

Le contrôle de puissance est un mécanisme de commande dynamique essentiel des systèmes de communications cellulaires. Il s'agit de minimiser les puissances émises tout en conservant le critère de qualité de service que l'on s'est fixé au préalable. Pour la liaison montante, il sert à ce que les mobiles éloignés émettent avec plus de puissance que ceux qui sont proches de la station de base. En ce qui concerne la liaison descendante, il permet à la station de base d'émettre avec moins de puissance les signaux correspondant aux mobiles qui sont proches d'elle que les signaux des mobiles qui sont éloignés.

Il permet d'éviter que les mobiles plus proches de la station de base n'interfèrent trop (ce phénomène est appelé *near-far effect*). Chaque mobile augmente sa puissance d'émission lorsque la puissance du signal qu'il reçoit est trop faible et la diminue dans le cas contraire. En fait il maintient constante la somme (en dB) des puissances reçue et émise, dans la mesure de ses possibilités. C'est le contrôle de puissance en boucle ouverte. Il est de nature analogique, et dans la norme IS-95,

il fournit une réponse qui peut varier de plus de 85 dB en quelques micro-secondes seulement. Toutefois, cet ajustement se fonde sur le signal reçu. Or, la séparation de plus de 45 MHz entre les liaisons montante et descendante implique que les variations rapides des canaux montant et descendant sont deux processus indépendants. Donc, ce contrôle de puissance en boucle ouverte ne peut prendre en compte correctement les variations rapides du canal.

C'est pourquoi, la station de base mesure le niveau de signal sur interférence reçu (émis par le mobile) et le compare à un niveau de référence (entre 3 et 7 dB) [14]. S'il est inférieur, elle envoie un message au mobile pour qu'il augmente sa puissance d'émission, et s'il est supérieur, pour qu'il la réduise. C'est le contrôle de puissance en boucle fermée. La fréquence de cet ajustement doit être suffisante pour combattre les variations rapides du canal. Dans la norme IS-95, le “message” envoyé au mobile est un bit de contrôle, toutes les 1.25 ms (800 fois par seconde). Ce bit indique au mobile s'il doit augmenter ou réduire sa puissance d'émission d'une valeur prédéterminée, environ 0.5 dB. Ce contrôle de puissance en boucle fermée est complémentaire du précédent qui était en boucle ouverte. En effet, son temps de réponse est plus long car il nécessite un trajet aller-retour de l'information, mais il est mieux adapté aux variations rapides du canal car il considère le signal de la “bonne” liaison, ce qui n'est pas le cas du contrôle de puissance en boucle ouverte. On peut ajouter un troisième mécanisme qui met à jour le niveau de signal sur interférence pris comme référence [14].

Enfin, la station de base ajuste elle aussi sa puissance d'émission. Elle la réduit périodiquement jusqu'à recevoir un message du mobile lui indiquant de l'augmenter. Dans la norme IS-95, le pas de variation est de 0.5 dB à l'intérieur d'un intervalle

de 12 dB, toutes les 15-20 ms.

4.3 Résultats

Comme nous l’avons vu dans la section 3.2, l’algorithme récursif qui permet de calculer les coefficients α_{im}^l de la combinaison linéaire reliant deux itérations successives, se fonde sur un calcul d’optimisation faisant intervenir des fonctions analytiques. Une des équations intervenant dans ce calcul (3.26) fournit la probabilité d’erreur prévue de l’itération précédente. Il est donc possible de calculer les probabilités d’erreur de chaque itération, en fonction du nombre d’usagers, de l’expansion de largeur de bande et du SNR.

Rappelons qu’une des principales hypothèses qui justifient ce calcul analytique est l’hypothèse gaussienne. Cette hypothèse est relativement forte et l’on peut s’attendre à ce qu’elle ne soit pas vérifiée de manière rigoureuse dans les cas concrets de simulations, qui sont traités au chapitre suivant. Cela conduirait par conséquent à une dégradation de la probabilité d’erreur réelle par rapport à la probabilité d’erreur prévue. Toutefois, ce calcul analytique de probabilité d’erreur prévue prend en considération une moyenne des coefficients d’atténuation du canal et non la forme précise du canal. Donc, il se peut que la forme de canal à deux échos que l’on choisit ici conduise à des probabilités d’erreur meilleures que les probabilités d’erreur prévues par l’algorithme à chaque itération.

Le facteur déterminant en ce qui concerne ces performances n’est pas le nombre d’usagers à lui tout seul, mais ce que l’on peut appeler la charge du système, c’est-à-dire le rapport du nombre d’usagers sur le nombre maximal d’usagers, qui se trouve être ici l’expansion de largeur de bande.

Les courbes qui suivent présentent la probabilité d’erreur prévue en fonction du rapport signal à bruit $\frac{E_b}{N_0}$ en dB, pour différentes charges $C = \frac{M}{L}$ exprimées en pourcentages. La section suivante traite du cas pour lequel le contrôle de puissance est parfait et celle d’après s’intéresse à l’influence de l’écart type de la distribution des SNR des différents usagers sur les performances du système.

4.4 Cas d’un contrôle de puissance parfait

On traite tout d’abord le cas d’un contrôle de puissance parfait, c’est-à-dire que les SNR de chaque usager sont identiques. Les résultats obtenus pour une atténuation du deuxième écho de -4 dB, sont présentés sur les figures 4.1, 4.2 et 4.3, respectivement pour des charges de 25 %, 50 % et 100 %.

L’on constate tout d’abord que la seule différence entre les trois courbes pour des charges de 25 %, 50 % et 100 % est l’écart entre les courbes de probabilité d’erreur des trois itérations. La courbe représentant la dernière itération est identique quelle que soit la charge, alors que les autres courbes présentent des performances légèrement inférieures pour des charges supérieures.

La différence entre les performances prévues de la liaison descendante et celles de la liaison montante est le nombre d’itérations qui permettent d’atteindre la probabilité d’erreur minimale. Pour la liaison descendante, on remarque que trois itérations suffisent alors que pour la liaison montante, au moins dans le cas d’une charge de 100 %, une quatrième itération est nécessaire pour atteindre les performances maximales.

Mais la principale remarque que suscitent ces trois courbes, que ce soit pour la liaison descendante ou pour la liaison montante, concerne le faible nombre d'itérations requis (rappelons tout de même qu'il s'agit des performances prévues) pour atteindre les performances maximales. On observe en effet que dès la troisième itération ce maximum est atteint, pour la liaison descendante dans le cas d'un contrôle de puissance parfait.

Enfin, on peut remarquer que la courbe de probabilité d'erreur correspondant au canal gaussien non codé se trouve à environ 0.5 dB en dessous de la courbe correspondant à la dernière itération et qui représente la performance prévue maximale de l'algorithme itératif. Cette différence est due au canal radiomobile, modélisé ici par la présence du deuxième écho. L'écart de 0.5 dB, dépend de l'atténuation de ce deuxième écho, qui est dans le cas de ces courbes de -4 dB. Si l'on fait tendre le coefficient correspondant à ce second écho vers 0, le canal tend vers un canal gaussien et les performances prévues de l'algorithme itératif vers les performances du canal gaussien non codé.

Finalement, même s'il ne s'agit pour l'instant que de performances prévues dans le cas d'un contrôle de puissance parfait, nous constatons qu'un très faible nombre d'itérations suffit à l'algorithme itératif du récepteur étudié dans ce travail pour atteindre des performances maximales. Ces performances prévues maximales peuvent être évaluées en terme de charge acceptable en fonction du SNR, pour des probabilités d'erreur données. La figure 4.4 présente cette capacité prévue pour la liaison descendante après 3 itérations et pour la liaison montante après 4 itérations.

4.5 Cas d’un contrôle de puissance imparfait

On traite maintenant le cas d’un contrôle de puissance plus réaliste. D’une manière générale (c’est-à-dire même en l’absence de contrôle de puissance), le SNR de chaque usager peut s’écrire $e^{x_m} K$ où K est une constante et où les x_m sont distribués selon une loi gaussienne centrée de variance δ^2 . Il en résulte pour le SNR une distribution log-normale. La combinaison des mécanismes de contrôle de puissance permet de réduire cet écart type δ jusqu’à une valeur comprise entre 1.5 et 2.5 dB [14]. Le contrôle de puissance parfait (utopique) traité précédemment correspond à un écart type $\delta = 0$.

Les résultats de probabilité d’erreur obtenus pour la liaison descendante et une atténuation du deuxième écho de -4 dB sont présentés pour $\delta = 1.5$ dB sur la figure 4.5 pour des charges de 50 % et 100 %. Les résultats de la liaison montante sont présentés sur la figure 4.6 pour des charges de 50 % et 100 %.

On remarque que la dégradation des performances par rapport au cas d’un contrôle de puissance parfait est importante. La décroissance des courbes de probabilité d’erreur prévue avec le SNR est très faible en comparaison de celle de la courbe correspondant au canal gaussien non codé. À 15 dB, on arrive à une probabilité d’erreur d’environ 10^{-3} pour la liaison descendante ainsi que pour la liaison montante. Les probabilités d’erreur issues de simulations correspondantes à cette configuration ne sont pas nécessairement aussi mauvaises pour des raisons qui ont déjà été mentionnées.

L’influence de la prise en compte d’un contrôle de puissance réaliste ($\delta = 1.5$ dB) est très importante pour les probabilités d’erreur prévues. Il est intéressant de

s’attarder un peu sur l’influence de cet écart-type sur les probabilités d’erreur. Les résultats obtenus pour la liaison descendante et une atténuation du deuxième écho de -4 dB sont présentés pour $\delta = 0$ dB sur la figure 4.7 pour des charges de 50 % et 100 %. Les résultats de la liaison montante sont présentés sur la figure 4.8 pour des charges de 50 % et 100 %.

On remarque que les performances prévues sont nettement meilleures que dans le cas de $\delta = 1.5$ dB, sans pour autant s’approcher de celles correspondant à un contrôle de puissance parfait. En effet, la décroissance des courbes de probabilité d’erreur avec le SNR est plus marquée et les valeurs atteintes pour 15 dB sont inférieures à 10^{-4} . Des observations similaires au cas du contrôle de puissance parfait peuvent être émises. La courbe correspondant aux performances maximales est sensiblement identique pour la liaison montante et pour la liaison descendante.

Finalement, on constate que l’influence de la prise en compte d’un contrôle de puissance imparfait est très importante pour les probabilités d’erreur prévues. Une comparaison entre les performances prévues maximales dans le cas d’un contrôle de puissance parfait, celles avec $\delta = 0$ dB et celles avec $\delta = 1.5$ dB est présentée sur la figure 4.9 pour les liaisons descendante et montante. Entre le cas d’un contrôle de puissance parfait et celui de $\delta = 0$ dB, pour la liaison descendante, on remarque une perte d’environ 4 dB pour une probabilité d’erreur de 10^{-3} et d’environ 5 dB pour une probabilité d’erreur de 10^{-4} . En ce qui concerne la liaison montante, la différence entre le contrôle de puissance parfait et le cas $\delta = 0$ dB est d’un peu plus de 5 dB pour une probabilité d’erreur de 10^{-3} comme pour une probabilité d’erreur de 10^{-4} . Entre le cas $\delta = 0$ dB et celui $\delta = 1.5$ dB, la perte est de plus de 2 dB pour une probabilité d’erreur de 10^{-3} , pour la liaison descendante comme pour la liaison

montante.

Les simulations dont les résultats sont présentés au chapitre suivant ont été effectuées pour un contrôle de puissance parfait pour des raisons de complexité. La quantification de la perte de performances entre le cas d'un contrôle de puissance parfait et celui d'une situation plus réaliste qui vient d'être présentée, permettra d'évaluer les performances du système dans un cas réaliste, à partir des résultats de simulation.

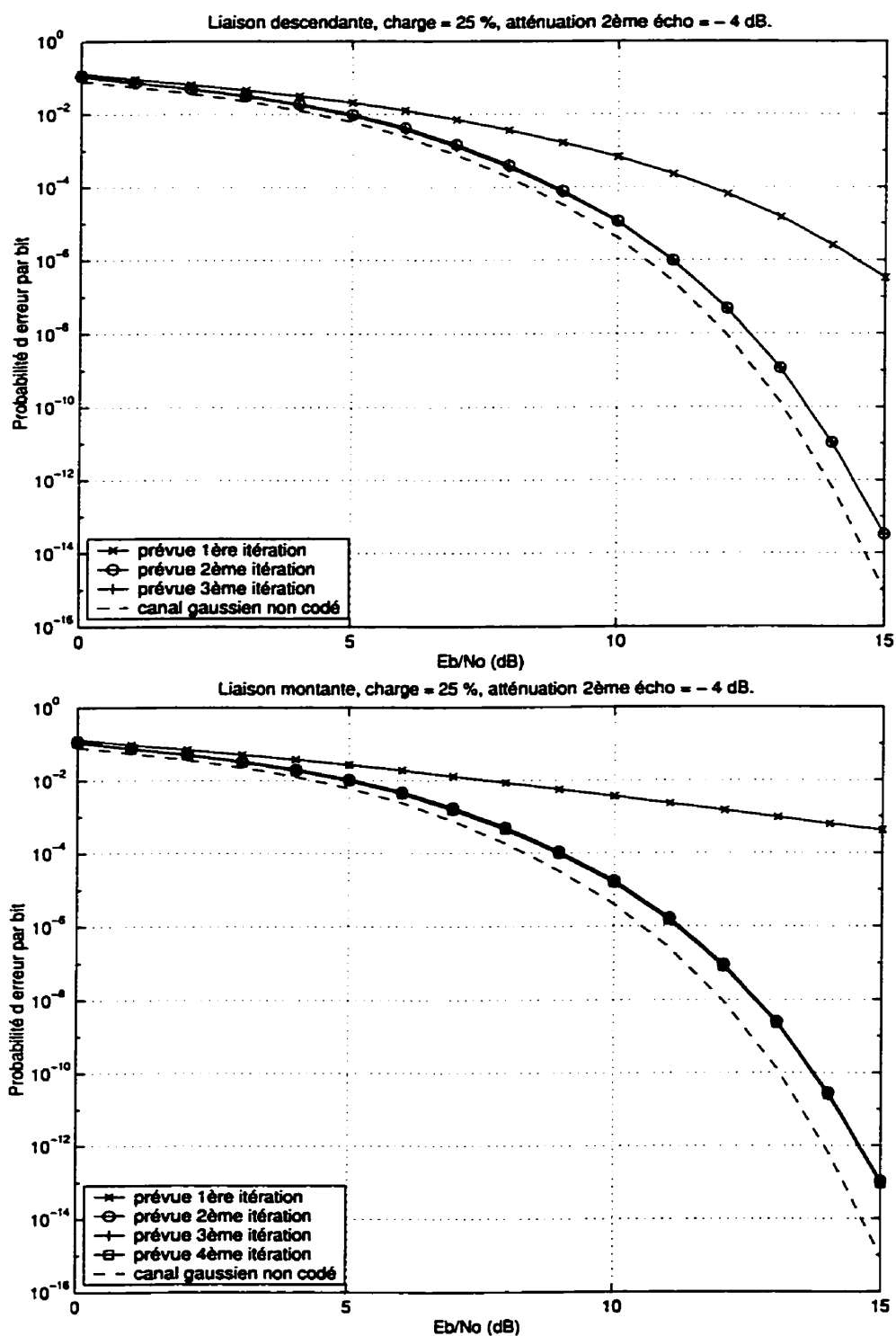


Figure 4.1: Performances prévues en contrôle de puissance parfait

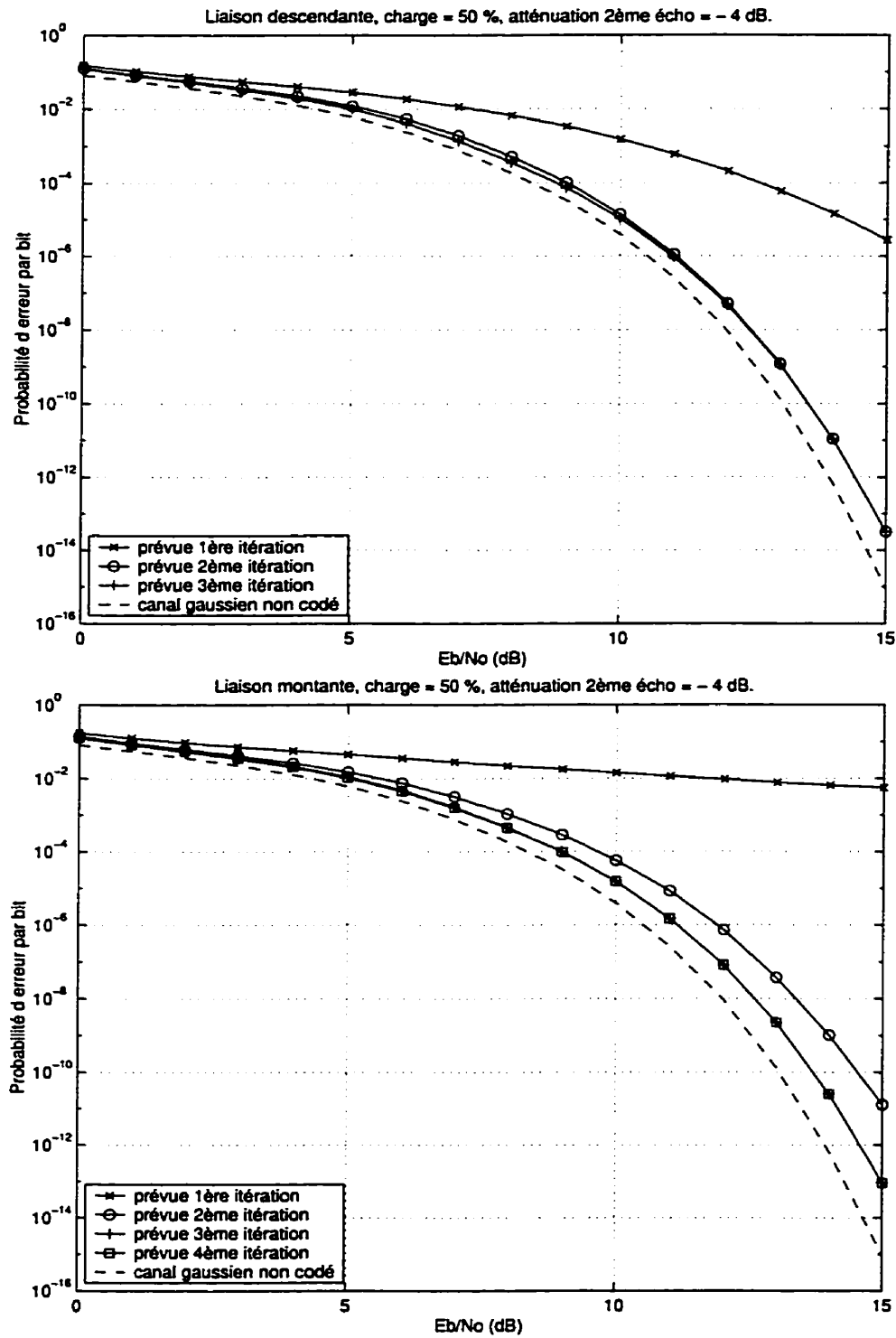


Figure 4.2: Performances prévues en contrôle de puissance parfait

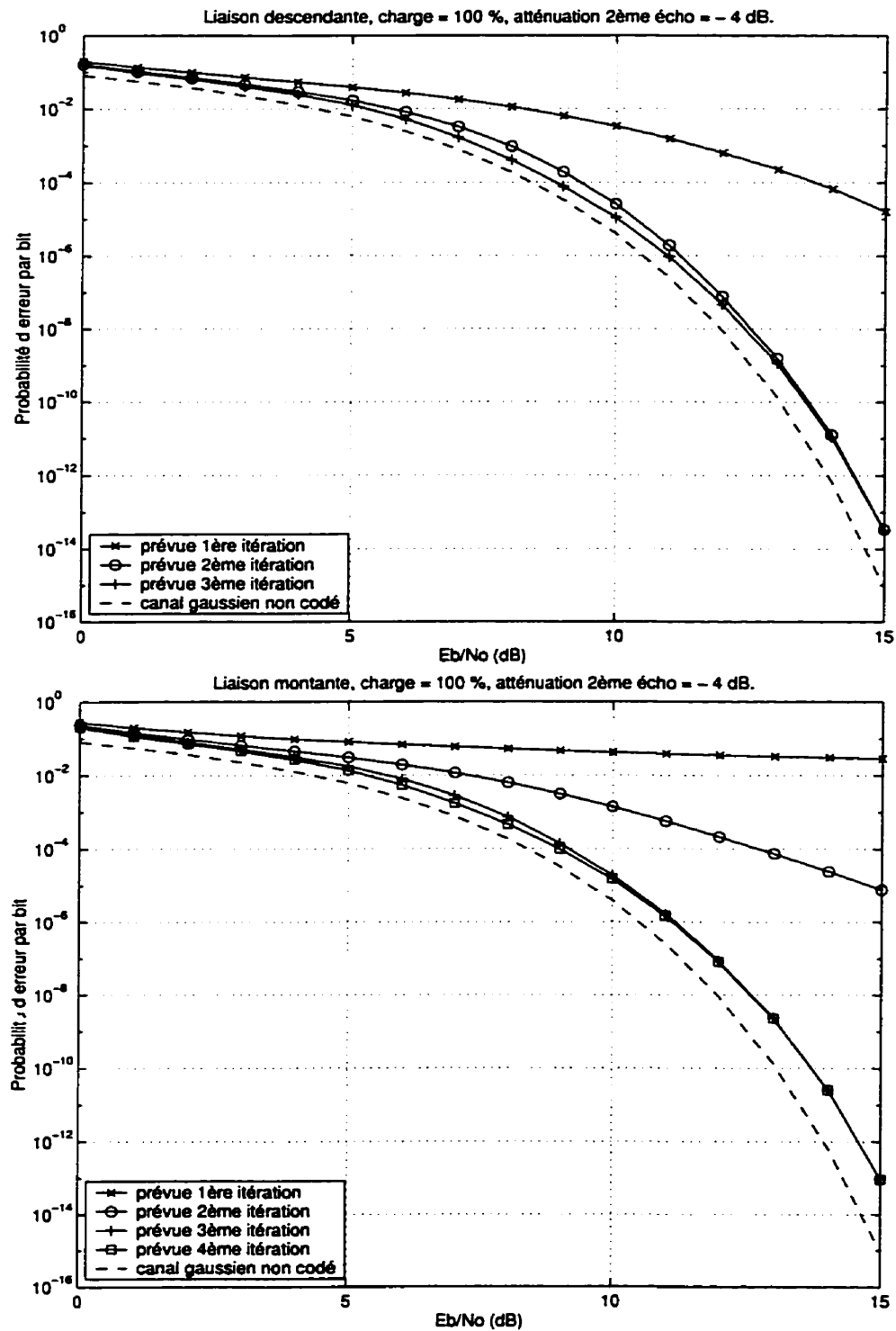


Figure 4.3: Performances prévues en contrôle de puissance parfait

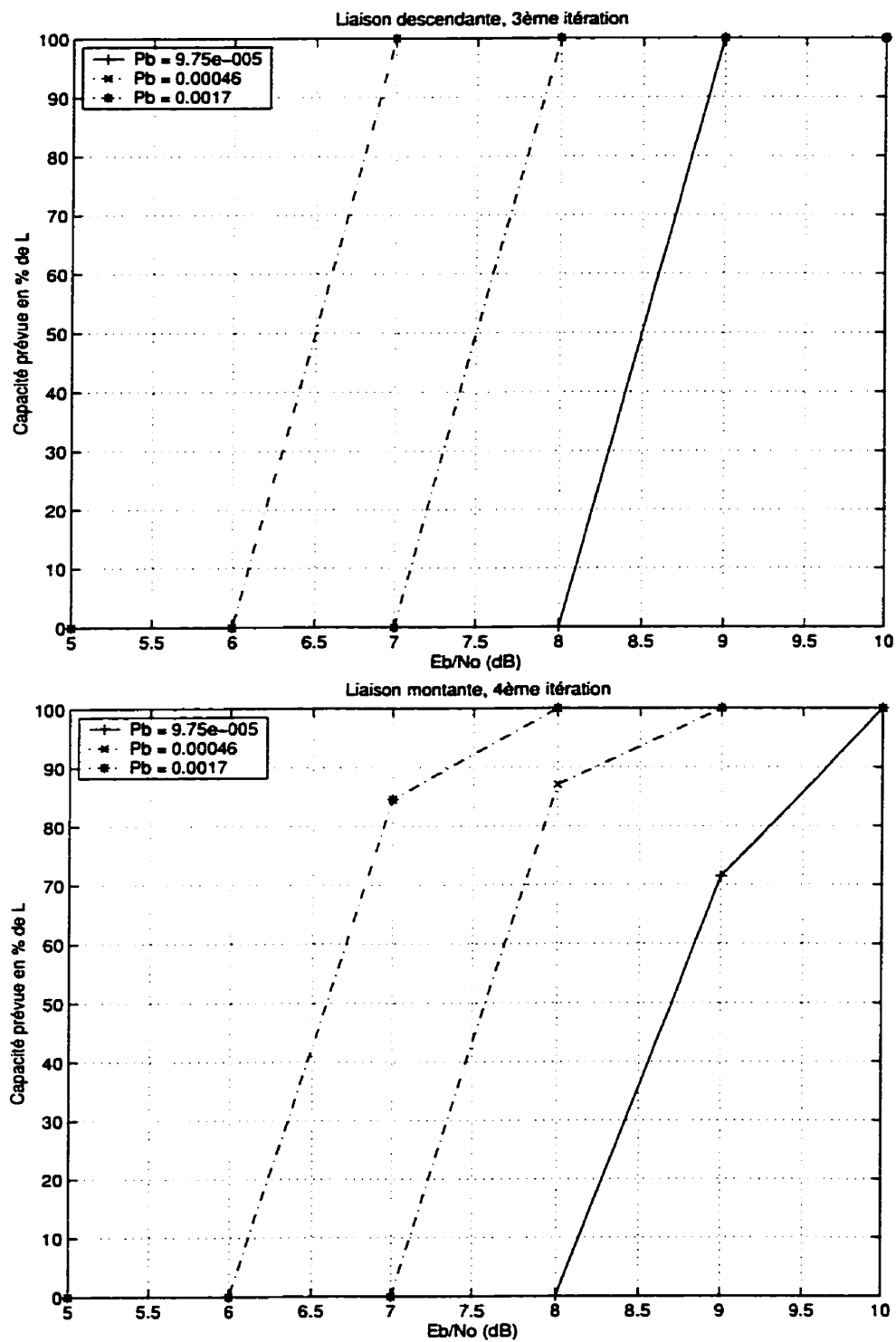
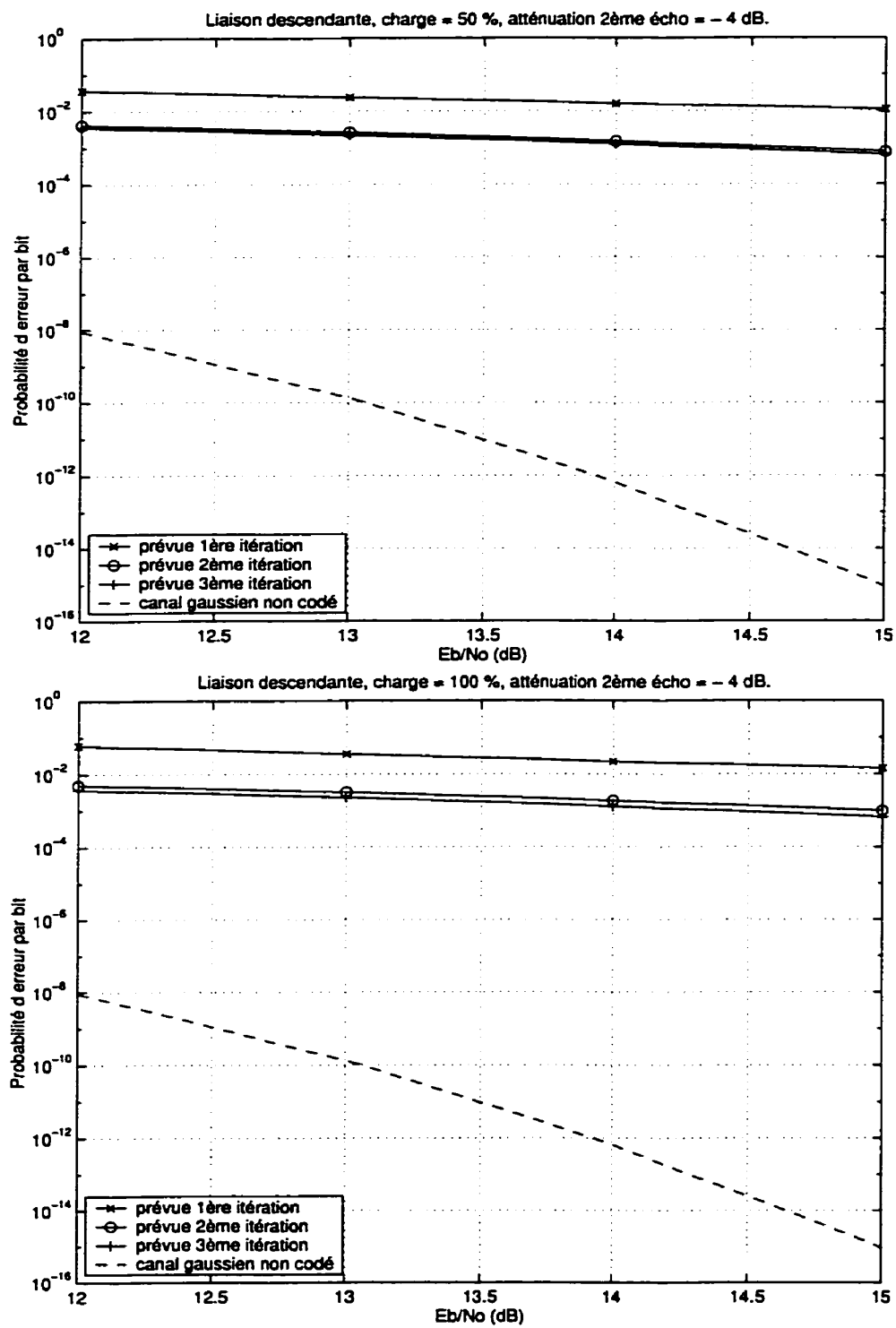


Figure 4.4: Capacité prévue en contrôle de puissance parfait

Figure 4.5: Performances prévues avec $\delta = 1.5$ dB

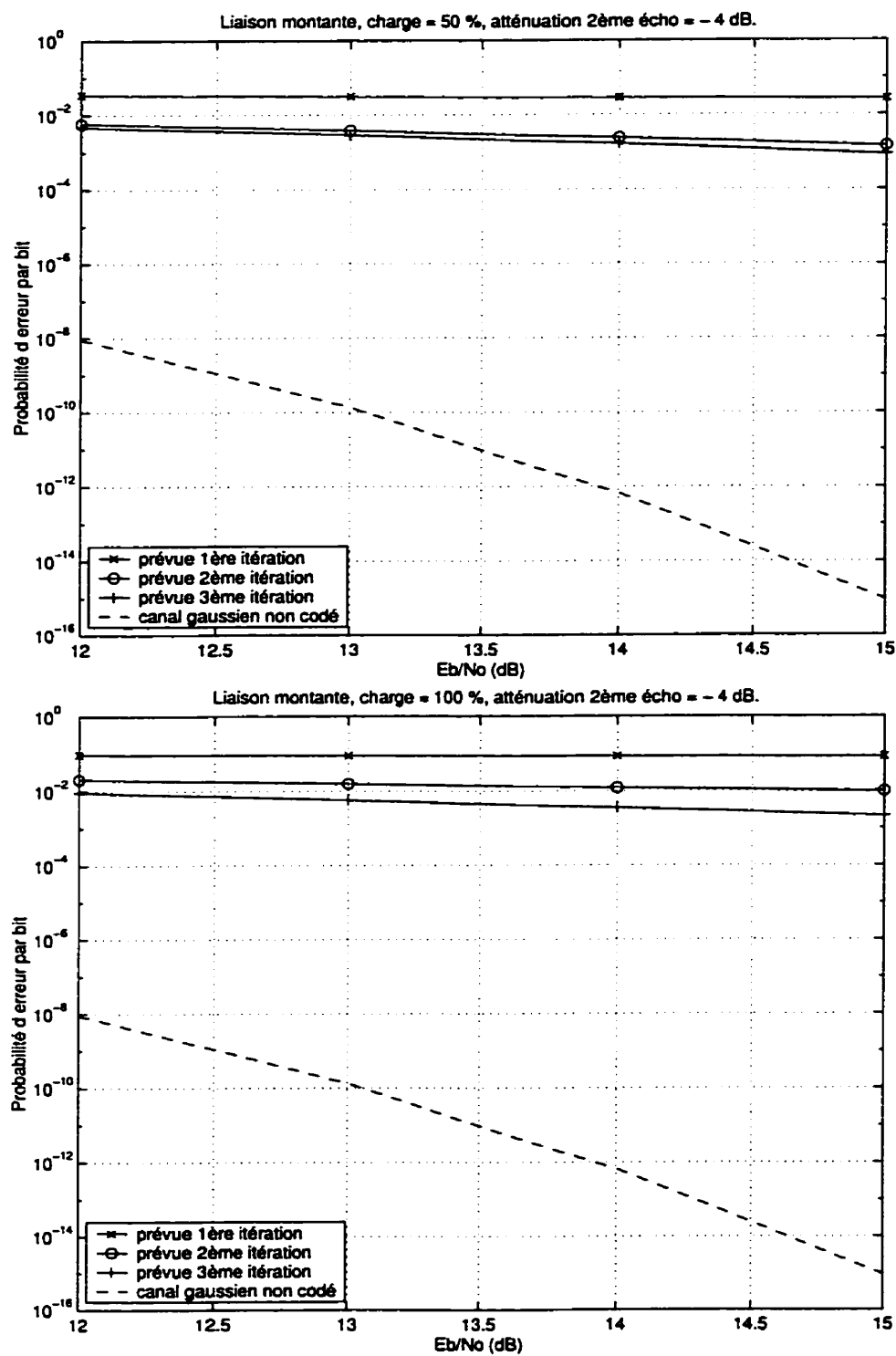
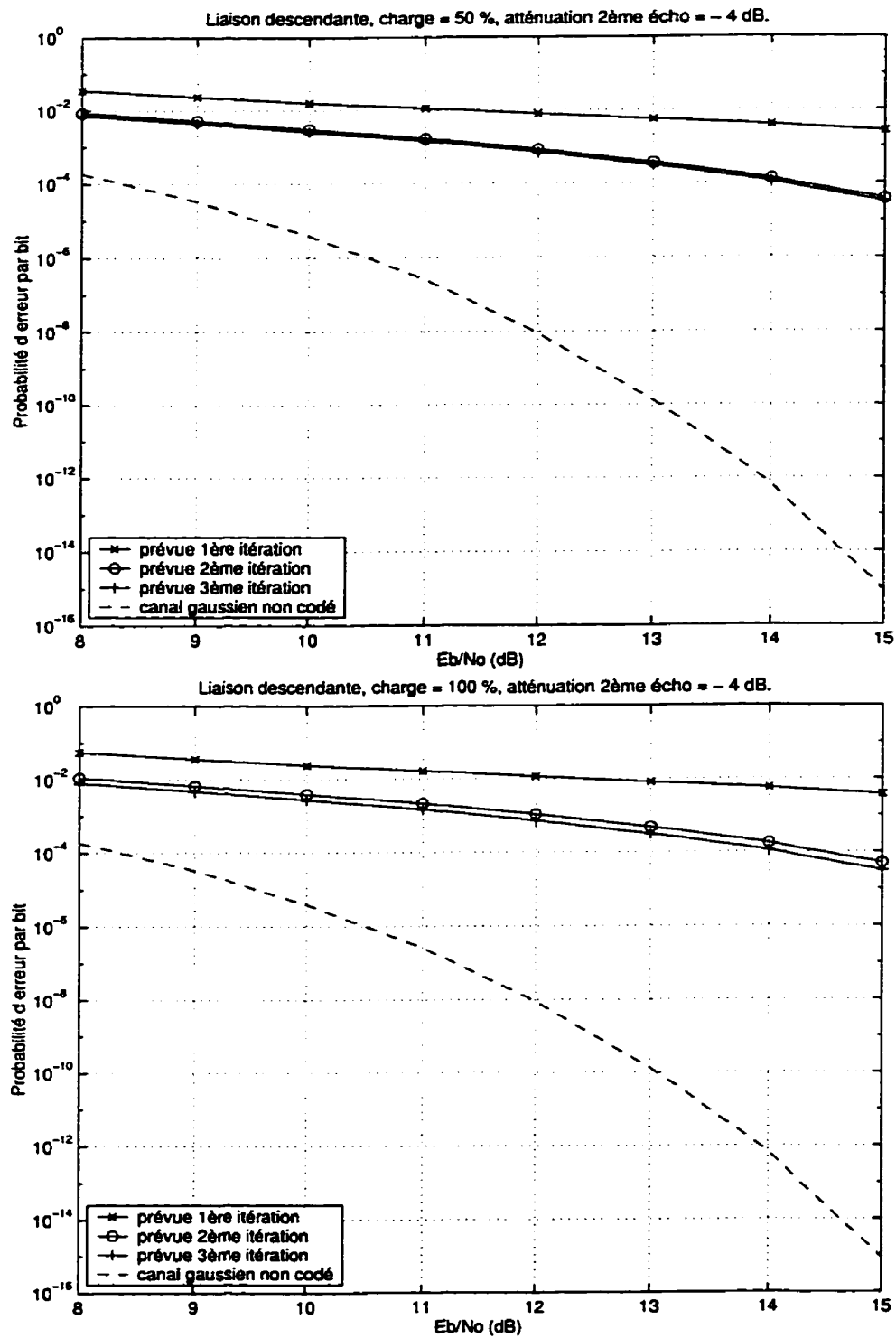
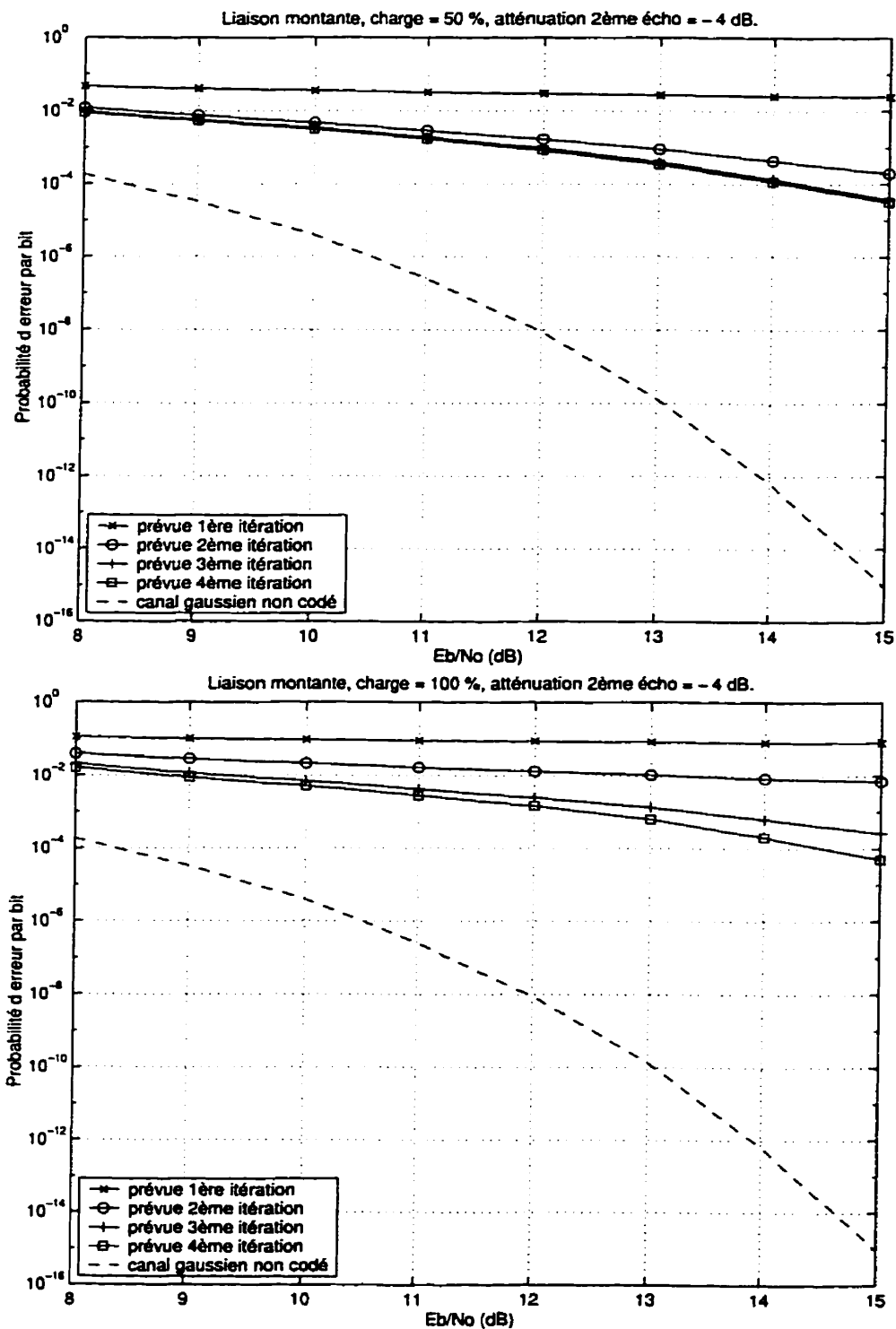


Figure 4.6: Performances prévues avec $\delta = 1.5$ dB

Figure 4.7: Performances prévues avec $\delta = 0$ dB

Figure 4.8: Performances prévues avec $\delta = 0$ dB

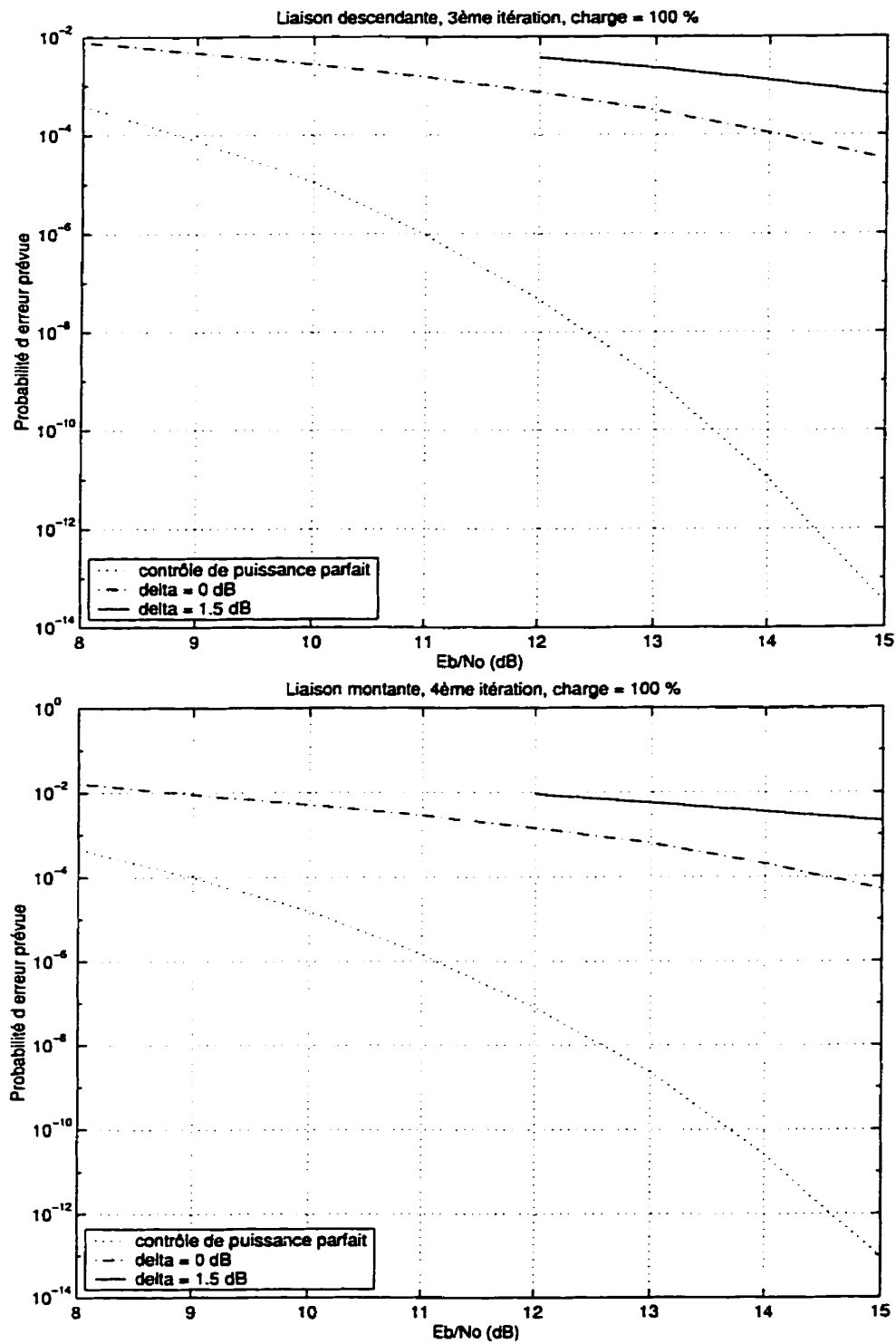


Figure 4.9: Comparaison entre le contrôle de puissance parfait et imparfait

Chapitre 5

Résultats de simulations

Après l'approche analytique du chapitre précédent, c'est une approche plus pratique qui est adoptée dans ce chapitre. Il s'agit d'évaluer les performances du système, grâce à des simulations informatiques. De tels résultats ont déjà été présentés dans [1], mais le cas considéré ici est différent. Le taux de transmission est élevé et les caractéristiques du canal correspondent à un environnement urbain avec vitesse de déplacement rapide. Différents seuils caractérisant le comportement des performances de ce récepteur sont mis en évidence.

5.1 La complexité de l'algorithme du récepteur

La complexité du simulateur dépend de la longueur de la séquence modulée. Si la trame de bits d'entrée a une taille n_{pts} , la longueur de la séquence modulée est de $L.n_{pts}$. Le temps de calcul de la première itération est de cinq fois inférieur au temps de calcul de chacune des itérations suivantes. En effet, l'estimation de l'interférence est coûteuse du point de vue complexité et elle n'est pas effectuée à la première itération. Les machines utilisées pour les simulations dont les résultats sont

n_{pts}	20	40	60	80	100	120	160	200
$L = 2$	0	0	1s	2s	5s	8s	20s	39s
$L = 4$	0	2s	8s	20s	39s	1m	3m	5m
$L = 8$	2s	20s	1m	3m	5m	9m	21m	42m
$L = 16$	20s	3m	9m	21m	42m	1h	3h	6h
$L = 32$	3m	21m	1h	3h	5h	10h	23h	2j

Tableau 5.1: Durée approximative du calcul correspondant à la première itération pour une valeur de SNR et une valeur d'atténuation du deuxième écho (m: minutes, h: heures, j: jours)

présentés dans ce mémoire sont des PC sous Windows 98 cadencés à 800 MHz avec 256 Mo de RAM. Le simulateur est un programme écrit en C++ avec une interface Matlab. Dans ces conditions, le temps de calcul correspondant à une valeur de $\frac{E_b}{N_0}$ et une valeur d'atténuation du deuxième écho est approximativement de $\frac{1}{50} \left(\frac{L \cdot n_{pts}}{32} \right)^3$ secondes, pour la première itération. Des valeurs approximatives de cette durée convertie en minutes (s), heures (h) ou jours(j) sont présentées dans les tableaux 5.1 et 5.2, respectivement pour la première itération et pour une itération suivante. La complexité de ce simulateur est donc en $O(n^3)$ avec n la longueur de la séquence modulée. Pour chaque valeur de $\frac{E_b}{N_0}$, il convient de considérer la moyenne des performances pour plusieurs valeurs d'atténuation du deuxième écho, distribuées suivant une loi de Rayleigh dont on choisit la moyenne. Ainsi, les courbes présentées dans ce mémoire, qui représentent les performances du récepteur pour au moins 2 itérations et plusieurs valeurs de $\frac{E_b}{N_0}$ ont chacune été construites après plusieurs jours de calcul.

n_{pts}	20	40	60	80	100	120	160	200
$L = 2$	0	1s	5s	12s	24s	42s	2m	3m
$L = 4$	1s	12s	42s	2m	3m	6m	13m	26m
$L = 8$	12s	2m	6m	13m	26m	45m	2h	3h
$L = 16$	2m	13m	45m	2h	3h	6h	14h	1j
$L = 32$	13m	2h	6h	14h	1j	2j	5j	9j

Tableau 5.2: Durée approximative du calcul correspondant à l'itération $l \geq 2$ pour une valeur de SNR et une valeur d'atténuation du deuxième écho (m: minutes, h: heures, j: jours)

5.2 Choix des paramètres

Un certain nombre de choix ont déjà été évoqués précédemment, comme par exemple celui de deux échos au chapitre précédent. Toutefois certains doivent encore être présentés. Le premier de ceux-ci est l'écart entre les échos.

5.2.1 L'écart entre les échos

L	2 Mbps	384 Kbps	144 Kbps
2	8	2	1
4	16	3	1
8	32	6	2
16	64	12	5
32	128	25	9

Tableau 5.3: Nombre de chips séparant deux échos pour un écart de $2 \mu s$

L'écart temporel entre les différents échos est déterminant pour les performances du système. Ils sont le reflet de l'environnement dans lequel se trouve le mobile. La valeur choisie est de $2 \mu\text{s}$ et correspond selon [4] à une moyenne pour un environnement urbain dense.

Le tableau 5.3 présente le nombre de symboles modulés ou chips qui séparent deux échos pour cet écart temporel de $2 \mu\text{s}$, en fonction de l'expansion de largeur de bande L et la largeur de bande avant étalement W_0 , qui correspond au taux de transmission binaire. Plus ce nombre de chips est grand, plus le récepteur aura de facilité à traiter les perturbations du canal. Mais l'on constate que ce nombre est grand lorsque la largeur de bande avant étalement et l'expansion de largeur de bande sont tous les deux grands. Or, la complexité du récepteur est fortement croissante lorsque chacun de ces deux paramètres augmente. Le paragraphe suivant traite justement du compromis nécessaire entre W_0 et L .

5.2.2 Compromis entre W_0 et L

La largeur de bande W_0 occupée par les bits d'entrée de chaque usager est donc égale au taux de transmission. Un des principaux besoins actuels des communications mobiles est un débit élevé. Il est par exemple intéressant de choisir un des débits les plus élevés prévus pour les systèmes de troisième génération européens UMTS: 384 Kbps. Dans le système étudié ici, ceci implique une largeur de bande importante (384 KHz) qui pour une expansion de largeur de bande de 8 conduit à une largeur de bande après étalement de plus de 3MHz.

Les difficultés du canal radiomobile, présentées au chapitre 1, rendent nécessaire

une grande résolution du récepteur, permettant de séparer les différents échos qui sont très rapprochés dans le temps. Cette résolution, qui se concrétise par le nombre de chips entre deux échos, est fournie par la largeur de bande après étalement LW_0 , comme le montre le tableau 5.3. Notons que dans la pratique, une grande largeur de bande après étalement va conduire à un nombre important d'échos. Dans le modèle utilisé pour ces simulations, le nombre d'échos est fixé à 2 quelque soit la résolution. Si l'on choisit un débit élevé, c'est-à-dire une largeur de bande avant étalement importante, on peut limiter l'expansion de largeur de bande. Ceci présente l'avantage de limiter grandement la complexité du récepteur. Toutefois, comme il est présenté au chapitre 3, le calcul d'interférence sur lequel se fonde l'annulation d'interférences qui intervient dès la seconde itération de l'algorithme, suppose l'hypothèse gaussienne vérifiée. Or, cette hypothèse signifie en particulier que l'expansion de largeur de bande et le nombre d'utilisateurs sont grands.

Finalement, si l'on veut profiter de l'annulation d'interférences, on ne peut pas éviter une expansion de largeur de bande élevée, ce qui entraîne une certaine complexité du récepteur. Si en revanche, le canal présente une configuration moins difficile, il se peut que l'annulation d'interférences ne soit pas nécessaire pour atteindre les performances requises. Dans ce cas, on peut limiter l'expansion de largeur de bande tout en conservant un débit élevé, et la première itération de l'algorithme suffit.

5.2.3 Résumé des choix de paramètres

Le tableau 5.4 présente les principaux paramètres des simulations qui ont été effectuées dans le cadre de ce travail. Certains choix ont déjà été commentés. Les

CANAL		
Nombre d'échos		2
Atténuations		0 et -4 dB
Écarts temporels		$2 \mu s$
SYSTÈME		
Largeur de bande	W_0	384 KHz
Nombre d'utilisateurs	M	2
RÉCEPTEUR		
Expansion de largeur de bande	L	2, 4, 8, 32
Longueur des signatures	K	L^2 ou L^3
Nombre d'itérations		2

Tableau 5.4: Principaux paramètres des simulations effectuées

valeurs de SNR choisies permettent d'observer l'évolution de la probabilité d'erreur sur un intervalle suffisamment grand. On limite le nombre d'utilisateurs à 2 pour diminuer la complexité, dans la mesure où on ne simule pas l'aspect de répartition des utilisateurs dans la cellule. Si l'on voulait simuler cet aspect, il faudrait prendre en compte la distribution log-normale des SNR et des atténuations des échos, pour les différents utilisateurs, comme il est fait pour les probabilités d'erreur prévues présentées au chapitre précédent.

La longueur des signatures doit être supérieure à l'expansion de largeur de bande de façon à introduire de la diversité sous forme d'interférence intersymboles. Le cas $K = L$ a tout de même été simulé pour permettre de constater l'amélioration qu'apporte cette diversité temporelle. Si la longueur des signatures est trop grande, chaque bit se dilue sur un trop grand nombre de symboles et les performances sont

diminuées. Cela correspond à choisir un taux de codage de canal trop faible. Cet effet de seuil sera également observé.

5.3 Évaluation de la qualité des signatures utilisées

Dans son projet de fin d'études, Nicolas Hauswald [7] s'intéresse à une mesure de la qualité des signatures utilisées, qui appartiennent à la classe définie par récurrence au chapitre 2. La qualité des signatures est évaluée par rapport à deux critères: la corrélation et le partitionnement. Comme expliqué au chapitre 2, l'orthonormalité, qui est nécessaire à la modulation, est une corrélation faible et la complétude temporelle est nécessaire au partitionnement parfait, qui permet les estimations d'interférence calculées par le récepteur. Il est donc important que les signatures utilisées vérifient ces propriétés, autant que possible. La classe de signatures utilisée pour ce travail présente l'avantage d'être aisément constructible à partir d'une relation de récurrence. Mais elle n'est pas unique et d'autres classes de signatures permettent sans doute également à ce récepteur d'atteindre des performances intéressantes.

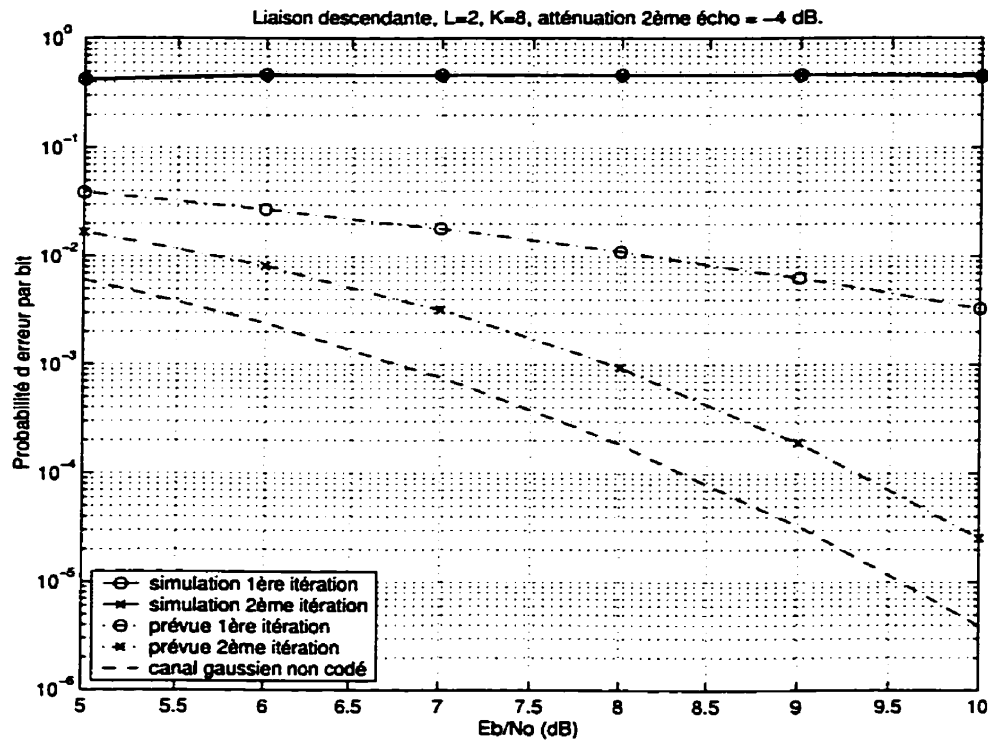
Selon [7], l'orthonormalité et la complétude temporelle sont vérifiées, mais la corrélation et le partitionnement parfait ne sont qu'approchés. Une évaluation de cette approximation est calculée et permet de conclure que les signatures de cette classe, au moins celles qui ont été utilisées pour les simulations, sont similaires. Ce résultat valide les comparaisons sur lesquelles se fondent l'analyse développée précédemment, puisqu'il confirme que les différences de performances de l'algorithme, constatées pour différents L et K , ne peuvent être le résultat de la qualité algébrique des signatures utilisées.

5.4 Résultats

Les résultats des simulations correspondant à la liaison descendante sont présentés sur les figures 5.1 à 5.7. D'une manière générale, on constate que dans un certain domaine de E_b/N_0 les performances prévues sont meilleures que les performances issues des simulations. Ce résultat est conforme à la théorie dans la mesure où les hypothèses sur lesquelles se fonde le calcul d'interférences du récepteur, et qui justifient le modèle analytique conduisant aux performances prévues, sont fortes. Il est donc tout à fait raisonnable que les situations qui ont été simulées ne vérifient pas ces hypothèses et conduisent à des performances moins bonnes. De plus, la deuxième constatation générale est le peu d'amélioration qu'apporte la deuxième itération. Cela n'est pas conforme à la théorie car l'estimation de l'interférence à partir de la première estimation des bits doit permettre d'améliorer la seconde estimation des bits de manière significative. Il se peut que le nombre de points de simulation choisi pour satisfaire les contraintes de complexité ne soit pas suffisant pour observer une probabilité d'erreur assez faible. Il se peut également qu'une erreur dans le calcul très complexe de l'interférence ou dans l'utilisation de celle-ci vienne fausser les résultats de la deuxième itération. Néanmoins, certains phénomènes peuvent être observés et analysés.

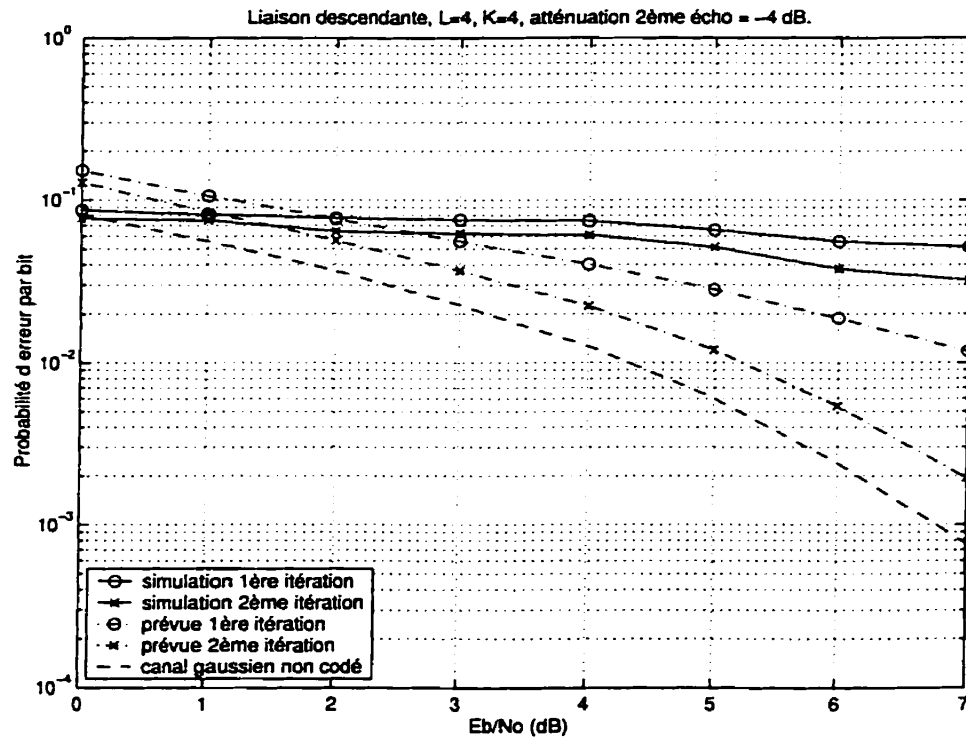
5.4.1 Si L est trop faible, les performances sont médiocres

Le premier phénomène observé est que lorsque l'expansion de largeur de bande est trop faible, les performances du récepteur sont médiocres. On constate en effet sur la figure 5.1 que pour une expansion de largeur de bande $L = 2$, la probabilité d'erreur des deux itérations est d'environ 0.4 pour E_b/N_0 compris entre 5 et 10 dB. Cela peut s'expliquer par le fait que la sensibilité temporelle après étalement est insuffisante

Figure 5.1: Performances de la liaison descendante pour $L = 2$ et $K = 8$

pour traiter le second écho introduit par le canal radiomobile. Pour améliorer les performances de l'algorithme tout en conservant l'expansion de largeur de bande $L = 2$, il faut augmenter la largeur de bande avant étalement, c'est-à-dire le taux de transmission.

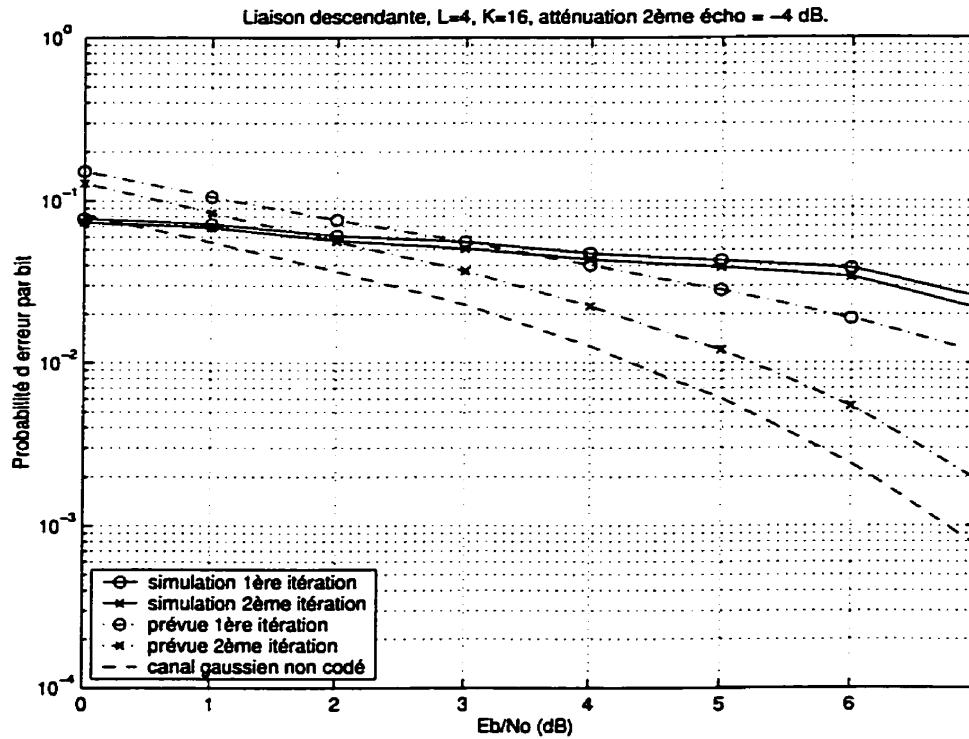
Pour une expansion de largeur de bande supérieure, les performances sont nettement meilleures comme le montre la figure 5.3 pour $L = 4$ ou la figure 5.6 pour $L = 8$. On peut donc conclure qu'il existe un seuil de L à partir duquel les performances sont meilleures. Toutefois, il n'est pas aisé d'évaluer numériquement sa valeur car les comparaisons de performances pour des L différents sont délicates. En effet, si l'on veut conclure au rôle précis de L , il faut garder certains autres

Figure 5.2: Performances de la liaison descendante pour $L = 4$ et $K = 4$

paramètres constants. Il serait absurde de conserver K constant, mais il faut donc choisir une valeur de K en fonction de L qui ne modifie pas le rôle de L sur les performances. Nous verrons plus loin quel K pourrait être choisi.

5.4.2 Pour $K > L$, les performances sont meilleures que pour $K = L$

Un second élément intéressant qui est observé à partir de ces résultats est l'amélioration apportée par l'introduction de diversité temporelle sous forme d'interférence inter-symboles. En effet, si l'on compare le cas $K = L = 4$ sur la figure 5.2 et le cas $K = 16 > L = 4$ sur la figure 5.3, on constate une amélioration de la probabilité

Figure 5.3: Performances de la liaison descendante pour $L = 4$ et $K = 16$

d'erreur autant pour la première itération que pour la seconde. Pour le cas $K = L$, la première itération correspond au système DS-CDMA. Donc, l'utilisation de la diversité temporelle permet au récepteur d'atteindre des performances meilleures que celles du système correspondant au DS-CDMA.

5.4.3 Si K est trop grand, les performances sont moins bonnes

Le troisième phénomène qui est observé à partir des résultats de simulations est la dégradation des performances du récepteur lorsque K est trop grand. Plus K augmente, plus le nombre de symboles voisins avec lesquels sont "mélangés" les symboles correspondant à un bit, est important. Nous avons vu que l'introduction

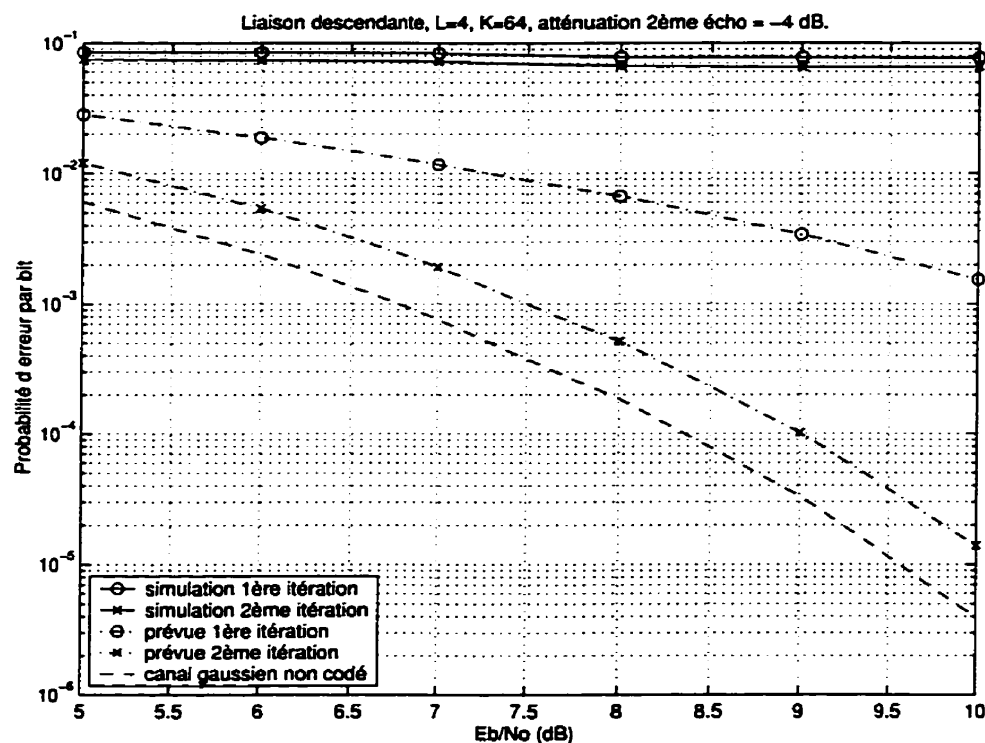
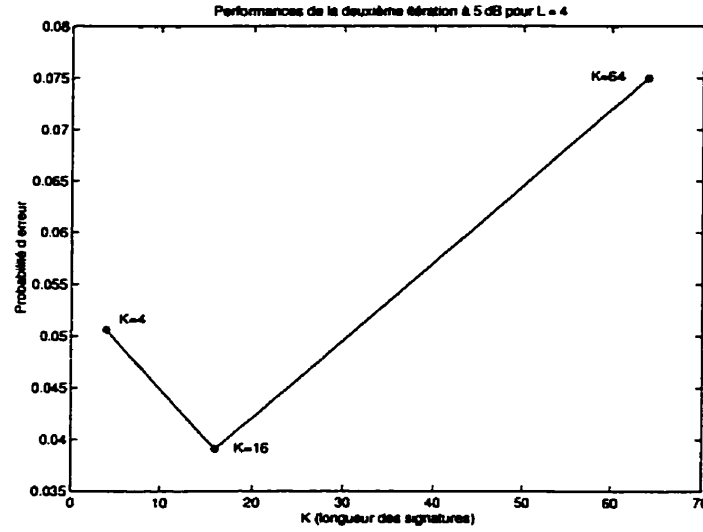


Figure 5.4: Performances de la liaison descendante pour $L = 4$ et $K = 64$

de cette diversité temporelle permet une amélioration des performances, mais l'on constate également que lorsqu'elle est trop importante, les performances sont moins bonnes. En effet, les probabilités d'erreur de la figure 5.4 sont proches de $8 \cdot 10^{-2}$ pour la première itération et de $7 \cdot 10^{-2}$ pour la seconde et restent constantes pour E_b/N_0 compris entre 5 et 10 dB. Ceci constitue des performances médiocres alors que les performances présentées sur la figure 5.3 sont bien meilleures.

On peut donc conclure que lorsque L est constant, les probabilités d'erreur diminuent lorsque K dépasse L et il existe un seuil de K à partir duquel les performances sont moins bonnes. La figure 5.5 illustre ce phénomène dans le cas $L = 4$. Seulement trois points sont à notre disposition car la classe de signatures utilisée impose que

Figure 5.5: Influence de K sur les performances (P_b)

K soit une puissance de L . Même si l'on ne peut évaluer numériquement sa valeur, il existe un K pour lequel la probabilité d'erreur à L fixé, atteint un minimum.

C'est précisément cette valeur de K pour laquelle la probabilité d'erreur atteint un minimum qui pourrait être choisie pour étudier plus précisément le rôle de L sur les performances du récepteur.

5.4.4 Les meilleurs cas

Après avoir analysé l'évolution des performances du récepteur en fonction de L et K , on peut maintenant s'intéresser aux cas où les performances sont les meilleures et qui sont présentés sur les figures 5.3, 5.6 et 5.7, respectivement pour $(L, K) = (4, 16)$, $(8, 64)$ et $(32, 1024)$. La première constatation est que les probabilités d'erreur correspondant aux deux itérations sont meilleures que les performances prévues, pour

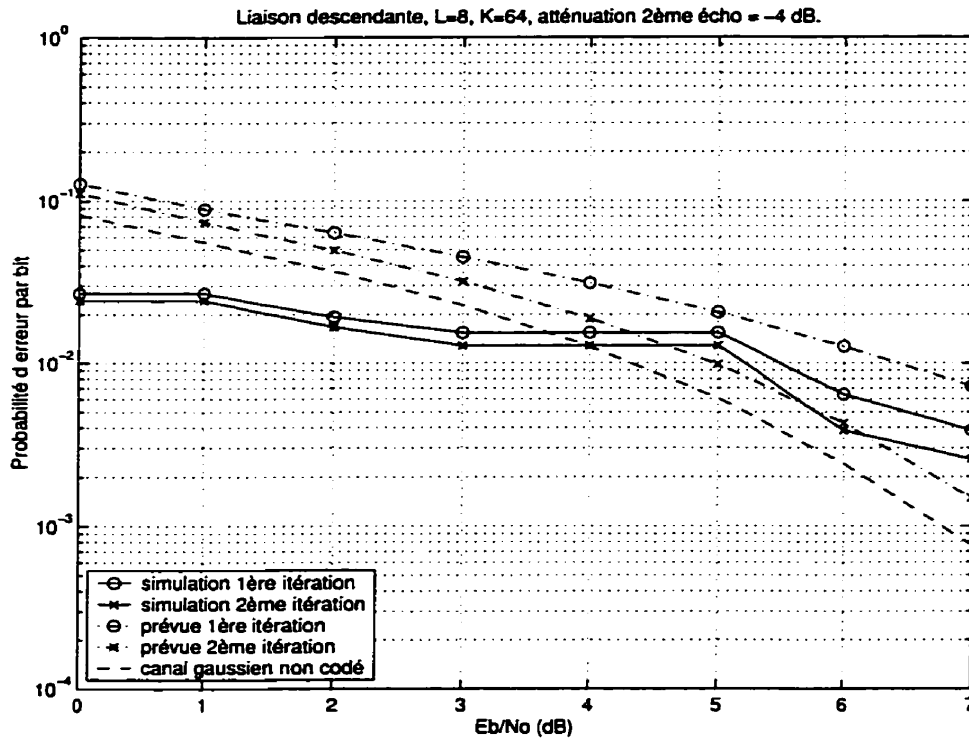


Figure 5.6: Performances de la liaison descendante pour $L = 8$ et $K = 64$

des E_b/N_0 compris entre 0 et 3 dB dans le cas $(L, K) = (4, 16)$, au moins entre 0 et 7 dB dans le cas $(L, K) = (8, 64)$ et au moins entre 0 et 5 dB dans le cas $(L, K) = (32, 1024)$. Les performances prévues sont les performances résultant d'un calcul analytique qui sont utilisées par l'algorithme itératif présenté au chapitre 3. Comme il avait été expliqué, ce calcul se fonde en particulier sur l'hypothèse gaussienne qui ne saurait être vérifiée de manière rigoureuse dans les cas ci-dessus. Donc, ce n'est pas illogique que les probabilités d'erreur issues de simulations soient meilleures que les probabilités d'erreur prévues dans un nombre de cas relativement important. Notons également que la faible charge (2/32) dans le cas de la simulation effectuée pour $(L, K) = (32, 1024)$ explique que la deuxième itération n'apporte pas d'amélioration par rapport à la première. En effet, l'évaluation des performances

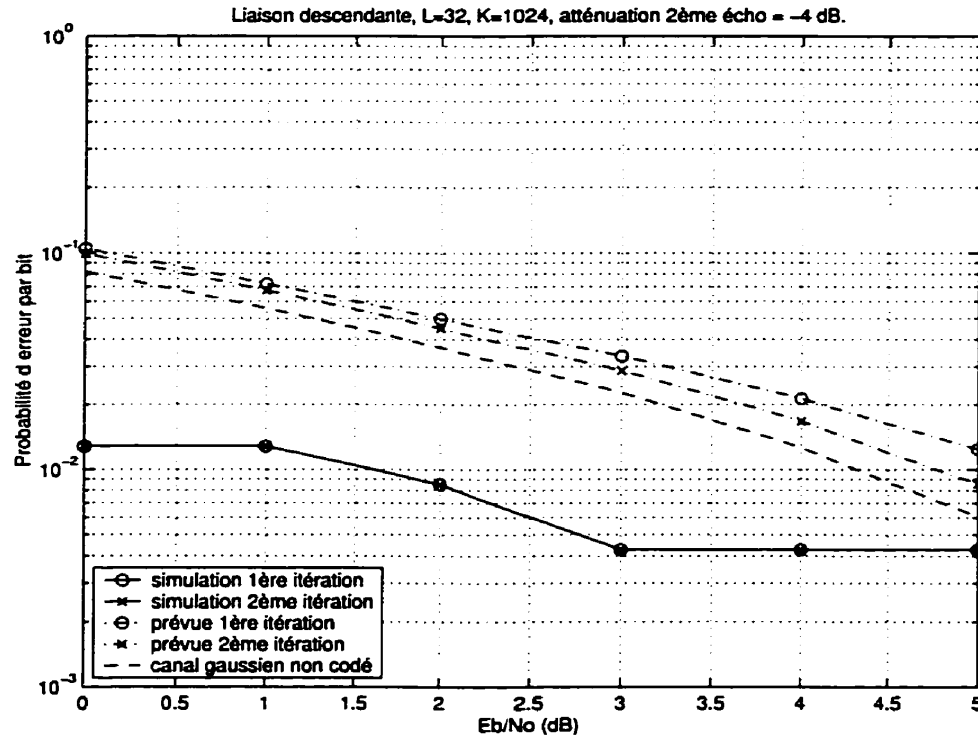


Figure 5.7: Performances de la liaison descendante pour $L = 32$ et $K = 1024$

prévues permettaient de constater que plus la charge est faible, plus la différence entre les itérations diminue et plus les performances maximales sont atteintes après un faible nombre d'itérations.

La seconde constatation qui peut être faite à partir des résultats correspondant aux meilleurs cas est que les performances issues de simulations du récepteur, contrairement aux performances prévues, sont meilleures que celles correspondant au canal gaussien non codé, pour des E_b/N_0 compris entre 0 et 4 dB dans les cas $(L, K) = (8, 64)$ et $(L, K) = (32, 1024)$. Ceci signifie que le codage induit par l'étalement de spectre et l'introduction de diversité temporelles sous forme d'interférence intersymboles est suffisamment efficace dans le canal radiomobile

(modélisé ici par un deuxième écho) pour conduire à des performances meilleures qu'un canal gaussien sans codage, pour des SNR faibles.

5.4.5 Cas d'un contrôle de puissance imparfait

Les simulations dont les résultats sont présentés et analysés ci-dessus concernent le cas d'un nombre d'utilisateurs $M = 2$ pour des raisons de complexité. Donc elles ne peuvent prendre en compte l'influence d'un contrôle de puissance imparfait qui revient à prendre en compte la répartition des utilisateurs dans la cellule. Toutefois, l'étude de cette influence sur les performances prévues, qui est présentée au chapitre précédent, permet de quantifier le rôle d'un contrôle de puissance imparfait sur les performances du récepteur. En particulier, pour le cas $\delta = 0$ dB ou celui de $\delta = 1.5$ dB qui représente une situation réaliste, la perte en performances était respectivement d'environ 5 dB et 7dB à probabilité d'erreur constante. Si l'on applique cette estimation aux performances issues de simulations, on obtient les courbes présentées sur les figures précédentes, avec un décalage de respectivement 5 dB et 7 dB en abscisses. On peut donc évaluer les performances du récepteur étudié dans ce travail, dans une situation réaliste.

Conclusion

Le récepteur multi-usagers à annulation d'interférences étudié dans ce travail utilise la diversité temporelle introduite sous forme d'interférence intersymboles par le *Spread Signature CDMA*. Cette technique d'accès multiple est une généralisation des techniques usuelles. La complexité importante du récepteur itératif s'ajoute à celle qui est introduite par le *Spread Signature CDMA*. Cette complexité du récepteur est destinée à combattre les importantes perturbations du canal radiomobile. Une des questions sous-jacentes auxquelles ce travail permet d'apporter des éléments de réponse, sans toutefois permettre de conclure définitivement, est si le coût de cette complexité est acceptable en regard des améliorations de performances qu'elle apporte, par rapport aux systèmes classiques comme le DS-CDMA.

L'évaluation par un calcul analytique des performances prévues permet de montrer que l'influence d'un contrôle de puissance imparfait est très importante. La quantification de cette influence permet de connaître les performances du récepteur dans une configuration réaliste, à partir des résultats de simulations, qui supposent un contrôle de puissance parfait.

Les résultats de simulations ont permis d'étudier le comportement des performances du récepteur. Ce comportement est conforme à la théorie des communi-

cations et aux comportements des systèmes de téléphonie cellulaire traditionnels. L'existence de seuils de l'expansion de largeur de bande et de la longueur des signatures, qui caractérisent ce comportement, a été mise en évidence.

Le taux de transmission considéré est 384 Kbps et les caractéristiques du canal utilisé correspondent à un environnement urbain avec vitesse de déplacement rapide. Il s'agit donc d'un exemple de contraintes telles que celles qui seront imposées aux systèmes de téléphonie cellulaire du futur. Dans cette configuration, les performances de ce récepteur sont meilleures que les performances prévues, meilleures que le canal gaussien non codé et meilleures que le cas où $K=L$ qui correspond au CDMA classique.

On peut regretter que l'analyse théorique concernant ce système, et qui est présentée dans ce mémoire, ne fournisse qu'une approximation sur la probabilité d'erreur et non une borne. En effet, l'information accessible par l'analyse n'indique pas si le système va conduire à des performances meilleures ou moins bonnes que l'approximation. De plus, la principale hypothèse sur laquelle se fonde l'analyse est l'hypothèse gaussienne, qui ne peut être vérifiée dans la réalité. Et il n'est pas aisé de prévoir la qualité des approximations issues de cette hypothèse par d'autres moyens que des simulations, le plus réalistes possibles. Or, principalement en raison de la complexité du récepteur, les simulations ne sont pas aisées.

Pour ce qui a été observé au cours du travail présenté dans ce mémoire, le principal problème de ce récepteur reste sa complexité. C'est pour cette raison que l'optique d'une application à un système commercial ne semble pas très attrayante dans l'immédiat. Néanmoins, le principe d'exploitation d'une forme de diversité tem-

porelle inhérente au système, par un algorithme itératif, paraît intéressant. Cette approche du problème posé par les communications mobiles, est récente et encore mal connue. Il est probable que dans l'avenir certaines simplifications du mécanisme du récepteur étudié dans ce mémoire, permettent une application ciblée compétitive.

Voies de recherches futures

Le travail présenté dans ce mémoire peut être prolongé en simulant le récepteur étudié dans un plus grand nombre de situations. On peut par exemple simuler un plus grand nombre d'utilisateurs, de façon à étudier l'influence d'un contrôle de puissance imparfait sur les performances issues de simulations plutôt que sur les performances prévues simplement. La méthode de simulation peut également être modifiée. Sous certaines hypothèses, des parties de l'algorithme peuvent sans doute être remplacées par des blocs plus simples, permettant de diminuer la complexité des simulations.

La recherche de nouvelles classes de signatures présentant des propriétés intéressantes en ce qui concerne les performances du récepteur est un sujet qui me paraît très attrayant d'un point de vue théorique et qui peut s'avérer d'un grand secours sur le plan pratique. Une voie possible est de généraliser la méthode de génération des codes PN, utilisée pour le DS-CDMA et présentée dans [9]. Cela permettrait par exemple d'évaluer numériquement les différents seuils qui ont été mis en évidence.

Il est peut être également envisageable d'utiliser le principe de ce récepteur et du *Spread Signature CDMA* en ajoutant la dimension de la diversité spatiale. En effet, des travaux très prometteurs s'intéressent au codage spatio-temporel et l'on peut imaginer réunir ces deux types de systèmes.

Bibliographie

- [1] Soosan Beheshti, Steven H. Isabelle, Gregory W. Wornell, "Joint Intersymbol and Multiple-Access Interference Suppression Algorithms for CDMA systems", *European Trans. Telecommunications, Special Issue on CDMA Techniques for Wireless Communication Systems*, vol. 9, no. 5, Septembre/Octobre 1998, pp. 403-418.
- [2] Soosan Beheshti, Gregory W. Wornell, "Iterative Interference Cancellation and Decoding for Spread-Signature CDMA Systems", *Proc. Vehic. Tech. Soc. Conf.*, vol. 1, 1997, pp. 26-30.
- [3] Guillaume Boillet, *Analyse comparative des performances du MC-DS-CDMA dans un réseau cellulaire de troisième génération*, Mémoire de maîtrise ès sciences appliquées, École Polytechnique de Montréal, Octobre 1999.
- [4] Pierre-Frédéric Caillaud, *Analyse de la Liaison Montante d'un Système de Télécommunications Cellulaire CDMA Large Bande*, Mémoire de maîtrise ès sciences appliquées, École Polytechnique de Montréal, Mai 2000.
- [5] Jean Conan, *Radiocommunications Mobiles: Systèmes et Conception*, Cours de l'École Polytechnique de Montréal, Hiver 2000.
- [6] David Haccoun, *Théorie des Communications*, Cours de l'École Polytechnique de Montréal, Hiver 2000.

- [7] Nicolas Hauswald, *Systèmes à étalement de spectre utilisant le Spread Signature CDMA*, Rapport de projet de fin d'études, École Polytechnique de Montréal, Avril 2001.
- [8] Stéphan Lefrançois, *Application des Codes Convolutionnels dans les Systèmes AMRC*, Mémoire de maîtrise ès sciences appliquées, École Polytechnique de Montréal, 1994.
- [9] Roger L. Peterson, Rodger E. Ziemer, David E. Borth, *Introduction to Spread Spectrum Communications*, Prentice-Hall, 1995.
- [10] H. Vincent Poor, Gregory W. Wornell, *Wireless Communications: Signal Processing Perspectives*, Prentice-Hall, 1998.
- [11] P.P. Vaidyanathan, *Multirate Systems and Filter Banks*, Prentice-Hall, 1993.
- [12] Pierre Vassoyan, *Analyse de la Capacité des Systèmes AMRC Synchrone et Asynchrone dans les Réseaux de Communications Personnelles par Satellites*, Mémoire de maîtrise ès sciences appliquées, École Polytechnique de Montréal, 1997.
- [13] Sergio Verdú, *Multiuser Detection*, Cambridge, 1998.
- [14] Andrew J. Viterbi, *CDMA, Principles of Spread Spectrum Communications*, Addison-Wesley, 1995.
- [15] Gregory W. Wornell, "Spread-Signature CDMA: Efficient Multiuser Communication in the Presence of Fading", *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol. 41, no. 5, Septembre 1995.