

**Titre:** Commande en position d'un servo-système incluant un réducteur harmonique avec mesure de couple et compensation de non-linéarités  
**Title:**

**Auteur:** Karim Khial  
**Author:**

**Date:** 2001

**Type:** Mémoire ou thèse / Dissertation or Thesis

**Référence:** Khial, K. (2001). Commande en position d'un servo-système incluant un réducteur harmonique avec mesure de couple et compensation de non-linéarités [Mémoire de maîtrise, École Polytechnique de Montréal]. PolyPublie.  
**Citation:** <https://publications.polymtl.ca/6951/>

 **Document en libre accès dans PolyPublie**  
Open Access document in PolyPublie

**URL de PolyPublie:** <https://publications.polymtl.ca/6951/>  
**PolyPublie URL:**

**Directeurs de recherche:** Richard Hurteau, & Jean-Claude Piedboeuf  
**Advisors:**

**Programme:** Non spécifié  
**Program:**

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

***COMMANDE EN POSITION D'UN SERVO-SYSTÈME  
INCLUANT UN RÉDUCTEUR HARMONIQUE AVEC  
MESURE DE COUPLE ET COMPENSATION DE  
NON-LINÉARITÉS***

**KARIM KHIAL**

**Mémoire de Maîtrise en Sciences Appliquées**

ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

DÉPARTEMENT DE GÉNIE ÉLECTRIQUE

ET DE GENIE INFORMATIQUE

SECTION AUTOMATIQUE

2001



**National Library  
of Canada**

**Acquisitions and  
Bibliographic Services**

**395 Wellington Street  
Ottawa ON K1A 0N4  
Canada**

**Bibliothèque nationale  
du Canada**

**Acquisitions et  
services bibliographiques**

**395, rue Wellington  
Ottawa ON K1A 0N4  
Canada**

*Your file Votre référence*

*Our file Notre référence*

**The author has granted a non-exclusive licence allowing the National Library of Canada to reproduce, loan, distribute or sell copies of this thesis in microform, paper or electronic formats.**

**The author retains ownership of the copyright in this thesis. Neither the thesis nor substantial extracts from it may be printed or otherwise reproduced without the author's permission.**

**L'auteur a accordé une licence non exclusive permettant à la Bibliothèque nationale du Canada de reproduire, prêter, distribuer ou vendre des copies de cette thèse sous la forme de microfiche/film, de reproduction sur papier ou sur format électronique.**

**L'auteur conserve la propriété du droit d'auteur qui protège cette thèse. Ni la thèse ni des extraits substantiels de celle-ci ne doivent être imprimés ou autrement reproduits sans son autorisation.**

**0-612-65585-7**

**Canada**

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

Ce mémoire intitulé :

*COMMANDE EN POSITION D'UN SERVO-SYSTÈME  
INCLUANT UN RÉDUCTEUR HARMONIQUE AVEC MESURE  
DE COUPLE ET COMPENSATION DE NON-LINÉARITÉS*

présenté par : Karim Khial

en vue de l'obtention du diplôme de : Maîtrise en Sciences Appliquées

a été dûment accepté par le jury d'examen constitué de :

- M. Romano De Santis, Ph.D. président
- M. Richard Hurteau, D.Ing. Directeur
- M. Jean-Claude Piedboeuf, Ph.D. Codirecteur
- M. Luc Baron, Ph.D. Membre



## Dédicace

À mon défunt père et à ma mère.

À mes adorables sœurs Nora et Saïda et à mes frères.

À mes neveux Adel et Idir et à ma nièce Lina

À ma future femme

À toute ma famille

À mes amis

## **Remerciements**

Je remercie Mr Richard Hurteau pour m'avoir accepté comme candidat en maîtrise.

Je remercie Mr Romano De Santis qui m'a ouvert la porte de la robotique.

Je remercie Mr Jean-Claude Piedboeuf pour sa confiance et ses conseils qui m'ont beaucoup aidé.

Je remercie aussi toute ma famille de près ou de loin sans oublier mes amis.

*" Je veux savoir comment Dieu a créé ce monde.  
Je ne m'intéresse pas à tel ou tel phénomène, au spectre de tel ou tel élément.  
Je veux connaître ses pensées, le reste n'est que détails. "*  
*Albert Einstein, 1879-1955*

## Résumé

*Concevoir un contrôleur de force, par lequel un robot manipulateur peut effectuer des mouvements rapides et précis ou fournir d'excellentes réponses dynamiques en couple, exige des actionneurs de précision et de haute performance pouvant fournir des couples très élevés. Les actionneurs utilisant des réducteurs de vitesse à entraînement harmonique sont très efficaces pour la transmission de couples élevés. Cependant, les performances de ces réducteurs de vitesse sont limitées par la friction. Les caractéristiques non linéaires de cette friction limitent les capacités des actionneurs et ne permettent pas au robot d'accomplir des tâches très complexes exigeant un contrôle en couple précis.*

*Pour corriger cette situation, plusieurs méthodes de contrôle ont été développées. Une de ces méthodes consiste à assurer que la dynamique de l'articulation d'un robot est semblable à celle d'un modèle de référence. Dans ce mémoire un compensateur de perturbation basé sur l'ajustement de la différence entre la dynamique réelle et la dynamique de référence de l'articulation, est utilisé afin de compenser les non linéarités dans les réducteurs de vitesse à entraînement harmonique. Le modèle de référence inclut la dynamique idéale (désirée) de l'articulation, dont la formulation est décrite par une équation dynamique simple. La loi de commande proposée réalise une commande non linéaire et découplée sans calcul de la dynamique inverse du manipulateur. Elle est également robuste aux variations de paramètres et aux incertitudes de masse des membrures.*

**Mots clés :** *Contrôle, Entraînement harmonique, Friction, Rétroaction de couple*

# Abstract

*To design a controller, through, which the robot manipulator can perform fast and accurate motion or provide excellent dynamic response in joint torque, requires precise and high performance actuators that can provide high torque. Actuators that use harmonic drive system as speed reducer are very efficient for high torque transmission. However, the harmonic drive performances are limited by friction. The non-linear friction characteristics limit the actuator capacities and do not allow robot to accomplish complex tasks that require precise torque control.*

*With these in mind, several manipulator control methods have been developed. One solution is to ensure that the dynamics of robot actuator is similar to that of reference model. In this thesis, a disturbance estimator based on adjustment of a difference between the real and the reference dynamics of the joint is introduced. The joint reference model includes desired (ideal) joint dynamics and its formulation is described by simple dynamics equation. The proposed control law realises a non-linear decoupling control, without calculation of the inverse dynamics, and is robust against the parameter variations and uncertainties of mass properties of the links.*

**Keywords :** *Control, Harmonic drive, Friction, Joint Torque Feedback (JTF).*

# Table des matières

<b>1</b>	<b>Introduction</b>	<b>1</b>
1.1	Problématique associée à la non linéarité dans les réducteurs de vitesse harmonique . . . . .	3
1.2	Organisation . . . . .	5
<b>2</b>	<b>Transmission à entraînement harmonique</b>	<b>6</b>
2.1	Introduction . . . . .	6
2.2	La transmission harmonique . . . . .	7
2.2.1	Les avantages . . . . .	7
2.2.2	Les Désavantages . . . . .	8
2.2.3	Conclusion . . . . .	9
2.3	Le principe de fonctionnement de la transmission harmonique : . . .	9
2.3.1	Les éléments de la transmission harmonique . . . . .	10
2.3.2	Le principe de la transmission dynamique : . . . . .	10
2.3.3	Conclusion sur le fonctionnement . . . . .	12
2.4	Flexibilité dans la transmission harmonique . . . . .	12
2.5	Friction dans la transmission harmonique . . . . .	13
2.5.1	Introduction . . . . .	13
2.5.2	Friction dans la transmission harmonique . . . . .	14
2.6	Modélisation de la transmission harmonique . . . . .	15
2.6.1	Introduction . . . . .	15
2.6.2	Modèle 1 : modèle simplifié . . . . .	15

2.6.3	Modèle 2 : flexibilité . . . . .	16
2.6.4	Modèle 3 : Friction et flexibilité . . . . .	16
2.7	Conclusion sur la transmission à entraînement harmonique . . . . .	19
<b>3</b>	<b>Modélisation des actionneurs à transmission harmonique</b>	<b>21</b>
3.1	Introduction . . . . .	21
3.2	Modèle dynamique d'une articulation . . . . .	22
3.2.1	Couple du moteur $T_m$ : . . . . .	24
3.2.2	Couple inertiel $T_c$ : . . . . .	24
3.2.3	Couple de sortie de "système moteur" $T_o$ : . . . . .	26
3.3	Modèle SYMOFROS d'une articulation possédant un réducteur de vitesse harmonique . . . . .	27
3.4	Conclusion sur la modélisation . . . . .	29
<b>4</b>	<b>Compensation de la friction par un estimateur dynamique</b>	<b>30</b>
4.1	Introduction . . . . .	30
4.2	Revue des techniques de compensation de la friction . . . . .	31
4.2.1	Compensation par anticipation : . . . . .	31
4.2.2	Signal vibratoire (dither signal) : . . . . .	32
4.2.3	Commande par auto apprentissage . . . . .	32
4.2.4	Compensation de la friction à partir d'un modèle . . . . .	32
4.2.5	Compensation basée sur un estimateur dynamique . . . . .	35
4.3	L'estimateur de perturbation . . . . .	35
4.4	Définition du modèle dynamique de référence d'une articulation . . . .	36
4.5	Définition du couple de perturbation . . . . .	37
4.6	Compensation du couple de perturbation $T_{dist}$ . . . . .	37
4.7	L'implantation en temps réel . . . . .	40
4.8	Conclusion sur l'estimateur de perturbation . . . . .	43
4.9	Simulations . . . . .	43

4.9.1	Choix des paramètres de simulation : . . . . .	45
4.9.2	Modèle simulink . . . . .	45
4.9.3	Résultats et analyse . . . . .	46
4.10	Conclusion . . . . .	50
<b>5</b>	<b>Contrôle en position d'une articulation</b>	<b>51</b>
5.1	Introduction . . . . .	51
5.2	La méthode du couple pré-calculé . . . . .	52
5.3	Commande PID : . . . . .	53
5.4	Contrôle en position basé sur la technique de rétroaction de couple . .	54
5.5	Génération des trajectoires . . . . .	55
5.6	Implantation du contrôleur de position . . . . .	56
5.7	Simulations . . . . .	57
5.7.1	Choix des paramètres de la simulation. . . . .	59
5.7.2	Modèle simulink . . . . .	59
5.7.3	Analyse et résultats (test de positionnement en un point) . . .	60
5.7.4	Analyse et résultats (test de suivi de trajectoires) . . . . .	65
5.7.5	Conclusions sur la simulation . . . . .	68
5.8	Expérimentations . . . . .	68
5.8.1	Modèle Simulink . . . . .	69
5.8.2	Réponse à l'échelon . . . . .	70
5.8.3	Suivi de trajectoire polynomiale . . . . .	73
5.8.4	Suivi de trajectoire sinusoïdale . . . . .	75
5.8.5	Influence de la fréquence d'échantillonnage . . . . .	76
5.8.6	Conclusion sur l'expérimentation . . . . .	78
5.9	Conclusion du chapitre . . . . .	78
<b>6</b>	<b>Contrôle en couple</b>	<b>79</b>
6.1	Introduction . . . . .	79

6.2	Modèle dynamique de référence de couple . . . . .	81
6.3	Stratégie de contrôle en couple . . . . .	82
6.4	Simulation . . . . .	83
6.5	Conclusion . . . . .	84
<b>7</b>	<b>Conclusion et perspective</b>	<b>85</b>
	<b>Appendices</b>	<b>94</b>
<b>A</b>	<b>Banc d'essai de l'ASC pour le contrôle de robots</b>	<b>94</b>
A.1	Excitateur 3D . . . . .	94
A.2	Equipement . . . . .	94
A.3	Servo moteurs . . . . .	96
A.4	Systèmes d'interface simulink OPAL-RT . . . . .	97
A.4.1	Conception et validation du modèle hors-ligne . . . . .	99
A.4.2	Préparation du modèle pour l'implantation parallèle . . . . .	99
A.4.3	Implantation sur le système multiprocesseurs . . . . .	99
A.4.4	Interface graphique de contrôle et d'acquisition . . . . .	99
A.4.5	Branchement d'un équipement externe . . . . .	100
A.5	Carte Green spring ATC-40 . . . . .	100
A.6	Intégration des modules I/O dans un modèle . . . . .	100
A.7	Système électrique et amplification . . . . .	101
A.7.1	amplificateur de puissance . . . . .	101
A.7.2	Amplificateur de capteur de couple . . . . .	103
A.8	Réducteur harmonique . . . . .	104
A.9	Moteurs Électriques . . . . .	105
<b>B</b>	<b>Mesure du couple à la sortie de réducteur harmonique</b>	<b>107</b>
B.0.1	Théorie d'opération . . . . .	107
B.0.2	Calibration des capteurs de couple . . . . .	109

<b>C</b>	<b>Diagramme du modèle simulink opal-rt</b>	<b>110</b>
<b>D</b>	<b>Fichier du modèle de l'articulation généré par symofros</b>	<b>112</b>
D.1	Fichier.gen . . . . .	112
D.2	Fichier.mod . . . . .	114
D.3	Fichier.sav . . . . .	116
D.4	Fichier.dat . . . . .	118

# Table des figures

1.1	Flux de puissance à travers l'actionneur . . . . .	3
1.2	Rétroaction de couple . . . . .	4
2.1	Réducteur harmonique serie CSF-2UH . . . . .	7
2.2	Différents éléments constituant un réducteur harmonique . . . . .	9
2.3	Le principe d'une transmission harmonique . . . . .	11
2.4	Flexibilité et hystérésis dans la transmission harmonique . . . . .	13
2.5	Modèle idéal de la transmission harmonique . . . . .	15
2.6	Modèle flexible de la transmission harmonique . . . . .	17
2.7	Modèle de la transmission harmonique avec flexibilité et friction . . .	17
2.8	Modèles de friction ref : Karnopp[34] . . . . .	19
3.1	Modèle de l'articulation . . . . .	23
3.2	Système d'articulation . . . . .	25
3.3	Robot 1 DOF . . . . .	27
3.4	Topologie du modèle . . . . .	28
4.1	Commande par auto apprentissage . . . . .	33
4.2	Identification de la friction . . . . .	34
4.3	Estimateur basé sur un modèle de référence . . . . .	36
4.4	Schéma équivalent de la dynamique d'un actionneur . . . . .	38
4.5	Servo-système avec compensation . . . . .	38
4.6	Performance équivalente de l'estimateur de perturbation . . . . .	40
4.7	Estimateur de perturbation avec un filtre du second ordre . . . . .	41

4.8	Conception pratique de l'estimateur . . . . .	42
4.9	Schéma globale du système en boucle fermée . . . . .	44
4.10	Schéma global de la simulation . . . . .	45
4.11	Modèle simulink de la simulation du compensateur . . . . .	46
4.12	Réponse dynamique en vitesse . . . . .	47
4.13	Couple estimé de perturbation . . . . .	48
4.14	Couple de perturbation estimé, zoom (début de la simulation) . . . . .	48
4.15	Réponse en vitesse, influence des paramètres du compensateur . . . . .	49
5.1	La méthode du couple pré-calculée . . . . .	52
5.2	Controlleur PID . . . . .	53
5.3	Diagramme général en boucle fermée du système d'articulation . . . . .	55
5.4	Trajectoires cubiques polynomiales . . . . .	56
5.5	Diagramme fonctionnel de l'estimateur de vitesse . . . . .	57
5.6	Schéma global de la simulation . . . . .	58
5.7	Modèle simulink du contrôleur en position . . . . .	60
5.8	Réponse dynamique en position de l'articulation (-) avec estimateur, (..) sans estimateur . . . . .	61
5.9	Comparaison entre le compensateur et un contrôleur PID (-) compen- sateur, (..) PID ( $K_i = 10$ ), (-) PID ( $K_i = 100$ ) . . . . .	62
5.10	Couples impliqués au niveau de l'articulation . . . . .	63
5.11	Réponse dynamique en position avec des estimateur lent et rapide . . . . .	64
5.12	Couples impliqués avec différents paramètres de l'estimateur . . . . .	64
5.13	Réponse dynamique en position du système . . . . .	65
5.14	Couples impliqués au niveau de l'articulation,(-) avec compensateur, (..) sans compensateur . . . . .	66
5.15	Réponse dynamique en position $g_{m1} = 10$ et $g_{m2} = 25$ (polynomiale) . . . . .	66
5.16	Couples impliqués avec $g_{m1} = 10$ et $g_{m2} = 25$ (polynomiale) . . . . .	67
5.17	Modèle Simulink OPAL-RT du contrôleur en position . . . . .	69

5.18 SM_ master diagramme . . . . .	69
5.19 SC_ console diagramme . . . . .	71
5.20 Réponse à l'échelon de l'articulation (en présence de l'estimateur) . .	72
5.21 Réponse à l'échelon de l'articulation (en absence de l'estimateur) . . .	72
5.22 Couples impliqués au niveau de l'articulation (réponse à l'échelon) . .	73
5.23 Suivi de trajectoire polynomiale de l'articulation, $k_p=144$ , $k_d=24$ . .	74
5.24 Couples impliqués au niveau de l'articulation (polynomiale) . . . . .	75
5.25 Suivi de trajectoire polynomiale de l'articulation, $k_p=2500$ , $k_v=100$ .	76
5.26 Suivi de trajectoire sinusoïdale de l'articulation, $k_p=2500$ , $k_v=100$ . .	77
5.27 Couples impliqués au niveau de l'articulation (sinusoïdale) . . . . .	77
6.1 Modèle dynamique de référence de couple . . . . .	81
6.2 Rétroaction de couple de l'estimateur . . . . .	82
6.3 Diagramme général (en boucle fermée) du contrôleur de couple . . . .	83
6.4 Réponse dynamique en couple de l'articulation . . . . .	84
A.1 Excitateur 3D . . . . .	95
A.2 Schéma électrique du système . . . . .	96
A.3 Schéma global du système intégré de OPAL-RT . . . . .	98
A.4 Schéma typique de l'utilisation des modules d'entrée-sortie . . . . .	101
A.5 Icônes Matlab pour utilisation des modules d'entrée-sortie . . . . .	102
A.6 Amplificateur de puissance . . . . .	103
B.1 Location des jauges de contrainte sur le crénelage flexible Minicucci[39]	108
B.2 Pont de Wheatstone des jauges de contrainte Minicucci[39] . . . . .	108
C.1 Diagramme simulink général du contrôleur basé sur la rétroaction de couple (JTF) . . . . .	110
C.2 Diagramme simulink de l'estimateur de perturbation . . . . .	111
C.3 Modèle simulink du contrôleur . . . . .	111

C.4	Diagramme simulink de l'estimateur de l'estimateur de vitesse . . . .	111
-----	---	-----

# Liste des tableaux

3.1	Caractéristiques de l'articulation utilisé en simulation, ref : HD System[22] et Kollmorgen[32] . . . . .	27
A.1	Caractéristiques des moteurs utilisés sur excitateur 3D . . . . .	97
A.2	Caractéristiques des réducteurs harmoniques . . . . .	104
A.3	Caractéristiques du moteur serie RBE 04500 . . . . .	105
A.4	Caractéristiques du moteur serie RBE 04500 . . . . .	106

## Liste des symboles

$\theta_{wg}$  : angle de rotation du générateur d'ondes.

$\theta_{cs}$  : angle de rotation du crénelage circulaire.

$\theta_{fs}$  : angle de rotation du crénelage flexible.

$\omega_{wg}$  : vitesse angulaire du générateur d'ondes.

$\omega_{cs}$  : vitesse angulaire du crénelage circulaire

$\omega_{fs}$  : vitesse angulaire du crénelage flexible.

$\vec{\omega}_{i-1}$  vecteur vitesse angulaire de l'articulation  $i-1$  dans les coordonnées cartésiennes.

$\vec{\omega}_i$  est le vecteur vitesse angulaire du rotor  $i$  dans les coordonnées cartésiennes.

$B_l(t)$  : coefficient d'amortissement équivalent du "système membrure", variant dans le temps.

$G_s$  : fonction de sensibilité.

$H$  : fonction de transfert du filtre du second ordre.

$I_{mi}$  est la matrice inertielle du "système moteur"  $i$  par rapport à son centre de masse dans les coordonnées de l'actionneur.

$I_m$  : inertie du rotor du "système moteur", incluant les inerties du moteur, du réducteur (générateur d'onde), de l'arbre et de l'encodeur.

$J_m$  : inertie totale du "système moteur", écrite dans les coordonnées articulaires du système, i.e.  $J_m = I_m N^2$ .

$J_{mn}$  : inertie nominale du "système moteur", écrite dans les coordonnées des articulations du système.

$J_l$  : inertie totale équivalente du “système membrure ”.

$k$  : constante de raideur de la flexibilité du crénelage flexible.

$N$  : ratio du réducteur harmonique

$T_{wg}$  : couple vu par le générateur d’ondes.

$T_{cs}$  : couple vu par le crénelage circulaire.

$T_{fs}$  : couple vu par le crénelage flexible.

$T_{f1}$  : friction à l’intérieur des roulements du générateur d’ondes.

$T_{f2}$  : friction due au mécanisme d’entraînement des dents.

$T_{st}$  : friction due à l’atténuation structurale du crénelage flexible.

$T_{f3}$  : friction des roulements à la sortie de la transmission harmonique.

$T_f$  : couple de friction présent dans l’articulation (moteur et réducteur harmonique).

$T_l$  : somme des forces et des couples générés par le “système membrure ”.

$T_{motor}$  : couple fourni par le moteur, variant dans le temps.

$T_m$  : couple fourni par le moteur évalué à la sortie du servo système. i.e  $T_m = T_{motor} N$ ).

$T_c$  : couple inertiel provoqué par le mouvement du “ système moteur ”.

$T_f$  : couple de friction présent dans l’articulation (moteur et réducteur harmonique).

$T_o$  : couple de sortie de “système moteur”.

$T_s$  : signal à la sortie du capteur de couple.

$T_{dist}$  : couple de perturbation.

$\bar{T}_{dist}$  : couple de perturbation estimé en théorie.

$\hat{T}_{dist}$  : couple de perturbation estimé en pratique.

$q$  : angle de l’arbre de l’articulation (à la sortie du réducteur).

$\bar{Z}_{i-1}$  : vecteur de l’axe de rotation de l’articulation (i).

# Chapitre 1

## Introduction

*" Je me fais l'impression de n'avoir été qu'un enfant jouant sur la plage  
et s'y amusant à y trouver de temps en temps un galet particulièrement lisse  
ou un coquillage plus joli que les autres, tandis que s'étendais devant moi,  
inconnu, le grand océan de la vérité."  
Isaac Newton*

Un robot est constitué d'actionneurs (servo-systèmes), d'articulations et de membrures. Les actionneurs peuvent être en translation (ou prismatiques) et peuvent obtenir leur puissance de différentes sources par exemple pneumatique, hydraulique ou électrique. La caractéristique qui distingue ces robots d'autres systèmes automatique est leur flexibilité et la possibilité de les programmer facilement pour exécuter des tâches différentes et complexes.

Les robots rigides qui utilisent des moteurs à entraînement direct sont conçus afin de simplifier leur dynamique. Cette simplification permet aussi de réduire la complexité du contrôleur et de simplifier la modélisation dynamique du robot. Cependant, les actionneurs capables de fournir des puissances importantes sont ainsi massifs et lourds, ce qui limite la performance globale du robot.

La conception de robot plus léger et plus rapide demande que des compromis soient faits au niveau du choix des matériaux, des actionneurs et des éléments de

transmission. Les réducteurs de vitesse à engrenage que l'on peut appeler aussi des multiplicateurs de couples, sont utilisés fréquemment au niveau des actionneurs de chaque articulation d'un robot manipulateur. Ces réducteurs possèdent cependant un jeu important au niveau des engrenages. A cause de cette caractéristique indésirable, ces réducteurs sont de moins en moins utilisés dans les robots modernes qui doivent accomplir des tâches précises et complexes. De nouveaux réducteurs soient les réducteurs harmoniques ont été conçus afin de réduire au maximum le jeu d'engrenage. Ces réducteurs comprennent un mécanisme léger donnant un rapport de transmission de couple élevé, avec très peu de jeu au niveau des engrenages. Cependant la friction présente au niveau de ce mécanisme est un phénomène non linéaire très complexe Tuttle[55]. Les chercheurs ont montré l'effet perturbateur de cette friction sur les lois de commande conçues pour des robots rigides Armstrong[1], Dupont[14], Johnson[25], Miller[40] et Taghirad[53]. Pour assurer la bonne performance des robots, la loi de commande doit prendre en compte l'effet de la friction au niveau des actionneurs.

Les résultats de simulation, confirmés par des expériences, ont montré que plusieurs algorithmes de contrôle développés pour les robots ne fonctionnent pas d'une manière satisfaisante en présence d'une friction importante au niveau des articulations Johnson[25], Miller[40], Canudas[8] et Dupont[14].

Plusieurs lois de commande ont été proposées pour compenser la friction : signal vibratoire (Dither signal) Yoshida[58] ; commande proportionnelle dérivée Dupont[14] ; technique d'auto apprentissage Craig[12], et compensation par identification ( hors-ligne ou en-ligne) des paramètres du modèle de friction Jager[24] et Canudas[8]. La plupart de ces lois de commande exigent une connaissance d'un modèle de friction et cette connaissance est utilisée pour compenser la friction dans le système. Cependant, le manque de précision et d'exactitude des modèles dynamiques de la friction limite l'application de ces méthodes. Cette restriction peut être levée en appliquant la technique de l'estimateur non linéaire basé sur l'ajustement de la différence entre la dynamique réelle et la dynamique de référence de l'articulation. Le modèle de

référence inclut la dynamique idéale (désirée) de l'articulation, dont la formulation est décrite par une équation dynamique simple comme l'a montré Kaneko[26].

## 1.1 Problématique associée à la non linéarité dans les réducteurs de vitesse harmonique

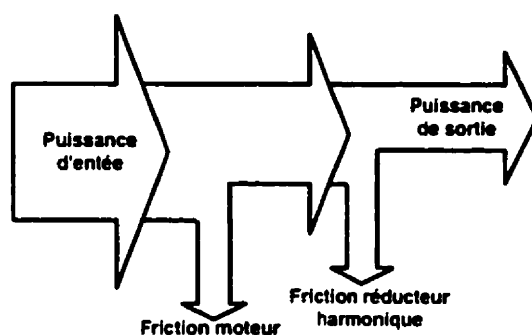


FIG. 1.1 – Flux de puissance à travers l'actionneur

La figure 1.1 montre le flux de puissance à travers l'actionneur dans un servo système avec un réducteur harmonique. La relation entre les couples d'entrée et de sortie possède une dynamique non linéaire, due à la flexibilité, à la friction de Coulomb et à l'atténuation structurale du réducteur harmonique.

Dans le but d'utiliser ce servo système dans des applications robotiques, il est nécessaire de compenser cette perte de puissance. En effet, dans certaines applications pas moins de 10% à 20% du couple de moteur est employé pour surmonter ces forces Taghirad[53], Seyffert[46] et Tuttle[55]. Dans ce contexte, plusieurs contrôleurs ont été développés afin d'améliorer cette relation d'entrée-sortie. Une solution simple et élégante est d'assurer que la dynamique de l'articulation du robot est semblable à celle d'un modèle de référence. La solution proposée utilise un estimateur qui permet d'évaluer et de compenser les perturbations existantes dans ces réducteurs de vitesse ; par exemple le frottement (friction), l'incertitude des paramètres et le couple dû à l'inertie du rotor (effet gyroscopique). En raison de sa simplicité, de ses performances et de la possibilité de l'implanter en temps réel,

l'estimateur de perturbation a été utilisé pour la commande de manipulateur avec des actionneurs avec réducteur de vitesse élastiques Kaneko[29].

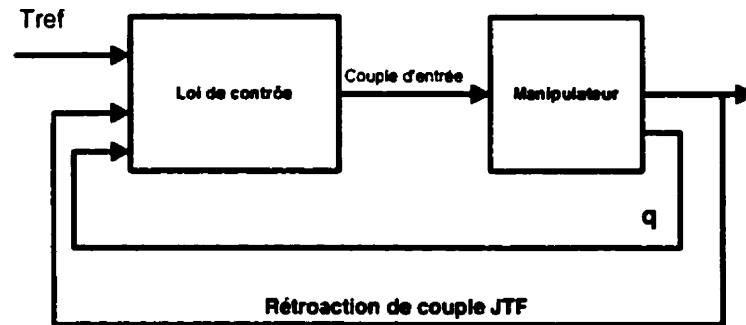


FIG. 1.2 – Rétroaction de couple

Afin d'utiliser correctement l'estimateur de perturbation mentionné ci-dessus, il est nécessaire d'évaluer les couples d'interaction dynamique non-linéaire qui existent entre les articulations et les membrures. Cette dynamique d'interaction est régie par des équations dynamiques complexes et non-linéaires qui sont caractérisées par des forces inertielles, centrifuges, de Coriolis et gravitationnelles. Ces forces changent constamment en fonction du mouvement du manipulateur. Il n'est pas facile de calculer cette dynamique en temps réel. En plus, ce calcul nécessite une connaissance exacte des paramètres dynamiques du robot (inertie, masse, centre de masse et les grandeurs des membrures), ce qui est irréaliste en pratique. Il est donc difficile d'implanter l'estimateur en temps réel.

La mesure du couple à la sortie de l'actionneur et la rétroaction de ce signal, figure 1.2, offre une méthode très prometteuse (Hachimoto[21]) pour compenser les effets de la dynamique d'interaction non-linéaire du robot, sans avoir à calculer en temps réel les couples mentionnés au paragraphe précédent. Des capteurs de force peuvent être implantés dans divers points de l'articulation. En mesurant le couple en différents points du système robotique, nous obtenons l'information directe sur cette dynamique et sur les forces externes agissant sur le robot Hashimoto[21],

## 1.2 Organisation

Ce mémoire se concentre sur la commande d'actionneur composé d'un moteur à courant continu couplé à un réducteur de vitesse à entraînement harmonique. Le document est divisé en sept chapitres.

Au chapitre 2, nous présentons la technique de transmission de couple à entraînement harmonique (où réducteur de vitesse à entraînement harmonique). Le principe de fonctionnement de ce réducteur de vitesse à entraînement harmonique est expliqué. Quelques modèles du réducteur incluant la friction, la flexibilité sont présentés.

Au chapitre 3, le modèle mathématique détaillé d'un actionneur constitué d'un réducteur de vitesse à entraînement harmonique et d'une membrure est présenté. Ce modèle est utilisé pour le développement de la loi de commande incluant une compensation de la perturbation. Le modèle de l'actionneur est développé pour la simulation en utilisant SYMOFROS, un logiciel qui permet d'élaborer les équations mathématiques qui modélisent la dynamique des robots.

Au chapitre 4, nous présentons les différentes techniques développées par des chercheurs pour compenser la friction. Nous présentons également la procédure de conception, la simulation et l'implantation en temps réel du compensateur de perturbation.

Au chapitre 5, nous élaborons une loi de contrôle en position en utilisant le compensateur de perturbation décrite au chapitre 4. Des résultats de simulation et d'expérimentations sont présentés afin de valider la loi de contrôle.

Au chapitre 6, une stratégie de contrôle en couple est présentée. Cette stratégie est basée sur la rétroaction du couple et utilise un modèle linéaire simple de l'élément flexible de la transmission harmonique. La validation de cette loi de contrôle est réalisé par simulation.

Le chapitre 7 comprend la conclusion et les perspectives.

## Chapitre 2

# Transmission à entraînement harmonique

*" La tâche suprême du physicien est d'arriver à des lois élémentaires universelles telles que le cosmos puisse être construit à partir d'elles par pure déduction. Aucune voie logique ne conduit à ces lois, mais la seule intuition, qui repose sur une intelligence compréhensive "*  
*Albert Einstein, 1879-1955*

### 2.1 Introduction

La conception d'un robot manipulateur est basée sur le choix et la connaissance détaillée de ses actionneurs ; en effet ces éléments fournissent les couples qui permettent au robot d'exécuter des tâches désirées avec précision. Pour les systèmes mécaniques qui utilisent des articulations avec transmission (réducteur) harmonique, le comportement dynamique de cette transmission doit être bien comprise. Dans ce chapitre nous présentons une brève introduction au fonctionnement des transmissions à entraînement harmonique, en discutant leurs avantages, leurs inconvénients ainsi que quelques modèles mathématiques développés par des chercheurs afin de modéliser le comportement non linéaires de ces mécanismes.

## 2.2 La transmission harmonique

Développé en 1955 par Walt Musser principalement pour les applications aérospatiales, un réducteur de vitesse à entraînement harmonique est un mécanisme léger, donnant un rapport de transmission de couple élevé et qui n'a pratiquement pas de jeu. Ses performances uniques justifient leurs applications industrielles très répandues, particulièrement en robotique. Plusieurs chercheurs ont étudié en profondeur le fonctionnement de ces réducteurs Taghirad[53], Seyffert[46] et Tuttle[55]. Les résultats empiriques montrent que la friction et la flexibilité présentes dans ces mécanismes résultent en un comportement non linéaire et ces comportements sont sensibles à l'environnement et aux conditions d'opération. Cependant l'entraînement harmonique présente des performances à la fois supérieures et inférieures vis à vis des transmissions à engrenage conventionnelles.

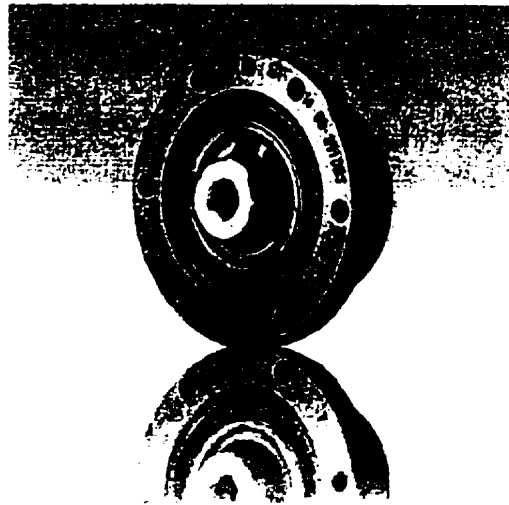


FIG. 2.1 – Réducteur harmonique serie CSF-2UH

### 2.2.1 Les avantages

- **Excellente exactitude et répétabilité en position** - l'erreur en position peut être réduite au minimum à moins d'une minute et la répétitivité à moins de quelques secondes.

- **Capacité élevée de couple** - puisque la puissance est transmise par l'engagement à dents multiples, l'entraînement harmonique offre une capacité élevée au niveau du couple de sortie.
- **Rapport élevé de réduction** - avec seulement trois éléments, les rapports de réduction s'étendent de 50 :1 à 320 :1 avec la même dimension physique.
- **Jeu d'engrenage très faible** - La charge normale sur les dents d'engrenage et le mouvement principalement radial des dents éliminent pratiquement tout le jeu au niveau des dents.
- **Géométrie concentrique** - les axes d'entrée et de sortie des réducteurs de vitesse à entraînement harmoniques sont concentriques, ce qui permet au concepteur de machine de réduire nettement l'espace de fabrication requis comparé aux autres réducteurs classiques.
- **Efficacité** - si elle est correctement lubrifiée, l'efficacité typique de la transmission peut atteindre 80 % à 90 % .
- **Réversible** - les unités à entraînement harmoniques sont réversibles et peuvent tourner dans les deux directions. Au besoin, des charges peuvent être tenues en place en freinant le générateur d'ondes quand le servo-système n'est pas actionné.

### 2.2.2 Les Désavantages

- **Flexibilité** due à la charge élevée vue par le générateur d'ondes et les dents : des couples de fonctionnement modérés peuvent produire une torsion substantielle de la transmission.
- **Erreur cinématique** due aux inexactitudes de fabrication ; l'entraînement harmonique présente une petite mais omniprésente erreur de position à travers la transmission.
- **Vibration de résonance**, les fluctuations de couple produites par l'erreur cinématique peuvent agir avec la flexibilité de la transmission pour exciter les fréquences de résonance. Des vibrations d'amplitude élevée peuvent être

produites dans certaines applications.

- **Non linéarité** ; la flexibilité et les pertes de friction dans la transmission causent des comportements fortement non linéaires.
- **Faible connaissance** ; comparée à la transmission conventionnelle peu d'études ont été effectuées sur les mécanismes à entraînement harmonique au niveau de la modélisation et de la commande.

### 2.2.3 Conclusion

Les performances uniques de la transmission à entraînement harmonique ont attiré l'attention des constructeurs dans différents domaines. Plus spécifiquement, leurs capacité élevée de couple, leur efficacité et leur simplicité au niveau de construction, ont permis aux transmissions à entraînement harmonique d'être utilisées avec un grand succès dans le domaine industriel, par exemple l'assemblage d'équipements. En plus, les systèmes spatiaux et l'aérospatiales emploient ces mécanismes à cause de leur légèreté et de leur géométrie concentrique (faible encombrement).

## 2.3 Le principe de fonctionnement de la transmission harmonique :

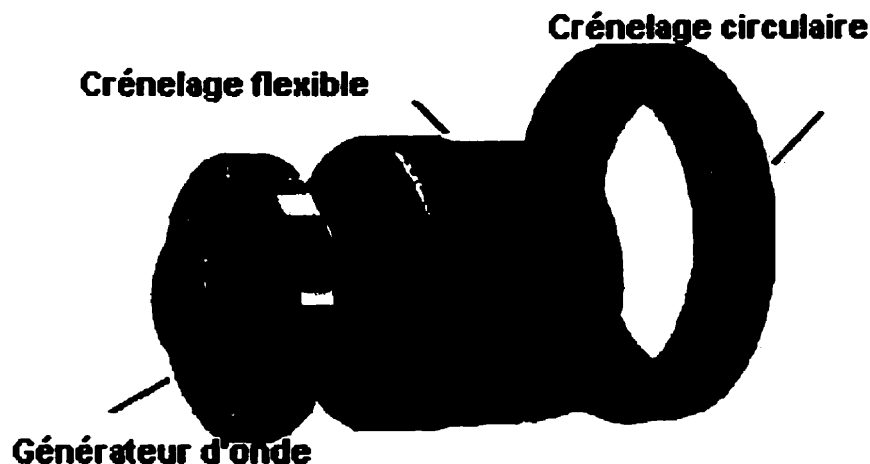


FIG. 2.2 - Différents éléments constituant un réducteur harmonique

### 2.3.1 Les éléments de la transmission harmonique

Tous les réducteurs de vitesse à entraînement harmonique utilisent les mêmes trois éléments de base tel que montré à la figure 2.2 : un crénelage circulaire (circular spline), un crénelage flexible (flexspline) et un générateur d'ondes (wave generator). Bien que ces éléments puissent prendre des formes différentes selon l'application, les éléments décrits ici sont typiques et représentatifs.

#### **Crénelage circulaire (circular spline) :**

Le crénelage circulaire est un anneau à paroi épaisse et rigide avec des dents internes. L'élément est normalement fixe (non tournant) mais peut aussi, dans certaines applications, être utilisé comme élément tournant.

#### **Crénelage flexible (flexspline) :**

Le crénelage flexible, denté à l'extérieur, est un élément à paroi mince et élastique, de forme cylindrique plus petit en circonférence et possédant deux dents de moins que le crénelage circulaire. C'est habituellement l'élément tournant mais il peut également être utilisé comme élément fixe quand la charge est attachée au crénelage circulaire.

#### **Générateur d'ondes (Wave generator) :**

Le générateur d'ondes est une came elliptique incluse dans un roulement à billes antifriction. Il fonctionne normalement comme élément tournant d'entrée. Une fois inséré dans l'alésage du crénelage flexible, il donne sa forme elliptique au crénelage flexible, faisant engager les dents externes du crénelage flexible dans les dents internes du crénelage circulaire en deux secteurs équidistants de 180 degrés, tel que montré à la figure 2.3.

### 2.3.2 Le principe de la transmission dynamique :

À chaque réducteur harmonique est associé un ratio de transmission  $N$  qui décrit sa position, sa vitesse et sa capacité de couple. Spécifiquement, connaissant  $N$  et les angles de rotation de deux des trois parties du réducteur harmonique, l'angle de

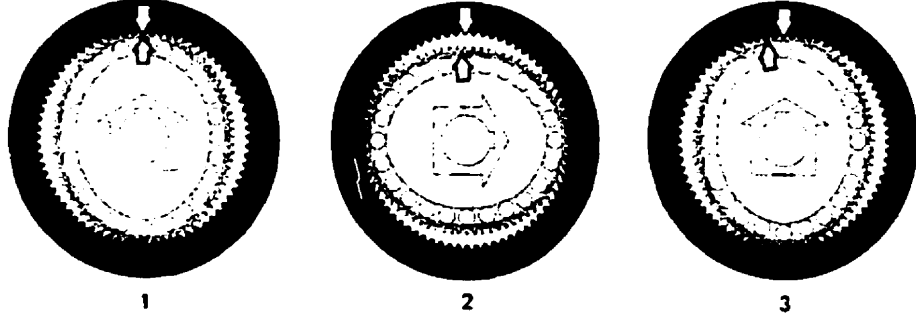


FIG. 2.3 – Le principe d'une transmission harmonique

rotation de la troisième partie peut être déduite par l'équation Taghirad[53] :

$$\theta_{wg} = (N + 1) \theta_{cs} - N \theta_{fs} \quad (2.1)$$

où  $\theta_{wg}$ ,  $\theta_{cs}$  et  $\theta_{fs}$  sont les angles de rotation du générateur d'ondes, de crénelage circulaire et crénelage flexible respectivement. La dérivation de cette relation donne une contrainte de vitesse similaire :

$$\omega_{wg} = (N + 1) \omega_{cs} - N \omega_{fs} \quad (2.2)$$

où  $\omega_{wg}$ ,  $\omega_{cs}$  et  $\omega_{fs}$  représentent les vitesses angulaires des trois éléments du réducteur. À partir de ces équations, si la vitesse de l'élément crénelage circulaire est zéro, la rotation angulaire du générateur d'ondes devient  $N$  fois plus rapide et avec une direction opposée à celle de crénelage flexible. Pour l'autre configuration, si l'élément crénelage flexible est fixe, i.e. immobile, alors le générateur d'onde tournera avec une vitesse angulaire  $(N+1)$  fois plus rapide que l'élément crénelage circulaire et dans la même direction que celui-ci. L'application de la loi de conservation d'énergie aux trois éléments de la transmission harmonique permet de définir le comportement idéal de couple de la transmission comme suit :

$$T_{wg} = \frac{1}{N + 1} T_{cs} = -\frac{1}{N} T_{fs} \quad (2.3)$$

où  $T_{wg}$ ,  $T_{cs}$  et  $T_{fs}$  sont les couples vus par les trois éléments différents de la transmission harmonique. De cette équation, on peut voir qu'à partir de la connaissance

du couple d'un seul élément de la transmission, les couples idéaux vus par les deux autres éléments sont obtenus directement. Il est à noter que le couple présent sur l'élément crénelage circulaire est presque équivalent au couple présent sur l'élément crénelage flexible, qui est à son tour  $N$  fois plus grand que le couple sur l'élément générateur d'ondes.

### 2.3.3 Conclusion sur le fonctionnement

Comme la transmission à entraînement harmonique a trois éléments de rotation, elle fournit des performances supérieures à celles des réducteurs classiques à jeu d'engrenage. Dans la configuration la plus courante, où le crénelage flexible est fixe, une vitesse d'entraînement élevée du générateur d'ondes produit un couple élevé et une vitesse faible du côté du crénelage circulaire.

## 2.4 Flexibilité dans la transmission harmonique

En fonctionnement idéal, la transmission harmonique est considéré comme un réducteur d'engrenage rigide parfait. Cependant, à cause de la flexibilité du crénelage flexible, le comportement dynamique du réducteur est plus complexe, et une compréhension détaillée du mécanisme est souvent nécessaire.

Plusieurs chercheurs ont réalisé des travaux sur la modélisation des caractéristiques et des variations non linéaires de la flexibilité (raideur) de la transmission harmonique. La flexibilité de la transmission harmonique est habituellement mesurée par une méthode simple qui consiste à bloquer le générateur d'ondes et à mesurer l'angle de rotation à la sortie du crénelage circulaire où du crénelage flexible. La forme typique de la flexibilité de la transmission harmonique est montrée sur la figure 2.4 [22]. La courbe illustre deux caractéristiques de la flexibilité de la transmission harmonique : l'augmentation de la constante de raideur avec la torsion et l'hystérésis. Plusieurs modèles ont été développés afin de caractériser ces pro-

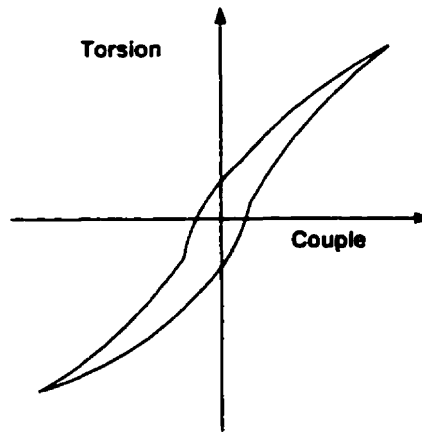


FIG. 2.4 – Flexibilité et hystérésis dans la transmission harmonique

priétés. Les constructeurs suggèrent l'utilisation de modèles linéaires et d'autres chercheurs proposent une approximation cubique. L'hystérésis dans la transmission harmonique est un phénomène complexe et très difficile à modéliser. Pour cette raison ce phénomène est pour la plupart du temps ignoré.

## 2.5 Friction dans la transmission harmonique

### 2.5.1 Introduction

La friction est présente dans tous les mécanismes incorporant des parties en mouvement relatif. Bien que le frottement puisse être une propriété souhaitable, comme c'est le cas pour les freins, c'est généralement une perturbation pour les servomécanismes. La littérature relative au frottement, à sa modélisation et à la commande est très abondante ; les notions les plus importantes peuvent être trouvées dans Armstrong[1].

Tout robot possède un certain degré de frottement au niveau de ses actionneurs et dans le mécanisme de transmission. Le frottement est une force dissipatrice qui se produit entre deux corps en contact. Bien qu'un concepteur de robot puisse réussir à réduire la quantité du frottement en utilisant des matériaux spéciaux, des contacts à billes (roulements) et des lubrifiant adéquats, un frottement sera toujours

présent dans le système. Le couple de perturbation provoqué par le frottement résulte généralement en un cycle périodique d'alternance entre le mouvement et l'arrêt appelé " **stick-slip** " (Dupont[14], Johnson[25]).

Malheureusement, le frottement dans les articulations est rarement inclue dans le modèle dynamique du robot. La raison principale de l'exclusion du frottement est que la plupart des modèles de frottement sont discontinus à vitesse nulle, ce qui pose un problème numérique au niveau de l'intégration des équations Haessig[18]. Les chercheurs ont montré l'effet perturbateur de la friction sur les lois de commande conçues pour des robots rigides Armstrong[1], Dupont[14], Johnson[25] et Miller[40]. Les résultats de ces recherches, confirmés par des expériences, montrent que plusieurs algorithmes de contrôle développés pour les robots rigides ne fonctionnent pas d'une manière satisfaisante en présence de friction importante au niveau des articulations. Dans des applications où une grande précision est nécessaire, la loi de commande doit prendre en compte l'effet de la friction dans les articulations Cheok[10], Dupont[14], Armstrong[2], Dupont[15] et Canudas[8][9].

### 2.5.2 Friction dans la transmission harmonique

La friction dans la transmission harmonique induit une perte d'énergie très importante due essentiellement au mécanisme d'entraînement des dents entre le crénelage flexible et le crénelage circulaire. Les documents des manufacturiers indiquent que la perte d'énergie dans une transmission typique peut être supérieur à 10% du couple d'entrée. Des chercheurs Canudas[8], Dupont[14], Taghirad[53] et Karnopp[34] ont rapporté des résultats indiquant que la courbe de perte due à la friction diminue pour des vitesses élevées. En se basant sur ces observations, les auteurs recommandent d'utiliser des approximations cubiques afin de décrire ces comportements non linéaires. Des résultats plus approfondis indiquent que la friction dans la transmission harmonique dépend non seulement de la vitesse mais aussi de l'orientation du générateur d'ondes et de la charge à la sortie de la transmission Taghirad[53] et Tuttle[55].

## 2.6 Modélisation de la transmission harmonique

### 2.6.1 Introduction

Un modèle non linéaire complet de l'entraînement harmonique peut être trouvé dans Taghirad[53], Seyffert[46] ou Tuttle[55]. En se basant sur des mesures expérimentales réalisées par ces chercheurs, différents modèles théoriques ont été développés afin de décrire l'opération complexe de la transmission harmonique. Dans cette section, nous présentons quelques modèles simples pour donner un bref aperçu sur les équations qui gouvernent le comportement dynamique non linéaire de cette transmission Taghirad[53]. Le premier est un modèle idéal qui donne une représentation médiocre des performances de la transmission harmonique. Le deuxième modèle rajoute la flexibilité au modèle idéal. Le troisième modèle met en évidence la friction.

### 2.6.2 Modèle 1 : modèle simplifié

Comme mentionné précédemment, deux configurations des éléments de la transmission peuvent être utilisées. Dans notre modélisation, on considère le cas où le crénelage flexible est fixe, le générateur d'ondes est entraîné par un moteur et le couple de sortie est transmis via le crénelage circulaire. Le modèle simple où les non linéarités ne sont pas prises en considération est représenté à la figure 2.5.

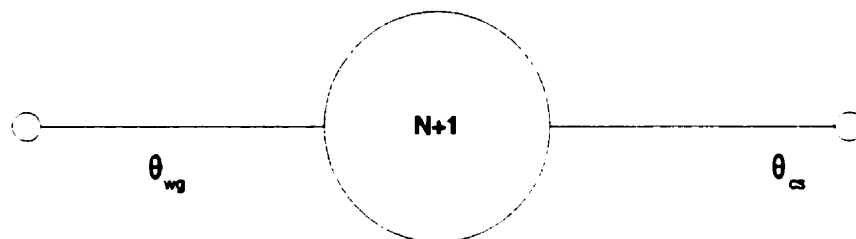


FIG. 2.5 – Modèle idéal de la transmission harmonique

Les équations mathématiques décrivant ce comportement idéal s'écrivent :

$$\theta_{wg} = (N + 1) \theta_{cs} \quad (2.4)$$

$$\omega_{wg} = (N + 1) \omega_{cs} \quad (2.5)$$

$$T_{wg} = \frac{1}{N + 1} T_{cs} \quad (2.6)$$

où :  $\theta_{wg}$ ,  $\omega_{wg}$  et  $T_{wg}$  sont respectivement la position, la vitesse angulaire et le couple d'entrée du générateur d'ondes et  $\theta_{cs}$ ,  $\omega_{cs}$  et  $T_{cs}$  sont respectivement la position, la vitesse angulaire et couple de sortie du crénelage circulaire .

### 2.6.3 Modèle 2 : flexibilité

Pour avoir une représentation plus réaliste, un modèle élastique est proposé tenant compte de l'élasticité de l'élément crénelage flexible de la transmission harmonique. La figure 2.6 illustre cette configuration, où un ressort non linéaire est ajouté au modèle précédent. Les équations qui décrivent cette dynamique s'écrivent :

$$\theta_{wg} = (N + 1) \theta_{n-cs} \quad (2.7)$$

$$T_{wg} = \frac{1}{N + 1} T_{n-cs} \quad (2.8)$$

$$T_{cs} = T_{n-cs} = k(\theta_{n-cs} - \theta_{cs}) \quad (2.9)$$

où  $k$  est une constante définie positive.  $\theta_{n-cs}$ ,  $T_{n-cs}$  et  $T_{cs}$  sont respectivement la position, le couple de sortie du crénelage circulaire avant l'élasticité et le couple de sortie du crénelage circulaire après l'élasticité.

Notes d'autres modèles plus au moins complexes pour la représentation l'élasticité peuvent être trouvés dans la littérature Seyfferth[46] ou Tuttle[55].

### 2.6.4 Modèle 3 : Friction et flexibilité

La majorité de la perte d'énergie dans une transmission harmonique est due à la friction qui est générée essentiellement par le mécanisme d'entraînement des

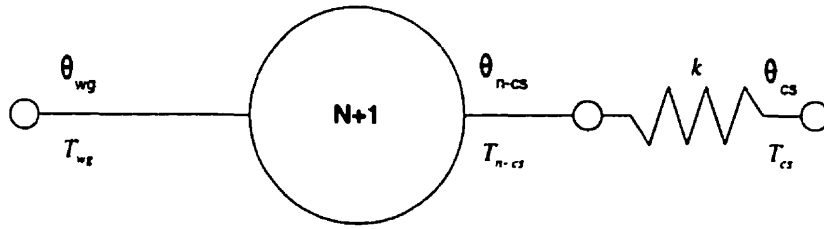


FIG. 2.6 – Modèle flexible de la transmission harmonique

dents entre les deux éléments soit le crénelage flexible et le crénelage circulaire. En se basant sur cette constatation, un nouveau modèle de la transmission harmonique est représenté à la figure 2.7, où quatre couples de friction sont considérés. Ce modèle du réducteur sera utilisé dans notre simulation.

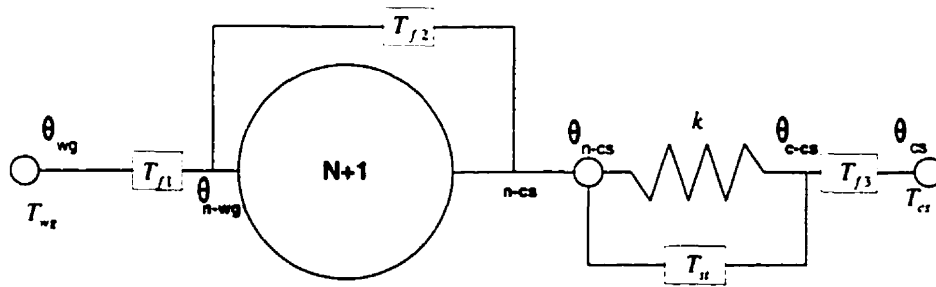


FIG. 2.7 – Modèle de la transmission harmonique avec flexibilité et friction

$T_{f1}$  représente la friction à l'intérieur des roulements du générateur d'ondes, qui peut être modélisé comme une combinaison de friction statique et visqueuse. La deuxième friction  $T_{f2}$  correspond au frottement dû au mécanisme d'entraînement des dents et peut être modélisée par un régime non linéaire de friction à basse vitesse (Stribeck) et friction statique. La friction notée  $T_{st}$  est due à l'atténuation structurale du crénelage flexible. La nature de cette friction ne peut être obtenue que par l'identification expérimentale. La dernière friction  $T_{f3}$  est due au frottement des roulements à la sortie de la transmission harmonique et peut être modélisée par une

friction statique et visqueuse. Les équations qui gouvernent les relations entre les nœuds s'écrivent :

$$\theta_{wg} = \theta_{nwg} \quad (2.10)$$

$$T_{wg} = T_{n-wg} + T_{f1}, \text{ avec } T_{f1} = T_{v1}\dot{\theta}_{wg} + T_{s1}\text{sign}(\dot{\theta}_{wg}) \quad (2.11)$$

$$\theta_{n-wg} = (N + 1)\theta_{n-cs} \quad (2.12)$$

$$T_{n-wg} = \frac{1}{N + 1}T_{n-cs} + T_{f2} \quad (2.13)$$

$$T_{n-cs} = T_{c-cs} \quad (2.14)$$

$$T_{n-cs} = k(\theta_{n-cs} + \theta_{fs}) + T_{st} \quad (2.15)$$

$$\theta_{c-cs} = \theta_{cs} \quad (2.16)$$

$$T_{cs} = T_{c-cs} + T_{f3}, \text{ avec } T_{f3} = T_{v3}\dot{\theta}_{fs} - T_{s3}\text{sign}(\dot{\theta}_{fs}) \quad (2.17)$$

La suite de cette section illustre différents modèles de la friction, ceci afin de montrer son comportement non linéaire. Plusieurs modèles de friction sont montrés à la figure (2.8). Le cas (a) montre le modèle d'un "relais" simple qui représente la friction de Coulomb. La friction détachée (breakaway friction), ou stiction, est présentée sur la figure 2.8-b qui inclut aussi une composante visqueuse. La figure 2.8-c contient un modèle exponentiel avec une pente négative à basse vitesse. Un des problèmes fondamentaux de ces modèles est qu'il présente une discontinuité à la vitesse nulle. Ce problème cause en une erreur ou une instabilité dans les algorithmes de contrôle, qui dépendent de la valeur nulle de la vitesse pour compenser correctement le frottement.

Une solution à ce problème est proposée par Karnopp[34] ; dans son article, il a évité la discontinuité en définissant une petite région d'arrêt ou "stick ", la zone dans laquelle la vitesse est définie égale à zéro comme le montre la figure 2.8-d. Dans cette région,  $\pm\Delta\omega$ , la force de frottement équilibre la force agissante sur le système au repos. L'équilibre est maintenu jusqu'à ce que la force appliquée (breakaway force) soit supérieure aux forces de frottement, et le système entre dans la région de

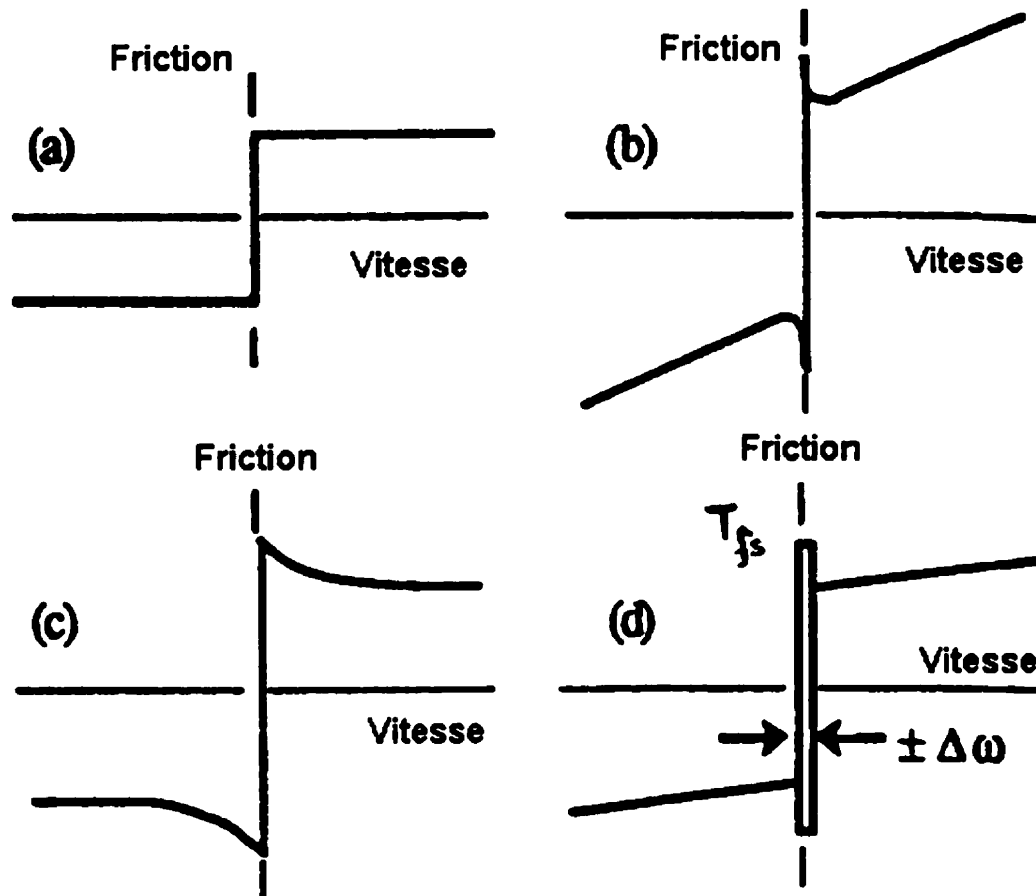


FIG. 2.8 – Modèles de friction ref : Karnopp[34]

glissement.

## 2.7 Conclusion sur la transmission à entraînement harmonique

Dans cette partie, nous venons d'exposer les avantages et les désavantages liés à la technologie de la transmission harmonique. Quelques propriétés très importantes de cette transmission sont à retenir : capacité de fournir des couples élevés, jeu d'engrenage très faible, friction très importante et élasticité.

Pour avoir une compréhension claire de la transmission harmonique, quelques modèles mathématiques ont été présentés dans ce chapitre. Ces modèles incluent l'élasticité et la friction et montrent que ces phénomènes sont non linéaires et complexes à

représenter.

En général, la conception des lois de contrôle des articulations nécessite une modélisation dynamique des articulations, le prochain chapitre est consacré à ce sujet.

## Chapitre 3

# Modélisation des actionneurs à transmission harmonique

*" Le rôle de la physique mathématique est de bien poser les questions,  
ce n'est que l'expérience qui peut les résoudre. "*  
*Henri Poincaré, 1879-1955*

### 3.1 Introduction

Le choix d'un modèle mathématique est une étape cruciale pour le développement de la loi de commande d'un système. Les dynamiques qui interviennent dans la modélisation d'un robot sont de deux types. Premièrement, la dynamique des membres du robot telle que les forces de gravités, centrifuge et de Coriolis, et deuxièmement la dynamique caractérisant les actionneurs (les articulations) qui prend en considération les paramètres dynamiques du moteur, du réducteur harmonique ainsi que les effets indésirables tel que la friction et l'élasticité dans les articulations. La modélisation ainsi que la génération des équations du modèle dynamique d'un robot manipulateur sort du cadre de notre travail. Dans ce chapitre, nous nous intéressons uniquement au deuxième type de modélisation, c'est-à-dire la modélisation des actionneurs avec réducteur de vitesse. Dans le contexte de cette étude ces équations

sont utilisées pour la conception de l'estimateur dynamique de la friction qui permettra de compenser la friction et les perturbations dans les articulations et ainsi transformer le comportement de l'articulation en une articulation idéale.

Nous commençons ce chapitre en présentant les étapes nécessaires pour obtenir le modèle dynamique des articulations comprenant un réducteur de vitesse à entraînement harmonique. Par la suite, le modèle symbolique est généré en utilisant le logiciel SYMOFROS (Symbolic Modeling of Flexible Robots and Simulation).

## 3.2 Modèle dynamique d'une articulation

Le modèle développé dans cette section représente la dynamique des actionneurs comprenant un réducteur de vitesse à entraînement harmonique. Les actionneurs sont utilisés au niveau des articulations de la plate-forme robotique (excitateur 3D) réalisée à l'Agence spatiale canadienne. Ce modèle servira à concevoir notre estimateur de perturbation et à développer les contrôleurs en position et en force. Le modèle dynamique de l'articulation développé ici est semblable à celui développé par Hashimoto [19].

L'équilibre des forces au niveau de chaque articulation d'un robot manipulateur peut être représenté par le schéma de la figure 3.1. Le système est divisé en deux parties, la première nommée "système moteur" implique le moteur et le réducteur, l'autre appelée "système membrure", représente l'équivalent des membrures et des moteurs situés sur le côté externe du "système moteur". Le "système membrure" inclut également des objets manipulés par le robot (la charge).

Au niveau de la figure 3.1, les notations suivantes sont employées :

$N$  : ratio du réducteur harmonique

$J_m$  : inertie totale du "système moteur", écrite dans les coordonnées articulaires du système, i.e.  $J_m = I_m N^2$ , où  $I_m$  est l'inertie du rotor du "système moteur", incluant les inerties du moteur, du réducteur (générateur d'onde), de l'arbre et de l'encodeur.

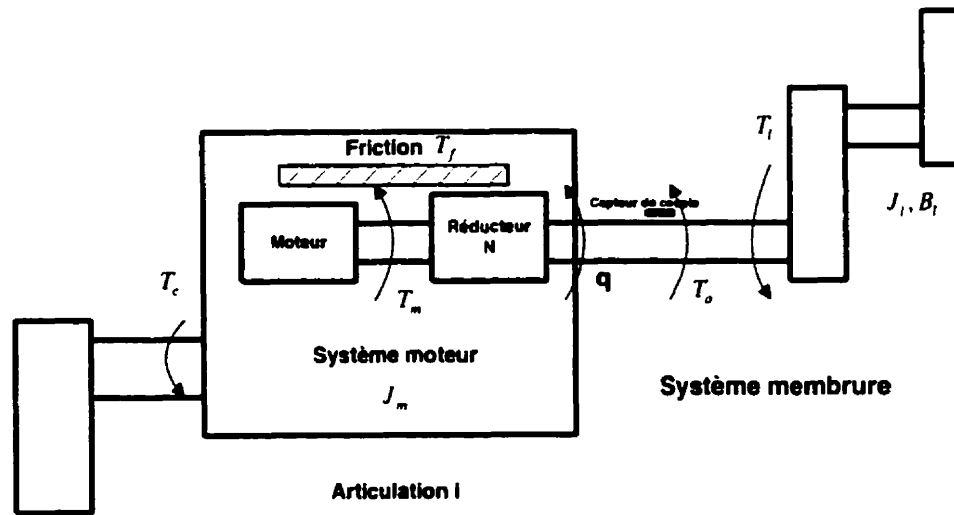


FIG. 3.1 - Modèle de l'articulation

$J_l(t)$  : inertie totale équivalente du "système membrure", variant dans le temps.

$B_l(t)$  : coefficient d'amortissement équivalent du "système membrure", variant dans le temps.

$T_l(t)$  : la somme des forces et des couples générés par le "système membrure", variant dans le temps.

$T_m(t)$  : couple généré par le moteur, qui peut être contrôlé, évalué à la sortie du servo système. i.e  $T_m = T_{motor} N$ ), où  $T_{motor}$  est le couple fourni par le moteur, variant dans le temps.

$T_c(t)$  : couple inertiel provoqué par le mouvement du "système moteur", appelé aussi effet gyroscopique Piedboeuf[45], voir la section(3.2.2), variant dans le temps.

$T_f(t)$  : couple de friction présent dans l'articulation (moteur et réducteur harmonique), variant dans le temps et est non linéaire. Notes que ce terme inclus aussi le frottement visqueux. qui est aussi non linéaire.

$T_o(t)$  : couple de sortie de "système moteur", variant dans le temps.

$q$  : angle de l'arbre de l'articulation (à la sortie du réducteur).

L'équation du mouvement autour de l'articulation peut être écrite comme suit :

$$T_m = (J_m + J_l(t))\ddot{q} + T_c + B_l(t)\dot{q} + T_l + T_f \quad (3.1)$$

Le couple de sortie  $T_o$  est obtenu par l'équation suivante en considérant l'équilibre des forces :

$$T_o = J_l(t)\ddot{q} + B_l(t)\dot{q} + T_l \quad (3.2)$$

En utilisant l'équation(3.2), l'équation(3.1) s'écrit :

$$T_m = J_m\ddot{q} + T_c + T_o + T_f \quad (3.3)$$

Notes que tous les termes indiqués ci-dessus sont des scalaires mais pas des vecteurs.

### 3.2.1 Couple du moteur $T_m$ :

$T_m$  désigne le couple fourni par le moteur. Ce couple est contrôlable par l'utilisateur et est référé à la sortie du servo système, c'est à dire  $T_m = T_{motor} * N$ . où  $T_{motor} = k_m * I_{eff}$  avec :

$k_m$  : Constante du moteur, avec  $k_m = 1.2247 * k_t$  où  $k_t$  est la constante de sensibilité du moteur avec l'unité Nm/A.

$I_{eff}$  : courant efficace généré par l'amplificateur de puissance

formule valable pour les moteurs sans brosses, ce qui est le cas dans notre application où le courant d'excitation est généré par un courant sinusoïdal triphasé.

### 3.2.2 Couple inertiel $T_c$ :

Dans les équations du modèle ci-dessus,  $T_c$  indique le couple inertiel (effet gyroscopique), provoqué par le mouvement du "système moteur". Ce couple ne peut pas être détecté par le capteur de couple placé entre le rotor et la membrure Stokic[51]. Le couple  $T_c$ , exprimé dans les coordonnées de l'articulation, c'est-à-dire au niveau de la sortie du réducteur, est calculé par l'équation(3.4) Hashimoto[19] "Robot motion control based on joint torque sensing," :

$$T_c = N \vec{Z}'_{i-1} [\mathbf{I}_{mi} \ddot{\vec{\omega}}_{i-1} + \mathbf{I}_{mi} (\ddot{\vec{\omega}}_{i-1} \times (\vec{Z}_{i-1} N \dot{q})) + \dot{\vec{\omega}}'_i \times (\mathbf{I}_{mi} \dot{\vec{\omega}}'_i)] \quad (3.4)$$

Notes que ce terme est un scalaire car c'est un résultat d'une projection d'un vecteur sur l'axe de rotation du moteur ( $\vec{Z}_{i-1}$ ).

où :

$\vec{Z}_{i-1}$  : vecteur de l'axe de rotation de l'articulation (i), comme est montré à la figure 3.2, avec  $\vec{Z}_{i-1} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$ .

$\vec{\omega}_{i-1}$  est le vecteur vitesse angulaire de l'articulation  $i - 1$  dans les coordonnées cartésiennes, donnée par :  $\vec{\omega}_{i-1} = \vec{\omega}_{i-2} + \vec{Z}_{i-2}\dot{q}_{i-1}$

$\vec{\omega}'_i$  est le vecteur vitesse angulaire du rotor  $i$  dans les coordonnées Cartésiennes, donnée par :  $\vec{\omega}'_i = \vec{\omega}_{i-1} + \vec{Z}_{i-1}N\dot{q}_i$

$\mathbf{I}_{mi}$  est la matrice inertielle du " système moteur "  $i$  par rapport à son centre de masse dans les coordonnées de l'actionneur,  $\mathbf{I}_{mi} = \begin{bmatrix} I_{mi}(xx) & I_{mi}(xy) & I_{mi}(xz) \\ I_{mi}(xy) & I_{mi}(yy) & I_{mi}(yz) \\ I_{mi}(xz) & I_{mi}(yz) & I_{mi}(zz) \end{bmatrix}$ .

$N$  : ratio du réducteur harmonique.

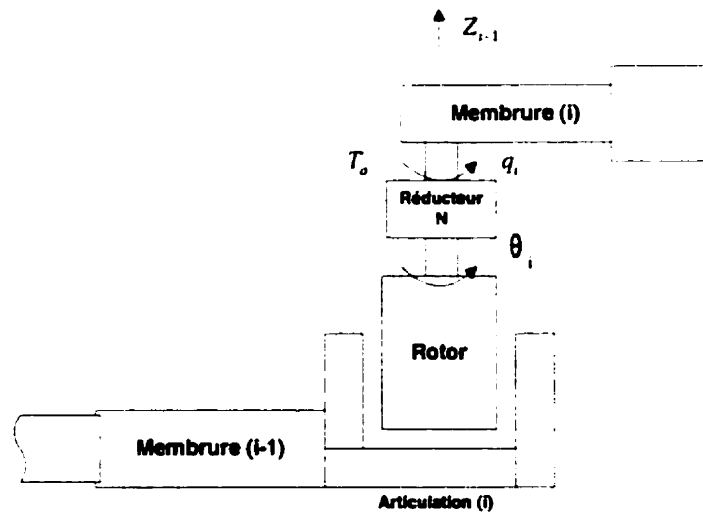


FIG. 3.2 – Système d'articulation

Si nous supposons que le centre de la masse du " système moteur " est situé sur l'axe Z des coordonnées de l'articulation du système et que le " système moteur " a une symétrie de rotation par rapport à l'axe Z tel que montrée sur la figure 3.2,

alors, le couple inertiel  $T_c$  peut s'écrire de façon simplifiée :

$$T_c = NI_m \vec{Z}'_{i-1} \vec{\omega}_{i-1} \quad (3.5)$$

avec  $I_m = \frac{J_m}{N^2}$ , on obtient alors :

$$T_c = (1/N) J_m \vec{Z}'_{i-1} \vec{\omega}_{i-1} \quad (3.6)$$

Si des moteurs à entraînement direct étaient utilisés, ce couple causé par le mouvement du rotor est très important. Dans la référence Kosuge[33], on propose une méthode de contrôle qui inclut un calcul de ce couple en temps réel (c.-à-d. comme dans la méthode de couple pré-calculé). Le couple d'entraînement correspondant au couple provoqué par le mouvement du rotor est calculé dans l'ordinateur pilote et compensé par une rétroaction. Cependant, si des manipulateurs avec transmission à engrenage sont considérés et si les rapports de réduction sont élevés, alors, comme il est montré dans Hashimoto[19], ce terme est beaucoup plus petit que celui provoqué par le mouvement de la membrure. Cette effet est considéré comme une perturbation, qui sera compensée par l'estimateur de perturbation.

### 3.2.3 Couple de sortie de "système moteur" $T_o$ :

Dans l'équation dynamique de l'articulation équation(3.3),  $T_o$  désigne le couple de sortie du réducteur. Ce couple inclut tous les couples extérieurs, tel que force de Coriolis, de gravité et centrifuge des systèmes membrures externes, qui interagissent au niveau de la sortie de l'articulation. Comme indiqué le système membrure contient toute la dynamique à l'extérieur de l'articulation ; cette dynamique dépend des paramètres des membrures (inerties et masses) et de la configuration du manipulateur (position angulaire des articulations).

### 3.3 Modèle SYMOFROS d'une articulation possédant un réducteur de vitesse harmonique

Afin de simuler et de valider nos travaux sous l'environnement Simulink, un modèle de robot simple à un degré de liberté, incluant un réducteur de vitesse au niveau de l'articulation, comme le montre la figure 3.3, est généré en utilisant le programme de modélisation SYMOFROS.

Le modèle SYMOFROS reflète le modèle dynamique de l'articulation (2) du banc

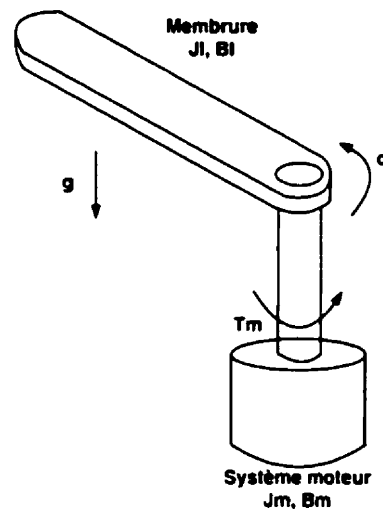


FIG. 3.3 – Robot 1 DOF

robotique de travail à excitateur 3D de l'ASC, voir annexe (A). Le modèle inclut le rotor de l'actionneur, le réducteur harmonique et la charge de sortie. Les paramètres de l'articulation sont donnés sur le tableau 3.1. L'inertie de l'encodeur

	$K_t$ (Nm/A)	$T_{max \text{ cont}}$ (Nm)	$T_{max \text{ pointe}}$ (Nm)	Inertie (kg-m <sup>2</sup> )
BEH 04500 (rotor)	0.54	6.6	21.5	0.0022
Réducteur (N=51) CSF 2UH 50 (50) (générateur d'onde)	-	350	1430	0.00125

TAB. 3.1 – Caractéristiques de l'articulation utilisé en simulation, ref : HD System[22] et Kollmorgen[32]

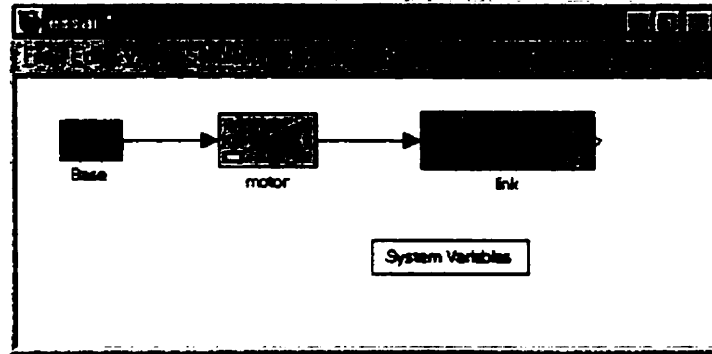


FIG. 3.4 – Topologie du modèle

est égale à  $0.07192e-3 \text{ kg} - \text{m}^2$  et l'inertie de l'arbre est égale à  $0.048207e-3 \text{ kg} - \text{m}^2$ . Ainsi l'inertie du "système moteur"  $I_m$  est égale à  $0.0035701e-3 \text{ kg} - \text{m}^2$  d'où  $J_m = I_m N^2 = 8.925 \text{ kg} - \text{m}^2$ . De plus, les phénomènes de friction et d'élasticité, dus aux caractéristiques du réducteur harmonique, sont aussi prises en considération dans le modèle. La friction statique est supposée égale à 51 Nm, la friction dynamique est supposée égale à 40 Nm et le terme de viscosité est supposée égale à 1.9999 Nms/rd, et sont référés à la sortie de l'articulation, HD System[22] et Kollmorgen[32].

Nous avons considéré que l'actionneur et la membrure (la charge de sortie) constituent deux corps différents séparés par la flexibilité de l'élément crénelage flexible du réducteur harmonique dont la constante de raideur est égale à 400000 Nm/rd. Ainsi, l'articulation devient un système à deux degrés de liberté, i.e. le premier est rigide et représente l'angle de rotation du rotor, et le second est élastique.

La topologie du modèle, en utilisant l'interface graphique de SYMOFROS, est schématisée sur la figure 3.4. Les détails et les fichiers de génération du modèle (\*.gen \*.dat et initiale.m) sont présentés dans l'annexe D. Par conséquent, ce modèle SYMOFROS sera considéré comme une banc d'essai de simulation afin de valider notre algorithme.

### 3.4 Conclusion sur la modélisation

Dans ce chapitre, nous venons d'exposer la formulation théorique pour la modélisation dynamique des actionneurs à base de réducteur de vitesse à entraînement harmonique qui constituent les articulations de la plate-forme robotique 3D de l'Agence spatiale canadienne. Différents couples interviennent dans les équations dynamiques :

- couple fourni par le moteur électrique.
- couple inertiel dû à la rotation de l'articulation.
- effet gyroscopique généré par la rotation des articulations précédents du robot. Ce couple est difficile à calculer car sa formulation tient compte de la cinématique des articulations précédentes.
- couple de friction dû à la rotation relative des corps, spécialement la friction générée par l'entraînement du jeu d'engrenage à l'intérieur du réducteur harmonique. Ce couple est complexe et non linéaire.
- couple de sortie de l'articulation, fourni par l'actionneur. Ce couple est mesuré par des jauges de contrainte installées sur la partie flexible du réducteur.

La présente modélisation joue un rôle important dans la prédiction du comportement dynamique des articulations à base de réducteurs de vitesse. L'utilisation de ce modèle est un atout considérable pour la conception de notre estimateur de perturbation et pour développer des contrôleur en position et en force.

À la fin de ce chapitre, nous avons généré un simple modèle de l'articulation avec une charge à la sortie, en utilisant le logiciel SYMOFROS. Ce modèle servira de plate-forme de simulation afin de tester et de valider l'estimateur de perturbation qui sera présenté au chapitre suivant.

## Chapitre 4

# Compensation de la friction par un estimateur dynamique

*" Doubter de tout ou tout croire,  
ce sont deux solutions également commodes,  
qui l'une et l'autre nous dispensent de réfléchir."  
Henri Poincaré, 1879-1955*

### 4.1 Introduction

Dans le chapitre précédent, nous avons développé un modèle théorique de la dynamique de l'articulation à base de réducteurs de vitesse. Le modèle (équation (3.3)) contient des termes non linéaires tels que la friction. Ces effets indésirables sont difficiles à évaluer et ils rendent la connaissance du modèle de l'articulation imprécis et flou ; le comportement dynamique de l'articulation devient alors imprévisible et difficile à contrôler.

Au début de ce chapitre, nous présentons les techniques de compensation de la friction, et par la suite nous introduisons l'estimateur de perturbation basé sur l'ajustement de la différence entre la dynamique réelle et la dynamique de référence de l'articulation. Le modèle de référence inclut la dynamique idéale (désirée) de l'articulation, dont la formulation est décrite par une équation dynamique simple.

Dans le contexte de ce travail, les couples de perturbation sont regroupés sous un seul terme qui est estimé et compensé par un estimateur de perturbation utilisant un algorithme simple et facile à implanter en temps réel Nakao[42], Kaneko[26], [27], [28], [29].

À la fin de ce chapitre, nous illustrons des résultats obtenus par simulation. La simulation est réalisée en appliquant la technique de l'estimateur sur le modèle SYMOFROS de l'articulation développé dans le chapitre précédant.

## **4.2 Revue des techniques de compensation de la friction**

Plusieurs chercheurs Armstrong[1], Canudas[8], Craig[13], Johnson[25] et Jager[24] ont tenté de concevoir des contrôleurs qui permettent de réduire l'effet non linéaire de la friction dans les servo moteurs. Plusieurs articles ont traité des limitations causées par la friction sur les lois de contrôle classiques. Dans cette section, nous présentons les lois existantes de compensation de la friction et discutons leurs caractéristiques et leurs performances.

### **4.2.1 Compensation par anticipation :**

Cette solution consiste simplement à ajouter un couple additionnel égal et opposé au couple de friction pré-évalué selon le signe de la vitesse du moteur. Cette méthode suppose que la friction ne change pas et reste constante dans le temps. Cependant, pour les robots à plusieurs degrés de liberté avec des charges et des configurations variables, le modèle invariant dans le temps de la friction n'est pas exact et ne permet pas de compenser la friction avec précision ce qui induit une erreur sur la réponse dynamique du système (position et force).

### 4.2.2 Signal vibratoire (dither signal) :

Yoshida[58] a proposé un “signal vibratoire (dither signal)” qui peut être employé pour linéariser la friction à des vitesses nulles. Le signal vibratoire est un couple périodique à haute fréquence appliqué au niveau des moteurs avec une grandeur maximale plus importante que la friction statique. La fréquence des oscillations excède la bande passante du servomécanisme et modifie peu la dynamique du système.

Il y a deux inconvénients à cette méthode :

- le mouvement ne s’arrête pas.
- il y a une perte de puissance.
- usure prématurée.

Pour ces raisons, il ne serait pas recommandé d’utiliser cette méthode pour compenser la friction dans un robot.

### 4.2.3 Commande par auto apprentissage

La commande par auto apprentissage, appelée aussi contrôle à répétition et représentée à la figure 4.1, est un outil intéressant pour compenser les perturbations. Elle est basée sur l’exécution répétitive de la même tâche : à chaque essai, le contrôleur ajuste une correction par anticipation prise à partir d’une table de donnée construite à partir des tentatives passées Craig[13]. Malheureusement, dans le domaine spatial, l’exécution répétitive d’une même tâche n’est pas courante.

### 4.2.4 Compensation de la friction à partir d’un modèle

Ces dernières années, les techniques d’identification ont connu beaucoup d’application dans le domaine de la robotique. L’utilisation de ces techniques a pour but d’estimer des paramètres dynamiques et cinématiques des robots. Plusieurs chercheurs Haessig[18], Taghirad[53], Tuttle[55], Johnson[25], Canudas[8], [9], Jager[24], Hsu[23] et Friedland[17] ont utilisé ces technique afin d’identifier les caractéristiques de la friction. Ces techniques consistent à identifier les paramètres d’un modèle pré-

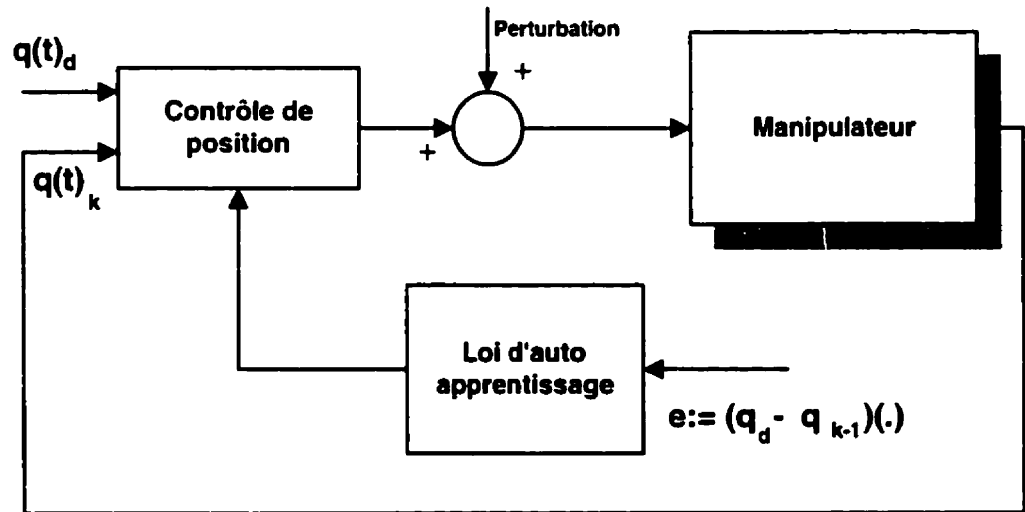


FIG. 4.1 – Commande par auto apprentissage

proposé de la friction tel que montré à la figure 4.2. Cependant, une connaissance de la structure du modèle de la friction est nécessaire. Les paramètres de la friction peuvent être identifiés par les deux catégories de méthodes suivantes :

- **Hors-ligne** : les paramètres du modèle de la friction sont identifiés hors-ligne en recueillant des données expérimentales, soit la position, la vitesse et l'accélération des articulations ainsi que les couples à l'entrée et à la sortie des articulations. (Taghirad[53] et Johnson[25]). En général, ces méthodes d'identification sont plus ou moins complexes selon le modèle de friction utilisé et la disponibilité des capteurs de mesure. Ainsi, ces paramètres estimés seront utilisés dans les lois de contrôles.
- **En-ligne** : Les paramètres sont estimés en temps réel. L'identification est alors considérée comme élément du contrôleur. Si le vecteur ( $\hat{a}$ ) des paramètres est utilisé dans la compensation de friction basée sur un modèle de frottement, l'identification en-ligne devient une commande adaptative, Canudas[8], [9] et Friedland [17]. Friedland[17] a exposé dans son article un estimateur de la friction qui est supposée constant et dépend seulement de la vitesse de rotation de l'articulation. Le but de l'estimateur est d'évaluer cette constante. Canudas[9]

a analysé le problème de modélisation et de compensation de la friction à basse vitesse. Un modèle linéaire, qui mesure l'évolution de la friction à basse vitesse, est utilisé pour compenser d'une manière adaptative la friction. Des travaux récents, entrepris par Jager[24], ont amélioré cette méthode en employant la compensation adaptative étendue basée sur l'algorithme de Slotine[48].

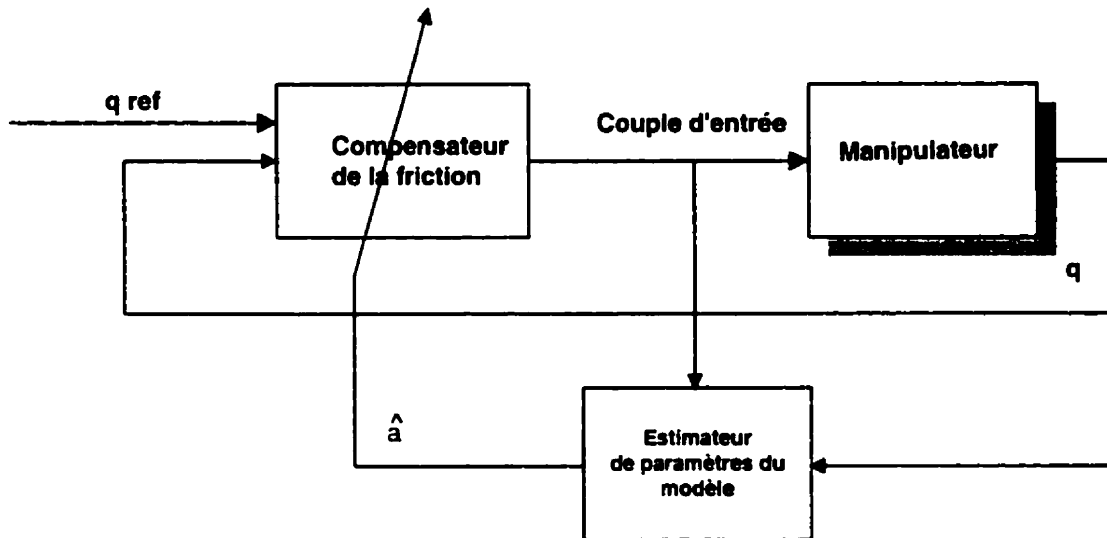


FIG. 4.2 – Identification de la friction

Ces méthodes d'identification supposent que les changements de paramètres se produisent lentement au cours du temps. Puisque que la friction dans les servo-systèmes change en une fraction de seconde, la méthode d'identification ne dépisterait pas les changements des paramètres avec exactitude.

De plus, l'identification en-ligne exige une certaine excitation persistante du couple d'entrée. Puisque les couples appliqués aux articulations des robots sont généralement lisses, la technique en-ligne ne donnerait pas du résultats consistants.

Finalement, les contrôleurs adaptatifs exigent une connaissance du modèle de frottement pour être utilisé dans l'estimation du frottement du système. En outre, le manque de compréhension et la qualité médiocre des modèles dynamiques de frottement limite l'application de cette méthode.

### 4.2.5 Compensation basée sur un estimateur dynamique

Jusqu'ici, nous avons mentionné que la friction dépendait seulement de la vitesse. Taghirad[53] a réalisé une recherche approfondie sur la friction dans les réducteurs à entraînement harmonique et a développé des méthodes pour son évaluation. Les observations expérimentales montrent que les pertes dues à la friction peuvent être considérablement influencées par d'autres paramètres tels que la charge, l'orientation du générateur d'ondes (wave generator) et la température de fonctionnement, qui affectent davantage les propriétés de stiction. Les méthodes de compensation de la friction passées en revue jusqu'ici, ne prennent pas en considération tous ces paramètres, qui influencent énormément le comportement de la friction dans les transmissions harmoniques. Cette structure comprend un estimateur de perturbation et une boucle de rétroaction qui est additionnée avec le couple de référence. Cette méthode nécessite la mesure de la position de l'angle, et la mesure des couples d'entrée et de sortie de l'actionneur afin de rendre la dynamique de l'articulation similaire à une dynamique désirée ; ainsi un capteur de couple à la sortie du réducteur harmonique est nécessaire afin de mesurer le couple transmis, cette procédure (mesure de couple) est présentée en détail dans l'annexe B.

## 4.3 L'estimateur de perturbation

D'une façon générale, un estimateur basé sur un modèle de référence peut être représenté par le schéma illustré à la figure 4.3.

L'estimateur est composé de deux éléments :

1. Le modèle de référence de l'articulation pour spécifier la dynamique désirée de référence de l'articulation. Le modèle de référence est utilisé pour fournir la dynamique idéale de l'articulation, que l'estimateur devra imposer au système en ajustant la différence entre la dynamique réelle et la dynamique de référence de l'articulation.

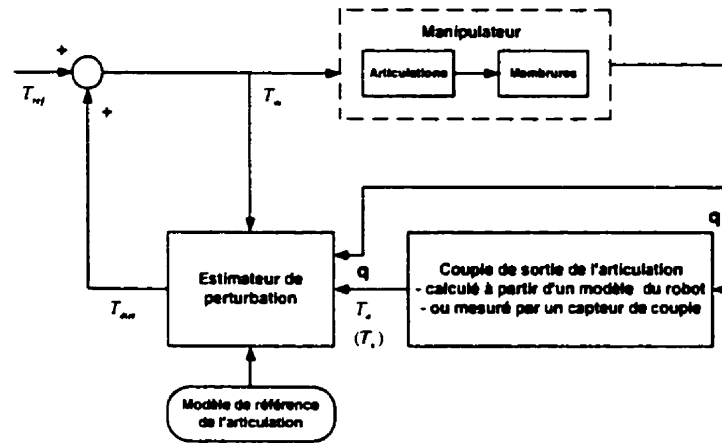


FIG. 4.3 – Estimateur basé sur un modèle de référence

2. L'algorithme d'estimation : évalue la différence, à tout moment, entre la dynamique réelle du système et la dynamique donnée par le modèle de référence.

Les variables  $q$ ,  $T_m$ ,  $T_o$ ,  $T_{dist}$  sont définies à la section suivante.

## 4.4 Définition du modèle dynamique de référence d'une articulation

L'équation 4.1 montre le modèle référence d'un actionneur. Ici, le servo système est modélisé par un système simple du second degré qui a seulement un paramètre d'inertie  $J_m$ , dont la valeur est connue et constante.

$$T_m = J_m \ddot{q} + T_o \quad (4.1)$$

Notes que dans ce modèle, la friction (incluant l'amortissement) est supposée nulle.

Les notations suivantes sont utilisées :

$T_m$  : couple d'entrée de l'articulation, donné dans les coordonnées des articulations du système.

$T_o$  : couple à la sortie de l'articulation.

$J_m$  : inertie du "système moteur", écrite dans les coordonnées des articulations du système.

Évidemment, quand la dynamique d'un système est donnée par l'équation ci-dessus, il est tout à fait facile d'appliquer des stratégies de commandes simples.

## 4.5 Définition du couple de perturbation

Le modèle réel du servo-système est malheureusement plus compliqué que le modèle de référence tel que donné par l'équation(4.1). La dynamique réelle de l'articulation est donnée par l'équation (3.3) au chapitre 3 et est représentée dans le schéma à la figure 3.1. Encore une fois, l'équation dynamique de l'articulation s'écrit :

$$T_m = J_m \ddot{q} + T_c + T_o + T_f \quad (4.2)$$

Évidemment, il y a une différence entre la réponse du modèle dynamique de référence donnée par l'équation (4.1) et celle donnée par l'équation(4.2). Nous identifions cette différence à un couple de perturbation  $T_{dist}$ . Le système est récrit sous l'équation(4.3) en employant le système de référence et le couple  $T_{dist}$  de perturbation :

$$T_m = J_m \ddot{q} + T_o + T_{dist} \quad (4.3)$$

En utilisant le couple de perturbation  $T_{dist}$ , les équations(4.2) et (4.3) sont équivalentes. Le couple de perturbation  $T_{dist}$  est évalué en soustrayant l'équation(4.2) de (4.3) :

$$T_{dist} = T_f + T_c \quad (4.4)$$

Comme nous l'avons déjà mentionné, cette perturbation rend la dynamique de l'articulation complexe, détériore l'exécution de la commande du manipulateur et devrait être estimée et compensée. Anisi, une représentation équivalente et simple du système peut être schématisée à la figure 4.4.

## 4.6 Compensation du couple de perturbation $T_{dist}$

À partir de l'équation(4.3), nous pouvons estimer le terme de perturbation  $T_{dist}$  comme suit :

$$\hat{T}_{dist} = H \tilde{T}_{dist}, \quad \text{avec} \quad \tilde{T}_{dist} = T_m - T_o - J_m \ddot{q} \quad (4.5)$$

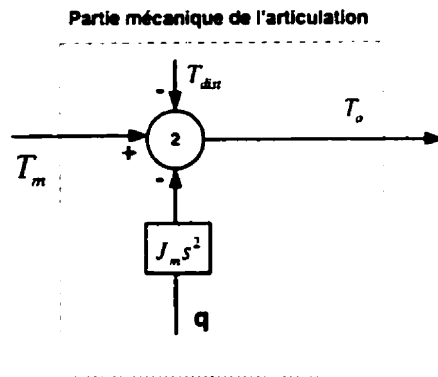


FIG. 4.4 – Schéma équivalent de la dynamique d'un actionneur

Avec  $H$  est un filtre passe-bas du second ordre qui sera choisi plus tard. L'effet de  $T_{dist}$  peut alors être éliminé par la rétroaction de la sortie de l'estimateur  $\hat{T}_{dist}$  sur le couple que doit appliquer le moteur, comme le montre la figure 4.5.

En effet, de l'équation(4.3) ou de l'équation de sortie du deuxième additionneur à

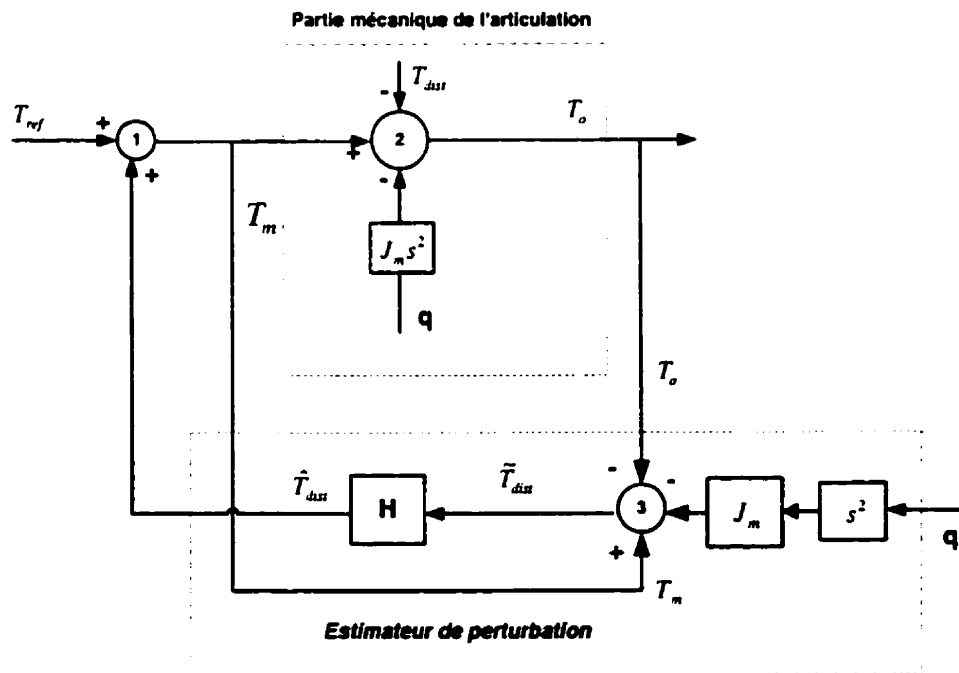


FIG. 4.5 – Servo-système avec compensation

la figure 4.5, on trouve :

$$T_m = J_m s^2 q + T_o + T_{dist} \quad (4.6)$$

L'équation de sortie du troisième additionneur, s'écrit :

$$\tilde{T}_{dist} = T_m - T_o - J_m s^2 q \quad (4.7)$$

L'équation de sortie du premier additionneur donne :

$$T_m = T_{ref} + \hat{T}_{dist}, \quad \text{avec} \quad \hat{T}_{dist} = H \tilde{T}_{dist} \quad (4.8)$$

D'où :

$$T_{ref} = T_m - H \tilde{T}_{dist} \quad (4.9)$$

Si on remplace la valeur de  $\tilde{T}_{dist}$  donnée par l'équation(4.7) dans l'équation(4.9), on trouve :

$$T_{ref} = T_m - H (T_m - T_o - J_m s^2 q) \quad (4.10)$$

Après quelques manipulation, on obtient :

$$T_{ref} = (1 - H)T_m + HT_o + H J_m s^2 q \quad (4.11)$$

La valeur de  $T_m$  (équation(4.6)) est introduite dans l'équation(4.11) et on trouve :

$$T_{ref} = (1 - H)(J_m s^2 q + T_o + T_{dist}) + HT_o + H J_m s^2 q \quad (4.12)$$

Après quelques manipulations cette équation devient :

$$T_{ref} = T_o + J_m s^2 q + (1 - H)T_{dist} \quad (4.13)$$

Si on définit la fonction de sensibilité, effet de la perturbation sur le système, comme :

$$G_s = \frac{T_{ref} - T_o - J_m s^2 q}{T_{dist}} \quad (4.14)$$

On trouve alors :

$$G_s = 1 - H \quad (4.15)$$

De équation(4.13), la dynamique du système avec compensation de perturbation, c'est-à-dire en boucle fermée, peut être représentée par le schéma de la figure 4.6 et formulée comme suit :

$$T_{ref} = T_o + J_m s^2 q + G_s T_{dist} \quad (4.16)$$

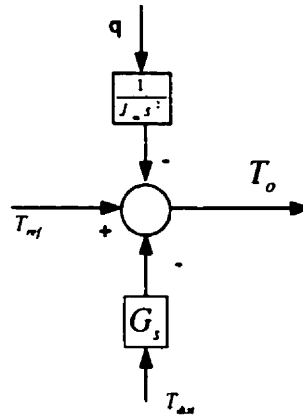


FIG. 4.6 – Performance équivalente de l'estimateur de perturbation

Si  $H$  est choisi proche de un, alors  $G_s$  devient proche de zéro. Ainsi, l'effet de la perturbation sur le système devient très petit et négligable. De cette dernière constatation, on conclut que la dynamique de l'articulation est rendue similaire à une articulation de référence donnée par l'équation(4.1). En plus, en régime statique l'équation(4.16) se réduit à  $T_{ref} = T_o$ , c'est-à-dire que le couple d'entrée est égale au couple de sortie.

## 4.7 L'implantation en temps réel

Dans la section précédente, la conception de l'estimateur a été discutée théoriquement. D'un point de vue pratique, il est difficile de concevoir un estimateur de perturbation avec la structure montrée à la figure 4.5, car elle nécessite la connaissance de l'accélération de l'articulation articulaire ( $\ddot{q}$ ) et la connaissance de  $T_m$  et de  $T_o$  avec exactitude. En pratique, les valeurs mesurées de  $T_m$  et de  $T_o$  sont perturbées par des bruits. En plus dans les applications robotiques, l'accélération angulaire n'est pas disponible, seuls des capteurs d'angle de l'articulation sont disponibles. Le manipulateur n'a aucun capteur pour mesurer l'accélération ( $\ddot{q}$ ); une manière directe de surmonter ce problème est de différencier le signal numériquement. Pratiquement, cette solution n'est pas une méthode appropriée, car elle amplifie le bruit présent

dans le signal fourni par les capteurs de position. Pour contourner cette difficulté, une méthode est présentée sans aucune différenciation.

De l'équation (4.5), le couple de commande  $T_m$ , le couple de sortie  $T_o$ , l'inertie du "système moteur"  $J_m$  et l'angle  $q$  à la sortie de l'arbre du moteur sont généralement connus;  $T_m$  est calculé numériquement par le contrôleur via un ordinateur,  $T_o$  est mesuré par un capteur de couple à la sortie du réducteur harmonique (voir annexe B),  $J_m$  est connue avec sa valeur nominale et l'angle de l'articulation  $q$  est obtenu en multipliant la position de l'angle du moteur, mesurée par un capteur de position (encodeur) monté sur l'axe d'entrée du moteur, par le ratio N. Ainsi, en utilisant ces données, le filtre du second ordre montré sur la figure 4.5 (fonction de transfert H), est choisi avec les paramètres  $g_{m1}$  et  $g_{m2}$  pour filtrer le bruit à haute fréquence introduit par la mesure du couple  $T_o$  et par la double différenciation de  $q$ , comme le montre la figure 4.7, Kaneko[27]. Cependant, ceci peut être transformé de façon

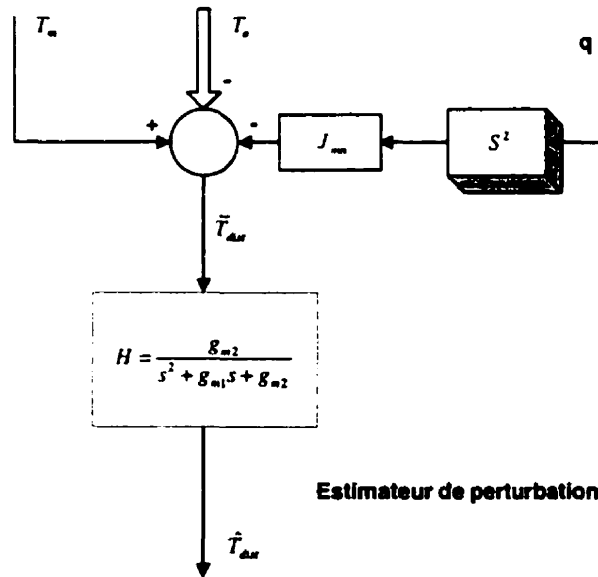


FIG. 4.7 – Estimateur de perturbation avec un filtre du second ordre

exacte en un schéma équivalent sans différentiateurs, comme le montre la figure 4.8.

En effet, de l'équation de sortie du dernier sommateur à la figure 4.8, on trouve :

$$\hat{T}_{dist} = -g_{m2}J_m q + \varepsilon_1 \quad (4.17)$$

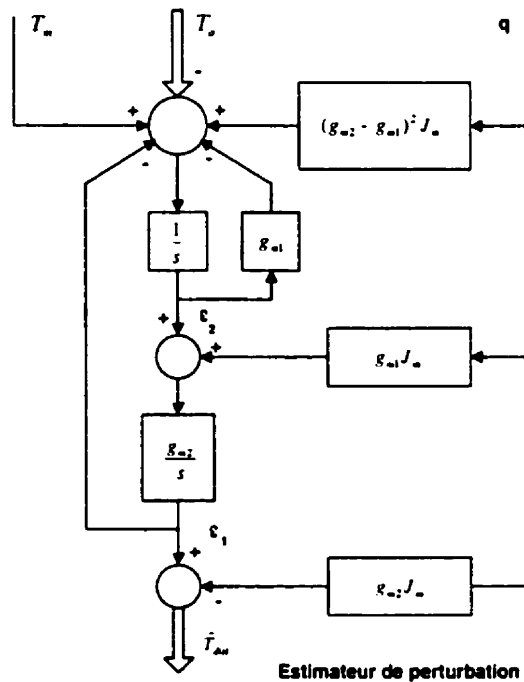


FIG. 4.8 – Conception pratique de l'estimateur

À la sortie du deuxième intégrateur, on trouve  $\varepsilon_1$  :

$$\varepsilon_1 = \frac{g_{m2}}{s} (\varepsilon_2 + g_{m1} J_m q) \quad (4.18)$$

La sortie du premier intégrateur, s'écrit :

$$\varepsilon_2 = \frac{1}{s} (T_m + (g_{m2} - g_{m1}^2) J_m q - \varepsilon_1 - \varepsilon_2 g_{m1} - T_o) \quad (4.19)$$

Après quelques manipulations, on obtient  $\varepsilon_2$  :

$$\varepsilon_2 = \frac{T_m + (g_{m2} - g_{m1}^2) J_m q - \varepsilon_1 - T_o}{(s + g_{m1})} \quad (4.20)$$

Cette expression de  $\varepsilon_2$  est introduite dans l'équation (4.18) et on obtient :

$$\varepsilon_1 = \frac{g_{m2}}{s} \left( \frac{T_m + (g_{m2} - g_{m1}^2) J_m q - \varepsilon_1 - T_o}{s + g_{m1}} + g_{m1} J_m q \right) \quad (4.21)$$

Après quelques manipulations, cette équation devient :

$$\varepsilon_1 = g_{m2} \left( \frac{T_m + (g_{m2} - g_{m1}^2) J_m q - T_o + g_{m1} J_m q (s + g_{m1})}{g_{m2} + s(s + g_{m1})} \right) \quad (4.22)$$

Si on remplace la valeur de  $\varepsilon_1$  dans l'équation(4.17), on trouve :

$$\hat{T}_{dist} = g_{m2}(-J_m q + \frac{T_m + (g_{m2} - g_{m1}^2)J_m q - T_o + g_{m1}J_m q(s + g_{m1})}{g_{m2} + s(s + g_{m1})}) \quad (4.23)$$

Avec quelques modifications à l'équation(4.23), on trouve  $\hat{T}_{dist}$  comme suit :

$$\hat{T}_{dist} = \underbrace{(T_m - T_o - J_m s^2 q)}_{\hat{T}_{dist}} * \overbrace{\frac{g_{m2}}{s^2 + sg_{m1} + g_{m2}}}^{\text{filtre de second ordre (H)}} \quad (4.24)$$

Cette équation est identique à celle de l'estimateur avec le filtre du second ordre donné à la figure 4.7.

## 4.8 Conclusion sur l'estimateur de perturbation

L'équation(4.5) montre que si  $T_m$ ,  $\ddot{q}$  et  $T_o$  sont connus, il est alors possible d'estimer et de compenser le terme de perturbation défini dans l'équation(4.4).

Afin d'avoir une compensation rapide,  $G_s$  est choisi avec des valeurs de  $g_{m1}$  et  $g_{m2}$  élevées de telle manière qu'il converge le plus rapidement possible vers zéro. En conséquence, le couple de perturbation aura un effet minime sur le système. Ainsi, l'équation (4.16) est identique à l'équation(4.1) puisque  $G_s$  est pratiquement égal à zéro. Le système compensé se comporte alors comme le modèle de référence de départ. Le schéma global du système est représenté à la figure 4.9

## 4.9 Simulations

Le schéma global de la simulation est illustré à la figure 4.10. La simulation de notre compensateur de perturbation est appliquée sur le modèle de l'actionneur développé à la section(3.3). Ainsi, l'équation dynamique du système (articulation) est calculée via une S-function généré par SYMOFROS. L'objectif de la simulation est d'appliquer un couple constant à l'entrée de l'actionneur et de mesurer la vitesse angulaire à la sortie de l'articulation. Deux tests sont proposés ; le premier test est en boucle ouverte, i.e. sans compensateur, le deuxième test inclut le compensateur de perturbation. Idéalement, c-à-d pour une articulation sans friction et

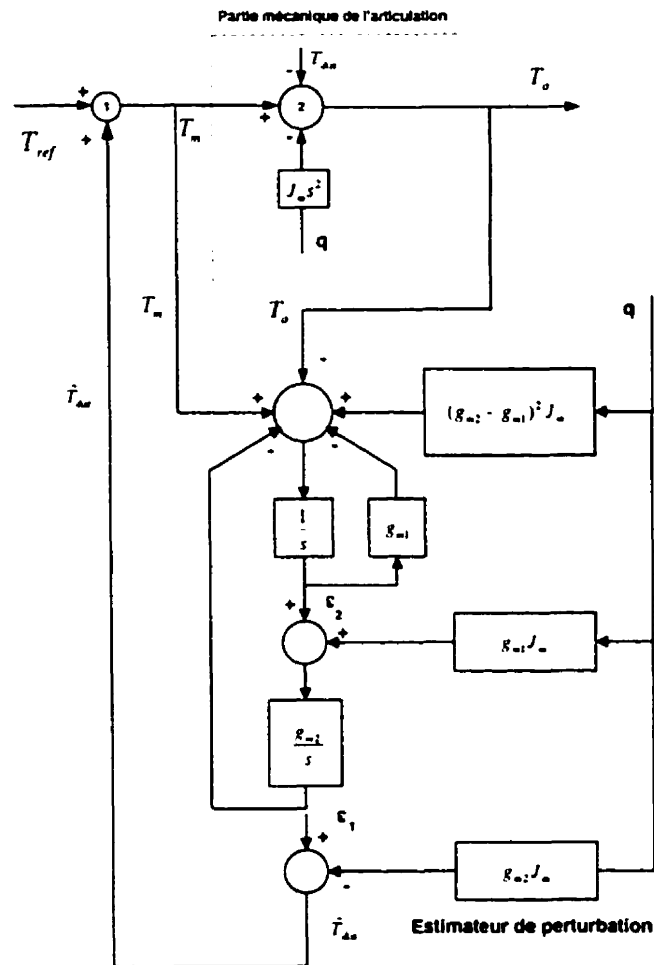


FIG. 4.9 – Schéma globale du système en boucle fermée

en présence d'un frottement visqueux, la vitesse angulaire doit atteindre une valeur finale bien déterminée. D'autres résultats sont présentés afin de montrer l'influence des paramètres de l'estimateur sur la dynamique de l'articulation.

La simulation est réalisée avec un ordinateur de type PC et sous l'environnement Matlab-Simulink. Les étapes de la simulation sont les suivantes :

- choix des paramètres de la simulation.
- modèle simulink :
  - test 1 : simulation en boucle ouverte.
  - test 2 : simulation en présence du compensateur de perturbation.
- analyse et comparaison des résultats des deux tests.

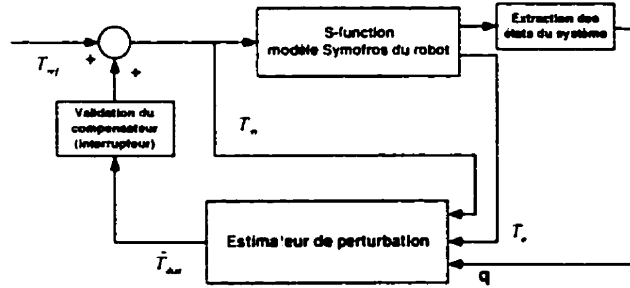


FIG. 4.10 – Schéma global de la simulation

### 4.9.1 Choix des paramètres de simulation :

Le couple d'entrée de l'articulation (fourni par le moteur) est choisi d'une manière aléatoire ; il doit être supérieur au couple de friction. Dans notre cas, la valeur de couple d'entrée est égale à 200Nm donné à la sortie de l'articulation. Le compensateur est conçu de manière à ce que  $G_s$  soit faible. Ceci est réalisé avec les valeurs suivantes des paramètres  $g_{m1} = 126.5$  et  $g_{m2} = 4000$  élevées. Dans ce cas,  $G_s$  est stable et ses pôles sont de  $p_1 = -64$  et  $p_2 = -62.5$ . La valeur nominale de l'inertie de l'articulation est supposé connue à 90%.

Les paramètres de la friction ont été choisis d'une manière à refléter l'articulation de la base (joint 2) du robot excitateur 3D, i.e. la friction statique égale à 51 Nm, la friction dynamique égale à 40 Nm et le terme de viscosité est égale à 1.9999 Nms/rd, ces valeurs sont référées à la sortie de l'articulation, HD System[22] et Kollmorgen[32].

### 4.9.2 Modèle simulink

Un modèle Simulink, figure 4.11, a été conçu afin de simuler notre compensateur de perturbation sur le système à un degré de liberté. La description de chaque élément du modèle Simulink est comme suit :

- nlmod : C'est le cœur du système, où l'équation dynamique et la dérivation des états du système (articulation) sont calculés via une S-fonction.
- compensateur de perturbation : contient l'algorithme du compensateur dy-

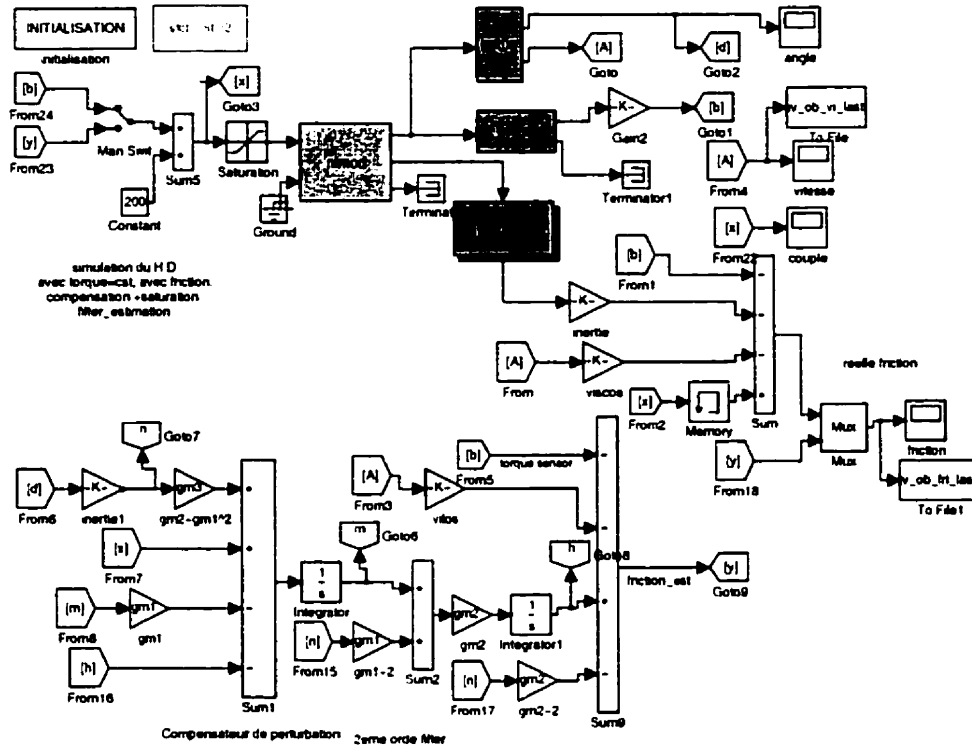


FIG. 4.11 – Modèle simulink de la simulation du compensateur

namique développé dans ce chapitre.

- interrupteur : active ou désactive le compensateur de perturbation.
- générateur d'échelon (constante) : fournit le couple d'entrée au système.
- get-xr, get-xe et get-acc : extraient les états du système du modèle Symofros.
- initialisation : permettant de lancer le fichier d'initialisation qui contient les paramètres du modèle.

### 4.9.3 Résultats et analyse

Les figures suivantes comparent la dynamique de l'articulation idéale et les deux réponses dynamiques de l'articulation réelle, c'est-à-dire le premier en boucle ouverte et le deuxième avec compensateurs de perturbation.

La figure 4.12 illustre la réponse en vitesse de l'articulation idéale, la réponse de l'articulation en présence de la perturbation et la réponse de l'articulation avec compensation, pour une entrée de type échelon. On peut voir que la réponse en vitesse

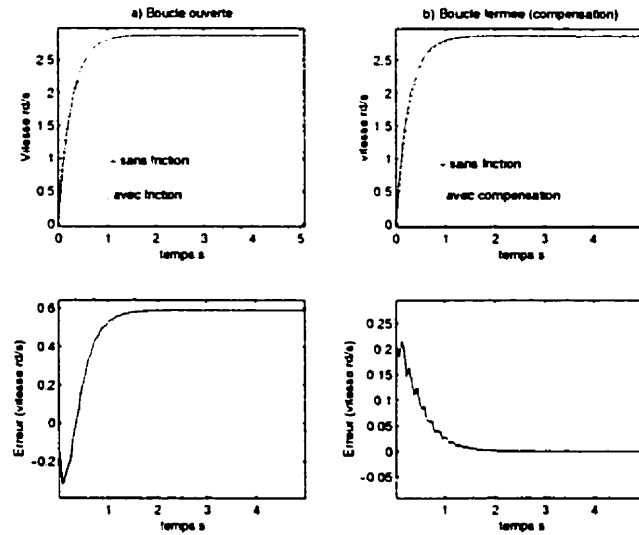


FIG. 4.12 – Réponse dynamique en vitesse

de l'articulation avec le compensateur dynamique de perturbation converge vers la réponse en vitesse du système idéal. L'erreur de vitesse est relativement minime. Par contre, l'erreur de vitesse entre la réponse en vitesse de l'articulation idéale et de l'articulation avec friction en boucle ouverte est très importante, ce qui explique l'effet perturbateur de la friction sur la dynamique de l'articulation. Ces résultats montrent la capacité du compensateur à rendre le comportement de l'articulation semblable à une articulation de référence.

La figure 4.13 présente une comparaison entre le couple réel de perturbation et le couple de perturbation estimé par le compensateur. L'erreur d'estimation de la perturbation converge vers zéro, ce qui montre la capacité du compensateur dynamique à évaluer la perturbation dans les articulations.

La figure 4.14 présente un agrandissement des graphes du couple réel de perturbation et de couple de perturbation estimé, ceci afin de montrer la convergence et la rapidité du compensateur à estimer les perturbations au début de la simulation. On peut voir clairement que l'erreur ne dépasse pas 6 Nm, ce qui est relativement faible par rapport à la valeur à estimer (47 Nm). La figure montre aussi que la convergence se fait d'une manière rapide ; le temps de convergence est de l'ordre d'une seconde.

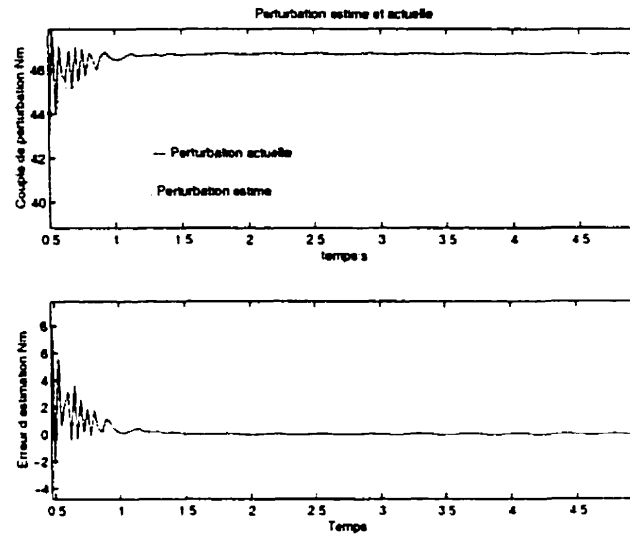


FIG. 4.13 – Couple estimé de perturbation

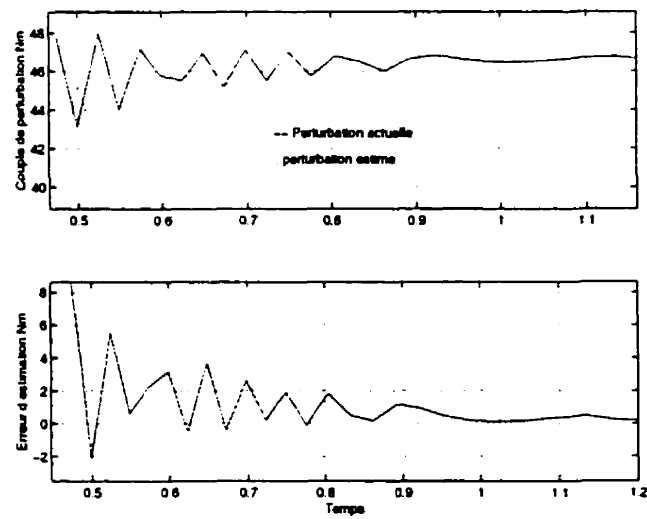


FIG. 4.14 – Couple de perturbation estimé, zoom (début de la simulation)

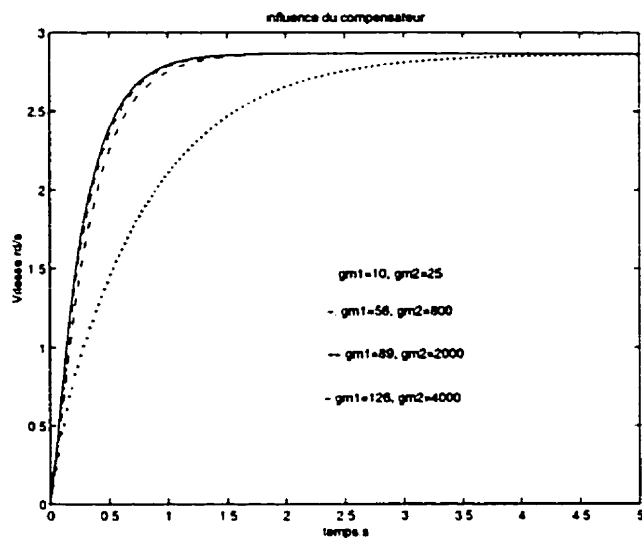


FIG. 4.15 – Réponse en vitesse, influence des paramètres du compensateur

## L'influence des paramètres de l'estimateur

Pour illustrer l'influence des paramètres de l'estimateur de perturbation sur la réponse dynamique de l'articulation en boucle fermée, différentes valeurs de ces paramètres sont choisies. Comme le montre la figure 4.15, pour des valeurs de  $g_{m1}$  et  $g_{m2}$  élevées ( $g_{m1} = 126, g_{m2} = 4000$ ), ( $g_{m1} = 89, g_{m2} = 2000$ ), le compensateur converge assez rapidement (temps de réponse  $T_r \approx 1s$ ), par contre pour des valeurs petites ( $g_{m1} = 10$  et  $g_{m2}=25$ ), la vitesse de convergence de l'estimateur de perturbation est plutôt lente (temps de réponse  $T_r \approx 4s$ ). Par conséquent, le système met un temps plus long à se stabiliser. Ainsi, ces résultats nous donnent une indication permettant de bien choisir les paramètres de l'estimateur.

## L'influence de la charge

Plusieurs simulations ont été réalisées afin de voir le comportement du compensateur vis-à-vis des charges (membrures). Des résultats, qui ne sont pas illustrés ici (ceci pour éviter l'encombrement), montrent que même avec des charges différentes la dynamique de l'articulation après compensation se comporte de la même manière.

## 4.10 Conclusion

Les techniques existantes permettant de compenser la friction ont été présentées. La plupart de ces techniques sont basées sur des modèles pré-définies de la friction. L'identification des paramètres de ces modèles a aussi été discutée. Une revue de littérature montre que ces méthodes présentent des limitations dues au manque de précision des modèles dynamiques de la friction. Cependant, nous avons présenté une nouvelle technique, utilisée dans notre travail, basée sur un estimateur dynamique qui nécessite aucun modèle de la friction.

Les résultats de simulation montrent que la technique de compensation de la perturbation développée dans ce chapitre est valide et est très robuste pour compenser la friction. Ainsi, avec l'utilisation de ce compensateur, la dynamique de l'articulation est rendue similaire à une articulation idéale.

## Chapitre 5

# Contrôle en position d'une articulation

*" Le commencement de toutes les sciences,  
c'est l'étonnement de ce que les choses sont ce qu'elles sont."  
Aristote*

### 5.1 Introduction

En général les contrôleurs de robots peuvent être de trois types : contrôle en position, contrôle en force et contrôle hybride, c'est-à-dire en force dans une direction et en position dans un autre. Dans ce chapitre, nous nous intéressons uniquement au contrôle en position au niveau des articulations. Le but de la commande en position est de calculer les couples nécessaires que les actionneurs devraient appliquer aux différentes membrures du manipulateur afin que les positions coïncident avec les valeurs désirées et selon la dynamique voulue. Dans cette section, nous présentons les points suivants :

- un aperçu général du contrôle en position d'un robot
- le contrôle en position basé sur la rétroaction de couple (JTF).
- l'implémentation d'un contrôleur de position en temps réel.

## 5.2 La méthode du couple pré-calculé

En définissant  $q$  comme le vecteur des coordonnées d'articulation et  $\tau$  comme le vecteur des forces généralisées fournies par les actionneurs, le modèle dynamique d'un manipulateur dans l'espace articulaire est décrit par les équations suivantes :

$$\tau = M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q}) + G(q) + F(q, \dot{q}) \quad (5.1)$$

où  $M(q)$  est la matrice de masse,  $C(q, \dot{q})$  le vecteur des termes centrifuge et Coriolis,  $G(q)$  le terme des forces gravitationnelles.  $F(q, \dot{q})$  le terme de friction et des autres effets de perturbation (tous les détails de cette méthode peuvent être retrouvés dans Craig[12], Spong & Vidyasagar[49] ou dans Lee & Gonzales[36]).

La méthode du couple pré-calculé figure 5.1 utilise une boucle de rétroaction qui

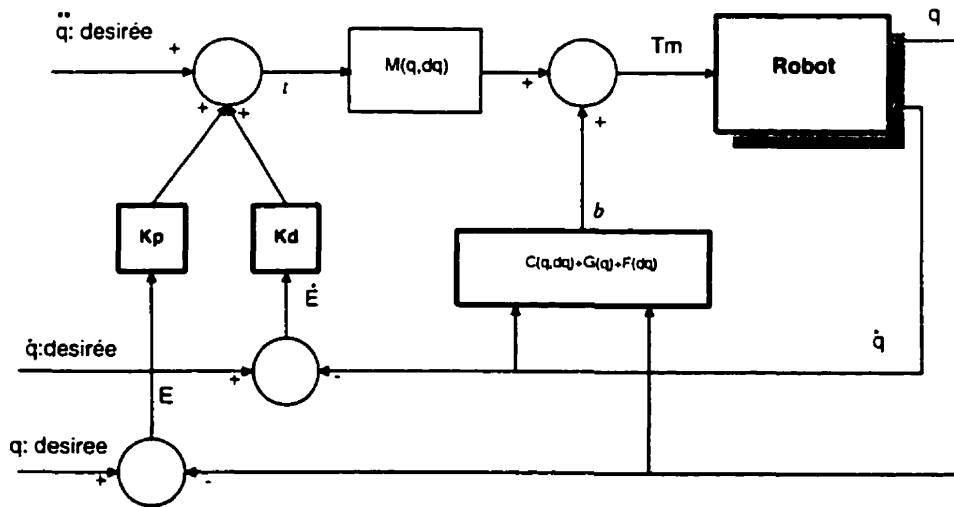


FIG. 5.1 - La méthode du couple pré-calculée

compense les non linéarités du système en temps réel :

$$\tau = \alpha \bar{\tau} + \beta \quad (5.2)$$

où :

$$\alpha = M(q) \quad (5.3)$$

Et :

$$\beta = C(q, \dot{q}) + G(q) + F(q, \dot{q}) \quad (5.4)$$

Avec la loi intermédiaire :

$$\ddot{\tau} = \ddot{q}_d + K_d \dot{E} + K_p E \quad (5.5)$$

où  $K_d = \text{diag}(k_d)$ ,  $K_p = \text{diag}(k_p)$ , et  $E = q_d - q$  l'erreur de position avec  $q_d$  comme position désirée. En utilisant l'équation(5.2) et en l'appliquant à l'équation(5.1), la dynamique de l'erreur est caractérisée par l'équation suivante :

$$\ddot{E} + K_d \dot{E} + K_p E = 0 \quad (5.6)$$

En pratique cette équation n'est pas exactement égale à zéro pour plusieurs raisons car le calcul du terme  $\beta$  est approximatif et les paramètres dynamiques du manipulateur ne sont pas connus d'une manière exacte.

### 5.3 Commande PID :

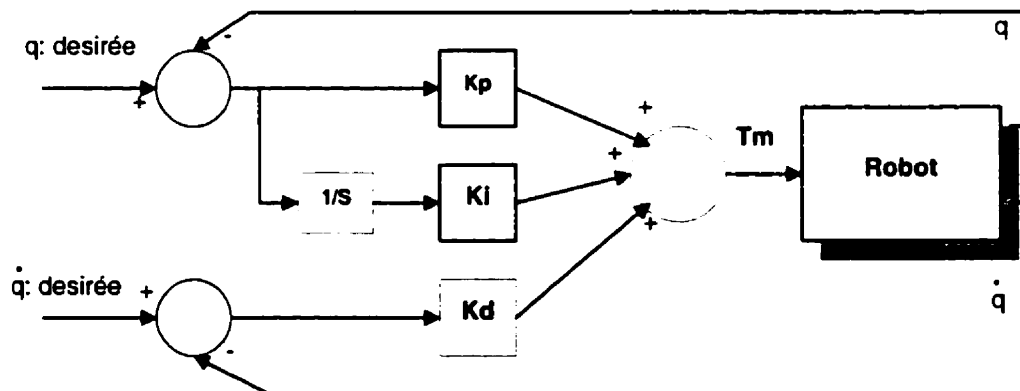


FIG. 5.2 – Contrôleur PID

En général les robots industriels emploient à chaque articulation des contrôleurs PID classiques, tel que montré à la figure 5.2; la compensation de gravité peut également être ajoutée au contrôleur pour éliminer l'effet gravitationnel des membres Craig[13]. Malgré la présence des éléments de perturbation, le contrôleur PID force la position des articulations à converger vers la valeur désirée. Ce type de contrôleur est habituellement limité aux vitesses relativement basses.

## 5.4 Contrôle en position basé sur la technique de rétroaction de couple

Dans le chapitre précédent, un compensateur dynamique de perturbation était présenté et validé. L'objectif principal de ce compensateur est d'imposer au système d'articulation un comportement dynamique désiré de référence. Cependant, cette dynamique idéale de l'articulation peut être considérée comme un modèle pour la conception des contrôleurs. Dans cette section un contrôleur en position est présenté basé sur la rétroaction de couple au niveau de la sortie du réducteur (capteur de couple).

De la figure 4.5, il est clair que la rétroaction de l'estimateur peut compenser le couple de perturbation et amener l'articulation à se comporter comme un modèle de référence, donné par l'équation(4.1). Par conséquent, on peut choisir une loi commande fournissant les couples désirés, permettant ainsi aux articulations de suivre les trajectoires désirées.

En effet, en utilisant la loi de commande suivante :

$$T_{ref} = J_{mn}(\ddot{q}_d + K_d\dot{E} + K_pE) + T_o \quad (5.7)$$

avec :

$$E = q_d - q \quad (5.8)$$

tel que  $q_d$ ,  $\dot{q}_d$  et  $\ddot{q}_d$  sont respectivement la position, la vitesse et l'accélération angulaire désirées de l'articulation . En remplaçant l'équation(5.7) dans l'équation(4.16), la dynamique du système en boucle fermée sera caractérisée par l'équation d'erreur suivante :

$$\ddot{E} + K_d\dot{E} + K_pE = \underbrace{\frac{G_s T_{dist}}{J_{mn}}}_{G_s \rightarrow 0} \rightarrow 0 \quad (5.9)$$

En choisissant correctement les constantes  $K_d$  et  $K_p$ , nous pourrions imposer une dynamique désirée, donné par l'équation (5.9), au système. Le diagramme général en boucle fermée du système est représenté sur la figure 5.3. Afin de permettre au

robot d'accomplir des mouvements lisses, des trajectoires polynomiales sont utilisées.

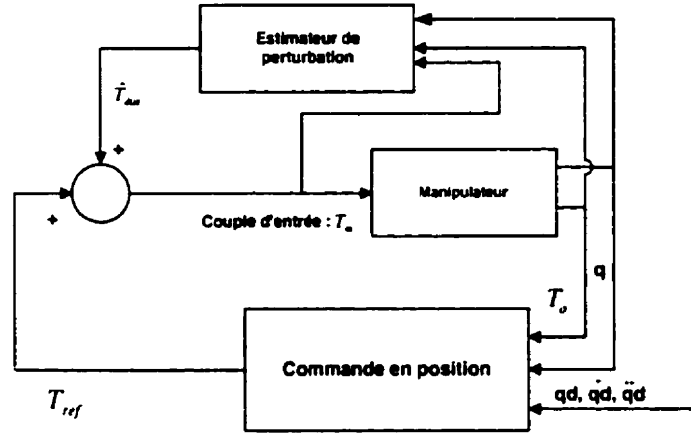


FIG. 5.3 – Diagramme général en boucle fermée du système d'articulation

## 5.5 Génération des trajectoires

Il est souhaitable que les mouvements du manipulateur soit lisses et continus. En effet, les mouvements brusques et saccadés tendent à causer une usure excessive du mécanisme, et causent des vibrations en excitant des modes de résonance du manipulateur.

Pour garantir les trajectoires lisses, nous devons considérer un certain type de contraintes spatiales et temporelles du chemin, i.e. entre la position initiale et finale de la trajectoire. Pour cette raison, nous avons choisi des trajectoires cubiques polynomiales. Comme indiqué dans Craig [12], plusieurs fonctions polynomiales lisses de  $q(t)$  peuvent être employées pour interpoler les angles des articulations, comme le montre la figure 5.4.

Pour notre application, nous allons considérer le cas où les positions initiales et finales sont connues et les vitesses initiales et finales sont nulles.

$$\text{conditions initiales : } q(0) = q_0; \quad \dot{q}(0) = 0 \quad (5.10)$$

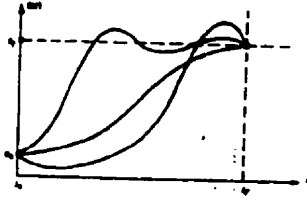


FIG. 5.4 – Trajectoires cubiques polynomiales

$$\text{conditions finales : } q(tf) = q_f; \quad \dot{q}(tf) = 0 \quad (5.11)$$

Ces quatre contraintes sont satisfaites par un polynôme cubique de la forme :

$$q_d(t) = a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + a_3 t^3 \quad (5.12)$$

Ainsi, la vitesse et l'accélération angulaire de l'articulation sont exprimés par les équations suivantes :

$$\dot{q}_d(t) = a_1 + 2a_2 t + 3a_3 t^2 \quad (5.13)$$

$$\ddot{q}_d(t) = 2a_2 + 6a_3 t \quad (5.14)$$

Les coefficients peuvent être facilement calculés comme suit :

$$a_0 = q_0 \quad (5.15)$$

$$a_1 = 0 \quad (5.16)$$

$$a_2 = \frac{3}{t_f^2} (q_f - q_0) \quad (5.17)$$

$$a_3 = -\frac{2}{t_f^3} (q_f - q_0) \quad (5.18)$$

En utilisant cette fonction polynomiale, on peut relier n'importe quelle position initiale à n'importe quelle position finale désirée.

## 5.6 Implantation du contrôleur de position

Afin d'estimer la vitesse angulaire de l'articulation, un estimateur de vitesse spécifique est utilisé. L'idée fondamentale est retrouvée dans Bona[5]. L'équation d'état de cet estimateur pour un degré de liberté est donnée par :

$$\begin{cases} \dot{x} &= -ax - abq \\ \omega_{est} &= x + bq \end{cases}$$

Ayant  $x$  comme variable d'état,  $a$  et  $b$  comme paramètres constants positifs, et  $\omega_{est}$  est considéré comme la vitesse angulaire estimée de l'articulation. Cependant, cette structure peut être transformée de façon exacte selon le diagramme fonctionnel équivalent montré à la figure 5.5, Nakao[42]. Notons que cette représentation n'inclut aucun dérivation ; on peut montrer que :

$$\omega_{est} = \frac{bs}{s+a} q \quad (5.19)$$

En choisissant le pôle  $-a$  pour obtenir une dynamique rapide,  $\omega_{est}$  est une bonne approximation de la vitesse angulaire.

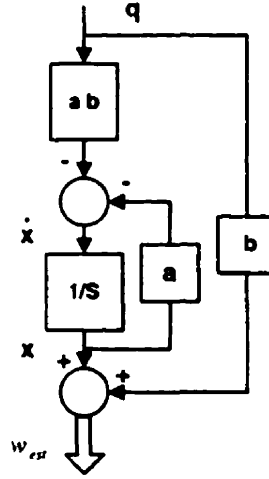


FIG. 5.5 – Diagramme fonctionnel de l'estimateur de vitesse

## 5.7 Simulations

Le schéma global de la simulation est illustré à la figure 5.6. La simulation du contrôleur en position, en présence du compensateur de perturbation, est réalisée sur le modèle de l'actionneur développé dans la section(3.3). L'équation dynamique et la dérivation des états du système (articulation) sont calculés via une S-fonction

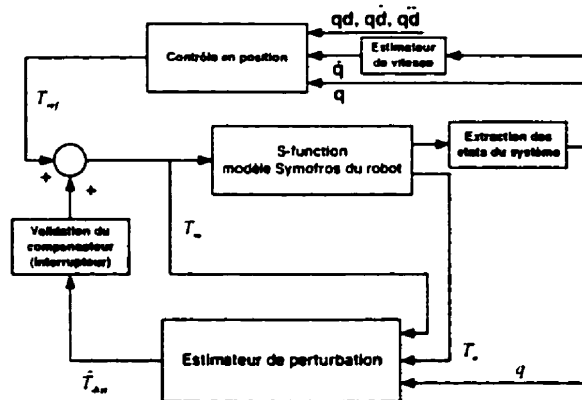


FIG. 5.6 – Schéma global de la simulation

généralisé par SYMOFROS. L'objectif de la simulation est d'implanter le contrôleur de position sur l'articulation incluant l'estimateur de perturbation développé au chapitre précédent. Deux tests sont proposés, le premier test consiste à déplacer le robot d'une position initiale à une position finale avec une dynamique désirée. Le deuxième test consiste à suivre une trajectoire désirée. Afin de montrer l'influence des paramètres de réglage de l'estimateur de perturbation ( $g_{m1}$  et  $g_{m2}$ ) sur le contrôleur, deux valeurs (élevées et faibles) sont choisies pour chaque test. Les valeurs plus élevées permettent une convergence plus rapide de l'estimateur de perturbation. Par contre les valeurs faibles donnent un temps de réponse de l'estimateur de perturbation plus grand.

La simulation est réalisée avec un ordinateur de type PC et sous l'environnement Matlab-Simulink. Les étapes de chaque simulation sont les suivantes :

- choix des paramètres de la simulation.
- modèle simulink :
- analyse et résultats.
- conclusion.

### 5.7.1 Choix des paramètres de la simulation.

Les paramètres du contrôleur proportionnel dérivé (PD) de l'équation(5.7) sont choisis d'une manière à imposer à l'articulation une dynamique désirée soit un amortissement  $\xi = 1$  et une pulsation propre  $\omega_0 = 4\pi \text{ rad/s}$ . On obtient alors  $K_p = 16$  (gain proportionnel) et  $K_d = 12$  (gain dérivé), pour un temps de réponse<sup>1</sup>  $T_r = 1$  seconde.

La conception de compensateur de perturbation est conçue de telle manière que  $G_s$  soit faible. Ceci est réalisé, après plusieurs tests et réglages en simulation, par le choix des valeurs de  $g_{m1} = 126.5$  et  $g_{m2} = 4000$ . Les pôles de  $G_s$  sont données par  $p_1 = -64$  et  $p_2 = -62.5$ . Afin de simuler le système d'une manière réaliste, la valeur nominale de l'inertie de l'articulation est supposé connue à 90 pour cent. Le robot est déplacé de sa position initiale nulle  $q_0 = 0 \text{ rad}$  à une position finale (désirée)  $q_1 = \pi/2 \text{ rad}$ .

Les paramètres de la friction ont été choisis d'une manière à refléter l'articulation de la base (joint 1) du robot excitateur 3D. i.e. la friction statique égale à 1 Nm, la friction dynamique égale à 0.8 Nm et le terme de viscosité est égale à  $7.6893\text{e-4}$  Nms/rad, ces valeurs sont référées à l'entrée de l'articulation.

### 5.7.2 Modèle simulink

Un modèle Simulink, figure 5.7, a été conçu afin de simuler le contrôleur en position, basé sur la rétroaction du couple, pour le robot à un degré de liberté. La description de chaque élément du modèle Simulink est la suivante (Les détails des diagrammes des sous blocs sont illustrés à l'annexe B.0.2) :

- nlmod : c'est le cœur du système, où l'équation dynamique et la dérivation des états du système (articulation) sont calculés via une S-function.
- estimateur de perturbation (subsystem1) : contient l'algorithme du compensateur dynamique de perturbation développé au chapitre précédent.
- contrôle (subsystem2) : contient le contrôleur en position (PD + rétroaction

<sup>1</sup>Temps pour attendre 98 pour cent de la valeur finale  $T_r = \frac{4}{\omega_0 \xi}$

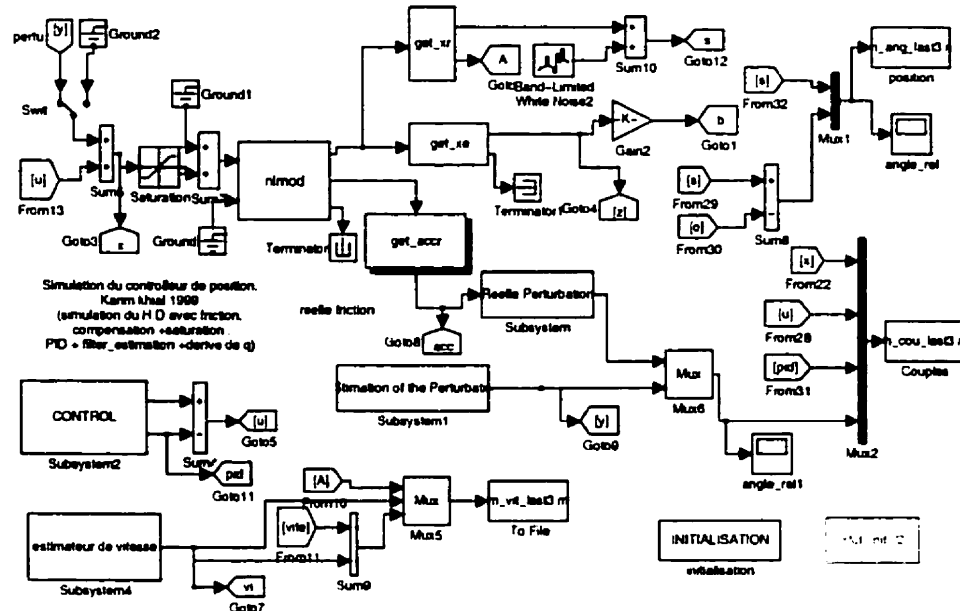


FIG. 5.7 – Modèle simulink du contrôleur en position

du couple).

- estimateur de vitesse (subsystem4) : contient l'algorithme d'estimateur de vitesse angulaire.
- get\_xr : permet d'extraire l'angle de l'articulation.
- get\_xe : permet d'extraire l'angle de torsion.
- get\_accr : permet d'extraire l'accélération angulaire de l'articulation.
- initialisation : permet d'initialiser les paramètres de la simulation.

### 5.7.3 Analyse et résultats (test de positionnement en un point)

Les figures suivantes représentent le comportement dynamique de l'articulation en présence de perturbations, et avec le contrôleur de position et l'estimateur de perturbation décrites dans les sections précédentes.

La figure 5.8 illustre la réponse dynamique en position/vitesse (commande proportionnelle et dérivée PD avec une rétroaction du couple) de l'articulation en présence et en absence de l'estimateur de perturbation. Ceci a pour but de montrer l'effet de

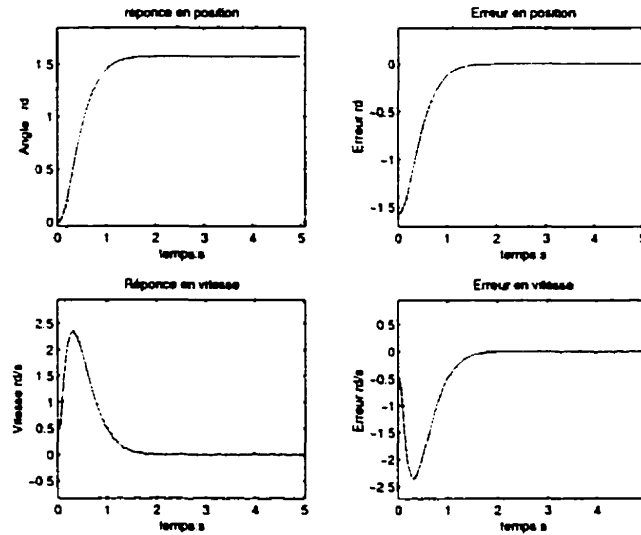


FIG. 5.8 – Réponse dynamique en position de l'articulation (-) avec estimateur, (..) sans estimateur

l'estimateur de perturbation sur la réponse dynamique du système. On peut voir que les trajectoires en présence de l'estimateur de perturbation suivent d'une manière remarquable la dynamique désirée, soit un amortissement  $\xi = 1$  et une pulsation propre  $\omega_0 = 4 \text{ rd/s}$ ; le temps de réponse  $T_r = 1$  seconde, et la convergence de la position (angle de rotation de l'articulation) vers la position finale  $q_0 = \pi/2 \text{ rd}$  est parfaite. i.e. l'erreur statique est quasi nulle ( $0.0005 \text{ rd}$ ). Par contre, l'erreur statique en absence de l'estimateur de perturbation est très importante ( $0.3 \text{ rd}$ ) ce qui s'explique par l'effet perturbateur de la friction sur le comportement dynamique de l'articulation. Cette figure nous montre donc la capacité de cet estimateur à compenser les perturbations présentes dans les articulations avec un réducteur harmonique.

Une simulation a été réalisée afin de faire une comparaison entre le compensateur de perturbation et un simple contrôleur classique PID. La figure 5.9 montre que le contrôleur PID,  $K_p = 16$  (gain proportionnel),  $K_d = 12$  (gain dérivé) et  $K_i = 100$  (gain intégral), compense les perturbations d'une manière satisfaisante. Par contre, ce contrôleur PID introduit une erreur statique en position faible ( $0.03 \text{ rd}$ ) mais demeure importante comparée à celle obtenue avec l'estimateur de perturbation ( $0.0005 \text{ rd}$ ). On peut voir sur la figure qu'avec un gain intégral faible ( $K_i = 10$ )

l'erreur statique en position est importante (0.1 rd). Ainsi, cette simulation nous montre que l'estimateur de perturbation permet de compenser les perturbations et d'éliminer presque parfaitement l'erreur statique en position.

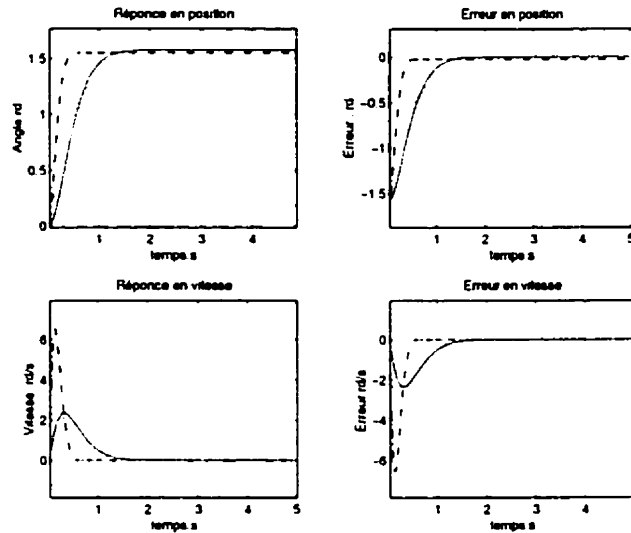


FIG. 5.9 – Comparaison entre le compensateur et un contrôleur PID (-) compensateur, (..) PID ( $K_i = 10$ ), (-.) PID ( $K_i = 100$ )

La figure 5.10 montre les différents couples impliqués dans la simulation ;

- couple moteur ( $T_m$ ) soit le couple à l'entrée du moteur exprimé à la sortie de réducteur de vitesse ; sa valeur statique tend à compenser le couple de perturbation,
- Couple du contrôleur ( $T_{ref}$ ) soit le couple calculé par le contrôleur de position, la valeur statique de ce couple tend vers zéro car l'articulation est à l'arrêt,
- Couple de sortie ( $T_s$ ) représentant le couple mesuré par le capteur de couple à la sortie de l'articulation ; la valeur statique de ce couple tend vers zéro car l'articulation est à l'arrêt et l'effet de gravité est nul,
- Le dernier couple représente le couple de perturbation estimé ( $\hat{T}_{dist}$ ) par l'estimateur de perturbation. Sa valeur statique tend vers la valeur statique de la friction.

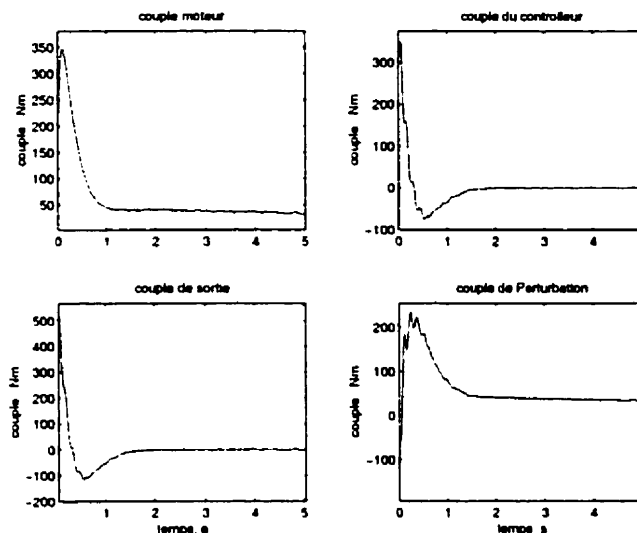


FIG. 5.10 – Couples impliqués au niveau de l'articulation

### Influence des paramètres du compensateur

Pour illustrer l'influence des paramètres de l'estimateur de perturbation sur la réponse dynamique de l'articulation en boucle fermée, différentes valeurs des paramètres sont choisies. Pour des valeurs petites ( $g_{m1} = 10$  et  $g_{m2}=25$ ), la vitesse de convergence de l'estimateur de perturbation est plutôt lente. Par conséquent, l'erreur dynamique en position sera plus élevée et le système met un temps plus long à se stabiliser.

Comme montre la figure 5.11 la dynamique de l'articulation est modifiée d'une manière remarquable et le temps de réponse du système est beaucoup plus long que celui dans le cas précédent où les valeurs ( $g_{m1}$  et  $g_{m2}$ ) étaient grandes. Ceci montre que la compensation de la perturbation n'est pas parfaite et l'effet de la perturbation devient plus importante.

La figure 5.12 montre les différents couples impliqués dans la simulation (la valeur négative de la perturbation estimée indique que la zone (région)  $\pm\Delta\omega$ , dans laquelle la vitesse angulaire est définie zéro, est négative). On peut voir clairement que dans le cas où ( $g_{m1} = 10$  et  $g_{m2} = 25$ ), le régime dynamique de l'estimateur de perturbation est plus long.

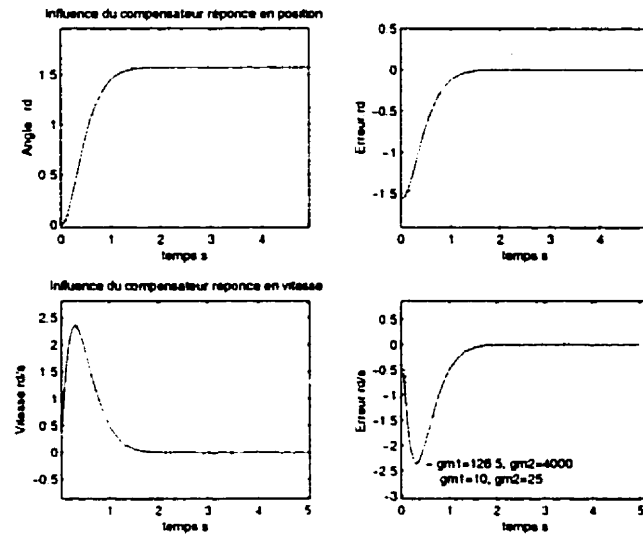


FIG. 5.11 – Réponse dynamique en position avec des estimateur lent et rapide

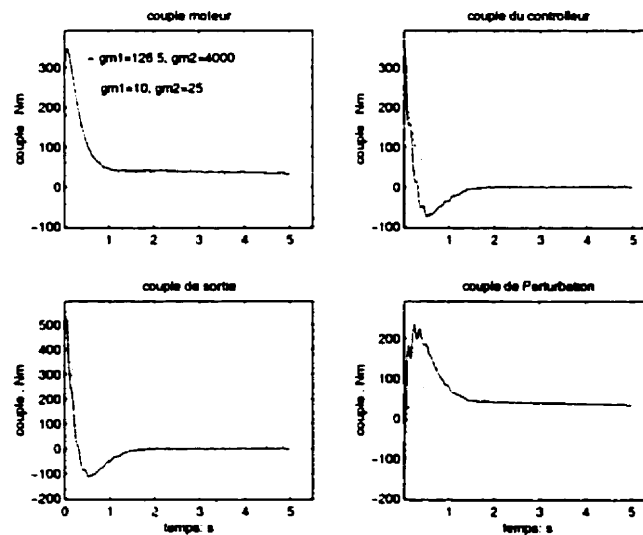


FIG. 5.12 – Couples impliqués avec différents paramètres de l'estimateur

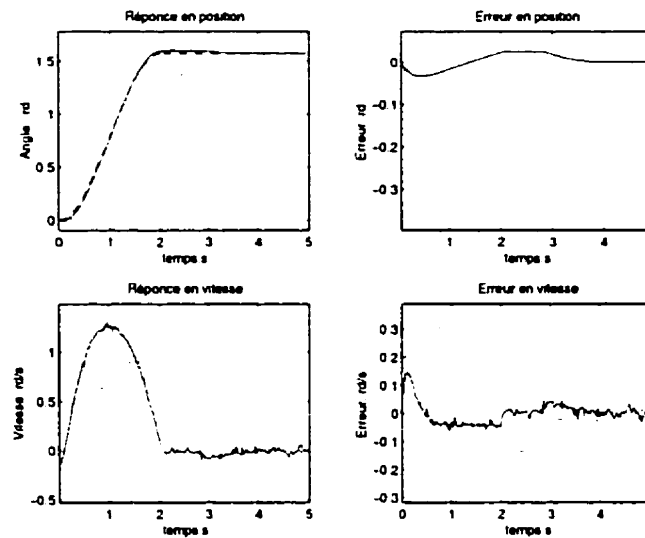


FIG. 5.13 – Réponse dynamique en position du système

#### 5.7.4 Analyse et résultats (test de suivi de trajectoires)

Dans ce test un suivi de trajectoire est imposé à l'articulation. La trajectoire générée est polynomiale de troisième degré (voir la section 5.5) et de la forme :

$$q_d(t) = a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + a_3 t^3 \quad (5.20)$$

Les paramètres  $a_i$  sont choisis de manière à atteindre la position finale  $\pi/2$  en deux secondes.

La figure 5.13 illustre la réponse dynamique en position/vitesse de l'articulation en présence et en absence de l'estimateur de perturbation. On peut voir parfaitement qu'en présence de l'estimateur, le suivi de trajectoire est réalisé avec une grande précision, i.e. l'erreur en position et vitesse sont presque négligeables. L'erreur maximum est de l'ordre de 0.02 rd en position et de 0.05 rd/s en vitesse. Par contre, l'erreur en absence de l'estimateur de perturbation est très importante, de l'ordre de 0.3 rd, ce qui est lié à la friction. Les fluctuations sur les courbes de vitesse sont dues au bruit introduit par la dérivation du signal de position obtenu de l'encodeur. La figure 5.14 montre les différents couples impliqués dans la simulation.

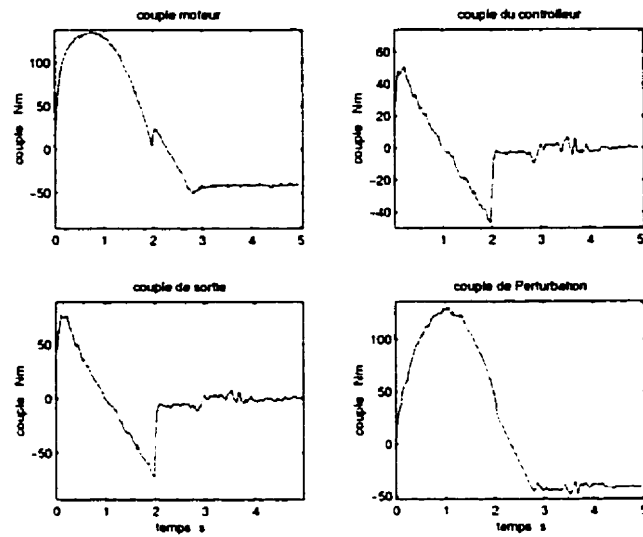


FIG. 5.14 – Couples impliqués au niveau de l'articulation,(-) avec compensateur, (..) sans compensateur

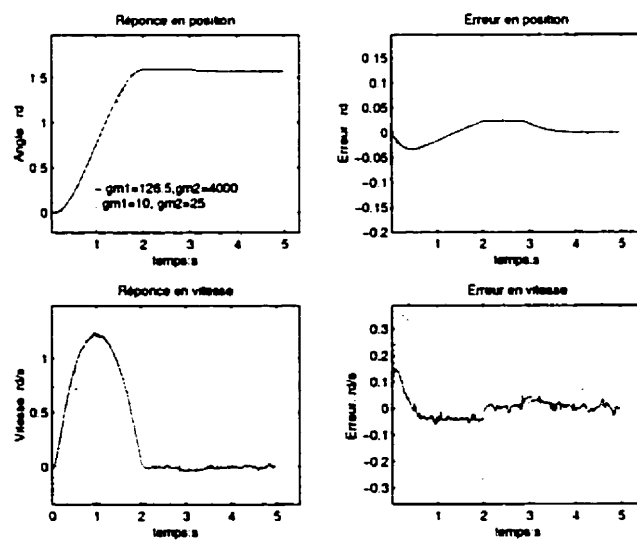


FIG. 5.15 – Réponse dynamique en position  $g_{m1} = 10$  et  $g_{m2} = 25$  (polynomiale)

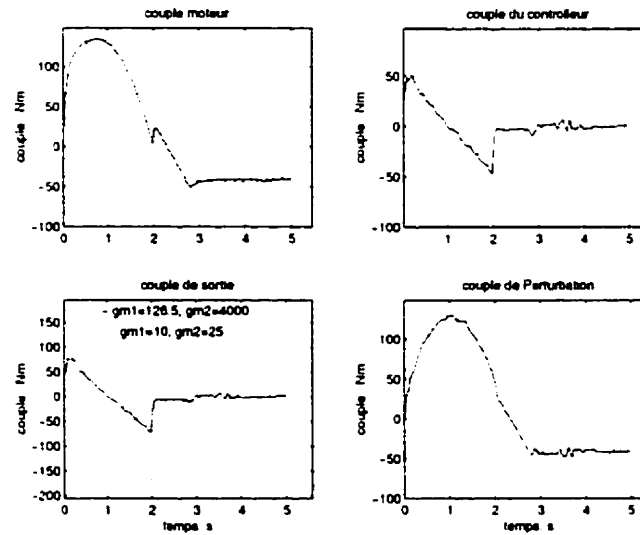


FIG. 5.16 - Couples impliqués avec  $g_{m1} = 10$  et  $g_{m2} = 25$  (polynomiale)

### Influence du réglage des paramètres du compensateur

Afin d'illustrer l'influence des paramètres de l'estimateur sur la réponse dynamique du système, comme dans le test précédent, les valeurs de ces paramètres sont choisies tel que  $g_{m1} = 10$  et  $g_{m2} = 25$ , ce qui augmente le temps de réponse de l'estimateur de la perturbation. Par conséquent, une erreur importante sur l'estimation de perturbation est induite.

La figure 5.15 compare les deux réponses du système en utilisant différentes valeurs de  $g_{m1}$  et  $g_{m2}$ . Comme c'est prévu, dans le cas où  $g_{m1} = 10$  et  $g_{m2} = 25$  l'erreur maximum de la réponse en position/vitesse (0.15 rd en position et de 0.35 rd/s en vitesse) est beaucoup plus importante que dans le cas où  $g_{m1} = 126.5$  et  $g_{m2} = 4000$  (l'erreur maximum est de l'ordre de 0.02 rd en position et de 0.04 rd/s en vitesse). La figure 5.16 montre les différents couples impliqués dans la simulation. On peut clairement voir que dans le cas où  $g_{m1} = 10$  et  $g_{m2} = 25$  le régime dynamique de l'estimateur de perturbation est plus long. Ceci résulte une importante perturbation sur la commande.

### 5.7.5 Conclusions sur la simulation

Tous les résultats de ces simulations montrent que en présence du compensateur de perturbation, la loi de commande en position (proportionnel et dérivé) basé sur la rétroaction du couple au niveau de l'articulation est stable et robuste vis-à-vis des perturbations. Le choix des valeurs des paramètres élevées de l'estimateur de perturbation est critique afin d'obtenir des réponses dynamiques désirées, soit  $g_{m1} = 126.5$  et  $g_{m2} = 4000$ .

## 5.8 Expérimentations

L'expérimentation du contrôleur en position, en présence du compensateur de perturbation, est réalisée sur l'articulation 2 du robot excitateur-3D car son capteur de couple est plus précis que ceux des autres articulations, conçus à l'Agence Spatiale Canadienne. La description de ce robot est donnée à l'annexe A.

Trois expériences sont proposées dans cette partie. La première expérience est un test de positionnement (réponse à l'échelon), i.e. le robot est déplacé d'une position initiale à une position finale avec une dynamique désirée. La deuxième et la troisième expérience sont des tests de suivis d'une trajectoire désirée polynomiale et sinusoïdale.

L'implantation du contrôleur est réalisée sur la plate-forme temps réel d'OPAL-RT (annexe A), qui permet l'automatisation du processus d'implantation d'un modèle Simulink dans un environnement multiprocesseur temps réel. La fréquence d'échantillonnage est choisie égale à 1000 Hz.

Les étapes des expériences sont comme suit :

- construction du modèle Simulink.
- choix des paramètres du contrôleur.
- analyse et résultats.
- conclusion.

### 5.8.1 Modèle Simulink

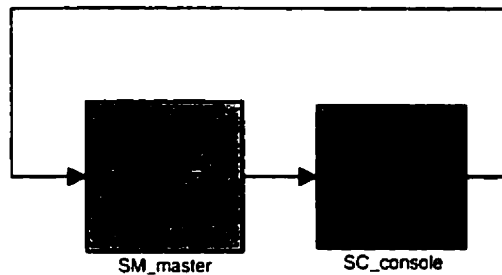


FIG. 5.17 – Modèle Simulink OPAL-RT du controleur en position

Un modèle Simulink OPAL-RT, figure 5.17, a été conçu afin d'implanter notre contrôleur de position en temps réel sur l'articulation 2 du robot excitateur 3D. La description de chaque élément du modèle est la suivante (les détails des diagrammes des sous-blocs sont donnés à l'annexe(B.0.2) ) :

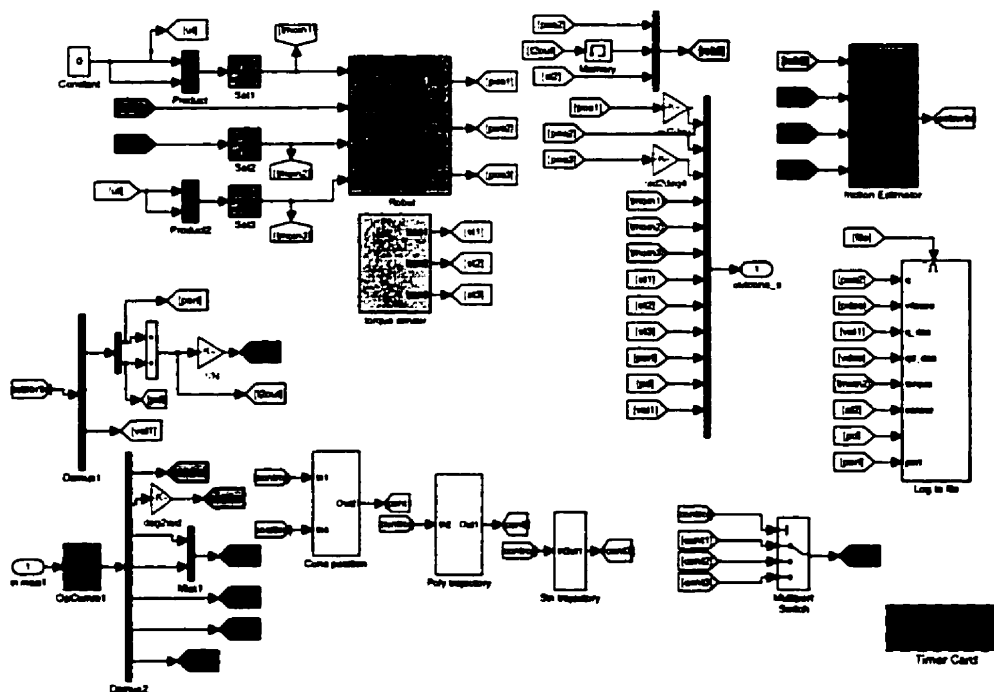


FIG. 5.18 – SM\_master diagramme

- SM\_master : c'est le cœur du contrôleur, il contient l'algorithme de l'estimateur de perturbation, l'algorithme du contrôleur de position ainsi que tous les

modules d'entrée/sortie qui permettent d'intégrer des composantes physiques externes au système figure 5.18. Ce bloc est codé en langage C par le Real-Time Workshop de Matlab, pour être compilé en vue d'exécution par un nœud de calcul opérant dans l'environnement QNX. Ce diagramme inclut différents sous-blocs qui exécutent différentes tâches :

- robot : contient les modules IP (industrial pack) qui permettent de faire le lien avec le matériel externe (convertisseurs analogique et numérique ainsi que les encodeurs optiques,
- friction estimation : contient l'algorithme de l'estimateur de perturbation,
- log to file : permet la sauvegarde d'information (position, couple, vitesse...) dans un fichier pour être analysé par la suite.
- poly trajectory : génère une trajectoire polynomiale,
- sin trajectory : génère une trajectoire sinusoïdale,
- SC\_console : l'utilisateur peut interagir avec l'interface Simulink OPAL-RT durant l'exécution du programme via un terminal opérant sous Windows NT. La communication entre le terminal de commande (console) et les nœuds de traitement s'effectue via une connexion TCP/IP. Par cette liaison, l'utilisateur peut acquérir n'importe quel signal du modèle pour le visualiser ou l'analyser. Il est aussi possible de modifier les paramètres du modèle pendant son exécution à partir de la console figure 5.19.

## 5.8.2 Réponse à l'échelon

### Choix des paramètres du contrôleur

Les paramètres du contrôleur proportionnel dérivé (PD)  $K_p = 25$  (gain proportionnel) et  $K_d = 10$  (gain dérivé) sont choisis de manière à imposer à l'articulation une dynamique désirée, i.e. un amortissement  $\xi = 1$  et une pulsation propre  $\omega_0 = 5 \text{ rad/s}$ , pour un temps de réponse  $T_r = \frac{4}{\omega_0 \xi} = 0.8$  secondes.

Le compensateur est conçu de telle manière que  $G_s$  soit faible. Ceci est réalisé par le choix des valeurs suivantes de  $g_{m1} = 126.5$  et  $g_{m2} = 4000$ . Le robot est

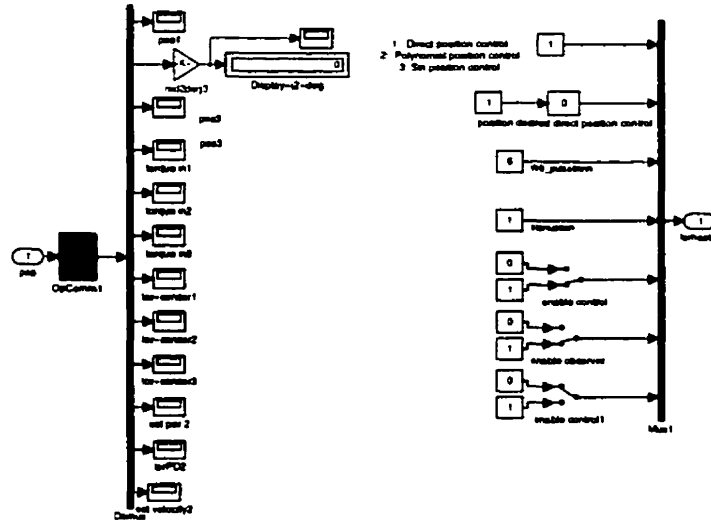


FIG. 5.19 - SC\_ console diagramme

déplacé de sa position initiale  $q_0 = 0 \text{ rd}$  à une position finale (désirée)  $q_1 = \pi/2 \text{ rd}$ . Par la suite le robot revient à sa position initiale. Afin de tester le comportement de l'articulation dans le sens opposé, le robot est déplacé à une position négative soit  $q_2 = -\pi/2 \text{ rd}$ .

### Analyse et résultats

Les figures 5.20 et 5.22 présentent les comportements dynamiques de l'articulation en boucle fermée, i.e. en présence du contrôleur de position et de l'estimateur de perturbation décrits dans les sections précédentes.

La figure 5.20 illustre la réponse dynamique en position (commande proportionnelle et dérivée PD avec une rétroaction du couple) de l'articulation en présence de l'estimateur de perturbation. On peut voir que la dynamique de l'articulation suit d'une manière remarquable (idéal) la dynamique désirée et la convergence de la position (angle de rotation de l'articulation) vers les positions désirées  $q_0 = 0 \text{ rd} \rightarrow q_1 = \pi/2 \text{ rd} \rightarrow q_0 = 0 \text{ rd} \rightarrow q_2 = -\pi/2 \text{ rd}$  est parfaite, i.e. les erreurs statiques sont négligeables (de l'ordre de  $0.0026 \text{ rd}$ ). Par contre, l'erreur statique, voir figure 5.21, en absence de l'estimateur de perturbation est très importante (de l'ordre

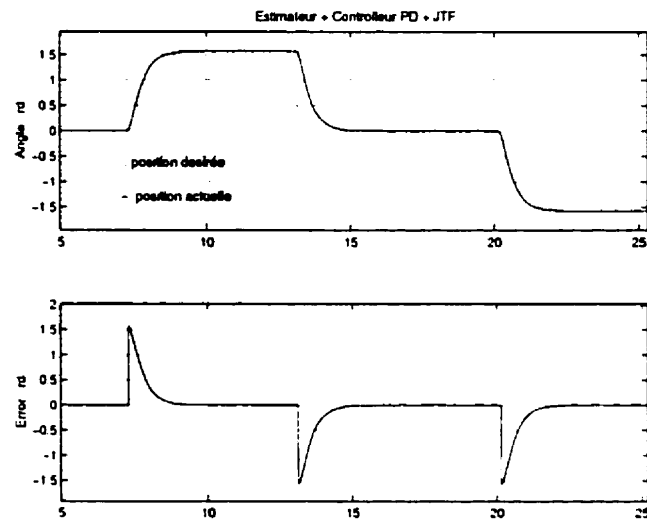


FIG. 5.20 – Réponse à l'échelon de l'articulation (en présence de l'estimateur)

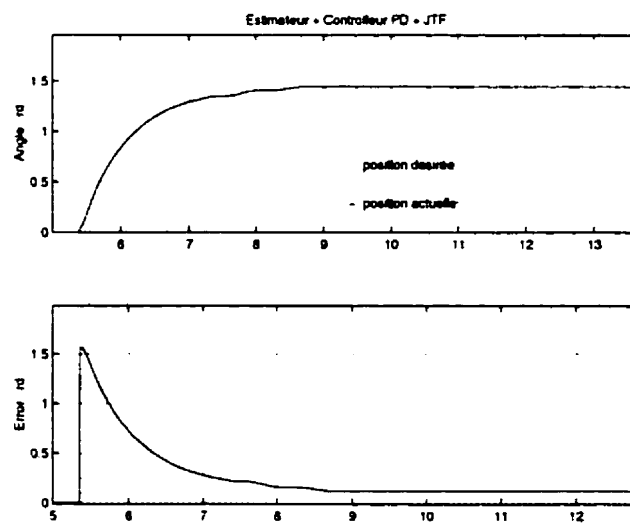


FIG. 5.21 – Réponse à l'échelon de l'articulation (en absence de l'estimateur)

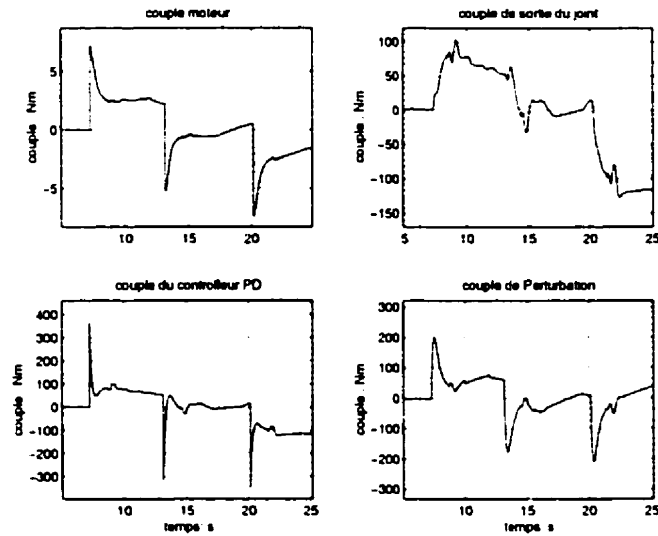


FIG. 5.22 – Couples impliqués au niveau de l'articulation (réponse à l'échelon)

de 0.15 rd) ce qui s'explique l'effet perturbateur de la friction. Ainsi, ce résultat nous montre la capacité de cet compensateur à estimer et à compenser les perturbations présentes dans les articulations utilisant les réducteurs harmoniques.

La figure 5.22 montre les différents couples impliqués dans l'expérience ;

- le couple de moteur c-à-d le couple à l'entrée du moteur ( $T_m$ ),
- le couple du contrôleur c-à-d le couple calculé par le contrôleur de position ( $T_{ref}$ ),
- le couple de sortie c-à-d le couple mesuré ( $T_s$ ) par le capteur de couple à la sortie de l'articulation et finalement,
- le couple de perturbation ( $\hat{T}_{dist}$ ) soit le couple estimé par l'estimateur de perturbation.

### 5.8.3 Suivi de trajectoire polynomiale

#### Choix des paramètres du contrôleur

Dans ce test un suivi de trajectoire est imposé à l'articulation. La trajectoire générée est polynomiale de troisième degré (voir la section 5.5) et de la forme :  $q_d(t) = a_0 + a_1t + a_2t^2 + a_3t^3$ . Les paramètres  $a_i$  sont choisis de telle manière à

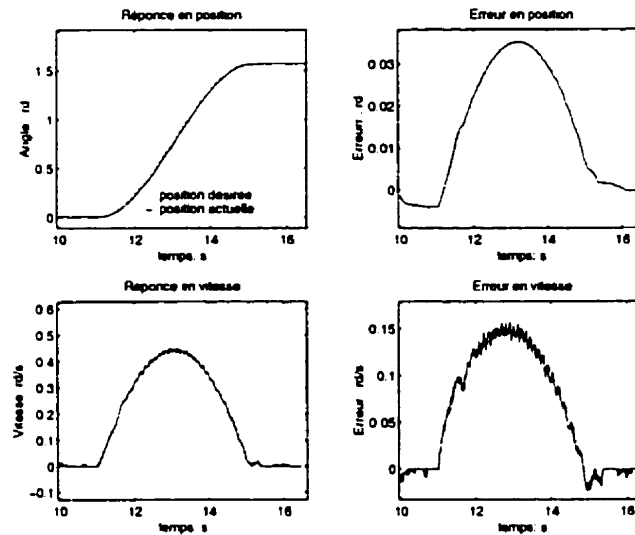


FIG. 5.23 – Suivi de trajectoire polynomiale de l'articulation,  $k_p=144$ ,  $k_d=24$

atteindre la position finale  $\pi/2$  en quatre secondes, l'équation résultant est  $q_d(t) = 0.02945 t^2 - 0.04908 t^3$

Les paramètres du contrôleur proportionnel dérivé (PD) sont choisis d'une manière à imposer à l'articulation une dynamique désirée soit un amortissement  $\xi = 1$  et une pulsation propre  $\omega_0 = 12 \text{ rd/s}$  ( $K_p = 144$  (gain proportionnel) et  $K_d = 24$  (gain dérivé)).

La figure 5.23 illustre la réponse dynamique en position/vitesse de l'articulation en boucle fermée. Le suivi de trajectoire est réalisé avec une bonne précision, i.e. l'erreur statique en position est relativement faible mais pas négligeable (l'erreur maximum est de l'ordre de 0.035 rd en position et de 0.15 rd/s en vitesse). Pour améliorer les performance du système (réponse dynamique), diminuer l'erreur en position, un réglage des gains du contrôleur proportionnel et dérivé est nécessaire. Les fluctuations sur le diagramme de vitesse sont dues à la méthode utilisée de différenciation du signal de position (encodeur), qui est relativement bruité. La figure 5.24 montre les différents couples impliqués dans la simulation.

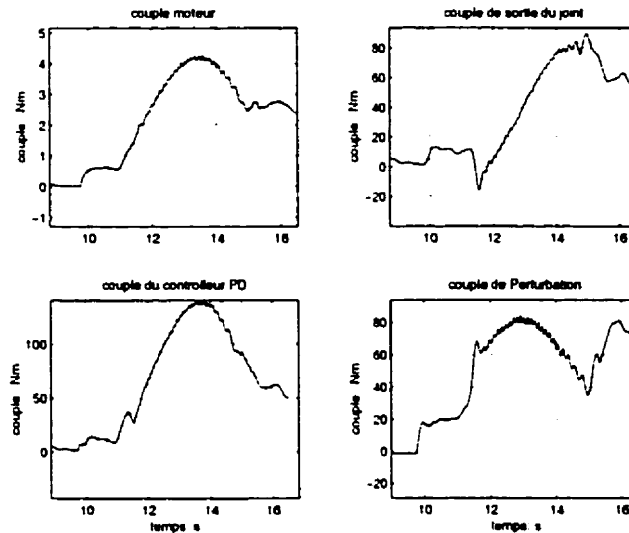


FIG. 5.24 – Couples impliqués au niveau de l'articulation (polynomiale)

### Réglage des gains du contrôleur proportionnel et dérivé

Un réglage du gain du contrôleur proportionnel et dérivé a été réalisé afin d'avoir un meilleur suivi de trajectoire, i.e. avec un minimum d'erreur en position. Les constantes ont été choisies comme suit  $K_p = 2500$  (gain proportionnel) et  $K_d = 100$  (gain dérivé), i.e. imposer à l'articulation un amortissement  $\xi = 1$  et une pulsation propre  $\omega_0 = 50 \text{rd/s}$ .

La figure 5.25 illustre les résultats obtenus avec ces paramètres. On peut voir que l'erreur maximum en position a été réduite de 0.035 à 0.004 rd, ce qui améliore la performance de l'articulation.

#### 5.8.4 Suivi de trajectoire sinusoïdale

##### Choix des paramètres du contrôleur

Dans ce test un suivi de trajectoire est imposé à l'articulation. La trajectoire générée est de la forme sinusoïdale avec une pulsation ( $w = 1 \text{rd/s}$  et d'amplitude égale à  $\pi/2$ ).

Un réglage du gain du contrôleur proportionnel et dérivé a été réalisé afin d'avoir un meilleur suivi de trajectoire, i.e. minimiser l'erreur en position. Les valeurs des

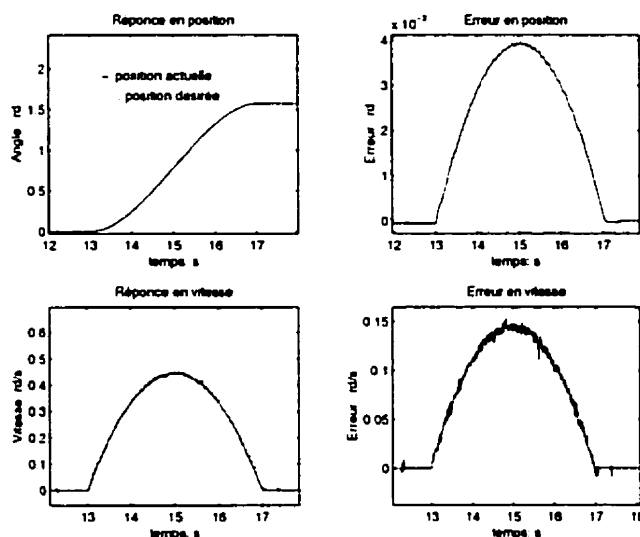


FIG. 5.25 - Suivi de trajectoire polynomiale de l'articulation,  $k_p=2500$ ,  $k_v=100$

constantes ont été choisies égales à celles choisies pour le suivi de trajectoire polynomiale, c-à-d  $K_p = 2500$  (gain proportionnel) et  $K_d = 100$  (gain dérivé), i.e. imposer à l'articulation un amortissement  $\xi = 1$  et une pulsation propre  $\omega_0 = 50 \text{ rd/s}$ .

La figure 5.26 illustre la réponse dynamique en position/vitesse de l'articulation en boucle fermée. On peut voir que la trajectoire suivie par l'articulation converge à celle désirée, ou l'erreur maximum en position est de l'ordre de  $0.005 \text{ rd}$ . Encore une fois, les fluctuations sur le diagramme de vitesse sont dues à la méthode utilisée de différenciation du signal de position (encodeur), qui est relativement bruité. La figure 5.27 montre les différents couples impliqués dans la simulation.

### 5.8.5 Influence de la fréquence d'échantillonnage

Plusieurs expériences ont été réalisées avec différentes fréquences d'échantillonnages, ceci afin d'illustrer l'influence de la fréquence d'échantillonnage sur le comportement dynamique du système en boucle fermée. Les résultats expérimentaux n'ont pas été reportés dans ce mémoire pour ne pas multiplier le nombre de graphique. En résumé, on peut conclure que pour des fréquences d'échantillonnages élevées ( $1000 \text{ Hz}$ - $300 \text{ Hz}$ ) le système se comporte d'une manière parfaite, par contre, pour des fréquences

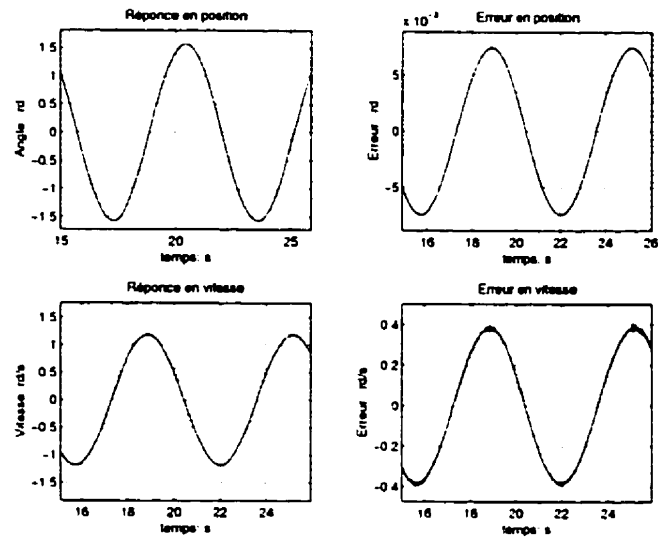


FIG. 5.26 - Suivi de trajectoire sinusoïdale de l'articulation.  $k_p=2500$ ,  $k_v=100$

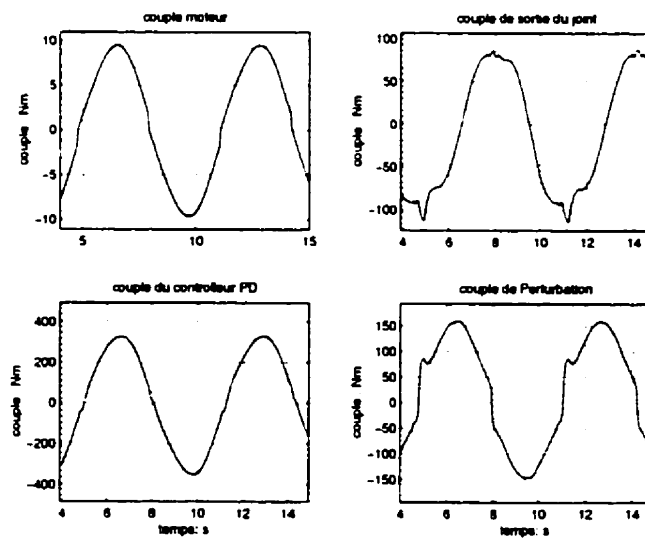


FIG. 5.27 - Couples impliqués au niveau de l'articulation (sinusoïdale)

d'échantillonnages faibles (au dessous de 300 Hz) le système devient oscillant et instable.

### **5.8.6 Conclusion sur l'expérimentation**

Sur la base des résultats expérimentaux obtenus sur l'articulation 2 du robot excitateur 3D, nous pouvons dire que le compensateur de perturbation estime et compense d'une manière quasiment parfaite les perturbations existantes dans les articulations à base de réducteur de vitesse harmonique. L'articulation se comporte alors comme une articulation idéale. En plus, le contrôleur de position basé sur la rétroaction de couple au niveau de l'articulation est stable et permet à l'articulation de se déplacer à des positions désirées et de suivre des trajectoires avec une erreur de position très faible.

## **5.9 Conclusion du chapitre**

L'objectif premier de ce chapitre était de développer un contrôleur de position en utilisant le compensateur de perturbation développé au chapitre précédent. Ce contrôleur est très simple et utilise une rétroaction du couple au niveau de la sortie du réducteur.

Les résultats en simulation et de l'expérimentation montrent et confirment clairement la capacité de ce compensateur de perturbation pour estimer et pour compenser les perturbations existantes dans les servo-systèmes à base de réducteur de vitesse harmonique. On peut déduire que la dynamique de l'articulation en présence de l'estimateur de perturbation suit d'une manière remarquable la dynamique désirée. De plus, le contrôleur de position est stable, robuste et permet à l'articulation de se déplacer à des positions désirées et de suivre des trajectoires polynomiale et sinusoïdale avec une très bonne précision.

# Chapitre 6

## Contrôle en couple

*"La science consiste à oublier ce q'on croit savoir,  
et la sagesse à ne pas s'en soucier."*  
Charles Nodier

La technique développée dans ce chapitre est théorique et nécessite un développement plus rigoureux pour l'appliquer en temps réel, sur un montage expérimental. Le modèle théorique choisi du capteur de couple est semblable à un ressort linéaire simple. Malheureusement, à cause des termes non linéaires du modèle réel de la partie flexible du réducteur harmonique (générateur d'ondes) Taghirad[53] et Seyffert[46], les résultats présentés demeurent préliminaires.

### 6.1 Introduction

Quand l'outil terminal du manipulateur entre en contact avec son environnement les méthodes de contrôle pures en position deviennent inefficaces. Les techniques de contrôle en force deviennent alors nécessaires afin d'appliquer des forces désirées sur l'environnement. Dans une telle situation, le robot doit se déplacer dans une direction, alors que dans une autre, il doit exercer certaines forces ou couples. Le

contrôle en force peut être défini comme étant la capacité d'un manipulateur à exercer et à maintenir les forces désirés contre une surface.

Les modèles dynamiques des robots manipulateurs donnent les couples des actionneurs en fonction des positions des articulations (équations différentielles du second ordre). Toutefois, la formulation du contrôle en force ne peut être dérivée comme celle de contrôle en position. Au lieu de cela, les forces sont liées algébriquement aux couples des actionneurs par l'intermédiaire du **Jacobien**<sup>1</sup>, i.e.  $\tau_{\text{joints}} = \mathbf{J}' * \mathbf{F}_{\text{outil}}$ , (en statique).

D'une façon générale, afin d'appliquer ces couples calculés (autour des articulations) : il est supposé que les actionneurs sont des sources idéales de couple. Malheureusement, la relation entre les couples d'entrée et de sortie des servo-systèmes avec réducteur harmonique est non linéaire. Il est alors nécessaire de convertir ces actionneurs en source de couple, ce qui est le but de cette section.

Afin d'atteindre notre but, nous devrions transformer notre modèle dynamique de l'articulation, donné par les équations (3.3) pour ajouter le modèle d'un capteur de couple. Généralement, le modèle dynamique simplifié d'un capteur de couple est semblable à un ressort linéaire Hashimoto[20]. Dans ce cas le capteur est modélisé par :

$$T_o = K(q - q_l) \quad (6.1)$$

où ( $K$ ) représente la constante linéaire de raideur de la partie flexible (générateur d'onde) du réducteur harmonique et  $q$  est la position angulaire de la membrure attaché à la sortie (crénelage circulaire) du réducteur. En dérivant deux fois l'équation (6.1), on obtient :

$$\ddot{q} = \frac{\ddot{T}_o}{K} + \ddot{q}_l \quad (6.2)$$

En remplaçant l'équation(6.2) dans l'équation(3.3), le modèle de couple du système

---

<sup>1</sup>Jacobien est une matrice qui relie la vitesse cartésienne de l'outil à la dérivation des coordonnées généralisées

d'articulation peut être caractérisé par l'équation si dessous :

$$T_m = \frac{J_m}{K} \ddot{T}_o + T_o + B_m \dot{q} + T_f + T_c + J_m \ddot{q}_l \quad (6.3)$$

## 6.2 Modèle dynamique de référence de couple

En choisissant un modèle de référence du second ordre, décrit par l'équation(6.4) et montré à la figure 6.1, il est tout à fait facile d'exécuter des stratégies de commandes de couples avec les contrôleurs simples.

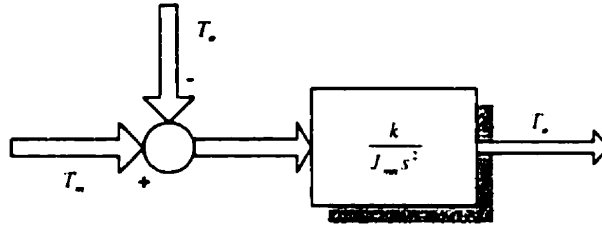


FIG. 6.1 – Modèle dynamique de référence de couple

$$T_m = \frac{J_{mn}}{K} \ddot{T}_o + T_o \quad (6.4)$$

Évidemment, il y a une différence entre la réponse du modèle dynamique de référence donné par l'équation (6.4) et celle donné par l'équation(6.3). Cette différence est considérée comme un couple perturbateur et est noté  $T_{dist}$ . Le système réel est récrit sous l'équation(6.5) en employant le système nominal, de référence et le couple  $T_{dist}$  de perturbation :

$$T_m = \frac{J_m}{K} \ddot{T}_o + T_o + T_{dist} \quad (6.5)$$

On utilisant le couple de perturbation  $T_{dist}$ , les équations(6.3) et (6.5) sont équivalentes en exprimant le même système (réel). Le couple de perturbation  $T_{dist}$  est évalué, par la soustraction de l'équation(6.3) de l'équation(6.5) :

$$T_{dist} = \frac{(J_m - J_{mn})}{K} \ddot{T}_o + B_m \dot{q} + T_f + T_c + J_m \ddot{q}_l \quad (6.6)$$

Cette perturbation devrait être estimée et compensée.

À partir de l'équation (6.5), nous pouvons isoler le terme de perturbation  $T_{dist}$  comme

suit :

$$T_{dist} = T_m - T_o - \frac{J_m}{K} \ddot{T}_o \quad (6.7)$$

Cette équation montre que, si  $T_m$ ,  $\ddot{T}_o$  et  $T_o$  sont obtenus. Alors, nous serons capable de calculer directement la perturbation définie dans l'équation (6.6). L'effet de  $T_{dist}$  est éliminé, d'une manière robuste, par la rétroaction de sortie de l'estimateur comme le montre la figure 6.2.

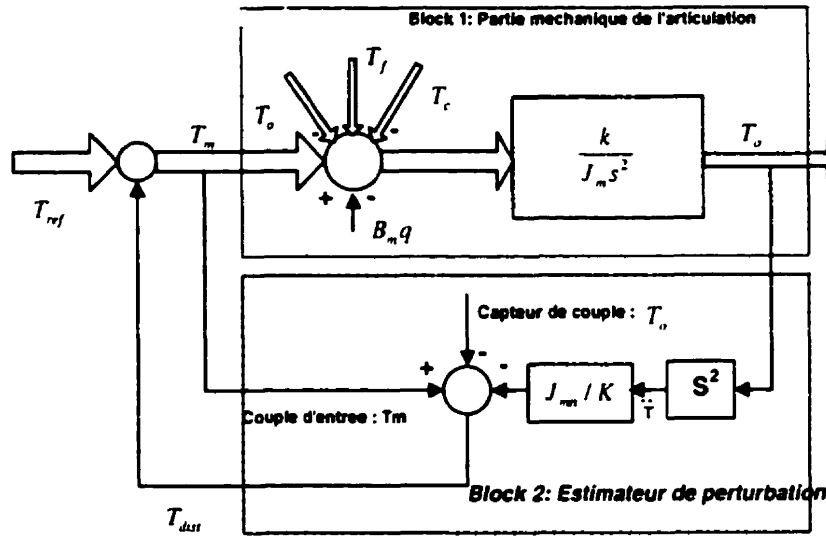


FIG. 6.2 – Rétroaction de couple de l'estimateur

### 6.3 Stratégie de contrôle en couple

De la figure 6.2, il est clair que la rétroaction de l'estimateur peut compenser le couple de perturbation et permettre au système de se comporter comme un modèle de référence, tel que donnée par l'équation(6.4). Par conséquent, on peut choisir une loi de commande afin de fournir les couples-moteurs (autour des articulations), nécessaires pour fournir les forces désirées.

En effet, en utilisant la loi de commande suivante

$$T_{ref} = \frac{J_{mn}}{K} (\ddot{T}_{od} + K_d \dot{E} + K_p E) + T_o \quad (6.8)$$

où :

$$E = T_{o_d} - T_o \quad (6.9)$$

tel que  $T_{o_d}$ ,  $\dot{T}_{o_d}$  et  $\ddot{T}_{o_d}$  sont le couple désirées et ses dérivées. En remplaçant l'équation(6.8) dans l'équation(6.2), la dynamique du système en boucle fermée sera caractérisée par l'équation d'erreur suivante :

$$\ddot{E} + K_d \dot{E} + K_p E = 0 \quad (6.10)$$

En choisissant correctement les constantes  $K_d$  et  $K_p$ , nous pourrons imposer une dynamique désirée, donnée par l'équation (6.10), au système. Le diagramme général en boucle fermée du système est représenté à la figure 6.3.

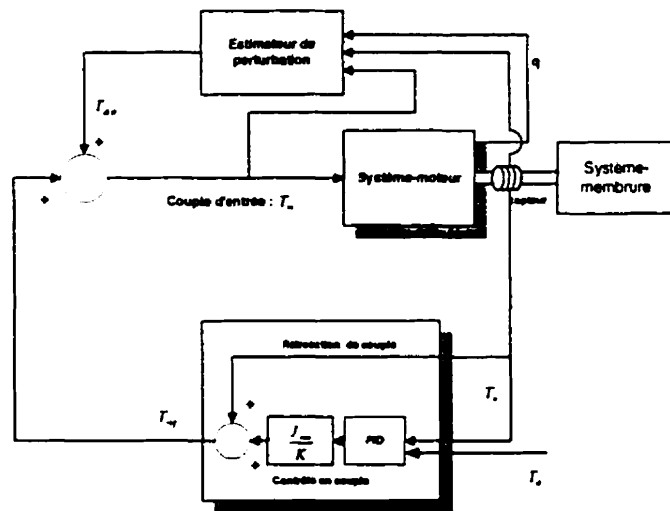


FIG. 6.3 – Diagramme général (en boucle fermée) du contrôleur de couple

## 6.4 Simulation

Les conditions de simulations sont les même que celles données dans les simulations précédentes, ainsi une simulation a été réalisée afin d'illustrer et de valider théoriquement cette méthode. La figure 6.4.a montre que la réponse en couple du système converge et suit la réponse en couple désirée supposée de forme rectangulaire avec une amplitude de 30 Nm. L'erreur statique en couple, figure 6.4.b, est

relativement petite de l'ordre de 1 Nm. Les figures (6.4.c et (6.4.d) montrent les couples impliqués dans la simulation ; couple moteur représente le couple fourni par le moteur mesuré à l'entrée du réducteur de vitesse, et le couple de perturbation représente le couple de perturbation estimé et compensé par l'estimateur de perturbation.

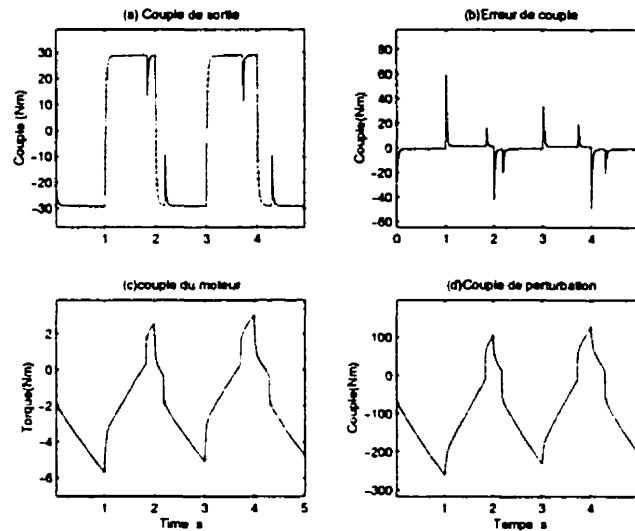


FIG. 6.4 – Réponse dynamique en couple de l'articulation

## 6.5 Conclusion

Malheureusement, la technique développée ici n'est pas utilisable en pratique car le modèle utilisé du capteur, est linéaire et simple, ce qui ne reflète pas la nature réelle de la flexibilité du générateur d'ondes, qui est fortement complexe et non linéaire. Une étude plus approfondie est nécessaire pour développer une approche réaliste en pratique.

## Chapitre 7

# Conclusion et perspective

L'objectif principal de ce mémoire était de développer une commande robuste pour contrôler des servo-systèmes possédant un réducteur de vitesse à entraînement harmonique. Les objectifs suivants ont été atteints :

- estimer et compenser les effets des non linéarités (perturbations) présents dans les réducteurs de vitesse à entraînement harmonique ;
- permettre au robot d'atteindre des positions désirées et de suivre des trajectoires prédéfinies polynomiale et sinusoïdale (testé et validé expérimentalement) ;
- convertir les servomoteurs en source de couple, dans le but de rendre leur comportement semblable à des actionneurs idéaux (testé et validé par simulation) ;
- éviter les dérivations successives du signal fourni par le capteur de position dans l'articulation, pour obtenir la vitesse et l'accélération angulaire, en employant un filtre spécial et une fonction de sensibilité.

Au chapitre 2, nous avons présenté la technique de transmission de couple à entraînement harmonique (où réducteur de vitesse à entraînement harmonique). Nous avons expliqué le principe de fonctionnement d'un réducteur de vitesse à entraînement harmonique. Quelques modèles du réducteur incluant la friction, la flexibilité ont été présentés.

Au chapitre 3, nous avons présenté le modèle mathématique détaillé d'un actionneur constitué d'un réducteur de vitesse à entraînement harmonique. Le modèle de l'actionneur est développé en simulation en utilisant SYMOFROS.

Par la suite, nous avons présenté différentes techniques développées par des chercheurs pour compenser la friction. Nous avons présenté la procédure de conception, d'implantation en temps réel et simulation du compensateur de perturbation basé sur un estimateur dynamique. La solution proposée consiste à s'assurer que la dynamique de l'articulation du robot est semblable à celle d'un modèle de référence.

Au chapitre 5, nous avons élaboré une loi de contrôle en position simple en utilisant le compensateur de perturbation décrit au chapitre 4. Ce contrôleur utilise la mesure de couple à la sortie du réducteur. Des résultats de simulation et d'expérimentation montrent et confirment clairement la capacité de compensateur de perturbation à estimer et à compenser les perturbations existantes dans les servo-systèmes à base de réducteur de vitesse harmonique. On peut conclure que la dynamique de l'articulation en présence du compensateur de perturbation suit d'une manière remarquable la dynamique désirée. De plus, le contrôleur de position développé est stable, robuste et permet à l'articulation de se déplacer à des positions désirées et de suivre des trajectoires polynomiale et sinusoïdale avec une très grande précision.

Au chapitre 6, une stratégie de contrôle en couple a été présentée. Cette stratégie est basée sur la rétroaction du couple et sur le modèle linéaire du capteur de couple. La validation de cette loi de contrôle est réalisée par simulation.

## Perspectives

Les principaux travaux de recherche qui peuvent être poursuivis sont les suivants :

- Améliorer, tester et valider expérimentalement la technique de commande en couple ;
- Appliquer la technique du filtre de Kalman afin de filtrer le signal fourni par le capteur de couple au niveau de la sortie de l'articulation ;

- Appliquer des forces/couples désirés sur des surfaces ;
- Appliquer la technique sur un robot à plusieurs articulations afin de voir l'influence du couplage dynamique entre les articulations sur la réponse du système ;

## Bibliographie

- [1] B. Armstrong-Helouvry, P. Dupont, C. Canudas, "A survey of Models, Analysis Tools and Compensation Methods for the Control of Machines with Friction," *Automatica*, Vol. 30, No. 7 pp. 1083-1138, 1994.
- [2] B. Armstrong-Helouvry, " Friction Lag and Stick-Slip," *Proceedings of 1992 IEEE, International Conference on Robotics and Automation, Nice, France*, pp. 1448-1453, May 1992.
- [3] P. Belanger, " Estimation of angular velocity and acceleration from shaft encoder measurements," *Proceedings of 1992 IEEE, International Conference on Robotics and Automation, Nice, France*, pp. 585-592, May 1992.
- [4] P. Belanger, H.D Taghirad, A.Helmy, "Intelligent built-in torque sensor for Harmonic drive systems," *IEEE Transaction on Instrumentation and measurement*, 1997.
- [5] B. Bona, M. Indri, "Analysis and implementation of observers for robotic manipulators," *Proceedings of 1998 IEEE, International Conference on Robotics and Automation, Leuven, Belgium*, pp. 3006-3011, May 1998.
- [6] P. Baines, "Feedback linearized Joint torque control of a geared, DC Motor driven Industrial Robot," *The International Journal of Robotics Research*, Vol. 17, No. 2, pp. 169-192, February 1998.
- [7] P. Canet, "Kalman Filter Estimation of angular velocity and acceleration On-line implementation," *TR-CIM-94-15 McGill university*, November 22, 1994.

- [8] C. Canudas, K.J. Astrom, K. Braun, "Adaptive Friction Compensation in DC-Motor drives," *Journal of Robotics and Automation*, Vol. RA-3, No. 6, pp. 681-685, Dec 1987.
- [9] C. Canudas, P. Noel, A. Aubin, B. Brogliato, "Adaptive Friction Compensation in robot Manipulators : Low Velocities," *The International Journal of Robotics research*, Vol. 10, No. 3, pp. 189-199, June 1991.
- [10] K. Cheok, H. Hu, N.K. Loh , "Modeling and Identifacation of a Class of Servomechnism Systems with Stick-Slip friction," *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, Vol. 110, pp. 324-328, Sep 1988.
- [11] S. Colombi, T. Raimondi, "Compliance compensation in mechatronic systems," \*\*\*\* *IEEE*, 1994.
- [12] J. Craig, *Introduction to robotics*, Addison Wesley 1986.
- [13] J. Craig, *Adaptive Control of Mechanical Manipulators*, Addison Wesley 1988.
- [14] P. Dupont,, "Avoiding Stick-Slip in Position and Force Control Through Feed-back," *Proceedings on the 1991 IEEE International Conference on Robotics and Automation Sacramento, California*, pp. 1470-1406, april 1991.
- [15] P. Dupont, E.P. Dunlap, "friction Modeling and PD Compensation at very Low Velocities," *Journal of Dynamic Systems, measurement, and Control*, vol. 117, pp. 8-14, March 1995.
- [16] G. Franklin. J, D, Powell. M, L, Workman, *Digital Control of Dynamic Systems*, Addison Wesley 1990.
- [17] B. Friedland, Y.J. Park , "On Adative Friction Compensation," *IEEE Transaction on Automatic Control*, vol. 37, No. 10, pp. 1609-1612, Oct 1992.
- [18] A. David, D. Haessig, "On the modeling and Simulation of friction," *Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control*, pp. 354-362, 1991.
- [19] M. Hashimoto, "Robot motion control based on joint torque sensing," in *Proc. IEEE Int Conf. robotics Automat, Scottsdale, Az*, pp. 256-261, May 1989.

- [20] M. Hashimoto, T. Shiono, K.I. Koreyeda, H. Tanaka, "Experimental study on torque control using Harmonic Drive built-in Torque Sensors," in *Proc. IEEE Int Conf. robotics Automat, Nice, France*, pp. 2026-2031, May 1992.
- [21] M. Hashimoto, Y. Kiyosawa, R.P. Paul, "A torque sensing technique for robots with Harmonic Drives," *IEEE transactions on robotics and automation*, Vol. 9. No. 1, pp. 108-116, February 1993.
- [22] HD Systems, Inc. "Cup Type Component Sets and Housed Units : Harmonic drive gearing," *Catalogue : HD Systems*, 1996.
- [23] P. Hsu. M. Bodson. S. sastry, B. Paden, "Adaptive Identification and Control for Manipulators without Using Joint Accelerations," *IEEE* , CH2413-3/87/0000/1210, pp. 1210-1215.
- [24] B. Jager, "Improving the tracking Performance of Mechanical systems by Adaptive Extended Friction Compensation," *Control Eng. Practice*, Vol. 1, No. 6. pp. 1009-1018, 1993.
- [25] C. Johnson, "Experimental Identification of friction and its Compensation in Precise, Position Controlled Mechanisms," *Pro. of the Indus. App. Soc. Annual Meeting, Dearborn, Michigan*, pp. 1400-1406, June 1991.
- [26] K. Kaneko. T. Murakami, K. ohnishi, K. Komoriya, "Torque control with Non-linear Compensation for Harmonic Drive DC Motors," *IEEE Proceedings of the 20th international conference on industrial Electronics, control and Instrumentation*, Vol. 2. No. 3, pp. 1022-1027, Sep 1994.
- [27] K. Kaneko, N. Suzuki, K. Ohnishi, K. Tanie, "High stiffness torque control for a Geared DC Motor Based on Acceleration Controller," in *Proceedings of IECON'91*, Vol. 1, pp. 849-1991.
- [28] K. Kaneko, S. Kondo, K. Ohnishi, "A Motion Control of Flexible Joint Based on Velocity Estimation," in *Proceedings IEEE IECON'90*, Vol. 1, pp. 279-284. 1990.

- [29] K. Kaneko, k. ohnishi, K. komoriya. "A Design Method for Manipulator Control based on Disturbance Observer." *Proc. of 1994 IEEE Int. Conference on Intelligent Robotics and Systems IROS'94*, Vol. 2, pp. 1405-1412. 1994.
- [30] K. Kaneko, K. komoriya, k. ohnishi, k. tanie "Manipulator Control based on a Disturbance Observer in Operational Space," *Proc. of 1994 IEEE Int. Conference on Robotics and Automation ICRA94*, Vol. 2, pp. 902-909. 1994.
- [31] Kollmorgen Inland Motor, "User's Manual : Flexible Amplifier Servo Technology" *Catalogue FAST Drive*, MN-223, Rcv.A, july. 1996.
- [32] Kollmorgen Inland Motor, "Brushless D.C Motors and Servo Amplifiers," *Catalogue Revision 2*, 1990.
- [33] K. Kosuge, h. Takeuchi, K. Furuta. "Motion control of a robot ARM using joint torque sensors," in *Proc. of CDC, 27th Conference on Decision and Control, Austin, Texas*, pp. 610-615. Dec 1994.
- [34] D. Karnopp, "Computer simulation of stick-slip friction in mechanical dynamic systems," *J. dyn. Systems, Measurement and Control*, Vol. 107, Mar 1985.
- [35] H. Kazerooni, "Dynamics and Control of Instrumented Harmonic Drives." *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, Vol. 117, pp. 15-19. March 1995.
- [36] C. G. Lee, R. C. Gonzales, K. S. Fu, *Robotics :Control, Sensing, Vision, and Artificial Intelligence*, IEEE Computer Society press 1987.
- [37] L. Lennart. *System Identification. Theory for the user*, prentice-hall, 1987.
- [38] J. Luh, W.D. Fisher, R.P Paul, "Joint Torque Control by a direct Feedback for Industrial Robots," *IEEE Trans. on Automatic Control*, Vol. AC-28, No. 2. pp. 153-161. February 1983.
- [39] C. Minicucci, *Hybrid control of a two degree of freedom manipulator*, Master These Royal Military College of Canada, May 1994.

- [40] S. Miller, "Design of a two degree of freedom flexible manipulator including joint friction compensation and endpoint position and orientation measurement," *Master These Queen's University Kingston, Ontario, Canada*, June 1995.
- [41] F. Mrad, S. Ahmad, "Control of flexible joint Robots," *International Conference on Robotics and Automation, Sacramento, California*, pp. 2832-2837. April 1991.
- [42] M. Nakao, K. Ohnishi, K. Miyachi, "A Robust Decentralized Joint Control Based on Interference Estimation," *Pro. IEEE International Conference on Robotics and Automation*, Vol. 1, pp. 326-331 1987.
- [43] Opal-RT Technologies, "Manuel de l'utilisateur, Interface Simulink OPAL-RT," *Catalogue : Opal-RT Technologies*, 1998.
- [44] L. Pfeiffer, O. Khatib, J. Hake, "Joint Torque Sensory feedback in the Control of a Puma Manipulator," *Pro. 1986 American control Conference AACC, Seattle, WA*, pp. 818-824 1986.
- [45] J. Piedbœuf, "Recursive Modeling of Serial Flexible Manipulators" *The journal of the Astronautical Sciences*, Vol. 46, No. 1, pp. 1-24, March 1988.
- [46] W. Seyfferth, "A Mechanical Model for Robotic Joints with Harmonique Drives." *TR-CIM-94-13 McGill University*, February 1997.
- [47] J. Slotine. W. Li *Applied Nonlinear Control*, Prentice-Hall 1991.
- [48] J. Slotine, W. Lie, "On the adaptive control of robot manipulators," *International Journal of robotics Research*, Vol. 6, No. 3, pp. 49-59 1987.
- [49] M. Spong. M. Vidyasagar, *Robot Dynamics and Control*, John Wiley & sons 1989.
- [50] M. Spong, "Modeling and Control of Elastic Joint Robots," *Transaction of the ASME*, Vol. 109, pp. 310-319, Dec 1987.
- [51] D. Stokic, M. Vukobratovic, "Historical perspectives and state of the art in joint force sensory feedback control of manipulation robots," *IEEE International Conference on Robotics and Automation*, Feb 1992.

- [52] H. Taghirad, "Application of Kalman Filter for Intelligent Built-in Torque Sensor of Harmonic Drives," *CIM-TR-97-06 McGill University* , 1997.
- [53] H. Taghirad, "On modelling and identification of harmonic drive systemes," *CIM McGill University* , 1993.
- [54] H. Taghirad, "Intelligent Build-in torque Sensor for Harmonique drive Systems," *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement* . January 1997.
- [55] T. Tuttle, "Understanding and Modeling the Behavior of a Harmonic Drive Gear Transmission," *MIT Master Thesis, Technical Report No. 1365*. 1992.
- [56] I. Trambly, "Intégration des systèmes de l'excitateur-3D et réalisation de capteurs de couple incorporés." CSA Technical Report.
- [57] C. Wu, R.P. Paul, "Manipulator Compliance Based on joint Torque Control," *in proc. 19th IEEE Conference on Decision and Control. Albuquerque, NM*, Vol. 1, pp. 88-94, Dec 1980.
- [58] Y. Yoshida, "Position Control of a flexible Arm Using a Dither Signal." *1993 JSME International Journal*, Vol. 36. No. 1. 1980.

## **Annexe A**

# **Banc d'essai de l'ASC pour le contrôle de robots**

### **A.1 Excitateur 3D**

Cette installation de recherche à été conçue et construite à l'agence spatiale canadienne, par Patrick Dorval "conception mécanique", Sebastien Lafrance "conception électrique" et E.Tremblay "réalisation des capteur de couples", sous la direction de Jean Claude Piedboeuf. La structure rigide de ce robot supporte trois articulations figure A.1. Le robot est utilisé comme banc d'essai de recherche en robotique.

### **A.2 Equipement**

Le banc d'essai de l'excitateur 3D est composé des éléments suivants :

- Robot à trois degrés de libertés
- Trois servo moteurs avec réducteur à entraînement harmonique. Les moteurs sont de la serie RBE de Kollmorgen et les réducteurs harmoniques sont de type CSF-2UH.
- Capteur de position et de couple.
- Deux poutres rigides.
- Un outil.
- Ordinateur à multiprocesseurs de OPAL-RT.

# Mechanical Design

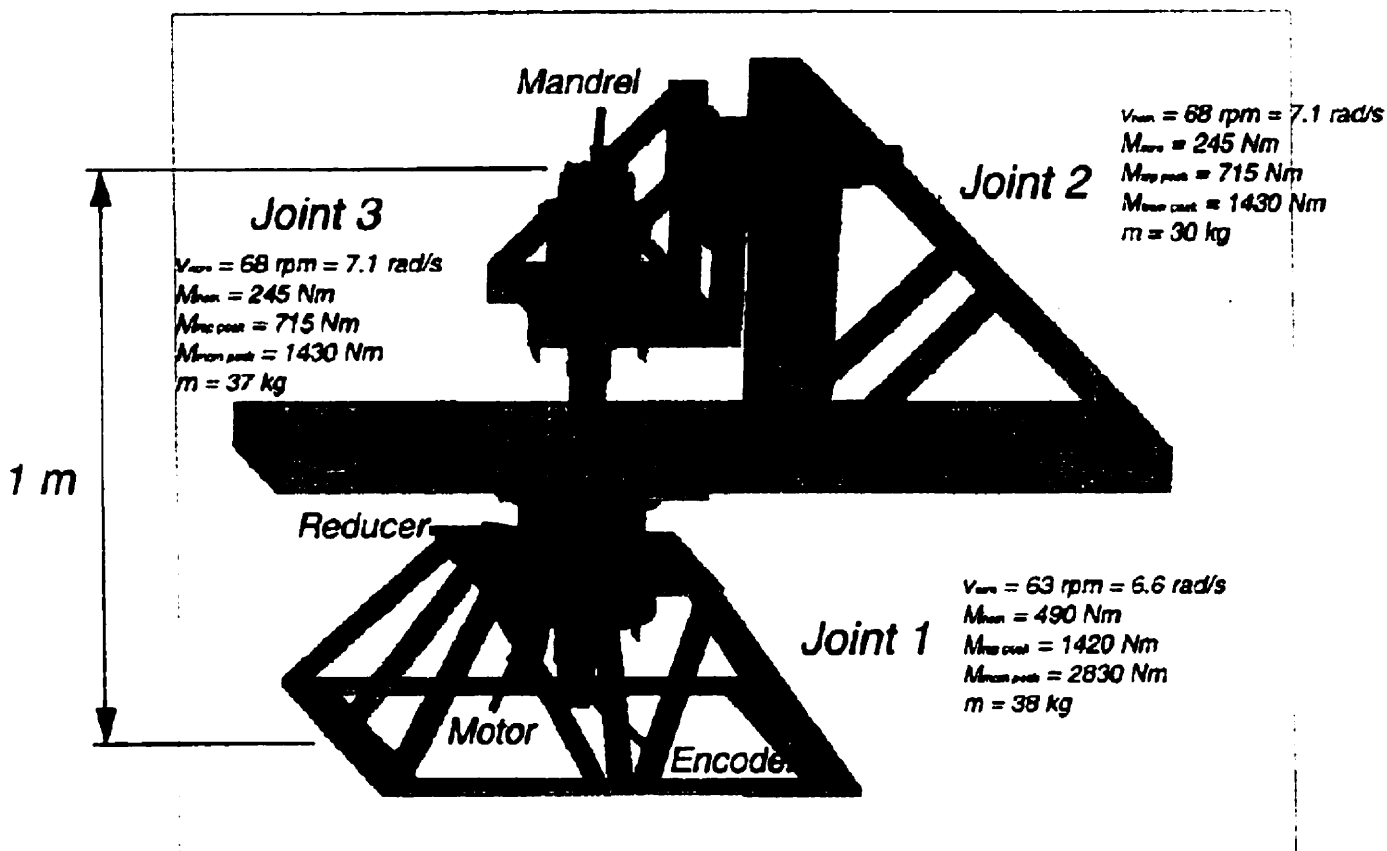


FIG. A.1 – Excitateur 3D

- Carte d'acquisition de données Green Spring ATC-40.
- Système électrique et amplification FAST Drive.
- Amplificateur de capteur de couple.

La figure A.2 illustre le schéma électrique du banc d'essai de l'excitateur 3D. On y retrouve le système de puissance, le système d'arrêt d'urgence et tous les appareils de mesure ainsi que les branchement qui seront requis.

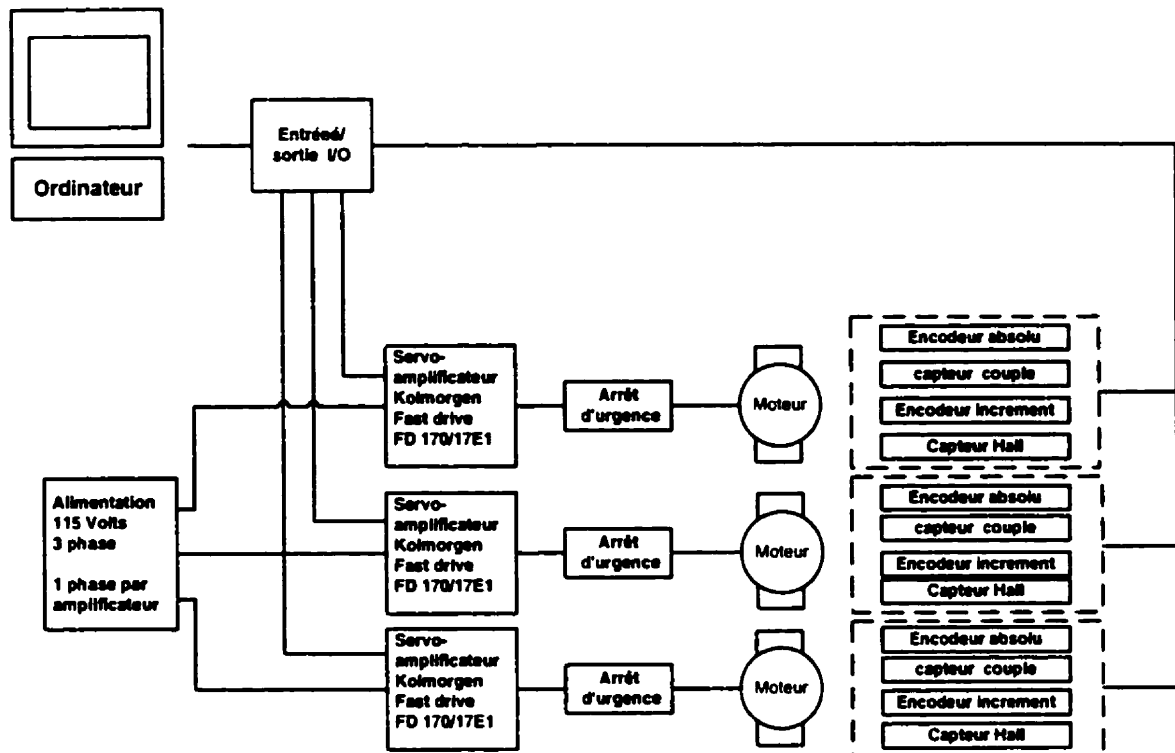


FIG. A.2 - Schéma électrique du système

### A.3 Servo moteurs

Les moteurs utilisés pour ce système sont de type AC sans brosse triphasé. L'utilisation des moteurs sans brosse a pour but d'éliminer la commutation mécanique et de la remplacer par une commutation électrique sans contact. Ainsi, les problèmes associés avec la commutation mécanique tels que l'usure des brosses, les étincelles et la surchauffe du moteur sont éliminés. Pour la modélisation, les moteurs sans brosse sont considérés comme des moteurs DC avec brosse. L'alimentation sur trois phases a pour but de réduire les distorsions du couple. Deux modèles de moteurs sont utilisés sur ce banc d'essai excitateur soit le RBEH-04500-B05 et le RBE-06200-B00 de la compagnie Kollmorgen[31]. Le premier modèle est utilisé pour les articulations #2 et #3 alors que le deuxième est utilisé pour la base. Ces moteurs ont respectivement des couples maximums de 21.5 Nm et 28.9 Nm et sont capables d'accepter des courants de pointes maximum de 29.8 et 45.3 ampères, voir annexe(A.8).

Moteur	Kt (Nm/A)	Tmax cont (Nm)	Tmax pointe (Nm)	Inertie (kg-m2)	Courant pointe (Amps)
RBEH 04500	0.54	6.6	21.5	0.0022	83.4
BEH 06200	0.64	13.3	28.9	0.008	97

TAB. A.1 – Caractéristiques des moteurs utilisés sur excitateur 3D

La relation entre le courant fourni au moteur ( $I$ ) et le couple ( $T$ ) à la sortie du moteur est la suivante :

$$T = 1.2247 * K_t * I \quad (\text{A.1})$$

le facteur 1.2247 est présent pour tenir compte du fait qu'une alimentation sinusoïdale est utilisée pour diminuer au maximum le "torque ripple" (variation du couple fourni par le moteur en fonction de la position angulaire du rotor du moteur). Les arbres des moteurs sont connectés à des réducteurs à entraînement harmonique de type CSF-2UH de la compagnie HD Systems, Inc[22]. Le rapport entre la sortie et l'entrée est de 51 pour 1. Sur ces composants (moteur et réducteur), on a fixé tous les capteurs de mesure, c'est-à-dire les capteurs à effet Hall, les capteurs de couple, les encodeurs incrémentaux LEI-037-1000 de Sumtak et les encodeurs absolus AE-037-1024 de Sumtak. La sensibilité des encodeurs est de 1000 cycles par révolution (4000 comptes par révolution). La sensibilité des capteurs de couples des articulations 1, 2 et 3 sont respectivement égales à 1.6908 mv/Nm, 3.558 mv/Nm et 3.4238 mv/Nm.

## A.4 Systèmes d'interface simulink OPAL-RT

Le système d'OPAL-RT permet l'automatisation du processus d'implantation d'un modèle de Simulink dans un environnement multiprocesseurs temps réel. C'est un ensemble logiciel-matériel permettant la simulation de modèles complexes en temps réel avec un système multiprocesseurs distribué. Il intègre toutes les étapes d'un processus de conception, fournissant ainsi un environnement complet et convivial, de la modélisation jusqu'à la simulation/implantation physique du modèle en

temps réel. En outre, l'utilisation d'un schéma bloc facilite l'entrée des paramètres et assure une description complète et précise du système.

Le système de OPAL-RT, illustré à la figure A.3, assure l'intégration des parties

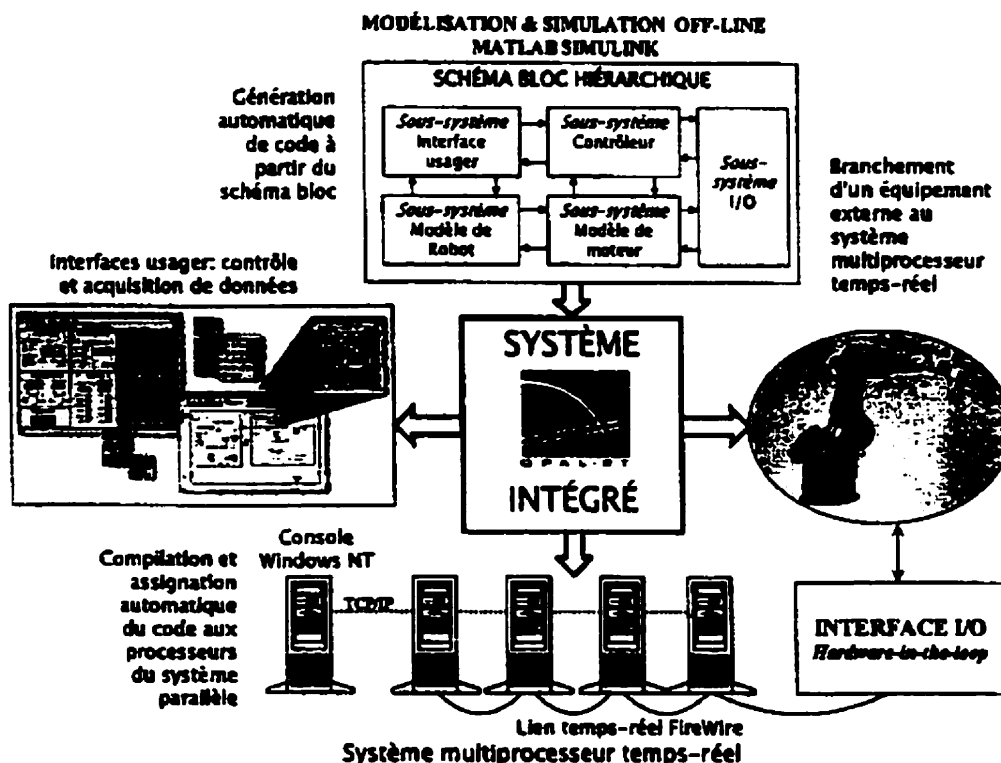


FIG. A.3 – Schéma global du système intégré de OPAL-RT

d'un système multiprocesseurs de simulation en temps réel :

- Le modèle schématique conçu et validé avec un logiciel de simulation graphique hors-ligne tel que Simulink de Mathworks ou Systembuild de ISI.
- L'interface graphique de contrôle et d'acquisition.
- Le système multiprocesseur exécutant le modèle en temps réel.
- L'équipement branché éventuellement au simulateur tel un contrôleur réel de robot.

L'interface OPAL-RT permet donc l'analyse de modèles décrits à l'aide d'un logiciel de simulation graphique tel que Simulink ; le passage d'un modèle Simulink à un modèle distribué sur un réseau de processeurs parallèles est entièrement automatisé. Voici une brève description du processus d'implantation d'un tel modèle :

### **A.4.1 Conception et validation du modèle hors-ligne**

Tout d'abord, l'utilisateur commence par la conception et la validation du modèle du système étudié :

- Analyse du système à modéliser.
- Implantation de ce modèle dans le logiciel de simulation graphique.
- Simulation hors-ligne et validation du modèle.

### **A.4.2 Préparation du modèle pour l'implantation parallèle**

Après la validation du modèle, celui-ci est séparé par l'utilisateur en sous-systèmes qui seront chacun exécuté par un processeur, nœud de calcul et de traitement, du système parallèle.

### **A.4.3 Implantation sur le système multiprocesseurs**

Le modèle est ensuite séparé automatiquement en sous modèles associés aux processeurs. Chaque portion du modèle est alors codée en langage C par le Real-Time Workshop de MATLAB, pour être compilée en vue d'exécution par les nœuds de calcul

Les nœuds de calcul sont constitués d'ordinateurs commerciaux de type PC équipés de processeurs Pentium II opérant dans l'environnement QNX. L'envoi et la réception de données en temps réel entre les nœuds se font via des cartes de communication et sont gérés par des processus d'envoi et de réception de messages. Ces messages sont directement reliés aux paramètres du système tels que définis dans le modèle original.

### **A.4.4 Interface graphique de contrôle et d'acquisition**

L'utilisateur peut interagir avec l'interface Simulink OPAL-RT durant la simulation via un terminal opérant sous Windows NT. La communication entre le terminal de commande (console) et les nœuds de traitement s'effectue via une connexion

TCP/IP. Par cette liaison, l'utilisateur peut acquérir n'importe quel signal de son modèle pour une visualisation immédiate ou pour analyse ultérieure. Il est aussi possible de modifier les paramètres du modèle pendant son exécution à partir de la console.

#### **A.4.5 Branchement d'un équipement externe**

Le système de OPAL-RT supporte aussi l'utilisation de modules d'entrée/sortie (modules I/O), offrant ainsi la possibilité d'intégrer des composantes physiques externes au système ; ce type d'application est connue sous le nom de hardware in the Loop. De ce point de vue, l'interface Simulink OPAL-RT est donc plus qu'un logiciel de simulation en temps réel ; c'est aussi un système de contrôle programmable, offrant une interface humain-machine flexible et applicable à diverses utilisations (OPAL-RT[43]).

### **A.5 Carte Green spring ATC-40**

La carte Green Spring AT40 est une carte de type ISA comportant quatre ports de modules IP (industrial pack) et quatre connecteurs 50 broches qui permettent le lien entre un module et le matériel externe. Chacun des ports et des connecteurs sont identifiés sur la carte par les lettres A, B, C, ou D dans un nœud de calcul QNX figure A.4. Voici la liste des modules IP :

- IP-320 : Convertisseurs analogique/numérique
- IP-220 : Convertisseurs numérique/analogique
- IP-470 : Ports 8 bits d'entrée sortie
- IP-QUADRATURE : Décodeur en quadrature

### **A.6 Intégration des modules I/O dans un modèle**

Les icônes conçues pour représenter les modules IP sont toutes contenues dans la librairie OPAL-RT. Les icônes incluses sont :

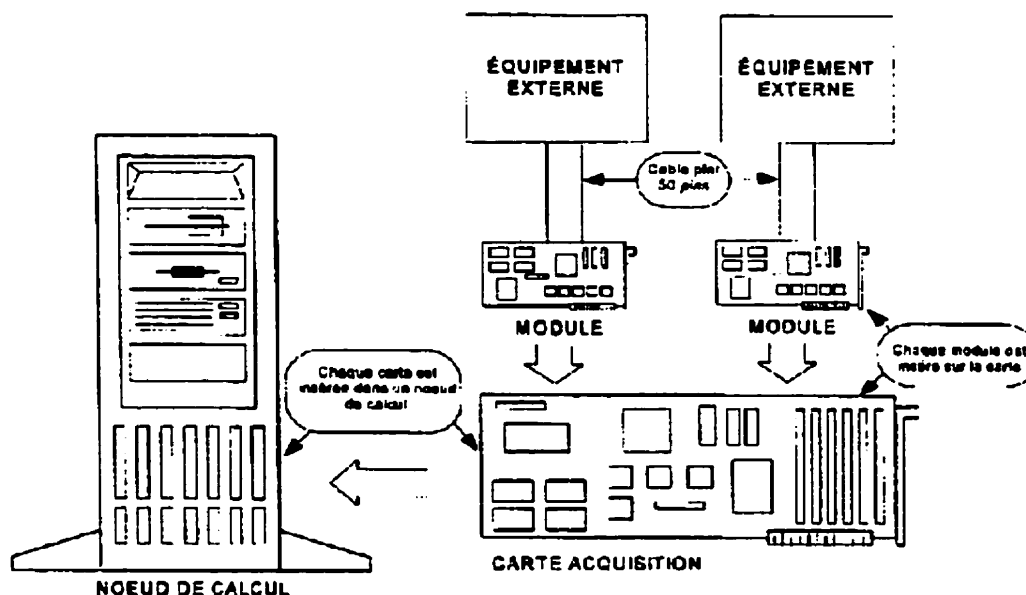


FIG. A.4 – Schéma typique de l'utilisation des modules d'entrée-sortie

- OpAnalogOut qui utilise les convertisseurs D/A du IP-220.
- OpAnalogIn qui utilise les convertisseurs A/D du IP-320.
- OpDigitalIn qui utilise un des ports 8 bits du IP-470 en entrée.
- OpDigitalOut qui utilise un des ports 8 bits du IP-470 en sortie.
- OpQuad-decoder qui utilise un des décodeurs de quadrature du IP-QUADRATURE.

Les icônes de la librairie OPAL-RT, figure A.4 ne diffèrent en rien des icônes standards de simulink. Ils peuvent donc être insérés et reliés tout comme les autres icônes.

## A.7 Système électrique et amplification

### A.7.1 amplificateur de puissance

Les servo-amplificateurs utilisés dans ce système sont des FAST Drive de la compagnie Kollmorgen Inland Motor[32], figure A.6.

L'utilisation de DSP ( Digital Signal Processor ), de FPGA ( Field Programmable Gate Array ) et Pulse width modulation (PWM) permet à ces amplificateurs d'être

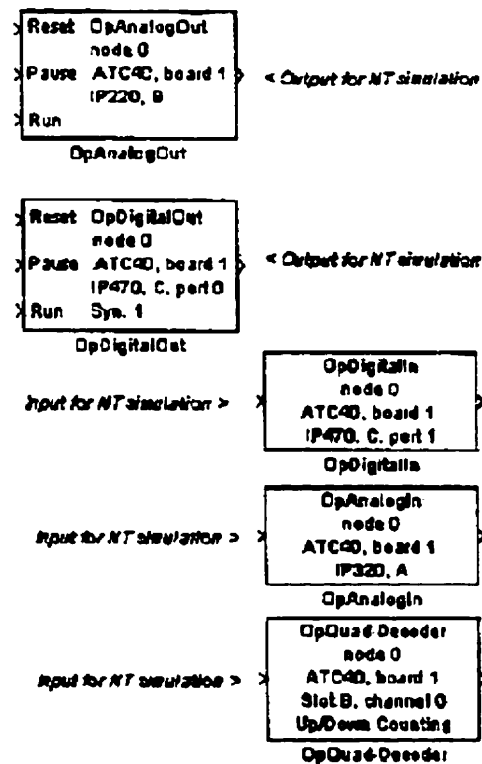


FIG. A.5 - Icônes Matlab pour utilisation des modules d'entrée-sortie

polyvalents et flexibles. De nombreuses modifications peuvent être effectuées par programmation via le port série. En effet, le type de moteur, le nombre de pôle, la phase des moteurs et les caractéristiques des retours peuvent être ajustés de façon automatique en utilisant la fonction "Auto-Config". Ces amplificateurs de haute performance émettent un signal à une fréquence de 40KHz de façon à réduire au minimum la distorsion due aux transitions. Ils offrent la possibilité de contrôler un moteur DC sans brosse à l'aide d'une onde sinusoïdale avec une rétroaction de position (encodeur) et de capteur à effet Hall.

Le modèle utilisé est le FD170/17E1, voltage nominal de son bus est de 170 volts et il peut fournir un courant de 20 RMS(Amps/Phase), c-à-d une sensibilité de 2 volts/Amps. Ces amplificateurs offrent plusieurs fonctions pour le contrôle des moteurs. En voici quelques-unes :

- Auto-configuration : lorsque cette fonction est activée, l'amplificateur détermine



FIG. A.6 – Amplificateur de puissance

le nombre de pôles, les caractéristiques des retours par encodeur et la phase des capteurs à effet Hall.

- Boucle de contrôle interne : cet amplificateur offre la possibilité de faire un contrôle en courant, en vitesse ou en position sur un moteur. Ces boucles de contrôle sont entièrement numérique et leurs paramètres peuvent être ajustés par le port série, dans notre cas, la boucle interne en courant est utilisée.
- Sortie programmable : une sortie analogue peut être configurée pour contrôler le couple, la vitesse ou la position des moteurs.
- Analyse de faute : il est possible d'obtenir la nature d'une faute en interrogeant l'amplificateur à l'aide du port série. D'autres informations peuvent être obtenues directement sur le panneau arrière de l'amplificateur. Ces informations portent sur la connection des encodeurs, la connections des capteurs à effet Hall ainsi que l'état de l'amplificateur

### A.7.2 Amplificateur de capteur de couple

Le modèle utilisé pour amplifier et conditionner les signaux des capteurs de couple est le modèle 563H ( transducer-conditioning amplifieur Ectro corporation ). C'est un amplificateur à large bande de fréquence. Il offre une très grande performance, une linéarité et une stabilité du gain.

## A.8 Réducteur harmonique

[illegible]

Please Note:

- 1 Compressed sets CSF-20H sizes 80 and 85 only on request.
- 2 Oil lubrication available as an option.
- 3 Applicable for harmonic drive gears SK-1A for size 20 to 65 or SK-2 for size 14 to 17.
- 4 The moment of inertia refers to the input side and is valid for a standard Wave Generator.
- 5 Use only with oil lubrication.

**TAB. A.2 – Caractéristiques des réducteurs harmoniques**

# A.9 Moteurs Électriques

## High Performance / High Torque **RBE(H) 04500 MOTOR SERIES**

SIZE CONSTANTS			HIGH PERFORMANCE			HIGH TORQUE		
PARAMETERS	MODEL NO.	UNITS	RBE-04500	RBE-04501	RBE-04502	RBE-04503	RBE-04504	RBE-04505
Peak Rated Torque, $\pm 25\%$		Fl-ib Nm	15.9 21.5	35.3 47.8	54.8 73.9	36.7 49.7	81.3 110.2	125.7 170.3
Power at Peak Rated Torque		kw	1.2	1.5	1.8	5.4	6.9	8.3
Max. Continuous Shaft Torque, $T_c$		Fl-ib Nm	4.9 6.6	9.9 13.4	14.6 19.8	5.3 7.2	10.7 14.5	15.8 21.5
Max. Continuous Output Power		Watts	1060	1410	1660	1045	1385	1620
Motor Constant, $\pm 10\%$ , $K_m$		Fl-ib/V/Hz Nm/A/Hz	0.46 0.62	0.90 1.21	1.28 1.73	0.58 0.88	0.97 1.31	1.39 1.88
TTP, $\pm 10\%$ †		(°C/W)	0.65	0.60	0.58	0.65	0.60	0.58
Viscous Damping, $F_v$		Fl-ib/RPM Nm/RPM	8.0x10 <sup>-4</sup> 8.1x10 <sup>-4</sup>	13.0x10 <sup>-4</sup> 17.6x10 <sup>-4</sup>	19.9x10 <sup>-4</sup> 27.2x10 <sup>-4</sup>	6.2x10 <sup>-4</sup> 8.4x10 <sup>-4</sup>	14.3x10 <sup>-4</sup> 19.4x10 <sup>-4</sup>	22.4x10 <sup>-4</sup> 30.4x10 <sup>-4</sup>
Hydrodynamic Drag Torque, $T_d$		Fl-ib Nm	0.10 0.13	0.21 0.29	0.32 0.44	0.11 0.15	0.25 0.34	0.38 0.51
Max. Copping Torque		Fl-ib Nm	0.14 0.19	0.30 0.41	0.46 0.62	0.16 0.22	0.35 0.47	0.53 0.72
Frameless Motor	Moments, $J_m$	Fl-ib-sec <sup>2</sup> kg-m <sup>2</sup>	1.2x10 <sup>-4</sup> 1.6x10 <sup>-4</sup>	2.3x10 <sup>-4</sup> 3.1x10 <sup>-4</sup>	3.4x10 <sup>-4</sup> 4.6x10 <sup>-4</sup>	1.2x10 <sup>-4</sup> 1.6x10 <sup>-4</sup>	2.3x10 <sup>-4</sup> 3.1x10 <sup>-4</sup>	3.4x10 <sup>-4</sup> 4.6x10 <sup>-4</sup>
	Weight	Lb kg	5.8 2.6	10.0 4.5	14.4 6.5	5.8 2.6	10.0 4.5	14.4 6.5
Housed Motor	Moments, $J_m$	Fl-ib-sec <sup>2</sup> kg-m <sup>2</sup>	1.6x10 <sup>-4</sup> 2.2x10 <sup>-4</sup>	3.2x10 <sup>-4</sup> 4.3x10 <sup>-4</sup>	4.7x10 <sup>-4</sup> 6.4x10 <sup>-4</sup>	1.6x10 <sup>-4</sup> 2.2x10 <sup>-4</sup>	3.2x10 <sup>-4</sup> 4.3x10 <sup>-4</sup>	4.7x10 <sup>-4</sup> 6.4x10 <sup>-4</sup>
	Weight	Lb kg	15.7 7.1	21.6 9.8	27.5 12.5	15.7 7.1	21.6 9.8	27.5 12.5
No. of Poles			12	12	12	12	12	12

### 145 VOLT 'B' WINDING CONSTANTS Alternate Windings Available

Peak Torque, $\pm 25\%$ , $T_c$	Fl-ib Nm	15.9 21.5	35.3 47.8	54.8 74.0	36.7 49.7	81.3 110.2	125.7 170.3
Peak Current, $\pm 10\%$ , $I_p$	Amps	39.8	57.4	70.2	83.4	121	158
Torque Sensitivity, $\pm 10\%$ , $K_t$	Fl-ib/Amp Nm/Amp	0.40 0.54	0.61 0.83	0.78 1.1	0.44 0.58	0.67 0.91	0.84 1.15
No Load Speed, $\pm 10\%$	RPM	2525	1655	1305	2315	1520	1205
Voltage Constant, $\pm 10\%$ , $K_v$	V/Arbitrac V/KRPM	0.54 57.0	0.83 87.2	1.1 110	0.58 61.8	0.91 95.3	1.15 120.4
Terminal Resistance, $\pm 12\%$ , $R_a$	ohms @ 25°C	0.77	0.47	0.37	0.77	0.47	0.37
Terminal Inductance, $\pm 20\%$ , $L_a$	mH	2.8	2.6	2.6	2.7	2.5	2.5
Max. Continuous Output Power	Power	Watts	1060	1410	1658	1040	1380
	Torque	Fl-ib Nm	3.2 4.3	8.3 8.6	9.2 12.7	3.4 4.6	6.7 9.1
	Speed	RPM	2350	1570	1250	2175	1480

† TTP assumes housed motor replaced by 14.0 x 14.0 x .50" aluminum heat sink or equivalent.

TAB. A.3 – Caractéristiques du moteur serie RBE 04500

# RBE(H) 06200 MOTOR SERIES

High Performance / High Torque

## SIZE CONSTANTS

SIZE CONSTANTS		MOOR, INC.		RBE-100		RBE-150		RBE-200		RBE-250		RBE-300		RBE-350		RBE-400		RBE-450		RBE-500	
Full Load Torque, $T_L$ , 100%		N·m		21.3	46.9	72.3	98.6	124.8	151.0	177.2	203.4	229.6	255.8	282.0	308.2	334.4	360.6	386.8	413.0	439.2	
Power at Full Load Torque		kW		1.5	3.3	5.1	6.9	8.7	10.5	12.3	14.1	15.9	17.7	19.5	21.3	23.1	24.9	26.7	28.5	30.3	
Max. Continuous Shaft Torque, $T_s$ , 100%		N·m		13.1	28.3	44.1	59.8	75.6	91.4	107.2	123.0	138.8	154.6	170.4	186.2	202.0	217.8	233.6	249.4	265.2	
Max. Continuous Output Power		Watts		1905	4170	6340	8510	10680	12850	15020	17190	19360	21530	23700	25870	28040	30210	32380	34550	36720	
Motor Constant, $\pm 1\%$ , $k_v$		RPM/V		1.00	1.48	2.10	2.74	3.37	4.01	4.64	5.28	5.91	6.55	7.18	7.82	8.45	9.09	9.72	10.36	10.99	
$T_L \pm 1\%$		RPM		0.42	0.39	0.37	0.42	0.47	0.52	0.57	0.62	0.67	0.72	0.77	0.82	0.87	0.92	0.97	1.02	1.07	
Voltage Drop, $V_d$		V/1000 RPM		1.30	1.30	1.30	1.30	1.30	1.30	1.30	1.30	1.30	1.30	1.30	1.30	1.30	1.30	1.30	1.30	1.30	
Synchronous Speed Torque, $T_s$		N·m		0.17	0.36	0.55	0.74	0.93	1.12	1.31	1.50	1.69	1.88	2.07	2.26	2.45	2.64	2.83	3.02	3.21	
Max. Coupling Torque		N·m		0.10	0.21	0.32	0.43	0.54	0.65	0.76	0.87	0.98	1.09	1.20	1.31	1.42	1.53	1.64	1.75	1.86	
Motor Constant, $k_t$		RPM/V		1.30	1.30	1.30	1.30	1.30	1.30	1.30	1.30	1.30	1.30	1.30	1.30	1.30	1.30	1.30	1.30	1.30	
Weight		kg		10.88	18.0	25.6	33.3	41.0	48.7	56.4	64.1	71.8	79.5	87.2	94.9	102.6	110.3	118.0	125.7	133.4	
No. of Poles		Poles		12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	

## 145 VOLT B WINDING CONSTANTS

Alternate Windings Available

Full Torque, $\pm 25\%$ , $T_L$		N·m		21.3	46.9	72.3	98.6	124.8	151.0	177.2	203.4	229.6	255.8	282.0	308.2	334.4	360.6	386.8	413.0	439.2
Peak Current, $\pm 15\%$ , $I_a$		Amps		49.3	71.1	91.2	117.0	142.8	168.6	194.4	220.2	246.0	271.8	297.6	323.4	349.2	375.0	400.8	426.6	452.4
Torque Density, $\pm 10\%$ , $T_L$		N·m/A		0.47	0.86	0.80	0.85	0.72	0.90	0.72	0.90	0.72	0.90	0.72	0.90	0.72	0.90	0.72	0.90	0.72
No Load Speed, $\pm 10\%$		RPM		2150	1550	1140	825	600	450	300	150	75	37.5	18.75	9.375	4.6875	2.34375	1.171875	0.5859375	0.29296875
Voltage Constant, $\pm 10\%$ , $k_v$		V/1000 RPM		0.64	0.80	1.21	1.61	2.02	2.42	2.83	3.23	3.63	4.03	4.43	4.83	5.23	5.63	6.03	6.43	6.83
Terminal Resistance, $\pm 1\%$ , $R_a$		ohms @ 25°C		0.41	0.23	0.18	0.13	0.09	0.06	0.04	0.03	0.02	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01
Terminal Resistance, $\pm 10\%$ , $R_a$		ohms @ 25°C		0.41	0.23	0.18	0.13	0.09	0.06	0.04	0.03	0.02	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01
Power		Watts		1905	4170	6340	8510	10680	12850	15020	17190	19360	21530	23700	25870	28040	30210	32380	34550	36720
Speed		RPM		1975	1475	1075	775	575	375	175	87.5	43.75	21.875	10.9375	5.46875	2.734375	1.3671875	0.68359375	0.341796875	0.1708984375

1770 RPM/1000V (1000V/1000 RPM) 1000V/1000 RPM

TAB. A.4 - Caractéristiques du moteur serie RBE 04500

## Annexe B

# Mesure du couple à la sortie de réducteur harmonique

Hashimoto[19] a développé une méthodologie pour mesurer le couple de charge à la sortie des servo-moteurs possédant des réducteurs de vitesse à entraînement harmonique. Dans le cas de ces réducteurs, l'élasticité du crénelage flexible est utilisée pour mesurer le couple dans les articulations. On peut retrouver les détails dans d'Hashimoto[19]&[21], Miller[40], Minicucci[39] et dans Taghirad[54].

### B.0.1 Théorie d'opération

La mesure de couple à la sortie du réducteur harmonique est réalisée grâce à l'utilisation des jauges de contrainte attachées au crénelage flexible. Suite à une analyse par élément fini, Hashimoto[21] a prouvé que la meilleure position pour les mesures en termes d'exactitude et de sensibilité était sur le diaphragme, la partie inférieure et la plus rigide de l'élément de crénelage flexible. L'application de jauges de contrainte au crénelage flexible en pont de Wheatstone est représenté sur les figure B.1 et (B.2) respectivement.

Considérons les jauges R1 et R2 de la figure B.2, la différence de mesure de contrainte  $\epsilon_1 - \epsilon_2$  produit un signal relié à la tension de cisaillement qui est due au



FIG. B.1 – Location des jauges de contrainte sur le crénelage flexible Minicucci[39]



FIG. B.2 – Pont de Wheatstone des jauges de contrainte Minicucci[39]

couple appliqué. La relation s'écrit :

$$\epsilon_1 - \epsilon_2 = 2\epsilon_t + \psi_0 \sin(2\beta) \quad (\text{B.1})$$

où  $\epsilon_t$  est la tension produit par le couple appliqué. Le terme  $\psi_0 \sin(2\beta)$  est la déformation elliptique du crénelage flexible causée par le générateur d'ondes. Cette modulation indésirable est annulée par l'utilisation de deux jauges de contrainte additionnelles R3 et R4. La différence de tension résultante peut être calculée comme suit :

$$\epsilon_3 - \epsilon_4 = 2\epsilon_t + \psi_0 \sin(2\beta - \pi) \quad (\text{B.2})$$

Les jauges de contrainte R5-R8 sont utilisées pour conserver la symétrie avec les jaugers R1-R4. Ainsi, un pont de Wheatstone avec huit jauges actives est réalisé, la tension à la sortie de ce pont est donnée par :

$$E_{sortie} = \frac{K_{GF}}{8}(\epsilon_1 + \epsilon_3 + \epsilon_5 + \epsilon_7 - \epsilon_2 - \epsilon_4 - \epsilon_6 - \epsilon_8)E_{alimentation} \quad (B.3)$$

$$E_{sortie} = K_{GF}\epsilon_t E_{alimentation} \quad (B.4)$$

où  $K_{GF}$  est le facteur de jauge, et  $E_{alimentation}$  et  $E_{sortie}$  sont des voltage d'alimentation et du sortie du pont de Wheatstone.

La résolution en volts de la mesure peut être calculée théoriquement comme suit :

$$K_r = \frac{E_{sortie}}{T} \quad (B.5)$$

$$avec : K_r = \frac{K_{GF}E_{alimentation}(r_1 + r_2)}{8\pi tGr_1^2r_2} \quad (B.6)$$

où  $T$  est le couple appliqué,  $t$  est l'épaisseur du diaphragme du crénelage flexible,  $r_1$  et  $r_2$  sont les diamètres interne et externe du diaphragme, et  $G$  est le facteur de cisaillement du matériel. Le voltage de sortie du pont est multiplié par le gain  $G_A$  de l'amplificateur. Donc la sensibilité globale du capteur est définie par :

$$K_{sens} = G_A K_r \quad (B.7)$$

## B.0.2 Calibration des capteurs de couple

Une procédure expérimentale a été développée par Trambly [56] afin de déterminer la sensibilité expérimentale des capteurs pour chaque articulation du robot à trois degrés de libertés (excitateur 3D), conçus à l'Agence Spatiale Canadienne.

## Annexe C

### Diagramme du modèle simulink opal-rt

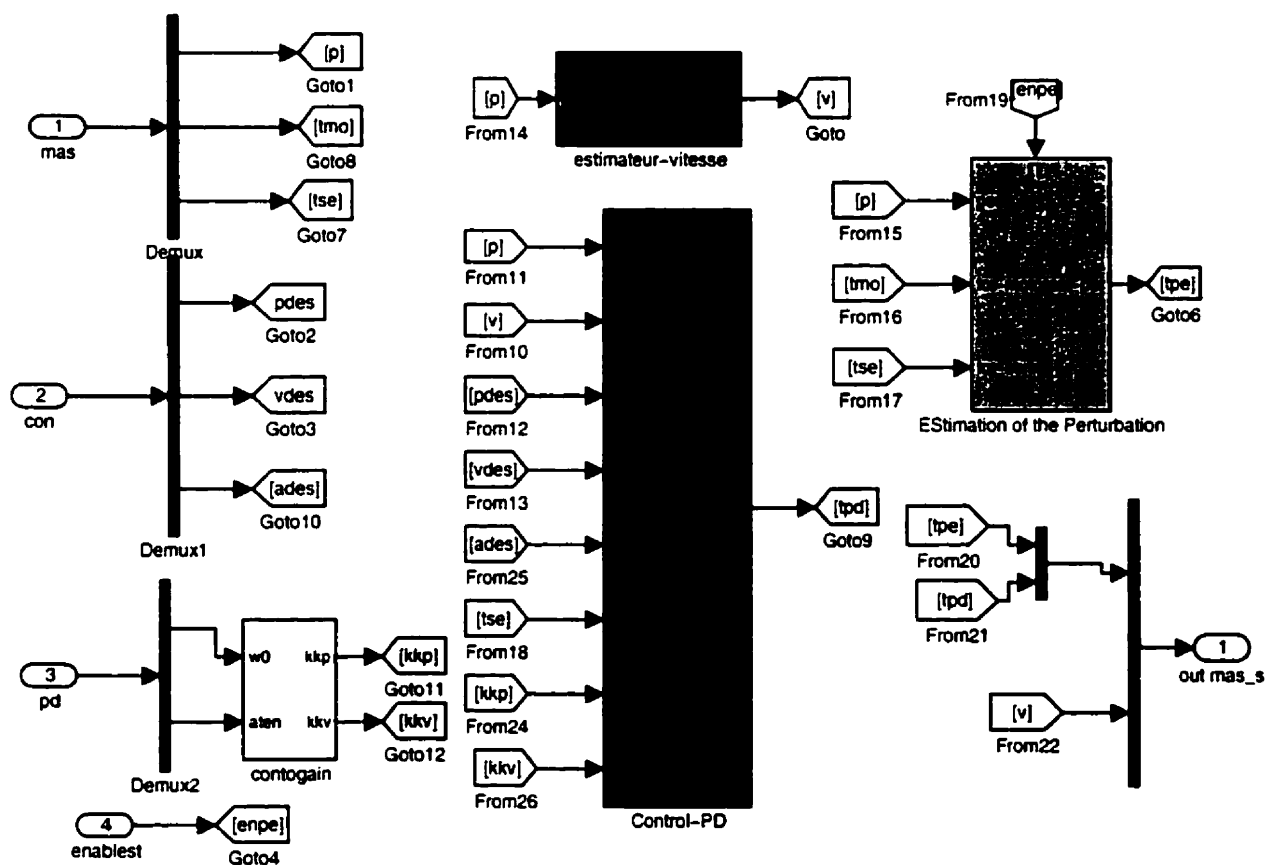


FIG. C.1 – Diagramme simulink général du contrôleur basé sur la rétroaction de couple (JTF)

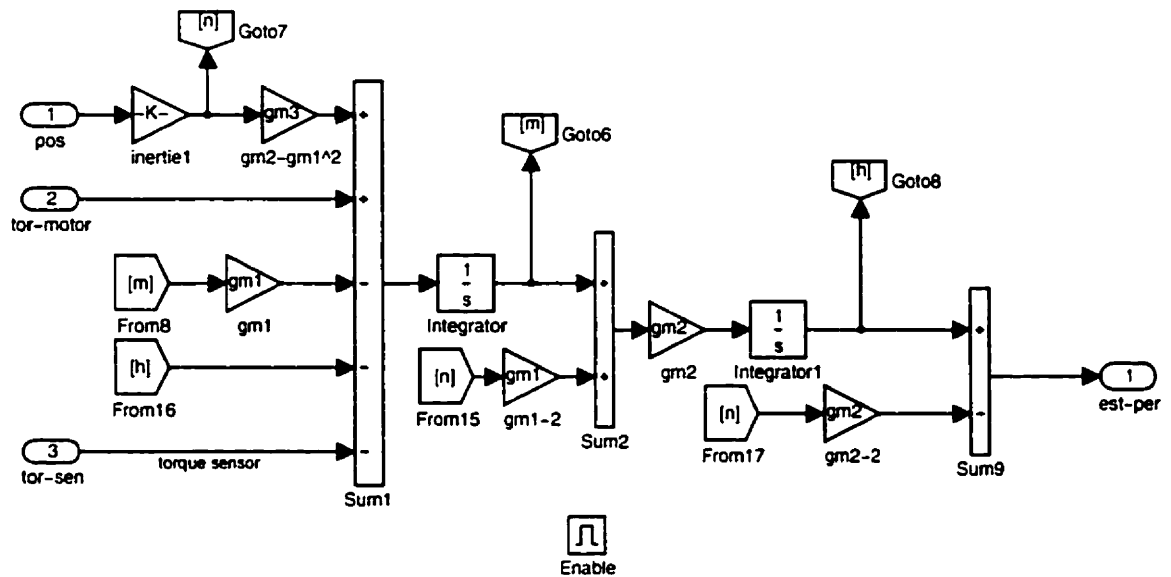


FIG. C.2 - Diagramme simulink de l'estimateur de perturbation

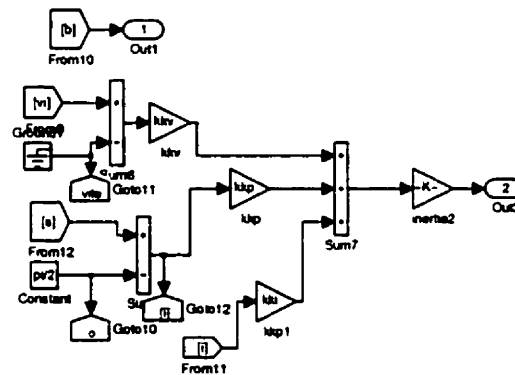


FIG. C.3 - Modèle simulink du contrôleur

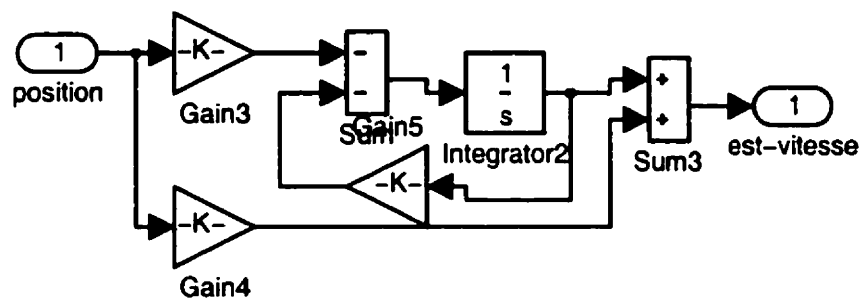


FIG. C.4 - Diagramme simulink de l'estimateur de l'estimateur de vitesse

## Annexe D

### Fichier du modèle de l'articulation généré par symofros

```

# This file was created using the graphical user interface of Symofros.
# It is written in Maple format and is meant to be read by the symbolic
# modeling program Symofros.
# It contains the general parameters and the topological description of
the model.
#
# This model has been generated on: 20-Nov-1998
#
#
# This file has the same name as the simulink GUI model with .gen
extention.
# The GUI of Symofros has been written by Essaid Bensoudane 1997

# General parameters and topological description for the model.
#=====

# Name of the file where the model will be saved
# =====
# To have a binary file (faster and more accurate) the extension
# MUST BE: .m
# A file name is required if Ecrit is true
# -----

BinaryModel := "dlmotor.m";
ModelTitle := "dlmotor20-Nov-1998":

# List of the generalized coordinates
# =====

SysVar := table([
qr = [ tetal(t)],
qe = [ Ok1(t)],
InputForce = [ Tml(t)],
InputMotion = []

```

```

}):
SysVar[AddLinList] := [op(SysVar[qe]),op(map(diff,SysVar[qe],t))]:

# Model setting.
# =====

# Definition of the topological structure.
# =====
Topology := table([
BodyConnection = (
[Base,motor]=motor_joint1,
[motor,link]=link_joint2
)
]);

# Body Properties.
# =====
BodyDescr:=table([
Base=table([
BodyType = Massless,
Gravity = vector([gx,0,0])
]),
link=table([
BodyType = Rigid,
inertia[bf] = array(1..3,1..3,symmetric,[[0,0,0],[0,0,0],[0,0,Izz]]),
rcm = vector([RxCoM,0,RzCoM])
]),
motor=table([
BodyType = Rigid,
inertia[bf] = array(1..3,1..3,symmetric,[[0,0,0],[0,0,0],[0,0,m_line]]),
reducer = ratio,
Irotor = m_line
])
]):

# Joint Properties.
# =====
JointDescr :=table([
link_joint2 = table([
R = Rz(Ok1(t)),
VirtualPower = -k*Ok1(t) * delta(diff(Ok1(t),t))-
bl*(diff(tetal(t),t)+diff(Ok1(t),t))*delta(diff(tetal(t),t)+diff(Ok1(t),t))
]),
motor_joint1 = table([
R = Rz(tetal(t)),
VirtualPower = (Tm1(t)-bm*diff(tetal(t),t))*delta(diff(tetal(t),t))
])
]):
# Description of loopclose conditions.
# =====
LoopCond := table([
]):
# Description of nonholonomic constraints.
# =====

```

## D.2 Fichier.mod

```

# This file was created using the graphical user interface of Symofros.
# It is written in Maple format and is meant to be read by the symbolic
# modeling program Symofros.
# It contains the model name and the path to Symofros.
#
# This model has been generated on: 20-Nov-1998
#

# To execute the file:
# 1 - set the current directory (working directory) using the Maple
command: currentdir("path")
# 2 - call the *.mod file using: restart; read "*.mod";
#      restart ==> clear memory

# If you have any question about this code please contact:.
#      Jean-Claude Piedboeuf,
#      Canadian Space Agency
#      6767 route de l Aeroport,
#      St-Hubert, Quebec
#      Canada J3Y 8Y9
#      tel: (514) 926-4688, Fax: (514) 926-4695
#      email: Jean.Claude.Piedboeuf@space.gc.ca

# If you have any problems with the GUI please contact:
#      Essaid Bensoudane
#      Ecole polytechnique de Montreal
#      email: essaid@auto.polymtl.ca or essaid@step.polymtl.ca
#
# This file has the same name as the simulink GUI model with .mod
extention.
# The GUI of Symofros has been written by Essaid Bensoudane 1997

# Name of the model
# =====

# The model name is used to call two files required for the model
# generation. These two files have "model" as a name but different
# extensions. Assuming that * is the model name, then:
# *.gen: file for the general parameters and the topological
description
# -----
-----

model := "dlmotor";

# Name of the mod and gen local path
# =====
# if absent, is the actual path

# Data for the shape functions
#
# -----

```

```

## ***** DO NOT CHANGE ANYTHING BELOW THIS LINE ***** ##
#####
# Path to the Symofros program
# -----
# SymofrosPath: path to the directory where the Symofros maple program
is installed
# This path is defined in the environment variable SYMOFROS_MAPLE_DIR
SymofrosPath := getenv("SYMOFROS_MAPLE_DIR");

# Call to the program that will generate the symbolic model
# =====
read cat(SymofrosPath, "/SymoProc/gen_mod.p");

```

### D.3 Fichier.sav

```
# This file was created using the graphical user interface of Symofros.
# It is written in Maple format and is meant to be read by the symbolic
# modeling program Symofros.
# It contains the definition of the paths to the various programs
# required.
#
# This model has been generated on: 20-Nov-1998
#

# To execute the file:
# 1 - set the current directory (working directory) using the Maple
# command: currentdir("path")
# 2 - call the *.mod file using: restart; read "*.sav";
#      restart ==> clear memory

# If you have any question about this code please contact:.
#      Jean-Claude Piedboeuf,
#      Canadian Space Agency
#      6767 route de l Aeroport,
#      St-Hubert, Quebec
#      Canada J3Y 8Y9
#      tel: (514) 926-4688, Fax: (514) 926-4695
#      email: Jean.Claude.Piedboeuf@space.gc.ca

# If you have any problems with the GUI please contact:
#      Essaid Bensoudane
#      Ecole polytechnique de Montreal
#      email: essaid@auto.polymtl.ca or essaid@step.polymtl.ca
#
# This file has the same name as the simulink GUI model with .sav
# extention.
# The GUI of Symofros has been written by Essaid Bensoudane 1997

#Definition of the path required (optional)
# =====

# 1 paths is required:
#   CPathExt: path to indicate where the C model will be written
#             by default CPathExt := "Simul/"
#
# The path are specified as:
#   path_name := '/directory/';
# The path name must be enclosed between " " and a "/" must end it.
# -----
--

#Path to store the C model: Relative to the current directory
# -----
# CPathExt := "Simul/"

# Name of the sav and dat local path
# =====
# if absent, is the actual path

# SYMBOLIC MODEL
```

```

# =====
# Name of the file in which the binary model resulting from the
symbolic
# generation has been save
#
# NOTE: The extension of the file should be .m to indicate a binary
file
# -----
-----
CName := table([
BinaryModel = "dlmotor.m",
CModel = "dlmotor.c",
DataFile = "dlmotor_1.dat"
]);

## ***** DO NOT CHANGE ANYTHING BELOW THIS LINE ***** ##
#####

# Path to the Symofros program
# -----

# SymofrosPath: path to the directory where the Symofros maple program
is installed
# This path is defined in the environment variable SYMOFROS_MAPLE_DIR

SymofrosPath := getenv("SYMOFROS_MAPLE_DIR");

# Generation of the C code
# =====

read cat(SymofrosPath, "/SymoProc/gen_c.p");

```

## D.4 Fichier.dat

```

# This file was created using the graphical user interface of Symofros.
# It is written in Maple format and is meant to be read by the symbolic
# modeling program Symofros.
# It contains the numeric data for the model
#
# This model has been generated on: 20-Nov-1998
#

# To execute the file:
# 1 - set the current directory (working directory) using the Maple
command: currentdir("path")
# 2 - call the *.mod file using: restart; read "*.sav";
#      restart ==> clear memory

# If you have any question about this code please contact:.
#      Jean-Claude Piedboeuf,
#      Canadian Space Agency
#      6767 route de l Aeroport,
#      St-Hubert, Quebec
#      Canada J3Y 8Y9
#      tel: (514) 926-4688, Fax: (514) 926-4695
#      email: Jean.Claude.Piedboeuf@space.gc.ca

# If you have any problems with the GUI please contact:
#      Essaid Bensoudane
#      Ecole polytechnique de Montreal
#      email: essaid@auto.polymtl.ca or essaid@step.polymtl.ca
#
# This file has the same name as the simulink GUI model with .dat
# extension.
# The GUI of Symofros has been written by Essaid Bensoudane 1997

#Base

gx_Base := -9.81:

#link

Izz_link_nom := 9:
RxCoM_link_nom := 0.2:
RzCoM_link_nom := 0.2:

#link_joint2

k_link_joint2 := 400000:
bl_link_joint2 := 2:

#motor
m_ine_motor := 0.0035701:
ratio_motor := 51:

#motor_joint1
bm_motor_joint1_nom := 67.73:

```